FRANCISCO JOSÉ PFEILSTICKER ZIMMERMANN

– Engenheiro Agrônomo –

PROFESSOR AUXILIAR DE ENSINO DO DEPARTAMENTO DE FITOTECNIA E FITOSSANITARISMO DO SETOR DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS – UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ.

ANÁLISE DE UM EXPERIMENTO DE ADUBAÇÃO E CALAGEM EM MILHO, EXECUTADO NUM DELINEAMENTO EM FAIXA DURANTE OITO ANOS NO MESMO LOCAL

Orientador: Prof. Dr. Clovis Pompílio de Abreu

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre.

PIRACICABA

- 1973 -

À minha mãe,

À minha esposa

E minha filha

D E D I C O

AGRADECIMENTOS

À Faculdade de Agronomia da Universidade Federal do Paraná, pela permissão para a realização do curso.

Ao Conselho de Ensino e Pesquisas da Universidade Federal do Paraná, pela concessão de Bolsa de Estudos.

Ao Professor Dr. Clovis Pompilio de Abreu, pelo incentivo e orientação na execução deste trabalho.

Ao Engenheiro-Agrônomo Giampiero Baldanzi, da Divisão de Experimentação do Departamento de Produção Vegetal da Secretaria de Agricultura do Paraná, pela gentil permissão no uso dos dados que tornaram possível esta dissertação.

Aos Professores do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo pelos conselhos e estímulo constantes.

Finalmente, a todos aqueles que de uma forma ou outra, contribuiram para o bom andamento desta pesquisa.

Í N D I C E

Página

Página

1 - INTRODUÇÃO

Na experimentação agrícola é recomendada a repetição dos ensaios em diferentes locais e anos, para que se possa a partir das informações obtidas, estabelecer-se recomendações de ordem geral para toda uma região.

Entretanto, as características de execução ou de planejamento, ou ainda da espécie vegetal pesquisada, exigem a repetição do esquema, numa mesma área, por um período mais ou menos longo, para que resultados possam ser obtidos.

O objetivo deste trabalho é fornecer os meios necessários para a análise de variância, e comparações de médias, oriundas de ensaios conduzidos, numa mesma área, sem recasualização, durante todos os anos de execução, tendo-se adotado o delineamento em faixa (split-block, em inglês).

Para determinar-se como são obtidos os valores de "F", foram deduzidas os conteúdos dos quadrados médios, supondo-se o modelo como misto ; e para as comparações de médias, foram deduzidas as variâncias dos contrastes entre duas médias, bem como determinadas suas estimativas.

O esquema de análise apresentado é aplicado a uma série de dados, obtidos junto à Secretaria de Agricultura do Paraná, e referem-se a um ensaio de Adubação e Calagem (3 x 3), com milho (*Zea mays*, L.), no delineamento em faixa, em blocos casualizados, com duas repetições, executado no Parque Estadual de Vila Velha, no Município de Ponta Grossa, Estado do Paraná.

2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 - Delineamento em Faixa

O esquema do experimento em faixa é apresentado por FEDERER (1955), KEMPTHORNE (1960), STEEL e TORRIE (1960), COCHRAN e COX (1971) e PIMENTEL GOMES (1970), sendo mostrado como uma variação daquele em parcelas sub divididas no qual as sub parcelas são dispostas em faixas, e como tal pode ser executado em blocos ao acaso ou quadrado latino.

Não se recomenda o uso generalizado do esquema, a não ser em condições exigidas por considerações práticas, COCHRAN e COX (1971) e PIMENTEL GOMES (1970) ou quando se tem por principal objetivo do estudo a interação A x B, COCHRAN e COX (1971), onde A representa os tratamentos aplicados às parcelas e B os aplicados às sub parcelas em faixa.

FEDERER (1955) apresenta as mais extensas considerações sobre o delineamento e mostra serem vantagens do seu uso:

a) as sub unidades podem ser relativamente pequenas, enquanto maior área é determinada para as unidades ; e

b) mais precisa informação é obtida para a interação A x B ;

e mostra serem suas principais desvantagens:

a) as informações sobre tratamentos A e B são menores que aquelas obtidas em blocos ao acaso ; e

b) a análise é mais complexa que no caso de blocos casualizados, principalmente para situações não ortogonais e análise de covariância.

Vários exemplos podem ser dados em que a melhor solução prática é o uso do delineamento em faixa, tais como: experimentos em épocas de colheita, quando a mesma é feita por meios mecânicos, (PIMENTEL GOMES, 1970) ; formas de aplicação mecânicas de adubos, corretivos, inseticidas, etc.; tipos de preparo do solo ; profundidade de aração ; experimentos de manejo em pastagens (FEDERER, 1955).

2.2 - Análise de Grupos ou Séries de Experimentos

As análises de séries ou grupos de experimentos são exaustivamente estudadas pela maioria dos autores, entre eles: COCHRAN e COX (1971) , PIMENTEL GOMES (1970) , KEMPTHORNE (1960) e YATES e COCHRAN (1938) , sendo este último considerado clássico.

Todos eles, referem sempre que os ensaios agrícolas devem ser conduzidos em diferentes locais e anos, mas dedicam-se sempre a experimentos executados em diferentes locais num mesmo ano, ou àqueles conduzidos em diversos locais e anos.

COCHRAN e COX (1971) ao estudarem as repetições no espaço e no tempo dizem que "se dará somente uma introdução ao caso mais simples no qual os experimentos foram feitos em cada um de $\underline{p}$ lugares por $\underline{y}$ anos. Em qualquer dos lugares, a cada ano, uma nova área foi escolhida , e nova aleatorização foi feita de tal forma que os dados podem ser considerados independentes".

Para este caso, a análise conjunta segue o delineamento anual, de tal forma que se as variâncias residuais de cada ensaio, forem consideradas homogêneas pelos testes usuais (F máx. , Bartlet , e outros), os ensaios podem ser grupados e os efeitos de tratamentos são testados por uma variância residual média (SOKAL e ROHLF, 1969).

Se por outro lado, as variâncias forem heterogêneas, vários processos podem ser seguidos, COCHRAN e COX (1971) e PIMENTEL GOMES (1970).

Quando no entanto, os ensaios são conduzidos numa mesma área, sem recasualização, por uma série de anos, os dados segundo o conceito de COCHRAN e COX (1971) devem ser considerados dependentes, de tal forma que PIMENTEL GOMES (1970) e outros autores, afirmam que "ensaios conduzidos no mesmo local, por anos sucessivos, consideram-se e analisam-se como em parcelas sub divididas.

Em STEEL e TORRIE (1960) , no capítulo referente a parcelas sub divididas, encontra-se o mesmo conceito, e êstes autores, levam o processo adiante, apresentando as "parcelas sub divididas no espaço e no tempo" , onde uma diferente análise de variância é mostrada.

3 - DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

3.1 - Modelo Matemático

O modelo matemático para os dados é:

$$Y_{ijkm} = m + \rho_j + a_i + \alpha_{ij} + c_m + (\rho\, c)_{jm} + (a\, c)_{im} + \beta_{ijm} + b_k + \gamma_{jk} +$$

$$+ (b\, c)_{km} + \delta_{jkm} + (a\, b)_{ik} + \theta_{ijk} + (a\, b\, c)_{ikm} + \varepsilon_{ijkm}$$

onde:

Y_{ijkm} = produção da ijk-ésima parcela, no m-ésimo ano

m = média geral da população

ρ_j = efeito aleatório de j-ésimo bloco

a_i = efeito do i-ésimo nível do tratamento A

α_{ij} = efeito aleatório associado à ij-ésima observação

c_m = efeito do m-ésimo ano

$(\rho\, c)_{jm}$ = efeito do j-ésimo bloco, no m-ésimo ano

$(a\, c)_{im}$ = efeito interado do i-ésimo nível de tratamento A com o m-ésimo ano

β_{ijm} = efeito aleatório da ijm-ésima observação

b_k = efeito do k-ésimo nível do tratamento B

γ_{jk} = efeito aleatório associado a jk-ésima observação

$(b\, c)_{km}$ = efeito interado do k-ésimo nível do tratamento B com o m-ésimo ano

δ_{jkm} = efeito aleatório, associado à jkm-ésima observação

$(a\, b)_{ik}$ = efeito interado do i-ésimo nível do tratamento A com o k-ésimo nível do tratamento B

Θ_{ijk} = efeito aleatório associado à interação do i-ésimo nível de A com o k-ésimo de B

$(a\ b\ c)_{ikm}$ = efeito interado do i-ésimo nível do tratamento A com o k-ésimo nível de B , no m-ésimo ano

ε_{ijkm} = efeito aleatório ou influência do acaso

O modelo matemático é do tipo misto, e consideram-se aleatórios:

$$\rho_j \ , \ \alpha_{ij} + \beta_{ijk} \ , \ \gamma_{jk} \ , \ \delta_{jkm} \ , \ \Theta_{ijk} \ , \ (\rho\, c)_{jm} \ \text{e} \ \varepsilon_{ijkm} \ ,$$

com média zero e variância,

$$\sigma^2_\rho \ , \ \sigma^2_\alpha \ , \ \sigma^2_\beta \ , \ \sigma^2_\gamma \ , \ \sigma^2_\delta \ , \ \sigma^2_\Theta \ , \ \sigma^2_{\rho c} \ \text{e} \ \sigma^2 \ ,$$

respectivamente.

São considerados fixos:

$$a_i \ , \ b_k \ , \ c_m \ , \ (a\ b)_{ik} \ , \ (a\ c)_{im} \ , \ (b\ c)_{km} \ \text{e} \ (a\ b\ c)_{ikm} \ .$$

3.2 - Análise de Variância

Baseando-se no conceito de COCHRAN e COX (1971) , da não independência dos dados, quando o ensaio é executado numa mesma área, sem recasualização por anos sucessivos, e ainda nos trabalhos de PIMENTEL GOMES (1970) e STEEL e TORRIE (1960) , adotou-se para este trabalho um esquema de análise de variância, como mostra o quadro de análise de variância.

Quadro de Análise de Variância

Causa de Variação	G. L.	S. Q.
Repetição (R)	$J - 1$	$(1/IKM) \sum_{j} Y^2_{.j..} - C$
Tratamento A (A)	$I - 1$	$(1/JKM) \sum_{i} Y^2_{i...} - C$
Resíduo a (a)	$(I - 1)(J - 1)$	S Q S T. I - SQR - SQA
S T. I	$I J - 1$	$(1/KM) \sum_{i,j} Y^2_{ij..} - C$
Ano (C)	$M - 1$	$(1/IJK) \sum_{m} Y^2_{...m} - C$
R x C (R C)	$(J - 1)(M - 1)$	$(1/IK) \sum_{j,m} Y^2_{.j.m} - C$ - SQR - SQC
A x C (A C)	$(I - 1)(M - 1)$	$(1/JK) \sum_{i,m} Y^2_{i..m} - C$ - SQA - SQC
Resíduo b (b)	$(I - 1)(J - 1)(M - 1)$	S Q S T. II - S Q S T. I - SQC - SQRC - SQAC
S T. II	$I J M - 1$	$(1/K) \sum_{i,j,m} Y^2_{ij.m} - C$
Tratamento B (B)	$K - 1$	$(1/IJM) \sum_{k} Y^2_{..k.} - C$
Resíduo c (c)	$(J - 1)(K - 1)$	S Q S T. III - S Q R - S Q B
S T. III	$J K - 1$	$(1/IM) \sum_{j,k} Y^2_{.jk.} - C$
B x C (B C)	$(K - 1)(M - 1)$	$(1/IJ) \sum_{k,m} Y^2_{..km} - C$ - S Q B - S Q C
Resíduo d (d)	$(J - 1)(K - 1)(M - 1)$	S Q S T. IV - S Q S T. III - S Q C - SQRC - SQBC
S T. IV	$J K M - 1$	$(1/I) \sum_{j,k,m} Y^2_{.jkm} - C$
A x B (A B)	$(I - 1)(K - 1)$	$(1/JM) \sum_{i,k} Y^2_{i.k.} - C$ - S Q A - S Q B
Resíduo e (e)	$(I - 1)(J - 1)(K - 1)$	S Q S T. V - S Q S T. I - S Q B - S Q c - S Q A B
S T. V	$I J K - 1$	$(1/M) \sum_{i,j,k} Y^2_{ijk.} - C$
AxBxC (A B C)	$(I - 1)(K - 1)(M - 1)$	$(1/J) \sum_{i,k,m} Y^2_{i.km} - C$ - SQA - SQB - SQC - SQAB - SQAC - SQBC
Resíduo f (f)	$(I-1)(J-1)(K-1)(M-1)$	SQT - SQT. II - SQB - SQc - SQBC - SQd - SQAB - SQe - SQABC
Total (T)	$I J K M - 1$	$\sum_{i,j,k,m} Y^2_{ijkm} - C$

3.3 - Componentes de Variância

ANDERSON e BANCROFT (1952) afirmam que os blocos devem ser considerados aleatórios, pois as inferências feitas a partir deles, valem para uma população muito maior, e somente o consideram fixo quando várias amostras são tomadas de cada tratamento em cada bloco.

FEDERER (1955) adota o mesmo conceito de aleatoriedade dos blocos.

Assim, conhecendo-se as fórmulas de obtenção das somas de quadrados (S. Q.) e os graus de liberdade (G. L.) ; adotando-se o modelo matemático apresentado em 3.1 , e suas restrições, e seguindo-se PIMENTEL GOMES (1966) e NOGUEIRA (1973) , teremos as seguintes esperança dos quadrados médios:

a) $$E\ (\text{correção}) = E\ (C) = E \left[\frac{(\sum_{ijkm} Y_{ijkm})^2}{I\ J\ K\ M} \right]$$

Dado que:

$$Y_{ijkm} = \rho_j + a_i + \alpha_{ij} + c_m + (\rho\ c)_{jm}) + (a\ c)_{im} + \beta_{ijm} + b_k + \gamma_{jk} +$$

$$+ (b\ c)_{km} + \delta_{ikm} + (a\ b)_{ik} + \theta_{ijk} + (a\ b\ c)_{ikm} + \varepsilon_{ijkm} \quad .$$

$$\left[\sum_{ijkm} Y_{ijkm}\right]^2 = \left[IKM \sum_j \rho_j + KM \sum_{i,j} \alpha_{ij} + IK \sum_{j,m} (\rho c)_{jm} + K \sum_{ijm} \beta_{ijm} + \right.$$

$$\left. + IM \sum_{j,k} \gamma_{jk} + I \sum_{jkm} \delta_{jkm} + M \sum_{ijk} \theta_{ijk} + \sum_{ijkm} \varepsilon_{ijkm} \right]^2$$

$$E\left[\sum_{ijkm} Y_{ijkm}\right]^2 = I^2 J K^2 M^2 \sigma_\rho^2 + IJK^2 M^2 \sigma_\alpha^2 + I^2 J K^2 M \sigma_{\rho c}^2 + IJK^2 M \sigma_\beta^2 +$$

$$+ I^2 J K M^2 \sigma_\gamma^2 + I^2 JKM \sigma_\delta^2 + IJK M^2 \sigma_\theta^2 + IJKM\sigma^2$$

$$E(C) = \frac{1}{IJKM} E\left[\sum_{ijkm} Y_{ijkm}\right]^2$$

$$E(C) = IKM\sigma_\rho^2 + KM\sigma_\alpha^2 + IK\sigma_{\rho c}^2 + K\sigma_\beta^2 + IM\sigma_\gamma^2 + I\sigma_\delta^2 + M\sigma_\theta^2 + \sigma^2$$

b) $E(QMR) = E\left[\dfrac{SQR}{J-1}\right]$

dado que

$$SQR = \frac{1}{IKM}\sum_j Y^2_{\cdot j \cdot \cdot} - C$$

$$E(SQR) = \frac{1}{IKM} E\left[\sum Y^2_{\cdot j \cdot \cdot}\right] - E(C)$$

$$Y_{\bullet j \bullet\bullet} = I\,K\,M\,\rho_j + K\,M \sum_i \alpha_{ij} + I\,K \sum_m (\rho\,c)_{jm} + K \sum_{i,m} \beta_{ijm} + I\,M \sum_k \gamma_{jk} +$$

$$+ I \sum_{k,m} \delta_{jkm} + M \sum_{i,k} \theta_{ijk} + \sum_{ikm} \varepsilon_{ijkm}$$

$$E\left[Y^2_{\bullet j \bullet\bullet}\right] = I^2\,K^2\,M^2\,\sigma^2_\rho + I\,K^2\,M^2\,\sigma^2_\alpha + I^2\,K^2\,\sigma^2_{\rho c} + I\,K^2\,M\,\sigma^2_\beta +$$

$$+ I^2\,K\,M^2\,\sigma^2_\gamma + I^2\,K\,M\,\sigma^2_\delta + I\,K\,M^2\,\sigma^2_\theta + I\,K\,M\,\sigma^2$$

aplicando-se $\sum_j$ e dividindo-se por $I\,K\,M$, vem

$$\frac{1}{I\,K\,M} \sum_j \left[Y^2_{\bullet j \bullet\bullet}\right] = I\,J\,K\,M\,\sigma^2_\rho + J\,K\,M\,\sigma^2_\alpha + I\,J\,K\,\sigma^2_{\rho c} + J\,K\,\sigma^2_\beta +$$

$$+ I\,J\,M\,\sigma^2_\gamma + I\,J\,\sigma^2_\delta + I\,M\,\sigma^2_\theta + J\,\sigma^2$$

subtraindo-se $E\,(C)$, vem:

$$E\,(S\,Q\,R) = I\,K\,M\,(J-1)\,\sigma^2_\rho + K\,M\,(J-1)\,\sigma^2_\alpha + I\,K\,(J-1)\,\sigma^2_{\rho c} + K\,(J-1)\,\sigma^2_\beta +$$

$$+ I\,M\,(J-1)\,\sigma^2_\gamma + I\,(J-1)\,\sigma^2_\delta + M\,(J-1)\,\sigma^2_\theta + (J-1)\,\sigma^2$$

