EFEITOS DA RECUPERAÇÃO DA INFORMAÇÃO INTERBLOCOS NA INFERÊNCIA ESTATÍSTICA EM ENSAIOS EM BLOCOS INCOMPLETOS EQUILIBRADOS

EUCLIDES BRAGA MALHEIROS

Orientador: Prof. Dr. CÁSSIO ROBERTO DE MELO GODOI

Tese apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Doutor em Agronomia. Área de Concentração: Estatística e Experimentação Agronômica.

P I R A C I C A B A
Estado de São Paulo - Brasil
Novembro, 1982

A Deus,

Aos meus pais e sogros,

Aos meus irmãos e cunhados,

AGRADEÇO

À minha esposa Kátia,

Aos meus filhos Marcela e Maurício,

OFEREÇO

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dr. Cássio Roberto de Melo Godoi, pela orientação segura e valiosa durante todo o curso e, em especial, na realização deste trabalho.

À Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, Campus de Jaboticabal, UNESP, pela oportunidade oferecida.

Aos colegas do Departamento de Ciências Exatas da Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, Campus de Jaboticabal, UNESP, pelo incentivo e colaboração.

Aos Professores do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", USP, pelos ensinamentos e constante disponibilidade.

Ao Professor Dr. Frederico Pimentel Gomes, pela sugestão do assunto desenvolvido neste trabalho.

Ao Professor Dr. Dilermando Perecin, pelo auxílio e constante disponibilidade.

À CAPES, em nome da Coordenação de Capacitação de Docentes da FCAVJ-UNESP, e ao CNPq, pelo auxílio financeiro prestado.

Ao Professor Argemiro de Oliveira Souza e à Maria de Lourdes Moretto, pela amizade e serviços prestados.

Aos colegas de curso, pela amizade e troca de idéias.

Aos funcionários do Centro de Processamento de Dados da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", USP, pela constante colaboração.

ÍNDICE

1. RESUMO

O procedimento da recuperação da informação interblocos para ensaios em blocos incompletos, envolve dois parâmetros, w e w', que são respectivamente os pesos por parcela nas comparações intrablocos e interblocos, e que geralmente precisam ser estimados. A estimação desses parâmetros, independente do método que se utilize para estimá-los, afeta para melhor ou pior os níveis de significância dos testes de hipóteses, os poderes dos testes, bem como outros fatores.

Considera-se como método de estimação, o proposto por YATES (1939), e com auxílio de dados simulados em computador, procura-se reconhecer a oportunidade do aproveitamento da informação interblocos e reconhecer os casos em que esta informação é de pouca importância. Para os casos em que isto não acontece, procura-se verificar os efeitos da estimação dos parâmetros w e w', e portanto do quociente entre eles, $a = \frac{w'}{w}$, no teste F para a análise da variância e no teste de Tukey para comparação de médias.

Para esse estudo consideram-se quatro ensaios em blocos incompletos equilibrados, escolhidos de forma a se ter uma desejável variação no número de graus de liberdade para o resíduo intrablocos e para blocos, e variam-se os valores de **a**, ou seja, **a** = 0,25; 0,50 e 0,75. Para cada uma dessas 12 combinações dos quatro ensaios com os três valores para o parâmetro **a**, considera-se a existência ou não de efeitos de tratamentos.

Os resultados mostram que, para ensaios não muito pequenos, o teste F para a análise da variância e o teste de Tukey para comparações de médias, das formas que são aplicados quando se faz a recuperação da informação interblocos, têm maior poder de indicar diferenças de efeitos de tratamentos, do que quando são aplicados considerando-se apenas a informação intrablocos, aos níveis de probabilidade menores ou iguais a 5%.

No que se refere à estimação dos parâmetros w e w', observa-se que esta estimação implica numa subestimação do nível mínimo de significância, tanto para o teste F como para o teste de Tukey.

2. INTRODUÇÃO

A recuperação da informação interblocos surgiu com YATES (1939), quando pretendia aproveitar a informação sobre diferenças de tratamentos contida nas comparações entre totais de blocos, para um ensaio reticulado cúbico. Este procedimento, que é uma combinação das informações intrablocos e interblocos, foi adaptado por YATES (1940) para ensaios em blocos incompletos equilibrados e por NAIR (1944) para ensaios em blocos parcialmente equilibrados e, mais tarde, generalizado por RAO (1947) para qualquer ensaio em blocos incompletos.

Embora a recuperação da informação interblocos tenha surgido para ensaios em blocos incompletos, PORTNOY (1973) afirma que ela pode ser utilizada para um grande número de ensaios, desde que um ou mais fatores sejam aleatórios e que os efeitos fixos não sejam ortogonais a eles; apresenta o caso em que apenas um efeito é aleatório.

O procedimento da recuperação da informação interblocos envolve dois parâmetros, w e w', que são os pesos por parcela nas comparações intrablocos e interblocos, respectivamente. Alguns autores consideram apenas um parâmetro como sendo a razão entre eles; como se pode citar, ROY e SHAH (1962) consideram $\rho = \frac{w}{w'}$ e PIMENTEL GOMES (1978) considera $\mathbf{a} = \frac{w'}{w}$.

Na prática, esses parâmetros são desconhecidos e precisam ser estimados. YATES (1939) propõe um método para estimá-los e essas estimativas foram bastante estudadas, principalmente no final da década de 50 por Graybill e seus colaboradores. Posteriormente, novos métodos de estimação foram apresentados e discutidos.

O problema que surge quando se utiliza a recuperação da informação interblocos é que, independentemente do método de estimação dos parâmetros que se utilize, os testes de significância não são exatos. Fixado o método de estimação, os níveis de significância dos testes de hipóteses, os poderes dos testes, bem como outros fatores, são afetados para melhor ou pior, dependendo do método de estimação fixado. No presente trabalho utiliza-se o método de estimação proposto por YATES (1939), que é o mais comumente usado e que considera todas as componentes das variações entre blocos, o que não acontece com a grande maioria dos outros métodos, e analisam-se os efeitos dessa estimação nos ensaios em blocos incompletos equilibrados para se conhecer com exatidão a oportunidade do aproveitamento da informação interblocos e reconhecer os casos em que esta informação é de pouca importância.

3. REVISÃO DE LITERATURA

Até 1939, qualquer estimativa para comparação de tratamentos nos ensaios em blocos incompletos baseava-se apenas na informação intrablocos que, como o próprio nome já diz, é a informação obtida através de comparações entre os valores observados em parcelas de um mesmo bloco.

YATES (1939) mostra como aproveitar a informação sobre tratamentos contida nas comparações entre totais de blocos, denominada informação interblocos, para um ensaio reticulado cúbico $p \times p \times p$. O autor afirma que esta informação só pode ser obtida se os blocos forem tomados de forma aleatória e, que para se obter melhores estimativas para diferenças entre tratamentos, deve-se considerar uma combinação da informação interblocos com a informação intrablocos. Essas estimativas são denominadas estimativas combinadas ou estimadas com a recuperação da informação interblocos das diferenças entre tratamentos.

Para combinar esses dois tipos de informação, YATES (1939) afirma que os totais das parcelas nas comparações intrablocos e os totais das parcelas nas comparações interblocos devem ser multiplicados respectivamente pelos pesos w e w', sendo que a variância residual das médias dos blocos é $\frac{1}{pw'}$ e que a variância residual das parcelas para as comparações intrablocos é $\frac{1}{w}$, e obtém para o reticulado cúbico $p \times p \times p$ que:

$$w = \frac{1}{\sigma^2} \quad \text{e} \quad w' = \frac{1}{\sigma^2 + p\sigma_b^2}$$

onde: σ_b^2 = Variância de blocos; e

σ^2 = Variância residual intrablocos.

Considerando-se que σ^2 e σ_b^2 são geralmente desconhecidos, o autor propõe um método para estimá-los, estimativas estas obtidas dos dados, por igualar o quadrado médio de blocos, eliminando o efeito de tratamentos, ou seja, o quadrado médio de blocos ajustado para tratamentos, e o quadrado médio do resíduo intrablocos a seus respectivos valores esperados.

YATES (1940) faz uma adaptação desse procedimento de recuperação da informação interblocos para ensaios em blocos incompletos equilibrados. Considera que os parâmetros que caracterizam esses ensaios são:

v = número de tratamentos;

b = número de blocos;

k = número de parcelas por bloco ($k < v$);

r = número de repetições dos tratamentos;

λ = número de blocos em que dois tratamentos quaisquer ocorrem juntos;

e obtém as estimativas intrablocos, interblocos e combinadas das diferenças entre totais de tratamentos, que são dadas respectivamente pelas diferenças correspondentes de:

$$\frac{Q_s}{E}, \quad \frac{rA_s}{r - \lambda} \quad e \quad Y_s ,$$

onde: $E = \frac{\lambda v}{rk}$ (fator eficiência);

A_s = soma dos totais dos blocos que possuem o tratamento s, $s = 1, 2, \ldots, v$;

$Q_s = T_s - \frac{A_s}{k}$, sendo T_s o total do tratamento s, $s = 1, 2, \ldots, v$;

$$Y_s = \frac{\frac{Q_s}{E}\,\frac{Ew}{r} + \frac{rA_s}{r - \lambda}\,\frac{(r - \lambda)\,w'}{kr^2}}{\frac{Ew}{r} + \frac{(r - \lambda)\,w'}{kr^2}} , \quad s = 1, 2, \ldots, v.$$

Observe-se que, para $s = 1, 2, \ldots, v$, os Y_s são as médias ponderadas dos $\frac{Q_s}{E}$ e dos $\frac{rA_s}{r - \lambda}$, utilizando como pesos os inversos de suas variâncias, ou seja, $\frac{Ew}{r}$ e $\frac{(r - \lambda)\,w'}{kr^2}$, respectivamente. Assim sendo, a variância de Y_s, $s = 1, 2, \ldots, v$, é dada por:

$$\frac{1}{\frac{Ew}{r} + \frac{(r - \lambda)\,w'}{kr^2}} = \frac{kr(v - 1)}{wv(k - 1) + w'(v - k)} .$$

Para a obtenção das estimativas de σ^2 e σ_b^2, e portanto dos pesos w e w' que no caso são:

$$w = \frac{1}{\sigma^2} \quad e \quad w' = \frac{1}{\sigma^2 + k\sigma_b^2},$$

pelo método proposto por YATES (1939), o autor apresenta o esquema para a análise da variância, dado a seguir, indicando o procedimento dos cálculos para a obtenção das somas de quadrados:

ESQUEMA PARA A ANÁLISE DE VARIÂNCIA

Método (a)	G.L.	S.Q. (a)		S.Q. (b)	Método (b)
Blocos (ignorando tratamentos)					Blocos (eliminando tratamentos)
Componente devido a tratamentos	$v-1$	$\frac{\Sigma(A_s-\bar{A})^2}{k(r-\lambda)}$		$\frac{\Sigma(W_s-\bar{W})^2}{rv(v-k)(k-1)}$	Componente devido a tratamentos
Complemento	$b-v$	—	$\longrightarrow$	—	Complemento
Total (blocos ignorando tratamentos)	$b-1$	$\frac{\Sigma(B_s-\bar{B})^2}{k}$		—	Total (blocos eliminando tratamentos)
Tratamentos (eliminando blocos)	$v-1$	$\frac{\Sigma(k\,Q_s)^2}{k^2 r E}$		$\frac{\Sigma(T_s-\bar{T})^2}{r}$	Tratamentos (ignorando blocos)
Resíduo intrablocos	e_0	—	$\longleftrightarrow$	—	Resíduo intrablocos
Total	$rv-1$	$\Sigma(y_{ij}-\bar{y})^2$	$\longleftrightarrow$	$\Sigma(y_{ij}-\bar{y})^2$	Total

onde: B_s = total de bloco s, $s = 1, 2, \ldots, b$;

$W_s = vk\,T_s - (v-1)\,A_s + (k-1)\,G$, $s = 1, 2, \ldots, v$, sendo G o total geral das observações;

y_{ij} = valor observado na parcela do bloco j, que recebeu o tratamento i;

$e_0 = bk - b - v + 1$;

— indica que a soma de quadrados, S.Q., é calculada por adição ou subtração;

$\longrightarrow$ indica que a S.Q. é transportada;

e as letras sob uma barra representam as médias das componentes do vetor correspondente, assim,

$$\bar{A} = \frac{\Sigma A_s}{v} .$$

Apresenta também os dois quadros que seguem, com as esperanças dos quadrados médios, E(Q.M.), para blocos eliminando tratamentos, e de suas componentes. O primeiro deles, para o caso em que os blocos não são dispostos em grupos de repetições, tipo III pela classificação de COCHRAN e COX (1957), e o segundo, para o caso em que os blocos são dispostos em c grupos de repetições, tipo I se $c = r$ e tipo II se $c \neq r$, pela mesma classificação citada anteriormente.

ESPERANÇAS DOS QUADRADOS MÉDIOS PARA ENSAIOS DO TIPO III

	G.L.	E(Q.M.)
Componente devido a tratamentos	$v - 1$	$Ek\sigma_b^2 + \sigma^2$
Complemento	$b - v$	$k\sigma_b^2 + \sigma^2$
Total de blocos (eliminando tratamentos)	$b - 1$	$\frac{bk - v}{b - 1}\sigma_b^2 + \sigma^2$

ESPERANÇAS DOS QUADRADOS MÉDIOS PARA ENSAIOS DOS TIPOS I e II

	G.L.	E(Q.M.)
Grupos de blocos	$c - 1$	—
Componente devido a tratamentos (1)	$v - 1$	$Ek\,\sigma_b^2 + \sigma^2$
Complemento (2)	$b - v - c + 1$	$k\sigma_b^2 + \sigma^2$
(1) + (2)	$b - c$	$\dfrac{bk - v - k(c - 1)}{b - c}\,\sigma_b^2 + \sigma^2$

As estimativas obtidas para os pesos w e w' são:

a) Se os blocos não são dispostos em grupos de repetições (Tipo III)

$$w = \frac{1}{s^2} \quad e \quad w' = \frac{v(r-1)}{k(b-1)\,s_b^2 - (v-k)\,s^2};$$

b) Se os blocos são dispostos em c grupos de repetições, $c \neq r$ (Tipo II)

$$w = \frac{1}{s^2} \quad e \quad w' = \frac{v(r-1) - k(c-1)}{k(b-c)\,s_b^2 - (v-k)\,s^2};$$

c) Se os blocos são dispostos em c grupos de repetições, $c = r$ (Tipo I)

$$w = \frac{1}{s^2} \quad e \quad w' = \frac{r-1}{rs_b^2 - s^2};$$

onde: s^2 = Q.M. para o resíduo intrablocos, e

s_b^2 = Q.M. para blocos, eliminando o efeito de tratamentos, para o caso (a), ou o Q.M. referente aos b - c graus de liberdade, para os casos (b) e (c).

Considerando-se que os verdadeiros valores dos pesos w e w' satisfazem a relação $w > w'$, e que esta relação pode não ser válida para suas estimativas, quando se obtém $s_b^2 < s^2$, o autor sugere que nesses casos sejam consideradas como estimativas finais, as estimativas truncadas desses pesos, ou seja,

$$w = w' = \frac{1}{s^2} .$$

Ainda segundo YATES (1940), sendo s_b^2 baseado freqüentemente em um menor número de graus de liberdade que s^2, existe uma diferença de precisão nas estimativas de w e w'. O efeito dessa diferença de precisão foi investigado em alguns casos, com resultados não publicados, mas mostram que a perda de informação não depende apenas dos graus de liberdade, mas também do fator eficiência, e que esta perda é de pouca importância nos casos práticos mais comuns.

NAIR (1944) considera os ensaios em blocos incompletos parcialmente equilibrados e faz uma adaptação do procedimento da recuperação da informação interblocos proposto por YATES (1939). Para a estimação dos pesos w e w', o autor considera duas classes de ensaios em blocos incompletos parcialmente equilibrados, que são:

a) Os blocos são agrupados em repetições, ou seja, $v = nk$ e $b = nr$, ("resolvable design"), sendo n o número de blocos por repetição e os demais parâmetros são os definidos para blocos incompletos equilibrados, e

b) Os blocos não podem ser agrupados em repetições ("non-resolvable design");

e apresenta os quadros de análise da variância para as duas classes de ensaios, (a) e (b), contendo as expressões para as somas de quadrados, bem como suas esperanças, donde pode-se obter as estimativas de σ_b^2 e σ^2, para os casos em que as estimativas interblocos podem ser determinadas, ou seja, $b \geq v + r - 1$ para ensaios da classe (a) e, $v \geq b$ para ensaios da classe (b).

As expressões obtidas para as estimativas dos pesos w e w', são as mesmas obtidas por YATES (1940) para ensaios em blocos incompletos equilibrados, nos casos correspondentes.

O autor apresenta também formas aproximadas para se estimar w e w' para ensaios em blocos incompletos em que os blocos são de tamanhos desiguais e, para ensaios em blocos incompletos em que os blocos são de tamanhos iguais, mas tendo algumas parcelas perdidas.

RAO (1947) generaliza o procedimento da recuperação da informação interblocos proposto por YATES (1939), para qualquer ensaio em blocos incompletos. Considera um ensaio com parâmetros:

v = número de tratamentos;

b = número de blocos;

k = número de parcelas por bloco ($k < v$);

r_i = número de repetições do tratamento i;

λ_{ij} = número de vezes que os tratamentos i e j ocorrem juntos num mesmo bloco;

i = 1, 2, ..., v;

j = 1, 2, ..., v;

e apresenta as equações normais para as estimativas intrablocos, interblocos e combinadas dos efeitos de tratamentos.

As equações normais para as estimativas intrablocos são:

$$wQ_s = w\left[r_s \frac{(k-1)}{k} t_s - \frac{\lambda_{s1}}{k} t_1 - \dots - \frac{\lambda_{sv}}{k} t_v\right]$$

onde, para s = 1, 2, ..., v:

$Q_s = T_s - \frac{A_s}{k}$, sendo T_s o total do tratamento s e A_s a soma dos totais de blocos que possuem o tratamento s;

t_s = estimativa intrablocos do efeito do tratamento s.

Para as estimativas interblocos dos efeitos de tratamentos, que só é possível se os conjuntos de tratamentos que constituem os blocos forem distribuídos de forma aleatória, as equações normais são:

$$w'Q'_s = w'\left[\left(\frac{r_s}{k} - \frac{r_s^2}{bk}\right) t'_s + \left(\frac{\lambda_{s1}}{k} - \frac{r_1 r_s}{bk}\right) t'_1 + \ldots + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\lambda_{sv}}{k} - \frac{r_v r_s}{bk}\right) t'_v \right];$$

onde, para $s = 1, 2, \ldots, v$:

$Q'_s = A_s - r_s \dfrac{G}{kb}$, sendo G o total geral do ensaio;

t'_s = estimativa interblocos do efeito do tratamento s.

Sob a restrição:

$$\Sigma\, r_s t'_s = 0$$

as equações normais para as estimativas interblocos reduzem-se a:

$$w'Q'_s = w'\left[\frac{r_s}{k} t'_s + \frac{\lambda_{s1}}{k} t'_1 + \ldots + \frac{\lambda_{sv}}{k} t'_v\right];$$

$$s = 1, 2, \ldots, v,$$

e neste caso as estimativas interblocos são unicamente determinadas.

As equações normais para as estimativas combinadas, obtidas pela adição das equações normais para as estimativas intrablocos com as correspondentes equações normais para as estimativas interblocos, sob a restrição $\Sigma\, r_s t'_s = 0$, são:

$$P_s = R_s\left(\frac{k-1}{k}\right) t^*_s - \frac{\Lambda_{s1}}{k} t^*_1 - \ldots - \frac{\Lambda_{sv}}{k} t^*_s,$$

onde, para $s = 1, 2, \ldots, v$:

$$P_s = wQ_s + w'Q'_s;$$

$$R_s = r_s\left(w + \frac{w'}{k-1}\right);$$

$$\Lambda_{sj} = \lambda_{sj}(w - w'),\ j = 1, 2, \ldots, v;$$

t^*_s = estimativa combinada do efeito do tratamento s.

Segundo o autor, para os verdadeiros valores de w e w',

$$\Sigma\, t^*_s\, P_s \cap \chi^2_{v-1},$$

ou seja, $\Sigma\, t^*_s\, P_s$ tem uma distribuição qui-quadrado central com v - 1 graus de liberdade, e, se w e w' forem estimados, pode-se utilizar esta mesma distribuição para comparações de tratamentos, com uma boa aproximação se essas estimativas forem obtidas a partir de somas de quadrados com números grandes de graus de liberdade.

Para a obtenção das somas de quadrados para o resíduo intrablocos e para blocos, eliminando-se o efeito de tratamentos, que são utilizados na estimação dos pesos w e w', o autor apresenta o seguinte esquema para a análise da variância:

ESQUEMA PARA A ANÁLISE DA VARIÂNCIA

	G.L.	S.Q.		S.Q.	
Blocos (ignorando tratamentos	$b - 1$	U_1		$— = V_2$	Blocos (eliminando tratamentos)
Tratamentos (eliminando blocos)	$v - 1$	$\Sigma t_s Q_s$		U_3	Tratamentos (ignorando blocos)
Resíduo	—	$— = V_1$	$\longrightarrow$	V_1	Resíduo
Total	$bk - 1$	U_2	$\longrightarrow$	U_2	Total

onde: $U_1 = \dfrac{1}{k} \Sigma B_s^2 - C$, sendo $C = \dfrac{G^2}{bk}$, que é o fator de correção;

$U_2 = \Sigma y_{ij}^2 - C;$

$U_3 = \Sigma \dfrac{T_s}{r_s} - C;$

— indica que é obtido por subtração;

$\longrightarrow$ indica que a S.Q. é transportada.

Apresenta também as esperanças:

$$E(V_1) = (bk - b - v + 1)\ \sigma^2$$

$$E(V_2) = (b - 1)\ \sigma^2 + (bk - v)\ \sigma_b^2;$$

donde se obtém as seguintes estimativas para os pesos w e w':

$$w = \frac{bk - b - v + 1}{V_1} \quad e$$

$$w' = \frac{bk - v}{kV_2 - \frac{(v-k)\,V_1}{bk - b - v + 1}}.$$

Observe-se que as expressões são equivalentes às obtidas por YATES (1940), para ensaios em blocos incompletos equilibrados.

