

Gilnei de Souza Duarte

Engenheiro Agrônomo

Auxiliar de Ensino - Departamento de Ciências Exatas
ESAL - Lavras - MG

CURVA EPIDEMIOLÓGICA DA FERRUGEM ALARANJADA DO CAFEIRO NA ZONA DA MATA - MINAS GERAIS

ORIENTADOR: Prof. Décio Barbin

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre

PIRACICABA - SÃO PAULO
MARÇO DE 1974

A Meus Pais

À Minha Esposa

A Meu Filho

D E D I C O

A G R A D E C I M E N T O S

- Ao Professor Assistente Dr. Décio Barbin, pela orientação prestada a este trabalho.
- À Escola Superior de Agricultura de Lavras, pela permissão para que realizasse este curso.
- A Meu irmão Clauzer de Souza Duarte, pela idéia inicial e pelo constante incentivo dedicado a este trabalho.
- À Coordenação do Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pela bolsa a mim concedida.
- Aos Professores do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pelos ensinamentos recebidos.
- Ao SERAC - 2 , Caratinga , Minas Gerais, pelo fornecimento dos dados.
- Ao Professor Assistente Dr. Hiroshi Kimati, do Departamento de Fitopatologia da ESALQ , pelas sugestões apresentadas.
- A todos que, direta ou indiretamente, colaboraram para a execução do presente trabalho.

ÍNDICE

	Página
1 - INTRODUÇÃO	1
2 - REVISÃO DE LITERATURA	3
3 - MATERIAL	5
4 - MÉTODO	7
4.1 - A Análise de Fourier	15
4.2 - Formação da Tabela	16
4.3 - Análise de Variância	18
4.4 - Testes de Significância	24
4.5 - Transformação de Dados	26
5 - RESULTADOS E DISCUSSÃO	27
6 - CONCLUSÕES	58
7 - RESUMO	60
8 - SUMMARY	62
9 - BIBLIOGRAFIA	64

1 - INTRODUÇÃO

Com o surgimento da ferrugem alaranjada do cafeeiro no Brasil, por volta do ano de 1970, as atenções de um modo geral, no setor a grícola, se voltaram para a necessidade de se combatê-la eficientemente, devido ao fato de que o prejuízo que ela causa é realmente significativo.

Não se preocupa o presente trabalho, com o controle químico, eis que já existem inúmeras publicações neste sentido, coordenadas pelos órgãos governamentais envolvidos no problema. Procurou-se apenas determinar uma equação de regressão que se ajuste aos dados provenientes de lavouras atacadas pela ferrugem, com o fim mais metodológico, pois os dados de que dispomos se referem a apenas um ano.

Pretende-se então, adaptar aos dados uma regressão periódica ou análise harmônica, como é mais conhecida atualmente, a qual é semelhante, em todos os aspectos, à regressão polinomial, tendo apenas uma diferença fundamental, no que se refere à substituição da variável X , por funções trigonométricas.

Deve-se salientar que a regressão periódica somente se aplica a dados provenientes de fenômenos periódicos, isto é, que se repetem em intervalos de tempo.

Poderíamos dizer então que a finalidade principal deste trabalho é se estabelecer uma curva epidemiológica teórica que represente a disseminação da ferrugem na Zona da Mata e através dela se poder determinar quais as épocas em que a aplicação de fungicidas deverá ser feita visando o controle químico.

2 - REVISÃO DE LITERATURA

BLISS (5) apresentou um trabalho sobre regressão periódica aplicada à Biologia e Climatologia, no qual ele justifica o método, relatando que muitas vezes os dados observados não se adaptam a uma regressão polinomial, devido ao fato de seguirem uma tendência claramente periódica.

Quando a resposta Y muda simetricamente durante o ciclo, tem-se a curva do seno ($Y = a_0 + a_1 u_1 + b_1 v_1$) a qual é definida pela resposta média a_0 e por dois coeficientes de regressão, a_1 para o cosseno (u_1) e b_1 para o seno (v_1).

No entanto se a curva não é simétrica, podemos estender a equação anterior pela inclusão de termos adicionais para dois, três ou mais ciclos, baseados na análise clássica de Fourier, até que o ajuste desejado seja encontrado.

AMARAL (2) realizou um trabalho no qual a regressão periódica é adaptada a dados pluviométricos (precipitações mensais em Peló-

tas, Rio Grande do Sul, 1900/51 e precipitações mensais em Morro Velho, Minas Gerais, 1855/1951) .

Incluiu em apêndice deduções teóricas necessárias ao bom entendimento do trabalho.

ANDERSON (3) , em publicação recentíssima, apresenta toda teoria sobre funções com tendências cíclicas, fornecendo a base da análise de Fourier. Há inclusive, o estudo matricial detalhado da análise harmônica ou regressão periódica.

3 - MATERIAL

Os dados de porcentagem de infecção (FP) em folhas de café, são provenientes das parcelas testemunhas de nove ensaios de controle químico, realizados na Zona da Mata, desde Caratinga até Juiz de Fora (MG), inclusive Itaperuna (RJ).

Em todos os ensaios o delineamento empregado foi o de blocos ao acaso, com quatro repetições.

As altitudes, das localidades onde foram instalados os experimentos, variaram de 540 até 1050 metros.

Os espaçamentos usados foram: 4 x 2 - 2 , 4 x 1,1 - 1 , 4 x 1,30 - 1 , 3,8 x 2 - 2 , 4 x 4 - 4 , 4 x 1 - 1 .

Em todos os ensaios foi empregada a variedade Mundo Novo.

A idade dos cafezais variou de 5 a 8 anos.

As parcelas eram compostas por doze plantas, sendo dez úteis. Entre duas fileiras tratadas, deixava-se uma intercalada, não tratada.

Colheram-se dez folhas por planta, dando um total de cem folhas por parcela. As folhas foram colhidas ao acaso, no contorno da planta, no seu terço médio.

De cada ensaio, foi coletada uma média mensal, de agosto de 1972 até julho de 1973, da porcentagem de infecção.

4 - MÉTODO

A base do estudo da regressão periódica são as funções trigonométricas periódicas.

As funções $\sin t$ e $\cos t$ são funções periódicas de período 2π , isto é:

$$\begin{aligned}\cos (t + 2\pi) &= \cos t \\ \sin (t + 2\pi) &= \sin t\end{aligned}\tag{1}$$

ou generalizando

$$\begin{aligned}\cos (t + 2\pi k) &= \cos t \\ \sin (t + 2\pi k) &= \sin t\end{aligned}$$

Da mesma forma podemos dizer que as funções $\cos (c t - \theta)$ e $\sin (c t - \theta)$ são periódicas de período $2\pi/c$, as quais são obtidas por transformações lineares a partir de (1).

A partir de uma combinação linear das funções periódicas do seno e do cosseno se obtém a equação

$$Y = a_0 + A \cos (c t - \theta)\tag{2}$$

a qual representada graficamente nos fornece a curva do seno, onde

Y = resposta esperada para cada t

a_0 = resposta média, \bar{Y}

A = semi-amplitude ou a metade da distância entre o máximo e o mínimo Y

c = constante = $2\pi/k$, faz a conversão das unidades de tempo $t_i = 0, 1, 2, \dots, k-1$, de um ciclo simples para a medida angular em radianos

t_i = é a representação das unidades de tempo (meses, anos, etc)

θ = é o ângulo de fase ou o tempo, em medida angular, da resposta máxima Y .

Quando se nota, então, que os dados obtidos têm uma distribuição aproximadamente periódica, ao invés de se procurar adaptar aos mesmos uma regressão polinomial, deve-se procurar ajustar uma regressão periódica.

A representação gráfica da curva do seno bem como de suas constantes está na Figura 1.

A partir da fórmula trigonométrica $\cos(a - b)$ podemos escrever a equação (2) como se segue:

$$Y = a_0 + A \cos(c t - \theta)$$

$$Y = a_0 + A (\cos c t \cos \theta + \sin c t \sin \theta)$$

$$Y = a_0 + a_1 \cos c t + b_1 \sin c t \quad (3)$$

onde

$$a_1 = A \cdot \cos \theta$$

$$b_1 = A \cdot \sin \theta$$

$$A = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad (4)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{b_1}{a_1} \quad (5)$$

$$\theta = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{b_1}{a_1}$$

Para determinar o quadrante correto para o ângulo θ , primeiro determina-se, através de tabelas, o ângulo correspondente em radianos, a

$$\operatorname{tg} \theta' = \left| \frac{b_1}{a_1} \right|$$

e a partir dos sinais de a_1 e b_1 faz-se a conversão de θ' para o ângulo de fase θ , de acordo com a Figura 2 (adaptada de BROOKS e CAR - RUTHERS (9)).

O máximo da função

$$Y = a_0 + A \cos (c t - \theta)$$

ocorre para $c t = \theta + 2 \pi k$, isto é, para

$$t = \frac{(\theta + 2 \pi k)}{c},$$

sendo que o primeiro máximo ocorre para

$$t = \frac{\theta}{c} \quad (6)$$

Devido à simetria da curva do seno, o tempo de mínimo ocorre meio ciclo, antes ou depois do tempo de máximo.

Figura 1 - A curva do seno e suas constantes

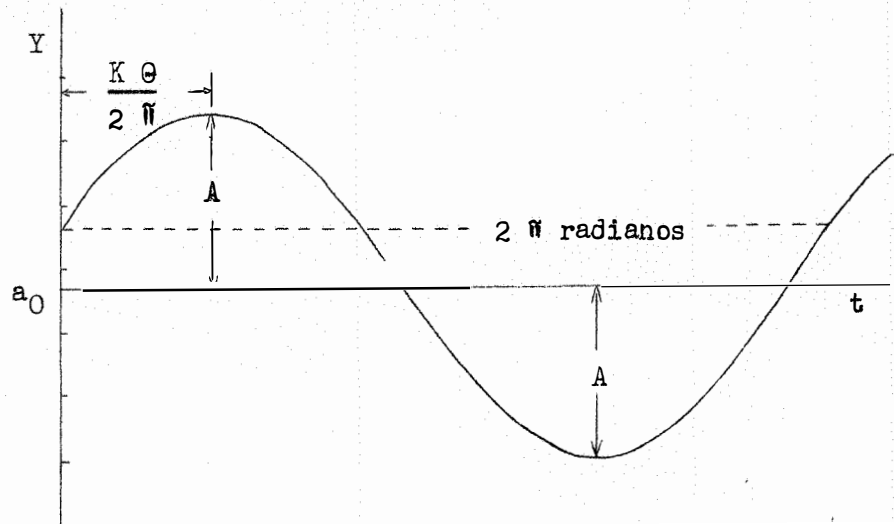


Figura 2 - Conversão de $\theta' = \left| b_1 / a_1 \right|$ para o ângulo de fase θ .

