

✓

Nome  
Data  
Assinatura

**SIMULAÇÃO E ANÁLISE DE UM MODELO DE  
VEÍCULO NA FORMA DE ESPAÇO DE ESTADOS,  
COM A MATRIZ DA PLANTA PARAMETRIZADA EM  
FUNÇÃO DA VELOCIDADE**

Eng. FREDERICO AUGUSTO ALEM BARBIERI

DEDALUS - Acervo - EESC



31100016904

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Álvaro Costa Neto

São Carlos  
1996



Class.	TESE
Cutt.	0587
Tombo	65146

Eng. Mecânica

st 0745407

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento  
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC-USP

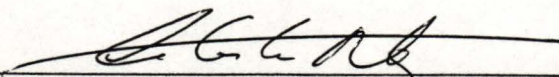
B236s Barbieri, Frederico Augusto Alem  
Simulação e análise de um modelo de veículo na  
forma de espaço de estados, com a matriz da  
planta parametrizada em função da velocidade /  
Frederico Augusto Alem Barbieri. São Carlos,  
1996.

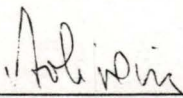
Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia  
de São Carlos-Universidade de São Paulo, 1996.  
Orientador: Prof. Dr. Álvaro Costa Neto

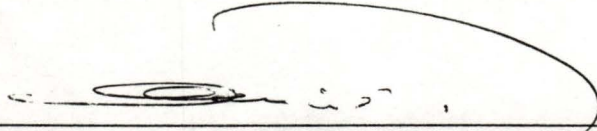
1. Dinâmica de veículos. 2. Modelo completo  
linear/não linear. 3. Modelo parametrizado.  
4. Simulação. I. Título

## FOLHA DE APROVAÇÃO

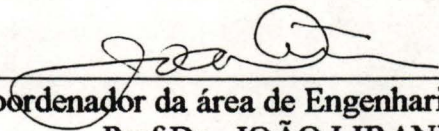
Dissertação defendida e aprovada em 08-7-1996  
pela Comissão Julgadora:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Doutor **ALVARO COSTA NETO (Orientador)**  
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Doutora **VILMA ALVES DE OLIVEIRA**  
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Doutor **MARIO FRANCISCO MUCHERONI**  
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. **JOSE CARLOS A. CINTRA**  
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

  
\_\_\_\_\_  
Coordenador da área de Engenharia Mecânica  
Prof. Dr. **JOÃO LIRANI**

Dedico este trabalho a todas as pessoas que, privilegiadas pelo poder do conhecimento e/ou riqueza, nunca se esquecem e usá-lo em favor dos menos afortunados.

“Ainda que eu falasse a língua dos homens e dos anjos, ainda que tivesse o dom da profecia e conhecesse todos os mistérios e toda a ciência, sem amor eu nada seria.”

Carta de São Paulo aos Coríntios

## **AGRADECIMENTOS**

- À DEUS, por tudo conseguido até hoje;
- Aos meus pais, Luiz Cláudio e Maria Cândida, por todo incentivo, amor e compreensão; e aos meus irmãos Sarah e Samuel, pelo companheirismo e ajuda nas correções.
- Ao Álvaro, meu colega e orientador, que muito contribuiu para a minha formação, sendo um exemplo de dinamismo e conhecimento, muito me ensinando sobre ser um pesquisador;
- Aos amigos da República Tortura, meu segundo lar, pela amizade e ajuda nas horas de “aperto”, fundamentais para que o trabalho chegasse ao fim;
- À secretaria do Departamento de Engenharia Mecânica, em especial à Ana Paula, por toda ajuda e suporte para a realização deste trabalho;
- À CAPES, pelo apoio financeiro sem o qual este trabalho não seria possível;
- Ao Departamento de Engenharia Mecânica, que viabilizou este projeto;
- Ao prof. Alfredo Hamar (“in memorian”) e aos funcionários da Biblioteca Central, que muito me ajudaram na difícil tarefa da Pesquisa Bibliográfica;
- A todos os amigos, que de forma direta ou indireta, contribuíram para este trabalho.
- E à Eloisa, por estar sempre presente, mesmo quando a distância física não permitia. Muito obrigado por toda ajuda, carinho e compreensão em todos os momentos;

# SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	i
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	vi
<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS</b> .....	vii
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b> .....	xiv
<b>RESUMO</b> .....	xvii
<b>ABSTRACT</b> .....	xviii
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.1. Definição do Problema.....	2
1.2. Objetivos.....	3
1.3. Desenvolvimento do Trabalho.....	4
1.4. Conclusão.....	7
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	
2.1. Introdução.....	8
2.2. Modelagem de Veículos Automotivos.....	10

2.2.1. Técnicas de Modelagem.....	11
2.2.2. “Softwares” de Modelagem e Simulação.....	13
2.3. Controle Aplicado aos Veículos.....	21
2.3.1. Técnicas de Controle.....	24
2.3.2. Controle Integrado.....	26
2.4. Futuras Tendências.....	31
2.5. Conclusão.....	33

### **3. SIMULAÇÃO E ANÁLISE DE UM MODELO NÃO LINEAR DE VEÍCULO**

3.1. Introdução.....	35
3.2. Modelagem.....	36
3.3. Representação Topológica do Modelo MBS.....	38
3.3.1. Forças Externas Agindo no Modelo MBS.....	41
3.3.1.1. Massa Suspensa.....	41
3.3.1.2. Massa Não Suspensa.....	45
3.3.2. Representação das Forças de Suspensão e dos Pneus.....	45
3.3.2.1. Forças da Suspensão.....	45
3.3.2.2. Modelagem do Sistema de Direção.....	46
3.3.2.3. Forças dos Pneus.....	48
3.4. Simulação do Modelo do Chassi.....	50
3.5. Resultados da Simulação.....	51
3.5.1. Manobras Transientes.....	54
3.5.1.1. Entrada de Esterçamento.....	54
3.5.1.2. Entradas de Aceleração e Frenagem.....	55
3.5.1.3. Distúrbios Verticais da Pista.....	55
3.5.1.4. Distúrbios Aerodinâmicos.....	56
3.5.2. Manobras de Regime Permanente.....	56
3.5.3. Envelope para Análise de Controle Linear.....	59
3.6. Obtenção do Modelo Linearizado.....	60

3.6.1. Análise dos Autovalores.....	62
3.6.1.1. Entrada de Esterçamento.....	63
3.6.1.2. Distúrbios Verticais da Pista.....	65
3.6.1.3. Entradas de Aceleração e Frenagem.....	66
3.7. Conclusão.....	67

#### **4. ANÁLISE DO MODELO LINEAR**

4.1. Introdução.....	69
4.2. Modelo na Forma de Espaço de Estados.....	70
4.2.1. Elementos da Matriz <b>A</b> .....	71
4.2.2. Matrizes <b>B, C</b> e <b>D</b> .....	75
4.3. Simulação do Modelo Linear.....	75
4.3.1. Entrada de Esterçamento.....	77
4.3.2. Distúrbios Verticais da Pista.....	79
4.3.3. Distúrbios Aerodinâmicos.....	82
4.3.4. Aceleração.....	83
4.4. Comparação Entre as Simulações: Linear x Não Linear.....	84
4.4.1. Simulações de Esterçamento.....	85
4.4.2. Simulações de Distúrbios Verticais.....	98
4.4.3. Simulações de Distúrbios Aerodinâmicos.....	100
4.4.4. Simulações de Aceleração.....	103
4.5. Conclusão.....	106

#### **5. PARAMETRIZAÇÃO DA MATRIZ A EM FUNÇÃO DA VELOCIDADE**

5.1. Introdução.....	108
5.2. Comparação das Matrizes Para Cada Condição de Operação.....	109
5.2.1. Formulação da Variação dos Coeficientes.....	111
5.2.1.1. Matrizes <b>LO</b> .....	111
5.2.1.2. Matrizes <b>CLO</b> .....	119
5.3. Comparação entre as Matrizes Original e Parametrizada.....	121
5.3.1. Análise dos Autovalores.....	121



5.3.2. Condicionamento da Matriz A.....	125
5.4. Simulação com o Modelo Parametrizado.....	126
5.4.1. Entrada de Esterçamento.....	127
5.4.2. Distúrbios Verticais da Pista.....	131
5.4.3. Distúrbios Aerodinâmicos.....	132
5.4.4. Simulações de Aceleração.....	134
5.6. Conclusão.....	135
<b>6. CONCLUSÃO.....</b>	<b>138</b>

## **BIBLIOGRAFIA**

Referências Bibliográficas.....	144
Bibliografia Consultada.....	155

## **APÊNDICES**

Apêndice A - Simulações com o Modelo Linearizado.....	158
Apêndice B - Planilhas de Obtenção das Matrizes Parametrizadas.....	190
Apêndice C - Simulação do Modelo Parametrizado.....	208
Apêndice D - Autovalores e Programas.....	241

## LISTA DE FIGURAS

1.1: Estrutura do trabalho apresentado.....	6
2.1: Representação convencional da interação motorista/veículo/meio ambiente.....	22
2.2: Sistemas de controles usados atualmente.....	24
2.3: Representação de um sistema de controle integrado.....	27
2.4: Controle de “understeer” e “oversteer”.....	28
3.1: Modelo de chassi não linear.....	37
3.2: Representação topológica do modelo MBS.....	39
3.3: “Layout” do modelo MBS.....	40
3.4: Variação dos coeficientes de força aerodinâmica.....	43
3.5: Variação dos coeficientes de momento aerodinâmico.....	43
3.6: Representação do sistema de direção.....	47
3.7: Ângulos relacionados ao esterçamento.....	47
3.8: Vista superior do distúrbio triangular da pista.....	66
4.1: Variáveis de estados do modelo.....	71
4.2: Representação da matriz A e suas subdivisões.....	74
4.3: Distúrbio triangular no domínio do espaço.....	80
4.4: Distúrbio triangular no domínio do tempo.....	81
4.5: Resposta de LO20 ao esterçamento de 10 graus.....	87
4.6: Resposta de LO20 ao esterçamento de 45 graus.....	87

4.7: Resposta de <b>CLO21</b> ao esterçamento.....	89
4.8: Resposta de <b>CLO24</b> ao esterçamento.....	89
4.9: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 10 graus.....	90
4.10: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45 graus.....	90
4.11: Resposta de <b>CLO24</b> ao esterçamento c/ realimentação.....	95
4.12: Resposta de <b>CNW21</b> ao esterçamento.....	97
4.13: Resposta de <b>LO20</b> ao distúrbio triangular da pista.....	98
4.14: Resposta de <b>LO5</b> ao distúrbio triangular.....	99
4.15: Resposta do modelo não linear ao distúrbio triangular.....	100
4.16: Resposta de <b>LO20</b> ao distúrbio aerodinâmico.....	101
4.17: Resposta de <b>LO40</b> ao distúrbio aerodinâmico.....	102
4.18: Resposta do modelo não linear ao dist. aerodinâmico.....	103
4.19: Resposta de <b>LO20</b> à aceleração de 0,5g.....	104
4.20: Resposta de <b>LO20</b> à aceleração de 0,5g; Forças nas rodas diant.....	105
4.21: Resposta do modelo não linear à aceleração de 0,5g.....	105
5.1: Gráfico em 3D da matriz <b>LO5</b> .....	110
5.2: Gráfico de <i>VLOq4u1</i> .....	117
5.3: Gráfico de <i>VLOq4u3</i> .....	118
5.4: Gráfico de <i>VLOq4u5</i> .....	118
5.5: Resposta de <b>ALO20</b> ao esterçamento de 10 graus.....	127
5.6: Resposta de <b>ACLO21</b> ao esterçamento de 45 graus.....	128
5.7: Resposta de <b>ALO20</b> ao distúrbio triangular.....	131
5.8: Resposta de <b>ALO5</b> ao distúrbio triangular.....	132
5.9: Resposta de <b>ALO20</b> ao distúrbio aerodinâmico.....	133
5.10: Resposta de <b>ALO40</b> ao distúrbio aerodinâmico.....	133
5.11: Resposta de <b>ALO20</b> à aceleração de 0,5g.....	134
5.12: Resposta de <b>ALO20</b> à aceleração de 0,5g; Forças nas rodas dianteiras.....	135

## Figuras dos Apêndices

A1: Resposta de CLO11 ao esterçamento.....	160
A2: Resposta de CLO14 ao esterçamento.....	161
A3: Resposta de CLO19 ao esterçamento.....	162
A4: Resposta de CLO21 ao esterçamento.....	163
A5: Resposta de CLO24 ao esterçamento.....	164
A6: Resposta de CLO31 ao esterçamento.....	165
A7: Resposta de CNW11 ao esterçamento.....	167
A8: Resposta de CNW14 ao esterçamento.....	168
A9: Resposta de CNW19 ao esterçamento.....	169
A10: Resposta de CNW21 ao esterçamento.....	170
A11: Resposta de CNW24 ao esterçamento.....	171
A12: Resposta de CNW31 ao esterçamento.....	172
A13: Resposta de CNW335 ao esterçamento.....	173
A14: Distúrbio Triangular, altura=0,01m, velocidade=5m/s.....	175
A15: Distúrbio Triangular, altura=0,05m, velocidade=5m/s.....	175
A16: Distúrbio Triangular, altura=0,1m, velocidade=5m/s.....	176
A17: Distúrbio Triangular, altura=0,01m, velocidade=10m/s.....	176
A18: Distúrbio Triangular, altura=0,05m, velocidade=10m/s.....	177
A19: Distúrbio Triangular, altura=0,1m, velocidade=10m/s.....	177
A20: Distúrbio Triangular, altura=0,01m, velocidade=15m/s.....	178
A21: Distúrbio Triangular, altura=0,05m, velocidade=15m/s.....	178
A22: Distúrbio Triangular, altura=0,1m, velocidade=15m/s.....	179
A23: Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico.....	181
A24: Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico.....	181
A25: Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico.....	182

A26: Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico.....	182
A27: Resposta de CLO11 ao esterçamento c/ realimentação.....	184
A28: Resposta de CLO14 ao esterçamento c/ realimentação.....	185
A29: Resposta de CLO19 ao esterçamento c/ realimentação.....	186
A30: Resposta de CLO21 ao esterçamento c/ realimentação.....	187
A31: Resposta de CLO24 ao esterçamento c/ realimentação.....	188
A32: Resposta de CLO31 ao esterçamento c/ realimentação.....	189
C1: Resposta de ACLO11 ao esterçamento de 10 graus.....	210
C2: Resposta de ACLO11 ao esterçamento de 45 graus.....	210
C3: Resposta de ACLO11 ao esterçamento de 90 graus.....	211
C4: Resposta de ACLO21 ao esterçamento de 10 graus.....	212
C5: Resposta de ACLO21 ao esterçamento de 45 graus.....	212
C6: Resposta de ACLO31 ao esterçamento de 10 graus.....	213
C7: Resposta de ACLO31 ao esterçamento de 45 graus.....	213
C8: Resposta de ALO10 ao esterçamento de 10 graus.....	215
C9: Resposta de ALO10 ao esterçamento de 45 graus.....	216
C10: Resposta de ALO10 ao esterçamento de 90 graus.....	217
C11: Resposta de ALO20 ao esterçamento de 10 graus.....	218
C12: Resposta de ALO20 ao esterçamento de 45 graus.....	219
C13: Resposta de ALO40 ao esterçamento de 10 graus.....	220
C14: Distúrbio Triangular, altura=0,01m, velocidade=5m/s.....	222
C15: Distúrbio Triangular, altura=0,05m, velocidade=5m/s.....	223
C16: Distúrbio Triangular, altura=0,1m, velocidade=5m/s.....	224
C17: Distúrbio Triangular, altura=0,01m, velocidade=10m/s.....	225
C18: Distúrbio Triangular, altura=0,05m, velocidade=10m/s.....	226
C20: Distúrbio Triangular, altura=0,1m, velocidade=10m/s.....	227
C21: Distúrbio Triangular, altura=0,01m, velocidade=15m/s.....	228
C22: Distúrbio Triangular, altura=0,05m, velocidade=15m/s.....	229
C23: Distúrbio Triangular, altura=0,1m, velocidade=15m/s.....	230
C24: Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico.....	232
C25: Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico.....	232

C26: Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico.....	233
C27: Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico.....	233
C28: Resposta de ALO10 ao esterçamento de 10 graus c/ realimentação.....	235
C29: Resposta de ALO10 ao esterçamento de 45 graus c/ realimentação.....	236
C30: Resposta de ALO10 ao esterçamento de 90 graus c/ realimentação.....	237
C31: Resposta de ALO20 ao esterçamento de 10 graus c/ realimentação.....	238
C32: Resposta de ALO20 ao esterçamento de 45 graus c/ realimentação.....	239
C31: Resposta de ALO40 ao esterçamento de 10 graus c/ realimentação.....	240

## LISTA DE TABELAS

3.1: Descrição geométrica do modelo do chassi.....	40
3.2: Dados inerciais e geométricos do veículo.....	41
3.3: Dados aerodinâmicos do veículo.....	44
3.4: Dados da suspensão e do pneu linear.....	46
3.5: Análise dos autovalores.....	52
3.6: Ganhos de regime permanente: modelo de pneu linear s/ atraso.....	58
3.7: Ganhos de regime permanente: modelo de pneu não linear s/ atraso.....	58
3.8: Ganhos de regime permanente: modelo de pneu não linear c/ atraso.....	59
3.9: Variação dos autovalores em função da velocidade.....	64
4.1: Matrizes utilizadas nas simulações de esterçamento.....	79
4.2: Matrizes utilizadas nas simulações de distúrbio vertical.....	82
4.3: Matrizes utilizadas nas simulações de distúrbio aerodinâmico.....	83
4.4: Matrizes utilizadas nas simulações de aceleração.....	83
5.1: Variação dos coeficientes de $q4$ nas matrizes <b>LO</b> .....	113
5.2: Variação dos coeficientes de $u1$ nas matrizes <b>LO</b> .....	114
5.3: Variação dos coeficientes de $u2$ nas matrizes <b>LO</b> .....	115
5.4: Variação dos coeficientes de $u4$ nas matrizes <b>LO</b> .....	116
5.5: Comparação dos autovalores das matrizes <b>LO5</b> e <b>ALO5</b> .....	123
5.6: Comparação dos autovalores das matrizes <b>LO10</b> e <b>ALO10</b> .....	123
5.7: Autovalores de <b>LO20</b> e <b>ALO20</b> .....	124

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- ACLO11** -Matriz originada da matriz parametrizada **VCLOFV** quando a velocidade do veículo é de 10 m/s.
- ACLO21** -Matriz originada da matriz parametrizada **VCLOFV** quando a velocidade do veículo é de 20 m/s.
- ACLO31** -Matriz originada da matriz parametrizada **VCLOFV** quando a velocidade do veículo é de 30 m/s.
- ALO10** -Matriz originada da matriz parametrizada **VLOFV** quando a velocidade do veículo é de 10 m/s.
- ALO15** -Matriz originada da matriz parametrizada **VLOFV** quando a velocidade do veículo é de 15 m/s.
- ALO20** -Matriz originada da matriz parametrizada **VLOFV** quando a velocidade do veículo é de 20 m/s.
- ALO40** -Matriz originada da matriz parametrizada **VLOFV** quando a velocidade do veículo é de 40 m/s.
- ALO5** -Matriz originada da matriz parametrizada **VLOFV** quando a velocidade do veículo é de 5 m/s.
- CLO11** -Matriz que representa a linearização do modelo em situação de “cornering”, com modelo de pneu linear, sem atraso na formação da força lateral, esterçamento de 10 graus e velocidade de 10 m/s.
- CLO14** -Matriz que representa a linearização do modelo em situação de “cornering”, com modelo de pneu linear, sem atraso na formação da força lateral, esterçamento de 45 graus e velocidade de 10 m/s.
- CLO19** -Matriz que representa a linearização do modelo em situação de “cornering”, com modelo de pneu linear, sem atraso na formação da força lateral, esterçamento de 90 graus e velocidade de 10 m/s.



- CLO21** -Matriz que representa a linearização do modelo em situação de “cornering”, com modelo de pneu linear, sem atraso na formação da força lateral, esterçamento de 10 graus e velocidade de 20 m/s.
- CLO24** -Matriz que representa a linearização do modelo em situação de “cornering”, com modelo de pneu linear, sem atraso na formação da força lateral, esterçamento de 45 graus e velocidade de 20 m/s.
- CLO31** -Matriz que representa a linearização do modelo em situação de “cornering”, com modelo de pneu linear, sem atraso na formação da força lateral, esterçamento de 10 graus e velocidade de 30 m/s.
- CLO31q10** -Coluna dos coeficientes de  $q10$  ( em todas as equações das derivadas das variáveis de estado) referentes à condição de velocidade igual a 30 m/s e esterçamento igual a 10 graus.
- CNW11** -Matriz que representa a linearização do modelo em situação de “cornering”, com modelo de pneu não linear, com atraso na formação da força lateral, esterçamento de 10 graus e velocidade de 10 m/s.
- CNW14** -Matriz que representa a linearização do modelo em situação de “cornering”, com modelo de pneu não linear, com atraso na formação da força lateral, esterçamento de 45 graus e velocidade de 10 m/s.
- CNW19** -Matriz que representa a linearização do modelo em situação de “cornering”, com modelo de pneu não linear, com atraso na formação da força lateral, esterçamento de 90 graus e velocidade de 10 m/s.
- CNW21** -Matriz que representa a linearização do modelo em situação de “cornering”, com modelo de pneu não linear, com atraso na formação da força lateral, esterçamento de 10 graus e velocidade de 20 m/s.
- CNW24** -Matriz que representa a linearização do modelo em situação de “cornering”, com modelo de pneu não linear, com atraso na formação da força lateral, esterçamento de 45 graus e velocidade de 20 m/s.
- CNW31** -Matriz que representa a linearização do modelo em situação de “cornering”, com modelo de pneu não linear, com atraso na formação da força lateral, esterçamento de 10 graus e velocidade de 30 m/s.
- LO10** -Matriz que representa a linearização do modelo quando o veículo anda em linha reta, com modelo de pneu linear, sem atraso na formação da força lateral, e velocidade de 10 m/s.

- LO10q4** -Coluna dos coeficientes de  $q4$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 10 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.
- LO10q5** -Coluna dos coeficientes que multiplicam a variável de estado  $q5$  na matriz **LO10**.
- LO10u1** -Coluna dos coeficientes de  $u1$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 10 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.
- LO10u2** -Coluna dos coeficientes de  $u2$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 10 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.
- LO10u4** -Coluna dos coeficientes de  $u4$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 10 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.
- LO15** -Matriz que representa a linearização do modelo quando o veículo anda em linha reta, com modelo de pneu linear, sem atraso na formação da força lateral, e velocidade de 15 m/s.
- LO15q4** -Coluna dos coeficientes de  $q4$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 15 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.
- LO15u1** -Coluna dos coeficientes de  $u1$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 15 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.
- LO15u2** -Coluna dos coeficientes de  $u2$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 15 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.
- LO15u4** -Coluna dos coeficientes de  $u4$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 15 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.
- LO20** -Matriz que representa a linearização do modelo quando o veículo anda em linha reta, com modelo de pneu linear, sem atraso na formação da força lateral, e velocidade de 20 m/s.
- LO20q4** -Coluna dos coeficientes de  $q4$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 20 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.

- LO20u1** -Coluna dos coeficientes de  $u1$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 20 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.
- LO20u2** -Coluna dos coeficientes de  $u2$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 20 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.
- LO20u4** -Coluna dos coeficientes de  $u4$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 20 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.
- LO40** -Matriz que representa a linearização do modelo quando o veículo anda em linha reta, com modelo de pneu linear, sem atraso na formação da força lateral, e velocidade de 40 m/s.
- LO40q4** -Coluna dos coeficientes de  $q4$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 40 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.
- LO40u1** -Coluna dos coeficientes de  $u1$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 40 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.
- LO40u2** -Coluna dos coeficientes de  $u2$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 40 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.
- LO40u4** -Coluna dos coeficientes de  $u4$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 40 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.
- LO5** -Matriz que representa a linearização do modelo quando o veículo anda em linha reta, com modelo de pneu linear, sem atraso na formação da força lateral, e velocidade de 5 m/s.
- LO5q4** - Coluna dos coeficientes que multiplicam a variável de estado  $q4$  na matriz **LO5**.
- LO5u1** -Coluna dos coeficientes de  $u1$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 5 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.
- LO5u2** -Coluna dos coeficientes de  $u2$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 5 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.

- LO5u4** -Coluna dos coeficientes de  $u4$ , em todas as equações das derivadas de estado, referente a condição de velocidade igual a 5 m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.
- MBS** Multibody systems
- VCLO10G** -Planilha da variação das matrizes **CLO**, em função da velocidade, quando o esterçamento é de 10 graus.
- VCLOFV** -Matriz parametrizada em função da velocidade, originada das matrizes **CLO**
- VLOFV** -Matriz parametrizada em função da velocidade, originada das matrizes **LO**
- VLOq4u1** -Equação da variação do coeficiente de  $q4$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u1$  na planilha VLO5-40.
- VLOq4u3** -Equação da variação do coeficiente de  $q4$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u3$  na planilha VLO5-40.
- VLOq4u5** -Equação da variação do coeficiente de  $q4$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u5$  na planilha VLO5-40.
- VLOu1u1** -Equação da variação do coeficiente de  $u1$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u1$  na planilha VLO5-40.
- VLOu1u10** -Equação da variação do coeficiente de  $u1$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u10$  na planilha VLO5-40.
- VLOu1u2** -Equação da variação do coeficiente de  $u1$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u2$  na planilha VLO5-40.
- VLOu1u3** -Equação da variação do coeficiente de  $u1$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u3$  na planilha VLO5-40.
- VLOu1u4** -Equação da variação do coeficiente de  $u1$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u4$  na planilha VLO5-40.
- VLOu1u5** -Equação da variação do coeficiente de  $u1$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u5$  na planilha VLO5-40.
- VLOu1u6** -Equação da variação do coeficiente de  $u1$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u6$  na planilha VLO5-40.
- VLOu1u7** -Equação da variação do coeficiente de  $u1$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u7$  na planilha VLO5-40.

- VLOu1u8* -Equação da variação do coeficiente de  $u1$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u8$  na planilha VLO5-40.
- VLOu1u9* -Equação da variação do coeficiente de  $u1$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u9$  na planilha VLO5-40.
- VLOu2u1* -Equação da variação do coeficiente de  $u2$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u1$  na planilha VLO5-40.
- VLOu2u10* -Equação da variação do coeficiente de  $u2$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u10$  na planilha VLO5-40.
- VLOu2u2* -Equação da variação do coeficiente de  $u2$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u2$  na planilha VLO5-40.
- VLOu2u3* -Equação da variação do coeficiente de  $u2$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u3$  na planilha VLO5-40.
- VLOu2u4* -Equação da variação do coeficiente de  $u2$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u4$  na planilha VLO5-40.
- VLOu2u5* -Equação da variação do coeficiente de  $u2$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u5$  na planilha VLO5-40.
- VLOu2u6* -Equação da variação do coeficiente de  $u2$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u6$  na planilha VLO5-40.
- VLOu2u7* -Equação da variação do coeficiente de  $u2$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u7$  na planilha VLO5-40.
- VLOu2u8* -Equação da variação do coeficiente de  $u2$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u8$  na planilha VLO5-40.
- VLOu2u9* -Equação da variação do coeficiente de  $u2$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u9$  na planilha VLO5-40.
- VLOu4u1* -Equação da variação do coeficiente de  $u2$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u1$  na planilha VLO5-40.
- VLOu4u10* -Equação da variação do coeficiente de  $u4$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u10$  na planilha VLO5-40.
- VLOu4u2* -Equação da variação do coeficiente de  $u2$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u2$  na planilha VLO5-40.

- VLOu4u4* -Equação da variação do coeficiente de  $u_2$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u_4$  na planilha VLO5-40.
- VLOu4u5* -Equação da variação do coeficiente de  $u_2$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u_5$  na planilha VLO5-40.
- VLOu4u6* -Equação da variação do coeficiente de  $u_2$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u_6$  na planilha VLO5-40.
- VLOu4u7* -Equação da variação do coeficiente de  $u_4$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u_7$  na planilha VLO5-40.
- VLOu4u8* -Equação da variação do coeficiente de  $u_4$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u_8$  na planilha VLO5-40.
- VLOu4u9* -Equação da variação do coeficiente de  $u_4$ , em função da velocidade, na equação da derivada de  $u_9$  na planilha VLO5-40.

## LISTA DE SÍMBOLOS

<b>A</b>	Matriz da planta ou matriz de estados
$A$	Área frontal
$a_1, \dots, a_5$	Coefficientes da equação de força lateral para modelo de pneu não linear
$a_y$	Aceleração Lateral
<b>B</b>	Matriz de entrada
$b_{i1}, \dots, b_{i4}$	Coefficientes da equação de formação dos $a_i$ 's
<b>C</b>	Matriz de saída
$C_{f,r}$	Rigidez de esterçamento ( $r$ ="rear"; $f$ ="front")
$c_{11}, \dots, c_6$	Coefficientes da equação de $t_p$ em função de $F_{tz}$
$C_{f,r,e}$	Rigidez de esterçamento equivalente ( $r$ ="rear"; $f$ ="front")
$Cl$	Comprimento característico
$C_{mx}, C_{my}, C_{mz}$	Coefficientes de torques aerodinâmicos
$C_x, C_y, Cl$	Coefficientes de forças aerodinâmicas
$C_{zf}, C_{zr}$	Coefficientes aerodinâmicos
<b>D</b>	Matriz de transmissão direta
$F_{ty}$	Força lateral do pneu
$F_{tyl}$	Força lateral do pneu "com atraso"
$F_{tz}$	Força normal do pneu
$f_y, f_x, f_z$	Forças aerodinâmicas nas respectivas direções
$h$	Altura

$h$	Altura do distúrbio triangular da pista
$hp, op, b$	Vetores que descrevem o modelo MBS geometricamente
$k_{ij}$	Ganho de regime permanente
$k_s$	Rigidez torcional do sistema de direção
$ks$	Rigidez torcional do sistema de direção
$m_x, m_y, m_z$	Momentos aerodinâmicos nas respectivas direções
$Mz$	Torque autoalinhante
$q_i$	Coordenadas generalizadas
$r$	Coefficiente de correlação
$SR$	Relação de transmissão do sistema de direção
$t$	Tempo
$tp$	Pneumatic trail
$u$	Vetor de entrada
$u_i$	Velocidades generalizadas
$V_v$	Velocidade do veículo
$V_w$	Velocidade do vento
$V_x$	Velocidade longitudinal do veículo
$V_y$	Velocidade lateral
$x$	Vetor de estados
$x1=q1$	Deslocamento longitudinal
$x2=q2$	Deslocamento lateral
$x3=q3$ :	Deslocamento vertical
$x4=q4$ :	Ângulo de guinada (yaw angle)
$x5=q5$ :	Ângulo de arfagem (pitch angle)
$x6=q6$ :	Ângulo de rolagem (roll angle)
$x7=q7$ :	Deslocamento angular do braço de suspensão dianteiro esquerdo
$x8=q8$ :	Deslocamento angular do braço de suspensão dianteiro direito
$x9=q9$ :	Deslocamento angular do braço de suspensão traseiro esquerdo
$x10=q10$ :	Deslocamento angular do braço de suspensão traseiro direito
$x11=u1$ :	Velocidade longitudinal
$x12=u2$ :	Velocidade lateral



$x_{13}=u_3$ :	Velocidade vertical
$x_{14}=u_4$ :	Velocidade de guinada
$x_{15}=u_5$ :	Velocidade de arfagem
$x_{16}=u_6$ :	Velocidade de rolagem
$x_{17}=u_7$ :	Veloc. do desl. ang. do braço de susp. dianteiro esquerdo
$x_{18}=u_8$ :	Veloc. do desl. ang. do braço de susp. dianteiro direito
$x_{19}=u_9$ :	Veloc. do desl. ang. do braço de susp. traseiro esquerdo
$x_{20}=u_{10}$ :	Desloc. do desl. ang. do braço de susp. traseiro direito
$y$	Vetor de saída do sistema
$\beta$	Ângulo de escorregamento lateral
$\delta$	Ângulo de esterçamento das rodas
$v'$	Velocidade relativa entre o veículo e o vento frontal
$\alpha_a$	Ângulo de escorregamento aerodinâmico
$\delta_{hw}$	Ângulo de esterçamento da direção
$\xi$	Fator de amortecimento
$\rho$	Densidade do ar
$\alpha_r$	Ângulo de escorregamento do pneu traseiro
$\alpha_f$	Ângulo de escorregamento do pneu dianteiro
$(J)$	Jacobiano do modelo não linear
$\omega_n$	Frequência natural

BARBIERI, F. A. A. *Simulação e análise de um modelo de veículo na forma de espaço de estados, com a matriz da planta parametrizada em função da velocidade*. São Carlos, 1996, 255p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

As futuras utilizações de sistemas de controle em automóveis seguirão a tendência de integração, através do desenvolvimento de sistemas de controle integrados capazes de coordenar as ações dos vários subsistemas que compõem o veículo. Esta coordenação e integração requerem que as interações entre os subsistemas sejam levadas em conta já nos primeiros estágios de projeto. Para tanto, um modelo não linear de veículo é obtido através de técnicas de modelagem de sistemas multicorpos utilizando-se o método de Kane e programas de computação simbólica. Posteriormente, é gerado um modelo linear obtido através do Jacobiano das equações do modelo original, realizado através de ferramentas da linguagem ACSL. O modelo linearizado é então submetido a vários tipos de simulações e os resultados são comparados às respostas do modelo não linear de modo a validar as aproximações lineares. Algumas propriedades do modelo são analisadas do ponto de vista da teoria de sistemas de controle, obtendo-se um resultado muito interessante: a possibilidade de implementação de um controle adaptativo em função da velocidade do veículo. Deste modo, foram realizadas extensas análises nas matrizes resultantes da linearização a fim de obter uma única matriz da planta que, parametrizada em função da velocidade, pudesse representar uma grande quantidade de condições de operação. Este modelo parametrizado é construído e posteriormente utilizado para simulações. Os resultados mostraram ser possível utilizar este modelo para representar os aspectos mais relevantes do movimento do veículo.

Palavras-chave: dinâmica de veículos; modelo completo linear/não linear; modelo parametrizado; simulação.

BARBIERI, F. A. A. *Simulation and analysis of a vehicle model in state space form, with a parametrized plant matrix.* São Carlos, 1996, 255p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Future applications of control in automotive vehicles will follow a trend towards system integration, leading ultimately to the development of integrated vehicle control systems capable of coordinating the action of the various subsystems. The coordination and integration of automotive vehicle subsystems require the interaction amongst the various subsystems to be taken into consideration at the control design stages. Therefore, a nonlinear model is obtained through MBS modelling techniques, by the combination of Kane's method and symbolic computation. Then, a linear model is obtained by linearization of the system equations through the Jacobian facility in ACSL program language. The resulting linearised model is simulated and its response is compared to the previous one in order to validate the linear approximations. It is made a discussion of model properties from a control theoretic point of view. An interesting result is obtained from a control design point of view. A system approach considering the forward velocity as a system parameter may allow the implementation of some kind of adaptive control as a function of vehicle speed. In this way, extensive analysis were made in the resulting system matrices, in order to obtain a velocity parametrized matrix that could describe a great amount of vehicle linear operating conditions with only one matrix. Therefore a parametrized system matrix is constructed and some simulations were made with the new system representation. The obtained results shows that an integrated control using the parametrized matrix representing all relevant aspects of vehicle motion is feasible.

Keywords: vehicle dynamics; linear/non-linear full vehicle model; parametrized model; simulation.

# **CAPÍTULO - 1**

## **INTRODUÇÃO**

Desde o início de sua existência, o homem procura usar seus conhecimentos e experiências em busca de desenvolvimentos que possam facilitar sua vida, economizando seu tempo e sua energia. O desenvolvimento da indústria e da tecnologia relacionada aos veículos não se deu de forma diferente, ao contrário, o automóvel é um dos principais símbolos que representam esta busca humana por conforto, praticidade e rapidez podendo também ser considerado um dos principais marcos do desenvolvimento da raça humana.

A maior rapidez de locomoção permitiu ao homem cruzar distâncias com maior facilidade propiciando diversão, desenvolvimento econômico através de maior facilidade de comercialização e até a possibilidade de salvamento de vidas devido a transportes mais rápidos e confiáveis.

O aprimoramento e desenvolvimento de tecnologias que visam melhorar o desempenho dos veículos é fator presente desde o começo da história do automóvel. Entretanto, foi a partir dos primeiros anos da década de 70 que se verificou um rápido crescimento do uso de técnicas de controle automático na dinâmica de veículos. O desenvolvimento e aperfeiçoamento das teorias de sistemas de controle durante a

década de 60 permitiu que também os automóveis fossem beneficiados em termos de desenvolvimento tecnológico, com a produção de veículos mais seguros, confortáveis, com melhor desempenho, menor consumo e mais baratos.

O aprimoramento das técnicas de controle e modelagem, em conjunto com o crescimento da tecnologia computacional, permitiu um rápido avanço tanto nos sistemas de produção como nos projetos de veículos.

A modelagem proporciona uma maior compreensão das causas e efeitos dinâmicos do veículo e dos vários subsistemas que o compõem. Entretanto, até o final dos anos 80 e começo dos anos 90, estes vários subsistemas, como motor, suspensão e freios, eram estudados isoladamente. A tendência para o futuro, e já presenciada atualmente, envolve o desenvolvimento de sistemas integrados capazes de coordenar as ações dos vários subsistemas. A coordenação e integração dos vários subsistemas necessitam que a interação entre os mesmos seja levada em consideração, ou seja, que os comportamentos de cada subsistema e suas influências dentro do completo sistema do veículo sejam conhecidos. Este tipo de análise provê maiores dificuldades de modelagem, envolvendo maior número de corpos e graus de liberdade, tornando o sistema muito mais complexo.

### **1.1. Definição do Problema**

Foi desenvolvido por COSTA (1992) um estudo onde o veículo é abordado como um sistema composto por vários subsistemas que se interagem. Este estudo consiste na modelagem completa do veículo, de modo que possa ser usado para análises e projeto de um controle integrado capaz de gerenciar vários aspectos de seu movimento.

A modelagem desenvolvida usa uma técnica MBS (do inglês MultiBody Systems), obtendo as equações de movimento através do método de KANE (1985). Os sistemas MBS são também chamados de sistemas multicorpos, que são os sistemas compostos por dois ou mais corpos rígidos.

O modelo foi gerado computacionalmente através de “softwares” de modelagem, obtendo-se um modelo não linear do veículo adotado. Posteriormente, foram realizadas simulações e análises com o modelo obtido a fim de verificar a validade do mesmo.

Comprovada a validade, o modelo foi linearizado sob a forma de espaço de estados. A linearização do modelo abrangeu uma grande e variada quantidade de condições de operação, resultando em um grande número de matrizes da planta do modelo. Tornava-se necessário comprovar a validade do novo modelo linear obtido. Para tanto foram realizadas análises qualitativas das várias representações lineares do modelo, envolvendo análises de controlabilidade, observabilidade, funções de transferência e análise dos autovalores e autovetores. Desta última, foi possível obter um primeiro diagnóstico do comportamento de vários modos da dinâmica lateral e vertical do veículo, sendo possível validar qualitativamente o modelo linearizado. Entretanto, tornava-se necessário comprovar de maneira eficaz, ou seja, quantitativamente, as respostas fornecidas pelo modelo linear, sendo este um dos objetivos do presente trabalho.

## 1.2. Objetivos

Vislumbrando a possibilidade da utilização de um sistema de controle integrado capaz de gerenciar os principais aspectos da dinâmica de veículos, este trabalho se propõe a verificar a validade do modelo linearizado obtido, de modo que seja possível utilizá-lo neste projeto de controle da dinâmica global do veículo.

A fim de uma real comprovação da validade do modelo linear obtido, torna-se necessária uma análise quantitativa. Neste sentido, este trabalho desenvolve uma bateria de simulações, nas mesmas condições de operação utilizadas para o modelo não linear, para efeito de comparações e análises e posterior utilização do modelo linear para projeto de sistemas de controle.

As simulações realizadas representam faixas de operações normais de veículos, correspondendo a situações de esterçamento, aceleração, passagem por obstáculos e

influências aerodinâmicas. Os resultados são comparados aos resultados obtidos por COSTA (1992), para o modelo não linear, uma vez que estes foram previamente validados. As comparações visam verificar a possibilidade de utilização do modelo linear como representação matemática do veículo, assim como as faixas de operação em que esta representação linear é válida.

Além da validação do modelo linear, este trabalho também visa verificar a possibilidade de utilização de um modelo parametrizado capaz de representar a grande quantidade de matrizes originadas da linearização do modelo não linear. Para tanto, são realizadas extensas comparações entre as matrizes originadas para o modelo linear de modo a quantificar a variação do modelo em função dos parâmetros do sistema, particularmente em função da velocidade longitudinal do veículo, visando o estudo e projeto de sistemas de controle através de técnicas de controle adaptativo.

### **1.3. Desenvolvimento do Trabalho**

Primeiramente foi realizada uma pesquisa bibliográfica que visou abranger grande parte dos métodos usados para modelagem de veículos e simulação de seu comportamento, assim como a evolução e utilização das técnicas de controle para melhor performance em termos de suas características dinâmicas. Esta revisão, apresentada no capítulo 2, tem a finalidade de situar o trabalho desenvolvido dentro da atual tendência de utilização de sistemas de controles integrados para gerenciamento e controle da dinâmica de veículos, estabelecendo assim um vínculo com o atual estado da arte do setor automotivo.

Para maiores esclarecimentos dos procedimentos adotados na modelagem do veículo utilizado, a descrição dos métodos e equacionamentos para a formulação do modelo são descritos no capítulo 3. Neste capítulo são descritos dois tipos de modelos:

a) o modelo não linear obtido computacionalmente através de técnicas de modelagem MBS;

b) o modelo linear obtido a partir da linearização do modelo anterior em várias condições de operação;

Com o objetivo de obter um envelope de situações onde a linearização do modelo seja válida, foram realizadas as simulações com o modelo linearizado. As simulações exercitadas e as respostas obtidas, assim como as análises e definições do envelope linear válido são apresentados no capítulo 4.

São realizadas simulações envolvendo vários aspectos das dinâmicas vertical, lateral e longitudinal, a fim de se verificar a capacidade do modelo em responder a todos os esforços a que são normalmente submetidos os veículos automotivos.

As simulações são realizadas de acordo com faixas de operação condizentes às situações normais de utilização de veículos, de modo que seja possível comparar os resultados obtidos das simulações com o comportamento real do mesmo, e assim obter faixas de utilização onde a representação linear seja válida.

O modelo linear foi obtido através de linearizações do modelo não linear em várias condições de operação. Devido ao grande número de diferentes condições de operação e da grande quantidade de não linearidades presentes no modelo original, foram obtidos um grande número de matrizes que representam a planta do sistema na forma de espaço de estados. Entretanto, vislumbrou-se a possibilidade do uso de um modelo parametrizado que pudesse representar toda a gama de matrizes obtidas. Este procedimento já foi usado com sucesso na área aeronáutica e, devido às conclusões obtidas sobre o grau de acoplamento das variáveis de estado do modelo com a velocidade longitudinal do veículo, principalmente as variáveis relacionadas à dinâmica lateral do veículo, foi possível a formulação de um modelo parametrizado em função de sua velocidade.

A partir da quantificação das variações sofridas pelos coeficientes das variáveis de estados, foi possível obter uma única matriz da planta capaz de representar, em função da velocidade longitudinal do veículo, as matrizes originadas da linearização do modelo.



Novamente, a fim de comprovar a validade das matrizes parametrizadas obtidas, torna-se necessário realizar simulações com o sistema parametrizado, tomando como base para comparações os resultados anteriormente obtidos com os modelos não linear e linearizado.

As técnicas utilizadas na construção das matrizes parametrizadas e as simulações e análises das respostas obtidas das simulações são apresentadas no capítulo 5 da dissertação.

Uma melhor visualização da distribuição dos capítulos e dos assuntos abordados por cada um deles pode ser visto na figura apresentada a seguir:

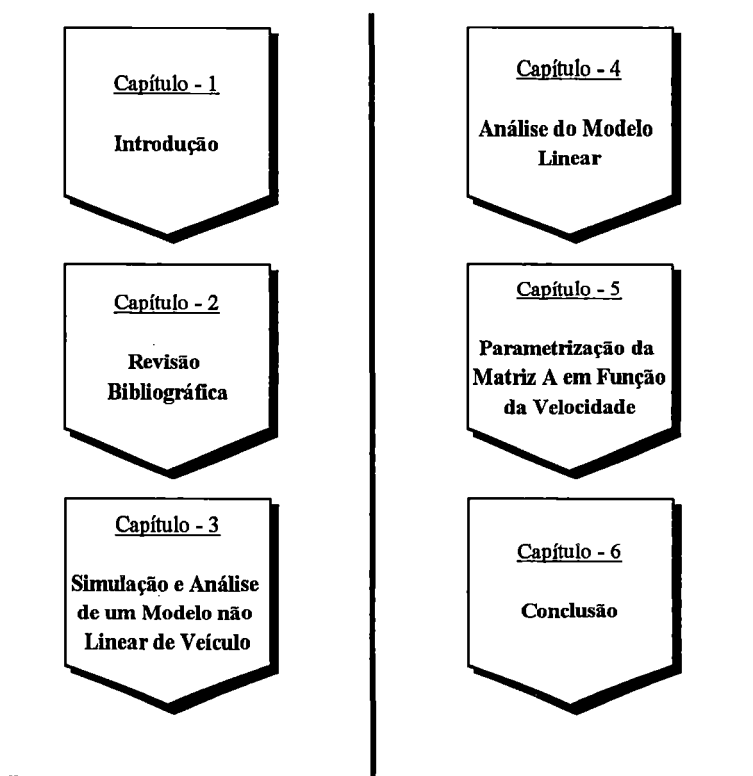


Figura 1.1: Estrutura do trabalho apresentado

## 1.4. Conclusão

A busca de tecnologia para fornecer aos veículos melhores características de dirigibilidade e desempenho induz à utilização de uma grande quantidade de sistemas de controle. Esta busca traz a necessidade do conhecimento do sistema a ser controlado, e para tanto a utilização de modelagem matemática é fator essencial no desenvolvimento de novos projetos.

O atual estágio de desenvolvimento do setor automobilístico caracteriza-se por projetos que incorporem maior quantidade de sistemas de controle integrados em vários dos seus subsistemas. Deste modo, modelos que sejam capazes de representar a interação entre as dinâmicas dos vários subsistemas do veículo são de grande utilidade.

O desenvolvimento de um modelo que seja capaz de representar uma grande quantidade de condições de operação do veículo, na forma de espaço de estados, propicia o desenvolvimento de sistemas de controle através de técnicas já conhecidas e de manipulação muito mais fácil comparado ao desenvolvimento de projetos de controle para sistemas não lineares.

Neste sentido, o trabalho aqui apresentado fornece resultados muito favoráveis com relação ao modelo parametrizado obtido, fornecendo bases para desenvolvimento de futuros projetos de controle de veículos. O uso de técnicas de controle adaptativo, onde as características dinâmicas do sistema variam de forma conhecida, pode ser de grande utilidade para o projeto de um sistema de controle integrado capaz de gerenciar o comportamento global da dinâmica do veículo.

## **CAPÍTULO - 2**

# **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1. Introdução**

O estudo da dinâmica de veículos está presente desde o começo da história do automóvel e começou a se aprimorar com o surgimento das primeiras indústrias automobilísticas. Segundo GILLESPE (1992), a história do automóvel teve início por volta de 1.769 quando o francês Nicholas Joseph Cugnot construiu um veículo de três rodas movido a vapor, a fim de transportar peças de artilharia para o exército. Outros nomes presentes no início da história automobilística são James Watt e Richard Trevithic, ambos presentes no desenvolvimento de veículos movidos a vapor durante o fim do século XVIII e início do século XIX.

Os primeiros automóveis movidos por motores a gasolina apareceram em 1886, sendo os créditos atribuídos a Karl Benz e Gottlieb Daimler, sendo que os dois

trabalhavam separadamente. Outros nomes conhecidos também foram pioneiros, como Henry Ford e Armand Peugeot, entre outros. A indústria automobilística começa a se estabelecer no início do século XX. Nos E.U.A, Henry Ford já fabricava seu famoso modelo T e a GM era fundada. Na Europa, companhias familiares como Daimler, Opel, Renault, Benz e Peugeot começavam a se estabelecer como produtoras de automóveis.

Apesar de estar presente durante o surgimento dos primeiros automóveis, o estudo da dinâmica de veículos teve seu maior impulso com o aparecimento das indústrias especializadas na fabricação de veículos. Motivadas pela concorrência e pelo desenvolvimento industrial do começo do século, dirigiam seus esforços de engenharia para a obtenção de tecnologias a fim de tornar os veículos mais rápidos, mais fáceis de dirigir e mais seguros.

Com o crescimento das indústrias e os avanços tecnológicos e científicos, a dinâmica de veículos foi cada vez mais aprimorada e conseqüentemente os automóveis foram se tornando melhores e mais seguros. Muito foi conseguido como, por exemplo, o desenvolvimento da tecnologia pneumática, novos sistemas de suspensão, redução no peso de materiais e aperfeiçoamento de motores (COSTA, 1992). Mas, até há aproximadamente quinze anos, tais aperfeiçoamentos, segundo WALLENTOWITZ (1990), eram feitos somente do ponto de vista puramente mecânico. O objetivo era otimizar, por exemplo, o comportamento de buchas, modificar o arranjo das conexões da suspensões, melhorar a elasticidade e resistência de metais a fim de diminuir seu peso.

A partir da metade dos anos 70, houve a necessidade de se desenvolver motores que consumissem menor quantidade de combustível, devido à crise do petróleo existente na época. Junto à crise, nos E.U.A, surgiram leis de regulamentação de emissões de gases, o que reforçava ainda mais a necessidade de um melhor controle do motor a fim de se reduzir o consumo sem prejudicar o desempenho (HROVAT & POWERS, 1987).

Neste mesmo período foi observado um grande desenvolvimento da tecnologia eletrônica, principalmente na área de eletrônica digital. Os produtos eletrônicos se tornaram mais baratos, sofisticados e cada vez menores e mais

resistentes, possibilitando seu uso em ambientes hostis, como é o caso do interior do capô de um automóvel, sendo usados para o controle do funcionamento do motor (RIBBENS & MANSOUR, 1984).

A partir de então as técnicas de controle automático foram sendo introduzidas em várias partes do veículo, no intuito de se melhorar o desempenho e a segurança dos veículos assim como o conforto de motoristas e passageiros.

## **2.2. Modelagem de Veículos Automotivos**

Nesta seção são discutidos aspectos da utilização de modelagem de sistemas físicos e suas aplicações no campo automotivo. A modelagem é um instrumento muito útil na previsão do comportamento de um veículo. Vários são os trabalhos desenvolvidos que fazem uso de modelagem de sistemas físicos para entender o comportamento dinâmico dos mesmos.

A base para o desenvolvimento de modelos de veículos são as equações que descrevem as forças e momentos que agem sobre os vários componentes do veículo e as respostas das características inerciais do veículo a estas forças externas. Segundo ALLEN & ROSENTHAL (1994), a complexidade do modelo desenvolvido depende das análises que deverão ser realizadas no sistema. Os modelos podem ser lineares ou não lineares, podendo conter simples funções de transferência ou equações não lineares bastante complexas. As dinâmicas envolvidas em manobras normais podem ser modeladas através de equações lineares relativamente simples, enquanto que manobras envolvendo situações limites necessitam de modelos mais complexos, incluindo modelos não lineares de pneus.

RILL (1989) apresenta o desenvolvimento de modelos bidimensionais sofisticados e modelos simples tridimensionais para análises relacionadas às vibrações e à dinâmica lateral de veículos. Entretanto, afirma que certas manobras, como por exemplo quando o veículo é freado em uma curva, são muito sensíveis a todos os componentes do veículo, tornando necessário o uso de modelos mais complexos.

A modelagem pode ser usada para análises de vários aspectos que compõem o complexo sistema do movimento de um automóvel. Áreas como influências aerodinâmicas (CROLLA et al., 1992), análises de regime permanente e transitórios (HOOG et al., 1992), análises de previsão de ações do ser humano através de modelos teóricos do comportamento do motorista em manobras de esterçamento (MODJTAHEDZADEH & HESS, 1989 e 1993) e até modelos teóricos sobre danos causados ao motorista devido a acidentes de automóvel (ZIERNICKI & JACOBSON, 1994), são abrangidas.

É, portanto, evidente a utilidade da modelagem na área automotiva, assim como em muitas outras áreas do conhecimento. A seguir são apresentadas algumas das mais utilizadas técnicas de modelagem de veículos.

### **2.2.1. Técnicas de Modelagem**

As equações que descrevem os aspectos relevantes do comportamento de veículos são obtidas através de estabelecimentos de critérios de simplificações e aplicação das leis físicas apropriadas. Segundo SCHIELEN (1983), os aspectos de interesse no controle de movimento de veículos estão situados em faixas de frequências de corte abaixo de 50 Hz. Abaixo desta frequência, as simulações de dinâmica de veículos pode ser perfeitamente baseada no uso de modelos de parâmetros de massa concentrada (“lumped parameters”).

As atuais abordagens de simulação de dinâmica de veículos estão divididas em duas categorias:

- 1) Uso de modelos matemáticos simples baseados em princípios básicos que são geralmente obtidos manualmente;
- 2) Uso de modelos matemáticos complexos capazes de representar a cinemática do veículo, a geometria da suspensão e características dos pneumáticos;

A primeira abordagem é geralmente usada para estudos onde os subsistemas do veículo são considerados de maneira isolada. São modelos usados para estudos de controle de propulsão (INOUE et al., 1990), controle de sistema de direção

(BEKERFELT & SEIFERT, 1992), controle de suspensão (HEDRICK & YI, 1993) e controle do sistema de freios (GUESQUIERRE, 1992).

O segundo tipo de abordagem envolve a interação entre os subsistemas do veículo. Este tipo de abordagem gera modelos muito mais complexos e, portanto, de formulação muito mais difícil. Conseqüentemente, são usados “softwares” baseados em técnicas de modelagem MBS para gerar o modelo.

SCHIELEN & SCHÄFER (1989) afirmam que a abordagem por sistemas multicorpos é a mais apropriada para se descrever a dinâmica dos sistemas de um veículo. Os veículos são modelados como corpos rígidos conectados por mancais, molas, amortecedores e componentes ativamente controlados. Para o projeto de um controlador usa-se, na maioria das vezes, a abordagem por espaço de estados. Outros exemplos de utilização de técnicas MBS pode ser visto em HILLER (1987), MOUSSEAU et al. (1991) e COSTA et al. (1994).

Entretanto, há quem defenda a utilização dos modelos mais simples a fim de diagnósticos preliminares. DARLING et al. (1992) destacam a possibilidade do uso de modelos mais simples, para a simulação das dinâmicas lateral e vertical, usando-se o conceito de centro de rolagem, a fim de prever transferência de carga durante as manobras. Esta utilização de modelos mais simples pode ser vantajosa, levando-se em conta que as atuais ferramentas computacionais, como o ADAMS (e outros), que geram modelos complexos, são caras e requerem um alto grau de conhecimento do usuário e um bom tempo de simulação.

Uma outra abordagem sobre a vantagem da utilização de modelos mais simples é verificada por VIKAS et al. (1992) onde apresenta-se a solução de problemas da dinâmica de veículos com modelos mais simples do sistema real. São apresentados três modelos de diferentes complexidades: o LST (Linear Single Track) com um modelo de pneu não linear, o LTT (Linear Two Track model) com um modelo de pneu linear e o NLTT (Nonlinear Two Track model) incluindo um modelo de pneu não linear. Pode-se verificar que o fundamental para a qualidade da simulação é a formulação das propriedades do pneu. Os resultados do modelo linear LTT, utilizando um modelo não linear de pneu, provou ser este modelo capaz de simular os efeitos mais importantes da dinâmica lateral do veículo. Portanto, ao invés de se

tentar usar modelos complexos MBS durante os primeiros estágios do projeto do veículo, deve-se tentar usar um melhor modelo de pneu que descreva as características mais importantes. Em estágios mais avançados de desenvolvimento, quando a cinemática da suspensão são definidas, um modelo mais detalhado pode ser usado para a investigação de efeito das características cinemáticas e de elasticidade de diferentes tipos de suspensão.

### **2.2.2. “Softwares” de Modelagem e Simulação**

Assim como o desenvolvimento da eletrônica permitiu a produção de componentes para serem usados em veículos, permitiu também o desenvolvimento de computadores e ferramentas de cálculos que tornaram a vida de dinamicistas muito mais fácil, podendo-se utilizar destas ferramentas para resolver cálculos complicados de sistemas físicos.

Uma idéia da utilização de computadores na realização de ações de controle e uma breve revisão histórica da utilização de computadores analógicos e digitais é feita por AUSLANDER (1993). O autor destaca o uso de computadores como uma poderosa e ágil ferramenta de trabalho.

A evolução das técnicas de modelagem e simulação de sistemas só foi possível com o desenvolvimento de ferramentas computacionais que derivassem as equações de movimento de sistemas complexos, impossíveis de serem geradas à mão. Os primeiros “softwares” utilizados eram de linguagem simbólica genérica, como o MACSYMA e REDUCE. Posteriormente, foram desenvolvidas linguagens simbólicas dedicadas a obtenção de equações de sistemas MBS, obtendo-se melhores resultados, principalmente com respeito ao tempo de simulação. Como por exemplo deste tipo de “software” podemos citar: SD/FAST, SYMBA e NEWEUL (COSTA, 1992).

Com relação à evolução dos métodos de simulação de modelos matemáticos, uma revisão abrangente pode ser vista em KOMPASS (1993), onde pode-se ter uma idéia da dificuldade da realização de cálculos antigamente, através de réguas de cálculos, e o atual estágio de desenvolvimento, quando pode-se usar computadores



avançados com facilidades gráficas, assim como programas matemáticos com grande capacidade de cálculos precisos e rapidez de operação.

ADDIEGO (1992) relata as várias fases existentes da tecnologia de simulação e como cada uma delas foi desenvolvida, dando uma idéia de como o desenvolvimento da tecnologia de simulação ajudou engenheiros e cientistas. A primeira fase corresponde ao surgimento de computadores eletrônicos que primeiramente foram usados para cálculos de trajetória de projéteis para a guerra. Em uma segunda fase, o desenvolvimento de linguagens de alto nível, como o FORTRAN, permitiram uma maior facilidade no processo de simulação de um modelo matemático. A terceira geração surgiu com a criação de linguagens especiais como o ACSL, que traduziam equações diferenciais para o FORTRAN, livrando os engenheiros e cientistas deste encargo e aumentando ainda mais o número de usuários de programas de simulação. Na metade dos anos 80, a criação das "workstations" com suas facilidades gráficas e a possibilidade de se usar diagramas de blocos para a representação de sistemas introduziu a quarta geração na tecnologia de simulação. Com a representação de sistemas através de diagramas de blocos, possibilitou-se estudos e análises mais fáceis de interações entre subsistemas e a substituição de vários componentes. Houve também o desenvolvimento de programas do tipo objeto orientado que tornaram as funções desenvolvidas mais gerais, mais compactas, mais fáceis de se modificar, permitindo um armazenamento de múltiplos tipos de dados. A quinta transformação na tecnologia de simulação possibilitará o trabalho conjunto de várias ferramentas de simulação, fazendo com que "softwares" criem modelos. A nova tecnologia integra o projeto, a simulação, testes e a criação do protótipo. Esta é uma das principais vantagens desta quinta geração pois, antigamente, "softwares" de simulação dinâmica e "softwares" de projeto mecânico coexistiam em ambientes separados. Isto ocasionava atraso na determinação de problemas do modelo adotado. A integração de alta fidelidade entre cinemática não linear e modelos dinâmicos era uma difícil tarefa. O que sempre se fazia era uma redução da ordem do modelo, trabalhando-se com modelos simplificados, o que, na maioria das vezes, ocasionava comportamentos diferentes entre os protótipos, na situação real, e os resultados obtidos na simulação. Esta situação trazia necessidade de uma remodelagem, o que

introduzia complexidade e aumento de custo no projeto. Uma solução para a integração dos dois ambientes é a passagem do modelo não linear de sistemas multicorpos para uma representação linearizada na forma de matriz de estado. Simuladores, no futuro, irão aceitar modelos não lineares complexos proporcionando uma maior precisão no projeto. Outra característica presente nesta quinta geração de simuladores é a possibilidade de se dividir grandes projetos em subsistemas e testá-los em um processo chamado “Hardware-in-the-Loop” (HIL).

Um grande problema que atinge os programas de simulação é a validação dos resultados obtidos teoricamente. É a proximidade entre os resultados teóricos e experimentais que determina a qualidade do modelo de simulação (LUGNER et al., 1983).

A validação de dois programas de simulação de dinâmica de veículos é descrito por ALLEN et al. (1992). O VDANL (“Vehicle Dynamics Analysis NonLinear”) e o NLATV (“NonLinear All Terrain Vehicles”) são testados e validados para uma variedade de condições de dirigibilidade. Segundo ALLEN et al. casos de inconsistência entre os resultados da simulação de modelos computacionais e respostas de testes de veículos podem ocorrer devido a fatores como:

- a) formulação do modelo
- b) programação da simulação
- c) identificação dos parâmetros do veículo
- d) precisão e estabilidade numérica

Os métodos computacionais utilizados foram desenvolvidos para assegurar estabilidade numérica mesmo em condições de grande demanda de dirigibilidade como quando se combina esterçamento e frenagem com condições de terreno irregulares.

A variedade de “softwares” disponíveis para pesquisa, bem como qual metodologia é vantajosa, considerando os critérios desejados como rapidez de processamento, confiabilidade numérica e praticidade de manipulação de dados, tem causado divergência de opiniões. A seguir é apresentado um conjunto de trabalhos que discutem este polêmico tema.

ANDERSON & HANNA (1989) desenvolveram uma comparação entre três metodologias de simulação:

- 1) O uso de equações de movimento obtidas à mão e solucionadas por um programa específico;
- 2) Uso de técnicas MBS baseadas em pequenos deslocamentos (geometria linear nas equações de movimento);
- 3) Uso de técnicas MBS que levam em conta movimentos de grande amplitude (geometria não linear);

A comparação entre os três métodos leva em conta o trabalho do analista e o tempo de simulação utilizado. Os autores concluem relacionando as vantagens e desvantagens de cada um deles:

Método 1- Vantagem de incluir os graus de liberdade necessários somente para a resolução do problema que se deseja. Desvantagem pelo trabalho de se obter um programa somente para resolver as equações dinâmicas deste sistema.

Método 2- Vantagem pelo fato do projetista não ter que desenvolver as equações de movimento do sistema, sendo que modificações no modelo podem ser obtidas somente com a variação do programa de entrada, mas desvantagens no que diz respeito aos graus de liberdade, isto é, às restrições impostas pelo deslocamento linear.

Método 3- A desvantagem com relação ao método anterior está relacionada com o maior trabalho computacional devido ao maior grau de liberdade e a necessidade de se calcular as equações de restrição para cada passo de tempo.

SAYERS (1989) apresenta um programa de análise simbólica MBS que gera códigos de simulação genéricos: o AUTOSIM. Segundo SAYERS a eficiência do código gerado é principalmente determinado pelo número de operações aritméticas empregadas para computar as variáveis de estado a cada tempo  $t$ . O autor descreve três maneiras de se modelar o veículo a fim de se realizar uma simulação numérica:

- a) As equações de movimento são obtidas à mão e codificadas para se obter um programa de simulação, no caso, específico.

b) Uso de programas de análise numérica genéricos para resolver equações de sistemas MBS; programas que foram desenvolvidos para se obter modelos para uma grande classe de sistemas mecânicos.

c) As equações são geradas automaticamente por um programa de análise simbólica MBS que gera as equações para o sistema MBS de interesse particular.

Segundo o autor, o melhor método é o terceiro, por combinar a eficiência dos códigos gerados à mão com a automação e confiabilidade de códigos de análise simbólica genéricos. Programas como NEWEUL e SD/FAST podem ser usados, mas com o avanço tecnológico computacional, como o surgimento de micros de 32 bits e maiores capacidades de memória, o autor apresenta o AUTOSIM, um programa desenvolvido na Universidade de Michigan que gera automaticamente códigos de simulação.

RILL (1987) também defende a utilização de “softwares” de modelagem específicos. O autor apresenta o COMPACT (Computer Simulation of Passenger Cars and Trucks), que foi desenvolvido a fim de criar modelos matemáticos de veículos que fossem capazes de simular todas as condições de dirigir dos mesmos. Ao contrário dos formalismos MBS presente em pacotes como ADAMS, MEDYNA, MESA VERDE, NEWEUL e SD EXACT, o COMPACT é totalmente voltado ao problema particular de dinâmica de veículos. Segundo o autor, a modelagem de veículos feitas por sistemas MBS imperfeitos resultam em códigos computacionais que contêm apenas um número mínimo de operações para o problema específico. Modelos de veículos devem representar características dinâmicas mesmo em condições limites e a descrição matemática destes modelos devem resultar em um código onde o tempo de execução é mínimo, a fim de tornar possível aplicações em tempo real.

A existência de várias linhas de pesquisa na área de modelagem de veículos gera grandes quantidades de trabalhos e também discordâncias quanto aos métodos utilizados. Entretanto, há o consenso de que a modelagem de sistemas MBS provê resultados mais precisos e mais rápidos através do uso de ferramentas computacionais, que proporciona averiguações de situações de difícil manuseio matemático.

McHENRY (1971) desenvolveu uma simulação de um modelo complexo tridimensional de veículo em terreno irregular, apropriado para estudos relacionados a sistemas de freios e dirigibilidade, incluindo limites de controle e faixa linear de operação. A capacidade da simulação desenvolvida em descrever a dinâmica combinando-se “cornering and braking” em terrenos de superfície irregular, permite estudos analíticos de situações reais de operação, similares às que ocorrem quando há perdas de controle ocasionando acidentes em estradas. O autor ressalta a facilidade de se usar modelos lineares, mas também menciona o erro que pode obter-se com tais modelos devido ao grande número de não-linearidades que afetam a dinâmica do veículo em condições reais de operação. O autor também analisa a validação do programa usado para as simulações, o BPR-CAL, assim como seus custos operacionais.

Segundo KORTÜM, SCHARTZ & FAYÉ a modelagem da dinâmica, a análise computacional e as modificações de projeto são desejáveis em um estágio inicial do desenvolvimento por causa do alto custo, riscos e tempo de desenvolvimento envolvidos nos projetos e testes de novas idéias. A utilização de “softwares” já existentes ajudam o dinamicista e evitam o trabalho de se ter que desenvolver programas pessoalmente. Os “softwares” de uso mais fácil são os pacotes de uso genérico de dinâmica de veículos baseados em formalismos MBS. Os autores descrevem então o uso de um “software” genérico chamado MEDYNA para análise do comportamento dinâmico de veículos levitados magneticamente (MEGALEV). No que diz respeito ao estudo de projetos de controladores há a afirmação de que a aplicação de controladores de baixa ordem, em veículos de ordem maior, é possível. Duas diferentes abordagens de projeto são usadas: posicionamento de pólos e síntese quadrática (Ricatti design).

“The analysis of the complete three dimensional vehicle during curving shows that the modelling of a spatial vehicle is both possible and meaningful. Normal operation can be analysed to provide a performance reference basis and to provide data for comparison with experimental tests. It has been shown that analysis of the emergency case can be used for identifying critical operating conditions. Thus, further straightforward analysis and clear defined structural or controllers design changes are possible.”

Ainda com relação à utilização de pacotes computacionais para a modelagem e simulação de sistemas MBS, COSTA et al. (1993) apresentam um trabalho sobre uma suspensão de 5 pontos. Utilizando o programa SD/FAST, para gerar as equações dinâmicas, que utiliza propriedades inerciais e dados geométricos do sistema, foi obtido um modelo matemático da suspensão. A simulação do modelo foi realizada com a linguagem ACSL, que calcula quantidades como forças e entradas, e integra as equações de movimento. Foi usado também o pacote MATLAB para análise das matrizes do modelo linear multivariável gerado pelo ACSL. Os autores concluem que os resultados apresentados mostram a eficiência das ferramentas utilizadas e que o esforço envolvido para se obter as análises é pequeno, considerando a complexidade do sistema em estudo. Outro trabalho que faz uso da linguagem ACSL é descrito por JONES et al. (1986), onde são formulados modelos para controle de uma CVT.

Um outro trabalho utilizando-se o “software” de manipulação simbólica MACSYMA é apresentado por WU (1994). Neste trabalho, foi desenvolvido um modelo para um veículo que possui sistemas de esterçamento lento no cavalo (elemento trator) como na carreta (trailer). Segundo WU, o modelo do trator provou que usando-se um sistema de esterçamento para o trailer, diminui-se a força lateral no atraso da geração (surgimento) das forças laterais do trailer, o que pode causar rolagem simultânea (entre o trator e o trailer) em altas velocidades. O autor também ressalta a facilidade e a versatilidade do uso do “software” em trabalhos matemáticos para o cálculo de dinâmica de estruturas.

A velocidade das simulações é também objeto de pesquisa, de modo que as respostas sejam obtidas de maneira mais rápida. Segundo CHUNG & HAUG (1993), uma simulação em tempo real é obtida quando o tempo usado pela CPU para realizar um passo de uma integração numérica for menor do que o maior tamanho de passo de integração requerido para resultados estáveis de simulação. CHUNG & HAUG apresentam uma formulação para simulação em tempo real de sistemas multicorpos, usando-se memória compartilhada por computadores paralelos. Com o surgimento de computadores paralelos de alta potencialidade, pode-se aumentar a velocidade de simulação de sistemas MBS.

Além dos programas mais conhecidos e utilizados, existem uma variedade de trabalhos que apresentam novos programas de modelagem e simulação específicos para os problemas desenvolvidos (KOLB et al., 1993 ; JORDAN et al., 1993).

A utilização de simulação para previsão de comportamento de pilotos é muito utilizada na área aeronáutica. Um interessante trabalho ressaltando o uso de um simulador para prever a interação motorista/veículo é apresentado por DROSDOL et al. (1988). Os autores descrevem o simulador desenvolvido pela Daimler-Benz. Este simulador foi construído a fim de se obter dados que permitam construir carros mais seguros, já que através deste simulador pode-se obter dados sobre o comportamento do veículo de acordo com a atitudes de comando tomadas pelo motorista, em várias condições de trânsito e de operação do mesmo. O simulador é uma importante fonte de dados para se saber como o usuário estaria comandando um veículo. Pode-se obter respostas importantes a questões como:

- Como o motorista usaria determinado sistema?
- Há diferenças entre as margens de segurança subjetiva e objetiva?
- Como podem ser informadas situações de trânsito que o motorista realmente necessita ?
- Como elas devem ser apresentadas ao motorista?

A utilização do simulador faz com que a relação motorista/veículo/meio-ambiente possa ser melhor estudada, sem que haja riscos a pilotos experientes ou normais, e com possibilidade de monitoração bem mais precisa que em um teste de campo. A diferença entre este tipo de simulador e aqueles usados na aeronáutica consiste no fato de que também o veículo real é colocado a prova. Os testes são realizados com o motorista dentro do veículo a ser testado, e o veículo dentro da cabine de testes. A cabine é suspensa por vários atuadores hidráulicos que movimentam a cabine de acordo com a simulação executada.

Com o crescimento da utilização da eletrônica embarcada em sistemas de controle, MOURA et al. (1994) fazem uma interessante análise do ponto de vista da utilização de “softwares” nos equipamentos aeronáuticos. Os autores questionam a eficiência e o desempenho dos “softwares” que comandam as ações dos muitos equipamentos digitais embarcados em uma aeronave e sua influência na segurança de

vôo. São apresentadas possíveis metodologias aplicáveis para análises de segurança de “software”, de forma a obter-se melhor qualidade e maior confiança do “software” embarcado. Com o atual crescimento de eletrônica embarcada nos veículos, esta preocupação também deve ser levada em conta pela indústria automobilística.

Muito foi discutido com relação a “softwares” de simulação. Além dos problemas de “softwares” utilizados nas simulações são necessárias análises referentes ao “hardwares” utilizados. Neste sentido, TREGO (1994) discute sobre o uso apropriado de “workstations” para projeto e simulação em engenharia. Vários tipos e marcas são comparados e alguns exemplos de utilização como a simulação de uma aeronave Saab e o projeto inteiro, desde as partes estruturais até simulação do comportamento dinâmico, de uma aeronave Learjet 45. Este tipo de análise é interessante pois permite o conhecimento das principais vantagens entre os computadores atualmente existentes, conectando aspectos econômicos e operacionais, uma vez que análises de custo-benefício estão sempre presentes em ambientes empresariais e industriais.

As divergências entre os métodos e “softwares” usados para modelagem de sistemas automotivos puderam ser notadas, entretanto é incontestável a ajuda proporcionada pela modelagem matemática. Os modelos devem ser capazes de fornecer as características do estudo pretendido e, ao mesmo tempo, serem o mais simples possível. Esse é um problema que engenheiros e pesquisadores sempre têm que enfrentar. O melhor critério a ser utilizado é uma questão não somente de precisão de cálculos e rapidez de operação, mas também dos recursos disponíveis e do nível das análises a serem realizadas.

### **2.3. Controle Aplicado aos Veículos**

Comparando-se os automóveis do início do século com os atuais pode-se notar a grande evolução a que foram submetidos. Com o avanço dos estudos de dinâmica, tornou-se possível inserir-se sistemas de controle para melhorar o



desempenho dinâmico e conseqüentemente a estabilidade, dirigibilidade, segurança e conforto de veículos.

A utilização de sistemas de controle ativos em veículos tem uma história ainda curta, por ter seu início em meados da década de 70. Anteriormente a esta data não se utilizava sistemas autocontrolados e uma representação convencional entre o veículo, o motorista e o meio ambiente pode ser vista na figura 2.1. Pode-se observar que as realimentações existentes nos sistemas de freio, direção e tração são resultados de ações de controle exercidas pelo motorista, ou seja, têm na sensibilidade do motorista o ponto fundamental do controle do movimento do veículo.

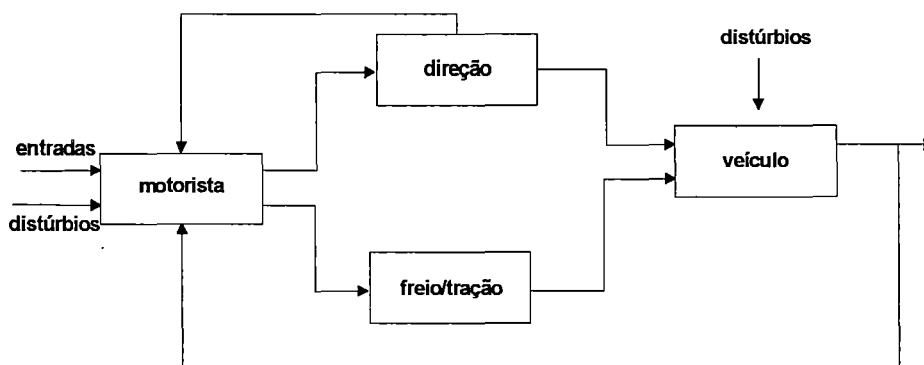


Figura 2.1: Representação convencional da interação motorista/veículo/meio-ambiente

Esta representação ilustra a não existência de sistemas autocontrolados. Os veículos eram compostos apenas por sistemas passivos. Se mudanças no comportamento dos sistemas do veículo fossem desejadas, como por exemplo uma alteração do comportamento da suspensão, somente poderiam ser feitas no estágio de projeto ou construção do mesmo.

Atualmente, a maioria dos veículos ainda opera de acordo com o modelo representado acima, mas há um grande número de automóveis incorporando controles em vários dos seus subsistemas. Apesar do uso de sistemas autocontrolados ainda ser modesto nos tempos atuais (estão presentes, em sua maioria, em carros de luxo ou esportivos), por causa dos altos custos envolvidos, para GOODALL &

KORTÜM (1983), a expectativa do crescimento de suas utilizações se deve a fatores como:

- a) melhora de desempenho onde o potencial de sistemas passivos já se encontra esgotado;
- b) existência de técnicas de projetos assistidos por computador com “softwares” eficientes, confiáveis e com facilidades gráficas;
- c) experiência da indústria aeronáutica em sistemas de controle ativos que pode ser utilizada pela indústria automobilística;
- d) existência de “hardware” como microprocessadores, sensores e atuadores para implementações de realimentações complexas;

Um fato que deve ser levado em conta é a diferença de estágio de desenvolvimento entre setores de componentes de um veículo. Os avanços relacionados ao sistema de propulsão são muito mais significativos do que por exemplo os de sistema de direção. O desenvolvimento de tecnologias de controle do motor através de ignição e injeção eletrônicas (INOUE et al., 1990 ; KIENCKE, 1988), controle de tração (MOTOYAMA et al., 1993) e controle de freios (ESTEVEES et al., 1992 ; WREDE et al., 1992) são tecnologias muito mais aperfeiçoadas e utilizadas que sistemas relacionados ao controle de suspensão (DARLING et al., /199?/ ; SHUTTLEWOOD et al., 1993) e sistemas de controle de direção (PAWLAK et al., 1994).

Os motivos pelos quais os sistemas de controle relacionados às dinâmicas vertical e lateral dos veículos ainda se encontram em fase de projeto e adaptação, estão relacionados ao surgimento de técnicas de controle capazes de lidar com grande quantidade de dados e equações, que só ocorreu com o desenvolvimento de “softwares” de modelagem MBS e o surgimento de computadores mais potentes, de menor porte e muito mais baratos.

Uma idéia do atual estágio da utilização de sistemas de controle em veículos pode ser dada pelo diagrama da figura 2.2, que mostra o veículo composto por seus vários subsistemas e seus respectivos controles.

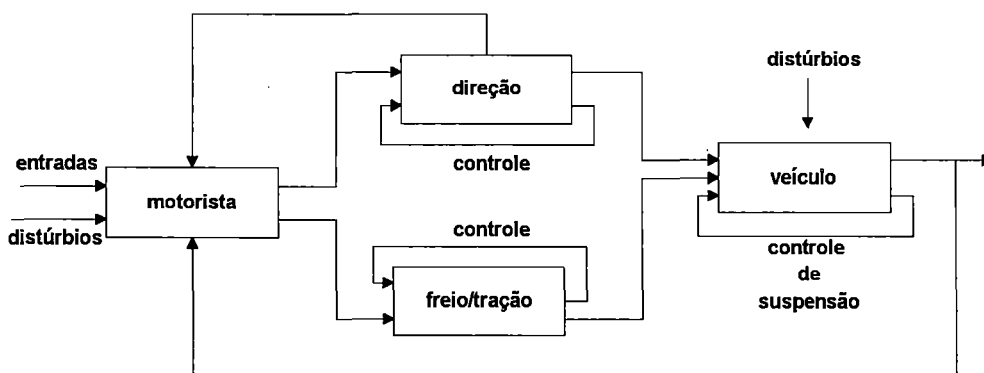


Figura 2.2: Sistemas de controles usados atualmente .

Como exemplos de sistemas autocontrolados, podemos citar o já largamente utilizado sistema de freios ABS e o sistema de suspensão ativa ou semi-ativa. Há ainda muitos outros tipos de controles que são utilizados, como o AST (Automatic Stability Control), o controle de tração, o EDC (Electronic Damping Control), o DSC (para controle de estabilidade lateral) e o RDC, que monitora a pressão interna dos pneumáticos (WALLENTOWITZ 1990).

O desenvolvimento das técnicas de controle nos vários subsistemas ocorreu de maneira isolada. Os sistemas para o controle de freio, tração, suspensão e direção eram desenvolvidos separadamente. Não havia uma preocupação, por exemplo, em fazer interações de um sistema ABS com um sistema de controle de tração onde o coeficiente de adesão da pista poderia ser obtido pelo sistema de tração e ser utilizado pelo ABS, ao invés de ser obtido pelos dois sistemas quando um deles é acionado.

Futuramente, a tendência na utilização de sistemas de controle estará na integração entre os vários controles de cada subsistema, de modo que um controle central realize uma maior coordenação e interação entre os subsistemas do veículo (TOKUDA, 1988; CHIKAMORI et al., 1989).

### 2.3.1. Técnicas de controle

Os vários sistemas de controle anteriormente mencionados são obtidos através de diferentes técnicas. Dependendo do subsistema estudado, verifica-se maiores aplicações de determinadas técnicas, ou teorias, de controle.

A utilização de técnicas de controle em veículos teve um rápido crescimento a partir do fim da década de 80. Segundo BRAESS & THOMSON (1987), havia uma necessidade de aprimoramento de técnicas de controle para sistemas multivariáveis e também o aperfeiçoamento de técnicas de controle para sistemas não-lineares. Quase dez anos depois, pode-se dizer que as técnicas anteriormente mencionadas já são intensamente pesquisadas e constantemente aprimoradas.

As mais recentes aplicações relacionadas ao controle do motor mencionam utilizações de teoria de controle moderno, incluindo técnicas de controle de sistemas multivariáveis, controle ótimo e adaptativo .

HROVAT & POWERS (1987) descrevem o desenvolvimento de dois sistemas de controle: o controle de marcha lenta e o controle eletrônico de transmissão. No controle de marcha lenta o modelo resultante consiste de 20 variáveis de estado e 3 variáveis de controle (“throttle rate, spark rate, fuel flow rate”). Após a realização de várias simulações o modelo pode ser reduzido para um modelo de ordem reduzida linear com 5 variáveis de estado e 2 variáveis de controle, onde o controle é realizado com técnicas de controle ótimo. Técnicas de controle clássico (lugar das raízes, compensadores avanço-atraso e controladores PID) são também utilizadas.