Ainda segundo RAO (1947), se os blocos são agrupados em repetições, que é possível somente se $r_1 = r_2 = \ldots = r_v = r$, as estimativas de σ^2 e σ_b^2 são obtidas por igualar V_1 e V_3 a seus valores esperados, sendo V_3 a soma de quadrados apresentada no seguinte quadro:

	G.L.	S.Q.
Repetições	r - 1	$\frac{1}{v} \Sigma R_s^2 - C$
Blocos dentro de Repetições	b - r	$— = V_3$
Blocos (eliminando tratamentos)	b - 1	V_2

onde R_s é o total da repetição s, $s = 1, 2, \ldots, r$, e

$$E(V_3) = (v-1)(r-1)\,\sigma_b^2 + (b-r)\,\sigma^2.$$

Os modelos matemáticos para os ensaios em blocos incompletos equilibrados, nos casos em que se utiliza separadamente cada um dos dois tipos de informação, intrablocos e interblocos, podem ser encontrados em KEMPTHORNE (1952). O mo delo usual quando se utiliza apenas a informação intrablocos é o modelo aditivo:

$$y_{ij} = \mu + t_i + b_j + e_{ij}$$

onde: y_{ij} = valor observado na parcela do bloco j, que recebeu tratamento i (se o tratamento i é aplicado no bloco j, naturalmente);

μ = efeito da média geral do ensaio;

t_i = efeito do tratamento i;

b_j = efeito do bloco j;

e_{ij} = desvio, sendo os e_{ij} considerados normalmente e independentemente distribuídos, com média zero e variância σ^2;

i = 1, 2, ..., v;

j = 1, 2, ..., b;

e o modelo usual quando se utiliza apenas a informação interblocos é o modelo aditivo:

$$B_j = k\mu + k \sum_{(j)} t_i + kb_j + \sum_i e_{ij}$$

onde, para j = 1, 2, ..., b.

B_j = total observado no bloco j;

$\sum_{(j)} t_i$ = soma dos efeitos de tratamentos correspondentes aos tratamentos que são aplicados no bloco j.

Observe-se que as parcelas para as comparações interblocos nada mais são que os blocos nas comparações intrablocos.

O modelo matemático para o caso em que se considera uma combinação das informações intrablocos e interblocos, como se pode ver em COCHRAN e COX (1957), é o mesmo modelo aditivo intrablocos, considerando-se apenas que os b_j, $j = 1, 2, \ldots, b$, são variáveis aleatórias normalmente e independentemente distribuídas com média zero e variância constante σ_b^2.

Segundo COCHRAN e COX (1957), a recuperação da informação interblocos não deve ser utilizada se o número de blocos do ensaio for pequeno. Para o caso particular de ensaios reticulados quadrados, os autores afirmam que esta não deve ser utilizada, a menos que o número de blocos seja maior que 10.

GRAYBILL e WEEKS (1959) consideram o modelo matemático para as comparações intrablocos na forma:

$$\underset{\sim}{y} = \mu J_1^n + X_1 \underset{\sim}{t} + X_2 \underset{\sim}{b} + \underset{\sim}{e},$$

onde: J_1^n = matriz de ordem $n \times 1$, com todos elementos iguais a 1, sendo $n = bk$;

$\underset{\sim}{t}$ = vetor dos efeitos de tratamentos;

$\underset{\sim}{b}$ = vetor dos efeitos de blocos;

$\underset{\sim}{e}$ = vetor dos desvios;

$\underset{\sim}{y}$ = vetor das observações;

X_1 e X_2 são as submatrizes da partição da matriz do modelo, relativas a tratamentos e blocos, respectivamente;

e considerando-se que P* é uma matriz ortogonal de ordem $v \times v$, da forma:

$$P^* = \left[\frac{1}{\sqrt{v}} \; J_1^v \; \vdots \; P \right],$$

reescrevem o modelo como:

$$\underset{\sim}{y} = \alpha J_1^n + A' \underset{\sim}{\tau} + X_2 \underset{\sim}{b} + \underset{\sim}{e},$$

onde: $\alpha = \mu + \frac{1}{v} \Sigma t_s$;

$A' = X_1 P$ é uma matriz de ordem $n \times (v-1)$;

$\underset{\sim}{\tau} = P' \underset{\sim}{t}$ é um vetor cujas $v-1$ componentes são funções estimáveis dos t_s, $s = 1, 2, \ldots, v$.

Segundo os autores, as estatísticas:

$$\underset{\sim}{u} = P' G \underset{\sim}{y};$$

$$\underset{\sim}{x} = P' R \underset{\sim}{y};$$

$$\bar{y}_{..} = \frac{1}{n} \Sigma y_{ij};$$

$$S^{*2} = \frac{1}{k} \underset{\sim}{y}' (I - X_1 R) X_2 X_2' (I - X_1 R) \underset{\sim}{y};$$

$$S^2 = \underset{\sim}{y}' (I - X_1 G)(I - \frac{1}{k} X_2 X_2')(I - X_1 G) \underset{\sim}{y};$$

onde: $G = \frac{k}{\lambda v} (X_1' - \frac{1}{k} N X_2')$;

$R = \frac{1}{(r - \lambda)} (X_1' X_2 X_2' - \frac{r}{b} J_n^v)$;

$N = (n_{ij})_{v \times b}$ é a matriz de incidência, ou seja, $n_{ij} = 1$ se o tratamento i ocorre no bloco j e $n_{ij} = 0$ se não ocorre;

formam um conjunto de estatísticas suficientes minimais e são estimadores suficientes dos parâmetros $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_{v-1}$, α σ_b^2 e σ^2. Ainda mais:

a) $\underset{\sim}{u}$ é normalmente distribuído com média $\underset{\sim}{\tau}$ e matriz de variâncias e covariâncias $(\frac{k}{\lambda v})\, \sigma^2\, I$, assim u_s é estimador imparcial intrablocos de τ_s, $s = 1, 2, \ldots, v-1$;

b) $\underset{\sim}{x}$ é normalmente distribuído com média $\underset{\sim}{\tau}$ e matriz de variâncias e covariâncias $\frac{k}{r - \lambda}\, (\sigma^2 + k\, \sigma_b^2)\, I$, assim x_s é estimador imparcial interblocos de τ_s, $s = 1, 2, \ldots, v-1$;

c) $\frac{S^2}{\sigma^2}$ tem distribuição qui-quadrado central com $n - b - v + 1$ graus de liberdade, logo $\frac{S^2}{n - b - v + 1}$ é um estimador imparcial de σ^2;

d) $\frac{S^{*2}}{\sigma^2 + k\, \sigma_b^2}$ tem distribuição qui-quadrado central com $b - v$ graus de liberdade, se $b > v$, neste caso $\frac{S^{*2}}{b - v}$ é um estimador imparcial de $\sigma^2 + k\, \sigma_b^2$;

e) $\bar{y}_{..}$ é normalmente distribuída com média α e variância $\frac{1}{bk}\, (\sigma^2 + k\, \sigma_b^2)$;

f) $u_1, u_2, \ldots, u_{v-1}, x_1, x_2, \ldots, x_{v-1}, \bar{y}_{..}$, S^2 e S^{*2} são mutuamente independentes.

Os autores afirmam também que as estimativas combinadas obtidas por YATES (1940) são baseadas nesse conjunto de estatísticos suficientes minimais e apresentam um estimador $\bar{\tau}_s$, que é um estimador imparcial para τ_s, $s = 1, 2, \ldots, v-1$, também baseados nesse mesmo conjunto de estatísticas. Esses estimadores coincidem com os de YATES (1940), se

$$\hat{\sigma}_b^2 = \frac{b-1}{bk-v}\Big[\text{Q.M. Blocos (eliminando tratamentos)} - \text{Q.M. Resíduo Intrablocos}\Big] > 0,$$

ou seja, se as estimativas dos pesos não forem tais que $w > w'$ (não forem truncados).

GRAYBILL e DEAL (1959) demonstram que: sendo x e y variáveis aleatórias normalmente distribuídas com médias μ e variâncias σ_1^2/n_1 e σ_2^2/n_2, respectivamente; s_1^2 e s_2^2 variáveis aleatórias tais que $m_1 s_1^2/\sigma_1^2$ e $m_2 s_2^2/\sigma_2^2$ tenham distribuição qui-quadrado com m_1 e m_2 graus de liberdade, respectivamente, e ainda mais; x, y, $m_1 s_1^2/\sigma_1^2$ e $m_2 s_2^2/\sigma_2^2$ mutuamente independentes; a condição necessária e suficiente para que

$$\hat{\mu} = (n_1 s_2^2 x + n_2 s_1^2 y) / (n_1 s_2^2 + n_2 s_1^2)$$

seja um estimador imparcial para μ e que seja uniformemente melhor que x ou y ($V(\hat{\mu}) \leq \sigma_1^2/n_1$ e $V(\hat{\mu}) \leq \sigma_2^2/n_2$ para todos os valores de σ_1^2/n_1 e σ_2^2/n_2), é que m_1 e m_2 sejam maiores que 9.

Os autores aplicam este resultado para combinar as estimativas intrablocos e interblocos de diferenças de tratamentos obtidas por YATES (1940). Eles consideram essas estimativas em unidades de médias de tratamentos, e apresentam o seguinte estimador para a diferença entre os tratamentos i e j:

$$\left[(Q_i - Q_j)\, ks_1^2 + (A_i - A_j)\, s^2\right] \Big/ \left[rkEs_1^2 + (r - \lambda)\, s^2\right]$$

onde: $i, j = 1, 2, \ldots, v;\ i \neq j;$

s^2 = Q.M. Resíduo intrablocos;

s_1^2 = Q.M. Resíduo interblocos.

Este estimador é imparcial e é uniformemente melhor que os estimadores intrablocos e interblocos correspondentes, se for satisfeita uma das duas condições:

1) $rv - b - v + 1 \geq 18$ e $b - v \geq 9$; ou

2) $b - v \geq 10$.

GRAYBILL e SESHADRI (1960) mostram que os estimadores combinados dos efeitos de tratamentos, obtidos por YATES (1940), são imparciais, independente do fato das estimativas dos pesos serem truncadas ou não.

Segundo GRAYBILL (1961), se no modelo aditivo intrablocos para ensaios em blocos incompletos equilibrados os efeitos de blocos forem aleatórios, então se $b > v$ e $t_1 = t_2 = \ldots = t_v$,

$$\frac{\text{Q.M. Trat. (eliminando blocos)}}{\text{Q.M. Resíduo intrablocos}} \cap F(v-1,\ bk - b - v + 1).$$

CHAKRABARTI (1962) considera um ensaio em blocos incompletos, conforme definido por RAO (1947), mas considerando-se os blocos de tamanhos desiguais, e apresenta o sistema de equações normais intrablocos, dado na forma matricial por:

$$C\hat{\underset{\sim}{t}} = \underset{\sim}{Q},$$

onde: $C = \text{diag}(r_1, r_2, \ldots, r_v) - N\,\text{diag}(1/k_1, 1/k_2, \ldots, 1/k_b)\,N'$, sendo $N = (n_{ij})$ denominada matriz de incidência;

$\underset{\sim}{Q} = \underset{\sim}{T} - N\,\text{diag}(1/k_1, 1/k_2, \ldots, 1/k_b)\,\underset{\sim}{B}$, sendo $\underset{\sim}{T}$ o vetor dos totais de tratamentos e $\underset{\sim}{B}$ o vetor dos totais de blocos;

$\hat{\underset{\sim}{t}}$ = vetor das estimativas intrablocos dos efeitos de tratamentos.

O autor demonstra que o posto da matriz C, r(C), é menor que v e que a condição necessária e suficiente para que todo contraste de blocos e todo contraste de tratamentos sejam estimáveis é que $r(C) = v - 1$. Quando isto acontece o ensaio se diz conectado.

ROY e SHAH (1962) consideram um ensaio em blocos incompletos equilibrados, conectado, com parâmetros v, b, k, r e λ, e matriz de incidência $N = (n_{ij})$, com $n_{ij} = 0$ ou $n_{ij} = 1$, $i = 1, 2, \ldots, v$; $j = 1, 2, \ldots, b$, e apresentam o sistema de equações normais para as estimativas combinadas dos efeitos de tratamentos, na forma:

$$(C + \frac{1}{\rho} C_1)\,\underset{\sim}{t} = \underset{\sim}{Q} + \frac{1}{\rho}\underset{\sim}{Q}_1,$$

onde: $C = rI - \frac{1}{k} NN'$;

$C_1 = \frac{1}{k} NN' - \frac{r^2}{bk} J_v^v$;

$\underset{\sim}{Q} = \underset{\sim}{T} - \frac{1}{k} N\underset{\sim}{B}$;

$\underset{\sim}{Q}_1 = \frac{1}{k} N\underset{\sim}{B} - \frac{rG}{bk} J_1^v$, sendo G o total geral das observa ções;

ρ é a razão entre a variância residual por parcela interblocos ($\sigma_1^2 = \sigma^2 + k\,\sigma_b^2$) e a variância residual por parcela intrablocos (σ^2);

$\underset{\sim}{t}$ é o vetor das estimativas combinadas dos efeitos de tratamentos.

Observe-se que C e C_1 são respectivamente as matrizes dos coeficientes dos sistemas de equações normais intrablocos e interblocos, e que $\underset{\sim}{Q}$ e $\underset{\sim}{Q}_1$ são respectivamente os vetores dos totais de tratamentos ajustados nas comparações intrablocos e interblocos.

Observe-se ainda que essas equações normais combinadas são equivalentes às apresentadas por RAO (1947), apenas particularizadas para ensaios em blocos incompletos equilibrados e considerando-se, ao invés dos pesos w e w', o parâmetro ρ que é a razão entre eles, ou seja, $\rho = \frac{w}{w'}$.

A estimativa do parâmetro ρ, pelo processo proposto por YATES (1939), é dada por:

$$R = \frac{s_1^2}{s^2} ,$$

onde: s^2 = Q.M. Resíduo intrablocos; e

$$s_1^2 = \frac{k \text{ S.Q. Blocos (eliminando tratamentos)} - (v-k)\, s^2}{v\,(r-1)};$$

ou na sua forma truncada:

$$R' = \begin{cases} 1 & \text{se} \quad R < 1 \\ R & \text{se} \quad R \geq 1 \end{cases}$$

Considerando-se que R não é um estimador imparcial para ρ, os autores sugerem a seguinte correção para torná-lo imparcial:

$$R^* = \left(1 - \frac{2}{e_0}\right) R - \frac{2\,(v-k)}{e_0\, v(r-1)},$$

onde e_0 é o número de graus de liberdade para o resíduo intrablocos.

Os autores apresentam também uma transformação linear das observações, denominada redução canônica, que consiste em definir $v-1$ contrastes intrablocos mutuamente ortogonais, por:

$$x_{0s} = \begin{cases} k^{1/2}\,(rk - \phi_s)^{-1/2}\, \underset{\sim}{Q}'\, \underset{\sim}{\xi}_s & \text{para } s = 1, 2, \ldots, q \\ r^{-1/2}\, \underset{\sim}{Q}'\, \underset{\sim}{\xi}_s & \text{para } s = q+1, q+2, \ldots, v-1. \end{cases}$$

onde: ϕ_s, $s = 1, 2, \ldots, q$, são os q valores próprios de NN', positivos e menores que rk;

$\underset{\sim}{\xi}_s$, $s = 1, 2, \ldots, q$, são os vetores próprios ortogonais correspondentes aos ϕ_s;

$\underset{\sim}{\xi}_s$, $s = q+1, q+2, \ldots, v-1$ são $(v-1)-q$ vetores mutuamente ortogonais e ortogonais aos $\underset{\sim}{\xi}_s$, $s = 1, 2, \ldots, q$ e a J_1^v;

e definir q constrastes interblocos mutuamente ortogonais por:

$$x_{1s} = (k\ \phi_s)^{-1/2}\ \underset{\sim}{B}'N'\ \underset{\sim}{\xi}_s, \quad s = 1,\ 2,\ \ldots,\ q.$$

Considerando-se que as dimensões dos espaços vetoriais gerados pelos constrastes intrablocos e interblocos são respectivamente $b(k-1)$ e $b-1$, os autores denotam os $e_0 = b(k-1)-(v-1)$ contrastes mutuamente ortogonais e ortogonais aos x_{0s}, $s = 1, 2, \ldots, v-1$, por z_{0s}, $s = 1, 2, \ldots, e_0$ e os $e_1 = (b-1)-q$ contrastes mutuamente ortogonais e ortogonais aos x_{1s}, $s = 1, 2, \ldots, q$, por z_{1s}, $s = 1, 2, \ldots, e_1$.

Segundo os autores essa transformação linear das observações para: $G^* = (bk)^{-1/2}G$; x_{0s}, $s = 1, 2, \ldots, v-1$; x_{1s}, $s = 1, 2, \ldots, q$; z_{0s}, $s = 1, 2, \ldots, e_0$ e z_{1s}, $s = 1, 2, \ldots, e_1$ é ortogonal e tal que as variáveis transformadas são não correlacionadas entre si. As esperanças e variâncias dessas variáveis são:

$E(G^*) = (bk)^{1/2}\mu$ e $V(G^*) = 0$;

$E(x_{0s}) = a_{0s}\tau_s$ e $V(x_{0s}) = \sigma^2$, $s = 1, 2, \ldots, v-1$;

$E(x_{1s}) = a_{1s}\tau_s$ e $V(x_{1s}) = \sigma_1^2 = \sigma^2 + k\,\sigma_b^2$, $s = 1, 2, \ldots, q$;

$E(z_{0s}) = 0$ e $V(z_{0s}) = \sigma^2$, $s = 0, 1, 2, \ldots, e_0$;

$E(z_{1s}) = 0$ e $V(z_{1s}) = \sigma_1^2$, $s = 0, 1, 2, \ldots, e_1$;

onde: μ = efeito da média geral do ensaio;

$\tau_s = \underset{\sim}{t}\ \xi'_s$, $s = 1, 2, \ldots, v-1$;

$$a_{0s} = \begin{cases} (r - \phi_s/k)^{1/2}, & s = 1, 2, \ldots, q \\ r^{1/2}, & s = 1, 2, \ldots, v-1 \end{cases};$$

$a_{1s} = (\phi_s/k)^{1/2}$, $s = 1, 2, \ldots, q$.

A partir desta redução canônica, definem a seguinte estimativa combinada para os τ_s, $s = 1, 2, \ldots, v-1$:

$$\bar{t}_s(\rho) = \begin{cases} (\rho\, a_{0s}\, x_{0s} + a_{1s}\, x_{1s}) / (\rho\, a_{0s}^2 + a_{1s}^2), \\ \quad s = 1, 2, \ldots, q \\ x_{0s}/a_{0s}, \quad s = q+1, q+2, \ldots, v-1 \end{cases}.$$

Se o parâmetro ρ é conhecido, $\bar{t}_s(\rho)$ é um estimador imparcial para τ_s, $s = 1, 2, \ldots, v-1$, e de variância mínima. A variância é dada por:

$$V[\bar{t}_s(\rho)] = \begin{cases} \rho\,\sigma^2/(\rho\, a_{0s}^2 + a_{1s}^2), & s = 1, 2, \ldots, q \\ \sigma^2/a_{0s}^2, & s = q+1, q+2, \ldots, v-1 \end{cases}.$$

Considerando-se que ρ é geralmente desconhecido, os autores apresentam uma estatística P, definida por:

$$P = \frac{a\, S_1 + \Sigma\, b_s\, z_s}{S_0} + C,$$

onde: $z_s = x_{0s} - a_{0s}\, x_{1s}/a_{1s}$, $s = 1, 2, \ldots, q$;

$S_0 = \Sigma z_{0s}^2$ (S.Q. Resíduo intrablocos);

$S_1 = \Sigma z_{1s}^2$ (S.Q. Resíduo interblocos);

a; C e b_s, $s = 1, 2, \ldots, q$ são constantes convenientemente determinadas.

Segundo eles, se a estimativa de ρ for da forma:

$$\rho^* = \begin{cases} P & \text{se} \quad P \geq 1 \\ 1 & \text{se} \quad P < 1 \end{cases},$$

o estimador de qualquer contraste τ de tratamentos, escrito por $\tau = \Sigma \ell_s \tau_s$ para algumas constantes ℓ_s, $s = 1, 2, \ldots, v-1$, é:

$$\overline{t}(\rho^*) = \Sigma \ell_s \overline{t}_s(\rho^*),$$

que é imparcial, com variância:

$$V[\overline{t}(\rho^*)] = V[\overline{t}(\rho)] + \sum_{s=1}^{q} \frac{c_s^2 \, \ell_s^2 V(w_s)}{a_{1s}^2 (1 + \rho c_s)^2},$$

onde: $w_s = \dfrac{(\rho^* - \rho)\, z_s}{1 + \rho^* c_s}$, $s = 1, 2, \ldots, q$; e

$$c_s = \frac{a_{0s}^2}{a_{1s}^2} = (rk - \phi_s)/\phi_s, \quad s = 1, 2, \ldots, q.$$

SESHADRI (1963 *a*) demonstra que: Se $\hat{\theta}_1$ e $\hat{\theta}_2$ são estimativas imparciais e independentes de um parâmetro θ, com variâncias σ_1^2 e σ_2^2, respectivamente, e se existir um estimador imparcial $\hat{b}$ de

$$b = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2},$$

tal que:

(1) $\hat{b}$ é independente de $\hat{\theta}_1$ e $\hat{\theta}_2$, ou

(2) $E[(\hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_1)\hat{b}] = 0$,

então o estimador combinado:

$$\hat{\theta} = \theta_1 + \hat{b}\,\theta_2,$$

é um estimador imparcial para θ, e ainda mais, se a condição (1) for satisfeita,

$$V(\hat{\theta}) \leq V(\hat{\theta}_1) \quad \text{se} \quad V(\hat{b}) \leq [E(\hat{b})]^2 \quad \text{e}$$

$$V(\hat{\theta}) \leq V(\hat{\theta}_2) \quad \text{se} \quad V(1-\hat{b}) \leq [E(1-\hat{b})]^2.$$

O autor aplica este resultado para combinar as estimativas intrablocos e interblocos dos efeitos de tratamentos de um ensaio em blocos incompletos equilibrados. Considerando-se que:

a) Os efeitos de blocos e os desvios são aleatórios, com variâncias σ_b^2 e σ^2, respectivamente;

b) As estimativas intrablocos, u_s, dos efeitos de tratamentos, são normalmente distribuídas com média t_s, $s = 1, 2, \ldots, v$, e variância $\frac{k}{\lambda v}\sigma^2$;

c) As estimativas interblocos, x_s, dos efeitos de tratamentos, são normalmente distribuídas com média t_s, $s = 1, 2, \ldots, v$, e variância $\frac{k(\sigma^2 + k\sigma_b^2)}{(r-\lambda)}$;

d) $\lambda v(r - \lambda) \sum_{j=1,\ j \neq s}^{v-1} (x_j - u_j)^2 / k^2 (r\sigma^2 + \lambda v \sigma_b^2) \cap \chi^2_{v-2}$,

$s = 1, 2, \ldots, v - 1$;

e) $\dfrac{S^2}{\sigma^2} \cap \chi^2_{e_0}$, sendo S^2 = S.Q. Resíduo intrablocos e $e_0 = bk - b - v + 1$ o número de graus de liberdade correspondente;

f) u_s; x_s, $s = 1, 2, \ldots, v$ e S^2 são mutuamente independentes;

o autor verifica que:

$$\hat{b} = \frac{k(v-4)\,S^2}{e_0 \lambda v \sum_{j=1,\ j \neq s}^{v-1} (x_j - u_j)^2}, \quad \forall\ s,\ s = 1, 2, \ldots, v - 1,$$

é um estimador imparcial para b e que

$$\hat{t}_s = u_s - \hat{b}(x_s - u_s)$$

é um estimador imparcial para t_s, uniformemente melhor que u_s, $s = 1, 2, \ldots, v$, se $v < (e_0 - 1)(t - 8)$, desigualdade esta que é válida sempre que $v > 8$.