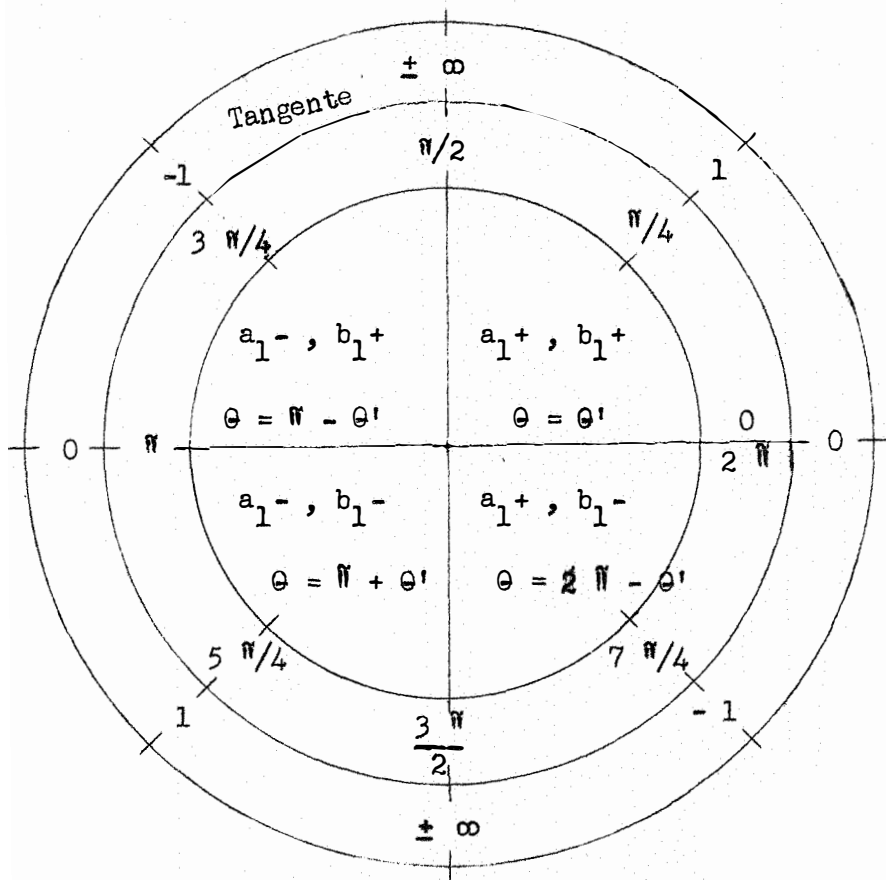


Tabela 1 - Cossenos (u_1) e senos (v_1) para a análise harmônica de dados cíclicos, para k frações equiespaçadas por ciclo e numeradas consecutivamente de $t = 0$ até $t = k - 1$

$k = 7$

t	u_1	v_1	u_2	v_2	u_3	v_3
0	1	0	1	0	1	0
1	0,6235	0,7818	- 0,2225	0,9749	- 0,9010	0,4339
2	- 0,2225	0,9749	- 0,9010	- 0,4339	0,6235	- 0,7818
3	- 0,9010	0,4339	0,6235	- 0,7818	- 0,2225	0,9749
4	- 0,9010	- 0,4339	0,6235	0,7818	- 0,2225	- 0,9749
5	- 0,2225	- 0,9749	- 0,9010	0,4339	0,6235	0,7818
6	0,6235	- 0,7818	- 0,2225	- 0,9749	- 0,9010	- 0,4339

$k = 8$

t	u_1	v_1	u_2	v_2	u_3	v_3	u_4
0	1	0	1	0	1	0	1
1	0,707	0,707	0	1	- 0,707	0,707	- 1
2	0	1	- 1	0	0	- 1	1
3	- 0,707	0,707	0	- 1	0,707	0,707	- 1
4	- 1	0	1	0	- 1	0	1
5	- 0,707	- 0,707	0	1	0,707	- 0,707	- 1
6	0	- 1	- 1	0	0	1	1
7	0,707	- 0,707	0	- 1	- 0,707	- 0,707	- 1

continua ...

Tabela 1 - Continuação

k = 12

t	u_1	v_1	u_2	v_2	u_3	v_3	u_4	v_4
0	1	0	1	0	1	0	1	0
1	0,866	0,5	0,5	0,866	0	1	-0,5	0,866
2	0,5	0,866	-0,5	0,866	-1	0	-0,5	-0,866
3	0	1	-1	0	0	-1	1	0
4	-0,5	0,866	-0,5	-0,866	1	0	-0,5	0,866
5	-0,866	0,5	0,5	-0,866	0	1	-0,5	-0,866
6	-1	0	1	0	-1	0	1	0
7	-0,866	-0,5	0,5	0,866	0	-1	-0,5	0,866
8	-0,5	-0,866	-0,5	0,866	1	0	-0,5	-0,866
9	0	-1	-1	0	0	1	1	0
10	0,5	-0,866	-0,5	-0,866	-1	0	-0,5	0,866
11	0,866	-0,5	0,5	-0,866	0	-1	-0,5	-0,866

continua ...

Tabela 1 - Continuação

$k = 24$

t	u_1	v_1	u_2	v_2
0	1	0	1	0
1	0,966	0,259	0,866	0,500
2	0,866	0,500	0,500	0,866
3	0,707	0,707	0	1
4	0,500	0,866	- 0,500	0,866
5	0,259	0,966	- 0,866	0,500
6	0	1	- 1	0
7	- 0,259	0,966	- 0,866	- 0,500
8	- 0,500	0,866	- 0,500	- 0,866
9	- 0,707	0,707	0	- 1
10	- 0,866	0,500	0,500	- 0,866
11	- 0,966	0,259	0,866	- 0,500
12	- 1	0	1	0
13	- 0,966	- 0,259	0,866	0,500
14	- 0,866	- 0,500	0,500	0,866
15	- 0,707	- 0,707	0	1
16	- 0,500	- 0,866	- 0,500	0,866
17	- 0,259	- 0,966	- 0,866	0,500
18	0	- 1	- 1	0
19	0,259	- 0,966	- 0,866	- 0,500
20	0,500	- 0,866	- 0,500	- 0,866
21	0,707	- 0,707	0	- 1
22	0,866	- 0,500	0,500	- 0,866
23	0,966	- 0,259	0,866	- 0,500

Podemos reescrever então a equação (3) da seguinte forma:

$$Y = a_0 + a_1 u_1 + b_1 v_1 \quad (7)$$

onde:

$$u_1 = \cos c t \quad e \quad v_1 = \text{sen } c t$$

Os valores de a_1 e b_1 são calculados a partir da tabela 1, à semelhança do que acontece na determinação dos coeficientes através dos polinômios ortogonais, conforme demonstração de AMARAL (2):

$$a_1 = \frac{\sum u_1 Y}{\sum u_1^2} = \frac{\sum (u_1 Y)}{1/2 k} \quad (8)$$
$$b_1 = \frac{\sum v_1 Y}{\sum v_1^2} = \frac{\sum (v_1 Y)}{1/2 k}$$

Observe-se que $\sum u_1 = \sum v_1 = \sum u_1 v_1 = 0$ e que com insignificante erro de arredondamento

$$\sum u_1^2 = \sum v_1^2 = \frac{1}{2} k$$

Com f repetições para cada t , totalizando T_t , os coeficientes de regressão são computados diretamente a partir dos T_t , como se segue:

$$a_1 = \frac{\sum u_1 T_t}{f \sum u_1^2} = \frac{\sum u_1 T_t}{1/2 f k} \quad (9)$$
$$b_1 = \frac{\sum v_1 T_t}{f \sum v_1^2} = \frac{\sum v_1 T_t}{1/2 f k}$$

4.1 - A ANÁLISE DE FOURIER

Muitas vezes nota-se que os dados obtidos são periódicos e no entanto o seu gráfico não se assemelha à senóide. Neste caso então é empregada a análise de Fourier (baseada no estudo de séries).

Deve-se acrescentar mais termos à equação 7, da mesma forma que no estudo da regressão polinomial, isto é, à medida que um novo par de coeficientes (a_i, b_i) é adicionado à equação referida, melhor se torna o ajuste da equação estabelecida aos dados.

No entanto, a equação vai gradativamente perdendo seu valor tanto biológico quanto climatológico; deve-se adicionar somente os termos necessários, o que será visto na análise de variância.

A equação geral fica sendo:

$$Y = a_0 + a_1 u_1 + b_1 v_1 + a_2 u_2 + b_2 v_2 + a_3 u_3 + b_3 v_3 + \dots$$

onde:

$$u_1 = \cos (c t)$$

$$v_1 = \text{sen} (c t)$$

$$u_2 = \cos (2 c t)$$

$$v_2 = \text{sen} (2 c t)$$

$$u_3 = \cos (3 c t)$$

$$v_3 = \text{sen} (3 c t)$$

etc.

etc.

Cada novo par de coeficientes acrescido é calculado de acordo com (8) ou (9), substituindo-se u_1 e v_1 por u_i e v_i , para $i = 1, 2, 3, \dots$

Da mesma forma

$$\sum u_i = \sum v_i = \sum u_i v_i = 0$$

e

$$\sum u_i^2 = \sum v_i^2 = \frac{1}{2} k,$$

para todos os termos, exceto o último, quando k é par, onde

$$\sum u_i^2 = k$$

4.2 - FORMAÇÃO DA TABELA

Para o entendimento do mecanismo de formação da tabela 1 ,
fêz-se um estudo mais detalhado para $k = 12$, que se adapta aos dados
experimentais constantes neste trabalho; no entanto, a metodologia se a
plica para qualquer valor de k .

Para $k = 12$ o valor de c será:

$$c = \frac{2 \pi}{12} = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$$

Inicialmente determinam-se os valores tabelados para os coe
ficientes $u_1 = \cos (c t)$ e $v_1 = \text{sen} (c t)$, para $t = 0 , 1 , 2 , \dots$
 $\dots, 11$.

Para $t = 0$ $\left[\begin{array}{l} u_1 = \cos (30^\circ \times 0) = \cos 0^\circ = 1 \\ v_1 = \text{sen} (30^\circ \times 0) = \text{sen} 0^\circ = 0 \end{array} \right.$

Para $t = 1$ $\left[\begin{array}{l} u_1 = \cos (30^\circ \times 1) = \cos 30^\circ = 0,866 \\ v_1 = \text{sen} (30^\circ \times 1) = \text{sen} 30^\circ = 0,5 \end{array} \right.$

Para $t = 2$ $\left[\begin{array}{l} u_1 = \cos (30^\circ \times 2) = \cos 60^\circ = 0,5 \\ v_1 = \text{sen} (30^\circ \times 2) = \text{sen} 60^\circ = 0,866 \end{array} \right.$

.....

Para $t = 10$ $\left[\begin{array}{l} u_1 = \cos (30^\circ \times 10) = \cos 300^\circ = \cos 60^\circ = 0,5 \\ v_1 = \text{sen} (30^\circ \times 10) = \text{sen} 300^\circ = -\text{sen} 60^\circ = -0,866 \end{array} \right.$

Para $t = 11$ $\left[\begin{array}{l} u_1 = \cos (30^\circ \times 11) = \cos 330^\circ = \cos 30^\circ = 0,866 \\ v_1 = \text{sen} (30^\circ \times 11) = \text{sen} 330^\circ = -\text{sen} 30^\circ = -0,5 \end{array} \right.$

Observação -

Para melhor entendimento, deve se frisar que o cosseno é positivo no primeiro e quarto quadrantes e negativo no segundo e terceiro ; o seno é positivo no primeiro e segundo e negativo no terceiro e quarto quadrantes.