A utilização de técnicas modernas de controle são também observadas em sistemas de controle de tração, que distribuem as forças de tração entre os eixos dianteiro e traseiro como também entre as rodas direita e esquerda, favorecendo características de dinâmica lateral do veículo (MOTOYAMA et al., 1993; YAMADA et al., 1991).

A maioria dos sistemas de controle de freios são desenvolvidos baseados em dados empíricos e controlados por sistemas microprocessados que modulam a pressão

dos freios, usando diferentes tipos de circuitos hidráulicos e sensores (REINER et al., 1990 ; EDDIE, 1994).

O sistema de suspensão do veículo deve ser capaz de proporcionar boas qualidades de conforto e dirigibilidade, geralmente conflitantes devido às diferentes faixas de frequências em que devem atuar. Para que o sistema possua respostas que possam satisfazer as duas condições, as técnicas mais usadas para o controle de sistemas de suspensão são as relacionadas à teoria de controle ótimo LQ (HROVAT, 1993). Os modelos mais utilizados para a representação da suspensão são “quarter-car models” com dois graus de liberdade. São também utilizados observadores para disponibilidade das variáveis de estado (HEDRICK & YI, 1993).

O desenvolvimento de suspensões ativas também envolvem a utilização de Redes Neurais que, segundo MORAN & NAGAI (1994), demonstram melhor performance em relação aos controladores LQ.

Houve também um grande crescimento com relação ao controle de sistemas não lineares (MILLS et al., 1994; KATEBI et al., 1995), onde diferentes técnicas de linearização são utilizadas (HA et al., 1989; GRAHAN et al., 1992) e controladores de ganho variável programado (“gain scheduling”) são utilizados para sistemas não lineares parametrizados (HAUSKDÓTTIR et al., 1993; GRIMBLE, 1994; LAWRENCE et al., 1995).

### **2.3.2. Controle Integrado**

Um controle integrado inclui os efeitos de propulsão, direção e suspensão agindo simultaneamente. Com esta ação conjunta, o veículo pode se adaptar a qualquer condição de dirigir, ou seja, há uma otimização das forças laterais, longitudinais, assim como do posicionamento do chassi, proporcionando maior estabilidade e dirigibilidade, aumentando a segurança e o conforto, que são justamente os objetivos perseguidos pela indústria automobilística. A seguir são apresentados alguns dos mais importantes trabalhos relacionados à integração entre sistemas de controle de veículos.

Um controle integrado necessita de um gerenciador central que comande os vários sistemas autocontrolados presentes. O diagrama da figura abaixo ilustra esta situação.

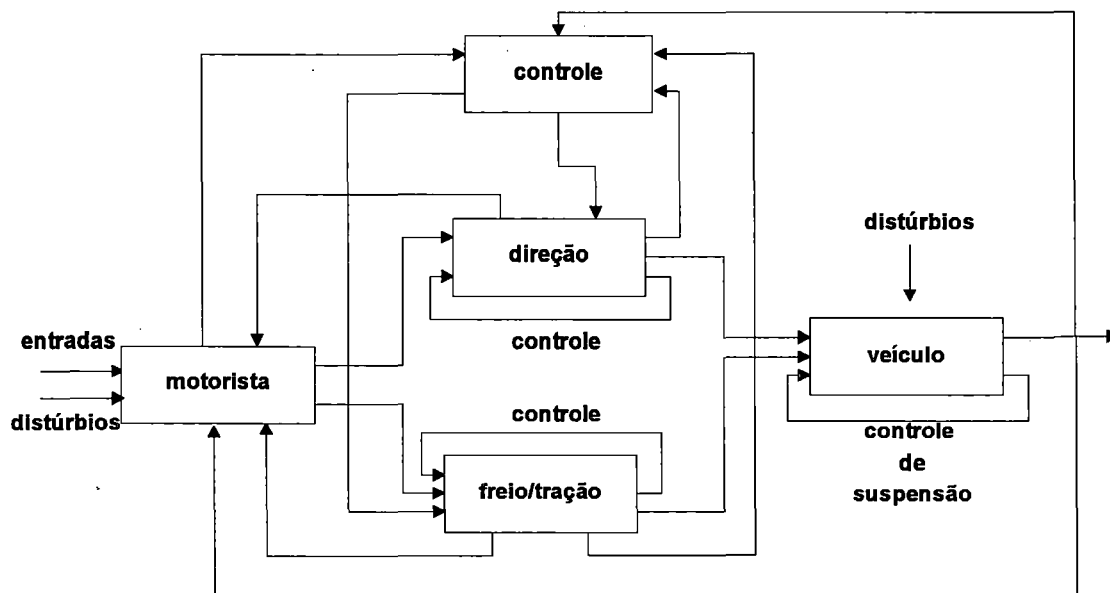


Figura 2.3: Representação de um sistema de controle integrado.

A utilização de um sistema de controle integrando um sistema ABS com um sistema ASR é mostrado no artigo "INTUITIVE handling control system" (1993). É apresentado um algoritmo para a estabilização de um veículo em situações críticas durante manobras de frenagem e esterçamento. O diagrama da figura 2.4 ilustra a estabilização em condições de "oversteer" e "understeer".

ERHARDT et al. (1995) apresentam o VDC (Vehicle Dynamics Control), que utiliza o controle da velocidade de guinada e do ângulo de escorregamento do veículo a fim de proporcionar melhores condições de estabilidade em pistas com baixos coeficientes de adesão, como é o caso de pistas com gelo. Geralmente, os sistemas de controle de direção utilizam somente a realimentação da velocidade de guinada do veículo. A introdução da realimentação do ângulo de escorregamento forneceu ótimos resultados, melhorando a dirigibilidade do veículo neste caso.

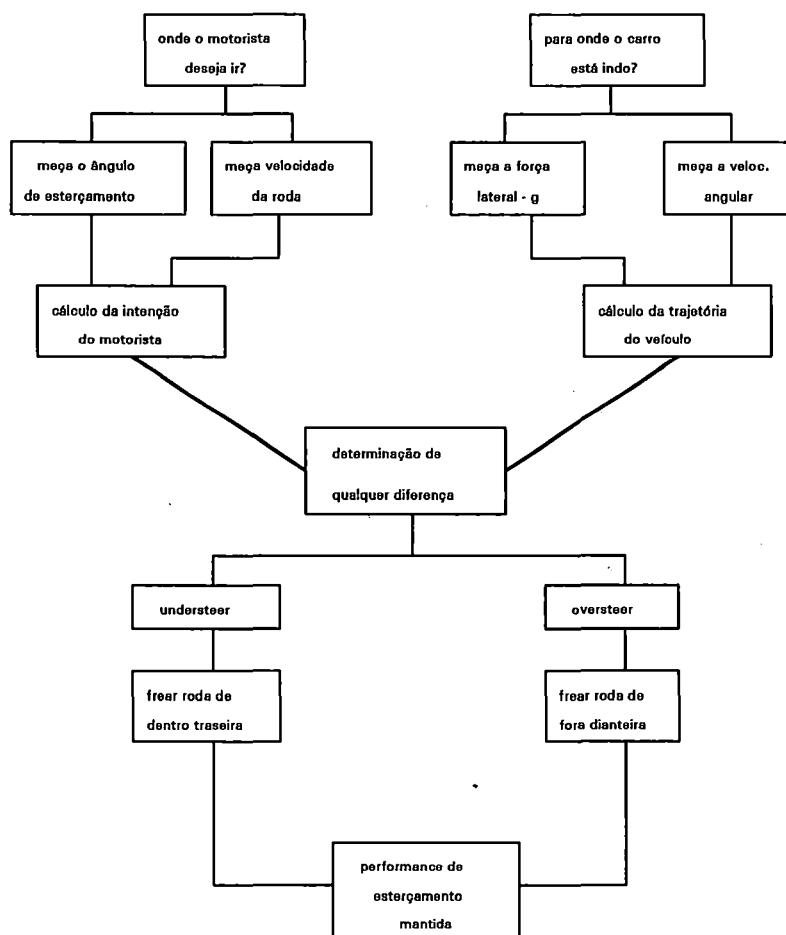


Figura 2.4: Controle de “understeer” e “oversteer”.

MITAMURA et al (1988) mencionam a necessidade de uma integração entre os sistemas ABS, 4WS e 4WD para se obter uma melhor performance do veículo.

A dinâmica do veículo com suas características de tração, frenagem, dirigibilidade, e estabilidade são dependentes das forças que agem entre o pneu e a superfície da pista. Portanto, o problema consiste em obter forças nos pneumáticos de intensidade suficiente, controlando alinhamento, escorregamento e distribuição de forças nos pneus. Os sistemas ABS, 4WD e 4WS instalados como sistemas isolados, pela sua eficiência, não compensam seu custo e peso. A força de adesão do pneu é dependente dos seguintes fatores:

- a) alinhamento do pneu;
- b) taxa de escorregamento do pneu;

c) ângulo de escorregamento do pneu;

d) carga vertical no pneu;

O fator mais importante para a força de adesão é a carga vertical no pneu. O veículo apresenta um desbalanceamento para esta carga em cada pneu, portanto, é de máxima importância a compensação deste desbalanceamento a fim de dar máxima potencialidade para cada um dos quatro pneus. Os autores propõem então uma integração entre os sistemas ABS, 4WD e 4WS a fim de melhorar o balanceamento de forças e permitir melhor desempenho. O problema de curvas acentuadas para tração rígida nas 4 rodas é solucionado com um acoplamento viscoso entre o eixo e traseiro com diferencial central. Um novo sistema ABS de 2 canais pode utilizar a restrição do 4WD para os eixos dianteiro e traseiro sem deteriorar a performance da frenagem. O 4WD assume a rigidez de esterçamento como constante, então usa-se o controle da taxa de escorregamento para balancear a rigidez de esterçamento entre os eixos dianteiro e traseiro.

Uma confirmação da atual tendência de integração dos sistemas autocontrolados é dada por WALLENTOWITZ em seu artigo "Scope for the integration of power train and chassis control systems : traction control - allwheel drive - active suspension". O autor comenta sobre a introdução de sistemas de controle em veículos a partir do surgimento do primeiro sistema controlado eletronicamente: o sistema ABS. A partir de então, muitos outros sistemas autocontrolados foram sendo introduzidos onde os principais existentes atualmente são os sistemas: ABS, ASC, ASC+T, EDC, AHK, RDC, AF e DSC. WALLENTOWITZ descreve, de maneira sucinta, como funciona cada um destes sistemas, mas a intenção principal do autor é descrever a possibilidade de integração entre os vários sistemas descritos e a praticabilidade de se executar tal tarefa.

"Self contained systems have the advantage that they can be installed on any range of vehicles independently of other systems. Vehicle developers, however, are encountering difficulties in accommodating every single controller on the vehicle and laying required cables... ..The quantity of cables, conduits, control devices and actuators is so large that accommodating them all in one vehicle cause massive problems."



Sistemas mais modernos “multiplex” podem ajudar a resolver problemas de espaço assim como problemas de peso e de custo. O autor propõe começar a análise do problema a partir da integração dos sensores utilizados pelos vários sistemas, já que muitos deles utilizam o mesmo tipo de dado para a realização de várias ações de controle, como por exemplo a velocidade das rodas dianteiras. A integração de controladores também pode oferecer vantagens, já que os vários microprocessadores utilizados não são completamente preenchidos. Utilizando-se o mesmo micro para mais funções pode-se economizar em custos ou ganhar em desempenho. Já a otimização do uso de atuadores é mais difícil devido ao fato de que cada tarefa pode ser diferente e de localização diferente dentro do veículo. O autor descreve então os sensores utilizados em cada um dos sistemas mencionados anteriormente e a possibilidade de se utilizar estes sensores em conjunto. Por exemplo: todos os sistemas utilizam medições das velocidades das rodas dianteiras, que são fornecidas pelo sistema ABS, portanto os fabricantes de freio ABS deveriam fabricar equipamentos capazes de prover sinais compatíveis a outros “usuários”.

TANAKA et al. (1992) apresentam um importante desenvolvimento relacionado ao controle do chassi. Sistemas anteriormente desenvolvidos para melhorar a dinâmica de veículos como o 4WS, o ABS, o TRC e a suspensão ativa, eram isoladamente controlados a fim de prover o máximo desempenho para cada função. Mas o máximo desempenho, por exemplo, do sistema de suspensão ativa não permitia um bom desempenho do sistema 4WS. Neste sentido TANAKA et al. desenvolveram um sistema de controle integrado a fim de se conseguir o máximo desempenho da dinâmica do veículo. Para tanto os autores apresentam este sistema integrado instalado em um Toyota Soarer 1991, demonstrando os bons resultados obtidos, onde a interação entre os sistemas anteriormente isolados mostrou-se muito mais interessante para o controle da dinâmica do veículo.

A maioria dos exemplos anteriormente citados, de utilização de sistemas de controle integrados, está relacionada à coordenação de sistemas de esterçamento com os torques aplicados às rodas, melhorando o comportamento da dinâmica lateral, que é formada principalmente pelos graus de liberdade de deslocamento lateral, de rolagem e de guinada (YU & MOSKWA, 1994).

STREIB & LEONHARD (1992) citam as restrições à otimização de estruturas convencionais de controle devido à falta de coordenação ótima na interação entre as funções. A fim de que haja uma coordenação ótima, os autores apresentam uma estratégia de controle hierárquica para controle do motor, controle da borboleta do carburador e controle da transmissão, que resulta em uma redução do consumo de combustível e melhor dirigibilidade.

WRIGHT et al. (1992) descrevem a realização de um controle de transmissão avançado com interações entre o controle do motor, sistema ABS/ASR, e controle de transmissão automático, que anteriormente eram feitos por comandos eletro-mecânicos e que agora serão feitos por dutos de dados. Resultados práticos demonstram que um controle interativo através de comunicação de dados de alta velocidade pode melhorar o desempenho do veículo com relação aos componentes eletro-mecânicos usados anteriormente.

WALLENTOWITZ & ROPPENECKER (1993) defendem a idéia da integração de sistemas de controle do chassi, só que desta vez levando em conta aspectos como :

- a) integração de “hardware”;
- b) integração funcional;
- c) integração de desenvolvimento;

Com tais integrações, pode-se obter vantagens com relação a custos, segurança, alívio de peso, diminuição de “software” e “hardware”. Este tipo de abordagem também é feita por SHINOJIMA et al. (1992), considerando que a troca de informações (dados) entre as ECUs (unidades de controle) é muito grande devido à grande quantidade de sensores e atuadores presentes em sistemas de controle integrados.

## **2.4. Futuras Tendências**

O desenvolvimento de sistemas de controle integrados é uma das perspectivas para o desenvolvimento do setor automotivo no próximo século. Deve-se levar em

conta que além do progresso tecnológico, outros fatores estão presentes e são decisivos com relação ao surgimento ou desaparecimento de novas tecnologias.

O mundo moderno está se transformando muito rapidamente e algumas mudanças nem bem são assimiladas e já são substituídas por outras novas mudanças. Desta maneira torna-se necessário uma tentativa de previsão de acordo com as tendências sociais, econômicas e ambientais, de modo que a indústria não seja surpreendida por tentativas e esforços inúteis.

Neste sentido, OHTA et al. (1989) e CHIKAMORI et al. (1989) propõem e analisam as futuras perspectivas para a economia, a distribuição física de mercados consumidores, leis e regulamentações, disponibilidade de combustíveis e fatores do meio ambiente, como agentes diretos no desenvolvimento da indústria automobilística.

Um interessante trabalho foi também desenvolvido por TOKUDA (1988). Ele escreve sobre as mudanças ocorridas nos automóveis desde sua invenção, há aproximadamente um século. Descreve a relação entre as mudanças de acordo com a expectativa do ser humano. Para tanto, classifica o ser humano em três categorias no que diz respeito a sua visão do automóvel. Estas 3 categorias são:

- a) usuários: pessoas que usam o carro somente como meio de transporte;
- b) motoristas: pessoas que vêem o carro como um objeto de prazer ao dirigir
- c) proprietários: pessoas que vêem o carro como um objeto de status;

As pessoas de cada categoria têm expectativas diferentes no que diz respeito ao desenvolvimento de tecnologias dos veículos e a palavra chave para o desenvolvimento de tecnologia é “individual adaptability”. Os avanços esperados por cada categoria são descritos a seguir:

- a) usuários: conforto, automação e novas funções;
- b) motoristas: alto desempenho, respostas lineares e controle integrado;
- c) proprietários: “design”, produção de sistemas de acordo com a clientela e materiais de novas funções;

O atual estágio de desenvolvimento dos automóveis não se limita só à obtenção de maior desempenho, estabilidade, conforto, e segurança. Atualmente, várias modificações têm que ser feitas a fim de proteger o meio ambiente. Neste

sentido LANDOLFI et al (1994) apresentam um sistema de propulsão híbrido com motores de combustão e elétrico. Segundo os autores, o uso de sistemas de propulsão híbridos tende a crescer devido às grandes taxas de poluição nos grandes centros e por tornar o carro mais versátil, econômico e de maior alcance se comparado aos carros que usam somente motores elétricos.

Outros desenvolvimentos de sistema de propulsão híbrido é mostrado por JOST (1994). Outro tipo de solução para o problema de poluição, citado anteriormente, é a utilização de combustíveis alternativos e não poluidores. Dentro deste aspecto KUKKONEN & SHELEF (1994) descrevem a utilização de hidrogênio como combustível alternativo a ser usado em um futuro próximo.

## **2.5. Conclusão**

Visando a obtenção de segurança, estabilidade, conforto e dirigibilidade, a indústria automobilística tem desenvolvido e aplicado sistemas que controlam o movimento do veículo. Com o atual estágio de desenvolvimento das tecnologias eletrônica e computacional surgiu a possibilidade de se usar suas aplicações como grandes aliadas na tarefa de modelagem e simulação de veículos ou de componentes de veículos. Situações de difícil manipulação matemática foram simplificadas e modelos de sistemas complexos puderam ser gerados e analisados de forma mais acurada.

Com o decorrer do tempo, o volume de sistemas autocontrolados foi aumentando e a tendência atual é de implantação de um sistema central que gerencie todos os subsistemas autocontrolados do veículo. Esta tendência é uma perspectiva mundial que acelera a disputa de mercado pelas indústria e proporciona cada vez mais satisfação e praticidade ao dirigir.

Apesar de ser uma tendência mundial, a implantação de um gerenciamento central é uma realidade um pouco distante dos carros de linha, pois a maioria deles ainda se encontra com poucos sistemas ativos. Apesar de não ser imediata, a

implantação de um sistema de controle central é uma tendência bastante realista para o próximo século.

No Brasil, uma perspectiva de utilização de controle integrado é ainda um pouco mais distante, uma vez que a maioria dos veículos aqui produzidos operam com muito poucos sistemas autocontrolados, e os veículos que possuem tais sistemas, os têm em pequena quantidade. Há uma tendência de melhora neste sentido devido à atual abertura de mercado que possibilitou a entrada de carros muito mais modernos no país, obrigando nossa indústria a correr atrás de um nível mundial. Para se ter uma idéia do nosso atraso, sistemas que eram usados desde o começo da década de 80 nos E.U.A., como o sistema ABS, só foram introduzidos no Brasil há pouco tempo e somente em carros de luxo.

A utilização da tecnologia de sistemas autocontrolados requer um maior desenvolvimento de aparelhagem eletrônica, com relação à resistência e confiabilidade de operação em ambientes de temperatura elevada e de difícil instalação, uma vez que a maioria dos aparelhos usados atualmente não foram especificamente desenvolvidos para atuarem nestas condições.

Uma outra área que possui grande perspectiva de aplicação na área automobilística está relacionada às telecomunicações. A possibilidade da obtenção de dados com relação às condições de tráfego, localização de vias e, futuramente, um controle de localização feito por satélite, já utilizado no setor aeronáutico, poderá transformar o motorista em mais um passageiro dentro do veículo.

## **CAPÍTULO - 3**

# **SIMULAÇÃO E ANÁLISE DE UM MODELO NÃO LINEAR DE VEÍCULO**

### **3.1. Introdução**

Neste capítulo, são descritas a modelagem e a simulação de um veículo automotivo realizadas por COSTA (1992), e que foram utilizadas para o desenvolvimento desta dissertação. Este capítulo resume os capítulos 4 e 5 da tese de doutorado do referido professor e tem como objetivo apresentar os métodos utilizados para o desenvolvimento e obtenção dos modelos linearizados de um veículo que são utilizados neste trabalho.

Excetuando-se as forças aerodinâmicas e os efeitos gravitacionais, todas as demais forças externas que agem sobre um veículo são aplicadas nos pneus. Conseqüentemente, o controle do movimento irá consistir em ações de controle

exercidas sobre as rodas e deverão ser baseadas em uma combinação dos controles da propulsão e frenagem, esterçamento e suspensão. Portanto, torna-se necessário o desenvolvimento de modelos de veículos que sejam capazes de representar estas ações simultaneamente.

O principal motivo da utilização de modelos linearizados, que sejam capazes de abranger vários aspectos do movimento de um veículo, é o estudo do controle integrado do veículo, em que sua dinâmica total é vista como uma interação da dinâmica dos vários subsistemas que o compõem.

Para alcançar os objetivos mencionados, a melhor solução é a utilização de técnicas de modelagem MBS (KORTÜM et al. ; SAYERS, 1989 ; ALLEN & ROSENTHAL, 1994). A modelagem MBS foi realizada baseada em uma combinação do método de KANE (1985) e computação simbólica por ser um método de maior eficiência (em termos de tempo) na geração de um código de simulação e na solução do modelo.

### **3.2. Modelagem**

Esta seção descreve a aplicação de técnicas MBS de modelagem de um chassi de veículo. Modelos MBS para simulação geralmente incluem uma representação completa da suspensão nos quais cada elemento da suspensão é detalhado. O modelo apresentado é baseado em uma abordagem alternativa, onde os efeitos da geometria da suspensão são incorporados de uma maneira onde não é necessária uma representação detalhada do sistema de suspensão. A suspensão é representada como uma caixa-preta onde a geometria é obtida a partir de dados experimentais que descrevem a trajetória da suspensão em cada cubo de roda. A partir destes dados, e usando-se técnicas de geometria diferencial, são obtidos modelos de braços em forma de pêndulos que em conjunto com uma mola e amortecedor constituem uma representação simplificada da suspensão. O pêndulo conecta o cubo da roda ao chassi através de uma junta do tipo pino, de um grau de liberdade. O posicionamento da junta e os comprimentos dos braços dos pêndulos são derivados empiricamente dos

dados que descrevem a trajetória de cada centro de cubo de roda. As forças da suspensão são representadas através de molas e amortecedores que atuam somente na direção vertical. No eixo dianteiro, as forças da suspensão são complementadas por uma força elástica adicional para representar a barra estabilizadora. Uma massa concentrada (lumped mass) no cubo de roda, no ponto H (figura 3.1), representa o efeito combinado das inércias da roda e parte da suspensão. Uma abordagem semelhante foi desenvolvida por MOUSSEAU et al. (1991), utilizando análise “quasi-static” para obter os polinômios que descrevem o comportamento da suspensão. Um benefício imediato desta forma de modelagem consiste na possibilidade de combinação das equações do modelo da suspensão ou do modelo dinâmico do chassi com equações de outros modelos, sendo a solução realizada em conjunto.

Uma descrição esquemática do modelo não-linear do chassi pode ser vista na figura 3.1, que mostra as vistas frontal e lateral do veículo.

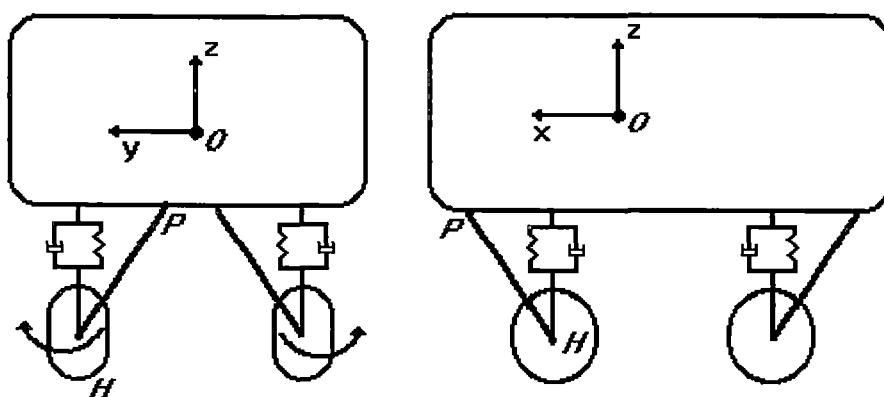


Figura 3.1: Modelo de chassi não linear.

As forças verticais são representadas em cada roda como um termo de rigidez linear. As forças laterais e longitudinais dos pneus são também representadas linearmente, assumindo-se que não há travamento nem escorregamento dos pneus. O modelo descreve uma representação do chassi com dez graus de liberdade, sendo seis graus de liberdade correspondentes ao movimento do chassi e um grau de liberdade de cada braço em forma de pêndulo. O modelo resultante tem então vinte variáveis de



estado, sendo que os estados correspondem a dez coordenadas generalizadas e dez velocidades generalizadas.

Outras características importantes da suspensão, como os ângulos de cambagem e convergência foram considerados de forma aproximada e os valores utilizados foram os valores obtidos com o veículo em posição estática, uma vez que os ângulos de cambagem e convergência só variam significativamente perto do fim do curso da suspensão, e para os objetivos do trabalho realizado por COSTA (1992) os valores utilizados provaram serem adequados.

O modelo utilizado, onde a suspensão é representada por um braço em forma de pêndulo, é a maneira mais simples possível de se representar o sistema de suspensão em um modelo de chassi não linear. Uma representação menos sofisticada seria representar o chassi como uma massa suspensa com um amortecedor e uma mola em cada canto. Este modelo é largamente utilizado para estudos de controle de dinâmica vertical, entretanto este modelo não representa ações de esterçamento e aceleração nas rodas, não sendo útil para o estudo do controle da suspensão onde efeitos combinados de propulsão e esterçamento também são incluídos.

Uma abordagem mais sofisticada abrangeria uma modelagem complexa onde haveria representações detalhadas de conexões e buchas. Tais modelos são muito usados em estudos de “design”, que requer cálculos de carregamentos e deslocamentos, mas não são necessários para o estudo do controle do movimento do veículo porque geram modelos com um grande número de estados, aumentando significativamente o tempo de simulação e a complexidade requerida dos controles.

Os dados utilizados para a modelagem foram de um carro de luxo europeu, sendo utilizado somente com o objetivo de ilustração. A abordagem utilizada para a modelagem é aplicável a uma grande variedade de tipos de automóveis.

### **3.3. Representação Topológica do Modelo MBS**

O modelo do chassi é considerado como um sistema MBS formado por cinco corpos rígidos articulados, organizados em forma de árvore. O corpo central, ou

corpo base, corresponde à massa suspensa, e os quatro corpos ramificados correspondem a cada uma das quatro rodas (massa não suspensa) com as conexões das suspensões. Cada corpo ramificado é preso ao corpo base por uma junta do tipo pino de um grau de liberdade, que permite a rotação em torno da articulação comum entre o corpo base e o ramificado. Associado a cada corpo, base e ramificado, há um referencial de coordenadas com localização (no centro de massa) e orientação fixas.

A representação topológica do modelo MBS pode ser vista na figura 3.2.

A descrição geométrica do modelo MBS pode ser especificada por um conjunto de três vetores para cada um dos corpos ramificados. O primeiro dos três vetores, o vetor  $op$ , descreve a posição da junta pino com relação ao centro de gravidade da massa suspensa e é fixo na mesma. O segundo vetor  $hp$  descreve a posição da junta com relação ao centro de gravidade da massa não suspensa e é fixo na mesma. O terceiro vetor  $b$  descreve a orientação do eixo da junta esférica.

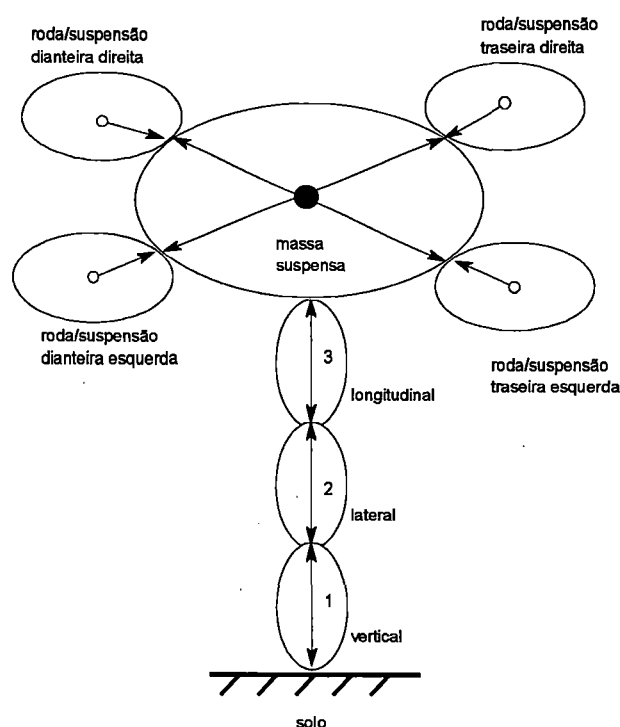


Figura 3.2: Representação Topológica do Modelo MBS.

A descrição dos três vetores pode ser vista na tabela apresentada a seguir e a figura 3.3 apresenta a configuração do modelo MBS.

		Esquerda	Direita
Dianteiro	<i>op</i>	(1.441, 0.303, -0.242)	(1.441, -0.303, -0.242)
	<i>hp</i>	(0.121, -0.447, 0.058)	(0.121, 0.447, 0.058)
	<i>b</i>	(0.966, 0.257, -0.029)	(0.966, -0.257, -0.029)
Traseiro	<i>op</i>	(-1.516, 0.105, -0.157)	(-1.516, -0.105, -0.157)
	<i>hp</i>	(-0.016, -0.645, 0.143)	(-0.016, 0.645, 0.143)
	<i>b</i>	(0.994, 0.0, 0.113)	(0.994, 0.0, 0.113)

Tabela 3.1: Descrição Geométrica do modelo do Chassi.

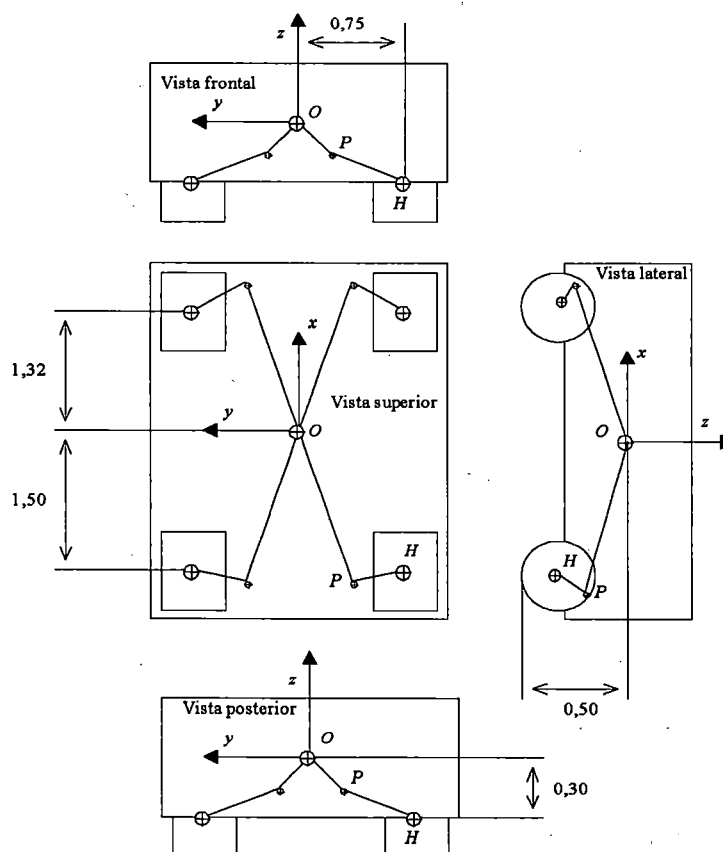


Figura 3.3: “Layout” do Modelo MBS.

Os vetores  $op$ ,  $hp$  e  $b$ , foram especificados de acordo com o sistema de coordenadas da mão direita adotado como configuração de referência para o eixo de coordenadas fixo no corpo base. Para completar a descrição física do modelo MBS a massa, o momento de inércia de cada corpo e outros parâmetros são descritos na tabela 3.2.

Peso efetivo das rodas	dianteiras	50 Kg
	traseiras	40 Kg
Raio da roda		0,2 m
Peso da massa suspensa		1.600 Kg
Inércia da massa suspensa	$I_{xx}$	500 Kg.m <sup>2</sup>
	$I_{yy}$	3.000 Kg.m <sup>2</sup>
	$I_{zz}$	3.000 Kg.m <sup>2</sup>
Distância do Centro de Gravidade da Massa Suspensa	do eixo dianteiro	1,32 m
	do eixo traseiro	1,5 m
	acima do solo	0,5 m
	das laterais do veículo	0,75 m

Tabela 3.2: Dados inerciais e geométricos do veículo

### 3.3.1. Forças Externas Agindo no Modelo MBS

#### 3.3.1.1. Massa Suspensa

A massa suspensa corresponde, no modelo MBS, ao corpo base. As forças que agem sobre a massa suspensa são gravitacional, aerodinâmica e forças da suspensão.

A massa de ar que se desloca em torno do veículo produz forças e momentos que influenciam o comportamento do veículo. As forças aerodinâmicas agem nas áreas frontal, lateral e inferior/superior do veículo e são dadas pelas expressões:

$$f_y = \frac{1}{2} c_y(\alpha_a) \rho A |v'|^2 \quad (3.1)$$

$$f_x = \frac{1}{2} c_x(\alpha_a) \rho A |v'|^2 \quad (3.2)$$

$$f_z = \frac{1}{2} c_l(\alpha_a) \rho A |v'|^2 \quad (3.3)$$

onde  $A$  é a área frontal,  $\rho$  é a densidade do ar,  $v'$  é a velocidade relativa entre o veículo e o vento frontal e  $c_x$ ,  $c_y$  e  $c_l$  são os coeficientes aerodinâmicos, que são geralmente dependentes do ângulo de escorregamento aerodinâmico  $\alpha_a$ ; e  $c_l = c_{zf} + c_{zr}$ . A variação dos coeficientes da força aerodinâmica com  $\alpha_a$  são apresentados na figura 3.3. Os momentos aerodinâmicos agem sobre os eixos de coordenadas do corpo base e são dados pelas seguintes fórmulas:

$$m_x = \frac{1}{2} c_{mx}(\alpha_a) \rho A |v'|^2 \quad (3.4)$$

$$m_y = \frac{1}{2} c_{my}(\alpha_a) \rho A |v'|^2 \quad (3.5)$$

$$m_z = \frac{1}{2} c_{mz}(\alpha_a) \rho A |v'|^2 \quad (3.6)$$

onde  $c_{mx}$ ,  $c_{my}$  e  $c_{mz}$  são coeficientes de torque e são geralmente dependentes do ângulo de escorregamento aerodinâmico  $\alpha_a$ . Eles são apresentados na figura 3.4 de maneira semelhante aos coeficientes de força aerodinâmica.

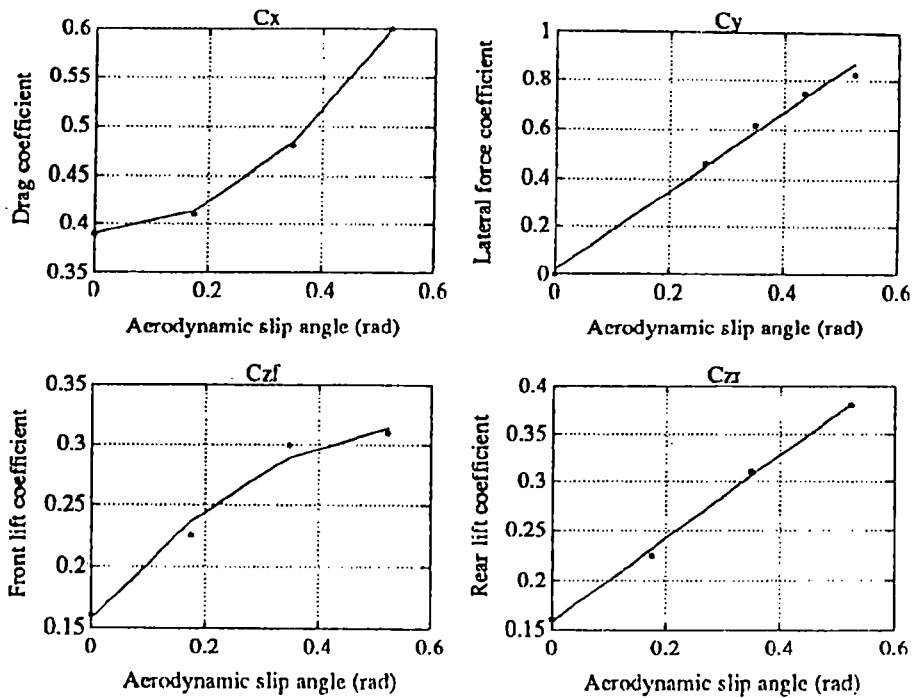


Figura 3.4: Variação dos coeficientes aerodinâmicos (COSTA, 1992).

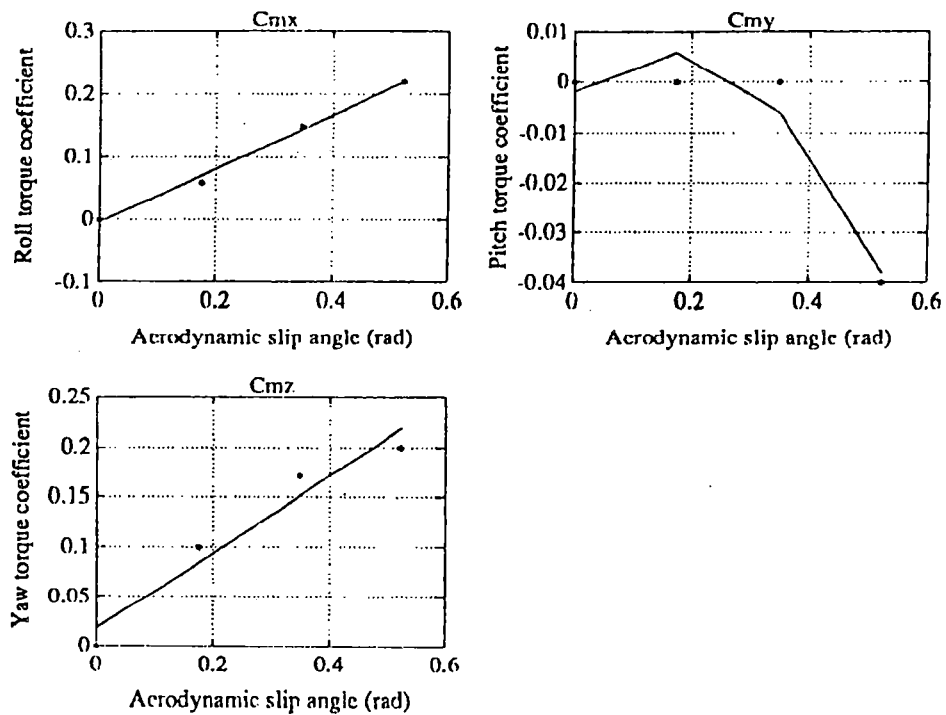


Figura 3.5: Variação dos coeficientes aerodinâmicos (COSTA, 1992).

Os seis coeficientes aerodinâmicos são baseados em informações empíricas. Os coeficientes  $c_y$ ,  $c_{zr}$ ,  $c_{mx}$  e  $c_{mz}$  variam linearmente com  $\alpha_a$ , enquanto que os coeficientes  $c_x$ ,  $c_{zf}$  e  $c_{my}$  têm a sua variação aproximada a uma parábola em função de  $\alpha_a$ . Os dados da aerodinâmica do veículo são apresentados na tabela 3.3.

$A$	$2,06 \text{ m}^2$
$\rho$	$1,202 \text{ Kg.m}^{-3}$
$c_x$	$0,766\alpha_a^2 + 0,390$
$c_y$	$1,629\alpha_a$
$c_{zf}$	$-0,451\alpha_a^2 + 0,357\alpha_a + 0,156$
$c_{zr}$	$0,427\alpha_a + 0,1570$
$c_{mx}$	$0,430\alpha_a$
$c_{my}$	$-0,328\alpha_a^2 + 0,103\alpha_a$
$c_{mz}$	$0,384\alpha_a$

Tabela 3.3: Dados aerodinâmicos do veículo.

As forças da suspensão geradas em cada roda são consideradas somente agindo na direção vertical com relação ao sistema de coordenadas do corpo base. Cada força é aplicada em um ponto localizado nos respectivos cubos de roda. Os pontos de localização dos cubos de roda e, conseqüentemente, dos pontos de aplicação das forças de suspensão, são corrigidos pelos dados da geometria da suspensão descritos anteriormente.

Os efeitos das forças gravitacionais, em todos os corpos, são representados como forças verticais com relação ao sistema de coordenadas inercial, agindo em cada centro de gravidade de cada corpo.

### **3.3.1.2. Massas Não Suspensas**

As massas não suspensas correspondem aos quatro corpos ramificados. As forças que agem em cada um desses corpos são: as forças longitudinais, laterais e verticais dos pneus, as forças de suspensão e as forças gravitacionais.

Cada força de suspensão tem sua reação no centro de gravidade de cada massa não suspensa, atuando na direção vertical com relação ao eixo de coordenadas do corpo base. As forças dos pneus são representadas com relação ao sistemas de coordenadas do corpo ramificado. A força vertical do pneumático age no centro da gravidade do corpo ramificado. As forças laterais e longitudinais agem em um ponto deslocado verticalmente do centro de gravidade pelo raio da roda. Este deslocamento representa a ação das forças longitudinal e lateral paralelamente ao plano do solo, agindo no ponto de contato entre pneu/solo.

## **3.3.2 Representação Das Forças de Suspensão e dos Pneus**

### **3.3.2.1. Forças da Suspensão**

Cada força da suspensão é modelada como uma mola em paralelo a um amortecedor, que são funções lineares do deslocamento relativo roda-chassi da mola e da taxa de variação desse deslocamento, respectivamente . Um torque adicional de rolamento representa o efeito da barra estabilizadora que age somente nas rodas dianteiras. Este torque é modelado, em relação ao corpo base, como uma função linear da diferença entre os deslocamentos das molas dianteiras direita e esquerda. Valores de deflexões estáticas da suspensão e dos pneus são computados a fim de balancear o peso da massa suspensa e não suspensa em situação de regime permanente. Os coeficientes de rigidez da mola e de amortecimento do amortecedor são mostrados na tabela 3.4.



Eixos		Dianteiro	Traseiro
Suspensão	Rigidez da mola	20 kN.m <sup>-1</sup>	27 kN.m <sup>-1</sup>
	Coef. de amortecimento	1,4 kN.s.m <sup>-1</sup>	2,0 kN.s.m <sup>-1</sup>
	Rigidez da barra estabilizadora	20 kN.m <sup>-1</sup>	
Pneu linear	Rigidez vertical	250 kN.m <sup>-1</sup>	250 kN.m <sup>-1</sup>
	Rigidez de esterçamento	66 kN.m <sup>-1</sup>	70 kN.m <sup>-1</sup>
Elasticidade do sistema de direção		0,0051 rd.kN <sup>-1</sup>	

Tabela 3.4: Dados da suspensão e do pneu linear.

### 3.3.2.2. Modelagem do Sistema de Direção

No eixo dianteiro foi incluído também um coeficiente de elasticidade do sistema de direção, que age em série com a rigidez de esterçamento dos pneus. Foi feita uma modelagem do sistema de direção obtendo-se uma rigidez de esterçamento equivalente combinando-se os efeitos da direção e dos pneumáticos.

Quando é considerado este sistema de direção, obtêm-se a força lateral em função do ângulo de esterçamento e a rigidez equivalente de esterçamento. A descrição do sistema de direção pode ser vista na figura 3.6. Neste diagrama, o ângulo de esterçamento da direção é o  $\delta_{nv}$ , o ponto 2 representa o ponto de contato entre pneu e solo,  $k_s$  é a rigidez torcional do sistema de direção,  $t_p$  é o “pneumatic trail”,  $SR$  é a relação de transmissão do sistema de direção,  $C$  é a rigidez de esterçamento,  $\beta$  é o Ângulo de escorregamento lateral,  $\delta$  é o ângulo de esterçamento da roda e  $M_z$  é o torque autoalinhante.

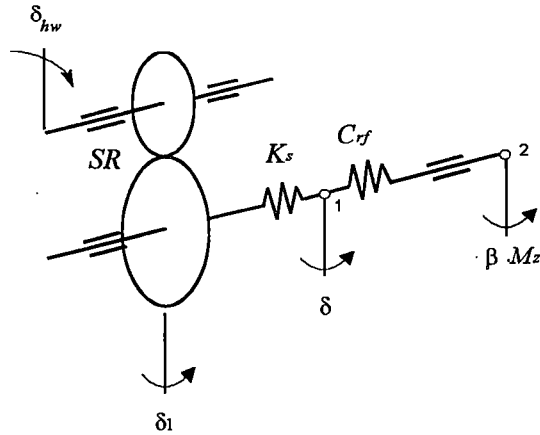


Figura 3.6: Representação do sistema de direção.

A força lateral do pneu é produzida pelo ângulo de escorregamento e é dada pela fórmula:

$$F_{ty} = -C_{fy} \cdot \alpha \quad (3.7)$$

onde  $\alpha$  é definido como sendo o ângulo entre o eixo x da roda e a direção de deslocamento da roda, dada pelo vetor velocidade da roda. Os ângulos de escorregamento ( $\alpha$ ) e o ângulo de escorregamento lateral ( $\beta$ ) são mostrados na figura 3.7.

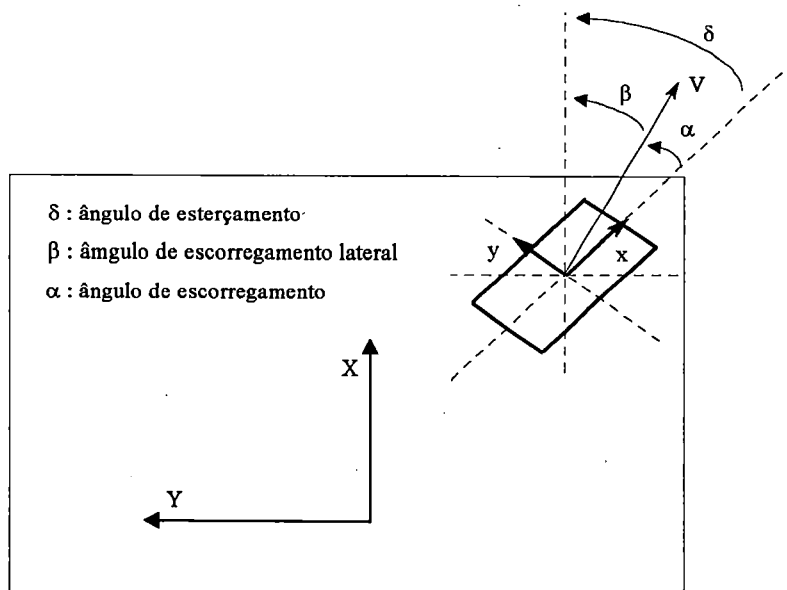


Figura 3.7: Ângulos relacionados ao esterçamento.

Pode-se também expressar a força lateral do pneu em termos da rigidez de esterçamento equivalente  $C_{f,r}$  e fazendo-se algumas substituições nas equações da lei de Newton obtidas para o sistema representado na figura 3.6. Temos então que:

$$F_{ly} = -C_{f,r} e [\beta - (\delta_{nw} / SR)] \quad (3.8)$$

onde  $C_{f,r}$  é a rigidez de esterçamento equivalente que é dada por:

$$C_{f,r} = \frac{C_{f,r}}{\left(1 + \frac{C_{f,r}}{k_s / t_p}\right)} \quad (3.9)$$

### 3.3.2.3. Forças dos Pneus

Para o modelo de pneu linear, a força longitudinal representa as ações de aceleração e frenagem e são modeladas como uma força externa definida, onde assume-se que não há travamento e escorregamento das rodas. As forças lateral e vertical são representadas como funções lineares do ângulo de escorregamento lateral e do deslocamento vertical das rodas respectivamente. A rigidez das funções lineares são apresentadas na tabela 3.4.

Para o modelo de pneu não linear, as forças longitudinal e vertical são modeladas da mesma forma que para o modelo linear, mas a força lateral é representada como uma função não linear do ângulo de escorregamento e da carga vertical sobre o pneu. O "pneumatic trail" também é calculado como função destas duas quantidades. O modelo utilizado foi fornecido pelo fabricante do veículo utilizado nas simulações e consiste de uma interpolação polinomial de dados experimentais gerado pelo fabricante do pneu.

A equação (3.10) descreve a força lateral  $F_{ly}$  como uma função do ângulo de escorregamento  $\alpha$  e a força normal do pneu  $F_{lz}$ . A equação (3.12) descreve o "pneumatic trail"  $t_p$  como função das mesmas quantidades.

$$F_{ty} = a_1 \cdot \alpha + a_2 \cdot \alpha^2 + a_3 \cdot \alpha^3 + a_4 \cdot \alpha^4 + a_5 \cdot \alpha^5 \quad (3.10)$$

onde os  $a_i$ s são dados como função de  $F_{tz}$  :

$$a_i = b_{i1} \cdot F_{tz} + b_{i2} \cdot F_{tz}^2 + b_{i3} \cdot F_{tz}^3 + b_{i4} \cdot F_{tz}^4 \quad (i=1,2,\dots,5) \quad (3.11)$$

O "pneumatic trail" é dado por :

$$t_p = c_1 + c_2 \cdot \alpha + c_3 \cdot F_{tz} + c_4 \cdot F_{tz}^2 + c_5 \cdot \alpha \cdot F_{tz} + c_6 \cdot \alpha^2 \cdot F_{tz} \quad (3.12)$$

Pode-se também incluir um atraso no processo de geração da força lateral do pneu, devido ao fato de que o pneu deve primeiramente rolar uma pequena distância antes que a área de contato do pneu desenvolva um ângulo de escorregamento. Este atraso é geralmente pequeno e pode ser representado por uma função de atraso de primeira ordem :

$$\frac{dF_{tyl}}{dt} = \frac{1}{t_l} (F_{ty} - F_{tyl}) \quad (3.13)$$

onde a constante de tempo é dada por:

$$t_l = \frac{c_l}{V_x} \quad (3.14)$$

Para o veículo modelado o comprimento característico  $c_l$  adotado é de 0.3m e a velocidade varia de acordo com a simulação realizada. Como  $t_l$  varia pouco com a variação de  $V_x$ , pode-se assumir que seja constante durante um intervalo de integração.

Há, portanto, quatro possibilidades de combinação de modelos de pneus:

- linear;
- não linear;
- linear com atraso de tempo na geração de  $F_{ty}$ ;
- não linear com atraso de tempo na geração de  $F_{ty}$ ;

### **3.4. Simulação do Modelo do Chassi**

O modelo para a simulação foi obtido usando-se o software de modelagem MBS chamado SD/FAST e a simulação realizada com a linguagem ACSL. O SD/FAST obtém as equações de movimento de sistemas MBS e as coloca na forma de um programa FORTRAN, através de uma combinação entre o método de Kane e técnicas de computação simbólica. Este método de obtenção do modelo e sua simulação tem uma alta performance em termos de rapidez se comparado a pacotes de modelagem MBS genéricos e também em termos de confiabilidade se comparado a modelagem de sistemas obtidas à mão.

O programa SD/FAST processa um código fonte, em ASCII, que contém a descrição do modelo gerando um outro código, em FORTRAN, que possui duas subrotinas principais e várias outras subrotinas. A primeira das duas subrotinas principais define as derivadas dos estados das equações de movimento do modelo MBS e a segunda serve para inicializar os parâmetros e os estados do modelo. Os estados correspondem às coordenadas e velocidades generalizadas de cada corpo do modelo MBS. As subrotinas secundárias fornecem informações para transformações de coordenadas e realização de outras funções. O arquivo de entrada utilizado pelo SD/FAST corresponde à descrição do modelo topológico descrito na seção 3.3. Aproximadamente 10 segundos, em um computador SUN 44/330, foram necessários para a geração do arquivo de saída. O arquivo de saída consiste de aproximadamente 1.500 linhas de programação FORTRAN, onde cerca de 70% corresponde à subrotina principal. Esta subrotina é incorporada ao programa ACSL juntamente com as forças

externas, detalhadas nas seções 3.3.1 e 3.3.2, que foram calculadas por um código suplementar escrito em ACSL.

O desenvolvimento do modelo do veículo automotivo, pelo tipo de abordagem descrito nesta seção, possui a vantagem de se poder incluir características não lineares das forças de suspensão e pneumáticos sem haver a necessidade de mudanças na descrição cinemática das massas suspensas e não suspensas. Outra possibilidade é a combinação do modelo MBS do chassi com outros subsistemas do veículo que não são propriamente representados por técnicas de modelagem MBS, como sistemas de tração e controle digital, mas que podem ser facilmente representados em uma linguagem de simulação como a ACSL.

### **3.5 Resultados da Simulação**

As simulações realizadas têm dois objetivos principais: validar o modelo desenvolvido e averiguar a capacidade do modelo em abranger todos os aspectos do movimento do veículo.

Infelizmente, segundo COSTA (1992), a quantidade de dados experimentais é muito limitada, tornando impossível uma extensa validação como seria desejável. Os únicos resultados experimentais disponíveis consistem nas deflexões estáticas da suspensão, que foram utilizadas na geração do braço em forma de pêndulo usado na representação do modelo da suspensão. Outros resultados disponíveis são as análises de autovalores e autovetores obtidos de análises de modelos mais simples e que são usados por fabricantes de veículos, sendo previamente validados por eles.

Com a finalidade de verificar a validade do modelo, foram realizadas análises dos autovalores/autovetores do modelo, antes da simulação do modelo não linear. Os modos naturais do modelo MBS e suas correspondentes frequências naturais e fatores de amortecimento foram obtidos através de ferramentas de análise linear presentes na linguagem ACSL. As análises lineares foram feitas com o modelo em condição de regime permanente correspondente a uma velocidade longitudinal de 20 m/s. Foram obtidos quatro modos correspondentes à massa suspensa e outros quatro modos, dois

correspondentes ao par de rodas dianteiras e dois correspondentes ao par de rodas traseiras. Os resultados obtidos estão de perfeito acordo com os resultados experimentais e são apresentados na tabela 3.5.

Os modos da massa suspensa são: velocidade lateral/angular, que corresponde a movimentos que consistem de uma combinação de velocidade angular e velocidade lateral, deslocamentos verticais dianteiro e traseiro e movimento de rolagem.

Os modos da massa não suspensa são: deslocamentos verticais, em fase, dos pneus dianteiros e dos pneus traseiros e deslocamentos verticais, em fases opostas, dos pneus dianteiros e traseiros. Estes modos descrevem os deslocamentos angulares dos braços em forma de pêndulo da suspensão e seus relativos planos de deslocamento. Cada um destes deslocamentos possui componentes de deslocamento lateral, longitudinal e vertical, sendo que a componente de deslocamento vertical é predominante.

Modos	Frequência (Hz)	Frequência (rd/s)	Fator de Amort.
Deslocamento vertical dianteiro	1,1	6,88	0.206
Deslocamento vertical traseiro	1,35	8,46	0,266
Rolagem	1,81	11,38	0,267
Velocidade angular/ velocidade lateral	1,29	8,13	0,834
Deslocamento vertical dos pneus dianteiros em fase	12,02	75,46	0,200
Deslocamento vertical dos pneus dianteiros em fases opostas	12,50	78,52	0,195
Deslocamento vertical dos pneus traseiros em fase	13,00	81,69	0,304
Deslocamento vertical dos pneus traseiros em fases opostas	13,05	81,95	0,303

Tabela 3.5: Análise dos autovalores.

Os modos correspondentes aos deslocamentos verticais em fase descrevem situações onde os deslocamentos angulares dos braços em forma de pêndulo têm componentes verticais na mesma direção, enquanto que os modos que são descritos como fases opostas descrevem movimentos angulares cujas componentes verticais são de direções opostas.

A fim de confirmar a utilidade do modelo obtido para o estudo de controle do movimento, foram realizados extensos experimentos de simulação, onde o modelo foi submetido a uma variedade de distúrbios externos e entradas de controle, que correspondem às ações de controle do motorista. Os distúrbios externos considerados foram distúrbios verticais da pista e incidência de vento lateral. As entradas de controle consideradas foram forças de aceleração e frenagem e ângulos de esterçamento. Os valores utilizados nas simulações foram restritos às faixas onde as características de pneumáticos e de suspensão são válidas.

As análises realizadas consistem de um estudo detalhado das simulações, incluindo análise dos autovalores, a fim de verificar a validade do comportamento de regime transiente, e análise de ganho, a fim de determinar as características de regime permanente do modelo. As grandezas observadas são as relacionadas ao movimento do veículo, ou seja, os seis graus de liberdade relacionados ao movimento da massa suspensa, quatro graus de liberdade associados às deflexões da suspensão e dois (ou quatro) graus de liberdade associados ao sistema de direção. Os quatro graus de liberdade relacionados ao movimento de rotação das rodas não são considerados nesta análise, embora tenham sido incluídos no modelo.

Nas simulações são usados diferentes tipos de pneus, onde os efeitos por eles proporcionados se tornam mais relevantes. Por exemplo, em simulações de maior velocidade e maiores ângulos de esterçamento o modelo não linear de pneu mostra um diferente comportamento das forças laterais, por considerar os efeitos de transferência de carga.



### **3.5.1. Manobras Transientes**

As simulações para análise do comportamento transiente do modelo correspondem são divididas em dois tipos: entradas de comando do motorista e distúrbios externos. As entradas de comando do motorista são aplicadas ao sistema de propulsão, tanto na aceleração como frenagem, e ao sistema de direção, em manobras de esterçamento. Os distúrbios externos consistem em elevações da pista e distúrbios aerodinâmicos.

#### **3.5.1.1. Entrada de Esterçamento**

Para as simulações de esterçamento as entradas são aplicadas no volante e possuem os valores de 10, 45 e 90 graus para a maioria dos casos. Valores intermediários são usados a fim de demonstrar a iminência ou ocorrência de escorregamento ou instabilidade. As manobras são realizadas com velocidades de 10, 20 e 30 m/s. Como se deseja manter a velocidade longitudinal do veículo constante durante as manobras, uma força de torque adicional, proporcional ao erro da velocidade, é aplicada nas rodas traseiras. A entrada de esterçamento é uma entrada degrau aproximada por uma parábola, devido ao melhor comportamento numérico para este tipo de simulação.

Por causa da importância das forças laterais dos pneus na dinâmica lateral do veículo, as simulações de esterçamento foram realizadas com as possíveis diferentes combinações de modelos de pneus. Foram usados modelos de pneus lineares e não lineares, com ou sem atraso na formação das forças laterais.

As quantidades apresentadas e analisadas nas simulações de esterçamento são: velocidade angular, velocidade e aceleração lateral, ângulo de rolagem, ângulo de escorregamento da roda e forças verticais dos pneumáticos. Como era esperado, a variação das quantidades relacionadas ao movimento longitudinal e vertical do veículo são desprezíveis.

### **3.5.1.2. Entradas de Aceleração e Frenagem**

Para as simulações de aceleração e frenagem as dinâmicas dos sistemas de tração e de freios são consideradas de um modo aproximado.

O torque aplicado às rodas traseiras, uma vez que o veículo modelado tem tração traseira, é um degrau aproximado por uma rampa de duração correspondente ao grau de desempenho do presente veículo. Os valores de aceleração usados são de 0,3g e 0,5g correspondendo a torques de 2.300 e 4.000N, respectivamente, em cada roda. A duração da rampa assumida é de 0,5s considerando os atrasos envolvidos no tempo de resposta do sistema de tração. A velocidade inicial é de 2m/s e as velocidades finais são 17,5 e 25 m/s, respectivamente.

Para as simulações de frenagem, o pulso em degrau é aproximado por uma rampa de duração de 0,5s. As desacelerações têm valores de 0,4g e 0,8g. As velocidades iniciais usadas são 10 e 20 m/s e as forças de frenagem são mantidas até o veículo alcançar a velocidade de 1m/s. A distribuição das forças de frenagem adotada foi de 70/30 para eixos dianteiro/traseiro, respectivamente.

### **3.5.1.3. Distúrbios Verticais da Pista**

As entradas correspondentes a este tipo de simulação dividem-se em três tipos:

- Deslocamentos verticais triangulares em oposição de fase;
- Rampas com comprimento determinado;
- Pista com perfil senoidal;

Os parâmetros das entradas são a altura e comprimento do obstáculo. As entradas são transformadas do domínio espacial para o domínio do tempo, dependendo da velocidade longitudinal do veículo, uma vez que as simulações são realizadas com velocidades de 5, 10 e 15 m/s para as duas primeiras situações e 5 e 15 m/s para pista com perfil senoidal.

As grandezas que sofrem as maiores variações são: deslocamento e aceleração vertical da massa suspensa e ângulos de arfagem (em inglês “Pitch”) e rolagem (“Roll”).

#### **3.5.1.4. Distúrbios Aerodinâmicos**

As respostas do veículo à distúrbios aerodinâmicos são analisadas através da resposta do modelo à incidência de um vento lateral, que representa situações reais como atravessar pontes, término de barreiras de proteção, manobras de ultrapassagem e falhas de vegetação ao lado da pista. As entradas são representadas por um pulso quadrado de amplitudes correspondentes a 3,54 , 7,08 , 10,62 e 15,16 m/s.

As grandezas que sofrem maiores influências e que portanto são analisadas são: velocidades angular e lateral e ângulo de rolagem.

#### **3.5.2. Manobras de Regime Permanente**

A análise de ganho, ou de regime permanente, serve para verificar o nível de acoplamento entre as variáveis de movimento, a quantidade de não-linearidade desses acoplamentos e os parâmetros de estabilidade direcional do veículo.

O acoplamento pode ser determinado pelo ganho de regime permanente entre as variáveis de entrada e de saída, medindo a quantidade da saída produzida por unidade da quantidade de entrada do sistema.

Se o sistema é linear, a quantidade de saída produzida é proporcional à quantidade da entrada aplicada. Este fator de proporcionalidade é denominado ganho de regime permanente, e quando o sistema está em equilíbrio o ganho de regime permanente é definido como:

$$k_{ij} = \left. \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right|_{x_0} \quad (3.15)$$

onde todas as entradas  $u_{k \neq j}$  mantidas constantes e com o estado do sistema igual a  $x_0$  no ponto de operação.

As propriedades direcionais relacionadas à resposta de regime permanente mais comuns são: margem estática, gradiente de sob e sobresterçamento, ângulo de Ackermann, entre outras.

Para realizar a análise de regime permanente três tipos de simulação foram feitas:

- manobras com velocidade constante variando-se o ângulo de esterçamento;
- manobras com ângulo de esterçamento constante variando-se a velocidade;
- passagem de obstáculos de perfil senoidal de várias alturas com várias velocidades diferentes;

Os resultados analisados foram os relacionados aos ângulos de arfagem e de rolagem, velocidades angular e lateral, aceleração lateral, ângulo de escorregamento lateral e ângulo de escorregamento das rodas. Eles são apresentados como função do ângulo de esterçamento, assim como da aceleração lateral, para as manobras de velocidade constante.

A fim de se obter uma visão da quantidade de interação entre estas variáveis e a linearidade desta interação foram aplicadas regressões lineares em cada um dos dados, tanto para manobras de velocidade constante como para manobras de esterçamento constante. Estes resultados são apresentados nas tabelas a seguir.

Velocidade constante			Ângulo de esterçamento constante		
Entrada: ângulo de esterçamento (rd)			Entrada: velocidade (m/s)		
Saída	Ganho	Fator de Corr.	Saída	Ganho	Fator de Corr.
$a_y$ (m/s <sup>2</sup> )	4,5921	1,0	$a_y$ (m/s <sup>2</sup> )	0,089	1,0
$q_5$ (rd)	0,0004	0,9792	$q_5$ (rd)	0,0020e-3	0,7921
$q_6$ (rd)	0,0165	1,0	$q_6$ (rd)	0,0003	0,9969
$u_4$ (rd/s)	0,2304	1,0	$u_4$ (rd/s)	0,0013	0,7928
$V_y$ (m/s)	-0,2003	-1,0	$V_y$ (m/s)	-0,0201	-0,9595
$\beta$ (rd/s)	-0,0100	-1,0	$\beta$ (rd/s)	-0,0007	-0,9962
$\alpha_f$ (rd/s)	-0,0447	-1,0	$\alpha_f$ (rd/s)	-0,0009	-0,9963
$\alpha_r$ (rd/s)	-0,0277	-1,0	$\alpha_r$ (rd/s)	-0,0005	-0,9960

Tabela 3.6: Ganhos de regime permanente: modelo de pneu linear s/ atraso.

Velocidade constante			Ângulo de esterçamento constante		
Entrada: ângulo de esterçamento (rd)			Entrada: velocidade (m/s)		
Saída	Ganho	Fator de Corr.	Saída	Ganho	Fator de Corr.
$a_y$ (m/s <sup>2</sup> )	4,4915	0,9955	$a_y$ (m/s <sup>2</sup> )	0,1059	0,9965
$q_5$ (rd)	0,0034	0,9720	$q_5$ (rd)	4,8200e-5	0,9714
$q_6$ (rd)	0,0184	0,9952	$q_6$ (rd)	0,0004	0,9969
$u_4$ (rd/s)	0,2275	0,9967	$u_4$ (rd/s)	0,0017	0,8490
$V_y$ (m/s)	-0,3596	-0,9908	$V_y$ (m/s)	-0,0268	-0,9519
$\beta$ (rd/s)	-0,0180	-0,9907	$\beta$ (rd/s)	-0,0009	-0,9985
$\alpha_f$ (rd/s)	-0,0530	-0,9976	$\alpha_f$ (rd/s)	-0,0010	-0,9986
$\alpha_r$ (rd/s)	-0,0355	-0,9994	$\alpha_r$ (rd/s)	-0,0007	-0,9984

Tabela 3.7: Ganhos de regime permanente: modelo de pneu não linear s/ atraso.

Velocidade constante			Ângulo de esterçamento constante		
Entrada: ângulo de esterçamento (rd)			Entrada: velocidade (m/s)		
Saída	Ganho	Fator de Corr.	Saída	Ganho	Fator de Corr.
$a_y$ (m/s <sup>2</sup> )	4,4971	0,9956	$a_y$ (m/s <sup>2</sup> )	0,1059	0,9965
$q_5$ (rd)	0,0034	0,9755	$q_5$ (rd)	4,8214e-5	0,9712
$q_6$ (rd)	0,0185	0,9953	$q_6$ (rd)	0,0004	0,9969
$u_4$ (rd/s)	0,2277	0,9967	$u_4$ (rd/s)	0,0017	0,8487
$V_y$ (m/s)	-0,3625	-0,9899	$V_y$ (m/s)	-0,0269	-0,9518
$\beta$ (rd/s)	-0,0182	-0,9898	$\beta$ (rd/s)	-0,0009	-0,9985
$\alpha_f$ (rd/s)	-0,0531	-0,9974	$\alpha_f$ (rd/s)	-0,0010	-0,9986
$\alpha_r$ (rd/s)	-0,0357	-0,9993	$\alpha_r$ (rd/s)	-0,0007	-0,9984

Tabela 3.8: Ganhos de regime permanente: modelo de pneu não linear c/ atraso.

Como um importante resultado obtemos o pequeno grau de não linearidade do modelo com relação à entrada de esterçamento e um alto grau de acoplamento entre as variáveis e a velocidade longitudinal do veículo. O comportamento do modelo em regime permanente pode ser adequadamente descrito por relações lineares, levando-se em conta o acoplamento com relação à velocidade longitudinal. Para o projeto de sistemas de controle este resultado é muito interessante. Se a velocidade longitudinal for adotada como um parâmetro, pelo fato das características do modelo variarem de maneira linear, pode permitir a implementação de um tipo de controle adaptativo, por exemplo, como função da velocidade do veículo.

### 3.5.2. Envelope Para Análise de Controle Linear

A definição do termo envelope é apresentado por COSTA (1992). O conceito de envelope ( em inglês “flying envelope”) foi originado na área aeronáutica e se refere à faixa de operação de uma aeronave em função de sua velocidade, geralmente expressa como função da velocidade do som (“mach”), e a faixa de altitude que ela

cobre. Um conceito similar chamado de faixa de dirigibilidade (do inglês “driving range”) foi usado no campo automotivo e geralmente se refere às faixas de acelerações longitudinal e lateral e velocidade longitudinal nas quais o carro pode operar, dada uma determinada condição de pista.

Neste trabalho o conceito de envelope de dirigibilidade (“driving envelope”) será usado de uma maneira diferente onde a idéia é definir uma faixa de operação, ou um conjunto delas, onde condições de linearização sejam válidas, podendo ser usadas para análises e projetos de controle. A fim de determinar estas condições são analisadas as simulações de regime permanente e transiente.

As simulações de regime transiente são analisadas em comparação ao comportamento esperado de um sistema linear, resultante de análises dos autovalores/autovetores em determinados pontos de operação. A fim de também permitir comparações entre as várias representações lineares, ou seja, autovalores, autovetores e matrizes do sistema, em torno de diferentes pontos de operação, uma certa condição de operação é tomada como configuração de referência. A obtenção de modelo linearizado é discutida na próxima seção.

As simulações de regime permanente são usadas para obter as relações de ganho entre as várias variáveis de movimento e as entradas ou distúrbios. Neste caso é possível analisar o grau de acoplamento entre estas variáveis e quão linear é este acoplamento.

Os dois tipos de análises, quando consideradas em conjunto, permitem a definição de faixas de operação onde a representação linear do sistema é válida, e estudos posteriores, como redução da ordem do modelo e análise e projeto de sistemas ativos, torna-se possível.

### **3.6. Obtenção do Modelo Linearizado**

As análises do movimento transitório das simulações realizadas são baseadas na análise dos autovalores e autovetores das matrizes do sistema linearizado, determinadas em certas condições de operação.

O modelo não linear pode ser representado por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (3.16)$$

onde  $\mathbf{x}$  é o vetor de estados e  $\mathbf{u}$  é o vetor de entrada, que inclui as ações do motorista e os distúrbios externos. Através do cálculo do Jacobiano do sistema em um ponto de operação  $\mathbf{x}_o$ , dado por:

$$(J)_{ij} = \left. \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right|_{\mathbf{x}_o} \quad (3.17)$$

obtemos o sistema linear na forma :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} \end{aligned} \quad (3.18)$$

É realizada então uma análise dos autovalores de cada matriz  $\mathbf{A}$ , gerada pelo Jacobiano em várias condições de operação, de acordo com a manobra que foi executada.

Para cada condição de operação em conjunto com o tipo de pneu utilizado pelo modelo simulado origina-se uma matriz  $\mathbf{A}$ .

As matrizes provenientes da linearização foram originadas de acordo com o tipo de simulação envolvida, uma vez que para cada situação existe um tipo de matriz já que o sistema é linearizado em diversas condições de operação. A nomenclatura utilizada para as matrizes foi a mesma definida por COSTA (1992).

Por exemplo, quando o veículo se encontra a 10 m/s e é dada uma entrada degrau de esterçamento de 45 graus, no modelo não linear, foi gerada uma matriz  $\mathbf{A}$  que corresponde a esta condição e então temos a matriz **CLO14**. Combinando-se as várias condições de velocidade e esterçamento teremos várias matrizes que correspondem à linearização daquela determinada condição de operação do veículo.



O termo **CLO** corresponde a uma situação de “Cornering” com um modelo de pneu “Linear” onde não é considerado o atraso de tempo na formação das forças laterais do pneu, ou seja “withOut time delay”. Foram obtidas também matrizes para outros modelos que utilizem uma modelagem não linear dos pneumáticos, combinando-se também com o uso, ou não, do atraso de tempo na formação das forças laterais do pneu. As matrizes **CNW** descrevem as situações onde o modelo do pneu é não linear com atraso de tempo e o veículo está fazendo uma curva. As matrizes **LO** e **LW** descrevem o veículo andando em linha reta com modelo de pneu linear, sem e com o atraso de tempo na formação das forças laterais respectivamente. As matrizes **NO** e **NW** também descrevem o veículo andando em linha reta, mas com modelo de pneu não linear. Toda a modelagem realizada pode ser vista em COSTA (1992) e os aspectos principais serão descritos também no capítulo 3 desta dissertação. As matrizes **LO** e **CLO** têm dimensão 18x18, enquanto que as matrizes **LW** e **CLW** têm dimensão 22x22 (o atraso acrescenta quatro variáveis de estado ao sistema, correspondentes as forças laterais dos pneumáticos).

### 3.6.1. Análise dos Autovalores

Por questões de facilidade de análise dos autovalores e autovetores das várias matrizes, adotou-se como referência uma condição de operação onde o veículo está se locomovendo em linha reta, com uma velocidade de 20 m/s e com modelo de pneu linear. Dentro destas circunstâncias a análise dos autovalores da representação linear, em termos de frequências naturais e fatores de amortecimento é dada na tabela 3.5.

Através de comparações entre os modos apresentados, com relação ao modo da dinâmica lateral e da dinâmica vertical, e as simulações de esterçamento e distúrbios verticais da pista realizadas com o modelo não linear, são analisadas as características do sistema linearizado e a validade das respostas obtidas das simulações do modelo não linear.

### 3.6.1.1. Entrada de Esterçamento

A dinâmica lateral está relacionada com a capacidade do veículo de mudar de direção, mantendo a estabilidade direcional em várias condições de operação.

As características do modelo linear obtidas através da análise dos autovalores e autovetores são comparadas aos resultados das simulações de esterçamento.

Neste tipo de simulação a entrada dada ao sistema foi o esterçamento das rodas dianteiras. Os ângulos de esterçamento utilizadas foram de 10, 45 e 90 graus, nas rodas dianteiras, para velocidades de 10, 20 e 30 m/s. A entrada é uma entrada em degrau aproximada por uma parábola.

As variáveis de movimento que sofrem as maiores variações durante as manobras de esterçamento são: velocidade angular, velocidade lateral (ou ângulo de escorregamento lateral), aceleração lateral ângulo de rolagem e ângulo de escorregamento dos pneus.

Com o conhecimento da posição das variáveis de movimento relacionadas aos modos de dinâmica lateral no vetor de estados e sabendo-se que as características de estabilidade direcional do veículo são relacionadas aos autovalores da equação característica associada aos modos de dinâmica lateral, podemos observar se as variações dos modelo não linear e linear estão de acordo.

Os modos da dinâmica lateral são os mais afetados pelas variações das condições de operação. A quantidade de movimento que afeta os modos da dinâmica lateral mais significativamente é a velocidade longitudinal do veículo. A análise do Jacobiano do modelo não linear mostra que, para um veículo andando em linha reta, os modos da dinâmica lateral (velocidade angular e velocidade lateral) apresentam uma diminuição tanto na frequência natural como no fator de amortecimento com o aumento da velocidade. Para as velocidades longitudinais de 5 a 40 m/s, os autovalores, considerando-se os quatro tipos de modelos de pneus utilizados, são apresentados na tabela 3.10, na forma de frequência natural e fator de amortecimento.

A presença do atraso de primeira ordem na formação das forças laterais do pneu também afeta significativamente as frequências naturais e o fator de amortecimento. Portanto, são também apresentados os autovalores referentes aos

quatro estados adicionais para os modelos de pneu não linear. Entretanto, nota-se que para as maiores velocidades o efeito do atraso diminui, devido ao fato deste ser inversamente proporcional à velocidade, e o comportamento passa a ser parecido com o modelo sem o atraso.

Vel.	Linear s/ atraso		Linear c/ atraso		Não linear s/ atraso		Não linear c/ atraso	
	$\omega_n$	$\xi$	$\omega_n$	$\xi$	$\omega_n$	$\xi$	$\omega_n$	$\xi$
m/s	rd/s	-	rd/s	-	rd/s	-	rd/s	-
5,0	31,11	1,0	23,38	0,31	28,96	22,73	22,73	0,32
	22,57	1,0	19,39	0,48	23,62	19,80	19,80	0,46
			16,67	1,0 (2)		16,67	16,67	1,0 (2)
10,0	13,99	0,97	22,30	0,87	13,72	0,96	22,47	0,88
			22,31	0,65			20,36	0,65
			33,33	1,0 (2)			33,33	1,0 (2)
15,0	9,99	0,90	13,11	0,86	9,72	0,91	12,56	0,83
			38,76	0,99			39,57	0,99
			50,00	1,0 (2)			50,00	1,0 (2)
20,0	8,13	0,83	9,32	0,81	7,85	0,85	9,18	0,75
			58,88	1,0			59,71	1,0
			59,40	1,0			59,71	1,0
			66,67	1,0 (2)			66,67	1,0 (2)
40,0	5,80	0,59	6,10	0,57	5,47	0,61	6,30	0,49
			129,62	1,0			129,88	1,0
			130,16	1,0			130,56	1,0
			133,33	1,0 (2)			133,33	1,0 (2)
100,0	5,01	0,29					4,92	0,28
							333,33	1,0 (4)

Tabela 3.9: Variação dos autovalores em função da velocidade

### 3.6.1.2. Distúrbio vertical da pista

As simulações de distúrbio vertical da pista são comparadas às análises dos autovalores e autovetores do modelo linear, relacionados aos modos da dinâmica vertical do veículo, que são o modo de rolagem, arfagem e deslocamento vertical dos pneus.

Os distúrbios verticais da pista correspondem à passagem do veículo por obstáculos triangulares que variam de altura e que são chamados de “out-of-phase triangular bump” por estarem colocados de maneira que o veículo passe primeiro a roda esquerda e depois a roda direita pelo obstáculo, sendo que a distância entre eles é de 0.5m. Um desenho ilustrativo pode ser visto na figura 3.8. As velocidades utilizadas nas simulações são de 5, 10 e 15 m/s, onde para cada velocidade o veículo encontra obstáculos de 0,01, 0,05 e 0,1m de altura. Como o tempo gasto para percorrer cada obstáculo e a diferença de tempo em que as rodas encontram os obstáculos dependem da velocidade longitudinal de cada simulação.

Os outros dois tipos de simulações utilizados, rampa e perfil senoidal da pista, também são usados para analisar o comportamento do modelo em comparação com situações reais do veículo, onde as interações entre as frequências vibração das massas suspensa e não suspensas podem ser observadas tanto para os resultados das variáveis de movimento do chassi como das rodas.

Através das simulações, pode-se ver que para os modos da dinâmica vertical o comportamento da dinâmica transiente é praticamente imutável, quando se utiliza entradas de alturas diferentes com a mesma velocidade. As formas das respostas são praticamente iguais, a não ser pela diferença de magnitude das entradas. Quando são analisadas as respostas às entradas de mesma altura com velocidades diferentes, nota-se que, em termos de frequência de oscilação e fator de amortecimento, os resultados são praticamente os mesmos. Tal fato é também observado quando se analisa os autovalores do modelo linear, que não se alteram com a mudança da velocidade do veículo, significando que uma aproximação linear é válida para representar a dinâmica do mesmo.

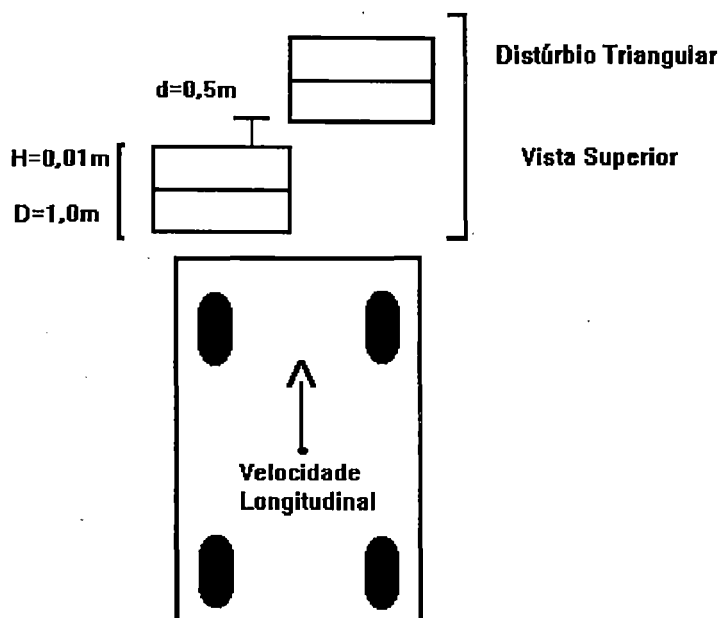


Figura 3.8: Vista Superior do distúrbio triangular da pista

### 3.6.1.3. Entradas de Aceleração e Frenagem

As entradas de aceleração e frenagem estão associadas ao desempenho do veículo. No caso do presente modelo, os estudos são prejudicados pela falta de modelos que representem o motor, a transmissão e o sistema de freios. Todavia, é possível obter características interessantes com relação ao comportamento global do veículo, levando-se em conta as interações entre o modo de dinâmica longitudinal e os outros modos.

