ANÁLISE DE MODELOS LINEARES EM DADOS DE CONTAGENS BINOMIAIS NEGATIVAS, USANDO DADOS ORIGINAIS OU TRANSFORMADOS PARA NORMALIDADE E HOMOCEDASTICIDADE

ANTONIO CARLOS SIMÕES PIÃO
ESTATÍSTICO

Orientador: Prof. Dr. Dilermando Perecin

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" , da Universidade de São Paulo , para obtenção do título de Mestre em Agronomia , Área de Concentração : Estatística e Experimentação Agronômica.

Piracicaba

Estado de São Paulo - Brasil

setembro, 1989

Pião, Antonio Carlos Simões

P581a Análise de modelos lineares em dados de contagens binomiais negativas, usando dados originais ou transformados para normalidade e homocedasticidade.
Piracicaba, 1989.
125p.

Diss. (Mestre) - ESALQ
Bibliografia.

1. Análise de variância 2. distribuição binomial negativa 3. Transformações 4. Qui-Quadrado mínimo.
I. Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba.

CDD 519.532

ANÁLISE DE MODELOS LINEARES EM DADOS DE CONTAGENS BINOMIAIS NEGATIVAS, USANDO DADOS ORIGINAIS OU TRANSFORMADOS PARA NORMALIDADE E HOMOCEDASTICIDADE

ANTONIO CARLOS SIMÕES PIÃO

Aprovada em 22/09/1989

Comissão julgadora:

Prof. Dr. Dilermando Perecin	FCAVJ/UNESP
Prof. Dr. Rubens Alves da Cunha	IGCE/UNESP
Prof. Dr. Antonio Franscisco Iemma	ESALQ/USP

Prof. Dr. Dilermando Perecin
Orientador

A DEUS,

Aos meus pais e sogros,

AGRADEÇO

A minha esposa Vera,

Aos meus filhos,

Maria Carolina, Marcelo e Natália

ofereço

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Dilermando Perecin, pela orientação segura e valiosa durante todo curso e, em especial, na realização deste trabalho.

Ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Campus de Rio Claro, UNESP, pela oportunidade oferecida.

Aos colegas do Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computacional, Campus Rio Claro, UNESP, em especial J. S. Govone e W. L. Volpe, pelo incentivo e colaboração.

Aos professores e funcionários do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", USP, pelos ensinamentos e constante disponibilidade.

Ao prof. Dr. Rubens A. da Cunha, do Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computacional do IGCE-UNESP, pelo apoio, e pela ajuda na elaboração do Summary.

À CAPES, em nome da coordenação de capacitação de Docentes do IGCE - UNESP, e ao CNPq, pelo auxilio financeiro prestado.

Aos colegas de curso, pela amizade e troca de idéias.

À Izabel Cristina G. Rios e Liliane Marques Garcia, pela colaboração na parte de datilografia.

ÍNDICE

página

página

ANÁLISE DE MODELOS LINEARES EM DADOS DE CONTAGENS BINOMIAIS NEGATIVAS, USANDO DADOS ORIGINAIS OU TRANSFORMADOS PARA NORMALIDADE E HOMOCEDASTICIDADE

Autor: Antonio Carlos Simões Pião

Orientador: Prof. Dr. Dilermando Perecin

RESUMO

A conhecida distribuição binomial negativa é frequentemente usada para interpretar variáveis de contagens, através de diferentes técnicas.

Para comparar algumas dessas técnicas, quatro populações de tamanho n = 50, foram geradas em computador, para diferentes valores dos parâmetros m e k, usando o procedimento de NORMAN & CANNON (1972). Comparações do nível mínimo de significância foram também feitas, inclusive quando as dez transformações de variáveis, sugeridas por BARBOSA (1985), foram usadas. Simularam-se 1000 ensaios para cada uma das 112 combinações de 4 populações (tratamentos), englobando casos de populações iguais e casos com diferenças em m, k ou ambos.

Deve-se ter cuidado ao aplicar transformações de dados, particularmente se não há homogeneidade de k.

A estatística $C(\alpha)$ proposta por BARNWAL & PAUL (1988), mostrou alguma robustez para valores não homogêneos de k, conduzindo a resultados equivalentes àqueles obtidos usando dados não transformados.

A análise da variância, usando o teste de mínimo qui-quadrado X_U^2 mostrou ser viesado, superestimando valores quando a matriz

de variâncias e covariâncias é desconhecida. Se a matriz de variâncias e covariâncias é conhecida, os resultados são equivalentes a aqueles obtidos dos dados originais.

Resultados similares foram obtidos para populações menores, n = 10, quando um poder decrescente do teste foi detectado. Foram escolhidos 20 casos e simularam-se 1000 ensaios para cada caso.

LINEAR MODELS ANALYSIS OF NEGATIVE BINOMIAL COUNTS USING ORIGINAL, AND TRANSFORMED DATA FOR NORMALITY AND HOMOCEDASTICITY

Author : Antonio Carlos Simões Pião

Adviser : Prof. Dr. Dilermando Perecin

SUMMARY

The well-known negative binomial distribution is quite frequently used to interpret counting variables, through different techniques.

In order to compare these techniques, four populations of size n = 50, were computer-generated for different values of the parameters m and k, using NORMAN & CANNON (1972) procedure. Comparisons of the minimum level of significance are also made when the ten transformations of variables, as suggested by BARBOSA (1985), were used. For that, 1000 essays were simulated for each one of the 112 combinations of 4 populations. This covered equal and different populations with respect to the parameters m, k or both.

In conclusion, for some values of the parameters m and k, there is no necessity of any data transformation, particularly if depending of k.

Statistics like $C(\alpha)$ proposed by BARNWAL & PAUL (1988) showed some robustness for non-homogeneous values of k, leading to equivalent results to that ones obtainned using untransformed data.

The analysis of variance, using the minimum chi-square test X_U^2 showed to be biased superestimating values when the variance-covariance

matrix is unknown. If the variance-covariance matrix is knew the results are equivalent from those obtainned from original data.

Similar results were obtainned for smaller populations, $n = 10$, when a decreasing power of the tests was detected. In such a case 20 combinations and 1000 simulations for each combination were performed.

1. INTRODUÇÃO

No campo agronômico, testes com inseticidas geralmente são avaliados através do número de insetos sobreviventes ou de partes de plantas danificadas pela praga. As análises estatísticas de tais dados representam um sério problema para os estatísticos, pois não se conhecem perfeitamente as distribuições de probabilidade que possam descrever tais dados.

De um modo geral, o conhecimento das distribuições das contagens permite a escolha de transformações para condições de normalidade, aditividade e homocedasticidade, permitindo a aplicação das teorias clássicas de modelos lineares. Essas análises são, em geral, mais eficientes que as existentes no campo da estatística não paramétrica.

A partir dos trabalhos de HINZ & GURLAND (1967 e 1968), têm sido desenvolvidas técnicas alternativas para estudo de modelos lineares em dados de contagens. Essas técnicas permitem o uso de mais do que uma estatística para a estimação de cada parâmetro, o que, em princípio, poderá conduzir a uma maior eficiência. Por exemplo, a partir da média, da variância e da frequência de zeros, é possível estimar parâmetros de uma distribuição binomial negativa, que é uma das distribuições mais empregadas em dados de contagens.

Além disso, é possível estudar modelos lineares com dados originais, ver PERECIN (1979). Note que, esses estudos não poderiam ser realizados com as técnicas comuns de análise de variância ou de regressão, pois seriam necessárias transformações que poderiam destruir os modelos lineares originais; o que não acontece com o uso da técnica de modelos lineares, adaptada ao método dos mínimos qui-quadrados.

Neste trabalho, o objetivo principal é comparar a partir de dados simulados com base em diferentes distribuições binomiais negativas, as seguintes técnicas de análise desses dados: análise de variância sem transformação; análise de variância com 10 transformações citadas por BARBOSA (1985); análise de variância "similar" usando a própria distribuição, proposta por HINZ & GURLAND (1968); e a estatística $C(\alpha)$, proposta por BARNWAL & PAUL (1988).

Para este propósito, foram inicialmente gerados, para cada condição dos parâmetros m = (0,5; 1,0; 2,0; 5,0) e k = (1,0; 1,5; 2,0; 2,5) , 1000 ensaios com amostras de tamanho 50 para cada uma das 4 populações. As amostras de distribuições binomiais negativas foram geradas usando o procedimento rápido de NORMAN & CANNON (1972). As estatísticas dos procedimentos de análise foram comparadas usando a distribuição do nível mínimo de significância, sua média e variância; média e variância dos F observados; média e variância dos χ^2 observados, do método de HINZ & GURLAND (1968), tanto para Σ conhecido como estimado.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. Estudo da distribuição binomial negativa

A distribuição binomial negativa é descrita por dois parâmetros; a média $m > 0$ e o expoente $k > 0$. O parâmetro k pode ser considerado como um parâmetro de dispersão , pois quanto maior o valor de k, para um mesmo valor de m, menor será a variância.

A variância da distribuição é dada por:

$$\sigma^2 = m + \frac{m^2}{k}$$

e a probabilidade de se observar um valor $r = 0, 1, 2, \ldots$ é dada por

$$P(r) = \frac{\Gamma(r + k)}{r!\,\Gamma(r)} \left(\frac{m}{m + k} \right)^r \left(1 + \frac{m}{k}\right)^{-k}$$

Na prática, porém, o valor de k é fracionário, tornando difícil a utilização desta fórmula, podendo-se, no entanto, por recorrência obter as probabilidades:

$$P(0) = \left(1 + \frac{m}{k}\right)^{-k}$$

$$P(r + 1) = \frac{k + r}{r + 1} \left(\frac{m}{m + k} \right) P(r) \qquad r = 0, 1, 2, \ldots$$

Quando k tende a infinito a distribuição binomial negativa tende para a distribuição Poisson. Por outro lado, se k tende a zero a distribuição binomial negativa aproxima-se à série logarítmica.

ALGUMAS PROPRIEDADES, (ANSCOMBE 1950)

a) Função geradora de probabilidades:

$$E(t^r) = (q - pt)^{-k} \qquad k > 0, \qquad p > 0, \qquad q = 1 + p$$

b) Função geradora de momentos:

$$E(e^{tr}) = [\ 1 - p(e^t - 1)\ ]^{-k}$$

c) Função geradora de cumulantes fatoriais:

$$\ln E[\ (1 + t)^r] = \sum_{i=1}^{\infty} K_{(i)} \ \frac{t^i}{i!} = k \ln (1 - pt)$$

e o i-ésimo cumulante fatorial é:

$$K_{(i)} = (\ i - 1)!\ k\ p^i$$

d) Função geradora de cumulantes:

$$\ln E(e^{tr}) = \sum_{i=1}^{\infty} K_i \ \frac{t^i}{i!} = -k \ln (1 - p(e^t - 1))$$

e os quatros primeiros cumulantes são:

$$K_1 = kp = m \ ;$$

$$K_2 = kp(1 + p) = m + \frac{m^2}{k} \ ;$$

$$K_3 = kp(1 + p)(1 + 2p) \ ;$$

$$K_4 = kp(1 + p)(1 + 6p + 6p^2) \ ;$$

Para a obtenção dos cumulantes usam-se as propriedades:

a) Relação entre cumulantes e cumulantes fatoriais (populacionais)

$$K_1 = K_{(1)} \ ;$$

$$K_2 = K_{(2)} + K_{(1)} \ ;$$

$$K_3 = K_{(3)} + 3K_{(2)} + K_{(1)} \ ;$$

$$K_4 = K_{(4)} + 6K_{(3)} + 7K_{(2)} + K_{(1)} \ ;$$

b) Relação entre cumulantes e momentos (populacionais)

$$\mu_1' = K_1 \ ;$$

$$\mu_2' = K_2 + K_1^2 \ ;$$

$$\mu_3' = K_3 + 3K_2 K_1 + K_1^3 \ ;$$

$$\mu_4' = K_4 + 4K_3 K_1 + 3K_2^2 + 6K_2 K_1^2 + K_1^4$$

2.2. Método de mínimos qui-quadrados, para estimação de parâmetros (KATTI & GURLAND, 1962a)

Os estimadores de máxima verossimilhança para os parâmetros da distribuição binomial negativa são difíceis de serem obtidos; métodos iterativos para a obtenção desses estimadores tem desvantagem da convergência do processo depender em muito do valor inicialmente proposto (HINZ & GURLAND, 1967). Esses autores apresentam, como alternativa, um método de mínimos qui-quadrados, para a estimação e análise de parâmetros da referida distribuição.

Sejam s estatísticas $S = (s_1, s_2, \ldots, s_s)$, para estimar b parâmetros $\theta = (\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_b)$, $(s > b)$. Suponha-se que S seja um estimador consistente de $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_s)$ onde os ξ_i são funções dos b parâmetros.

Na classe de estimadores que são funções de S, estimadores assintoticamente melhores são obtidos minimizando

$$Q = (S - \xi)' \; \hat{\Sigma}^{-1} \; (S - \xi)$$

onde

$$\Sigma = E\{ (S - E(S)) \; (S - E(S))' \}$$

é a matriz de covariâncias de S e $\hat{\Sigma}$ é um estimador de Σ. Considera-se que, $\hat{\Sigma}$ é não-singular.

Demonstra-se que assintoticamente a quantidade Q é um qui--quadrado; os estimadores assim obtidos são chamados estimadores de mínimo qui-quadrado. A desvantagem desse procedimento é que as soluções dessas equações são não lineares.

Entretanto, de acordo com HINZ & GURLAND (1967), é possível escolher estimadores tais que as relações entre $\hat{\theta}$ e θ sejam lineares. Seja $f(S) = (f_1(S), f_2(S), \ldots, f_S(S))$ uma transformação 1 : 1 do espaço S no espaço f(S) ; então os estimadores obtidos minimizando o χ^2 para f(S) têm as mesmas propriedades assintóticas daqueles obtidos minimizando o χ^2 para S. Isso permite obter estimadores similares aos mínimos quadrados generalizados.

2.3. Funções de cumulantes fatoriais e o método de HINZ & GURLAND (1967)

Pode-se obter estimativas dos parâmetros da binomial negativa através dos mínimos qui-quadrados. Esses estimadores podem ser baseados nos cumulantes fatoriais amostrais.

Se μ_j', K_j e $K_{(j)}$ denotam o j-ésimo momento, o j-ésimo cumulante e o j-ésimo cumulante fatorial, respectivamente, pode-se definir

$$K_j = K_j(\mu_1', \mu_2', \ldots, \mu_j')$$

$$K_{(j)} = K_{(j)}(K_1, K_2, \ldots, K_j)$$

$$\eta_j(K) = \frac{K_{(j+1)}}{K_{(j)}}$$

$$\eta_0(K) = K_{(1)}$$

A matriz de covariâncias assintóticas Σ de $(\hat{\eta}_j(K), j = 0, 1, 2, 3, \ldots, s-1)$ é expressa pelo produto

$$\Sigma = (J_3\ J_2\ J_1)\ V\ (J_3\ J_2\ J_1)'$$

onde as matrizes V e J_i são definidas como segue:

1. V é a matriz de covariâncias $s \times s$ dos estimadores dos momentos dados por:

$$V = [\ \tfrac{1}{n}\ (\mu_{i+j}' - \mu_i'\ \mu_j')\ ] \qquad (i, j = 1, 2, \ldots, s)$$

2. J_1 é a matriz jacobiana $\left[\dfrac{\partial K_i}{\partial \mu_j'}\right]$, $s \times s$, correspondente à transformação dos momentos em cumulantes.

3. J_2 é a matriz jacobiana $\left[\dfrac{\partial K_{(i)}}{\partial K_i}\right]$, $s \times s$, correspondente à transformação dos cumulantes em cumulantes fatoriais.

4. J_3 é a matriz jacobiana $\left[\dfrac{\partial \eta_i}{\partial K_{(j)}}\right]$, $s \times s$, correspondente à transformação dos cumulantes fatoriais para funções η_i.

2.4. Estimadores de mínimos qui-quadrados, com solução igual a um modelo linear generalizado, HINZ & GURLAND (1967).

O procedimento de estimação usado é uma extensão da técnica dos mínimos qui-quadrados, baseada nos resultados de BARANKIN & GURLAND (1951) e foi empregado em vários contextos por HINZ & GURLAND (1968/70).

As relações entre ξ e Θ são lineares e podem ser expressas na notação de matriz $\xi = W\,\Theta$ onde ξ é um vetor de funções lineares dos parâmetros, Θ é um vetor de parâmetros e W é uma matriz de constantes sxb, s é o número de estatísticas usadas, b é o número de parâmetros a serem estimados e $s \geq b$. Por exemplo, para a distribuição binomial negativa e $s = 2$, tem-se

$$\xi_j = \eta_j\,,\ w_{i1} = 1,\ \ w_{j1} = 0 \text{ para } j > 1,\ w_{j2} = j - 1,\ \ \Theta_1 = kp,\ \ \Theta_2 = p.$$

Seja $\hat{\eta}$ um vetor amostral sx1 correspondente a η. Denotando a matriz de covariâncias de $\hat{\eta}$ por Σ, podemos obter estimadores de mínimos qui-quadrados para Θ, minimizando a forma quadrática

$$(\hat{\eta} - \eta)'\ \hat{\Sigma}^{-1}\ (\hat{\eta} - \eta)$$

em relação a Θ. $\hat{\Sigma}$ é uma estimador de Σ obtido pela substituição dos parâmetros que aparecem nos elementos de Σ por estimadores consistentes. Isto é, produz estimadores $\hat{\Theta}$ que são assintoticamente eficientes dentro da classe de estimadores regulares que são funções somente de $\hat{\eta}$. No presente contexto, os estimadores são idênticos na forma, aos estimadores de mínimos quadrados generalizados e são dados por

$$\hat{\theta} = (W' \hat{\Sigma}^{-1} W)^{-1} W' \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\eta}$$

Especificamente para a binomial negativa com $\theta_1 = kp$ e $\theta_2 = p$ temos $\eta = W\theta$

onde

$$W' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \ldots 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \ldots s-1 \end{bmatrix} ; \qquad \theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} ;$$

$$\eta' = (\eta_0, \ \eta_1, \ \ldots, \eta_{s-1})$$

que produzem

$$\hat{p} = \hat{\theta}_2 \ ; \quad \hat{k} = \frac{\hat{\theta}_1}{\hat{\theta}_2}$$

2.5. Combinando cumulantes fatoriais e frequência de zeros

A eficiência do procedimento do item anterior é discutida por HINZ & GURLAND (1967), mostrando que o emprego de apenas 2 ou 3 estatísticas de S são suficientes para se obter alta eficiência na maior parte do espaço paramétrico; recomenda-se o uso de s_1 e s_2 como funções de estimativas de cumulantes, e s_3, caso existam muitos zeros, como função de frequência de zeros.

É possível obter estimadores mais eficientes para os parâmetros das distribuições, combinando os cumulantes fatoriais e a frequência de zeros. Esses estimadores são altamente eficientes e são obtidos como soluções de equações lineares.

Para descrever esses estimadores adiciona-se uma função α definida como função dos cumulantes e da frequência de zeros.

Para a binomial negativa $\alpha = p_0 (1 + \eta_1)^{(\eta_0 + \eta_1)/\eta_1} - 1 = p$

A matriz de covariâncias assintóticas Σ^* de $(\hat{\eta}_0, \hat{\eta}_1, \ldots, \hat{\eta}_{s-1}, \hat{\alpha})$ é dada por

$$\Sigma^* = J_6 \, G \, J_6'$$

onde G é a matriz de covariâncias de $(\hat{\eta}_0, \hat{\eta}_1, \ldots, \hat{\eta}_{s-1}, \hat{p}_0)$, e n é o tamanho da amostra.

$$nG = \left[\begin{array}{c|c} n\Sigma & -p_0(J_3 \; J_2 \; J_1 \; A) \\ \hline -p_0(J_3 \; J_2 \; J_1 \; A)' & p_0(1 - p_0) \end{array} \right]$$

Nesta expressão, Σ, J_1, J_2, J_3 foram definidos previamente, p_0 é frequência relativa de zeros,

$$A' = (\mu_1', \; \mu_2', \ldots, \mu_s') \quad \text{e}$$

$$J_6 = \left[\begin{array}{c|c} I & \emptyset \\ \hline D & \frac{\partial \alpha}{\partial p_0} \end{array}\right]$$

onde I é a matriz identidade $s \times s$, $\emptyset$ é o vetor nulo $s \times 1$ e D é o vetor $1 \times s$ dado por:

$$D = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \eta_0}, \frac{\partial \alpha}{\partial \eta_1}, \ldots, \frac{\partial \alpha}{\partial \eta_{s-1}} \right)$$

Estimadores podem ser obtidos pelo procedimento anterior, então

$$\hat{\theta} = (W^{*\prime} \hat{\Sigma}^{*-1} W^{*})^{-1} W^{*\prime} \hat{\Sigma}^{*-1} \hat{\eta}^{*}$$

onde

$$\eta^{*} = (\hat{\eta}_0, \hat{\eta}_1, \ldots, \hat{\eta}_{s-1}, \hat{\alpha})$$

$$W^{*} = \left[\begin{array}{c} W \\ \hline 0 \quad\quad 1 \end{array}\right]$$

onde W foi definido anteriormente.

2.6. Testes de Hipóteses

2.6.1. Análise de dados não transformados, HINZ & GURLAND (1968)

HINZ & GURLAND (1968) desenvolveram métodos para analisar dados de distribuições binomiais negativas, especialmente para testar hipóteses lineares sobre médias das distribuições, tal como a análise de variância.

Sejam

$$x^{(j)} = [\, x_1^{(j)}, \quad x_2^{(j)}, \ldots, x_{n_j}^{(j)} \,] \quad (j = 1, 2, \ldots, M)$$

amostras aleatórias de M distribuições com função geradora de probabilidades binomial negativa,

$$(q_j - p_j t)^{-k_j}, \text{ onde } q_j = 1 + p_j, \; p_j > 0, \; k_j > 0, \quad \text{e}$$

parâmetros $\Psi = \begin{bmatrix} k_j \, p_j \\ p_j \end{bmatrix}$

Pode-se construir uma estatística X_U^2 para testar a hipótese sobre médias dessas populações. Para esse propósito necessita-se das seguintes estatísticas que são funções dos elementos amostrais anteriores: $\hat{K}_{j,(r)}$ e $\hat{p}_{j,o}$, o r-ésimo cumulante fatorial amostral e a proporção observada de zeros correspondentes a j-ésima população, respectivamente.

Sejam

$$h_{j,o} = \hat{K}_{j,(1)}$$

$$h_{j,r} = \frac{\hat{K}_{j,(r+1)}}{\hat{K}_{j,(r)}} \qquad (r = 1, 2, \ldots)$$

$$a_{j,1} = \left[\hat{p}_{j,o} (1 + h_{j,1})^{(h_{j,o} + h_{j,1})/h_{j,1}} \right] - 1$$

Os valores populacionais correspondentes as estatísticas $\hat{K}_{j,(r)}$, $h_{j,r}$, $a_{j,1}$, $\hat{p}_{j,o}$ são $K_{j,(r)}$, $\eta_{j,r}$, $\alpha_{j,1}$, $p_{j,o}$, respectivamente.

Sejam

$$T^{(j)\,\prime} = [\, h_{j,o} \,;\, h_{j,1} \,;\, \ldots \,;\, h_{j,s_j} \,;\, a_{j,1} \,]$$

$$T' = [\, T^{(1)\,\prime} \,;\, T^{(2)\,\prime} \,;\, \ldots \,;\, T^{(M)\,\prime} \,] \,,$$

sendo seus correspondentes populacionais, respectivamente,

$$\xi^{(j)\,\prime} = [\, \eta_{j,o} \,;\, \eta_{j,1} \,;\, \ldots \,;\, \eta_{j,s_j} \,;\, \alpha_{j,1} \,]$$

$$\xi' = [\, \xi^{(1)\,\prime} \,;\, \xi^{(2)\,\prime} \,;\, \ldots \,;\, \xi^{(M)\,\prime} \,]$$

Suponha que se deseja testar a hipótese

$$H_o : \eta_{j,o} = \overset{o}{\eta}_{j,o} \quad (j = 1, 2, \ldots, M_o \,(= M\,))$$

onde $\overset{o}{\eta}_{j,o}$ é valor especificado de $\eta_{j,o}$

Seja ξ^* um valor do vetor ξ que minimiza a forma quadrática

$$(T - \xi)' \, \hat{\Sigma}^{-1} \, (T - \xi)$$

sob a restrição de que $\eta_{j,o} = \overset{o}{\eta}_{j,o}$ e seja $\hat{\xi}$ o valor que minimiza esta forma quadrática sem restrições, onde $\hat{\Sigma}$ é uma estimativa consistente da matriz de covariâncias Σ de T.

A estatística proposta para testar a hipótese anterior é

$$X_U^2 = X_{R^*}^2 - X_R^2$$

onde

$$X_{R^*}^2 = (T - \xi^*)' \hat{\Sigma}^{-1} (T - \xi^*)$$

$$X_R^2 = (T - \xi)' \hat{\Sigma}^{-1} (T - \xi)$$

Um teste assintótico ϵ da hipótese H_0 é dado pela seguinte regra; se $X_U^2 \geq \chi_\epsilon^2$ rejeita-se H_0, onde χ_ϵ^2 é $100(1 - \epsilon)$ percentil da distribuição qui-quadrado com M_0 graus de liberdade.

Dos resultados de HINZ & GURLAND (1967a), é evidente que valores de s_j tão baixo como 1 ou 2, fornecem estimadores de mínimo qui-quadrados para ξ que podem ser comparados com aqueles estimadores de máxima verossimilhança em largas regiões do espaço paramétrico.

2.6.2. Testes de hipóteses, com construção de análise "similar" à análise de variância

Utilizando os conceitos de HINZ & GURLAND (1968), desenvolve-se a seguir um novo método para testar uma hipótese linear geral em dados com distribuição binomial negativa, ou outras distribuições de contagens .

Testes de hipóteses para médias linearmente relacionadas em distribuições binomiais negativas podem ser formulados usando a estatística X_U^2.

Para este propósito, nota-se que os parâmetros $\Psi^{(j)} = [\, k_j\, p_j \,;\, p_j \,]$ da j-ésima distribuição são relacionados pela equação matricial

$$\xi^{(j)} = R^{(j)}\ \Psi^{(j)}$$

onde

$$R^{(j)\,\prime} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \dots & s_j & 1 \end{bmatrix}$$

Este fato permite expressar os valores médios $\eta_{j,o} = k_j\, p_j$ como uma combinação linear dos $d \leq M$ outros parâmetros. Assim é possível formular um teste de hipótese, onde, alguns dos d parâmetros sejam interpretados como efeitos principais, outros como interação etc , tal como é usual em análise de variância.

Para reparametrizar os valores médios, escreve-se

$$\eta_{j,o} = A^{(j)} \begin{bmatrix} \phi^{(0)} \\ \phi^{(1)} \end{bmatrix}$$

onde $A^{(j)} = [\, A_{j,1}\,,\ A_{j,2}\,,\ \dots,\ A_{j,d} \,]$ é um vetor 1xd de constantes conhecidas , $\phi^{(0)}$ e $\phi^{(1)}$ são vetores colunas de parâmetros desconhecidos de ordem M_0x1 e M_1x1 respectivamente, onde $M_0 + M_1 = d$.

Vê-se que os elementos de $A^{(j)}$ são análogos às linhas de variáveis independentes nos problemas de regressão múltipla e que $\phi^{(0)}$ e $\phi^{(1)}$ correspondem aos parâmetros da regressão a serem estimados.

No desenvolvimento a seguir, os testes de hipóteses são referentes aos parâmetros $\phi^{(0)}$.

Sejam

$$\phi^{(2)\,\prime} = (p_1,\ p_2,\ \ldots,\ p_m)$$

$$\phi' = (\phi^{(0)\,\prime},\ \phi^{(1)\,\prime},\ \phi^{(2)\,\prime})$$

pode-se expressar o vetor $\S$ como

$$\S = \begin{bmatrix} W^{(1)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ W^{(m)} \end{bmatrix} \phi = W\,\phi$$

onde $W' = [\,W^{(1)\,\prime},\ W^{(2)\,\prime}, \ldots, W^{(m)\,\prime}]$ e $W^{(j)}$ é a matriz $(s_j + 2)x(d + m)$ particionada

$$W^{(j)} = \left[\begin{array}{c|c} M^{(j)} & 0 \\ \hline 0 & B^{(j)} \end{array}\right]$$

Aqui

$$B^{(j)} = \begin{bmatrix} 0\ldots0 & 1 & 0\ldots0 \\ 0\ldots0 & 2 & 0\ldots0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0\ldots0 & s_j & 0\ldots0 \\ 0\ldots0 & 1 & 0\ldots0 \end{bmatrix}$$

onde todos os elementos, exceto aqueles da j-ésima coluna, são nulos. Usando resultados do item anterior, pode-se testar hipóteses lineares sobre os valores médios de $\eta_{j,0}$ das M distribuições.

Por conveniência, pode-se expressar a hipótese nula em termos de

$$\xi = W_0 \Gamma_0 + W_1 \Gamma_1$$

com

$$H_0 = \Gamma_0 = c$$

onde

$$\Gamma_0 = \phi , \quad \Gamma_1 = [\phi^{(1)\prime} , \phi^{(2)\prime}] , \quad W = [W_0 , W_1] ,$$

$\Gamma' = [\Gamma_0' , \Gamma_1']$ e c é um vetor $M_0 x 1$ de constantes dadas

Por analogia com a Análise de Variância pode-se formular a análise X_U^2 .

Variação	GL	X_U^2
DEVIDA A Γ_1	$M + M_1$	C_1
"Extra" devido a Γ_0	M_0	C_0
Residuo	diferença	C_r
Total	$\sum_j s_j + 2M$	$T' \hat{\Sigma}^{-1} T$

A última coluna designada X_U^2 , é análoga a coluna da estatística F na análise de variância. As correspondentes estatísticas X_U^2 ; (C_1 , C_0 , C_r), nesta tabela, são obtidas pelo método dos mínimos quadrados generalizados, tal como em teoria de regressão.

Testes de significância para Γ_0 e Γ_1 são feitos comparando-se as estatísticas C_0 e C_1 com o $100(1 - \varepsilon)$ percentil da distribuição qui-quadrado com M_0 e $M + M_1$ graus de liberdade, respectivamente.

Na análise anterior, os valores de $\phi^{(2)}$ em $\S = W \phi$ são chamados de parâmetros de perturbação desde que $\phi^{(2)}$ contém p_j da distribuição binomial negativa. Entretanto, hipóteses lineares sobre os p_j podem ser formuladas e testadas da mesma maneira. Do mesmo modo, testes para os k_j podem também ser formulados definindo-se a estatística $f_{j,0} = \hat{\eta}_{j,0} / \hat{\eta}_{j,1}$ e o correspondente parâmetro populacional $\tilde{\Psi}_{j,0} = k_j$; tal teste envolve simplesmente a substituição de $h_{j,0}$ e $\eta_{j,0}$ por $f_{j,0}$ e $\tilde{\Psi}_{j,0}$ respectivamente, e modificações apropriadas em Σ.

2.7. Método dos mínimos qui-quadrados, usando a distribuição binomial negativa (análise de variância "similar")

Serão considerados dois casos:

a) Supondo Σ conhecido.

b) Supondo Σ desconhecido, estimado pela substituição dos parâmetros por estatísticas consistentes.

Para este método serão usadas as estatísticas h_0, h_1 e $\underline{a}$, obtidas substituindo-se em η_0, η_1 e α as correspondentes funções dos parâmetros populacionais pelas correspondentes amostrais, onde as funções paramétricas

$$\eta_0 = K_{(1)} = K_1 = m = kp$$

$$\eta_1 = \frac{K_{(1)}^2}{K_{(2)}} = \frac{K_1}{K_2 - K_1} = \frac{m^2}{\sigma^2 - m} = k$$

$$\alpha = p_0 \, \eta_1 \, (1 + \frac{\eta_0}{\eta_1})^{\eta_1} = k$$

são, pela conveniência de se construir testes de hipóteses para k (expoente) ou kp (média), ligeiramente diferentes dos definidos no item 2.3 e p_0 é a proporção de zeros.

Especificamente para estimar a média m e o expoente k da distribuição binomial negativa, tem-se

$$\Gamma = \begin{bmatrix} kp \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ k \end{bmatrix}$$

$$\xi' = [\ \eta_0\ ,\ \ \eta_1\ ,\ \ \alpha\ ]$$

$$T' = [\ h_0\ ,\ h_1\ ,\ a\ ]$$

então

$$\xi = \begin{bmatrix} \eta_0 \\ \eta_1 \\ \alpha \end{bmatrix} = W\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} kp \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kp \\ k \\ k \end{bmatrix}$$

onde h_0 e h_1 são obtidos substituindo-se em η_0 e η_1 os cumulantes populacionais pelos correspondentes amostrais, e o valor de $\underline{a}$ é obtido substituindo-se em α as funções η_0 e η_1 por h_0 e h_1, respectivamente, e p_0 pela proporção observada de zeros.

Assim, a matriz de covariâncias assintóticas de T, é dada por:

$$\Sigma = J_4\ G\ J_4'$$

onde

$$G = \frac{1}{n} \left[\begin{array}{cc|c} K_2 & \dfrac{\delta_1}{(K_2 - K_1)^2} & -p_0K_1 \\ \dfrac{\delta_1}{(K_2 - K_1)^2} & \dfrac{\delta_2}{(K_2 - K_1)^4} & \dfrac{p_0\delta_3}{(K_2 - K_1)^2} \\ \hline -p_0K_1 & \dfrac{p_0\delta_3}{(K_2 - K_1)^2} & p_0(1 - p_0) \end{array} \right]$$

$$\delta_1 = K_1\,(2K_2^2 - K_1K_2 - K_1K_2)$$

$$\delta_2 = K_1^3 [K_1 (K_4 + 2K_3 + 2K_2^2 + K_2) - 4K_2 (K_2 + K_3)] + K_1^2 K_2^3$$

$$\delta_3 = K_1^2 (K_2 - K_1 + K_1^2)$$

K_j - representa o j-ésimo cumulante

$$J_4 = \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \hline \frac{\partial\alpha}{\partial\eta_0} & \frac{\partial\alpha}{\partial\eta_1} & \frac{\partial\alpha}{\partial p_0} \end{array} \right]$$

onde

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\eta_0} = p_0 \eta_1 (1 + \frac{\eta_0}{\eta_1})^{\eta_1 - 1}$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\eta_1} = p_0 \eta_1 (1 + \frac{\eta_0}{\eta_1})^{\eta_1} [\frac{1}{\eta_1} - \frac{\eta_0}{\eta_0 + \eta_1} + \ln(1 + \frac{\eta_0}{\eta_1})]$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial p_0} = \eta_1 (1 + \frac{\eta_0}{\eta_1})^{\eta_1}$$

A estimativa da matriz de covariâncias assintóticas $\hat{\Sigma}$ é obtida substituindo-se, em Σ, os cumulantes populacionais (K_i), por suas estimativas ($\hat{K}_i$) não viesadas, dadas por JOHNSON & KOTZ (1969).

