

GUILHERME DE MELLO NETTO
Engenheiro-Agrônomo

Assistente da 6.a Cadeira (Engenharia Rural)
da
Escola Superior de Agricultura «Luiz de Queiroz»

**À MARGEM DO ÊRRO DE FECHAMENTO
NOS LEVANTAMENTOS TOPOGRÁFICOS**



TESE DE DOUTORAMENTO

Apresentada à Escola Superior de Agricultura
«Luiz de Queiroz», da Universidade de São Paulo

1959

À

MEMÓRIA DE

MEU PAI

Expressamos aqui os nossos melhores agradecimentos ao Prof. José Benedicto de Camargo, Catedrático de Engenharia Rural, que possibilitou a realização deste trabalho, e ao Prof. Frederico Pimentel Gomes, da Cadeira de Matemática, pelas sugestões e pela análise estatística dos resultados.

Í N D I C E

1. INTRODUÇÃO	9
1.1 Generalidades	9
1.2 Erros	12
1.2.1 Fontes de erros	12
1.2.2 Tipos de erros	13
1.2.3 Medidas de igual precisão	15
1.2.4 Lei da propagação dos erros	18
2. REVISÃO DA LITERATURA	19
3. MÉTODOS DE TRABALHO	20
4. RESULTADOS	22
5. INTERPRETAÇÃO ESTATÍSTICA DOS RESULTADOS	23
5.1 Estudo dos erros de fechamento	23
5.2 Estudo dos erros de área	24
5.3 Estudo de correlação	25
6. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	26
7. CONCLUSÕES	28
8. RESUMO	29
9. BIBLIOGRAFIA	30

1 - INTRODUÇÃO

1.1 - Generalidades

A bibliografia especializada é unânime em afirmar que o método de levantamento topográfico por meio de caminhamento, seja ele executado por deflexões, azimute ou ângulos internos, oferece maior segurança que outros, como o de intersecção e irradiação, porque permite ao operador ter um controle da precisão do trabalho realizado, expresso pelo erro de fechamento. Para definir esse erro lembremo-nos que, ao efetuar-se o levantamento planimétrico de um terreno por caminhamento, percorre-se um perímetro fechado, chegando-se afinal ao ponto de partida. Com os dados assim obtidos (ângulos e distâncias), dever-se-ia poder reproduzir em planta, numa determinada escala, a poligonal percorrida, se o trabalho não apresentasse erro algum. Como, porém, isso é impossível e os erros existem fatalmente, aquilo não ocorre, e a diferença entre a posição da estação assumida como ponto de partida, e a posição, obtida pelo cálculo, dessa mesma estação ora considerada como ponto de chegada, será o erro de fechamento. Este erro pode ser calculado pelo método das coordenadas retangulares, e é representado pela hipotenusa do triângulo retângulo do qual os dois catetos são, respectivamente, o erro cometido na direção do eixo das ordenadas (latitudes), e o cometido na direção das abcissas (longitudes). Esse erro, comumente designado erro **linear** de fechamento é, na realidade, a combinação de dois tipos de erros que ocorrem no levantamento, ou sejam, os cometidos nas medidas dos ângulos (angulares) e os resultantes das medidas das distâncias (lineares). O erro angular poderá sempre ser facilmente determinado por um dos métodos correntes, e depois compensado ou distribuído pelo processo escolhido pelo operador. Mas, de qualquer forma, ele se transmitirá, ao efetuar-se os produtos dos senos e co-senos dos rumos pelas distâncias correspondentes, no cálculo das coordenadas parciais, de modo que o erro chamado **linear** de fechamento será, na verdade, a combinação de dois erros: os angulares e os lineares. É óbvio que o fato de distribuímos o erro angular por

várias estações do perímetro, na compensação, não o elimina, pois embora o perímetro esteja «fechado» do ponto de vista angular, os erros, no seu verdadeiro sentido, ou sejam as diferenças entre os dados obtidos pelo levantamento e os valores exatos correspondentes à figura real, continuarão a existir, embora alterados pela compensação. Assim, neste trabalho faremos referência apenas a êrro de fechamento, compreendendo-se como tal aquele obtido finalmente, após o cálculo das coordenadas parciais.

Uma vez obtidas, através das coordenadas parciais, as componentes do êrro de fechamento, por diferença entre as colunas E e W das longitudes e N e S das latitudes, proceder-se-á à sua compensação, fazendo-se a distribuição dos erros e chegando-se assim às coordenadas compensadas, a partir das quais se poderá obter a planta da poligonal, como uma figura fechada, e a área por ela limitada. É certo que esta figura e esta área, assim obtidos, não corresponderão exatamente à forma real do terreno e à sua área verdadeira. Esta área real é por nós ignorada, e não poderá jamais ser conhecida. Poder-se-á, no máximo, através da teoria dos erros, chegar-se ao seu valor mais provável. O mesmo se diga em relação à forma da figura representada pela planta.

É interessante lembrar que os erros obtidos através das diferenças entre os totais das colunas E e W (nas longitudes) e N e S (nas latitudes), não exprimem os erros realmente cometidos no levantamento, em virtude das compensações, que naturalmente ocorrem em cada estação. Esta asserção pode ser demonstrada facilmente da seguinte maneira:

Sejam $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, os valores das coordenadas parciais obtidas com os dados do levantamento (antes da compensação);

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, os valores das coordenadas parciais da figura real;

$dx_1, dx_2, dx_3, \dots, dx_n$, os erros respectivos.

Assim,

$$a_1 = x_1 + dx_1$$

$$a_2 = x_2 + dx_2$$

$$a_3 = x_3 + dx_3$$

.

.

.

$$a_n = x_n + dx_n$$

$$\Sigma a = 0 + \Sigma dx$$

$\sum x$ é igual a zero porque é nula a soma algébrica das coordenadas parciais da figura real.

Portanto,

$$\sum a = \sum dx$$

Assim, vê-se que $\sum dx$, soma das diferenças entre as coordenadas parciais reais e as obtidas pelo levantamento, é igual ao componente do erro de fechamento $\sum a$.

Aparentemente, pois, os componentes do erro de fechamento exprimem realmente os erros cometidos no levantamento. Isto não é verdade, porém, pela razão de que aquêles $\sum dx$ é evidentemente uma soma algébrica, que implica na compensação dos erros de sinais contrários. É o caso do levantamento de um retângulo em que se cometem erros de mesmo valor e de mesmo sinal em dois lados opostos. Ao se calcularem as coordenadas parciais, êstes dois erros ocuparão colunas diversas (E e W, por exemplo), e se compensarão. Se não houver outro erro, a figura «fechará» perfeitamente nos cálculos e no desenho, embora haja, realmente, aquêles erro nas duas linhas opostas.

Vê-se, pois, que se obtém, através do levantamento, uma planta do terreno deformada em relação à figura real e uma área que não será exatamente a verdadeira. Tanto esta deformação como o erro de área serão admissíveis, desde que o erro de fechamento esteja dentro de certos limites.

A finalidade dêste trabalho é determinar se realmente se pode tomar o erro de fechamento como medida da precisão do levantamento efetuado, em relação a um valor: a área do terreno. Isto é, se há alguma relação entre o erro de fechamento e o erro de área; se, crescendo o erro de fechamento, aumentará, proporcionalmente ou não, o erro de área, em relação a um outro levantamento do mesmo terreno, com erro de fechamento menor.

A literatura especializada não elucida claramente o assunto. O emprêgo de hipóteses restritivas conduz a resultados que se aplicam somente a casos de exceção. Por exemplo, se considerarmos a figura real e a obtida pelo levantamento como sendo semelhantes, será possível deduzir, matematicamente, que o erro de área será o dôbro do erro de fechamento. Por outro lado, se supuzermos que o terreno a ser levantado tem dois lados paralelos, e que se cometeram erros de igual valor e de mesmo sinal somente nesses dois lados, a um erro de fechamento nulo corresponderá um erro de área e uma deformação da figura tanto mais apreciáveis quanto maiores forem aqueles erros que se compen-

saram. Deixando de lado, porém, as hipóteses restritivas e os exemplos de exceção, pretendemos buscar uma solução que se aplique à generalidade dos casos.

1 - 2 - Erros

Tôda medida realizada em Topografia, seja ela angular ou linear, contém um êrro cujo valor é desconhecido, e assim realmente não existe nenhuma medida exata. A diferença entre a medida efetuada e o verdadeiro valor da grandeza seria o êrro verdadeiro. Como êste êrro verdadeiro não pode ser determinado, o valor exato da grandeza jamais será conhecido. O objetivo, pois, de quem realiza essas medições não é determinar o valor exato da grandeza, mas o seu valor mais provável, conforme nos ensina a teoria dos erros. Ao topógrafo cômpeete conhecer as várias fontes de erros que podem ocorrer e a sua influência sôbre as medições, para poder estimar o grau de precisão do seu levantamento.

1.2.1 - Fontes de erros

Os erros cometidos nos levantamentos podem ser de três naturezas:

a — **Erros pessoais:** provenientes de falhas cometidas pelo operador.

b — **Erros instrumentais:** devidos a defeitos de construção e ajuste do instrumento utilizado.

c — **Erros naturais:** que ocorrem em virtude da influência de fenômenos naturais, como as variações de temperatura, ventos, umidade, obstáculos à medição, etc.

1.2.2 - Tipos de erros

Conforme a medida efetuada seja maior ou menor que o verdadeiro valor da grandeza, o erro aí cometido será positivo ou negativo. Porém, o erro da medida, via de regra, não se deve a uma causa específica, mas será a soma algébrica de erros de várias classes e de sinais diferentes que ocorrem durante a medição, podendo, inclusive, haver compensações.

Os erros se dividem em três classes:

- a — faltas
- b — erros sistemáticos
- c — erros acidentais.

As **faltas** são devidas a enganos cometidos pelo operador, e que podem ser eliminados pela atenção e verificação dos trabalhos. São exemplos de faltas os enganos cometidos ao se fazer uma leitura na mira ou na trena, a contagem errada do número de correntadas, um engano na leitura do vernier, etc.

Os **erros sistemáticos** se caracterizam essencialmente por terem, nas mesmas condições, sempre o mesmo valor e o mesmo sinal. São devidos, por exemplo, à influência da temperatura, aos defeitos de gradação dos instrumentos, etc. Desde que as condições sejam invariáveis, estes erros serão sempre constantes. Por exemplo, as medidas efetuadas com uma corrente curta, isto é, que tem um comprimento menor do que aquele indicado pelos números nela gravados, serão afetadas sempre de erros que em cada correntada terão o mesmo valor e o mesmo sinal.

Os **erros acidentais** são aqueles que obedecem a uma distribuição probabilística; em cada observação o valor e o sinal do erro acidental é fruto do acaso. Assim, a eles se aplica a teoria dos erros.

Se uma medida for repetida um certo número de vezes com igual precisão, o erro sistemático será o mesmo, em valor e sinal, para cada medida. Ao contrário, o erro acidental terá igual oportunidade de ser positivo ou negativo, assim como variará de valor em cada medida efetuada. Assim, o erro da média será provavelmente menor que o erro de cada medida. Teoricamente, a parcela do erro total devida aos erros acidentais desapareceria completamente se calculássemos a média de um número infinitamente grande de repetições da mesma medida. Se eliminássemos totalmente os enganos e os erros sistemáticos, e pudéssemos repetir a mesma medida um número infinitamente

grande de vêzes, a sua média nos daria o valor exato da grandeza. O que equívale a afirmar que o verdadeiro valor de uma grandeza jamais poderá ser obtido.

Como exemplo de erros acidentais cometidos num levantamento topográfico, podemos citar os erros que se cometem ao instalar o instrumento sobre o ponto de estação a impossibilidade de se fazerem leituras exatas dos ângulos e da mira, etc.

Como os erros sistemáticos têm sempre o mesmo valor e o mesmo sinal, o erro sistemático total cometido em uma série de medidas será a soma algébrica dos erros parciais. A soma dos erros acidentais, por outro lado, de acôrdo com a teoria das probabilidades, cresce proporcionalmente à raiz quadrada do número de medidas efetuadas. Assim, se no levantamento de um polígono de N lados, o desvio padrão do erro angular cometido em cada vértice fôr de 2 minutos, considerado apenas como erro acidental, isto é, excluindo-se a possibilidade da ocorrência de faltas e erros sistemáticos, o desvio padrão da soma dos ângulos internos do polígono será igual a $2\sqrt{N}$ minutos. Se, porém, aquêlê erro fôsse sistemático, produziria um erro total de $2N$ minutos. Donde se conclui que, numa série de medidas relacionadas entre si, os erros sistemáticos afetam muito mais seriamente os resultados do que os erros acidentais de igual valor. Dessa forma, o procedimento correto consiste em eliminar totalmente os erros sistemáticos, ou ao menos reduzi-los a um valor desprezível.