Características relacionadas à estabilidade lateral do veículo, como a decréscimo da força vertical nos pneus dianteiros, diminuindo o “cornering coefficient”, e aumentando a tendência de um comportamento sobesterçante do veículo, podem ser verificadas. Outra característica que pode ser observada é a limitação das forças laterais dos pneus devido à utilização de grande parte da adesão para aceleração ou frenagem, limitando a faixa de operação segura do veículo com relação à velocidade longitudinal.

### 3.7. Conclusão

Este capítulo apresenta a formulação de um modelo não linear de veículo através de técnicas de modelagem MBS e também os resultados referentes às simulações do modelo, a fim de verificar sua validade em relação às situações reais de operação de um veículo.

O trabalho foi motivado pela necessidade de modelos que fossem capazes de representar o movimento completo do veículo.

O modelo MBS desenvolvido representa o veículo em termos de uma massa suspensa e quatro massa não suspensas, incorporando uma descrição geométrica da suspensão. O modelo consiste de cinco corpos com um total de dez graus de liberdade, ou correspondentemente, vinte estados. São utilizadas representações lineares dos pneus e das suspensões, onde não são assumidos os movimentos de rotação ou travamento das rodas. A modelagem foi obtida utilizando-se o pacote de modelagem SD/FAST e as simulações foram realizadas através da linguagem ACSL.

Extensas simulações são realizadas, tanto em situações de regime permanente como transiente, cobrindo uma grande faixa de operação de veículos, a fim de se determinar a utilidade do modelo desenvolvido e também obter faixas de operação onde a utilização de um modelo linearizado seja possível, permitindo o projeto e análise de sistemas de controle.

Dentre os resultados interessantes obtidos pode-se ressaltar, nas análises de regime transitório, a grande proximidade das respostas, em termos de fator de amortecimento e frequência natural, do modelo não linear com o modelo linearizado. Analisando-se as simulações de regime permanente obteve-se importantes resultados com relação ao pequeno grau de não linearidade e grande acoplamento das variáveis de dinâmica lateral do veículo com a velocidade longitudinal. Levando-se em conta que as variáveis de dinâmica lateral são as que mais sofrem alterações em função da velocidade, enquanto que as outras variáveis não sofrem grandes alterações, para o projeto de sistemas de controle estes resultados são muito interessantes. Se a velocidade longitudinal do veículo for adotada como um parâmetro adaptativo,

alterando os outros parâmetros do modelo de modo previsível, é possível construir-se algum tipo de controle adaptativo com função da velocidade do veículo.

As análises que envolvem a validação do modelo linearizado, neste capítulo, são somente de nível qualitativo. A fim de uma real comprovação da utilização do modelo linearizado torna-se necessária uma análise quantitativa do modelo linear. Nos próximos capítulos são apresentadas simulações com o modelo linearizado e também são discutidas as possibilidades da utilização de um modelo parametrizado em função da velocidade do veículo.

## **CAPÍTULO - 4**

# **ANÁLISE DO MODELO LINEAR**

### **4.1. Introdução**

Neste capítulo, são apresentados e discutidos aspectos do modelo linearizado obtido no capítulo 3. Foi realizada, no capítulo anterior, uma comparação qualitativa entre o modelo não linear e o modelo linearizado. A fim de obtermos uma real comprovação da utilidade e validade do modelo linear torna-se necessária uma análise quantitativa do mesmo.

Esta análise quantitativa corresponde a uma grande quantidade de simulações do modelo linear nos mesmos padrões das simulações realizadas para o modelo não linear, em que os resultados obtidos são comparados aos anteriores, de modo a comprovar as respostas do modelo às diversas entradas, tanto de distúrbios externos como de ações de comando do motorista.



Na seção 4.2., o modelo é apresentado na forma de espaço de estados. São descritas as variáveis de estado e as variáveis de controle do sistema, assim como as matrizes **A**, **B**, **C** e **D**. Na seção 4.3., são descritas as simulações do modelo linear e, na seção 4.4., os resultados são comparados àqueles obtidos das simulações realizadas com o modelo não linear.

## 4.2. Modelo na Forma de Espaço de Estados

O modelo, na forma de espaço de estados, foi obtido da linearização numérica das equações do sistema através de ferramentas existentes na linguagem ACSL. Conforme descrito anteriormente, o modelo não linear pode ser representado por:

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (4.1)$$

onde  $x$  é o vetor de estados e  $u$  é o vetor de entrada, que inclui as ações de comando do motorista e os distúrbios externos.

Com a definição das variáveis de controle  $u$  e das quantidades de saída  $y$ , pode-se obter o sistema na forma de espaço de estados:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (4.2)$$

As dimensões e os elementos das matrizes **A**, **B**, **C** e **D** serão posteriormente discutidos, ainda neste capítulo.

Como foi mencionado no capítulo anterior, foram obtidas várias matrizes que representam a planta (matriz **A**) do sistema, sendo uma para cada condição de operação na qual se encontra o veículo, dependendo ainda do modelo de pneu utilizado, conforme apresentado no item 3.6. do capítulo anterior.

#### 4.2.1. Elementos da Matriz A

O vetor de estados do sistema, de acordo como foi definida a modelagem do veículo, é composto pelas coordenadas generalizadas ( $q$ ), velocidades generalizadas ( $u$ ) e forças laterais dos pneus, quando o modelo que inclui o atraso de primeira ordem na formação das forças laterais do pneu é usado.

Temos então o vetor de estados  $x$  definido como:

$$\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \\ x6 \\ x7 \\ x8 \\ x9 \\ x10 \\ x11 \\ x12 \\ x13 \\ x14 \\ x15 \\ x16 \\ x17 \\ x18 \\ x19 \\ x20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q1 \\ q2 \\ q3 \\ q4 \\ q5 \\ q6 \\ q7 \\ q8 \\ q9 \\ q10 \\ u1 \\ u2 \\ u3 \\ u4 \\ u5 \\ u6 \\ u7 \\ u8 \\ u9 \\ u10 \end{bmatrix}$$

Figura 4.1: Variáveis de estados do modelo.

Onde em termos de coordenadas e velocidades generalizadas temos:

- $x1=q1$ : deslocamento longitudinal;
- $x2=q2$ : deslocamento lateral;
- $x3=q3$ : deslocamento vertical;
- $x4=q4$ : ângulo de guinada (“yaw angle”);
- $x5=q5$ : ângulo de arfagem (“pitch angle”);
- $x6=q6$ : ângulo de rolagem (“roll angle”);
- $x7=q7$ : deslocamento angular do braço de suspensão dianteiro esquerdo;
- $x8=q8$ : deslocamento angular do braço de suspensão dianteiro direito;
- $x9=q9$ : deslocamento angular do braço de suspensão traseiro esquerdo;
- $x10=q10$ : deslocamento angular do braço de suspensão traseiro direito;
- $x11=u1$ : velocidade longitudinal;
- $x12=u2$ : velocidade lateral;
- $x13=u3$ : velocidade vertical;
- $x14=u4$ : velocidade de guinada;
- $x15=u5$ : velocidade de arfagem;
- $x16=u6$ : velocidade de rolagem;
- $x17=u7$ : veloc. do desl. ang. do braço de susp. dianteiro esquerdo;
- $x18=u8$ : veloc. do desl. ang. do braço de susp. dianteiro direito;
- $x19=u9$ : veloc. do desl. ang. do braço de susp. traseiro esquerdo;
- $x20=u10$ : veloc. do desl. ang. do braço de susp. traseiro direito;

Quando o atraso das forças laterais é considerado, o vetor de estados passa a ter 24 variáveis, pois elas são em número de quatro e são colocadas em primeiro lugar, ou seja,  $x1$  passa a ser igual a  $f_{y1}$ ,  $x2=f_{y2}$ ,  $x3=f_{y3}$ ,  $x4=f_{y4}$ ,  $x5=q1$  e assim por diante.

Sendo o vetor de estados correspondente às coordenadas e velocidades generalizadas, a matriz A pode ser subdividida em duas submatrizes: uma contendo os coeficientes das equações das derivadas das coordenadas generalizadas e outra contendo os coeficientes das equações das derivadas das velocidades generalizadas.

A primeira é obtida das equações diferenciais cinemáticas e a segunda das equações diferenciais dinâmicas do sistema.

Pelo fato das equações das derivadas das coordenadas generalizadas serem lineares com relação às velocidades generalizadas (pelo modo que foram definidas) e pelo fato de a maioria das juntas, no presente modelo, serem de um grau de liberdade, tanto em translação como em rotação, podemos escrever a seguinte relação:

$$\dot{q}_i = u_i \quad (4.3)$$

Para a junta de 3 graus de liberdade, que é usada para representar a orientação da massa suspensa, temos a seguinte relação:

$$\begin{aligned} \dot{q}_4 &= u_4 + (u_5 s_6 + u_6 c_6) s_5 / c_5 \\ \dot{q}_5 &= u_5 c_6 - u_6 s_6 \\ \dot{q}_6 &= u_6 c_6 / c_5 + u_5 s_6 \end{aligned} \quad (4.4)$$

onde  $s_i$  e  $c_i$  correspondem a  $\text{sen}(q_i)$  e  $\text{cos}(q_i)$  respectivamente.

Entretanto, para situações onde os ângulos de rolagem e arfagem são pequenos podemos fazer uma aproximação onde  $s_i = q_i$  e  $c_i = 1$ . Deste modo o Jacobiano resultante das equações diferenciais cinemáticas é a matriz identidade.

Podemos então dividir a matriz  $A$  em quatro submatrizes, conforme indicado na figura 4.2. As submatrizes  $A_{11}$  e  $A_{12}$  correspondem aos coeficientes das equações das derivadas das coordenadas generalizadas e as matrizes  $A_{21}$  e  $A_{22}$  correspondem aos coeficientes das equações das derivadas das velocidades generalizadas. De acordo com as definições anteriores sobre as equações cinemáticas, a submatriz  $A_{11}$  é nula e a submatriz  $A_{12}$  é uma matriz identidade, quando o número de coordenadas generalizadas é igual ao número de velocidades generalizadas. Quando esse fato não é verdadeiro (como no caso do presente trabalho, em que as variáveis  $q_1$  e  $q_2$  foram eliminadas do vetor de estados, por serem acopladas a  $u_1$  e  $u_2$ ) as linhas ou colunas apropriadas são preenchidas por zeros.

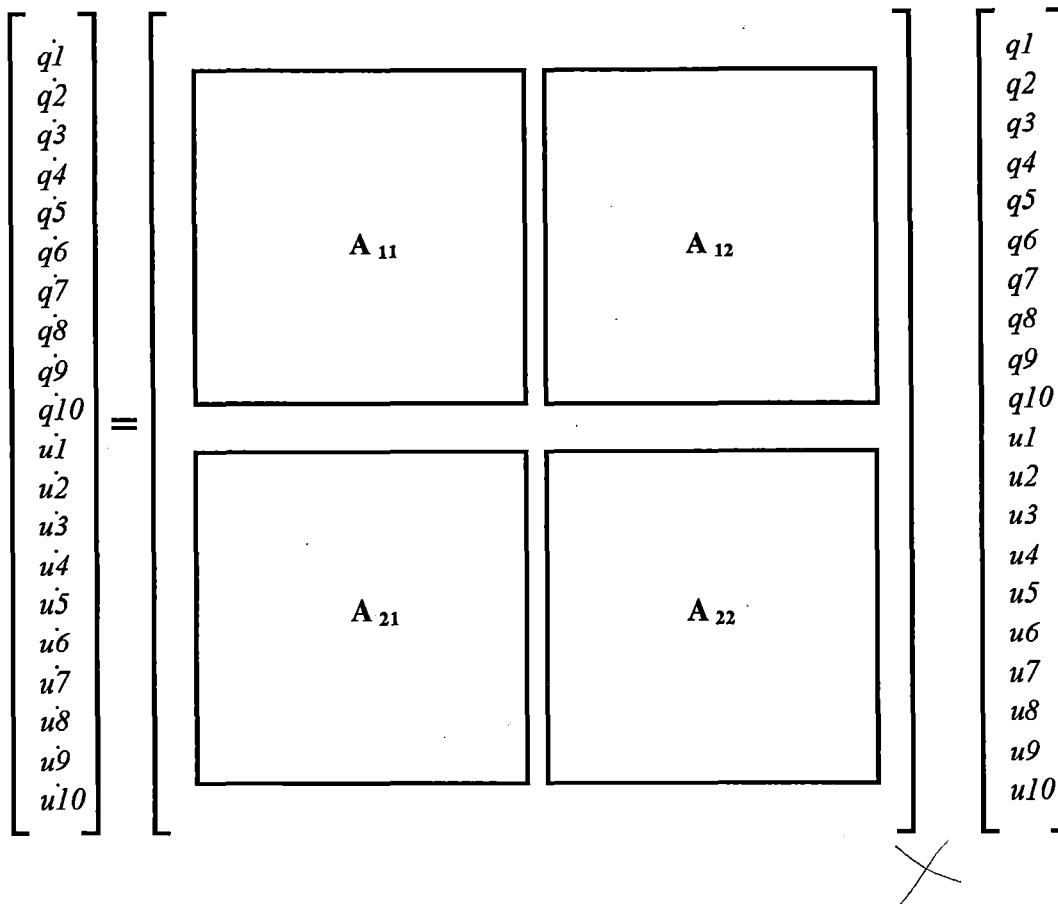


Figura 4.2: Representação da Matriz A e suas subdivisões.

Originalmente, conforme apresentado na figura 4.1, o modelo possuía 20 variáveis de estado. Uma redução da ordem do modelo foi feita eliminando-se as variáveis  $q_1$  e  $q_2$ . Estas duas variáveis foram eliminadas do vetor de estados por serem obtidas por integração pura, ou seja, por resultarem da integração das variáveis  $u_1$  e  $u_2$ , respectivamente.

As submatrizes  $A_{21}$  e  $A_{22}$  se referem às equações das derivadas das velocidades generalizadas. Elas podem ainda serem subdivididas de modo a analisar as seis primeiras linhas, que correspondem aos seis graus de liberdade da massa suspensa. As três primeiras linhas correspondem aos termos de acelerações de translação, enquanto que as três restantes correspondem às acelerações angulares. As quatro linhas restantes correspondem às acelerações angulares dos braços em forma de pêndulo que representam a suspensão. Estas subdivisões serão de grande utilidade

para as discussões apresentadas no capítulo 5, onde se averigua a possibilidade de se obter uma matriz do sistema parametrizada, facilitando as análises realizadas.

Estas subdivisões foram sugeridas para facilitar as análises qualitativas realizadas com as várias matrizes do sistema a fim de comparar e diagnosticar a influência da variação da velocidade longitudinal do veículo na matriz da planta do sistema.

#### 4.2.2. Matrizes B, C e D

A matriz **B** do sistema na forma de espaço de estados tem dimensão igual ao número de estados pelo número de entradas. Quando o modelo de pneu que inclui a dinâmica de atraso na formação das forças laterais dos pneus é utilizado, a matriz **B** tem dimensão  $22 \times 17$ , caso contrário, a dimensão é de  $18 \times 17$ . As entradas consideradas são em número de 17 e correspondem aos esterçamentos de todas as rodas, às forças de tração nas quatro rodas, às forças atuadoras em todos os quatro braços de suspensão, aos distúrbios verticais nas rodas e aos distúrbios aerodinâmicos na massa suspensa.

A matriz **C** depende da mensurabilidade dos estados e da definição das variáveis que correspondem à saída do sistema. Como foi assumida observabilidade total, a matriz **C** tem dimensão  $18 \times 18$  ou  $22 \times 22$ , conforme explicado anteriormente.

A matriz **D** é uma matriz nula pois nenhuma saída depende diretamente das entradas do sistema, possuindo dimensão  $18 \times 18$  ou  $22 \times 22$ , conforme o caso.

### 4.3. Simulação do Modelo Linear

As simulações realizadas com o modelo foram obtidas através de ferramentas disponíveis no “software” MATLAB (versão 4.2). O MATLAB é um “software” de computação numérica principalmente voltado ao cálculo de sistemas matriciais. Os dados básicos, a serem utilizados nos cálculos, são elementos de matrizes que não necessitam serem dimensionadas.

As simulações com o modelo linearizado são realizadas a fim de comprovar a utilidade do mesmo como uma representação do veículo em condições de operações reais.

As manobras simuladas foram iguais às das simulações do modelo não linear, a fim de se ter uma base para comparações dos resultados obtidos. No presente trabalho, foram somente realizadas simulações de regime transiente, sendo estas de quatro tipos:

- 1- entrada de esterçamento;
- 2- distúrbios verticais da pista;
- 3- distúrbios aerodinâmicos;
- 4- aceleração;

A resposta de sistemas na forma de espaço de estados é dada pelas equações:

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t} \mathbf{x}_o + \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (4.5)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} e^{\mathbf{A}t} \mathbf{x}_o + \mathbf{C} e^{\mathbf{A}t} \int_0^t e^{-\mathbf{A}\tau} \mathbf{B} \mathbf{u}(\tau) d\tau + \mathbf{D} \mathbf{u}(t) \quad (4.6)$$

Os cálculos foram realizados através do comando LSIM, presente no MATLAB, que calcula a resposta de sistemas na forma de espaço de estados. O comando LSIM obtém a resposta temporal do sistema utilizando-se do sistema discretizado:

$$\mathbf{x}[n+1] = \mathbf{A} \mathbf{x}[n] + \mathbf{B} \mathbf{u}[n] \quad (4.7)$$

Entretanto, quando este comando é usado, o vetor de entradas  $\mathbf{u}$  deve ser transformado em uma matriz em que as colunas correspondem às entradas e as linhas correspondem aos valores de cada entrada para cada instante de tempo. Portanto, a matriz  $\mathbf{U}$  deve ter o número de colunas iguais ao número de entradas, sendo que cada

linha corresponde a um novo instante de tempo, de modo que a entrada seja discretizada.

As matrizes e entradas utilizadas em cada uma das simulações são descritas a seguir.

#### **4.3.1. Entrada de Esterçamento**

Neste tipo de simulação, a entrada dada ao sistema foi o esterçamento das rodas dianteiras, de maneira semelhante à descrita para as simulações do modelo não linear, com ângulos de 10, 45 e 90 graus. O esterçamento consiste de uma entrada degrau nos referidos valores e o tempo de duração analisado para o período transitório é de três segundos.

A entrada de esterçamento é gerada no MATLAB como uma matriz  $U$  de dimensão  $61 \times 17$ , em que cada coluna corresponde a uma entrada e cada linha corresponde à variação do valor de entrada em função do tempo. O tempo de duração utilizado para as simulações foi definido como sendo de 0 a 3 segundos, adotando-se um incremento de tempo de 0,05s. Obtém-se, portanto, 61 pontos que correspondem às linhas da matriz  $U$ . A entrada utilizada na forma de degrau tem o valor correspondente ao esterçamento de cada simulação.

Como o esterçamento foi assumido somente nas rodas dianteiras, apenas as duas primeiras colunas da matriz  $U$  foram usadas para fornecer as entradas das simulações.

As grandezas analisadas foram, conforme o previsto nas simulações do modelo não linear, aquelas que sofrem as maiores e mais significativas variações durante as manobras de esterçamento e que são definidas como variáveis de estado do modelo: velocidade de guinada ( $u4$ ), velocidade lateral ( $u2$ ) e ângulo de rolagem ( $q\phi$ ).

Os gráficos referentes às respostas das grandezas mencionadas, assim como o gráfico da entrada, para cada condição de operação simulada, são apresentados no apêndice A.



Para melhor compreensão e visualização das condições de operação e das matrizes usadas em cada uma das simulações, é fornecida a tabela 4.1.

Conforme se pode observar, as simulações foram realizadas com dois tipos de matrizes: matrizes **CLO** e matrizes **CNW**.

Para as simulações de cada ângulo de esterçamento com a respectiva velocidade longitudinal foram usadas as matrizes correspondentes à linearização nas mesmas condições de operação. Por exemplo, para simulações onde a velocidade é de 10 m/s e o ângulo de esterçamento é de 45 graus, a matriz **A** utilizada foi a matriz **CLO14**, no caso de pneu linear sem atraso na formação das forças laterais, e a matriz **CNW14**, no caso de pneu não linear com atraso. As matrizes **U**, de entrada, são as mesmas para os dois modelos de pneu utilizados, enquanto que as matrizes **B**, **C** e **D** diferem pelo fato dos dois modelo terem dimensões e variáveis de estados que não são iguais.

MATRIZ	A	B	C	D	T	U
--------	---	---	---	---	---	---

Matrizes **CLO** das simulações de esterçamento

$V_x=10\text{m/s}$	<b>CLO11</b>						
$V_x=20\text{m/s}$	<b>CLO21</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>t</b>	<b>U10</b>	$\delta=10^\circ$
$V_x=30\text{m/s}$	<b>CLO31</b>						

$V_x=10\text{m/s}$	<b>CLO14</b>						
$V_x=20\text{m/s}$	<b>CLO24</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>t</b>	<b>U45</b>	$\delta=45^\circ$
$V_x=30\text{m/s}$	<b>CLO335</b>						$\delta=35^\circ$

$V_x=10\text{m/s}$	<b>CLO19</b>						
$V_x=20\text{m/s}$	-	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>t</b>	<b>U90</b>	$\delta=90^\circ$
$V_x=30\text{m/s}$	-						

Matrizes CNW das simulações de esterçamento

$V_x=10\text{m/s}$	<b>CNW11</b>							
$V_x=20\text{m/s}$	<b>CNW21</b>	<b>BWL2T</b>	<b>CWT</b>	<b>DW</b>	<b>t</b>	<b>U10</b>	$\delta=10^\circ$	
$V_x=30\text{m/s}$	<b>CNW31</b>							
$V_x=10\text{m/s}$	<b>CNW14</b>							
$V_x=20\text{m/s}$	<b>CNW24</b>	<b>BWL2T</b>	<b>CWT</b>	<b>DW</b>	<b>t</b>	<b>U45</b>	$\delta=45^\circ$	
$V_x=30\text{m/s}$	<b>CNW335</b>						$\delta=35^\circ$	
$V_x=10\text{m/s}$	<b>CNW19</b>							
$V_x=20\text{m/s}$	-	<b>BWL2T</b>	<b>CWT</b>	<b>DW</b>	<b>t</b>	<b>U90</b>	$\delta=90^\circ$	
$V_x=30\text{m/s}$	-							

Tabela 4.1: Matrizes utilizadas nas simulações de esterçamento

#### 4.3.2. Distúrbios Verticais da Pista

Para as simulações de análise da dinâmica vertical do veículo, os valores e características dos distúrbios das simulações do sistema não linear são mantidas. Entretanto, somente foram realizadas simulações dos distúrbios de pista triangulares. Esse tipo de distúrbio corresponde à passagem do veículo por obstáculos de forma triangular, que variam de altura e que são conhecidos como “out-of-phase triangular bump”, por estarem em uma disposição em que o veículo passa primeiro com a roda esquerda e posteriormente com a roda direita pelo obstáculo (figura 3.8). A distância entre o primeiro e o segundo obstáculo é de 0,5 m. As velocidades utilizadas nas simulações são de 5, 10 e 15 m/s, onde para cada velocidade são usados obstáculos de três alturas diferentes : 0,01 , 0,05 e 0,1 m.

O tempo gasto para percorrer o obstáculo a cada instante de tempo depende de cada condição de velocidade do veículo. Portanto, a fim de se obter a matriz de entrada (U) para a simulação devemos transformar o distúrbio do domínio do espaço

para o domínio do tempo, uma vez que a matriz  $U$  deve ser colocada em função do tempo quando o comando LSIM é utilizado.

A descrição do perfil de entrada é, então, transformada do domínio do espaço para o domínio do tempo. Por exemplo, se o obstáculo a ser encontrado é de 1m de comprimento e o veículo está a uma velocidade de 10m/s, o veículo demorará 0,1s para percorrer todo o obstáculo. Se a distância inicial, para encontrar o primeiro obstáculo, é de 2,5m, o veículo demorará 0,25s para atingir o início do obstáculo. O tempo gasto pelo veículo em cada um destes casos depende da velocidade longitudinal e portanto, para cada caso de simulação, novos cálculos no domínio do tempo devem ser feitos.

Para cada condição de simulação foi gerado um vetor que correspondia à entrada do obstáculo triangular em cada roda, que era colocado nas colunas correspondentes às entradas de deslocamento na matriz  $U$ .

O cálculo de um vetor de entrada pode ser visto a seguir.

Nesta situação adotada como exemplo, a velocidade do veículo é de 5m/s e a altura do obstáculo é de 0,01m. Como o comprimento do obstáculo é de 1m e ele se encontra a 2,5m de distância da posição inicial do veículo, o tempo gasto para chegar no obstáculo é de 0,5s e o tempo gasto para transpassá-lo é de 0,1s (para  $v=5\text{m/s}$ ).

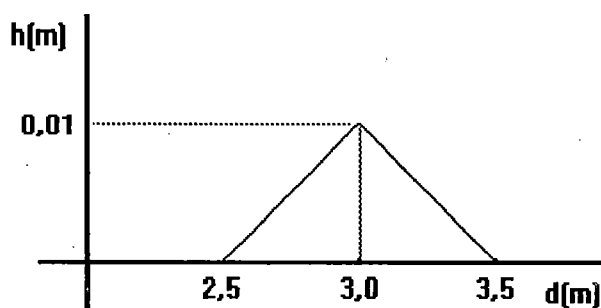


Figura 4.3: Distúrbio triangular no domínio do espaço

A entrada fica então na forma:

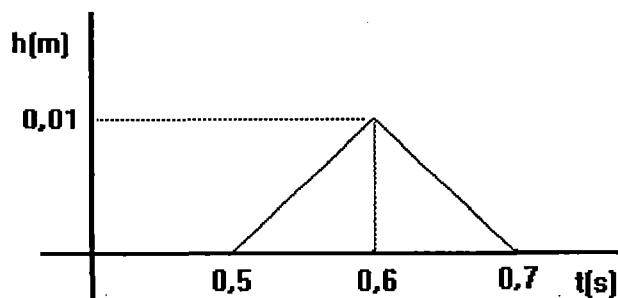


Figura 4.4: Distúrbio triangular no domínio do tempo

As grandezas analisadas neste tipo de simulação foram: ângulo de rolagem ( $q_6$ ), ângulo de arfagem ( $q_5$ ), deslocamento angular da suspensão ( $q_7$  e  $q_9$ ) e deslocamento vertical da massa suspensa ( $q_3$ ). Como as respostas analisadas não dependem das forças laterais dos pneus, as simulações foram feitas somente com as matrizes **LO**, que descrevem as relações matemáticas quando o veículo está se movimentando em linha reta e o modelo de pneu é linear.

As matrizes utilizadas em cada situação podem ser vistas na tabela 4.2. As matrizes **RZIN** são as matrizes de entrada para cada condição de altura e velocidade das simulações. Por exemplo, a matriz **RZIN051** corresponde ao distúrbio cuja altura é de 0,01m e a velocidade do veículo é de 5 m/s. Os dois primeiros algarismos do número no final de cada nomenclatura das matrizes de entrada correspondem à velocidade longitudinal do veículo (5, 10 ou 15 m/s). O último algarismo corresponde a altura do obstáculo, sendo que o número 1 é a primeira altura utilizada para cada velocidade, ou seja, 0,01m. Os números 2 e 3 correspondem às alturas de 0,05 e 0,1 respectivamente.

MATRIZ	A	B	C	D	T	U
--------	---	---	---	---	---	---

#### Matrizes das simulações de distúrbio vertical da pista

$V_x=5\text{m/s}$	LO5	B	C	D	tempo	RZIN051	$h=0,01\text{m}$
						RZIN052	$h=0,05\text{m}$
						RZIN053	$h=0,1\text{m}$

$V_x=10\text{m/s}$	LO10	B	C	D	tempo	RZIN101	$h=0,01\text{m}$
						RZIN102	$h=0,05\text{m}$
						RZIN103	$h=0,1\text{m}$

$V_x=15\text{m/s}$	LO15	B	C	D	tempo	RZIN151	$h=0,01\text{m}$
						RZIN152	$h=0,05\text{m}$
						RZIN153	$h=0,1\text{m}$

Tabela 4.2: Matrizes utilizadas nas simulações de distúrbio vertical

#### 4.3.3. Distúrbios Aerodinâmicos

A resposta do veículo às entradas aerodinâmicas são analisadas através da simulação de uma rajada de vento lateral. O modelo de vento lateral é representado por uma entrada de pulso quadrado de amplitudes de 3,54 , 7,08, 10,62 e 15,16m/s, para uma velocidade do veículo de 40m/s. A duração do degrau é de 2s. Os resultados analisados incluem a velocidade de guinada, a velocidade lateral e o ângulo de rolagem.

Para as simulações de incidência de vento lateral foi usada somente a matriz LO40, que descreve as relações quando o veículo se locomove em linha reta com uma velocidade de 40 m/s. As matrizes de entrada são as matrizes UW e cada número usado na nomenclatura corresponde a uma velocidade do vento lateral, conforme pode ser observado na tabela 4.3.

MATRIZ	A	B	C	D	T	U
--------	---	---	---	---	---	---

$V_x=40\text{m/s}$	LO40	B	C	D	t1	UW1	$V_v=3,7$
						UW2	$V_v=7,0$
						UW3	$V_v=10$
						UW4	$V_v=15$

Tabela 4.3: Matrizes utilizadas nas simulações de distúrbio aerodinâmico.

#### 4.3.4. Aceleração

As simulações de aceleração são usadas para diagnosticar o comportamento das grandezas relacionadas à dinâmica longitudinal do veículo. A aceleração do veículo é proporcionada pela ação de forças que são utilizadas como entradas aplicadas às rodas na direção longitudinal. Estas entradas representam, de uma maneira aproximada, o sistema de tração do veículo, pois os modelos matemáticos do motor e transmissão não estão presentes no modelo do veículo utilizado.

A entrada de aceleração utilizada é aplicada às rodas traseiras, tendo as forças nas duas rodas valores iguais a 4.000 N, o que proporciona ao veículo uma aceleração de 0,5g. Uma rampa de duração de 0,5 segundos até a entrada em degrau representa os atrasos envolvidos na resposta do sistema de tração.

As matrizes utilizadas neste tipo de simulação são dadas na tabela 4.19.

MATRIZ	A	B	C	D	T	U
--------	---	---	---	---	---	---

$V_x=40\text{m/s}$	LO20	B	C	D	tt	Ut	$f_x=4.000$
--------------------	------	---	---	---	----	----	-------------

Tabela 4.4: Matrizes utilizadas nas simulações de aceleração.

#### 4.4. Comparação entre as Simulações: Linear x Não Linear

No trabalho de COSTA (1992), foram realizadas comparações entre os resultados das simulações de regime transiente e os autovalores do sistema linear, nos pontos de operação correspondentes. Destas análises foram validadas as respostas das simulações realizadas com o modelo não linear, em função da existência de resultados de análises de autovalores/autovetores de modelos mais simples, que são usados pelos fabricantes de veículos e que foram previamente por eles validados.

Com a comprovação da validade dos autovalores obtidos para cada condição de operação do veículo, ainda torna-se necessário, para a validação do modelo linearizado, uma comparação quantitativa das respostas obtidas das simulações do mesmo. Para tanto são realizadas comparações dos resultados das simulações dos modelos linear e não linear com a finalidade de podermos afirmar que o modelo linear obtido é uma boa representação do veículo.

Como uma primeira análise, foram realizadas simulações com a matriz tomada como condição de referência, ou seja, com a matriz **LO20**. As simulações foram feitas para os três tipos de entradas (esterçamento, dist. vertical e dist. aerodinâmico) e os resultados foram analisados em relação às simulações do modelo não linear e aos autovalores apresentados na tabela 3.5, no capítulo 3. As simulações e os gráficos que são apresentados neste capítulo são os mesmos que foram tomados como referência por COSTA (1992), para efeito de comparação e também de ilustração dos principais resultados.

Todos os demais gráficos, relativos às simulações do modelo linear, são apresentados no apêndice A deste trabalho e as comparações são feitas com os resultados apresentados nos apêndices do trabalho desenvolvido por COSTA (1992). A seguir são mostrados alguns gráficos do modelo não linear juntamente com os resultados obtidos para o modelo linearizado.

Inicialmente, as respostas analisadas foram relativas às variáveis de estado correspondentes às principais grandezas relacionadas ao tipo de simulação realizada. Esta primeira análise foi realizada a fim de checar de uma maneira mais rápida quais matrizes poderiam ser utilizadas como representação do modelo linear.

Posteriormente, em algumas simulações, as variáveis obtidas foram utilizadas de modo a obter outras grandezas não presentes no vetor de estados, para uma melhor análise do comportamento do modelo. É o caso observado para as simulações de esterçamento, em que são obtidas as forças laterais dos pneus, a aceleração lateral do veículo, o ângulo de escorregamento dos pneus ( $\alpha$ ) e o ângulo de escorregamento lateral do veículo ( $\beta$ ).

#### 4.4.1. Simulações de Esterçamento

Conforme citado anteriormente, as grandezas analisadas para este tipo de simulação são: velocidade de guinada<sup>1</sup>, ângulo de rolagem (“roll”) e velocidade lateral do veículo, que correspondem às variáveis de estados  $x4$ ,  $x6$  e  $x12$ , respectivamente.

Uma importante observação no que diz respeito às grandezas apresentadas é a seguinte: na representação MBS do modelo topológico do veículo, as grandezas de translação do chassis referem-se a movimentos absolutos, isto é, em relação ao referencial inercial e são expressas em relação a este mesmo referencial. Na dinâmica de veículos é comum expressar essas grandezas num referencial móvel, fixo ao chassis. Quando os modelos linearizados foram obtidos, os estados resultantes relativos às grandezas de translação mencionadas, correspondem às grandezas expressas no referencial inercial.

Como a relação matemática que associa estas grandezas nos dois referenciais, a matriz dos cossenos diretores, é não linear para grandes movimentos, o que ocorre principalmente para rotações em torno do eixo z, não é possível, somente com a matriz **C**, obter as velocidades de translação do chassis expressas no referencial local. Deste fato é que se originam as discrepâncias observadas nas grandezas translacionais, especialmente na velocidade lateral do modelo linearizado. Uma possível solução para este problema seria redefinir uma nova topologia, onde as juntas de translação fossem definidas em relação ao referencial móvel, ou ainda, obter as saídas através das

---

<sup>1</sup> Nos gráficos, a velocidade de guinada está expressa como velocidade angular do veículo. Esta nomenclatura está presente em todas as simulações dos modelos linear e parametrizado.



expressões não lineares que relacionam os dois referenciais, solução adotada neste trabalho.

Primeiramente, são apresentadas as respostas do modelo linear com a matriz **LO20**, com entradas de 10 e 45 graus de esterçamento. Para todos os tipos de simulações envolvidas neste trabalho, as primeiras simulações foram realizadas com a matriz **LO20**, devido ao fato de ter sido escolhida como condição de referência. Apesar de a matriz **LO20** ter sido gerada na linearização do modelo não linear quando este se locomovia em linha reta, nada impede que usemos esta matriz para simulações de esterçamento, uma vez que os autovalores das matrizes **LO** estão muito próximos aos autovalores da matriz **CLO** para condições de velocidade iguais a 20m/s. O resultados apresentados nas figuras 4.5 e 4.6, juntamente com as tabelas dos autovalores apresentadas no apêndice C, demonstram esta posição.

Esta situação é explicada pelo fato do comportamento dinâmico de um veículo não ser alterado em função de seu ângulo de guinada. Quando o veículo é esterçado, ocorre somente pequenas alterações nas condições de operação de arfagem, rolagem e nos elementos da suspensão, como pode ser visto pelo fato dos autovalores das matrizes linearizadas nas duas condições (linha reta/realizando curva) serem muito próximos.

Analisando-se as figuras 4.5 e 4.6 com relação às figuras 4.9 e 4.10 observa-se que os comportamentos dos modelos linear e não linear são muito parecidos. Os valores e formas para o ângulo de rolagem e velocidade de guinada são praticamente idênticos, comprovando as análises anteriores sobre os autovalores. As maiores diferenças são observadas com relação à velocidade lateral, principalmente quando o ângulo de esterçamento é de 45 graus.

Os resultados confirmam uma boa aproximação das respostas do modelo linearizado, na condição de referência, permitindo vislumbrar a utilização do modelo linear como representação matemática do comportamento dinâmico do veículo utilizado. Entretanto, há diferenças entre os resultados das velocidades laterais. Este fato é discutido um pouco mais adiante, uma vez que ocorreu também para as simulações com as matrizes **CLO**, apresentadas a seguir.

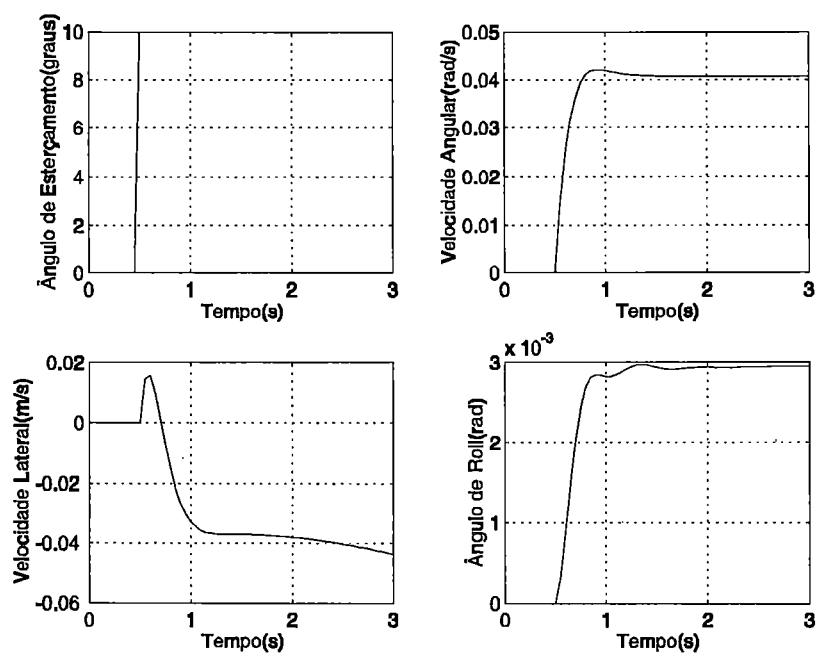


Figura 4.5: Resposta de LO20 ao esterçamento de 10 graus.

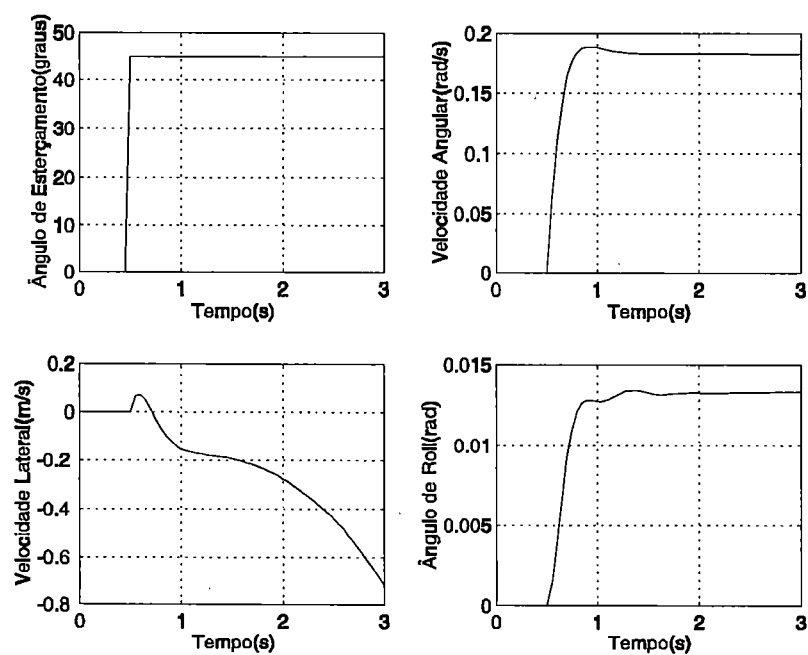


Figura 4.6: Resposta de LO20 ao esterçamento de 45 graus.

Após as simulações com a matriz **LO20**, foram analisadas as respostas de simulações realizadas com as matrizes **CLO**, que são apresentadas no apêndice A, figuras A.1 até A.6.

As condições de velocidade igual a 20 m/s e ângulos de esterçamento iguais a 10 e 45 graus são representadas pelas matrizes **CLO21** e **CLO24**, respectivamente, sendo, portanto, apresentadas as simulações realizadas com essas duas matrizes.

Comparando-se as respostas obtidas com os resultados fornecidos por COSTA (1992), novamente verifica-se uma grande semelhança, tanto nas formas quanto nos valores das respostas, principalmente para os ângulos de rolagem e velocidade de guinada, em todas as condições de operação. Conforme mencionado anteriormente, as simulações com ângulos de esterçamento iguais a 10 graus proporcionam melhores resultados, com relação à velocidade lateral, que àqueles com esterçamentos iguais a 45 e 90 graus, para todas as condições de velocidade. O grande complicador é realmente a definição das grandezas de translação do chassis (posições e velocidades) serem expressas no referencial inercial, o que ocasiona as discrepâncias entre o modelo linearizado e o não linear, à medida que o carro muda de atitude e a diferença entre as velocidades expressas nos dois referenciais começa a se acentuar. Esta situação é comprovada pelo fato que mesmo para velocidades mais baixas, quanto maior o ângulo de esterçamento, portanto maior mudança de atitude para o mesmo intervalo de tempo, maior é a diferença entre os resultados. Estas conclusões são obtidas observando-se os gráficos apresentados no apêndice A.

Além das grandezas apresentadas nas figuras 4.5 a 4.10, as figuras A1 a A6 do apêndice A contêm os gráficos da velocidade longitudinal, da força lateral dos pneus, do ângulo de escorregamento dos pneus ( $\alpha$ ) e da aceleração lateral do veículo. Entretanto estes valores foram obtidos através de relações simplificadas, geralmente usadas em modelos planos de veículos, uma vez que estas grandezas não podem ser obtidas diretamente do vetor de saída  $y$  do modelo, pelo modo que este vetor foi definido na linearização do modelo não linear original. Análises destes gráficos nos permitem uma melhor compreensão do comportamento observado para os modelos linearizados, e também uma melhor comparação com o modelo não linear.

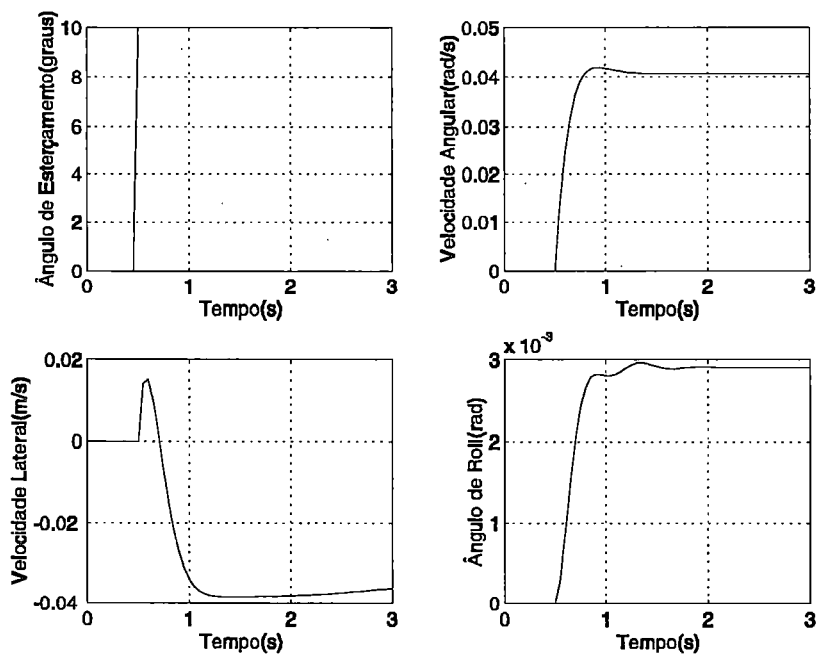


Figura 4.7: Resposta de **CLO21** ao esterçamento.

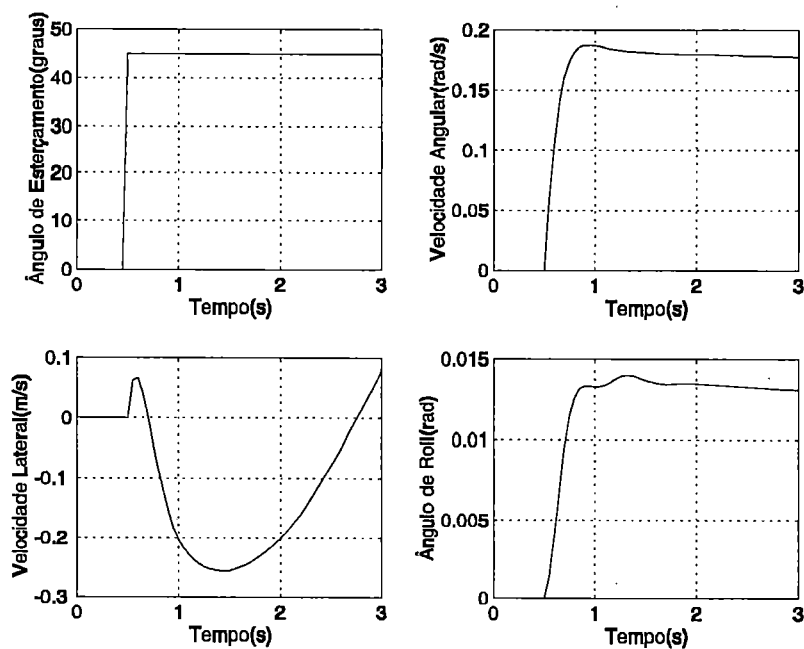


Figura 4.8: Resposta de **CLO24** ao esterçamento.

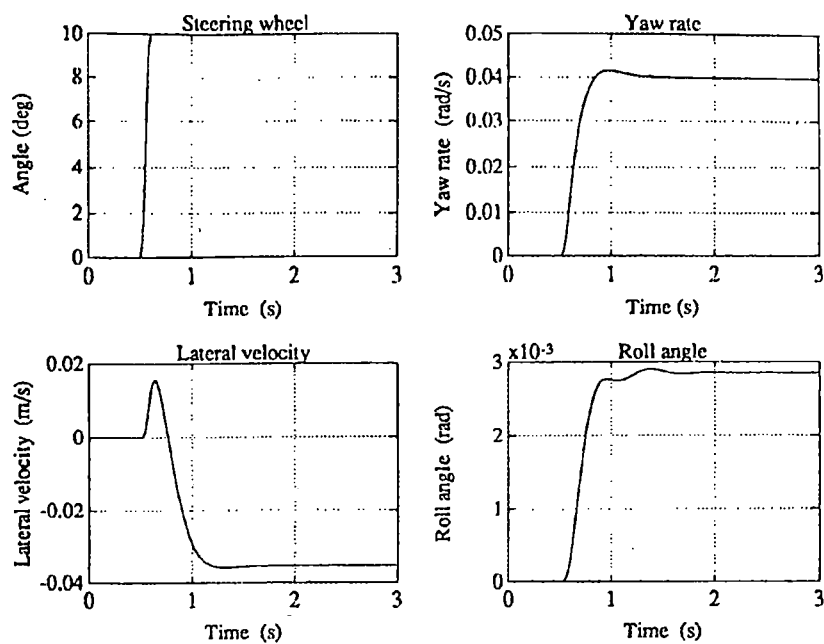


Figura 4.9: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 10 graus.

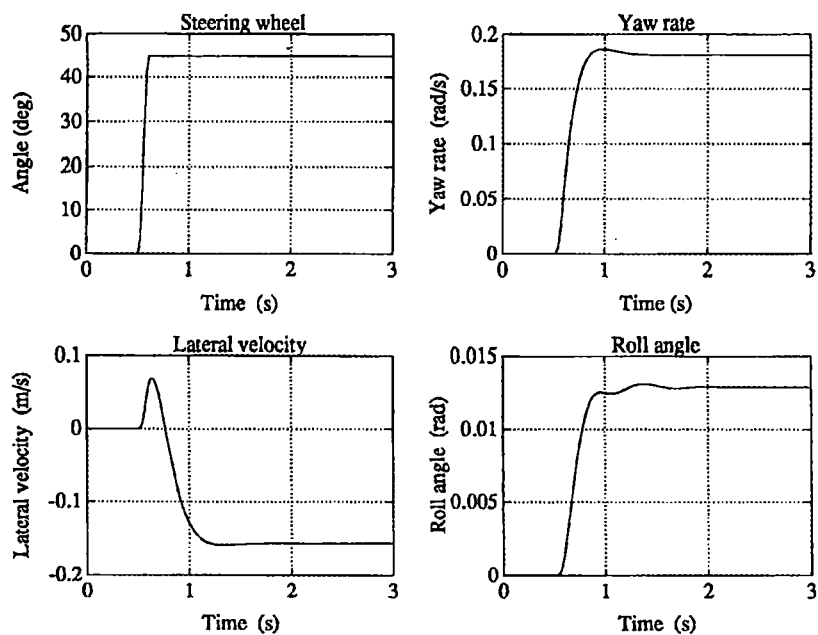


Figura 4.10: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45 graus.

Para o modelo de pneu utilizado, as forças laterais são dadas por:

$$f_{yf} = C_{fe} \cdot \alpha_f \quad (4.8)$$

$$f_{yr} = C_{re} \cdot \alpha_r \quad (4.9)$$

e os ângulos de escorregamento lateral dianteiro ( $\alpha_f$ ) e traseiro ( $\alpha_r$ ) são dados por:

$$\alpha_f = Tg^{-1} (\beta_v - \delta_1 + L_1 \cdot \omega_z / V_x) \quad (4.10)$$

$$\alpha_r = Tg^{-1} (\beta_v - \delta_2 - L_2 \cdot \omega_z / V_x) \quad (4.11)$$

onde  $\delta_1$  e  $\delta_2$  são os ângulos de esterçamento das rodas dianteiras e traseiras,  $L_1$  e  $L_2$  são as distâncias dos eixos dianteiro e traseiro ao C.G. do veículo e  $\omega_z$  é a velocidade de guinada do veículo.

Entretanto, o ângulo de escorregamento lateral ( $\beta_v$ ) usado é o do veículo quando o correto seria utilizar o ângulo de escorregamento lateral dos pneus, como no caso do modelo não linear. Isto não foi possível devido ao fato de que as velocidades longitudinal e lateral dos pneus não são fornecidas pelo modelo linear.

Neste tipo de modelo, a força lateral do veículo, utilizada para o cálculo da aceleração lateral é dada por:

$$F_y = f_{yf} + f_{yr} \quad (4.12)$$

onde:

$$a_y = F_y / M \quad (4.13)$$

Alguns resultados importantes, que indicam uma boa aproximação do modelo linear como representação matemática do comportamento real do veículo, puderam ser observados.

Como os melhores resultados foram observados nas respostas para ângulo de esterçamento igual a 10 graus, uma primeira análise é feita baseada nas figuras A1, A4 e A6, que correspondem às respostas dos modelos contendo as matrizes **CLO11**, **CLO21** e **CLO31**, respectivamente. Para estes casos, os modelos lineares foram

capazes de reproduzir de maneira muito próxima o comportamento do modelo não linear.

Quando um veículo é esterçado em baixa velocidade ( $V_x=10$  m/s), o ângulo de escorregamento lateral do veículo ( $\beta_v$ ) é positivo, de maneira a diminuir o ângulo de escorregamento das rodas e conseqüentemente as forças laterais dos pneus, a fim de manter a estabilidade do veículo. Para maiores velocidades (20 e 30 m/s), o ângulo  $\beta_v$  deve ter valor negativo de modo a aumentar o ângulo de escorregamento dos pneus, aumentando as forças laterais dos pneus, para que o veículo possa realizar o esterçamento. Esta variação do ângulo  $\beta_v$  do veículo é observada no comportamento da velocidade lateral. Para  $V_x=10$  m/s ela é positiva, enquanto que nos outros dois casos passa a ter primeiramente um valor positivo, quando  $\beta_v$  é positivo para contrabalancear o alto valor de  $\alpha$  no momento em que as rodas dianteiras são esterçadas, passando posteriormente para um valor negativo, quando  $\beta_v$  passa a ser negativo.

Outra conseqüência que pode ser notada decorrente dos fatos mencionados, é o diferente comportamento do ângulo de rolagem para as diferentes velocidades. Verificando-se a análise dos autovalores feita no capítulo anterior em que são ressaltadas as pequenas mudanças dos autovalores para o modo de rolagem do veículo, as diferenças apresentadas pelos gráficos podem dar a impressão de grandes mudanças. Na realidade, as diferenças surgem pois para as diferentes velocidades as forças laterais são geradas diferentemente. Os picos observados nas forças laterais para  $V_x=10$  m/s induzem um maior ângulo de rolagem, enquanto que a maior suavidade no transiente das forças laterais, observada para os casos de maior velocidade, causam uma menor excitação no modo de rolagem do veículo.

Uma característica importante do veículo, que havia sido detectada através das análises de regime permanente para o modelo não linear, é o comportamento subesterçante do veículo, que pode ser observado pela maior magnitude das forças laterais das rodas dianteiras com relação às forças laterais das rodas traseiras.

Apesar das boas características das respostas, algumas diferenças são visíveis. Os valores das forças laterais e dos ângulos de escorregamento dos pneus obtidos para os modelos linearizados são maiores quando comparados aos do modelo não

linear. Por exemplo, quando o veículo está a 20 m/s e o ângulo de esterçamento é de 10 graus, as forças laterais dianteira e traseira do modelo linear são de aproximadamente 400 N e 250 N, respectivamente. Para o modelo não linear estas forças são de 390 N e 350 N, aproximadamente, sendo que o valor inicial da resposta transitória é cerca de 70 N menor para o modelo não linear. Em alguns casos, esta diferença chega a ser de 500 N. São reflexos das simplificações adotadas. Por exemplo, o ângulo de escorregamento lateral ( $\beta_v$ ) usado é o do veículo quando o correto seria utilizar o ângulo de escorregamento lateral dos pneus, como no caso do modelo não linear, conforme mencionado anteriormente.

São também observadas diferenças semelhantes nos valores das acelerações laterais, em que não são consideradas as componentes das forças longitudinais dos pneus que contribuem na direção da força lateral do veículo, alterando ainda mais o valor observado para as respostas dos modelos linearizados.

As diferenças anteriormente mencionadas tomam proporções maiores quando o ângulo de esterçamento utilizado aumenta para 45 e 90 graus, mesmo para situações de velocidade igual a 10 m/s. Mais uma vez, as grandezas que são expressas no referencial do veículo são as mais afetadas. A velocidade de guinada e o ângulo de rolagem não sofrem alterações significativas, sendo em muitos casos iguais aos obtidos para o modelo não linear.

Juntamente com os problemas causados pelas mudanças de referencial, um outro fator é notório para as simulações envolvendo maiores ângulos. Analisando-se os casos em que ocorrem as diferenças quando feitas as comparações com o modelo não linear, verifica-se que a velocidade longitudinal do veículo (escrita em relação ao referencial do veículo) não permanece constante, como seria desejável, ao longo do período adotado para a simulação. Este fato ocorre porque a simulação é realizada supondo o veículo em movimento retilíneo com velocidade constante (resultante das forças igual a zero) ao serem esterçadas as rodas dianteiras. Quando é gerada a força lateral do pneu, surge uma componente desta força na direção longitudinal do veículo resistindo ao rolamento e diminuindo a velocidade longitudinal. Para as simulações envolvendo pequenos graus de esterçamento ( $\delta=10$  graus), as variações da velocidade



longitudinal não influenciaram tanto quanto para as simulações envolvendo maiores graus de esterçamento.

Este problema foi resolvido através de uma força longitudinal adicional aplicada às rodas, proporcional ao erro da velocidade longitudinal do veículo, de modo que esta permanecesse constante durante as manobras. Esta força longitudinal foi inserida na matriz  $U$  como uma entrada nas rodas traseiras, uma vez que o veículo possui tração traseira, proporcional ao erro da velocidade.

Primeiramente, realizou-se uma simulação em que a matriz  $U$  era somente composta pela entrada de esterçamento das rodas dianteiras. Utilizando-se a velocidade longitudinal resultante dessa simulação calculou-se o erro da velocidade e posteriormente multiplicando-se esse erro por um ganho obteve-se um vetor em função do tempo que representa uma força. Este vetor, que tem o mesmo número de linhas da matriz  $U$  pois é originado da matriz  $C$  do modelo, é inserido na matriz  $U$  nas duas colunas de entrada referentes à aplicação de forças longitudinais nos pneus. Como as forças de entrada utilizadas são proporcionais ao erro da velocidade longitudinal, podemos simular a realimentação desejada. A resposta da matriz  $CLO24$  com realimentação é mostrada a seguir.

As respostas das simulações do sistema realimentado podem ser observadas nas figuras A.27 até A.32 no apêndice A. Nestas figuras pode-se notar os melhores resultados para as forças laterais, ângulos de escorregamento e velocidades laterais, mas observa-se também um deterioramento das respostas do ângulo de rolagem e da velocidade de guinada do veículo. Para os ângulos de esterçamento de 10 graus nota-se que quase não ocorrem alterações para as respostas analisadas, a não ser uma melhora da velocidade longitudinal. Um fato curioso é observado para as simulações realizadas com a matriz  $CLO14$ : a velocidade longitudinal aumenta com o esterçamento, quando deveria ser o contrário, e a força longitudinal aplicada às rodas corresponde ao acionamento dos freios para diminuir a velocidade do veículo.

Outro fato a ser observado são as diferenças obtidas nas simulações onde o ângulo de esterçamento é maior que 10 graus (excetuando-se para a matriz  $CLO14$ ).

Verifica-se que as maiores diferenças nas velocidades longitudinais ocasionam maiores forças longitudinais aplicadas às rodas e também alterações de

comportamento significativas para os ângulos de rolagem e velocidades angulares, para cada caso de simulação. Este fato é ocasionado devido ao referencial no qual as forças longitudinais aplicadas às rodas são definidas.

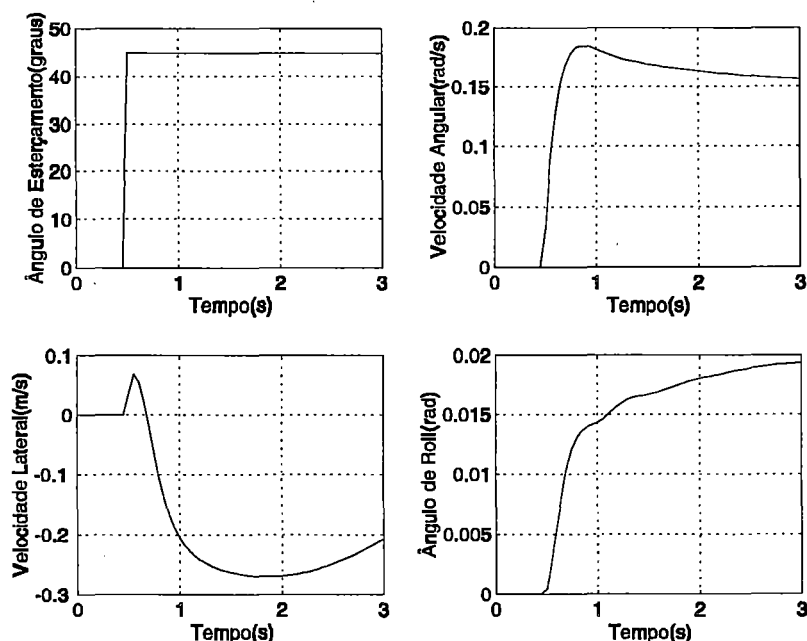


Figura 4.11: Resposta de **CLO24** ao esterçamento c/ realimentação.

Conforme mencionado anteriormente, as velocidades longitudinal e lateral utilizadas são obtidas através de transformações de coordenadas, utilizando-se a matriz de cossenos diretores, e são escritas em relação ao referencial do veículo, sendo que não são obtidas pela equação de saída do sistema, mas de maneira indireta. Quando são inseridas na matriz de entrada  $U$ , as forças longitudinais são aplicadas na direção longitudinal do referencial inercial, mas não na direção longitudinal do referencial do veículo, possuindo componentes em diferentes direções, pois o veículo além de se movimentar em relação ao referencial inercial também possui movimento de rotação em torno dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Portanto, quando a força longitudinal aplicada tem um maior valor, devido ao maior erro na velocidade longitudinal, suas componentes nas várias direções modificam o comportamento das demais variáveis. A

alteração mais adequada seria obter a modelagem do veículo com relação ao referencial do próprio veículo.

A modelagem realizada pelo SD/FAST utilizou as juntas de translação presas ao referencial inercial. A fim de obter as variáveis de deslocamento longitudinal, lateral e vertical escritas em relação ao veículo, estas juntas de translação devem ser presas ao corpo do veículo. Portanto, um novo modelo deveria ser gerado. Quando o objetivo é apenas obter as variáveis de deslocamento do veículo, a solução utilizada através do uso de matrizes de cossenos diretores é válida, mas quando o objetivo é utilizar estas variáveis para realimentação, onde forças serão aplicadas, este procedimento não é adequado.

As simulações realizadas com as matrizes **CNW** não apresentam resultados tão compatíveis quanto os anteriores. Excetuando-se os resultados obtidos com a matriz **CNW21**, os demais apresentam divergências quanto aos valores das grandezas analisadas. Em alguns casos os valores de ângulo de rolagem, velocidade lateral e velocidade de guinada chegam a ser o dobro dos valores obtidos para o modelo não linear. Mesmo com ângulo de esterçamento menor (10 graus), condição em que foram observados os melhores resultados para as matrizes **LO** e **CLO**, as respostas obtidas pelas simulações com as matrizes **CNW11** e **CNW31** não foram satisfatórias, embora o aumento da velocidade longitudinal tenha proporcionado resultados um pouco melhores.

A vantagem da utilização do modelo não linear de pneu, com atraso na formação das forças laterais, não puderam ser observadas. Segundo **VIKAS et al. (1992)**, **LUND & BERNARD (1992)** e **COSTA (1992)**, a utilização de modelos não lineares de pneus proporcionam resultados mais próximos às verificadas em situações reais. Os modelos linearizados das equações do modelo não linear de veículo com modelo não linear de pneu não apresentaram bons resultados para as simulações de esterçamento, não permitindo comparações que pudessem confirmar tais conclusões. Entretanto, efeitos de transferência de carga puderam ser observados através das diferenças das forças laterais entre os pneus direito e esquerdo, como também os efeitos de diminuição da frequência natural e fator de amortecimento para as

grandezas relacionadas à dinâmica lateral, conforme observado na tabela 3.9, no capítulo 3.

Os melhores resultados obtidos para CNW21 ( figura 4.12) podem ter sido originados do fato de a matriz **B** do sistema ter sido gerada para a condição de velocidade longitudinal igual a 20 m/s. Como as matrizes **B** utilizadas só foram geradas para esta condição de velocidade, não foi possível identificar com melhor precisão se esta é a verdadeira razão das diferenças observadas, embora pela definição dos elementos da matriz **B**, eles não deveriam variar em função da condição de operação dos estados.

Nas simulações realizadas com as matrizes **CLO**, este fato não ocasionou maiores problemas, de acordo com os resultados obtidos. Para as matrizes **CNW** não foram realizadas simulações com realimentação da velocidade longitudinal, em função das discrepâncias encontradas já nos estágios iniciais.

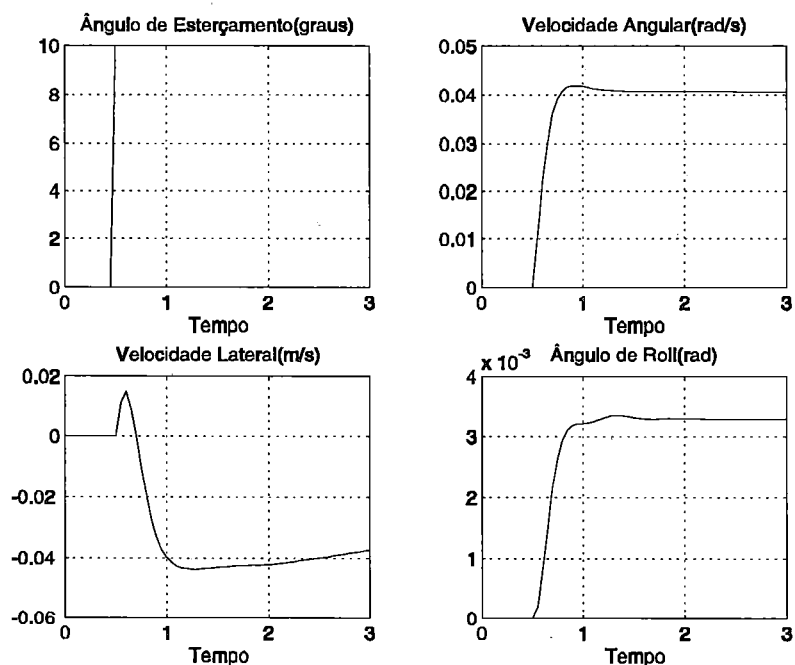


Figura 4.12: Resposta de CNW21 ao esterçamento.

#### 4.4.2. Simulações de Distúrbios Verticais

As simulações de distúrbio verticais revelam a capacidade do modelo em reproduzir aspectos da dinâmica vertical mais relevantes com relação ao comportamento do veículo.

A primeira simulação foi novamente realizada com a matriz **LO20**, por ser a matriz que representa a condição de referência. Os resultados são apresentados na figura 4.13.

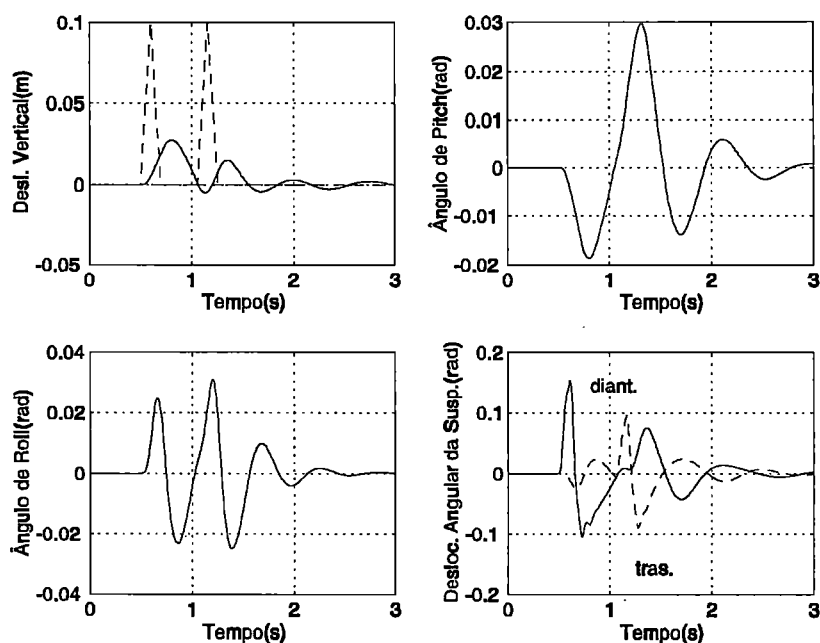


Figura 4.13: Resposta de **LO20** ao distúrbio triangular da pista.

As grandezas utilizadas para analisar a dinâmica vertical do modelo linear usado nas simulações são: deslocamento angular das suspensões dianteira e traseira esquerdas, deslocamento vertical do chassi e os ângulos de arfagem e rolagem do veículo. Os resultados são iguais aos apresentados na figura 4.15, demonstrando a qualidade do modelo linear.

As demais simulações são realizadas com as matrizes **LO5**, **LO10** e **LO15**, que correspondem às matrizes da planta quando o veículo se encontra a 5, 10 e

15m/s, respectivamente. Os gráficos contendo a descrição, ao longo do tempo de simulação, para as grandezas citadas, são apresentados no apêndice A, figuras de A.14 até A.22.

Novamente os resultados obtidos são comparados aos do modelo não linear, de modo a verificar a validade em relação à dinâmica vertical do modelo.

Observa-se que, para velocidades iguais a 5 e 10 m/s, a dinâmica transitória do modelo linear é muito semelhante, se não igual, àquela apresentada pela resposta do modelo não linear. Entretanto, é necessário salientar que estas conclusões foram obtidas levando-se em conta as condições iniciais utilizadas nos dois casos de simulação, pois em algumas situações, os gráficos das respostas de deslocamento vertical e ângulo de arfagem dos dois modelos apresentam valores e formas diferentes por utilizarem condições iniciais diferentes. A seguir são apresentados os gráficos das respostas dos modelos linear e não linear para a condição de velocidade igual a 5 m/s e altura do obstáculo igual a 0,1m.

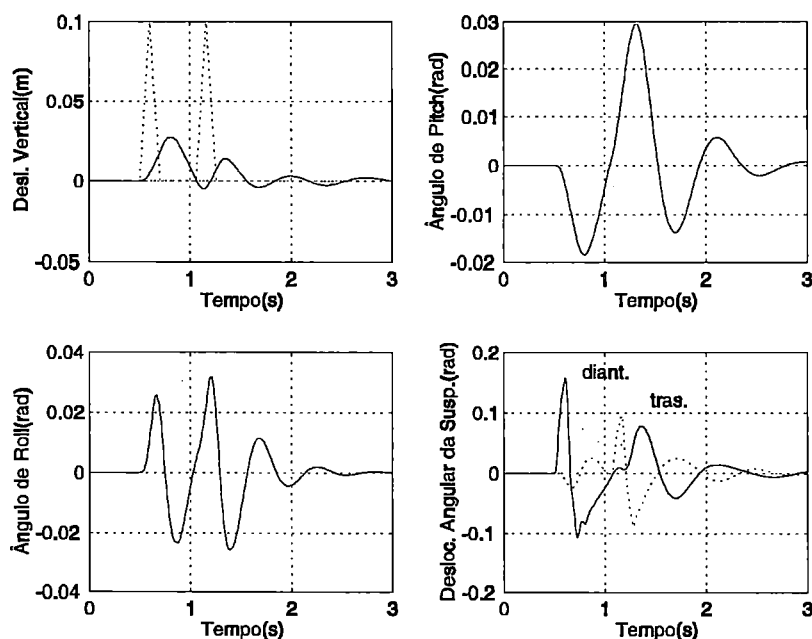


Figura 4.14: Resposta de LO5 ao distúrbio triangular.

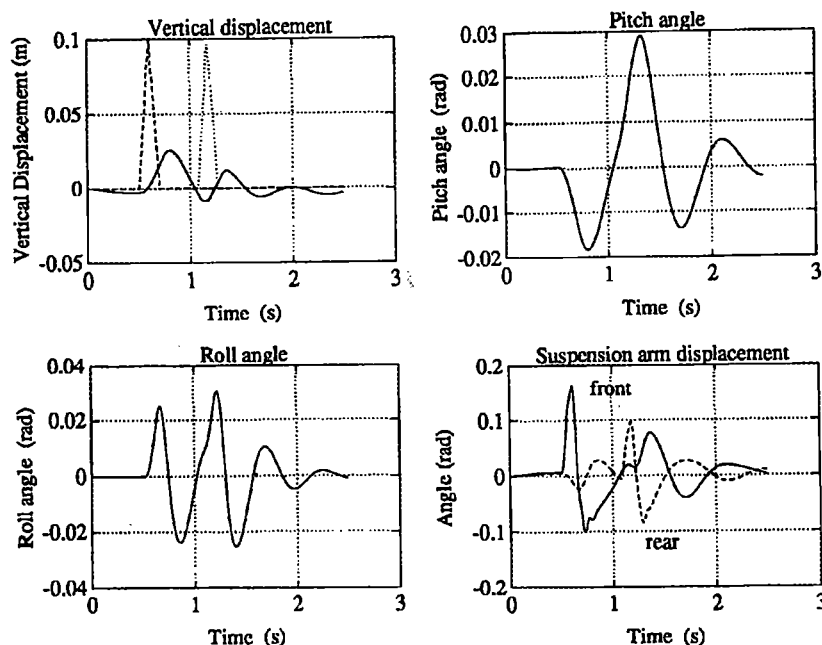


Figura 4.15: Resposta do modelo não linear ao dist. triangular,  $h=0,1\text{m}$  e  $v=5\text{m/s}$ .

Nos casos onde a velocidade longitudinal do veículo é de  $15\text{ m/s}$ , as respostas das grandezas analisadas já apresentam maiores diferenças com relação ao modelo não linear. Para os obstáculos com  $0,01$  e  $0,05\text{ m}$  de altura, os valores de ângulo de arfagem, apesar das condições iniciais, apresentam valores menores. Observa-se também um comportamento ligeiramente diferente no transitório do ângulo de rolagem do veículo.

Para o caso mais extremo, com velocidade igual a  $15\text{ m/s}$  e altura do obstáculo de  $0,1\text{m}$ , os resultados de ângulos de arfagem e rolagem têm seu valor dividido pela metade e o deslocamento angular da suspensão dianteira apresenta um transitório um pouco menos amortecido.

#### 4.4.3. Simulações de Distúrbios Aerodinâmicos

As simulações de distúrbios aerodinâmicos correspondem ao impacto de uma rajada de vento lateral sobre o veículo. Este tipo de simulação representa situações reais de manobras de ultrapassagens, passagens por fim de barreiras de proteção ao



vento, aberturas na vegetação ao longo de estradas e passagens por pontes em espaços abertos.

Novamente, como uma primeira análise, os resultados apresentados são os obtidos da simulação com a matriz **LO20**.

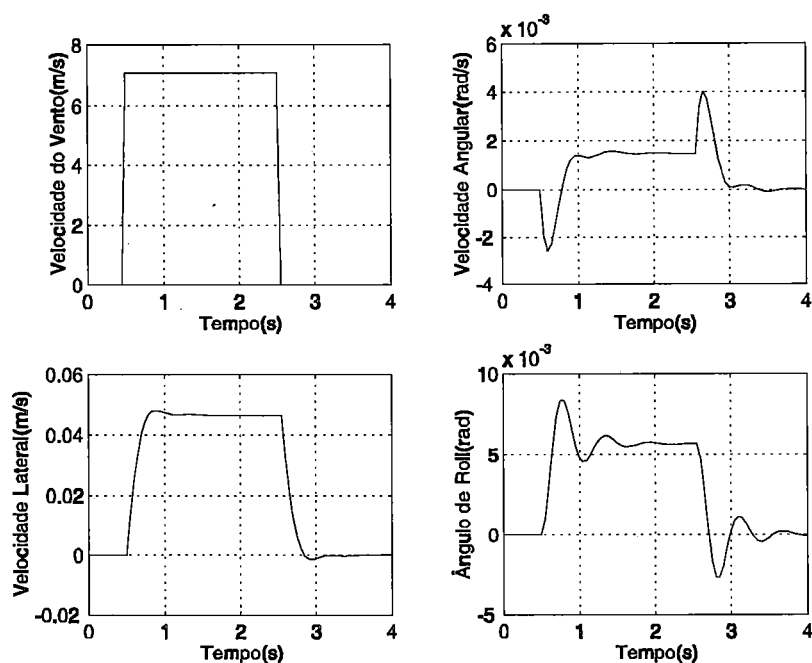


Figura 4.16: Resposta de **LO20** ao distúrbio aerodinâmico.

Por ser uma rajada de vento lateral, haverá perturbações principalmente nas variáveis relacionadas à dinâmica lateral do veículo (velocidade de guinada, velocidade lateral e ângulo de rolagem).

As demais simulações são realizadas com a matriz **LO40**, já que para o modelo não linear as simulações são realizadas com o veículo a 40 m/s. As respostas são apresentadas no apêndice A, figuras de A.23 até A.26.

As respostas para as simulações com a matriz **LO40** são praticamente iguais às do modelo não linear, apresentadas na figura 4.18. Entretanto, para a simulação que utiliza a matriz **LO20**, os resultados referentes às velocidades lateral e de guinada não são iguais aos anteriores. Neste caso, é notória a influência da velocidade longitudinal nas grandezas de dinâmica lateral. Comparando as respostas de **LO20** e



**LO40** e observando os autovalores destas duas matrizes que são relacionados aos modos de velocidade de guinada/lateral, verifica-se que estes apresentam uma diminuição tanto da frequência natural como no fator de amortecimento, fato anteriormente notificado na tabela 3.9, no capítulo 3.

As respostas do modelo linearizado são praticamente iguais às do modelo não linear. Uma vez que a velocidade longitudinal do veículo é a mesma para todas as simulações de distúrbio aerodinâmico ( $v=40\text{m/s}$ , sendo a matriz **LO40** utilizada em todos os casos), não há diferenças entre as formas de onda dos gráficos obtidos, a não ser pela diferente magnitude de cada velocidade de vento utilizada. Se as escalas dos gráficos fossem retiradas não saberíamos afirmar a qual condição de operação corresponderia cada gráfico.

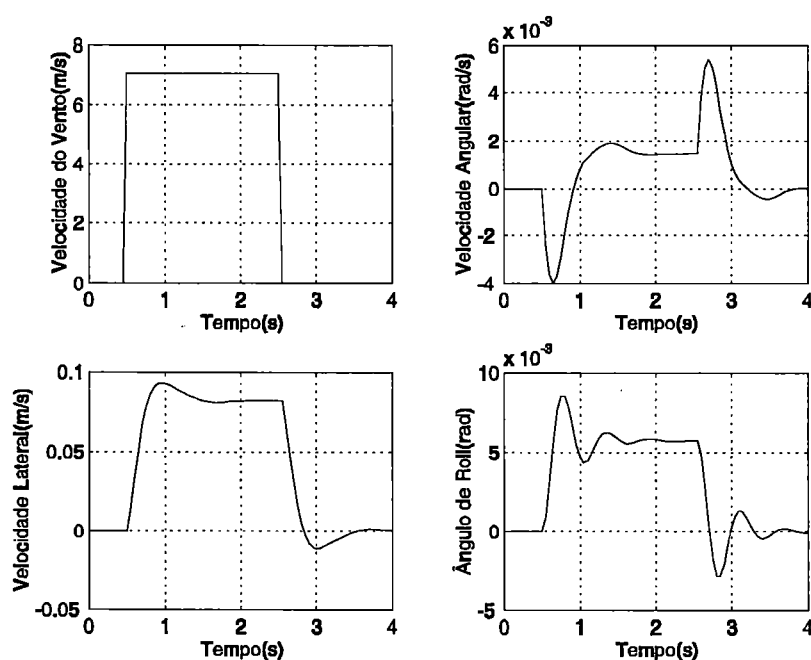


Figura 4.17: Resposta de **LO40** ao distúrbio aerodinâmico.

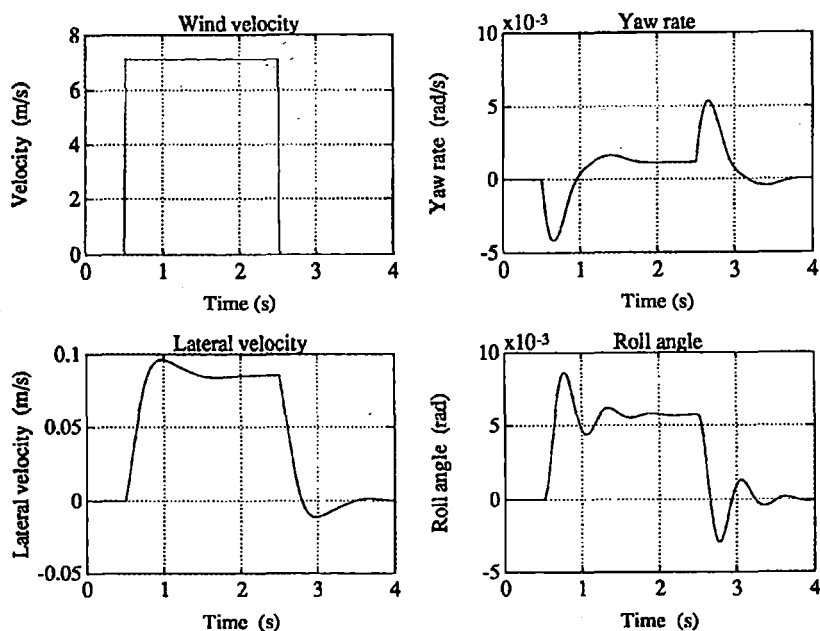


Figura 4.18: Resposta do modelo não linear ao distúrbio aerodinâmico.

O impacto de uma rajada de vento lateral é um artifício usado para determinar se o comportamento do veículo é sobre ou subesterçante. O valor positivo obtido para a velocidade lateral confirma o comportamento subesterçante do veículo, anteriormente apresentado nas simulações de esterçamento.

#### 4.4.4. Simulações de Aceleração

As simulações de aceleração foram realizadas no intuito de verificar o comportamento do modelo em função de entradas de forças longitudinais, uma vez que modelos matemáticos do motor e transmissão não estão presentes, sendo representados de uma maneira aproximada. A figura 4.19, apresentada a seguir, representa uma situação de aceleração de 0,5g correspondente a forças de tração de aproximadamente 4.000 N, aplicadas nas rodas traseiras. Novamente, a matriz utilizada para esta primeira análise foi a matriz LO20.

As grandezas analisadas são: velocidade longitudinal, ângulo de arfagem (“pitch”) e deslocamento angular das suspensões. Em uma primeira análise, pode-se

verificar o estranho comportamento do ângulo de arfagem do veículo, que deveria ter um transitório dez vezes maior que o observado, assumindo, logo depois, um valor constante menor que zero, pois o veículo ainda está sendo acelerado, causando uma inclinação do veículo para trás. O deslocamento angular da suspensão também apresenta resultados distorcidos, uma vez que o deslocamento da suspensão traseira deveria ter valor positivo, sendo o inverso do deslocamento angular da suspensão dianteira. Este fato ocasiona o pequeno valor para o ângulo de arfagem do veículo. O resultado obtido para a velocidade longitudinal é o que mais se aproxima dos resultados do modelo não linear, com uma velocidade inicial de 2m/s e uma velocidade final de aproximadamente 27 m/s.