dividindo-se por $(J-1)$, vem

$$E\,(Q\,M\,R) = I\,K\,M\,\sigma^2_\rho + K\,M\,\sigma^2_\alpha + I\,K\,\sigma^2_{\rho c} + K\,\sigma^2_\beta + I\,M\,\sigma^2_\gamma + I\,\sigma^2_\delta + M\,\sigma^2_\theta + \sigma^2$$

c) $$E\,(Q\,M\,A) = \frac{1}{I-1}\,E\,(S\,Q\,A)$$

dado que

$$S\,Q\,A = \frac{1}{J\,K\,M}\sum_i Y_{i\ldots}^2 - C\ ,$$

teremos:

$$Y_{i\ldots} = K\,M\sum_j \rho_j + J\,K\,M\,a_i + K\,M\,\Sigma\,\alpha_{ij} + K\sum_{j,m}(\rho\,c)_{jm} + K\sum_{j,m}\beta_{ijm} +$$

$$+ M\sum_{j,k}\gamma_{jk} + \sum_{ikm}\delta_{jkm} + M\sum_{j,k}\Theta_{ijk} + \sum_{jkm}\varepsilon_{ijkm}$$

elevando-se ao quadrado e aplicando-se a $E\left[\sum_i\right]$, vem

$$E\left[\sum_i (Y_{i\ldots}^2)\right] = I\,J\,K^2\,M^2\,\sigma_\rho^2 + J^2\,K^2\,M^2\sum_i a_i^2 + I\,J\,K^2\,M^2\,\sigma_\alpha^2 + I\,J\,K^2\,M\,\sigma_{\rho c}^2 +$$

$$+ I\,J\,K^2\,M\,\sigma_\beta^2 + I\,J\,K\,M^2\,\sigma_\gamma^2 + I\,J\,K\,M\,\sigma_\delta^2 + I\,J\,K\,M^2\,\sigma_\Theta^2 +$$

$$+ I\,J\,K\,M\,\sigma^2$$

dividindo-se por $J\,K\,M$ e subtraindo-se a $E\,(C)$, fica:

$$E\,(S\,Q\,A) = J\,K\,M\sum_i a_i^2 + K\,M\,(I-1)\,\sigma_\alpha^2 + K\,(I-1)\,\sigma_\beta^2 + M\,(I-1)\,\sigma_\Theta^2 +$$

$$+ (I-1)\,\sigma^2$$

dividindo-se por $(I-1)$, vem

$$E\,(Q\,M\,A) = \frac{J\,K\,M}{I-1}\sum_i a_i^2 + K\,M\,\sigma_\alpha^2 + K\,\sigma_\beta^2 + M\,\sigma_\Theta^2 + \sigma^2$$

d) $$E\,(Q\,M\,Res.\,a) = \frac{1}{(I-1)(J-1)}\,E\,(S\,Q\,Res.\,a)$$

dado que

$$(S\,Q\,Res.\,a) = \frac{1}{K\,M}\sum_{i,j} Y^2_{ij..} - C - S\,Q\,R - S\,Q\,A \quad ,$$

vem,

$$Y_{ij..} = K\,M\,\rho_j + K\,M\,a_i + K\,M\,\alpha_{ij} + K\sum_m (\rho\,c)_{jm} + K\sum_m \beta_{ijm} + M\sum_k \gamma_{jk} +$$

$$+ \sum_{k,m} \delta_{jkm} + M\sum_k \Theta_{ijk} + \sum_{k,m} \varepsilon_{ijkm}$$

logo

$$\frac{1}{K\,M}\sum_{i,j} E\,(Y^2_{ij..}) \quad ,$$

será:

$$\frac{1}{K\,M}\sum_{i,j} E\,(Y^2_{ij..}) = I\,J\,K\,M\,\sigma^2_\rho + J\,K\,M\sum_i a^2_i + I\,J\,K\,M\,\sigma^2_\alpha + I\,J\,K\,\sigma^2_{\rho c} +$$

$$+ I\,J\,K\,\sigma^2_\beta + I\,J\,M\,\sigma^2_\gamma + I\,J\,\sigma^2_\delta + I\,J\,M\,\sigma^2_\Theta + I\,J\,\sigma^2$$

subtraindo-se a $E\,(C)$, $E\,(S\,Q\,R)$ e $E\,(S\,Q\,A)$, vem:

$$E\,(S\,Q\,Res.\,a) = K\,M\,(I-1)(J-1)\,\sigma^2_\alpha + K\,(I-1)(J-1)\,\sigma^2_\beta +$$

$$+ M\,(I-1)(J-1)\,\sigma^2_\Theta + (I-1)(J-1)\,\sigma^2$$

logo

$$E\,(Q\,M\,Res.\,a) = K\,M\,\sigma^2_\alpha + K\,\sigma^2_\beta + M\,\sigma^2_\Theta + \sigma^2$$

e) $$E\,(Q\,M\,C) = \frac{1}{M-1}\,E\,(S\,Q\,C)$$

onde

$$S\,Q\,C = \frac{1}{I\,J\,K}\,\Sigma\,Y^2_{\cdot\cdot\cdot m} - C$$

$$Y_{\cdot\cdot\cdot m} = I\,K\,\sum_j \rho_j + K\,\sum_{i,j} \alpha_{ij} + I\,J\,K\,c_m + I\,K\,\sum_j (\rho\,c)_{jm} + K\,\sum_{i,j} \beta_{ijm} +$$

$$+ I\,\sum_{j,k} \gamma_{jk} + I\,\sum_{j,k} \delta_{jkm} + \sum_{ijk} \Theta_{ijk} + \sum_{ijk} \varepsilon_{ijkm}$$

elevando-se ao quadrado, e aplicando-se $E\left[\sum_m\right]$, e dividindo-se por $I\,J\,K$, vem:

$$\frac{E\left[\sum_m Y^2_{\cdot\cdot\cdot m}\right]}{I\,J\,K} = I\,K\,M\,\sigma^2_\rho + K\,M\,\sigma^2_\alpha + I\,J\,K\,\sum_m c^2_m + I\,K\,M\,\sigma^2_{\rho c} + K\,M\,\sigma^2_\beta +$$

$$+ I\,M\,\sigma^2_\gamma + I\,M\,\sigma^2_\delta + M\,\sigma^2_\Theta + M\,\sigma^2$$

Subtraindo-se daí a $E\,(C)$, vem:

$$E\,(S\,Q\,C) = I\,J\,K\,\sum_m c^2_m + I\,K\,(M-1)\,\sigma^2_{\rho c} + K\,(M-1)\,\sigma^2_\beta +$$

$$+ I\,(M-1)\,\sigma^2_\delta + (M-1)\,\sigma^2$$

dividindo-se por $M - 1$

$$E\,(Q\,M\,C) = \frac{I\,J\,K}{M-1}\,\sum_m c^2_m + I\,K\,\sigma^2_{\rho c} + K\,\sigma^2_\beta + I\,\sigma^2_\delta + \sigma^2$$

f) $$E\,(Q\,M\,R\,C) = \frac{1}{(J-1)(M-1)}\,E\,(S\,Q\,R\,C)$$

onde:

$$S\,Q\,R\,C = \frac{1}{I\,K}\sum_{j,m} Y^2_{.j.m} - C - S\,Q\,R - S\,Q\,C$$

$$Y_{.j.m} = J\,K\,\rho_j + K\sum_i \alpha_{ij} + I\,K\,c_m + I\,K\,(\rho\,c)_{jm} + K\sum_i \beta_{ijm} + I\sum_k \gamma_{jk} +$$

$$+ I\sum_k \delta_{jkm} + \sum_{i,k} \Theta_{ijk} + \sum_{i,k} \varepsilon_{ijkm}$$

então

$$\frac{1}{I\,K}\sum_{j,m} E\,(Y^2_{.j.m})$$

será:

$$\frac{1}{I\,K}\sum_{j,m} E\,(Y^2_{.j.m}) = I\,J\,K\,M\,\sigma^2_\rho + J\,K\,M\,\sigma^2_\alpha + I\,J\,K\sum_m c^2_m + I\,J\,K\,M\,\sigma^2_{\rho c} +$$

$$+ J\,K\,M\,\sigma^2_\beta + I\,J\,M\,\sigma^2_\gamma + I\,J\,M\,\sigma^2_\delta + J\,M\,\sigma^2_\Theta + J\,M\,\sigma^2$$

subtraindo-se a

$E\,(C)$, $E\,(S\,Q\,R)$ e a $E\,(S\,Q\,C)$, vem:

$$E\,(S\,Q\,R\,C) = I\,K\,(J-1)(M-1)\,\sigma^2_{\rho c} + K\,(J-1)(M-1)\,\sigma^2_\beta +$$

$$+ I\,(J-1)(M-1)\,\sigma^2_\delta + (J-1)(M-1)\,\sigma^2$$

sividindo-se por $(J-1)(M-1)$, vem:

$$E\,(Q\,M\,R\,C) = I\,K\,\sigma^2_{\rho c} + K\,\sigma^2_\beta + I\,\sigma^2_\delta + \sigma^2$$

g) $$E\,(Q\,M\,A\,C) = \frac{1}{(I-1)(M-1)}\,E\,(S\,Q\,A\,C)$$

onde

$$S\,Q\,A\,C = \frac{1}{J\,K}\sum_{i,m} Y^2_{i..m} - C - S\,Q\,A - S\,Q\,C \quad ;$$

$$Y_{i..m} = K\sum_j \rho_j + J\,K\,a_i + K\sum_j \alpha_{ij} + J\,K\,c_m + J\,K\,(a\,c)_{im} + K\sum_j (\rho\,c)_{jm} +$$

$$+ K\sum_j \beta_{ijm} + \sum_{j,k}\gamma_{jk} + \sum_{j,k}\delta_{jkm} + \sum_{j,k}\theta_{ijk} + \sum_{j,k}\varepsilon_{ijkm}$$

então:

$$\frac{1}{J\,K}\sum_{i,m} E\,(Y^2_{i..m}) \quad ,$$

será:

$$\frac{1}{J\,K}\sum_{i,m} E\,(Y^2_{i..m}) = I\,K\,M\,\sigma^2_\rho + J\,K\,M\sum_i a_i^2 + I\,K\,M\,\sigma^2_\alpha + I\,J\,K\sum_m c_m^2 +$$

$$+ J\,K\sum_{i,m}(a\,c)^2_{im} + I\,K\,M\,\sigma^2_{\rho c} + I\,K\,M\,\sigma^2_\beta + I\,M\,\sigma^2_\gamma +$$

$$+ I\,M\,\sigma^2_\delta + I\,M\,\sigma^2_\theta + I\,M\,\sigma^2$$

Subtraindo-se a $E\,(C)$, $E\,(S\,Q\,A)$ e $E\,(S\,Q\,C)$, vem:

$$E\,(S\,Q\,A\,C) = K\,(I-1)(M-1)\,\sigma^2_\beta + (I-1)(M-1)\,\sigma^2 + J\,K\sum_{i,m}(a\,c)^2_{im}$$

dividindo-se por $(I-1)(M-1)$,

$$E\,(Q\,M\,A\,C) = \frac{J\,K}{(I-1)(M-1)}\sum_{i,m}(a\,c)^2_{im} + K\,\sigma^2_\beta + \sigma^2$$

h) $$E\,(Q\,M\,Res.\,b) = \frac{1}{(I-1)(J-1)(M-1)}\,E\,(S\,Q\,Res.\,b)$$

onde:

$$S\,Q\,Res.\,b = \frac{1}{K}\sum_{ijm} Y^2_{ij.m} - \frac{1}{K\,M}\sum_{i,j} Y^2_{ij..} - S\,Q\,C - S\,Q\,R\,C - S\,Q\,A\,C$$

e

$$Y_{ij.m} = K\,\rho_j + K\,a_i + K\,\beta_{ij} + K\,c_m + K\,(a\,c)_{im} + K\,(\rho\,c)_{im} + K\,\beta_{ijm} +$$

$$+ \sum_k \gamma_{jk} + \sum_k \delta_{jkm} + \sum_k \Theta_{ijk} + \sum_k \varepsilon_{ijkm}$$

então

$$\frac{1}{K}\sum_{ijm} E\,(Y^2_{ij.m}) \quad ,$$

será:

$$\frac{1}{K}\sum_{ijm} E\,(Y^2_{ij.m}) = I\,J\,K\,M\,\sigma^2_\rho + J\,K\,M\sum_i a_i^2 + I\,J\,K\,M\,\sigma^2_\alpha + I\,J\,K\sum_m c_m^2 +$$

$$+ J\,K\sum_{i,m} (a\,c)^2_{im} + I\,J\,K\,M\,\sigma^2_{\rho c} + I\,J\,K\,M\,\sigma^2_\beta +$$

$$+ I\,J\,M\,\sigma^2_\gamma + I\,J\,M\,\sigma^2_\delta + I\,J\,M\,\sigma^2_\Theta + I\,J\,M\,\sigma^2$$

subtraindo-se:

$$\frac{1}{K\,M}\sum_{i,j} E\,(Y^2_{ij..}) \quad , \quad E\,(S\,Q\,C) \quad , \quad E\,(S\,Q\,R\,C) \ \text{e}\ E\,(S\,Q\,A\,C) \ ,$$

vem:

$$E\ (S\ Q\ Res.\ b) = K\ (I-1)(J-1)(M-1)\ \sigma^2_\beta + (I-1)(J-1)(M-1)\ \sigma^2$$

dividindo-se por

$$(I-1)(J-1)(M-1) \quad ,$$

vem:

$$E\ (Q\ M\ Res.\ b) = K\ \sigma^2_\beta + \sigma^2 \quad .$$

i) $$E\ (Q\ M\ B) = \frac{1}{K-1}\ E\ (S\ Q\ B)$$

onde

$$S\ Q\ B = \frac{1}{I\ J\ M} \sum_k Y^2_{..k.} - C$$

e,

$$Y_{..k.} = I\ M \sum_j \rho_j + M \sum_{i,j} \alpha_{ij} + I \sum_{j,m} (\rho\ c)_{jm} + \sum_{ijm} \beta_{ijm} + I\ J\ M\ b_k +$$

$$+ I\ M \sum_j \gamma_{jk} + I \sum_{j,m} \delta_{jkm} + M \sum_{i,j} \theta_{ijk} + \sum_{ijm} \varepsilon_{ijkm}$$

então:

$$\frac{1}{I\ J\ M} \sum_k E \left[Y^2_{..k.} \right] \quad ,$$

será:

$$\frac{1}{I\ J\ M} \sum_k E\ (Y^2_{..k.}) = I\ K\ M\ \sigma^2_\rho + K\ M\ \sigma^2_\alpha + I\ K\ \sigma^2_{\rho c} + K\ \sigma^2_\beta + I\ J\ M \sum_k b^2_k +$$

$$+ I\ K\ M\ \sigma^2_\gamma + I\ K\ \sigma^2_\delta + K\ M\ \sigma^2_\theta + K\ \sigma^2$$

subtraindo-se a $E\ (C)$, vem:

$$E\,(SQB) = IJM \sum_k b_k^2 + IM\,(K-1)\,\sigma_\gamma^2 + I\,(K-1)\,\sigma_\delta^2 + M\,(K-1)\,\sigma_\Theta^2 + (K-1)\,\sigma^2$$

dividindo-se por $(K - 1)$, vem:

$$E\,(Q\,M\,B) = \frac{I\,J\,M}{K-1} \sum_k b_k^2 + I\,M\,\sigma_\gamma^2 + I\,\sigma_\delta^2 + M\,\sigma_\Theta^2 + \sigma^2$$

j) $E\,(Q\,M\,\text{Res. c}) = \dfrac{1}{(J-1)(K-1)}\,E\,(S\,Q\,\text{Res. c})$

onde:

$$S\,Q\,\text{Res. c} = \frac{1}{I\,M} \sum_{j,k} Y^2_{.jk.} - C - S\,Q\,R - S\,Q\,B \quad ,$$

e,

$$Y_{.jk.} = I\,M\,\rho_j + M \sum_i \alpha_{ij} + I \sum_m (\rho\,c)_{jm} + \sum_{i,m} \beta_{ijm} + I\,M\,b_k + I\,M\,\gamma_{jk} +$$

$$+ I \sum_m \delta_{jkm} + M \sum_i \Theta_{ijk} + \sum_{i,m} \varepsilon_{ijkm}$$

e,

$$\frac{1}{I\,M} \sum_{j,k} E\,(Y^2_{.jk.}) = I\,J\,K\,M\,\sigma_\rho^2 + J\,K\,M\,\sigma_\alpha^2 + I\,J\,K\,\sigma_{\rho c}^2 + J\,K\,\sigma_\beta^2 +$$

$$+ I\,J\,M \sum_k b_k^2 + I\,J\,K\,M\,\sigma_\gamma^2 + I\,J\,K\,\sigma_\delta^2 + J\,K\,M\,\sigma_\Theta^2 + J\,K\,\sigma^2$$

então subtraindo-se

$E\,(C)$, $E\,(S\,Q\,R)$ e $E\,(S\,Q\,B)$,

vem:

$$E\,(S\,Q\,Res.\,c) = I\,M\,(J-1)(K-1)\,\sigma^2_\gamma + I\,(J-1)(K-1)\,\sigma^2_\delta +$$

$$+ M\,(J-1)(K-1)\,\sigma^2_\theta + (J-1)(K-1)\,\sigma^2$$

dividindo-se por $(J-1)(K-1)$, teremos:

$$E\,(Q\,M\,Res.\,c) = I\,M\,\sigma^2_\gamma + I\,\sigma^2_\delta + M\,\sigma^2_\theta + \sigma^2$$

k) $$E\,(Q\,M\,B\,C) = \frac{1}{(K-1)(M-1)}\,E\,(S\,Q\,B\,C)$$

onde:

$$S\,Q\,B\,C = \frac{1}{I\,J}\sum_{k,m} Y^2_{..km} - C - S\,Q\,B - S\,Q\,C$$

e,

$$Y_{..km} = I\sum_j \rho_j + \sum_{i,j} \alpha_{ij} + I\,J\,c_m + I\sum_j (\rho\,c)_{jm} + \sum_{i,j} \beta_{ijm} + I\,J\,b_k +$$