A seguir determinamos os valores de

$$u_2 = \cos (2 c t) \quad e \quad v_2 = \text{sen} (2 c t)$$

$$\text{Para } t = 0 \quad \left[\begin{array}{l} u_2 = \cos (2 \times 30^\circ \times 0) = \cos 0^\circ = 1 \\ v_2 = \text{sen} (2 \times 30^\circ \times 0) = \text{sen} 0^\circ = 0 \end{array} \right.$$

$$\text{Para } t = 1 \quad \left[\begin{array}{l} u_2 = \cos (2 \times 30^\circ \times 1) = \cos 60^\circ = 0,5 \\ v_2 = \text{sen} (2 \times 30^\circ \times 1) = \text{sen} 60^\circ = 0,866 \end{array} \right.$$

.

$$\text{Para } t = 10 \quad \left[\begin{array}{l} u_2 = \cos (2 \times 30^\circ \times 10) = \cos 600^\circ = \cos 240^\circ = - \cos 60^\circ = \\ \hspace{15em} = - 0,5 \\ v_2 = \text{sen} (2 \times 30^\circ \times 10) = \text{sen} 600^\circ = \text{sen} 240^\circ = - \text{sen} 60^\circ = \\ \hspace{15em} = - 0,866 \end{array} \right.$$

$$\text{Para } t = 11 \quad \left[\begin{array}{l} u_2 = \cos (2 \times 30^\circ \times 11) = \cos 660^\circ = \cos 300^\circ = \cos 60^\circ = \\ \hspace{15em} = 0,5 \\ v_2 = \text{sen} (2 \times 30^\circ \times 11) = \text{sen} 660^\circ = \text{sen} 300^\circ = - \text{sen} 60^\circ = \\ \hspace{15em} = - 0,866 \end{array} \right.$$

Com procedimento análogo calculam-se os valores de

$$u_3, v_3, u_4, v_4, \text{ etc } \dots$$

Note-se que quando o ângulo que se quer calcular ultrapassa 360° faz-se a divisão do mesmo por 360° e o resto da divisão nos dará o ângulo cônico ao original. Exemplo:

$$\cos 600^\circ \implies 600^\circ \div 360^\circ \implies \text{Resto} = 240^\circ$$

Logo 600° é cômgruo a 240° e por conseguinte

$$\cos 600^\circ = \cos 240^\circ$$

4.3 - ANÁLISE DE VARIÂNCIA

O modelo matemático para a representação da série de Fourier é:

$$y_{ij} = m + \alpha_1 u_{1j} + \beta_1 v_{1j} + \alpha_2 u_{2j} + \beta_2 v_{2j} + \dots + e_{ij}$$

Na regressão periódica a análise de variância tem a mesma função que nas demais regressões conhecidas. Há muita semelhança com a análise conhecida para blocos casualizados.

Faz-se a suposição de normalidade e independência dos erros. Quando não temos certeza da normalidade fazemos a transformação de variáveis, o que será visto adiante.

A soma de quadrados para os diferentes locais estudados é obtida a partir dos f totais T_r .

A soma de quadrados entre meses, obtida com os k totais T_t , pode ser subdividida progressivamente, iniciando por a_1 e b_1 para o primeiro componente harmônico com dois graus de liberdade.

A seguir vem a_2 e b_2 para o segundo componente harmônico com dois graus de liberdade, e assim por diante até que os desvios, sobre a curva ajustada, não contenham nenhum elemento o qual possa ser isolado com possibilidade de significância.

Isto mostra mais uma vez a semelhança existente entre a regressão polinomial e a periódica.

Se apenas o efeito de $(a_1 + b_1)$ for significativo tem-se que os dados obtidos podem ser expressos pela curva do seno.

Se $(a_1 + b_1)$ e $(a_2 + b_2)$ forem significativos, então uma série de Fourier do tipo

$$Y = a_0 + a_1 u_1 + b_1 v_1 + a_2 u_2 + b_2 v_2$$

se ajustará bem aos dados e assim por diante.

A seguir fornecemos tabelas para cálculo das somas de quadrados para a análise de variância e os componentes de variância para as esperanças dos quadrados médios.

Tabela 2 - Cálculo das somas de quadrados para a análise de variância da curva do seno

Linha	Causa de Variação	G. L.	Soma de Quadrados
1	Entre repetições	f - 1	$\Sigma T_r^2 / k - C$ S_1
2	Efeito de $(a_1 + b_1)$	2	$\left\{ \left[\Sigma u_1 T_t \right]^2 + \left[\Sigma v_1 T_t \right]^2 \right\} / 1/2 f k$ S_2
3	Desvios sobre a curva	k - 3	$\Sigma T_t^2 / f - C - S_2$ S_3
4	Rep. x $(a_1 + b_1)$	2 (f - 1)	$\Sigma \left\{ \left[\Sigma u_1 y_i \right]^2 + \left[\Sigma v_1 y_i \right]^2 \right\} / 1/2 k - S_2$ S_4
5	Rep. x desvios (resíduo)	(f - 1)(k - 3)	Por diferença S_5
6	Total	f k - 1	$\Sigma y_i^2 - C = \left[\Sigma y_i^2 \right]$
7	Correção para média	1	$\left[\Sigma y_i \right]^2 / f k = C$

Tabela 3 - Componentes de variância para as esperanças dos quadrados médios na Tabela 2 .

Linha	E. (Q. M.)
1	$\sigma^2 + k \sigma_r^2$
2	$\sigma^2 + 1/2 k (a_1^2 + b_1^2) + f \sigma_t^2 + 1/2 k f (\alpha_1^2 + \beta_1^2)$
3	$\sigma^2 + f \sigma_t^2$
4	$\sigma^2 + 1/2 k (a_1^2 + b_1^2)$
5	σ^2

Tabela 4 - Cálculo das somas de quadrados para a análise de variância na Série de Fourier com dois termos

Linha	Causa de Variação	G. L.	$\Sigma T_t^2 / k - C$	Soma de Quadrados
1	Entre repetições	f - 1	$\Sigma T_t^2 / k - C$	S_1
2	Efeito de $(a_1 + b_1)$	2	$\left\{ \left[u_1 T_t \right]^2 + \left[v_1 T_t \right]^2 \right\} / 1/2 f k$	S_2
3	Efeito de $(a_2 + b_2)$	2	$\left\{ \left[u_2 T_t \right]^2 + \left[v_2 T_t \right]^2 \right\} / 1/2 f k$	S_3
4	Desvios sobre a cur. va	k - 5	$\Sigma T_t^2 / f - C - S_2 - S_3$	S_4
5	Rep. x $(a_1 + b_1)$	2 (f - 1)	$\Sigma \left\{ \left[u_1 y_i \right]^2 + \left[v_1 y_i \right]^2 \right\} / 1/2 k - S_2$	S_5
6	Rep. x $(a_2 + b_2)$	2 (f - 1)	$\Sigma \left\{ \left[u_2 y_i \right]^2 + \left[v_2 y_i \right]^2 \right\} / 1/2 k - S_3$	S_6
7	Rep. x desvios (resíduo)	(f - 1)(k - 5)	Por diferença	S_7
8	TOTAL	f k - 1	$\Sigma y_i^2 - C = \left[y_i^2 \right]$	
9	Correção para mé- dia	1	$\left[\Sigma y_i \right]^2 / f k = C$	

Tabela 5 - Componentes de variância para as esperanças dos quadrados médios na Tabela 4

Linha	E (Q. M.)
1	$\sigma^2 + k \sigma_r^2$
2	$\sigma^2 + 1/2 k (a_1^2 + b_1^2) + f \sigma_t^2 + 1/2 k f (a_1^2 + b_1^2)$
3	$\sigma^2 + 1/2 k (a_2^2 + b_2^2) + f \sigma_t^2 + 1/2 k f (a_2^2 + b_2^2)$
4	$\sigma^2 + f \sigma_t^2$
5	$\sigma^2 + 1/2 k (a_1^2 + b_1^2)$
6	$\sigma^2 + 1/2 k (a_2^2 + b_2^2)$
7	σ^2

O colchete [...] nas tabelas 2 e 4, indica a soma dos quadrados ou produtos dos fatores que ele encerra, ou seja,

$$\left[y^2 \right] = \sum (y - \bar{y})^2 = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{f k}$$

$$\left[u_1 y_i \right] = \sum (u_1 - \bar{u}_1)(y - \bar{y}) = \sum u_1 y$$

desde que $\sum u_1 = 0$.

Notar também que $\sum \left[u_i y \right] = \left[u_i T_t \right]$ o que é de utilidade para checar os resultados.

Tabela idênticas podem ser feitas para a análise de Fourier com três ou mais termos.

4. 4- TESTES DE SIGNIFICÂNCIA

A partir dos componentes de variância vistos anteriormente (Tabelas 3 e 5) , torna-se fácil a adoção de testes de significância para os diversos quadrados médios na análise de variância.

Para melhor entendimento a descrição seguinte baseou-se na análise e componentes de variância para dois termos (Tabelas 4 e 5) .

Consideram-se todas as fontes de variação nas tabelas vistas anteriormente como casuais, repetição, por exemplo, é suposta ser equivalente a uma amostra casual de ciclos completos.

A variação de repetições para cada termo na série de Fourier representa da mesma forma uma seleção casual.

Presume-se que qualquer correlação entre observações sucessivas dentro de uma repetição é removida pela interação de repetição com $(a_1 + b_1)$ e de repetição com $(a_2 + b_2)$.

A variância residual para o teste F a ser feito depende do quadrado médio que vai ser testado. Assim é que para testar os quadrados médios referentes às linhas 1 , 4 , 5 ou 6 o denominador apropriado é V_7 , ficando o teste F como

$$F = \frac{V_i}{V_7}$$

onde $i = 1 , 4 , 5$ ou 6 .

O teste F para os quadrados médios nas linhas 2 e 3 é mais complicado . Se os desvios na linha 4 ou a interação na linha 5 ou 6 forem menores ou pouco maiores que o erro casual, o seu componente pode sair da soma na linha 2 ou 3 e então os componentes restantes determinarão qual o denominador apropriado.

Quando tanto os desvios (linha 4) como a interação da primeira ou segunda harmônica com repetições são significantes, o resíduo apropriado é uma combinação linear de quadrados médios.

Desta forma para o efeito de $(a_1 + b_1)$, o resíduo apropriado é $s^2 = V_4 + V_5 - V_7$, com aproximadamente n' graus de liberdade, dados pela fórmula de Satterthwaite:

$$n' = \frac{(V_4 + V_5 - V_7)^2}{\frac{V_4^2}{n_4} + \frac{V_5^2}{n_5} + \frac{V_7^2}{n_7}} \quad (10)$$

O teste F será dado por

$$F = \frac{V_2}{V_4 + V_5 - V_7} \quad (11)$$

Este valor de F será testado com o F tabelado para $n_1 = 2$ e $n_2 = n'$ graus de liberdade.

Da mesma forma para o segundo termo na série de Fourier, o resíduo correto será $s^2 = V_4 + V_6 - V_7$ cujos graus de liberdade serão dados por

$$n' = \frac{V_4 + V_6 - V_7}{\frac{V_4^2}{n_4} + \frac{V_6^2}{n_6} + \frac{V_7^2}{n_7}} \quad (12)$$

e então

$$F = \frac{V_3}{V_4 + V_6 - V_7} \quad (13)$$

que será testado com $F_\alpha(2; n')$.

4.5 - TRANSFORMAÇÃO DE DADOS

De acordo com BLISS (5) a transformação logarítmica de dados provenientes de doenças contagiosas, torna os mesmos normalmente distribuídos, isto quando os dados obtidos estão expressos em porcentagem.

Sendo X , a porcentagem de infecção (F P), a nova variável seria $Y = \log (X + 1)$, sendo que acrescentamos uma unidade a X para se evitar de trabalhar com valores negativos.

No entanto VAN DER PLANK (16) acha que a transformação direta das porcentagens determinadas não é certa e sim trabalhar com uma outra variável que seria

$$Y = \log \frac{X}{1 - X}$$

O motivo de se dividir por $1 - X$ se prende ao fato de que, em doenças infecciosas foliares, à medida que a folha vai sendo atacada menor se torna a área susceptível de infecção, isto é, se a porcentagem de infecção é X a área susceptível é $1 - X$.

5 - RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os dados obtidos nos ensaios instalados na Zona da Mata, estão no Quadro 1 .