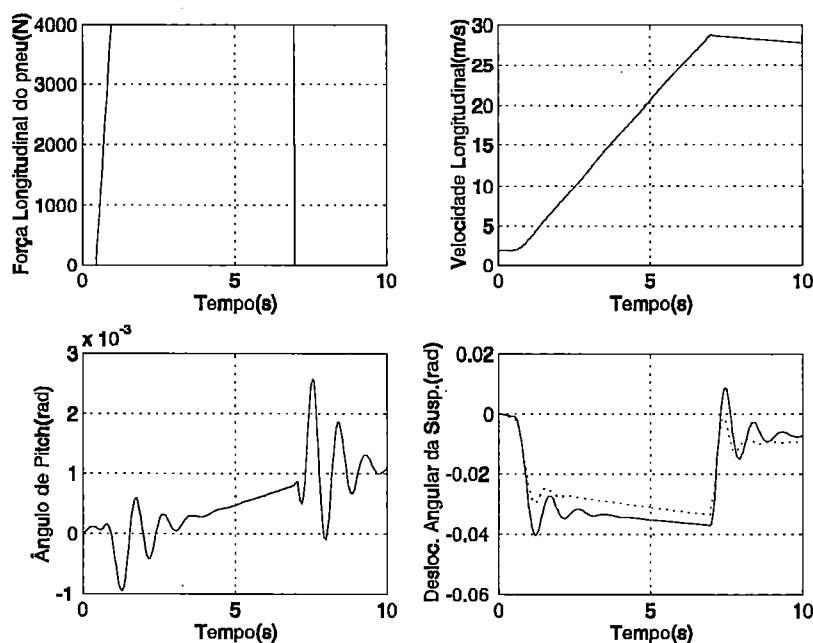


Figura 4.19: Resposta de LO20 à aceleração de 0,5g.

Um resultado interessante, mais próximo ao desejado, é resultante de simulações de aceleração com a força longitudinal de entrada sendo aplicada nas rodas dianteiras do veículo. Esta não é uma situação real, pois o veículo modelado possui tração traseira, entretanto demonstra um comportamento do modelo mais condizente com os resultados do modelo não linear. A figura 4.20 ilustra estes

resultados. Porém, as magnitudes, quando comparadas às das respostas do modelo não linear na figura 4.21, mais uma vez comprometem a utilização dos modelos linearizados para simulações desta natureza, demonstrando a fragilidade do modelo linear para grandezas de dinâmica longitudinal.

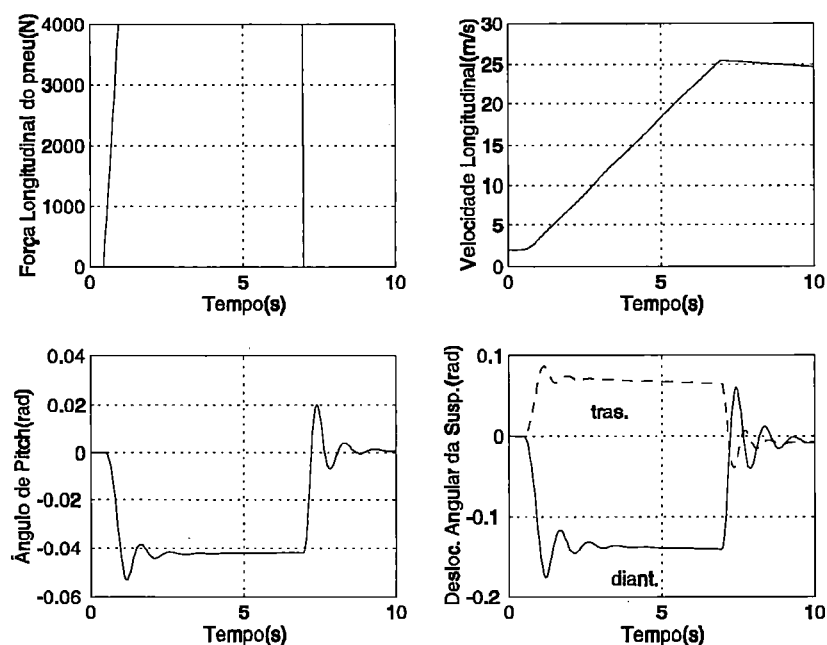


Figura 4.20: Resposta de LO20 à aceleração de 0,5g ; Forças nas rodas dianteiras.

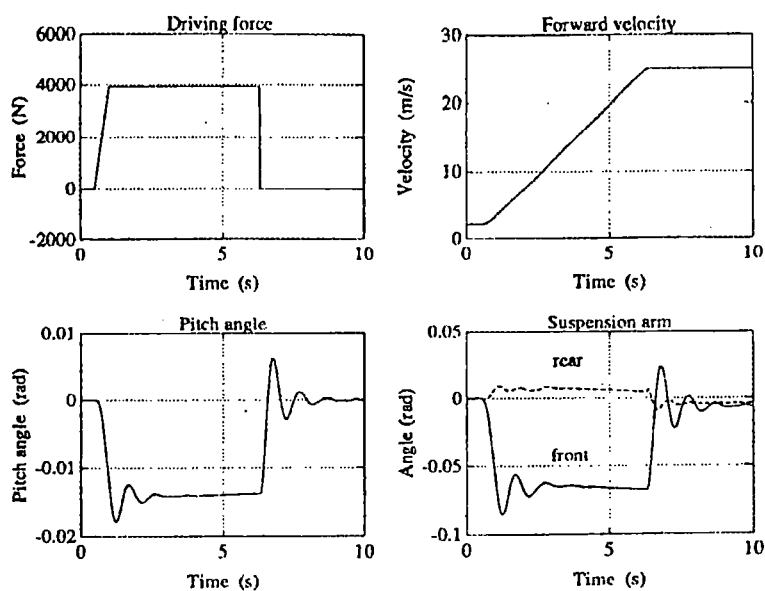


Figura 4.21: Resposta do modelo não linear à aceleração de 0,5g.

Os resultados obtidos com as forças de tração aplicadas às rodas traseiras criaram dúvidas em relação à validade dos resultados das simulações de esterçamento em que havia realimentação, pois as forças eram aplicadas nas rodas traseiras do veículo. Todavia, novas simulações foram feitas com as forças sendo aplicadas nas rodas dianteiras, resultando em respostas iguais às anteriores e comprovando os antigos resultados.

#### **4.5. Conclusão**

Neste capítulo, foram realizadas diversos tipos de simulações a fim de comprovar a utilidade do modelo linearizado obtido no capítulo 3. São apresentados vários resultados que descrevem o comportamento do veículo, exercitando os principais aspectos de dinâmica lateral, vertical e longitudinal presentes no modelo linear, desenvolvido na forma de espaço de estados.

A comprovação da utilidade do modelo linear, previamente validado qualitativamente, se faz através de comparações entre os resultados das simulações do modelo não linear, obtido por COSTA (1992), com os resultados obtidos das simulações do modelo linearizado, sendo as duas simulações realizadas nos mesmos padrões. Pode-se dizer que a linearização resultou em um modelo capaz de representar o comportamento de um veículo em várias condições de operação diferentes, dentro do limite abrangido neste trabalho.

Os melhores resultados foram aqueles correspondentes aos modos de dinâmica vertical do veículo, obtidos principalmente nas simulações de distúrbios verticais da pista. As respostas dos modelos não linear e linearizado foram praticamente iguais para este tipo de simulação.

As respostas relacionadas à dinâmica lateral ficaram prejudicadas pela definição das grandezas de translação num referencial inercial, mas demonstraram a grande influência da velocidade longitudinal do veículo em relação ao comportamento do mesmo. Para se obter a velocidade lateral expressa no referencial do veículo, como é apresentada por COSTA (1992), era necessário a utilização de matrizes de cossenos

diretores para realizar mudanças de coordenadas entre as diferentes bases. Esta foi a principal causa dos melhores resultados obtidos para pequenos ângulos de esterçamento, prejudicando a resposta do modelo em situações de maior mudança de direção.

A realimentação da velocidade longitudinal do veículo também foi prejudicada devido a este fato, uma vez que a força aplicada às rodas estava na direção longitudinal do referencial inercial adotado e não na direção longitudinal do veículo. Deste modo, torna-se inviável a utilização deste modelo em projetos de controle.

Entre todos os tipos de matrizes utilizadas os melhores resultados foram obtidos com as matrizes **LO** e **CLO**, sendo que as matrizes **LO** também apresentaram bons resultados para simulações de esterçamento.

As simulações contendo as matrizes **CNW**, que são resultantes de linearizações do modelo do veículo contendo modelo de pneu não linear com atraso na formação das forças laterais, não apresentaram bons resultados nas simulações de esterçamento, sendo estas matrizes descartadas como modelo linear do veículo. Neste trabalho, ao contrário de resultados anteriormente mencionados na literatura, a presença do modelo de pneu não linear resultou em respostas mais aproximadas de situações reais, fornecendo modelos que não são capazes de reproduzir de maneira satisfatória o comportamento do veículo em estudo.

Os bons resultados obtidos das simulações do modelo linearizado e as conclusões apresentadas no capítulo 3, referentes ao grau de acoplamento entre as variáveis de movimento do modelo (principalmente as relacionadas à dinâmica lateral), incentivam o desenvolvimento de um modelo, na forma de espaço de estados, que possua uma única matriz **A** parametrizada em função da velocidade e que possa representar o espectro de variações das matrizes obtidas, nas várias condições de operação.

## CAPÍTULO - 5

# PARAMETRIZAÇÃO DA MATRIZ A EM FUNÇÃO DA VELOCIDADE

### 5.1. Introdução

Após a comprovação da utilidade do modelo linear desenvolvido e a verificação do grau de acoplamento das variáveis de movimento do modelo com a velocidade longitudinal do veículo, torna-se possível obter um modelo linear na forma de espaço de estados que, parametrizado em função da velocidade, possa representar o espectro de variação de todas as matrizes obtidas, nas várias condições de operação, devido à linearização do modelo.

A obtenção de uma matriz que possa representar uma grande quantidade de situações é de extrema utilidade na aplicação de teorias de controle, uma vez que o sistema poderia ser controlado através de um controle adaptativo ou robusto,

tornando possível obter um controle integrado do movimento do veículo, pois o modelo é capaz de representar o posicionamento do chassi e da suspensão.

Neste capítulo, são apresentados e discutidos os métodos utilizados na formulação da matriz  $A$  parametrizada. Posteriormente, os autovalores da matriz parametrizada, para cada condição de velocidade, são comparados aos do modelo linearizado e são também realizadas simulações nas mesmas condições utilizadas para o modelo linearizado e o modelo não linear original.

## 5.2. Comparação das Matrizes para Cada Condição de Operação

A linearização do modelo não linear gerou uma grande quantidade de matrizes que representam o modelo para determinadas condições de operação do veículo. Com o propósito de verificar, de uma melhor forma, as influências dos parâmetros do sistema em cada elemento dos Jacobianos, ou seja, de cada matriz gerada nas diversas condições de operação, uma primeira análise qualitativa foi realizada por COSTA (1992).

Esta análise qualitativa consiste em plotar figuras tridimensionais das matrizes obtidas, onde as linhas são representadas em um eixo; as colunas, em outro e os valores armazenados em cada elemento em um terceiro eixo na direção vertical. Deste modo, foi possível analisar as mudanças ocorridas em cada matriz em consequência das mudanças nas condições de operação do veículo. Estas representações tridimensionais foram obtidas através do comando MESH do “software” MATLAB.

Como exemplo dos gráficos tridimensionais utilizados para a análise qualitativa é apresentado abaixo o gráfico tridimensional da matriz **LO5**.



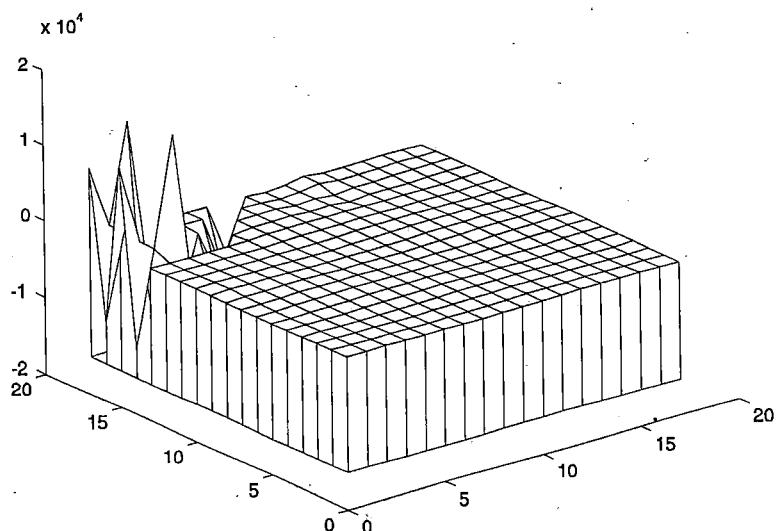


Figura 5.1: Gráfico em 3D da matriz **LO5**

Conforme citado anteriormente, nos dois eixos que formam o plano da base da figura estão as linhas e colunas da matriz (em número de 18) e no eixo da direção vertical são dispostas as magnitudes dos coeficientes de cada elemento da matriz.

Análises realizadas permitiram detectar uma variação dos coeficientes das várias matrizes que pudesse estar diretamente relacionada com a variação da velocidade, ou seja, os coeficientes poderiam variar proporcionalmente a velocidade longitudinal do veículo.

Com o intuito de proporcionar uma comprovação e uma melhor análise das variações anteriormente mencionadas, foi realizada uma extensa comparação entre as matrizes baseada em uma análise quantitativa. Todos os coeficientes das variáveis de estado foram analisados e comparados através de planilhas e gráficos e pode-se chegar a algumas fórmulas para descrever a variação dos principais coeficientes afetados pela variação da velocidade longitudinal.

Primeiramente foi verificada a variação dos coeficientes das matrizes **LO** e posteriormente, os coeficientes das matrizes **CLO** que correspondem a um esterçamento de 10 graus constante. As matrizes **NW** e **CNW** não foram utilizadas

para a verificação da variação dos coeficientes por proporcionarem respostas não compatíveis aos resultados desejados, conforme citado anteriormente.

Para se efetuar as comparações entre as várias colunas das matrizes criou-se planilhas através do software EXCEL, onde eram colocadas lado a lado cada uma das colunas da matriz e comparava-se o valor de cada linha das colunas. Se fosse verificada algum tipo de variação significativa, os valores que variavam eram agrupados em gráficos obtidos no software GRAPHER, de onde se tirava também as fórmulas que traduziam a formação desta variação. O software GRAPHER obtém as fórmulas através de rotinas de interpolação com os dados fornecidos.

### 5.2.1. Formulação da Variação dos Coeficientes

Neste tópico, são descritos os métodos e matrizes utilizadas na obtenção da matriz parametrizada. Primeiramente, são discutidos os principais aspectos da parametrização obtida com as matrizes **LO** e posteriormente, com as matrizes **CLO**.

#### 5.2.1.1. Matrizes LO

As matrizes utilizadas para a comparação foram as matrizes **LO5**, **LO10**, **LO15**, **LO20** e **LO40**.

Para a condição em que o veículo se locomove em linha reta, com modelo de pneu linear, sem atraso na formação das forças laterais, pode-se observar que os maiores coeficientes da matriz **A** são aqueles correspondentes às coordenadas generalizadas da massa suspensa nas equações das derivadas das velocidades generalizadas dos braços de suspensão, correspondente a parte inferior da matriz **A<sub>21</sub>** da figura 4.2.

Conforme foi previsto por COSTA (1992), as maiores variações foram obtidas nos coeficientes do deslocamento angular  $q_4$ , da velocidade angular  $u_4$  e da velocidade lateral  $u_2$  nas equações das derivadas das velocidades generalizadas, mas notou-se também variações significativas nos coeficientes da velocidade longitudinal  $u_1$  para as mesmas equações. Esta é uma vantagem de uma análise quantitativa, onde

algumas variações não observadas anteriormente, na maioria dos casos provenientes das grandes diferenças de magnitudes entre os vários coeficientes e portanto de difícil detecção via gráfico, puderam ser constatadas.

Para as matrizes **LO**, os maiores coeficientes são aqueles relacionados às coordenadas generalizadas da massa suspensa nas equações das derivadas das velocidades dos braços de suspensão, correspondendo à parte inferior da matriz  $A_{21}$  da figura 4.2. Verificando-se a planilha VLOFV observa-se que a variação da velocidade longitudinal não afeta estes coeficientes. Os elementos que sofrem as maiores variações são os coeficientes das velocidades generalizadas da massa suspensa nas equações de suas derivadas.

As planilhas utilizadas para a verificação da variação dos coeficientes das variáveis de estado, para as matrizes **LO** são mostradas a seguir.

Com o objetivo de descrever a variação dos coeficientes de uma determinada variável de estado foi usada a seguinte nomenclatura:

Por exemplo: *VLOq4u1* significa a variação do coeficiente de  $q4$  na equação da derivada de  $u1$  para as matrizes **LO**. Para cada coluna da planilha mostrada a seguir dá-se o nome da variável de estado a que ela corresponde na matriz original. Por exemplo: a coluna *LO10q5* corresponde à coluna dos coeficientes que multiplicam a variável de estado  $q5$  na matriz **LO10**.

A planilha utilizada para a comparação das matrizes **LO** foi chamada de VLO5-40, por representar a Variação das matrizes **LO5** até **LO40** em função da velocidade.

As planilhas, relativas à comparação das colunas das matrizes que apresentam variação dos coeficientes, são mostradas no apêndice C. A seguir, é utilizado um exemplo de como foram obtidas algumas relações para a variação dos coeficientes em função da velocidade longitudinal.

São mostradas as colunas referentes aos coeficientes da variável  $q4$ , que corresponde ao ângulo de guinada do modelo. Cada coluna é referente à variação dos coeficientes de  $q4$  em cada condição de operação (para cada velocidade longitudinal).

A coluna *LO5q4* representa a coluna dos coeficientes de  $q4$ , em todas as

equações das derivadas das variáveis de estado, referentes à condição de velocidade igual a 5m/s, quando o veículo se encontra andando em linha reta.

	LO5q4	LO10q4	LO15q4	LO20q4	LO40q4
<i>dq3</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq4</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq5</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq6</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq7</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq8</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq9</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq10</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<b><u>du1</u></b>	<b><u>-5.5879354e-05</u></b>	<b><u>-2.3283064E-04</u></b>	<b><u>-4.0978193e-04</u></b>	<b><u>-7.4505806E-04</u></b>	<b><u>-3.1292439E-03</u></b>
<i>du2</i>	1.2217547e+02	1.2223673E+02	1.2233879e+02	1.2248163E+02	1.2346141E+02
<b><u>du3</u></b>	<b><u>1.2032688e-02</u></b>	<b><u>5.7071447E-02</u></b>	<b><u>1.2328848e-01</u></b>	<b><u>2.1954067E-01</u></b>	<b><u>8.7827444E-01</u></b>
<i>du4</i>	-2.1308277e+01	-2.1323259E+01	-2.1348240e+01	-2.1383221E+01	-2.1623035E+01
<b><u>du5</u></b>	<b><u>1.8626451e-05</u></b>	<b><u>1.7136335E-03</u></b>	<b><u>6.6310167e-03</u></b>	<b><u>1.1660159E-02</u></b>	<b><u>4.3436885E-02</u></b>
<i>du6</i>	3.6603214e+01	3.6824413E+01	3.7196354e+01	3.7718983E+01	4.1282829E+01
<i>du7</i>	1.0682128e+03	1.0677418E+03	1.0669760e+03	1.0658878E+03	1.0584561E+03
<i>du8</i>	1.0682625e+03	1.0679686E+03	1.0674502e+03	1.0667341E+03	1.0618585E+03
<i>du9</i>	1.2870679e+03	1.2867019E+03	1.2860966e+03	1.2852463E+03	1.2794465E+03
<i>du10</i>	1.2871022e+03	1.2868754E+03	1.2864838e+03	1.2859351E+03	1.2821842E+03

Tabela 5.1: Variação dos coeficientes de *q4* nas matrizes **LO**.

Pode-se observar que algumas linhas estão em destaque. São nestas linhas que ocorrem variações significativas conforme se varia a velocidade. Para tais variações foram obtidas fórmulas que expressam o valor do coeficiente desta referida variável de estado em função da velocidade longitudinal.

As fórmulas para a variação destas três linhas são descritas abaixo:

$$VLOq4u1 = -9.11165e-05.V_x + 0.000725539; \quad (5.1)$$

$$VLOq4u3 = -0.257203.V_x - 0.204888; \quad (5.2)$$

$$VLOq4u5 = 0.00129464.V_x - 0.106115; \quad (5.3)$$

Onde  $V_x$  é a velocidade longitudinal do veículo.

Outros exemplos são dados, tomando-se as colunas nas várias matrizes **LO** que são os coeficientes das variáveis  $u1$ ,  $u2$  e  $u4$ .

	LO5u1	LO10u1	LO15u1	LO20u1	LO30u1
<i>dq3</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq4</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq5</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq6</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq7</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq8</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq9</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq10</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<u><i>du1</i></u>	<u>-2.7054923e-03</u>	<u>-5.4119159E-03</u>	<u>-8.1161661e-03</u>	<u>-1.0820107E-02</u>	<u>-2.1651389E-02</u>
<u><i>du2</i></u>	<u>2.3283066e-07</u>	<u>0.0000000E+00</u>	<u>-2.3283064e-07</u>	<u>-1.1641533E-07</u>	<u>-5.8207664E-08</u>
<u><i>du2</i></u>	<u>2.4139883e-03</u>	<u>5.1371758E-03</u>	<u>7.6716146e-03</u>	<u>1.0143035E-02</u>	<u>2.0287933E-02</u>
<u><i>du4</i></u>	<u>1.1856998e-07</u>	<u>3.6270589E-09</u>	<u>3.9492420e-08</u>	<u>8.6407788E-08</u>	<u>-1.0758756E-10</u>
<u><i>du5</i></u>	<u>9.2573470e-04</u>	<u>1.8496067E-03</u>	<u>2.6685495e-03</u>	<u>3.6973509E-03</u>	<u>7.3164706E-03</u>
<u><i>du6</i></u>	<u>5.5879332e-06</u>	<u>-9.3036908E-07</u>	<u>-2.4829949e-06</u>	<u>-4.6563900E-07</u>	<u>8.8595804E-11</u>
<u><i>du7</i></u>	<u>-2.5630000e-03</u>	<u>-5.6326394E-03</u>	<u>-8.7221460e-03</u>	<u>-1.1101366E-02</u>	<u>-2.2388997E-02</u>
<u><i>du8</i></u>	<u>2.4437907e-03</u>	<u>5.6624417E-03</u>	<u>8.7420149e-03</u>	<u>1.1086465E-02</u>	<u>2.2387134E-02</u>
<u><i>du9</i></u>	<u>-6.0796742e-03</u>	<u>-1.2427569E-02</u>	<u>-1.8318495e-02</u>	<u>-2.4646522E-02</u>	<u>-4.9188737E-02</u>
<u><i>du10</i></u>	<u>6.0200696e-03</u>	<u>1.2427569E-02</u>	<u>1.8378099e-02</u>	<u>2.4676325E-02</u>	<u>4.9188737E-02</u>

Tabela 5.2: Variação dos coeficientes de  $u1$  nas matrizes **LO**.

$$VLOu1u1 = -0,0005413.V_x \quad (5.4)$$

$$VLOu1u2 = 0 \quad (5.5)$$

$$VLOu1u3 = 0,0005137.V_x \quad (5.6)$$

$$VLOu1u4 = 0 \quad (5.7)$$

$$VLOu1u5 = 0,0001849.V_x \quad (5.8)$$

$$VLOu1u6 = 0 \quad (5.9)$$

$$VLOu1u7 = -0,000563.V_x \quad (5.10)$$

$$VLOu1u8 = 0,000563.V_x \quad (5.11)$$

$$VLOu1u9 = -0.00124.V_x \quad (5.12)$$

$$VLOu1u10 = 0,00124.V_x \quad (5.13)$$

	LO5u2	LO10u2	LO15u2	LO20u2	LO40u2
<i>dq3</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq4</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq5</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq6</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq7</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq8</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq9</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq10</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>du1</i>	<u>1.3969839e-05</u>	<u>9.3132257E-06</u>	<u>5.5879354e-05</u>	<u>7.4505806E-05</u>	<u>0.0000000E+00</u>
<i>du2</i>	<u>-2.4436993e+01</u>	<u>-1.2226284E+01</u>	<u>-8.1600037e+00</u>	<u>-6.1292062E+00</u>	<u>-3.0977349E+00</u>
<i>du3</i>	<u>-3.0174851e-03</u>	<u>-3.0547380E-03</u>	<u>-9.0524554e-03</u>	<u>-1.2042001E-02</u>	<u>-2.1159649E-02</u>
<i>du4</i>	<u>4.2616224e+00</u>	<u>2.1321473E+00</u>	<u>1.4232908e+00</u>	<u>1.0692037E+00</u>	<u>5.4063046E-01</u>
<i>du5</i>	<u>0.0000000e+00</u>	<u>-3.7252903E-05</u>	<u>-1.8626451e-05</u>	<u>-3.7252903E-05</u>	<u>-1.6391277E-03</u>
<i>du6</i>	<u>-7.3286242e+00</u>	<u>-3.6709478E+00</u>	<u>-2.4842658e+00</u>	<u>-1.8834603E+00</u>	<u>-1.0471605E+00</u>
<i>du7</i>	<u>-2.1355510e+02</u>	<u>-1.0682285E+02</u>	<u>-7.1136955e+01</u>	<u>-5.3367615E+01</u>	<u>-2.6354492E+01</u>
<i>du8</i>	<u>-2.1356763e+02</u>	<u>-1.0683507E+02</u>	<u>-7.1175102e+01</u>	<u>-5.3417385E+01</u>	<u>-2.6433096E+01</u>
<i>du9</i>	<u>-2.5737405e+02</u>	<u>-1.2874663E+02</u>	<u>-8.5723999e+01</u>	<u>-6.4294342E+01</u>	<u>-3.1910540E+01</u>
<i>du10</i>	<u>-2.5738269e+02</u>	<u>-1.2875676E+02</u>	<u>-8.5751419e+01</u>	<u>-6.4329803E+01</u>	<u>-3.1979084E+01</u>

Tabela 5.3: Variação dos coeficientes de  $u_2$  nas matrizes **LO**.

$$VLOu2u1 = -2.10687e-07.V_x^2 + 9.94942e-06.V_x - 4.11389e-05 \quad (5.14)$$

$$VLOu2u2 = -120/V_x \quad (5.15)$$

$$VLOu2u3 = -0,000546265.V_x + 0,00016751 \quad (5.16)$$

$$VLOu2u4 = 21,32/V_x \quad (5.17)$$

$$VLOu2u5 = -2.0794e-06.V_x^2 + 4.84044e-05.V_x - 0.000240397 \quad (5.18)$$

$$VLOu2u6 = -36/V_x \quad (5.19)$$

$$VLOu2u7 = VLOu2u8 = -1.068/V_x \quad (5.20)$$

$$VLOu2u9 = VLOu2u10 = -1.287/V_x \quad (5.21)$$

	LO5u4	LO10u4	LO15u4	LO20u4	LO30u4
<i>dq3</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq4</i>	1.0000000e+00	1.0000000E+00	1.0000000e+00	1.0000000E+00	1.0000000E+00
<i>dq5</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq6</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq7</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq8</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq9</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<i>dq10</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<u><i>du1</i></u>	<u>-4.6566129e-06</u>	<u>0.0000000E+00</u>	<u>0.0000000e+00</u>	<u>0.0000000E+00</u>	<u>0.0000000E+00</u>
<u><i>du2</i></u>	<u>7.5502563e+00</u>	<u>3.7756028E+00</u>	<u>2.5166805e+00</u>	<u>1.8878351E+00</u>	<u>9.4410264E-01</u>
<i>du3</i>	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000e+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
<u><i>du4</i></u>	<u>-2.6223307e+01</u>	<u>-1.3111908E+01</u>	<u>-8.7408323e+00</u>	<u>-6.5558457E+00</u>	<u>-3.2782102E+00</u>
<u><i>du5</i></u>	<u>0.0000000e+00</u>	<u>-9.3132257E-06</u>	<u>1.8626451e-05</u>	<u>-1.8626451E-05</u>	<u>0.0000000E+00</u>
<u><i>du6</i></u>	<u>2.7893858e+00</u>	<u>1.3931655E+00</u>	<u>9.2378819e-01</u>	<u>7.0539308E-01</u>	<u>3.6807731E-01</u>
<u><i>du7</i></u>	<u>-3.0180545e+02</u>	<u>-1.5090019E+02</u>	<u>-1.0063231e+02</u>	<u>-7.5525642E+01</u>	<u>-3.7788227E+01</u>
<u><i>du8</i></u>	<u>-3.0180576e+02</u>	<u>-1.5090019E+02</u>	<u>-1.0063291e+02</u>	<u>-7.5525345E+01</u>	<u>-3.7788155E+01</u>
<u><i>du9</i></u>	<u>3.9821835e+02</u>	<u>1.9903780E+02</u>	<u>1.3279587e+02</u>	<u>9.9507874E+01</u>	<u>4.9661400E+01</u>
<u><i>du10</i></u>	<u>3.9821835e+02</u>	<u>1.9903749E+02</u>	<u>1.3279587e+02</u>	<u>9.9507576E+01</u>	<u>4.9661995E+01</u>

Tabela 5.4: Variação dos coeficientes de *u4* nas matrizes **LO**

$$VLOu4u1 = 0 \quad (5.22) \quad VLOu4u2 = 37,756/V_x \quad (5.23)$$

$$VLOu4u4 = -131,119/V_x \quad (5.24) \quad VLOu4u5 = 0 \quad (5.25)$$

$$VLOu4u6 = 13,931/V_x \quad (5.26)$$

$$VLOu4u7 = VLOu4u8 = -1,509/V_x \quad (5.27)$$

$$VLOu4u9 = VLOu4u10 = 1.990/V_x \quad (5.28)$$

Para se obter a melhor fórmula que descreve cada variação, foram obtidos gráficos representando cada uma delas e também os coeficientes de correlação para cada conjunto de coeficientes analisados. Os coeficientes de correlação para a planilha VLO5-40 e também os gráficos mencionados são apresentados no apêndice C. O coeficiente de correlação é dado por:

$$r = \frac{\sum_i (v_i - \bar{v})(c_i - \bar{c})}{\sqrt{\sum_i (v_i - \bar{v})^2} \sqrt{\sum_i (c_i - \bar{c})^2}} \quad (5.29)$$

Onde  $v_i$  corresponde ao valor da velocidade e  $c_i$  ao valor do coeficiente, com  $i=1, \dots, 3$  para as matrizes **CLO** e  $i=1, \dots, 5$  para as matrizes **LO**;  $\bar{v}$  e  $\bar{c}$  correspondem aos valores médio dos  $v_i$ 's e dos  $c_i$ 's, respectivamente.

Após os cálculos dos coeficientes de correlação, foram plotados os gráficos das variações e feitas as aproximações de acordo com o grau de linearidade fornecido pelo coeficiente de correlação obtido.

Como exemplos do procedimento adotado são apresentados os gráficos correspondentes às variações dos três coeficientes observadas na tabela 5.1.

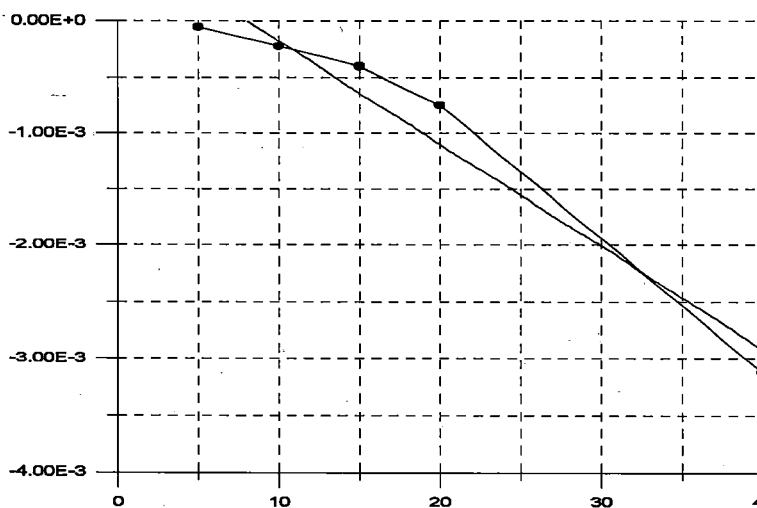


Figura 5.2: Gráfico de *VLOq4u1*



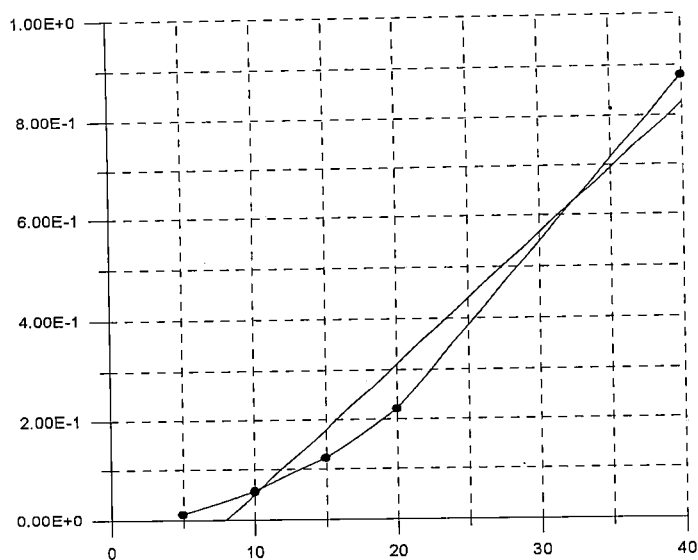


Figura 5.3: Gráfico de  $VLOq4u3$

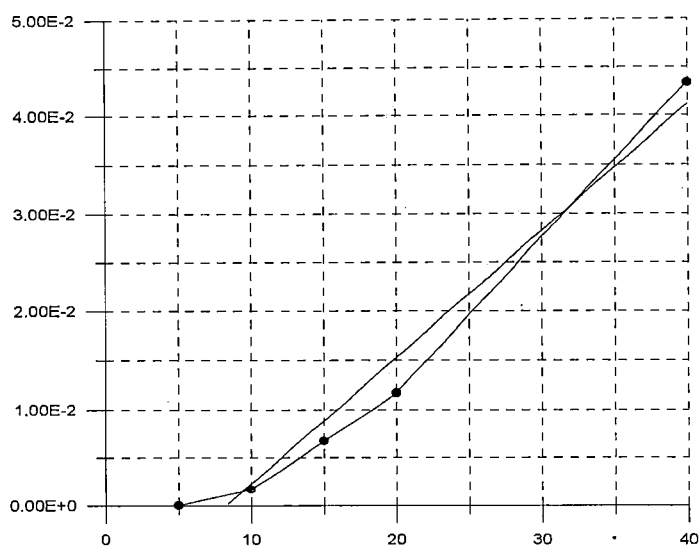


Figura 5.4: Gráfico de  $VLOq4u5$

Os valores assinalados nos gráficos correspondem aos valores dos coeficientes de  $q4$  nas equações das derivadas de  $u1$ ,  $u3$  e  $u5$ , respectivamente. As retas que são apresentadas juntamente com as curvas em cada gráfico correspondem às obtidas para cada variação e cujas fórmulas foram apresentadas juntamente com a tabela 5.1

Uma comparação entre os resultados obtidos para os coeficientes de correlação e os gráficos das variações dos coeficientes das variáveis de estado acima observados indicam uma boa aproximação, por retas, das curvas obtidas. Os coeficientes de correlação para os casos apresentados são, respectivamente, -0,974 , 0,978 e 0,984. Todavia, esta situação de proximidade entre o resultado esperado e o resultado obtido para as fórmulas que representam a variação dos coeficientes das variáveis de estado não foi sempre satisfeita. Em alguns casos, os coeficientes de correlação e as curvas obtidas não eram correspondentes. Nestes, observou-se que as magnitudes dos coeficientes analisados mudavam significativamente com a mudança de velocidade. Como o fator de correlação é calculado utilizando-se as médias dos conjuntos de valores analisados, as diferenças de peso entre os valores dos coeficientes influenciavam nos valores resultantes para os coeficientes de correlação.

A maioria dos coeficientes varia proporcionalmente à velocidade, sendo os coeficientes de  $q^4$  diretamente proporcionais à velocidade, enquanto que a maioria dos coeficientes de  $u^2$  e  $u^4$  são inversamente proporcionais à ela.

Inserindo-se todas as fórmulas em uma única matriz temos uma matriz parametrizada em função da velocidade longitudinal do veículo. À matriz parametrizada foi dado o nome **VLOFV**, que descreve a Variação das matrizes **LO** em Função da Velocidade.

#### 5.2.1.2. Matrizes CLO

Quando o veículo está em situação de esterçamento, as matrizes originadas dependem de duas variáveis: ângulo de esterçamento e velocidade do veículo. Quando se analisa a variação dos coeficientes em função da velocidade é necessário que se mantenha o ângulo de esterçamento constante. A única condição de ângulo que está presente em todas as condições de velocidade longitudinal, utilizadas nas simulações de esterçamento, é a de 10 graus de esterçamento, sendo também a condição para a qual foram obtidos os melhores resultados. Por este motivo, as matrizes usadas para as análise das variações dos coeficientes em função da variação da velocidade longitudinal são as matrizes **CLO11**, **CLO21** e **CLO31**.

Segundo COSTA (1992), os maiores coeficientes e as maiores variações observadas são os mesmos das análises obtidas para as matrizes **LO**, ou seja, os maiores coeficientes são aqueles relacionados às coordenadas generalizadas e os coeficientes que sofrem maiores alterações são  $q4$ ,  $u2$  e  $u4$ . As análises realizadas através dos gráficos em três dimensões realmente comprovam esta afirmação. Porém, quando uma análise mais detalhada é realizada, constata-se uma quantidade muito maior de variações significativas, onde os coeficientes variam tanto quanto, ou até mais, que os anteriormente citados. Novamente pode-se observar o já mencionado problema da diferença de ordem de grandeza entre os coeficientes, mascarando as variações dos coeficientes de menor valor.

Variações são também identificadas em coeficientes de  $q3$ ,  $q5$ ,  $q6$ ,  $q7$ ,  $u1$ ,  $u3$ ,  $u5$ ,  $u6$ ,  $u9$  e  $u10$ , sendo que para alguns desses coeficientes as variações ocorrem em todas, ou quase todas as equações ( $u1$ ,  $u2$ ,  $u3$ ,  $u4$ ,  $u5$  e  $u6$ ), enquanto que para outras variáveis as mudanças ocorrem em uma, duas ou três equações das derivadas das variáveis de estado. Nota-se, portanto, que o maior número de variações ocorrem nas variáveis relacionadas ao movimento e posicionamento do chassi.

O procedimento adotado para as comparações é o mesmo descrito anteriormente, utilizando-se uma planilha para colocar lado a lado as colunas referentes às mesmas variáveis de estado. A planilha utilizada é também apresentada no apêndice C com o nome de VCLO10G, que indica a variação das matrizes **CLO** quando o esterçamento é de 10 Graus. O mesmo tipo de nomenclatura é usado para referenciar as colunas e fórmulas para esta nova planilha, apenas mudando-se onde está escrito **LO** para **CLO**. A coluna CLO31q10 representa a coluna dos coeficientes de  $q10$  (em todas as equações das derivadas das variáveis de estado) referentes à condição de velocidade igual a 30 m/s e esterçamento igual a 10 graus, enquanto que VCLOu1u2 significa a variação do coeficiente de  $u1$  na equação da derivada de  $u2$ .

Também foram obtidos os coeficientes de correlação e os gráficos referentes a cada variação analisada, de onde tirou-se a melhor maneira de representá-la.

Novamente, agrupa-se em uma única matriz todas as fórmulas obtidas, gerando-se uma segunda matriz parametrizada em função da velocidade longitudinal

do veículo. À esta matriz parametrizada deu-se o nome **VCLOFV**, que descreve a Variação das matrizes **CLO** em Função da Velocidade.

### **5.3. Comparação entre as Matrizes Original e Parametrizada**

A utilização de um sistema que possa representar uma grande quantidade de condições de operação, na forma de espaço de estados, é de grande utilidade tanto na detecção da influência de cada variável de estado no comportamento do veículo quanto no projeto de controladores que melhorem a performance do mesmo.

A modelagem completa do veículo permite acessar as influências dos vários graus de liberdade sobre as variáveis de estado, fato que é impossível nos modelos mais simples, assim como influências de diferentes tipos de pneus sobre as variáveis que descrevem o comportamento do veículo. Estas e outras propriedades não foram anteriormente definidas na literatura.

Após o desenvolvimento do modelo parametrizado, torna-se necessário comprovar sua validade como representação do veículo utilizado na modelagem. Para tanto são realizadas comparações com os resultados obtidos dos modelo previamente validados. Primeiramente são comparados os autovalores do modelo linear e do modelo parametrizado e posteriormente são realizadas novas simulações com o modelo parametrizado a fim de uma nova análise quantitativa para o novo modelo gerado.

#### **5.3.1. Análise dos Autovalores**

Conforme descrita no capítulo 4, a validação do modelo linearizado foi primeiramente realizada por uma análise dos autovalores que foram comparados aos autovalores obtidos de modelos mais simples, previamente validados pelo fabricante do veículo. A fim de validar o modelo parametrizado, seus autovalores serão comparados com os autovalores do modelo linearizado. Para realizar a comparação entre os autovalores é necessário obter as matrizes parametrizadas para cada condição

de operação. As matrizes parametrizadas **VLOFV** e **VCLOFV** são utilizadas na forma de planilhas no “software” EXCEL, onde cada condição de velocidade pode ser calculada através das fórmulas anteriormente obtidas. Utilizando-se as velocidades de 5, 10, 15, 20 e 40 m/s para a planilha da matriz **VLOFV** obteve-se as matrizes **ALO5**, **ALO10**, **ALO15**, **ALO20** e **ALO40**, respectivamente, que são as matrizes da planta do sistema parametrizado para cada condição de velocidade quando o veículo se locomove em linha reta.

As matrizes do sistema parametrizado para a condição de esterçamento é também obtida com a matriz **VCLOFV**, como planilha do EXCEL. As condições de velocidade para estas matrizes são apenas três: 10, 20 e 30 m/s. As matrizes parametrizadas obtidas para estas condições são: **ACLO11**, **ACLO21** e **ACLO31**.

Os autovalores das matrizes **ALO** são comparados aos autovalores das matrizes **LO**, sempre utilizando-se as mesmas condições de velocidade, enquanto que os autovalores das matrizes **ACLO** são comparados aos das matrizes **CLO**, levando-se em conta as mesmas condições de velocidade e esterçamento.

Os autovalores são calculados utilizando-se o comando **DAMP** do **MATLAB** que obtém os autovalores também na forma de frequência natural (em rad/s) e fator de amortecimento. Nas tabelas 5.5 e 5.6 são apresentados os resultados obtidos, comparando-se as matrizes **LO5** e **ALO5**, e as matrizes **LO10** e **ALO10**, colocadas lado a lado, para uma melhor visualização. À esquerda são dispostos os autovalores das matrizes **LO** e à direita, os autovalores das matrizes **ALO**. São realizadas comparações para todas as matrizes **ALO** e **ACLO** geradas. Todas as tabelas de comparações são apresentadas no apêndice C.

Como a condição de referência utilizada para análise dos autovalores foi a que o veículo se locomove em linha reta a 20 m/s, tomamos a mesma condição de referência nas matrizes parametrizadas, para efeito de comparação. A tabela contendo os autovalores para as matrizes **LO20** e **ALO20** é a tabela 5.7. Analisando-se os resultados das comparações de todas as matrizes e da condição de referência, exposta em termos dos modos de dinâmica vertical e lateral do veículo, pode-se dizer que os resultados obtidos, em termos de uma primeira análise qualitativa, foram muito próximos do desejado, se não idênticos.

Autovalores de LO5		
Eigenvalue	Time constant	
-0.0001	10000	
-0.0027	370.37	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4068 + 6.7344i	0.2045	6.8797
-1.4068 - 6.7344i	0.2045	6.8797
-2.2540 + 8.1518i	0.2665	8.4577
-2.2540 - 8.1518i	0.2665	8.4577
-3.0307 + 10.9890i	0.2659	11.3993
-3.0307 - 10.9890i	0.2659	11.3993
-15.0094 + 73.9553i	0.1989	75.4631
-15.0094 - 73.9553i	0.1989	75.4631
-15.0574 + 77.1773i	0.1915	78.6324
-15.0574 - 77.1773i	0.1915	78.6324
-22.5758	1.0000	22.5758
-24.0683 + 78.9155i	0.2917	82.5042
-24.0683 - 78.9155i	0.2917	82.5042
-24.8916 + 77.8106i	0.3047	81.6950
-24.8916 - 77.8106i	0.3047	81.6950
-31.1134	1.0000	31.1134

Autovalores de ALO5		
Eigenvalue	Time constant	
0.0002	5000	
-0.0027	370.37	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4156 + 6.7350i	0.2057	6.8822
-1.4156 - 6.7350i	0.2057	6.8822
-2.2486 + 8.1522i	0.2659	8.4566
-2.2486 - 8.1522i	0.2659	8.4566
-3.0310 + 10.9881i	0.2659	11.3985
-3.0310 - 10.9881i	0.2659	11.3985
-15.0097 + 73.9518i	0.1989	75.4597
-15.0097 - 73.9518i	0.1989	75.4597
-15.0574 + 77.1771i	0.1915	78.6322
-15.0574 - 77.1771i	0.1915	78.6322
-22.5794	1.0000	22.5794
-24.0686 + 78.9156i	0.2917	82.5044
-24.0686 - 78.9156i	0.2917	82.5044
-24.8920 + 77.8135i	0.3047	81.6979
-24.8920 - 77.8135i	0.3047	81.6979
-31.1126	1.0000	31.1126

Tabela 5.5: Comparação dos autovalores das matrizes LO5 e ALO5

Autovalores de LO10		
Eigenvalue	Time constant	
-0.0002	5000	
-0.0054	185.18	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4066 + 6.7348i	0.2044	6.8802
-1.4066 - 6.7348i	0.2044	6.8802
-2.2541 + 8.1515i	0.2665	8.4574
-2.2541 - 8.1515i	0.2665	8.4574
-3.0312 + 10.9647i	0.2665	11.3759
-3.0312 - 10.9647i	0.2665	11.3759
-13.5349 + 3.5230i	0.9678	13.9859
-13.5349 - 3.5230i	0.9678	13.9859
-15.0096 + 73.9553i	0.1989	75.4630
-15.0096 - 73.9553i	0.1989	75.4630
-15.2333 + 77.0552i	0.1939	78.5465
-15.2333 - 77.0552i	0.1939	78.5465
-24.5403 + 78.3049i	0.2991	82.0602
-24.5403 - 78.3049i	0.2991	82.0602
-24.8921 + 77.8103i	0.3047	81.6950
-24.8921 - 77.8103i	0.3047	81.6950

Autovalores de ALO10		
Eigenvalue	Time constant	
0.0004	2500	
-0.0054	185.18	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4155 + 6.7350i	0.2057	6.8821
-1.4155 - 6.7350i	0.2057	6.8821
-2.2487 + 8.1522i	0.2659	8.4567
-2.2487 - 8.1522i	0.2659	8.4567
-3.0316 + 10.9642i	0.2665	11.3756
-3.0316 - 10.9642i	0.2665	11.3756
-13.5314 + 3.5266i	0.9677	13.9834
-13.5314 - 3.5266i	0.9677	13.9834
-15.0097 + 73.9518i	0.1989	75.4597
-15.0097 - 73.9518i	0.1989	75.4597
-15.2334 + 77.0550i	0.1939	78.5464
-15.2334 - 77.0550i	0.1939	78.5464
-24.5407 + 78.3049i	0.2991	82.0603
-24.5407 - 78.3049i	0.2991	82.0603
-24.8920 + 77.8135i	0.3047	81.6979
-24.8920 - 77.8135i	0.3047	81.6979

Tabela 5.6: Comparação dos autovalores das matrizes LO10 e ALO10

Modos	ALO20		LO20	
	Frequência (rd/s)	Fator de Amort.	Frequência (rd/s)	Fator de Amort.
Deslocamento vertical dianteiro	6,88	0,206	6,88	0,206
Deslocamento vertical traseiro	8,45	0,266	8,45	0,266
Rolagem	11,38	0,267	11,38	0,267
Velocidade de guinada/ velocidade lateral	8,12	0,834	8,13	0,834
Deslocamento vertical dos pneus dianteiros em fase	75,46	0,199	75,46	0,199
Deslocamento vertical dos pneus dianteiros em fases opostas	78,52	0,195	78,52	0,195
Deslocamento vertical dos pneus traseiros em fase	81,70	0,303	81,70	0,303
Deslocamento vertical dos pneus traseiros em fases opostas	81,95	0,303	81,95	0,303

Tabela 5.7: Autovalores de LO20 e ALO20

Entretanto, se for observada a primeira linha de cada tabela de autovalores apresentadas no apêndice C, nota-se que este autovalor possui valores positivos (para todas as matrizes ALO e ACLO11). Este autovalor está relacionado à variável  $q_4$  do vetor de estados, e, conforme já observado por COSTA (1992), seu valor deveria ser nulo, ou seja, deveria representar um integrador. Apesar de resultar em um pequeno valor, não pode ser retirado do vetor de estados por estar acoplado às velocidades lateral e angular, sendo que sua eliminação afetaria os modos associados à dinâmica lateral do veículo.

Este autovalor, apesar de ser positivo e portanto causar instabilidade ao sistema, tem um valor bem próximo de zero, propiciando uma resposta bem lenta. Em termos físicos, este polo relacionado a  $q_4$  no semi-plano direito do plano complexo,

leva o veículo a ter um comportamento parecido com um carro onde as rodas estão desalinhadas. Porém, este fato não assume grande importância em vista de um veículo real estar sempre sendo realimentado pelas ações do motorista, configurando um sistema de malha fechada, que corrigiria a trajetória do mesmo mantendo a estabilidade.

Há a possibilidade de se melhorar ainda mais os resultados. Se forem adotadas funções parabólicas que passem exatamente pelos valores correspondentes aos coeficientes das condições de operação adotadas teremos a plena repetição dos coeficientes e autovalores das matrizes do modelo linearizado. No entanto, se forem adotadas outras condições de operação, os resultados podem ser bem diferentes.

### 5.3.2. Condicionamento da Matriz A

Um problema é dito bem-condicionado se pequenas mudanças nos dados causam apenas pequenas mudanças na solução. Os casos observados na seção anterior, com relação à variação dos autovalores do modelo linearizado para pequenas variações sofridas pelos coeficientes das matrizes parametrizadas, caracterizam um problema mal condicionado. Pequenos desvios do valor original dos coeficientes alteram de forma significativa os autovalores e conseqüentemente as respostas do modelo.

COSTA (1992) realizou uma análise do condicionamento da matriz A do modelo linear para a configuração de referência, ou seja, para a matriz **LO20**, resultando em um número de condicionamento de aproximadamente  $2,0 \cdot 10^8$ . Este número indica que o computador pode perder mais que 8 casas decimais devido a erros de arredondamento.

Quando o computador utilizado trabalha com processadores de 64 bits, como no trabalho desenvolvido por COSTA (1992), este problema não chega a comprometer os resultados, pois há uma maior quantidade de casas decimais para os números utilizados, o que minora os erros de arredondamento dos números. Porém, quando o número de bits baixa para 16, como é o caso do computador utilizado para este trabalho, o número de casas decimais é reduzido pela metade, causando maiores



erros de arredondamento e conseqüentemente piorando o condicionamento do sistema, podendo vir a causar a deterioração observada para os autovalores. Como estes estão próximos à origem, pequenas mudanças os tornam positivos, comprometendo a estabilidade das respostas e a robustez do modelo parametrizado. Deste modo, aumenta-se a necessidade de controladores capazes de proporcionar maior robustez ao sistema, tornando-o menos susceptível às variações da planta.

#### 5.4. Simulações com o Modelo Parametrizado

Novamente, a comprovação da utilidade do modelo desenvolvido deve ser verificada e, para tanto, uma nova bateria de simulações, que realize uma análise quantitativa das respostas fornecidas pelo modelo, se faz necessária.

As simulações das condições de operação do veículo são realizadas de modo semelhante às simulações anteriormente descritas para os modelos não linear e linearizado e as respostas são analisadas em relação às obtidas anteriormente para os dois modelos.

De maneira semelhante às anteriores, as respostas são analisadas para os três tipos de simulações:

- 1) entrada de esterçamento;
- 2) distúrbios verticais da pista;
- 3) distúrbios aerodinâmicos;
- 4) aceleração.

Juntamente com as respostas do modelo parametrizado são apresentadas as respostas do modelo linear, correspondendo à linha contínua presente nos gráficos apresentados, enquanto que a linha pontilhada corresponde ao modelo parametrizado. As respostas da matriz **ALO20** são comparadas às respostas obtidas para a matriz **LO20**. Esta mesma metodologia é usada nas comparações das demais matrizes, por exemplo: as respostas da matriz **ACLO21** é comparada aos resultados obtidos para a matriz **CLO21**.

Este método de comparação é utilizado, somente neste capítulo, em todos os tipos de simulações em que são utilizadas matrizes parametrizadas. Nos gráficos

apresentados no apêndice C esta metodologia não é adotada, sendo mostradas somente as respostas do modelo parametrizado.

#### 5.4.1. Simulações de Esterçamento

As simulações de esterçamento foram primeiramente realizadas com a matriz **ALO20**, por se configurar como condição de referência para os modelos parametrizados. As grandezas analisadas são as mesmas das simulações de esterçamento anteriores e novamente apresentam resultados muito próximos aos obtidos para os modelos linearizados.

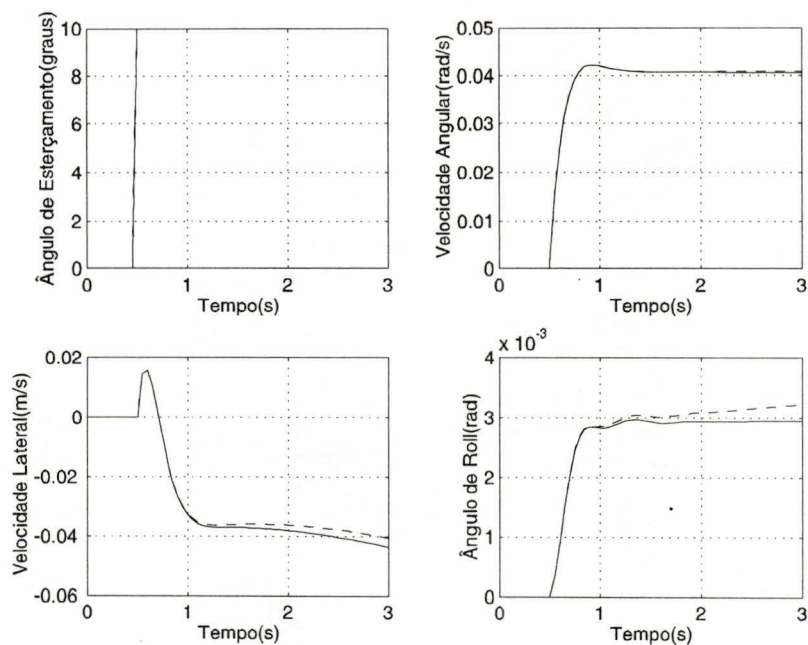


Figura 5.5: Resposta de **ALO20** ao esterçamento de 10 graus.

Novamente se repetem as características observadas para os modelos linearizados, havendo as divergências relacionadas às grandezas que são fortemente influenciadas pela velocidade longitudinal.

Posteriormente, as simulações foram realizadas com as matrizes **ACLO**, uma vez que foram obtidas com a linearização do modelo original quando em situação de

esterçamento. Apesar das matrizes **ACLO** serem obtidas somente para a condição de esterçamento de 10 graus, elas serão utilizadas para todas as condições de ângulo de esterçamento.

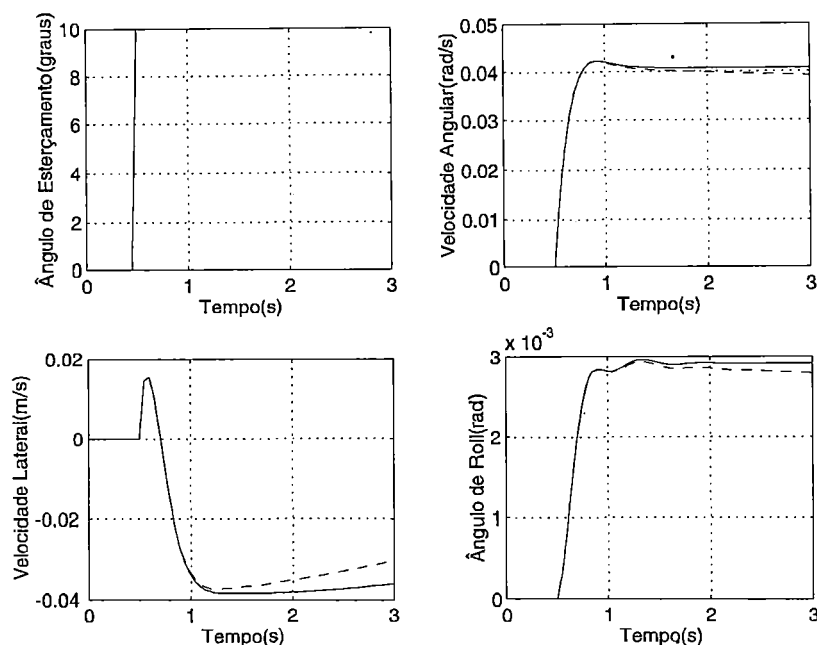


Figura 5.6: Resposta de **ACLO21** ao esterçamento de 10 graus.

Os gráficos das respostas para a entrada de esterçamento, utilizando-se as matrizes parametrizadas **ACLO**, são apresentados no apêndice C, figuras C1 a C7. As grandezas analisadas são as velocidades de guinada e lateral e o ângulo de rolagem.

Em uma primeira análise, verifica-se que para a matriz **ACLO11** os resultados obtidos não representam as respostas “normais” do veículo às entradas de esterçamento utilizadas.

Averiguando-se os autovalores da matriz **ACLO11**, observa-se diferenças justamente naqueles relacionados aos modos de dinâmica lateral do veículo. Os autovalores correspondentes às velocidades lateral e angular são distintos quando comparados aos mesmos autovalores da matriz **CLO11**, sendo também o autovalor relacionado a  $q4$  positivo e de valor igual a 1 aproximadamente. Esta diferença afeta significativamente o comportamento das variáveis relacionadas à dinâmica lateral.

Quando são analisados os autovalores para a matriz **ACLO21** verifica-se uma maior proximidade para os autovalores anteriormente mencionados e, observando-se as respostas para as entradas de esterçamento, nota-se a grande proximidade dos resultados obtidos para o modelo linearizado e o modelo parametrizado, excetuando-se os valores da velocidade lateral, como no caso do modelo linear, pois não foi utilizado o processo de realimentação para a manutenção da velocidade longitudinal. Estes resultados são apresentados na figura 5.6.

Novamente, para a matriz **ACLO31**, as respostas obtidas não são semelhantes às do modelo linearizado. Observando-se os autovalores dessa matriz, constata-se que o autovalor de  $q4$ , apesar de negativo, não se localiza próximo à origem possuindo uma frequência muito maior que a esperada, novamente comprometendo as respostas dos modos da dinâmica lateral do veículo. Este fato ilustra bem o acoplamento de  $q4$  às variáveis de dinâmica lateral anteriormente citado.

Uma vez que os resultados obtidos para as matrizes parametrizadas em condição de esterçamento não produziram resultados satisfatórios para todas as condições de velocidade, e pelo fato de uma análise dos autovalores das matrizes **ALO** proporcionarem melhores resultados, juntamente com as boas respostas obtidas para a matriz **ALO20**, estas foram utilizadas para as simulações de esterçamento. Foram utilizadas as matrizes **ALO10**, **ALO20**, **ALO30** e **ALO40**. A matriz **ALO40** foi utilizada de modo a possuir uma condição a mais para averiguações. Apesar de terem sido geradas em função das matrizes que descrevem o comportamento do veículo em linha reta, nada impede que usemos essas matrizes para simulações de esterçamento.

Os gráficos das resposta das matrizes **ALO** ao esterçamento são apresentados no apêndice C, figuras C8 a C14. Apesar das respostas estarem muito mais de acordo com os resultados obtidos para o modelo linearizado, algumas diferenças são visíveis.

As maiores diferenças ocorrem com relação à velocidade lateral e longitudinal do veículo. O mesmo problema observado para a simulação de esterçamento com a matriz **CLO14**, quando a velocidade longitudinal do veículo aumentava com o esterçamento, é verificado para todas as matrizes **ALO**. Este fato altera todo o

comportamento das forças laterais dos pneus e conseqüentemente da aceleração lateral do veículo. Em alguns casos, o aumento da velocidade longitudinal do veículo altera significativamente o comportamento da velocidade lateral, que passa até a ter valores negativos em situações onde normalmente isto não ocorreria, a fim de aumentar o ângulo de escorregamento dos pneus para gerar um aumento das forças laterais e tentar manter o equilíbrio do veículo (figura C10, Apêndice C). Mais uma vez é possível observar a deterioração das respostas em função do aumento do ângulo de esterçamento, comprovando a restrição da faixa de operação do modelo parametrizado de maneira semelhante ao observado para o modelo linearizado.

Outra diferença perceptível é o indesejável aumento do ângulo de rolagem durante o esterçamento. Seu valor final deveria ser constante, mas há um crescimento que, embora não muito acentuado, pode comprometer o comportamento do veículo. Entretanto, verifica-se uma melhora para maiores velocidades, minorando o comprometimento em situações mais críticas.

Como no capítulo anterior, foram realizadas simulações de esterçamento com realimentação para manter a velocidade do veículo constante. Apesar de as forças longitudinais, proporcionais ao erro da velocidade, serem negativas indicando o acionamento dos freios, os resultados apresentaram melhoras para as situações de maiores ângulos de esterçamento. Um fato interessante é a menor alteração sofrida pela velocidade de guinada e ângulo de rolagem com a realimentação. Para as simulações do capítulo anterior, as realimentações causaram maiores efeitos que os observados para o modelo parametrizado, certamente pelas menores forças envolvidas nas realimentações para este modelo. Os gráficos correspondentes às simulações do modelo parametrizado com realimentação são apresentados no apêndice C, figuras C27 a C32.

Os fatos apresentados comprovam a sensibilidade do modelo em relação ao acoplamento das grandezas de dinâmica lateral com a velocidade longitudinal do veículo. Pequenos desvios causados pelas mudanças nos coeficientes relacionados principalmente às variáveis de estado correspondentes à dinâmica lateral causaram efeitos significativos com relação ao comportamento do veículo dado pelo modelo parametrizado.

### 5.4.2. Distúrbios Verticais da Pista

A simulação com a matriz **ALO20**, mais uma vez apresentou resultados muito satisfatórios em relação à dinâmica vertical do veículo. Os gráficos da figura 5.7 demonstram um comportamento igual ao obtido para os modelos não linear e linearizado.

Como era esperado, pelo fato dos autovalores dos modos de dinâmica vertical não sofrerem alterações com a variação da velocidade longitudinal, os demais resultados obtidos para as simulações de distúrbios verticais da pista são iguais aos obtidos para o modelo linearizado, não sendo possível observar as linhas pontilhadas que representam a resposta do modelo parametrizado, uma vez que é coincidente com a resposta do modelo linearizado. As condições de simulação são as mesmas e os gráficos das respostas são apresentados no apêndice C, figuras C14 a C22.

A título de comparação com as simulações apresentadas no capítulo anterior, o gráfico da figura 5.8 apresenta a resposta da matriz **ALO5** ao distúrbio triangular de altura igual a 0,1m.

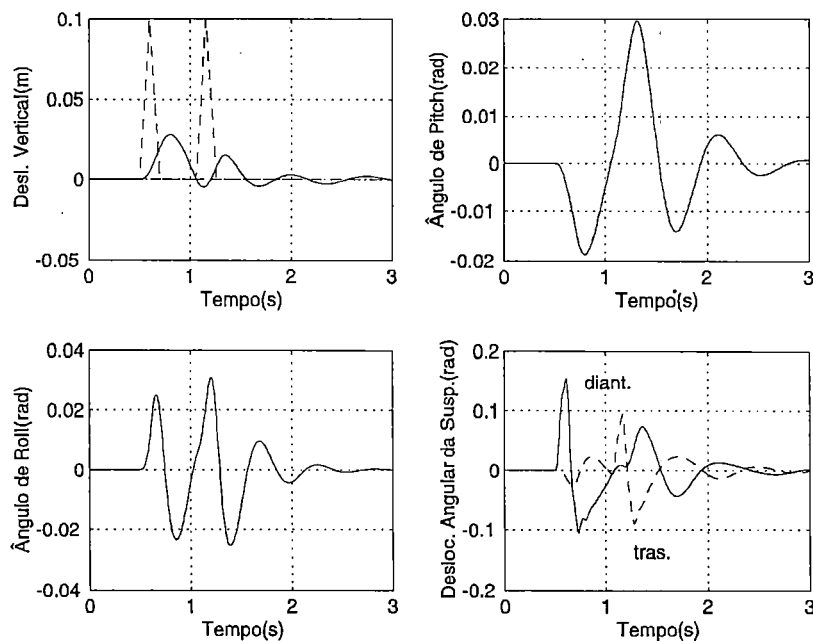


Figura 5.7: Resposta de **ALO20** ao distúrbio triangular,  $h=0,1\text{m}$ .

Os dois picos observados nos gráficos das respostas do deslocamento vertical do chassis representam a passagem das rodas dianteira e traseira esquerda pelo obstáculo, a fim de uma melhor visualização do comportamento do veículo.

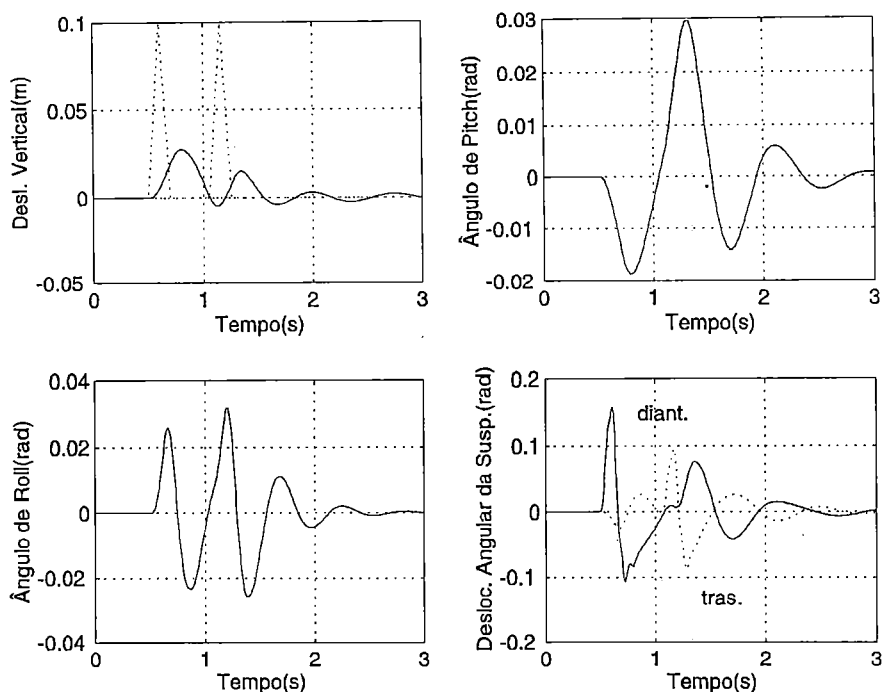


Figura 5.8: Resposta de **ALO5** ao distúrbio triangular da pista,  $h=0,1\text{m}$ .

### 5.4.3. Distúrbios Aerodinâmicos

Apesar das diferenças anteriormente verificadas para as grandezas relacionadas à dinâmica lateral do veículo para as simulações de esterçamento, principalmente com relação à velocidade lateral, o mesmo não ocorre para as simulações de distúrbios aerodinâmicos. Isto porque, para simulações de rajadas de vento lateral, não ocorrem mudanças de direção no deslocamento e as forças laterais envolvidas são muito menores.

Os resultados obtidos para a simulação com a matriz **ALO20** são apresentados na figura 5.9 e são iguais aos obtidos para a matriz **LO20**, descritos no capítulo anterior, não sendo possível, mais uma vez, observar a linha pontilhada que representa a resposta do modelo parametrizado. O mesmo ocorre para a matriz

LO40, figura 5.10. As demais respostas são apresentadas no apêndice C, figuras C23 a C26.

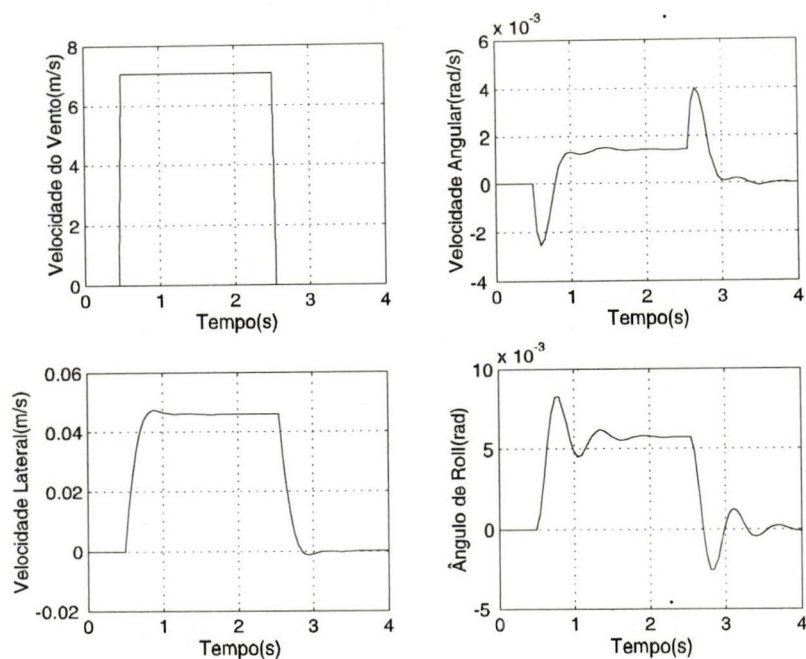


Figura 5.9: Resposta de ALO20 ao distúrbio aerodinâmico.

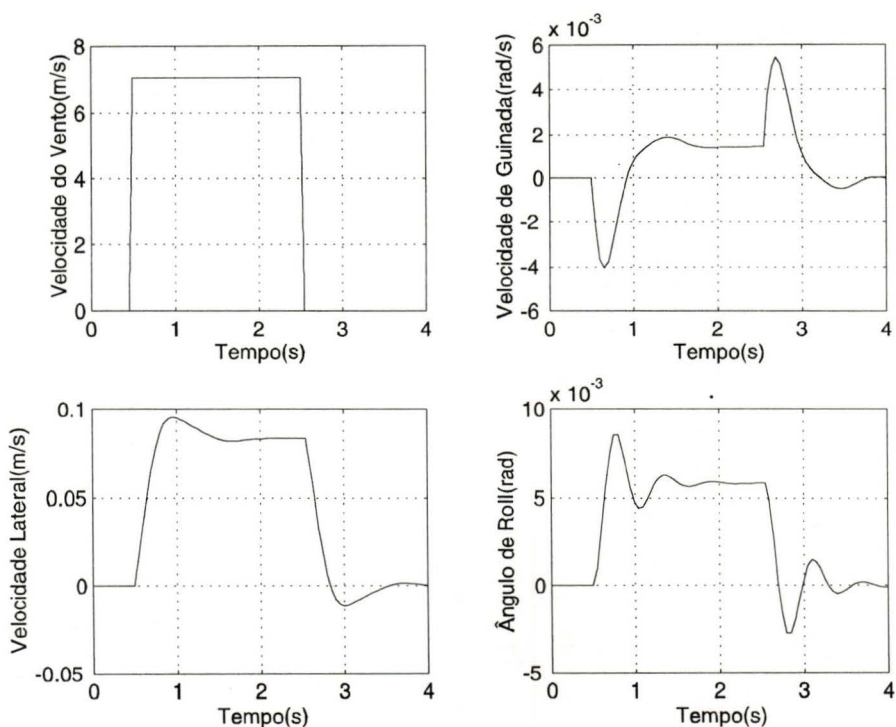


Figura 5.10: Resposta de ALO40 ao distúrbio aerodinâmico.



#### 5.4.4. Simulações de Aceleração

As simulações de aceleração são realizadas com a matriz ALO20, nas mesmas condições das simulações realizadas para o modelo linear. Como era esperado, pelo fato de os coeficientes e autovalores da matriz parametrizada não sofrerem alterações para as grandezas de dinâmica longitudinal, os resultados são iguais aos obtidos para o modelo linear, tanto nas simulações de tração taseira como de tração dianteria, sendo mais uma vez coincidentes. Os gráficos são apresentados nas figuras 5.11 e 5.12 .

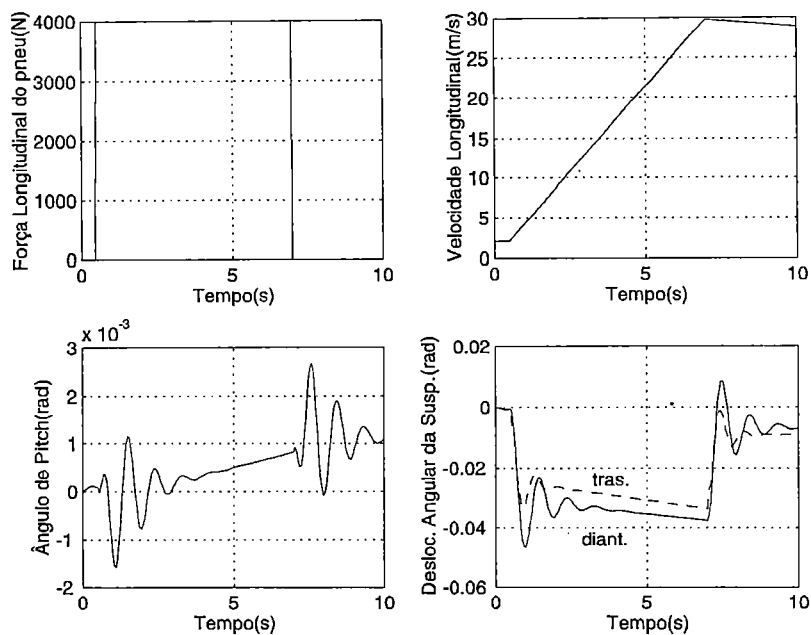


Figura 5.11: Resposta de ALO20 à aceleração de 0,5g, força nas rodas traseiras.

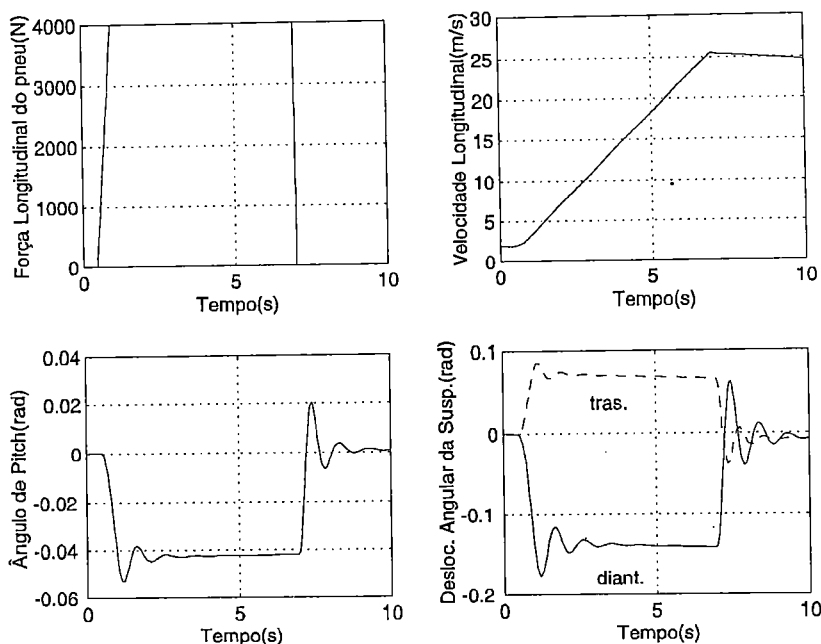


Figura 5.12: Resposta de **ALO20** à aceleração de 0,5g ; Forças nas rodas dianteiras.

## 5.5. Conclusão

Uma vez comprovada a validade do modelo linear obtido e o alto grau de acoplamento das variáveis de dinâmica lateral com a velocidade longitudinal do veículo, é descrita, neste capítulo, a formulação de matrizes parametrizadas que representam a grande quantidade de matrizes obtidas para o modelo linearizado.

Como a finalidade do trabalho era obter, para cada condição de pneu utilizado, uma única matriz que pudesse representar todas as matrizes relativas a uma determinada condição, as matrizes foram agrupadas e para cada grupo obteve-se uma matriz parametrizada. Por exemplo, todas as matrizes **LO** foram agrupadas e uma matriz parametrizada foi obtida. Para as matrizes **CLO**, como variam com a velocidade e ângulo de esterçamento, foi somente obtida a matriz parametrizada para o ângulo de esterçamento igual a 10 graus, variando-se a velocidade. Somente esta condição de esterçamento foi usada, posto que os resultados obtidos com as matrizes

**LO**, mesmo em simulações de esterçamento, foram muito mais satisfatórios e condizentes com os resultados das simulações do modelo linearizado.

As matrizes **CNW** e **NW** não foram utilizadas por não apresentarem respostas compatíveis àquelas do modelo não linear para as simulações realizadas.

Para se ter uma idéia da quantidade de averiguações realizadas para a comparação e formulação da variação dos coeficientes em função da velocidade, somente para as matrizes **LO** na planilha VLO5-40 utilizada foram observados 900 valores de coeficientes. Para a planilha VCLO10G a quantidade de coeficientes analisados foi de 540, por contar com apenas três valores de diferentes velocidades.

Após as comparações, os coeficientes que variavam de forma significativa foram agrupados em planilhas e por meio de interpolações eram obtidas as fórmulas para as variações dos coeficientes. Posteriormente, estas fórmulas eram alocadas nas respectivas linhas e colunas nas matrizes **VLOFV** e **VCLOFV** e, utilizando-se o EXCEL, tornava-se possível substituir os valores das velocidades e assim obter as várias matrizes **ALO** e **ACLO** parametrizadas.

As matrizes utilizadas têm dimensão 18x18 e, portanto, 324 coeficientes. Destes, apenas 24 foram substituídos por fórmulas para gerar a matriz **VLOFV**, enquanto que para a matriz **VCLOFV** eles foram em número de 53. Pode-se notar a maior influência do esterçamento na variação dos coeficientes, gerando também uma maior imprecisão verificada para as matrizes **ACLO**.

Um fator muito favorável e importante foi observado. Com apenas 23 fórmulas referentes a apenas quatro variáveis de estado pode-se obter uma matriz parametrizada capaz de representar uma grande quantidade de condições de operação, dentro das limitações do modelo utilizado.

A matriz **ALOFV** é capaz de representar todas as matrizes obtidas da linearização do modelo não linear com modelos de pneu linear e sem atraso na formação das forças laterais. Torna-se possível, em trabalhos futuros, o projeto de controladores capazes de gerenciar um controle integrado do chassi e suspensão, através de técnicas de controle robusto ou adaptativos. A possibilidade de representar o comportamento de todo o veículo pela variação de apenas 23 coeficientes de quatro

variáveis de estados é um resultado que encoraja e simplifica o projeto de sistemas de controle integrado de veículos.

Uma análise mais detalhada para a matriz **VCLOFV**, no que diz respeito às fórmulas utilizadas, pode gerar melhores resultados para as matrizes **ACLO**, uma vez que constatou-se que, em alguns casos, os coeficientes de correlação obtidos nas primeiras análises não condiziam com as fórmulas que melhor representam a variação dos coeficientes em função da velocidade.

## **CAPÍTULO - 6**

### **CONCLUSÃO**

Este trabalho foi desenvolvido baseado em análises de um modelo linear de veículo, obtido através da linearização, em diferentes condições de operação, do modelo não linear original. O modelo não linear original foi gerado devido à necessidade de modelos capazes de abranger o comportamento dinâmico global de um veículo. O modelo não linear representa o veículo como um só sistema composto por vários subsistemas que interagem entre si, abrangendo grande parte dos movimentos que compõem a complexa dinâmica do mesmo. Com o objetivo de tornar possível a utilização do modelo completo do veículo para o projeto de um controle integrado, tendência que está cada vez mais sendo utilizada, torna-se necessário obter o modelo linearizado a fim de se poder utilizar a grande quantidade de técnicas de controle conhecidas.

A linearização do modelo é obtida através das derivadas das equações não lineares em determinadas condições de operação, gerando várias matrizes que representam um modelo linear na forma de espaço de estados.

Entretanto, o grande número de condições analisadas, que representam parte das condições normais de uso de veículos tanto para manobras suaves como para situações onde o veículo é mais exigido, geram uma grande quantidade de matrizes. Além das várias situações, o uso de diferentes modelos de pneus também contribuíram para aumentar o número de matrizes obtidas.

