A HERDABILIDADE DO PÊSO AOS DEZOITO MESES DO GADO CANCHIM

DÉCIO BARBIN

Engenheiro-Agrônomo

Instrutor da Cadeira n.° 16 (Matemática e Estatística)

E. S. A. "Luiz de Queiroz" - USP

Tese de Doutoramento

Apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo.

PIRACICABA

Estado de São Paulo - Brasil

— 1 9 6 9 —

Dedico

A minha espôsa,

A meu filho,

A meus pais.

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. A. Teixeira Vianna, que, em trinta anos de fecunda atividade conseguiu criar o gado Canchim, agradecemos pela gentil permissão de uso de seus dados.

Nossos sinceros agradecimentos ao Prof. Frederico Pimentel Gomes, Catedrático da Cadeira nº 16 (Matemática e Estatística) pelo incentivo e orientação na execução dêste trabalho;

Ao Dr. Izaias Rangel Nogueira, Dr. Roland Vencovsky e Dr. Aristeu Mendes Peixoto, pelas valiosas sugestões;

Aos colegas Engº-Agrº Vivaldo Francisco da Cruz e Engº-Agrº Cássio Roberto de Melo Godoi, pela computação eletrônica realizada no Centro de Computação Eletrônica do Instituto de Pesquisas Matemáticas da USP, no Computador Eletrônico do Departamento de Engenharia da Universidade de Campinas e no Computador Eletrônico da ESALQ, anexo à Cadeira nº 16 (Matemática e Estatística).

Pela grande colaboração prestada no início dêste trabalho, nosso reconhecimento à Engª-Agrª Eloisa Helena de Araújo Rodrigues.

Agradecemos ainda a todos que de uma forma ou outra, concorreram para o bom andamento desta pesquisa.

ÍNDICE

ÍNDICE DO APÊNDICE

1 - INTRODUÇÃO

O cálculo do coeficiente de herdabilidade é de grande importância em todo trabalho de melhoramento de bovinos, pois, de seu valor depende o método de seleção a ser empregado. Entretanto, no caso de gado de corte, o cálculo dêsse coeficiente fica dificultado devido à falta de registro de dados, que, quando existentes, não constituem um material homogêneo, ou seja, não provêm de indivíduos com as mesmas características quanto ao número de ordem de parição da vaca, estação do ano em que nasceu o animal, etc. Uma outra dificuldade é o grande tempo exigido num ensaio, levando-nos a aproveitar dados já existentes, não oriundos de um experimento prèviamente planejado.

No primeiro caso, os fatores indicados mascaram o resultado do coeficiente de herdabilidade. Em face disso, para que tenhamos o valor mais representativo possível daquilo que um pai pode transmitir ao filho, lançamos mão dos ajustes aditivos. Com êsses ajustes, procuramos corrigir os dados disponíveis, visando a eliminar os efeitos de causas não genéticas de variação, como: a estação do ano de nascimento do animal, o número de ordem da parição da vaca e o sexo da cria. Tem sido mais usado, conforme veremos na revisão bibliográfica, o tipo de ajuste aditivo, que podemos considerar grosseiro. Neste trabalho usaremos um outro tipo de ajuste, exato, conhecido por ajuste aditivo por modêlo matemático, obtido pela teoria de matrizes, com aplicação de recente estudo realizado por PIMENTEL GOMES (1967) .

De posse dos dados ajustados, podemos estimar os componentes de variância, que irão entrar na fórmula de cálculo do coeficiente de herdabilidade. Aqui surge a outra dificuldade por nós apontada, na experimentação com gado de corte, que é a escolha do tipo de análise de variância que melhor se adapte a cada caso. Existem dois modêlos clássicos de classificação, conforme KEMPTHORNE, 1957 , que são: a classificação hierárquica (as vacas que aparecem com um touro não aparecem com os demais) e a classificação cruzada (as vacas que aparecem com um touro são as mesmas que aparecem com os demais) , dando origem a esquemas de análise de variância diferentes. Em nosso trabalho, cujos dados são de pesos aos 18 meses de animais do gado Canchim , nos encontramos diante de um misto dessas duas classificações, o que nos levou a reestudar a análise de variância a ser empregada. Estabelecido um modêlo matemático, resolvemos pela teoria de matrises, alguns casos mais simples, para, posteriormente, aplicar as soluções encontradas à análise estatística de nossos dados.

Finalmente, mereceu também a nossa atenção neste trabalho o estudo do êrro padrão do coeficiente de herdabilidade, que nos dá idéia da precisão do coeficiente encontrado.

2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Muitos trabalhos se têm desenvolvido, visando a obter estimativas para o coeficiente de herdabilidade, devido a sua grande importância na escolha do método de melhoramento genético.

Na bibliografia consultada, encontramos não só trabalhos que cuidam apenas da obtenção da estimativa do coeficiente de herdabilidade para um conjunto de animais, como também trabalhos, ora cuidando do ajustamento dos dados disponíveis e de como estimar os componentes de variância, ora tratando da variância do coeficiente de herdabilidade.

2.1 - Ajuste dos Dados

TEIXEIRA VIANNA e outros (1964) em seus estudos sôbre a herança de pêso ao nascer e do período de gestação de animais da raça Charolesa , usaram o tipo de ajuste aditivo, calculado em relação à média para a qual ocorria o maior número de dados e que ANDERSON e BANCROFT (1952) chamaram de "constantes para ajustes". Os dados foram ajustados para sexo, estação do ano em que nasceu o animal e número de ordem de parição da vaca.

DE ALBA (1964) ao tecer comentários sôbre cruzamentos planejados para se estimar o coeficiente de herdabilidade, diz da dificuldade de se trabalhar no caso de bovinos de corte, com dados de irmãos germanos ou de meios-irmãos maternos, devido à lentidão de reprodução e ao pequeno número de animais que se pode manter num mesmo ambiente.

BROWN (1958) ao calcular o coeficiente de herdabilidade nas raças Hereford e Aberdeen-Angus , fez o ajustamento dos dados para a idade da desmama, sexo, ano, mês do nascimento da cria e idade da vaca, por meio de constantes calculadas em relação a médias .

Por outro lado, HENDERSON e outros (1959) , indicam o ajustamento dos dados para o ano do nascimento do animal, por meio do ajuste por modêlo matemático, ou seja, estimando os efeitos de anos. Num dos métodos, indicado por êles para essa estimação, admitem o modêlo matemático:

$$Y_{ikt} = \mu + d_k + g_t + c_{it} + e_{ikt} ,$$

onde:

Y_{ikt} = valor observado no ano $\underline{k}$, oriundo da vaca $\underline{i}$, do grupo $\underline{t}$,

μ = média da população,

d_k = efeito do ano $\underline{k}$,

g_t = efeito do grupo $\underline{t}$,

c_{it} = efeito da vaca $\underline{i}$, do grupo $\underline{t}$,

e_{ikt} = êrro experimental.

Entretanto, HENDERSON (1953) ao invés de ajustar os dados para o ano e número do rebanho, prefere isolar essas variações na análise de variância.

Também SHELBY e outros (1955) , ao trabalharem com 9 linhagens de novilhos Hereford , não ajustaram os dados, preferindo isolar os efeitos de anos e linhagens, na análise da variância.

2.2 - Estimativa dos Componentes de Variância

Enquanto DE ALBA (1964) e RICO GUTIERREZ (1965) dizem da importância do coeficiente de herdabilidade como base para a escolha do método mais adequado de seleção, FALCONER (1960) evidencia a importância da variância aditiva na seleção de uma população. As estimativas dessa variância, bem como a da variância dominante e de outras mais, são obtidas pelas estimativas dos componentes de variância.

HENDERSON (1953) , trabalhando com dados de primeira lactação de animais de quatro rebanhos, com número diferente de touros por rebanho e número diferente de lactações por ano, dentro de cada touro, indica três métodos para se estimar os componentes de variância. Admite o modêlo matemático

$$Y_{hijk} = \mu + a_h + h_i + s_j + (h\ s)_{ij} + e_{ijk} \ ,$$

onde:

μ = média geral ,

a_h = efeito do ano $\underline{h}$,

h_i = efeito do rebanho $\underline{i}$,

s_j = efeito do touro $\underline{j}$,

$(h\ s)_{ij}$ = efeito da interação entre touro e ano ,

e_{ijk} = êrro experimental .

No método 1 , admite todos efeitos exceto a média, como aleatórios e independentes. Aponta como principal defeito dêsse método, tornando-o até inapropriado, o fato de se admitir como aleatório o efeito de ano, pois surge com isso um vício nas estimativas de σ_h^2 , σ_s^2 e σ_{hs}^2 .

No método 2 , admite como fixo o efeito de anos, estimado pelo método dos quadrados mínimos. Os dados são à seguir corrigidos para anos e aplica-se o método 1 .

O método 3 , considerado pelo autor como o melhor dos três, implica na disponibilidade de computação eletrônica. Indica como eliminar a interferência das correlações existentes entre os componentes do modêlo matemático admitido. Supõe a equação de regressão linear

$$Y_a = \sum_{i=1}^{p} b_i x_{ia} + e_a \ ,$$

e estima os parâmetros pelo processo usual.

A soma de quadrados de regressão é dada por

$$R(b_1, b_2, \ldots, b_q) = \sum_{i=1}^{q} \hat{b}_i Y_i .$$

SHELBY e outros (1955) , usaram a correlação entre meios-irmãos paternos, na estimação do h^2 . Como os estudos se basearam em 635 dados de novilhas Hereford , oriundas de 88 touros e pertencentes a 9 linhagens, admitiram o modêlo matemático seguinte, para a obtenção dos componentes de variância.

$$Y_{ijkm} = \mu + y_i + l_{ij} + s_{ijk} + e_{ijkm} ,$$

onde:

μ = média geral ,

y_i = efeito do ano $\underline{i}$,

e_{ij} = efeito da linhagem $\underline{j}$, no ano $\underline{i}$,

s_{ijk} = efeito do touro $\underline{k}$, da linhagem $\underline{j}$, no ano $\underline{i}$,

e_{ijkm} = êrro experimental .

BROWN (1958) , TEIXEIRA VIANNA e outros (1964) , para estimar os componentes de variância, seguiram o modêlo de classificação hierárquica com número de observações diferente para vacas e número diferente de vacas por touro. O coeficiente K , da variância (D) devida a vacas foi o mesmo para Entre Vacas dentro de Touros e para Entre Touros.

WHEAT e RIGGS (1958) usaram o modêlo de classificação hierárquica com números variados de observações por vaca e de vacas por touro, na estimação dos componentes de variância. Comentam os autores a coincidência de terem obtido o mesmo valor para o coeficiente K , da variância (D) devida a vacas, nas variações Entre Touros e Entre Vacas dentro de Touros, já que isso não é o que geralmente acontece, em análises que envolvem números diferentes de subclasses.

RICO GUTIERREZ (1965) também indica, para o caso de classificação hierárquica com números diferentes de subclasses, o mesmo coeficiente K para a variância (D) devida a vacas, nas variações Entre Touros, e Entre Vacas dentro de Touros.

FALCONER (1960) salienta que quando há números variados de filhos por vaca e de vacas por touro, a análise da variância, seguindo o modêlo de classificação hierárquica, é mais difícil, e que se pode, embora cometendo-se um pequeno êrro, trabalhar com número médio de vacas por touro e número médio de filhos por vaca, na estimação dos componentes de variância.

2.3 - Cálculo do Coeficiente de Herdabilidade

Foram indicadas por LERNER (1950), três fórmulas para o cálculo do coeficiente de herdabilidade

$$h_1^2 = \frac{4\,\sigma_S^2}{\sigma^2 + \sigma_D^2 + \sigma_S^2}, \quad h_2^2 = \frac{4\,\sigma_D^2}{\sigma^2 + \sigma_D^2 + \sigma_S^2}, \quad h_3^2 = \frac{2\,(\sigma_D^2 + \sigma_S^2)}{\sigma^2 + \sigma_D^2 + \sigma_S^2},$$

sendo respectivamente, baseadas na correlação entre meios-irmãos paternos, meios-irmãos maternos e entre irmãos germanos.

WHEAT e RIGGS (1958) usaram essas três fórmulas em seu trabalho sôbre o período de gestação. Dos três resultados obtidos, admitem aquêle obtido por h_2^2 como o mais correto, pois a variância (σ_D^2) devida a vacas apresenta intervalo de confiança menor que a variância (σ_S^2) devida a touros. Entretanto, salientam que em h_3^2 os erros de D e S são multiplicados por 2 e não por 4, como acontece em h_1^2 e em h_2^2.

BROWN (1958) usou as expressões de h_1^2 e h_2^2 em seu trabalho sôbre herdabilidade do pêso na desmama das raças Hereford e Aberdeen-Angus. Entretanto, diz que a variância aditiva do componente de variância (σ_D^2), devida a vacas, pode conter uma contribuição extra, devido à influência maternal da vaca.

FALCONER (1960), ao exemplificar o cálculo do coeficiente de herdabilidade, usa também as três fórmulas, concluindo que o valor obtido por h_3^2 é o que merece maior confiança.

DE ALBA (1964) diz que a estimativa de h^2 obtida a partir da variância devida a touros pode ser bem diferente daquela obtida a partir da variância devida a vacas, pelos seguintes motivos:

1º) Influências não aditivas presentes num caso e ausentes noutro.

2º) Efeitos maternais que aparecem na variância entre vacas, mas não figuram na variância entre touros.

3º) Efeitos ligados ao sexo.

Por outro lado, TEIXEIRA VIANNA e outros (1964) , em seu trabalho sôbre herança do pêso ao nascer e do período de gestação da raça Charolesa , usaram sòmente a equação de h_1^2 .

Também RICO GUTIERREZ (1965) , após citar alguns exemplos de cálculo do coeficiente de herdabilidade por meio de regressão, apresenta um exemplo do cálculo do coeficiente de herdabilidade pela fórmula de h_1^2 .

