

LUIZ HENRIQUE DE AQUINO

ENGENHEIRO AGRÔNOMO

Professor Contratado da 12ª Cadeira (Genética, Estatística e Experimentação), da Escola Superior de Agricultura de Lavras.

ANÁLISE ESTATÍSTICA DE DADOS
PLUVIOMÉTRICOS COM AUXÍLIO DA
PROGRAMAÇÃO FORTRAN

Tese apresentada à Escola Superior de Agricultura «Luiz de Queiroz», da Universidade de São Paulo para obtenção do Grau de «Magister Scientiae».

PIRACICABA - SÃO PAULO

BRASIL - 1969

E R R A T A

Página	Linha	Onde se lê	Leia-se
1	7	relações	relações
7	11	Y_1	δ_1
9	16	de	da
12	29	define	define
13	11	perfurados	perfuradas
14	26	Fl4.8	Fl4.8
16	6	$k_3 = \frac{\sum t_i^3}{(n-1)(n-2)}$	$k_3 = \frac{n \sum t_i^3}{(n-1)(n-2)}$
19	17	... positiva ou igual positiva ...
23	1	x	θ
23	13	$\frac{\sigma^2}{2^1 2!}$	$\frac{\sigma^2}{2^1 1!}$
23	18	$(\frac{\sigma^2}{2})^2$	$(\frac{\sigma^2}{2})^t$
24	10	f^{IV}	f^{VI}
25	2, 3 e 4	$e \frac{\sigma^2}{2} \cdot \frac{N-1}{N}$	$e \frac{\sigma^2}{2} (\frac{N-1}{N})$
26	8	1, 2, e ou 4	1, 2, 3 ou 4
27	3	IP	DP
27	5	de intervalo	do intervalo
27	17	da	de
30	6	x_i	X_i
31	7	sjea	seja
33	21	e	a
54	6	segundo	segundo
55	14	cai	caem
65	5	constam	consta
66	24	0,005	$\pm 0,005$

Página	Linha	Onde se lê	Leia-se
68	13	** 5% ... *** 1% ...	** 1% ... *** 0,1% ...
70	23	prova de χ^2	prova de χ^2
71, 75 e 79	11, 24 e 2	acrescidas	acrescidos
76, 88 e 93	11, 16 e 2	... das chuvas médias de agosto à razão de 0,011 mm...	... dos valores médios de \hat{Y}_i à razão de 0,011 ...
81	26	apresentamos	apresentados
86	21	menos	menores
86	24	mais	menos

APÊNDICE

Página	Linha	Onde se lê	Leia-se
98	7	SX++2	SX**2
98	11	T=3.*3/4.	T=3.*5/4.
100	16	KA=LI+1 KA=LI+2 KA=LI+3	KA=L+1 KA=L+2 KA=L+3
105	18	WRITE(1,45)EX,S,EPM	WRITE(1,45)EX,S
110	6	V(K)=L(1./(X(K)+ALFA))*0.4343	V(K)=1./(L(X(K)+ALFA)*0.4343)
112	9	ACR=(AC ./2.)*ZZ	ACR=(AC /2.)*ZZ
112	12	CURT=U(RE*DP)	CURT=U4(RE*DP)
113	4	ES1=CCCC+TESTT*EPM	ES1=CCCC+TESTT*EPM
113	5	EI1=CCCC-TESTT*EPM	EI1=CCCC-TESTT*EPM
112	3	Após ALFA=ALFA+AC	Acrescente KK=KK+1

Página 115 - Linha 26

Onde se lê: $2V(K)=ALOG(1./(X(K)+ALFA))*0.4343$

Leia-se: $2V(K)=1./(ALOG(X(K)+ALFA)*0.4343)$

D e d i c o

À minha esposa

À minha filha

A meus pais

A G R A D E C I M E N T O S

Desejamos expressar nossos agradecimentos ao Prof. Frederico Pimentel Gomes , Catedrático da 16.^a Cadeira (Matemática e Estatística) pelo estímulo e valiosas orientações na elaboração d'êste trabalho;

Ao Dr. Izaias Rangel Nogueira , Professor Associado da 16.^a Cadeira, pelo grande interêsse e sugestões apresentadas;

Ao Dr. Humberto de Campos , Livre Docente da Cadeira de Matemática e Estatística, pela colaboração prestada como Conselheiro Principal de meu curso de Pos-Graduado.

Ao Dr. Roberto Simionato Moraes e Eng.^o-Agr.^o Vivaldo Francisco da Cruz , respectivamente Professor Assistente e Instrutor da 16.^a Cadeira , pela grande amizade demonstrada e pela ajuda paciente e incansável na elaboração e execução dos programas.

Ao colega Eng.^o-Agr.^o Aquiles E. Piedrabuena , pelas oportunas sugestões e constante assistência dada na fase inicial do trabalho

À Escola Superior de Agricultura de Lavras (ESAL) , à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" (ESALQ) e à Coordenação do Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) , instituições que nos propiciaram todos os meios para a realização desta pesquisa, somos profundamente agradecidos.

Ao Serviço de Meteorologia de Belo Horizonte , Ministério da Agricultura, pela gentileza e presteza no fornecimento dos dados.

À Sr.^{ta} Ana Maria Brasil P. Pinto , datilógrafa do Departamento de Ciências Econômicas e Sociais da ESAL , pela dedicação e boa vontade.

Agradecemos ainda a todos que de uma forma ou outra, contribuíram para o bom andamento de nossos trabalhos.

ÍNDICE

	Página
1 - INTRODUÇÃO	1
2 - REVISÃO DA LITERATURA	3
3 - MATERIAL E MÉTODOS	8
3.1 - Distribuição de Frequência - Teste de Normalidade .	8
3.1.1 - Descrição do programa	8
3.1.2 - Diagrama de blocos	9
3.1.3 - Programa	10
3.1.4 - Entrada de dados	10
3.1.5 - Saída de dados	14
3.1.6 - Restrições do programa	15
3.2 - Coeficientes de Assimetria e Curtose	15
3.2.1 - Descrição do programa	15
3.2.2 - Diagrama de blocos	16
3.2.3 - Programa	16
3.2.4 - Entrada de dados	17
3.2.5 - Saída de dados	17
3.2.6 - Restrições do programa	17
3.3 - Transformação de Dados	17
3.3.1 - Descrição do programa	17
3.3.2 - Diagrama de blocos	25
3.3.3 - Programa	26
3.3.4 - Entrada de dados	26
3.3.5 - Saída de dados	26
3.3.6 - Restrições do programa	27

3.4 -	Análise de Regressão Polinomial	27
3.4.1 -	Descrição do programa	27
3.4.2 -	Diagrama de blocos	30
3.4.3 -	Programa	30
3.4.4 -	Entrada de dados	30
3.4.5 -	Saída de dados	31
3.4.6 -	Restrições do programa	32
4 -	RESULTADOS E DISCUSSÃO	33
4.1 -	Distribuição de Frequência - Teste de Normalidade ..	33
4.2 -	Assimetria e Curtose	52
4.3 -	Transformação de Dados	54
4.4 -	Análise de Regressão Polinomial	68
4.4.1 -	Meses de janeiro e fevereiro	68
4.4.2 -	Mês de março	70
4.4.3 -	Mês de abril	70
4.4.4 -	Mês de maio	72
4.4.5 -	Mês de junho	73
4.4.6 -	Meses de julho e agosto	74
4.4.7 -	Mês de setembro	76
4.4.8 -	Mês de outubro	78
4.4.9 -	Mês de novembro	79
4.4.10 -	Mês de dezembro	80
4.4.11 -	Estação seca	81
4.4.12 -	Estação chuvosa	83
4.4.13 -	Total anual	84
5 -	CONCLUSÕES	86
6 -	RESUMO	91
7 -	BIBLIOGRAFIA	94

8 - APÊNDICE	96
--------------------	----

ÍNDICE DO APÊNDICE

Quadro I	- Diagrama de blocos para o programa "Distribuição de Frequência , Teste de Normalidade" ..	97
Quadro II	Programa fonte "Distribuição de Frequência, Teste de Normalidade"	103
Quadro III	- Diagrama de blocos para o programa "Assimetria e Curtose"	106
Quadro IV	Programa fonte "Assimetria e Curtose"	108
Quadro V	- Diagrama de blocos para o programa "Transformação de Dados"	109
Quadro VI	- Programa fonte "Transformação de Dados"	115
Quadro VII	- Diagrama de blocos para o programa "Análise de Regressão Polinomial"	118
Quadro VIII	- Programa fonte "Análise de Regressão Polinomial"	122

1 - INTRODUÇÃO

A precipitação atmosférica, ocorrida em estado líquido, desempenha papel vital na agricultura, por proporcionar sob diversos aspectos, condições favoráveis ao desenvolvimento dos vegetais. Ela incorpora ao solo quantidades apreciáveis de nitrogênio, solubiliza os sais minerais possibilitando a sua absorção pelas plantas constituindo-se em um agente do equilíbrio térmico do vegetal. Sua maior importância na agricultura não está na influência direta sobre as plantas, mas sim em suas relações com o balanço hídrico do solo e o estado higrométrico do ar.

Como o conhecimento do balanço hídrico do solo depende mais da distribuição regular das chuvas no ano, do que da quantidade caída no mesmo período, vemos a necessidade de um estudo melhor da distribuição das precipitações, para maior eficiência dos planejamentos agrícolas.

A importância dos dados pluviométricos nos é apresentada diariamente, nas mais diversas situações. Seu emprego abrange os mais variados aspectos, porém achamos conveniente a exposição, somente daqueles mais ligados às atividades agrícolas.

O abastecimento das cidades e núcleos rurais, baseado na quantidade de água consumida pela população, será eficientemente planejado, com o conhecimento da distribuição estacional das precipitações, perdas por evaporação e outros fatores. Nas regiões onde há dificuldade de obtenção de águas subterrâneas ou superficiais, as águas de chuva são conduzidas para reservatórios, que variam conforme o volume de água a armazenar e o regime pluviométrico da região.

A construção de açudes abastecedores e barragens, muito comuns em nossas propriedades agrícolas, está intimamente ligada com a precipitação esperada, e a não observância deste fator pode causar o rompimento de suas estruturas, com sérios prejuízos às regiões atingidas.

Sabemos que o fornecimento de água em quantidades adequadas e em épocas oportunas às culturas, aumenta o rendimento das colheitas. O planejamento sistemas de irrigação, que propiciarão este suprimento artificial depende de um levantamento e análise de dados pluviométricos, que estabeleçam incidência de chuvas na região bem como sua distribuição no ciclo vegetativo das plantas.

A remoção do excesso de água dos solos agrícolas constitui um problema relacionado com a frequência das precipitações ocorridas, em menores unidades tempo.

O contrôlo das enchentes, a erosão das terras agrícolas e outras áreas, o desenvolvimento energético, a conservação das vias de acesso ao meio rural, são grandemente influenciadas pela frequência e intensidade das precipitações.

Pelas razões acima expostas vimos que a distribuição das chuvas através do ano é importante não só para a agricultura, mas também para toda a vida econômica do país. A exploração racional de determinadas culturas é mais dependente do curso anual da precipitação do que do volume de água caído anualmente. Com o estudo da distribuição das precipitações, delimitaremos a época seca predominante na região e, ficaremos em condições de fornecer elementos para superá-la, quer pelo emprego de irrigação ou pelo estabelecimento de culturas mais adaptadas ao regime pluvial.

Neste trabalho vamos analisar as alturas pluviométricas anuais, mensais e estacionais de Belo Horizonte, durante 57 anos, no período de 1910 a 1966. Verificaremos a distribuição da chuva nos diferentes meses, nas estações seca e chuvosa e nos totais anuais, com a determinação das estimativas das medidas de variação, médias com seus intervalos de confiança e análise de regressão. Com estes elementos estudaremos o regime pluviométrico, a variabilidade das chuvas e o ajuste de alguma equação de regressão aos dados, com o objetivo principal de verificar se existe tendência secular de aumento ou redução das precipitações nos períodos considerados.

Em geral todos os trabalhos anteriores, sobre o mesmo tema, foram feitos com o auxílio de máquinas de calcular, manuais ou elétricas, o que torna os cálculos bastante laboriosos e demorados. Além disso, mesmo que se faça uma metódica organização dos dados, a própria natureza dos métodos pode conduzir a erros grosseiros, que alteram a interpretação dos resultados.

O advento da computação eletrônica e o crescente emprego dos computadores em todos os campos de atividade humana, trazem um melhor aproveitamento de nosso tempo, uma utilização mais proveitosa das capacidades individuais e, conseqüentemente, mais eficiência em nossos planejamentos.

Pretendendo prestar uma pequena contribuição aos estudiosos deste campo, resolvemos realizar as análises estatísticas por meio de computadores eletrônicos. Para tal, elaboramos programas em linguagem "FORTRAN" para a distribuição de frequência e teste de normalidade, determinação dos coeficientes de assimetria e curtose, transformação de dados e análise de regressão polinomial.

2 - REVISÃO DA LITERATURA

No estudo de dados pluviométricos, quando consideramos as precipitações mensais ou precipitações em períodos mais curtos, encontramos distribuições assimétricas, que podem prejudicar seriamente a interpretação dos dados. Além disso, quando somos levados a análises estatísticas mais refinadas, como são as análises de regressão pelos polinômios ortogonais, temos de proceder a laboriosas transformações a fim de normalizar as distribuições e possibilitar uma interpretação eficiente dos resultados.

AMARAL e MOTA (1956) estudando as precipitações mensais de Pelotas, Rio Grande do Sul, em 59 anos de observações, 1893 a 1951, e de Ponta Grossa, Paraná, em 29 anos, de 1922 a 1950, com o objetivo de determinar as normais e as variabilidades relativas das precipitações mensais, propuseram a transformação $y = \log(x + b/a)$ para corrigir a assimetria da distribuição. Na fórmula proposta x representa a precipitação mensal e os parâmetros a e b são estimados para cada localidade ou região pela regressão linear do desvio padrão de cada mês, em relação à precipitação média correspondente. Aplicada a transformação sugerida, os autores mostraram, pela representação gráfica da distribuição, que a assimetria foi fortemente reduzida. Contudo, informam ainda que a estimação dos parâmetros a e b não pode ser feita com precisão, de modo que é possível que uma transformação $z = \log(x + c)$ com c diferente de b/a dê uma distribuição satisfatoriamente próxima da normal. Usaram a transformação $y = \log(x + 1)$ e constataram que ela não normalizou a distribuição, apenas substituiu a assimetria positiva por uma assimetria negativa.

GODOY e outros (1961) ao estudar as precipitações de Campinas, São Paulo, num período de 67 anos, 1890 a 1956, encontraram nos meses de julho e abril, distribuições assimétricas. Procurando obter uma distribuição aproximadamente normal, tentaram diversas transformações como a da raiz quadrada, a do arco seno, a logarítmica, sendo esta última a que melhor se prestou. Nas transformações logarítmicas experimentaram $\log(x + 1)$, $\log(x + 3)$, $\log(x + 10)$ e $\log(x + 5)$. A transformação $\log(x + 5)$ foi a única através da qual conseguiram uma concordância razoável com a distribuição normal. Abordaram a transformação sugerida por AMARAL e MOTA (1956) e chegaram a estimar os parâmetros da equação de regressão proposta, para verificar qual o acréscimo (b/a) a ser atribuído à variável x . Encontraram a seguinte equação de regressão:

sendo $a = 0,309$ e $b = 26,416$.

Logo a transformação sugerida seria:

$$\log (x + b/a) = \log (x + 86) .$$

No entanto, preferiram pela experiência adquirida a transformação $\log (x + 5)$.

Pela análise de regressão polinomial aplicada, concluíram que a incidência de chuvas nos diversos meses, em Campinas, é um fenômeno casual, sem nenhuma tendência secular no período estudado. Verificaram também que os intervalos tomados em torno da média, ao nível de 90% de probabilidade, nos meses estudados, foram muito grandes, não se prestando, portanto, para previsões de chuvas.

FRANCO e GODOY (1946) também analisaram a distribuição das chuvas em Campinas, por um período de 56 anos, 1890 a 1945, para verificar o comportamento das chuvas totais anuais e das chuvas totais trimestrais. O estudo foi feito através da média móvel e chegaram a conclusão de que o regime pluviométrico não se alterou no período observado, como parece ser crença geral. Houve oscilações, porém, não de uma maneira unilateral e contínua, mas sempre em torno da mesma média geral.

SETZER citado por FRANCO e GODOY (1946) encontrou alterações no regime pluviométrico de Campinas, notadamente nos meses de junho e dezembro. Estas alterações foram para menor queda de chuva em junho e maior em dezembro. Contudo, estes últimos autores calcularam para os dois meses citados a correlação existente entre a altura pluviométrica e os anos sucessivos desde 1890, e encontraram uma correlação nula. Segundo eles, as alterações mencionadas por SETZER são apenas oscilações casuais e não alterações permanentes do regime pluviométrico.

PIMENTEL GOMES e NOGUEIRA (1959) usando o método dos polinômios ortogonais para a análise das precipitações anuais, no Município de Pesqueira, PE, concluíram que, no período compreendido entre 1910 e 1957 (48 anos) inexistia qualquer tendência secular do primeiro ao quarto grau, conforme mostra o Quadro 1.

Quadro 1 Análise de regressão polinomial das precipitações pluviométricas

anuais do município de Pesqueira, PE, 1910 a 1957.

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.
Regressão Linear	1	64.950,2	64.950,2
Regressão Quadrática	1	35.901,6	35.901,6
Regressão Cúbica	1	13.110,2	13.110,2
Regressão do 4.º Grau	1	4.385,0	4.385,0
Resíduo	43	1.866.396,4	43.404,6

Fonte: PIMENTEL GOMES e NOGUEIRA (1959) .

POMPEU MEMÓRIA (1955.a) analisando estatisticamente as precipitações do Município de Nova Lima, Estado de Minas Gerais, no período de 1855 a 1951 (97 anos), usando o método das médias móveis e a regressão linear, concluiu não haver evidência de aumento ou diminuição das precipitações anuais. Por outro lado, verificou também, que a distribuição de frequências, das precipitações anuais não obedeceu à curva normal apresentando uma assimetria positiva, porém sem manifestação de curtose. Em termos climatológicos, concluiu o autor, isto significa que os anos muito chuvosos e os moderadamente secos são, respectivamente, mais frequentes do que os anos muito secos e os moderadamente chuvosos.

POMPEU MEMÓRIA (1955.b) apresentando uma complementação do trabalho anterior sobre as precipitações anuais, mostra as precipitações mensais observadas em Morro Velho, município de Nova Lima, Estado de Minas Gerais, num período de 97 anos. O método empregado foi o mesmo usado anteriormente, exceto que não foram ajustadas curvas às distribuições de frequências, nem calculadas as médias móveis. Foram elaborados gráficos das frequências acumuladas das precipitações para os diversos meses. Os resultados das precipitações mensais encontram-se apresentados no Quadro 2, através do qual foram tiradas as seguintes conclusões:

- a - Morro Velho possui uma estação chuvosa e uma estação seca bem definidas.
- b - Na época chuvosa, de outubro a março, cai em média aproximadamente 38% da precipitação anual, sendo a maior fração nos meses mais quentes, novembro a janeiro.
- c - Dezembro é o mês mais chuvoso com uma média de 350 mm, seguido de janeiro com 320 mm.
- d - Abril e setembro podem ser considerados como meses de transição, por serem intermediários em pluviosidade.
- e - A estação seca compreende os meses de maio a agosto, sendo julho o mês mais seco com uma precipitação média de 10 mm.
- f - A variabilidade das chuvas mensais, medida pelos desvios padrões é maior nos meses mais chuvosos; entretanto é comparativamente maior nos meses mais secos do ano, como mostram os coeficientes de variação.

A distribuição de frequência das precipitações dos diversos meses é de caráter assimétrico. A assimetria é positiva, principalmente nos meses mais secos, de maio a agosto, quando as curvas de frequências são em J invertido.

Quadro 2 - Sumário dos resultados das precipitações mensais em Morro Velho, Nova Lima, - Estado de Minas Gerais (1855 a 1951).

M e s e s	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.	Ano
Média (mm)	320	230	180	66	30	12	10	18	57	134	233	350	1640
Desvio Pa- drão (mm)	187	132	105	44	28	17	14	25	41	61	84	135	321
Coeficiente de Variação (%)	58	57	58	67	96	137	146	139	72	45	36	39	20
Média Diá- ria (mm)	10,32	8,14	5,83	2,20	0,96	0,41	0,32	0,58	1,90	4,33	7,76	11,32	4,49
Precipita- ção Anual (%)	19,5	14,0	11,0	4,0	1,8	0,7	0,6	1,1	3,5	8,2	14,2	21,4	100,0

Fonte: POMPEU MEMÓRIA (1955.b) .

Pela regressão linear, ajustada pelo método dos mínimos quadrados, concluiu que dos coeficientes de regressão linear somente o de maio foi estatisticamente significativo, do que se infere que as precipitações, nesse mês, tiveram uma tendência decrescente, à razão de 0,236 mm por ano. Segundo o autor, dada a pequena magnitude deste coeficiente e, o fato de ser maio um mês de pouca expressão sob o ponto de vista pluviométrico, este resultado é de pouca importância prática.

FISHER (1958) cita um exemplo em que estuda a normalidade da precipitação anual de Rothamsted, referente ao período de 90 anos, pelo uso das estimativas k e g . Os resultados encontrados por Fisher, foram para a assimetria $g_1 = -0,231$ e para a curtose $g_2 = -0,302$, valores estes que não foram significativamente diferentes de zero. Conclui o autor que um valor de Y_1 , que é insinuado mas não estabelecido pelos dados, indicaria uma assimetria da distribuição no sentido de que anos moderadamente secos ou muito chuvosos são menos frequentes que os anos moderadamente chuvosos e muito secos.

FOSTER (1948) analisou a precipitação anual num período de 70 anos, de 1871 a 1940, em Omaha - Nebraska - USA. Pela regressão linear aplicada aos dados, concluiu que existe uma tendência secular expressa pela equação: $P = 33,86 - 0,1785 T$, onde os coeficientes de regressão vêm expressos em polegadas. Esta equação nos indica que a precipitação média anual, no período em estudo, diminuiu de forma aproximadamente linear, à razão de 0,1785 polegada por ano. Por outro lado, estudando dados da precipitação anual, num período de 70 anos, em Iowa City - USA, verificou que a distribuição normal se ajustou com êxito às precipitações anuais.

Muitos outros trabalhos foram desenvolvidos sobre o estudo das precipitações e, em linhas gerais, quase todos abordam o problema sob os mesmos aspectos das referências apresentadas

3 - MATERIAL E MÉTODOS

Os dados pluviométricos para a execução deste trabalho foram obtidos em pluviômetro do tipo "Hervé-Mangón" instalado no Posto Meteorológico de Belo Horizonte - Serviço de Meteorologia - Ministério da Agricultura.

O método empregado foi a análise de regressão pelos polinômios ortogonais, conduzida até o 4.^o grau, com determinação de médias, desvios padrões, coeficientes de variação e intervalos de confiança das médias, ao nível de 95% de probabilidade.

Para verificar se os dados seguiam a distribuição normal aplicamos o teste de χ^2 (qui quadrado). Onde a normalidade não era comprovada, usamos a transformação logarítmica por ser, aparentemente, a que melhor ajusta os dados pluviométricos.

Visando a simplificação de nosso estudo preparamos programas para computadores eletrônicos em linguagem FORTRAN, que permitiram a execução das análises estatísticas no computador eletrônico IBM-1130, localizado na 16.^a Cadeira (Matemática e Estatística) da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", em Piracicaba.

Foram elaborados os seguintes programas:

3.1 - Distribuição de Frequência - Teste de Normalidade

3.1.1 - Descrição do programa

Este programa desenvolvido em linguagem FORTRAN nos dá a distribuição de frequência dos dados, o valor de χ^2 , a média com seu erro padrão, o desvio padrão, o coeficiente de variação e os intervalos de confiança da média ao nível de 95% de probabilidade.

Por este programa, os dados são inicialmente dispostos em ordem crescente com o objetivo de facilitar a contagem das frequências observadas. A seguir determinamos a média, o desvio padrão, o erro padrão da média e o coeficiente de variação, pelos métodos usuais.

A distribuição de frequências poderá ser feita com os dados agrupados em classes de intervalos variáveis de $1/4$, $1/2$ ou $3/4$ do desvio padrão da amostra. Tomando-se por base a média calculada, fomos subtraindo sucessivamente o intervalo de classe escolhido, até atingirmos um valor inferior ao menor dado da amostra. Este valor encontrado é o limite inferior da primeira classe da distribuição

de frequências. As classes seguintes são obtidas, acrescentando-se à primeira o intervalo de classe, até encontrarmos um valor que seja superior ao maior dado do conjunto. O valor encontrado é o limite superior da última classe da distribuição.

Paralelamente, procedemos à transformação dos limites de classes em unidades padronizadas, pelo emprego da variável

$$t_i = \frac{x_i - \hat{m}}{s}$$

através das quais, obtemos em tabelas apropriadas, FISHER e YATES (1948), as probabilidades ou áreas abrangidas pelas classes.

Em prosseguimento, contamos as frequências observadas e calculamos a frequência esperada, multiplicando a frequência total pela probabilidade ou área de cada classe.

Conhecendo-se as frequências observadas e as frequências esperadas de cada classe passamos a determinação do valor de χ^2 para comprovação ou não da normalidade de nossos dados.

Segundo COCHRAN (1954) na aplicação de prova de χ^2 devemos agrupar em cada lado da distribuição, as classes cujas frequências esperadas são menores do que 1. Logicamente, as frequências observadas correspondentes também são agrupadas. Esta foi a norma que adotamos no cálculo do χ^2 .

A frequência esperada f_{ex} para os extremos da curva normal foi calculada subtraindo-se da frequência total a soma das frequências calculadas. Como as frequências observadas nestes extremos são nulas, f_{ex} corresponde ao próprio valor de χ^2 nos extremos da curva. Nestas condições, o χ^2 foi calculado pela conhecida fórmula:

$$\chi^2 = f_{ex} + \sum \frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$$

Os extremos do intervalo de confiança para a média, ao nível de 95% de probabilidade, foram determinados pelos métodos usuais, segundo a expressão:

$$I.C. = \hat{m} \pm t s (\hat{m})$$

3.1.2 - Diagrama de blocos

O diagrama de blocos é uma representação gráfica do problema, permitindo de uma maneira clara e concisa uma melhor visualização das seqüências de opera-

ções. Assim, cada operação envolvida na resolução do problema é representada graficamente por uma figura plana. Todos os comandos aritméticos, transferências, comparações, entrada e saída de dados, contagens, etc., são apresentadas no diagrama de blocos, através de uma notação gráfica própria.

O diagrama de blocos para este programa encontra-se no Apêndice - Quadro I .

3.1.3 - Programa

Tôdas as instruções esboçadas no diagrama de blocos foram transmitidas ao computador, na linguagem FORTRAN . A linguagem FORTRAN de "FORmula TRANslation" é uma linguagem orientada para os problemas que possam ser formulados matematicamente, tendo sido elaborada, especialmente, para uso dos cientistas. O programa construído em linguagem FORTRAN , chama-se programa fonte . Para que o programa fonte possa ser processado, torna-se necessário transformá-lo em linguagem de máquina ou absoluta. Esta transformação é feita pelo próprio computador, através do compilador. Nestas condições, a única preocupação do usuário é elaborar o seu programa em linguagem FORTRAN , colocá-lo no computador e fornecer os dados necessários à sua execução, assim que fôr solicitado.

O programa fonte para a distribuição de frequência e teste de normalidade, encontra-se no Apêndice - Quadro II .

3.1.4 - Entrada de dados

Todos os dados necessários à execução do programa foram fornecidos ao computador por meio de cartões IBM . Para a entrada de dados obedecemos as instruções especificadas no programa, como se pode ver no Quadro II .

No primeiro cartão perfuramos os números correspondentes às notações N, M, LL, TESTT de acôrdo com os formatos especificados na declaração READ . Esta declaração é usada para transferir dados da unidade de entrada para a memória do computador. Sua forma de apresentação vem seguida de dois números entre parênteses, onde o primeiro indica qual o equipamento a ser usado para a entrada de dados (cartão, fitas, teclado do console, etc.) e o segundo é o número da declaração FORMAT que especifica a disposição dos dados no veículo de entrada ou forma de manipulação dos mesmos no caso de entrada direta (teclado de console) .

As notações N, M, LL e TESTT têm os seguintes significados:

N = número de dados a analisar.

M = número arbitrariamente escolhido, devendo ser maior que o número de classes da distribuição de frequência. É por meio desta constante que enumeramos as classes da distribuição. Como não sabemos quantas classes teremos e, tomando por base, que este número dificilmente ultrapassará a 30, sugerimos a escolha de $M = 40$.

LL = número que especifica o intervalo de classe desejado para a distribuição de frequência, sendo:

- 1 para o intervalo de classe de $1/4$ do desvio padrão
- 2 para o intervalo de classe de $1/2$ do desvio padrão
- 3 para o intervalo de classe de $3/4$ do desvio padrão.

TESTT = valor de t dado em tabela em função do número de graus de liberdade ($N - 1$), ao nível de 95% de probabilidade.

No segundo cartão perfuramos as probabilidades correspondentes às unidades padronizadas

$$Z = \frac{x - m}{s},$$

extraídas da tabela de FISHER e YATES (1948). Para simplificar as operações aritméticas do programa, procedemos uma ligeira modificação nos valores de Z , considerando o valor inicial igual a 0,25 e os demais valores com intervalos de 0,25, variando de 0 até 6. As probabilidades referentes aos valores de Z encontram-se na Tabela 1, que foi adaptada a partir dos resultados de FISHER e YATES (1948). As probabilidades também serão perfuradas de acordo com os formatos adotados para elas.

Tabela 1 - Probabilidades correspondentes aos valores de

$$Z = \frac{\text{---}}{\sigma}$$

para a curva normal.

z	P (z)	z	P (z)
0,25	0,4013	3,00	0,0013
0,00	0,5000	3,25	0,00060
0,25	0,4013	3,50	0,00023
0,50	0,3085	3,75	0,000088
0,75	0,2266	4,00	0,000032
1,00	0,1587	4,25	0,000011
1,25	0,1056	4,50	0,0000034
1,50	0,0668	4,75	0,0000010
1,75	0,0401	5,00	0,00000029
2,00	0,0228	5,25	0,000000076
2,25	0,0122	5,50	0,000000015
2,50	0,0062	5,75	0,000000004
2,75	0,0030	6,00	0,000000001

Num cartão podemos perfurar dados até a última coluna. Terminado um cartão, passamos a outro, tomando cuidado de não cortar um número ao meio.

Uma vez perfuradas as probabilidades, passamos a outro cartão e iniciamos a perfuração dos dados, em qualquer ordem, obedecendo contudo as exigências impostas no paragrafo anterior.

Os formatos de entrada usados, foram:

1.º Cartão: N , M , LL , TESTT : 3I3, F6.3 , onde
 3I3 é um formato próprio para números inteiros, cuja especificação genérica é nIw . Nesta especificação n indica o número de variáveis que serão representadas neste formato ; I significa que as variáveis serão perfuradas como variáveis inteiras e w é uma constante inteira sem sinal, que define o campo que deve conter o número, isto é, indica que a variável ocupará w colunas do cartão. Nestas condições o formato 3I3 mostra que existem 3 variáveis (N , M , LL) , que serão perfuradas como números inteiros, ocupando cada uma 3 colunas do cartão.

F6.3 é um formato usado para números decimais, cuja especificação genérica é nFw.d . Neste formato n também indica o número de variáveis que vão ser lidas ; F significa que as variáveis serão perfuradas como variáveis reais ; w tem a mesma interpretação anterior , ou seja, mostra o campo reservado para a variável e d indica o número de decimais a direita do ponto.

mostra que existe apenas uma variável (n = 1) , que será perfurada como número decimal, ocupando 6 colunas do cartão, tendo ainda 3 casas decimais a direita do ponto.

2.º Cartão: Probabilidades: F6.4 , 10F7.4

Neste cartão serão perfurados as onze primeiras probabilidades, constantes da Tabela 1 , segundo os formatos acima especificados.

3.º Cartão: Probabilidades: F6.4 , 2F7.4 , 2F8.5 , 3F9.6 , 2E8.2

Prosseguindo teremos no 3.º cartão as dez probabilidades seguintes, sendo as oito primeiras em formatos já comentados e as duas últimas no formato E8.2 . Este formato é empregado principalmente para valores muito grandes ou muito pequenos, envolvendo, portanto, muitos algarismos. A sua forma genérica é nEw.d , onde n tem a mesma interpretação anterior ; E significa que a variável está na sua representação exponencial e w indica o campo total que será reservado para a variável na sua notação exponencial. Este campo é composto de uma coluna para o sinal (positivo ou negativo), outra para o ponto decimal, um determinado número de colunas para os algarismos significativos, quatro colunas para o expoente e mais colunas que se fizer necessário para melhor separação dos números entre si. O expoente é uma constante inteira de um ou dois dígitos , nunca maior que 38 , vindo precedida por um sinal e pela letra E . O seu valor é a potência que deve ser elevada do 10 para que multiplicada pelos algarismos significativos, resulte o valor real do número. A letra d indica a posição do ponto decimal, mostrando quantos dígitos estão à direita do ponto.

As probabilidades 0,000034 e 0,000010 serão perfuradas no formato E8.2 , o que nos indica que estão representadas na notação exponencial, ocupando 8 colunas do cartão, tendo 2 dígitos à direita do ponto deci-

mal. Assim perfuraremos +.34 E-05 para representar 0,000034 e

+ .10E-05 para o número 0,0000010 . Se quiséssemos representar o número - 34.000 neste formato teríamos nas 8 colunas do cartão - .34E+05 .

4.º Cartão: Probabilidades: E7.2 , 2E8.2 , 2E7.1

Neste cartão perfuraremos as cinco probabilidades finais nos formatos adotados.

Cartões seguintes: Dados: 10F7.1

Cada cartão receberá 10 dados no formato F7.1 .

3.1.5 - Saída de dados

A saída no caso presente é feita através da impressora do console. O programa nos fornece inicialmente a distribuição de frequências observadas e esperadas e em seguida, o valor do χ^2 , o coeficiente de variação, a média, o desvio padrão e os extremos do intervalo de confiança para a média.

Esta saída se verifica através de formatos previamente especificados no programa na declaração WRITE . Esta declaração é usada para a transferência de informações ou resultados da memória do computador, para o meio exterior, através de um dos equipamentos de saída. Ela tem uma forma de apresentação semelhante à declaração READ , vindo seguida por dois números entre parênteses onde o primeiro indica qual o equipamento a ser usado para a saída de dados (impressora de console , cartão perfurado, fita perfurada, etc.) e o segundo é o número da declaração FORMAT que especifica o formato dos dados no veículo de saída.

Foram adotados os seguintes formatos:

Classes		F 10.4
Frequências observadas	F.OBS.	F 5.0
Frequências esperadas	F.ESPERADA	F 10.4
Qui Quadrado (χ^2)	QUI	F 14.8
Coefficiente de variação	CV	F 10.2
Media	EX	F 10.4
Desvio padrão	S	F 10.4
Extremos dos intervalos de confiança	ES1 e EI1	F 10.4

3.1.6 - Restrições do programa

- a) Para a utilização do programa, devem-se observar as especificações apresentadas na declaração DIMENSION . Segundo PACITTI (1968) esta declaração tem por objetivo informar ao compilador quais variáveis do programa são indexadas e quantas dimensões terá cada uma delas. O programador deve usar o seu programa de tal maneira que os índices ou subscritos nunca ultrapassem os valores máximos especificados na declaração DIMENSION . Se estas restrições forem violadas, o programa será compilado, mas dará resultados falsos. No programa comentado, não apresentamos o dimensionamento máximo das variáveis, logo o uso de um número de dados muito além do que está dimensionado, pode ultrapassar a capacidade de memória do computador. As dimensões usadas em nosso programa foram:

Probabilidades	V(30)
Dados observados	X(57)
Classes	C(30)
Padronização dos limites de classe	P(30)
Frequência observada	FO(30)
Frequência esperada	FE(30)

- b) O programa foi processado em precisão simples, ou seja, são usados nas variáveis reais 7 algarismos significativos.