Partindo da hipótese de que se eliminaram completamente as faltas e os erros sistemáticos, restarão apenas os erros acidentais, cujo valor real não poderá ser determinado, mas apenas o seu valor mais provável, de acôrdo com a teoria dos erros. Em relação a êstes últimos, admitimos como verdadeiras as seguintes proposições:

1a. — Os erros acidentais demasiadamente grandes quase nunca se dão.

2a. Os erros pequenos são mais freqüentes do que os grandes.

3a. Os erros positivos e os negativos, isto é, acima e abaixo do valor real, são igualmente freqüentes.

Assim sendo, para avaliarmos o valor provável de uma grandeza ou a precisão provável de uma série de medidas, recorreremos à teoria das probabilidades. Passando por cima da teoria dos mínimos quadrados, cujo estudo não se enquadra nas dimensões dêste trabalho, analisaremos apenas algumas de suas aplicações mais simples.

1.2.3 - Medidas de igual precisão

VALOR MAIS PROVÁVEL

O valor mais provável de uma grandeza é aquele que, de acôrdo com a teoria dos mínimos quadrados, tem maior oportunidade de ser o correto do que qualquer outro.

Há dois casos gerais que podem ocorrer:

- a) — Quando se fazem várias medidas da mesma grandeza.
- b) — Quando se medem várias grandezas relacionadas entre si.

a) No primeiro caso, se as medidas forem efetuadas sob as mesmas condições, o valor mais provável será a média aritmética dos resultados obtidos.

Exemplificando, suponhamos que medimos um ângulo repetindo 4 vezes essa operação, e obtendo os seguintes valores:

$$10^{\circ}25', 10^{\circ}26', 10^{\circ}27' \text{ e } 10^{\circ}25'.$$

O valor mais provável será dado pela média aritmética:
 $(10^{\circ}25' + 10^{\circ}26' + 10^{\circ}27' + 10^{\circ}25') \div 4 = 10^{\circ}25'45''$

A média aritmética tem duas propriedades importantes. Antes de enunciá-las, porém, é conveniente distinguir as expressões desvio absoluto e desvio em relação à média:

Desvio absoluto é a diferença existente entre uma medida qualquer e o verdadeiro valor da grandeza.

Desvio em relação à medida é a diferença entre uma medida qualquer e a média aritmética.

As propriedades da média aritmética referidas atrás são as seguintes:

- 1 — A soma dos desvios em relação à média é nula.
- 2 — A soma dos quadrados dos desvios em relação à média é um mínimo.

b) GRANDEZAS RELACIONADAS ENTRE SI

Se as grandezas estiverem relacionadas em virtude de mais de uma condição, totalmente preenchidas, os valores mais prováveis destas grandezas somente poderão ser determinados pelo método dos mínimos quadrados. Se, porém, existir apenas uma condição de relação entre as grandezas, o problema se simplificará bastante. Comumente se apresentam dois casos, em Topografia:

1.º CASO: Se a soma de várias grandezas fôr matematicamente igual a um determinado valor, os valores mais prováveis serão obtidos distribuindo-se o erro total pelos vários valores ob-

servados. É o caso de vários ângulos tomados ao redor de um ponto, ou da determinação dos ângulos internos de um polígono, cuja soma tem, em cada caso, um valor matematicamente exato. A correção será feita proporcionalmente ao número de observações, e não ao valor de cada medida. Exemplo: ao levantar-se um triângulo, os valores dos ângulos internos obtidos foram os seguintes:

$$55^{\circ}67', 72^{\circ}13' \text{ e } 51^{\circ}43'$$

A soma destes valores é igual a $180^{\circ}03'$. Portanto, o erro cometido é de $3'$. Distribuindo igualmente este erro pelas três medidas, teremos a compensação de $1'$ em cada uma, resultando, pois, os seguintes valores:

$55^{\circ}67'$	$1'$	—	$55^{\circ}66'$
$72^{\circ}13'$	$1'$	—	$72^{\circ}12'$
$51^{\circ}43'$	$1'$	—	$51^{\circ}42'$
$180^{\circ}03'$	$3'$		$180^{\circ}00'$

2.º CASO: Quando a soma de várias medidas deveria ser igual a uma única medida tomada em iguais condições, o desvio que houver será distribuído igualmente por todas as medidas efetuadas, inclusive aquela que deveria ser igual à soma. Este procedimento é sem dúvida correto, pois os erros porventura cometidos podem ocorrer igualmente nas medidas parciais como na total, isto é, aquela que deveria ser a soma.

Como exemplo, suponhamos o caso de dois ângulos tomados ao redor de um ponto, cujos valores obtidos sejam: $34^{\circ}10'$ e $22^{\circ}17'$. Ao fazer-se a medida do ângulo total, de uma só vez, obteve-se $56^{\circ}28'$. O desvio será:

$$56^{\circ}28' - (34^{\circ}10' + 22^{\circ}17') = 1' = 60''$$

A correção será igual a $60'' \div 3 = 20''$. E os valores mais prováveis serão: $34^{\circ}10'20''$, $22^{\circ}17'20''$ e $56^{\circ}27'40''$.

DESVIO PADRÃO

Como na prática não se podem eliminar totalmente os erros sistemáticos, nem realizar um número infinitamente grande de observações, e nem efetuar duas observações sob as mesmas condições, vê-se que o valor mais provável de uma grandeza é um valor teórico, que tendo o valor real como um limite, se aproximará tanto mais deste quanto maior fôr o número de observações realizadas.

DESVIO é a diferença entre o valor de uma simples observação e o valor mais provável da grandeza, obtido através de uma série de medidas, e que é, geralmente, a média aritmética.

Desvio quadrático médio ou **desvio padrão** é a raiz quadrada, com sinal positivo, da média aritmética dos quadrados dos desvios.

Chamando-se de $x^1, x^2, x^3, \dots, x^n$ os desvios obtidos em n observações, o desvio padrão terá como valor:

$$s^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2}{n}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$$

Modernamente se prefere tomar $s = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n - 1}}$,

pois está provado que o valor assim obtido é mais exato.

Erro padrão da média é o desvio padrão desta estimativa, e poderá ser calculado pela expressão:

$$s(\bar{y}) = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n(n - 1)}}$$

onde $\sum x^2$ é a soma dos quadrados dos desvios e n é o número de observações.

Analisando-se a expressão acima, vê-se que o erro padrão da média torna-se menor quando \sqrt{n} aumenta, isto é, que o referido erro diminui quando o número de medidas efetuadas aumenta.

Para exemplificar, tomemos as 10 medidas lineares seguintes:

Distâncias em metros (y)	Desvios em metros (x)	x^2
73,731	0,003	0,000 009
73,726	— 0,002	0,000 004
73,729	0,001	0,000 001
73,726	— 0,002	0,000 004
73,730	0,002	0,000 004
73,725	— 0,003	0,000 009
73,729	0,001	0,000 001
73,725	— 0,003	0,000 009
73,731	0,003	0,000 009
73,728	0,000	0,000 000
Média = 73,7280	$\sum x = 0,000$	$\sum x^2 = 0,000 050$

A partir destes valores, calcularemos:

1 — O desvio padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{0,000050}{9}} = 0,00235 \text{ m}$$

2 — O erro padrão da média:

$$s(\bar{y}) = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n(n - 1)}} = \sqrt{\frac{0,000050}{90}} = 0,00075$$

O valor mais provável da grandeza é dado pela média aritmética dos dados observados. Modernamente, porém, prefere-se calcular o **intervalo de confiança** para esse valor, o qual é obtido da seguinte maneira: de uma tabela de t , encontrada na obra de Pearson e Hartley (15) tiramos o valor correspondente a um nível pré-estabelecido de probabilidade e referente ao número de graus de liberdade ($n - 1$) do erro da média. No caso vertente temos $n - 1 = 9$ e, ao nível de 5 % de probabilidade temos $t = 2,26$. A seguir calculamos os extremos do intervalo de confiança, dados por:

$$\bar{y} - t \cdot s(\bar{y}) \quad \text{e} \quad \bar{y} + t \cdot s(\bar{y})$$

Temos, pois:

$$73,7280 - 2,26 \times 0,00075 = 73,7263$$

$$73,7280 + 2,26 \times 0,00075 = 73,7297$$

Assim, podemos conseguir que em 95 % dos casos o intervalo assim calculado incluirá o verdadeiro valor da grandeza em questão.

É interessante introduzir também o conceito de **variância**, que não é mais do que o quadrado do desvio padrão.

1.2.4 - Lei da propagação dos erros

Esta lei, atribuída a Laplace, tem o seguinte enunciado: «A variância da soma ou da diferença de duas ou mais quantidades é igual à soma das variâncias dessas quantidades».

Aplicando-se tanto às grandezas angulares como às lineares, esta lei tem grande utilidade em Topografia, no cálculo dos erros permissíveis. Para exemplo, consideremos o levantamento

dos ângulos internos de um triângulo. Seja a o desvio padrão do erro angular permissível na determinação de cada ângulo. O valor da variância da soma dos ângulos internos será, de acordo com a lei da propagação dos erros:

$$E_a^2 = a^2 + a^2 + a^2$$

$$E_a = a \sqrt{3}$$

Se, em vez de um triângulo tivéssemos um quadrado, essa variância seria:

$$E_a = a \sqrt{4}$$

Para um polígono de n lados, teríamos:

$$E_a = a \sqrt{n}$$

Esta fórmula pode ser interpretada da seguinte maneira: «O desvio padrão da soma dos ângulos internos de um polígono qualquer é diretamente proporcional à raiz quadrada do número de lados desse polígono».

Esta lei se aplica, por exemplo, na determinação do erro angular permissível no levantamento de um polígono por caminhamento. Se admitirmos que o desvio padrão do erro angular permitido em cada estação é de 1 minuto, o erro angular de fechamento, que nada mais é que o erro obtido na soma das colunas das deflexões à esquerda e à direita, será, de acordo com a lei da propagação dos erros.

$$E = \sqrt{n} \text{ minutos,}$$

isto é, será igual à raiz quadrada do número de estações.

2. - REVISÃO DA LITERATURA

Dentre os vários autores de obras de Topografia por nós consultados, destacamos dois que se referem à possibilidade de relacionar-se o erro de fechamento com o erro de área. São eles PRÉVOT e JORDAN.

Vejam os que afirma PRÉVOT (18), de acordo com tradução nossa: «Em todo caso, não poderíamos jamais garantir rigorosamente as áreas, pois os erros inevitáveis das medidas das

distâncias têm por corolário um erro correspondente sobre a área. Assim, se se admite que o erro máximo cometido sobre o lado de um quadrado de 100 metros de lado possa atingir 20 cm, ou seja $1/500$, a área, calculada exatamente com o auxílio das medidas levantadas no terreno, será afetada de um erro que poderá se elevar, de acordo com a lei dos erros acidentais, a $1/500 \sqrt{2} = 1/350$, ou seja, em espécie, a 28 metros quadrados.

Esta última constatação é correta, na prática e na teoria, e não daria lugar a nenhuma discussão; nós pensamos, em consequência, que as áreas deveriam atender à fórmula seguinte: as áreas serão calculadas de maneira que seu erro não seja superior ao erro correspondente às tolerâncias impostas para as medidas lineares. »

JORDAN (10) tece várias considerações acerca dos erros de área calculadas em função dos erros lineares, analisando alguns casos particulares, como o do retângulo, e terminando por dar algumas fórmulas empíricas para cálculo do erro de área admissível, de acordo com a natureza do terreno.

3 - MÉTODOS DE TRABALHO

Como a finalidade da pesquisa era obter a relação entre o erro de fechamento e o erro de área, pensamos de início em partir de um perímetro previamente determinado no terreno. Ali, procederíamos a um levantamento suficientemente rigoroso, com o mínimo possível de erro, cujos resultados consideraríamos como sendo os valores reais (ângulos e distâncias), a partir dos quais calcularíamos as coordenadas reais e a área do terreno. Em seguida, levantaríamos o mesmo terreno repetidas vezes, pelo método de caminhamento, obtendo, de cada vez, um certo erro de fechamento e um determinado valor para a área, que nos daria, por diferença com a área «real», o erro de área. O problema porém, era encontrar um método que nos permitisse chegar a um resultado que pudéssemos aceitar como o verdadeiro. É óbvio que qualquer método, mesmo o mais preciso, teria o seu erro próprio, embora pequeno. Mesmo que empregássemos métodos de reiteração e repetição nas medidas dos ângulos e medíssemos as distâncias, com o máximo cuidado, chegaríamos a um resultado que certamente seria o mais provável, mas nunca o real. E nada nós garantia que aquele erro, embora pequeno, não viesse afetar os

resultados ou mesmo invalidá-los, na melhor das hipóteses pela dúvida que por essa razão pairaria sempre sobre as nossas conclusões.