Para uma amostra aleatória $x_1, x_2, \ldots, x_n$; as estimativas dos primeiros 4 cumulantes são dadas por:

$$\hat{K}_1 = \frac{1}{n} s_1$$

$$\hat{K}_2 = \frac{1}{n - 1} S_2$$

$$\hat{K}_3 = \frac{n}{(n-1)(n-2)} S_3$$

$$\hat{K}_4 = \frac{n}{(n-1)(n-2)(n-3)} [(n+1) S_4 - \frac{3(n-1)}{n} S_2^2]$$

onde

$$s_1 = \sum_{i=1}^{n} x_i \qquad s_2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \qquad s_3 = \sum_{i=1}^{n} x_i^3 \qquad s_4 = \sum_{i=1}^{n} x_i^4$$

$$S_2 = s_2 - \frac{1}{n} s_1^2$$

$$S_3 = s_3 - \frac{1}{n} s_1 s_2 + \frac{2}{n^2} s_1^3$$

$$S_4 = s_4 - \frac{4}{n} s_1 s_3 + \frac{6}{n^2} s_1^2 s_2 - \frac{3}{n^3} s_1^4$$

Para a distribuição binomial negativa, como para outras distribuições , pode-se fazer inferências sobre os parâmetros através do método dos mínimos qui-quadrados.

2.7.1. Estimativa e teste de homogeneidade para o parâmetro k.

Sejam

$$x^{(j)} = [x_1^{(j)} , x_2^{(j)} , \ldots , x_{n_j}^{(j)}] \quad (j = 1, 2, \ldots, M)$$

amostras aleatórias de tamanho n_j de M distribuições binomiais negativas.

Para cada população amostrada, podemos definir os parâmetros $\S$, funções dos cumulantes fatoriais, e α, uma combinação dos cumulantes fatoriais e da proporção de zeros.

Então, neste caso, tem-se o vetor ξ para cada população amostrada dada, por

$$\xi^{(j)\,\prime} = [\, \eta_{j,o} \,;\ \eta_{j,1} \,;\ \alpha_j \,]$$

e sua estimativa

$$T^{(j)\,\prime} = [\, h_{j,o} \,;\ h_{j,1} \,;\ a_j \,]$$

Desse modo, obtém se, para cada amostra, a matriz de covariâncias assintóticas de $T^{(j)}$, que será denotada por $\Sigma^{(j)}$.

Seja agora a matriz $W^{(j)}$, para cada amostra, dada por

$$W^{(j)} = {}_{3}\left[\begin{array}{c|c} 1^{(j)\prime} & \emptyset^{\prime} \\ \hline \emptyset^{\prime} & 1^{(j)\,\prime} \\ \emptyset^{\prime} & 1^{(j)\,\prime} \end{array}\right]_{2M}$$

onde $1^{(j)\prime}$ representa o vetor linha de ordem M no qual o elemento da j-ésima coluna é igual a unidade e os demais são nulos, e $\emptyset^{\prime}$ representa um vetor linha nulo de ordem M.

Então, para cada conjunto de M amostras, tem-se

$$\xi^{\prime} = {}_{1}[\, \xi^{(1)\,\prime} \,,\ \xi^{(2)\,\prime} \,,\ \ldots \,,\ \xi^{(M)\,\prime} \,]_{3M}$$

$$T^{\prime} = {}_{1}[\, T^{(1)\,\prime} \,,\ T^{(2)\,\prime} \,,\ \ldots \,,\ T^{(M)\,\prime} \,]_{3M}$$

$$\hat{\Sigma} = {}_{3M}\begin{bmatrix} \hat{\Sigma}^{(1)} & \emptyset & \ldots & \emptyset \\ \emptyset & \hat{\Sigma}^{(2)} & \ldots & \emptyset \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \emptyset & \emptyset & \ldots & \hat{\Sigma}^{(M)} \end{bmatrix}_{3M}$$

$$W = \begin{bmatrix} W^{(1)} \\ W^{(2)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ W^{(M)} \end{bmatrix}_{3M \times 2M} \qquad \Gamma = \begin{bmatrix} (kp)_1 \\ (kp)_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (kp)_M \\ \cdots \\ k_1 \\ k_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ k_M \end{bmatrix}_{2M \times 1}$$

Então, tem-se $\S = W\,\Gamma$, e pode-se obter os estimadores de mínimos qui-quadrados $\hat{\S}$ de $\S$ minimizando a forma quadrática.

$$(T - \S)' \; \hat{\Sigma}^{-1} (T - \S) \qquad (1)$$

Estes estimadores são obtidos por

$$\hat{\S} = W\,\hat{\Gamma}$$

onde

$$\hat{\Gamma} = (W' \hat{\Sigma}^{-1} W)^{-1} W' \hat{\Sigma}^{-1} T$$

Para testar a hipótese

$$H_{00} : k_j = k_0 \quad (j = 1, 2, \ldots, M),$$

Pode-se obter os estimadores de mínimos qui-quadrados de $\S$ que minimizam (1) sob as restrições da hipótese H_{00}, expressos por:

$$\hat{\xi}^{*} = W^{*} \Gamma^{*}$$

onde

$$\Gamma^{*} = (W^{*\prime} \hat{\Sigma}^{-1} W^{*})^{-1} W^{*} \hat{\Sigma}^{-1} T$$

$$W^{*} = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ 3M \end{array} \begin{bmatrix} W^{*(1)} \\ W^{*(2)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ W^{*(M)} \end{bmatrix}_{M+1}$$

$$W^{*(j)} = \begin{array}{c} \\ \\ 3 \end{array} \left[\begin{array}{c|c} 1^{(j)\prime} & 0 \\ \hline \emptyset' & 1 \\ \emptyset' & 1 \end{array}\right]_{M+1}$$

Pode-se definir a estatística X_U^2 com o propósito de testar a hipótese $H_{00} : k_j = k_C$ $(j = 1, 2, \ldots, M)$, usando a estatística

$$X_U^2 = X_{R^*}^2 - X_R^2$$

onde

$$X_R^2 = (T - \hat{\xi})' \hat{\Sigma}^{-1} (T - \hat{\xi})$$

$$X_{R^*}^2 = (T - \xi^{*})' \hat{\Sigma}^{-1} (T - \xi^{*})$$

Um teste assintótico ϵ para testar a hipótese H_{00} é dado por : Rejeitar H_{00} se e somente se $X_U^2 \geq \chi_\epsilon^2$, onde χ_ϵ^2 é o $100(1 - \epsilon)$ percentil da distribuição qui-quadrado com $M - 1$ graus de liberdade.

2.7.2. Estimativa e teste de homogeneidade para o parâmetro m ($m = kp$)

Para testar a hipótese

$$H_{01} : m_j = m_0 \quad (j = 1, 2, \ldots, M)$$

Pode-se obter os estimadores de mínimos qui-quadrados de ξ que minimizam (1) sob as restrições da hipótese H_{01}, expressos por:

$$\hat{\xi}_1 = W_1 \hat{\Gamma}_1$$

onde

$$\hat{\Gamma}_1 = (W_1' \hat{\Sigma}^{-1} W_1)^{-1} W_1' \hat{\Sigma}^{-1} T$$

$$W_1 = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ 3M \end{array} \begin{bmatrix} W_1^{(1)} \\ W_1^{(2)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ W_1^{(M)} \end{bmatrix} \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ M+1 \end{array}$$

$$W_1^{(j)} = \begin{array}{c} \\ \\ 3 \end{array} \left[\begin{array}{c|c} 1 & \emptyset' \\ \hline 0 & 1^{(j)\,\prime} \\ 0 & 1^{(j)\,\prime} \end{array}\right] \begin{array}{c} \\ \\ M+1 \end{array}$$

Pode-se definir a estatística X^2_{RHM} com o propósito de testar a hipótese H_{01} dada por:

$$\chi^2_{RHM} = \chi^2_{HM} - \chi^2_R$$

onde

$$\chi^2_{HM} = (T - \hat{\xi}_1)' \hat{\Sigma}^{-1} (T - \hat{\xi}_1)$$

$$\chi^2_R = (T - \hat{\xi})' \hat{\Sigma}^{-1} (T - \hat{\xi})$$

Um teste assintótico ϵ para testar a hipótese H_{01} é dado por: Rejeitar H_{01} se e somente se $\chi^2_{RHM} \geq \chi^2_{\epsilon}$ é o $100(1 - \epsilon)$ percentil da distribuição qui-quadrado com $(M - 1)$ graus de liberdade.

2.7.3. Estimativa e teste de homogeneidade para o parâmetro m, com a restrição de k comum

Para testar a hipótese

$$H_{02} : m_j = m_C, \text{ com a restrição } k_j = k_C \ (j = 1, 2, \ldots, M)$$

Pode-se obter os estimadores de mínimos qui-quadrados de ξ que minimizam (1) sobre as restrições da hipótese H_{02}, expressos por:

$$\hat{\xi}_2 = W_2 \hat{\Gamma}_2$$

onde

$$\hat{\Gamma}_2 = (W_2' \hat{\Sigma}^{-1} W_2')^{-1} W_2' \hat{\Sigma}^{-1} T$$

$$W_2 = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ 3M \end{array} \begin{bmatrix} W_2^{(1)} \\ W_2^{(2)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ W_2^{(M)} \end{bmatrix}_2$$

$$W_2^{(j)} = \begin{array}{c} \\ \\ 3 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_2 .$$

Pode-se definir a estatística X^2_{RHMK} com o propósito de testar a hipótese H_{02}, dada por:

$$X^2_{RHMK} = X^2_{HMK} - X^2_{R^*}$$

onde

$$X^2_{HMK} = (T - \hat{\xi}_2)' \; \hat{\Sigma}^{-1} (T - \hat{\xi}_2)$$

$$X^2_{R^*} = (T - \xi^*)' \; \hat{\Sigma}^{-1} (T - \xi^*)$$

Um teste assintótico ε para testar a hipótese H_{02} é dado por : Rejeitar H_{02} se e somente se $\chi^2_{HMK} \geq \chi^2_{\varepsilon}$, onde χ^2_{ε} é $100(1 - \varepsilon)$ percentil da distribuição qui-quadrado com $(M - 1)$ graus de liberdade.

Por analogia à teoria da análise de variância usual, pode-se formular uma "Análise χ^2_U", apresentada pela tabela:

ANÁLISE DE X_U^2 (Análise de variância "Similar")

EFEITOS	GL	X^2
Modelo k comum	M + 1	$X^2_{M^*} = X^2_T - X^2_{R^*}$
Resíduo sob k comum	2M - 1	$X^2_{R^*} = (T - \xi^*)' \hat{\Sigma}^{-1} (T - \xi^*)$
Modelo k variável	2M	$X^2_M = X^2_T - X^2_R$
Resíduo completo	M	$X^2_R = (T - \hat{\xi})' \hat{\Sigma}^{-1} (T - \hat{\xi})$
Homogeneidade de k_C	M - 1	$X^2_U = X^2_{R^*} - X^2_R$
Homogeneidade de m	M - 1	$X^2_{RHM} = X^2_{HM} - X^2_R$
Resíduo sob m comum	2M - 1	$X^2_{HM} = (T - \hat{\xi}_1)' \hat{\Sigma}^{-1} (T - \hat{\xi}_1)$
Homogeneidade de m com k_C	M - 1	$X^2_{RHMK} = X^2_{HMK} - X^2_{R^*}$
Resíduo sob m e k comuns	3M - 2	$X^2_{HMK} = (T - \hat{\xi}_2)' \hat{\Sigma}^{-1} (T - \hat{\xi}_2)$
Total	3M	$X^2_T = T' \hat{\Sigma}^{-1} T$

O inconveniente deste método, refere-se aos aspectos computacionais. Note que as matrizes apresentadas tornam-se muito grandes, quando M cresce.

2.7.4. Simplificação dos cálculos

Para diminuir o tempo computacional e possibilitar o uso de computadores de pequeno porte, BARBOSA (1985), desenvolveu fórmulas para o cálculo de algumas matrizes:

$$W' \hat{\Sigma}^{-1} W = \begin{bmatrix} D_1 & D_2 \\ D_2 & D_3 \end{bmatrix}_{2M}$$

onde D_i $(i = 1, 2, 3)$ são matrizes diagonais. Representando os elementos da inversa da matriz de covariâncias da amostra k $(k = 1, 2, \ldots, M)$, por

$$\hat{\Sigma}^{-1(k)} = \left[S_{ij}^{(k)} \right]_3$$

os elementos da diagonal das matrizes D_1, D_2 e D_3 são dados, respectivamente, por:

$$d_{1(kk)} = S_{11}^{(k)} \quad (k = 1, 2, \ldots, M)$$

$$d_{2(kk)} = \sum_{j=2}^{3} S_{1j}^{(k)} \quad (k = 1, 2, \ldots, M)$$

$$d_{3(kk)} = \sum_{i=2}^{3} \sum_{j=2}^{3} S_{ij}^{(k)} \quad (k = 1, 2, \ldots, M)$$

Além disso, sua inversa também pode ser facilitada, obtida por

$$(W' \hat{\Sigma}^{-1} W)^{-1} = \begin{bmatrix} D_4 & D_5 \\ D_5 & D_6 \end{bmatrix}$$

onde D_4 , D_5 e D_6 são matrizes diagonais, cujos elementos da diagonal são dados por

$$d_{4(kk)} = \frac{d_{3(kk)}}{d_{1(kk)}\, d_{3(kk)} - d_{2(kk)}^{2}} ,$$

$$d_{5(kk)} = - \frac{d_{2(kk)}}{d_{1(kk)}\, d_{3(kk)} - d_{2(kk)}^{2}} ,$$

$$d_{6(kk)} = \frac{d_{1(kk)}}{d_{1(kk)}\, d_{3(kk)} - d_{2(kk)}^{2}} ,$$

e

$$W' \hat{\Sigma}^{-1} \; T = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{u} \\ Mx1 \\ \hline \underset{\sim}{v} \\ Mx1 \end{bmatrix}$$

sendo os elementos de $\underset{\sim}{u}$ e $\underset{\sim}{v}$ dados respectivamente , por:

$$u_{(k)} = \sum_{j=1}^{3} S_{1j}^{(k)} \; T_{(j)}^{(k)} \qquad (k = 1, 2, \ldots, M)$$

$$v_{(k)} = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} S_{ij}^{(k)} \; T_{(j)}^{(k)} \qquad (k = 1, 2, \ldots, M)$$

onde $T_j^{(k)}$ representa o j-ésimo elemento do vetor T, correspondente à amostra k. Então, o estimador de mínimos qui-quadrados de Γ é dado por

$$\hat{\Gamma} = (W' \; \hat{\Sigma}^{-1} \; W)^{-1} \; W' \; \hat{\Sigma}^{-1} \; T$$

Escrevendo

$$\hat{\Gamma} = \begin{bmatrix} \hat{\Gamma}_1 \\ \text{----} \\ \hat{\Gamma}_2 \end{bmatrix}$$

tem-se

$$\hat{\Gamma}_{1(k)} = d_{4(kk)}\, u_{(k)} + d_{5(kk)}\, v_{(k)} \qquad (k = 1, 2, \ldots, M)$$

$$\hat{\Gamma}_{2(k)} = d_{5(kk)}\, u_{(k)} + d_{6(kk)}\, v_{(k)} \qquad (k = 1, 2, \ldots, M)$$

Para cada matriz $W^{*\prime}\,\hat{\Sigma}^{-1}\,W^{*}$ e $W^{*\prime}\,\hat{\Sigma}^{-1}\,T$, tem-se

$$W^{*\prime}\,\hat{\Sigma}^{-1}\,W^{*} = \left[\begin{array}{c|c} D_1 & \underset{\sim}{y} \\ \hline \underset{\sim}{y}' & c_1 \end{array}\right]$$

os elementos de $\underset{\sim}{y}$ e c_1 são dados, respectivamente por:

$$y_{(k)} = d_{2(kk)}, \qquad (k = 1, 2, \ldots, M)$$

$$c_1 = \sum_{k=1}^{M} \sum_{i=2}^{3} \sum_{j=2}^{3} S_{ij}^{(k)}$$

Além disso, o vetor $W^{*\prime}\,\hat{\Sigma}^{-1}\,T$ também pode ser obtido diretamente por:

$$W^{*\prime}\,\hat{\Sigma}^{-1}\,T = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{u} \\ Mx1 \\ \text{---} \\ c_2 \end{bmatrix}$$

onde

$$c_2 = \sum_{k=1}^{M} \sum_{i=2}^{3} \sum_{j=1}^{3} S_{ij}^{(k)} \; T_{(j)}^{(k)}$$

Então, o estimador de mínimos qui-quadrados de Γ^* é dado pelo processo de "absorção" na solução do sistema:

$$(W^{*\prime} \hat{\Sigma}^{-1} W^*) \, \Gamma^* = W^{*\prime} \hat{\Sigma}^{-1} \; T$$

obtém-se

$$\Gamma^{*\prime} = [\; \hat{m}_1 , \; \hat{m}_2 , \; . \; . \; . \; , \; \hat{m}_M , \hat{k}_C \;]$$

onde

$$\hat{m}_k = \frac{1}{d_{1(kk)}} \; [\; u_{(k)} - y_{(k)} \, \hat{k}_C \;] \quad (k = 1, 2, \; . \; . \; . \; , M)$$

e

$$\hat{k}_C = \frac{c_2 - \sum_{k=1}^{M} \frac{u_{(k)} \, y_{(k)}}{d_{1(kk)}}}{c_1 - \sum_{k=1}^{M} \frac{y_{(k)}^2}{d_{1(kk)}}}$$

Para as matrizes $W_1' \; \hat{\Sigma}^{-1} \; W_1$ e $W_1' \; \hat{\Sigma}^{-1} \; T$, tem-se

$$W_1' \, \hat{\Sigma}^{-1} \, W_1 = \left[\begin{array}{c|c} sd_1 & \underset{\sim}{y} \\ \hline \underset{\sim}{y}' & D_m \end{array} \right]$$

onde $sd_1 = \sum_{k=1}^{M} S_{11}^{(k)}$ e D_m é uma matriz diagonal dada por $d_{3(kk)}$,

além disso o vetor $W_1' \hat{\Sigma}^{-1} T$ pode ser obtido

$$W_1 \hat{\Sigma}^{-1} T = \begin{bmatrix} A_1 \\ \text{----} \\ \underset{\sim}{V} \\ Mx1 \end{bmatrix}$$

onde

$$A_1 = \sum_{k=1}^{M} \sum_{j=1}^{3} S_{1j}^{(k)} T_{(j)}^{(k)}$$

Então o estimador de mínimos qui-quadrados de Γ_1 é dado pelo processo de "absorção" na solução do sistema:

$$(W_1' \hat{\Sigma}^{-1} W_1) \hat{\Gamma}_1 = W_1' \hat{\Sigma}^{-1} T$$

obtendo-se $\hat{\Gamma}_1' = [\, \hat{m}_C , \hat{k}_1 , \hat{k}_2 , \ldots , \hat{k}_M \,]$, onde

$$\hat{m}_C = A_1 - \left[\sum_{k=1}^{M} (sd_{2(kk)} V_{(k)}) / (sd_1 - \sum_{k=1}^{M} \frac{d_{2(kk)}}{d_{3(kk)}}) \right]$$

$$\hat{k}_k = \frac{V_{(k)} - d_{2(kk)} \hat{m}_C}{d_{3(kk)}} \qquad (k = 1, 2, \ldots , M)$$

Para as matrizes $W_2' \hat{\Sigma}^{-1} W_2$ e $W_2' \hat{\Sigma}^{-1} T$, tem-se

$$W_2' \hat{\Sigma}^{-1} W_2 = \left[\begin{array}{c|c} sd_1 & sd_2 \\ \hline sd_2 & c_1 \end{array} \right]$$

onde

$$sd_2 = \sum_{k=1}^{M} d_{2(kk)}$$

Além disso, sua inversa pode ser obtida facilmente

$$(W_2' \hat{\Sigma}^{-1} W_2)^{-1} = \frac{1}{sd_1 c_1 - sd_2^2} = \left[\begin{array}{c|c} c_1 & -sd_2 \\ \hline -sd_2 & sd_1 \end{array}\right]$$

Então, o estimador de mínimos qui-quadrados de Γ_2 é dado por

$$\hat{\Gamma}_2 = (W_2' \hat{\Sigma}^{-1} W_2)^{-1} W_2' \hat{\Sigma}^{-1} T$$

obtendo-se

$$\hat{\Gamma}_2 = [\ \hat{m}_C\ ,\ \hat{k}_C\ ]$$

onde

$$\hat{m}_C = \frac{c_1 A_1 - sd_2 c_2}{sd_1 c_1 - sd_2^2}$$

$$\hat{k}_C = \frac{-sd_2 A_1 + sd_1 c_2}{sd_1 c_1 - sd_2^2}$$

2.8. Transformações dos dados

A maioria dos testes usuais, associados com análise de variância, pressupõem que as observações sejam independentes e normalmente distribuídas, com variância constante e com esperança especificada por um modelo linear em um conjunto de parâmetros θ. Mas, na prática, muitas vezes, trabalha-se com dados não normais, em que existe uma relação funcional entre a média e a variância. Nestes casos, antes de aplicar a teoria normal usual, é conveniente aplicar uma transformação aos dados, de modo que a variável transformada seja ao menos aproximadamente normal e tenha variância aproximadamente constante.

Neste sentido, o conhecimento da distribuição de probabilidade dos dados é de fundamental importância para que se encontre uma transformação adequada.

BARTLETT (1936) mostrou que se X é uma variável de Poisson com média m e Y é uma variável aleatória, cujos valores y são obtidos pela transformação

$$y = \sqrt{x}$$

então, a variável Y é aproximadamente normal, com variância aproximadamente igual a $1/4$, quando m é grande.

O mesmo autor, mostrou ainda que a transformação

$$y = \sqrt{x + \frac{1}{2}}$$

é um pouco melhor, quando m não é muito grande.

Segundo BEALL (1942), quando os tratamentos são aplicados de acordo com um delineamento em blocos ao acaso ou outro delineamento experimental e suas avaliações se baseiam em contagens de indivíduos por parcela, essas contagens aproximadas com um k comum estimado da distribuição binomial negativa fornecem uma análise mais informativa. Neste, ou em outros casos, as amostras binomiais negativas com k comum podem variar bastante em suas médias, mas comparações entre as média de duas ou mais distribuições binomiais negativas são mais simples quando elas têm uma mesma dispersão em termos de k.

Em muitos outros casos, os resultados de um experimento de campo são obtidos através de contagens e avaliados por uma análise de variância. Embora, na maioria das vezes, computados em termos de raiz quadrada, que poderia homogeneizar a variância de uma contagem do tipo Poisson, os dados são comumente sobredispersos e necessitam de uma transformação mais apropriada para a distribuição binomial negativa.

Duas transformações têm sido propostas para estabilizar a variância, ambas dependendo de um k estimado. A primeira, proposta por BEALL (1942) é dada por

$$y = \text{arc senh} \sqrt{\frac{x}{k}} \quad ,$$

onde x são os valores observados da variável original. Esta transformação é melhor estudada em ANSCOMBE (1948). Uma outra transformação que pode ser menos eficiente que a primeira (dependendo do valores da média m e do expoente k) foi descrita por ANSCOMBE (1948) e é expressa por

$$y = \ln (x + \frac{1}{2} k)$$

A escolha da transformação adequada para um conjunto de dados é facilitada quando se conhece a distribuição de probabilidade dos dados. Os efeitos das transformações têm sido estudados em muitos trabalhos, sendo que, especialmente sobre dados com distribuição binomial negativa, destacam-se os trabalhos de BEALL (1942), ANSCOMBE (1948) e BLOM (1954).

BARBOSA (1985) estudou as seguintes transformações:

a) $\sqrt{x}$

b) $\sqrt{x + \frac{1}{2}}$

c) $\ln (x + \frac{1}{2} k)$

d) $\text{arc senh} \sqrt{\frac{x}{k}}$

e) $\text{arc senh} \sqrt{\frac{x + 0,4}{k - 0,4}}$

f) $\text{arc senh} \sqrt{\frac{x + 0,2}{k - 0,8}}$

g) $\ln (x + 1)$

h) $2 \sqrt{x + \frac{3}{8}}$

i) $\sqrt{x} + \sqrt{x + 1}$

j) $\sqrt[3]{x}$

onde

x - dados com distribuição binomial negativa

k - parâmetro da distribuição binomial negativa

Todas estas transformações são citadas na literatura para uso em contagem de insetos, sendo que quatro delas (c, d, e, f) dependem do expoente k da distribuição binomial negativa e o método de análise será através da estatística F de Snedecor.

2.9. Teste de igualdade de médias na presença de um k comum (BARNWAL & PAUL, 1988)

2.9.1. Estimação pelo método da máxima verossimilhança

Considere-se que os dados, referentes a uma variável denotada por X, sejam independentes e duplamente subscritos com $X_{ij} \cap NB(m_i, k)$ para $j = 1, 2, \ldots, n_i$ e $i = 1, 2, \ldots, M$. As hipóteses são H_0 : $m_1 = m_2 = \ldots = m$ e H_1 : nem todos os m_i são iguais, para todo $k > 0$. O log de verossimilhança, sob a hipótese H_1, é :

$$l(m_1, \ldots, m_M, k) = \ln \prod_{i=1}^{M} pr(x_i) =$$

$$= \ln \prod_{i=1}^{M} \prod_{j=1}^{n_i} \frac{\Gamma(x_{ij} + k)}{x_{ij}! + \Gamma(k)} \left(\frac{k^{-1}m_i}{m_i k^{-1} + 1}\right)^{x_{ij}} \left(\frac{1}{1 + k^{-1}m_i}\right)^{-k},$$

ver em COLLINGS & MARGOLIN (1985) que $\Gamma(x_{ij} + k)$ se transforma em

$$\Gamma(k) \prod_{t} [k(1 + k^{-1} t)], \quad \text{então}$$

$$l(m_1, \ldots, m_M, k) = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{n_i} [- \ln x_{ij}! + x_{ij} \ln(k^{-1}m_i) - (x_{ij} + k) \ln(1 + k^{-1}m_i) +$$

$$\sum_{l=1}^{x_{ij}} \ln(k(1 + k^{-1}(l - 1)))] \qquad (2.9.1)$$

O log de verossimilhança sob H_0, denotado por $l(m, k)$, é obtido substituindo-se $m_i = m$ ($i = 1, 2, \ldots, M$) em (2.9.1). Sob H_1, o estimador de máxima verossimilhança de m_i e obtido de

$$\frac{\partial l(m_1, \ldots, m_M, k)}{\partial m_i} = \sum_{i=1}^{n_i} \left[\frac{x_{ij}}{m_i} - \left(\frac{x_{ij} + k)\, k^{-1}}{k^{-1} m_i + 1}\right) \right] = 0 ,$$

cuja a solução fornece:

$$\hat{m}_i = \sum_{j=1}^{n_i} \frac{x_{ij}}{n_i} = \bar{x}_{ij} = \frac{x_{ij}}{n_i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, M)$$

e, sob a mesma hipótese, o estimador de máxima verossimilhança, k_1 de k é obtido como solução de:

$$\frac{\partial l(m_1, \ldots, m_M, k)}{\partial k} = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{n_i} \left[\frac{x_{ij}}{k_1} - \frac{x_{ij}\, m_i - k_1\, m_i)}{(1 + k_1^{-1} m_i)} + \right.$$

$$\left. + k_1^2 \ln(1 + k_1^{-1} m_i) - \sum_{l=1}^{x_{ij}} \frac{k_1^2}{k_1\, (1 + k_1^{-1}(l - 1))} \right] = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{M} n_i \left[\ln(1 + k_1^{-1}\, m_i) - \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{i=1}^{x_{ij}} \left(\frac{k_1^{-1}}{1 + k_1^{-1}(l - 1)} \right) \right] = 0 \qquad (2.9.2)$$

desde que a solução seja não negativa.

Sob H_0, o estimador de máxima verossimilhança de m é $\hat{m} = \bar{x} = \Sigma \frac{x_{ij}}{n}$, onde $n = \Sigma\, n_i$. O estimador de máxima verossimilhança, k_0, de k, sob H_0, é obtido como solução de:

$$n \ln(1 + k_0^{-1}\, \bar{x}) - \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{l=1}^{x_{ij}} \left(\frac{k_0^{-1}}{1 + k_0^{-1}(l - 1)} \right) = 0 \qquad (2.9.3)$$

2.9.2. A Estatística $C(\alpha)$

Suponha-se que a hipótese alternativa seja representada por $m_i = m + \phi_i$, com $\phi_M = 0$. Então, testar a hipótese nula de homogeneidade dos m_i reduz-se a testar $H_0 : \phi_i = 0$ para todo i, com m e k tratados como parâmetros de perturbação. TARONE (1985) aplicou esta técnica para derivar a estatística $C(\alpha)$ para testar a igualdade de diversas razões ímpares. Sob a reparametrização acima, seja l_0 o log de verossimilhança em (2.9.1).

Definindo $\phi = (\phi_1, \ldots, \phi_{M-1})'$ e $\Theta = (\Theta_1, \Theta_2)' = (m, k)'$, escrevemos:

$$\psi_i = [\frac{\partial l}{\partial \phi_i}]_{\phi=0} \quad (i = 1, \ldots, M-1),$$

$$\gamma_j = [\frac{\partial l}{\partial \Theta_j}]_{\phi=0} \quad (j = 1, 2)$$

Seja $\hat{\Theta}$ algum estimador $\sqrt{n}$ - consistente de Θ sob a hipótese nula. O teste $C(\alpha)$ é baseado em $S_i(\hat{\Theta}) = \psi_i(\hat{\Theta}) - \beta_1\gamma_1(\hat{\Theta}) - \beta_2\gamma_2(\hat{\Theta})$, onde β_1 e β_2 são coeficientes da regressão parcial de ψ_i sobre γ_1 e ψ_i sobre γ_2, respectivamente. A variância e covariância de $S = (S_1(\Theta), \ldots, S_{M-1}(\Theta))$ é $D - A B^{-1} A'$, onde os (i ,j) -ésimos elementos de D, A e B são:

$$D_{ij} = E[-\frac{\partial^2 l}{\partial \phi_i \partial \Theta_j}]_{\phi=0},$$

$$A_{ij} = E[-\frac{\partial^2 l}{\partial \phi_i \partial \Theta_j}]_{\phi=0},$$

$$B_{ij} = E\left[-\frac{\partial^2 l}{\partial\theta_i \partial\theta_j} \right]_{\phi=0}$$

respectivamente. Depois de substituir θ em S, A e D por $\hat{\theta}$, a estatística $C(\alpha)$ toma a forma $S' (D - A B^{-1} A')^{-1} S$, que tem aproximadamente uma distribuição qui-quadrado com $M - 1$ graus de liberdade.

Usando-se estimadores de máxima verossimilhança de $m = \bar{x}$ e $k = k_0$, que são $\sqrt{n}$ - consistentes, então pode-se mostrar que $\gamma_1(\hat{\theta}) = \gamma_2(\hat{\theta}) = 0$, e então $S_i(\hat{\theta}) = \psi_i(\hat{\theta})$. Depois de alguns artifícios de álgebra, incluindo-se estimação dos valores esperados das derivadas parciais mistas, obte-se a estatística $C(\alpha)$ como:

$$X^2_{c(m)} = \sum_{i=1}^{M} \frac{n_i (\bar{x}_{i.} - \bar{x})^2}{\bar{x}(1 + k_0^{-1} \bar{x})}$$

Usando-se o método dos momentos para calcular as estimativas de $m = \bar{x}$ e

$$k = k' = \frac{\bar{x}^2}{(S^2 - \bar{x})}, \quad \text{onde} \quad S^2 = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{n_i} \frac{(x_{ij} - \bar{x})^2}{(n - 1)} ;$$

então $\gamma_1(\hat{\theta}) = 0$ e $\beta_2 = 0$. Note-se que k' é $\sqrt{n}$ - consistente, mas ineficiente. Neste caso, também $S_i(\hat{\theta}) = \psi_i(\hat{\theta})$, e a estatística $C(\alpha)$ é :

$$X^2_{c(mm)} = \sum_{i=1}^{M} \frac{n_i (\bar{x}_{i.} - \bar{x})^2}{\bar{x}(1 + k'^{-1} \bar{x})}$$

3. MATERIAL E MÉTODO

3.1. Geração dos dados com distribuição binomial negativa (método de NORMAN & CANNON, 1972)

Diversas técnicas estão disponíveis para a geração destes valores em computador, as quais quase sempre utilizam como fonte números pseudo-aleatórios independentes, distribuídos de maneira uniforme no intervalo (0, 1).

Se X é uma variável aleatória com função distribuição cumulativa F(X), mostra-se que a variável aleatória Y dada por Y = F(X) tem distribuição uniforme (0, 1), U(0, 1). Deste fato, provém a técnica geral para gerar os valores de uma variável contínua de uma distribuição cuja função de densidade de probabilidade cumulativa pode ser invertida. A técnica consiste em gerar y de uma U(0, 1) e tomar $x = F^{-1}(y)$.

NORMAN & CANNON (1972), baseando-se nos trabalhos de MARSAGLIA *et alii* (63/64), desenvolveram uma técnica aplicável para gerar dados com qualquer distribuição de probabilidade discreta. O procedimento geral é descrito para probabilidade expressa como fração no sistema de números de base arbitrária β.

Para o nosso propósito, com base na distribuição de probabilidade da distribuição binomial negativa e em um bom gerador de números pseudo-aleatórios de uma distribuição uniforme (0, 1), e fixando valores específicos para os parâmetros m e k, geram-se as probabilidades de ocorrência de valores x da distribuição binomial negativa. Por exemplo, com m = 2 e k = 1, os valores x ={0, 1, . . . , 20} têm as probabilidades.

x	p(X = x)
0	0,3333
1	0,2222
2	0,1482
3	0,0988
4	0,0659
5	0,0439
6	0,0293
7	0,0195
8	0,0130
9	0,0087
10	0,0058
11	0,0039
12	0,0026
13	0,0017
14	0,0011
15	0,0008
16	0,0005
17	0,0003
18	0,0002
19	0,0002
20	0,0001

Seja M_i a soma dos dígitos na i-ésima posição decimal de todas as probabilidades. Então $M_1 = 6$, $M_2 = 32$, $M_3 = 70$ e $M_4 = 100$. O conjunto 1 (relativo à M_1), consiste de 3 zeros (pr(x = 0) = 0,$\underline{3}$ . . .); 2 uns (pr(x = 1) = 0,$\underline{2}$ . . .) e 1 dois (pr(x = 2) = 0,$\underline{1}$ . . .) o conjunto 2 (relativo a M_2), consiste 3 zeros (pr(x = 0) = 0, . $\underline{3}$ . .), 2 uns(pr(x = 1) = =0, . $\underline{2}$ . .), 4 dois(pr(x =2) = 0, . $\underline{4}$ . .), 9 três(pr (x = 3) = 0, . $\underline{9}$ . . .) , etc. Seja A(k) o conteúdo de locação de memória k, relativo ao armazenamento, de acordo com as probabilidades relativas M_1, M_2, M_3 e M_4 respectivamente, armazenado nesta ordem.