Inicialmente foi feita a transformação preconizada por BLISS, ou seja a partir dos valores de X (porcentagem de folhas com infecção), achamos uma nova variável que vem dada por

$$y = \log (X + 1) ,$$

cujos valores estão no Quadro 2 .

Quadro 1 - Porcentagem de infecção (F P) , proveniente de cafezais de nove propriedades da Zona da Mata - MG.

	% de infecção (F P)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		213 MG 2-1	212 MG 2-2	211 MG 2-1	212 MG 2-1	331 MG 2-3	211 MG 2-2	213 MG 2-2	535 MG 2-1	331 MG 2-4
A	F P	45,50	44,50	46,75	20,25	9,50	18,00	27,75	29,00	31,75
S	F P	46,50	45,00	38,00	13,75	30,00	6,00	30,25	30,00	15,50
O	F P	39,00	29,75	22,50	8,75	32,00	1,00	26,50	1,00	9,25
N	F P	20,50	18,00	2,75	3,50	18,75	1,00	3,25	1,00	4,00
D	F P	7,50	7,25	3,75	7,75	22,00	1,50	5,75	1,00	3,75
J	F P	0,75	1,00	14,50	8,25	27,75	3,00	6,75	4,00	1,25
F	F P	1,25	6,25	12,75	21,25	10,75	5,00	13,00	17,00	4,00
M	F P	4,50	15,75	45,00	34,25	5,00	15,25	25,25	31,00	8,00
A	F P	12,75	13,00	11,25	23,75	11,00	35,00	28,25	53,00	20,75
M	F P	13,50	23,50	8,00	54,50	20,25	33,75	44,25	87,00	32,75
J	F P	17,25	22,50	28,25	87,00	20,00	53,25	73,00	79,00	29,25
J	F P	16,50	24,50	9,75	42,00	20,00	66,00	69,75	74,67	32,00

Quadro 2 - Dados de porcentagem de infecção (Quadro 1) transformados como $y = \log (X + 1)$ e suas variâncias

M \ L	1	2	3	4	5	6	7	8	9	T _t
A	1,67	1,66	1,68	1,33	1,02	1,28	1,46	1,48	1,52	12,08
S	1,68	1,66	1,59	1,17	1,49	0,85	1,49	1,49	1,19	11,12
O	1,60	1,47	1,37	0,99	1,52	0,30	1,44	0,30	1,01	8,48
N	1,33	1,28	0,57	0,65	1,30	0,30	0,63	0,30	0,70	5,76
D	0,93	0,92	0,68	0,94	1,36	0,40	0,83	0,30	0,68	5,68
J	0,24	0,30	1,19	0,97	1,46	0,60	0,89	0,70	0,35	5,24
F	0,35	0,86	1,14	1,35	1,07	0,78	1,15	1,26	0,70	7,59
M	0,74	1,22	1,66	1,55	0,78	1,21	1,42	1,51	0,95	10,26
A	1,14	1,14	1,09	1,39	1,08	1,56	1,47	1,73	1,34	10,86
M	1,16	1,39	0,90	1,74	1,33	1,54	1,66	1,94	1,53	11,86
J	1,26	1,37	1,47	1,94	1,32	1,73	1,87	1,90	1,48	13,02
J	1,24	1,41	1,03	1,62	1,32	1,83	1,85	1,88	1,52	12,38
T _r	13,34	14,68	14,37	15,64	15,05	12,38	16,16	14,79	12,97	114,33
s ²	0,2249	0,1466	0,1362	0,1412	0,0491	0,3189	0,1559	0,4282	0,1666	

Segundo BOX (8) se as variâncias de diversos experimentos (instalados em vários locais), não diferirem muito entre si, isto é, se a relação entre o maior quadrado médio e o menor deles, não ultrapassar à proporção 1:4, podemos reunir os diversos experimentos em um só.

Em caso contrário, é aconselhável formar-se sub-grupos com variâncias homogêneas, fazendo-se então a análise para cada sub-grupo.

No presente caso a maior variância é 0,4282 e a menor é 0,0491, dando uma proporção de 8,7:1, não podendo-se fazer o agrupamento dos nove ensaios.

No entanto se eliminarmos o ensaio n.º 5 ($s^2 = 0,0491$) então a relação entre o maior e o menor quadrado médio passa a ser 3,1:1 e portanto podemos agrupar os oito experimentos em uma só análise (note-se que os totais T_t foram obtidos não se levando em consideração o ensaio n.º 5).

ANÁLISE DE VARIÂNCIA

$$\text{Correção} = C = \frac{(\sum y)^2}{f k} = \frac{(114,33)^2}{96} = 136,1598$$

$$\text{SQ Total} = \sum y_i^2 - C$$

$$\text{SQ Total} = 1,67^2 + 1,68^2 + \dots + 1,52^2 - C$$

$$\text{SQ Total} = 156,0671 - 136,1598$$

$$\boxed{\text{SQ Total} = 19,9073}$$

$$SQ \text{ Locais} = \frac{\sum T_r^2}{k} - C$$

$$SQ \text{ Locais} = \frac{1}{12} (13,34^2 + 14,68^2 + \dots + 12,97^2) - C$$

$$SQ \text{ Locais} = \frac{1}{12} \cdot 1.645,9395 - 136,1598$$

$$\boxed{S Q \text{ Locais} = 1,0018}$$

Para a obtenção das somas de quadrados seguintes, usa-se nos cálculos auxiliares a Tabela 1

$$S Q (a_1 + b_1) = \left\{ \left[u_1 T_t \right]^2 + \left[v_1 T_t \right]^2 \right\} / 1/2 f k = S_2$$

$$\left[u_1 T_t \right] = \sum \left\{ (u_1 - \bar{u}_1)(T_t - \bar{T}_t) \right\}$$

$$\bar{u}_1 = \frac{\sum u_1}{12} = \frac{0}{12} = 0 \quad ;$$

$$\bar{T}_t = \frac{\sum T_t}{12} = \frac{114,33}{12} = 9,5275$$

$u_1 - \bar{u}_1 = u_1$	$T_t - \bar{T}_t$
1,000	2,5525
0,866	1,5925
0,500	- 1,0475
0	- 3,7675
- 0,500	- 3,8475
- 0,866	- 4,2875
- 1,000	- 1,9375
- 0,866	0,7325
- 0,500	1,3325
0	2,3325
0,500	3,4925
0,866	2,8525

$$\left[u_1 T_t \right] = 1,000 \cdot 2,5525 + 0,866 \cdot 1,5925 + \dots + 0,866 \cdot 2,8525$$

$$\boxed{\left[u_1 T_t \right] = 13,8980}$$

Observação:

Pode-se obter o mesmo resultado anterior, por um processo mais trabalhoso e que consiste no seguinte:

$$\left[u_1 T_t \right] = \Sigma \left[u_1 y_i \right]$$

$$\begin{aligned} \left[u_1 T_t \right] &= \left[1 \cdot 1,67 + 0,866 \cdot 1,68 + \dots + 0,866 \cdot 1,24 \right] + \\ &+ \left[1 \cdot 1,66 + 0,866 \cdot 1,66 + \dots + 0,866 \cdot 1,41 \right] + \dots + \\ &+ \left[1 \cdot 1,52 + 0,866 \cdot 1,19 + \dots + 0,866 \cdot 1,52 \right] \end{aligned}$$

$$\boxed{\left[u_1 T_t \right] = 13,8980}$$

$$\left[v_1 T_t \right] = \Sigma \left\{ (v_1 - \bar{v}_1)(T_t - \bar{T}_t) \right\}$$

$$\bar{v}_1 = 0$$

$$\bar{T}_t = 9,5275$$

$v_1 - \bar{v}_1 = v_1$	$T_t - \bar{T}_t$
0	2,5525
0,500	1,5925
0,866	- 1,0475
1,000	- 3,7675
0,866	- 3,8475
0,500	- 4,2875
0	- 1,9375
- 0,500	0,7325
- 0,866	1,3325
- 1,000	2,3325
- 0,866	3,4925
- 0,500	2,8525

$$\left[v_1 T_t \right] = 0 \cdot 2,5525 + 0,500 \cdot 1,5925 + \dots + (- 0,500)(2,8525)$$

$$\left[v_1 T_t \right] = - 17,6575$$

$$s_2 = \frac{1}{48} \left[13,8980^2 + (- 17,6575)^2 \right]$$

$$s_2 = S Q (a_1 + b_1) = 10,7280$$

$$S Q (a_2 + b_2) = \left\{ \left[u_2 T_t \right]^2 + \left[v_2 T_t \right]^2 \right\} / 1/2 f k = S_3$$

$$\left[u_2 T_t \right] = \Sigma \left\{ (u_2 - \bar{u}_2)(T_t - \bar{T}_t) \right\}$$

$u_2 - \bar{u}_2 = u_2$	$T_t - \bar{T}_t$
1,0	2,5525
0,5	1,5925
- 0,5	- 1,0475
- 1,0	- 3,7675
- 0,5	- 3,8475
0,5	- 4,2875
1,0	- 1,9375
0,5	0,7325
- 0,5	1,3325
- 1,0	2,3325
- 0,5	3,4925
1,0	2,8525

$$\left[u_2 T_t \right] = 1,0 \cdot 2,5525 + 0,5 \cdot 1,5925 + \dots + 1,0 \cdot 2,8525$$

$$\boxed{\left[u_2 T_t \right] = 1,7975}$$

$$\left[v_2 T_t \right] = \Sigma \left\{ (v_2 - \bar{v}_2)(T_t - \bar{T}_t) \right\}$$

$v_2 - \bar{v}_2 = v_2$	$T_t - \bar{T}_t$
0	2,5525
0,866	1,5925
0,866	- 1,0475
0	- 3,7675
- 0,866	- 3,8475
- 0,866	- 4,2875
0	- 1,9375
0,866	0,7325
0,866	1,3325
0	2,3325
- 0,866	3,4925
- 0,866	2,8525

$$\left[v_2 T_t \right] = 0 \cdot 2,5525 + 0,866 \cdot 1,5925 + \dots + (-0,866)(2,8525)$$

$$\boxed{\left[v_2 T_t \right] = 3,8104}$$

$$s_3 = \frac{1}{48} \left[(1,7975)^2 + (3,8104)^2 \right]$$

$$\boxed{s_3 = S Q (a_2 + b_2) = 0,3698}$$

$$SQ \text{ Desvios} = \sum \frac{T_t^2}{f} - C - s_2 - s_3$$

$$SQ \text{ Desvios} = \frac{1}{8} (12,08^2 + 11,12^2 + \dots + 12,38^2) - C - s_2 - s_3$$

$$SQ \text{ Desvios} = \frac{1}{8} \cdot 1178,6485 - 136,1598 - 10,7280 - 0,3698$$

$$\boxed{S Q \text{ Desvios} = 0,0734}$$

Para facilitar o cálculo de SQ Rep. x $(a_1 + b_1)$ e SQ Rep. x $(a_2 + b_2)$, faz-se o Quadro 3.

