# AJUSTE DE MODELO MATEMÁTICO PARA EXPERIMENTOS EM SILVICULTURA, COM DIFERENTES DENSIDADES

LEDA MARIA DO AMARAL GURGEL GARRIDO

Orientador: Dr. Humberto de Campos

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Estatística e Experimentação Agronômica.

P I R A C I C A B A
Estado de São Paulo - Brasil
Março, 1 9 7 9

*A meus pais,*

*dedico.*

*Ao Marco,*

*à Cláudia,*

*à Paula,*

*ofereço.*

## AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Humberto de Campos, pela orientação precisa e grande incentivo dispensado durante a elaboração deste trabalho.

Ao Dr. Vivaldo Francisco da Cruz, pelas sugestões, orientação e apoio durante o curso.

Ao Dr. Frederico Pimentel Gomes, Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agronômica, pelas sugestões oferecidas.

Ao Dr. Roberto Simionato Moraes, pelas análises estatísticas realizadas no computador eletrônico da ESALQ.

Ao Dr. Octávio do Amaral Gurgel Filho, por permitir o uso dos dados dos ensaios estudados.

À CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelos subsídios, através da bolsa de estudos, para a realização do curso de pós-graduação e deste trabalho.

À Professora Marilene G. Botter, pela revisão do português.

À Senhorita Edna Fernandes Novaes e Sr. Luiz Cesar Silva Mustafa, funcionários da Escola Superior de Agronomia de Paraguaçu Paulista, pela ajuda nos trabalhos de datilografia e impressão realizados.

À Senhorita Maria Izalina Ferreira Alves e Sr. Octávio Frassetto, funcionários da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pelo cuidadoso trabalho de datilografia e impressão.

A todos que, de uma forma ou de outra, concorreram para a realização deste trabalho.

# ÍNDICE

# 1. RESUMO

O trabalho aqui desenvolvido tem o objetivo de estudar um modelo matemático que se adapte aos experimentos de Silvicultura com diferentes densidades, visando a sanar o efeito causado pelas "falhas" ou mortalidade de plantas dentro de uma parcela, alterando portanto a densidade inicialmente proposta.

Os estudos desenvolveram-se sobre dois experimentos de Silvicultura, baseados num processo de estabelecimento gradual dos tratamentos (densidades), denominado "C.C.T. Method".

Um experimento foi desenvolvido com *Pinus elliottii* Eng. var. *elliottii* e o outro com *Eucalyptus citriodora* Hook.

O modelo matemático de ajuste, inicialmente aqui proposto, foi:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta_i(X_{ij} - \bar{X}_{i\cdot}) + e_{ij} .$$

Para efeito de comparação, estruturaram-se ainda a análise de variância da maneira usual efetuadas com:

a) dados de observação sem ajuste;

b) dados de observação ajustados por equações de correção, conforme a densidade real da parcela;

e a análise de covariância cujo modelo admitia um coeficiente de regressão $\beta$ único para todo o experimento.

Depois de estruturadas essas análises, foram calculados: o coeficiente de variação, o coeficiente de determinação e a eficiência para cada um dos modelos estudados. Usando esses parâmetros de aferição, propiciou-se a eleição dos modelos mais ajustados aos experimentos em questão, chegando-se às seguintes conclusões:

a) O modelo de análise inicialmente proposto mostrou-se menos eficiente que os demais, não sendo portanto indicado em experimentos do tipo aqui estudado.

b) Os modelos que mais se ajustaram aos dados de observação foram aqueles correspondentes à análise de variância das observações corrigidas pelas equações:

$$Y_{ij}^{-1} = a_i + b_i X_{ij} \quad ,$$

ou

$$Y_{ij}' = a_i + b_i X_{ij} \quad ,$$

isto é, uma equação por tratamento.

c) Quando não há grande heterogeneidade de densidades dentro do tratamento, deve-se preferir as análises de variância com correção pelas equações:

$$Y_{ij}^{-1} = a + b\,X_{ij} \qquad ,$$

ou

$$Y'_{ij} = a + b\,X_{ij} \qquad ,$$

ou seja, uma equação geral para o experimento.

d) Os modelos de análise de covariância estudados não deram resultados melhores que as análises de variância com dados ajustados pelas equações anteriormente citadas.

e) Como conclusão final, pode-se dizer que não é possível se preconizar um único tipo de ajuste das observações, devendo cada caso, ter previamente uma observação cuidadosa, no que se refere às variações das densidades dentro de cada tratamento.

## 2. INTRODUÇÃO

O ajuste de um modelo matemático, para propiciar uma análise mais eficiente de experimentos de Silvicultura, particularmente os do tipo "C.C.T. Method", é o objetivo aqui proposto, com o desenvolvimento deste trabalho.

Os experimentos de Silvicultura em geral, pela constituição dos indivíduos componentes, comparativamente com aqueles de culturas anuais, demandam um tempo consideravelmente maior para a obtenção dos resultados finais, além da área mais extensa, do material e tempo dispendido na formação das mudas e consequentemente um maior e apreciável dispêndio econômico.

Sendo assim, há uma grande necessidade de se considerar com muita atenção, o problema de falhas dentro da parcela, já que as plantas adjacentes a elas, passam a ter maior disponibilidade de área, que pode ser aproveitada para um maior desenvolvimento.

A simples média aritmética das medidas das árvores de uma parcela (no caso de DAP e altura) leva a uma superestimação do efeito causado pelo tratamento.

O ensaio do tipo aqui abordado, que tem seus tratamentos diretamente associados à densidade, sofre graves alterações nos resultados com a mortalidade de plantas que modificam a densidade inicial e, consequentemente, o próprio tratamento, prejudicando as conclusões obtidas, se não forem usados métodos que proporcionem a correção dos dados.

Nesses casos, a análise de variância usual nos delineamentos em blocos casualizados, parece não ser a mais indicada, por não cuidar das variações na densidade, decorrentes das falhas.

Dessa maneira, neste trabalho, toma-se por finalidade o ajuste de um modelo matemático que se adapte ao experimento em questão, ao mesmo tempo minimizando os efeitos causados pela existência de falhas.

Através dos estudos aqui empreendidos, pretende-se trazer uma contribuição à solução do problema das falhas nesses ensaios florestais, visando a atingir uma exatidão maior dos resultados e conclusões daí obtidos.

## 2.1 - O "CCT Method"

O "CCT Method" é um método de pesquisa a respeito de desbastes florestais, prescrito por Craib (apud HILLEY, 1959), de cujos resultados o experimentador pretende inferir toda uma sistemática de desbastes, visando a um melhor e mais eficiente manejo das florestas artificiais em estudo.

Na aplicação de tal método, montam-se, progressivamente, tratamentos onde se comparam os efeitos das diferentes densidades sobre o desenvolvimento dendrométrico da espécie em observação. Com essas diferentes densidades, estabelecidas com o decorrer do tempo, esse experimento permite, então, que o pesquisador determine as épocas e consequentemente, o número de desbastes que devem ser efetuados, para o normal e harmônico desenvolvimento da espécie.

O método consiste na instalação, sob povoamento puro coetâneo, de um experimento em branco, à princípio, isto é, com todas as parcelas plantadas sob um espaçamento único. A seguir, na época considerada adequada (quando o povoamento ingressa na culminância do crescimento), efetuam-se desbastes em (I-1) parcelas de cada bloco, sendo I o número de parcelas por bloco, seguindo o croquis previamente delineado, deixando uma com a densidade inicial, que constituirá o tratamento 1.

Cabe ressaltar que na pesquisa sobre o "CCT Method", o experimentador previamente já estabelecera o organograma das intensidades de extração em cada desbaste, originando, então, o trata mento respectivo.

Prosseguindo com a mesma metodologia, todas as vezes que se notar estagnação nas parcelas desbastadas, do último tratamento implantado, desbastam-se as demais, deixando sem alteração aquelas de tratamento já definido. Dessa forma, ao final do ensaio ter-se-ão instalados tantos tratamentos quantos desbastes forem executados e mais um correspondente às parcelas que não sofreram desbaste (testemunha).

Os tratamentos todos, segundo GURGEL FILHO e GURGEL (1970), não são implantados concomitantemente por razões óbvias, mencionando-se, em primeiro lugar, o caráter intrínseco da pesquisa, ou seja, a determinação da culminância do crescimento, ou mesmo estagnação das parcelas, para a execução dos desbastes prescritos, de intensidades pré-estabelecidas; em segundo e eventual lugar, com o objetivo de evitar constantes limpezas e obtenção de rendas esporádicas em consequência da venda do material desbastado.

## 3. REVISÃO DE LITERATURA

O'Connor (apud HILLEY, 1969) determinava a época de cada desbaste, através de uma medida fixa, ou seja, quando a média dos indivíduos selecionados nas parcelas de tratamento i diferisse 1/10 de polegada da média dos indivíduos das parcelas de tratamento (i+1). GURGEL FILHO e GURGEL (1970) promoveram a inovação de marcar a época de cada desbaste através de análises de variância. Tal sistemética inovadora, também foi aplicada no experimento "O *Eucaliptus citriodora* Hook, conduzido sob as características do "CCT Method", de autoria de GURGEL FILHO *et alii* (1970).

Assim que os elementos selecionados das parcelas do tratamento i apresentassem diferença significativa na análise de variância, em comparação com os indivíduos do tratamento (i+1), seria a ocasião para o desbaste.

A bibliografia existente, embora contenha referência ao problema de falhas em culturas anuais, é bastante carente no que diz respeito a experimentos em Silvicultura.

A influência do espaçamento no crescimento diametral, sobretudo, é largamente reconhecida, conforme os trabalhos de BENNET (1969) e BERRY (1977), em pesquisa realizada com *Pinus elliottii* Eng. e *Pinus resinosa* Ait, respectivamente, além dos trabalhos clássicos de BROWN e HALL (1969), JOHNSTON e CHIPPENDALE (1970) para a Austrália, JOHNSTON *et alii* (1967) e AVERY (1967) para a Europa e Estados Unidos, além de NAVARRO DE ANDRADE (1961) para o Brasil.

BLEASDALE e NELDER (1960) fizeram um relato de diversas equações para ajuste de dados de produção em função da densidade. Segundo esses autores, Shinozaki e Kira em 1956 e Holliday em 1960, usaram a equação de regressão:

$$\frac{1}{W} = A\rho + B \quad , \qquad (1)$$

onde: W = produção por planta;

$\rho$ = número de plantas por unidade de área;

A e B = parâmetros da equação.

Em 1958, DE WIT e ENIK propuseram

$$y = \frac{1}{A + Bs} \quad ,$$

sendo: y = produção por planta;

$s = \frac{1}{\rho}$, onde $\rho$ = número de plantas por unidade de área;

A e B = parâmetros da equação.

Os próprios autores fizeram restrição à equação para densidades muito altas e Holliday para as muito baixas.

Shinozaki e Kira introduziram modificações para contornar esses defeitos e relacionaram a produção com outros fatores, tais como luminosidade e nutrientes, e generalizaram a equação para os diversos fatores variando simultaneamente. Desenvolveram então, equações multilineares, usando os inversos das medidas dos fatores. Para dois fatores a equação ficaria:

$$\frac{1}{W} = \frac{A_1}{f_1} + \frac{A_2}{f_2} + \frac{A_1 A_2}{f_1 f_2} + B \quad ,$$

onde: $f_1$ e $f_2$ são acréscimos dos fatores estudados;

$A_1$, $A_2$ e B são parâmetros da equação.

Embora Kira e seus colaboradores tenham sido aparentemente bem sucedidos com a equação (1) e suas generalizações para um grande número de espécies,os autores BLEASDALE e NELDER concluíram que a equação:

$$\frac{1}{W^\theta} = A\,\rho^\theta + B \quad ,$$

onde $\theta$ é um número positivo e geralmente menor que a unidade, dá melhores resultados em experimentos de espaçamento.

STEEL e TORRIE (1960) sugeriram o uso da análise de covariância nos casos em que se fazem necessários ajustes na variável independente. A análise de covariância, em virtude de reunir conceitos da análise de variância e da análise de regressão, vem controlar o erro experimental e aumentar a precisão, ajustando as médias da variável dependente para as diferenças na variável independente que a afeta.

O modelo matemático prescrito é aditivo e, para o delineamento de blocos casualizados, fica:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \rho_j + \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..}) + \varepsilon_{ij} ,$$

onde: $Y_{ij}$ = variável dependente (dados a analisar);

$\mu$ = média geral do experimento;

$\tau_i$ = efeito do tratamento i;

$\rho_j$ = efeito do bloco j;

$\beta$ = coeficiente de regressão da equação;

$X_{ij}$ = variável independente;

$\varepsilon_{ij}$ = erro experimental;

com as exigências de que:

a) os valores $X_{ij}$ sejam medidos sem erro experimental;

b) a regressão seja independente dos efeitos de tratamentos e blocos quando se isolam esses efeitos, como indica a equação seguinte:

$$Y_{ij} - \tau_i - \rho_j = \mu - \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..}) + \varepsilon_{ij} ;$$

c) $\varepsilon_{ij} \cap N(0,\sigma^2)$.

