

**SONIA VIEIRA**

Instrutora do Departamento de Matemática da Faculdade de  
Ciências Médicas e Biológicas de Botucatu

**ASPECTOS DAS FUNÇÕES DE PRODUÇÃO AJUSTADAS  
AOS ENSAIOS FATORIAIS 3<sup>3</sup> DE ADUBAÇÃO**

Tese de Doutorado apresentada  
à Escola Superior de Agricultura  
«Luiz de Queiroz» da Universidade  
de São Paulo

**P I R A C I C A B A**

## AGRADECIMENTOS

Expresso os meus maiores agradecimentos ao Dr. Humberto de Campos, Professor de Disciplina do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ, pela segura orientação e pleno apoio dados na execução deste trabalho.

Agradeço ao Dr. Hermano Vaz de Arruda, ex-Regente da Disciplina de Estatística da FCMBB, a leitura do texto original e o constante incentivo com que sempre me prestigiou.

Ao meu marido, Rodolfo Hoffmann, agradeço as sugestões apresentadas e os cálculos dos resultados apresentados neste trabalho, feitos no computador eletrônico anexo ao Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ, USP.

Ao colega Vivaldo Francisco da Cruz agradeço as análises de variância dos experimentos fatoriais, feitas no mesmo computador.

Agradeço ao Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ, USP, na pessoa do Professor-Titular Dr. Frederico Pimentel Gomes, a gentileza com que sempre fui recebida e o pleno uso de seus equipamentos e instalações.

Agradeço ao professor Izaias Branco da Silva o cuidadoso trabalho de datilografia realizado.

Finalmente, os meus agradecimentos a todos os colegas da FCMBB que, de uma forma ou de outra, sempre me ajudaram.

# ÍNDICE

	pg.
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. REVISÃO DA LITERATURA.....	5
3. A REGRESSÃO POLINOMIAL AJUSTADA AOS ENSAIOS FATORIAIS.....	19
3.1 - Estimativas dos parâmetros.....	20
3.1.1 - Dos ensaios individuais.....	20
3.1.2 - Dos grupos de ensaios.....	27
3.2 - Variâncias, Covariâncias e Intervalos de Confiança das Estimativas dos Parâmetros.....	27
3.2.1 - Dos ensaios individuais.....	27
3.2.2 - Dos grupos de ensaios.....	30
3.3 - Variâncias e Intervalos de Confiança para as Estimativas dos Rendimentos.....	31
3.4 - Níveis Ótimos dos Fatores $x_1$ , $x_2$ , $x_3$ das Superfícies de Resposta.....	36
4. O USO DA IEI DE MITSCHERLICH.....	45
4.1 - Estimativas dos Parâmetros.....	46
4.2 - Intervalos de Confiança dos Parâmetros.....	47
4.3 - Intervalos de Confiança dos Rendimentos.....	48
4.4 - A Dose Econômica e sua Variância.....	49
5. MATERIAL E MÉTODOS.....	52
5.1 - Material.....	53
5.2 - Métodos.....	55

6.	RESULTADOS E DISCUSSÃO. ....	56
6.1	- As Análises de Variância das Regressões Polinomiais e os Coeficientes de Determinação. ....	57
6.2	- As Estimativas dos Parâmetros e os Intervalos de Confiança. ....	58
6.3	- Os Níveis Ótimos de N, P, K. ....	59
6.3.1	- Os níveis ótimos de N, P, K obtidos pelas regressões polinomiais. ....	59
6.3.2	- Os níveis ótimos de N, P, K obtidos pela lei de Mitscherlich. ....	60
6.3.3	- Confronto dos resultados dos níveis óti- mos de N, P, K. ....	62
6.4	- Diversificação e Detalhes do Caso 1. ....	64
6.4.1	- Estimativas e intervalos de confiança das produções. ....	64
6.4.2	- A dose de nutriente economicamente conse- lhável. ....	64
7.	CONCLUSÕES. ....	66
8.	RESUMO. ....	70
9.	SUMMARY. ....	75
10.	BIBLIOGRAFIA. ....	80
11.	APÊNDICE. ....	85

LISTA DOS QUADROS

	pg.
QUADRO I: Variâncias e covariâncias das estimativas dos parâmetros para os ensaios individuais, relativas aos modelos II e III. ....	28
QUADRO II: Intervalos de confiança dos parâmetros para os ensaios individuais, relativos aos modelos II e III ( $t = 2,00$ ). ....	29
QUADRO III: Variâncias das estimativas dos rendimentos para os ensaios individuais, relativas aos modelos II e III. ....	34
QUADRO IV: Intervalos de confiança dos rendimentos, para os ensaios individuais, relativos aos modelos II e III, ( $t = 2,00$ ). ....	35
QUADRO V: Produções, em kg/ha, referentes aos 50 ensaios de adubação NPK em milho, instalados na região de Ribeirão Preto, S.P. ....	86
QUADRO VI: Produções médias, em kg/ha, dos grupos de ensaios. ....	91
QUADRO VII: Estimativas dos desvios-padrões, em kg/ha, coeficientes de variação, em porcentagem, valores dos testes F de regressão e coeficientes de determinação dos 70 casos estudados, referentes aos 3 modelos de regressão polinomial estudados. ....	93
QUADRO VIII: Estimativas dos parâmetros e respectivos intervalos de confiança, ao nível de aproximadamente 95% de probabilidade, dos 70 casos estudados, referentes aos modelos I, II e III. ....	98

QUADRO	IX: Estimativas dos parâmetros e respectivos intervalos de confiança, ao nível de aproximadamente 95% de probabilidade, dos 70 casos estudados, referentes ao modelo IV.....	134
QUADRO	X: Doses economicamente aconselháveis de nutrientes para os três modelos de regressões polinomiais.....	147
QUADRO	XI: Doses economicamente aconselháveis de nutrientes e respectivos intervalos de confiança, ao nível de aproximadamente 95% de probabilidade, obtidas pela lei de Mitscherlich.....	152
QUADRO	XII: Estimativas dos rendimentos e respectivos intervalos de confiança para o caso 1, ao nível de aproximadamente 95% de probabilidade, relativos aos modelos I, II e III.....	161
QUADRO	XIII: Estimativas dos rendimentos e respectivos intervalos de confiança para o caso 1, ao nível de aproximadamente 95% de probabilidade, relativas ao modelo IV.....	164

## 1. INTRODUÇÃO

## 1. INTRODUÇÃO

As análises de funções de produção se fundamentam na hipótese de que existe uma relação funcional entre a quantidade de fatores de produção utilizados e o rendimento obtido. Então a produção é vista como um processo através do qual os fatores de produção são transformados em produto.

De um modo geral, podemos representar a função de produção pelo modelo:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n / F_1, F_2, \dots, F_m / Z_1, Z_2, \dots, Z_k)$$

onde Y representa a quantidade produzida;  $x_1, x_2, \dots, x_n$  são as quantidades dos fatores variáveis;  $F_1, F_2, \dots, F_m$  são as quantidades dos fatores fixos;  $Z_1, Z_2, \dots, Z_k$  são os fatores que não podem ser controlados pelo experimentador.

A relação funcional entre a quantidade de fatores empregados e a produção obtida é estimada através de dados experimentais.

Vários ensaios foram instalados para adaptação posterior de uma função de produção aos dados obtidos, por duas razões:

1. O ajustamento de modelos matemáticos aos dados experimentais permite conhecimento mais amplo dos fenômenos biológicos.

2. Através de uma função de produção é possível determinar os níveis dos fatores que conduzem à mais alta renda líquida ou à máxima taxa de rendimento sobre o capital aplicado, ou ainda estabelecer o custo mínimo para uma quantidade determinada do produto.

No caso particular de produção agrícola como função de nutrientes adicionados ao solo, a função de produção pode ser expressa simbolicamente por:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

onde Y representa a produção obtida e  $x_1, x_2, \dots, x_n$  representam as



quantidades dos nutrientes.

Neste caso são muito usados os ensaios fatoriais  $3^3$ , com níveis eqüidistantes dos fatores.

No presente trabalho apresentaremos uma comparação de quatro funções de produção aplicadas aos ensaios fatoriais  $3^3$  de adubação NPK em milho.

Para tanto, ajustaremos aos dados experimentais, modelos de regressão polinomial e de regressão assintótica.

Os modelos matemáticos para regressão polinomial, sugeridos por HEADY, PESEK, BROWN e DOLL (1961), são:

Modelo I:

$$Y = a_0 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3.$$

Modelo II:

$$Y = a_0 + a_{11}x_1 \frac{1}{2} + a_{22}x_2 \frac{1}{2} + a_{33}x_3 \frac{1}{2} + a_{12}x_1 \frac{1}{2} x_2 \frac{1}{2} + a_{13}x_1 \frac{1}{2} x_3 \frac{1}{2} + a_{23}x_2 \frac{1}{2} x_3 \frac{1}{2} + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3$$

Modelo III:

$$Y = a_0 + a_{11}x_1 \frac{3}{2} + a_{22}x_2 \frac{3}{2} + a_{33}x_3 \frac{3}{2} + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3.$$

A regressão assintótica mais comumente usada no caso de experimentos de adubação é a lei de Mitscherlich, cuja expressão é:

$$Y = A \left( 1 - 10^{-c(x+b)} \right)$$

Serão ajustados aos dados experimentais os modelos II,

III e IV, uma vez que o modelo I foi ajustado por CAMPOS (1967) aos mesmos dados. Posteriormente, faremos uma discussão dos resultados obtidos, comparando os modelos ajustados.

Daremos ênfase à comparação das doses economicamente aconselháveis de nutrientes obtidas pelas quatro funções de produção, pois este é o ponto crítico do problema em questão.

As razões que nos levaram ao estudo de funções de produção aplicadas aos ensaios fatoriais de adubação parecem-nos ponderáveis:

1. A necessidade de difundir a aplicação de funções de produção aos dados de ensaios de adubação. Isto porque os experimentos de adubação são conduzidos, via de regra, com o objetivo de estudar as respostas das diferentes culturas aos diferentes nutrientes, preocupando-se o experimentador tão somente em indicar a quantidade do nutriente que assegura a mais alta produção. Ora, é interessante prosseguir a pesquisa, ajustando modelos de regressão aos dados do ensaio; isto permite ao experimentador indicar a quantidade de nutriente que assegura a mais alta renda líquida por hectare.

2. As possibilidades de pesquisa que oferece o notável trabalho que utilizamos: um grupo de ensaios fatoriais de adubação de milho, em terra roxa legítima, cuidadosamente conduzidos por um único experimentador.

3. A oportunidade de contribuir com o excelente estudo de CAMPOS (1967) sobre uma função de produção ajustada aos mesmos dados experimentais.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

PIMENTEL GOMES e MALAVOLTA (1949) estabeleceram um processo geral para estimar os parâmetros da equação de Mitscherlich. A partir da soma dos quadrados dos desvios a ser minimizada, obtiveram o sistema de equações normais:

$$\begin{cases} \Sigma y & - nA & + A10^{-bc} \Sigma 10^{-cx} & = 0 \\ \Sigma xy 10^{-cx} & - A \Sigma x 10^{-cx} & + A10^{-bc} \Sigma x 10^{-2cx} & = 0 \\ \Sigma y 10^{-cx} & - A \Sigma 10^{-cx} & + A10^{-bc} \Sigma 10^{-2cx} & = 0 \end{cases}$$

Aplicando o teorema de Rouché-Capelli, obtiveram:

$$\begin{vmatrix} \Sigma y & n & \Sigma 10^{-cx} \\ \Sigma xy 10^{-cx} & \Sigma x 10^{-cx} & \Sigma x 10^{-2cx} \\ \Sigma y 10^{-cx} & \Sigma 10^{-cx} & \Sigma 10^{-2cx} \end{vmatrix} = 0$$

Esta equação permite a estimativa de  $\underline{c}$ , a partir da qual se obtêm as estimativas de  $\underline{A}$  e de  $\underline{b}$ .

STEVENS (1951) introduziu um método para estimar os parâmetros da equação de Mitscherlich.

Usou a equação na forma  $Y = a + \beta \rho^x$  e supôs  $x = 0, 1, \dots, p - 1$ .

Através do método dos quadrados mínimos, chegou ao sistema de equações :

$$\begin{cases} F(a,b,r) = - na - b\sum r^X + \sum Y = 0 \\ G(a,b,r) = - a\sum r^X - b\sum r^{2X} + \sum r^X Y = 0 \\ H(a,b,r) = - ba\sum r^{X-1} - b^2\sum r^{2X-1} + b\sum r^{X-1} Y = 0 \end{cases}$$

Seguindo o método de Fischer, tomou uma estimativa grosseira  $r'$  de  $r$ , substituiu  $r$  por  $r' + \delta r$  nas equações normais e, supondo  $\delta r$  pequeno, desprezou os termos onde  $\delta r$  apresentava expoente maior que um. Fêz então correções para as estimativas  $a'$ ,  $b'$ ,  $r'$  e obteve:

$$a = F_{aa} \sum Y + F_{ab} \sum Y r'^X + F_{ar} \sum X Y r'^X - 1$$

$$b = F_{ab} \sum Y + F_{bb} \sum Y r'^X + F_{br} \sum X Y r'^X - 1$$

$$r = r' + \delta r$$

onde  $\delta r = (F_{ar} \sum Y + F_{br} \sum Y r'^X + F_{rr} \sum X Y r'^X - 1) / b$

e  $F_{aa}$ ,  $F_{ab}$ ,  $F_{ar}$ ,  $F_{bb}$ ,  $F_{br}$ ,  $F_{rr}$  são os elementos da inversa da matriz:

$$\begin{pmatrix} n & \sum r'^X & \sum r'^{2X} - 1 \\ \sum r'^X & \sum r'^{2X} & \sum X r'^{2X} - 1 \\ \sum X r'^X - 1 & \sum X r'^{2X} - 1 & \sum X^2 r'^{2X} - 2 \end{pmatrix}$$

PIMENTEL GOMES (1953) reviu e estendeu uma série de pesquisas realizadas por F. Pimentel Gomes, E. Malavolta, W.L. Stevens e I. R. Nogueira, relativas à aplicação da lei de Mitscherlich na análise de experimentos de adubação.

Nesse trabalho, o autor apresenta as variâncias e co-variâncias das estimativas dos parâmetros da equação de Mitscherlich.

HEADY (1956), discutindo as questões metodológicas surgidas com o ajustamento de funções de produção aos ensaios de adubação, afirma que o problema central é a determinação do modelo matemático da função e a respectiva distribuição probabilística.

Segundo o autor, devido às variações de solo, de cultura e de clima, as respostas das culturas aos fertilizantes não podem obedecer sempre a uma função de forma algébrica particular.

MASON (1956) apresenta um estudo de funções de produção aplicadas aos ensaios de adubação, onde cita e discute diversos modelos matemáticos de funções a uma e a mais variáveis independentes.

O autor apresenta um exemplo de superfície de resposta ajustada a um fatorial incompleto de adubação NPK em batata, com 17 tratamentos dados por combinações diversas de 5 níveis dos nutrientes.

O modelo matemático da função ajustada é:

$$Y = b_0 + b_1N + b_2P + b_3K + b_{11}N^2 + b_{22}P^2 + b_{33}K^2 + b_{12}NP + \\ + b_{13}NK + b_{23}PK.$$

O autor apresenta as estimativas dos parâmetros da regressão, seus respectivos desvios-padrões e a análise de variância dos dados. A observação desses resultados mostra que os dados se ajustam à regressão quadrática ao nível de significância de 1%. Observa-se, também, que os desvios-padrões para os parâmetros são relativamente grandes.

HEADY, PESEK, BROWN e DOLL (1961) ajustaram funções de produção aos dados de três ensaios de adubação: a) N e P em milho, b) P e K em trevo vermelho, c) P e K em alfafa.

Nos três ensaios foram usados os tratamentos representados em seguida, onde cada X representa uma parcela experimental.

P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> em lb/acre	N (ou K <sub>2</sub> O) em lb/acre								
	0	40	80	120	160	200	240	280	320
0	XX	XX	XX	XX	XX	XX	XX	XX	XX
40	XX	XX			XX	XX			XX
80	XX		XX		XX		XX		XX
120	XX			XX	XX			XX	XX
160	XX	XX	XX	XX	XX	XX	XX	XX	XX
200	XX	XX			XX	XX			XX
240	XX		XX		XX		XX		XX
280	XX			XX	XX			XX	XX
320	XX	XX	XX	XX	XX	XX	XX	XX	XX

Para os dados de produção de milho foram ajustadas quatro funções de produção e os resultados obtidos foram:

$$Y' = 0,442 P^{0,4090} N^{0,2877}$$

$$Y = -7,51 + 0,584N + 0,664P - 0,0016N^2 - 0,0018P^2 + 0,00081NP$$

$$Y = -5,68 - 0,316N - 0,417P + 6,3512N^{0,5} + 8,5155P^{0,5} + 0,3410N^{0,5}P^{0,5}$$

$$Y = -13,62 + 0,984N + 1,129P - 0,0500N^{1,5} - 0,0576P^{1,5} - 0,0008NP$$

onde  $Y'$  é o acréscimo de produção devido à adubação em buschels/acre,  $Y$  é a produção, em buschels/acre,  $N$  refere-se a nitrogênio e  $P$  a óxido de fósforo (P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>).

A primeira função, denominada função de Cobb-Douglas, não foi comparada com as demais, pois foi ajustada com menor número

de dados. Foi feita a análise de variância, obtido o coeficiente de determinação e feito o teste t para os parâmetros da regressão.

Os autores verificaram que a função de raiz quadrada representa melhor os dados, pois a ela corresponde o menor desvio de regressão e o maior coeficiente de determinação. Notaram também que o  $R^2$  decresce quando cresce o grau da equação.

Foram feitos cortes na superfície e estudadas as curvas de insumo - produto. Assim, verificaram que quando o nitrogênio foi fixado na dose zero, a produção começou a diminuir para doses relativamente baixas de  $P_2O_5$ . Quando o nitrogênio foi fixado nas doses 160 e 320 lb/acre, a produção aumentou rapidamente para níveis baixos de  $P_2O_5$ , caindo um pouco para doses altas desse nutriente. Fenômeno análogo ocorreu para  $P_2O_5$  fixo.

Os autores estudaram e apresentaram em gráficos as isoquantas e as isóclinas para as quatro funções de produção e estudaram a taxa marginal de substituição.

Todo este estudo foi repetido para os mesmos dados, excluídos os que tinham dose zero de nutriente. Com isto houve uma redução de 114 para 80 observações mas os autores chegaram às mesmas conclusões, assinalando apenas diminuição de cerca de 10% nos valores de  $R^2$ .

Para os dados de trevo vermelho foram ajustadas três funções de produção:

$$Y' = 0,36551 K^{0,0384} P^{0,1864}$$

$$Y = 2,657 + 0,0019 K + 0,0079 P - 0,000018 K^2 - 0,0000167 P^2 - 0,0000031 KP$$

$$Y = 2,46 - 0,000073 K - 0,003952 P + 0,028141K^{0,5} + 0,128004 P^{0,5} - 0,000980 K^{0,5}P^{0,5}$$

onde  $Y'$  é o acréscimo de produção devido à adubação em ton/acre e  $Y$  é a produção em ton/acre.



Os procedimentos estatísticos foram iguais aos procedimentos para os dados de milho e os autores verificaram que o maior  $R^2$  correspondeu também à equação de raiz quadrada.

Entretanto, nem todos os coeficientes da regressão foram significativos, razão por que foram ajustadas as novas funções:

$$Y = 2,68 + 0,0013 K + 0,0079 P - 0,0000017 P^2 - 0,0000031 KP$$

$$Y = 2,468 - 0,003947 P + 0,026834 K^{0,5} + 0,127892 P^{0,5} - 0,000979 K^{0,5}P^{0,5}$$

Através da comparação das curvas de resposta e das isoquantas, os autores verificaram que a função que melhor se ajustou aos dados foi a de raiz quadrada, sem o termo em  $K^2$ .

Estudadas as superfícies de resposta, os autores verificaram que para pequenos insumos, o produto físico marginal é maior para  $P_2^{0,5}$ , o que mostra que este é o mais limitante dos dois nutrientes. Entretanto, com mais de 160 lb/acre dos dois nutrientes, o  $K_2^0$  tem produto físico marginal mais alto que o  $P_2^{0,5}$ .

Os autores estudaram as isoquantas, a taxa marginal de substituição e as isóclinas, mostrando estas em gráfico.

Para os dados de alfafa foram ajustadas as funções de produção:

$$Y' = 0,87935 K^{0,0542} P^{0,1310}$$

$$Y = 2,2514 + 0,0033 K + 0,0097 P - 0,000007 K^2 - 0,000020 P^2 - 0,000001 KP$$

$$Y = 1,8737 - 0,0014 K - 0,0050 P + 0,06731 K^{0,5} + 0,173513 P^{0,5} - 0,001440 K^{0,5}P^{0,5}$$

onde  $Y'$  é o acréscimo de produção de feno de alfafa devido à adubação em ton/acre e  $Y$  é a produção de feno de alfafa.

Usando a equação de raiz quadrada que correspondeu ao maior  $R^2$ , os autores obtiveram as estimativas de produção e determinaram gráficamente a superfície de resposta. Também estudaram e determinaram gráficamente, as isoquantas e as isóclinas.

Os níveis ótimos de nutrientes foram estudados através da equação de raiz quadrada. Os autores consideraram 9 preços possíveis para o feno e calcularam, para cada preço, a quantidade de  $P_2O_5$  e a de  $K_2O$  a ser colocada como adubo.

FESEK (1960) sugere, para três variáveis, a pesquisa das seguintes funções de produção:

$$Y = a + b_1 F_1 + b_2 F_1^n + b_3 F_2 + b_4 F_2^n + b_5 F_1 F_2 + b_6 F_3 + b_7 F_3^n + b_8 F_1 F_3 + b_9 F_2 F_3 + b_{10} F_1 F_2 F_3,$$

onde Y é a produção,  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  são nutrientes,  $b_i$  ( $i = 1, \dots, 10$ ) são parâmetros e n é variável, diferente de 1.

Com relação ao ajustamento de funções logarítmicas e exponenciais aos dados de ensaios com 3 variáveis, o autor lembra a vantagem do procedimento matemático simples, mas levanta as seguintes objeções :

- a) Somente parte dos dados são utilizados.
- b) São necessárias três funções para exprimir a resposta de três nutrientes, em lugar de uma função a três variáveis.
- c) Não se estudam as interações dos três elementos.

O autor recomenda ainda, como consideração primária para o ajustamento de funções de produção, que os dados utilizados sejam de experimentos conduzidos em solos de baixa fertilidade. Isto porque menor fertilidade corresponde a resposta potencial mais alta, o que significa maior confiança nas características da função de produção ajustada.

PIMENTEL GOMES e CAMPOS (1966) estudaram um grande número de ensaios de adubação de milho instalados nos estados de São Paulo, Rio de Janeiro, Minas Gerais, Paraná, Goiás, Pernambuco, Espírito Santo e Rio Grande do Sul.

Para alguns ensaios foi determinada a dose economicamente aconselhável de nutriente através da equação de Mitscherlich, pelas fórmulas (PIMENTEL GOMES e ABREU (1959); PIMENTEL GOMES (1961):

$$x^* = \frac{1}{2} x_u + 114 \log \frac{w u}{t x_u}$$

para fósforo ( $P_2O_5$ ) e potássio ( $K_2O$ ), e

$$x^* = \frac{1}{2} x_u + 204 \log \frac{w u}{t x_u}$$

para o nitrogênio (N), onde  $u$  é o aumento de produção obtido com a dose  $x_u$  do nutriente,  $w$  é o preço do quilo de milho em grão e  $t$  é o preço do quilo de nutriente.

Os autores lembram que poderiam ter usado o método das superfícies de resposta, que oferece vantagens no caso de existirem interações grandes, mas que é de aplicação pouco aconselhável na maioria dos casos, porque:

1. Não permite extrapolação.
2. Não permite testes de significância adequados no caso de grupos de ensaios.
3. É de aplicação mais trabalhosa e mais restrita.
4. Nos casos em que tem possibilidade de aplicação, conduz a resultados análogos aos do método já indicado.

CAMPOS (1967) apresenta um estudo sobre regressão polinomial ajustada aos ensaios fatoriais  $3^3$  de adubação. O modelo matemático da regressão ajustada é:

$$Y = a_0 + a_{11}N^2 + a_{22}P^2 + a_{33}K^2 + a_{12}NP + a_{13}NK + \\ + a_{23}PK + a_{14}N + a_{24}P + a_{34}K.$$

O autor apresenta, sob o ponto de vista teórico, a determinação das estimativas dos parâmetros da equação e de seus respectivos intervalos de confiança, os níveis ótimos de N, P, K, as estimativas e os intervalos de confiança das produções.

O autor mostra, também, os cortes da superfície quando dois nutrientes são fixados nas doses padrões e faz uma comparação entre o delineamento rotativo de Box e o fatorial.

Feito o estudo teórico, foi aplicado o método a 50 ensaios de adubação de milho, reunidos em grupos diversos ou estudados isoladamente.

As principais conclusões do autor são as seguintes:

1<sup>a</sup>. Os parâmetros da equação da superfície de resposta apresentam intervalos de confiança muito amplos, traduzindo consequentemente uma imprecisão nas estimativas dos rendimentos, não sendo desprezível, inclusive, a probabilidade de obtenção de produções negativas.

2<sup>a</sup>. Apesar da pouca precisão dos parâmetros, suas variâncias são menores do que as encontradas para o "delineamento rotativo" de Box (com  $\alpha = \sqrt{3}$ ), quando se reduzem os níveis dos fatores dos 2 delineamentos em questão, à mesma escala.

3<sup>a</sup>. Nos ensaios individuais estudados, apenas 7 dêles deram de fato uma dose economicamente aconselhável de nutrientes, surgindo mesmo um caso em que a função da receita líquida possui mínimo. Na maioria dos casos a função apresentou "ponto de sela".

4<sup>a</sup>. Há maior tendência de aparecimento de ponto de máximo para a função da receita líquida, à medida que se agrupam os ensaios.

5<sup>a</sup>. Não há concordância dos resultados obtidos para as doses economicamente aconselháveis nos diversos casos estudados, o que

não permite fazer recomendações de fórmulas de adubação.

6<sup>a</sup>. Os resultados obtidos com os cortes da superfície, ficando-se dois dos nutrientes em suas doses padrões, são plenamente concordantes com os obtidos no seu estudo completo. Estes cortes ilustram bem o comportamento da superfície sob o ponto de vista da dose econômica.

7<sup>a</sup>. A aplicação da regressão polinomial aos ensaios fatoriais  $3^3$  de adubação se recomenda apenas para grupos de ensaios e de boa precisão.

SANCHES e outros (1966) apresentam um estudo de regressão polinomial ajustada a um ensaio de adubação NPK em beterraba açucareira.

A equação obtida foi:

$$\hat{Y} = 33\,168,8044 + 27,8972 N + 108,0943 P + 84,3781 K - \\ - 0,1645 N^2 - 0,4794 P^2 - 0,2478 K^2 + \\ + 0,1389 NP - 0,1000 NK - 0,0611 PK,$$

onde  $\hat{Y}$  refere-se à produção de tubérculos em kg/ha.

Ajustada a equação, os autores estudaram as isoquantas e as isóclinas para três níveis fixos de nutrientes e diversos rendimentos.

TEJEDA (1966) apresenta um trabalho de regressão polinomial ajustada aos dados de 23 ensaios fatoriais NP em trigo, onde foram considerados os resultados experimentais correspondentes à resposta para doses de P num nível constante de N (96 kg/ha).

A equação obtida foi:

$$\hat{Y} = 29,4381 + 5,1802 P + 0,6568 p - 0,1936 P^2 - 0,1910 p^2 - \\ - 0,0079 Pp$$

onde  $\hat{Y}$  é a estimativa do rendimento em 100 kg/ha,  $P$  é a quantidade de  $P_2O_5$  em kg/ha e  $p$  é a concentração de fósforo assimilável do solo expresso em ppm de fósforo elementar.

Nenhum dos parâmetros foi significativo e o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) foi muito baixo. Este modelo foi abandonado porque o autor decidiu usar um modelo alternativo, que considerasse como variável dependente somente o aumento de produção devido à aplicação de fertilizante fosfatado.

A hipótese básica, neste caso, é que grande parte da variação não explicada poderia ser devida tanto ao modelo como à variação das testemunhas.

A nova equação obtida foi:

$$\hat{Y} = 3,8941 + 5,8231 P - 0,8823 P^2 - 0,3835 Pp + 0,0562 P^2p ,$$

onde somente as estimativas dos parâmetros dos termos em  $Pp$  e  $P^2p$  foram significativas e o  $R^2$  foi 0,301.

Para a determinação da dose economicamente aconselhável de nutriente, o autor utilizou 4 ensaios fatoriais 5 x 5 de adubação NP em trigo.

Considerou, para cada ensaio, um grupo com 25 tratamentos que designou por A e outro grupo de 13 tratamentos apenas, escolhidos dos 25 tratamentos, que designou por B.

As 8 funções de produção ajustadas obedeciam ao modelo:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1N + b_2P + b_3N^2 + b_4P^2 + b_5NP.$$

O autor verificou que as estimativas de produção obtidas para o grupo A são semelhantes às obtidas para o grupo B, mas que as doses de nutrientes economicamente aconselháveis obtidas para um e outro grupo apresentam diferenças consideráveis.

ZAGATTO e PIMENTEL GOMES (1967) apresentam um traba -

lho sôbre funções de produção a uma, duas e três variáveis indepen-  
dentes.

Sôbre regressão polinomial com três variáveis indepen-  
dentes, os autores mostram, num exemplo, a aplicação do polinômio de  
2º grau e indicam as medidas para reduzir, ou mesmo sanar as dificul-  
dades que surgem no seu empêgo. Tais medidas são as que seguem:

1. Usar sempre grupos de ensaios numerosos ou ensaios iso-  
lados com diversas repetições e boa precisão.

2. Não confiar em doses ótimas obtidas a partir de polinô-  
mios de coeficientes para os termos do 2º grau em  $X_1^2$ ,  $X_2^2$ , etc.,  
que não sejam significativamente diferentes de zero.

3. Verificar sempre se os valôres obtidos correspondem re-  
almente a um máximo.

4. Calcular intervalos de confiança para as doses ótimas  
encontradas, para poder julgar qual o seu real valor.

MORAES (1969) apresenta um trabalho sôbre regressão po-  
linomial ajustada aos ensaios fatoriais  $3^3$  de adubaçãõ de milho com  
N, P, K em nívéis não eqüidistantes.

A equaçãõ de regressãõ obtida foi:

$$\hat{Y} = 294,095 - 11,620 x_1^2 + 0,714 x_2^2 + 11,018 x_3^2 - 10,384 x_1 x_2 - \\ - 11,304 x_1 x_3 - 19,677 x_2 x_3 + 266,045 x_1 + \\ + 347,156 x_2 + 187,761 x_3 ,$$

onde  $\hat{Y}$  refere-se à produção em kg/ha e  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  são, respectiva-  
mente, as doses de N,  $P_2O_5$  e  $K_2O$  expressas em dezenas de quilogramas  
por hectare.

Foram determinados os intervalos de confiança para os  
parâmetros, as estimativas das produções a partir da equaçãõ de re-  
gressãõ e os respectivos intervalos de confiança. Foi feita a análi-

se de variância da regressão e obtido o coeficiente de determinação.

O autor observou que as estimativas das produções foram boas se considerarmos as limitações do método, mas que os intervalos de confiança para os parâmetros foram amplos. Isto concorda com outros exemplos da literatura. O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) foi 0,949, ou seja, 94,9% da variação é explicado pela regressão.

Os testes para os parâmetros foram altamente significativos, com exceção dos testes para os termos em  $x_2^2$  e  $x_3^2$ , o que levou o autor à conclusão de que, dentro do intervalo estudado, a produção reage linearmente aos nutrientes  $P_2O_5$  e  $K_2O$ .

Foi estudada a função receita líquida que, para o ensaio em questão, não possui máximo, mas um ponto de sela. Entretanto, considerando somente os valores contidos dentro do intervalo usado no experimento, há um máximo absoluto da função para  $x_1 = 4,94$ ,  $x_2 = 6,00$ ,  $x_3 = 5,00$ , o que permitiu ao autor recomendar as seguintes doses de nutrientes:

49,4 kg/ha de N  
60,0 kg/ha de  $P_2O_5$   
50,0 kg/ha de  $K_2O$ .

PIMENTEL GOMES (1969) apresenta uma análise crítica do estudo da economia de adubação, dando ênfase ao problema da determinação do ponto de máximo da função de receita líquida. O autor lembra, ainda, que mesmo que essa função tenha um máximo, este será válido somente se estiver na região explorada pelo experimento.