SESHADRI (1963 *b*), considerando as mesmas notações e as condições de (a) a (f) apresentadas em SESHADRI (1963 *a*), apenas trocando a condição (d) por:

d') $\lambda v(r - \lambda) \sum_{j=1}^{v-1} (x_j - u_j)^2 / k^2 (r\sigma^2 + \lambda v \sigma_b^2) \cap \chi^2_{v-1}$,

propõe um novo estimador combinado dos efeitos de tratamentos, para ensaios em blocos incompletos equilibrados, dado por:

$$\hat{t}_s = u_s + \frac{\frac{k(v-3)\,S^2}{v-1}}{e_0\,\lambda v \sum_{j=1} (x_j - u_j)^2} (x_s - u_s).$$

O autor demonstra que este estimador é imparcial, consistente e uniformemente melhor que os estimadores intrablocos e interblocos, independente de qualquer condição.

SHAH (1964 *a*), considerando a mesma notação utilizada por ROY e SHAH (1962), demonstra que se o estimador de ρ é ρ^*, e se $\tau = \sum_{s=1}^{v-1} \ell_s \tau_s$ é um contraste de efeitos de tratamentos, o estimador combinado $\bar{t}(\rho^*)$ terá variância menor ou igual do que a variância do estimador intrablocos desse contraste se $\rho \leq 2$.

Segundo SHAH (1964 *b*) o estimador de ρ, conforme proposto por YATES (1939) e adaptado por RAO (1947), para qualquer ensaio em blocos imcompletos é da forma do estimador ρ^* definido por ROY e SHAH (1962).

SHAH (1964 *b*), com o objetivo de obter estimadores combinados de contrastes de tratamentos uniformemente melhores, ou seja, com variância menor do que a variância do estimador intrablocos para todo valor de ρ, considera um ensaio em blocos incompletos com parâmetros v, b, k, r e matriz de incidência $N = (n_{ij})$, com $n_{ij} = 0$ ou 1, $i = 1, 2, \ldots, v$ e $j = 1, 2, \ldots, b$, e apresenta um estimador para ρ, válido somente para os ensaios em que a matriz de associação NN' tem um auto valor não nulo com multiplicidade $p > 2$, como se segue.

Considerando-se que os auto valores de NN' são rk, ϕ_1, ϕ_2, ..., ϕ_p, ϕ_{p+1}, ..., ϕ_q, onde $\phi_1 = \phi_2 = \ldots = \phi_p = \phi$, e utilizando as mesmas notações utilizadas por ROY e SHAH (1962), o autor define o estimador de ρ:

$$\rho^+ = \begin{cases} e_0\, z/\bar{c}\, p\, S_0 - 1/\bar{c} & \text{se} \quad S_0 \leq Kz \\ 1 & \text{se} \quad S_0 > Kz \end{cases},$$

onde: $z = \sum_{s=1}^{p} z_s^2$;

$\bar{c} = c_1 = c_2 = \ldots = c_p$;

$K = e_0/p(1 + \bar{c})$.

Segundo o autor, utilizando-se este estimador para ρ, o estimador combinado $\bar{t}(\rho^+)$ de qualquer contraste de efeitos de tratamentos da forma $\tau = \underset{\sim}{m}'\,\underset{\sim}{t}$, onde $\underset{\sim}{m}$ é um auto vetor associado ao auto valor ϕ, é uniformemente melhor se $(p - 4)(e_0 - 2) \geq 8$.

O autor apresenta também um outro estimador para ρ, válido para os ensaios pertencentes a uma classe D_1, formada pelos ensaios em blocos incompletos em que a matriz de associação NN' tem um único auto valor não nulo ϕ, diferente de rk. Considerando-se a mesma notação utilizada por ROY e SHAH (1962), o estimador é definido por:

$$\rho^* = \begin{cases} \dfrac{\phi}{rk - \phi}\left(\dfrac{z}{q\, S_0^2} - 1\right) & \text{se} \quad \dfrac{z}{S_0^2} > \dfrac{rkq}{\phi} \\ 1 & \text{se} \quad \dfrac{z}{S_0^2} \leq \dfrac{rkq}{\phi} \end{cases}$$

onde: $z = \bar{c}(1 + \bar{c})[(\underset{\sim}{T}'\underset{\sim}{T}/r - G^2/bk) - (2\,\underset{\sim}{T}' - r\,\underset{\sim}{t}^{*'})\,\underset{\sim}{t}^*]$, sendo $\underset{\sim}{t}^*$ qualquer solução do sistema de equações normais intrablocos;

$\bar{c} = \dfrac{rk}{\phi} - 1$;

$q = r(NN') - 1$, para ensaios pertencentes à classe D_1.

O autor demonstra que, utilizando-se este estimador para ρ, o estimador combinado $\bar{t}(\rho^*)$ de qualquer contraste de tratamentos τ, é uniformemente melhor se $(q-4)(e_0-2) \geq 8$.

Segundo Bose (1949), citado por SHAH (1964 *b*), para os ensaios em blocos incompletos equilibrados a matriz de associação é de posto completo e tem um único auto valor distinto de rk. Assim sendo, Shah concluiu que esses ensaios pertencem à classe D_1 e que $q = v - 1$, e portanto, utilizando-se o estimador ρ^* em ensaios em blocos incompletos equilibrados, o estimador combinado $\bar{t}(\rho^*)$ de qualquer contraste de tratamentos τ, é uniformemente melhor se $(v-5)(e_0-2) \geq 8$, desigualdade esta que é satisfeita sempre que $v > 5$.

Segundo Roy e Laha (1956), citados por SHAH (1964 *b*), para ensaios em "Linked Blocks", que são ensaios criados por Youden em 1951, e, como se pode ver em BOSE e SHIMAMOTO (1952), são ensaios em blocos incompletos em que quaisquer dois blocos possuem o mesmo número de tratamentos em comum, a matriz de associação tem um único auto valor não nulo e distinto de rk, com multiplicidade $p = b - 1$. Assim sendo, Shah conclui que esses ensaios pertencem à classe D_1, e portanto, utilizando-se o estimador ρ^* em ensaios em "Linked Blocks", o estimador combinado $\bar{t}(\rho^*)$ de qualquer contraste de tratamentos τ, é uniformemente melhor se $(b-5)(e_0-8) \geq 8$, desigualdade esta que é satisfeita sempre que $b > 5$.

SHAH (1964 *b*) demonstra ainda que o estimador de ρ, conforme proposto por YATES (1939), coincide com o estimador ρ^* por ele proposto, para os ensaios em "Linked Blocks".

SESHADRI (1966) compara os estimadores combinados dos efeitos de tratamentos obtidos por YATES (1940) com os obtidos por GRAYBILL e WEEKS (1959), em relação às suas variâncias, e conclui que a variância dos estimadores obtidos por Yates é sempre menor que a variância dos estimadores obtidos por Graybill e Weeks, ou seja, que os estimadores de Yates são melhores.

STEIN (1966) apresenta, para ensaios em blocos incompletos equilibrados, um estimador dos efeitos combinados de tratamentos, obtido como aplicação da estimativa da média de uma distribuição normal multivariada, que segundo o autor foi obtida por James e Stein (1960). O estimador é dado por:

$$(1-c)\,\underset{\sim}{u} + c\,\underset{\sim}{x},$$

onde: $\underset{\sim}{u}$ e $\underset{\sim}{x}$ são, respectivamente, os vetores das estimativas intrablocos e interblocos dos efeitos de tratamentos, e

$$c = \min\left\{\frac{\alpha}{\alpha+\beta};\ \frac{p-2}{n_0+2}\ \frac{\alpha S}{\|\underset{\sim}{u}-\underset{\sim}{x}\|^2}\right\},\ \text{sendo } \alpha = \frac{k}{\lambda v},\ \beta = \frac{k}{r-\lambda},$$

S = S.Q. Resíduo intrablocos, $p = v-1$, $n_0 = bk - v - b + 1$ e $\|\underset{\sim}{u}-\underset{\sim}{x}\|^2 = \Sigma(u_s - x_s)^2$.

Segundo o autor, tanto este estimador como o proposto por SHAH (1964 *b*), podem levar a estimativas não eficientes para w e w', uma vez que esses métodos usam a informação interblocos somente através das estimativas interblocos dos efeitos de tratamentos.

SISKIND (1968) estuda a questão da perda da informação quando se utiliza um valor incorreto de ρ na obtenção de estimativas combinadas, em ensaios em blocos incompletos equilibrados. Ele mostra que se a estimativa desse parâmetro não for muito discrepante de seu verdadeiro valor, a perda de informação é pequena, principalmente se o tamanho dos blocos for grande.

PIMENTEL GOMES (1968), considerando que o sistema de equações normais intrablocos, escrito de forma equivalente à utilizada por ROY e SHAH (1962) por $C\underset{\sim}{t} = \underset{\sim}{Q}$, é indeterminado, introduz uma restrição para a solução da forma $A\underset{\sim}{t} = \underset{\sim}{0}$, onde A é uma matriz de ordem $v \times v$, escolhida de modo que a matriz $M = C - A$ seja não singular. O autor apresenta também algumas propriedades da solução sujeita a esta restrição, ou seja, da solução de $M\underset{\sim}{t} = \underset{\sim}{Q}$.

Considerando-se que, assim como o sistema de equações normais intrablocos, os sistemas de equações normais interblocos, $C_1\underset{\sim}{t} = \underset{\sim}{Q}_1$, e o sistema de equações combinadas, $(C + \frac{1}{\rho} C_1)\underset{\sim}{t} = \underset{\sim}{Q} + \frac{1}{\rho}\underset{\sim}{Q}_1$, são indeterminados, esta metodologia introduzida por PIMENTEL GOMES (1968) é geralmente utilizada para se determinar soluções particulares para esses sistemas.

Segundo SHAH (1970), as estimativas combinadas obtidas por SESHADRI (1963 *a*), SHAH (1964 *b*) e STEIN (1966) são similares às propostas por YATES (1939, 1940). Em todos os casos, o método dos quadrados mínimos é aplicado para os contrastes intrablocos e interblocos, assumindo que o valor de ρ é conhecido, e, as diferenças estão nas formas de estimar ρ. Segundo o autor, embora as estimativas propostas por SESHADRI (1963 *a*), SHAH (1964 *b*) e STEIN (1966) tenham a propriedade de serem uniformemente melhores, e esta propriedade não ter sido demonstrada para as estimativas obtidas por YATES (1940), esta última pode ser melhor que essas outras, especialmente pelo fato das estimativas propostas por Yates usarem todas as componentes do erro, enquanto que as outras utilizam apenas a componente do erro intrablocos e os quadrados das diferenças entre as estimativas intrablocos e interblocos, dos efeitos de tratamentos.

Considerando-se que a variância das estimativas combinadas, propostas por SESHADRI (1963 *a*), estão sempre entre as variâncias das estimativas propostas por SHAH (1964 *b*) e STEIN (1966); SHAH (1970) considera quatro ensaios em blocos incompletos equilibrados (E_1: $b = v = 4$, $k = r = 3$; E_2: $b = 12$, $v = 9$, $r = 4$, $k = 3$; E_3: $b = 10$, $v = 6$, $r = 5$, $k = 3$ e E_4: $b = 21$, $v = 25$, $r = 7$, $k = 5$), e, para $\rho = 1$, 2, 4 e 8 compara os métodos propostos por SHAH (1964 *b*) e por STEIN (1966) e analisa os casos em que a recuperação da informação interblocos melhora as estimativas intrablocos. O autor utiliza para este estudo o número efetivo de repetição, ou seja, o valor de r^*, obtido da equação:

$$\bar{V} = \frac{2\,\sigma^2}{r^*},$$

onde: $\bar{V}$ é a média das variâncias dos contrastes envolvendo duas estimativas combinadas; e

σ^2 é a variância residual intrablocos;

e conclui que:

a) Se o número de tratamentos for pequeno, a recuperação da informação interblocos pode ser desprezada;

b) Se $\rho > 4$, as estimativas de Stein são mais precisas que as de Shah, mas neste caso, a possibilidade de melhora na estimativa intrablocos é consideravelmente pequena;

c) Se $\rho \leq 4$, as estimativas de Shah são mais precisas que as de Stein, e nesses casos, existe maior possibilidade de melhora na estimativa intrablocos;

d) A possibilidade de melhora na estimativa intrablocos diminui quando o valor de ρ aumenta.

SHAH (1971) demonstra que para qualquer ensaio em blocos incompletos, se o estimador de ρ for da forma:

$$\rho^* = \begin{cases} P & \text{se} \quad P \geq \rho_0 \\ 1 & \text{se} \quad P < \rho_0 \end{cases},$$

onde ρ_0 é uma constante não negativa e P é uma estatística da forma:

$$P = \frac{a\,S_1 + \sum_{i=1}^{q} b_s\, z_s^2}{S_0} - d,$$

então:

$$V[\bar{t}_s(P)] > V[\bar{t}_s(\rho^*)],$$

se $d < c_s^{-1}$ e $\rho_0 \leq \rho$, $s = 1, 2, \ldots, v-1$;

onde: a; d; b_s, $s = 1, 2, \ldots, q$ são constantes não negativas; e S_0; S_1; z; c_s e $\bar{t}_s(.)$ são definidos em ROY e SHAH (1962).

Segundo o autor, a maioria dos estimadores de ρ, como por exemplo, os propostos por GRAYBILL e WEEKS (1959), GRAYBILL e DEAL (1959), SESHADRI (1963 *b*) e STEIN (1966), são da forma de P e que para qualquer um deles $d < c_s^{-1}$, assim sendo, o estimador de ρ truncado em qualquer ponto menor que o seu verdadeiro valor, leva a estimadores combinados com variâncias menores que as variâncias dos que levam o estimador de ρ não truncado.

O autor considera quatro ensaios em blocos incompletos equilibrados (E_1: $b = v = 4$, $r = k = 3$; E_2: $b = 10$, $v = 6$, $r = 5$, $k = 3$; E_3: $b = 12$, $v = 9$, $r = 4$, $k = 3$; E_4: $b = 21$, $v = 15$, $r = 7$, $k = 5$), e, para $\rho = 1, 2, 4$ e 8, determina o fator eficiência para cada um deles considerando-se o estimador de ρ truncado ou não. O fator eficiência utilizado é definido por:

$$\bar{E}(\hat{\rho}) = \frac{2\,\sigma^2}{r\,\bar{V}(\hat{\rho})},$$

onde $\hat{\rho}$ é o estimador de ρ e $\bar{V}(\hat{\rho})$ é a média das variâncias dos contrastes envolvendo duas estimativas combinadas, e as conclusões a que se chega são:

a) A perda de eficiência quando se utiliza o estimador não truncado é considerável quando o valor de ρ é pequeno;

b) Essa perda é pequena para ensaios em que v e e_0 forem grandes.

Segundo PORTNOY (1973), embora a recuperação da informação interblocos tenha surgido para ensaios em blocos incompletos, este procedimento pode ser utilizado para um grande número de ensaios, desde que um ou mais fatores sejam aleatórios e os efeitos fixos não sejam ortogonais a eles. O autor considera o caso em que apenas um dos efeitos é aleatório e afirma que a generalização é claramente possível. Considera que um número I de "subjects" ou blocos são sorteados de forma aleatória de uma grande população e que n_i, $i = 1, 2, \ldots, I$, observações são tiradas de cada "subject", observações estas representadas pelo vetor $\underset{\sim}{x}_i$, que seguem o modelo:

$$\underset{\sim}{x}_i = E_i \underset{\sim}{u} + a_i \underset{\sim}{e} + \underset{\sim}{\varepsilon}_i,$$

onde, para $i = 1, 2, \ldots, n_i$,

- $\underset{\sim}{u}$ é o vetor dos m parâmetros fixos, descrevendo os efeitos fixos;
- E_i é a matriz do ensaio, de ordem $n_i \times m$;
- a_i é uma variável aleatória, independente de $a_{i'}$, $i \neq i'$, e $a_i \cap N(0, \sigma_a^2)$;
- $\underset{\sim}{\varepsilon}_i$ é o vetor dos desvios, cujas componentes são normalmente e independentemente distribuídas com média zero e variância σ^2;

e faz a recuperação da informação interblocos, nestes casos.

KHATRI e SHAH (1975) apresentam um método para se obter a variância exata de uma classe de estimadores combinados de efeitos de tratamentos, classe esta que inclui as estimativas propostas por YATES (1940), RAO (1947), STEIN (1966), SESHADRI (1963 *a*), SHAH (1964 *b*) e outras. Utilizando-se esta variância, faz-se além da comparação de algumas estimativas de efeitos combinados, um estudo dos casos em que a recuperação da informação interblocos, conforme proposta por YATES (1940), melhora as estimativas intrablocos correspondentes. Consideram quatro ensaios em blocos incompletos equilibrados (E_1: $b = 12$, $v = 9$, $k = 3$, $r = 4$; E_2: $b = 18$, $v = 10$, $k = 5$, $r = 9$; E_3: $b = 30$, $v = 10$, $k = 3$, $r = 9$ e E_4: $b = 57$, $v = 19$, $k = 3$, $r = 9$), e, para $\rho = 1, 2, 3$ e 5, calculam a razão entre a média das variâncias dos contrastes envolvendo duas estimativas combinadas e a correspondente variância intrablocos, e concluem que o procedimento da recuperação da informação interblocos, proposto por YATES (1940), apresenta uma melhora na estimativa intrablocos, exceto quando o valor de ρ é grande.

SHAARAWI *et alii* (1975) apresentam dois métodos de estimação de ρ baseados na verossimilhança marginal que, segundo o autor foi descrita por Fraser (1968), e comparam através de simulação de dados esses métodos com outros, dentre os quais o proposto por YATES (1940). Os autores consideram quatro ensaios em blocos incompletos equilibrados (E_1: $b=10$, $v = 6$, $k = 3$, $r = 5$; E_2: $b = 18$, $v = 10$, $k = 5$, $r = 9$; E_3: $b = 30$, $v=10$, $k=3$,

$r = 9$ e E_4: $b = 57$, $v = 19$, $k = 3$, $r = 19$), e, para $\rho = 1$, 2, 4 e 8 e sob a condição que $t_1 = t_2 = \ldots = t_v = 0$, simulam 300 conjuntos de dados. A comparação é feita através da média das variâncias dos contrastes envolvendo dois tratamentos, considerando-se as estimativas de ρ e seus valores exatos, e a conclusão é que os estimadores propostos pelos autores e o proposto por YATES (1940) são os melhores, e que eles apresentam resultados bastante parecidos.

PIMENTEL GOMES (1978), considerando o sistema de equações normais para estimativas combinadas na forma:

$$(C + a\, C_1)\, \underset{\sim}{t}^* = \underset{\sim}{Q} + a\, \underset{\sim}{Q}_1,$$

que é equivalente ao apresentado por ROY e SHAH (1962), apenas considerando o parâmetro $a = \frac{w'}{w}$ ao invés de $\rho = \frac{w}{w'}$, e, utilizando-se as estimativas de w e w' obtidas por YATES (1940), obtém a estimativa $\hat{a}$ do parâmetro a. Como $0 \leq a < 1$, o autor considera a estimativa truncada em 0 e 1, ou seja,

$$a^* = \begin{cases} 0 & \text{se } \hat{a} < 0 \\ \hat{a} & \text{se } 0 \leq \hat{a} < 1 \, . \\ 1 & \text{se } \hat{a} \geq 1 \end{cases}$$

Considerando-se a restrição $A\, \underset{\sim}{t}^* = \underset{\sim}{0}$, com $A = \left[- \frac{\lambda}{k} + \frac{a^*}{k} (\lambda - \frac{r^2}{b})\right] J_v^v$, obtém a estimativa combinada dos efeitos de tratamentos, que para os ensaios em blocos incompletos equilibrados do tipo III, são dadas por:

$$t_s^* = \frac{k}{\lambda v + a^*(r - \lambda)} Q_s^*, \quad s = 1, 2, \ldots, v,$$

onde $Q_s^* = Q_s + \frac{a^*}{k} A_s - a^* \frac{G}{v}$, sendo Q_s, A_s, G e as demais notações definidas por YATES (1940).

Segundo o autor, um teste F aproximado, quando se faz a recuperação da informação interblocos, pode ser obtido por:

$$F = \frac{\Sigma\, t_s^*\, Q_s^*}{s^2},$$

onde s^2 é o Q.M. Resíduo intrablocos.

Ainda sob a restrição $A\,\underset{\sim}{t}^* = \underset{\sim}{0}$, obtém que a estimativa da variância da estimativa do contraste entre duas médias, ou seja, $\hat{V}(t_i^* - t_j^*)$; $i, j = 1, 2, \ldots, v$; $i \neq j$, que é dada por:

$$\hat{V}(t_i^* - t_j^*) = \frac{2k}{\lambda v + (r - \lambda)\, a^*}\, s^2.$$

4. MATERIAL E MÉTODOS

Para se avaliar os efeitos da estimação do parâmetro $a = \frac{w'}{w}$ nos testes de significância, quando se faz a recuperação da informação interblocos em ensaios em blocos incompletos equilibrados, pelo método proposto por YATES (1939, 1940), bem como para se conhecer com exatidão a oportunidade do aproveitamento desta informação e reconhecer os casos em que ela é de pouca importância, utilizam-se dados gerados em computador, técnica recomendada para esses casos mais complexos de processos aleatórios.

Consideram-se ensaios em blocos incompletos equilibrados do tipo III, pela classificação de COCHRAN e COX (1957), caracterizados pelos parâmetros v, b, r, k e λ, segundo notação de YATES (1940), e que cada observação é representada pelo modelo matemático:

$$y_{ij} = \mu + t_i + b_j + e_{ij},$$

onde, para $i = 1, 2, \ldots, v$ e $j = 1, 2, \ldots, b,$

y_{ij} = valor observado na parcela do bloco j, que recebeu tratamento i;

μ = efeito da média geral do ensaio;

t_i = efeito do tratamento i;

b_j = efeito do bloco j;

e_{ij} = desvio;

sendo os efeitos de blocos e os desvios normalmente e independentemente distribuídos com médias zero e variâncias σ_b^2 e σ^2, respectivamente.

Consideram-se quatro ensaios, escolhidos de tal forma que se tenha uma variação desejável no número de graus de liberdade para o resíduo intrablocos, $e_0 = bk - v - b + 1$, e, para cada um deles variam-se os valores de σ_b^2 e σ^2 de forma que o parâmetro $\mathbf{a} = \frac{w'}{w}$ assuma os valores: 0,25; 0,50 e 0,75. Tais variações são consideradas para verificar se os efeitos da estimação dos pesos w e w', nos testes de significância, quando se faz a recuperação da informação interblocos, dependem ou não desses parâmetros, e, quando dependem, selecionar os casos em que esses efeitos podem ou não ser desprezados.

Para cada uma das 12 combinações dos quatro ensaios com os três valores do parâmetro $\mathbf{a}$, consideram-se ainda três situações para os efeitos de tratamentos. De uma maneira bem detalhada, os casos considerados são:

a) Ensaio 1: $v = 13$, $b = 13$, $r = 4$ e $k = 4$ ($\lambda = 1$ e $e_0 = 27$).