SNEDECOR e COCHRAN (1967) também propuseram o mesmo modelo

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..}) + e_{ij} ,$$

onde os termos têm a mesma conotação da equação de STEEL e TORRIE, sendo: $\alpha_i = \tau_i$;

$b_j = \rho_j$;

$e_{ij} = \varepsilon_{ij}$.

BERRY (1967) estudou algumas equações para ajuste das produções em função da densidade, citando Shinozaki e Kira, Bleasdale e Nelder.

BERRY opinou, porém, que as equações indicadas por esses autores não são as ideais, por não levarem em consideração os espaçamentos entre e dentro das linhas, e propôs:

$$W^{-\theta} = a + b \frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} + \frac{c}{x_1 x_2} ,$$

onde foram introduzidos: $x_1$ = espaçamento dentro da linha;

$x_2$ = espaçamento entre linhas, sendo a, b e c parâmetros da equação positivos e $0 < \theta < 1$.

O autor afirmou que, no caso de se obter a estimativa $\theta$ através de um método independente da própria equação, tem-se um aumento considerável na eficiência de qualquer dos métodos propostos.

GRIDI-PAPP *et alii* (1969), trabalhando com algodoeiro, fizeram medições de falhas em 10 ensaios de espaçamentos diferentes entre 1961 e 1966 e estabeleceram um método de correção dos dados obtidos, visando eliminar o efeito das falhas. É necessário medir todas as falhas superiores ao dobro do espaçamento ideal na linha.

A produção ajustada de um canteiro é dada pela fórmula:

$$Y_a = k\,Y - b\left(k\,A - \frac{\sum_1^N k\,A}{N}\right) \quad ,$$

onde b é o coeficiente de regressão calculado por:

$$b = \frac{\sum_1^N (k\,A \,.\, k\,Y) - \dfrac{\sum_1^N k\,A \,.\, \sum_1^N k\,Y}{N}}{\sum_1^N k^2\,A^2 - \dfrac{\left(\sum_1^N k\,A\right)^2}{N}} \quad ,$$

onde: Y é a produção do canteiro;

k é o quociente do "stand" ideal pelo "stand" final do canteiro;

N é o número de canteiros do ensaio;

A é a área total considerada efetivamente aproveitada e é dada por:

$$n\,l(c + 2d) + l(L - 2md) \;,$$

em que: n = número de linhas úteis do canteiro;

c = comprimento da linha;

l = espaçamento entre as linhas;

$d$ = espaçamento ideal nas linhas;

$L$ = soma das falhas superiores a $2d$;

$m$ = número dessas falhas.

CRUZ (1971), em ensaio com milho, citou e usou a fórmula de correção dos dados de ZUBER

$$Cw = Fw \frac{H - 0{,}3\,M}{H - M} \quad ,$$

onde: $Cw$ = peso corrigido;

$Fw$ = peso de campo;

$H$ = número de plantas da parcela após os desbastes ("stand" ideal);

$M$ = número de plantas perdidas (falhas);

e concluiu que a utilização de uma única fórmula para correção de competição não é viável e apresentou a equação de covariância:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + b_j + \beta_1 X_{ij} + \beta_2 X_{ij}^2 + \beta_3 X_{ij}^3 + e_{ij} \; ,$$

onde: $Y_{ij}$ = rendimento observado no campo, corrigido para a densidade inicial N, por regra de três simples;

$X_{ij}$ = número de falhas;

$\mu$ = média geral;

$t_i$ = efeito do tratamento $\underline{i}$;

$b_j$ = efeito do bloco $\underline{j}$;

$\beta_1, \beta_2, \beta_3$ = coeficientes da regressão.

Segundo o autor, esse modelo pode ser reduzido conforme os resultados de verificação de hipótese sobre os parâmetros $\beta_1$, $\beta_2$ e $\beta_3$.

Quando forem comprovadas as hipóteses de $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$, o rendimento da parcela deve ser corrigido apenas para a densidade.

IGUE (1972), trabalhando com experimentos de soja, milho e feijão, apresentou diversas fórmulas de correção da produção em função da densidade e também fez referência a Conagin (1961) que, usando análise de covariância em experimentos de competição de variedades de amendoim, concluiu que dobrou a eficiência, desde que o coeficiente de variação passou de 29 para 13%.

IGUE utilizou em seus trabalhos a equação

$$w^{-1} = a + cr ,$$

de Shionozaki e Kira (apud in BERRY, 1967), anteriormente citada, e concluiu que a mesma provocou grande diminuição no erro experimental, reduzindo consideravelmente o coeficiente de variação. Em alguns casos, porém, a aplicação de tal fórmula causou um aumento muito grande no coeficiente de variação. Afirmou então o autor, que a equação atinge sua maior eficiência, quando usada individualmente para cada tratamento, e em experimentos com pequeno número de tratamentos e grande número de repetições.

IGUE usou, ainda, a equação de regressão linear,

$$Y = a + bx ,$$

para ajuste dos dados.

Na equação usada por IGUE, tem-se:

$Y$ = produção;

$x$ = "stand" final;

$\underline{a}$ e $\underline{b}$ = parâmetros da equação.

Conforme as conclusões do autor, $Y = a + bx$ foi a equação mais eficiente na redução do erro experimental, promovendo uma diminuição bastante grande do coeficiente de variação, que passou de 24,5% para 5,2% nos experimentos de soja, de 18,3% para 8,6% no milho, e de 30,6% para 10% no feijão, enquanto que, de modo geral, a análise de covariância teve sua eficiência diminuída à medida em que se aumentou o tamanho da parcela no sentido do comprimento.

SILVA (1972) trabalhou com modelo quadrático para análise de covariância em algodão e soja.

Conforme o autor, o erro experimental está, muitas vezes, associado às variações da variável $\underline{x}$ (densidade). Nesse caso, medidas suplementares de covariável $\underline{x}$ podem servir para remover diferenças nos efeitos de tratamentos.

O desenvolvimento teórico do autor, baseado em Kempthorne (1952), para o modelo de blocos casualizados, consistiu numa análise, ignorando, a princípio, o efeito de tratamentos.

Usando o modelo:

$$Y_{ij} = \mu + t_i + r_j + b_1 x_{ij} + b_2 x_{ij}^2 + e_{ij} \quad ,$$

onde: $Y_{ij}$ = dados de observação da parcela com tratamento i no bloco j;

$\mu$ = média geral do experimento;

$t_i$ = efeito do tratamento i;

$r_j$ = efeito do bloco j;

$x_{ij}$ = $(X_{ij} - \bar{X}..)$ = densidade modificada na parcela i, j;

$b_1$ e $b_2$ = coeficientes de regressão;

$e_{ij}$ = erro casual na parcela i, j;

tem-se a análise de variância, conforme o esquema que se segue:

| Fonte de Variação | G.L. | S.Q. |
|---|---|---|
| $\mu'$ , $r'$ , $b_1'$ , $b_2'$ | s + 2 | $R(\hat{\mu}'$ , $\hat{r}'$ , $\hat{b}_1'$ , $\hat{b}_2')$ |
| Tratamentos | n - 1 | por diferença |
| $\mu$ , $t$ , $r$ , $b_1$ , $b_2$ | s + n + 1 | $R(\hat{\mu}$ , $\hat{t}$ , $\hat{r}$ , $\hat{b}_1$ , $\hat{b}_2)$ |
| Resíduo | (n-1)(s-1) - 2 | por diferença |
| Total | n.s | $\Sigma\, y_{ij}^2$ |

Nesse esquema, a notação: $\mu'$ , $r'$ , $b_1'$ , $b_2'$ , na coluna de fontes de variação, representa o conjunto de parâmetros ignorando o efeito de tratamentos, enquanto que $\mu$ , $t$ , $r$ , $b_1$ , $b_2$ , seria a notação correspondente a todos os parâmetros, excetuando-se aí somente o efeito do erro casual, devidamente isolado no resíduo.

Na coluna de soma de quadrados, $R(\hat{\mu}'$ , $\hat{r}'$ , $\hat{b}_1'$ , $\hat{b}_2')$ é obtido através do modelo

$$Y_{ij} = \mu + r_j + b_1 x_{ij} + b_2 x_{ij}^2 + e_{ij} ,$$

isto é, ignorando o efeito de tratamentos.

Segundo o trabalho do autor, em 19 dos 38 ensaios de algodão foi rejeitada a hipótese de $(b_1$ e $b_2) = 0$, em 5 destes, também rejeitada a hipótese de $b_2 = 0$, havendo, portanto, evidente contribuição de $\hat{b}_2$ na variação de y.

Nos demais ensaios (14), que foi rejeitada a hipótese $(b_1$ e $b_2) = 0$, e não $b_2 = 0$, rejeitou-se $b_1' = 0$, o que demonstra ser o coeficiente $\hat{b}_1$, o mais importante do modelo.

Dos 16 experimentos de soja, 4 rejeitaram as hipóteses de $(b_1$ e $b_2) = 0$ e $b_2 = 0$, e 12 não rejeitaram $(b_1$ e $b_2) = 0$. Nestes, o coeficiente $\hat{b}_2$ foi o mais importante.

O autor concluiu que não há possibilidade de generalização, sendo muitas vezes o modelo do 2º grau o mais apropriado.

Como no algodão predominou o efeito linear, enquanto que na soja, quando o ajuste foi necessário, predominou o efeito do 2º grau, o autor recomendou que se faça sempre o ajuste do 2º grau, já que depois é possível transformar para o modelo linear quando não se rejeita $b_2 = 0$.

# 4. MATERIAL E MÉTODOS

## 4.1 - Material

O material sobre o qual foram realizados os estudos, constituiu-se de resultados parciais dos projetos tipo "CCT Method", instalados e em andamento na Estação Experimental de Santa Rita do Passa Quatro, "Manejo do *Pinus elliottii* Eng. var. *elliottii* sob o "CCT Method" e na Estação Experimental de Luiz Antonio, "O *Eucalyptus citriodora* Hook conduzido sob as características do "CCT Method", ambas dependências do Instituto Florestal do Estado de São Paulo.

O primeiro projeto citado foi instalado em Santa Rita do Passa Quatro a 29 de dezembro de 1961, constituindo povoamento puro e equiânio. O compasso eleito foi o de 1,5m x 1,5m. O solo é do tipo LVa - Latossol Vermelho fase arenosa. As coordenadas geográficas para o local são 21$^{o}$40' latitude S, e 47$^{o}$30' longitude WGr, sendo a altitude média de 715m. O clima é do tipo Cwa — quente de inverno seco.

Quanto aos tratos culturais, após a destoca foi feita aração seguida de gradeação, além de capinas manuais e mecânicas. Antes do plantio foi realizada a calagem na base de 2.600 kg/ha.

O projeto de Luiz Antonio foi instalado em janeiro de 1968, também em povoamento puro equiânio, plantado também no espaçamento de 1,5m x 1,5m. O solo é do tipo LVa - Latossol Vermelho fase arenosa.

Os tratos culturais, efetuados após a destoca, foram aração, gradeação e coveamento com enxadão, além do controle de saúvas.

A localização geográfica dessa dependência é 21°40' latitude S e 47°49' longitude WGr. A altitude média é de 550 m. O tipo climático é também Cwa — quente de inverno seco.

Os ensaios foram instalados sob o delineamento de blocos ao acaso, com oito tratamentos e seis repetições, conforme croquis apresentados nas figuras 1 e 2. Os tratamentos que estão sendo estabelecidos gradativamente no experimento em branco, são os seguintes:

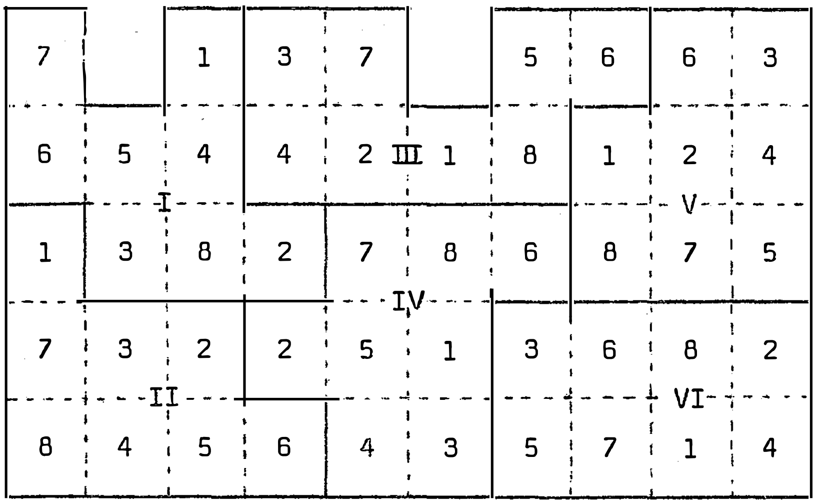


Figura 1 - Croquis da disposição no campo do experimento: Manejo do *Pinus elliottii* Eng. var. *elliottii* sob o "CCT Method".
I a VI = Blocos;
1 a 8 = Tratamentos.