$$+ I\sum_j \gamma_{jk} + I\,J\,(b\,c)_{km} + I\sum_j \delta_{jkm} + \sum_{i,j} \theta_{ijk} + \sum_{i,j} \varepsilon_{ijkm}$$

então teremos:

$$\frac{1}{I\,J}\sum_{k,m} E\,(Y^2_{..km}) = I\,K\,M\,\sigma^2_\rho + K\,M\,\sigma^2_\alpha + I\,J\,K\sum_m c^2_m + I\,K\,M\,\sigma^2_{\rho c} +$$

$$+ K\,M\,\sigma^2_\beta + I\,J\,M\sum_k b^2_k + I\,K\,M\,\sigma^2_\rho + I\,J\sum_{k,m} (b\,c)^2_{km} +$$

$$+ I\,K\,M\,\sigma^2_\delta + K\,M\,\sigma^2_\theta + K\,M\,\sigma^2$$

subtraindo-se a

$$E(C) \quad , \quad E(S\,Q\,C) \quad e \quad E(S\,Q\,B)$$

vem:

$$E(S\,Q\,B\,C) = I\,(K-1)(M-1)\,\sigma_\delta^2 + I\,J \sum_{k,m} (b\,c)_{km}^2 + (K-1)(M-1)\,\sigma^2$$

dividindo-se por $(K - 1)(M - 1)$, fica:

$$E(Q\,M\,B\,C) = \frac{I\,J}{(K-1)(M-1)} \sum_{k,m} (b\,c)_{km}^2 + I\,\sigma_\delta^2 + \sigma^2$$

l) $$E(Q\,M\,\text{Res. } d) = \frac{1}{(J-1)(K-1)(M-1)}\, E(S\,Q\,\text{Res. } d)$$

onde:

$$S\,Q\,\text{Res. } d = \frac{1}{I} \sum_{jkm} Y_{\bullet jkm}^2 - \frac{1}{I\,M} \sum_{j,k} Y_{\bullet jk\bullet}^2 - S\,Q\,C - S\,Q\,R\,C - S\,Q\,B\,C$$

e,

$$Y_{\bullet jkm} = I\,\rho_j + \sum_i \alpha_{ij} + I\,c_m + I\,(\rho\,c)_{jm} + \sum_i \beta_{ijm} + I\,b_k + I\,\gamma_{jk} +$$

$$+ I\,(b\,c)_{km} + I\,\delta_{jkm} + \sum_i \theta_{ijk} + \sum_i \varepsilon_{ijkm}$$

então:

$$\frac{1}{I} \sum_{j,k,m} E\,(Y^2_{\cdot jkm}) = I\,J\,K\,M\,\sigma^2_{\rho} + J\,K\,M\,\sigma^2_{\alpha} + I\,J\,K \sum_{m} c^2_{m} + I\,J\,K\,M\,\sigma^2_{\rho c} +$$

$$+ J\,K\,M\,\sigma^2_{\beta} + I\,J\,M \sum_{k} b^2_{k} + I\,J\,K\,M\,\sigma^2_{\rho} +$$

$$+ I\,J \sum_{k,m} (b\,c)^2_{km} + I\,J\,K\,M\,\sigma^2_{\delta} + J\,K\,M\,\sigma^2_{\Theta} + J\,K\,M\,\sigma^2$$

subtraindo-se:

$$\frac{1}{I\,M} \sum_{j,k} E\,(Y^2_{\cdot jk\cdot}) \quad , \quad E\,(S\,Q\,C) \quad , \quad E\,(S\,Q\,R\,C) \quad e \quad E\,(S\,Q\,B\,C) \quad ,$$

vem:

$$E\,(S\,Q\,Res.\ d) = I\,(J-1)(K-1)(M-1)\ \sigma^2_{\delta} + (J-1)(K-1)(M-1)\ \sigma^2$$

dividindo-se por

$$(J-1)(K-1)(M-1)$$

vem:

$$E\,(Q\,M\,Res.\ d) = I\,\sigma^2_{\delta} + \sigma^2$$

m) $$E\,(Q\,M\,A\,B) = \frac{1}{(I-1)(K-1)}\ E\,(S\,Q\,A\,B)$$

onde:

$$S\,Q\,A\,B = \frac{1}{J\,M} \sum_{i,k} Y^2_{i\cdot k\cdot} - C - S\,Q\,A - S\,Q\,B \quad ,$$

e,

$$Y_{i.k.} = M \sum_j \rho_j + J\,M\,a_i + M \sum_j \alpha_{ij} + \sum_{j,m} (\rho\,c)_{jm} + \sum_{j,m} \beta_{ijm} + J\,M\,b_k +$$

$$+ M \sum_j \gamma_{jk} + \sum_{j,m} \delta_{jkm} + J\,M\,(a\,b)_{ik} + M \sum_j \theta_{ijk} + \sum_{j,m} \varepsilon_{ijkm}$$

então:

$$\frac{1}{J\,M} \sum_{i,k} E\,(Y^2_{i.k.}) = I\,K\,M\,\sigma^2_\rho + J\,K\,M \sum_i a^2_i + I\,K\,M\,\sigma^2_\alpha + I\,K\,\sigma^2_{\rho c} + I\,K\,\sigma^2_\beta +$$

$$+ I\,J\,M \sum_k b^2_k + I\,K\,M\,\sigma^2_\rho + I\,K\,\sigma^2_\delta +$$

$$+ J\,M \sum_{i,k} (a\,b)^2_{ik} + I\,K\,M\,\sigma^2_\theta + I\,K\,\sigma^2$$

subtraindo-se:

$$E\,(C) \quad , \quad E\,(S\,Q\,A) \quad e \quad E\,(S\,Q\,B)$$

Teremos:

$$E\,(S\,Q\,A\,B) = J\,M \sum_{i,k} (a\,b)^2_{ik} + M\,(I-1)(K-1)\,\sigma^2_\theta + (I-1)(K-1)\,\sigma^2$$

dividindo-se por

$$(I-1)(K-1) \quad ,$$

vem:

$$E\,(Q\,M\,A\,B) = \frac{J\,M}{(I-1)(K-1)} \sum_{i,k} (a\,b)^2_{ik} + M\,\sigma^2_\theta + \sigma^2$$

n) $$E\,(Q\,M\,Res.\,e) = \frac{1}{(I-1)(J-1)(K-1)}\,E\,(S\,Q\,Res.\,e)$$

onde:

$$S\,Q\,Res.\,e = \frac{1}{M}\sum_{ijk} Y^2_{ijk.} - \frac{1}{K\,M}\sum_{i,j} Y^2_{ij..} - S\,Q\,B - S\,Q\,Res.\,c - S\,Q\,A\,B$$

então:

$$Y_{ijk.} = M\,\rho_j + M\,a_i + M\,\alpha_{ij} + \sum_m (\rho\,c)_{jm} + \sum_m \beta_{ijm} + M\,b_k + M\,\gamma_{jk} +$$

$$+ \sum_m \delta_{jkm} + M\,(a\,b)_{ik} + M\,\theta_{ijk} + \sum_m \varepsilon_{ijkm}$$

e teremos:

$$\frac{1}{M}\sum_{ijk} E\,(Y^2_{ijk.}) = I\,J\,K\,M\,\sigma^2_\rho + J\,K\,M\sum_i a^2_i + I\,J\,K\,M\,\sigma^2_\alpha + I\,J\,K\,\sigma^2_{\rho c} +$$

$$+ I\,J\,K\,\sigma^2_\beta + I\,J\,M\sum_k b^2_k + I\,J\,K\,M\,\sigma^2_\gamma + I\,J\,K\,\sigma^2_\delta +$$

$$+ J\,M\sum_{i,k} (a\,b)^2_{ik} + I\,J\,K\,M\,\sigma^2_\theta + I\,J\,K\,\sigma^2$$

subtraindo-se:

$$\frac{1}{K\,M}\sum_{i,j} E\left[\,Y^2_{ij..}\right] \quad , \quad E\,(S\,Q\,B) \quad , \quad E\,(S\,Q\,Res.\,c) - E\,(S\,Q\,A\,B)\ ,$$

teremos:

$$E\,(S\,Q\,Res.\,e) = M\,(I-1)(J-1)(K-1)\,\sigma^2_\theta + (I-1)(J-1)(K-1)\,\sigma^2$$

dividindo-se **por:**

$$(I-1)(J-1)(K-1)\ ,$$

vem:

$$E\,(Q\,M\,Res.\,e) = M\,\sigma^2_\theta + \sigma^2$$

o) $$E\,(Q\,M\,A\,B\,C) = \frac{1}{(I-1)(K-1)(M-1)}\,E\,(S\,Q\,A\,B\,C)$$

onde:

$$S\,Q\,A\,B\,C = \frac{1}{J}\sum_{ikm} Y^2_{i.km} - C - S\,Q\,A - S\,Q\,B - S\,Q\,C - S\,Q\,A\,B - S\,Q\,A\,C - S\,Q\,B\,C$$

e,

$$Y_{i.km} = \sum_j \rho_j + J\,a_i + \sum_j \alpha_{ij} + J\,c_m + J\,(a\,c)_{im} + \sum_j (\rho\,c)_{jm} + \sum_j \beta_{ijm} + J\,b_k + \sum_j \gamma_{jk} + J\,(b\,c)_{km} + \sum_j \delta_{jkm} + J\,(a\,b)_{ik} + \sum_j \theta_{ijk} + J\,(a\,b\,c)_{ikm} + \sum_j \varepsilon_{ijkm}$$

então teremos:

$$\frac{1}{J}\sum_{ikm} E\left[\,Y^2_{i.km}\right] = I\,K\,M\,\sigma^2_\rho + J\,K\,M\sum_i a_i^2 + I\,K\,M\,\sigma^2_\alpha + I\,J\,K\sum_m c_m^2 + J\,K\sum_{i,m}(a\,c)^2_{im} + I\,K\,M\,\sigma^2_{\rho c} + I\,K\,M\,\sigma^2_\beta + I\,J\,M\sum_k b_k^2 + I\,K\,M\,\sigma^2_\gamma + I\,J\sum_{k,m}(b\,c)^2_{km} + I\,K\,M\,\sigma^2_\delta + J\,M\sum_{i,k}(a\,b)^2_{ik} + I\,K\,M\,\sigma^2_\theta + J\sum_{ikm}(a\,b\,c)^2_{ikm} + I\,K\,M\,\sigma^2$$

subtraindo-se:

$E\,(C)$, $E\,(SQA)$, $E\,(SQB)$, $E\,(SQC)$, $E\,(SQAB)$, $E\,(SQAC)$ e $E\,(SQBC)$

vem:

$$E\,(S\,Q\,A\,B\,C) = J \sum_{ikm} (a\,b\,c)^2_{ikm} + (I-1)(K-1)(M-1)\,\sigma^2$$

$$E\,(Q\,M\,A\,B\,C) = \frac{J}{(I-1)(K-1)(M-1)} \sum_{ikm} (a\,b\,c)^2_{ikm} + \sigma^2$$

p) $$E\,(Q\,M\,\text{Res. f}) = \frac{1}{(I-1)(J-1)(K-1)(M-1)}\,E\,(S\,Q\,\text{Res. f}$$

onde:

$$S\,Q\,\text{Res. f} = \sum_{ijkm} Y^2_{ijkm} - \frac{1}{K} \sum_{ijm} Y^2_{ij.m} - S\,Q\,B - S\,Q\,\text{Res. c} - S\,Q\,B\,C -$$

$$- S\,Q\,\text{Res. d} - S\,Q\,A\,B - S\,Q\,\text{Res. e} - S\,Q\,A\,B\,C$$

$$Y_{ijkm} = \rho_j + a_i + \alpha_{ij} + c_m + (\rho\,c)_{jm} + (a\,c)_{im} + \beta_{ijm} + b_k + \gamma_{jk} +$$

$$+ (b\,c)_{km} + \delta_{ikm} + (a\,b)_{ik} + \Theta_{ijk} + (a\,b\,c)_{ikm} + \varepsilon_{ijkm}$$

e teremos:

$$\sum_{ijkm} E\,(Y^2_{ijkm}) = I\,J\,K\,M\,\sigma^2_\rho + J\,K\,M \sum_i a^2_i + I\,J\,K\,M\,\sigma^2_\alpha + I\,J\,K \sum_m c^2_m +$$

$$+ I\,J\,K\,\sigma^2_{\rho c} + J\,K \sum_{i,m} (a\,c)^2_{im} + I\,J\,K\,M\,\sigma^2_\beta + I\,J\,M \sum_k b^2_k +$$

$$+ I\,J\,K\,M\,\sigma^2_\gamma + I\,J \sum_{k,m} (b\,c)^2_{km} + I\,J\,K\,M\,\sigma^2_\delta +$$

$$+ J\,M \sum_{i,k} (a\,b)^2_{ik} + IJKM\sigma^2_\Theta + J \sum_{ikm} (a\,b\,c)^2_{ikm} + IJKM\sigma^2$$

subtraindo-se:

$$\frac{1}{K} \sum_{ijm} E\,(Y^2_{ij.m}) \quad , \quad E\,(S\ Q\ B) \quad , \quad E\,(S\ Q\ Res.\ c) \quad , \quad E\,(S\ Q\ B\ C) \quad ,$$

$$E\,(S\ Q\ Res.\ d) \quad , \quad E\,(S\ Q\ A\ B) \quad , \quad E\,(S\ Q\ Res.\ e) \quad e \quad E\,(S\ Q\ A\ B\ C) \quad ,$$

vem:

$$E\,(S\ Q\ Res.\ f) = (I - 1)(J - 1)(K - 1)(M - 1)\ \sigma^2$$

dividindo-se por

$$(I - 1)(J - 1)(K - 1)(M - 1) \quad ,$$

vem:

$$E\,(Q\ M\ Res.\ f) = \sigma^2$$

Quadro Resumo dos Componentes de Variância

Causa de Variação	G. L.	E (Q. M.)
Repetição (R)	$J - 1$	$\sigma^2 + K\,M\,\sigma^2_\alpha + K\,\sigma^2_\beta + I\,M\,\sigma^2_\gamma + I\,\sigma^2_\delta + M\,\sigma^2_\theta + I\,K\,\sigma^2_{\rho c} + I\,K\,M\,\sigma^2_\rho$
Tratamento A	$I - 1$	$\sigma^2 + K\,M\,\sigma^2_\alpha + K\,\sigma^2_\beta + M\,\sigma^2_\theta + \frac{J\,K\,M}{I - 1} \sum_i a^2_i$
Resíduo (a)	$(I - 1)(J - 1)$	$\sigma^2 + K\,M\,\sigma^2_\alpha + K\,\sigma^2_\beta + M\,\sigma^2_\theta$
S. Total I	$I\,J - 1$	
Tratamento C (anos)	$M - 1$	$\sigma^2 + K\,\sigma^2_\beta + I\,\sigma^2_\delta + I\,K\,\sigma^2_{\rho c} + \frac{I\,J\,K}{M - 1} \sum_m c^2_m$
R x C	$(J - 1)(M - 1)$	$\sigma^2 + K\,\sigma^2_\beta + I\,\sigma^2_\delta + I\,K\,\sigma^2_{\rho c}$
A x C	$(I - 1)(M - 1)$	$\sigma^2 + K\,\sigma^2_\beta + \frac{J\,K}{(I - 1)(M - 1)} \sum_{i,m} (a\,c)^2_{im}$
Resíduo (b)	$(I - 1)(J - 1)(M - 1)$	$\sigma^2 + K\,\sigma^2_\beta$
S. Total II	$I\,J\,M - 1$	
Tratamento B	$K - 1$	$\sigma^2 + I\,\sigma^2_\delta + M\,\sigma^2_\theta + I\,M\,\sigma^2_\gamma + \frac{I\,J\,M}{K - 1} \sum_k b^2_k$
Resíduo (c)	$(K - 1)(J - 1)$	$\sigma^2 + I\,\sigma^2_\delta + M\,\sigma^2_\theta + I\,M\,\sigma^2_\gamma$
S. Total III	$J\,K - 1$	
B x C	$(K - 1)(M - 1)$	$\sigma^2 + I\,\sigma^2_\delta + \frac{I\,J}{(K - 1)(M - 1)} \sum_{k,m} (b\,c)^2_{km}$
Resíduo (d)	$(K - 1)(J - 1)(M - 1)$	$\sigma^2 + I\,\sigma^2_\delta$
S. Total IV	$J\,K\,M - 1$	
A x B	$(I - 1)(K - 1)$	$\sigma^2 + M\,\sigma^2_\theta + \frac{J\,M}{(I - 1)(K - 1)} \sum_{i,k} (a\,b)^2_{ik}$
Resíduo (e)	$(I - 1)(K - 1)(J - 1)$	$\sigma^2 + M\,\sigma^2_\theta$
S. Total V	$I\,J\,K - 1$	
A x B x C	$(I - 1)(K - 1)(M - 1)$	$\sigma^2 + \frac{J}{(I - 1)(K - 1)(M - 1)} \sum_{ikm} (a\,b\,c)^2_{ikm}$
Resíduo (f)	(I - 1)(K - 1)(J - 1((M - 1)	σ^2
Total	$I\,J\,K\,M - 1$	

3.4 - Testes de Significância (Teste F)

A partir das esperanças dos quadrados médios obtidos no item anterior (3.3) , obtem-se os seguintes valores de "F" :

a) Tratamentos A : $\dfrac{Q\ M\ A}{Q\ M\ Res.\ a}$, com ((I - 1) e (I - 1)(J - 1) G. L.

b) Tratamentos B : $\dfrac{Q\ M\ B}{Q\ M\ Res.\ c}$, com (K - 1) e (J - 1)(K - 1) G. L.

c) Anos : $\dfrac{Q\ M\ C}{Q\ M\ R\ C}$, com (M - 1) e (J - 1)(M - 1) G. L.

d) A x B : $\dfrac{Q\ M\ A\ B}{Q\ M\ Res.\ e}$, com (I-1)(K-1) e (I-1)(J-1)(K-1) G. L.

e) A x C : $\dfrac{Q\ M\ A\ C}{Q\ M\ Res.\ b}$, com (I-1)(M-1) e (I-1)(J-1)(M-1) G. L.