Por essa razão resolvemos abandonar a idéia de realizar no terreno uma série de levantamentos, e voltamo-nos para uma solução baseada nos ensinamentos de Estatística Experimental. Assim, decidimos partir de um perímetro ideal, que não constituisse caso particular sob nenhum aspecto (como a existência de ângulos retos, lados paralelos, etc.) Quanto às dimensões, o perímetro em que nos baseamos tem a extensão de 1.465,83 metros, com uma área de mais de 11 hectares. A planilha desse levantamento ideal, com as suas coordenadas parciais «fechando» perfeitamente, é a que aqui apresentamos como sendo o «levantamento real», e seria o ponto de partida do nosso trabalho. Para obter os levantamentos afetados de erros de fechamento, empregamos uma tabela de erros ao acaso, correspondente a uma distribuição normal com $\delta = 2\text{‰}$ encontrada na obra de DIXON e MASSEY (4). Com o auxílio desta tabela, introduzimos nas coordenadas parciais os erros ao acaso. As parciais «erradas» assim obtidas correspondem a verdadeiros levantamentos que tivéssemos realmente efetuado no terreno. Repetindo essa operação, e usando ordenadamente as várias colunas da tabela de erros obtivemos 12 planilhas diferentes (numeradas de I a XII), resultando para cada uma um determinado erro de fechamento. A seguir, compensamos os erros proporcionalmente às coordenadas parciais compensadas, e a partir destas, por um processo analítico que foi o das duplas distâncias meridianas, as áreas respectivas. As diferenças entre estas áreas e a área real nos deram os erros de área. Essas duas séries de resultados, de um lado os erros de fechamento e de outro os erros de área correspondentes, foram expressos da seguinte maneira: o erro de fechamento, em relação a mil metros de perímetro, e o erro de área, a mil metros quadrados, dividindo um e outro pelo perímetro real e pela área real, respectivamente. Catalogados à parte, êstes valores nos iriam permitir pesquisar, pela aplicação dos testes indicados, a existência ou não da correlação procurada.

Uma questão surgiu, porém, após a execução desta primeira parte do nosso trabalho: se aumentássemos os erros obteríamos os mesmos resultados? É possível que, com pequenos erros, a influência das compensações se fizesse sentir mais acentuadamente, desvirtuando os resultados; aumentando os erros talvez surgisse a correlação que não se obteve nesta primeira parte da pesquisa.

Para responder a esta questão repetimos o mesmo traba-

lho, usando a mesma tabela de erros ao acaso (naturalmente retirando os erros de colunas diferentes das empregadas na primeira série), mas inicialmente dobrando (série de planilhas de números XIII a XXIV) e posteriormente triplicando esses erros (planilhas de números XXV a XXXVI). A seguir foram aplicados os testes nestas outras duas séries de resultados, de início em cada uma isoladamente, e posteriormente foram feitas análises de variância e de covariância, para os resultados das três séries reunidas.

4. - RESULTADOS

Apresentamos, na forma de 37 planilhas, os resultados por nós obtidos. Os valores que mais interessam, no caso os erros de fechamento e os erros de área, foram catalogados a seguir, em três séries distintas, na ordem crescente dos erros de fechamento de cada série, para efeito da aplicação dos testes estatísticos.

Linhas	Distâncias	Rumos	Sen	Cos	Longitudes Parciais		Latitudes Parciais		Longitudes Totais	Latitudes Totais	DDM	PN	PS
					E	W	N	S					
MP — 1	319,60	53°02' NW	0,7990	0,6014	—	255,36	192,21	—	— 255,36	192,21	255,36	49.082,75	—
1 — 2	180,00	18°19' NE	0,3143	0,9493	56,57	—	170,87	—	— 198,79	363,08	56,57	9.666,12	—
2 — 3	50,30	71°41' SE	0,9493	0,3143	47,75	—	—	15,81	— 151,04	347,27	160,89	—	2.543,67
3 — 4	342,00	71°00' NE	0,9455	0,3256	323,36	—	111,36	—	172,32	458,83	532,00	59.243,52	—
4 — 5	168,00	13°07' SE	0,2269	0,9739	38,12	—	—	163,62	210,44	295,01	893,48	—	146.191,20
5 — 6	82,00	84°13' SW	0,9949	0,1008	—	81,58	—	8,27	128,86	286,74	850,02	—	7.029,67
6 — 7	282,00	19°04' SW	0,3267	0,9451	—	92,13	—	266,52	36,73	20,22	676,31	—	180.250,14
7 — MP	41,93	61°10' SW	0,8760	0,4823	—	36,73	—	20,22	0,00	0,00	547,45	—	11.069,44
	1.465,83				465,80	465,80	474,44	474,44				117.992,39	347.084,12
												229.091,73	

$$S = \frac{PN - PS}{2}$$

$$S = \frac{229.091,73}{2}$$

$$S = 114.545,86 \text{ m}^2$$

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	—		255,32	5	191,79	1	—	—	—	255,37	191,80	—	255,37	48.979,97	—
1 — 2	56,72	1	—	—	171,06	1	—	—	56,71	—	171,07	—	56,71	9.701,38	—
2 — 3	47,53	1	—	—	—	—	15,85	—	47,52	—	—	15,85	160,94	—	2.550,90
3 — 4	323,65	6	—	—	111,62	—	—	—	323,59	—	111,62	—	532,05	59.387,42	—
4 — 5	37,93	1	—	—	—	—	164,08	—	37,92	—	—	164,08	893,56	—	146.615,32
5 — 6	—	—	81,44	1	—	—	8,27	—	—	81,45	—	8,27	850,03	—	7.029,75
6 — 7	—	—	92,13	1	—	—	266,08	2	—	92,14	—	266,06	676,44	—	179.973,63
7 — MP	—	—	36,78	—	—	—	20,23	—	—	36,78	—	20,23	547,52	—	11.076,33
	465,83		465,67		474,47		474,51							118.068,77	347.245,93
			0,16		0,04									229.177,16	

$$E = \sqrt{(0,16)^2 + (0,04)^2}$$

$$E = 0,165 \text{ m}$$

$$e = \frac{0,165}{1.465,83}$$

$$e = 0,113\text{‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{229.177,16}{2} = 114.588,58 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.588,58 - 114.545,86$$

$$\Delta s = 42,72 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{42,72}{114.545,86}$$

$$ds = 0,373\text{‰}$$

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	-	-	255,53	2	192,94	5	-	-	-	255,55	192,99	-	255,55	49.318,59	-
1 — 2	56,57	-	-	-	170,39	4	-	-	56,57	-	170,43	-	56,57	9.641,23	-
2 — 3	47,90	-	-	-	-	-	15,86	1	47,90	-	-	15,85	161,04	-	2.552,48
3 — 4	323,04	2	-	-	111,57	2	-	-	323,02	-	111,59	-	531,96	59.361,42	-
4 — 5	38,03	-	-	-	-	-	163,83	3	38,03	-	-	163,80	893,01	-	146.275,04
5 — 6	-	-	81,46	-	-	-	8,28	-	-	81,46	-	8,28	849,58	-	7.034,52
6 — 7	-	-	91,91	1	-	-	266,94	-	6	91,92	-	266,88	676,20	-	180.464,26
7 — MP	-	-	36,59	-	-	-	20,21	-	-	36,59	-	20,20	547,69	-	11.063,34
	465,54		465,49		474,90		475,12							118.321,24	347.389,64
			0,05				0,22							229.068,40	

$$E = \sqrt{(0,05)^2 + (0,22)^2}$$

$$E = 0,226 \text{ m}$$

$$e = \frac{0,226}{1.465,83}$$

$$e = 0,154\text{‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{229.068,40}{2} = 114.534,20 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.534,20 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 11,66 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{11,66}{114.545,86}$$

$$ds = 0,102 \text{ ‰}$$

III

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	+	W	-	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	255,75	12	191,99	10	—	—	—	255,63	191,89	—	255,63	49.052,84	—
1 — 2	56,51	2	—	—	170,75	8	—	—	56,53	—	170,67	—	56,53	9.647,98	—
2 — 3	47,69	2	—	—	—	—	15,84	1	47,71	—	—	15,85	160,77	—	2.548,20
3 — 4	323,41	16	—	—	111,42	6	—	—	323,57	—	111,36	—	532,05	59.249,09	—
4 — 5	38,16	1	—	—	—	—	163,33	8	38,17	—	—	163,41	893,79	—	146.054,22
5 — 6	—	—	81,49	4	—	—	8,29	1	—	81,45	—	8,30	850,51	—	7.059,23
6 — 7	—	—	92,28	4	—	—	265,99	13	—	92,24	—	266,12	676,82	—	180.115,34
7 — MP	—	—	36,67	1	—	—	20,23	1	—	36,66	—	20,24	547,92	—	11.089,90
	465,77		466,19		474,16		473,68							117.949,91	346.866,89
	0,42						0,48							228.916,98	

$$E = \sqrt{(0,42)^2 + (0,58)^2}$$

$$E = 0,638 \text{ m}$$

$$e = \frac{0,638}{1.465,83}$$

$$e = 0,435\text{‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{228.916,98}{2} = 114.458,49 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.458,49$$

$$\Delta s = 87,37 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{87,37}{114.545,86}$$

$$ds = 0,763 \text{ ‰}$$

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	-	-	255,54	3	193,29	13	-	-	-	255,57	193,16	-	255,57	49.365,90	-
1 — 2	56,54	1	-	-	170,97	12	-	-	56,53	-	170,85	-	56,63	9.658,15	-
2 — 3	47,68	-	-	-	-	-	15,85	1	47,68	-	-	15,86	160,74	-	2.549,34
3 — 4	323,65	3	-	-	111,29	8	-	-	323,62	-	111,21	-	532,04	59.168,17	-
4 — 5	38,14	-	-	-	-	-	163,64	11	38,14	-	-	163,75	893,80	-	146.359,75
5 — 6	-	-	81,54	1	-	-	8,28	-	-	81,55	-	8,28	850,39	-	7.0441,23
6 — 7	-	-	92,15	1	-	-	266,93	19	-	92,16	-	267,12	676,68	-	180.754,76
7 — MP	-	-	36,69	-	-	-	20,19	2	-	36,69	-	20,21	547,83	-	11.071,64
	466,01		465,92		475,55		474,89							118.192,22	347.776,72
			0,09		0,66									229.584,50	

$$E = \sqrt{(0,09)^2 + (0,66)^2}$$

$$E = 0,666 \text{ m}$$

$$e = \frac{0,666}{1.465,83}$$

$$e = 0,454\text{‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{229.584,50}{2} = 114.792,25 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.792,25 - 114.545,86$$

$$\Delta s = 246,39 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{246,39}{114.545,86}$$

$$ds = 2,151\text{‰}$$

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	+	W	-	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	255,53	18	192,52	7	—	—	—	255,38	192,45	—	255,38	49.147,88	—
1 — 2	56,63	4	—	—	171,09	5	—	—	56,67	—	171,04	—	56,67	9.692,84	—
2 — 3	47,68	3	—	—	—	—	15,74	1	47,71	—	—	15,75	161,05	—	2.536,54
3 — 4	322,74	21	—	—	111,58	3	—	—	322,95	—	111,55	—	531,71	59.312,25	—
4 — 5	38,21	2	—	—	—	—	163,78	5	38,23	—	—	163,83	892,89	—	146.282,17
5 — 6	—	—	81,52	5	—	—	8,26	—	—	81,47	—	8,26	849,65	—	7.018,11
6 — 7	—	—	92,08	5	—	—	266,93	9	—	92,03	—	267,02	676,15	—	180.545,57
7 — MP	—	—	36,70	2	—	—	20,17	1	—	36,68	—	20,18	547,44	—	11.047,34
	465,26		465,86		475,19		474,88							118.152,97	347.429,73
	0,60						0,31							229.276,76	

$$E = \sqrt{(0,60)^2 + (0,31)^2}$$

$$E = 0,675 \text{ m}$$

$$e = \frac{0,675}{1.465,83}$$

$$e = 0,460''_{00}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{229.276,76}{2} = 114.638,38 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.638,38 - 114.545,86$$