Com o objetivo de se utilizar o modelo linearizado para fins de controle integrado do movimento do veículo, torna-se necessário a validação do mesmo. Para tanto, foram realizadas várias simulações com o modelo linearizado, nas mesmas condições daquelas realizadas com o modelo não linear, de forma que se tivesse base para as comparações, uma vez que o modelo não linear fora previamente validado.

Foram analisados os principais aspectos das dinâmicas longitudinal, lateral e vertical, verificando-se o comportamento do modelo que representa o veículo para diversos tipos de entradas de comando do motorista (esterçamento e aceleração) e de distúrbios externos (elevações da pista e dist. aerodinâmico), assim como as influências dos modelos de pneus utilizados.

Grande parte das simulações foram realizadas com todos os tipos de matrizes relacionadas com a condição de operação de cada simulação, sendo possível verificar o melhor tipo de matriz que representava o modelo em cada situação específica. Os melhores resultados foram obtidos para as matrizes **CLO** e **LO** em todas as condições analisadas. A presença do modelo de pneu não linear com atraso na formação das forças laterais não resultaram em modelos lineares (com as matrizes **CNW** e **NW**) capazes de reproduzir de modo satisfatório o comportamento do veículo. Como o principal objetivo era verificar as matrizes que proporcionariam o melhor resultado para todos os tipos de simulação a fim de utilizá-las na formação de um modelo parametrizado, quando um determinado tipo de matriz não fornecia bons resultados, esta era rejeitada como representação linear do veículo.

Por estes motivos as matrizes **LO** e **CLO** foram utilizadas na tentativa de se obter modelos parametrizados.

Como o modelo foi “exercitado” de várias formas, foi possível obter uma grande quantidade de resultados capazes de verificar a validade da representação linear do veículo. Os principais resultados são expostos a seguir e correspondem às respostas das matrizes **LO** e **CLO**.

As melhores respostas do modelo linearizado foram relacionadas à dinâmica vertical. O modelo linear foi capaz de reproduzir, com bastante proximidade, os resultados obtidos com o modelo não linear. A pequena influência da velocidade longitudinal na variação dos autovalores dos modos de dinâmica vertical do veículo permitiu este resultado.

Com relação às grandezas de dinâmica lateral do veículo, os melhores resultados foram obtidos para pequenos ângulos de esterçamento, em todas as condições de velocidade, reproduzindo fielmente o comportamento obtido para o modelo não linear. Quando o ângulo de esterçamento era maior, algumas variáveis apresentaram divergências com relação ao comportamento observado para o modelo não linear. As respostas relacionadas à dinâmica lateral ficaram prejudicadas pela representação das grandezas de translação num referencial inercial. Para obter estas grandezas expressas no referencial do veículo, foi necessário utilizar matrizes de cosenos diretores a fim de realizar as mudanças de coordenadas entre as diferentes bases. Este foi o principal fator da obtenção de melhores resultados para pequenos graus de esterçamento, prejudicando a resposta do modelo em situações de maior mudança de direção.

A falta de um referencial preso ao veículo dificultou a obtenção de variáveis relacionadas aos deslocamentos e velocidades do modelo e, principalmente, ocasionou erros quando eram utilizadas as realimentações das forças longitudinais, utilizadas para reduzir as variações da velocidade longitudinal. Este resultado não é desejável do ponto de vista de controle, uma vez que as forças aplicadas por ações de controle não serão aplicadas em direções condizentes ao referencial do veículo e sim, ao referencial inercial. A solução do problema consiste em uma nova modelagem de modo a localizar as juntas de deslizamento no próprio referencial do veículo, e não no referencial inercial como foi adotado para o modelo atual. Mesmo com estas

dificuldades o modelo linearizado provou ser capaz de responder, de maneira satisfatória, às excitações dos modos de dinâmica lateral.

Outro ponto que é importante destacar está relacionado com a impossibilidade de se comparar resultados entre modelos iguais que utilizam tipos de pneus diferentes. Os resultados dos modelos linearizados, que utilizavam modelos de pneus não lineares (matrizes **NW** e **CNW**), foram um pouco distorcidos quando comparados aos resultados do modelo não linear, não propiciando uma boa representação do veículo.

Entretanto, os bons resultados obtidos com as simulações contendo as matrizes **LO** e **CLO** permitiram visualizar a construção de um modelo parametrizado que pudesse ser utilizado em análises e projetos de sistemas de controle.

A maioria dos projetos de controle são baseados em sistemas lineares. Contudo, grande parte de sistemas físicos reais são não lineares e aproximações lineares podem ser inacuradas. Para casos em que as não-linearidades não são muito acentuadas, as aproximações lineares podem ser feitas e o uso de métodos de controle e análise de sistemas lineares podem ser utilizados com sucesso. Todavia, para sistemas que contêm alto grau de não-linearidades, os métodos lineares são inadequados (HAUSKDÓTTIR et al., 1993).

As práticas mais comuns no estudo e projeto de controle para sistemas não lineares são baseadas em linearizações em torno de diferentes pontos de operação, com controladores preenchendo requisitos de projeto para cada ponto de operação. Estes tipos de controladores são chamados de controladores de ganho variável (“gain scheduling”). Neste método de controle, são usados modelos parametrizados que representam a grande quantidade de matrizes da planta. Para tanto é necessário descobrir as leis de formação das matrizes parametrizadas.

O melhor resultado do presente trabalho é justamente a parametrização da matriz da planta do modelo na forma de espaço de estados. Através do conhecimento da variação dos coeficientes da matriz **A**, é possível se pensar em controladores do tipo “gain scheduling” de modo a obter um controle integrado de veículo. Aplicações deste tipo são muito utilizadas em controle de aeronaves, onde modelos linearizados são obtidos em função de várias velocidades e altitudes e o controlador varia de acordo com a pressão dinâmica (ADAMS et al., 1993).



Com o modelo parametrizado, foram também realizadas simulações e análises dos autovalores, novamente verificando a validade do modelo. Foram obtidos bons resultados com relação às matrizes **ALO**, geradas a partir da matriz parametrizada **VLOFV**, gerando respostas muito próximas, e em muitos casos iguais, às obtidas com o modelo linear e conseqüentemente ao modelo não linear. Um importante resultado foi a confirmação da dependência das grandezas relacionadas à dinâmica lateral do veículo com relação à velocidade longitudinal, que têm variação direta ou inversamente proporcional à mesma, ocasionando as principais variações dos coeficientes das matrizes.

Um dos principais resultados obtidos neste trabalho foi a capacidade em reproduzir grande parte dos bons resultados do modelo linearizado através de um modelo parametrizado com apenas 23 fórmulas referentes a apenas quatro variáveis de estados, ou seja, apenas com poucas variações do modelo é possível abranger grande parte do comportamento dinâmico do veículo. A matriz **ALOFV** é capaz de representar todas as matrizes obtidas da linearização do modelo não linear com modelos de pneu linear e sem atraso na formação das forças laterais. Torna-se possível, em trabalhos futuros, o projeto de controladores capazes de gerenciar um controle integrado do chassi e suspensão. A possibilidade de representar o comportamento de todo o veículo pela variação de apenas 23 coeficientes de quatro variáveis de estados é um resultado que encoraja e simplifica o projeto de sistemas de controle integrado de veículos. O pequeno número de variações dos coeficientes facilitam o projeto de controladores robustos, uma vez que apenas algumas variáveis de estados são alteradas.

Outro aspecto a ser mencionado é o atual estágio de desenvolvimento da tecnologia computacional, que através de máquinas e programas permitem um rápido acesso ao comportamento dinâmico do veículo. O uso de diferentes tipos de “softwares” e as ferramentas gráficas por eles apresentadas facilitam muito a obtenção e análise dos resultados. Este tipo de integração é defendida e utilizada por dinamicistas (ADDIEGO, 1992), pois, além de permitirem modelagens rápidas, apresentam resultados confiáveis.

Uma das grandes vantagens da utilização do modelo desenvolvido é a possibilidade de se analisar a influência dos vários graus de liberdade, como por exemplo a influência do deslocamento da suspensão em qualquer uma das variáveis de estado de posicionamento e movimento do chassis em função da condição de operação do veículo. Uma análise ainda mais completa seria fornecida com uma interpretação conjunta das variações dos coeficientes, das variações dos autovalores, e também das variações dos autovetores. Desse modo, as influências dos vários graus de liberdade em todas as variáveis de estado poderiam ser detectadas, possibilitando uma completa compreensão do veículo em estudo.

## BIBLIOGRAFIA

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADAMS, R. J.; SPARKS, A.; BANDA, S. Full envelope multivariable control law synthesis for a high-performance test aircraft. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, v. 16, n. 5, set.- oct., 1993.

ADDIEGO, J. The new technology of simulation. *Automotive Engineering*, p. 49-51, november, 1992.

ALLEN, R. W. & ROSENTHAL, T.J. Requirements for vehicle dynamics simulation models. In: SAE INTERNATIONAL CONGRESS & EXPOSITION, Detroit, USA, 1994. SAE paper n. 940175.

ALLEN, R.W. ; ROSENTHAL, T.J. ; KLYDE, D.H. ; OWENS, K.J. ; SZOSTAK, H.T. Validation of ground vehicle computer simulations developed for dynamics stability analisys. In: SAE INTERNATIONAL CONGRESS & EXPOSITION, Detroit, USA, 1992. SAE paper n. 920054.

ANDERSON, R. J.; QUIRT, R.C. Comparisons of a linear with a non-linear multibody simulation of an off-road vehicle.

ANDERSON, R.J. & HANNA, D.M. Comparison of three vehicle simulation methodologies. In: 11th IAVSD SYMPOSIUM, Ontario, Canada, 1989.

AUSLANDER, D.M. The computer as a liberator: the rise of mechanical system control. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, v. 115, p. 234-238, june, 1993.

BEKERFELD, V. & SEIFERT, G. Four wheel steering - handling and disturbance compensation on surfaces with various friction conditions. In: 24th FISITA congress, London, 1992. SAE paper n. 925051.

BRAESS, H. & THOMSON, B. The motor vehicle - a good example of the wide range of application of modern control engineering. In: WORLD IFAC CONGRESS, 1987.

CHIKAMORI, S. ; SUMLE, A. ; OHTA, Y. Profiles of automobiles in the year 2000. SAE paper n. 892008.

CHUNG, S. & HAUG, E.J. Real-time simulation of multibody dynamics on shared memory multiprocessors. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v. 115, p. 627-637, december, 1993.

COSTA, Álvaro. *Application of multibody system (MBS) techniques to automotive vehicle chassis simulation for motion control studies*. Coventry, 1992. 337p. Tese (Doutorado) - University of Warwick.

COSTA, A. ; JONES, R.P. ; CHERRY, A. Modelling techniques and simulation of the canadian jeep Iltis using multibody systems (MBS). In: III CONGRESSO E EXPOSIÇÃO INTERNACIONAIS DE TECNOLOGIA DA MOBILIDADE, São Paulo, 1994. SAE paper n. 942371.

COSTA, A. ; JONES, R.P. ; CHERRY, A. Modeling and simulation of a five-point vehicle suspension using multibody systems (MBS) techniques. In: II CONGRESSO E EXPOSIÇÃO INTERNACIONAIS DE TECNOLOGIA DA MOBILIDADE, São Paulo, 1993. SAE paper n. 931697.

COSTA, A. N.; CHERRY, A. S.; JONES, R. P. An integrated MBS modelling environment for vehicel motion control studies. In: 12th IAVSD SYMPOSIUM, France, 1991.

COSTA, A. N.; CHERRY, A. S.; JONES, R. P. MBS modelling, non-linear simulation and linear analisys techniques for integrated vehicle control. IN: IFAC WORKSHOP ON ADVANCES IN AUTOMOTIVE CONTROL, Monte Verita, 1995.

CROLLA, D.A. ; YIP, C.K. ; HORTON, D.N. The influence of aerodynamic effects on car handling. In: 24th FISITA CONGRESS, London, 1992. SAE paper n. 925043.

DARLING, J. ; DOREY, R.E. ; ROSS-MARTIN, T.J. Low cost active ant-roll suspension for passenger cars.

DARLING, J. ; WOOLGAR, R. ; ROSS-MARTIN, T.J. The simulation of vehicle dynamics using yhe roll centre concept. In: 24th FISITA CONGRESS, Londres, Inglaterra, 1992. SAE paper n. 925048.

DROSDOL, J ; KÄDING,W. ; PANIK, F. The Daimler-Benz driving simulator, new technologies demands new instruments. In: 9th IAVSD SYMPOSIUM, Suíça,1988.

EDDIE, R. Anti-lock brakes on snow and ice. *Automotive Engineering*, v. 102, n. 4, april, 1994.

- ERHARDT, R.; ZANTEN, A. T.; PFAFF, G. Control of vehicle dynamics. *Automotive Engineering*, v.103, n.5, p. 87-93, may, 1995.
- ESTEVEZ, A.C. ; WINOCO, L. ; BERTHAUD, J. Disc brakes for trucks: a technical innovation for heavy vehicles. In: 24th FISITA CONGRESS, London, 1992. SAE paper n. 925059.
- GHESQUIERE, H. Brake squeal noise analysis and prediction. In: 24th FISITA CONGRESS, Londres, Inglaterra, 1992. SAE paper n. 925060.
- GILLESPIE, T. D. *Fundamentals of vehicle dynamics*. 2.ed., Society of Automotive Engineers, Warrendale, U.S.A., 1992.
- GOODAL , R.M. & KORTUM, W. Active control in ground transportation - a review of the state-of-the-art and future potential. *Vehicle System Dynamics*, v. 12, p. 225-257, 1983.
- GRIMBLE, M. J.  $GH^{\infty}$  self-tuning control for multivariable systems. *Int. J. Control*, v. 60, n. 3, p. 347-367, set., 1994.
- HAUKSDÓTTIR, A.S. & SIGURDARDÓTTIR, G. On the use of robust design methods in vehicle longitudinal controller design. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v. 115, p. 166-172, march, 1993.
- HEDRICK, J.K. & YI, K. Dynamic tire force control by semiactive suspensions. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v.115, p. 465-474, september, 1993.
- HILLER, M. Modeling the dynamics of a complex car model with nonlinear wheel suspension kinematics and elastic hinges.

HOOG, A.S. ; DICKISON, J.G. ; MADDISON, S.J. ; YARDLEY, A.J. Design and prediction of vehicle handling and stability. In: 24th FISITA CONGRESS, Londres, Inglaterra, 1992. SAE paper n. 925045.

HROVAT, D. Applications of optimal control to advanced automotive suspension design. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v.115, p. 328-341, july, 1993.

HROVAT, D. & POWERS, W.F. Power train computer control systems. In: 10th IFAC WORLD CONGRESS, 1987.

IN-JOONG HA ; TUGCU, A.K. ; BOSTANY, N.M. Feedback linearizing control of vehicle longitudinal acceleration. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 34, n. 7, p. 689-698, july, 1989.

INOUE , T. ; AOKI, K. ; SUZUKI ,T. Future engine control. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON TRANSPORTATION ELECTRONICS, Dearborn, USA, 1990.

INTUITIVE handling control system. *Automotive Engineering*, p. 31, june, 1994.

JONES, R.P. ; KURIGER, I.F. ; HUGHES, M.T.G. ; HOLT, M.J. ; IRONSIDE, J.M. ; LANGLEY, P.A. Modelling and simulation of an automotive powertrain incorporating a Perbury continuously variable transmission. 1986.

JORDAN, D. ; WELLS, M. ; BOZIN, A. ; NAKAMURA, Y. ; NEWMAN, A. ; PETTIT, N. ; WELLSTEAD, P. Personal computers in laboratory teaching of control. *European Journal of Engineering Education*, v. 18, n. 3, p. 249 - 254, 1993.

- JOST, K. The patriot's hybrid-electric drivetrain. *Automotive Engineering*, v. 102, n. 12, p. 30-33, december, 1994.
- KANE, T. R.; LEVINSON, D. A. Dynamics: theory and applications. New York, McGraw-Hill, 1985.
- KATEBI, M. R.; ZHANG, Y.  $H^\infty$  control analysis and design for nonlinear systems. *Int. J. Control*, v. 61, n. 2, p. 459-474, feb., 1995.
- KIENCKE, U. A view of automotive control systems. *IEEE Control Systems Magazine*, v.4, n. 8, p. 11-19, august, 1988.
- KOLB, P. ; RICKLI, M. ; SCHAULFELBERGER, W. A set of minitools for education in control system analysis and design. *European Journal of Engineering Education*, v.18, n.3, p. 239 - 247, 1993.
- KOMPASS, E.J. Dynamic Simulation: Nothing else will do again for control design. *Control Engineering*, p. 61-62, may, 1993.
- KORTÜM, W. ; SCHWARTZ, W. ; FAYÉ, I. Dynamic modeling of high speed ground transportation vehicles for control design and performance evaluation.
- KUKKONEN, C.A. & SHELEF, M. Hydrogen as an alternative automotive fuel. *Automotive Engineering*, v. 102, n.10, p. 25-29, october, 1994.
- LANDOLFI, O. ; SITE, V.D. ; MARTELLUCCI, L. Hybrid propulsion system with continuously variable transmission. In: III CONGRESSO E EXPOSIÇÃO INTERNACIONAIS DA TECNOLOGIA DA MOBILIDADE, São Paulo, 1994. SAE paper n. 942389.



- LAWRENCE, D. A.; RUGH, W. J. Gain scheduling dynamic linear controllers for a nonlinear plant. *Automatica*, v. 31, n. 3, p. 381-390, 1995.
- LUGNER, P. ; LORENZ, R. ; SCHINDLER, E. The connection of theoretical simulation and experiments in passenger car dynamics. In: 8th IAVSD SYMPOSIUM, Michigan, USA, 1983.
- LUND, Y. I. & BERNARD, J. E. The relationship between the complexity of linear models and the utility of computer results. In: SAE INTERNATIONAL CONGRESS & EXPOSITION, Detroit, USA, 1992. SAE paper n. 920052.
- MACHENRY, R.R. Research in automobile dynamics - a computer simulation of general three-dimensional motions. SAE paper nro 710361, 1971.
- MILLS, P. M.; ZOMAYA, A. Y.; TADÉ, M. O. Adaptive model-based control using neural networks. *Int. J. Control*, v. 60, n. 6, p. 1163-1192, dec., 1994.
- MITAMURA, R. ; TANI, M. ; TANAKA, T. ; YUASA, M. System integration for new mobility. In: PASSENGER CAR MEETING AND EXPOSITION, Dearborn, Michigan, october 31 - november 03, 1988. SAE paper n. 881773.
- MODJTAHEDZADEH, A. & HESS, R.A. A model of driver steering control behavior for using is assessing vehicle handling qualities. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and control*, v. 115, p. 456-464, september, 1993.
- MORAN, A.; NAGAI, M. Optimal active control of nonlinear vehicle suspensions using neural networks. *JSME International Journal*, v. 37, n. 4, p. 707-718, 1994.
- MOSKWA, J. J.; YU, S. A global approach to vehicle control: Coordination of four wheel steering and wheel torques. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, v.116, n.4, p. 659-667, december, 1994.

- MOTOYAMA, S. ; UKY, H. ; ISODA, K. ; YUASA, H. Effect of traction force distribution control on vehicle dynamics. *Vehicle Systems Dynamics*, v.22, p. 455-464, 1993.
- MOURA, C. ; SANTELLANO, J. ; CUNHA, A. Análise de segurança de software de uso em aeronáutica. In: III CONGRESSO E EXPOSIÇÃO INTERNACIONAIS DE TECNOLOGIA DA MOBILIDADE, São Paulo, 1994. SAE paper n. 942370.
- MOUSSEAU, C.W. ; SAYERS, M.W. ; FAGAN, D.J. Symbolic quasi-static and dynamic analysis of complex automobile models. *Vehicle System Dynamics*, v.20, p. 446 - 459, aug. , 1991.
- PAWLAC, A.M. ; GRABER, D.W. ; ECKHARDT, D.C. .Magnasteer - direção hidráulica com esforço variável magneticamente. In: III CONGRESSO E EXPOSIÇÃO INTERNACIONAIS DA TECNOLOGIA DA MOBILIDADE, São Paulo, 1994. SAE paper n. 942388.
- REINER, E. ; GOEBELS, H. ; SCHRAMM, H.J. Antilock braking systems (ABS) for commercial vehicles - Status 1990 and future prospects. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON TRANSPORTATION ELECTRONICS, Dearborn, USA, 1990.
- RIBBENS, W.B. & MANSOUR, N.P. *Understanding Automotive Electronics*. 2ª edição Indianapolis, USA, Texas Instruments Publishing Center, 1984. 283p.
- RILL, G. Demands on vehicle modelling. In: 11th IAVSD SYMPOSIUM, Ontario, Canada, 1989.
- RILL, G. Vehicle dynamics in real-time simulation. In: 10th IAVSD SYMPOSIUM, Praga, Tchechoslovaquia, 1987.

- SAYERS, M.W. Automated formulation of efficient vehicle simulation codes by symbolic computation (AUTOSIM). In: 11th IAVSD SYMPOSIUM, Ontario, Canada, 1989.
- SCHIELEN, W. Modelling of complex vehicle systems. In: 8th IAVSD SYMPOSIUM, Michigan, USA, 1983.
- SCHIELEN, W. & SCHÄFER, P. Modelling of vehicles with controlled components. In: 11th IAVSD SYMPOSIUM, Ontario, Canada, 1989.
- SHINOJIMA, Y. ; NAGAO, M. ; KAWAHASHI, A. ; GOTO, Y. Development of multiplexing communication ICs for electronic control of a vehicle. In: WORLDWIDE PASSENGER CAR CONFERENCE AND EXPOSITION, Dearborn, USA, 1992. SAE paper nro 922126.
- SHUTTLEWOOD, D.W. ; CROLLA, D.A. ; SHARP, R.S. ; CRAWFORD, I.L. Active roll control for passenger cars. *Vehicle Systems Dynamics*, v. 22, p. 383 - 396, 1993.
- SMITH, J. M. *Mathematical modeling and digital simulation for engineers and scientists*. St. Louis, USA, Wiley-Interscience, 1977.
- STREIB, H-M. & LEONHARD, R. Hierarchical control strategy for powertrain functions. In: 24th FISITA CONGRESS, London,1992. SAE paper n. 925052.
- TANAKA, H. ; INOUE, H. ; IWATA, H. Development of a vehicle integrated control system. In: 24th FISITA CONGRESS, London,1992. SAE paper n. 925049.
- TOKUDA, T. Car in the '90s as a humanware. SAE Paper n. 885049.

TRAN, V.T. Handling control with additional rear wheel steering. In: 24th FISITA CONGRESS, London, 1992. SAE paper n. 925050.

TREGO, L.E. Engineering workstations. *Automotive Engineering*, v. 102, n. 11, p. 34-42, november, 1994.

VIKAS, A. ; WÖLER, A. ; WILLUMBIT, H-P. ; NECULAU, M. Mathematical models for the computation of vehicledynamic behaviour during development. In: 24th FISITA CONGRESS, London, 1992. SAE paper n. 925046.

WALLENTOWITZ, H. Scope for the integration of powertrain and chassis control systems: traction control - active suspension - all wheel drive. SAE Paper n. 901168.

WALLENTOWITZ, H. & ROPPENECKER, G. Integration of chassis and traction control systems. What is possible - what makes sense - what is under development. *Vehicle System Dynamics*, v. 22, p. 283-298, 1993.

WREDE, J. ; STUMPE, W. ; GRAUEL, I. ; BRÄUNINGER, J. ; SCHLICHENMAYER, A. ; KÄCHELE, H. Electronically controlled compressed-air braking system for commercial vehicles. In: 24th FISITA CONGRESS, London, 1992. SAE paper n. 925054.

WRIGHT, K. ; STASIK, A. ; SAYCE-JONES, R. ; GRIFFITH, S. ; CROSS, R. Advanced integrated driveline control. In: 24th FISITA CONGRESS, London, 1992. SAE paper n. 925053.

WU, DER-HO A study of symbolic manipulation in directional stability analysis for tractor and trailer. In: III CONGRESSO E EXPOSIÇÃO INTERNACIONAIS DA TECNOLOGIA DA MOBILIDADE, São Paulo, 1994. SAE paper n. 942384.

YAMADA, K.; HASHIGUCHI, M.; ITO, M. Traction control system - simulation analysis of the control system. *Int. J. of Vehicle Design*, v. 12, n. 1, 1991.

ZIERNICKI, R. M. ; JACOBSON, O. Head injury in automobile accidents. In: III CONGRESSO E EXPOSIÇÃO INTERNACIONAIS DA TECNOLOGIA DA MOBILIDADE, São Paulo, 1994. SAE paper n. 942377.

## Bibliografia Consultada

AMANN, C.A. Automotive engines : a future perspective. *Automotive Engineering*, v. 99, n.1, january, 1991.

AUTOMOTIVE Handbook. Düsseldorf, Robert BOSCH GmbH, 1993.

CANALE, A. C. *Automobilística: dinâmica e desempenho*. São Paulo, Érica, 1989.

COLE, D.E. ; FLYNN, M.S. ; ANDREA, D.J. Transition in the automotive industry. *Automotive Engineering*, v.97, n.2, p.149-154, feb. 1989.

D'AZZO, J. J.; HOUPIS, C. H. *Linear control systems analysis and design*. Tokio, McGraw-Hill, 1981.

DICKISON, J.G. & YARDLEY, A.J. Development and application of a functional model to vehicle development. *Vehicle Dynamics and Simulations SAE Special Publications*, n.950, p.221 - 230, 1993.

FERRONE, C. W. Global vehicle tracking and computerized vehicle diagnostics: a conceptual discussion of a future integration. In: INTERNATIONAL TRUCK AND BUS MEETING AND EXPOSITION, Toledo, USA, 1992. SAE paper n. 922498.

GARRARD, W.L. ; ENNS, D.F. ; SNELL, S.A. Nonlinear feedback control of highly manoeuvrable aircraft. *Int. J. Control*, v.56, n.4, p.799 - 812, 1992.

- GOODWIN, G.C. ; GEVERS, M. ; NINNES, B. Quantifying the error in estimated transfer functions with application to model order selection. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v.37, n.7, p.913-928, july, 1992.
- HEDRICK, J.K. Analysis and control of nonlinear systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and control*, v.115, p.351- 361, june,1993.
- HIRANO, Y. & HARADA, H. Development of an integrated system of 4WS and 4WD by H<sup>∞</sup> control. In: SAE INTERNATIONAL CONGRESS & EXPOSITION, Detroit, USA, 1993. SAE paper n. 930267.
- INOUE, H. & SUGASAWA, F. Comparison of feedforward and feedback control for 4WS. *Vehicle Systems Dynamics*, v.22, p.425 - 436, 1993.
- JOHANSSON, R. Quadratic optimization of motion coordination control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v.35, n.11, p.1197- 1208, november, 1990.
- MACCAFFREY, P.J. Are MCMs the answer? *Automotive Engineering*, v.102, n.4, april, 1994
- MACLAY, D. & DOREY, R. Drivetrain modelling with genetic search technics. *Automotive Engineer*, v.18, n.2, p.47-48, apri/may, 1993.
- MATHEWS, H.W.Jr. Global outlook of safety and security systems in passenger cars and light trucks. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON TRANSPORTATION ELECTRONICS, Dearborn, USA, 1992. SAE paper n. 92C012.
- MATLAB for Windows user's guide. Natick, USA, The Math Works, 1991.
- OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. Trad. de André Fábio Kohn e José Carlos T. B. Moraes. Rio de Janeiro, Prentice/Hall do Brasil, 1982.

- PAZ, A. *Manual do automóvel*. Trad. de Noberto de Paula Lima. São Paulo, Hemus.
- RUTLAND, N.K. Illustration of a new principle of desing: vehicle speed control. *Int. J. Control*, v.55, n.6, p.1319 -1334, 1992.
- SD/FAST user's manual. Mountain View, USA, Symbolic Dynamics, 1991.
- SIRA-RAMÍREZ, H. ; ZRIBI, M. ; AHMAD, S. Adaptive dynamical feedback regulation strategies for linearizable uncertain systems. *Int. J. Control*, v.57, n.1, p.121 - 139, 1993.
- VIEIRA, S. *Como escrever uma tese*. São Paulo, Pioneira, 1991.
- TOMIZUKA, M. & PENG, H. Preview control for vehicle lateral guidance in highway automation. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and control*, v.115, p.679-686, december,1993.
- VANNUCCI, S. N. Semi active suspensions with multiple damping and levelling curves. In: III CONGRESSO E EXPOSIÇÃO INTERNACIONAIS DA TECNOLOGIA DA MOBILIDADE, São Paulo, 1994. SAE paper n. 942378.
- WOLBER, W.G. & EBAUGH, P.J. Engine control sensors: a status report. *Automotive Engineering*, v.93, n.7, p.29 - 37, july, 1985.