Se os formatos de saída dos dados forem insuficientes sairão impressos em seu lugar asteriscos. Quando isto ocorrer, aconselha-se modificar o formato anteriormente usado.

3.2 - Coefficientes de Assimetria e Curtose

3.2.1 - Descrição do programa:

Este programa também elaborado em linguagem FORTRAN nos fornece os coeficientes de assimetria e curtose com seus erros padrões e os valores calculados de t para julgarmos a significância estatística destes coeficientes.

Após a entrada dos dados, calculamos a sua média aritmética e os desvios t_i em relação a essa média. Em seguida determinamos a soma dos quadrados dos desvios, a soma dos cubos e a soma dos desvios elevados à 4.^a potência. Com estes elementos estimamos os coeficientes de assimetria e curtose pelas seguintes fórmulas deduzidas por FISHER (1958) .

$$g_1 = \frac{k_3}{k_2^{3/2}} \quad \text{e} \quad g_2 = \frac{k_4}{k_2^2},$$

onde:

$$k_2 = \frac{\sum (x_i - \hat{m})^2}{n - 1} \quad k_3 = \frac{n \sum (x_i - \hat{m})^3}{(n - 1)(n - 2)}$$

$$k_4 = \frac{n(n + 1) \sum (x_i - \hat{m})^4 - 3(n - 1) \left[\sum (x_i - \hat{m})^2 \right]^2}{(n - 1)(n - 2)(n - 3)}$$

Fazendo $t_i = x_i - \hat{m}$, temos:

$$k_2 = \frac{\sum t_i^2}{n - 1} \quad k_3 = \frac{\sum t_i^3}{(n - 1)(n - 2)}$$

$$k_4 = \frac{n(n + 1) \sum t_i^4 - 3(n - 1) (\sum t_i^2)^2}{(n - 1)(n - 2)(n - 3)}$$

Os coeficientes de assimetria e curtose são testados segundo FISHER (1958) pela prova de t dada por:

$$t = \frac{g_1}{s(g_1)} \quad \text{e} \quad t = \frac{g_2}{s(g_2)},$$

onde:

$$s(g_1) = \sqrt{v(g_1)} \quad \text{e} \quad s(g_2) = \sqrt{v(g_2)}$$

$$v(g_1) = \frac{6n(n - 1)}{(n - 2)(n + 1)(n + 3)} \quad \text{e}$$

$$v(g_2) = \frac{24n(n - 1)^2}{(n - 3)(n - 2)(n + 3)(n + 5)}$$

3.2.2 - Diagrama de blocos

Veja Apêndice - Quadro III

3.2.3 - Programa:

Veja Apêndice - Quadro IV

3.2.4 - Entrada de dados:

É feita por meio de cartões.

No primeiro cartão perfuramos o número correspondente à notação N , de acordo com o formato especificado. A constante N indica o número de dados a analisar e o formato usado é o I3, como se pode ver no programa, Quadro IV.

No segundo cartão entramos com os dados, em qualquer ordem, perfurados de acordo com o formato especificado. O empregado foi o F7.1 com 10 números cartão. Terminado um cartão, passamos ao seguinte e assim vamos procedendo até perfurarmos o último dado.

3.2.5 - Saída de dados:

A saída de dados também se dá pela impressora de console, de acordo com os formatos indicados na declaração "WRITE", que foram os seguintes:

Coefficientes de assimetria e curtose	ASSI e CURT	F10.4
Erro padrão da assimetria e da curtose	EPA e EPC	F10.4
Prova de t	TA e TC	F10.3

3.2.6 - Restrições do programa:

- A única dimensão usada neste programa foi $X(57)$ para os dados observados.
- Ele foi processado em precisão expandida, isto é, as variáveis reais são impressas com 10 algarismos significativos.

3.3 - Transformação de Dados

3.3.1 - Descrição do programa

Procurando dar-lhe um caráter bem geral, objetivando com isso uma utilização mais ampla do programa, nele incluímos as transformações logarítmicas, raiz quadrada, inversa da raiz e recíproca do logaritmo. Por ele obtemos os dados transformados, a média aritmética corrigida, o desvio padrão, o coeficiente de variação, os extremos dos intervalos de confiança para a média, ao nível de 95% de probabilidade, os coeficientes de assimetria e curtose, com seus erros padrões, o valor α que é o acréscimo dado à variável para normalização dos dados, o fator de correção para eliminar a tendenciosidade da média, e os valores de t para testar os coeficientes de assimetria e curtose.

Inicialmente entramos com um comando através do qual os dados a analisar são lidos pelo computador. Após a leitura dos dados e a introdução de comandos aritméticos relativos às transformações, processamos a soma dos dados transformados, a soma de seus quadrados e calculamos a média aritmética destes dados.

As transformações que podem ser feitas pelo programa, como mencionamos anteriormente, são:

a) Logarítmicas:

$$y_i = L(x_i + a)$$

b) Raiz quadrada:

$$y_i = \sqrt{(x_i + a)}$$

c) Inversa da raiz:

$$y_i = \frac{1}{\sqrt{(x_i + a)}}$$

d) Recíproca do logaritmo:

$$y_i = \frac{1}{L(x_i + a)}$$

Baseado em trabalhos anteriores como, por exemplo, o de GODOY e outros (1961) preferimos adotar a transformação logarítmica por ser, aparentemente, a que melhor se adapta à natureza do nosso trabalho.

A média aritmética dos dados transformados foi calculada pela fórmula:

$$\hat{m} = (1/n) \sum_{i=1}^n L(x_i + a)$$

Em seguida, calculamos os desvios t_i em relação à média aritmética e determinamos a assimetria e a curtose segundo as fórmulas apresentadas no item 3.2.1.

Para estabelecer a normalidade dos dados e conhecer o valor do acréscimo a necessário ao ajustamento normal, partimos da suposição de que uma correção na assimetria dos dados de maneira que ela se torne menor ou igual a 0,0001, portanto bem próximo de zero (simetria perfeita) é suficiente para garantir um valor de χ^2 não significativo, num teste de normalidade, nos meses de maiores precipitações. Além disso, um valor tão baixo da assimetria, provavelmente conduziria os dados a uma curtose baixa, de tal modo que estes coeficientes não fossem estatisticamente diferentes de zero, ao serem julgados pela prova de t . Nestas condições os dados não se afastam da normalidade, segundo o critério de FISHER (1953). Por outro lado, nos meses de precipitações mais baixas, não foi possível conduzir a assimetria a 0,0001, pois isto implicaria em valores negativos para a , o que impedia o uso da transformação logarítmica empregada. Tentamos outras transformações, dentro do mesmo critério, mas não obtivemos resultados satisfató-

rios. Para os meses mais secos, a melhor solução encontrada foi procurar um valor de α , que desse uma assimetria não significativa, ao nível de 1% de probabilidade, supondo ainda que nestas condições a curtose também seria não significativa dentro do mesmo nível de probabilidade. Para isto o coeficiente de assimetria foi fixado em 0,8 com um erro de aproximação de 0,005.

Para que o programa permita a determinação do valor de α para os dois casos apresentados, entramos com as variáveis AL e ERRO, onde a primeira recebe os valores 0,0 e 0,8 e a segunda os valores 0,0001 e 0,005. A variável AL serve para o controle da mudança de sinal da assimetria e para verificar se a assimetria calculada está próxima ou não de 0,8. A variável ERRO indicará se a assimetria atingiu o valor desejado, dentro da precisão requerida.

Utilizando-se de um comando próprio comparamos no programa o valor absoluto da diferença entre o valor absoluto da assimetria e a variável AL com o ERRO. Se esta diferença for maior, o acréscimo inicial ($\alpha = 1$) dado à variável x_i será aumentado de duas unidades ou diminuído de 0,2 unidades. O α inicial será aumentado se a assimetria calculada for negativa ou menor do que 0,8 e será diminuído caso a assimetria seja positiva ou igual ou maior do que 0,8. Após estes acréscimos nova assimetria é calculada e testada.

sinal da assimetria e a sua proximidade ou não de 0,8, são feitas através de outros comandos comparativos existentes no programa. Os acréscimos de 2 ou - 0,2 unidades visam enquadrar a assimetria num intervalo, por meio do controle da mudança de sinal ou da passagem pelo valor 0,8. Toda vez que ocorrer a mudança de sinal ou a passagem pelo valor 0,8 α sofrerá acréscimos correspondentes à metade do acréscimo precedente. Assim o valor de α terá um acréscimo positivo quando a assimetria passar de positiva para negativa ou quando ela sendo maior do que 0,8 passar a ser menor que este valor. Em caso contrário α sofrerá acréscimos negativos. Se a assimetria não mudar de sinal ou não passar pelo valor 0,8 α continuara sofrendo os mesmos acréscimos anteriores até ocorrer a mudança de sinal ou a passagem por 0,8. O processo é repetido até que a assimetria calculada seja, em valor absoluto, menor ou igual a 0,0001 ou igual a 0,8 com um erro de + 0,005.

Para melhor compreensão da explicação anterior, vejamos os exemplos apresentados nas Tabelas 2 e 3, cujos resultados foram obtidos ao testar o programa ora descrito.

Tabela 2 - Variações dos valores de α e da assimetria na transformação logarítmica AL = 0,0 ERRO = 0,0001 .

Valores de α	Acréscimos	Assimetria	
		Positiva	Negativa
1,00			- 0,436344
	2,00		
3,00			- 0,058829
	2,00		
5,00		0,132189	
	- 1,00		
4,00		0,47681	
	- 1,00		
3,00			- 0,058829
	0,50		
3,50			- 0,002114
	0,50		
4,00		0,47681	
	- 0,25		
3,75		0,023539	
	- 0,25		
3,50			- 0,002114
	0,125		
3,625		0,010913	
	- 0,0625		
3,5625		0,004452	
	- 0,0625		
3,50			- 0,002114
	0,03125		
3,53125		0,001182	
	- 0,015625		
3,515625			- 0,000462
	0,0078125		
3,523437		0,00036	
	- 0,00390625		
3,519531			- 0,00005

A assimetria calculada com o primeiro acréscimo ($\alpha = 1$) atribuído aos dados foi negativa, com um valor absoluto de 0,436344, que subtraído de AL, continua a dar em valor absoluto 0,436344, sendo portanto, maior que 0,0001. Logo α será aumentado de duas unidades, passando a ser $\alpha = 3$ como mostra a primeira coluna da Tabela 2, e nova assimetria é calculada. Como a assimetria não mudou de sinal, α foi novamente aumentado de duas unidades, passando ao valor 5 e a nova assimetria a 0,132189. Tendo a assimetria mudado de sinal α sofrera um acréscimo negativo correspondente à metade do acréscimo anterior, ou seja -1, logo o seu valor passará a ser $\alpha = 4$ e outra vez calculamos a assimetria. Des-

sa forma vamos prosseguindo o processo até encontrarmos uma assimetria que, em valor absoluto, seja menor ou igual ao erro 0,0001, valor este encontrado para $\alpha = 3,519531$ ou $\alpha = 3,52$, quando a assimetria foi de -0,00005, como nos mostra a Tabela 2.

Tabela 3 - Variação dos valores de α e da assimetria na transformação logarítmica AL = 0,8 ERRO = 0,005.

Valôres de α	Acrescimos	ASSI > 0,8	ASSI < 0,8
1,00		0,8242	
	- 0,20		
0,80			0,7619
	0,10		
0,90			0,7945
	0,10		
1,00		0,8242	
	- 0,05		
0,95		0,8097	
	- 0,05		
0,90			0,7945
	0,025		
0,925		0,8022	

A assimetria calculada para $\alpha = 1$ foi de 0,8242 valor este maior que 0,8, portanto a diferença entre o valor absoluto da assimetria e AL = 0,8 é, em valor absoluto, maior que o erro 0,005. Logo α será diminuído de 0,2

unidades, passando a $\alpha = 0,8$ e nova assimetria é calculada. Como a assimetria calculada foi menor que $0,8$, α sofrerá um acréscimo positivo correspondente à metade do acréscimo anterior, ou seja, $0,1$, logo o seu valor será $\alpha = 0,9$ e outra vez calculamos a assimetria. Tendo a assimetria permanecido menor que $0,8$, α sofreu um novo acréscimo igual ao anterior, passando então a um valor igual a $1,0$ com uma assimetria de $0,8242$. Uma vez que a assimetria foi maior que $0,8$ α terá um acréscimo negativo de valor igual à metade do acréscimo precedente, ou seja $-0,05$, o que levará α a um valor igual a $0,95$ e novamente calculamos a assimetria. Assim continuamos o processo até encontrarmos uma assimetria que seja igual a $0,8$ com um erro de $+0,005$, valor este encontrado para $\alpha = 0,925$, quando a assimetria foi de $0,8022$, como se pode ver na Tabela 3.

Determinada a assimetria passamos ao cálculo da curtose, erros padrões dos coeficientes de assimetria e curtose, os valores de t para testarmos estes coeficientes, o desvio padrão e o coeficiente de variação dos dados transformados, segundo os métodos anteriormente apresentados.

Conforme NEYMAN e SCOTT (1960) quando se procede a uma transformação de variáveis para normalizar distribuições assimétricas, e se pretende voltar aos dados originais, mediante transformações inversas, a média dos dados assim obtidos é uma estimativa tendenciosa da média populacional.

Qual será então, o fator de correção para eliminar esta tendência ?

Seja

$$\xi = L(x + \alpha)$$

uma variável que se distribui normalmente com média μ e variância

Por definição de logaritmo podemos escrever:

$$x + \alpha = e^{\xi} \quad \therefore \quad x = e^{\xi} - \alpha$$

Como \underline{e} e α são constantes, temos:

$$x = f(\xi)$$

Desenvolvendo-se esta função, segundo a série de Taylor, temos:

$$x = f(\xi) = f(\mu) + \frac{\xi - \mu}{1!} f'(\mu) + \frac{(\xi - \mu)^2}{2!} f''(\mu) + \frac{(\xi - \mu)^3}{3!} f'''(\mu) + \dots$$

Aplicando-se a esperança matemática a esta série para determinarmos a média verdadeira correspondente a μ , obtemos:

$$\begin{aligned}
 x = E [f (\xi)] &= f (\mu) + E [(\xi - \mu)] f' (\mu) + \frac{E [(\xi - \mu)^2] f'' (\mu)}{2 !} + \dots \\
 &= f (\mu) + \frac{f'' (\mu) \mu_2}{2 !} + \frac{f^{iv} (\mu) \mu_4}{4 !} + \dots
 \end{aligned}$$

Sabemos que:

$f (\xi) = e^{\xi}$	$\therefore f (\mu) = e^{\mu}$	$\mu_2 = \sigma^2$
$f' (\xi) = e^{\xi}$	$\therefore f' (\mu) = e^{\mu}$	$\mu_4 = 3 \sigma^4$
$f'' (\xi) = e^{\xi}$	$\therefore f'' (\mu) = e^{\mu}$	$\mu_6 = 15 \sigma^6$
$f''' (\xi) = e^{\xi}$	$\therefore f''' (\mu) = e^{\mu}$	$\mu_8 = 105 \sigma^8$
$f^{iv} (\xi) = e^{\xi}$	$\therefore f^{iv} (\mu) = e^{\mu}$	
...

Nestas condições, temos:

$$\theta = e^{\mu} + \frac{e^{\mu}}{2 !} \sigma^2 + \frac{3 e^{\mu}}{4 !} \sigma^4 + \frac{15 e^{\mu}}{6 !} \sigma^6 + \dots \quad \therefore$$

$$\theta = e^{\mu} \left(1 + \frac{\sigma^2}{2 !} + \frac{3 \sigma^4}{4 !} + \frac{15 \sigma^6}{6 !} + \dots \right)$$

$$\theta = e^{\mu} \left(1 + \frac{\sigma^2}{2^1 2 !} + \frac{\sigma^4}{2^2 2 !} + \frac{\sigma^6}{2^3 3 !} + \dots \right)$$

$$\theta = e^{\mu} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\sigma^{2t}}{2^t t !}$$

Como

$$e^x = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{x^t}{t !}$$

vem:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{t !} \left(\frac{\sigma^2}{2} \right)^t = e^{\frac{\sigma^2}{2}}$$

$$\theta = e^{\mu} e^{-\frac{\sigma^2}{2}} \quad (1)$$

Por outro lado, a média estimada dos dados transformados apresenta uma distribuição normal de média μ e variância $\frac{\sigma^2}{N}$.

Com raciocínio análogo, temos

$$\hat{\mu} = \bar{\xi}$$

$$f(\hat{\mu}) = f(\bar{\xi})$$

Logo,

$$f(\bar{\xi}) = f(\mu) + \frac{\bar{\xi} - \mu}{1!} f'(\mu) + \frac{(\bar{\xi} - \mu)^2}{2!} f''(\mu) + \frac{(\bar{\xi} - \mu)^3}{3!} f'''(\mu) + \dots$$

$$E[f(\bar{\xi})] = f(\mu) + \frac{f''(\mu)}{2!} \cdot \frac{\sigma^2}{N} + \frac{f^{iv}(\mu)}{4!} \cdot \frac{3\sigma^4}{N^2} +$$

$$+ \frac{f^{iv}(\mu)}{6!} \cdot \frac{15\sigma^6}{N^3} + \dots$$

$$E[f(\bar{\xi})] = e^{\mu} + \frac{e^{\mu}}{2! N} \sigma^2 + \frac{3 e^{\mu}}{4! N^2} \sigma^4 + \frac{15 e^{\mu}}{6! N^3} \sigma^6 + \dots$$

$$E[f(\bar{\xi})] = e^{\mu} \left(1 + \frac{\sigma^2}{2N} + \frac{\sigma^4}{8N^2} + \frac{\sigma^6}{48N^3} + \dots \right)$$

$$E[f(\bar{\xi})] = e^{\mu} \left(1 + \frac{\sigma^2}{2^1 1! N^1} + \frac{\sigma^4}{2^2 2! N^2} + \frac{\sigma^6}{2^3 3! N^3} + \dots \right)$$

$$E[f(\bar{\xi})] = e^{\mu} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\sigma^{2t}}{2^t t! N^t}$$

$$E[f(\bar{\xi})] = e^{\mu} \cdot e^{-\frac{\sigma^2}{2N}} \quad (2)$$

Dividindo (1) por (2), temos:

$$\frac{\theta}{E [f(\bar{\xi})]} = \frac{e^{\mu} \cdot e^{\frac{\sigma^2}{2}}}{e^{\mu} \cdot e^{\frac{\sigma^2}{2N}}} = e^{\frac{\sigma^2}{2} \cdot \frac{N-1}{N}}$$

$$\theta = E [f(\bar{\xi})] \cdot e^{\frac{\sigma^2}{2} \cdot \frac{N-1}{N}}$$

$$\theta = e^{\bar{\xi}} \cdot e^{\frac{\sigma^2}{2} \cdot \frac{N-1}{N}}$$

$$\theta = e^{\bar{\xi}} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{t!} \cdot \frac{\sigma^{2t}}{2^t} \left(\frac{N-1}{N}\right)^t$$

$$\hat{\theta} = e^{\bar{\xi}} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{t!} \cdot \frac{s^{2t}}{2^t} \left(\frac{N-1}{N}\right)^t$$

Portanto, com a transformação logarítmica, a tendência da estimativa é multiplicativa.

Se:

$$f_c = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{t!} \cdot \frac{s^{2t}}{2^t} \left(\frac{N-1}{N}\right)^t,$$

$$\hat{\theta} = e^{\bar{\xi}} \cdot f_c$$

Dessa forma, multiplicando-se a estimativa da média dos dados originais, obtida com a transformação inversa pelo fator de correção f_c , diminuímos a sua tendenciosidade.

Os intervalos de confiança para a média foram calculados segundo os métodos comuns, anteriormente citados.

3.3.2 - Diagrama de blocos

Veja Apêndice - Quadro V

3.3.3 - Programa

Vaja Apêndice Quadro VI .

3.3.4 - Entrada de dados

A entrada de dados neste programa é feita por meio de cartões e também pelo teclado do console, obedecendo-se aos formatos especificados na declaração READ .

No primeiro cartão perfuramos N que é o número de dados ; L que poderá ser 1 , 2 , e ou 4 , conforme se pretenda: 1 - transformação logarítmica ; 2 - transformação raiz quadrada ; 3 - transformação inversa da raiz ; 4 - transformação recíproca do logaritmo , TESTT que é o valor de t dado em tabela, em função do número de graus de liberdade $(N - 1)$, ao nível de 95% de probabilidade, AL que serve para o controle de mudança de sinal e passagem por 0,8 e o ERRO que é a precisão da assimetria podendo receber os valores 0,0001 e 0,005 .

Os formatos empregados neste cartão foram:

N	I3
L	I3 001
TESTT	F5.3
AL	F3.1
ERRO	F6.4

Nos cartões seguintes perfuramos os dados de acordo com o formato F7.4 , com 10 números por cartão.

Em determinada passagem do programa, faz-se necessário a entrada de dados através do teclado do console, a fim de continuar ou interromper o processo. Se os dados em estudo conduzirem o programa a esta declaração READ , há um registro na impressora do console com os seguintes dizeres: "CONTINUAR - SIM , K = 0. NÃO , K = 1" e, em seguida, uma pausa no processamento. Dessa forma, se quisermos continuar o processo registramos no teclado do console o número zero e se quisermos interrompê-lo registramos o número 1 . Estes dados são introduzidos no programa no formato I1 , que se acha especificado na terceira declaração READ do programa.

3.3.5 - Saída de dados:

Os resultados saem através da impressora de console, de acordo com os formatos constantes das declarações WRITE . Estes formatos foram:

Dados transformados em logaritmo decimal.	V(I)	F11.4
Media corrigida	CCCC	F12.4
Desvio padrão	IP	F10.4
Coefficiente de variação	CV	F10.2
Extremos de intervalo de confiança	ESI e EII	F10.4
Coefficientes de assimetria e curtose	ASSI e CURT	E16.7
Acréscimo dado à variável para a transformação	ALFA	E16.7
Erro padrão da assimetria e da curtose	EPA e EPC	F10.4
Valores de t para testar a assimetria e a curtose	TA e TC	F10.4

3.3.6 - Restrições do programa

a) Neste programa usamos as seguintes dimensões para as variáveis indexadas:

Dados observados $X(57)$
Dados transformados $V(57)$

Este não é o dimensionamento máximo do programa, portanto ele pode ser usado para um número de dados maior, desde que se verifique a sua capacidade por ocasião da compilação ou se proceda a uma melhor condensação do mesmo, procurando uma maior economia nas posições da memória.

b) Este programa também foi processado em precisão simples.

3.4 - Análise de Regressão Polinomial

3.4.1 - Descrição do programa

Este programa foi desenvolvido em linguagem FORTRAN, permitindo a análise de regressão polinomial, conduzida até o 4.^o grau. Ele nos fornece a análise de variância, as médias das variáveis x e y e a soma de y . Nos casos em que houver regressão significativa, ele também nos dará os valores calculados de \hat{y}_i , sua soma e os coeficientes de regressão.

O programa foi elaborado em função dos métodos comuns empregados na análise de regressão polinomial, como recomenda PIMENTEL GOMES (1966) para a análise de dados onde não há possibilidade de repetição.

Dessa forma, temos:

a) Graus de liberdade -

Para o número de graus de liberdade, usamos as seguintes notações:

Número de graus de liberdade total	= N
Número de graus de liberdade para a regressão	= LL
Número de graus de liberdade para o residuo	= N-LL-1 .

Onde:

N é o número de dados

LL é o número de níveis de regressão.

b) Somas de quadrados -

Para o cálculo das somas de quadrados, empregamos as formulas:

$$\text{SQR. Linear} = \frac{\left(\sum_{i=1}^N C_{1i} \cdot y_i\right)^2}{K_1}$$

$$\text{SQR. Quadrática} = \frac{\left(\sum_{i=1}^N C_{2i} \cdot y_i\right)^2}{K_2}$$

$$\text{SQR. Cúbica} = \frac{\left(\sum_{i=1}^N C_{3i} \cdot y_i\right)^2}{K_3}$$

$$\text{SQR. 4.º Grau} = \frac{\left(\sum_{i=1}^N C_{4i} \cdot y_i\right)^2}{K_4}$$

$$\text{SQ. Regressão} = \text{SQR. Linear} + \text{SQR. Quadrática} + \text{SQR. Cúbica} + \text{SQR. 4.º Grau}$$

$$\text{SQ. Total} = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{N}$$

$$\text{SQ. Resíduo} = \text{SQ. Total} - \text{SQ. Regressão},$$

onde:

y_i representa os dados observados,

os coeficientes polinomiais do 1.º, 2.º, 3.º e 4.º graus,

K_1, K_2, K_3, K_4 a soma dos quadrados dos coeficientes polinomiais.

Os coeficientes polinomiais e a soma de seus quadrados foram tirados da tabela de ANDERSON e HOUSEMAN (1942) .

c) Quadrados médios -

Os quadrados médios para as regressões linear, quadrática, cúbica e de 4.^o grau são iguais às respectivas somas de quadrados uma vez que cada regressão perde apenas um grau de liberdade. O quadrado médio para o resíduo é o quociente entre a soma de quadrados do resíduo e o respectivo número de graus de liberdade.

d) Valores de F -

Foram determinados pelo quociente entre os quadrados médios das regressões e o quadrado médio do resíduo.

e) Coeficientes de regressão -

Os coeficientes de regressão do 1.^o, 2.^o, 3.^o e 4.^o graus foram

$$R_1 = \frac{\sum_{i=1}^N C_{1i} \cdot y_i}{K_1}$$

$$R_2 = \frac{\sum_{i=1}^N C_{2i} \cdot y_i}{K_2}$$

$$R_3 = \frac{\sum_{i=1}^N C_{3i} \cdot y_i}{K_3}$$

$$R_4 = \frac{\sum_{i=1}^N C_{4i} \cdot y_i}{K_4}$$

f) Polinômios -

Os polinômios foram determinados pelas expressões:

$$P_1 = \frac{X_1 - \bar{X}_1}{q}$$

$$P_2 = P_1^2 - \frac{N^2 - 1}{12}$$

$$P_3 = P_1^3 - \frac{3N^2 - 7}{20} P_1$$

$$P_4 = P_1^4 - \frac{3N^2 - 13}{14} \cdot P_1^2 + \frac{3(N^2 - 1)(N^2 - 9)}{560}$$

onde:

X_i indica o número de anos decorridos a partir do inicial, ou seja, para 1910, $X_1 = 1$; para 1911, $X_2 = 2$; etc.

\bar{X}_i é a média da sequência numérica anteriormente explicada.

q é a diferença entre dois níveis sucessivos de x_i

g) Equação de regressão -

Os valores calculados foram estimados pela equação:

$$\hat{Y}_i = \bar{Y} + R_1 M_1 P_1 + R_2 M_2 P_2 + R_3 M_3 P_3 + R_4 M_4 P_4$$

onde:

\bar{Y} é a média dos dados observados.

M_1, M_2, M_3 e M_4 são constantes tiradas da tabela de ANDERSON e HAUSEMAN (1942).

3.4.2 - Diagrama de blocos

Veja Apêndice - Quadro VII.

3.4.3 - Programa

Veja Apêndice - Quadro VIII.

3.4.4 - Entrada de dados:

Num cartão perfuramos os números correspondentes às notações N, LL e EFE de acordo com os formatos especificados na primeira declaração READ. N que será perfurado no formato I3 representa o número de dados observados; LL, também no formato I3 indica o número de graus de regressão e EFE, no formato F5.3, é o valor encontrado na tabela de F em função do número de graus de liberdade da regressão (linear, quadrática, cúbica ou de 4.^o grau) e o número de graus de liberdade do resíduo, ao nível de 5% de probabilidade.

Nos cartões seguintes perfuramos os dados observados de acordo com o formato indicado na segunda declaração READ do programa. Este formato foi o F7.4 com 10 números por cartão, para os dados transformados e o F7.1 também com 10 números por cartão para os dados originais.

Terminada a perfuração dos dados, utilizaremos 4 cartões onde serão perfurados, pela ordem os valores $C(1)$ e $OM(1)$, $C(2)$ e $OM(2)$, $C(3)$ e $OM(3)$, $C(4)$ e $OM(4)$, que correspondem respectivamente, às somas dos quadrados dos coeficientes dos polinômios, indicados por K_1 , K_2 , K_3 e K_4 e aos números constantes das tabelas dos polinômios M_1 , M_2 , M_3 e M_4 .

Estes valores são perfurados segundo os formatos constantes da terceira declaração READ do programa, ou seja:

$C(1)$ e $OM(1)$	F7.1	e	F4.1
$C(2)$ e $OM(2)$	F10.1	e	F4.1
$C(3)$ e $OM(3)$	F10.4	e	F8.5
$C(4)$ e $OM(4)$	F13.1	e	F8.5

Em seguida, entramos com os coeficientes do polinômio, representados no programa por $CP(1)$, $CP(2)$, $CP(3)$ e $CP(4)$, perfurando em cada cartão os coeficientes linear, quadrático, cúbico e de 4.^o grau, no formato F9.1, como mostra a 4.^a declaração READ do programa. Terminado um cartão passamos ao seguinte e assim procedemos até completarmos todos os coeficientes.

3.4.5 - Saída de dados:

Os resultados são fornecidos através da impressora do console, no formato especificado nas declarações WRITE do programa. Inicialmente ele nos dá o quadro completo da análise de variância, as médias de X e Y e a soma dos valores observados. Quando houver qualquer regressão significativa, sairá, em seguida, os valores de \hat{Y}_i estimados pela equação de regressão, a soma destes valores e os coeficientes de regressão para posterior composição da equação.

Os formatos de saída empregados foram:

Numero de graus de liberdade	F5.0
Somas de quadrados	E14.8
Quadrados médios	E14.8
F calculado	F7.4
Médias de X e de Y	F10.4
Soma dos valores observados	E14.8
Valores estimados pela equação	F8.2
Soma dos valores estimados	E14.8
Coefficientes de regressão	E17.10

3.4.6 - Restrições do programa

a) Foram usadas as seguintes dimensões no processamento do programa:

Valôres observados	Y(57)
Soma de produtos dos dados pelos coeficientes do polinômio	SPR(4)
Soma dos quadrados dos coeficientes polinomiais	C(4)
Valôres das constantes M_1 , M_2 , M_3 e M_4 tiradas da tabela de polinômios	CM(4)
Coefficientes do polinômio	CP(4)
Coefficientes de regressão	R(4)
Soma de quadrados da regressão	SQR(4)
Valôres de F	F(4)
Polinômios dados em tabela	P(4)
Valôres estimados	W(57)

b) O programa foi processado em precisão expandida. Ele poderá ser usado para um maior número de dados, desde que se teste a sua capacidade na compilação ou se faça uma melhor condensação do mesmo.

4 - RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 - Distribuição de Frequências - Teste de Normal:

A distribuição das chuvas durante o ano é de maior importância para a agricultura do que o conhecimento da altura pluviométrica anual. A precipitação média anual de Belo Horizonte é de 1.509,0 mm, com 89,72% da precipitação na estação chuvosa, de outubro a março.

O Quadro 3 nos mostra os resultados da distribuição das chuvas em Belo Horizonte, durante 57 anos, de janeiro a dezembro, nas estações seca e chuvosa e o total anual. Ele nos apresenta as precipitações médias mensal e diária em mm, e as porcentagens da precipitação anual. Observa-se que os meses mais chuvosos, são dezembro, janeiro e novembro com alturas pluviométricas de 324,6, 306,0 e 222,8 mm. Os meses mais secos são julho, junho e agosto com 8,7, 10,0 e 13,0 mm de chuva. Quanto à média diária os meses mais chuvosos são dezembro, janeiro e fevereiro com 10,5, 9,9 e 7,5 mm, enquanto que os menos chuvosos continuam a ser julho, junho e agosto, com 0,2, 0,3 e 0,4 mm. Quanto à média diária observamos que fevereiro passou a ocupar o lugar de novembro. Isto realmente se verifica, pois fevereiro é mais pluvioso do que novembro e a sua média mensal menor é uma consequência de ter menos dias do que novembro. Quanto à porcentagem da precipitação total anual, podemos observar que 89,72% caem na estação chuvosa de outubro a março, 21,51% ocorrem em dezembro e 20,28% em janeiro. Aproximadamente, 70% da precipitação total anual se verifica nos meses de novembro e fevereiro.

A representação gráfica das chuvas ocorridas em Belo Horizonte, em 57 anos, nos diversos períodos estudados pode ser vista nos histogramas das figuras 1 a 15.

Pela observação dos histogramas das distribuições, vemos que nos meses em que a precipitação é baixa, a distribuição é irregular, mostrando uma assimetria positiva. Quanto menor a precipitação mensal mais acentuada é a assimetria. Assim a assimetria vai aumentando à medida que o mês se torna mais seco, chegando às curvas em J invertido nos meses de maio a agosto, quando as precipitações são muito baixas, havendo mesmo ausência de precipitação. Em agosto, por exemplo, em 57 anos, houve 30 anos de precipitação nula. Por outro lado, nos meses ou períodos em que a precipitação é mais acentuada os histogramas vão se tornando mais regulares, aproximando-se cada vez mais da simetria típica da curva normal. Quanto maior a precipitação mais simétrica é a distribuição.

Quadro 3 - Resultados das precipitações de Belo Horizonte - MG , no período de 1910 a 1966 .

Meses	Média (mm)	Porcentagem da Precipitação Anual	Média Diária (mm)
Janeiro	306,0	20,28	9,9
Fevereiro	210,2	13,93	7,5
Março	165,4	10,96	5,3
Abril	66,5	4,41	2,2
Maiο	21,4	1,42	0,7
Junho	10,0	0,66	0,3
Julho	8,7	0,57	0,2
Agosto	13,0	0,86	0,4
Setembro	35,5	2,36	1,2
Outubro	124,9	8,28	3,9
Novembro	222,8	14,76	7,4
Dezembro	324,6	21,51	10,5
Época sêca	155,1	10,28	1,3
Época chuvosa	1.353,9	89,72	5,5
Anual	1.509,0	100,00	4,1

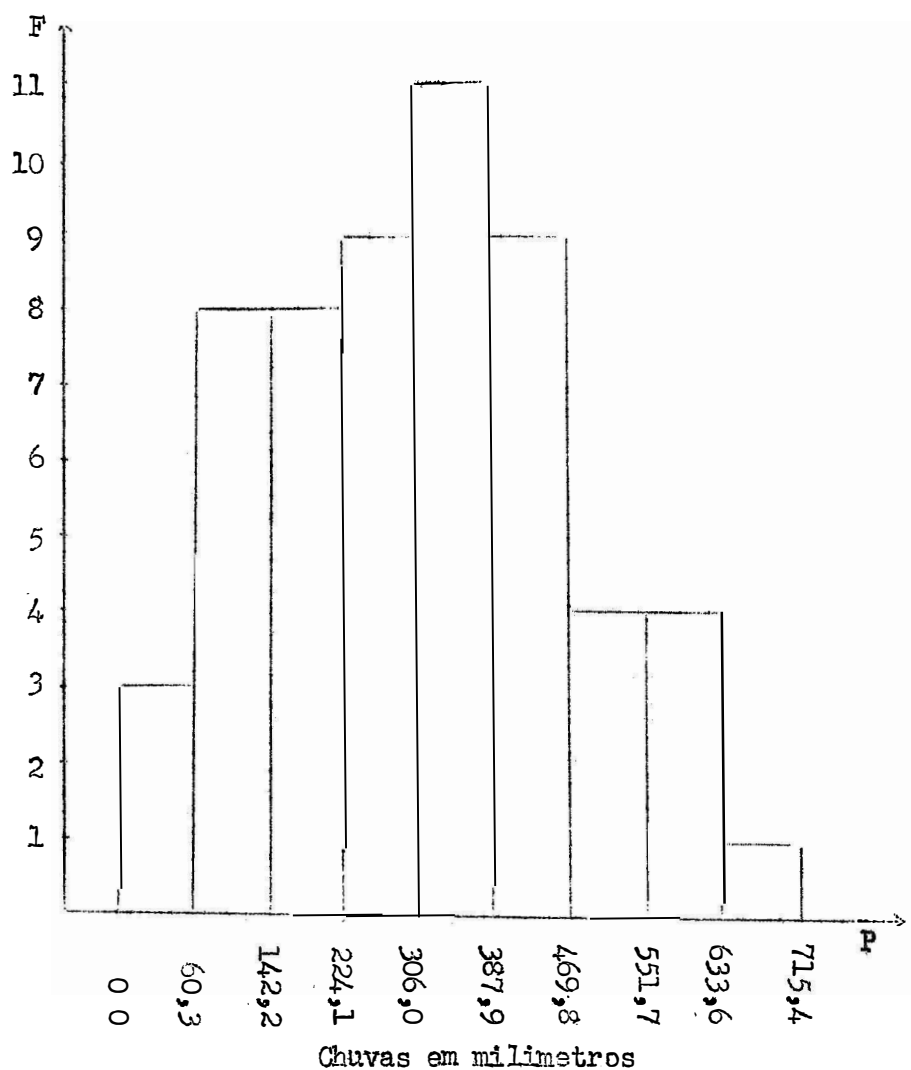


Figura 1 - Histograma das chuvas de janeiro, em 57 anos - Belo Horizonte, Minas Gerais.