A escolha de um número aleatório do conjunto 1 (zero, um ou dois) é $M_1\ 10^{-1} = 0{,}6$; a escolha do número aleatório do conjunto 2 (entre 32 valores armazenados) é $M_2\ 10^{-2} = 0{,}32$; escolha de um número aleatório do conjunto 3 (entre 70 valores armazenados) é $M_3\ 10^{-3} = 0{,}07$; a escolha de um número aleatório do conjunto 4 (com 100 valores armazenados) é $M_4\ 10^{-4} = 0{,}01$. A chance do conjunto ser amostrado e um número aleatório ser escolhido pode ser determinado pelos dígitos de um número distribuído uniformemente com distribuição de probabilidade requerida.

Seja $0{,}\delta_{11}\delta_{12}\delta_{13}\delta_{14}$ uma representação decimal da p(X = 1). Então, para amostra, o valor 1 será gerado com probabilidade dada por:

$$p(X=1) = \sum_{j=1}^{4} p(\text{conjunto } j \text{ ser escolhido})\ p(1 \text{ ser escolhido no conjunto } j)$$

$$= \sum_{j=1}^{4} 10^{-j}\ M_j(\ \delta_{1j}\ /\ M_j)$$

$$= \sum_{j=1}^{4} 10^{-j}\ \delta_{1j} = 0{,}\delta_{11}\delta_{12}\delta_{13}\delta_{14} = 0{,}2222$$

O conjunto A é mostrado na tabela abaixo

loc	val	loc	val	loc	val	loc	val	loc	val	loc	val	loc	val	loc	val
1	0	27	4	53	3	79	7	105	12	131	4	157	10	183	13
2	0	28	4	54	3	80	7	106	12	132	4	158	10	184	13
3	0	29	4	55	3	81	7	107	13	133	5	159	10	185	13
4	1	30	4	56	3	82	7	108	14	134	5	160	10	186	13
5	1	31	5	57	3	83	7	109	0	135	5	161	10	187	14
6	2	32	5	58	3	84	7	110	0	136	5	162	10	188	15
7	0	33	5	59	3	85	7	111	0	137	5	163	10	189	15
8	0	34	5	60	4	86	8	112	1	138	5	164	10	190	15
9	0	35	6	61	4	87	8	113	1	139	5	165	11	191	15
10	1	36	6	62	4	88	8	114	2	140	5	166	11	192	15
11	1	37	7	63	4	89	9	115	2	141	5	167	11	193	15
12	2	38	8	64	4	90	9	116	3	142	6	168	11	194	15
13	2	39	0	65	5	91	9	117	3	143	6	169	11	195	15
14	2	40	0	66	5	92	9	118	3	144	6	170	11	196	16
15	2	41	0	67	5	93	9	119	3	145	7	171	11	197	16
16	3	42	1	68	6	94	9	120	3	146	7	172	11	198	16
17	3	43	1	69	6	95	9	121	3	147	7	173	11	199	16
18	3	44	2	70	6	96	9	122	3	148	7	174	12	200	16
19	3	45	2	71	6	97	10	123	3	149	7	175	12	201	17
20	3	46	2	72	6	98	10	124	4	150	9	176	12	202	17
21	3	47	2	73	6	99	10	125	4	151	9	177	12	203	17
22	3	49	2	74	6	100	10	126	4	152	9	178	12	204	18
23	3	49	2	75	6	101	10	127	4	153	9	179	12	205	18
24	3	50	2	76	6	102	11	128	4	154	9	180	13	206	19
25	4	51	3	77	7	103	11	129	4	155	9	181	13	207	19
26	4	52	3	78	7	104	11	130	4	156	9	182	13	208	20

loc: número da locação de memória

val: valor armazenado

Detalhes de Programação

Considere a distribuição de probabilidade binomial negativa relativa ao conjunto $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. Por conveniência, impõe-se que as correspondentes probabilidades sejam truncadas em 4 casas decimais, em um número do sistema decimal de base β. É claro que, truncar probabilidades tem consequências, mas não tão sérias, desde que eliminados os valores menores que β^{-4}(erro 0,0001 no sistema decimal e $\cong$ 1,53 10^{-5} no sistema hexadecimal). Sendo a probabilidade $p(X = x_i)$ dada por $0,\delta_{i1}\delta_{i2}\delta_{i3}\delta_{i4}$ e $d_1 d_2 \ldots d_k$ um número arbitrário de base β:

$$d_k + d_{k-1}\beta + \ldots + d_1 \beta^k$$

Sejam

$$S_0 = 0 \qquad S_j = \beta^{-j} \sum_{i=1}^{n} \delta_{ij} \qquad j = 1, 2, 3, 4$$

$$N_0 = 0 \qquad N_k = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} \delta_{ij} \qquad k = 1, 2, 3, 4$$

O valor de x_i é armazenado em δ_{ij} no conjunto j, S_j representa a probabilidade do conjunto j ser escolhido e N_k é o número da locação de memória requerida para os primeiros k conjuntos.

Para selecionar um número dentro desse conjunto, basta gerar um número aleatório uniforme (0, 1); $u = .(d_1 d_2 d_3 d_4)$. Se

$$\sum_{j=0}^{k-1} S_j \leq u < \sum_{j=0}^{k} S_j \qquad 1 \leq k \leq 4$$

então

$$Y = A\,(N_{k-1} + (d_1\, d_2 \ldots d_k - \beta^k \sum_{i=0}^{k-1} S_i))$$

ou

$$Y = A(\, d_1\, d_2 \ldots d_k - (\beta^k \sum_{i=0}^{k-1} S_i - N_{k-1}))$$

Este procedimento seleciona um número na $(d_1 d_2 \ldots d_k - \beta^k \sum_{i=0}^{k-1} S_i)$ -ésima locação do conjunto k. Desde que u é uniforme (0, 1), seus primeiros k-dígitos (ordem alta) representem uma variável aleatória da distribuição uniforme discreta em $\{0, 1, \ldots, \beta^{k-1}\}$; consequentemente, $(d_1 d_2 \ldots d_k - \beta^k \sum_{i=0}^{k-1} S_i)$ é uniformemente distribuída no espaço amostral discreto $\{0, 1, \ldots, N_k - N_{k-1} - 1\}$ e $\frac{\delta_{ik}}{(N_k - N_{k-1})}$ é a probabilidade de um valor x_i ser selecionado no conjunto k.

Tomando os valores para o exemplo, tem-se

$$pr(x_i) = (\delta_{i1}\delta_{i2}\delta_{i3}\delta_{i4}) \text{ , para } i = 0, \ldots, 20$$

e fazendo os cálculos de

$$S_0 = 0 , \qquad S_j = 10^{-j} \sum_{i=0}^{20} \delta_{ij} \quad \text{para } i = 1, 2, 3, 4$$

$$N_0 = 0 , \qquad N_k = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=0}^{20} \delta_{ij} \quad \text{para } k = 1, 2, 3, 4$$

tem-se

$$S_0 = 0 \qquad S_1 = 0{,}6 \qquad S_2 = 0{,}32 \qquad S_3 = 0{,}07 \qquad S_4 = 0{,}01$$

$$N_0 = 0 \qquad N_1 = 6 \qquad N_2 = 38 \qquad N_3 = 108 \qquad N_4 = 208$$

No exemplo inicial, para o sistema decimal $(\beta = 10)$, os valores de $\beta^k \sum_{i=1}^{k-1} S_i - N_{k-1}$ são: 0 , 54 , 882 e 9792 , para k = 1, 2, 3, 4.

Para gerar a variável aleatória desejada procede-se como segue:

1) gerar $u = ,(d_1 d_2 d_3 d_4)$ $U(0, 1)$

2) Se $0 \leq u < 0{,}6$ coloque-se $Y = A(d_1)$

3) Se $0{,}6 \leq u < 0{,}92$ coloque -se $Y = A(d_1 d_2 - 54)$

4) Se $0{,}92 \leq u < 0{,}99$ coloque-se $Y = A(d_1 d_2 d_3 - 882)$

5) Se $0{,}99 \leq u < 1{,}0$ coloque-se $Y = A(d_1 d_2 d_3 d_4 - 9792)$

em geral o teste é da forma

$$\text{Se } \sum_{i=0}^{k-1} S_i \leq u < \sum_{i=0}^{j} S_i \quad \text{coloque-se} \quad A(d_1 \ldots d_j - N_{j-1} - 10^j \sum_{i=0}^{j-1} S_i)$$

$$\text{para} \qquad j = 1, 2, 3, 4$$

A partir do conjunto A, pode-se executar várias vezes este procedimento, para se obter um conjunto com distribuição de probabilidade desejada. Por exemplo:

1) Se $u = 0{,}2141$, então $x = A(2) = 0$

2) Se $u = 0{,}7549$, então $x = A(75 - 54) = A(21) = 3$

3) Se $u = 0{,}9925$, então $x = A(9925 - 9792) = A(133) = 6$

3.2. Estatísticas a serem comparadas

Para comparação entre os métodos, será usado o nível mínimo de significância (NMS) da distribuição das seguintes estatísticas:

A) F no caso de análise de variância, com as possibilidades:

1. DADOS SEM TRANSFORMAÇÃO

DADOS COM AS SEGUINTES TRANSFORMAÇÕES SUGERIDAS POR: ANSCOMBE (1948); BEALL (1942); BLOM (1954); BARBOSA (1985)

2. $\sqrt{x}$

3. $\sqrt{x + \frac{1}{2}}$

4. $\ln\left(x + \frac{k}{2}\right)$

5. $\text{arc senh}\sqrt{\frac{x}{k}}$

6. $\text{arc senh}\sqrt{\frac{x + 0{,}4}{k - 0{,}4}}$

7. $\text{arc senh}\sqrt{\frac{x + 0{,}2}{k - 0{,}8}}$

8. $\ln(x + 1)$

9. $2\sqrt{x + \frac{3}{8}}$

10. $\sqrt{x} + \sqrt{x + 1}$

11. $\sqrt[3]{x}$

onde

x - dados gerados com distribuição binomial negativa

k - parâmetro da distribuição binomial negativa

B) Estatísticas X_U^2 (HINZ & GURLAND, 1968)

Método dos mínimos qui-quadrados, usando a distribuição binomial negativa nos casos:

12. igualdade de médias, com Σ estimado

13. igualdade de médias, sob mesmo k, com Σ estimado

14. igualdade de médias, com Σ conhecido

15. igualdade de médias, sob mesmo k, com Σ conhecido.

C) Estatística $C(\alpha)$ (BARNWAL & PAUL 1988)

Usando o método dos momentos para estimar os parâmetros da distribuição binomial negativa no caso:

16. igualdade de médias, sob mesmo k

No caso A as estatísticas serão analisadas usando a distribuição F e nos casos B e C usando a distribuição qui-quadrado.

3.3. Exemplo para o acompanhamento dos cálculos

São geradas 4 populações de tamanho 50 cada; com distribuição binomial negativa, a saber:

i) 1ª população: com média m = 2 e parâmetro k = 1:

0	3	1	5	1	2	1	0	0	8	0	0	2	1	0
0	4	0	3	0	0	0	5	2	2	3	0	0	1	0
3	3	2	1	3	1	1	3	3	14	0	5	0	0	0
2	0	1	1	5										

ii) 2ª população: com média m = 2 e parâmetro k = 1,5:

2	0	0	0	1	2	2	3	6	1	2	4	1	1	9
1	3	3	2	3	1	0	6	2	2	7	2	1	8	4
0	1	1	0	2	2	1	3	0	6	4	2	0	4	2
3	1	1	0	2										

iii) 3ª população: com média m = 5 e parâmetro k = 1,5:

6	4	3	8	6	23	12	2	1	7	7	4	0	9	0
6	2	24	5	1	2	1	0	0	0	5	4	0	6	3
1	13	4	4	12	0	1	0	10	0	12	6	2	1	3
0	5	1	8	11										

iv) 4ª população: com média m = 5 e parâmetro k = 2:

5	6	5	3	1	10	5	9	11	7	4	7	6	5	5
6	5	0	3	2	5	4	12	6	15	1	12	12	0	3
0	4	5	0	1	3	11	8	1	15	0	2	0	0	5
3	5	1	2	4										

3.3.1. **Cálculo de Σ (matriz de variâncias e covariâncias)**

Com base na média m e no parâmetro k de cada população pode-se calcular a matriz Σ. Para isto, são necessários os seguintes cálculos para cada população:

$p = m/k$

$K_1 = m$ (1º cumulante)

$K_2 = K_1 (1 + p)$ (2º cumulante)

$K_3 = K_1 (1 + p)(1 + 2p)$ (3º cumulante)

$K_4 = K_1 (1 + p)(1 + 6p + 6p^2)$ (4º cumulante)

$p_0 = (1 + p)^{-k}$ (frequência esperada de zeros)

$\eta_0 = K_1$

$\eta_1 = K_1^2/(K_2 - K_1)$

$$G = \frac{1}{n} \left[\begin{array}{cc|c} K_2 & \dfrac{\delta_1}{(K_2 - K_1)^2} & -p_0 K_1 \\ \dfrac{\delta_1}{(K_2 - K_1)^2} & \dfrac{\delta_2}{(K_2 - K_1)^4} & \dfrac{-p_0 \delta_3}{(K_2 - K_1)^2} \\ \hline -p_0 K_1 & \dfrac{-p_0 \delta_3}{(K_2 - K_1)^2} & p_0(1 - p_0) \end{array} \right]$$

onde

$\delta_1 = K_1 (2K_2^2 - K_1 K_2 - K_1 K_3)$

$\delta_2 = K_1^3 [K_1 (K_4 + 2K_3 + 2K_2^2) - 4K_2 (K_2 + K_3)] + 4K_1^2 K_2^3$

$\delta_3 = K_1^2 (K_2 - K_1 + K_1^2)$

$$J_4 = \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \hline \frac{\partial\alpha}{\partial\eta_0} & \frac{\partial\alpha}{\partial\eta_1} & \frac{\partial\alpha}{\partial p_0} \end{array}\right]$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\eta_0} = p_0\,\eta_1\left(1+\frac{\eta_0}{\eta_1}\right)^{\eta_1 - 1}$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\eta_1} = p_0\eta_1\left(1+\frac{\eta_0}{\eta_1}\right)^{\eta_1}\left[\frac{1}{\eta_1} - \frac{\eta_0}{\eta_0+\eta_1} + \ln\left(1+\frac{\eta_0}{\eta_1}\right)\right]$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial p_0} = \eta_1\left(1+\frac{\eta_0}{\eta_1}\right)^{\eta_1}$$

$$\Sigma^{(j)} = J_4\,G\,J_4'$$

i. 1ª população:

$K_1 = 2$ $K_2 = 6$ $K_3 = 30$ $K_4 = 222$ $p_0 = 0{,}3333$

$$G = \begin{bmatrix} 0{,}120 & 0{,}000 & -0{,}013 \\ 0{,}000 & 0{,}180 & -0{,}013 \\ -0{,}013 & -0{,}013 & 0{,}004 \end{bmatrix}$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0{,}3333 & 1{,}432 & 3{,}000 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma^{(1)} = \begin{bmatrix} 0{,}120 & 0{,}000 & 0{,}000 \\ 0{,}000 & 0{,}180 & 0{,}218 \\ 0{,}000 & 0{,}218 & 0{,}281 \end{bmatrix}$$

ii. 2ª população:

$K_1 = 2$ $K_2 = 4{,}667$ $K_3 = 17{,}111$ $K_4 = 91{,}778$ $p_0 = 0{,}280$

$$G = \begin{bmatrix} 0{,}093 & 0{,}000 & -0{,}011 \\ 0{,}000 & 0{,}459 & -0{,}021 \\ -0{,}011 & -0{,}021 & 0{,}004 \end{bmatrix}$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0{,}643 & 1{,}414 & 5{,}346 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma^{(2)} = \begin{bmatrix} 0{,}093 & 0{,}000 & 0{,}000 \\ 0{,}000 & 0{,}459 & 0{,}537 \\ 0{,}000 & 0{,}537 & 0{,}677 \end{bmatrix}$$

iii. 3ª população :

$K_1 = 5$ $K_2 = 21{,}667$ $K_3 = 166{,}111$ $K_4 = 1899{,}444$ $p_0 = 0{,}110$

$$G = \begin{bmatrix} 0{,}433 & 0{,}000 & -0{,}011 \\ 0{,}000 & 0{,}254 & -0{,}008 \\ -0{,}011 & -0{,}008 & 0{,}002 \end{bmatrix}$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0{,}346 & 2{,}046 & 13{,}531 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma^{(3)} = \begin{bmatrix} 0{,}433 & 0{,}000 & 0{,}000 \\ 0{,}000 & 0{,}254 & 0{,}406 \\ 0{,}000 & 0{,}406 & 0{,}910 \end{bmatrix}$$

iv. 4ª população :

$K_1 = 5$ $K_2 = 17{,}5$ $K_3 = 105$ $K_4 = 936{,}25$ $p_0 = 0{,}0816$

$$G = \begin{bmatrix} 0{,}350 & 0{,}000 & -0{,}008 \\ 0{,}000 & 0{,}470 & -0{,}010 \\ -0{,}008 & -0{,}010 & 0{,}001 \end{bmatrix}$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0{,}571 & 0{,}737 & 24{,}500 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma^{(4)} = \begin{bmatrix} 0{,}350 & 0{,}000 & 0{,}00 \\ 0{,}000 & 0{,}470 & 0{,}737 \\ 0{,}000 & 0{,}737 & 1{,}818 \end{bmatrix}$$

Então, temos a matriz de variâncias e covariâncias conhecida das 4 populações

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma^{(1)} & & & \emptyset \\ & \Sigma^{(2)} & & \\ & & \Sigma^{(3)} & \\ \emptyset & & & \Sigma^{(4)} \end{bmatrix}$$

3.3.2. **Cálculo de $\hat{\Sigma}$ (estimador de Σ)**

Com base nos dados gerados de cada população pode-se calcular a matriz $\hat{\Sigma}$. Para isto, são necessários os seguintes cálculos para estimar os cumulantes ver JOHNSON & KOTZ (1969)

$$s_1 = \Sigma\, x_i \qquad s_2 = \Sigma\, x_i^2 \qquad s_3 = \Sigma\, x_i^3 \qquad s_4 = \Sigma\, x_i^4$$

$$S_2 = s_2 - \frac{1}{n} s_1^2$$

$$S_3 = s_3 - \frac{3}{n} s_1 s_2 + \frac{2}{n^2} s_1^3$$

$$S_4 = s_4 - \frac{4}{n} s_1 s_3 + \frac{6}{n^2} s_1^2 s_2 - \frac{3}{n^3} s_1^4$$

$$\hat{K}_1 = \frac{1}{n} s_1$$

$$\hat{K}_2 = \frac{1}{n-1} S_2$$

$$\hat{K}_3 = \frac{n}{(n-1)(n-2)} S_3$$

$$\hat{K}_4 = \frac{n}{(n-1)(n-2)(n-3)} [(n+1) S_4 - \frac{3(n-1)}{n} S_2^2]$$

$\hat{p}_0$ - frequência observadas de zeros

Com o cálculo dos cumulantes e da frequência de zeros, calculam-se as matrizes G, J4 e Σ definidas anteriormente.

i. 1ª população :

$\hat{K}_1$=1,840 $\hat{K}_2$=6,382 $\hat{K}_3$=43,714 $\hat{K}_4$=422,704 $\hat{p}_0$=0,380

$$G = \begin{bmatrix} 0{,}128 & -0{,}019 & -0{,}014 \\ -0{,}019 & 0{,}113 & -0{,}010 \\ -0{,}014 & -0{,}010 & 0{,}005 \end{bmatrix}$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0{,}206 & 1{,}341 & 1{,}884 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\Sigma}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0{,}128 & -0{,}019 & -0{,}026 \\ -0{,}019 & 0{,}113 & 0{,}129 \\ -0{,}026 & 0{,}129 & 0{,}154 \end{bmatrix}$$

ii) 2ª população:

$\hat{K}_1 = 2{,}280$ $\hat{K}_2 = 4{,}573$ $\hat{K}_3 = 13{,}620$ $\hat{K}_4 = 36{,}866$ $\hat{p}_0 = 0{,}180$

$$G = \begin{bmatrix} 0{,}092 & 0{,}003 & -0{,}008 \\ 0{,}003 & 0{,}745 & -0{,}027 \\ -0{,}008 & -0{,}027 & 0{,}003 \end{bmatrix}$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.986 & 1{,}257 & 10{,}983 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\Sigma}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0{,}092 & 0{,}003 & 0{,}004 \\ 0{,}003 & 0{,}745 & 0{,}647 \\ 0{,}004 & 0{,}647 & 0{,}716 \end{bmatrix}$$

iii) 3ª população:

$\hat{K}_1 = 4{,}900$ $\hat{K}_2 = 28{,}949$ $\hat{K}_3 = 282{,}793$ $\hat{K}_4 = 3382{,}488$ $\hat{p}_0 = 0{,}200$

$$G = \begin{bmatrix} 0{,}579 & 0{,}025 & -0{,}020 \\ 0{,}025 & 0{,}080 & -0{,}008 \\ -0{,}020 & -0{,}008 & 0{,}003 \end{bmatrix}$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0{,}199 & 2{,}290 & 5{,}881 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\Sigma}^{(3)} = \begin{bmatrix} 0{,}579 & 0{,}025 & 0{,}058 \\ 0{,}025 & 0{,}080 & 0{,}142 \\ 0{,}058 & 0{,}142 & 0{,}317 \end{bmatrix}$$

iv) 4ª polulação :

$\hat{K}_1 = 4{,}900$ $\hat{K}_2 = 16{,}051$ $\hat{K}_3 = 55{,}548$ $\hat{K}_4 = 48{,}755$ $\hat{p}_0 = 0{,}140$

$$G = \begin{bmatrix} 0{,}321 & 0{,}130 & -0{,}014 \\ 0{,}013 & 0{,}330 & -0{,}019 \\ -0{,}014 & -0{,}019 & 0{,}002 \end{bmatrix}$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1{,}184 & 3{,}710 & 27{,}709 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\Sigma}^{(4)} = \begin{bmatrix} 0{,}321 & 0{,}130 & 0{,}481 \\ 0{,}130 & 0{,}330 & 0{,}849 \\ 0{,}481 & 0{,}849 & 3{,}164 \end{bmatrix}$$

Tem-se a matriz de variâncias e covariâncias estimada para as 4 populações:

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} \hat{\Sigma}^{(1)} & & & \emptyset \\ & \hat{\Sigma}^{(2)} & & \\ & & \hat{\Sigma}^{(3)} & \\ \emptyset & & & \hat{\Sigma}^{(4)} \end{bmatrix}$$

3.3.3. Cálculo dos estimadores de m e k pelo método dos momentos (BARNWAL & PAUL, 1988)

Considere-se X_{ij} com distribuição binomial negativa, com média m_i e parâmetro k comum ($j = 1, \ldots, n$ e $i = 1, 2, \ldots, M$)

Os estimadores pelo método dos momentos são:

da média geral

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{n} X_{ij} ,$$

da variância

$$S^2 = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{n} \frac{(X_{ij} - \bar{x})^2}{n - 1}$$

e do parâmetro k

$$\hat{k} = \frac{\bar{x}}{(S^2 - \bar{x})}$$

Para o exemplo $\hat{k} = 0{,}980$ e $\bar{x} = 3{,}480$

3.4. Cálculo das estatísticas

3.4.1. Análise de variância comparando as 4 populações :

E1. Sem transformação

F observado(Fobs) = 9,725 Nível mínimo de significância(MNS)=9,179E-6

E2. Transformação $\sqrt{x}$

Fobs = 9,270 NMS = 1,526E-5

E3. Transformação $\sqrt{x + \frac{1}{2}}$

Fobs = 10,200 NMS = 5,424E-6

E4. Transformação $\ln (x + \frac{k}{2})$

Fobs = 15,027 NMS = 5,960E-8

E5. Transformação arc senh $\sqrt{\frac{x}{k}}$

Fobs = 3,380 NMS = 1,921E-2

E6. Transformação arc senh $\sqrt{\frac{x + 0,4}{k - 0,4}}$

Fobs = 1,805 NMS = 0,147

E7. Transformação arc senh $\sqrt{\frac{x + 0,2}{k - 0,8}}$

Fobs = 7,620 NMS = 1,031E-4

E8. Transformação $\ln (x + 1)$

Fobs = 9,425 NMS = 1,287E-5

E9. Transformação $2\sqrt{x + \frac{3}{8}}$

Fobs = 10,124 NMS = 5,841E-6

E10. Transformação $\sqrt{x} + \sqrt{x + 1}$

Fobs = 9,795 NMS = 8,464E-6

E11. Transformação $\sqrt[3]{x}$

Fobs = 7,696 NMS = 9,441E-5

3.4.2. Análise de variância "similar", usando a própria distribuição (HINZ & GURLAND, 1968)

Cálculo de funções dos cumulantes fatoriais e proporção de zeros:

$$T^{(j)\,\prime} = [\ \eta_{j,0}\ ;\ \ \eta_{j,1}\ ;\ \ a_j\ ] \qquad (j = 1, 2, 3, 4)$$

$$T' = [\ T^{(1)\,\prime}\ ;\ T^{(2)\,\prime}\ ;\ T^{(3)\,\prime}\ ;\ T^{(4)\,\prime}\ ]$$

$$\eta_{j,0} = K_1$$

$$\eta_{j,1} = \frac{K_1^2}{(K_2 - K_1)}$$

$$a_j = p_0\ \eta_1\ (1 + \frac{\eta_0}{\eta_1})^{\eta_1}$$

$$T^{(1)\,\prime} = [\ 1{,}84\ ;\ 0{,}75\ ;\ 0{,}72\ ]$$

$$T^{(2)\,\prime} = [\ 2{,}28\ ;\ 2{,}27\ ;\ 1{,}98\ ]$$

$$T^{(3)\,\prime} = [\ 4{,}90\ ;\ 1{,}00\ ;\ 1{,}18\ ]$$

$$T^{(4)\,\prime} = [\ 4{,}90\ ;\ 2{,}15\ ;\ 3{,}88\ ]$$

$$T' = [\ 1{,}84\ ;\ 0{,}75\ ;\ 0{,}72\ ;\ 2{,}28\ ;\ 2{,}27\ ;\ 1{,}98\ ;\ 4{,}90\ ;\ 1{,}00\ ;\ 1{,}18\ ;\ 4{,}90\ ;\ 2{,}15\ ;\ 3{,}88\ ]$$

i) Usando $\hat{\Sigma}$

O estimador de mínimo qui-quadrado de $\S$ é dado por

$$\hat{\S} = W\,\Gamma$$

$$\hat{\Gamma} = (W'\,\hat{\Sigma}^{-1}W\,)^{-1}\,W'\,\hat{\Sigma}^{-1}\,T$$

onde

$\hat{\Gamma}$ - foi calculado como está na parte de simplificação dos cálculos, e

$$\hat{\Gamma} = [\ 1{,}82\ ;\ 0{,}80\ ;\ 0{,}80\ ;\ 2{,}28\ ;\ 2{,}10\ ;\ 2{,}10\ ;\ 4{,}85\ ;\ 0{,}90\ ;\ 0{,}90\ ;\ 4{,}56\ ;\ 1{,}65\ ;\ 1{,}65\ ]$$

obtendo-se

$$X_R^2 = (T - \hat{\S}\,)' \,\hat{\Sigma}^{-1} (T - \hat{\S}\,) = 2{,}539$$

Para testar H_{00}: $k_j = k_C$ (j = 1, 2, 3, 4) calcula-se Γ^* que é dado por:

$$\S^* = W^* \Gamma^*$$

$$\Gamma^* = (W^{*\prime} \hat{\Sigma}^{-1} W^*)^{-1} W^{*\prime} \hat{\Sigma}^{-1} T$$

onde

Γ^* - foi calculado como está na parte de simplificação dos cálculos, e

$\Gamma^* = [\ 1{,}80\ ;\ 2{,}28\ ;\ 4{,}87\ ;\ 4{,}46\ ;\ 1{,}02\ ]$

obtendo-se

$$X_{R^*}^2 = (T - \S^*\,)' \,\hat{\Sigma}^{-1} (T - \S^*\,) = 7{,}438$$

Para testar H_{01}: $m_j = m_C$ (j = 1, 2, 3, 4), calcula-se $\hat{\Gamma}_1$ que é dado por

$$\hat{\S}_1 = W_1 \hat{\Gamma}_1$$

$$\hat{\Gamma}_1 = (W_1' \hat{\Sigma}^{-1} W_1)^{-1} W_1' \hat{\Sigma}^{-1} T$$

onde

$\hat{\Gamma}_1$ - foi calculado como está na parte de simplificação dos cálculos, e

$\hat{\Gamma}_1 = [\ 2{,}68\ ;\ 0{,}75\ ;\ 2{,}11\ ;\ 0{,}87\ ;\ 1{,}44\ ]$

obtendo-se

$$X_{HM}^2 = (T - \hat{\S}_1\,)' \,\hat{\Sigma}^{-1} (T - \hat{\S}_1\,) = 32{,}611$$

Para testar H_{02}: $m_j = m_C$ e $k_j = k_C$ (j = 1, 2, 3, 4), calcula-se $\hat{\Gamma}_2$ que é dado por:

$$\hat{\S}_2 = W_2 \hat{\Gamma}_2$$

$$\hat{\Gamma}_2 = (\ W_2' \hat{\Sigma}^{-1} W_2\ )^{-1} W_2' \hat{\Sigma}^{-1} T$$

onde

$\hat{\Gamma}_2$ - foi calculado como está na parte de simplificação dos cálculos, e

$\hat{\Gamma}_2$ = [2,656 ; 0,960]

obtedo-se

$$X^2_{HMK} = (T - \hat{\xi}_2)' \hat{\Sigma}^{-1} (T - \hat{\xi}_2) = 36,574$$

$$X^2_{RHM} = X^2_{HM} - X^2_R = 32,611 - 2,539 = 30,072 \qquad NMS = 6,676E\text{-}6$$

$$X^2_{RHMK} = X^2_{HMK} - X^2_{R*} = 36,574 - 7,348 = 29,226 \qquad NMS = 7,808E\text{-}6$$

Sabe-se que X^2_{RHM} e X^2_{RHMK} são testes "similares" ao F das estatísticas E1, E2, ... , E11; e também que X^2_{RHM} fornece a estatística E12 e X^2_{RHMK} fornece a estatística E13.

ii) Usando Σ

Fazendo os cálculos análogos ao do item i) obtem-se os seguintes resultados

$\hat{\Gamma}$ = [1,84 ; 0,79 ; 0,79 ; 2,28 ; 2,63 ; 2,63 ; 4,90 ; 0,92 ; 0,92 ; 4,90 ; 1,59 ; 1,59]

$X^2_R = 5,132$

Γ^* = [1,84 ; 2,28 ; 4,90 ; 4,90 ; 1,21]

$X^2_{R*} = 12,916$

$\hat{\Gamma}_1$ = [2,69 ; 0,79 ; 2,63 ; 0,92 ; 1,59]

X^2_{HM} = 38,180

$\hat{\Gamma}_2$ = [2,69 ; 1,21]

X^2_{HMK} = 45,916

X^2_{RHM} = 33,048 NMS = 6,914E-6

X^2_{RHMK} = 33,047 NMS = 6,616E-6

Sabe-se que X^2_{RHM} e X^2_{RHMK} são testes "similares" ao F das estatísticas E1, E2, ... , E13 ; e também que X^2_{RHM} fornece a estatística E14 e X^2_{RHMK} fornece a estatítica E15.

3.4.3. Cálculo da estatística C(α) (BARNWAL & PAUL, 1988)

Estimando-se $\bar{x}$ e $\hat{k}$ pelo método dos momentos facilmente calcula-se a estatística C(α)

$X^2_{C(m.m)}$ = 25,783 NMS = 1,389E-5

Sabe-se que $X^2_{C(m.m)}$ é um teste "similar" ao teste das estatísticas E1, E2, ... ,E15; e também que $X^2_{C(m.m)}$ fornece a estatística E16.

Geram-se novamente valores e calculam-se as estatísticas E1, E2, ... , E16, para novos conjuntos de valores, até que se possa estimar a distribuição dos NMS, sua média e variância, para cada uma das estatísticas . Obtém-se, também, a média e a variância dos F observados e dos χ^2 observados, médias e variâncias das médias observadas , tanto com Σ conhecido, como para $\hat{\Sigma}$ estimado.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O programa inicialmente foi feito para gerar populações de tamanho n, com distribuição binomial negativa, com diferentes valores para os parâmetros m e k : m = (0,5; 1,0; 2,0 ; 5,0), k = (1,0; 1,5; 2,0; 2,5) e n = 50.

Para comparar as distribuições das 16 estatísticas E1, E2, . . . , E16, definidas anteriormente, foram geradas, para os vários valores de m e k, amostras de quatro populações com distribuições binomiais negativas, em 112 possibilidades considerados no APÊNDICE.

Para cada um desses valores m e k fixos, foram simulados 1000 experimentos (4 tratamentos, 50 repetições cada). Em resumo, é apresentado, no Apêndice, um estudo comparativo das estatísticas com as seguintes condições: 1. Médias e k iguais; 2. Médias diferentes e k iguais; 3. Médias iguais e k diferentes; e 4. Médias diferentes e k diferentes. São apresentadas, para cada condição acima:

1. Para cada estatística E_i, i = 1, 2, . . . , 16, calculou-se os NMS (nível mínimo de significância) multiplicado por 100. Foram agrupadas os NMS calculados em 20 classes de amplitude 5. Mostram-se, nas tabelas 1.1., 3.1. e 5.1. os valores observados da estatística χ^2 para testar a hipótese da distribuição uniforme dos níveis mínimos de significância nas 20 classes.

2. Para cada estatística, E_i, i = 1, . . . 16, são calculadas a média e a variância dos NMS.

3. Para cada estatística, E_i , i = 1, . . . , 16, são calculadas a média e a variância dos F ou dos χ^2 observados

4. Apresentam-se os valores médios estimados para a média e variância de m e k para cada distribuição, pelo método de HINZ & GURLAND (1968), com Σ estimado e com Σ conhecido, e a média e a variância da estimativa de k pelo método dos momentos.

4.1. Estudo das 16 estatísticas considerando as quatros populações com médias e k iguais

Nesses casos, tem-se as distribuições das estatísticas sob a hipótese nula. As médias consideradas são m = (0,5; 1,0; 2,0; 5,0) e k = (1,0; 1,5; 2,0; 2,5); combinando essas médias m e esses parâmetros k, dois a dois têm-se um total de 16 casos, que foram numerados de 1 a 16 na tabela 1 e todos os estudos feitos com estas populações são referenciados por estes números.

Na tabela 1.1. estão apresentados os χ^2 observados para testar a uniformidade dos NMS das 20 classes. Observando a estatística χ^2 , nota-se que as estatísticas E12 e E13 sugerem a não aceitação da hipótese da uniformidade dos níveis mínimos de significância nas 20 classes, especialmente nos casos em que m e ou k são baixos.