$$\Delta s = 92,52 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{92,52}{114.545,86}$$

$$ds = 0,808''_{00}$$

VI

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	+	W	-	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	255,19	26	192,13	3	—	—	—	254,93	192,16	—	254,93	48.987,35	—
1 — 2	56,58	6	—	—	170,31	2	—	—	56,64	—	170,33	—	56,64	9.647,49	—
2 — 3	47,72	5	—	—	—	—	15,87	—	47,77	—	—	15,87	161,05	—	2.555,86
3 — 4	322,36	33	—	—	111,32	1	—	—	322,69	—	111,33	—	531,51	59.173,01	—
4 — 5	38,16	4	—	—	—	—	163,22	2	38,20	—	—	163,20	892,40	—	145.639,68
5 — 6	—	—	81,59	8	—	—	8,27	—	—	81,51	—	8,27	849,09	—	7.021,97
6 — 7	—	—	92,24	9	—	—	266,30	4	—	92,15	—	266,26	675,43	—	179.839,99
7 — MP	—	—	36,75	4	—	—	20,22	—	—	36,71	—	20,22	546,57	—	11.051,65
	464,82		465,77		473,76		473,88							117.807,85	346.109,15
	0,95				0,12									228.301,30	

$$E = \sqrt{(0,95)^2 + (0,12)^2}$$

$$E = 0,958 \text{ m}$$

$$e = \frac{0,958}{1.465,83}$$

$$e = 0,654 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{228.301,30}{2} = 114.150,65 \text{ m}^2$$

$$\Delta_s = 114.545,86 - 114.150,65$$

$$\Delta_s = 395,21 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{395,21}{114.545,86}$$

$$ds = 3,450 \text{ ‰}$$

VII

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	+	W	-	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	256,66	27	191,97	5	—	—	—	256,39	192,02	—	256,39	49.232,01	—
1 — 2	56,51	6	—	—	170,85	3	—	—	56,57	—	170,88	—	56,57	9.666,68	—
2 — 3	47,73	5	—	—	—	—	15,83	—	47,78	—	—	15,83	160,92	—	2.547,36
3 — 4	323,56	34	—	—	111,36	2	—	—	323,90	—	111,38	—	532,60	59.320,99	—
4 — 5	38,11	4	—	—	—	—	164,18	4	38,15	—	—	164,14	894,65	—	146.847,85
5 — 6	—	—	81,66	8	—	—	8,25	—	—	81,58	—	8,25	851,22	—	7.022,57
6 — 7	—	—	91,94	9	—	—	265,91	6	—	91,85	—	265,85	677,79	—	180.190,47
7 — MP	—	—	36,62	4	—	—	20,21	—	—	36,58	—	20,21	549,36	—	11.102,57
	465,91		466,88		474,18		474,38							118.219,68	347.710,82
	0,97				0,20									229.491,14	

$$E = \sqrt{(0,97)^2 + (0,20)^2}$$

$$E = 0,990$$

$$e = \frac{0,990}{1.465,83}$$

$$e = 0,675\text{‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{229.491,14}{2} = 114.745,57$$

$$\Delta s = 114.745,57 - 114.545,86$$

$$\Delta s = 199,71 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{199,71}{114.545,86}$$

$$ds = 1,743\text{‰}$$

VIII

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	+	W	-	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	255,07	26	192,67	9	—	—	—	254,81	192,58	—	254,81	49.071,31	—
1 — 2	56,68	6	—	—	170,91	9	—	—	56,74	—	170,82	—	56,74	9.692,33	—
2 — 3	47,77	5	—	—	—	—	15,79	—	47,82	—	—	15,79	161,30	—	2.546,93
3 — 4	322,46	33	—	—	111,11	5	—	—	322,79	—	111,06	—	531,91	59.073,92	—
4 — 5	37,94	4	—	—	—	—	163,88	8	37,98	—	—	163,96	892,68	—	146.363,81
5 — 6	—	—	81,65	8	—	—	8,25	—	—	81,57	—	8,25	849,09	—	7.004,99
6 — 7	—	—	92,38	9	—	—	266,11	13	—	92,29	—	266,24	675,23	—	179.773,24
7 — MP	—	—	36,70	4	—	—	20,21	1	—	36,66	—	20,22	546,28	—	11.045,78
	464,85		465,80		474,69		474,24							117.837,56	346.734,75
	0,95						0,45							228.897,19	

$$E = \sqrt{(0,95)^2 + (0,45)^2}$$

$$E = 1,051 \text{ m}$$

$$e = \frac{1,051}{1.465,83}$$

$$e = 0,7170/_{00}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{228.897,19}{2} = 114.448,59 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.448,59$$

$$\Delta s = 97,27 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{97,27}{114.545,86}$$

$$ds = 0,8490/_{00}$$

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	-	-	255,67	9	192,02	23	-	-	-	255,76	192,25	-	255,76	49.169,86	-
1 — 2	56,56	2	-	-	170,29	20	-	-	56,54	-	170,49	-	56,54	9.639,50	-
2 — 3	47,70	1	-	-	-	-	15,80	2	47,69	-	-	15,78	160,77	-	2.536,95
3 — 4	323,82	11	-	-	111,18	13	-	-	323,71	-	111,31	-	532,17	59.235,84	-
4 — 5	38,06	1	-	-	-	-	163,68	19	38,05	-	-	163,49	893,93	-	146.148,62
5 — 6	-	-	81,40	2	-	-	8,28	1	-	81,42	-	8,27	850,56	-	7.034,13
6 — 7	-	-	92,01	4	-	-	265,62	32	-	92,05	-	266,30	677,09	-	180.309,07
7 — MP	-	-	36,75	1	-	-	20,23	2	-	36,76	-	20,21	548,28	-	11.080,74
	466,14		465,83		473,49		474,61							118.045,20	347.109,51
			0,31				1,12							229.064,31	

$$E = \sqrt{(0,31)^2 + (1,12)^2}$$

$$E = 1,162 \text{ m}$$

$$e = \frac{1,162}{1.465,83}$$

$$e = 0,793\text{‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{229.064,31}{2} = 114.532,15$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.532,15$$

$$\Delta s = 13,71 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{13,71}{114.545,86}$$

$$ds = 0,120\text{‰}$$

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	-	-	255,28	33	192,26	13	-	-	-	255,61	192,13	-	255,61	49.110,35	-
1 — 2	56,57	7	-	-	170,19	12	-	-	56,50	-	170,07	-	56,50	9.608,96	-
2 — 3	47,73	5	-	-	-	-	15,77	1	47,68	-	-	15,78	160,68	-	2.535,53
3 — 4	324,08	43	-	-	111,34	8	-	-	323,65	-	111,26	-	532,01	59.191,43	-
4 — 5	38,19	5	-	-	-	-	163,51	11	38,14	-	-	163,62	893,80	-	146.243,56
5 — 6	-	-	81,29	10	-	-	8,29	1	-	81,39	-	8,30	850,55	-	7.059,57
6 — 7	-	-	92,12	11	-	-	265,35	17	-	92,23	-	265,52	676,93	-	179.738,45
7 — MP	-	-	36,70	4	-	-	20,23	1	-	36,74	-	20,24	547,96	-	11.090,71
	466,57		465,39		473,79		473,15							117.910,74	346.667,82
			1,18				0,64							228.757,08	

$$E = \sqrt{(1,18)^2 + (0,64)^2}$$

$$E = 1,342 \text{ m}$$

$$e = \frac{1,342}{1.465,83}$$

$$e = 0,916\text{‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{228.757,08}{2} = 114.378,54 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.378,54$$

$$\Delta s = 167,32 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{167,32}{114.545,586}$$

$$ds = 1,461\text{‰}$$

XI

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	255,20	23	192,84	23	—	—	—	255,43	192,61	—	255,43	49.198,37	—
1 — 2	56,65	5	—	—	170,90	20	—	—	56,60	—	170,70	—	56,60	9.661,62	—
2 — 3	47,66	3	—	—	—	—	15,82	2	47,63	—	—	15,84	160,83	—	2.547,55
3 — 4	323,61	29	—	—	111,46	13	—	—	323,32	—	111,33	—	531,78	59.203,07	—
4 — 5	38,09	3	—	—	—	—	163,08	19	38,06	—	—	163,27	893,16	—	145.826,23
5 — 6	—	—	81,24	7	—	—	8,27	1	—	81,31	—	8,28	849,91	—	7.037,25
6 — 7	—	—	91,88	8	—	—	266,69	32	—	91,96	—	267,01	676,64	—	180.669,65
7 — MP	—	—	36,88	3	—	—	20,22	2	—	36,91	—	20,24	547,77	—	11.086,86
	466,01		465,20		475,20		474,08							118.063,06	347.167,54
			0,81				1,12							229.104,48	

$$E = \sqrt{(0,81)^2 + (1,12)^2}$$

$$E = 1,382 \text{ m}$$

$$e = \frac{1,882}{1.465,83}$$

$$e = 0,9430/_{00}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{229.104,48}{2} = 114.552,24 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.552,24 - 114.545,86$$

$$\Delta s = 6,38 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{6,38}{114.545,86}$$

$$ds = 0,0560/_{00}$$

XII

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	+	W	-	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	255,40	52	191,96	1	—	—	—	254,88	191,97	—	254,88	48.929,31	—
1 — 2	56,48	12	—	—	171,12	—	—	—	56,60	—	171,12	—	56,60	9.685,39	—
2 — 3	47,75	10	—	—	—	—	15,79	—	47,85	—	—	15,79	161,05	—	2.542,98
3 — 4	322,01	65	—	—	111,13	—	—	—	322,66	—	111,13	—	531,56	59.072,26	—
4 — 5	38,04	8	—	—	—	—	163,63	—	38,12	—	—	163,63	892,34	—	146.013,59
5 — 6	—	—	81,79	16	—	—	8,26	—	—	81,63	—	8,26	848,83	—	7.011,34
6 — 7	—	—	92,33	18	—	—	266,36	1	—	92,15	—	266,35	675,05	—	179.799,57
7 — MP	—	—	36,65	8	—	—	20,19	—	—	36,57	—	20,19	546,33	—	11.030,40
	464,28		466,17		474,21		474,23							117.686,96	346.397,88
	1,89				0,02									228.710,90	

$$E = \sqrt{(1,89)^2 + (0,02)^2}$$

$$E = 1,890 \text{ m}$$

$$e = \frac{1,890}{1.465,83}$$

$$e = 1,2890/_{00}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{228.710,90}{2} = 114.355,45 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.355,45$$

$$\Delta s = 190,41 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{190,41}{114.545,86}$$

$$ds = 1,662 /_{00}$$

XIII

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	+	W	-	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	255,23	4	191,61	3	—	—	—	255,19	191,64	—	255,19	48.904,61	—
1 — 2	56,58	1	—	—	171,96	3	—	—	56,59	—	171,99	—	56,59	9.732,91	—
2 — 3	48,00	1	—	—	—	—	15,91	—	48,01	—	—	15,91	161,19	—	2.564,53
3 — 4	322,21	6	—	—	110,90	1	—	—	322,27	—	110,91	—	531,47	58.945,34	—
4 — 5	38,30	1	—	—	—	—	162,57	2	38,31	—	—	162,55	892,05	—	145.002,73
5 — 6	—	—	81,18	2	—	—	8,22	—	—	81,16	—	8,22	849,20	—	6.980,42
6 — 7	—	—	92,34	2	—	—	267,65	4	—	92,32	—	267,61	675,72	—	180.829,43
7 — MP	—	—	36,51	—	—	—	20,25	—	—	36,51	—	20,25	546,89	—	11.074,52
	465,09		465,26		474,47		474,60							117.582,86	346.451,63
	0,17				0,13									228.868,77	

$$E = \sqrt{(0,17)^2 + (0,13)^2}$$

$$E = 0,213 \text{ m}$$

$$e = \frac{0,213}{1.465,83}$$

$$e = 0,145 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{228.868,77}{2} = 114.434,38 \text{ m}^2$$

$$\Delta_s = 114.545,86 - 114.434,38$$

$$\Delta_s = 111,48 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{111,48}{114.545,86}$$

