UM MÉTODO DE CONFUNDIMENTO NOS EXPERIMENTOS FATORIAIS

ÉLIO PAULO ZONTA
Engenheiro Agrônomo

Orientador: DR. HUMBERTO DE CAMPOS

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultu "Luiz de Queiróz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Estatística e Experim tação Agronômica.

P I R A C I C A B A
Estado de São Paulo - Brasil
Março, 1980

UM MÉTODO DE CONFUNDIMENTO NOS EXPERIMENTOS FATORIAIS

ÉLIO PAULO ZONTA

Engenheiro Agrônomo

Orientador: DR. HUMBERTO DE CAMPOS

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiróz", da Universidade de São Paulo, para a obtenção do título de Mestre em Estatística e Experimentação Agronômica.

P I R A C I C A B A

Estado de São Paulo - Brasil

Março, 1980

Ã meus pais,

à minha esposa Mariza,

e a minha filha Mabel

D E D I C O

AGRADECIMENTOS

.Ao professor Dr. Humberto de Campos.

.Ao professor Dr. Frederico Pimentel Gomes.

.Aos professores e funcionários do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ.

.Ao professor Dr. Paulo Silveira Júnior.

.Ao professor Dr. Edilberto Amaral.

.Aos professores e funcionários do Departamento de Matemática e Estatística da UFPel.

.Ao professor Mário Capanema Ulyssea.

.Ao professor Clóvis de Almeida Alt.

.Ao Núcleo de Processamento de Dados da Universidade Federal de Pelotas.

.Ao Professor Paulo Gomes da Silva.

.Aos colegas do Curso de Estatística e Experimentação Agrônomica.

.A todos os que contribuiram para a realização do curso e deste trabalho.

ÍNDICE

1. RESUMO

O presente trabalho estabelece um processo de confundimento para os fatoriais da série 2^n e, através de duas propriedades deste, torna possível o confundimento de fatoriais com qualquer número de níveis e de fatores.

Foram estudados os fatoriais com dois e três níveis, ou sejam, as séries 2^n, 3^n, 3×2^n, $3^2 \times 2^n$ e $3^3 \times 2^n$.

Para cada fatorial da série 2^n foram construídos conjuntos balanceados até o fatorial 2^5, com a subdivisão das repetições em dois blocos, até a formação de blocos de duas unidades, sem o confundimento de efeitos principais.

Na série 3^n, foram construídos conjuntos balanceados para os fatoriais 3^2, 3^3 e 3^4, dividindo-se as repetições em três blocos, no fatorial 3^2, blocos de nove e de três unidades no fatorial 3^3 e, no fatorial 3^4, blocos de vinte e sete, de nove e de três unidades.

Nas séries mistas, foram estudados os fatoriais 3×2, 3×2^2 e 3×2^3, da série 3×2^n; os fatoriais $3^2 \times 2$ e $3^2 \times 2^2$, da série $3^2 \times 2^n$ e, finalmente, o fatorial $3^3 \times 2$, da série $3^3 \times 2^n$.

Além do método de confundimento é dado o processo de obtenção da informação relativa através da teoria dos blocos incompletos e o método geral de análise da variância.

2. INTRODUÇÃO

Experimentos fatoriais são aqueles em que os tratamentos resultam de todas as combinações possíveis ' dos níveis dos diversos fatores. Assim, por exemplo, em um experimento de adubação com nitrogênio (N) e fósforo (P), os fatores são N e P, os níveis, as suas doses. Os tratamentos provêm das combinações dos níveis N e P. Tomando-se três doses de cada fator, tem-se um fatorial 3^2 com nove combinações ou nove tratamentos. Com mais um fator, potássio (K), por exemplo, também com três níveis, resulta um fatorial 3^3 com 27 tratamentos, os quais, se forem dispostos em um delineamento de blocos ao acaso, em um experimento de campo tornarão as repetições excessivamente grandes, tendo, por consequência, a diminuição da precisão do experimento.

Neste trabalho, sempre que houver referência a repetições, estas serão provenientes do delineamento' em blocos ao acaso.

Na análise da variância de um fatorial 3^3, como descrito anteriormente, tem-se 26 graus de liberdade para tratamentos, dos quais seis são atribuidos aos efeitos de N, P e K, denominados de efeitos principais. Além desses efeitos, poderá haver influências de um fator sobre o outro sendo então denominadas de interações de dois fatores, que neste caso são: NP, NK e PK, cada uma com quatro graus de liberdade. Interações de dois fatores são também conhecidas como interações de primeira ordem. Tem-se ainda, uma interação de três fatores, ou de segunda ordem, a qual é mais difícil de ser interpretada, podendo ser, a influência de um fator sobre os outros, isoladamente, ou a influência de um deles sobre a interação dos outros dois. A esta interação ' estão associados os oito graus de liberdade restantes.

Cada um dos efeitos principais e interações é chamado de efeito fatorial.

No caso de fatoriais com grande número de tratamentos, que tornam as repetições excessivamente grandes, como o fatorial 3^3, pode-se subdividi-las em dois ou mais blocos, dispondo-se parte dos tratamentos em cada um. Se uma repetição for dividida em b blocos, não é possível ' estimar, nesta, (b-1) graus de liberdade dos efeitos fatori ais, os quais ficam confundidos com os de blocos. Esses graus de liberdade dependem diretamente dos tratamentos alocados em cada bloco. Logo, deve-se distribuí-los de tal forma que os efeitos que não possam ser estimados, sejam os das interações de mais alta ordem. Assim, no fatorial 3^3, pode-se, em cada repetição, formar três blocos de nove tratamentos, os quais em ensaios agrícolas são geralmente de tamanho razoável, para dar uma boa precisão ao experimento. As combinações dos níveis dos fatores são dispostas nos três blocos, de tal modo que os dois graus de liberdade que ficam confundidos com os de blocos sejam da interação de segunda ordem. Como esta possui oito graus de liberdade, há quatro maneiras distintas de combinar os 27 tratamentos em três grupos de nove. Os dois graus de liberdade confundidos em cada repetição são recuperados nas outras, de tal forma que não há perda dos mesmos.

A técnica de subdividir as repetições de um experimento fatorial em dois ou mais blocos, obter os efeitos fatoriais que não podem ser estimados, no todo ou em parte, e determinar os tratamentos que constituirão cada bloco, é denominada de confundimento. Diz-se então que, subdividindo-se uma repetição em b blocos, tem-se nesta, $(b-1)$ graus de liberdade confundidos com efeitos de blocos.

Quando todos os fatores apresentam o mesmo número de níveis, o confundimento é, geralmente, fácil de se obter e seus esquemas são encontrados na literatura. Porém, quando os fatores apresentam níveis diferentes, a literatura é mais escassa e muitas vezes o experimentador' é levado a alterar seu esquema inicial, devido a dificuldade encontrada na sua construção. Essa alteração poderá ' provocar profundas modificações nos objetivos do experimento.

Desenvolveu-se então, um método sistemático de confundimento dos fatoriais, que torna possível confundir fatoriais com qualquer número de níveis ou de fatores.

3. REVISÃO DE LITERATURA

YATES (1937), apresenta os confundimentos total e parcial do fatorial 2^3 em repetições com dois blocos de quatro parcelas cada, onde, em cada repetição, é confundido o efeito de blocos com o de uma das interações, tomando-se, no contraste correspondente, as combinações com sinal (+) num bloco e as com sinal (-) no outro.
A partir do fatorial 2^3 generaliza a série 2^n iniciando pelo confundimento do fatorial 2^4 em blocos de quatro parcelas, o fatorial 2^5 em blocos de 8 e de 4 unidades e o fatorial 2^6 em blocos de 16, de 8 e de 4 tratamentos, e mostra o melhor meio de escolha das interações a serem confundidas com blocos.

Confunde, também, o fatorial 2^3 em quadrados latinos 4 x 4 e os fatoriais 2^5 e 2^6 em quadrados latinos 8 x 8.

A partir do quadrado greco-latino 3 x 3, efetua o confundimento do fatorial 3^2 em três blocos de três parcelas. Para o fatorial 3^3, apresenta os quatro grupos W, X, Y e Z, sem mostrar o processo utilizado na sua construção. Dá o esquema do fatorial 3^4 em blocos de 9 parcelas e a generalização da série 3^n em blocos de 3^{n-1} e 3^{n-2} unidades. A seguir apresenta os fatoriais 3^3 e 3^4 confundidos em quadrados quasi-latinos.

Na série 3×2^n, apresenta os esquemas dos fatoriais 3×2^2 e 3×2^3, confundidos em blocos de seis tratamentos e a sua generalização, em blocos de $3 \times 2^{n-1}$ e $3 \times 2^{n-2}$ unidades. Confunde, em função sa série 3^n, os fatoriais $3^2 \times 2$ e $3^3 \times 2$, em blocos de $3^{n-1} \times 2$ e $3^{n-2} \times 2$ parcelas. Para o fatorial $3^2 \times 2$ apresenta o esquema confundido em um quadrado quasi-latino 6 x 6.

Finalmente, expõe o método de confundimento de fatoriais com 4 e 8 níveis com base na série 2^n.

Contudo, nesse trabalho, Yates, preocupa-se mais com a análise estatística desses fatoriais, e não menciona nenhum método sistemático de confundimento.

FINNEY (1947) descreve um método sistemático de confundimento da série 2^n, escolhe uma das interações a serem confundidas com blocos e, pela combinação das letras desta, determina os tratamentos do bloco contendo a testemunha (nível inferior de todos os fatores), denomina-o de "bloco principal", e constrói através deste, os demais blocos. Por extensão deste processo confunde a série 3^n.

Porém, como o próprio autor indica, tal processo não pode ser empregado diretamente no confundimento de outros fatoriais, cujo trabalho limita-se apenas às séries 2^n e 3^n.

COCHRAN e COX (1950) estudam o confundimento total e parcial do fatorial 2^3, confundindo contrastes de interações com blocos, citando após, regras para a construção de fatoriais confundidos da série 2^n.

Para a série 3^n apresentam o método de confundimento do fatorial 3^2, através do quadrado greco-latino 3 x 3, resultando dois grupos (duas repetições), cada um com três blocos de três parcelas. A partir do fatorial 3^2, estruturam o confundimento do fatorial 3^3 em blocos de nove unidades.

Nas séries mistas, dão o processo de confundimento do fatorial $3^2 \times 2$, em blocos de 6 unidades, com binando primeiramente os níveis de B e C e ... , incluindo convenientemente os três níveis do fator A.

Mostram seis esquemas de fatoriais confundidos da série 2^n sendo: fatorial 2^3 em blocos de 4 parcelas; 2^4 em blocos de 8 e de 4 unidades; 2^5 em blocos de 8 e o fatorial 2^6 em blocos de 16 e 8 tratamentos.

Com relação à série 3^n, dão os esquemas dos fatoriais 3^3 e 3^4 em blocos de nove parcelas e, para a série 4^n, apresentam o esquema do fatorial 4^2, confundido em quatro blocos de quatro unidades.

Nas séries mistas, constroem os esquemas dos fatoriais 3×2^2, 3×2^3 e $3^2 \times 2$, todos em blocos de seis tratamentos e o fatorial $4 \times 3 \times 2$ em blocos de 12 unidades.

Porém, exceto para as séries 2^n e 3^n, não dão o processo utilizado na obtenção dos confundimentos.

KEMPTHORNE (1952) apresenta um processo de confundimento para a série 2^n e o exemplifica com o confundimento parcial do fatorial 2^3 em blocos de duas unidades e o fatorial 2^7 em blocos de 16 parcelas.

Apresenta também o plano com o confundimento parcial do fatorial 2^3 com quatro repetições, confundindo em cada uma as interações AB, AC, BC e ABC. Efetua o confundimento do fatorial 2^4 em blocos de quatro e de duas parcelas, todos no delineamento de blocos ao acaso. Determina o confundimento do fatorial 2^3 em quadrados latinos 4×4 e os fatoriais 2^5 e 2^6 em quadrados latinos 8×8.

Com os fatores em três níveis, determina o confundimento através da geometria finita e apresenta as interações confundidas dos fatoriais com 2, 3, 4 e 5 fatores.

Também, através da geometria finita, dá o processo geral de confundimento das séries do tipo p^n, onde p é necessariamente um número primo.

No caso de fatoriais com dois e três níveis apresenta os planos dos fatoriais 3×2^2, $3^2 \times 2$ e $3^3 \times 2$, em blocos de seis unidades.

4. METODOLOGIA

4.1. Confundimento da série 2^n

Na série 2^n, o confundimento de um ou mais efeitos fatoriais, geralmente interações de dois ou mais fatores, é feito subdividindo-se as repetições em dois blocos ou em potência de dois.

Para que o confundimento seja eficiente há necessidade de se confundir as interações de ordem mais elevada. A seguir, é dado um método de confundimento desta série, o qual consta de três etapas: escolha das interações a serem confundidas, construção de tabelas básicas e formação dos blocos por repetição.

4.1.1. Escolha das interações a serem confundidas

A escolha das interações é feita em função do número de blocos de cada repetição e do número de fato - res envolvidos. Se uma repetição for dividida em b blocos , tem-se (b-1) graus de liberdade confundidos, que na série ' 2^n correspondem a (b-1) efeitos fatoriais. É dado a seguir os casos de b = 2, 4 e 8.

a) Subdivisão em dois blocos

Confunde-se sempre a interação de mais alta ordem, ou seja, a de n fatores, em todas as repetições.

b) Subdivisão em quatro blocos

Toma-se uma interação de (n-1) fatores e através desta, determina-se as outras duas. Assim, por exemplo, escolhendo-se a interação ABC do fatorial 2^4, as outras duas interações poderão ser determinadas com o auxílio do outro fator da seguinte forma:

$(A + BC)D = AD + BCD$, ou

$(B + AC)D = BD + ACD$, ou

$(C + AB)D = CD + ABD$

Portanto, para subdividir uma repetição em quatro blocos, se escolhida a interação ABC do fatorial 2^4, as interações confundidas serão:

ABC, AD e BCD; ou

ABC, BD e ACD; ou

ABC, CD e ABD.

c) Subdivisão em oito blocos

A partir de uma interação de (n-2) fatores determina-se as outras seis. Assim, por exemplo, escolhendo-se a interação ABC do fatorial 2^5, as outras seis interações são obtidas com o auxílio dos outros dois fatores, D e E, procedendo-se da seguinte forma:

$$(A + BC)D = AD + BCD,$$

$$(B + AC)E = BE + ACE,$$

$$(C + AB)DE = CDE + ABDE.$$

Logo, as interações que resultam confundidas são: AD, BE, ABC, ACE, BCD, CDE e ABDE.

Outros grupos de interações poderão ser obtidos desde que se permute as posições de D, E e DE ao se realizar o produto com a interação ABC.

4.1.2. Construção das tabelas básicas

Qualquer efeito fatorial da série 2^n pode ser obtido através de um contraste entre todas as combinações dos fatores, cujos coeficientes são +1 e -1. Dá-se, a seguir, as regras para a determinação das combinações com coeficientes +1 e -1.

4.1.2.1. Efeitos fatoriais com número ímpar de fatores

a) Combinações com sinal positivo

Forma-se uma tabela de dupla entrada, onde na horizontal (denominada de "horizontal básica") são colocadas todas as combinações ímpares possíveis entre os fatores do efeito fatorial a ser confundido e, na vertical (denominada "vertical básica"), as combinações entre os fatores restantes, ou sejam, aqueles que não entraram na composição do efeito fatorial enfocado, iniciando-se pela testemunha. Completa-se a tabela, tomando-se o produto com cada uma das combinações que aparecem nas colunas da horizontal básica. Assim procedendo obtém-se as combinações do efeito fatorial com coeficiente +1.

b) Combinações com sinal negativo

Constrói-se uma tabela de dupla entrada, colocando-se na horizontal básica, as combinações pares dos fatores do efeito fatorial a ser confundido, lembrando que (1), testemunha, é a combinação dos fatores zero a zero. A vertical básica tem a mesma constituição da tabela para o caso anterior.

Supondo que se queira confundir a interação ABD do fatorial 2^5, determina-se primeiramente as combinações pares, ímpares e restantes, ou sejam:

combinações pares: (1), ab, ad, bd

combinações ímpares: a, b, d, abd

combinações restantes: (1), c, e, ce

Uma vez obtidas as combinações, confecciona-se as tabelas de acordo com o que foi dito anteriormente, ou sejam:

ABD^+	a	b	d	abd
(1)	a	b	d	abd
c	ac	bc	cd	abcd
e	ae	be	de	abde
ce	ace	bce	cde	abcde

ABD^-	(1)	ab	ad	bd
(1)	(1)	ab	ad	bd
c	c	abc	acd	bcd
e	e	abe	ade	bde
ce	ce	abce	acde	bcde

4.1.2.2. Interações com número par de fatores

a) Combinações com sinal positivo

Analogamente ao caso anterior, forma-se uma tabela de dupla entrada, recebendo a horizontal básica, todas as combinações pares do efeito fatorial e na vertical básica, as combinações restantes, incluindo sempre a testemunha.

b) Combinações com sinal negativo

Neste caso, a tabela tem a horizontal básica constituida de combinações ímpares e a vertical, as mesmas combinações da tabela com sinal positivo.

Ilustra-se a seguir a construção das tabelas básicas para o confundimento da interação AC do fatorial 2^4:

combinações pares: (1), ac

combinações ímpares: a, c

combinações restantes: (1), b, d, bd

AC^+	(1)	ac
(1)	(1)	ac
b	b	abc
d	d	acd
bd	bd	abcd

AC^-	a	c
(1)	a	c
b	ab	bc
d	ad	cd
bd	abd	bcd

4.1.3. Formação dos blocos de cada repetição

A distribuição dos tratamentos em cada bloco é feita de acordo com o número de blocos em cada repetição. Assim tem-se:

a) Dois blocos por repetição

Um dos blocos recebe as combinações com sinal positivo e o outro, as com sinal negativo, as quais provêm das tabelas básicas. Tomando-se como exemplo o confundimento da interação ABC do fatorial 2^3, as tabelas básicas, como se sabe, têm a seguinte estrutura:

ABC^+	a	b	c	abc
(1)	a	b	c	abc

ABC^-	(1)	ab	ac	bc
(1)	(1)	ab	ac	bc

e as combinações ficam assim distribuidas:

Bloco 1: a, b, c, abc

Bloco 2: (1), ab, ac, bc

b) Quatro blocos por repetição

Constrói-se as tabelas básicas de duas das três interações a serem confundidas. O primeiro bloco é formado pelos tratamentos comuns às duas tabelas básicas com sinal positivo. O segundo, pelos tratamentos comuns à tabela com sinal positivo da primeira interação e à tabela com sinal negativo da segunda. O terceiro bloco, pelos tratamentos comuns às tabelas com sinal negativo e positivo, respectivamente, da primeira e segunda interações. Finalmente, o quarto bloco, pelos tratamentos comuns às tabelas com sinal negativo.