Na tabela 1.2. estão representadas a média e a variância dos NMS, para cada uma das 16 estatísticas, sendo que em E12 e E13 as médias são bastante diferentes das demais, indicando problemas da estimação de Σ.

Na tabela 1.3. estão calculados as médias e as variâncias dos F e dos χ^2 observados. Para as estatísticas E1, E2, . . . , E11 as médias estão em torno de 1 e a suas variâncias em torno de 0,7; quanto as estatísticas E14, E15 e E16 observa-se que as variâncias são bem próximas do dobro da média; (o que é esperado pela distribuição qui-quadrado) já para as estatísticas E12 e E13 suas variâncias são maiores que o dobro da média, mais uma vez refletindo problema na estimação de Σ.

Na tabela 1.4. estão os valores da média e da variância de m e de k, considerando Σ conhecido e desconhecido, estimados pelo método de HINZ & GURLAND (1968). Quando Σ é desconhecido e m = 0,5, os valores médios de m e de k, se afastam dos respectivos valores esperados, mas para os outros valores de m, as médias estão bem próximas; quando Σ é conhecido, as médias de m são bem próximas dos respectivos valores esperados, mas as médias de k se afastam, com variâncias altas. As médias das estimativas de k pelo método dos momentos, quando m = 0,5, se afastam dos respectivos valores esperados, mas para os outros valores de m as médias estão próximas.

4.2. Estudo das 16 estatísticas considerando as quatros populações com médias diferentes e k iguais

4.2.1. Médias pouco diferentes

São consideradas médias pouco diferentes em 20 casos, numerados de 17 a 36 na tabela 2.1. e todos os estudos feitos com estas populações são referenciados por estes números.

Os χ^2 observados quando testada a uniformidade dos N.M.S. nas 20 classes, calculados para as 16 estatísticas, foram significativos; portanto há evidências para a rejeição da uniformidade dos N.M.S. das 20 classes.

Na tabela 2.1.1. onde estão representadas a média e a variância dos NMS, tem-se que E12 e E13 apresentam NMS menores que os demais e que as transformações, especialmente as que utilizam o valor de k, promovem certo aumento nos N.M.S., aproximando-se as suas médias de NMS aos das estatísticas E14 e E15.

Na tabela 2.1.2. estão calculadas as médias e as variâncias dos F e dos χ^2 observados; observa-se que E12 e E13 apresentam médias e variâncias dos χ^2 observados maiores que os demais e que há pequenos ganhos especialmente na variâncias com algumas transformações.

Na tabela 2.1.3. estão os valores da média e da variância de m e de k, considerando Σ conhecido e desconhecido, estimados pelo método de HINZ & GURLAND (1968). Quando Σ é desconhecido e m = 0,5, os valores médios de m e de k, se afastam dos respectivos valores esperados, mas para os outros valores de m, as médias estão bem próximas; quando Σ é conhecido, as médias de m são bem próximas dos respectivos valores esperados, mas as médias de k se afastam, com variâncias altas. As médias

das estimativas de k pelo método dos momentos, são ligeiramente subestimadas.

4.2.2. **Médias diferentes**

São consideradas médias pouco diferentes em 12 casos, numerados de 37 a 48 na tabela 2.2. e todos os estudos feitos com estas populações são referenciados por estes números.

Os χ^2 observados quando testada a uniformidade dos N.M.S. nas 20 classes, calculados para as 16 estatísticas, foram significativos; portanto há evidências para a rejeição da uniformidade dos N.M.S. das 20 classes.

Na tabela 2.2.1. onde estão representadas a média e a variância dos NMS, observa-se que E12 e E13 apresentam NMS menores que os demais. Não se nota vantagens em qualquer das transformações.

Na tabela 2.2.2. onde estão calculadas as médias e as variâncias dos F e dos χ^2 observados; observa-se que E12 e E13 apresentam médias e variâncias dos χ^2 observados maiores que os demais. As variâncias dos F com transformação são as maiores que as sem transformação.

Na tabela 2.2.3. estão os valores da média e da variância de m e de k, considerando Σ conhecido e desconhecido, estimados pelo método de HINZ & GURLAND (1968). Quando Σ é desconhecido e m = 0,5, os valores médios de m e de k, se afastam dos respectivos valores esperados, mas para os outros valores de m, as médias estão bem próximas; quando Σ é conhecido, as médias de m são bem próximas dos respectivos valores esperados, mas as médias de k se afastam, com variâncias altas. As médias das estimativas de k pelo método dos momentos, são ligeiramente subestimadas.

4.2.3. Médias bem diferentes

São consideradas médias pouco diferentes em 12 casos, numerados de 49 a 60 na tabela 2.3. , e todos os estudos feitos com estas populações são referenciados por estes números.

Os χ^2 observados quando testada a uniformidade dos N.M.S. nas 20 classes, calculados para as 16 estatísticas, foram significativos; portanto há evidências para a rejeição da uniformidade dos N.M.S. das 20 classes.

Na tabela 2.3.1. onde estão representadas a média e a variância dos NMS, observa-se que E12 e E13 apresentam NMS menores que os demais e também não se notam vantagens em qualquer das transformações.

Na tabela 2.3.2. onde estão calculadas as médias e as variâncias dos F e dos χ^2 observados; observa-se que E12 e E13 apresentam médias e variâncias dos χ^2 observados maiores que os demais. As variâncias dos F com transformação são maiores que os sem transformação.

Na tabela 2.3.3. estão os valores da média e da variância de m e de k, considerando Σ conhecido e desconhecido, estimados pelo método de HINZ & GURLAND (1968). Quando Σ é desconhecido e m = 0,5, os valores médios de m e de k, se afastam dos respectivos valores esperados, mas para os outros valores de m, as médias estão bem próximas; quando Σ é conhecido, as médias de m são bem próximas dos respectivos valores esperados, mas as médias de k se afastam, com variâncias altas. As médias das estimativas de k pelo método dos momentos, são ligeiramente subestimadas.

4.3. Estudo das 16 estatísticas considerando as quatros populações com médias iguais e k diferentes

São consideradas médias pouco diferentes em 16 casos, numerados de 61 a 76 na tabela 3. e todos os estudos feitos com estas populações são referenciados por estes números.

Na tabela 3.1. onde estão calculados os χ^2 observados para testar a uniformidade dos NMS nas 20 classes. Nota-se que permitem a não aceitação da uniformidade dos NMS nas 20 classes, nas estatísticas E4, E5, E6, E7, E12 e E13.

Na tabela 3.2. onde estão representadas a média e a variância dos NMS, observa-se que E4, E5, E6, E7, E12 e E13 apresentam NMS menores que os demais, entre as 6 estatísticas as 4 primeiras são bem menores.

Na tabela 3.3. onde estão calculadas as médias e as variâncias dos F e dos χ^2 observados; observa-se que E4, E5, E6, E7, E12 e E13 apresentam médias e variâncias dos χ^2 observados maiores que os demais; entre as 6 estatísticas as 4 primeiras são bem maiores.

Na tabela 3.4. estão os valores da média e da variância de m e de k, considerando Σ conhecido e desconhecido, estimados pelo método de HINZ & GURLAND (1968). Quando Σ é desconhecido e m = 0,5, os valores médios de m e de k, se afastam dos respectivos valores esperados, mas para os outros valores de m, as médias estão bem próximas; quando Σ é conhecido, as médias de m são bem próximas dos respectivos valores esperados, mas as médias de k se afastam, com variâncias altas. As médias das estimativas de k pelo método dos momentos, são ligeiramente subestimadas.

4.4. Estudo das 16 estatísticas considerando as quatros populações com médias diferentes e k diferentes

4.4.1. Médias pouco diferentes

São consideradas médias pouco diferentes em 16 casos, numerados de 77 a 92 na tabela 4.1. e todos os estudos feitos com estas populações são referenciados por estes números.

Os χ^2 observados quando testada a uniformidade dos N.M.S. nas 20 classes, calculados para as 16 estatísticas, foram significativos; portanto há evidências para a rejeição da uniformidade dos N.M.S. das 20 classes.

Na tabela 4.1.1. onde estão representadas a média e a variância dos NMS, observa-se que E4, E5, E6, E7, E12 e E13 apresentam NMS menores que os demais.

Na tabela 4.1.2. onde estão calculadas as médias e as variâncias dos F e dos χ^2 observados; observa-se que E4, E5, E6, E7, E12 e E13 apresentam médias e variâncias dos χ^2 observados maiores que os demais.

Na tabela 4.1.3. estão os valores da média e da variância de m e de k, considerando Σ conhecido e desconhecido, estimados pelo método de HINZ & GURLAND (1968). Quando Σ é desconhecido e m = 0,5, os valores médios de m e de k, se afastam dos respectivos valores esperados, mas para os outros valores de m, as médias estão bem próximas; quando Σ é conhecido, as médias de m são bem próximas dos respectivos valores esperados, mas as médias de k se afastam, com variâncias altas. As médias das estimativas de k pelo método dos momentos, se afastam dos valores esperados.

4.4.2. Médias diferentes

São consideradas médias pouco diferentes em 12 casos, numerados de 93 a 104 na tabela 4.2. e todos os estudos feitos com estas populações são referenciados por estes números.

Os χ^2 observados quando testada a uniformidade dos N.M.S. nas 20 classes, calculados para as 16 estatísticas, foram significativos; portanto há evidências para a rejeição da uniformidade dos N.M.S. das 20 classes.

Na tabela 4.2.1. onde estão representadas a média e a variância dos NMS, observa-se que E4, E5, E6, E7, E12 e E13 apresentam NMS menores que os demais.

Na tabela 4.2.2. onde estão calculadas as médias e as variâncias dos F e dos χ^2 observados; observa-se que E4, E5, E6, E7, E12 e E13 apresentam médias e variâncias dos χ^2 observados maiores que os demais.

Na tabela 4.2.3. estão os valores da média e da variância de m e de k, considerando Σ conhecido e desconhecido, estimados pelo método de HINZ & GURLAND (1968). Quando Σ é desconhecido e m = 0,5, os valores médios de m e de k, se afastam dos respectivos valores esperados, mas para os outros valores de m, as médias estão bem próximas; quando Σ é conhecido, as médias de m são bem próximas dos respectivos valores esperados, mas as médias de k se afastam, com variâncias altas. As médias das estimativas de k pelo método dos momentos, se afastam dos valores esperados.

4.2.3. **Médias bem diferentes**

São consideradas médias pouco difrentes em 8 casos, numerados de 105 a 112 na tabela 4.3. e todos os estudos feitos com estas populações são referenciados por estes números.

Os χ^2 observados quando testada a uniformidade dos N.M.S. nas 20 classes, calculados para as 16 estatísticas, foram significativos; portanto há evidências para a rejeição da uniformidade dos N.M.S. das 20 classes.

Na tabela 4.3.1. onde estão representadas a média e a variância dos NMS; todos apresentam NMS, bem pequeno.

Na tabela 4.3.2. onde estão calculadas as médias e as variâncias dos F e dos χ^2 observados; todos apresentam médias e variâncias dos F e dos χ^2 observados grandes.

Na tabela 4.3.3. estão os valores da média e da variância de m e de k, considerando Σ conhecido e desconhecido, estimados pelo método de HINZ & GURLAND (1968). Quando Σ é desconhecido e m = 0,5, os valores médios de m e de k, se afastam dos respectivos valores esperados, mas para os outros valores de m, as médias estão bem próximas; quando Σ é conhecido, as médias de m são bem próximas dos respectivos valores esperados, mas as médias de k se afastam, com variâncias altas. As médias das estimativas de k pelo método dos momentos, se afastam dos valores esperados.

4.5. Alguns resultados para n = 10

Para alguns casos de m e k apresentados nas tabelas 1, 2.1., 2.2., 2.3., 3, 4.1., 4.2., 4.3. que foram geradas amostras com n = 50, realizam-se outras para uma simulacões com uma amostra n = 10, e estes resultados estão nas tabelas 5.1., 5.2., 5.3. e 5.4.. Levando em consideração a difilculdade em estimar Σ (matriz de variância e covariância), as estatísticas E12 e E13 não foram calculadas.

Observando as tabelas, vê-se que as 14 estatísticas praticamente tem o mesmo comportamento e as estimativas dos parâmetros pelo método de HINZ & GURLAND (1968) são razoáveis para a média(m), enquanto que para os valores de k não apresentam resultados satisfatórios. Nota-se que não há evidências que as transformações possam ser uteis para tamanho de amostra (embora não se possa afirmar que seja útil para amostras menores), mas certamente a sua influência é bem menor do que se imaginava, em princípio. Nota-se, ainda, que para n = 10, o poder dos testes é bem menor que para n = 50, o que já era esperado.

5. CONCLUSÕES

Dos resultados obtidos a partir das simulações, pode-se concluir que:

1. A análise de mínimos qui-quadrados produz bons resultados apenas quando a matriz de variância e covariância é conhecida.
2. Quando a matriz é desconhecida e estimada a partir dos dados, há pequeno viés no valor das estatísticas qui-quadrado, superestimando o seu valor com tendência a detectar mais valores significativos que o esperado.
3. Não há evidências claras, em termos de médias e variância dos NMS e das estatísticas F, de vantagens em se fazer qualquer das 10 transformações analisadas.
4. Com k variável, se a transformação depende de k isto acarreta diferença significativas no teste de médias, mesmo quando numericamente idênticas. Como na prática, nem sempre se tem k comum, o uso dessas transformações exige cautela.
5. A estatística $C(\alpha)$, por outro lado, mostrou-se robusta para não homogeneidade de k, levando a resultados equivalentes àqueles para dados sem transformação.
6. A distribuição da estatística X_U^2 (teste de mínimos qui-quadrados), se distribui com variância esperada pelo qui-quadrado, apenas quando a matriz de variância e covariância é conhecida.

7. As estimativas dos parâmetros pelo método de HINZ & GURLAND (1968) são razoáveis para a média (m), enquanto que para os valores de k nem sempre apresentam resultados satisfatórios.

8. Os resultados no geral pioram quando os parâmetros, especialmente a média, são baixos.

9. Comparando os casos n = 50 com os casos n = 10, observa-se que para n = = 10 há apenas menor poder dos testes, mas há as mesmas tendências que se observa para n = 50.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEN, J. ; GONZALEZ, D. ; GOKHALE, D. V. Sequential sampling plans for the bollworn, *Heliothis zea*. *Environmental Entomology*, 1 : 771 - 780, 1972.

ANSCOMBE, F. J. The transformation of Poisson, binomial and negative binomial data. *Biometrika*, 35 : 246 - 254, 1948.

ANSCOMBE, F, J. The statistical analasys of insects counts based on the negative binomial distribution. *Biometrics*, 5 : 165 - 173, 1949a.

ANSCOMBE, F. J. Large - sample theory of sequential estimation. *Biometrika*, 36 : 455 - 458, 1949b.

ANSCOMBE, F. J. Sampling theory of the negative binomial and the logarithmic series distributions. *Biometrika*, 37 : 352 - 382, 1950.

BARANKIN, E. W. & GURLAND, J. On asymptotically normal efficient estimators. *University of California Publications in statistics*, 1 : 89 - 129, 1951.

BARBOSA, J. C. Distribuições de probabilidade como base para análises estatísticas, amostragem e estratégias de manejo de *Diatraea Saccharalis* (Fabr., 1974) na Cultura da cana-de-açúcar. Piracicaba, 1985. 132p.(Doutorado - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"/USP).

BARNWAL, R. K. & PAUL, S. R. Analysis of one-way layout of count data with negative binomial variation.*Biometrika*, 75(2) : 215 -222, 1988.

BARTLETT, M. S. The square root transformation in the analysis of variance. *J. Roy. Statist. Soc. Suppl.*, 3 : 68 - 78, 1936.

BEALL, G. The transformation of data from entomological field experiments so that the analysis of variance becomes applicable. *Biometrika*, 32 : 243 - 262, 1942.

BERKSON, J. Minimum chi-square, not maximum likelihood. *The annals of mathemat. Statistics*, 8 : 457 - 487, 1980.

BINNS, M. Sequential estimation of the mean of a negative binomial distribution. *Biometrika* , 62 : 433 - 440, 1975.

BLISS, C. I. The analysis of insect counts as negative binomial distributions. *Proc. 10th Int. Congr. Entomol.* , 2 : 1015 - 1032, 1958.

BLISS, C. I. The agregation of the species with spatial units. In: *Statistical Ecology*, edited by G. P. Patil, E. C. Pielow, W. E. Waters, Pensylvania State Univ. Press., 1 : 311 - 335, 1971.

BLISS, C. I. & OWEN, A. R.G. Negative binomial distributions with a common k. *Biometrika*, 45 : 37 - 58, 1958.

BLOM, G. Transformations of the binomial, negative binomial, Poisson and chi-square distributions. *Biometrika*, 34 : 302 - 316, 1954.

COLLINGS, B. & MARGOLIN, B. H. Testing goodness of fit for the Poisson assumption when observations are not identically distributed. *J. Am. Statist. Assoc.* 74 : 411 - 418, 1985.

DOUGLAS, J. B. *Analysis with Standard Contagions Distributions*. Maryland, USA, International co-operative Pub. House - Fairland, 1980.

GONZALEZ, D. Sampling as a basis for pest management strategies. *Proc. Tall. Timbers Conf. on Ecol. An. Control by Hab. Management*, 26 - 28, 1970.

GURLAND, J. ; LEE, I. ; DAHM, P. A. Polychotomous quantal response in biological assay. *Biometrics*, 16 : 383 - 398, 1960.

HARRIS, R. R. & KANJI, G. K. On the use of minimum chi-square estimation. *The Statistician*, 32 : 379 - 394, 1983.

HINZ, P. & GURLAND, J. Simplified techniques for estimating parameters of some generalized Poisson distribution. *Biometrika*, 54 : 555 - 566, 1967.

HINZ, P. & GURLAND, J. A method of analysing untransformed data from the negative binomial and other contagious distributions. *Biometrika*, 55 : 163 - 170, 1968.

HINZ, P.& GURLAND, J. A test of fit for the negative binomial and other contagious distributions. *JASA*, 65 : 888 - 903, 1970.

JOHNSON, L. N. & KOTZ, S. *Discrete Distributions*. Boston, Houghton Mifflin Company, 1969.

KATTI, S. K. & GURLAND, J. Efficiency of certain methods of estimation for the negative binomial and the Neyman type A distributions. *Biometrika*, 49 : 215 - 226, 1962a.

KATTI, S. K. & GURLAND,J. Some methods of estimation for the Poisson binomial distribution. *Biometrika*, 18 : 42 - 51, 1962b.

KENNEDY, W. J. & GENTLE, J. E. *Statistical Computing*. New York, Mancel Dekker, 1980.

LOUKAS, S. & KEMP, C. D. On the chi-square goodness-of-fit statistic for bivariate discrete distributions. *The Statistician*, 35 : 525 - 529, 1986.

MARSAGLIA, G. Generating discrete random variables in a computer. *Comm. ACM*, 6 : 1 - 37, 1963.

MARSAGLIA, G. ; MACLAREN, M. D. ; BRAY, T. A. A fast procedure for generating exponential random variables. *Comm. ACM*, 7 : 4 - 10, 1964.

MARSAGLIA, G. A fast procedure for generating normal random variables. Comm. ACM, 7 : 298 - 303, 1964.

MARTIN, D. C. & KATTI, S. K. Fitting of certain contagious distributions to some available data by the maximum likelihood method. *Biometrika*, 21 : 34 - 41, 1965.

NORMAN, J. E. & CANNON, L. E. A computer program for the generation of random variables from any discrete distribution. *J. Stat. Comp. Simul.*, 1 : 331 - 348, 1972.

O' CARROL, F. M. Fitting a negative binomial distribution to coarsely grouped data by maximun likelihood. *Applied Statistics*, 3 : 196 - 201, 1962.

PERECIN, D. Distribuições binomiais negativas com expoente k comum e algumas aplicações em pedologia e entomologia. Jaboticabal, 1978, 129p (Tese de Livre Docência, FCAVJ).

PERECIN, D. Modelos lineares, mínimos qui-quadrados e estimativa de um expoente comum em distribuições binomiais negativas. *Científica*, 7 : 205 -210, 1979.

PIELOU, E. C. *Mathemathical Ecology*. New York, Whiley - Interscience, 1977, 285p.

PIETERS, E. P. ; GATES, C. E. ; MATIS, J. H. , STERLING, W. L. Small sample comparison of different estimators of negative binomial parameters. *Biometrics*, 33 : 718 - 723, 1977.

ROSS, G. J. S. & PREECE, D. A. The negative binomial distribution. *The Statistician*, 34 : 323 - 336, 1985.

TARONE, R. E. On heterogeneity testes based on efficient scores. *Biometrika* , 72 : 91 - 95, 1985.

WALD, A. Sequential tests of statistical hypotesis. *Ann. of Mathemat. Statistics*, 16 : 117 - 186, 1945.

WYSHAK, G. A program for estimating the parameters of the truncated negative binomial distribution. *Applied Statistics*, 23 : 87 - 91, 1974.

APÊNDICE

Tabela 1. Médias e k iguais

casos	médias	k
1	0,5 0,5 0,5 0,5	1,0 1,0 1,0 1,0
2	0,5 0,5 0,5 0,5	1,5 1,5 1,5 1,5
3	0,5 0,5 0,5 0,5	2,0 2,0 2,0 2,0
4	0,5 0,5 0,5 0,5	2,5 2,5 2,5 2,5
5	1,0 1,0 1,0 1,0	1,0 1,0 1,0 1,0
6	1,0 1,0 1,0 1,0	1,5 1,5 1,5 1,5
7	1,0 1,0 1,0 1,0	2,0 2,0 2,0 2,0
8	1,0 1,0 1,0 1,0	2,5 2,5 2,5 2,5
9	2,0 2,0 2,0 2,0	1,0 1,0 1,0 1,0
10	2,0 2,0 2,0 2,0	1,5 1,5 1,5 1,5
11	2,0 2,0 2,0 2,0	2,0 2,0 2,0 2,0
12	2,0 2,0 2,0 2,0	2,5 2,5 2,5 2,5
13	5,0 5,0 5,0 5,0	1,0 1,0 1,0 1,0
14	5,0 5,0 5,0 5,0	1,5 1,5 1,5 1,5
15	5,0 5,0 5,0 5,0	2,0 2,0 2,0 2,0
16	5,0 5,0 5,0 5,0	2,5 2,5 2,5 2,5

Tabela 1.1. Distribuição do nível mínimo de significância

Valor da estatística qui-quadadro para testar a hipótese de distribuição uniforme das 20 classes dos níveis mínimos de significância

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
1	19,48	30,16	33,28	32,80	32,20	40,28	28,84	33,16	28,36	33,16	23,40	243,96	230,48	19,56	19,56	14,16
2	17,08	18,20	20,72	29,32	15,40	30,28	18,44	19,24	22,76	22,76	16,40	216,32	218,24	14,20	14,16	20,40
3	17,62	15,16	14,28	11,24	13,68	13,48	15,88	11,24	13,80	16,60	12,68	251,32	286,44	14,72	14,72	18,60
4	18,04	25,24	17,36	20,96	28,84	25,20	21,24	21,44	19,80	26,12	15,08	123,12	127,08	28,32	28,32	18,16
5	18,32	11,92	20,90	11,48	9,04	8,44	11,64	10,48	20,56	13,32	7,32	212,28	222,12	11,24	11,40	20,20
6	29,28	16,28	12,16	13,32	14,24	14,92	14,88	24,36	16,32	12,40	14,48	72,20	87,56	15,52	15,52	23,96
7	13,08	17,96	20,16	35,32	18,28	30,60	27,08	35,32	16,32	20,28	18,04	92,92	110,12	18,24	17,72	14,84
8	11,28	14,20	15,24	18,16	10,04	13,00	11,12	14,60	15,60	16,76	18,80	54,16	58,32	10,44	10,44	11,20
9	10,72	15,20	14,40	9,76	17,04	13,52	10,36	14,36	11,72	16,72	18,40	121,00	136,48	16,08	16,08	8,04
10	12,32	12,12	22,44	13,96	17,28	15,84	13,16	27,80	20,96	17,56	24,60	67,48	83,04	19,64	19,64	14,60
11	16,56	22,08	8,68	23,24	23,16	21,80	20,68	23,24	15,68	19,80	32,80	52,36	51,16	19,04	19,04	13,40
12	15,80	15,00	25,12	22,76	20,00	18,68	21,88	16,56	17,12	13,92	25,64	44,32	52,04	16,56	16,56	13,48
13	32,20	18,04	15,64	19,48	17,72	22,88	18,28	10,28	18,12	15,32	17,92	51,12	97,20	25,44	25,44	26,84
14	28,68	35,36	29,72	23,56	22,96	21,76	21,12	20,00	34,64	36,40	24,20	33,24	31,36	22,12	22,12	26,88
15	25,88	15,44	26,84	27,80	19,08	23,44	16,28	27,80	32,20	15,72	30,16	15,32	21,96	19,32	19,32	23,60
16	17,28	24,44	19,60	23,48	36,60	21,88	18,76	20,28	15,92	14,88	14,40	21,12	20,12	14,44	14,44	18,04

Tabela 1.2. Valor da média e da variância do nível mínimo de significância

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
1	0,515	0,517	0,516	0,517	0,517	0,517	0,515	0,516	0,516	0,516	0,517	0,407	0,405	0,519	0,519	0,512
V	0,083	0,086	0,085	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,085	0,086	0,086	0,093	0,092	0,084	0,084	0,082
2	0,509	0,513	0,512	0,513	0,514	0,513	0,512	0,512	0,511	0,512	0,514	0,410	0,407	0,511	0,511	0,507
V	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082	0,091	0,091	0,083	0,083	0,081
3	0,483	0,488	0,485	0,487	0,490	0,486	0,488	0,487	0,485	0,487	0,491	0,406	0,402	0,486	0,486	0,481
V	0,085	0,087	0,086	0,087	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,088	0,094	0,095	0,085	0,085	0,084
4	0,509	0,515	0,512	0,513	0,517	0,515	0,514	0,514	0,512	0,514	0,518	0,429	0,424	0,506	0,506	0,506
V	0,081	0,084	0,080	0,080	0,081	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080	0,081	0,087	0,087	0,081	0,081	0,080
5	0,505	0,501	0,504	0,501	0,499	0,501	0,500	0,502	0,503	0,502	0,499	0,418	0,411	0,506	0,506	0,503
V	0,085	0,087	0,086	0,087	0,087	0,087	0,086	0,087	0,086	0,086	0,087	0,092	0,091	0,086	0,086	0,084
6	0,515	0,505	0,510	0,507	0,503	0,507	0,505	0,508	0,509	0,507	0,501	0,446	0,442	0,512	0,512	0,512
V	0,083	0,083	0,084	0,084	0,083	0,084	0,083	0,084	0,084	0,084	0,083	0,089	0,089	0,085	0,085	0,082
7	0,513	0,500	0,507	0,503	0,497	0,502	0,502	0,503	0,506	0,503	0,495	0,449	0,442	0,507	0,507	0,511
V	0,084	0,087	0,086	0,086	0,087	0,086	0,086	0,086	0,086	0,087	0,087	0,093	0,093	0,086	0,086	0,083
8	0,511	0,501	0,506	0,504	0,500	0,503	0,503	0,503	0,505	0,503	0,499	0,454	0,446	0,505	0,505	0,508
V	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,090	0,089	0,084	0,084	0,083
9	0,498	0,503	0,501	0,504	0,504	0,503	0,503	0,503	0,501	0,502	0,504	0,437	0,423	0,498	0,498	0,495
V	0,085	0,084	0,084	0,084	0,084	0,084	0,084	0,084	0,084	0,084	0,084	0,090	0,089	0,086	0,086	0,084
10	0,501	0,497	0,499	0,496	0,495	0,496	0,495	0,496	0,498	0,498	0,495	0,457	0,448	0,496	0,496	0,499
V	0,085	0,088	0,088	0,088	0,087	0,088	0,088	0,088	0,089	0,089	0,087	0,091	0,092	0,087	0,087	0,085
11	0,495	0,482	0,486	0,482	0,480	0,482	0,481	0,482	0,486	0,484	0,480	0,455	0,448	0,448	0,448	0,493
V	0,084	0,087	0,086	0,087	0,087	0,087	0,087	0,087	0,086	0,086	0,087	0,087	0,087	0,085	0,085	0,083
12	0,492	0,482	0,485	0,483	0,479	0,482	0,482	0,482	0,485	0,484	0,479	0,460	0,456	0,484	0,484	0,489
V	0,084	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,084	0,089	0,091	0,085	0,085	0,083
13	0,503	0,505	0,506	0,505	0,502	0,505	0,505	0,506	0,506	0,506	0,503	0,455	0,437	0,508	0,508	0,500
V	0,078	0,081	0,081	0,081	0,080	0,081	0,081	0,082	0,081	0,081	0,080	0,085	0,086	0,080	0,080	0,077
14	0,523	0,518	0,518	0,513	0,512	0,513	0,513	0,514	0,518	0,518	0,513	0,492	0,480	0,520	0,520	0,521
V	0,084	0,089	0,088	0,089	0,088	0,089	0,086	0,089	0,088	0,088	0,088	0,088	0,089	0,086	0,086	0,083
15	0,514	0,504	0,506	0,501	0,499	0,502	0,501	0,501	0,505	0,505	0,501	0,488	0,479	0,508	0,508	0,512
V	0,083	0,086	0,086	0,087	0,086	0,087	0,087	0,087	0,086	0,086	0,086	0,086	0,085	0,084	0,084	0,082
16	0,518	0,512	0,513	0,511	0,509	0,511	0,510	0,510	0,513	0,513	0,509	0,496	0,486	0,508	0,508	0,515
V	0,081	0,085	0,084	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,085	0,085	0,086	0,084	0,086	0,082	0,082	0,080

obs: A linha V é a variância do nível mínimo da significância

Tabela 1.3. Distribuição das estatísticas para testar uniformidade das médias das distribuições

caso	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
1	0,967	0,971	0,969	0,970	0,970	0,970	0,974	0,970	0,970	0,970	0,970	4,266	4,263	2,843	2,843	2,839
V	0,624	0,667	0,651	0,666	0,675	0,664	0,666	0,659	0,652	0,660	0,677	14,37	14,29	5,374	5,374	5,379
2	0,982	0,977	0,979	0,976	0,974	0,975	0,979	0,977	0,0,98	0,979	0,973	4,116	4,169	2,936	2,936	2,933
V	0,651	0,664	0,659	0,660	0,663	0,660	0,660	0,660	0,660	0,663	0,663	12,41	12,98	6,103	6,103	6,111
3	1,069	1,066	1,069	1,066	1,061	1,068	1,065	1,066	1,069	1,068	1,059	4,312	4,378	3,128	3,128	3,126
V	0,814	0,821	0,823	0,820	0,816	0,820	0,820	0,820	0,823	0,824	0,814	15,30	15,84	6,531	6,531	6,540
4	0,961	0,950	0,954	0,952	0,947	0,949	0,950	0,951	0,955	0,952	0,945	3,833	3,907	2,897	2,897	2,892
V	0,554	0,561	0,554	0,554	0,562	0,555	0,555	0,555	0,554	0,558	0,566	11,18	11,76	5,162	5,164	5,167
5	1,005	1,020	1,013	1,019	1,022	1,018	1,021	1,016	1,015	1,017	1,023	4,116	4,156	2,989	2,989	2,988
V	0,714	0,728	0,728	0,720	0,717	0,721	0,720	0,723	0,728	0,730	0,720	13,85	13,57	6,381	6,381	6,387
6	0,962	0,988	0,976	0,984	0,993	0,984	0,988	0,982	0,978	0,983	0,996	3,664	3,712	2,946	2,946	2,944
V	0,630	0,651	0,646	0,650	0,654	0,650	0,650	0,649	0,647	0,649	0,657	9,971	10,15	6,476	6,476	6,485
7	0,968	1,018	0,995	1,008	1,029	1,010	1,012	1,008	0,998	1,008	1,036	3,719	3,776	2,966	2,966	2,965
V	0,619	0,706	0,664	0,686	0,726	0,690	0,693	0,686	0,668	0,688	0,737	11.78	11,87	6,096	6,096	6,101
8	0,975	1,001	0,993	0,998	1,012	1,000	1,000	1,000	0,995	1,001	1,017	3,537	3,607	2,971	2,971	2,969
V	0,634	0,706	0,673	0,683	0,716	0,689	0,691	0,688	0,677	0,692	0,729	9,190	9,393	6,120	6,120	6,128
9	1,027	1,014	1,020	1,010	1,010	1,011	1,011	1,013	1,019	1,017	1,009	3,777	3,897	3,079	3,079	3,077
V	0,726	0,735	0,731	0,730	0,737	0,730	0,730	0,729	0,731	0,733	0,741	10,61	10,87	6,932	6,932	6,941
10	1,010	1,028	1,023	1,030	1,031	1,030	1,032	1,029	1,024	1,026	1,030	3,531	3,605	3,062	3,062	3,060
V	0,686	0,718	0,711	0,714	0,720	0,714	0,714	0,713	0,712	0,715	0,725	9,052	9,146	6,315	6,315	6,324
11	1,013	1,057	1,045	1,058	1,063	1,058	1,061	1,058	1,047	1,051	1,061	3,443	3,507	3,125	3,125	3,124
V	0,649	0,706	0,697	0,713	0,710	0,713	0,714	0,713	0,699	0,702	0,706	7,664	7,847	6,508	6,508	6,514
12	1,022	1,062	1,051	1,062	1,070	1,063	1,064	1,064	1,053	1,057	1,071	3,426	3,485	3,126	3,126	3,120
V	0,660	0,731	0,717	0,740	0,750	0,742	0,743	0,744	0,719	0,722	0,750	8,060	8,383	6,279	6,279	6,281
13	0,996	0,993	0,993	0,994	0,998	0,993	0,994	0,992	0,993	0,993	0,997	3,568	3,794	2,975	2,975	2,969
V	0,731	0,717	0,728	0,711	0,707	0,712	0,711	0,715	0,727	0,723	0,705	10,18	11,52	6,674	6,674	6,668
14	0,948	0,981	0,976	0,995	0,999	0,995	0,996	0,993	0,977	0,978	0,993	3,171	3,297	2,888	2,888	2,886
V	0,615	0,698	0,682	0,723	0,735	0,722	0,724	0,717	0,684	0,687	0,726	7,551	8,234	6,038	6,038	6,043
15	0,972	1,004	1,000	1,017	1,021	1,015	1,018	1,017	1,001	1,001	1,015	3,140	3,230	2,943	2,943	2,938
V	0,660	0,686	0,687	0,710	0,710	0,709	0,711	0,711	0,687	0,685	0,695	6,833	7,354	5,953	5,953	5,958
16	0,956	0,982	0,976	0,987	0,993	0,987	0,989	0,988	0,977	0,979	0,993	3,070	3,120	2,933	2,933	2,931
V	0,636	0,663	0,656	0,670	0,674	0,671	0,672	0,673	0,657	0,659	0,668	6,603	8,287	5,990	5,990	5,999

Obs: A linha V é a variânoia dos F e χ^2 observados

Tabela 1.4. Valores das estimativas dos parâmetros estimados pelo método de HINZ & GURLAND(1968)