f) B x C : $\dfrac{Q\ M\ B\ C}{Q\ M\ Res.\ d}$, com (K-1)(M-1) e (J-1)(K-1)(M-1) G. L.

g) A x B x C : $\dfrac{Q\ M\ A\ B\ C}{Q\ M\ Res.\ f}$, com (I - 1)(K - 1)(M - 1) e (I-1)(J-1)(K-1)(M-1) G. L.

h) Repetições: $\dfrac{Q\ M\ R + Q\ M\ Res.\ b + Q\ M\ Res.\ d + Q\ M\ Res.\ e}{Q\ M\ Res.\ a + Q\ M\ Res.\ c + Q\ M\ R\ C + Q\ M\ Res.\ f}$

com n_1 e n_2 G. L. , onde:

$$n_1 = \frac{(Q\,M\,R + Q\,M\,Res.\ b + Q\,M\,Res.\ d + Q\,M\,Res.\ e)^2}{\frac{(QMR)^2}{(J-1)} + \frac{(Q\,M\,Res.\ b)^2}{(I-1)(J-1)(M-1)} + \frac{(Q\,M\,Res.\ d)^2}{(J-1)(K-1)(M-1)} + \frac{(Q\,M\,Res.\ e)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)}}$$

$$n_2 = \frac{(Q\,M\,Res.\ a + Q\,M\,Res.\ c + Q\,M\,R\,C + Q\,M\,Res.\ f)^2}{\frac{(QMRes.\ a)^2}{(I-1)(J-1)} + \frac{(QMRes.\ c)^2}{(J-1)(K-1)} + \frac{(Q\,M\,R\,C)^2}{(J-1)(M-1)} + \frac{(Q\,M\,Res.\ f)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)(M-1)}}$$

i) R x C :- $\dfrac{Q\,M\,R\,C + Q\,M\,Res.\ f}{Q\,M\,Res.\ b + Q\,M\,Res.\ d}$

com n_1 e n_2 G. L. , onde:

$$n_1 = \frac{(Q\,M\,R\,C + Q\,M\,Res.\ f)^2}{\frac{(Q\,M\,R\,C)^2}{(J-1)(M-1)} + \frac{(Q\,M\,Res.\ f)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)(M-1)}}$$

$$n_2 = \frac{(Q\,M\,Res.\ b + Q\,M\,Res.\ d)^2}{\frac{(Q\,M\,Res.\ b)}{(I-1)(J-1)(M-1)} + \frac{(Q\,M\,Res.\ d)^2}{(J-1)(K-1)(M-1)}}$$

3.5 - Variâncias e Estimativas de Variâncias de Contrastes entre Duas Média

Para o caso em estudo, dezenove diferentes contrastes entre duas médias podem ser obtidos:

a) $\overline{A_i} - \overline{A_{i'}}$

b) $\overline{B_k} - \overline{B_{k'}}$

c) $\overline{C_m} - \overline{C_{m'}}$

d) $\overline{A_i B_k} - \overline{A_{i'} B_k}$

e) $\overline{A_i B_k} - \overline{A_i B_{k'}}$

f) $\overline{A_i B_k} - \overline{A_{i'} B_{k'}}$

g) $\overline{A_i C_m} - \overline{A_{i'} C_m}$

h) $\overline{A_i C_m} - \overline{A_i C_{m'}}$

i) $\overline{A_i C_m} - \overline{A_{i'} C_{m'}}$

j) $\overline{B_k C_m} - \overline{B_{k'} C_m}$

k) $\overline{B_k C_m} - \overline{B_k C_{m'}}$

l) $\overline{B_k C_m} - \overline{B_{k'} C_{m'}}$

m) $\overline{A_i B_k C_m} - \overline{A_{i'} B_k C_m}$

n) $\overline{A_i B_k C_m} - \overline{A_i B_{k'} C_m}$

o) $\overline{A_i B_k C_m} - \overline{A_i B_k C_{m'}}$

p) $\overline{A_i B_k C_m} - \overline{A_{i'} B_k C_{m'}}$

q) $\overline{A_i B_k C_m} - \overline{A_{i'} B_{k'} C_m}$

r) $\overline{A_i B_k C_m} - \overline{A_i B_{k'} C_{m'}}$

s) $\overline{A_i B_k C_m} - \overline{A_{i'} B_{k'} C_{m'}}$

A importância de cada contraste será determinada pelo pesquisador ao planejar o experimento, e por isso na sequência se deduzirá as variâncias de cada um destes tipos de contrastes e suas estimativas, seguindo-se os princípios expostos por PIMENTEL GOMES (1966) e NOGUEIRA (1973).

a) $\hat{Y}_i = \overline{A_i} - \overline{A_{i'}}$

dado que

$$A_i = \sum_{jkm} Y_{ijkm} = Y_{i...}$$

vem:

$$A_i = K\,M \sum_j \rho_j + J\,K\,M\,a_i + K\,M \sum_j \alpha_{ij} + K \sum_{j,m} (\rho\,c)_{jm} + K \sum_{j,m} \beta_{ijm} +$$

$$+ M \sum_{j,k} \gamma_{jk} + \sum_{jkm} \delta_{jkm} + M \sum_{j,k} \theta_{ijk} + \sum_{jkm} \varepsilon_{ijkm}$$

e que

$$A_{i'} = K\,M \sum_j \rho_j + J\,K\,M\,a_{i'} + K\,M \sum_j \alpha_{i'j} + K \sum_{j,m} (\rho\,c)_{jm} + K \sum_{j,m} \beta_{i'jm} +$$

$$+ M \sum_{j,k} \gamma_{jk} + \sum_{jkm} \delta_{jkm} + M \sum_{j,k} \theta_{i'jk} + \sum_{jkm} \varepsilon_{i'jkm}$$

logo, dividindo-se por $J\,K\,M$ e efetuando-se a diferença, vem:

$$\hat{Y}_i = \overline{A_i} - \overline{A_{i'}} = (a_i - a_{i'}) + \frac{1}{J\,M} \sum_{j,m} (\beta_{ijm} - \beta_{i'jm}) + \frac{1}{J} \sum_j (\alpha_{ij} - \alpha_{i'j}) +$$

$$+ \frac{1}{J\,K} \sum_{j,k} (\theta_{ijk} - \theta_{i'jk}) + \frac{1}{J\,K\,M} \sum_{jkm} (\varepsilon_{ijkm} - \varepsilon_{i'jkm})$$

onde:

$$E\,(\hat{Y}_i) = a_i - a_{i'}$$

e

$$V\,(\hat{Y}_i) = E \left[\hat{Y}_i - E\,(\hat{Y}_i) \right]^2$$

e teremos então:

$$V\,(\hat{Y}_i) = \frac{2}{J\,K\,M}\left[\sigma^2 + K\,\sigma_\beta^2 + M\,\sigma_\Theta^2 + K\,M\,\sigma_\alpha^2\right]$$

e sua estimativa será:

$$\hat{V}\,(\hat{Y}_i) = \frac{2}{J\,K\,M}\,(Q\,M\,\mathrm{Res.}\ a)$$

b) $\hat{Y}_k = \overline{B_k} - \overline{B_{k'}}$

dado que:

$$B_k = \sum_{ijm} Y_{ijkm} = Y_{..k.}$$

vem:

$$B_k = I\,M\sum_j \rho_j + M\sum_{i,j} \alpha_{ij} + I\sum_{j,m} (\rho\,c)_{jm} + \sum_{ijm} \beta_{ijm} + I\,J\,M\,b_k +$$

$$+ I\,M\sum_j \gamma_{jk} + I\sum_{j,m} \delta_{jkm} + M\sum_{i,j} \Theta_{ijk} + \sum_{ijm} \varepsilon_{ijkm}$$

e

$$B_{k'} = I\,M\sum_j \rho_j + M\sum_{i,j} \alpha_{ij} + I\sum_{j,m} (\rho\,c)_{jm} + \sum_{ijm} \beta_{ijm} + I\,J\,M\,b_{k'} +$$

$$+ I\,M\sum_j \gamma_{jk'} + I\sum_{j,m} \delta_{ik'm} + M\sum_{i,j} \Theta_{ijk'} + \sum_{ijm} \varepsilon_{ijk'm}$$

dividindo-se por $I\,J\,M$ e efetuando-se $\overline{B_k} - \overline{B_{k'}}$, teremos:

$$\hat{Y}_k = (b_k - b_{k'}) = \frac{1}{J} \sum_j (\gamma_{jk} - \gamma_{jk'}) + \frac{1}{J\ M} \sum_{j,m} (\delta_{jkm} - \delta_{jk'm}) +$$

$$+ \frac{1}{I\ J} \sum_{i,j} (\theta_{ijk} - \theta_{ijk'}) + \frac{1}{I\ J\ M} \sum_{ijm} (\varepsilon_{ijkm} - \varepsilon_{ijk'm})$$

a esperança de $\hat{Y}_k$, será:

$$E(\hat{Y}_k) = b_k - b_{k'}$$

$$V(\hat{Y}_k) = E\left[\ Y_k - E(\hat{Y}_k)\ \right]^2$$

logo

$$V(\hat{Y}_k) = \frac{2}{I\ J\ M} (\sigma^2 + I\ \sigma_\delta^2 + M\ \sigma_\theta^2 + I\ M\ \sigma_\gamma^2) \quad ,$$

e sua estimativa será:

$$\hat{V}(\hat{Y}_k) = \frac{2}{I\ J\ M} (Q\ M\ Res.\ c)$$

c) $\hat{Y}_m = \overline{C_m} - \overline{C_{m'}}$

dado que

$$C_m = \sum_{ijk} Y_{ijkm} = Y_{...m} \quad ,$$

teremos:

$$C_m = I\ K \sum_j \rho_j + K \sum_{i,j} \alpha_{ij} + I\ J\ K\ c_m + I\ K \sum_j (\rho\ c)_{jm} + K \sum_{i,j} \beta_{ijm} +$$

$$+ I \sum_{j,k} \gamma_{jk} + I \sum_{j,k} \delta_{jkm} + \sum_{ijk} \theta_{ijk} + \sum_{ijk} \varepsilon_{ijkm} \quad ,$$

e

$$C_{m'} = I\,K \sum_j \rho_j + K \sum_{i,j} \alpha_{ij} + I\,J\,K\,c_{m'} + I\,K \sum_j (\rho\,c)_{jm'} + K \sum_{i,j} \beta_{ijm'} +$$

$$+ I \sum_{j,k} \gamma_{jk} + I \sum_{j,k} \delta_{jkm'} + \sum_{ijk} \Theta_{ijk} + \sum_{ijk} \varepsilon_{ijkm'}$$

dividindo-se por $I\,J\,K$, efetuando-se $\overline{C_m} - \overline{C_{m'}}$, e aplicando-se processo idêntico, ao usado em (a) e (b), vem:

$$V(\hat{Y}_m) = \frac{2}{I\,J\,K}\left(\sigma^2 + I\,\sigma_\delta^2 + K\,\sigma_\beta^2 + I\,K\,\sigma_{\rho c}^2\right)$$

e sua estimativa será:

$$\hat{V}(\hat{Y}_m) = \frac{2}{I\,J\,K}\,(Q\,M\,R \times C)$$

d) $\hat{Y}_{i/k} = \overline{A_i\,B_k} - \overline{A_{i'}\,B_k}$

sabendo-se que

$$A_i\,B_k = \sum_{j,m} Y_{ijkm} = Y_{i.k.} \quad ,$$

teremos:

$$A_i\,B_k = M \sum_j \rho_j + J\,M\,a_i + M \sum_j \alpha_{ij} + \sum_{j,m} (\rho\,c)_{jm} + \sum_{i,m} \beta_{ijm} + I\,M\,b_k + M \sum_j \gamma_{jk} +$$

$$+ \sum_{i,m} \delta_{jkm} + J\,M\,(a\,b)_{ik} + M \sum_j \Theta_{ijk} + \sum_{j,m} \varepsilon_{ijkm} \quad ,$$

e

$$A_{i'}\, B_k = M \sum_j \rho_j + J\, M\, a_{i'} + M \sum_j \alpha_{i'j} + \sum_{j,m} (\rho\, c)_{jm} + \sum_{j,m} \beta_{i'jm} + J\, M\, b_k +$$

$$+ M \sum_j \gamma_{jk} + \sum_{j,m} \delta_{ikm} + J\, M\, (a\, b)_{i'k} + M \sum_j \Theta_{i'jk} + \sum_{j,m} \varepsilon_{i'jkm}$$

dividindo-se por $J\, M$, e efetuando-se:

$$\overline{A_i\, B_k} - \overline{A_{i'}\, B_k} \quad ,$$

vem:

$$\hat{Y}_{i/k} = (a_i - a_{i'}) + \frac{1}{J} \sum_j (\alpha_{ij} - \alpha_{i'j}) + \frac{1}{J\, M} \sum_{j,m} (\beta_{ijm} - \beta_{i'jm}) +$$

$$(a\, b_{ik} - a\, b_{i'k}) + \frac{1}{J} \sum_j (\Theta_{ijk} - \Theta_{i'jk}) + \frac{1}{J\, M} \sum_{j,m} (\varepsilon_{ijkm} - \varepsilon_{i'jkm})$$

teremos daí que

$$E\, (\hat{Y}_{i/k}) = (a_i - a_{i'}) + (a\, b_{ik} - a\, b_{i'k})$$

e como

$$V\, (\hat{Y}_{i/k}) = E \left[\hat{Y}_{i/k} - E\, (\hat{Y}_{i/k}) \right]^2$$

vem:

$$V\, (\hat{Y}_{i/k}) = \frac{2}{J\, M} (\sigma^2 + M\, \sigma^2_\alpha + \sigma^2_\beta + M\, \sigma^2_\Theta)$$

se multiplicarmos e dividirmos por K , não se altera o valor da $V\, (\hat{Y}_{i/k})$ e ainda agrupando-se convenientemente, teremos:

$$V\, (\hat{Y}_{i/k}) = \frac{2}{J\, K\, M} \left[\sigma^2 + M\, \sigma^2_\Theta + K\, \sigma^2_\beta + K\, M\, \sigma^2_\alpha + (K - 1)(\sigma^2 + M\, \sigma^2_\Theta) \right]$$

e sua estimativa será:

$$\hat{V}\,(\hat{Y}_{i/k}) = \frac{2}{J\,K\,M}\left[Q\,M\,Res.\,a + (K - 1)\,Q\,M\,Res.\,e\right]$$

A variância do contraste assim estimado, terá n' graus de liberdade, que de acordo com a fórmula de SATTERTHWAITE (1946) , será:

$$n' = \frac{\left[Q\,M\,Res.\,a + (K - 1)(Q\,M\,Res.\,e)\right]^2}{\dfrac{(Q\,M\,Res.\,a)^2}{(I - 1)(J - 1)} + \dfrac{(K - 1)^2(Q\,M\,Res.\,e)^2}{(I - 1)(J - 1)(K - 1)}}$$

onde,

$$(I - 1)(J - 1) \leq n' \leq (I - 1)(J - 1)(K - 1) + (I - 1)(J - 1)$$

e) $\hat{Y}_{k/i} = \overline{A_i\,B_k} - \overline{A_i\,B_{k'}}$

por processos idênticos ao usado em itens anteriores, teremos:

$$V\,(\hat{Y}_{k/i}) = \frac{2}{J\,M}\,(\sigma^2 + M\,\sigma^2_\gamma + \sigma^2_\delta + M\,\sigma^2_\theta)$$

multiplicando-se e dividindo-se por I , e ainda agrupando convenientemente:

$$V\,(\hat{Y}_{k/i}) = \frac{2}{I\,J\,M}\left[\sigma^2 + I\,\sigma^2_\delta + M\,\sigma^2_\theta + I\,M\,\sigma^2_\gamma + (I - 1)(\sigma^2 + M\,\sigma^2_\theta)\right]$$

e sua estimativa será:

$$\hat{V}\,(\hat{Y}_{k/i}) = \frac{2}{I\,J\,M}\left[Q\,M\,Res.\,c + (I - 1)\,Q\,M\,Res.\,e\right]$$

com n' G. L. , onde:

$$n' = \frac{\left[Q\ M\ Res.\ c + (I - 1)\ Q\ M\ Res.\ e \right]^2}{\dfrac{(Q\ M\ Res.\ c)^2}{(J - 1)(K - 1)} + \dfrac{(I - 1)^2 (Q\ M\ Res.\ e)^2}{(I - 1)(J - 1)(K - 1)}}$$

f) $\hat{Y}_{ik} = \overline{A_i\ B_k} - \overline{A_{i'}\ B_{k'}}$

identificamente a (d) e (e) teremos:

$$V\ (\hat{Y}_{ik}) = \frac{2}{J\ M} \left[\sigma^2 + M\ \sigma^2_\alpha + \sigma^2_\beta + M\ \sigma^2_\gamma + \sigma^2_\delta + M\ \sigma^2_\theta \right]$$

multiplicando-se e dividindo-se por I K , e ainda agrupando-se de forma conveniente, vem:

$$V\ (\hat{Y}_{ik}) = \frac{2}{I\ J\ K\ M} \Big[I\ (\sigma^2 + K\ \sigma^2_\beta + M\ \sigma^2_\theta + K\ M\ \sigma^2_\alpha) + K\ (\sigma^2 + I\ \sigma^2_\delta +$$

$$+ M\ \sigma^2_\theta + I\ M\ \sigma^2_\gamma) + (I\ K - I - K)(\sigma^2 + M\ \sigma^2_\theta) \Big]$$

e sua estimativa será dada por:

$$\hat{V}\ (\hat{Y}_{ik}) = \frac{2}{I\ J\ K\ M} \Big[I\ (Q\ M\ Res.\ a) + K\ (Q\ M\ Res.\ c) +$$

$$+ (I\ K - I - K)(Q\ M\ Res.\ e) \Big]$$

com n' graus de liberdade, onde:

$$n' = \frac{\left[I\,(Q\,M\,Res.\ a) + K\,(Q\,M\,Res.\ c) + (I\,K - I - K)(Q\,M\,Res.\ e) \right]^2}{\dfrac{I^2\,(Q\,M\,Res.\ a)^2}{(I-1)(J-1)} + \dfrac{K^2\,(Q\,M\,Res.\ c)^2}{(J-1)(K-1)} + \dfrac{(I\,K - I - K)^2 (Q\,M\,Res.\ e)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)}}$$

g) $\hat{Y}_{i/m} = \overline{A_i\ C_m} - \overline{A_{i'}\ C_m}$

de forma igual as adotadas nos itens anteriores, teremos:

$$V\,(\hat{Y}_{i/m}) = \frac{2}{J\,K}\,(\sigma^2 + K\,\sigma^2_\alpha + K\,\sigma^2_\beta + \sigma^2_\theta)$$

multiplicando-se e dividindo-se por M, e agrupando-se convenientemente, vem:

$$V\,(\hat{Y}_{i/m}) = \frac{2}{J\,K\,M}\left[\sigma^2 + K\,\sigma^2_\beta + M\,\sigma^2_\theta + K\,M\,\sigma^2_\alpha\,(M-1)(\sigma^2 + K\,\sigma^2_\beta)\right]$$

e sua estimativa será:

$$\hat{V}\,(\hat{Y}_{i/m}) = \frac{2}{J\,K\,M}\left[Q\,M\,Res.\ a + (M-1)\,Q\,M\,Res.\ b\right]$$

com n' graus de liberdade, onde:

$$n' = \frac{\left[Q\,M\,Res.\ a + (M-1)\,Q\,M\,Res.\ b\right]^2}{\dfrac{(Q\,M\,Res.\ a)^2}{(J-1)(I-1)} + \dfrac{(M-1)^2(Q\,M\,Res.\ b)^2}{(I-1)(J-1)(M-1)}}$$

h) $\hat{Y}_{m/i} = \overline{A_i\ C_m} - \overline{A_i\ C_{m'}}$

da mesma maneira, teremos:

$$V\,(\hat{Y}_{m/i}) = \frac{2}{J\,K}\left[\sigma^2 + K\,\sigma^2_{\rho c} + \sigma^2_{\delta} + K\,\sigma^2_{\beta}\right]$$

multiplicando-se, dividindo-se por I , e agrupando-se de forma convenien te , teremos:

$$V\,(\hat{Y}_{m/i}) = \frac{2}{I\,J\,K}\left[\sigma^2 + I\,\sigma^2_{\delta} + K\,\sigma^2_{\beta} + I\,K\,\sigma^2_{\rho c} + (I-1)(\sigma^2 + K\,\sigma^2_{\beta})\right]$$

com estimativa igual a:

$$\hat{V}\,(\hat{Y}_{m/i}) = \frac{2}{I\,J\,K}\left[Q\,M\,R\,C + (I-1)\,Q\,M\,Res.\,b\right]$$

com n' G. L.

