INFILTRAÇÃO DE ÁGUA EM SOLOS INICIALMENTE ÚMIDOS

ROBERTO NAVES DOMINGOS

Orientador: DR. KLAUS REICHARDT

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Energia Nuclear na Agricultura.

P I R A C I C A B A
Estado de São Paulo - Brasil
Abril, 1 9 7 8

ERRATA

Página 03 - último parágrafo, última palavra - isotrópicas.

Página 05 - último parágrafo, 4º linha e 5º linha - "compactação e temperatura na determinação da penetrabilidade".

Página 06 - 5º e 6º linha - isotrópicas.

Página 11 - Equaçoẽs 3.13 e 3.14 $q = \underset{\sim}{q}(\quad)$ e $\underset{\sim}{T}_s = \underset{\sim}{T}_s(\quad)$

Página 12 - Equação 3.17 $\underset{\sim}{m}_\alpha = \underset{\sim}{m}_\alpha(\quad)$

Equação 3.18 $\underset{\sim}{T}_\alpha = \underset{\sim}{T}_\alpha(\quad)$

Página 14 - Equação 3.26 $\underset{\sim}{m}_\alpha = \underset{\sim}{m}_\alpha(\quad)$

Página 15 - Após a equação 3.32 $(\underset{\sim}{v}_2 = 0)$

Página 20 - 1º linha - em vez de "já utilizada", "foi utilizada".

Página 40 - 1º linha Ψ_α energia livre de Helmholtz.

AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Dr. *KLAUS REICHARDT* pela orientação e apoio oferecido durante a realização deste trabalho.

- Aos colegas e amigos, Prof. *JOSÉ TEIXEIRA FREIRE e* Prof. *SATOSHI TOBINAGA* pelas sugestões e dedicação.

- Ao colega *GILSON COUTINHO JUNIOR* pelo incentivo e com quem tenho grande prazer de trabalhar.

- Ao CENA pelas facilidades oferecidas para a utilização dos equipamentos.

- Ao amigo *VICTOR HELIO ZUMPANO*, funcionário do Departamento de Física do IGCE/UESP-Campus Rio Claro pela eficiente colaboração na parte experimental.

- Ao desenhista *MARCO AURÉLIO CONTADOR* pela elaboração das figuras.

- Ao datilógrafo *ALFREDO JOSÉ FERRAZ DE MELLO* e aos funcionários *BENEDITO HERCULANO DAVANZO e CELSO DE AGUIAR*.

Í N D I C E

LISTA DAS FIGURAS

1. INTRODUÇÃO

O movimento contínuo da água nas suas duas fases no sistema solo-planta-atmosfera é objeto de estudo na área de agronomia, em pesquisas relacionadas com irrigação e conservação de solos e também na área civil em compactação de aterros e construção de barragens. Atualmente, físicos e engenheiros têm desenvolvido trabalhos teóricos e práticos cujos objetivos principais são o de obter equações para descrever o movimento da água e encontrar métodos para resolver estas equações.

Particularmente em agronomia, o movimento da água do solo vem sendo estudado com bastante detalhe em nossos dias motivado principalmente pelos problemas que surgem em estudos de água disponível para as plantas, escoamento superficial e irrigações. Para isso é necessário a obtenção de informações quantitativas da umidade e conhecimento de alguns parâmetros utilizados para caracterizar o movimento da água, como exemplo a difusividade da água do solo.

Em ensáios de laboratório, a difusividade da água do solo tem sido determinado através de experimentos de infiltração de água em amostras homogêneas com um teor de umidade igual a Θ_0 (umidade do solo seco ao ar). Este trabalho tem por objetivo determinar este parâmetro, pelo método de *Bruce* e *Klute* para a infiltração de água em amostras homogêneas de solo com teor de umidade inicial acima de Θ_0, uma vez aventada de que seus valores poderiam ser afetados pelas condições experimentais.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No estudo do movimento da água em solos pode-se destacar um grande unumero de trabalhos que há algum tempo vem merecendo a atenção dos pesquisadores.

DARCY (1856) foi o primeiro a propor uma equaçao para descrever o movimento da água em meios saturados. *BUCKINGAM (1907)* estudando processos de infiltração, estendeu a equação de *DARCY* para escoamento da água em meios porosos nao saturados. *RICHARDS (1931)* associando a equação de *DARCY-BUCKINGAM* a equaçao de continuidade de massa obteve uma a derivadas parciais de primeira ordem no tempo e segunda ordem no espaço.

Tendo em vista a equação proposta por *RICHARDS*, vários autores começaram a elaborar métodos para resolvê-la, iniciando-se por *KLUTE (1952)*, desenvolvendo seus estudos teóricos sobre infiltração de água em solos não saturados. *PHILLIP (1955)* utilizando técnicas de diferenças finitas propôs uma solução numérica para estimar a variável de *Boltzman* para escoamento horizontal. Utilizando ainda técnicas numéricas *PILLIP (1957)* fez uma estimativa dos perfis de umidade para o movimento de infiltração vertical, mostrando que neste caso a solução possui a forma de uma série convergente e que o caminhamento da frente de água para o movimento vertical possui a mesma velocidade para o caso de infiltração horizontal no início do experimento.

Contriuição bastante importante foi dada por *PARLANGE 1971,a,b. 19775b)* que também preocupado com o movimento da água no solo, desenvolveu técnicas analíticas para obter solução da equação de difusão. Utilizando as técnicas de *PARLANGE* pode-se obter perfis teóricos de umidade, conhecendo-se a difusividade. Uma solução analítica aproximada da equação do movimento da água em meiso porosos parcialmente saturados foi desenvolvida por *TOBINAGA (1972)* utilizando técnicas variacionais.

AHUJA e SWARTZENDRUBER (1972) utilizando diferentes tipos de solo a diferentes densidades globais mostram a difusividade como uma função potência do tipo infinito a qual mostrou ser bastante representativa para processos de infiltração onde o coeficiente de difusão apresenta um rápido aumento próximo à saturação.

Entre os pesquisadores que desenvolvem trabalhos teóricos também podemos citar aqueles cujos estudos dirigiram-se no sentido de analisar a formulação da equação para o movimento da água no solo. Investigações nesse sentido foram efetuados por *BEAR (1972)*, e, recentemente *TOBINAGA e FREIRE (1977)* obtiveram a equação do movimento da água em meios porosos parcialmente saturados a partir da teoria termomecânica de misturas e de teoremas da representação das funções isotópicas.

Experimentalmente um grande número de trabalhos têm sido desenvolvidos com a finalidade de determinar a função difusividade da água do solo. É de grande importância nesses experimentos medir a umidade do meio poroso sem alterar a estrutura da amostra. Para isso tem sido desenvolvidos métodos baseados em técnicas nucleares que permitem determinar com rapidez e eficiência a concentração de água em uma coluna de solo durante a infiltração. Esta técnica baseada na atenuação de um feixe de radiação gama encontra-se bem desenvolvida nos trabalhos de *DAVIDSON et alii (1963)*. *REICHARDT (1965) e FERRAZ (1974)*.

Especificamente, no cálculo da difusividade hidráulica do solo, dois tipos de trabalhos podem ser citados.

Primeiramente aqueles trabalhos cujo objetivo é a determinação da difusividade em função da umidade num processo isotérmico. Nessa linha pode-se citar vários autores entre os quais, *BRUCE e KLUTE (1956)* que sugerem um método bastante prático para calcular $D(\Theta)$, principalmente quando a umidade é obtida pelo método técnica de atenuação de radiação gama, *REICHARDT et alii (1972)* que a partir do conceito de meio similar apresentam uma generalização da teoria de infiltração no que diz respeito a difusividade, e num trabalho seguinte *REICHARDT e LIBARDI (1973)* mostram como a difusividade pode ser obtida através da taxa de variação da frente de molhamento em função da raiz quadrada do tempo.

Em segundo lugar estão as pesquisas mostrando que o fator limitante para calcular a difusividade da água no solo, para escoamento de água em meios porosos, rígidos, não é apenas a umidade.

JACKSON (1963a, 1963b) baseado no modelo capilar, relacionou a difusividade da água do solo com a porosidade num primeiro trabalho e numa pesquisa seguinte relacionou a difusividade com a temperatura do sistema.

WONG e YONG (1965) utilizando solos argiloss, verificaram a variação da difusividade com a temperatura e compactação a diferentes umidades iniciais. Em seus resultados os pesquisadores afirmam que mesmo em uma infiltração horizontal onde a frente de água não pode ser acompanhada visualmente, a relação $x = \alpha\ t^{1/2}$ contínua válida. Convém lembrar que nesse trabalho não são apresentados detalhes de montagem de equipamento e métodos utilizado nas medidas.

Com objetivo de realizar um estudo mais detalhado da influência da temperatura e compactação na difusividade da água do solo *DOMINGOS et alii (1977)* apresentam um trabalho destacando a influência da compactação e temperatura variações da penetrabilidade com temperatura e compactação.

3. TEORIA

3.1. Equação de *DARCY - BUCKINGAM*

A equação de *DARCY - BUCKINGAM*, empregada com frequência pelos pesquisadores de movimento de água em solos parcialmente saturados simplesmente seguindo a adoção feita por *BUCKINGAM*, será obtida pela teoria termomecânica de misturas e dos teoremas da representação das funções isentrópicas *(TOBINAGA e FREIRE (1971))*. A equação de *DARCY - BUCKINGAM*, será obtida então com base na representação da força resistiva $\underset{\sim}{m}_{\alpha}$, isotópica dependente da temperatura (sem gradiente térmico), das densidades da água e do ar, da saturação e gradiente de saturação da água e velocidades relativas (em relação à matriz sólida rígida) da água e do ar.

3.1.1. Equações de Balanço

Inicialmente, antes de escrever de balanço, introduziremos as noções de porosidade e saturação.

A cada configuração, associa-se uma medida (volume de poros) V_p e uma medida (volume do constituinte fluido α) V_α tais que:

$$V_p(A) < V(A) \text{ sendo } V_p(A) = 0 \Longleftrightarrow V(A) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3.1)$$

$$V_\alpha(A) < V_p(A) \text{ sendo } V_\alpha(A) = 0 \Longleftrightarrow V_p(A) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3.2)$$

Assim a porosidade $\varepsilon = \varepsilon(\underset{\sim}{x},t)$ e a saturação $S_\alpha = S_\alpha \quad (x,t)$ são tais que:

$$V_p(A) = \int \varepsilon(x,t)\, dV \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3.3)$$

$$V_\alpha(A) = \int S_\alpha(x,t)\, dV_p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3.4)$$

Também é possível definir uma concentração θ_α tal que:

$$V_\alpha(A) = \int \theta_\alpha(\underset{\sim}{x},t)\, dV \ldots\ldots\ldots\ldots (3.4\ a)$$

Das equações (3.4) e (3.4 a) tem-se que:

$$\theta_\alpha = \varepsilon . S_\alpha \ldots\ldots\ldots\ldots (3.5)$$

Para o escoamento bifásico água-ar, θ_α correspondente à água é a concentração volumétrica de água no solo.

