

MODELOS DE DECISÃO NA ANÁLISE ECONÔMICA DE EXPERIMENTOS AGRÍCOLAS

JOSÉ ARLINDO DE CAMARGO PACHECO

Orientador : CICELY M. AMARAL

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Economia Agrária.

PIRACICABA
Estado de São Paulo - Brasil
Julho - 1985

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Cicely Moitinho Amaral, pela orien
tação segura.

Ao Prof. Dr. Evaristo Marzabal Neves, pela ô-
rientação inicial.

Aos Professores Dr. Geraldo S.C. Barros e José
Ferreira Noronha, pela cuidadosa leitura dos originais.

Ao Dr. Elmar Rodrigues da Cruz, pela colabora-
ção na fase inicial deste trabalho.

Ao Dr. Celso Roberto Crôcomo, pela colaboração
no processamento dos dados em computador.

Ao Dr. Osmar Muzilli do IAPAR, pela cessão dos
resultados experimentais.

À Eng^ª Agr^ª Maria Eugênia B.C. Pacheco, pela co
laboração nas análises estatísticas.

Aos colegas do Centro Nacional de Pesquisa de
Gado de Corte, EMBRAPA, pelo estímulo.

Aos colegas do Curso de Economia Agrária pela valiosa convivência.

Aos amigos de Piracicaba.

À EMBRAPA, pela oportunidade de realização do curso.

À CAPES, pela bolsa de estudos concedida.

À Srª Márcia M.B. Correia, pela datilografia.

ÍNDICE

	Página
LISTA DE TABELAS	vi
LISTA DE FIGURAS	vii
RESUMO	viii
SUMMARY	xii
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Importância do Problema	1
1.2. Objetivos	3
1.3. As Pressuposições	3
1.4. Organização do Trabalho	3
2. INCERTEZA, UTILIDADE E DECISÃO	5
3. OS CRITÉRIOS DE DECISÃO	24
3.1. Análise Média-Variância	24
3.2. Dominância Estocástica	36
3.3. Dominância Estocástica com Respeito a uma Fun- ção	46
4. ANÁLISE DE RISCO EM EXPERIMENTAÇÃO AGROPECUÁRIA	52
4.1. Antecedentes	53
4.1.1. A Análise tradicional	53
4.1.2. O comportamento do produtor rural	55
4.1.3. A análise envolvendo risco	58
4.2. Metodologia Proposta	62
4.2.1. Material	62
4.2.2. Métodos	63

4.2.2.1. A interpretação dos resultados experimentais	63
4.2.2.2. A geração das distribuições de probabilidade	68
4.2.2.3. Seleção pela Análise E-V	72
4.2.2.4. Seleção pela Dominância Estocástica	73
4.2.2.5. Seleção pela Dominância com Respeito a uma Função	74
5. RESULTADOS, DISCUSSÃO E CONCLUSÕES	77
5.1. Resultados	77
5.1.1. Análise E-V	77
5.1.2. Dominância Estocástica	78
5.1.3. Dominância Estocástica com Respeito a uma Função	82
5.2. Discussão	85
5.3. Conclusões	92
6. LITERATURA CITADA	95
APÊNDICES	100
1. Estimativa de Custo e Exigência Física de Fatores. Produção da Cultura do Milho com Produtividade Acima de 3501 kg/ha. Estado do Paraná, Safra 83/84	101
2. Média, Desvio-Padrão e Assimetria das Distribuições de Probabilidade do Lucro, Associados aos Diferentes Níveis de Utilização de Nitrogênio	102

3. Critérios de Seleção pelo Primeiro e Segundo Grau de Dominância Estocástica (ANDERSON, 1974).....	103
4. A Função Utilidade Exponencial Negativa.....	106
5. A Função Quadrática de Utilidade e a Análise E - V	109

LISTA DE TABELAS

Tabela nº		Página
1	Análise de Variância para a Cultura do Milho para as Três Safras Consideradas	64
2	Análise de Variância para a Cultura do Milho, Safra 1976/77	66
3	Análise de Variância para a Cultura do Milho, Safra 1977/78	66
4	Análise de Variância para a Cultura do Milho, Safra 1978/79	67
5	Seleção pela Análise E-V	80
6	Seleção pela Dominância Estocástica	81
7	Seleção pela Dominância Estocástica com Respeito a uma Função, para Propensos ao Risco	83
8	Seleção pela Dominância Estocástica com Respeito a uma Função, para Avessos ao Risco	84

LISTA DE FIGURAS

Figura nº		Página
1	Representação do Problema de Decisão em um Es- tágio	8
2	Representação da Função Utilidade Obtida pelo Método ELCE	19
3	Função de Utilidade de Indivíduos Aversos (1), Neutros (2) e Propensos ao Risco (3)	21
4	Prêmios de Risco para os Diferentes Tipos de Comportamento	22
5	Mapa de Indiferença de Indivíduos Aversos ao Risco	31
6	Relação entre o Mapa de Indiferença e Possí- veis Alternativas	31
7	Distribuições Cumulativas de Probabilidade ...	40
8	Dominância pelo Primeiro Grau de Dominância Es- tocástica	42
9	Dominância pelo Segundo Grau de Dominância Es- tocástica	44
10	Resposta do Milho ao Nitrogênio	65
11	Relação Média x Desvio-Padrão para os Diferen- tes Níveis de Nitrogênio (kg/ha)	79
12	Função de Utilidade Exponencial Negativa	109
13	Propriedades das Funções Utilidades Exponen- ciais Negativas	111

RESUMO

A produção agropecuária apresenta-se em todas suas etapas, do plantio à comercialização da colheita, como atividade especialmente sujeita a riscos, sejam eles derivados de fatores de ambiente ou de mercado. Esta característica faz com que não se possa considerar o produtor rural como um indivíduo voltado exclusivamente para a maximização de lucros dado o nível de risco com que ele se defronta.

Ocorre porém, que grande parte das informações técnicas geradas por órgãos de pesquisa agropecuária, deixa de considerar a influência dos riscos da produção quando da avaliação de novas tecnologias. Resulta daí um hiato entre as informações geradas e aquelas que são demandadas pelos agricultores, estes sim efetivamente influenciados em seu processo de decisão, pelo risco associado às suas ações.

Neste trabalho propõem-se três métodos alternativos de avaliação de experimentos agropecuários, que ao incor

porarem o risco envolvido na produção como parâmetro importante para a decisão do produtor rural, podem enriquecer o conteúdo informativo das recomendações técnicas, aproximando-as daquelas realmente buscadas.

Os métodos propostos, que são critérios que podem pautar o processo de decisão sob risco, correspondem à Análise Média-Variância, Dominância Estocástica e Dominância Estocástica com Respeito a uma Função, e se desenvolvem através da comparação das distribuições de probabilidade associadas às diferentes técnicas avaliadas.

A geração das distribuições de probabilidade é feita através da inclusão de variáveis de clima em uma função de produção, que relaciona níveis de nitrogênio à produção de milho, seguida da simulação de 1000 anos hipotéticos de experimentação.

Algumas das conclusões seguem:

1. Os critérios Análise Média-Variância e Dominância Estocástica, mesmo partindo de pressupostos distintos, conduzem a idênticos resultados, caracterizando-se pelo reduzido poder de seleção de alternativas;
2. As alternativas selecionadas por estes dois critérios, como igualmente eficientes são bastante distintas entre si, dificultando uma recomendação definitiva a agricultores;
3. Apenas com maior rigor nas pressuposições em torno da função utilidade do indivíduo, através da Dominância

Estocástica com Respeito a uma Função, e que se consegue maior poder de discriminação de alternativas, selecionando apenas uma para cada um dos grupos de produtores, avessos e propensos ao risco.

De uma forma geral considera-se que a análise econômica de experimentos agropecuários, envolvendo risco, deve ser incorporada à rotina de avaliação em órgãos de pesquisa, como forma de tornar mais reais as informações geradas, contribuindo para o processo de adoção de novas práticas.

SUMMARY

Agricultural production, in all of its stages, from planting to marketing, is an activity typically subjected to environmental or market-related risks. This characteristic prevents the analyst from considering the agricultural producer merely as an individual devoted to profit maximization.

It frequently happens, however, that the technical information generated within the official agriculture research apparatus misconsidfers the production risks influence when analysing new technologies. As a result, a gap appears between the information generated and what is effectively demanded by the producers.

The proposition of this study encompasses three alternative methods of agricultural experimentation evaluation. These methods by embodying risk as an important parameter in the decision-making process, may contribute to the improvement of technical information quality level.

The methods here proposed, being helpfull

criteria in the decision making process under uncertainty, are the E-V Analysis, the Stochastic Dominance and the Stochastic Dominance with Respect to a Function. They are developed by the comparison of the probability distributions associated to the different techniques.

The probability distributions generation is achieved via the inclusion of climate variables into a production function that relates maize production to the nitrogen levels, followed by a thousand year simulation.

Some of the key conclusions of this study are the following:

1. E-V- Analysis and Stochastic Dominance even assuming distinct assumption sets, drive to identical results, characterized by a reduced discrimination power of the alternatives;

2. The alternatives selected under these two criteria, although, equally efficient preserve their individual differences and are not applicable to a definitive recommendation.

3. A stronger alternative discrimination power is only achieved when a more stringent assumption set is established around the decision-maker utility function, by means of the Stochastic Dominance with Respect to a Function.

It is generally considered that the economic analysis of agricultural experimentation involving risk, must be a mandatory part of the evaluation routine in the research

agencies, as a means to bring closer to reality the informational output, thus contributing to the process of improved practices adoption.

1. INTRODUÇÃO

1.1. Importância do Problema

O estágio final de grande parte dos ensaios experimentais conduzidos em instituições de pesquisa agropecuária, deve corresponder a uma cuidadosa avaliação econômica de seus resultados destinada a assegurar aos produtores rurais, destino final das informações, um importante parâmetro, fundamental ao processo de decisão quanto à adoção de novas práticas.

Para tanto é preciso que se reconheça que todas as etapas da produção agropecuária, do plantio à comercialização da colheita, são extremamente sujeitas a riscos derivados de variações de clima e de preços, incidência de pragas e doenças, bem como de outras fontes. Deste modo no dia-a-dia da produção, nem sempre as conseqüências das decisões assumidas correspondem àquelas previamente esperadas, fazendo com que o produtor rural passe a se mostrar sensível ao risco envolvido

na atividade, pautando suas decisões de forma a também atender a um requisito de segurança.

É necessário que as informações de pesquisa recebam um tratamento tal, que permita sua avaliação em condições de risco, sendo então verificada a estabilidade de seus resultados econômicos, à semelhança do que ocorreria quando levadas a campo. Com isso se permite ao produtor a seleção de práticas adequadas a seus objetivos tanto de lucro como de segurança na atividade.

Ocorre porém que as avaliações econômicas de dados experimentais tradicionalmente realizadas, parecem não reconhecer as diferentes fontes de risco presentes no ambiente agropecuário, uma vez que consideram que o processo de decisão do produtor rural é orientado apenas pela maximização de lucros, deixando de lado qualquer requisito de segurança.

É preciso que novas formas de avaliação econômica sejam utilizadas, e que se passe a incorporar a importância do nível de risco envolvido, para o processo de decisão, como forma de aumentar o conteúdo informativo das recomendações técnicas. Grande número de modelos teóricos de decisão sob risco estão presentes na literatura, e são potencialmente aplicáveis à avaliação econômica de experimentos agropecuários, e é isto que se busca verificar neste trabalho.

1.2. Objetivos

Discutir alguns dos fundamentos, avaliar a viabilidade da aplicação e comparar os resultados, de três modelos teóricos de decisão sob risco empregados na avaliação econômica de experimentos agropecuários.

Os modelos em questão se referem à Análise Média-Variância, Dominância Estocástica, e Dominância Estocástica com Respeito a uma Função, e se aplicam à determinação das doses de nitrogênio em milho (*Zea mays*) eficientes com respeito ao risco.

1.3. As Pressuposições

1.3.1. Fatores de ambiente e de mercado tornam incerta a produção agropecuária

1.3.2. O comportamento do produtor rural é influenciado pelo risco envolvido na atividade, sendo caracterizado pela maximização da utilidade esperada.

1.3.3. Diferentes indivíduos reagem de diferentes maneiras, quando submetidos as mesmas condições de risco.

1.4. Organização do Trabalho

O Capítulo 2 discute os fundamentos da teoria

da decisão aplicada a situações de risco. No Capítulo 3, são colocadas as características dos modelos de decisão que se procura comparar. O Capítulo 4 discute as formas usuais de análise de experimentos e descreve a proposta metodológica deste trabalho. O Capítulo final trata da discussão dos resultados, conclusões e sugestões para futuros trabalhos.

2. INCERTEZA, UTILIDADE E DECISÃO

No processo de tomada de decisão, o comportamento do indivíduo resulta da interação de suas preferências pessoais com o grau de informação de que dispõe a respeito das conseqüências das ações alternativas, objeto de sua escolha. São fundamentos da teoria da decisão tanto o estabelecimento de um quadro consistente de preferências, como de uma avaliação pessoal das conseqüências das diferentes ações.

No arcabouço da teoria econômica, a noção de preferência, seja ela por bens e serviços seja por atributos, acha-se ligada ao conceito mais amplo de utilidade, que permite o entendimento daquilo que se pretende seja o comportamento do indivíduo no processo de decisão.

De outro lado, o grau de informação se relaciona à possibilidade de se antecipar total ou parcialmente as conseqüências das decisões tomadas, mantendo-se portanto na dependência das características do ambiente que cerca o tomador

de decisão, sendo que distintos estados podem condicionar o grau de informação disponível, exercendo importante influência no processo de decisão.

Considera-se que o ambiente associado à certeza de resultados faz com que, de cada ação particular, derive invariavelmente a mesma consequência, tornando-a como é lógico, antecipadamente conhecida. A certeza de resultados, é pressuposto básico utilizado na teoria econômica ao estabelecer os postulados da racionalidade do indivíduo, que caracterizam a coerência em suas preferências.

Bem mais plausível parece ser a noção de que os processos de decisão se desenvolvem em condições de incerteza ou de risco, quando então de cada ação passa a derivar um conjunto de consequências possíveis. Considera-se que sob condições de risco, os eventuais resultados obedecem distribuição de probabilidade conhecida, ao passo que sob incerteza nada se conhece a respeito da forma de ocorrência dos resultados.

WINKLER (1972) destaca que sempre existe algum conhecimento prévio das consequências, já que se admite que invariavelmente sejam formuladas distribuições subjetivas de probabilidade. Existe portanto, sempre, um nível de informação prévio, mesmo quando influências exógenas ao tomador de decisão, retiram de seu direto controle os resultados das decisões tomadas, de forma que risco e incerteza podem ser assumidas como expressões de idêntica significação.

Fatores estocásticos presentes no ambiente fazem com que risco e incerteza se associem a situações onde cada ação só possa ser caracterizada pelas distribuições de probabilidade correspondentes, DILLON (1971).

Fica portanto eliminada a hipótese de se determinar com antecipação os resultados das decisões assumidas, como forma de bem explicar o comportamento do indivíduo em condições de incerteza, situação que se aplica com exatidão ao cenário em que se desenvolve a produção agropecuária, no qual variações de clima e preços, bem como a incidência de pragas e doenças, conferem natureza bastante aleatória à atividade.

Simplificadamente, a incerteza faz com que se obedeça ao chamado "problema de decisão em um estágio", onde após o processo efetivo de decisão ocorre um fenômeno estocástico afetando diretamente o resultado da ação. A Figura 1 representa tal situação.

Nesta figura, X_j ($j = 1 \dots n$) são as possíveis ações, N_k ($k = 1 \dots m$) os possíveis estados da natureza que ocorrem com probabilidade p_k e ainda x_{jk} são as conseqüências das decisões tomadas, resultantes da interação destas com os estados na natureza que se verifiquem.

Foi considerando que as conseqüências das ações se ligam a resultados incertos, que Daniel Bernoulli procurou pela primeira vez na história econômica caracterizar aquilo que seria o comportamento do indivíduo sob incerteza (SIMONSEN, 1966).

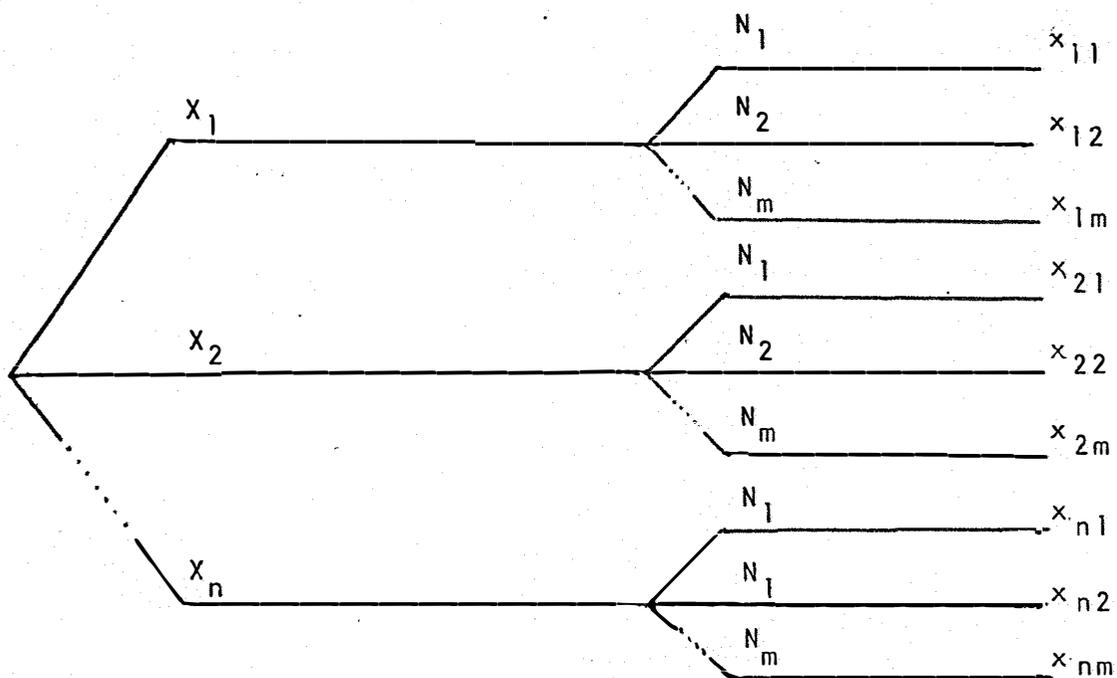


Figura 1. Representação do Problema de Decisão em um Estágio.

Sem lançar mão do conceito de utilidade, ele considerou que entre diferentes alternativas de conseqüências imprevistas, o tomador de decisão escolheria aquela de mais elevada "esperança moral", dada através da ponderação dos possíveis resultados pelas respectivas probabilidades de ocorrência; seria a esperança moral das ações, o instrumento que pautaria as decisões sob incerteza.

Desenvolvimentos posteriores, mantiveram-se apoiados na pressuposição de que as intensidades de satisfação associadas aos diferentes estados ou situações pudessem ser diretamente quantificáveis. A idéia de esperança moral passava a ser substituída pela idéia de utilidade esperada, com o indivíduo se comportando de modo a maximizar a utilidade esperada, média das utilidades dos possíveis resultados, ponderada pe-

las probabilidades de ocorrência destes.

Estava presente a noção de que o tomador de decisão fosse capaz não apenas de ordenar suas preferências, como também de estabelecer as diferenças entre os níveis de utilidade ou satisfação, admitindo que estes fossem de natureza cardinal.

A congruência entre função de preferência e noção de probabilidade, como condicionantes do processo de decisão sob incerteza, é constatada em economistas clássicos como Jevons citado por ELLSBERG (1954, p.539), ao afirmar que,

"na seleção de ações que dependam de situações futuras, é preciso multiplicar a quantidade de satisfação associada a cada uma delas pela fração correspondente à sua probabilidade."

É a função utilidade esperada governando as decisões sob incerteza, já que preferências, expressas cardinalmente, e distribuições subjetivas de probabilidade permitiam determiná-la.

Sejam X_j ($j = 1, \dots, n$) as ações colocadas à escolha do indivíduo, onde cada uma delas apresenta x_{jk} ($k = 1, \dots, m$) resultados possíveis associados às probabilidades p_{jk} . O processo de decisão consistiria em encontrar a ação cuja utilidade esperada fosse máxima. Dever-se-ia encontrar a j -ésima alternativa que maximizasse

$$\bar{U}(X_j) = \sum_{k=1}^m U(x_{jk}) \cdot p_{jk}, \quad (1)$$

onde $U(x_{jk})$ é a utilidade associada ao resultado x_{jk} .