Valores médios estimados para a média e variância de cada distribuição

casos	com Σ desconhecido, médias(m) e k na mesma ordem da tabela 1								com Σ conhecido, médias(m) e k, na mesma ordem da tabela 1								método dos momentos
	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	k
1	0,467	0,689	0,472	0,776	0,471	0,811	0,467	0,647	0,494	0,474	0,496	0,456	0,499	0,818	0,495	0,356	1,216
V	0,015	4,146	0,014	4,190	0,014	4,162	0,013	3,462	0,015	80,21	0,014	92,98	0,014	80,51	0,014	90,89	0,534
2	0,476	0,803	0,474	0,718	0,467	0,743	0,473	0,584	0,498	0,162	0,515	1,584	0,499	1,060	0,488	0,497	2,033
V	0,013	5,208	0,013	6,217	0,013	6,017	0,014	6,349	0,013	8,034	0,012	8,033	0,012	18,29	0,013	15,23	3,456
3	0,479	0,669	0,474	0,699	0,479	0,526	0,474	0,480	0,500	0,064	0,493	0,353	0,494	0,045	0,492	0,051	4,071
V	0,014	9,870	0,013	15,60	0,014	9,080	10,23	0,012	0,014	155,0	0.012	194,6	0,013	210,3	0,012	163,9	2054,
4	0,478	0,763	0,475	0,313	0,475	0,388	0,477	0,633	0,497	0,538	0,493	0,345	0,492	0,659	0,494	0,351	3,050
V	0,012	8,834	0,012	10,51	0,012	9,562	0,012	9,128	0,012	155,4	0,011	404,7	0,012	223,3	0,012	273,9	95,97
5	0,948	1,140	0,967	1,136	0,961	1,138	0,951	1,203	0,988	1,446	1,005	1,385	1,002	0,917	0,993	1,821	1,010
V	0,040	0,919	0,043	0,871	0,043	1,456	0,039	7,586	0,038	5,421	0,041	8,649	0,040	103,8	0,038	85,31	0,063
6	0,981	1,618	0,956	1,498	0,962	1,667	0,969	1,572	1,008	2,445	0,995	2,284	0,989	2,606	0,997	1,953	1,576
V	0,035	4,617	0,036	3,319	0,032	6,136	0,033	5,356	0,033	106,9	0,035	48,86	0,031	132,9	0,032	181,0	0,323
7	0,979	1,797	0,975	1,813	0,965	1,821	0,972	1,725	1,002	3,435	0,999	2,530	0,989	1,950	0,995	3,009	2,111
V	0,037	6,274	0,032	8,338	0,032	79,05	0,031	6,870	0,032	381,3	2,969	519,4	0,030	836,4	0,030	287,4	1,195
8	0,973	2,179	0,982	2,378	0,976	1,782	0,986	2,102	0,993	3,262	1,001	2,434	0,998	3,558	1,004	2,545	2,842
V	0,029	78,46	0,030	119,0	0,027	9,132	0,028	16,16	0,028	526,8	0,029	1068,	0,027	759,6	0,026	471,5	12,35
9	1,955	1,055	1,919	1,025	1,935	1,051	1,933	1,040	2,015	1,119	1,972	1,097	1,989	1,133	1,992	1,098	1,015
V	0,129	0,210	0,125	0,349	0,120	0,215	0,125	0,195	0,124	0,265	0,123	0,516	0,115	0,426	0,124	0,226	0,037
10	1,960	1,570	1,967	1,577	1,962	1,485	1,936	1,567	1,993	1,829	2,002	1,794	1,999	1,630	1,971	1,752	1,504
V	0,095	0,654	0,102	0,701	0,099	1,003	0,098	0,693	0,093	2,344	0,098	2,101	0,095	5,950	0,094	0,922	0,105
11	1,962	1,990	1,987	2,061	1,977	1,983	1,978	2,095	1,988	1,368	2,014	2,326	2,005	2,443	2,003	2,510	1,979
V	0,078	1,664	0,084	1,681	0,087	1,177	0,094	7,880	0.077	687,3	0,082	10,63	0,085	4,651	0,091	13,64	0,187
12	1,971	2,446	1,972	2,495	1,981	2,424	1,965	2,313	1,991	3,353	1,991	3,087	2,002	2,261	1,983	3,199	2,471
V	0,076	3,607	0,074	4,521	0,080	4,364	0,074	10,71	0,076	34,64	7,227	25,35	0,077	921,8	0,073	31,21	0,425
13	4,916	1,039	4,881	1,025	4,875	1,036	4,936	1,037	5,006	1,055	4,969	1,031	4,956	1,047	5,022	1,053	0.994
V	0,607	0,098	0,617	0,104	0,586	0,092	0,597	0,104	0,584	0,110	0,605	0,171	0,565	0,091	0,574	0,107	0,022
14	4,927	1,493	4,931	1,494	4,912	1,473	4,970	1,495	4,972	1,575	4,976	1,584	4,953	1,567	5,014	1,591	1,500
V	0,465	0,217	0,425	0,245	0,430	0,230	0,408	0,243	0,500	0,223	0,404	0,262	0,419	0,260	0,405	0,263	0,053
15	4,940	1,978	4,967	1,936	4,950	1,962	4,945	1,935	4,968	2,117	4,998	2,080	4,977	2,117	4,970	2,101	1,978
V	0,349	0,529	0,356	0,393	0,366	0,539	0,336	0,418	0,347	0,535	0,357	0,424	0,359	0,547	0,328	0,422	0,087
16	4,964	2,409	4,993	2,413	4,978	2,416	4,969	2,397	4,986	2,615	5,014	2,617	4,994	2,644	4,986	2,607	2,447
V	0,306	0,783	0,316	0,806	0,305	0,860	0,282	0,737	0,300	0,837	0,312	0,883	0,302	0,863	0,273	0,720	0,169

Obs: A linha V é a variância de m e k respectivamente

2. Médias diferentes e k iguais, com as seguintes condições:

Tabela 2.1. Médias pouco diferentes

casos	médias	k
17	0,5 0,5 0,5 1,0	1,0 1,0 1,0 1,0
18	0,5 0,5 0,5 1,0	1,5 1,5 1,5 1,5
19	0,5 0,5 0,5 1,0	2,0 2,0 2,0 2,0
20	0,5 0,5 0,5 1,0	2,5 2,5 2,5 2,5
21	1,0 1,0 1,0 2,0	1,0 1,0 1,0 1,0
22	1,0 1,0 1,0 2,0	1,5 1,5 1,5 1,5
23	1,0 1,0 1,0 2,0	2,0 2,0 2,0 2,0
24	1,0 1,0 1,0 2,0	2,5 2,5 2,5 2,5
25	2,0 2,0 2,0 5,0	1,0 1,0 1,0 1,0
26	2,0 2,0 2,0 5,0	1,5 1,5 1,5 1,5
27	2,0 2,0 2,0 5,0	2,0 2,0 2,0 2,0
28	2,0 2,0 2,0 5,0	2,5 2,5 2,5 2,5
29	5,0 5,0 5,0 2,0	1,0 1,0 1,0 1,0
30	5,0 5,0 5,0 2,0	1,5 1,5 1,5 1,5
31	5,0 5,0 5,0 2,0	2,0 2,0 2,0 2,0
32	5,0 5,0 5,0 2,0	2,5 2,5 2,5 2,5
33	1,0 1,0 1,0 1,5	1,0 1,0 1,0 1,0
34	1,0 1,0 1,0 1,5	1,5 1,5 1,5 1,5
35	1,0 1,0 1,0 1,5	2,0 2,0 2,0 2,0
36	1,0 1,0 1,0 1,5	2,5 2,5 2,5 2,5

Tabela 2.1.1. Valor da média e da variância do nível mínimo de significância

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
17	0,092	0,118	0,102	0,120	0,135	0,117	0,120	0,111	0,103	0,110	0,138	0,087	0,088	0,142	0,142	0,093
V	0,028	0,036	0,031	0,037	0,042	0,036	0,037	0,034	0,032	0,034	0,042	0,026	0,026	0,037	0,037	0,027
18	0,066	0,089	0,074	0,085	0,100	0,085	0,086	0,082	0,076	0,081	0,106	0,066	0,065	0,106	0,106	0,066
V	0,018	0,027	0,022	0,025	0,031	0,025	0,026	0,024	0,022	0,024	0,032	0,017	0,016	0,027	0,027	0,018
19	0,061	0,077	0,066	0,071	0,084	0,072	0,073	0,071	0,067	0,071	0,090	0,062	0,061	0,097	0,097	0,061
V	0,019	0,025	0,022	0,023	0,026	0,023	0,023	0,023	0,022	0,023	0,028	0,018	0,018	0,028	0,028	0,010
20	0,049	0,060	0,052	0,055	0,065	0,056	0,056	0,056	0,053	0,056	0,071	0,049	0,048	0,080	0,080	0,049
V	0,011	0,015	0,013	0,013	0,016	0,014	0,014	0,014	0,013	0,014	0,018	0,011	0,010	0,019	0,019	0,011
21	0,049	0,069	0,056	0,076	0,093	0,072	0,076	0,066	0,057	0,061	0,092	0,054	0,052	0,092	0,092	0,049
V	0,016	0,020	0,017	0,022	0,026	0,021	0,022	0,019	0,017	0,018	0,026	0,015	0,014	0,025	0,025	0,015
22	0,025	0,042	0,031	0,042	0,057	0,041	0,043	0,039	0,032	0,036	0,061	0,032	0,031	0,054	0,054	0,026
V	0,005	0,011	0,007	0,011	0,016	0,011	0,011	0,010	0,008	0,009	0,018	0,006	0,006	0,011	0,011	0,005
23	0,020	0,029	0,022	0,027	0,039	0,027	0,028	0,027	0,023	0,025	0,044	0,024	0,023	0,044	0,044	0,020
V	0,005	0,007	0,006	0,007	0,010	0,007	0,007	0,007	0,006	0,006	0,011	0,005	0,005	0,011	0,011	0,005
24	0,010	0,017	0,012	0,014	0,023	0,015	0,015	0,015	0,012	0,014	0,028	0,014	0,013	0,026	0,026	0,010
V	0,001	0,003	0,002	0,002	0,004	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,005	0,001	0,001	0,004	0,004	0,001
25	0,002	0,004	0,003	0,007	0,013	0,006	0,007	0,005	0,003	0,003	0,010	0,006	0,006	0,017	0,017	0,003
V	0,001	0,001	0,001	0,002	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,002	0,001	0,001	0,001	0,003	0,003	0,001
26	5.E-4	0,002	0,001	0,003	0,005	0,002	0,003	0,002	0,001	0,001	0,005	0,002	0,002	0,005	0,005	0,006
V	6.E-5	6.E-4	3.E-4	9.E-4	1.E-3	9.E-4	9.E-4	7.E-4	3.E-4	4.E-4	2.E-3	2.E-4	2.E-4	7.E-4	7.E-4	6.E-5
27	1.E-4	4.E-4	2.E-4	4.E-4	1.E-3	4.E-4	5.E-4	4.E-4	2.E-4	2.E-4	1.E-3	5.E-4	5.E-4	2.E-3	2.E-3	1.E-6
V	9.E-7	7.E-6	2.E-6	7.E-6	4.E-5	7.E-6	9.E-6	7.E-6	2.E-6	3.E-6	6.E-5	1.E-5	1.E-5	1.E-4	1.E-4	1.E-6
28	9.E-6	5.E-5	1.E-5	4.E-5	2.E-4	5.E-5	6.E-5	5.E-5	2.E-5	2.E-5	4.E-4	1.E-4	9.E-5	5.E-4	5.E-4	2.E-5
V	1.E-8	2.E-7	2.E-8	8.E-8	2.E-6	1.E-7	2.E-7	1.E-7	2.E-8	5.E-8	6.E-6	3.E-7	2.E-7	2.E-5	1.E-5	2.E-8
29	0,007	0,007	0,006	0,010	0,015	0,009	0,010	0,008	0,006	0,006	0,013	0,001	0,001	0,001	0,001	0,008
V	4.E-4	6.E-4	5.E-4	1.E-3	2.E-3	9.E-4	1.E-3	7.E-4	5.E-4	5.E-4	1.E-3	6.E-5	8.E-5	7.E-5	7.E-5	5.E-4
30	0,001	0,001	0,001	0,002	0,003	0,001	0,002	0,001	0,001	0,001	0,003	1.E-4	1.E-4	6.E-5	6.E-5	0,001
V	2.E-5	6.E-5	3.E-5	1.E-4	3.E-4	9.E-5	1.E-4	8.E-5	3.E-5	4.E-5	2.E-4	3.E-6	4.E-6	6.E-7	6.E-7	3.E-5
31	4.E-4	5.E-4	3.E-4	5.E-4	1.E-3	5.E-4	5.E-4	5.E-4	3.E-4	3.E-4	1.E-3	3.E-5	3.E-5	1.E-5	1.E-5	5.E-4
V	3.E-6	3.E-5	6.E-6	3.E-5	2.E-4	3.E-5	4.E-5	3.E-5	7.E-6	1.E-5	2.E-4	7.E-8	7.E-8	4.E-9	4.E-9	4.E-6
32	2.E-4	2.E-4	1.E-4	2.E-4	4.E-4	2.E-4	2.E-4	2.E-4	1.E-4	1.E-4	5.E-4	3.E-5	2.E-5	1.E-5	1.E-5	2.E-4
V	2.E-6	2.E-6	9.E-7	3.E-6	1.E-5	3.E-6	4.E-6	4.E-6	9.E-7	1.E-6	2.E-5	8.E-8	4.E-8	2.E-9	2.E-9	2.E-6
33	0,239	0,269	0,252	0,276	0,293	0,271	0,275	0,264	0,253	0,259	0,294	0,207	0,203	0,275	0,275	0,239
V	0,067	0,075	0,071	0,076	0,079	0,076	0,076	0,074	0,071	0,073	0,079	0,059	0,059	0,072	0,072	0,067
34	0,203	0,225	0,209	0,224	0,244	0,223	0,225	0,220	0,210	0,216	0,250	0,182	0,178	0,237	0,237	0,203
V	0,056	0,062	0,058	0,061	0,066	0,061	0,061	0,060	0,058	0,059	0,067	0,051	0,049	0,061	0,061	0,055
35	0,202	0,228	0,210	0,220	0,243	0,222	0,223	0,220	0,211	0,218	0,252	0,193	0,188	0,228	0,228	0,201
V	0,060	0,065	0,061	0,063	0,068	0,063	0,064	0,063	0,061	0,063	0,069	0,058	0,057	0,062	0,062	0,059
36	0,172	0,201	0,183	0,190	0,215	0,194	0,195	0,193	0,184	0,191	0,227	0,164	0,161	0,200	0,200	0,172
V	0,050	0,060	0,054	0,057	0,063	0,058	0,058	0,058	0,055	0,057	0,065	0,047	0,047	0,055	0,055	0,049

obs: A linha V é a variância do nível mínimo de significância

Tabela 2.1.2. Distribuições das estatísticas para testar uniformidade das médias das distribuições

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
17	3,840	3,467	3,718	3,440	3,321	3,490	3,439	3,580	3,697	3,595	3,394	10,95	10,84	8,478	8,478	8,473
V	5,456	5,067	5,521	5,027	4,584	5,127	5,019	5,302	5,488	5,307	5,525	39,50	38,68	27,84	27,84	27,90
18	4,372	3,906	4,211	3,984	3,677	3,992	3,958	4,052	4,186	4,060	3,586	11,98	11,81	9,799	9,799	9,786
V	6,113	5,436	6,040	5,607	4,978	5,624	5,548	5,746	5,991	5,740	4,797	39,15	38,93	33,28	33,28	33,36
19	4,698	4,214	4,537	4,377	4,016	4,349	4,322	4,377	4,510	4,376	3,880	12,47	12,54	10,58	10,58	10,57
V	7,295	6,324	7,087	6,715	5,860	6,643	6,583	6,715	7,024	6,706	5,550	44,06	44,37	38,17	38,17	38,28
20	4,853	4,470	4,754	4,665	4,313	4,614	4,599	4,621	4,732	4,615	4,157	12,95	13,08	11,10	11,10	11,06
V	7,358	6,545	7,269	7,073	6,173	6,940	6,900	6,959	7,213	6,907	5,799	43,61	45,06	39,23	39,24	38,68
21	5,031	4,325	4,762	4,130	3,738	4,230	4,125	4,406	4,724	4,564	3,755	12,66	12,67	10,52	10,52	10,51
V	7,292	6,121	7,047	5,722	4,951	5,929	5,708	6,303	6,965	6,620	4,988	42,68	41,02	35,54	35,54	35,65
22	6,011	5,138	5,708	5,169	4,562	5,194	5,116	5,312	5,660	5,443	4,428	14,28	14,39	12,71	12,71	12,68
V	9,756	7,630	9,221	7,765	6,215	7,830	7,615	8,159	9,060	8,448	5,902	44,11	43,78	48,95	48,95	48,69
23	6,538	5,561	6,192	5,776	5,039	5,722	5,665	5,776	6,139	5,896	4,793	15,35	15,50	13,77	13,77	13,76
V	10,28	8,146	9,738	8,729	6,958	8,589	8,444	8,729	9,599	8,964	6,424	44,04	44,78	48,55	48,55	48,71
24	7,319	6,253	6,962	6,645	5,756	6,518	6,472	6,520	6,904	6,628	5,395	16,90	17,09	15,46	15,46	15,45
V	11,40	9,146	10,95	10,24	8,043	9,903	9,791	9,923	10,79	10,06	7,232	51,81	53,40	53,55	53,55	53,70
25	10,36	8,821	9,823	7,623	6,587	7,925	7,608	8,433	9,731	9,416	7,022	19,55	19,68	17,39	17,39	17,36
V	16,97	14,40	17,19	11,38	8,906	12,17	11,34	13,55	16,93	16,02	9,886	50,92	49,60	66,82	66,83	66,94
26	13,13	11,07	12,45	10,31	8,656	10,43	10,16	10,76	12,33	11,88	8,703	24,03	24,19	22,11	22,11	22,10
V	21,51	18,04	22,16	16,38	12,00	16,69	15,95	17,68	21,79	20,37	12,02	60,85	59,99	79,40	79,40	79,80
27	15,64	13,03	14,76	12,77	10,49	12,65	12,42	12,77	14,61	14,04	10,11	28,03	28,22	26,63	26,63	26,61
V	27,10	22,49	27,99	22,41	15,60	21,99	21,28	22,41	27,52	25,60	14,48	75,39	74,49	95,93	95,93	96,62
28	18,02	15,01	17,11	15,35	12,40	14,96	14,76	14,85	16,92	16,23	11,55	32,54	32,90	31,22	31,22	31,20
V	33,99	24,77	32,35	26,34	17,22	24,95	24,26	24,60	31,63	28,94	15,10	92,28	91,82	122,2	122,2	123,0
29	5,579	6,638	6,614	6,587	6,191	6,667	6,583	6,767	6,631	6,641	6,301	33,44	33,87	30,86	30,86	30,84
V	3,010	6,677	5,666	8,137	8,288	7,991	8,143	7,672	5,790	6,086	7,932	194,0	202,3	118,4	118,4	119,1
30	7,366	9,011	8,933	9,253	8,697	9,266	9,221	9,319	8,965	8,987	8,587	42,91	43,44	41,00	41,00	40,96
V	4,234	10,12	8,426	12,30	12,92	12,15	12,40	11,86	8,637	9,117	12,25	233,2	242,3	156,9	156,9	158,6
31	8,785	10,94	10,79	11,41	10,81	11,37	11,36	11,40	10,83	10,87	10,48	50,05	50,63	47,84	47,84	47,80
V	5,479	13,97	11,45	16,58	18,00	16,62	16,95	16,58	11,77	12,48	17,08	293,2	303,7	188,8	188,8	190,9
32	9,797	12,35	12,14	12,94	12,39	12,91	12,91	12,95	12,20	12,25	11,89	54,79	55,80	54,31	54,31	54,27
V	6,151	15,43	12,69	17,62	19,66	17,97	18,27	18,31	13,04	13,80	18,84	319,2	327,4	225,7	225,7	228,6
33	2,234	2,065	2,175	2,024	1,917	2,050	2,024	2,094	2,167	2,126	1,916	7,291	7,336	5,870	5,870	5,868
V	2,652	2,466	2,642	2,392	2,207	2,436	2,389	2,511	2,629	2,565	2,208	27,51	26,83	20,27	20,27	20,29
34	2,415	2,249	2,362	2,256	2,126	2,261	2,246	2,285	2,354	2,312	2,094	7,661	7,770	6,282	6,282	6,280
V	2,717	2,486	2,648	2,486	2,311	2,493	2,470	2,527	2,635	2,575	2,273	27,93	28,75	19,54	19,54	19,57
35	2,544	2,316	2,465	2,374	2,197	2,361	2,348	2,374	2,454	2,396	2,133	7,594	7,714	6,675	6,675	6,672
V	3,283	3,833	3,120	2,926	2,607	2,902	2,876	2,926	3,095	2,983	2,504	26,75	27,63	21,51	21,51	21,54
36	2,783	2,530	2,704	2,636	2,414	2,604	2,594	2,607	2,691	2,622	2,318	8,121	8,246	7,215	7,215	7,209
V	3,549	3,120	3,443	3,320	2,921	3,263	3,243	3,267	3,417	3,287	2,754	26,94	27,55	22,68	22,68	22,73

Obs: A linha V é a variância dos F e χ^2 observados

Tabela 2.1.3 Valores das estimativas dos parâmetros estimados pelo método de HINZ & GURLAND(1968)

Valores médios estimados para a média e variância de cada distribuição

casos	com Σ desconhecido, médias(m) e k na mesma ordem da tabela 2.1.								com Σ conhecido, médias(m) e k, na mesma ordem da tabela 2.1.								método dos momentos
	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	
17	0,471	0,808	0,467	0,751	0,466	0,745	0,951	1,082	0,499	0,599	0,497	0,244	0,494	0,618	0,992	1,337	0,908
V	0,015	3,328	0,015	4,854	0,016	3,680	0,040	0,699	0,015	73,03	0,015	106,9	0,015	102,2	0,038	13,64	0,127
18	0,476	0,664	0,472	0,728	0,474	0,730	0,972	1,565	0,499	-0,02	0,494	0,465	0,497	0,781	1,005	2,025	1,322
V	0,013	5,938	0,013	5,032	0,014	6,847	0,035	2,995	0,013	164,9	0,013	129,8	0,013	83,59	0,033	35,23	0,485
19	0,473	0,588	0,478	0,858	0,477	0,723	0,977	2,030	0,491	1,262	0,499	0,121	0,496	0,411	1,002	2,593	1,721
V	0,013	9,903	0,014	7,524	0,012	8,378	0,034	10,21	0,013	253,7	0,013	371,1	0,012	154,1	0,031	464,3	3,167
20	0,485	0,493	0,472	0,630	0,474	0,613	0,983	2,359	0,503	-0,20	0,490	0,677	0,490	0,182	1,00	5,078	1,968
V	0,013	11,54	0,013	8,350	0,012	23,35	0,029	60,01	0,013	225,4	0,013	259,6	0,012	263,9	0,026	1143	14,61
21	0,958	1,130	0,951	1,116	0,955	1,145	1,950	1,043	1,000	1,450	0,993	1,211	0,997	1,286	2,000	1,129	0,856
V	0,037	1,646	0,043	1,244	0,043	1,019	0,125	0,209	0,034	18,13	0,040	5,929	0,040	81,07	0,122	0,528	0,049
22	0,970	1,553	0,970	1,818	0,969	1,545	1,963	1,529	0,998	2,445	0,998	1,830	0,997	2,130	2,003	1,725	1,192
V	0,036	2,102	0,034	12,01	0,037	3,375	0,097	0,660	0,034	85,40	0,033	368,6	0,035	141,3	0,093	1,800	0,104
23	0,972	1,770	0,972	1,935	0,978	1,991	1,964	2,021	0,996	2,151	0,996	2,897	1,005	2,448	1,989	2,530	1,536
V	0,031	5,187	0,030	15,54	0,032	6,114	0,081	1,283	0,029	198,6	0,029	356,3	0,030	574,2	0,079	6,072	0,217
24	0,962	2,109	0,974	2,059	0,975	2,131	1,983	2,491	0,982	3,941	0,993	3,718	0,995	3,579	2,002	3,306	1,815
V	0,028	17,58	0,029	14,01	0,029	15,49	0,073	3,841	0,027	797,9	0,027	687,7	0,027	746,7	0,071	90,81	0,463
25	1,934	1,058	1,944	1,039	1,938	1,060	4,959	1,019	1,987	1,087	1,997	1,102	1,993	1,122	5,040	1,038	0,723
V	0,118	0,235	0,116	0,189	0,124	0,181	0,607	0,092	0,112	2,248	0,109	0,200	0,119	0,216	0,603	0,092	0,023
26	1,956	1,570	1,965	1,546	1,962	1,535	4,930	1,495	1,993	1,667	2,002	1,654	1,996	1,739	4,977	1,573	0,999
V	0,099	0,769	0,094	0,571	0,102	0,868	0,420	0,249	0,094	9,464	0,090	7,305	0,098	1,259	0,411	0,247	0,048
27	1,964	2,099	1,979	2,009	1,972	2,028	4,954	1,955	1,989	2,555	2,005	2,416	1,996	2,431	4,494	2,102	1,219
V	0,079	2,950	0,081	1,370	0,087	1,364	0,348	0,452	0,075	26,02	0,078	4,436	0,084	3,799	0,333	0,484	0,066
28	1,971	2,408	1,982	2,393	1,982	2,454	4,989	2,478	1,990	3,296	2,000	3,326	2,003	3,806	5,009	2,702	1,417
V	0,083	3,447	0,078	6,520	0,087	6,330	0,311	1,361	0,081	17,65	7,478	74,04	0,086	229,6	0,307	1,379	0,100
29	4,954	0,991	4,883	1,042	4,911	1,026	1,949	1,038	5,032	1,022	4,967	1,055	4,992	1,046	2,004	1,101	0,862
V	0,580	0,093	0,544	0,087	0,648	0,089	0,127	0,212	0,563	0,095	0,526	0,090	0,636	0,094	0,120	0,234	0,019
30	4,945	1,471	4,972	1,493	4,922	1,485	1,951	1,556	4,994	1,562	5,020	1,573	4,968	1,576	1,984	1,773	1,214
V	0,440	0,232	0,391	0,203	0,447	0,232	0,094	0,664	0,428	0,253	0,384	0,228	0,437	0,233	0,091	1,252	0,032
31	4,940	1,988	4,938	1,961	4,910	1,979	1,963	2,100	4,972	2,140	4,964	2,107	4,939	2,145	1,986	2,572	1,567
V	0,355	0,458	0,341	0,421	0,331	0,517	0,082	1,806	0,348	0,515	0,333	0,435	0,322	0,526	0,080	4,441	0,057
32	4,979	2,391	4,940	2,455	4,987	2,438	1,999	2,469	4,996	2,605	4,959	2,662	5,006	2,628	2,017	2,828	1,864
V	0,309	0,770	0,288	0,969	0,311	0,923	0,081	4,518	0,304	0,741	0,285	0,920	0,309	0,860	0,078	441,3	0,099
33	0,955	1,109	0,964	1,166	0,956	1,116	1,461	1,097	0,994	1,314	1,003	1,424	0,995	1,286	1,508	1,216	0,995
V	0,041	0,792	0,041	0,931	0,041	1,009	0,079	0,453	0,040	2,730	0,039	5,145	0,039	17,60	0,077	0,565	0,070
34	0,960	1,548	0,979	1,560	0,968	1,526	1,454	1,573	0,988	1,685	1,008	1,780	1,000	2,219	1,487	1,902	1,483
V	0,033	3,206	0,034	4,785	0,036	4,730	0,062	1,488	0,032	143,5	0,032	257,1	0,034	51,71	0,059	10,22	0,206
35	0,981	1,825	0,982	1,750	0,980	1,824	1,460	2,014	1,004	3,023	1,003	2,886	1,004	2,936	1,486	2,270	1,873
V	0,031	10,24	0,032	18,46	0,033	5,361	5,384	3,247	0,029	245,9	0,030	228,7	0,032	312,7	0,051	481,4	0,471
36	0,972	2,280	0,978	1,954	0,978	2,087	1,472	2,343	0,992	1,900	0,999	2,525	0,995	4,305	1,491	2,706	2,371
V	0,029	76,11	0,028	18,54	0,027	64,15	0,051	16,79	0,028	1180	0,027	900,7	0,026	442,4	0,049	1156	1,188

Obs: A linha V é a variância de m e k respectivamente

Tabela 2.2. Médias diferentes

casos	médias	k
37	0,5 0,5 1,0 2,0	1,0 1,0 1,0 1,0
38	0,5 0,5 1,0 2,0	1,5 1,5 1,5 1,5
39	0,5 0,5 1,0 2,0	2,0 2,0 2,0 2,0
40	0,5 0,5 1,0 2,0	2,5 2,5 2,5 2,5
41	1,0 1,0 2,0 2,0	1,0 1,0 1,0 1,0
42	1,0 1,0 2,0 2,0	1,5 1,5 1,5 1,5
43	1,0 1,0 2,0 2,0	2,0 2,0 2,0 2,0
44	1,0 1,0 2,0 2,0	2,5 2,5 2,5 2,5
45	2,0 2,0 5,0 5,0	1,0 1,0 1,0 1,0
46	2,0 2,0 5,0 5,0	1,5 1,5 1,5 1,5
47	2,0 2,0 5,0 5,0	2,0 2,0 2,0 2,0
48	2,0 2,0 5,0 5,0	2,5 2,5 2,5 2,5

Tabela 2.2.1. Valor da média e da variância do nível mínimo de significância

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
37	9.E-4	2.E-3	1.E-3	2.E-3	2.E-3	2.E-3	2.E-3	2.E-3	1.E-3	1.E-3	3.E-3	9.E-4	9.E-4	4.E-3	4.E-4	1.E-3
V	2.E-4	5.E-4	3.E-4	5.E-4	7.E-4	5.E-4	6.E-4	4.E-4	3.E-4	4.E-4	7.E-4	7.E-5	7.E-5	6.E-5	6.E-4	2.E-4
38	2.E-4	2.E-4	1.E-4	2.E-4	4.E-4	2.E-4	2.E-4	2.E-4	1.E-4	1.E-4	5.E-4	2.E-4	3.E-4	7.E-4	7.E-4	1.E-4
V	5.E-7	4.E-6	1.E-6	3.E-6	1.E-5	3.E-6	3.E-6	2.E-6	1.E-6	2.E-6	1.E-5	3.E-6	4.E-6	3.E-5	3.E-5	6.E-7
39	7.E-5	2.E-4	8.E-5	1.E-4	2.E-4	1.E-4	1.E-4	1.E-4	9.E-5	1.E-4	3.E-4	1.E-4	1.E-4	4.E-4	4.E-4	8.E-5
V	1.E-6	4.E-6	1.E-6	2.E-6	9.E-6	3.E-6	3.E-6	3.E-6	2.E-6	3.E-6	1.E-5	4.E-6	3.E-6	3.E-5	3.E-5	1.E-6
40	3.E-5	7.E-5	3.E-5	4.E-5	1.E-4	5.E-5	5.E-5	5.E-5	4.E-5	5.E-5	2.E-4	6.E-5	6.E-5	2.E-4	2.E-4	4.E-5
V	1.E-7	6.E-7	1.E-7	2.E-7	2.E-6	3.E-7	3.E-7	3.E-7	2.E-7	3.E-7	3.E-6	4.E-7	6.E-7	2.E-6	2.E-6	1.E-7
41	0,025	0,035	0,028	0,039	0,050	0,037	0,039	0,033	0,028	0,031	0,049	0,019	0,019	0,030	0,030	0,026
V	0,005	0,008	0,007	0,009	0,013	0,009	0,009	0,008	0,007	0,007	0,012	0,004	0,004	0,007	0,007	0,005
42	0,013	0,020	0,015	0,020	0,028	0,020	0,020	0,020	0,015	0,017	0,030	0,010	0,010	0,015	0,015	0,013
V	0,002	0,005	0,003	0,005	0,007	0,005	0,005	0,004	0,003	0,004	0,007	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
43	0,007	0,010	0,008	0,009	0,015	0,010	0,010	0,010	0,008	0,009	0,017	0,006	0,006	0,007	0,007	0,007
V	9.E-4	2.E-3	1.E-3	1.E-3	3.E-3	2.E-3	2.E-3	2.E-3	1.E-3	1.E-3	3.E-3	8.E-4	7.E-4	1.E-3	1.E-3	9.E-4
44	0,004	0,006	0,004	0,005	0,008	0,005	0,005	0,005	0,004	0,005	0,011	0,003	0,003	0,004	0,004	0,004
V	2.E-4	4.E-4	2.E-4	3.E-4	7.E-4	3.E-4	4.E-4	3.E-4	3.E-4	3.E-4	1.E-3	2.E-4	2.E-4	3.E-4	3.E-4	2.E-4
45	6.E-4	1.E-3	8.E-4	3.E-3	5.E-3	2.E-3	3.E-3	2.E-3	8.E-4	1.E-3	4.E-3	4.E-4	3.E-4	1.E-3	1.E-3	6.E-4
V	9.E-6	7.E-5	3.E-5	2.E-4	5.E-4	1.E-4	2.E-4	9.E-5	3.E-5	4.E-5	4.E-4	1.E-5	1.E-5	4.E-5	4.E-5	1.E-5
46	9.E-5	1.E-4	7.E-5	2.E-4	6.E-4	2.E-4	2.E-4	1.E-4	8.E-5	9.E-5	6.E-4	4.E-5	3.E-5	2.E-4	2.E-4	1.E-4
V	4.E-7	1.E-6	3.E-7	2.E-6	2.E-5	2.E-6	3.E-6	1.E-6	3.E-7	4.E-7	2.E-5	5.E-8	3.E-8	4.E-6	4.E-6	5.E-7
47	7.E-6	2.E-5	7.E-6	2.E-5	1.E-5	2.E-5	2.E-5	2.E-5	7.E-6	1.E-5	1.E-4	8.E-6	8.E-6	2.E-5	2.E-5	1.E-5
V	2.E-9	2.E-8	2.E-9	2.E-8	6.E-7	3.E-8	4.E-8	2.E-8	3.E-9	5.E-9	1.E-6	2E-10	2E-10	8.E-9	8.E-9	2.E-9
48	2.E-6	4.E-6	2.E-6	3.E-6	2.E-5	4.E-6	4.E-6	4.E-6	2.E-6	2.E-6	3.E-5	8.E-6	8.E-6	8.E-6	8.E-6	8.E-6
V	2E-10	1.E-9	3E-10	1.E-9	2.E-8	1.E-9	2.E-9	2.E-9	4E-10	5E-10	9.E-8	3E-11	6E-11	2E-10	2E-10	3E10

obs: A linha V é a variância do nível mínimo de significância

Tabela 2.2.2. Distribuições das estatísticas para testar uniformidade das médias das distribuições