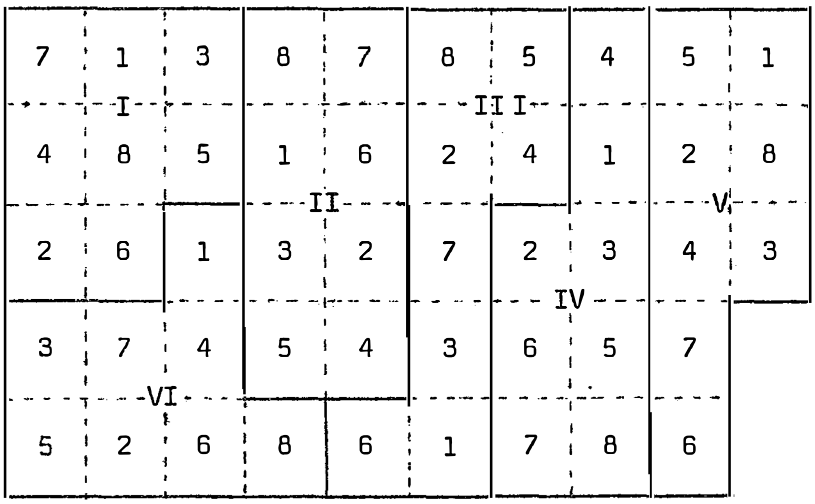


Figura 2 - Croquis da disposição no campo do experimento: O *Eucaliptus citriodora* Hook, sob as características do "CCT Method".
I a VI = Blocos;
1 a 8 = Tratamentos.

| Tratamentos | Densidade | Área Individual |
|---|---|---|
| 1 (testemunha) | 100,0% - 42 plantas | 2,25 $m^2$ |
| 2 | 50,0% - 21 plantas | 4,50 $m^2$ |
| 3 | 31,0% - 13 plantas | 7,27 $m^2$ |
| 4 | 26,2% - 11 plantas | 8,59 $m^2$ |
| 5 | 16,7% - 7 plantas | 13,50 $m^2$ |
| 6 | 11,9% - 5 plantas | 18,90 $m^2$ |
| 7 | 7,1% - 3 plantas | 31,50 $m^2$ |
| 8 | 4,8% - 2 plantas | 47,25 $m^2$ |

Nesses experimentos, o primeiro desbaste (50,0%) foi realizado em sete parcelas de cada bloco quando as técnicas silviculturais indicaram ser a época adequada, ou seja, em setembro de 1969. O segundo desbaste, deixando 31% das árvores iniciais, ocorreu em junho de 1972 para o experimento de *Pinus elliottii* var. *elliottii*. Para o experimento com *Eucalyptus citriodora* Hook, o primeiro desbaste ocorreu em junho de 1972, e o segundo em junho de 1975.

A partir do primeiro desbaste, foram selecianadas, do tratamento testemunha, vinte e uma plantas (50,0%), cuja média dos parâmetros dendométricos coincidisse com as médias das plantas remanescentes das demais parcelas desbastadas.

Em seguida, foram realizadas, periodicamente, análises de variância, visando a comparar aquelas plantas selecionadas sob grande competição (testemunha) com as provenientes dos desbastes. A indicação de que o segundo desbaste deveria ser executado foi dada pela primeira análise de variância, que acusou diferenças significativas nas mensurações em DAP. Assim, instalou-se o terceiro tratamento (31,0%), em seis parcelas anteriormente manejadas. Da mesma forma, selecionaram-se treze plantas (31,0%) das parcelas do tratamento 2, para comparações através de análise de variância, até determinar a ocasião de novo desbaste.

Os dados de que se dispõe, são de dezembro de 1975 para o *Pinnus* e dezembro de 1976 para o *Eucalyptus*, resultados de dois desbastes (três tratamentos) em cada experimento.

Com as observações assim obtidas, juntamente com a bibliografia citada, pretendeu-se desenvolver uma metodologia de estudo que permitisse a análise correta dos dados de observação.

## 4.2 - Métodos

### 4.2.1 - Modelos matemáticos estudados

Foram estudados diversos modelos matemáticos para análise dos dados, visando solver o problema causado pelas falhas.

4.2.1.1 - Foi usado, como ponto de partida, o modelo proposto por STEEL e TORRIE (1960) e SNEDECOR e COCHRAN (1967),

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..}) + e_{ij} ,$$

com $e_{ij} \cap N(0,\sigma^2)$.

Como, porém, no caso em pauta, além do efeito causado pelos tratamentos $\alpha_i$ (densidade ideal da parcela), ainda há a variação dentro do tratamento, causada pela mortalidade de plantas, o modelo inicial foi modificado, de forma a se ter um valor de para cada tratamento, obtendo-se:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta_i(X_{ij} - \bar{X}_{i\circ}) + e_{ij} \quad , \qquad (1)$$

onde: $Y_{ij}$ = média dos DAP das plantas que receberam o tratamento i no bloco j;

$\mu$ = média do experimento;

$\alpha_i$ = efeito do tratamento i;

$b_j$ = efeito do bloco j;

$\beta_i$ = coeficiente de regressão referente ao tratamento i;

$X_{ij}$ = número real de plantas na parcela (i,j);

$X_{i\circ}$ = média do número de plantas do tratamento i;

$e_{ij}$ = erro experimental que incide na parcela (i,j), sendo $e_{ij} \cap N(0,\sigma^2)$.

Supondo homogeneidade entre as variâncias de tratamentos, ou seja, admitindo-se $\sigma_i^2 = \sigma^2$ para $i=1,2,\ldots,I$, procedeu-se à análise de variância dos efeitos envolvidos, através do método do resíduo condicional, ou seja, efeito dos tratamentos $\alpha_i$ ajustados e efeitos dos coeficientes $\beta_i$ ajustados.

Tem-se, portanto, as análises de covariância, baseadas no modelo:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta_i(X_{ij} - \bar{X}_{i.}) + e_{ij} \quad .$$

Este modelo será apresentado mais detalhadamente em 4.2.3.

4.2.1.2 - Foi estruturada, também, a análise de coriância, pelo modelo

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e_{ij} \quad ,$$

com $e_{ij} \cap N(0,\sigma^2)$, isto é, da forma habitual para delineamentos em blocos casualizados.

4.2.1.3 - Foram verificadas, ainda, as equações:

$$Y = a + b\,X \quad ,$$

e

$$W^{-1} = a + cr \quad ,$$

para ajuste das observações, como aparecem a seguir.

a) Ajuste com a equação

$$Y_{ij} = a + bX_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad ,$$

onde: $Y_{ij}$ = média de DAP por parcela;

$\bar{X}_{ij}$ = número de plantas na parcela;

a e b = parâmetros da equação;

$\varepsilon_{ij}$ = erro casual da parcela i, j, com $\varepsilon_{ij} \cap N(0,\sigma^2)$, obtendo-se os valores de $Y'_{ij} = a + bX_{ij}$, ou seja, os valores das médias de DAP por parcela, ajustados, os quais foram analisados segundo o modelo:

$$Y'_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij} \quad .$$

b) Ajuste com a equação:

$$Y_{ij} = a_i + b_i X_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad ,$$

isto é, um ajuste por tratamento.

Também neste caso, os valores de $Y'_{ij}$ (média de DAP por parcela ajustada) foram analisados através do modelo de análise de variância:

$$Y'_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij} \quad .$$

c) Ajuste com a equação:

$$Y^{-1}_{ij} = a + b X_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad ,$$

onde: $Y^{-1}_{ij}$ = inverso da média de DAP por parcela;

$X_{ij}$, a, b, $\varepsilon_{ij}$, tem a mesma conotação anterior.

Obtidos os valores de $Y^{-1}_{ij}$ ajustados, procedeu-se a análise de variância, segundo o modelo

$$Y^{-1'}_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij} \quad .$$

d) Ajuste com a equação

$$Y^{-1}_{ij} = a_i + b_i X_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad ,$$

sendo uma equação por tratamento.

Os valores de $Y^{-1}_{ij}$ ajustados foram analisados através do modelo

$$Y_{ij}^{-1} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij} \quad .$$

4.2.1.4 - Além das análises de variância anteriormente citadas, foram estruturadas análises de covariância, conforme os modelos seguintes:

a) $Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta(X_{ij} - \bar{X}..) + e_{ij}$ ,

onde todos os parâmetros têm a mesma conotação dos demais modelos.

b) $Y_{ij}^{-1} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta(X_{ij} - \bar{X}..) + e_{ij}$ ,

com $Y_{ij}^{-1}$ sendo o inverso da média de DAP por parcela.

Para cada um dos modelos estudados, foi determinado o coeficiente de variação, bem como o coeficiente de correlação r e o de determinação $r^2$.

### 4.2.2 - Determinação da eficiência dos modelos

A eficiência E para os modelos de análise de covariância, conforme SNEDECOR e COCHRAN (1962), é dada por:

$$E = \frac{s_y^2}{s'^2}$$

onde: $s_y^2$ = QM do Resíduo da análise de variância dos valores de $Y_{ij}$;

$s'^2$ é dada por:

$$s^2_{xy} \left[ 1 + \frac{t_{xx}}{\Sigma x^2} \right] ,$$

sendo: $s^2_{xy}$ = QM do Resíduo da análise de covariância;

$t_{xx}$ = QM de Tratamentos da análise de variância dos valores de $X_{ij}$;

$\Sigma x^2$ = SQ do Resíduo da análise de variância para os valores de $X_{ij}$.

Já, para o caso de análise de variância com ajuste, a eficiência foi calculada simplesmente por:

$$E = \frac{s_y}{s'_a} ,$$

onde: $s^2_y$ = QM do Resíduo para análise de variância para os valores de $Y_{ij}$;

$s'_a$ = QM do Resíduo para análise de variância para os valores de $Y_{ij}$, ajustado pelas equações propostas.

### 4.2.3 - Desenvolvimento teórico do modelo matemático modificado

Neste ítem foi desenvolvida a teoria que assessora os cálculos e análises aplicados ao modelo:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta_i(X_{ij} - \bar{X}_{i.}) + e_{ij} .$$

### 4.2.3.1 - Estimativa dos parâmetros

A partir do modelo proposto, foram feitas as estimativas dos parâmetros pelo método dos quadrados mínimos, segundo PIMENTEL GOMES e NOGUEIRA (1970), cujo desenvolvimento teórico aparece a seguir:

$$Y = X\rho + \varepsilon \quad ,$$

onde as matrizes X e $\rho$ são definidas como: $X = |X_1 \, , \, X_2|$ e $\rho = \begin{vmatrix} \tau \\ \beta \end{vmatrix}$

As matrizes citadas são discriminadas adiante, onde I é o número de tratamentos e J o número de blocos.

$$Y = \begin{vmatrix} Y_{11} \\ Y_{12} \\ \cdots \\ Y_{1J} \\ Y_{21} \\ Y_{22} \\ \cdots \\ Y_{2J} \\ \cdots \\ Y_{I1} \\ Y_{I2} \\ \cdots \\ Y_{IJ} \end{vmatrix} \quad X_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \cdots & & & & & & & & \cdots \\ 1 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \ldots & 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \ldots & 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \cdots & & & & & & & & \cdots \\ 1 & 0 & 1 & \ldots & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ \cdots & & & & & & & & \cdots \\ 1 & 0 & 0 & \ldots & 1 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \ldots & 1 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \cdots & & & & & & & & \cdots \\ 1 & 0 & 0 & \ldots & 1 & 0 & 0 & \ldots & 1 \end{vmatrix} \quad X_2 = \begin{vmatrix} x_{11} & 0 & \ldots & 0 \\ x_{12} & 0 & \ldots & 0 \\ \cdots & & & \cdots \\ x_{1J} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & x_{21} & \ldots & 0 \\ 0 & x_{22} & \ldots & 0 \\ \cdots & & & \cdots \\ 0 & x_{2J} & \ldots & 0 \\ \cdots & & & \cdots \\ 0 & 0 & \ldots & x_{I1} \\ 0 & 0 & \ldots & X_{I2} \\ \cdots & & & \cdots \\ 0 & 0 & \ldots & X_{IJ} \end{vmatrix}$$

sendo $x_{ij} = X_{ij} - \bar{X}_{i}$.