Ocorre porém que a evolução da teoria econômica viria retirar ênfase da idéia de utilidade cardinal, questionando grande parte do que havia sido desenvolvido até então em termos do entendimento do processo de decisão sob incerteza. O que era proposto na teoria ordinal de utilidade fazia com que seus índices não fossem ligados ao nível absoluto de satisfação, tornando pouco razoável a idéia de utilidade esperada como parâmetro de decisão.

Em HICKS (1968, p.17) tais idéias estão resumidas assim,

"ele (o mapa de indiferença) permite apenas que se estabeleça a preferência entre duas cestas de bens, ... nada revelando, ao contrário da superfície de utilidade, em quanto uma delas é preferida em relação a outra."

No momento em que a função utilidade do indivíduo assegura apenas a ordenação e a transitividade das preferências, sua aplicação passa a se restringir apenas ao entendimento do processo de escolha sob absoluta certeza de resultados, o que se explica uma vez que se os resultados das ações são conhecidos com certeza e antecipação, a simples ordenação

das preferências permite que se estabeleça a decisão que maximiza a utilidade.

A incoerência entre a teoria ordinal de utilidade e a questão da escolha envolvendo risco é reconhecida por diversos autores, FRIEDMAN e SAVAGE (1948), HENDERSON e QUANDT (1958) e é sintetizada por BAUMOL (1958, p.668),

"... porém, quando cada ação se caracteriza pela distribuição de probabilidades de seus resultados, o estabelecimento da escolha exige algo mais que a simples ordenação das preferências."

Se, de um lado, a idéia de medida ordinal de utilidade era algo mais próximo do razoável, de outro, deixava com reduzida sustentação teórica a questão da decisão sob incerteza, característica fundamental da realidade que cerca o indivíduo, hiato que só viria ser reduzido anos a frente com VON NEUMAN e MORGENSTERN (1953) e sua teoria cardinal moderna de utilidade, formulada de modo a permitir o entendimento do processo de decisão sob incerteza.

A despeito da nomenclatura utilizada, não ocorre a retomada da hipótese clássica de medida cardinal de utilidade, já que o índice sugerido apresenta natureza exclusivamente operacional. De acordo com o texto original de VON NEUMAN e MORGENSTERN (1953, p.17),

"... podemos prosseguir um passo além das negações, que são apenas cuidados con-

tra prematuras assertivas da impossibilidade de mensuração da utilidade. Pode ser visto que sob as condições nas quais a análise baseada em curvas de indiferença se apóia, muito pouco esforço extra é requerido para que se alcance a atribuição de índices numéricos de utilidade."

A conceituação de utilidade, proposta por VON NEUMAN e MORGENSTERN, é o vértice de todas as teorias posteriores que buscam a compreensão do processo de decisão sob incerteza, correspondendo à forma encontrada para permitir que a noção de utilidade, fundamento da teoria econômica, tivesse sua aplicação estendida ao entendimento do comportamento do indivíduo em condições de incerteza.

A idéia de esperança moral, de Bernoulli, passa a ser retomada ao se considerar que o tomador de decisão age como se pautasse seu comportamento na maximização da utilidade esperada, utilidade entendida como proposto por VON NEUMAN e MORGENSTERN.

Ficam estabelecidas algumas condições básicas em torno do comportamento do indivíduo sob incerteza, que uma vez atendidas garantem a existência de uma função utilidade que governa as preferências em tais situações.

Seguiu-se extensa polêmica em torno da coerên-

cia das idéias lançadas por VON NEUMAN e MORGENSTERN, com destaque para os trabalhos de ALCHIAN (1953), STROTZ (1953) e OZGA (1956). A questão levantada dizia respeito à natureza dos índices de utilidade propostos, concluindo-se que não havia ligação direta entre estes e as sensações de satisfação associadas aos diferentes eventos uma vez que tais índices apresentam origem e escala de medida tomadas de maneira totalmente arbitrária ficando anulada qualquer possibilidade de comparações interpessoais de níveis de satisfação.

A base teórica da proposição de VON NEUMAN e MORGENSTERN pressupõe que em situações de incerteza de resultados, o indivíduo apresenta invariavelmente, um comportamento coerente com um conjunto de axiomas que, uma vez respeitados, asseguram a consistência do quadro de preferências pessoais. Considere-se A, B e C como sendo as ações alternativas, de resultados incertos, sujeitas ao processo de seleção do indivíduo, os seguintes axiomas se apresentam:

Axioma da Ordenação: Frente as alternativas o tomador de decisão estabelece a preferência ou indiferença entre elas, sendo que tais relações são transitivas.

Axioma da Continuidade: Dado que A seja preferida a B, e esta por sua vez o seja a C existirá então a probabilidade p , por definição $0 \leq p \leq 1$, tal que ocorra indiferença entre B e uma loteria $L(A, C, p, 1-p)$ ^{1/}.

^{1/} $L(A, C, p, 1-p)$, se refere a uma ação de resultados incertos A ou C, que ocorrem com probabilidades p e $1-p$, respectivamente.

Axioma da Independência: Desde que A seja preferida a B, e B o seja a C, então uma loteria L_1 (A, C) será preferida a uma outra, L_2 (B, C), desde que as probabilidades de ocorrência de A e B sejam as mesmas em ambas as loterias. A presença de C não distorce as preferências.

Axioma da Monotonicidade: Frente a duas alternativas de idênticos resultados a preferência se estabelece em torno daquela em que há maior concentração de probabilidades em torno de resultados mais favoráveis.

Se o comportamento do tomador de decisão não viola qualquer destes axiomas, existirá então uma função utilidade da forma proposta por VON NEUMAN e MORGENTHAU que passa a regular o processo de decisão.

Esta função associa índices numéricos de utilidade a toda e qualquer ação de resultados incertos, colocada à escolha do indivíduo, e deve apresentar três propriedades fundamentais:

a) desde que A seja preferida a B, o índice de utilidade atribuído a A é mais elevado que aquele associado a B, ou seja $U(A) > U(B)$.

b) a utilidade de cada alternativa é dada por sua utilidade esperada, soma dos índices associados a cada um de seus resultados, ponderada pelas respectivas probabilidades de ocorrência. Seja X esta alternativa, de possíveis resulta-

dos $\{x\}$, apresentando função densidade de probabilidade $f(x)$; o valor da utilidade esperada, $E[U(X)]$ é dado por

$$E[U(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} U(x) \cdot f(x) \cdot dx \quad (2)$$

c) qualquer transformação monotônica, linear e positiva de uma função utilidade, reproduz o quadro de preferências do indivíduo da mesma forma que a função original, ou seja $U^* = aU + b$, onde $a > 0$, desempenha o mesmo papel de U .

Assumindo a existência de função utilidade desta natureza, há base para se admitir que sob incerteza o comportamento é regido pela maximização da utilidade esperada, recaindo a escolha sobre a alternativa de maior valor de utilidade.

Contra a proposição de VON NEUMAN e MORGENSTERN pesa seu excessivo grau de generalidade, já que embora reconheça a existência de uma função que governa as decisões sob condições de incerteza, deixa de considerar a influência do nível de risco de cada ação particular no processo de decisão.

Apenas o valor esperado ou médio de utilidade é considerado como relevante para a decisão, não sendo levada em conta nenhuma medida de dispersão de resultados, que caracterizaria o nível de risco envolvido.

A forte pressuposição no modelo de VON NEUMAN e MORGENSTERN é de que a utilidade de uma ação é função única e exclusiva do resultado econômico esperado ou seja, a utilida

de é linear com respeito ao valor monetário das ações, não sendo considerado qualquer fator que modere as preferências.

A aceitabilidade dos axiomas propostos também encontra oposição: BAUMOL (1958), SIMONSEN (1966) e DILLON (1971) levantaram uma série de questões, em especial o fato de que verificações empíricas dão conta da limitada ocorrência de transitividade de preferências. A noção de continuidade também é questionada por exigir que o indivíduo conheça sua taxa de substituição entre as alternativas propostas.

DILLON também se refere ao fato de VON NEUMAN e MORGENSTERN estabelecerem que apenas um atributo das diferentes ações, seu resultado econômico, seja relevante na decisão, aplicando-se a funções utilidade unidimensionais, deixando de reconhecer que diferentes objetivos podem influir na tomada de decisão. Funções multidimensionais permitem abrigar a situação bastante plausível de que na decisão é preciso antes de mais nada o atendimento de um requisito de segurança, ligado à própria subsistência do indivíduo.

A despeito da pertinência de boa parte das limitações apontadas, os fundamentos de VON NEUMAN e MORGENSTERN permanecem assegurando o entendimento das decisões sob incerteza, já que formulações posteriores correspondem apenas a refinamentos destinados a restringir o excessivo grau de generalidade das idéias iniciais.

Entretanto, fica patente a necessidade de que se estabeleça algum nível de conhecimento em torno da função u

tilidade do indivíduo, como forma de tornar possível o entendimento de seu comportamento. Isto é reconhecido por HADLEY (1967, p.199),

"... o tomador racional de decisão se comporta, na seleção de ações incertas, de forma a escolher aquela que maximiza a utilidade esperada. Assim sendo, se se conhece sua função utilidade pode-se determinar qual a ação ele irá preferir, encontrando aquela que maximiza sua utilidade esperada."

A tentativa de se estabelecer a função utilidade do tomador de decisão se processa buscando fazer com que manifeste suas preferências frente a alternativas incertas hipotéticas. Originalmente, na proposta de VON NEUMAN e MORGENTHAU, este procedimento consistia em submeter o indivíduo a avaliações sucessivas de suas preferências entre uma alternativa de resultado conhecido, e outra onde eram dois os possíveis resultados. Atribuindo-se valores de utilidade hipotéticos a cada resultado, e manipulando-se as probabilidades associadas aos resultados da alternativa incerta, estabelecia-se o ponto em que se dava a indiferença entre elas.

Um refinamento desta proposição, surgido mais recentemente permite a derivação da suposta função utilidade do indivíduo utilizando o método ELCE ^{1/}, e é descrito com de-
1/ ELCE. Equally Likelly risky prospect and its Certainty Equivalent.

talhe em ANDERSON e outros (1977). O método, fundamentado no axioma da continuidade, procura determinar o equivalente assegurado, valor que obtido com certeza torna o indivíduo indiferente entre ele e uma alternativa de resultados incertos, que ocorrem com idêntica probabilidade ($p = 1/2$), não mais se manipulando níveis de probabilidade, e sim os valores dos possíveis resultados das alternativas incertas.

Considere-se que X e Y correspondam respectivamente ao mais desfavorável e ao mais favorável dos eventuais resultados de uma determinada ação; o procedimento consiste em determinar a ação W, que obtida com certeza, torna o indivíduo indiferente entre W e a ação incerta de resultados X e Y.

Assim sendo,

$$U (W) = \frac{1}{2} \cdot U (X) + \frac{1}{2} \cdot U (Y), \quad (3)$$

e como X e Y correspondem a eventos extremos pode-se atribuir índices arbitrários de utilidade a cada um, determinando com isso a utilidade do equivalente assegurado, W.

A liberdade em se arbitrar níveis de utilidade aos eventos extremos se justifica, uma vez que a função utilidade é única para uma determinada transformação monotônica, linear e positiva.

Assumindo que $U (X) = 0$ e $U (Y) = 1.000$,

$$U(W) = \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1000 = 500, \quad (4)$$

e seguindo em seqüência, pode-se determinar os índices de utilidade para todos os eventos no intervalo X-Y. Torna-se então possível a derivação da forma da suposta função utilidade do tomador de decisão, como mostrada na Figura 2.

Embora o uso de probabilidades neutras, $p(X) = p(Y) = 1/2$, torne o método ELCE mais aplicável que o proposto por VON NEUMAN e MORGENSTERN, alguns vieses permanecem: ROBINSON e KING (1981) detalham falhas na forma como se questiona o indivíduo, problemas na estimação estatística das funções, e a dificuldade de alguns indivíduos na manifestação de preferências.

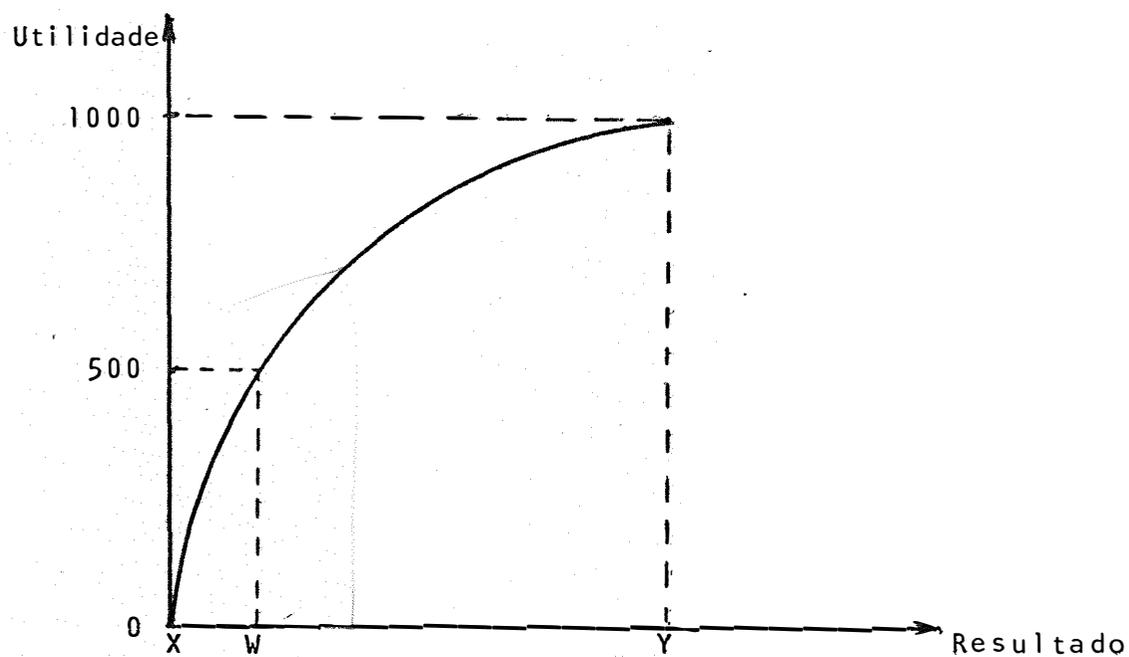


Figura 2. Representação da Função Obtida pelo Método ELCE.

A aplicação empírica da derivação de funções de utilidade encontra-se em LIN e outros (1974), acabando por sugerir que a função de utilidade de tomadores de decisão não é função direta e exclusiva do resultado esperado. Tal idéia contraria frontalmente o estabelecido na teoria econômica convencional, onde se admite a congruência entre a maximização do lucro e da utilidade.

A variável que passa então a também ser considerada na formulação da decisão, é o nível de incerteza envolvido, característico de cada ação, incorporando-se a noção de que diferentes indivíduos reagem de diferentes maneiras face à presença da incerteza, passando a maximização da utilidade esperada a envolver outros parâmetros e não apenas o resultado esperado das ações.

O papel da incerteza na tomada de decisão está descrito em TOBIN (1958), ao expor sua teoria da preferência pela liquidez, para explicar o comportamento apresentado por investidores quando da composição de ativos financeiros. Considerou como sendo três os diferentes tipos de comportamento frente ao risco ou incerteza: propensão, indiferença ou aversão, recorrendo às idéias formuladas por FRIEDMAN e SAVAGE (1948), segundo as quais a utilidade marginal da renda poderia ser crescente, constante ou decrescente para diferentes indivíduos.

Propensão, indiferença ou aversão ao risco, caracterizariam indivíduos com utilidade marginal da renda res-

pectivamente crescente, constante ou decrescente, como representado na Figura 3. O entendimento destas diferentes formas de comportamento pode ser conseguido através da manifestação das preferências do indivíduo, quando do processo de derivação de sua função de utilidade; o indivíduo avesso ao risco, ao estabelecer o ponto em que se torna indiferente entre a ação incerta de resultados X e Y, e aquela de resultado conhecido, W, o faz de modo que

$$W < \frac{1}{2} X + \frac{1}{2} Y, \quad (5)$$

ou seja, o valor monetário de W, o equivalente assegurado (E A), seria inferior ao valor esperado da ação incerta (VME).

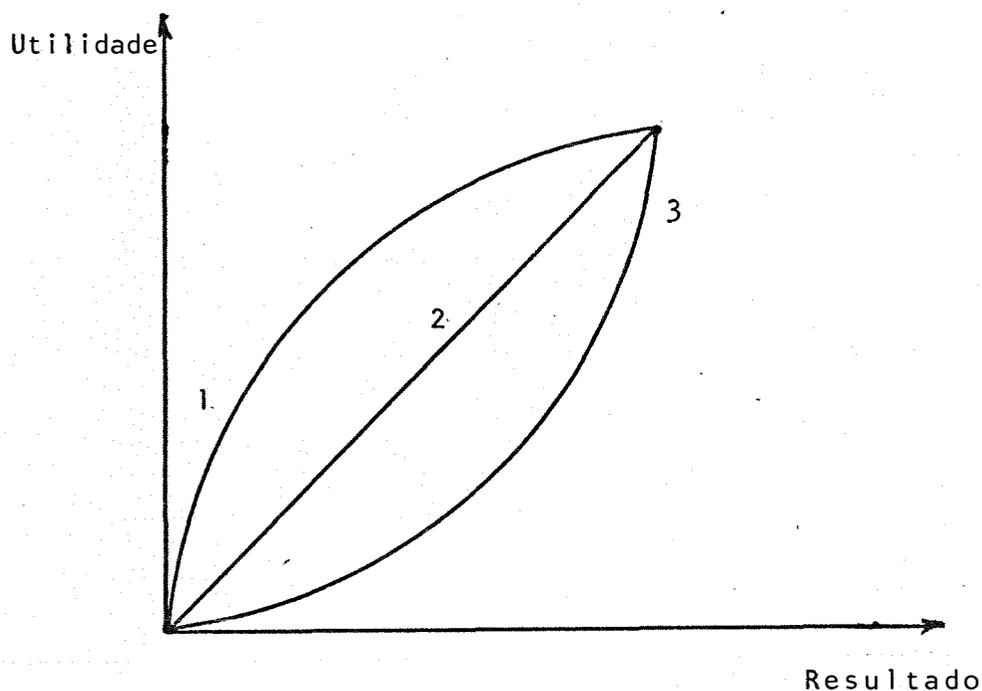


Figura 3. Função de Utilidade de Indivíduos Aversos (1), Neutros (2) e Propensos ao Risco (3).

Esta diferença ($VME - EA$), de valor positivo para avessos ao risco é o chamado prêmio de risco, e corresponde a quantia que o indivíduo se dispõe a "pagar" ou de outra forma, deixar de receber, desde que se garanta sua segurança, enquanto que indivíduos propensos e neutros ao risco apresentam prêmio de risco negativo e nulo, respectivamente (Figura 4). Logicamente, a indiferença ao risco, faz com que a função de utilidade coincida com o segmento AB, tornando nulo o prêmio de risco.

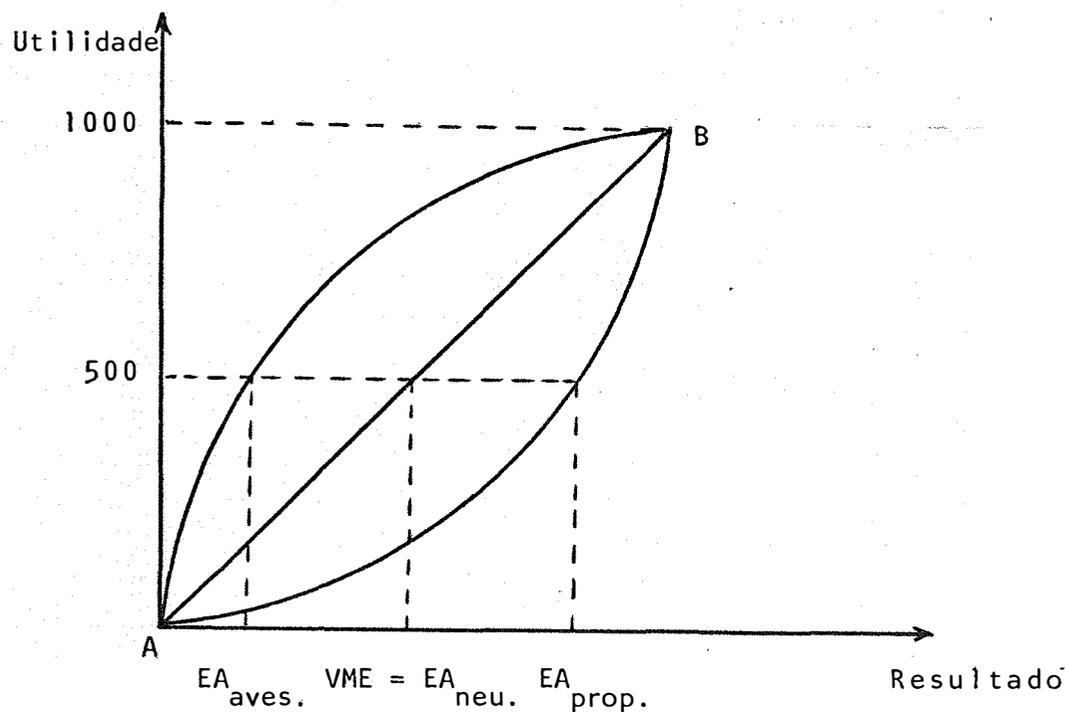


Figura 4. Prêmios de Risco para os Diferentes Tipos de Comportamento.