Quadro 3 - Quadro auxiliar para cálculo de

S Q Rep. x ($a_1 + b_1$) e S Q Rep. x ($a_2 + b_2$)

M	1	2	3	4	5	6	7	8	u_1	v_1	u_2	v_2
Ago.	1,67	1,66	1,68	1,33	1,28	1,46	1,48	1,52	1	0	1	0
Set.	1,68	1,66	1,59	1,17	0,95	1,49	1,49	1,19	0,866	0,500	0,5	0,866
Out.	1,60	1,47	1,37	0,99	0,30	1,44	0,30	1,01	0,500	0,866	- 0,5	0,866
Nov.	1,33	1,28	0,57	0,65	0,30	0,63	0,30	0,70	0	1,000	- 1,0	0
Dez.	0,93	0,92	0,68	0,94	0,40	0,83	0,30	0,68	- 0,500	0,866	- 0,5	- 0,866
Jan.	0,24	0,30	1,19	0,97	0,60	0,89	0,70	0,35	- 0,866	0,500	0,5	- 0,866
Fev.	0,35	0,86	1,14	1,35	0,37	1,15	1,26	0,70	- 1,000	0	1,0	0
Mar.	0,74	1,22	1,66	1,55	1,21	1,42	1,51	0,95	- 0,866	- 0,500	0,5	0,866
Abr.	1,14	1,14	1,09	1,39	1,56	1,47	1,73	1,34	- 0,500	- 0,866	- 0,5	0,866
Mai.	1,16	1,39	0,90	1,74	1,54	1,66	1,94	1,53	0	- 1,000	- 1,0	0
Jun.	1,26	1,37	1,47	1,94	1,73	1,87	1,90	1,48	0,500	- 0,866	- 0,5	- 0,866
Jul.	1,24	1,41	1,03	1,62	1,83	1,85	1,88	1,52	0,866	- 0,500	0,5	- 0,866

$$SQ \text{ Rep. } x (a_1 + b_1) = \Sigma \left\{ \left[u_1 y_i \right]^2 + \left[v_1 y_i \right]^2 \right\} / 1/2 k - S_2 = S_5$$

Visto que

$$\left[u_1 y_i \right] = \Sigma u_1 y_i \quad \text{e} \quad \left[v_1 y_i \right] = \Sigma v_1 y_i$$

a soma de quadrados acima, se desenvolve assim:

a) $\left[u_1 y_i \right]$

$$\left[u_1 y_1 \right] = \Sigma u_1 y_1 = 1 \cdot 1,67 + 0,866 \cdot 1,68 + \dots + 0,866 \cdot 1,24 = 3,3950$$

$$\left[u_1 y_2 \right] = \Sigma u_1 y_2 = 1 \cdot 1,66 + 0,866 \cdot 1,66 + \dots + 0,866 \cdot 1,41 = 2,5323$$

$$\left[u_1 y_3 \right] = \Sigma u_1 y_3 = 1 \cdot 1,68 + 0,866 \cdot 1,59 + \dots + 0,866 \cdot 1,03 = 0,8758$$

$$\left[u_1 y_4 \right] = \Sigma u_1 y_4 = 1 \cdot 1,33 + 0,866 \cdot 1,17 + \dots + 0,866 \cdot 1,62 = 0,5138$$

$$\left[u_1 y_5 \right] = \Sigma u_1 y_5 = 1 \cdot 1,28 + 0,866 \cdot 0,85 + \dots + 0,866 \cdot 1,83 = 1,2884$$

$$\left[u_1 y_6 \right] = \Sigma u_1 y_6 = 1 \cdot 1,46 + 0,866 \cdot 1,49 + \dots + 0,866 \cdot 1,85 = 1,7070$$

$$\left[u_1 y_7 \right] = \Sigma u_1 y_7 = 1 \cdot 1,48 + 0,866 \cdot 1,49 + \dots + 0,866 \cdot 1,88 = 1,3096$$

$$\left[u_1 y_8 \right] = \Sigma u_1 y_8 = 1 \cdot 1,52 + 0,866 \cdot 1,19 + \dots + 0,866 \cdot 1,52 = 2,2761$$

b) $\left[v_1 y_i \right]$

$$\begin{aligned} \left[v_1 y_1 \right] &= \Sigma v_1 y_1 = \left[0,5 \cdot 1,68 + 0,866 \cdot 1,60 + \dots + (-0,500)(1,24) \right] = \\ &= 0,2526 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[v_1 y_2 \right] &= \Sigma v_1 y_2 = \left[0,5 \cdot 1,66 + 0,866 \cdot 1,47 + \dots + (-0,500)(1,41) \right] = \\ &= -0,5489 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[v_1 y_3 \right] &= \Sigma v_1 y_3 = \left[0,5 \cdot 1,59 + 0,866 \cdot 1,37 + \dots + (-0,500)(1,03) \right] = \\ &= -0,7267 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[v_1 y_4 \right] &= \Sigma v_1 y_4 = \left[0,5 \cdot 1,17 + 0,866 \cdot 0,99 + \dots + (-0,500)(1,62) \right] = \\ &= -2,8174 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[v_1 y_5 \right] &= \Sigma v_1 y_5 = \left[0,5 \cdot 0,85 + 0,866 \cdot 0,30 + \dots + (-0,500)(1,83) \right] = \\ &= -4,2779 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[v_1 y_6 \right] &= \Sigma v_1 y_6 = \left[0,5 \cdot 1,49 + 0,866 \cdot 1,44 + \dots + (-0,500)(1,85) \right] = \\ &= -2,4016 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[v_1 y_7 \right] &= \Sigma v_1 y_7 = \left[0,5 \cdot 1,49 + 0,866 \cdot 0,30 + \dots + (-0,500)(1,88) \right] = \\ &= -4,8640 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[v_1 y_8 \right] &= \Sigma v_1 y_8 = \left[0,5 \cdot 1,19 + 0,866 \cdot 1,01 + \dots + (-0,500)(1,52) \right] = \\ &= -2,2736 \end{aligned}$$

$$\text{SQ Rep. x } (a_1 + b_1) = \frac{1}{6} \left\{ \left[3,3950^2 + 2,5323^2 + \dots + 2,2761^2 \right] + \right. \\ \left. + \left[0,2526^2 + (-0,5489)^2 + \dots + (-2,2736)^2 \right] \right\} - S_2$$

$$S_5 = \text{SQ Rep. x } (a_1 + b_1) = (1/6)(92,16588885) - 10,7280$$

$$\underline{S_5 = \text{SQ Rep. x } (a_1 + b_1) = 4,6330}$$

$$\text{SQ Rep. x } (a_2 + b_2) = \Sigma \left\{ \left[u_2 y_i \right]^2 + \left[v_2 y_i \right]^2 \right\} / 1/2 k - S_3 = S_6$$

$$\text{a) } \left[u_2 y_i \right] = \Sigma u_2 y_i$$

$$\left[u_2 y_1 \right] = \Sigma u_2 y_1 = 1,0 \cdot 1,67 + 0,5 \cdot 1,68 + \dots + 0,5 \cdot 1,24 = -0,9850$$

$$\left[u_2 y_2 \right] = \Sigma u_2 y_2 = 1,0 \cdot 1,66 + 0,5 \cdot 1,66 + \dots + 0,5 \cdot 1,41 = -0,3050$$

$$\left[u_2 y_3 \right] = \Sigma u_2 y_3 = 1,0 \cdot 1,68 + 0,5 \cdot 1,59 + \dots + 0,5 \cdot 1,03 = 1,7800$$

$$\left[u_2 y_4 \right] = \Sigma u_2 y_4 = 1,0 \cdot 1,33 + 0,5 \cdot 1,17 + \dots + 0,5 \cdot 1,62 = 0,3150$$

$$\left[u_2 y_5 \right] = \Sigma u_2 y_5 = 1,0 \cdot 1,28 + 0,5 \cdot 0,85 + \dots + 0,5 \cdot 1,83 = 0,4700$$

$$\left[u_2 y_6 \right] = \Sigma u_2 y_6 = 1,0 \cdot 1,46 + 0,5 \cdot 1,49 + \dots + 0,5 \cdot 1,85 = 0,3400$$

$$\left[u_2 y_7 \right] = \Sigma u_2 y_7 = 1,0 \cdot 1,48 + 0,5 \cdot 1,49 + \dots + 0,5 \cdot 1,88 = 1,1750$$

$$\left[u_2 y_8 \right] = \Sigma u_2 y_8 = 1,0 \cdot 1,52 + 0,5 \cdot 1,19 + \dots + 0,5 \cdot 1,52 = -0,2600$$

$$b) \quad \left[v_2 y_i \right] = \sum v_2 y_i$$

$$\begin{aligned} \left[v_2 y_1 \right] &= \sum v_2 y_1 = 0,866 \cdot 1,68 + 0,866 \cdot 1,60 + \dots + (-0,866)(1,24) = \\ &= 1,2903 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[v_2 y_2 \right] &= \sum v_2 y_2 = 0,866 \cdot 1,66 + 0,866 \cdot 1,47 + \dots + (-0,866)(1,41) = \\ &= 1,2903 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[v_2 y_3 \right] &= \sum v_2 y_3 = 0,866 \cdot 1,59 + 0,866 \cdot 1,37 + \dots + (-0,866)(1,03) = \\ &= 1,1604 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[v_2 y_4 \right] &= \sum v_2 y_4 = 0,866 \cdot 1,17 + 0,866 \cdot 0,99 + \dots + (-0,866)(1,62) = \\ &= -0,3204 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[v_2 y_5 \right] &= \sum v_2 y_5 = 0,866 \cdot 0,85 + 0,866 \cdot 0,30 + \dots + (-0,866)(1,83) = \\ &= -0,5542 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[v_2 y_6 \right] &= \sum v_2 y_6 = 0,866 \cdot 1,49 + 0,866 \cdot 1,44 + \dots + (-0,866)(1,85) = \\ &= -0,3291 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[v_2 y_7 \right] &= \sum v_2 y_7 = 0,866 \cdot 1,49 + 0,866 \cdot 0,30 + \dots + (-0,866)(1,88) = \\ &= 0,2165 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[v_2 y_8 \right] &= \sum v_2 y_8 = 0,866 \cdot 1,19 + 0,866 \cdot 1,01 + \dots + (-0,866)(1,52) = \\ &= 0,3984 \end{aligned}$$

$$\text{SQ Rep. x } (a_2 + b_2) = \frac{1}{6} \left[(-0,9850)^2 + (-0,3050)^2 + \dots + (-0,2600)^2 \right] +$$

$$+ \left[1,2903^2 + 1,2903^2 + \dots + 0,3984^2 \right] - 0,3698$$

$$S_6 = \text{SQ Rep. x } (a_2 + b_2) = (1/6)(11,51557176) - 0,3698$$

$$\boxed{S_6 = 1,5495}$$

$$\text{SQ Resíduo} = \text{SQ Total} - \text{SQ Locais} - \text{SQ } (a_1 + b_1) - \text{SQ } (a_2 + b_2) -$$

$$- \text{SQ Desvios} - \text{SQ Rep. x } (a_1 + b_1) - \text{SQ Rep. x } (a_2 + b_2)$$

$$\text{SQ Resíduo} = 19,9073 - 1,0018 - 10,7280 - 0,3698 - 0,0734 - 4,6330 -$$

$$- 1,5495$$

$$\boxed{\text{S Q Res.} = 1,5518}$$

Quadro da Análise de Variância

Linha	Causa de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.		F
1	Locais	7	1,0018	0,1431	V ₁	4,51 **
2	Efeito de (a ₁ + b ₁)	2	10,7280	5,3640	V ₂	16,21 **
3	Efeito de (a ₂ + b ₂)	2	0,3698	0,1849	V ₃	1,73
4	Desvios sobre a curva	7	0,0734	0,0105	V ₄	0,33
5	Rep. x (a ₁ + b ₁)	14	4,6330	0,3309	V ₅	10,44 **
6	Rep. x (a ₂ + b ₂)	14	1,5495	0,1068	V ₆	3,37 **
7	Resíduo	49	1,5518	0,0317	V ₇	
8	Total	95	19,9073			

$$F_{0,01} (7,49) \approx 3,00$$

$$F_{0,01} (14,49) \approx 2,50$$

$$F_{0,01} (2,14) \approx 6,51$$

Observe-se que V_1 , V_4 e V_5 foram testados com o resíduo V_7 .