As equações de balanço, levando-se em consideração que não há reação química e que a temperatura é a mesma para todos os constituintes fases fluidas e uma fase sólida [*L. TOBINAGA e FREIRE (1976)*] são:

i. de Massa

i.1 Para constituintes fluidos

$$\frac{\partial(\rho_\alpha s_\alpha \varepsilon)}{\partial t} + \text{div}\,(\rho_\alpha s_\alpha \varepsilon \underset{\sim}{v}_\alpha) = 0 \quad \alpha = 1, \ldots, v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3.6)$$

i.2 Para sólido

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[(1 - \varepsilon)\rho_s\right] + \text{div}\left[\rho_s\,(1 - \varepsilon)\underset{\sim}{v}_s\right] = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3.7)$$

ii. de Quantidade de Movimento

ii.1 para constituintes fluidos

$$s_\alpha \varepsilon \rho_\alpha \underset{\sim}{v}_\alpha - \text{div}\,\underset{\sim}{T}_\alpha - \varepsilon s_\alpha \rho_\alpha \underset{\sim}{g} = - \underset{\sim}{m}_\alpha = 1, 2, \ldots, v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3.8)$$

ii.2: para sólido

$$(1 - \varepsilon)\rho_s \underset{\sim}{v}_s - \text{div}\,\underset{\sim}{T}_s - (\rho_s)\,(1 - \varepsilon)g = - \underset{\sim}{m}_s \ldots\ldots\ldots\ldots (3.9)$$

iii de energia da mistura

$$\overline{\rho(e + 1/2\, \underset{\sim}{v}^2)}^{\circ} + \operatorname{div}\left\{\sum_{\alpha=i}^{\nu+1} + \sum_{\alpha=1}^{\nu}\left[s_\alpha \varepsilon \rho_\alpha (e + 1/2\, s_\alpha^2)\,(\underset{\sim}{s}_\alpha + \underset{\sim}{s}_\alpha) - T_\alpha^{T}\, \underset{\sim}{e}\alpha\right] - \right.$$

$$\left. - T_F\, {}^{T}\underset{\sim}{U}_F - T_s\, {}^{T}\underset{\sim}{U}_s + \varepsilon\rho_F\, \frac{u_F{}^2}{2}\, \underset{\sim}{u}_F + (1-\varepsilon)\rho_s (e_s + \frac{1}{2}\, \underset{\sim}{u}_s^2)\underset{\sim}{u}_s - \underset{\sim}{T}\underset{\sim}{v}\right\} =$$

$$= \rho \underset{\sim}{g} \cdot \underset{\sim}{v} + \rho\gamma \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.10)$$

i. V. de entropia de mistura

$$\rho\dot{\eta} + \operatorname{div}\left\{\underset{\sim}{\phi} + \sum_{\alpha=1}^{\nu} s_\alpha \varepsilon \rho_\alpha \eta_\alpha \underset{\sim}{u}_\alpha + \varepsilon\rho_F \eta_F \underset{\sim}{u}_F + (1-\varepsilon)\rho_s \dot{\eta}_s \underset{\sim}{u}_s\right\} - \rho\, \frac{\gamma}{\Theta} \geqslant 0 \quad \ldots (3.11)$$

onde:

$$\underset{\sim}{\phi} = \frac{1}{\Theta}\left\{\underset{\sim}{q} - \sum_{\alpha=1}^{\nu}\left(s_\alpha \varepsilon\rho_\alpha (e_\alpha + \frac{1}{2}\, u_\alpha^2)\,(\underset{\sim}{u}_\alpha + \underset{\sim}{u}_F) - \underset{\sim}{T}_\alpha {}^{T}\underset{\sim}{u}_\alpha\right) + \underset{\sim}{T}_F {}^{T}\underset{\sim}{u}_F + \underset{\sim}{T}'_s {}^{T}\underset{\sim}{u}_s + \right.$$

$$\left. + \varepsilon\rho_F\, \frac{u_F^2}{2}\, \underset{\sim}{u}_F - (1 - \varepsilon)\rho_s (e_s + \frac{1}{2}\, u_s^2)\, \underset{\sim}{u}_s\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3.12)$$

3.1.2. Equações Constitutivas

Restrições pela 2a. lei da Termodinâmica, Restrições pelo princípio da indiferença ao referencial e simetria material.

3.1.2. - Equações Constitutivas

Somente com as equações de balanço o problema do escoamento de ν fluidos imiscíveis e uma fase sólida não fica determinado, isto porque o número de equações é sempre menor que o número de incógnitas.

Assim sendo a obtenção de solução de um problema envolvendo um dado conjunto de materiais requer ainda o estabelecimento de um certo número de equações adicionais que são obtidas por análise das grandezas constitutivas.

Procedendo-se um estudo das equações de balanço (3.6) a (3.12) e analisando as grandezas mensuráveis as variáveis e_α, η_α, $\underset{\sim}{m}_\alpha$, $\underset{\sim}{T}_\alpha$, Ψ_α, I_s e $\underset{\sim}{q}$ foram tomadas como dependentes.

Seguindo *BOWEN (1976)* tem-se:

$$
\begin{aligned}
\Psi_\alpha &= \Psi_\alpha(\Theta, \nabla\Theta, \underset{\sim}{F}_\beta, \dot{\underset{\sim}{F}}_\beta, \text{grad } \underset{\sim}{F}_\beta, \underset{\sim}{v}_\beta) \\
\eta_\alpha &= \eta_\alpha(\Theta, \nabla\Theta, \underset{\sim}{F}_\beta, \dot{\underset{\sim}{F}}_\beta, \text{grad } \underset{\sim}{F}_\beta, \underset{\sim}{v}_\beta) \\
e_\alpha &= e_\alpha(\Theta, \nabla\Theta, \underset{\sim}{F}_\beta, \underset{\sim}{F}_\beta, \text{grad } \underset{\sim}{F}_\beta, \underset{\sim}{v}_\beta) \\
\underset{\sim}{T}_\alpha &= T_\alpha(\Theta, \nabla\Theta, \underset{\sim}{F}_\beta, \dot{\underset{\sim}{F}}_\beta, \text{grad } \underset{\sim}{F}_\beta, \underset{\sim}{v}_\beta) \\
\underset{\sim}{T}_s &= \underset{\sim}{T}_s(\Theta, \nabla\Theta, \underset{\sim}{F}_\beta, \dot{\underset{\sim}{F}}_\beta, \text{grad } \underset{\sim}{F}_\beta, \underset{\sim}{v}_\beta)
\end{aligned}
\qquad \text{.............(3.13)}
$$

$$\underset{\sim}{m}_\alpha = m_\alpha(\Theta,\ \nabla\Theta,\ \underset{\sim}{F}_\beta,\ \dot{\underset{\sim}{F}}_\beta,\ \text{grad}\ \underset{\sim}{F}_\beta,\ \underset{\sim}{v}_\beta)$$

$$\underset{\sim}{q} = m_\alpha(\Theta,\ \nabla\Theta,\ \underset{\sim}{F}_\beta,\ \dot{\underset{\sim}{F}}_\beta,\ \text{grad}\ \underset{\sim}{F}_\beta,\ \underset{\sim}{v}_\beta)$$

Impondo que Ψ_α, e_α, $\underset{\sim}{T}_\alpha$, $\underset{\sim}{T}_s$, $\underset{\sim}{m}_s$, $\underset{\sim}{q}$ devam obedecer as restrições impostas pela 2a. lei da Termodinâmica (desigualdade 3.11) podemos escrever:

$$\Psi_\alpha = \Psi_\alpha(\Theta,\ \nabla\Theta,\ \underset{\sim}{F}_\beta,\ \text{grad}\ \underset{\sim}{F}_\beta, \underset{\sim}{v}_\beta)$$

$$\eta_\alpha = \eta_\alpha(\Theta,\ \nabla\Theta,\ \underset{\sim}{F}_\beta,\ \text{grad}\ \underset{\sim}{F}_\beta,\ \underset{\sim}{v}_\beta)$$

$$\underset{\sim}{T}_\alpha = \underset{\sim}{T}_\alpha(\Theta,\ \nabla\Theta,\ \underset{\sim}{F}_\beta,\ \text{grad}\ \underset{\sim}{F}_\beta,\ \underset{\sim}{v}_\beta) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.14)$$

$$\underset{\sim}{T}_\alpha = \underset{\sim}{T}_\alpha(\Theta,\ \nabla\Theta,\ \underset{\sim}{F}_\beta,\ \text{grad}\ \underset{\sim}{F}_\beta,\ \underset{\sim}{v}_\beta)$$

$$\underset{\sim}{m}_\alpha = \underset{\sim}{m}_\alpha(\Theta,\ \nabla\Theta,\ \underset{\sim}{F}_\beta,\ \text{grad}\ \underset{\sim}{F}_\beta,\ \underset{\sim}{v}_\beta)$$

$$q = q\ (\Theta,\ \nabla\Theta,\ \underset{\sim}{F}_\beta,\ \text{grad}\ \underset{\sim}{F}_\beta,\ \underset{\sim}{v}_\beta)$$

onde: $\alpha, \beta = 1, \ldots\ldots\ldots\ldots \nu + 1$

3.1.C. Restrições impostas pelo princípio da indiferença o referencial e simetria material

Além de satisfazerem as restrições impostas pela segunda lei da termodinâmica, as grandezas constitutivas devem obedecer ao princípio da indiferença ao referencial.

TRUESDELL e NOLL (1965) mostraram que uma condição necessário e suficiente para que tais grandezas sejam invariantes com relação ao grupo de transformações Euclidianas é:

$$\underset{\sim}{x}^{*} = \underset{\sim}{C}(t) + \underset{\sim}{Q}(t)\, \underset{\sim}{x} \quad \ldots\ldots (3.15)$$

onde $\underset{\sim}{C}(t)$ é um vetor arbitrário e $\underset{\sim}{Q}(t)$ é uma transformação linear ortogonal.

Se o material pertencer a uma classe que apresenta um grupo de simetria, mais restrições podem ser obtidas.

Para uma mistura de fluidos e sólidos isotrópicos *BOWEN (1976)* encontrou equações constitutivas que ajustadas para a situação do presente trabalho podem ser expressas como:

$$\Psi_\alpha = \Psi_\alpha(\Theta, \nabla\Theta, \varepsilon S_\alpha \rho_\alpha, \underset{\sim}{B}_s, D_\beta, \underset{\sim}{W}_{\beta s}, \nabla(\varepsilon S_\alpha \rho_\alpha), \nabla\underset{\sim}{B}_s, \underset{\sim}{v}_{\beta s}) \ldots\ldots (3.15)$$

$$\eta_\alpha = \eta_\alpha(\Theta, \nabla\Theta, \varepsilon S_\alpha \rho_\alpha, \underset{\sim}{B}_s, \underset{\sim}{D}_\beta, \underset{\sim}{W}_{\beta s}, \nabla(\varepsilon S_\alpha \rho_\alpha), \nabla\underset{\sim}{B}_s, \underset{\sim}{v}_{\beta s}) \ldots\ldots (3.16)$$

$$\underset{\sim}{m} = \underset{\sim}{m}(\Theta, \nabla\Theta, \varepsilon S_\alpha \rho_\alpha, \underset{\sim}{B}_s, \underset{\sim}{D}_\beta, \underset{\sim}{W}_{\beta s}, \nabla(\varepsilon S_\alpha \rho_\alpha), \nabla\underset{\sim}{B}_s, \underset{\sim}{v}_{\beta s}) \ldots\ldots (3.17)$$

$$\underset{\sim}{T} = \underset{\sim}{T}_\alpha(\Theta, \nabla\Theta, \varepsilon S_\alpha \rho_\alpha, B_s, \underset{\sim}{D}_\beta, \underset{\sim}{W}_{\beta s}, \nabla(\varepsilon S_\alpha \rho_\alpha), \nabla\underset{\sim}{B}_s, \underset{\sim}{v}_{\beta s}) \ldots\ldots (3.18)$$

$$T_s = \underset{\sim}{T}_s(\Theta,\ \nabla\Theta,\ \varepsilon S_\alpha\rho_\alpha\ \underset{\sim}{B}_s,\ \underset{\sim}{D}_\beta,\ \underset{\sim}{W}_{\beta s},\ \nabla(\varepsilon S_\alpha\rho_\alpha),\ \nabla\underset{\sim}{B}_s,\ \underset{\sim}{v}_{\beta s}) \quad (3.19)$$

$$\underset{\sim}{q} = \underset{\sim}{q}\ (\Theta,\ \nabla\Theta,\ \varepsilon S_\alpha\rho_\alpha\ \underset{\sim}{B}_s,\ \underset{\sim}{D}_\beta,\ \underset{\sim}{W}_{\beta s},\ \nabla(\varepsilon S_\alpha\rho_\alpha),\ \nabla\underset{\sim}{B}_s,\ \underset{\sim}{v}_{\beta s}) \quad (3.20)$$

3.1.3. Aplicações: Equação de *DARCY-BUCKINGAM*

Para o estudo do movimento simultâneo de dois fluidos imiscíveis em um meio poroso rígido, homogêneo, isotrópico, em repouso e em repouso as equações constitutivas tornam-se:

$$\Psi_\alpha = \Psi_\alpha(\Theta,\ \varepsilon,\ S,\ \rho_1, \rho_2,\ \underset{\sim}{D}_1,\ \underset{\sim}{D}_2,\ \nabla_s,\ \underset{\sim}{v}_1,\ \underset{\sim}{v}_2) \quad (3.21)$$

$$\eta_\alpha = \eta_\alpha(\Theta,\ \varepsilon,\ S,\ \rho_1\ \rho_2,\ \underset{\sim}{D}_1,\ \underset{\sim}{D}_2,\ \underset{\sim}{v}_s,\ \underset{\sim}{v}_1,\ \underset{\sim}{v}_2) \quad (3.22)$$

$$\underset{\sim}{T}_\alpha = \underset{\sim}{T}_\alpha(\Theta,\ \varepsilon,\ S,\ \rho_1\ \rho_2,\ \underset{\sim}{D}_1,\ \underset{\sim}{D}_2,\ \underset{\sim}{v}_s,\ \underset{\sim}{v}_1,\ \underset{\sim}{v}_2) \quad (3.23)$$

$$T_s = T_s(\Theta,\ \varepsilon,\ S,\ \rho_1\ \rho_2,\ \underset{\sim}{D}_1,\ \underset{\sim}{D}_2,\ \underset{\sim}{v}_s,\ \underset{\sim}{v}_1,\ \underset{\sim}{v}_2) \quad (3.24)$$

$$m_\alpha = m_\alpha(\Theta,\ \varepsilon,\ S,\ \rho_1\ \rho_2,\ \underset{\sim}{D}_1,\ \underset{\sim}{D}_2,\ \underset{\sim}{v}_s,\ \underset{\sim}{v}_1,\ \underset{\sim}{v}_2) \quad (3.25)$$

onde o índice 1 representa as grandezas relativas a agua e o índice z representa as grandezas relativas ao ar.