$$n' = \frac{\left[Q\,M\,R\,C + (I-1)\,Q\,M\,Res.\,b\right]^2}{\dfrac{(Q\,M\,R\,C)^2}{(J-1)(M-1)} + \dfrac{(I-1)^2(Q\,M\,Res.\,b)^2}{(I-1)(J-K)(M-1)}}$$

i) $\hat{Y}_{im} = \overline{A_i\,C_m} - \overline{A_{i'}\,C_{m'}}$

sua variância será:

$$V\,(\hat{Y}_{im}) = \frac{2}{J\,K}\left[\sigma^2 + K\,\sigma^2_{\alpha} + K\,\sigma^2_{\rho c} + K\,\sigma^2_{\beta} + \sigma^2_{\delta} + \sigma^2_{\theta}\right]$$

obtida segundo os procedimentos até aqui empregados.

Sua estimativa será obtida após multiplicar-se e dividir-se por $I\,M$, e ainda dando um agrupamento conveniente, de tal forma que teremos:

$$\hat{V}(\hat{Y}_{im}) = \frac{2}{I\,J\,K\,M}\left[I\,(QMRes.\ a) + M\,(QMRC) + (IM - I - M)(QMRes.\ b)\right]$$

que terá n' G. L.

$$n' = \frac{\left[I\,(QMRes.\ a) + M\,(QMRC) + (IM - I - M)(QMRes.\ b)\right]^2}{\dfrac{I^2\,(QMRes.\ a)^2}{(I-1)(J-1)} + \dfrac{M^2\,(QMRC)^2}{(J-1)(M-1)} + \dfrac{(IM - I - M)^2 (QMRes.\ b)^2}{(I-1)(J-1)(M-1)}}$$

j) $\hat{Y}_{k/m} = \overline{B_k\,C_m} - \overline{B_{k'}\,C_m}$

sabendo-se que

$$\overline{B_k\,C_m} = \frac{1}{I\,J}\,Y_{..km}$$

e que

$$V(\hat{Y}_{k/m}) = E\left[\hat{Y}_{k/m} - E(\hat{Y}_{k/m})\right]^2$$

teremos:

$$V(\hat{Y}_{k/m}) = \frac{2}{I\,J}\left[\sigma^2 + I\,\sigma_\gamma^2 + I\,\sigma_\delta^2 + \sigma_\theta^2\right]$$

multiplicando-se e dividindo por M, e agrupando-se de forma conveniente vem:

$$V(\hat{Y}_{k/m}) = \frac{2}{I\,J\,M}\left[\sigma^2 + I\,\sigma_\delta^2 + M\,\sigma_\theta^2 + I\,M\,\sigma_\gamma^2 + (M-1)(\sigma^2 + I\,\sigma_\delta^2)\right]$$

cuja estimativa será:

$$\hat{V}\,(\hat{Y}_{k/m}) = \frac{2}{I\,J\,M}\left[Q\,M\,Res.\,c + (M-1)\,Q\,M\,Res.\,d\right]$$

que terá n' G. L., dados por

$$n' = \frac{\left[Q\,M\,Res.\,c + (M-1)\,Q\,M\,Res.\,d\right]^2}{\dfrac{(Q\,M\,Res.\,c)^2}{(J-1)(K-1)} + \dfrac{(M-1)^2(Q\,M\,Res.\,d)^2}{(J-1)(K-1)(M-1)}}$$

k) $\hat{Y}_{m/k} = \overline{B_k\,C_m} - \overline{B_k\,C_{m'}}$

por processos idênticos aos usados anteriormente, teremos:

$$V\,(\hat{Y}_{m/k}) = \frac{2}{I\,J}\left[\sigma^2 + I\,\sigma^2_{\rho c} + \sigma^2_{\beta} + I\,\sigma^2_{\delta}\right]$$

multiplicando-se e dividindo-se por K vem:

$$V\,(\hat{Y}_{m/k}) = \frac{2}{I\,J\,K}\left[K\,\sigma^2 + I\,K\,\sigma^2_{\rho c} + K\,\sigma^2_{\beta} + I\,K\,\sigma^2_{\delta}\right]$$

agrupando convenientemente dará:

$$V\,(\hat{Y}_{m/k}) = \frac{2}{I\,J\,K}\left[\sigma^2 + I\,\sigma^2_{\delta} + K\,\sigma^2_{\beta} + I\,K\,\sigma^2_{\rho c} + (K-1)(\sigma^2 + I\,\sigma^2_{\delta})\right]$$

cuja estimativa será:

$$\hat{V}\,(\hat{Y}_{m/k}) = \frac{2}{I\,J\,K}\left[Q\,M\,R\,C + (K-1)\,QM\,Res.\,d\right]$$

que terá n' G. L., onde:

$$n' = \frac{\left[Q\,M\,R\,C + (K - 1)\; Q\,M\,Res.\,d \right]^2}{\dfrac{(Q\,M\,R\,C)^2}{(J - 1)(M - 1)} + \dfrac{(K - 1)^2 (Q\,M\,Res.\,d)^2}{(J - 1)(K - 1)(M - 1)}}$$

e) $\hat{Y}_{km} = \overline{B_k\; C_m} - \overline{B_{k'}\; C_{m'}}$

por processos semelhantes aos desenvolvidos nos itens anteriores, chega-se à:

$$V\,(\hat{Y}_{km}) = \frac{2}{I\,J} \left[\sigma^2 + I\,\sigma^2_{\rho c} + \sigma^2_{\beta} + I\,\sigma^2_{\gamma} + I\,\sigma^2_{\delta} + \sigma^2_{\theta} \right]$$

multiplicando-se, dividindo-se por $K\,M$, e dando formato conveniente vem:

$$V\,(\hat{Y}_{km}) = \frac{2}{I\,J\,K\,M} \Big[M\,(\sigma^2 + K\,\sigma^2_{\beta} + I\,\sigma^2_{\delta} + I\,K\,\sigma^2_{\rho c}) + K\,(\sigma^2 + I\,\sigma^2_{\delta} + M\,\sigma^2_{\theta} + I\,M\,\sigma^2_{\delta}) + (K\,M - K - M)(\sigma^2 + I\,\sigma^2_{\delta}) \Big]$$

cuja estimativa será:

$$\hat{V}\,(\hat{Y}_{km}) = \frac{2}{I\,J\,K\,M} \Big[M\,(QMRC) + K\,(QMRes.\,c) + (KM - K - M)(QMRes.\,d) \Big]$$

com n' G. L., igual a

$$n' = \frac{\left[M\,(QMRC) + K\,(Q\,M\,Res.\,c) + (K\,M - K - M)(Q\,M\,Res.\,d) \right]^2}{\dfrac{M^2\,(QMRC)^2}{(J - 1)(M - 1)} + \dfrac{K^2\,(QMRes.\,c)^2}{(J - 1)(K - 1)} + \dfrac{(KM - K - m)^2 (QMRes.\,d)^2}{(J - 1)(K - 1)(M - 1)}}$$

m) $\hat{Y}_{i/km} = \overline{A_i \; B_k \; C_m} - \overline{A_{i'} \; B_k \; C_m}$

a variância do contraste dado pela fórmula:

$$V\,(\hat{Y}_{i/km}) = E\left[\; \hat{Y}_{i/km} - E\,(\hat{Y}_{i/km})\;\right]^2$$

é igual a:

$$V\,(\hat{Y}_{i/km}) = \frac{2}{J}\left[\; \sigma^2 + \sigma^2_\alpha + \sigma^2_\beta + \sigma^2_\Theta \;\right]$$

multiplicando-se e dividindo-se por K M , vem:

$$V\,(\hat{Y}_{i/km}) = \frac{2}{J\;K\;M}\left[K\;M\;\sigma^2 + K\;M\;\sigma^2_\alpha + K\;M\;\sigma^2_\beta + K\;M\;\sigma^2_\Theta\right]$$

agrupando-se convenientemente vem:

$$V\,(\hat{Y}_{i/km}) = \frac{2}{J\;K\;M}\left[\sigma^2 + K\;\sigma^2_\beta + M\;\sigma^2_\Theta + K\;M\;\sigma^2_\alpha + (M-1)(\sigma^2 + K\;\sigma^2_\beta) + \right.$$

$$\left. + (K-1)(\sigma^2 + M\;\sigma^2_\Theta) + (K-1)(M-1)\;\sigma^2 \;\right]$$

cuja estimativa será dada por:

$$\hat{V}\,(\hat{Y}_{i/km}) = \frac{2}{J\;K\;M}\left[Q\;M\;Res.\;a + (M-1)\;Q\;M\;Res.\;b + (K-1)\;Q\;M\;Res.\;e + \right.$$

$$\left. + (K-1)(M-1)\;Q\;M\;Res.\;f\;\right]$$

que terá n' G. L. , como segue:

$$n' = \frac{\left[Q\,M\,Res.\ a + (M-1)\ QMRes.\ b + (K-1)\ QMRes.\ e + (K-1)(M-1)\ QMRes.\ f \right]^2}{\dfrac{(QMRes.a)^2}{(I-1)(J-1)} + \dfrac{(M-1)^2(QMRes.b)^2}{(I-1)(J-1)(M-1)} + \dfrac{(K-1)^2(QMRes.e)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)} + \dfrac{(K-1)^2(M-1)^2(QMRes.f)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)(M-1)}}$$

n) $\hat{Y}_{k/im} = \overline{A_i\ B_k\ C_m} - \overline{A_i\ B_{k'}\ C_m}$

a variância do contraste em questão será:

$$V\ (\hat{Y}_{k/im}) = \frac{2}{J}\ (\sigma^2 + \sigma^2_\gamma + \sigma^2_\delta + \sigma^2_\theta)$$

multiplicando-se e dividindo-se por $I\ M$, e finalmente agrupando-se convenientemente, teremos:

$$V\ (\hat{Y}_{k/im}) = \frac{2}{I\ J\ M} \Big[\sigma^2 + I\ \sigma^2_\delta + M\ \sigma^2_\theta + I\ M\ \sigma^2_\gamma + (I-1)(\sigma^2 + M\ \sigma^2_\theta) +$$

$$+ (M-1)(\sigma^2 + I\ \sigma^2_\delta) + (I-1)(M-1)\ \sigma^2 \Big]$$

e sua estimativa será:

$$\hat{V}\ (\hat{Y}_{k/im}) = \frac{2}{I\ J\ M} \Big[Q\ M\ Res.\ c + (M-1)\ Q\ M\ Res.\ d + (I-1)\ Q\ M\ Res.\ e +$$

$$+ (I-1)(M-1)\ Q\ M\ Res.\ f \Big]$$

e

$$n' = \frac{\left[Q\,M\,Res.\ c + (M-1)\ QMRes.\ d + (I-1)\ QMRes.\ e + (I-1)(M-1)\ QMRes.\ f \right]^2}{\dfrac{(QMRes.c)^2}{(J-1)(K-1)} + \dfrac{(M-1)^2(QMRes.d)^2}{(J-1)(K-1)(M-1)} + \dfrac{(I-1)^2(QMRes.e)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)} + \dfrac{(I-1)^2(M-1)^2(QMRes.f)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)(M-1)}}$$

o) $\hat{Y}_{m/ik} = \overline{A_i\ B_k\ C_m} - \overline{A_i\ B_k\ C_{m'}}$

Para o contraste em estudo, tem-se:

$$V\ (\hat{Y}_{m/ik}) = \frac{2}{J}\ (\sigma^2 + \sigma^2_{\rho c} + \sigma^2_{\beta} + \sigma^2_{\delta})$$

multiplicando-se e dividindo-se por $I\ K$, e ainda agrupando-se convenientemente, fica:

$$V\ (\hat{Y}_{m/ik}) = \frac{2}{I\ J\ K} \Big[\sigma^2 + K\ \sigma^2_{\beta} + I\ \sigma^2_{\delta} + I\ K\ \sigma^2_{\rho c} + (I-1)(\sigma^2 + K\ \sigma^2_{\beta}) + (K-1)(\sigma^2 + I\ \sigma^2_{\delta}) + (I-1)(K-1)\ \sigma^2 \Big]$$

e sua estimativa será:

$$\hat{V}\ (\hat{Y}_{m/ik}) = \frac{2}{I\ J\ K} \Big[Q\ M\ R\ C + (I-1)\ Q\ M\ Res.\ b + (K-1)\ Q\ M\ Res.\ d + (I-1)(K-1)\ Q\ M\ Res.\ f \Big]$$

esta estimativa de variância terá n' G. L., dados por:

$$n' = \frac{\Big[QMRC + (I-1)\ QMRes.\ b + (K-1)\ QMRes.\ d + (I-1)(K-1)\ QMRes.\ f \Big]^2}{\frac{(Q\ M\ R\ C)^2}{(J-1)(M-1)} + \frac{(I-1)^2 (QMRes.b)^2}{(I-1)(J-1)(M-1)} + \frac{(K-1)^2 (QMRes.d)^2}{(J-1)(K-1)(M-1)} + \frac{(I-1)^2 (K-1)^2 (QMRes.f)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)(M-1)}}$$

p) $\hat{Y}_{im/k} = \overline{A_i\ B_k\ C_m} - \overline{A_{i'}\ B_k\ C_{m'}}$

a variância deste contraste é dada por:

$$V\ (\hat{Y}_{im/k}) = \frac{2}{J}\ (\sigma^2 + \sigma^2_\alpha + \sigma^2_{\rho c} + \sigma^2_\beta + \sigma^2_\delta + \sigma^2_\theta)$$

obtido pelos processos utilizados nos itens anteriores. Multiplicando-se e dividindo-se por I K M , e finalmente agrupando-se de forma conveniente, fica:

$$V\ (\hat{Y}_{im/k}) = \frac{2}{I\ J\ K\ M} \Big[I\ (\sigma^2 + K\ \sigma^2_\beta + M\ \sigma^2_\theta + K\ M\ \sigma^2_\alpha) + M\ (\sigma^2 + K\ \sigma^2_\beta + I\ \sigma^2_\delta + I\ K\ \sigma^2_{\rho c}) + (I\ M - I - M)(\sigma^2 + K\ \sigma^2_\beta) + M\ (K - 1)(\sigma^2 + I\ \sigma^2_\delta) + I\ (K - 1)(\sigma^2 + M\ \sigma^2_\theta) + (K - 1)(IM - I - M)\ \sigma^2 \Big]$$

e sua estimativa será:

$$\hat{V}\ (\hat{Y}_{im/k}) = \frac{2}{I\ J\ K\ M} \Big[I\ (Q\,M\,Res.\ a) + M\ (Q\,M\,R\ C) + (IM - I - M)(Q\,M\,Res.\ b) + M\ (K - 1)(Q\ M\ Res.\ d) + I\ (K - 1)(Q\ M\ Res.\ e) + (K - 1)(I\ M - I - M)(Q\ M\ Res.\ f) \Big]$$