Como V_4 não foi significativo, elimina-se na Tabela 5 o componente σ_t^2 nas linhas 2, 3 e 4, e então o resíduo apropriado para V_2 ficou sendo V_5 e da mesma forma o resíduo para V_3 foi V_6 .

Vê-se então que não foram significativos os efeitos de $(a_2 + b_2)$ e dos desvios sobre a curva o que nos indica que a curva de Fourier para dois termos é desnecessária ou seja a curva do seno representará bem os dados.

A análise de variância considerando-se apenas o primeiro componente harmônico fica da seguinte forma (ver Tabela 2).

Linha	Causa de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.		F
1	Locais	7	1,0018	0,1431	V_1	2,91 **
2	Efeito de $(a_1 + b_1)$	2	10,7280	5,3640	V_2	16,21 **
3	Desvios	9	0,4432	0,0492	V_3	1,00
4	Rep. x $(a_1 + b_1)$	14	4,6330	0,3309	V_4	6,73 **
5	Resíduo	63	3,1013	0,0492	V_5	
Total		95	19,9073			

$$SQ \text{ Desvios sobre a curva} = \Sigma \frac{T_t^2}{f} - C - S_2$$

$$SQ \text{ Desvios} = 147,3310 - 136,1598 - 10,7280$$

$$\boxed{S Q \text{ Desvios} = 0,4432}$$

$$SQ \text{ Resíduo} = SQ \text{ Total} - SQ \text{ Locais} - SQ (a_1 + b_1) - SQ \text{ Desvios} - \\ - SQ \text{ Rep. } x (a_1 + b_1)$$

$$SQ \text{ Resíduo} = 19,9073 - 1,0018 - 10,7280 - 0,4432 - 4,6330$$

$$\boxed{S Q \text{ Res.} = 3,1013}$$

Os diversos valores de F são calculados como se segue:

a) Teste F para locais

$$F = \frac{V_1}{V_5} = \frac{0,1431}{0,0492} = 2,91^{**}$$

$$F_{0,01} (7,63) \approx 2,8$$

b) Teste F para desvios

$$F = \frac{V_3}{V_5} = \frac{0,0492}{0,0492} = 1,00$$

c) Teste F para Rep. x (a₁ + b₁)

$$F = \frac{V_4}{V_5} = \frac{0,3309}{0,0492} = 6,73^{**}$$

d) Teste F para (a₁ + b₁)

Como os desvios não foram significativos então pode-se tirar na Tabela 3 o componente σ_t^2 e então o resíduo apropriado para V_2 fica sendo V_4 .

$$F = \frac{V_2}{V_4} = \frac{5,3640}{0,3309} = 16,21$$

Coefficiente de Variação

$$C. V. = \frac{100 \cdot 0,222}{1,1917} = 18,63\%$$

Deve-se ajustar então aos dados do Quadro 2 uma curva do seno. Ao invés de trabalhar com os totais T_t , trabalha-se com as médias mensais.

t	$Y_t = T_t$	u_1	v_1	\hat{Y}_t
0	1,51	1,000	0	1,48
1	1,39	0,866	0,500	1,26
2	1,06	0,500	0,866	1,02
3	0,72	0	1,000	0,82
4	0,71	- 0,500	0,866	0,73
5	0,66	- 0,866	0,500	0,76
6	0,95	- 1,000	0	0,90
7	1,28	- 0,866	- 0,500	1,12
8	1,36	- 0,500	- 0,866	1,36
9	1,48	0	- 1,000	1,56
10	1,63	0,500	- 0,866	1,65
11	1,55	0,866	- 0,500	1,63

$$a_0 = \bar{Y} = \frac{14,30}{12} = 1,1917$$

$$\hat{Y} = a_0 + a_1 u_1 + b_1 v_1$$

$$a_1 = \frac{\sum u_1 Y}{1/2 k} = \frac{\sum u_1 Y}{6} = \frac{1,736}{6} = 0,2893$$

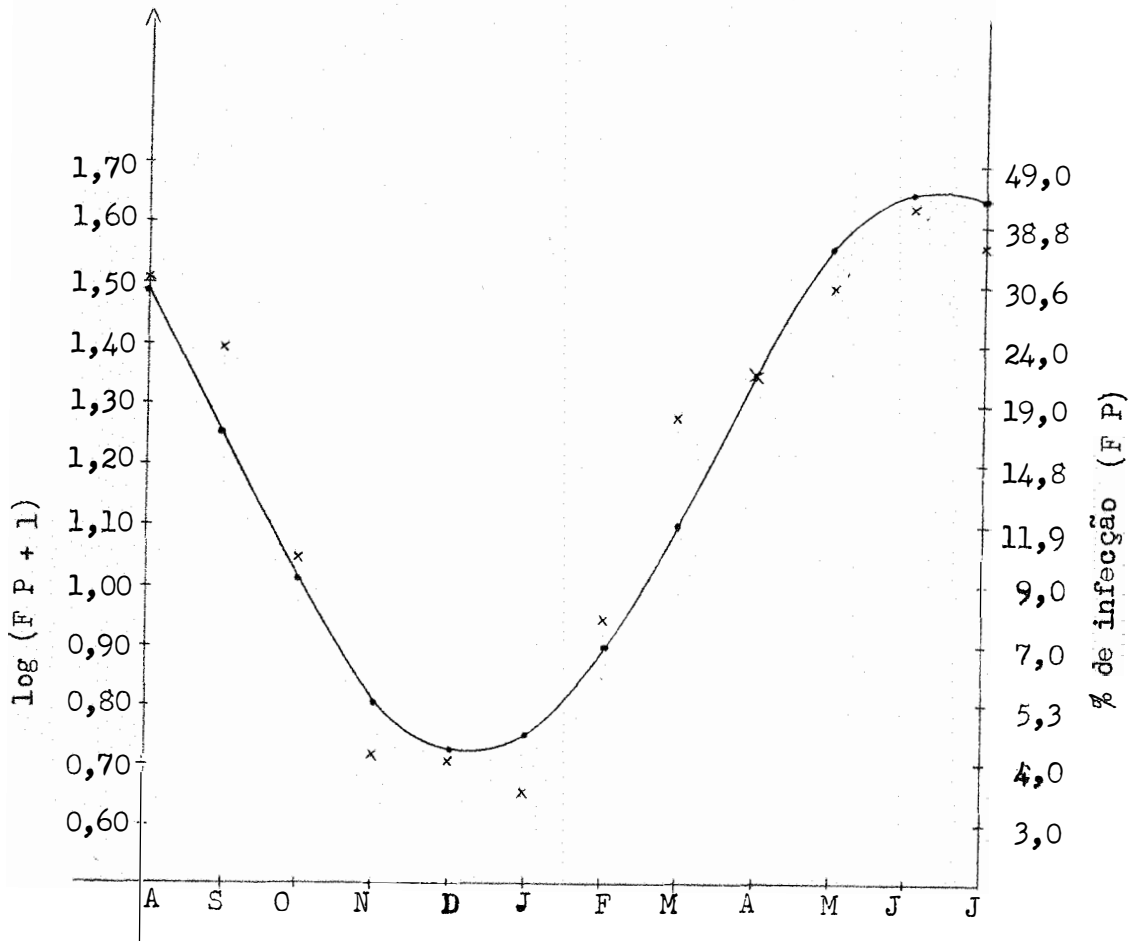
$$b_1 = \frac{\sum v_1 Y}{1/2 k} = \frac{\sum v_1 Y}{6} = \frac{-2,20652}{6} = -0,3678$$

A equação é então:

$$\hat{Y} = 1,1917 + 0,2893 u_1 - 0,3678 v_1 \quad (14)$$

Vê-se pela figura 3, que o ajuste da senóide aos dados observados é muito bom.

Figura 3 - Curva do seno adaptada aos dados de porcentagem de infecção de ferrugem, transformados em $\log (FP + 1)$



DETERMINAÇÃO DO MÁXIMO E DO MÍNIMO DA EQUAÇÃO ENCONTRADA

Para se determinar o mês em que ocorreu o máximo (equação 4) nós calculamos

$$\operatorname{tg} \theta' = \left| \frac{b_1}{a_1} \right| = \left| \frac{-0,3678}{0,2893} \right| = | -1,2713 | = 1,2713$$

Para o cálculo de θ' recorre-se a uma tábua de logaritmos onde temos:

$$\log \operatorname{tg} \theta' = \log 1,2713$$

$$\log \operatorname{tg} \theta' = 0,1042$$

$$\boxed{\theta' = 51^{\circ} 49'}$$

A seguir transforma-se este ângulo em radianos, como se segue:

180°	\longrightarrow	$3,1416 \text{ rd}$
$51^{\circ}49'$	\longrightarrow	$x \text{ rd}$
$10800'$	\longrightarrow	$3,1416 \text{ rd}$
$3109'$	\longrightarrow	$x \text{ rd}$

$$\boxed{\theta' = 0,9044 \text{ rd}}$$

No entanto como a_1 é positivo e b_1 é negativo o ângulo original está no quarto quadrante e temos que fazer a conversão (Figura 2) de θ' para θ .

$$\theta = 2\pi - \theta' \implies \theta = 6,2832 - 0,9044$$

$$\boxed{\theta = 5,3788}$$

Observação:

Independente da Figura 2 poderíamos obter o valor para θ assim:

$$\operatorname{tg} \theta = -1,2713 \quad ,$$

logo se o ângulo está no quarto quadrante $\theta = 308^{\circ}11'$ ($360^{\circ} - 51^{\circ}49'$) o qual em radianos será igual a 5,3788 .

Finalmente de acordo com (6)

$$t = \frac{\theta}{c} = \frac{5,3788}{30^{\circ}} = \frac{5,3788}{0,5236} = 10,3$$

e então o mês de infecção máxima ocorre 10,3 meses após o ponto de partida que é o mês de agosto, ou seja em junho. O mês de infecção mínima, devido à simetria da curva do seno ocorre seis meses antes ou após o máximo, isto é, em dezembro.

Resalte-se que a equação 14 , pode ser escrita também de acordo com (2) .

$$\hat{Y} = 1,1917 + 0,4679 \cos (0,5236 t - 5,2384)$$

onde:

$$A = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} = \sqrt{0,2893^2 + (-0,3678)^2} = \sqrt{0,218971} = 0,4679$$

Cálculo do coeficiente de determinação

$$r^2 = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{(1,48 - 1,1917)^2 + (1,26 - 1,1917)^2 + \dots + (1,63 - 1,1917)^2}{(1,51 - 1,1917)^2 + (1,39 - 1,1917)^2 + \dots + (1,55 - 1,1917)^2}$$

$$r^2 = \frac{1,3113}{1,39336} = 94,11 \% .$$

Logo o coeficiente de correlação será $r = 0,97$.