3. A REGRESSÃO POLINOMIAL AJUSTADA  
AOS ENSAIOS FATORIAIS

### 3. A REGRESSÃO POLINOMIAL AJUSTADA AOS ENSAIOS FATORIAIS.

Embora a determinação das estimativas dos parâmetros das regressões polinomiais seja conhecida, julgamos necessária, para a boa compreensão do presente trabalho, a complementação dedutiva que consta neste capítulo.

Para facilidade de cálculos, codificamos os valores de  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  como sendo zero, 1 e 2, graças à transformação:

$$x_i = \frac{X_i}{q} \quad (i=1,2,3)$$

onde  $X_i$  é a dose do nutriente e  $q$  é a diferença entre as doses.

#### 3.1 - Estimativas dos Parâmetros.

##### 3.1.1 - Dos ensaios individuais.

Os modelos estatísticos ajustados aos ensaios individuais são:

Modêlo II:

$$Y_i = a_0 + a_{11}x_1 + a_{22}x_2 + a_{33}x_3 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3 + e_i$$

Modêlo III:

$$Y_i = a_0 + a_{11}x_1 + a_{22}x_2 + a_{33}x_3 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3 + e_i$$

As estimativas dos parâmetros da regressão polinomial são obtidas através do método dos quadrados mínimos, pela reso-

lução do sistema de equações normais:

$$\hat{\beta} = S^{-1}X'Y,$$

onde  $X$  é a matriz dos valores assumidos por  $x_1, x_2, x_3$  nos 27 tratamentos,  $S^{-1} = (X'X)^{-1}$  e  $Y$  é o vetor das produções.

Fácilmente se obtém, para o modelo II:

$X =$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1
	1	0	0	$\sqrt{2}$	0	0	0	0	0	2
	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1
	1	0	1	$\sqrt{2}$	0	0	$\sqrt{2}$	0	1	2
	1	0	$\sqrt{2}$	0	0	0	0	0	2	0
	1	0	$\sqrt{2}$	1	0	0	$\sqrt{2}$	0	2	1
	1	0	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	0	0	2	0	2	2
	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
	1	1	0	$\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	0	1	0	2
	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1	1	2
	1	1	$\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	0	0	1	2	0
	1	1	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	1	2	1
	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	2	1	2	2
	1	$\sqrt{2}$	0	0	0	0	0	2	0	0
	1	$\sqrt{2}$	0	1	0	$\sqrt{2}$	0	2	0	1
	1	$\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	0	2	0	2	0	2
	1	$\sqrt{2}$	1	0	$\sqrt{2}$	0	0	2	1	0
	1	$\sqrt{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1	2	1	1
	1	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	2	$\sqrt{2}$	2	1	2
	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	0	2	0	0	2	2	0
	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1	2	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	2	2	1
	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	2	2	2	2	2	2

27	$9(1+\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$	$3(3+2\sqrt{2})$	$3(3+2\sqrt{2})$	$3(3+2\sqrt{2})$	27	27	27
$9(1+\sqrt{2})$	27	$3(3+2\sqrt{2})$	$3(3+2\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$	$7+5\sqrt{2}$	$9(1+2\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$
$9(1+\sqrt{2})$	$3(3+2\sqrt{2})$	27	$3(3+2\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$	$7+5\sqrt{2}$	$9(1+\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$
$9(1+\sqrt{2})$	$3(3+2\sqrt{2})$	$3(3+2\sqrt{2})$	27	27	$7+5\sqrt{2}$	$9(1+\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$
$3(3+2\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$	$7+5\sqrt{2}$	$3(3+2\sqrt{2})$	$3(3+2\sqrt{2})$	$3(3+2\sqrt{2})$	$3(5+3\sqrt{2})$	$3(5+3\sqrt{2})$	$3(3+2\sqrt{2})$
$3(3+2\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$	$7+5\sqrt{2}$	$9(1+\sqrt{2})$	$3(3+2\sqrt{2})$	$3(3+2\sqrt{2})$	27	$3(5+3\sqrt{2})$	$3(3+2\sqrt{2})$	$3(5+3\sqrt{2})$
27	$9(1+2\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$	$3(5+3\sqrt{2})$	$3(5+3\sqrt{2})$	$3(3+2\sqrt{2})$	45	27	27
27	$9(1+\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$	$3(3+2\sqrt{2})$	$3(3+2\sqrt{2})$	$3(5+3\sqrt{2})$	27	45	27
27	$9(1+\sqrt{2})$	$9(1+\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$	$3(3+2\sqrt{2})$	$3(5+3\sqrt{2})$	$3(5+3\sqrt{2})$	27	27	45

$S=X'X=$

ou

27,00000	21,72792	21,72792	21,72792	17,48528	17,48528	17,48528	27,00000	27,00000	27,00000
21,72792	27,00000	17,48528	17,48528	21,72792	21,72792	14,07106	34,45584	21,72792	21,72792
21,72792	17,48528	27,00000	17,48528	21,72792	14,07106	21,72792	21,72792	34,45584	21,72792
21,72792	17,48528	17,48528	27,00000	14,07106	21,72792	21,72792	21,72792	21,72792	34,45584
17,48528	21,72792	21,72792	14,07106	27,00000	17,48528	17,48528	27,72792	27,72792	17,48528
17,48528	21,72792	14,07106	21,72792	21,72792	17,48528	17,48528	27,72792	17,48528	27,72792
17,48528	14,07106	21,72792	21,72792	17,48528	17,48528	27,00000	17,48528	27,72792	27,72792
27,00000	34,45584	21,72792	21,72792	27,72792	27,72792	17,48528	45,00000	27,00000	27,00000
27,00000	21,72792	34,45584	21,72792	27,72792	17,48528	27,72792	27,00000	45,00000	27,00000
27,00000	21,72792	21,72792	34,45584	17,48528	27,72792	27,72792	27,00000	27,00000	45,00000

$S=X'X=$

Sua inversa é:

0,63450	-0,50054	-0,50054	-0,50054	0,19314	0,19314	0,19314	0,19314	0,19314	0,07857	0,07857	0,07857	0,07857	0,07857	0,07857
-0,50054	2,32910	0,19314	0,19314	-0,24001	0,24001	0,24001	0,24001	0,00000	-1,37377	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
-0,50054	0,19314	2,32910	0,19314	-0,24001	-0,24001	0,00000	-0,24001	-0,24001	0,00000	0,00000	0,00000	-1,37377	0,00000	0,00000
-0,50054	0,19314	0,19314	0,19314	2,32910	0,00000	0,29824	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	-1,37377
0,19314	-0,24001	-0,24001	-0,24001	0,00000	0,29824	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,19314	-0,24001	0,00000	0,00000	-0,24001	0,29824	0,00000	0,00000	0,29824	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,19314	0,00000	-0,24001	-0,24001	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,07857	-1,37377	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	1,02696	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,07857	0,00000	-1,37377	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	1,02696	0,00000	0,00000	0,00000
0,07857	0,00000	0,00000	0,00000	-1,37377	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	1,02696

$S^{-1} =$

Analogamente, para o modelo III, temos:

$X =$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1
	1	0	0	$2\sqrt{2}$	0	0	0	0	0	2
	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1
	1	0	1	$2\sqrt{2}$	0	0	2	0	1	2
	1	0	$2\sqrt{2}$	0	0	0	0	0	2	0
	1	0	$2\sqrt{2}$	1	0	0	2	0	2	1
	1	0	$2\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	0	0	4	0	2	2
	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
	1	1	0	$2\sqrt{2}$	0	2	0	1	0	2
	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	$2\sqrt{2}$	1	2	2	1	1	2
	1	1	$2\sqrt{2}$	0	2	0	0	1	2	0
	1	1	$2\sqrt{2}$	1	2	1	2	1	2	1
	1	1	$2\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	2	2	4	1	2	2
	1	$2\sqrt{2}$	0	0	0	0	0	2	0	0
	1	$2\sqrt{2}$	0	1	0	2	0	2	0	1
	1	$2\sqrt{2}$	0	$2\sqrt{2}$	0	4	0	2	0	2
	1	$2\sqrt{2}$	1	0	2	0	0	2	1	0
	1	$2\sqrt{2}$	1	1	2	2	1	2	1	1
	1	$2\sqrt{2}$	1	$2\sqrt{2}$	2	4	2	2	1	2
	1	$2\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	0	4	0	0	2	2	0
1	$2\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	1	4	2	2	2	2	1	
1	$2\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	4	4	4	2	2	2	

27	$9(1+2\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$	27	27	27	27	27	27
$9(1+2\sqrt{2})$	81	$27+12\sqrt{2}$	$27+12\sqrt{2}$	$9(1+4\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$	$9(1+4\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$	$9(1+4\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$
$9(1+2\sqrt{2})$	$27+12\sqrt{2}$	81	$27+12\sqrt{2}$	$9(1+4\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$	$9(1+4\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$	$9(1+4\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$
$9(1+2\sqrt{2})$	$27+12\sqrt{2}$	$27+12\sqrt{2}$	81	$9(1+4\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$	$9(1+4\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$	$9(1+4\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$
27	$9(1+4\sqrt{2})$	$9(1+4\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$	75	45	45	45	45	27
27	$9(1+4\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$	$9(1+4\sqrt{2})$	45	75	45	45	27	45
27	$9(1+2\sqrt{2})$	$9(1+4\sqrt{2})$	$9(1+4\sqrt{2})$	45	45	75	27	45	45
27	$9(1+4\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$	45	45	27	45	27	27
27	$9(1+2\sqrt{2})$	$9(1+4\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$	45	27	45	27	45	27
27	$9(1+2\sqrt{2})$	$9(1+2\sqrt{2})$	$9(1+4\sqrt{2})$	27	45	45	27	27	45

S=X'X=

ou

27,00000	34,45584	34,45584	34,45584	27,00000	27,00000	27,00000	27,00000	27,00000	27,00000
34,45584	81,00000	43,97056	43,97056	59,91168	59,91168	34,45584	59,91168	34,45584	34,45584
34,45584	43,97056	81,00000	43,97056	59,91168	34,45584	59,91168	34,45584	59,91168	34,45584
34,45584	43,97056	43,97056	81,00000	34,45584	59,91168	59,91168	34,45584	34,45584	59,91168
27,00000	59,91168	59,91168	34,45584	75,00000	45,00000	45,00000	45,00000	45,00000	27,00000
27,00000	59,91168	34,45584	59,91168	45,00000	75,00000	45,00000	45,00000	27,00000	45,00000
27,00000	34,45584	59,91168	59,91168	45,00000	45,00000	75,00000	27,00000	45,00000	45,00000
27,00000	59,91168	34,45584	34,45584	45,00000	45,00000	45,00000	27,00000	45,00000	27,00000
27,00000	34,45584	59,91168	34,45584	45,00000	27,00000	45,00000	27,00000	45,00000	27,00000
27,00000	34,45584	34,45584	59,91168	27,00000	45,00000	45,00000	27,00000	45,00000	45,00000

S=X'X=

cuja inversa é:

0,50926	0,13412	0,13412	0,13412	0,08333	0,08333	0,08333	-0,41190	-0,41190	-0,41190
0,13412	0,97410	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	-1,37377	0,00000	0,00000
0,13412	0,00000	0,97410	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	-1,37377	0,00000
0,13412	0,00000	0,00000	0,97410	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	-1,37377
0,08333	0,00000	0,00000	0,00000	0,08333	0,00000	0,00000	-0,08333	-0,08333	0,00000
0,08333	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,08333	0,00000	-0,08333	0,00000	-0,08333
0,08333	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,08333	0,00000	-0,08333	-0,08333
-0,41190	-1,37377	0,00000	0,00000	-0,08333	-0,08333	0,00000	2,16503	0,08333	0,08333
-0,41190	0,00000	-1,37377	0,00000	-0,08333	-0,08333	-0,08333	0,08333	2,16503	0,08333
-0,41190	0,00000	0,00000	-1,37377	0,00000	-0,08333	-0,08333	0,08333	0,08333	2,16503

S<sup>-1</sup>=



3.1.2 - Dos grupos de ensaios.

Os modelos estatísticos ajustados aos grupos de  $N$  ensaios são:

Modelo II:

$$\bar{Y}_i = \frac{\sum_{j=1}^N Y_{ij}}{N} = a_0 + a_{11}x_1 \frac{1}{2} + a_{22}x_2 \frac{1}{2} + a_{33}x_3 \frac{1}{2} + a_{12}x_1 \frac{1}{2} x_2 \frac{1}{2} + a_{13}x_1 \frac{1}{2} x_3 \frac{1}{2} + a_{23}x_2 \frac{1}{2} x_3 \frac{1}{2} + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3 + \bar{e}_i .$$

Modelo III:

$$\bar{Y}_i = \frac{\sum_{j=1}^N Y_{ij}}{N} = a_0 + a_{11}x_1 \frac{3}{2} + a_{22}x_2 \frac{3}{2} + a_{33}x_3 \frac{3}{2} + a_{12}x_1 x_2 + a_{13}x_1 x_3 + a_{23}x_2 x_3 + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3 + \bar{e}_i .$$

As estimativas dos parâmetros dessas regressões polinomiais são obtidas através do método dos quadrados mínimos, pela resolução do sistema de equações normais

$$\hat{\beta} = S^{-1} X' \bar{Y}$$

onde  $\bar{Y}$  é o vetor das 27 médias (uma para cada um dos 27 tratamentos) dos  $N$  ensaios.

3.2 - Variâncias, Covariâncias e Intervalos de Confiança das Estimativas dos Parâmetros.

3.2.1 - Dos ensaios individuais.

As variâncias e as covariâncias das estimativas dos

parâmetros das regressões polinomiais ajustadas aos ensaios individuais são dadas pela matriz de dispersão  $S^{-1}\sigma^2$ , onde as variâncias se localizam na diagonal principal e as covariâncias se localizam fora dessa diagonal.

Os valores de tais variâncias e covariâncias, para os dois modelos de regressão estudados, constam no quadro I.

QUADRO I: Variâncias e covariâncias das estimativas dos parâmetros para os ensaios individuais, relativos aos modelos II e III.  
(1)

	MODELO II	MODELO III
$V(\hat{a}_o)$	$0,63450 \sigma^2$	$0,50926 \sigma^2$
$V(\hat{a}_{ii})$	$2,32910 \sigma^2$	$0,97140 \sigma^2$
$V(\hat{a}_{mn})$	$0,29824 \sigma^2$	$0,08333 \sigma^2$
$V(\hat{a}_{i4})$	$1,02696 \sigma^2$	$2,16503 \sigma^2$
$Cov(\hat{a}_o, \hat{a}_{ii})$	$-0,50054 \sigma^2$	$0,13412 \sigma^2$
$Cov(\hat{a}_o, \hat{a}_{mn})$	$0,19314 \sigma^2$	$0,08333 \sigma^2$
$Cov(\hat{a}_o, \hat{a}_{i4})$	$0,07857 \sigma^2$	$-0,41190 \sigma^2$
$Cov(\hat{a}_{ii}, \hat{a}_{jj})$	$0,19314 \sigma^2$	0
$Cov(\hat{a}_{ii}, \hat{a}_{mn})$	$-0,24001 \sigma^2$	0
$Cov(\hat{a}_{ii}, \hat{a}_{i4})$	$-1,37377 \sigma^2$	$-1,37377 \sigma^2$
$Cov(\hat{a}_{mn}, \hat{a}_{m4})$	0	$-0,08333 \sigma^2$
$Cov(\hat{a}_{mn}, \hat{a}_{n4})$	0	$-0,08333 \sigma^2$
$Cov(\hat{a}_{m4}, \hat{a}_{n4})$	0	$-0,08333 \sigma^2$

(1) onde  $i=1,2,3$ ;  $j=1,2,3(i \neq j)$ ;  $m=1,2$ ;  $n=2,3 (m \neq n)$ ;  $i \neq m$ ,  $i \neq n$ .

As covariâncias que não constam no quadro I são nulas nos dois modelos.

Obtemos as estimativas das variâncias e das covariâncias dos parâmetros estimados, substituindo  $\sigma^2$  pela sua estimativa  $s^2$ , que é o quadrado médio residual da análise de variância de regressão.

Partindo da pressuposição de que os erros de regressão têm distribuição normal, determinamos os intervalos de confiança dos parâmetros.

Neste caso, como em todo o trabalho, tomaremos  $t = 2,00$  para obter os intervalos de confiança, ou seja, consideraremos sempre o nível de significância aproximadamente igual a 5% ( $\alpha \approx 5\%$ ).

Os intervalos de confiança dos parâmetros dos ensaios individuais, para os modelos II e III constam no quadro II.

QUADRO II: Intervalos de confiança dos parâmetros para os ensaios individuais relativos aos modelos II e III. ( $t = 2,00$ ). (2)

MODELO II	MODELO III
$\hat{a}_0 \pm 1,59312s$	$\hat{a}_0 \pm 1,42724s$
$\hat{a}_{ii} \pm 3,05228s$	$\hat{a}_{ii} \pm 1,97120s$
$\hat{a}_{mn} \pm 1,09222s$	$\hat{a}_{mn} \pm 0,57734s$
$\hat{a}_{i4} \pm 2,02678s$	$\hat{a}_{i4} \pm 2,94280s$

(2)  $i = 1,2,3$  ;  $m = 1,2$  ,  $n = 2,3$  ( $m \neq n$ ).

### 3.2.2 - Dos grupos de ensaios.

As variâncias e as covariâncias das estimativas dos parâmetros da regressão polinomial ajustadas aos grupos de  $N$  ensaios são dadas pela matriz de dispersão:

$$D = \{E (\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)'\}$$

Mas

$$\begin{aligned} \hat{\beta} &= S^{-1}X'Y = S^{-1}X'(X\beta + \bar{\epsilon}) = \\ &= S^{-1}X'X\beta + S^{-1}X'\bar{\epsilon} = \\ &= \beta + S^{-1}X'\bar{\epsilon} \end{aligned}$$

Logo:

$$\hat{\beta} - \beta = S^{-1}X'\bar{\epsilon}$$

Então:

$$\begin{aligned} D &= \{E (S^{-1}X'\bar{\epsilon})(\bar{\epsilon}'XS^{-1})\} = \\ &= S^{-1}X'E(\bar{\epsilon}\bar{\epsilon}')XS^{-1} = \\ &= S^{-1}E(\bar{\epsilon}\bar{\epsilon}') = \\ &= S^{-1} \frac{\sigma^2}{N} \end{aligned}$$

onde as variâncias se localizam na diagonal principal e as covariâncias se localizam fora dessa diagonal.

Os valores de tais variâncias e covariâncias, para os dois modelos de regressão polinomial, são iguais àqueles apresentados no quadro I divididos por  $N$  ( $N$  = número de ensaios que constituem cada grupo).

As estimativas das variâncias e covariâncias das estimativas dos parâmetros são obtidas substituindo  $\sigma^2$  pela sua estimativa  $s^2$ , que é o quadrado médio residual da análise conjunta de regressão.

Partindo da pressuposição de que os erros de regres

são têm distribuição normal, determinamos os intervalos de confiança dos parâmetros para os grupos de  $N$  ensaios. Tomando  $t = 2,00$ , obtemos os mesmos valores que constam no quadro II, divididos por  $\sqrt{N}$ .

### 3.3 - Variâncias e Intervalos de Confiança para as Estimativas dos Rendimentos.

No caso do modelo II, a estimativa da produção é dada por :

$$\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_{11}x_1 \frac{1}{2} + \hat{a}_{22}x_2 \frac{1}{2} + \hat{a}_{33}x_3 \frac{1}{2} + \hat{a}_{12}x_1 \frac{1}{2} + \hat{a}_{13}x_1 \frac{1}{2} \frac{1}{2} + \hat{a}_{23}x_2 \frac{1}{2} \frac{1}{2} + \hat{a}_{14}x_1 + \hat{a}_{24}x_2 + \hat{a}_{34}x_3.$$

Aplicando a propriedade de variância de uma soma a essa expressão, temos:

$$\begin{aligned} \hat{V}(\hat{Y}) = & V(\hat{a}_0) + x_1^2 V(\hat{a}_{11}) + x_2^2 V(\hat{a}_{22}) + x_3^2 V(\hat{a}_{33}) + x_1 x_2 V(\hat{a}_{12}) + \\ & + x_1 x_3 V(\hat{a}_{13}) + x_2 x_3 V(\hat{a}_{23}) + x_1^2 V(\hat{a}_{14}) + x_2^2 V(\hat{a}_{24}) + \\ & + x_3^2 V(\hat{a}_{34}) + 2x_1 \frac{1}{2} \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{11}) + 2x_2 \frac{1}{2} \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{22}) + \\ & + 2x_3 \frac{1}{2} \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{33}) + 2x_1 \frac{1}{2} \frac{1}{2} \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{12}) + \\ & + 2x_1 \frac{1}{2} \frac{1}{2} \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{13}) + 2x_2 \frac{1}{2} \frac{1}{2} \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{23}) + \\ & + 2x_1 \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{14}) + 2x_2 \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{24}) + 2x_3 \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{34}) + \\ & + 2x_1 \frac{1}{2} \frac{1}{2} \text{Cov}(\hat{a}_{11}, \hat{a}_{22}) + 2x_1 \frac{1}{2} \frac{1}{2} \text{Cov}(\hat{a}_{11}, \hat{a}_{33}) + \\ & + 2x_1 x_2 \frac{1}{2} \text{Cov}(\hat{a}_{11}, \hat{a}_{12}) + 2x_1 x_3 \frac{1}{2} \text{Cov}(\hat{a}_{11}, \hat{a}_{13}) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 2x_1 \frac{3}{2} \text{Cov}(\hat{a}_{11}, \hat{a}_{14}) + 2x_2 \frac{1}{2} x_3 \frac{1}{2} \text{Cov}(\hat{a}_{22}, \hat{a}_{33}) + \\
 &+ 2x_2 x_1 \frac{1}{2} \text{Cov}(\hat{a}_{22}, \hat{a}_{12}) + 2x_2 x_3 \frac{1}{2} \text{Cov}(\hat{a}_{22}, \hat{a}_{23}) + \\
 &+ 2x_2 \frac{3}{2} \text{Cov}(\hat{a}_{22}, \hat{a}_{24}) + 2x_3 x_1 \frac{1}{2} \text{Cov}(\hat{a}_{33}, \hat{a}_{13}) + \\
 &+ 2x_3 x_2 \frac{1}{2} \text{Cov}(\hat{a}_{33}, \hat{a}_{23}) + 2x_3 \frac{3}{2} \text{Cov}(\hat{a}_{33}, \hat{a}_{34}) .
 \end{aligned}$$

Nesta expressão, não constam as covariâncias cujos valores são nulos.

No caso do modelo III, a estimativa da produção é dada por:

$$\begin{aligned}
 \hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_{11} x_1 \frac{3}{2} + \hat{a}_{22} x_2 \frac{3}{2} + \hat{a}_{33} x_3 \frac{3}{2} + \hat{a}_{12} x_1 x_2 + \hat{a}_{13} x_1 x_3 + \\
 + \hat{a}_{23} x_2 x_3 + \hat{a}_{14} x_1 + \hat{a}_{24} x_2 + \hat{a}_{34} x_3 .
 \end{aligned}$$

Aplicando a propriedade de variância de uma soma a essa expressão, temos:

$$\begin{aligned}
 V(\hat{Y}) = V(\hat{a}_0) + x_1^3 V(\hat{a}_{11}) + x_2^3 V(\hat{a}_{22}) + x_3^3 V(\hat{a}_{33}) + x_1^2 x_2^2 V(\hat{a}_{12}) + \\
 + x_1^2 x_3^2 V(\hat{a}_{13}) + x_2^2 x_3^2 V(\hat{a}_{23}) + x_1^2 V(\hat{a}_{14}) + x_2^2 V(\hat{a}_{24}) + \\
 + x_3^2 V(\hat{a}_{34}) + 2x_1 \frac{3}{2} \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{11}) + 2x_2 \frac{3}{2} \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{22}) + \\
 + 2x_3 \frac{3}{2} \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{33}) + 2x_1 x_2 \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{12}) + \\
 + 2x_1 x_3 \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{13}) + 2x_2 x_3 \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{23}) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 2x_1 \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{14}) + 2x_2 \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{24}) + \\
 &+ 2x_3 \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_{34}) + 2x_1^2 \text{Cov}(\hat{a}_{11}, \hat{a}_{14}) + \\
 &+ 2x_2^2 \text{Cov}(\hat{a}_{22}, \hat{a}_{24}) + 2x_3^2 \text{Cov}(\hat{a}_{33}, \hat{a}_{34}) + \\
 &+ 2x_1^2 \text{Cov}(\hat{a}_{12}, \hat{a}_{14}) + 2x_1 x_2^2 \text{Cov}(\hat{a}_{12}, \hat{a}_{24}) + \\
 &+ 2x_1^2 x_3 \text{Cov}(\hat{a}_{13}, \hat{a}_{14}) + 2x_1 x_3^2 \text{Cov}(\hat{a}_{13}, \hat{a}_{34}) + \\
 &+ 2x_2^2 x_3 \text{Cov}(\hat{a}_{23}, \hat{a}_{24}) + 2x_2 x_3^2 \text{Cov}(\hat{a}_{23}, \hat{a}_{34}) + \\
 &+ 2x_1 x_2 \text{Cov}(\hat{a}_{14}, \hat{a}_{24}) + 2x_1 x_3 \text{Cov}(\hat{a}_{14}, \hat{a}_{34}) + \\
 &+ 2x_2 x_3 \text{Cov}(\hat{a}_{24}, \hat{a}_{34}) .
 \end{aligned}$$

Nesta expressão, não constam as covariâncias cujos valores são nulos.

Os 27 tratamentos são dados pelas combinações dos diferentes níveis dos nutrientes  $x_1, x_2, x_3$  (0, 1, 2). Podemos reunir em grupos os tratamentos que apresentam a mesma variância da estimativa dos rendimentos. Assim, temos:

- 1º GRUPO : 0 0 0
- 2º GRUPO : 1 1 1
- 3º GRUPO : 2 2 2
- 4º GRUPO : 0 0 1    0 1 0    1 0 0
- 5º GRUPO : 0 0 2    0 2 0    2 0 0
- 6º GRUPO : 0 1 1    1 0 1    1 1 0

7º GRUPO :	0 1 2	0 2 1	1 0 2
	1 2 0	2 0 1	2 1 0
8º GRUPO :	0 2 2	2 0 2	2 2 0
9º GRUPO :	1 1 2	1 2 1	2 1 1
10º GRUPO :	1 2 2	2 1 2	2 2 1

Agora é fácil obter as variâncias das estimativas dos rendimentos. Basta substituir, em cada grupo,  $x_1, x_2, x_3$  pelos valores que eles assumem e as variâncias das estimativas dos parâmetros pelos seus já conhecidos valores.

Assim, obtemos para os ensaios individuais os valores que constam no quadro III.

QUADRO III: Variâncias das estimativas dos rendimentos para os ensaios individuais, relativas aos modelos II e III.

GRUPOS	MODÉLO II	MODÉLO III
1º GRUPO	0,63450 $\sigma^2$	0,50926 $\sigma^2$
2º GRUPO	0,26052 $\sigma^2$	0,25924 $\sigma^2$
3º GRUPO	0,38271 $\sigma^2$	0,50933 $\sigma^2$
4º GRUPO	0,39908 $\sigma^2$	0,34259 $\sigma^2$
5º GRUPO	0,52788 $\sigma^2$	0,50929 $\sigma^2$
6º GRUPO	0,27442 $\sigma^2$	0,25925 $\sigma^2$
7º GRUPO	0,34261 $\sigma^2$	0,34262 $\sigma^2$
8º GRUPO	0,44396 $\sigma^2$	0,50930 $\sigma^2$
9º GRUPO	0,26810 $\sigma^2$	0,25928 $\sigma^2$
10º GRUPO	0,30885 $\sigma^2$	0,34263 $\sigma^2$

Para grupos de  $\underline{N}$  ensaios, as variâncias das estimativas dos rendimentos são as mesmas que constam no quadro III, divididas por  $\underline{N}$ .



Obtemos as estimativas das variâncias das estimativas dos rendimentos, substituindo  $\sigma^2$  pela sua estimativa  $s^2$ , que é o quadrado médio residual da análise de variância da regressão.

Conhecidas as estimativas das variâncias das estimativas dos rendimentos, determinamos os intervalos de confiança dos rendimentos. Tais valores para os ensaios individuais, tomando  $t = 2,00$ , constam no quadro IV.

QUADRO IV: Intervalos de confiança dos rendimentos, para os ensaios individuais, relativos aos modelos II e III ( $t = 2,00$ ).

	MODELO II	MODELO III
1º GRUPO:	$\hat{Y} \pm 1,59312 \text{ s}$	$\hat{Y} \pm 1,42724 \text{ s}$
2º GRUPO:	$\hat{Y} \pm 1,02082 \text{ s}$	$\hat{Y} \pm 1,01832 \text{ s}$
3º GRUPO:	$\hat{Y} \pm 1,26346 \text{ s}$	$\hat{Y} \pm 1,42734 \text{ s}$
4º GRUPO:	$\hat{Y} \pm 1,26346 \text{ s}$	$\hat{Y} \pm 1,17062 \text{ s}$
5º GRUPO:	$\hat{Y} \pm 1,45310 \text{ s}$	$\hat{Y} \pm 1,42728 \text{ s}$
6º GRUPO:	$\hat{Y} \pm 1,04770 \text{ s}$	$\hat{Y} \pm 1,01832 \text{ s}$
7º GRUPO:	$\hat{Y} \pm 1,17066 \text{ s}$	$\hat{Y} \pm 1,17068 \text{ s}$
8º GRUPO:	$\hat{Y} \pm 1,33260 \text{ s}$	$\hat{Y} \pm 1,42730 \text{ s}$
9º GRUPO:	$\hat{Y} \pm 1,03556 \text{ s}$	$\hat{Y} \pm 1,01840 \text{ s}$
10º GRUPO:	$\hat{Y} \pm 1,11148 \text{ s}$	$\hat{Y} \pm 1,17070 \text{ s}$

Para grupos de  $N$  ensaios, os intervalos de confiança dos rendimentos são os mesmos que constam no quadro IV, divididos por  $\sqrt{N}$ , sendo  $s$  a raiz quadrada do quadrado médio residual da análise conjunta de regressão.

### 3.4 - Níveis Ótimos dos Fatores $x_1$ , $x_2$ , $x_3$ das Superfícies de Regposta.

Entendemos por níveis ótimos dos fatores de produção aqueles que conduzem à receita líquida máxima do empreendimento que estamos realizando. No caso presente, os níveis ótimos dos fatores são as doses economicamente aconselháveis dos nutrientes ( $x_1^*$ ,  $x_2^*$ ,  $x_3^*$ ), que conduzem à produção que leva à receita líquida máxima.

A receita líquida é dada pela função:

$$L(x_1, x_2, x_3) = \hat{Y}w - (x_1t_1 + x_2t_2 + x_3t_3) - m$$

onde  $w$  é o preço do quilo de milho;  $t_1$ ,  $t_2$  e  $t_3$  são os preços das doses de nitrogênio (N), fósforo ( $P_2O_5$ ) e potássio ( $K_2O$ ) respectivamente;  $m$  são os custos fixos.

A condição necessária para que a função  $L(x_1, x_2, x_3)$  tenha um ponto de máximo é que  $dL \equiv 0$ . Então, temos:

$$dL \equiv \frac{\partial L}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial L}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial L}{\partial x_3} dx_3 \equiv 0$$

Logo:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = w \frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_1} - t_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = w \frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_2} - t_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_3} = w \frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_3} - t_3 = 0$$

Conseqüentemente, podemos escrever:

$$\frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_1} = \frac{t_1}{w} = R_1, \quad \frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_2} = \frac{t_2}{w} = R_2, \quad \frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_3} = \frac{t_3}{w} = R_3$$

onde  $R_i$  ( $i=1,2,3$ ) é relação de preços, que praticamente não se altera com a variação de seus membros devida à inflação.

No caso do modelo II, temos:

$$\frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_1} = \hat{a}_{11} \frac{1}{2\sqrt{x_1}} + \hat{a}_{12} \frac{x_2}{2\sqrt{x_1}} + \hat{a}_{13} \frac{x_3}{2\sqrt{x_1}} + \hat{a}_{14},$$

definida para  $x_1 > 0$ .

$$\frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_2} = \hat{a}_{22} \frac{1}{2\sqrt{x_2}} + \hat{a}_{12} \frac{x_1}{2\sqrt{x_2}} + \hat{a}_{23} \frac{x_3}{2\sqrt{x_2}} + \hat{a}_{24},$$

definida para  $x_2 > 0$ .

$$\frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_3} = \hat{a}_{33} \frac{1}{2\sqrt{x_3}} + \hat{a}_{13} \frac{x_1}{2\sqrt{x_3}} + \hat{a}_{23} \frac{x_2}{2\sqrt{x_3}} + \hat{a}_{34},$$

definida para  $x_3 > 0$ .