A estimativa da variância da estimativa do contraste tem n' G. L. , dados por:

$$n' = \frac{1}{K}\left[\begin{array}{l} I\,(Q\,M\,Res.\,a) + M\,(Q\,M\,R\,C) + (I\,M - I - M)(Q\,M\,Res.\,b) + \\ + M\,(K - 1)(Q\,M\,Res.\,d) + I\,(K - 1)(Q\,M\,Res.\,e) + \\ + (K - 1)(I\,M - I - M)(Q\,M\,Res.\,f) \end{array}\right]^2$$

onde:

$$K = \left[\begin{array}{l} \frac{I^2\,(Q\,M\,Res.\,a)^2}{(I-1)(J-1)} + \frac{M^2\,(Q\,M\,R\,C)^2}{(J-1)(M-1)} + \frac{(I\,M - I - M)^2 (Q\,M\,Res.\,b)^2}{(I-1)(J-1)(M-1)} + \\ + \frac{M^2\,(K-1)^2 (Q\,M\,Res.\,d)^2}{(J-1)(K-1)(M-1)} + \frac{I^2\,(K-1)^2 (Q\,M\,Res.\,e)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)} + \\ + \frac{(K-1)^2 (I\,M - I - M)^2 (Q\,M\,Res.\,f)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)(M-1)} \end{array}\right]$$

q) $\hat{Y}_{ik/m} = \overline{A_i\ B_k\ C_m} - \overline{A_{i'}\ B_{k'}\ C_m}$

a variância obtida pelos processos usuais, tem o seguinte aspecto:

$$V\,(\hat{Y}_{ik/m}) = \frac{2}{J}\,(\sigma^2 + \sigma^2_\alpha + \sigma^2_\beta + \sigma^2_\gamma + \sigma^2_\delta + \sigma^2_\theta)$$

se se multiplicar e dividir por $I\ K\ M$, e agrupar convenientemente, ter-se-á:

$$V\ (\hat{Y}_{ik/m}) = \frac{2}{I\,J\,K\,M}\Big[I\,(\sigma^2 + K\,\sigma^2_\beta + M\,\sigma^2_\theta + K\,M\,\sigma^2_\alpha) + K\,(\sigma^2 + I\,\sigma^2_\delta + M\,\sigma^2_\theta + I\,M\,\sigma^2_\gamma) + (I\,K - I - K)(\sigma^2 + M\,\sigma^2_\theta) + I\,(M - 1)(\sigma^2 + K\,\sigma^2_\beta) + K\,(M-1)(\sigma^2 + I\,\sigma^2_\delta) + (M-1)(IK - 1 - K)\,\sigma^2\Big]$$

A estimativa da variância será dada por:

$$\hat{V}\ (\hat{Y}_{ik/m}) = \frac{2}{I\,J\,K\,M}\Big[I\,(Q\,M\,Res.\ a) + I\,(M - 1)(Q\,M\,Res.\ b) + K\,(QMRes.\ c) + K\,(M-1)(QMRes.\ d) + (IK - I - K)(Q\,M\,Res.\ e) + (M - 1)(I\,K - I - K)(Q\,M\,Res.\ f)\Big]$$

e a expressão:

$$n' = \frac{1}{K}\left[I\,(Q\,M\,Res.\ a) + I\,(M - 1)(Q\,M\,Res.\ b) + K\,(Q\,M\,Res.\ c) + K\,(M - 1)(Q\,M\,Res.\ d) + (I\,K - I - K)(Q\,M\,Res.\ e) + (M - 1)(I\,K - I - K)(Q\,M\,Res.\ f)\right]^2$$

onde:

$$K = \left[\frac{I^2\,(QM\,Res.\ a)^2}{(J-1)(I-1)} + \frac{I^2\,(M-1)^2(QM\,Res.\ b)^2}{(I-1)(J-1)(M-1)} + \frac{K^2\,(QM\,Res.\ c)^2}{(J-1)(K-1)} + \right.$$
$$+ \frac{K^2\,(M-1)^2(QM\,Res.\ d)^2}{(J-1)(K-1)(M-1)} + \frac{(IK-I-K)^2(QM\,Res.\ e)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)} +$$
$$\left. + \frac{(M-1)^2(IK-I-K)^2(QM\,Res.\ f)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)(M-1)} \right]$$

fornecerá os graus de liberdade associados a esta estimativa.

r) $\hat{Y}_{km/i} = \overline{A_i\ B_k\ C_m} - \overline{A_i\ B_{k'}\ C_{m'}}$

Pelos processos descritos anteriormente, para os demais contrastes, tem-se:

$$V\,(\hat{Y}_{km/i}) = \frac{2}{J}\,(\sigma^2 + \sigma^2_{\rho c} + \sigma^2_{\beta} + \sigma^2_{\gamma} + \sigma^2_{\delta} + \sigma^2_{\theta})$$

e sua estimativa obtida de forma idêntica, é:

$$\hat{V}\,(\hat{Y}_{km/i}) = \frac{2}{IJKM} \left[M\,(QMRC) + M\,(I-1)(QM\,Res.\ b) + K\,(QM\,Res.\ c) + \right.$$
$$+ (KM-K-M)(QM\,Res.\ d) + K\,(I-1)(QM\,Res.\ e) +$$
$$\left. + (I-1)(KM-K-M)(QM\,Res.\ f) \right]$$

com G. L. dados por

$$n' = \frac{1}{K} \left[\begin{array}{l} M\,(QMRC) + M\,(I-1)(QM\,Res.\ b) + K\,(QM\,Res.\ c) + \\ + (KM-K-M)(QM\,Res.\ d) + K\,(I-1)(QM\,Res.\ e) + \\ + (I-1)(KM-K-M)(QM\,Res.\ f) \end{array} \right]$$

onde

$$K = \left[\frac{M^2 (QMRC)^2}{(J-1)(M-1)} + \frac{M^2 (I-1)^2 (QM\,Res.\,b)^2}{(I-1)(J-1)(M-1)} + \frac{K^2 (QM\,Res.\,c)^2}{(J-1)(K-1)} + \right.$$

$$+ \frac{(KM-K-M)^2 (QM\,Res.\,d)^2}{(J-1)(K-1)(M-1)} + \frac{K^2 (I-1)^2 (QM\,Res.\,e)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)} +$$

$$\left. + \frac{(I-1)^2 (KM-K-M)^2 (QM\,Res.\,f)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)(M-1)} \right]$$

s) $\hat{Y}_{ikm} = \overline{A_i\ B_k\ C_m} - \overline{A_{i'}\ B_{k'}\ C_{m'}}$

A variância do contraste é dada por:

$$V(\hat{Y}_{ikm}) = \frac{2}{J} (\sigma^2 + \sigma^2_\alpha + \sigma^2_{\rho c} + \sigma^2_\beta + \sigma^2_\gamma + \sigma^2_\delta + \sigma^2_\theta)$$

e sua estimativa é dada por:

$$\hat{V}(\hat{Y}_{ikm}) = \frac{2}{IJKM} \Big[I\,(QM\,Res.\,a) + M\,(QMRC) + K\,(QM\,Res.\,c) +$$

$$+ (IM - I - M)(QM\,Res.\,b) + (KM - K - M)(QM\,Res.\,d) +$$

$$+ (IK - I - K)(QM\,Res.\,e) + (IKM - IK - IM - KM +$$

$$+ I + K + M)(QM\,Res.\,f) \Big]$$

com n' G. L., dados por:

$$n' = \frac{1}{K}\left[\begin{array}{l} I\,(QM\,Res.\,a) + M\,(QMRC) + (IM - I - M)(QM\,Res.\,b) + \\ K\,(QM\,Res.\,c) + (KM - K - M)(QM\,Res.\,d) + (IK - I - K)(QM\,Res.\,e) + \\ + \left[(I-1)(K-1)(M-1) - 1\right]\left[QM\,Res.\,f\right] \end{array}\right]^2$$

onde:

$$K = \left[\begin{array}{l} \dfrac{I\,(QM\,Res.\,a)^2}{(I-1)(J-1)} + \dfrac{M^2\,(QMRC)^2}{(J-1)(M-1)} + \dfrac{(IM - I - M)^2(QM\,Res.\,b)^2}{(I-1)(J-1)(M-1)} + \\ + \dfrac{K^2\,(QM\,Res.\,c)^2}{(J-1)(K-1)} + \dfrac{(KM - K - M)^2(QM\,Res.\,d)^2}{(J-1)(K-1)(M-1)} + \\ + \dfrac{(IK - I - K)^2(QM\,Res.\,e)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)} + \dfrac{\left[(I-1)(K-1)(M-1) - 1\right]^2(QM\,Res.\,f)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)(M-1)} \end{array}\right]$$

4 - MATERIAL E MÉTODOS

4.1 - Material

Para a aplicação dos médodos em estudo, usou-se um ensaio de adubação e calagem, em milho (*Zea mays*, L.), executado no Parque Estadual de Vila Velha , no período de 1963/64 a 1970/71 .

Foi empregado o delineamento em faixa, em blocos casualizados, com duas repetições, sendo aplicado às parcelas (horizontais) os diferentes níveis de calcário, e às faixas (parcelas verticais) os níveis de adubação completa N P K .

A variedade usada como indicadora foi a Azteca, semeada sempre no mês de outubro.

Os níveis de calagem empregados foram:

0 - sem calcário
1 - 5 ton/ha de calcário
2 - 10 ton/ha de calcário

Os níveis de adubação N P K foram:

0 - sem adubo
1 - 350 kg/ha de adubo
2 - 700 kg/ha de adubo

Para cada elemento empregado na fórmula de adubação tinha-se:

a) Nitrogênio, fornecido pelo salitre do Chile

0 - sem nitrogênio
1 - 22 kg/ha de nitrogênio
2 - 44 kg/ha de nitrogênio

b) Fósforo, fornecido pelo superfosfato simples

0 - sem fósforo
1 - 35 kg/ha de fósforo
2 - 70 kg/ha de fósforo

c) Potássio, fornecido pelo cloreto de potássio

0 - sem potássio
1 - 22 kg/ha de potássio
2 - 44 kg/ha de potássio

O calcário foi aplicado uma única vez, dois meses antes do primeiro plantio, no ano de 1963 , enquanto que a adubação era feita anualmente, em linha, no dia do plantio.

O solo em que foi realizado o ensaio foi definido pela CERENA (Comissão de Estudos dos Recursos Naturais Renováveis do Paraná) , como: "latossol vermelho escuro, fase arenosa" e assim descrito: "solos profundos arenosos, cor vermelho escuro, fortemente drenados, originários de arenitos de Furnas e de arenitos da camada continental - glacial do grupo Itararé".

Em geral, tratam-se de terras ácidas e pobres, como pode ser observado pela análise de solo, executada em 1963 , antes da aplicação dos corretivos e adubos:

pH:	5,1
Ca (e.mg./100 g solo):	0,65
P (ppm):	5
K (ppm):	71
N total (%):	0,108
C (%):	1,29
MO (%):	2,22

4.2 - Método

4.2.1 - Análise da variância e comparação de médias para cada ano do período

O modelo matemático para a análise da variância é:

$$Y_{ijk} = m + \rho_j + a_i + \alpha_{ij} + b_k + \beta_{jk} + (a\ b)_{ik} + \varepsilon_{ijk}$$

com análise de variância, fornecida em COCHRAN e COX (1971) e PIMENTEL GOMES (1970) no seguinte esquema:

Causa de Variação	G. L.	E (Q. M.)
Repetições	$J - 1$	$\sigma^2 + K\ \sigma^2_\alpha + I\ \sigma^2_\beta + I\ K\ \sigma^2_\rho$
Tratamento A	$I - 1$	$\sigma^2 + K\ \sigma^2_\alpha + \frac{J\ K}{I - 1} \sum_i a_i^2$
Resíduo a	$(I - 1)(J - 1)$	$\sigma^2 + K\ \sigma^2_\alpha$
Tratamento B	$K - 1$	$\sigma^2 + I\ \sigma^2_\beta + \frac{I\ J}{K - 1} \sum_k b_k^2$
Resíduo b	$(J - 1)(K - 1)$	$\sigma^2 + I\ \sigma^2_\beta$
A x B	$(I - 1)(K - 1)$	$\sigma^2 + \frac{J}{(I-1)(K-1)} \sum_{i,k} (a\ b)^2_{ik}$
Resíduo c	$(I-1)(J-1)(K-1)$	σ^2
Total	$I\ J\ K - 1$	

Os valores do teste F serão dados por:

a) Tratamento A : $\dfrac{Q\ M\ A}{Q\ M\ Res.\ a}$, com $(I - 1)$ e $(I - 1)(J - 1)$, G. L.

b) Tratamento B : $\dfrac{Q\ M\ B}{Q\ M\ Res.\ b}$, com $(K - 1)$ e $(J - 1)(K - 1)$, G. L.

c) Interação A x B : $\dfrac{Q\ M\ A\ B}{Q\ M\ Res.\ c}$, com $(I-1)(K-1)$ e $(I-1)(J-1)(K-1)$

d) Repetições: $\dfrac{(Q\ M\ R + Q\ M\ Res.\ c)}{(Q\ M\ Res.\ a + Q\ M\ Res.\ b)}$, com n_1 e n_2, G. L.

onde

$$n_1 = \frac{(Q\ M\ R + Q\ M\ Res.\ c)^2}{\dfrac{(Q\ M\ R)^2}{(J - 1)} + \dfrac{(Q\ M\ Res.\ c)^2}{(I - 1)(J - 1)(K - 1)}}$$

$$n_2 = \frac{(Q\ M\ Res.\ a + Q\ M\ Res.\ b)^2}{\dfrac{(Q\ M\ Res.\ a)^2}{(I - 1)(J - 1)} + \dfrac{(Q\ M\ Res.\ b)^2}{(J - 1)(K - 1)}}$$

As comparações entre duas médias, podem ser feitas de cinco diferentes maneiras, tendo as variâncias de cada tipo de contraste, a expressão:

a) $\hat{Y}_i = \bar{A}_i - \bar{A}_{i'}$

portanto:

$$\hat{V}(\hat{Y}_i) = \frac{2}{J\,K}\,(Q\ M\ Res.\ a)\ ,\quad \text{com}\quad (I-1)(J-1)\ ,\ G.\ L.$$

b) $\hat{Y}_k = \bar{B}_k - \bar{B}_{k'}$

portanto:

$$\hat{V}(\hat{Y}_k) = \frac{2}{I\,J}\,(Q\ M\ Res.\ b)\ ,\quad \text{com}\quad (J-1)(K-1)\ ,\ G.\ L.$$

c) $\hat{Y}_{i/k} = \overline{A_i\ B_k} - \overline{A_{i'}\ B_k}$

portanto:

$$\hat{V}(\hat{Y}_{i/k}) = \frac{2}{J\,K}\,\left[Q\ M\ Res.\ a + (K-1)\ Q\ M\ Res.\ c\right]\ ,\quad \text{com}\quad n'\ ,\ G.L.$$

onde

$$n' = \frac{\left[Q\ M\ Res.\ a + (K-1)(Q\ M\ Res.\ c)\right]^2}{\dfrac{(Q\ M\ Res.\ a)^2}{(I-1)(J-1)} + \dfrac{(K-1)^2(Q\ M\ Res.\ c)^2}{(I-1)(J-1)(K-1)}}$$

d) $\hat{Y}_{k/i} = \overline{A_i\ B_k} - \overline{A_i\ B_{k'}}$

portanto:

$$\hat{V}(\hat{Y}_{k/i}) = \frac{2}{I\,J}\,\left[Q\ M\ Res.\ b + (I-1)(Q\ M\ Res.\ c)\right]\ ,\quad \text{com}\quad n'\ ,\ G.L.$$

onde

$$n' = \frac{\left[Q\ M\ Res.\ b + (I + 1)(Q\ M\ Res.\ c) \right]^2}{\dfrac{(Q\ M\ Res.\ b)^2}{(J - 1)(K - 1)} + \dfrac{(I - 1)^2 (Q\ M\ Res.\ c)^2}{(I - 1)(J - 1)(K - 1)}}$$

e) $\hat{Y}_{ik} = \overline{A_i\ B_k} - \overline{A_{i'}\ B_{k'}}$

portanto:

$$\hat{V}\ (\hat{Y}_{ik}) = \frac{2}{I\ J\ K} \left[I\ (Q M Res.\ a) + K\ (Q M Res.\ b) + (IK - I - K)(Q M Res.\ c) \right]$$

com n' G. L. , onde

$$n' = \frac{\left[I\ (Q\ M\ Res.\ a) + K\ (Q\ M\ Res.\ b) + (I\ K - I - K)(Q\ M\ Res.\ c) \right]^2}{\dfrac{I^2\ (Q\ M\ Res.\ a)^2}{(I - 1)(J - 1)} + \dfrac{K^2\ (Q\ M\ Res.\ b)^2}{(J - 1)(K - 1)} + \dfrac{(IK - I - K)^2 (Q\ M\ Res.\ c)^2}{(I - 1)(J - 1)(K - 1)}}$$

4.2.2 - Análise de variância, e comparações de médias para o conjunto de dados

Para a análise e comparações de médias foram seguidos os processos apresentados em 3.2 , 3.4 e 3.5 .

Comparou-se as variâncias dos contrastes $\hat{Y}_{i/m}$, $\hat{Y}_{k/m}$, $\hat{Y}_{ik/m}$, $\hat{Y}_{i/km}$ e $\hat{Y}_{k/im}$, com aquelas dos contrastes $\hat{Y}_i$, $\hat{Y}_k$, $\hat{Y}_{ik}$, $\hat{Y}_{i/k}$ e $\hat{Y}_{k/i}$, calculada para cada um dos anos em estudo , conforme é mostrado em 4.2.1 .

5 - RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 - Resultados Anuais

a) 1963/64

A análise de variância (TABELA 2), mostrou valor significativo, para o teste F , apenas para adubação, ao nível de 5% de probabilidade, (F = 53,99).

Os coeficientes de variação foram médios para os resíduos a e c , respectivamente 20,64 e 20,32% ; e baixo para o outro caso (6,70%).

Os contrastes entre duas médias, passíveis de estudo apresentaram:

1 - Para as doses de calagem não se detectaram diferenças significativas, e o contraste estimado apresentou $\hat{V}(\hat{Y}_i) = 183.251$, com 2 G. L., e o valor de Tukey (a 5%) foi de 2.521 kg/ha. Também não se determinaram significâncias nas diferenças entre os valores de calcário dentro de adubação

$$\left[\hat{V}(\hat{Y}_{i/k}) = 538.582 \text{ , com } 6 \text{ G. L. e } \Delta = 2.252 \text{ kg/ha} \right].$$

2 - Entre os níveis de adubação $\left[\hat{V}(\hat{Y}_k) = 19.291 \text{ e } \Delta = 818 \text{ kg/ha} \right]$, foi detectada semelhança entre as doses 1 e 2 que diferiram pelo mesmo teste da dose 0 (zero). Nos contrastes de doses de adubação dentro de calagem, apenas na dose intermediária de calagem, determinou-se que os níveis 1 e 0 apresentam diferença significativo a 5% de probabilidade

$\left[\hat{V}(\hat{Y}_{k/i}) = 374.622 \text{ , com } 4 \text{ G. L. e } \Delta = 2.181 \text{ kg/ha} \right]$.