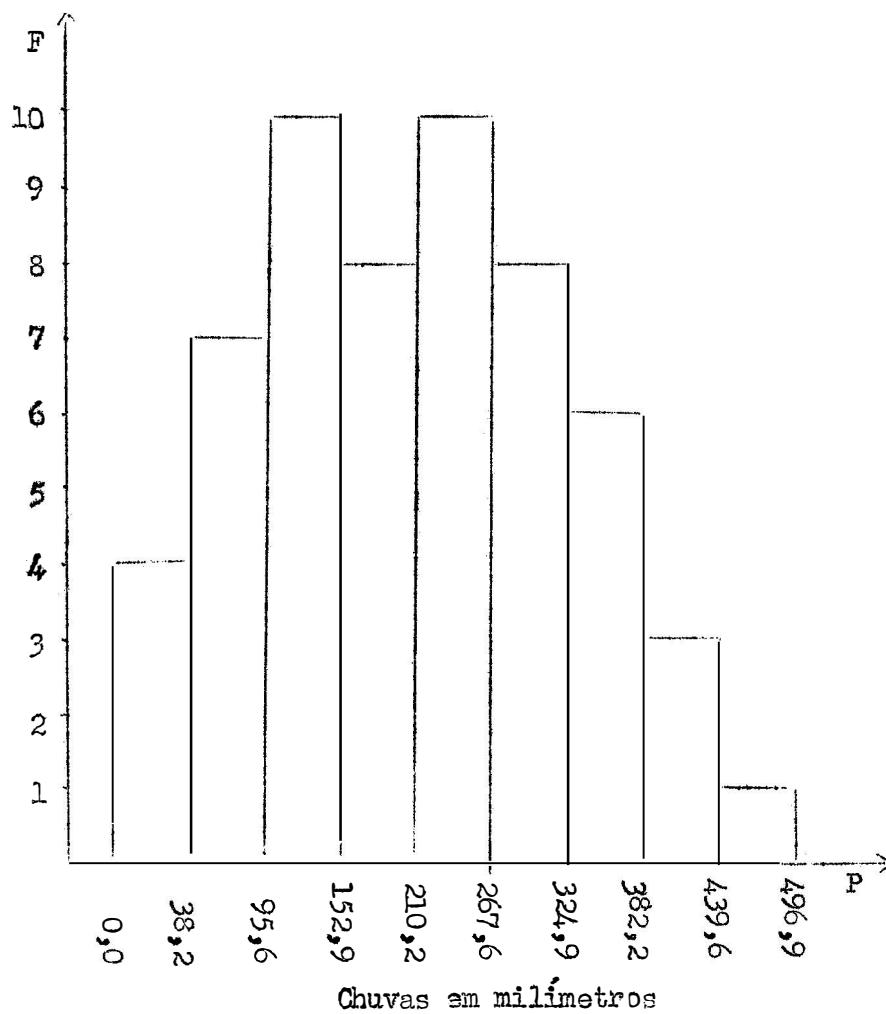


Figura 2 - Histograma das chuvas de fevereiro, em 57 anos - Belo Horizonte, Minas Gerais.

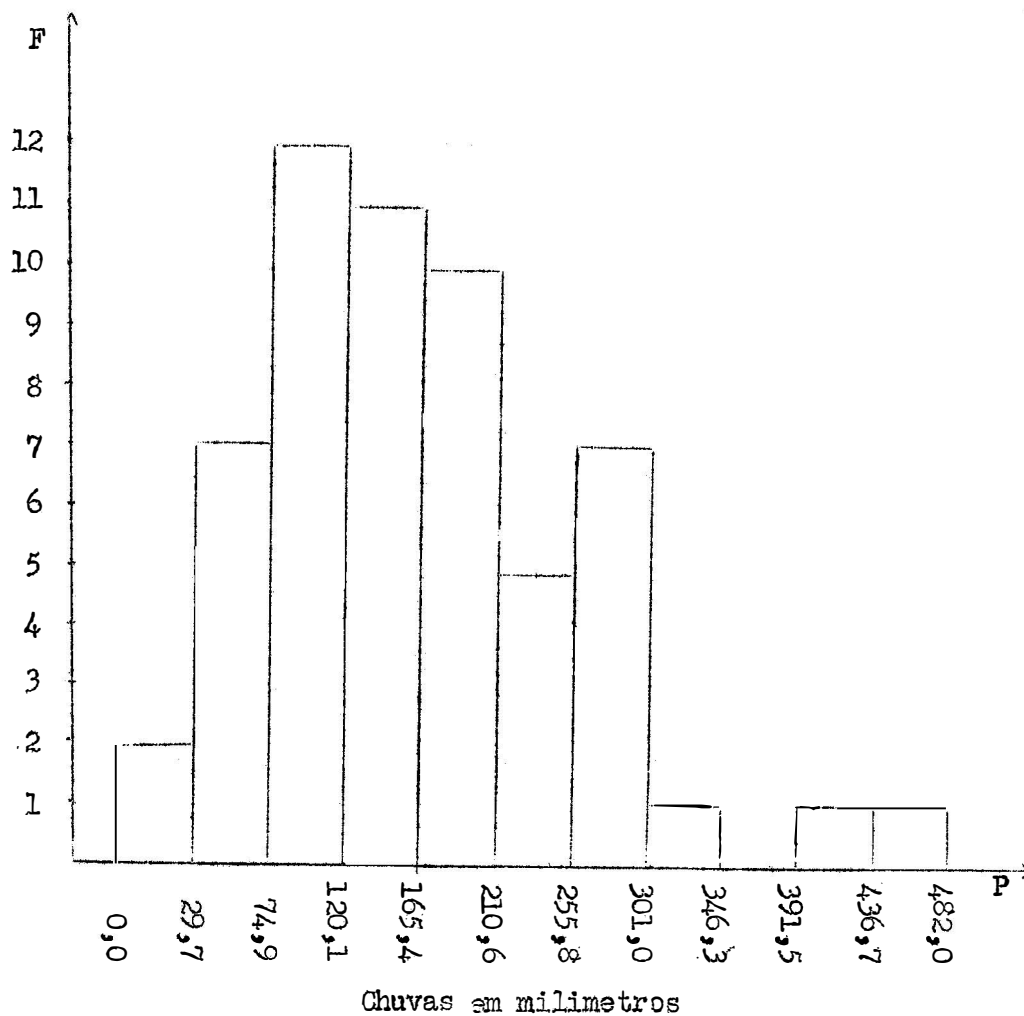


Figura 3 - Histograma das chuvas de março, 57 anos - Belo Horizonte, Minas Gerais.

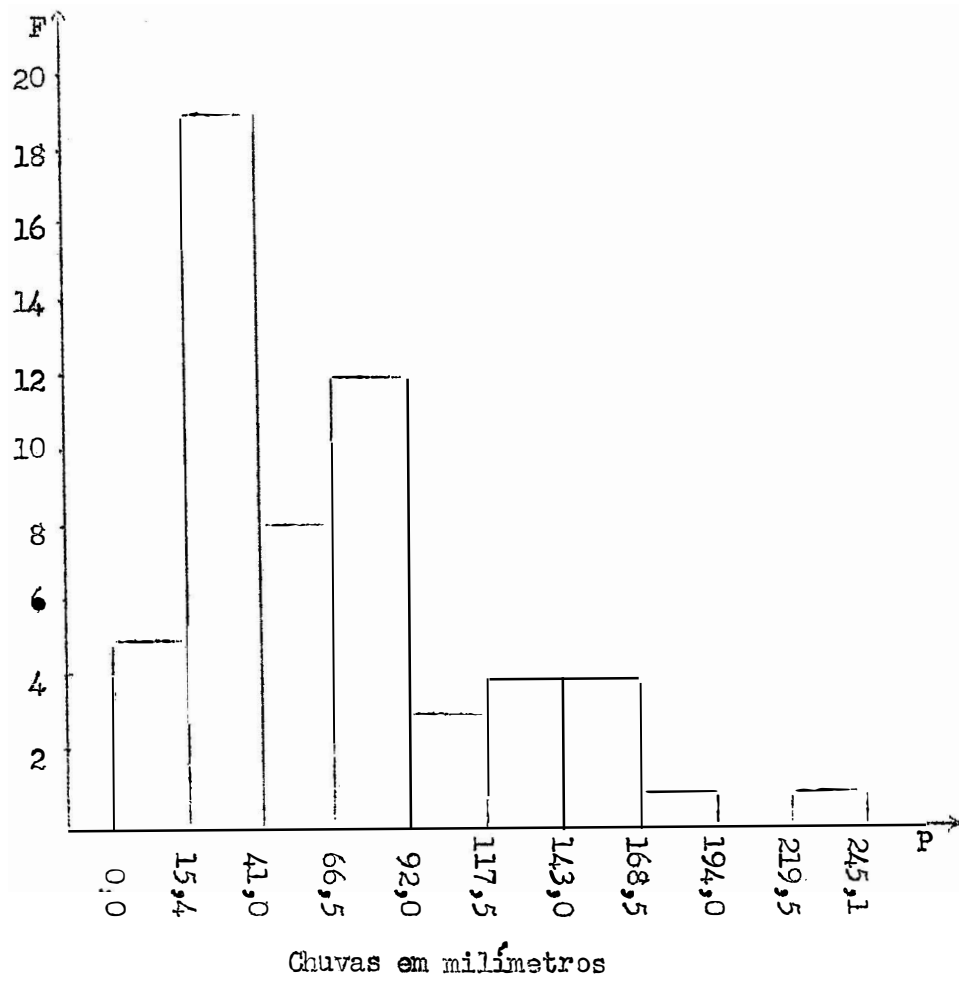


Figura 4 - Histograma das chuvas de abril, em 57 anos - Belo Horizonte, Minas Gerais.

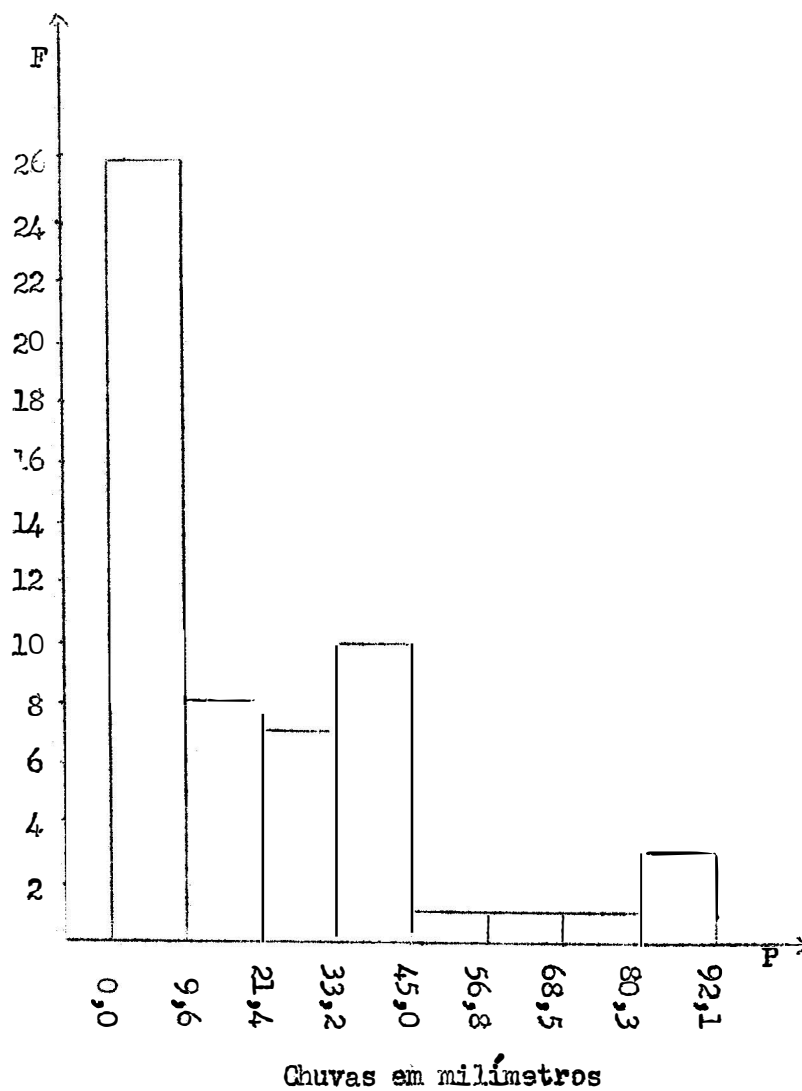


Figura 5 - Histograma das chuvas de maio, 57 anos - Belo Horizonte, Minas Gerais.

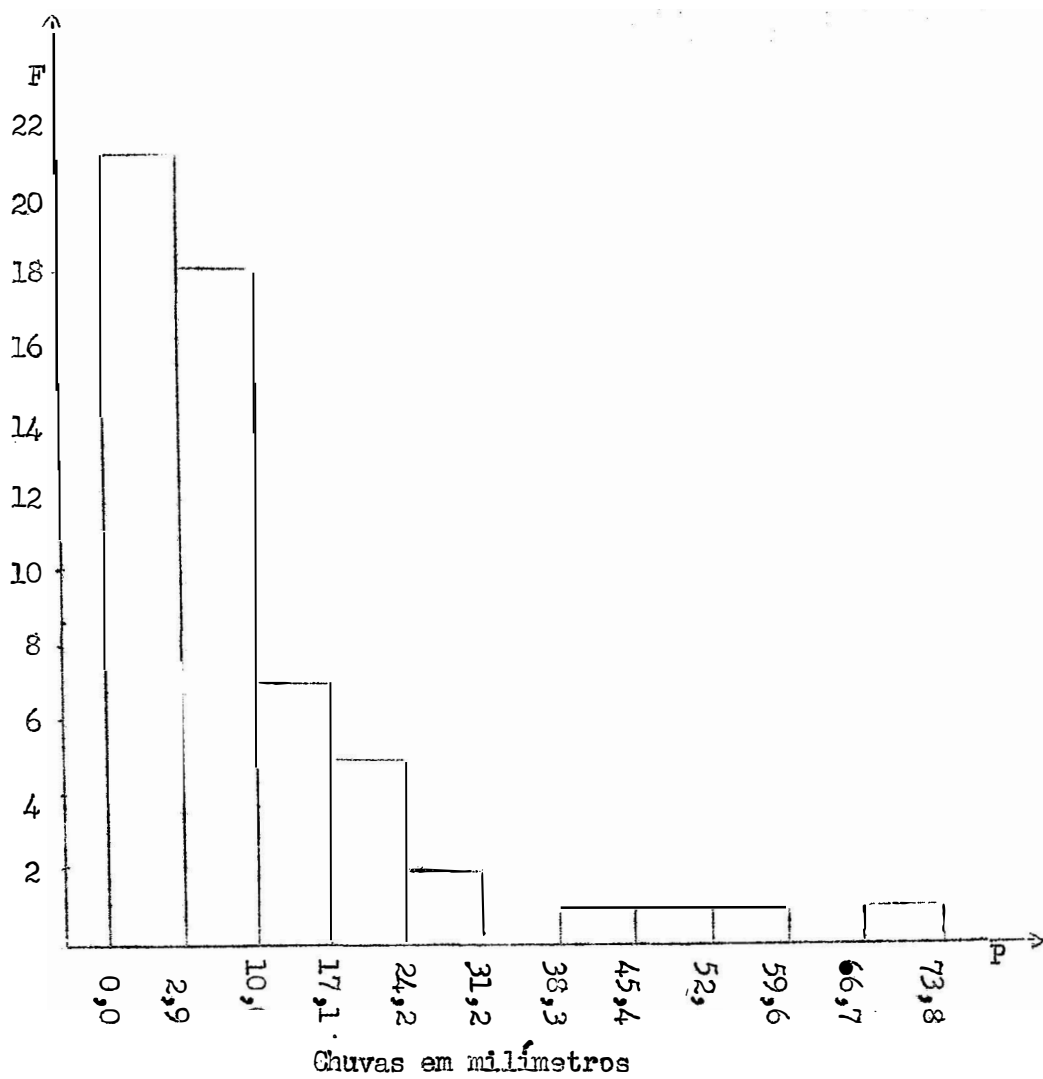


Figura 6 - Histograma das chuvas de junho, em 57 anos - Belo Horizonte - Minas Gerais.

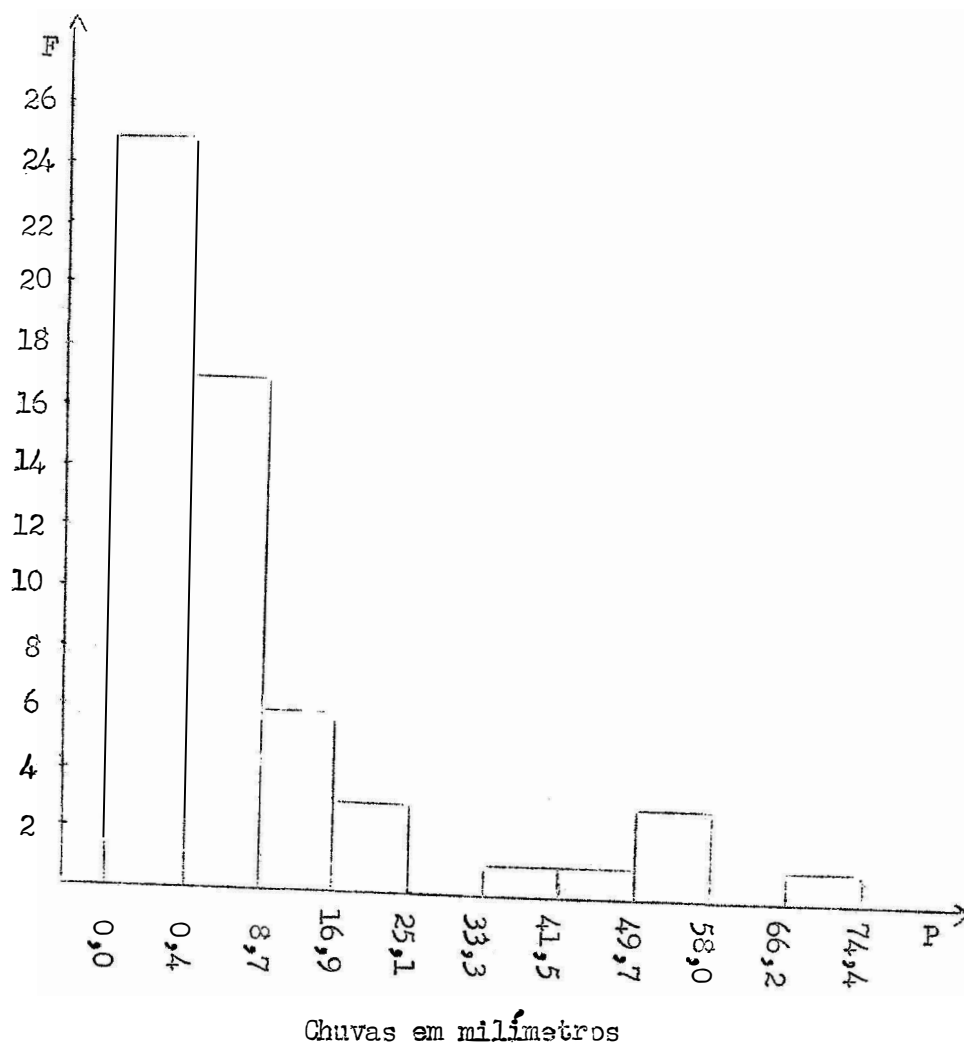


Figura 7 - Histograma das chuvas de julho, em 57 anos - Belo Horizonte, Minas Gerais.

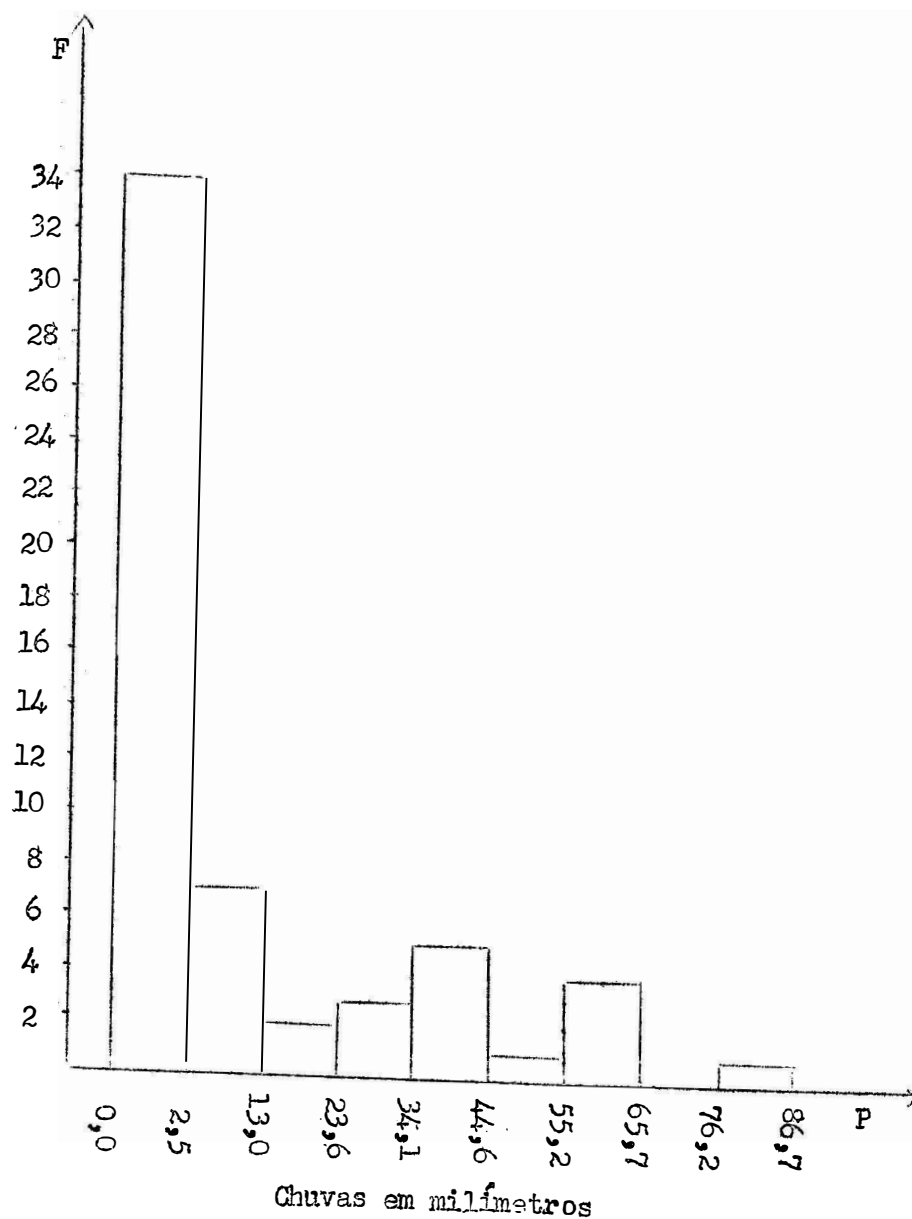


Figura 8 - Histograma das chuvas de agosto, em 57 anos - Belo Horizonte, Minas Gerais.

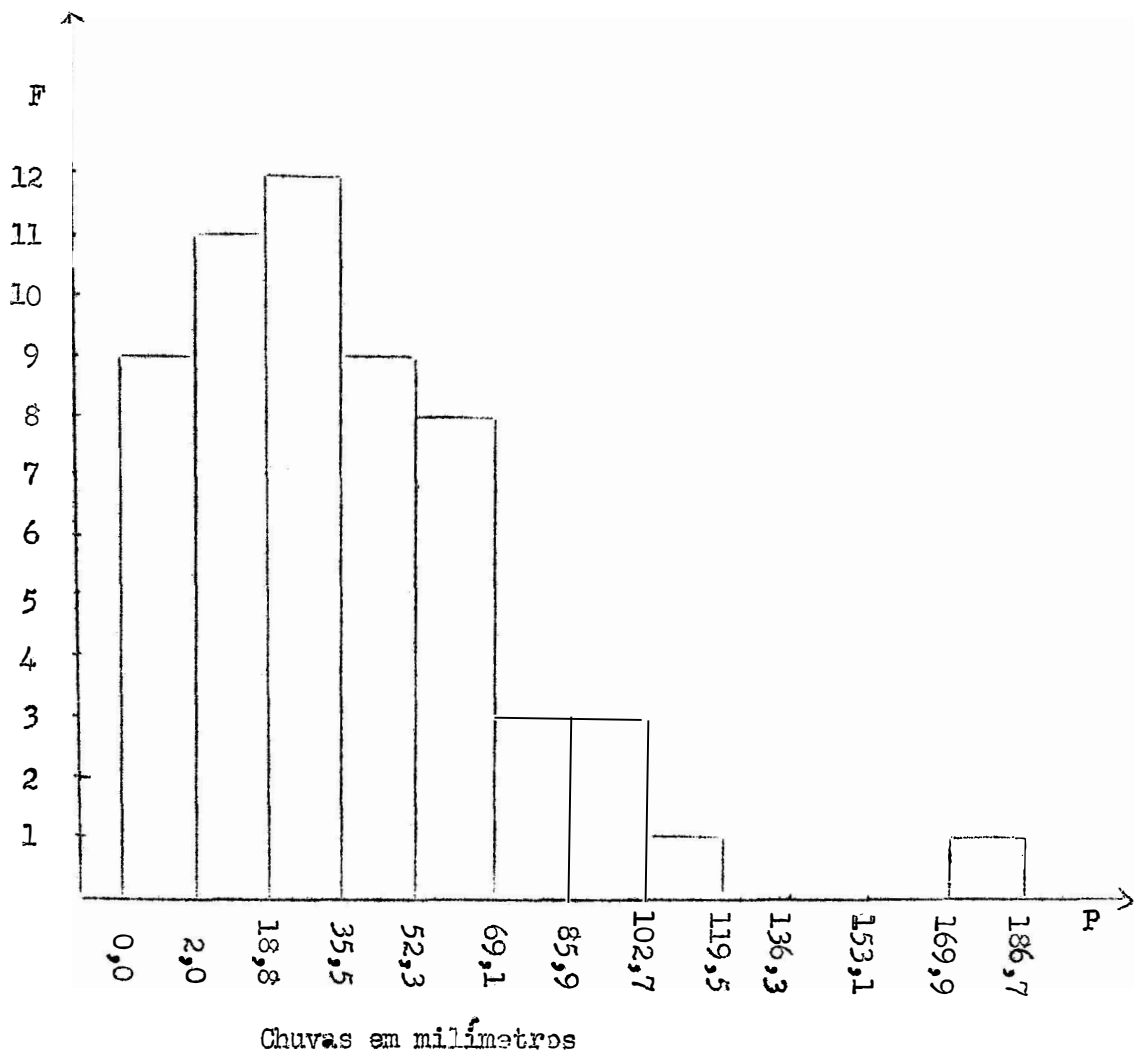


Figura 9 - Histograma das chuvas de setembro, em 57 anos - Belo Horizonte, Minas Gerais.

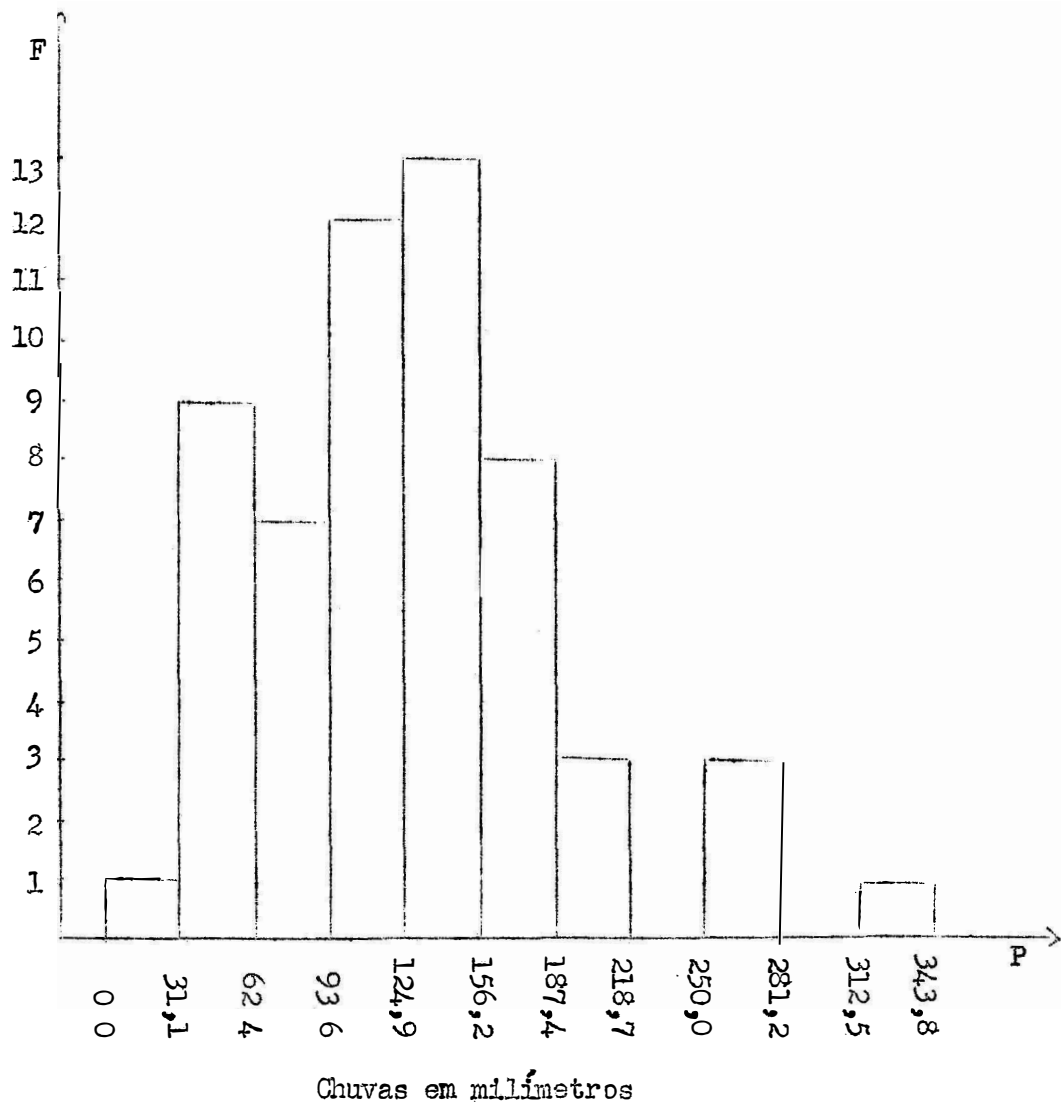


Figura 10 - Histograma das chuvas de outubro, em 57 anos - Belo Horizonte, Minas Gerais.

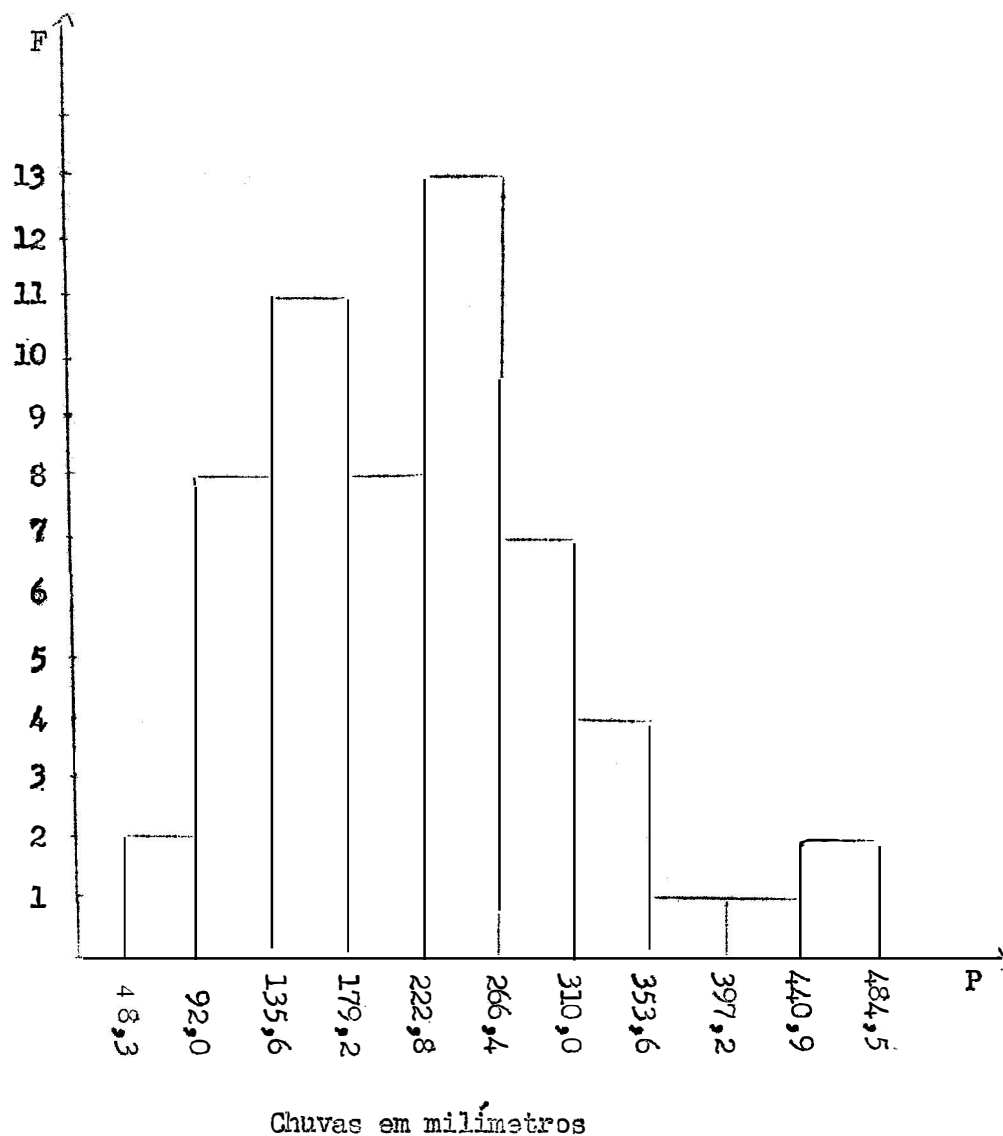


Figura 11 - Histograma das chuvas de novembro, em 57 anos - Belo Horizonte, Minas Gerais.