Admitindo que os tensores $\underset{\sim}{D}_1$ e $\underset{\sim}{D}_2$ possam ser excluidos da força resistiva a equação 3.25 torna-se:

$$m_\alpha = m_\alpha(\Theta,\ \varepsilon,\ s_1\rho_1\rho_2,\ \nabla S,\ v_1,\ v_2)\ \alpha = 1,2, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3.26)$$

Pelo teorema de representação das funções isotrópicas tem-se para a força resistiva que atua sobre a água:

$$\underset{\sim}{m}_1 = \Lambda_1\nabla s + \Lambda_2\underset{\sim}{v}_1 + \Lambda_3\underset{\sim}{v}_2 \ldots\ldots\ldots\ldots (3.27)$$

onde Λ_1, Λ_2, Λ_3 são invariantes escalares funções de Θ ε P, ρ_1, ρ, $\|\nabla S\|$, $\| v_1\|$, $\|v_2\|$, $\underset{\sim}{v}_1 . \nabla s$, $\underset{\sim}{v}_1 . \nabla s$, e $\underset{\sim}{v}_1 . \underset{\sim}{v}_2$

Pelo fato do gradiente de saturação e das velocidades serem pequenas a equação 3.27 linearizada torna-se:

$$m_1 = \xi_1(\Theta,\varepsilon,s,\rho_1,\rho_2)\nabla s + \xi_2(\Theta,\varepsilon,s,\rho_1,\rho_2)\underset{\sim}{v}_1 + \xi_3(\Theta,\varepsilon,s,\rho_1,\rho_2)\underset{\sim}{v}_2 \ldots (3.28)$$

A equação 3.14 para um fluido simples de *NOLL* pode ser escrita:

$$\underset{\sim}{T}_\alpha = \underset{\sim}{\rho}_\alpha(\Theta,\varepsilon,s,\rho_1\rho_2) + \underset{\sim}{\tau}_\alpha \ldots\ldots\ldots\ldots (3.29)$$

Para um escoamento monofásico de fluidos Newtonianos através de meios porosos rígidos τ_α é nulo. Admitindo que o mesmo seja válido para escoamento bifásico de fluidos Newtonianos tem-se:

$$\underset{\sim}{T} = -\ \rho_1\ \underset{\approx}{1} \ldots\ldots\ldots\ldots (3.30)$$

Levando as equações 3.26 e 3.30 na equaçao 3.8, tem-se para $\alpha = 1$ (água):

$$s\varepsilon\rho_1 \underset{\sim}{v}_1 = -\nabla\rho_1 + \varepsilon s\rho_1 \underset{\sim}{g} - \xi_1(\Theta, s, \rho_1, \rho_2)\nabla s - \xi_{12}(\Theta, \rho_1, \rho_2)\underset{\sim}{v}_1 -$$

$$- \xi_3(\Theta, s, \rho_1, \rho_2)\underset{\sim}{v}_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.31)$$

fazendo $g = - g\hat{z}$ resulta:

$$\Delta\rho_1 = -\xi_1(\Theta, \varepsilon, s, \rho_1, \rho_2)\nabla S - \varepsilon s\rho_1\rho_2 g\underset{\sim}{\hat{z}} - \Big[\xi_2(\Theta, \varepsilon, s, \rho_1, \rho_2) +$$

$$+ \xi_3(\Theta, \varepsilon, s, \rho_1, \rho_2)\underset{\sim}{v}_2\Big] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.32)$$

Estudando um escoamento sem gradiente de saturação $vz = 0$ *GUBULIN (1977)* verificou experimentalmente que:

$$\xi_2(\Theta, \varepsilon, s, \rho_1 \rho_2) = \frac{\mu_1 \varepsilon s}{K\, K_{1(S)}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.33)$$

Para escoamentos isotérmicos, bifásicos, lentos e se gradiente de saturação, as equações de balanço de quantidade de movimento podem ser escritos na forma [*SCHEIDEGER (1974)*].

Para a água: $\varepsilon s \underset{\sim}{v}_1 = -(K.K_1(s)/\mu_1)(\nabla\rho_1 + \varepsilon s\rho_1 g\underset{\sim}{\hat{z}})$ ....(3.34)

Para o ar: $\varepsilon(1-s)\underset{\sim}{v}_2 = -(K.K_1(s)/\mu_1)(\nabla\rho_2 + \varepsilon\rho_2 g\underset{\sim}{\hat{z}})$ ....(3.35)

Assim a hipótese de que o termo $\underset{\sim}{v}_2$ na equação 3.32 seja desprezível é admissível.

Das equações 3.32 e 3.33 tem-se:

$$\varepsilon S \underset{\sim}{V}_1 = - \frac{K.K_1(s)}{\mu_1} \left\{ \xi_1(\Theta,\varepsilon,s,\rho_1,\rho_2)\nabla s + \varepsilon s \rho_1 g \underset{\sim}{\hat{z}} - \nabla \rho_1 \right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (3.36)$$

O último termo da equação 3.36 é importante quando o escoamento é devido ao bombeamento de água e ar. Para o escoamento devido ao efeito capilar ele é despresível. Portanto para este tipo de escoamento a equação 3.36 é escrita:

$$\varepsilon S \underset{\sim}{V}_1 = \frac{K.K_1(s)}{\mu_1} \xi_1(\Theta,\varepsilon,s,\rho_1,\rho_2)\nabla s - \frac{K.K_1(s)}{\mu_1} \varepsilon S \rho_1 g \underset{\sim}{\hat{z}} \ldots\ldots (3.37)$$

que é a equação de *DARCY-BUCHINGAM*

A condutividade hidráulica e a difusividade hidráulica são respectivamente:

$$K^*(s) = \frac{K.K_1(s)}{\mu_1} \varepsilon.S.\rho g \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.38)$$

$$D(S) = \frac{K.K_1(s)}{\mu_1} \xi_1(\Theta,\varepsilon,s,\rho_1,\rho_2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.39)$$

Pela definição de difusividade hidráulica e utilizando as equações 3.38 e 3.39 obtem-se:

$$\xi(\Theta,\varepsilon,s,\rho_1,\rho_2) = \frac{d\phi_m(s)}{ds} \quad \ldots\ldots (3.40)$$

É interessante notar que pela equação 3.40 o coeficiente ξ_1 pode ser determinado experimentalmente, pois tanto ϕ_m e s são grandezas mensuráveis diretamente.

3.2. Equação do movimento da agua do solo, expressão para o cálculo da difusividade

A equação de *DARCY-BUCHINGAM* (3.37) também pode ser escrita na forma:

$$W = - K(\theta)(\nabla\Psi - \hat{z}) \quad \ldots\ldots (3.41)$$

Associando a equação de *DARCY-BUCKINGAM* à equação de continuidade de massa, tem-se para o movimento horizontal da água em um meio poroso homogêneo são saturado, estável num processo isotérmico as expressões:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = - \nabla o \left[K(\theta)\nabla\Psi\right] \quad \ldots\ldots (3.42)$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = - \nabla o \left[D(\theta)\nabla\theta\right] \quad \ldots\ldots (3.43)$$

A equação 3.43 possui as mesmas características de uma equação de difusão não linear, onde $D(\Theta)$ é função da umidade do meio. A determinação de uma solução analítica ou numérica dessa equação está na dependência do conhecimento da função difusividade

Para a infiltração horizontal da água em um meio poroso homogêneo parcialmente saturado com uma umidade inicial Θ_i, onde em uma das extremidades é aplicada e mantida constante uma umidade Θ_s, as seguintes condições iniciais e de contorno podem ser estabelecidas para a equação do movimento.

$$\theta(x,0) = \theta_i$$

$$\theta(0,t) = \theta_s \qquad (3.44)$$

$$\theta(\infty,t) = \theta_i$$

A equação 3.43 e 3.44 com a utilização da variável de *Boltzmann* $\left[x = \lambda(\theta)\, t^{1/2}\right]$ tornam-se respectivamente:

$$-\frac{\lambda}{2}\ \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda}\left[D(\theta)\ \frac{d\theta}{d\lambda}\right] \qquad (3.45)$$

$$\lambda(\theta) = 0\ ,\ x = 0 \quad e \quad t > 0 \qquad (3.45a)$$

$$\lambda(\theta) = \infty\ ,\ x = \infty \quad e \quad t > 0$$

BRUCE e KLUTE (1956) baseado nas equações 3.45 e 3.45a apresentam um método para determinação de $D(\Theta)$. Explicitando $D(\Theta)$ na equação 3.45 e integrando em relação a Θ os autores obtiveram

$$D(\theta) = -1/2 \frac{d\lambda}{d\theta} \int_{\theta_i}^{\theta} \lambda(\theta)\, d\theta \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.46)$$

A expressão 3.46 é utilizada por pesquisadores do movimento da água em solos, estudando infiltração em amostras com um teor de água inicial da ordem de $10^{-2} cm^3.cm^{-3}$. No presente trabalho a expressão proposta por *BRUCE e KLUTE* será empregada para a determinação de $D(\Theta)$ no estudo da infiltração de água com umidade inicial da ordem de $10^{-1} (cm^3.cm^{-3})$.

3.4. Equação dos perfis teóricos

Tomando a difusividade na forma $D = D_o \exp(\beta\omega)$ e utilizando como solução analítica aproximada da equação 3.45.

$$\lambda(\theta) = 2 \int_{\omega}^{1} D(a)\, da \left[2 \int_{o}^{1} \alpha(a)\, da \right] \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.47)$$

Parlange estabeleceu a expressão:

$$\lambda = (2\, Do)^{1/2} (\beta - 1)^{1/2} \exp \beta/2 \left[1 - \exp - \beta(1 - \omega) \right] \qquad \ldots\ldots (3.48)$$

de 3.48 tem-se:

$$\omega = 1 + \frac{1}{\beta} \ln \left[1 - \frac{\lambda}{2D_o} (\beta - 1)^{1/2} e^{\beta/2} \right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.49)$$

A equação 3.49 já utilizada no presente trabalho para justificar o emprego da expressão 3.46 no cálculo da difusividade da água em amostras inicialmente úmidas.

4. MATERIAL E MÉTODO

4.1. Preparação do solo e Empacotamento

O solo a ser utilizado, Podzolico Vermelho Amarelo Variação R. Claro, após seco a sombra foi peneirado em peneira de malha 1 mm.

O empacotamento foi feito utilizando colunas de acrílico transparente de 1,20 m de comprimento e 5,3 cm de diâmetro interno. Para preenchimento das colunas de acrílico com o solo seco ao ar, o cilindro é colocado na posição vertical e nele é introduzido um cano de P.V.C de 3/8 de polegada de comprimento igual ao do sistema. Após estar completamente cheio de solo, o cano de P.V.C. é levantado vagarozamente de maneira a fazer com que o solo seja transferido para a coluna de acrílico com uma separação mínima entre suas partículas. Em seguida completa-se o empacotamento batendo-se na coluna com um martelo de borracha até não mais observar variações de volume.

A medida da atenuação do feixe de radiação gama ao longo da coluna empacotada serviu como critério para comprovar sua homogeneidade.

4.2. Processos de Infiltração de água em solos inicialmente secos

Para o processo de infiltração horizontal, acoplou-se em uma das extremidades da coluna, que contém a amostra, um reservatório de água cuja tensão permanece constante durante o processo. Esse reservatório de água era alimentado por um tubo que continha uma solução 0,01 N de $CaSO_4$ de modo que durante todo o transcorrer do experimento a infiltração ocorresse a uma tensão constante de 5 cm de água (Figura 1).