## **APÊNDICE - A**

### **Simulações com o Modelo Linearizado**

## **Resposta ao Esterçamento**

### **Matrizes CLO**

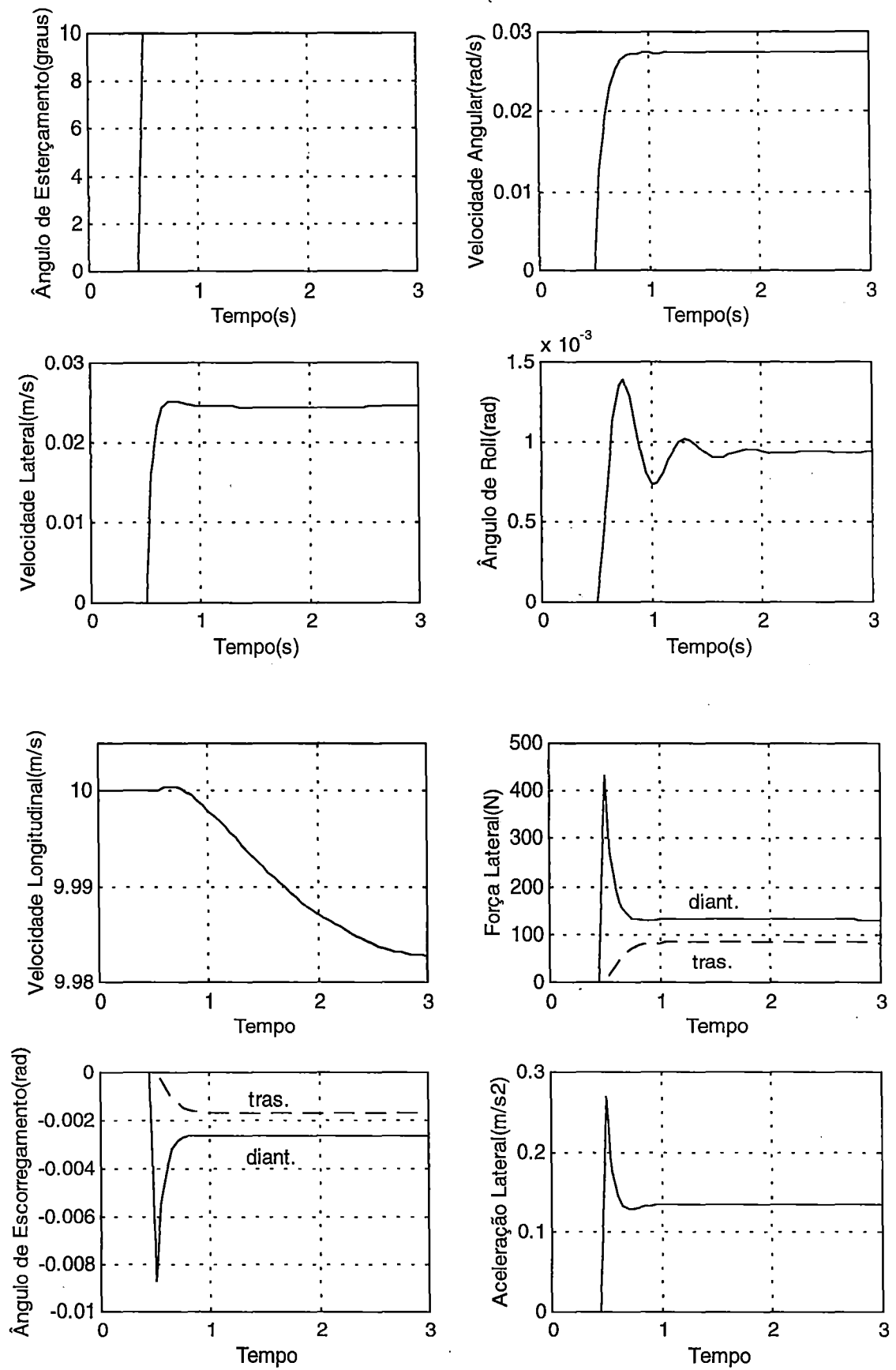


Figura A1: Resposta de CLO11 ao esterçamento

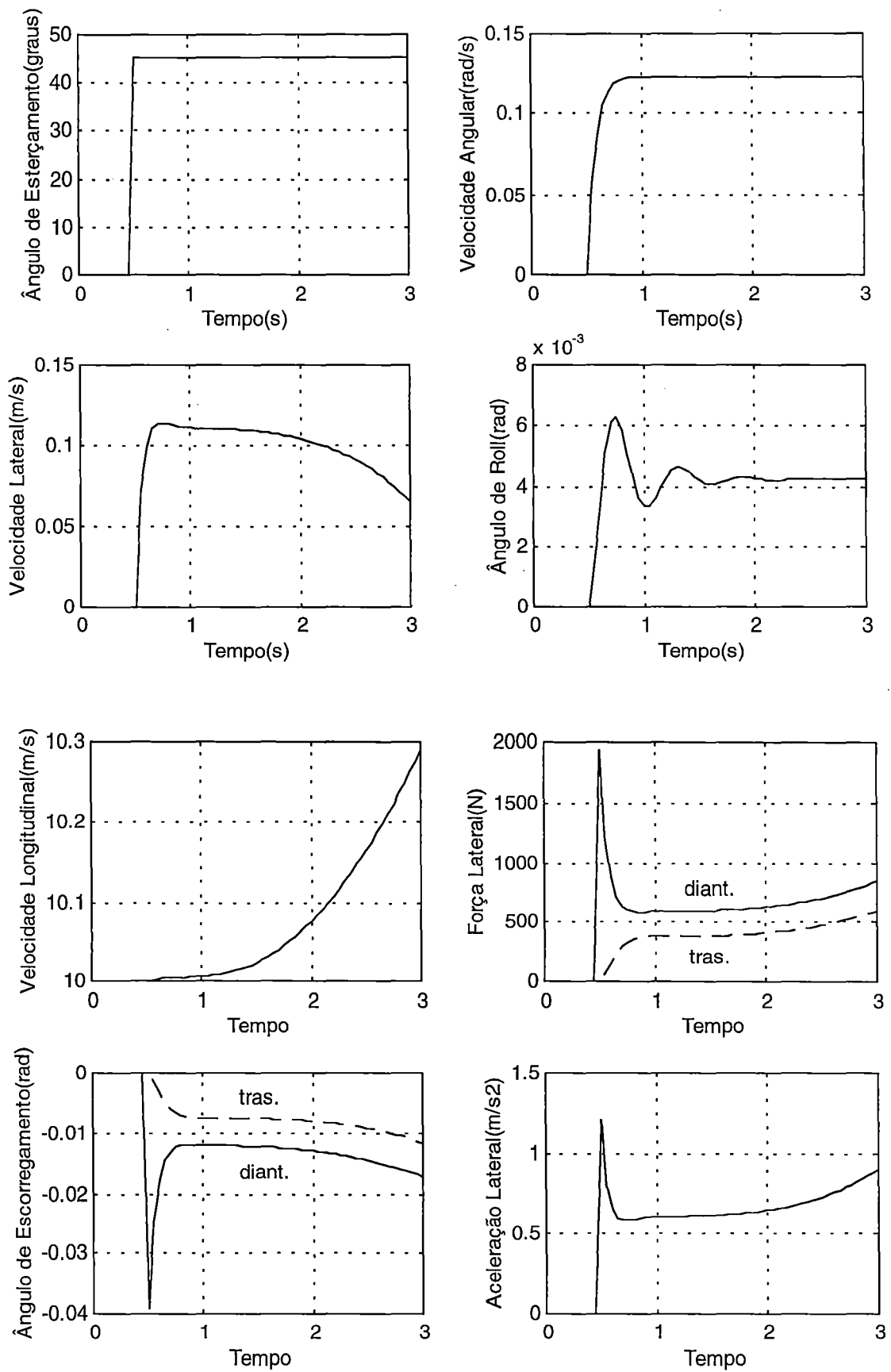


Figura A2: Resposta de CLO14 ao esterçamento

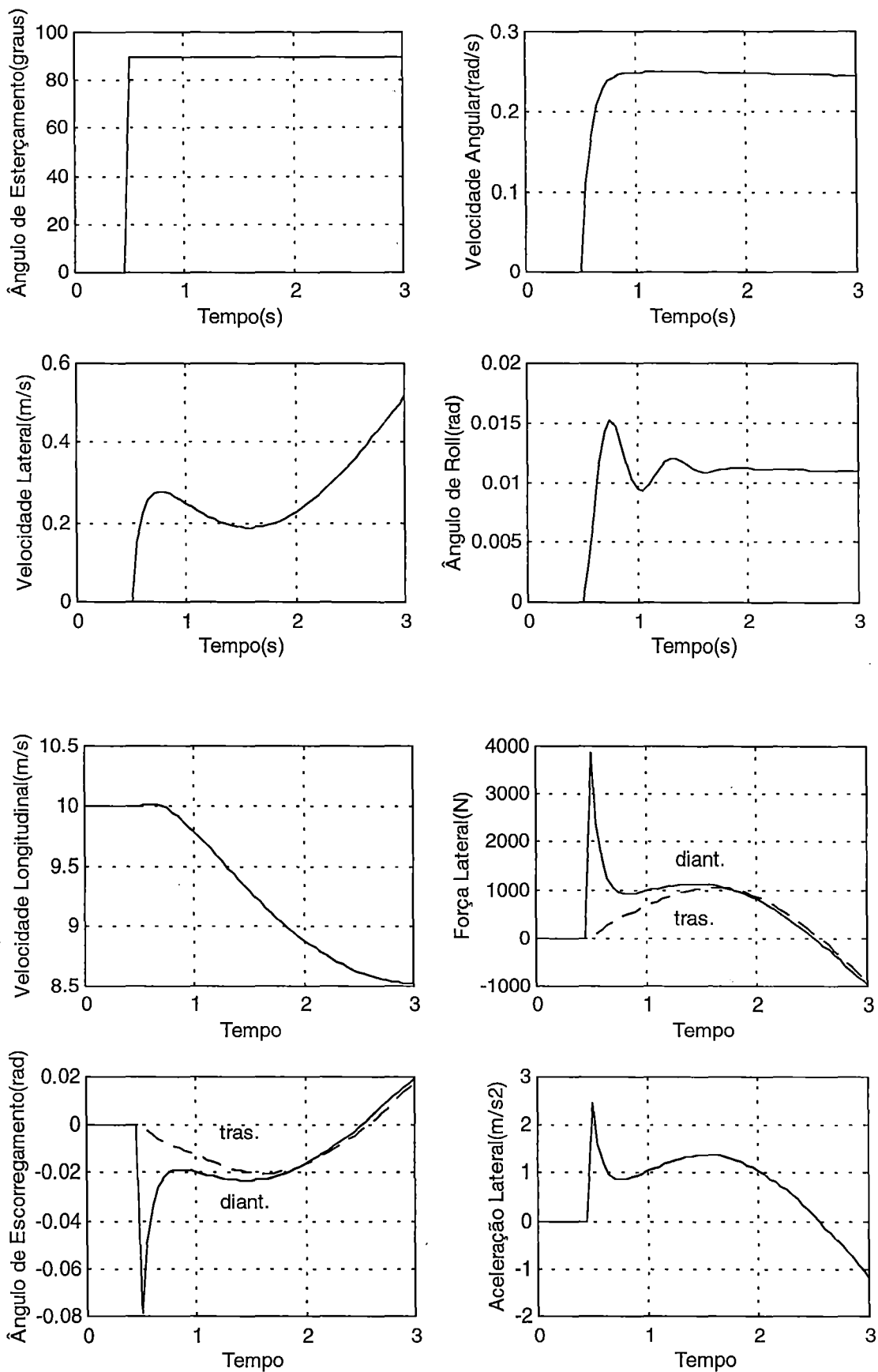


Figura A3: Resposta de CLO19 ao esterçamento

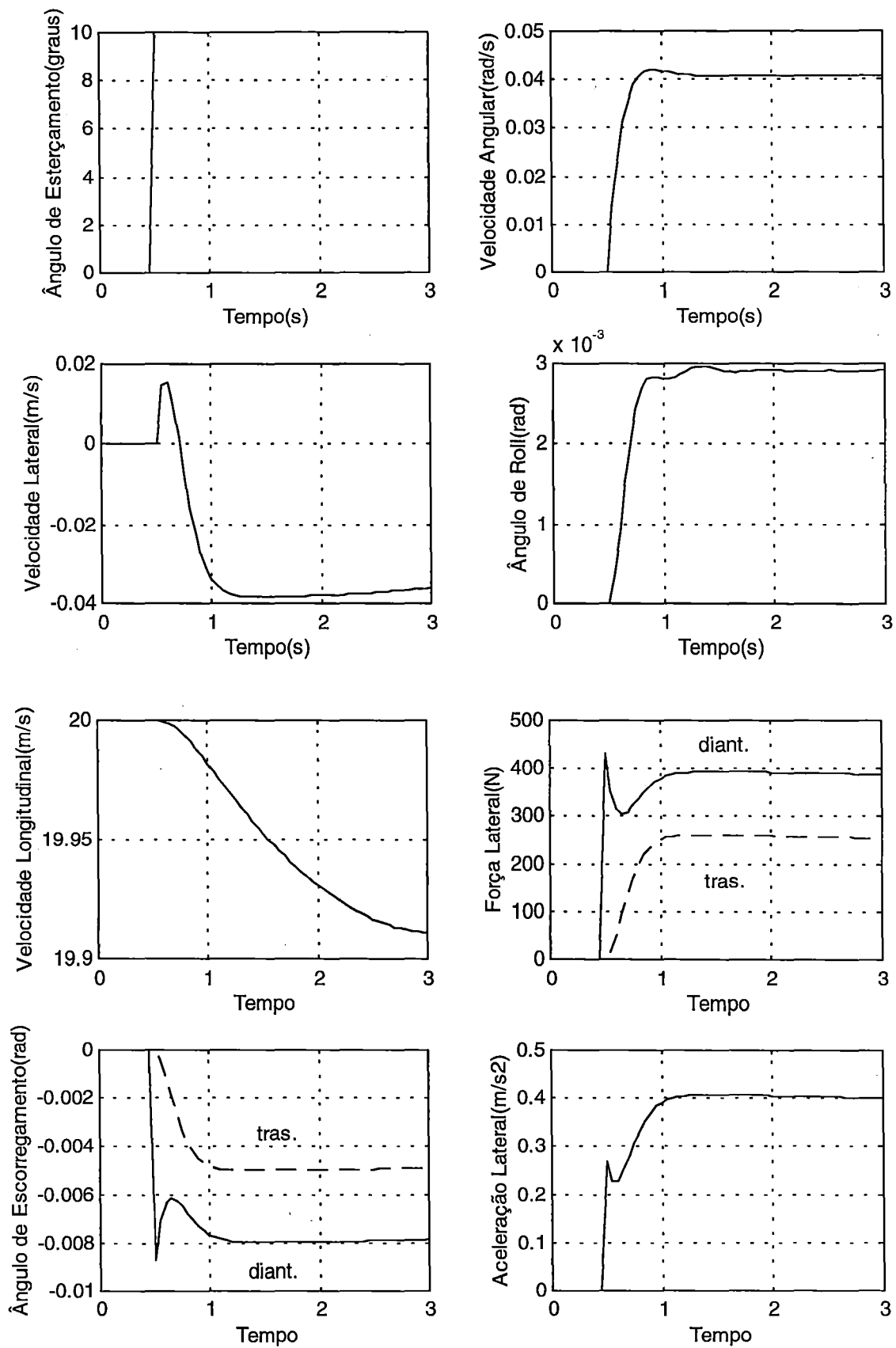


Figura A4: Resposta de CLO21 ao esterçamento

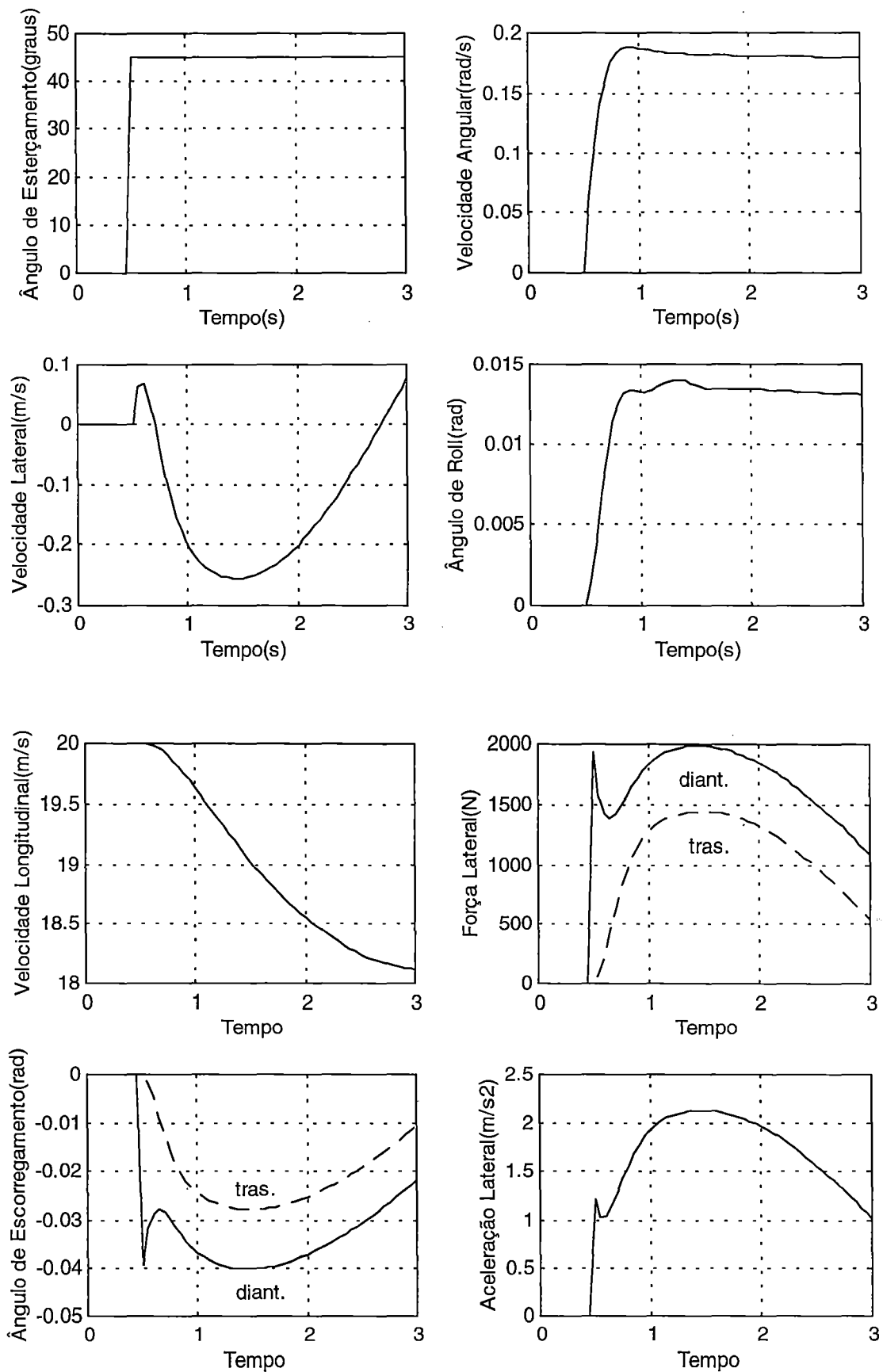


Figura A5: Resposta de CLO24 ao esterçamento

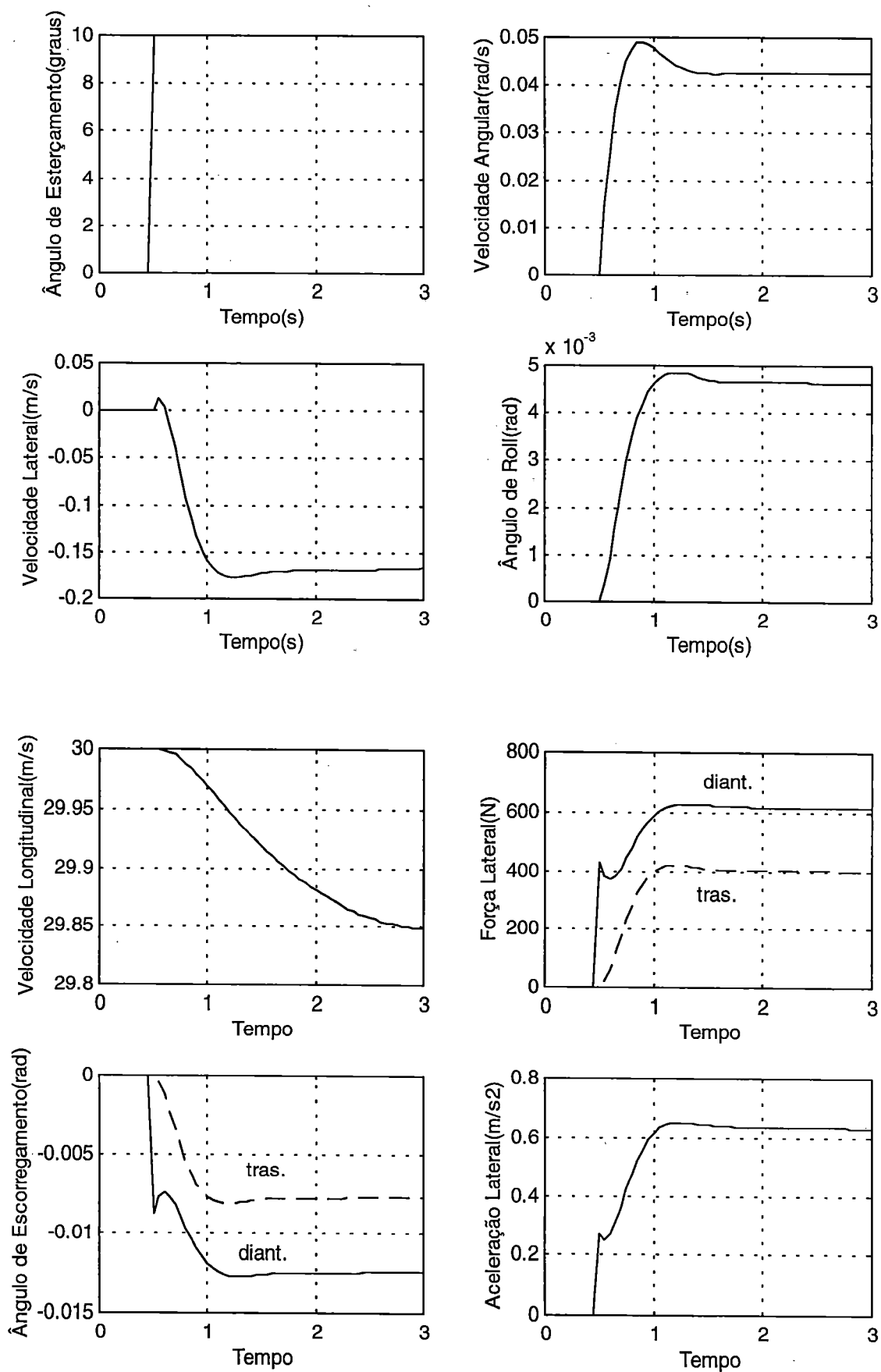


Figura A5: Resposta de CLO31 ao esterçamento



## **Resposta ao Esterçamento**

### **Matrizes CNW**

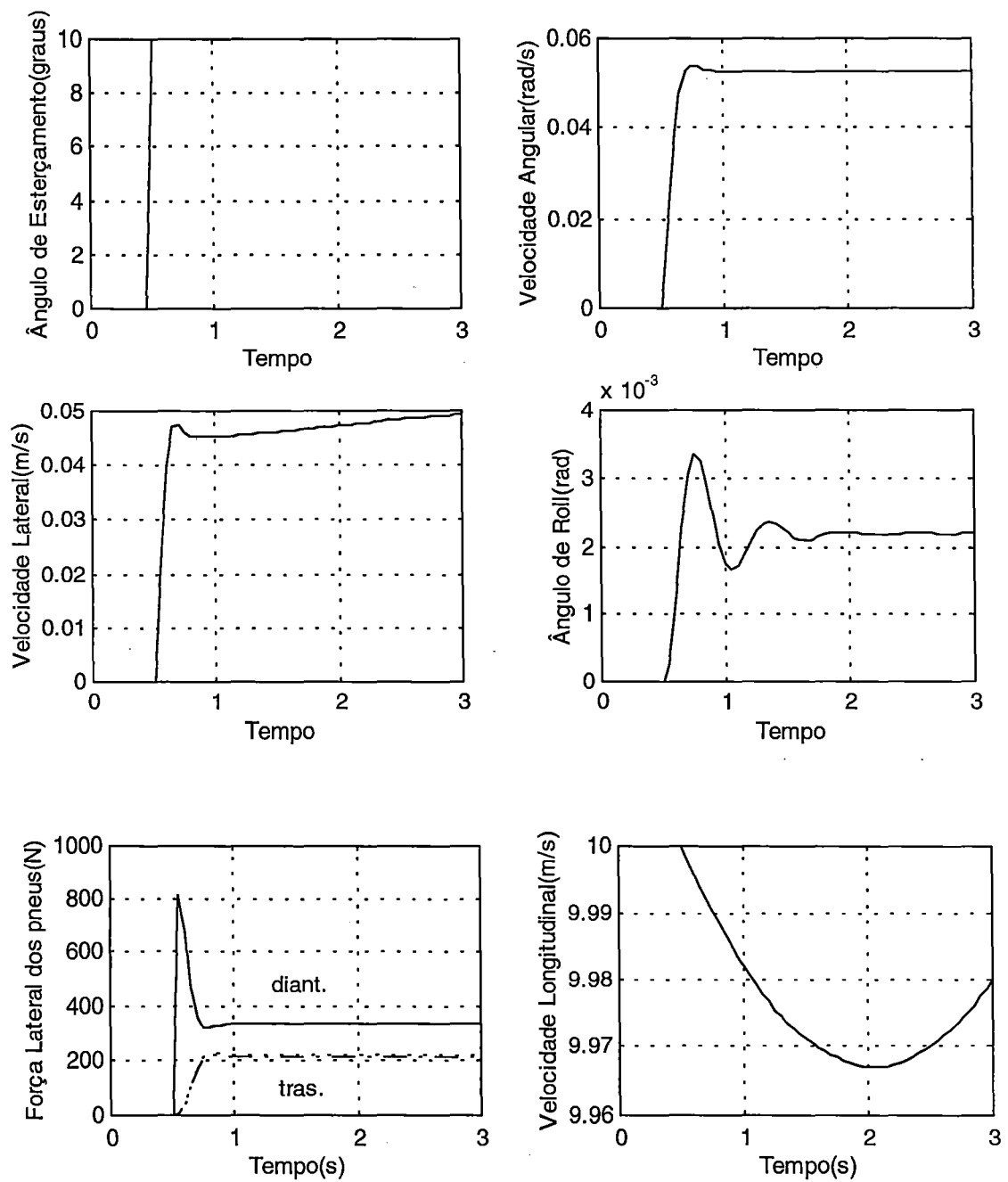


Figura A7: Resposta de CNW11 ao esterçamento

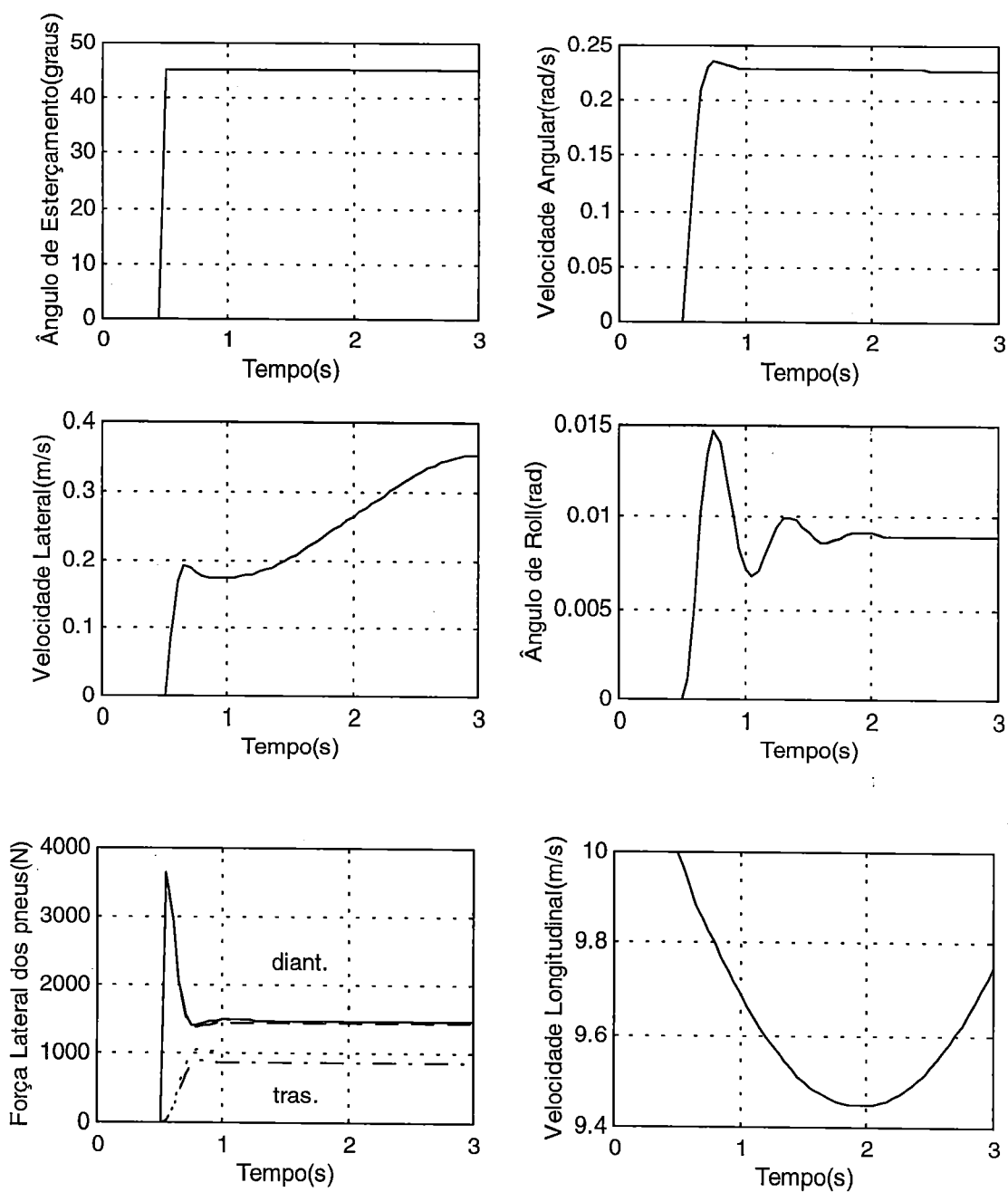


Figura A8: Resposta de CNW14 ao esterçamento

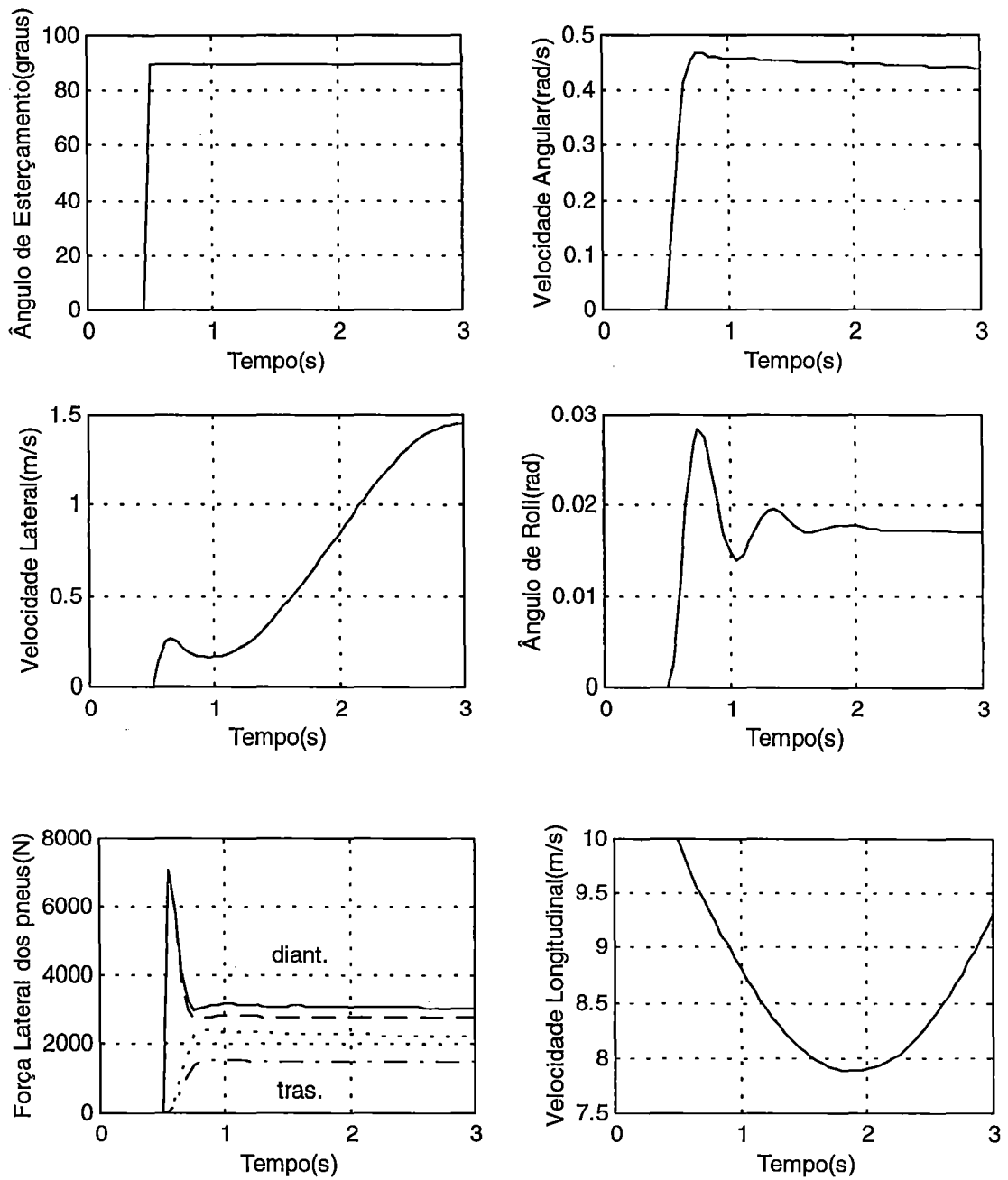


Figura A9: Resposta de CNW19 ao esterçamento

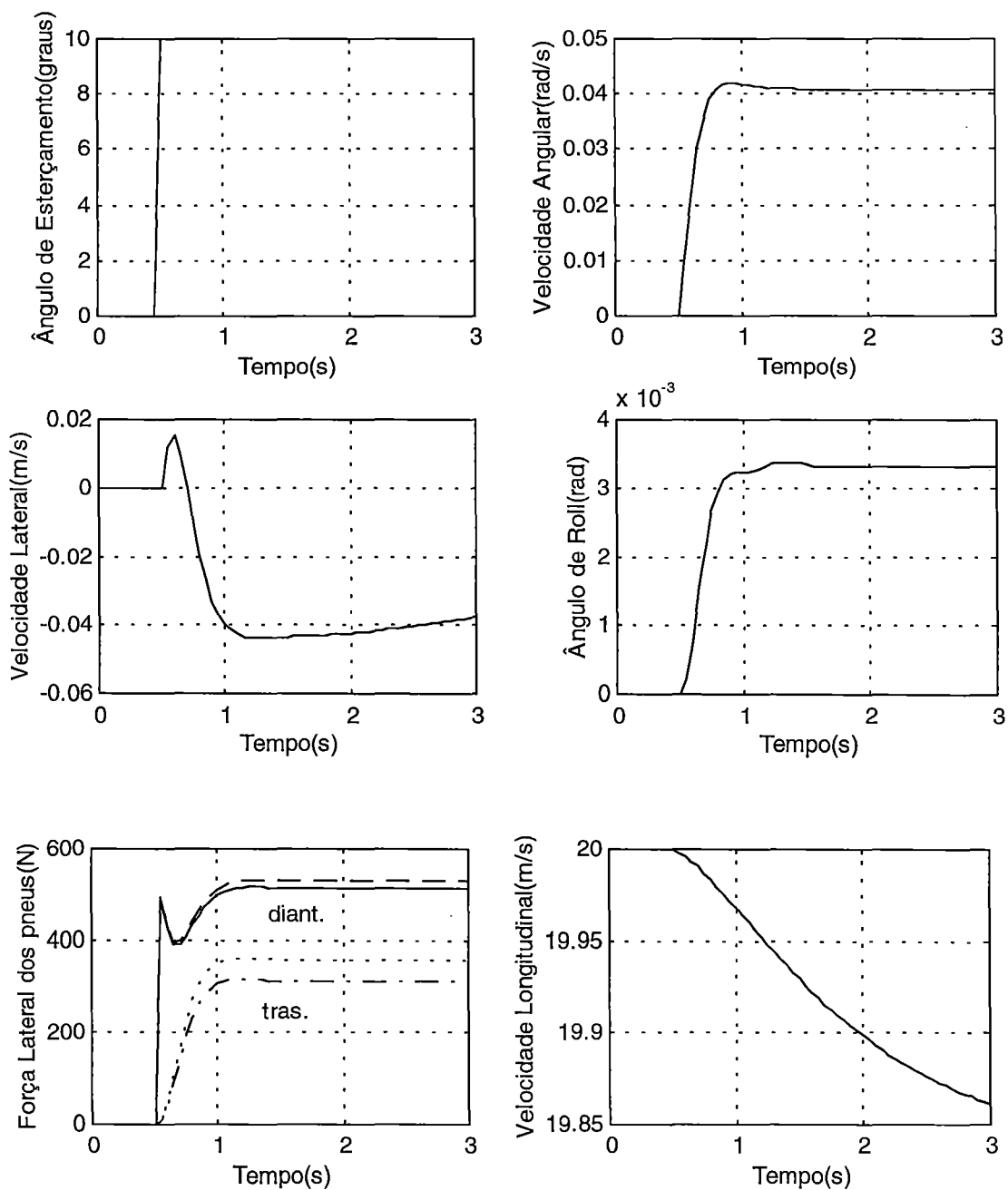


Figura A10: Resposta de CNW21 ao esterçamento

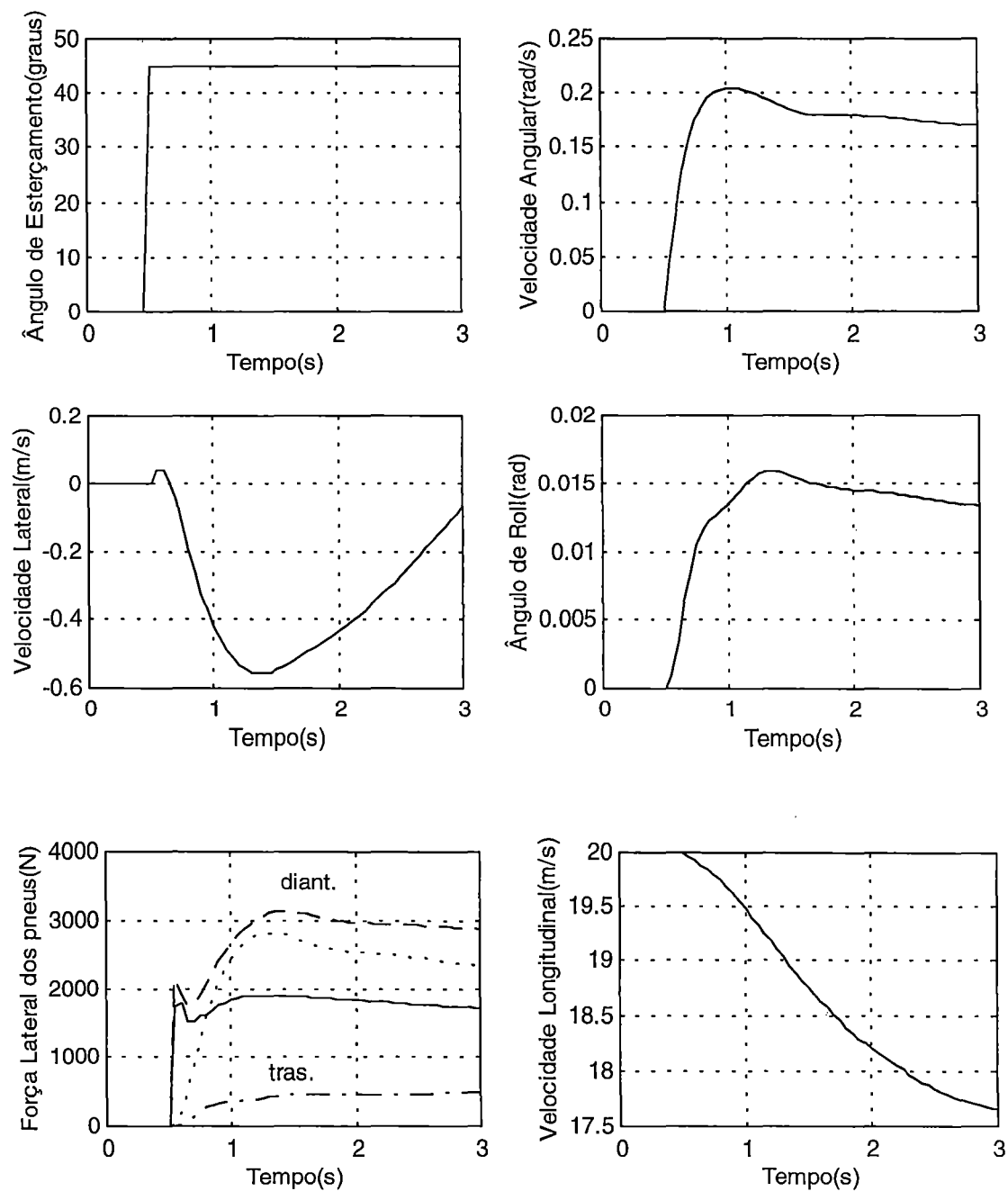


Figura A11: Resposta de CNW24 ao esterçamento

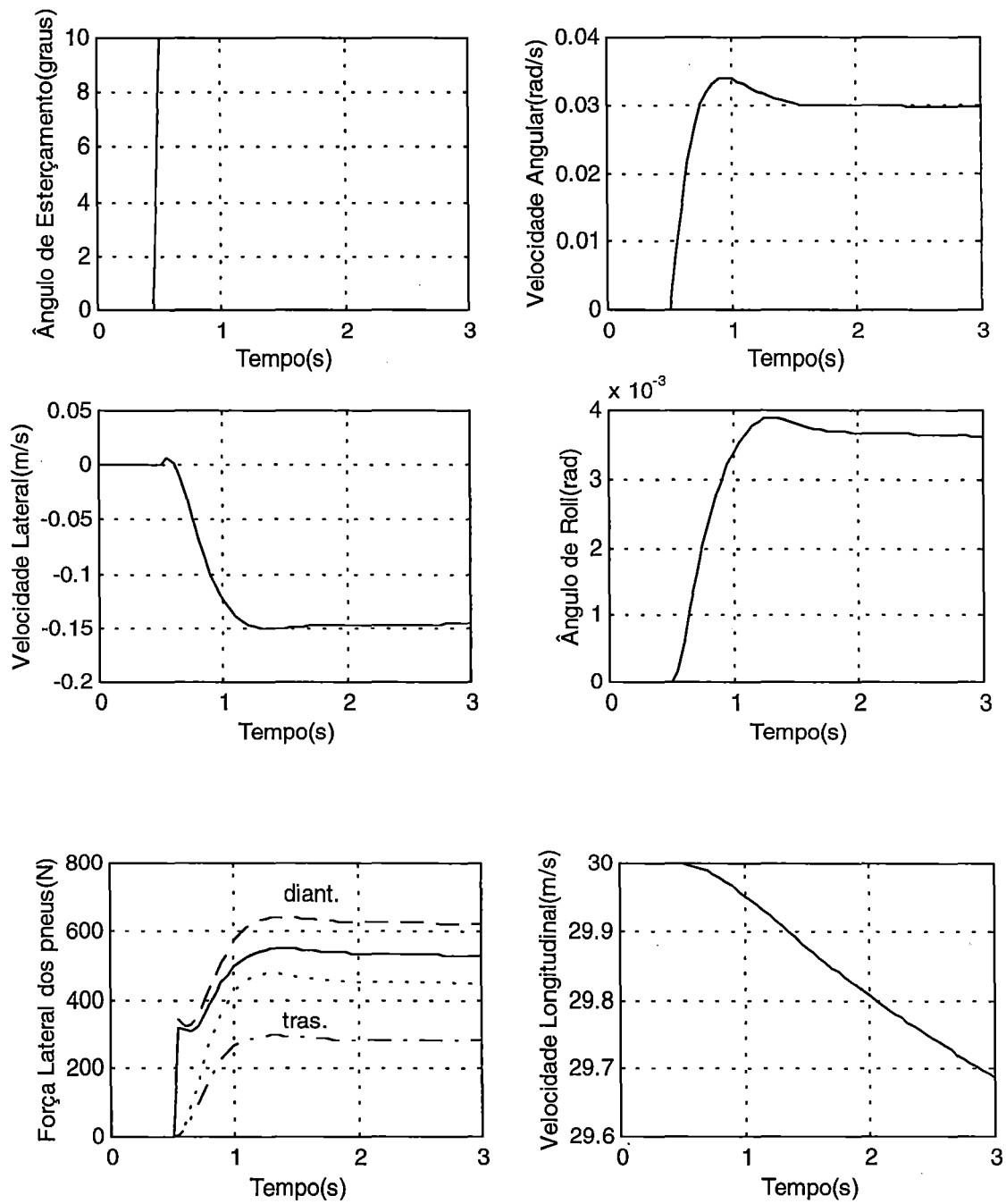


Figura A12: Resposta de CNW31 ao esterçamento

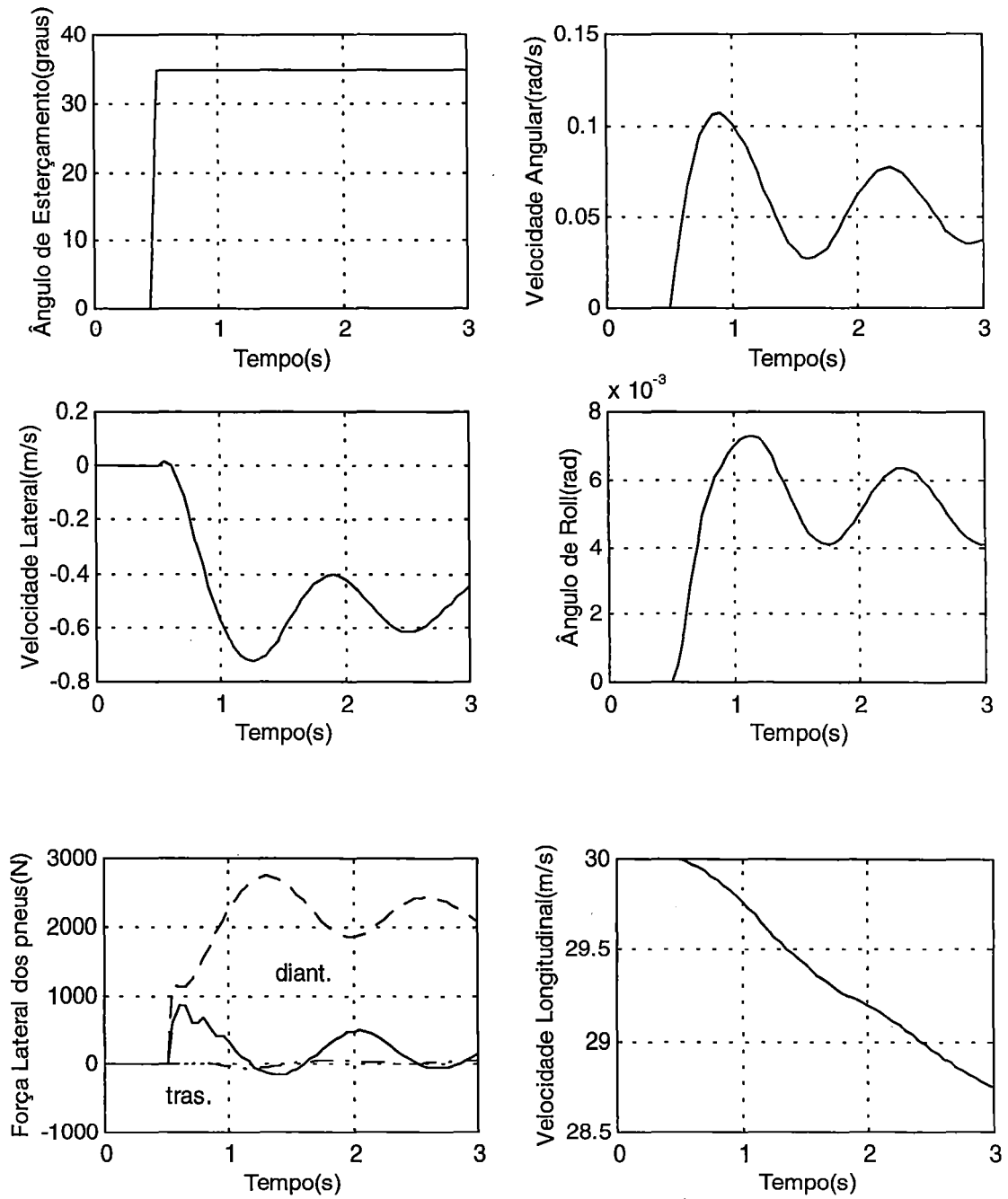


Figura A13: Resposta de CNW335 ao esterçamento



## **Resposta ao Distúrbio Vertical da Pista**

### **Matrizes LO**

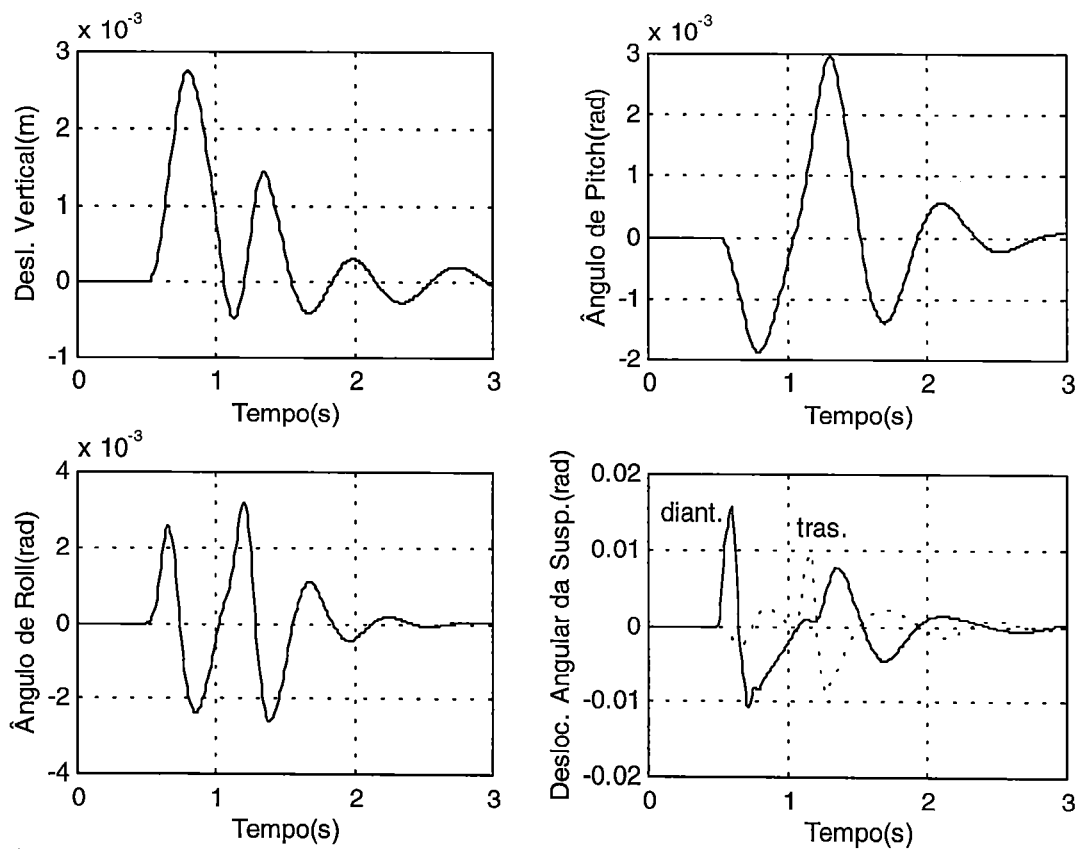


Figura A14: Distúrbio Triangular, altura=0.05m, velocidade=5m/s

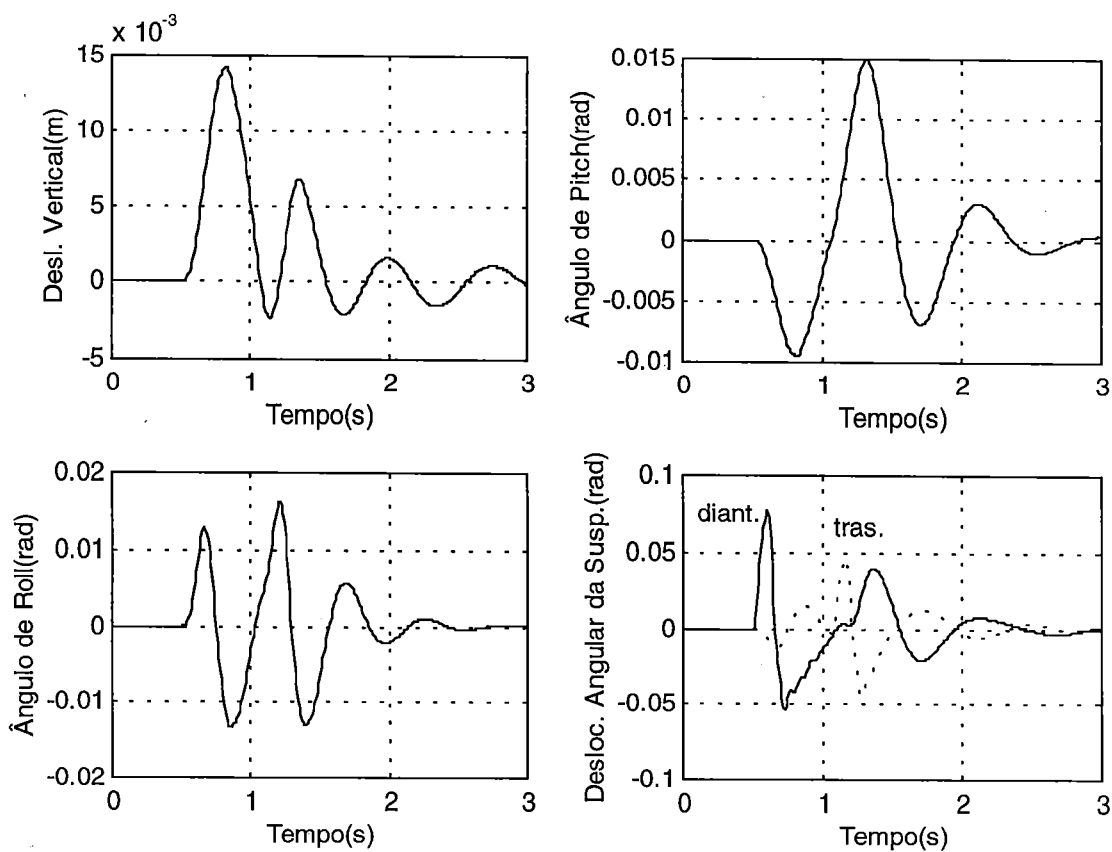


Figura A15: Distúrbio Triangular, altura=0.05m, velocidade=5m/s

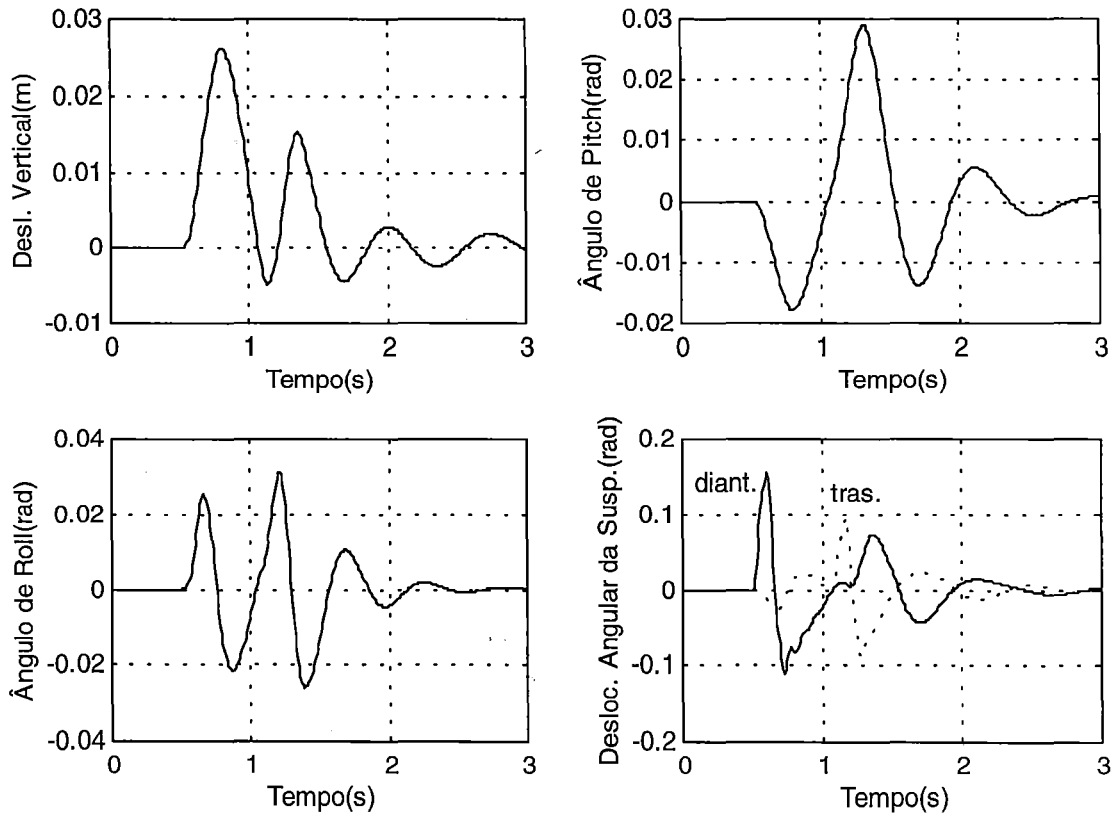


Figura A16: Distúrbio Triangular, altura=0,1, velocidade=5m/s

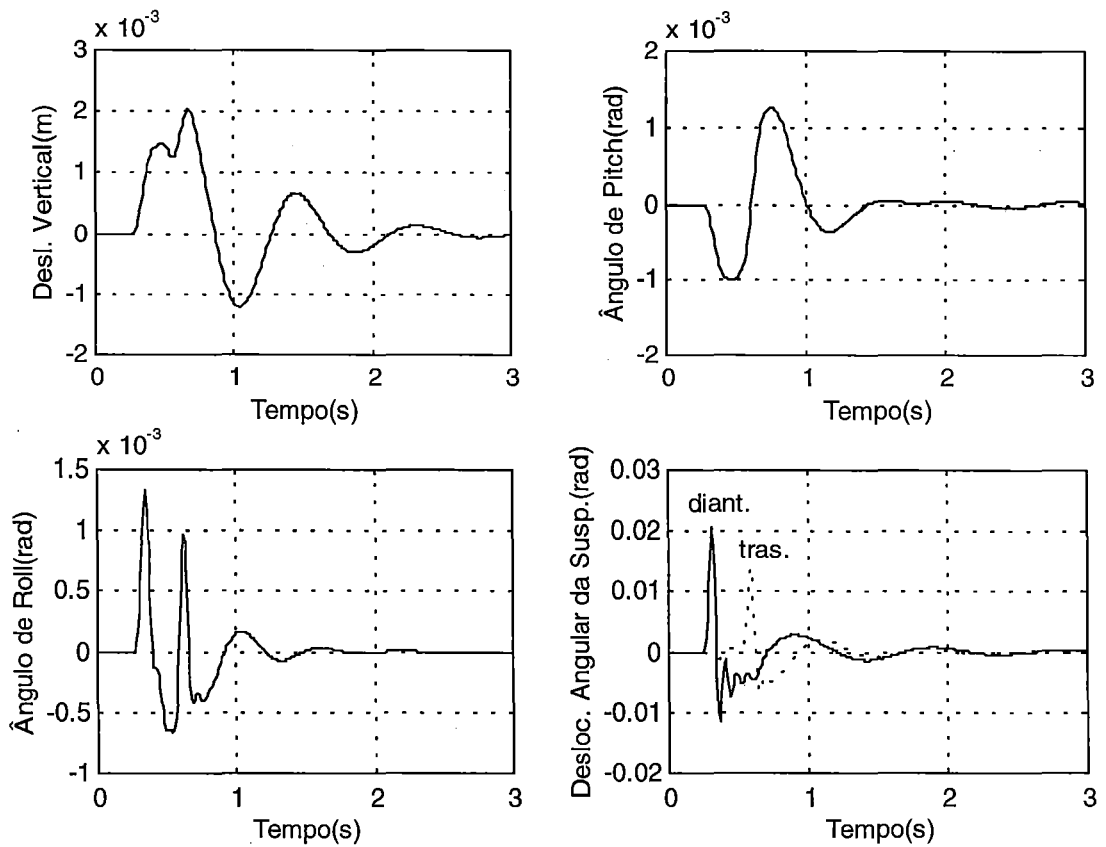


Figura A17: Distúrbio Triangular, altura=0,01, velocidade=10m/s

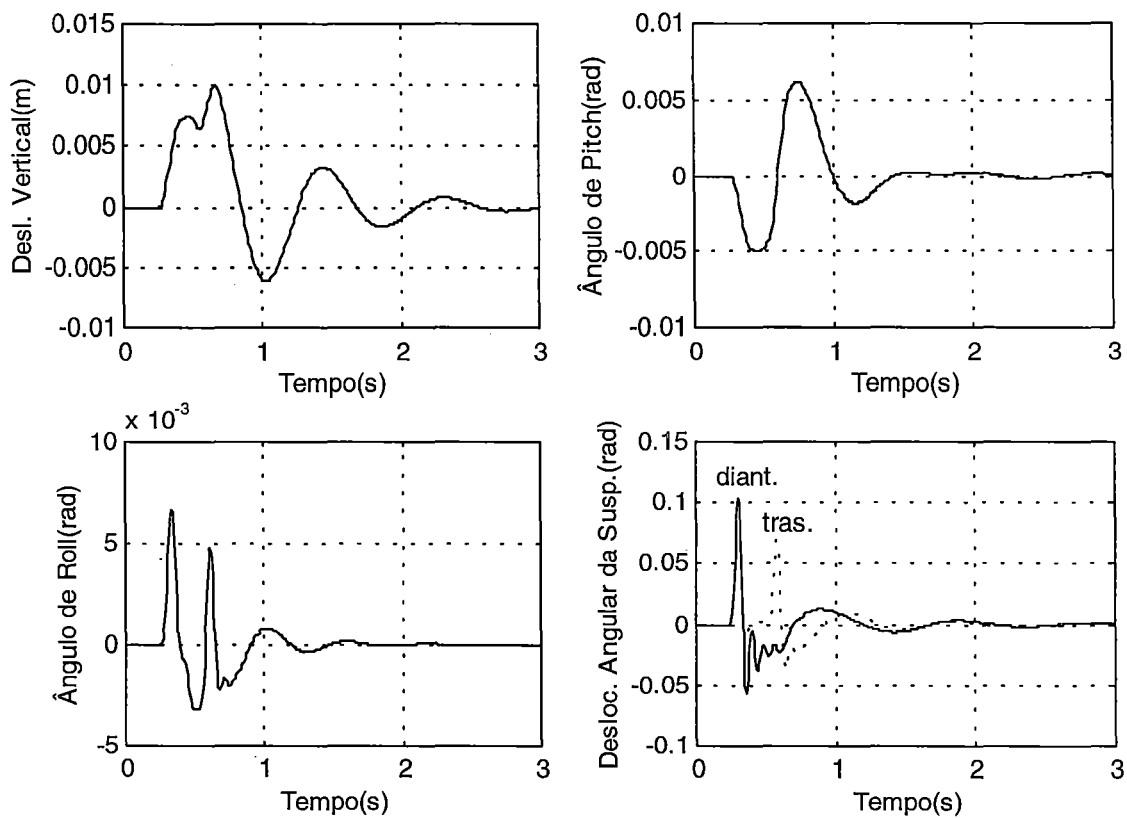


Figura A18: Distúrbio Triangular,  $h=0,05$ , velocidade= $10\text{m/s}$

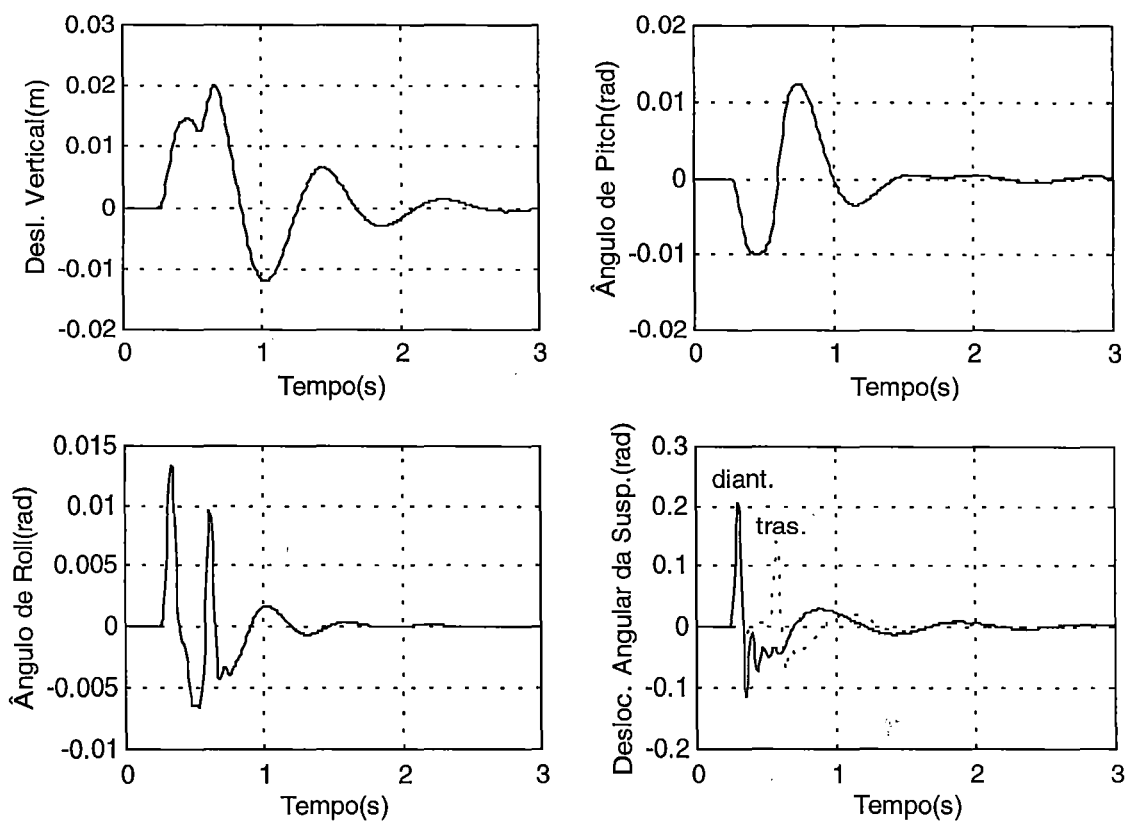


Figura A19: Distúrbio Triangular,  $h=0,1$ , velocidade= $10\text{m/s}$

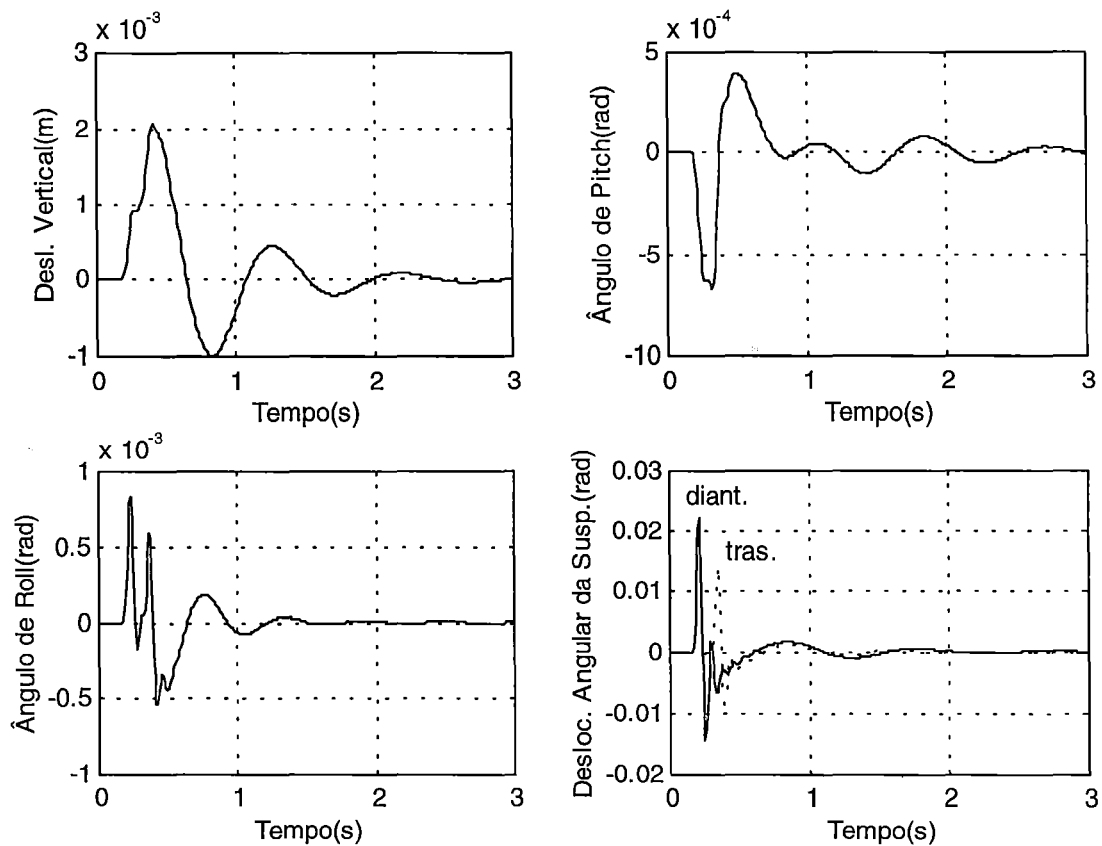


Figura A20: Distúrbio Triangular, altura=0,01, velocidade=15m/s

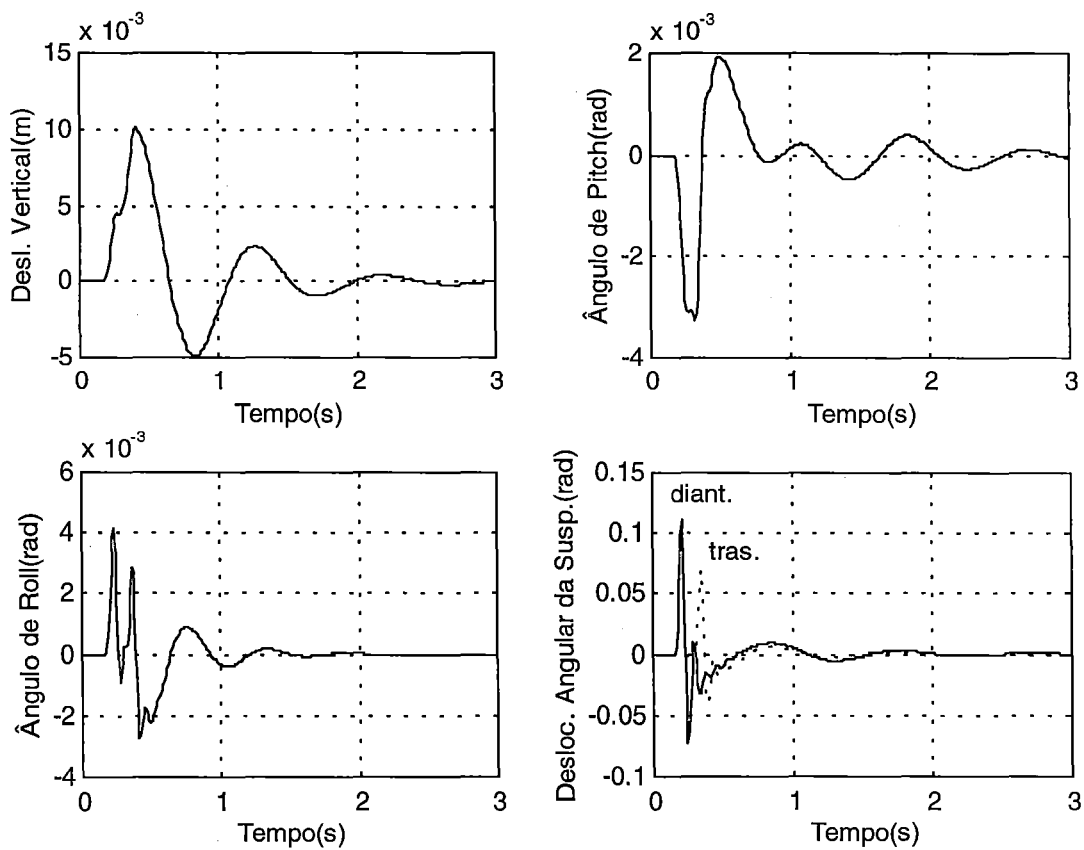


Figura A21: Distúrbio Triangular, altura=0,05, velocidade=15m/s

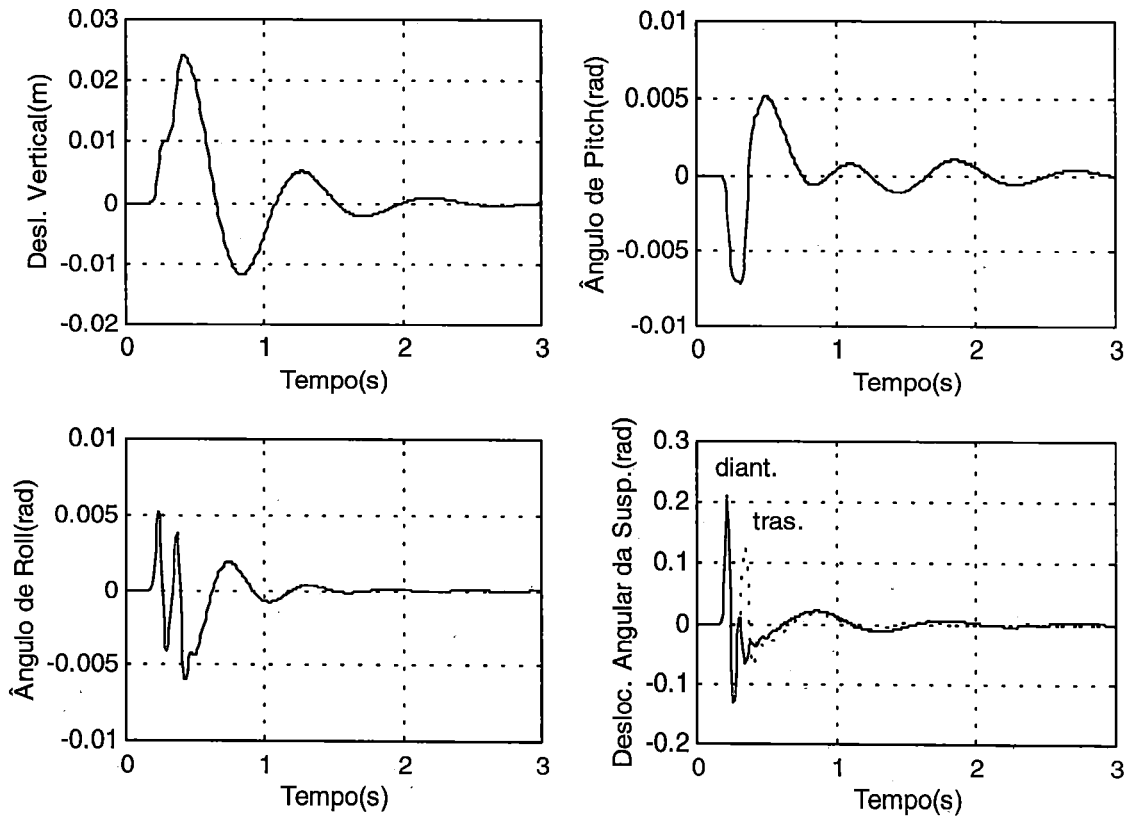


Figura A22: Distúrbio Triangular, altura=0,1, velocidade=15m/s

## **Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico**

### **Matrizes LO**

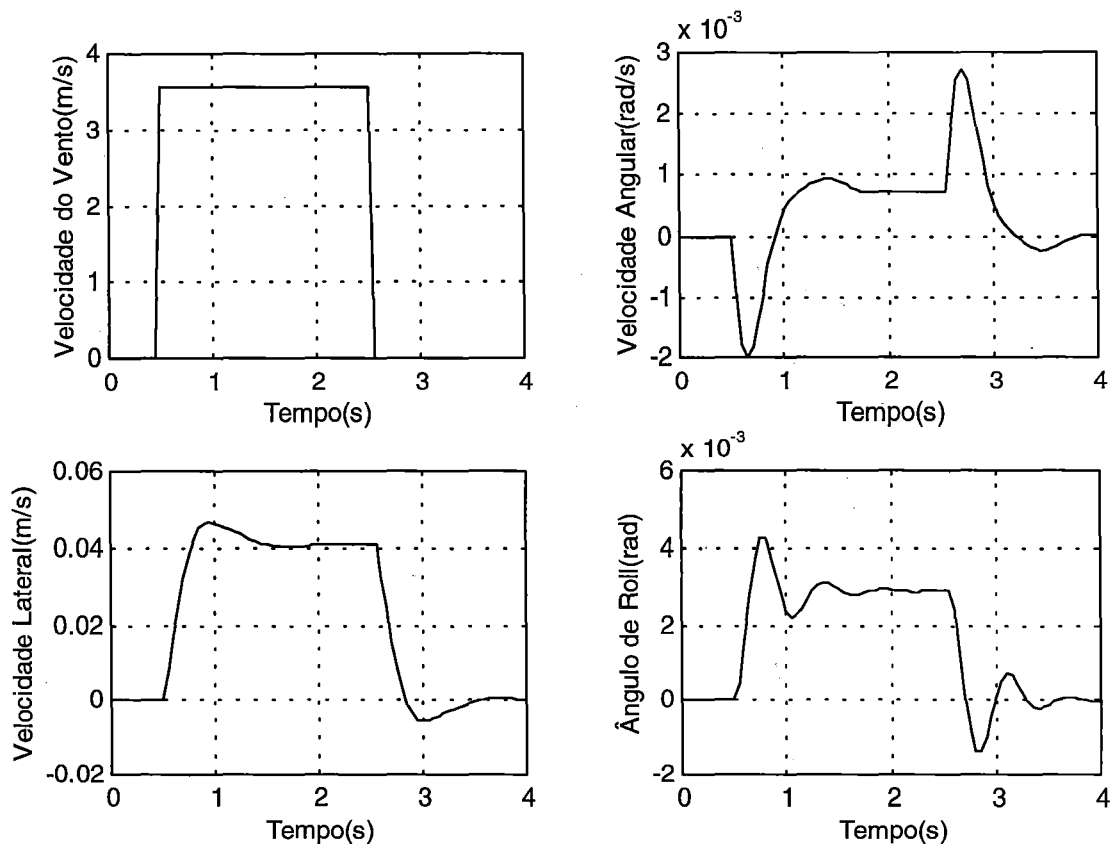


Figura A23: Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico

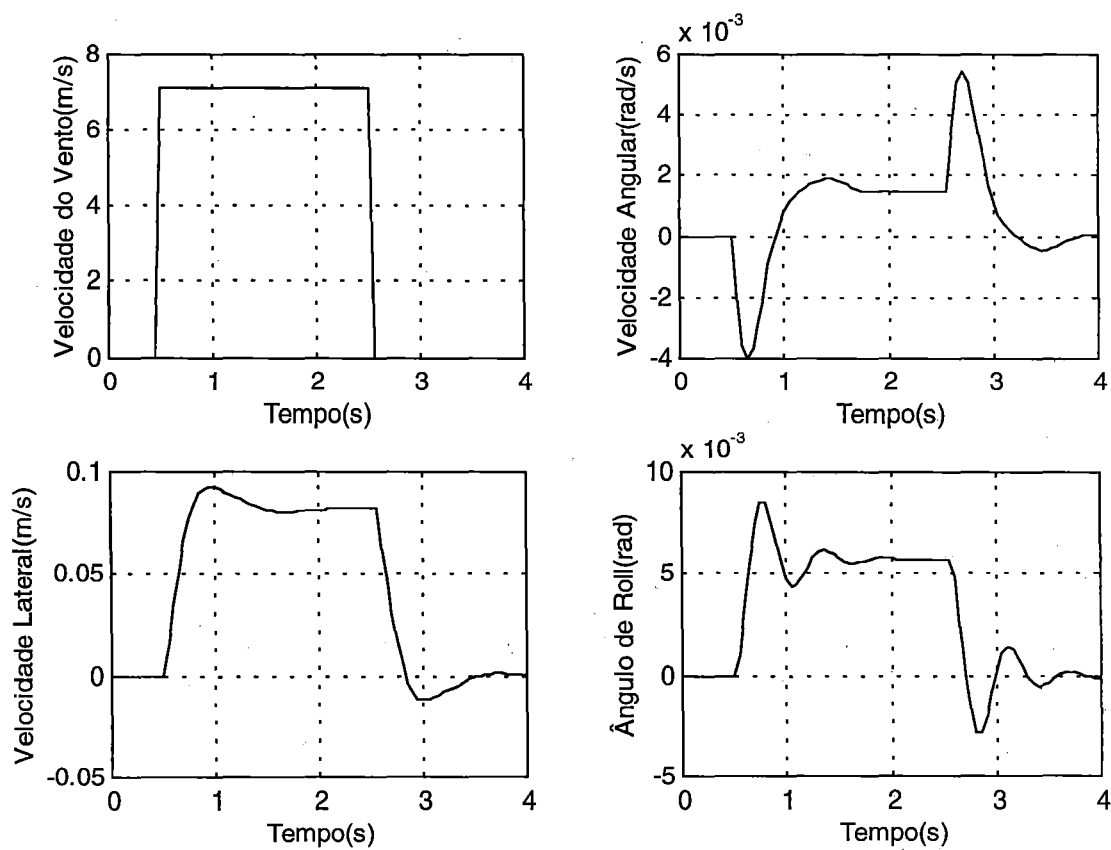


Figura A24: Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico



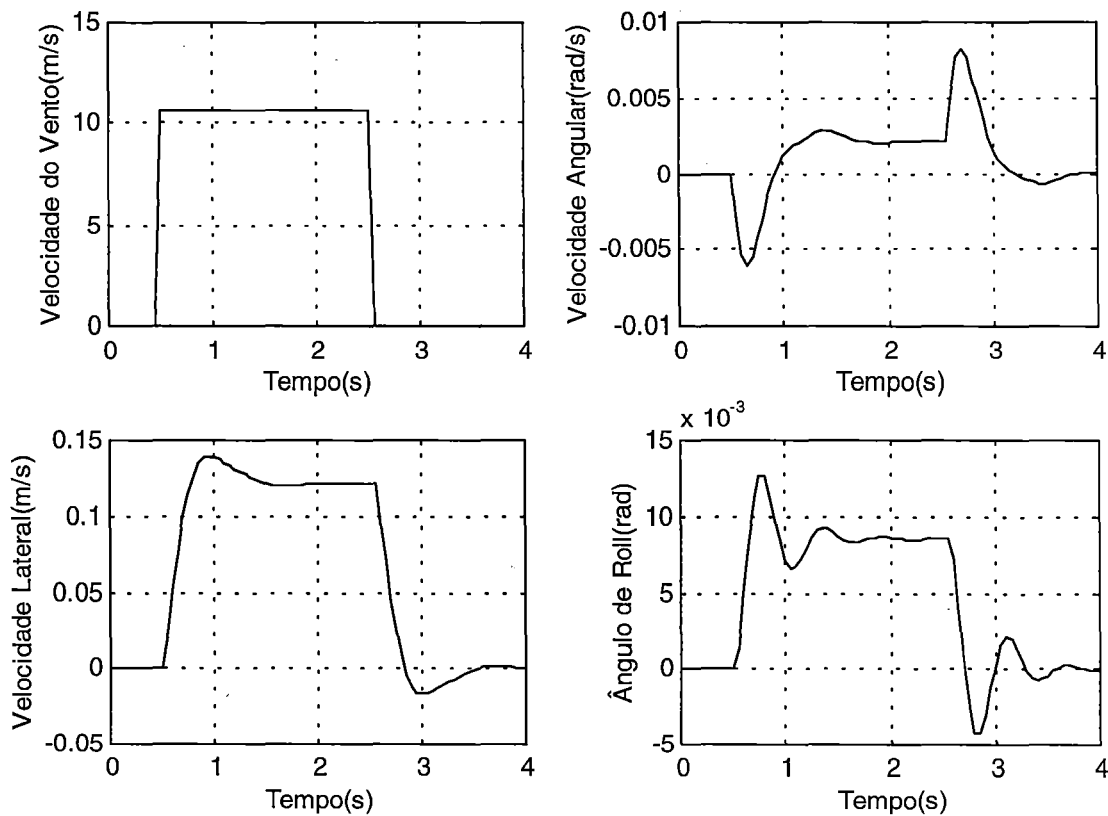


Figura A25: Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico

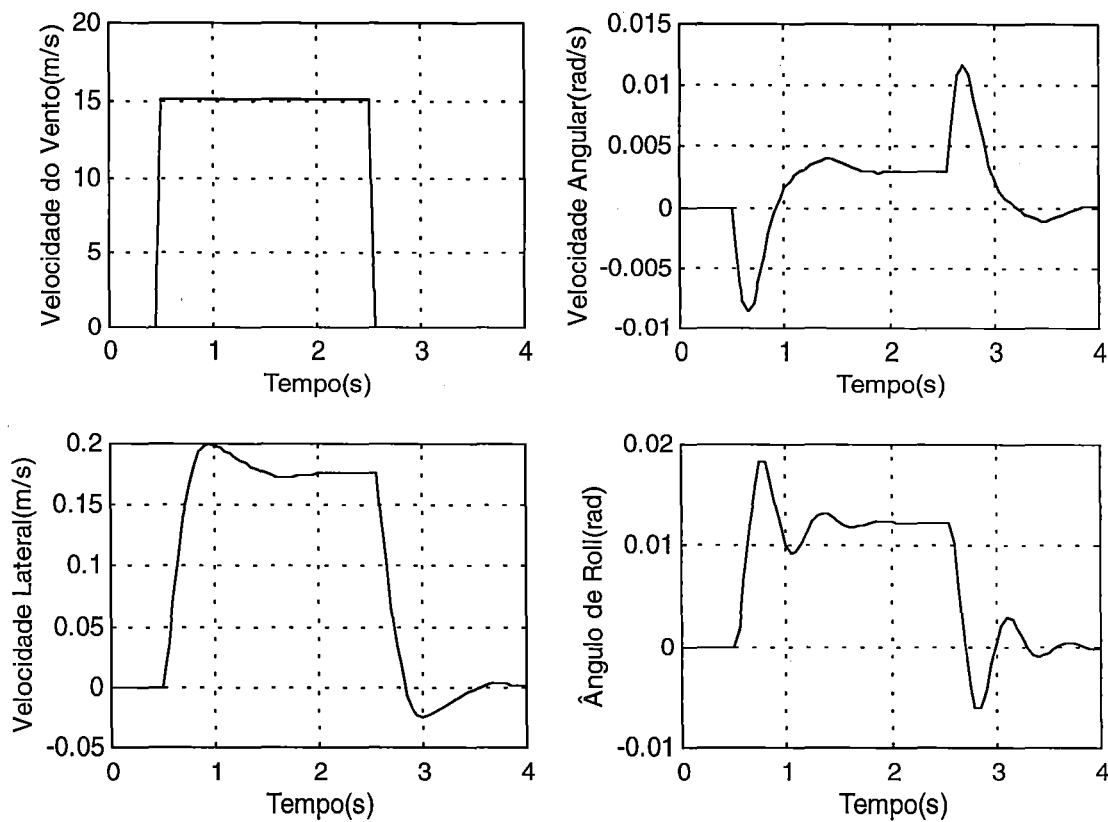


Figura A26: Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico

## **Resposta ao Esterçamento c/ Realimentação**

### **Matrizes CLO**

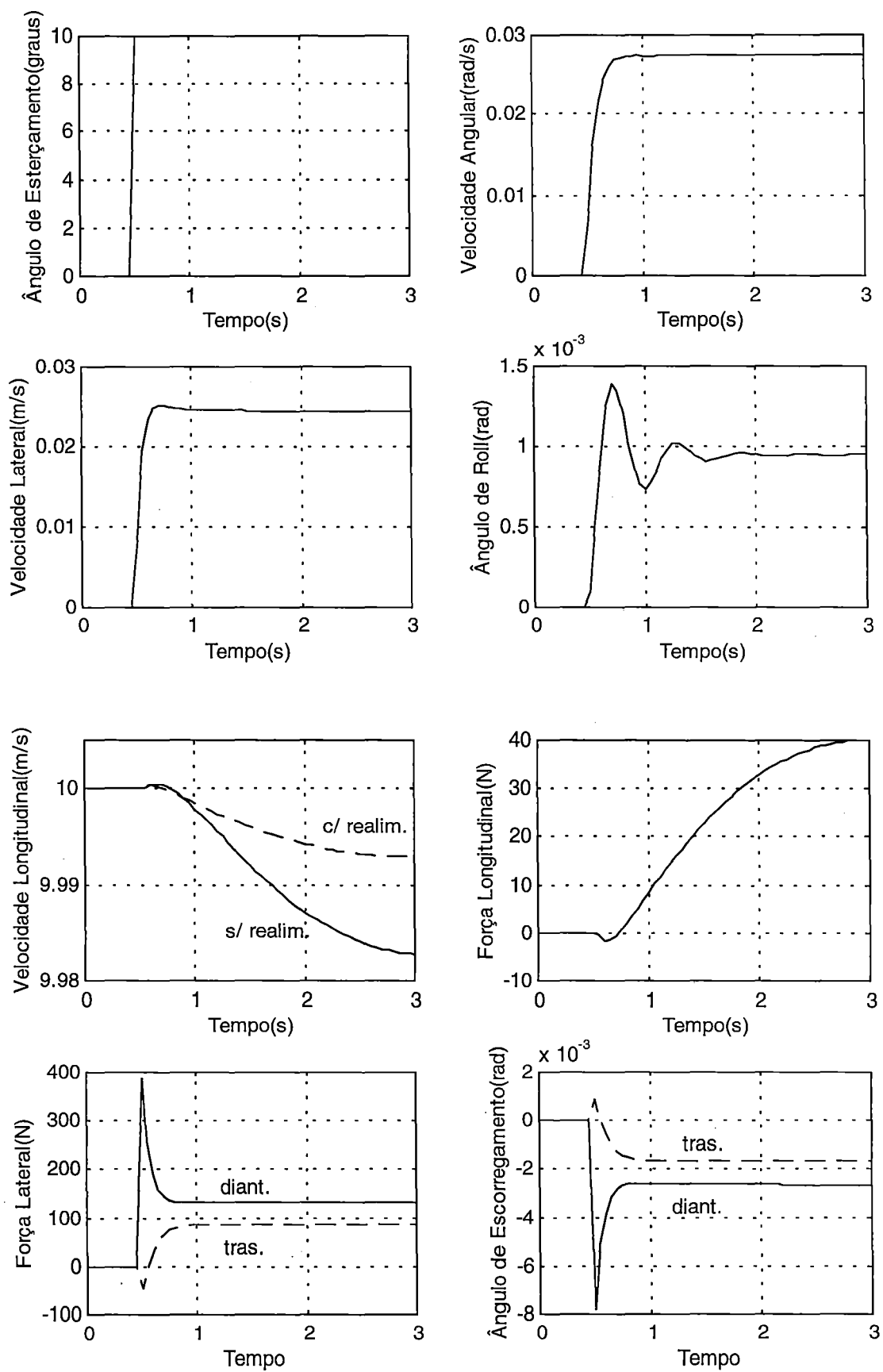


Figura A27: Resposta de CLO11 ao esterçamento c/ realimentação

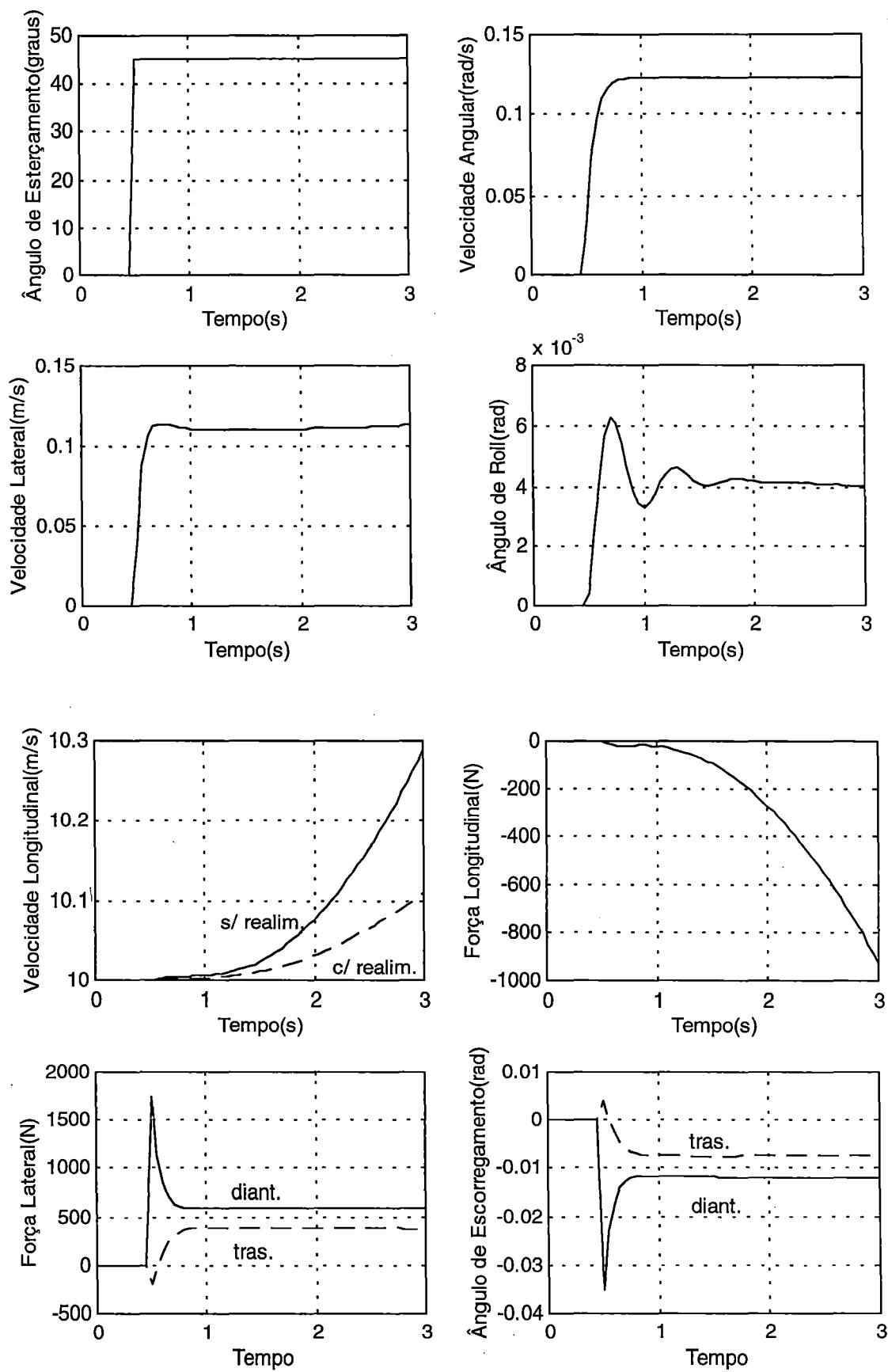


Figura A28: Resposta de CLO14 ao esterçamento c/ realimentação

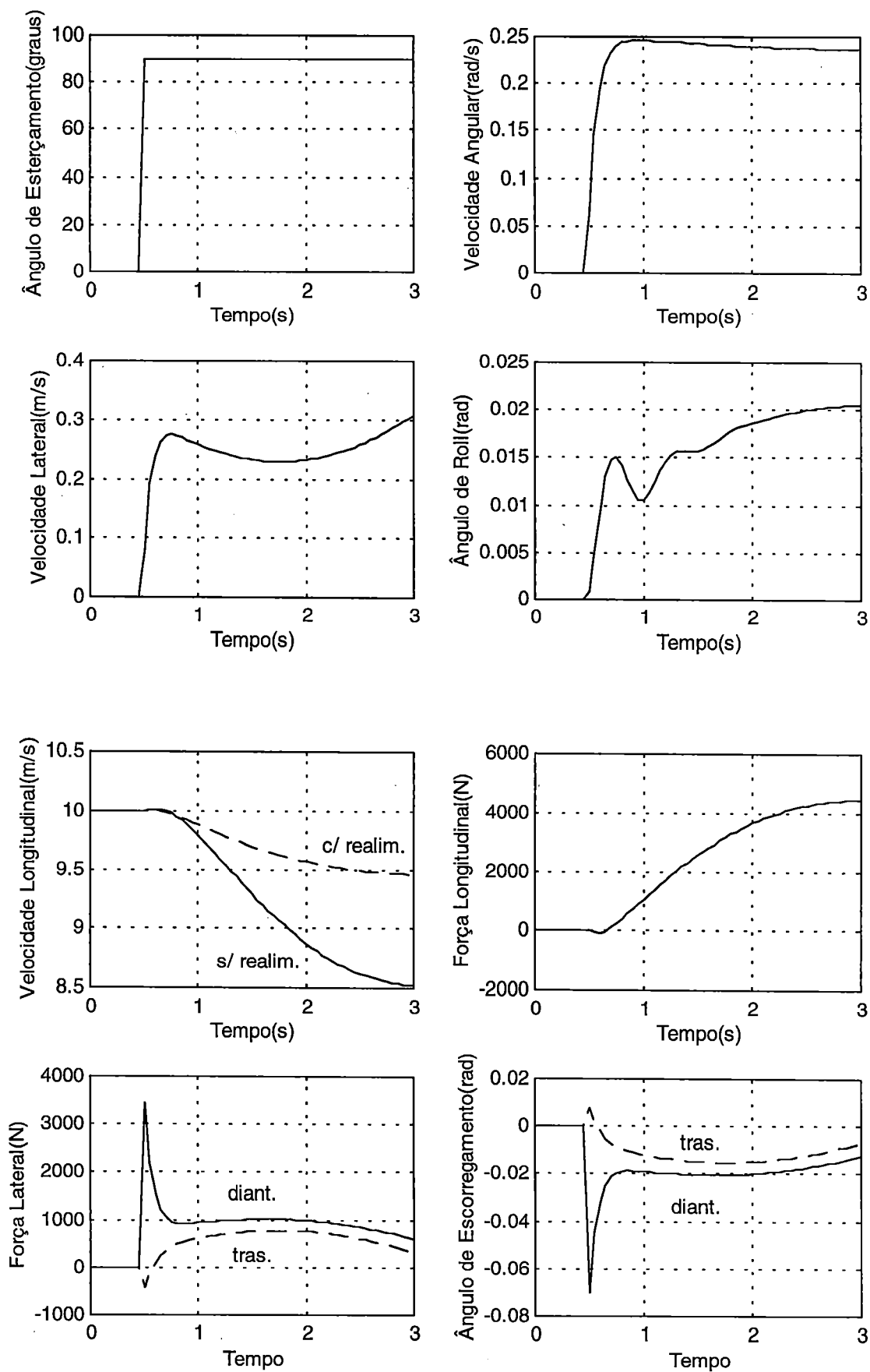


Figura A29: Resposta de CLO19 ao esterçamento c/ realimentação

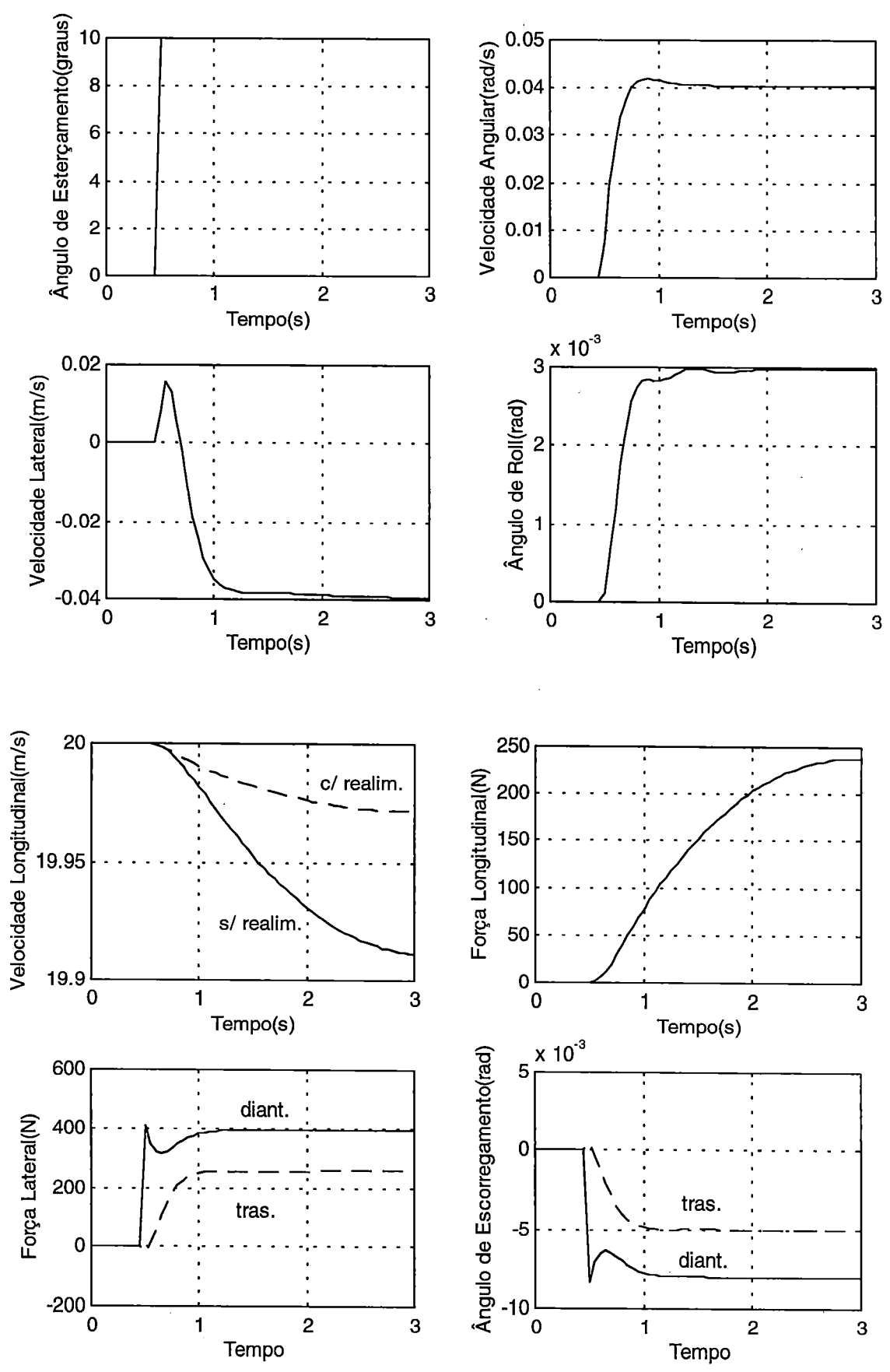


Figura A30: Resposta de CLO21 ao esterçamento c/ realimentação

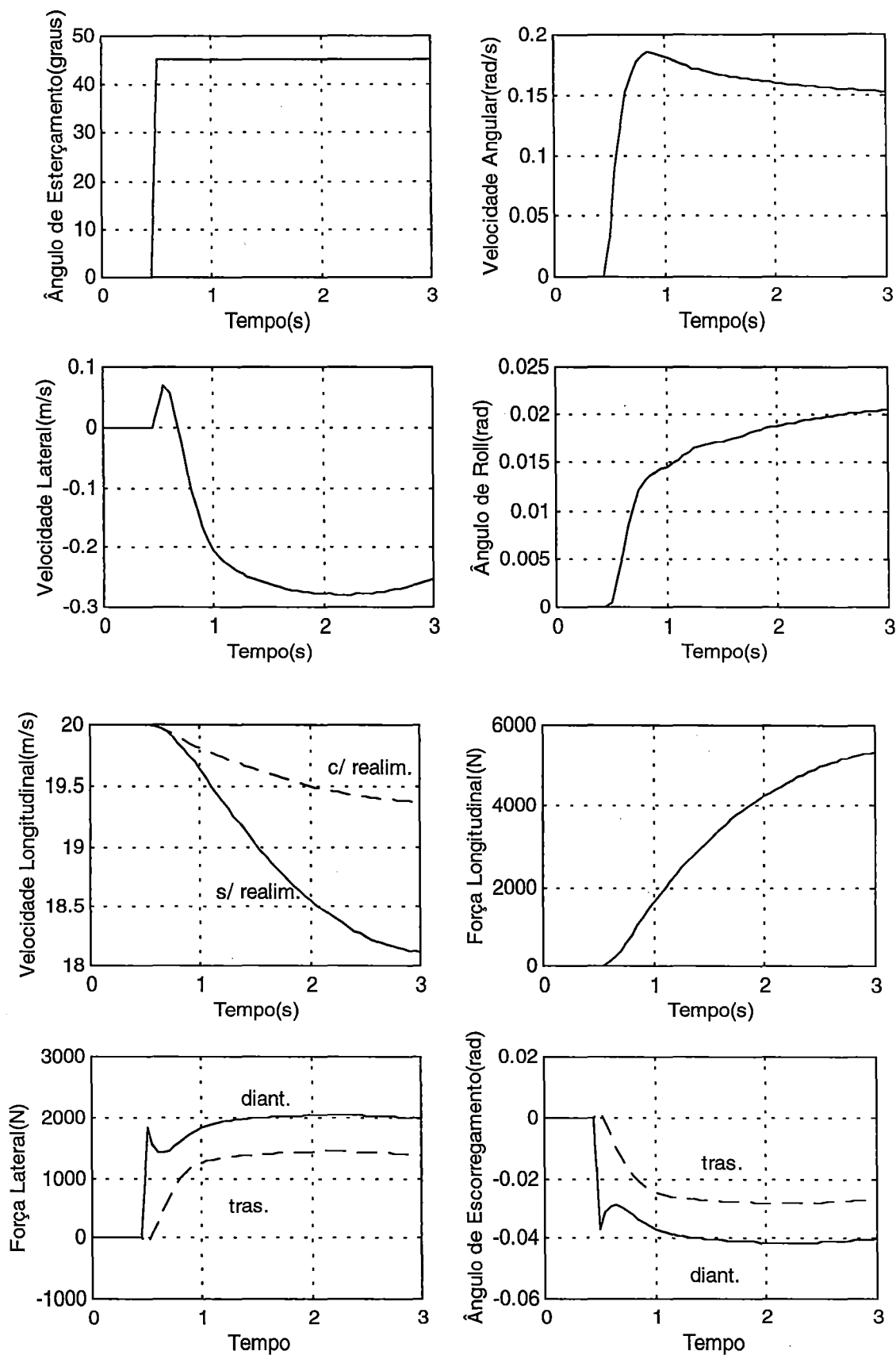


Figura A31: Resposta de CLO24 ao esterçamento c/ realimentação

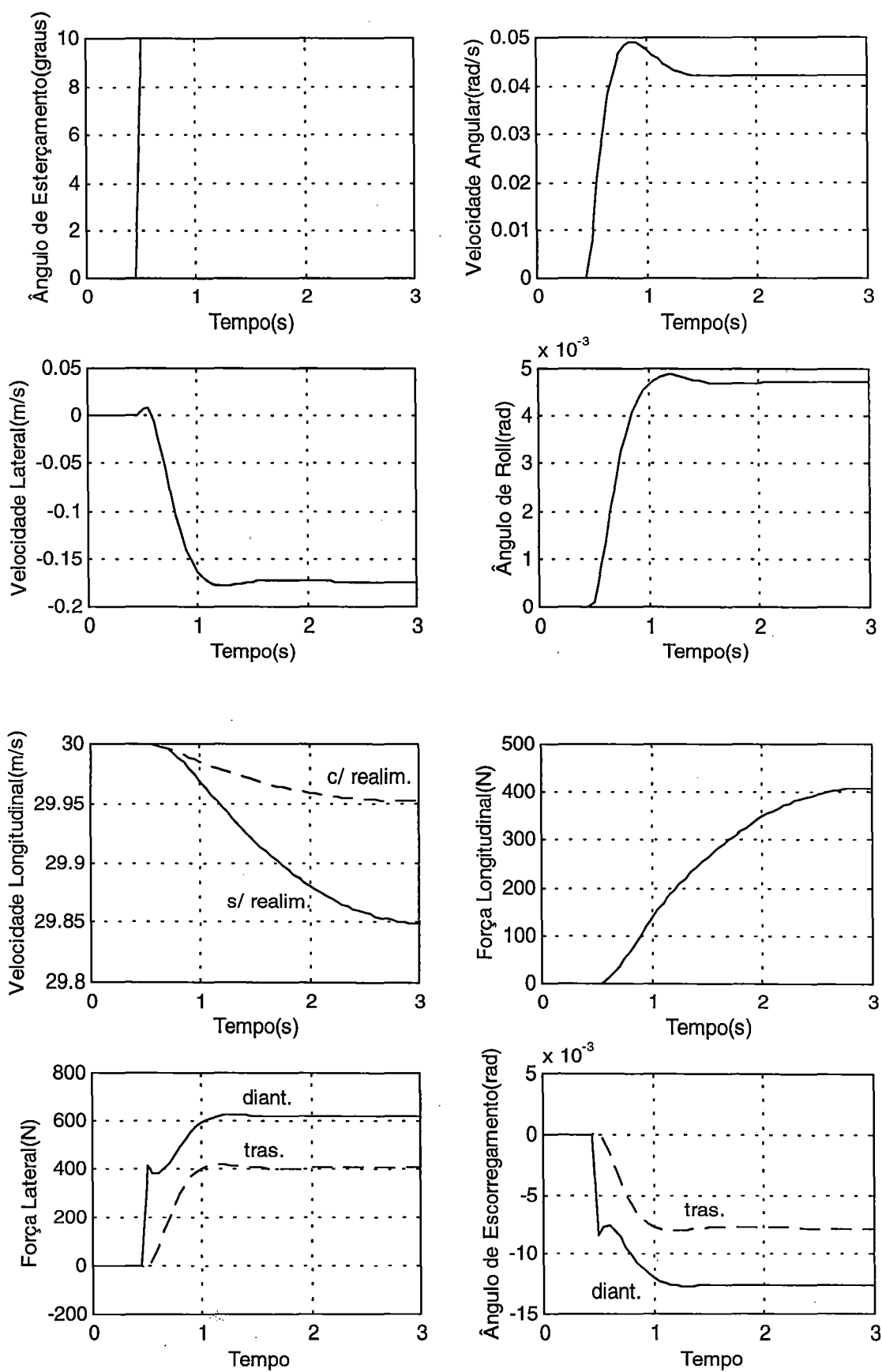


Figura A32: Resposta de CLO31 ao esterçamento c/ realimentação



## **APÊNDICE - B**

### **Planilhas de Obtenção das Matrizes Parametrizadas**

**Planilha - VLO5-40**

LO5Q3	LO10Q3	LO15Q3	LO20Q3	LO40Q3	LO5Q4	LO10Q4	LO15Q4	LO20Q4	LO40Q4
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
-3,0650448e+01	-3,0650459E+01	-3,0650478e+01	-3,0650385E+01	-3,0650646E+01	-5,5879354e-05	-2,3283064E-04	-4,0978193e-04	-7,4505806E-04	-3,1292439E-03
0,000000e+00	2,9103830E-07	-1,1641532e-06	1,4551915E-07	-5,8207661E-06	1,2217547e+02	1,2223673E+02	1,2233879e+02	1,2248163E+02	1,2346141E+02
-3,4513737e+01	-3,4513771E+01	-3,4510792e+01	-3,4510735E+01	-3,4510792E+01	1,2032688e-02	5,7071447E-02	1,2328848e-01	2,1954067E-01	8,7827444E-01
-2,5686963e-06	-4,7243640E-07	-7,9648566e-07	-3,7446071E-07	-1,9219749E-06	-2,1308277e+01	-2,1323259E+01	-2,1348240e+01	-2,1383221E+01	-2,1623035E+01
-1,8130430e+00	-1,8130430E+00	-1,8146448e+00	-1,8130243E+00	-1,8146634E+00	1,8626451e-05	1,7136335E-03	6,6310167e-03	1,1660159E-02	4,3436885E-02
3,7197842e-05	4,6266455E-06	-1,8694036e-05	1,6637318E-06	6,5141183E-05	3,6603214e+01	3,6824413E+01	3,7196354e+01	3,7718983E+01	4,1282829E+01
-1,1438525e+04	-1,1438525E+04	-1,1438534e+04	-1,1438531E+04	-1,1438536E+04	1,0682128e+03	1,0677418E+03	1,0669760e+03	1,0658878E+03	1,0584561E+03
1,1438525e+04	1,1438525E+04	1,1438536e+04	1,1438532E+04	1,1438537E+04	1,0682625e+03	1,0679686E+03	1,0674502e+03	1,0667341E+03	1,0618585E+03
-9,6075059e+03	-9,6075059E+03	-9,6075059e+03	-9,6075098E+03	-9,6075068E+03	1,2870679e+03	1,2867019E+03	1,2860966e+03	1,2852463E+03	1,2794465E+03
9,6075049e+03	9,6075059E+03	9,6075059e+03	9,6075098E+03	9,6075059E+03	1,2871022e+03	1,2868754E+03	1,2864838e+03	1,2859351E+03	1,2821842E+03
Coef. Correlação					Coef. Correlação				
-7,6934842e-01					-9,7385217e-01				
-9,0569983e-01					9,7753044e-01				
7,0523991e-01					9,7778971e-01				
-6,6198894e-02					-9,7753038e-01				
-6,4351049e-01					9,8379571e-01				
5,4335923e-01					9,7756877e-01				
-8,2864377e-01					-9,7752876e-01				
7,8334352e-01					-9,7763906e-01				
-3,0238954e-01					-9,7770507e-01				
2,0197564e-01					-9,7732822e-01				

LO5Q5	LO10Q5	LO15Q5	LO20Q5	LO40Q5	LO5Q6	LO10Q6	LO15Q6	LO20Q6	LO40Q6
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
-3,4007236e+01	-3,3988216E+01	-3,3956600e+01	-3,3912323E+01	-3,3608231E+01	-1,3969839e-05	-1,8626451E-05	1,8626451e-05	0,0000000E+00	0,0000000E+00
1,1641532e-06	-1,1641532E-06	-1,1641532e-06	-4,6566129E-06	-1,1641532E-06	6,0284580e+01	6,0265579E+01	6,0233913e+01	6,0189571E+01	5,9885551E+01
-1,6015768e+01	-1,5993677E+01	-1,5960988e+01	-1,5911553E+01	-1,5592129E+01	3,0174851e-03	3,0547380E-03	-3,0361116e-03	-2,9942021E-03	-2,9802322E-03
1,7472792e-06	-3,3528354E-06	2,3233972e-07	1,6734303E-06	-6,1339858E-07	-7,6622109e+00	-7,6553345E+00	-7,6438723e+00	-7,6278238E+00	-7,5177922E+00
-3,3432926e+01	-3,3432842E+01	-3,3434464e+01	-3,3432919E+01	-3,3433067E+01	0,0000000e+00	9,3132257E-06	-1,8626451e-05	0,0000000E+00	0,0000000E+00
1,8646735e-05	-3,7166174E-05	-1,8564993e-05	-9,3090326E-05	-1,6269210E-05	1,9681358e+01	1,9681305E+01	1,9681248e+01	1,9681368E+01	1,9681398E+01
1,5129507e+04	1,5129506E+04	1,5129502e+04	1,5129502E+04	1,5129513E+04	-8,6746670e+03	-8,6746670E+03	-8,6746543e+03	-8,6746553E+03	-8,6746553E+03
-1,5129508e+04	-1,5129503E+04	-1,5129502e+04	-1,5129500E+04	-1,5129512E+04	-8,6746543e+03	-8,6746543E+03	-8,6746670e+03	-8,6746670E+03	-8,6746670E+03
-1,4391190e+04	-1,4391193E+04	-1,4391188e+04	-1,4391193E+04	-1,4391187E+04	-7,2914316e+03	-7,2914316E+03	-7,2914233e+03	-7,2914233E+03	-7,2914243E+03
1,4391190e+04	1,4391193E+04	1,4391189e+04	1,4391195E+04	1,4391187E+04	-7,2914233e+03	-7,2914229E+03	-7,2914316e+03	-7,2914312E+03	-7,2914321E+03
Coef. Correlação					Coef. Correlação				
9,7748875e-01					3,4877678e-01				
-3,3104235e-01					-9,7753103e-01				
9,7884155e-01					-7,0546727e-01				
-5,9595017e-02					9,7753269e-01				
2,3003086e-02					-3,3786872e-02				
-1,9579008e-01					5,1636353e-01				
5,9265185e-01					6,8014302e-01				
-4,9107328e-01					-7,0952425e-01				
5,2018499e-01					6,4310030e-01				
-4,4616882e-01					-7,4111819e-01				

LO5Q7	LO10Q7	LO15Q7	LO20Q7	LO40Q7	LO5Q8	LO10Q8	LO15Q8	LO20Q8	LO40Q8
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
3,4009573e-01	3,4008175E-01	3,4002587e-01	3,4000725E-01	3,3944845E-01	-3,4010038e-01	-3,4010038E-01	-3,4002587e-01	-3,4000725E-01	-3,3944845E-01
6,3464966e+00	6,3462567E+00	6,3458552e+00	6,3452930E+00	6,3414359E+00	6,3465014e+00	6,3462567E+00	6,3458562e+00	6,3452930E+00	6,3414431E+00
2,8512256e+00	2,8511882E+00	2,8510766e+00	2,8508530E+00	2,8465688E+00	-2,8497355e+00	-2,8497355E+00	-2,8525479e+00	-2,8523571E+00	-2,8480589E+00
4,4476523e+00	4,4474697E+00	4,4471660e+00	4,4467425E+00	4,4438419E+00	4,4476509e+00	4,4474707E+00	4,4471655e+00	4,4467454E+00	4,4438386E+00
-1,5894324e+00	-1,5892088E+00	-1,5904197e+00	-1,5883707E+00	-1,5866011E+00	1,5894324e+00	1,5891995E+00	1,5904382e+00	1,5883707E+00	1,5865266E+00
2,9176279e+01	2,9175804E+01	2,9174938e+01	2,9173708E+01	2,9165466E+01	2,9176325e+01	2,9175823E+01	2,9174955e+01	2,9173689E+01	2,9165485E+01
-6,0539746e+03	-6,0539634E+03	-6,0539487e+03	-6,0539180E+03	-6,0537363E+03	-2,5428505e+02	-2,5428505E+02	-2,5427371e+02	-2,5427759E+02	-2,5427580E+02
-2,5428117e+02	-2,5428146E+02	-2,5427699e+02	-2,5428027E+02	-2,5427901E+02	-6,0539717e+03	-6,0539604E+03	-6,0539521e+03	-6,0539209E+03	-6,0537397E+03
-3,5886467e+01	-3,5886765E+01	-3,5883488e+01	-3,5885574E+01	-3,5871864E+01	-3,4806133e+01	-3,4804642E+01	-3,4802555e+01	-3,4796299E+01	-3,4789444E+01
-3,4803452e+01	-3,4802258E+01	-3,4804047e+01	-3,4798683E+01	-3,4791828E+01	-3,5884975e+01	-3,5884678E+01	-3,5885574e+01	-3,5887661E+01	-3,5875439E+01
Coef. Correlação					Coef. Correlação				
-9,5644924e-01					9,5885832e-01				
-9,7747296e-01					-9,7768968e-01				
-9,3610810e-01					3,8598546e-01				
-9,7768588e-01					-9,7747972e-01				
8,4718753e-01					-8,4840216e-01				
-9,7728244e-01					-9,7826844e-01				
9,7564075e-01					6,4360780e-01				
3,9575247e-01					9,6985005e-01				
9,3510675e-01					9,7616534e-01				
9,4414378e-01					7,9516389e-01				

LO5Q9	LO10Q9	LO15Q9	LO20Q9	LO409	LO5Q10	LO10Q10	LO15Q10	LO20Q10	LO40Q10
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
-1,0507796e+01	-1,0507927E+01	-1,0508094e+01	-1,0508373E+01	-1,0510237E+01	1,0507801e+01	1,0507927E+01	1,0508057e+01	1,0508373E+01	1,0510237E+01
1,8332422e+01	1,8331821E+01	1,8330828e+01	1,8329432E+01	1,8319862E+01	1,8332422e+01	1,8331825E+01	1,8330824e+01	1,8329430E+01	1,8319862E+01
3,4658611e+00	3,4660475E+00	3,4635515e+00	3,4642732E+00	3,4691393E+00	-3,4657867e+00	-3,4660847E+00	-3,4636259e+00	-3,4642639E+00	-3,4691393E+00
-1,0484990e+01	-1,0484513E+01	-1,0483722e+01	-1,0482614E+01	-1,0475007E+01	-1,0484990e+01	-1,0484515E+01	-1,0483722e+01	-1,0482612E+01	-1,0475004E+01
4,3999591e+00	4,4003410E+00	4,4026041e+00	4,4019895E+00	4,4085088E+00	-4,3999500e+00	-4,4003687E+00	-4,4026227e+00	-4,4019709E+00	-4,4085832E+00
2,9566830e+01	2,9566587E+01	2,9566298e+01	2,9565851E+01	2,9562675E+01	2,9566805e+01	2,9566597E+01	2,9566286e+01	2,9565817E+01	2,9562656E+01
-4,5373440e+01	-4,5372547E+01	-4,5360626e+01	-4,5363605E+01	-4,5350567E+01	-5,4658356e+01	-5,4658653E+01	-5,4669979e+01	-5,4665508E+01	-5,4667965E+01
-5,4658653e+01	-5,4658356E+01	-5,4669979e+01	-5,4665806E+01	-5,4667965E+01	-4,5372845e+01	-4,5372250E+01	-4,5360924e+01	-4,5363308E+01	-4,5350494E+01
-6,9573857e+03	-6,9573960E+03	-6,9574146e+03	-6,9574365E+03	-6,9576147E+03	-2,8628111e+01	-2,8625727E+01	-2,8623045e+01	-2,8622450E+01	-2,8591156E+01
-2,8628111e+01	-2,8625727E+01	-2,8623642e+01	-2,8622450E+01	-2,8591156E+01	-6,9573853e+03	-6,9573965E+03	-6,9574146e+03	-6,9574355E+03	-6,9576138E+03
Coef. Correlação					Coef. Correlação				
-9,7665553e-01					9,7468968e-01				
-9,7751375e-01					-9,7757345e-01				
6,3834654e-01					-6,4695952e-01				
9,7751650e-01					9,7753734e-01				
9,7461822e-01					-9,7401391e-01				
-9,7694917e-01					-9,7730761e-01				
9,3886412e-01					-6,5285959e-01				
-6,4719151e-01					9,4584004e-01				
-9,7487324e-01					9,6003093e-01				
9,5901217e-01					-9,7456540e-01				

LO5U1	LO10U1	LO15U1	LO20U1	LO40U1	LO5U2	LO10U2	LO15U2	LO20U2	LO40U2
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
-2,7054923e-03	-5,4119159E-03	-8,1161661e-03	-1,0820107E-02	-2,1651389E-02	1,3969839e-05	9,3132257E-06	5,5879354e-05	7,4505806E-05	0,000000E+00
2,3283066e-07	0,000000E+00	-2,3283064e-07	-1,1641533E-07	-5,8207664E-08	-2,4436993e+01	-1,2226284E+01	-8,1600037e+00	-6,1292062E+00	-3,0977349E+00
2,4139883e-03	5,1371758E-03	7,6716146e-03	1,0143035E-02	2,0287933E-02	-3,0174851e-03	-3,0547380E-03	-9,0524554e-03	-1,2042001E-02	-2,1159649E-02
1,1856998e-07	3,6270589E-09	3,9492420e-08	8,6407788E-08	-1,0758756E-10	4,2616224e+00	2,1321473E+00	1,4232908e+00	1,0692037E+00	5,4063046E-01
9,2573470e-04	1,8496067E-03	2,6685495e-03	3,6973509E-03	7,3164706E-03	0,000000e+00	-3,7252903E-05	-1,8626451e-05	-3,7252903E-05	-1,6391277E-03
5,5879332e-06	-9,3036908E-07	-2,4829949e-06	-4,6563900E-07	8,8595804E-11	-7,3286242e+00	-3,6709478E+00	-2,4842658e+00	-1,8834603E+00	-1,0471605E+00
-2,5630000e-03	-5,6326394E-03	-8,7221460e-03	-1,1101366E-02	-2,2388997E-02	-2,1355510e+02	-1,0682285E+02	-7,1136955e+01	-5,3367615E+01	-2,6354492E+01
2,4437907e-03	5,6624417E-03	8,7420149e-03	1,1086465E-02	2,2387134E-02	-2,1356763e+02	-1,0683507E+02	-7,1175102e+01	-5,3417385E+01	-2,6433096E+01
-6,0796742e-03	-1,2427569E-02	-1,8318495e-02	-2,4646522E-02	-4,9188737E-02	-2,5737405e+02	-1,2874663E+02	-8,5723999e+01	-6,4294342E+01	-3,1910540E+01
6,0200696e-03	1,2427569E-02	1,8378099e-02	2,4676325E-02	4,9188737E-02	-2,5738269e+02	-1,2875676E+02	-8,5751419e+01	-6,4329803E+01	-3,1979084E+01
Coef. Correlação					Coef. Correlação				
-9,999995e-01					-1,5629701e-01				
-4,1172875e-01					8,0088534e-01				
9,9994134e-01					-9,8169145e-01				
-5,4083521e-01					-8,0085823e-01				
9,9984208e-01					-9,1611985e-01				
-3,5284075e-01					7,9357832e-01				
-9,9963556e-01					8,0253653e-01				
9,9946049e-01					8,0241692e-01				
-9,9998168e-01					8,0213729e-01				
9,9998038e-01					8,0203739e-01				

LO5U3	LO10U3	LO15U3	LO20U3	LO40U3	LO5U4	LO10U4	LO15U4	LO20U4	LO40U4
1,000000e+00	1,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	1,000000e+00	1,000000E+00	1,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	1,000000e+00	1,000000E+00	1,000000e+00	1,000000E+00	1,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	-4,6566129e-06	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	7,5502563e+00	3,7756028E+00	2,5166805e+00	1,8878351E+00	9,4410264E-01
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	-2,6223307e+01	-1,3111908E+01	-8,7408323e+00	-6,5558457E+00	-3,2782102E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	-9,3132257E-06	1,8626451e-05	-1,8626451E-05	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	2,7893858e+00	1,3931655E+00	9,2378819e-01	7,0539308E-01	3,6807731E-01
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	-3,0180545e+02	-1,5090019E+02	-1,0063231e+02	-7,5525642E+01	-3,7788227E+01
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	-3,0180576e+02	-1,5090019E+02	-1,0063291e+02	-7,5525345E+01	-3,7788155E+01
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	3,9821835e+02	1,9903780E+02	1,3279587e+02	9,9507874E+01	4,9661400E+01
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	3,9821835e+02	1,9903749E+02	1,3279587e+02	9,9507576E+01	4,9661995E+01
Coef. Correlação					Coef. Correlação				
#DIV/0!					5,3794383e-01				
#DIV/0!					-8,0153518e-01				
#DIV/0!					#DIV/0!				
#DIV/0!					8,0152951e-01				
#DIV/0!					-2,4953254e-02				
#DIV/0!					-7,9667254e-01				
#DIV/0!					8,0149000e-01				
#DIV/0!					8,0149037e-01				
#DIV/0!					-8,0168930e-01				
#DIV/0!					-8,0168791e-01				





LO5U7	LO10U7	LO15U7	LO20U7	LO40U7	LO5U8	LO10U8	LO15U8	LO20U8	LO40U8
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
1,0000000e+00	1,0000000E+00	1,0000000e+00	1,0000000E+00	1,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	1,0000000e+00	1,0000000E+00	1,0000000e+00	1,0000000E+00	1,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000e+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
-9,2666596e-03	-9,2666596E-03	-9,2387199e-03	-9,2387199E-03	-9,3877316E-03	9,2620030e-03	9,2666596E-03	9,2387199e-03	9,2759728E-03	9,3877316E-03
2,8011855e-02	2,8010691E-02	2,8010691e-02	2,8010691E-02	2,8007198E-02	2,8011855e-02	2,8010691E-02	2,8011855e-02	2,8009526E-02	2,8007198E-02
3,7573278e-01	3,7569553E-01	3,8176775e-01	3,8176310E-01	3,7863851E-01	-3,7577003e-01	-3,7569553E-01	-3,8180500e-01	-3,8179106E-01	-3,7863851E-01
2,9223666e-02	2,9223692E-02	2,9225467e-02	2,9222634E-02	2,9226126E-02	2,9223757e-02	2,9223807E-02	2,9224303e-02	2,9224938E-02	2,9223694E-02
-2,6416034e-01	-2,6416966E-01	-2,6255846e-01	-2,6414171E-01	-2,6255846E-01	2,6416034e-01	2,6416034E-01	2,6255846e-01	2,6414171E-01	2,6255846E-01
9,7558838e-01	9,7555113E-01	9,7555113e-01	9,7559768E-01	9,7552317E-01	9,7559768e-01	9,7556973E-01	9,7556973e-01	9,7557902E-01	9,7554177E-01
-3,2975079e+01	-3,2975079E+01	-3,2983421e+01	-3,2987297E+01	-3,2977016E+01	-1,3738871e-01	-1,3738871E-01	-1,2934208e-01	-1,2516975E-01	-1,3537705E-01
-1,3768673e-01	-1,3738871E-01	-1,2934208e-01	-1,2516975E-01	-1,3545156E-01	-3,2975376e+01	-3,2975376E+01	-3,2983723e+01	-3,2987892E+01	-3,2977016E+01
-1,1241436e+00	-1,1235476E+00	-1,1363626e+00	-1,1330843E+00	-1,1307001E+00	-1,2066960e+00	-1,2069941E+00	-1,1938810e+00	-1,1974573E+00	-1,1980534E+00
-1,2066960e+00	-1,2069941E+00	-1,1938810e+00	-1,1983514E+00	-1,1986494E+00	-1,1244416e+00	-1,1238456E+00	-1,1369586e+00	-1,1330843E+00	-1,1318922E+00
Coef. Correlação					Coef. Correlação				
-8,0353452e-01					8,9592354e-01				
-9,6398485e-01					-9,2898530e-01				
3,5580443e-01					-3,5165652e-01				
5,9877543e-01					-3,7277976e-02				
6,4551705e-01					-6,4521336e-01				
-6,1124271e-01					-8,7941534e-01				
-1,4116634e-01					1,5126697e-01				
1,5683170e-01					-1,1812487e-01				
-4,3030561e-01					5,4062733e-01				
5,0872867e-01					-4,8126310e-01				

LO5U9	LO10U9	LO15U9	LO20U9	LO40U9	LO5U10	LO10U10	LO15U10	LO20U10	LO40U10
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
1,000000e+00	1,000000E+00	1,000000e+00	1,000000E+00	1,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000e+00	0,000000E+00	0,000000E+00	1,000000e+00	1,000000E+00	1,000000e+00	1,000000E+00	1,000000E+00
-6,5653585e-02	-6,5658242E-02	-6,5639615e-02	-6,5639615E-02	-6,5714121E-02	6,5653585e-02	6,5658242E-02	6,5639615e-02	6,5639615E-02	6,5714121E-02
1,1801138e-01	1,1801022E-01	1,1801022e-01	1,1801138E-01	1,1801254E-01	1,1800788e-01	1,1801138E-01	1,1801022e-01	1,1801022E-01	1,1801022E-01
7,3853880e-01	7,3857605E-01	7,3557723e-01	7,3557723E-01	7,3537230E-01	-7,3857605e-01	-7,3861331E-01	-7,3557723e-01	-7,3558187E-01	-7,3552132E-01
-9,1057174e-02	-9,1055408E-02	-9,1056578e-02	-9,1055430E-02	-9,1056466E-02	-9,1054864e-02	-9,1055937E-02	-9,1056585e-02	-9,1056056E-02	-9,1056496E-02
5,9736896e-01	5,9739691E-01	5,9735030e-01	5,9738755E-01	5,9738755E-01	-5,9737825e-01	-5,9738755E-01	-5,9736896e-01	-5,9738755E-01	-5,9738755E-01
1,9292628e+00	1,9292440E+00	1,9292533e+00	1,9292628E+00	1,9292721E+00	1,9292347e+00	1,9292533E+00	1,9292533e+00	1,9292628E+00	1,9292907E+00
-3,1009316e+00	-3,1012297E+00	-3,0949712e+00	-3,0952692E+00	-3,0951202E+00	-3,2749772e+00	-3,2746792E+00	-3,2809377e+00	-3,2809377E+00	-3,2809377E+00
-3,2746792e+00	-3,2749772E+00	-3,2809377e+00	-3,2812357E+00	-3,2810867E+00	-3,1009316e+00	-3,1015277E+00	-3,0949712e+00	-3,0949712E+00	-3,0951202E+00
-5,4257515e+01	-5,4257812E+01	-5,4253342e+01	-5,4253639E+01	-5,4252747E+01	2,8908253e-02	2,9206276E-02	2,4437904e-02	2,4437904E-02	2,4437904E-02
2,8014183e-02	2,9206276E-02	2,4139881e-02	2,4437904E-02	2,3841858E-02	-5,4257214e+01	-5,4258110E+01	-5,4253342e+01	-5,4253639E+01	-5,4253342E+01
Coef. Correlação					Coef. Correlação				
-7,8573525e-01					7,8573525e-01				
7,2991703e-01					3,0588937e-01				
-7,4160764e-01					7,1798670e-01				
7,5494591e-02					-6,6155616e-01				
2,7664621e-01					-3,9323103e-01				
6,6325523e-01					9,8000237e-01				
7,0034747e-01					-7,0505486e-01				
-7,1689119e-01					6,8782281e-01				
7,7589074e-01					-7,0346501e-01				
-7,1885764e-01					6,9602966e-01				