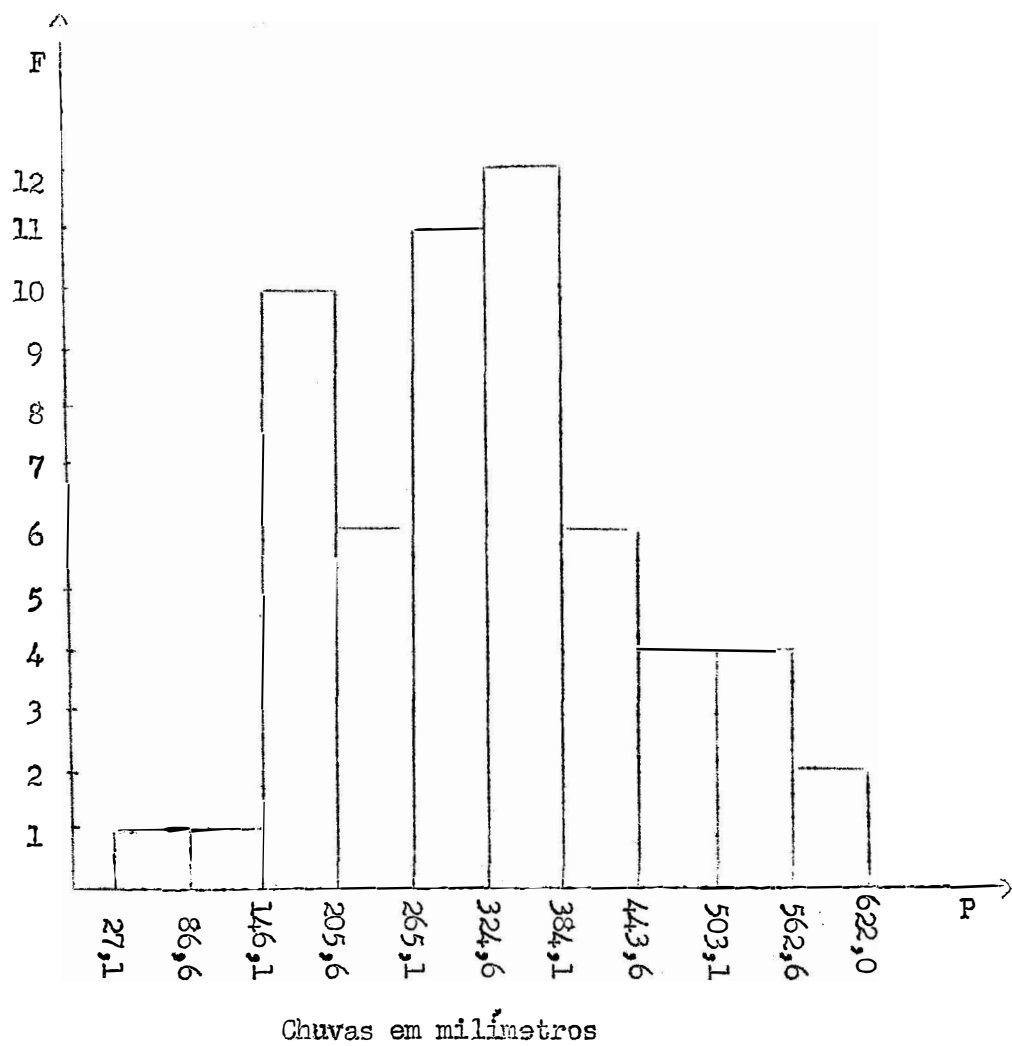


Figura 12 - Histograma das chuvas de dezembro, em 57 anos - Belo Horizonte, Minas Gerais.

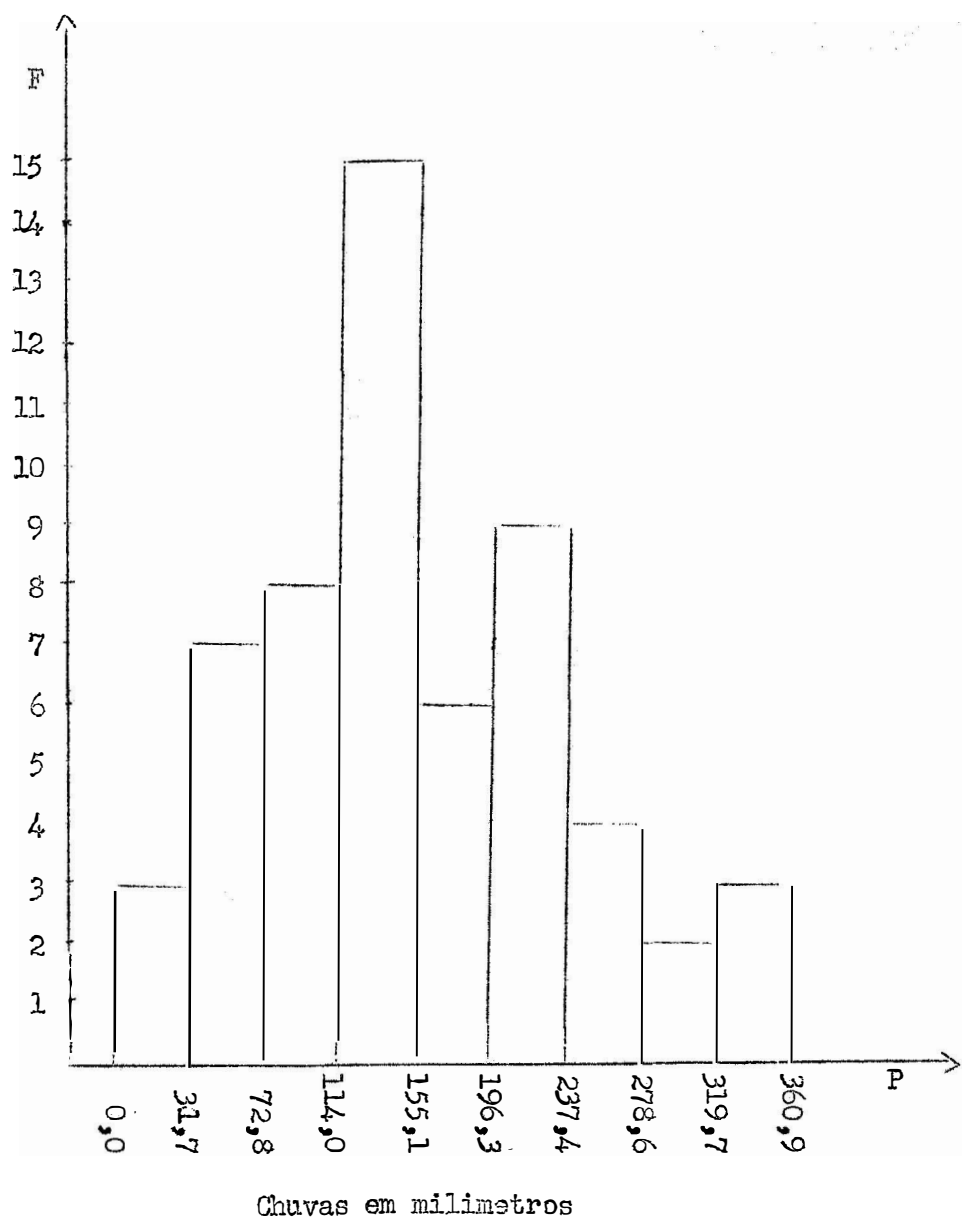


Figura 13 - Histograma das chuvas da estação sêca, em 57 anos -Belo Horizonte, Minas Gerais.

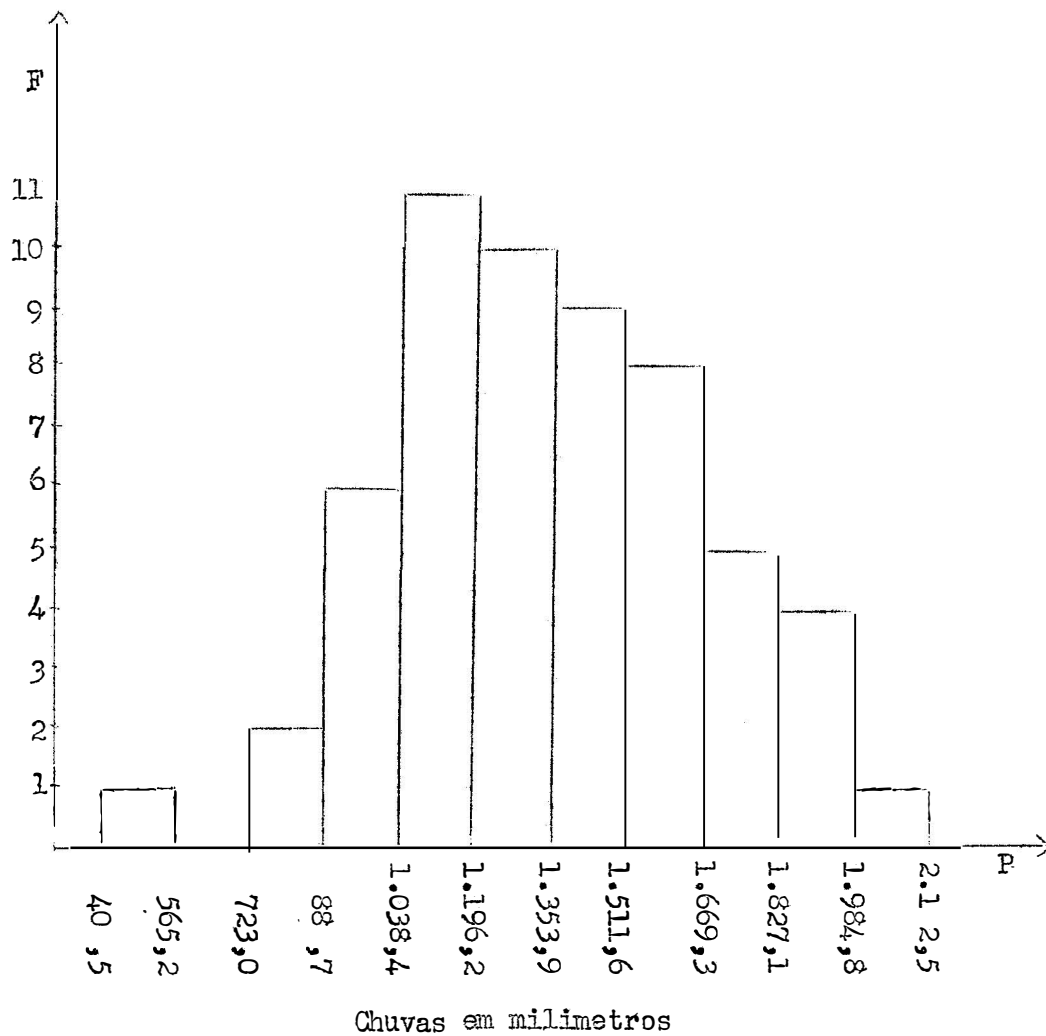


Figura 14 - Histograma das chuvas da estação chuvosa, em 57 anos - Belo Horizonte, Minas Gerais.

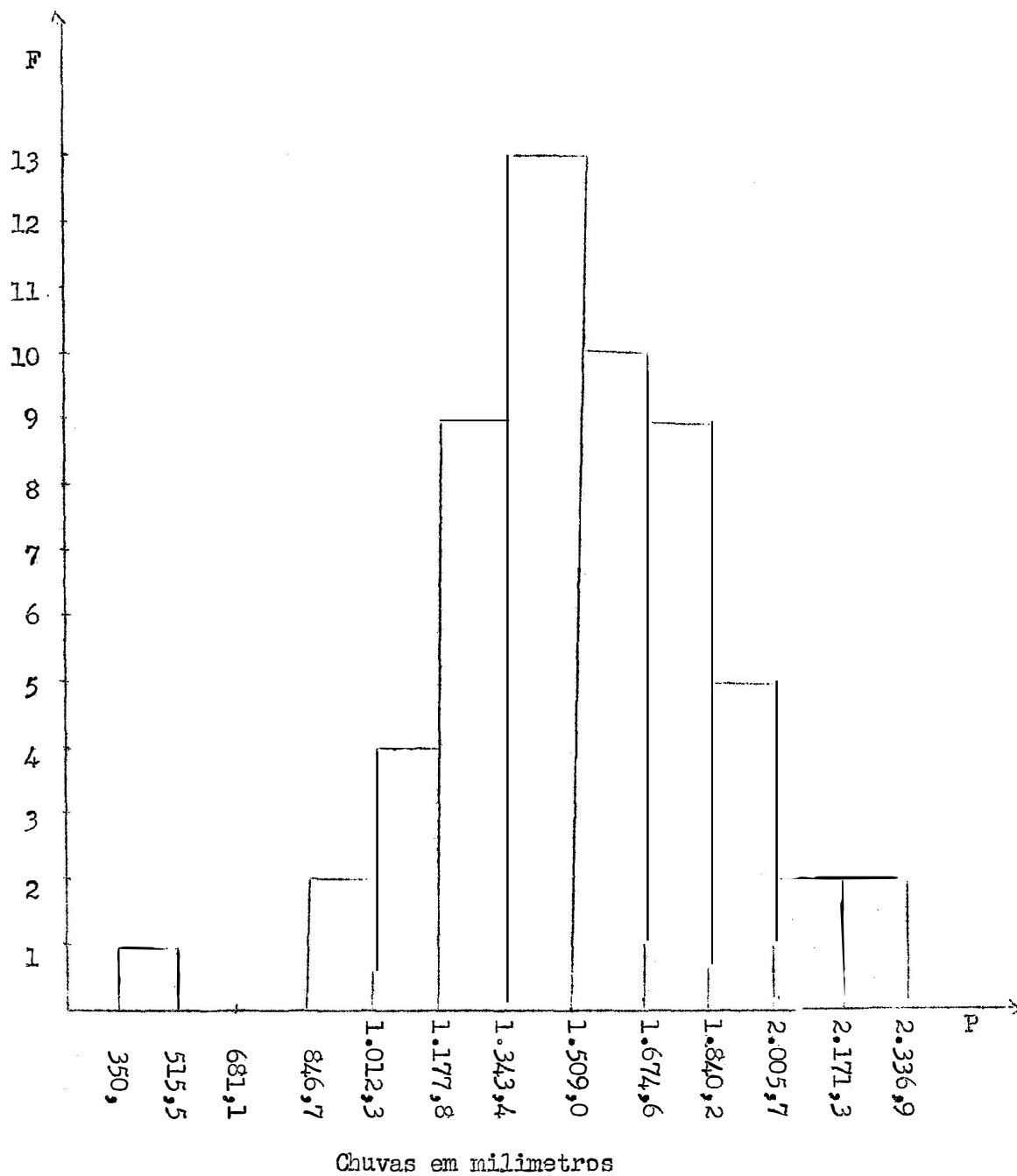


Figura 15 - Histograma das chuvas anuais, em 57 anos - Belo Horizonte, Minas Gerais.

A variabilidade da precipitação e os resultados do teste de normalidade, feito através da prova de χ^2 , são apresentados no Quadro 4. Nêle mostramos os desvios padrões, o coeficiente de variação e o valor de χ^2 com sua significância estatística aos níveis de 0,1 e 1,0% de probabilidade, bem como os respectivos números de graus de liberdade.

Quadro 4 - Variabilidade das chuvas e prova de χ^2 .

Meses	Desvio Padrão (mm)	Coeficiente de Variação (%)	χ^2	Numero de Graus de Liberdade
Janeiro	163,8	53,52	4,78	8
Fevereiro	114,7	54,54	4,48	8
Março	90,4	54,69	6,85	8
Abril	51,0	76,75	22,70 **	7
Maió	23,5	109,90	57,88 ***	6
Junho	14,2	142,33	44,82 ***	6
Julho	16,4	189,57	66,69 ***	6
Agosto	21,0	161,60	108,90 ***	6
Setembro	33,6	94,49	9,13	7
Outubro	62,5	50,07	14,92	8
Novembro	87,2	39,15	8,86	8
Dezembro	119,0	36,65	9,92	9
Época sêca	82,3	53,05	11,00	8
Epoca chuvosa	315,5	23,30	2,74	9
Anual	331,2	21,94	2,64	9

** 1,0% de probabilidade

*** 0,1% de probabilidade

A precipitação anual varia grandemente de ano para ano por muitas causas que afetam o clima prevalecente. Esta variação é de grande importância econômica principalmente nas regiões de chuvas escassas, pois o progresso da agricultura está na dependência direta das precipitações. Os desvios padrões encontrados são maiores nos meses mais chuvosos. Para se medir a variabilidade das chuvas o coeficiente de variação é melhor que o desvio padrão porque êle elimina o efeito

da magnitude da média. Assim êle retrata melhor a dispersão, pois seu valor é maior nos meses secos onde a precipitação tende a ser mais variável.

Os dados apresentados nos levam a dizer que, em geral, na região estudada, quanto menor a precipitação mensal, mais elevado é o coeficiente de variação e, conseqüentemente, maior variabilidade existe nas alturas pluviométricas mensais. Estes resultados concordam com os valores encontrados por POMPEU MEMÓRIA (1955.b) em Nova Lima e Viçosa.

Como vimos anteriormente a distribuição das chuvas nos diferentes períodos é assimétrica nos meses secos e tende a ser simétrica nos meses mais chuvosos. As análises estatísticas mais comuns são propriamente aplicáveis somente a dados que se aproximam da distribuição normal. Elas não devem ser usadas onde a distribuição apresenta apreciável assimetria, e, particularmente, não se aplicam às distribuições altamente assimétricas como são os dados de chuva nos meses secos. Para medir o afastamento da lei de probabilidade normal usamos o teste de normalidade, cujos resultados apresentados no Quadro 4, nos mostram que nos meses de abril a agosto (meses secos) o valor de χ^2 foi significativo aos níveis de 0,1% e 1,0% de probabilidade. Esta significancia nos leva a afirmar que nestes meses os dados não se ajustam a uma curva normal.

No Quadro 5 apresentamos as médias e os intervalos de confiança da média, ao nível de 95% de probabilidade, inclusive para os meses secos (abril a agosto) onde as distribuições são fortemente assimétricas, não se recomendando assim, a estimativa de tais intervalos.

Os intervalos de confiança para a média da população apresentados no Quadro 5 nos mostram que existe 95% de probabilidade de que êles incluam a verdadeira média das chuvas ocorridas nos 57 anos observados. É interessante salientar que nos meses de outubro a março, nas estações seca e chuvosa e no total anual os intervalos foram razoavelmente precisos, apresentando um comprimento menor do que 20 a 30% da média. Nos meses de abril a agosto, onde os dados não se ajustaram à distribuição normal, pela prova de χ^2 , êstes intervalos foram bem maiores com amplitude superior a 30% da média. Em setembro o comprimento do intervalo também ultrapassou 30% da média. Em julho o comprimento do intervalo foi maior do que 100% da média. Portanto, para os meses de assimetria muito pronunciada os intervalos de confiança perdem bastante a sua precisão e isto se deve ao caráter assimétrico da distribuição, que faz com que a média perca a sua representatividade como medida de tendência central. A própria teoria do intervalo de confiança, da maneira com que a empregamos, não é aplicável a dados que se afastam da normalidade.

Quadro 5 - Médias e intervalos de confiança para as chuvas médias de Belo Horizonte (1910 - 1966) , estando incluídos os meses secos de forte assimetria (abril a agosto) .

Meses	Média (mm)	Intervalos de Confiança
Janeiro	306,0	262,5 < m < 349,4
Fevereiro	210,2	179,8 < m < 240,6
Março	165,4	141,4 < m < 189,4
Abril	66,5	52,9 < m < 80,0
Maió	21,4	15,2 < m < 27,7
Junho	10,0	6,2 < m < 13,7
Julho	8,7	4,3 < m < 13,0
Agosto	13,0	7,4 < m < 18,6
Setembro	35,5	26,6 < m < 44,5
Outubro	124,9	108,3 < m < 141,4
Novembro	222,8	199,6 < m < 245,9
Dezembro	324,6	293,0 < m < 356,2
Est. sêca	155,1	133,3 < m < 177,0
Est. chuvosa	1.353,9	1.270,2 < m < 1.437,8
Anual	1.509,0	1.421,1 < m < 1.596,9

4.2 - Assimetria e Curtose

Os coeficientes de assimetria e curtose constam do Quadro 6 no qual incluímos os resultados da prova de t , aos níveis de 5% e 1% de probabilidade, com infinitos graus de liberdade, para julgarmos a significância estatística destes coeficientes e verificarmos se eles podem ou não serem considerados iguais a zero. Estes coeficientes apresentaram resultados mais elevados nos meses da estação sêca, onde as precipitações são mais escassas. Nos meses em que as precipitações são mais elevadas, estes coeficientes foram baixos, não atingindo também a significância estatística, como se pode ver nos meses de dezembro a fevereiro, estações sêca e chuvosa e total anual. Nos meses de março, maio a setembro, os coeficientes foram altos e estatisticamente significativos, o que comprova a presença de uma assimetria e uma curtose positivas. Em termos climatológicos uma assimetria positiva

Quadro 6 - Coeficientes de assimetria e curtose e prova de t para as chuvas de Belo Horizonte (1910 - 1966) .

Meses	Coeficiente de Assimetria	Coeficiente de Curtose	Valôres de t	
			Assimetria	Curtose
Janeiro	0,1684	- 0,8573	0,532	- 1,375
Fevereiro	0,1114	- 0,7789	0,352	- 1,249
Março	0,8683	1,2711	2,744 **	2,039 *
Abril	1,0683	0,5772	3,377 **	0,926
Maiο	1,3225	1,3560	4,180 **	2,176 *
Junho	2,4537	6,5128	7,757 **	10,451 **
Julho	2,3770	4,9421	7,514 **	7,931 **
Agosto	1,5735	1,3563	4,974 **	2,176 *
Setembro	1,4728	3,5345	4,656 **	5,672 **
Outubro	0,6942	1,0381	2,194 *	1,666
Novembro	0,6636	0,2665	2,098 *	0,427
Dezembro	0,3243	- 0,3776	1,025	- 0,606
Est. sêca	0,5003	- 0,2863	1,581	- 0,459
Est. chuvosa	- 0,0874	- 0,2179	- 0,276	- 0,349
Anual	- 0,1894	0,6308	- 0,599	1,012

* 5% de probabilidade

** 1% de probabilidade

indica que nestes meses as precipitações baixas são mais frequentes do que as precipitações moderadas. Uma curtose positiva mostra uma maior concentração de valores próximos do centro, ou seja uma maior frequência de chuvas nas vizinhanças da média mensal. Em abril, outubro e novembro, verificamos apenas uma assimetria positiva e significativa, não ficando estabelecida a presença da curtose. Para o total anual observamos uma assimetria negativa e uma curtose positiva que não foram comprovadas estatisticamente. Uma assimetria negativa nos sugere que os anos muito secos e os moderadamente chuvosos são mais frequentes do que os anos muito chuvosos e moderadamente secos. Os resultados encontrados para os coeficientes de assimetria e curtose concordam com o teste de normalidade anteriormente comentado, excetuando os meses de março, setembro, outubro e novembro, cuja hipótese de normalidade foi aceita pela prova de χ^2 e rejeitada pela significancia da assimetria, da curtose ou de ambas.

4.3 - Transformação de Dados

Para os meses em que a normalidade dos dados não foi comprovada pela prova de χ^2 ou pelos coeficientes de assimetria e curtose, conforme a metodologia exposta nos itens 3.1.1 e 3.2.1, procedemos as análises estatísticas com os dados transformados. As precipitações médias originais e corrigidas, os valores da constante α usada para a transformação dos dados e calculada seguindo método apresentado em 3.3.1, as médias diárias e as porcentagens da precipitação anual encontram-se no Quadro 7.

Quadro 7 - Resultados das precipitações originais e corrigidas pela transformação $\log(x + \alpha)$, em Belo Horizonte (1910 - 1966).

Meses	Valôres de α	Média (mm)	Porcentagem da Precipitação Anual	Média Diária (mm)
Janeiro	*	306,0	21,16	9,87
Fevereiro	*	210,2	14,54	7,51
Março	135,50	155,1	10,73	5,00
Abril	17,55	55,4	3,83	1,85
Mai	4,26	13,8	0,95	0,44
Junho	4,66	6,7	0,46	0,22
Julho	0,92	2,9	0,20	0,09
Agosto	2,69	5,4	0,37	0,17
Setembro	127,00	33,1	2,29	1,10
Outubro	162,62	119,6	8,27	3,86
Novembro	77,50	213,0	14,74	7,10
Dezembro	*	324,6	22,46	10,47
Anual	*	1.445,8	100,00	3,96

* Não foi feita a transformação dos dados, por ser desnecessária

Os resultados encontrados não alteram a interpretação anteriormente apresentada, apenas mostram as precipitações médias com valores menores que as médias dos dados não transformados. Como os dados transformados aproximam-se agora da normalidade a média torna-se mais representativa do que a anterior, quando as distribuições eram assimétricas. Empregando-se a transformação logarítmica a média passa a ser geométrica, sendo portanto, menor que a média aritmética dos dados originais, como se pode ver nos Quadros 3 e 7 .

Os meses mais chuvosos continuam a ser dezembro, janeiro e novembro com 324,6 , 306,0 e 213,0 milímetros de chuva e os mais secos também são julho, agosto e junho agora com 2,9 , 5,4 e 6,7 mm . Quanto à média diária os meses mais chuvosos ainda são dezembro, janeiro e fevereiro com os registros de 10,47 , 9,87 e 7,51 mm , enquanto que os menos chuvosos são julho, agosto e junho, com 0,09 , 0,17 e 0,22 mm . Em relação à porcentagem da precipitação anual 91,90% da precipitação cai na estação chuvosa de outubro a março. 22,46% da precipitação total anual ocorrem em dezembro, 21,16% em janeiro e aproximadamente 73% nos meses de novembro a fevereiro.

Os histogramas representativos da distribuição de frequência dos dados transformados são apresentados nas figuras 16 a 24 .

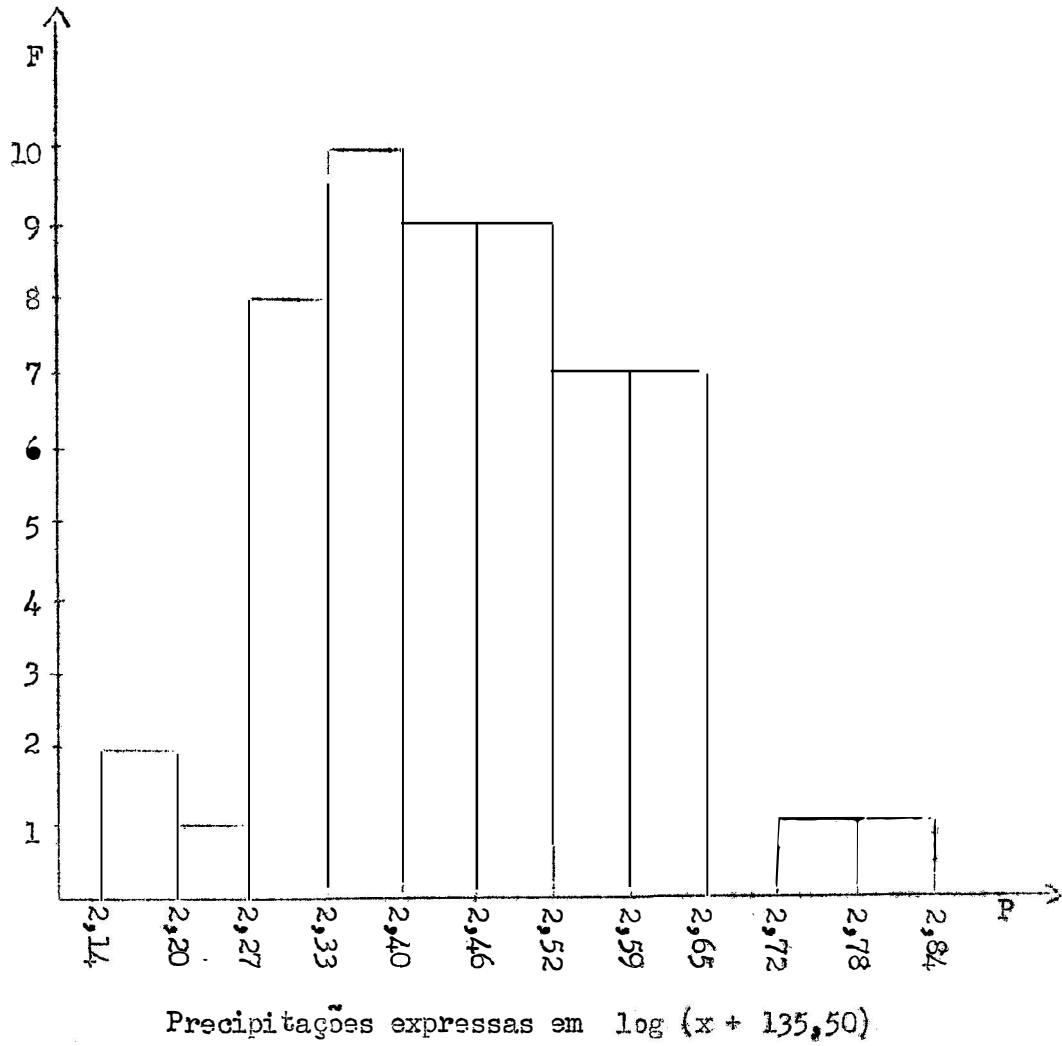


Figura 16 - Histograma das chuvas de março, após transformação $\log (x + 135,50)$, com intervalo de classe de $1/2$ s. Assimetria de 0,0001 .

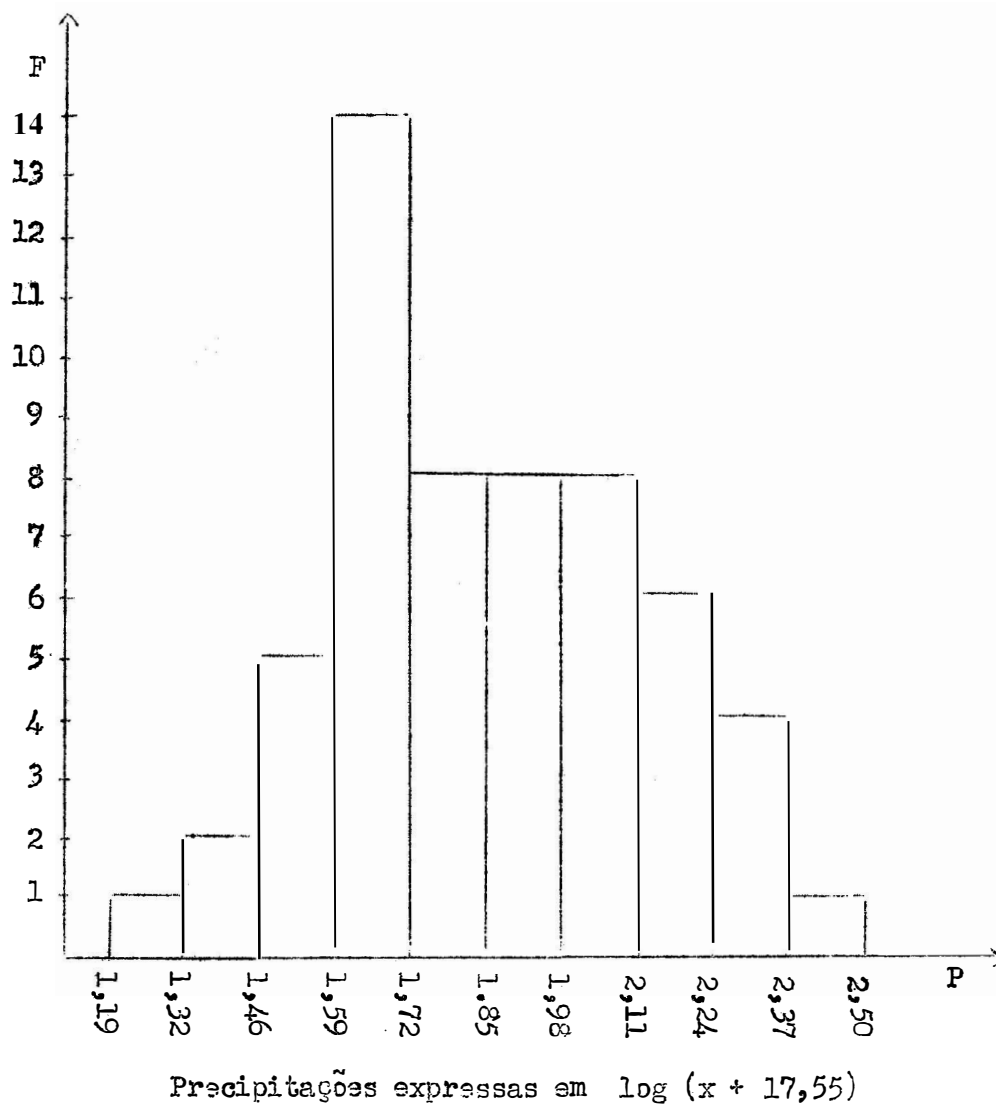


Figura 17 - Histograma das chuvas de abril , após transformação $\log(x + 17,55)$, com intervalos de classe de $1/2$ s. Assimetria de 0,0001 .

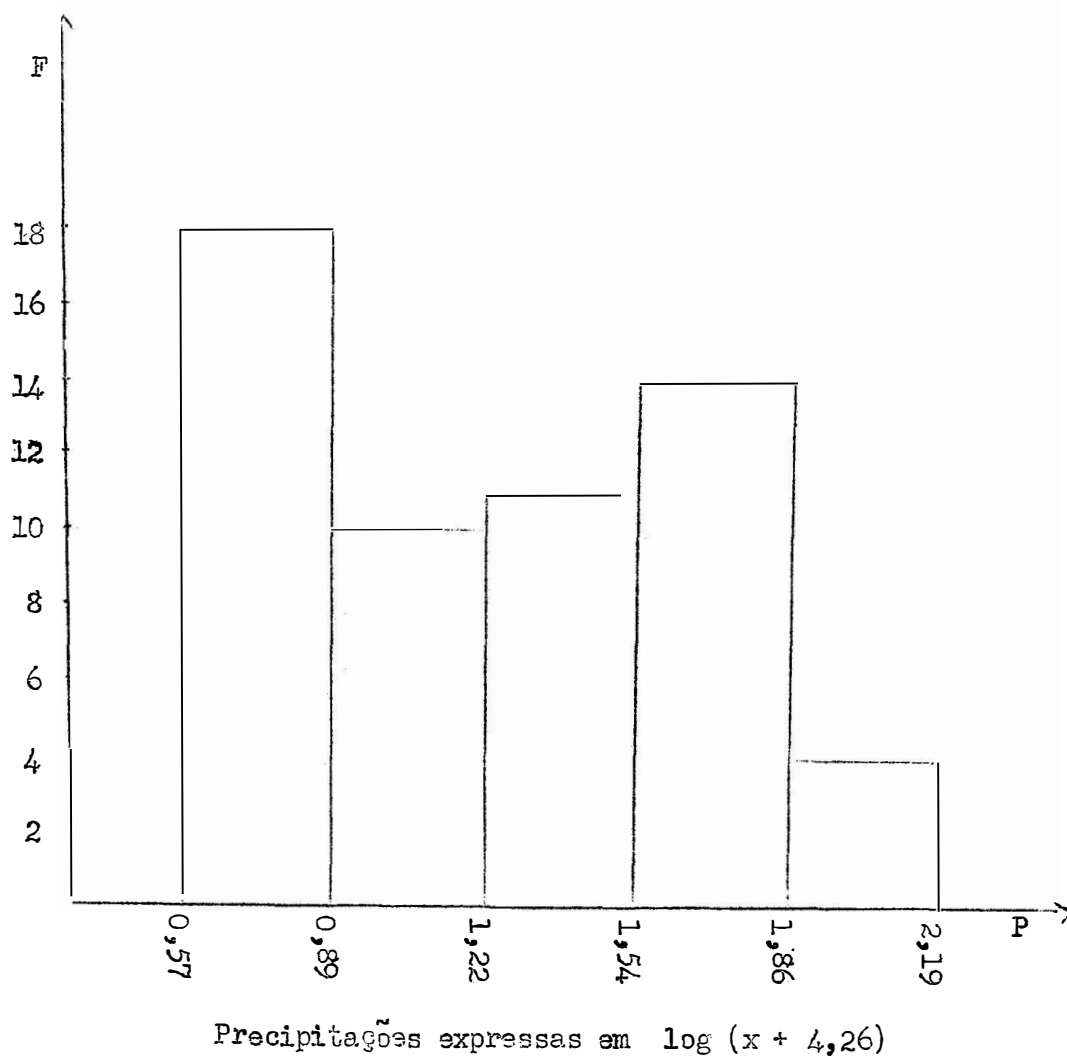


Figura 18 - Histograma das chuvas de maio após transformação $\log (x + 4,26)$ com intervalo de classe de $3/4$ s. Assimetria de 0,0001 .