Uma outra transformação seria a de se dividir por 100 os valores constantes no Quadro 1 , obtendo-se novos valores para F P e com eles calcularíamos

$$y = \log \frac{x}{1 - x} ,$$

os quais constam do Quadro 4 , onde

$$x = \frac{F P}{100}$$

Quadro 4 - Transformação dos dados do quadro 1 , para

$$y = \log \frac{x}{1 - x} \quad x = \frac{F P}{100}$$

M L	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	-0,08	-0,10	-0,06	-0,60	-0,98	-0,66	-0,42	-0,39	-0,33
S	-0,06	-0,09	-0,21	-0,80	-0,37	-1,20	-0,36	-0,37	-0,74
O	-0,19	-0,37	-0,48	-1,02	-0,33	-2,00	-0,44	-2,00	-0,99
N	-0,59	-0,66	-1,55	-1,44	-0,64	-2,00	-1,47	-2,00	-1,38
D	-1,09	-1,11	-1,41	-1,08	-0,55	-1,77	-1,21	-2,00	-1,41
J	-2,12	-2,00	-0,77	-1,05	-0,42	-1,51	-1,14	-1,38	-1,90
F	-1,90	-1,18	-0,84	-0,57	-0,92	-1,28	-0,83	-0,69	-1,38
M	-1,33	-0,73	-0,09	-0,28	-1,28	-0,74	-0,47	-0,35	-1,06
A	-0,84	-0,83	-0,90	-0,51	-0,91	-0,27	-0,40	0,05	-0,58
M	-0,81	-0,51	-1,06	0,08	-0,60	-0,30	-0,10	0,83	-0,31
J	-0,68	-0,54	-0,40	0,83	-0,60	0,06	0,43	0,58	-0,38
J	-0,71	-0,49	-0,97	-0,14	-0,60	0,29	0,36	0,47	-0,33

Para facilitar a análise de variância soma-se 3,00 a todos os dados do Quadro 4 , e assim evita-se trabalhar com números negativos (Quadro 5) .

Quadro 5 - Modificação nos valores do Quadro 4 , pela soma de 3,00 a todos os dados

M \ L	1	2	3	4	5	6	7	8	9	T _t
A	2,92	2,90	2,94	2,40	2,02	2,34	2,58	2,61	2,67	21,36
S	2,94	2,91	2,79	2,20	2,63	1,80	2,64	2,63	2,26	20,17
O	2,81	2,63	2,52	1,98	2,67	1,00	2,56	1,00	2,01	16,51
N	2,41	2,34	1,45	1,56	2,36	1,00	1,53	1,00	1,62	12,91
D	1,91	1,89	1,59	1,92	2,45	1,23	1,79	1,00	1,59	12,92
J	0,88	1,00	2,23	1,95	2,58	1,49	1,86	1,62	1,10	12,13
F	1,10	1,82	2,16	2,43	2,08	1,72	2,17	2,31	1,62	15,33
M	1,67	2,27	2,91	2,72	1,72	2,26	2,53	2,65	1,94	18,95
A	2,16	2,17	2,10	2,49	2,09	2,73	2,60	3,05	2,42	19,72
M	2,19	2,49	1,94	3,08	2,40	2,71	2,90	3,83	2,69	21,83
J	2,32	2,46	2,60	3,83	2,40	3,06	3,43	3,58	2,62	23,90
J	2,29	2,51	2,03	2,86	2,40	3,29	3,36	3,47	2,67	22,48
T _t	25,60	27,39	27,26	29,42	27,80	24,63	29,95	28,75	25,21	218,21
s ²	0,4336	0,2773	0,2404	0,3776	0,0803	0,6314	0,3425	1,0600	0,2626	

Da mesma forma que no caso anterior, pelas variâncias encontradas, apenas a referente à quinta localidade (0,0803) não se enquadra às demais e por isso é eliminada.

A análise de variância é feita a partir dos dados constantes do Quadro 5 , eliminando-se a coluna referente a localidade n.º 5 .

$$C = \frac{(\sum y)^2}{f \cdot k} = \frac{218,21^2}{8 \cdot 12} = 495,95$$

$$SQ \text{ Locais} = \sum \frac{T_r^2}{k} - C$$

$$SQ \text{ Locais} = \frac{1}{12} (25,60^2 + 27,39^2 + \dots + 25,21^2) - C$$

$$\boxed{S \text{ Q Locais} = 2,38}$$

$$SQ (a_1 + b_1) = \left\{ \left[u_1 T_t \right]^2 + \left[v_1 T_t \right]^2 \right\} / 1/2 f k$$

$$SQ (a_1 + b_1) = \frac{1}{48} \left[19,93^2 + (-25,77)^2 \right]$$

$$\boxed{S_2 = S \text{ Q } (a_1 + b_1) = 22,11}$$

$$SQ (a_2 + b_2) = \left\{ \left[u_2 T_t \right]^2 + \left[v_2 T_t \right]^2 \right\} / 1/2 f k$$

$$SQ (a_2 + b_2) = \frac{1}{48} \left[2,315^2 + 3,403^2 \right]$$

$$\boxed{S_3 = S \text{ Q } (a_2 + b_2) = 0,35}$$

$$SQ \text{ Desvios} = \sum \frac{T_t^2}{f} - C - S_2 - S_3$$

$$SQ \text{ Desvios} = \frac{1}{8} \left[21,36^2 + 20,17^2 + \dots + 22,48^2 \right] - 495,95 - 22,11 - 0,35$$

$$\boxed{S \text{ Q Desvios} = 0,56}$$

$$SQ \text{ Locais } x (a_1 + b_1) = \Sigma \left\{ \left[u_1 y \right]^2 + \left[v_1 y \right]^2 \right\} / 1/2 k - S_2$$

$$S_5 = SQ \text{ Locais } x (a_1 + b_1) = \frac{1}{6} \left\{ \left[4,67^2 + 4,80^2 + 1,22^2 + 1,01^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + 1,83^2 + 2,60^2 + 2,15^2 + 3,00^2 \right] + \left[0,36^2 + (-0,68)^2 + (-0,99)^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + (-4,33)^2 + (-5,92)^2 + (-3,54)^2 + (-7,77)^2 + (-2,94)^2 \right] \right\} - 22,11$$

$$\boxed{S_5 = S Q \text{ Locais } x (a_1 + b_1) = 12,56}$$

$$SQ \text{ Locais } x (a_2 + b_2) = \Sigma \left\{ \left[u_2 y \right]^2 + \left[v_2 y \right]^2 \right\} / 1/2 k - S_3$$

$$S_6 = SQ \text{ Locais } x (a_2 + b_2) = \frac{1}{6} \left\{ \left[(-1,29)^2 + (-0,34)^2 + 2,28^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + (-0,06)^2 + 0,76^2 + 0,32^2 + 0,96^2 + (-0,36)^2 \right] + \left[1,89^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + 1,84^2 + 1,62^2 + (-1,01)^2 + (-1,11)^2 + (-0,95)^2 + (-0,29)^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + (0,56)^2 \right] \right\} - 0,35$$

$$\boxed{S_6 = S Q \text{ Locais } x (a_2 + b_2) = 3,29}$$

$$SQ \text{ Total} = \Sigma y^2 - C$$

$$SQ \text{ Total} = (2,92^2 + 2,94^2 + \dots + 2,67^2) - 495,95$$

$$\boxed{S Q \text{ Total} = 42,52}$$

$$SQ \text{ Resíduo} = 42,52 - 2,38 - 22,11 - 0,35 - 0,56 - 12,56 - 3,29$$

$$SQ \text{ Resíduo} = 1,27$$

Quadro da Análise de Variância

Causa de Variação	G.L.	S. Q.	Q. M.		F
Entre locais	7	2,38	0,340	V_1	13,13 **
Efeito de $(a_1 + b_1)$	2	22,11	11,055	V_2	11,65 **
Efeito de $(a_2 + b_2)$	2	0,35	0,175	V_3	0,61
Desvios da regressão	7	0,56	0,080	V_4	3,09 **
Locais x $(a_1 + b_1)$	14	12,56	0,897	V_5	34,63 **
Locais x $(a_2 + b_2)$	14	3,29	0,235	V_6	9,07 **
Resíduo	49	1,27	0,0259		
Total	95	42,52			

$$F_{0,01} (7,49) \approx 3,0$$

$$F_{0,01} (14,49) \approx 2,5$$

Como as interações e os desvios foram significativos os resíduos apropriados para testar V_2 e V_3 devem ser calculados de acordo com as fórmulas 10, 11, 12 e 13. Assim obtemos:

a) Teste para o efeito de $(a_1 + b_1)$

$$n' = \frac{(0,080 + 0,897 - 0,0259)^2}{\frac{(0,080)^2}{7} + \frac{(0,897)^2}{14} + \frac{(0,0259)^2}{49}} \approx 16$$

$$F = \frac{11,055}{0,080 + 0,897 - 0,0259} = 11,65 **$$

$$F_{0,01} (2,16) = 6,23$$

b) Teste para o efeito de $(a_2 + b_2)$

$$n' = \frac{(0,080 + 0,235 - 0,0259)^2}{\frac{(0,080)^2}{7} + \frac{(0,235)^2}{14} + \frac{(0,0259)^2}{49}} \approx 17$$

$$F = \frac{0,175}{0,080 + 0,235 - 0,0259} = 0,61$$

$$F (2,17) = 6,11$$

Também aqui, como o segundo componente não foi significativo, a curva do seno é a mais apropriada para a representação dos dados.

A análise de variância considerando-se apenas o primeiro componente fica da seguinte maneira.

Causa de Variação	G. L.	S. Q.		Q. M.	F
Locais	7	2,38	V_1	0,340	4,72 **
Efeito $(a_1 + b_1)$	2	22,11	V_2	11,055	12,32 **
Desvios	9	0,91	V_3	0,101	1,40
Rep. x $(a_1 + b_1)$	14	12,56	V_4	0,897	12,46 **
Resíduo	63	4,56	V_5	0,072	
Total	95	42,52			

Para o efeito de $(a_1 + b_1)$, tivemos

$$F = \frac{V_2}{V_4} = \frac{11,055}{0,897} = 12,32$$

Os demais quadrados médios foram testados com o quadrado médio residual (V_5).

Coefficiente de Variação

$$C. V. = \frac{100 \cdot 0,268}{2,27} = 11,81\%$$

Também neste caso, podemos ajustar, aos dados do Quadro 4, uma curva do seno.

t	$Y_i = \bar{T}_t$	u_1	v_1	\hat{Y}_i
0	- 0,33	1,000	0	- 0,31
1	- 0,48	0,866	0,500	- 0,64
2	- 0,94	0,500	0,866	- 0,98
3	- 1,39	0	1,000	- 1,26
4	- 1,38	- 0,500	0,866	- 1,40
5	- 1,48	- 0,866	0,500	- 1,35
6	- 1,08	- 1,000	0	- 1,14
7	- 0,63	- 0,866	- 0,500	- 0,82
8	- 0,54	- 0,500	- 0,866	- 0,47
9	- 0,27	0	- 1,000	- 0,19
10	- 0,01	0,500	- 0,866	- 0,05
11	- 0,19	0,866	- 0,500	- 0,10

$$\hat{Y} = a_0 + a_1 u_1 + b_1 v_1$$

$$a_0 = \bar{Y} = \frac{- 8,72}{12} = - 0,7267$$

$$a_1 = \frac{\sum u_1 Y}{1/2 k} = \frac{\sum u_1 Y}{6} = \frac{2,48204}{6} = 0,4137$$