3 - Nos contrastes entre duas médias, para quaisquer das nove combinações possíveis, não se detectaram diferenças significativas

$\left[\hat{V}(\hat{Y}_{ik}) = 380.207 \text{ , com } 6 \text{ G. L. e } \Delta = 2.756 \text{ kg/ha} \right]$.

b) 1964/65

Para este segundo ano de execução, a análise de variância (TABELA 5) , apresentou valores não significativos para o teste F , calculada para calagem, adubação e sua interação.

Os coeficientes de variação 23,81 e 22,46% , são considerados médios e referem-se aos resíduos <u>a</u> e <u>c</u> , enquanto que a do resíduo <u>b</u> , foi considerado muito alto (58,64%).

Não foram determinadas diferenças significativas nos contrastes entre duas médias, para os cinco tipos determinados, que apresentaram o seguinte resultado:

1) $\hat{V}(\hat{Y}_{i}) = 116.056$, com 2 G. L. e $\Delta = 2.007$

2) $\hat{V}(\hat{Y}_{k}) = 703.743$, com 2 G. L. e $\Delta = 4.941$

3) $\hat{V}(\hat{Y}_{i/k}) = 822.566$, com 6 G. L. e $\Delta = 1.743$

4) $\hat{V}(\hat{Y}_{k/i}) = 910.253$, com 3 G. L. e $\Delta = 3.987$

5) $\hat{V}(\hat{Y}_{ik}) = 923.054$, com 3 G. L. e $\Delta = 6.236$

c) 1965/66

A TABELA 8 apresenta a análise de variância para os dados obtidos neste ano agrícola, que mostrou valores significativos para o teste F , ao nível de 5% de probabilidade para calagem e adubação, respectivamente 27,53 e 35,03 .

Os coeficientes de variação determinados são médios para os três casos (17,67 , 12,14 e 17,03%) .

O teste de Tukey aplicado nas comparações entre médias, mostrou:

1 - que a dose zero de calagem diferiu da dose mais alta, mas se equiparam ambas com a intermediária ;

$$\left[\hat{V}(\hat{Y}_i) = 38.900 \quad e \quad \Delta_{5\%} = 1.162 \right]$$

2 - que as produções dos níveis 1 e 2 de adubação são equivalentes, mas significativamente diferentes daquela obtida sem adubação;

$$\left[\hat{V}(\hat{Y}_k) = 18.380 \quad e \quad \Delta_{5\%} = 799 \right]$$

3 - nas comparações de dose de calagem dentro de adubação, apenas naquelas referentes a dose zero de adubo não se detectaram diferenças significativas, enquanto que na dose 1 de adubo, os níveis de calagem (1 e 2) diferiram daquele sem calcário, mas se equipararam entre si,

e na dose mais elevada de adubo, apenas houve diferença significativa entre os extremos de aplicação de calcário.

$$\left[\ \Delta = 1.743 \quad a \quad 5\% \ , \ e \quad \hat{V}\,(\hat{Y}_{i/k}) = 111.146\ \right]$$

4 - as doses 1 e 2 de adubação se mostraram equivalentes, mas diferiram da dose zero, dentro dos níveis 1 e 2 de calcário, enquanto que na dose zero de corretivo, não se determinaram diferenças entre os contrastes obtidos com a média de produção dos níveis de adubação.

$$\left[\ \hat{V}\,(\hat{Y}_{k/i}) = 90.625 \quad e \quad \Delta_{5\%} = 924 \ , \ com \quad 6\ G.L.\ \right]$$

5 - $\hat{V}\,(\hat{Y}_{ik}) = 93.403$, com 7 G. L. e $\Delta = 1.297$

22	-	3075	a			
21	-	2950	a			
12	-	2600	a	b		
11	-	2250	a	b	c	
20	-	1812	a	b	c	d
02	-	1625		b	c	d
10	-	1238			c	.d
01	-	950				d
00	-	900				d

d) 1966/67

Não foram determinados pelo teste F , a existência de diferenças significativas entre as estimativas de variância (TABELA 11).

Os coeficientes de variação podem ser considerados altos e são todos eles da ordem de 26% .

Para os contrastes entre médias determinaram-se as seguintes estimativas de variâncias e respectivos valores do teste de Tukey a 5% de probabilidade.

1) $\hat{V}(\hat{Y}_i) = 281.817$, com 2 G. L. e $\Delta = 3.127$

2) $\hat{V}(\hat{Y}_k) = 267.720$, com 2 G. L. e $\Delta = 3.048$

3) $\hat{V}(\hat{Y}_{i/k}) = 843.160$, com 6 G. L. e $\Delta = 3.818$

4) $\hat{V}(\hat{Y}_{k/i}) = 829.062$, com 6 G. L. e $\Delta = 2.794$

5) $\hat{V}(\hat{Y}_{ik}) = 830.208$, com 7 G. L. e $\Delta = 3.866$

e foram determinados apenas diferenças significativas para as comparações:

- dose 2 x dose 0 de adubo, dentro do nível 1 de calagem (diferença entre as doses igual a 3.313 kg/ha , superior aos 2.794 encontrado para o Tukey correspondente);
- o tratamento 12 (1 de calagem e 2 de adubação) difere da testemunha (00) .

e) 1967/68

Novamente os valores do teste F , para calagem, adubação e a sua interação não foram significativos, como é mostrado na TABELA 14 .

Os coeficientes de variação podem ser considerados médios para os resíduos (a) e (c) , e muito alto para o (b) .

Nas comparações de médias apenas três contrastes entre todos os possíveis, diferiram de zero, e são:

- entre as doses 2 e 0 de calagem dentro do nível 2 de adubação; e
- entre as doses 1 e 0 e entre 2 e 0 , de adubação, dentro do nível 2 de calagem.

Os possíveis contrastes apresentaram as seguintes estimativas de variância e valores para o teste de Tukey a 5% de probabilidade.

1) $\hat{V}(\hat{Y}_i) = 33.196$, com 2 G. L. e $\Delta = 1.073$

2) $\hat{V}(\hat{Y}_k) = 267.409$, com 2 G. L. e $\Delta = 3.046$

3) $\hat{V}(\hat{Y}_{i/k}) = 133.436$, com 6 G. L. e $\Delta = 1.121$

4) $\hat{V}(\hat{Y}_{k/i}) = 367.649$, com 4 G. L. e $\Delta = 2.161$

5) $\hat{V}(\hat{Y}_{ik}) = 350.725$, com 3 G. L. e $\Delta = 3.844$

f) 1968/69

Neste sexto ano de execução do experimento, apenas para adubação encontrou-se um valor de F significativo ao nível de 5% , os demais não foram significativos. (TABELA 17).

Podem ser considerados médios os valores 13,35 e 14,46 , dos coeficientes de variação calculados para os resíduos (a) e (c) e muito alto o de 39,54% que refere-se ao resíduo (b) .

Não foram encontradas diferenças significativas entre os níveis de calagem, a não ser dentro da dose 2 de adubação, onde o nível mais alto diferiu dos dois inferiores

$$\left[\begin{array}{l} \hat{V}(\hat{Y}_i) = 34.987 \text{ , } 2 \text{ G. L. e } \Delta = 1.102 \text{ kg/ha ; e} \\ \hat{V}(\hat{Y}_{i/k}) = 116.956 \text{ , com } 6 \text{ G. L. e } \Delta = 1.049 \text{ kg/ha} \end{array}\right] .$$

Para as doses de adubação, a dose 2 diferiu sempre da dose zero , seja na média geral, seja dentro dos três níveis de calagem , e obteve-se para estes dois casos, respectivamente:

1) $\hat{Y}(\hat{Y}_k) = 306.762$, com 2 G. L. e $\Delta = 3.262$ kg/ha

2) $\hat{V}(\hat{Y}_{k/i}) = 388.664$, com 3 G. L. e $\Delta = 2.605$ kg/ha

Nas comparações entre as médias dos nove tratamentos (dados na TABELA 18) , verificou-se que o tratamento 22 diferiu significativamente dos 00 , 01 e 02 . $\left[\hat{V}(\hat{Y}_{im}) = 382.667 \text{ e } \Delta = 4.015 \text{ kg/ha}\right]$.

g) 1969/70

A análise de variância apresentada na TABELA 20 , não mostrou valores significativos para o teste F , em todos os casos estudados.

Os coeficientes de variação foram: 13,35 , 39,54 e 14,45% , respectivamente, para os resíduos (a) , (b) e (c) . Podem ser considerados médios, o primeiro e o último, enquanto o outro é muito alto.

Os contrastes estimados apresentaram as seguintes estimativas de variâncias e valores para o teste de Tukey , que não discriminou entre os contrastes.

1) $\hat{V}(\hat{Y}_i)$ = 133.566 , com 2 G. L. e Δ = 2.153 kg/ha

2) $\hat{V}(\hat{Y}_k)$ = 466.730 , com 2 G. L. e Δ = 4.024 kg/ha

3) $\hat{V}(\hat{Y}_{i/k})$ = 271.075 , com 5 G. L. e Δ = 1.694 kg/ha

4) $\hat{V}(\hat{Y}_{k/i})$ = 604.248 , com 3 G. L. e Δ = 3.248 kg/ha

5) $\hat{V}(\hat{Y}_{ik})$ = 669.045 , com 4 G. L. e Δ = 4.396 kg/ha

h) 1970/71

Finalmente o último ano de execução apresentou valores significativo para o teste F , (1.421,17) ao nível de 1% de probabilidade para adubação.

Para calagem e sua interação não foram significativos os valores encontrados.

Foram da ordem de 24,57 , 4,92 e 22,37% os valores dos coeficientes de variação que podem ser considerados médios nos casos dos resíduos (a) e (c) , e baixo no caso do resíduo (b) , isto é, 4,92% .

Nas comparações de médias encontrou-se:

- para as médias gerais dos níveis de calagem: não houve diferença significativa;

- níveis de calagem dentro de adubação: apenas na dose 1 de adubação, discriminou-se que a dose 1 de calagem difere significativamente da produção da dose zero ;

- para as médias gerais dos níveis de adubação: as dosagens 1 e 2 são equivalentes, mas diferem daquela sem adubação;

- da mesma forma as produções dos níveis 1 e 2 de adubação foram semelhantes e diferiram daquela da dose zero, dentro dos três níveis de calagem;

- na comparação das médias de tratamentos, encontrou-se:

11	-	2222	a		
12	-	2178	a		
22	-	2055	a		
21	-	1838	a		
02	-	1344	a	b	
01	-	1110	a	b	c
10	-	203		b	c
20	-	161			c
00	-	115			c

As estimativas das variâncias e os valores do teste de Tukey a 5% , para os contrastes entre duas médias são:

1) $\hat{V}(\hat{Y}_i) = 31.316$, com 2 G. L. e $\Delta = 1.042$ kg/ha

2) $\hat{V}(\hat{Y}_k) = 1.255$, com 2 G. L. e $\Delta = 209$ kg/ha

3) $\hat{V}(\hat{Y}_{i/k}) = 83.224$, com 6 G. L. e $\Delta = 885$ kg/ha

4) $\hat{V}(\hat{Y}_{k/i}) = 53.164$, com 4 G. L. e $\Delta = 822$ kg/ha

5) $\hat{V}(\hat{Y}_{ik}) = 58.525$, com 5 G. L. e $\Delta = 1.163$ kg/ha

5.2 - Resultado do Conjunto dos Dados

A análise da variância para todo o conjunto de dados, executada segundo o modelo matemático e esquemas apresentados nos itens 3.1 , 3.2 e 3.4 , apresentou o seguinte resultado (QUADRO I) .

QUADRO I

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Repetição (R)	1	2.770.283	2.770.283	2,11 NS
Calagem (A)	2	13.961.324	6.980.662	410,82 **
Resíduo (a)	2	33.984	16.992	-
Sub-total I	5	16.765.591		
Ano (C)	7	70.618.910	10.088.415	11,20 **
C x R	7	6.303.187	900.455	1,04 NS
A x C	14	3.448.510	246.322	0,6782 NS
Resíduo (b)	14	5.084.494	363.178	
Sub-total II	47	102.220.692		
Adubação (B)	2	110.303.218	55.151.609	59,68 *
Resíduo (c)	2	1.848.362	924.181	-
Sub-total III	5	114.921.863		
B x C	14	21.776.085	1.555.434	2,08 NS
Resíduo (d)	14	10.458.974	747.069	-
Sub-total IV	47	224.079.019		
A x B	4	2.912.894	728.223	1,33 NS
Resíduo (e)	4	2.184.618	546.154	-
Sub-total V	17	134.014.683		
A x B x C	28	10.259.020	366.393	1,42 NS
Resíduo (f)	28	7.217.788	257.778	-
Total	143			

NS = não significativo

* = significativo ao nível de 5% de probabilidade

** = significativo ao nível de 1% de probabilidade

As médias de produção em kg/ha , para os diferentes níveis de adubação e calagem, e suas combinações foram: (QUADRO II).

QUADRO II

Calagem / Adubação	0	1	2	Produções médias de adubação
0	1.179	1.304	1.525	1.336
1	2.258	3.054	3.242	2.851
2	2.948	3.380	3.893	3.407
Produções médias de calagem	2.128	2.579	2.887	2.531

Para os contrastes entre médias, obteve-se o resultado mostrado no QUADRO III.

QUADRO III

Contraste	G. L.	Estimativa da Variância	Teste de Tukey a 5% (kg / ha)
$\hat{Y}_i = \overline{A_i} - \overline{A_{i'}}$	2	708	157
$\hat{Y}_k = \overline{B_k} - \overline{B_{k'}}$	2	38.508	1.156
$\hat{Y}_m = \overline{C_m} - \overline{C_{m'}}$	7	100.051	1.302
$\hat{Y}_{i/k} = \overline{A_i\ B_k} - \overline{A_{i'}\ B_k}$	4	46.221	791
$\hat{Y}_{k/i} = \overline{A_i\ B_k} - \overline{A_i\ B_{k'}}$	6	84.020	890
$\hat{Y}_{ik} = \overline{A_i\ B_k} - \overline{A_{i'}\ B_{k'}}$	4	61.971	1.338
$\hat{Y}_{i/m} = \overline{A_i\ C_m} - \overline{A_{i'}\ C_m}$	14	106.635	854
$\hat{Y}_{m/i} = \overline{A_i\ C_m} - \overline{A_i\ C_{m'}}$	17	180.756	1.461
$\hat{Y}_{im} = \overline{A_i\ C_m} - \overline{A_{i'}\ C_{m'}}$	16	166.332	1.753
$\hat{Y}_{k/m} = \overline{B_k\ C_m} - \overline{B_{k'}\ C_m}$	16	256.402	1.307
$\hat{Y}_{m/k} = \overline{B_k\ C_m} - \overline{B_k\ C_{m'}}$	21	266.065	1.738
$\hat{Y}_{km} = \overline{B_k\ C_m} - \overline{B_{k'}\ C_{m'}}$	22	273.445	2.185
$\hat{Y}_{i/km} = \overline{A_i\ B_k\ C_m} - \overline{A_{i'}\ B_k\ C_m}$	43	302.518	1.334
$\hat{Y}_{k/im} = \overline{A_i\ B_k\ C_m} - \overline{A_i\ B_{k'}\ C_m}$	37	452.286	1.641
$\hat{Y}_{m/ik} = \overline{A_i\ B_k\ C_m} - \overline{A_i\ B_k\ C_{m'}}$	49	461.340	2.152
$\hat{Y}_{ik/m} = \overline{A_i\ B_k\ C_m} - \overline{A_{i'}\ B_{k'}\ C_m}$	40	460.979	2.228
$\hat{Y}_{im/k} = \overline{A_i\ B_k\ C_m} - \overline{A_{i'}\ B_k\ C_{m'}}$	49	470.947	2.650
$\hat{Y}_{km/i} = \overline{A_i\ B_k\ C_m} - \overline{A_i\ B_{k'}\ C_{m'}}$	51	492.751	2.700
$\hat{Y}_{ikm} = \overline{A_i\ B_k\ C_m} - \overline{A_{i'}\ B_{k'}\ C_{m'}}$	51	466.311	3.032

A análise de variância mostrou que os valores do teste F obtidos para os efeitos de ano, calagem e adubação são significativos, sendo para os dois primeiros, ao nível de 1% de probabilidade, respectivamente 11,20 e 410,82 , enquanto que para a adubação a significância foi obtida ao nível de 5% , com um valor de 59,68 .

Não foram determinados, pela mesma análise efeitos interados dos fatores em estudo.

Para a comparação das médias, foram empregados os valores do teste de Tukey , ao nível de 5% de probabilidade, apresentados no QUADRO III e que se referem a todos os tipos possíveis de contrastes entre duas médias.

As comparações de maior interesse, no entanto, são aquelas feitas através as médias do QUADRO II e referem-se a calagem, adubação e suas combinações, obtidas para todo o período em estudo.

Assim, tem-se:

a - diferenças significativas dos contrastes entre os níveis de calagem ; quando considerados isoladamente aos efeitos de adubação ;

b - nos estudos dos contrastes de calagem dentro dos níveis de adubação, determinou-se:

  b.1 - não existência de diferenças significativas, entre as dosagens de calagem, na ausência de adubação ;

  b.2 - na presença de adubação, a cultura reagiu à calagem de maneira diversa, em função da adubação, assim, na dosagem 1 de adubos verificou-se identidade de respostas para as doses 1 e 2 de calagem, que diferem daquela sem calcário e na dosagem maior de adubo, apenas houve diferença significativa entre os extremos de calagem ;

c - para as respostas à adubação, tanto considerando-se isoladamente , como dentro de cada um dos níveis de calagem, constatou-se não haver diferenças entre os níveis 1 e 2 , mas que ambos diferem daquele sem adubação.