$$ds = 0,973 \text{ ‰}$$

XIV

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	255,07	9	192,14	16	—	—	—	255,16	192,30	—	255,16	49.067,27	—
1 — 2	56,94	2	—	—	170,30	14	—	—	56,92	—	170,44	—	56,92	9.701,44	—
2 — 3	47,68	2	—	—	—	—	15,86	1	47,66	—	—	15,85	161,50	—	2.559,70
3 — 4	322,73	10	—	—	111,82	10	—	—	322,63	—	111,92	—	531,79	59.517,94	—
4 — 5	37,98	1	—	—	—	—	163,28	13	37,97	—	—	163,15	892,39	—	145.593,43
5 — 6	—	—	81,17	2	—	—	8,36	1	—	81,19	—	8,35	849,17	—	7.090,57
6 — 7	—	—	91,84	3	—	—	267,31	23	—	91,87	—	267,08	676,11	—	180.575,46
7 — MP	—	—	36,95	1	—	—	20,25	2	—	36,96	—	20,23	547,28	—	11.071,47
	465,33		465,03		474,26		475,06							118.286,65	346.890,71
			0,30		0,80									228.604,06	

$$E = \sqrt{(0,30)^2 + (0,80)^2}$$

$$E = 0,854 \text{ m}$$

$$e = \frac{0,854}{1.465,83}$$

$$e = 0,583 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{228.604,06}{2} = 114.302,03 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.302,03$$

$$\Delta s = 243,83 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{243,83}{114.545,86}$$

$$ds = 2,129 \text{ ‰}$$

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	+	W	-	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	255,31	32	192,85	14	—	—	—	255,99	192,71	—	255,99	49.331,83	—
1 — 2	56,55	7	—	—	170,42	12	—	—	56,62	—	170,30	—	56,62	9.642,39	—
2 — 3	47,73	6	—	—	—	—	15,95	2	47,79	—	—	15,97	161,03	—	2.571,65
3 — 4	322,84	40	—	—	110,96	8	—	—	323,24	—	110,88	—	532,06	58.994,81	—
4 — 5	38,26	5	—	—	—	—	163,80	11	38,31	—	—	163,91	895,61	—	146.799,44
5 — 6	—	—	81,81	10	—	—	8,23	1	—	81,71	—	8,24	852,21	—	7.022,21
6 — 7	—	—	92,69	11	—	—	265,23	20	—	92,58	—	265,43	677,92	—	179.940,31
7 — MP	—	—	36,73	5	—	—	20,32	2	—	36,68	—	20,34	548,66	—	11.159,74
	465,38		466,54		474,23		473,53							117.969,03	347.493,35
	1,16						0,70							229.524,32	

$$E = \sqrt{(1,16)^2 + (0,70)^2}$$

$$E = 1,366 \text{ m}$$

$$e = \frac{1,366}{1.465,83}$$

$$e = 0,932 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{229.524,32}{2} = 114.762,16 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.762,16 - 114.545,86$$

$$\Delta s = 216,30$$

$$ds = \frac{216,30}{114.545,86}$$

$$ds = 1,888 \text{ ‰}$$

XVI

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	-	-	254,39	39	192,47	6	-	-	-	254,78	192,41	--	254,78	49.022,22	-
1 — 2	56,99	9	-	-	171,62	6	-	-	56,90	-	171,56	-	56,90	9.761,76	-
2 — 3	47,67	8	-	-	-	-	15,83	1	47,59	-	-	15,84	161,39	-	2.556,42
3 — 4	323,70	50	-	-	111,69	4	-	-	323,20	-	111,65	-	532,18	59.417,90	-
4 — 5	37,98	6	-	-	-	-	164,25	6	37,92	-	-	164,31	893,30	-	146.778,12
5 — 6	-	-	81,50	12	-	-	8,32	-	-	81,62	-	8,32	849,60	-	7.068,67
6 — 7	-	-	92,40	14	-	-	266,79	10	-	92,54	-	266,89	675,44	-	180.268,18
7 — MP	-	-	36,61	6	-	-	20,25	1	-	36,67	-	20,26	546,23	-	11.066,62
	466,34		464,90		475,78		475,44							118.201,88	347.738,01
			1,44				0,34							229.536,13	

$$E = \sqrt{(1,44)^2 + (0,34)^2}$$

$$E = 1,479 \text{ m}$$

$$e = \frac{1,479}{1.465,83}$$

$$e = 1.009 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{229.536,13}{2} = 114.768,06 \text{ m}^2$$

$$\Delta_s = 114.768,06' - 114.545,86$$

$$\Delta_s = 222,20 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{222,20}{114.545,86}$$

$$ds = 1,940 \text{ ‰}$$

XVII

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	-	-	255,02	48	192,40	1	-	-	-	255,50	192,39	-	255,50	49.155,65	-
1 — 2	56,77	11	-	-	170,30	1	-	-	56,66	-	170,29	-	56,66	9.648,63	-
2 — 3	47,83	9	-	-	-	-	15,81	-	47,74	-	-	15,81	161,06	-	2.546,36
3 — 4	324,02	60	-	-	1110,75	-	-	-	323,42	-	110,75	-	532,22	58.943,37	-
4 — 5	37,94	7	-	-	-	-	163,38	1	37,87	-	-	163,39	893,51	-	145.990,60
5 — 6	-	-	81,17	14	-	-	8,26	-	-	81,31	-	8,26	850,07	-	7.021,58
6 — 7	-	-	91,68	16	-	-	265,68	2	-	91,84	-	265,70	767,92	-	179.857,64
7 — MP	-	-	36,97	7	-	-	20,27	-	-	37,04	-	20,27	548,04	-	11.108,77
	466,56		464,84		473,45		473,40							117.747,65	346.524,95
			1,72				0,05							228.777,30	

$$E = \sqrt{(1,72)^2 + (0,05)^2}$$

$$E = 1,721 \text{ m}$$

$$e = \frac{1,721}{1.465,83}$$

$$e = 1,174 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{228.777,30}{2} = 114.388,65 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.388,65$$

$$\Delta s = 157,21 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{157,21}{114.545,86}$$

$$ds = 1,372 \text{ ‰}$$

XVIII

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	-	-	253,40	6	191,89	37	-	-	-	253,46	192,26	-	253,46	48.730,22	-
1 — 2	56,39	1	-	-	170,96	33	-	-	56,38	-	171,29	-	56,38	9.657,33	-
2 — 3	47,34	1	-	-	-	-	15,90	2	47,33	-	-	15,88	160,09	-	2.542,23
3 — 4	322,61	7	-	-	110,94	21	-	-	322,54	-	111,15	-	529,96	58.905,05	-
4 — 5	37,95	1	-	-	-	-	163,19	31	37,94	-	-	162,88	890,44	-	145.034,87
5 — 6	-	-	81,71	2	-	-	8,24	2	-	81,73	-	8,22	846,65	-	6.959,46
6 — 7	-	-	92,21	3	-	-	267,92	50	-	92,24	-	267,42	672,68	-	179.888,09
7 — MP	-	-	36,75	1	-	-	20,34	4	-	36,76	-	20,30	543,68	-	11.036,70
	464,29		464,07		473,79		475,59							117.292,60	345.461,35
			0,22		1,80									228.168,75	

$$E = \sqrt{(0,22)^2 + (1,80)^2}$$

$$E = 1,813 \text{ m}$$

$$e = \frac{1,813}{1.465,83}$$

$$e = 1,237 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{228.168,75}{2} = 114.084,37 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.084,37$$

$$\Delta s = 461,49 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{461,49}{114.545,86}$$

$$ds = 4,029 \text{ ‰}$$

XIX

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	254,13	45	190,79	19	—	—	—	254,58	190,60	—	254,58	48.522,95	—
1 — 2	56,68	11	—	—	171,46	17	—	—	56,57	—	171,29	—	56,57	9.689,88	—
2 — 3	47,72	9	—	—	—	—	15,71	2	47,63	—	—	15,73	160,77	—	2.528,91
3 — 4	323,86	58	—	—	112,01	11	—	—	323,28	—	111,90	—	531,68	59.494,99	—
4 — 5	38,33	7	—	—	—	—	163,23	16	38,26	—	—	163,39	893,22	—	145.943,22
5 — 6	—	—	82,03	14	—	—	8,24	1	—	82,17	—	8,25	849,31	—	7.006,81
6 — 7	—	—	92,13	16	—	—	265,85	26	—	92,29	—	266,11	674,85	—	179.584,33
7 — MP	—	—	36,63	7	—	—	20,29	2	—	36,70	—	20,31	545,86	—	11.086,42
	466,59		464,92		474,26		473,32							117.707,82	346.149,69
			1,67				0,94							228.441,87	

$$E = \sqrt{(1,67)^2 + (0,94)^2}$$

$$E = 1,916 \text{ m}$$

$$e = \frac{1,916}{-1.465,83}$$

$$e = 1,307 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{228.441,87}{2} = 114.220,93 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.220,93$$

$$\Delta s = 324,93 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{324,93}{114.545,86}$$

$$ds = 2,837 \text{ ‰}$$

XX

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	254,86	50	191,05	23	—	—	—	255,36	191,28	—	255,36	48.845,26	—
1 — 2	56,71	10	—	—	171,37	20	—	—	56,61	—	171,57	—	56,61	9.712,58	—
2 — 3	47,93	8	—	—	—	—	15,78	2	47,85	—	—	15,76	161,07	—	2.538,46
3 — 4	323,64	62	—	—	111,45	13	—	—	323,02	—	111,58	—	531,94	59.353,87	—
4 — 5	38,20	6	—	—	—	—	164,44	19	38,14	—	—	164,25	893,10	—	146.691,68
5 — 6	—	—	81,26	16	—	—	8,22	1	—	81,42	—	8,21	849,82	—	6.977,02
6 — 7	—	—	91,74	18	—	—	266,27	32	—	91,92	—	265,95	676,48	—	179.909,86
7 — MP	—	—	36,86	6	—	—	20,28	2	—	36,92	—	20,26	547,64	—	11.095,19
	466,48		464,72		473,87		474,99							117.911,71	347.212,21
			1,76		1,12									229.300,50	

$$E = \sqrt{(1,76)^2 + (1,12)^2}$$

$$E = 2,086 \text{ m}$$

$$e = \frac{2,086}{1.465,83}$$

$$e = 1,423 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{229.300,50}{2} = 114.650,25 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.650,25 - 114.545,86$$

$$\Delta s = 104,39 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{104,39}{114.545,86}$$

$$ds = 0,911 \text{ ‰}$$

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	-	-	255,00	70	192,28	28	-	-	-	255,70	192,00	--	255,70	49.094,40	-
1 — 2	56,64	17	-	-	170,85	25	-	-	56,47	-	170,60	-	56,47	9.633,78	-
2 — 3	47,71	14	-	-	-	-	15,92	3	47,57	-	-	15,95	160,51	-	2.560,13
3 — 4	325,41	90	-	-	111,72	15	-	-	324,51	-	111,57	-	532,59	59.421,07	-
4 — 5	38,13	11	-	-	-	-	161,71	23	38,02	-	-	161,94	895,12	-	144.955,73
5 — 6	-	-	81,03	22	-	-	8,27	1	-	81,25	-	8,28	851,89	-	7.053,65
6 — 7	-	-	92,47	26	-	-	267,27	39	-	92,73	-	267,66	677,91	-	181.449,39
7 — MP	-	-	36,78	11	-	-	20,31	3	-	36,89	-	20,34	548,29	-	11.152,22
	467,89		465,23		474,85		473,48							118.149,25	347.171,12
			2,61				1,37							229.021,87	

$$E = \sqrt{(2,61)^2 + (1,37)^2}$$

$$E = 2,948 \text{ m}$$

$$e = \frac{2,948}{1.465,83}$$

$$e = 2,011 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{229.021,87}{2} = 114.510,93 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.510,93$$

$$\Delta s = 34,93 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{34,93}{114.545,86}$$

$$ds = 0,305 \text{ ‰}$$

XXII

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	+	W	-	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	255,28	54	192,01	48	—	—	—	254,74	192,49	—	254,74	49.034,90	—
1 — 2	56,82	12	—	—	170,11	42	—	—	56,94	—	170,53	—	56,94	9.709,98	—
2 — 3	47,45	10	—	—	—	—	15,85	4	47,55	—	—	15,81	161,43	—	2.552,21
3 — 4	321,15	66	—	—	110,52	28	—	—	321,81	—	110,80	—	530,79	58.811,53	—
4 — 5	38,20	8	—	—	—	—	164,13	40	38,28	—	—	163,73	890,88	—	145.863,78
5 — 6	—	—	81,57	16	—	—	8,27	3	—	81,41	—	8,24	847,75	—	6.985,46
6 — 7	—	—	92,10	19	—	—	266,53	67	—	91,91	—	265,86	674,43	—	179.303,96
7 — MP	—	—	36,58	6	—	—	20,23	5	—	36,52	—	20,18	546,00	—	11.018,28
	463,62		465,53		472,64		475,01							117.556,41	345.723,69
	1,91				2,57									228.167,28	