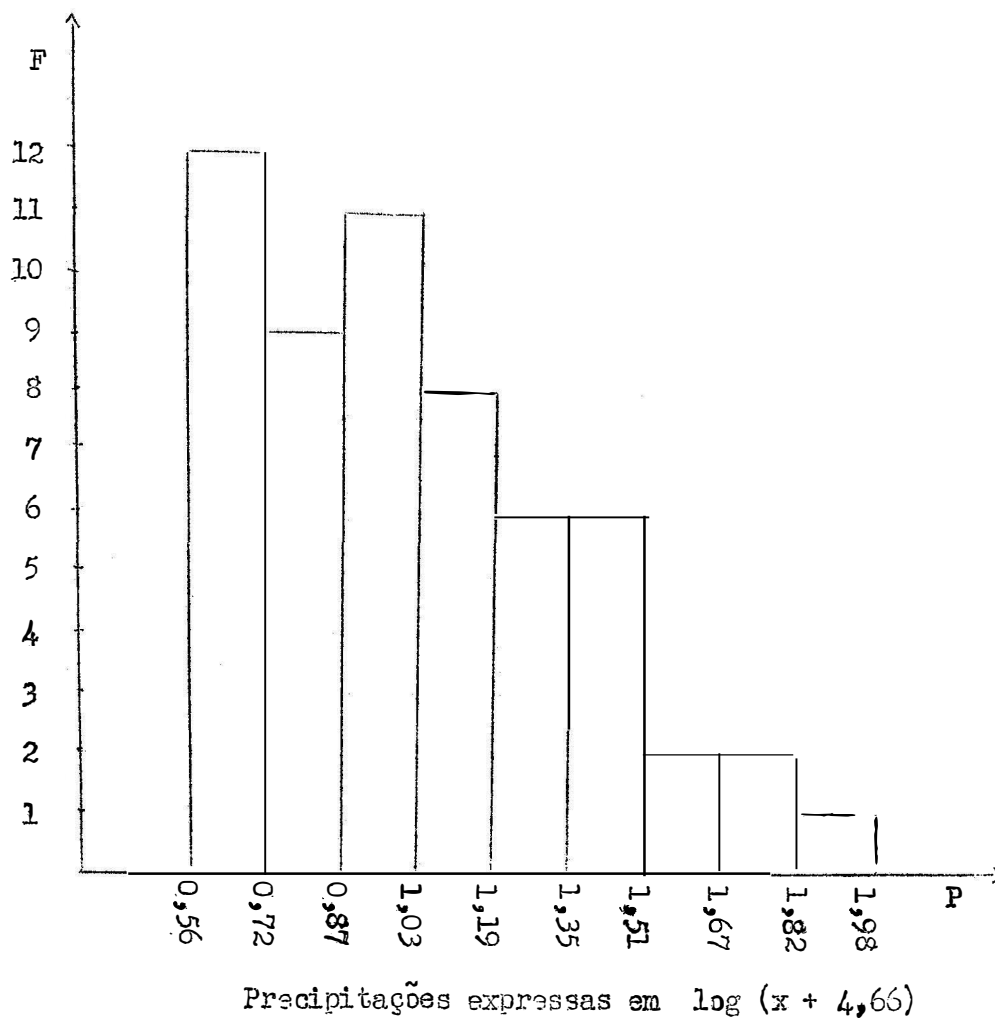


Figura 19 - Histograma das chuvas de junho após a transformação $\log(x + 4,66)$, com intervalo de classe de $1/2$ s. Assimetria de 0,8.

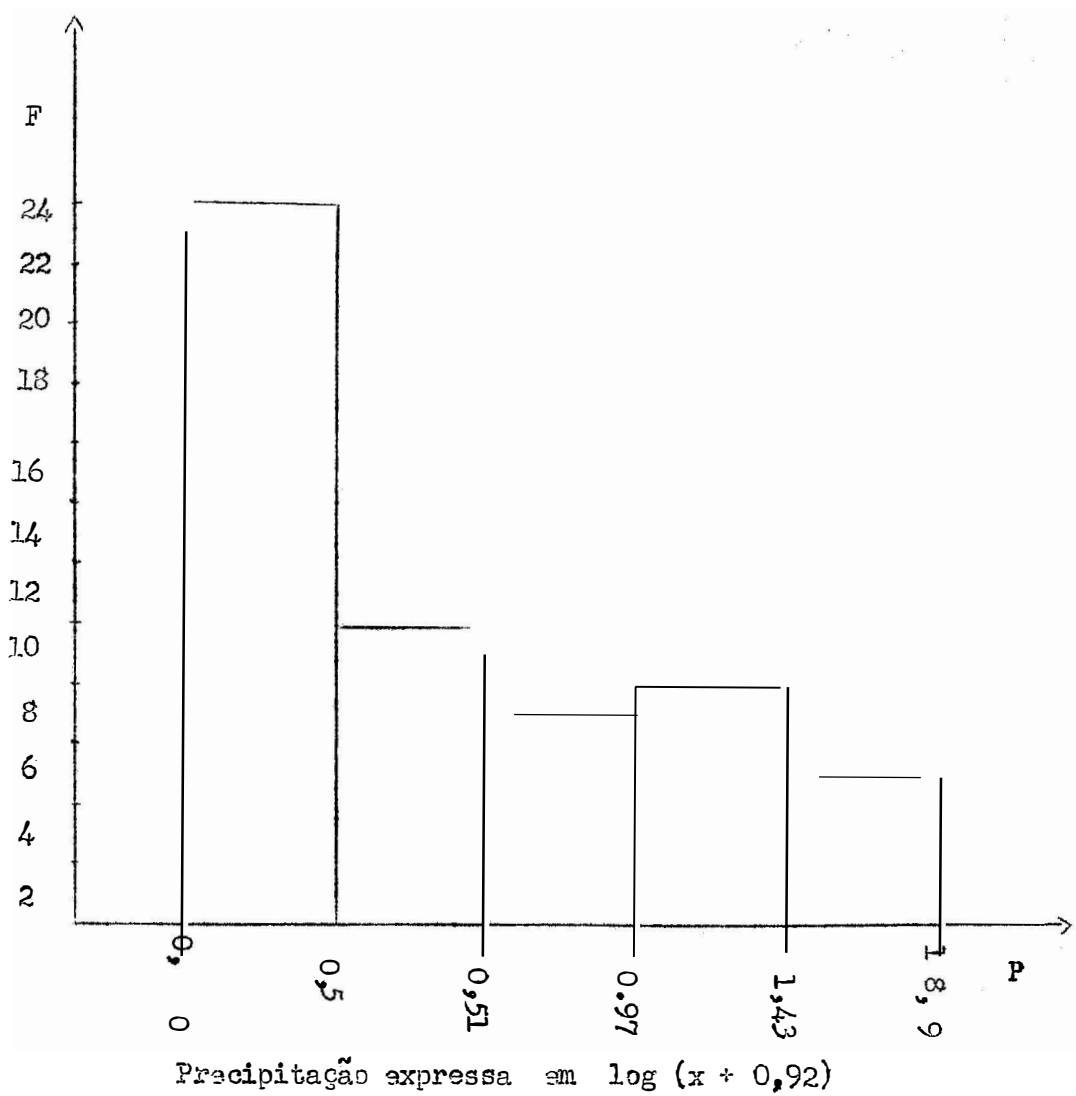
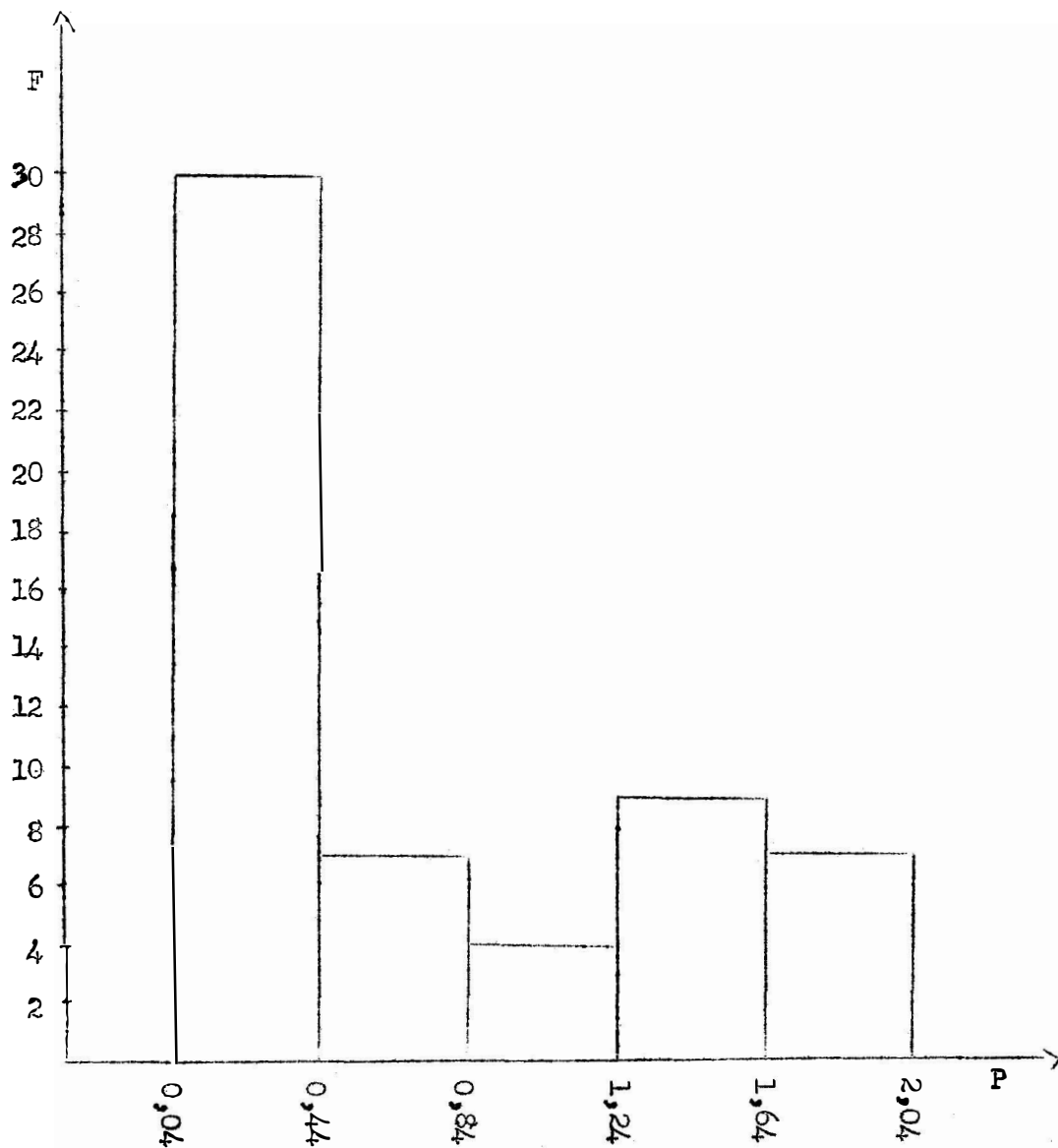


Figura 20 - Histograma das chuvas de julho, após a transformação $\log(x + 0,92)$, com intervalo de classe de $3/4$ s. Assimetria 0,8 .



Precipitações expressas em $\log (x + 2,69)$

Figura 21 - Histograma das chuvas de agosto, após a transformação $\log (x + 2,69)$, com intervalo de classe de $3/4$ s. Assimetria de 0,8 .

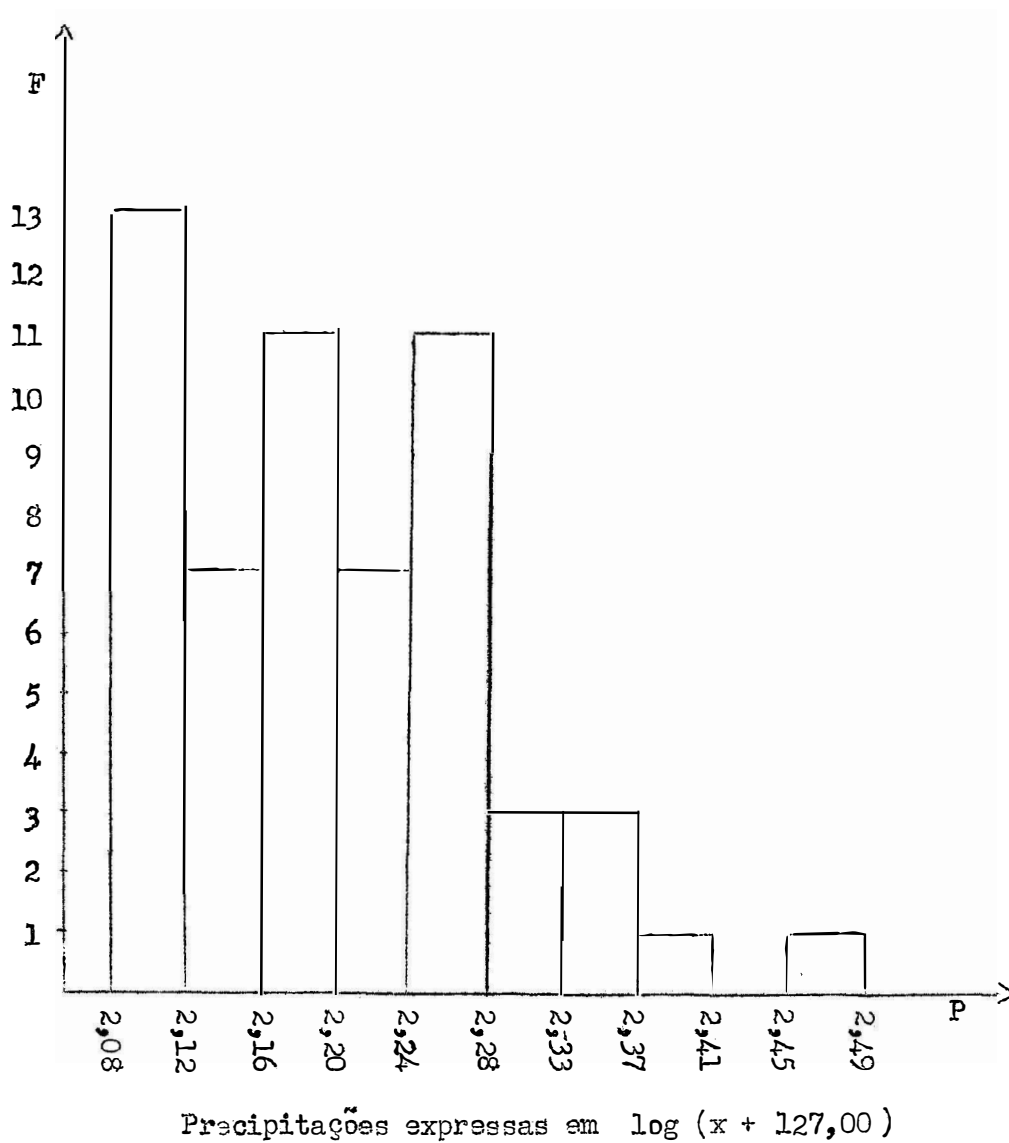


Figura 22 - Histograma das chuvas de setembro, após a transformação $\log (x + 127,00)$, com intervalo de $1/2$ s. Assimetria de 0,8 .

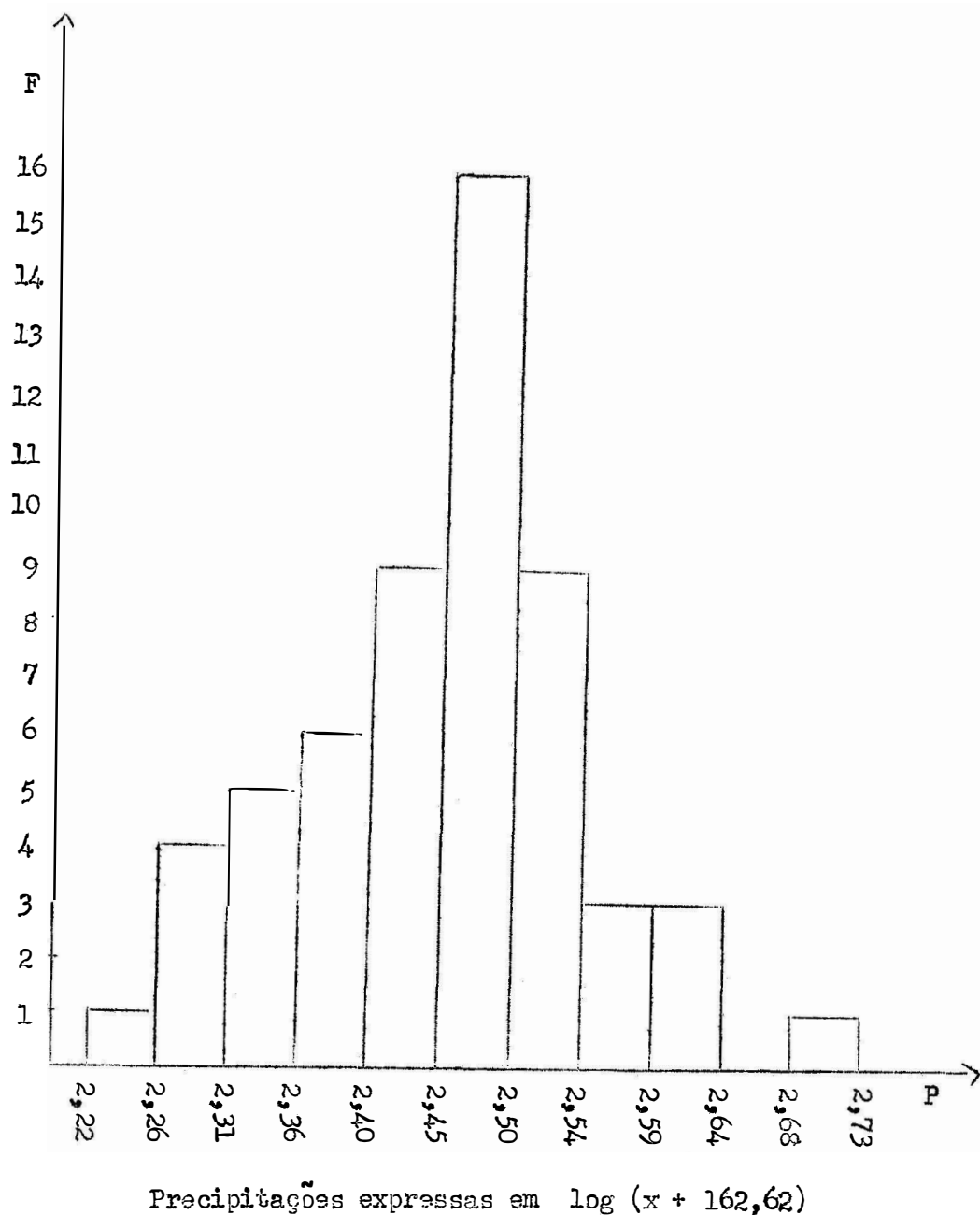


Figura 23 - Histograma das chuvas de outubro, após a transformação $\log(x + 162,62)$, com intervalo de $1/2$ s. Assimetria de 0,0001.

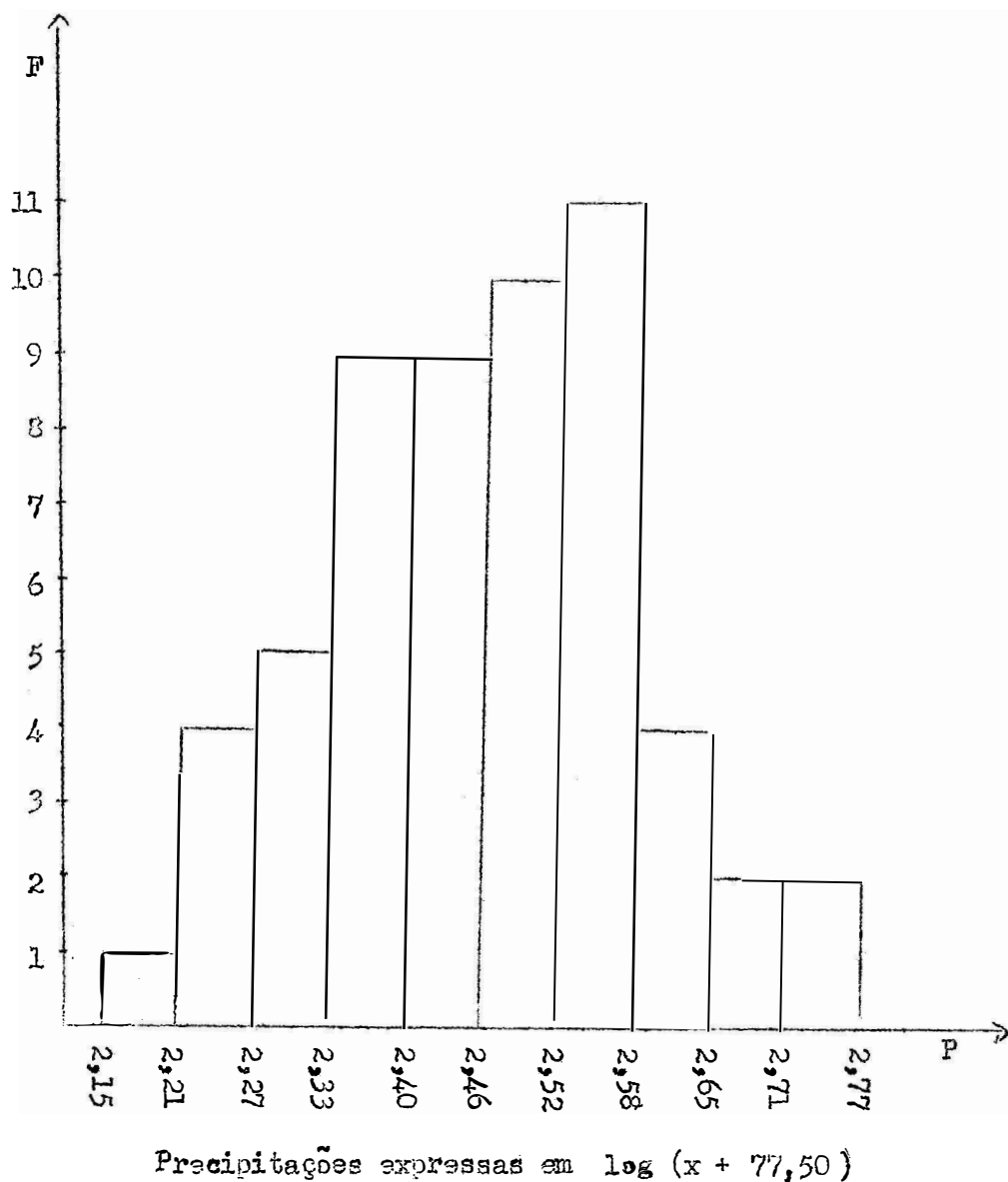


Figura 24 - Histograma das chuvas de novembro, após a transformação $\log(x + 77,50)$, com intervalo de $1/2$ s. Assimetria de 0,0001.

Comparando-se êstes histogramas antes e após a transformação logarítmica dos dados, podemos verificar que a assimetria foi razoavelmente corrigida, principalmente nos meses de maiores precipitações.

A variabilidade dos dados depois de transformados, expressa pelo desvio padrão e coeficiente de variação constam do Quadro 8 .

Quadro 8 - Variabilidade dos dados transformados pela transformação $\log(x + a)$.

Meses	Desvio Padrão (mm)	Coeficiente de Variação (%)
Março	0,1283	5,21
Abril	0,2621	14,18
Maió	0,4325	35,55
Junho	0,3168	30,66
Julho	0,6135	121,19
Agosto	0,5331	63,09
Setembro	0,0825	3,74
Outubro	0,0933	3,81
Novembro	0,1252	5,09

Vê-se pelos coeficientes de variação que a transformação empregada proporcionou uma maior homogeneidade nos dados, pois em todos os períodos êles apresentaram valores mais baixos que os dados originais. Os coeficientes de variação são mais baixos nos meses mais chuvosos e mais elevados nos meses secos, tanto nos dados transformados como nos não transformados.

No Quadro 9 mostramos as médias dos dados transformados com seus intervalos de confiança, ao nível de 95% de probabilidade.

Quadro 9 - Médias e intervalos de confiança para as chuvas de Belo Horizonte, em 57 anos, após a transformação $\log(x + a)$.

Meses	Média (mm)	Intervalos de Confiança
Março	155,1	133,2 < m < 178,8
Abril	55,4	44,6 < m < 68,1
Maiο	13,8	9,6 < m < 19,2
Junho	6,7	4,7 < m < 9,1
Julho	2,9	1,7 < m < 4,7
Agosto	5,4	3,1 < m < 8,4
Setembro	33,1	25,2 < m < 41,4
Outubro	119,6	104,0 < m < 136,2
Novembro	213,0	191,6 < m < 236,1

Os intervalos de confiança da média geométrica para os meses de abril a setembro, foram também grandes com comprimento superior a 30% da média. Em outubro, novembro e março estes intervalos foram bem menores com uma amplitude menor do que 30% da média. Observa-se que quanto menor a precipitação maior é a variabilidade dos dados, o que ocasiona uma maior amplitude para o intervalo. Dessa forma os intervalos vão se tornando mais amplos a medida que aumenta a variabilidade dos dados.

Os coeficientes de assimetria e curtose e os valores da prova de t estão apresentados no Quadro 10, no qual incluímos o valor de a , constante acrescentada aos dados para proceder a transformação. Nos meses de junho, julho, agosto e setembro o coeficiente de assimetria foi conduzido até o valor 0,8 com um erro de 0,005 e nos demais meses este coeficiente foi levado até um valor menor do que 0,0001.

Quadro 10 - Coeficientes de assimetria e curtose, prova de t e valores de a para as chuvas de Belo Horizonte, após a transformação $\log(x + a)$.

Meses	Coeficientes		Prova de t		Valores de a
	Assimetria	Curtose	Assimetria	Curtose	
Março	- 0,00000066	- 0,0973	- 0,0000021	- 0,1561	135,50
Abril	0,000044	- 0,6543	0,0001	- 1,0499	17,55
Mai	0,000021	- 1,3466	0,000067	- 2,1610	4,26
Junho	0,7971	- 0,0345	2,5198	- 0,0553	4,66
Julho	0,8022	- 0,6921	2,5360	- 1,1106	0,92
Agosto	0,8036	- 1,0591	2,5404	- 1,6996	2,69
Setembro	0,7988	0,6811	2,5251	1,0929	127,00
Outubro	- 0,000061	0,1006	0,0001	0,1614	162,62
Novembro	0,000051	- 0,5182	0,0001	- 0,8315	77,50

Como os coeficientes de assimetria e curtose não foram significativos, ao nível de 1% de probabilidade com infinitos graus de liberdade, podemos dizer que, segundo o critério de Fisher, os dados se aproximam da normalidade. Observa-se que, em geral, os valores de a são maiores nos períodos mais chuvosos e menores nos meses de baixa precipitação.

No Quadro 11 mostramos os resultados da prova de χ^2 , após a transformação logarítmica dos dados.

Pelos resultados apresentados notamos que nos meses de março, abril, outubro e novembro, em que as precipitações médias são maiores e as variabilidades são menores, há uma concordância nos dois critérios para julgar o afastamento da normalidade. Por outro lado, nos meses mais secos, verifica-se uma discordância, pois os dados são considerados normais segundo o critério de Fisher e afastam da

normalidade quando submetidos à prova de χ^2 .

Quadro 11 - Prova de χ^2 para as chuvas de Belo Horizonte, após transformação $\log(x + a)$.

Meses	χ^2	Número de Graus de Liberdade
Março	9,37	9
Abril	6,91	9
Maió	28,09 ***	6
Junho	16,95 **	7
Julho	37,22 ***	4
Agosto	70,62 ***	4
Setembro	11,30 *	5
Outubro	5,91	9
Novembro	4,32	9

** 5% de probabilidade

*** 1% de probabilidade

4.4 - Análise de Regressão Polinomial

4.4.1 - Meses de janeiro e fevereiro

Em janeiro, a chuva mínima ocorreu em 1953 com 35,0 mm e a máxima em 1961 com 636,6 mm. A oscilação entre a máxima e a mínima precipitação foi de 601,6 mm.

O mês de fevereiro mais seco ocorreu em 1915 com 6,9 mm e o mais chuvoso em 1916 com 466,3 mm. A oscilação entre a máxima e a mínima precipitação foi de 459,4 mm.

As chuvas destes meses apresentaram uma distribuição aproximadamente normal, o que nos permitiu a aplicação da análise de regressão sem nenhuma transformação dos dados. Os resultados destas análises acham-se resumidos nos Quadros 12 e 13.

Quadro 12 - Análise de variância das chuvas de janeiro em Belo Horizonte, Minas Gerais, no período de 1910 a 1966 .

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Regressão Linear	1	244,61	244,61	0,009
Regressão Quadrática	1	16.573,20	16.573,20	0,607
Regressão Cúbica	1	40.171,99	40.171,99	1,472
Regressão do 4. ^o Grau	1	25.688,90	25.688,90	0,941
Resíduo	52	1.419.438,00	27.296,88	
Total	56	1.502.116,70		

Quadro 13 - Análise de variância das chuvas de fevereiro em Belo Horizonte, Minas Gerais, no período de 1910 a 1966 .

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Regressão Linear	1	1.066,34	1.066,34	0,079
Regressão Quadrática	1	2.620,31	2.620,31	0,194
Regressão Cúbica	1	24.385,06	24.385,06	1,810
Regressão do 4. ^o Grau	1	7.804,16	7.804,16	0,579
Resíduo	52	700.409,38	13.469,41	
Total	56	736.285,25		

G. L. = numero de graus de liberdade

S. Q. = soma de quadrados

Q. M. = quadrado médio

Verifica-se pelas análises de regressão que os resultados não foram significativos e isto nos leva a afirmar que nenhum polinômio até o 4.^o grau serve como curva interpoladora. Logo, as precipitações nos meses de janeiro e fevereiro são casuais, sem nenhuma tendência para aumento ou diminuição no período estudado.

4.4.2 - Mês de março

A ocorrência mínima de chuva foi em 1963 , com 7,0 mm e a máxima em 1916 , com 469,4 mm . Verifica-se também neste mês uma grande oscilação no regime das chuvas, no valor de 462,4 mm . Como as chuvas de março não se ajustaram bem à curva normal por mostrarem coeficientes de assimetria e curtose significativos, procedemos a análise de regressão com os dados transformados para $\log(x + 135,50)$. Os resultados da análise encontram-se no Quadro 14 .

Quadro 14 - Análise de variância das chuvas de março , em Belo Horizonte, Minas Gerais, no período de 1910 a 1966 .

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Regressão Linear	1	0,00824522	0,00824522	0,488
Regressão Quadrática	1	0,02732149	0,02732149	1,618
Regressão Cúbica	1	0,00809489	0,00809489	0,479
Regressão do 4. ^o Grau	1	0,00060639	0,00060639	0,036
Resíduo	52	0,87820699	0,01688860	
Total	56	0,92247498		

A incidência de chuvas no mês de março é, pois, um fenômeno puramente casual, sem nenhuma tendência secular, no período estudado.

4.4.3 - Mês de abril

O mês de abril mais seco foi em 1959 com 0,0 mm, e o mais chuvoso foi em 1926 , com 266,3 mm . A diferença entre a máxima e a mínima precipitação foi 266,3 mm. As chuvas de abril também não se ajustaram à curva normal, tanto pela prova de χ^2 , como por apresentar uma assimetria altamente significativa. Portanto, calculamos a análise de regressão com os dados transformados em $\log(x + 17,55)$, cujos resultados estão resumidos no Quadro 15 .

A análise de variância apresentada no Quadro 15 , mostra a existência de uma regressão significativa do 2.^o grau. A equação de regressão obtida foi:

$$\hat{Y}_i = 1,734031 + 0,016306 X_i - 0,000322 X_i^2 ,$$

onde \hat{Y}_i é o logaritmo da precipitação esperada e X_i indica o número de anos decorridos a partir de 1910 . Dessa forma, para 1910 , $X_1 = 1$, para 1911 , $X_2 = 2$, etc.

Quadro 15 - Análise de variância das chuvas de abril, em Belo Horizonte, Minas Gerais, no período de 1910 a 1966 .

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Regressão Linear	1	0,08914090	0,08914090	1,365
Regressão Quadrática	1	0,34730421	0,34730421	5,318 *
Regressão Cúbica	1	0,01116600	0,01116600	0,171
Regressão do 4. ^o Grau	1	0,00477381	0,00477381	0,073
Resíduo	52	3,39560648	0,06530012	
Total	56	3,84799140		

O Quadro 16 mostra os resultados dos logaritmos das precipitações, acrescidas da constante a , estimados pela equação de regressão, e as chuvas médias esperadas, após a subtração da constante 17,55. Estes resultados são apresentados de 1910 até 1966, com intervalos de 10 anos, estando incluído o ano em que a precipitação foi máxima. Nestas condições, para o ano de 1910, temos: $X_1 = 1$ e $\hat{Y}_1 = 1,75$. Como os dados são correspondentes a $\log(x + 17,55)$, determinando o antilogaritmo e subtraindo 17,55, obtemos a precipitação média esperada de 38,7 milímetros.

Quadro 16 - Chuvas médias de abril em Belo Horizonte, Minas Gerais, estimadas pela equação de regressão

Ano (X_1)	Valôres de $\hat{Y}_1 = \log(x + 17,55)$	Precipitação Média Esperada (mm)
1910	1,75	38,7
1920	1,87	56,6
1930	1,93	67,6
1934	1,94	69,6
1940	1,92	65,6
1950	1,86	54,9
1960	1,72	34,9
1966	1,61	23,2

A equação de regressão indica que houve uma tendência para aumento das chuvas médias de abril de 1910 até 1934 , quando a precipitação foi máxima. A partir de 1934 verifica-se, no entanto, uma tendência para diminuição das chuvas como se pode ver no Quadro 16 .

Segundo PIMENTEL GOMES (1968) não se deve usar uma equação de regressão fora do intervalo da variável independente para a qual foi calculada, a não ser que condições teóricas ou experimentais, demonstrem a possibilidade deste uso. Contudo, se a equação de regressão continuar válida por mais uma década, teremos para 1970 uma precipitação média em abril, de aproximadamente 16,3 mm. e para 1975 uma de 8,2 mm .

4.4.4 - Mês de maio

Durante este mês, nos anos de 1913 , 1921 , 1924 , 1936 , 1948 , 1950 , 1952 , 1959 e 1963 , não se registrou um só dia de chuva. O mês de maio mais chuvoso ocorreu em 1955 com 89,6 mm .

Os resultados da análise de regressão polinomial, com os dados transformados para $\log(x + 4,26)$, encontram-se no Quadro 17 .

Quadro 17 - Análise de variância das chuvas de maio, em Belo Horizonte, Minas Gerais, no período de 1910 a 1966 .

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Regressão Linear	1	0,16538557	0,16538557	0,870
Regressão Quadrática	1	0,05869788	0,05869788	0,309
Regressão Cúbica	1	0,33066636	0,33066636	1,740
Regressão do 4. ^o Grau	1	0,04105429	0,04105429	0,216
Resíduo	52	9,88097190	0,19001868	
Total	56	10,47677600		

Como os valores de F não foram significativos, dizemos que as chuvas de maio são casuais sem nenhuma tendência secular, no período observado.