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
37	11,29	11,15	11,86	10,96	10,03	11,16	10,95	11,50	11,82	11,56	9,973	28,78	28,48	24,17	24,16	24,16
V	15,32	18,01	18,95	17,95	15,88	18,38	17,92	19,04	18,96	18,63	15,70	97,21	91,90	90,57	90,57	91,02
38	13,59	13,50	14,33	13,75	12,49	13,78	13,65	13,98	14,29	13,99	12,12	33,31	33,32	29,43	29,43	29,40
V	20,31	24,39	25,40	25,39	22,29	25,43	25,16	25,83	25,47	25,15	21,27	113,2	113,7	113,6	113,6	114,5
39	15,37	14,99	16,02	15,59	14,05	15,48	15,39	15,59	15,96	15,57	13,42	37,24	37,41	33,59	33,59	33,56
V	23,81	27,24	28,74	28,93	25,41	28,69	28,51	28,93	28,76	28,21	23,87	138,9	139,6	126,1	126,1	127,1
40	16,64	16,23	17,33	17,09	15,38	16,87	16,80	16,90	17,27	16,86	14,55	40,06	40,42	36,17	36,17	36,14
V	26,41	29,54	31,48	31,89	27,77	31,42	31,29	31,54	31,48	30,76	25,64	148,9	153,8	131,7	131,6	132,9
41	5,130	5,049	5,308	4,925	4,555	5,007	4,920	5,138	5,294	5,206	4,560	18,13	18,23	15,85	15,85	15,84
V	4,820	6,251	6,146	6,283	5,863	6,345	6,278	6,4087	6,185	6,245	5,840	69,99	71,55	59,69	59,69	59,93
42	6,171	6,122	6,420	6,166	5,671	6,183	6,129	6,259	6,407	6,306	5,541	21,19	21,37	18,87	18,87	18,85
V	6,496	8,393	8,289	8,613	8,031	8,615	8,580	8,658	8,343	8,408	7,815	88,44	89,63	73,20	73,20	73,55
43	6,931	6,870	7,221	7,055	6,449	7,018	6,980	7,055	7,206	7,085	6,197	23,27	23,55	21,46	21,46	21,44
V	7,593	9,545	9,505	9,864	9,182	9,831	9,813	9,864	9,561	9,608	8,792	99,94	101,2	83,65	83,65	84,11
44	7,423	7,388	7,751	7,663	7,018	7,591	7,564	7,596	7,737	7,612	6,680	24,64	25,00	22,97	22,97	22,96
V	7,236	9,485	9,241	9,715	9,365	9,720	9,731	9,748	9,314	9,435	8,993	92,52	96,30	80,48	80,48	80,86
45	9,299	9,736	10,19	9,075	8,145	9,309	9,062	9,670	10,16	10,02	8,479	31,24	31,53	27,62	27,62	27,59
V	7,953	12,62	12,31	12,92	11,56	13,19	12,90	13,53	12,41	12,48	11,80	99,10	101,2	104,5	104,5	105,2
46	12,15	12,86	13,45	12,60	11,19	12,68	12,49	12,91	13,42	13,24	11,16	39,18	39,45	36,62	36,62	36,57
V	11,32	17,55	17,31	18,47	16,24	18,53	18,32	18,80	17,43	17,48	15,89	126,0	124,1	139,9	139,9	141,2
47	14,47	15,39	16,13	15,60	13,74	15,51	15,36	15,60	16,10	15,86	13,27	46,28	46,64	44,53	44,53	44,47
V	14,35	23,56	23,05	25,90	22,75	25,71	25,59	25,90	23,26	23,35	21,40	154,0	157,1	181,3	181,3	182,9
48	16,60	17,95	18,76	18,62	16,43	18,37	18,26	18,34	18,74	18,47	15,52	52,83	53,55	51,54	51,54	51,48
V	17,30	26,90	27,01	30,23	26,01	29,79	29,70	29,95	27,19	27,03	23,61	181,9	185,8	199,2	199,2	201,8

Obs: A linha V é a variância dos F e χ^2 observados

Tabela 2.2.3. Valores das estimativas dos parâmetros estimados pelo método de HINZ & GURLAND(1968)

Valores médios estimados para a média e variância de cada distribuição

casos	com Σ desconhecido, médias(m) e k na mesma ordem da tabela 2.2.								com Σ conhecido, médias(m) e k, na mesma ordem da tabela 2.2.								método dos momentos
	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	
37	0,485	0,771	0,472	0,744	0,958	1,176	1,954	1,062	0,511	0,610	0,500	0,493	0,998	1,442	2,007	1,131	0,662
V	0,017	3,324	0,016	3,711	0,431	1,606	0,120	0,188	0,016	72,50	0,016	83,07	4,091	12,76	0,115	0,237	0,031
38	0,478	0,672	0,471	0,635	0,968	1,530	1,960	1,570	0,501	0,508	0,492	0,127	0,997	2,892	1,991	1,780	0,809
V	0,013	6,531	0,015	6,407	0,036	2,208	0,092	0,635	0,013	115,4	0,014	134,3	0,033	472,2	0,009	1,016	0,053
39	0,475	0,786	0,477	0,600	0,987	1,984	1,970	2,002	0,496	0,185	0,496	0,370	1,009	1,769	1,996	2,317	0,981
V	0,012	6,974	0,013	7,138	0,032	8,191	0,078	17,39	0,012	315,2	0,012	185,9	0,031	649,7	0,076	38,78	0,082
40	0,476	0,473	0,481	0,609	0,978	2,353	1,969	2,582	0,494	-0,37	0,496	0,372	1,000	2,293	1,989	3,899	1,129
V	0,012	9,012	0,013	10,79	0,030	66,56	0,071	7,807	0,012	224,2	0,013	317,8	0,028	1142	0,068	145,1	0,139
41	0,959	1,138	0,971	1,142	1,959	1,037	1,963	1,062	0,998	1,508	1,009	1,348	2,012	1,123	2,015	1,132	0,857
V	0,042	2,185	0,041	1,214	0,132	0,198	0,127	0,202	0,040	21,48	0,040	5,446	0,125	0,242	0,124	0,248	0,040
42	0,956	1,606	0,974	1,490	1,971	1,553	1,958	1,515	0,984	2,032	1,005	1,595	2,004	1,759	1,993	1,734	1,213
V	0,034	9,394	0,036	3,694	0,095	0,505	0,092	0,662	0,033	88,55	0,034	211,9	0,092	0,867	0,088	1,453	0,090
43	0,978	1,909	0,978	2,084	1,972	2,040	1,990	2,039	1,001	2,548	1,000	2,426	1,997	2,500	2,016	2,398	1,524
V	0,031	8,373	0,033	9,705	0,087	3,846	0,085	1,597	0,029	847,7	0,031	610,1	0,083	9,315	0,082	15,29	0,153
44	0,974	1,983	0,980	1,842	1,982	2,675	1,977	2,451	0,993	1,937	1,001	2,549	1,999	3,055	1,997	2,981	1,826
V	0,028	12,53	0,029	19,31	0,073	11,02	0,070	2,736	0,026	732,1	0,028	515,8	0,072	2169,	0,069	20,34	0,326
45	1,951	1,073	1,927	1,043	4,879	1,031	4,893	1,045	2,000	1,145	1,983	1,117	4,958	1,042	4,975	1,064	0,762
V	0,127	0,252	0,127	0,200	0,602	0,092	0,061	0,095	0,122	0,268	0,122	0,276	0,588	0,087	0,597	0,105	0,017
46	1,978	1,570	1,969	1,531	4,961	1,501	4,913	1,516	2,000	1,786	2,003	1,716	5,002	1,590	4,954	1,612	1,051
V	0,092	0,655	0,093	0,540	0,443	0,235	0,444	0,242	0,086	1,850	0,090	0,859	0,436	0,227	0,443	0,269	0,032
47	1,979	1,958	1,972	2,072	4,952	1,963	4,968	1,922	2,004	2,312	1,996	2,677	4,984	2,109	4,995	2,069	1,294
V	0,086	1,529	0,076	4,708	0,351	0,495	0,345	0,395	0,083	19,87	0,074	15,80	0,349	0,537	0,342	0,376	0,050
48	1,976	2,271	1,972	2,527	4,972	2,384	4,986	2,440	1,996	3,788	1,989	3,416	4,989	2,588	5,004	2,623	1,495
V	0,076	6,551	0,078	4,129	0,320	0,788	0,267	0,819	0,074	355,6	0,074	41,29	0,320	0,735	0,260	0,782	0,065

Obs: A linha V é a variância de m e k respectivamente

Tabela 2.3. Médias bem diferentes

casos	médias	k
49	1,0 1,0 1,0 5,0	1,0 1,0 1,0 1,0
50	1,0 1,0 1,0 5,0	1,5 1,5 1,5 1,5
51	1,0 1,0 1,0 5,0	2,0 2,0 2,0 2,0
52	1,0 1,0 1,0 5,0	2,5 2,5 2,5 2,5
53	0,5 1,0 2,0 5,0	1,0 1,0 1,0 1,0
54	0,5 1,0 2,0 5,0	1,5 1,5 1,5 1,5
55	0,5 1,0 2,0 5,0	2,0 2,0 2,0 2,0
56	0,5 1,0 2,0 5,0	2,5 2,5 2,5 2,5
57	0,5 1,0 5,0 5,0	1,0 1,0 1,0 1,0
58	0,5 1,0 5,0 5,0	1,5 1,5 1,5 1,5
59	0,5 1,0 5,0 5,0	2,0 2,0 2,0 2,0
60	0,5 1,0 5,0 5,0	2,5 2,5 2,5 2,5

Tabela 2.3.1. Valor da média e da variância do nível mínimo de significância

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
49	1.E-7	5.E-7	1.E-7	1.E-6	7.E-6	9.E-7	9.E-7	5.E-7	1.E-7	2.E-7	5.E-6	5.E-5	6.E-5	8.E-4	8.E-4	7.E-6
V	1E-12	6E-11	3E-12	2E-10	4.E-9	1E-10	3E-10	4E-11	3E-12	1E-11	3.E-9	6.E-8	3.E-7	5.E-5	5.E-5	4E-12
50	3.E-9	4.E-8	5.E-9	6.E-8	7.E-7	5.E-8	7.E-8	3.E-8	6.E-8	1.E-8	8.E-6	8.E-8	8.E-6	4.E-5	4.E-5	8.E-6
V	4E-16	7E-13	7E-15	2E-12	2E-10	1E-12	3E-12	5E-13	1E-14	5E-14	3E-10	4E-10	5E-10	5.E-8	5.E-8	3E-12
51	8.E-9	9.E-8	2.E-8	8.E-8	4.E-7	9.E-8	1.E-7	8.E-8	3.E-8	4.E-8	7.E-7	8.E-6	8.E-6	6.E-5	6.E-5	9.E-6
V	4E-14	8E-12	5E-13	7E-12	2E-10	8E-12	1E-11	7E-12	6E-13	2E-12	4E-10	1.E-9	5E-10	2.E-6	2.E-6	4E-12
52	2.E-9	3.E-9	1.E-9	3.E-9	2.E-8	3.E-9	3.E-9	2.E-9	2.E-9	2.E-9	9.E-8	8.E-6	8.E-6	8.E-6	8.E-6	9.E-6
V	1E-16	3E-16	8E-17	2E-16	1E-13	2E-16	2E-16	2E-16	1E-16	1E-16	2E-12	8E-12	7E-12	6E-11	6E-11	4E-12
53	8.E-8	5.E-8	1.E-8	1.E-7	7.E-7	7.E-8	1.E-7	3.E-8	1.E-8	2.E-8	6.E-7	8.E-6	8.E-6	9.E-6	9.E-6	7.E-6
V	1E-12	5E-13	2E-14	3E-12	1E-10	1E-12	3E-12	2E-13	2E-14	7E-14	9E-11	2E-11	7E-12	3E-10	3E-10	4E-12
54	2.E-8	7.E-9	5.E-9	8.E-9	3.E-8	8.E-9	8.E-9	6.E-9	4.E-9	5.E-9	3.E-8	9.E-6	9.E-6	8.E-6	8.E-6	8.E-6
V	2E-13	2E-14	6E-15	3E-14	5E-13	3E-14	4E-14	2E-14	6E-15	9E-15	6E-13	5E-12	5E-12	4E-12	4E-12	3E-12
55	2.E-9	2.E-9	2.E-9	2.E-9	2.E-9	2.E-9	1.E-9	2.E-9	2.E-9	1.E-9	3.E-9	1.E-5	1.E-5	1.E-5	1.E-5	9.E-6
V	1E-16	9E-17	1E-16	1E-16	2E-16	1E-16	8E-17	1E-16	1E-16	7E-17	1E-15	5E-12	5E-12	5E-12	5E-12	4E-12
56	2.E-9	1.E-9	2.E-9	2.E-9	1.E-9	2.E-9	2.E-9	2.E-9	2.E-9	2.E-9	2.E-9	1.E-5	1.E-5	1.E-5	1.E-5	1.E-5
V	1E-16	9E-17	1E-16	1E-16	1E-16	1E-16	1E-16	1E-16	1E-16	1E-16	3E-16	6E-12	6E-12	5E-12	5E-12	3E-12
57	2.E-8	2.E-9	2.E-9	3.E-9	3.E-9	2.E-9	1.E-9	2.E-9	3.E-9	3.E-9	3.E-9	9.E-6	9.E-6	9.E-6	9.E-6	7.E-6
V	3E-14	1E-16	1E-16	2E-16	5E-16	1E-16	8E-17	1E-16	2E-16	2E-16	5E-12	4E-12	4E-12	4E-16	4.E-16	3E-16
58	3.E-9	2.E-9	2.E-9	2.E-9	2.E-9	1.E-9	2.E-9	1.E-9	2.E-9	2.E-9	2.E-9	1.E-5	1.E-5	1.E-5	1.E-5	8.E-6
V	2E-16	1E-17	1E-16	1.E-16	1E-16	9E-17	1E-16	9E-17	1E-16	1E-16	1E-16	5E-12	5E-12	5E-12	5E-12	3E-12
59	2.E-9	2.E-9	1.E-9	3.E-9	3.E-9	4.E-9	4.E-9	3.E-9	2.E-9	1.E-9	3.E-9	6.E-2	7.E-2	4.E-2	4.E-2	8.E-2
V	1E-16	1E-16	7E-17	5E-16	5E-16	5E-16	6E-16	5E-16	1E-16	9E-17	3E-16	6.E-2	6.E-2	3.E-2	3.E-2	3E-12
60	2.E-9	7.E-9	3.E-9	2.E-8	1.E-8	2.E-8	2.E-8	2.E-8	5.E-8	5.E-8	8.E-9	0,815	0,826	0,749	0,749	9.E-6
V	1E-16	2E-15	4E-16	9E-15	6E-15	9E-15	1E-14	1E-14	7E-16	8E-16	2E-15	0,135	0,129	0,165	0,165	3E-12

obs: A linha V é a variância do nível mínimo de significância

Tabela 2.3.2. Distribuições das estatísticas para testar uniformidade das médias das distribuições

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
49	23,17	23,60	26,09	21,70	18,34	22,58	21,65	24,06	25,93	25,06	18,95	33,02	32,90	29,13	29,19	29,11
V	38,69	53,41	60,40	50,04	36,88	53,59	49,81	59,59	60,23	57,53	38,31	77,81	72,28	112,0	112,0	112,8
50	30,19	29,81	33,55	29,54	24,07	29,80	29,05	30,85	33,30	31,96	23,42	41,95	41,68	38,36	38,36	38,32
V	56,53	71,68	85,28	75,48	50,61	76,57	73,07	81,68	84,75	79,44	47,46	110,6	104,9	148,4	148,4	149,9
51	36,68	35,07	40,22	36.73	28,96	36,20	35,55	36,73	39,86	37,98	26,93	50,01	50,03	47,32	47,32	47,27
V	78,74	84,24	109,7	98,57	59,28	95,29	91,87	98,57	108,1	97,85	50,55	149,6	148,1	185,1	185,1	187,4
52	41,70	38,87	45,29	42,5	32,69	41,14	48,59	41,07	44,83	42,44	29,35	57,31	57,59	54,20	54,20	54,15
V	100,2	93,98	130,9	121,5	66,57	112,2	108,9	112,3	128,2	113,1	52,25	212,7	214,4	219,5	219,5	222,4
53	21,84	25,99	26,62	25,45	23,03	25,96	25,41	26,71	26,66	26,47	23,29	58,10	57,76	50,38	50,38	50,36
V	30,04	49,54	48,64	51,53	45,04	52,80	51,43	54,54	49,07	49,23	45,21	223,0	215,2	201,5	201,5	203,3
54	28,74	33,90	35,04	34,44	30,64	34,57	34,15	35,12	35,08	34,71	29,91	71,35	71,48	65,94	65,94	65,84
V	44,45	67,20	70,12	73,28	60,01	73,62	72,17	75,77	70,40	68,95	57,00	268,0	269,7	249,1	249,1	253,4
55	34,61	40,06	41,77	41,74	36,75	41,44	41,12	41,74	41,79	41,21	34,94	84,40	84,93	79,17	79,17	79,08
V	64,12	88,45	94,67	100,3	80,50	98,80	97,62	100,3	94,80	91,89	73,47	334,9	334,9	329,8	329,8	335,9
56	39,70	45,19	47,56	47,95	41,80	47,25	46,99	47,29	47,54	46,72	38,95	94,68	95,60	88,85	88,85	88,78
V	75,82	96,42	107,6	113,8	87,03	109,9	108,8	110,6	107,4	102,5	76,47	397,5	417,3	343,9	343,9	351,8
57	20,52	31,65	29,83	33,81	32,07	33,93	33,80	33,87	30,14	30,74	31,66	77,28	76,82	68,66	68,66	68,58
V	14,80	47,79	35,40	66,45	68,39	64,21	66,53	58,43	36,83	40,56	63,13	224,9	225,8	263,6	263,6	268,1
58	27,39	42,88	40,29	46,40	44,15	46,27	46,34	46,19	40,76	41,61	42,63	98,73	98,84	92,01	92,01	91,93
V	25,04	84,65	62,54	112,9	118,0	110,7	114,2	106,5	65,22	71,88	107,8	334,7	328,1	363,1	363,1	371,3
59	33,08	52,00	48,83	56,17	53,92	56,04	56,23	56,17	49,42	50,47	51,39	118,6	119,2	111,1	111,1	111,0
V	29,91	106,8	77,31	133,6	148,9	134,3	138,3	133,6	80,84	89,74	137,8	431,7	431,4	451,2	451,2	462,6
60	38,05	59,71	56,30	64,25	61,91	64,31	64,55	64,80	56,99	58,10	58,29	134,0	134,4	127,7	127,7	127,5
V	45,25	151,5	116,5	184,3	197,2	188,4	192,5	193,9	121,3	131,6	177,7	617,2	1224	517,5	517,5	531,0

Obs: A linha V é a variância dos F e χ^2 observados

Tabela 2.3.3. Valores das estimativas dos parâmetros estimados pelo método de HINZ & GURLAND(1968)

Valores médios estimados para a média e variância de cada distribuição

casos	com Σ desconhecido, médias(m) e k na mesma ordem da tabela 2.3.								com Σ conhecido, médias(m) e k, na mesma ordem da tabela 2.3.								método dos momentos
	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	
49	0,957	1,143	0,954	1,156	0,956	1,094	4,923	1,015	0,999	1,296	0,996	1,414	0,994	1,150	5,003	1,043	0,425
V	0,042	1,557	0,040	1,013	0,043	0,832	0,590	0,090	0,040	6,111	0,039	2,562	0,041	71,94	0,589	0,095	0,009
50	0,974	1,466	0,969	1,490	0,979	1,778	4,926	1,487	1,003	1,300	0,999	2,068	1,008	1,925	4,966	1,584	0,546
V	0,037	3,594	0,035	2,504	0,039	23,21	0,443	0,207	0,034	248,1	0,034	77,02	0,036	503,6	0,428	0,240	0,013
51	0,974	1,762	0,982	1,993	0,984	1,773	4,968	1,975	0,997	1,976	1,005	3,888	1,006	0,446	4,996	2,127	0,634
V	0,033	8,697	0,031	16,32	0,032	12,34	0,354	0,528	0,032	262,5	0,029	729,5	0,031	1187	0,349	0,522	0,016
52	0,980	1,965	0,977	1,941	0,980	1,835	4,964	2,450	1,000	3,815	0,997	3,099	0,999	1,844	4,979	2,642	0,706
V	0,028	20,46	0,029	8,768	0,028	11,85	0,314	1,004	0,026	261,2	0,028	251,7	0,027	1093	0,306	0,973	0,019
53	0,476	0,675	0,962	1,185	1,954	1,064	4,845	1,044	0,503	0,642	0,999	1,422	2,012	1,129	4,923	1,066	0,463
V	0,015	5,437	0,045	3,258	0,124	0,206	0,557	0,094	0,015	95,56	0,042	33,54	0,121	0,250	0,541	0,103	0,011
54	0,477	0,680	0,966	2,003	1,948	1,549	4,936	1,464	0,499	0,309	0,997	2,511	1,984	1,771	4,976	1,557	0,573
V	0,014	5,870	0,034	25,90	0,100	0,596	0,434	0,214	0,013	122,5	0,032	171,8	0,097	1,848	0,428	0,219	0,013
55	0,477	0,783	0,973	1,752	1,983	2,120	4,940	1,944	0,495	0,530	0,999	1,191	2,008	2,525	4,971	2,104	0,677
V	0,013	14,40	0,033	11,43	0,088	6,294	0,362	0,471	0,012	163,4	0,032	1118	0,084	8,313	0,357	0,481	0,016
56	0,479	0,500	0,977	2,071	1,976	2,440	4,954	2,472	0,496	-0,97	0,994	2,724	1,994	3,684	4,975	2,662	0,755
V	0,012	11,79	0,028	15,12	0,077	2,908	0,294	0,872	0,012	358,2	0,027	2406	0,075	85,76	0,291	0,870	0,019
57	0,465	0,801	0,956	1,137	4,880	1,011	4,920	1,026	0,492	1,034	0,999	1,415	4,971	1,031	5,000	1,046	0,490
V	0,015	2,627	0,043	0,755	0,617	0,081	0,606	0,087	0,015	42,02	0,041	17,69	0,595	0,084	0,592	0,091	0,006
58	0,479	0,706	0,966	1,539	4,950	1,500	4,953	1,484	0,501	0,323	0,997	1,581	4,996	1,589	4,999	1,575	0,639
V	0,013	6,174	0,033	4,511	0,439	0,238	0,415	0,215	0,014	162,3	0,032	227,0	0,433	0,292	0,407	0,231	0,009
59	0,470	0,669	0,983	1,913	4,950	1,989	4,924	1,930	0,491	0,329	1,005	2,671	4,977	2,155	4,956	2,084	0,758
V	0,014	15,58	0,034	17,14	0,361	0,521	0,352	0,450	0,014	180,3	0,034	238,9	0,356	0,587	0,345	0,486	0,012
60	0,481	0,486	0,978	2,212	4,940	2,397	4,976	2,443	0,497	-0,64	0,996	2,788	4,959	2,613	4,996	2,652	0,849
V	0,013	9,843	0,030	16,20	0,293	0,975	0,315	0,934	0,013	266,9	0,030	780,9	0,286	1,527	0,308	0,908	0,015

Obs: A linha V é a variância de m e k respectivamente

Tabela 3. Médias iguais e k diferentes

casos	médias	k
61	0,5 0,5 0,5 0,5	1,0 1,5 2,0 2,5
62	0,5 0,5 0,5 0,5	1,0 1,0 1,5 1,5
63	0,5 0,5 0,5 0,5	1,0 1,5 2,0 2,0
64	0,5 0,5 0,5 0,5	1,5 1,5 2,0 2,5
65	1,0 1,0 1,0 1,0	1,0 1,5 2,0 2,5
66	1,0 1,0 1,0 1,0	1,0 1,0 1,5 1,5
67	1,0 1,0 1,0 1,0	1,0 1,5 2,0 2,0
68	1,0 1,0 1,0 1,0	1,5 1,5 2,0 2,5
69	2,0 2,0 2,0 2,0	1,0 1,5 2,0 2,5
70	2,0 2,0 2,0 2,0	1,0 1,0 1,5 1,5
71	2,0 2,0 2,0 2,0	1,0 1,5 2,0 2,0
72	2,0 2,0 2,0 2,0	1,5 1,5 2,0 2,5
73	5,0 5,0 5,0 5,0	1,0 1,5 2,0 2,5
74	5,0 5,0 5,0 5,0	1,0 1,0 1,5 1,5
75	5,0 5,0 5,0 5,0	1,0 1,5 2,0 2,0
76	5,0 5,0 5,0 5,0	1,5 1,5 2,0 2,5

Tabela 3.1. Distribuição do nível mínimo de significância

Valor da estatística qui-quadadro para testar a hipótese de distribuição uniforme das 20 classes dos níveis mínimos de significância

caso	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
61	10,68	30,12	23,84	**	267,3	**	**	15,28	22,72	10,56	27,12	201,4	218,1	13,76	13,60	17,24
62	20,92	28,72	23,28	**	27,16	**	**	22,40	18,20	30,56	22,48	247,7	255,0	17,84	17,84	23,76
63	17,36	19,68	17,96	**	91,64	**	**	15,48	11,96	19,12	23,84	188,2	213.9	17,04	17,04	17,00
64	15,44	23,32	18,80	**	70,32	**	**	19,68	16,32	29,32	16,20	207,0	226,8	20,40	20,40	18,48
65	20,52	14,36	11,16	**	513,4	**	**	21,68	10,04	16.16	29,16	80,32	102,5	11,84	11,60	21,64
66	13,32	14,16	20,16	**	29,24	**	**	17,88	24,52	11,36	17,88	24,52	156,3	15,88	15,88	17,76
67	16,84	21,88	15,60	**	253,3	**	**	28,24	15,28	31,76	23,04	106,9	128,8	13,96	13,76	17,40
68	22,40	23,64	23,08	**	141,8	**	**	16,32	19,60	18,40	10,84	67,48	76,32	31,64	31,64	15,16
69	13,72	48,40	22,48	**	1165	**	**	53,00	22,16	30,52	93,84	51,24	78,12	13,68	13,68	9,520
70	20,16	20,28	11,00	**	74,00	**	**	14,04	9,480	17,52	42,84	92,76	110,4	16,00	16,00	19,72
71	22,48	19,48	11,12	**	473,9	**	**	23,76	12,20	25,80	58,72	41,24	61,76	15,04	15,04	19,56
72	30,68	35,04	27,84	**	293,6	**	**	26,36	26,68	30,24	43,00	58,84	69,20	16,80	16,80	16,80
73	17,56	95,56	38,20	**	2814,	**	**	240,3	40,64	59,12	377,6	29,52	43,52	21,64	21,64	15,56
74	16,72	36,32	23,12	**	138,4	**	**	62,76	27,12	29,56	80.08	4,12	66,88	25,84	25,84	15,40
75	26,28	64,32	36,84	**	1041,	**	**	138,5	39,24	39,68	227,0	23,88	34,88	19,32	19,32	22,44
76	21,72	28,52	13,76	**	1041	**	**	41,32	16,16	23,08	67,12	10,64	22,24	16,36	16,36	17,92

** Valores acima de 1000

Tabela 3.2. Valor da média e da variância do nível mínimo de significância

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
61	0,502	0,503	0,503	2.E-6	0,387	1.E-8	6.E-8	0,503	0,503	0,503	0,503	0,408	0,403	0,503	0,503	0,500
V	0,085	0,086	0,086	4E-10	0,087	2E-14	1E-14	0,086	0,086	0,086	0,086	0,095	0,094	0,086	0,086	0,084
62	0,504	0,507	0,506	0,021	0,476	0,001	2.E-9	0,507	0,506	0,506	0,508	0,408	0,408	0,504	0,504	0,501
V	0,082	0,086	0,084	0,005	0,085	2.E-4	9E-17	0,085	0,085	0,085	0,086	0,094	0,095	0,084	0,084	0,081
63	0,505	0,504	0,506	2.E-4	0,435	2.E-6	8.E-9	0,505	0,505	0,505	0,504	0,412	0,406	0,510	0,510	0,503
V	0,080	0,082	0,082	2.E-6	0,090	6E-10	1E-15	0,082	0,082	0,082	0,081	0,093	0,093	0,083	0,083	0,081
64	0,496	0,504	0,501	7.E-4	0,445	3.E-3	4.E-5	0,504	0,501	0,503	0,507	0,403	0,397	0,494	0,494	0,494
V	0,080	0,084	0,082	2.E-5	0,089	5.E-4	6.E-7	0,083	0,082	0,083	0,086	0,091	0,090	0,082	0,081	0,079
65	0,511	0,493	0,505	0,001	0,346	4.E-6	2.E-9	0,498	0,504	0,499	0,481	0,435	0,428	0,509	0,509	0,508
V	0,079	0,084	0,081	8.E-5	0,086	3.E-9	1E-16	0,082	0,081	0,082	0,086	0,088	0,088	0,079	0,079	0,078
66	0,510	0,490	0,500	0,090	0,464	0,009	2.E-9	0,493	0,498	0,494	0,482	0,422	0,416	0,510	0,510	0,507
V	0,081	0,086	0,084	0,026	0,082	0,001	1E-16	0,085	0,084	0,085	0,088	0,091	0,090	0,083	0,083	0,080
67	0,510	0,501	0,509	0,012	0,388	1.E-4	9E-10	0,505	0,508	0,505	0,492	0,436	0,427	0,509	0,509	0,507
V	0,084	0,083	0,084	0,003	0,086	4.E-7	7E-17	0,083	0,084	0,084	0,084	0,093	0,095	0,085	0,085	0,083
68	0,518	0,508	0,514	0,027	0,411	0,012	4.E-4	0,510	0,513	0,511	0,502	0,453	0,444	0,510	0,510	0,515
V	0,083	0,084	0,084	0,005	0,088	0,002	1.E-5	0,084	0,084	0,084	0,085	0,091	0,091	0,085	0,085	0,083
69	0,509	0,465	0,490	0,022	0,279	7.E-5	1.E-9	0,466	0,488	0,479	0,428	0,455	0,444	0,498	0,498	0,507
V	0,084	0,088	0,086	0,004	0,074	6.E-7	7E-17	0,088	0,087	0,087	0,088	0,088	0,088	0,086	0,086	0,084
70	0,513	0,488	0,502	0,201	0,458	0,022	6.E-7	0,489	0,501	0,496	0,468	0,447	0,434	0,511	0,511	0,511
V	0,085	0,086	0,086	0,054	0,090	0,004	3E-10	0,086	0,086	0,086	0,087	0,090	0,090	0,085	0,085	0,084
71	0,512	0,470	0,493	0,069	0,351	0,001	2.E-9	0,472	0,491	0,483	0,441	0,464	0,455	0,507	0,507	0,509
V	0,079	0,083	0,081	0,017	0,085	8.E-5	1E-16	0,083	0,081	0,082	0,086	0,086	0,085	0,080	0,080	0,078
72	0,502	0,473	0,486	0,109	0,374	0,024	9.E-4	0,474	0,465	0,480	0,459	0,450	0,445	0,491	0,491	0,499
V	0,079	0,081	0,079	0,031	0,087	0,004	2.E-5	0,080	0,079	0,080	0,083	0,083	0,084	0,080	0,080	0,078
73	0,510	0,430	0,461	0,112	0,196	9.E-4	2.E-9	0,389	0,458	0,449	0,364	0,471	0,459	0,503	0,503	0,507
V	0,083	0,088	0,087	0,034	0,057	9.E-5	2E-16	0,087	0,087	0,087	0,085	0,087	0,088	0,081	0,081	0,082
74	0,505	0,470	0,483	0,302	0,425	0,057	2.E-6	0,452	0,482	0,478	0,438	0,458	0,446	0,505	0,505	0,502
V	0,082	0,087	0,086	0,078	0,093	0,015	5E-10	0,088	0,087	0,087	0,087	0,088	0,090	0,082	0,082	0,081
75	0,511	0,444	0,470	0,178	0,309	0,006	6.E-9	0,411	0,467	0,460	0,391	0,475	0,462	0,511	0,511	0,508
V	0,082	0,088	0,086	0,057	0,083	0,001	4E-15	0,087	0,086	0,087	0,088	0,087	0,087	0,081	0,081	0,081
76	0,516	0,476	0,490	0,256	0,275	0,033	0,002	0,457	0,488	0,484	0,446	0,486	0,474	0,507	0,507	0,513
V	0,081	0,085	0,083	0,066	0,071	0,007	2.E-4	0,085	0,083	0,084	0,086	0,086	0,086	0,083	0,083	0,080

obs: A linha V é a variância do nível mínimo de significância

Tabela 3.3. Distribuições das estatísticas para testar uniformidade das médias das distribuições