Durante o processo de infiltração horizontal a coluna de solo era movimentada perpendicularmente ao feixe colimado de radiação gama. A umidade ao longo da coluna em diferentes pontos durante tempos arbitrários foi feita medindo-se a fração de radiações gama atenuada. O caminhamento da frente de água foi feito visualmente através de uma escala colada na parte externa da coluna.

4.3. Preparação de Colunas homogêneas com teor de umidade acima de Θ_o (Umidade do solo seco ao ar)

Após o processo de infiltração horizontal em solos inicialmente secos, a mesma amostra foi colocada na posição vertical e mantida cerca de quinze dias. Decorrido esse período de redistribuição, utilizando novamente a técnica de atenuação de radiação gama constatou-se que a coluna apresentava uma umidade praticamente constante nos diferentes pontos (Figura 2).

4.4. Infiltração em colunas homogêneas com umidade acima de Θ_o

Para o estudo da infiltração horizontal em solos inicialmente úmidos, após a redistribuição novamente o sistema como mostra a figura 1. A infiltração se realizou a uma tensão constante de 5 cm de água e durante a infiltração determinou-se os valores de umidade em diferentes tempos ao longo da coluna.

4.5. Perfis de Umidade para infiltração em solos inicialmente úmidos

Os perfis de umidade (Θ ($cm^3.cm^{-3}$) em função de λ Θ) (cm me$^{-1/2}$)) para o processo de infiltração de água em solos inicialmente úmidos foram traçados observando os seguintes critérios.

a) Fixa-se sobre a coluna úmida quatorze pontos arbitrariamente.

b) Iniciada a infiltração foram feitas contagens da radiação gama atenuada nos pontos previamente escolhidos em diferentes tempos.

c) De posse desses resultados construiu-se quatorze curvas de umidade em função do tempo para cada ponto. As figuras 3a e 3b mostram, como exemplo, tais curvas para três pontos.

d) Finalmente construiu-se os perfis de umidade (Θ em função de λ (Θ) para cada medida

4.6. Metodologia

Os valores de umidade foram obtidos pela técnica de atenuação de um feide monoenergético de radiação gama. *DAVIDSON (1963)*. Como fonte de 662 Kev utilizou-se de uma amostra de 100 mCi de ^{137}Cs em colimador de chumbo de 4,5 mm^2 de secção reta circular.

No sistema de detecção foi utilizado um cristal cintilador (3x3) de NaI(Tl) opticamente acoplado a uma fotomultiplicadora cujo poder de resolução para 662 KeV é 9%. Os pulsos resultantes após pré amplificado são analisados por um sistema monocanal e em seguida contados.

A utilização de um feixe monoenergético para a determinação da umidade de solos, consiste na medida de fração atenuada, pela amostra, da intensidade de radiação gama incidente. A lei que descreve a atenuação de um feixe monoenergético de radiação gama é dada pela expressão:

$$I = I_{oo}\, e^{-\mu\rho x} \qquad \text{(4-1)}$$

onde:

I = intensidade do feixe emergente

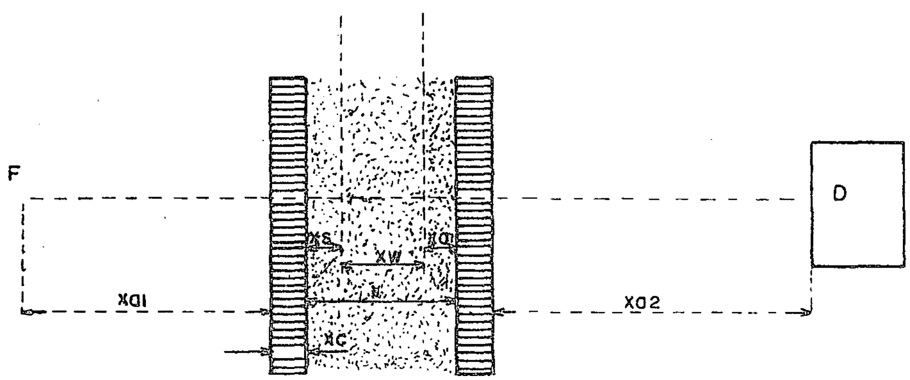
I_{oo} = intensidade do feixe incidente

μ = coeficiente de atenuação de massa do meio absorvedor para a energia da radiação gama em questão.

ρ = densidade do meio absorvedor

x = espessura do meio absorvedor.

No caso de experimentos, para a determinação da umidade de solos, o feixe emitido pela amostra radioativa atravessa os seguintes meios antes de atingir o detector. (Esquema abaixo).



a) Comada de ar situada entre a fonte radioativa e a amostra de solo: xa_1

b) Camada de acrílico da coluna que contém a amostra: x_e

c) Camada de solo: x esta camada é constituida por três meios diferentes ou seja. Um volume correspondente ao volume da amostra Vs de espessura X_s. - Um volume de água V_w e espessura X_w - Um volume de ar V_a e espessura X_a.

d) Espessura de ar existente entre a coluna de acrílico e o detector: Xa_2

A lei de *Beer* (4-1) para esta situação é escrita:

$$I = I_{oo} \exp - \left[\mu_s \rho_s x_s + \mu_w \rho_w x_w + \mu_a \rho_a x_a + 2\mu_c \rho_c \chi_c + \mu_a \rho_a (x_{o_1} + x_{o_2})\right] \quad (4\text{-}2)$$

onde:

μ_s, μ_w, μ_c μ_{o_1} são os coeficientes de absorção do solo, água, ar e acrílico e

ρ_s, ρ_w, ρ_a, ρ_c são as densidades real do solo, da água do ar e do acrílico.

Os dois últimos termos da equação (4-2) sendo contantes podemos escrever:

$$I = I_o \exp - \left[\mu_s \rho_s x_s + \mu_w \rho_w x_w + \mu_a \rho_a (x_a - x)\right] \quad (4\text{-}3)$$

onde:

$$I_o = I_{oo} \exp - \left[2\mu_a x_c \rho_c + \mu_a \rho_a (x_{o_1} + x_a + x_{a_2})\right] \quad (4\text{-}4)$$

A expressão (4-3) pode ainda ser escrita

$$I = I_o \exp - \left[\mu_s \rho_s \Theta_s x + \mu_w \rho_w \Theta_s + \mu_a (\Theta_a - 1) x\right] \quad (4\text{-}5)$$

Sendo que a densidade da água é sempre igual a umidade e desprezando o último termo da equação (4-5):

temos:

$$I = I_o\, e^{-(\mu_s \rho_s + \mu_w \Theta)x} \quad \text{.............................(4-6)}$$

A equaçao (4-6) pode ainda ser mais simplificada e a umidade pode ser obtida por:

$$\Theta = - \frac{\ell n\ I/I'}{\mu_w x} \quad \text{.................................(4-7)}$$

onde:

$$I' = I_o \exp - \mu_s \rho_s x$$

De (4-7), medindo-se I e I' (cpm) e conhecendo-se $\mu_w (cm^2/g)$ e a espessura x (cm) a fração volumétrica de água $\Theta(cm^3 . cm^{-3})$ é determinada.

4.7. Critérios obedecidos durante Preparação das amostras e medidas

a) As amostras inicialmente secas possuiam mesmas densidades e mesmas umidades iniciais

b) Para infiltração em amostras inicialmente secas utilizou-se um mesmo volume de solução 0,01 N de $CaSO_4$.

c) Após à primeira infiltração cada coluna ficou submetida ao mesmo intervalo de tempo na posição vertical para redistribuição.

d) Durante todos os experimentos as amostras foram submetidas à mesma carga hidráulica.

e) Procurou-se manter constante a temperatura do sistema durante as infiltrações. Variações de temperatura afetam sensivelmente o valor da difusividade para colunas de solo preparadas sob as mesmas condições. Experimentos visando mostrar o fenômeno por *JACKSON (1963)* e por *DOMINGOS et alii 1977*.

5. RESULTADOS

5.1. Difusividade para infiltração em amostras inicialmente secas

Foram preparadas duas amostras de um mesmo solo com a mesma umidade média inicial (Θ_o = 0,037 $cm^3.cm^{-3}$) e mesma densidade média (ρ = 1,4 g/cm^3)

Pelo método de atenuação de radiação gama foram obtido os perfis de umidade que se encontram nas figuras 4 e 5. A tabela 1 fornece os dados utilizados para a construção desses perfis. Para uma mesma umidade temos os valores de $\lambda(\Theta)$ para cada medida e respectivo desvio. Fazendo-se uma análise dos desvios obtidos nota-se que para o experimento I (infiltração nos solos inicialmente secos) foram bem reproduzidas.

A partir dos perfis de umidade calculou-se a difusividade pelo método de *Bruce e Klute* (equação 3.46). Nas tabelas 3 e 4 estão os valores da difusividade para cada medida.

5.2. Difusividade da água do solo para infiltração em amostras de solo inicialmente úmidas

Após realizado o experimento I, as amostras foram submetidas ao processo de redistribuição e em seguida procedeu-se novamente à infiltração. Na tabela 2 estão os dados de $\Theta(cm^3.cm^{-3})$ e $\lambda(\Theta)$ $(cm.mi^{-1/2})$ que foram utilizados para traçar os perfis de umidade para o segundo experimento.

Os perfis de umidade para o experimento 2 estão nas figuras 6 e 7. Pelo método de *Bruce e Klute* calculou-se a difusividade para infiltração com teor médio de umidade inicial de 0,20 $cm^3.cm^{-3}$. Os valores da difusividade para cada amostra estão nas tabelas 3 e 4. São também apresentados os desvios para cada par de valores.

Os perfis teóricos de umidade para infiltração em solos inicialmente secos e inicialmente úmidos foram obtidos pela técnica de *Parlange-Bruce e Klute*. Os valores de D_o e β para os dois experimentos estão na tabela 5. Os valores de $\Theta(cm.cm^{-3})$ e $\lambda(\Theta)$ $(cm.mi^{-1/2})$ para os perfis teóricos das figuras 6 e 7 estão nas tabelas 6 e 7. Para o experimento 1 os perfis teóricos estão nas figuras 4 e 5.

Nas tabelas 8 e 9 estão os valores de $\lambda(\Theta)$ teórico e experimental para o experimento 2. Os desvios apresentados nas mesmas tabelas, entre os valores teóricos e os experimentais de $\lambda(\Theta)$ mostra ser o método de *Parlange Bruce e Klute* útil na obtenção dos perfis teóricos para as amostras utilizadas.

6. DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

O método empregado por *Bruce e Klute* para calcular a difusividade hidráulica em função da umidade foi utilizado no presente trabalho onde, onde a umidade inicial da amostra possui valores mais elevados do que a umidade do solo seco ao ar.

Vários são os autores que aplicam o método de *Bruce e Klute* para calcular a difusividade utilizando os perfis de umidade. Acontece que a maneira utilizada para as construções das curvas $\lambda(\Theta)$ em função de Θ varia de pesquisador, não sendo empregado até o momento nenhuma técnica de ajuste para os pontos experimentais. Nesse trabalho ajustou-se os valores de $\lambda(\Theta)$ e Θ por meio de um polinômio. A adoção desse critério é importante porque independe de como este ou aquele pesquisador traçaria seu perfil de umidade e os cálculos de $D(\Theta)$ tornam-se não subjetivos.

Na análise dos resultados da difusividade para esse trabalho, obtidos pelo método de *Bruce e Klute*, através dos perfis construídos com os valores de $\lambda(\Theta)$ e Θ já ajustados, pode-se notar outro aspecto positivo da técnica polinomial de ajuste. Nas tabelas 3 e 4 temos os valores de $D(\Theta)$ para uma mesma umidade para os experimentos 1 e 2. Nas mesmas tabelas são apresentados os desvios $\delta\%$ entre as difusividades, que ficam num intervalo de 1,3% a 13%. Já *Bruce e Klute* em experimentos idêntico encontrou variações de até 300% entre os valores da difusividade. Cremos que em parte a causa dessa discrepância seja a não adoção de um critério de ajuste dos parâmetros utilizados para construir as curvas de distribuição.

Outros resultados apresentados também merecem destaque. Por exemplo uma análise dos dados das tabelas 3, 4 e 5 mostram o comportamento exponencial em Θ para o experimento 2. Portanto podemos utilizar a expressão analítica apresentada por *Parlange (1971a, 1971b, 1973)* para o cálculo do perfil de umidade teórico. Utilizando os valores D_o e β (tabela 5) calculou-se os perfis de umidade para os experimentos 2. (fig. 6 e 7). Verificando os desvios $\delta\%$ (tabelas 8 e 9) entre os valores de $\lambda(\Theta)$ teórico e experimental vemos que eles estão compreendidos num intervalo de 21% a 23%.