2.4 - Variância do Coeficiente de Herdabilidade

OSBORNE e PATERSON (1952) apresentam um método para a determinação da variância do coeficiente de herdabilidade,calculado a partir de análises de variância. Partindo de

$$z = x/y \quad ,$$

onde $\underline{x}$ e $\underline{y}$ são variáveis contínuas, tem-se

$$dz = \frac{y\,dx - x\,dy}{y^2} \quad ,$$

ou aproximadamente,

$$dz = \frac{\bar{y}\,dx - \bar{x}\,dy}{\bar{y}^2} \quad ,$$

e portanto,

$$\sigma_z^2 = \frac{\bar{y}^2\,\sigma_x^2 + \bar{x}^2\,\sigma_y^2 - 2\,\bar{x}\,\bar{y}\,\mathrm{Cov}\,(x\,,\,y)}{\bar{y}^4} \quad . \qquad (1)$$

A seguir, admitem os componentes de variância abaixo, para classificação hierárquica com números constantes de observações por fêmea e de fêmeas por macho:

Causa de Variação	G. L.	E (Q M)
Entre Touros	c	A + n B + m C
Entre Vacas dentro de Touros	b	A + n B
Entre Irmãos Germanos	a	A

onde A , B e C têm, respectivamente as variâncias

$$\hat{\sigma}_A^2 = \frac{2\ A^2}{a} \quad , \quad \hat{\sigma}_B^2 = \frac{2}{n^2}\left[\frac{(A + n\ B)^2}{b} + \frac{A^2}{a}\right]$$

e

$$\hat{\sigma}_C^2 = \frac{2}{m^2}\left[\frac{(A + n\ B + m\ C)^2}{c} + \frac{(A + n\ B)^2}{b}\right] .$$

Para a equação

$$h^2 = \frac{4\ C}{A + B + C} ,$$

indicam como obter $V(h^2)$, seguindo a expressão (1) , onde se tem

$$\hat{\sigma}_x^2 = \hat{\sigma}_c^2$$

$$\hat{\sigma}_y^2 = \hat{\sigma}_A^2 + \hat{\sigma}_B^2 + \hat{\sigma}_c^2 + 2\left[\hat{Cov}(A , B) + \hat{Cov}(A , C) + \hat{Cov}(B , C)\right] ,$$

$$\hat{Cov}(x , y) = \hat{Cov}(A , C) + \hat{Cov}(B , C) + \hat{\sigma}_c^2 ,$$

cujas covariâncias são obtidas por:

$$\hat{Cov}(A , A + n\ B) = \hat{\sigma}_A^2 + n\ \hat{Cov}(A , B) = 0$$

$$\hat{Cov}(A , A + n\ B + m\ C) = m\ \hat{Cov}(A , C) = 0$$

$$\hat{Cov}(A + n\ B , A + n\ B + m\ C) = \hat{\sigma}_A^2 + n^2\ \hat{\sigma}_B^2 + 2\ n\ \hat{Cov}(A , B) + $$
$$+ n\ m\ \hat{Cov}(B , C) = 0 .$$

Posteriormente, os autores dizem que se pode calcular a variância do coeficiente de herdabilidade diretamente a partir dos quadrados médios. Expressa-se a fôrmula de h^2 em têrmos de Quadrado Médio e assim se estarão evitando as covariâncias, pois, os Quadrados Médios são independentes.

GRAYBILL e outros (1956) após fazerem referência aos trabalhos de KNAPP e Outros (1946) e de OSBORNE e PATERSON (1952), iniciam a apresentação do estudo do intervalo de confiança para o coeficiente de herdabilidade, obtido pela equação

$$h_3^2 = \frac{2\ (\sigma_S^2 + \sigma_D^2)}{\sigma_E^2 + \sigma_S^2 + \sigma_D^2} \ .$$

Apresentam a expressão:

$$\frac{Y}{N} = \frac{\alpha_2\ A_2 + \alpha_3\ A_3}{\sigma_4^2} \ ,$$

onde:

$\sigma_4^2 = \gamma(\sigma_S^2 + \sigma_D^2) + \sigma_E^2$ e

Y/N é uma combinação linear de variáveis com distribuição de χ^2, que é aproximada por $\dfrac{\chi^2_{(N)}}{N}$.

Procuram relacionar os momentos da expressão Y/N com os momentos da função $\dfrac{\chi^2_{(N)}}{N}$, a fim de estimarem α_2, α_3 e γ.

Dizem a seguir, que

$$\frac{\dfrac{Y}{N}}{\dfrac{A_1}{\sigma_E^2}} \ ,$$

onde A_1 é o quadrado médio da variação entre irmãos germanos, tem distribuição aproximada de F com N graus de liberdade no numerador e n_1 graus de liberdade no denominador. Esta expressão é usada para se obter uma aproximação do intervalo de confiança para h_3^2.

GRAYBILL e ROBERTSON (1957), apresentam simplificações e aplicações das fórmulas de OSBORNE e PETERSON (1952) para a obtenção dos intervalos de confiança para:

$$h_1^2 = \frac{4\,\sigma_S^2}{\sigma_E^2 + \sigma_D^2 + \sigma_S^2} \ , \qquad h_2^2 = \frac{4\,\sigma_D^2}{\sigma_E^2 + \sigma_D^2 + \sigma_S^2} \quad \text{e} \quad h_3^2 = \frac{2\,(\sigma_S^2 + \sigma_D^2)}{\sigma_E^2 + \sigma_D^2 + \sigma_S^2} \ ,$$

mas sòmente para os casos de se terem números constantes de filhos por vacas e de vacas por touro. Quando isso não acontece, aconselham a trabalhar-se com uma amostra dos dados disponíveis, onde se possa obter os números constantes. Comentam ainda que o método apresentado por GRAYBILL e outros (1956) para a obtenção do intervalo de confiança para h_3^2 é exato mesmo quando se trabalha com um pequeno número de dados e, ainda, que os cálculos são menos trabalhosos.

ROBERTSON (1959) em seu trabalho sôbre o melhor delineamento para se estimar a correlação intraclasse (t), apresenta várias fórmulas para $V(\hat{t})$. No caso da classificação hierárquica, quando há s pais, d mães para cada pai e n filhos cada mãe, apresenta as fórmulas obtidas por OSBORNE e PATERSON (1952). Diz que um delineamento com pequenos grupos de 2 a 3 animais por família é ineficiente e que a variância da correlação intraclasse pode ser muito alta. Ao fazer a discussão de seus estudos, diz que, com uma ótima estrutura para a análise estatística, a variância do coeficiente de herdabilidade é dada por

$$V(\hat{h}^2) \approx \frac{32\,h^2}{T} \ ,$$

onde T é o número total de observações.

FALCONER (1960) ao comentar a precisão da estimativa do coeficiente de herdabilidade diz que quando o experimento tem um delineamento eficiente, a variância da correlação intraclasses é

$$\sigma_t^2 = \frac{8\ t}{T} \ ,$$

onde $\underline{t}$ é a correlação intraclasse e equivale a $\frac{h^2}{4}$, no caso de meios-irmãos e onde T é o total de observações. Logo,

$$V\ (h^2) = \frac{32\ h^2}{T} \ .$$

TEIXEIRA VIANNA e outros (1964) apresentam resultados de h^2 acompanhados de seus respectivos erros padrões, sem contudo apresentarem a equação pela qual esses êrros foram obtidos.

DE ALBA (1964) ao comentar a exatidão e a variância do coeficiente de herdabilidade, diz haver necessidade de se trabalhar com um número considerável de grupos de meios-irmãos, para que se obtenham estimativas mais exatas para h^2.

RICO GUTIERREZ (1965) comenta a dificuldade de se obter o intervalo de confiança para h^2 por êsse coeficiente não apresentar distribuição normal. Dá expressões para o cálculo da variância do h^2 apenas para êsse coeficiente calculado em classificações simples.

2.5 - Valores do Coeficiente de Herdabilidade

DE ALBA (1964) apresenta um quadro de valores de coeficientes de herdabilidade de características de importância econômica no bovino de carne, depois da desmama. Diz que geralmente os valores de h^2 para pêso depois da desmama são altos, pois as diferenças de crescimento estão regidas em 50% ou mais pelo genótipo do animal. Salienta, entretanto, que êsses valores são obtidos de ani mais estabulados e que para animais a pleno campo os resultados não têm sido tão altos, nos poucos estudos dêste último tipo.

Alguns dos valores dêsse quadro e que têm relação com o nosso trabalho, são apresentados a seguir.

Autor	Característica	Valor de h^2	Observações
KNAPP e NORDSKOG (1946)	Pêso final	0,69	Engorda durante 250 dias em curral
KNAPP e NORDSKOG (1946)	Pêso final	0,81	Engorda durante 250 dias em curral
KNAPP e NORDSKOG (1946)	Pêso final	0,94	Engorda durante 250 dias em curral
KNAPP e NORDSKOG (1946)	Pêso aos 180 dias	0,61	Crescimento a campo (novilhas)
SHELBY e outros (1960)	Pêso final engorda	0,77	
SHELBY e outros (1955)	Pêso final engorda	0,84	Conversão de alimentos no curral
KOCH e CLARK (1955)	Pêso aos 12 meses	0,47	Crescimento no campo
KNAPP e CLARK (1950)	Pêso aos 15 meses	0,86	Engorda em curral, prontos para venda
WAGNON e ROLLINS (1959)	Pêso aos 12 meses	0,44	Novilhas no campo, suplementação no inverno
MC CORMICK e outros (1956)	Pêso aos 350 dias	0,35	Novilhas Hereford
BRINKS e outros (1962)	Pêso adulto	0,57 a 0,75	Vacas Hereford - semiconfinamento
BLACKWELL e outros (1962)	Pêso aos 12 meses	0,10	Novilhos Hereford
BLACKWELL e outros (1962)	Pêso aos 12 meses	0,71	Novilhos Hereford

3 - MATERIAL E MÉTODOS

3.1 - Material

Para a realização dêste trabalho, contamos com dados de animais bimestiços Canchim , gentilmente cedidos pelo Dr. A. Teixeira Vianna , Médico Veterinário da Fazenda Regional de Criação de São Carlos, do Ministério de Agricultura. É uma raça de corte, em formação, oriunda do cruzamento do Charolês com o Zebu, apresentando, conforme TEIXEIRA VIANNA e outros (1960) , animais com boa resistência e boa capacidade produtiva. Em média, os bezerros nascem com 36,8 kg para machos e 34,2 kg para fêmeas. Êsses animais são criados a pleno campo , nessa fazenda, de maneira que os dados a serem estudados são uniformes, do ponto de vista de local.

Dispuzemos de 422 fichas zootécnicas, referentes a bezerros com pesos aos 18 meses. De posse dêstes dados, fizemos a tabulação, que constou do seguinte. Inicialmente, classificamos os dados por número do touro, número da vaca e sexo do animal. A seguir, foram excluidos os dados de bezerros gêmeos. Também foram excluidos os dados de vacas que não tinham dado pelo menos duas crias e de touros que não tinham pelo menos quatro descendentes. Posteriormente, e separadamente para cada sexo, uma nova classificação dos dados foi feita, desta vez, numa tabela onde de um lado tinhamos as estações do ano, que chamamos de e_1 , e_2 , e_3 e e_4 , correspondentes respectivamente, ao verão, outono, inverno e primavera, e de outro, os números de ordem das parições das vacas, que chamamos de p_1 , p_2 , p_3 , p_4 e p_5 , referentes respectivamente, à 1ª , 2ª , 3ª , 4ª e 5ª cria , reunindo esta última, além dos dados da 5ª cria, outros de ordem superior a ela.

Como os dados do verão e da primavera eram muito escassos, resolvemos desprezá-los, por essas estações não estarem bem representadas.

Após êsse trabalho, passamos a contar com 252 pesos aos 18 meses, de animais oriundos de 94 vacas e de 15 touros (Quadro 1) .

3.2 - Métodos

3.2.1 - Ajuste dos dados

Com o fim de eliminarmos as causas não genéticas de variação, como por exemplo: o sexo, a estação do ano em que nasceu o animal e o número de ordem da parição da vaca, procedemos aos ajustes dos dados, o que foi feito pelo método do modêlo matemático. Foi usado o seguinte modêlo:

$$Y_{ijkr} = m + s_i + e_j + p_k + e_{ijkr} ,$$

onde:

Y_{ijkr} = pêso do animal aos 18 meses,

s_i = sexo, com $i = 1$ e 2 , sendo: s_1 = macho,
s_2 = fêmea,

e_j = estações do ano, com $j = 2 , 3$, sendo: e_2 = outono,
e_3 = inverno,

p_k = parições, com $k = 1 , 2 , 3 , 4$ e 5 ,
sendo: p_1 = 1ª parição
p_2 = 2ª parição, e assim por diante, até
p_5 = 5ª parição, ou de ordem superior à ela,

e_{ijkr} = êrro experimental.

Estimados êsses parâmetros, pelo método dos quadrados mínimos, os dados foram ajustados de acôrdo com a expressão abaixo:

$$y_{ijkr} = Y_{ijkr} - \hat{s}_i - \hat{e}_j - \hat{p}_k ,$$

onde:

y_{ijkr} = dado ajustado.

Vejamos um exemplo: Seja Y_{1211} = 285,00 kg , o pêso aos 18 meses de um animal macho, nascido no outono, e de primeira parição. Obtivemos:

$\hat{s}_1 = 26,50$, $\hat{e}_2 = 5,61$ [illegible] $\hat{p}_1 = 1,59$ [illegible]

[illegible]

$y_{1211} = 285,00 - 26,50 - 5,61 - 1,59 = 251,30$ kg .

[illegible] rição.

3.2.2 - Análise estatística

[illegible]

$$y_{ijk} = m + t_i + v_j + e_{ijk} \quad ,$$

[illegible]

v_j = [illegible]

e_{ijk} = [illegible]

[illegible]

$$E\,(y_{ijk}) = m + t_i + v_j \quad ,$$

deduzimos as análises estatísticas para cada um dos casos admitidos e calculamos os componentes de variância.

3.2.2.2 - Um exemplo

Vejamos um dos casos admitidos. Sejam três touros: n.º 1 , n.º 2 e n.º 3 ; o n.º 1 foi acasalado com as vacas n.º 1 , n.º 2 e n.º 3 , obtendo-se respectivamente, 1 , 2 e 3 bezerros com cada vaca. O n.º 2 foi acasalado com as vacas n.º 1 e n.º 4 , obtendo-se respectivamente, 1 e 2 bezeros com cada uma. O n.º 3 foi acasalado com as vacas n.º 1 , n.º 2 e n.º 5 , obtendo-se respectivamente 1 , 1 e 2 bezerros com cada uma.