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
61	0,992	0,998	0,992	21,32	1,445	24,53	80,93	0,994	0,993	0,995	1,002	4,184	4,261	2,981	2,981	2,979
V	0,611	0,637	0,618	47,75	1,333	34,18	130,5	0,625	0,619	0,627	0,655	13,46	14,10	5,868	5,868	5,873
62	0,983	0,995	0,987	6,204	1,087	10,06	43,91	0,989	0,988	0,992	0,999	4,267	4,288	2,957	2,958	2,955
V	0,599	0,665	0,628	9,644	0,794	13,57	66,75	0,643	0,631	0,648	0,692	14,62	14,94	5,890	5,891	5,900
63	0,978	0,982	0,979	14,52	1,240	18,32	66,81	0,980	0,980	0,981	0,984	4,151	4,213	2,900	2,900	2,898
V	0,607	0,611	0,610	31,44	0,991	25,15	104,3	0,608	0,610	0,611	0,609	13,33	13,63	5,508	5,508	5,416
64	1,008	1,010	1,008	10,71	1,195	8,248	15,26	1,007	1,009	1,010	1,009	4,297	4,361	3,051	3,051	3,049
V	0,662	0,733	0,702	15,76	0,913	9,212	17,45	0,714	0,705	0,721	0,749	15,29	15,70	6,284	6,284	6,292
65	0,964	1,026	0,986	10,73	1,649	17,53	56,77	1,008	0,990	1.006	1,069	3,737	3,798	2,892	2,892	2,888
V	0,590	0,684	0,633	19,67	1,744	26,83	98,58	0,665	0,637	0,657	0,748	9,984	10,12	5,403	5,403	5,409
66	0,970	1,048	1,009	3,773	1,107	6,900	29,74	1,033	1,014	1,029	1,082	4,010	4,069	2,901	2,901	2,890
V	0,607	0,736	0,668	5,000	0,763	8,336	39,48	0,713	0,675	0,702	0,804	13,68	13,93	5,506	5,506	5,450
67	0,975	1,014	0,987	7,328	1,415	13,21	46,79	1,002	0,990	1,000	1,045	3,839	3,929	2,934	2,934	2,931
V	0,608	0,718	0,660	12,55	1,247	18,10	72,48	0,692	0,665	0,690	0,770	12,03	12,09	5,749	5,749	5,757
68	0,966	1,000	0,982	5,361	1,335	6,495	11,75	0,993	0,985	0,992	1,018	3,,692	3,773	2,962	2,962	2,960
V	0,661	0,726	0,693	6,797	1,239	8,079	14,96	0,708	0,697	0,711	0,755	11,92	12,05	6,399	6,399	6,408
69	1,000	1,149	1,067	5,888	2,002	14,17	45,41	1,146	1,075	1,103	1,270	3,544	3,644	3,058	3,058	3,057
V	0,748	0,976	0,863	8,635	2,425	21,24	84,53	0,974	0,874	0,914	1,117	9,393	9,742	6,637	6,634	6,638
70	0,973	1,065	1,019	2,423	1,193	5,567	23,30	1,063	1,023	1,040	1,129	3,681	3,803	2,927	2,927	2,925
V	0,648	0,834	0,760	2,630	1,062	6,998	33,10	0,833	0,768	0,795	0,912	10,82	11,39	5,974	5,974	5982
71	0,954	1,091	1,015	4,247	1,606	10,46	36,76	1,086	1,023	1,050	1,197	3,472	3,549	2,890	2,890	2,887
V	0,556	0,746	0,641	6,064	1,688	15,56	64,91	0,742	0,651	0,688	0,893	10,02	10,23	5,077	5,077	5,085
72	0,996	1,092	1,048	3,362	1,452	5,275	9,621	1,089	1,053	1,068	1,144	3,544	3,599	3,045	3,045	3,039
V	0,648	0,796	0,737	3,770	1,211	5,944	11,64	0,793	0,743	0,765	0,862	9,381	9,442	5,784	5,785	5,790
73	0,989	1,266	1,148	3,518	2,656	11,85	38,68	1,426	1,160	1,192	1,542	3,365	3,499	2,978	2,978	2,976
V	0,684	1,101	0,906	5,000	4,092	21,88	91,83	1,329	0,926	0,978	1,560	8,569	9,383	5,972	5,972	5,980
74	0,984	1,123	1,072	1,835	1,311	4,492	19,05	1,191	1,078	1,092	1,233	3,448	3,576	2,928	2,928	2,926
V	0,606	0,858	0,771	1,903	1,262	6,090	30,57	0,963	0,780	0,804	1,040	8,075	8,426	5,340	5,340	5,347
75	0,968	1,193	1,198	2,820	1,920	8,510	30,84	1,319	1,108	1,134	1,415	3,279	3,406	2,875	2,875	2,870
V	0,610	0,936	0,779	3,801	2,517	14,92	68,53	1,129	0,795	0,836	1,327	7,681	8,100	5,444	5,444	5,447
76	0,961	1,090	1,041	2,006	1,951	5,106	9,385	1,151	1,046	1,060	1,197	3,209	3,308	2,935	2,935	2,939
V	0,655	0,806	0,735	1,955	2,089	6,556	13,26	0,863	0,742	0,763	0,961	8,391	8,513	6,025	6,025	6,027

Obs: A linha V é a variância dos F e χ^2 observados

Tabela 3.7. Valores das estimativas dos parametros estimados pelo método de HINZ & GURLAND(1968)

Valores médios estimados para a média e variância de cada distribuição

casos	com Σ desconhecido, médias(m) e k na mesma ordem da tabela 3.								com Σ conhecido, médias(m) e k, na mesma ordem da tabela 3.								método dos momentos
	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	
61	0,472	0,708	0,476	0,761	0,470	0,523	0,480	0,474	0,501	0,414	0,498	-0,021	0,488	-0,837	0,497	-0,092	2,161
V	0,014	3,597	0,014	8,223	0,013	7,470	0,012	8,878	0,015	117,4	0,013	204,3	0,012	231,6	0,012	307,8	7,266
62	0,468	0,852	0,473	0,820	0,478	0,747	0,482	0,712	0,497	1,368	0,499	0,846	0,499	0,745	0,503	-0,071	1,531
V	0,014	2,936	0,015	3,879	0,014	7,439	0,014	7,233	0,014	118,9	0,015	75,71	0,013	153,0	0,014	203,7	3,373
63	0,464	0,741	0,471	0,607	0,474	0,725	0,476	0,726	0,493	0,699	0,492	-0,070	0,494	0,583	0,497	0,191	2,223
V	0,015	4,978	0,013	8,441	0,013	8,767	0,013	9,101	0,014	54,91	0,013	182,6	0,013	145,8	0,012	189,5	137,4
64	0,478	0,740	0,472	0,700	0,476	0,628	0,484	0,500	0,500	0,702	0,496	0207	0,495	-1,03	0,502	-0,23	2,489
V	0,014	5,556	0,014	5,760	0,012	8,930	0,013	8,880	0,013	126,8	0,014	177,2	0,012	382,6	0,013	220,2	96,48
65	0,961	1,148	0,964	1,664	0,968	1,930	0,986	2,058	1,000	1,231	0,994	1,391	0,991	2,918	1,004	3,726	1,649
V	0,040	0,977	0,031	11,05	0,030	17,15	0,028	16,06	0,039	7,399	0,030	396,3	0,029	92,05	0,028	251,7	0,304
66	0,943	1,097	0,940	1,097	0,970	1,650	0,980	1,756	0,985	1,277	0,982	1,378	0,999	2,489	1,008	2,181	1,267
V	0,042	0,948	0,038	0,802	0,035	3,263	0,341	11,51	0,040	6,263	0,037	4,351	0,033	45,63	0,033	135,8	0,153
67	0,959	1,211	0,962	1,594	0,976	1,930	0,963	1,852	1,000	1,291	0,993	2,333	1,001	3,604	0,988	2,947	1,596
V	0,041	7,843	0,036	10,88	0,031	14,87	0,029	9,507	0,040	19,23	0,034	41,02	0,029	327,5	0,028	96,87	0,344
68	0,978	1,594	0,978	1,601	0,966	1,865	0,979	2,012	1,006	2,049	1,006	2,508	0,989	2,323	0,999	2,522	1,851
V	0,038	2,561	0,032	5,390	0,030	4,878	0,030	21,12	0,036	14,08	0,030	52,34	0,029	565,9	0,029	353,2	0,443
69	1,958	1,054	1,950	1,544	1,978	1,937	1,978	2,496	2,010	1,134	1,986	1,729	2,005	2,532	1,994	0,798	1,578
V	0,118	0,199	0,099	0,719	0,092	1,338	0,073	7,643	0,113	0,452	0,096	1,250	0,089	17,85	0,070	3591,	0,131
70	1,930	1,030	1,938	1,060	1,972	1,590	1,956	1,544	1,988	1,126	1,997	1,123	2,005	1,822	1,991	1,731	1,173
V	0,120	0,214	0,132	0,234	0,097	0,619	0,097	1,857	0,116	0,942	0,125	0,276	0,093	1,369	0,092	11,68	0,333
71	1,947	1,039	1,962	1,605	1,974	1,988	1,976	2,104	2,007	1,103	2,000	1,776	1,998	3,772	1,998	2,596	1,531
V	0,117	0,193	0,087	0,965	0,084	1,212	0,083	2,086	0,114	0,235	0,082	1,207	0,081	1729,	0,080	18,57	0,114
72	1,953	1,561	1,923	1,545	1,983	2,034	1,994	2,416	1,990	1,846	1,960	0,739	2,010	1,415	2,015	2,644	1,744
V	0,097	1,008	0,092	0,709	0,088	3,158	0,074	3,537	0,095	11,85	0,089	1005,	0,084	1104,	0,072	149,9	0,169
73	4,928	1,023	4,961	1,482	4,961	1,953	4,975	2,401	5,008	1,042	5,010	1,584	4,986	2,115	4,990	2,600	1,562
V	0,624	0,100	0,431	0,241	0,351	0,501	0,304	0,824	0,611	0,097	0,421	0,258	0,341	0,529	0,302	0,780	0,063
74	4,903	1,038	4,878	1,041	4,959	1,484	4,939	1,482	4,981	1,050	4,963	1,050	5,009	1,572	4,988	1,568	1,223
V	0,598	0,102	0,574	0,103	0,458	0,237	0,425	0,224	0,585	0,107	0,547	0,102	0,448	0,278	0,414	0,244	0,036
75	4,908	1,020	4,969	1,495	4,951	2,010	4,965	2,023	4,991	1,037	5,008	1,592	4,977	2,157	4,991	2,182	1,526
V	0,641	0,084	0,422	0,251	0,322	0,518	0,343	0,633	0,622	0,091	0,408	0,256	0,318	0,520	0,338	0,710	0,059
76	4,938	1,509	4,933	1,501	4,995	1,961	4,978	2,393	4,983	1,590	4,982	1,585	5,021	2,124	4,993	2,614	1,785
V	0,414	0,272	0,437	0,274	0,373	0,545	0,306	0,867	0,395	0,252	0,426	0,271	0,373	0,535	0,297	0,835	0,084

Obs: A linha V é a variância de m e k respectivamente

4. Médias diferentes e k diferentes, com as seguintes condições:

Tabela 4.1. Médias pouco diferentes

casos	médias	k
77	0,5 0,5 0,5 1,0	1,0 1,5 2,0 2,5
78	0,5 0,5 0,5 1,0	1,0 1,0 1,5 1,5
79	0,5 0,5 0,5 1,0	1,0 1,5 2,0 2,0
80	0,5 0,5 0,5 1,0	1,5 1,5 2,0 2,5
81	1,0 1,0 1,0 2,0	1,0 1,5 2,0 2,5
82	1,0 1,0 1,0 2,0	1,0 1,0 1,5 1,5
83	1,0 1,0 1,0 2,0	1,0 1,5 2,0 2,0
84	1,0 1,0 1,0 2,0	1,5 1,5 2,0 2,5
85	2,0 2,0 2,0 5,0	1,0 1,5 2,0 2,5
86	2,0 2,0 2,0 5,0	1,0 1,0 1,5 1,5
87	2,0 2,0 2,0 5,0	1,0 1,5 2,0 2,0
88	2,0 2,0 2,0 5,0	1,5 1,5 2,0 2,5
89	5,0 5,0 5,0 2,0	1,0 1,5 2,0 2,5
90	5,0 5,0 5,0 2,0	1,0 1,0 1,5 1,5
91	5,0 5,0 5,0 2,0	1,0 1,5 2,0 2,0
92	5,0 5,0 5,0 2,0	1,5 1,5 2,0 2,5

Tabela 4.1.1. Valor da média e da variância do nível mínimo de significância

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
77	0,061	0,062	0,059	2.E-9	0,220	2.E-5	4.E-9	0,060	0,059	0,060	0,069	0,051	0,050	0,092	0,092	0,062
V	0,016	0,016	0,015	2E-16	0,058	2.E-8	1E-15	0,015	0,015	0,015	0,018	0,013	0,012	0,022	0,022	0,015
78	0,067	0,075	0,068	5.E-4	0,155	0,010	2.E-9	0,071	0,068	0,071	0,087	0,062	0,061	0,108	0,108	0,068
V	0,018	0,019	0,017	4.E-5	0,042	0,001	2E-16	0,018	0,017	0,018	0,023	0,016	0,015	0,026	0,026	0,017
79	0,060	0,068	0,061	9.E-6	0,144	6.E-5	1.E-9	0,064	0,061	0,064	0,078	0,053	0,054	0,096	0,096	0,061
V	0,014	0,017	0,014	2.E-8	0,037	3.E-7	9E-17	0,015	0,015	0,015	0,020	0,011	0,012	0,021	0,021	0,013
80	0,057	0,063	0,057	3.E-6	0,191	0,103	0,007	0,060	0,057	0,060	0,072	0,050	0,050	0,087	0,087	0,058
V	0,015	0,016	0,015	2.E-9	0,051	0,031	9.E-4	0,015	0,015	0,015	0,020	0,012	0,012	0,022	0,022	0,015
81	0,016	0,016	0,014	1.E-6	0,145	8.E-4	2.E-9	0,015	0,014	0,015	0,020	0,016	0,015	0,029	0,029	0,029
V	0,003	0,003	0,002	2E-10	0,038	7.E-5	1E-16	0,003	0,002	0,003	0,004	0,002	0,002	0,005	0,005	0,005
82	0,035	0,038	0,034	0,002	0,102	0,026	4.E-7	0,036	0,034	0,035	0,046	0,034	0,034	0,062	0,062	0,035
V	0,011	0,011	0,011	2.E-4	0,028	0,005	9E-11	0,011	0,011	0,011	0,014	0,009	0,010	0,016	0,016	0,016
83	0,022	0,023	0,020	7.E-5	0,089	0,001	2.E-9	0,022	0,020	0,021	0,030	0,022	0,022	0,041	0,041	0,022
V	0,004	0,005	0,004	3.E-7	0,020	1.E-4	1E-16	0,005	0,004	0,005	0,007	0,004	0,004	0,008	0,008	0,004
84	0,015	0,018	0,015	4.E-5	0,124	0,159	0,038	0,017	0,015	0,016	0,025	0,017	0,017	0,029	0,029	0,015
V	0,003	0,004	0,003	2.E-7	0,035	0,043	0,010	0,004	0,003	0,003	0,006	0,003	0,004	0,005	0,005	0,003
85	9.E-5	1.E-4	1.E-4	3.E-7	0,021	0,004	5.E-9	1.E-4	1.E-4	1.E-4	4.E-4	3.E-4	3.E-4	8.E-4	8.E-4	1.E-4
V	1.E-6	5.E-6	2.E-6	2E-11	3.E-3	4.E-4	4E-15	5.E-6	2.E-6	3.E-6	2.E-5	3.E-5	3.E-5	3.E-5	3.E-5	1.E-6
86	6.E-4	7.E-4	5.E-4	1.E-4	0,015	0,011	4.E-5	9.E-4	5.E-4	6.E-4	2.E-3	2.E-3	2.E-3	5.E-3	5.E-3	6.E-4
V	2.E-5	3.E-5	1.E-5	7.E-7	2.E-3	2.E-3	4.E-7	3.E-5	1.E-5	2.E-5	9.E-5	8.E-5	1.E-4	4.E-4	4.E-4	3.E-5
87	1.E-4	3.E-4	1.E-4	8.E-6	8.E-3	5.E-4	3.E-9	3.E-4	1.E-4	2.E-4	8.E-4	5.E-4	4.E-4	2.E-3	2.E-3	1.E-4
V	1.E-6	6.E-6	2.E-6	5.E-9	8.E-4	7.E-6	2E-15	7.E-6	2.E-6	3.E-6	5.E-5	1.E-5	8.E-6	1.E-4	1.E-4	1.E-4
88	6.E-5	8.E-5	5.E-5	1.E-6	0,011	0,039	0,039	9.E-5	6.E-5	6.E-5	2.E-4	2.E-4	2.E-4	8.E-4	8.E-4	7.E-5
V	5.E-7	8.E-7	5.E-7	7E-10	2.E-3	8.E-3	8.E-3	1.E-6	5.E-7	6.E-7	4.E-6	4.E-6	5.E-6	3.E-5	3.E-5	6.E-7
89	1.E-3	2.E-3	1.E-3	0,026	3.E-5	3.E-9	1.E-8	2.E-3	1.E-3	1.E-3	5.E-3	9.E-5	1.E-4	4.E-5	4.E-5	1.E-3
V	2.E-5	5.E-5	2.E-5	4.E-3	2.E-8	1E-16	2E-15	6.E-5	2.E-5	2.E-5	4.E-4	2.E-6	4.E-6	4.E-7	4.E-7	2.E-5
90	4.E-3	5.E-3	3.E-3	0,019	3.E-3	1.E-5	2.E-9	5.E-3	4.E-3	4.E-3	0,012	3.E-4	4.E-4	2.E-4	2.E-4	4.E-3
V	1.E-4	4.E-4	2.E-4	2.E-3	4.E-4	2.E-8	1E-16	4.E-4	2.E-4	2.E-4	2.E-3	2.E-5	2.E-5	7.E-6	7.E-6	2.E-4
91	2.E-3	2.E-3	1.E-3	6.E-3	8.E-4	1.E-7	2.E-9	2.E-3	1.E-3	2.E-3	5.E-3	2.E-4	3.E-4	2.E-4	2.E-4	2.E-3
V	1.E-4	2.E-4	1.E-4	3.E-4	6.E-5	2E-12	2E-16	1.E-4	1.E-4	1.E-4	3.E-4	1.E-5	5.E-5	1.E-5	1.E-5	1.E-4
92	8.E-4	1.E-3	6.E-4	0,019	3.E-5	3.E-8	3.E-9	1.E-3	6.E-4	7.E-4	3.E-3	3.E-5	3.E-5	2.E-5	2.E-5	9.E-4
V	9.E-6	1.E-5	6.E-6	2.E-3	5.E-8	1E-13	2E-16	2.E-5	6.E-6	8.E-6	1.E-4	2.E-7	4.E-7	1.E-7	1.E-7	1.E-5

obs: A linha V é a variância do nível mínimo de significância

Tabela 4.1.2. Distribuições das estatísticas para testar uniformidade das médias das distribuições

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
77	4,459	4,430	4,540	30,34	2,226	15,44	61,90	4,496	4,537	4,500	4,238	12,96	13,05	10,41	10,41	10,40
V	6,398	6,464	6,684	65,21	2,191	21,94	98,65	6,611	6,678	6,605	6,073	45,23	46,61	35,99	35,99	36,10
78	4,268	4,058	4,255	11,99	2,825	6,356	30,88	4,161	4,242	4,165	3,809	12,23	12,23	9,622	9,622	9,617
V	5,798	5,557	5,959	18,40	3,202	6,750	37,27	5,793	5,934	5,775	5,037	41,96	42,04	31,60	31,60	31,67
79	4,443	4,282	4,455	20,70	2,887	13,25	52,49	4,377	4,445	4,379	4,048	12,51	12,62	10,11	10,11	10,10
V	6,807	6,739	7,061	44,49	3,440	15,71	70,97	6,939	7,047	6,930	6,243	43,13	44,80	34,85	34,85	34,95
80	4,578	4,410	4,591	19,84	2,497	3,442	7,443	4,515	4,580	4,510	4,171	13,16	13,26	10,51	10,51	10,49
V	6,983	6,786	7,190	36,33	2,866	3,822	9,164	7,044	7,167	7,010	6,249	46,88	48,63	36,16	36,16	36,22
81	6,579	6,466	6,769	20,71	2,760	10,69	42,46	6,622	6,755	6,649	5,927	17,19	17,41	15,00	15,00	14,98
V	9,755	9,122	10,04	37,43	2,608	15,77	70,81	9,598	9,978	9,624	7,884	56,51	59,29	47,77	47,77	48,00
82	5,675	5,381	5,692	9,818	3,381	5,116	20,72	5,473	5,672	5,565	4,872	14,64	14,52	12,23	12,23	12,21
V	8,711	7,857	8,703	14,53	3,793	5,295	24,53	8,071	8,639	8,342	6,629	47,17	45,59	41,82	41,82	41,97
83	6,259	5,919	6,294	15,01	3,516	9,887	36,39	6,078	6,270	6,134	5,346	15,87	16,02	13,64	13,64	13,63
V	10,62	9,231	10,56	28,72	3,936	12,96	55,38	9,819	10,46	9,936	7,625	50,91	51,60	47,14	47,14	47,29
84	6,687	6,382	6,764	15,53	3,076	2,759	4,968	6,552	6,741	6,604	5,772	16,98	17,21	15,09	15,09	15,07
V	9,628	8,899	9,910	22,44	3,187	3,123	6,475	9,446	9,841	9,440	7,591	54,89	56,62	51,58	51,58	51,81
85	14,57	14,54	15,77	22,23	5,080	8,718	30,33	14,50	15,68	15,28	12,12	31,91	31,98	29,85	29,85	29,84
V	27,64	21,61	26,84	32,26	4,364	12,01	54,22	21,60	26,37	24,54	14,47	94,98	97,58	110,8	110,8	111,3
86	12,25	11,10	12,09	13,01	5,996	6,434	15,20	10,84	12,01	11,70	9,175	23,96	23,59	21,80	21,80	21,78
V	20,93	17,78	21,31	19,06	6,462	7,213	19,16	17,25	21,00	19,81	12,27	67,99	64,63	83,92	83,92	84,28
87	14,31	13,01	14,23	17,71	6,590	10,34	28,29	12,87	14,13	13,74	10,72	28,03	27,97	25,98	25,98	25,95
V	24,06	20,61	24,81	29,23	6,708	13,38	49,88	20,54	24,46	23,01	14,21	71,92	72,85	95,38	95,38	96,05
88	16,31	14,67	16,17	19,98	6,046	4,686	4,720	14,58	16,05	15,56	11,89	31,97	32,11	30,32	30,32	30,30
V	28,73	22,13	28,11	26,76	5,905	5,401	5,671	22,21	27,57	25,46	14,13	95,29	98,80	111,7	111,7	112,5
89	7,093	7,932	8,212	4,832	13,94	31,48	65,56	8,270	8,206	8,096	7,135	44,34	45,14	44,17	44,17	44,10
V	3,434	7,349	6,499	4,541	20,19	51,19	153,9	8,799	6,626	6,837	8,149	199,5	207,8	178,5	178,5	179,5
90	6,214	7,040	7,197	5,510	8,760	16,95	38,82	7,234	7,199	7,140	6,438	37,93	38,69	36,15	36,15	36,11
V	3,228	7,250	6,243	6,026	12,26	23,60	68,10	8,500	6,377	6,659	8,303	197,8	205,5	149,0	149,0	150,3
91	6,896	8,046	8,173	6,521	11,22	23,60	52,11	8,406	8,182	8,126	7,460	42,93	43,70	42,08	42,08	42,03
V	3,435	7,515	6,419	6,093	16,90	39,47	122,5	8,838	6,561	6,863	8,815	198,4	203,6	164,3	164,3	165,9
92	7,813	8,961	9,150	5,303	14,42	23,87	31,82	9,288	9,156	9,082	8,167	46,55	47,47	46,75	46,75	46,70
V	4,067	9,064	7,782	5,074	21,38	33,81	50,97	10,76	7,954	8,297	10,52	208,2	218,2	189,8	189,8	192,0

Obs: A linha V é a variância dos F e χ^2 observados

Tabela 4.1.3. Valores das estimativas dos parâmetros estimados pelo método de HINZ & GURLAND(1968)

Valores médios estimados para a média e variância de cada distribuição

casos	com Σ desconhecido, médias(m) e k na mesma ordem da tabela 4.1.								com Σ conhecido, médias(m) e k, na mesma ordem da tabela 4.1.								método dos momentos
	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	
77	0,467	0,637	0,475	0,762	0,478	0,746	0,973	2,169	0,496	0,294	0,499	0,859	0,499	0,636	0,993	3,645	1,577
V	0,013	4,340	0,013	6,482	0,013	8,581	0,029	64,25	0,013	93,42	0,012	86,02	0,013	211,1	0,027	513,7	0,698
78	0,465	0,710	0,461	0,578	0,472	0,746	0,968	1,510	0,491	0,218	0,488	0,339	0,496	0,496	0,998	1,838	1,160
V	0,015	3,718	0,013	4,037	0,015	4,398	0,033	4,476	0,015	78,58	0,013	68,62	0,013	111,9	0,031	18,33	0,311
79	0,474	0,816	0,471	0,840	0,471	0,546	0,970	1,842	0,500	0,941	0,494	0,792	0,491	-0,026	0,995	3,175	0,483
V	0,015	3,360	0,013	5,582	0,012	8,714	0,031	9,118	0,015	54,89	0,013	171,9	0,012	176,1	0,030	157,6	0,483
80	0,472	0,693	0,473	0,807	0,473	0,643	0,966	2,311	0,494	-0,076	0,497	1,457	0,492	0,318	0,987	5,459	1,596
V	0,014	11,87	0,015	5,487	0,013	8,017	0,028	65,32	0,014	162,5	0,014	242,1	0,012	175,3	0,026	577,2	7,672
81	0,967	1,148	0,962	1,652	0,971	2,225	1,975	2,473	1,005	1,515	0,992	2,582	0,996	2,567	1,995	2,294	1,420
V	0,044	1,203	0,035	11,20	0,033	22,37	0,068	4,551	0,042	9,305	0,035	72,64	0,031	513,3	0,065	1303,	0,164
82	0,960	1,155	0,959	1,170	0,971	1,555	1,963	1,594	1,002	1,133	1,003	1,297	1,003	2,158	1,996	1,875	1,089
V	0,043	1,289	0,040	1,517	0,033	8,966	0,100	0,615	0,040	65,42	0,038	5,215	0,032	57,48	0,095	3,413	0,079
83	0,963	1,216	0,974	1,487	0,976	1,881	1,963	2,103	1,002	1,364	1,003	1,447	0,999	1,755	1,987	3,551	1,333
V	0,042	3,577	0,037	3,218	0,031	5,244	0,075	1,818	0,041	23,48	0,035	186,2	0,030	404,4	0,073	879,8	0,135
84	0,972	1,530	0,962	1,623	0,973	1,925	1,976	2,426	1,003	2,196	0,991	1,656	0,997	2,517	1,995	2,958	1,502
V	0,036	4,295	0,037	10,11	0,031	12,42	0,069	2,604	0,035	99,32	0,035	178,8	0,030	623,1	0,067	364,6	0,183
85	1,947	1,043	1,959	1,564	1,970	1,994	4,958	2,374	2,004	1,100	1,993	1,783	1,997	2,470	4,978	2,586	1,190
V	0,129	0,187	0,102	0,773	0,079	1,542	0,308	0,749	0,122	0,201	0,099	1,373	0,077	5,249	0,301	0,782	0,050
86	1,922	1,070	1,975	1,050	1,970	1,515	4,930	1,472	1,982	1,136	2,029	1,121	2,004	1,726	4,980	1,557	0,913
V	0,121	0,202	0,129	0,208	0,097	0,594	0,436	0,239	0,118	0,294	0,124	0,257	0,094	0,972	0,430	0,250	0,032
87	1,944	1,022	1,963	1,540	1,964	1,994	4,924	1,936	1,999	1,097	1,998	1,777	1,991	2,417	4,951	2,091	1,101
V	0,136	0,167	0,099	0,605	0,086	2,219	0,347	0,418	0,132	0,258	0,098	1,483	0,084	3,741	0,339	0,442	0,046
88	1,957	1,552	1,967	1,483	1,965	2,030	4,977	2,369	1,994	1,739	2,003	1,674	1,988	2,389	4,992	2,612	1,251
V	0,101	0,577	0,097	0,499	0,085	1,648	0,296	0,871	0,099	0,748	0,094	0,662	0,081	3,980	0,292	0,864	0,061
89	4,905	1,016	4,971	1,470	4,950	1,978	1,976	2,363	4,992	1,030	5,011	1,567	4,982	2,138	1,996	1,829	1,171
V	0,629	0,089	0,442	0,247	0,352	0,463	0,076	3,552	0,620	0,090	0,424	0,241	0,347	0,502	0,075	2087,	0,040
90	4,885	1,038	4,871	1,033	4,953	1,478	1,944	1,558	4,966	1,055	4,955	1,045	5,003	1,566	1,983	1,723	0,975
V	0,612	0,095	0,604	0,089	0,454	0,225	0,097	0,735	0,587	0,096	0,579	0,098	0,436	0,242	0,095	3,476	0,025
91	4,888	1,005	4,939	1,483	4,964	1,966	1,978	1,928	4,963	1,025	4,991	1,569	4,990	2,140	2,003	2,667	1,155
V	0,640	0,101	0,397	0,238	0,337	0,530	0,082	5,363	0,615	0,096	0,390	0,251	0,333	0,558	0,079	138,3	0,037
92	4,990	1,498	4,978	1,492	4,950	1,975	1,989	2,554	5,033	1,576	5,016	1,596	4,971	2,126	2,007	3,537	1,331
V	0,466	0,243	0,448	0,244	0,373	0,472	0,072	23,90	0,454	0,263	0,428	0,252	0,368	0,480	0,070	394,7	0,045

Obs: A linha V é a variância de m e k respectivamente

Tabela 4.2. Médias diferentes

casos	médias	k
93	0,5 0,5 1,0 2,0	1,0 1,5 2,0 2,5
94	0,5 0,5 1,0 2,0	1,0 1,0 1,5 1,5
95	0,5 0,5 1,0 2,0	1,0 1,5 2,0 2,0
96	0,5 0,5 1,0 2,0	1,5 1,5 2,0 2,5
97	1,0 1,0 2,0 2,0	1,0 1,5 2,0 2,5
98	1,0 1,0 2,0 2,0	1,0 1,0 1,5 1,5
99	1,0 1,0 2,0 2,0	1,0 1,5 2,0 2,0
100	1,0 1,0 2,0 2,0	1,5 1,5 2,0 2,5
101	2,0 2,0 5,0 5,0	1,0 1,5 2,0 2,5
102	2,0 2,0 5,0 5,0	1,0 1,0 1,5 1,5
103	2,0 2,0 5,0 5,0	1,0 1,5 2,0 2,0
104	2,0 2,0 5,0 5,0	1,5 1,5 2,0 2,5

Tabela 4.2.1. Valor da média e da variância do nível mínimo de significância

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
93	3.E-5	4.E-5	3.E-5	1.E-9	6.E-3	0,012	2.E-9	4.E-5	3.E-5	3.E-5	9.E-5	3.E-5	4.E-5	3.E-4	3.E-4	4.E-5
V	7.E-8	3.E-7	1.E-7	9E-17	6.E-4	2.E-3	1E-16	2.E-7	1.E-7	2.E-7	1.E-6	4.E-8	1.E-7	5.E-6	5.E-6	9.E-8
94	2.E-4	4.E-4	2.E-4	4.E-8	4.E-3	0,077	2.E-4	3.E-4	2.E-4	3.E-4	6.E-4	2.E-4	2.E-4	1.E-3	1.E-3	2.E-4
V	8.E-6	3.E-5	1.E-5	5E-13	7.E-4	0,023	5.E-6	2.E-5	2.E-5	2.E-5	7.E-5	5.E-6	4.E-6	6.E-5	6.E-5	9.E-6
95	4.E-5	5.E-5	3.E-5	2.E-9	2.E-3	3.E-3	2.E-9	4.E-5	3.E-5	4.E-5	1.E-4	8.E-5	1.E-4	3.E-4	3.E-4	5.E-5
V	3.E-7	2.E-7	1.E-7	1E-16	1.E-4	5.E-4	1E-16	2.E-7	1.E-7	1.E-7	9.E-7	7.E-7	1.E-6	2.E-6	2.E-6	3.E-7
96	3.E-5	4.E-5	3.E-5	2.E-9	2.E-3	0,162	0,371	3.E-5	3.E-5	3.E-5	7.E-5	4.E-5	5.E-5	2.E-4	2.E-4	4.E-5
V	2.E-7	3.E-7	2.E-7	1E-16	9.E-5	0,048	0,085	3.E-7	2.E-7	2.E-7	7.E-7	3.E-7	5.E-7	5.E-6	5.E-6	2.E-7
97	0,010	7.E-3	7.E-3	7.E-7	0,134	0,018	3.E-9	6.E-3	7.E-3	6.E-3	8.E-3	7.E-3	7.E-3	9.E-3	9.E-3	0,010
V	2.E-3	1.E-3	9.E-4	3E-10	0,038	4.E-3	2E-15	8.E-4	9.E-4	9.E-4	1.E-3	1.E-3	1.E-3	2.E-3	2.E-3	2.E-3
98	0,017	0,015	0,014	2.E-4	0,108	0,497	1.E-3	0,015	0,014	0,014	0,020	0,011	0,011	0,017	0,017	0,017
V	2.E-3	3.E-3	2.E-3	3.E-6	0,032	0,083	9.E-5	3.E-3	2.E-3	3.E-3	5.E-3	2.E-3	2.E-3	3.E-3	3.E-3	2.E-3
99	0,100	8.E-3	7.E-3	3.E-6	0,104	0,059	7.E-8	7.E-3	7.E-3	7.E-3	0,010	7.E-3	7.E-3	9.E-3	9.E-3	0,010
V	1.E-3	1.E-3	1.E-3	8E-10	0,030	0,016	1E-12	1.E-3	1.E-3	1.E-3	2.E-3	1.E-3	1.E-3	1.E-3	1.E-3	1.E-3
100	9.E-3	8.E-3	7.E-3	7.E-6	0,090	0,325	0,183	8.E-3	7.E-3	7.E-3	0,011	7.E-3	7.E-3	9.E-3	9.E-3	9.E-3
V	1.E-3	1.E-3	9.E-4	6.E-9	0,024	0,081	0,049	1.E-3	9.E-4	9.E-4	2.E-3	1.E-3	1.E-3	1.E-3	1.E-3	1.E-3
101	2.E-5	7.E-6	7.E-6	1.E-8	0,015	0,059	5.E-6	8.E-6	7.E-6	6.E-6	2.E-5	1.E-5	1.E-5	3.E-5	3.E-5	3.E-5
V	2.E-8	5.E-9	4.E-9	3E-14	2.E-3	0,017	2.E-9	9.E-9	4.E-9	4.E-9	3.E-8	3.E-9	4.E-9	1.E-7	1.E-7	3.E-8
102	1.E-4	1.E-4	1.E-4	8.E-6	0,011	0,227	0,126	1.E-4	1.E-4	1.E-4	3.E-4	8.E-5	1.E-4	2.E-4	2.E-4	2.E-4
V	1.E-6	2.E-6	2.E-6	3.E-8	2.E-3	0,063	0,037	5.E-6	2.E-6	2.E-6	7.E-6	8.E-7	1.E-3	4.E-6	4.E-6	1.E-6
103	3.E-5	8.E-6	1.E-5	2.E-8	7.E-3	0,038	6.E-5	9.E-6	9.E-6	9.E-6	2.E-5	2.E-5	2.E-5	3.E-5	3.E-5	4.E-5
V	1.E-7	4.E-9	1.E-8	5E-14	8.E-4	6.E-3	3.E-7	5.E-9	9.E-9	6.E-9	1.E-8	2.E-8	2.E-8	5.E-8	5.E-8	1.E-7
104	1.E-5	7.E-6	4.E-6	3.E-8	4.E-3	0,051	0,175	6.E-6	4.E-6	5.E-6	3.E-5	1.E-5	1.E-5	1.E-5	1.E-5	2.E-5
V	3.E-9	7.E-9	2.E-9	2E-13	4.E-4	0,013	0,052	6.E-9	2.E-9	3.E-9	1.E-7	1.E-9	7E-10	4.E-9	4.E-9	4.E-9

obs: A linha V é a variância do nível mínimo de significância

Tabela 4.2.2. Distribuições das estatísticas para testar uniformidade das médias das distribuições