Outro fato notável que pode ser assinalado pela análise das figuras 6 e 7 e que para infiltração em amostras inicialmente úmidas os perfis de umidade são reprodutíveis.

Em resumo do presente trabalho pode-se concluir:

a) A difusividade da água do solo, para infiltração em so los inicialmente úmidos, calculado pela técnica de *Bruce e Klute* mostrou ser da forma exponencial em Θ.

b) A técnica de *Parlange - Bruce e Klute* mostrou ser de grande utilidade na construção dos perfis teóricos de umidade para amostras inicialmente úmidas.

c) Pela boa concordância entre os perfis teórico e experimental para infiltração em solos inicialmente úmidos, o método de *Bruce e Klute* mostra-se também útil na determinação de $D(\Theta)$ para $\Theta = 0,20\ cm^3.cm^{-3}$.

d) A difusividade da água do solo independe da umidade inicial da amostra.

7. RESUMO

A difusividade da água do solo, parâmetro utilizado para caracterizar o movimento da água foi determinada para infiltração de água em solo com teor de umidade acima da umidade do solo seco ao ar.

Este trabalho propõe a determinação da função difusividade para solos inicialmente úmidos pelo método de *BRUCE e KLUTE* que é bastante utiizada pelos pesquisadores de física de solos em estudos de movimento horizontal em amostras inicialmente secas.

Preparou-se duas colunas com o mesmo tipo de solo com as mesmas densidade e umidade inicial. Para cada amostra calculou-se as difusividades, durante as infiltrações, em amostras inicialmente secas e inicialmente úmidas.

Pela técnica de *Parlange - BRUCE e KLUTE* foi feita uma comparação com os perfis obtidos experimentalmente.

8. SUMMARY

The soil-water diffusivity, a parameter used to characterize the water movement in soils was determined for the water infiltration into soils with initial a water content greater than the air droy soil water content.

This paper process to determine the D(Θ) function for soils originally wet by the *BRUCE* and *KLUTE* method which is frequently used by the research worker on soils physics in studies of soil water horizontal movement in initially dry soils.

Two columns were prepared with the same soil, both bearing the same initial density and water content. The diffusivity was calculed for each samples, during the infiltration period, in samples originally wet.

A comparison between the *PARLANGE-BRUCE* e *KLUTE* technique and the experimental data was alseo made.

9. NOMENCLATURA

$\underset{\sim}{B}_\beta$ tensor Cauchy Green à esquerda relativo ao constituinte β.

$D(s_1)$ difusividade hidráulica do solo: $D(s_1) = K^* \dfrac{d\phi_m}{ds_1}(s_1)$

$\underset{\sim}{D}_\beta$ tensor de formação do constituinte β: $\underset{\sim}{D}_\beta = \left[\nabla \underset{\sim}{v}_\beta + (\nabla \underset{\sim}{v}_\beta)^T\right]/2$

e energia interna por unidade de massa da mistura:

$$e = (\varepsilon\rho_F/\rho)\ (e_F + u^2{}_F/2) + (1-\varepsilon)\ (\rho_s/\rho)\ (e_s + u^2{}_s/2)$$

e_α energia interna por unidade de massa do constituinte α.

e_F energia interna por unidade de massa do fluido.

e_I parte interna da energia interna da mistura

$$e_I = (1/\rho)\left[\sum_{\alpha=1}^{\nu} \varepsilon s_\alpha \rho_\alpha \varepsilon + (1-\varepsilon)\rho_s e_s\right]$$

$\underset{\sim}{F}_\alpha$ tensor gradiente de deformação do constituinte α.

$$\underset{\sim}{F} = \text{grad}\ \underset{\sim}{\chi}_\alpha\ (\underset{\sim}{\chi}_\alpha, t)$$

$\underset{\sim}{F}_\alpha^{\ T}$ transposto de $\underset{\sim}{F}_\alpha$

g módulo de aceleração de gravidade: $g = - g\hat{\underset{\sim}{z}}$

K permeabilidade do meio poroso

$K_1(s_1)$ permeabilidade relativa do meio poroso

$K^*(s_1)$ condutividade hidráulica do solo

$\underset{\sim}{v}_F$ velocidade do fluido: $\underset{\sim}{v}_F = \sum_{\alpha=1}^{\nu} s_\alpha \rho_\alpha \underset{\sim}{v}_\alpha$

$\underset{\sim}{v}_1, \underset{\sim}{v}_2$ velocidade da água e do ar, respectivamente, em relação ao sólido

V_α volume do constituinte α: equação (1.1).

V_p volume dos poros: equação (1.1).

$\underset{\sim}{x}$ posição espacial ocupada, no instante t, pela partícula $\underset{\sim}{X}_\alpha$

$$\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{X}_\alpha(\underset{\sim}{X}_\alpha, t)$$

$\underset{\sim}{X}_\alpha$ posição de uma partícula do constituinte α na sua configuração de referência.

$\underset{\sim}{w}$ velocidade de filtração: $\underset{\sim}{w} = \varepsilon s \underset{\sim}{v}_1$

$\underset{\sim}{W}_\alpha$ tensor spin do constituinte α: $\underset{\sim}{W}_\alpha = \frac{1}{2}\left[\nabla \underset{\sim}{v}_\alpha - (\nabla \underset{\sim}{v}_\alpha)^T\right]$

$\hat{\underset{\sim}{z}}$ versor da direção vertical apontado para cima

α índice que denota numa variável relativa a um constituinte α: $\alpha = 1, .., \nu$

constituinte fluido $\alpha = \nu + 1 = s$ constituinte sólido.

β índice que denota dependência com as $\nu + 1$ variáveis por exemplo se uma grandeza π depende de $\underset{\sim}{F}_1, \underset{\sim}{F}_2, \ldots, \underset{\sim}{F}_\nu, \underset{\sim}{F}_s$, denotando este fato por $\pi = \pi(\underset{\sim}{F}_\beta)$.

$\underset{\sim}{m}_\alpha$ força de interação entre o constituinte α e os demais constituintes da mistura (força resistiva).

$M_\alpha(A)$ Massa do constituinte fluido α que ocupa a região A.

$M_s(A)$ Massa do constituinte sólido que ocupa a região A.

P_1 pressão na água: equaçao 3.32.

q fluxo térmico específico global.

q_α fluxotérmico específico do constituinte α.

s_α saturação do constituinte α: equação 3.5.

S saturação da água

$\underset{\sim}{T}$ tensor das tensões na mistura: $\underset{\sim}{T} = \underset{\sim}{T}_F + \underset{\sim}{T}_s - \phi_F \varepsilon \underset{\sim}{\mu}_F \otimes \underset{\sim}{\mu}_F - \rho_s (1-\varepsilon) \underset{\sim}{\mu} \otimes \underset{\sim}{\mu}_s$

$\underset{\sim}{\mu}_\alpha$ velocidade de difusão do constituinte fluido α: $\underset{\sim}{\mu}_\alpha = \underset{\sim}{v}_\alpha - \underset{\sim}{v}_F$

$\underset{\sim}{\mu}_F$ velocidade de difusão do fluido: $\underset{\sim}{\mu}_F = \underset{\sim}{v}_F - \underset{\sim}{v}$

$\underset{\sim}{\mu}_s$ velocidade de difusão do constituinte sólido: $\underset{\sim}{\mu}_s = \underset{\sim}{v}_s - \underset{\sim}{v}$

$\underset{\sim}{v}$ velocidade da mistura: $\underset{\sim}{v} = (1/\rho) \left[\varepsilon \rho_F \underset{\sim}{v}_F + (1-\varepsilon) \rho_s \underset{\sim}{v}_s \right]$

$\underset{\sim}{V}_\alpha$ velocidade do constituinte α: $\underset{\sim}{v}_\alpha = \dfrac{\partial \underset{\sim}{X}_\alpha}{\partial t}(\underset{\sim}{X}_\alpha, t)$

γ taxa de suprimento de energia para a mistura:

$$\gamma = (1/\rho) \sum_{\alpha=1}^{\nu+1} \rho_\alpha \gamma_\alpha$$

γ_α taxa de suprimento de energia para constituinte α.

ε porosidade: equação (1.3)

η entropia por unidade de massa da mistura: $\eta = (1/\rho)\left[\sum_{\alpha=1}^{\nu} \varepsilon \rho_\alpha s_\alpha \eta_\alpha + (1-\varepsilon)\rho_\alpha \eta_s\right]$

η_α entropia pou unidade de massa do constituinte α.

θ umidade: $\theta = \varepsilon s$.

θ temperatura: $\theta > 0$

Λ invariantes escalares $i = 1,2,3,$: equaçao (5.27)

μ_1 viscosidade da água

ν nº de constituinte fluido na mistura

ρ densidade da mistura: $\rho = \varepsilon\rho_F + (1-\varepsilon)\rho_s$

ρ_α densidade do constituinte α

$\bar{\rho}_\alpha$ e ρ^*_α densidade parcial do constituinte α

$\underset{\sim}{\phi}$ fluxo específico de entropia: equação 3.12

ϕ_m potencial matricial

ν_α energia livre de Helmhotz

Símbolos para Operadores

∇ gradientes com respeito às coordenadas espaciais x.

grad gradiente com respeito às coordenadas materiais $\underset{\sim}{X}_\alpha$

$(\overset{\circ}{\theta})$ derivada temporal para o observador que acompanha a mistura:

$$(\overset{\circ}{\theta}) = \frac{\partial}{\partial t}(\theta) + \{\nabla(\theta)\}\underset{\sim}{v}$$

$(\grave{\theta})$ derivadas temporal para o observador que acompanha o constituinte α:

$$(\grave{\theta})_\alpha = \frac{\partial}{\partial t}(\theta)_\alpha + \{\nabla(\theta)_\alpha\}\underset{\sim}{v}_\alpha$$

T_α tensor das tensões no constituinte α

$\underset{\sim}{T}_F$ tensor das tensões no fluido $\underset{\sim}{T}_F = \sum_{\alpha=1}^{\nu} (\underset{\sim}{T}_\alpha - s_\alpha \varepsilon \rho_\alpha \underset{\sim}{u}_\alpha \otimes \underset{\sim}{u}_\alpha)$

$\underset{\sim}{v}_\alpha$ velocidade do constituinte α: $\underset{\sim}{v}_\alpha = \dfrac{\partial \underset{\sim}{X}_\alpha}{\partial t}(\underset{\sim}{X}_\alpha, t)$

10. LISTA DE TABELAS

$\Theta(cm^3 . cm^{-3})$	$\overset{*}{\lambda}(\Theta)(cm.mi^{-1/2})$	$\overset{*}{\lambda}(\Theta)(cm.mi^{-1/2})$	σ(%)
0.10	2.45	2.44	0.5%
0.12	2.43	2.42	0.5%
0.14	2.40	2.40	-
0.10	2.35	2.33	0.8%
0.22	2.31	2.31	-
0.24	2.27	2.24	1.3%
0.26	2.19	2.16	1.3%
0.28	2.05	2.07	1.0%
0.30	1.88	1.91	1.6%
0.32	1.65	1.68	0.8%
0.34	0.90	1.04	14.5%

Tabela 1: Experimento 1. Dados de Θ λ(Θ) e respectivos desvios

$$\sigma\% = \left| \frac{\overset{*}{\lambda}(\Theta) - \overset{*}{\lambda}(\Theta)}{\overset{*}{\lambda}(\Theta)} \right| \cdot 100$$

$\overset{*}{\lambda}(\Theta)$ 1a. medida

$\overset{*}{\lambda}(\Theta)$ 2a. medida

$\Theta(cm^3 cm^{-3})$	$\overset{*}{\lambda}(\Theta)$ $(cm^3 . cm^{-3})$	$\overset{*}{\bar{\lambda}}(\Theta)$ $(cm^3 . cm^{-3})$	$\delta(\%)$
0.20	4.04	3.96	2%
0.21	3.98	3.91	1.8%
0.22	3.93	3.83	2.7%
0.23	3.86	3.78	2.1%
0.24	3.76	3.69	2%
0.25	3.69	3.58	3%
0.26	3.53	3.46	2%
0.27	3.16	3.36	6%
0.28	3.07	3.12	1.6%
0.29	2.85	2.96	3.7%
0.30	2.52	2.74	8,0%
0.31	2.25	2.44	7.7%
0.32	1.99	2.09	4.8%
0.33	1.49	1.79	16,7%
0.34	1.07	1.29	17%