Então, podemos escrever o sistema de equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{a}_{11} \frac{1}{2\sqrt{x_1}} + \hat{a}_{12} \frac{\sqrt{x_2}}{2\sqrt{x_1}} + \hat{a}_{13} \frac{\sqrt{x_3}}{2\sqrt{x_1}} = R_1 - \hat{a}_{14} \\ \hat{a}_{12} \frac{x_1}{2\sqrt{x_2}} + \hat{a}_{22} \frac{1}{2\sqrt{x_2}} + \hat{a}_{23} \frac{x_3}{2\sqrt{x_2}} = R_2 - \hat{a}_{24} \\ \hat{a}_{13} \frac{x_1}{2\sqrt{x_3}} + \hat{a}_{23} \frac{x_2}{2\sqrt{x_3}} + \hat{a}_{33} \frac{1}{2\sqrt{x_3}} = R_3 - \hat{a}_{34} \end{array} \right.$$

Multiplicando ambos os membros das equações por  $2\sqrt{x_1}$ ,  $2\sqrt{x_2}$

e  $2\sqrt{x_3}$  respectivamente, obtemos:

$$\begin{cases} -2(R_1 - \hat{a}_{14})\sqrt{x_1} + \hat{a}_{12}\sqrt{x_2} + \hat{a}_{13}\sqrt{x_3} = -\hat{a}_{11} \\ \hat{a}_{12}\sqrt{x_1} - 2(R_2 - \hat{a}_{24})\sqrt{x_2} + \hat{a}_{23}\sqrt{x_3} = -\hat{a}_{22} \\ \hat{a}_{13}\sqrt{x_1} + \hat{a}_{23}\sqrt{x_2} - 2(R_3 - \hat{a}_{34})\sqrt{x_3} = -\hat{a}_{33} \end{cases}$$

Fazendo  $\sqrt{x_1} = Z_1$ ,  $\sqrt{x_2} = Z_2$ ,  $\sqrt{x_3} = Z_3$ , obtemos:

$$\begin{cases} -2(R_1 - \hat{a}_{14})Z_1 + \hat{a}_{12}Z_2 + \hat{a}_{13}Z_3 = -\hat{a}_{11} \\ \hat{a}_{12}Z_1 - 2(R_2 - \hat{a}_{24})Z_2 + \hat{a}_{23}Z_3 = -\hat{a}_{22} \\ \hat{a}_{13}Z_1 + \hat{a}_{23}Z_2 + 2(R_3 - \hat{a}_{34})Z_3 = -\hat{a}_{33} \end{cases}$$

A solução dêste sistema nos conduz aos valores críticos  $x_1^+$ ,  $x_2^+$ ,  $x_3^+$ .

A condição suficiente para que a função  $L(x_1, x_2, x_3)$  tenha um ponto de máximo é que a matriz  $M$  das derivadas parciais de segunda ordem, no ponto em que  $dL \equiv 0$ , seja "negativa definida" (PERLIS, 1952).

Então, temos:

$$M = \begin{pmatrix} \frac{\delta^2 L}{\delta x^2} & \frac{\delta^2 L}{\delta x_1 \delta x_2} & \frac{\delta^2 L}{\delta x_1 \delta x_3} \\ \frac{\delta^2 L}{\delta x_1 \delta x_2} & \frac{\delta^2 L}{\delta x_2^2} & \frac{\delta^2 L}{\delta x_2 \delta x_3} \\ \frac{\delta^2 L}{\delta x_1 \delta x_3} & \frac{\delta^2 L}{\delta x_2 \delta x_3} & \frac{\delta^2 L}{\delta x_3^2} \end{pmatrix} =$$

$$= W \begin{pmatrix} \frac{\delta^2 \Upsilon}{\delta x_1^2} & \frac{\delta^2 \Upsilon}{\delta x_1 \delta x_2} & \frac{\delta^2 \Upsilon}{\delta x_1 \delta x_3} \\ \frac{\delta^2 \Upsilon}{\delta x_1 \delta x_2} & \frac{\delta^2 \Upsilon}{\delta x_2^2} & \frac{\delta^2 \Upsilon}{\delta x_2 \delta x_3} \\ \frac{\delta^2 \Upsilon}{\delta x_1 \delta x_3} & \frac{\delta^2 \Upsilon}{\delta x_2 \delta x_3} & \frac{\delta^2 \Upsilon}{\delta x_3^2} \end{pmatrix} =$$

$$= W \begin{pmatrix} -\frac{1}{(x_1^+)^3} (\hat{a}_{11}^+ + \hat{a}_{12}^+ \sqrt{x_2^+} + \hat{a}_{13}^+ \sqrt{x_3^+}) & \frac{\hat{a}_{12}^+}{x_1^+ x_2^+} & \frac{\hat{a}_{13}^+}{x_1^+ x_3^+} \\ \frac{\hat{a}_{12}^+}{x_1^+ x_2^+} & -\frac{1}{(x_2^+)^3} (\hat{a}_{12}^+ \sqrt{x_1^+} + \hat{a}_{22}^+ + \hat{a}_{23}^+ \sqrt{x_3^+}) & \frac{\hat{a}_{23}^+}{x_2^+ x_3^+} \\ \frac{\hat{a}_{13}^+}{x_1^+ x_3^+} & \frac{\hat{a}_{23}^+}{x_2^+ x_3^+} & -\frac{1}{(x_3^+)^3} (\hat{a}_{13}^+ \sqrt{x_1^+} + \hat{a}_{23}^+ \sqrt{x_2^+} + \hat{a}_{33}^+) \end{pmatrix}$$

onde  $x_1^+$ ,  $x_2^+$ ,  $x_3^+$  são os valores críticos já determinados.

Por operações de congruência, verificamos se a matriz  $M$  é

"negativa definida". Neste caso, os valores críticos  $x_1^+$ ,  $x_2^+$ ,  $x_3^+$  correspondem a um ponto de máximo da função  $L(x_1, x_2, x_3)$ , ou seja, tais valores são as doses economicamente aconselháveis de nutrientes e serão indicadas por  $x_1^*$ ,  $x_2^*$ ,  $x_3^*$ .

No caso do modelo III, a função de receita líquida é a mesma vista anteriormente e a condição necessária para que essa função tenha ponto de máximo também nos conduz ao sistema:

$$\begin{cases} \frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_1} = R_1 \\ \frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_2} = R_2 \\ \frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_3} = R_3 \end{cases}$$

Mas, neste caso, temos:

$$\frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_1} = \frac{3}{2} \hat{a}_{11} \sqrt{x_1} + \hat{a}_{12} x_2 + \hat{a}_{13} x_3 + \hat{a}_{14}$$

$$\frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_2} = \hat{a}_{12} x_1 + \frac{3}{2} \hat{a}_{22} \sqrt{x_2} + \hat{a}_{23} x_3 + \hat{a}_{24}$$

$$\frac{\partial \hat{Y}}{\partial x_3} = \hat{a}_{13} x_1 + \hat{a}_{23} x_2 + \frac{3}{2} \hat{a}_{33} \sqrt{x_3} + \hat{a}_{34}$$

Então podemos escrever o sistema de equações:

$$\begin{cases} \frac{3}{2} \hat{a}_{11} \sqrt{x_1} + \hat{a}_{12} x_2 + \hat{a}_{13} x_3 = R_1 - \hat{a}_{14} \\ \hat{a}_{12} x_1 + \frac{3}{2} \hat{a}_{22} \sqrt{x_2} + \hat{a}_{23} x_3 = R_2 - \hat{a}_{24} \\ \hat{a}_{13} x_1 + \hat{a}_{23} x_2 + \frac{3}{2} \hat{a}_{33} \sqrt{x_3} = R_3 - \hat{a}_{34} \end{cases}$$

Fazendo  $\sqrt{x_1} = z_1$ ,  $\sqrt{x_2} = z_2$ ,  $\sqrt{x_3} = z_3$ , temos o sistema:

$$\begin{cases} \frac{3}{2} \hat{a}_{11} z_1 + \hat{a}_{12} z_2^2 + \hat{a}_{13} z_3^2 = R_1 - \hat{a}_{14} \\ \hat{a}_{12} z_1^2 + \frac{3}{2} \hat{a}_{22} z_2 + \hat{a}_{23} z_3^2 = R_2 - \hat{a}_{24} \\ \hat{a}_{13} z_1^2 + \hat{a}_{23} z_2^2 + \frac{3}{2} \hat{a}_{33} z_3 = R_3 - \hat{a}_{34} \end{cases}$$

Da primeira equação, obtemos:

$$z_1 = \frac{2}{3\hat{a}_{11}} \left( R_1 - \hat{a}_{14} - \hat{a}_{12} z_2^2 - \hat{a}_{13} z_3^2 \right)$$

Substituindo este valor de  $z_1$  na segunda equação, obtemos a equação:

$$\begin{aligned} F(z_2, z_3) = \hat{a}_{12} \left[ \frac{2}{3\hat{a}_{11}} (R_1 - \hat{a}_{14} - \hat{a}_{12} z_2^2 - \hat{a}_{13} z_3^2) \right]^2 + \\ + \frac{3}{2} \hat{a}_{22} z_2 + \hat{a}_{23} z_3^2 - R_2 + \hat{a}_{24} = 0 . \end{aligned}$$

Multiplicando a segunda equação por  $(-\hat{a}_{13})$ , a terceira equação por  $(\hat{a}_{12})$  e somando as duas, obtemos a equação:

$$\begin{aligned} \phi(z_2, z_3) = \hat{a}_{12} \hat{a}_{23} z_2^2 - \frac{3}{2} \hat{a}_{13} \hat{a}_{22} z_2 + \frac{3}{2} \hat{a}_{12} \hat{a}_{33} z_3 - \\ - \hat{a}_{13} \hat{a}_{23} z_3^2 - \hat{a}_{12} (R_3 - \hat{a}_{34}) + \hat{a}_{13} (R_2 - \hat{a}_{24}) = 0 . \end{aligned}$$

Com isto, obtemos um sistema de duas equações,  $F(z_2, z_3)$  e  $\phi(z_2, z_3)$ , ambas em função de  $z_1$  e  $z_3$ .

Resolvendo, agora,  $\phi(Z_2, Z_3)$  em função de  $Z_3$ , temos dois valores de  $Z_2$  :

$$Z_2 = \frac{1}{2\hat{a}_{12}\hat{a}_{23}} \left[ \frac{3}{2} \hat{a}_{13}\hat{a}_{22} \pm \sqrt{\frac{9}{4} \hat{a}_{13}^2 \hat{a}_{22}^2 - 4\hat{a}_{12}\hat{a}_{23} \left[ \begin{array}{l} \frac{3}{2} \hat{a}_{12}\hat{a}_{33}Z_3 + \\ - \hat{a}_{13}\hat{a}_{23}Z_3^2 + \\ - \hat{a}_{12}(R_3 - \hat{a}_{34}) + \\ + \hat{a}_{13}(R_2 - \hat{a}_{22}) \end{array} \right]} \right]$$

Substituindo estes valores em  $F(Z_2, Z_3)$ , temos duas equações em função de  $Z_3$  somente, que são resolvidas pelo processo iterativo, devido a sua complexidade.

Destas equações temos a solução  $Z_3^+$  e, conseqüentemente, podemos determinar  $Z_2^+$  e  $Z_1^+$ .

Os valores de  $x_1^+$ ,  $x_2^+$ ,  $x_3^+$  são obtidos facilmente, pois

$$x_1^+ = (Z_1^+)^2$$

$$x_2^+ = (Z_2^+)^2$$

$$x_3^+ = (Z_3^+)^2$$

Tais valores são substituídos no sistema de equações irracionais em  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ , para verificar se êles também são soluções desse sistema de equações.

A condição suficiente para que a função  $L(x_1, x_2, x_3)$  tenha um ponto de máximo é, como vimos anteriormente, que a matriz  $M$  das derivadas parciais de segunda ordem, no ponto em que  $dL = 0$  seja "nega-



tiva definida". Então temos:

$$M = w \begin{pmatrix} \frac{3}{4} \frac{\hat{a}_{11}}{\sqrt{x_1^+}} & \hat{a}_{12} & \hat{a}_{13} \\ \hat{a}_{12} & \frac{3}{4} \frac{\hat{a}_{22}}{\sqrt{x_2^+}} & \hat{a}_{23} \\ \hat{a}_{13} & \hat{a}_{23} & \frac{3}{4} \frac{\hat{a}_{33}}{\sqrt{x_3^+}} \end{pmatrix}$$

onde  $x_1^+$ ,  $x_2^+$ ,  $x_3^+$  são os valores críticos já determinados.

CAMPOS (1967) mostrou que a condição necessária para que uma matriz  $M$  simétrica seja "negativa definida" é que os termos da diagonal principal sejam todos negativos. Então devemos ter:

$$\frac{3 \hat{a}_{11}}{4\sqrt{x_1^+}} < 0, \quad \frac{3\hat{a}_{22}}{4\sqrt{x_2^+}} < 0, \quad \frac{3\hat{a}_{33}}{4\sqrt{x_3^+}} < 0.$$

Segue-se daí que  $\hat{a}_{ii} < 0$  ( $i = 1, 2, 3$ ), porque  $\sqrt{x_i}$  é tomada positiva, pelo próprio modelo.

Do exposto se conclui que, se todos os coeficientes dos termos de grau 3/2 do modelo III forem negativos, a função  $L(x_1, x_2, x_3)$  poderá ter um máximo no ponto em que  $dL \equiv 0$ .

Como a solução dos sistemas de equações provenientes da função de receita líquida é muito trabalhosa, esta conclusão permite, já de início, abandonar o estudo dos casos que não levam às doses economicamente aconselháveis de nutrientes.

Portanto, no presente trabalho, só serão estudados casos

cuja solução dos sistemas de equações provenientes da função de receita líquida possam corresponder a um ponto de máximo, isto é, os casos em que os coeficientes dos termos de grau  $3/2$  sejam todos negativos.

Nestes casos, por operações de congruência, verificamos se a matriz  $M$  é "negativa definida". Então, os valores críticos  $x_1^+$ ,  $x_2^+$ ,  $x_3^+$  correspondem a um ponto de máximo da função  $L(x_1, x_2, x_3)$ , ou seja, tais valores são as doses economicamente aconselháveis de nutrientes e serão indicados por  $x_1^*$ ,  $x_2^*$ ,  $x_3^*$ .

#### 4. O USO DA LEI DE MITSCHERLICH

#### 4. O USO DA LEI DE MITSCHERLICH.

Nos experimentos fatoriais  $3^3$  de adubação é possível calcular as doses econômicas dos três nutrientes separadamente, sempre que as interações não sejam significativas e que não exista queda de produção devido à adubação excessiva.

Nesses casos, as respostas dos três níveis de nutrientes podem ser interpretadas pela regressão assintótica:

$$Y = \alpha + \beta \rho^x$$

que, nos casos de experimentos de adubação, é conhecida como lei de Mitscherlich e apresentada na forma:

$$Y = A \left( 1 - 10^{-c(x + b)} \right)$$

onde  $\alpha = A$ ,  $\beta = -A10^{-cb}$ ,  $\rho = 10^{-c}$ .

##### 4.1 - Estimativas dos Parâmetros.

No caso de três níveis de fertilizantes, o ajustamento dos dados à curva é matemático e a estimativa dos parâmetros é feita pelas fórmulas:

$$\hat{A} = \frac{\bar{Y}_1^2 - \bar{Y}_0 \bar{Y}_2}{2 \bar{Y}_1 - (\bar{Y}_0 + \bar{Y}_2)}$$

$$\hat{c} = \frac{1}{0} \log \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_0}{\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1}$$

$$\hat{b} = \frac{1}{\hat{c}} \log \frac{\hat{A}}{\hat{A} - \bar{Y}_0}$$

onde  $\bar{Y}_0$ ,  $\bar{Y}_1$  e  $\bar{Y}_2$  são, respectivamente, as produções médias das parcelas com dose 0, 1 e 2 do nutriente em questão.

#### 4.2 - Intervalos de Confiança dos Parâmetros.

STEVENS (1951) mostrou que as variâncias e covariâncias das estimativas  $\hat{\alpha}$ ,  $\hat{\beta}$ ,  $\hat{\rho}$  de  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\rho$  são dadas por:

$$\hat{V}(\hat{\alpha}) = F_{aa} \frac{s^2}{r}, \quad \hat{V}(\hat{\beta}) = F_{bb} \frac{s^2}{r}, \quad \hat{V}(\hat{\rho}) = F_{rr} \frac{s^2}{r}$$

$$\text{Côv}(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = F_{ab} \frac{s^2}{r}, \quad \text{Côv}(\hat{\alpha}, \hat{\rho}) = \frac{F_{ar}}{\hat{\beta}} \frac{s^2}{r}, \quad \text{Côv}(\hat{\beta}, \hat{\rho}) = \frac{F_{br}}{\hat{\beta}^2} \frac{s^2}{r}$$

onde  $r$  é o número de repetições de cada dose de nutriente,  $s^2$  é o quadrado médio residual da análise de variância e  $F_{aa}$ ,  $F_{bb}$ , etc. são funções racionais de  $\hat{\rho}$ .

PIMENTEL GOMES (1953) mostrou que, para o caso particular de três níveis de nutrientes, os valores assumidos por  $F_{aa}$ ,  $F_{bb}$ , etc., são os que se seguem:

$$F_{aa} = (1 - \hat{\rho})^{-4} (1 + 4\hat{\rho}^2 + \hat{\rho}^4)$$

$$F_{ab} = - (1 - \hat{\rho})^{-4} (1 + 3\hat{\rho}^2 + 2\hat{\rho}^3)$$

$$F_{ar} = - (1 - \hat{\rho})^{-3} (1 + \hat{\rho}) (1 + \hat{\rho} + \hat{\rho}^2)$$

$$F_{bb} = (1 - \hat{\rho})^{-4} (2 - 4\hat{\rho} + 8\hat{\rho}^2)$$

$$F_{br} = (1 - \hat{\rho})^{-3} (1 + \hat{\rho} + 4\hat{\rho}^2)$$

$$F_{rr} = 2 (1 - \hat{\rho})^{-2} (1 + \hat{\rho} + \hat{\rho}^2)$$

As estimativas das variâncias das estimativas dos parâmetros da lei de Mitscherlich ( $\hat{A}$ ,  $\hat{b}$ ,  $\hat{c}$ ), são dadas por (PIMENTEL GOMES, 1953):

$$\hat{V}(\hat{A}) = \hat{V}(\hat{a})$$

$$\hat{V}(\hat{b}) = \frac{q^2 s^2}{(\log \hat{\varphi})^2} \begin{pmatrix} (1/\hat{a})^2 F_{aa} + (1/\hat{\beta})^2 F_{bb} + (u/\hat{\beta})^2 F_{rr} & - \\ - (2/\hat{a}\hat{\beta}) F_{ab} - (2u/\hat{a}\hat{\beta}) F_{ar} + (2u/\hat{\beta}^2) F_{br} \end{pmatrix}$$

$$\text{onde } u = \frac{\log(\hat{a}/\hat{\beta})}{\hat{\varphi} \log \hat{\varphi}}$$

$$\hat{V}(\hat{c}) = \frac{F_{rr}}{(2,3 \cdot \hat{\varphi} q \hat{\beta})^2}$$

Os intervalos de confiança dos parâmetros da equação de Mitscherlich, tomando  $t = 2,00$ , são:

$$\hat{A} \pm 2,00 s(\hat{A})$$

$$\hat{b} \pm 2,00 s(\hat{b})$$

$$\hat{c} \pm 2,00 s(\hat{c})$$

#### 4.3 - Intervalos de Confiança dos Rendimentos.

A estimativa dos rendimentos na regressão assintótica é dada por:

$$\hat{Y} = \hat{a} + \hat{\beta} \hat{\varphi}^x$$

Uma aproximação da variância de  $\hat{Y}$  é obtida através da aplicação da fórmula de Taylor. Por diferenciação, temos:

$$d\hat{Y} = d\hat{a} + \hat{\varphi}^x d\hat{\beta} + \hat{\beta} x \hat{\varphi}^{x-1} d\hat{\varphi}$$

e, conseqüentemente:

$$\hat{V}(\hat{Y}) = \hat{V}(\hat{\alpha}) + \hat{\rho}^{2x} \hat{V}(\hat{\beta}) + \hat{\beta}^2 x^2 \hat{\rho}^{(2x-2)} \hat{V}(\hat{\rho}) + 2\hat{\rho}^x \text{Cov}(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) + 2\hat{x}\hat{\rho}^{(x-1)} \text{Cov}(\hat{\alpha}, \hat{\rho}) + 2\hat{x}\hat{\rho}^{(2x-1)} \text{Cov}(\hat{\beta}, \hat{\rho}).$$

Os intervalos de confiança dos rendimentos, tomando-se  $t=2,00$  são dados por:

$$\hat{Y} \pm 2,00 s(\hat{Y})$$

#### 4.4 - A Dose Econômica de Nutriente e sua Variância.

A determinação da dose economicamente aconselhável de nutrientes ( $x^*$ ), admitindo que a lei de Mitscherlich se ajusta aos dados, pode ser feita pela fórmula aproximada de cálculo (PIMENTEL GOMES e ABREU, 1959):

$$x^* = \frac{1}{2} x_u + \frac{1}{c} \log \frac{w u}{t x_u}$$

onde  $u$  é o aumento de produção do produto agrícola obtido com a dose  $x_u$  de nutriente,  $w$  é o preço do produto agrícola e  $t$  é o preço da quilo de nutriente.

O uso desta fórmula tem a vantagem de, conhecido um valor de  $c$  de numerosos ensaios anteriores, tornar dispensável o ajustamento da curva, uma vez que  $x^*$  não depende de  $\hat{A}$  e  $\hat{b}$ .

Uma aproximação da estimativa da variância de  $x^*$  é dada por (PIMENTEL GOMES, 1961):

$$V(x^*) = \left(\frac{0,434}{c}\right)^2 \frac{2 s^2}{r u^2}$$

onde  $r$  é o número de repetições de cada dose de nutriente,  $s^2$  é o quadrado médio residual da análise de variância e  $c$  é tomado como constante. Por isto, a aplicação desta fórmula só é possível quando dispomos de um valor de  $c$  de bastante confiança, obtido de numerosos en-

saios anteriores (PIMENTEL GOMES, 1966).

O cálculo da dose econômica exata é feito pela fórmula (PIMENTEL GOMES e MALAVOLTA, 1949 e PIMENTEL GOMES, 1953):

$$x^* = \frac{1}{c} \log \left( \frac{w A c}{t \log e} \right) - b$$

Para o estudo da variância dessa dose econômica, partiremos da lei de Mitscherlich na forma:

$$\hat{Y} = \hat{a} + \hat{\beta} \hat{\phi}^x$$

A dose econômica de nutriente ( $x^*$ ) é dada, conforme foi visto, pela equação:

$$\frac{d\hat{Y}}{dx} = \frac{t}{w}$$

que, no caso presente, fica:

$$\frac{d\hat{Y}}{dx} = \hat{\beta} \hat{\phi}^{x^*} L \hat{\phi} = \frac{t}{w},$$

donde:

$$x^* = \frac{1}{L \hat{\phi}} \cdot L \frac{t}{\hat{\beta} w (L \hat{\phi})}$$

que é a mesma fórmula já referida.

Uma aproximação da estimativa da variância de  $x^*$  é obtida através da aplicação da fórmula de Taylor. Assim, por diferenciação, virá:

$$dx^* = - \frac{1}{\hat{\phi} (L \hat{\phi})^2} \left[ 1 + L \frac{t}{\hat{\beta} w (L \hat{\phi})} \right] d\hat{\phi} - \frac{1}{\hat{\beta} (L \hat{\phi})} d\hat{\beta}$$

e, conseqüentemente:



$$\hat{V}(x^*) = \left[ \frac{1 + L \frac{t}{\hat{\beta}_w(L\hat{\rho})}}{\hat{\rho}(L\hat{\rho})^2} \right]^2 \hat{V}(\hat{\rho}) + \left[ \frac{1}{\hat{\beta}(L\hat{\rho})} \right]^2 \hat{V}(\hat{\beta}) +$$

$$+ 2 \frac{1 + L \frac{t}{\hat{\beta}_w(L\hat{\rho})}}{\hat{\rho}(L\hat{\rho})^3} \hat{\text{Cov}}(\hat{\beta}, \hat{\rho}).$$

O intervalo de confiança da dose econômica é dado por:

$$x^* \pm 2,00 s(x^*) .$$

## 5. MATERIAL E MÉTODOS

## 5. MATERIAL E MÉTODOS

### 5.1 - MATERIAL

Nos anos agrícolas de 1957/1958, 1958/1959, 1959/1960, 1960/1961, foram instalados pelo Dr. Hermano Vaz de Arruda, chefe da Seção de Estatística do Instituto Biológico de São Paulo, ensaios fatoriais  $3^3$  de adubação NPK em milho, na região de Ribeirão Preto (SP), em terra roxa legítima.

As doses utilizadas foram zero, 40 e 80 kg/ha para os três nutrientes.

O nitrogênio foi aplicado na forma de sulfato de amônio, em cobertura apenas. O fósforo foi aplicado na forma de superfosfato simples e o potássio na forma de cloreto de potássio. Estes foram colocados nos sulcos, por ocasião do plantio.

Os ensaios tinham apenas uma repetição, com 27 parcelas dadas pelas combinações dos diferentes nutrientes nos diferentes níveis e o delineamento utilizado foi o de blocos casualizados.

Foi feito o confundimento de dois graus de liberdade da interação tripla  $N \times P \times K$  nos quatro modos designados por Yates como W, X, Y e Z.

Do total de ensaios instalados, foram selecionados 50 por CAMPOS (1967), assim distribuídos:

Ano agrícola 1957/1958 : 13 ensaios

Ano agrícola 1958/1959 : 14 ensaios

Ano agrícola 1959/1960 : 11 ensaios

Ano agrícola 1960/1961 : 12 ensaios

São esses os dados utilizados no presente trabalho.

Para fins de comparação, foram considerados os mesmos casos estudados por CAMPOS (1967), ou sejam:

Caso 1: Grupo dos 50 ensaios

Caso 2: Quatro grupos de ensaios anuais, assim distribuídos:

- 2.1. Grupo dos ensaios de números 1 a 13 (ano agrícola de 1957/1958).
- 2.2. Grupo dos ensaios de números 14 a 27 (ano agrícola de 1958/1959).
- 2.3. Grupo dos ensaios de números 28 a 38 (ano agrícola de 1959/1960).
- 2.4. Grupo dos ensaios de números 39 a 50 (ano agrícola de 1960/1961).

Caso 3: Cinco grupos de 10 ensaios, reunidos por sorteio, assim distribuídos:

- 3.1. Grupo dos ensaios de números 5, 8, 9, 11, 17, 23, 30, 38, 40, 44.
- 3.2. Grupo dos ensaios de números 7, 10, 12, 19, 22, 25, 32, 43, 47, 50.
- 3.3. Grupo dos ensaios de números 2, 4, 15, 18, 21, 29, 35, 41, 45.
- 3.4. Grupo dos ensaios de números 1, 3, 27, 31, 33, 34, 37, 42, 46, 48.
- 3.5. Grupo dos ensaios de números 6, 13, 14, 16, 20, 24, 26, 28, 39, 49.

Caso 4: Dez grupos de 5 ensaios, reunidos por sorteio, assim distribuídos:

- 4.1. Grupo dos ensaios de números 2, 5, 24, 31, 37.
- 4.2. Grupo dos ensaios de números 1, 3, 4, 42, 46.
- 4.3. Grupo dos ensaios de números 12, 19, 15, 43, 44.
- 4.4. Grupo dos ensaios de números 7, 8, 13, 32, 39.
- 4.5. Grupo dos ensaios de números 10, 17, 18, 28, 38.

- 4.6. Grupo dos ensaios de números 9, 14, 15, 33, 40.
- 4.7. Grupo dos ensaios de números 20, 21, 23, 27, 34.
- 4.8. Grupo dos ensaios de números 11, 25, 47, 48, 50.
- 4.9. Grupo dos ensaios de números 6, 16, 22, 41, 45.
- 4.10. Grupo dos ensaios de números 26, 29, 30, 36, 49.

Caso 5: Ensaio individuais de números 1 a 50.

Os dados obtidos para as produções, referentes aos 50 ensaios individuais, estão no quadro V e os dados para as produções médias dos grupos de ensaios estão no quadro VI.

## 5.2 - MÉTODOS

A metodologia utilizada no presente trabalho está descrita nos capítulos 3 e 4.

Cumprido acrescentar que as análises de variância foram feitas pelos métodos usuais. O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) é dado pela relação entre a soma de quadrados de regressão e a soma de quadrados total.

Todos os cálculos numéricos foram feitos com o auxílio do computador eletrônico.

Para a determinação das doses economicamente aconselháveis de nutrientes, tendo em vista que a finalidade do presente trabalho é a comparação dos resultados obtidos através de diferentes funções de produção, foram usados os preços utilizados por CAMPOS (1967) no estudo do modelo I, ou sejam: Cr\$ 0,10 por quilo de milho em grão, Cr\$ 0,90 por quilo de nitrogênio (N), Cr\$ 0,50 por quilo de fósforo ( $P_2O_5$ ) e Cr\$ 0,30 por quilo de potássio ( $K_2O$ ), preços vigentes em novembro de 1966.

## 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

## 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Feito o estudo teórico da aplicação de funções de produção aos ensaios fatoriais  $3^3$  de adubação, ajustamos essas funções a 70 casos, obtidos por agrupamento dos 50 ensaios disponíveis, conforme descrição do capítulo anterior.

No presente capítulo apresentamos os resultados obtidos, fazendo um confronto dos mesmos.

### 6.1 - As Análises de Variância das Regressões Polinomiais e os Coeficientes de Determinação.

Para todos os casos estudados e para os três modelos de regressão polinomial, foram feitas as análises da regressão (dos ensaios individuais ou dos grupos de ensaios) e calculados os coeficientes de determinação. Também foram calculados os coeficientes de variação para os modelos II e III.

Cumpra lembrar que a análise de regressão para o modelo I corresponde exatamente à análise de variância usual para delineamentos em esquema fatorial, com uma repetição (MORAES, 1969).

Os resultados obtidos para os desvios padrões, para os coeficientes de variação, para os valores de F de regressão e para os coeficientes de determinação constam no quadro VII. Por ele se verifica que, dos 70 casos analisados, 45 apresentaram teste F significativo ao nível de 1%, nos três modelos; 8 apresentaram teste F significativo ao nível de 5% nos três modelos e 13 testes F não foram significativos nos três modelos, num total de 66 resultados concordantes.

Os valores dos coeficientes de determinação para os modelos I e III são praticamente iguais em todos os casos estudados. Isto se deve, provavelmente, às similaridades das respectivas equações, pois o modelo I tem termos quadráticos, termos de interação dupla e termos lineares, enquanto que o modelo III, ao invés dos termos em grau 2, tem termos em grau 1,5 e os demais termos iguais aos do modelo I.

Os coeficientes de determinação para o modelo II são, na maioria dos casos analisados, mais altos que os obtidos pelos outros dois modelos, revelando melhor ajustamento dos dados à função de raiz quadrada, o que concorda com os resultados obtidos por HEADY, PESEK, BROWN e DOLL (1961).

## 6.2 - As Estimativas dos Parâmetros e os Intervalos de Confiança.

Foram estimados os parâmetros e os respectivos intervalos de confiança para as regressões polinomiais (modelos II e III) e para a regressão assintótica (modelo IV) em todos os 70 casos estudados.

Para obter os intervalos de confiança foram calculados os desvios padrões (s) de cada caso, através das análises de regressão.

As estimativas dos parâmetros e os respectivos intervalos de confiança ao nível de aproximadamente 95% de probabilidade para os três modelos de regressão polinomial constam no quadro VIII.

É interessante frisar que as estimativas dos parâmetros dos três modelos de regressão polinomial não são comparáveis, uma vez que os modelos matemáticos das mesmas são diferentes.

As estimativas dos parâmetros e os respectivos intervalos de confiança ao nível de aproximadamente 95% de probabilidade, para a regressão assintótica, constam no quadro IX.

A observação deste quadro mostra que os dados de produção relativos ao nitrogênio se ajustam à lei de Mitscherlich em 53 casos, os relativos ao fósforo em 25 casos e os relativos ao potássio em 19 casos, revelando melhor resposta da cultura à adubação nitrogenada.

É interessante notar a grande variabilidade das estimativas de  $c$ , obtidas para ensaios ou grupos de ensaios instalados no mesmo tipo de solo, recebendo a mesma adubação e conduzidos por um único experimentador.