$$\tau = \begin{vmatrix} \mu \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \cdots \\ \alpha_I \\ b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_J \end{vmatrix} \qquad \beta = \begin{vmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \cdots \\ \beta_I \end{vmatrix} \qquad \varepsilon = \begin{vmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ \cdots \\ e_{1J} \\ e_{21} \\ e_{22} \\ \cdots \\ e_{2J} \\ \cdots \\ e_{I1} \\ e_{I2} \\ \cdots \\ e_{IJ} \end{vmatrix}$$

O sistema de equações normais é

$$X'X\hat{\rho} = X'Y \quad ,$$

ou, substituindo-se X e $\hat{\rho}$ pelas suas matrizes constituintes, tem-se:

$$\begin{vmatrix} X_1'X_1 & X_1'X_2 \\ X_2'X_1 & X_2'X_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \hat{\tau} \\ \hat{\beta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_1'Y \\ X_2'Y \end{vmatrix} \quad , \qquad (4.2.3.1.a)$$

onde:

$$X_1'X_1 = \begin{vmatrix} IJ & J & J & \cdots & J & I & I & \cdots & I \\ J & J & 0 & \cdots & 0 & I & I & \cdots & I \\ J & 0 & J & \cdots & 0 & I & I & \cdots & I \\ \cdots & & & & & & & & \cdots \\ J & 0 & 0 & \cdots & J & I & I & \cdots & I \\ I & I & I & \cdots & I & I & 0 & \cdots & 0 \\ I & I & I & \cdots & I & 0 & I & \cdots & 0 \\ \cdots & & & & & & & & \cdots \\ I & I & I & \cdots & I & 0 & 0 & \cdots & I \end{vmatrix} \quad X_1'X_2 = \begin{vmatrix} x_{1\cdot} & x_{2\cdot} & \cdots & x_{I\cdot} \\ x_{1\cdot} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & x_{2\cdot} & \cdots & 0 \\ \cdots & & & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & x_{I\cdot} \\ x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{I1} \\ x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{I2} \\ \cdots & & & \cdots \\ x_{1J} & x_{\ J} & \cdots & x_{IJ} \end{vmatrix}$$

Como, porém, $x_{i\cdot} = 0$, a matriz $X_1'X_2$ fica:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{I1} \\ x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{I2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{1J} & x_{2J} & \cdots & x_{IJ} \end{vmatrix}$$

A matriz $X_2'X_1$ é a transposta de $X_1'X_2$, ou seja:

$$X_2'X_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1J} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2J} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & x_{I1} & x_{I2} & \cdots & x_{IJ} \end{vmatrix}$$

$$X_2'X_2 = \begin{vmatrix} \sum_j x_{1j}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sum_j x_{2j}^2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sum_j x_{IJ} \end{vmatrix}$$

$$\hat{\tau} = \begin{vmatrix} \hat{\mu} \\ \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \\ \cdots \\ \hat{\alpha}_I \\ \hat{b}_1 \\ \cdots \\ \hat{b}_2 \\ \cdots \\ \hat{b}_J \end{vmatrix} \qquad \hat{\beta} = \begin{vmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \cdots \\ \beta_I \end{vmatrix}$$

$$X_1'Y = \begin{vmatrix} Y_{..} \\ Y_{1.} \\ Y_{2.} \\ \cdots \\ Y_{I.} \\ Y_{.1} \\ Y_{.2} \\ \cdots \\ Y_{.3} \end{vmatrix} \qquad X_2'Y = \begin{vmatrix} \sum_j x_{1j}\, y_{1j} \\ \sum_j x_{2j}\, y_{2j} \\ \cdots\cdots\cdots \\ \sum_j x_{Ij}\, y_{Ij} \end{vmatrix}$$

Efetuando-se as multiplicações indicadas em (4.2.3.1.a) o sistema de equações normais fica:

$$X_1' X_1 \hat{\tau} + X_1' X_2 \hat{\beta} = X_1' Y \quad , \qquad (4.2.3.1.b)$$

$$X_2' X_1 \hat{\tau} + X_2' X_2 \hat{\beta} = X_2' Y \quad . \qquad (4.2.3.1.c)$$

A matriz $X_1'X_1$ é singular, pois é de ordem (I+J+1) e tem característica (I+J÷1).

Pode-se determinar matriz A, de restrição, de ordem (I+J+1), tal que $A\tau = \Phi$.

Admitindo-se que $A\hat{\tau} = \Phi$, tem-se de (4.2.3.1.b):

$$X_1' X_1 \hat{\tau} = X_1' Y - X_1' X_2 \hat{\beta}$$

$$(X_1' X_1 - A) \hat{\tau} = X_1' Y - X_1' X_2 \hat{\beta} \quad .$$

Fazendo-se $(X_1' X_1 - A) = M$, tem-se:

$$M\hat{\tau} = X_1' Y - X_1' X_2 \hat{\beta} \qquad (4.2.3.1.d)$$

onde a matriz M é de ordem (I+J+1) e igual característica, admitindo, portanto, a inversa $M^{-1}$.

A matriz A é baseada nas seguintes restrições:

$$\sum_i \hat{\alpha}_i = 0 \quad ,$$

e

$$\sum_j \hat{\beta}_j = 0 \quad .$$

Consequentemente, tem-se:

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{vmatrix}$$

e portanto:

$$M = X_1' X_1 - A = \begin{vmatrix} IJ & J & J & \dots & J & I & I & \dots & I \\ J & J & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ J & 0 & J & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ J & 0 & 0 & \dots & J & 0 & 0 & \dots & 0 \\ I & 0 & 0 & \dots & 0 & I & 0 & \dots & 0 \\ I & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & I & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ I & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & I \end{vmatrix}$$

A partir de M, obtém-se:

$$M^{-1} = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & (I-1) & -1 & \dots & -1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ 1 & -1 & (I-1) & \dots & -1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & -1 & -1 & \dots & (I-1) & -1 & -1 & \dots & -1 \\ 1 & -1 & -1 & \dots & -1 & (J-1) & -1 & \dots & -1 \\ 1 & -1 & -1 & \dots & -1 & -1 & (J-1) & \dots & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & -1 & -1 & \dots & -1 & -1 & -1 & \dots & (J-1) \end{vmatrix}$$

Assim, de (4.2.3.1.d) vem:

$$\hat{\tau} = M^{-1}(X_1' \, Y - X_1' \, X_2 \, \hat{\beta}) \quad . \qquad (4.2.3.1.e)$$

Substituindo-se (4.2.3.1.e) em (4.2.3.1.c), fica:

$$X_2' \, X_1 \, M^{-1}(X_1' \, Y - X_1' \, X_2 \, \hat{\beta}) + X_2' \, X_2 \, \hat{\beta} = X_2' \, Y \, .$$

Agrupando-se os termos comuns, obtém-se:

$$X_2'(Ip - X_1 \, M^{-1} \, X_1') \, X_2 \, \hat{\beta} = X_2'(Ip - X_1 \, M^{-1} \, X_1') \, Y \quad ,$$

onde Ip é uma matriz identidade de ordem p, sendo p = IJ.

Fazendo-se $(Ip - X_1 \, M^{-1} \, X_1') = Q$, tem-se:

$$X_2' \, Q \, X_2 \, \hat{\beta} = X_2' \, Q \, Y \, .$$

Com $X_2' \, Q \, X_2 = S$, fica:

$$S\hat{\beta} = X_2' \, Q \, Y \qquad (4.2.3.1.f)$$

S é uma matriz não singular, pois e de ordem I e característica I, e é dada por:

$$S = \begin{vmatrix} (J-1) \sum\limits_j x_{1j}^2 & J \sum\limits_j x_{1j}\, x_{2j} & \ldots & J \sum\limits_j x_{1j}\, x_{Ij} \\ J \sum\limits_j x_{1j}\, x_{2j} & (J-1) \sum\limits_j x_{2j}^2 & \ldots & J \sum\limits_j x_{2j}\, x_{Ij} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ J \sum\limits_j x_{1j}\, x_{Ij} & J \sum\limits_j x_{2j}\, x_{Ij} & \ldots & (J-1) \sum\limits_j x_{Ij}^2 \end{vmatrix}$$

O 2º membro das equações normais $X_2'\, Q\, Y$, fica:

$$X_2'\, Q\, Y = \begin{vmatrix} (I-J) \sum\limits_j x_{1j}\, Y_{1j} & -J \sum\limits_j x_{1j}\, Y_{2j} & \ldots & -J \sum\limits_j x_{1j}\, Y_{Ij} \\ -J \sum\limits_j x_{2j}\, Y_{1j} & (I-J) \sum\limits_j x_{2j}\, Y_{2j} & \ldots & -J \sum\limits_j x_{2j}\, Y_{Ij} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -J \sum\limits_j x_{Ij}\, Y_{1j} & -J \sum\limits_j x_{Ij}\, Y_{2j} & & (1-J) \sum\limits_j x_{Ij}\, Y_{Ij} \end{vmatrix}$$

Os parâmetros $\hat{\beta}$ são estimados a partir de (4.2.3.1.f).

Uma vez obtidos os valores de $\hat{\beta}$, pode-se ter as estimativas de $\tau$, com a equação (4.2.3.1.d).

A matriz $S^{-1}$ não é apresentada, já que suas dimensões dependem de I e J.

### 4.2.3.2 - Análise de variância

As análises de variância foram estruturadas baseadas no método do resíduo condicional, conforme GRAYBILL (1961).

Assim, tem-se:

| Fonte de Variação | G.L. | S.Q. |
|---|---|---|
| $R(\hat{\mu}, \hat{t}_i, \hat{b}_j, \hat{\beta}_i)$ | $2I + J - 1$ | SQ Par$(\hat{\mu}, \hat{t}_i, \hat{b}_j, \hat{\beta}_i)$ |
| Resíduo $(R_0)$ | $IJ - (2I+J-1)$ | SQ Res$(R_0)$ |
| Total | $IJ$ | SQ Total |

e, com ajustes para $\hat{\beta}_i$:

| Fonte de Variação | G.L. | S.Q. |
|---|---|---|
| $R(\hat{\mu}, \hat{t}_i, \hat{b}_j)$ | $I + J - 1$ | SQ Par$(\hat{\mu}, \hat{t}_i, \hat{b}_j)$ |
| Resíduo $(R_1)$ | $IJ - (I+J-1)$ | SQ Res$(R_1)$ |
| Total | $IJ$ | SQ Total |

Observe-se que a diferença (SQ $R_1$ - SQ $R_0$) é a redução da soma de quadrados devida à $\hat{\beta}$ ajustada para $\hat{\tau}$ com I graus de liberdade.

Assim,

$$\text{SQ Res}_1 - \text{SQ Res}_0 = \text{SQ Par}(\hat{\beta}_i \mid \hat{\mu}, \hat{t}_i, \hat{b}_j) ,$$

ou seja, $\hat{\beta}_i$ ajustados para os efeitos $\hat{\mu}$, $\hat{t}_i$ e $\hat{b}_j$.