Esquema do Ensaio

BLOCO	TRATAMENTOS			
1	1	2	4	10
2	2	8	12	13
3	1	7	11	12
4	3	4	6	12
5	4	8	8	11
6	1	3	9	13
7	2	3	5	11
8	1	5	6	8
9	6	10	11	13
10	3	7	8	10
11	5	3	10	12
12	4	5	7	13
13	2	6	7	9

Valores considerados para σ^2; σ_b^2 e t_i, $i = 1, 2, \ldots, v$:

a.1) $\sigma^2 = 10{,}00$; $\sigma_b^2 = 7{,}50$, e portanto **a** $= 0{,}25$.

a.1.1) $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, 13$.

a.1.2) $t_1 = -2{,}50$; $t_{13} = 2{,}50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, 12$.

a.1.3) $t_1 = -5{,}00$; $t_{13} = 5{,}00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, 12$.

a.2) $\sigma^2 = 10{,}00$; $\sigma_b^2 = 2{,}50$, e portanto **a** $= 0{,}50$.

a.2.1) $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, 13$.

a.2.2) $t_1 = -2{,}50$; $t_{13} = 2{,}50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, 12$.

a.2.3) $t_1 = -5{,}00$; $t_{13} = 5{,}00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, 12$.

a.3) $\sigma^2 = 10{,}00$; $\sigma_b^2 = 0{,}8333333$, e portanto **a** $= 0{,}75$.

a.3.1) $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, 13$.

a.3.2) $t_1 = -2{,}50$; $t_{13} = 2{,}50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, 12$.

a.3.3) $t_1 = -5{,}00$; $t_{13} = 5{,}00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, 12$.

b) Ensaio 2: $v = 5$, $b = 10$, $r = 6$ e $k = 3$ ($\lambda = 3$ e $e_0 = 16$).

Esquema do Ensaio

BLOCO	TRATAMENTOS		
1	1	2	3
2	1	2	4
3	1	2	5
4	1	3	4
5	1	3	5
6	1	4	5
7	2	3	4
8	2	3	5
9	2	4	5
10	3	4	5

Valores considerados para σ^2; σ_b^2 e t_i, $i = 1, 2, \ldots, 5$:

b.1) $\sigma^2 = 15{,}00$; $\sigma_b^2 = 15{,}00$, e portanto $\mathbf{a} = 0{,}25$.

b.1.1) $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, 5$.

b.1.2) $t_1 = -2{,}50$; $t_5 = 2{,}50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, 4$.

b.1.3) $t_1 = -5{,}00$; $t_5 = 5{,}00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, 4$.

b.2) $\sigma^2 = 15{,}00$; $\sigma_b^2 = 5{,}00$, e portanto $\mathbf{a} = 0{,}50$.

b.2.1) $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, 5$.

b.2.2) $t_1 = -2{,}50$; $t_5 = 2{,}50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, 4$.

b.2.3) $t_1 = -5{,}00$; $t_5 = 5{,}00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, 4$.

b.3) $\sigma^2 = 15{,}00$; $\sigma_b^2 = 1{,}666666$, e portanto $\mathbf{a} = 0{,}75$.

b.3.1) $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, 5$.

b.3.2) $t_1 = -2{,}50$; $t_5 = 2{,}50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, 4$.

b.3.3) $t_1 = -5{,}00$; $t_5 = 5{,}00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, 4$.

c) Ensaio 3: $v = 6$, $b = 15$, $r = 5$ e $k = 2$ ($\lambda = 1$ e $e_0 = 10$).

Esquema do Ensaio

BLOCO	TRATAMENTOS		BLOCO	TRATAMENTOS	
1	1	2	9	2	6
2	1	3	10	3	4
3	1	4	11	3	5
4	1	5	12	3	6
5	1	6	13	4	5
6	2	3	14	4	6
7	2	4	15	5	6
8	2	5			

Valores considerados para σ^2; σ_b^2 e t_i, $i = 1, 2, \ldots, 6$:

c.1) $\sigma^2 = 18{,}00$; $\sigma_b^2 = 27{,}00$, e portanto **a** = 0,25.

c.1.1) $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, 6$.

c.1.2) $t_1 = -2{,}50$; $t_6 = 2{,}50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, 4, 5$.

c.1.3) $t_1 = -5{,}00$; $t_6 = 5{,}00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, 4, 5$.

c.2) $\sigma^2 = 18{,}00$; $\sigma_b^2 = 9{,}00$, e portanto **a** = 0,50.

c.2.1) $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, 6$.

c.2.2) $t_1 = -2{,}50$; $t_6 = 2{,}50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, 4, 5$.

c.2.3) $t_1 = -5{,}00$; $t_6 = 5{,}00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, 4, 5$.

c.3) $\sigma^2 = 18{,}00$; $\sigma_b^2 = 3{,}00$ e portanto **a** = 0,75.

c.3.1) $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, 6$.

c.3.2) $t_1 = -2{,}50$; $t_6 = 2{,}50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, 4, 5$.

c.3.3) $t_1 = -5{,}00$; $t_6 = 5{,}00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, 4, 5$.

d) Ensaio 4: $v = 4$, $b = 4$, $r = 3$ e $k = 3$ ($\lambda = 2$ e $e_0 = 5$).

Esquema do Ensaio

BLOCO	TRATAMENTOS		
1	1	2	3
2	1	2	4
3	2	3	4
4	1	3	4

Valores considerados para σ^2; σ_b^2 e t_i, $i = 1, 2, 3, 4$:

d.1) $\sigma^2 = 20{,}00$; $\sigma_b^2 = 20{,}00$, e portanto **a** $= 0{,}25$.

d.1.1) $t_i = 0$, $i = 1, 2, 3, 4$.

d.1.2) $t_1 = -2{,}50$; $t_4 = 2{,}50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3$.

d.1.3) $t_1 = -5{,}00$; $t_4 = 5{,}00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3$.

d.2) $\sigma^2 = 20{,}00$; $\sigma_b^2 = 6{,}666666$, e portanto **a** $= 0{,}50$.

d.2.1) $t_i = 0$, $i = 1, 2, 3, 4$.

d.2.2) $t_1 = -2{,}50$; $t_4 = 2{,}50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3$.

d.2.3) $t_1 = -5{,}00$; $t_4 = 5{,}00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3$.

d.3) $\sigma^2 = 20{,}00$; $\sigma_b^2 = 2{,}222222$, e portanto **a** $= 0{,}75$.

d.3.1) $t_i = 0$, $i = 1, 2, 3, 4$.

d.3.2) $t_1 = -2{,}50$; $t_4 = 2{,}50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3$.

d.3.3) $t_1 = -5{,}00$; $t_4 = 5{,}00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3$.

Para cada um desses 36 casos, simula-se em computador, IBM-1130 da ESALQ-USP, 2.000 conjuntos de dados (ensaios). Para a simulação utiliza-se a sub-rotina UNNOR, elabo rada por GODOI (1978) para a simulação de variáveis com distribuição normal unidimensional, e, segundo o autor, esta sub-rotina baseia-se na metodologia descrita por BOX em 1958.

O método que se utiliza para estimar o parâmetro **a** é o proposto por YATES (1939, 1940) e, como pode-se ver em PIMENTEL GOMES (1978), para o tipo de ensaio aqui considerado, a estimativa é dada por:

$$\hat{a} = \frac{v(r-1)\,s^2}{k(b-1)\,s_b^2 - (v-k)\,s^2},$$

onde: s^2 = Q.M. Resíduo intrablocos;

s_b^2 = Q.M. Blocos (eliminando tratamentos).

Para cada um dos 2.000 ensaios simulados, para cada caso considerado, determinam-se as estimativas:

$$\hat{V}(e_{ij}) = \frac{\Sigma\,(e_{ij} - \bar{e})^2}{bk - 1};$$

$$\hat{V}(b_j) = \frac{\Sigma\,(b_j - \bar{b})^2}{b - 1};$$

$$\hat{\sigma}^2 = s^2;$$

$$\hat{\sigma}_b^2 = \frac{b-1}{bk-v}\,(s_b^2 - s^2);$$

e as estimativas $\hat{a}$ e a^* do parâmetro **a**, sendo a^* a estimativa truncada, ou seja:

$$a^* = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad \hat{a} < 0 \\ \hat{a} & \text{se} \quad 0 \leq \hat{a} < 1 \,. \\ 1 & \text{se} \quad \hat{a} \geq 1 \end{cases}$$

Determina-se também, para cada caso considerado, a distribuição de freqüências das estimativas $\hat{a}$ pertencentes ao intervalo [0, 1), em classes de amplitudes 0,05. Essas distribuições de freqüências são determinadas com auxílio da sub-rotina TAB1 da IBM, IBM (1968).

Com o objetivo de se verificar a influência da estimação do parâmetro **a** no teste F da análise da variância, quando se faz a recuperação da informação interblocos, e reconhecer os casos em que esta informação é de pouca importância, determinam-se os valores das estatísticas F nos três testes para análise da variância:

a) Recuperando-se a informação interblocos e utilizando-se o valor exato do parâmetro **a**;

b) Recuperando-se a informação interblocos e utilizando-se a estimativa a* do parâmetro **a**;

c) Considerando-se apenas a informação intrablocos;

denotadas, respectivamente, por F*(**a**), F*(a*) e F_I e definidas por:

$$F^*(a^*) = \frac{\Sigma\, t_i^*\, Q_i^*}{s^2}\,,$$ sendo t_i^* e Q_i^*, $i = 1$, 2, ..., v definidos em PIMENTEL GOMES (1978), e s^2 = Q.M. Resíduo intrablocos;

$F^*(\mathbf{a})$ é definida da mesma forma que $F^*(a^*)$, apenas utilizando-se $\mathbf{a}$ no lugar de a^* nas expressões de t_i^* e Q_i^*;

F_I é definida da forma usual da análise da variância intrablocos.

Para cada valor dessas estatísticas, determina-se o nível mínimo de significância (N.M.S.), considerando-se a distribuição F. Esses N.M.S. são determinados com auxílio da função subprograma FF, adaptada da sub-rotina PF apresentada em KENNEDY e GENTLE (1980).

Se as estatísticas aqui consideradas tiverem distribuição F, segundo MOOD *et alii* (1974), para os casos considerados com a ausência de efeitos de tratamentos, os N.M.S. correspondentes serão uniformemente distribuídos no intervalo (0, 1). Assim sendo, determina-se a distribuição de freqüências dos 2.000 N.M.S. no intervalo [0, 1), em classe de amplitude 0,05, para as três estatísticas, em cada caso considerado, e faz-se o teste de aderência Kolmogorov-Smirnov para se verificar os casos em que essas distribuições de freqüência aderem à distribuição uniforme (0, 1), ou os casos em que elas mais se aproximam. O teste de Kolmogorov-Smirnov pode ser encontrado em CAMPOS (1979).

Para os casos considerados com a presença de efeitos de tratamentos, os N.M.S. são calculados com o objetivo de se verificar qual das estatísticas, $F^*(a^*)$ ou F_I, tem maior sensibilidade de indicar a existência desses efeitos, e se isso depende ou não dos parâmetros que estão sendo variados e, ainda mais, se os resultados que se obtêm quando se faz a recuperação da informação interblocos são muito afetados pela estimação do parâmetro **a**.

Determina-se também, para cada ensaio simulado, a diferença mínima significativa para o teste de Tukey, calculada de forma aproximada por:

$$\Delta = q\sqrt{\frac{1}{2}\,\hat{V}(\hat{Y})}\ ,$$

onde q é a amplitude total estudentizada, que é aqui considerada aos níveis de 1 e 5% de probabilidade, e, $\hat{V}(\hat{Y})$ é a estimativa da variância da estimativa do contraste entre duas médias (SCHEFFÉ, 1959). A $\hat{V}(\hat{Y})$ é obtida por:

$$\hat{V}(\hat{Y}) = \frac{2k}{\lambda v + a^*(r - \lambda)}\, s^2, \text{ para o teste (a);}$$

$$\hat{V}(\hat{Y}) = \frac{2k}{\lambda v + \mathbf{a}(r - \lambda)}\, s^2, \text{ para o teste (b);}$$

$$\hat{V}(\hat{Y}) = \frac{2k}{\lambda v}\, s^2, \qquad \text{para o teste (c).}$$

Considerando-se que o teste de Tukey baseia-se na amplitude máxima entre as médias, como se pode ver em SCHEFFÉ (1959), determina-se esta amplitude para cada teste considerado, nos 2.000 ensaios gerados, e contam-se quantas delas são superiores às diferenças mínimas significativas correspondentes, aos níveis de 1 e 5% de probabilidade. Esses resultados são obtidos com o objetivo de se verificar em qual dos testes, nos casos considerados com a ausência de efeitos de tratamentos, elas mais se aproximam dos valores esperados, 20 ou 100, dependendo se o nível de probabilidade é 1 ou 5%, respectivamente, e se essa aproximação depende ou não dos parâmetros que estão sendo variados.

Para os casos considerados com a presença de efeitos de tratamentos, esses números indicam qual dos testes têm maior sensibilidade de indicar as diferenças existentes entre os efeitos de tratamentos.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As médias obtidas para $\hat{V}(e_{ij})$, $\hat{V}(b_j)$, $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\sigma}_b^2$ e a*, para os 2.000 ensaios gerados, em cada um dos 36 casos considerados, encontram-se nas Tabelas A1, A2 e A3 do Apêndice. Considerando-se que essas estimativas independem dos efeitos de tratamentos, determinam-se suas médias agrupando-se os casos considerados com o mesmo ensaio e mesmo valor de **a**, diferenciando-se apenas pelos efeitos de tratamentos. Essas médias, agora de 6.000 estimativas, bem como as estimativas das variâncias de a*, $\hat{V}(a^*)$, encontram-se na Tabela 1, donde pode-se observar claramente que as médias obtidas para $\hat{V}(e_{ij})$, $\hat{V}(b_j)$, $\hat{\sigma}^2$ e $\hat{\sigma}_b^2$ são muito próximas dos valores exatos dessas variâncias, também apresentados na Tabela 1, sugerindo assim que a metodologia utilizada para a simulação de dados foi eficiente. É interessante observar ainda que, embora com muito boa aproximação, na grande maioria dos casos, as médias obtidas são subestimativas das variâncias correspondentes, o que pode ser justificado pelo fato da distribuição normal ser defi

TABELA 1 - Médias das 6.000 estimativas: $\hat{V}(e_{ij})$, $\hat{V}(b_j)$, $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\sigma}_b^2$ e a*, obtidas para os ensaios 1, 2, 3 e 4, para **a** = 0,25, 0,50 e 0,75, e seus respectivos valores exatos, e, estimativas das variâncias de a*, $\hat{V}(a^*)$.

Ensaio	Estimativas	Médias das estimativas			Valores exatos		
		a = 0,25	**a** = 0,50	**a** = 0,75	**a** = 0,25	**a** = 0,50	**a** = 0,75
	$\hat{V}(e_{ij})$	9,9793	9,9735	9,9731	10,0000	10,0000	10,0000
	$\hat{V}(b_j)$	7,4207	2,4851	0,8278	7,5000	2,5000	0,8333
1	$\hat{\sigma}^2$	9,9928	9,9445	9,9619	10,0000	10,0000	10,0000
	$\hat{\sigma}_b^2$	7,3976	2,4871	0,8550	7,5000	2,5000	0,8333
	a*	0,3091	0,5710	0,7421	0,2500	0,5000	0,7500
	$\hat{V}(a^*)$	0,0188	0,0528	0,0361			
	$\hat{V}(e_{ij})$	14,9487	15,0010	15,0247	15,0000	15,0000	15,0000
	$\hat{V}(b_j)$	14,9796	4,9819	1,6631	15,0000	5,0000	1,6666
2	$\hat{\sigma}^2$	15,0210	15,0336	15,1352	15,0000	15,0000	15,0000
	$\hat{\sigma}_b^2$	14,8439	4,9223	1,5836	15,0000	5,0000	1,6666
	a*	0,3209	0,5740	0,7374	0,2500	0,5000	0,7500
	$\hat{V}(a^*)$	0,0553	0,0859	0,0600			
	$\hat{V}(e_{ij})$	17,9973	17,9941	17,9989	18,0000	18,0000	18,0000
	$\hat{V}(b_j)$	26,9682	8,9944	2,9701	27,0000	9,0000	3,0000
3	$\hat{\sigma}^2$	17,9994	17,9441	17,9605	18,0000	18,0000	18,0000
	$\hat{\sigma}_b^2$	26,9096	9,0845	2,9738	27,000	9,0000	3,0000
	a*	0,2996	0,5416	0,7061	0,2500	0,5000	0,7500
	$\hat{V}(a^*)$	0,0339	0,0575	0,0479			
	$\hat{V}(e_{ij})$	19,9295	19,9244	20,0565	20,0000	20,0000	20,0000
	$\hat{V}(b_j)$	19,8272	6,5582	2,2036	20,0000	6,6666	2,2222
4	$\hat{\sigma}^2$	19,9373	19,9842	20,0352	20,0000	20,0000	20,0000
	$\hat{\sigma}_b^2$	19,0921	6,1709	1,9748	20,0000	6,6666	2,2222
	a*	0,4054	0,5782	0,6643	0,2500	0,5000	0,7500
	$\hat{V}(a^*)$	0,0947	0,1016	0,1065			

nida para valores no intervalo $(-\infty, +\infty)$, enquanto que nos computadores as constantes variam num intervalo limitado; ou ainda pelo fato do numerador da expressão da variância amostral atingir o seu valor mínimo para a média amostral e não para a média geral.

No que se refere à estimativa a* do parâmetro **a**, observa-se com as médias obtidas que esta estimativa, como já era de se esperar, não é imparcial, pois, segundo ROY e SHAH (1962), o inverso de â (estimativa sem truncar) não o é. Observa-se também que, se o verdadeiro valor do parâmetro **a** é 0,25 ou 0,50 ele é superestimado por a* e se é 0,75 ele é subestimado, independentemente do ensaio considerado. Isso é justificável, uma vez que o aumento do valor do parâmetro a se dá com a diminuição do valor de σ_b^2, o que implica no aumento do número de estimativas truncadas em 1 para este parâmetro (Tabela 4).

Esses resultados sugerem que existe, para cada ensaio, um valor para o parâmetro **a**, que deve estar entre 0,50 e 0,75, em que as estimativas passam de superestimativas para subestimativas. Para este valor, a estimativa a* pode ser até considerada, de uma forma aproximada, como uma estimativa imparcial, e ainda mais, quanto mais próximo deste valor estiver **a**, mais próximo do valor exato estará sua estimativa a*.

No que se refere às estimativas das variâncias de a*, as estimativas obtidas sugerem que elas não estão relacionadas com os números de graus de liberdade para o resíduo intrablocos, e que, variando o valor de **a**, esta estimativa atinge o máximo num ponto entre 0,25 e 0,75.

Apresentam-se nas Tabelas A4, A5, A6 e A7 do Apêndice as distribuições de freqüências das estimativas a* do parâmetero **a**, obtidas para os 2.000 ensaios gerados, em cada caso considerado.

Como esses estimativas independem dos efeitos de tratamentos, obtêm-se as distribuições de freqüência agrupando-se os casos considerados com o mesmo ensaio e mesmo valor de **a**, diferenciando-se apenas pelos efeitos de tratamentos. Essas distribuições de freqüências, agora de 6.000 estimativas, encontram-se nas Tabelas 2 e 3, e os histogramas correspondentes, para as estimativas pertencentes ao intervalo [0, 1), são apresentados nas Figuras 1, 2 e 3.

Observa-se nessas tabelas e figuras que, para cada um dos três valores considerados para o parâmetro **a**, as distribuições de freqüências são muito próximas entre si para os ensaios 1, 2 e 3, o que não acontece com o ensaio 4 em que o número de graus de liberdade para o resíduo intrablocos (n_0) e para blocos (n_b), são muito pequenos ($n_0 = 5$ e $n_b = 4$). Esses resultados sugerem que, para um determinado valor do parâmetro **a**, a distribuição de a* pode ser considerada aproximadamente a mesma para qualquer ensaio, desde que não seja muito pequeno, talvez $n_0 \geq 10$ e $n_b \geq 9$.

Apresentam-se na Tabela 4 os números e as porcentagens de estimativas $\hat{a}$ pertencentes aos intervalos, $(-\infty, 0)$,

TABELA 2 - Distribuições de freqüências de 6.000 estimativas do parâmetro **a** obtidas para os ensaios 1 e 2.

Classes	Ensaio 1			Ensaio 2		
	a = 0,25	**a** = 0,50	**a** = 0,75	**a** = 0,25	**a** = 0,50	**a** = 0,75
(-∞; 0)	0	2	2	0	0	0
[0,00; 0,05)	2	0	0	19	0	0
[0,05; 0,10)	172	3	0	354	10	6
[0,10; 0,15)	687	33	4	738	125	14
[0,15; 0,20)	990	158	18	890	284	65
[0,20; 0,25)	926	319	54	803	329	124
[0,25; 0,30)	851	443	166	634	387	177
[0,30; 0,35)	616	466	198	568	461	212
[0,35; 0,40)	431	486	297	433	401	280
[0,40; 0,45)	329	505	253	307	493	294
[0,45; 0,50)	240	408	300	278	360	249
[0,50; 0,55)	185	416	341	212	337	308
[0,55; 0,60)	155	355	343	148	286	268
[0,60; 0,65)	79	309	277	121	270	295
[0,65; 0,70)	59	244	296	98	257	288
[0,70; 0,75)	48	227	297	71	198	228
[0,75; 0,80)	36	216	234	64	215	224
[0,80; 0,85)	22	200	291	33	189	199
[0,85; 0,90)	28	141	252	52	142	253
[0,90; 0,95)	36	118	203	26	154	183
[0,95; 1,00)	34	107	194	19	109	140
[1,00; +∞)	84	844	1980	132	993	2192
Totais[1/]	5916	5154	4018	5868	5007	3808

[1/] Totais das estimativas pertencentes ao intervalo [0, 1).

TABELA 3 - Distribuições de freqüências de 6.000 estimativas do parâmetro **a** obtidas para os ensaios 3 e 4.

Classes	Ensaio 3			Ensaio 4		
	a = 0,25	a = 0,50	a = 0,75	a = 0,25	a = 0,50	a = 0,75
(-∞; 0)	0	0	3	52	141	223
[0,00; 0,05)	57	6	0	327	99	34
[0,05; 0,10)	447	54	9	681	256	162
[0,10; 0,15)	768	157	52	687	325	214
[0,15; 0,20)	929	222	120	552	339	229
[0,20; 0,25)	876	398	138	483	365	240
[0,25; 0,30)	660	447	260	392	336	243
[0,30; 0,35)	506	457	289	339	274	217
[0,35; 0,40)	401	437	294	216	259	149
[0,40; 0,45)	308	406	296	229	188	210
[0,45; 0,50)	268	387	261	180	197	201
[0,50; 0,55)	169	391	266	148	211	188
[0,55; 0,60)	98	313	311	119	143	183
[0,60; 0,65)	110	258	260	82	138	158
[0,65; 0,70)	80	208	226	126	132	108
[0,70; 0,75)	56	239	257	91	130	129
[0,75; 0,80)	48	165	214	88	111	100
[0,80; 0,85)	27	177	222	86	104	115
[0,85; 0,90)	24	140	168	69	95	94
[0,90; 0,95)	30	112	192	53	103	106
[0,95; 1,00)	25	108	183	52	71	100
[1,00; +∞)	113	828	1979	957	1893	2534
Totais[1/]	5887	5172	4018	4991	3966	3243

[1/] Totais das estimativas pertencentes ao intervalo [0, 1).