$$E = \sqrt{(1,91)^2 + (2,37)^2}$$

$$E = 3,044 \text{ m}$$

$$e = \frac{3,044}{1.465,83}$$

$$e = 2,077 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{228.167,28}{2} = 114.083,64 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.083,64$$

$$\Delta s = 462,22 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{462,22}{114.545,86}$$

$$ds = 4,035 \text{ ‰}$$

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	-	-	254,20	98	191,60	21	-	-	-	255,18	191,81	-	255,18	48.946,08	-
1 — 2	56,65	23	-	-	170,97	19	-	-	56,42	-	171,16	-	56,42	9.656,85	-
2 — 3	47,61	19	-	-	-	-	15,87	-	47,42	-	-	15,85	160,26	-	2.540,12
3 — 4	326,94	125	-	-	110,74	12	-	-	325,69	-	110,86	-	533,37	59.129,40	-
4 — 5	38,10	14	-	-	-	-	163,33	10	37,96	-	-	163,15	897,02	-	146.348,81
5 — 6	-	-	82,30	30	-	-	8,28	-	-	82,60	-	8,27	852,38	-	7.049,18
6 — 7	-	-	92,50	35	-	-	266,59	30	-	92,85	-	266,28	676,93	-	180.252,92
7 — MP	-	-	36,72	14	-	-	20,30	-	-	36,86	-	20,28	547,22	-	11.097,62
	469,30		465,72		473,31		474,37							117.732,33	347.288,65
			3,58		1,06									229.556,32	

$$E = \sqrt{(3,58)^2 + (1,06)^2}$$

$$E = 3,733$$

$$e = \frac{3,733}{1.465,83}$$

$$e = 2,547 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{229.556,32}{2} = 114.778,16 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.778,16 - 114.545,86$$

$$\Delta s = 232,30 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{232,30}{114.545,86}$$

$$ds = 2,028 \text{ ‰}$$

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	+	W	-	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	258,18	94	192,63	30	—	—	—	257,24	192,33	—	257,24	49.474,97	—
1 — 2	56,45	22	—	—	171,33	27	—	—	56,67	—	171,06	—	56,67	9.693,97	—
2 — 3	47,98	19	—	—	—	—	15,85	—	48,17	—	—	15,87	161,51	—	2.563,16
3 — 4	323,37	115	—	—	111,63	17	—	—	324,52	—	111,46	—	534,20	59.541,93	—
4 — 5	38,09	15	—	—	—	—	163,90	—	38,24	—	—	164,16	896,96	—	147.244,95
5 — 6	—	—	82,27	30	—	—	8,26	—	—	81,97	—	8,27	853,23	—	7.056,21
6 — 7	—	—	92,20	33	—	—	266,10	—	—	91,87	—	266,53	679,39	—	181.077,82
7 — MP	—	—	36,67	15	—	—	19,99	—	—	36,52	—	20,02	551,00	—	11.031,02
	465,89		469,32		475,59		474,10							118.710,87	348.973,16
	3,43						1,49							230.266,29	

$$E = \sqrt{(3,43)^2 + (1,49)^2}$$

$$E = 3,740 \text{ m}$$

$$e = \frac{3,740}{1.463,83}$$

$$e = 2,551 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{230.262,29}{2} = 115.131,14 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 115.131,14 - 114.545,86$$

$$\Delta s = 585,28 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{585,28}{114.545,86}$$

$$ds = 5,110 \text{ ‰}$$

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	-	-	252,86	12	192,73	12	-	-	-	252,98	192,85	-	252,98	48.787,19	-
1 — 2	57,01	3	-	-	169,49	10	-	-	56,98	-	169,59	-	56,98	9.663,24	-
2 — 3	48,12	2	-	-	-	-	15,73	1	48,10	-	-	15,72	162,06	-	2.547,58
3 — 4	320,47	16	-	-	111,15	7	-	-	320,31	-	111,22	-	530,47	58.998,87	-
4 — 5	38,36	2	-	-	-	-	162,44	10	38,34	-	-	162,34	889,12	-	144.339,74
5 — 6	-	-	81,81	4	-	-	8,24	1	-	81,85	-	8,23	845,61	-	6.959,37
6 — 7	-	-	92,96	4	-	-	267,35	17	-	92,30	-	267,18	671,46	-	179.400,68
7 — MP	-	-	36,59	1	-	-	20,20	1	-	36,60	-	20,19	542,56	-	10.954,29
	463,96		463,52		473,37		473,96							117.449,30	344.201,66
			0,44		0,59									226.752,36	

$$E = \sqrt{(0,44)^2 + (0,59)^2}$$

$$E = 0,736 \text{ m}$$

$$e = \frac{0,736}{1.465,83}$$

$$e = 0,502 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{226.752,36}{2} = 113.376,18 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 113.376,18$$

$$\Delta s = 1.169,68 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{1.169,68}{114.545,86}$$

$$ds = 10,211 \text{ ‰}$$

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	254,92	8	192,71	15	—	—	—	255,00	192,86	—	255,00	49.179,30	—
1 — 2	56,84	2	—	—	170,59	13	—	—	56,82	—	170,52	—	56,82	9.688,95	—
2 — 3	47,48	1	—	—	—	—	15,87	2	47,47	—	—	15,85	161,11	—	2.553,59
3 — 4	323,42	8	—	—	111,21	8	—	—	323,35	—	111,29	—	531,93	59.198,49	—
4 — 5	37,64	1	—	—	—	—	162,47	11	37,63	—	—	162,36	892,91	—	144.972,87
5 — 6	—	—	81,47	2	—	—	8,28	1	—	81,49	—	8,27	849,05	—	7.021,64
6 — 7	—	—	91,58	3	—	—	268,21	20	—	91,61	—	268,01	675,95	—	181.161,36
7 — MP	—	—	37,16	1	—	—	20,20	2	—	37,17	—	20,18	547,17	—	11.041,89
	465,39		465,13		474,31		475,03							118.066,74	346.751,35
			0,26				0,72							228.684,61	

$$E = \sqrt{(0,26)^2 + (0,72)^2}$$

$$E = 0,756 \text{ m}$$

$$e = \frac{0,756}{1.465,83}$$

$$e = 0,516 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{228.684,61}{2} = 114.342,30 \text{ m}^2$$

$$\Delta S = 114.545,86 - 114.342,30$$

$$\Delta S = 203,56 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{203,56}{114.545,86}$$

$$ds = 1,777 \text{ ‰}$$

XXVII

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	+	W	-	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	254,13	11	192,55	29	—	—	—	254,02	192,84	—	254,02	48.985,22	—
1 — 2	56,73	3	—	—	170,35	25	—	—	56,76	—	170,60	—	56,76	9.683,26	—
2 — 3	48,17	2	—	—	—	—	15,90	3	48,19	—	—	15,87	161,71	—	2.556,34
3 — 4	322,50	14	—	—	111,82	17	—	—	322,64	—	111,99	—	532,54	59.639,15	—
4 — 5	38,17	2	—	—	—	—	163,50	24	38,19	—	—	163,26	893,37	—	145.851,59
5 — 6	—	—	82,35	3	—	—	8,29	2	—	82,32	—	8,27	849,24	—	7.023,21
6 — 7	—	—	92,96	4	—	—	268,25	4	—	92,92	—	267,84	674,00	—	180.524,16
7 — MP	—	—	36,54	2	—	—	20,22	3	—	36,52	—	20,19	544,56	—	10.994,67
	465,57		465,98		474,72		476,16							118.307,63	346.959,97
	0,41				1,44									228.652,34	

$$E = \sqrt{(0,41)^2 + (1,44)^2}$$

$$E = 1,497 \text{ m}$$

$$e = \frac{1,497}{1.465,83}$$

$$e = 1,021 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{228.652,34}{2} = 114.326,17 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.326,17$$

$$\Delta s = 219,69 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{219,69}{114.545,86}$$

$$ds = 1,918 \text{ ‰}$$

XXVIII

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	-	-	255,19	57	193,70	12	-	-	-	255,76	193,82	-	255,76	49.571,40	-
1 — 2	56,15	12	-	-	170,24	11	-	-	56,02	-	170,35	-	56,02	9.543,01	-
2 — 3	47,76	11	-	-	-	-	15,91	1	47,65	-	-	15,90	159,69	-	2.539,07
3 — 4	324,26	71	-	-	110,44	8	-	-	323,55	-	110,52	-	530,89	58.673,96	-
4 — 5	38,16	9	-	-	-	-	163,66	10	38,07	-	-	163,56	892,51	-	145.978,94
5 — 6	-	-	81,44	18	-	-	8,28	1	-	81,62	-	8,27	848,96	-	7.020,90
6 — 7	-	-	90,80	20	-	-	266,83	18	-	91,00	-	266,60	676,34	-	180.346,06
7 — MP	-	-	36,82	9	-	-	20,32	1	-	36,91	-	20,31	548,43	-	11.138,61
	466,33		464,25		474,38		475,00							117.788,37	347.023,58
			2,08		0,62									229.235,21	

$$E = \sqrt{(2,08)^2 + (0,62)^2}$$

$$E = 2,170 \text{ m}$$

$$e = \frac{2,170}{1.465,83}$$

$$e = 1,480 \text{ } ^0/_{00}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{229.235,21}{2} = 114.617,60 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.617,60 - 114.545,86$$

$$\Delta s = 71,74 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{71,74}{114.545,86}$$

$$ds = 0,62 \text{ } ^0/_{00}$$

XXIX

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	+	W	-	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	253,96	25	192,43	42	—	—	—	253,71	192,01	—	253,71	48.714,86	—
1 — 2	56,06	5	—	—	170,95	37	—	—	56,11	—	170,58	—	56,11	9.571,24	—
2 — 3	48,06	5	—	—	—	—	15,74	3	48,11	—	—	15,77	160,33	—	2.528,40
3 — 4	321,36	31	—	—	110,92	24	—	—	321,67	—	110,68	—	530,11	58.672,57	—
4 — 5	38,30	4	—	—	—	—	164,37	35	38,34	—	—	164,72	890,12	—	146.620,57
5 — 6	—	—	81,47	8	—	—	8,20	2	—	81,39	—	8,22	847,07	—	6.962,92
6 — 7	—	—	92,13	9	—	—	263,90	57	—	92,04	—	264,47	673,64	—	178.157,57
7 — MP	—	—	37,13	4	—	—	20,05	4	—	37,09	—	20,09	544,51	—	10.939,21
	463,78		464,69		474,30		472,26							116.958,67	345.208,67
	0,91						2,04							228.250,00	

$$E = \sqrt{(0,91)^2 + (2,04)^2}$$

$$E = 2,234 \text{ m}$$

$$e = \frac{2,234}{1.465,83}$$

$$e = 1,524 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{228.250,00}{2} = 114.125,00 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.125,00$$

$$\Delta s = 420,86 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{420,86}{114.545,86}$$

$$ds = 3,674 \text{ ‰}$$

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	+	W	-	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	255,99	46	191,06	40	—	—	—	255,53	190,66	—	255,53	48.719,35	—
1 — 2	56,18	11	—	—	172,70	36	—	—	56,29	—	172,34	—	56,29	9.701,02	—
2 — 3	48,18	9	—	—	—	—	15,74	—	48,27	—	—	15,78	160,85	—	2.538,21
3 — 4	321,25	57	—	—	111,05	22	—	—	321,82	—	110,83	—	530,94	58.844,08	—
4 — 5	38,24	7	—	—	—	—	162,77	34	38,31	—	—	163,11	891,07	—	145.342,43
5 — 6	—	—	81,27	14	—	—	8,17	—	—	81,13	—	8,19	848,25	—	6.947,17
6 — 7	—	—	91,53	16	—	—	265,86	—	—	91,37	—	266,42	675,75	—	180.033,32
7 — MP	—	—	36,73	7	—	—	20,29	—	—	36,66	—	20,33	547,72	—	11.135,15
	463,85		465,52		474,81		472,83							117.264,45	345.996,28
	1,67						1,98							228.731,83	

$$E = \sqrt{(1,67)^2 + (1,98)^2}$$

$$E = 2,590 \text{ m}$$

$$e = \frac{2,590}{1.465,83}$$

$$e = 1,767 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{228.731,83}{2} = 114.365,91 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.365,91$$

$$\Delta s = 179,95 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{179,95}{114.545,86}$$