Reconhecido o fato de que a função utilidade assim obtida é única apenas para uma dada transformação monotônica, linear e positiva, verifica-se que os parâmetros que descrevem sua forma se alteram na medida em que se determine escala e origens diferentes. Na busca de uma medida que descrevendo a função de utilidade, fosse característica do comportamento do indivíduo, PRATT (1964) propõe a função de aversão absoluta ao risco, $r(X)$, que seria a única característica da função de utilidade que se mantém inalterada quaisquer que sejam as transformações sofridas. Traduz o grau de concavidade ou convexidade local da função utilidade, e é expressa pela relação entre suas duas primeiras derivadas.

$$r(X) = -U''(X)/U'(X), \quad (6)$$

indicando aversão, indiferença ou propensão ao risco ao assumir valor positivo, nulo ou negativo, respectivamente.

É extensa a literatura associada à caracterização de funções de utilidade de tomadores de decisão, sendo que suas propriedades estão resumidas e detalhadas em ANDERSON e outros (1977) e LIN e CHANG (1978). OFFICER e HALTER (1968), LIN e outros (1974) verificaram, empiricamente, que funções de utilidade do tipo VON NEUMAN e MORGENSTERN, e que incorporam a influência do risco no processo de decisão, se aproximam muito mais do comportamento observado em agricultores, do que a hipótese de exclusiva maximização de lucros.

3. OS CRITÉRIOS DE DECISÃO

Com base nos fundamentos teóricos descritos no Capítulo anterior, uma série de regras vieram sendo propostas como boas representantes do processo de decisão do indivíduo, sob incerteza de resultados, e correspondem aos chamados critérios de decisão.

Neste Capítulo pretende-se descrever as propriedades e apontar algumas das limitações, de três destes critérios: Análise Média-Variância (TOBIN, 1958), Dominância Estocástica (QUIRK e SAPOSNIK, 1962) e Dominância Estocástica com Respeito a uma Função (MEYER, 1977). São critérios de decisão que se mantêm coerentes com a pré-suposição de que sob incerteza, o tomador de decisão atua como um maximizador da utilidade esperada e não apenas de lucros.

3.1. Análise Média-Variância

Seu desenvolvimento se deu com vistas à com-

preensão do comportamento do investidor na composição de seus ativos em mercados financeiros, e sua formulação original é de TOBIN (1958). Corresponde à proposição formal de que não é apenas o resultado esperado de uma ação que condiciona a tomada de decisão. Pela primeira vez se reconhecendo que, neste processo, o nível de risco envolvido participa de forma decisiva. Nas palavras de TOBIN (1958, p.72),

"O risco associado a um portfolio é medido pelo desvio padrão de seus resultados... Assim sendo, é intuitivo que se ve rifique que um portfolio que apresenta ele vado desvio padrão oferece ao investidor a oportunidade de ganhos elevados de capital, isto ao custo de chances equivalentes de elevadas perdas."

O pressuposto fundamental da Análise Média-Variância (EV Analysis)^{1/} é de que a decisão do indivíduo depende das propriedades das funções densidade de probabilidade correspondentes às diferentes ações.

Seriam dois os parâmetros destas funções, relevantes para a decisão: o primeiro momento em relação à origem ou valor esperado, e o segundo momento em relação à média, ou variância.

^{1/} EV é a abreviação de Expected Value-Variance.

A noção de risco é incorporada através da consideração da variância, medida da dispersão dos eventuais resultados em torno do valor esperado. É de fato um avanço em relação ao pressuposto por VON NEUMAN e MORGENSTERN, que limitava o processo de decisão à consideração única e exclusiva do valor esperado dos resultados. Vale lembrar que, como reconhecido por TOBIN, a variância não é a única medida de risco, já que qualquer medida de dispersão serviria a este propósito.

Ao se considerar que estes dois parâmetros, valor esperado e variância, sejam os únicos fatores que pesam na decisão, é possível o entendimento das supostas formas de comportamento sob incerteza. Indivíduos avessos ao risco são aceitam alternativas de variância mais elevada, se estas, em contrapartida, oferecerem retorno esperado que mais que compense o maior risco assumido, ao passo que aqueles propensos ao risco buscam espontaneamente ações de variância elevada como forma de se habilitarem a retornos bastante elevados, a despeito de eventuais reveses, enquanto que os indiferentes ao risco ignoram a dispersão de resultados das ações buscando aquelas de mais elevado valor esperado.

Na medida em que se limita o critério de decisão à consideração dos dois primeiros momentos das distribuições de probabilidades duas restrições devem ser satisfeitas: a função de utilidade do indivíduo deve ser quadrática, ou as distribuições de probabilidade devem ser normais. O não atendimento de pelo menos uma delas, faz com que o modelo proposto

não se aplique ao processo de decisão.

A distribuição do tipo Normal, também conhecida como de "dois parâmetros" se caracteriza por ser completamente descrita por seus dois primeiros momentos, valor esperado e variância. Ao esgotarem a informação em torno das distribuições de probabilidade, estas duas medidas, passam a ser os únicos e exclusivos fatores de definição de preferências.

Por outro lado a pressuposição de função de utilidade quadrática traz implicações mais delicadas, que ao serem detalhadas e discutidas, asseguram o entendimento daquilo que o modelo EV pretende que seja a racionalidade no processo de decisão sob incerteza.

ANDERSON e outros (1977) sugerem que a forma quadrática corresponda a uma aproximação via série de Taylor, da verdadeira porém desconhecida função de utilidade do tomador de decisão.

Expressa em função de $\{x\}$, conjunto dos possíveis resultados, a função quadrática de utilidade assume a forma

$$U(x) = a + b x + c x^2 \quad (7)$$

Uma vez que sob incerteza, o comportamento passa a ser de maximização da utilidade esperada, a função de utilidade (7) devem ser aplicadas as propriedades da esperança matemática, de modo que

$$E [U (X)] = E (X) + b E (x^2). \quad (8)$$

Depois de algumas transformações, que estão detalhadas no Apêndice 5, esta expressão que traduz a função utilidade esperada do indivíduo passa a ser expressa como

$$E [U (X)] = E (X) + b [E (X)]^2 + b V (X) \quad (9)$$

que por sua vez relaciona a preferência do tomador de decisão aos dois primeiros momentos das distribuições de probabilidade consideradas, valor esperado, $E (X)$ e variância, $V (X)$.

O comportamento usualmente assumido como racional é aquele em que a utilidade marginal dos retornos é positiva, garantida porém a aversão ao risco. As propriedades de sua função de utilidade (9), caracterizam algumas características do comportamento deste indivíduo.

Tomando as derivadas parciais da função, temos,

$$\frac{\delta E [U(X)]}{\delta E (X)} = 1 + 2 b E (X) > 0 \quad (10)$$

$$\frac{\delta E [U(X)]}{\delta V (X)} = b < 0 \quad (11)$$

$$\frac{\delta^2 E [U(X)]}{\delta E (X)^2} = 2 b < 0. \quad (12)$$

Deste modo em (10) está patente que a utilidade marginal é positiva, ao passo que a aversão ao risco ou seja a preferência pela estabilidade dos resultados é garantida por (11). É importante notar a expressão (12), que garante a idéia de que a utilidade marginal dos resultados é decrescente, sugerindo um nível máximo de utilidade, fazendo com que o risco envolvido atue como moderador das preferências.

Assim sendo, o comportamento presumido pela Análise EV, se expressa através da utilidade marginal dos resultados positiva e decrescente, aliada à utilidade marginal da variância, que é negativa.

As características de comportamento associadas a este tipo de função de utilidade podem ser derivadas a partir das curvas de iso-utilidade do indivíduo, obtidas tomando (9), mantido um nível fixo de utilidade, U^* , de forma que,

$$U^* = E(X) + b [E(X)]^2 + b V(X) \quad (13)$$

dividindo-se por b todos seus termos e rearranjando,

$$V(X) = \frac{U^*}{b} - \frac{E(X)}{b} - [E(X)]^2. \quad (14)$$

As propriedades das curvas iso-utilidade no plano $[E(X), V(X)]$, são conseguidas pela diferenciação de (14),

$$\frac{d E [U (X)]}{d V (X)} = -b / [1 + 2 b E (X)] > 0 \quad (15)$$

$$\frac{d^2 E [U (X)]}{d V (X)^2} = \frac{2 b^2}{[1 + 2 b E (X)]^2} \cdot \frac{d E}{d V} > 0. \quad (16)$$

Face à aversão ao risco (11) e à utilidade marginal dos retornos positiva (10), as expressões (15) e (16) se tornam positivas. Com isso verifica-se que o mapa de indiferença do indivíduo avesso ao risco, é composto por curvas inclinadas positivamente e com a concavidade voltada para cima, que expresso em termos de retorno esperado e variância, é mostrado na Figura 5.

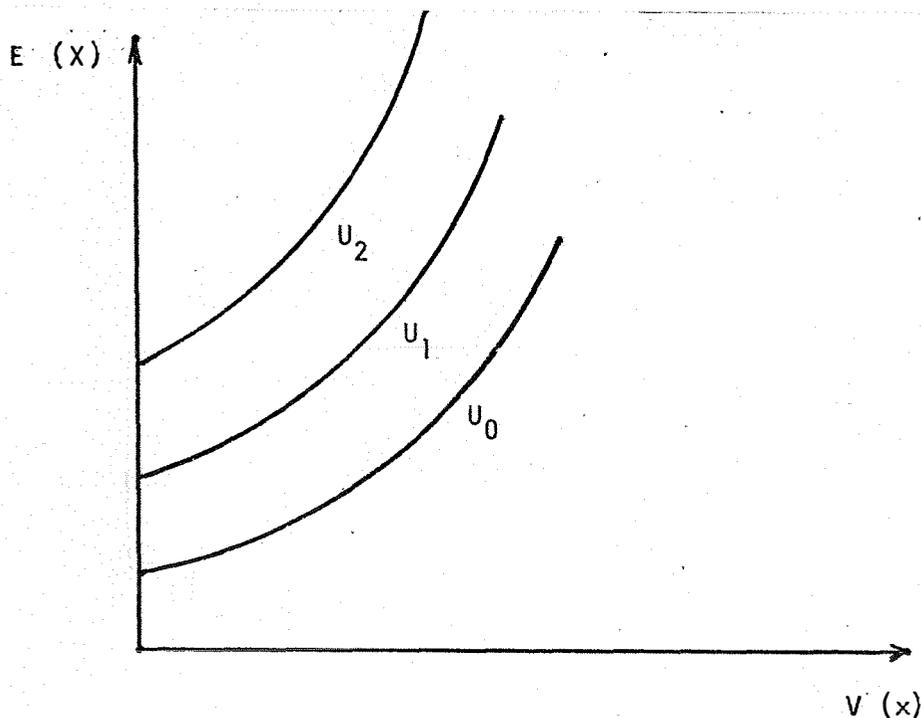


Figura 5. Mapa de Indiferença de Indivíduos Aversos ao Risco.

É fácil verificar que, em tais circunstâncias, o indivíduo exige um aumento no retorno esperado como forma de compensar uma elevação no risco, de modo a manter inalterado o nível de utilidade.

Por outro lado é imediato que se verifique que o aumento compensatório requerido em $E(X)$ é cada vez mais elevado à medida que se eleva o risco, medido por $V(X)$.

Aquelas ações que, para cada nível de risco, apresentam o mais elevado retorno esperado, constituem a chamada fronteira eficiente, que reúne as ações consideradas igualmente eficientes de acordo com a Análise E-V.

Esta situação é visualizada na Figura 6, que reúne o mapa de indiferença e as possíveis ações alternativas.

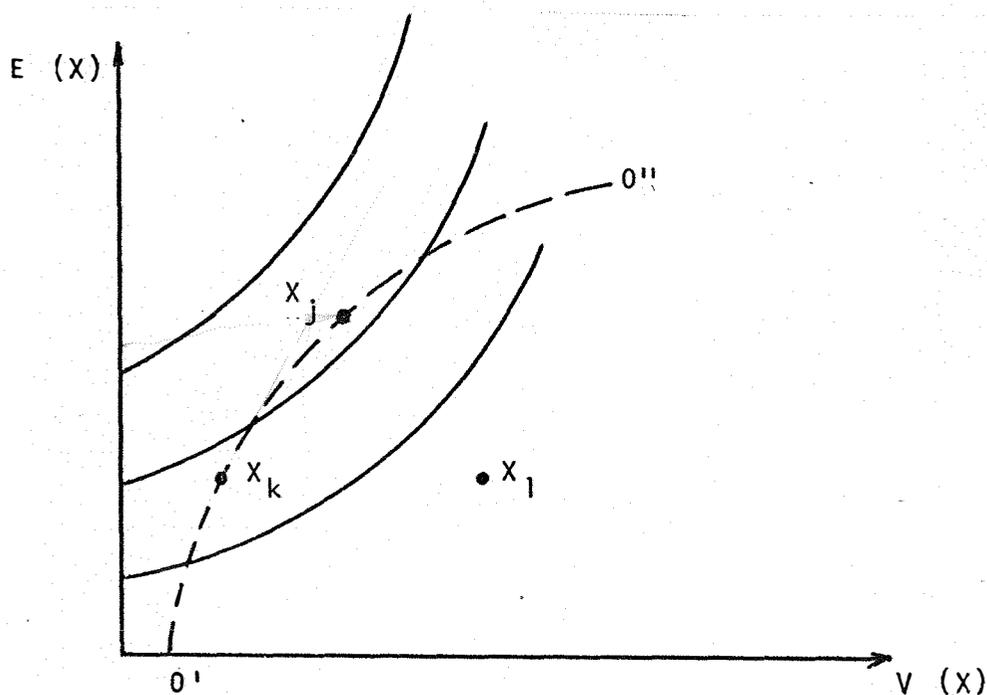


Figura 6. Relação entre o Mapa de Indiferença e Possíveis Alternativas.

Desde que $E(X_j) > E(X_k)$ e $V(X_j) > V(X_k)$, X_j e X_k se colocam sobre a fronteira eficiente $0' - 0''$, e são consideradas igualmente eficientes.

Uma vez que $E(X_k) = E(X_l)$, mas $V(X_k) < V(X_l)$, então X_l é considerada ineficiente em relação a X_k , ou seja é dominada por X_k , para qualquer indivíduo avesso ao risco.

Vale lembrar que não ocorre a definição da melhor alternativa, aquela que maximiza a utilidade esperada, já que para tanto se exigiria a perfeita especificação dos parâmetros da função utilidade, o que não ocorre na Análise EV que exige apenas as restrições impostas pelas condições (15) e (16).

É possível a demonstração algébrica das regras básicas que permitem a seleção das alternativas, de acordo com a Análise EV. Para isso tomemos a expressão (9), que submetida a uma transformação monotônica, linear e positiva dá origem a uma nova função utilidade $E[\bar{U}(X)]$, que caracteriza as mesmas preferências da função original,

$$E[\bar{U}(X)] = \frac{-1}{b} \cdot E(X) + \frac{-1}{b} \cdot b \cdot [E(X)]^2 + \frac{-1}{b} \cdot b \cdot V(X), \quad (17)$$

e como $L = -1/(2b)$ é o limite superior do domínio de $U(X)$, temos

$$E[\bar{U}(X)] = 2 \cdot L \cdot E(X) - [E(X)]^2 - V(X) \quad (18)$$

Deste modo, quando frente a duas alternativas X_j e X_k o tomador de decisão irá preferir X_j ou se mostrará in

diferente entre ambas, se

$$E [\bar{U} (X_j)] - E [\bar{U} (X_k)] \geq 0 \quad (19)$$

ou seja X_j será preferida desde que sua utilidade esperada seja maior que a correspondente a X_k .

Desenvolvendo-se (19), como detalhado no Apêndice 5, temos

$$2 \cdot \Delta E \cdot (L - \bar{E}) - \Delta V \geq 0 \quad (20)$$

onde, $\Delta E = E (X_j) - E (X_k)$, $\bar{E} = \frac{E (X_j) + E (X_k)}{2}$ e

$$\Delta V = V (X_j) - V (X_k).$$

Uma vez que L é o limite superior do domínio de $U (X)$, seu valor será sempre superior ao de \bar{E} , de forma que a condição (20) é satisfeita desde que ΔE seja positivo ou nulo, e ΔV negativo ou nulo. Portanto a preferência ou indiferença por X_j em relação a X_k exige que

$$E (X_j) \geq E (X_k) \quad (21)$$

$$V (X_j) \leq V (X_k) \quad (22)$$

Na medida em que estas condições não se verificarem simultaneamente, as alternativas sob comparação são conside

deradas igualmente eficientes, no sentido de que não são comparáveis entre si.

HANOCH e LEVY (1970) desenvolvem um critério bastante similar ao que baseia a Análise EV de TOBIN, a partir da verificação do fato de que as expressões (21) e (22) são consideradas suficientes porém não estritamente necessárias ao estabelecimento das preferências. Estes autores propõem um critério de seleção que conduz à determinação do conjunto de alternativas eficientes, considerando mínimo, por força do maior poder de discriminação face às restrições menos severas.

Estas novas condições são conseguidas pela substituição em (20) do valor de L limite superior do domínio de U (X), pelo mais elevado valor esperado que se apresente no conjunto de alternativas sob comparação. Sejam elas X_j e X_k de forma que $E(X_j) > E(X_k)$, (20) se torna

$$2 \cdot \Delta E \cdot (E_j - \bar{E}) - \Delta V > 0 \quad (23)$$

ou ainda

$$(\Delta E)^2 - \Delta V > 0 \quad (24)$$

Esta situação é apontada como suficiente para o estabelecimento da preferência por uma das alternativas, sendo bem menos severa que (21) e (22), e assegurando a transitividade da escolha. Com ela consegue-se o estabelecimento de preferências em situações nas quais a Análise EV como originalmente formulada não permitia comparações.

A distinção entre a formulação original e a proposta de HANOCH e LEVY é que nesta última a preferência se estabelece ainda que a alternativa escolhida apresente variância mais elevada, contrariando frontalmente (22), bastando para isso que esta possua um valor esperado dos resultados que mais que compense seu mais elevado nível de risco.

Algumas restrições são colocadas frente à aplicabilidade dos critérios de seleção que se fundamentam na consideração dos dois primeiros momentos das distribuições de probabilidade associadas às diferentes ações. HADAR e RUSSEL (1969) lembram que tais modelos só se justificam quando a função utilidade do tomador de decisão é quadrática, ou os resultados seguem distribuição Normal de probabilidade, o que limita estes modelos, seja face à dificuldade na determinação da forma correta das funções utilidade, seja pela verificação de que não raro a distribuição Normal não se ajusta às situações observadas. Apontam também para o fato de que a maximização da utilidade esperada, deva envolver todos os momentos das distribuições e não somente média e variância.

DILLON (1971) verifica que a hipótese de função quadrática de utilidade implica na existência de uma região em seu domínio, $X > -1/(2b)$, na qual o comportamento é irracional, por apresentar utilidade marginal negativa, para os resultados esperados. Além disto tal forma de função utilidade implica em aversão crescente ao risco, independentemente da evolução do patrimônio pessoal do indivíduo.

TSIANG (1972) demonstra, a nível teórico, a improcedência destas limitações, e a conseqüente validade da aplicação da Análise E-V, desde que o nível de risco assumido pelo indivíduo seja pequeno em relação a seu patrimônio.

Cabe retomar a idéia já citada de que ainda que esteja envolvido nestes critérios o princípio da maximização da utilidade esperada, o que se consegue são conjuntos de alternativas igualmente eficientes, e não a determinação da alternativa considerada ótima, o que só seria conseguido a partir da completa especificação dos parâmetros da função utilidade do tomador de decisão.