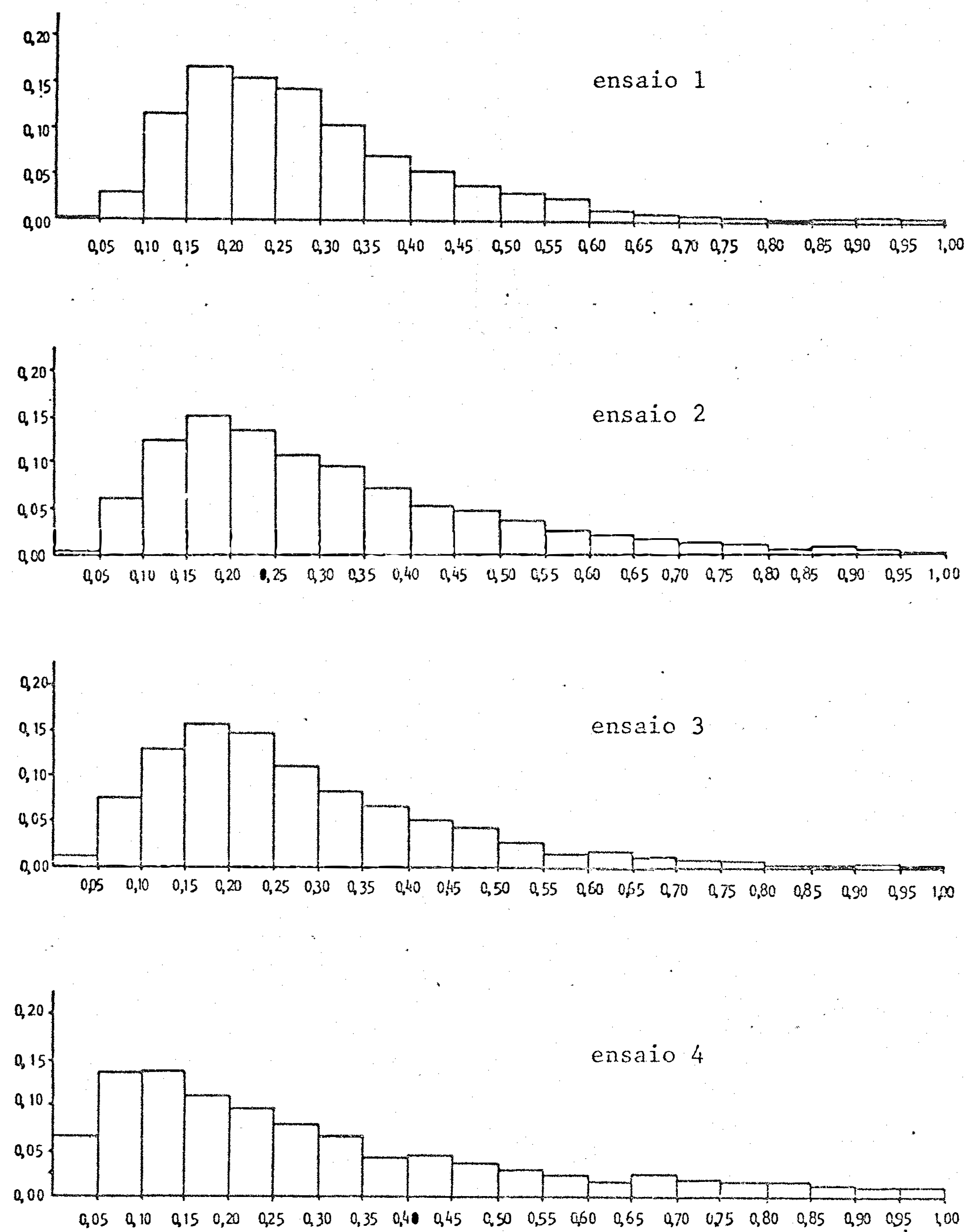


FIGURA 1 - Histogramas das freqüências relativas das estimativas a* do parâmetro a, ajustadas ao intervalo [0, 1), quando a = 0,25.

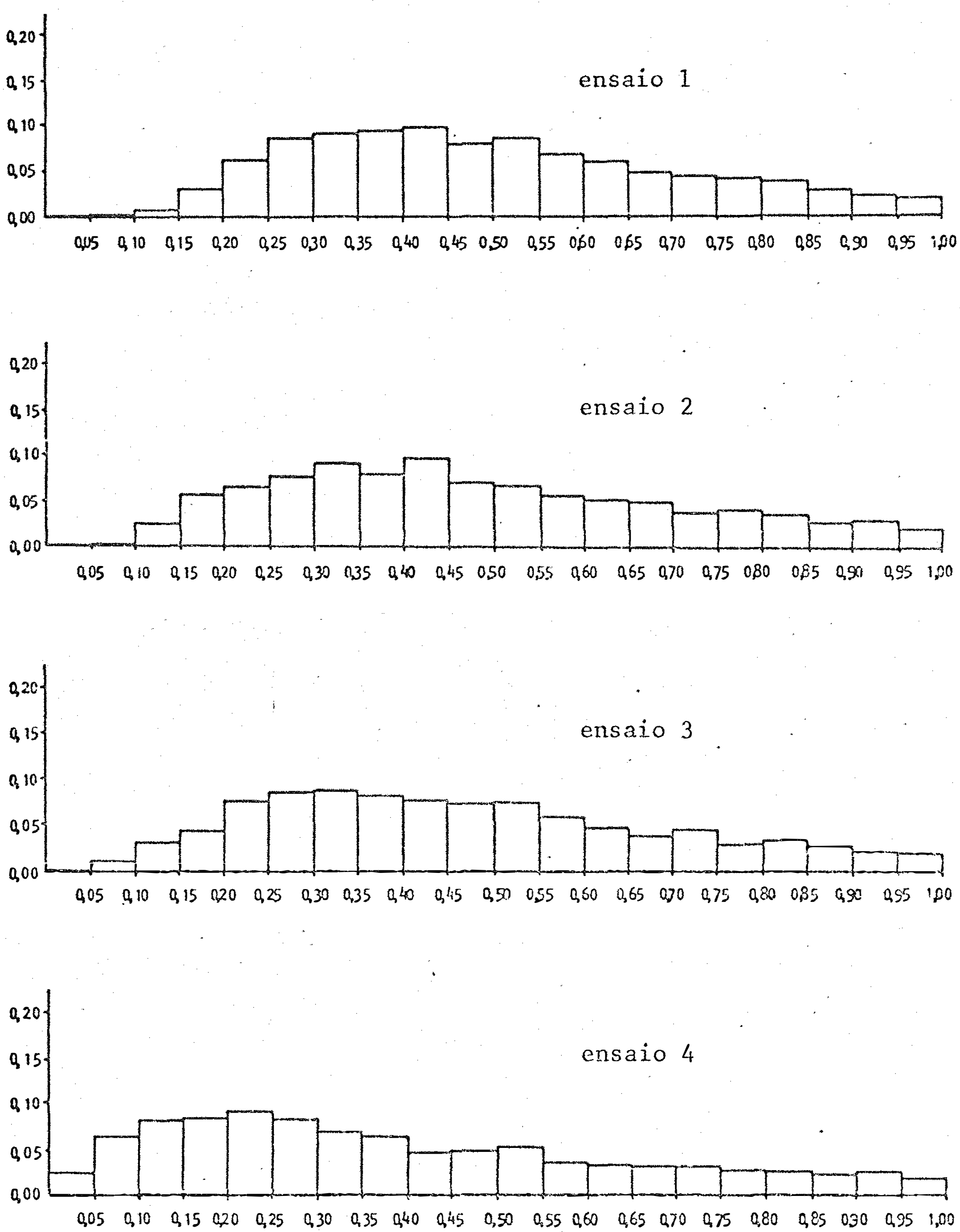


FIGURA 2 - Histogramas das freqüências relativas das estimativas a* do parâmetro **a**, ajustadas ao intervalo [0, 1), quando **a** = 0,50.

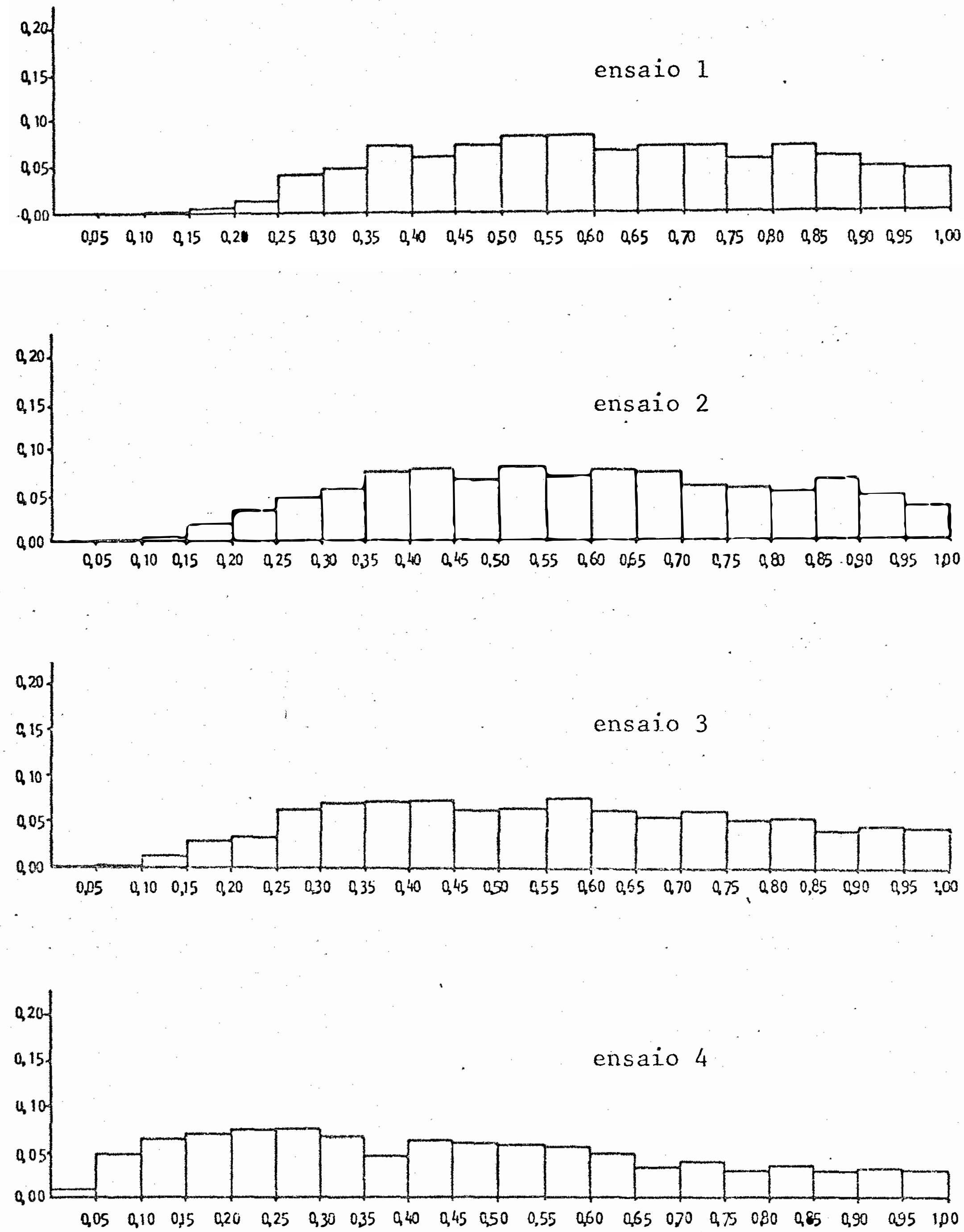


FIGURA 3 - Histogramas das freqüências relativas das estimativas a* do parâmetro **a**, ajustadas ao intervalo [0, 1), quando **a** = 0,75.

TABELA 4 - Número e porcentagem de estimativas $\hat{a}$ pertencentes aos intervalos: $(-\infty, 0)$, $[0, 1)$ e $[1, +\infty)$, das 6.000 obtidas para os ensaios 1, 2, 3 e 4, para **a** = 0,25; 0,50 e 0,75.

Ensaio	a	Número			Porcentagem (%)		
		$(-\infty, 0)$	$[0, 1)$	$[1, +\infty)$	$(-\infty, 0)$	$[0, 1)$	$[1, +\infty)$
	0,25	0	5916	84	0,00	98,60	1,40
1	0,50	2	5154	844	0,03	85,90	14,06
	0,75	2	4018	1980	0,03	66,96	33,00
	0,25	0	5868	132	0,00	97,80	2,20
2	0,50	0	5007	993	0,00	83,45	16,55
	0,75	0	3808	2192	0,00	63,46	36,53
	0,25	0	5887	113	0,00	98,12	1,88
3	0,50	0	5172	828	0,00	86,20	13,80
	0,75	3	4018	1979	0,05	66,97	32,98
	0,25	52	4991	957	0,86	83,18	15,95
4	0,50	141	3966	1893	2,35	66,10	31,55
	0,75	223	3243	2534	3,72	54,05	42,23

[0, 1) e [1, +∞), para os casos agrupados, ignorando-se as diferenças de efeitos de tratamentos. Observa-se nesta tabela que para os ensaio 1, 2 e 3, as porcentagens de estimativas pertencentes ao intervalo (-∞, 0) são praticamente nulas, independente do valor de **a**, e que as porcentagens de estimativas pertencentes aos intervalos [0, 1) e [1, +∞) são aproximadamente as mesmas para esses ensaios, para cada valor de **a**. Isso não acontece com o ensaio 4.

Com esses resultados, pode-se esperar para ensaios não muito pequenos ($n_0 \geq 10$ e $n_b \geq 9$) que, para qualquer que seja o valor de **a**, com probabilidade quase nula a estimativa $\hat{a}$ desse parâmetro pertence ao intervalo (-∞, 0), e ainda mais, se o valor exato de **a** é 0,25, com probabilidade próxima de 0,98, essa estimativa pertence ao intervalo [0, 1) e com probabilidade próxima de 0,02 ao intervalo [1, +∞), se é 0,50, com probabilidade próxima de 0,85 pertence ao intervalo [0, 1) e com probabilidade próxima de 0,15 ao intervalo [1, +∞), e se é 0,75, com probabilidade próxima de 0,66 pertence ao intervalo [0, 1) e com probabilidade próxima de 0,34 ao intervalo [1, +∞).

É interessante observar que a estimativa ρ de $\frac{W}{W'}$, considerada pela maioria dos autores, que nada mais é que o inverso da estimativa $\hat{a}$ aqui considerada, ou seja, $\rho = \frac{1}{\hat{a}}$, é truncada somente quando $\rho < 1$, ou seja, quando $\hat{a} > 1$. Assim sendo, a probabilidade de uma estimativa $\hat{a}$ pertencer ao intervalo [1, +∞) é exatamente a probabilidade da estimativa ρ ser truncada e, ainda mais, a probabilidade de uma estimativa ser truncada para $\hat{a}$, quando não é truncada para ρ, é quase nula para ensaios com $n_0 \geq 10$ e $n_b \geq 9$.

É interessante observar ainda que, embora as médias das estimativas $\hat{\sigma}_b^2$, $\hat{\sigma}^2$ e a*, e as distribuições de freqüências de a*, tenham sido discutidas considerando-se casos agrupados (6.000 repetições), pode-se ver claramente nas Tabelas de A1 a A7 do Apêndice que essas médias e distribuições já se estabilizam para os casos individuais (2.000 repetições). Essa observação é de grande interesse, uma vez que muitos dos resultados que são aqui discutidos, são obtidos em casos individuais.

Apresentam-se na Tabela 5 as médias e variâncias dos 2.000 valores das estatísticas F*(**a**), F*(a*) e F_I, obtidas respectivamente para cada uma das três análises de variância aqui consideradas, ou seja, recuperando-se a informação inter blocos e utilizando-se o valor exato do parâmetro **a**; recuperando-se a informação interblocos e utilizando-se a estimativa a* do parâmetro **a** e, considerando-se apenas a informação intrablocos, para cada caso considerado com efeitos nulos para tratamentos.

Observa-se nesta tabela que as médias obtidas para essas estatísticas são muito próximas das médias das distribuições F correspondentes, também apresentadas na Tabela 5, especialmente para os ensaios 1, 2 e 3. Observa-se ainda que, embora muito próximas, as médias obtidas para F*(a*) são, em

TABELA 5 - Médias e variâncias obtidas para F_I, $F^*(\mathbf{a})$ e $F^*(a^*)$, para as 2.000 repetições, em cada caso considerado com $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, v$.

Ensaio	a	F_I		$F^*(\mathbf{a})$		$F^*(a^*)$	
		Média	Variância	Média	Variância	Média	Variância
	0,25	1,0698	0,2528	1,0685	0,2353	1,0918	0,2604
1	0,50	1,0854	0,2124	1,0804	0,2592	1,1101	0,2643
	0,75	1,0801	0,2042	1,0769	0,2546	1,0892	0,2392
		(1,0800)[1]	(0,3127)	(1,0800)	(0,3127)	(1,0800)	(0,3127)
	0,25	1,1353	0,6567	1,1296	0,7873	1,1555	0,7705
2	0,50	1,1520	0,6772	1,1507	0,6535	1,1790	0,7366
	0,75	1,1381	0,7860	1,1317	0,9918	1,1397	1,0245
		(1,1428)	(0,9796)	(1,1428)	(0,9796)	(1,1428)	(0,9796)
	0,25	1,2490	1,2867	1,2699	1,5855	1,3028	1,4245
3	0,50	1,2453	1,2753	1,2758	1,1318	1,2991	1,3185
	0,75	1,2511	1,1555	1,2804	1,2627	1,2541	1,1370
		(1,2500)	(1,3542)	(1,2500)	(1,3542)	(1,2500)	(1,3542)
	0,25	1,7398	6,3547	1,7518	6,9045	1,7775	6,4129
4	0,50	1,6921	6,3019	1,6852	6,1899	1,7252	6,7849
	0,75	1,7306	8,6690	1,7435	10,2216	1,7474	8,3991
		(1,6666)	(11,1111)	(1,6666)	(11,1111)	(1,6666)	(11,1111)

[1] Os valores entre parênteses correspondem aos valores exatos das médias e variâncias das distribuições F correspondentes;

F_I = Valor de F calculado na análise intrablocos;

$F^*(\mathbf{a})$ = Valor de F calculado na análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se o valor exato de **a**;

$F^*(a^*)$ = Valor de F calculado na análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a^* de **a**.

quase todos os casos considerados, superestimativas das médias das distribuições F correspondentes, e que esta superestimação é mais acentuada quando **a** = 0,25 ou 0,50, sendo quase inexpressiva quando **a** = 0,75, o que não acontece com as estatísticas F*(**a**) e F_I. Esses resultados sugerem que, variando os valores de **a**, os valores de F*(a*) passam de superestimativas para subestimativas dessas médias, concordantemente com a estimativa a* desses parâmetros.

No que se refere às variâncias, vê-se nesta tabela que, em quase todos os casos considerados, as variâncias obtidas são subestimadas das variâncias das distribuições F correspondentes, também apresentadas na Tabela 5. Esperava-se que essas variâncias poderiam não ser muito próximas das variâncias das distribuições F correspondentes, para os casos em que se utiliza a recuperação da informação interblocos, pois, como se sabe, o teste F para esses casos é apenas aproximado, mas, não se torna clara esta subestimação ter ocorrido também nos demais casos, pois, segundo GRAYBILL (1961), o teste F para os casos em que se considera apenas a informação intrablocos é exato.

Segundo MOOD *et alii* (1974), se essas estatísticas tiverem distribuição F, então para os casos considerados com a ausência de efeitos de tratamentos, os correspondentes N.M.S. serão uniformemente distribuídos no intervalo (0, 1). Assim sendo, determinam-se para esses casos os N.M.S. para cada uma dessas três estatísticas, em cada ensaio gerado. Nas

Tabelas de A8 a A11 do Apêndice, apresentam-se as distribuições de freqüências desses N.M.S., no intervalo [0, 1) em classes de amplitude 0,05.

Aplica-se, para cada uma desses distribuições de freqüências, o teste de Kolmogorov-Smirnov, para se verificar os casos em que essas distribuições aderem à distribuição uniforme no intervalo (0, 1), ou os casos em que elas mais se aproximam. Na Tabela 6 apresentam-se os resultados desses testes (valores de D).

Nesta tabela observa-se que o teste é significativo, ao nível de 1 ou 5% de probabilidade, em todos os casos considerados, indicando assim que as distribuições de freqüências dos N.M.S. não aderem à distribuição uniforme (0, 1) em nenhum desses casos. Esses resultados eram mais ou menos esperados, em função das subestimações das variâncias das distribuições F obtidas para as três estatísticas consideradas, $F^*(a^*)$, $F^*(a)$ e F_I, e também da superestimação de $F^*(a^*)$.

Comparando-se esses valores de D, caso por caso, observa-se que os valores correspondentes à estatística $F^*(a^*)$ são, na sua grande maioria, maiores que os correspondentes à estatística F_I, e essas por sua vez, na sua grande maioria, maiores que os correspondentes à estatística $F^*(a)$.

Nas Tabelas de A12 a A15 do Apêndice apresentam-se as distribuições de freqüências dos N.M.S. no intervalo [0, 1), em classes de amplitude 0,05, obtidas para os casos considerados com a presença de efeitos de tratamentos, e, os

TABELA 6 - Valores de D obtidos no teste de aderência "Kolmogorov-Smirnov" dos níveis mínimos de significância (N.M.S.) à distribuição uniforme (0,1).