Seja, por exemplo, o confundimento das interações ABC, AD e BCD do fatorial 2^4, obtidas escolhendo-se ABC em primeiro lugar e, posteriormente, as outras duas a partir do produto (A + BC)D = AD + BCD. As tabelas básicas, como se sabe, são construidas para duas quaisquer das três interações escolhidas, ou sejam: BCD e AD.

BCD$^+$	b	c	d	bcd
(1)	b	c	d	bcd
a	ab	ac	ad	abcd

BCD$^-$	(1)	bc	bd	cd
(1)	(1)	bc	bd	cd
a	a	abc	abd	acd

AD$^+$	(1)	ad
(1)	(1)	ad
b	b	abd
c	c	acd
bc	bc	abcd

AD$^-$	a	d
(1)	a	d
b	ab	bd
c	ac	cd
bc	abc	bcd

De acordo com o que foi dito anteriormente os quatro blocos têm os tratamentos distribuidos da seguinte maneira:

Bloco 1:(++): b, c, ad, abcd

Bloco 2:(+-): d, bcd, ab, ac

Bloco 3:(-+): (1), bc, abd, acd

Bloco 4:(--): bd, cd, a, abc

c) Oito blocos por repetição

Constroem-se as tabelas básicas de três quaisquer das sete interações a serem confundidas, exceto a interação utilizada para a obtenção das outras seis. Cada bloco, analogamente ao caso anterior de quatro blocos, é formado segundo as combinações com sinal +++, ++-, +-+,+--,

-++, -+-, --+ e ---, das tabelas básicas referentes às interações selecionadas, onde o primeiro, segundo e terceiro sinais de cada conjunto referem-se às combinações da primeira, segunda e terceira interações, respectivamente.

Como ilustração, mostra-se, a seguir, o confundimento das interações BD, CE, ABC, ABE, ACD, ADE e BCDE do fatorial 2^5, selecionadas através do critério mostrado no sub-item 4.1.1, partindo-se de ABC.

As tabelas básicas, conforme frisou-se, são confeccionadas para três quaisquer das sete interações, exceto ABC. Neste exemplo, optou-se pelas interações ABE, ACD e ADE.

ABE^+	a	b	e	abe
(1)	a	b	e	abe
c	ac	bc	ce	abce
d	ad	bd	de	abde
cd	acd	bcd	cde	abcde

ABE^-	(1)	ab	ae	be
(1)	(1)	ab	ae	be
c	c	abc	ace	bce
d	d	abd	ade	bde
cd	cd	abcd	acde	bcde

ACD^+	a	c	d	acd
(1)	a	c	d	acd
b	ab	bc	bd	abcd
e	ae	ce	de	acde
be	abe	bce	bde	abcde

ACD^-	(1)	ac	ad	cd
(1)	(1)	ac	ad	cd
b	b	abc	abd	bcd
e	e	ace	ade	cde
be	be	abce	abde	bcde

ADE^+	a	d	e	ade
(1)	a	d	e	ade
b	ab	bd	be	abde
c	ac	cd	ce	acde
bc	abc	bcd	bce	abcde

ADE^-	(1)	ad	ae	de
(1)	(1)	ad	ae	de
b	b	abd	abe	bde
c	c	acd	ace	cde
bc	bc	abcd	abce	bcde

De acordo com o exposto, a constituição dos blocos é a seguinte:

Bloco 1:(+++): a, ce, bd, abcde

Bloco 2:(++-): abe, bc, de, acd

Bloco 3:(+-+): e, ac, abde, bcd

Bloco 4:(+--): b, abce, ad, cde

Bloco 5:(-++): ab, bce, d, acde

Bloco 6:(-+-): ae, c, bde, abcd

Bloco 7:(--+): be, abc, ade, cd

Bloco 8:(---): (1), ace, abd, bcde

4.1.4. Formação de blocos de duas unidades

Os blocos de duas unidades, independentemente do fatorial, podem ser formados diretamente, sem o auxílio das tabelas básicas. Os dois tratamentos de cada bloco devem ser tais que, em conjunto, formem todas as letras representativas dos fatores, sem, no entanto, repeti-las.

Assim, por exemplo, os oito blocos de duas unidades do fatorial 2^4 são:

Bloco 1: (1), abcd

Bloco 2: a, bcd

Bloco 3: b, acd

Bloco 4: c, abd

Bloco 5: d, abc

Bloco 6: ab, cd

Bloco 7: ac, bd

Bloco 8: ad, bc

As interações que resultam confundidas são todas aquelas com número par de fatores. No exemplo citado, são: AB, AC, AD, BC, BD, CD e ABCD.

4.1.5. Construção de fatoriais balanceados

Um fatorial é dito balanceado quando fornece a mesma informação relativa nas interações confundidas que envolvam o mesmo número de fatores.

Entende-se por informação relativa de um efeito fatorial, a razão entre a sua variância sem confundimento e a com confundimento. A informação relativa varia entre zero e um; zero quando o efeito fatorial está completamente confundido e um quando o mesmo está livre de confundi mento. Em 4.6 dá-se o processo geral de obtenção da informação relativa dos efeitos fatoriais.

A seguir serão vistas diversas opções de construção de fatoriais balanceados até o fatorial 2^5.

4.1.5.1. Fatorial 2^2

Confunde-se a interação AB, pelo processo descrito em 4.1.4, em todas as repetições, originando blocos de duas unidades. Para tornar possível a análise de variância, deve-se usar duas ou mais repetições. O plano é dado em 5.1.1. de Resultados.

4.1.5.2. Fatorial 2^3

a) Blocos de quatro unidades

A interação de mais alta ordem, ABC, pode ser confundida em todas as repetições. Entretanto, caso haja interesse em analisar esta interação, poderão ser formadas 3 repetições, confundindo-se em cada uma delas as interações AB, AC e BC, obtendo-se em cada uma 2/3 da informação relativa. Ou ainda, confundindo-se ABC em uma quarta repetição, resultando conseqüentemente, uma informação relativa de 3/4 para todas as interações confundidas.

b) Blocos de duas unidades

Pelo processo dado em 4.1.4, pode-se formar quatro blocos de duas unidades. As interações confundidas' são as de dois fatores ou sejam: AB, AC e BC.

Os planos com blocos de quatro e de duas unidades são dados em 5.1.2. de Resultados.

4.1.5.3. Fatorial 2^4

a) Blocos de oito unidades

Confunde-se ABCD em todas as repetições.

b) Blocos de quatro unidades

Neste caso, confunde-se interações duplas e triplas. O balanceamento é obtido confundindo-se em cada uma das repetições uma das interações duplas e duas das triplas, conforme se segue:

1a. repetição: (A + BC)D: AD, BCD, ABC

2a. repetição: (B + AC)D: BD, ACD, ABC

3a. repetição: (C + AB)D: CD, ABD, ABC

4a. repetição: (A + BD)C: AC, BCD, ABD

5a. repetição: (B + AD)C: BC, ACD, ABD

6a. repetição: (A + CD)B: AB, BCD, ACD

Nesse conjunto balanceado, obtém-se 5/6 da informação relativa nas interações de primeira ordem e 1/2, nas interações triplas.

c) Blocos de duas unidades

Pelo processo descrito em 4.1.4. resultam oito blocos de duas unidades. As interações que ficam confundidas são: AB, AC, AD, BC, BD, CD e ABCD.

Os conjuntos balanceados em blocos de oito, de quatro e de duas unidades são dados em 5.1.3 de Resultados.

4.1.5.4. Fatorial 2^5

a) Blocos de dezesseis unidades

A interação ABCDE pode ser confundida em todas as repetições.

b) Blocos de oito unidades

Confundem-se as interações de três e de quatro fatores. Dentre os diversos conjuntos balanceados que podem ser formados um é dado a seguir, onde em cada repetição se confundem duas interações triplas e uma quádrupla.

1a. repetição: (AB + CD)E: ABE, CDE, ABCD

2a. repetição: (AC + BE)D: ACD, BDE, ABCE

3a. repetição: (AE + BD)C: ACE, BCD, ABDE

4a. repetição: (AD + CE)B: ABD, BCE, ACDE

5a. repetição: (BC + DE)A: ABC, ADE, BCDE

Cada interação fornece 4/5 da informação relativa.

c) Blocos de quatro unidades

Forma-se um conjunto balanceado com cinco repetições confundindo-se, em cada uma, duas interações duplas, três triplas e uma de quatro fatores. Dessa forma, obtêm-se 4/5 da informação relativa nas interações de dois e de quatro fatores. Nas interações triplas a informação relativa é 3/5.

Dentre as diversas opções, um dos conjuntos balanceados é o seguinte:

1a.repetição: (A + BC)D, (B + AC)E, (C + AB)DE: AD, BE, ABC, ACE, BCD, CDE, ABDE.

2a.repetição: (A + BD)C, (D + AB)E, (B + AD)CE: AC, DE, ABD, BCE, ADE, BCD, ACDE.

3a.repetição: (E + AD)C, (B + AE)D, (A + BE)CD: BD, CE, ABC, ABE, ACD, ADE, BCDE.

4a.repetição: (A + CE)B, (C + AE)D, (E + AC)BD: AB, CD, ACE,

ADE, BCE, BDE, ABCD

5a.repetição: (E + BD)A, (B + DE)C, (D + BE)AC:AE, BC, ABD, ACD, BDE, CDE, ABCE

d) Blocos de duas unidades

Os dezesseis blocos de duas unidades são obtidos pelo processo dado em 4.1.4. As interações que resultam confundidas são: AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE, ABCD, ABCE, ABDE, ACDE e BCDE.

Os conjuntos balanceados em blocos de dezesseis, de oito, de quatro e de duas unidades encontram-se em 5.1.4. de Resultados.

4.1.6. Propriedades das tabelas básicas

As duas propriedades seguintes serão utilizadas para o confundimento de fatoriais quando todos os fatores, ou pelo menos um, possuam mais de dois níveis.

<u>Propriedade 1:</u> Considere-se o confundimento de um dos efeitos principais do fatorial 2^3, como por exemplo, o efeito A cujas tabelas básicas são:

A^+	a
(1)	a
b	ab
c	ac
bc	abc

A^-	(1)
(1)	(1)
b	b
c	c
bc	bc

A partir dessas tabelas, forma-se um arranjo na forma matricial com as combinações das verticais básicas de tal modo que a primeira linha tenha como elementos a combinação (1) de cada tabela e que a segunda linha seja composta de qualquer das combinações restantes, porém nunca daquelas com número de fatores superior a um. Assim procedendo, os arranjos matriciais possíveis de serem formados, neste caso, são:

$$\begin{bmatrix} (1)^+ & (1)^- \\ b^+ & b^- \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} (1)^+ & (1)^- \\ c^+ & c^- \end{bmatrix}$$

Os elementos desses arranjos poderão ser substituidos pelas combinações dos fatores, das tabelas básicas, a eles associadas, ou seja:

$$\begin{bmatrix} a & (1) \\ ab & b \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} a & (1) \\ ac & c \end{bmatrix}$$

Considerando-se o primeiro arranjo matricial e tomando-se as diagonais principal e secundária, verifica-se que as mesmas correspondem às horizontais básicas das tabelas estruturadas para o confundimento de AB. A diagonal principal corresponde à horizontal básica da tabela com sinal negativo e a secundária à horizontal da tabela básica com sinal positivo, ou seja:

AB^{+}	(1)	ab
(1)	(1)	ab
c	c	abc

AB^{-}	a	b
(1)	a	b
c	ac	bc

Verifica-se, pelo exposto, que as tabelas do confundimento de A constituem o ponto de partida para o confundimento de uma interação de ordem imediatamente superior, no caso, da interação AB.

Agora, a partir das tabelas básicas do confundimento de AB, pode-se construir as tabelas básicas do confundimento de ABC, seguindo a mesma linha de raciocínio, formando-se o seguinte arranjo matricial:

$$\begin{bmatrix} (1)^{+} & (1)^{-} \\ \\ c^{+} & c^{-} \end{bmatrix}$$

cujos elementos serão substituidos pelas combinações, das tabelas básicas, a eles associadas, resultando:

$$\begin{bmatrix} (1), \ ab & a, \ b \\ & \\ c, \ abc & ac, \ bc \end{bmatrix}$$

Tomando-se agora as diagonais, obtém-se os elementos integrantes das horizontais das tabelas básicas correspondentes ao confundimento da interação ABC, ou sejam:

Diagonal principal: (-): (1), ab, ac, bc

Diagonal secundária: (+): a, b, c, abc

<u>Propriedade 2:</u> A partir da vertical básica das tabelas básicas de um efeito fatorial qualquer, de um fatorial 2^{n-1}, pode-se estruturar a vertical básica das tabelas do mesmo efeito, no fatorial 2^n, desde que se acrescente às combinações já existentes, outras novas, formadas pelos seus produtos com o nível superior do fator restante.

Considere-se, por exemplo, as tabelas básicas de confundimento do fator A, em um fatorial 2^2:

A^+	a
(1)	a
b	ab

A^-	(1)
(1)	(1)
b	b

Para se obter as tabelas básicas de confundimento do fator A, no fatorial 2^3, basta acrescentar à vertical básica do fatorial 2^2 o produto das combinações já existentes pelo nível superior do fator C, ou seja <u>c</u>.

Portanto,

A^+	a
(1)	a
b	ab
c	ac
bc	abc

A^-	(1)
(1)	(1)
b	b
c	c
bc	bc

A seguir, multiplicando cada combinação da vertical básica pelo segundo nível do fator D, obtêm-se novas combinações que, juntamente com as existentes, formarão a vertical básica das tabelas básicas do confundimento do fator A no fatorial 2^4, ou sejam:

A^+	a
(1)	a
b	ab
c	ac
bc	abc
d	ad
bd	abd
cd	acd
bcd	abcd

A^-	(1)
(1)	(1)
b	b
c	c
bc	bc
d	d
bd	bd
cd	cd
bcd	bcd

4.2. Confundimento da série 3^n

Nestes fatoriais, como cada fator possui três níveis, estes serão representados pelos algarismos 0, 1 e 2. Nas tabelas básicas, uma célula proveniente da combinação ' 010 com 102, por exemplo, será 112, isto é, será a soma algébrica das duas combinações. Em particular, a combinação ' 000 corresponderá ao tratamento (1) da série 2^n. Também não serão mais usados os sinais + e -, nas tabelas básicas, mas os algarismos em potência 0, 1, 2, etc; cuja finalidade será apenas para a distinção das tabelas básicas.

O confundimento é feito em função das propriedades dadas em 4.1.6.

4.2.1. Fatorial 3^2

Considere-se, a título de ilustração, a estruturação do confundimento da interação AB. Parte-se das tabelas básicas do confundimento do efeito A, onde as horizontais básicas são formadas por qualquer um dos três níveis de A, independentemente de ordem. Assim tem-se:

A^0	20
00	20
01	21
02	22

A^1	10
00	10
01	11
02	12

A^2	00
00	00
01	01
02	02

Para cada combinação da vertical básica de A^0, faz-se corresponder duas combinações das verticais básicas de A^1 e de A^2, formando-se o seguinte arranjo matricial:

$$M_0 : \left[(00)^0\right] \begin{bmatrix} (01)^1 & (01)^2 \\ (02)^1 & (02)^2 \end{bmatrix}$$

$$M_1 : \left[(01)^0\right] \begin{bmatrix} (02)^1 & (02)^2 \\ (00)^1 & (00)^2 \end{bmatrix}$$

$$M_2 : \left[(02)^0\right] \begin{bmatrix} (00)^1 & (00)^2 \\ (01)^1 & (01)^2 \end{bmatrix}$$

Observe-se que, a segunda ou última linha de cada arranjo deverá ser a primeira do seguinte.

Substituindo-se os elementos desses arranjos pelas combinações correspondentes das tabelas básicas, a eles associados, obtém-se:

$$M_0 : \{20\} \begin{Bmatrix} 11 & 01 \\ 12 & 02 \end{Bmatrix}$$

$$M_1 : \{21\} \begin{Bmatrix} 12 & 02 \\ 10 & 00 \end{Bmatrix}$$

$$M_2 : \{22\} \begin{Bmatrix} 10 & 00 \\ 11 & 01 \end{Bmatrix}$$

Este conjunto gera duas repetições, cada uma com três blocos de três unidades. Os blocos da primeira são formados pelos tratamentos das diagonais principais de M_0, M_1 e M_2 acrescidos da combinação em separado, ou seja:

Bloco 1: 20, 11, 02

Bloco 2: 21, 12, 00

Bloco 3: 22, 10, 01

A segunda repetição resulta das diagonais secundárias de M_0, M_1 e M_2 também acrescidas da combinação em separado.

O conjunto balanceado, composto pelas duas repetições, é dado em 5.2.1 de Resultados e fornece 1/2 da informação relativa na interação AB.

O mesmo conjunto balanceado será obtido partindo-se das tabelas básicas do confundimento do fator B. De modo semelhante ao caso anterior constroem-se as tabelas desse fator, dispondo-se nas horizontais básicas de cada tabela um dos níveis de B, independentemente de ordem. Assim, por exemplo, tem-se:

B^0	01
00	01
10	11
20	21

B^1	00
00	00
10	10
20	20

B^2	02
00	02
10	12
20	22

$$M_0 : \begin{bmatrix} (00)^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (10)^1 & (10)^2 \\ \\ (20)^1 & (20)^2 \end{bmatrix}$$

$$M_1 : \begin{bmatrix} (10)^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (20)^1 & (20)^2 \\ \\ (00)^1 & (00)^2 \end{bmatrix}$$

$$M_2 : \begin{bmatrix} (20)^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (00)^1 & (00)^2 \\ \\ (10)^1 & (10)^2 \end{bmatrix}$$

Substituindo-se os elementos dessas matrizes pelas combinações das tabelas básicas correspondentes, a eles associados, tem-se:

$$M_0 : \begin{bmatrix} 01 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 12 \\ \\ 20 & 22 \end{bmatrix}$$

$$M_1 : \{11\} \begin{bmatrix} 20 & 22 \\ & \\ 00 & 02 \end{bmatrix}$$

$$M_2 : \{21\} \begin{bmatrix} 00 & 02 \\ & \\ 10 & 12 \end{bmatrix}$$

As diagonais principais de M_0, M_1 e M_2, acrescidas do elemento em separado, fornecem a primeira repetição e as secundárias, a segunda.