5.3 - Discussão dos Resultados

Apesar de as análises individuais não determinarem, em sete dos oito anos, efeitos significativos para a calagem, a análise conjunta mostrou a existência desses efeitos, que podem ser considerados como a somatória dos mesmos através os anos de execução, mas parece razoável concordar-se com PIMENTEL GOMES e MALAVOLTA (1956) , em que seria mais vantajoso a aplicação de doses fracas e constantes, do que pesadas e raras, tendo-se em vista a determinação de uma dose econômica, pela lei de Mitscherlich, da ordem de 1,38 ton/ha , calculada através as médias finais de calagem, e considerando-se que são necessários, atualmente, em média 100 kg de milho em grão para comprar uma tonelada de calcário; dosagem esta muito próxima daquela determinada para o trigo, no mesmo solo, por PIMENTEL GOMES e MALAVOLTA (1951) , da ordem de 1.500 kg/ha de calcário.

Ainda com respeito à calagem foi impraticável o uso dos métodos descritos por PIMENTEL GOMES e MALAVOLTA (1956) para a estimação dos efeitos residuais, uma vez que em somente três dos oito anos, conseguiram-se produções médias de calagem, que se enquadraram nas restrições da lei de Mitscherlich, ou seja, em 1965/66 , 1966/67 e 1968/69 , e dos quais em apenas um, o primeiro, foi determinado um valor de F significativo para calagem.

Outro fato, digno de nota, é aquele em que, na maioria dos anos, e no conjunto dos dados, as respostas à calagem eram detectados apenas na presença da adubação, não se tendo determinado efeitos positivos na ausência de adubo, através a comparação das produções médias pelo teste de Tukey.

No referente à adubação, foram determinados efeitos positivos da mesma na metade dos anos em estudo, e na análise conjunta dos dados, mas não se conseguiu determinar pelo teste de Tukey, na comparação de médias, de diferenças entre os níveis 1 e 2 de adubação, e sim apenas entre estes níveis e aquele sem adubo.

Considerando-se então a dosagem de 350 kg/ha de adubo, como a mais conveniente, se a compararmos em seu conteúdo de nitrogênio, fósforo e potássio, respectivamente, 22 , 35 e 22 kg/ha, com a fórmula geral citada por MALAVOLTA e GARGANTINI (1966) , de que uma fórmula geral de adubação do milho, compreenderia 40 kg/ha de N , 60 kg/ha de P_2O_5 e 30 kg/ha de K_2O , verifica-se que a utilizada no ensaio é um pouco mais pobre nos seus conteúdos.

Os efeitos da calagem e da adubação podem ainda ser mostrados, pela análise do solo, efetuada em 1970 , no sétimo ano de plantio , onde constatou-se o resultado seguinte:

Tratamentos	pH	Al e.mg / 100 g de solo	Ca + Mg e.mg / 100 g de solo	P ppm	K ppm
00	5,1	0,8	2,6	traços	49
11	5,5	0,0	5,2	2	61
22	5,8	0,0	4,9	3	82

onde verifica-se ainda o efeito da aplicação do calcário, pelo aumento do pH e eliminação do alumínio trocável ; e reduções no teor de fósforo e de potássio (exceto na dose 2 de adubo), o que indicaria talvez uma deficiência destes elementos nas fórmulas de adubação ; quanto ao nitrogênio nada pode ser afirmado, pois as análises usuais e atuais de solo, não fornecem o seu conteúdo.

Quanto a metodologia empregada para a análise global dos dados, verificou-se:

a - as variância residuais, para calagem, adubação e sua interação, diferem daquelas calculadas para cada um dos anos, bem como da sua média aritmética, respectivamente, 319.904 , 769.208 e 293.825 , o que leva a suposição de que foram eliminados talvés dessas variâncias, os valores devidos à dependência dos dados ;

b - as variâncias dos contrastes entre duas médias, com respeito à médias de calagem, de adubação, de calagem dentro de adubação, de adubação dentro de calagem e tratamentos, respectivamente, $\hat{V}(\hat{Y}_i)$, $\hat{V}(\hat{Y}_k)$, $\hat{V}(\hat{Y}_{i/k})$, $\hat{V}(\hat{Y}_{k/i})$ e $\hat{V}(\hat{Y}_{ik})$, quando calculadas através a análise final, são as médias aritméticas daquelas calculadas para cada um dos anos, analisados individualmente.

6 - CONCLUSÕES

Para o exemplo utilizado de adubação e calagem em milho:

a) Houve efeito positivo da calagem, quando na presença da adubação, na maioria dos anos.

b) A adubação mineral N P K , mostrou efeitos positivos, tanto na au sencia, como na presença da calagem.

c) Houve semelhança do comportamento da cultura, nas respostas aos níveis 1 (350 kg/ha) e 2 (700 kg/ha) de adubação.

d) Pela aplicação da lei de Mitscherlich determinou-se, para todo o conjunto de dados, uma dose econômica de calcário da ordem de 1,38 ton/ha.

e) Os efeitos da calagem, continuaram presentes no solo, sete anos após sua aplicação, verificada na análise do solo, através o aumento do pH e eliminação do Alumínio trocável.

7 - RESUMO

Apresenta-se um esquema de análise de variância, para o estudo conjunto de ensaios conduzidos por diversos anos, numa mesma área, no delineamento em faixa, e também as variâncias e suas estimativas, para os contrastes entre duas médias.

Como exemplo de aplicação usou-se um ensaio de Adubação e Calagem (3 x 3) em milho (*Zea mays*, L.), no município de Ponta Grossa, Paraná, em solos descritos como "latossol vermelho escuro, fase arenosa".

O esquema apresentou uma boa resposta à execução da análise de variância, e as variâncias residuais para o teste de calagem, adubação e sua interação foram diferentes daquelas obtidas anualmente, bem como de suas médias, e os contrastes entre médias apresentaram uma variância, média daquelas calculadas anualmente, nos casos em que isso é possível.

Para a adubação de calagem do milho, concluiu-se por:

a) efeito positivo da calagem, na presença da adubação;

b) efeitos positivos da adubação, tanto na ausência, como na presença da calagem;

c) semelhança de comportamento entre as doses 1 e 2 de adubação;

d) a dosagem econômica da calagem é da ordem de 1,38 ton/ha, calculado pela lei de Mitscherlich; e

e) a análise de solo continua mostrando efeitos positivos da calagem, sete anos após à sua aplicação.

8 - SUMMARY

The variance analyses model, for the studying of a series of trials conducted through various years, in the same area, as well as the variances and their estimates for the contrast between means, are presented.

As an example of utilizations, a 3 x 3 factorial limestone application and fertilization essay of corn plant, conducted on a "dark red lathosol, sandy phase" soil type, at Ponta Grossa - County, State of Paraná, was used.

The model presented a good response to the analyses of variance, and the residual variances to the limestone test, fertilization and its interaction were different from those obtained annually, as well as its mean, and the contrast between means presented a variance, average of those calculated annually, wherever it was possible.

The following conclusions could be drawn:

a - positive effect of limestone application in the presence of fertilization ;

b - positive effects of fertilization either in the presence or absence of limestone ;

c - similarity between fertilization dose 1 and 2 ;

d - the economical dose of limestone application is 1.38 ton/ha, according to Mitscherlich's law, and

e - the effects of limestone are still evident seven years after the application.

9 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDERSON, R. L. e BANCROFT, T. A. - 1952 - Statistical Theory in Research. McGraw-Hill. Nova Iorque.

COCHRAN, W. G. e COX, G. M. - 1971 - Diseños Experimentales (tradução). Editorial Trilhas, México.

FEDERER, W. T. - 1955 - Experimental Design. Macmillan Co. Nova Iorque.

KEMPTHORNE, O. - 1950 - The Design and Analysis of Experiments. John Wiley and Sons. Nova Iorque.

MALAVOLTA, E. e GARGANTINI, H. - 1966 - Nutrição Mineral e Adubação, em "Cultura e Adubação do Milho". Instituto Brasileiro de Potassa. São Paulo.

PIMENTEL GOMES, F. e MALAVOLTA, E. - 1951 - Pesquisas sobre a Análise Estatística de Experiências de Adubação com o Auxílio da Lei de Mitscherlich. Anais E. S. A. "Luiz de Queiroz", 8: 1-14.

PIMENTEL GOMES, F. e MALAVOLTA, E. - 1956 - A Estimação do Efeito Residual de Fertilizantes por Meio da Lei de Mitscherlich. Anais E. S. A. "Luiz de Queiroz", 12: 70-75.

PIMENTEL GOMES, F. - 1966 - Componentes de Variância. Apostila mimeografada. Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" - USP, Piracicaba.

PIMENTEL GOMES, F. - 1970 - Curso de Estatística Experimental. 4ª edição. Livraria Nobel S. A. São Paulo.

SATTERTHWAITE, F. E. - 1946 - An Aproximate Distribution of Estimates of Variance Components. Biometrics 2: 110-114.

SOKAL, R. R. e ROHLF, F. J. - 1969 - Biometry. W. H. Freeman. São Francisco (EUA).

STEEL, R. G. D. e TORRIE, J. H. - 1960 - Principles and Procedures of Statistics. McGraw-Hill, Nova Iorque.

YATES, F. e COCHRAN, W. G. - 1938 - The Analysis of Groups of Experiments. Journal of Agricultural Science, Vol. 38. (Republicado em: Experimental Design - Selected Papers of Frank Yates - Charles Griffin. Londres).

10 - A P Ê N D I C E

TABELA 1 - Produção em kg/ha no ano de 1963/64

Tratamentos		Bloco 1	Bloco 2
Calagem	Adubação		
0	0	3583	2000
0	1	3583	2292
0	2	4458	4000
1	0	2750	2333
1	1	4958	4500
1	2	4542	2042
2	0	2875	3250
2	1	4083	3208
2	2	4958	5250

TABELA 2 - Análise de Variância dos dados da TABELA 1

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Repetições	1	2.656.513	-	-
Calagem (A)	2	1.191.997	595.998	1,08 NS
Resíduo (a)	2	1.099.506	549.753	-
Adubação (B)	2	6.248.580	3.124.290	53,99 *
Resíduo (b)	2	115.746	57.873	-
A x B	4	5.620.688	1.405.172	2,64 NS
Resíduo (c)	4	2.131.987	532.996	
Total	17	19.065.017		

TABELA 3 - Produções médias em kg/ha em 1963/64

Calagem / Adubação	0	1	2	Adubação
0	2792	2542	3062	2798
1	2038	4729	3646	3771
2	4229	3292	5104	4208
Calagem	3319	3521	3937	3592

TABELA 4 - Produção em kg/ha no ano de 1964/65

Tratamentos Calagem	Tratamentos Adubação	Bloco 1	Bloco 2
0	0	708	2542
0	1	1583	1958
0	2	2875	2833
1	0	1625	2062
1	1	1792	2167
1	2	3750	2917
2	0	583	3271
2	1	2083	3354
2	2	4875	3625

TABELA 5 - Análise de variância para os dados da TABELA 4

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Repetições	1	1.309.501	-	-
Calagem (A)	2	2.410.685	1.205.342	3,46 NS
Resíduo (a)	2	696.335	348.167	-
Adubação (B)	2	9.405.789	4.702.894	2,23 NS
Resíduo (b)	2	4.222.457	2.111.228	-
A x B	4	691.404	172.851	0,5580 NS
Resíduo (c)	4	1.239.064	309.766	
Total	17	19.975.235		

TABELA 6 - Produções médias em kg/ha em 1964/65

Calagem / Adubação	0	1	2	Adubação
0	1625	1844	1927	1798
1	1770	1979	2718	2156
2	2854	3334	4250	3749
Calagem	2083	2386	3965	2478

TABELA 7 - Produções em kg/ha no ano de 1965/66

Tratamentos		Bloco 1	Bloco 2
Calagem	Adubação		
0	0	1175	625
0	1	1050	850
0	2	2050	1200
1	0	1425	1050
1	1	2175	2325
1	2	3100	2100
2	0	2300	1325
2	1	3575	2325
2	2	3375	2775

TABELA 8 - Análise da Variância para os dados da TABELA 7

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Repetições	1	1.773.472	-	-
Calagem (A)	2	6.426.458	3.213.229	27,53 *
Resíduo (a)	2	233.403	116.701	-
Adubação (B)	2	3.863.333	1.931.666	35,03 *
Resíduo (b)	2	110.278	55.139	-
A x B	4	730.834	182.708	1,68 NS
Resíduo (c)	4	433.472	108.368	
Total	17	13.571.250		

TABELA 9 - Produções médias em kg/ha em 1965/66

Calagem / Adubação	0	1	2	Adubação
0	900	1238	1812	1317
1	950	2250	2950	2050
2	1625	2600	3075	2433
Calagem	1158	2029	2612	1933

TABELA 10 - Produção em kg/ha no ano de 1966/67

Tratamentos Calagem	Adubação	Bloco 1	Bloco 2
0	0	1375	1400
0	1	3800	2575
0	2	3950	4300
1	0	1875	2050
1	1	3950	3300
1	2	5275	5275
2	0	2400	2775
2	1	4975	3700
2	2	6025	2375

TABELA 11 - Análise da variância para os dados da TABELA 10

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Repetições	1	1.917.535	-	-
Calagem (A)	2	2.361.319	1.180.659	1,40 NS
Resíduo (a)	2	1.690.903	845.451	-
Adubação (B)	2	20.419.236	10.209.618	12,71 NS
Resíduo (b)	2	1.606.319	803.159	-
A x B	4	2.083.056	520.764	0,6184 NS
Resíduo (c)	4	3.368.056	842.014	
Total	17	33.446.424		

TABELA 12 - Produções médias em kg/ha no ano de 1966/67

Adubação \ Calagem	0	1	2	Adubação
0	1388	1962	2588	1979
1	3187	3625	4337	3717
2	4125	5275	4200	4533
Calagem	2900	3621	3708	3410

TABELA 13 - Produções em kg/ha no ano de 1967/68

Tratamentos Calagem	Tratamentos Adubação	Bloco 1	Bloco 2
0	0	1238	880
0	1	2585	2990
0	2	2462	2818
1	0	1715	800
1	1	3020	3670
1	2	3352	2818
2	0	1375	1158
2	1	2938	4472
2	2	4365	3692

TABELA 14 - Análise da variância para os dados da TABELA 13

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Repetições	1	3.417	-	-
Calagem (A)	2	2.107.275	1.053.637	10,58 NS
Resíduo (a)	2	199.174	99.587	-
Adubação (B)	2	17.155.755	8.577.877	10,69 NS
Resíduo (b)	2	1.604.453	802.226	-
A x B	4	813.326	203.331	1,35 NS
Resíduo (c)	4	601.446	150.361	
Total	17	22.484.846		

TABELA 15 - Produções médias em kg/ha para o ano de 1967/68

Adubação \ Calagem	0	1	2	Adubação
0	1059	1257	1267	1194
1	2788	3345	3705	3279
2	2640	3085	4028	3251
Calagem	2162	2562	3000	2575

TABELA 16 - Produções em kg/ha no ano de 1968/69

Tratamentos		Bloco 1	Bloco 2
Calagem	Adubação		
0	0	1002	162
0	1	2595	2222
0	2	2960	4068
1	0	1362	298
1	1	2378	2938
1	2	3415	4232
2	0	765	85
2	1	3045	2325
2	2	4820	4998

TABELA 17 - Análise da Variância para os dados da TABELA 16

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Repetições	1	57.122	-	-
Calagem (A)	2	765.670	382.835	3,65 NS
Resíduo (a)	2	209.924	104.962	-
Adubação (B)	2	36.343.117	18.171.558	19,75 *
Resíduo (b)	2	1.840.170	920.085	-
A x B	4	1.640.820	410.205	3,34 NS
Resíduo (c)	4	491.815	122.953	
Total	17	41.348.638		

TABELA 18 - Produções médias em kg/ha em 1968/69

Calagem / Adubação	0	1	2	Adubação
0	582	830	425	612
1	2408	2658	2685	2584
2	3515	3829	4909	4082
Calagem	2168	2437	2673	2426

TABELA 19 - Produções em kg/ha no ano de 1969/70

Tratamentos Calagem	Adubação	Bloco 1	Bloco 2
0	0	1210	738
0	1	3120	2700
0	2	3885	2630
1	0	105	1008
1	1	3060	4082
1	2	4405	2495
2	0	1232	682
2	1	4308	3810
2	2	4425	2620

TABELA 20 - Análise da Variância para os dados da TABELA 19

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Repetições	1	1.325.735	-	-
Calagem (A)	2	670.606	335.303	0,8368 NS
Resíduo (a)	2	801.339	400.669	-
Adubação (B)	2	27.939.203	13.969.601	9,98 NS
Resíduo (b)	2	2.800.378	1.400.189	-
A x B	4	972.793	243.198	1,18 NS
Resíduo (c)	4	825.114	206.278	
Total	17	35.335.168		

TABELA 21 - Produções médias em kg/ha em 1969/70

Calagem / Adubação	0	1	2	Adubação
0	974	556	957	829
1	2910	3621	4059	3530
2	3258	3450	3522	3410
Calagem	2380	2542	2846	2590

TABELA 22 - Produções em kg/ha no ano de 1970/71

Tratamentos		Bloco 1	Bloco 2
Calagem	Adubação		
0	0	145	85
0	1	1248	972
0	2	1568	1120
1	0	255	150
1	1	2250	2195
1	2	2380	1975
2	0	222	100
2	1	1858	1818
2	2	1668	2442

TABELA 23 - Análise da Variância para os dados da TABELA 22

Causa de Variação	G. L.	S. Q.	Q. M.	F
Repetições	1	30.176	-	-
Calagem (A)	2	1.475.822	737.911	7,85 NS
Resíduo (a)	2	187.895	93.947	-
Adubação (B)	2	10.704.290	5.352.145	1.421,17 **
Resíduo (b)	2	7.532	3.766	-
A x B	4	618.994	154.748	1,99 NS
Resíduo (c)	4	311.455	77.863	
Total	17	13.336.164		

TABELA 24 - Produções médias em kg/ha no ano de 1970/71

Calagem / Adubação	0	1	2	Adubação
0	115	203	161	160
1	1110	2222	1838	1724
2	1344	2178	2055	1859
Calagem	856	1534	1351	1247