**Planilha - VCLO10G**

CLO11Q3	CLO21Q3	CLO31Q3	CLO11Q4	CLO21Q4	CLO31Q4	CLO11Q5	CLO21Q5	CLO31Q5
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
-3,0626371E+01	-3,0518398E+01	-3,0459724E+01	-8,6641407E+00	-1,2687557E+01	-1,3433919E+01	-3,3805729E+01	-3,3664631E+01	-3,3560211E+01
-1,8645823E+00	-2,9212236E+00	-3,2389164E+00	1,2207345E+02	1,2190789E+02	1,2212694E+02	-2,5269389E+00	-3,8263202E+00	-4,2837858E+00
-3,4305779E+01	-3,4551739E+01	-3,4978916E+01	-2,0809530E-01	-6,8931840E-02	2,1433574E-01	-1,6160822E+01	-1,6218964E+01	-1,6331488E+01
2,6146337E-01	2,4909198E-01	2,4074060E-01	-2,1266119E+01	-2,1315693E+01	-2,1400335E+01	-2,5454876E-01	-9,2125677E-02	6,7311078E-02
-1,9069391E+00	-1,9729937E+00	-2,0776553E+00	1,7906819E-01	1,6282569E-01	1,0373387E-01	-3,3268986E+01	-3,3595722E+01	-3,4128780E+01
-1,7736137E-01	-1,0458103E+00	-1,8069130E+00	3,7106781E+01	3,7701382E+01	3,8680309E+01	-8,9872487E-02	4,0613008E-01	8,3425963E-01
-1,1427033E+04	-1,1400874E+04	-1,1381404E+04	1,0761700E+03	1,0773191E+03	1,0770427E+03	1,5111032E+04	1,5076522E+04	1,5044634E+04
1,1447470E+04	1,1472970E+04	1,1498323E+04	1,0588602E+03	1,0558684E+03	1,0527732E+03	-1,5141172E+04	-1,5175304E+04	-1,5204492E+04
-9,5975889E+03	-9,5826445E+03	-9,5722021E+03	1,2902249E+03	1,2899417E+03	1,2876899E+03	-1,4382501E+04	-1,4364838E+04	-1,4343721E+04
9,6145361E+03	9,6254229E+03	9,6400449E+03	1,2817484E+03	1,2806077E+03	1,2803853E+03	1,4403354E+04	1,4419637E+04	1,4432262E+04
Coef. correlação			Coef. correlação			Coef. correlação		
9,8572576E-01			-9,2954155E-01			9,9630105E-01		
-9,5504158E-01			2,3418788E-01			-9,6379084E-01		
-9,8813530E-01			9,8115160E-01			-9,8349527E-01		
-9,9378638E-01			-9,8881267E-01			9,9998565E-01		
-9,9158369E-01			-9,5008275E-01			-9,9053865E-01		
-9,9927754E-01			9,9020328E-01			9,9910218E-01		
9,9643743E-01			7,2751393E-01			-9,9974020E-01		
9,9999861E-01			-9,9995191E-01			-9,9898548E-01		
9,9479949E-01			-9,1248347E-01			9,9868048E-01		
9,9644552E-01			-9,3198474E-01			9,9734193E-01		

CLO11Q6	CLO21Q6	CLO31Q46	CLO11Q7	CLO21Q7	CLO31Q7	CLO11Q8	CLO21Q8	CLO31Q8
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
-4,1099825E+00	-5,9181452E+00	-6,2831120E+00	-1,5168451E-01	-3,8687140E-01	-4,7374517E-01	-8,4495175E-01	-1,0480360E+00	-1,0975823E+00
6,0040356E+01	5,9790611E+01	5,9638023E+01	6,3690543E+00	6,4593554E+00	6,5737963E+00	6,1744452E+00	6,1160326E+00	6,1130524E+00
-6,8563968E-02	-2,9697549E-01	-4,7740993E-01	2,8929727E+00	2,8619652E+00	2,8347001E+00	-2,8622129E+00	-2,8505538E+00	-2,8215005E+00
-7,6351905E+00	-7,6274009E+00	-7,6220980E+00	4,4915605E+00	4,5677171E+00	4,6586313E+00	4,3179040E+00	4,2967749E+00	4,3007693E+00
2,5723675E-02	1,0318480E-01	1,8707791E-01	-1,6189449E+00	-1,5985777E+00	-1,5769404E+00	1,5983504E+00	1,5972756E+00	1,5817533E+00
1,9837934E+01	1,9586718E+01	1,9324200E+01	2,9274475E+01	2,9306480E+01	2,9349079E+01	2,9086187E+01	2,9050737E+01	2,9016962E+01
-8,6760156E+03	-8,6567246E+03	-8,6425410E+03	-6,0528428E+03	-6,0368374E+03	-6,0229746E+03	-2,5428000E+02	-2,5406317E+02	-2,5402145E+02
-8,6874414E+03	-8,6965156E+03	-8,7073652E+03	-2,5446182E+02	-2,5460460E+02	-2,5474063E+02	-6,0599473E+03	-6,0708281E+03	-6,0778833E+03
-7,2891416E+03	-7,2746802E+03	-7,2651162E+03	-3,6003429E+01	-3,6071480E+01	-3,6167973E+01	-3,4719757E+01	-3,4712215E+01	-3,4706581E+01
-7,2955591E+03	-7,2978413E+03	-7,2980791E+03	-3,4892567E+01	-3,4933872E+01	-3,4988846E+01	-3,5753540E+01	-3,5694500E+01	-3,5655895E+01
Coef. correlação			Coef. correlação			Coef. correlação		
-9,3371789E-01			-9,6642460E-01			-9,4359662E-01		
-9,9042034E-01			9,9769115E-01			-8,8674541E-01		
-9,9771280E-01			-9,9931329E-01			9,7089835E-01		
9,9404125E-01			9,9870212E-01			-7,6324422E-01		
9,9973527E-01			9,9984765E-01			-8,9350541E-01		
-9,9991935E-01			9,9665603E-01			-9,9990244E-01		
9,9614256E-01			9,9914345E-01			9,3133068E-01		
-9,9867920E-01			-9,9990233E-01			-9,9250293E-01		
9,9314582E-01			-9,9505717E-01			9,9652329E-01		
-9,0558528E-01			-9,9665745E-01			9,9277938E-01		

CLO11Q9	CLO21Q9	CLO31Q9	CLO11Q10	CLO21Q10	CLO31Q10	CLO11U1	CLO21U1	CLO31U1
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
-1,1663055E+01	-1,2197271E+01	-1,2302920E+01	9,3141298E+00	8,7167702E+00	8,5688009E+00	-4,4659896E+00	-4,4514341E+00	-4,4355636E+00
1,7640442E+01	1,7343760E+01	1,7343760E+01	1,8932819E+01	1,9185843E+01	1,9233824E+01	5,1956838E-01	1,4756052E-01	-5,5335425E-02
3,4812856E+00	3,4365473E+00	3,3542771E+00	-3,4732885E+00	-3,4190948E+00	-3,3263538E+00	-4,8705238E-01	-4,7946787E-01	-4,7235531E-01
-1,0504338E+01	-1,0571869E+01	-1,0652621E+01	-1,0460746E+01	-1,0447991E+01	-1,0457071E+01	-1,0591564E-01	-8,5839339E-02	-6,2060524E-02
4,4093170E+00	4,3743496E+00	4,3145471E+00	-4,4105544E+00	-4,3727880E+00	-4,3148069E+00	7,8040689E-01	7,8371227E-01	7,9084665E-01
2,9576536E+01	2,9595369E+01	2,9593567E+01	2,9547373E+01	2,9508266E+01	2,9471954E+01	2,4392049E-01	1,7614266E-01	1,2735870E-01
-4,5306580E+01	-4,5426624E+01	-4,5546490E+01	-5,4634335E+01	-5,4607224E+01	-5,4626472E+01	1,0661640E+01	8,2510605E+00	6,5951710E+00
-5,4631310E+01	-5,4685196E+01	-5,4733269E+01	-4,5204788E+01	-4,5176197E+01	-4,5176521E+01	4,3506331E+00	1,9835104E+00	3,5894212E-01
-6,9550557E+03	-6,9420254E+03	-6,9275142E+03	-2,8527012E+01	-2,8744034E+01	-2,9169699E+01	2,3818602E+01	2,1529793E+01	1,9726748E+01
-2,8603767E+01	-2,8967588E+01	-2,9512323E+01	-6,9619585E+03	-6,9665376E+03	-6,9660732E+03	-7,7786374E+00	-9,9435873E+00	-1,1664401E+01
Coef. correlaçào			Coef. correlaçào			Coef. correlaçào		
-9,3269386E-01			-9,4441390E-01			9,9968882E-01		
-8,6602540E-01			9,3061499E-01			-9,8588327E-01		
-9,8575615E-01			9,8872302E-01			9,9982818E-01		
-9,9867769E-01			2,7986810E-01			9,9881415E-01		
-9,8874720E-01			9,9265280E-01			9,7830674E-01		
8,1941445E-01			-9,9977118E-01			-9,9560365E-01		
-9,9999991E-01			2,8186374E-01			-9,9430845E-01		
-9,9945869E-01			8,6104850E-01			-9,9428187E-01		
9,9951848E-01			-9,8288430E-01			-9,9765937E-01		
-9,9345649E-01			-8,1627827E-01			-9,9782974E-01		

CLO11U2	CLO21U2	CLO31U2	CLO11U3	CLO21U3	CLO31U3	CLO11U4	CLO21U4	CLO31U4
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	1,0000000E+00	1,0000000E+00	1,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	9,9999833E-01	1,0000169E+00	1,0000169E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00	0,0000000E+00
5,5369920E-01	1,9381231E-01	-9,7865285E-03	8,2887709E-04	1,6018748E-03	2,1606684E-03	-1,7688610E-01	-1,4547259E-01	-1,0460615E-01
-1,2207627E+01	-6,1196556E+00	-4,1061535E+00	-1,1622906E-02	-1,7881393E-02	-1,9669533E-02	3,7632883E+00	1,8784404E+00	1,2522936E+00
-1,2354540E-02	-3,9063349E-02	-5,2365847E-02	-7,7518052E-04	1,8728315E-03	-1,4028046E-03	9,7495653E-03	-3,7986320E-03	-6,1102039E-03
2,1252775E+00	1,0639050E+00	7,1225977E-01	1,9136235E-03	2,9856346E-03	2,9928833E-03	-1,3128464E+01	-6,5614815E+00	-4,3686094E+00
3,0118700E-02	6,4663127E-02	7,0832066E-02	5,3762051E-04	3,3956894E-04	-2,3077701E-03	-5,6473784E-02	-2,9955396E-02	-2,3041030E-02
-3,7045557E+00	-1,8783637E+00	-1,2865670E+00	-1,0838085E-03	-5,9449212E-03	-5,1557436E-03	1,3594406E+00	6,9071329E-01	4,5578399E-01
-1,0720991E+02	-5,3440426E+01	-3,5515854E+01	-5,3489350E-02	-1,7170256E-01	-1,7256476E-01	-1,5266127E+02	-7,6410461E+01	-5,0881359E+01
-1,0583145E+02	-5,2928455E+01	-3,5278900E+01	-1,2020522E-01	-1,0490796E-01	-1,0506804E-01	-1,4930791E+02	-7,4883713E+01	-4,9903843E+01
-1,2778960E+02	-6,2920429E+01	-4,1324715E+01	-1,4126137E-01	-2,1000960E-01	-1,2583508E-01	2,0002220E+02	1,0039015E+02	6,7227646E+01
-1,2907616E+02	-6,5290611E+01	-4,4041584E+01	-1,4112222E-01	-1,2953046E-01	-2,8720272E-01	1,9814365E+02	9,8885651E+01	6,5822884E+01
Coef. correlação			Coef. correlação			Coef. correlação		
-9,8742006E-01			9,9571615E-01			9,9716147E-01		
9,6033495E-01			-9,5221661E-01			-9,6058015E-01		
-9,8179810E-01			-1,8050050E-01			-9,2555961E-01		
-9,6043167E-01			8,6892868E-01			9,6086702E-01		
9,2771060E-01			-8,9550703E-01			9,4719286E-01		
9,5920370E-01			-7,8043401E-01			-9,6367239E-01		
9,6077329E-01			-8,6915494E-01			9,6101295E-01		
9,6081675E-01			8,6143451E-01			9,6115136E-01		
9,6069878E-01			1,7211554E-01			-9,6068845E-01		
9,6073548E-01			-8,3116261E-01			-9,6072999E-01		



CLO11U5	CLO21U5	CLO31U5	CLO11U6	CLO21U6	CLO31U6	CLO11U7	CLO21U7	CLO31U7
0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00
1,000000E+00	1,000000E+00	1,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	1,000000E+00	1,000000E+00	1,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	1,000000E+00	1,000000E+00	9,999999E-01
0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00
-1,862645E-04	-1,862645E-04	-2,235174E-04	1,406297E-03	2,235174E-03	2,272427E-03	-1,025386E-02	-1,162290E-02	-1,285225E-02
8,940696E-04	1,788139E-03	2,980232E-03	-1,490116E-04	-2,980232E-04	5,960464E-04	2,577900E-02	2,622604E-02	2,801418E-02
1,093794E-03	-7,773633E-04	-1,093721E-03	1,063999E-03	7,385824E-04	2,957822E-03	3,821609E-01	3,775241E-01	3,824529E-01
1,809201E-04	-2,766602E-04	3,375703E-05	1,571743E-04	5,892161E-05	2,827846E-04	2,800516E-02	2,896398E-02	3,029626E-02
8,848838E-04	5,371884E-04	-8,810639E-04	-3,871791E-03	-6,873610E-03	-9,522209E-03	-2,629456E-01	-2,654217E-01	-2,661632E-01
2,831702E-02	3,875698E-02	4,593672E-02	-2,873857E-03	2,009492E-03	-8,077286E-03	9,749910E-01	9,824742E-01	9,796464E-01
-4,694826E-02	-7,475318E-04	-7,672410E-02	-7,965427E-03	-8,409595E-02	-1,863634E-02	-3,299265E+01	-3,312569E+01	-3,307562E+01
-4,716043E-02	-6,748654E-02	-7,655850E-02	1,742766E-02	1,686130E-02	4,530855E-02	-1,223731E-01	-1,397445E-01	-1,270891E-01
-3,767669E-02	-4,730837E-02	-5,227542E-02	1,086635E-02	1,219924E-02	1,006393E-01	-1,135328E+00	-1,132895E+00	-1,136131E+00
4,300862E-02	-4,714609E-02	-1,326823E-01	6,970782E-02	-1,685562E-02	6,628775E-02	-1,193680E+00	-1,214826E+00	-1,206284E+00
Coef. correlação			Coef. correlação			Coef. correlação		
-8,660254E-01			8,844183E-01			-9,995186E-01		
9,966158E-01			7,777137E-01			9,449112E-01		
-9,251357E-01			7,901228E-01			5,281542E-02		
-3,149939E-01			5,597119E-01			9,956008E-01		
-9,438575E-01			-9,993493E-01			-9,548211E-01		
9,943422E-01			-5,157797E-01			6,160228E-01		
-3,888907E-01			-1,294376E-01			-6,173652E-01		
-9,764347E-01			8,571878E-01			-2,624961E-01		
-9,834064E-01			8,724293E-01			-2,383623E-01		
-9,998848E-01			-3,488444E-02			-5,923995E-01		

CLO11U8	CLO21U8	CLO31U8	CLO11U9	CLO21U9	CLO31U9	CLO11U10	CLO21U10	CLO31U10
0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00
1,000001E+00	9,999994E-01	1,000001E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	1,000000E+00	1,000000E+00	1,000001E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00
0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	0,000000E+00	1,000000E+00	9,999994E-01	1,000000E+00
6,8824738E-03	6,0722232E-03	6,1839819E-03	-7,2680414E-02	-7,5846910E-02	-7,6629221E-02	5,7863072E-02	5,3830445E-02	5,2414834E-02
2,7269125E-02	2,8312206E-02	3,0994415E-02	1,1295080E-01	1,1175871E-01	1,1324883E-01	1,2218952E-01	1,2546778E-01	1,2874603E-01
-3,8267857E-01	-3,7573206E-01	-3,8144034E-01	7,4282980E-01	7,3725796E-01	7,3060787E-01	-7,3674136E-01	-7,3517650E-01	-7,3934019E-01
2,8137891E-02	2,8842270E-02	3,0200316E-02	-9,0983771E-02	-9,1679662E-02	-9,3115360E-02	-9,1045864E-02	-9,2352621E-02	-9,4294183E-02
2,6319438E-01	2,6093113E-01	2,6220584E-01	5,9678161E-01	5,9143239E-01	5,9557313E-01	-5,9838831E-01	-5,9553230E-01	-5,9242630E-01
9,7609842E-01	9,7202140E-01	9,7530550E-01	1,9319856E+00	1,9274440E+00	1,9338993E+00	1,9291582E+00	1,9314046E+00	1,9269955E+00
-1,2263976E-01	-1,3987418E-01	-1,3564014E-01	-3,1133049E+00	-3,1129024E+00	-3,1044235E+00	-3,2804193E+00	-3,2825186E+00	-3,2621036E+00
-3,3035210E+01	-3,2948120E+01	-3,2970802E+01	-3,2647967E+00	-3,2550437E+00	-3,2928798E+00	-3,0897012E+00	-3,0989859E+00	-3,1118753E+00
-1,1949775E+00	-1,1956846E+00	-1,1951157E+00	-5,4339264E+01	-5,4168140E+01	-5,4177986E+01	2,8741870E-02	1,3442664E-02	1,1051307E-02
-1,1365485E+00	-1,1267617E+00	-1,1366214E+00	3,0889641E-02	1,3241552E-02	-8,2276529E-04	-5,4330360E+01	-5,4251911E+01	-5,4174248E+01
Coef. correlação			Coef. correlação			Coef. correlação		
-7,9535596E-01			-9,4427311E-01			-9,6363024E-01		
9,6921552E-01			1,8898631E-01			1,0000000E+00		
1,6709290E-01			-9,9870532E-01			-6,1784718E-01		
9,8366711E-01			-9,8050896E-01			-9,9369494E-01		
-4,3561976E-01			-2,1538760E-01			9,9970710E-01		
-1,8340704E-01			2,8859018E-01			-4,9047881E-01		
-7,2376229E-01			8,8539065E-01			8,1549877E-01		
7,1278928E-01			-7,1479609E-01			-9,9562440E-01		
-1,8437740E-01			8,3926925E-01			-9,2156657E-01		
-6,4267883E-03			-9,9787828E-01			9,9999578E-01		

## **APÊNDICE - C**

### **Simulações com o Modelo Parametrizado**

## **Resposta ao Esterçamento**

### **Matrizes ACLO**

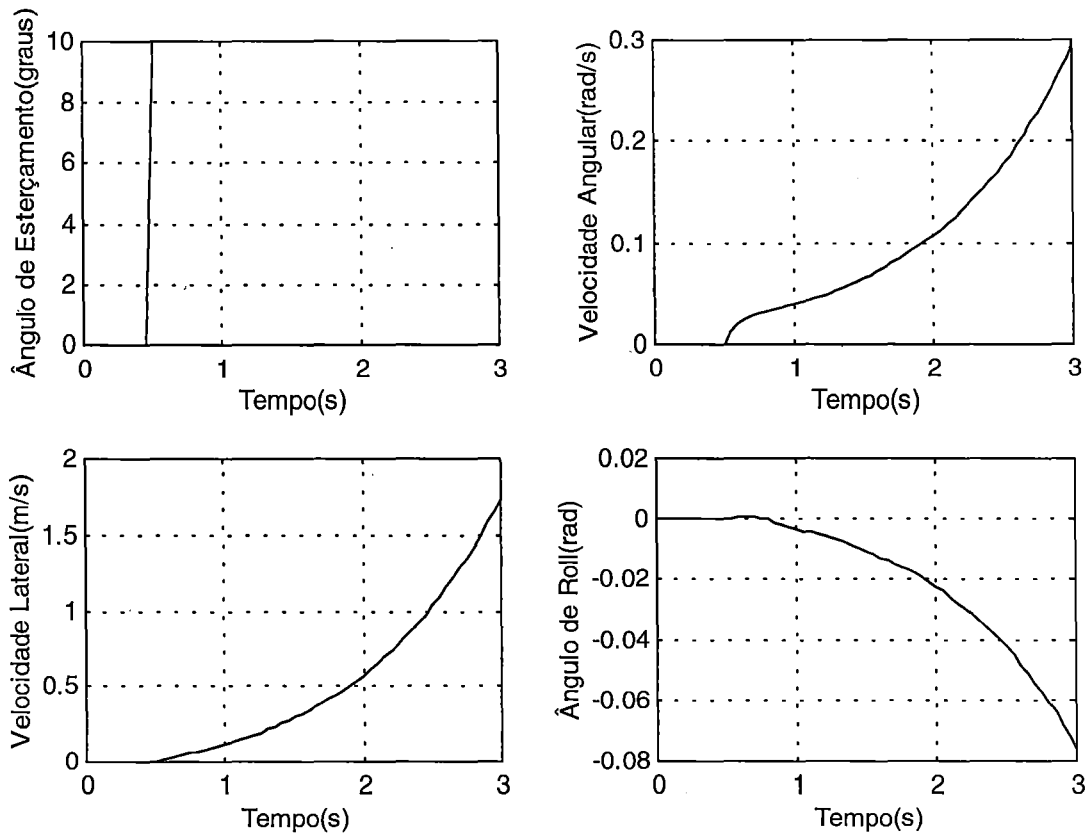


Figura C1: Resposta de ACLO11 ao esterçamento de 10 graus

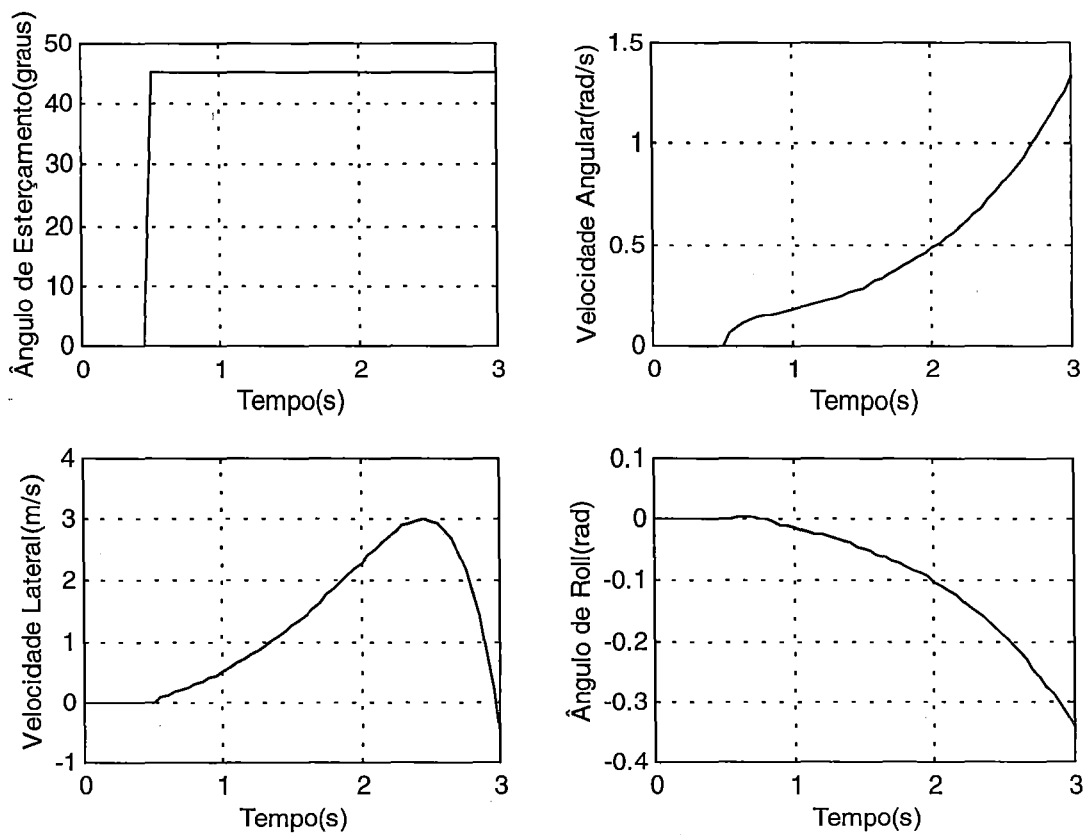


Figura C2: Resposta de ACLO11 ao esterçamento de 45 graus

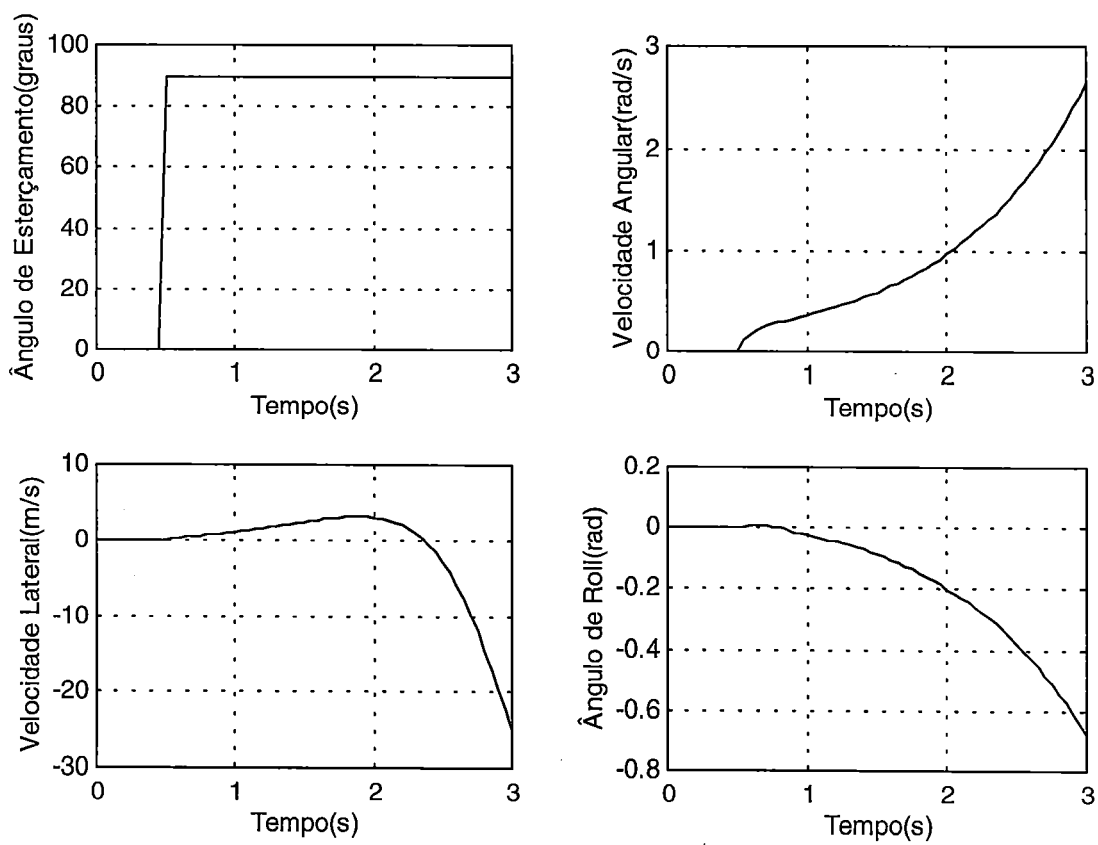


Figura C3: Resosta de ACLO11 ao esterçamento de 90 graus

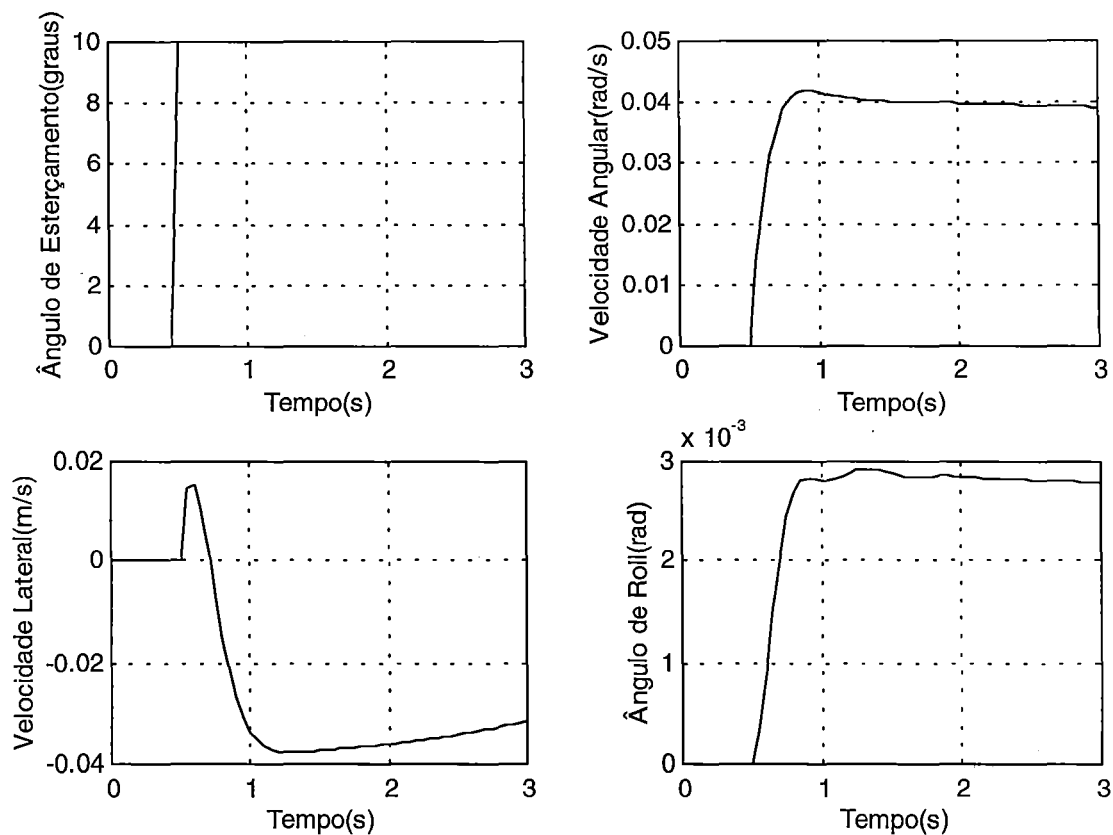


Figura C1: Resposta de ACLO11 ao esterçamento de 10 graus

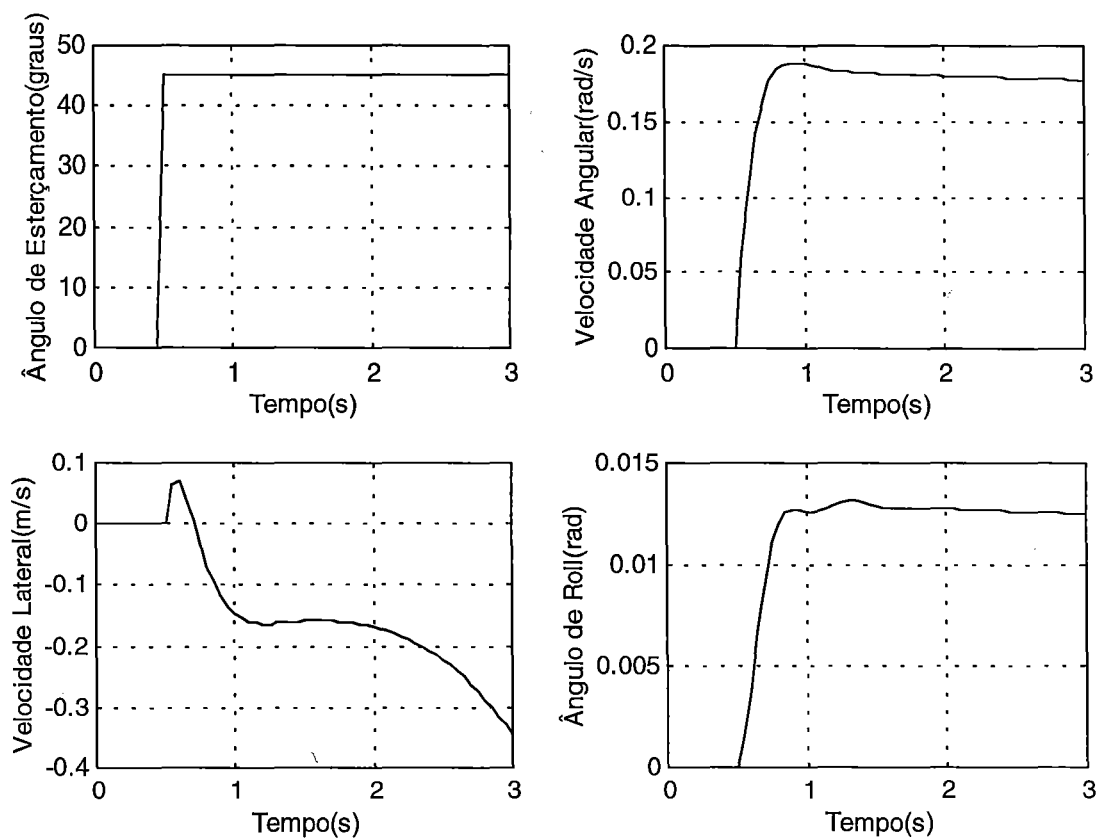


Figura C5: Resposta de ACLO21 ao esterçamento de 45 graus

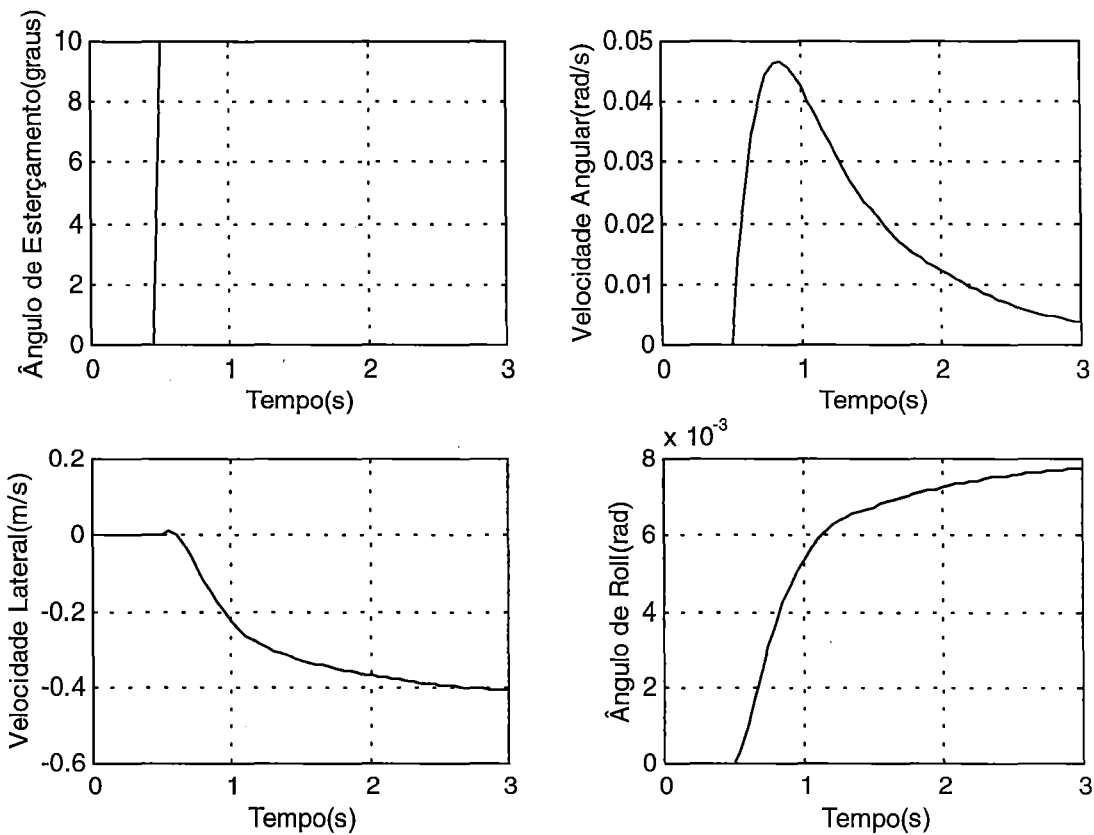


Figura C6: Resposta de ACLO31 ao esterçamento de 10 graus

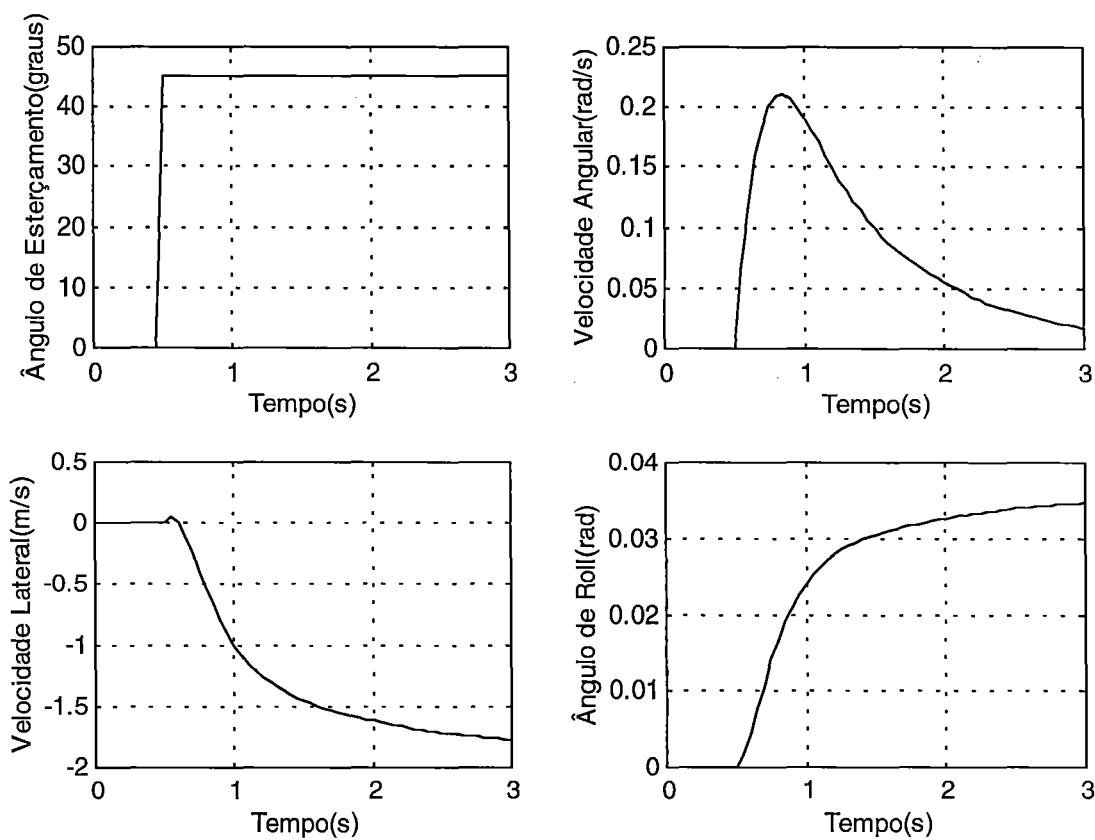


Figura C7: Resposta de ACLO31 ao esterçamento de 45 graus



## **Resposta ao Esterçamento**

### **Matrizes ALO**

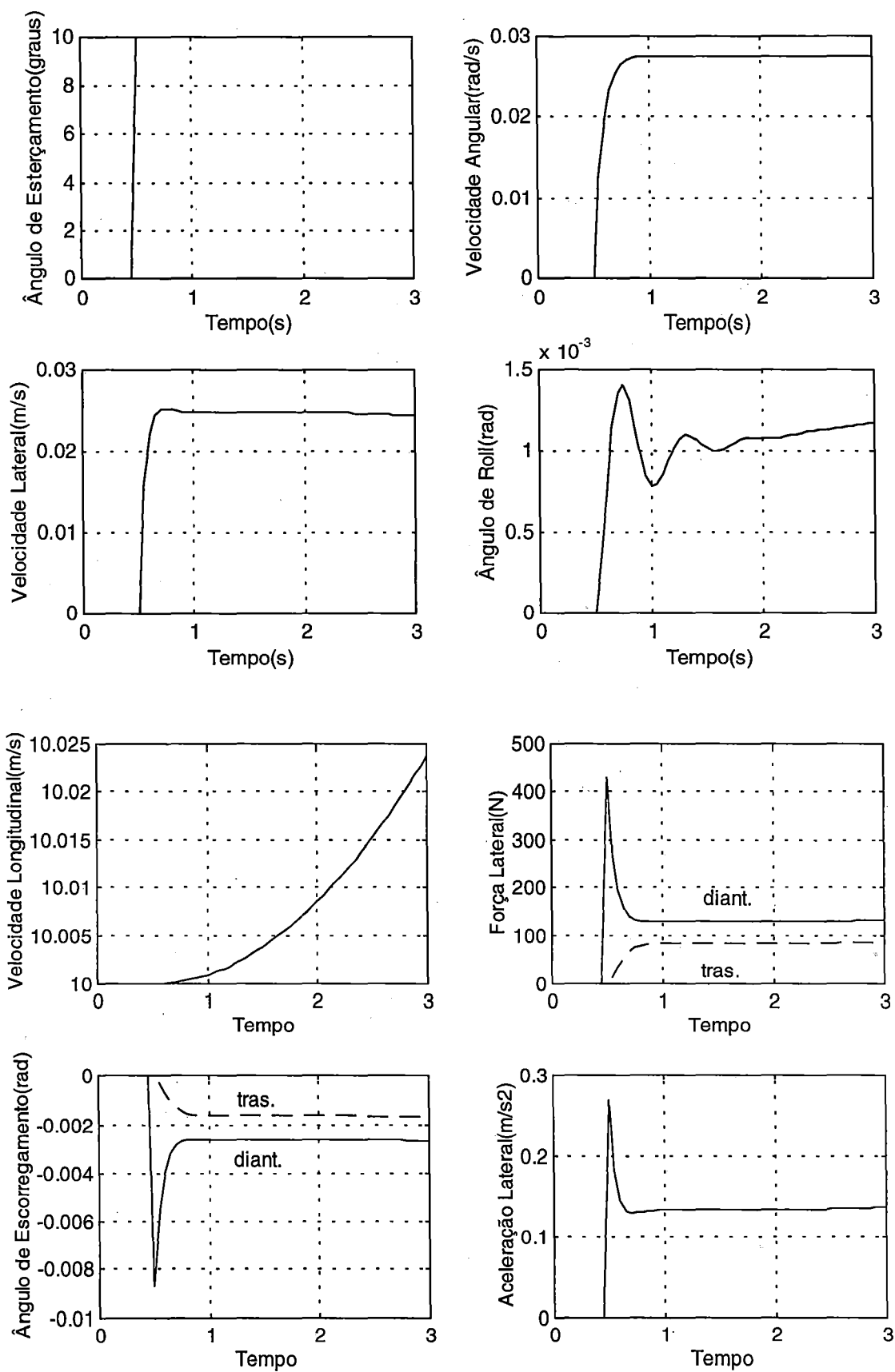


Figura C8: Resposta de ALO10 ao esterçamento de 10 graus

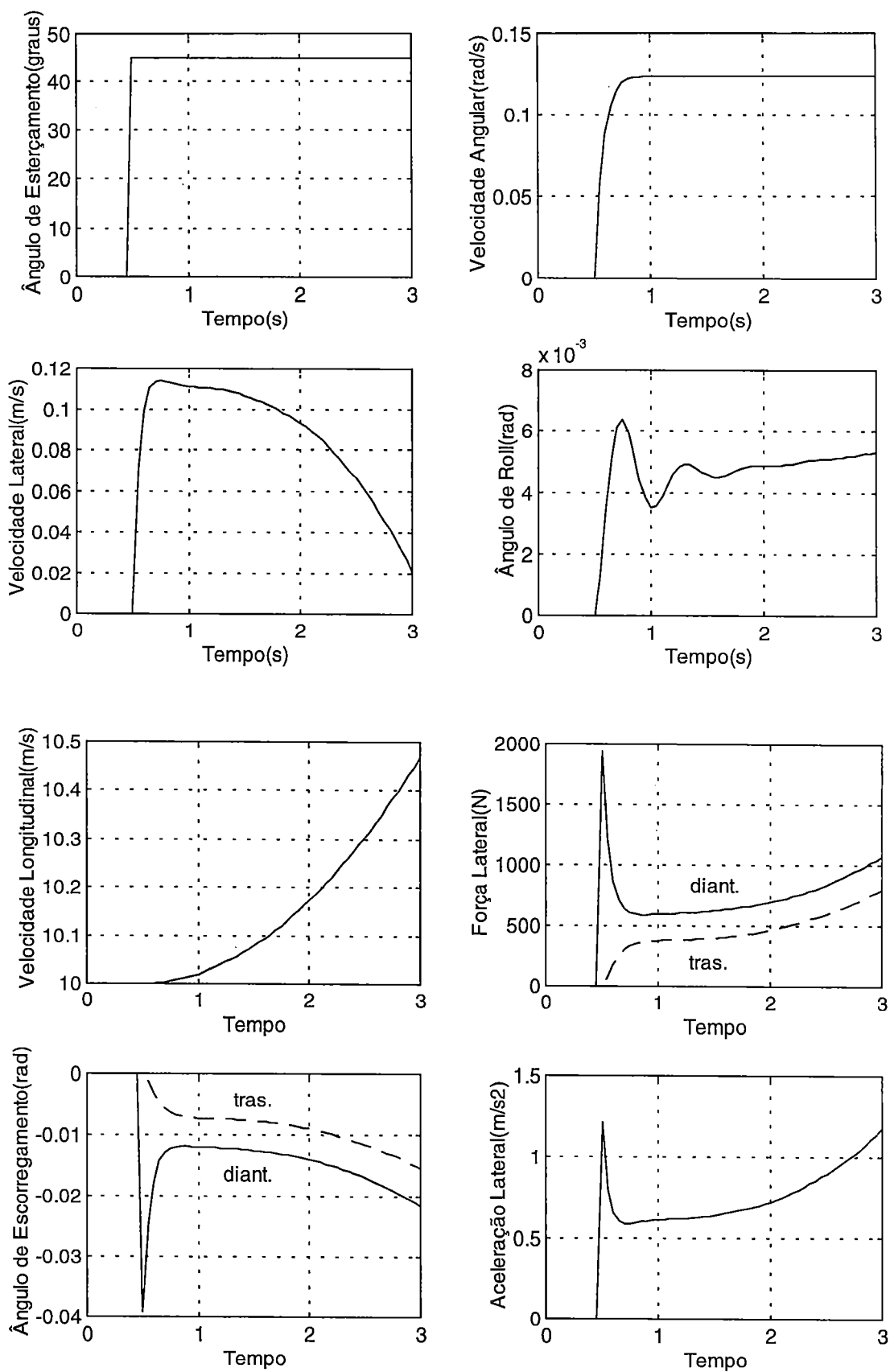


Figura C9: Resposta de ALO10 ao esterçamento de 45 graus

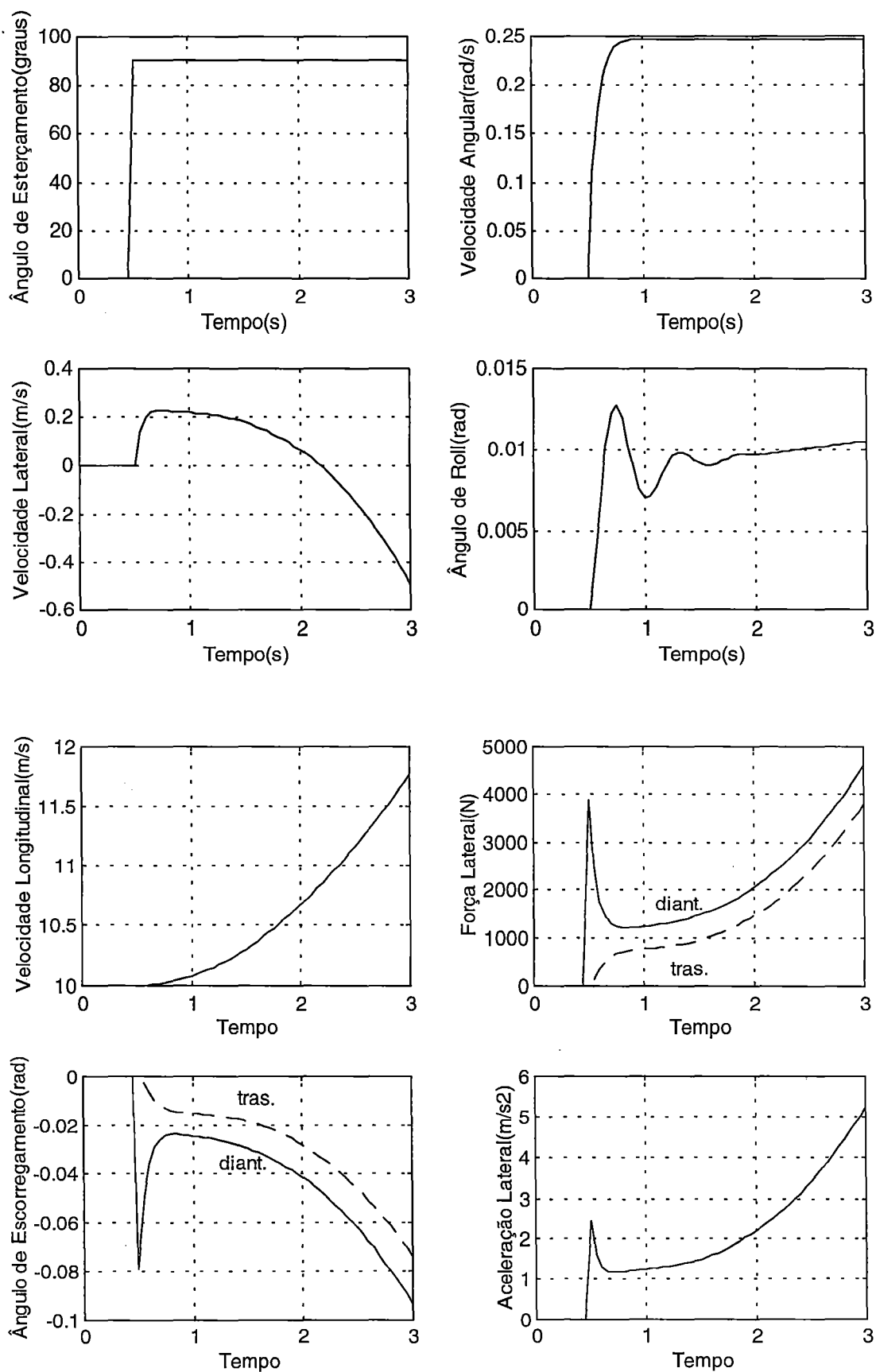


Figura C10: Resposta de ALO10 ao esterçamento de 90 graus

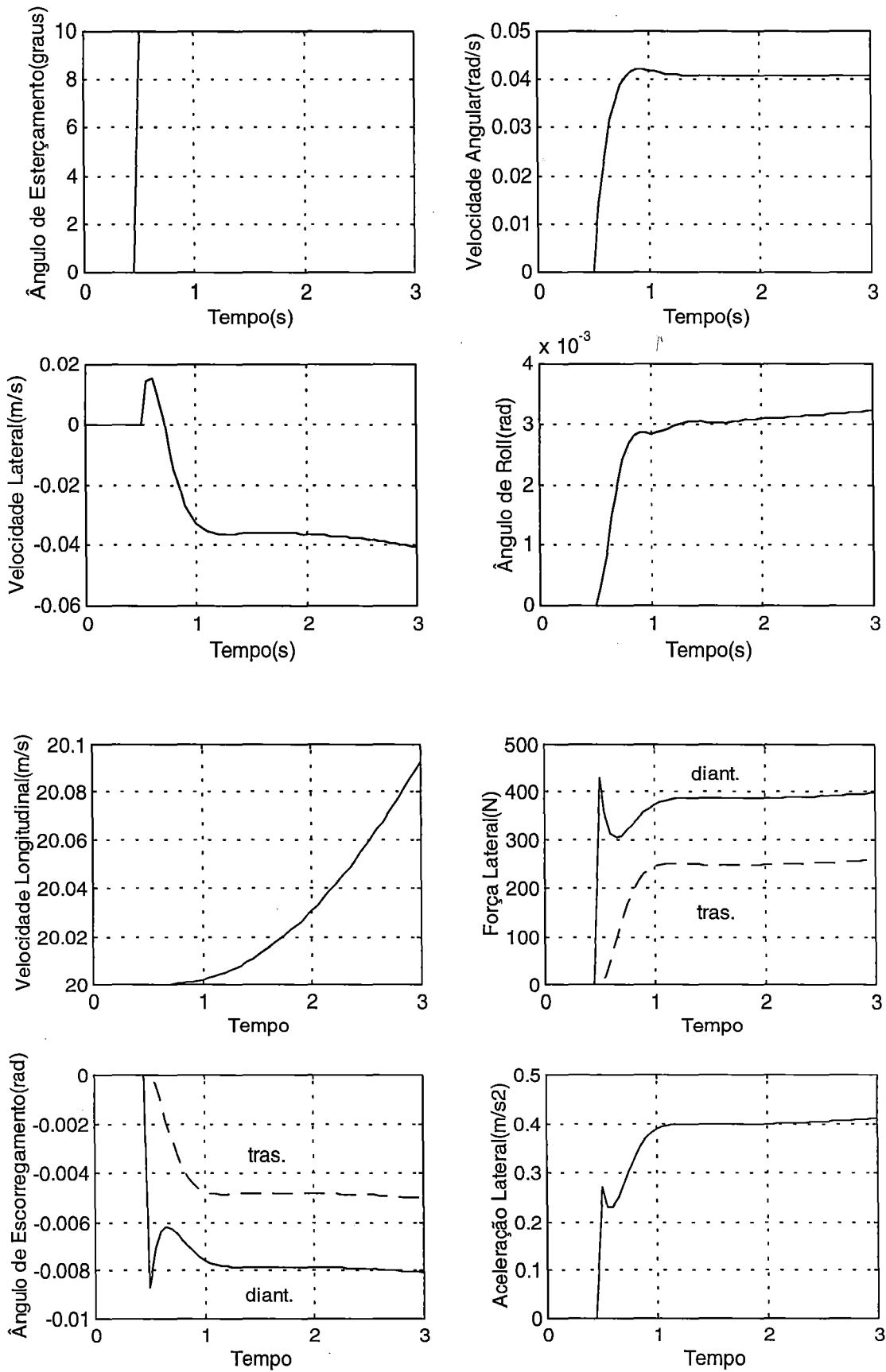


Figura C11: Resposta de ALO20 ao esterçamento de 10 graus

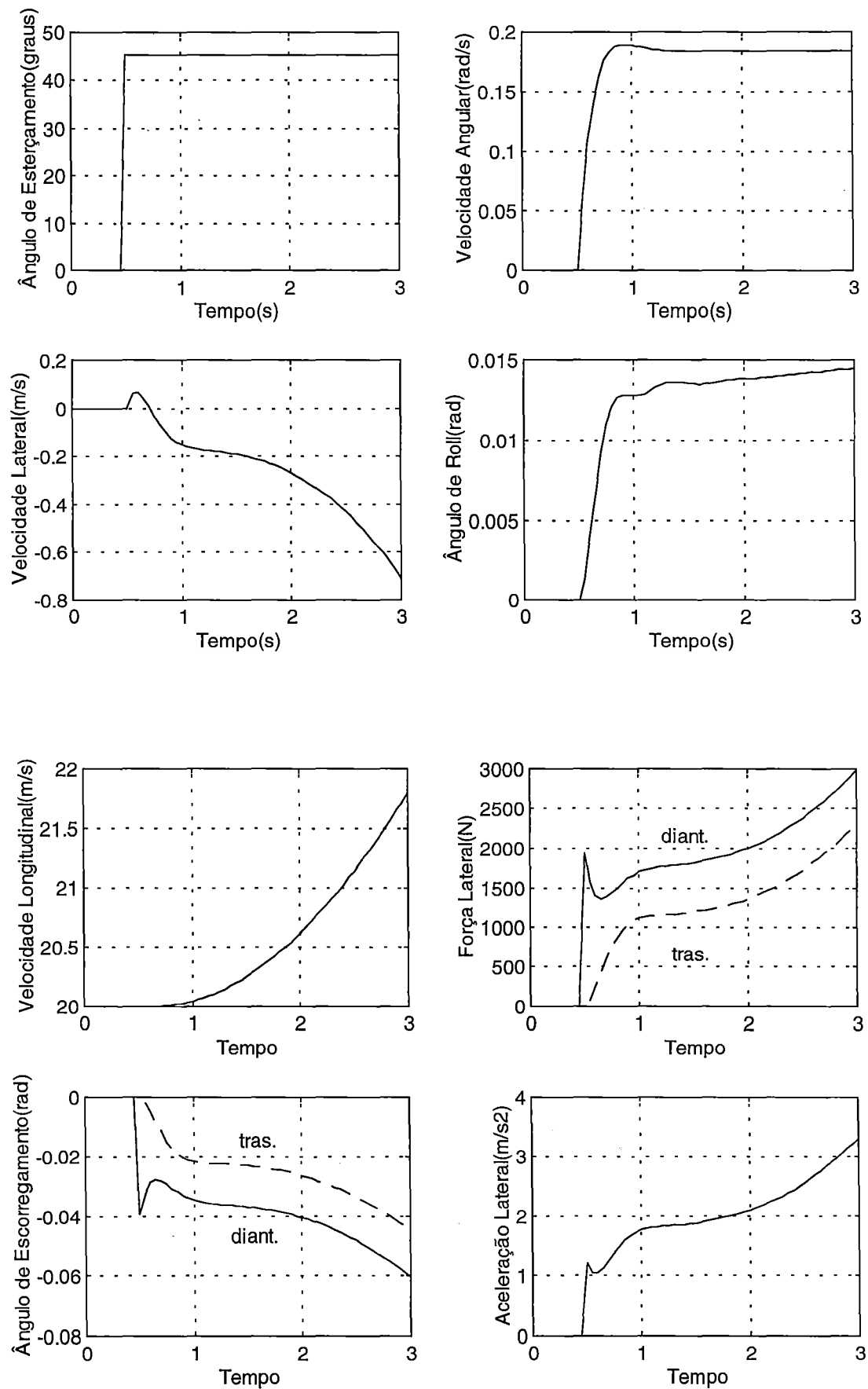


Figura C12: Resposta de ALO20 ao esterçamento de 45 graus

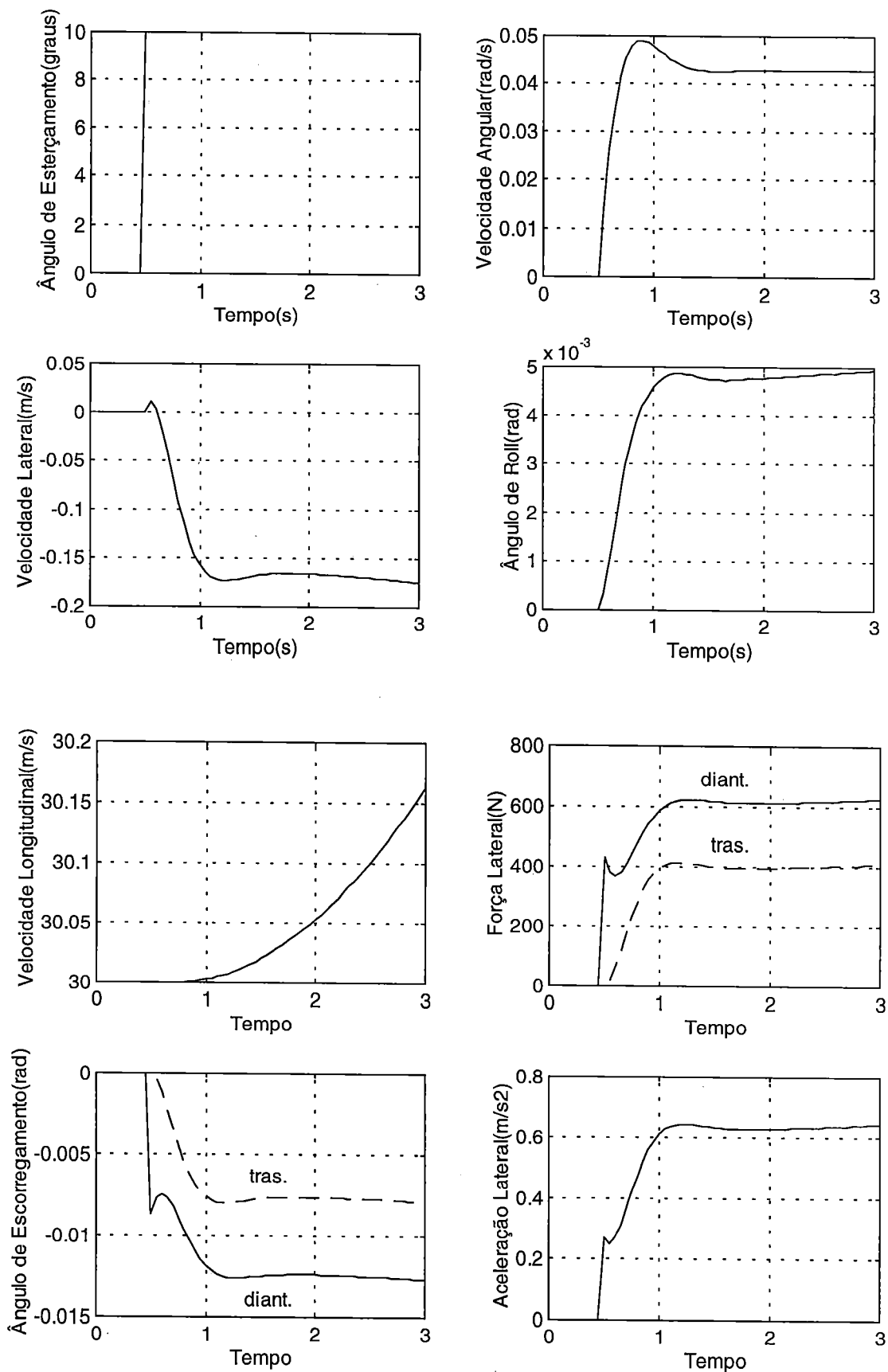


Figura C13: Resposta de ALO30 ao esterçamento de 10 graus

## **Resposta ao Distúrbio Vertical da Pista**

### **Matrizes ALO**



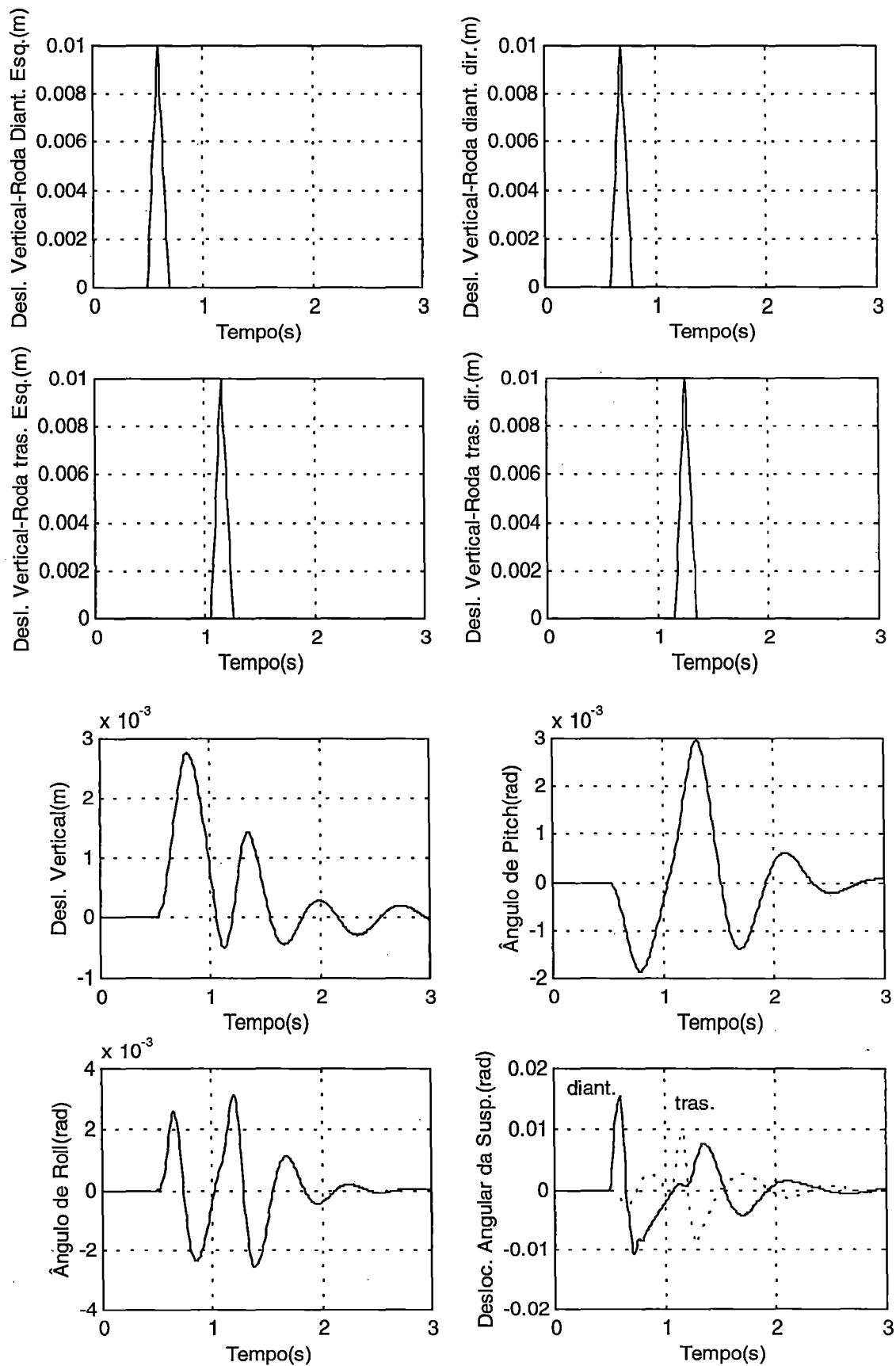


Figura C14: Distúrbio Triangular, altura=0,01m, velocidade=5m/s

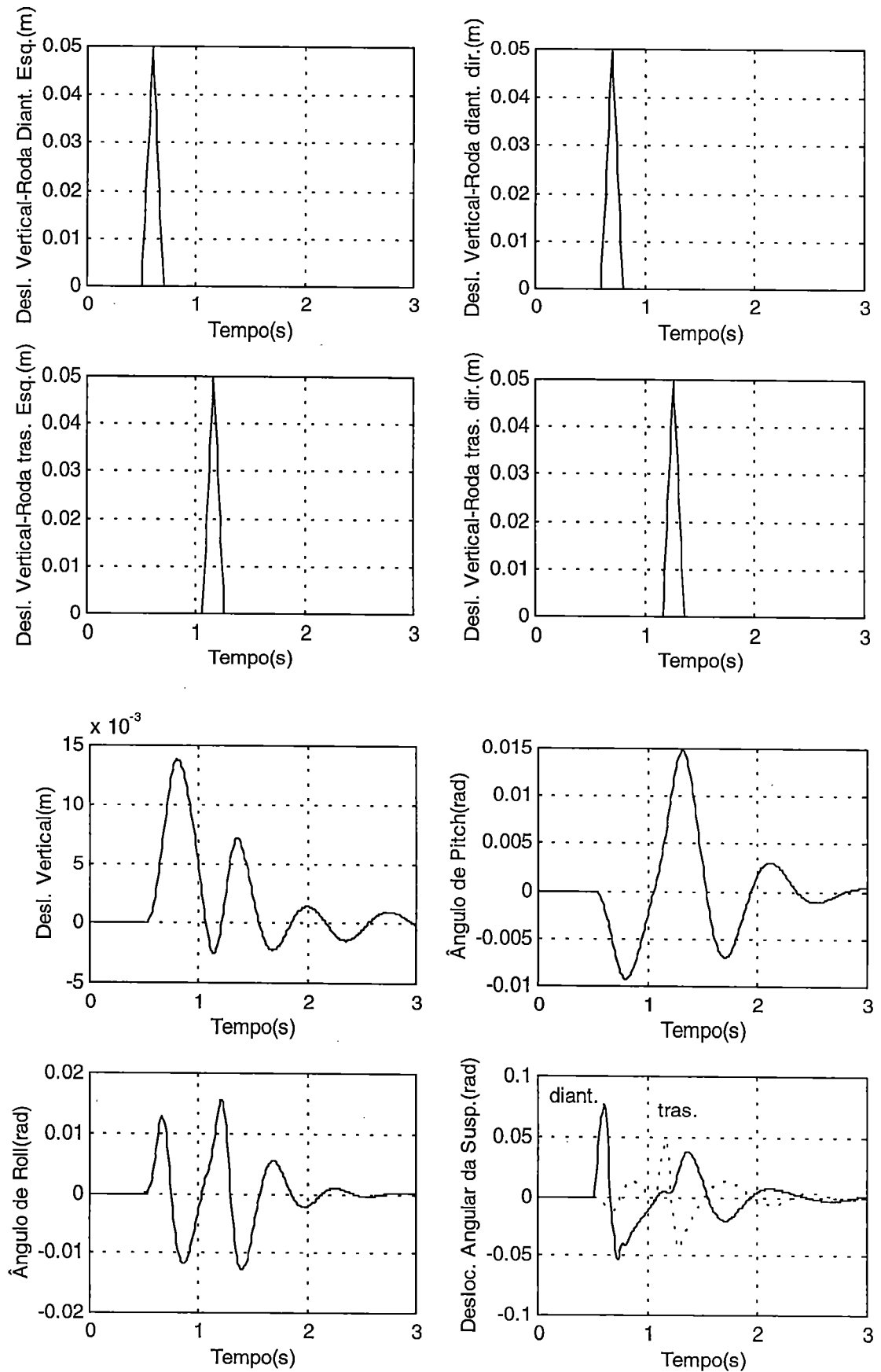


Figura C15: Distúrbio Triangular, altura=0,05m, velocidade=5m/s

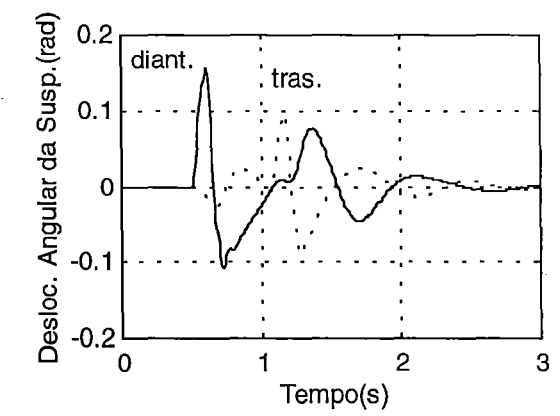
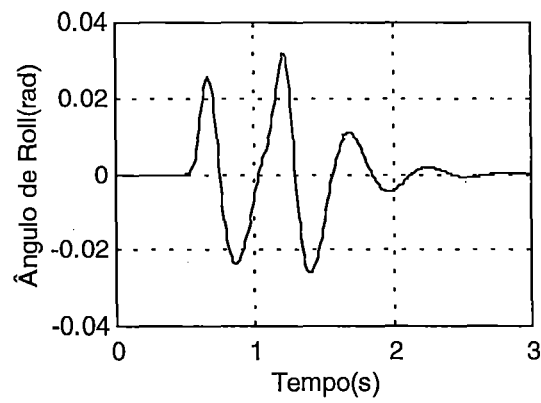
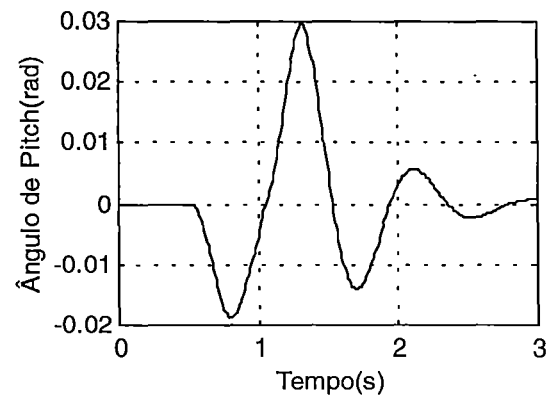
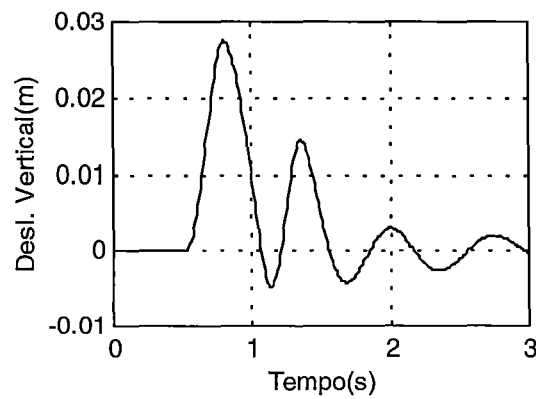
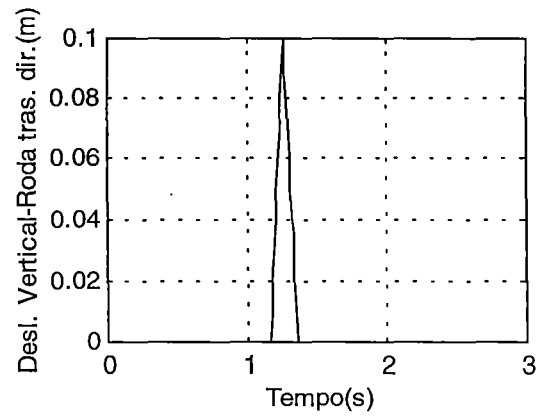
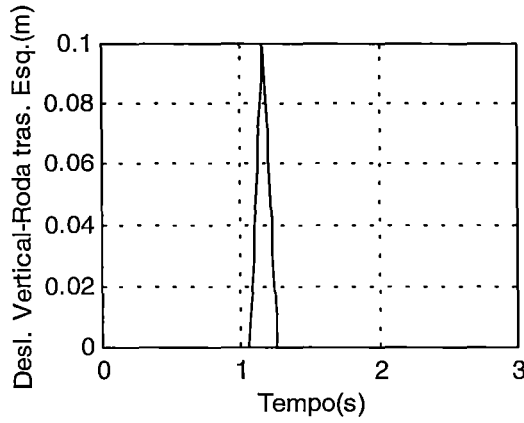
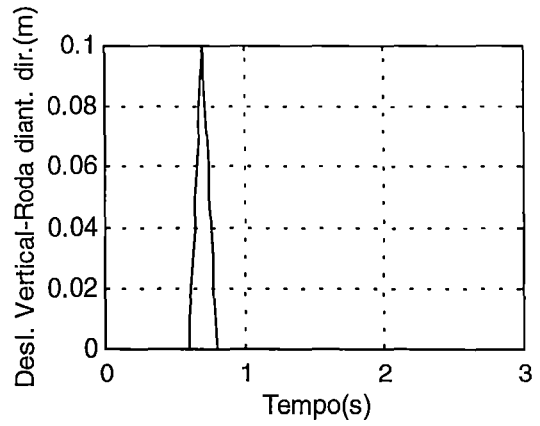
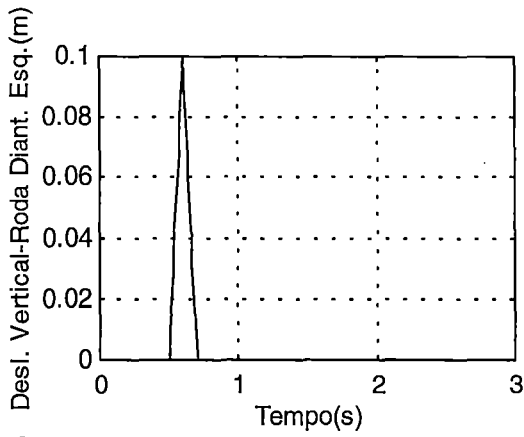