4.2.2. Fatorial 3^3

Neste fatorial pode-se formar repetições de três blocos de nove unidades e nove blocos de três unidades cada.

a) Blocos de nove unidades

Pela propriedade 2, citada em 4.1.6, pode-se obter a interação AB, confundida, do fatorial 3^3, a partir' do fatorial 3^2, bastando acrescentar nas verticais básicas' de cada tabela os níveis do fator C. Assim, tomando-se os ' tratamentos da repetição I, dada em 5.2.1, cada bloco gerará uma horizontal das tabelas básicas do confundimento da mesma interação no fatorial 3^3, ou seja:

AB^0	200	110	020
000	200	110	020
001	201	111	021
002	202	112	022

AB^1	210	120	000
000	210	120	000
001	211	121	001
002	212	122	002

AB^2	220	100	010
000	220	100	010
001	221	101	011
002	222	102	012

Repetindo-se o processo dado em 4.2.1, formam-se os arranjos matriciais:

$$M_0 : \left[(000)^0\right] \begin{bmatrix} (001)^1 & (001)^2 \\ & \\ (002)^1 & (002)^2 \end{bmatrix}$$

$$M_1: \begin{bmatrix}(001)^0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(002)^1 & (002)^2 \\ (000)^1 & (000)^2\end{bmatrix}$$

$$M_2: \begin{bmatrix}(002)^0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(000)^1 & (000)^2 \\ (001)^1 & (001)^2\end{bmatrix}$$

Inserindo os tratamentos correspondentes a cada elemento desses arranjos, das tabelas básicas, obtém-se:

$$M_0: \begin{bmatrix}200, & 110, & 020\end{bmatrix}\begin{bmatrix}211, 121, 001 & 221, 101, 011 \\ 212, 122, 002 & 222, 102, 012\end{bmatrix}$$

$$M_1: \begin{bmatrix}201, & 111, & 021\end{bmatrix}\begin{bmatrix}212, 122, 002 & 222, 102, 012 \\ 210, 120, 000 & 220, 100, 010\end{bmatrix}$$

$$M_2: \begin{bmatrix}202, & 112, & 022\end{bmatrix}\begin{bmatrix}210, 120, 000 & 220, 100, 010 \\ 211, 121, 001 & 221, 101, 011\end{bmatrix}$$

As diagonais principais de M_0, M_1 e M_2, formam dos tratamentos dos blocos da primeira repetição, ou sejam:

Bloco 1: 200, 110, 020, 211, 121, 001, 222, 102, 012

Bloco 2: 201, 111, 021, 212, 122, 002, 220, 100, 010

Bloco 3: 202, 112, 022, 210, 120, 000, 221, 101, 011

As diagonais secundárias desses três arranjos fornecem os tratamentos dos blocos da segunda repetição.

O fatorial balanceado consta de quatro repetições, sendo a terceira e a quarta obtidas através da aplicação do mesmo processo na repetição II, do confundimento de AB, do fatorial 3^2.

A interação ABC fica parcialmente confundida em cada uma das quatro repetições e o conjunto balanceado fornece 3/4 da informação relativa nesta interação.

b) Blocos de três unidades

Cada tabela básica do confundimento de AB, do item a), pode ser considerada como três tabelas básicas de um efeito principal, ou sejam:

De AB^0:

AB^{00}	200
000	200
001	201
002	202

AB^{01}	110
000	110
001	111
002	112

AB^{02}	020
000	020
001	021
002	022

De AB^1:

AB^{10}	210
000	210
001	211
002	212

AB^{11}	120
000	120
001	121
002	122

AB^{12}	000
000	000
001	001
002	002

De AB^2:

AB^{20}	220
000	220
001	221
002	222

AB^{21}	100
000	100
001	101
002	102

AB^{22}	010
000	010
001	011
002	012

Reaplicando-se o processo descrito em 4.2.1, pode-se escrever as matrizes:

$$M_{00}: \begin{bmatrix} 200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 & 021 \\ 112 & 022 \end{bmatrix} \qquad M_{01}: \begin{bmatrix} 201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 112 & 022 \\ 110 & 020 \end{bmatrix} \qquad M_{02}: \begin{bmatrix} 202 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 110 & 020 \\ 111 & 021 \end{bmatrix}$$

$$M_{10}: \begin{bmatrix} 210 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 121 & 001 \\ 122 & 002 \end{bmatrix} \qquad M_{11}: \begin{bmatrix} 211 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 122 & 002 \\ 120 & 000 \end{bmatrix} \qquad M_{12}: \begin{bmatrix} 212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 120 & 000 \\ 121 & 001 \end{bmatrix}$$

$$M_{20}: \begin{bmatrix} 220 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 101 & 011 \\ 102 & 012 \end{bmatrix} \qquad M_{21}: \begin{bmatrix} 221 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102 & 012 \\ 100 & 010 \end{bmatrix} \qquad M_{22}: \begin{bmatrix} 222 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 & 010 \\ 101 & 011 \end{bmatrix}$$

Cada diagonal, acrescida da combinação inicial, corresponderá a um dos nove blocos da primeira repetição. Assim, tem-se:

Bloco 1: 200, 111, 022

Bloco 2: 201, 112, 020

Bloco 3: 202, 110, 021

Bloco 4: 210, 121, 002

Bloco 5: 211, 122, 000

Bloco 6: 212, 120, 001

Bloco 7. 220, 101, 012

Bloco 8: 221, 102, 010

Bloco 9: 222, 100, 011

Da mesma forma, obtém-se a segunda repetição operando-se com as diagonais secundárias.

O conjunto balanceado é composto de quatro repetições, sendo que a terceira e a quarta são obtidas de maneira análoga, a partir das tabelas básicas da segunda repetição do confundimento de AB do fatorial 3^2.

Em cada repetição desse conjunto resultam parcialmente confundidas as interações AB, AC, BC e ABC.

O conjunto balanceado fornece 1/2 da informação relativa nas interações duplas e 3/4 em ABC.

Em 5.2.2. de Resultados, encontram-se os conjuntos balanceados em blocos de nove e de três unidades.

4.2.3. Fatorial 3^4

Será vista a formação dos conjuntos balanceados em blocos de vinte e sete, de nove e de três unidades.

a) Blocos de vinte e sete unidades

Tomando-se as quatro repetições do fatorial' 3^3 em blocos de nove unidades, dadas em 5.2.2, confecciona--se, para cada uma, as tabelas básicas da interação ABC, para o fatorial 3^4. Aplicando-se o processo de confundimento' da interação imediatamente superior (propriedade 1, das tabelas básicas), obtém-se o fatorial balanceado com oito repetições que fornece 7/8 da informação relativa na interação ABCD.

A título de ilustração, apresentam-se as três tabelas básicas provenientes da utilização da primeira repetição do fatorial 3^3 em blocos de nove unidades, ou sejam:

ABC$_0$	2000	1100	0200	2110	1210	0010	2220	1020	0120
0000	2000	1100	0200	2110	1210	0010	2220	1020	0120
0001	2001	1101	0201	2111	1211	0011	2221	1021	0121
0002	2002	1102	0202	2112	1212	0012	2222	1022	0122

ABC^1	2010	1110	0210	2120	1220	0020	2200	1000	0100
0000	2010	1110	0210	2120	1220	0020	2200	1000	0100
0001	2011	1111	0211	2121	1221	0021	2201	1001	0101
0002	2012	1112	0212	2122	1222	0022	2202	1002	0102

ABC^2	2020	1120	0220	2100	1200	0000	2210	1010	0110
0000	2020	1120	0220	2100	1200	0000	2210	1010	0110
0001	2021	1121	0221	2101	1201	0001	2211	1011	0111
0002	2022	1122	0222	2102	1202	0002	2212	1012	0112

A partir destas tabelas formam-se os arran - jos matriciais:

$$M_0 : \begin{bmatrix}(0000)^0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(0001)^1 & (0001)^2 \\ (0002)^1 & (0002)^2\end{bmatrix}$$

$$M_1 : \begin{bmatrix}(0001)^0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(0002)^1 & (0002)^2 \\ (0000)^1 & (0000)^2\end{bmatrix}$$

$$M_2 : \begin{bmatrix}(0002)^0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(0000)^1 & (0000)^2 \\ (0001)^1 & (0001)^2\end{bmatrix}$$

As diagonais principais das matrizes acima , formam os três blocos da primeira repetição:

Bloco 1: $\{(0000)^0; (0001)^1; (0002)^2\}$

Bloco 2: $\{(0001)^0; (0002)^1; (0000)^2\}$

Bloco 3: $\{(0002)^0; (0000)^1; (0001)^2\}$

Substituindo na estruturação final dos blocos, cada notação pelas suas respectivas combinações integrantes nas tabelas básicas, obtêm-se os 27 tratamentos de cada bloco; assim, por exemplo, a notação $(0000)^0$ integrante do bloco 1, contribuirá para a sua formação, com os seguintes tratamentos:

$(0000)^0$: 2000, 1100, 0200, 2110, 1210, 0010, 2200, 1020 e 0120.

A segunda repetição é obtida através das diagonais secundárias desses arranjos matriciais.

Repetindo-se o processo com as tabelas básicas das outras três repetições do fatorial 3^3, obtêm-se o fatorial balanceado.

b) Blocos de nove unidades

É possível construir dois conjuntos balanceados, cada conjunto composto de quatro repetições, confundindo-se apenas as interações de três fatores. Para tanto , deve-se ter em mente que os nove níveis provenientes de todas as combinações dos fatores, dois a dois, devem figurar em cada bloco de cada repetição, para evitar o confundimento de interações duplas.

As tabelas básicas que darão origem às combinações de cada bloco são formadas a partir dos blocos de três unidades do fatorial 3^3.

Como se pode verificar no sub-item 4.2.2, cada tabela básica de AB, cujas horizontais foram tomadas da repetição I do fatorial 3^2, foi subdividida em três e a partir destas, formados os nove arranjos matriciais:

M_{00}	M_{01}	M_{02}
M_{10}	M_{11}	M_{12}
M_{20}	M_{21}	M_{22}

Os índices de M, sugerem um fatorial 3^2, donde podem ser formadas duas "repetições", de acordo com os tratamentos daquele fatorial, ou seja:

"Repetição I"

"Bloco 1"	"Bloco 2"	"Bloco 3"
M_{00}	M_{10}	M_{20}
M_{11}	M_{21}	M_{01}
M_{22}	M_{02}	M_{12}

"Repetição II"

"Bloco 1"	"Bloco 2"	"Bloco 3"
M_{00}	M_{10}	M_{20}
M_{21}	M_{01}	M_{11}
M_{12}	M_{22}	M_{02}

É interessante lembrar que, cada elemento das "repetições I e II", é por si um arranjo matricial. Assim por exemplo, o elemento M_{00} corresponde a seguinte estrutura matricial:

$$M_{00}: \begin{bmatrix} 200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 111 & 021 \\ & \\ 112 & 022 \end{bmatrix}$$

As diagonais das matrizes de cada "bloco" das "repetições" acima formarão as horizontais básicas das tabelas que constituirão os blocos de nove unidades.

Entretanto, na "repetição I", apenas as diagonais secundárias serão utilizadas pois, conforme já foi mencionado, as diagonais principais dessas matrizes determinam o confundimento de interações duplas. Na "repetição II", pelo mesmo motivo, utilizam-se apenas as diagonais principais. Como exemplo do confundimento de interações duplas, pode-se dispor dos elementos das diagonais principais de M_{00}, M_{11} e M_{22}, constituintes do "bloco 1" da "repetição I", que são: 200, 111, 022, 211, 122, 000, 222, 100 e 011. Todas as combinações dos níveis de A e B e de A e C encontram-se nesses nove tratamentos; entretanto, apenas as combinações 00, 11 e 22 de B e C são encontradas, o que determinará, posteriormente, o confundimento da interação BC.

Ilustra-se, a seguir, o processo de obtenção dos dois conjuntos balanceados em blocos de nove unidades. Com as diagonais secundárias de M_{00}, M_{11} e M_{22} ("bloco 1", "repetição 1"), constroem-se as três tabelas básicas seguintes:

AB^{00}	2000	1120	0210
0000	2000	1120	0210
0001	2001	1121	0211
0002	2002	1122	0212

AB^{11}	2110	1200	0020
0000	2110	1200	0020
0001	2111	1201	0021
0002	2112	1202	0022

AB^{22}	2220	1010	0100
0000	2220	1010	0100
0001	2221	1011	0101
0002	2222	1012	0102

De acordo com o processo de confundimento formam-se os seguintes arranjos matriciais:

$$A_1 : \begin{bmatrix}(0000)^{00}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(0001)^{11} & (0001)^{22}\\ \\ (0002)^{11} & (0002)^{22}\end{bmatrix}$$

$$A_2 : \begin{bmatrix}(0001)^{00}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(0002)^{11} & (0002)^{22}\\ \\ (0000)^{11} & (0000)^{22}\end{bmatrix}$$

$$A_3 : \begin{bmatrix}(0002)^{00}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(0000)^{11} & (0000)^{22}\\ \\ (0001)^{11} & (0001)^{22}\end{bmatrix}$$

Os três primeiros blocos da primeira repetição, do primeiro conjunto balanceado, resultam das diagonais principais de A_1, A_2 e A_3, evidentemente acrescida a combinação em separado:

Bloco 1: $(0000)^{00}$: 2000, 1120, 0210,
$(0001)^{11}$: 2111, 1201, 0021,
$(0002)^{22}$: 2222, 1012, 0102.

Bloco 2: $(0001)^{00}$: 2001, 1121, 0211,
$(0002)^{11}$: 2112, 1202, 0022,
$(0000)^{22}$: 2220, 1010, 0100.

Bloco 3: $(0002)^{00}$: 2002, 1122, 0212,
$(0000)^{11}$: 2110, 1200, 0020,
$(0001)^{22}$: 2221, 1011, 0101.

Construindo-se as tabelas básicas com as diagonais secundárias dos arranjos matriciais dos "blocos 2 e 3" da "repetição I", obtêm-se os seis blocos restantes.

O processo de obtenção da segunda repetição é análogo ao da primeira, desde que se construam as tabelas básicas com as diagonais principais das matrizes de cada "bloco" da "repetição II".

As duas primeiras repetições do segundo conjunto balanceado são obtidas com as diagonais secundárias de A_1, A_2 e A_3. Assim, por exemplo, os três primeiros blocos da primeira repetição são os que seguem:

Bloco 1: $(0000)^{00}$: 2000, 1120, 0210,
$(0002)^{11}$: 2112, 1202, 0022,
$(0001)^{22}$: 2221, 1011, 0101.
Bloco 2: $(0001)^{00}$: 2001, 1121, 0211,
$(0000)^{11}$: 2110, 1200, 0020,
$(0002)^{22}$: 2222, 1012, 0102.
Bloco 3: $(0002)^{00}$: 2002, 1122, 0212,
$(0001)^{11}$: 2111, 1201, 0021,
$(0000)^{22}$: 2220, 1010, 0100.

Com as nove matrizes provenientes das tabelas básicas de AB que formam as repetições III e IV do fatorial 3^3, em blocos de três unidades, formam-se as duas repetições restantes de cada conjunto balanceado. As nove matrizes resultantes daquelas tabelas são:

$$M_{00}: [200]\begin{bmatrix}121 & 011\\122 & 012\end{bmatrix} \quad M_{01}: [201]\begin{bmatrix}122 & 012\\120 & 010\end{bmatrix} \quad M_{02}: [202]\begin{bmatrix}120 & 010\\121 & 011\end{bmatrix}$$

$$M_{10}: [210]\begin{bmatrix}101 & 021\\102 & 022\end{bmatrix} \quad M_{11}: [211]\begin{bmatrix}102 & 022\\100 & 020\end{bmatrix} \quad M_{12}: [212]\begin{bmatrix}100 & 020\\101 & 021\end{bmatrix}$$

$$M_{20}: [220]\begin{bmatrix}111 & 001\\112 & 002\end{bmatrix} \quad M_{21}: [221]\begin{bmatrix}112 & 002\\110 & 000\end{bmatrix} \quad M_{22}: [222]\begin{bmatrix}110 & 000\\111 & 001\end{bmatrix}$$

As diagonais dessas matrizes, tomadas através dos "blocos" das duas "repetições" anteriormente citadas, permitirão a obtenção das repetições restantes.

A construção das tabelas básicas é feita através das diagonais principais das matrizes da "repetição I" e das diagonais secundárias da "repetição II".

A título de ilustração, mostram-se as três tabelas básicas formadas com as diagonais principais das matrizes M_{00}, M_{11} e M_{22} ("bloco 1", "repetição I"):

AB^{00}	2000	1210	0120
0000	2000	1210	0120
0001	2001	1211	0121
0002	2002	1212	0122

AB^{11}	2110	1020	0200
0000	2110	1020	0200
0001	2111	1021	0201
0002	2112	1022	0202

AB^{22}	2220	1100	0010
0000	2220	1100	0010
0001	2221	1101	0011
0002	2222	1102	0012

Estas tabelas permitem a formação dos arranjos matriciais A_1, A_2 e A_3, citados anteriormente e, através dos mesmos, pelas diagonais secundárias, resultam os três primeiros blocos da terceira repetição do primeiro conjunto balanceado, a seguir apresentados:

Bloco 1: 2000, 1210, 0120, 2112, 1022, 0202, 2221, 1101 e 0011.

Bloco 2: 2001, 1211, 0121, 2110, 1020, 0200, 2222, 1102 e 0012.

Bloco 3: 2002, 1212, 0122, 2111, 1021, 0201, 2220, 1100 e 0010.

Os seis blocos restantes são obtidos de maneira análoga, porém utilizando os "blocos 2 e 3" da "repetição I".

A quarta repetição é obtida com o auxílio das tabelas básicas formadas pelas diagonais secundárias das matrizes dos "blocos" da "repetição II".

A terceira e quarta repetições do segundo conjunto balanceado são obtidas trabalhando-se com as diagonais principais dos arranjos matriciais A_1, A_2 e A_3.

Cada conjunto balanceado fornece 3/4 da informação relativa em cada uma das interações de três fatores.

c) Blocos de três unidades

Neste caso, o balanceamento é obtido com oito repetições, cada uma constituida de vinte e sete blocos. O conjunto balanceado fornece 1/2 da informação relativa nas interações de dois fatores, 3/4 nas triplas e 5/8 na de quatro fatores.