4.4.5 - Mês de junho

A ocorrência máxima de chuva foi de 68,8 mm em 1956 . Os anos de 1920 , 1929 , 1936 , 1944 , 1958 , 1959 e 1963 apresentaram 0,0 mm de precipitação.

Para proceder a análise, fizemos a transformação $\log (x + 4,66)$ cujos resultados podem ser vistos no Quadro 18 .

Quadro 18 - Análise de variância das chuvas de junho, em Belo Horizonte, Minas Gerais, no período de 1910 a 1966 .

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Regressão Linear	1	0,00566018	0,00566018	0,058
Regressão Quadrática	1	0,00269659	0,00269659	0,028
Regressão Cúbica	1	0,02622433	0,02622433	0,270
Regressão do 4. ^o Grau	1	0,53803520	0,53803520	5,543 *
Resíduo	52	5,04759640	0,09706916	
Total	56	5,62021270		

Observa-se, pela análise, a existência de uma regressão do 4.^o grau significativa e isto nos indica que há um polinômio do 4.^o grau que serve como curva interpoladora. A equação de regressão obtida foi:

$$\hat{Y}_i = 0,750077 + 0,0996637 X_i - 0,00794209 X_i^2 + 0,000219101 X_i^3 - 0,00000194175 X_i^4$$

Pelo Quadro 19 podemos observar os logaritmos das precipitações mais a constante α , estimados pela equação de regressão, bem como as precipitações médias esperadas após a subtração da constante 4,66 . Estes resultados estão apresentados de 1910 a 1966 , em intervalos de 10 anos, estando incluídos os anos em que as precipitações atingiram valores máximos e mínimos.

Verifica-se pela observação dos valores contidos no Quadro 19 uma tendência para aumento das chuvas médias de junho de 1910 até 1919 quando elas atingem um valor máximo. A partir de 1919 vê-se uma tendência para diminuição até 1939 quando a precipitação é mínima. De 1939 em diante as chuvas começam a aumentar até 1956 quando elas alcançam novamente um máximo e a partir de 1956 elas continuam a decrescer. Este é o andamento das chuvas de junho, em 57 anos de observação, segundo a equação de regressão do 4.^o grau, ajustada aos dados. Se o fe-

nômeno continuar a obedecer a curva ajustada, esperaríamos a partir de 1970 precipitações nulas, pois em 1966 a chuva média estimada é de apenas 0,4 mm .

Quadro 19 - Chuvas médias de junho em Belo Horizonte, Minas Gerais, estimadas pela equação de regressão.

Ano (X_i)	Valôres de $\hat{Y}_i = \log (x + 4,66)$	Precipitação Média Esperada (mm)
1910	0,84	2,3
1919	1,15	9,5
1920	1,14	9,1
1930	0,99	5,1
1939	0,93	3,8
1940	0,94	4,0
1950	1,09	7,6
1956	1,16	9,8
1960	1,10	7,9
1966	0,70	0,4

4.4.6 - Meses de julho e agosto

O mês de julho mais chuvoso ocorreu em 1964 com 54,8 mm e no mês de agosto a precipitação máxima se deu em 1936 com 78,1 mm. Observamos 24 julho e 30 agostos com a precipitação de 0,0 mm .

A análise de regressão foi feita com os dados transformados para $\log (x + 0,92)$ em julho e $\log (x + 2,69)$ no mês de agosto. Os resultados das análises encontram-se apresentados nos Quadros 20 e 21 .

Quadro 20 - Análise de variância das chuvas de julho em Belo Horizonte, Minas Gerais, no período de 1910 a 1966 .

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Regressão Linear	1	0,01874592	0,01874592	0,050
Regressão Quadrática	1	0,78061318	0,78061318	2,080
Regressão Cúbica	1	0,53445375	0,53445375	1,424
Regressão do 4. ^o Grau	1	0,22721642	0,22721642	0,605
Resíduo	52	19,517 59473	0,37533831	
Total	56	21,07862400		

Quadro 21 - Análise de variância das chuvas de agosto, em Belo Horizonte, Minas Gerais, no período de 1910 a 1966 .

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Regressão Linear	1	2,00284812	2,00284812	7,754 *
Regressão Quadrática	1	0,00836301	0,00836301	0,032
Regressão Cúbica	1	0,29013460	0,29013460	1,123
Regressão do 4. ^o Grau	1	0,18790227	0,18790227	0,728
Resíduo	52	13,43058000	0,25828039	
Total	56	15,91982800		

Pelos resultados da prova de F vemos que nenhuma equação de regressão se ajusta às alturas pluviométricas de julho, enquanto que em agosto verifica-se uma regressão linear significativa.

A equação de regressão obtida foi:

$$\hat{Y}_1 = 1,175321 - 0,011394 X_1$$

No Quadro 22 apresentamos os logaritmos das precipitações acrescidas de α e as chuvas médias esperadas após a subtração da constante 2,69 .

Quadro 22 - Chuvas médias de agosto em Belo Horizonte, Minas Gerais, estimadas pela equação de regressão.

Ano (X_i)	Valôres de $Y_i = \log (x + 2,69)$	Precipitação Média Esperada (mm)
1910	1,16	11,8
1920	1,05	8,5
1930	0,93	5,8
1940	0,82	3,9
1950	0,70	2,3
1960	0,59	1,2
1966	0,52	0,6

A equação de regressão mostra uma tendência para diminuição das chuvas médias de agosto à razão de 0,011 mm ao ano. Se a equação de regressão continuar válida por mais 10 anos, esperaremos em 1970 uma precipitação média de 0,3 mm e para 1974 uma de 0,03 mm .

4.4.7 - Mês de setembro

A precipitação máxima ocorreu em 1923 com 171,7 mm e a mínima se deu nos anos de 1917 , 1921 , 1926 , 1949 , 1954 , 1955 , 1961 e 1963 com 0,0 mm .

No Quadro 23 mostramos os resultados da análise de variância, após a transformação dos dados para $\log (x + 127,00)$.

Como se pode ver no Quadro 23 , existe uma equação de regressão de 4.^o grau que se ajusta aos dados deste mês. Esta equação tem por expressão:

$$\hat{Y}_i = 2,404607 - 0,0587231 X_i + 0,0440736 X_i^2 - 0,000116879 X_i^3 + 0,0000$$

Quadro 23 - Análise de variância das chuvas de setembro em Belo Horizonte, Minas Gerais, no período de 1910 a 1966 .

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Regressão Linear	1	0,01200341	0,01200341	2,773
Regressão Quadrática	1	0,00145497	0,00145497	0,336
Regressão Cúbica	1	0,00056333	0,00056333	0,130
Regressão do 4. ^o Grau	1	0,14264690	0,14264690	32,950 **
Resíduo	52	0,22511654	0,00432916	
Total	56	0,38178515		

No Quadro 24 mostramos os logarítmos das precipitações, mais a constante a , estimados pela equação de regressão e as chuvas médias esperadas, após a subtração da constante $a = 127$. Estas precipitações são apresentadas em intervalos de 10 anos, estando incluídos os anos em que as precipitações foram máxi-
mas e mínimas.

Quadro 24 - Chuvas médias de setembro em Belo Horizonte, Minas Gerais, estimadas pela equação de regressão.

Ano (X_i)	Valôres de $\hat{Y}_i = \log (x + 127)$	Precipitação Média Esperada (mm)
1910	2,35	96,8
1920	2,15	14,2
1922	2,15	14,2
1930	2,22	38,9
1940	2,26	54,9
1950	2,17	20,9
1959	2,12	4,8
1960	2,13	11,0
1966	2,28	67,9

Os resultados reunidos no Quadro 24 nos indicam que as chuvas em setembro apresentam uma tendência de queda de 1910 até 1922, quando passam por um mínimo. A partir de 1922, vê-se uma tendência de elevação até 1940 quando atingem um valor máximo. A partir de 1940, elas voltam a diminuir até 1959, quando passam por um novo valor mínimo, para aumentar daí por diante. Admitindo-se que as chuvas de setembro continuem a obedecer a equação de regressão a elas ajustada, esperamos para 1970 uma precipitação média de 216,7 mm e para 1971 uma de 293,4 mm.

4.4.8 - Mês de outubro

O mês de outubro mais chuvoso foi em 1965 com 322,7 mm e o menos chuvoso se deu em 1914 com 5,3 mm. A oscilação entre a máxima e a mínima precipitação foi de 317,4 mm. Os resultados da análise de regressão com os dados transformados em $\log(x + 162,62)$ podem ser vistos no Quadro 25.

Quadro 25 - Minas Gerais, no período de 1910 a 1966.
Análise de variância das chuvas de outubro em Belo Horizonte,

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Regressão Linear	1	0,00501479	0,00501479	0,990
Regressão Quadrática	1	0,00119163	0,00119163	0,235
Regressão Cúbica	1	0,03230128	0,03230128	6,379 *
Regressão do 4. ^o Grau	1	0,18679227	0,18679227	36,889 ***
Resíduo	52	0,26330950	0,00506364	
Total	56	0,48860937		

Para este mês, são significativos os componentes do 3.^o e do 4.^o grau, com equação de regressão:

$$\hat{Y}_i = 2,610742 - 0,0532645 X_i + 0,00440355 X_i^2 - 0,0001259 X_i^3 + 0,00000114411 X_i^4 .$$

Esta equação indica uma tendência de queda nas precipitações médias de outubro de 1910 até 1920, quando elas atingem um mínimo. De 1920 a 1937 mostram uma tendência de elevação, atingindo um máximo em 1937, quando decrescem novamente até 1957, passando por outro mínimo. Daí em diante elas tornam novamente a aumen

tar, como se pode ver no quadro 26, no qual mostramos os logaritmos das precipitações acrescidas de α e as chuvas médias esperadas após a subtração desta constante de valor 162,62.

Quadro 26 - Chuvas médias de outubro em Belo Horizonte, Minas Gerais, estimadas pela equação de regressão.

Ano (X_i)	Valores de $\hat{Y}_i = \log(x + 162,62)$	Precipitação Média Esperada (mm)
1910	2,56	200,4
1920	2,40	88,5
1930	2,49	146,4
1937	2,51	160,9
1940	2,49	146,4
1950	2,38	77,2
1957	2,34	56,1
1960	2,38	77,2
1966	2,64	273,9

Observa-se pela equação de regressão uma tendência para aumento das chuvas a partir de 1957, o que daria para 1970 uma precipitação média esperada de 863,4 mm o que é um tanto exagerado. Isto evidencia o perigo da extrapolação, além dos limites com que foi estimada a curva interpoladora.

4.4.9 - Mês de novembro

A ocorrência máxima de chuva foi em 1930 com 461,2 mm e a mínima em 1927 com 82,9 mm.

Os resultados da análise de variância, resumidos no Quadro 27, mostram que não existe tendência para aumento ou diminuição das chuvas neste mês, durante o período estudado. A análise de variância foi feita com os dados transformados para $\log(x + 77,50)$.

Quadro 27 - Análise de variância das chuvas de novembro em Belo Horizonte, Minas Gerais, no período de 1910 a 1966 .

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Regressão Linear	1	0,00192700	0,00192700	0,117
Regressão Quadrática	1	0,01053922	0,01053922	0,639
Regressão Cúbica	1	0,00156031	0,00156031	0,095
Regressão do 4. ^o Grau	1	0,00673839	0,00673839	0,409
Resíduo	52	0,85719528	0,01648452	
Total	56	0,87796020		

4.4.10 - Mês de dezembro

A precipitação máxima deste mês se deu em 1937 com 610,7 mm e a mínima em 1963 com 86,6 mm .

As chuvas de dezembro ajustaram-se bem a uma distribuição normal e os resultados da análise de regressão, apresentados no Quadro 28 , mostram uma regressão quadrática significativa.

Quadro 28 - Análise de variância das chuvas de dezembro em Belo Horizonte, Minas Gerais, no período de 1910 a 1966 .

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Regressão Linear	1	2.350,86	2.350,86	0,167
Regressão Quadrática	1	58.052,17	58.052,17	4,135 *
Regressão Cúbica	1	593,64	593,64	0,042
Regressão do 4. ^o Grau	1	1.808,70	1.808,70	0,129
Resíduo	52	730.006,75	14.038,60	
Total	56	792.812,12		

A equação de regressão obtida foi:

$$\hat{Y}_i = 238,058055 + 8,039634 X_i - 0,13188 X_i^2$$

No Quadro 29 apresentamos as precipitações estimadas pela equação de regressão de 1910 até 1966 , com intervalos de 10 anos, incluindo o ano de máxima chuva.

Quadro 29 - Chuvas médias de dezembro em Belo Horizonte, Minas Gerais, estimadas pela equação de regressão.

Ano (X_i)	Precipitação Média (mm)
1910	245,96
1920	310,53
1930	348,72
1939	360,55
1940	360,54
1950	345,98
1960	305,04
1966	267,82

Os resultados vistos no Quadro 29 mostram que houve uma tendência para aumento das chuvas médias de dezembro de 1910 até 1939 , quando a precipitação foi máxima. A partir de 1939 , verifica-se uma tendência para queda das chuvas. Como dezembro é o mês mais chuvoso, recebendo 21,51% da precipitação anual este resultado se torna de certo interesse prático. Se a equação de regressão continuar válida por mais 10 anos, teremos em 1970 uma precipitação média de 237,4 mm e em 1975 uma de 194,2 mm .

4.4.11 - Estação seca

A precipitação máxima na estação seca, de abril a setembro, ocorreu em 1923 com 346,0 mm e a mínima em 1963 com 6,6 mm .

As chuvas deste período não se afastaram da normalidade, o que nos permitiu a análise de regressão sem transformação dos dados, cujos resultados apresentamos no Quadro 30 , mostram regressões linear e quadrática significativas.

A equação de regressão obtida foi:

$$\hat{Y}_i = 159,879451 + 4,862590 X_i - 0,131134 X_i^2$$

Quadro 30 - Análise de variância das chuvas da estação seca em Belo Horizonte, Minas Gerais, no período de 1910 a 1966 .

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Regressão Linear	1	116.094,76	116.094,76	30,022 **
Regressão Quadrática	1	57.393,34	57.393,34	14,842 **
Regressão Cúbica	1	2.021,21	2.021,21	0,523
Regressão do 4. ^o Grau	1	2.694,10	2.694,10	0,697
Resíduo	52	201.082,40	3.866,97	
Total	56	379.285,81		

O Quadro 31 nos mostra as precipitações estimadas pela equação de regressão de 1910 a 1966 , com intervalos de 10 anos, estando incluído o ano em que a precipitação na estação seca foi máxima.

Quadro 31 - Chuvas médias da estação seca em Belo Horizonte, Minas Gerais, estimadas pela equação de regressão.

Ano (X_1)	Precipitação Média (mm)
1910	164,61
1920	197,50
1928	204,92
1930	204,16
1940	184,59
1950	138,80
1960	66,79
1966	10,99

Os resultados contidos no Quadro 31 indicam que houve uma tendência para aumento das chuvas médias da estação seca de 1910 até 1928 , quando a precipitação foi máxima. A partir de 1928 observa-se uma tendência para diminuição das chuvas. Como a chuva estimada pela equação é baixa em 1966 , a extrapolação além deste limite conduziria a precipitações praticamente nulas.

4.4.12 - Estação chuvosa

A chuva máxima nesta estação se deu em 1945 com 2.024,6 mm e a mínima em 1963 com 490,9 mm .

Como as chuvas deste período, ajustaram-se bem a uma curva normal , procedemos a análise de regressão com os dados originais sem qualquer transformação, cujos resultados estão no Quadro 32 .

Quadro 32 - Análise de variância das chuvas da estação chuvosa em Belo Horizonte, Minas Gerais, no período de 1910 a 1966 .

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Regressão Linear	1	236.235,60	236.235,60	2,865
Regressão Quadrática	1	573.628,25	573.628,25	6,956 *
Regressão Cúbica	1	104.239,15	104.239,15	1,264
Regressão de 4. ^o Grau	1	370.798,00	370.798,00	4,496 *
Resíduo	52	4.288.146,00	82.464,33	
Total	56	5.573.047,00		

A equação de regressão obtida foi:

$$\hat{Y}_i = 1.068,210048 + 87,452904 X_i - 6,362449 X_i^2 + 0,174743 X_i^3 - 0,00161197 X_i^4$$

As precipitações estimadas pela equação, podem ser vistas no Quadro 33 , em intervalos de 10 anos, estando incluídos os anos em que as chuvas foram máximas e mínimas.

Observando este quadro vemos que houve uma tendência para aumento das chuvas médias da estação chuvosa de 1910 até 1921 , quando a precipitação foi máxima. De 1921 até 1937 verificou-se uma diminuição das chuvas, passando neste último ano por um valor mínimo. Daí em diante elas aumentaram novamente até 1951 quando atingiram outro valor máximo. A partir de 1951 elas tendem a diminuir. Se a queda de chuvas na estação chuvosa continuar a obedecer a equação de regressão ajustada, esperaremos em 1970 uma precipitação média de 72,4 mm .

Quadro 33 - Chuvas médias da estação chuvosa em Belo Horizonte, Minas Gerais, estimadas pela equação de regressão

Ano (X_i)	Precipitação Média (mm)
1910	1.149,47
1920	1.469,31
1921	1.469,98
1930	1.403,67
1937	1.373,88
1940	1.382,02
1950	1.446,93
1951	1.448,28
1960	1.254,13
1966	726,67

4.4.13 - Total Anual

Em 57 anos, o mais sêco foi 1963 com um total de 497,5 mm de chuvas e o de maior precipitação foi 1945 com 2.268,3 mm. A oscilação entre a máxima e a mínima precipitação foi de 1.770,8 mm.

Como os totais anuais apresentaram uma distribuição aproximadamente normal, aplicamos a análise de regressão sem transformação de dados, cujos resultados resumimos no Quadro 34.

Observa-se, pela análise, que não foi significativo o resultado, portanto, nenhum polinômio até o 4.^o grau se ajusta aos totais anuais. Logo não se verifica qualquer tendência para aumento ou diminuição das precipitações anuais de Belo Horizonte, no período estudado.

Quadro 34 - Análise de variância das chuvas anuais de Belo Horizonte, Minas Gerais, no período de 1910 a 1966 .

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Regressão Linear	1	27.315,24	27.315,24	0,247
Regressão Quadrática	1	93.906,91	93.906,91	0,850
Regressão Cúbica	1	202.942,51	202,942,51	1,838
Regressão do 4. ^o Grau	1	74.260,75	74.260,75	0,672
Resíduo	52	5.742.623,59	110.435,04	
Total	56	6.141.049,00		

5 - CONCLUSÕES

Em linhas gerais, podemos tirar as seguintes conclusões:

- 1 - Belo Horizonte apresenta uma estação chuvosa e uma estação seca bem definidas, caindo na época chuvosa, de outubro a março, 89,72% da precipitação anual. Dezembro é o mês mais chuvoso com uma média de 324,6 mm, o que corresponde a 21,51% da queda anual. Aproximadamente, 70% da precipitação anual caem nos meses de novembro a fevereiro. Julho é o mês mais seco do ano com precipitação média de 2,9 mm.
- 2 - A distribuição das chuvas em cada um dos meses é de caráter assimétrico, principalmente nos meses mais secos do ano. Onde a assimetria é mais acentuada, como nos meses de maio a agosto, aparecem as curvas em forma de J invertido. À medida que aumenta a precipitação média, as distribuições aproximam-se, cada vez mais, da simetria característica da curva normal.
- 3 - A variabilidade das chuvas, medida pelo coeficiente de variação, mostrou-se maior nos meses de baixa precipitação média.
- 4 - O afastamento da normalidade, como se esperava, verificou-se mais acentuadamente nos meses mais secos do ano, de abril a agosto, onde os valores da prova de χ^2 foram altamente significativos.
Os intervalos de confiança para a média, ao nível de 95% de probabilidade foram razoavelmente precisos para os períodos mais chuvosos, quando apresentaram amplitudes menos do que 20 a 30% da média.
- 6 - A assimetria foi positiva e significativa nos meses de março a novembro, o que nos leva a concluir que nestes meses, em geral, as precipitações moderadas são mais frequentes do que as precipitações baixas. Uma assimetria negativa observada mas não comprovada estatisticamente para as chuvas anuais, nos levaria a dizer que os anos muito secos e os moderadamente chuvosos são mais frequentes do que os anos muito chuvosos e moderadamente secos. Os valores dos coeficientes de assimetria e curtose concordam com o teste de normalidade, excetuando os meses de março, setembro, outubro e novembro, onde um ou ambos coeficientes foram significativos.

- 7 - A transformação logarítmica conduziu os dados à normalidade e proporcionou uma maior homogeneidade, manifestada através de baixos coeficientes de variação.
- 8 Os intervalos de confiança da média geométrica, ao nível de 95% de probabilidade, também foram mais precisos nos períodos secos de maior precipitação.
- 9 - Os coeficientes de assimetria e de curtose dos dados transformados não foram significativos, ao nível de 1% de probabilidade, confirmando, portanto a normalidade da distribuição. Os valores da constante c foram menores nos meses mais secos.
- 10 - Verificou-se uma discordância entre a prova de χ^2 e o critério de Fisher no julgamento da normalidade das distribuições, uma vez que nos meses mais secos, de maio a setembro, os dados transformados submetidos ao teste de normalidade apresentaram resultados significativos.
- 11 - Pela análise de regressão polinomial conclui-se que a incidência de chuvas em Belo Horizonte, nos meses de janeiro a março, maio, julho, novembro e no total anual, permanece inalterável, sendo pois, um fenômeno puramente casual, sem nenhuma tendência secular no período estudado.
- 12 - Em abril encontrou-se uma regressão quadrática significativa, cuja equação estimada foi

$$\hat{Y}_i = 1,734031 + 0,016306 X_i - 0,000322 X_i^2 .$$

Esta equação indica que houve uma tendência para aumento das chuvas médias de abril de 1910 a 1934 quando a precipitação foi máxima. A partir de 1934, verifica-se uma tendência para diminuição das chuvas. Se a equação de regressão continuar válida por mais uma década, teremos para abril de 1970 uma precipitação de aproximadamente 16,3 mm, e para abril de 1975 uma de 8,2 mm. Em abril caem 4,41% da precipitação anual, o que torna a questão de pouco interesse prático.

- 13 - No mês de junho observou-se uma regressão de 4.^o grau significativa. A expressão matemática da curva é:

$$\hat{Y}_1 = 0,750077 + 0,0996637 X_1 - 0,00794209 X_1^2 + 0,000219101 X_1^3 - 0,00000194175 X_1^4 .$$

Verifica-se uma tendência para aumento das chuvas médias de junho de 1910 até 1919 quando elas atingem um valor máximo. A partir de 1919 vê-se uma tendência para diminuição até 1939 quando a precipitação é mínima.

De 1939 em diante elas começam a aumentar até 1956 quando novo máximo é alcançado e a partir de 1956 continuam a diminuir. Se o fenômeno continuar a obedecer a curva ajustada, esperaremos a partir de 1970 precipitações praticamente nulas, pois em 1966 a chuva média esperada é de apenas 0,4 mm. Em junho cai apenas 0,66% das chuvas anuais.

- 14 - Em agosto obteve-se uma regressão linear significativa, cuja equação estimada foi:

$$\hat{Y}_1 = 1,175321 - 0,011394 X_1 .$$

Ela nos mostra uma tendência para diminuição das chuvas médias de agosto à razão de 0,011 mm ao ano. A precipitação média esperada para agosto de 1970 seria de 0,3 mm e para agosto de 1974 de 0,03 mm. Em agosto chove 0,86% da precipitação anual.

- 15 - Para o mês de setembro, constatou-se uma regressão significativa do 4.^o grau cuja equação estimada foi:

$$\hat{Y}_1 = 2,404607 - 0,0587231 X_1 + 0,0440736 X_1^2 - 0,000116879 X_1^3 + 0,000000999815 X_1^4 .$$

As chuvas de setembro apresentam uma tendência de queda de 1910 até 1922, quando elas passam por um mínimo. A partir de 1922 elas mostram uma tendência de elevação até 1940, quando atingem um valor máximo. A partir de 1940 voltam a diminuir até 1959, quando passam por um novo mínimo, para aumentar daí por diante. A precipitação média esperada para setembro de 1970 seria de 216,7 mm e para setembro de 1971, 293,4 mm. Em setembro ocorrem 2,36% da precipitação anual.

- 16 - O mês de outubro apresentou os componentes do 3.^o e 4.^o graus significativos. A equação de regressão estimada foi:

$$\hat{Y}_i = 2,610742 - 0,0532645 X_i + 0,00440355 X_i^2 - 0,0001259 X_i^3 + 0,00000114411 X_i^4 .$$

As chuvas de outubro mostram uma tendência de queda de 1910 até 1920 , quando atingem um mínimo. De 1920 a 1937 mostram uma tendência de elevação , atingindo um máximo em 1937 , quando decrescem novamente até 1957 , onde passam por outro mínimo. Daí em diante elas tornam novamente a se elevar. A precipitação média esperada para outubro de 1970 é de 863,4 mm , o que é um tanto exagerado. Em outubro caem 8,28% das chuvas anuais.

- 17 - Dezembro apresentou uma regressão quadrática significativa de equação:

$$\hat{Y}_i = 238,058055 + 8,039634 X_i - 0,131884 X_i^2 .$$

A equação mostrou uma tendência para aumento das chuvas médias de 1910 até 1939 , quando a precipitação foi máxima. Daí por diante, observa-se uma tendência para diminuição das chuvas. A precipitação média esperada para dezembro de 1970 é de 237,4 mm e para dezembro de 1975 é de 194,2 mm . Como dezembro é o mês mais chuvoso, com 21,51% da precipitação anual, este resultado se torna de certo interesse prático.

- 18 - Na estação seca observou-se uma regressão linear e uma regressão quadrática significativas, cuja equação estimada foi

$$\hat{Y}_i = 159,879451 + 4,862590 X_i - 0,131134 X_i^2 .$$

A equação mostra que houve uma tendência para aumento das chuvas médias da estação seca de 1910 até 1928 quando a precipitação foi máxima. A partir de 1928 vê-se uma tendência para diminuição das chuvas. Como a chuva estimada pela equação é baixa em 1966 , a extrapolação além deste limite conduziria a precipitações esperadas praticamente nulas.

19 - A estação chuvosa mostrou os componentes do 2.^o e 4.^o graus significativos, cuja equação estimada foi:

$$\hat{Y}_i = 1068,210048 + 87,452904 X_i - 6,362449 X_i^2 + 0,174743 X_i^3 - 111 \\ - 0,00161197 X_i^4 .$$

O andamento das chuvas na época chuvosa, descrito pela equação, mostra uma tendência para aumento das chuvas médias de 1910 até 1921, quando a precipitação foi máxima. A partir de 1921 começam a diminuir até 1937, quando passam por um mínimo. Daí em diante, aumentam novamente até 1951, quando atingem outro máximo, para depois diminuir. A precipitação média esperada na estação chuvosa de 1970, seria de 72,4 mm.

6 - RESUMO

Este trabalho estuda a análise estatística das chuvas de Belo Horizonte, Minas Gerais, por meio da programação FORTRAN, no período de 1910 a 1966. Os dados para a análise foram obtidos no Serviço de Meteorologia de Belo Horizonte - Ministério da Agricultura, sendo coletados no posto meteorológico local.

O método empregado foi a análise de regressão pelos polinômios ortogonais, conduzida até o 4.^o grau, com determinação de medidas descritivas das distribuições das chuvas, medidas de variabilidade e intervalos de confiança, ao nível de 95% de probabilidade. Para comprovar a normalidade de nossos dados usamos a prova de χ^2 e os coeficientes de assimetria e curtose, calculados segundo as fórmulas deduzidas por FISHER (1958). Onde a normalidade não era constatada, empregamos a transformação logarítmica, por ser a que melhor ajusta os dados pluviométricos. A transformação era considerada razoável quando a assimetria atingia valores inferiores a 0,0001 nos períodos de maiores precipitações e 0,8 nos períodos mais secos e as curtoses fossem não significativas ao serem julgadas pela prova de t .

Para a execução das análises estatísticas elaboramos programas para computadores eletrônicos, em linguagem FORTRAN. O processamento dos dados se deu no computador eletrônico IBM - 1130, instalado na 16.^a Cadeira "Matemática e Estatística", da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", em Piracicaba, Estado de São Paulo.

Os principais resultados obtidos foram:

- 1 - Belo Horizonte possui uma estação chuvosa e uma estação seca bem definidas, caindo na época chuvosa, de outubro a março, 89,72% da precipitação anual que é de 1.509,0 mm.
- 2 - Dezembro é o mês mais chuvoso com 324,6 mm e julho é o mais seco com 2,9 mm. 21,51% da precipitação anual ocorrem em dezembro e aproximadamente 70% nos meses de novembro a fevereiro.
- 3 - A distribuição das chuvas em cada um dos meses mostra uma assimetria positiva, notadamente nos meses mais secos do ano. As chuvas anuais e as ocorridas na época chuvosa apresentam uma assimetria negativa.

- 4 - A variabilidade das chuvas durante o ano foi maior nos meses de baixa precipitação média.
- 5 - Os intervalos de confiança para a média foram razoavelmente precisos nos períodos mais chuvosos, onde alcançaram amplitudes menores do que 20 a 30% da média.
- 6 - A análise de regressão polinomial aplicada aos meses de janeiro a março, maio, julho, novembro e no total anual, apresentou resultados não significativos. Isto nos leva a concluir que a incidência de chuvas, nestes períodos, permanece inalterável, sendo um fenômeno puramente casual, sem nenhuma tendência secular, nos 57 anos de observação.
- 7 - Em junho e setembro encontramos uma regressão de 4.^o grau significativa, mostrando em junho uma tendência para diminuição das chuvas a partir de 1956 e em setembro uma tendência para aumentá-las a partir de 1959. Junho e setembro são meses de baixas precipitações médias.
- 8 - As chuvas de outubro apresentaram os componentes do 3.^o e 4.^o graus significativos. A equação de regressão ajustada indica uma tendência para aumento das precipitações, a partir de 1954. Outubro recebe 8,28% das chuvas anuais.
- 9 - Na estação seca tivemos uma regressão linear e uma regressão quadrática significativas, enquanto que na estação chuvosa encontramos os componentes do 2.^o e 4.^o graus significativos. As equações de regressão ajustadas indicam, na estação seca, uma tendência para diminuição das chuvas médias, a partir de 1928 e, na estação chuvosa, uma tendência para diminuição, depois de 1951.
- 10 - Nos meses de abril e dezembro constatamos uma regressão quadrática significativa. Em abril verificou-se uma tendência para diminuição das chuvas a partir de 1934 e em dezembro a partir de 1939. Abril é um mês de baixa precipitação e dezembro é o mais pluvioso do ano. Se a equação de regressão continuar válida por mais uma década, esperaremos em dezembro de 1970 uma precipitação média de 237,4 mm e em dezembro de 1975 uma de 194,2 mm.

- 11 - Em agosto encontramos uma regressão linear significativa, mostrando uma tendência para diminuição das chuvas médias, à razão de 0,011 mm ao ano. Agosto é um mês de baixa precipitação, recebendo apenas 0,86% das chuvas anuais.

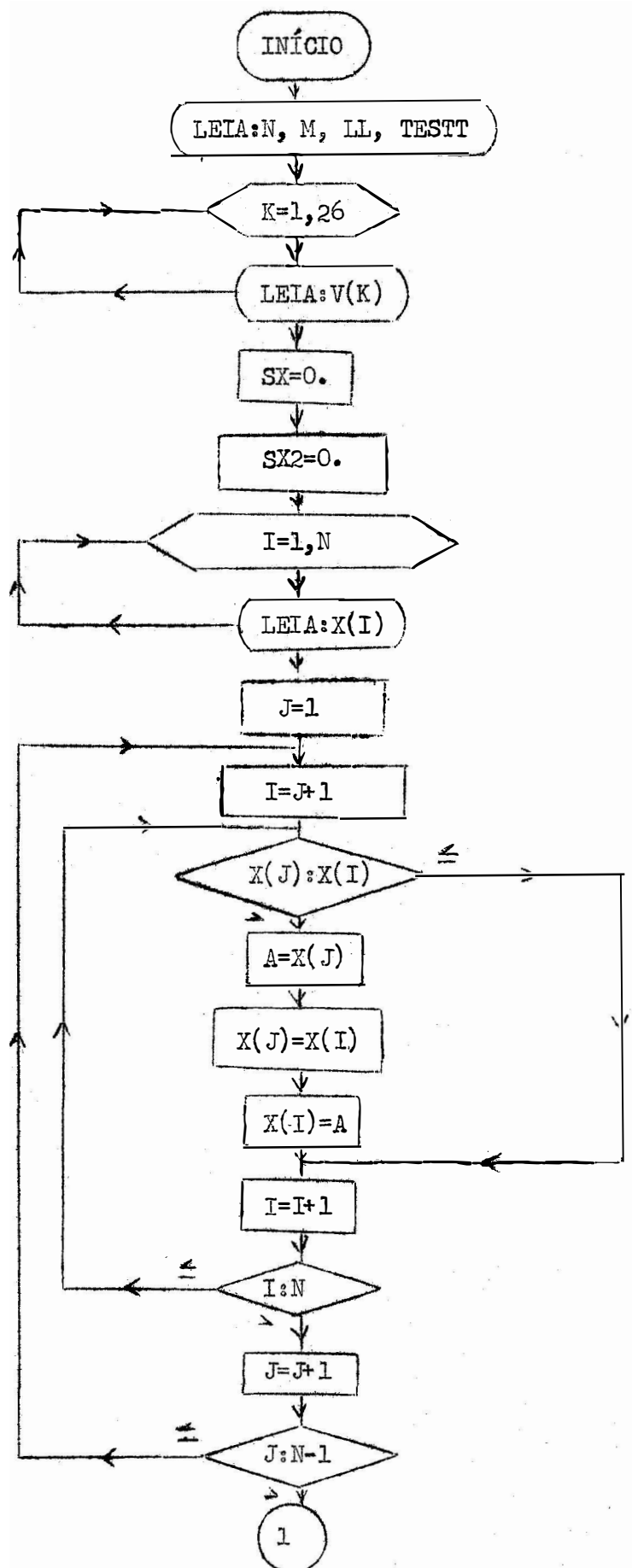
7 - BIBLIOGRAFIA

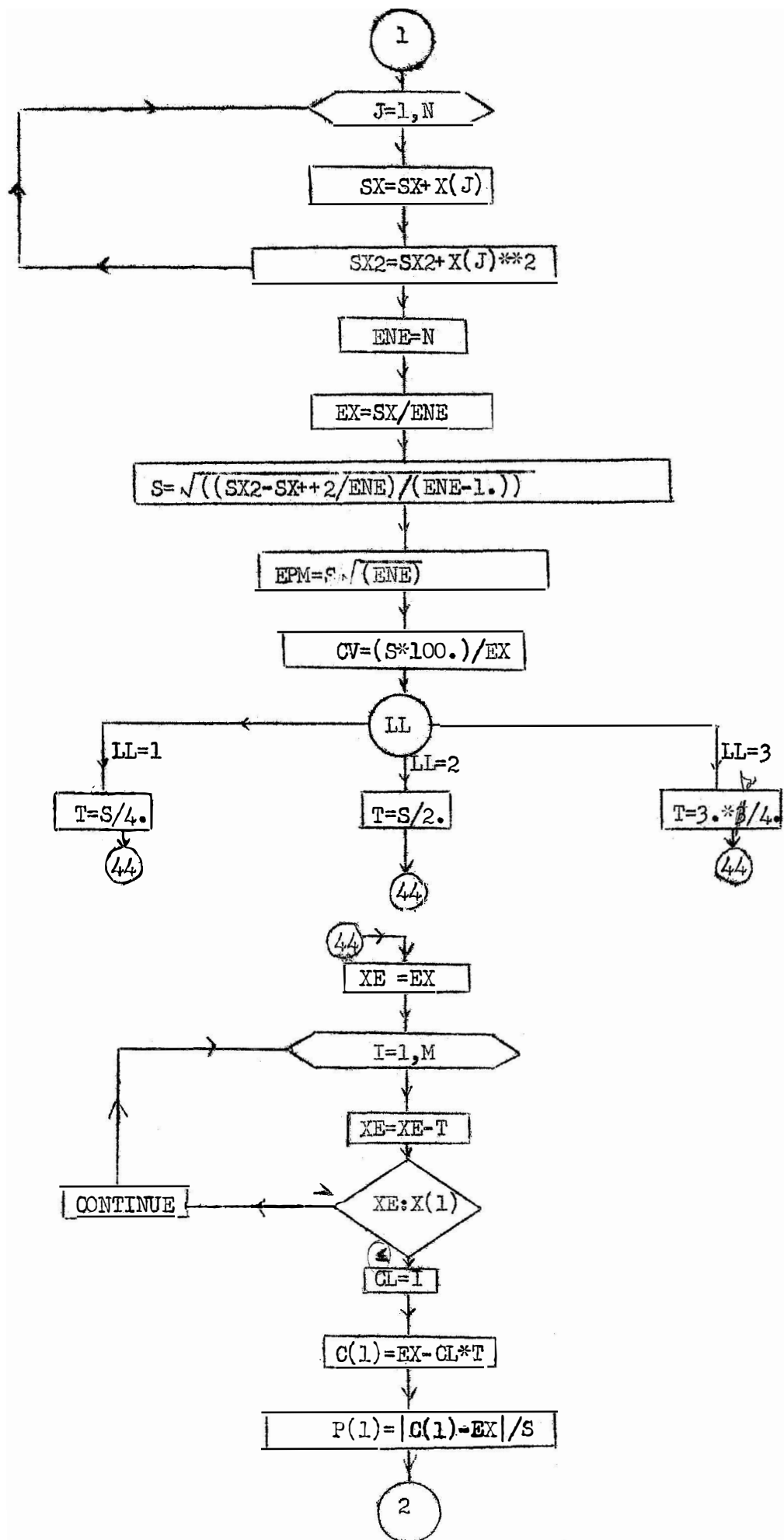
- AMARAL, E. e F. Silveira da Mota - 1956 - Normais e Variabilidade Relativa das Precipitações Mensais. Boletim Técnico do Instituto Agrônomo do Sul , N.º 13 , 12 pp.
- AMARAL, E. - 1968 - Análise Harmônica. Pesquisa Agropecuária Brasileira, 3: , 7-43 .
- ANDERSON, R. L. e E. E. Houseman - 1942 - Tables of Orthogonal Polynomial Values Extended to N = 104 . Iowa State College. Research Bulletin 297 . Ames , Iowa .
- COCHRAN, W. G. - 1954 - Some Methods for Strengthening the Common χ^2 Tests. Biometrics, 10: 417-451 .
- FISHER, R. A. - 1958 - Statistical Methods for Research Workers. 13.^a ed. Oliver and Boyd , Londres.
- FISHER, R. A. e F. Yates - 1948 - Statistical Tables for Biological Agricultural and Medical Research. Oliver and Boyd , Londres.
- FOSTER, E. E. - 1948 - Rainfall and Runoff . Macmillan Co. Nova York.
- FRANCO, C. M. e H. Godoy - 1946 - Chuvas e Umidade Relativa do Ar em Campinas de 1890 a 1945 . Bragantia, 6: . 217-237 .
- GODOY, H. , I. R. Nogueira e F. Pimentel Gomes - 1961 - Análise Estatística de Dados Pluviométricos de Campinas. Bragantia 20: 357-371 .
- MORAES, R. S. e V. F. da Cruz - 1966 - Análise de Experimentos Inteiramente Casualizados (mimeografado) . Piracicaba.
- NEYMAN, J. e E. L. Scott - 1960 - Correction for Bias Introduced by a Transformation of Variables. Ann. Math. Stat. 31: 643-655 .