A verificação da hipótese $\hat{\beta}_i \neq \Phi$ se faz através da análise de variância, estruturada a seguir:

| Fonte de Variação | G.L. | S.Q. |
|---|---|---|
| $R(\hat{\mu}, \hat{t}_i, \hat{b}_j)$ | $I + J - 1$ | SQ Par$(\hat{\mu}, \hat{t}_i, \hat{b}_j)$ |
| $R(\beta_i \mid \hat{\mu}, \hat{t}_i, \hat{b}_j)$ | $I$ | SQ $Res_1$ - SQ $Res_0$ |
| Resíduo $(R_0)$ | $IJ - (2I+J-1)$ | SQ Res $(R_0)$ |
| Total | $IJ$ | SQ Total |

Da mesma forma, pode-se verificar a hipótese $\hat{t}_i \neq \Phi$.

| Fonte de Variação | G.L. | S.Q. |
|---|---|---|
| $R(\hat{\mu}, \hat{b}_j, \hat{\beta}_i)$ | $I + J$ | SQ Par$(\hat{\mu}, \hat{b}_j, \hat{\beta}_i)$ |
| Resíduo $(R_2)$ | $IJ - (I+J)$ | SQ Res $(R_2)$ |
| Total | $IJ$ | SQ Total |

onde:

$$SQ\ R_2 - SQ\ R_0 = SQ\ Par(\hat{t}_i \mid \hat{\mu}, \hat{b}_j, \hat{\beta}_i) \quad ,$$

e, através da análise de variância, tem-se:

| Fonte de Variação | G.L. | S.Q. |
|---|---|---|
| $R(\hat{\mu}, \hat{b}_j, \hat{\beta}_i)$ | $I + J$ | SQ Par$(\hat{\mu}, \hat{b}_j, \hat{\beta}_i)$ |
| $R(\hat{t}_i \mid \hat{\mu}, \hat{b}_j, \hat{\beta}_i)$ | $I - 1$ | SQ $R_2$ - SQ $R_0$ |
| Resíduo $(R_0)$ | $IJ - (2I+J-1)$ | SQ Res $(R_0)$ |
| Total | $IJ$ | SQ Total |

### 4.2.3.3 - Prova para os coeficientes de regressão

A prova foi feita através do teste t, estruturado a seguir:

$$t_{(\hat{\beta}_i)} = \frac{|\hat{\beta}_i - 0|}{s_{(\beta_i)}}$$

Os valores de $s_{(\hat{\beta}_i)}$ são dados pela matriz de dispersão:

$$D = S^{-1} \sigma^2$$

# 5. RESULTADOS

Os resultados obtidos pela aplicação da metodologia citada aos dois experimentos, estão relacionados neste capítulo. Visando uma maior clareza na apresentação desses resultados, serão grupados no ítem 5.1 todos os dados referentes ao experimento com *Pinus elliottii*, ficando no ítem 5.2 os referentes ao experimento com *Eucalyptus citriodora*.

## 5.1 - Experimentos com *Pinus elliottii* Eng. var. *elliottii*

### 5.1.1 - Estimativa dos parâmetros

De acordo com a metodologia apresentada em 4.2, para $I = 3$ e $J = 6$, com os dados da tabela 1, obteve-se:

$$\hat{\mu} = 154{,}1 \text{ mm}$$

$$\hat{\alpha}_1 = -20{,}6$$

$$\hat{\alpha}_2 = 6{,}4$$

$$\hat{\alpha}_3 = 14{,}2$$

$$\hat{b}_1 = -6{,}2$$

$$\hat{b}_2 = -0{,}8$$

$$\hat{b}_3 = -11{,}4$$

$$\hat{b}_4 = 8{,}9$$

$$\hat{b}_5 = 3{,}1$$

$$\hat{b}_6 = 6{,}5$$

$$\hat{\beta}_1 = -1{,}3$$

$$\hat{\beta}_2 = -6{,}1$$

$$\hat{\beta}_3 = -5{,}0$$

Tabela 1 - Dados de observação do experimento de *Pinus elliottii* Eng. var. *elliottii* onde X representa o número de plantas por parcela e Y a média de DAP por parcela.

| BLOCOS | Tratamento 1 | | Tratamento 2 | | Tratamento 3 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | X | Y | X | Y | X | Y |
| I | 24 | 129 | 11 | 159 | 10 | 160 |
| II | 17 | 137 | 12 | 157 | 13 | 158 |
| III | 15 | 135 | 11 | 152 | 12 | 147 |
| IV | 21 | 142 | 12 | 161 | 12 | 178 |
| V | 18 | 128 | 9 | 188 | 9 | 185 |
| VI | 22 | 130 | 16 | 146 | 10 | 182 |

Tratamento 1 = 42 plantas ,

Tratamento 2 = 21 plantas ,

Tratamento 3 = 13 plantas .

### 5.1.2 - Análise de variância pelo método do resíduo condicional adotando-se o modelo

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta_i x_{ij} + e_{ij}$$

Através dos dados de observação, obteve-se o resultado que se segue:

| Fonte de Variação | G.L. | S.Q. |
|---|---|---|
| SQ Total | 18 | 433.904,00 |
| SQ Par $(\hat{\mu}, \hat{\alpha}_i, \hat{b}_j, \hat{\beta}_i)$ | 11 | 433.378,48 |
| SQ $Res_0$ | 7 | 525,52 |
| SQ Par $(\hat{\mu}, \hat{b}_j, \hat{\beta}_i)$ | 9 | 429.371,02 |
| SQ $Res_1$ | 9 | 4.532,98 |
| SQ Par $(\hat{\mu}, \hat{\alpha}_i, \hat{b}_j)$ | 8 | 432.504,11 |
| SQ $Res_2$ | 10 | 1.399,89 |

SQ Trat.(aj) $R(\hat{\alpha}_i \mid \hat{\mu}, \hat{b}_j, \hat{\beta}_i) = Res_1 - Res_0 = 4.007,46$,

com 2 graus de liberdade,

SQ $\hat{\beta}_i$(aj) $R(\hat{\beta}_i \mid \hat{\mu}, \hat{\alpha}_i, \hat{b}_j) = Res_2 - Res_0 = 874,37$ ,

com 3 graus de liberdade.

| Fonte de Variação | G.L. | Q.M. |
|---|---|---|
| SQ Trat.(aj) $R(\hat{\alpha}_i \mid \hat{\mu}, \hat{b}_j, \beta_i)$ | 2 | 2.003,73** |
| SQ $\hat{\beta}_i$ (aj) $R(\beta_i \mid \hat{\mu}, \hat{\alpha}_i, \hat{b}_j)$ | 3 | 291,46 |

O coeficiente de variação foi 5,6%. O coeficiente de correlação foi da ordem de 0,79, com um coeficiente de determinação de 0,62. A eficiência calculada foi de 0,59.

### 5.1.3 - Análise de variância correspondente ao modelo

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e_{ij}$$

| Fonte de Variação | G.L. | Q.M. |
|---|---|---|
| Tratamentos | 2 | 2.003,72** |
| Blocos | 5 | 198,49 |
| Resíduo | 10 | 139,99 |
| Total | 17 | |

Por esta análise de variância, observa-se também o efeito de tratamentos com resultado significativo, ao nível de 1% de probabilidade, pelo teste F.

O coeficiente de variação foi da ordem de 7,7%.

### 5.1.4 - Prova para $\hat{\beta}_i$, através do teste $\underline{t}$

Os valores de $s^2_{(\hat{\beta}_i)}$ são apresentados adiante:

$$s^2_{(\hat{\beta}_1)} = 2,13 \quad ,$$
$$s^2_{(\hat{\beta}_2)} = 4,34 \quad ,$$
$$s^2_{(\hat{\beta}_3)} = 9,90 \quad .$$

A aplicação do teste $\underline{t}$ resulta em:

$$t_{(\beta_1)} = \frac{|1,2787 - 0|}{1,4599} = 0,88 \quad ,$$

$$t_{(\hat{\beta}_2)} = \frac{|-6,1368 - 0|}{2,0846} = 2,94^{*} \quad ,$$

$$t_{(\hat{\beta}_3)} = \frac{|-5,0389 - 0|}{3,1463} = 1,60 \quad .$$

Como t: 7 g.l. = 2,36, a 5% de probabilidade, e 3,50 a 1% de probabilidade, tem-se resultado significativo, ao nível de 5% de probabilidade, apenas para $\hat{\beta}_2$.

### 5.1.5 - Análise de variância de $Y'_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij}$, dos dados corrigidos através da equação $Y_{ij} = a + b\, X_{ij} + \varepsilon_{ij}$

Os valores de $Y_{ij}$ corrigidos aparecem na tabela 2.

A equação encontrada foi:

$$Y_{ij} = 202,97 - 3,46\, X_{ij} \quad ,$$

com r = 0,82 e coeficiente de determinação = 0,67.

A eficiência foi de 1,91.

| Fonte de Variação | G.L. | Q.M. |
|---|---|---|
| Tratamentos | 2 | 1.575,33** |
| Blocos | 5 | 83,99 |
| Resíduo | 10 | 73,24 |
| Total | 17 | |

O coeficiente de variação foi 5,6%.

Tabela 2 - Dados de observação de médias de DAP por parcela, perimento de *Pinus elliottii* Eng. var. *elliottii* corrigidos pela equação: $Y'_{ij} = 202,97 - 3,47\ X_{ij}$

| BLOCOS | TRATAMENTOS 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| I | 119,91 | 164,87 | 168,33 |
| II | 144,12 | 161,41 | 157,95 |
| III | 151,04 | 164,87 | 161,41 |
| IV | 130,29 | 161,41 | 161,41 |
| V | 140,66 | 171,79 | 171,79 |
| VI | 126,83 | 147,58 | 168,33 |

### 5.1.6 - Ajuste dos dados pela equação

$$Y_{ij} = a_i + b_i\ X_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

Ou seja, uma equação para cada tratamento e análises de variância correspondentes.

As equações encontradas foram:

. para o Tratamento 1:

$$Y'_{1j} = 141,47 - 0,41\ X_{1j} \quad ,$$

. para o Tratamento 2:

$$Y'_{2j} = 218,05 - 4,86\ X_{2j} \quad ,$$

. para o Tratamento 3:

$$Y'_{3j} = 233,42 - 5,92\ X_{3j} \quad ,$$

cujos resultados de correção, ou os $Y'_{ij}$ encontram-se na tabela 3.

Tabela 3 - Dados de observação de médias de DAP do experimento de *Pinus elliottii* Eng. var. *elliottii* corrigidos com uma equação para cada tratamento, quais sejam:

$$Y'_{1j} = 141,47 - 0,41\ X_{1j} \ ,$$
$$Y'_{2j} = 218,05 - 4,86\ X_{2j} \ ,$$
$$Y'_{3j} = 233,42 - 5,92\ X_{3j} \ .$$

| BLOCOS | TRATAMENTOS 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| I | 131,63 | 164,59 | 174,22 |
| II | 134,50 | 159,73 | 156,46 |
| III | 135,32 | 164,59 | 162,38 |
| IV | 132,86 | 159,73 | 162,38 |
| V | 134,09 | 174,31 | 180,14 |
| VI | 132,45 | 140,29 | 174,22 |

A análise de variância mostrou os resultados apresentados a seguir. A eficiência calculada foi de 2,09. O coeficiente de correlação foi da ordem de 0,89 e o de determinação de 0,79.

| Fonte de Variação | G.L. | Q.M. |
|---|---|---|
| Tratamentos | 2 | 2.005,50** |
| Blocos | 5 | 78,57 |
| Resíduo | 10 | 67,11 |
| Total | 17 | |

O coeficiente de variação foi de 5,3%.

### 5.1.7 - Análise de variância segundo o modelo

$Y^{-1'} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij}$ , sendo

$Y^{-1'}_{ij} = a + b\ X_{ij}$

Os valores $Y^{-1'}_{ij}$ aparecem na tabela 4.

A equação encontrada foi:

$$Y^{-1'}_{ij} = 0{,}004483 + 0{,}000148\ X_{ij}\ .$$

Tabela 4 - Dados de observação dos inversos das médias de DAP por parcela, do experimento de *Pinus elliottii* Eng. var. *elliottii*, corrigido pela equação:

$$Y^{-1'}_{ij} = 0{,}004483 + 0{,}000148\ X_{ij}\ .$$

| BLOCOS | TRATAMENTOS 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| I | 0,0080 | 0,0061 | 0,0060 |
| II | 0,0070 | 0,0062 | 0,0064 |
| III | 0,0067 | 0,0061 | 0,0063 |
| IV | 0,0076 | 0,0063 | 0,0063 |
| V | 0,0071 | 0,0058 | 0,0058 |
| VI | 0,0077 | 0,0068 | 0,0060 |

A análise de variância apresentou o seguinte resultado.

| Fonte de variação | G.L. | Q.M. |
|---|---|---|
| Tratamentos | 2 | 0,00000277** |
| Blocos | 5 | 0,00000016 |
| Resíduo | 10 | 0,00000012 |
| Total | 17 | |

O coeficiente de variação foi de 5,2%. O coeficiente de correlação foi de 0,84 e o de determinação 0,71. A eficiência neste caso foi 1,75.

### 5.1.8 - Análise de variância conforme o modelo $Y_{ij}^{-1'} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij}$

Neste caso, $Y_{ij}^{-1'}$ é obtido pela equação

$$Y_{ij}^{-1'} = a_i + b_i X_{ij} \quad ,$$

ou seja, uma equação por tratamento.

Foram encontradas as equações abaixo:

$$Y_{1j}^{-1'} = 0{,}007093 + 0{,}000020\ X_{1j} \quad ,$$

$$Y_{2j}^{-1'} = 0{,}004209 + 0{,}000174\ X_{2j} \quad ,$$

$$Y_{3j}^{-1'} = 0{,}003675 + 0{,}000208\ X_{3j} \quad ,$$

de onde foram calculados os valores de $Y_{ij}^{-1'}$ que aparecem na tabela 5.