Para se obter esses plano, tomam-se os blocos da primeira repetição do fatorial 3^3, em blocos de três unidades e com eles montam-se nove tabelas básicas, cujas três primeiras são a seguir ilustradas:

AB^{00}	2000	1110	0220
0000	2000	1110	0220
0001	2001	1111	0221
0002	2002	1112	0222

AB^{01}	2010	1120	0200
0000	2010	1120	0200
0001	2011	1121	0201
0002	2012	1122	0202

AB^{02}	2020	1100	0210
0000	2020	1100	0210
0001	2021	1101	0211
0002	2022	1102	0212

Cada tabela básica é considerada como a de um efeito principal, isto é, desdobrada em três tabelas, conforme feito em 4.2.2. Da tabela AB^{00} resultam as matrizes:

$$M_{000}: \begin{bmatrix} 2000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1111 & & 0221 \\ & & \\ 1112 & & 0222 \end{bmatrix}$$

$$M_{001}: \begin{bmatrix} 2001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1112 & 0222 \\ & \\ 1110 & 0220 \end{bmatrix}$$

$$M_{002}: \begin{bmatrix} 2002 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1110 & 0220 \\ & \\ 1111 & 0221 \end{bmatrix}$$

cujas diagonais principais formam os três primeiros blocos da primeira repetição, ou sejam:

Bloco 1: 2000, 1111, 0222

Bloco 2: 2001, 1112, 0220

Bloco 3: 2002, 1110, 0221

Os vinte e quatro blocos resntantes dessa repetição são obtidos de maneira análoga, utilizando-se as outras oito tabelas.

A segunda repetição é proveniente dos elementos das diagonais secundárias dos arranjos matriciais formados para a obtenção da primeira. Os três primeiros blocos são:

Bloco 1: 2000, 1112, 0221

Bloco 2: 2001, 1110, 0222

Bloco 3: 2002, 1111, 0220

Por processo análogo, obtêm-se mais seis repetições, utilizando-se os três conjuntos de nove tabelas formados com as três repetições restantes do fatorial 3^3 em blocos de três unidades.

As oito repetições que formam os conjuntos balanceados em blocos de vinte e sete e de três unidades, bem como o primeiro conjunto balanceado em blocos de nove unidades são dados em 5.2.3. de Resultados.

4.3. Confundimento da série 3×2^n

Para se obter o confundimento desta série, deve-se primeiramente estruturar as tabelas básicas para o confundimento do fatorial 3×2 e a partir deste, confundir os demais. Convém salientar que, nesta série, para não haver o confundimento de efeitos principais deve-se ter pelo menos seis tratamentos por bloco. Entretanto, o processo exige a formação de blocos de três unidades, os quais servirão de base para a obtenção de blocos de seis tratamentos no fatorial subsequente. Assim, com blocos de três unidades do fatorial 3×2 obtêm-se blocos de tamanho seis no 3×2^2 e assim sucessivamente.

4.3.1. Fatorial 3×2

As tabelas básicas do efeito principal A, com três níveis, podem ser formadas de maneira semelhante às tabelas do fatorial 2^2, dispondo-se na horizontal básica da primeira, um dos níveis desse fator e na horizontal da outra os dois níveis restantes. Dessa forma, é possível formar 3 pares de tabelas, cujo primeiro par é o seguinte:

A^0	20
00	20
01	21

A^1	10	00
00	10	00
01	11	01

Com as verticais básicas forma-se o **arranjo** matricial:

$$\begin{bmatrix} (00)^0 & (00)^1 \\ & \\ (01)^0 & (01)^1 \end{bmatrix}$$

cujos elementos das diagonais, devidamente substituidos, formarão os dois blocos da primeira repetição, os quais são:

Bloco 1: $(00)^0$; $(01)^1$: 20, 11, 01

Bloco 2: $(01)^0$; $(00)^1$: 21, 10, 00

Os outros dois pares de tabelas são:

A^0	10
00	10
01	11

A^1	20	00
00	20	00
01	21	01

A^0	00
00	00
01	01

A^1	20	10
00	20	10
01	21	11

Operando de maneira idêntica ao primeiro par, obtêm-se mais duas repetições. As três repetições encontram-se em 5.3.1. de Resultados, constituindo o fatorial balanceado, o qual fornece 8/9 da informação relativa para o efeito principal B e 5/9 para a interação AB.

Em todas as tabelas básicas, deve-se dispor os níveis do fator A, das horizontais básicas de A^1, em ordem crescente ou decrescente, para o confundimento correto do fatorial 3×2^2 em blocos de três unidades.

4.3.2. Fatorial 3×2^2

Neste esquema obtêm-se um conjunto balanceado em blocos de seis unidades e dois conjuntos em blocos de três.

a) Blocos de seis unidades

O esquema de blocos com seis unidades é obtido utilizando-se inicialmente os tratamentos da primeira repetição do fatorial 3 x 2 na confecção do par de tabelas seguinte:

AB^0	200	110	010
000	200	110	010
001	201	111	011

AB^1	210	100	000
000	210	100	000
001	211	101	001

A partir das verticais básicas dessas tabelas forma-se o arranjo matricial:

$$\begin{bmatrix} (000)^0 & (000)^1 \\ & \\ (001)^0 & (001)^1 \end{bmatrix}$$

o qual, através de suas diagonais, fornece as combinações ' que formarão os dois blocos da primeira repetição, ou sejam:

Bloco 1: $(000)^0$; $(001)^1$: 200, 110, 010, 211, 101, 001

Bloco 2: $(001)^0$; $(000)^1$: 201, 111, 011, 210, 100, 000

Construindo-se as tabelas básicas com as outras duas repetições do fatorial 3 x 2 e repetindo-se o processo, obtêm-se as outras duas repetições, as quais, juntamente com a primeira,constituem o fatorial balanceado. Este fatorial fornece 8/9 da informação relativa em BC e 5/9 em ABC.

b) Blocos de três unidades

Cada tabela básica construida no item a), pode ser considerada como um par de tabelas do efeito principal A, do fatorial 3 x 2. Assim considerando, pode-se construir os arranjos matriciais M_0 e M_1, dados a seguir, provenientes de AB^0 e de AB^1, respectivamente:

$$M_0 : \begin{bmatrix} 200 \\ \\ 201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 110 & 010 \\ & \\ 111 & 011 \end{bmatrix} \qquad M_1 : \begin{bmatrix} 210 \\ \\ 211 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 & 000 \\ & \\ 101 & 001 \end{bmatrix}$$

Os arranjos M_0 e M_1 podem ser desdobrados da seguinte forma:

$$\text{De } M_0 : \; M_{00} : \begin{bmatrix} 200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 110 & 010 \\ & \\ 111 & 011 \end{bmatrix} \qquad M_{01} : \begin{bmatrix} 201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 110 & 010 \\ & \\ 111 & 011 \end{bmatrix}$$

$$\text{De } M_1 : \; M_{10} : \begin{bmatrix} 210 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 & 000 \\ & \\ 101 & 001 \end{bmatrix} \qquad M_{11} : \begin{bmatrix} 211 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 & 000 \\ & \\ 101 & 001 \end{bmatrix}$$

Aplicando-se a seqüência de diagonais DP, DS, DP e DS em M_{00}, M_{01}, M_{10} e M_{11}, respectivamente, onde DP e DS significam diagonal principal e diagonal secundária, obtêm-se os blocos da primeira repetição do primeiro conjunto balanceado, que são os seguintes:

Bloco 1: 200, 110, 011

Bloco 2: 201, 111, 010

Bloco 3: 210, 100, 001

Bloco 4: 211, 101, 000

A segunda repetição deste conjunto é obtida de maneira análoga à primeira, com as tabelas básicas que formam a segunda repetição deste fatorial em blocos de seis unidades. Apenas se deve tomar a seqüência de diagonais DS, DP, DS e DP em M_{00}, M_{01}, M_{10} e M_{11}, respectivamente.

Finalmente, a terceira repetição é obtida com as tabelas básicas que formam a terceira repetição em blocos de seis unidades, tomando-se novamente a seqüência de diagonais DP, DS, DP e DS em M_{00}, M_{01}, M_{10} e M_{11}.

Cada uma das três repetições do segundo conjunto balanceado são obtidas pelas seqüências de diagonais: DS, DP, DS e DP; DP, DS, DP e DS; DS, DP, DS e DP, dos arranjos matriciais M_{00}, M_{01}, M_{10} e M_{11} oriundos dos três pares de tabelas básicas que formam os blocos de seis unidades deste fatorial.

Apenas a título de ilustração mostra-se, a seguir, a primeira repetição do segundo conjunto balanceado, ou seja:

Bloco 1: 200, 111, 010

Bloco 2: 201, 110, 011

Bloco 3: 210, 101, 000

Bloco 4: 211, 100, 001

Cada conjunto balanceado fornece 8/9 da informação relativa em B, C e BC e 5/9 em AB, AC e ABC.

4.3.3. Fatorial 3×2^3

Neste caso, apresenta-se a construção dos fatoriais balanceados em blocos de doze e de seis unidades.

a) Blocos de doze unidades

A partir da primeira repetição do fatorial 3×2^2, em blocos de seis unidades, constrói-se o seguinte par de tabelas:

ABC^0	2000	1100	0100	2110	1010	0010
0000	2000	1100	0100	2110	1010	0010
0001	2001	1101	0101	2111	1011	0011

ABC^1	2010	1110	0110	2100	1000	0000
0000	2010	1110	0110	2100	1000	0000
0001	2011	1111	0111	2101	1001	0001

Forma-se um arranjo matricial com as verticais básicas dessas tabelas, ou seja:

$$\begin{bmatrix} (0000)^0 & (0000)^1 \\ \\ (0001)^0 & (0001)^1 \end{bmatrix}$$

As diagonais fornecem os elementos que compõem os dois blocos da primeira repetição, a seguir ilustrados:

Bloco 1: $(0000)^0$: 2000, 1100, 0100, 2110, 1010, 0010,
$(0001)^1$: 2011, 1111, 0111, 2101, 1001, 0001.

Bloco 2: $(0001)^0$: 2001, 1101, 0101, 2111, 1011, 0011,

$(0000)^1$: 2010, 1110, 0110, 2100, 1000, 0000.

Com as tabelas básicas oriundas da segunda e terceira repetições do fatorial 3×2^2, em blocos de seis unidades, obtêm-se as duas repetições restantes do conjunto balanceado. Este conjunto, fornece 8/9 da informação relativa em BCD e 5/9 em ABCD.

b) Blocos de seis unidades

Podem-se obter dois conjuntos balanceados, sendo que cada um fornece 8/9 da informação relativa nas interações BC, BD e CD e 5/9 em ABC, ABD e ACD.

Para a obtenção dos mesmos, toma-se inicialmente os tratamentos da primeira repetição, do primeiro conjunto balanceado, do fatorial 3×2^2, com blocos de três unidades, que servirão de base para a construção das seguintes tabelas:

ABC^1	2000	1100	0110
0000	2000	1100	0110
0001	2001	1101	0111

ABC^2	2010	1110	0100
0000	2010	1110	0100
0001	2011	1111	0101

ABC^3	2100	1000	0010
0000	2100	1000	0010
0001	2101	1001	0011

ABC^4	2110	1010	0000
0000	2110	1010	0000
0001	2111	1011	0001

Para que as interações AB, AC e AD, onde cada uma possui seis combinações de tratamentos, não sejam confundidas, isto é, para que todas as combinações dessas interações estejam contidas em cada bloco, deve-se formar o seguinte par de arranjos matriciais:

$$M_0: \begin{bmatrix} (0000)^1 & (0000)^4 \\ & \\ (0001)^1 & (0001)^4 \end{bmatrix} \qquad M_1: \begin{bmatrix} (0000)^2 & (0000)^3 \\ & \\ (0001)^2 & (0001)^3 \end{bmatrix}$$

As diagonais desses arranjos fornecerão os tratamentos que constituirão os quatro blocos da primeira repetição do primeiro conjunto balanceado, ou seja:

Bloco 1: $(0000)^1$; $(0001)^4$: 2000, 1100, 0110, 2111, 1011, 0001

Bloco 2: $(0001)^1$; $(0000)^4$: 2001, 1101, 0111, 2110, 1010, 0000

Bloco 3: $(0000)^2$; $(0001)^3$: 2010, 1110, 0100, 2101, 1001, 0011

Bloco 4: $(0001)^2$; $(0000)^3$: 2011, 1111, 0101, 2100, 1000, 0010

Procedendo-se de maneira análoga com as outras duas repetições do fatorial 3×2^2 obtêm-se mais duas repetições, as quais, juntamente com a primeira, formam o primeiro conjunto balanceado.

O segundo conjunto balanceado é obtido repetindo-se o processo com as repetições do segundo conjunto do fatorial 3×2^2, com blocos de três unidades.

Em 5.3.3, apresenta-se o fatorial balanceado em blocos de doze unidades e o primeiro conjunto balanceado em blocos de seis.

4.4. Confundimento da série $3^2 \times 2^n$

Será apresentado o processo de confundimento dos fatoriais $3^2 \times 2$ e $3^2 \times 2^2$. No fatorial $3^2 \times 2$, apenas blocos de seis unidades não confundem efeitos principais. Contudo, blocos de nove e de três unidades serão também determinados, com a finalidade de obter os blocos de dezoito e de seis unidades no fatorial $3^2 \times 2^2$.

4.4.1. Fatorial $3^2 \times 2$

A obtenção de blocos de nove, seis e três unidades, deste fatorial, pode ser efetuada através do fatorial 3^2. Entretanto, os blocos de nove unidades, bem como os de três, que confundem o efeito principal C, em dois níveis, são mais facilmente obtidos, com economia de repetições, através do fatorial 3 x 2.

a) Blocos de nove unidades

Através das tabelas básicas que podem ser formadas com os tratamentos do fatorial 3^2, em blocos de três unidades, pode-se obter um conjunto balanceado com seis repetições, o qual confunde o efeito principal C e a interação ABC. Entretanto, apenas três repetições serão neces sárias ao se formar blocos de nove unidades com os tratamentos do fatorial 3 x 2.

Da primeira repetição do fatorial 3 x 2 forma-se o seguinte par de tabelas, acrescentando-se nas verticais básicas, os níveis do fator A.

BC^0	020	011	001
000	020	011	001
100	120	111	101
200	220	211	201

BC^1	021	010	000
000	021	010	000
100	121	110	100
200	221	210	200

Os tratamentos de cada tabela formam um bloco do fatorial 3^2 x 2, ou seja:

Bloco 1: 020, 011, 001, 120, 111, 101, 220, 211, 201

Bloco 2: 021, 010, 000, 121, 110, 100, 221, 210, 200

Com os tratamentos das outras duas repetições do fatorial 3 x 2, obtêm-se mais dois pares de tabelas, dos quais resultam as duas repetições restantes do conjunto balanceado.

Como não há operações entre tabelas para a obtenção dos blocos, a informação relativa e os efeitos fatoriais confundidos são os mesmos do fatorial 3 x 2, ou seja: 8/9 para o fator C e 5/9 para a interação BC.

Como se pode verificar, a única desvantagem desse conjunto balanceado, em relação àquele que pode ser formado com o fatorial 3^2, é que este confunde uma interação de dois fatores, além do efeito principal C, e aquele, a interação tripla.

b) Blocos de seis unidades

Com base na primeira repetição do fatorial 3^2 formam-se as seguintes tabelas básicas:

AB^0	200	110	020
000	200	110	020
001	201	111	021

AB^1	210	120	000
000	210	120	000
001	211	121	001

AB^2	220	100	010
000	220	100	010
001	221	101	011

Combinando-se as verticais básicas de cada tabela, duas a duas, obtêm-se três arranjos matriciais, tais como:

$$M_0 : \begin{bmatrix} (000)^0 & (000)^1 \\ (001)^0 & (001)^1 \end{bmatrix}$$

$$M_1 : \begin{bmatrix} (000)^0 & (000)^2 \\ (001)^0 & (001)^2 \end{bmatrix}$$

$$M_2 : \begin{bmatrix} (000)^1 & (000)^2 \\ (001)^1 & (001)^2 \end{bmatrix}$$

Os três blocos da primeira repetição são obtidos pela seqüência de diagonais DP, DS e DP em M_0, M_1 e M_2, respectivamente, que são:

Bloco 1: $(000)^0$; $(001)^1$: 200, 110, 020, 211, 121, 001

Bloco 2: $(001)^0$; $(000)^2$: 201, 111, 021, 220, 100, 010

Bloco 3: $(000)^1$; $(001)^2$: 210, 120, 000, 221, 101, 011

A segunda repetição resulta da seqüência de diagonais DS, DP e DS, respectivamente em M_0, M_1 e M_2.

Mais duas repetições são obtidas com as tabelas provenientes da segunda repetição do fatorial 3^2.

A informação relativa obtida nas interações confundidas desse conjunto balanceado é de 7/8 em AB e 5/8 em ABC.

c) Blocos de três unidades

Considerando cada tabela básica que deu origem aos blocos de nove unidades deste fatorial, como a de um efeito principal do fatorial 3^2, isto é, desdobrando-a em três tabelas, pode-se aplicar o processo de confundimento daquele fatorial, donde se obtêm os blocos de três unidades.

Efetivamente, através do par de tabelas dadas no item a) podem-se formar os seguintes arranjos matriciais:

De BC^0:

$$M_{00}: [020]\begin{bmatrix} 111 & 101 \\ 211 & 201 \end{bmatrix} \quad M_{01}: [120]\begin{bmatrix} 211 & 201 \\ 011 & 001 \end{bmatrix} \quad M_{02}: [220]\begin{bmatrix} 011 & 001 \\ 111 & 101 \end{bmatrix}$$

De BC^1:

$$M_{10}: [021]\begin{bmatrix} 110 & 100 \\ 210 & 200 \end{bmatrix} \quad M_{11}: [121]\begin{bmatrix} 210 & 200 \\ 010 & 000 \end{bmatrix} \quad M_{12}: [221]\begin{bmatrix} 010 & 000 \\ 110 & 100 \end{bmatrix}$$

A primeira repetição deste fatorial é obtida então através das diagonais principais dos seis arranjos matriciais, lembrando que se deve acrescentar a combinação em separado. Procedendo-se dessa maneira obtêm-se:

Bloco 1: 020, 111, 201

Bloco 2: 120, 211, 001

Bloco 3:220, 011, 101

Bloco 4:021, 110, 200

Bloco 5:121, 210, 000

Bloco 6:221, 010, 100

A segunda repetição resulta das diagonais secundárias.

Com os outros dois pares de tabelas que originam a segunda e terceira repetições em blocos de nove unidades deste fatorial, obtêm-se mais quatro repetições, por processo análogo.

O fatorial balanceado, composto das seis repetições, fornece 8/9 da informação relativa no efeito principal C, 1/2 em AB, 5/9 em AC e BC e 13/18 em ABC.

Os conjuntos balanceados em blocos de nove, de seis e de três unidades encontram-se em 5.4.1 de Resultados.