Também se observa, pelos quadros VIII e IX, que os intervalos de confiança obtidos para os parâmetros das regressões ajustadas são bastante amplos, num nível de probabilidade usual em trabalhos estatísticos, o que não nos permite, entretanto, concluir de imediato que as estimativas dos rendimentos sejam imprecisas; aqueles são funções de variâncias somente, enquanto que estes são funções de variâncias e covariâncias das estimativas dos parâmetros. Portanto, a precisão das estimativas dos rendimentos depende das grandezas relativas das variâncias e covariâncias dos parâmetros (DRAPER e SMITH, 1967).

Isto explica porque, apesar de os intervalos de confiança dos parâmetros serem amplos, as estimativas dos rendimentos são razoáveis e seus intervalos de confiança são relativamente pequenos (quadros XII e XIII), o que, aliás, concorda com outros exemplos da literatura.

### 6.3 - Os Níveis Ótimos de N, P, K.

Ajustadas as regressões, foram determinadas as doses economicamente aconselháveis de nutrientes nos 70 casos estudados.

#### 6.3.1 - Os níveis ótimos de N, P, K obtidos pelas regressões polinomiais.

Já vimos que a determinação das doses de nutrientes que podem nos conduzir à receita líquida máxima é feita através da resolução dos sistemas de equações:

Modelo II:

$$\begin{cases} -2(R_1 - \hat{a}_{14})\sqrt{x_1} + \hat{a}_{12}\sqrt{x_2} + \hat{a}_{13}\sqrt{x_3} = -\hat{a}_{11} \\ \hat{a}_{12}\sqrt{x_1} - 2(R_2 - \hat{a}_{24})\sqrt{x_2} + \hat{a}_{23}\sqrt{x_3} = -\hat{a}_{22} \\ \hat{a}_{13}\sqrt{x_1} + \hat{a}_{23}\sqrt{x_2} - 2(R_3 - \hat{a}_{34})\sqrt{x_3} = -\hat{a}_{33} \end{cases}$$

Modelo III:

$$\begin{cases} \frac{3}{2} \hat{a}_{11}\sqrt{x_1} + \hat{a}_{12}\sqrt{x_2} + \hat{a}_{13}\sqrt{x_3} = R_1 - \hat{a}_{14} \\ \hat{a}_{12}\sqrt{x_1} + \frac{3}{2} \hat{a}_{22}\sqrt{x_2} + \hat{a}_{23}\sqrt{x_3} = R_2 - \hat{a}_{24} \\ \hat{a}_{13}\sqrt{x_1} + \hat{a}_{23}\sqrt{x_2} + \frac{3}{2} \hat{a}_{33}\sqrt{x_3} = R_3 - \hat{a}_{34} \end{cases}$$

Daí surgem as soluções  $x_1^+$ ,  $x_2^+$ ,  $x_3^+$  que, pela transformação  $X_i = 40x_i^+$ , podem ser convertidas em quantidade de nutrientes.

A transformação da matriz das derivadas parciais de segunda ordem, através de operações de congruência, numa matriz diagonal, permite verificar se a solução do sistema de equações conduz a um ponto de máximo da função de receita líquida, isto é, permite verificar se a solução corresponde às doses economicamente aconselháveis de nutrientes.

Foram estudados os 70 casos descritos para os modelos II e III e os resultados, junto com os resultados obtidos por CAMPOS (1967) para o modelo I, constam no quadro XII.

Numa verificação, assinalamos:

Casos	Número de grupos em cada caso	Modelo I	Modelo II	Modelo III
1	1	1M	1M	1M
2	4	4M	3M	2M
3	5	1M		1M
4	10	3M	4M	2M
5	50	7M	6M	6M

onde M significa ponto de máximo.

É fácil ver que poucos casos, em relação ao número

total de casos estudados, permite determinação de doses economicamente aconselháveis de nutrientes. Entretanto, nota-se uma tendência ao aparecimento de ponto de máximo à medida que se agrupam os ensaios, o que se explica pelo maior número de dados. Isto confirma a conclusão de CAMPOS (1967) de que a aplicação de regressão polinomial só é viável no caso de grupos de ensaios e de boa precisão.

É interessante notar que os casos designados como 2, constituídos por grupos de ensaios anuais (13, 14, 11 e 12 ensaios, respectivamente) apresentam, nos três modelos, número maior de máximos que o caso 3, constituído por grupos de 10 ensaios sorteados ao acaso.

Isto se explica, pois nos ensaios anuais, os fatores climáticos são controlados, enquanto que nos grupos de 10 ensaios sorteados ao acaso o clima aparece como um erro sistemático não controlado.

### 6.3.2 - Os níveis ótimos de N, P, K obtidos pela lei de Mitscherlich.

A lei de Mitscherlich foi ajustada aos 70 casos descritos e foram determinadas as doses econômicas de nutrientes nos casos em que a curva se ajustou aos dados, através da fórmula:

$$x^* = \frac{1}{c} \left[ \log \frac{wAc}{t \log e} \right] - b$$

cuja variância é dada por :

$$\hat{V}(x^*) = \left[ \frac{1 + L \frac{t}{\hat{\beta}_w(L\hat{\rho})}}{\hat{\rho}(L\hat{\rho})^2} \right]^2 \hat{V}(\hat{\rho}) + \left[ \frac{1}{\hat{\beta}(L\hat{\rho})} \right]^2 \hat{V}(\hat{\beta}) + 2 \frac{1 + L \frac{t}{\hat{\beta}_w(L\hat{\rho})}}{\hat{\rho}(L\hat{\rho})^3} \text{Cov}(\hat{\beta}, \hat{\rho}) .$$

Esta fórmula para estimar a variância da dose econômica de nutriente foi utilizada aqui porque leva em consideração a variância de  $\hat{c}$  que, neste trabalho, não pode ser tomado como constante.

Entretanto, esta fórmula não pode ser preconizada largamente, pela complexidade de cálculos que ela envolve.

Os resultados obtidos para as doses econômicas de nutrientes e seus respectivos intervalos de confiança constam no quadro XI.

Com base nestes resultados podemos concluir que, nas condições do experimento, a cultura responde à adubação nitrogenada, enquanto que a resposta à adubação fosfatada e potássica é discutível. Entretanto, o quadro XI mostra também uma diversificação de tal ordem nas doses economicamente aconselháveis de nutrientes que torna impossível a recomendação de uma fórmula de adubação, com base neste trabalho.

### 6.3.3 - Confronto dos resultados dos níveis ótimos de N,P,K.

Alguns aspectos abordados por CAMPOS (1967) no estudo do modelo I também devem ser levantados para os outros modelos. Assim, temos:

1. Aparecimento de doses economicamente aconselháveis de nutrientes negativas.

No modelo I, dos 16 casos que apresentam doses econômicas de nutrientes, 5 indicam valores negativos para um ou mais nutrientes. Nos modelos II e III não aparecem doses negativas de nutrientes porque, nesses modelos, os sistemas que conduzem às doses econômicas são irracionais com expoente  $1/2$  e, portanto, não admitem soluções negativas no campo real. No modelo IV, das 97 doses econômicas de nutrientes obtidas, apenas 3 apresentaram valores negativos.

Como dose negativa de nutriente não tem sentido, a recomendação econômica, nesses casos, seria não adubar.

2. Surgem doses econômicas completamente fora do intervalo estudado.

Em todos os modelos estudados surgem doses econômicas fora do intervalo estudado. Vejamos alguns exemplos:

Modelo	Caso	Dose econômica
I	3.1	149 kg/ha de N
II	2.2	104 kg/ha de N
III	3.1	274 kg/ha de N
IV	3.4	352 kg/ha de N

Ora, a extrapolação é sempre perigosa. Entretanto, parece-nos lógico afirmar que as doses de nutrientes utilizadas nestes ensaios devem estar aquém do nível econômico.

3. Não existe concordância dos resultados obtidos para doses economicamente aconselháveis de nutrientes.

A observação dos quadros X e XI mostra uma diversificação de tal ordem nas doses economicamente aconselháveis de nutrientes, que torna-se impossível uma recomendação de adubação com base neste trabalho.

Nos quatro modelos de regressão estudados, mesmo para grupos de ensaios, não existe concordância das doses econômicas de nutrientes. Entretanto, para um mesmo ensaio ou para um mesmo grupo de ensaios, as doses de nutrientes indicadas por diferentes modelos são relativamente concordantes.

Parece-nos que a determinação de doses econômicas de nutrientes através de regressões polinomiais, que consideram o efeito de todos os nutrientes conjuntamente, deva ser feita preferencialmente para ensaios instalados em terras de baixa fertilidade, que têm, potencialmente, condições de responder bem a todos os nutrientes e mostrar possíveis interações destes.

O grupo de ensaios estudado neste trabalho foi insta

lado em terra roxa legítima que, como se depreende da observação do quadro XI, responde bem apenas à adubação nitrogenada.

#### 6.4 - Diversificação e Detalhes do Caso 1.

Um exame pormenorizado de todos os casos estudados torna-se desnecessário porque, além de prolongar demasiado êste trabalho, não nos conduziria a conclusões novas.

Escolhemos, para estudo, apenas um grupo de ensaios, designado como caso 1, pelas seguintes razões:

1. Êste grupo de ensaios apresenta doses econômicas para todos os modelos ajustados.
2. O grupo é constituído pelos 50 ensaios disponíveis, o que assegura maior precisão nas médias dos tratamentos.

##### 6.4.1 - Estimativas e intervalos de confiança das produções.

Foram estimadas as produções e respectivos intervalos de confiança, tomando  $t = 2,00$ , para os modelos I, II e III, relativas a 27 tratamentos e para o modelo IV relativas a nitrogênio, fósforo e potássio, em três níveis.

Os resultados obtidos constam no quadro XII (modelos I, II e III) e no quadro XIII (modelo IV).

Verifica-se por êles que houve boa concordância entre as produções estimadas e as produções observadas, a partir de qualquer um dos modelos. Verifica-se ainda que as produções estimadas a partir dos modelos I e III são praticamente iguais. Isto se deve, provavelmente, aos motivos levantados em 6.1.

##### 6.4.2 - A dose de nutriente economicamente aconselhável.

O caso 1 apresentou doses econômicas de nutrientes para todos os modelos. Vejamos:

Modelo	$x_1^*$	$x_2^*$	$x_3^*$
I	1,678	0,578	0,696
II	2,642	0,221	0,275
III	1,734	0,520	0,601
IV	1,75	0,50	0,43

É fácil ver que, neste caso, os resultados são relativamente concordantes, pois apenas o modelo II leva a doses econômicas discrepantes.

## 7. CONCLUSÕES



## 7. CONCLUSÕES

7.1 - Os parâmetros das quatro regressões ajustadas possuem intervalos de confiança bastante amplos. Entretanto, a precisão das estimativas dos rendimentos depende da grandeza relativa das variâncias e covariâncias das estimativas dos parâmetros. Isto explica porque, apesar da amplitude dos intervalos de confiança dos parâmetros, obtemos estimativas razoáveis para os rendimentos.

7.2 - As doses econômicas de nutrientes, oriundas das funções de receita líquida obtidas a partir do ajustamento de qualquer um dos modelos de regressão, nos 70 casos estudados, apresentam diversificação de tal ordem que não permitem recomendação de uma fórmula de adubação. Entretanto, para um mesmo caso (um ensaio ou um grupo de ensaios), as doses econômicas obtidas através de diferentes modelos são, em grande parte dos casos, relativamente concordantes.

7.3 - A partir de todos os modelos, ocorrem doses econômicas por extrapolação do intervalo estudado, o que implica em que não confie-mos nestes resultados.

7.4 - No caso de regressões polinomiais, à medida que se procede ao agrupamento dos ensaios, aparece maior número de pontos de máximo. Isto se justifica pela maior precisão das médias dos tratamentos.

7.5 - No caso de regressão assintótica, à medida que se procede ao agrupamento dos ensaios, também aparece maior número de doses econômicas. Por outro lado, o valor de  $\underline{c}$  obtido para grupos de ensaios recebe maior confiança.

7.6 - Se o valor de  $\underline{c}$  não fôr de boa precisão, o estudo da variância da dose economicamente aconselhável de nutriente pode ser feito através da fórmula:

$$\hat{V}(x^*) = \left[ \frac{L \frac{t}{\hat{\beta}_w(L\hat{\rho})} + 1}{\hat{\rho} (L\hat{\rho})^2} \right]^2 \hat{V}(\hat{\rho}) + \left[ \frac{1}{\hat{\beta}(L\hat{\rho})} \right]^2 \hat{V}(\hat{\beta}) +$$

$$+ 2 \frac{1 + L \frac{t}{\hat{\beta}_w L \hat{\rho}}}{\hat{\beta} \hat{\rho} (L\hat{\rho})^3} \text{Cov}(\hat{\beta}, \hat{\rho})$$

que, entretanto, é de uso restrito, devido à complexidade de cálculos.

7.7 - Dos três modelos de regressão polinomial ajustados, dois revelaram-se praticamente iguais nos resultados: o modelo quadrático e o de grau 3/2. Indicamos o uso do modelo quadrático apenas, pois o modelo de grau 3/2 apresenta maior dificuldade nos cálculos, principalmente na solução do sistema de equações oriundas da função de receita líquida.

7.8 - Dos três modelos de regressão polinomial ajustados, o modelo de raiz quadrada apresentou maior coeficiente de determinação na maioria dos casos estudados.

7.9 - A determinação das doses econômicas de nutrientes se recomenda apenas para grupos de ensaios e de boa precisão.

7.10 - O estudo pormenorizado deste grupo de ensaios permite concluir que, apesar de eles terem sido instalados num único tipo de solo, terem recebido as mesmas doses de nutrientes, terem sido conduzidos por um único experimentador e, conseqüentemente, terem boa precisão, eles não conduzem à indicação de uma fórmula de adubação.

7.11 - A aplicação de regressão polinomial aos ensaios fatoriais de adubação se recomenda apenas para grupos de ensaios cuja análise estatística dos experimentos fatoriais mostre efeitos quadráticos significativos. Isto pode significar o uso de doses elevadas de nutrien

tes.

7.12 - Para a determinação da dose econômica de nutriente, no caso de três níveis, é recomendável o uso da lei de Mitscherlich, porque leva a soluções satisfatórias através de métodos matemáticos simples. Entretanto, se existirem interações significativas de nutrientes ou se houver queda da produção devido à adubação excessiva, recomenda-se a aplicação de regressão polinomial, preferencialmente o modelo de raiz quadrada.

## 8. RESUMO

## 8. RESUMO

As análises de funções de produção se fundamentam na hipótese de que existe uma relação funcional entre a quantidade de fatores de produção utilizados e o rendimento obtido.

No caso particular de produção agrícola como função de nutrientes adicionados ao solo, a função de produção é expressa por:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

onde Y representa a produção obtida e  $x_1, x_2, \dots, x_n$  representam as quantidades dos nutrientes.

O objetivo do presente trabalho foi a comparação de quatro funções de produção aplicadas aos ensaios fatoriais de adubação NPK em milho.

Para essa comparação, foram estudados 50 ensaios fatoriais  $3^3$  de adubação NPK em milho, instalados na região de Ribeirão Preto, Estado de São Paulo, em terra roxa legítima e conduzidos por um único experimentador. Os ensaios foram grupados de diversas formas, obtendo-se:

- 1 grupo com os 50 ensaios
- 4 grupos anuais:
  - 13 ensaios da safra 57|58
  - 14 ensaios da safra 58|59
  - 11 ensaios da safra 59|60
  - 12 ensaios da safra 60|61
- 5 grupos de 10 ensaios grupados por sorteio
- 10 grupos de 5 ensaios grupados por sorteio
- 50 ensaios individuais ,

num total de 70 casos.

Os modelos matemáticos das funções comparadas são:

Modelo I:

$$Y = a_0 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3 .$$

Modelo II:

$$Y = a_0 + a_{11}x_1^{\frac{1}{2}} + a_{22}x_2^{\frac{1}{2}} + a_{33}x_3^{\frac{1}{2}} + a_{12}x_1^{\frac{1}{2}}x_2^{\frac{1}{2}} + a_{13}x_1^{\frac{1}{2}}x_3^{\frac{1}{2}} + a_{23}x_2^{\frac{1}{2}}x_3^{\frac{1}{2}} + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3.$$

Modelo III:

$$Y = a_0 + a_{11}x_1^{\frac{3}{2}} + a_{22}x_2^{\frac{3}{2}} + a_{33}x_3^{\frac{3}{2}} + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3.$$

Modelo IV:

$$Y = A \left[ 1 - 10^{-c} (x + b) \right]$$

Os principais temas abordados no presente trabalho são:

1. Determinação das estimativas dos parâmetros das equações e seus respectivos intervalos de confiança ao nível de aproximadamente 95% de probabilidade. (tomando-se  $t = 2,00$ ).
2. Os níveis ótimos de N, P e K para os quatro modelos.
3. As variâncias das doses econômicas de nutrientes obtidas pela lei de Mitscherlich.
4. As estimativas e intervalos de confiança, ao nível de aproximadamente 95% de probabilidade, das produções. (tomando-se  $t = 2,00$ ).

As principais conclusões obtidas foram:

1. Os parâmetros das quatro regressões ajustadas possuem intervalos de confiança bastante amplos. Entretanto, a precisão das estimativas dos rendimentos depende da grandeza relativa das variâncias e covariâncias das estimativas dos parâmetros. Isto explica porque, apesar da grande amplitude dos intervalos de confiança dos parâmetros, obtemos estimativas razoáveis dos rendimentos.

2. As doses econômicas de nutrientes, oriundas das funções de receita líquida obtidas a partir do ajustamento de qualquer um dos modelos de regressão, apresentam diversificação de tal ordem que não permitem recomendação de uma fórmula de adubação.

3. Dos três modelos de regressão polinomial ajustados, dois revelaram-se praticamente iguais nos resultados: o modelo quadrático e o de grau 3/2. Indicamos o uso do modelo quadrático apenas, pois o modelo de grau 3/2 apresenta maior dificuldade nos cálculos, principalmente na solução do sistema de equações oriundas da função de receita líquida.

4. Se o valor de  $\hat{c}$  não for de boa precisão, o estudo da variância da dose economicamente aconselhável de nutriente pode ser feito através da fórmula:

$$\hat{V}(x^*) = \left[ \frac{L \left( \frac{t}{\hat{\beta}_w (L \hat{\rho})} \right) + 1}{\hat{\rho} (L \hat{\rho})^2} \right]^2 \hat{V}(\hat{\rho}) + \left[ \frac{1}{\hat{\beta} (L \hat{\rho})} \right]^2 \hat{V}(\hat{\beta}) + 2 \frac{1 + L \frac{t}{\hat{\beta}_w L \hat{\rho}}}{\hat{\beta} \hat{\rho} (L \hat{\rho})^3} \text{Cov}(\hat{\beta}, \hat{\rho})$$

que, entretanto, é de uso restrito, devido à complexidade de cálculos.

5. O estudo pormenorizado deste grupo de ensaios permite concluir que,

apesar de terem êles recebido as mesmas doses de nutrientes, terem sido conduzidos por um único experimentador e, conseqüentemente, terem boa precisão, não conduzem a uma fórmula de adubação.

6. A aplicação de regressão polinomial aos ensaios fatoriais de adubação se recomenda apenas para grupos de ensaios cuja análise estatística dos experimentos fatoriais mostre efeitos quadráticos significativos. Isto pode significar o uso de doses elevadas de nutrientes.

7. Para a determinação da dose econômica de nutriente, no caso de três níveis, é recomendável o uso da lei de Mitscherlich, porque leva a soluções satisfatórias através de métodos matemáticos simples. Entretanto, se existirem interações significativas de nutrientes ou se houver queda de produção devida a doses altas dos mesmos, recomenda-se a aplicação de regressão polinomial, preferencialmente à de raiz quadrada.



## 9. SUMMARY

## 9. SUMMARY

The analysis of production functions is based on the hypothesis of existence of a relation between the amount of production factors (inputs) and the resultant production (output).

In the particular case of agricultural production considered as a function of the nutrients added to the soil, the same is expressed by :

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

where Y is the resultant production and  $x_1, x_2, \dots, x_n$  are the nutrient amounts.

The aim of the present work was the comparison of four production functions as applied to the factorial experiments of NPK fertilization of corn (maize).

Fifty NPK factorial trials  $3^3$ , in corn (maize), were studied. The trials were carried out by a unique researcher in the neighbourhood of Ribeirão Preto (State of São Paulo, Brasil) on a well structured dusk-red latosol, locally known as "terra roxa".

The experiments were grouped in different ways, as follows:

1 group of 50 trials;

4 groups, according to cropping year :

13 experiments from 1957/58,

14 experiments from 1958/59,

11 experiments from 1959/60,

12 experiments from 1960/61;

5 groups of 10 trials;

10 groups of 5 trials,

and also the 50 experiments taken individually, making up a total of 70 cases to be analysed.

The mathematical models of the functions compared are:

Model I :

$$Y = a_0 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3 .$$

Model II :

$$Y = a_0 + a_{11}x_1^{\frac{1}{2}} + a_{22}x_2^{\frac{1}{2}} + a_{33}x_3^{\frac{1}{2}} + a_{12}x_1^{\frac{1}{2}}x_2^{\frac{1}{2}} + a_{13}x_1^{\frac{1}{2}}x_3^{\frac{1}{2}} + a_{23}x_2^{\frac{1}{2}}x_3^{\frac{1}{2}} + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3 .$$

Model III :

$$Y = a_0 + a_{11}x_1^{\frac{3}{2}} + a_{22}x_2^{\frac{3}{2}} + a_{33}x_3^{\frac{3}{2}} + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3 .$$

Model IV :

$$Y = A ( 1 - 10^{-c} (x + b) )$$

The principal aspects studied in the present work are:

- 1 - Determination of the equations coefficients estimates and their respective confidence intervals at approximately the 95% probability level (taking  $t = 2,00$ ).
- 2 - The most profitable NPK levels for the four models.
- 3 - The variance of nutrient levels obtained through Mitscherlich's law.

- 4 - The yield estimates and their confidence intervals at approximately the 95% probability level (taking  $t = 2,00$ ).

The principal conclusions obtained were:

- 1 - The parameters of the four regression adjusted have large confidence intervals. However, the accuracy of the yield estimates depends on the relative magnitude of the parameters variances and covariances. This is why reasonable yield estimates were obtained in spite of the great amplitude of the parameters confidence intervals.
- 2 - The most profitable nutrient levels, as resulting from the net income function obtained by adjusting any of the regression models, show such a stray that we cannot recommend a fertilization formula.
- 3 - Two of the three adjusted polynomial regression models, namely, the quadratic and the 3/2 degree models resulted practically the same. Only the use of the quadratic model is recommended because the 3/2 degree model is more difficult to handle, specially during the solution of the equations system obtained through the net income function.
- 4 - If the value of  $\hat{c}$  is not sufficiently accurate, the study of the variance of the most profitable nutrient level may be made by means of :

$$V(x^*) = \left[ \frac{L \frac{t}{\hat{\beta}_w(L\hat{\rho})} + 1}{\hat{\rho}(L\hat{\rho})^2} \right]^2 \hat{V}(\hat{\rho}) + \frac{1}{\hat{\beta}(L\hat{\rho})} \hat{V}(\hat{\beta}) + 2 \frac{1 + L \frac{t}{\hat{\beta}_w(L\hat{\rho})}}{\hat{\beta} \hat{\rho}(L\hat{\rho})^3} \hat{Cov}(\hat{\beta}, \hat{\rho})$$

which, however, is of a restricted use, because of the calculation complexity.

- 5 - The detailed study of these trials leads us to the conclusion that the same do not result in a fertilization formula, although they received the same nutrient levels and were carried out by a unique researcher, facts indicating accurate conditions.
- 6 - The application of the polynomial regression to factorial experiments is only recommended for groups of trials whose statistical analysis of the factorial experiments shows significant quadratic effects; this may indicate the use of high nutrient levels.
- 7 - To determine most profitable levels, in three level nutrient cases, it is recommended to use Mitscherlich's law, because it leads to satisfactory solutions through simple mathematical methods.

However, if the use of high nutrient levels leads to a production drop or if there is great nutrient **interaction** then it is advisable to apply polynomial regression and by preference the square root regression.

## 10. BIBLIOGRAFIA

## 10. BIBLIOGRAFIA

1. ALIEN, R. G. O. - 1965 - Análise Matemática para Economistas. Brasil, Editora Fundo de Cultura. 630 pp.
2. ARRUDA, H. V. - 1959 - Contribuição para o Estudo da Adubação Mineral do Milho nas Terras Roxas do Município de Ribeirão Preto (tese). Piracicaba. 39 pp.
3. BAUM, E. L., HEADY, E. O. e BLACKMORE, J. - 1956 - Methodological Procedures in the Economic Analysis of Fertilizer Innovations and Resource Use. Ames, Iowa. Iowa State Univ. Press. 218 pp.
4. CAMPOS, H. - 1967 - Aspectos da Aplicação das Superfícies de Resposta a Ensaios Fatoriais  $3^3$  de Adubação (tese). Piracicaba. 82 pp.
5. COCHRAN, W. G. e COX, G. M. - 1957 - Experimental Designs. 2<sup>a</sup> ed. New York. John Wiley and Sons, Inc. 611 pp.
6. DRAPER, N. e SMITH, H. - 1967 - Applied Regression Analysis - 3<sup>a</sup> ed. New York. John Wiley and Sons, Inc. 407 pp.
7. HEADY, E. O. - 1952 - Economics of Agricultural Production and Resource Use. Englewood Cliffs, New Jersey. Prentice Hall Inc.
8. HEADY, E. O. - 1956 - Methodological Problems in Fertilizers Use. Em (3).
9. HEADY, E. O. e DILLON, J. L. - 1961 - Agricultural Production Functions. Ames, Iowa. Iowa State Univ. Press.
10. HEADY, E. O., PESEK, J. T., BROWN, W. G. e DOLL, J. P. - 1961 - Crop Response Surfaces and Economic Optima in Fertilizer Use. Em (9).

11. HOFFMANN, R. - 1969 - A Análise de Regressão e suas Aplicações Econométricas (mimeografado). Piracicaba.
12. HOFFMANN, R. e THAME, A. C. de M. - 1970 - Determinação da Idade Ótima para Primeiro Desbaste em Povoamentos de Pinus Caribaea (mimeografado) Piracicaba.
13. MASON, D. D. - 1956 - Functional Models and Experimental Designs for Characterizing Response Curve and Surface . Em (3).
14. MORAES, R. S. - 1969 - Superfície Polinomial de Resposta num Ensaio de Adubação com Níveis não Equidistantes (tese) Piracicaba. 58 pp.
15. NOGUEIRA, I. R. - 1960 - Pesquisa sobre o Planejamento Experimental de Ensaios de Adubação (tese) Piracicaba. 44 pp.
16. PACITTI, T.- 1968 - FORTTRAN-MONITOR. Brasil, Ao Livro Técnico, SA. 348 pp.
17. PESEK, J. T.- 1956 - Agronomic Problems in Securing Fertilizer Response Data Desirable for Economic Analysis. Em (3).
18. PERLIS, S.- 1952 - Theory of Matrices. 3ª ed. Cambridge, Mass, Addison. Wesley Publishing Company, Inc. 237 pp.
19. PIMENTEL GOMES, F. e MALAVOLTA, E.- 1949 - Aspectos Matemáticos e Estatísticos da Lei de Mitscherlich. Anais da E.S.A. "Luiz de Queiroz" 6: 193 - 229.
20. PIMENTEL GOMES, F.- 1953 - The Use of Mitscherlich ' s Law in the Analysis of Experiments with Fertilizers. Biometrics 9: 498 - 517.



21. PIMENTEL GOMES, F. e ABREU, C. P. - 1959 - Sôbre uma Fôrmla para o Cálculo da Dose mais Econômica de Adubo. Anais da E.S.A. "Luiz de Queiroz" 16: 191 - 198.
22. PIMENTEL GOMES, F. - 1957 - Análise Conjunta de 38 Experimentos de Adubação de Cana de Açúcar. Revista da Agricultura 32: 113 - 126.
23. PIMENTEL GOMES, F. - 1961 - On a Formula for the Estimation of the Optimum Dressing of a Fertilizer. Biometrics 17 : 492 - 494.
24. PIMENTEL GOMES, F. - 1966 - Curso de Estatística Experimental. 3ª ed. Piracicaba, S.P. 384 pp + 15 Tabelas.
25. PIMENTEL GOMES, F. e NOGUEIRA, I.R. - 1964 - Regressão e Covariância (mimeografado) Piracicaba. S. P.
26. PIMENTEL GOMES, F. e CAMPOS, H. - 1966 - Resultados de Ensaios de Adubação. Em Cultura e Adubação do Milho. Instituto Brasileiro de Potassa. São Paulo, Brasil.
27. PIMENTEL GOMES, F. - 1968 - Recent Developments of the Use of Mitscherlich's Law (mimeografado) Piracicaba.
28. PIMENTEL GOMES, F. - 1969 - Novos Aspectos do Estudo Econômico da Adubação. Fertilité 34: 3 - 9.
29. PISKUNOV, N. - Differential and Integral Calculus. Moscow - Peace Publishers. 895 pp.
30. SANCHEZ, A., LAZO, E., ZAMAVILDE, J. P. e MOLFINO, J. - 1966 - Analisis Cuantitativo Del Uso Económico de Fertilizantes. Seminario Internacional sôbre Investigación Económica Y Experimentación Agrícola. Santiago, Chile.
31. SILVA IEME, R. A. da - 1965 - Curso de Estatística. Rio de Janeiro, No Livro Técnico, SA. 292 pp.

32. STEVENS, W. L.- 1951 - Assymptotic Regression. Biometrics 7 : 247 - 267.
33. TEIXEIRA, T. D.- 1970 - Superfície Quadrática e suas Aplicações na Análise Econômica de Experimentos (tese). Viçosa, M. G. 164 pp.
34. TEJEDA, H.- 1966 - Evaluación de Algunos Aspectos de la Metodología para Determinar Funciones de Respuesta a la Fertilización y su Utilización Económica. Seminario Internacional sobre Investigación Económica y Experimentación Agrícola. Santiago, Chile.
35. ZAGATTO, A. G. e PIMENTEL GOMES, F.- 1960 - O Problema Técnico-Econômico da Adubação. Anais da E.S.A. "Luiz de Queiroz" 17. 149 - 164.
36. ZAGATTO, A. G. e PIMENTEL GOMES, F.- 1967 - Aspectos Econômicos da Adubação. Em MALAVOLTA, E. - Manual de Química Agrícola - Adubos e Adubação. 2ª ed. Biblioteca Agronômica "Ceres". São Paulo, Brasil.
37. ZAGATTO, A. G. e HOFFMANN, R.- 1969 - Teoria da Produção (mimeografado) Piracicaba, S. P.

## 11. APÉNDICE

Quadro V - Produções, em kg/ha, referentes aos 50 ensaios de adubação N P K em milho, instalados na região de Ribeirão Preto.

Trat.	E N S A I O S									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
000	2125	2325	2750	3775	4125	3625	2875	2150	1750	3250
001	2200	1725	1625	6550	5200	3025	3225	2550	2250	4400
002	2250	1725	2050	5500	4100	2625	6000	3000	3250	4650
010	3175	1525	2975	6000	3750	3050	6900	4200	1700	4400
011	2425	1575	2500	6050	5450	3775	4125	3950	3050	5375
012	1825	1500	2750	5550	4300	3675	3875	3900	1375	4500
020	2275	1150	2625	4400	2775	3125	7325	4550	2750	4475
021	2625	1450	2800	4825	3625	3250	3725	4625	1000	5550
022	1775	2450	3000	7075	4625	3375	3350	3765	2250	4425
100	3750	1875	2675	6450	3375	3000	5750	3025	3100	5125
101	2425	2075	2000	5375	4250	3375	6600	3750	2050	4560
102	2275	2750	1950	5400	4800	3750	5000	2900	2875	3250
110	2275	2525	2225	6000	3875	3325	6050	3975	1875	4375
111	3025	2325	1875	5750	5900	3875	6250	3875	2550	4250
112	2600	3000	3250	5375	4750	2550	6100	4375	3600	4225
120	2750	2250	2925	5250	5000	3925	6825	5675	2150	6375
121	2500	1500	2575	7525	5375	3650	7425	3785	5500	4550
122	2950	2150	2200	5250	4150	4000	7250	4750	1800	5150
200	4350	2550	3550	5100	4275	3500	6900	4300	2550	5500
201	2275	2075	2600	6275	5500	4275	7375	4000	3000	5500
202	3500	3500	3425	5025	4500	2650	3025	3875	2125	4450
210	2625	2700	2675	5525	6225	3000	6450	3500	5000	4575
211	3500	2050	2975	5875	5025	3000	5000	3125	2750	4625
212	3550	2750	3300	5650	6325	4900	6450	4250	3000	4675
220	3625	2375	2950	5875	5050	4500	9000	5250	2500	4000
221	3650	2775	2850	6425	6000	3625	5650	4750	2500	4575
222	3125	3125	3250	6375	5375	4125	7250	4500	4250	4900

Quadro V - (continuação).