Ensaio	a	Valores de D (1)	Valores de D (2)	Valores de D (3)
	0,25	0,0460**	0,0394**	0,0590**
1	0,50	0,0525**	0,0475**	0,0740**
	0,75	0,0484**	0,0395**	0,0505**
	0,25	0,0480**	0,0510**	0,0394**
2	0,50	0,0370**	0,0389**	0,0489**
	0,75	0,0385**	0,0374**	0,0370**
	0,25	0,0460**	0,0380**	0,0525**
3	0,50	0,0399**	0,0374**	0,0705**
	0,75	0,0494**	0,0370**	0,0419**
	0,25	0,0424**	0,0400**	0,0545**
4	0,50	0,0550**	0,0455**	0,0630**
	0,75	0,0349*	0,0389**	0,0389**

D (5%) = 0,0302;

D (1%) = 0,0362;

** e * = Significativos aos níveis de 1 e 5% de probabilidade, respectivamente;

(1) Os N.M.S. são obtidos para cada valor de F_I;

(2) Os N.M.S. são obtidos para cada valor de F*(a);

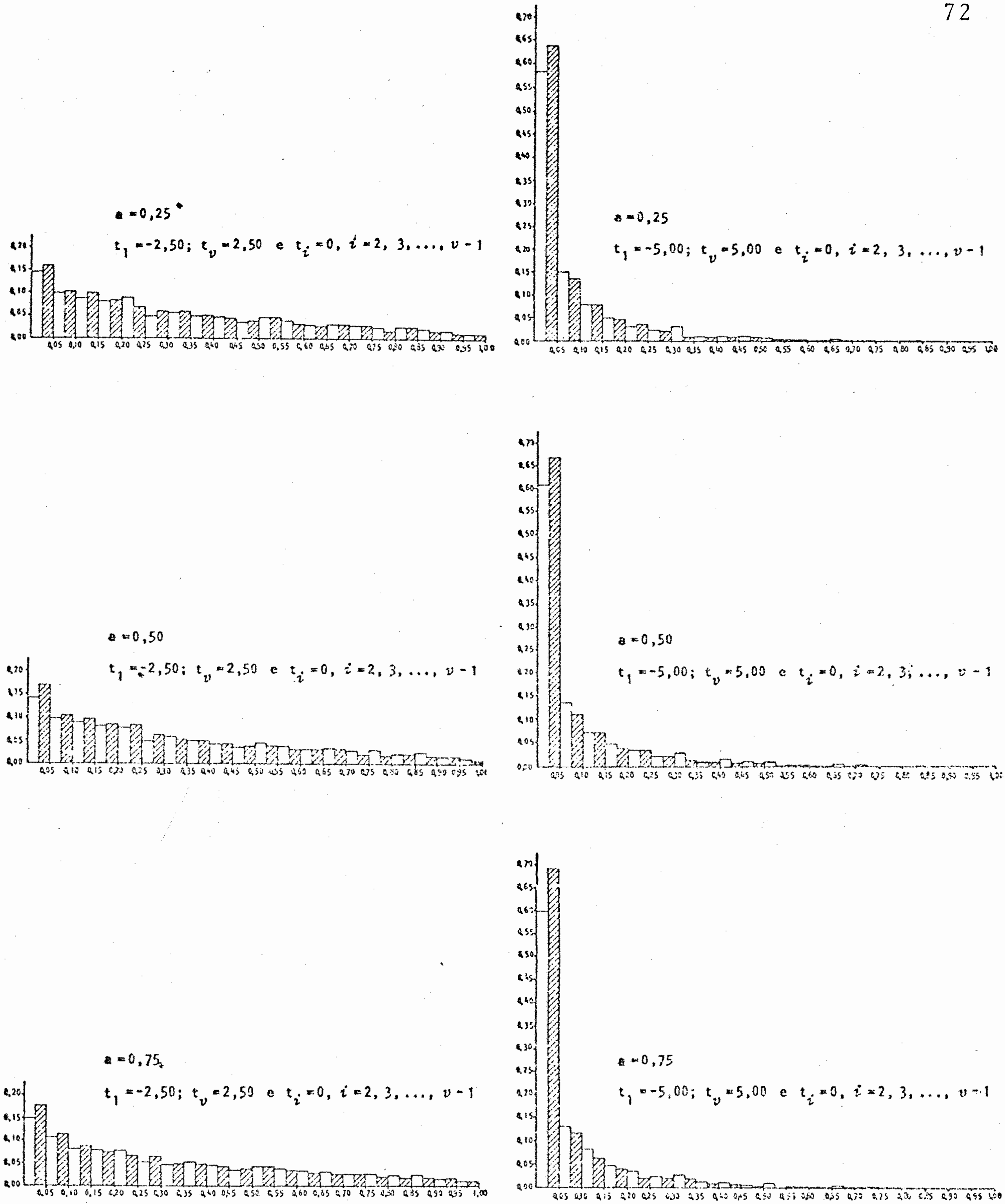
(3) Os N.M.S. são obtidos para cada valor de F*(a*).

histogramas correspondentes, para as distribuições de freqüências associadas às estatísticas $F^*(a^*)$ e F_I, são apresentados nas Figuras de 4 a 7. Apresentam-se os histogramas apenas para essas duas estatísticas por serem as que geralmente podem ser obtidas na prática.

Nessas figuras observa-se que a freqüência dos N.M.S. na classe [0,00; 0,05) é maior para os N.M.S. correspondentes à estatística $F^*(a^*)$ do que para os correspondentes à estatística F_I, em todos os casos considerados com os ensaios 1, 2 e 3, o que não acontece com o ensaio 4. Isso indica que, para ensaios não muito pequenos ($n_0 \geq 10$ e $n_b \geq 9$) o teste F, quando se faz a recuperação da informação interblocos, utilizando-se a estimativa a^* do parâmetro **a**, tem maior sensibilidade de indicar a existência de efeitos de tratamentos do que o teste F quando se considera apenas a informação intrablocos, a níveis de probabilidade menores ou iguais a 5%.

Comparando-se as freqüências na classe [0,00; 0,05) dos N.M.S. correspondentes à estatística $F^*(a^*)$ com os correspondentes à estatística $F^*(\mathbf{a})$ (Tabelas de A12 a A15 do Apêndice), observa-se que elas são maiores para os N.M.S. correspondentes à estatística $F^*(a^*)$, em quase todos os casos considerados com os ensaios 1, 2 e 3. Com esses resultados conclui-se que a estimação do parâmetro **a** implica em uma subestimação do nível mínimo de significância para o teste F.

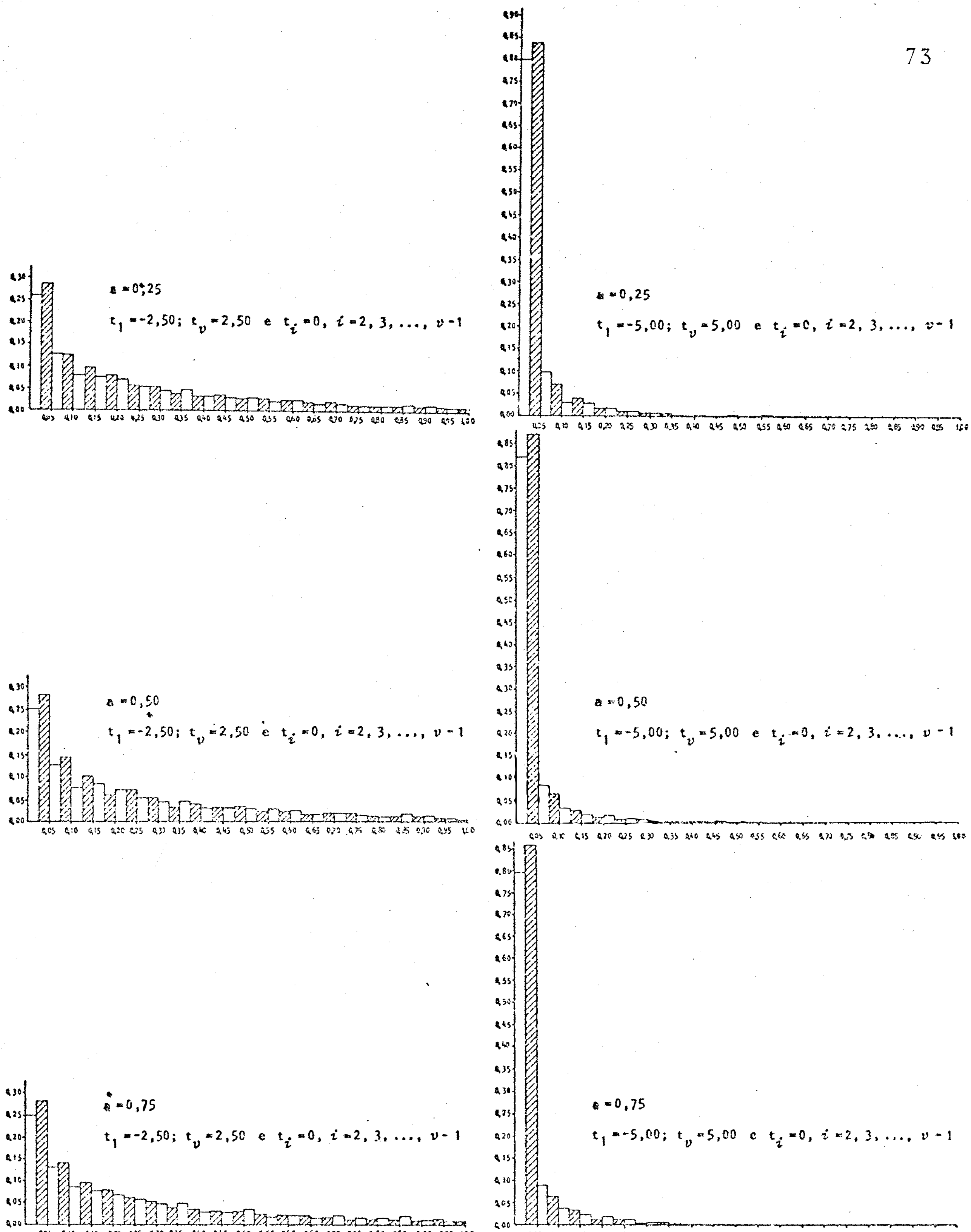
Observa-se ainda nas Figuras de 4 a 7 e Tabelas de A11 a A15 do Apêndice que a freqüência dos N.M.S. na classe



☐ Análise intrablocos

▨ Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**.

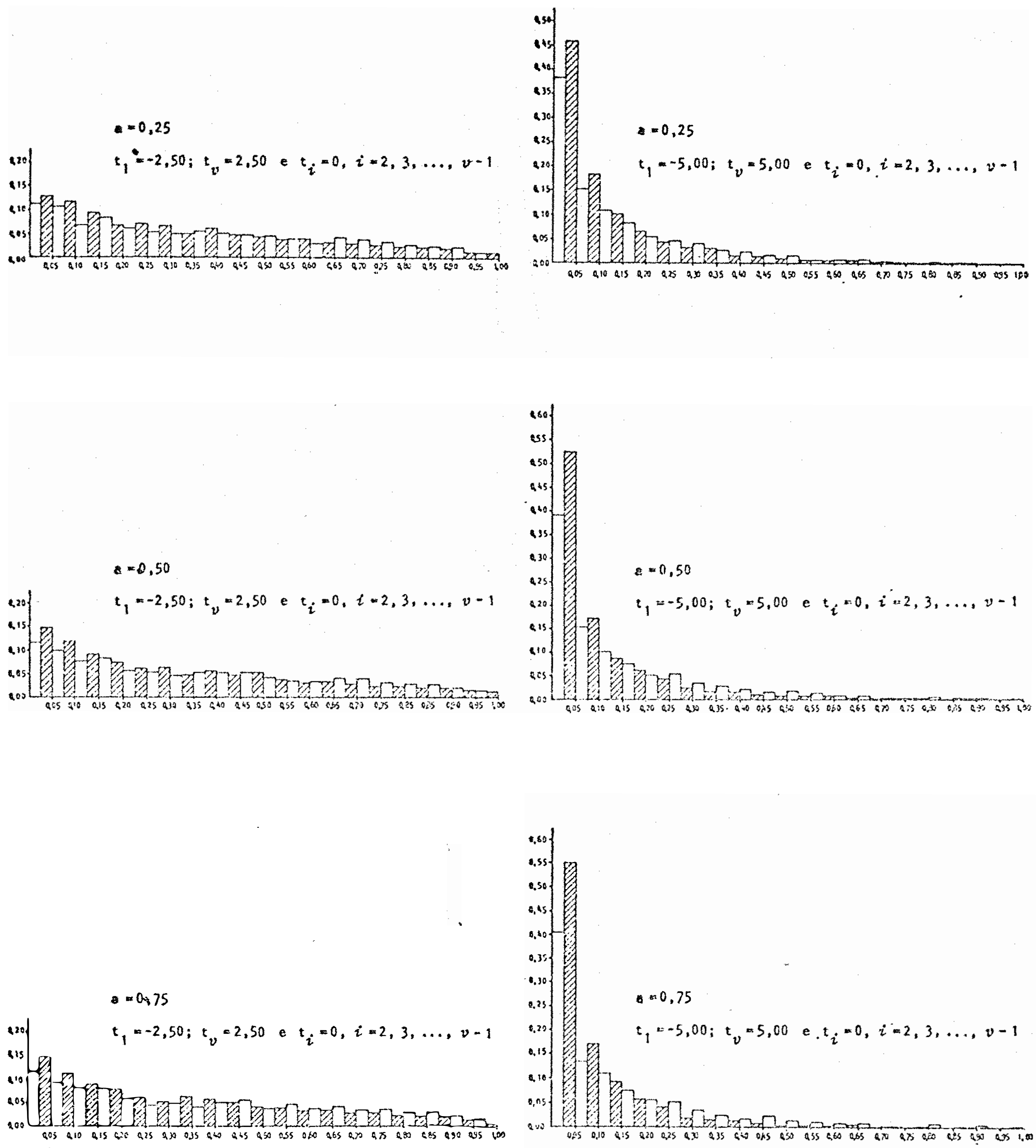
FIGURA 4 - Histogramas das distribuições de freqüências dos N.M.S., para os casos considerados com o ensaio 1 e com efeitos não nulos para tratamentos.



☐ Análise intrablocos

▨ Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**.

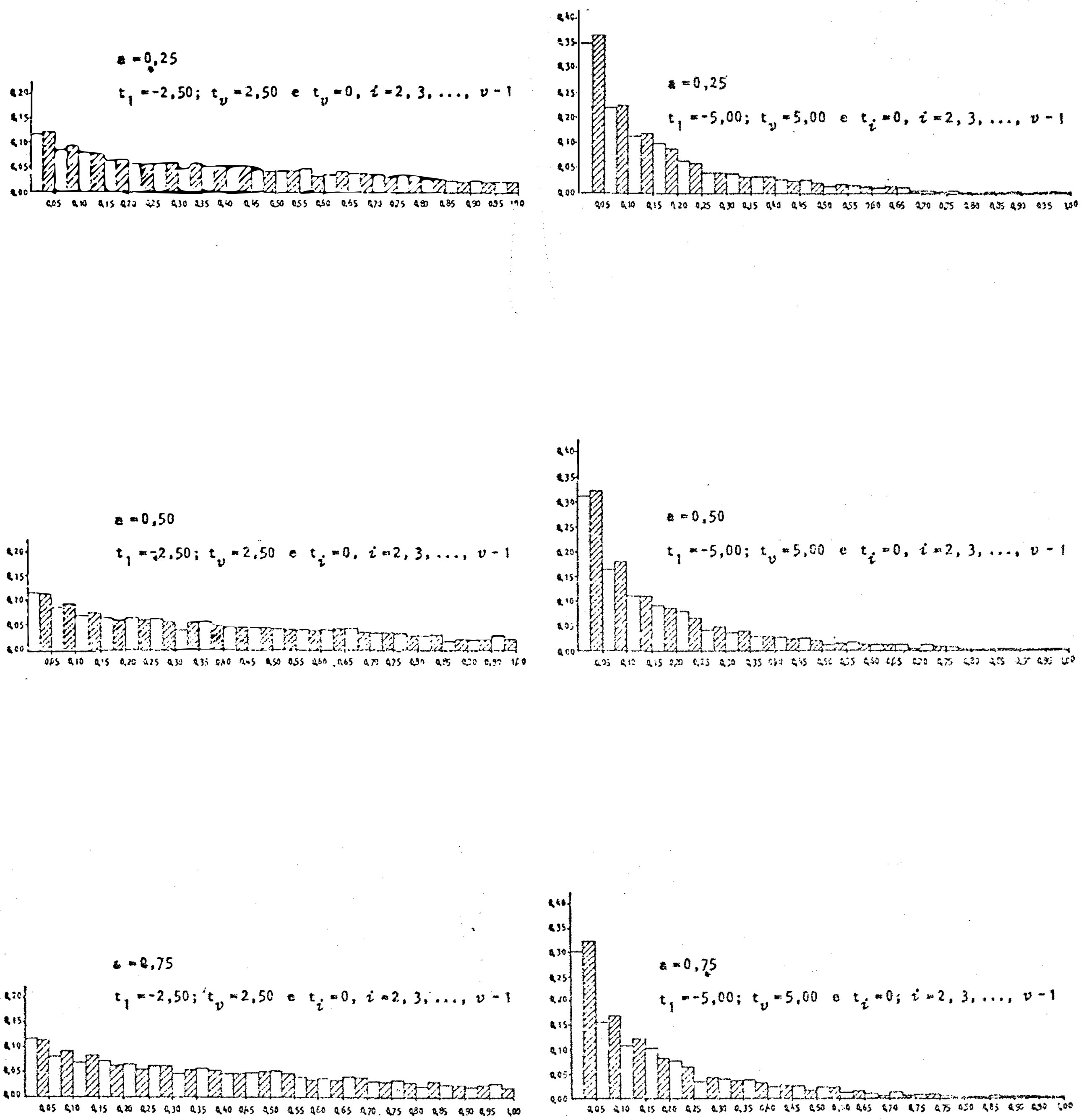
FIGURA 5 - Histogramas das distribuições de freqüências dos N.M.S., para os casos considerados com o ensaio 2 e com efeitos não nulos para tratamentos.



Análise intrablocos;

Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**.

FIGURA 6 - Histogramas das distribuições de freqüências dos N.M.S., para os casos considerados com o ensaio 3 e com efeitos não nulos para tratamentos.



☐ Análise intrablocos

▨ Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**.

FIGURA 7 - Histogramas das distribuições de freqüências dos N.M.S., para os casos considerados com o ensaio 4 e com efeitos não nulos para tratamentos.

[0,00; 0,05) aumenta, na maioria dos casos considerados, com o valor de **a**, sugerindo assim que o aumento do valor de **a**, de 0,25 a 0,75, implica no aumento da sensibilidade de indicar a existência de efeitos de tratamentos.

No que se refere ao teste de Tukey para comparações de médias de tratamentos, obtêm-se as diferenças mínimas significativas (D.M.S.) para cada um dos ensaios gerados, em cada caso considerado. Apresentam-se nas Tabelas A16, A17 e A18 do Apêndice as médias obtidas para essas D.M.S.. Considerando-se que essas D.M.S. independem dos efeitos de tratamentos, determinam-se suas médias agrupando-se os casos com mesmo ensaio e mesmo valor de **a**, diferenciando-se apenas pelos efeitos de tratamentos. Na Tabela 7 apresentam-se essas médias, agora de 6.000 D.M.S..

Nesta tabela observa-se que em todos os casos considerados as médias obtidas são subestimadas das D.M.S. "exatas" para as análises intrablocos e para as análises com a recuperação da informação interblocos correspondentes. As D.M.S. "exatas" aqui consideradas são obtidas com as mesmas expressões que são obtidas as demais D.M.S., mas considerando-se os valores exatos de **a** e σ^2.

Observa-se ainda na Tabela 7 que as médias das D.M.S. associadas à análise com a recuperação da informação interblocos, utilizando-se o valor exato de **a**, são mais próximas de seus valores exatos correspondentes do que as associadas à análise com a recuperação da informação interblocos, conside

TABELA 7 - Médias das D.M.S. obtidas de 6.000 ensaios gerados, e seus respectivos valores exatos.

Ensaio	**a**	Níveis de significância							
		1%				5%			
		(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)
	0,25	10,5972	10,3041	10,2303	10,4041	8,9120	8,6656	8,6035	8,7497
1	0,50	10,5705	10,0088	9,9283	10,1315	8,8996	8,4173	8,3488	8,5204
	0,75	10,5793	9,7677	9,7662	9,8792	8,8969	8,2145	8,2132	8,3083
		(10,7877)[1/]				(9,0336)			
	0,25	9,3565	9,1310	9,0576	9,2797	7,3795	7,2017	7,1438	7,3190
2	0,50	9,3593	8,9239	8,8181	9,0664	7,3817	7,0382	6,9786	7,1507
	0,75	9,3921	8,7580	8,7522	8,8671	7,4076	6,9076	6,9029	6,9935
		(9,5092)				(7,5000)			
	0,25	15,3677	14,2278	13,9750	14,5818	11,7349	10,8644	10,6714	11,1348
3	0,50	15,3394	13,2843	13,0911	13,6400	11,7133	10,1440	9,9965	10,4156
	0,75	15,3355	12,5213	12,5858	12,8600	11,7103	9,5614	9,6107	9,8200
		(15,7503)				(12,0270)			
	0,25	20,2650	19,9556	19,7187	21,0350	13,5620	13,3549	13,1831	14,0772
4	0,50	20,3224	19,7123	19,5761	20,7233	13,6004	13,1943	13,1009	13,8687
	0,75	20,4489	19,4254	19,4762	20,4251	13,5958	13,0001	13,0340	13,6691
		(21,3611)				(14,2955)			

[1/] Os valores entre parenteses correspondem aos valores das D.M.S. para a análise intrablocos, para o valor exato de σ^2

(1) Análise intrablocos;

(2) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se o valor exato de **a**;

(3) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**;

(4) Valor exato da D.M.S. para a análise com a recuperação da informação interblocos.

rando-se a estimativa a* e **a**, e ainda mais, que essas médias mais se aproximam entre si, quanto maior o valor de **a**, Esses resultados sugerem que, variando o valor de **a**, nas análises com a recuperação da informação interblocos, os valores das D.M.S. passam de superestimativas para subestimativas de seus valores "exatos", concordantemente com a estimativa a* de **a**.

Nas Tabelas 8, 9 e 10 apresentam-se os números de amplitudes máximas entre médias de tratamentos que são maiores que as D.M.S. correspondentes, dentre os 2.000 verificados, em cada caso considerado.

Para os casos considerados com a ausência de efeitos de tratamentos, é esperado para esses números, 20 ou 100, dependendo se o nível de significância é 1 ou 5%, respectivamente. Comparando-se os resultados obtidos para esses casos (Tabela 8), com seus correspondentes valores esperados, observa-se que nem em todos os casos existe uma boa aproximação entre elas e, ainda mais, em especial para os ensaios 1, 2 e 3, não existe qualquer tendência dos casos, em que eles menos ou mais se aproximam, corresponderem a uma das três análises aqui consideradas ou a um particular valor de **a**.

Comparando-se os números de amplitudes máximas entre médias de tratamentos que são maiores que as D.M.S. correspondentes, dentre as 2.000 verificadas, para os casos considerados com a presença de efeitos de tratamentos (Tabelas 9 e 10), observa-se que desses números, os relacionados com a análise intrablocos são, na sua grande maioria, menores que os re

TABELA 8 - Número de amplitudes máximas entre médias de tratamentos maiores que as D.M.S. correspondentes para os casos considerados com $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, v$.

Ensaio	a	Níveis de significância 1% (1)	1% (2)	1% (3)	5% (1)	5% (2)	5% (3)
1	0,25	20	16	18	77	80	87
	0,50	15	18	17	85	90	98
	0,75	19	21	20	86	92	95
2	0,25	22	23	23	89	83	91
	0,50	26	27	27	107	104	106
	0,75	17	21	19	97	94	87
3	0,25	13	21	13	114	117	121
	0,50	11	20	10	111	121	106
	0,75	19	29	16	119	119	102
4	0,25	27	33	28	99	103	108
	0,50	26	27	26	93	93	102
	0,75	23	28	25	99	108	101

(1) Análise intrablocos;

(2) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se o valor exato de **a**;

(3) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**.