4.4.2. Fatorial $3^2 \times 2^2$

Para este esquema, apresentar-se-á a construção dos conjuntos balanceados em blocos de dezoito, de nove e de seis unidades.

a) Blocos de dezoito unidades

Baseando-se na primeira repetição do fatorial $3^2 \times 2$, em blocos de nove unidades, constrói-se o par de tabelas básicas seguinte:

ABC^0	0200	0110	0010	1200	1110	1010	2200	2110	2010
0000	0200	0110	0010	1200	1110	1010	2200	2110	2010
0001	0201	0111	0011	1201	1111	1011	2201	2111	2011

ABC^1	0210	0100	0000	1210	1100	1000	2210	2100	2000
0000	0210	0100	0000	1210	1100	1000	2210	2100	2000
0001	0211	0101	0001	1211	1101	1001	2211	2101	2001

Com as verticais básicas desse par de tabelas monta-se o seguinte arranjo matricial:

$$\begin{bmatrix} (0000)^0 & (0000)^1 \\ & \\ (0001)^0 & (0001)^1 \end{bmatrix}$$

que, através das diagonais, fornecerá os tratamentos que formarão os dois blocos da primeira repetição:

Bloco 1: $(0000)^0$; $(0001)^1$: 0200, 0110, 0010, 1200, 1110, 1010, 2200, 2110, 2010, 0211, 0101, 0001, 1211, 1101, 1001, 2211, 2101, 2001.

Bloco 2: $(0001)^0$; $(0000)^1$: 0201, 0111, 0011, 1201, 1111, 1011,
2201, 2111, 2011, 0210, 0100, 0000,
1210, 1100, 1000, 2210, 2100, 2000.

De maneira análoga, mais duas repetições são obtidas a partir das tabelas básicas construidas em função da segunda e da terceira repetições do fatorial $3^2 \times 2$ em blocos de nove unidades.

O fatorial balanceado fornece 8/9 da informação relativa na interação CD e 5/9 em BCD.

b) Blocos de doze unidades

Oito repetições formam o fatorial balanceado fornecendo 31/32 da informação relativa em AB, 29/32 em ABC e ABD e 23/32 em ABCD.

As repetições I e II são obtidas com as três tabelas básicas formadas pelos tratamentos da primeira repetição do fatorial $3^2 \times 2$ em blocos de seis unidades:

ABC^0	2000	1100	0200	2110	1210	0010
0000	2000	1100	0200	2110	1210	0010
0001	2001	1101	0201	2111	1211	0011

ABC^1	2010	1110	0210	2200	1000	0100
0000	2010	1110	0210	2200	1000	0100
0001	2011	1111	0211	2201	1001	0101

ABC^2	2100	1200	0000	2210	1010	0110
0000	2100	1200	0000	2210	1010	0110
0001	2101	1201	0001	2211	1011	0111

A seguir, tomam-se as verticais básicas de cada tabela para compor três arranjos matriciais, resultantes da combinação das verticais básicas, tomadas duas a duas. Os arranjos são os seguintes:

$$M_0 : \begin{bmatrix} (0000)^0 & (0000)^1 \\ \\ (0001)^0 & (0001)^1 \end{bmatrix}$$

$$M_1 : \begin{bmatrix} (0000)^0 & (0000)^2 \\ \\ (0001)^0 & (0001)^2 \end{bmatrix}$$

$$M_2 : \begin{bmatrix} (0000)^1 & (0000)^2 \\ \\ (0001)^1 & (0001)^2 \end{bmatrix}$$

Pela seqüência de diagonais DP, DS e DP em M_0, M_1 e M_2, respectivamente, obtém-se os blocos da primeira repetição que são:

Bloco 1: $(0000)^0$: 2000, 1100, 0200, 2110, 1210, 0010,
$(0001)^1$: 2011, 1111, 0211, 2201, 1001, 0101.

Bloco 2: $(0001)^0$: 2001, 1101, 0201, 2111, 1211, 0011,
$(0000)^2$: 2100, 1200, 0000, 2210, 1010, 0110.

Bloco 3: $(0000)^1$: 2010, 1110, 0210, 2200, 1000, 0100,
$(0001)^2$: 2101, 1201, 0001, 2211, 1011, 0111.

A segunda repetição resulta das diagonais DS, DP e DS em M_0, M_1 e M_2, respectivamente.

Formando-se as tabelas básicas com as repetições II, III e IV do fatorial $3^2 \times 2$ em blocos de seis unidades e aplicando-se o mesmo processo, obtém-se as seis repetições restantes.

c) Blocos de seis unidades

O fatorial balanceado, neste caso, consta de seis repetições. Cada repetição é proveniente das tabelas básicas formadas com os tratamentos do fatorial $3^2 \times 2$ em blocos de três unidades.

Tomando-se a primeira repetição daquele fatorial formam-se as seis tabelas básicas:

ABC^1	0200	1110	2010
0000	0200	1110	2010
0001	0201	1111	2011

ABC^2	1200	2110	0010
0000	1200	2110	0010
0001	1201	2111	0011

ABC^3	2200	0110	1010
0000	2200	0110	1010
0001	2201	0111	1011

ABC^4	0210	1100	2000
0000	0210	1100	2000
0001	0211	1101	2001

ABC^5	1210	2100	0000
0000	1210	2100	0000
0001	1211	2101	0001

ABC^6	2210	0100	1000
0000	2210	0100	1000
0001	2211	0101	1000

A fim de evitar o confundimento das intera - ções AC, AD, BC e BD, as quais possuem seis níveis, deve-se formar os arranjos matriciais como a seguir:

$$M_0 : \begin{bmatrix} (0000)^1 & (0000)^4 \\ & \\ (0001)^1 & (0001)^4 \end{bmatrix}$$

$$M_1 : \begin{bmatrix} (0000)^2 & (0000)^5 \\ & \\ (0001)^2 & (0001)^5 \end{bmatrix}$$

$$M_2: \begin{bmatrix} (0000)^3 & (0000)^6 \\ (0001)^3 & (0001)^6 \end{bmatrix}$$

As diagonais de cada arranjo formarão os blocos da primeira repetição que são assim constituidos:

Bloco 1: $(0000)^1;(0001)^4$: 0200, 1110, 2010, 0211, 1101, 2001

Bloco 2: $(0001)^1;(0000)^4$: 0201, 1111, 2011, 0210, 1100, 2000

Bloco 3: $(0000)^2;(0001)^5$: 1200, 2110, 0010, 1211, 2101, 0001

Bloco 4: $(0001)^2;(0000)^5$: 1201, 2111, 0011, 1210, 2100, 0000

Bloco 5: $(0000)^3;(0001)^6$: 2200, 0110, 1010, 2211, 0101, 1001

Bloco 6: $(0001)^3;(0000)^6$: 2201, 0111, 1011, 2210, 0100, 1000

Procedendo-se de maneira análoga com as demais repetições do fatorial $3^2 \times 2$, em blocos de três unidades, obtém-se o conjunto balanceado.

O conjunto balanceado fornece 1/2 da informação relativa na interação AB, 8/9 em CD, 5/9 em ACD e 13/18 na interação ABCD.

Em 5.4.2. de Resultados, encontram-se os conjuntos balanceados em blocos de dezoito, de nove e de seis unidades.

4.5. Confundimento da série $3^3 \times 2^n$

Apresentar-se-á apenas o processo de confundimento do fatorial $3^3 \times 2$, em razão do número excessivamente grande de tratamentos que compõem os outros fatoriais desta série.

4.5.1. Fatorial $3^3 \times 2$

O confundimento deste fatorial é feito a partir do fatorial 3^3. Pode-se obter blocos de dezoito unidades construindo-se tabelas básicas a partir dos blocos de nove tratamentos do fatorial 3^3 e blocos de seis unidades com as tabelas formadas através dos blocos de três parcelas daquele fatorial.

a) Blocos de dezoito unidades

Para este caso, oito repetições são necessárias para a obtenção do conjunto balanceado. As tabelas básicas formadas com uma repetição do fatorial 3^3, em blocos de nove unidades, fornecem duas repetições para este fatorial. A título de ilustração, apresenta-se as tabelas básicas formadas com a primeira repetição do fatorial 3^3, ou sejam:

ABC^0	2000	1100	0200	2110	1210	0010	2220	1020	0120
0000	2000	1100	0200	2110	1210	0010	2220	1020	0120
0001	2001	1101	0201	2111	1211	0011	2221	1021	0121

ABC^1	2010	1110	0210	2120	1220	0020	2200	1000	0100
0000	2010	1110	0210	2120	1220	0020	2200	1000	0100
0001	2011	1111	0211	2121	1221	0021	2201	1001	0101

ABC^2	2020	1120	0220	2100	1200	0000	2210	1010	0110
0000	2020	1120	0220	2100	1200	0000	2210	1010	0110
0001	2021	1121	0221	2101	1201	0001	2211	1011	0111

Combinando-se as verticais básicas de cada tabela, duas a duas, formam-se os seguintes arranjos matriciais:

$$M_0 : \begin{bmatrix} (0000)^0 & (0000)^1 \\ \\ (0001)^0 & (0001)^1 \end{bmatrix}$$

$$M_1 : \begin{bmatrix} (0000)^0 & (0000)^2 \\ \\ (0001)^0 & (0001)^2 \end{bmatrix}$$

$$M_2:\begin{bmatrix}(0000)^1 & (0000)^2\\ \\ (0001)^1 & (0001)^2\end{bmatrix}$$

A primeira repetição deste fatorial é obtida aplicando-se a seqüência de diagonais DP, DS e DP nos arranjos M_0, M_1 e M_2, cujos blocos são assim constituidos:

Bloco 1: $(0000)^0$: 2000,1100,0200,2110,1210,0010,2220,1020,0120,
$(0001)^1$: 2011,1111,0211,2121,1221,0021,2201,1001,0101.

Bloco 2: $(0001)^0$: 2001,1101,0201,2111,1211,0011,2221,1021,0121,
$(0000)^2$: 2020,1120,0220,2100,1200,0000,2210,1010,0110.

Bloco 3: $(0000)^1$: 2010,1110,0210,2120,1220,0020,2200,1000,0100,
$(0001)^2$: 2021,1121,0221,2101,1201,0001,2211,1011,0111.

A segunda repetição resulta da seqüência de diagonais DS, DP e DS em M_0, M_1 e M_2, respectivamente.

Através das tabelas básicas formadas com as outras três repetições do fatorial 3^3, em blocos de nove unidades, obtêm-se mais seis repetições.

O conjunto balanceado fornece 15/16 da informação relativa em ABC e 13/16 na interação ABCD.

b) Blocos de seis unidades

Um conjunto balanceado, o qual é composto de oito repetições e fornecendo 7/8 da informação relativa nas interações AB, AC e BC, 3/4 em ABC e 5/8 em ABD, ACD e BCD, é possível de ser formado seguindo-se o processo que será descrito a seguir:

Constrói-se inicialmente as nove tabelas básicas seguintes, cujas horizontais são provenientes da primeira repetição do fatorial 3^3 em blocos de três unidades. Nota-se que, essas nove tabelas, estão ordenadas, em ordem crescente, de acordo com a primeira combinação de cada horizontal básica.

ABC^{00}	2000	1110	0220
0000	2000	1110	0220
0001	2001	1111	0221

ABC^{01}	2010	1120	0200
0000	2010	1120	0200
0001	2011	1121	0201

ABC^{02}	2020	1100	0210
0000	2020	1100	0210
0001	2021	1101	0211

ABC^{10}	2100	1210	0020
0000	2100	1210	0020
0001	2101	1211	0021

ABC^{11}	2110	1220	0000
0000	2110	1220	0000
0001	2111	1221	0001

ABC^{12}	2120	1200	0010
0000	2120	1200	0010
0001	2121	1201	0011

ABC^{20}	2200	1010	0120
0000	2200	1010	0120
0001	2201	1011	0121

ABC^{21}	2210	1020	0100
0000	2210	1020	0100
0001	2211	1021	0101

ABC^{22}	2220	1000	0110
0000	2220	1000	0110
0001	2221	1001	0111

Os índices de ABC, das tabelas básicas, correspondem aos níveis de B e C da primeira combinação de cada horizontal básica e formam os tratamentos do fatorial 3^2, de modo que se pode combinar estas tabelas, três a três, de acordo com as repetições daquele fatorial, ou sejam:

"REPETIÇÃO I"

a) ABC^{00}; ABC^{11}; ABC^{22}

b) ABC^{10}; ABC^{21}; ABC^{02}

c) ABC^{20}; ABC^{01}; ABC^{12}

"REPETIÇÃO II"

d) ABC^{00}; ABC^{21}; ABC^{12}

e) ABC^{10}; ABC^{01}; ABC^{22}

f) ABC^{20}; ABC^{11}; ABC^{02}

Através das verticais básicas, combinadas duas a duas, das tabelas correspondentes ao item d) da "Repetição II", formam-se os três arranjos matriciais seguintes:

$$A_1 : \begin{bmatrix} (0000)^{00} & (0000)^{21} \\ (0001)^{00} & (0001)^{21} \end{bmatrix}$$

$$A_2 : \begin{bmatrix} (0000)^{00} & (0000)^{12} \\ (0001)^{00} & (0001)^{12} \end{bmatrix}$$

$$A_3 : \begin{bmatrix} (0000)^{21} & (0000)^{12} \\ (0001)^{21} & (0001)^{12} \end{bmatrix}$$

A sequência de diagonais DP, DS e DP de A_1, A_2 e A_3, respectivamente, determinam os três primeiros blocos da primeira repetição, do primeiro conjunto balanceado, ou sejam:

Bloco 1: $(0000)^{00}$; $(0001)^{21}$: 2000,1110,0220,2211,1021,0101

Bloco 2: $(0001)^{05}$; $(0000)^{12}$: 2001,1111,0221,2120,1200,0010

Bloco 3: $(0000)^{21}$; $(0001)^{12}$: 2210,1020,0100,2121,1201,0011

Formando-se os arranjos matriciais com as verticais básicas das tabelas de e) e f) obtém-se os seis blocos restantes.

A segunda repetição resulta da sequência de diagonais DS, DP e DS nos arranjos matriciais construidos para a obtenção da primeira.

Construindo-se as nove tabelas básicas com a segunda repetição do fatorial 3^3, em blocos de nove unidades e repetindo-se o processo com as tabelas ordenadas três a três, de acordo com a "repetição I", obtém-se as repetições III e IV.

As repetições V e VI são obtidas com as nove tabelas básicas provenientes da terceira repetição do fatorial 3^3, também ordenadas de acordo com a "repetição I".

Finalmente, as repetições VII e VIII resultam das nove tabelas básicas formadas com os tratamentos da quarta repetição do fatorial 3^3, ordenadas através da "repetição II".

O conjunto balanceado em blocos de dezoito unidades e o primeiro conjunto balanceado em blocos de seis, são dados em 5.5.1 de Resultados.

4.6. Processo de obtenção da informação relativa

Apresentar-se-á o processo de determinação da variância dos efeitos fatoriais e o de obtenção da informação relativa através da teoria de blocos incompletos.

No Apêndice deste trabalho é dado o programa em linguagem FORTRAN para o computador IBM-1130, com suas limitações, bem como as instruções para seu uso, acompanhadas de um exemplo.

4.6.1. Sistema de equações normais para efeitos de tratamentos estimados

Considere-se como exemplo as três repetições do conjunto balanceado do fatorial 3 x 2 cujo plano é dado em 5.3.1 de Resultados, onde os blocos são assim constituídos:

Bloco 1	20	11	01
Bloco 2	21	10	00
Bloco 3	10	21	01
Bloco 4	11	20	00

Bloco 5	00	21	11
Bloco 6	01	20	10

Da teoria de blocos incompletos sabe-se que o sistema de equações normais para efeitos de tratamentos estimados é dado por:

$$C\hat{T} = Q$$

onde C é uma matriz quadrada de ordem v (v = número de tratamentos), cujos elementos c_{ij} são:

$$c_{ii} = (1 - 1/k)r$$

$$c_{ij} = -\lambda_{ij}/k \qquad (i \neq j)$$

sendo $\underline{k}$ o tamanho dos blocos; $\underline{r}$, o número de repetições e $\underline{\lambda}_{ij}$, o número de vezes que os tratamentos $\underline{i}$ e $\underline{j}$ aparecem juntos nos blocos.

A matriz $\hat{T}$ é a matriz dos efeitos de tratamentos estimados, que neste exemplo são formados pelos níveis dos fatores e são dispostos, na matriz, em ordem crescente. A ordem dessa matriz é v x 1.

Os elementos Q_i da matriz Q, de ordem v x 1, são:

$$Q_i = T_i - \frac{1}{k}A_i$$

onde T_i é o total do i-ésimo tratamento e A_i é o total dos blocos onde aparece o tratamento $\underline{i}$.

O sistema de equações normais, para o exemplo em pauta é o seguinte:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1/3 & -2/3 & -1/3 & -2/3 \\ 0 & 2 & -2/3 & -1/2 & -2/3 & -1/3 \\ -1/3 & -2/3 & 2 & 0 & -1/3 & -2/3 \\ -2/3 & -1/3 & 0 & 2 & -2/3 & -1/3 \\ -1/3 & -2/3 & -1/3 & -2/3 & 2 & 0 \\ -2/3 & -1/3 & -2/3 & -1/3 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\widehat{00}) \\ (\widehat{01}) \\ (\widehat{10}) \\ (\widehat{11}) \\ (\widehat{20}) \\ (\widehat{21}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{00} \\ Q_{01} \\ Q_{10} \\ Q_{11} \\ Q_{20} \\ Q_{21} \end{bmatrix}$$

4.6.2. Obtenção da matriz de dispersão

Por ser a matriz C singular, deve-se tomar uma matriz A, tal que $A\hat{T} = \phi$, sendo A de tal forma que, fazendo M = C - A, esta seja inversível.

Infelizmente, os conjuntos balanceados nos esquemas fatoriais não correspondem aos blocos incompletos balanceados, nos quais, através de uma matriz A, de restrição, conveniente, obtém-se a matriz M diagonal, cuja inversão é elementar.

Nos fatoriais balanceados não é possível obter a matriz M diagonal. Como estes geralmente envolvem um grande número de tratamentos, o processo só é viável através de computador.