$$ds = 1,571 \text{ ‰}$$

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	255,05	66	192,17	22	—	—	—	255,71	192,39	—	255,71	49.196,05	—
1 — 2	56,53	15	—	—	169,88	19	—	—	56,38	—	170,07	—	56,38	9.588,55	—
2 — 3	48,11	13	—	—	—	—	15,78	2	47,98	—	—	15,76	160,74	—	2.533,26
3 — 4	325,29	83	—	—	111,19	12	—	—	324,46	—	111,22	—	533,18	59.300,28	—
4 — 5	37,79	10	—	—	—	—	162,68	18	37,69	—	—	162,50	895,33	—	145.491,13
5 — 6	—	—	80,73	20	—	—	8,34	1	—	80,96	—	8,33	852,06	—	7.097,66
6 — 7	—	—	92,76	23	—	—	266,91	31	—	92,99	—	266,60	678,11	—	180.784,13
7 — MP	—	—	36,75	10	—	—	20,51	2	—	36,85	—	20,49	548,27	—	11.234,05
	467,72		465,32		473,15		474,22							118.084,88	347.140,23
			2,40				1,07							229.055,35	

$$E = \sqrt{(2,40)^2 + (1,07)^2}$$

$$E = 2,628 \text{ m}$$

$$e = \frac{2,628}{1.465,83}$$

$$e = 1,793 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{229.055,35}{2} = 114.527,67 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.527,67$$

$$\Delta s = 18,19 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{18,19}{114.545,86}$$

$$ds = 0,159 \text{ ‰}$$

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	+	W	-	N	+	S	-	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	255,99	74	190,16	21	—	—	—	255,25	190,37	—	255,25	48.591,94	—
1 — 2	56,48	17	—	—	169,22	19	—	—	56,65	—	169,41	—	56,65	9.597,08	—
2 — 3	47,97	14	—	—	—	—	15,68	2	48,11	—	—	15,66	161,41	—	2.527,68
3 — 4	321,28	92	—	—	112,21	12	—	—	322,20	—	112,33	—	531,72	59.728,11	—
4 — 5	38,12	11	—	—	—	—	164,92	18	38,23	—	—	164,74	892,15	—	146.972,79
5 — 6	—	—	81,73	22	—	—	8,28	1	—	81,51	—	8,27	848,87	—	7.020,15
6 — 7	—	—	92,42	25	—	—	263,45	29	—	92,17	—	263,16	675,19	—	177.683,00
7 — MP	—	—	36,37	11	—	—	20,30	2	—	36,26	—	20,28	546,76	—	11.088,29
	463,85		466,51		471,59		472,63							117.917,13	345.291,91
	2,66				1,04									227.374,78	

$$E = \sqrt{(2,66)^2 + (1,04)^2}$$

$$E = 2,856 \text{ m}$$

$$e = \frac{2,856}{1.465,83}$$

$$e = 1,948 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{227.374,78}{2} = 113.687,39 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 113.374,78$$

$$\Delta s = 858,47 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{858,47}{114.545,86}$$

$$ds = 7,495 \text{ ‰}$$

XXXIII

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	+	W	-	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	256,72	64	191,60	46	—	—	—	256,08	191,14	—	256,08	48.947,13	—
1 — 2	56,54	14	—	—	170,26	41	—	—	56,68	—	169,85	—	56,68	9.627,10	—
2 — 3	47,89	10	—	—	—	—	15,76	4	47,99	—	—	15,80	161,35	—	2.549,33
3 — 4	322,37	79	—	—	111,53	26	—	—	323,16	—	111,27	—	532,50	59.251,28	—
4 — 5	38,52	10	—	—	—	—	163,25	38	38,62	—	—	163,63	894,28	—	146.331,04
5 — 6	—	—	81,67	19	—	—	8,27	2	—	81,48	—	8,29	851,42	—	7.058,27
6 — 7	—	—	92,30	23	—	—	263,87	62	—	91,97	—	264,49	677,97	—	179.316,29
7 — MP	—	—	37,02	10	—	—	20,00	5	—	36,92	—	20,05	549,08	—	11.009,05
	465,32		467,61		473,39		471,15							-117.825,51	346.263,98
	2,29				2,24									228.438,47	

$$E = \sqrt{(2,29)^2 + (2,24)^2}$$

$$E = 3,203 \text{ m}$$

$$e = \frac{3,203}{1.465,83}$$

$$e = 2,185 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{228.438,47}{2} = 114.219,23 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.219,23$$

$$\Delta s = 326,63 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{326,63}{114.545,86}$$

$$ds = 2,852 \text{ ‰}$$

XXXIV

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	255,57	50	193,55	57	—	—	—	256,07	192,98	—	256,07	49.418,32	—
1 — 2	56,32	10	—	—	171,78	51	—	—	56,22	—	171,27	—	56,22	9.628,80	—
2 — 3	47,81	8	—	—	—	—	15,91	6	47,73	—	—	15,97	160,17	—	2.557,91
3 — 4	324,39	64	—	—	110,88	33	—	—	323,75	—	110,55	—	531,65	48.773,91	—
4 — 5	38,13	7	—	—	—	—	163,18	48	38,06	—	—	163,66	893,46	—	146.223,66
5 — 6	—	—	80,52	16	—	—	8,28	3	—	80,68	—	8,31	850,84	—	7.070,48
6 — 7	—	—	92,30	18	—	—	265,86	82	—	92,48	—	266,68	677,68	—	180.723,70
7 — MP	—	—	36,45	8	—	—	20,12	6	—	36,53	—	20,18	548,67	—	11.072,16
	466,65		464,84		476,21		473,35							117.821,03	347.647,91
			1,81				2,86							229.826,88	

$$E = \sqrt{(1,81)^2 + (2,86)^2}$$

$$E = 3,384 \text{ m}$$

$$e = \frac{3,384}{1.465,83}$$

$$e = 2,308 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{229.826,88}{2} = 114.913,44 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.913,44 - 114.545,86$$

$$\Delta s = 367,58 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{367,58}{114.545,86}$$

$$ds = 3,210 \text{ ‰}$$

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais Compensadas		Latitudes Parciais Compensadas		DDM	PN	PS
	E	-	W	+	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	253,99	18	194,12	74	—	—	—	254,17	193,38	—	254,17	49.151,39	—
1 — 2	56,64	4	—	—	170,27	66	—	—	56,60	—	169,61	—	56,60	9.599,93	—
2 — 3	47,17	4	—	—	—	—	15,69	4	47,13	—	—	15,73	160,33	—	2.521,99
3 — 4	323,60	21	—	—	112,25	44	—	—	323,39	—	111,81	—	530,85	59.354,34	—
4 — 5	38,28	3	—	—	—	—	164,06	62	38,25	—	—	164,68	892,49	—	146.975,25
5 — 6	—	—	82,43	6	—	—	8,24	4	—	82,49	—	8,28	848,25	—	7.023,51
6 — 7	—	—	91,98	6	—	—	264,76	102	—	92,04	—	265,78	673,72	—	179.061,30
7 — MP	—	—	36,64	3	—	—	20,25	8	—	36,67	—	20,33	545,01	—	11.080,05
	465,69		465,04		474,64		473,00							118.105,66	346.662,10
			0,65				3,64							228.556,44	

$$E = \sqrt{(0,65)^2 + (3,64)^2}$$

$$E = 3,697 \text{ m}$$

$$e = \frac{3,697}{1.465,83}$$

$$e = 2,522 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{228.556,44}{2} = 114.178,22 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.545,86 - 114.178,22$$

$$\Delta s = 367,64 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{367,64}{114.545,86}$$

$$ds = 3,210 \text{ ‰}$$

XXXVI

Linhas	Longitudes Parciais				Latitudes Parciais				Longitudes Parciais		Latitudes Parciais		DDM	PN	PS
	E	+	W	-	N	-	S	+	E	W	N	S			
MP — 1	—	—	257,86	113	192,72	44	—	—	—	256,73	192,28	—	256,73	49.364,04	—
1 — 2	56,93	22	—	—	171,71	39	—	—	57,15	—	171,32	—	57,15	9.792,65	—
2 — 3	47,40	22	—	—	—	—	15,65	4	47,62	—	—	15,69	161,92	—	2.540,52
3 — 4	320,89	141	—	—	112,03	25	—	—	322,30	—	111,78	—	531,84	59.449,08	—
4 — 5	37,90	18	—	—	—	—	163,03	37	38,08	—	—	163,40	892,22	—	145.788,75
5 — 6	—	—	81,55	35	—	—	8,29	2	—	81,20	—	8,31	849,10	—	7.056,02
6 — 7	—	—	91,27	40	—	—	267,36	61	—	90,87	—	267,97	677,03	—	181.423,73
7 — MP	—	—	36,53	18	—	—	19,97	4	—	36,35	—	20,01	549,81	—	11.001,70
	463,12		467,21		476,46		474,30							118.605,77	347.810,72
	4,09						2,16							229.204,95	

$$E = \sqrt{(4,09)^2 + (2,16)^2}$$

$$E = 4,625 \text{ m}$$

$$e = \frac{4,625}{1.465,83}$$

$$e = 3,155 \text{ ‰}$$

$$S = \frac{PS - PN}{2}$$

$$S = \frac{229.204,95}{2} = 114.602,47 \text{ m}^2$$

$$\Delta s = 114.602,47 - 114.545,86$$

$$\Delta s = 56,61 \text{ m}^2$$

$$ds = \frac{56,61}{114.545,86}$$

$$ds = 0,494 \text{ ‰}$$

PLANILHAS I a XII		PLANILHAS XIII a XXIV		PLANILHAS XXV a XXXVI	
Erros de Fechamento ‰	Erros de Área ‰	Erros de Fechamento ‰	Erros de Área ‰	Erros de Fechamento ‰	Erros de Área ‰
0,113	0,373	0,145	0,973	0,502	10,211
0,154	0,102	0,583	2,129	0,516	1,777
0,435	0,793	0,932	1,888	1,021	1,918
0,454	2,151	1,009	1,940	1,480	0,626
0,460	0,808	1,174	1,372	1,524	3,674
0,654	3,450	1,237	4,029	1,767	1,571
0,675	1,743	1,307	2,837	1,793	0,159
0,717	0,849	1,423	0,911	1,948	7,495
0,793	0,120	2,011	0,305	2,185	2,852
0,916	1,461	2,077	4,035	2,308	3,210
0,943	0,056	2,547	2,028	2,522	3,210
1,289	1,662	2,551	5,110	3,155	0,494

5. - INTERPRETAÇÃO ESTATÍSTICA DOS RESULTADOS

5.1 Estudos dos erros de fechamento

Análise da variância

Causas da variação	Graus de liberdade	Somas de quadrados	Quadrados médios
Erro real	2	7,616.278	3,808.139 **
Dentro do erro real simples	11	1,242.397	0,112.945
Dentro do erro real duplo	11	6,170.101	0.560.918
Dentro do erro real triplo	11	6,841.130	0,621.921

Indicamos com dois asteriscos a significação ao nível de 1 % de probabilidades. Neste caso, devido à desigualdade entre os três últimos componentes da análise da variância, surgem dúvidas quanto à marcha a seguir. Mas nenhuma dúvida surge quanto ao resultado, pois mesmo que usemos como resíduo o último componente, o de maior quadrado médio; mesmo assim o resultado obtido é significativo sem sombra de dúvida.

Os dois graus de liberdade para o erro real podem ser decompostos, um para o componente linear, o outro para o quadrático, como a seguir:

Causas da variação	Graus de liberdade	Somas de quadrados	Quadrados médios
Componente linear	1	7,170.080	7.170.080 **
Componente quadrático ..	1	0,446.118	0.446,198

Quando cresce o erro real, cresce, pois, linearmente, em média, o erro de fechamento. As médias obtidas são dadas abaixo, com erro padrão 0,189, baseado numa estimativa média.

Erro real simples	0,634
Erro real duplo	1,416
Erro real triplo triplo	1,727

5.2 - Estudo dos erros de área

Causas da variação	Graus de liberdade	Somas de quadrados	Quadrados médios
Erro real	2	23,589.173	11,7946
Dentro do erro real simples	11	11,313.898	1,0285
Dentro do erro real duplo	11	23,118.009	2,1016
Dentro do erro real triplo	11	97,344.212	8.8495

A estimativa comum para o resíduo teria, neste caso, um quadrado médio igual a 3,9932, com 19 graus de liberdade, número obtido por ajustamento dos 33 graus de liberdade totais.

Os dois graus de liberdade para o erro real podem ser decompostos, como no caso anterior.