TABELA 9 - Numero de amplitudes máximas entre médias de tratamentos maiores que as D.M.S. correspondentes para os casos considerados com $t_1 = -2,50$, $t_v = 2,50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v - 1$.

Ensaio	a	Níveis de significância					
		1%			5%		
		(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
	0,25	88	96	101	315	342	357
1	0,50	93	105	115	312	359	371
	0,75	88	110	113	318	379	386
	0,25	193	199	198	546	559	567
2	0,50	189	205	212	533	568	579
	0,75	177	207	209	502	578	571
	0,25	47	54	45	232	257	266
3	0,50	52	74	58	245	301	302
	0,75	68	93	73	249	349	324
	0,25	55	51	51	214	222	231
4	0,50	47	44	50	217	217	234
	0,75	51	50	52	203	210	216

(1) Análise intrablocos;

(2) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se o valor exato de **a**;

(3) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**.

TABELA 10 - Número de amplitudes máximas entre médias de tratamentos maiores que as D.M.S. correspondentes para os casos considerados com $t_1 = -5,00$, $t_v = 5,00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v-1$.

Ensaio	a	Níveis de significância					
		1%			5%		
		(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
1	0,25	858	947	986	1392	1466	1480
	0,50	892	1074	1090	1429	1527	1553
	0,75	911	1146	1143	1421	1578	1585
2	0,25	1176	1249	1275	1653	1702	1721
	0,50	1210	1340	1366	1697	1764	1777
	0,75	1153	1327	1340	1658	1754	1767
3	0,25	310	387	384	828	956	1003
	0,50	339	509	494	858	1093	1142
	0,75	343	598	555	867	1215	1208
4	0,25	187	193	192	618	632	652
	0,50	174	192	186	639	669	679
	0,75	195	223	205	634	678	674

(1) Análise intrablocos;

(2) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se o valor exato de **a**;

(3) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**.

lacionados com a análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se o valor exato de **a**, e esses por sua vez, na sua grande maioria, menores que os relacionados com a análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**.

Esses resultados indicam que para ensaios não muito pequenos ($n_0 \geq 10$ e $n_b \geq 9$), o teste de Tukey para a comparação de médias de tratamentos, quando se considera a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**, tem maior sensibilidade de detectar diferenças de efeitos de tratamentos do que quando se considera apenas a informação interblocos e, ainda mais, a estimação do parâmetro **a** quando se faz a recuperação da informação interblocos, implica em uma subestimação do nível mínimo de significância para este teste.

É interessante observar ainda que os resultados obtidos para o teste de Tukey, tanto para os casos considerados com a ausência de efeitos de tratamentos como os considerados com a presença deles, são concordantes com os obtidos para o teste F para a análise de variância.

6. CONCLUSÕES

Dentre as conclusões obtidas neste trabalho, apresentadas no capítulo Resultados e Discussão, destacam-se as seguintes:

a) Nos ensaios em blocos incompletos equilibrados, existe um valor de **a** em que as estimativas a* desse parâmetro passam de superestimativas para subestimativas.

b) Para ensaios em blocos incompletos equilibrados não muito pequenos, a probabilidade de uma estimativa â ser manor que zero é quase nula.

c) Para ensaios em blocos incompletos equilibrados não muito pequenos, o número de estimativas â do parâmetro **a** maiores que um, aumenta quando se aumenta o valor de **a**.

d) A variância da estimativa a* de **a** atinge o máximo quando **a** assume um valor entre 0,25 e 0,75.

e) A informação interblocos não deve ser utilizada no teste F para análise de variância e no teste de Tukey para comparação de médias, se o ensaio em blocos incompletos equilibrados é pequeno.

f) Para ensaios em blocos incompletos equilibrados não muito pequenos, tanto o teste F para a análise da variância como o teste de Tukey para comparação de médias, têm maior poder de indicar a existência de diferenças de efeitos de tratamentos quando se faz a recuperação da informação interblocos do que quando se utiliza apenas a informação intrablocos,

g) A estimação dos pesos w e w', pela forma proposta por YATES (1940), implica numa subestimação do nível mínimo de significância, tanto para o teste F como para o teste de Tukey.

h) Variando-se os valores de a, na análise com a recuperação da informação interblocos, os valores de F*(a*) e da D.M.S. passam respectivamente por uma inversão, de superestimativas para subestimativas, da média da distribuição F correspondente e do valor "exato" da D.M.S., concordantemente com a estimativa a* de **a**.

7. SUMMARY

The interblock information recovery procedure for incomplete blocks trials deals with two parameters, say w and w', which are, respectively, intrablock and interblock weights per plot, which are, generally, needed bien estimated. The estimation procedure of these parameters, independent of the principle used, affect by improving or worsening the significant levels of the hipotheses tests, power of tests, as well as other factors.

It has been considered as estimation method the one proposed by YATES (1939), and, from simulation procedures, cases when interblock information improve inferences and cases when it worsen them are studied and recognized. For the later cases w and w' estimation effect are verified and, therefore, also the quocient between them, $\mathbf{a} = \frac{w'}{w}$ in F test from variance analysis and Tukey test for means comparisons.

For this study four balanced incomplete block experimental designs are considered, selected to obtain a

desired variation of residual and block degrees of freedom. Also **a** values, say, **a** = 0.25; 0.50 and 0.75, are used. For each one of these 12 combinations of the 4 designs crossed with the 3 **a** values, treatment effects presence or absence are considered.

The results show that, for large experiments, the F test from variance analysis and Tukey test for means comparisons, in the form usually applied when interblock information is recovered, are more sensitive and have more power to indicate treatment effect when compared with the non recovery procedure.

The estimation method used to estimate w and w' imply an under estimation of the minimum significance level, as for the F test as for the Tukey test.

8. LITERATURA CITADA

BOSE, R.C. e T.SHIMAMOTO, 1952. Classification and analysis of partially balanced incomplete block designs with two associate classes. *Journal of the American Statistical Association*. Washington, 47:151-184.

CAMPOS, H., 1979. *Estatística experimental não-paramétrica*. 3ª ed., Piracicaba, ESALQ-USP. 343 p.

CHAKRABARTI, M.C., 1962. *Mathematics of design and analysis of experiments*. Londres, Asia Publishing House. 120 p.

COCHRAN, W.G. e G.M. COX, 1957. *Experimental designs*. 2ª ed., Nova York, John Wiley & Sons. 611 p.

GODOY, C.R.M., 1978. Um algoritmo eficiente para simulação de vetores com distribuição multinormal. *Ciência e Cultura*, São Paulo, 30(6):701-705.

GRAYBILL, F.A., 1961. *An introduction to linear statistical models*. Nova York, McGraw-Hill. 463 p.

GRAYBILL, F.A. e R.B. DEAL, 1959. Combining unbiased estimators. *Biometrics*, Knoxville, 15:543-550.

GRAYBILL, F.A. e D.L. WEEKS, 1959. Combining inter-block and intra-block information in balanced incomplete blocks. *Annals of Mathematical Statistics*, Baltimore, 30:799-805.

GRAYBILL, F.A. e V. SESHADRI, 1960. The unbiased of Yates' methods of estimation using interblock information. *Annals of Mathematical Statistics*, Baltimore, 31:786-787.

IBM, 1968. 1130 scientific subroutine package (1130-CM-02X). Programer's Manual.

KENNEDY, W. e J.E. GENTLE, 1980. *Statistical computing*. Nova York, Marcel Dekker. 589 p.

KHATRI, G.G. e K.R. SHAH, 1975. Exact variance of combined inter and intra-block estimates in incomplete block designs. *Journal of the American Statistical Association*, Washington, 70:402-406.

KEMPTHORNE, O., 1952. *The design and analysis of experiments*. Nova York, John Wiley & Sons. 631 p.

MOOD, A.M., F.A. GRAYBILL e D.C. BOES, 1974. *Introduction to the theory of statistics*. 3ª ed. Nova York, McGraw-Hill. 564 p.

NAIR, K.R., 1944. The recovery of inter-block information in incomplete block designs. *Sankhyã*, Calcutá, 6:383-390.

PIMENTEL GOMES, F., 1968. The solution of normal equations of experiments in incomplete blocks. *Ciência e Cultura*, São Paulo, 20(4):733-746.

PIMENTEL GOMES, F., 1978. *Curso de estatística experimental*. 8ª ed., São Paulo, Livraria Nobel. 430 p.

PORTNOY, S., 1973. On recovery of intra-block information. *Journal of the American Statistical Association*, Washington, 68:384-391.

RAO, C.R., 1947. General methods of analysis for incomplete block designs. *Journal of the American Statistical Association*, Washington, 42:541-561.

ROY, J. e K.R. SHAH, 1962. Recovery of inter-block information. *Sankhyã*, Calcutá, 24:269-280.

SCHEFFÉ, H., 1959. *The analysis of variance*. Nova York, John Wiley & Sons. 477 p.

SESHADRI, V., 1963 *a*. Constructing uniformly better estimators. *Journal of the American Statistical Association*, Washington, 58:172-175.

SESHADRI, V., 1963 *b*. Combining unbiased estimators. *Biometrics*, Tucson, 19:163-170.

SESHADRI, V., 1966. Comparison of combined estimators in balanced incomplete blocks. *Annals of Mathematical Statistics*, Baltimore, 37:1832-1835.

SHAARAWI, A.E.; R.L. PRENTICE e K.R. SHAH, 1975. Marginal procedures of mixed models with reference to block designs. *Sankhyã*, Calcutá, 37:91-99.

SHAH, K.R., 1964 *a*. On a local property of combined inter and intra-block estimators. *Sankhyã*, Calcutá , 26:87-90.

SHAH, K.R., 1964 *b*. Use of inter-block information to obtain uniformly better estimators. *Annals of Mathematical Statistics*, Baltimore, 35:1064-1078.

SHAH, K.R., 1970. On the loss of information in combined inter and intra-block estimation. *Journal of the American Statistical Association*, Washington, 65:1562-1564.

SHAH, K.R., 1971. Use of truncated estimator of variance ratio in recovery of inter-block estimation. *Annals of Mathematical Statistics*, Baltimore, 42:816-819.

SISKIND, V., 1968. On using an incorrect value of σ_b^2/σ^2 in balance incomplete block desigs. *Biometrika*, Londres, 55: 254-255.

STEIN, C., 1966. An approach to the recovery of inter - block information in balanced incomplete block designs. *In:* David, F.N., ed., *Research papers in statistics*, Nova York, John Wiley & Sons. 351-356.

YATES, F., 1939. The recovery of inter-block information in variety trials arranged in three dimensional lattices. *Annals of Eugenics*, Londres, 9:136-156.

YATES, F., 1940. The recovery of inter-block information in balanced incomplete block design. *Annals of Eugenics*, Londres, 10:317-325.

A P Ê N D I C E

TABELA A1 - Médias das 2.000 estimativas: $\hat{V}(e_{ij})$, $\hat{V}(b_j)$, $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\sigma}_b^2$ e a*, obtidas para os casos considerados com **a** = 0,25.

Ensaio		Médias das estimativas				
		$\hat{V}(e_{ij})$	$\hat{V}(b_j)$	$\hat{\sigma}^2$	$\hat{\sigma}_b^2$	a*
1	(1)	9,9694	7,4643	10,0004	7,3809	0,3097
	(2)	9,9741	7,3896	10,0062	7,3649	0,3092
	(3)	9,9945	7,4081	9,9717	7,4469	0,3084
2	(1)	15,0071	14,8795	15,1182	14,7563	0,3228
	(2)	14,9382	14,9353	15,0080	14,7334	0,3218
	(3)	14,9009	15,1240	14,9368	15,0421	0,3180
3	(1)	17,9646	26,8225	18,0313	26,5784	0,3011
	(2)	18,0137	27,0411	17,9835	27,0752	0,2989
	(3)	18,0137	27,0411	17,9835	27,0752	0,2989
4	(1)	19,8945	20,3865	20,0905	19,5928	0,3970
	(2)	19,9027	19,3344	19,9838	18,5332	0,4133
	(3)	19,9913	19,7608	19,7376	10,1502	0,4060

(1) Para $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, v$;

(2) Para $t_1 = -2{,}50$; $t_v = 2{,}50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v-1$;

(3) Para $t_1 = -5{,}00$; $t_v = 5{,}00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v-1$.

TABELA A2 - Médias das 2.000 estimativas: $\hat{V}(e_{ij})$, $\hat{V}(b_j)$, $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\sigma}_b^2$ e a*, obtidas para os casos considerados com **a** = 0,50.

Ensaio		Médias das estimativas				
		$\hat{V}(e_{ij})$	$\hat{V}(b_j)$	$\hat{\sigma}^2$	$\hat{\sigma}_b^2$	a*
1	(1)	9,9912	2,5024	9,9448	2,5415	0,5648
	(2)	9,9641	2,4776	9,9717	2,4835	0,5730
	(3)	9,9652	2,4753	9,9170	2,4364	0,5753
2	(1)	15,0100	5,0102	14,9930	5,0239	0,5718
	(2)	15,0367	4,8997	15,1348	4,8000	0,5789
	(3)	14,9563	5,0357	14,9730	4,9429	0,5713
3	(1)	17,9746	8,9912	17,8554	9,2242	0,5367
	(2)	18,1012	8,9291	18,1651	8,8094	0,5523
	(3)	17,9065	9,0630	17,8118	9,2198	0,5357
4	(1)	20,0584	6,4571	19,9237	6,1697	0,5790
	(2)	19,7971	6,5937	20,1005	6,0416	0,5831
	(3)	19,9177	6,6237	19,9285	6,3014	0,5726

(1) Para $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, v$;
(2) Para $t_1 = -2{,}50$; $t_v = 2{,}50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v-1$;
(3) Para $t_1 = -5{,}00$; $t_v = 5{,}00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v-1$.

TABELA A3 - Médias das 2.000 estimativas: $\hat{V}(e_{ij})$, $\hat{V}(b_j)$, $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\sigma}_b^2$ e a*, obtidas para os casos considerados com **a** = 0,75.

Ensaio		Médias das estimativas				
		$\hat{V}(e_{ij})$	$\hat{V}(b_j)$	$\hat{\sigma}^2$	$\hat{\sigma}_b^2$	a*
	(1)	10,0014	0,8310	9,9804	0,8817	0,7387
1	(2)	9,9684	0,8302	9,9615	0,8237	0,7453
	(3)	9,9495	0,8222	9,9438	0,8595	0,7422
	(1)	14,9995	1,6499	15,0562	1,6152	0,7332
2	(2)	15,0321	1,6864	15,1338	1,5844	0,7374
	(3)	15,0426	1,6530	15,2157	1,5513	0,7417
	(1)	18,0152	2,9885	17,9728	3,0411	0,7044
3	(2)	17,8952	2,9747	17,9377	2,9816	0,7058
	(3)	18,0864	2,9470	17,9710	2,8987	0,7080
	(1)	20,0116	2,1853	19,9251	1,9986	0,6666
4	(2)	20,0454	2,2339	20,0746	2,0426	0,6617
	(3)	20,1125	2,1915	20,1060	1,8831	0,6646

(1) Para $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, v$;
(2) Para $t_1 = -2,50$; $t_v = 2,50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v-1$;
(3) Para $t_1 = -5,00$; $t_v = 5,00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v-1$.

TABELA A4 - Distribuições de freqüências das 2.000 estimativas do parâmetro **a** obtidas para os casos considerados com o ensaio 1.

Classes	a = 0,25			a = 0,50			a = 0,75		
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
$(-\infty; 0)$	0	0	0	1	0	1	1	1	0
[0,00; 0,05)	1	1	0	0	0	0	0	0	0
[0,05; 0,10)	61	53	58	1	1	1	0	0	0
[0,10; 0,15)	221	224	242	9	11	13	1	1	2
[0,15; 0,20)	338	321	331	48	56	54	6	4	8
[0,20; 0,25)	301	310	315	105	102	112	19	16	19
[0,25; 0,30)	270	305	276	154	141	148	55	53	58
[0,30; 0,35)	199	204	213	159	168	139	73	64	61
[0,35; 0,40)	160	146	125	179	149	158	95	102	100
[0,40; 0,45)	109	112	108	165	169	171	89	84	80
[0,45; 0,50)	79	83	78	148	123	137	100	94	106
[0,50; 0,55)	70	60	55	135	142	139	113	119	109
[0,55; 0,60)	55	49	51	119	119	117	115	116	112
[0,60; 0,65)	24	25	30	98	112	99	100	87	90
[0,65; 0,70)	21	18	20	85	85	74	102	96	98
[0,70; 0,75)	20	12	16	74	86	67	93	100	104
[0,75; 0,80)	10	11	15	69	67	80	84	78	72
[0,80; 0,85)	9	4	9	63	66	71	84	103	104
[0,85; 0,90)	8	12	8	51	44	46	79	84	89
[0,90; 0,95)	13	13	10	39	40	39	73	61	69
[0,95; 1,00)	4	10	10	35	33	39	68	61	65
$[1,00; +\infty)$	27	27	30	263	286	295	650	676	654
Totais[1/]	1973	1973	1970	1736	1714	1704	1349	1323	1346

[1/] Totais das estimativas pertencentes ao intervalo [0, 1).

(1) Para $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, 13$;

(2) Para $t_1 = -2,50$; $t_{13} = 2,50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, 12$;

(3) Para $t_1 = -5,00$; $t_{13} = 5,00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, 12$.

TABELA A5 - Distribuições de freqüências das 2.000 estimativas do parâmetro **a** obtidas para os casos considerados com o ensaio 2.

Classes	**a** = 0,25 (1)	**a** = 0,25 (2)	**a** = 0,25 (3)	**a** = 0,50 (1)	**a** = 0,50 (2)	**a** = 0,50 (3)	**a** = 0,75 (1)	**a** = 0,75 (2)	**a** = 0,75 (3)
(-∞; 0)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
[0,00; 0,05)	4	8	7	0	0	0	0	0	0
[0,05; 0,10)	118	111	125	2	3	5	1	1	4
[0,10; 0,15)	245	246	247	37	41	47	5	5	4
[0,15; 0,20)	313	287	290	107	93	84	24	20	21
[0,20; 0,25)	254	280	269	114	107	108	36	41	47
[0,25; 0,30)	204	217	213	126	121	140	67	53	57
[0,30; 0,35)	194	174	200	161	139	161	72	74	66
[0,35; 0,40)	149	147	137	135	134	132	89	94	97
[0,40; 0,45)	98	100	109	157	172	164	104	102	88
[0,45; 0,50)	83	102	93	124	117	119	91	76	82
[0,50; 0,55)	83	64	65	106	123	108	98	102	108
[0,55; 0,60)	45	58	45	95	98	93	94	94	81
[0,60; 0,65)	33	42	46	87	87	96	93	106	96
[0,65; 0,70)	40	29	29	88	85	84	95	104	89
[0,70; 0,75)	24	26	21	60	72	66	85	75	68
[0,75; 0,80)	19	27	18	73	74	68	79	77	68
[0,80; 0,85)	14	10	9	55	69	65	66	57	76
[0,85; 0,90)	16	17	19	54	43	45	80	85	88
[0,90; 0,95)	8	9	9	54	47	53	62	62	59
[0,95; 1,00)	8	7	4	45	31	33	45	43	52
[1,00; +∞)	48	39	45	320	344	329	714	729	749
Totais[1/]	1952	1961	1955	1680	1656	1671	1286	1271	1251

[1/] Totais das estimativas pertencentes ao intervalo [0, 1).

(1) Para $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, 5$;

(2) Para $t_1 = -2{,}50$; $t_5 = 2{,}50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, 4$;

(3) Para $t_1 = -5{,}00$; $t_5 = 5{,}00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, 4$.

TABELA A6 - Distribuições de frequências das 2.000 estimativas do parâmetro **a** obtidas para os casos considerados com o ensaio 3.

Classes	a = 0,25			a = 0,50			a = 0,75		
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
(-∞; 0)	0	0	0	0	0	0	1	1	1
[0,00; 0,05)	17	20	20	1	3	2	0	0	0
[0,05; 0,10)	157	145	145	18	16	20	1	2	6
[0,10; 0,15)	242	263	263	56	43	58	17	18	17
[0,15; 0,20)	317	306	306	104	99	109	34	52	34
[0,20; 0,25)	270	303	303	124	139	135	48	42	48
[0,25; 0,30)	218	221	221	153	145	149	85	89	86
[0,30; 0,35)	164	171	171	140	158	159	94	93	102
[0,35; 0,40)	143	129	129	156	134	147	105	94	95
[0,40; 0,45)	110	99	99	142	130	134	105	95	96
[0,45; 0,50)	96	86	86	125	130	132	91	86	84
[0,50; 0,55)	57	56	56	141	127	123	86	91	89
[0,55; 0,60)	44	27	27	109	111	93	104	105	102
[0,60; 0,65)	34	38	38	84	80	94	83	88	89
[0,65; 0,70)	26	27	27	80	59	69	83	73	70
[0,70; 0,75)	20	18	18	86	78	75	89	80	88
[0,75; 0,80)	22	13	13	55	53	57	71	68	74
[0,80; 0,85)	9	9	9	58	67	52	74	80	68
[0,85; 0,90)	8	8	8	44	49	47	61	50	57
[0,90; 0,95)	6	12	12	36	39	37	66	65	61
[0,95; 1,00)	7	9	9	38	40	30	63	58	62
[1,00; +∞)	33	40	40	250	300	278	639	669	671
Totais[1/]	1967	1960	1960	1750	1700	1722	1360	1330	1328

[1/] Totais das estimativas pertencentes ao intervalo [0, 1).

(1) Para $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, 6$;

(2) Para $t_1 = -2,50$; $t_6 = 2,50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, 4, 5$;

(3) Para $t_1 = -5,00$; $t_6 = 5,00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, 4, 5$.

TABELA A7 - Distribuições de freqüências das 2.000 estimativas do parâmetro **a** obtidas para os casos considerados com o ensaio 4.

Classes	a = 0,25			a = 0,50			a = 0,75		
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
(-∞; 0)	21	17	14	42	48	51	76	75	72
[0,00; 0,05)	110	108	109	33	33	33	14	9	11
[0,05; 0,10)	230	218	233	84	84	88	46	64	52
[0,10; 0,15)	233	227	227	119	98	108	72	73	69
[0,15; 0,20)	186	177	189	111	115	113	72	75	82
[0,20; 0,25)	165	165	153	115	122	128	72	90	78
[0,25; 0,30)	127	128	137	120	100	116	88	74	81
[0,30; 0,35)	112	111	107	91	99	84	70	70	77
[0,35; 0,40)	68	71	77	84	84	91	75	68	69
[0,40; 0,45)	71	86	72	101	81	96	73	68	69
[0,45; 0,50)	70	54	56	61	74	62	57	73	71
[0,50; 0,55)	47	50	51	67	73	71	62	69	57
[0,55; 0,60)	42	33	44	48	46	49	66	58	59
[0,60; 0,65)	29	26	27	46	48	44	60	45	53
[0,65; 0,70)	45	40	41	42	44	46	32	38	38
[0,70; 0,75)	33	28	30	37	53	40	52	38	39
[0,75; 0,80)	26	34	28	31	44	36	29	31	40
[0,80; 0,85)	29	32	25	36	31	37	35	33	47
[0,85; 0,90)	25	30	14	30	35	30	34	28	32
[0,90; 0,95)	19	19	15	34	37	32	42	29	35
[0,95; 1,00)	19	19	14	29	20	22	34	40	26
[1,00; +∞)	293	327	337	639	631	623	839	852	843
Totais[1/]	1686	1656	1649	1319	1321	1326	1085	1073	1085

[1/] Totais das estimativas pertencentes ao intervalo [0, 1).