Pela expressão da esperança do modêlo matemático admitido, temos as seguintes equações para os pesos dos bezerros:

$$
\begin{array}{lllllllllll}
E(y_{111}) & = m & + t_1 & & & + v_1 & & & & \\
E(y_{122}) & = m & + t_1 & & & & + v_2 & & & \\
E(y_{123}) & = m & + t_1 & & & & + v_2 & & & \\
E(y_{134}) & = m & + t_1 & & & & & + v_3 & & \\
E(y_{135}) & = m & + t_1 & & & & & + v_3 & & \\
E(y_{136}) & = m & + t_1 & & & & & + v_3 & & \\
E(y_{217}) & = m & & + t_2 & & + v_1 & & & & \\
E(y_{248}) & = m & & + t_2 & & & & & + v_4 & \\
E(y_{249}) & = m & & + t_2 & & & & & + v_4 & \\
E(y_{31,10}) & = m & & & + t_3 & + v_1 & & & & \\
E(y_{32,11}) & = m & & & + t_3 & & + v_2 & & & \\
E(y_{35,12}) & = m & & & + t_3 & & & & & + v_5 \\
E(y_{35,13}) & = m & & & + t_3 & & & & & + v_5
\end{array}
$$

a) <u>Estimativa dos parâmetros</u>

As igualdades acima nos levaram ao sistema de equações normais

$$S \hat{\beta} = X' Y \quad ,$$

onde:

$$S = \begin{bmatrix} 13 & 6 & 3 & 4 & 3 & 3 & 3 & 2 & 2 \\ 6 & 6 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \qquad \hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{m} \\ \hat{t}_1 \\ \hat{t}_2 \\ \hat{t}_3 \\ \hat{v}_1 \\ \hat{v}_2 \\ \hat{v}_3 \\ \hat{v}_4 \\ \hat{v}_5 \end{bmatrix}$$

$$X'Y = \begin{bmatrix} y_{...} \\ y_{111} + y_{12.} + y_{13.} \\ y_{217} + y_{24.} \\ y_{31,10} + y_{32,11} + y_{35.} \\ y_{111} + y_{217} + y_{31,10} \\ y_{12.} + y_{32,11} \\ y_{13.} \\ y_{24.} \\ y_{35.} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} .$$

Como S é singular, de característica $K - 2$, com $K = 9$, impuse mos as seguintes restrições:

1ª) $6\,\hat{t}_1 + 3\,\hat{t}_2 + 4\,\hat{t}_3 + 3\,\hat{v}_1 + 3\,\hat{v}_2 + 3\,\hat{v}_3 + 2\,\hat{v}_4 + 2\,\hat{v}_5 = 0$

2ª) $\hat{v}_1 + 2\,\hat{v}_2 + 3\,\hat{v}_3 = 0$,

que nos levaram, de acôrdo com PIMENTEL GOMES (1967), à seguinte matriz A, de característica 2,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 3 & 4 & 3 & 3 & 3 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ,$$

tal que tenhamos $S - A = M$, ou seja,

$$M = \begin{bmatrix} 13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} ,$$

de característica $K = 9$ e cuja inversa é:

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} 1/13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/13 & 1/6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/13 & 1/6 & 12/7 & 3/7 & -5/7 & -1/7 & 0 & -12/7 & -3/7 \\ -1/13 & 1/6 & 3/7 & 6/7 & -3/7 & -2/7 & 0 & -3/7 & -6/7 \\ 0 & -1/6 & -5/7 & -3/7 & 5/7 & 1/7 & 0 & 5/7 & 3/7 \\ 0 & -1/6 & -1/7 & -2/7 & 1/7 & 3/7 & 0 & 1/7 & 2/7 \\ 0 & -1/6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/6 & -12/7 & -3/7 & 5/7 & 1/7 & 0 & 31/14 & 3/7 \\ 0 & -1/6 & -3/7 & -6/7 & 3/7 & 2/7 & 0 & 3/7 & 19/14 \end{bmatrix}$$

Como $\hat{\beta} = M^{-1} X' Y$, temos as seguintes estimativas para os parâmetros de vacas:

$$\hat{v}_1 = (5/7)\ V_1 + (1/7)\ V_2 + (5/7)\ V_4 + (3/7)\ V_5 - (1/6)\ T_1 - (5/7)\ T_2 - (3/7)\ T_3$$

$$\hat{v}_2 = (1/7)\ V_1 + (3/7)\ V_2 + (1/7)\ V_4 + (2/7)\ V_5 - (1/6)\ T_1 - (1/7)\ T_2 - (2/7)\ T_3$$

$$\hat{v}_3 = (1/3)\ V_3 - (1/6)\ T_1$$

$$\hat{v}_4 = (5/7)\ V_1 + (1/7)\ V_2 + (31/14) V_4 + (3/7)\ V_5 - (1/6)\ T_1 - (12/7)\ T_2 - (3/7)\ T_3$$

$$\hat{v}_5 = (3/7)\ V_1 + (2/7)\ V_2 + (3/7)\ V_4 + (19/14) V_5 - (1/6)\ T_1 - (3/7)\ T_2 - (6/7)\ T_3$$

Por outro lado, pelas equações normais, temos:

$$\hat{t}_1 = \frac{T_1}{6} - \hat{m} - \frac{1}{6}\hat{v}_1 - \frac{1}{3}\hat{v}_2 - \frac{1}{2}\hat{v}_3$$

$$\hat{t}_2 = \frac{T_2}{3} - \hat{m} - \frac{1}{3}\hat{v}_1 - \frac{2}{3}\hat{v}_4$$

$$\hat{t}_3 = \frac{T_3}{4} - \hat{m} - \frac{1}{4}\hat{v}_1 - \frac{1}{4}\hat{v}_2 - \frac{1}{2}\hat{v}_5 \quad ,$$

onde,

$$\hat{m} = \frac{G}{13} \quad .$$

b) Análise da variância

Sabemos que

$$\text{S. Q. Resíduo} = \sum_{i,j,k} y_{ijk}^2 - \text{S. Q. Parâmetros}$$

Para o nosso exemplo temos

$$\text{S.Q.Resíduo} = \sum_{i,j,k} y_{ijk}^2 - \text{S. Q.}\ (\hat{m}\ ,\ \hat{t}_1\ ,\ \hat{t}_2\ ,\ \hat{t}_3\ ,\ \hat{v}_1\ ,\ \hat{v}_2\ ,\ \hat{v}_3\ ,\ \hat{v}_4\ ,\ \hat{v}_5)$$

$$= \sum_{i,j,k} y_{ijk}^2 - \left[\hat{m}\ G + \hat{t}_1 T_1 + \hat{t}_2 T_2 + \hat{t}_3 T_3 + \hat{v}_1 V_1 + \hat{v}_2 V_2 + \hat{v}_3 V_3 + \hat{v}_4 V_4 + \hat{v}_5 V_5\right]$$

$$\text{S.Q.Resíduo} = \sum_{i,j,k} y_{ijk}^2 - \hat{m}\,G - \left[\frac{T_1}{6} - \frac{1}{6}\hat{v}_1 - \frac{1}{3}\hat{v}_2 - \frac{1}{2}\hat{v}_3 - \hat{m}\right] T_1 +$$

$$+ \left[\frac{T_2}{3} - \frac{1}{3}\hat{v}_1 - \frac{2}{3}\hat{v}_4 - \hat{m}\right] T_2 + \left[\frac{T_3}{4} - \frac{1}{4}\hat{v}_1 - \frac{1}{4}\hat{v}_2 - \frac{1}{2}\hat{v}_5 - \hat{m}\right] T_3 +$$

$$+ \left[\hat{v}_1 V_1 + \hat{v}_2 V_2 + \hat{v}_3 V_3 + \hat{v}_4 V_4 + \hat{v}_5 V_5\right]$$

$$\text{S.Q.Resíduo} = \text{S.Q.Total} - \left[\begin{array}{l} \left(\dfrac{T_1^2}{6} + \dfrac{T_2^2}{3} + \dfrac{T_3^2}{4} - \hat{m}\,G\right) + \\ + \hat{v}_1\left(V_1 - \dfrac{1}{6}T_1 - \dfrac{1}{3}T_2 - \dfrac{1}{4}T_3\right) + \\ + \hat{v}_2\left(V_2 - \dfrac{1}{3}T_1 - \dfrac{1}{4}T_3\right) + \hat{v}_3\left(V_3 - \dfrac{1}{2}T_1\right) + \\ + \hat{v}_4\left(V_4 - \dfrac{2}{3}T_2\right) + \hat{v}_5\left(V_5 - \dfrac{1}{2}T_3\right) \end{array}\right]$$

Fazendo-se:

$$Q_1 = V_1 - \frac{1}{6}T_1 - \frac{1}{3}T_2 - \frac{1}{4}T_3$$

$$Q_2 = V_2 - \frac{2}{6}T_1 - \frac{1}{4}T_3$$

$$Q_3 = V_3 - \frac{3}{6}T_1$$

$$Q_4 = V_4 - \frac{2}{3}T_2$$

e

$$Q_5 = V_5 - \frac{2}{4}T_3 \quad ,$$

cuja fórmula geral é

$$Q_j = V_j - \sum_{i,j} \frac{N_{ij}}{N_{i.}} T_i \quad ,$$

verificamos que êsse valor corresponde exatamente ao total ajustado de tratamentos, no caso de blocos incompletos, conforme PIMENTEL GOMES (1968) , se considerarmos touros como blocos e vacas como tratamentos.

Temos, portanto:

$$\text{S. Q. Resíduo} = \text{S. Q. Total} - \left[\left(\frac{T_1^2}{6} + \frac{T_2^2}{3} + \frac{T_3^2}{4} - \hat{m}\, G\right) + \right.$$
$$\left. + \left(\hat{v}_1\, Q_1 + \hat{v}_2\, Q_2 + \hat{v}_3\, Q_3 + \hat{v}_4\, Q_4 + \hat{v}_5\, Q_5\right) \right]$$

ou seja,

S. Q. Resíduo = S. Q. Total - S. Q. Entre Touros - S. Q. Vacas aj. Touros

c) <u>Componentes de variância</u>

Vejamos, a seguir, como ficam os componentes de variância para êsse nosso exemplo. Comecemos por:

$$E\left[\text{S. Q. Entre Touros}\right] = E\left[\frac{T_1^2}{6} + \frac{T_2^2}{3} + \frac{T_3^2}{4} - \frac{G^2}{13}\right]$$

$$= E\left[\frac{T_1^2}{6} + \frac{T_2^2}{3} + \frac{T_3^2}{4}\right] - E\left[\frac{y_{...}^2}{13}\right] ,$$

onde,

$$E\left[\frac{T_1^2}{6} + \frac{T_2^2}{3} + \frac{T_3^2}{4}\right] = 13\, \sigma_t^2 + \left[\frac{1^2+2^2+3^2}{6} + \frac{1^2+2^2}{3} + \frac{1^2+1^2+2^2}{4}\right] \sigma_v^2 + 3\, \sigma^2$$

e

$$E\left[\frac{y_{...}^2}{13}\right] = \frac{6^2 + 3^2 + 4^2}{13}\, \sigma^2 + \frac{3^2 + 3^2 + 3^2 + 2^2 + 2^2}{13}\, \sigma_v^2 + \sigma^2 \quad .$$

Portanto,

$$E\left[\text{S. Q. Entre Touros}\right] = \left[13 - \frac{6^2 + 3^2 + 4^2}{13}\right]\sigma_t^2 +$$

$$+ \left[\frac{1^2+2^2+3^2}{6} + \frac{1^2+2^2}{3} + \frac{1^2+1^2+2^2}{4} - \frac{3^2+3^2+3^2+2^2+2^2}{13}\right]\sigma_v^2 + 2\,\sigma^2 \;.$$

Logo,

$$E\left[\text{Q. M. Entre Touros}\right] = \frac{1}{2}\left[13 - \frac{6^2 + 3^2 + 4^2}{13}\right]\sigma_t^2 +$$

$$+ \frac{1}{2}\left[\frac{1^2+2^2+3^2}{6} + \frac{1^2+2^2}{3} + \frac{1^2+1^2+2^2}{4} - \frac{3^2+3^2+3^2+2^2+2^2}{13}\right]\sigma_v^2 + \sigma^2 \;,$$

ou,

$$E\left[\text{Q. M. Entre Touros}\right] = 4{,}15\;\sigma_t^2 + 1{,}40\;\sigma_v^2 + \sigma^2 \;.$$

Para o caso da S. Q. Vacas aj. Touros temos:

$$E\left[\text{S. Q. Vacas aj. Touros}\right] = E\left[\hat{v}_1\,Q_1 + \hat{v}_2\,Q_2 + \hat{v}_3\,Q_3 + \hat{v}_4\,Q_4 + \hat{v}_5\,Q_5\right],$$

ou, considerando-se como um caso de Blocos Incompletos, temos:

$$E\left[\text{S. Q. Vacas aj. Touros}\right] = E\left[Q'\,M^{-1}\,Q\right]$$

onde:

Q é a matriz dos totais ajustados de vacas,

M^{-1} é a matriz inversa de $M = C - A$,

C é a matriz singular dos coeficientes das equações normais para vacas, cujos efeitos de touros foram eliminados,

A é a matriz de restrições.

Portanto de acôrdo com PIMENTEL GOMES (1969), temos

$$E\left[\text{S. Q. Vacas aj. Touros}\right] = \sigma^2 \text{ característica } C + \sigma_v^2 \text{ traço } C$$

portanto,

$$E\left[\text{Q. M. Vacas aj. Touros}\right] = \frac{1}{J-1}\left[\sigma^2 \text{ característica } C + \sigma_v^2 \text{ traço } C\right]$$

onde,

$$C = (c_{jj'}) \ ,$$

com

$$c_{jj} = N_{.j} - \frac{\sum_i N_{ij}^2}{N_{i.}}$$

$$c_{jj'} = - \frac{\sum_i N_{ij} \cdot N_{ij'}}{N_{i.}} \ ,$$

onde:

$N_{.j}$ = total de filhos da vaca $\underline{j}$,

$N_{i.}$ = total de filhos do touro $\underline{i}$,

N_{ij} = número de filhos da vaca $\underline{j}$ com o touro $\underline{i}$.