Trat.	E N S A I O S									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
000	3325	2075	3100	1425	2500	1875	4750	4050	2700	2550
001	3900	2450	3910	2050	3150	3750	3725	4350	2775	2600
002	2750	1925	4460	3500	2875	1525	4175	5000	2750	2450
010	3625	2600	4335	3175	3300	1875	4600	4500	2375	3550
011	3950	2800	4525	2875	3275	1850	5050	4200	2650	2300
012	3525	3225	4220	2325	4375	2100	5850	4050	3050	2175
020	3800	2500	5630	2550	2550	3000	4625	4100	2875	1875
021	3700	2150	5010	2925	3950	2900	3850	4600	2500	4375
022	3700	2520	3675	3000	4500	3075	5350	4500	2325	2800
100	4375	3650	6280	2700	2925	3000	4925	5200	3050	4250
101	4500	3500	6175	4625	2500	3375	4725	5950	2700	3900
102	4450	3450	6810	4375	3950	2750	4850	5800	3375	3750
110	4250	5200	6500	4925	5200	2025	4550	5000	3475	3500
111	5000	3400	5620	4275	3875	2650	6300	5600	3275	4450
112	3625	3700	6110	3275	4250	3625	4575	5800	3250	4000
120	4850	4910	6920	5100	5000	2250	5750	4450	2800	3875
121	4250	5380	6780	4200	5300	3875	5625	6450	3150	4650
122	4625	4120	5175	5300	4350	2650	6000	6500	3500	5000
200	4300	4150	6225	4600	2900	2425	5350	4500	3450	3125
201	4825	3760	7150	4800	3700	3050	6375	4500	3250	4325
202	4325	5175	5360	5750	5600	2650	5300	5600	2900	4300
210	4800	4610	5370	5025	3050	3350	5125	4500	3650	3875
211	4400	4275	7630	4425	5550	3875	5750	5400	3425	3700
212	5275	4520	6565	5000	4925	3250	5500	5600	3400	4800
220	5950	3920	5970	5000	6400	3300	6125	5000	3375	5100
221	5000	4175	6500	4525	4750	3875	6300	5500	3450	4800
222	4150	6060	6975	5200	5000	5200	6625	5000	3675	4150

Quadro V - (continuação).

Trat.	E N S A I O S									
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
000	4250	3850	4050	2700	3885	2875	4500	3750	4250	4400
001	3785	2505	3700	2500	3600	3050	4050	3800	3900	5750
002	3920	4190	3530	2275	3700	2575	5000	3500	3550	8500
010	3370	3530	4140	3150	3650	2650	5300	3750	4250	6500
011	4420	4350	4400	3050	3460	2875	3600	4100	4250	6100
012	4405	3250	3340	2700	3875	3350	4150	3600	4650	5700
020	4880	4000	3200	2800	3780	2575	4350	3000	5150	6000
021	3875	4340	3730	2900	3800	2400	4450	3850	4100	4250
022	4600	4170	4220	3100	4500	3250	4050	3500	4200	7550
100	7150	5300	4860	3550	4640	3750	6000	5450	4450	5200
101	6195	5700	4820	3000	4250	3500	5450	4550	5250	5600
102	6530	5990	4050	3000	4250	2900	5150	4650	5500	5400
110	6010	7075	7190	4050	5000	3750	5500	4150	4600	5150
111	6100	4945	5810	3650	5200	3500	5150	4500	6000	7150
112	4990	5730	6025	3650	4650	3250	4800	5250	5450	7350
120	5170	5790	5820	3400	4675	3425	5350	5500	4800	6500
121	6710	6150	4220	3500	4670	4125	5400	5300	5950	6500
122	6690	5080	3690	3850	4750	3625	5200	5800	5450	7400
200	6680	5535	5800	3150	4680	4250	5550	5900	5400	6100
201	7585	5490	6380	3600	4950	4350	5900	4900	4900	5000
202	6025	5650	6740	3750	5075	4250	5700	6100	4450	7350
210	8140	7150	6960	3925	5190	4075	5000	5500	4550	6150
211	6600	6475	6330	3950	5340	3950	7050	4375	5400	9300
212	7460	5885	5300	3450	5250	3650	5500	5300	4750	8300
220	8200	6675	6070	4050	4510	4250	6400	5900	5250	6500
221	7170	5650	4915	4750	5950	3675	7400	5400	5500	6400
222	8300	6470	5210	4450	5400	4750	5600	5550	4800	6100

Quadro V - (continuação).

Trat.	E N S A I O S									
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
000	3000	4700	4900	3500	4100	3500	5100	6550	3850	2300
001	2400	4500	5300	4100	6500	3000	6550	7100	3950	2900
002	2950	4300	7400	3900	4250	2650	7500	7150	5450	3300
010	2900	4400	5000	4500	5000	1900	4100	7000	4700	2200
011	2600	4750	5550	4400	4250	3700	6550	8000	5650	2150
012	3250	3700	5650	4500	5700	4350	8150	8150	4350	3550
020	3950	5000	6900	4050	4650	2500	4450	7800	5750	1850
021	3900	4900	6850	3850	3900	3550	7350	7500	4600	2600
022	3300	4750	5550	4700	4100	3900	8200	8000	4250	2950
100	4100	4650	7250	4250	6750	3700	6400	8000	6700	1350
101	3250	5700	6000	5150	5900	6450	7200	7700	6150	3450
102	4500	6000	6500	6050	6000	5050	7750	8800	6100	2850
110	5400	5500	7600	4500	4050	4650	4600	7100	5750	4000
111	4400	6000	5900	6300	6550	4000	8050	7400	6500	3750
112	3900	5600	6800	5400	5250	5150	7300	8400	5850	2150
120	4000	5850	6600	4400	5000	7000	5900	8000	6800	1700
121	4550	5750	6700	5650	5950	4750	7650	7900	5400	3350
122	4350	5350	6875	5500	6250	4550	8750	8550	6600	2800
200	4600	5100	7550	6500	6900	6700	6200	8400	7250	2300
201	4800	5000	7550	5450	5300	4600	7700	8350	7750	2200
202	6450	5050	7200	5800	5800	5800	8400	7750	7500	2750
210	6000	6950	6050	4950	6550	7150	5150	8000	7500	1950
211	5000	4500	8350	6000	7250	6000	7850	9000	8150	4400
212	5150	6050	7950	7100	6150	4950	8650	8350	7500	3350
220	5150	6900	5000	4450	5450	4750	6450	8100	6750	3250
221	5250	5900	8100	7000	6600	6150	7350	8600	7000	4400
222	5500	5000	7150	6950	6250	5000	8750	8100	7750	2200

Quadro V - (continuação).

Trat.	E N S A I O S									
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
000	3150	5000	3850	3850	6350	5900	5400	4400	4150	4400
001	4150	5900	4500	3250	5500	5000	1800	5550	4050	4250
002	4800	3600	4000	3250	6650	3350	3750	5750	5250	4350
010	3500	6150	5000	3250	4600	6650	6400	5900	6350	4500
011	6350	5250	4750	4250	5600	7000	4950	5700	5400	5650
012	4750	4650	5250	3350	5150	5900	2550	4850	4650	4200
020	1850	6000	5250	3500	4250	3850	3550	5050	5500	5100
021	5100	6250	4750	2350	6350	6050	5250	4800	4800	4550
022	7000	6400	4750	1750	6850	4350	5000	6950	5850	5050
100	2650	4400	6100	6000	7400	6250	5600	5350	6200	4700
101	5600	6200	5750	5900	6000	5850	7000	7250	5750	4400
102	6050	5600	5150	4100	5900	4900	5750	6000	6450	5000
110	4850	4750	5000	4600	6000	5450	5800	5150	6350	4900
111	4150	5500	4750	5050	7350	4000	4750	6900	6150	4750
112	5750	5000	6150	4750	6350	5250	5750	7350	7000	5400
120	5100	6050	6150	5000	6100	8000	5850	7800	5300	5350
121	6600	4600	6150	3900	5750	6950	6500	6000	5900	5250
122	4600	4000	5150	4500	6600	5750	6800	6500	7750	5050
200	3350	5750	7000	5750	7500	4900	6100	7050	6300	5900
201	5850	5250	6250	6250	7950	6050	6150	6000	5900	4800
202	5000	5250	7250	5250	8250	7600	6400	7250	6950	4300
210	2800	4250	5600	5500	7500	7350	7200	5700	6200	5450
211	5550	6250	6500	5250	5650	7400	7350	7100	7650	4900
212	7300	5900	6650	6600	6300	6000	5850	6500	5150	5000
220	4200	5000	7300	6000	8650	6800	7200	6900	6850	5750
221	6000	5900	6750	6400	7400	6050	6250	7000	6750	6000
222	5500	4500	6700	5250	6900	5550	7000	6900	7250	6000



Quadro VI - Produções médias, em kg/ha, dos grupos de ensaios.

Trat.	G R U P O S									
	1	2.1	2.2	2.3	2.4	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5
000	3671	2865	3283	4341	4383	3725	3698	3825	4118	2990
001	3846	3308	3256	4809	4233	4032	3400	4261	4268	3268
002	4018	3406	3390	5059	4458	4300	3962	4092	4375	3361
010	4118	3710	3512	4482	4933	4096	4376	3794	4665	3658
011	4297	3812	3454	4932	5225	4635	4286	4367	4558	3640
012	4076	3402	3500	5218	4433	4304	3748	4448	4568	3314
020	3990	3645	3368	4859	4292	4085	4386	3548	4350	3580
021	4128	3410	3614	4909	4788	4723	4152	4170	4892	3701
022	4366	3537	3818	5250	5096	4416	4084	4918	4828	3588
100	4733	4033	4378	5473	5225	4421	4856	4855	5042	4488
101	4868	3895	4335	5704	5775	4674	5016	5130	5078	4440
102	4809	3820	4337	6018	5321	4508	4722	5293	5068	4454
110	4792	4035	4804	5209	5217	4656	5238	4888	4745	4432
111	4966	4130	4627	6023	5300	5278	4757	5170	5110	4517
112	4955	4097	4419	5986	5562	4960	5056	5136	5165	4456
120	5108	4600	4490	5777	5767	5044	5458	5012	5378	4650
121	5236	4676	4859	6059	5529	5040	5498	5648	5258	4738
122	5094	4121	4728	6257	5508	4826	5220	5239	5208	4975
200	5155	4404	4428	6304	5762	4912	5432	5158	5600	4672
201	5216	4508	4875	5777	5867	5188	5252	5274	5358	5010
202	5282	3918	4949	6377	6146	5026	4928	5505	6058	4926
210	5201	4389	4930	6091	5583	5321	5682	5246	4975	4782
211	5504	4172	5130	6639	6346	5533	5239	5532	6148	5070
212	5500	4708	4926	6609	6008	5625	5373	5584	5960	4956
220	5479	4690	5318	5809	6221	5480	5863	5615	5272	5167
221	5587	4498	5194	6568	6325	5526	5435	5827	6055	5090
222	5583	4882	5359	6286	5958	5176	5846	5625	5728	5540

Quadro VI - (continuação).

Trat.	GRUPOS									
	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9	4.10
000	3450	3910	3315	3335	4470	2575	3770	4282	3770	3835
001	3675	4255	3895	3627	4675	3130	3647	3820	3786	3950
002	3710	3350	3235	4642	4895	4065	3760	4060	3958	4505
010	3085	4990	3645	4907	4850	3075	4172	4815	3311	4330
011	3845	4645	3740	4600	5345	3380	3824	4742	4385	4465
012	3980	4135	4115	4009	5230	3455	3714	3800	3785	4540
020	3025	3830	3755	5651	4800	3320	3671	4256	3245	4345
021	3845	4510	3130	4572	5070	3465	4056	4420	4388	3820
022	4335	4520	3089	3958	5155	3650	4074	5040	4894	4950
100	3860	4705	5110	5281	5740	3465	5302	4933	4270	4660
101	3955	4370	4750	5675	5497	3725	5103	5480	4810	5310
102	4560	4025	4415	5362	5470	4110	5106	5090	4888	5060
110	4090	4140	4465	5555	5035	4720	5340	5020	4655	4900
111	4865	4030	4605	5649	5610	4070	5562	5320	4594	5360
112	4520	4295	4620	5607	5650	4015	5043	5355	4801	5640
120	4110	4995	4772	6414	6015	4110	4923	5705	4633	5405
121	4905	4830	4906	5828	5965	5010	5326	5334	5205	5445
122	4650	4030	4704	5825	6400	4225	5216	5545	4586	5755
200	4155	4730	5450	5955	5930	3980	5531	5606	4462	5750
201	4735	4490	4962	6255	5925	4250	5928	5345	5323	5150
202	5320	4960	5275	4962	5840	4685	5713	5470	4840	5760
210	4800	4485	5182	5954	5540	4215	5785	5668	4760	5625
211	4775	5200	5340	5681	5830	5095	5936	5818	4910	6460
212	5265	4880	5464	6163	5885	4845	6032	5575	5527	5360
220	4615	4850	5209	6774	5825	4430	6044	6062	5465	5520
221	5225	4975	5475	5960	6075	4855	6257	6040	5310	5695
222	5440	4560	5587	6295	6035	4760	6042	5890	5639	5580

Quadro VII : Estimativas dos desvios-padrões, em kg/ha, coeficientes de variação, em porcentagem, valores dos testes F de regressão e coeficientes de determinação dos 70 casos estudados, referentes aos 3 modelos de regressão polinomial estudados.

	M O D Ê L O I				M O D Ê L O II				M O D Ê L O III			
	Desvio- padrão kg/ha	Coeffici- ente de variação %	Valor do Teste F (3)	Coeffici- ente de determi- nação %	Desvio- padrão kg/ha	Coeffici- ente de variação %	Valor do Teste F (3)	Coeffici- ente de determi- nação %	Desvio- padrão kg/ha	Coeffici- ente de variação %	Valor do Teste F (3)	Coeffici- ente de determi- nação %
1	92,81	1,93	115,56**	98,03	92,29	1,92	116,91**	98,08	92,75	1,93	115,78**	98,10
2.1	181,51	4,51	19,19**	83,88	179,69	4,46	19,63**	84,07	181,44	4,51	19,22**	83,94
2.2	144,17	3,32	64,93**	96,65	144,07	3,32	64,95**	96,55	144,08	3,32	65,04**	96,69
2.3	206,47	3,65	28,14**	92,49	204,78	3,62	28,55**	92,30	206,34	3,64	28,20**	92,56
2.4	216,23	4,02	21,76**	86,34	215,65	4,01	21,99**	86,78	216,10	4,02	21,80**	86,41
3.1	221,57	4,62	14,86**	95,16	219,69	4,58	15,10**	95,03	221,47	4,62	14,89**	95,25
3.2	214,24	4,42	28,15**	93,63	212,49	4,38	28,66**	93,77	214,14	4,41	28,19**	93,68
3.3	192,21	3,90	30,51**	94,42	189,23	3,84	31,52**	94,55	192,08	3,89	30,57**	94,48
3.4	224,07	4,39	15,92**	86,70	223,71	4,38	15,98**	86,69	223,96	4,39	15,95**	86,78
3.5	182,16	4,19	41,98**	96,90	180,87	4,16	42,57**	96,88	182,01	4,18	42,07**	96,94
4.1	219,27	5,06	23,78**	91,14	215,55	4,98	24,73**	91,57	219,09	5,06	23,83**	91,19
4.2	338,70	7,58	2,40	48,40	338,55	7,57	2,42	49,31	338,59	7,57	2,38	48,50
4.3	241,97	5,34	28,30**	90,76	246,78	5,45	27,10**	90,40	241,81	5,34	28,35**	90,79
4.4	357,32	6,68	14,84**	83,65	354,49	6,62	15,22**	84,46	357,08	6,67	14,86**	83,69
4.5	241,76	4,39	10,40**	84,38	238,30	4,32	10,84**	85,46	241,53	4,38	10,43**	84,50

(3) Número de graus de liberdade para tratamentos: 9; número de graus de liberdade para resíduo:15; valores de F da tabela: F=2,59 (5%) F= 3,89 (1%); um asterisco indica significância ao nível de 5%; dois asteriscos indicam significância ao nível de 1%.

	MODÉLO I				MODÉLO II				MODÉLO III			
	Desvio-padrão kg/ha	Coefficiente de variação %	Valor do Teste F	Coefficiente de determinação %	Desvio-padrão kg/ha	Coefficiente de variação %	Valor do Teste F	Coefficiente de determinação %	Desvio-padrão kg/ha	Coefficiente de variação %	Valor do Teste F	Coefficiente de determinação %
4.6	341,16	8,48	8,79**	82,57	240,22	5,97	17,84**	83,10	341,05	8,47	8,80**	82,61
4.7	256,78	5,14	34,02**	97,13	256,63	5,14	34,02**	97,00	256,59	5,14	34,09**	97,16
4.8	288,01	5,62	13,12**	86,66	285,87	5,57	13,31**	86,60	287,84	5,61	13,15**	86,72
4.9	263,84	5,74	13,92**	81,79	261,68	5,69	14,25**	82,36	263,69	5,73	13,94**	81,84
4.10	334,89	6,79	9,32**	83,82	340,47	6,70	9,38**	82,24	344,74	6,78	9,33**	83,88
5.1	531,07	19,01	2,36	53,15	511,74	18,32	2,67*	55,84	530,97	19,01	2,36*	53,17
5.2	319,42	14,43	6,57**	68,39	326,36	14,74	6,23**	67,63	319,32	14,42	6,58**	68,40
5.3	331,98	12,39	4,30**	66,06	300,32	11,21	5,62**	70,72	331,89	12,39	4,31**	66,08
5.4	743,64	13,02	1,04	32,45	751,06	13,14	0,98	31,41	743,21	13,01	1,04	32,51
5.5	652,00	13,78	3,47*	64,68	623,67	13,19	3,95**	67,32	651,62	13,78	3,48*	64,72
5.6	534,07	15,25	0,80	23,91	540,80	15,44	0,74	22,64	533,88	15,24	0,80	23,94
5.7	1270,40	22,02	2,31	49,23	1255,56	21,76	2,41	50,05	1270,15	22,02	2,31	49,24
5.8	557,18	14,15	4,00**	67,29	535,56	13,60	4,46**	69,42	556,95	14,14	4,00**	67,31
5.9	623,00	23,18	1,52	19,80	603,08	22,44	1,73	21,17	622,88	23,18	1,52	19,81
5.10	659,28	14,16	0,82	28,14	645,56	13,87	0,92	30,51	659,02	14,16	0,82	28,19
5.11	479,30	11,23	4,02**	70,64	475,48	11,14	4,12**	71,11	478,94	11,22	4,03**	70,69
5.12	580,13	15,63	8,02**	76,40	609,36	16,42	7,11**	74,76	579,86	15,62	8,03**	76,42
5.13	704,95	12,44	6,26**	76,84	715,20	12,62	6,03**	76,24	704,43	12,43	6,27**	76,87

	MODÉLO I			MODÉLO II			MODÉLO III					
	Desvio-padrão kg/ha	Coeficiente de variação %	Valor do Teste F	Coeficiente de determinação %	Desvio-padrão kg/ha	Coeficiente de variação %	Valor do Teste F	Coeficiente de determinação %	Desvio-padrão kg/ha	Coeficiente de variação %	Valor do Teste F	Coeficiente de determinação %
5.14	662,43	16,73	7,16**	80,20	594,95	15,02	9,28**	83,80	662,19	16,72	7,17**	80,21
5.15	746,79	18,38	3,76*	61,45	755,57	18,60	3,64*	60,81	746,56	18,37	3,76*	61,47
5.16	618,43	21,10	3,04*	59,73	641,78	21,90	2,70*	57,20	618,29	21,10	3,04*	59,74
5.17	646,30	12,31	2,39	56,83	650,72	12,40	2,34	56,28	645,92	12,30	2,40	56,87
5.18	359,21	7,15	8,86**	76,58	341,00	6,78	10,02**	78,00	358,43	7,13	8,91**	76,64
5.19	245,51	7,97	5,47**	73,94	245,59	7,97	5,47**	73,92	245,17	7,96	5,49**	74,00
5.20	399,82	10,77	10,78**	69,37	406,52	10,95	10,37**	69,01	399,42	10,76	10,80**	69,39
5.21	674,93	11,44	11,98**	85,30	702,91	11,92	10,92**	84,30	674,46	11,44	12,00**	85,32
5.22	547,35	10,49	11,23**	81,96	535,81	10,26	11,79**	82,46	546,85	10,48	11,25**	81,98
5.23	682,29	13,70	6,77**	76,71	666,15	13,37	7,18**	77,59	681,89	13,69	6,78**	76,73
5.24	298,75	8,78	9,71**	84,86	320,76	9,42	8,21**	82,63	298,36	8,76	9,74**	84,90
5.25	325,49	7,16	9,87**	83,78	324,28	7,14	9,95**	83,88	324,88	7,15	9,91**	83,83
5.26	361,35	10,31	6,95**	79,82	373,60	10,66	6,39**	78,50	361,07	10,30	6,96**	79,84
5.27	617,77	11,78	4,04**	69,48	627,50	11,97	3,86*	68,57	617,40	11,78	4,04**	69,51
5.28	498,80	10,61	7,56**	79,29	483,08	10,28	8,16**	80,38	490,43	10,60	7,56**	79,32
5.29	518,66	10,71	2,58	60,62	498,04	10,28	2,94*	63,68	518,16	10,69	2,58	60,70
5.30	1216,63	19,08	1,14	40,07	1201,50	18,84	1,21	41,53	1216,33	19,07	1,14	40,10
5.31	554,04	13,05	8,79**	83,42	574,95	13,54	8,04**	82,20	553,78	13,05	8,80**	83,43
5.32	606,31	11,54	2,93*	62,51	603,30	11,48	2,97*	62,86	605,89	11,53	2,93*	62,56

	MODÉLO I			MODÉLO II			MODÉLO III					
	Desvio-padrão kg/ha	Coeficiente de variação %	Valor do Teste F	Coeficiente de variação %	Desvio-padrão kg/ha	Coeficiente de variação %	Valor do Teste F	Coeficiente de variação %	Desvio-padrão kg/ha	Coeficiente de variação %	Valor do Teste F	Coeficiente de variação %
5.33	966,94	14,65	1,25	40,54	992,41	15,03	1,10	37,65	966,56	14,64	1,25	40,58
5.34	431,13	8,38	13,27**	78,41	386,78	7,52	16,89**	80,33	430,50	8,37	13,31**	78,44
5.35	666,60	11,97	3,48*	53,22	669,68	12,02	3,44*	52,98	666,14	11,96	3,49*	53,25
5.36	640,86	13,79	8,74**	65,13	639,57	13,76	8,78**	65,18	640,50	13,78	8,75**	65,14
5.37	527,91	7,58	17,38**	90,64	482,26	6,92	21,15**	92,08	527,05	7,57	17,44**	90,67
5.38	480,70	6,07	2,59*	60,06	479,49	6,05	2,61*	60,25	479,62	6,06	2,62*	60,23
5.39	633,68	10,33	9,62**	84,59	634,70	10,35	9,59**	84,55	633,16	10,32	9,64**	84,62
5.40	768,16	27,29	1,38	43,22	782,29	27,79	1,27	41,28	768,03	27,28	1,38	43,24
5.41	635,47	13,04	8,07**	60,37	625,04	12,83	8,40**	60,78	634,97	13,03	8,09**	60,39
5.42	499,38	9,40	2,66*	38,18	482,32	9,08	2,97*	39,78	498,91	9,40	2,67*	38,22
5.43	501,08	8,87	8,55**	78,33	484,07	8,57	9,28**	79,35	500,62	8,87	8,56**	78,36
5.44	609,53	13,18	10,59**	83,94	638,82	13,82	9,50**	82,64	609,18	13,17	10,61**	83,95
5.45	607,67	9,38	5,45**	62,12	574,33	8,87	6,30**	64,15	607,26	9,38	5,45**	62,15
5.46	1293,58	22,08	0,70	29,40	1310,19	22,37	0,64	27,59	1293,33	22,08	0,70	29,43
5.47	962,40	17,10	3,63*	60,68	950,43	16,89	3,76*	61,37	962,08	17,10	3,63*	60,70
5.48	785,99	12,66	1,91	48,22	782,22	12,60	1,94	48,63	785,54	12,65	1,91	48,27
5.49	826,59	13,79	2,19	55,78	811,03	13,53	2,34	57,36	826,18	13,78	2,19	55,82
5.50	440,59	8,82	2,65*	58,87	443,35	8,87	2,59*	58,40	440,15	8,81	2,66*	58,94

Quadro VIII : Estimativas dos parâmetros e respectivos intervalos de confiança, ao nível de aproximadamente 95% de probabilidade, dos 70 casos estudados, referentes aos modelos I(4), II e III.

---

(4) CAMPOS (1967)



Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MO DELTO II	4356,8	-765,7	-573,7	-613,5	-376,7	-393,2	-287,6	358,2	-143,2	-228,6
	5026,2	-227,6	-35,6	-75,4	3,9	-12,6	-7,0	666,6	165,2	79,8
	5695,6	310,5	502,5	462,7	384,5	368,0	373,6	975,0	473,6	388,2
MO DELTO III	3589,7	534,9	-139,5	12,9	-114,5	-134,9	-111,3	-70,8	-108,7	-290,2
	3736,8	816,6	142,2	294,6	-13,7	-34,1	-10,5	116,3	78,4	-103,1
	3883,8	1098,3	423,9	576,3	87,1	66,7	90,3	303,3	265,5	83,9
MODELO III	3626,2	-733,8	-270,3	-366,4	-49,6	-66,1	-60,6	1181,4	19,0	86,0
	3758,6	-551,0	-87,4	-183,6	3,9	-12,6	-7,0	1454,4	291,9	359,0
	3891,0	-368,2	95,4	-0,7	57,5	41,0	46,6	1727,4	564,9	631,9
MODELO II	3535,5	-733,5	-574,8	-567,1	-360,7	-387,9	-399,3	196,6	-90,8	334,3
2.1	4203,0	-196,9	-38,2	-30,5	18,9	-8,3	-19,7	504,2	216,8	-26,7
	4870,5	339,7	498,4	506,1	398,5	371,3	359,9	811,8	524,4	280,9
MODELO II	2719,3	90,7	-461,4	-432,1	-369,4	-438,3	-425,4	-483,4	-387,7	-612,6
	3172,9	718,6	166,5	195,8	6,2	-62,8	-49,9	28,2	123,9	-101,0
	3626,5	1346,4	794,3	823,6	381,8	312,8	325,7	539,8	635,6	410,6
MODELO III	2798,9	-986,0	-602,9	-584,4	-256,8	-284,1	-295,5	544,8	-272,8	-515,2
	3232,4	-476,5	-93,4	-74,9	18,9	-8,3	-19,8	1167,4	349,7	107,3
	3666,0	33,0	416,1	434,6	294,6	267,4	256,0	1789,9	972,2	729,8

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
I MODELO	4054,1	-755,8	-476,6	-483,6	-250,6	-311,8	-301,1	519,6	-58,1	-202,7
I MODELO	4604,3	-313,5	-34,3	-41,3	62,3	1,1	11,8	773,1	195,4	50,8
I MODELO	5154,5	128,8	408,0	401,0	375,2	314,0	324,7	1026,6	448,9	304,3
II MODELO	2780,0	462,8	-483,6	-371,0	-318,1	-428,3	-436,5	-470,7	-374,4	-535,9
II MODELO	3237,8	1001,4	55,0	167,6	98,4	-11,7	-19,9	15,5	111,8	-49,7
II MODELO	3695,6	1540,1	593,6	706,2	515,0	404,8	396,6	501,7	598,0	436,6
III MODELO	2824,0	-1241,1	-567,0	-583,9	-292,9	-354,1	-343,4	1248,1	-293,5	-352,9
III MODELO	3769,5	-758,2	-84,1	-101,0	62,3	1,1	11,8	1781,9	240,2	180,8
III MODELO	3714,9	-275,4	398,7	381,8	417,5	356,3	367,0	2315,6	774,0	714,6
I MODELO	5216,6	-821,7	-602,2	-640,7	-447,5	-461,9	-396,2	378,3	-215,6	-59,8
I MODELO	5915,1	-260,2	-40,7	-79,2	-50,3	-64,7	1,0	700,1	106,2	262,0
I MODELO	6613,6	301,3	520,8	482,3	346,9	332,5	398,2	1021,9	428,0	583,8
II MODELO	3692,9	212,0	-672,0	-510,0	-748,4	-786,5	-619,1	-681,3	-745,3	-682,5
II MODELO	4423,0	1003,8	119,8	281,9	-52,0	-90,0	77,3	71,0	7,0	69,8
II MODELO	5153,1	1795,7	911,7	1073,8	644,5	606,4	773,8	823,4	759,4	822,2
III MODELO	3624,9	-1385,5	-855,4	-948,4	-698,3	-712,7	-647,0	911,8	-497,3	-195,7
III MODELO	4350,4	-630,0	-100,0	-193,0	-50,3	-64,7	1,0	1706,1	296,9	598,6
III MODELO	5076,0	125,5	655,5	562,5	597,6	583,2	649,0	2500,4	1091,2	1392,9

Grupo	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_{11}$	$\hat{\alpha}_{22}$	$\hat{\alpha}_{33}$	$\hat{\alpha}_{12}$	$\hat{\alpha}_{13}$	$\hat{\alpha}_{23}$	$\hat{\alpha}_{14}$	$\hat{\alpha}_{24}$	$\hat{\alpha}_{34}$
MODELO I	4831,8	-744,3	-644,8	-775,0	-465,5	-420,5	-457,1	335,6	-223,4	-290,5
2.4	5595,8	-130,1	-30,6	-160,8	-31,1	13,9	-22,7	687,6	128,6	61,5
MODELO II	6359,8	484,1	583,6	453,4	403,3	448,3	411,7	1039,6	480,6	413,5
MODELO III	3484,2	-313,6	-605,8	-283,8	-926,7	-774,6	-833,6	-454,2	-773,0	-1154,
MODELO I	4298,6	534,6	242,3	564,3	-131,3	20,7	-38,2	372,4	53,7	-327,6
MODELO II	5112,9	1382,7	1090,4	1412,5	664,0	816,1	757,2	1199,2	880,4	499,1
MODELO III	3544,2	-1142,7	-902,5	-1216,7	-797,0	-752,0	-788,7	303,1	-558,9	-226,5
MODELO I	4354,7	-315,7	-75,4	-389,7	-31,1	13,9	-22,8	1151,1	289,1	621,4
MODELO II	5165,2	511,3	751,6	437,3	734,8	779,8	743,2	1999,1	1137,1	1469,4
MODELO III	4408,3	-613,6	-780,4	-817,2	-415,6	-489,7	-487,0	196,9	-133,2	-251,5
MODELO I	5123,0	-39,1	-205,9	-242,7	-9,2	-83,3	-80,6	526,2	196,1	77,8
MODELO II	5837,7	535,4	368,6	331,8	397,2	323,1	325,8	855,5	525,4	407,1
MODELO III	2798,3	-595,8	-90,3	191,8	-834,2	-1028,6	-948,9	-429,2	-1162,1	-1369,3
MODELO I	3652,1	275,5	781,0	1063,2	9,6	-184,8	-105,1	431,0	-301,8	-509,0
MODELO II	4506,0	1146,9	1652,4	1934,5	853,4	659,1	738,7	1291,3	558,5	351,3
MODELO III	2802,4	-962,2	-1364,9	-1453,8	-843,1	-917,2	-914,4	-123,3	113,4	195,0
MODELO I	3660,2	-95,7	-498,4	-587,4	-9,2	-83,3	-80,6	754,1	990,8	1072,4
MODELO II	4518,0	770,8	368,1	279,1	824,6	750,5	753,3	1631,5	1868,3	1949,8