Tabela 2: Experimento 2. Dados de Θ e $\lambda(\Theta)$ e respectivos desvios

$\lambda^*(\Theta)$ 1a. medida

$\bar{\lambda}^*(\Theta)$ 2a. medida

$$\delta\% = \left| \frac{\lambda^*(\Theta) - \bar{\lambda}^*(\Theta)}{\bar{\lambda}^*(\Theta)} \right| . 100$$

$\Theta(cm^3.cm^{-3})$	$D^*(\Theta)$ $(cm^2.mi^{-1})$ Solo inicialmente seco	$D(\Theta)$ $(cm^2.mi^{-1})$ Solo inicialmente úmido	$\delta(\%)$
0.10	0.056	-	-
0.15	0.153	-	-
0.20	0.349	-	-
0.25	1,020	1,038	1,7%
0.30	2.760	3,120	13,%
0.33	7.340	7.790	6,%

Tabela 3: Difusividade para solo inicialmente seco e inicialmente úmido

$$\delta\% = \left|\frac{D^*(\Theta) - D(\Theta)}{D^*(\Theta)}\right| . 100$$

$\Theta(cm^3.cm^{-3})$	$D^*(\Theta)$ $(cm^2.mi^{-1})$ Solo inicialmente seco	$D(\Theta)$ $(cm^2.mi^{-1})$ Solo inicialmente úmido	$\delta(\%)$
0.10	0.057	-	-
0.15	0.130	-	-
0.20	0.309	-	-
0.25	0.910	0.97	6.6%
0.30	2.640	2.84	7,6%
0.33	6.372	7.10	11.4%

Tabela 4: Difusividade para solo inicialmente seco e inicialmente úmido para a 2a. medida.

$$\delta\% = \left|\frac{D^*(\Theta) - D(\Theta)}{D^*(\Theta)}\right| . 100$$

	D_o	β
Solo inicialmente seco (1a.medida)	$1,3 \times 10^{-2}$	6.4
Solo inicialmente úmido (1a. medida)	$2,7 \times 10^{-1}$	3.72
Solo inicialmente seco (2a. medida)	$1,5 \times 10^{-2}$	6.0
Solo inicialmente úmido (2a. medida)	$2,3 \times 10^{-1}$	

Tabela 5: Valores de D_o e β para as amostras submetidas à estudo.

$\lambda(\Theta)$ $(cm.mi^{-1/2})$	$\Theta(cm^3.cm^{-3})$
0.90	0.33
1.65	0.30
1.88	0.27
2.05	0.25
2.19	0.25
2.27	0.17

Tabela 6: Dados para levantamento para o perfil teórico. Solo inicialmente seco. 1a. medida.

$\lambda(\Theta)$ (cm.mi$^{-1/2}$)	Θ(cm^3.cm^{-3})
1.07	0.33
1.49	0.33
1.99	0.30
2.25	0.29
2.52	0.28
2.85	0.23
3.07	0.23

Tabela 7: Dados para o levantamento para o perfil teórico. Solo inicialmente úmido. 1a. medida.

$\Theta(cm^3 . cm^{-3})$	$\lambda_T (cm.mi^{-1/2})$	$\lambda_E(\Theta)$ $(cm.mi^{-1/2})$	$\delta(\%)$
0.20	2.95	4.0	26%
0.25	2.75	3.55	22%
0.30	2.00	2.93	31%

Tabela 8: Valores de $\lambda_T(\Theta)$ teórico e $\lambda_e(\Theta)$ experimental para solos inicialmente úmidos e respectivos desvios (la. medida)

$$\delta\% = \left| \frac{\lambda_E - \lambda_T}{\lambda_E} \right| . 100$$

$\Theta(cm^3.cm^{-3})$	$\lambda_T(\Theta)$ $(cm.mi^{-1/2})$	$\lambda_\varepsilon(\Theta)$ $(cm.mi^{-1/2})$	$\delta(\%)$
0.20	3.0	4.0	25%
0.25	2.75	3.50	21%
0.30	2.12	2.87	26%

Tabela 9: Valores de $\lambda_T(\Theta)$ experimental para solos inicialmente úmidos e respectivos desvios (2a. medida)

$$\delta\% = \left|\frac{\lambda_E - \lambda_T}{\lambda_E}\right| . 100$$

11. BIBLIOGRAFIA

ARUJA, L.R. e D. SWARTZENDRUBER, 1972. An improved form of soil-water diffusivity function. Soil. Sci. Soc. Amer. Proc. 36: 9-14.

BEAR, J. 1972. Dynamics of Fluids in Porous Media. American Elsevier Publ. Co. Inc. N.Y.

BOWEN, R.M., 1976. Continuous Physics (editor ERINGEN, A.C.) Vol. III, Academic Press, N.Y.

BRUCE, R.R. e A. KLUTE. 1956. Measurement of soil moisture diffusivity. Soil. Sci. Amer. Proc. 20: 458-462.

DAVIDSON, J.M.; D.R. NIELSEN, and J.W. BIGGAR. 1963. The measurement and description of water flow throught Columbia Silt Loam and Hesperia Sandy Loam. Hilgardia 34: 601-617.

DOMINGOS, R.N.; J.J. FREIRE; S. TOBINAGA e G. COUTINHO JUNIOR. (1977). Determinação da penetrabilidade em função da temperatura. V Encontro Sobre Escoamento em Meios Porosos COPPE/U.F.R.J.

FERRAZ, E.S.B. (1974). Determinação simultânea da densidade e umidade de solos por atenuação de raios gama do ^{137}Cs e ^{241}Am. Piracicaba, ESALQ/USP (120 p) tese de Livre Docência.

GARDNER, W.R. 1970. Field Measurement of soil water diffusivity. Soil Sci. Am. Proc.

GUBULIN, J.C. (1977). Escoamento bifásico em Meios Porosos. COPPE/U.F.R.J. Tese de Mestrado 156 pg.

JACKSON, R.D. (1963a). Porosity and soil-water diffusivity Relations. Soil. Sci. Am. Proc. 27: 123-126.

JACKSON, R.D. (1963b). Temperature and soil-water diffusivity Relations. Soil. Sci. Am. Proc. 27: 363-366.

KLUTE, A. (1962). Some teorical aspects of flow of water in unsaturated soils. Soil. Sci. Amer. Proc. 16: 144-147.

KLUTE, A. (1965). Laboratory measurement of hydraulic conductivity of saturated soil. In methods of soil analysis pp. 253-261 Amer. Soc. Agro. Monograph 9.

LIBARDI, P.L. e K. REICHARDT. 1974. Efeito da Compactação na infiltração da água no solo. II Encontro sobre Escoamento em Meios Porosos. F.F.C.L.R.C. 2: 141-145

PARLANGE, J.Y. (1971a). Theory of water-movement in soil: I. One dimensional infiltration. Soil. Sci. 111: 134-137.

PARLANGE, J.Y. (1971b). Theory of water-movement in soil: II. One dimensional infiltration. Soil Sci. 111: 170-174.

PARLANGE, J.Y. (1975b). On solving the flow equation in unsaturated soil by by opmization: horizontal infiltration. Soil Sci. Am. Proc. 39: 415-417.

PHILIP, J.R. 1955. Numerical solution of equations of the diffusion type with diffusivity concentration dependent. Transactions of the Faraday Soc. Nº 391, Vol. 51, Part 7. 885-892.

PHILIP, J.R. 1957. Numerical solution of equations of the diffusion type with diffusivity concentration dependent. II. Aust. S. of Physics 10 - 29-42.

REICHARDT, K.; D.R. NIELSEN and J.W. BIGGAR (1972). Scaling of horizontal infiltration into homogeneous soils. Soil Sci. Am. Proc. 36 - 241-245.

REICHARDT, K. e P.L. LIBARDI (1973). A new equation for the estimation of soil-water diffusivity. FAO/IAEA Symposium on Isotopes and Radiation Techniques in Studies of soil Physics and Drainage in Relation to Crop Production. Viena, Austria.

TOBINAGA, S. 1972. Formulação Variacional do Escoamento da água em Meios Porosos não Saturados. E.E.SC/USP Tese de Mestrado.

TOBINAGA, S.; S.T. FREIRE (1976). Escoamento Polifásico I: Equações de Balanço. IV Encontro sobre Escoamento em Meios Porosos. UNESP. Campus de Jaboticabal S.P.

TOBINAGA, S.; J.T. FREIRE (1977). Escoamento Polifásico II: A Lei de *DARCY-BUCKINGAM*. V Encontro sobre Escoamento em Meios Porosos. COPPE/U.F.R.J.

TRUESDELL, C. EWNOLL . Hanbbuch der Physik. Band III/3, Springer, N.Y. 1965.