Logo,

$$C = \begin{bmatrix} 9/4 & -\ 7/12 & -\ 1/2 & -\ 2/3 & -\ 1/2 \\ -\ 7/12 & 25/12 & -\ 1 & 0 & -\ 1/2 \\ -\ 1/2 & -\ 1 & 3/2 & 0 & 0 \\ -\ 2/3 & 0 & 0 & 2/3 & 0 \\ -\ 1/2 & -\ 1/2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ,$$

e portanto

$$E \left[\text{S. Q. Vacas aj. Touros} \right] = 7{,}5\ \sigma_v^2 + 4\ \sigma^2$$

$$\therefore \quad E \left[\text{Q. M. Vacas aj. Touros} \right] = 1/4 \left[7{,}5\ \sigma_v^2 + 4\ \sigma^2 \right]$$

ou

$$E \left[\text{Q. M. Vacas aj. Touros} \right] = 1{,}875\ \sigma_v^2 + \sigma^2 \ .$$

Finalmente, para o resíduo, temos:

$$E \left[\text{S. Q. Resíduo} \right] = E \left[\begin{array}{l} \text{S. Q. Total - S. Q. Entre Touros -} \\ \qquad\qquad \text{- S. Q. Vacas aj. Touros} \end{array} \right]$$

$$E\left[\text{S. Q. Resíduo}\right] = E\left[\sum_{ijk} y^2_{ijk}\right] - E\left[\frac{T_1^2}{6} + \frac{T_2^2}{3} + \frac{T_3^2}{4}\right] -$$

$$- E\left[\hat{v}_1\, Q_1 + \ldots + \hat{v}_5\, Q_5\right] .$$

Mas,

$$E\left[\sum_{ijk} y^2_{ijk}\right] = 13\,\sigma^2 + 13\,\sigma^2_v + 13\,\sigma^2 .$$

Logo, sendo já conhecidas as esperanças matemáticas dos demais têrmos concluimos que

$$E\left[\text{S. Q. Resíduo}\right] = \left[13 - (\frac{1^2+2^2+3^2}{6} + \frac{1^2+2^2}{3} + \frac{1^2+1^2+2^2}{4} - \frac{315}{42}\right]\sigma^2_v +$$

$$+ \left[13 - 3 - 4\right]\sigma^2$$

$$= \left[13 - 5{,}5 - 7{,}5\right]\sigma^2_v + 6\,\sigma^2 = 6\,\sigma^2 .$$

$$E\left[\text{S. Q. Resíduo}\right] = 6\,\sigma^2 ,$$

logo

$$E\left[\text{Q. M. Resíduo}\right] = \sigma^2 .$$

Resumindo temos:

Causa de Variação	G. L.	E (Q. M.)
Entre Touros	2	$\sigma^2 + K_2\,\sigma^2_v + K_3\,\sigma^2_t$
Vacas aj. Touros	4	$\sigma^2 + K_1\,\sigma^2_v$
Resíduo	6	σ^2

onde:

$K_1 = 1{,}88$

$K_2 = 1{,}40$

$K_3 = 4{,}15$.

d) Generalização

Seguindo-se a orientação dada pelo estudo do exemplo apresentado, e dos demais por nós desenvolvidos, podemos generalizar a análise da variância, bem como os componentes de variância.

Assim temos:

Número de G. L. para Total: $N - 1$, onde N = número de dados ;

Número de G. L. para Entre Touros: $I - 1$, onde I = número de Touros ;

Número de G. L. para Vacas aj. Touros: $J - 1$, onde J = número de Vacas ;

Número de G. L. para o Resíduo: $N - I - J + 1$;

$$\text{S. Q. Total} = \sum_{ijk} y_{ijk}^2 - C \quad ;$$

$$\text{S. Q. Entre Touros} = \sum_{i=1}^{I} \frac{T_i^2}{N_{i.}} - C \quad ,$$

onde: T_i é o total do touro i e

$N_{i.}$ é o número de filhos dêsse touro i .

$$\text{S. Q. Vacas aj. Touros} = \sum_{j=1}^{J} \hat{v}_j \, Q_j \quad ,$$

onde: $\hat{v}_j$ é a estimativa do efeito da vaca j e

Q_j é o total ajustado da vaca j , ou seja,

$$Q_j = V_j - \sum_{i,j} \frac{N_{ij}}{N_{i.}} T_i \quad ,$$

onde: V_j é o total não ajustado da vaca j e

N_{ij} é o número de filhos da vaca j com o touro i .

$$K_3 = \frac{1}{I - 1} \left[N_{..} - \frac{\sum_i N_{i.}^2}{N_{..}} \right]$$

onde: $N_{..} = N$ = número total de dados.

$$K_2 = \frac{1}{I - 1} \left[\frac{\sum\limits_i \sum\limits_j N_{ij}^2}{N_{i.}} - \frac{\sum\limits_j N_{.j}^2}{N_{..}} \right] ,$$

onde:

$N_{.j}$ é o número de filhos da vaca $\underline{j}$.

$$K_1 = \frac{1}{J - 1} \left[\text{traço de } C \right] = \frac{1}{J - 1} \sum_j c_{jj} = \frac{1}{J - 1} \sum_j \left[N_{.j} - \frac{\sum\limits_i N_{ij}^2}{N_{i.}} \right]$$

$\therefore$

$$K_1 = \frac{1}{J - 1} \left[N_{..} - \sum \frac{\sum\limits_i N_{ij}^2}{N_{i.}} \right] .$$

Esta equação, como podemos verificar, corresponde à expressão do K_1 para os componentes de variância da classificação hierárquica, com subclasses variáveis, substituindo-se o número de graus de liberdade

$$\left(\sum_{i=1}^{I} n_i - I\right)$$

para vacas dentro de touros, pelos $(J - 1)$ graus de liberdade de vacas ajustadas para touros.

3.2.3 - Coeficiente de herdabilidade

Para o cálculo do coeficiente de herdabilidade, usamos a fórmula:

$$h^2 = \frac{4\,S}{E + D + S} ,$$

apresentada por LERNER (1950) ,

onde:

S é a variância devida a touros,

D é a variância devida a vacas e

E é a variância residual.

Portanto,

$$E + D + S$$

é a variância total.

3.2.4 - Variância do coeficiente de herdabilidade

Encontramos na literatura várias fórmulas para o cálculo da variância do coeficiente de herdabilidade, mas tôdas para os casos em que se trabalha com números constantes de subclasses.

Procuramos adaptar, para o nosso caso, a fórmula apresentada por OSBORNE e PATERSON (1952). Esta adaptação constou do estabelecimento de fórmulas para o cálculo das variâncias e covariâncias dos componentes de variância.

De acôrdo com OSBORNE e PATERSON (1952), temos:

$$\hat{V}(h^2) = \frac{16}{(E+D+S)^4}\left[(E+D)^2\,\hat{V}(S) + S^2\,\hat{V}(D) + S^2\,\hat{V}(E) + 2\,S^2\,\hat{Cov}(E, D) + \left[-2\,S\,(E+D)\right]\left[\hat{Cov}(E, S) + \hat{Cov}(D, S)\right]\right]$$

Se fizermos

$$\hat{V}_1 = E + K_2\,D + K_3\,S \quad ,$$

com $I - 1 = n_1$ graus de liberdade,

$$\hat{V}_2 = E + K_1\,D \quad ,$$

com $J - 1 = n_2$ graus de liberdade,

$$\hat{V}_3 = E$$

com $N - I - J + 1 = n_3$ graus de liberdade, obteremos

$$\hat{V}(S) = \frac{2}{K_1^2\;K_3^2}\left[\frac{K_1^2\,\hat{V}_1^2}{n_1+2} + \frac{K_2^2\,\hat{V}_2^2}{n_2+2} + \frac{(K_2 - K_1)^2\,\hat{V}_3^2}{n_3+2}\right] ,$$

$$\hat{V}(D) = \frac{2}{K_1^2}\left[\frac{\hat{V}_2^2}{n_2+2} + \frac{\hat{V}_3^2}{n_3+2}\right]$$

e

$$\hat{V}(E) = \frac{2\,\hat{V}_3^2}{n_3+2} \quad .$$

Por outro lado, como os quadrados médios $\hat{V}_1$, $\hat{V}_2$ e $\hat{V}_3$, são independentes, temos:

$$\mathrm{C\hat{o}v}\ (E\ ,\ E + K_1\ D) = \hat{V}\ (E) + K_1\ \mathrm{C\hat{o}v}\ (E\ ,\ D) = 0 \quad ,$$

e portanto,

$$\mathrm{C\hat{o}v}\ (E\ ,\ D) = - \frac{\hat{V}\ (E)}{K_1} \quad ;$$

$$\mathrm{C\hat{o}v}\ (E\ ,\ E + K_2\ D + K_3\ S) = \hat{V}\ (E) + K_2\ \mathrm{C\hat{o}v}\ (E\ ,\ D) + K_3\ (E\ ,\ S) = 0 \quad ,$$

logo,

$$\mathrm{C\hat{o}v}\ (E\ ,\ S) = \frac{K_2 - K_1}{K_1\ K_3} \cdot \hat{V}\ (E)$$

e

$$\mathrm{C\hat{o}v}\ (E + K_1\ D\ ,\ E + K_2\ D + K_3\ S) = \hat{V}\ (E) + K_1\ K_2\ \hat{V}\ (D) + (K_1 + K_2)\ \mathrm{C\hat{o}v}\ (E\ ,\ D) +$$

$$+ K_3\ \mathrm{C\hat{o}v}\ (E\ ,\ S) + K_1\ K_3\ \mathrm{C\hat{o}v}\ (D\ ,\ S) = 0 \quad ,$$

de onde tiramos

$$\mathrm{C\hat{o}v}\ (D\ ,\ S) = \frac{\hat{V}\ (E) - K_1\ K_2\ \hat{V}\ (D)}{K_1\ K_3} \quad .$$

4 - RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 - Ajuste dos Dados

Aplicando-se o método indicado no ítem 3.2.1 , aos dados do Quadro 1, obtivemos as seguintes equações normais:

a) Para sexos

$$Y_{1..} = 113\,\hat{m} + 113\,\hat{s}_1 + 59\,\hat{e}_2 + 54\,\hat{e}_3 + 34\,\hat{p}_1 + 33\,\hat{p}_2 + 25\,\hat{p}_3 + 13\,\hat{p}_4 + 8\,\hat{p}_5$$

$$Y_{2..} = 139\,\hat{m} + 139\,\hat{s}_2 + 81\,\hat{e}_2 + 58\,\hat{e}_3 + 37\,\hat{p}_1 + 48\,\hat{p}_2 + 21\,\hat{p}_3 + 15\,\hat{p}_4 + 18\,\hat{p}_5$$

b) Para estações do ano

$$Y_{.2.} = 140\,\hat{m} + 59\,\hat{s}_1 + 81\,\hat{s}_2 + 140\,\hat{e}_2 + 57\,\hat{p}_1 + 35\,\hat{p}_2 + 26\,\hat{p}_3 + 12\,\hat{p}_4 + 10\,\hat{p}_5$$

$$Y_{.3.} = 112\,\hat{m} + 54\,\hat{s}_1 + 58\,\hat{s}_2 + 112\,\hat{e}_3 + 14\,\hat{p}_1 + 46\,\hat{p}_2 + 20\,\hat{p}_3 + 16\,\hat{p}_4 + 16\,\hat{p}_5$$

c) Para número de ordem de parição da vaca

$$Y_{..1} = 71\,\hat{m} + 34\,\hat{s}_1 + 37\,\hat{s}_2 + 57\,\hat{e}_2 + 14\,\hat{e}_3 + 71\,\hat{p}_1$$

$$Y_{..2} = 81\,\hat{m} + 33\,\hat{s}_1 + 48\,\hat{s}_2 + 35\,\hat{e}_2 + 46\,\hat{e}_3 + 81\,\hat{p}_2$$

$$Y_{..3} = 46\,\hat{m} + 25\,\hat{s}_1 + 21\,\hat{s}_2 + 26\,\hat{e}_2 + 20\,\hat{e}_3 + 46\,\hat{p}_3$$

$$Y_{..4} = 28\,\hat{m} + 13\,\hat{s}_1 + 15\,\hat{s}_2 + 12\,\hat{e}_2 + 16\,\hat{e}_3 + 28\,\hat{p}_4$$

$$Y_{..5} = 26\,\hat{m} + 8\,\hat{s}_1 + 18\,\hat{s}_2 + 10\,\hat{e}_2 + 16\,\hat{e}_3 + 26\,\hat{p}_5$$

d) Para a média

$$Y_{...} = 252\,\hat{m} + 113\,\hat{s}_1 + 139\,\hat{s}_2 + 140\,\hat{e}_2 + 112\,\hat{e}_3 + 71\,\hat{p}_1 + 81\,\hat{p}_2 + 46\,\hat{p}_3 + 28\,\hat{p}_4 + 26\,\hat{p}_5 \quad ,$$

cujo sistema é representado matricialmente por

$$X'X\,\hat{\beta} = X'\,Y$$

ou

$$S\,\hat{\beta} = X'\,Y \quad ,$$

onde,

$$S = \begin{bmatrix} 252 & 113 & 139 & 140 & 112 & 71 & 81 & 46 & 28 & 26 \\ 113 & 113 & 0 & 59 & 54 & 34 & 33 & 25 & 13 & 8 \\ 139 & 0 & 139 & 81 & 58 & 37 & 48 & 21 & 15 & 18 \\ 140 & 59 & 81 & 140 & 0 & 57 & 35 & 26 & 12 & 10 \\ 112 & 54 & 58 & 0 & 112 & 14 & 46 & 20 & 16 & 16 \\ 71 & 34 & 37 & 57 & 14 & 71 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 81 & 33 & 48 & 35 & 46 & 0 & 81 & 0 & 0 & 0 \\ 46 & 25 & 21 & 26 & 20 & 0 & 0 & 46 & 0 & 0 \\ 28 & 13 & 15 & 12 & 16 & 0 & 0 & 0 & 28 & 0 \\ 26 & 8 & 18 & 10 & 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 26 \end{bmatrix},$$