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	4349,7	-916,2	-571,8	-451,8	-395,4	-406,6	-408,1	401,5	-58,6	-432,3
3.2	5034,0	-360,7	-16,3	103,7	-2,5	-13,7	-15,2	719,9	259,8	-113,9
	5718,3	194,8	539,2	659,2	390,4	379,2	377,7	1038,3	578,2	204,5
MODELO II	2973,0	436,0	-707,5	-1126,0	-869,3	-858,3	-898,3	-992,6	-621,5	-705,4
3.3	3810,8	1282,4	138,9	-279,6	-36,4	-25,4	-65,4	-151,7	219,5	135,5
	4648,7	2128,7	985,3	566,7	796,5	807,5	767,5	689,3	1060,5	976,5
MODELO III	3018,7	-1719,3	-888,0	-598,2	-833,5	-844,7	-846,3	1117,0	-517,2	-1289,4
3.4	3861,6	-872,1	-40,8	248,9	-2,5	-13,7	-15,2	1969,4	335,3	-437,0
	4704,5	-25,0	806,3	1096,0	828,5	817,4	815,8	2821,9	1187,7	415,4
MODELO IV	4618,4	-828,7	-461,0	-663,3	-296,5	-485,5	-306,3	-377,9	-163,0	-69,1
3.5	5238,4	-330,3	37,4	-164,9	56,0	133,0	46,2	663,6	122,7	216,6
	4858,4	168,1	535,8	333,5	408,5	219,5	398,7	949,3	408,4	502,3
MODELO V	2961,2	528,4	-1017,6	-52,5	-675,1	-1016,0	-654,7	-887,6	-540,8	-935,3
3.6	3712,7	1283,7	-262,3	702,8	74,2	-266,7	94,6	-134,7	212,1	-182,4
	4464,2	2039,0	493,0	1458,1	823,5	482,6	843,9	618,2	965,0	570,5
MODELO VI	2982,9	-1562,8	-675,2	-1163,7	-700,8	-889,8	-710,5	1103,7	-871,7	102,0
3.7	3745,1	-798,8	88,9	-399,6	56,0	-133,0	46,2	1870,1	-105,2	868,5
	4507,2	-34,7	853,0	364,5	812,8	623,8	803,0	2636,6	661,3	1635,0

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	4476,0	-598,8	-572,4	-710,9	-516,8	-305,9	-409,1	252,2	221,7	176,7
H 3.4	5198,8	-17,8	8,6	-129,9	-105,8	105,1	1,9	585,2	111,3	156,3
MODELO II	5921,6	563,2	589,6	451,1	305,2	516,1	412,9	918,2	444,3	489,3
H 3.5	3337,2	-793,4	-819,5	-648,6	-1101,9	-726,7	-805,9	-351,1	-761,3	-1050,7
MODELO III	4228,8	100,5	74,4	245,3	-211,6	163,6	84,4	541,4	131,2	-158,3
H 3.6	5120,4	994,4	968,2	1139,2	678,7	1053,9	974,7	1433,8	1023,6	734,2
MODELO IV	3314,0	-937,7	-874,1	-1208,5	-994,9	-784,0	-887,2	-246,2	-706,7	-399,8
H 3.7	4206,2	-44,3	19,2	-315,1	-105,8	105,1	1,9	648,6	188,0	494,9
MODELO V	5098,5	849,0	912,6	578,3	783,3	994,2	891,0	1543,4	1082,8	1389,7
H 3.8	3985,0	-804,5	-417,0	-525,2	-339,2	-270,3	-324,5	513,4	-80,7	-206,8
MODELO VI	4571,5	-332,2	55,3	-52,9	-5,1	63,8	9,6	784,1	190,0	63,9
H 3.9	5158,0	140,1	527,6	419,4	329,0	397,9	343,7	1054,8	460,7	334,6
MODELO VII	2487,3	378,0	-841,0	-595,1	-777,1	-623,7	-752,9	-741,2	-399,8	-787,0
H 3.10	3209,5	1101,1	-117,9	128,0	-55,4	98,0	-31,3	-18,7	322,7	-64,5
MODELO VIII	3931,7	1824,2	605,2	851,1	666,2	819,6	690,4	703,8	1045,2	658,0
H 3.11	2543,8	-1530,3	-594,8	-855,9	-730,4	-661,5	-715,7	1133,7	-729,1	-554,8
MODELO IX	3270,4	-803,3	132,2	-128,9	-5,1	63,8	9,6	1861,4	-1,5	172,8
H 3.12	3996,9	-76,2	859,3	598,1	720,2	789,1	734,9	2589,0	726,1	900,4

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	4022,7	-498,8	-450,5	-550,5	-226,1	-285,2	-238,6	401,9	-78,7	-135,7
H 4.1	4522,8	-96,8	-48,5	-148,5	58,3	-0,8	45,8	632,3	151,7	366,1
	5022,9	305,2	353,5	253,5	342,7	283,6	330,2	862,7	382,1	596,5
MODELO II	2339,8	-601,2	-892,2	-393,8	-719,5	-914,6	-758,0	-463,9	-827,8	-854,7
H	3201,3	260,7	-30,2	468,2	141,6	-53,5	103,0	397,7	33,8	6,9
	4062,7	1122,7	831,7	1330,2	1002,7	807,6	964,1	1259,3	895,4	868,5
MODELO III	2305,1	-1110,8	-994,1	-1235,5	-816,4	-875,6	-828,9	31,0	-661,3	-46,2
H	3180,6	-235,0	-118,3	-359,7	58,3	-0,8	45,8	907,1	214,8	829,9
	4056,1	640,7	757,5	516,0	933,0	873,9	920,6	1783,2	1090,9	1706,0
MODELO IV	3790,3	-485,3	-715,3	-799,5	-534,3	-351,0	-402,2	-79,0	-227,9	-460,4
H 4.2	4562,8	135,7	-94,3	-178,5	-95,0	88,3	37,1	277,0	128,1	-104,4
	5335,3	756,7	526,7	442,5	344,3	527,6	476,4	633,0	484,1	251,6
MODELO V	2729,4	-1676,5	-921,8	-891,3	-1599,8	-1280,5	-1242,5	-750,0	-1454,2	-1889,9
H	4083,0	-322,5	432,2	462,7	-246,4	72,9	110,8	603,8	-100,4	-536,1
	5436,6	1031,5	1786,3	1816,7	1106,9	1426,2	1464,2	1957,5	1253,3	817,6
MODELO VI	2800,1	-1027,6	-1582,8	-1786,0	-1448,1	-1264,7	-1316,0	-1532,0	-844,4	-972,8
H	4153,8	326,3	-229,0	-432,1	-95,0	88,3	37,1	-177,8	509,8	381,3
	5507,5	1680,2	1124,9	921,7	1258,1	1441,4	1390,2	1176,3	1863,9	1735,4

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	4209,9	-711,7	-516,5	-454,3	-225,9	-250,4	-264,3	636,0	-242,1	-276,5
H 4.3	4761,8	-268,0	-72,8	-10,6	87,9	63,4	49,5	890,3	12,2	-22,2
MODELO II	5313,7	175,7	370,9	433,1	401,7	377,2	363,3	1144,6	266,5	232,1
H	2735,7	-199,0	-924,6	-1116,8	-894,8	-919,8	-846,0	-744,4	-1151,3	-1035,6
MODELO III	3722,6	788,0	62,4	-129,8	92,0	67,0	140,8	242,6	-164,4	-48,6
H	4709,6	1775,1	1049,5	857,3	1078,8	1053,8	1127,6	1229,5	822,6	938,3
MODELO IV	2762,1	-1615,4	-1144,1	-994,0	-878,9	-903,4	-917,3	688,6	-841,9	-1064,1
H	3729,1	-648,3	-177,0	-27,0	87,9	63,4	49,5	1655,8	125,2	-96,9
MODELO V	4696,1	318,8	790,0	940,1	1054,7	1030,2	1016,3	2622,9	1092,4	870,2
H 4.4	4834,0	-1159,8	-648,0	-601,7	-523,4	-461,7	-726,4	441,1	-32,0	-542,3
MODELO VI	5649,0	-504,6	7,2	53,5	-60,0	1,7	-263,0	816,6	343,5	-166,8
H	6464,0	150,6	662,4	708,7	403,4	465,1	200,4	1192,1	719,0	208,7
MODELO VII	2376,1	400,3	-880,5	-1219,6	-1588,6	-1363,7	-1943,7	-1820,5	-1057,8	-1456,4
H	3793,9	1818,2	537,4	198,3	-170,9	54,0	-525,9	-402,6	360,0	-38,5
MODELO VIII	5211,7	3236,1	1955,4	1616,2	1246,8	1471,8	891,8	1015,2	1777,8	1379,3
H	2460,5	-2648,0	-1412,3	-1300,4	-1488,0	-1426,2	-1691,0	1171,6	-784,2	-1514,5
MODELO IX	3888,6	-1219,8	15,9	127,8	-60,0	1,8	-263,0	2599,9	644,1	-86,2
H	5316,8	208,4	1444,1	1556,0	1368,0	1429,7	1165,0	4028,2	2072,3	1342,0

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	5135,4	-742,2	-341,0	-510,5	-375,6	-371,4	-239,8	212,3	-93,1	-123,3
4.5	5686,8	-298,9	102,3	-67,2	-62,1	-57,9	73,7	466,4	161,0	130,8
	6238,2	144,4	545,6	376,1	251,4	255,6	387,2	720,5	415,1	384,9
MODELO II	3657,2	276,8	-1328,6	-772,3	-1096,4	-1068,5	-775,6	-1209,3	-546,2	-985,6
4.5	4610,4	1230,0	-375,4	180,9	-143,3	-115,4	177,5	-256,1	407,0	-32,4
	5563,6	2183,2	577,8	1134,1	809,9	837,7	1130,7	697,0	1360,2	920,8
MODELO III	3650,4	-1689,2	-720,7	-1129,9	-1028,1	-1023,9	-892,3	643,0	-1163,8	-619,4
4.5	4616,4	-723,1	245,4	-163,8	-62,1	-57,9	73,7	1609,1	-197,6	346,7
	5582,5	242,9	1211,4	802,2	903,9	908,1	1039,8	2575,2	768,5	1312,8
MODELO IV	3538,5	-829,0	-732,4	-750,7	-403,7	-487,0	-614,5	252,7	-145,1	-140,7
4.6	4316,6	-203,5	-106,9	-125,2	38,7	-44,6	-172,1	611,2	213,4	217,8
	5094,7	422,0	518,6	500,3	481,1	397,8	270,3	969,7	571,9	576,3
MODELO V	1697,3	-292,7	-469,4	-184,8	-805,8	-1081,6	-1272,2	-841,8	-1006,2	-1046,0
4.6	2658,2	668,2	491,5	776,1	155,1	-120,7	-311,3	119,1	-45,3	-85,2
	3619,0	1629,0	1452,4	1737,0	1116,0	840,2	649,6	1080,0	915,5	875,7
MODELO VI	1295,2	-1856,7	-1623,3	-1667,6	-1325,4	-1408,7	-1536,2	-50,7	-651,1	-500,7
4.6	2659,4	-492,5	-259,1	-303,4	38,8	-44,6	-172,1	1313,5	713,1	863,5
	4023,5	871,7	1105,1	1060,8	1402,9	1319,5	1192,0	2677,7	2077,3	2227,7



Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
I MODELO	4753,6	-797,4	-545,2	-583,7	-287,4	-292,0	-273,2	762,4	-172,7	-260,9
	5339,3	-326,6	-74,4	-112,9	45,6	41,0	59,8	1032,3	97,2	9,0
	5925,0	144,2	396,4	357,9	378,6	374,0	392,8	1302,2	367,1	278,9
II MODELO	2800,0	-9,6	-877,7	-785,1	-989,0	-940,8	-931,8	-783,5	-1109,8	-1290,9
	3826,5	1017,0	148,8	241,4	37,4	85,7	94,7	243,0	-83,3	-264,4
	4853,0	2043,5	1175,3	1267,9	1063,9	1112,2	1121,2	1269,5	943,2	762,1
III MODELO	2805,3	-1816,2	-1207,3	-1300,2	-980,7	-985,3	-966,5	1036,3	-778,6	-730,8
	3831,6	-789,8	-181,0	-273,9	45,6	41,0	59,8	2062,6	247,7	295,6
	4857,9	236,5	845,4	752,4	1071,9	1067,3	1086,2	3089,0	1274,1	1321,9
IV MODELO	4664,2	-797,4	-519,2	-553,5	-372,1	-369,2	-319,1	377,3	-69,0	-331,7
	5321,1	-269,3	8,9	-25,4	1,4	4,3	54,4	680,0	233,7	-29,0
	5978,0	258,8	537,0	502,7	374,9	377,8	427,9	982,7	536,4	273,7
V MODELO	3046,0	-227,6	-1181,1	-1142,6	-1189,4	-1091,6	-1087,0	-1114,4	-889,2	-1234,7
	4189,4	915,8	-37,7	0,9	-46,0	51,8	56,5	29,0	254,3	-91,3
	5332,9	2059,3	1105,8	1144,4	1097,5	1195,3	1200,0	1172,5	1397,8	1052,2
VI MODELO	3057,6	-1802,9	-1131,3	-1214,2	-1149,9	-1147,0	-1096,9	444,2	-1001,9	-1150,3
	4209,0	-651,5	20,0	-62,8	1,4	4,3	54,4	1595,6	149,5	1,1
	5360,3	499,8	1171,4	1088,5	1152,8	1155,7	1205,8	2747,0	1300,9	1152,5

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	4185,3	-657,0	-371,4	-701,9	-277,5	-424,9	-292,9	318,0	-96,3	-35,8
4.9	4787,1	-173,2	112,4	-218,1	64,7	-82,7	49,3	595,3	181,0	241,5
	5388,9	310,6	596,2	265,7	406,9	259,5	391,5	872,6	458,3	518,8
MODELO II	2400,4	-341,7	-1561,4	-177,4	-957,7	-1275,4	-971,7	-870,6	-595,1	-1332,5
II	3447,1	705,0	-514,7	869,4	89,0	-228,7	75,0	176,2	451,6	-285,8
	4493,9	1751,7	532,0	1916,1	1135,8	818,0	1121,8	1222,9	1498,4	761,0
MODELO III	2465,3	-1474,3	-784,7	-1582,6	-990,1	-1137,4	-1005,4	151,8	-1369,7	-33,5
III	3520,1	-419,6	270,1	-527,8	64,7	-82,7	49,3	1206,6	-315,0	1021,3
	4574,8	635,2	1324,8	526,9	1119,4	972,1	1104,1	2261,4	739,8	2076,0
MODELO IV	4593,4	-934,1	-791,6	-620,7	-504,8	-587,3	-452,7	313,2	-221,6	-208,0
IV	5380,0	-301,7	-159,2	11,7	-57,5	-140,0	-5,4	675,6	140,8	154,4
	6166,6	330,7	473,2	644,1	389,8	307,3	441,9	1038,0	503,2	516,8
MODELO V	3268,8	156,4	-428,0	-943,4	-432,9	-517,2	-395,5	-742,5	-933,2	-507,2
V	3811,2	1195,6	611,2	95,8	-61,0	-145,3	-23,6	-52,5	-243,2	182,8
	4353,6	2234,8	1650,4	1135,0	310,9	226,6	348,2	637,6	446,9	872,9
MODELO VI	2378,0	-2107,6	-1763,5	-1351,1	-1436,4	-1519,0	-1384,4	524,6	-631,3	-1118,4
VI	3756,9	-728,6	-384,6	27,8	-57,5	-140,0	-5,4	1903,5	747,6	260,5
	5135,9	650,3	994,4	1406,8	1321,4	1239,0	1373,5	3282,5	2126,6	1639,4

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	2113,1	-336,6	-411,6	-349,1	-293,4	-199,7	-191,3	279,6	-242,7	-421,8
I 5.1	2654,8	98,9	23,9	86,4	14,6	108,3	116,7	529,2	6,9	-172,2
	3196,5	534,4	459,4	521,9	322,6	416,3	424,7	778,8	256,5	77,4
MODELO II	1995,1	-1963,9	-1920,3	-2287,2	-614,0	-423,2	-159,0	-269,7	-973,1	-1001,4
II	2810,4	-401,9	-358,4	-725,3	-55,0	135,8	399,9	767,4	64,1	35,8
	3625,6	1160,0	1203,6	836,7	503,9	694,7	958,8	1804,6	1101,3	1073,0
MODELO III	1980,7	-808,8	-989,9	-839,0	-292,0	-198,2	-189,9	-1492,6	-1767,1	-2253,4
III	2738,6	237,8	56,8	207,7	14,6	108,3	116,7	70,0	-204,6	-690,9
	3496,4	1284,4	1103,4	1254,3	321,1	414,9	423,2	1632,5	1358,0	871,6
MODELO IV	1685,3	-349,4	-266,1	133,9	-112,3	-95,6	-124,8	320,7	-226,5	54,1
IV	2011,1	-87,5	-4,2	395,8	72,9	89,6	60,4	470,8	-76,4	204,2
	2336,9	174,4	257,7	657,7	258,1	274,8	245,6	620,9	73,7	354,3
MODELO V	1114,4	-1048,9	-1307,4	-2654,4	-541,9	-565,1	-597,4	-669,5	-1015,6	230,6
V	1938,2	91,4	-167,0	-1514,0	140,3	117,0	84,8	259,8	-86,3	1159,9
	2762,1	1231,8	973,3	-373,7	822,4	799,2	766,9	1189,0	842,9	2089,2
MODELO VI	1176,5	-1108,1	-906,9	58,8	-412,3	-395,7	-424,8	-488,2	-1290,8	-2392,6
VI	1939,5	-211,4	-10,2	955,4	72,9	89,6	60,4	607,4	-195,2	-1297,0
	2702,5	685,2	886,4	1852,1	558,2	574,8	545,7	1702,9	900,3	-201,5

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I H 5.3	1859,8	133,2	-341,4	112,8	-402,9	-80,0	-67,5	94,0	-14,3	-165,7
	2198,4	405,4	-69,2	385,0	-210,4	112,5	125,0	250,0	141,7	-9,7
	2537,0	677,6	203,0	657,2	-17,9	305,0	317,5	406,0	297,7	146,3
MODELO II	1681,7	-2320,8	-865,1	-2890,0	-1279,2	-689,8	-483,4	215,8	-1039,3	-94,3
	2636,0	-1198,0	257,7	-1767,3	-410,8	178,6	385,0	1229,3	-25,8	919,2
	3590,3	-75,3	1380,4	-644,5	457,6	1047,0	1253,3	2242,8	987,7	1932,8
MODELO III	1538,0	-133,4	-1280,2	-183,7	-1028,7	-705,8	-693,3	-2265,9	-765,0	-2789,9
	2564,0	978,8	-167,9	928,6	-210,4	112,5	125,0	-1036,4	464,5	-1560,4
	3590,1	2091,2	944,4	2040,9	607,8	930,8	943,3	193,1	1694,0	-330,9
MODELO I H 5.4	5462,3	-770,4	-670,4	-1149,6	-281,3	-714,6	-216,7	-216,2	-152,3	-192,5
	6220,8	-160,6	-60,6	-539,8	150,0	-283,3	214,6	133,3	197,2	157,0
	6979,3	449,2	549,2	70,0	581,3	148,0	645,9	482,8	546,7	506,5
MODELO II	2110,5	-1957,1	-2987,9	-713,1	-2404,5	-3198,3	-2341,6	-3014,7	-2709,4	-3906,5
	4788,2	947,2	-83,6	2191,2	149,8	-644,0	212,7	-255,2	50,1	-1147,0
	7465,8	3851,6	2820,8	5095,6	2704,0	1910,2	2766,9	2504,2	2809,5	1612,4
MODELO III	2437,9	-3110,6	-2869,2	-4026,0	-2184,0	-2617,3	-2119,4	-2043,5	-2819,0	-790,0
	5051,4	-389,4	-148,0	-1304,8	150,0	-283,3	214,6	817,4	42,0	2071,0
	7664,9	2331,7	2573,2	1416,4	2484,0	2050,6	2548,5	3678,4	2902,9	4931,9

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I H 5.5	4698,3	-352,2	-1039,7	-1160,6	-1,0	-521,9	-403,2	267,2	-203,6	-57,8
	5363,3	182,4	-505,1	-626,0	379,2	-143,7	-25,0	573,6	102,8	248,6
	6028,3	717,0	29,5	-91,4	757,4	234,5	353,2	880,0	409,2	555,0
MODELO II H	1391,9	-3460,4	-1308,0	8,4	-1498,9	-2622,1	-2379,9	-1377,7	-3508,4	-3654,2
	3747,0	-1007,6	1144,9	2461,3	801,4	-321,8	-79,6	1013,2	-1117,5	-1263,3
	6102,2	1445,3	3597,8	4914,2	3101,6	1978,4	2220,7	3404,1	1273,4	1127,6
MODELO III H	1254,3	-2054,9	-3714,6	-4006,3	-1930,3	-2453,2	-2334,5	-2839,3	-1081,7	-0,4
	3698,2	438,8	-1220,9	-1512,6	379,2	-143,8	-25,0	-282,4	1475,2	2556,6
	6142,1	2932,5	1272,8	981,1	2688,6	2165,7	2284,5	2274,6	4032,2	5113,5
MODELO IV H 5.6	2946,2	-426,5	-376,5	-493,1	-197,3	-243,1	-222,3	-26,0	-42,6	-217,7
	3491,0	11,4	61,4	-55,2	112,5	66,7	87,5	225,0	208,4	33,3
	4035,8	449,3	499,3	382,7	422,3	376,5	397,3	476,0	459,4	284,3
MODELO V H	1195,6	-2365,5	-2602,8	-2162,4	-1937,8	-1990,1	-1907,3	-1865,7	-1761,6	-2218,3
	3297,5	-220,5	-457,9	-17,4	139,4	87,0	169,9	252,0	356,1	-100,6
	5399,4	1924,5	1687,1	2127,6	2216,6	2164,3	2247,1	2369,8	2473,8	2017,2
MODELO VI H	1239,4	-2062,3	-1941,6	-2223,2	-1897,7	-1943,5	-1922,7	-2106,8	-2315,0	-2045,9
	3307,3	26,5	147,2	-134,4	112,5	66,7	87,5	8,3	-199,9	69,3
	5375,1	2115,3	2236,0	1954,3	2122,7	2076,8	2097,7	2123,5	1915,2	2184,4

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	4703,7	-1930,1	-921,7	-617,6	-545,2	-882,6	-1053,4	275,2	16,8	-1140,2
H 5.7	5999,5	-888,4	120,0	424,1	191,6	-145,8	-316,6	872,3	613,9	-543,1
MODELO II	7295,3	153,3	1161,7	1465,8	928,4	591,0	420,2	1469,4	1211,0	54,0
H 5.8	-576,1	-2211,5	-4926,2	-5851,3	-4698,8	-4839,8	-5744,3	-6242,5	-4066,6	-4489,2
MODELO III	4374,4	2789,5	74,8	-850,2	222,6	81,6	-822,9	-1273,4	902,6	480,0
H 5.9	9324,9	7790,6	5075,9	4150,8	5144,0	5003,0	4098,5	3695,8	5871,8	5449,1
MODELO IV	-560,3	-7171,2	-4736,9	-4002,5	-4737,6	-5075,1	-5245,9	-1194,3	-4724,5	-6582,5
H 5.10	4439,1	-2146,5	287,8	1022,3	191,7	-145,8	-316,7	3862,0	331,8	-1526,2
MODELO V	9438,6	2878,2	5312,6	6047,0	5120,9	4783,4	4612,6	8918,3	5388,1	3530,1
H 5.11	3295,3	-566,5	-406,5	-283,2	-566,1	-339,0	-553,2	8,1	410,4	-334,7
MODELO VI	3863,6	-109,6	50,4	173,7	-242,9	-15,8	-230,0	270,0	672,3	-72,8
H 5.12	4431,9	347,3	507,3	630,6	80,3	307,4	93,2	531,9	934,2	189,1
MODELO VII	276,8	-1222,3	-1516,8	-2313,3	-2689,5	-2222,9	-2535,9	-2126,2	-1337,7	-1785,0
H 5.13	2403,7	915,4	620,9	-175,6	-568,9	-102,3	-415,3	4,7	793,2	345,9
MODELO VIII	4530,6	3053,1	2758,6	1962,2	1551,7	2018,3	1705,4	2135,6	2924,1	2476,8
H 5.14	408,4	-2481,4	-2095,1	-1797,3	-2437,3	-2210,2	-2424,4	-1317,7	-1247,5	-2640,8
MODELO IX	2618,3	-265,9	120,4	418,2	-242,9	-15,8	-230,0	904,8	974,9	-418,3
H 5.15	4828,3	1949,6	2335,9	2633,7	1951,4	2178,5	1964,4	3127,2	3197,4	1804,1

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	2329,5	-730,1	-630,1	-588,4	-125,9	-473,8	-357,1	168,3	195,6	228,9
5.9	2965,0	-219,2	-119,2	-77,5	235,4	-112,5	4,2	461,1	97,2	63,9
	3600,5	291,7	391,7	433,4	596,7	248,8	365,5	753,9	390,0	356,7
MODELO II	-208,6	-1984,6	-2471,2	-2020,2	-1830,3	-2567,5	-2387,1	-2474,4	-2596,9	-2529,6
	2195,0	425,1	-61,4	389,5	569,8	-167,4	13,0	-68,5	-191,0	-123,7
	4598,7	2834,9	2348,3	2799,3	2969,9	2232,7	2413,1	2337,4	2214,9	2282,2
MODELO III	-428,6	-3014,6	-2773,2	-2672,6	-2237,3	-2585,2	-2468,6	-1400,8	-2222,8	-2050,4
	2052,9	-530,0	-288,6	-188,0	235,4	-112,5	4,2	1087,8	265,8	438,1
	4534,4	1954,6	2196,1	2296,6	2708,2	2360,2	2476,9	3576,3	2754,3	2926,6
MODELO I	4045,1	-534,4	-391,0	-788,5	-726,1	-507,4	-286,6	-211,3	-125,7	-412,7
5.10	4717,6	6,2	149,6	-247,9	-343,7	-125,0	95,8	98,6	184,2	-102,8
	5390,1	546,8	690,2	292,7	38,7	257,4	478,2	408,5	494,1	207,1
MODELO II	1283,2	-1747,8	-2759,6	-1468,4	-3146,9	-3065,0	-2415,7	-2465,8	-2034,2	-3280,8
	3860,8	833,1	-178,7	1112,5	-571,2	-489,3	160,0	113,0	544,6	-702,0
	6438,4	3414,0	2402,1	3693,4	2004,5	2086,4	2735,7	2691,8	3123,4	1876,8
MODELO III	1440,0	-2618,7	-2272,7	-3232,3	-2969,9	-2751,1	-2530,3	-2086,5	-2711,1	-1859,8
	4070,8	13,7	359,7	-599,8	-343,7	-125,0	95,8	548,0	-76,6	774,7
	6701,6	2646,2	2992,2	2032,6	2282,4	2501,1	2722,0	3182,5	2557,9	3409,2

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	4076,3	-645,4	-399,6	-578,7	-242,6	-321,7	-415,5	372,0	-43,3	-383,6
5.11	4565,2	-252,4	-6,6	-185,7	35,4	-43,7	-137,5	597,3	182,0	-158,3
MODELO II	5054,1	140,6	386,4	207,3	313,4	234,3	140,5	822,6	407,3	67,0
MODELO III	1333,6	-937,9	-1647,3	-940,6	-1903,1	-2021,2	-2182,6	-1913,4	-1735,2	-2508,1
MODELO IIII	3233,8	963,5	254,1	960,8	-3,6	-121,7	-283,0	-12,8	165,4	-607,4
MODELO V	5134,0	2864,9	2155,5	2862,2	1895,9	1777,8	1616,4	1887,9	2066,1	1293,2
MODELO VI	1438,3	-2525,0	-1931,5	-2364,0	-1876,7	-1955,9	-2049,6	-446,1	-1607,0	-1256,4
MODELO VII	3352,2	-610,6	-17,0	-449,6	35,4	-43,7	-137,5	1469,1	308,2	658,8
MODELO VIII	5266,0	1303,8	1897,4	1464,8	1947,6	1868,4	1774,6	3384,3	2223,4	2574,0
MODELO IX	3489,7	-1127,0	-630,4	-223,7	-307,3	-121,5	-278,6	749,6	38,4	-212,7
MODELO X	4081,4	-651,3	-154,7	252,0	29,2	215,0	57,9	1022,3	311,1	60,0
MODELO XI	4673,1	-175,6	321,0	727,7	365,7	551,5	394,4	1295,0	583,8	332,7
MODELO XII	-153,8	-384,2	-1984,8	-3420,4	-2358,6	-2300,0	-2418,0	-2987,4	-2499,5	-1768,8
MODELO XIII	2282,5	2052,9	452,3	-983,3	77,3	135,9	17,9	-550,7	-62,9	667,8
MODELO XIV	4718,9	4490,1	2889,4	1453,8	2513,2	2571,8	2453,8	1885,9	2373,8	3104,4
MODELO XV	116,4	-3892,2	-2693,2	-1711,3	-2288,1	-2102,2	-2259,3	684,4	-1565,4	-3390,8
MODELO XVI	2434,7	-1573,6	-374,5	607,3	29,2	215,0	57,9	3003,5	753,7	-1071,8
MODELO XVII	4753,0	745,0	1944,1	2925,9	2346,4	2532,2	2375,2	5322,6	3072,8	1247,3



Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	5787,9	-1473,6	-557,8	-961,9	-586,8	-238,5	-718,9	717,7	-155,5	-385,7
II	6506,9	-895,6	20,2	-383,9	-177,9	170,4	-310,0	1049,0	175,8	-54,4
III	7225,9	-317,6	598,2	194,1	231,0	579,3	98,9	1380,3	507,1	276,9
MODELO I	824,5	289,2	-2204,4	-1392,0	-3268,9	-2563,7	-3350,5	-3974,4	-2636,5	-3842,6
II	3684,7	3149,8	656,2	1468,6	-409,0	296,2	-490,6	-1114,1	223,8	-982,2
III	6544,8	6010,4	3516,8	4329,2	2450,9	3156,1	2369,2	1746,2	3084,1	1878,1
MODELO I	940,6	-4981,1	-2770,1	-3745,8	-2994,3	-2646,0	-3126,4	1299,1	-2220,4	-1419,2
II	3757,7	-2163,9	47,1	-928,6	-177,9	170,4	-310,0	4116,6	597,1	1398,3
III	6574,7	653,3	2864,4	1888,7	2638,5	2986,8	2506,4	6934,1	3414,6	4215,8
MODELO I	3490,3	-1065,1	-485,9	-385,9	-544,6	-413,4	-721,7	827,7	-90,5	-132,1
II	4166,0	-521,9	57,3	157,3	-160,4	-29,2	-337,5	1139,0	220,8	179,2
III	4841,7	21,3	600,5	700,5	223,8	355,0	46,7	1450,3	532,1	490,5
MODELO I	-895,7	-279,3	-1657,6	-2075,8	-2624,6	-2529,2	-3273,6	-2501,2	-2021,1	-1821,3
II	1483,8	2100,4	722,1	303,9	-245,2	-149,7	-894,2	-121,6	358,5	558,3
III	3863,4	4480,1	3101,9	2683,6	2134,2	2229,7	1485,2	2258,0	2738,1	2937,9
MODELO I	-857,1	-3909,6	-2511,3	-2269,9	-2808,6	-2677,3	-2985,6	463,3	-2123,9	-2638,2
II	1791,3	-1261,1	137,2	378,6	-160,4	-29,2	-337,5	3112,0	524,8	10,4
III	4439,7	1387,4	2785,7	3027,1	2487,7	2619,0	2310,6	5760,6	3173,4	2659,1

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	3468,3	-742,6	-817,6	-525,6	-310,2	-451,8	-783,1	282,4	299,0	-17,6
5.15	4230,0	-130,2	-205,2	86,5	122,9	-18,7	-350,0	633,4	650,0	333,4
MODELO II	4991,7	482,2	407,2	698,9	556,0	414,4	83,1	984,4	1001,0	684,4
MODELO III	-1015,6	-2594,9	-2053,8	-2679,5	-2780,9	-3240,8	-3595,0	-2703,7	-2868,1	-2480,7
5.16	2006,5	427,3	968,4	342,8	241,2	-218,7	-573,0	318,4	154,0	541,5
MODELO I	5028,6	3449,5	3990,7	3365,0	3263,2	2803,3	2449,1	3340,6	3176,2	3563,6
MODELO II	-869,1	-3301,6	-3482,7	-2778,5	-2863,0	-3004,6	-3335,9	-2010,8	-1406,8	-2577,6
5.17	2117,0	-315,5	-496,6	207,6	122,9	-18,7	-350,0	975,4	1579,4	408,6
MODELO III	5103,0	2670,6	2489,5	3193,7	3108,8	2967,1	2635,9	3961,6	4565,6	3394,7
MODELO I	2397,2	-477,7	-211,0	-977,7	-156,6	-185,8	-129,5	210,8	27,5	-83,6
5.18	3028,0	29,4	296,1	-470,6	202,1	172,9	229,2	501,4	318,1	207,0
MODELO II	3658,8	536,5	803,2	36,5	560,8	531,6	587,9	792,0	608,7	497,6
MODELO III	-88,2	-3174,4	-4108,1	-1470,6	-2239,4	-2264,1	-2235,2	-1995,1	-1534,6	-3496,6
5.19	2478,9	-607,2	-1541,0	1096,5	327,6	302,9	331,8	572,0	1032,4	-929,6
MODELO I	5045,9	1959,8	1026,1	3663,6	2894,6	-2869,9	2898,8	3139,0	3599,5	1637,5
MODELO II	-13,5	-2402,9	-1759,2	-3610,0	-2270,9	-2300,1	-2243,8	-2446,0	-3596,0	-1060,4
5.20	2459,6	70,2	714,0	-1136,9	202,1	172,9	229,2	27,2	-1122,8	1412,7
MODELO III	4932,7	2543,3	3187,0	1336,2	2675,1	2645,9	2702,2	2500,3	1350,3	3885,9