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
93	15,85	16,20	16,88	48,60	7,925	6,590	34,53	16,66	16,86	16,64	14,86	39,44	39,56	34,82	34,82	34,78
V	26,95	31,24	32,90	121,9	11,95	8,332	46,06	33,21	32,94	32,33	27,43	153,9	157,4	137,2	137,2	138,4
94	13,65	13,99	14,59	26,55	9,465	4,176	11,81	14,36	14,57	14,37	12,80	34,10	33,92	29,43	29,43	29,39
V	19,77	25,24	25,48	51,97	15,86	6,359	14,35	26,37	25,62	25,62	22,91	122,0	125,3	114,8	114,8	115,3
95	14,91	15,15	15,81	37,68	9,476	8,371	30,89	15,57	15,79	15,57	13,87	37,28	37,30	31,88	31,88	31,85
V	22,44	28,02	28,04	92,35	15,62	10,68	40,67	29,24	28,53	28,47	25,50	138,7	142,2	120,7	120,7	121,7
96	16,00	16,33	17,05	37,67	9,696	2,852	1,484	16,83	17,03	16,78	14,93	39,81	40,10	35,68	35,68	35,64
V	25,38	28,81	30,40	73,92	14,46	3,578	1,347	30,57	30,41	29,82	25,39	145,5	148,7	141,8	141,8	143,0
97	6,753	7,734	7,595	24,15	3,006	6,139	31,08	7,773	7,631	7,713	7,482	24,35	24,49	20,78	20,78	20,75
V	7,471	10,51	9,700	45,28	3,319	8,563	49,54	10,51	9,823	10,19	10,59	115,6	117,4	73,19	73,19	73,36
98	5,928	6,612	6,579	13,39	3,535	1,050	10,04	6,660	6,601	6,636	6,310	21,33	21,27	18,02	18,02	18,01
V	6,635	9,589	8,942	22,13	4,708	0,857	13,27	9,739	9,053	9,337	9,477	98,36	99,55	70,27	70,27	70,58
99	6,695	7,466	7,427	19,77	3,441	4,470	24,60	7,536	7,453	7,493	7,132	23,70	23,69	20,40	20,40	20,38
V	7,257	10,07	9,388	35,01	4,065	6,069	39,92	10,14	9,497	9,793	10,06	108,0	108,8	72,32	72,32	72,72
100	6,695	7,253	7,300	17,37	3,695	1,682	2,475	7,340	7,316	7,322	6,843	23,33	23,52	20,59	20,59	20,56
V	7,203	9,608	9,119	24,94	4,506	1,580	2,404	9,670	9,209	9,436	9,403	105,8	107,1	75,53	75,53	75,89
101	14,55	17,55	17,48	28,53	6,213	4,430	18,58	17,99	17,54	17,58	16,37	48,95	48,69	44,57	44,57	44,53
V	17,34	29,15	28,17	53,55	8,400	5,643	31,61	32,37	28,48	28,72	27,06	218,2	221,8	177,2	177,2	179,2
102	11,69	13,62	13,67	18,22	6,792	2,271	3,090	13,76	13,70	13,70	12,58	39,58	38,73	34,80	34,80	34,77
V	12,11	19,48	18,64	27,59	8,922	2,426	3,235	20,90	18,83	19,08	18,65	150,3	144,4	129,2	129,2	130,3
103	13,90	16,41	16,45	24,68	7,059	4,607	15,21	16,73	16,50	16,50	15,17	46,22	45,82	42,58	42,58	42,53
V	13,98	22,49	21,80	38,50	8,094	5,279	24,60	24,45	21,99	22,16	21,38	170,6	172,8	165,0	165,0	166,7
104	14,92	17,15	17,40	24,56	8,266	4,648	2,714	17,48	17,43	17,36	15,53	49,03	49,10	45,93	45,93	45,90
V	16,74	27,37	26,70	41,56	11,99	6,605	3,389	30,26	26,95	27,08	25,16	194,1	196,2	187,0	187,0	189,0

Obs: A linha V é a variância dos F e χ^2 observados

Tabela 4.2.3. Valores das estimativas dos parâmetros estimados pelo método de HINZ & GURLAND(1968)

Valores médios estimados para a média e variância de cada distribuição

casos	com Σ desconhecido, médias(m) e k na mesma ordem da tabela 4.2.								com Σ conhecido, médias(m) e k, na mesma ordem da tabela 4.2.								método dos momentos
	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	
93	0,473	0,759	0,484	0,711	0,970	2,102	1,980	2,394	0,501	0,812	0,505	0,002	0,994	2,036	1,999	2,849	1,031
V	0,015	3,403	0,014	6,626	0,031	18,02	0,077	2,569	0,015	69,59	0,013	159,7	0,029	969,6	0,074	50,04	0,087
94	0,465	0,644	0,470	0,797	0,969	1,667	1,973	1,597	0,493	0,863	0,498	0,828	0,997	2,201	2,008	1,640	0,784
V	0,014	4,736	0,015	3,049	0,037	15,81	0,094	2,213	0,014	93,58	0,015	90,18	0,035	34,61	0,091	34,74	0,044
95	0,470	0,737	0,473	0,709	0,966	1,786	1,951	2,030	0,498	0,757	0,497	0,538	0,990	3,710	1,977	2,609	0,950
V	0,016	3,272	0,013	5,939	0,032	7,558	0,073	2,126	0,016	49,54	0,013	151,6	0,031	608,7	0,072	13,68	0,062
96	0,476	0,653	0,473	0,693	0,983	1,980	1,954	2,484	0,499	0,282	0,495	0,590	1,007	2,934	1,998	3,492	1,038
V	0,014	5,857	0,013	5,735	0,031	13,24	0,075	3,287	0,014	171,2	0,013	121,1	0,030	177,3	0,073	103,7	0,085
97	0,970	1,061	0,970	1,665	1,983	1,949	1,978	2,462	1,012	1,107	1,000	2,526	2,010	2,647	1,997	3,201	1,454
V	0,045	0,967	0,035	10,95	0,093	10,44	0,068	3,400	0,043	115,6	0,034	260,6	0,089	58,81	0,067	22,08	0,112
98	0,952	1,054	0,955	1,077	1,955	1,546	1,966	1,554	0,994	1,121	0,993	1,629	1,989	1,776	2,001	1,775	1,100
V	0,045	1,209	0,040	1,029	0,093	0,566	0,101	0,711	0,043	10,91	0,039	54,91	0,089	2,485	0,098	1,046	0,061
99	0,953	1,225	0,966	1,580	1,984	2,076	1,961	2,012	0,991	1,412	0,995	2,268	2,011	2,619	1,987	2,598	1,371
V	0,044	7,431	0,035	10,10	0,084	3,035	0,080	1,824	0,041	20,60	0,034	33,85	0,081	12,39	0,077	15,78	0,110
100	0,973	1,513	0,979	1,674	1,964	1,955	1,966	2,456	1,003	2,232	1,008	2,615	1,990	2,265	1,986	2,242	1,534
V	0,033	2,440	0,034	9,871	0,083	2,725	0,076	2,633	0,030	35,24	0,032	193,7	0,081	31,32	0,074	559,4	0,140
101	1,938	1,075	1,984	1,540	4,958	1,951	4,966	2,454	1,989	1,143	2,015	1,786	4,987	2,108	4,980	2,679	1,288
V	0,133	0,198	0,099	0,782	0,348	0,530	0,305	0,997	0,130	0,262	0,096	1,667	0,336	0,552	0,297	1,021	0,047
102	1,950	1,049	1,948	1,034	4,941	1,545	4,916	1,516	2,005	1,139	2,008	1,107	4,990	1,626	4,958	1,587	1,003
V	0,132	0,214	0,120	0,159	0,459	0,265	0,415	0,250	0,122	0,263	0,114	0,182	0,446	0,303	0,407	0,255	0,027
103	1,942	1,061	1,948	1,531	4,962	1,945	4,960	1,949	1,993	1,134	1,984	1,740	4,994	2,085	4,985	2,111	1,199
V	0,124	0,206	0,092	0,595	0,368	0,477	0,367	0,411	0,115	0,252	0,088	1,083	0,360	0,505	0,357	0,404	0,033
104	1,957	1,554	1,960	1,558	4,953	1,947	4,973	2,405	1,993	1,708	1,997	1,995	4,980	2,107	4,992	2,590	1,325
V	0,099	0,859	0,099	0,770	0,356	0,494	0,300	0,723	0,095	9,832	0,096	48,81	0,342	0,483	0,296	0,726	0,053

Obs: A linha V é a variância de m e k respectivamente

Tabela 4.3. Médias bem diferentes

casos	médias	k
105	0,5 1,0 2,0 5,0	1,0 1,5 2,0 2,5
106	0,5 1,0 2,0 5,0	1,0 1,0 1,5 1,5
107	0,5 1,0 2,0 5,0	1,0 1,5 2,0 2,0
108	0,5 1,0 2,0 5,0	1,5 1,5 2,0 2,5
109	1,0 1,0 1,0 5,0	1,0 1,5 2,0 2,5
110	1,0 1,0 1,0 5,0	1,0 1,0 1,5 1,5
111	1,0 1,0 1,0 5,0	1,0 1,5 2,0 2,0
112	1,0 1,0 1,0 5,0	1,5 1,5 2,0 2,5

Tabela 4.3.1. Valor da média e da variância do nível mínimo de significância

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
105	2.E-9	2.E-9	2.E-9	9.E-8	2.E-7	2.E-3	5.E-5	2.E-9	1.E-9	1.E-9	2.E-9	1.E-5	1.E-5	1.E-5	1.E-5	9.E-6
V	1E-16	1E-16	1E-16	8E-14	2E-11	2.E-4	2.E-7	1E-16	6E-17	9E-17	1E-16	6E-12	6E-12	5E-12	5E-12	3E-12
106	3.E-9	2.E-9	2.E-9	2.E-9	7.E-8	3.E-5	3.E-3	2.E-9	2.E-9	2.E-9	3.E-9	9.E-6	9.E-6	8.E-6	8.E-6	8.E-6
V	2E-16	1E-16	1E-16	1E-16	7E-13	7.E-8	2.E-4	1E-16	9E-17	1E-16	2E-16	5E-12	5E-12	7E-12	7E-12	3E-12
107	2.E-9	2.E-9	1.E-9	2.E-8	5.E-8	2.E-4	4.E-6	1.E-9	2.E-9	2.E-9	1.E-9	1.E-5	1.E-5	9.E-6	9.E-6	8.E-6
V	1E-16	1E-16	9E-17	5E-15	5E-13	5.E-6	5E-10	9E-17	1E-16	9E-17	7E-17	5E-12	5E-12	5E-12	5E-12	3E-12
108	2.E-9	1.E-9	1.E-9	1.E-8	3.E-8	1.E-5	3.E-4	9E-10	2.E-9	2.E-9	2.E-9	1.E-5	1.E-5	1.E-5	1.E-5	9.E-6
V	1E-16	8E-17	1E-16	2E-15	8E-13	1.E-7	4.E-6	6E-17	1E-16	1E-16	1E-16	5E-12	5E-12	5E-12	5E-12	3E-12
109	2.E-9	2.E-9	1.E-9	3.E-9	7.E-6	4.E-5	2.E-9	2.E-9	1.E-9	2.E-9	1.E-8	8.E-6	8.E-6	1.E-5	1.E-5	9.E-6
V	1E-16	3E-16	9E-17	3E-16	6.E-9	9.E-7	1E-16	1E-16	1E-16	2E-16	8E-14	4E-12	4E-12	3.E-8	3.E-8	3E-12
110	1.E-8	3.E-8	1.E-8	3.E-9	6.E-6	1.E-5	2.E-7	3.E-8	1.E-8	2.E-8	4.E-7	1.E-5	1.E-5	5.E-5	5.E-5	8.E-6
V	1E-13	5E-13	6E-14	3E-16	6.E-9	5.E-8	7E-12	5E-13	8E-14	1E-13	3E-11	3.E-9	3.E-9	8.E-8	8.E-8	3E-12
111	8.E-9	4.E-9	3.E-9	2.E-9	1.E-6	3.E-7	1.E-9	4.E-9	3.E-9	3.E-9	5.E-8	8.E-6	8.E-6	1.E-5	1.E-5	9.E-6
V	3E-14	3E-15	3E-16	1.E-16	1.E-9	5E-11	9E-17	6E-15	3E-16	6E-16	2E-12	3E-10	9.E-10	1.E-9	1.E-9	3E-12
112	2.E-9	2.E-9	1.E-9	2.E-9	1.E-6	2.E-5	2.E-4	2.E-9	2.E-9	2.E-9	7.E-9	8.E-6	8.E-6	8.E-6	8.E-6	9.E-6
V	3E-16	1E-16	1E-16	2E-16	5E-10	5.E-8	3.E-6	1E-16	2E-16	1E-16	1E-14	6E-12	5E-12	3E-11	3E-11	4.E-12

obs: A linha V é a variância do nível mínimo de significância

Tabela 4.3.2. Distribuições das estatísticas para testar uniformidade das médias das distribuições

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16
105	38,10	44,60	46,07	79,14	23,32	9,525	13,55	46,25	46,13	45,67	39,42	91,69	92,05	84,82	84,82	84,71
V	68,64	94,68	101,8	214,5	41,81	14,94	16,94	107,8	101,9	98,54	79,39	443,5	458,8	352,1	352,1	358,5
106	28,87	34,81	35,48	46,95	24,12	15,44	9,193	35,88	35,56	35,38	31,33	72,56	72,18	65,43	65,43	65,35
V	45,68	71,55	72,58	102,5	43,90	29,05	14,56	80,01	73,05	73,37	62,81	292,0	295,2	276,1	276,1	280,2
107	34,14	40,33	41,39	66,49	25,83	15,47	16,82	41,63	41,46	41,15	35,94	83,75	83,63	76,42	76,42	76,37
V	60,81	89,65	93,24	172,5	50,81	30,77	24,74	99,53	93,62	91,94	76,17	378,6	377,6	301,2	301,2	306,5
108	39,02	45,26	47,00	66,00	28,04	18,40	11,61	47,06	47,04	46,47	39,69	93,96	94,50	87,14	87,14	87,07
V	71,81	95,66	104,5	149,9	47,30	29,85	16,50	108,5	104,4	100,5	78,64	401,5	409,0	320,0	320,0	327,4
109	39,83	38,69	43,81	55,10	17,45	18,06	36,60	40,42	43,47	41,60	30,39	57,57	57,50	54,65	54,65	54,60
V	93,69	89,81	120,1	125,1	22,94	27,35	57,94	104,8	117,9	105,7	53,78	218,9	221,7	212,3	212,3	215,2
110	29,66	30,14	33,42	34,57	18,60	18,28	21,93	31,08	33,22	32,06	24,19	41,87	41,52	38,88	38,88	38,84
V	54,33	67,55	80,84	75,35	30,12	32,20	28,39	77,10	80,25	74,96	45,46	106,7	102,0	144,3	144,3	145,8
111	35,74	34,97	39,48	45,17	20,29	23,76	38,89	36,41	39,17	37,55	27,51	50,47	50,21	46,91	46,91	46,87
V	75,70	83,46	106,9	109,7	31,95	41,91	62,57	96,69	105,4	96,10	51,50	154,1	158,5	187,2	187,2	189,4
112	40,26	38,65	44,16	51,64	20,26	17,19	13,28	40,52	43,78	41,76	29,98	57,17	57,33	54,57	54,57	54,53
V	90,32	84,02	114,6	111,2	27,52	28,11	18,72	98,87	112,4	99,91	48,91	199,1	194,9	202,9	202,9	205,7

Obs: A linha V é a variância dos F e χ^2 observados

Tabela 4.3.3. Valores das estimativas dos parâmetros estimados pelo método de HINZ & GURLAND(1968)

Valores médios estimados para a média e variância de cada distribuição

casos	com Σ desconhecido, médias(m) e k na mesma ordem da tabela 4.3.								com Σ conhecido, médias(m) e k, na mesma ordem da tabela 4.3.								método dos
	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	m	k	
105	0,472	0,824	0,961	1,665	1,973	2,072	4,979	2,394	0,500	0,942	0,990	2,032	1,997	2,460	4,997	2,584	0,723
V	0,015	2,857	0,035	19,74	0,091	2,308	0,292	0,716	0,014	73,65	0,033	167,9	0,090	8,411	0,289	0,682	0,016
106	0,466	0,783	0,954	1,042	1,946	1,542	4,959	1,499	0,494	0,598	0,994	1,200	1,982	1,753	5,003	1,582	0,566
V	0,015	3,550	0,040	1,748	0,099	0,547	0,425	0,235	0,015	58,50	0,038	97,76	0,097	0,907	0,410	0,256	0,012
107	0,470	0,843	0,965	1,673	1,977	2,059	4,940	1,935	0,498	0,562	0,997	2,058	2,000	2,517	4,967	2,099	0,668
V	0,014	3,567	0,035	58,49	0,077	1,532	0,366	0,468	0,014	72,59	0,034	418,3	0,076	6,162	0,354	0,497	0,015
108	0,469	0,685	0,960	1,629	1,982	2,090	4,982	2,479	0,491	0,573	0,987	2,553	2,008	2,563	5,003	2,682	0,732
V	0,012	6,833	0,035	12,41	0,087	1,923	0,281	0,819	0,012	128,8	0,033	145,7	0,084	4,264	0,277	0,847	0,015
109	0,958	1,150	0,972	1,446	0,975	1,724	4,993	2,395	0,998	1,511	1,004	1,999	0,998	2,316	5,010	2,589	0,668
V	0,039	1,067	0,037	3,126	0,031	9,259	0,307	0,871	0,037	20,50	0,034	88,26	0,030	561,3	0,303	0,837	0,016
110	0,968	1,117	0,953	1,203	0,964	1,469	4,953	1,469	1,004	1,577	0,994	1,592	0,994	1,776	4,997	1,564	0,525
V	0,042	1,070	0,038	1,142	0,036	4,523	0,423	0,225	0,041	30,12	0,036	27,21	0,034	115,7	0,419	0,227	0,012
111	0,957	1,154	0,970	1,578	0,975	1,990	4,954	1,951	0,996	1,473	1,000	2,683	0,999	2,990	4,981	2,098	0,620
V	0,040	1,308	0,037	7,154	0,031	13,71	0,360	0,445	0,038	16,15	0,036	431,6	0,030	847,6	0,355	0,459	0,016
112	0,970	1,503	0,968	1,558	0,983	1,954	4,986	2,384	0,999	2,094	0,997	1,893	1,007	2,944	5,005	2,532	0,677
V	0,036	5,533	0,034	6,566	0,032	19,66	0,297	0,755	0,034	36,77	0,033	90,21	0,030	154,8	0,294	5,365	0,016

Obs: A linha V é a variância de m e k respectivamente

5.1. Distribuição do nível mínimo de significância

Valor da estatística qui-quadrado para testar a hipótese de distribuição uniforme das 20 classes dos níveis mínimos de significância

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E14	E15	E16
5	36,72	38,36	22,84	32,22	25,52	21,58	35,54	28,04	22,16	23,84	30,48	35,52	35,52	38,16
9	40,16	31,80	26,24	33,60	29,44	40,84	31,52	32,76	34,20	36,76	25,64	30,52	30,80	53,92
13	18,68	30,88	18,32	10,36	22,76	15,76	15,20	10,36	21,40	25,28	21,44	28,64	30,24	25,36
17	98,56	69,84	82,36	75,68	51,16	75,28	76,88	83,00	84,08	88,32	41,96	120,5	120,5	103,8
21	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
25	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
35	65,52	66,72	81,56	82,84	58,80	76,24	72,24	82,84	76,68	78,60	69,04	65,32	65,32	74,60
37	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
41	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
45	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
51	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
58	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
65	26,38	26,28	32,76	**	28,92	**	**	32,56	34,32	37,04	25,08	31,52	31,52	23,72
69	21,96	21,16	13,80	**	47,92	**	**	16,64	16,72	15,84	12,36	23,80	24,12	25,44
75	9,040	25,64	25,40	168,6	107,9	**	**	43,04	22,84	17,24	34,60	22,64	23,92	18,52
81	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
88	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
97	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
103	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
105	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**

** Valores acima de 1000

5.2. Valor da média e da variância do nível mínimo de significância

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E14	E15	E16
5	0,526	0,528	0,529	0,527	0,524	0,527	0,527	0,528	0,529	0,529	0,524	0,527	0,537	0,515
V	0,074	0,078	0,077	0,078	0,077	0,078	0,078	0,078	0,077	0,078	0,079	0,081	0,081	0,072
9	0,506	0,523	0,518	0,525	0,526	0,524	0,525	0,523	0,519	0,521	0,525	0,522	0,522	0,496
V	0,073	0,079	0,077	0,080	0,081	0,080	0,080	0,079	0,077	0,078	0,081	0,081	0,081	0,070
13	0,497	0,503	0,502	0,503	0,502	0,503	0,503	0,503	0,503	0,503	0,503	0,509	0,509	0,488
V	0,080	0,085	0,083	0,084	0,085	0,084	0,085	0,084	0,084	0,084	0,086	0,084	0,084	0,077
17	0,422	0,442	0,431	0,444	0,453	0,442	0,444	0,438	0,433	0,437	0,454	0,442	0,442	0,415
V	0,081	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082	0,082	0,088	0,088	0,077
21	0,120	0,237	0,218	0,262	0,286	0,255	0,262	0,245	0,220	0,226	0,275	0,302	0,302	0,120
V	0,058	0,069	0,065	0,074	0,078	0,073	0,074	0,071	0,066	0,067	0,076	0,075	0,075	0,055
25	0,181	0,212	0,196	0,234	0,257	0,228	0,234	0,219	0,197	0,202	0,248	0,281	0,281	0,181
V	0,052	0,063	0,058	0,067	0,070	0,066	0,067	0,065	0,059	0,060	0,069	0,068	0,068	0,048
35	0,442	0,452	0,447	0,451	0,456	0,451	0,452	0,451	0,448	0,449	0,458	0,458	0,458	0,434
V	0,086	0,091	0,090	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091	0,090	0,091	0,091	0,090	0,090	0,083
37	0,176	0,194	0,180	0,197	0.214	0,194	0,198	0,188	0,181	0,186	0,215	0,233	0,233	0,176
V	0,046	0,055	0,050	0,056	0,060	0,055	0,056	0,053	0,051	0,052	0,060	0,060	0,060	0,043
41	0,301	0,320	0,307	0,327	0,342	0,323	0,327	0,317	0,308	0,313	0,341	0,306	0,306	0,297
V	0,066	0,076	0,072	0,078	0,080	0,077	0,078	0,076	0,073	0,074	0,080	0,081	0,081	0,062
45	0,156	0,167	0,155	0,186	0,208	0,181	0,186	0,172	0,156	0,159	0,198	0,175	0,175	0,157
V	0,035	0,044	0,040	0,051	0,056	0,049	0,051	0,047	0,041	0,042	0,053	0,050	0,050	0,033
51	0,013	0,018	0,013	0,017	0,026	0,017	0,018	0,017	0,014	0,015	0,030	0,069	0,069	0,015
V	0,004	0,005	0,004	0,005	0,006	0,005	0,005	0,005	0,004	0,004	0,007	0,016	0,016	0,004
58	0,008	0,003	0,003	0,003	0,005	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,006	0,008	0,008	0,011
V	3.E-4	2.E-4	1.E-4	2.E-4	3.E-4	2.E-4	2.E-4	1.E-4	1.E-4	1.E-4	4.E-4	7.E-4	7.E-4	4.E-4
65	0,522	0,526	0,528	0,179	0,486	0,062	3.E-4	0,528	0,528	0,527	0,523	0,532	0,532	0,513
V	0,082	0,086	0,085	0,046	0,087	0,013	1.E-6	0,086	0,085	0,085	0,086	0,086	0,086	0,079
69	0,518	0,507	0,516	0,292	0,458	0,110	0,003	0,508	0,515	0,512	0,494	0,527	0,527	0,508
V	0,079	0,079	0,080	0,074	0,085	0,031	2.E-4	0,081	0,080	0,080	0,079	0,082	0,082	0,077
75	0,488	0,465	0,487	0,418	0,449	0,214	0,022	0,480	0,487	0,487	0,476	0,506	0,504	0,479
V	0,083	0,088	0,087	0,092	0,090	0,062	0,005	0,088	0,087	0,087	0,088	0,088	0,088	0,080
81	0,265	0,272	0,264	0,056	0,407	0,157	0,003	0,269	0,265	0,267	0,287	0,306	0,306	0,262
V	0,068	0,069	0,068	0,014	0,082	0,042	9.E-5	0,069	0,068	0,069	0,071	0,075	0,075	0,064
88	0,090	0,104	0,094	0,050	0,257	0,315	0,318	0,106	0,095	0,098	0,130	0,150	0,150	0,093
V	0,024	0,029	0,026	0,010	0,064	0,077	0,079	0,030	0,026	0,027	0,036	0,037	0,036	0,023
97	0,234	0,228	0,224	0,034	0,410	0,269	0,009	0,226	0,224	0,225	0,240	0,232	0,232	0,232
V	0,056	0,060	0,058	0,065	0,089	0,069	0,067	0,060	0,058	0,059	0,064	0,063	0,063	0,053
103	0,081	0,073	0,070	0,029	0,230	0,326	0,116	0,073	0,070	0,070	0,088	0,089	0,088	0,084
V	0,016	0,018	0,016	0,006	0,060	0,080	0,036	0,018	0,016	0,017	0,023	0,023	0,023	0,017
105	0,006	0,005	0,005	2.E-4	0,044	0,202	0,097	0,005	0,005	0,005	0,008	0,013	0,013	0,008
V	7.E-4	6.E-4	5.E-4	5.E-6	0,010	0,059	0,023	5.E-4	5.E-4	5.E-4	0,001	0,002	0,002	7.E-4

Obs: A linha V é a variância do nível mínimo de significância

5.3. Distribuição das estatísticas para testar uniformidade das médias das distribuições

casos	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E14	E15	E16
5	0,954	0,964	0,957	0,966	0,972	0,965	0,966	0,962	0,958	0,960	0,972	2,740	2,740	2,738
V	0,665	0,691	0,694	0,696	0,688	0,698	0,696	0,700	0,695	0,693	0,685	5,927	5,927	5,934
9	0,986	0,970	0,975	0,969	0,970	0,969	0,969	0,970	0,974	0,972	0,971	2,903	2,903	2,899
V	0,593	0,679	0,652	0,698	0,717	0,693	0,698	0,684	0,654	0,663	0,715	6,937	6,939	6,945
13	1,042	1,044	1,042	1,046	1,047	1,046	1,046	1,046	1,043	1,043	1,046	2,938	2,936	2,929
V	0,766	0,815	0,808	0,822	0,815	0,821	0,822	0,822	0,809	0,810	0,812	5,976	5,976	5,971
17	1,334	1,257	1,304	1,252	1,213	1,261	1,251	1,278	1,300	1,280	1,210	3,761	3,761	3,753
V	1,336	1,202	1,316	1,195	1,099	1,220	1,193	1,265	1,307	1,258	1,091	12,22	12,22	12,22
21	2,282	2,576	2,776	2,363	2,139	2,426	2,359	2,532	2,759	2,694	2,218	5,486	5,484	5,484
V	5,519	4,630	5,614	3,860	2,973	4,133	3,844	4,620	5,528	5,183	3,205	19,22	19,19	19,20
25	2,936	2,691	2,889	2,469	2,224	2,534	2,466	2,641	2,871	2,808	2,328	5,695	5,700	5,696
V	4,518	4,119	4,758	3,520	2,886	3,717	3,509	4,064	4,704	4,487	3,088	12,09	19,12	19,15
35	1,268	1,261	1,271	1,262	1,246	1,261	1,260	1,262	1,270	1,267	1,240	3,517	3,517	3,517
V	1,258	1,263	1,285	1,271	1,237	1,269	1,266	1,271	1,283	1,276	1,226	9,262	9,262	9,265
37	2,828	2,777	2,914	2,759	2,577	2,797	2,756	2,860	2,907	2,854	2,560	6,642	6,642	6,638
V	4,175	4,749	5,055	4,823	4,193	4,951	4,813	5,149	5,057	4,930	4,123	23,36	23,37	23,41
41	1,789	1,804	1,840	1,790	1,725	1,803	1,789	1,824	1,839	1,827	1,724	5,525	5,525	5,522
V	1,591	2,051	1,949	2,129	2,087	2,124	2,129	2,104	1,965	2,003	2,066	18,57	18,56	18,58
45	2,721	2,869	2,938	2,770	2,584	2,815	2,768	2,881	2,936	2,915	2,643	7,934	7,939	7,934
V	2,687	3,833	3,715	4,043	3,751	4,068	4,039	4,136	3,741	3,771	3,750	30,09	30,10	30,16
51	8,604	8,031	9,178	8,477	6,757	8,355	8,213	8,477	9,096	8,664	6,307	11,78	11,78	11,75
V	23,47	21,26	29,54	26,19	14,98	25,14	24,15	26,19	28,92	25,37	12,62	45,77	45,77	45,74
58	6,688	9,576	9,079	10,33	9,853	10,30	10,32	10,28	9,171	9,332	9,516	20,29	20,29	20,26
V	8,222	21,19	17,25	28,92	27,79	28,38	29,03	27,74	17,81	18,89	24,80	84,92	85,09	85,41
65	0,981	0,994	0,985	2,908	1,139	4,408	12,43	0,989	0,986	0,990	1,004	2,809	2,809	2,806
V	0,735	0,810	0,788	4,633	1,147	6,350	21,91	0,805	0,791	0,801	0,819	6,218	6,218	6,226
69	1,003	1,039	1,020	2,059	1,222	3,628	9,930	1,040	1,022	1,028	1,070	2,837	2,835	2,834
V	0,835	0,883	0,895	2,909	1,301	5,935	21,30	0,913	0,895	0,888	0,868	6,528	6,526	6,531
75	1,106	1,147	1,134	1,464	1,300	2,636	7,316	1,166	1,135	1,139	1,172	3,067	3,098	3,097
V	0,995	1,113	1,088	1,938	1,486	4,273	17,95	1,148	1,091	1,098	1,150	7,596	7,811	7,816
81	2,196	2,171	2,235	5,068	1,392	3,024	9,523	2,202	2,232	2,210	2,054	5,297	5,297	5,295
V	3,298	3,401	3,625	10,16	1,435	4,200	17,25	3,595	3,618	3,531	2,997	16,97	16,97	16,98
88	4,368	3,915	4,277	4,980	2,086	1,826	1,835	3,915	4,247	4,125	3,298	8,234	8,252	8,243
V	8,660	6,287	8,284	7,913	2,138	2,021	2,118	6,659	8,098	7,336	4,054	28,50	28,52	28,53
97	2,249	2,406	2,401	5,698	1,407	2,086	7,215	2,428	2,406	2,412	2,335	6,542	6,542	6,538
V	2,641	3,190	3,104	10,36	1,416	2,309	10,99	3,271	3,123	3,156	3,142	20,87	20,87	20,91
103	3,875	4,413	4,410	6,147	2,377	1,817	3,932	4,505	4,422	4,426	4,160	10,65	10,67	10,66
V	5,215	7,539	7,354	11,85	3,192	2,239	7,249	8,361	7,418	7,450	7,110	42,32	42,26	42,36
105	9,076	10,00	10,41	16,69	5,462	2,787	3,684	10,38	10,41	10,27	8,873	18,91	18,92	18,90
V	22,62	24,40	28,49	46,20	9,415	4,297	4,780	28,05	28,25	26,43	19,44	74,46	74,48	74,82

Obs: A linha V é a variância dos F e dos χ^2 observados

Tabela 5.4. Valores das estimativas dos parâmetros pelo método de HINZ & GURLAND(1968) . Valores médios estimados para a média e variância de cada distribuição

casos	com Σ conhecido, médias(m) e k mesma ordem das tabelas								método dos momentos
	m	k	m	k	m	k	m	k	
5	1,024	0,671	1,029	0,401	0,996	1,017	1,024	0,529	1,717
V	0,178	80,66	0,193	109,0	0,183	40,32	0,180	79,60	38,90
9	2,028	0,834	2,013	-0,44	1,997	1,319	1,980	0,794	1,279
V	0,582	136,1	0,601	689,0	0,518	157,4	0,636	76,12	0,737
13	4,972	29,71	4,929	-10,7	5,010	-2,08	5,046	38,09	2,356
V	1,596	5,3E6	1,563	1,6E6	1,716	1,6E5	1,807	5,7E6	1,158
17	0,522	-0,48	0,542	-0,27	0,539	-0,35	1,012	0,489	1,695
V	0,058	20,49	0,069	34,38	0,070	18,30	0,193	78,67	47,48
21	2,024	0,647	1,972	1,452	2,018	3,026	4,970	-1,91	0,925
V	0,551	364,5	0,544	89,97	0,535	2827,	2,983	582,6	0,198
25	2,028	0,791	1,967	-0,30	1,995	-0,009	4,977	0,134	0,944
V	0,580	444,9	0,585	749,5	0,618	661,4	2,807	1,0E5	0,208
35	1,008	0,501	1,024	0,521	1,003	0,005	1,508	0,245	1,780
V	0,135	175,5	0,144	192,3	0,131	158,1	0,253	419,8	1821,
37	0,534	-0,45	0,535	-0,28	1,017	0,453	1,959	0,901	0,979
V	0,062	19,79	0,066	24,38	0,192	163,7	0,567	467,6	11,03
41	1,032	0,944	1,016	0,516	2,026	1,905	2,055	-0,07	1,146
V	0,192	60,06	0,192	218,4	0,566	778,5	0,632	800,4	1,109
45	1,993	0,918	1,996	-0,08	5,033	0,187	4,994	-0,87	0,925
V	0,594	125,9	0,588	782,3	2,876	7552,	2,751	302,4	0,174
51	1,025	0,366	1,022	-0,82	1,029	-0,04	5,021	0,602	0,827
V	0,142	366,9	0,140	149,7	0,142	215,7	1,767	1,0E5	0,245
58	0,535	-1,19	1,014	0,390	4,961	-1,59	4,998	-6,43	0,747
V	0,067	476,3	0,168	267,7	2,135	1,1E5	2,018	1,3E5	0,066
65	1,035	0,350	0,998	0,704	1,007	-0,43	1,009	0,357	2,642
V	0,181	179,6	0,150	95,05	0,147	790,2	0,130	127,2	173,4
69	1,987	0,471	2,012	-0,67	1,994	2,454	2,001	0,520	2,450
V	0,558	282,7	0,449	4120,	0,380	1325,	0,351	446,7	31,23
75	4,949	11,54	4,980	-1,19	5,019	1,082	4,989	2,748	1,798
V	2,960	4,0E5	2,235	4405,	1,889	2,9E5	1,745	4,4E5	0,522
81	1,015	0,928	1,022	0,151	0,992	0,254	2,005	1,851	1,163
V	0,192	77,28	0,163	129,0	0,135	113,4	0,369	377,0	348,3
88	2,007	1,573	2,008	0,214	1,991	0,150	4,984	12,01	1,654
V	0,439	916,9	0,470	1022,	0,368	2131,	1,446	7,8E5	2,285
97	1,033	0,343	1,024	0,541	2,034	0,814	2,003	8,464	2,556
V	0,182	68,84	0,178	324,6	0,388	801,0	0,358	4,5E5	181,4
103	1,958	1,442	1,970	0,941	4,933	10,23	4,940	17,47	1,447
V	0,575	117,9	0,431	327,7	1,716	8,5E5	1,682	2,0E6	0,391
105	0,537	-0,73	1,021	0,581	2,001	0,610	4,979	2,693	0,906
V	0,069	73,29	0,195	145,9	0,376	7844,	1,493	9298,	0,246

Obs: A linha V é a variância de m e k respectivamente