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{m} \\ \hat{s}_1 \\ \hat{s}_2 \\ \hat{e}_2 \\ \hat{e}_3 \\ \hat{p}_1 \\ \hat{p}_2 \\ \hat{p}_3 \\ \hat{p}_4 \\ \hat{p}_5 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad X'Y = \begin{bmatrix} 77.168 \\ 37.854 \\ 39.314 \\ 43.305 \\ 33.863 \\ 21.878 \\ 25.590 \\ 14.168 \\ 8.234 \\ 7.298 \end{bmatrix}.$$

A solução dêsse sistema seria, como sabemos, $\hat{\beta} = S^{-1} X' Y$, mas S é matriz singular de característica $K - 3$, com $K = 10$, e, pois, não admite inversa. Impondo-se as restrições:

1ª) $r_{1.5} \sum_K \hat{p}_K = 0$, onde $r_{1.5} = 8$,

2ª) $r_{11.} (\hat{s}_1 + \hat{s}_2) = 0$, onde $r_{11.} = 59$,

3ª) $r_{.21} (\hat{e}_2 + \hat{e}_3) = 0$, onde $r_{.21} = 14$, obtemos a seguinte matriz A , de característica 3 ,

$$
A = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 59 & 59 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 14 & 14 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix} ,
$$

tal que tenhamos $M = S - A$, ou seja,

$$
M = \begin{bmatrix}
252 & 113 & 139 & 140 & 112 & 71 & 81 & 46 & 28 & 26 \\
113 & 113 & 0 & 59 & 54 & 26 & 25 & 17 & 5 & 0 \\
139 & 0 & 139 & 81 & 58 & 37 & 48 & 21 & 15 & 18 \\
140 & 0 & 22 & 140 & 0 & 57 & 35 & 26 & 12 & 10 \\
112 & 54 & 58 & 0 & 112 & 14 & 46 & 20 & 16 & 16 \\
71 & 34 & 37 & 43 & 0 & 71 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
81 & 33 & 48 & 35 & 46 & 0 & 81 & 0 & 0 & 0 \\
46 & 25 & 21 & 26 & 20 & 0 & 0 & 46 & 0 & 0 \\
28 & 13 & 15 & 12 & 16 & 0 & 0 & 0 & 28 & 0 \\
26 & 8 & 18 & 10 & 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 26
\end{bmatrix} ,
$$

que não é singular e cuja inversa é apresentada no Quadro 2 , no apêndice.

Como $\hat{\beta} = M^{-1} X' Y$, obtemos finalmente, as estimativas dos parâmetros:

$\hat{m} = 304,27$ kg	$\hat{p}_1 = 1,59$ kg
$\hat{s}_1 = 26,50$ kg	$\hat{p}_2 = 17,32$ kg
$\hat{s}_2 = - 26,50$ kg	$\hat{p}_3 = 0,69$ kg
$\hat{e}_2 = 5,61$ kg	$\hat{p}_4 = - 7,51$ kg
$\hat{e}_3 = - 5,61$ kg	$\hat{p}_5 = - 12,09$ kg

Vejamos agora, um exemplo de ajuste de dados. Seja o valor observado:

$$y_{1211} = 285{,}00 \text{ kg} \quad .$$

Portanto temos:

$$y_{1211} = 285{,}00 - 26{,}50 - 5{,}61 - 1{,}59 = 251{,}30 \text{ kg} \quad .$$

Os dados ajustados se encontram no Quadro 3 .

4.2 - Análise Estatística

Uma vez verificada qual a análise de variância que melhor se adapta ao nosso caso, vamos aplicá-la aos dados ajustados de pêsos aos 18 meses (Quadro 3) .

Organizado o sistema de equações normais, $X'X\,\hat{\beta} = X'Y$, chegamos a uma matriz S de dimensões 110 x 110 . Essa matriz é singular, de característica K - 3 , com K = 110 . Por outro lado, a matriz $\hat{\beta}$ é constituida por 110 parâmetros, a saber, $\hat{m}$, $\hat{t}_1$, $\hat{t}_2$, ... , $\hat{t}_{15}$; $\hat{v}_1$, $\hat{v}_2$, ... , $\hat{v}_{94}$. Ao contrário do que fizemos no exemplo citado em 3.2.2 , por motivos de limitações na computação eletrônica, a matriz M , oriunda de S - A , não foi invertida. Resolveu-se o sistema de equações normais pelo método de Gauss-Jordan chegando-se assim às estimativas dos parâmetros.

a) Estimativas dos parâmetros

Estabelecido o sistema de equações normais, foram impostas as seguintes restrições:

1.ª) $$\sum_{i=1}^{15} r_i\,\hat{t}_i + \sum_{j=1}^{94} r_j\,\hat{v}_j = 0 \quad ,$$

2.ª) $$\hat{v}_{51} + \sum_{j=53}^{62} \hat{v}_j = 0 \quad ,$$

3.ª) $$\hat{v}_{79} + \hat{v}_{87} + \hat{v}_{88} + \hat{v}_{94} = 0 \quad .$$

Resolvido o sistema, chegamos às estimativas para os parâmetros, que são apresentadas no Quadro 6 .

b) Cálculo dos totais ajustados de vacas (Q_j)

Já vimos que

$$Q_j = V_j - \sum_{i,j} \frac{N_{ij}}{N_{i.}} T_i \quad .$$

Utilizando-se dos totais V_j e T_i apresentados respectivamente, nos Quadros 4 e 5 , e dos valores de N_{ij} e de $N_{i.}$, tirados dos dados apresentados, respectivamente, nos Quadros 3 e 4 , chegamos aos resultados para os Q_j , que são apresentados no Quadro 7 .

c) Análise da variância

Aplicando-se as fórmulas apresentadas no ítem 3.2.2.2 , aos dados ajustados de pêsos aos 18 meses, obtemos os seguintes resultados:

Número de graus de liberdade total = N - 1 = 251

Número de graus de liberdade para entre touros = I - 1 = 14

Número de graus de liberdade para vacas aj. touros = J - 1 = 93

Número de graus de liberdade para o resíduo = N - I - J + 1 = 143 .

$$\text{S. Q. Total} = \Sigma\, y^2 - C = 650.929{,}07$$

$$\text{S. Q. Entre Touros} = \sum_i \frac{T_i^2}{N_{i.}} - C = 126.773{,}36$$

$$\text{S. Q. Vacas aj. Touros} = \sum_j \hat{v}_j\, Q_j = 263.981{,}95$$

$$\text{S. Q. Resíduo} = 260.173{,}76$$

$$K_1 = \frac{1}{J-1}\left[N_{..} - \sum_{j=1}^{94} \frac{\sum_{i=1}^{15} N_{ij}^2}{N_{i.}} \right] = \frac{1}{93}\left[252 - 19{,}3272 \right] = 2{,}50 \quad .$$

$$K_2 = \frac{1}{I-1}\left[\frac{\sum\limits_{i=1}^{15}\sum\limits_{j=1}^{94} N_{ij}^2}{N_{i.}} - \frac{\sum\limits_{j=1}^{94} N_{.j}^2}{N_{..}}\right] = \frac{1}{14}\left[19{,}3272 - \frac{782}{252}\right] = 1{,}16$$

$$K_3 = \frac{1}{I-1}\left[N_{..} - \frac{\sum\limits_{i=1}^{15} N_{i.}^2}{N_{..}}\right] = \frac{1}{14}\left[252 - \frac{6.196}{252}\right] = 16{,}24 \quad .$$

Resumindo, no quadro de análise dado a seguir, temos:

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	E (Q. M.)
Entre Touros	14	126.773,36	9.055,24	E + 1,16 D + 16,24 S
Vacas aj. Touros	93	263.981,95	2.838,52	E + 2,50 D
Resíduo	144	260.173,76	1.806,76	E
Total	251	650.929,07		

onde:

E , D e S são as estimativas, respectivamente, de σ^2 , σ_D^2 e σ_S^2 .

4.3 - Cálculo de E , D e S

Da análise da variância para os dados ajustados de pesos aos 18 meses, temos:

$$E + 1{,}16\ D + 16{,}24\ S = 9.055{,}24$$
$$E + 2{,}50\ D = 2.838{,}52$$
$$E = 1.806{,}76 \quad ,$$

de onde resulta:

$$E = 1.806{,}76$$
$$D = 412{,}41$$
$$S = 416{,}81 \quad .$$

4.4 - Cálculo do Coeficiente de Herdabilidade

Substituindo-se os valores de E , D e S , obtidos no ítem 4.3 , na fórmula de h^2 , temos:

$$h^2 = \frac{4\ S}{E + D + S} = \frac{1.667,24}{2.635,98} = 0,6325 \quad ,$$

ou

$$h^2 = 0,63 \pm 0,26 \ .$$

Como podemos verificar, o valor encontrado para h^2 é alto, perfeitamente de acôrdo com aquilo que encontramos na literatura. De acôrdo com DE ALBA (1964) os resultados de h^2 para pesos depois da desmama geralmente são altos, pois, as diferenças de crescimento estão regidas, em 50% ou mais, pelo genótipo do animal. Salienta ainda, que essas conclusões são válidas mais para animais estabulados, já que poucos estudos têm sido feitos com dados de animais a pleno campo.

Êsse autor apresenta alguns resultados de h^2 , obtidos por vários pesquisadores, dos quais, os que maior ligação têm com o valor por nós encontrado são $h^2 = 0,47$, para pêso aos 12 meses, de animais a pleno campo, obtido por KOCK e CLARK (1955) e $h^2 = 0,44$, obtido por WAGNON e ROLLINS (1959) trabalhando com pêsos aos 12 meses, de novilhas no campo e com suplementação no inverno.

Por outro lado, a fim de têrmos uma idéia do que aconteceria se ignorássemos o fato de estarmos diante de uma classificação mista, fizemos a análise da variância para os dados de pêso aos 18 meses, seguindo o modêlo de classificação hierárquica. Chegamos ao valor de

$$h^2 = 0,6382 \pm 0,26 \quad ,$$

cujas estimativas dos componentes de variância foram:

$$E + 1{,}28\ D + 16{,}24\ S = 9.055{,}24$$

$$E + 1{,}22\ D = 2.228{,}82$$

$$E = 2.140{,}25 \quad .$$

Os valores de $K_1 = 1{,}22$; $K_2 = 1{,}28$ e $K_3 = 16{,}24$, foram obtidos pelas seguintes fórmulas:

$$K_1 = \frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{I} n_i - I} \left[N_{..} - \sum_{i=1}^{I} \frac{\sum\limits_{j=1}^{n_{ij}} N_{ij}^2}{N_{i.}} \right] ,$$

$$K_2 = \frac{1}{I - 1} \left[\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{n_i} N_{ij}^2 \left(\frac{1}{N_{i.}} - \frac{1}{N_{..}} \right) \right] ,$$

e

$$K_3 = \frac{1}{I - 1} \left[N_{..} - \frac{\sum\limits_{j=1}^{n_i} N_{ij}^2}{N_{..}} \right] ,$$

onde:

n_i = número de vacas por touro,

I = número de touros,

$N_{..}$ = número total de descendentes,

N_{ij} = número de descendentes da vaca $\underline{j}$ com o touro $\underline{i}$,

$N_{i.}$ = total de descendentes do touro $\underline{i}$.

Um terceiro valor obtido foi $h^2 = 0{,}6384 \pm 0{,}26$, para quando, seguindo ainda a classificação hierárquica, as estimativas dos componentes de variância foram:

$$E + 1{,}21\ D + 16{,}24\ S = 9.055{,}24$$

$$E + 1{,}21\ D = 2.228{,}82$$

$$E = 2.140{,}25 \quad ,$$

onde 1,21 e 16,24 , foram obtidos, de acôrdo com TEIXEIRA VIANNA e outros (1964) , pelas fórmulas

$$K_1 = \frac{1}{Nd - 1}\left(N - \frac{\Sigma\ nd^2}{N}\right) = \text{número aproximado de descendentes por vaca,}$$

e

$$K_2 = \frac{1}{Ns - 1}\left(N - \frac{\Sigma\ ns^2}{N}\right) = \text{número aproximado de descendentes por touro,}$$

onde:

N = número total de descendentes

Nd = número de vacas

nd = número de crias por vaca

Ns = número de touros

ns = número de descendentes por touro.

Obtivemos ainda o valor $h^2 = 0{,}6389 \pm 0{,}26$. Neste caso, fizemos a análise da variância seguindo o modêlo de classificação hierárquica e ao determinarmos os componentes de variância, levamos em conta o fato da mesma vaca aparecer com dois ou mais touros diferentes. Obtivemos as seguintes estimativas para os componentes de variância.

$$E + 1{,}16\ D + 16{,}24\ S = 9.055{,}24$$
$$E + 1{,}22\ D = 2.228{,}82$$
$$E = 2.140{,}25 \quad .$$

Como podemos verificar, as diferenças entre os valores de h^2 por nós encontrados, são pequenas. A explicação disso talvez se deva ao fato de que, ao examinarmos os dados estudados, deparamos com a seguinte situação:

Das 94 vacas em estudo, acasaladas com 15 touros,

1º) 58 tiveram dois bezerros cada uma, sendo, 20 delas com irmãos germanos e 38 com meios-irmãos maternos.

2º) 18 tiveram três bezerros cada, sendo, 9 delas com 2 irmãos germanos e 9 com os 3 , meios-irmãos maternos.

3º) Das 18 restantes, com de 4 a 7 bezerros cada, 11 tiveram irmãos germanos, em número de 2 ou 3 .

O expôsto acima, nos leva a concluir que mais ou menos 60% das vacas aparecem com apenas dois descendentes, sendo relativamente pequeno o efeito dos meios-irmãos maternos.

4.5 - Variância do Coeficiente de Herdabilidade

Vejamos a seguir, qual o valor da variância do coeficiente de herdabilidade do pêso aos 18 mêses do gado Canchim, utilizando as fórmulas apresentadas no ítem 3.2.4 .