Para o exemplo, pode-se tomar como restrição:

$\frac{1}{3}\left[(\hat{00}) + (\hat{01}) + \ldots + (\hat{21})\right] = 0$. Dessa forma, a matriz A será:

$$A = -\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

e a matriz M:

$$M = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 7 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 7 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 7 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 7 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 7 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

A matriz de dispersão, como se sabe, é dada por:

$$D = M^{-1} C \, M'^{-1} \delta^2$$

Logo, precisa-se conhecer M^{-1}, ou seja:

$$M^{-1} = \frac{1}{720}\begin{bmatrix} 329 & -49 & -7 & 47 & -7 & 47 \\ -49 & 329 & 47 & -7 & 47 & -7 \\ -7 & 47 & 329 & -49 & -7 & 47 \\ 47 & -7 & -49 & 329 & 47 & -7 \\ -7 & 47 & -7 & 47 & 329 & -49 \\ 47 & -7 & 47 & -7 & -49 & 329 \end{bmatrix}$$

Efetuando-se o produto $M^{-1} C\ M'^{-1}$, obtém-se:

$$D = \frac{1}{720}\begin{bmatrix} 269 & -109 & -67 & -13 & -67 & -13 \\ -109 & 269 & -13 & -67 & -13 & -67 \\ -67 & -13 & 269 & -109 & -67 & -13 \\ -13 & -67 & -109 & 269 & -13 & -67 \\ -67 & -13 & -67 & -13 & 269 & -109 \\ -13 & -67 & -13 & -67 & -109 & 269 \end{bmatrix}\delta^2$$

Os elementos da diagonal desta matriz fornecem as variâncias dos tratamentos e os elementos fora da diagonal, as covariâncias. Assim, para o exemplo, tem-se:

$$V(\widehat{00}) = V(\widehat{01}) = \ldots = V(\widehat{21}) = \frac{269}{720}\,\delta^2 = 0{,}3736111\delta^2$$

$$\text{Cov}(\widehat{00},\widehat{01}) = \text{Cov}(\widehat{10},\widehat{11}) = \text{Cov}(\widehat{20},\widehat{21}) = -\frac{109}{720}\,\delta^2 = -0{,}1513888\delta^2$$

$$\text{Cov}(\widehat{00},\widehat{10}) = \text{Cov}(\widehat{00},\widehat{20}) = \text{Cov}(\widehat{01},\widehat{11}) = \text{Cov}(\widehat{01},\widehat{21}) =$$

$$= \text{Cov}(\widehat{10},\widehat{20}) = \text{Cov}(\widehat{11},\widehat{21}) = -\frac{67}{720}\,\sigma^2 = -0{,}0930555\delta^2$$

$$Cov(\hat{00},\hat{11}) = Cov(\hat{00},\hat{21}) = Cov(\hat{01},\hat{10}) = Cov(\hat{01},\hat{20}) =$$

$$= Cov(\hat{10},\hat{21}) = Cov(\hat{11},\hat{20}) = -\frac{13}{720}\,\delta^2 = -0{,}0180555\,\delta^2$$

4.6.3. Variâncias dos efeitos fatoriais

Uma vez obtidas as variâncias e covariâncias dos tratamentos é fácil obter as variâncias dos efeitos fatoriais, a seguir determinadas.

a) Variâncias dos efeitos principais

Seja, por exemplo, o fator A, cujos níveis ' podem assim ser determinados:

$$\hat{a}_0 = \frac{(\hat{00}) + (\hat{01})}{2}$$

$$\hat{a}_1 = \frac{(\hat{10}) + (\hat{11})}{2}$$

$$\hat{a}_2 = \frac{(\hat{20}) + (\hat{21})}{2}$$

A variância de $\hat{a}$ será então:

$$V(\hat{a}_0) = \frac{1}{4}\left\{V(\hat{00}) + V(\hat{01}) + 2\,Cov(\hat{00},\hat{01})\right\}\delta^2$$

$$V(\hat{a}_0) = \frac{1}{4}\left[\frac{269}{720} + \frac{269}{720} - 2\left(\frac{109}{720}\right)\right]\delta^2$$

$$V(\hat{a}_0) = \frac{1}{9}\,\delta^2$$

A mesma variância é obtida para os níveis $\hat{a}_1$ e $\hat{a}_2$.

Como $\hat{a}_0$, $\hat{a}_1$ e $\hat{a}_2$ possuem a mesma variância, então diz-se que a variância do efeito principal A é $\frac{1}{9}\delta^2$.

A variância dos níveis de B é obtida de maneira análoga, ou seja:

$$\hat{b}_0 = \frac{(\widehat{00}) + (\widehat{10}) + (\widehat{20})}{3}$$

$$\hat{b}_1 = \frac{(\widehat{01}) + (\widehat{11}) + (\widehat{21})}{3}$$

$$V(\hat{b}_0) = \frac{1}{9}\left[\begin{array}{l} V(\widehat{00}) + V(\widehat{10}) + V(\widehat{20}) + 2\ \mathrm{Cov}(\widehat{00},\widehat{10}) + \\ + 2\ \mathrm{Cov}(\widehat{00},\widehat{20}) + 2\ \mathrm{Cov}(\widehat{10},\widehat{20}) \end{array}\right]\delta^2$$

$$V(\hat{b}_0) = \frac{1}{9}\left[3\left(\frac{269}{720}\right) - 6\left(\frac{67}{720}\right)\right]\delta^2$$

$$V(\hat{b}_0) = \frac{1}{16}\,\delta^2 = V(\hat{b}_1).$$

b) Variância das interações

Para se obter a variância de uma interação de primeira ordem, deve-se primeiramente calcular as variâncias dos níveis dos fatores que compõem esta interação, subtraindo-se as respectivas variâncias dos níveis dos efeitos principais. Assim, para o exemplo, tem-se:

$$V(\hat{ab}_{00}) = V(\hat{00}) - V(\hat{a}_0) - V(\hat{b}_0)$$

$$V(\hat{ab}_{00}) = (269/720 - 1/9 - 1/16)\delta^2$$

$$V(\hat{ab}_{00}) = 1/5\ \delta^2$$

Obtém-se a mesma variância para $\hat{ab}_{01}$, $\hat{ab}_{10}$, $\hat{ab}_{11}$, $\hat{ab}_{20}$ e $\hat{ab}_{21}$. Diz-se então que a variância da interação AB é $1/5\ \delta^2$ e, sendo a mesma para todos os níveis, o fatorial é dito balanceado nesta interação.

No exemplo citado, as variâncias dos níveis de AB, coincidem com as dos tratamentos, sendo tomadas diretamente da matriz de dispersão. No caso do fatorial possuir mais de dois fatores, deve-se primeiramente calcular a variância dos níveis que compõem a interação dupla. Apresenta-se, a seguir, o cálculo da variância de $\hat{ab}_{00}$, da interação AB, de um fatorial 3×2^3.

$$a_0\hat{b}_0 = \frac{(\hat{0000}) + (\hat{0001}) + (\hat{0010}) + (\hat{0011})}{4}$$

$$V(a_0\hat{b}_0) = \frac{1}{16}\begin{bmatrix} V(\hat{0000}) + \ldots + V(\hat{0011}) + 2\ Cov(\hat{0000},\hat{0001}) + \\ + \ldots + 2\ Cov(\hat{0010},\hat{0011}) \end{bmatrix}\delta^2$$

$$V(\hat{ab}_{00}) = V(a_0\hat{b}_0) - V(\hat{a}_0) - V(\hat{b}_0)$$

Já no caso de uma interação de três fatores, deve-se obter, primeiramente, a variância dos três níveis que compõem cada combinação desta interação; logo após, subtrair todas as variâncias dos níveis respectivos das interações duplas e somar às dos respectivos efeitos principais.

Assim, por exemplo, a variância de $\widehat{abc}_{000}$ da interação ABC do fatorial 3×2^3 é obtida da seguinte forma:

$$a_0 \hat{b}_0 c_0 = \frac{(\widehat{0000}) + (\widehat{0001})}{2}$$

$$V(a_0 \hat{b}_0 c_0) = \frac{1}{4}\left[V(\widehat{0000}) + V(\widehat{0001}) + 2\ \mathrm{Cov}(\widehat{0000},\widehat{0001})\right]$$

$$V(\widehat{abc}_{000}) = V(a_0 \hat{b}_0 c_0) - V(\widehat{ab}_{00}) - V(\widehat{ac}_{00}) - V(\widehat{bc}_{00}) +$$
$$+ V(\hat{a}_0) + V(\hat{b}_0) + V(\hat{c}_0)$$

Generalizando o processo de obtenção da variância de uma combinação dos níveis de uma interação, procede-se da seguinte forma:

a) Determina-se a variância dessa combinação;

b) Se a interação tem um número par de fatores, somam-se todas as variâncias dos respectivos níveis das interações, de menor ordem, com número par de fatores e subtrai-se ' àquelas com número ímpar, inclusive os efeitos principais respectivos;

c) Se a interação possuir número ímpar de fatores, somam-se as variâncias dos respectivos níveis dos efeitos principais e das outras interações, também compostas por um número ímpar de fatores. A seguir subtrai-se as variâncias dos níveis respectivos das interações com número par de fatores. Naturalmente, todas as interações devem ser de menor ordem daquela que se deseja determinar a variância.

c) Obtenção da informação relativa

Para a obtenção da informação relativa deve-se, primeiramente, calcular as variâncias dos efeitos fatoriais não considerando o confundimento do fatorial.

Tomando-se como exemplo o fatorial 3 x 2, compõe-se a matriz C, como se segue:

$$c_{ii} = (1 - 1/6)(3) = 5/2$$

$$c_{ij} = -3/6 = -1/2$$

$$C = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 5 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 5 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 5 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

Aplicando-se a restrição:

$$\frac{1}{2}\left[(\widehat{00}) + (\widehat{01}) + (\widehat{10}) + (\widehat{11}) + (\widehat{20}) + (\widehat{21})\right] = 0$$

obtém-se a matriz M, diagonal, ou seja:

$$M = 3\ I_6$$

A inversa de M é:

$$M^{-1} = \frac{1}{3}\ I_6$$

e a matriz de Dispersão tem a seguinte expressão:

$$D = \frac{1}{9}\ C\ \delta^2$$

Calculando-se as variâncias dos efeitos fatoriais, de acordo com o processo anteriormente descrito, obtêm-se:

$$V(\hat{a}_0) = \frac{1}{4}\left[V(\widehat{00}) + V(\widehat{01}) + 2\ \mathrm{Cov}(\widehat{00},\widehat{01})\right]$$

$$V(\hat{a}_0) = \frac{1}{4}\left[\frac{5}{18} + \frac{5}{18} - 2\left(\frac{1}{18}\right)\right]\delta^2$$

$$V(\hat{a}_0) = \frac{1}{9}\ \delta^2 = V(\hat{a}_1) = V(\hat{a}_2)$$

Para o efeito principal B, tem-se:

$$V(\hat{b}_0) = \frac{1}{9}\left\{\begin{array}{l} V(\widehat{00}) + V(\widehat{10}) + V(\widehat{20}) + 2\ \mathrm{Cov}(\widehat{00},\widehat{10}) + \\ + 2\ \mathrm{Cov}(\widehat{00},\widehat{20}) + 2\ \mathrm{Cov}(\widehat{10},\widehat{20}) \end{array}\right\}$$

$$V(\hat{b}_0) = \frac{1}{9}\left[3\left(\frac{5}{18}\right) - 6\left(\frac{1}{18}\right)\right]\delta^2$$

$$V(\hat{b}_0) = \frac{1}{18}\ \delta^2 = V(\hat{b}_1)$$

Para a interação AB, tem-se:

$$V(\widehat{ab}_{00}) = V(\widehat{00}) - V(\hat{a}_0) - V(\hat{b}_0)$$

$$V(\hat{ab}_{00}) = (5/18 - 1/9 - 1/18)\delta^2$$

$$V(\hat{ab}_{00}) = 1/9\ \delta^2$$

O mesmo resultado é obtido para $\hat{ab}_{01}$, $\hat{ab}_{10}$, $\hat{ab}_{11}$, $\hat{ab}_{20}$ e $\hat{ab}_{21}$.

Finalmente, calcula-se a informação relativa através da razão:

$$\text{Informação relativa} = \frac{\text{Variância Sem Confundimento}}{\text{Variância Com Confundimento}}$$

cujos resultados para os efeitos fatoriais A, B e AB são mostrados no quadro dado a seguir:

Efeitos Fatoriais	V(Sem Confund.)	V(Com Confund.)	Inf.Rel.
A	$1/9\ \delta^2$	$1/9\ \delta^2$	1
B	$1/18\delta^2$	$1/16\delta^2$	8/9
AB	$1/9\ \delta^2$	$1/5\ \delta^2$	5/9

4.7. Análise de variância

Apresentar-se-á apenas o processo geral de obtenção das somas de quadrados dos efeitos fatoriais confundidos, uma vez que as somas de quadrados daqueles efeitos isentos de confundimento são obtidas da maneira usual. A partir do processo geral é possível obter uma fórmula simplificada para cada soma de quadrados dos efeitos fatoriais confundidos.

Seja, por exemplo, o fatorial 3 x 2 em blocos de três unidades, onde estão confundidos os efeitos fatoriais B e AB.

Como se sabe, as estimativas dos efeitos de tratamentos são dadas por:

$$\hat{T} = M^{-1}Q,$$

e a soma de quadrados de tratamentos ajustados, por:

$$S.Q.Trat.aj. = \hat{T}'Q = Q'M^{-1}Q = \sum_{1}^{v} \hat{t}_i Q_i,$$

que, no exemplo citado é:

$$S.Q.Trat.aj. = \widehat{(00)}\, Q_{00} + \widehat{(01)}\, Q_{01} + \ldots + \widehat{(21)}\, Q_{21}$$

A soma de quadrados do efeito principal B é obtida calculando-se, primeiramente, os efeitos de tratamentos $\hat{b}_0$ e $\hat{b}_1$ da seguinte forma:

$$\hat{b}_0 = \frac{(\hat{00}) + (\hat{10}) + (\hat{20})}{3}$$

$$\hat{b}_1 = \frac{(\hat{01}) + (\hat{11}) + (\hat{21})}{3}$$

Após, determinam-se os Q's correspondentes, ou sejam:

$$Q_0 = Q_{00} + Q_{10} + Q_{20}$$

$$Q_1 = Q_{01} + Q_{11} + Q_{21}$$

Assim procedendo, obtém-se:

$$S.Q.\ B = \hat{b}_0 Q_0 + \hat{b}_1 Q_1$$

A S.Q. da interação AB é dada por:

$$S.Q.AB = S.Q.Trat.aj. - S.Q.A - S.Q.B$$

No caso da soma de quadrados de uma interação de três fatores, ABC, por exemplo, determina-se primeiramente o $\Sigma \hat{t}_i Q_i$ pelo processo descrito e após subtrai-se as somas de quadrados das interações AB, AC e BC e as somas de quadrados dos efeitos principais A, B e C.

Raciocínio análogo é aplicado às interações com mais fatores.

Como no presente trabalho a preocupação é a obtenção e análise de fatoriais balanceados, a decomposição dos graus de liberdade de tratamentos, para os efeitos fatoriais, nesses casos, não oferece problema, uma vez que não há perda dos mesmos nas interações parcialmente confundidas. Assim, por exemplo, para o conjunto balanceado, composto de quatro repetições, do fatorial 3^3, em blocos de nove unidades, tem-se o seguinte esquema de análise:

Causas da Variação	G.L.
Blocos	11
A	2
B	2
C	2
AB	4
AC	4
BC	4
ABC	8
Resíduo	70
Total	107

Pode-se verificar que, em cada repetição, confunde-se dois graus de liberdade da interação ABC. Entretanto, estes são recuperados nas outras três, de forma que não há perda dos mesmos. Ocorre apenas perda da informação onde os dois graus de liberdade estão confundidos.

Por outro lado, usando-se apenas uma repetição do referido fatorial, tem-se

Causas da Variação	G.L.
Blocos	2
A	2
B	2
C	2
AB	4
AC	4
BC	4
ABC(Resíduo)	6
Total	26

Isto é, os dois graus de liberdade de blocos são provenientes da interação ABC. Não havendo outras repetições, a interação ABC perde esses graus de liberdade, os quais ficam confundidos com efeitos de blocos. Nesse fatorial sem repetição, a parte da interação ABC que não fica confundida é utilizada para resíduo.

Também ocorrerá a perda de graus de liberdade se o mesmo confundimento for empregado em todas as repetições. É o que ocorre, por exemplo, na subdivisão em dois blocos dos fatoriais da série 2^n, quando se confunde a interação de mais alta ordem.

5. RESULTADOS

A seguir, são dados os planos dos fatoriais balanceados obtidos de acordo com a metodologia anteriormente descrita, bem como as interações confundidas e sua respectiva informação relativa.

5.1. Fatoriais balanceados da série 2^n

5.1.1. Fatorial 2^2

Blocos de duas unidades

Interação AB completamente confundida

Número de repetições: duas ou mais.

	REPETIÇÃO I	
Blocos	1	2
	(1)	a
	ab	b

5.1.2. Fatorial 2^3

a) Blocos de quatro unidades

Interação ABC completamente confundida

Número de repetições: duas ou mais.

	REPETIÇÃO I	
Blocos	1	2
	a	(1)
	b	ab
	c	ac
	abc	bc

b) Blocos de duas unidades

Interações AB, AC,e BC completamente confundidas.

Número de repetições: duas ou mais.

	REPETIÇÃO I			
Blocos	1	2	3	4
	(1)	a	b	c
	abc	bc	ac	ab

5.1.3. Fatorial 2^4

a) Blocos de oito unidades

	REPETIÇÃO I	
Blocos	1	2
	(1)	a
	ab	b
	ac	c
	ad	d
	bc	abc
	bd	abd
	cd	acd
	abcd	bcd

b) Blocos de quatro unidades

Interações confundidas: Rep. I - AD, BCD, ABC

Rep. II - BD, ACD, ABC

Interações confundidas: Rep. III - CD, ABD, ABC

Rep. IV - AC, BCD, ABD

Rep. V - BC, ACD, ABD

Rep. VI - AB, BCD, ACD

Informação relativa: AB, AC, AD, BC, BD, CD: 5/6

ABC, ABD, ACD, BCD: 1/2

	REPETIÇÃO I				REPETIÇÃO II			
Blocos	1	2	3	4	1	2	3	4
	b	(1)	ab	a	a	(1)	ab	b
	c	bc	ac	abc	c	ac	bc	abc
	ad	abd	d	bd	bd	abd	d	ad
	abcd	acd	bcd	cd	abcd	bcd	acd	cd

	REPETIÇÃO III				REPETIÇÃO IV			
Blocos	1	2	3	4	1	2	3	4
	a	(1)	c	ac	b	(1)	ab	a
	b	ab	abc	bc	d	bd	ad	abd
	cd	acd	ad	d	ac	abc	c	bc
	abcd	bcd	bd	abd	abcd	acd	bcd	cd

	REPETIÇÃO V				REPETIÇÃO VI			
Blocos	1	2	3	4	1	2	3	4
	a	(1)	ab	b	c	(1)	a	ac
	d	ad	bd	abd	d	cd	acd	ad
	bc	abc	c	ac	ab	abc	bc	b
	abcd	bcd	acd	cd	abcd	abd	bd	bcd

c) Blocos de duas unidades

Interações AB, AC, AD, BC, BD, CD e ABCD completamente confundidas.