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	4654,2	-539,2	-539,2	-605,9	-304,0	-422,7	-193,6	278,2	33,7	169,1
5.17	5313,4	-9,2	-9,2	-75,9	70,8	-47,9	181,2	582,0	337,5	134,5
	5972,6	520,8	520,8	454,1	445,6	326,9	556,0	885,8	641,3	438,5
MODELO II	1810,8	-2607,7	-2850,7	-2647,0	-2594,4	-2564,7	-2262,6	-2044,0	-2288,5	-2652,2
	4413,6	-4,8	-247,9	-44,2	8,5	38,1	340,2	558,8	314,4	-49,3
	7016,4	2598,0	2355,0	2558,7	2611,3	2640,9	2943,0	3161,7	2917,2	2553,5
MODELO III	1783,3	-2607,6	-2607,6	-2768,5	-2512,8	-2631,5	-2402,4	-1990,7	-2464,4	-2320,8
	4366,9	-24,0	-23,9	-184,9	70,8	-47,9	181,2	592,9	119,3	262,8
	6950,6	2559,7	2559,7	2398,8	2654,4	2535,7	2764,8	3176,6	2702,9	2846,5
MODELO IV	5354,4	-1213,6	-196,9	-513,6	-116,6	-100,0	-225,0	178,4	-104,9	195,1
5.18	5720,8	-919,0	97,7	-219,0	91,7	108,3	-16,7	347,2	63,9	363,9
	6087,2	-624,4	392,3	75,6	300,0	316,6	191,6	516,0	232,7	532,7
MODELO V	2867,8	1372,2	-1863,3	-860,9	-1162,8	-1065,0	-1357,8	-3236,2	-1065,1	-1529,6
	4231,8	2736,2	-499,3	503,1	201,2	299,0	6,2	-1872,2	298,9	-165,6
	5595,8	4100,2	864,7	1867,1	1565,1	1663,0	1370,2	-508,2	1662,9	1198,4
MODELO VI	2653,2	-3653,9	-1199,4	-1963,9	-1342,0	-1325,4	-1450,4	1853,3	-1776,2	-411,6
	4086,8	-2220,2	234,3	-530,2	91,7	108,3	-16,7	3287,0	-342,4	1022,0
	5520,6	-786,4	1668,0	903,5	1525,4	1542,0	1417,0	4720,7	1091,3	2455,8

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	2957,2	-344,1	-339,9	-110,7	-23,7	-198,6	-90,3	249,9	-76,5	-89,0
5.19	3207,6	-142,8	-138,6	90,6	118,7	-56,2	52,1	365,3	38,9	26,4
	3458,0	58,5	62,7	291,9	261,1	86,2	194,5	480,7	154,3	141,8
MODELO II	1781,0	-631,0	-782,8	-1322,1	-746,2	-1048,4	-877,4	-962,2	-1278,6	-737,8
5.20	2763,3	351,3	199,5	-339,8	236,1	-66,0	104,9	20,1	-296,2	244,5
	3745,7	1333,6	1181,9	642,6	1218,5	916,3	1087,3	1002,4	686,1	1226,9
MODELO III	1719,0	-1326,3	-1316,2	-763,0	-861,9	-1036,9	-928,6	-189,1	-638,1	-1258,0
5.21	2699,7	-345,6	-335,5	217,7	118,8	-56,2	52,1	791,6	342,6	-277,3
	3680,3	635,0	645,1	1198,4	1099,4	924,4	1032,8	1772,3	1323,3	703,4
MODELO IV	3815,6	-988,6	-151,1	-609,4	-161,1	-90,2	-188,2	562,2	110,7	202,8
5.22	4223,4	-660,8	176,7	-281,6	70,8	141,7	43,7	750,1	298,6	95,8
	4631,2	-333,0	504,5	46,2	302,7	373,6	275,6	938,0	486,5	394,4
MODELO V	964,0	363,9	-2390,2	-926,0	-1522,8	-1397,7	-1528,5	-2471,9	-901,4	-2210,7
5.23	2590,1	1990,0	-764,2	700,1	103,3	228,3	97,6	-845,8	724,7	-584,6
	4216,1	3616,1	861,9	2326,1	1729,3	1854,4	1723,7	780,2	2350,7	1041,4
MODELO VI	970,5	-3194,0	-1172,1	-2278,6	-1526,8	-1456,0	-1553,9	1197,4	-2015,5	-724,2
5.24	2568,2	-1596,4	425,6	-681,0	70,8	141,7	43,7	2795,1	-417,8	873,4
	4165,8	1,3	2023,2	916,7	1668,5	1739,3	1641,4	4392,8	1179,9	2471,1

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODULO H	5238,7	-965,4	-290,4	-447,9	-226,4	-529,7	-146,0	1274,9	-124,1	-368,9
MODULO H	5927,1	-412,0	263,0	105,5	165,0	-138,3	245,4	1592,1	193,1	-51,7
MODULO H	6615,5	141,4	816,4	658,9	556,4	253,1	636,8	1909,3	510,3	265,5
MODULO H	1515,1	-1334,3	-4118,9	-3272,7	-2663,2	-3046,5	-2449,9	-2215,1	-1984,5	-2609,5
MODULO H	4326,8	1477,3	-1307,3	-461,1	148,4	-234,8	361,7	596,5	827,2	202,2
MODULO H	7138,4	4289,0	1504,4	2350,6	2960,0	2576,8	3173,4	3408,1	3638,8	3013,8
MODULO H	1722,4	-3694,3	-2064,6	-2444,8	-2532,8	-2836,2	-2452,4	276,6	-3810,7	-3214,4
MODULO H	4420,2	-996,4	633,2	253,0	165,0	-138,3	245,4	2974,4	-1112,9	-516,6
MODULO H	7118,0	1701,4	3331,1	2950,8	2862,8	2559,5	2943,2	5672,3	1585,0	2181,2
MODULO H	5198,2	-1245,8	-684,2	-220,0	-304,5	-449,5	-474,9	898,2	-28,6	-395,5
MODULO H	5756,5	-797,0	-235,4	228,8	12,9	-132,1	-157,5	1155,4	228,6	-138,3
MODULO H	6314,8	-348,2	213,4	677,6	330,3	185,3	159,9	1412,6	485,8	118,9
MODULO H	1166,9	796,9	-1089,0	-2407,2	-2112,8	-2444,2	-2483,5	-2913,0	-2483,7	-1730,1
MODULO H	3310,1	2940,2	1054,2	-263,9	30,4	-300,9	-340,2	-769,8	-340,5	413,2
MODULO H	5453,3	5083,4	3197,4	1879,3	2173,6	1842,3	1803,0	1373,4	1802,7	2556,4
MODULO H	1241,3	-4113,1	-2757,1	-1636,5	-2174,5	-2319,5	-2344,9	1810,4	-1008,5	-2815,3
MODULO H	3428,7	-1925,7	-569,7	550,9	12,9	-132,1	-157,5	3997,8	1178,9	-627,9
MODULO H	5616,1	261,7	1617,7	2738,3	2200,3	2055,3	2029,9	6185,2	3366,3	1559,5

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	4928,7	-834,3	-1336,0	-471,0	-611,9	-502,4	-527,4	756,9	-479,3	-653,2
MODELO II	5624,6	-274,8	-776,5	88,5	-216,2	-106,7	-131,7	1077,6	-158,6	-332,5
MODELO III	6320,5	284,7	-217,0	648,0	179,5	289,0	264,0	1398,3	-162,1	-11,8
MODELO IV	739,3	-1212,7	518,8	-2344,4	-2927,0	-3039,0	-3062,2	-2251,3	-4698,6	-2784,2
MODELO V	3403,8	1451,8	3183,4	320,2	-262,4	-374,4	-397,6	413,3	-2034,0	-119,6
MODELO VI	6068,5	4116,4	5848,0	2984,8	2402,2	2290,1	2267,0	3077,9	630,6	2545,0
MODELO VII	891,4	-3392,6	-4603,6	-2515,3	-2943,8	-2834,2	-2859,2	-386,6	115,0	-3121,9
MODELO VIII	3619,0	-665,1	-1876,1	212,2	-216,2	-106,7	-131,7	2341,0	2842,5	-394,3
MODELO IX	6346,5	2062,5	851,5	2939,8	2511,3	2620,9	2595,9	5068,5	5570,1	2333,2
MODELO X	3346,5	-414,1	-401,6	-289,1	-54,6	-81,6	-46,2	409,6	152,7	-171,0
MODELO XI	3651,2	-169,1	-156,6	-44,1	118,7	91,7	127,1	550,0	293,1	-30,6
MODELO XII	3955,9	75,9	88,4	200,9	292,0	265,0	300,4	690,4	433,5	109,8
MODELO XIII	1494,4	-948,3	-998,8	-1406,7	-1146,6	-1117,0	-1107,2	-1141,9	-1368,7	-1420,7
MODELO XIV	2777,5	334,8	284,2	-123,7	136,4	166,0	175,9	141,2	-85,6	-137,6
MODELO XV	4060,5	1617,8	1567,2	1159,3	1419,5	1449,1	1458,9	1424,2	1197,4	1145,4
MODELO XVI	1611,5	-1602,8	-1572,6	-1301,0	-1074,7	-1101,8	-1066,4	-274,9	-610,0	-1290,6
MODELO XVII	2805,0	-409,4	-379,2	-107,6	118,8	91,7	127,1	918,5	583,5	-97,2
MODELO XVIII	3998,4	784,1	814,3	1085,9	1312,2	1285,1	1320,5	2112,0	1776,9	1096,3

Grupo	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_{11}$	$\hat{\alpha}_{22}$	$\hat{\alpha}_{33}$	$\hat{\alpha}_{12}$	$\hat{\alpha}_{13}$	$\hat{\alpha}_{23}$	$\hat{\alpha}_{14}$	$\hat{\alpha}_{24}$	$\hat{\alpha}_{34}$
MODELO I	4461,0	-465,1	-386,8	-320,9	-167,1	-140,1	-33,4	519,0	14,0	-73,0
5.25	4793,0	-198,2	-119,9	-54,0	21,7	48,7	155,4	672,0	167,0	80,0
	5125,0	68,7	147,0	212,9	210,5	237,5	344,2	825,0	320,0	233,0
MODELO II	2514,7	-778,3	-1193,5	-1419,5	-1199,1	-1197,6	-1013,9	-1104,3	-1420,2	-1348,2
3811,8	518,7	103,5	-122,4	-122,4	98,0	99,5	283,2	192,8	-123,2	-51,2
5108,8	1815,8	1400,6	1174,6	1395,0	1396,6	1580,3	1489,9	1173,9	1245,9	
MODELO III	2426,5	-1779,4	-1590,2	-1431,3	-1277,8	-1250,8	-1144,1	-19,3	-898,5	-1237,3
3726,0	-479,9	-290,7	-131,8	-131,8	21,7	48,8	155,4	1280,2	401,0	62,2
5025,6	819,6	1008,8	1167,7	1321,2	1321,2	1348,3	1454,9	2579,7	1700,5	1361,8
MODELO IV	3100,2	-343,2	-214,0	-276,5	-201,3	-292,9	0,8	474,7	-137,9	-169,8
3468,8	-46,9	82,3	19,8	19,8	8,3	-83,3	210,4	644,5	31,9	0,0
3837,4	249,4	378,6	316,1	316,1	217,9	126,3	420,0	814,3	201,7	169,8
MODELO V	1410,7	-1158,7	-2023,9	-1632,5	-1492,4	-1713,6	-1186,4	-963,7	-1264,4	-1447,2
2905,1	335,7	-529,5	-138,1	-138,1	2,0	-219,2	308,0	530,7	230,0	47,1
4399,5	1830,1	964,9	1356,3	1356,3	1496,4	1275,2	1802,4	2025,1	1724,4	1541,5
MODELO VI	1537,3	-1558,6	-1246,7	-1397,6	-1435,9	-1527,6	-1233,9	-563,2	-1910,5	-1637,4
2981,6	-114,3	197,6	46,7	46,7	8,3	-83,3	210,4	881,1	-466,2	-193,1
4425,9	1330,0	1641,8	1490,9	1490,9	1452,6	1360,9	1654,7	2325,4	978,1	1251,2

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	4718,5	-642,2	-317,2	-717,2	-112,5	-291,6	-445,8	523,6	-240,4	-446,0
5.27	5348,6	-135,6	189,4	-210,6	245,8	66,7	-87,5	814,0	50,0	-155,6
	5978,7	371,0	696,0	296,0	604,1	425,0	270,8	1104,4	340,4	134,8
MODELO II	2319,2	-2546,7	-3370,6	-1937,3	-2156,8	-2240,7	-2595,0	-2024,3	-2003,6	-3174,9
	4829,2	-36,7	-860,6	572,7	353,2	269,2	-85,8	485,7	506,4	-664,9
	7339,2	2473,2	1649,4	3082,7	2863,2	2779,2	2424,2	2995,7	3016,4	1845,1
MODELO III	2236,7	-2798,7	-2014,0	-2979,7	-2223,8	-2402,9	-2557,1	-1502,8	-3222,2	-1882,9
	4706,3	-329,1	455,6	-510,1	245,8	66,7	-87,5	966,8	-752,6	586,6
	7175,9	2140,5	2925,2	1959,5	2715,4	2536,3	2382,1	3436,4	1717,0	3056,2
MODELO IV	4139,7	-882,2	-111,4	-153,0	-235,1	-326,8	-181,0	658,7	-167,7	-215,0
5.28	4648,5	-473,2	297,6	256,0	54,2	-37,5	108,3	893,1	66,7	19,4
	5157,3	-64,2	706,6	665,0	343,5	251,8	397,6	1127,5	301,1	253,8
MODELO V	1928,3	-223,6	-3241,8	-2882,3	-1854,7	-2124,6	-1644,2	-2182,3	-1147,8	-1295,6
	3860,6	1708,7	-1309,5	-950,0	77,6	-192,2	288,1	-250,0	784,5	636,7
	5792,9	3641,0	622,8	982,3	2010,0	1740,1	2220,4	1682,3	2716,8	2569,0
MODELO VI	1879,2	-3137,6	-1276,6	-1377,1	-1939,6	-2031,2	-1885,4	500,4	-3103,8	-2917,1
	3873,0	-1143,9	717,2	616,6	54,2	-37,5	108,3	2494,1	-1110,0	-923,4
	5866,7	849,8	2710,9	2610,3	2047,9	1956,2	2102,0	4487,8	883,7	1070,3



Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	4964,0	-1069,3	-477,6	-702,6	-380,0	-296,6	-313,3	128,4	-46,6	-238,2
5.29	5493,0	-644,0	-52,3	-277,3	-79,2	4,2	-12,5	372,2	197,2	5,6
MODELO II	6022,0	-218,7	373,0	148,0	221,6	305,0	288,3	616,0	441,0	249,4
MODELO III	2060,8	148,3	-1735,7	-1335,6	-2184,0	-1726,6	-1895,6	-3175,4	-1922,0	-2656,9
MODELO IV	4053,0	2140,5	256,4	656,6	-191,8	265,5	96,6	-1183,2	70,1	-664,8
MODELO V	6045,1	4132,6	2248,6	2648,8	1800,3	2257,7	2088,7	808,9	2062,3	1327,4
MODELO VI	1782,3	-3628,9	-2200,4	-2743,6	-2151,8	-2068,5	-2085,1	575,5	-1603,0	-1109,8
MODELO VII	3854,9	-1556,2	-127,8	-671,0	-79,2	4,2	-12,5	2648,1	469,7	962,8
MODELO VIII	5927,6	516,4	1944,8	1401,6	1993,5	2076,8	2060,1	4720,8	2542,3	3035,5
MODELO IX	5337,3	-805,4	-1713,7	-772,0	-588,9	-859,8	-997,2	-213,4	-355,1	47,7
MODELO X	6578,3	192,2	-716,1	225,6	116,7	-154,2	-291,6	358,4	216,7	619,5
MODELO XI	7819,3	1189,8	281,5	1223,2	822,3	551,4	-414,0	930,2	788,5	1191,3
MODELO XII	246,2	-5825,0	-2422,0	-5070,6	-4227,8	-4931,8	-5306,8	-3984,5	-6319,1	-3642,9
MODELO XIII	5052,2	-1019,0	2384,0	-264,6	578,2	-125,8	-500,8	821,5	-1513,1	1163,1
MODELO XIV	9858,2	3787,0	7190,0	4541,4	5384,2	4680,2	4305,2	5627,5	3292,9	5969,1
MODELO XV	-111,4	-4403,1	-6596,0	-4322,7	-4748,6	-5019,5	-5157,0	-5123,1	-2026,1	-4567,4
MODELO XVI	4753,9	462,2	-1730,7	542,6	116,7	-154,2	-291,7	-257,8	2839,2	297,9
MODELO XVII	9619,3	5327,5	3134,6	5408,0	4982,0	4711,2	4573,6	4607,5	7704,6	5163,2

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	3524,1	-495,6	-520,6	-112,3	-550,5	-179,6	-500,5	831,4	-43,7	-246,5
5.31	4089,2	-41,3	-66,3	342,0	-229,2	141,7	-179,2	1091,8	216,7	13,9
	4654,3	413,0	388,0	796,3	92,1	463,0	142,1	1352,2	477,1	274,3
MODELO II	371,2	-2017,3	-1519,4	-3342,4	-2653,6	-2120,6	-2633,3	-1308,5	-2243,9	-1460,8
5.32	2671,0	282,5	780,4	-1042,6	-353,8	179,1	-333,5	991,3	55,9	838,9
	4970,8	2582,3	3080,2	1257,2	1946,0	2478,9	1966,3	3291,1	2355,7	3138,7
MODELO III	518,1	-2316,0	-2376,3	-1390,5	-2444,3	-2073,4	-2394,3	-893,2	-1362,1	-3329,8
5.33	2733,2	-100,9	-161,2	824,6	-229,2	141,7	-179,2	1321,9	853,0	-1114,7
	4948,3	2114,2	2053,9	3039,7	1986,0	2356,8	2036,0	3537,0	3068,1	1100,4
MODELO IV	4969,0	-1016,2	-524,5	-476,8	-226,6	-476,6	-647,4	240,0	-40,5	-465,6
5.34	5587,4	-519,0	-27,3	47,7	125,0	-125,0	-295,8	525,0	244,5	-180,6
	6205,8	-21,8	497,2	572,2	476,6	226,6	55,8	810,0	529,5	104,4
MODELO V	1760,3	-698,8	-2073,2	-1954,7	-2144,1	-2609,5	-2987,5	-3141,9	-2235,5	-2479,4
5.35	4173,5	1714,4	340,0	458,5	269,1	-196,3	-574,3	-728,7	177,7	-66,2
	6586,7	4127,6	2753,2	2871,7	2682,3	2216,9	1838,8	1684,5	2590,9	2346,9
MODELO VI	1778,6	-3678,0	-2491,0	-2309,9	-2298,6	-2548,6	-2719,4	-124,5	-1912,8	-2343,9
5.36	4202,1	-1254,5	-67,5	113,6	125,0	-125,0	-295,8	2299,1	510,7	79,6
	6625,7	1169,1	2356,1	2537,2	2548,6	2298,6	2127,7	4722,6	2934,3	2503,2

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	5742,9	-928,4	-699,3	-940,9	-873,3	-402,5	-587,9	201,1	-450,3	-219,8
5.33	6729,2	-135,5	93,6	-148,0	-312,5	158,3	-27,1	655,6	4,2	234,7
	7715,5	657,4	886,5	644,9	248,3	719,1	533,7	1110,1	458,7	689,2
MODELO II	1655,5	-3370,0	-4090,1	-3752,3	-4356,6	-3751,0	-3828,4	-3642,3	-3740,4	-4093,3
5.34	5625,2	599,6	-120,5	217,3	-387,0	218,6	141,2	327,4	229,2	-123,7
	9594,8	4569,3	3849,2	4186,9	3582,6	4188,2	4110,8	4297,0	4198,8	3846,0
MODELO III	1594,9	-4195,4	-3642,1	-4225,6	-4178,7	-3707,9	-3893,3	-2591,0	-3839,4	-3254,6
5.34	5461,1	-329,2	224,1	-359,3	-312,5	158,3	-27,1	1275,3	26,8	611,6
	9327,3	3537,0	4090,4	3506,9	3553,7	4024,6	3839,2	5141,5	3893,0	4477,9
MODELO IV	5132,8	-503,0	-578,0	-619,7	-287,5	-8,4	-20,8	725,2	-99,8	286,3
5.34	5572,6	-149,5	-224,5	-266,2	-37,5	241,6	229,2	927,8	102,8	488,9
	6012,4	204,0	129,0	87,3	212,5	491,6	479,2	1130,4	305,4	691,5
MODELO V	2436,0	-1345,6	-1055,0	-1472,6	-1702,2	-1006,7	-1049,4	-981,1	-1987,2	-1701,7
5.34	3983,1	201,5	492,1	74,6	-155,1	540,4	497,7	566,0	-440,1	-154,6
	5530,2	1748,6	2039,2	1621,7	1392,0	2087,5	2044,8	2113,2	1107,0	1392,6
MODELO VI	2122,2	-2084,6	-2265,6	-2366,3	-1759,5	-1480,3	-1492,8	-485,6	-1042,0	-792,8
5.34	3844,2	-362,6	-543,6	-644,3	-37,5	241,7	229,2	1236,4	679,9	929,2
	5566,2	1359,4	1178,4	1077,7	1684,5	1963,7	1951,2	2958,4	2401,9	2651,2

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	5362,7	-807,7	-649,4	-891,0	-178,3	-469,9	-119,9	453,4	-499,4	-241,1
MODELO II	6042,6	-261,1	-102,8	-344,4	208,3	-83,3	266,7	766,7	-186,1	72,2
MODELO III	6722,5	285,5	443,8	202,2	594,9	303,3	653,3	1080,0	127,2	385,5
MODELO IV	2532,6	-2006,4	-3038,6	-1890,8	-2342,4	-2743,4	-2132,4	-2542,0	-3112,6	-3437,7
MODELO V	5211,3	672,3	-359,8	787,9	336,3	-64,7	546,3	136,7	-433,9	-759,0
MODELO VI	7890,0	3351,0	2318,9	3466,6	3015,1	2614,0	3225,0	2815,4	2244,8	1919,7
MODELO VII	2408,4	-3295,5	-2913,1	-3496,6	-2456,2	-2747,9	-2397,9	-1130,6	-2974,1	-1599,0
MODELO VIII	5072,9	-630,9	-248,6	-832,0	208,3	-83,3	266,7	1533,9	-309,6	1065,6
MODELO IX	7737,5	2033,6	2416,0	1832,5	2872,9	2581,2	2931,2	4198,5	2355,0	3730,1
MODELO X	4426,3	-1105,6	-530,6	-589,0	-538,4	-859,2	-405,0	923,9	-262,3	-326,2
MODELO XI	5080,0	-580,1	-5,1	-63,5	-166,7	-487,5	-33,3	1225,1	38,9	-25,0
MODELO XII	5733,7	-54,6	520,4	462,0	205,0	-115,8	338,4	1526,3	340,1	276,2
MODELO XIII	-135,1	374,5	-2352,9	-1570,7	-2787,0	-3511,5	-2561,6	-2734,5	-2532,5	-2737,2
MODELO XIV	2423,2	2932,8	205,4	987,6	-228,8	-953,2	-3,4	-176,2	25,8	-179,0
MODELO XV	4981,5	5491,1	2763,6	3545,8	2329,5	1605,0	2554,9	2382,1	2584,0	2379,3
MODELO XVI	-58,9	-3964,1	-2575,8	-2716,6	-2728,7	-3049,5	-2595,3	1300,0	-2303,6	-1847,6
MODELO XVII	2503,1	-1402,1	-13,8	-154,6	-166,7	-487,5	-33,3	3862,0	258,4	714,4
MODELO XVIII	5065,1	1159,9	2548,2	2407,4	2395,3	2074,5	2528,7	6424,0	2820,4	3276,4

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	6671,3	-585,1	-51,7	-1026,7	-356,2	-489,5	-60,4	226,9	-134,2	1146,5
H 5.37	7209,8	-152,2	381,2	-593,8	-50,0	-183,3	245,8	475,0	113,9	1394,6
	7748,3	280,7	814,1	-160,9	256,2	122,9	552,0	723,1	362,0	1642,7
MODELO II	2984,2	-993,2	-3641,9	-35,8	-2014,4	-2359,1	-1330,5	-1822,4	-896,0	-1969,2
H	4913,2	935,8	-1712,9	1893,3	-85,4	-430,1	598,6	106,6	1033,1	-40,2
	6842,3	2864,9	216,2	3822,3	1843,6	1498,9	2527,6	2035,6	2962,1	1888,9
MODELO III	2763,3	-2477,6	-1190,0	-3543,9	-2158,2	-2291,5	-1862,4	-877,4	-3488,6	1254,2
H	4871,5	-369,4	918,2	-1435,7	-50,0	-183,3	245,8	1230,8	-1380,4	3362,4
	6979,7	1738,8	3026,4	672,5	2058,2	1924,9	2354,0	3339,0	727,8	5470,6
MODELO IV	7543,7	-493,5	-418,5	-443,5	-462,1	-466,3	-278,8	185,2	-73,1	13,0
H 5.38	8034,0	-99,3	-24,3	-49,3	-183,3	-187,5	0,0	411,1	152,8	238,9
	8524,3	294,9	369,9	344,9	95,5	91,3	278,8	637,0	378,7	464,8
MODELO V	4767,6	-1042,2	-1560,4	-1635,8	-2350,2	-2150,4	-1824,8	-1747,8	-1825,0	-1799,3
H	6685,6	875,7	357,6	282,1	-432,3	-232,5	93,2	170,2	92,9	118,7
	8603,6	2793,7	2275,5	2200,1	1485,7	1685,5	2011,2	2088,1	2010,9	2036,6
MODELO VI	4766,0	-2160,6	-1979,4	-2039,8	-2101,8	-2106,0	-1918,5	-794,2	-1496,1	-1320,5
H	6684,4	-242,1	-60,9	-121,3	-183,3	-187,5	0,0	1124,3	422,3	598,0
	8602,9	1676,4	1857,5	1797,1	1735,1	1731,0	1918,5	3042,8	2340,8	2516,5

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	5640,0	-631,2	-647,8	-514,5	-564,0	-243,2	-530,7	1068,4	-287,3	-281,7
H 5.39	6287,5	-110,6	-127,2	6,1	-195,8	125,0	-162,5	1366,8	11,1	16,7
MODELO I	6935,0	410,0	393,4	526,7	172,4	493,2	205,7	1665,2	309,5	315,1
MODELO I	1791,4	-1998,2	-1545,8	-2454,4	-2909,2	-2345,9	-2872,6	-1453,4	-2831,9	-2498,8
H	4330,2	540,6	993,0	84,4	-370,4	192,9	-333,8	1085,4	-293,1	39,9
MODELO I	6869,0	3079,4	3531,8	2623,2	2168,4	2731,7	2205,0	3624,2	2245,7	2578,7
MODELO I	1890,8	-2814,9	-2834,9	-2513,0	-2728,5	-2407,6	-2699,3	-696,0	-1734,4	-2499,3
H	4423,4	-282,2	-302,2	19,6	-195,8	125,0	-166,7	1836,7	798,3	33,4
MODELO I	6956,0	2250,4	2230,4	2552,3	2336,8	2657,6	2366,0	4369,3	3330,9	2566,0
MODELO I	2709,3	-640,7	-990,8	-1274,1	-137,2	-666,3	-595,5	-194,3	-266,6	83,2
H 5.40	3492,8	-10,8	-360,9	-644,2	308,3	-220,8	-150,0	166,7	94,4	277,8
MODELO I	4276,3	619,1	269,0	-14,3	753,8	224,7	295,5	527,7	455,4	638,8
MODELO I	-1148,7	-3341,4	-2180,7	-502,8	-2532,4	-3415,4	-3372,7	-2989,1	-3906,3	-4407,0
H	1980,5	-212,2	948,4	2626,3	596,8	-286,2	-243,5	140,0	-777,2	-1277,9
MODELO I	5109,6	2916,9	4077,6	5755,5	3725,9	2842,9	2885,6	3269,2	2352,0	1851,3
MODELO I	-1197,7	-3099,2	-3944,2	-4628,2	-2763,8	-3293,0	-3222,1	-2954,6	-1902,8	-222,9
H	1874,4	-27,1	-872,0	-1556,0	308,3	-220,8	-150,0	117,5	1169,4	2849,2
MODELO I	4946,6	3045,0	2200,1	1516,1	3380,4	2851,3	2922,1	3189,6	4241,5	5921,3

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	5130,0	-770,7	-712,3	-1437,3	-397,8	-418,6	-431,1	-26,5	-1,5	773,6
II	5778,2	-249,6	-191,2	-916,2	-29,2	-50,0	-62,5	272,2	297,2	1072,3
III	6426,4	271,5	329,9	-395,1	339,4	318,6	306,1	570,9	595,9	1371,0
MODELO I	-13,6	-1364,6	-1691,0	915,5	-2594,1	-2757,2	-2599,0	-2831,2	-2665,3	-3640,6
II	2486,6	1135,5	809,1	3415,6	-94,0	-257,0	-98,9	-331,0	-165,2	-1140,5
III	4986,7	3635,7	3309,3	5915,8	2406,2	2243,1	2401,3	2169,2	2335,0	1359,7
MODELO I	96,0	-3143,9	-3003,0	-4753,4	-2569,0	-2589,9	-2602,4	-1334,3	-1496,0	1775,2
II	2635,9	-604,0	-463,2	-2213,5	-29,2	-50,0	-62,5	1205,6	1043,9	4315,1
III	5175,8	1935,9	2076,7	326,4	2510,7	2489,9	2477,4	3745,4	3583,8	6854,9
MODELO I	4972,5	-128,5	-395,1	-961,8	-706,2	-27,1	-410,4	-298,6	-137,5	-370,8
II	5481,9	281,0	14,4	-552,3	-416,6	262,5	-120,8	-63,9	97,2	-136,1
III	5991,3	690,5	423,9	-142,8	-127,0	552,1	168,8	170,8	331,9	98,6
MODELO I	3043,2	-2620,6	-1133,4	-274,4	-2763,6	-1426,8	-2143,5	-1315,5	-1798,2	-3399,6
II	4972,5	-691,3	795,9	1654,8	-834,3	502,5	-214,2	613,8	131,1	-1470,3
III	6901,7	1237,9	2725,2	3584,1	1095,0	2431,8	1715,0	2543,0	2060,4	459,0
MODELO I	3055,1	-1318,7	-1962,5	-3330,6	-2412,3	-1733,1	-2116,5	-2862,6	-1407,7	-385,5
II	5050,8	676,9	33,1	-1334,9	-416,7	262,5	-120,8	-867,0	587,9	1610,1
III	7046,4	2672,5	2028,8	660,7	1579,0	2258,1	1874,8	1128,6	2583,6	3605,7