Figura C16: Distúrbio Triangular, altura=0,1m, velocidade=5m/s

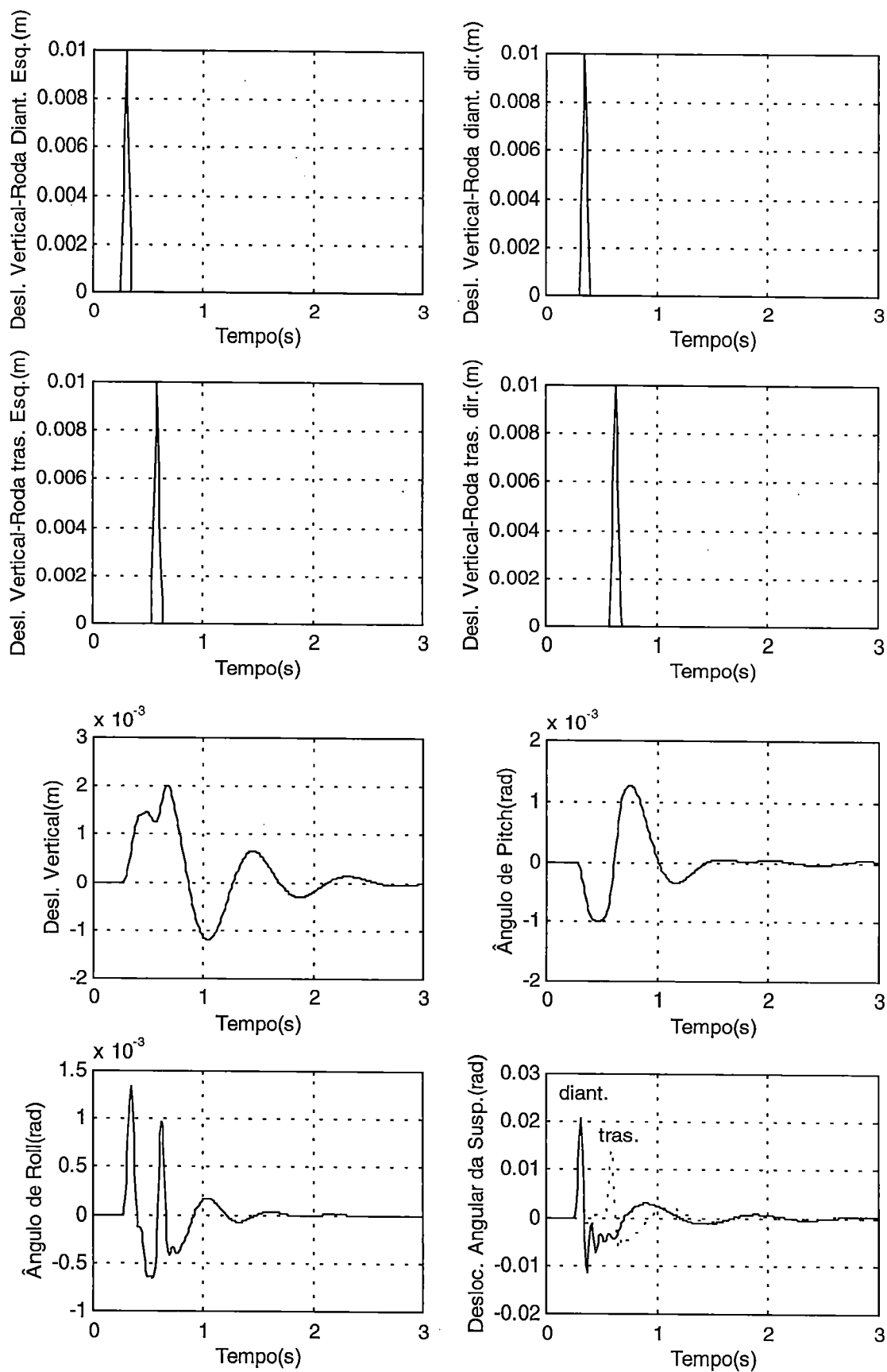


Figura C17: Distúrbio Triangular, altura=0,01m, velocidade=10m/s

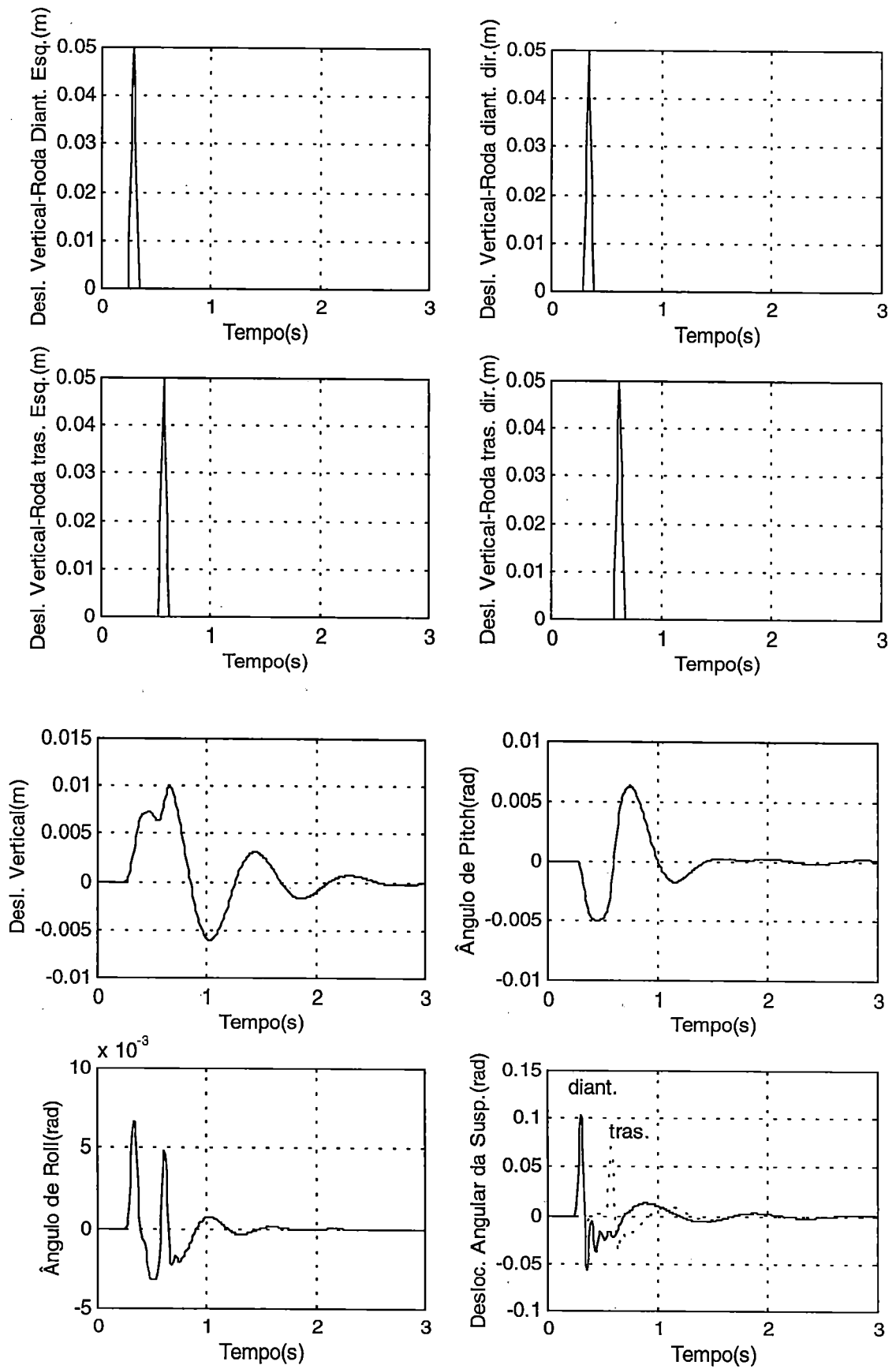


Figura C18: Distúrbio Triangular, altura=0,05m, velocidade=10m/s

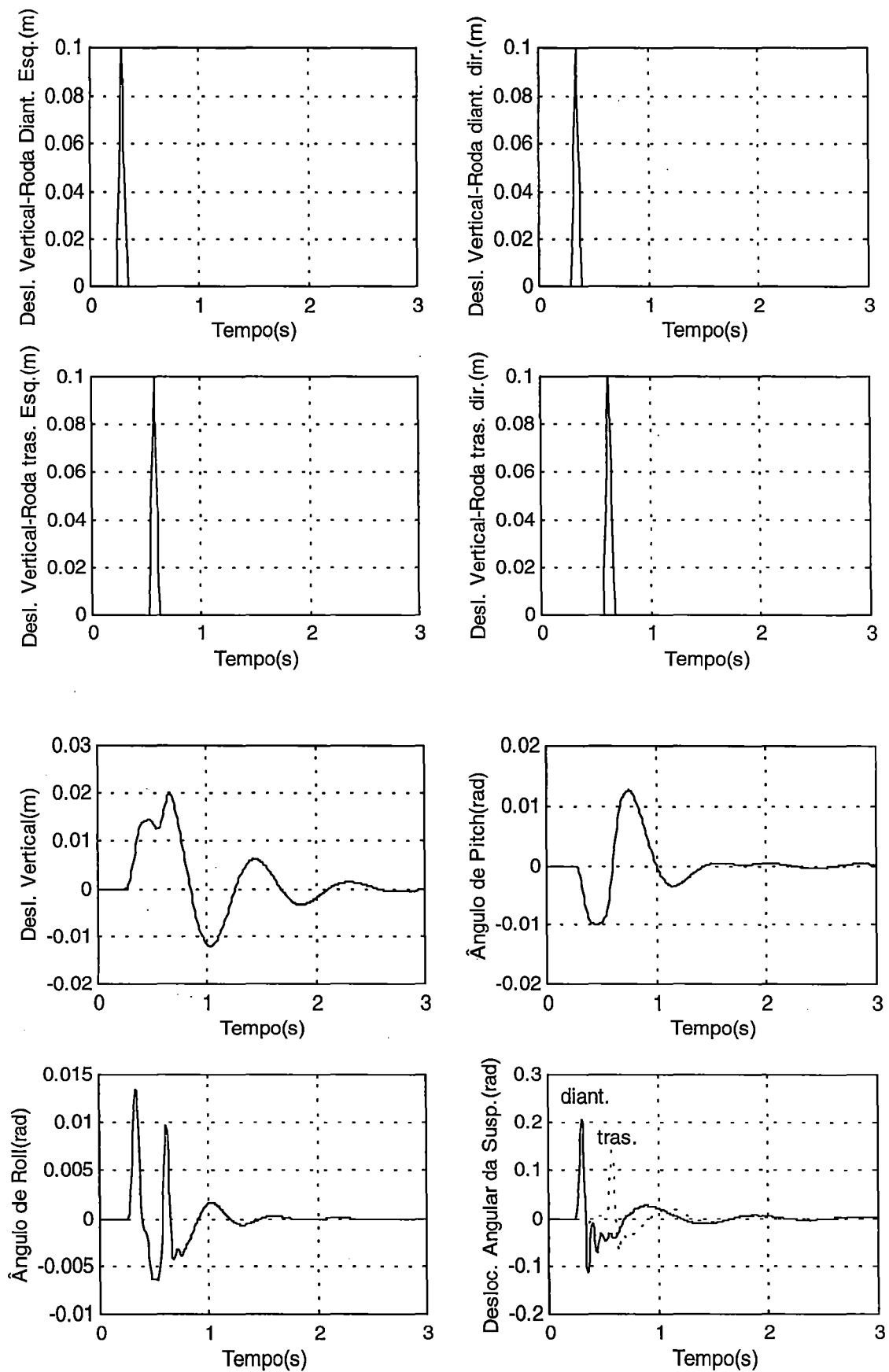


Figura C19: Distúrbio Triangular, altura=0,1m, velocidade=10m/s

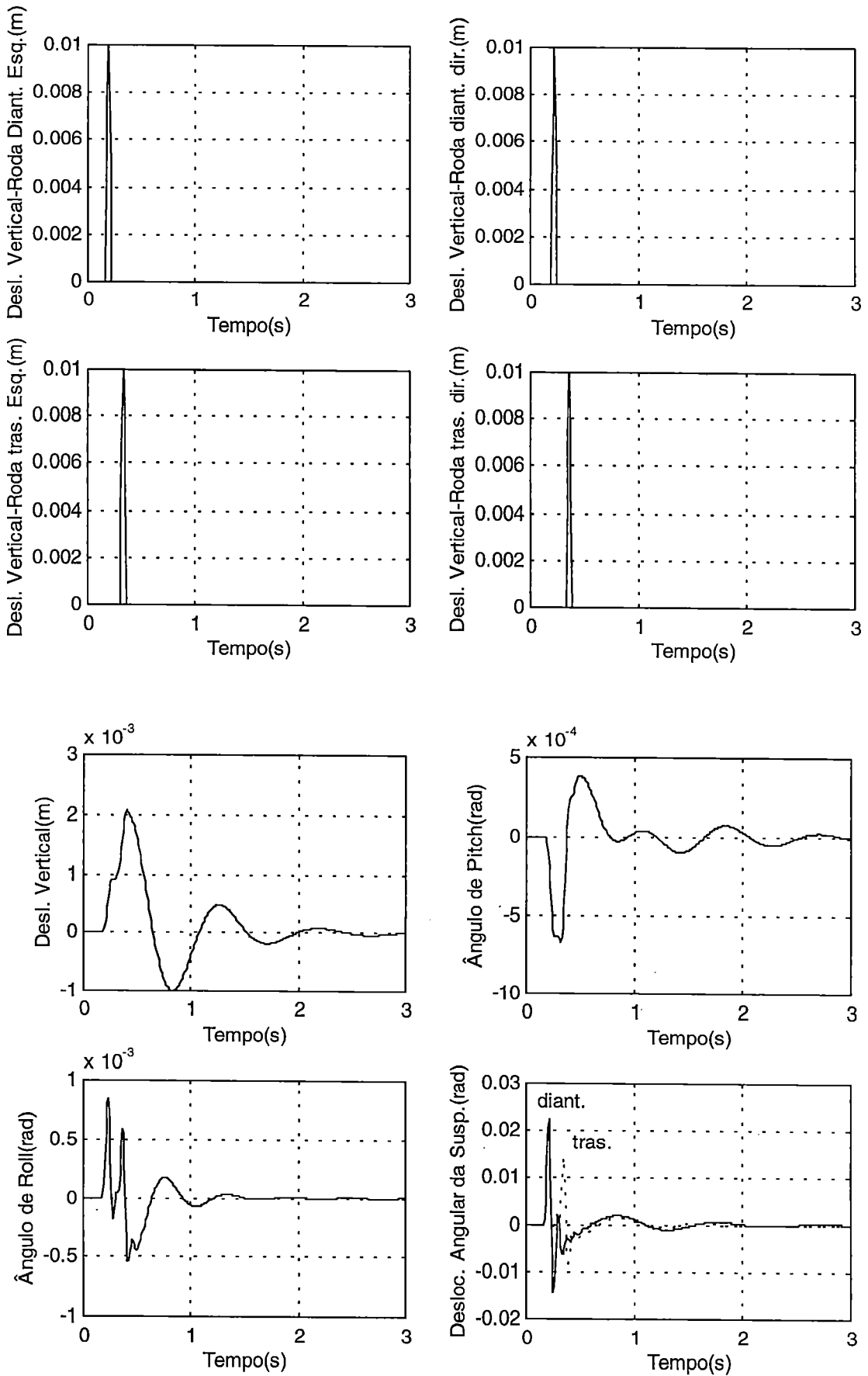


Figura C20: Distúrbio Triangular, altura=0,01m, velocidade=15m/s

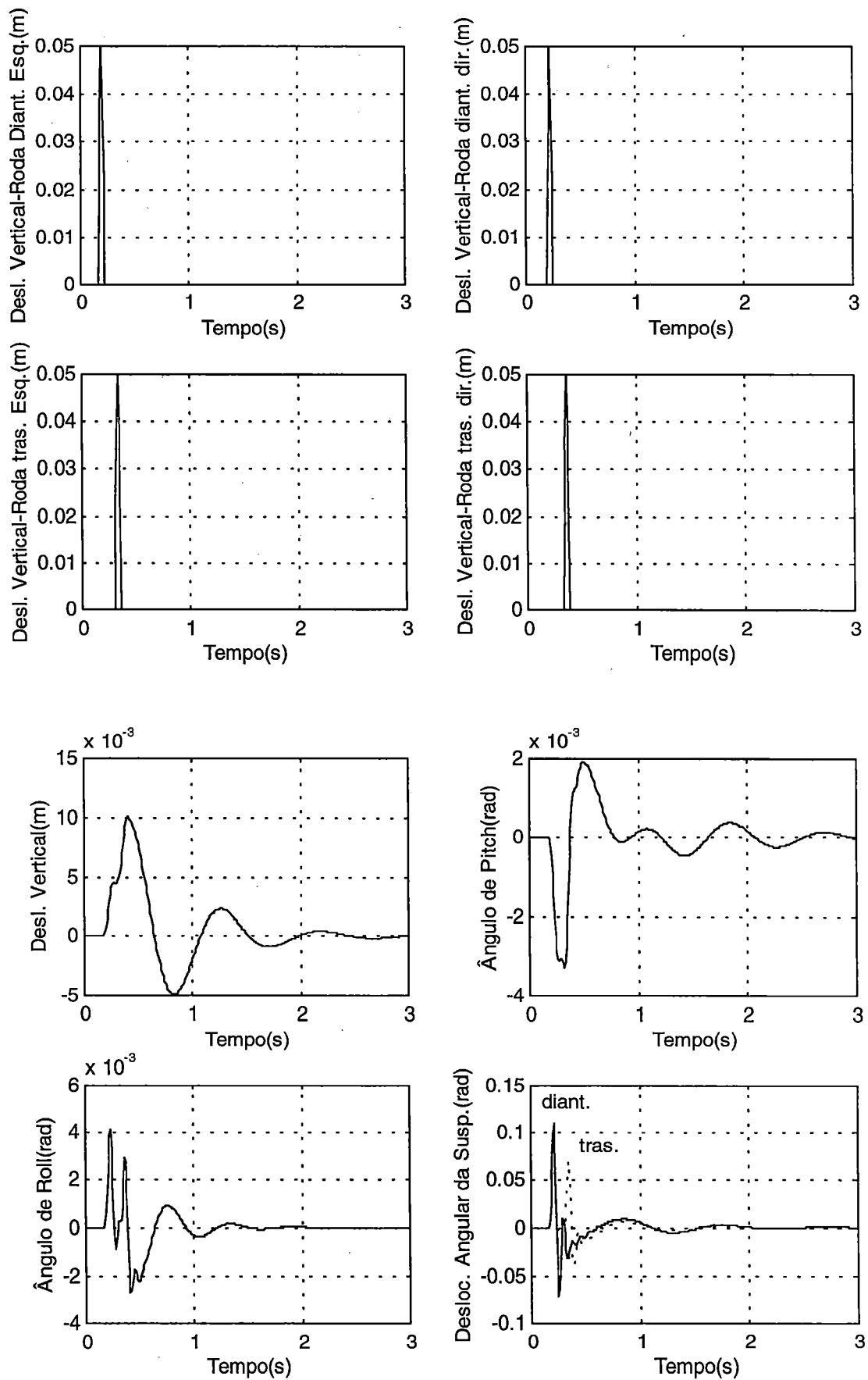


Figura C21: Distúrbio Triangular, altura=0,05m, velocidade=15m/s



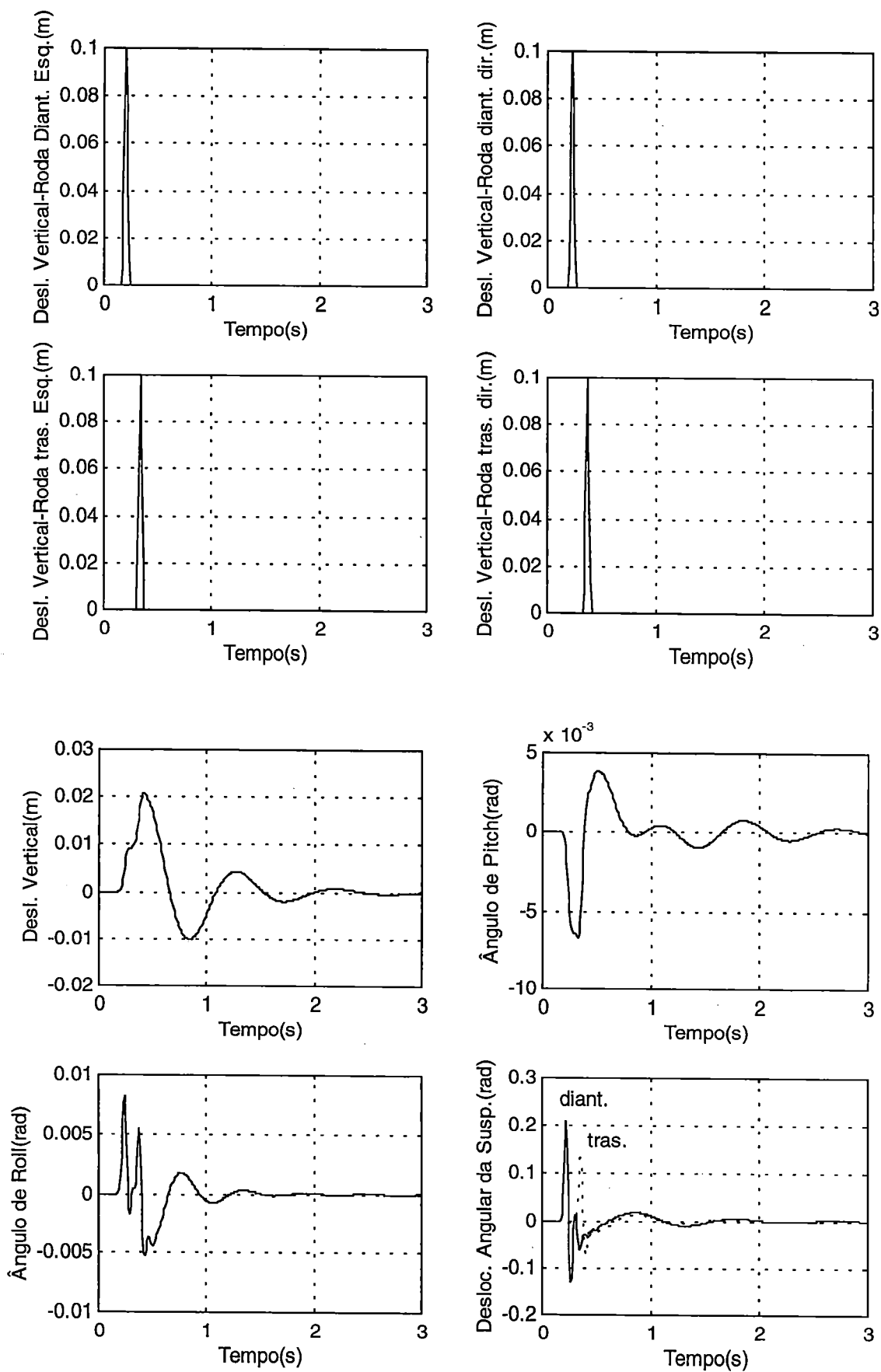


Figura C22: Distúrbio Triangular, altura=0,1m, velocidade=15m/s

## **Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico**

### **Matrizes ALO**

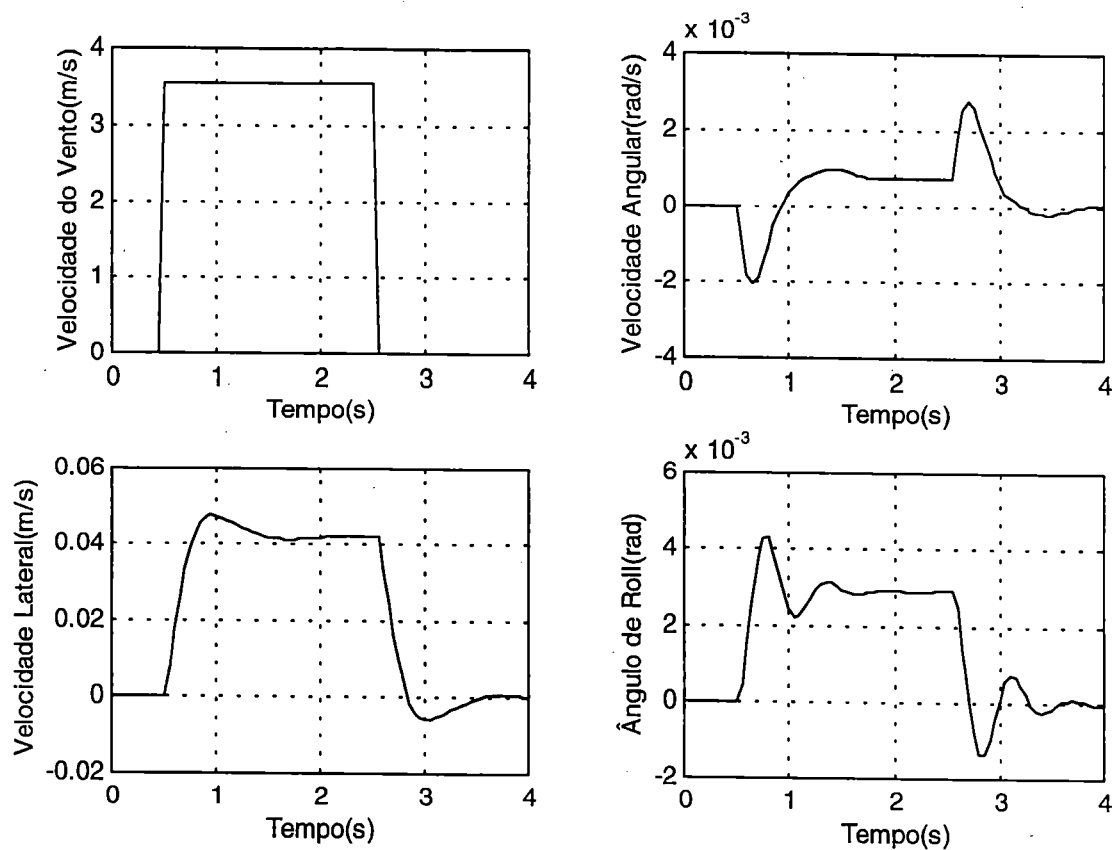


Figura C23: Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico

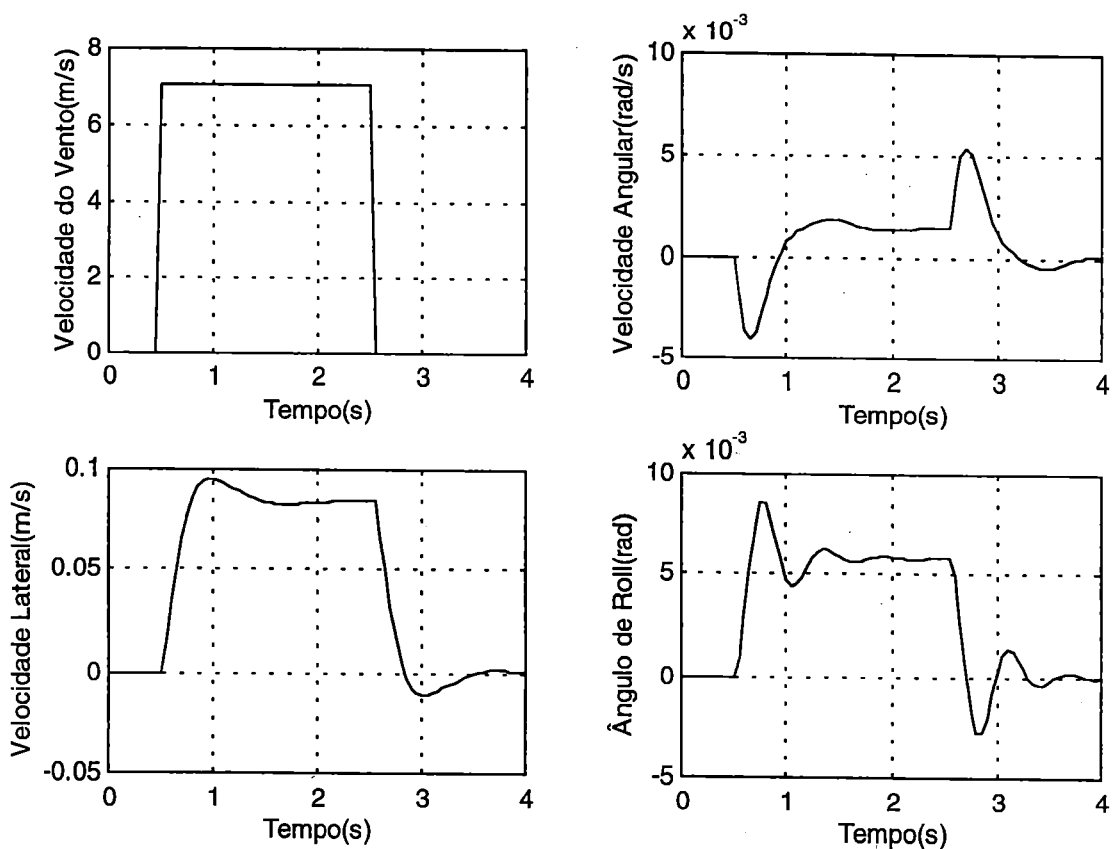


Figura C24: Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico

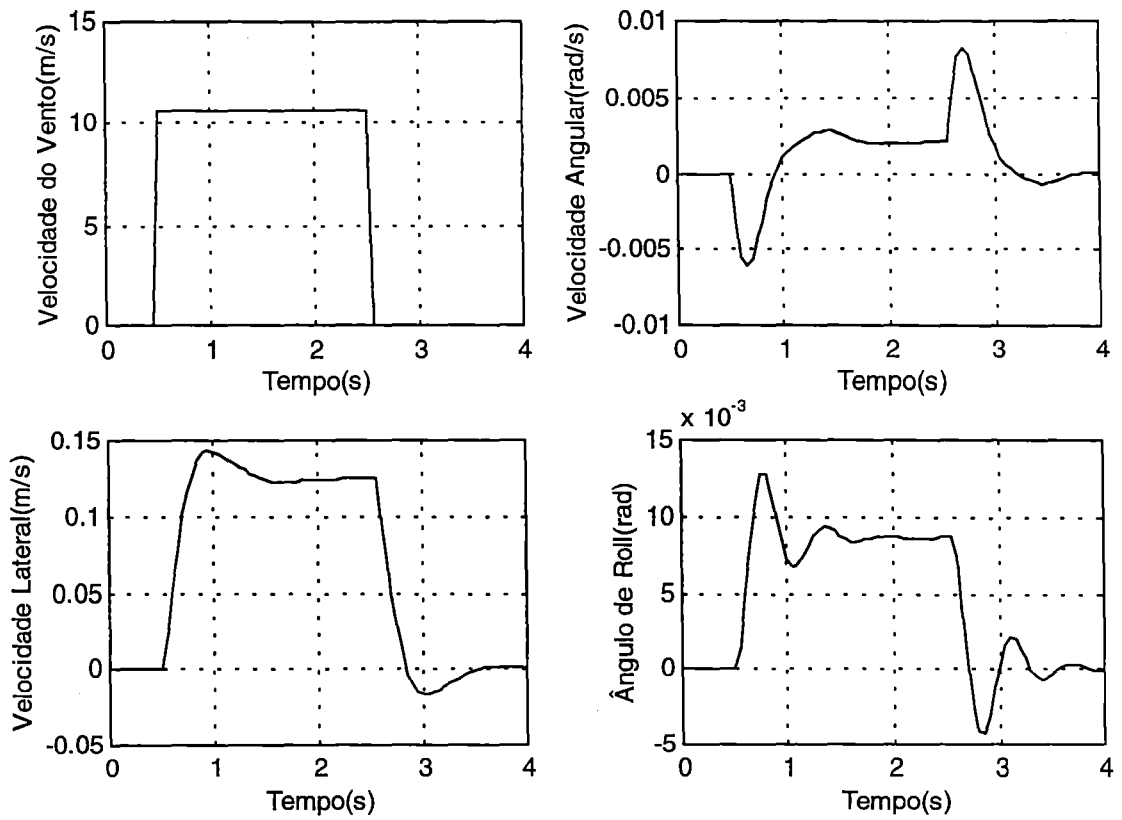


Figura C25: Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico

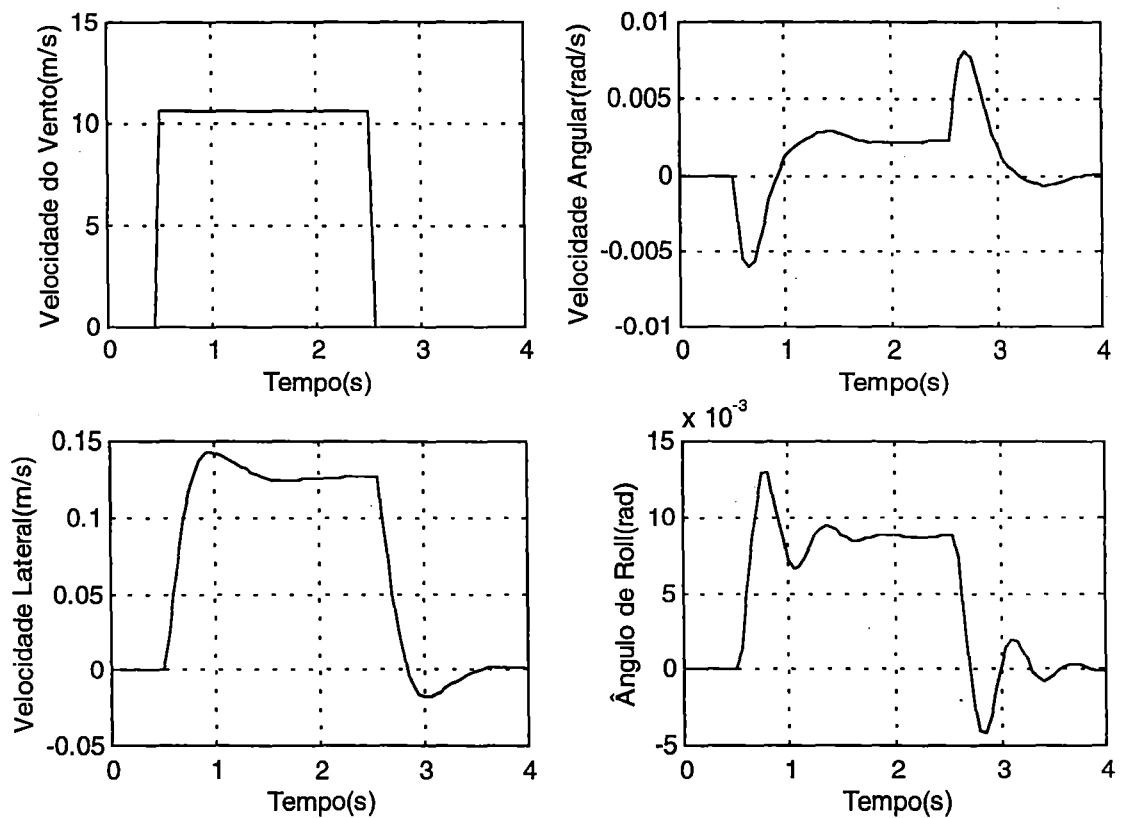


Figura C26: Resposta ao Distúrbio Aerodinâmico

## **Resposta ao Esterçamento c/ Realimentação**

### **Matrizes ALO**

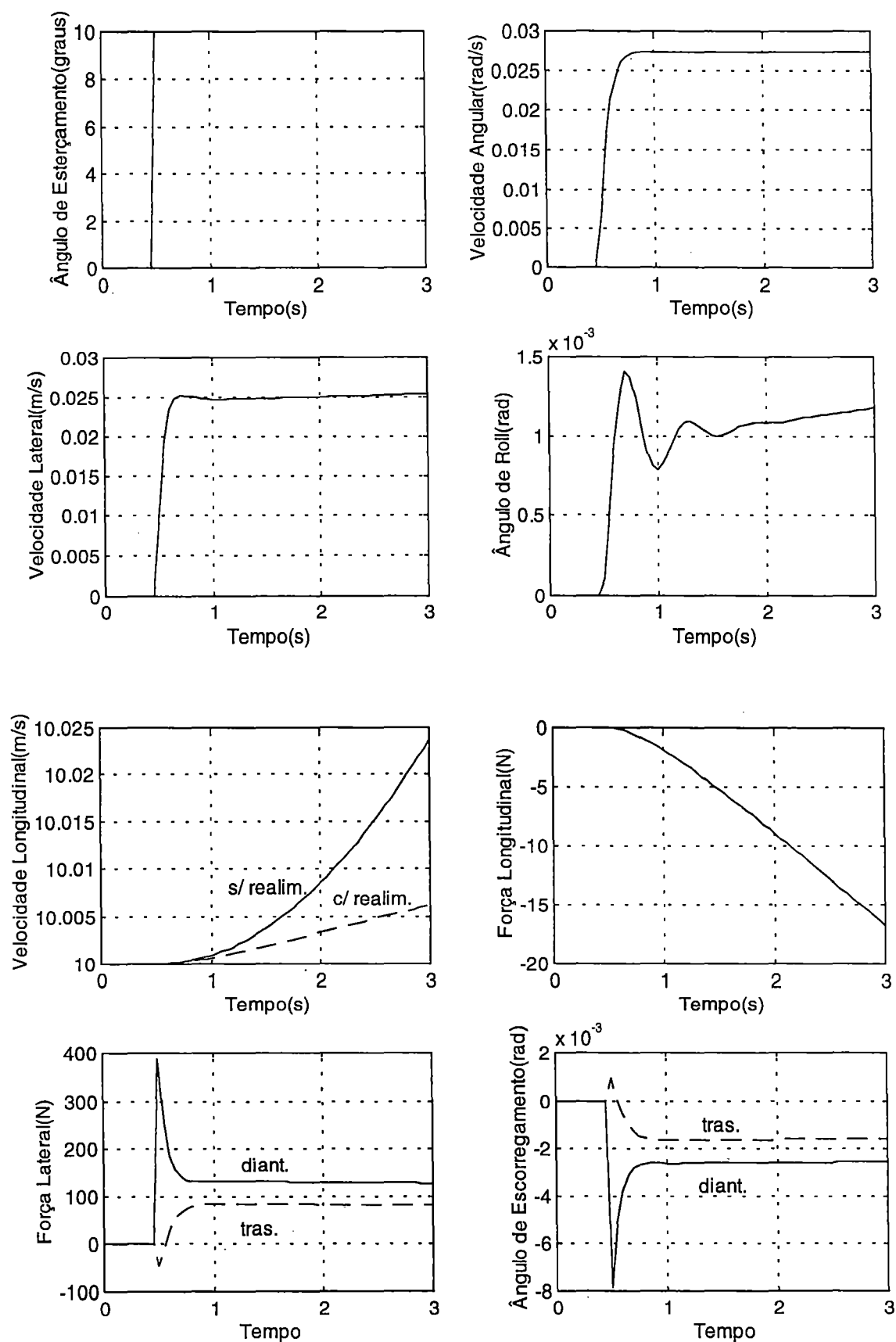


Figura C27: Resposta de ALO10 ao esterçamento c/ realimentação

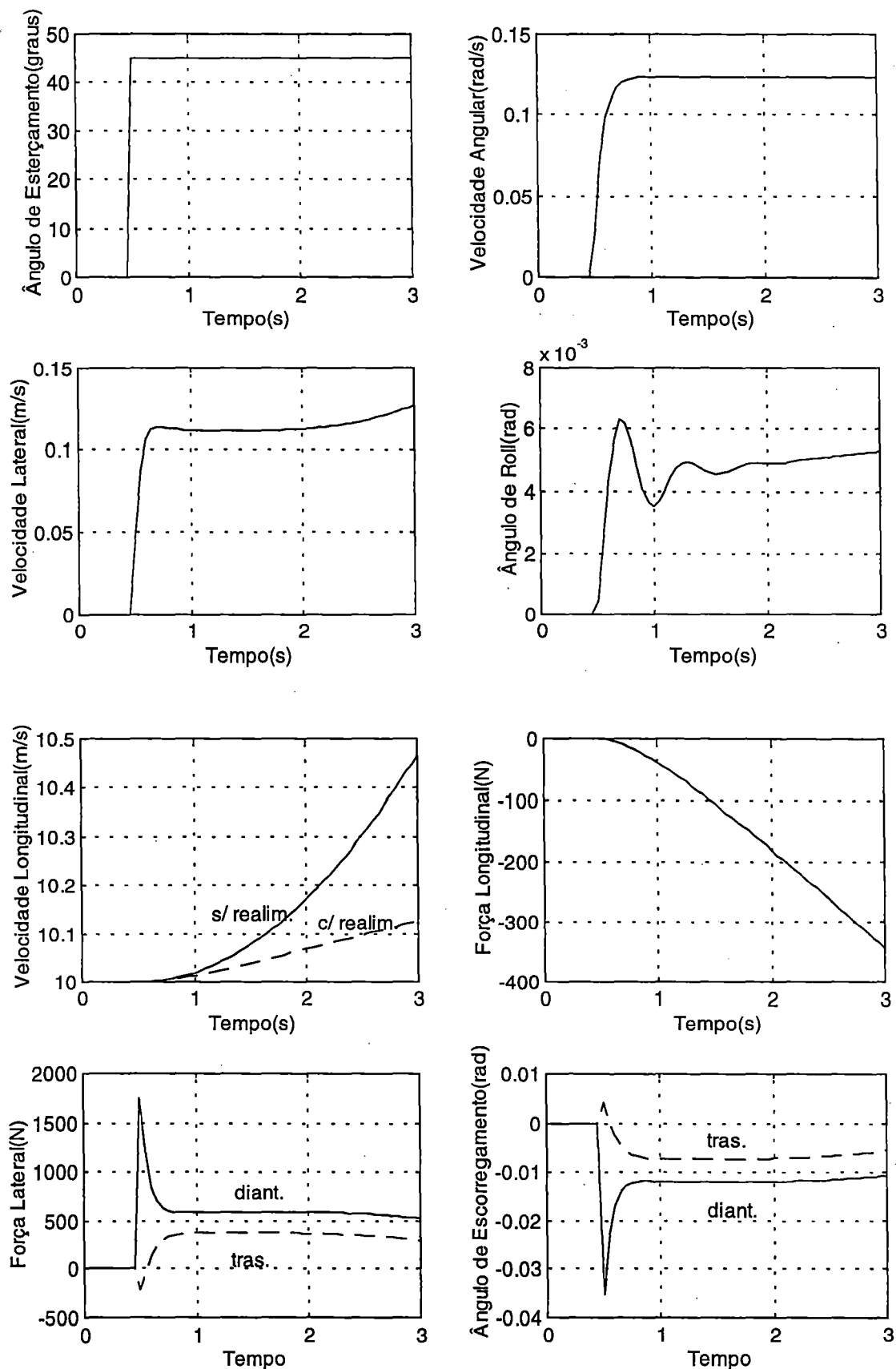


Figura C28: Resposta de ALO10 ao esterçamento c/ realimentação

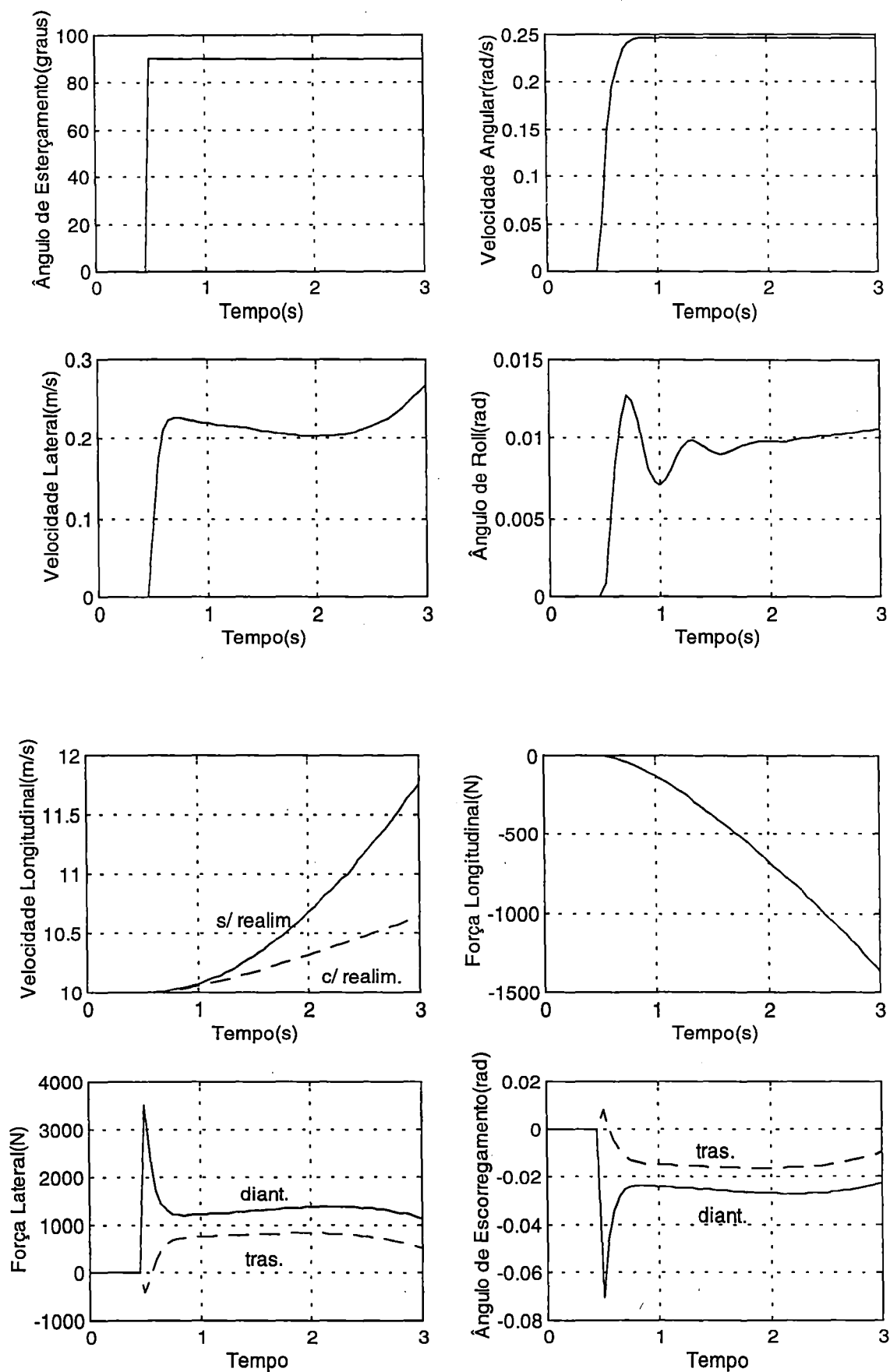


Figura C29: Resposta de ALO10 ao esterçamento c/ realimentação



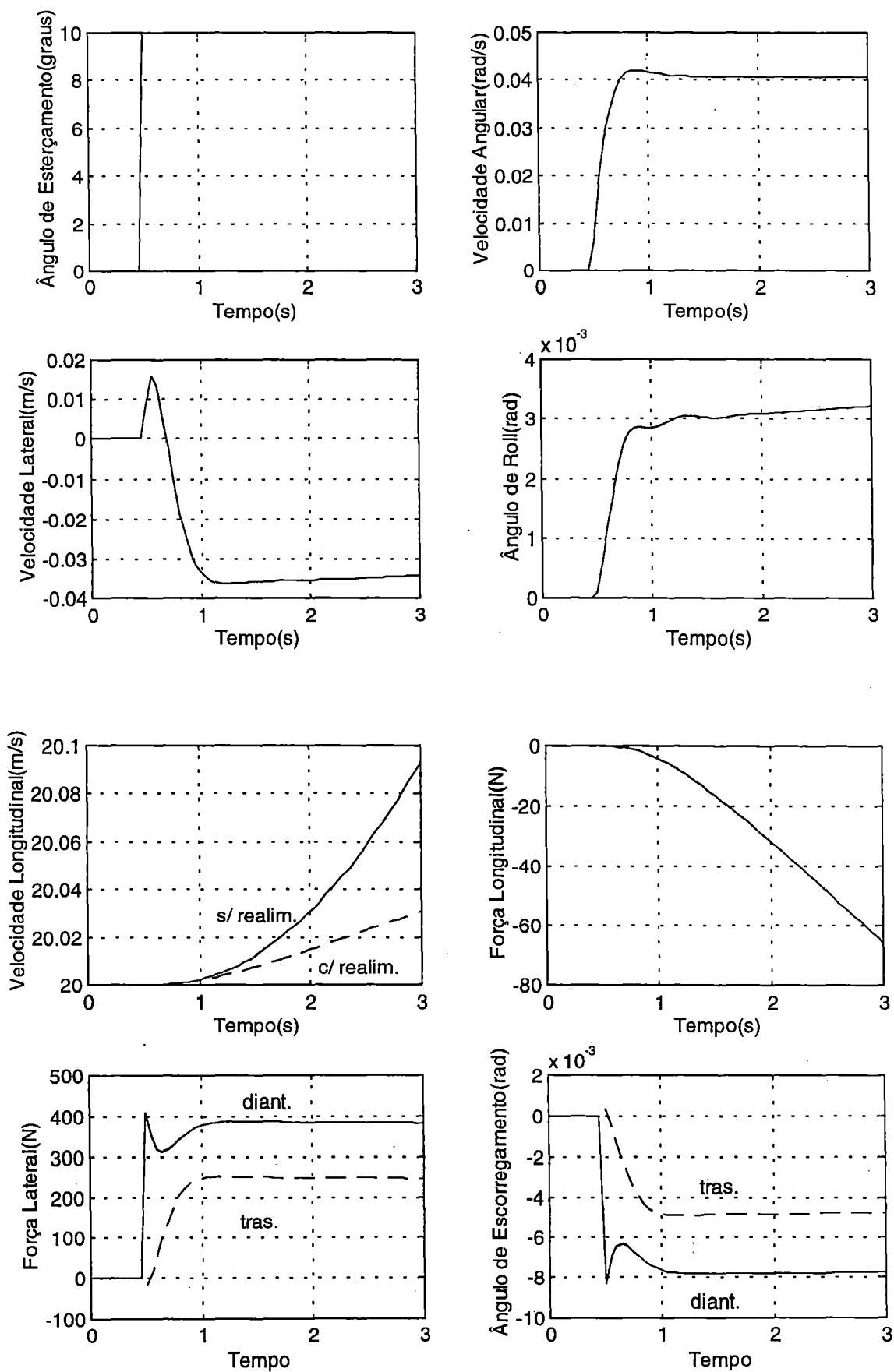


Figura C30: Resposta de ALO20 ao esterçamento c/ realimentação

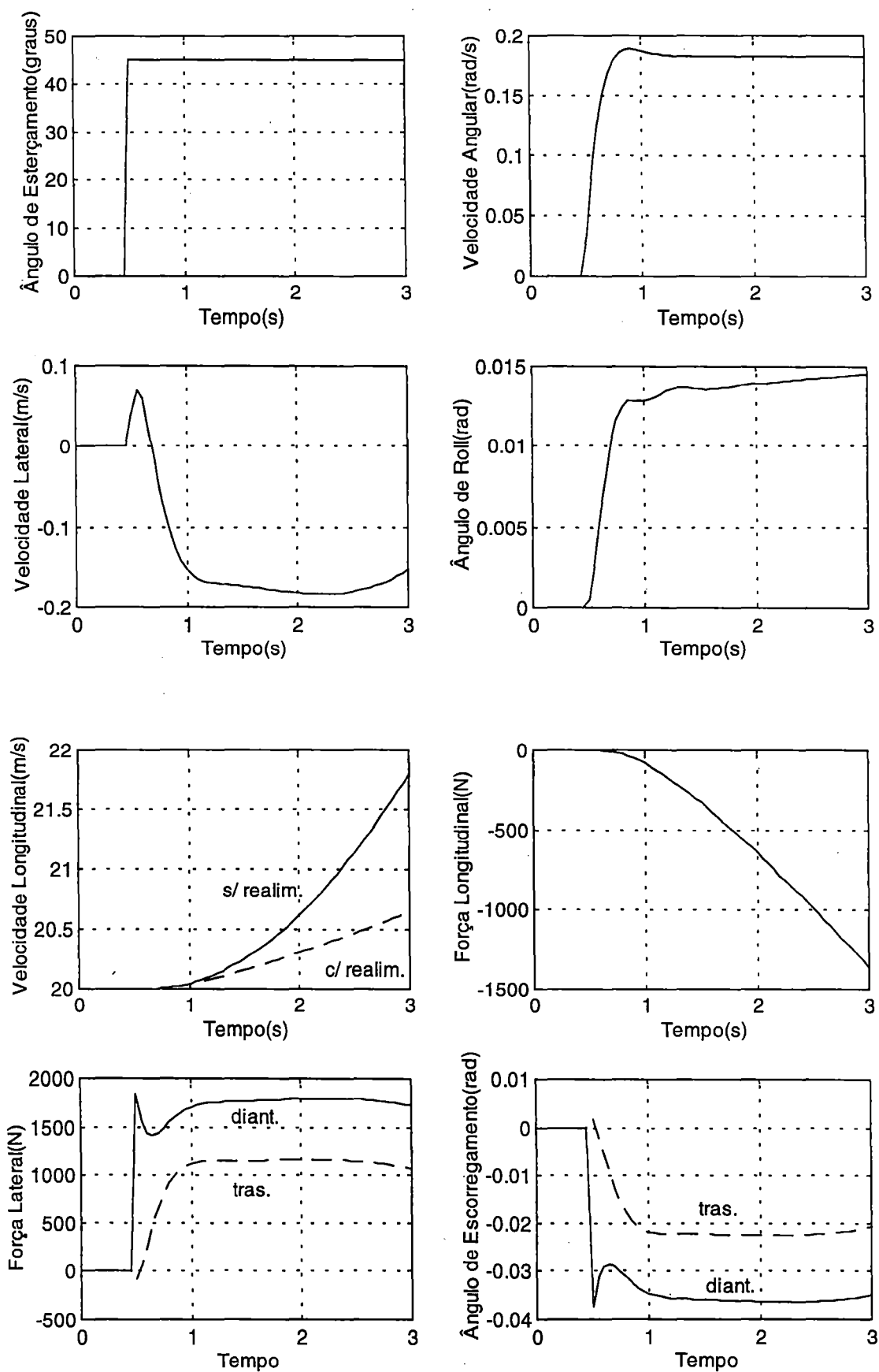


Figura C31: Resposta de ALO20 ao esterçamento c/ realimentação

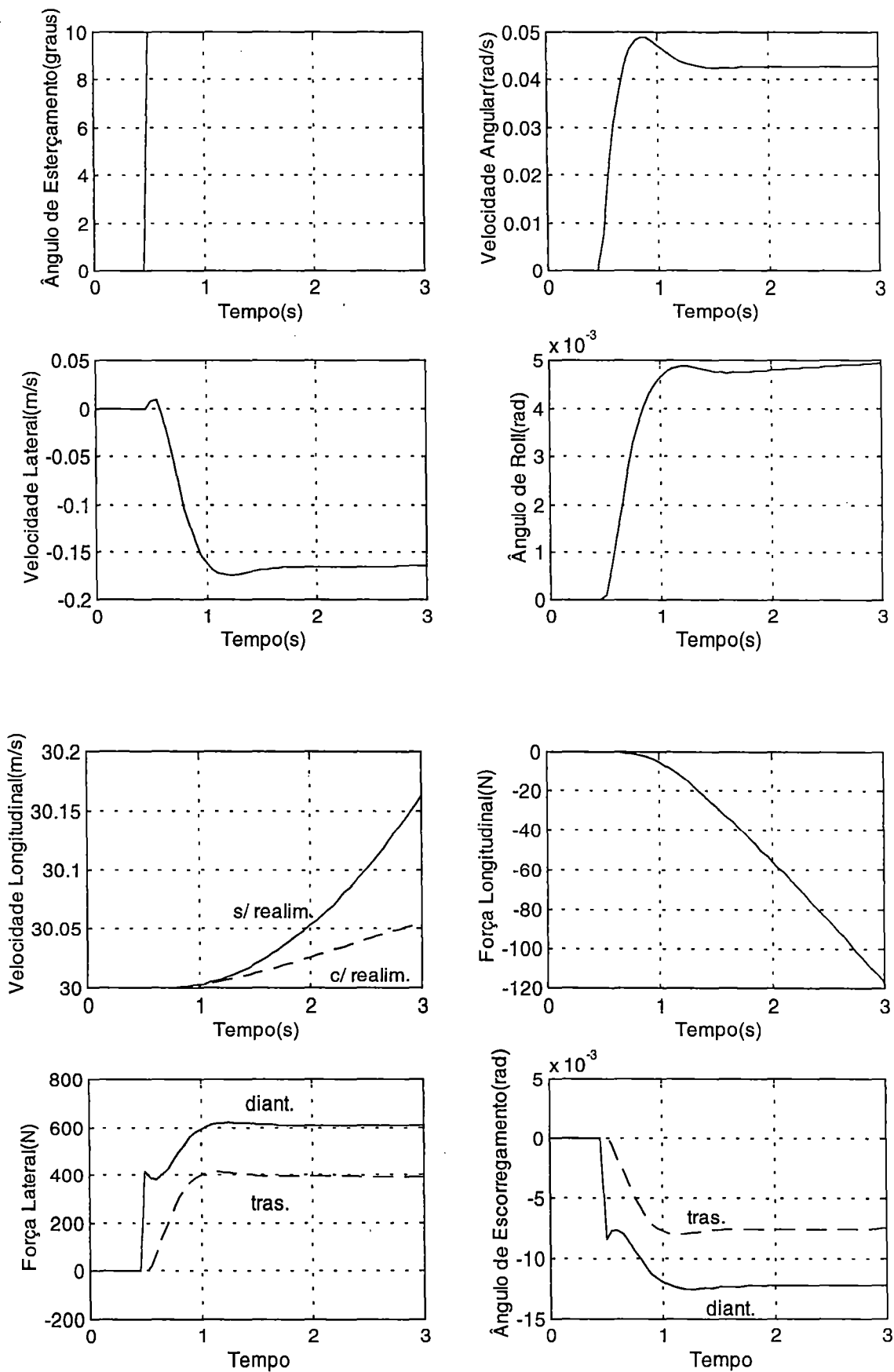


Figura C31: Resposta de ALO30 ao esterçamento c/ realimentação

## **APÊNDICE - D**

### **Autovalores e Programas**

## **Autovalores das Matrizes dos Modelos Linear e Parametrizado**

Autovalores de LO5		
Eigenvalue	Time constant	
-0.0001	10000	
-0.0027	370.37	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4068 + 6.7344i	0.2045	6.8797
-1.4068 - 6.7344i	0.2045	6.8797
-2.2540 + 8.1518i	0.2665	8.4577
-2.2540 - 8.1518i	0.2665	8.4577
-3.0307 + 10.9890i	0.2659	11.3993
-3.0307 - 10.9890i	0.2659	11.3993
-15.0094 + 73.9553i	0.1989	75.4631
-15.0094 - 73.9553i	0.1989	75.4631
-15.0574 + 77.1773i	0.1915	78.6324
-15.0574 - 77.1773i	0.1915	78.6324
-22.5758	1.0000	22.5758
-24.0683 + 78.9155i	0.2917	82.5042
-24.0683 - 78.9155i	0.2917	82.5042
-24.8916 + 77.8106i	0.3047	81.6950
-24.8916 - 77.8106i	0.3047	81.6950
-31.1134	1.0000	31.1134

Autovalores de ALO5		
Eigenvalue	Time constant	
0.0002	5000	
-0.0027	370.37	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4156 + 6.7350i	0.2057	6.8822
-1.4156 - 6.7350i	0.2057	6.8822
-2.2486 + 8.1522i	0.2659	8.4566
-2.2486 - 8.1522i	0.2659	8.4566
-3.0310 + 10.9881i	0.2659	11.3985
-3.0310 - 10.9881i	0.2659	11.3985
-15.0097 + 73.9518i	0.1989	75.4597
-15.0097 - 73.9518i	0.1989	75.4597
-15.0574 + 77.1771i	0.1915	78.6322
-15.0574 - 77.1771i	0.1915	78.6322
-22.5794	1.0000	22.5794
-24.0686 + 78.9156i	0.2917	82.5044
-24.0686 - 78.9156i	0.2917	82.5044
-24.8920 + 77.8135i	0.3047	81.6979
-24.8920 - 77.8135i	0.3047	81.6979
-31.1126	1.0000	31.1126

Autovalores de LO10		
Eigenvalue	Time constant	
-0.0002	5000	
-0.0054	185.18	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4066 + 6.7348i	0.2044	6.8802
-1.4066 - 6.7348i	0.2044	6.8802
-2.2541 + 8.1515i	0.2665	8.4574
-2.2541 - 8.1515i	0.2665	8.4574
-3.0312 + 10.9647i	0.2665	11.3759
-3.0312 - 10.9647i	0.2665	11.3759
-13.5349 + 3.5230i	0.9678	13.9859
-13.5349 - 3.5230i	0.9678	13.9859
-15.0096 + 73.9553i	0.1989	75.4630
-15.0096 - 73.9553i	0.1989	75.4630
-15.2333 + 77.0552i	0.1939	78.5465
-15.2333 - 77.0552i	0.1939	78.5465
-24.5403 + 78.3049i	0.2991	82.0602
-24.5403 - 78.3049i	0.2991	82.0602
-24.8921 + 77.8103i	0.3047	81.6950
-24.8921 - 77.8103i	0.3047	81.6950

Autovalores de ALO10		
Eigenvalue	Time constant	
0.0004	2500	
-0.0054	185.18	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4155 + 6.7350i	0.2057	6.8821
-1.4155 - 6.7350i	0.2057	6.8821
-2.2487 + 8.1522i	0.2659	8.4567
-2.2487 - 8.1522i	0.2659	8.4567
-3.0316 + 10.9642i	0.2665	11.3756
-3.0316 - 10.9642i	0.2665	11.3756
-13.5314 + 3.5266i	0.9677	13.9834
-13.5314 - 3.5266i	0.9677	13.9834
-15.0097 + 73.9518i	0.1989	75.4597
-15.0097 - 73.9518i	0.1989	75.4597
-15.2334 + 77.0550i	0.1939	78.5464
-15.2334 - 77.0550i	0.1939	78.5464
-24.5407 + 78.3049i	0.2991	82.0603
-24.5407 - 78.3049i	0.2991	82.0603
-24.8920 + 77.8135i	0.3047	81.6979
-24.8920 - 77.8135i	0.3047	81.6979

Autovalores de LO15		
Eigenvalue	Time constant	
-0.0010	1000	
-0.0081	123.45	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4154 + 6.7347i	0.2057	6.8819
-1.4154 - 6.7347i	0.2057	6.8819
-2.2488 + 8.1523i	0.2659	8.4568
-2.2488 - 8.1523i	0.2659	8.4568
-3.0420 + 10.9608i	0.2674	11.3751
-3.0420 - 10.9608i	0.2674	11.3751
-9.0344 + 4.2607i	0.9045	9.9887
-9.0344 - 4.2607i	0.9045	9.9887
-15.0097 + 73.9518i	0.1989	75.4597
-15.0097 - 73.9518i	0.1989	75.4597
-15.2980 + 77.0241i	0.1948	78.5286
-15.2980 - 77.0241i	0.1948	78.5286
-24.7465 + 78.1533i	0.3019	81.9776
-24.7465 - 78.1533i	0.3019	81.9776
-24.8920 + 77.8135i	0.3047	81.6979
-24.8920 - 77.8135i	0.3047	81.6979

Autovalores de ALO15		
Eigenvalue	Time constant	
0.0006	1666.67	
-0.0081	123.45	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4154 + 6.7350i	0.2057	6.8821
-1.4154 - 6.7350i	0.2057	6.8821
-2.2488 + 8.1523i	0.2659	8.4568
-2.2488 - 8.1523i	0.2659	8.4568
-3.0423 + 10.9607i	0.2674	11.3751
-3.0423 - 10.9607i	0.2674	11.3751
-9.0283 + 4.2623i	0.9043	9.9839
-9.0283 - 4.2623i	0.9043	9.9839
-15.0097 + 73.9518i	0.1989	75.4597
-15.0097 - 73.9518i	0.1989	75.4597
-15.2980 + 77.0241i	0.1948	78.5286
-15.2980 - 77.0241i	0.1948	78.5286
-24.7466 + 78.1533i	0.3019	81.9776
-24.7466 - 78.1533i	0.3019	81.9776
-24.8920 + 77.8135i	0.3047	81.6979
-24.8920 - 77.8135i	0.3047	81.6979

Autovalores de LO20		
Eigenvalue	Time constant	
-0.0017	588.23	
-0.0108	92.59	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4193 + 6.7346i	0.2062	6.8825
-1.4193 - 6.7346i	0.2062	6.8825
-2.2493 + 8.1509i	0.2660	8.4555
-2.2493 - 8.1509i	0.2660	8.4555
-3.0470 + 10.9654i	0.2677	11.3809
-3.0470 - 10.9654i	0.2677	11.3809
-6.7796 + 4.4823i	0.8342	8.1274
-6.7796 - 4.4823i	0.8342	8.1274
-15.0095 + 73.9500i	0.1989	75.4578
-15.0095 - 73.9500i	0.1989	75.4578
-15.3309 + 77.0105i	0.1952	78.5217
-15.3309 - 77.0105i	0.1952	78.5217
-24.8551 + 78.0896i	0.3033	81.9498
-24.8551 - 78.0896i	0.3033	81.9498
-24.8922 + 77.8135i	0.3047	81.6980
-24.8922 - 77.8135i	0.3047	81.6980

Autovalores de ALO20		
Eigenvalue	Time constant	
0.0007	1428.57	
-0.0108	92.59	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4153 + 6.7349i	0.2057	6.8820
-1.4153 - 6.7349i	0.2057	6.8820
-2.2489 + 8.1523i	0.2659	8.4568
-2.2489 - 8.1523i	0.2659	8.4568
-3.0464 + 10.9652i	0.2677	11.3805
-3.0464 - 10.9652i	0.2677	11.3805
-6.7717 + 4.4820i	0.8339	8.1206
-6.7717 - 4.4820i	0.8339	8.1206
-15.0097 + 73.9518i	0.1989	75.4597
-15.0097 - 73.9518i	0.1989	75.4597
-15.3311 + 77.0106i	0.1952	78.5219
-15.3311 - 77.0106i	0.1952	78.5219
-24.8551 + 78.0896i	0.3033	81.9497
-24.8551 - 78.0896i	0.3033	81.9497
-24.8920 + 77.8135i	0.3047	81.6979
-24.8920 - 77.8135i	0.3047	81.6979

Autovalores de LO40		
Eigenvalue	Time constant	
-0.0085	117.64	
-0.0216	46.29	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4084 + 6.7427i	0.2045	6.8882
-1.4084 - 6.7427i	0.2045	6.8882
-2.2492 + 8.1466i	0.2661	8.4514
-2.2492 - 8.1466i	0.2661	8.4514
-3.0401 + 10.9785i	0.2669	11.3916
-3.0401 - 10.9785i	0.2669	11.3916
-3.4105 + 4.6860i	0.5884	5.7957
-3.4105 - 4.6860i	0.5884	5.7957
-15.0096 + 73.9532i	0.1989	75.4610
-15.0096 - 73.9532i	0.1989	75.4610
-15.3814 + 76.9918i	0.1959	78.5132
-15.3814 - 76.9918i	0.1959	78.5132
-24.8922 + 77.8149i	0.3047	81.6993
-24.8922 - 77.8149i	0.3047	81.6993
-25.0224 + 78.0106i	0.3054	81.9254
-25.0224 - 78.0106i	0.3054	81.9254

Autovalores de ALO40		
Eigenvalue	Time constant	
0.0007	1428.57	
-0.0216	46.29	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4150 + 6.7348i	0.2056	6.8819
-1.4150 - 6.7348i	0.2056	6.8819
-2.2493 + 8.1524i	0.2660	8.4570
-2.2493 - 8.1524i	0.2660	8.4570
-3.0378 + 10.9731i	0.2668	11.3858
-3.0378 - 10.9731i	0.2668	11.3858
-3.3964 + 4.6778i	0.5875	5.7807
-3.3964 - 4.6778i	0.5875	5.7807
-15.0097 + 73.9518i	0.1989	75.4597
-15.0097 - 73.9518i	0.1989	75.4597
-15.3816 + 76.9931i	0.1959	78.5145
-15.3816 - 76.9931i	0.1959	78.5145
-24.8920 + 77.8135i	0.3047	81.6979
-24.8920 - 77.8135i	0.3047	81.6979
-25.0221 + 78.0096i	0.3054	81.9243
-25.0221 - 78.0096i	0.3054	81.9243



Autovalores de CLO11		
Eigenvalue	Time constant	
-0.0002	5000	
-4.2802	0.233	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4966 + 6.6947i	0.2182	6.8599
-1.4966 - 6.6947i	0.2182	6.8599
-2.2748 + 8.1469i	0.2689	8.4585
-2.2748 - 8.1469i	0.2689	8.4585
-3.0346 + 10.9595i	0.2669	11.3719
-3.0346 - 10.9595i	0.2669	11.3719
-13.5508 + 3.5200i	0.9679	14.0005
-13.5508 - 3.5200i	0.9679	14.0005
-15.0270 + 73.9614i	0.1991	75.4725
-15.0270 - 73.9614i	0.1991	75.4725
-15.2462 + 77.0641i	0.1941	78.5578
-15.2462 - 77.0641i	0.1941	78.5578
-24.5780 + 78.2965i	0.2995	82.0635
-24.5780 - 78.2965i	0.2995	82.0635
-24.9030 + 77.8085i	0.3048	81.6966
-24.9030 - 77.8085i	0.3048	81.6966

Autovalores de ACLO11		
Eigenvalue	Time constant	
1.0077	0.992	
-4.2132	0.237	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4877 + 6.7003i	0.2168	6.8635
-1.4877 - 6.7003i	0.2168	6.8635
-2.2628 + 8.1537i	0.2674	8.4618
-2.2628 - 8.1537i	0.2674	8.4618
-3.0135 + 10.9538i	0.2653	11.3608
-3.0135 - 10.9538i	0.2653	11.3608
-11.0579 + 3.5915i	0.9511	11.6265
-11.0579 - 3.5915i	0.9511	11.6265
-15.0438 + 73.9418i	0.1994	75.4567
-15.0438 - 73.9418i	0.1994	75.4567
-15.2619 + 77.0425i	0.1943	78.5396
-15.2619 - 77.0425i	0.1943	78.5396
-24.5156 + 78.2738i	0.2989	82.0232
-24.5156 - 78.2738i	0.2989	82.0232
-24.8443 + 77.8047i	0.3042	81.6750
-24.8443 - 77.8047i	0.3042	81.6750

Autovalores de CLO21		
Eigenvalue	Time constant	
-0.0005	2000	
-4.2867	0.233	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4836 + 6.7028i	0.2161	6.8650
-1.4836 - 6.7028i	0.2161	6.8650
-2.2638 + 8.1542i	0.2675	8.4626
-2.2638 - 8.1542i	0.2675	8.4626
-3.0508 + 10.9689i	0.2680	11.3852
-3.0508 - 10.9689i	0.2680	11.3852
-6.7850 + 4.4753i	0.8348	8.1280
-6.7850 - 4.4753i	0.8348	8.1280
-15.0440 + 73.9424i	0.1994	75.4573
-15.0440 - 73.9424i	0.1994	75.4573
-15.3577 + 77.0065i	0.1956	78.5230
-15.3577 - 77.0065i	0.1956	78.5230
-24.8356 + 77.7957i	0.3041	81.6638
-24.8356 - 77.7957i	0.3041	81.6638
-24.8469 + 78.0953i	0.3032	81.9527
-24.8469 - 78.0953i	0.3032	81.9527

Autovalores de ACLO21		
Eigenvalue	Time constant	
-0.0169	59.17	
-4.2878	0.233	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4833 + 6.7005i	0.2161	6.8627
-1.4833 - 6.7005i	0.2161	6.8627
-2.2641 + 8.1525i	0.2676	8.4611
-2.2641 - 8.1525i	0.2676	8.4611
-3.0506 + 10.9689i	0.2679	11.3852
-3.0506 - 10.9689i	0.2679	11.3852
-6.7719 + 4.4688i	0.8346	8.1135
-6.7719 - 4.4688i	0.8346	8.1135
-15.0441 + 73.9424i	0.1994	75.4573
-15.0441 - 73.9424i	0.1994	75.4573
-15.3569 + 77.0069i	0.1956	78.5233
-15.3569 - 77.0069i	0.1956	78.5233
-24.8363 + 77.7954i	0.3041	81.6638
-24.8363 - 77.7954i	0.3041	81.6638
-24.8491 + 78.0946i	0.3032	81.9527
-24.8491 - 78.0946i	0.3032	81.9527

Autovalores de CLO31		
Eigenvalue	Time constant	
-0.0004	2500	
-4.2919	0.2329	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4997 + 6.7116i	0.2181	6.8771
-1.4997 - 6.7116i	0.2181	6.8771
-2.2699 + 8.1622i	0.2679	8.4720
-2.2699 - 8.1622i	0.2679	8.4720
-3.0567 + 10.9884i	0.2680	11.4056
-3.0567 - 10.9884i	0.2680	11.4056
-4.5293 + 4.6279i	0.6994	6.4755
-4.5293 - 4.6279i	0.6994	6.4755
-15.0267 + 73.9112i	0.1992	75.4233
-15.0267 - 73.9112i	0.1992	75.4233
-15.3783 + 76.9839i	0.1959	78.5048
-15.3783 - 76.9839i	0.1959	78.5048
-24.8386 + 77.7168i	0.3044	81.5895
-24.8386 - 77.7168i	0.3044	81.5895
-24.9144 + 78.0345i	0.3041	81.9153
-24.9144 - 78.0345i	0.3041	81.9153

Autovalores de ACLO31		
Eigenvalue	Time constant	
-1.1608	0.861	
-4.3461	0.230	
Eigenvalue	Damping	Freq.
-1.4809 + 6.7004i	0.2158	6.8621
-1.4809 - 6.7004i	0.2158	6.8621
-2.2679 + 8.1514i	0.2680	8.4610
-2.2679 - 8.1514i	0.2680	8.4610
-3.0540 + 10.9782i	0.2680	11.3950
-3.0540 - 10.9782i	0.2680	11.3950
-4.9351 + 3.8923i	0.7852	6.2853
-4.9351 - 3.8923i	0.7852	6.2853
-15.0443 + 73.9426i	0.1994	75.4575
-15.0443 - 73.9426i	0.1994	75.4575
-15.3903 + 76.9954i	0.1960	78.5185
-15.3903 - 76.9954i	0.1960	78.5185
-24.8374 + 77.7919i	0.3042	81.6608
-24.8374 - 77.7919i	0.3042	81.6608
-24.9598 + 78.0416i	0.3046	81.9358
-24.9598 - 78.0416i	0.3046	81.9358

**Programas de Simulação Utilizados no “Software”  
MATLAB**

## ACEL.M

```

%Este programa calcula a resposta de aceleração do modelo.
%
clc
x0=[0 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0];
r=lsim(a,b,c,matd,u,tt,x0);
r1=r(1:length(tt),1);
r2=r(1:length(tt),2);
r3=r(1:length(tt),3);
r4=r(1:length(tt),4);
r5=r(1:length(tt),5);
r6=r(1:length(tt),6);
r7=r(1:length(tt),7);
r8=r(1:length(tt),8);
r9=r(1:length(tt),9);
r10=r(1:length(tt),10);
r11=r(1:length(tt),11);
r12=r(1:length(tt),12);
vbb1=(cos(r2).*cos(r3)).*(r9)+(sin(r2).*cos(r3)).*r10-sin(r3).*r11;
vbb2=(-sin(r2).*cos(r4)+sin(r4).*sin(r3).*cos(r2)).*(r9) + (cos(r2).*cos(r4)+sin(r2).*sin(r4).*sin(r3)).*r10 +
(sin(r4).*cos(r3)).*r11;
utr=desacel(1:length(tt),11);
utr1=desacel(1:length(tt),9);
subplot(221),plot(tt,utr,'w')
hold
subplot(221),plot(tt,utr1,'w:')
ylabel('Força Longitudinal do pneu(N)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
subplot(222),plot(tt,vbb1,'w')
ylabel('Velocidade Longitudinal(m/s)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
subplot(223),plot(tt,r3,'w')
ylabel('Ângulo de Pitch(rad)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
subplot(224),plot(tt,r5,'w')
hold
subplot(224),plot(tt,r7,'w:')
ylabel('Desloc. Angular da Susp.(rad)')
xlabel('Tempo(s)')
grid

```

## CLO.M

```

%Este programa plota os graficos das respostas das matrizes CLO
%com relação às entradas de esterçamento.
%
clg
%x0=[0 0 0 0 0 0 0 0 20 0 0 0 0 0 0 0 0];
r=lsim(a,b,c,matd,u,t);
r1=r(1:length(t),1);
r2=r(1:length(t),2);
r3=r(1:length(t),3);
r4=r(1:length(t),4);
r9=r(1:length(t),9);
r10=r(1:length(t),10);
r11=r(1:length(t),11);
r12=r(1:length(t),12);
%vbb1=(r9.*cos(r2))+(r10.*sin(r2));
%vbb2=-(r9.*sin(r2))+(r10.*cos(r2));
vbb1=(cos(r2).*cos(r3)).*(vel+r9)+(sin(r2).*cos(r3)).*r10-sin(r3).*r11;
vbb2=-(sin(r2).*cos(r4)+sin(r4).*sin(r3).*cos(r2)).*(vel+r9)+(cos(r2).*cos(r4)+sin(r2).*sin(r4).*sin(r3)).*r10
+(sin(r4).*cos(r3)).*r11;
ur=u(1:length(t),1);
figure(1)
subplot(221),plot(t,ur,'w')
ylabel('Ângulo de Esterçamento(graus)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
subplot(222),plot(t,r12,'w')
ylabel('Velocidade Angular(rad/s)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
subplot(223),plot(t,vbb2,'w')
ylabel('Velocidade Lateral(m/s)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
subplot(224),plot(t,r4,'w')
ylabel('Ângulo de Roll(rad)')
xlabel('Tempo(s)')
grid

```

## CLOre.M

% Este programa calcula a resposta do modelo ao esterçamento utilizando o processo de realimentação para

% manter a velocidade longitudinal constante.

```

clg
a=clo31;
u=u10;
vel=30;
%kp=15000;
%x0=[0 0 0 0 0 0 0 20 0 0 0 0 0 0 0];
r=lsim(a,b,c,matd,u,t);
r1=r(1:length(t),1);
r2=r(1:length(t),2);
r3=r(1:length(t),3);
r4=r(1:length(t),4);
r9=r(1:length(t),9);
r10=r(1:length(t),10);
r11=r(1:length(t),11);
r12=r(1:length(t),12);
vbb1=(cos(r2).*cos(r3)).*(vel+r9)+(sin(r2).*cos(r3)).*r10-sin(r3).*r11;
vbb2=(-sin(r2).*cos(r4)+sin(r4).*sin(r3).*cos(r2)).*(vel+r9) +
(cos(r2).*cos(r4)+sin(r2).*sin(r4).*sin(r3)).*r10 + (sin(r4).*cos(r3)).*r11;
vbb1t=vbb1;
for i=1:61
    erro1(i)=vel-vbb1t(i);
    if erro1(i)==0
        kp=0;
    else
        kp=7000;
    end
    realim1(i)=kp*erro1(i);
    z=zeros((61-i),1);
    vetre1=[ realim1' ; z ];
    matre1=[ zeros(61,10), vetre1, vetre1, zeros(61,5) ];
    u45t=u+matre1;
    rt=lsim(a,b,c,matd,u45t,t);
    r1t=rt(1:length(t),1);
    r2t=rt(1:length(t),2);
    r3t=rt(1:length(t),3);
    r4t=rt(1:length(t),4);
    r9t=rt(1:length(t),9);
    r10t=rt(1:length(t),10);
    r11t=rt(1:length(t),11);
    r12t=rt(1:length(t),12);
    vbb1t=(cos(r2t).*cos(r3t)).*(vel+r9t)+(sin(r2t).*cos(r3t)).*r10t-sin(r3t).*r11t;
    vbb2t=(-sin(r2t).*cos(r4t)+sin(r4t).*sin(r3t).*cos(r2t)).*(vel+r9t) +
(cos(r2t).*cos(r4t)+sin(r2t).*sin(r4t).*sin(r3t)).*r10t + (sin(r4t).*cos(r3t)).*r11t;
    end
end
ur=u(1:length(t),1);
subplot(221),plot(t,ur,'w')
ylabel('Ângulo de Esterçamento(graus)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
subplot(222),plot(t,r12t,'w')

```

```
ylabel('Velocidade Angular(rad/s)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
subplot(223),plot(t,vbb2t,'w')
ylabel('Velocidade Lateral(m/s)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
subplot(224),plot(t,r4t,'w')
ylabel('Ângulo de Roll(rad)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
pause
clf
subplot(221),plot(t,vbb1t,'w')
ylabel('Velocidade Longitudinal(m/s)')
hold on
subplot(221),plot(t,vbb1t,'w--')
xlabel('Tempo(s)')
grid
subplot(222),plot(t,realim1,'w')
ylabel('Força Longitudinal(N)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
gtext('s/ realim.')
gtext('c/ realim.')
```

## DINLAT.M

```

%Este programa calcula propriedades da dinâmica lateral:
% - Ângulo de escorregamento do Veículo:
clg
beta=atan(vbb2./vbb1);
%
m=1600;
c1=66000;
c2=70000;
cfe=c1/(1+(c1*0.0051/1000));
cre=c2/(1+(c2*0.0051/1000));
l1=1.32;
l2=1.5;
%ângulo de esterçamento em radianos, nas rodas
d1=(ur*pi/180)/20;
d2=0;
% - forças laterais dos pneus dianteiro e traseiro:
alfa1=atan(beta-d1+((l1*r12)/vbb1));
alfa1a=atan(((sin(d1).*vbb1)+(cos(d1).*(vbb2+l1*r12)))/((cos(d1).*vbb1)+(sin(d1).*(vbb2+l1*r12))));
fy1=-cfe*alfa1a;
alfa2=atan(beta-d2-((l2*r12)/vbb1));
alfa2a=atan(((sin(d2).*vbb1)+(cos(d2).*(vbb2-l2*r12)))/((cos(d2).*vbb1)+(sin(d2).*(vbb2-l2*r12))));
fy2=-cre*alfa2a;
%assumindo as hipótese simplificadoras:
fyb=fy1+fy2;
ay=(fyb/m);
%+(r12.*vbb1);
figure(2)
subplot(221), plot(t,vbb1,'w')
ylabel('Velocidade Longitudinal(m/s)')
xlabel('Tempo')
grid
subplot(222), plot(t,fy1,'w')
ylabel('Força Lateral(N)')
xlabel('Tempo')
hold
subplot(222), plot(t,fy2,'w--')
grid
subplot(223), plot(t,alfa1a,'w')
hold
subplot(223), plot(t,alfa2a,'w--')
ylabel('Ângulo de Escorregamento(rad)')
xlabel('Tempo')
grid
subplot(224), plot(t,ay,'w')
ylabel('Aceleração Lateral(m/s^2)')
xlabel('Tempo')
grid
gtext('diant.')
gtext('tras.')
gtext('diant.')
gtext('tras.')

```



## WIND.M

```
%Este programa calcula a resposta ao wind gust
%
clg
w=lsim(lo40,bar,c4sq1q2,matd,u,t1);
w4=w(1:length(t1),4);
w10=w(1:length(t1),10);
w12=w(1:length(t1),12);
u17=u(1:length(t1),17);
subplot(221),plot(t1,u17,'w')
ylabel('Velocidade do Vento(m/s)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
subplot(222),plot(t1,w12,'w')
ylabel('Velocidade Angular(rad/s)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
subplot(223),plot(t1,w10,'w')
ylabel('Velocidade Lateral(m/s)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
subplot(224),plot(t1,w4,'w')
ylabel('Ângulo de Roll(rad)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
```

## BUMP.M

%Este programa plota os graficos das respostas das matrizes LO com relação às entradas de triangular bump.

```

clg
r=lsim(a,b,c,matd,u,tempo);
r1=r(1:length(tempo),1);
r3=r(1:length(tempo),3);
r4=r(1:length(tempo),4);
r5=r(1:length(tempo),5);
r7=r(1:length(tempo),7);
u5=u(1:length(tempo),5);
u6=u(1:length(tempo),6);
u7=u(1:length(tempo),7);
u8=u(1:length(tempo),8);
subplot(221),plot(tempo,u5,'w--')
ylabel('Desl. Vertical-Roda Diant. Esq.(m)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
subplot(222),plot(tempo,u6,'w')
ylabel('Desl. Vertical-Roda diante. dir.(m)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
hold
subplot(221),plot(tempo,u7,'w--')
ylabel('Desl. Vertical-Roda tras. Esq.(m)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
subplot(224),plot(tempo,u8,'w')
ylabel('Desl. Vertical-Roda tras. dir.(m)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
pause
clg
subplot(221),plot(tempo,r1,'w')
ylabel('Desl. Vertical(m)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
subplot(222),plot(tempo,r3,'w')
ylabel('Ângulo de Pitch(rad)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
subplot(223),plot(tempo,r4,'w')
ylabel('Ângulo de Roll(rad)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
%axis(x);
subplot(224),plot(tempo,r5,'w')
hold
subplot(224),plot(tempo,r7,'w--')
ylabel('Desloc. Angular da Susp.(rad)')
xlabel('Tempo(s)')
grid
gtext('diant.')
gtext('tras.')

```