Tabela 5 - Dados de observação dos inversos das médias de DAP por parcela, do experimento de *Pinus elliottii* Eng. var. *elliottii*, corrigidos com uma equação por tratamento:

$$Y_{1j}^{-1'} = 0,007093 + 0,000020\ X_{1j}\ ,$$
$$Y_{2j}^{-1'} = 0,004209 + 0,000174\ X_{2j}\ ,$$
$$Y_{3j}^{-1'} = 0,003675 + 0,000208\ X_{3j}\ .$$

| BLOCOS | TRATAMENTOS | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 |
| I | 0,0076 | 0,0061 | 0,0058 |
| II | 0,0074 | 0,0063 | 0,0064 |
| III | 0,0074 | 0,0061 | 0,0062 |
| IV | 0,0075 | 0,0063 | 0,0062 |
| V | 0,0074 | 0,0058 | 0,0056 |
| VI | 0,0075 | 0,0070 | 0,0058 |

A análise de variância apresentou os resultados.

| Fontes de Variação | G.L. | Q.M. |
|---|---|---|
| Tratamentos | 2 | 0,00000366** |
| Blocos | 5 | 0,00000010 |
| Resíduo | 10 | 0,00000008 |
| Total | 17 | |

O coeficiente de variação foi de 4,3%. Os coeficientes de correlação e determinação foram, respectivamente, $r = 0,90$ e $r^2 = 0,81$. A eficiência foi igual a 2,62.

### 5.1.9 - Análise de covariância usando o modelo

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta(X_{ij} - \bar{\bar{X}}..) + e_{ij}$$

| Fonte de Variação | G.L. | $x^2$ | xy | $y^2$ | Q.M. |
|---|---|---|---|---|---|
| Total | 17 | 359,78 | -1.244,22 | 6.399,78 | |
| Tratamentos | 2 | 263,44 | -1.019,22 | 4.000,45 | |
| Blocos | 5 | 35,11 | -43,89 | 992,88 | |
| Resíduo$_1$ | 10 | 61,23 | -181,11 | 1.399,88 | 139,99 |
| Trat. + Res$_1$ | 12 | 324,67 | -1.200,33 | 5.407,33 | |
| Regressão | 1 | | | 535,70 | 535,70* |
| Desvios da Reg.(Res$_2$) | 9 | | | 864,18 | 96,02 |
| Trat.(aj) + Res$_2$ | 11 | | | 969,62 | |
| Trat.(aj) | 2 | | | 105,44 | 52,72 |

O coeficiente de variação foi de 6,4%. Os coeficientes de correlação e de determinação foram, respectivamente: $r$ = 0,62 e $r$ = 0,38. A eficiência foi igual a 0,46.

### 5.1.10 - Análise de covariância conforme o modelo

$$Y_{ij}^{-1} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta(X_{ij} - \bar{\bar{X}}..) + e_{ij}$$

Neste caso, $Y_{ij}^{-1}$ é o inverso da média de DAP por parcela.

| Fonte de Variação | G.L. | $x^2$ | $xy$ | $y^2$ | Q.M. |
|---|---|---|---|---|---|
| Total | 17 | 359,78 | 0,0533 | 0,00001110 | |
| Blocos | 5 | 35,11 | 0,0011 | 0,00000130 | |
| Tratamentos | 2 | 263,44 | 0,0449 | 0,00000774 | |
| $\text{Resíduo}_1$ | 10 | 61,23 | 0,0073 | 0,00000206 | 0,00000021 |
| Trat. + $\text{Res}_1$ | 12 | 324,67 | 0,0522 | 0,00000980 | |
| Regressão | 1 | | | 0,00000087 | 0,00000087* |
| Desvios da Reg.($\text{Res}_2$) | 9 | | | 0,00000119 | 0,00000013 |
| Trat.(aj) + $\text{Res}_2$ | 11 | | | 0,00000141 | |
| Trat.(aj) | 2 | | | 0,00000022 | 0,00000011 |

O coeficiente de variação foi de 5,5%. O coeficiente de correlação igual a 0,65 e o de determinação igual a 0,42. A eficiência foi de 0,51.

## 5.2 - Experimentos com *Eucalyptus citriodora* Hook

### 5.2.1 - Estimativa dos parâmetros

A partir dos dados de observação da tabela 6, obteve-se:

$$\mu = 116{,}4 \text{ mm}$$

$$\hat{\alpha}_1 = -19{,}4$$

$$\hat{\alpha}_2 = -5{,}3$$

$$\hat{\alpha}_3 = 24{,}7$$

$$\hat{\delta} = 5,7$$

$$\hat{\delta} = -1,8$$

$$\hat{\delta} = -3,3$$

$$\hat{\delta} = -0,1$$

$$\hat{\delta} = 2,9$$

$$\hat{\delta} = -3,5$$

$$\hat{\beta}_1 = -1,7$$

$$\hat{\beta}_2 = -1,2$$

$$\hat{\beta}_3 = -6,0$$

Tabela 6 - Dados de observação do experimento de *Eucalyptus citriodora* Hook, onde X representa o número de plantas por parcela, e Y a média de DAP por parcela.

| BLOCOS | Tratamento 1 | | Tratamento 2 | | Tratamento 3 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | X | Y | X | Y | X | Y |
| I | 34 | 101 | 22 | 112 | 13 | 156 |
| II | 36 | 94 | 22 | 112 | 13 | 137 |
| III | 38 | 86 | 22 | 112 | 13 | 137 |
| IV | 36 | 92 | 22 | 113 | 15 | 131 |
| V | 26 | 114 | 20 | 115 | 13 | 148 |
| VI | 35 | 95 | 25 | 103 | 13 | 138 |

Tratamento 1 = 42 plantas ,

Tratamento 2 = 21 plantas ,

Tratamento 3 = 13 plantas .

### 5.2.2 - Análise de variância pelo método do resíduo condicional, adotando-se o modelo

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + {}_i\, x_{ij} + e_{ij}$$

| Fonte de Variação | G.L. | S.Q. |
|---|---|---|
| SQ Total | 18 | 251.136,00 |
| SQ Par$(\hat{\mu}, \hat{\alpha}_i, \hat{b}_j, \beta_i)$ | 11 | 250.976,28 |
| SQ $Res_0$ | 7 | 159,72 |
| SQ Par$(\hat{\mu}, \hat{b}_j, \beta_i)$ | 9 | 214.873,42 |
| SQ $Res_1$ | 9 | 6.262,58 |
| SQ Par$(\hat{\mu}, \hat{\alpha}_i, \hat{b}_j)$ | 8 | 250.754,78 |
| SQ $Res_2$ | 10 | 381,22 |

SQ Trat.(aj) $R(\hat{\alpha}_i \mid \hat{\mu}, \hat{b}_j, \beta_i) = Res_1 - Res_0 = 6.102,86$

SQ $\hat{\beta}_i$(aj) $R(\hat{\beta}_i \mid \hat{\mu}, \hat{\alpha}_i, \hat{b}_j) = Res_2 - Res_0 = 221,50$

| Fonte de Variação | G.L. | Q.M. |
|---|---|---|
| SQ Trat.(aj) $R(\hat{\alpha}_i \mid \hat{\mu}, \hat{b}_j, \beta_i)$ | 2 | 3.051,43** |
| SQ $\beta_i$(aj) $R(\beta_i \mid \hat{\mu}, \hat{\alpha}_i, \hat{b}_j)$ | 3 | 73,83 |

O coeficiente de variação foi 4,1%.

Neste caso, o coeficiente de correlação foi 0,76,com coeficiente de determinação igual a 0,58 e a eficiência igual a 0,13.

### 5.2.3 - Análise de variância correspondente ao modelo $Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e_{ij}$

| Fonte de variação | G.L. | Q.M. |
|---|---|---|
| Tratamentos | 2 | 3.051,39** |
| Blocos | 5 | 122,89 |
| Resíduo | 10 | 35,12 |
| Total | 17 | |

O valor do coeficiente de variação foi de 5,1%.

### 5.2.4 - Prova para os coeficientes $\hat{\beta}_i$ através do teste t

Os valores de $s^2_{(\hat{\beta}_i)}$, provenientes da matriz de dispersão, aparecem abaixo:

$$s^2_{(\hat{\beta}_1)} = 10,39 \quad ,$$

$$s^2_{(\hat{\beta}_2)} = 2,89 \quad ,$$

$$s^2_{(\hat{\beta}_3)} = 0,42 \quad .$$

Aplicando-se o teste t tem-se:

$$t_{(\hat{\beta}_1)} = \frac{|-1,7345 - 0|}{0,6498} = 2,67^{**} \quad ,$$

$$t_{(\hat{\beta}_2)} = \frac{|-1,2397 - 0|}{1,7004} = 0,73 \quad ,$$

$$t_{(\hat{\beta}_3)} = \frac{|-6,0420 - 0|}{3,2230} = 1,87 \quad .$$

Para t: 7 g.l. = 2,36, a 5% de probabilidade, e 3,50 a 1% de probabilidade, nota-se significância ao nível de 1% de probabilidade, apenas para o teste t aplicado ao valor de $\beta_1$.

### 5.2.5 - Análise de variância segundo o modelo $Y'_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij}$

$Y'_{ij}$ é a média de DAP por parcela corrigida através da equação

$$Y_{ij} = a + b\,X_{ij} + \varepsilon_{ij} \;.$$

Os valores de $Y'_{ij}$ que aparecem na tabela 7, foram obtidos pela equação

$$Y'_{ij} = 164{,}96 - 2{,}09\,X_{ij} \;,$$

com r = 0,93 e $r^2$ = 0,87.

A eficiência foi de 1,58.

| Fonte de Variação | G.L. | Q.M. |
|---|---|---|
| Tratamentos | 2 | 2.865,71** |
| Blocos | 5 | 43,49 |
| Resíduo | 10 | 24,12 |
| Total | 17 | |

O coeficiente de variação foi de 4,2%.

Tabela 7 - Dados de observação de médias de DAP do experimento de *Eucalyptus citriodora* Hook, com ajuste pela equação:

$$Y'_{ij} = 164,96 - 2,09\ X_j \quad .$$

| BLOCOS | TRATAMENTOS 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| I | 93,90 | 118,98 | 137,79 |
| II | 89,72 | 118,98 | 137,79 |
| III | 85,54 | 118,98 | 137,79 |
| IV | 89,72 | 118,98 | 133,61 |
| V | 110,62 | 123,16 | 137,79 |
| VI | 91,81 | 112,71 | 137,79 |

### 5.2.6 - Análise de variância com ajuste dos dados pela equação

$$Y_{ij} = a_i + b_i\ X_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

Encontraram-se as equações abaixo,respectivamente para o primeiro, segundo e terceiro tratamentos.

$$T_1 : \ Y'_{1j} = 173,15 - 2,23\ X_{1j} \quad ,$$

$$T_2 : \ Y'_{2j} = 166,73 - 2,51\ X_{2j} \quad ,$$

$$T_3 : \ Y'_{3j} = 222,50 - 6,10\ X_{3j} \quad .$$

Os resultados das correções de $Y_{ij}$ pelas equações acima podem ser observados na Tabela 8.

A análise de variância apresentou os resultados a seguir.

| Fonte de Variação | G.L. | Q.M. |
|---|---|---|
| Tratamentos | 2 | 3.058,63** |
| Blocos | 5 | 63,13 |
| Resíduo | 10 | 33,10 |
| Total | 17 | |

O coeficiente de variação foi de 4,9. A eficiência foi 1,15.

Os coeficientes de correlação e determinação foram, respectivamente, $r = 0{,}98$ e $r^2 = 0{,}95$.

Tabela 8 - Dados de observação de médias de DAP do experimento de *Eucalyptus citriodora* Hook, com um ajuste por tratamento, dado pelas equações:

$$Y'_{1j} = 173{,}15 - 2{,}23\ X_{1j} \quad ,$$

$$Y'_{2j} = 166{,}73 - 2{,}51\ X_{2j} \quad ,$$

$$Y'_{3j} = 222{,}50 - 6{,}10\ X_{3j} \quad .$$

| BLOCOS | TRATAMENTOS 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| I | 97,33 | 111,51 | 143,20 |
| II | 92,87 | 111,51 | 143,20 |
| III | 88,41 | 111,51 | 143,20 |
| IV | 92,87 | 111,51 | 131,00 |
| V | 115,17 | 116,53 | 143,20 |
| VI | 95,10 | 103,98 | 143,20 |

### 5.2.7 - Análise de variância através do modelo $Y_{ij}^{-1'} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij}$

Sendo

$$Y_{ij}^{-1'} = a + b\,X_{ij} \quad ,$$

a equação calculada foi:

$$Y_{ij}^{-1'} = 0{,}005110 + 0{,}000160\,X_{ij} \quad ,$$

obtendo-se os valcres corrigidos que constam na tabela 9.

| Fonte de Variação | G.L. | Q.M. |
|---|---|---|
| Tratamentos | 2 | 0,0000017** |
| Blocos | 5 | ... |
| Resíduo | 10 | 0,0000001 |
| Total | 17 | |

O coeficiente de variação foi de 3,6%. Os coeficientes de correlação e de determinação foram, respectivamente, $r = 0{,}96$ e $r^2 = 0{,}93$, e a eficiência 2,9%.