3.2. Dominância Estocástica

Ao ser reconhecida a rigidez presente no processo de determinação da natureza das funções de utilidade, informação básica para a análise E-V, foi apresentado de forma independente por QUIRK e SAPOSNIK (1962) e HADAR e RUSSEL (1969) o critério de Dominância Estocástica, como representativo do processo de decisão sob incerteza. Este critério consta de um grupo de regras destinadas a permitir a seleção de alternativas incertas, mesmo sem conhecimento detalhado a respeito da função de utilidade do tomador de decisão, ou da efetiva forma como se distribuem os eventuais resultados das ações.

Em sua proposição são flagrantes as críticas à Análise E-V, como por exemplo,

"... a especificação das distribuições em termos de seus momentos não produzirá bons resultados, essencialmente porque informações sobre estes momentos não podem ser utilizados eficientemente na seleção de ações de resultados incertos em condições nas quais a função utilidade do indivíduo seja desconhecida." HADAR e RUSSEL (1969, p.25).

O critério de seleção se baseia na comparação entre as distribuições cumulativas de probabilidade associadas às diversas alternativas, de forma que o estabelecimento das preferências é feito fundamentado no Axioma da Monotonicidade, de VON NEUMAN e MORGENSTERN, onde se estabelece que a decisão recai sobre a alternativa em que a probabilidade de ocorrência de resultados mais favoráveis seja a mais elevada, ou como proposto por HADAR e RUSSEL (1969, p.26),

"a concentração de probabilidades em torno dos resultados mais elevados, distingue as ações preferidas, daquelas consideradas inferiores."

Uma vez que as distribuições cumulativas de probabilidade (DCP) caracterizam a forma como se concentram as probabilidades associadas aos resultados, a comparação entre as distribuições associadas às ações permite o processo de seleção. A determinação das ações preferidas ou estocasticamen-

te dominantes, exige que os valores das distribuições cumulativas de probabilidade ligadas às dominantes não excedam seus correspondentes nas distribuições consideradas dominadas.

A comparação das distribuições caracteriza o processo de decisão do indivíduo, desde que se reconheça duas propriedades de caráter geral que devem ser apresentadas pelas funções utilidade dos indivíduos, independentemente da especificação de sua forma algébrica:

a) a função utilidade esperada $E [U (X)]$ deve apresentar utilidade marginal dos resultados positiva, e

b) que estes retornos marginais sejam decrescentes.

Tais propriedades definem os chamados Primeiro e Segundo Graus de Dominância Estocástica. Verifica-se que as características de comportamento do indivíduo são idênticas às pressupostas pela função utilidade quadrática: ele prefere sempre maior retorno, e é avesso ao risco, porém, isto é feito sem que se requeira a explicitação nem das funções de utilidade, nem das formas das distribuições de probabilidade dos resultados.

Quanto às distribuições cumulativas, cabe defini-las com precisão uma vez que são conceitos utilizados a seguir. Seja $f (X)$ a função densidade de probabilidade associada à variável X , que pode assumir qualquer valor no intervalo contínuo (a, b) , de modo que suas distribuições cumulativas sucessivas são assim definidas:

$$F_1(R) = \int_a^R f(X) \, dX \quad (25)$$

$$F_2(R) = \int_a^R F_1(X) \, dX \quad (26)$$

onde $F_1(R)$ e $F_2(R)$ são definidas para qualquer $R \in (a, b)$.

ANDERSON (1974), lembra que para consistência, fica estabelecido que $F_0(R) = f(X)$. F_1 e F_2 podem ser referidas como distribuições cumulativas de primeiro e segundo grau da distribuição original $f(X)$, e expressas graficamente tomam a forma da Figura 7.

O critério de seleção pelo Primeiro Grau de Dominância Estocástica (PGD) pressupõe que a função utilidade do tomador de decisão seja monotonicamente crescente caracterizando utilidade marginal positiva para X , sem qualquer referência à importância do risco na determinação das preferências.

Sejam $f(X)$ e $g(X)$ as funções densidade de probabilidade que caracterizam duas alternativas; $f(X)$ será preferida ou estocasticamente dominante se sua utilidade esperada, $\bar{U} f$, for mais elevada que a correspondente a $g(X)$, $\bar{U} g$, ou seja se

$$\bar{U} f - \bar{U} g = \int_a^b U(X) f(X) \, dX - \int_a^b U(X) g(X) \, dX \geq 0 \quad (27)$$

que pode ser desenvolvida, como mostrado no Apêndice 3, alcançando

$$\bar{U} f - \bar{U} g = \int_a^b [U(X) [F_1(X) - G_1(X)]]' \, dX \geq 0 \quad (28)$$

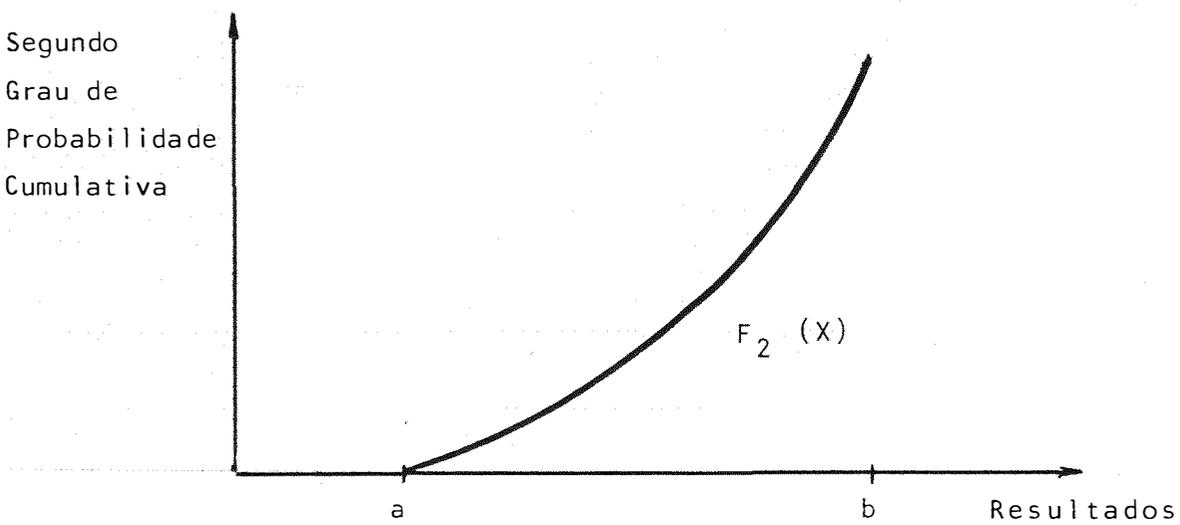
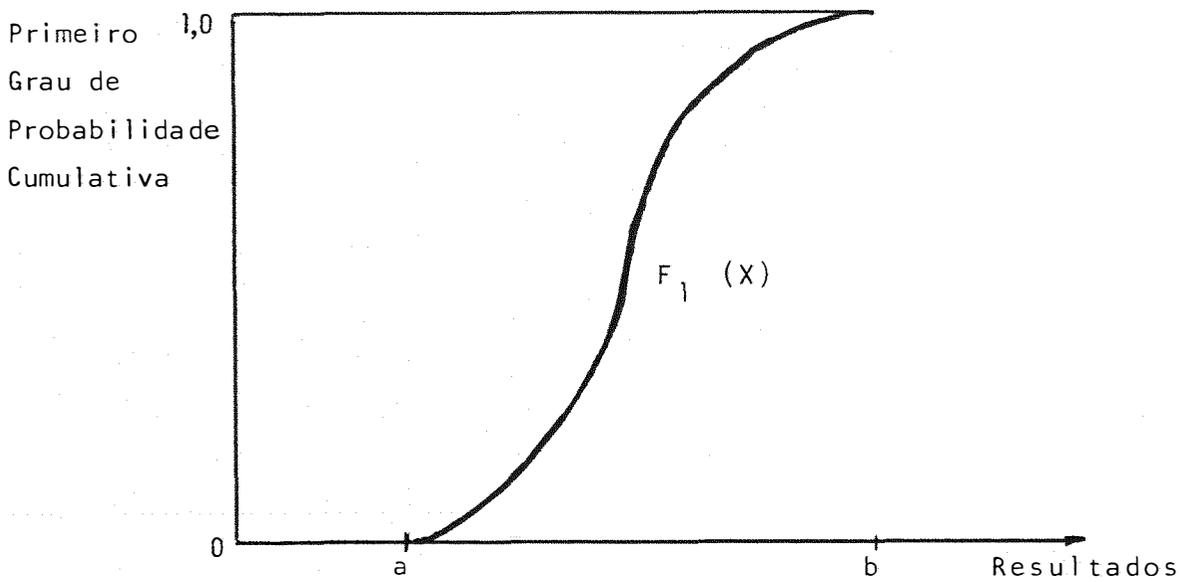
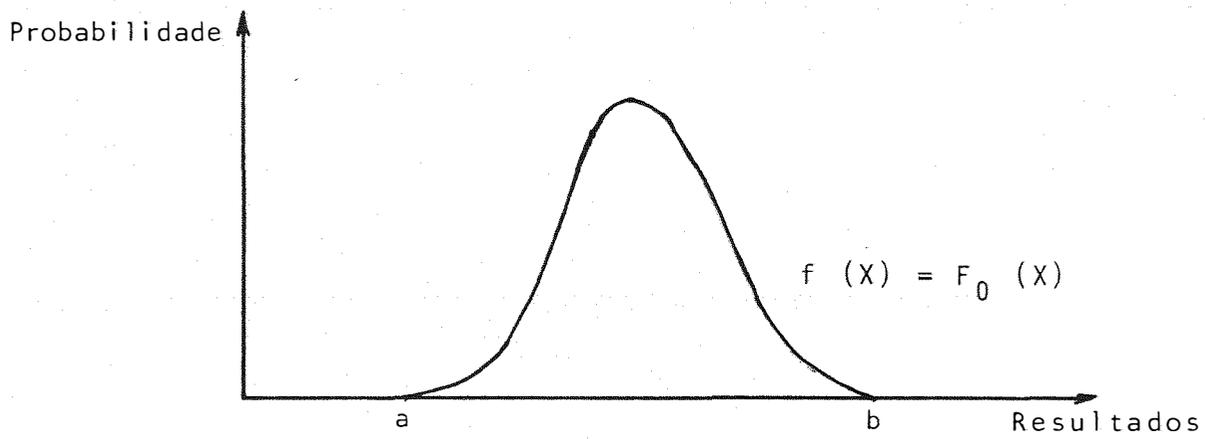


Figura 7. Distribuições Cumulativas de Probabilidade.

Uma vez que as distribuições cumulativas têm limites inferiores e superiores coincidentes, $F_1(a) = G_1(a) = 0$ e, $F_1(b) = G_1(b) = 1$, verifica-se que o primeiro termo à direita da igualdade se anula, de modo que

$$\bar{U}_f - \bar{U}_g = - \int_a^b [F_1(x) - G_1(x)] U'(x) dx \geq 0. \quad (29)$$

A dominância de $f(x)$ ocorrerá sempre que

$$\bar{U}_f - \bar{U}_g = \int_a^b [G_1(x) - F_1(x)] U'(x) dx \geq 0. \quad (30)$$

Face às pressuposições iniciais, $U'(x)$ é positiva, de modo que (30) se verifica ou seja a distribuição $f(x)$ é preferida em relação a $g(x)$ se e somente se $F_1(x) \leq G_1(x)$ para todo e qualquer valor em (a, b) , desde que a desigualdade se verifique para ao menos um deles.

Representando graficamente, o estabelecimento de preferência pelo PGD, exige que a curva associada à distribuição cumulativa da alternativa dominante não se situe à esquerda da curva correspondente à dominada, em nenhum ponto do intervalo (a, b) , como na Figura 8.

As ações selecionadas através do PGD, correspondem àquelas que seriam preferidas por indivíduos maximizadores da utilidade esperada, que se caracterizam por utilidade margi

nal da renda positiva, ou seja dão preferência a ações de maiores retornos, sem que considerem o nível de risco envolvido.

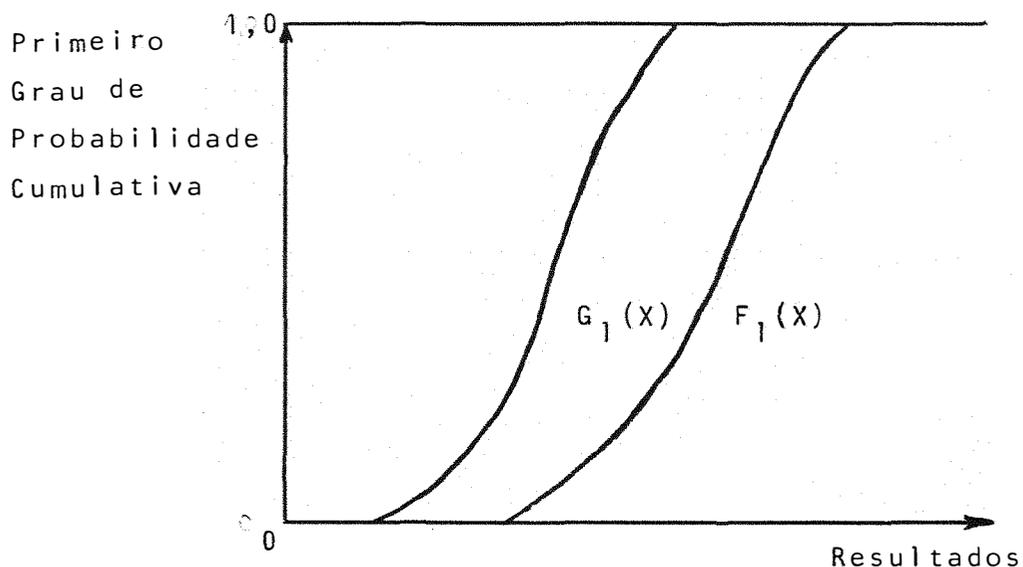


Figura 8. Dominância pelo Primeiro Grau de Dominância Estocástica.

Deste modo o PGD se relaciona ao comportamento de indivíduos que podem ser tanto propensos, como avessos, ou ainda indiferentes ao risco, o que faz com que o poder de discriminação de alternativas seja reduzido face à disparidade das características dos indivíduos cujo comportamento pretende-se seja reproduzido. De maneira similar, ANDERSON e outros (1977) relacionam o reduzido poder de discriminação do PGD, ao fato de que DCP's de diferentes famílias tendem a se interceptar ao

menos uma vez, de forma a reduzir a frequência com que se estabelece a dominância de acordo com este critério.

A seleção mais eficiente de alternativas é conseguida através de restrição adicional quando se passa a considerar que a totalidade dos indivíduos considerados demonstram aversão ao risco, o que caracteriza utilidade marginal de renda positiva porém decrescente, e a concavidade da superfície de utilidade. O estabelecimento do Segundo Grau de Dominância Estocástica (SGD) discrimina as alternativas compatíveis com tal forma de comportamento, aversão ao risco, dando origem a um conjunto de alternativas eficientes mais reduzido quando comparado àquele resultante do PGD, consequência direta da consideração do risco no processo de decisão.

O critério de seleção associado ao SGD pode ser entendido tomando-se (29), que desenvolvida se torna

$$\begin{aligned} \bar{U}_f - \bar{U}_g = & - \left[U'(x) \left[F_2(x) - G_2(x) \right] \right]_a^b + \\ & + \int_a^b U''(x) \left[F_2(x) - G_2(x) \right] dx \geq 0. \quad (31) \end{aligned}$$

Na medida em que se mantenha a pressuposição da utilidade marginal positiva e decrescente, $U'(x) > 0$ e $U''(x) < 0$, e ainda que se verifique que $F_2(a) = G_2(a) = 0$, tem-se que a condição (31) se estabelece, ou seja $f(x)$ é preferida em relação a $g(x)$ de acordo com o SGD desde que $F_2(x) \leq G_2(x)$ para todo e qualquer valor em (a, b) , com a desigual-

dade se verificando para ao menos um deles.

Graficamente representado, o estabelecimento da preferência por $f(X)$ pelo SGD exige que a distribuição $F_2(X)$ não se situe à esquerda de $G_2(X)$ em nenhum ponto de intervalo (a, b) , como na Figura 9.

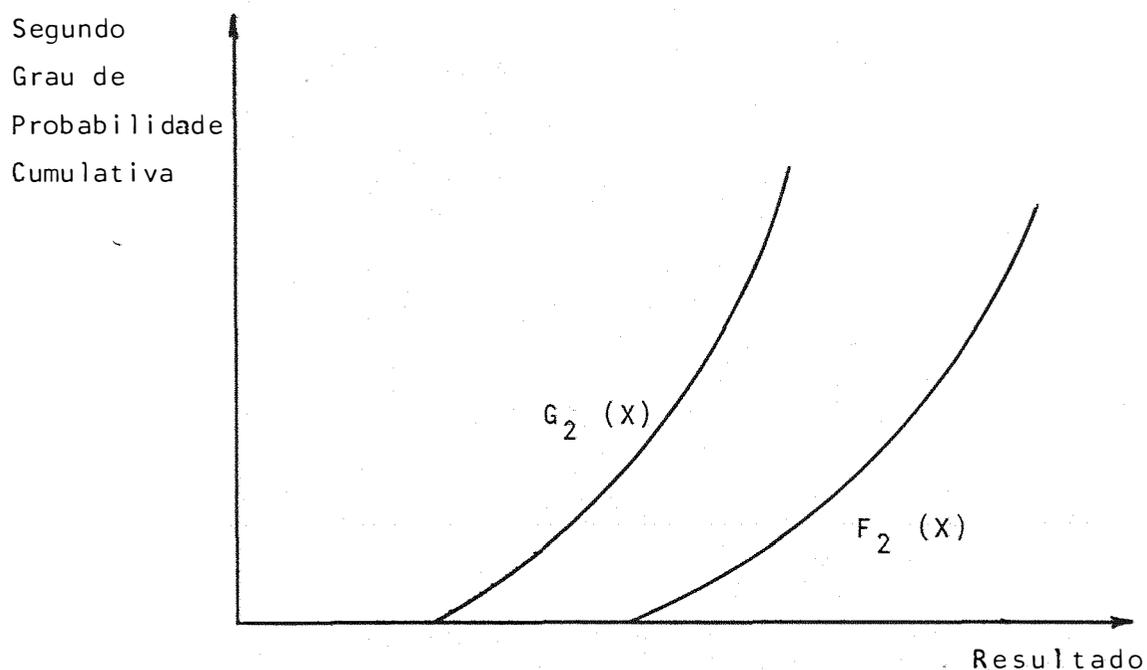


Figura 9. Dominância pelo Segundo Grau de Dominância Estocástica.

A consideração do comportamento frente ao risco faz com que os resultados do SGD sejam bem mais importantes que os conseguidos através do PGD quando esta característica do indivíduo era desconsiderada. Ressalva-se que a aversão ao risco pode não corresponder à norma de comportamento invariavelmente apresentada, porém parece intuitivo que se considere tal hipótese como muito mais próxima à realidade do que a idéia

de indiferença ao risco.

Quanto às alternativas selecionadas, ANDERSON e outros (1977) demonstram que em situações nas quais as distribuições de probabilidade são da forma Normal, o conjunto eficiente selecionado pelo SGD coincide com o resultante da Análise EV.

São duas as condições consideradas necessárias porém não suficientes para o estabelecimento de dominância pelos dois primeiros graus: que tanto o valor esperado, como o limite inferior da distribuição dominante, sejam mais elevados que seus correspondentes na distribuição dominada, sendo esta excessiva ênfase na comparação das caudas inferiores das distribuições apontada como limitação do método, face à pequena probabilidade de ocorrência associada a tais regiões.

Ainda quanto as propriedades do modelo cabe, lembrar que se de um lado as regras de dominância estocástica se desenvolvem sem que se requeira detalhamento da função utilidade do tomador de decisão, por outro lado é necessário profunda especificação das distribuições de probabilidade associadas às alternativas, e o método tem sua eficiência reduzida na medida em que as distribuições utilizadas se distanciam daquelas subjetivamente formuladas pelos indivíduos a que se destinam as informações.

3.3. Dominância Estocástica com Respeito a uma Função

Corresponde a um critério de decisão sob incerteza proposto por MEYER (1977), e é colocado como uma alternativa aos critérios anteriores uma vez que reconhece e oferece alternativa, à limitação derivada do fato de que apenas a forma algébrica das funções utilidade, não consegue caracterizar suficientemente o comportamento do indivíduo.

Colocado de outra forma, parte-se do reconhecimento de que as propriedades gerais das funções utilidade manifestadas pelos indivíduos não correspondem a medidas eficientes de seu comportamento, o que já era reconhecido por PRATT (1964) ao verificar que a única característica das funções utilidade que permanece constante qualquer que seja a transformação monotônica, linear e positiva, é a função de aversão absoluta ao risco, $r(X)$,

$$r(X) = -U''(X) / U'(X) \quad (32)$$

que é uma medida do grau de concavidade ou convexidade local da função utilidade, estando portanto intimamente relacionada às preferências do indivíduo em situações de risco.