Conhecidos os valores seguintes:

$\hat{V}_1 = 9.055,24$ $\qquad n_1 = 14$

$\hat{V}_2 = 2.838,52$ $\qquad n_2 = 93$

$\hat{V}_3 = 1.806,76$ $\qquad n_3 = 144$

$K_1 = 2,50$ $\qquad E = 1.806,76$

$K_2 = 1,16$ $\qquad D = 412,70$

$K_3 = 16,24$ $\qquad S = 416,91$,

temos que

$$\hat{V}(S) = \frac{2}{K_1^2 K_3^2} \left[\frac{K_1^2 \hat{V}_1^2}{n_1 + 2} + \frac{K_2^2 \hat{V}_2^2}{n_2 + 2} + \frac{(K_2 - K_1)^2 \hat{V}_3^2}{n_3 + 2} \right]$$

$$= \frac{2}{(2,50)^2(16,24)^2} \left[\frac{(2,50)^2(9.055,24)^2}{14 + 2} + \frac{(1,16)^2(2.838,52)^2}{93 + 2} + \frac{(1,16 - 2,50)^2(1.806,76)^2}{144 + 2} \right]$$

$$\therefore \qquad \hat{V}(S) = 39.049,51$$

$$\hat{V}(D) = \frac{2}{K_1^2}\left[\frac{\hat{V}_2^2}{n_2 + 2} + \frac{\hat{V}_3^2}{n_3 + 2}\right]$$

$$= \frac{2}{(2,50)^2}\left[\frac{(2.838,52)^2}{93 + 2} + \frac{(1.806,76)^2}{144 + 2}\right]$$

$$\therefore \qquad \hat{V}(D) = 34.294,84$$

$$\hat{V}(E) = \frac{2\,\hat{V}_3^2}{n_3 + 2} = \frac{2\,(1.806,76)^2}{144 + 2}$$

$$\therefore \qquad \hat{V}(E) = 44.717,56$$

$$\hat{Cov}(E, D) = -\frac{\hat{V}(E)}{K_1} = -\frac{44.717,56}{2,50}$$

$$\therefore \qquad \hat{Cov}(E, D) = -17.887,02$$

$$\hat{Cov}(E, S) = \frac{K_2 - K_1}{K_1\,K_3}\,\hat{V}(E) = \frac{1,16 - 2,50}{(2,50)(16,24)} \cdot 44.717,56$$

$$\therefore \qquad \hat{Cov}(E, S) = -1.475,68$$

$$\hat{Cov}(D, S) = \frac{\hat{V}(E) - K_1\,K_2\,\hat{V}(D)}{K_1\,K_3} = \frac{44.717,56 - (2,50)(1,16)(34.294,84)}{(2,50)(16,24)}$$

$$\therefore \qquad \hat{Cov}(D, S) = -1.348,21\ .$$

Substituindo-se êsses valores na expressão da variância do coeficiente de herdabilidade,

$$\hat{V}(h^2) = \frac{16}{(E+D+S)^4}\left[\begin{array}{l}(E+D)^2\,\hat{V}(S) + S^2\,\hat{V}(D) + S^2\,\hat{V}(E) + 2\,S^2\,\hat{Cov}(E\,,\,D) + \\ + \left[-2\,S\,(E+D)\right]\left[\hat{Cov}(E\,,\,S) + \hat{Cov}(D\,,\,S)\right]\end{array}\right]$$

temos,

$$\hat{V}(h^2) = \frac{16}{(2.636,37)^4}\left[\begin{array}{l}(2.219,46)^2 \cdot 39.049,51 + 173.813,95 \cdot 34.294,84 + \\ + 173.813,95 \cdot 44.717,56 + 347.627,90\,(-17.887,02) + \\ + (-1.850.630,14)(-1.475,68 - 1.348,21)\end{array}\right]$$

Portanto,

$$\hat{V}(h^2) = 0{,}0680 \quad ,$$

logo,

$$s\,(h^2) \cong 0{,}26 \quad .$$

Julgamos ser êsse valor relativamente baixo, diante do valor encontrado para $h^2 = 0{,}63$ e diante do que pudemos encontrar na bibliografia.

Pela fórmula indicada por ROBERTSON (1959) e por FALCONER (1960), chegamos ao resultado de

$$\hat{V}(h^2) = 0{,}0800 \quad ,$$

valor êste, que muito se aproxima do obtido anteriormente.

5 - CONCLUSÕES

Podemos concluir, de um modo geral, que

5.1 - O ajuste dos dados por modêlo matemático é o mais correto e deve ser preferido ao calculado em relação a médias, sempre que houver disponibilidade de computação eletrônica ou quando o número de parâmetros a se estimar fôr pequeno.

5.2 - Quando os dados se enquadrarem num misto de classificação hierárquica e cruzada, deve-se seguir o esquema de análise de variância por nós apresentado, desde que haja disponibilidade de computação eletrônica.

5.3 - O esquema de análise por nós apresentado se identifica com o caso geral de blocos incompletos, se considerarmos touros como blocos e vacas como tratamentos.

5.4 - Não sendo possível o uso de computadores eletrônicos e quando as vacas tiverem, em sua maioria, poucos filhos, pode-se, com uma aproximação relativamente boa, estimar o h^2 seguindo-se o modêlo de classificação hierárquica, na análise da variância.

5.5 - O valor de $h^2 = 0,63$ é muito bom, levando-se em conta que os animais são criados a pleno campo.

5.6 - Sendo considerado alto, êsse valor para h^2, pode-se, de acôrdo com RICO GUTIERREZ (1965), usar inclusive o método da Seleção Individual, no melhoramento genético do gado Canchim.

5.7 - O êrro padrão do coeficiente de herdabilidade $s(h^2) = 0,26$ indica precisão relativamente boa para a determinação do coeficiente de herdabilidade $h^2 = 0,63$.

6 - RESUMO

Êste trabalho cuida da avaliação do coeficiente de herdabilidade do pêso aos 18 meses de idade, do gado Canchim, que é o bimestiço 5/8 Charolês-Zebu. Êste gado, obtido por A. Teixeira Vianna, na Fazenda Regional de Criação de São Carlos, do Ministério da Agricultura, apresenta boas características como gado de corte, para as condições de clima tropical.

O coeficiente de herdabilidade foi calculado a partir de 252 pesos aos 18 meses de animais oriundos de 94 vacas e 15 touros. Êsses dados foram ajustados para sexo, estação do ano e número de ordem de parição da vaca. Usamos o ajuste por modêlo matemático. O modêlo admitido foi

$$Y_{ijkr} = m + s_i + e_j + p_k + e_{ijkr} ,$$

onde:

Y_{ijkr} = pêso do animal aos 18 meses,

m = média geral,

s_i = efeito do sexo $\underline{i}$,

e_j = efeito do período $\underline{j}$,

p_k = efeito da parição $\underline{k}$,

e_{ijkr} = efeito do acaso.

Como os dados, não se enquadravam nem na classificação hierárquica, nem na classificação cruzada e sim num misto das duas, reestudamos a análise de variância. Partimos do modêlo matemático

$$y_{ijk} = m + t_i + v_j + e_{ijk} ,$$

onde:

y_{ijk} = pêso aos 18 meses, ajustado para sexo, estação do ano e ordem de parição da vaca,

m = média geral,

t_i = efeito do touro $\underline{i}$,

v_j = efeito da vaca $\underline{j}$,

e_{ijk} = êrro experimental.

Chegamos ao seguinte esquema de análise:

Causa de Variação	Graus de Liberdade
Entre Touros	I - 1
Vacas ajustadas para Touros	J - 1
Resíduo	N - I - J + 1
Total	N - 1

Tal esquema se identifica com o caso geral de blocos incompletos, se considerarmos touros como blocos e vacas como tratamentos.

Estimados os componentes de variância, usamos a fórmula

$$h^2 = \frac{4\ S}{E + D + S} ,$$

apresentada por LERNER (1950) , para a obtenção do coeficiente de herdabilidade, que foi igual a 0,63 .

Para a estimação da variância do coeficiente de herdabilidade usamos a fórmula de OSBORNE e PATERSON (1952) , que foi adaptada para o nosso caso. Chegamos ao valor de $\hat{V}\ (h^2) = 0{,}0680$, e portanto, $s\ (h^2) = 0{,}26$.

7 - ABSTRACT

This paper deals with the evaluation of the coefficient of heritability of body weight at eighteen month of age of the Canchim cattle, which is a 5/8 Charolais x 3/8 Brahman crossbred. This type of cattle, obtained by A. Teixeira Vianna at "Fazenda Regional de Criação de São Carlos", near São Carlos, State of São Paulo, Brasil, seems to be excellent in beef production in tropical climate zones.

The estimation of the coefficient of heritability was carried out with data from 252 eighteen month heifers, sons and daughters of 94 cows and 15 bulls. These data where adjusted for sex, season and order of calving. The adjustments were obtained by the use of the mathematical model:

$$Y_{ijkr} = m + s_i + e_j + p_k + e_{ijkr} ,$$

where:

Y_{ijkr} = weight of animal, at 18 month of age,

m = mean,

s_i = effect of sex $\underline{i}$ $(i = 1 , 2)$,

e_j = effect of season $\underline{j}$ $(j = 1 , 2 , 3 , 4)$,

p_k = effect of calving $\underline{k}$ $(k = 1 , 2 , 3 , 4 , 5)$,

e_{ijkr} = random error .

Since the data did not agree either with the hierarchical classification or with the complete randomised block model, but rather in a mix of both, the analysis of variance was specially studied. We started with the mathematical model

$$y_{ijk} = m + t_i + v_j + e_{ijk} ,$$

where:

y_{ijk} = weight of animal, at 18 month of age, adjusted for sex, season and order of calving,

m = mean,

t_i = effect of sire $\underline{i}$,

v_j = effect of dam $\underline{j}$,

e_{ijk} = random error .

The following analyses of variance was obtained:

Source of Variation	Degrees of Freedom
Among sires	I - 1
Dams adjusted for sires	J - 1
Error	N - I - J + 1
Total	N - 1

The model used is equivalent to a generalized incomplete randomised block experiment, with sires as blocks and dams as treatments.

After obtaining the variance components S for sires, D for dams, and E for error, the coefficient of heritability was estimated by the formula

$$h^2 = \frac{4\,S}{E + D + S} ,$$

given by LERNER (1950) . The estimate thus obtained was $h^2 = 0{,}63$.

The variance of the coefficient of heritability was estimated by OSBORNE and PATERSON'S (1952) formula, specially modified for the present case. We obtained $\hat{V}(h^2) = 0{,}0680$, so that $s(h^2) = 0{,}26$.

8 - BIBLIOGRAFIA

BROWN, C. J. - 1958 - Heritability of Weight and Certain Body Dimensions of Beef Calves at Weaning. Bull. Ark. Agric. Exp. Stn. , 29 pp.

DE ALBA, J. - 1964 - Reproducción y Genética Animal. Servicio Interamericano de Comunicación. IICA , 446 pp. Turrialba , Costa Rica.

DOMINGUES, O. - 1958 - O Fenômeno da Variação nos Animais Domésticos. Ministério da Agricultura , 50 pp. Rio de Janeiro.

FALCONER, D. S. - 1960 - Introduction to Quantitative Genetics. Oliver and Boyd Ltd. , Edimburgo e Londres.

GRAYBILL, F. A. , F. Martin e G. Godfrey - 1956 - Confidence Intervals for Variance Ratios Specifying Genetic Heritability. Biometrics 12: 99-109 .

GRAYBILL, F. A. e W. H. Robertson - 1957 - Calculating Confidence Intervals for Genetic Heritability. Poult. Sci. 36: 261-265 .

HENDERSON, C. R. - 1953 - Estimation of Variance and Covariance Components. Biometrics 9: 226-252 .

HENDERSON, C. R. , O. Kempthorne , S. R. Searle e C. M. Von Krasigk - 1959 - The Estimation of Environmental and Genetic Trends from Records Subject to Culling. Biometrics 15: 192-218 .

KEMPTHORNE, O. - 1957 - An Introduction to Genetic Statistics. John Wiley & Sons, Inc. , New York.

KEMPTHORNE, O. - 1965 - Design and Analysis of Experiments. John Wiley & Sons, Inc. , New York.

KNAPP, B. e R. T. Clark - 1950 - Revised Estimates of Heritability of Economic Characteristics in Beef Cattle. J. Anim. Sci. 9: 582-587 .

LERNER, I. M. - 1950 - Populations Genetics and Animal Improvement. Cambridge University Press , 342 pp.

LUSH, J. L. - 1964 - Melhoramento Genético dos Animais Domésticos (tradução). Centro de Publicações Técnicas da Aliança. 570 pp. Rio de Janeiro.

OSBORNE, R. e W. S. B. Paterson - 1952 - On the Sampling Variance of Heritability Estimates Derived from Variance Analysis. Proc. R. Soc. Edinb. 64: 456-461.

PIMENTEL GOMES, F. - 1967 - The Solution of Normal Equations of Experimental Design Models. Ciência e Cultura 19: 567-573.

PIMENTEL GOMES, F. - 1968 - The Solution of Normal Equations of Experiments in Incomplete Blocks. Ciência e Cultura (em publicação).

PIMENTEL GOMES, F. - 1969 - Expectation of Mean Squares in the Analysis of Variance of Experiments in Incomplete Blocks. Ciência e Cultura (em publicação).

RICO GUTIERREZ, M. - 1965 - Genética - Estadística. Ministério de Agricultura, 195 pp. Madrid.

ROBERTSON, A. - 1959 - Experimental Design in the Evaluation of Genetic Parameters. Biometrics 15: 219-226.

SHELBY, C. E., R. T. Clark e R. R. Woodward - 1955 - The Heritability of Some Economic Characteristics of Beef Cattle. J. Anim. Sci. 14: 372-385.

TEIXEIRA VIANNA, A., J. De Alba, G. Paes e C. Magofke - 1964 - Herança do Pêso ao Nascer e do Período de Gestação do Gado Charolês. Ministério da Agricultura, 28 pp. Rio de Janeiro.

TEIXEIRA VIANNA, A., M. Santiago e F. Pimentel Gomes - 1960 - Formação do Gado de Canchim pelo Cruzamento Charolês-Zebu. Ministério da Agricultura, 48 pp. Rio de Janeiro.