Tabela 9 - Dados de observação dos inversos das médias de DAP do experimento de *Eucalyptus citriodora* Hook, com ajuste pela equação:

$$Y^{-1'}_{ij} = 0,005100 + 0,000160\ X_{ij}$$

| BLOCOS | TRATAMENTOS 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| I | 0,0105 | 0,0086 | 0,0072 |
| II | 0,0109 | 0,0086 | 0,0072 |
| III | 0,0112 | 0,0086 | 0,0072 |
| IV | 0,0109 | 0,0086 | 0,0075 |
| V | 0,0093 | 0,0083 | 0,0072 |
| VI | 0,0107 | 0,0091 | 0,0072 |

### 5.2.8 - Análise de variância conforme o modelo

$$Y^{-1'}_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij}$$

Sendo $Y^{-1'}_{ij}$ obtido pela equação de ajuste:

$$Y^{-1'}_{ij} = a_i + b_i\ X_{ij} \quad ,$$

ou seja, uma equação por tratamento, as equações calculadas são as seguintes:

$$Y^{-1'}_{1j} = 0,003031 + 0,000215\ X_{1j} \quad ,$$

$$Y^{-1'}_{2j} = 0,004291 + 0,000212\ X_{2j} \quad ,$$

$$Y^{-1'}_{3j} = 0,003100 + 0,000300\ X_{3j} \quad ,$$

sendo os valores daí provenientes grupados na tabela 10.

| Fonte de Variação | G.L. | Q.M. |
|---|---|---|
| Tratamentos | 2 | 0,00001600** |
| Blocos | 5 | ... |
| Resíduo | 10 | 0,00000040 |
| Total | 17 | |

O coeficiente de variação foi de 7,2%, e a eficiência de 0,73. Os coeficientes de correlação e de determinação foram, respectivamente: $r = 0,98$ e $r^2 = 0,96$.

Tabela 10 - Dados de observações dos inversos das médias de DAP do experimento *Eucalyptus citriodora* Hook, com um ajuste por tratamento, ou seja, pelas equações seguintes:

$$Y_{1j}^{-1'} = 0,003031 + 0,000215\, X_{1j}\ ,$$
$$Y_{2j}^{-1'} = 0,004291 + 0,000212\, X_{2j}\ ,$$
$$Y_{3j}^{-1'} = 0,003100 + 0,000300\, X_{3j}\ .$$

| BLOCOS | TRATAMENTOS 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| I | 0,0103 | 0,0089 | 0,0070 |
| II | 0,0108 | 0,0089 | 0,0070 |
| III | 0,0112 | 0,0089 | 0,0070 |
| IV | 0,0108 | 0,0089 | 0,0076 |
| V | 0,0086 | 0,0085 | 0,0070 |
| VI | 0,0106 | 0,0096 | 0,0070 |

### 5.2.9 - Análise de covariância com o modelo

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta(X_{ij} - \bar{X}..) + e_{ij}$$

$Y_{ij}$ são as médias de DAP por parcela.

| Fonte de Variação | G.L. | $x^2$ | xy | $y^2$ | Q.M. |
|---|---|---|---|---|---|
| Total | 17 | 1.417,11 | -2.960,78 | 7.068,44 | |
| Blocos | 5 | 49,78 | -151,78 | 614,44 | |
| Tratamentos | 2 | 1.312,11 | -2.710,28 | 6.102,77 | |
| Resíduo$_1$ | 10 | 55,22 | -99,39 | 351,23 | 35,12 |
| Trat. + Res$_1$ | 12 | 1.367,33 | -2.809,67 | 6.454,00 | |
| Regressão | 1 | | | 178,89 | 178,89* |
| Desvios da Reg.(Res$_2$) | 9 | | | 172,34 | 19,15 |
| Trat.(aj) + Res$_2$ | 11 | | | 680,52 | 61,87 |
| Trat.(aj) | 2 | | | 508,18 | 254,09 |

O coeficiente de variação foi de 4,1%. Os coeficientes de correlação e de determinação foram, respectivamente, r = 0,71 e $r^2$ = 0,51, e a eficiência igual a 0,13.

### 5.2.10 - Análise de covariância com o modelo

$$Y_{ij}^{-1} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta(X_{ij} - \bar{X}..) + e_{ij}$$

$Y_{ij}^{-1}$ é o inverso da média de DAP por parcela.

| Fonte de Variação | G.L. | $x^2$ | xy | $y^2$ | Q.M. |
|---|---|---|---|---|---|
| Total | 17 | 1.417,11 | 0,2265 | 0,00003869 | |
| Blocos | 5 | 49,78 | 0,0116 | 0,00000325 | |
| Tratamentos | 2 | 1.312,11 | 0,2037 | 0,00003257 | |
| Resíduo$_1$ | 10 | 55,22 | 0,0112 | 0,00000287 | 0,00000029 |
| Trat. + Res$_1$ | 12 | 1.367,33 | 0,2149 | 0,00003544 | |
| Regressão | 1 | | | 0,00000227 | 0,00000227** |
| Desvios da Reg.(Res$_2$) | 9 | | | 0,00000060 | 0,00000007 |
| Trat.(aj) + Res$_2$ | 11 | | | 0,00000166 | 0 |
| Trat.(aj) | 2 | | | 0,00000106 | 0,00000053 |

O coeficiente de variação foi de 3,0%. Os coeficientes de correlação e de determinação foram, respectivamente, r = 0,89 e $r^2$ = 0,79, e a eficiência igual a 0,32.

Os valores das médias ajustadas por tratamento, em cada modelo, encontram-se na tabela 11 para o experimento com *Pinus elliottii* var. *elliottii* e na tabela 12 para o *Eucalyptus citriodora*.

Tabela 11 - Médias de tratamentos ajustadas (em mm) para todos os modelos usados para o experimento de *Pinus elliottii* Eng. var. *elliottii*.

| MODELOS | $\bar{Y}_{1\cdot}$ | $\bar{Y}_{2\cdot}$ | $\bar{Y}_{3\cdot}$ |
|---|---|---|---|
| a) $Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta_i(X_{ij} - \bar{X}_{i\cdot}) + e_{ij}$ | 133,5 | 160,5 | 168,3 |
| b) $Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e_{ij}$ | 133,5 | 160,5 | 168,3 |
| c) $Y'_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij}$ , $(Y'_{ij} = a+bX_{ij})$ | 135,5 | 162,0 | 164,9 |
| d) $Y'_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij}$ , $(Y'_{ij} = a_i+b_iX_{ij})$ | 133,5 | 160,5 | 168,3 |
| e) $Y^{-1'}_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij}$ , $(Y^{-1'}_{ij} = a+bX_{ij})$ | 134,2 | 160,9 | 163,1 |
| f) $Y^{-1'}_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij}$ , $(Y^{-1'}_{ij} = a_i+b_iX_{ij})$ | 133,9 | 159,6 | 166,7 |
| g) $Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta(X_{ij} - \bar{X}_{\cdot\cdot}) + e_{ij}$ | 117,6 | 167,3 | 177,5 |
| h) $Y^{-1}_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta(X_{ij} - \bar{X}_{\cdot\cdot}) + e_{ij}$ | 123,1 | 166,8 | 178,7 |

Tabela 12 - Médias de tratamentos ajustadas (em mm), para todos os modelos usados no experimento de *Eucalyptus citriodora* Hook.

| MODELOS | $\bar{Y}_{1.}$ | $\bar{Y}_{2.}$ | $\bar{Y}_{3.}$ |
|---|---|---|---|
| a) $Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta_i(X_{ij} - \bar{X}_{i.}) + e_{ij}$ | 97,0 | 111,2 | 141,2 |
| b) $Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e_{ij}$ | 97,0 | 111,2 | 141,2 |
| c) $Y'_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij}$ , $(Y'_{ij} = a + bX_{ij})$ | 93,6 | 118,6 | 137,1 |
| d) $Y'_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij}$ , $(Y'_{ij} = a_i + b_i X_{ij})$ | 97,0 | 111,1 | 141,2 |
| e) $Y^{-1'}_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij}$ , $(Y^{-1'}_{ij} = a + bX_{ij})$ | 94,5 | 115,8 | 137,9 |
| f) $Y^{-1'}_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij}$ , $(Y^{-1'}_{ij} = a_i + b_i X_{ij})$ | 96,3 | 111,7 | 140,9 |
| g) $Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..}) + e_{ij}$ | 77,3 | 113,1 | 159,0 |
| h) $Y^{-1}_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..}) + e_{ij}$ | 79,3 | 114,0 | 196,4 |

# 6. DISCUSSÃO

Neste capítulo, faz-se uma comparação dos resultados obtidos pela aplicação do modelo inicialmente proposto com outros modelos já existentes, aí adaptados.

A análise desses resultados será feita separadamente para cada experimento.

Para ambos os experimentos com que se trabalhou, foram utilizados os diversos modelos estatísticos, relacionados abaixo, e que receberão letras de identificação, visando a maior facilidade na exposição.

Modelos:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta_i(X_{ij} - \bar{X}_{i.}) + e_{ij} \qquad \text{(a)}$$

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e_{ij} \qquad \text{(b)}$$

$$Y'_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij} \quad , \quad \text{sendo } Y'_{ij} = a + b\,X_{ij} \qquad (c)$$

$$Y'_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij} \quad , \quad \text{sendo } Y'_{ij} = a_i + b_i\,X_{ij} \qquad (d)$$

$$Y^{-1'}_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij} \quad , \quad \text{com } Y^{-1'}_{ij} = a + b\,X_{ij} \qquad (e)$$

$$Y^{-1'}_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e'_{ij} \quad , \quad \text{com } Y^{-1'}_{ij} = a_i + b_i\,X_{ij} \qquad (f)$$

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..}) + e_{ij} \qquad (g)$$

$$Y^{-1}_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..}) + e_{ij} \qquad (h)$$

## 6.1 - Experimento com *Pinus elliottii* Eng. var. *elliottii*

**6.1.1** - Os coeficientes de variação, calculados a partir dos modelos acima, foram todos baixos, embora se note uma diminuição nos seus valores, sempre que houve um ajuste nas observações, como se observa no quadro abaixo.

| MODELOS | Coeficiente de Variação (%) |
|---|---|
| a | 5,6 |
| b | 7,7 |
| c | 5,5 |
| d | 5,3 |
| e | 5,2 |
| f | 4,3 |
| g | 6,0 |
| h | 5,0 |

O modelo (b), sem ajuste algum, que é o usual de blocos casualizados, foi o que apresentou o maior coeficiente de variação.

Os demais coeficientes podem ser considerados semelhantes e, segundo este parâmetro de aferição, não haveria vantagem de um dos modelos sobre os outros.

**6.1.2** - Para comparação dos coeficientes de determinação, apresenta-se o quadro a seguir:

| MODELOS | Coeficiente de determinação ($r^2$) |
|---|---|
| a | 0,62 |
| b | - |
| c | 0,67 |
| d | 0,79 |
| e | 0,71 |
| f | 0,81 |
| g | 0,38 |
| h | 0,42 |

A julgar por essa medida, fica a preferência entre os modelos (f), (d), (e), (c), (a), ou seja, análise de variância dos valores ajustados pela equação $Y_{ij}^{-1'} = a_i + b_i X_{ij}$, análise de variância considerando o ajuste dos dados pela equação $Y'_{ij} = a_i + b_i X_{ij}$, análise de variância com os dados ajustados pela equação $Y_{ij}^{-1'} = a + b X_{ij}$, a análise de variância com ajuste dos dados pela equação

$Y'_{ij} = a + b\, X_{ij}$, ou ainda, a análise de covariância segundo o modelo: $Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta_i(X_{ij} - \bar{X}_{i.}) + e_{ij}$.

6.1.3 - A análise das eficiências, calculadas para cada modelo, foi feita através do quadro abaixo.

| MODELOS | Eficiência(E) |
|---|---|
| a | 0,59 |
| b | 1,00 |
| c | 1,91 |
| d | 2,09 |
| e | 1,75 |
| f | 2,62 |
| g | 0,46 |
| h | 0,51 |

As eficiências mais altas foram as dos modelos (f), (d), (c) e (e). Os demais não apresentaram eficiências satisfatórias.