Número de repetições: duas ou mais.

	REPETIÇÃO I							
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8
	(1)	a	b	c	d	ab	ac	ad
	abcd	bcd	acd	abd	abc	cd	bd	bc

5.1.4. Fatorial 2^5

a) Blocos de dezesseis unidades

Interação ABCDE completamente confundida.

Número de repetições: duas ou mais.

	REPETIÇÃO I	
Blocos	1	2
	a	(1)
	b	ab
	c	ac
	d	ad
	e	ae
	abc	bc
	abd	bd
	abe	be
	acd	cd
	ace	ce
	ade	de
	bcd	abcd
	bce	abce
	bde	abde
	cde	acde
	abcde	bcde

b) Blocos de oito unidades

Interações confundidas: Rep. I - ABE, CDE, ABCD

Rep. II - ACD, BDE, ABCE

Interações confundidas: Rep. III - ACE, BCD, ABDE

Rep. IV - ABD, BCE, ACDE

Rep. V - ABC, ADE, BCDE

Informação relativa: ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, ADE, BCD, BCE, BDE, CDE, ABCD, ABCE, ABDE, ACDE, BCDE: 4/5

	REPETIÇÃO I				REPETIÇÃO II			
Blocos	1	2	3	4	1	2	3	4
	ac	a	c	(1)	ab	a	b	(1)
	ad	acd	d	cd	ae	abe	e	be
	bc	b	abc	ab	bc	c	abc	ac
	bd	bcd	abd	abcd	ce	bce	ace	abce
	e	ce	ae	ace	d	bd	ad	abd
	cde	de	acde	ade	bde	de	abde	ade
	abe	abce	be	bce	acd	abcd	cd	bcd
	abcde	abde	bcde	bde	abcde	acde	bcde	cde

	REPETIÇÃO III				REPETIÇÃO IV			
Blocos	1	2	3	4	1	2	3	4
	ab	a	b	(1)	ac	a	c	(1)
	ad	abd	d	bd	ae	ace	e	ce
	c	bc	ac	abc	b	bc	ab	abc
	bcd	cd	abcd	acd	bce	be	abce	abe
	be	e	abe	ae	cd	d	acd	ad
	de	bde	ade	abde	de	cde	ade	acde
	ace	abce	ce	bce	abd	abcd	bd	bcd
	abcde	acde	bcde	cde	abcde	abde	bcde	bde

	REPETIÇÃO V			
Blocos	1	2	3	4
	a	ad	d	(1)
	ade	ae	e	de
	bd	b	ab	abd
	be	bde	abde	abe
	cd	c	ac	acd
	ce	cde	acde	ace
	abc	abcd	bcd	bc
	abcde	abce	bce	bcde

c) Blocos de quatro unidades

Interações confundidas: Rep. I - AD, BE, ABC, ACE, BCD, CDE, ABDE

Rep. II - AC, DE, ABD, ABE, BCD, BCE, ACDE

Rep. III - BD, CE, ABC, ABE, ACD, ADE, BCDE

Rep. IV - AB, CD, ACE, ADE, BCE, BDE, ABCD

Rep. V - AE, BC, ABD, ACD, BDE, CDE, ABCE

Informação relativa: AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE: 4/5

Informação relativa: ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, ADE, BCD,

BCE, BDE, CDE: 3/5

ABCD, ABCE, ABDE, ACDE, BCDE:4/5

	REPETIÇÃO I							
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8
	ad	a	ade	ae	de	e	d	(1)
	be	bde	b	bd	ab	abd	abe	abde
	c	cd	ce	cde	ace	acde	ac	acd
	abcde	abce	abcd	abc	bcd	bc	bcde	bce

	REPETIÇÃO II							
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8
	ac	a	ace	ae	ce	e	c	(1)
	b	bc	be	bce	abe	abce	ab	abc
	de	cde	d	cd	ad	acd	ade	acde
	abcde	abde	abcd	abd	bcd	bd	bcde	bde

	REPETIÇÃO III							
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8
	a	ad	ade	ae	e	de	d	(1)
	bd	b	be	bde	abde	abe	ab	abd
	ce	cde	cd	c	ac	acd	acde	ace
	abcde	abce	abc	abcd	bcd	bc	bce	bcde

	REPETIÇÃO IV							
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8
	ab	a	abd	ad	bd	d	b	(1)
	cd	bcd	c	bc	ac	abc	acd	abcd
	e	be	de	bde	ade	abde	ae	abe
	abcde	acde	abce	ace	bce	ce	bcde	cde

	REPETIÇÃO V							
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8
	ae	a	ace	ac	ce	c	e	(1)
	bc	bce	b	be	ab	abe	abc	abce
	d	de	cd	cde	acd	acde	ad	ade
	abcde	abcd	abde	abd	bde	bd	bcde	bcd

d) Blocos de duas unidades

Interações completamente confundidas: AB, AC, AD, AE, BC,
BD, BE, CD, CE, DE,
ABCD, ABCE, ABDE,
ACDE, BCDE.

Número de repetições: duas ou mais.

	REPETIÇÃO I							
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8
	(1) abcde	a bcde	b acde	c abde	d abce	e abcd	ab cde	ac bde
Blocos	9	10	11	12	13	14	15	16
	ad bce	ae bcd	bc ade	bd ace	be acd	cd abe	ce abd	de abc

5.2. Fatoriais balanceados da série 3^n

5.2.1. Fatorial 3^2

Blocos de três unidades

Interação confundida: AB

Informação relativa: 1/2

	REPET. I		
Blocos	1	2	3
	20	21	22
	11	12	10
	02	00	01

	REPET. II		
Blocos	1	2	3
	20	21	22
	12	10	11
	01	02	00

5.2.2. Fatorial 3^3

a) Blocos de nove unidades

Interação confundida: ABC

Informação relativa: 3/4

	REPETIÇÃO I		
Blocos	1	2	3
	200	201	202
	110	111	112
	020	021	022
	211	212	210
	121	122	120
	001	002	000
	222	220	221
	102	100	101
	012	010	011

	REPETIÇÃO II		
Blocos	1	2	3
	200	201	202
	110	111	112
	020	021	022
	212	210	211
	122	120	121
	002	000	001
	221	222	220
	101	102	100
	011	012	010

	REPETIÇÃO III		
Blocos	1	2	3
	200	201	202
	120	121	122
	010	011	012
	211	212	210
	101	102	100
	021	022	020
	222	220	221
	112	110	111
	002	000	001

	REPETIÇÃO IV		
Blocos	1	2	3
	200	201	202
	120	121	122
	010	011	012
	212	210	211
	102	100	101
	022	020	021
	221	222	220
	111	112	110
	001	002	000

b) Blocos de três unidades

Interações confundidas: AB, AC, BC, ABC.

Informação relativa: AB, AC, BC: 1/2

ABC: 3/4

	REPETIÇÃO I								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	200	201	202	210	211	212	220	221	222
	111	112	110	121	122	120	101	102	100
	022	020	021	002	000	001	012	010	011

	REPETIÇÃO II								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	200	201	202	210	211	212	220	221	222
	112	110	111	122	120	121	102	100	101
	021	022	020	001	002	000	011	012	010

	REPETIÇÃO III								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	200	201	202	210	211	212	220	221	222
	121	122	120	101	102	100	111	112	110
	012	010	011	022	020	021	002	000	001

	REPETIÇÃO IV								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	200	201	202	210	211	212	220	221	222
	122	120	121	102	100	101	112	110	111
	011	012	010	021	022	020	001	002	000

5.2.3. Fatorial 3^4

a) Blocos de vinte e sete unidades

Interação confundida: ABCD

Informação relativa: 7/8

	REPETIÇÃO I		
Blocos	1	2	3
	2000	2001	2002
	1100	1101	1102
	0200	0201	0202
	2110	2111	2112
	1210	1211	1212
	0010	0011	0012
	2220	2221	2222
	1020	1021	1022
	0120	0121	0122
	2011	2012	2010
	1111	1112	1110
	0211	0212	0210
	2121	2122	2120
	1221	1222	1220
	0021	0022	0020
	2201	2202	2200
	1001	1002	1000
	0101	0102	0100
	2022	2020	2021
	1122	1120	1121
	0222	0220	0221
	2102	2100	2101
	1202	1200	1201
	0002	0000	0001
	2212	2210	2211
	1012	1010	1011
	0112	0110	0111

	REPETIÇÃO II		
Blocos	1	2	3
	2000	2001	2002
	1100	1101	1102
	0200	0201	0202
	2110	2111	2112
	1210	1211	1212
	0010	0011	0012
	2220	2221	2222
	1020	1021	1022
	0120	0121	0122
	2012	2010	2011
	1112	1110	1111
	0212	0210	0211
	2122	2120	2121
	1222	1220	1221
	0022	0020	0021
	2202	2200	2201
	1002	1000	1001
	0102	0100	0101
	2021	2022	2020
	1121	1122	1120
	0221	0222	0220
	2101	2102	2100
	1201	1202	1200
	0001	0002	0000
	2211	2212	2210
	1011	1012	1010
	0111	0112	0110

	REPETIÇÃO III		
Blocos	1	2	3
	2000	2001	2002
	1100	1101	1102
	0200	0201	0202
	2120	2121	2122
	1220	1221	1222
	0020	0021	0022
	2210	2211	2212
	1010	1011	1012
	0110	0111	0112
	2011	2012	2010
	1111	1112	1110
	0211	0212	0210
	2101	2102	2100
	1201	1202	1200
	0001	0002	0000
	2221	2222	2220
	1021	1022	1020
	0121	0122	0120
	2022	2020	2021
	1122	1120	1121
	0222	0220	0221
	2112	2110	2111
	1212	1210	1211
	0012	0010	0011
	2202	2200	2201
	1002	1000	1001
	0102	0100	0101

	REPETIÇÃO IV		
Blocos	1	2	3
	2000	2001	2002
	1100	1101	1102
	0200	0201	0202
	2120	2121	2122
	1220	1221	1222
	0020	0021	0022
	2210	2211	2212
	1010	1011	1012
	0110	0111	0112
	2012	2010	2011
	1112	1110	1111
	0212	0210	0211
	2102	2100	2101
	1202	1200	1201
	0002	0000	0001
	2222	2220	2221
	1022	1020	1021
	0122	0120	0121
	2021	2022	2020
	1121	1122	1120
	0221	0222	0220
	2111	2112	2110
	1211	1212	1210
	0011	0012	0010
	2201	2202	2200
	1001	1002	1000
	0101	0102	0100

	REPETIÇÃO V		
Blocos	1	2	3
	2000	2001	2002
	1200	1201	1202
	0100	0101	0102
	2110	2111	2112
	1010	1011	1012
	0210	0211	0212
	2220	2221	2222
	1120	1121	1122
	0020	0021	0022
	2011	2012	2010
	1211	1212	1210
	0111	0112	0110
	2121	2122	2120
	1021	1022	1020
	0221	0222	0220
	2201	2202	2200
	1101	1102	1100
	0001	0002	0000
	2022	2020	2021
	1222	1220	1221
	0122	0120	0121
	2102	2100	2101
	1002	1000	1001
	0202	0200	0201
	2212	2210	2211
	1112	1110	1111
	0012	0010	0011

	REPETIÇÃO VI		
Blocos	1	2	3
	2000	2001	2002
	1200	1201	1202
	0100	0101	0102
	2110	2111	2112
	1010	1011	1012
	0210	0211	0212
	2220	2221	2222
	1120	1121	1122
	0020	0021	0022
	2012	2010	2011
	1212	1210	1211
	0112	0110	0111
	2122	2120	2121
	1022	1020	1021
	0222	0220	0221
	2202	2200	2201
	1102	1100	1101
	0002	0000	0001
	2021	2022	2020
	1221	1222	1220
	0121	0122	0120
	2101	2102	2100
	1001	1002	1000
	0201	0202	0200
	2211	2212	2210
	1111	1112	1110
	0011	0012	0010

	REPETIÇÃO VII		
Blocos	1	2	3
	2000	2001	2002
	1200	1201	1202
	0100	0101	0102
	2120	2121	2122
	1020	1021	1022
	0220	0221	0222
	2210	2211	2212
	1110	1111	1112
	0010	0011	0012
	2011	2012	2010
	1211	1212	1210
	0111	0112	0110
	2101	2102	2100
	1001	1002	1000
	0201	0202	0200
	2221	2222	2220
	1121	1122	1120
	0021	0022	0020
	2022	2020	2021
	1222	1220	1221
	0122	0120	0121
	2112	2110	2111
	1012	1010	1011
	0212	0210	0211
	2202	2200	2201
	1102	1100	1101
	0002	0000	0001

	REPETIÇÃO VIII		
Blocos	1	2	3
	2000	2001	2002
	1200	1201	1202
	0100	0101	0102
	2120	2121	2122
	1020	1021	1022
	0220	0221	0222
	2210	2211	2212
	1110	1111	1112
	0010	0011	0012
	2012	2010	2011
	1212	1210	1211
	0112	0110	0111
	2102	2100	2101
	1002	1000	1001
	0202	0200	0201
	2222	2220	2221
	1122	1120	1121
	0022	0020	0021
	2021	2022	2020
	1221	1222	1220
	0121	0122	0120
	2111	2112	2110
	1011	1012	1010
	0211	0212	0210
	2201	2202	2200
	1101	1102	1100
	0001	0002	0000

b) Blocos de nove unidades

Interações confundidas:ABC, ABD, ACD, BCD

Informação relativa: 3/4.

	REPETIÇÃO I								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2000	2001	2002	2100	2101	2102	2200	2201	2202
	1120	1121	1122	1220	1221	1222	1020	1021	1022
	0210	0211	0212	0010	0011	0012	0110	0111	0112
	2111	2112	2110	2211	2212	2210	2011	2012	2010
	1201	1202	1200	1001	1002	1000	1101	1102	1100
	0021	0022	0020	0121	0122	0120	0221	0222	0220
	2222	2220	2221	2022	2020	2021	2122	2120	2121
	1012	1010	1011	1112	1110	1111	1212	1210	1211
	0102	0100	0101	0202	0200	0201	0002	0000	0001

	REPETIÇÃO II								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2000	2001	2002	2100	2101	2102	2200	2201	2202
	1110	1111	1112	1210	1211	1212	1010	1011	1012
	0220	0221	0222	0020	0021	0022	0120	0121	0122
	2211	2212	2210	2011	2012	2010	2111	2112	2110
	1021	1022	1020	1121	1122	1120	1221	1222	1220
	0101	0102	0100	0201	0202	0200	0001	0002	0000
	2122	2120	2121	2222	2220	2221	2022	2020	2021
	1202	1200	1201	1002	1000	1001	1102	1100	1101
	0012	0010	0011	0112	0110	0111	0212	0210	0211

	REPETIÇÃO III								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2000	2001	2002	2100	2101	2102	2200	2201	2202
	1210	1211	1212	1010	1011	1012	1110	1111	1112
	0120	0121	0122	0220	0221	0222	0020	0021	0022
	2112	2110	2111	2212	2210	2211	2012	2010	2011
	1022	1020	1021	1122	1120	1121	1222	1220	1221
	0202	0200	0201	0002	0000	0001	0102	0100	0101
	2221	2222	2220	2021	2022	2020	2121	2122	2120
	1101	1102	1100	1201	1202	1200	1001	1002	1000
	0011	0012	0010	0111	0112	0110	0211	0212	0210

	REPETIÇÃO IV								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2000	2001	2002	2100	2101	2102	2200	2201	2202
	1220	1221	1222	1020	1021	1022	1120	1121	1122
	0110	0111	0112	0210	0211	0212	0010	0011	0012
	2212	2210	2211	2012	2010	2011	2112	2110	2111
	1102	1100	1101	1202	1200	1201	1002	1000	1001
	0022	0020	0021	0122	0120	0121	0222	0220	0221
	2121	2122	2120	2221	2222	2220	2021	2022	2020
	1011	1012	1010	1111	1112	1110	1211	1212	1210
	0201	0202	0200	0001	0002	0000	0101	0102	0100

c) Blocos de três unidades

Interações confundidades: AB, AC, AD, BC, BD, CD, ABC,
ABD, ACD, BCD, ABCD.