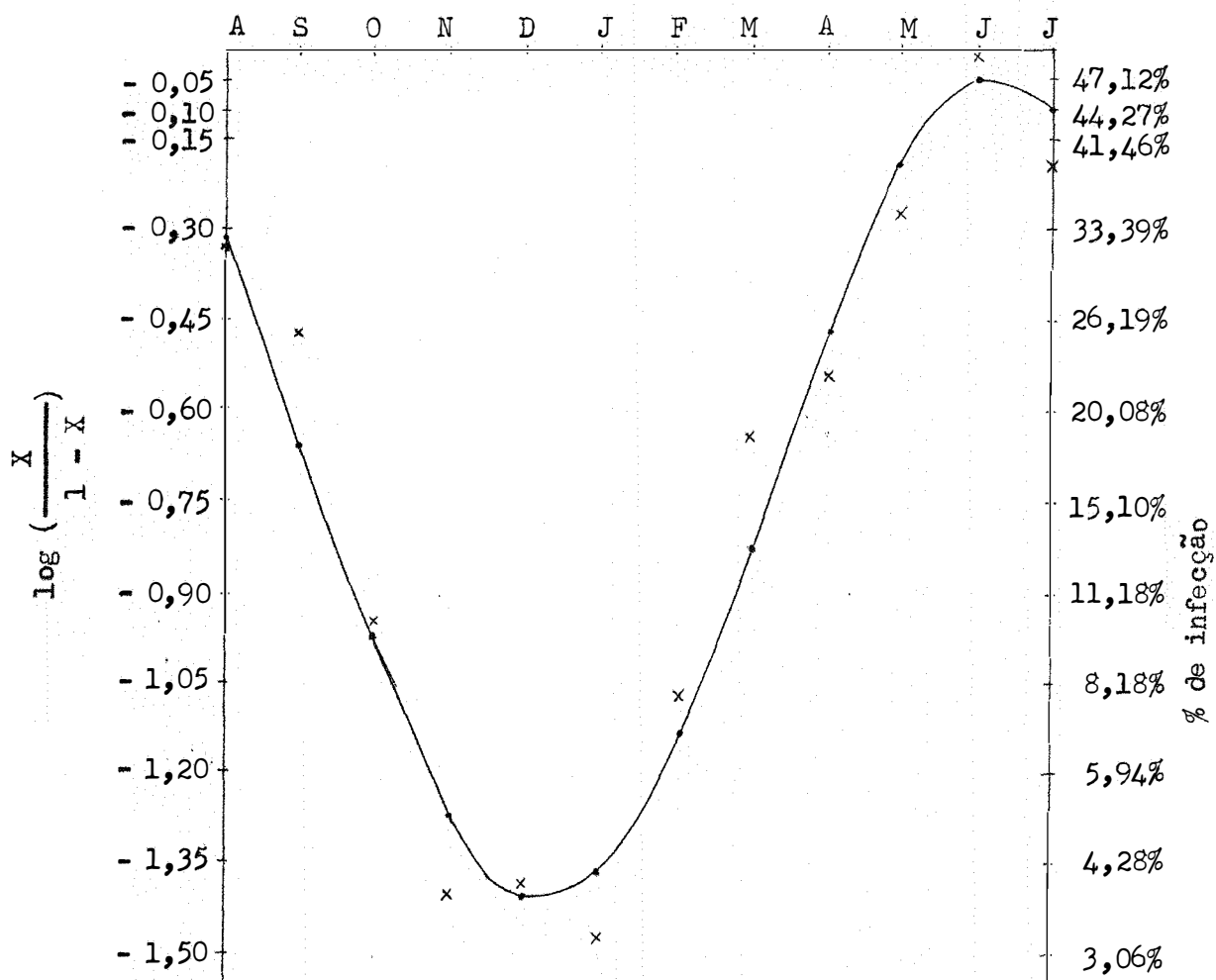
$$b_1 = \frac{\sum v_1 Y}{1/2 k} = \frac{\sum v_1 Y}{6} = \frac{-3,22282}{6} = -0,5371$$

A equação estimada é:

$$\hat{Y} = -0,7267 + 0,4137 u_1 - 0,5371 v_1$$

Figura 4 - Curva do seno adaptada aos dados de ferrugem transformados em

$$\log \left(\frac{X}{1-X} \right)$$



DETERMINAÇÃO DO MÁXIMO E DO MÍNIMO DA EQUAÇÃO ENCONTRADA

$$\operatorname{tg} \theta' = \left| \frac{b_1}{a_1} \right| = \left| \frac{-0,5371}{0,4137} \right| = 1,2983$$

$$\log \operatorname{tg} \theta' = \log 1,2983$$

$$\log \operatorname{tg} \theta' = 0,1134$$

$$\theta' = 53^{\circ}42'$$

Transformando-se θ' em radianos teremos:

$$\theta' = 53^{\circ}42' = 0,937 \text{ rd}$$

No entanto o ângulo original está no quarto quadrante (cosseno positivo e seno negativo) e então fazemos o seguinte (Figura 2) :

$$\theta = 2\pi - \theta' = 6,2832 - 0,9372$$

$$\theta = 5,3460$$

E de acordo com (6)

$$t = \frac{\theta}{c} = \frac{5,3460}{0,5236} = 10,2$$

Isto nos indica que o mês de infecção máxima é o de junho e o mês de infecção mínima é o de dezembro.

Vê-se então que houve uma concordância muito grande entre as duas transformações feitas, quanto à determinação dos meses da máxima e mínima infecção.

CÁLCULO DO COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO

$$r^2 = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$r^2 = \frac{(-0,31 + 0,7267)^2 + (-0,64 + 0,7267)^2 + \dots + (-0,10 + 0,7267)^2}{(-0,33 + 0,7267)^2 + (-0,48 + 0,7267)^2 + \dots + (-0,19 + 0,7267)^2}$$

$$r^2 = \frac{2,75570068}{2,87726668} = 95,77\%$$

$$r^2 = 0,98$$

Vê-se, também, que há grande concordância na determinação dos coeficientes de determinação e correlação, pelas duas transformações empregadas, para a porcentagem de infecção.

6 - CONCLUSÕES

6.1 - Usando-se a transformação indicada por BLISS (5) ,

$$y = \log (F P + 1)$$

onde F P = porcentagem de folhas infectadas:

6.1.1 - A equação de regressão determinada foi

$$\hat{Y} = 1,1917 + 0,2893 u_1 - 0,3678 v_1$$

o que nos indica que a curva do seno representa bem os dados transformados.

6.1.2 - O máximo de infecção, nos cafezais estudados, se verificou no mês de junho e o mínimo no mês de dezembro.

6.2 - Usando-se a transformação aconselhada por VAN DER PLANK (16),

$$y = \log \frac{X}{1 - X}, \quad \text{onde} \quad X = \frac{F P}{100}$$

6.2.1 - Da mesma forma obtivemos uma curva do seno para representar os dados transformados

$$\hat{Y} = -0,7267 + 0,4137 u_1 - 0,5371 v_1$$

6.2.2 - O máximo e o mínimo de infecção também ocorrem em junho e dezembro, respectivamente.

7 - RESUMO

Este trabalho se preocupa em determinar equações teóricas, que representem a curva epidemiológica da ferrugem alaranjada do cafeeiro.

Os dados, de porcentagem de infecção, são provenientes das testemunhas de ensaios realizados na Zona da Mata e foram fornecidos pelo SERAC-2, Caratinga, Minas Gerais.

Foram feitas duas transformações nos dados originais, a primeira preconizada por BLISS (5),

$$y = \log (F P + 1) ,$$

onde $F P$ = porcentagem de infecção, e a segunda recomendada por VAN DER PLANK (16),

$$y = \log \frac{X}{1 - X}$$

onde:

$$X = \frac{F P}{100}$$

Aos dados transformados, adaptou-se uma regressão periódica ou análise harmônica, que é indicada quando os dados se repetem em determinados intervalos de tempo.

Com a primeira transformação verificamos que os dados podem ser representados pela curva do seno, de equação

$$\hat{Y} = 1,1917 + 0,2893 u_1 - 0,3678 v_1$$

O coeficiente de variação foi de 18,63% e o coeficiente de determinação de 94,11% .

Com a segunda transformação, da mesma forma, a curva do seno se adaptou muito bem aos dados, nos fornecendo a equação

$$\hat{Y} = - 0,7267 + 0,4137 u_1 - 0,5371 v_1$$

O coeficiente de variação foi de 11,81% e o coeficiente de determinação foi de 95,77% .

Em ambos os casos concluiu-se que junho é o mês de máxima infecção e dezembro o de mínima.

8 - SUMMARY

The present research was carried out to obtain theoretical equations of the epidemiological curve of the coffee leaf rust .

The data about the percentage of infection were obtained from the controls of experiments carried out in "Zona da Mata" and they are gotten from "SERAC - 2" , in "Caratinga" , State of "Minas Gerais" , Brazil.

Original data were submitted to two transformations; the first, according to BLISS (5) , that is:

$$y = \log (F P + 1)$$

where, F P = percentage of infection , and the second, according to VAN DER PLANK (16) ,

$$y = \log \frac{X}{1 - X}$$

where

$$X = \frac{F P}{100} .$$

A periodic regression or harmonic analysis was adapted to the transformed data, which is recommended when the data are repeated in a specific interval of time.

By the first transformation it could be verified that the data can be represented by the sine curve through the equation

$$\hat{Y} = 1.1917 + 0.2893 u_1 - 0.3678 v_1$$

The coefficient of variation and the coefficient of determination were found to be of 18.63% and 94.11% , respectively.

By the second transformation, also the sine curve has fitted well to the data, giving the following equation:

$$\hat{Y} = - 0.7267 + 0.4137 u_1 - 0.5371 v_1$$

In this case, the coefficient of variation was equal to 11.81% and the coefficient of determination was equal to 95.77% .

In both of the cases it could be concluded that June and December were the months of maximum and minimum infection, respectively.

9 - BIBLIOGRAFIA

- 1 - AITKEN, A. C. - 1939 - Statistical Mathematics. Oliver and Boyd, Edinburgh.
- 2 - AMARAL, E. - 1968 - Análise Harmônica. Pesquisa Agropecuária Brasileira 3: 7-43.
- 3 - ANDERSON, T. W. - 1971 - The Statistical Analysis of Time Series. John Wiley and Sons, Inc. Nova York.
- 4 - BARTLETT, M. S. - 1947 - The Use of Transformations. Biometrics 3: 39-52.
- 5 - BLISS, C. I. - 1958 - Periodic Regression in Biology and Climatology. Bol. 615, Connecticut Agr. Exp. Station. New Haven.
- 6 - BOCK, K. R. - 1962 - Control of Coffee Leaf Rust in Kenya. Trans. Brit. Mycol. Soc. 45 (3): 301-313.

- 7 - BOCK, K. R. - 1962 - Seasonal Periodicity of Coffee Leaf Rust and Factors Affecting the Severity of Outbreaks in Kenya Colony. Trans. Brit. Mycol. Soc. 45 (3): 289-300 .
- 8 - BOX, G. E. P. - 1954 - Some Theorems on Quadratic Forms Applied in the Study of Analysis of Variance Problems. Ann. Math. Stat. 25: 290-302.
- 9 - BROOKS, C. E. P. e CARRUTHERS, N. - 1953 - Handbook of Statistical Methods in Meteorology. Her Majesty's Stationery Office. London.
- 10 - EVERSMEYER, M. G. e BURLEIGH, J. R. - 1969 - A Method of Predicting Epidemic Development of Wheat Leaf Rust. Phytopathology 60: 805-811.
- 11 - FISHER, R. A. - 1950 - Tests of Significance in Harmonic Analysis. IN: Contributions to Mathematical Statistic. John Wiley and Sons, Nova York e Londres.
- 12 - PIMENTEL GOMES, F. - 1968 - Curso de Estatística Experimental. 4.^a edição. Piracicaba.
- 13 - ROMIG, W. R. e DIRKS, V. A. - 1966 - Evaluation of Generalized Curves for Number of Cereal Rust Uredospores Trapped on Slides. Phytopathology 56: 1376-1380.
- 14 - SNEDECOR, G. W. - 1967 - Statistical Methods. 6.^a edição. Iowa State College Press , Ames, Iowa.
- 15 - SPIEGEL, M. R. - 1968 - Estatística. Trad. Pedro Cosentino. Ao Livro Técnico. Rio de Janeiro.
- 16 - VAN DER PLANK, J. E. - 1963 - Plant Diseases: Epidemics and Control. Academic Press, Nova York.