No texto original, MEYER (1977, p. 327),

"Pareceria natural descrever grupos de indivíduos a partir das propriedades de suas funções utilidade... porém tal crité-

rio não se mostra conveniente já que estas funções não são representações únicas de um determinado conjunto de preferências, de forma que as restrições impostas a estas funções, são satisfeitas por qualquer transformação linear e positiva, ... o que impede a definição de grupos de indivíduos já que isto permanece na dependência da particular representação de preferências que tenha sido adotada."

A premissa fundamental é de que apenas a função de aversão absoluta ao risco é capaz de caracterizar o comportamento dos tomadores de decisão, fazendo com que a partir desta medida seja possível caracterizar grupos específicos de indivíduos, uma vez que restrições em $r(X)$ correspondem diretamente a restrições nas respectivas funções utilidade, o que não era satisfatoriamente conseguido fixando-se apenas algumas de suas propriedades.

Neste sentido MEYER (1977) demonstra que o primeiro e segundo grau de dominância estocástica, correspondem a critérios de seleção coerentes com o comportamento de indivíduos cuja função de aversão ao risco se caracteriza respectivamente por $-\infty \leq r(X) \leq +\infty$ e por $0 \leq r(X) \leq +\infty$, marcando bem a extrema diversidade de comportamentos abrigados nestes procedimentos, o que implica no reduzido poder de discriminação dos critérios de dominância estocástica, como descritos por HADAR

e RUSSEL (1969).

Apoiado no conceito de função de aversão absoluta ao risco, MEYER (1977) propõe as regras de Dominância Estocástica com Respeito a uma Função, como um critério de decisão com poder de discriminação bastante superior aos associados aos critérios até então utilizados. Corresponde a um modelo em que se busca definir o conjunto de alternativas que atenda às preferências unânimes de grupos bastante específicos de indivíduos.

A maleabilidade conferida ao método pela introdução da função de aversão absoluta ao risco como característica fundamental dos tomadores de decisão, permite que se passe a considerar também o comportamento daqueles indivíduos considerados propensos ao risco, que apresentam utilidade marginal da renda crescente, e que eram ignorados em critérios anteriores, que consideravam a aversão ao risco como comportamento invariavelmente observado.

A definição dos grupos de indivíduos é feita restringindo-se o intervalo de variação em que ocorrem os diferentes valores da função de aversão absoluta ao risco, $r(X)$, associados aos elementos componentes destes grupos, ou seja se estabelecem limites superior e inferior para o grau de aversão ao risco dos indivíduos considerados.

Desta forma, lembrando que $r(X)$ pode se apresentar em qualquer ponto do intervalo $[-\infty, +\infty]$, os grupos são tais que

$U [r_1 (X), r_2 (X)]$ é a função utilidade que caracteriza as preferências dos indivíduos que apresentam $r_1 (X) \leq -U'' (X)/U' \leq r_2 (X)$, onde $r_1 (X)$ e $r_2 (X)$ são respectivamente os limites inferior e superior do grau de aversão ao risco.

Em essência o método propõe, que a diferença entre as utilidades esperadas associadas a duas alternativas sob comparação, seja minimizada para todos os indivíduos pertencentes ao grupo de interesse, de forma que se o resultado da minimização for positivo existirá preferência unânime por uma delas.

Sejam $F_1(X)$ e $G_1(X)$ as distribuições cumulativas de probabilidade associadas às ações alternativas $f(X)$ e $g(X)$, que podem apresentar resultados dentro do intervalo (a, b) , sendo que

$$\bar{U} f - \bar{U} g = \int_a^b [G_1(X) - F_1(X)] U' (X) dX \quad (33)$$

corresponde à diferença entre a utilidade esperada, associada a $f(X)$ e aquela associada a $g(X)$. O procedimento consiste em se determinar a função utilidade $U (X)$ que minimiza a expressão (33) sujeito a

$$r_1 (X) \leq U'' (X)/U' (X) \leq r_2 (X) \quad (34)$$

garantindo que $U' (a) = 1$ de forma a retirar a possível indeterminação de (34).

Determinando a diferença entre as utilidades es

peradas associadas a $f(X)$ e $g(X)$, para todos os indivíduos cuja função utilidade satisfaça (34), e na medida em que seu menor valor seja positivo (ou nulo), a preferência (ou indiferença) por $f(X)$ em relação a $g(X)$ será unânime para os indivíduos considerados.

Na hipótese de que este valor mínimo seja negativo a relação de preferência não será unânime, devendo pois ser verificada a relação simétrica, ou seja, se ocorre a preferência por $g(X)$ em relação a $f(X)$, o que é conseguido tomando-se expressão análoga a (33)

$$\bar{U}_g - \bar{U}_f = \int_a^b [F_1(X) - G_1(X)] U'(X) dX \quad (35)$$

e minimizando-a sujeita a (34). Se este valor for positivo então se dará preferência unânime por $g(X)$ em relação a $f(X)$. Porém quando o valor mínimo em ambas as expressões, (33) e (35) é negativo, então nenhuma das duas alternativas será unanimemente preferida pelos indivíduos considerados, sendo pois consideradas não comparáveis.

MEYER (1977) propõe que este processo de minimização se faça pela teoria do controle ótimo, onde a variável de controle $-U''_0(X)/U'_0(X)$ que minimiza (33) sujeito a (34) é dada por

$$- U''_0(X)/U'_0(X) = \begin{cases} r_1(X) & \text{na região em que } G_1(X) < F_1(X) \\ r_2(X) & \text{na região em que } G_1(X) \geq F_1(X) \end{cases} \quad (36)$$

Admitindo que a função de aversão absoluta ao risco se relaciona ao patrimônio pessoal do indivíduo, e que este para um instante do tempo é fixo, é razoável se considerar que seu comportamento frente ao risco, dado por $r(X)$, seja constante no momento considerado. A função de utilidade da forma exponencial negativa satisfaz esta condição, ou seja a relação entre suas duas primeiras derivadas é constante em todo seu domínio.

Valendo-se desta função de utilidade, descrita com mais detalhe no Apêndice 4, e do resultado do processo de minimização (36), é possível se encontrar a forma de $U'(X)$ que substituída em (33) permite a verificação da relação de preferência entre as alternativas sob comparação, e por conseguinte, do processo de seleção.

A Dominância Estocástica com Respeito a uma Função apresenta um poder de discriminação de alternativas mais elevado que os outros critérios já que pode determinar a preferência, mesmo que as distribuições cumulativas de probabilidade se cruzem uma ou mais vezes. Porém fica claro que sua eficiência se mantém dependente da qualidade das informações quanto aos valores da função de aversão absoluta ao risco.

4. ANÁLISE DE RISCO EM EXPERIMENTAÇÃO AGROPECUÁRIA

O instrumental teórico descrito no Capítulo anterior, parece ser adequado à análise econômica de experimentos agropecuários, já que permite a incorporação da incerteza de resultados, característica importante no processo de decisão do produtor rural, objetivo final das informações de pesquisa.

Nesta secção, procura-se de início situar os procedimentos mais comumente usados na análise econômica de experimentos. Discute-se a seguir algumas características de comportamento dos produtores rurais, de forma a sugerir a análise de risco na seleção das práticas mais adequadas. Por fim, é feita uma breve revisão dos trabalhos aplicados à avaliação de experimentos, envolvendo risco, e são propostos para comparação três diferentes modelos de decisão sob incerteza de resultados.

4.1. Antecedentes

4.1.1. A. Análise Tradicional

A condução de experimentos agropecuários em instituições de pesquisa no Brasil apresenta uma deficiência estrutural: o isolamento mantido pelo pesquisador biológico de seus pares, estatístico e economista, quando do delineamento dos ensaios. Este fato compromete, em especial, a análise econômica, já que são raras as oportunidades em que métodos mais precisos de avaliação podem ser aplicados, por deficiências presentes já na implantação dos experimentos. Com isso, grande parte das avaliações econômicas de resultados de pesquisa se restringe à aplicação de técnicas de orçamentações parciais, simples contabilizações dos procedimentos conduzidos a campo, e válidas para um dado instante no tempo, reduzindo em muito o conteúdo informativo das experimentações realizadas.

Avaliações mais exatas exigem em geral a utilização do instrumental da análise de regressão, ajustando superfícies de resposta aos casos de um produto e um insumo, ou um produto e vários insumos. Neste caso, o que se busca é a estimação do nível ótimo de utilização de insumos, que conduza à maximização de lucros, dadas as diferentes relações entre preço de insumos e de produtos.

Porém, este procedimento implica na pressuposição de que ano após ano as condições de clima e solo, se mantenham constantes, já que as funções de produção propostas

são em geral da forma

$$Y = f (X_1, X_2, \dots, X_n \mid X_{n+1}, \dots, X_m), \quad (37)$$

onde $X_1 \dots X_n$ são os insumos variáveis na condução do experimento, e $X_{n+1} \dots X_m$ são os insumos considerados fixos, nos quais se incluem clima, solo, pragas e outros fatores do ambiente.

Aplicadas as noções da teoria econômica da produção se consegue a determinação da melhor alocação dos níveis dos insumos variáveis, tudo o mais constante.

Neste ponto é válido lembrar a posição de DILLON (1975, p.5), quando relata,

"... a maioria (dos experimentos) é conduzida em base intra-anual, abstraindo-se das fontes inter-anuais de variação. ... o resultado pretendido é uma experimentação controlada, em que todos os fatores se mantêm constantes. Em conseqüência, as informações geradas situam-se muito aquém das que os agricultores gostariam de possuir em função das incertezas com que se defrontam."

Mais recentemente ao grupo dos insumos variáveis, e que portanto atuam como variáveis independentes nas funções de produção, juntou-se informações de clima e solo, como nos trabalhos de FONSECA (1976) e PORTO (1980).

A determinação de níveis ótimos de insumos fica

dificultada face à alternância climática e de solo que ocorre ano após ano. De cada nível de utilização não mais deriva um só resultado físico, e sim um conjunto de possíveis resultados.

4.1.2. O comportamento do Produtor Rural

Se, do lado das instituições de pesquisa há relutância em incluir as fontes de incerteza em seus procedimentos analíticos, os produtores rurais que são o destino final das informações geradas se mantêm permanentemente atentos às possíveis variações nos resultados de suas práticas. Seu comportamento é fortemente influenciado pelo fato de o cenário em que desenvolvem sua atividade, ser pródigo em incertezas.

PEARSE (1975), ao manifestar uma posição pró-bayesiana na avaliação de resultados experimentais aponta seis possíveis fontes de incerteza a atingir os produtores rurais: econômica, ambiental, da mão-de-obra, governamental, técnica e tecnológica.

Sejam elas quais forem, para cada região ou produtor em particular, o fato é que atuam de modo a tornar incerta a produção agropecuária. Neste momento, o comportamento de cada tomador de decisão assume características próprias, e revela sua posição quanto à incerteza de sua atividade.

É importante destacar que a hipótese de que o agricultor age como um maximizador de lucros implica no fato de que ele se mostra indiferente às incertezas, se dedicando a uma atividade onde com antecipação é possível conhecer o resul

tado das decisões tomadas.

Fica claro o distanciamento desta hipótese daquilo que ocorre na realidade da produção rural, onde nada existe a recomendar a pressuposição de que a utilidade seja função direta e exclusiva dos lucros derivados das ações.

A inconsistência entre a hipótese de maximização de lucros e o comportamento realmente observado em produtores rurais, foi constatada empiricamente por LIN e outros (1974). O princípio de maximização da utilidade esperada é considerado mais real, uma vez que é capaz de explicar os diferentes comportamentos apresentados por indivíduos sujeitos às mesmas condições, e por não excluir a maximização do lucro, assumindo-a como um caso especial da utilidade esperada.

Com uma amostra de pequenos proprietários do México, MOSCARDI e de JANVRY (1977), verificaram que o grau de aversão se constitui numa distribuição de probabilidades, claramente assimétrica, concentrada em indivíduos avessos ao risco. Esta característica é apontada como a principal causa das substanciais diferenças entre os níveis de aplicação de fertilizantes recomendados por órgãos de extensão rural, e aqueles realmente utilizados pelos produtores.

A importância do conhecimento das diferentes formas de comportamento é apontada por MOSCARDI e de JANVRY (1977, p.715),

"O conhecimento da atitude frente ao risco de diferentes categorias de produto-

res torna possível a determinação de pacotes tecnológicos e práticas institucionais, mais adequados ao comportamento econômico destes indivíduos, aumentando as chances de sucesso de programas de desenvolvimento rural."

Reconhecida a importância da atitude frente ao risco por parte de produtores rurais, na adoção de novas práticas, vale lembrar que a aversão ao risco não é a forma de comportamento universalmente encontrada. DILLON e SCANDIZZO (1978) trabalhando com amostra de produtores da região Nordeste, do Brasil, determinaram que mantida a condição usual, qual seja assegurando-se a subsistência, 70% dos proprietários se mostram avessos ao risco, enquanto que esta taxa cai para 58% quando se trata de parceiros.

Para produtores da região do Cerrado, no Brasil, CRÓCOMO (1979) verificou que para pequenos e médios proprietários a aversão ao risco é o comportamento predominante atingindo 90% e 68% respectivamente dos indivíduos, enquanto que para grandes proprietários, as proporções de avessos e propensos ao risco são bastante próximas situando-se em torno de 40%.

Claro está que as diferentes formas de comportamento frente ao risco da produção, se relaciona com as características sócio-econômicas dos indivíduos, em geral, idade, grau de instrução, renda derivada de outras fontes, e tipo de posse da terra. Este tipo de relação está detalhado em MOSCARDI e

de JANVRY (1977), e CRÓCOMO (1979).

Note-se que a maior parcela dos modelos teóricos de decisão sob incerteza, Análise E-V e Dominância Estocástica por exemplo, se apoiam na premissa básica de que os produtores rurais são sempre avessos ao risco, ignorando a classe que se dispõe a aceitar algum risco de forma a se habilitar a melhores resultados, e cuja existência foi empiricamente constatada.

4.1.3. A Análise Envolvendo Risco

O passo inicial no sentido de incorporar as diferentes fontes de incerteza à análise de dados experimentais, veio através da inclusão de variáveis de clima e solo às superfícies de respostas.

Assim, a produção física derivada de cada nível aplicado de insumo é assumida como variável aleatória, dada sua interação com fatores estocásticos, característicos do ambiente.

SMITH e PARKS (1967) ajustam função de produção com dados de 19 anos de ensaios relacionando a produção forrageira a níveis de nitrogênio e ao número de dias sem chuva no período de desenvolvimento da planta. Para cada nível de fertilizante, fixando-se o preço do produto, simulou-se 100 anos hipotéticos de experimentação.

BONDAVALLI e outros (1970), em experimento de 8

anos consecutivos, relacionam a produção de milho a níveis de nitrogênio e à precipitação em diversos períodos, e concluem que a dose econômica é fortemente influenciada pela chuva, variando em 3,6 kg/ha para cada cm de chuva.

Para condições brasileiras, FONSECA (1976) e PORTO (1980), estabelecem o relacionamento entre a produção de trigo e níveis de insumos e diversas variáveis de clima como precipitação, insolação e outras.

PORTO (1980), indica que o número de variáveis climáticas usadas como regressores não é aleatório, e sim função do número de anos em que o experimento foi conduzido. Fica estabelecido que se o ensaio é conduzido no mesmo local, e com a mesma variedade por n_A anos pode-se introduzir na função de produção um máximo de $n_A - 1$ variáveis climáticas.

Verifica-se porém que estes trabalhos, mesmo reconhecendo a incerteza presente na produção agropecuária, na da acrescentam quanto às ações mais recomendadas. Fica sugerido que de cada ação (nível de utilização do insumo), deriva um conjunto de possíveis resultados econômicos, descritos por distribuições de probabilidades. Resta saber como compará-las, e informar os produtores a respeito das estratégias mais adequadas a suas condições.

Ao se procurar estabelecer a seleção entre diversas alternativas tecnológicas, avaliadas experimentalmente, é preciso que se determine algumas características da forma de

comportamento dos produtores, em especial sua atitude frente ao risco, uma vez que se trata da comparação de ações de resultados imprevistos.

Neste sentido uma primeira tentativa é feita por de JANVRY (1972) na determinação das doses ótimas de nitrogênio, para milho e trigo, em condições de risco. A medida de aversão ao risco proposta é um nível α de probabilidade, que caracteriza as chances do produtor ao menos cobrir os custos com o fertilizante usado em um ano qualquer.

O trabalho de FROHBERG e TAYLOR (1975) é bastante semelhante ao de JANVRY com a aversão ao risco sendo dada pelo nível "a" de probabilidade que traduz as chances de que o retorno líquido devido ao fertilizante seja maior que zero. Para cultivares de milho e diferentes relações de preços nitrogênio/milho, são determinadas as doses eficientes quanto ao risco, para os níveis de aversão ao risco de 0,95 e 0,99.

A aplicação do modelo de Dominância Estocástica para a seleção de alternativas é encontrada em ANDERSON (1974) ao comparar 36 combinações diferentes de nitrogênio e fósforo para trigo, encontrando 7 delas como as dominantes pelo Segundo Grau de Dominância Estocástica, recomendadas para produtores avessos ao risco.

O mesmo modelo é utilizado por GARCIA e CRUZ (1979) na determinação das populações de plantas de milho e níveis de adubação NPK mais adequados. São colocados três possí

veis níveis de preço do produto e para cada um são definidas as estratégias dominantes pelo 2º e 3º graus.

Nestas aplicações da Dominância Estocástica vale dizer que a geração das distribuições de probabilidades dos resultados das ações foi feita apoiando-se na regra não paramétrica de Schlaiffer de acordo com a qual se uma amostra de n observações (médias anuais das ações) é arranjada em ordem crescente, a k -ésima observação é uma razoável estimativa do $K/(n + 1)$ fractil da distribuição.

Alternativamente para a geração destas distribuições pode ser usada a técnica de simulação de valores, como feito por PORTO e outros (1982) para a definição das melhores práticas culturais para o arroz irrigado. Com base na média e no desvio-padrão de preços, rendimentos e custos são geradas através de processo de Monte Carlo, as distribuições de probabilidade das margens brutas das diversas alternativas.

O trabalho de PORTO e outros compara a eficiência na discriminação de alternativas oferecida pelos métodos Análise E-V tradicional, e E-V de HANOCH e LEVY (1970) apontando para o fato deste último apresentar poder de discriminação sensivelmente mais elevado.

A aplicação da Dominância Estocástica com respeito a uma Função, de MEYER (1977) na seleção de práticas agrícolas é encontrada em CRÓCOMO (1979). A partir de um total de 1000 estratégias de aplicação de fôforo à cultura do milho na região do Cerrado, são selecionadas as alternativas e-

ficientes, separadamente para as classes de produtores avessos, neutros e propensos ao risco. Os conjuntos de alternativas propostos como recomendáveis para cada classe, atingia apenas 0,5% do total demonstrando o elevado poder de discriminação do método.

4.2. Metodologia Proposta

4.2.1. Material

Os resultados experimentais que fundamentam este trabalho, se referem a um ensaio conduzido durante 3 safras consecutivas (1976/77 a 1978/79), em área de Latossolo Roxo distrófico submetida por vários anos ao uso intensivo por agricultura tradicional (Instituto Agronômico do Paraná, Londrina, PR.).

Por ocasião da implantação do ensaio, o solo apresentava as seguintes condições:

pH (H ₂ O)	5,3
Fósforo solúvel (Mehlich)	2,2 ppm
Matéria orgânica	3,30%
Cátions trocáveis	Emg/100 ml TFSA
Ca	4,18
Mg	1,37
K	0,21
Al	0,13

Avaliou-se plantas de milho (*Zea mays*) mais es-

cificamente seu híbrido duplo AG-162 de porte alto e ciclo tar dio, em blocos ao acaso, parcelas subdivididas. As parcelas corresponderam a duas densidades de sementeira (50.000 e 70.000 plantas/hectare) e as sub-parcelas a 6 níveis de adubação nitrogenada (0, 30, 60, 90, 120 e 150 kg N/ha), na forma de Sulfato de Amônio, com 1/3 da dose na sementeira e os 2/3 restantes em cobertura 35-45 dias após emergência.

Para todas as safras a sementeira se deu entre 20 de setembro e 10 de outubro. Vale acrescentar que apenas a primeira safra (1976/77) se caracterizou pela adequada ocorrência e distribuição de chuvas.

4.2.2. Métodos

4.2.2.1. A interpretação dos resultados experimentais

A interpretação da análise de variância (Tabela 1) permite distinguir três efeitos importantes afetando a produção: a dose de nitrogênio, o ano considerado e a interação nitrogênio x ano.