(1) Para $t_i = 0$, $i = 1, 2, 3, 4$;

(2) Para $t_1 = -2{,}50$; $t_4 = 2{,}50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3$;

(3) Para $t_1 = -5{,}00$; $t_4 = 5{,}00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3$.

TABELA A8 - Distribuições de freqüências dos níveis mínimos de significância, para os casos considerados com o ensaio 1 e $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, v$.

Classes	a = 0,25			a = 0,50			a = 0,75		
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
[0,00; 0,05)	75	77	78	89	97	100	87	103	96
[0,05; 0,10)	116	104	114	107	99	111	107	92	103
[0,10; 0,15)	94	107	116	85	93	113	84	91	104
[0,15; 0,20)	101	89	100	130	106	102	121	103	97
[0,20; 0,25)	97	105	107	111	98	112	108	109	107
[0,25; 0,30)	111	109	100	105	118	114	107	96	112
[0,30; 0,35)	101	111	106	101	103	97	105	112	105
[0,35; 0,40)	114	103	103	124	105	109	118	101	101
[0,40; 0,45)	119	115	124	103	106	120	110	102	104
[0,45; 0,50)	108	108	110	100	119	107	95	104	108
[0,50; 0,55)	106	101	110	97	101	113	91	108	103
[0,55; 0,60)	82	92	93	80	95	82	83	108	111
[0,60; 0,65)	90	91	94	98	97	102	94	88	87
[0,65; 0,70)	93	82	98	107	91	80	110	94	94
[0,70; 0,75)	75	92	80	75	83	93	83	87	90
[0,75; 0,80)	95	101	100	86	83	73	89	94	92
[0,80; 0,85)	95	119	101	91	100	96	94	102	94
[0,85; 0,90)	113	92	84	98	90	88	102	93	92
[0,90; 0,95)	90	78	78	101	101	93	95	98	97
[0,95; 1,00)	125	124	104	112	115	95	117	115	103
Totais	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

(1) Análise intrablocos;

(2) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se o valor exato de **a**;

(3) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de a.

TABELA A9 - Distribuições de freqüências dos níveis mínimos de significância, para os casos considerados com o ensaio 2 e $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, v$.

Classes	a = 0,25			a = 0,50			a = 0,75		
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
[0,00; 0,05)	93	97	95	111	96	112	106	94	93
[0,05; 0,10)	103	95	102	99	119	111	100	110	113
[0,10; 0,15)	98	97	103	100	95	99	99	90	95
[0,15; 0,20)	104	106	118	103	115	126	103	104	98
[0,20; 0,25)	113	87	94	96	103	87	106	96	114
[0,25; 0,30)	106	98	88	99	85	107	89	108	101
[0,30; 0,35)	84	99	115	98	98	96	86	92	91
[0,35; 0,40)	90	112	114	92	105	91	93	96	93
[0,40; 0,45)	92	109	93	107	79	106	116	96	104
[0,45; 0,50)	84	78	92	86	93	96	84	104	111
[0,50; 0,55)	102	90	94	116	98	105	103	102	86
[0,55; 0,60)	89	89	84	88	98	85	99	88	92
[0,60; 0,65)	122	91	93	104	89	102	104	95	96
[0,65; 0,70)	80	102	93	84	106	90	103	92	113
[0,70; 0,75)	108	116	111	100	103	94	104	114	92
[0,75; 0,80)	97	106	99	103	97	92	91	100	84
[0,80; 0,85)	89	102	117	90	105	103	87	108	105
[0,85; 0,90)	121	108	98	117	97	99	109	105	121
[0,90; 0,95)	103	104	105	101	111	96	108	90	91
[0,95; 1,00)	122	114	92	106	108	103	110	116	107
Totais	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

(1) Análise intrablocos;

(2) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se o valor exato de a;

(3) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* e a.

TABELA A10 - Distribuições de freqüências dos níveis mínimos de significância, para os casos considerados com o ensaio 3 e $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots v$.

Classes	a = 0,25			a = 0,50			a = 0,75		
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
[0,00; 0,05)	112	118	116	113	113	104	103	124	96
[0,05; 0,10)	97	104	115	94	112	111	109	100	119
[0,10; 0,15)	115	101	110	106	97	112	125	98	83
[0,15; 0,20)	75	92	88	85	89	116	99	87	106
[0,20; 0,25)	90	86	117	90	99	110	86	96	123
[0,25; 0,30)	104	107	97	102	108	88	105	112	102
[0,30; 0,35)	77	88	103	97	90	133	86	90	102
[0,35; 0,40)	88	91	105	98	108	90	86	92	97
[0,40, 0,45)	120	87	103	107	93	103	100	101	106
[0,45; 0,50)	99	116	88	103	99	106	86	101	92
[0,50; 0,55)	111	102	98	104	103	118	96	122	96
[0,55; 0,60)	94	92	115	85	102	90	95	79	92
[0,60; 0,65)	79	110	99	86	88	85	75	86	96
[0,65; 0,70)	113	104	89	110	98	99	112	98	90
[0,70; 0,75)	116	103	112	112	106	89	98	90	106
[0,75; 0,80)	93	96	87	90	102	99	114	113	112
[0,80; 0,85)	103	95	91	107	95	79	93	110	104
[0,85; 0,90)	104	90	98	100	111	105	120	107	98
[0,90; 0,95)	96	109	81	103	94	83	103	95	98
[0,95; 1,00)	114	109	88	108	93	80	109	99	82
Totais	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

(1) Análise intrablocos;

(2) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se o valor exato de **a**;

(3) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**.

TABELA A11 - Distribuições de freqüências dos níveis mínimos de significância, para os casos considerados com o ensaio 4 e $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, v$.

Classes	a = 0,25			a = 0,50			a = 0,75		
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
[0,00; 0,05)	107	106	110	93	95	96	102	108	103
[0,05; 0,10)	128	116	121	123	110	121	118	111	110
[0,10; 0,15)	79	95	100	89	114	107	83	94	95
[0,15; 0,20)	99	109	93	94	88	83	94	94	109
[0,20; 0,25)	96	78	100	94	79	98	101	90	94
[0,25; 0,30)	84	104	100	96	102	95	87	111	97
[0,30; 0,35)	124	100	94	106	106	121	124	96	88
[0,35; 0,40)	106	105	114	102	104	97	96	86	95
[0,40; 0,45)	104	97	117	113	100	111	105	117	125
[0,45; 0,50)	100	112	102	123	115	110	106	95	104
[0,50; 0,55)	92	99	108	124	110	109	93	106	97
[0,55; 0,60)	92	102	96	90	117	128	114	103	104
[0,60; 0,65)	109	78	78	113	96	87	100	90	101
[0,65; 0,70)	85	99	88	74	105	94	100	112	87
[0,70; 0,75)	78	74	82	90	81	75	89	92	90
[0,75; 0,80)	92	96	110	90	86	83	92	111	123
[0,80; 0,85)	100	109	95	90	99	113	98	112	106
[0,85; 0,90)	96	108	104	81	95	87	93	95	99
[0,90; 0,95)	115	107	104	108	97	90	110	79	82
[0,95; 1,00)	114	106	84	107	101	95	105	98	91
Totais	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

(1) Análise intrablocos;

(2) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se o valor exato de **a**;

(3) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**.

TABELA A12 - Distribuições de freqüências dos níveis mínimos de significância, para as três análises de variâncias consideradas, nos casos considerados com o ensaio 1.

Classes	a = 0,25						a = 0,50						a = 0,75					
	(1)			(2)			(1)			(2)			(1)			(2)		
	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
[0,00; 0,05)	281	302	317	1169	1230	1275	284	319	339	1217	1332	1375	301	371	357	1198	1367	1385
[0,05; 0,10)	196	197	202	301	288	269	195	198	210	271	233	218	216	210	231	261	235	231
[0,10; 0,15)	173	175	196	155	155	157	179	177	195	143	123	143	162	181	177	163	118	122
[0,15; 0,20)	161	170	165	100	80	92	170	185	163	93	91	72	159	133	148	92	87	79
[0,20; 0,25)	166	135	135	62	74	72	167	134	157	66	70	64	158	132	134	68	48	41
[0,25; 0,30)	95	127	114	46	54	42	95	132	123	40	38	39	104	130	132	47	40	41
[0,30; 0,35)	111	92	116	63	26	18	116	102	106	55	28	25	95	104	99	55	32	40
[0,35; 0,40)	98	110	100	18	25	17	98	99	98	18	27	18	106	83	96	26	23	18
[0,40; 0,45)	92	89	87	21	16	15	83	78	82	30	13	13	91	88	87	23	17	14
[0,45; 0,50)	69	66	75	20	14	15	69	69	77	18	18	13	68	78	75	11	11	6
[0,50; 0,55)	91	81	93	14	14	7	89	74	79	16	13	4	84	77	86	21	3	5
[0,55; 0,60)	79	81	64	9	10	9	74	87	62	6	0	4	74	79	66	7	4	4
[0,60; 0,65)	61	60	54	3	4	3	61	59	60	2	4	3	67	62	56	6	8	4
[0,65; 0,70)	63	69	63	10	3	4	67	68	63	10	2	2	63	48	51	12	0	5
[0,70; 0,75)	57	56	55	4	3	0	55	49	38	7	3	0	52	51	48	5	5	4
[0,75; 0,80)	50	48	35	1	0	2	58	40	34	3	1	3	52	50	39	4	2	0
[0,80; 0,85)	50	43	53	3	1	1	41	42	41	2	3	3	47	37	32	0	0	0
[0,85; 0,90)	47	46	32	0	3	2	49	33	32	0	0	0	48	34	33	0	0	0
[0,90; 0,95)	37	30	24	1	0	0	30	37	28	2	1	1	30	36	33	0	1	1
[0,95; 1,00)	23	23	20	0	0	0	20	18	14	1	0	0	23	16	20	1	0	0
Totais	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

(1) $t_1 = -2,50$; $t_v = 2,50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v-1$;
(2) $t_1 = -5,00$; $t_v = 5,00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v-1$;
(a) Análise intrablocos;
(b) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se o valor exato de **a**;
(c) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**.

TABELA A13 - Distribuições de freqüências dos níveis mínimos de significância, para as três análises de variâncias consideradas, nos casos considerados com o ensaio 2.

Classes	a = 0,25						a = 0,50						a = 0,75					
	(1)			(2)			(1)			(2)			(1)			(2)		
	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
[0,00; 0,05)	518	549	571	1601	1658	1679	514	546	564	1649	1723	1741	498	561	561	1596	1711	1725
[0,05; 0,10)	255	264	251	197	151	139	253	280	288	166	130	126	262	270	282	181	142	128
[0,10; 0,15)	159	162	192	60	78	78	151	182	202	67	62	54	170	170	191	75	52	67
[0,15; 0,20)	152	155	158	54	43	37	169	141	123	34	30	25	156	178	158	48	42	25
[0,20; 0,25)	141	113	113	34	18	23	144	130	142	33	19	18	135	116	125	38	24	26
[0,25; 0,30)	109	115	110	21	20	14	108	108	105	18	10	18	115	112	105	25	8	8
[0,30; 0,35)	89	73	76	13	14	12	89	83	65	7	9	4	94	81	77	13	11	10
[0,35; 0,40)	93	85	66	6	5	1	91	70	81	5	6	4	98	66	70	7	2	4
[0,40; 0,45)	65	71	72	5	7	5	62	76	65	5	3	2	57	68	62	5	2	2
[0,45; 0,50)	61	69	56	3	1	8	62	62	70	7	1	2	55	63	61	5	3	1
[0,50; 0,55)	60	54	54	0	1	1	58	65	47	3	2	2	70	55	49	1	2	2
[0,55; 0,60)	42	52	50	4	3	2	55	45	44	1	3	2	34	51	46	2	0	1
[0,60; 0,65)	50	38	42	1	1	1	50	36	33	2	1	1	43	38	44	1	0	0
[0,65; 0,70)	33	35	45	1	[illegible]	0	32	30	40	2	0	0	32	35	39	1	1	1
[0,70; 0,75)	34	42	29	0	0	0	38	33	36	0	1	1	42	27	23	0	0	0
[0,75; 0,80)	30	23	22	0	0	0	29	32	24	0	0	0	33	25	24	1	0	0
[0,80; 0,85)	30	28	27	0	0	0	20	27	24	0	0	0	30	21	22	0	0	0
[0,85; 0,90)	33	33	25	0	0	0	37	24	21	1	0	0	40	22	18	1	0	0
[0,90; 0,95)	27	24	23	0	0	0	24	21	16	0	0	0	20	22	26	0	0	0
[0,95; 1,00)	19	15	18	0	0	0	14	9	10	0	0	0	16	19	17	0	0	0
Totais	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

(1) $t_1 = -2{,}50$; $t_v = 2{,}50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v-1$;
(2) $t_1 = -5{,}00$; $t_v = 5{,}00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v-1$;
(a) Análise intrablocos;
(b) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se o valor exato de **a**;
(c) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**.

TABELA A14 - Distribuições de freqüências dos níveis mínimos de significância, para as três análises de variâncias consideradas, nos casos considerados com o ensaio 3.

Classes	a = 0,25						a = 0,50						a = 0,75					
	(1)			(2)			(1)			(2)			(1)			(2)		
	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
[0,00; 0,05)	226	260	259	768	878	919	232	307	296	786	1004	1051	232	332	297	811	1105	1104
[0,05; 0,10)	214	214	234	305	331	369	198	212	243	309	331	347	186	202	224	271	320	341
[0,10; 0,15)	137	164	191	219	215	203	152	161	183	202	178	175	164	176	181	221	168	187
[0,15; 0,20)	168	141	134	167	139	132	167	144	148	150	130	122	162	141	156	151	134	115
[0,20; 0,25)	122	122	141	111	105	89	113	111	123	102	87	89	116	108	123	113	77	85
[0,25; 0,30)	106	128	133	95	72	67	106	114	127	109	69	55	89	108	104	105	58	39
[0,30; 0,35)	99	104	100	73	67	64	92	112	97	70	55	34	98	118	127	70	38	33
[0,35; 0,40)	108	108	121	57	45	33	105	109	112	59	41	30	82	108	114	50	22	29
[0,40; 0,45)	100	91	96	48	49	31	105	103	92	45	25	21	101	101	103	37	15	18
[0,45; 0,50)	95	95	86	35	24	20	106	88	105	33	14	14	110	83	83	49	21	7
[0,50; 0,55)	88	78	74	33	14	17	84	80	75	37	9	17	77	97	98	29	7	9
[0,55; 0,60)	78	79	78	17	8	14	71	63	61	28	15	17	93	89	66	23	9	6
[0,60; 0,65)	58	82	63	19	18	17	66	74	69	18	14	7	74	55	67	16	4	10
[0,65; 0,70)	87	59	59	17	9	6	81	64	54	15	6	4	92	53	55	16	8	4
[0,70; 0,75)	77	65	52	12	10	7	81	61	46	6	9	7	68	47	58	5	3	4
[0;75; 0,80)	66	64	47	4	7	2	63	54	47	5	5	3	69	48	46	3	5	4
[0,80; 0,85)	54	52	45	9	5	5	57	40	36	11	5	1	56	45	42	14	3	0
[0,85; 0,90)	48	40	38	4	0	2	53	38	37	8	1	2	58	41	40	5	2	1
[0,90; 0,95)	46	34	26	6	1	0	41	43	28	7	0	0	42	31	24	10	1	2
[0,95; 1,00)	23	20	23	1	3	3	27	22	21	0	2	4	31	17	12	1	0	2
Totais	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

(1) $t_1 = -2,50$; $t_v = 2,50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v-1$;
(2) $t_1 = -5,00$; $t_v = 5,00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v-1$;
(a) Análise intrablocos;
(b) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se o valor exato de **a**;
(c) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**.

TABELA A15 - Distribuições de freqüências dos níveis mínimos de significância, para as três análises de variâncias consideradas, nos casos considerados com o ensaio 4.

Classes	a = 0,25						a = 0,50						a = 0,75					
	(1)			(2)			(1)			(2)			(1)			(2)		
	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
[0,00; 0,05)	236	228	241	599	605	636	231	215	229	622	632	646	229	217	226	606	648	649
[0,05; 0,10)	168	181	187	342	348	351	163	195	186	330	352	360	162	194	182	313	334	338
[0,10; 0,15)	161	152	155	227	244	238	139	126	152	221	230	224	138	153	167	215	252	242
[0,15; 0,20)	127	146	132	200	192	180	135	143	127	186	176	174	142	131	127	205	166	162
[0,20; 0,25)	117	106	110	130	126	121	134	126	126	162	139	134	131	118	113	152	112	126
[0,25; 0,30)	114	102	119	82	76	83	128	113	119	84	100	96	122	130	126	71	87	87
[0,30; 0,35)	94	117	116	78	80	67	84	121	114	72	69	81	93	113	111	79	73	73
[0,35; 0,40)	101	92	105	67	56	67	119	100	103	59	61	57	114	124	109	75	71	62
[0,40; 0,45)	103	114	104	55	51	51	96	107	96	53	46	47	95	93	92	49	56	57
[0,45; 0,50)	90	101	85	55	49	45	92	92	94	50	47	41	99	87	103	53	34	36
[0,50; 0,55)	89	75	89	29	40	38	88	73	87	22	26	30	104	84	94	46	40	49
[0,55; 0,60)	99	68	64	34	41	29	82	78	79	32	27	25	83	79	72	24	30	32
[0,60; 0,65)	73	87	86	22	16	29	82	98	89	25	25	25	77	71	79	22	24	13
[0,65; 0,70)	81	80	81	24	16	11	91	72	70	22	21	10	84	59	80	25	12	14
[0,70; 0,75)	75	75	64	13	18	10	71	71	73	24	12	18	65	73	62	16	16	20
[0,75; 0,80)	72	61	69	13	7	9	67	56	56	14	12	9	70	77	60	13	14	9
[0,80; 0,85)	54	72	59	6	10	10	57	64	63	6	9	9	47	52	65	8	9	8
[0,85; 0,90)	49	53	43	9	10	10	36	51	45	7	7	9	50	60	51	12	8	9
[0,90; 0,95)	52	47	47	5	8	8	44	49	47	4	5	2	40	46	50	8	10	10
[0,95; 1,00)	45	43	44	10	7	7	61	50	46	5	4	3	55	42	41	8	4	4
Totais	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

(1) $t_1 = -2,50$; $t_v = 2,50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v-1$;
(2) $t_1 = -5,00$; $t_v = 5,00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v-1$;
(a) Análise intrablocos;
(b) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se o valor exato de **a**;
(c) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**.

TABELA A16 - Médias das 2.000 diferenças mínimas significativas, obtidas para os casos considerados com $t_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, v-1$.

Ensaio	a	Níveis de significância					
		1%			5%		
		(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
	0,25	10,5995	10,3064	10,2317	8,9140	8,6675	8,6047
1	0,50	10,5731	10,0113	9,9397	8,8918	8,4193	8,3568
	0,75	10,5903	0,7779	9,7802	8,9063	8,2231	8,2050
	0,25	9,3828	9,1567	9,0808	7,4003	7,2219	7,1621
2	0,50	9,3486	8,9136	8,8405	7,3733	7,0302	6,9726
	0,75	9,3626	8,7303	8,7274	7,3844	6,8859	6,8833
	0,25	15,3688	14,2288	13,9675	11,7358	10,8652	10,6657
3	0,50	15,3059	13,2553	13,0793	11,6877	10,1218	9,9875
	0,75	15,3500	12,5332	12,6037	11,7214	9,5705	9,6243
	0,25	20,3370	20,0265	19,7991	13,6102	13,4023	13,2501
4	0,50	20,2865	19,6808	19,5386	13,5763	13,1710	13,0758
	0,75	20,6801	19,3915	19,4431	13,5720	12,9774	13,0119

(1) Análise intrablocos;

(2) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se o valor exato de **a**;

(3) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**.

TABELA A17 - Médias das 2.000 diferenças mínimas significativas, obtidas para os casos considerados com $t_1 = -2,50$, $t_v = 2,50$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v - 1$.

Ensaio	a	Níveis de significância					
		1%			5%		
		(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
	0,25	10,6054	10,3121	10,2384	8,9189	8,6723	8,6103
1	0,50	10,5862	10,0237	9,9400	8,9028	8,4298	8,3594
	0,75	10,5786	9,7671	9,7624	8,8964	8,2140	8,2100
	0,25	9,3523	9,1269	9,0526	7,3762	7,1984	7,1398
2	0,50	9,3900	8,9536	8,8728	7,4059	7,0613	6,9980
	0,75	9,3934	8,7594	8,7541	7,4086	6,9086	6,9044
	0,25	13,3672	14,2273	13,9788	11,7345	10,8640	10,6743
3	0,50	15,4413	13,3725	13,1464	11,7911	10,2114	10,0387
	0,75	15,3182	12,5072	12,5709	11,6771	9,5506	9,5992
	0,25	20,2692	19,9597	19,7129	13,5648	13,3577	13,1524
4	0,50	20,3767	19,7683	10,6246	13,6367	13,2296	13,1334
	0,75	20,3355	19,4444	19,4964	13,6091	13,0128	13,0476

(1) Análise intrablocos;

(2) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se o valor exato de **a**;

(3) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**.

TABELA A18 - Médias das 2.000 diferenças mínimas signitivativas, obtidas para os casos considerados com $t_1 = -5,00$, $t_v = 5,00$ e $t_i = 0$, $i = 2, 3, \ldots, v - 1$.

Ensaio	a	Níveis de significância					
		1%			5%		
		(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
	0,25	10,5866	10,2938	10,2209	8,9031	8,6569	8,5956
1	0,50	10,5523	9,9915	9,9052	8,8743	8,4027	8,3301
	0,75	10,5689	9,7581	9,7561	8,8882	8,2064	8,2047
	0,25	9,3345	9,1095	9,0394	7,3621	7,1847	7,1294
2	0,50	9,3392	8,9046	8,8310	7,3659	7,0231	6,9651
	0,75	9,42[illegible]2	8,7844	8,7752	7,4298	6,9283	6,9211
	0,25	15,3672	14,2273	13,9788	11,7345	10,8640	10,6743
3	0,50	15,2711	13,2251	13,0476	11,6611	10,0988	9,9633
	0,75	15,3382	12,5236	12,5830	11,7124	9,5631	9,6085
	0,25	20,1889	19,8807	19,6446	13,5110	13,3047	13,1468
4	0,50	20,3014	19,6879	19,5651	13,5881	13,1824	13,0935
	0,75	20,3312	19,4403	19,4890	13,6062	13,0100	13,0426

(1) Análise intrablocos;

(2) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se o valor exato de **a**;

(3) Análise com a recuperação da informação interblocos, considerando-se a estimativa a* de **a**.