WHEAT, J. D. e J. K. Riggs - 1958 - Heritability and Repeatability of Gestation Length in Beef Cattle. J. Anim. Sci. 17: 249-253.

9 - APÊNDICE

QUADRO 1

Pesos, não ajustados, de 252 animais Canchim, aos 18 meses de idade, classificados quanto ao sexo, estação do ano e ordem de parição

	Machos				Totais	
	Outono		Inverno			
	Número de Animais	Pêso Total (kg)	Número de Animais	Pêso Total (kg)	de Animais	de Pesos
1ª parição	27	9.002	7	2.604	34	11.606
2ª parição	8	2.946	25	8.372	33	11.318
3ª parição	14	4.330	11	3.790	25	8.120
4ª parição	8	2.470	5	1.700	13	4.170
5ª parição	2	640	6	2.000	8	2.640
	59	19.388	54	18.466	113	37.854

	Fêmeas				Totais	
	Outono		Inverno			
	Número de Animais	Pêso Total (kg)	Número de Animais	Pêso Total (kg)	de Animais	de Pesos
1ª parição	30	8.411	7	1.861	37	10.272
2ª parição	27	8.460	21	5.812	48	14.272
3ª parição	12	3.604	9	2.444	21	6.048
4ª parição	4	1.264	11	2.800	15	4.064
5ª parição	8	2.178	10	2.480	18	4.658
	81	23.917	58	15.397	139	39.314

QUADRO 2

Matriz inversa (M^{-1}) para a estimação dos parâmetros m, s_i, e_j, p_k, para o ajustamento dos 252 dados de pesos aos 18 meses, de animais Canchim

$$M^{-1} = \begin{bmatrix}
-0,06594 & 0,02500 & 0,02405 & 0,00847 & 0,00879 & 0,03571 & 0,03532 & 0,03711 & 0,03994 & 0,04062 \\
0,01292 & 0,00000 & -0,00824 & -0,00847 & -0,00927 & 0,00000 & 0,00088 & -0,00034 & 0,00042 & 0,00174 \\
0,00402 & 0,00000 & 0,00824 & -0,00847 & -0,00768 & 0,00000 & -0,00088 & 0,00034 & -0,00042 & -0,00174 \\
0,03792 & 0,00000 & -0,00079 & 0,00000 & -0,00910 & -0,03571 & -0,03228 & -0,03360 & -0,03230 & -0,03177 \\
0,03351 & 0,00000 & 0,00079 & 0,00000 & 0,00910 & -0,03571 & -0,03914 & -0,03782 & -0,03913 & -0,03965 \\
0,03469 & -0,02500 & -0,02392 & 0,00000 & 0,00516 & 0,00000 & -0,01572 & -0,01677 & -0,02036 & -0,02130 \\
0,02288 & -0,02500 & -0,02569 & 0,00000 & -0,00170 & 0,00000 & 0,01337 & -0,00117 & -0,00368 & -0,00405 \\
0,02108 & -0,02500 & -0,02323 & 0,00000 & 0,00094 & 0,00000 & -0,00013 & 0,02010 & -0,00470 & -0,00557 \\
0,02238 & -0,02500 & -0,02475 & 0,00000 & -0,00167 & 0,00000 & 0,00095 & -0,00112 & 0,03201 & -0,00422 \\
0,02397 & -0,02500 & -0,02740 & 0,00000 & -0,00272 & 0,00000 & 0,00153 & -0,00104 & -0,00327 & 0,03514
\end{bmatrix}$$

QUADRO 3

Pesos, aos 18 meses, não ajustados e ajustados (sexo, estação do ano e ordem de parição) de 252 animais Canchim, de acôrdo com a sua filiação

Animal Número	Filiação		Referência para Ajustes			Pesos (kg)	
	Touro Número	Vaca Número	Sexo (i)	Estação do Ano (j)	Ordem de Parição (k)	Não Ajustados	Ajustados
1	1	51	2	2	1	274	293,30
2	1	53	1	3	1	399	376,52
3	1	54	1	3	1	424	401,52
4	1	55	2	2	1	291	310,30
5	1	56	1	2	1	285	251,30
6	1	57	1	3	1	391	368,52
7	1	58	2	2	1	284	303,30
8	1	59	1	2	1	399	365,30
9	1	60	2	2	1	283	302,30
10	1	61	2	2	1	286	305,30
11	1	62	1	2	1	321	287,30
12	2	6	1	3	2	382	343,79
13	2	7	1	3	2	428	389,79
14	2	8	1	3	2	400	361,79
15	2	9	1	3	2	393	354,79
16	2	10	1	3	2	426	387,79
17	3	31	2	2	1	221	240,30
18	3	32	1	2	1	339	305,30
19	3	33	2	3	1	280	310,52
20	3	34	1	2	1	320	286,30
21	3	35	2	3	1	240	270,52
22	3	36	2	2	1	260	279,30
23	3	39	2	2	1	330	349,30
24	3	41	2	2	1	270	289,30
25	3	42	1	2	1	389	355,30

Quadro 3 (Continuação)

Animal Número	Filiação		Referência para Ajustes			Pesos (kg)	
	Touro Número	Vaca Número	Sexo (i)	Estação do Ano (j)	Ordem de Parição (k)	Não Ajustados	Ajustados
26	3	44	1	2	1	285	251,30
27	3	45	1	2	1	398	364,30
28	3	46	1	2	1	351	317,30
29	3	48	2	2	1	256	275,30
30	3	49	2	2	3	330	350,20
31	3	49	2	3	1	255	285,52
32	3	50	1	2	1	352	318,30
33	3	52	2	3	2	300	314,79
34	3	53	1	2	2	530	480,57
35	3	69	1	3	1	400	377,52
36	3	70	2	2	1	300	319,30
37	3	76	1	2	1	320	286,30
38	3	77	2	2	1	300	319,30
39	4	19	2	2	1	265	284,30
40	4	20	2	2	1	240	259,30
41	4	21	1	2	1	260	226,30
42	4	22	1	2	1	320	286,30
43	4	26	2	2	1	240	259,30
44	4	90	2	2	1	310	329,30
45	4	92	2	2	1	275	294,30
46	5	2	2	3	3	329	360,42
47	5	3	1	2	1	418	384,30
48	5	4	1	2	1	320	286,30
49	5	4	2	2	2	350	353,57
50	5	5	2	2	1	301	320,30
51	5	13	2	2	3	310	330,20
52	5	13	2	2	4	340	368,40
53	5	13	2	2	5	300	332,98
54	5	17	1	2	3	495	462,20
55	5	23	2	2	2	262	265,57

Quadro 3 (Continuação)

Animal Número	Filiação		Referência para Ajustes			Pesos (kg)	
	Touro Número	Vaca Número	Sexo (i)	Estação do Ano (j)	Ordem de Parição (k)	Não Ajustados	Ajustados
56	5	24	1	3	3	480	458,42
57	5	24	2	2	2	328	331,57
58	5	25	1	3	2	420	381,79
59	5	27	1	2	2	356	306,57
60	5	28	2	2	2	306	309,57
61	5	28	2	2	4	320	348,40
62	5	29	2	2	2	305	308,57
63	5	29	2	2	3	300	320,20
64	5	37	2	2	2	279	282,57
65	5	37	2	2	3	305	325,20
66	5	39	2	3	2	320	334,79
67	5	41	1	3	2	286	247,79
68	5	45	2	3	2	360	374,79
69	5	50	2	3	2	410	424,79
70	5	51	1	3	2	330	291,79
71	5	52	2	3	3	300	331,42
72	5	53	1	3	3	380	358,42
73	5	55	1	2	2	350	300,57
74	5	56	2	2	2	340	343,57
75	5	57	2	2	3	310	330,20
76	5	57	2	2	4	310	338,40
77	5	58	2	2	2	352	355,57
78	5	59	1	2	3	300	267,20
79	5	62	1	3	2	420	381,79
80	5	63	2	2	2	305	308,57
81	5	64	2	2	2	330	333,57
82	5	65	2	2	2	320	323,57
83	5	68	2	2	2	360	363,57
84	5	71	2	2	2	360	363,57
85	5	72	2	3	2	330	344,79

Quadro 3 (Continuação)

Animal Número	Filiação		Referência para Ajustes			Pesos (kg)	
	Touro Número	Vaca Número	Sexo (i)	Estação do Ano (j)	Ordem de Parição (k)	Não Ajustados	Ajustados
86	5	73	1	3	2	428	389,79
87	5	74	1	2	1	380	346,30
88	5	76	2	3	3	310	341,42
89	5	84	1	3	2	250	211,79
90	5	84	2	2	1	230	249,30
91	6	1	2	2	2	320	323,57
92	6	2	2	3	5	250	294,20
93	6	3	2	3	2	290	304,79
94	6	4	1	2	3	300	267,20
95	6	5	2	2	2	280	283,57
96	6	15	2	2	2	264	267,57
97	6	16	1	3	2	313	274,79
98	6	16	2	2	3	404	424,20
99	6	17	2	2	2	289	292,57
100	6	18	1	3	2	346	307,79
101	6	23	1	3	3	335	313,42
102	6	27	1	2	4	320	295,40
103	6	27	2	3	2	270	284,79
104	6	29	1	2	4	280	255,40
105	6	29	1	3	2	220	181,79
106	6	63	2	2	1	330	349,30
107	6	64	1	2	1	470	436,30
108	6	66	1	3	1	340	317,52
109	6	67	1	2	1	405	371,30
110	6	85	2	3	2	260	274,79
111	6	91	2	2	2	270	273,57
112	7	9	2	2	5	240	272,98
113	7	10	1	3	5	350	341,20
114	7	23	1	3	4	360	346,62
115	7	27	2	2	5	260	292,98

Quadro 3 (Continuação)

Animal Número	Filiação		Referência para Ajustes			Pesos (kg)	
	Touro Número	Vaca Número	Sexo (i)	Estação do Ano (j)	Ordem de Parição (k)	Não Ajustados	Ajustados
116	7	29	2	2	5	250	282,98
117	7	29	2	3	5	230	274,20
118	7	30	2	2	5	290	322,98
119	7	31	2	2	2	328	331,57
120	7	32	1	2	4	300	275,40
121	7	32	2	2	2	397	400,57
122	7	34	1	2	2	410	360,57
123	7	35	1	3	2	340	301,79
124	7	36	1	3	4	400	386,62
125	7	36	1	3	5	290	281,20
126	7	36	2	2	2	400	403,57
127	7	38	2	3	5	230	274,20
128	7	40	2	2	3	280	300,20
129	7	41	2	3	3	255	286,42
130	7	42	2	2	2	270	273,57
131	7	43	1	2	2	370	320,57
132	7	46	1	2	2	280	230,57
133	7	47	2	2	1	295	314,30
134	7	48	1	2	3	260	227,20
135	7	55	2	2	2	310	313,57
136	7	56	2	2	3	290	310,20
137	7	58	1	2	3	270	237,20
138	7	61	2	2	2	255	258,57
139	7	62	1	3	3	335	313,42
140	7	66	2	3	5	280	324,20
141	7	78	1	3	1	300	277,52
142	7	86	1	2	1	390	356,30
143	7	86	1	3	2	380	341,79
144	7	89	1	3	2	250	211,79
145	7	89	2	2	1	260	279,30

Quadro 3 (Continuação)

Animal Número	Filiação		Referência para Ajustes			Pesos (kg)	
	Touro Número	Vaca Número	Sexo (i)	Estação do Ano (j)	Ordem de Parição (k)	Não Ajustados	Ajustados
146	8	3	1	3	4	260	246,62
147	8	3	2	3	3	250	281,42
148	8	4	2	3	4	210	249,62
149	8	5	1	2	4	360	335,40
150	8	5	2	2	3	260	280,20
151	8	12	2	2	1	290	309,30
152	8	12	2	3	2	265	279,79
153	8	13	1	3	2	300	261,79
154	8	13	1	3	3	260	238,42
155	8	14	1	2	1	230	196,30
156	8	14	2	3	2	250	264,79
157	8	15	1	3	3	270	248,42
158	8	17	1	2	1	340	306,30
159	8	32	1	2	3	300	267,20
160	8	34	2	2	3	235	255,20
161	8	36	1	2	3	360	327,20
162	8	37	1	2	4	310	285,40
163	8	38	2	3	4	310	349,62
164	8	39	2	3	1	296	326,52
165	8	40	1	2	2	350	300,57
166	8	42	1	2	1	230	196,30
167	8	44	2	3	3	240	271,42
168	8	80	2	2	1	350	369,30
169	8	80	2	3	2	270	284,79
170	8	82	1	2	1	300	266,30
171	8	82	2	3	2	260	274,79
172	8	83	1	3	2	280	241,79
173	8	83	2	2	1	250	269,30
174	9	19	2	3	2	220	234,79
175	9	20	1	3	2	320	281,79

Quadro 3 (Continuação)

Animal Número	Filiação		Referência para Ajustes			Pesos (kg)	
	Touro Número	Vaca Número	Sexo (i)	Estação do Ano (j)	Ordem de Parição (k)	Não Ajustados	Ajustados
176	9	21	1	3	2	200	161,79
177	9	22	2	2	2	340	343,57
178	9	24	2	2	1	330	349,30
179	9	26	2	3	2	260	274,79
180	9	33	2	2	1	270	289,30
181	9	90	1	3	2	310	271,79
182	9	92	2	3	2	320	334,79
183	10	6	1	2	5	300	279,98
184	10	11	2	3	5	260	304,20
185	10	11	2	3	4	240	279,62
186	10	27	2	3	5	200	244,20
187	10	28	1	2	5	340	319,98
188	10	33	2	3	4	320	359,62
189	10	50	1	3	3	330	308,42
190	10	75	1	3	1	350	327,52
191	10	75	2	3	3	250	281,42
192	11	1	1	2	3	310	277,20
193	11	15	2	3	5	200	244,20
194	11	25	1	3	5	390	381,20
195	11	45	2	3	3	230	261,42
196	11	54	1	3	3	370	348,42
197	11	54	2	3	4	150	189,62
198	11	60	2	3	4	230	269,62
199	11	65	1	2	4	220	195,40
200	11	67	1	3	2	350	311,79
201	11	69	2	2	2	240	243,57
202	11	69	2	3	3	280	311,42
203	11	71	2	2	3	270	290,20
204	12	7	2	2	5	290	322,98
205	12	8	2	3	5	290	334,20