FIGURAS

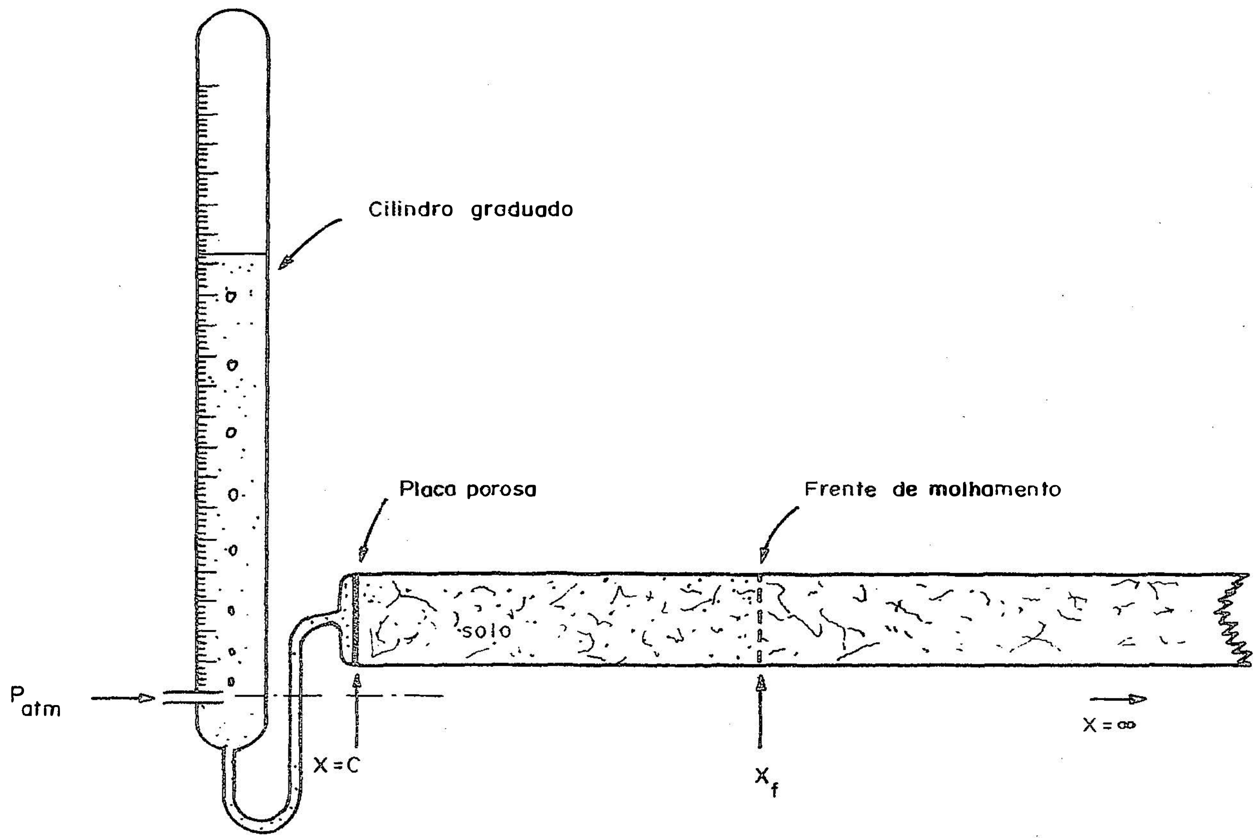


FIG. 1 Sistema utilizado na infiltração

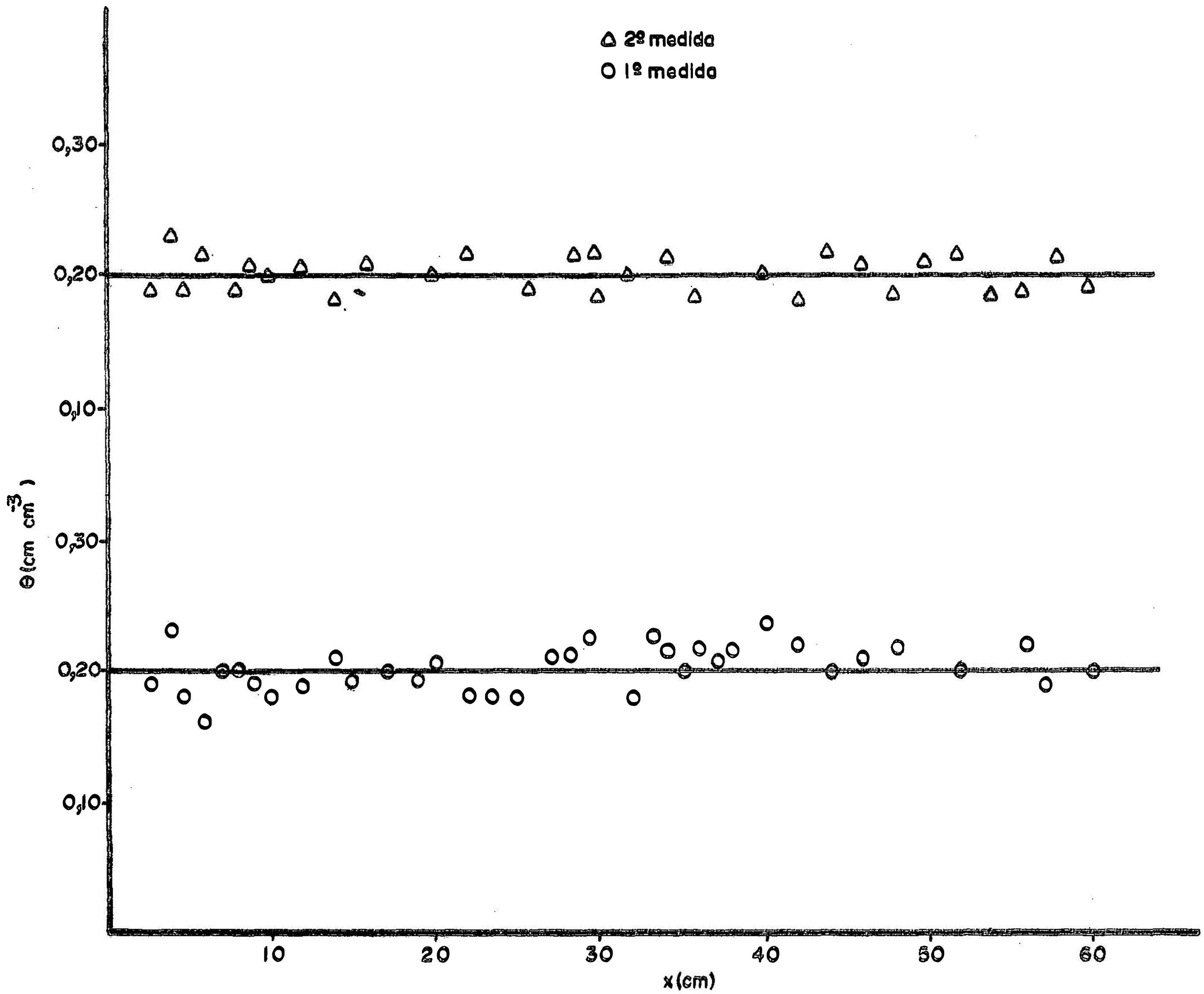


FIG. 2. Umidade em função da distância após a redistribuição

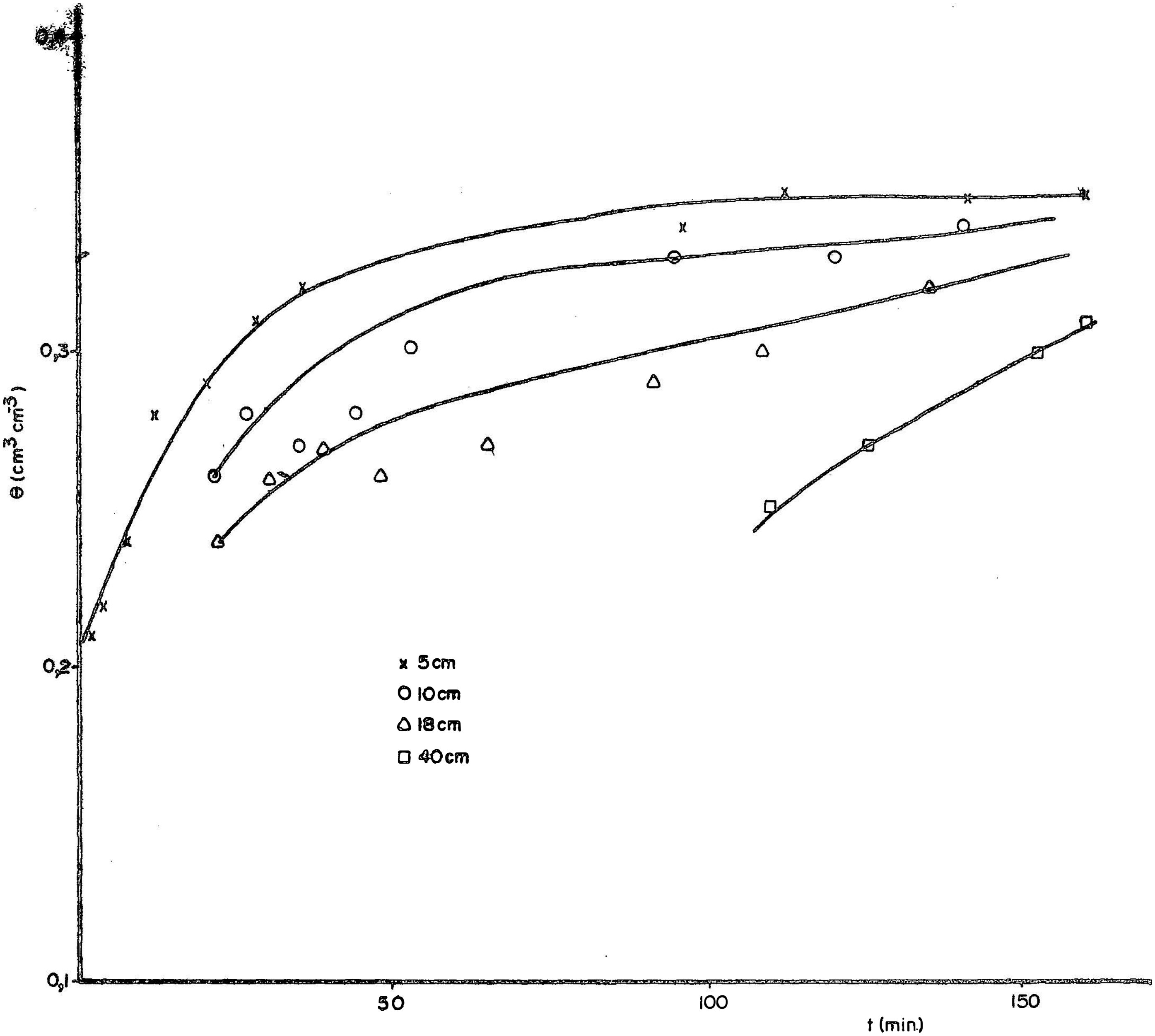


FIG 3.a. Umidade em função do tempo - 1a. medida

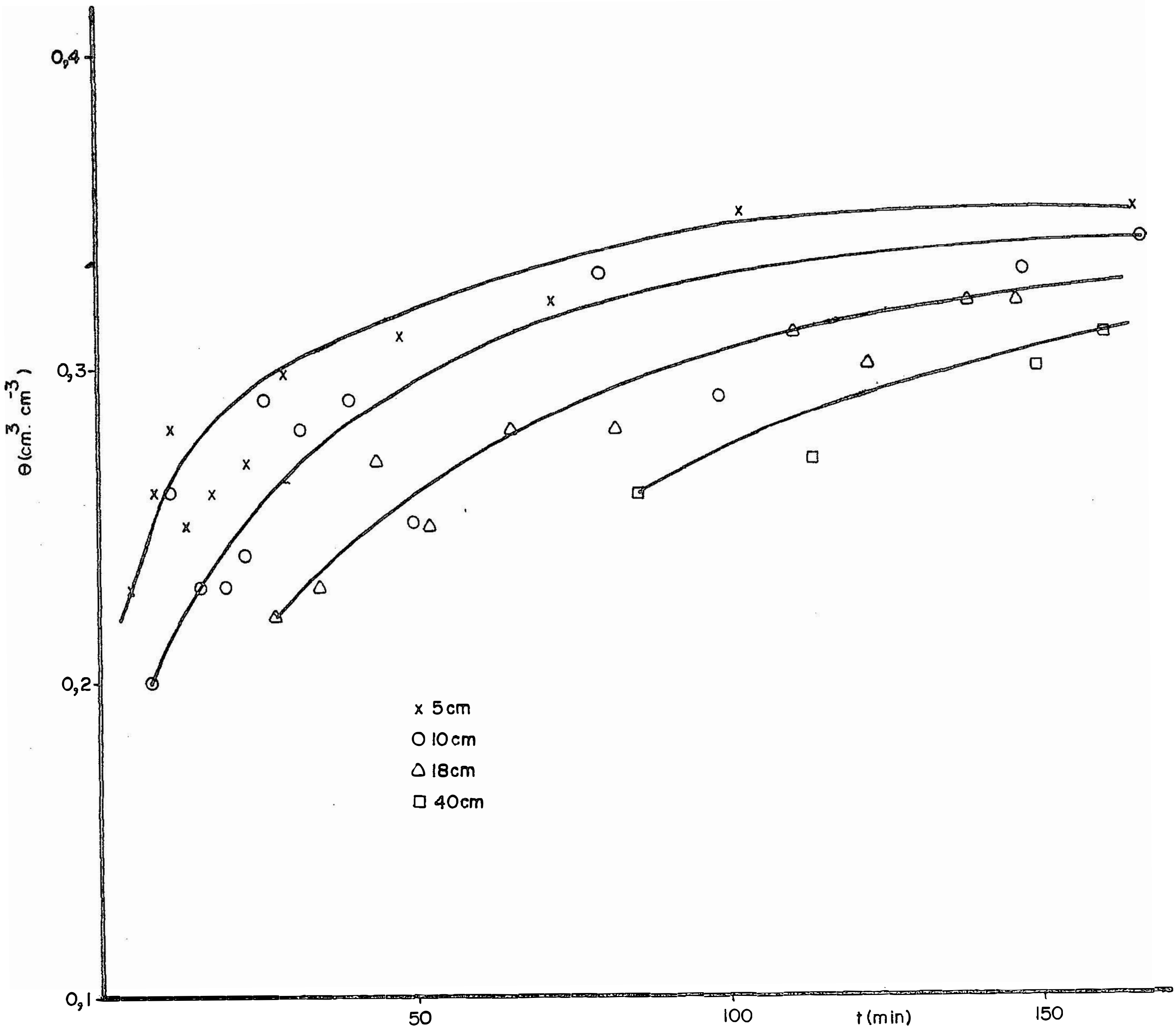


FIG. 3.b. Umidade em função do tempo - 2a. medida