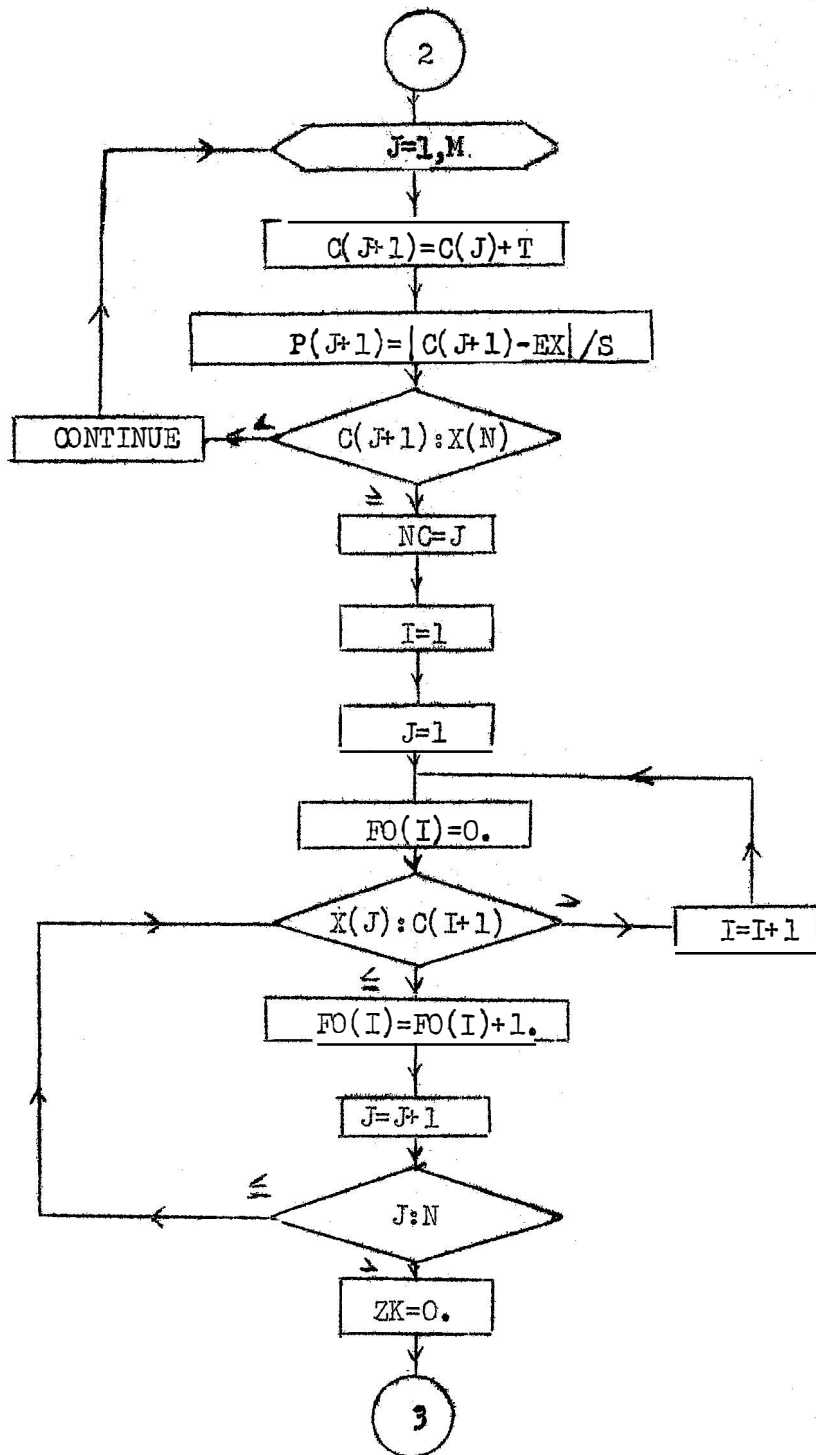
- PACITTI, T. - 1968 - Fortran-Monitor Principios. 2.^a ed. Ao Livro Técnico S. A. Rio de Janeiro.
- PIMENTEL GOMES, F. e I. R. Nogueira - 1959 - O Regime de Chuvas em Pesquisa. Anais E. S. A. "Luiz de Queiroz" 16: 135-138 .
- PIMENTEL GOMES, F. e I. R. Nogueira - 1964 - Regressão e Covariância (mimeografado) . Piracicaba.
- PIMENTEL GOMES, F. - 1966 - Curso de Estatística Experimental. E. S. A. "Luiz de Queiroz" , Piracicaba , 387 pp. + 15 tabelas.
- PIMENTEL GOMES, F. - 1968 - Iniciação à Estatística. 2.^a ed. Nobel S. A. S. Paulo. , 247 pp.
- POMPEU MEMÓRIA, J. M. - 1955.a - Estudo Estatístico da Precipitação Pluviométrica Anual de Morro Velho. Boletim de Agricultura da Secretaria da Agricultura do Estado de Minas Gerais. N.^{os} 1 e 2 . Janeiro e Fevereiro.
- POMPEU MEMÓRIA, J. M. - 1955.b - Análise Estatística das Precipitações Pluviométricas Mensais de Morro Velho. Boletim de Agricultura da Secretaria da Agricultura do Estado de Minas Gerais. N.^{os} 5 e 6 . Maio e Junho.
- SCHRODER, R. - 1956 - Distribuição e Curso Anual das Precipitações no Estado de São Paulo. Bragantia, 15: 193-249 .
- SETZER, V. W. - 1965 - Introdução ao Fortran-I (mimeografado). Centro de Cálculo Numérico. Universidade de São Paulo. S. Paulo.
- SNEDECOR, G. W. - 1956 - Statistical Methods Applied to Experimental Agriculture and Biology , 5.^a ed. Iowa State College Press. Ames , Iowa .

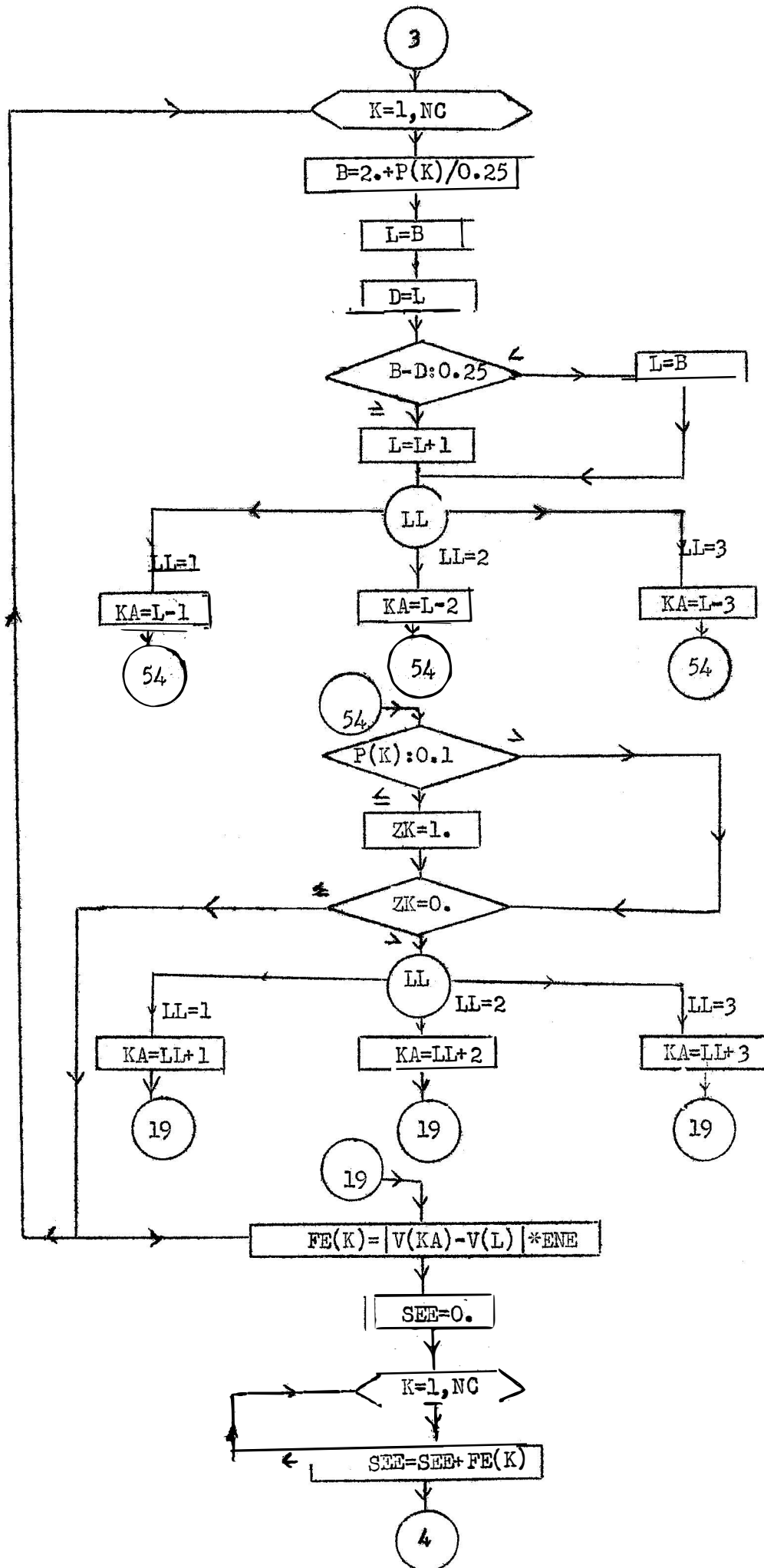
8 - APÊNDICE

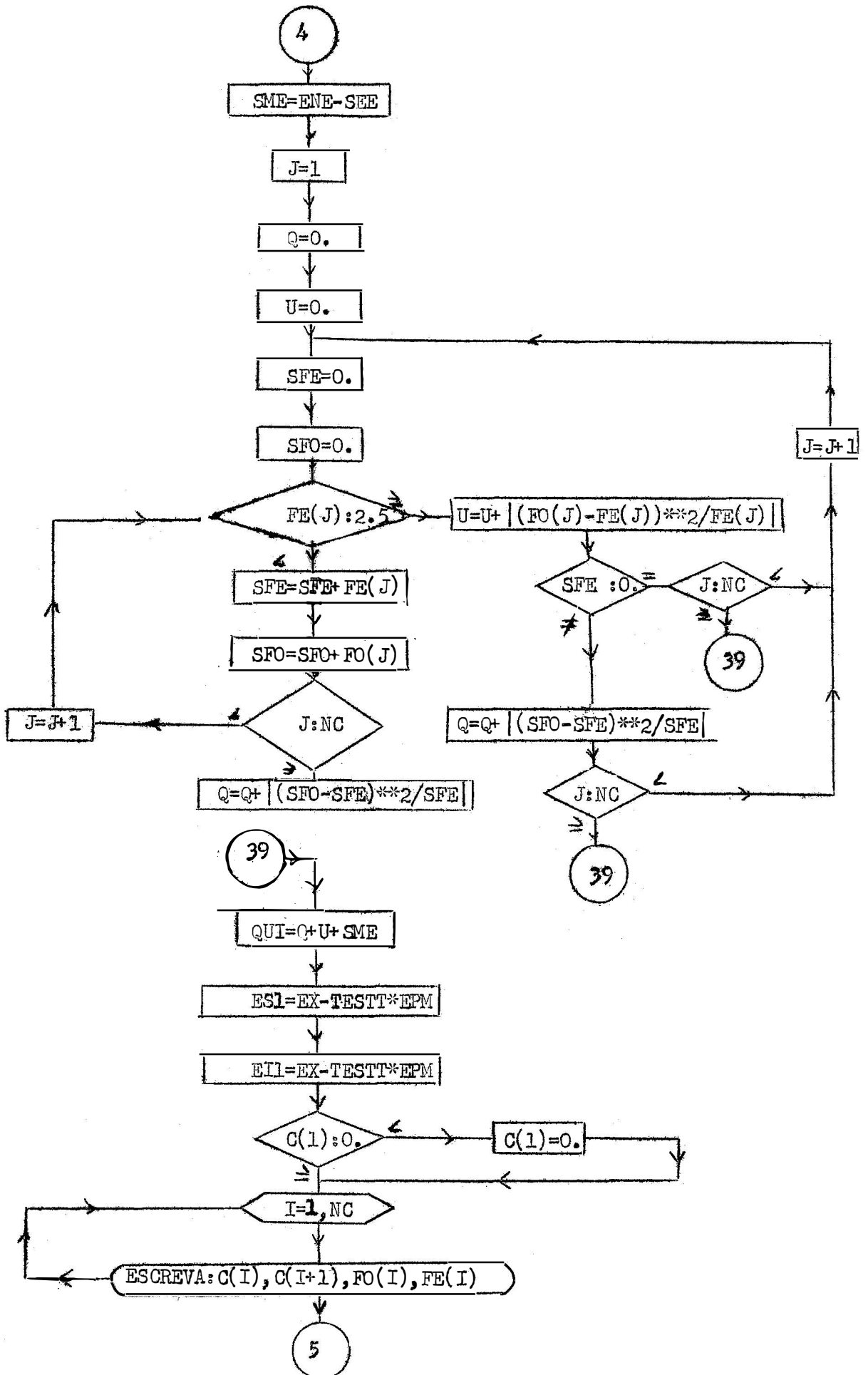
Quadro I - Diagrama de blocos para o programa "Distribuição de Frequência - Teste de Normalidade".

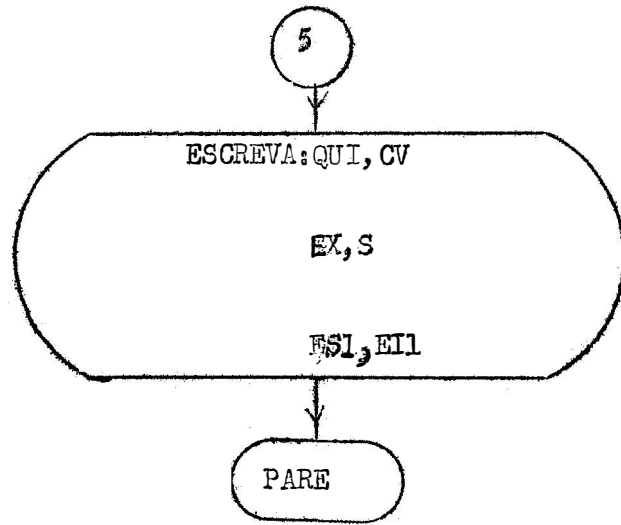












Quadro II - Programa fonte - Distribuição de Frequência , Teste de Normalidade.

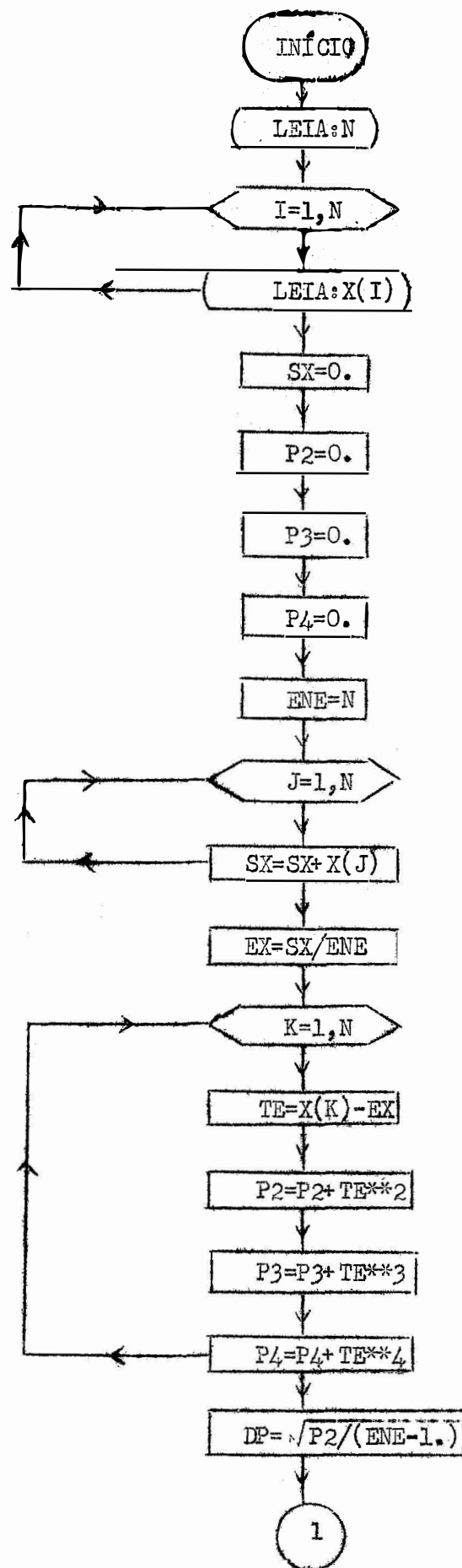
```
// JOB
// FOR
*IOCS(CARD,TYPEWRITER,DISK,KEYBOARD,1132PRINTER)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
C   DISTRIBUICAO DE FREQUENCIA TESTE DE NORMALIDADE FORTRAN IV
   DIMENSION V(26),X(57),C(30),P(30),FO(30),FE(30)
   READ(2,100)N,M,LL,TESTT
100 FORMAT(3I3,F6.3)
   READ(2,101)(V(K),K=1,26)
101 FORMAT(F6.4,10F7.4/F6.4,2F7.4,2F8.5,3F9.6,2E8.2/E7.2,2E8.2,2E7.1)
   SX=0.
   SX2=0.
   READ(2,102)(X(I),I=1,N)
102 FORMAT(10F7.1)
   J=1
   7. I=J+1
   5 IF(X(J)-X(I))4,4,3
   3 A=X(J)
   X(J)=X(I)
   X(I)=A
   4 I=I+1
   IF(I-M)5,5,6
   6 J=J+1
   IF(J-(M-1))7,7,8
   8 DO 9 J=1,M
   SX=SX+X(J)
   9 SX2=SX2+X(J)**2
   ENE=N
   EX=SX/ENE
   S=SQRT((SX2-SX**2/ENE)/(ENE-1.))
   )EPM=S/SQRT(ENE)
   CV=(S*100.)/EX
   GO TO(41,42,43),LL
41 T=S/4.
   GO TO 44
   42 T=S/2.
   GO TO 44
43 T=3.*S/4.
44 XE=EX
   DO 10 I=1,M
   XE=XE-T
   IF(XE-X(I))11,11,10
10 CONTINUE
11 CL=I
   C(I)=EX-CL*T
   P(I)=ABS(C(I)-EX)/S
   DO 12 J=1,M
   C(J+1)=C(J)+T
   P(J+1)=ABS(C(J+1)-EX)/S
   IF(C(J+1)-X(N))12,13,13
12 CONTINUE
13 NC=J
```

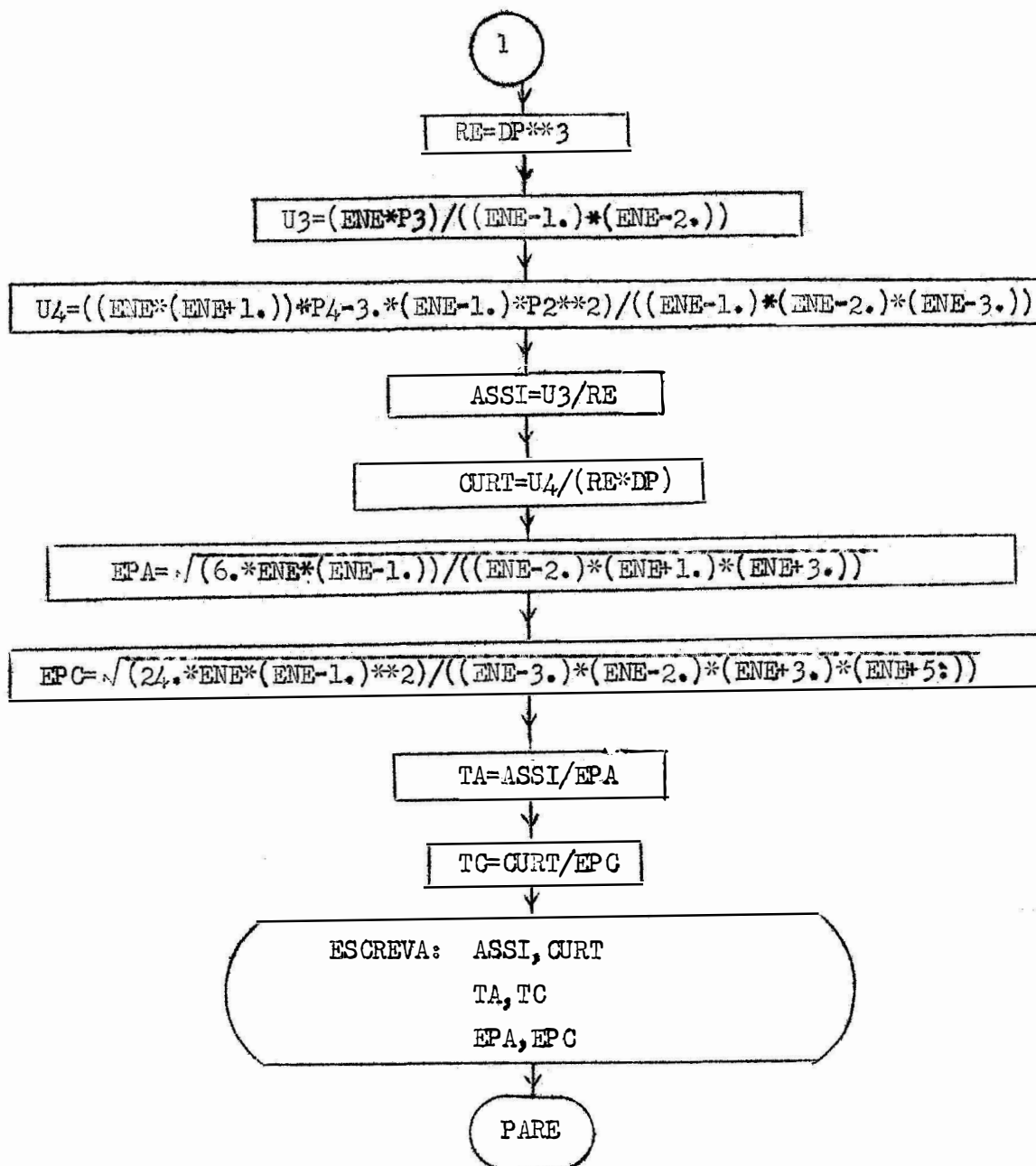
```
      I=1
      J=1
14  FO(I)=0.
17  IF(X(J)-C(I+1))16,16,15
15  I=I+1
      GO TO 14
16  FO(I)=FO(I)+1.
      J=J+1
      IF(J-N)17,17,18
18  ZK=0.
      DO 19 K=1,NC
      B=2.+P(K)/0.25
      L=B
      D=L
      IF((B-D)-0.25)20,21,21
20  L=B
      GO TO 22
21  L=L+1
22  GO TO(51,52,53),LL
51  KA=L-1
      GO TO 54
52  KA=L-2
      GO TO 54
53  KA=L-3
54  IF(P(K)-0.1)23,23,24
23  ZK=1.
24  IF(ZK)19,19,25
25  GO TO(61,62,63),LL
61  KA=L+1
      GO TO 19
62  KA=L+2
      GO TO 19
63  KA=L+3
19  FE(K)=ABS(V(KA)-V(L))*ENE
      SEE=0.
      DO 26 K=1,NC
26  SEE=SEE+FE(K)
      SME=ENE-SEE
      J=1
      Q=0.
      U=0.
36  SFE=0.
      SFO=0.
31  IF(FE(J)-2.5)27,28,28
27  SFE=SFE+FE(J)
      SFO=SFO+FO(J)
      IF(J-NC)29,30,30
29  J=J+1
      GO TO 31
28  U=U+ABS((FO(J)-FE(J))**2/FE(J))
      IF(SFE)32,33,32
32  Q=Q+ABS((SFO-SFE)**2/SFE)
      IF(J-NC)34,35,35
```



```
34 J=J+1
   GO TO 36
35 GO TO 39
33 IF(J-NC)37,38,38
37 J=J+1
   GO TO 36
38 GO TO 39
30 Q=Q+ABS((SFO-SFE)**2/SFE)
39 QUI=Q+U+SME
   ES1=EX+TESTT*EPM
   EI1=EX-TESTT*EPM
   IF(C(1))90,91,91
90 C(1)=0.
91 WRITE(1,200)
   WRITE(1,201)
   WRITE(1,202)(C(I),C(I+1),FO(I),FE(I),I=1,NC)
   WRITE(1,203)QUI,CV
   WRITE(1,45)EX,S,EPM
   WRITE(1,46)ES1,EI1
200 FORMAT(22X,20HTESTE DE NORMALIDADE/)
201 FORMAT(2X,19HAMPLITUDE DE CLASSE,5X,5HF.OBS,4X,10HF.ESPERADA/)
202 FORMAT(1X,F10.4,2X,F10.4,3X,F5.0,2X,F10.4/)
203 FORMAT(16X,4HQUI=,E14.8,5X,3HCV=,F10.2/)
45 FORMAT(3X,3HEX=,F10.4,2X,2HS=,F10.4,2X,4HEPM=,F10.4/)
46 FORMAT(1X,4HES1=,F10.4,1X,4HEI1=,F10.4/)
   STOP
   END
```

Quadro III - Diagrama de blocos para o programa "Assimetria e Curtose"