Causas da variação	Graus de liberdade	Soma de quadrados	Quadrados médios
Componente linear	1	23,322.845	23.322.845 *
Componente quadrático ..	1	0,266.328	0,266.328

Indicamos com um asterisco a significação ao nível de 5% de probabilidade.

Assim, pois, quando cresce o erro real, cresce linearmente, em média, o erro de área, dentro do intervalo estudado. As médias são dadas a seguir, com erro padrão 0,577

Erro real simples	1,128
Erro real duplo	2,296
Erro real triplo	3,100

5.3 - Estudos de correlação

Em cada caso tínhamos o erro de fechamento (x) e o erro de área (y). Aos dados assim obtidos foi aplicada a análise de covariância, com os resultados que vão ser expostos.

Causas da variação	x^2	xy	y^2
Erro real	7,616.278	13,270.140	23,589.173
Dentro do erro real simples	1,242.397	0,830.665	11,313.989
Dentro do erro real duplo	6,170.101	4,863.359	23,118.009
Dentro do erro real triplo	6,841.130	- 8,741.138	97,344.212
TOTAL	21,869.906	10,223.026	155,365.292

A partir desses dados podemos calcular diversos coeficientes de correlação.

$$1) r = \frac{13,270.140}{\sqrt{(7,616.278) (23,589.173)}} = 0,990$$

com um grau de liberdade. Tal valor de r é significativo ao nível de 5 % de probabilidade, de acordo com a tabela de PEARSON e HARTLEY (15). Quanto cresce o erro real, crescem em média, tanto o erro de fechamento como o de área, e há correlação positiva significativa entre eles: tal é a conclusão obtida.

2) Coeficiente de correlação dentro do erro real simples.

$$r = \frac{0,830.665}{\sqrt{(1,242.397) (11,313.989)}} = 0,221$$

com 11 graus de liberdade. Este valor não é significativo.

3) Coeficiente de correlação dentro do erro real duplo

$$r = \frac{4,863.359}{\sqrt{(6,170.101) (23,118.009)}} = 0,407$$

com 11 graus de liberdade. Este também não é significativo.

4) Coeficiente de correlação dentro do erro real triplo

$$r = \frac{8,741.138}{\sqrt{(6,841.130) (97,344.212)}} = -0,339$$

igualmente com 11 graus de liberdade e também não é significativo.

Estes últimos três valores podem ser reunidos em um só valor conjunto, para todos eles, com 33 graus de liberdade.

Causas da variação	x^2	xy	y^2
Dentro do erro real simples	1,242.397	0,830.665	11,313.898
Dentro do erro real duplo	6,170.101	4,863.359	23,118.009
Dentro do erro real triplo	6,841.130	8,741.138	97,344.212
Dentro dos três casos	14,253.628	3,044.114	131,776.119

Temos pois,

$$r = \frac{-3,044.114}{\sqrt{(14,253.628) (131,776.119)}} = -0,070$$

com 33 graus de liberdade. Tal valor não é significativo. Assim, pois, para um mesmo erro real, o aumento do erro de fechamento não determina aumento ou diminuição do erro de área.

6. - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O primeiro resultado a ser discutido é o da análise da variância para o estudo dos erros de fechamento, relativamente ao incremento dos erros reais. Obteve-se como resultado que, quando cresce o erro real, cresce, linearmente, em média, o erro de fechamento. Reportando-nos à descrição dos nossos métodos de trabalho, lembramo-nos que para obter o incremento do erro real, duplicamos e, posteriormente, triplicamos os erros retirados da tabela de desvios ao acaso, obtendo três séries de resultados, respectivamente com erro real simples, duplo e triplo. Dentro de

cada série, com erro real equivalente, os erros de fechamento variam de valor, em virtude da ocorrência de compensações que, em cada caso, alteraram de maneira diferente os resultados. Mas quando se duplicam ou triplicam os erros reais, em média os erros de fechamento crescem também, embora aqui se faça sentir a influência das compensações, fazendo com que às vezes aquilo não aconteça. Na prática, realizar vários levantamentos com erro real equivalente corresponderia a executá-los com o mesmo rigor na tomada das medidas dos ângulos e das distâncias, usando instrumentos de mesma precisão, tomando os mesmos cuidados, enfim dando a todos eles as mesmas características do ponto de vista da precisão pretendida para o trabalho. Por outro lado, a tomada de medidas com menor rigor, executando visadas mais longas, por exemplo, e usando instrumentos de menor precisão, corresponderia a um verdadeiro incremento dos erros reais cometidos no levantamento.

O estudo dos erros de área, isoladamente, levaram a conclusões idênticas às referentes aos erros de fechamento. Isto é, quando cresce o erro real, cresce linearmente, em média, o erro de área.

Quando pretendemos correlacionar aqueles dois valores, erros de fechamento e área, a aplicação dos testes estatísticos nos permitiram chegar aos seguintes resultados: analisando primeiramente cada um dos três grupos citados atrás, separadamente, concluímos que, para um mesmo erro real, o aumento do erro de fechamento não determina aumento ou diminuição do erro de área. Os erros de área não crescem necessariamente, com o aumento dos erros de fechamento. Há casos, mesmo, em que decrescem. Procurando dar uma interpretação prática a este resultado, diremos que para os levantamentos executados com cuidados idênticos, a simples vista do erro de fechamento não dá a medida da precisão do trabalho, no que se refere à área do terreno, pelo menos. Isto é, dentro do mesmo «padrão» de trabalho, do ponto de vista do rigor empregado no levantamento, este pode ter um erro de fechamento maior que outro, e apresentar, contudo, um resultado mais exato para a área do terreno.

Quando se reuniram os dados referentes aos 36 levantamentos, e foi empregada a análise de covariância, obteve-se um valor para r que é significativo ao nível de 5 % de probabilidade. Quando cresce, pois, o erro real, crescem em média, tanto o erro de fechamento como o erro de área, e há correlação positiva significativa entre eles. Reportando-nos à prática dos levantamentos, vemos que este resultado é perfeitamente condizente com aquilo que seria lícito esperar em um procedimento desta natureza. Pois permite concluir que, embora o erro de fechamento não

exprima a precisão do levantamento realizado, dentro de um mesmo nível técnico empregado nos trabalhos de campo, quando, porém, êste nível cair e os erros reais cometidos fôrem sendo cada vez maiores, a tendência será para aumentar os erros de fechamento e os resultados das áreas serão, paralelamente, cada vez piores. Êste último resultado é importante, pois à vista apenas da primeira conclusão (a referente à inexistência de correlação entre os levantamentos de mesmo nível técnico), poderia o topógrafo ser induzido a realizar os seus trabalhos com menor rigor, não dando importância ao incremento dos erros de fechamento.

7 - CONCLUSÕES

1 — Dentro do mesmo nível técnico empregado nos levantamentos, o erro de fechamento nem sempre exprime a precisão do trabalho realizado, e não há correlação entre êste valor e o erro de área cometido. Isto é, se tivermos dois levantamentos com erros de fechamento diferentes, nada nos autoriza a julgar qual o serviço mais perfeito, à vista apenas do erro de fechamento, quando êstes não forem exageradamente grandes.

2 — O incremento dos erros reais faz crescer, em média, os erros de fechamento e, paralelamente, os erros de área respectivos, embora haja casos em que isso não se dá, devendo-se atribuir estas exceções à existência de compensações que naturalmente ocorrem durante o levantamento, e àquelas que se fazem, na operação de distribuição dos erros, para chegar-se às coordenadas parciais compensadas.

Resumindo as conclusões, afirmamos que o topógrafo não deve confiar demasiadamente no erro de fechamento. Considerá-lo apenas como um indício de que o seu trabalho está bem feito, quando obtiver um erro dentro dos limites exigidos. E tomar as medidas com o necessário cuidado no campo, lançando mão, quando a natureza do trabalho o exigir, de outros meios de verificação do serviço, como, por exemplo, o levantamento de uma linha interna, ligando dois pontos do perímetro.

8 - RESUMO

1. No presente trabalho o autor expende algumas considerações sobre o método de levantamento topográfico por caminhada e seus cálculos respectivos, bem como sobre a determinação do erro de fechamento, que é discutido sumariamente. Coloca, a seguir, o problema da possível existência de correlação entre o erro de fechamento e o erro de área cometidos nos levantamentos.

2. Apresenta, com finalidade exclusivamente didática, um resumo da teoria dos erros, restringindo-se à parte que interessa aos erros cometidos nos levantamentos topográficos.

3. Na revisão da literatura foram comentados apenas dois autores PRÉVOT (18) e JORDAN (10), que em suas obras tecem considerações, embora sumárias, sobre o assunto em tela.

4. O método de trabalho adotado foi relatado em toda sua extensão, sendo, em síntese, o seguinte:

4.1. Foi adotada uma planilha correspondente a um levantamento teórico, perfeitamente fechada, e considerado como o levantamento real.

4.2 A partir deste foram introduzidos erros, ao acaso, nas coordenadas parciais, usando-se para esse fim uma tabela de erros ao acaso dada por DIXON e MASSEY (4). Foram feitos três grupos de doze planilhas cada um, às quais foram introduzidos os erros: o primeiro grupo com os erros como se encontravam na tabela, no segundo com erros duplos e o terceiro com erros triplos. Em seguida foram efetuados os cálculos correspondentes a cada planilha, compensando-se as coordenadas parciais e calculando-se as áreas pelo processo das duplas distâncias meridianas. Os erros de área foram calculados por diferença em relação à área real, dividindo-se por este valor cada erro de área e multiplicando-se por mil, obtiveram-se os erros por mil metros quadrados.

4.3 Os resultados foram grupados em duas colunas: de um lado os erros de fechamento e de outro os erros de área, separando-se os três grupos citados atrás. Em seguida foram aplicados os testes estatísticos, concluindo-se que, quando cresce o erro real, crescem linearmente, em média, tanto o erro de fechamento como o erro de área, e há correlação positiva significativa entre eles. Analisando-se cada um dos três grupos, separadamente, concluiu-se pela inexistência de correlação entre os erros de fechamento e os erros de área.

9. BIBLIOGRAFIA

1. BERLESE, T. (1951) — Corso di Topografia. Casa Editrice Dott, Padova.
2. DAVIS, R. (1955) — Elementary Plane Surveying. 3.a Ed., McGraw — Hill Book Company, Inc., New York.
3. DEL FABRO, G. (1925) — Topografia e Construzioni. Ed. Libraio Della Real Casa, Milão.
4. DIXON, W. J. e MASSEY, F. J. (1951) — Introduction to Statistical Analysis. 1.a Ed., McGraw — Hill Book Company, Inc., New York.
5. ESPARTEL, L. e LUDERITZ, J. (1948) — Caderneta de Campo. Editora Globo, Pôrto Alegre.
6. FURTADO, N. F. (1950) — Sistemas de Unidades. Teoria dos Erros. Editora Gertum Carneiro, R. de Janeiro.
7. GABRIEL, E. (sem data) Éléments de Topographie. Librairie Générale, Paris.
8. GARCIA — TEJERO, F. D. (1953) — Topografia General y Agrícola. 1.a Ed., Salvat Editores.
9. GUEDES, H. J. (1951) — Topografia — apostila de aulas da Escola Politécnica da Universidade de S. Paulo.
10. JORDAN, W. (1944) — Tratado General de Topografia. Ed. Gustavo Gili S. A., Barcelona.
11. KISSAM, P. (1947) Surveying. McGraw — Hill Book Company, Inc., New York.
12. MESQUITA, P. (sem data) — Curso de Topografia, apostila de aulas da Escola Politécnica de S. Paulo.
13. OLLIVIER, F. (1955) — Instrumentos Topographiques. Éditions Eyrolles, Paris.
14. PASINI, C. (1924) — Tratado de Topografia. 4.a Ed. Gustavo Gili, Barcelona.
15. PEARSON, E. S. e HARTLEY, H. C. (1958) — Biometrika Tables for Statisticians. Biometrika Trustees, University Press, Cambridge.

16. PELLETAN, A. (1911) — *Traité de Topographie*. Librairie Générale, Paris.
17. PINTO, B. F. A. (1946) — *Breves considerações sôbre os erros em agrimensura*. Separata da *Revista de Agricultura*, Piracicaba.
18. PRÉVOT, E. (1900) — *Topografie*. Ch. Dunod, Éditeur, Paris.
19. SILVEIRA, A. A. (1954) — *Topografia*. 5.a Edição. Edições Melhoramentos, São Paulo.
20. TRACY, J. C. (1934) — *Plane Surveying*. John Wiley & Sons, Inc., New York.
21. WEKMEISTER, P. (1928) — *Topografia*. Editorial Labor, S. A. Barcelona.