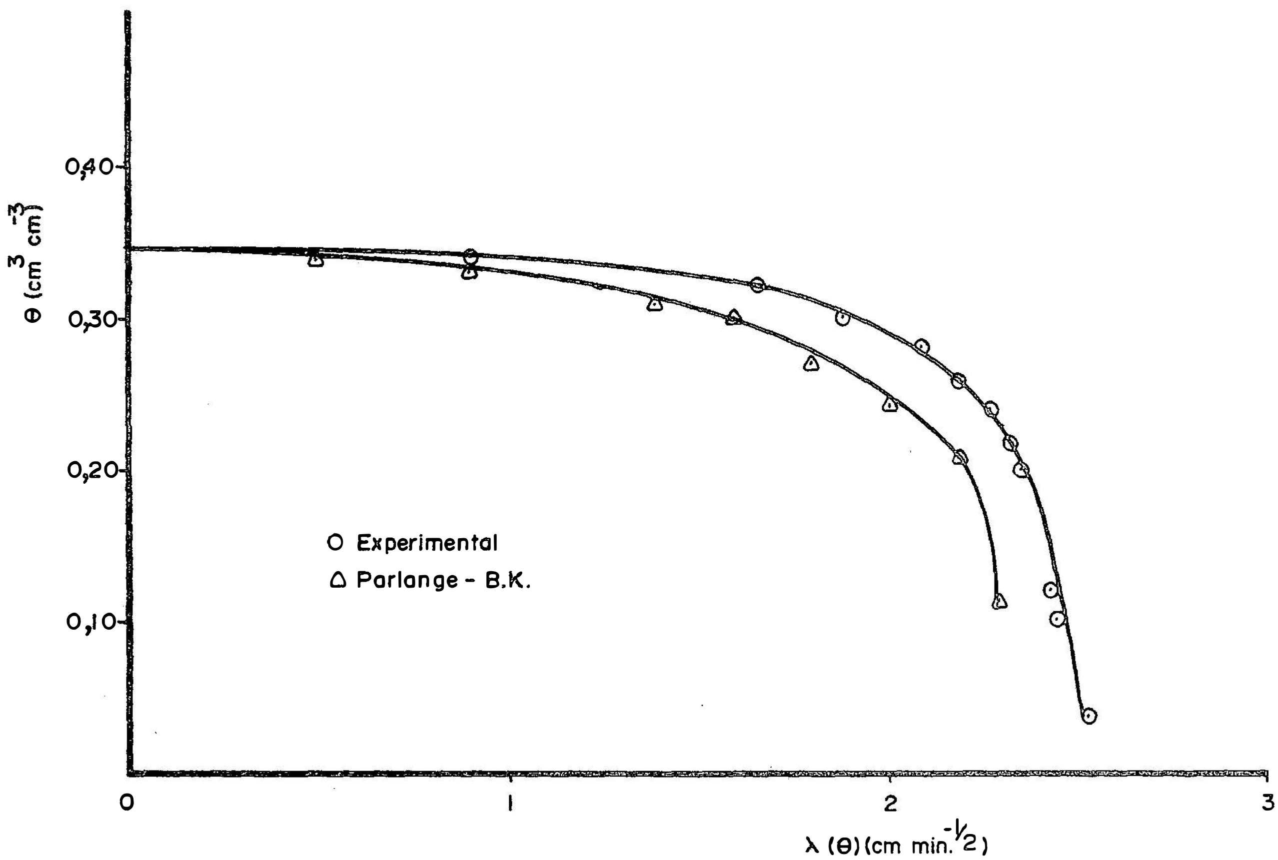


FIG. 4. Perfis de Umidade para o Experimento I (1a. medida)

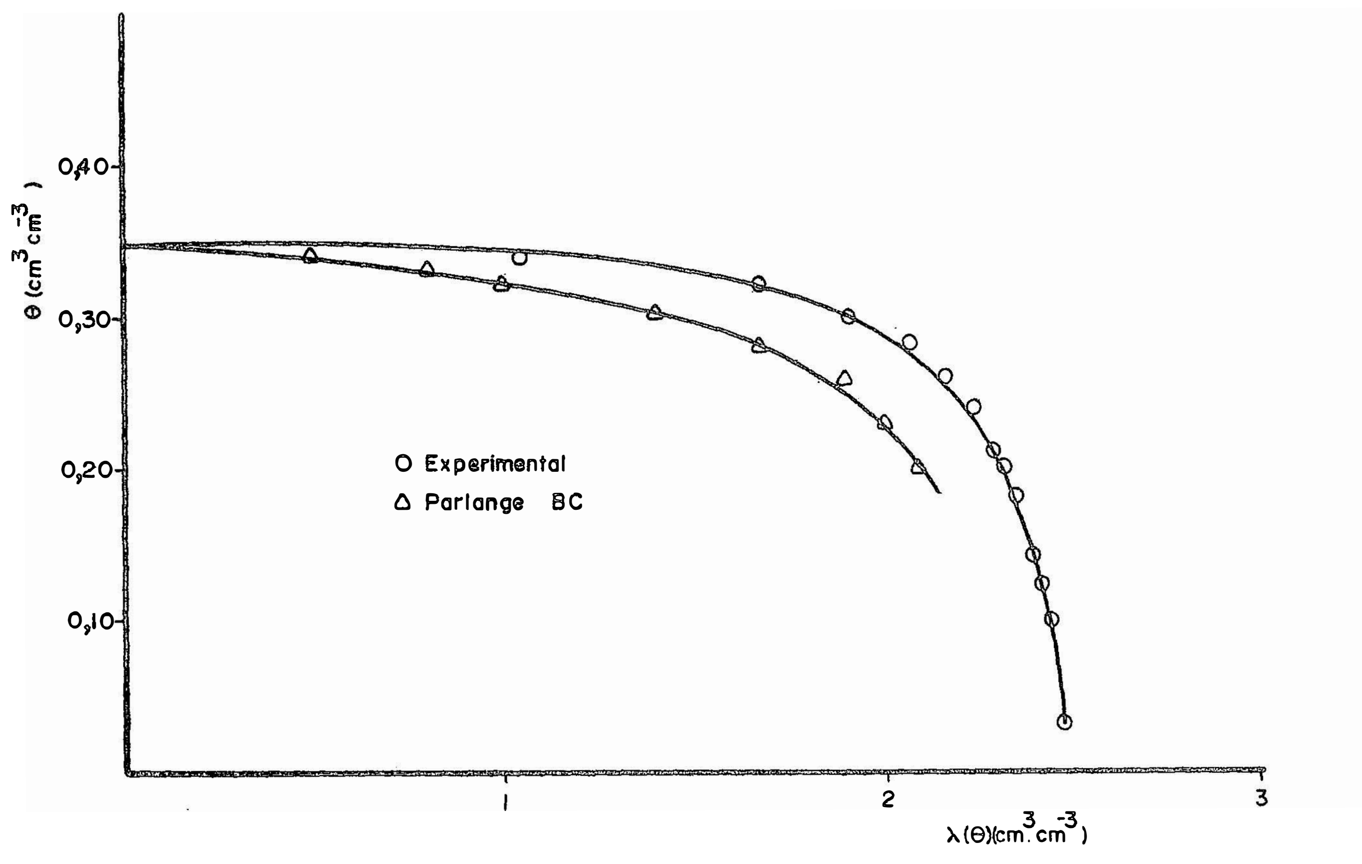


FIG. 5. Perfis de Umidade para o Experimento I (2a. medida)

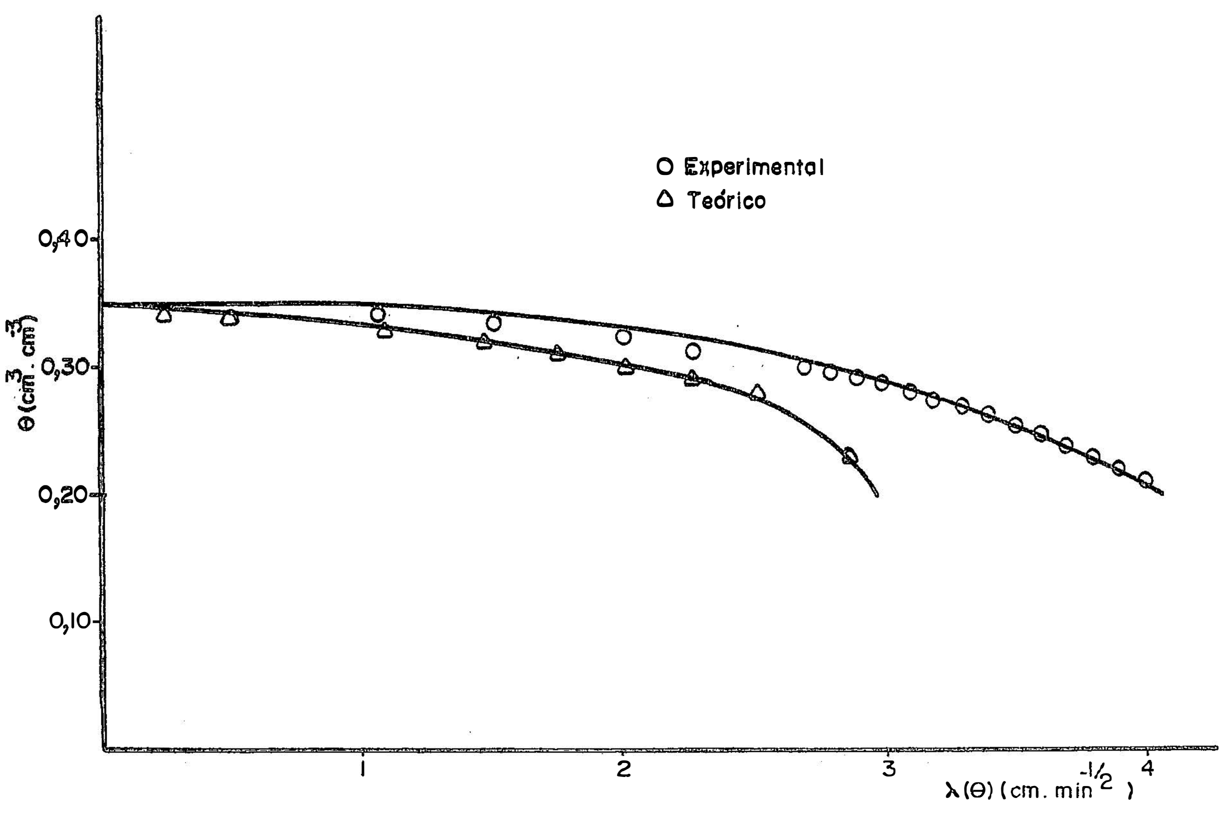


FIG. 6. Perfis de Umidade para o Experimento II (1a. medida)

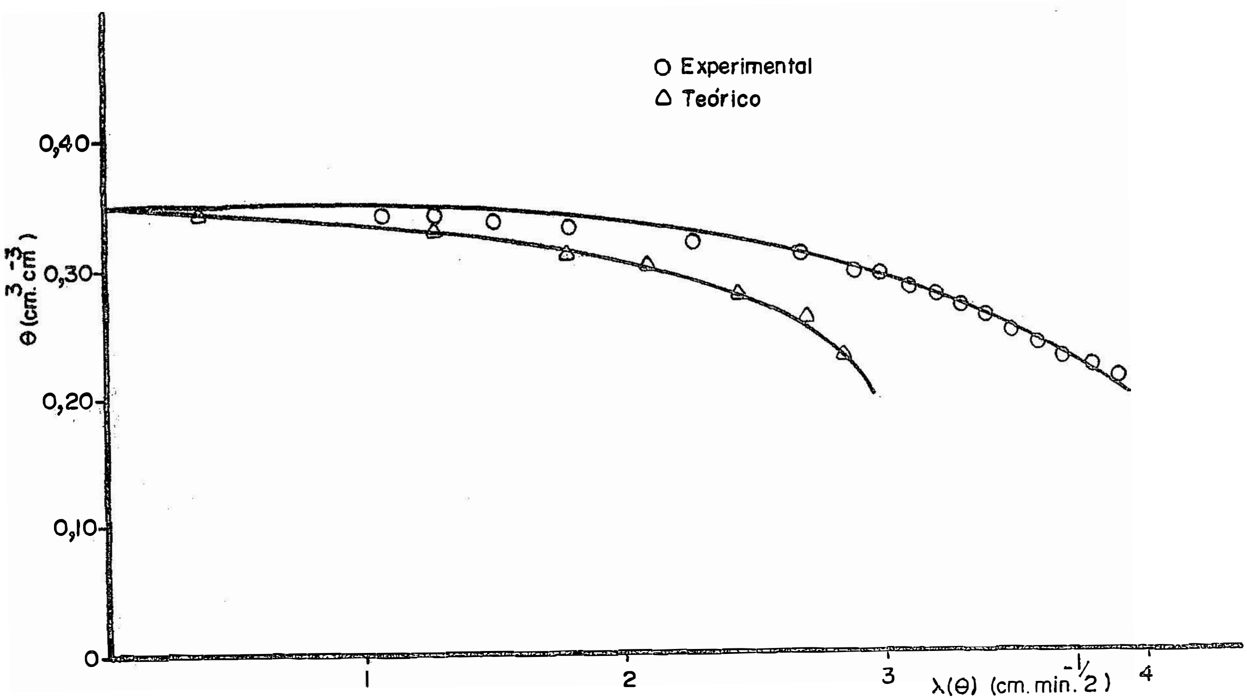


FIG. 7. Perfis de Umidade para o Experimento II (2a. medida)