O efeito ano está na verdade captando todas as variações de clima e solo ocorridas no período, e permite concluir que estas influenciaram significativamente a produção.

A importância de se considerar fatores de clima pode ser avaliada pela Figura 10 que traduz os efeitos dos diferentes níveis de nitrogênio nos três anos considerados.

Tabela 1. Análise de Variância para a Cultura do Milho para as três safras consideradas.

Causas de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Blocos	2	3.681.681	1.840.840	
Densidade (D)	1	224.498	224.498	2,84 n.s
Resíduo (a)	2	157.852	78.926	
Nitrogênio (N)	5	12.176.817	2.435.363	13.36**
D x N	5	1.056.890	211.378	1,16 n.s
Resíduo (b)	20	3.645.742	182.287	
Anos (A)	2	377.577.683	188.788.842	1.071,70**
D x A	2	1.280.433	640.217	3,63*
N x A	10	25.285.481	2.528.548	14.35**
D x N x A	10	5.140.266	514.027	2,92**
Resíduo (c)	48	8.455.744	176.161	

Através da distribuição dos pontos é imediato que se verifique que o efeito da elevação da dose de nitrogênio só é significativo na safra 76/77, onde ocorreu adequada distribuição de chuvas. Este fato é confirmado pelas análises de variância de cada ano (Tabelas 2, 3, 4) onde se verifica que apenas para a safra 76/77 os efeitos das doses diferem entre si significativamente.

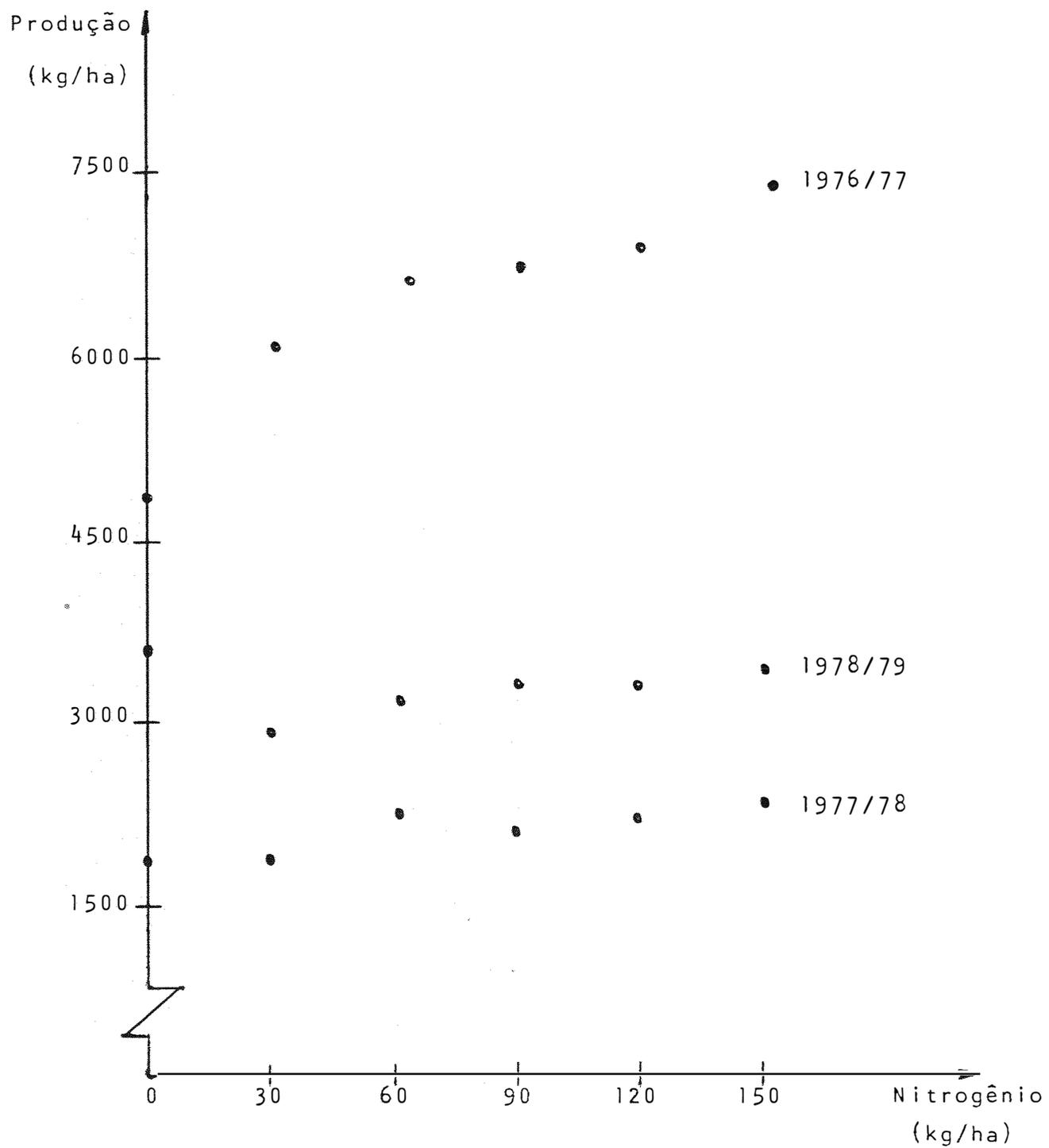


Figura 10. Resposta do Milho ao Nitrogênio.

Tabela 2. Análise de Variância para a cultura do milho, safra 1976/77.

Causas de variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Blocos	2	1.728.500	864.250	
Densidade (D)	1	238.306	238.306	0,69 ns
Resíduo (a)	2	691.110	345.555	
Nitrogênio (N)	5	36.293.405	7.258.681	89,03**
D x N	5	3.274.497	654.899	8,03**
Resíduo (b)	20	1.630.669	81.533	

Tabela 3. Análise de Variância para a cultura do milho, safra 1977/78.

Causas de variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Blocos	2	2.813.314	1.406.656	
Densidade (D)	1	374.544	374.544	1,03 n.s.
Resíduo (a)	2	728.651	364.325	
Nitrogênio (N)	5	452.986	90.597	0,64 n.s.
D x N	5	690.421	138.084	0,97 n.s.
Resíduo (b)	20	2.837.794	141.890	

Tabela 4. Análise de Variância para a cultura do milho, safra 1978/79.

Causas de variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Blocos	2	673.743	336.871	
Densidade (D)	1	892.080	892.080	1,35 n.s.
Resíduo (a)	2	1.317.902	658.951	
Nitrogênio (N)	5	715.906	143.181	0,87 n.s.
D x N	5	2.232.237	446.447	2,71 n.s.
Resíduo (b)	20	4.109.137	164.365	

Ao se tentar ajustar uma função de resposta que relacione apenas o efeito do fator variável que é o nitrogênio, com as produções alcançadas no conjunto dos três anos, o melhor resultado conseguido é,

$$Y = 3371 + 11,31 N - 0,03 N^2 \quad (R^2 = 0,026)$$

(**) (n.s.) (n.s.) (38)

4.2.2.2. A geração das distribuições de probabilidade

Face ao caráter incerto da produção de milho, os métodos usualmente empregados na análise econômica, por se apoiarem na hipótese de maximização de lucro parecem não ser os mais adequados.

Os instrumentos considerados apropriados dizem respeito à análise econômica envolvendo risco, e estabelecem as alternativas adequadas, a partir da consideração de suas distribuições de probabilidade e respectivos parâmetros de forma, como foi visto em capítulo anterior.

Assim sendo é importante que se consiga gerar as distribuições de probabilidade para cada nível de utilização de nitrogênio, de forma a permitir o estabelecimento das preferências de acordo com os diferentes modelos de decisão.

A forma escolhida para a geração destas distri-

buições, foi o ajustamento de uma função de produção envolvendo também parâmetros climáticos, seguida da simulação destes valores.

Os parâmetros de clima escolhidos após consulta a especialistas, correspondem à precipitação atmosférica (W_1) na ocasião do florescimento, e ao deficit hídrico (W_2) na ocasião do enchimento dos grãos, medidos respectivamente em mm e porcentagem.

Uma série de modelos foi ajustada, e a relação que se segue foi a que mostrou maior coerência e representatividade, ao reproduzir as produções ocorridas nos três anos em função do nível de nitrogênio e das duas variáveis climáticas:

$$\begin{aligned}
 Y = & 3338 + 199,81 \cdot N - 0,91 \cdot N^2 - 11,90 \cdot N \cdot \sqrt{W_1} + \\
 & \quad (**) \quad (**) \quad (**) \quad (**) \\
 & + 0,05 \cdot N^2 \cdot \sqrt{W_1} + 0,01 \cdot N^2 \cdot W_2 - 1,58 \cdot N \cdot W_2 \quad (R^2 = 0,875) \\
 & \quad (**) \quad (**) \quad (**) \quad (39)
 \end{aligned}$$

Encontrada a relação considerada como boa representação da relação $Y = f(N, W_1, W_2)$, simulando valores para W_1 e W_2 , mantendo fixos os níveis de N , consegue-se as distribuições de probabilidade buscadas.

É preciso porém que se determine a forma como se distribuem as variáveis aleatórias W_1 e W_2 .

A precipitação na época do florescimento (W_1), que corresponde ao período que vai de 6 a 25 de dezembro foi contabilizada para um total de 24 anos de observação em Londrina, PR.

A disposição destes 24 pontos em papel de distribuição normal, sugere um bom alinhamento. A partir daí considerou-se que W_1 segue distribuição normal com média de 200 mm e desvio padrão de 81 mm.

Quanto ao deficit hídrico por exigir medições diárias do balanço da água do solo, foi calculado para os meses de janeiro e fevereiro, pelo período de 7 anos, de 1976 a 1982.

Colocando suas observações em ordem crescente, e seguindo o proposto por ANDERSON e outros (1977) para situações de dados esparsos, fez-se aproximação gráfica daquilo que seria a distribuição cumulativa de probabilidade de W_2 . A seguir procurou-se a equação que melhor relacionasse os níveis de probabilidade aos valores de W_2 , e a encontrada foi,

$$W_2 = 10^{(-4,167 + 2,937 \cdot \log P)} \quad (R^2 = 0,989),$$

(40)

onde W_2 é o deficit hídrico medido em porcentagem, e P sua probabilidade cumulativa tal que $0 \leq P \leq 1$.

Da expressão (39) é simples a derivação da função lucro, esta sim de relevância na tomada de decisão. Para

tanto é preciso estabelecer o preço que estará vigorando na época da comercialização e os custos envolvidos, de forma que

$$\pi = P_{\text{milho}} \cdot f(N, W_1, W_2) - P_{\text{nit.}} \times N - C$$

onde

P_{milho} = preço do milho (Cr\$/kg) na comercialização

$P_{\text{nit.}}$ = preço do nitrogênio (Cr\$/kg) no plantio

N = dose de nitrogênio (kg/ha)

C = outros custos envolvidos.

Para efeito dos cálculos admite-se a hipótese de que a tomada de decisão em torno de que dose de nitrogênio aplicar se dê em agosto de 83, início da safra 83/84. Neste instante do tempo a bolsa de Chicago cotava o saco de milho de 60 kg para entrega em maio, em U\$8,7/Sc 60 kg ou Cr\$5.609,24/Sc 60 kg.

Admite-se que seria este o preço relevante para a decisão do produtor, faltando ainda atualizá-lo para agosto de 83, mediante taxa de desconto de 12% a.a., o que conduz a um preço final corrigido de Cr\$85,48/kg milho. No mesmo período o sulfato de amônio (20% N) era cotado em Cr\$76.344/ton., ou Cr\$381,7/kg N, de acordo com IEA (1983), enquanto que os outros custos envolvidos na produção situavam-se em Cr\$219789/ha, conforme estimativa dos custos de produção apresentava no Apêndice 1.

Determinada assim a função lucro (π), foi elaborado programa de computador destinado a simular 1000 anos hipotéticos de observações, ignorando excessos climáticos de reduzida ocorrência. Utilizou-se procedimentos do pacote estatístico SAS, Statistical Analysis System, executados no computador da EMBRAPA/Sede.

Assim para cada nível de adubação 5, 10, 15, ... 100 kg/ha foram gerados 1000 resultados potenciais que, adequadamente ordenados, permitiram o estabelecimento das respectivas distribuições cumulativas em intervalos de 5 em 5%.

A partir daí foi possível a aplicação dos modelos de decisão sob incerteza descritos a seguir, totalmente dependentes das distribuições de probabilidade dos resultados econômicos das alternativas.

4.2.2,3. Seleção pela Análise E-V

Para cada alternativa foram determinados média ou valor esperado, e desvio padrão dos resultados e foram estes dois parâmetros das distribuições os utilizados para a discriminação.

O total de 20 alternativas (5, 10, ... 100 kg N/ha) foi submetido a comparações duas a duas (pairwise) buscando checar a relação proposta por HANOCH e LEVY (1970),

$$[E(X_j) - E(X_k)]^2 - [S^2(X_j) - S^2(X_k)] > 0 \quad (41)$$

onde $E(X_j)$ e $E(X_k)$ correspondem aos valores esperados dos lucros decorrentes da j -ésima e k -ésima alternativa, enquanto que $S(X_j)$ e $S(X_k)$ correspondem aos desvios-padrão.

Na medida em que (41) se verifique, a alternativa j é declarada dominante em relação à k , sendo a mais indicada para indivíduos avessos ao risco, que é o comportamento padrão assumido pela Análise E-V.

4.2.2.4. Seleção pela Dominância Estocástica

A partir das distribuições cumulativas de probabilidade geradas, e que permitem a comparação pelo PGD, foram conseguidas as distribuições cumulativas de segundo grau, cuja comparação permite a seleção pelo SGD, que corresponde a indivíduos avessos ao risco, $0 < r(x) < +\infty$.

Estas distribuições, como mostrado em Capítulo anterior, são obtidas pela acumulação das áreas abaixo das curvas que representam as cumulativas originais. A relação que permite localizar os pontos na cumulativa de segundo grau é dada em ANDERSON (1974a).

$$S_{i, k} = S_{i, k-1} + P(H_{i, k} - H_{i, k-1}) \quad (K = 1, 5) \quad (42)$$

onde,

i corresponde à identificação da alternativa
($i = 5, 10, \dots, 100$)

k localização do ponto na DCP de ($K = 1, 2, \dots, 21$).

P intervalo de probabilidade igual a 5% ou 0,05

$S_{i, k}$ = valor na distribuição cumulativa de segundo grau do k-ésimo intervalo, da i-ésima alternativa

$H_{i, k}$ = valor na distribuição cumulativa do k-ésimo intervalo, da i-ésima alternativa.

É simples verificar que (42) nada mais é que um artifício para fazer uma integração aproximada das áreas abaixo das DCP's, por meio de trapézios sucessivos.

As DCP's de 2º grau são passadas então para gráficos de forma a permitir a definição das preferências pela Dominância Estocástica.

Considera-se que a alternativa j é preferida a k desde que $S_j(R) \leq S_k(R)$, para todo e qualquer $R \in (a, b)$, mantida a desigualdade para ao menos um valor de R.

Caso ocorra a interseção são declaradas igualmente eficientes, uma vez que são não comparáveis.

4.2.2.5. Seleção pela Dominância Estocástica com Respeito a uma Função

A seleção das alternativas de acordo com este critério depende da definição dos grupos de indivíduos, como já foi referido anteriormente. O parâmetro utilizado é a função de aversão absoluta ao risco, $r(X)$, uma vez que se considera, seja ela a melhor característica do comportamento dos tomadores de decisão.

Buscou-se definir o conjunto de alternativas para dois tipos básicos de comportamento: aversão e propensão ao risco. Como vimos tanto a Análise E-V como Segundo Grau de Dominância Estocástica, consideram a aversão ao risco como a única forma de comportamento observada, tal que para todos os indivíduos $0 < r(X) < +\infty$.

Ao se restringir o domínio desta função a limites mais razoáveis e empiricamente verificados, considera-se que seja possível elevar o poder de discriminação de alternativas já que as condições a serem satisfeitas são menos restritivas.

A definição de valores de $r(X)$ para populações rurais não foi objetivo deste trabalho, de forma que nos apoiemos em resultados conseguidos por outros autores.

A informação básica foi a encontrada em CRÓCOMO (1979), que avaliou o comportamento de produtores rurais do município de Unaí, considerado um dos maiores produtores de milho do Estado de Minas Gerais.

A partir de uma amostra de 67 proprietários ficou definido por este autor que os valores de $r(X)$, nesta situação, obedeciam a uma distribuição normal com média $0,088 \times 10^{-3}$ e desvio-padrão $0,191 \times 10^{-3}$.

Tais resultados foram estendidos à população considerada neste trabalho, de forma que definiu-se avessos ao risco como o grupo de indivíduos tais que $0,05 \times 10^{-3} \leq r(X) \leq 0,30 \times 10^{-3}$, e propensos ao risco como os que apresentem fun

ção utilidade tal que $-0,30 \times 10^{-3} \leq r(X) \leq -0,05 \times 10^{-3}$.

Desta forma, passou-se a considerar também a propensão ao risco, que era ignorada pelos outros critérios, e reduziu-se bastante o domínio de $r(X)$ para indivíduos avessos ao risco.

A implementação de metodologia, como proposta por MEYER (1977), de forma a permitir a comparação das diferentes alternativas, foi feita através de programa de computador que exige como entrada, os limites de $r(X)$ para os grupos de indivíduos considerados, e também os 21 valores correspondentes aos intervalos de 5% de probabilidade, das distribuições cumulativas de probabilidade do lucro das alternativas.

5. RESULTADOS, DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

5.1. Resultados

A simulação das 1000 observações gerou as características das distribuições de probabilidade dos lucros de cada nível de utilização de nitrogênio, empregados na implementação dos modelos de decisão. Algumas delas, como Média, Variância e Assimetria, estão relatadas no Apêndice 2.

5.1.1. Análise E-V

A partir da média e da variância do lucro de cada alternativa, foi feita a comparação duas a duas de acordo com o critério proposto na secção 4.2.2.3..

Observando-se tanto a Figura 11, que é a disposição das alternativas no conjunto de eixos cartesianos

Média e Desvio-Padrão, como a Tabela 5^{1/} que aponta o resultado das comparações, fica claro que para indivíduos que apresentam função de utilidade quadrática, e demonstrem aversão ao risco, as doses de 5, 10, 15, 20, 25 e 30 kg N/ha, são as mais adequadas.

Tal pode ser entendido uma vez que para qualquer destas seis alternativas, não é possível conseguir outra de maior média, sem que necessariamente se incorra em maior nível de risco. Os pontos alinhados na poligonal que vai de 5 a 30 na Figura 11 correspondem à fronteira eficiente, neste caso de natureza discreta e não contínua.

O oposto vale para as 14 restantes, ou seja para qualquer delas se encontra pelo menos uma de maior média e menor nível de risco, sendo pois descartadas.

Resulta um poder de discriminação de 6/20, ou 30%.

5.1.2. Dominância Estocástica

A sobreposição dos gráficos relativos as DCP's de Segundo Grau permitiu que se estabelecesse as relações de preferência entre as 20 alternativas, como mostrado na Tabela 6.

^{1/} A interpretação das Tabelas 5, 6, 7 e 8 deve ser feita da forma exemplificada a seguir: Na Tabela 5, o resultado das comparações da alternativa N = 60 kg/ha com as demais é lido localizando-se 60 na coluna 1ª Alternativa, e seguindo na horizontal tem-se que N = 60 kg/ha não é comparável a N = 5 kg/ha, porém é dominada por N = 10 ... 55 kg/ha e domina N = 65 ... 100 kg/ha.