6.1.4 - Pelo que foi visto até aqui, os modelos que apresentaram boas características com relação aos parâmetros eleitos foram:

$$Y'_{ij} = \mu + \alpha_i + b_i\, X_{ij} \quad ,$$

com ajuste $Y'_{ij} = a + b\, X_{ij}$; e

$$Y^{-1'}_{ij} = \mu + \alpha_i + b_i\, X_{ij} \quad ,$$

com $Y^{-1'}_{ij} = a + b\, X_{ij}$ .

### 6.2 - Experimento com *Eucalyptus citriodora* Hook

6.2.1 - Os coeficientes de variação, para os modelos referidos, aparecem no quadro a seguir:

| MODELOS | Coeficiente de Variação (%) |
|---|---|
| a | 4,1 |
| b | 5,1 |
| c | 4,2 |
| d | 4,9 |
| e | 3,6 |
| f | 7,2 |
| g | 4,0 |
| h | 3,0 |

Também neste ensaio, embora os coeficientes de variação tenham se mantido bastante baixos e uniformes, ainda assim, o maior coeficiente foi o referente ao modelo (b), onde não se efetua ajuste algum, excetuando-se o modelo (f).

6.2.2 - Na comparação dos coeficientes de determinação, relacionaram-se os $r^2$ correspondentes a cada modelo, como se vê a seguir:

| MODELOS | Coeficientes de determinação ($r^2$) |
|---|---|
| a | 0,58 |
| b | - |
| c | 0,87 |
| d | 0,95 |
| e | 0,93 |
| f | 0,96 |
| g | 0,51 |
| h | 0,79 |

Por este quadro, observam-se os mais altos coeficientes de determinação para os modelos (f), (d), (e), (c), (h), indicando assim, como melhores, as análises de variância das observações corrigidas pela equação $Y_{ij}^{-1'} = a_i + b_i X_{ij}$ e $Y'_{ij} = a_i + b_i X_{ij}$, as análises de variância com ajuste $Y_{ij}^{-1'} = a + b X_{ij}$ e $Y'_{ij} = a + b X_{ij}$ e ainda a análise de covariância, baseada no modelo

$$Y'_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta(X_{ij} - \bar{X}_{..}) + e_{ij} .$$

**6.2.3** - A s eficiências relacionadas no quadro a seguir, dão mais um elemento que permite escolher o modelo mais adequado.

| MODELOS | Eficiência (E) |
|---|---|
| a | 0,13 |
| b | 1,00 |
| c | 1,58 |
| d | 1,15 |
| e | 2,90 |
| f | 0,73 |
| g | 0,13 |
| h | 0,32 |

Nota-se, assim, que os modelos que apresentaram eficiência foram: (e), (c), (d), ou seja, a análise de variância das observações ajustadas pela equação: $Y_{ij}^{-1'} = a + b\ X_{ij}$ , e pelas equações: $Y'_{ij} = a + b\ X_{ij}$ e $Y'_{ij} = a_i + b_i\ X_{ij}$ .

### 6.3 - Discussão Geral

a) Os modelos de análise de variância dos dados corrigidos pelas equações $Y_{ij}^{-1'} = a_i + b_i\ X_{ij}$ e $Y'_{ij} = a_i + b_i\ X_{ij}$, parecem ser os mais indicados, já que nos dois experimentos foram eleitos pela maioria dos parâmetros de aferição escolhidos.

b) A única exceção ocorreu no experimento de *Eucalyptus citriodora* Hook, com respeito à eficiência, que apontou como melhores, por ordem de preferência, as análises de variância das observações ajustadas pelas equações:

$$Y_{ij}^{-1'} = a + b\ X_{ij}\ ,$$

$$Y'_{ij} = a + b\ X_{ij}\ ,$$

$$Y'_{ij} = a_i + b_i\ X_{ij}\ ,$$

sendo que os demais modelos apresentaram eficiência menor que 1, ou ainda, não apresentaram eficiência.

c) De maneira geral, pode-se indicar como preferível o ajuste das observações pelas equações: $Y'_{ij} = a_i + b_i\ X_{ij}$ e $Y_{ij}^{-1'} = a_i + b_i\ X_{ij}$, com um ajuste por tratamento, quando houver muita disparidade entre a densidade observada e a ideal. Tal aconteceu no experimento com *Pinus elliottii* Eng. var. *elliottii*, onde houve muita mortalidade de plantas e de forma heterogênea, dentro dos tratamentos.

d) Quando o número de falhas é relativamente pequeno, ou, pelo menos, quando essa ocorrência é homogênea dentro do tratamento, como sucedeu no experimento com *Eucalyptus citriodora* Hook, prefere-se o uso de ajuste através de uma equação única. A ordem de preferência é ainda o ajuste, tomando-se os inversos das observações.

e) O modelo inicialmente proposto neste trabalho, aqui denominado modelo (a), isto é,

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta_i\ (X_{ij} - \bar{X}_{i.}) + e_{ij}\ ,$$

não se mostrou eficiente em nenhum dos casos, sendo preteri do, através dos parâmetros de aferição usados, em favor dos modelos já citados nos ítens anteriores.

# 7. CONCLUSÕES

7.1 - O modelo de análise de covariância:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta_i(X_{ij} - \bar{X}_{i\circ}) + e_{ij} \quad ,$$

inicialmente proposto neste trabalho, não se mostrou mais eficiente que os demais modelos comparados, sob nenhum ponto de vista. Sua utilização nesses casos, não é, portanto, preconizado, devido a tratar-se de um modelo trabalhoso e que não traz os resultados esperados, apresentando, inclusive, eficiência mais baixa que a análise de variância simples dos dados.

7.2 - Dos demais modelos usados para ajuste das variáveis, os que apresentaram melhores resultados foram os das análises de variância das observações ajustadas pela equação $Y_{ij}^{-1'} = a_i + b_i X_{ij}$ , preconizada por SHINOZAKI e KIRA (1956), seguida pela análise de variância dos dados corrigidos pela equação $Y'_{ij} = a_i + b_i X_{ij}$, usada por IGUE (1972).

Estes ajustes correspondem a uma equação de correção por tratamento, que se recomenda quando há muita disparidade nas densidades dentro dos tratamentos.

7.3 - Quando as densidades finais por tratamento não são muito heterogêneas, deve-se optar pela análise de variância com as observações ajustadas pelas equações: $Y_{ij}^{-1\,'} = a + b X_{ij}$ ou $Y'_{ij} = a + b X_{ij}$, uma só equação de ajuste para todos os tratamentos.

7.4 - Os outros modelos de análise de covariância não apresentaram vantagem alguma em comparação com os modelos de análise de variância com prévio ajuste das observações.

7.5 - De tudo que foi aqui exposto, nota-se que não é possível recomendar apenas um modelo para análise de experimentos do tipo "CCT Method", mas que é sempre preferível adotar o modelo de análise de variância simples das observações ajustadas. A eleição da ou das equações de correção vai depender de uma observação acurada da variação que ocorre entre as densidades finais e ideais dentro de cada tratamento.

# 8. SUMMARY

The objective of this work is to study a mathematical model adaptable to Silvicultural experiments with different densities, in order to solve the effects caused by gaps or mortality of plants within a parcel and therefore altering the density proposed above.

These studies have been developed on two silvicultural experiments, based on a process of gradual establishment of treatments (densities) called the "Correlated Curve Trend Method", or "CCT Method".

One experiment has been developed with *Pinus elliottii* Eng. var. *elliottii* and the other with *Eucalyptus citriodora* Hook.

As initially proposed the mathematical model would be:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + \beta_i(X_{ij} - \bar{X}_{i.}) + e_{ij} \quad .$$

For comparison purpose, the analysis of variance has been strutured in the usual way with:

a) observed data without adjustment and

b) observed data adjusted by correcting the equations according to the density of the parcels, and analysis of covariance that had a regression coefficient β unique to the experiment.

After structuring these analyses, same parameters have been calculated such as coefficient of variation, regression and determination coefficients and efficiency. The best model for these experiments, has veen selected, using there comparison parameters and the following conclusions were obtained:

a) The analysis model at first proposed shows to be less efficient than the others and should therefore, not be utilized for experiments of the kind studied here.

b) The models with better adjustment to the observed data have been the ones corresponding to the analysis of variance of the data corrected by the equation,

$$Y_{ij}^{-1} = a_i + b_i X_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad ,$$

or

$$Y_{ij} = a_i + b_i X_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad ,$$

one equation for treatment.

c) When the densities in the treatment are not very much heterogeneous, it is preferable the analysis of variance with data corrected by the equations:

$$Y_{ij}^{-1} = a + b\,X_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad ,$$

or

$$Y_{ij} = a + b\,X_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad ,$$

a general equation for the experiment.

d) The models of analysis of covariance studied here did not present better results than the analysis of variance with data adjusted by correcting equations discussed earlier.

e) As a final conclusion it may be said that it is not feasable to state only one kind of a adjustment for these observations; therefore, each case must have a previous and carefull observation of density variation that exist within each treatment.

## 9. LITERATURA CITADA

AVERY, E.T., 1967. Forest Measurements. McGraw-Hill Book Company. 290 p.

BENNETT, F.A., 1969. Spacing and slash pine quality timber production. Asheville (N.C.), Southern Forest Experiment Station. Research Paper SE - 53. 9 p.

BERRY, G., 1967. A Mathematical Model Relating Plant Yield with Arrangement for Regularity Spaced Crops. Biometrics, Fort Collins, 23: 505-515.

BLEASDALE, J.K.A. e S.A. NELDER, 1960. Plant Population and Crop Yield. Nature, Londres, 188: 342.

BROWN, A. e N. HALL, 1968. Growing trees on Australian Farms. Department of National Development. Forestry and Timber Bureau. Canberra. Austrália, 397 p.

CRUZ, F.V., 1971. Estudo Sobre a Correção de Produções de Parcelas em Ensaios com Milho. Piracicaba, ESALQ/USP, 143 p. (Tese de Doutoramento).

GRIODI-PAPP, I.L.; E. CIA; N.M. SILVA; M.G. FUZATTO e C.A.M. FERRAZ, 1969. O efeito das falhas e a respectiva correção de dados na experimentação com o algodoeiro. Ciência e Cultura. São Paulo, 21 (2): 355.

GURGEL FILHO, O.A.; C.A. CORSINI e M.A.M. VITOR, 1970. O *Eucalyptus citriodora* Hook, conduzido sob as características do C.C.T. Method. Silvicultura em São Paulo. São Paulo, 7: 85-86.

GURGEL FILHO, O.A. e L.M.B.A. GURGEL, 1970. Manejo do *Pinus elliottii* Eng. var. *elliottii* sob o "CCT Method". Silvicultura em São Paulo. São Paulo, 7: 87-94.

HALL, N.; R.D. JOHNSTON e G.M. CHIPPENDALE, 1970. Forest trees of Australia. Department of National Development. Forestry and Timber Bureau. Australian Government Publishing Service. Canberra. Austrália, 334 p.

HILEY, W.E., 1959. Conifera South African Methods of Cultivation. Londres, Faber and Faber, 123 p.

IGUE, T., 1972. Influência do "stand" final das parcelas sobre a análise estatística dos experimentos. Piracicaba, ESALQ/USP, 81 p. (Tese de Doutoramento).

JOHNSTON, D.R.; A.J. GRAYSON e R.T. BRASLEY, 1967. Forest Planing. Londres, Faber and Faber, 541 p.

NAVARRO DE ANDRADE, E., 1961. O Eucalipto. 2a. edição. Editado pela FAO/ONU. 667 p.

PIMENTEL GOMES, F. e I.R. NOGUEIRA, 1970. Regressão e Covariância (mimeografado). Piracicaba, ESALQ/USP.

PIMENTEL GOMES, F., 1976. Curso de Estatística Experimental. 6a. edição. Piracicaba. 430 p.

SILVA, T., 1972. Sobre um modelo quadrático para as análises de co variância. Piracicaba, ESALQ/USP, 79 p. (Dissertação de Mestrado).

SNEDECOR, E.J. e W.G. COCHRAN, 1967. Statistical Methods. 6a. edição. Ames, Iowa, The Iowa State University Press. 593 p.

STEEL, R.G.D. e J.H. TORRIE, 1960. Principles and Procedure of Statistics. New York, McGraw-Hill. 471 p.

STIELL, W.M. e A.B. BERRY, 1977. A 20 year trial of red pine planted at seven spacings. Forest Management Institute. Ottawa, Ontario, 25 p.