Quadro 3 (Continuação)

Animal Número	Filiação Touro Número	Vaca Número	Referência para Ajustes Sexo (i)	Estação do Ano (j)	Ordem de Parição (k)	Pesos (kg) Não Ajustados	Ajustados
206	12	39	2	2	4	294	322,40
207	12	42	1	2	3	320	287,20
208	12	43	2	2	3	310	330,20
209	12	46	1	2	3	260	227,20
210	12	47	1	3	3	360	338,42
211	12	47	2	2	2	300	303,57
212	12	48	1	2	4	335	310,40
213	12	48	1	3	5	320	311,20
214	12	55	2	3	4	250	289,62
215	12	56	2	3	5	280	324,20
216	12	58	1	2	4	345	320,40
217	12	58	1	3	5	260	251,20
218	12	61	1	2	3	305	272,20
219	12	61	2	3	4	260	299,62
220	12	62	1	3	4	350	336,62
221	12	62	2	2	5	250	282,98
222	12	78	1	2	2	300	250,57
223	12	81	1	3	2	300	261,79
224	12	81	2	2	1	330	349,30
225	12	93	2	3	1	250	280,52
226	12	93	2	3	2	147	161,79
227	13	27	2	3	1	250	280,52
228	13	30	1	2	1	320	286,30
229	13	85	2	2	1	260	279,30
230	13	91	2	2	1	230	249,30
231	14	79	1	3	2	300	261,79
232	14	79	2	3	1	290	320,52
233	14	87	1	2	1	300	266,30
234	14	87	2	3	2	230	244,79
235	14	88	1	2	1	280	246,30

Quadro 3 (Continuação)

Animal Número	Filiação		Referência para Ajustes			Pesos (kg)	
	Touro Número	Vaca Número	Sexo (i)	Estação do Ano (j)	Ordem de Parição (k)	Não Ajustados	Ajustados
236	14	88	2	3	2	240	254,79
237	14	94	1	2	1	280	246,30
238	14	94	2	3	2	270	284,79
239	15	13	2	2	5	298	330,98
240	15	13	2	3	5	260	304,20
241	15	17	1	3	5	390	381,20
242	15	18	2	3	4	220	259,62
243	15	63	1	3	3	390	368,42
244	15	63	2	3	4	300	339,62
245	15	68	1	2	3	300	267,20
246	15	68	2	3	4	310	349,62
247	15	70	1	2	3	270	237,20
248	15	72	1	3	3	280	258,42
249	15	72	1	3	4	330	316,62
250	15	73	1	2	3	280	247,20
251	15	74	2	3.	2	220	234,79
252	15	77	2	3	2	320	334,79

i = 1 ⟶ machos　　　　j = 2 ⟶ abril/junho

i = 2 ⟶ fêmeas　　　　j = 3 ⟶ julho/setembro

k = 1 ⟶ 1ª parição

k = 2 ⟶ 2ª parição , e assim por diante.

QUADRO 4

Totais de pesos ajustados (sexo , estação do ano e ordem de parição) referentes ao número de filhos da cada vaca

Vaca Número	Número de Filhos	Pêso Total (kg)	Vaca Número	Número de Filhos	Pêso Total (kg)
1	2	600,77	25	2	762,99
2	2	654,62	26	2	534,09
3	4	1.217,13	27	6	1.704,46
4	4	1.156,69	28	3	977,95
5	4	1.219,47	29	6	1.623,14
6	2	623,77	30	2	609,28
7	2	712,77	31	2	571,87
8	2	695,99	32	4	1.248,47
9	2	627,77	33	3	959,44
10	2	728,99	34	3	902,07
11	2	583,82	35	2	572,31
12	2	589,09	36	5	1.677,89
13	7	2.166,97	37	3	893,17
14	2	461,09	38	2	623,82
15	3	760,19	39	4	1.333,01
16	2	698,99	40	2	600,77
17	4	1.442,27	41	3	823,51
18	2	567,41	42	4	1.112,37
19	2	519,09	43	2	650,77
20	2	541,09	44	2	522,72
21	2	388,09	45	3	1.000,51
22	2	629,87	46	3	775,07
23	3	925,61	47	3	956,29
24	3	1.139,29	48	4	1.124,10

Quadro 4 (Continuação)

Vaca Número	Número de Filhos	Pêso Total (kg)	Vaca Número	Número de Filhos	Pêso Total (kg)
49	2	635,72	72	3	919,83
50	3	1.051,51	73	2	636,99
51	2	585,09	74	2	581,09
52	2	646,21	75	2	608,94
53	3	1.215,51	76	2	627,72
54	3	939,56	77	2	654,09
55	4	1.214,06	78	2	528,09
56	4	1.229,27	79	2	582,31
57	3	1.037,12	80	2	654,09
58	5	1.467,67	81	2	611,09
59	2	632,50	82	2	541,09
60	2	571,92	83	2	511,09
61	4	1.135,69	84	2	461,09
62	5	1.602,11	85	2	554,09
63	4	1.365,91	86	2	698,09
64	2	769,87	87	2	511,09
65	2	518,97	88	2	501,09
66	2	641,72	89	2	491,09
67	2	683,09	90	2	601,09
68	3	980,39	91	2	522,87
69	3	932,51	92	2	629,09
70	2	556,50	93	2	442,31
71	2	653,77	94	2	531,09

QUADRO 5

Totais de pesos ajustados (sexo , estação do ano e ordem de parição) referentes ao número de filhos de cada touro

Touro Número	Número de Filhos	Pêso Total (kg)	Touro Número	Número de Filhos	Pêso Total (kg)
1	11	3.564,96	9	9	2.541,91
2	5	1.837,95	10	9	2.704,96
3	22	6.946,14	11	12	3.324,06
4	7	1.939,10	12	23	6.768,58
5	45	15.094,43	13	4	1.095,42
6	21	6.393,83	14	8	2.125,58
7	34	10.326,12	15	14	4.229,88
8	28	7.784,07			

QUADRO 6

Estimativas, em kg , dos parâmetros m , t_i , v_j , do modêlo

$$y_{ijk} = m + t_i + v_j + e_{ijk}$$

$\hat{m} = 304,27$

$\hat{t}_1 = 19,82$	$\hat{t}_6 = -10,93$	$\hat{t}_{11} = -61,39$
$\hat{t}_2 = 65,99$	$\hat{t}_7 = 11,87$	$\hat{t}_{12} = 13,24$
$\hat{t}_3 = 10,41$	$\hat{t}_8 = -30,10$	$\hat{t}_{13} = -15,02$
$\hat{t}_4 = -26,15$	$\hat{t}_9 = -31,26$	$\hat{t}_{14} = -38,57$
$\hat{t}_5 = 27,19$	$\hat{t}_{10} = -6,89$	$\hat{t}_{15} = -16,89$

$\hat{v}_1 = 32,26$	$\hat{v}_{15} = -16,73$	$\hat{v}_{29} = -43,13$
$\hat{v}_2 = 14,91$	$\hat{v}_{16} = 56,15$	$\hat{v}_{30} = 1,94$
$\hat{v}_3 = 11,00$	$\hat{v}_{17} = 63,98$	$\hat{v}_{31} = -29,48$
$\hat{v}_4 = -18,44$	$\hat{v}_{18} = -6,66$	$\hat{v}_{32} = 6,83$
$\hat{v}_5 = 11,58$	$\hat{v}_{19} = -16,02$	$\hat{v}_{33} = 24,79$
$\hat{v}_6 = -21,94$	$\hat{v}_{20} = -5,02$	$\hat{v}_{34} = -0,98$
$\hat{v}_7 = 12,50$	$\hat{v}_{21} = -81,52$	$\hat{v}_{35} = -29,25$
$\hat{v}_8 = 4,11$	$\hat{v}_{22} = 39,36$	$\hat{v}_{36} = 28,12$
$\hat{v}_9 = -29,32$	$\hat{v}_{23} = -5,11$	$\hat{v}_{37} = -14,65$
$\hat{v}_{10} = 21,30$	$\hat{v}_{24} = 67,78$	$\hat{v}_{38} = 16,76$
$\hat{v}_{11} = -5,46$	$\hat{v}_{25} = 94,32$	$\hat{v}_{39} = 23,80$
$\hat{v}_{12} = 20,38$	$\hat{v}_{26} = -8,52$	$\hat{v}_{40} = 5,22$
$\hat{v}_{13} = 7,07$	$\hat{v}_{27} = -19,41$	$\hat{v}_{41} = -46,26$
$\hat{v}_{14} = -43,62$	$\hat{v}_{28} = 5,88$	$\hat{v}_{42} = -27,54$

Quadro 6 (Continuação)

$\hat{v}_{43} = 8,55$	$\hat{v}_{61} = -34,90$	$\hat{v}_{78} = -52,78$
$\hat{v}_{44} = -33,06$	$\hat{v}_{62} = -0,92$	$\hat{v}_{79} = 25,46$
$\hat{v}_{45} = 37,16$	$\hat{v}_{63} = 41,58$	$\hat{v}_{80} = 52,88$
$\hat{v}_{46} = -57,76$	$\hat{v}_{64} = 72,53$	$\hat{v}_{81} = -11,97$
$\hat{v}_{47} = 1,70$	$\hat{v}_{65} = -27,70$	$\hat{v}_{82} = -3,62$
$\hat{v}_{48} = -35,44$	$\hat{v}_{66} = 16,12$	$\hat{v}_{83} = -18,62$
$\hat{v}_{49} = 3,18$	$\hat{v}_{67} = 73,43$	$\hat{v}_{84} = -100,92$
$\hat{v}_{50} = 36,00$	$\hat{v}_{68} = 24,72$	$\hat{v}_{85} = -14,26$
$\hat{v}_{51} = -35,23$	$\hat{v}_{69} = 44,02$	$\hat{v}_{86} = 32,90$
$\hat{v}_{52} = 0,04$	$\hat{v}_{70} = -22,78$	$\hat{v}_{87} = -10,15$
$\hat{v}_{53} = 81,76$	$\hat{v}_{71} = 39,70$	$\hat{v}_{88} = -15,15$
$\hat{v}_{54} = 43,24$	$\hat{v}_{72} = 4,54$	$\hat{v}_{89} = -70,60$
$\hat{v}_{55} = -18,79$	$\hat{v}_{73} = 9,07$	$\hat{v}_{90} = 24,98$
$\hat{v}_{56} = -14,99$	$\hat{v}_{74} = -18,88$	$\hat{v}_{91} = -29,87$
$\hat{v}_{57} = 16,70$	$\hat{v}_{75} = 7,10$	$\hat{v}_{92} = 38,98$
$\hat{v}_{58} = -27,81$	$\hat{v}_{76} = -9,21$	$\hat{v}_{93} = -96,36$
$\hat{v}_{59} = -11,53$	$\hat{v}_{77} = 26,01$	$\hat{v}_{94} = -0,15$
$\hat{v}_{60} = 2,47$		

QUADRO 7

Totais ajustados de vacas (Q_j), em kg, para a obtenção da

Soma de Quadrados de Vacas ajustada para Touros

Q_1 = 19,28	Q_{22} = 70,41	Q_{43} = 52,76
Q_2 = 14,74	Q_{23} = - 17,99	Q_{44} = - 71,01
Q_3 = 21,24	Q_{24} = 185,99	Q_{45} = 72,35
Q_4 = - 96,65	Q_{25} = 150,56	Q_{46} = -138,67
Q_5 = 23,55	Q_{26} = - 25,36	Q_{47} = 64,01
Q_6 = - 44,38	Q_{27} = -118,02	Q_{48} = - 83,92
Q_7 = 50,89	Q_{28} = 6,52	Q_{49} = 4,26
Q_8 = 34,12	Q_{29} = -264,08	Q_{50} = 99,80
Q_9 = - 43,53	Q_{30} = 31,71	Q_{51} = - 74,43
Q_{10} = 57,70	Q_{31} = - 47,58	Q_{52} = - 4,94
Q_{11} = - 17,28	Q_{32} = 47,30	Q_{53} = 240,26
Q_{12} = 33,09	Q_{33} = 60,72	Q_{54} = 61,47
Q_{13} = 0,40	Q_{34} = 4,61	Q_{55} = - 43,46
Q_{14} = - 94,91	Q_{35} = - 47,12	Q_{56} = - 28,25
Q_{15} = - 99,28	Q_{36} = 173,02	Q_{57} = 42,17
Q_{16} = 90,05	Q_{37} = - 55,71	Q_{58} = - 84,14
Q_{17} = 222,23	Q_{38} = 42,12	Q_{59} = - 27,02
Q_{18} = - 39,19	Q_{39} = 109,56	Q_{60} = - 29,17
Q_{19} = - 40,36	Q_{40} = 19,05	Q_{61} = - 80,69
Q_{20} = - 18,36	Q_{41} = -131,35	Q_{62} = 50,32
Q_{21} = -171,36	Q_{42} = - 79,38	Q_{63} = 121,74

Quadro 7 (Continuação)

Q_{64} = 129,96	Q_{75} = 7,84	Q_{85} = - 24,23
Q_{65} = - 93,48	Q_{76} = - 23,44	Q_{86} = 90,67
Q_{66} = 33,56	Q_{77} = 36,22	Q_{87} = - 20,31
Q_{67} = 101,62	Q_{78} = - 69,90	Q_{88} = - 30,31
Q_{68} = 40,68	Q_{79} = 50,92	Q_{89} = - 116,32
Q_{69} = 62,77	Q_{80} = 98,09	Q_{90} = 41,64
Q_{70} = - 61,38	Q_{81} = 22,52	Q_{91} = - 55,46
Q_{71} = 41,32	Q_{82} = - 14,91	Q_{92} = 69,64
Q_{72} = - 19,86	Q_{83} = - 44,91	Q_{93} = - 146,25
Q_{73} = - 0,58	Q_{84} = - 209,77	Q_{94} = - 0,31
Q_{74} = - 56,47		