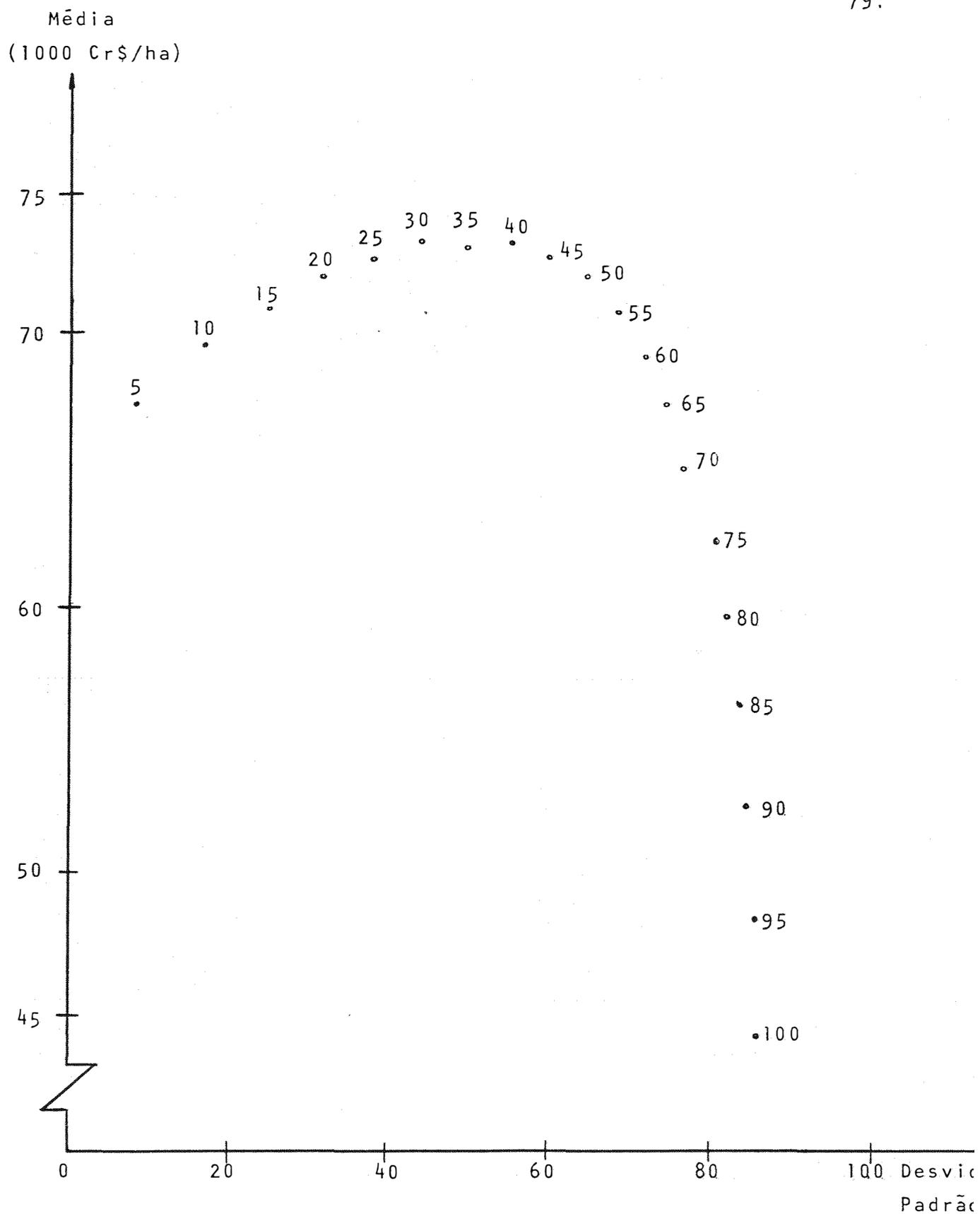


Figura 11. Relação Média x Desvio-Padrão para os diferentes (1000 Cr\$/ha) níveis de nitrogênio (kg/ha).

Tabela 5. Seleção pela Análise E-V, onde D = dominante, d = dominada e NC = não comparáveis.

		Alternativas (A)																			
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
5	-	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	D	D	D	D	D	D	D
10	NC	-	NC	D	D	D	D	D	D	D	D	D									
15	NC	NC	-	NC	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D							
20	NC	NC	NC	-	NC	NC	NC	NC	NC	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
25	NC	NC	NC	NC	-	NC	NC	NC	NC	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
30	NC	NC	NC	NC	NC	-	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
35	NC	NC	NC	NC	NC	NC	D	-	NC	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
40	NC	NC	NC	NC	NC	NC	D	NC	-	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
45	NC	NC	NC	NC	NC	D	D	D	D	-	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
50	NC	NC	NC	NC	NC	D	D	D	D	D	-	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
55	NC	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	-	D	D	D	D	D	D	D	D	D
60	NC	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	-	D	D	D	D	D	D	D	D
65	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	-	D	D	D	D	D	D	D
70	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	-	D	D	D	D	D	D
75	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	-	D	D	D	D	D
80	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	-	D	D	D	D
85	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	-	D	D	D
90	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	-	D	D
95	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	-	D
100	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	-

Tabela 6. Seleção pela Dominância Estocástica, onde D = dominante, d = dominada e NC = não comparáveis.

		Alternativas (A)																				
1ºA	2ºA	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	
5	-	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
10	NC	-	NC	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D							
15	NC	NC	-	NC	NC	NC	NC	NC	NC	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
20	NC	NC	NC	-	NC	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D							
25	NC	NC	NC	NC	-	NC	NC	NC	NC	NC	NC	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
30	NC	NC	NC	NC	NC	-	NC	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
35	NC	NC	NC	NC	NC	NC	D	-	NC	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
40	d	NC	NC	NC	NC	NC	d	NC	-	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
45	d	NC	d	NC	NC	NC	d	d	d	-	NC	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
50	d	d	d	NC	NC	NC	d	d	d	NC	-	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
55	d	d	d	d	NC	d	d	d	d	d	d	-	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
60	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	-	D	D	D	D	D	D	D	D	D
65	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	-	D	D	D	D	D	D	D	D
70	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	-	D	D	NC	D	D	D	D
75	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	-	D	D	D	D	D	D
80	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	-	NC	D	NC	D	D
85	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	NC	-	NC	D	D
90	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	NC	NC	-	NC	NC
95	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	NC	d	NC	-	D
100	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	-

As alternativas selecionadas pelo Segundo Grau de Dominância Estocástica são as que não são dominadas por qualquer outra e como pode ser visto correspondem as doses de 5, 10, 15, 20, 25 e 30 kg N/ha.

O método apresentou poder discriminatório de alternativas de 30%.

5.1.3. Dominância Estocástica com Respeito a uma Função

As Tabelas 7 e 8 representam a solução proposta pelo modelo para indivíduos respectivamente propensos e avessos ao risco.

Para o primeiro grupo, aqueles que aceitam maior variabilidade e se habilitam a maior lucro, a dose de 80 kg N/ha é a considerada mais adequada, enquanto que para os avessos ao risco e dose mais conservadora 5 kg N/ha é a recomendada.

Em ambas as condições - propensão e aversão ao risco - o método apresentou poder de discriminação absoluto, já que do rol de alternativas propostas apenas uma foi considerada eficiente.

Tabela 7. Seleção pela Dominância Estocástica com respeito a uma Função, para propensos ao risco, onde D = dominante, d = dominada e NC = não comparáveis.

		Alternativas (A)																				
1ªA	2ªA	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	
5	-	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d
10	D	-	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d
15	D	D	-	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d
20	D	D	D	-	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d
25	D	D	D	D	-	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d
30	D	D	D	D	D	-	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d
35	D	D	D	D	D	D	-	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d
40	D	D	D	D	D	D	D	-	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d
45	D	D	D	D	D	D	D	D	-	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d
50	D	D	D	D	D	D	D	D	D	-	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d
55	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	-	d	d	d	d	d	d	d	d	d	d	NC
60	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	-	d	d	d	d	d	d	d	d	NC	D
65	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	-	d	d	d	d	d	d	NC	D	D
70	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	-	d	d	d	d	NC	D	D	D
75	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	-	d	d	d	D	D	D	D
80	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	-	d	d	D	D	D	D
85	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	NC	NC	d	-	D	D	D
90	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	NC	d	d	d	-	D	D	D
95	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	NC	d	d	d	d	d	d	-	D	D
100	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	NC	d	d	d	d	d	d	d	d	-	D

5.2. Discussão

A condução dos ensaios experimentais por bom período de anos, ao permitir a avaliação da estabilidade dos resultados obtidos, potencializa a análise econômica tornando-a muito mais rica em conteúdo informativo.

No caso presente com apenas três anos de experimentação foi possível selecionar duas variáveis de caráter aleatório, que influenciam a produção. Fosse maior este período, além de se aumentar os graus de liberdade da regressão, se conseguiria maior certeza do real papel desempenhado por estas variáveis, o que é da maior importância, já que são elas que se considera as responsáveis pela incerteza da produção.

A técnica empregada na simulação dos resultados foi bastante simples, fundamentada na geração de números randômicos, o que a torna factível em microcomputadores disponíveis nas mais diversas unidades de pesquisa. São três as questões que devem ser levantadas no que toca ao procedimento utilizado.

Em primeiro lugar as variáveis de clima selecionadas, precipitação e deficit hídrico foram consideradas absolutamente independentes entre si, face à impossibilidade, em razão dos poucos anos de observação, de se definir o nível de correlação existente. Sem dúvida é um ponto a ser sanado em futuros trabalhos.

Não foi considerada na simulação a participação

do resíduo da regressão de distribuição normal com média zero e desvio padrão de 735 kg, uma vez que afetaria de forma idêntica as distribuições de probabilidade de todas as alternativas, sendo portanto inócua a sua inclusão.

Talvez a mais crucial das questões se atenha ao fato de que apenas o risco climático tenha sido considerado, colocando-se de lado a incerteza de preço, dada pelo mercado. A justificativa é de que se pressupõe que mesmo consciente deste fato, o produtor, no momento da tomada de decisão, formula sua expectativa do preço que irá vigorar no período de comercialização, baseado em experiências passadas. Não há nada porém que impeça a utilização de um modelo de expectativas de preço no procedimento ora em questão.

As distribuições de probabilidades resultantes foram todas assimétricas à direita, ou seja apresentaram maior concentração de resultados com valores acima da média (moda e mediana maiores que a média). Deste modo fica prejudicada a hipótese de distribuições normais, já que estas pressupõem coeficiente de assimetria nulo, como também todos os momentos ímpares em relação à origem.

Muito provavelmente se aproximariam da Normal caso o número de variáveis aleatórias fosse maior, uma vez que quando um grande número de variáveis aleatórias independentes atua sobre um determinado fenômeno, seu resultado tem distribuição próxima à Normal.

A análise das distribuições revela a relação di

reta entre o nível de utilização do insumo e o nível de risco, dado pelo desvio padrão dos resultados. A razão para tal fato prende-se a pouca ou nenhuma resposta ao nitrogênio em anos desfavoráveis, quando então resultados extremos são alcançados.

As comparações das distribuições pelos critérios de decisão só se mostraram de difícil execução na Dominância Estocástica, onde por não se contar com rotina de computador, valeu-se da sobreposição de gráficos. Esta tarefa repetida por 190 vezes, número correspondente às comparações, se revela pouco eficiente, acentuando a possibilidade de equívocos.

Tomando os resultados da análise E-V obtidos da forma proposta por HANOCH e LEVY, observa-se que em nada diferem dos que seriam obtidos da análise E-V tradicional. A proposição de HANOCH e LEVY se destinou a estabelecer a preferência entre as alternativas presentes na fronteira eficiente, exigindo para isso que

$$[E(X_j) - E(X_k)]^2 \geq s^2(X_j) - s^2(X_k). \quad (43)$$

Ocorre porém que nas alternativas comparadas, o aumento no risco era sempre muito mais que proporcional que o aumento no retorno esperado, jamais permitindo que esta condição fosse satisfeita, tornando idênticas as fronteiras eficientes.

O conjunto de alternativas selecionadas pela A-

nálise E-V, corresponde ao composto por ações de baixo nível de risco, não discriminando do modo algum entre estas. Sem dúvida há neste processo um flagrante contra-senso uma vez que coloca na fronteira eficiente, como igualmente adequadas a indivíduos avessos ao risco alternativas como por exemplo $N = 25$ e $N = 30$, quando se verifica que a passagem de uma para outra implica num aumento de risco da ordem de 16%, "compensada" por uma elevação no retorno esperado de apenas 1%.

Fica claro que o modelo E-V admite como avessos ao risco indivíduos dos mais díspares graus de aversão, conduzindo a indeterminações como a apontada acima. É preciso que sejam mais fortes as pressuposições a respeito da função de utilidade do indivíduos, sob pena de o método conduzir sempre a resultados de pouca importância.

Vale lembrar que a aparente não normalidade das distribuições atinge frontalmente a Análise E-V, já que a significância dos coeficientes de assimetria faz com que não possam ser descritas apenas pela média e desvio-padrão. Em sua defesa está presente o argumento de que ao se tratar de distribuições subjetivamente formuladas, não se pode esperar que o indivíduo se estenda para além destes dois primeiros momentos, ignorando os mais elevados, inclusive assimetria.

A seleção de acordo com a Dominância Estocástica, apesar de seu excessivo rigor na comparação de cada porção das distribuições cumulativas, e da dificuldade de execução, conduziu a um conjunto de alternativas eficientes, idêntico ao

resultante da Análise E-V. Este fato só é esperado quando as alternativas comparadas seguem distribuição Normal, quando então duas distribuições só não se interseccionam se e somente se, a de maior média apresentar também menor desvio-padrão, coincidindo com o critério E-V.

Com base nos resultados obtidos pode-se então sugerir que a Análise E-V deva ser recomendada em relação à Dominância Estocástica, na medida em que conduz a idênticos resultados porém de execução muito mais simples.

Outra questão a se considerar é que nas comparações pela Dominância Estocástica muitas vezes só não foi possível estabelecer a preferência em razão de pequenas regiões de tangência entre as curvas, ou de intersecção nas caudas inferiores. É esse excessivo rigor que parece reduzir a eficiência do método, contribuindo para um conjunto de alternativas eficientes muito heterogêneo, e por consequência pouco informativo.

As alternativas selecionadas por estes dois critérios atendem a indivíduos avessos ao risco, e uma vez verificado que o nível de risco sempre se elevou com a maior utilização do insumo, foram selecionadas aquelas de reduzida utilização do insumo, ou seja as de pouco risco para o capital investido.

Resultados mais conclusivos só foram conseguidos quando se avançou nas pressuposições em torno da função de

utilidade, estabelecendo-se grupos de indivíduos de acordo com valores de sua função de aversão ao risco.

A Dominância Estocástica com Respeito a uma Função estabeleceu uma só alternativa para cada um dos grupos de indivíduos - avessos e propensos ao risco. Com isso atendeu-se também a uma parcela ignorada pelos modelos anteriores, para os quais uma dose elevada do insumo - 80 kg/ha - é a adequada.

Ocorre que neste método são contabilizadas todas as intersecções entre as curvas, de forma a discriminar entre alternativas consideradas não comparáveis pela Dominância Estocástica.

Pode-se argumentar contra a especificação tanto da função exponencial de utilidade, como dos coeficientes de aversão ao risco utilizados. Estes porém correspondem ao preço a ser pago pela obtenção de resultados mais objetivos, e para grupos de tomadores de decisão próximos ao realmente encontrados.

A função de utilidade exponencial atende à suposição de que a predisposição ao risco é função de características do indivíduo, fixas num intervalo de tempo, o que faz com que seu comportamento seja constante no período considerado.

As medidas de comportamento usadas, obtidas por outro autor, foram escolhidas pela confiabilidade em sua deter

minação e por se aplicar a região de produtores de milho, como neste trabalho.

A incorporação destas medidas atende a dois objetivos importantes: o aumento no poder de discriminação de alternativas e o reconhecimento de que outras formas de comportamento que não a aversão ao risco são também encontradas.

Os resultados da aplicação dos modelos de risco devem estar mais próximos do tipo de informação demandada pelo produtor, já que são os que maximizam a utilidade esperada e não apenas o lucro. Surgem duas questões,

É possível que as funções de utilidade sejam multidimensionais, hipótese não considerada neste trabalho. Neste caso os resultados obtidos não seriam os mais adequados, já que o comportamento presumido na sua obtenção foi distinto, porém ainda assim constituiriam uma evolução quando comparados aos conseguidos apoiando-se na maximização de lucros.

De outro lado, é preciso que se atente para que as distribuições com que se trabalha são objetivas uma vez que obtidas de dados de observação. Assim sendo podem diferir bastante daquelas subjetivamente formuladas pelos tomadores de decisão, que resultam de suas expectativas em torno de novas técnicas.

De qualquer modo, dos modelos de decisão empregados, apoiados na idéia de maximização da utilidade esperada, derivam informações que se supõe facilitem o processo de ado-

ção e ou mudança de práticas, já que atendem a características do comportamento do indivíduo pouco lembradas nas avaliações usuais.

Fica a sugestão para que em futuros trabalhos se incorpore o risco de preços, e também a possível correlação entre as variáveis de clima, quando da geração de distribuições de probabilidade.

É também preciso que se busque novas estimativas da função de aversão ao risco, uma vez que a qualidade do modelo de Dominância Estocástica com Respeito a uma Função está na direta dependência destes parâmetros.

5.3. Conclusões

A geração de distribuições de probabilidade para os resultados da adubação nitrogenada em milho, conseguida através da simulação de variáveis de clima, aplicados à função de produção, produziu resultados bastante satisfatórios e foi de implementação bastante simples, permitindo a avaliação do desempenho de modelos de decisão sob risco.

A aplicação destes modelos indicou que para agricultores avessos ao risco apenas doses bastante baixas são adequadas. Modelos que pressupõem exclusivamente esta forma de comportamento, Análise E-V e Dominância Estocástica, conduzem a idênticos resultados e apresentam reduzido poder de discriminação selecionando como igualmente eficientes 6 das 20 al

ternativas sob comparação. De acordo com os resultados obtidos a Análise E-V deve ser preferida pela maior facilidade de execução.

Porém, as informações derivadas destes modelos são pouco consistentes por considerarem como igualmente eficientes alternativas bastante distintas entre si, são incoerentes se propostas a um grupo homogêneo de agricultores avessos ao risco.

Informações mais objetivas são conseguidas pela aplicação da Dominância Estocástica com Respeito a uma Função, que apresentou uma só alternativa considerada eficiente tanto para indivíduos avessos como para propensos ao risco. Para estes a dose recomendada foi bastante elevada alcançando 80 kg N/ha, enquanto que para os avessos foi de 5 kg N/ha.

Evidentemente este maior poder de seleção só é conseguido às custas de maior rigor nas pressuposições em torno da função utilidade do indivíduo, consideradas porém bastante razoáveis e intuitivas.

Considera-se que a Dominância Estocástica com Respeito a uma Função deva ser o modelo recomendado neste tipo de análise, uma vez que conta com rotina de computador disponível e conduz a resultados mais objetivos.

A análise econômica de experimentos, envolvendo risco deve ser incorporada aos procedimentos rotineiros de avaliação de resultados experimentais em unidades de pesquisa

agropecuária, surgindo como uma alternativa ao instrumental baseado apenas na hipótese de exclusiva maximização de lucros, que se mostra inconsistente com o cenário em que o produtor rural desenvolve sua atividade. Com certeza as informações então geradas estarão mais próximas às realmente buscadas, tornando mais fácil e rápido o processo de adoção de novas práticas.