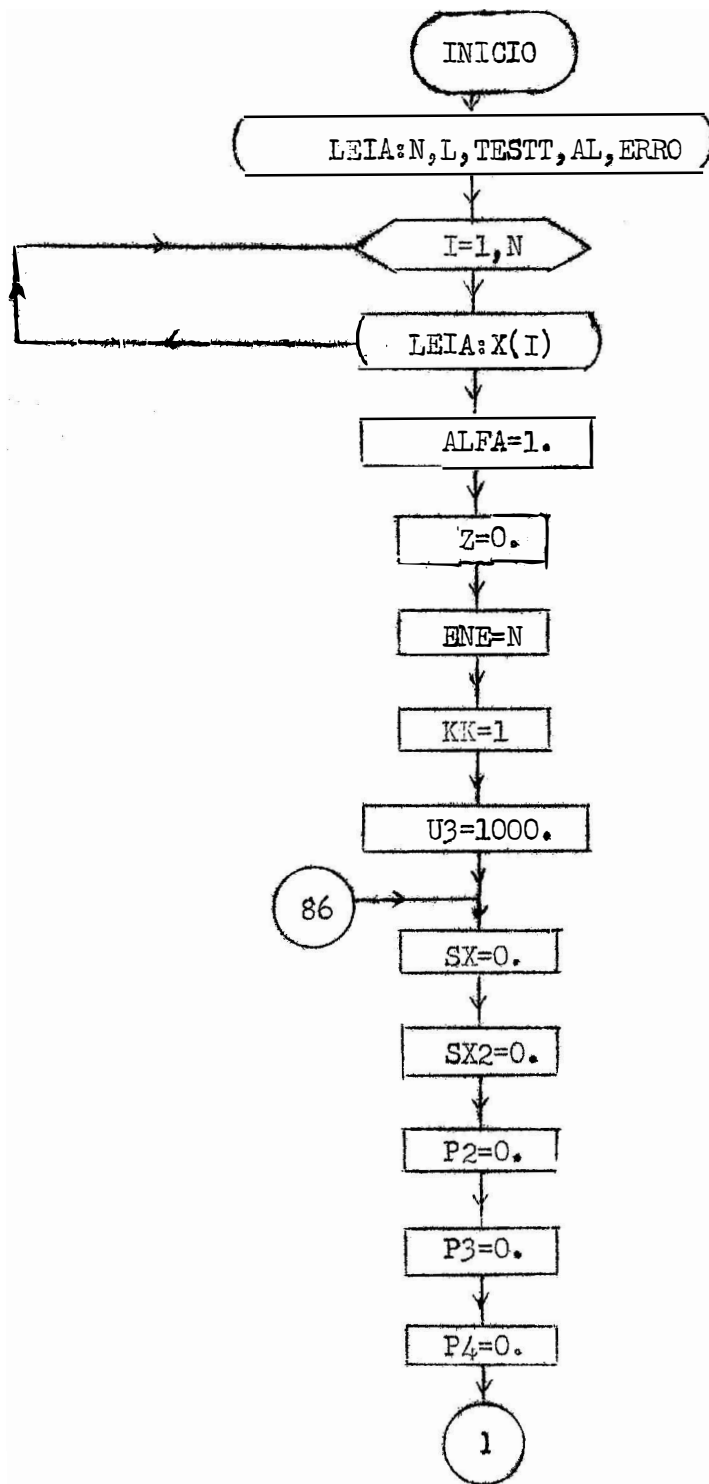


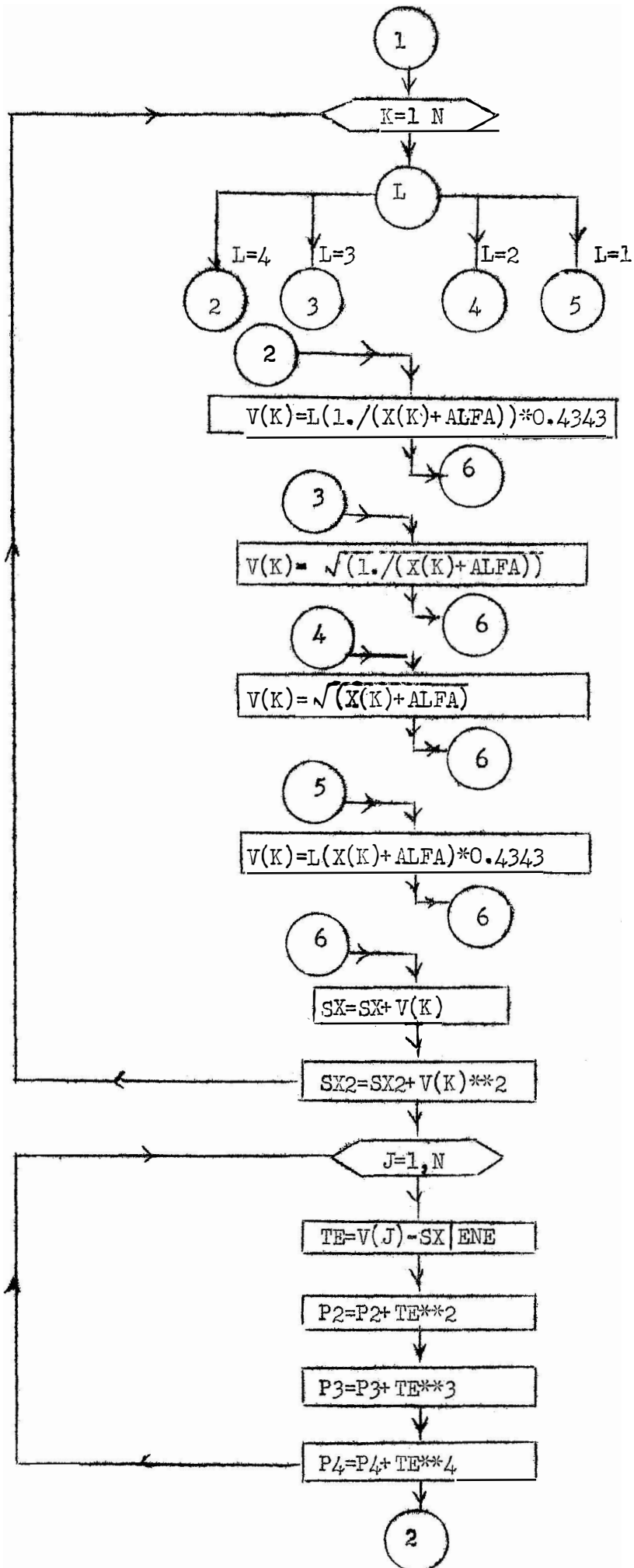
```

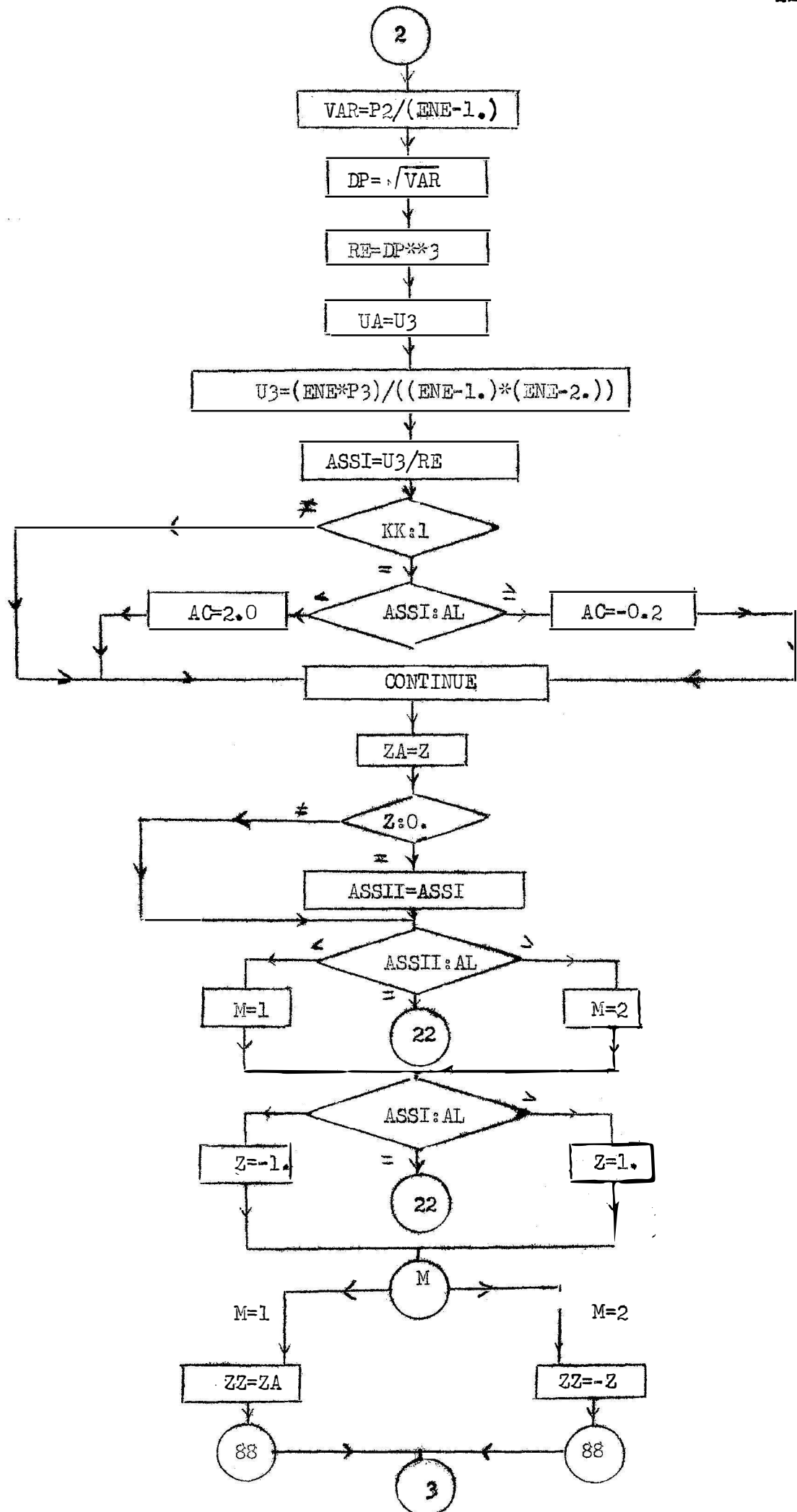
// JOB
// FOR
*LOGS(CARD,TYPEWRITER,DISK,KEYBOARD,1132PRINTER)
*EXTENDED PRECISION
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
C   ASSIMETRIA E CURTOSE
    DIMENSION X(57)
    READ(2,100)N
100  FORMAT(13)
    READ(2,102)(X(I),I=1,N)
102  FORMAT(10F7.1)
    SX=0.
    P2=0.
    P3=0.
    P4=0.
    ENE=N
    DO 1 J=1,N
1   SX=SX+X(J)
    EX=SX/ENE
    DO 40 K=1,N
    TE=X(K)-EX
    P2=P2+TE**2
    P3=P3+TE**3
40  P4=P4+TE**4
    DP=SQRT(P2/(ENE-1.))
    RE=DP**3
    U3=(ENE*P3)/((ENE-1.)*(ENE-2.))
    U4=((ENE*(ENE+1.))*P4-3.*(ENE-1.)*P2**2)/((ENE-1.)*(ENE-2.)*
1(ENE-3.))
    ASSI=U3/RE
    CURT=U4/(RE*DP)
    EPA=SQRT((6.*ENE*(ENE-1.))/((ENE-2.)*(ENE+1.)*(ENE+3.)))
    EPC=SQRT((24.*ENE*(ENE-1.)**2)/((ENE-3.)*(ENE-2.)*(ENE+3.)*
1(ENE+5.)))
    TA=ASSI/EPA
    TC=CURT/EPC
    WRITE(1,47)
    WRITE(1,48)ASSI,CURT
    WRITE(1,49)TA,TC,EPA,EPC
47  FORMAT(10X,20HASSIMETRIA E CURTOSE/)
48  FORMAT(16X,5HASSI=,F10.4,9X,5HCURT=,F10.4/)
49  FORMAT(1X,3HTA=,F10.3,1X,3HTC=,F10.3,1X,4HEPA=,F10.4,1X,4HEPC=
1F10.4/)
    STOP
    END

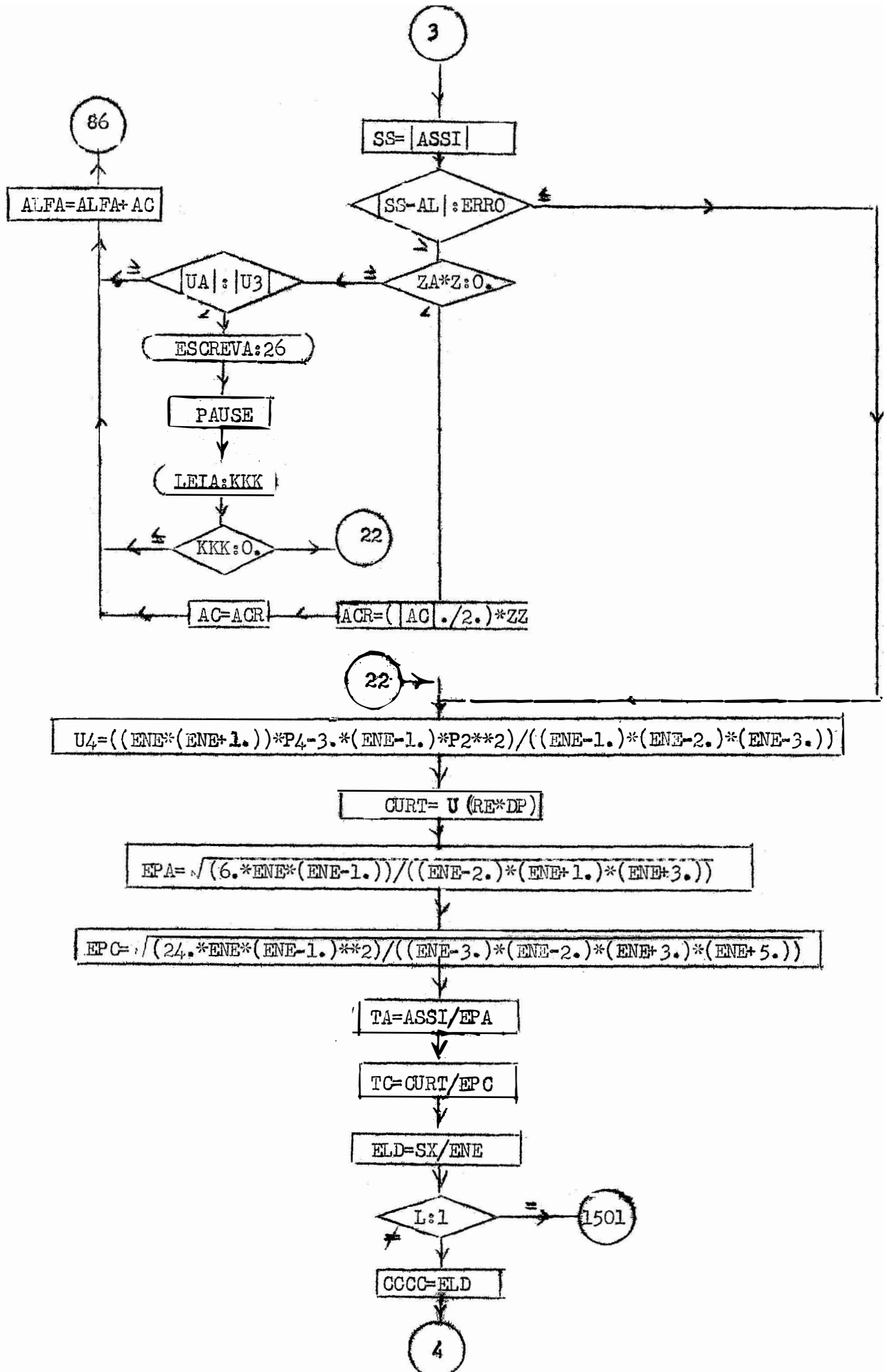
```

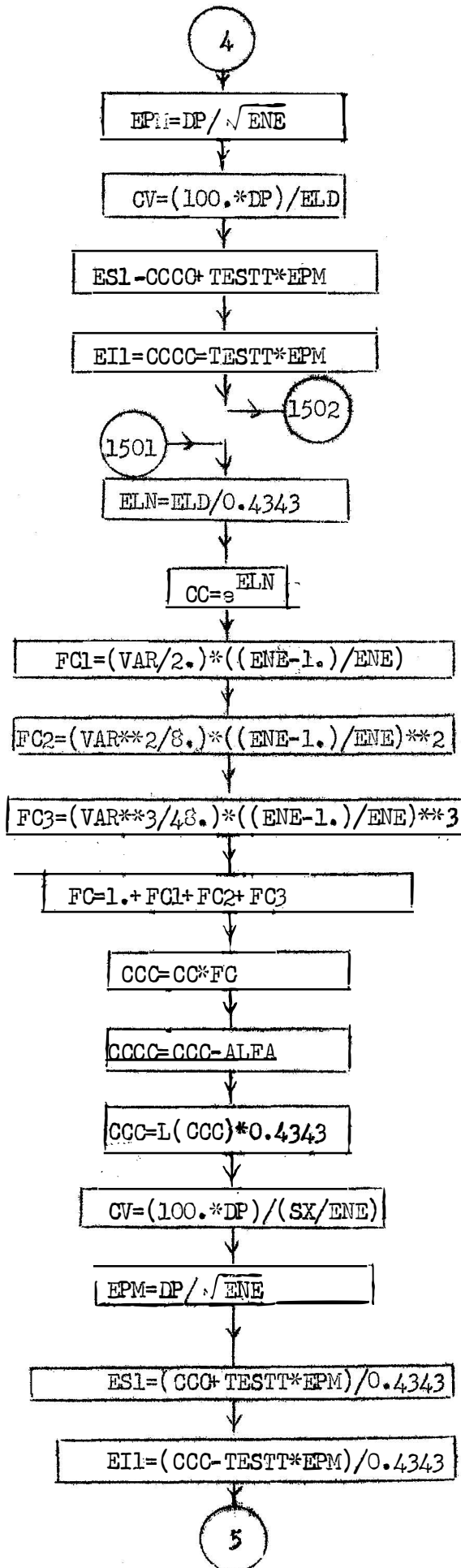
Quadro V - Diagrama de blocos para o programa "Transformação de Dados" .

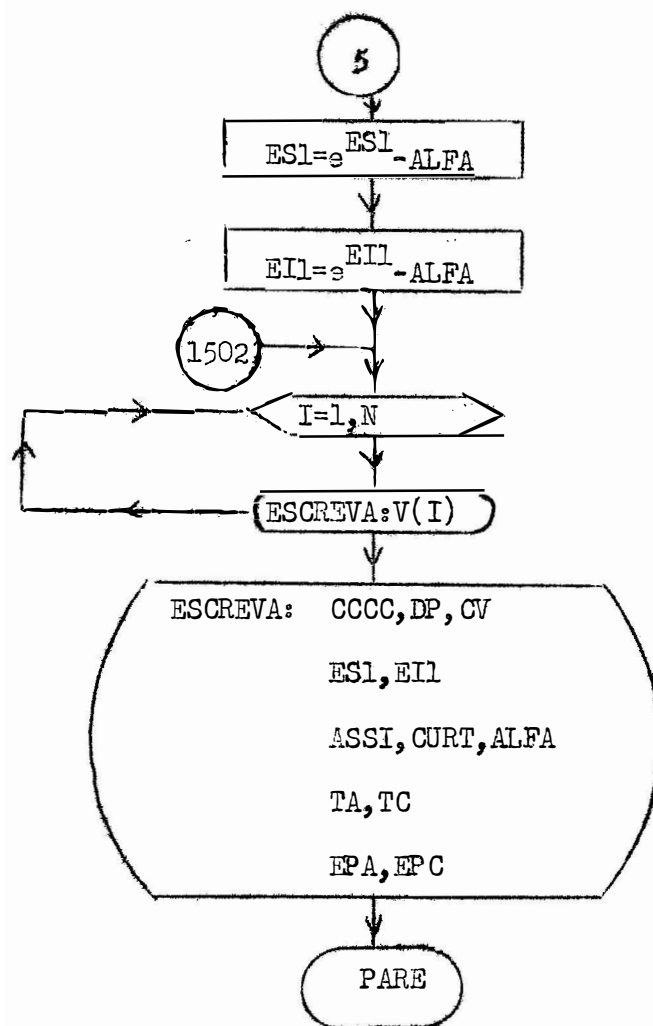












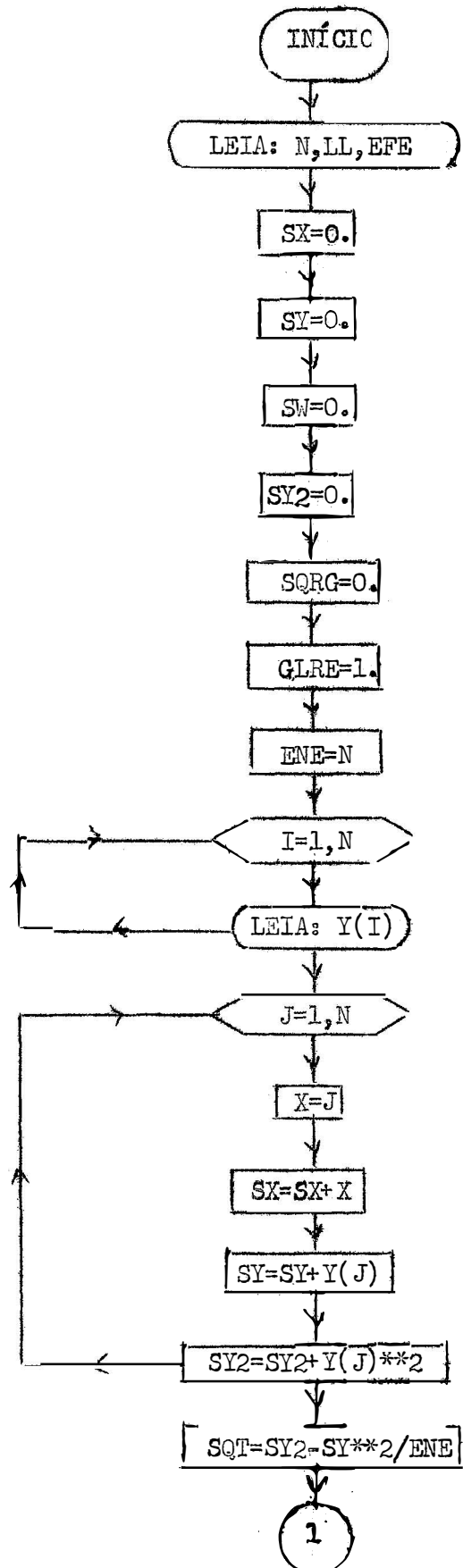
Quadro VI - Programa fonte - Transformação de Dados

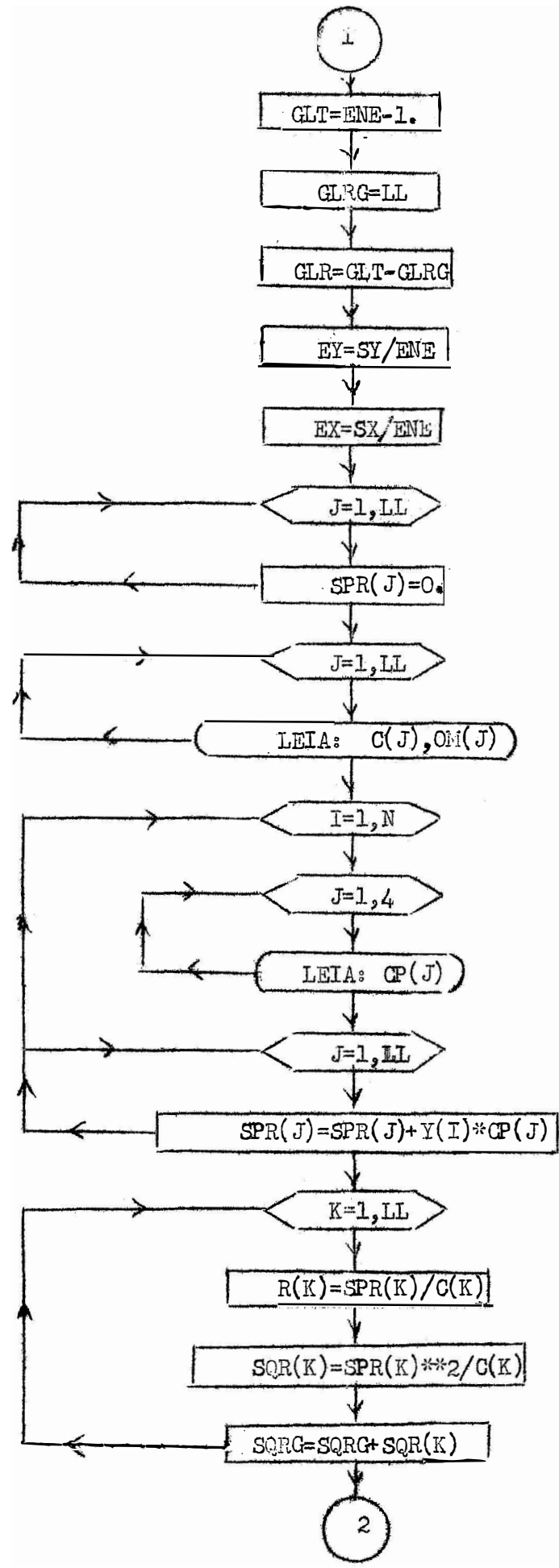
```
// JOB
// FOR
*IOCS(CARD,TYPEWRITER,DISK,KEYBOARD,1132PRINTER)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
C   TRANSFORMACAO DE DADOS FORTRAN IV
C   LOG(L=1) RAIZ(L=2) INV DA RAIZ(L=3) REC DO LOG(L=4)
   DIMENSION X(57),V(57)
   READ(2,100)N,L,TESTT,AL,ERRO
100  FORMAT(2I3,F5.3,F3.1,F6.4)
   READ(2,102)(X(I),I=1,N)
102  FORMAT(10F7.4)
   ALFA=1.
   Z=0.
   ENE=N
   KK=1
   U3=1000.
86  SX=0.
   SX2=0.
   P2=0.
   P3=0.
   P4=0.
   DO 7 K=1,N
   GO TO(5,4,3,2),L
2   V(K)=ALOG(1./(X(K)+ALFA))*0.4343
   GO TO 6
3   V(K)=SQRT(1./(X(K)+ALFA))
   GO TO 6.
4   V(K)=SQRT(X(K)+ALFA)
   GO TO/6
5   V(K)=ALOG(X(K)+ALFA)*0.4343
6   SX=SX+V(K)
7   SX2=SX2+V(K)**2
   DO 8 J=1,N
   TE=V(J)-SX/ENE
   P2=P2+TE**2
   P3=P3+TE**3
8   P4=P4+TE**4
   VAR=P2/(ENE-1.)
   DP=SQRT(VAR)
   RE=DP**3
   UA=U3
   U3=(ENE*P3)/((ENE-1.)*(ENE-2.))
   ASSI=U3/RE
   IF(KK-1)1070,1060,1070
1060 IF(ASSI-AL)1021,1022,1022
1021 AC=2.0
   GO TO 1070
1022 AC=-0.2
1070 CONTINUE
   ZA=Z
   IF(Z)10,9,10
9  ASSII=ASSI
10 IF(ASSII-AL)11,22,12
11 M=1
   GO TO 85
```

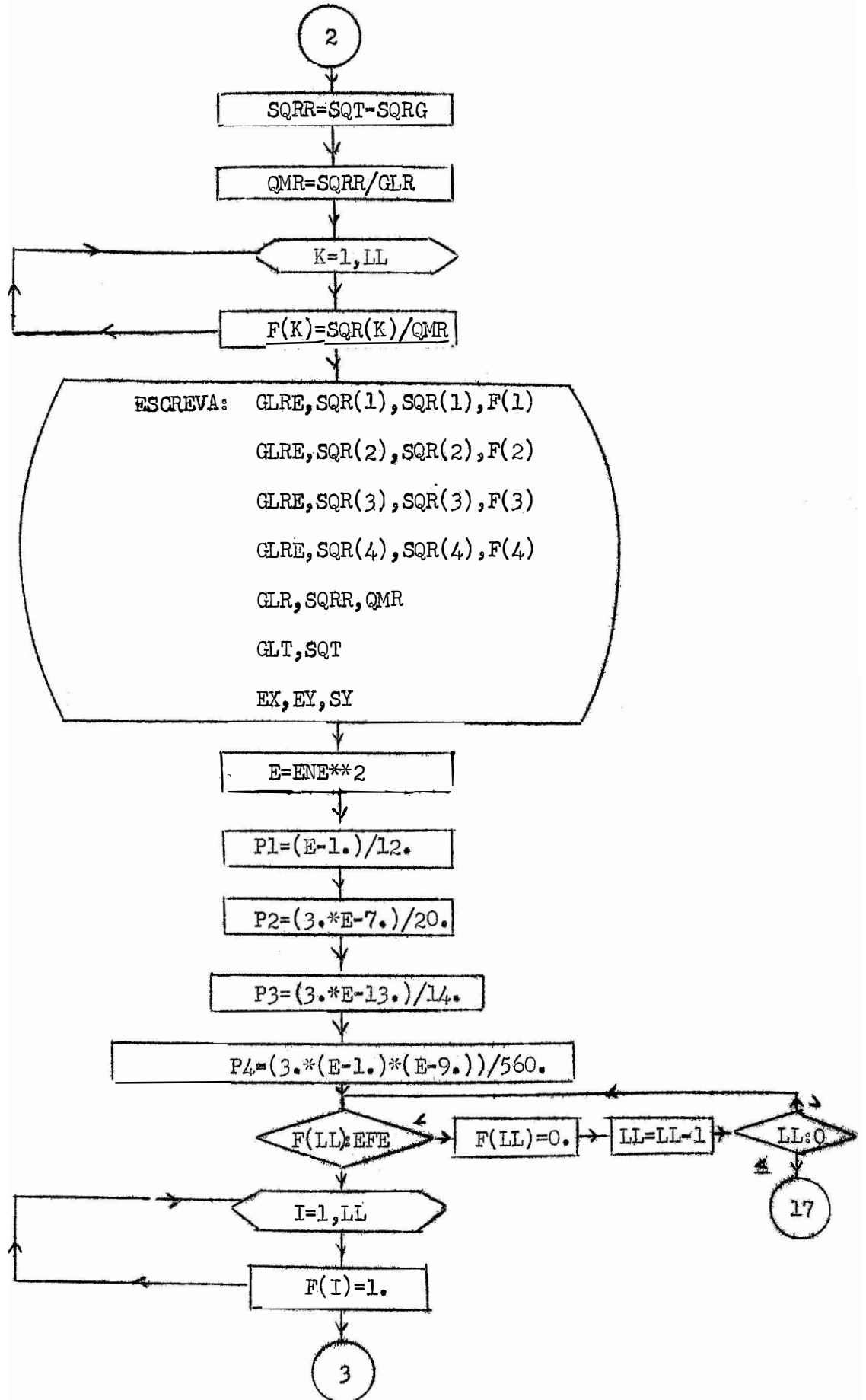
```
12 M=2
85 IF(ASSI-AL)13,22,14
13 Z=-1.
   GO TO 87
14 Z=1.
87 GO TO(15,16),M
15 ZZ=ZA
   GO TO 88
16 ZZ=-Z
88 SS=ABS(ASSI)
   IF(ABS(SS-AL)-ERRO)22,22,17
17 IF(ZA*Z)18,19,19
18 ACR=(ABS(AC)/2.)*ZZ
   AC=ACR
   GO TO 1030
19 IF(ABS(UA)-ABS(U3))20,1030,1030
20 WRITE(1,26)
   PAUSE
   READ(6,1004)KKK
1004 FORMAT(I1)
   IF(KKK)1030,1030,22
1030 ALFA=ALFA+AC
   KK=KK+1
   GO TO 86
22 U4=((ENE*(ENE+1.))*P4-3.*(ENE-1.)*P2**2)/((ENE-1.)*(ENE-2.)*
1(ENE-3.))
   CURT=U4/(RE*DP)
   EPA=SQRT((6.*ENE*(ENE-1.))/((ENE-2.)*(ENE+1.)*(ENE+3.)))
   EPC=SQRT((24.*ENE*(ENE-1.))*2)/((ENE-3.)*(ENE-2.)*(ENE+3.)*
1(ENE+5.))
   TA=ASSI/EPA
   TC=CURT/EPC
   ELD= SX/ENE
IF(L-1)1500,1501,1500
1500 CCCC=ELD
   EPM=DP/SQRT(ENE)
   CV=(100.*DP)/ELD
   ES1=CCCC+TESTT*EPM
   EI1=CCCC-TESTT*EPM
   GO TO 1502
1501 ELN=ELD/0.4343
   CC=EXP(ELN)
   FC1=(VAR/2.)*((ENE-1.)/ENE)
   FC2=(VAR**2/8.)*((ENE-1.)/ENE)**2
   FC3=(VAR**3/48.)*((ENE-1.)/ENE)**3
   FC=1.+FC1+FC2+FC3
   CCC=CC*FC
   CCCC=CCC-ALFA
   CCC=ALOG(CCC)*0.4343
```

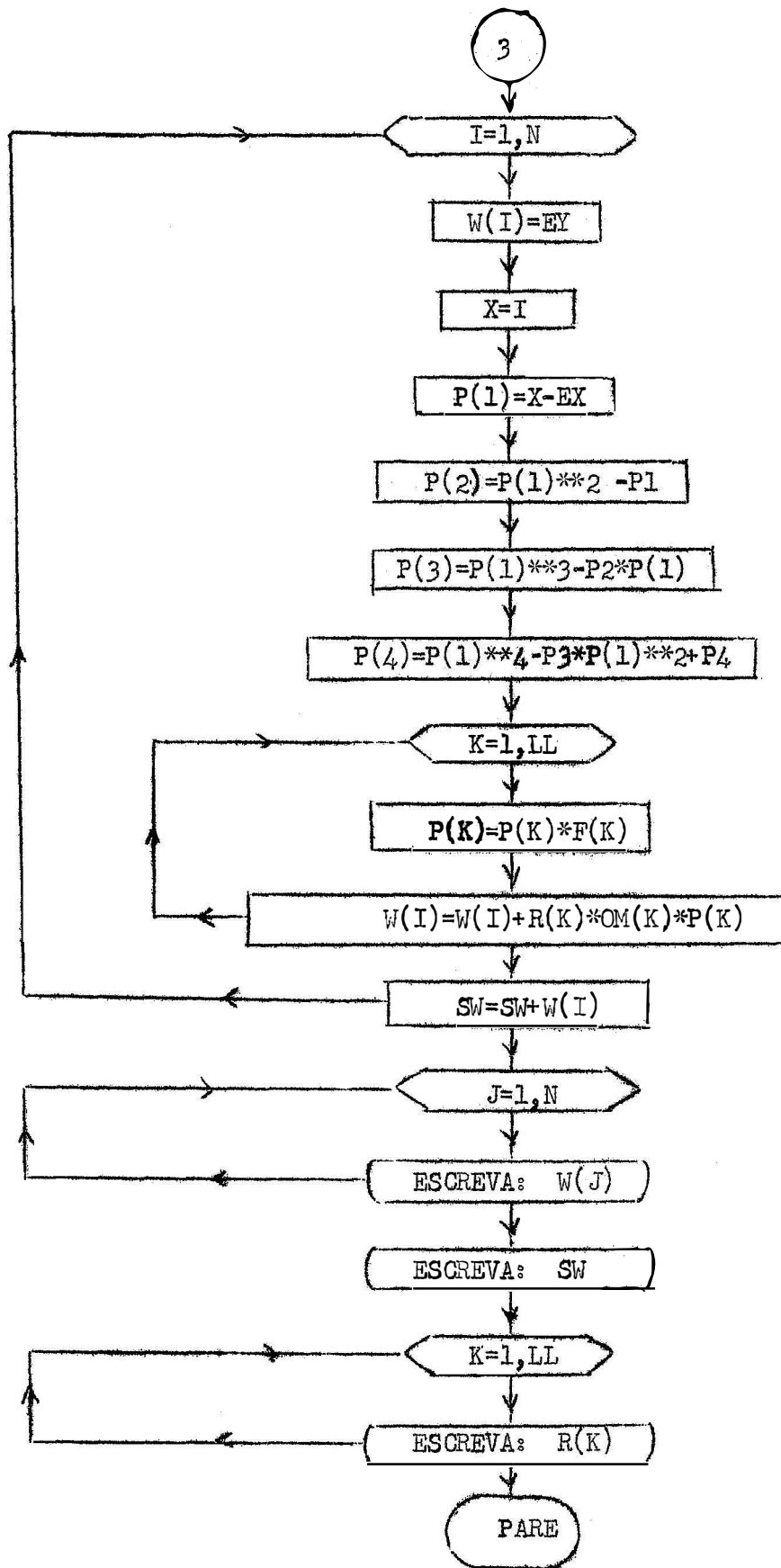
```
CV=(100,*DP)/(SX/ENE)
EPM=DP/SORT(ENE)
ES1=(CCC+TESTT*EPM)/0.4343
E11=(CCC-TESTT*EPM)/0.4343
ES1=EXP(ES1)-ALFA
E11=EXP(E11)-ALFA
1502 WRITE(1,27)
WRITE(1,28)(V(I),I=1,N)
WRITE(1,29)CCCC,DP,CV
WRITE(1,30)ES1,E11
WRITE(1,32)ASSI,CURT,ALFA
WRITE(1,33)TA,TC
WRITE(1,34)EPA,EPC
26 FORMAT('CONTINUAR-SIM,K=0.NAO,K=1')
27 FORMAT(22X,22HTRANSFORMACAO DE DADOS/)
28 FORMAT(6F11.4)
29 FORMAT(2X,5HCCCC=,F12.4,3HDPP=,F10.4,3HCV=,F10.2/)
30 FORMAT(1X,4HES1=,F10.4,1X,4HE11=,F10.4/)
33 FORMAT(1X,3HNTA=,F10.4,1X,3HNTC=,F10.4/)
34 FORMAT(1X,4HEPA=,F10.4,1X,4HEPC=,F10.4/)
STOP
END
```

Quadro VII - Diagrama de blocos para o programa "Análise de Regressão Polinomial".









Quadro VIII - Programa fonte - Análise de Regressão Polinomial

```

// JOB
// FOR
*IOCS(CARD,TYPEWRITER,DISK)
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
C   ANALISE DE REGRESSAO POLINOMIAL FORTRAN IV
    DIMENSION Y(57),SPR(4),C(4),ON(4),CP(4),R(4),SOR(4),F(4),P(4),
    IN(57)
    READ(2,100)N,LL,EFE
100  FORMAT(2I3,F5.3)
    SX=0.
    SY=0.
    SW=0.
    SY2=0.
    SQRG=0.
    GLRE=1.
    ENE=N
    READ(2,102)(Y(I),I=1,N)
102  FORMAT(10F7.1)
    DO 1 J=1,N
    X=J
    SX=SX+X
    SY=SY+Y(J)
    1  SY2=SY2+Y(J)**2
    SQT=SY2-SY**2/ENE
    GLT=ENE-1.
    GLRG=LL
    GLR=GLT-GLRG
    EY=SY/ENE
    EX=SX/ENE
    DO 2 J=1,LL
    2  SPR(J)=0.
    READ(2,103)(C(J),ON(J),J=1,LL)
103  FORMAT(F7.1,F4.1/F10.1,F4.1/F10.4,F8.5/F13.1,F8.5)
    DO 3 I=1,N
    READ(2,104)(CP(J),J=1,4)
104  FORMAT(4F9.1)
    DO 3 J=1,LL
    3  SPR(J)=SPR(J)+Y(I)*CP(J)
    DO 4 K=1,LL
    R(K)=SPR(K)/C(K)
    SQR(K)=SPR(K)**2/C(K)
    4  SQRG=SQRG+SQR(K)
    SQRR=SQT-SQRG
    QMR=SQRR/GLR
    DO 5 K=1,LL
    5  F(K)=SOR(K)/QMR
    WRITE(1,20)
    WRITE(1,21)
    WRITE(1,22)GLRE,SQR(1),SOR(1),F(1)
    WRITE(1,23)GLRE,SQR(2),SOR(2),F(2)
    WRITE(1,24)GLRE,SQR(3),SOR(3),F(3)
    WRITE(1,25)GLRE,SQR(4),SOR(4),F(4)
    WRITE(1,26)GLR,SQRR,QMR

```

```

WRITE(1,27)GLT,SQT
WRITE(1,28)EX,EY,SY
20 FORMAT(17X,31ANALISE DE REGRESSAO POLINOMIAL/)
21 FORMAT(3X,10HC.VARIACAO,5X,4HG.L.,7X,4HS.Q.,12X,4HQ.M.,19X,1HF/)
22 FORMAT(3X,8HR.LINEAR,6X,F5.0,2X,E14.8,2X,E14.8,2X,F7.4/)
23 FORMAT(3X,12HR.QUADRATICA,2X,F5.0,2X,E14.8,2X,E14.8,2X,F7.4/)
24 FORMAT(3X,8HR.CUBICA,6X,F5.0,2X,E14.8,2X,E14.8,2X,F7.4/)
25 FORMAT(3X,8HR.4GRAU,6X,F5.0,2X,E14.8,2X,E14.8,2X,F7.4/)
26 FORMAT(3X,7HRESIDUO,7X,F5.0,2X,E14.8,2X,E14.8/)
27 FORMAT(3X,5HTOTAL,9X,F5.0,2X,E14.8//)
28 FORMAT(1X,3HEX=,F10.4,2X,3HEY=,F10.4,3HSY=,E14.8/)
E=ENE**2
P1=(E-1.)/12.
P2=(3.*E-7.)/20.
P3=(3.*E-13.)/14.
P4=(3.*(E-1.)*(E-9.))/560.
7 IF(F(LL)-EFE)8,10,10
8 F(LL)=0.
LL=LL-1
IF(LL)9,9,7
9 GO TO 17
10 DO 11 I=1,LL
11 F(I)=1.
DO 13 I=1,N
W(I)=EY
X=I
P(1)=X-EX
P(2)=P(1)**2-P1
P(3)=P(1)**3-P2*P(1)
P(4)=P(1)**4-P3*P(1)**2+P4
DO 12 K=1,LL
P(K)=P(K)*F(K)
12 W(I)=W(I)+R(K)*OM(K)*P(K)
13 SW=SW+W(I)
WRITE(1,15)(W(J),J=1,N)
WRITE(1,16)SW
WRITE(1,99)(R(K),K=1,LL)
15 FORMAT(8F8.2)
16 FORMAT(E14.8)
99 FORMAT(4E17.10)
17 STOP
END

```