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	4880,1	-332,6	-215,9	-299,3	-469,8	-223,9	-419,8	759,0	-63,3	-246,6
5.43	5391,2	78,3	195,0	111,6	-179,2	66,7	-129,2	994,5	172,2	-11,1
	5902,3	489,2	605,9	522,5	111,4	357,3	161,4	1230,0	407,7	224,4
MODELO II	2335,7	-1833,4	-2131,6	-2292,6	-2442,4	-1888,7	-2013,1	-753,6	-1294,3	-1678,8
	4272,0	102,8	-195,3	-356,4	-506,1	47,6	-76,8	1182,6	642,0	257,5
	6208,3	2039,1	1741,0	1579,9	1430,2	1983,9	1859,5	3118,9	2578,3	2193,8
MODELO III	2374,2	-1815,2	-1533,5	-1734,7	-2181,6	-1935,8	-2131,6	-1160,3	-2185,1	-2329,8
	4376,6	187,2	468,9	267,8	-179,2	66,7	-129,2	842,2	-182,6	-327,3
	6379,1	2189,7	2471,4	2270,3	1823,3	2069,1	1873,3	2844,7	1819,9	1675,2
MODELO IV	4463,9	-863,3	-663,3	-663,3	-91,0	-178,5	-353,5	1016,4	-561,5	-544,9
5.44	5085,6	-363,5	-163,5	-163,5	262,5	175,0	0,0	1302,9	-275,0	-258,4
	5707,3	136,3	336,3	336,3	616,0	528,5	353,5	1589,4	11,5	28,1
MODELO V	1529,1	-1795,2	-2340,6	-2313,3	-2239,0	-2272,8	2443,5	-2130,6	-3225,7	-3209,0
	4084,4	760,0	214,7	241,9	316,3	282,5	111,8	424,6	-670,4	-653,8
	6639,6	3315,3	2770,0	2797,2	2871,6	2837,8	2667,1	2979,9	1884,8	1901,5
MODELO VI	1624,7	-3315,7	-2832,7	-2832,7	-2174,2	-2261,7	-2436,7	-328,4	-2414,2	-2310,0
	4061,4	-879,0	-396,0	-396,0	262,5	175,0	0,0	2108,3	22,5	126,7
	6498,1	1557,7	2040,7	2040,7	2699,2	2611,7	2436,7	4545,1	2459,3	2563,4



Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	5262,2	-358,8	132,9	-375,5	-327,4	-823,2	-202,4	536,7	-432,8	-252,3
5.45	5882,0	139,5	631,2	122,8	25,0	-470,8	150,0	822,3	-147,2	33,3
	6501,8	637,8	1129,5	621,1	377,4	-118,4	502,4	1107,9	138,4	318,9
MODELO II	3365,5	-2020,9	-4735,9	-2181,9	-2255,6	-3272,6	-1984,7	-1139,3	-921,8	-1968,5
5.46	5662,9	276,4	-2438,6	115,4	41,8	-975,3	312,6	1158,0	1375,5	328,8
	7960,2	2573,7	-141,2	2412,8	2339,1	1322,0	2609,9	3455,3	3672,8	2626,1
MODELO III	3339,7	-2094,3	-907,3	-2134,5	-2404,0	-2899,9	-2279,0	-1634,3	-4903,3	-2491,4
5.46	5768,8	334,7	1521,8	294,6	25,0	-470,8	150,0	794,7	-2474,3	-62,4
	8197,8	2763,8	3950,8	2723,6	2454,0	1958,2	2579,0	3223,7	-45,3	2366,6
MODELO IV	4938,5	-1007,4	-1440,7	-1332,4	-762,8	-508,7	-900,3	-71,8	-410,8	-969,1
5.46	6257,9	53,3	-380,0	-271,7	-12,5	241,6	-150,0	536,2	197,2	-361,1
	7577,3	1114,0	680,7	789,0	737,8	991,9	600,3	1144,2	805,2	246,9
MODELO V	-32,6	-5509,9	-3691,8	-4281,6	-5322,4	-5049,2	-5469,9	-4576,8	-5961,9	-6258,7
5.46	5208,2	-269,2	1548,9	959,2	-81,7	191,6	-229,1	663,9	-721,2	-1018,0
	10448,9	4971,6	6789,7	6199,9	5159,1	5432,4	5011,6	5904,7	4519,6	4222,8
MODELO VI	190,8	-5046,4	-6092,5	-5830,9	-5185,8	-4931,6	-5323,3	-5045,9	-3513,6	-4696,1
5.46	5364,2	126,9	-919,2	-657,6	-12,5	241,7	-150,0	127,4	1659,7	477,2
	10537,5	5300,2	4254,1	4515,7	5160,8	5415,0	5023,3	5300,8	6833,0	5650,6

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO I	4918,8	-1313,7	-780,4	-680,4	-645,7	-324,9	-274,9	706,1	-149,5	-688,4
MODELO II	5900,4	-524,5	8,8	108,8	-87,5	233,3	283,3	1158,4	302,8	-236,1
MODELO III	6882,0	264,7	798,0	898,0	470,7	791,5	841,5	1610,7	755,1	216,2
MODELO I	919,3	-2287,2	-3885,6	-4968,6	-4090,2	-3168,6	-3445,0	-3910,4	-3478,4	-3776,0
MODELO II	4721,0	1514,5	-83,9	-1166,8	-288,4	633,1	356,7	-108,7	323,3	25,7
MODELO III	8522,7	5316,2	3717,8	2634,9	3513,3	4434,8	4158,4	3693,0	4125,0	3827,4
MODELO I	847,3	-5116,3	-3828,7	-3587,2	-3935,8	-3615,0	-3565,0	-1042,6	-3769,1	-4970,4
MODELO II	4695,6	-1268,0	19,6	261,1	-87,5	233,3	283,3	2805,8	79,2	-1122,1
MODELO III	8543,9	2580,3	3867,9	4109,4	3760,8	4081,6	4131,6	6654,1	3927,5	2726,2
MODELO I	5641,4	-1046,7	-521,7	-713,4	-505,9	-555,9	-589,2	266,8	-452,9	-372,3
MODELO II	6443,1	-402,2	122,8	-68,9	-50,0	-100,0	-133,3	636,2	183,3	263,9
MODELO III	7244,8	242,3	767,3	575,6	405,9	355,9	322,6	1005,6	819,5	900,1
MODELO I	1509,0	-1546,4	-3207,0	-2516,4	-3235,5	-3280,5	-3444,3	-3464,7	-2650,1	-3032,3
MODELO II	4637,8	1582,4	-78,1	612,5	-106,6	-151,6	-315,4	-335,8	478,7	96,6
MODELO III	7766,7	4711,3	3050,8	3741,4	3022,2	2977,2	2813,4	2793,0	3607,6	3225,5
MODELO I	1583,6	-4115,1	-2847,5	-3310,3	-3192,2	-3242,2	-3275,5	-980,1	-3192,1	-2407,1
MODELO II	4725,7	-972,9	294,6	-168,2	-50,0	-100,0	-133,3	2162,0	-50,0	735,0
MODELO III	7867,9	2169,2	3436,8	2974,0	3092,2	3042,2	3008,8	5304,2	3092,2	3877,2

Grupo	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_{11}$	$\hat{a}_{22}$	$\hat{a}_{33}$	$\hat{a}_{12}$	$\hat{a}_{13}$	$\hat{a}_{23}$	$\hat{a}_{14}$	$\hat{a}_{24}$	$\hat{a}_{34}$
MODELO H	5401,8	-1160,6	-835,6	-410,6	-562,7	-458,6	-379,4	333,8	-113,5	-216,3
MODELO H	5.49 6244,9	-482,8	-157,8	267,2	-83,3	20,8	100,0	722,3	275,0	172,2
MODELO H	7088,0	195,0	520,0	945,0	396,1	500,2	579,4	1110,8	663,5	560,7
MODELO H	1443,8	-1556,4	-2470,9	-4395,8	-3562,2	-2973,3	-3215,8	-3688,4	-3351,0	-2427,8
MODELO H	4687,9	1687,7	773,2	-1151,6	-318,1	270,8	28,3	-444,3	-106,9	816,4
MODELO H	7932,0	4931,8	4017,4	2092,5	2926,0	3514,9	3272,4	2799,8	3137,2	4060,5
MODELO H	1432,6	-4472,1	-3687,4	-2661,4	-3388,0	-3283,9	-3204,7	-869,0	-2505,1	-4163,1
MODELO H	4737,3	-1167,4	-382,7	643,3	-83,3	20,8	100,0	2435,7	799,6	-858,4
MODELO H	8042,0	2137,3	2922,0	3948,0	3221,4	3325,6	3404,7	5740,4	4104,3	2446,3
MODELO H	4454,7	-330,3	-322,0	-288,6	-168,0	-372,2	-151,3	129,0	126,3	-301,5
MODELO H	4904,1	31,0	39,3	72,7	87,5	-116,7	104,2	336,1	333,4	-94,4
MODELO H	5353,5	392,3	400,6	434,0	343,0	138,8	359,7	543,2	540,5	112,7
MODELO H	2769,7	-1774,3	-2157,8	-2053,5	-1702,4	-1973,4	-1532,2	-1363,2	-1345,8	-1693,2
MODELO H	4543,1	-0,9	-384,4	-280,1	71,0	-200,0	241,2	410,2	427,5	80,2
MODELO H	6316,5	1772,4	1388,9	1493,3	1844,4	1573,3	2014,6	2183,6	2200,9	1853,6
MODELO H	2784,6	-1687,3	-1667,1	-1586,6	-1673,1	-1877,3	-1656,4	-1499,0	-1751,1	-2088,6
MODELO H	4545,2	73,3	93,4	174,0	87,5	-116,7	104,2	261,6	9,5	-328,0
MODELO H	6305,8	1833,9	1854,0	1934,6	1848,1	1643,9	1864,8	2022,2	1770,1	1432,6

Quadro IX: Estimativas dos parâmetros e respectivos intervalos de confiança, ao nível de aproximadamente 95% de probabilidade, dos 70 casos estudados, referentes ao modelo IV.

Casos	NITROGÊNIO			FÓSFORO			POTÁSSIO		
	Â	ô	ê	Â	ô	ê	Â	ô	ê
1	5473,0	47,72	0,0049	4375,0	-127,70	-0,0057	4788,6	-188,59	-0,2073
	5811,1	67,18	0,0077	5183,5	200,36	0,0048	4853,8	37,02	0,0400
	6149,3	86,64	0,0106	5992,0	528,41	0,0154	4918,9	262,63	0,2874
2.1	4188,4	17,25	0,0012	2272,4	-318,45	-0,0115			
	4702,0	64,24	0,0090	4640,7	189,43	0,0039			
	5215,6	111,22	0,0167	7009,0	697,32	0,0193			
2.2	4967,2	28,96	0,0053	3015,1	-291,58	-0,0097	4261,1	-359,68	-0,1453
	5347,9	48,48	0,0094	4899,3	207,14	0,0039	4381,7	64,77	0,0252
	5728,5	68,00	0,0134	6783,4	705,86	0,0175	4502,2	489,21	0,1957
2.3	6002,7	25,68	0,0023	5210,8	-461,52	-0,0327	5162,4	-109,68	-0,0088
	6643,5	67,60	0,0085	5803,9	150,98	0,0089	6103,8	134,94	0,0068
	7284,2	109,53	0,0147	6397,0	763,48	0,0505	7045,3	379,56	0,0225
2.4	4734,6	-1,32	-0,0016	4111,9	-788,40	-0,0266			
	7211,2	107,61	0,0042	5650,8	212,56	0,0054			
	9687,8	216,54	0,0100	7189,8	1213,53	0,0373			
3.1	-7773,2	9,83	-0,0059						
	8307,7	191,02	0,0016						
	24388,6	372,22	0,0091						

Casos	N I T R O G Ê N I O			F Ó S F O R O			P O T Á S S I O		
	Â	ô	ç	Â	ô	ç	Â	ô	ç
3.2	5242,6	19,06	0,0046	-14133,2	-1190,56	-0,0133	4924,3	-38,25	-0,0194
	5628,2	45,21	0,0120	6864,4	340,93	0,0014	5101,3	48,73	0,0218
3.3	6013,9	71,36	0,0193	27862,0	1872,42	0,0161	5278,2	135,72	0,0630
	5302,6	22,18	0,0048				5036,7	-113,02	-0,0668
	5652,5	48,62	0,0119				5220,1	46,70	0,0261
3.4	6002,4	75,06	0,0190				5403,6	206,42	0,1190
	-79845,3	-3647,51	-0,0061				4248,3	-342,45	-0,1572
	14501,7	239,38	0,0007				4397,7	58,90	0,0260
3.5	108848,6	4126,26	0,0075				4547,1	460,24	0,2093
	4886,4	22,37	0,0047				4223,4	-12,82	-0,0037
	5330,0	46,16	0,0098				4800,7	78,06	0,0094
	5773,6	69,94	0,0150				5378,0	168,93	0,0224
4.1	2581,3	-38,86	-0,0030	3673,8	-326,36	-0,0218			
	6397,6	109,58	0,0034	4569,1	144,05	0,0072			
	10213,8	258,00	0,0097	5464,5	614,46	0,0364			
4.2				4246,5	-250,66	-0,0920			
				4572,5	60,21	0,0206			
				4898,5	371,09	0,1332			

Casos	N I T R O G Ê N I O			F Ó S F O R O			P O T Á S S I O		
	Â	ô	ê	Â	ô	ê	Â	ô	ê
4.3	4923,8	7,45	0,0014						
	6047,6	56,76	0,0068						
	7171,4	106,06	0,0121						
4.4	5644,6	4,27	0,0023						
	6095,9	34,87	0,0157						
	6547,2	65,46	0,0290						
4.5	5634,8	3,54	-0,0001				5235,3	-246,31	-0,0343
	5922,7	47,27	0,0165				5647,2	103,49	0,0124
	6210,6	91,00	0,0332				6059,1	453,28	0,0592
4.6	3670,7	-31,41	-0,0038	3643,2	-149,70	-0,0275	3751,4	-118,51	-0,0296
	4975,0	64,37	0,0075	4255,3	79,01	0,0120	4235,0	66,93	0,0143
	6279,3	160,15	0,0189	4867,3	307,73	0,0515	4718,6	252,38	0,0581
4.7	5595,1	9,40	0,0021	4837,4	-281,74	-0,1039			
	6679,1	52,46	0,0071	5071,0	63,58	0,0222			
	7763,2	95,51	0,0121	5304,6	408,90	0,1482			
4.8	5237,1	5,16	0,0000						
	6031,3	61,14	0,0091						
	6825,5	117,11	0,0182						

Casos	NITROGÊNIO			FÓSFORO			POTÁSSIO		
	Â	ô	ê	Â	ô	ê	Â	ô	ê
4.9	4343,8	-10,13	-0,0022				4574,0	-79,34	-0,0879
	5649,0	79,84	0,0065				4769,9	30,54	0,0325
	6954,1	169,81	0,0152				4965,7	140,43	0,1530
4.10	5122,6	-3,67	-0,0012						
	5887,2	54,69	0,0104						
	6651,9	113,05	0,0221						
5.1									
	-325,8	-211,08	-0,0084						
5.2	3495,2	71,70	0,0041						
	7316,3	354,47	0,0166						
5.3				2212,3	-265,78	-0,0452			
				2834,8	81,24	0,0116			
				3457,2	428,27	0,0685			
				2764,8	-1171,85	-0,0682			
5.4				6040,5	150,04	0,0070			
				9316,1	1471,93	0,0821			



Casos	N I T R O G É N I O		F Ó S F O R O		P O T Á S S I O	
	Â	ô	Â	ô	Â	ô
5.5						
5.6						
5.7						
5.8	2826,5	-270,68	-0,0357			
	4288,6	86,80	0,0094			
	5750,6	444,28	0,0544			
5.9	1976,7	-115,30	-0,0209			
	3208,1	42,96	0,0112			
	4439,4	201,21	0,0434			
5.10						

Casos	NITROGÊNIO			FÓSFORO			POTÁSSIO					
	Â	ô	ô	Â	ô	ô	Â	ô	ô			
5.11	3843,2	-48,88	-0,0080	-127728,4	-7189,30	-0,0460	6652,2	498,33	0,0008	141032,9	8185,97	0,0476
5.12	3923,1	-25,46	-0,0017	2992,2	-160,66	-0,0339	4049,2	64,14	0,0119	5106,1	288,94	0,0576
5.13	4621,5	20,30	0,0164	5868,8	-17,64	-0,0216	6429,1	17,51	0,0276	6989,4	52,66	0,0768
5.14	5289,1	28,02	0,0108	3889,3	-64,74	-0,0027	6688,9	120,78	0,0243	1961,7	-210,63	-0,0159
5.15	5620,9	88,20	0,0045	5124,9	88,20	0,0045	8288,1	339,78	0,0301	12902,7	643,80	0,0265
5.16	12902,7	643,80	0,0265	1961,7	-467,39	-0,0174	5124,9	88,20	0,0045	8288,1	339,78	0,0301

Casos	NITROGÊNIO			FÓSFORO			POTÁSSIO		
	Â	ô	ê	Â	ô	ê	Â	ô	ê
5.17	-922765,7	-47092,29	-0,0193	-306941,0	-15093,93	-0,0334	4438,5	-690,79	-0,1179
	22667,4	275,75	0,0004	11108,7	404,74	0,0006	5380,6	90,65	0,0140
5.18	968100,6	47643,78	0,0200	329158,4	15903,40	0,0346	6322,7	872,08	0,1459
	2876,5	-25,84	-0,0054				4891,4	-41,66	-0,0140
5.19	3569,8	66,44	0,0090				5364,2	55,43	0,0152
5.20	4263,2	158,72	0,0234				5837,0	152,52	0,0443
	3941,6	-10,21	-0,0175						
	4247,6	15,00	0,0300						
	4553,6	40,22	0,0776						
5.21	4833,6	-126,54	-0,0024						
	9037,3	46,63	0,0058						
	13241,0	219,80	0,0139						
5.22	5606,3	-7,80	0,0012						
	6189,1	22,42	0,0184						
	6771,9	52,64	0,0357						

Casos	NITROGÊNIO			FÓSFORO			POTÁSSIO		
	Â	ô	ê	Â	ô	ê	Â	ô	ê
5.23	2767,8	-177,56	-0,0065						
	7136,2	58,49	0,0057						
	11504,4	294,54	0,0178						
5.24	2993,9	-35,70	-0,0039	3223,6	-48,38	-0,0135			
	4324,6	65,37	0,0069	3703,5	58,46	0,0130			
	5655,2	166,44	0,0177	4183,3	165,29	0,0395			
5.25	4143,3	-26,41	-0,0029	4354,2	-155,58	-0,0581	4257,5	-523,68	-0,1263
	5713,5	72,00	0,0066	4679,6	57,52	0,0197	4611,6	80,09	0,0180
	7283,6	170,42	0,0162	5005,0	270,63	0,0976	4965,6	683,86	0,1624
5.26	-19613,4	-202,61	-0,0084						
	7909,9	121,42	0,0016						
	35433,2	445,46	0,0116						
5.27	-1406,2	-351,63	-0,0102						
	7698,6	99,81	0,0037						
	16803,5	551,25	0,0176						
5.28	4807,0	-16,64	-0,0016						
	5621,8	35,48	0,0128						
	6436,7	87,60	0,0272						

Casos	NITROGÊNIO			FÓSFORO			POTÁSSIO			
	Â	ô	ê	Â	ô	ê	Â	ô	ê	
5.29				2186,0	-900,66	-0,0449				
				5219,9	158,71	0,0060				
				8253,7	1218,07	0,0568				
5.30										
				2134,0	-628,69	-0,0440				
				4607,6	127,99	0,0069				
				7081,3	884,68	0,0578				
5.31										
				-12918,4	-2829,03	-0,0422				
				6333,9	272,99	0,0025				
				25586,2	3375,01	0,0471				
5.32										
				-1093,9	-559,17	-0,0230	5634,3	-450,26	-0,1136	
				8202,3	120,60	0,0046	6811,0	70,26	0,0162	
				17498,5	800,38	0,0321	7987,8	590,78	0,1460	
5.33										
				1244,4	-167,92	-0,0050	4965,9	-33,52	-0,0100	143
				8038,7	89,57	0,0035	5637,0	54,30	0,0133	
				14833,0	347,06	0,0120	6308,1	142,12	0,0366	

Casos	N I T R O G Ê N I O			F Ó S F O R O			P O T Á S S I O		
	Â	ô	ê	Â	ô	ê	Â	ô	ê
5.35	4289,1	-104,42	-0,0101	-8125,9	-33862,07	-0,2961	7425,3	-10,19	0,0014
	6739,4	67,85	0,0077	4783,3	457,78	0,0031	8699,4	42,21	0,0099
	9189,7	240,12	0,0255	17692,6	34777,62	0,3024	9973,5	94,62	0,0183
5.36	4759,3	-44,06	-0,0012	991,2	-3444,80	-0,0540	3946,9	-1126,12	-0,0330
	6035,4	29,71	0,0112	8387,6	313,16	0,0036	8495,7	218,45	0,0046
	7311,6	103,48	0,0236	15784,1	4071,12	0,0612	13044,5	1563,02	0,0422
5.37	5564,0	-162,84	-0,0151						
	7728,7	107,38	0,0072						
	9893,4	377,60	0,0296						
5.38	5391,2	-326,55	-0,0169						
	8778,4	153,51	0,0054						
	12165,6	633,57	0,0276						
5.39	-21493,4	-641,30	-0,0064						
	14157,5	94,98	0,0018						
	49808,4	831,25	0,0102						
5.40	-66599,4	-9205,83	-0,0807						
	4066,7	314,71	0,0014						
	74732,7	9835,26	0,0836						







Quadro X : Doses econômicamente aconselháveis de nutrientes para os três modelos de regressões polinomiais.

	MODELO I			MODELO II			MODELO III		
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	1,678	0,578	0,696	2,642	0,221	0,275	1,734	0,520	0,601
2,1	1,476	2,063	-1,813	1,160	0,173	0,028	Não foi encontrada solução		
2,2	1,701	1,438	0,234	2,607	1,372	0,136	1,774	1,493	0,282
2,3	1,735	-0,599	1,586	1,915	0,269	3,874	1,726	0,006	1,605
2,4	-0,213	0,524	0,799		S		Não foi encontrada solução		
3,1	3,717	1,039	0,44		S		6,388	0,922	0,122
3,2		S			S			S	
3,3		S			S			S	
3,4		S			S			S	
3,5		S			S			S	
4,1	2,699	1,984	1,976		S		Não foi encontrada solução		
4,2		S			S			S	
4,3		S			S			S	
4,4		S		1,455	0,008	0,468		S	
4,5		S			S			S	
4,6	1,558	0,842	1,400	2,781	1,523	0,216	1,493	0,560	1,628
4,7	1,959	0,413	0,527	23,142	0,545	0,886	2,161	0,420	0,496
4,8		S			S			S	
4,9		S			S			S	
4,10		S		0,421	0,414	0,401		S	

	MÓDELO I			MÓDELO II			MÓDELO III		
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
5,1		S			m			S	
5,2		S			S			S	
5,3		S			S			S	
5,4	-0,703	-0,963	1,091		S		0,110	0,098	0,984
5,5		S			S			S	
5,6		S			S			S	
5,7		S			S			S	
5,8		S			S			S	
5,9	1,308	0,863	0,411		S		0,925	0,436	0,587
5,10		S			S			S	
5,11		S			S		Não foi encontrada solução		
5,12		S			S			S	
5,13		S		0,999	0,859	0,353		S	
5,14		S		4,093	0,146	0,151		S	
5,15		S		37,422	13,474	13,511		S	
5,16		S			S			S	
5,17		S			S		Não foi encontrada solução		
5,18		S			S			S	
5,19		S			S			S	
5,20		S			S			S	

	MÓDELO I			MÓDELO II			MÓDELO III		
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
5.21		S			S			S	
5.22		S			S			S	
5.23		S			S			S	
5.24		S			S			S	
5.25		S			S		1,693	0,367	0,171
5.26		S		não há solução				S	
5.27		S			S			S	
5.28		S			S			S	
5.29	1,009	0,991	0,794	0,491	0,469	0,335	0,899	0,982	0,681
5.30		S			S			S	
5.31		S			S			S	
5.32		S			S			S	
5.33		S			S			S	
5.34	5,226	1,978	4,032		S		não foi encontrada solução		
5.35	-0,355	-5,285	-1,339		S		não foi encontrada solução		
5.36		S			S			S	
5.37		S			S			S	
5.38		S		1,441	0,000	3,143		S	
5.39		S			S			S	
5.40		S		não há solução				S	
5.41	0,761	1,187	1,520	0,278	0,754	1,606	0,663	1,102	1,520

	MODELO I			MODELO II			MODELO III		
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
5.42		S			S			S	
5.43		m			S			S	
5.44	1,850	0,230	0,298	não há solução			2,146	0,422	0,415
5.45		S			S			S	
5.46		S			S			S	
5.47		S			S			S	
5.48		S			S			S	
5.49		S			S			S	
5.50		S			S		Não foi encontrada solução		

S = Ponto de Sela

m = Ponto de Mínimo

Quadro XI : Doses econômicamente aconselháveis de nutrientes e respectivos intervalos de confiança, ao nível de aproximadamente 95% de probabilidade, obtidas pela lei de Mitscherlich.

Casos	NITROGÊNIO	FÓSFORO	POTÁSSIO
1	1,37	-0,42	-0,65
	1,75	0,50	0,43
	2,13	1,42	1,51
2.1	0,73	-0,48	
	1,27	1,16	
	1,81	2,80	
2.2	1,27	-0,08	-0,46
	1,75	0,88	0,30
	2,23	1,84	1,06
2.3	0,96	-2,87	-1,10
	1,72	0,09	2,14
	2,48	3,05	5,38
2.4	0,12	-4,88	
	2,62	0,02	
	5,12	4,92	
3.1	-8,36		
	3,50		
	15,36		
3.2	0,91	-18,70	
	1,45	3,00	
	1,99	24,70	
3.3	0,90		-0,10
	1,38		1,00
	1,86		2,10
3.4	69,76		-0,67
	8,78		0,77
	87,32		2,21

Casos	NITROGÊNIO	FÓSFORO	POTÁSSIO
3.5	1,16		-0,15
	1,72		0,39
	2,28		0,93
4.1	-0,84	0,96	0,07
	2,76	0,48	2,15
	6,36	1,92	4,23
4.2		-0,18	
		0,48	
		1,14	
4.3	1,07		
	2,35		
	3,63		
4.4	1,12		
	1,84		
	2,56		
4.5	0,47		-0,45
	0,93		0,89
	1,39		2,23
4.6	0,21	-0,24	-0,96
	1,65	0,88	1,24
	3,09	2,00	3,44
4.7	1,26	-0,34	
	2,50	0,34	
	3,74	1,02	
4.8	-0,36		
	0,62		
	1,60		



Casos	NITROGÊNIO	FÓSFORO	POTÁSSIO
4.9	-0,60		-1,05
	0,74		0,83
	2,08		2,71
4.10	0,52		
	1,50		
	2,48		
5.1			
5.2	-0,95		
	1,65		
	4,25		
5.3		-0,61	
		0,51	
		1,63	
5.4		-2,19	
		0,87	
		3,93	
5.5			
5.6			
5.7			

Casos	NITROGÊNIO	FÓSFORO	POTÁSSIO
5.8	-0,77		
	0,53		
	1,83		
5.9	-0,35		
	1,07		
	2,49		
5.10			
5.11	-0,03	-70,97	
	1,41	-0,25	
	2,85	70,47	
5.12	0,40	-1,29	
	1,46	1,23	
	2,52	3,75	
5.13	-0,22		
	1,06		
	2,34		
5.14	0,28		
	2,02		
	3,76		
5.15	-4,88	-3,67	
	2,28	2,69	
	9,44	9,05	
5.16			

Casos	NITROGÊNIO	FÓSFORO	POTÁSSIO
	-765,53	-484,13	-2,69
5.17	15,37	10,07	0,87
	796,27	504,27	4,43
			-0,46
5.18			1,58
			3,62
	0,40		
5.19	0,88		
	1,36		
	0,00		
5.20	0,88		
	1,76		
	-0,44		
5.21	3,72		
	7,88		
	0,53		
5.22	1,43		
	2,33		
	-1,77		
5.23	3,01		
	7,79		
	0,24	-0,07	
5.24	1,56	1,13	
	2,88	2,33	
	0,20	-0,21	-0,60
5.25	1,92	0,63	0,50
	3,64	1,47	1,60

Casos	NITROGÊNIO	FÓSFORO	POTÁSSIO
5.26	-20,24		
	4,94		
	30,12		
5.27	-6,18		
	3,36		
	12,90		
5.28	0,44		
	1,58		
	2,72		
5.29		-1,52	
		0,88	
		3,28	
5.30			
5.31	-142,61	-1,72	
	15,51	1,02	
	173,63	3,76	
5.32	-6,02	-15,78	
	0,52	1,84	
	7,06	19,46	
5.33	-6,97		-4,58
	2,35		1,22
	11,67		7,02
5.34	-3,33		-0,49
	3,85		1,95
	11,03		4,39

Casos	NITROGÊNIO	FÓSFORO	POTÁSSIO
5.35	-0,93		
	1,95		
	4,83		
5.36	0,46	-544,04	
	2,02	-4,74	
	3,58	534,56	
5.37	-0,61		1,06
	1,31		3,54
	3,23		6,02
5.38	-0,76	-12,49	-11,65
	1,18	0,13	2,55
	3,12	12,75	16,75
5.39	-26,29		
	8,77		
	43,83		
5.40	-330,07		
	-4,79		
	320,49		
5.41	-1,28	-1,24	-0,32
	0,50	1,02	1,50
	2,28	3,28	3,32
5.42			
5.43			

Casos	NITROGÊNIO	FÓSFORO	POTÁSSIO
5.44	-0,35 3,15 6,65		
5.45			
5.46			
5.47	-0,52 2,04 4,60		
5.48	-0,43 1,15 2,73		-13,43 2,37 18,17
5.49	-0,42 1,18 2,78	-2,00 1,04 4,08	
5.50			

Quadro XII : Estimativas dos rendimentos e respectivos intervalos de confiança para o caso 1, ao nível de aproximadamente 95% de probabilidade, relativos aos modelos I, II e III.

Tratamentos	M O D E L O I			M O D E L O II			M O D E L O III			
	Produção observada	Produção estimada	Intervalo de confiança 95%	Produção estimada	Intervalo de confiança 95%	Intervalo de confiança 95%	Produção estimada	Intervalo de confiança 95%	Intervalo de confiança 95%	
000	3671	3760	3628	3893	3737	3590	3884	3759	3626	3891
001	3846	3935	3826	4044	3928	3812	4045	3934	3825	4043
002	4018	3959	3827	4092	3947	3813	4081	3957	3825	4090
010	4118	3964	3856	4073	3957	3841	4074	3963	3854	4072
011	4297	4132	4038	4226	4138	4042	4235	4132	4037	4226
012	4076	4149	4040	4258	4153	4045	4261	4148	4039	4256
020	3990	4097	3964	4229	4095	3961	4229	4095	3963	4228
021	4128	4258	4149	4366	4271	4163	4379	4257	4148	4365
022	4366	4268	4135	4400	4284	4161	4407	4266	4133	4398
100	4733	4663	4555	4772	4670	4553	4786	4662	4553	4771
101	4868	4825	4731	4920	4730	4730	4924	4825	4730	4919
102	4809	4837	4728	4945	4724	4724	4940	4836	4727	4944
110	4792	4871	4776	4966	4780	4780	4973	4870	4776	4965
111	4966	5026	4932	5121	4929	4929	5118	5026	4932	5121
112	4955	5031	4936	5125	4928	4928	5120	5030	4936	5124
120	5108	5008	4899	5116	4900	4900	5116	5006	4898	5155
121	5236	5156	5061	5250	5150	5055	5246	5155	5061	5250
122	5094	5153	5045	5262	5149	5047	5252	5152	5043	5260
200	5155	5111	4978	5243	5124	4990	5258	5109	4977	5241
201	5216	5260	5152	5369	5268	5160	5376	5259	5151	5368



MODÉLO I      MODÉLO II      MODÉLO III

Tratamentos	Produção observada	MODÉLO I		MODÉLO II		MODÉLO III	
		Produção estimada	Intervalo de confiança 95%	Produção estimada	Intervalo de confiança 95%	Produção estimada	Intervalo de confiança 95%
202	5282	5259	5127 5392	5266	5143 5389	5257	5125 5390
210	5201	5323	5214 5431	5325	5217 5433	5321	5213 5430
211	5504	5465	5371 5560	5458	5363 5554	5464	5370 5559
212	5500	5457	5348 5566	5453	5350 5555	5456	5347 5564
220	5479	5463	5331 5595	5455	5332 5578	5461	5329 5594
221	5587	5599	5490 5707	5583	5481 5686	5597	5489 5706
222	5583	5584	5451 5716	5576	5459 5692	5582	5449 5714

Quadro XIII : Estimativas dos rendimen -  
tos e respectivos intervalos de confian-  
ça para o caso 1, ao nível de aproximada  
mente 95% de probabilidade, relativas ao  
modelo IV.

## NITROGÊNIO (N)

Tratamentos	Estimativa dos Rendimentos	Intervalos de Confiança	
		95%	
0	4057	3718	4395
1	4951	4638	5264
2	5390	5095	5684

FÓSFORO ( $P_2O_5$ )

Tratamentos	Estimativa dos Rendimentos	Intervalos de Confiança	
		95%	
0	4622	3819	5425
1	4823	4102	5544
2	4952	4257	5647

POTÁSSIO ( $K_2O$ )

Tratamentos	Estimativa dos Rendimentos	Intervalos de Confiança	
		95%	
0	4694	4604	4784
1	4850	4759	4940
2	4854	4790	4917