6. LITERATURA CITADA

- ALCHIAN, A.A., 1953. The Meaning of Utility Measurement. The American Economic Review. 43(1):26-50.
- ANDERSON, J.R., 1974a. Risk Efficiency in the Interpretation of Agricultural Production Research. Review of Marketing and Agricultural Economics. 42(3):131-184.
- ANDERSON, J.R., 1974b. Sparse Data, Estimation Reliability and Risk - Efficient Decisions. The American Journal of Agricultural Economics. 56(3):564-572.
- ANDERSON, J.R., J.DILLON e B.HARDAKER, 1977. Agricultural Decision Analysis. Iowa St.Univ.Press.
- BAUMOL, W.J., 1958. The Cardinal Utility which is Ordinal. The Economic Journal. 48(272):665-672.
- BONDAVALLI, B., D.COLYER e E.M.KROTH, 1970. Effects of Weather, Nitrogen and Population on Corn Yield Response. Agronomy Journal. 62(5):669-672.
- CROCOMO, C.R., 1979. Risk Efficient Fertilizer Rates: an Appli

- cation to Corn Production in the Cerrado Region of Brazil.
Tese PhD Michigan State University.
- de JANVRY, A., 1972. Optimal Levels of Fertilization Under Risk: The Potencial for Corn and Wheat Fertilization Under Alternative Price Policies in Argentina. The American Journal of Agricultural Economics. 54(1):1-10.
- DILLON, J.L., 1971. An Expository Review of Bernoullian Decision Theory - Review of Mktg. and Agricultural Economics. 39(1):1-79.
- DILLON, J.L., 1976. Agricultura, Pesquisa e Probabilidade. Série Pesquisa nº 13. Universidade Federal do Ceará. 25 p.
- DILLON, J.L. e P.L.SCANDIZZO, 1976. Atitudes dos Agricultores Nordestinos de Subsistência em Relação ao Risco. Abordagem Amostral. Dep.Ec.Agr., Centro de Ciências Agrárias, UFCE, Fortaleza. Série Pesquisa 17, 26 p.
- ELLSBERG, D., 1954. Classic and Current Notions of Measurable Utility. The Economic Journal. 54(255):528-556.
- FONSECA, V.O., 1976. Análise Econômica da Aplicação de Doses e Fontes de Nitrogênio na Cultura do Trigo, sob Condições de Risco, em Pelotas R.S. Tese de Mestrado IEPE/UFRS. 88 p.
- FRIEDMAN, M. e J.SAVAGE, 1948. The Utility Analysis of Choices Involving Risk. Journal of Political Economy. 56(4)279-304.
- FROHBERG, K. e C.R.TAYLOR, 1975. The Influence of Risk Arising from Weather Variability on the Optimal Nitrogen Fertiliza-

- tion Level of Corn. Illinois Agricultural Economics. 15(2):
:23-26.
- GARCIA, J.C. e J.C.CRUZ, 1979. Seleção, pela Dominância Esto-
cástica, de Práticas Agrícolas Eficientes com Respeito ao
Risco - Uma Aplicação para a Cultura do Milho. Revista de
Economia Rural. 17(2):131-142.
- HADLEY, G., 1967. Introduction to Probability and Statistical
Decision Theory. San Francisco, Holden-Day.
- HADAR, J. e W.R.RUSSEL, 1969. Rules for Ordering Uncertain Pros-
pects. American Economic Review. 59:25-34.
- HANOCH, G. e H.LEVY, 1970. Efficient Portfolio Selection with
Quadratic and Cubic Utility. Rev.of Ec.Studies 43(2):181-9.
- HENDERSON, J.M. e R.E.QUANDT, 1958. Microeconomic Theory - a
Mathematical Approach. Mc.Graw-Hill Book Co. Inc., 291 p.
- HICKS, J., 1968. Value and Capital. Claredon Press, Oxford.
340 p.
- IEA, 1983. Informações Econômicas. 13(7). São Paulo.
- LIN, W.W. e H.S.CHANG, 1978. Specification of Bernoullian Uti-
lity Function in Decision Analysis. Agricultural Economics
Research. 30(1):30-36.
- LIN, W.; G.W.DEAN e C.V.MOORE, 1974. An Empirical Test of Uti-
lity vs. Profit Maximization in Agricultural Production. Ame-
rican Journal of Agricultural Economics. 56(3):497-508.

- MEYER, J., 1977. Choice Among Distributions. Journal of Economic Theory. 14:326-36.
- MOSCARDI, E. e A.de JANVRY, 1977. Attitudes Toward Risk Among Peasants: An Econometric Approach. The American Journal of Agricultural Economics. 59(4):710-716.
- OFFICER, R.R. e A.N.HALTER, 1968. Utility Analysis in a Practical Setting. The American Journal of Agricultural Economics. 50(2):257-277.
- OZGA, S.A., 1956. Measurable Utility and Probability: A Simplified Rendering. The Economic Journal. 56(263):419-430.
- PEARSE, R.A., 1975. Requirements for Economic Analysis. In: BOFINGER, V.J. e J.L.WHEELER, eds. Development in Field Design and Analysis. Farnham Royal, Commonwealth Agricultural Bureaux, Bulletin 50, p. 169-189.
- PORTO, V.H.F., 1980. Análise Econométrica de Dados Experimentais sobre um Sistema de Produção Trigo - Soja, para a cultura do Trigo. Tese de Mestrado ESALQ/USP. 109 p.
- PORTO, V.H.F.; E.R.CRUIZ e J.A.INFELD, 1982. Metodologia para Incorporação de Risco em Modelos de Decisão Usados na Análise Comparativa entre Alternativas: O Caso da Cultura do Arroz Irrigado. Revista de Economia Rural. 20(2):193-211.
- PRATT, J.W., 1964. Risk Aversion in the Small and in the Large. Econometrica. 32(1-2):122-136, January/April.
- QUIRK, J.P. e R.SAPOSNIK, 1962. Admissibility and Measurable

- Utility Functions. Rev.of. Ec.Studies. 29(1):140-146.
- ROBINSON, L.J. e R.P. KING, 1981. An Interval Approach to Measuring Decision Maker Preferences. American Journal of Agricultural Economics. (71):510-520.
- SIMONSEN, M.H., 1966. Análise Econômica e Escolha Envolvendo Risco. Revista Brasileira de Economia. 20(2-3):135-168.
- SMITH, W.G. e W.L.PARKS, 1967. A Method for Incorporating Probability into Fertilizer Recommendations. Journal of Farm Economics. 49(5):1511-1515.
- STROTZ, R.H., 1953. Cardinal Utility. American Economic Review. 43(2):384-397.
- TOBIN, J., 1958. Liquidity Preference as Behavior Towards Risk. Rev.of Ec.Studies. 25(1):65-86.
- TSIANG, S.C., 1972. The Rationale of Mean - Standard Deviation Analysis, Skewness Preference, and the Demand for Money. American Journal of Agricultural Economics. 62:354-371.
- von NEUMAN, J. e O.MORGENSTERN, 1953. Theory of Games and Economic Behavior. Princeton University Press. 641 p.
- WINKLER, R.L., 1972. Introduction to Bayesian Inference and Decision. New York: Holt, Rinehart and Winston.

APÊNDICE

Apêndice 1.
 Estimativa de custo operacional e Exigência Física de Fatores
 Produção da cultura de Milho com Produtividade acima de 3501 kg/ha (Cr\$)
 Estado do Paraná, Safra 83/84.

Item	M.O. Comum	TRM + Arado	TRM + Distr.	TRM + Grade	TRM + Plant/Ad	TRM + Puiv.	TRM + Cultiv.	Auto- Motriz	TRM + Carreta
A- Operação									
Terraceamento	0,4	0,7	-	-	-	-	-	-	-
Calagem	0,4	-	0,3	-	-	-	-	-	-
Aração	-	2,7	-	-	-	-	-	-	-
Gradagem	-	-	-	1,7	-	-	-	-	-
Semeadura/Adubação	1,2	-	-	-	1,3	-	-	-	-
Herbicida/Inseticida	0,8	-	-	-	-	1,1	-	-	-
Capina	-	-	-	-	-	-	1,0	-	-
Adubação de Cob.	1,2	-	-	-	-	-	1,0	-	-
Colheita	-	-	-	-	-	-	-	1,5	-
Transporte interno	8,0	-	-	-	-	-	-	-	0,5
Total de horas	12,0	3,4	0,3	1,7	1,3	1,1	2,0	1,5	0,5
Custo horário	227	3638	4407	3974	4087	3967	3247	22753	3365
Despesas com Operações	2724	12369	1322	6756	5313	4364	6494	34130	1683
B- Material consumido									
Sementes	Quantidade	Preço (Cr\$)	Valor (Cr\$)						
	20 kg	230	4.600						
Calcário	500 kg	8,75	4.375						
Fertilizantes (4-30-10)	230 kg	120	27.600						
Herbicida	6 l	3350	20.100						
Inseticida	0,6 l	3800	2.280						
Despesas com material									
Custo operacional efetivo (A+B)									
Depreciação de máquina									
Juros bancários									
Custo operacional total									
				Sub-total					
				75.155					
				<u>134.110</u>					
				23.367					
				<u>65.312</u>					
				<u>219.789</u>					

Fonte: SEAG - PR/DERAL

Apêndice 2. Média, Desvio-Padrão e Assimetria das distribuições de probabilidade do lucro associados aos diferentes níveis de utilização de nitrogênio (N).

M (kg/ha)	Média (Cr\$)	Desvio-Padrão (Cr\$)	Assimetria
5	67729	8476	-0,846
10	69580	16506	-0,842
15	71084	24083	-0,835
20	72278	31219	-0,826
25	73019	37858	-0,809
30	73655	44023	-0,812
35	73349	49240	-0,852
40	73575	55218	-0,792
45	72995	60165	-0,782
50	72125	64530	-0,778
55	70900	68585	-0,766
60	69396	72080	-0,759
65	67653	75166	-0,744
70	65296	77820	-0,732
75	62687	80012	-0,719
80	59796	81904	-0,700
85	56517	83403	-0,682
90	52867	84438	-0,664
95	48751	84986	-0,639
100	44483	85193	-0,621

APÊNDICE 3

CRITÉRIOS DE SELEÇÃO PELO PRIMEIRO E SEGUNDO GRAUS DE DOMINÂNCIA ESTOCÁSTICA (ANDERSON, 1974).

Sejam duas distribuições densidade de probabilidade, $f(x)$ e $g(x)$. A dominância de $f(x)$, pelo Primeiro Grau de Dominância Estocástica, no qual está pressuposta a idéia de utilidade marginal dos resultados positiva, exige que,

$$\bar{U}_f - \bar{U}_g > 0 \quad (44)$$

ou seja, que a utilidade esperada de $f(x)$ seja maior que a associada a $g(x)$, porém como

$$\bar{U}_f - \bar{U}_g = \int_a^b U(x) f(x) dx - \int_a^b U(x) g(x) dx \quad (45)$$

$$\bar{U}_f - \bar{U}_g = \int_a^b U(x) (dF_1(x)) dx - \int_a^b U(x) (dG_1(x)) dx \quad (46)$$

$$\bar{U}_f - \bar{U}_g = \int_a^b U(x) [dF_1(x) - dG_1(x)] dx \quad (47)$$

A expressão (47) pode ser rearranjada^{1/},

^{1/} Se y e z são funções de x , então

$$\int_a^b y (dz/dx) = [yz]_a^b - \int_a^b z (dy/dx) dx$$

$$\begin{aligned} \bar{U} f - \bar{U} g &= \left[U(X) [F_1(X) - G_1(X)] \right]_a^b - \\ &- \int_a^b [F_1(X) - G_1(X)] U'(X) dX \end{aligned} \quad (48)$$

e como $F_1(a) = G_1(a)$ e $F_1(b) = G_1(b)$, o primeiro termo se anula

$$\bar{U} f - \bar{U} g = - \int_a^b [F_1(X) - G_1(X)] U'(X) dX \quad (49)$$

que rearranjada,

$$\bar{U} f - \bar{U} g = \int_a^b U'(X) [G_1(X) - F_1(X)] dX \quad (50)$$

Uma vez que a dominância de $f(X)$ sobre $g(X)$ exige que $\bar{U} f - \bar{U} g > 0$, e como está pressuposto que $U'(X) > 0$, verifica-se que é obedecida desde que $G_1(X) > F_1(X)$ para todo $x \in (a, b)$, ou de outra forma a distribuição cumulativa de primeiro grau de $g(X)$ deve se manter sempre à esquerda da associada a $f(X)$.

Já a dominância $f(X)$ sobre $g(X)$ pelo Segundo Grau de Dominância Estocástica, conta com a restrição adicional de utilidade marginal dos resultados decrescente. As condições exigidas para seu estabelecimento podem ser entendidas tomando-se (49) que desenvolvida assume a forma,

$$- \int_a^b U'(X) \left\{ d[F_2(X) - G_2(X)] / dX \right\} dX \quad (51)$$

que integrada por partes como sugerido no rodapé anterior, se torna

$$[U'(x) [F_2(x) - G_2(x)]]_a^b - \int_a^b [F_2(x) - G_2(x)] U''(x) dx \quad (52)$$

rearranjada

$$\begin{aligned} \bar{U} f - \bar{U} g = & - [U'(x) [F_2(x) - G_2(x)]]_a^b + \\ & + \int_a^b U''(x) [F_2(x) - G_2(x)] dx \quad (53) \end{aligned}$$

Como a dominância de $f(x)$ sobre $g(x)$ pelo Segundo Grau de Dominância Estocástica exige que $\bar{U} f - \bar{U} g > 0$ e como $U'(x) > 0$ e $U''(x) < 0$, verifica-se que esta condição é atendida sempre que $F_2(x) < G_2(x)$ para todo $x \in (a, b)$, ou seja a distribuição cumulativa de segundo grau de $g(x)$ deve se manter sempre à esquerda daquela associada a $f(x)$.

APÊNDICE 4

A FUNÇÃO UTILIDADE EXPONENCIAL NEGATIVA

Pode apresentar duas formas gerais distintas,

$$U(x) = A + e^{-c \cdot x}, \text{ com } c < 0 \quad e, \quad (54)$$

$$U(x) = A - e^{-c \cdot x}, \text{ com } c > 0 \quad (55)$$

que se apresentam graficamente como mostrado na Figura 12.

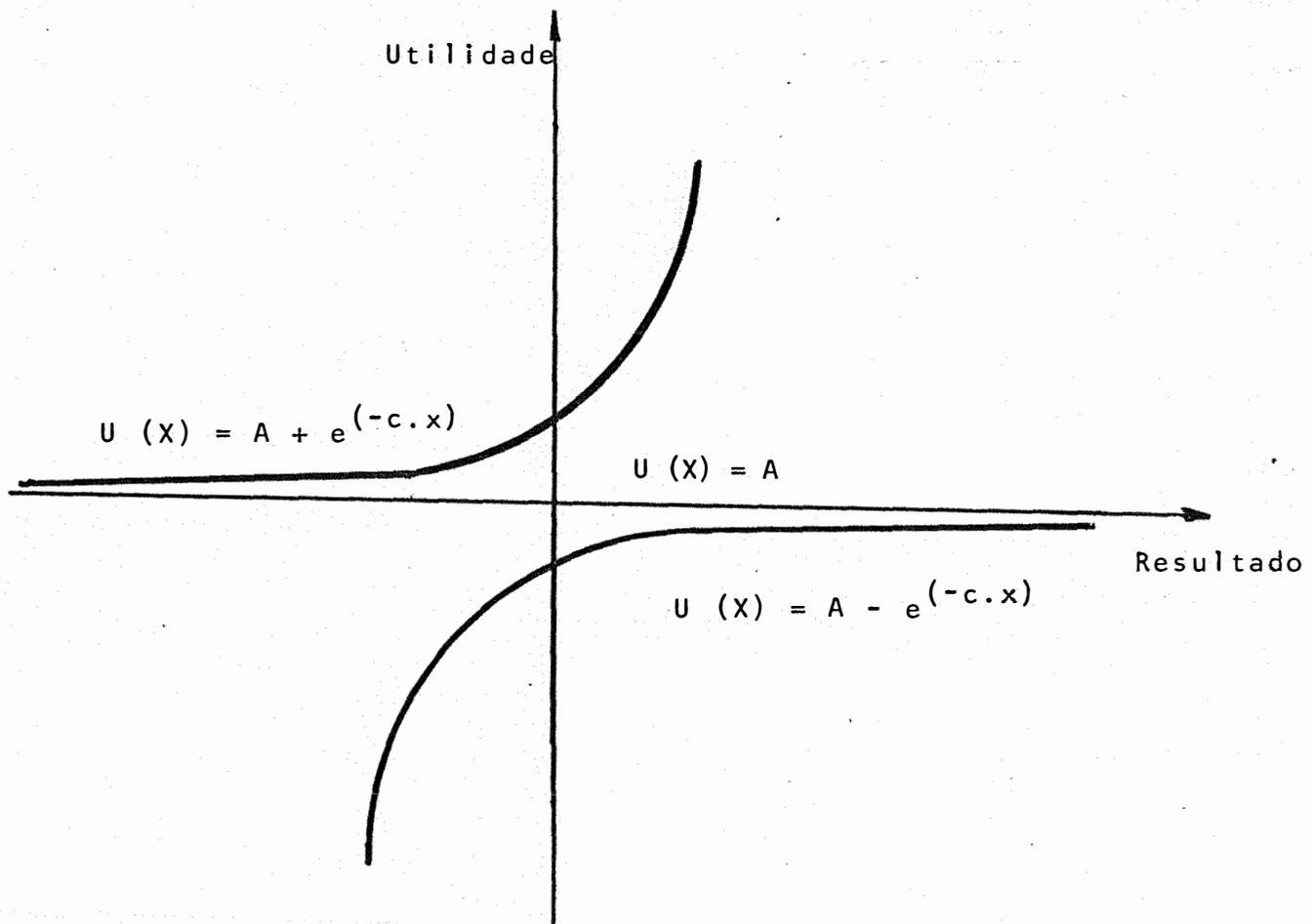


Figura 12. Função Utilidade Exponencial Negativa.

Verifica-se que a medida que se elevam os valores de x , a forma $U(x) = A + e^{(-c \cdot x)}$ se afasta de sua assintota $U(x) = A$ e se torna mais convexa, enquanto que $U(x) = A - e^{(-c \cdot x)}$ se aproxima de $U(x) = A$ e se torna mais côncava.

Tais funções apresentam uma propriedade bastante particular que é a de que uma possível medida local da concavidade ou convexidade dada pela relação entre suas duas primeiras derivadas.

$$r(x) = \frac{-U''(x)}{U'(x)} \quad (56)$$

não se altera em todo o domínio de x , onde $r(x) = c$.

Tal medida é relatada por PRATT (1964) como uma importante medida do comportamento do indivíduo sob incerteza, é denominada função de aversão absoluta ao risco. Deste modo, (54) caracteriza o comportamento de tomadores de decisão propensos ao risco, com utilidade marginal dos resultados positiva e crescente, enquanto que (55) se associa aos avessos ao risco que apresentam utilidade marginal dos resultados positiva, porém decrescente.

A forma mais freqüente na literatura, e usada neste trabalho, considera $A = 0$, de modo que,

$$U(X) = \begin{cases} e^{-c \cdot x}, & \text{para propensos ao risco } (c > 0) \\ x, & \text{para indiferente ao risco } (c = 0) \\ -e^{-c \cdot x}, & \text{para avessos ao risco } (c < 0). \end{cases} \quad (57)$$

Algumas propriedades destas funções estão presentes na Figura 13.

Propensão ($c < 0$)	Indiferença ($c = 0$)	Aversão ($c > 0$)
$U(X) = e^{-c \cdot x}$	$U(X) = X$	$U(X) = -e^{-c \cdot x}$
$U'(X) = -c \cdot e^{-c \cdot x} > 0$	$U'(X) = 1$	$U'(X) = -c \cdot -e^{-c \cdot x} > 0$
$U''(X) = c^2 \cdot e^{-c \cdot x} > 0$	$U''(X) = 0$	$U''(X) = c^2 \cdot -e^{-c \cdot x} < 0$

Figura 13. Propriedades das funções utilidade exponenciais negativas.

APÊNDICE 5

A FUNÇÃO QUADRÁTICA DE UTILIDADE E A ANÁLISE EV.

A função de utilidade da forma quadrática, expressa em termos de $\{x\}$, conjunto dos possíveis resultados, assume a forma,

$$U(x) = x + b x^2 \quad (58)$$

Ocorre que sob incerteza de resultados, o que existe é uma função utilidade esperada, obtida aplicando-se a (58) as propriedades da esperança matemática, ou seja

$$E[U(x)] = E(x) + b E(x^2) \quad (59)$$

Esta nova função pode passar a ser expressa em termos dos momentos das distribuições, bastando para isso que se verifique que a variância é definida como

$$V(x) = E[x - E(x)]^2 \quad (60)$$

$$V(x) = E\{x^2 - 2 \cdot x \cdot E(x) + [E(x)]^2\} \quad (61)$$

$$V(x) = E(x^2) - 2 \cdot E(x) \cdot E(x) + [E(x)]^2 \quad (62)$$

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 \quad (63)$$

que rearranjada

$$E(X^2) = [E(X)]^2 + V(X) \quad (64)$$

e substituindo em (59), a torna

$$E[U(X)] = E(X) + b [E(X)]^2 + b V(X) \quad (65)$$

que corresponde a sua forma final, onde a utilidade é função da média, $E(X)$, e da variância, $V(X)$, dos possíveis resultados.

HANOCH e LEVY (1970) propõem uma demonstração do critério Análise EV, de seleção de alternativas com base na média e variância dos resultados, que pode ser descrito, tomando-se duas possíveis ações, X_j e X_k . Admite-se que X_j seja preferida desde que sua utilidade esperada seja maior, ou de outra forma

$$E[U(X_j)] - E[U(X_k)] > 0 \quad (66)$$

As funções utilidade são aquelas descritas por (18) de forma que por sua substituição em (66) tem-se

$$2LE(X_j) - [E(X_j)]^2 - V(X_j) - \{2LE(X_k) - [E(X_k)]^2 - V(X_k)\} > 0 \quad (67)$$

somando-se os termos semelhantes temos

$$2L [E(X_j) - E(X_k)] - \{[E(X_j)]^2 - [E(X_k)]^2\} - \{V(X_j) - V(X_k)\} > 0 \quad (68)$$

que pode ser expressa de modo mais simplificado

$$2L \Delta E - (\Delta E^2 + \Delta V) > 0 \quad (69)$$

É imediato que se verificque que (69) é satisfeita ou seja X_j é preferida a X_k se e somente se

$$E(X_j) > E(X_k) \quad (70)$$

e

$$V(X_j) < V(X_k) \quad (71).$$