Informação relativa: AB, AC, AD, BC, BD, CD: 1/2
ABC, ABD, ACD, BCD: 3/4
ABCD: 5/8

	REPETIÇÃO I								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2000	2001	2002	2010	2011	2012	2020	2021	2022
	1111	1112	1110	1121	1122	1120	1101	1102	1100
	0222	0220	0221	0202	0200	0201	0212	0210	0211
Blocos	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	2100	2101	2102	2110	2111	2112	2120	2121	2122
	1211	1212	1210	1221	1222	1220	1201	1202	1200
	0022	0020	0021	0002	0000	0001	0012	0010	0011
Blocos	19	20	21	22	23	24	25	26	27
	2200	2201	2202	2210	2211	2212	2220	2221	2222
	1011	1012	1010	1021	1022	1020	1001	1002	1000
	0122	0120	0121	0102	0100	0101	0112	0110	0111

	REPETIÇÃO II								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2000	2001	2002	2010	2011	2012	2020	2021	2022
	1112	1110	1111	1122	1120	1121	1102	1100	1101
	0221	0222	0220	0201	0202	0200	0211	0212	0210
Blocos	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	2100	2101	2102	2110	2111	2112	2120	2121	2122
	1212	1210	1211	1222	1220	1221	1202	1200	1201
	0021	0022	0020	0001	0002	0000	0011	0012	0010
Blocos	19	20	21	22	23	24	25	26	27
	2200	2201	2202	2210	2211	2212	2220	2221	2222
	1012	1010	1011	1022	1020	1021	1002	1000	1001
	0121	0122	0120	0101	0102	0100	0111	0112	0110

	REPETIÇÃO III								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2000	2001	2002	2010	2011	2012	2020	2021	2022
	1121	1122	1120	1101	1102	1100	1111	1112	1110
	0212	0210	0211	0222	0220	0221	0202	0200	0201
Blocos	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	2100	2101	2102	2110	2111	2112	2120	2121	2122
	1221	1222	1220	1201	1202	1200	1211	1212	1210
	0012	0010	0011	0022	0020	0021	0002	0000	0001
Blocos	19	20	21	22	23	24	25	26	27
	2200	2201	2202	2210	2211	2212	2220	2221	2222
	1021	1022	1020	1001	1002	1000	1011	1012	1010
	0112	0110	0111	0122	0120	0121	0102	0100	0101

	REPETIÇÃO IV								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2000	2001	2002	2010	2011	2012	2020	2021	2022
	1122	1120	1121	1102	1100	1101	1112	1110	1111
	0211	0212	0210	0221	0222	0220	0201	0202	0200
Blocos	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	2100	2101	2102	2110	2111	2112	2120	2121	2122
	1222	1220	1221	1202	1200	1201	1212	1210	1211
	0011	0012	0010	0021	0022	0020	0001	0002	0000
Blocos	19	20	21	22	23	24	25	26	27
	2200	2201	2202	2210	2211	2212	2220	2221	2222
	1022	1020	1021	1002	1000	1001	1012	1010	1011
	0111	0112	0110	0121	0122	0120	0101	0102	0100

	REPETIÇÃO V								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2000 1211 0122	2001 1212 0120	2002 1210 0121	2010 1221 0102	2011 1222 0100	2012 1220 0101	2020 1201 0112	2021 1202 0110	2022 1200 0111
Blocos	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	2100 1011 0222	2101 1012 0220	2102 1010 0221	2110 1021 0202	2111 1022 0200	2112 1020 0201	2120 1001 0212	2121 1002 0210	2122 1000 0211
Blocos	19	20	21	22	23	24	25	26	27
	2200 1111 0022	2201 1112 0020	2202 1110 0021	2210 1121 0002	2211 1122 0000	2212 1120 0001	2220 1101 0012	2221 1102 0010	2222 1100 0011

	REPETIÇÃO VI								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2000 1212 0121	2001 1210 0122	2002 1211 0120	2010 1222 0101	2011 1220 0102	2012 1221 0100	2020 1202 0111	2021 1200 0112	2022 1201 0110
Blocos	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	2100 1012 0221	2101 1010 0222	2102 1011 0220	2110 1022 0201	2111 1020 0202	2112 1021 0200	2120 1002 0211	2121 1000 0212	2122 1001 0210
Blocos	19	20	21	22	23	24	25	26	27
	2200 1112 0021	2201 1110 0022	2202 1111 0020	2210 1122 0001	2211 1120 0002	2212 1121 0000	2220 1102 0011	2221 1100 0012	2222 1101 0010

REPETIÇÃO VII									
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2000 1221 0112	2001 1222 0110	2002 1220 0111	2010 1201 0122	2011 1202 0120	2012 1200 0121	2020 1211 0102	2021 1212 0100	2022 1210 0101
Blocos	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	2100 1021 0212	2101 1022 0210	2102 1020 0211	2110 1001 0222	2111 1000 0220	2112 1002 0221	2120 1011 0202	2121 1012 0200	2122 1010 0201
Blocos	19	20	21	22	23	24	25	26	27
	2200 1121 0012	2201 1122 0010	2202 1120 0011	2210 1101 0022	2211 1102 0020	2212 1100 0021	2220 1111 0002	2221 1112 0000	2222 1110 0001

REPETIÇÃO VIII									
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2000 1222 0111	2001 1220 0112	2002 1221 0110	2010 1202 0121	2011 1200 0122	2012 1201 0120	2020 1212 0101	2021 1210 0102	2022 1211 0100
Blocos	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	2100 1022 0211	2101 1020 0212	2102 1021 0210	2110 1002 0221	2111 1000 0222	2112 1001 0220	2120 1012 0201	2121 1010 0202	2122 1011 0200
Blocos	19	20	21	22	23	24	25	26	27
	2200 1122 0011	2201 1120 0012	2202 1121 0010	2210 1102 0021	2211 1100 0022	2212 1101 0020	2220 1112 0001	2221 1110 0002	2222 1111 0000

5.3. Fatoriais balanceados da série 3×2^n

5.3.1. Fatorial 3×2

Blocos de três unidades

Efeitos fatoriais confundidos: B, AB.

Informação relativa: B: 8/9

AB: 5/9

REPET.	I		II		III	
Blocos	1	2	1	2	1	2
	20	21	10	11	00	01
	11	10	21	20	21	20
	01	00	01	00	11	10

5.3.2. Fatorial 3×2^2

a) Blocos de seis unidades

Interações confundidas: BC, ABC.

Informação relativa: BC: 8/9

ABC: 5/9

REPET.	I		II		III	
Blocos	1	2	1	2	1	2
	200	201	100	101	000	001
	110	111	210	211	210	211
	010	011	010	011	110	111
	211	210	111	110	011	010
	101	100	201	200	201	200
	001	000	001	000	101	100

b) Blocos de três unidades

Efeitos fatoriais confundidos: B, C, BC, AB, AC, ABC.

Informação relativa: B, C, BC: 8/9

AB, AC, ABC: 5/9

	REPETIÇÃO I			
Blocos	1	2	3	4
	200	201	210	211
	110	111	100	101
	011	010	001	000

	REPETIÇÃO II			
Blocos	1	2	3	4
	100	101	110	111
	211	210	201	200
	010	011	000	001

	REPETIÇÃO III			
Blocos	1	2	3	4
	000	001	010	011
	210	211	200	201
	111	110	101	100

5.3.3. Fatorial 3×2^3

a) Blocos de doze unidades

Interações confundidas: BCD, ABCD.

Informação relativa: BCD: 8/9
ABCD: 5/9

REPET.	I		II		III	
Blocos	1	2	1	2	1	2
	2000	2001	1000	1001	0000	0001
	1100	1101	2100	2101	2100	2101
	0100	0101	0100	0101	1100	1101
	2110	2111	1110	1111	0110	0111
	1010	1011	2010	2011	2010	2011
	0010	0011	0010	0011	1010	1011
	2011	2010	1011	1010	0011	0010
	1111	1110	2111	2110	2111	2110
	0111	0110	0111	0110	1111	1110
	2101	2100	1101	1100	0101	0100
	1001	1000	2001	2000	2001	2000
	0001	0000	0001	0000	1001	1000

b) Blocos de seis unidades

Interações confundidas: BC, BD, CD, ABC, ABD, ACD.

Informação relativa: BC, BD, CD: 8/9
ABC, ABD, ACD: 5/9

	REPETIÇÃO I			
Blocos	1	2	3	4
	2000	2001	2010	2011
	1100	1101	1110	1111
	0110	0111	0100	0101
	2111	2110	2101	2100
	1011	1010	1001	1000
	0001	0000	0011	0010

	REPETIÇÃO II			
Blocos	1	2	3	4
	1000	1001	1010	1011
	2110	2111	2100	2101
	0100	0101	0110	0111
	1111	1110	1101	1100
	2001	2000	2011	2010
	0011	0010	0001	0000

	REPETIÇÃO III			
Blocos	1	2	3	4
	0000	0001	0010	0011
	2100	2101	2110	2111
	1110	1111	1100	1101
	0111	0110	0101	0100
	2011	2010	2001	2000
	1001	1000	1011	1010

5.4. Fatoriais balanceados da série $3^2 \times 2^n$

5.4.1. Fatorial $3^2 \times 2$

a) Blocos de nove unidades

Efeitos fatoriais confundidos: B, BC.

Informação relativa: C: 8/9, BC: 5/9.

REPET.	I		II		III	
Blocos	1	2	1	2	1	2
	020	021	010	011	000	001
	011	010	021	020	021	020
	001	000	001	000	011	010
	120	121	110	111	100	101
	111	110	121	120	121	120
	101	100	101	100	111	110
	220	221	210	211	200	201
	211	210	221	220	221	220
	201	200	201	200	211	210

b) Blocos de seis unidades

Interações confundidas: AB, ABC
Informação relativa: AB: 7/8
ABC: 5/8

REPET.	I			II		
Blocos	1	2	3	1	2	3
	200	201	210	201	200	211
	110	111	120	111	110	121
	020	021	000	021	020	001
	211	220	221	210	221	220
	121	100	101	120	101	100
	001	010	011	000	011	010

REPET.	III			IV		
Blocos	1	2	3	1	2	3
	200	201	210	201	200	211
	120	121	100	121	120	101
	010	011	020	011	010	021
	211	220	221	210	221	220
	101	110	111	100	111	110
	021	000	001	020	001	000

c) Blocos de três unidades

Efeitos fatoriais confundidos: C, AB, AC, BC, ABC.
Informação relativa: C: 8/9; AB: 1/2; AC, BC: 5/9
ABC: 13/18.

	REPETIÇÃO I					
Blocos	1	2	3	4	5	6
	020	120	220	021	121	221
	111	211	011	110	210	010
	201	001	101	200	000	100

	REPETIÇÃO II					
Blocos	1	2	3	4	5	6
	020	120	220	021	121	221
	211	011	111	210	010	110
	101	201	001	100	200	000

	REPETIÇÃO III					
Blocos	1	2	3	4	5	6
	010	110	210	011	111	211
	121	221	021	120	220	020
	201	001	101	200	000	100

	REPETIÇÃO IV					
Blocos	1	2	3	4	5	6
	010	110	210	011	111	211
	221	021	121	220	020	120
	101	201	001	100	200	000

	REPETIÇÃO V					
Blocos	1	2	3	4	5	6
	000 121 211	100 221 011	200 021 111	001 120 210	101 220 010	201 020 110

	REPETIÇÃO VI					
Blocos	1	2	3	4	5	6
	000 221 111	100 021 211	200 121 011	001 220 110	101 020 210	201 120 010

5.4.2. Fatorial $3^2 \times 2^2$

a) Blocos de dezoito unidades

Interações confundidas: CD, BCD

Informação relativa: CD: 8/9

BCD: 5/9

REPET.	I		II		III	
Blocos	1	2	1	2	1	2
	0200	0201	0100	0101	0000	0001
	0110	0111	0210	0211	0210	0211
	0010	0011	0010	0011	0110	0111
	1200	1201	1100	1101	1000	1001
	1110	1111	1210	1211	1210	1211
	1010	1011	1010	1011	1110	1111
	2200	2201	2100	2101	2000	2001
	2110	2111	2210	2211	2210	2211
	2010	2011	2010	2011	2110	2111
	0211	0210	0111	0110	0011	0010
	0101	0100	0201	0200	0201	0200
	0001	0000	0001	0000	0101	0100
	1211	1210	1111	1110	1011	1010
	1101	1100	1201	1200	1201	1200
	1001	1000	1001	1000	1101	1100
	2211	2210	2111	2110	2011	2010
	2101	2100	2201	2200	2201	2200
	2001	2000	2001	2000	2101	2100

b) Blocos de doze unidades

Interações confundidas: AB, ABC, ABD, ABCD.

Informação relativa: AB: 31/32

ABC, ABD: 29/32

ABCD: 23/32

REPET.	I			II		
Blocos	1	2	3	1	2	3
	2000	2001	2010	2001	2000	2011
	1100	1101	1110	1101	1100	1111
	0200	0201	0210	0201	0200	0211
	2110	2111	2200	2111	2110	2201
	1210	1211	1000	1211	1210	1001
	0010	0011	0100	0011	0010	0101
	2011	2100	2101	2010	2101	2100
	1111	1200	1201	1110	1201	1200
	0211	0000	0001	0210	0001	0000
	2201	2210	2211	2200	2211	2210
	1001	1010	1011	1000	1011	1010
	0101	0110	0111	0100	0111	0110

REPET.	III			IV		
Blocos	1	2	3	1	2	3
	2010	2011	2000	2011	2010	2001
	1110	1111	1100	1111	1110	1101
	0210	0211	0200	0211	0210	0201
	2100	2101	2210	2101	2100	2211
	1200	1201	1010	1201	1200	1011
	0000	0001	0110	0001	0000	0111
	2001	2110	2111	2000	2111	2110
	1101	1210	1211	1100	1211	1210
	0201	0010	0011	0200	0011	0010
	2211	2200	2201	2210	2201	2200
	1011	1000	1001	1010	1001	1000
	0111	0100	0101	0110	0101	0100

REPET.	V			VI		
Blocos	1	2	3	1	2	3
	2000	2001	2010	2001	2000	2011
	1200	1201	1210	1201	1200	1211
	0100	0101	0110	0101	0100	0111
	2110	2111	2200	2111	2110	2201
	1010	1011	1100	1011	1010	1101
	0210	0211	0000	0211	0210	0001
	2011	2100	2101	2010	2101	2100
	1211	1000	1001	1210	1001	1000
	0111	0200	0201	0110	0201	0200
	2201	2210	2211	2200	2211	2210
	1101	1110	1111	1100	1111	1110
	0001	0010	0011	0000	0011	0010

REPET.	VII			VIII		
Blocos	1	2	3	1	2	3
	2010	2011	2000	2011	2010	2001
	1210	1211	1200	1211	1210	1201
	0110	0111	0100	0111	0110	0101
	2100	2101	2210	2101	2100	2211
	1000	1001	1110	1001	1000	1111
	0200	0201	0010	0201	0200	0011
	2001	2110	2111	2000	2111	2110
	1201	1010	1011	1200	1011	1010
	0101	0210	0211	0100	0211	0210
	2211	2200	2201	2210	2201	2200
	1111	1100	1101	1110	1101	1100
	0011	0000	0001	0010	0001	0000

c) Blocos de seis unidades

Interações confundidas: AB, CD, ACD, ABCD.

Informação relativa: AB: 1/2
CD: 8/9
ACD: 5/9
ABCD: 13/18

	REPETIÇÃO I					
Blocos	1	2	3	4	5	6
	0200	0201	1200	1201	2200	2201
	1110	1111	2110	2111	0110	0111
	2010	2011	0010	0011	1010	1011
	0211	0210	1211	1210	2211	2210
	1101	1100	2101	2100	0101	0100
	2001	2000	0001	0000	1001	1000

	REPETIÇÃO II					
Blocos	1	2	3	4	5	6
	0200	0201	1200	1201	2200	2201
	2110	2111	0110	0111	1110	1111
	1010	1011	2010	2011	0010	0011
	0211	0210	1211	1210	2211	2210
	2101	2100	0101	0100	1101	1100
	1001	1000	2001	2000	0001	0000

	REPETIÇÃO III					
Blocos	1	2	3	4	5	6
	0100	0101	1100	1101	2100	2101
	1210	1211	2210	2211	0210	0211
	2010	2011	0010	0011	1010	1011
	0111	0110	1111	1110	2111	2110
	1201	1200	2201	2200	0201	0200
	2001	2000	0001	0000	1001	1000

	REPETIÇÃO IV					
Blocos	1	2	3	4	5	6
	0100	0101	1100	1101	2100	2101
	2210	2211	0210	0211	1210	1211
	1010	1011	2010	2011	0010	0011
	0111	0110	1111	1110	2111	2110
	2201	2200	0201	0200	1201	1200
	1001	1000	2001	2000	0001	0000

	REPETIÇÃO V					
Blocos	1	2	3	4	5	6
	0000	0001	1000	1001	2000	2001
	1210	1211	2210	2211	0210	0211
	2110	2111	0110	0111	1110	1111
	0011	0010	1011	1010	2011	2010
	1201	1200	2201	2200	0201	0200
	2101	2100	0101	0100	1101	1100

	REPETIÇÃO VI					
Blocos	1	2	3	4	5	6
	0000	0001	1000	1001	2000	2001
	2210	2211	0210	0211	1210	1211
	1110	1111	2110	2111	0110	0111
	0011	0010	1011	1010	2011	2010
	2201	2200	0201	0200	1201	1200
	1101	1100	2101	2100	0101	0100

5.5. Fatoriais balanceados da série $3^3 \times 2^n$

5.5.1. Fatorial $3^3 \times 2$

a) Blocos de doze unidades

Interações confundidas: ABC, ABCD

Informação relativa: ABC: 15/16

ABCD: 13/16

REPET.	I			II		
Blocos	1	2	3	1	2	3
	2000	2001	2010	2001	2000	2011
	1100	1101	1110	1101	1100	1111
	0200	0201	0210	0201	0200	0211
	2110	2111	2120	2111	2110	2121
	1210	1211	1220	1211	1210	1221
	0010	0011	0020	0011	0010	0021
	2220	2221	2200	2221	2220	2201
	1020	1021	1000	1021	1020	1001
	0120	0121	0100	0121	0120	0101
	2011	2020	2021	2010	2021	2020
	1111	1120	1121	1110	1121	1120
	0211	0220	0221	0210	0221	0220
	2121	2100	2101	2120	2101	2100
	1221	1200	1201	1220	1201	1200
	0021	0000	0001	0020	0001	0000
	2201	2210	2211	2200	2211	2210
	1001	1010	1011	1000	1011	1010
	0101	0110	0111	0100	0111	0110

REPET.	III			IV		
Blocos	1	2	3	1	2	3
	2000	2001	2010	2001	2000	2011
	1100	1101	1110	1101	1100	1111
	0200	0201	0210	0201	0200	0211
	2120	2121	2100	2121	2120	2101
	1220	1221	1200	1221	1220	1201
	0020	0021	0000	0021	0020	0001
	2210	2211	2220	2211	2210	2221
	1010	1011	1020	1011	1010	1021
	0110	0111	0120	0111	0110	0121
	2011	2020	2021	2010	2021	2020
	1111	1120	1121	1110	1121	1120
	0211	0220	0221	0210	0221	0220
	2101	2110	2111	2100	2111	2110
	1201	1210	1211	1200	1211	1210
	0001	0010	0011	0000	0011	0010
	2221	2200	2201	2220	2201	2200
	1021	1000	1001	1020	1001	1000
	0121	0100	0101	0120	0101	0100

REPET.	V			VI		
Blocos	1	2	3	1	2	3
	2000	2001	2010	2001	2000	2011
	1200	1201	1210	1201	1200	1211
	0100	0101	0110	0101	0100	0111
	2110	2111	2120	2111	2110	2121
	1010	1011	1020	1011	1010	1021
	0210	0211	0220	0211	0210	0221
	2220	2221	2200	2221	2220	2201
	1120	1121	1100	1121	1120	1101
	0020	0021	0000	0021	0020	0001
	2011	2020	2021	2010	2021	2020
	1211	1220	1221	1210	1221	1220
	0111	0120	0121	0110	0121	0120
	2121	2100	2101	2120	2101	2100
	1021	1000	1001	1020	1001	1000
	0221	0200	0201	0220	0201	0200
	2201	2210	2211	2200	2211	2210
	1101	1110	1111	1100	1111	1110
	0001	0010	0011	0000	0011	0010

REPET.	VII			VIII		
Blocos	1	2	3	1	2	3
	2000	2001	2010	2001	2000	2011
	1200	1201	1210	1201	1200	1211
	0100	0101	0110	0101	0100	0111
	2120	2121	2100	2121	2120	2101
	1020	1021	1000	1021	1020	1001
	0220	0221	0200	0221	0220	0201
	2210	2211	2220	2211	2210	2221
	1110	1111	1120	1111	1110	1121
	0010	0011	0020	0011	0010	0021
	2011	2020	2021	2010	2021	2020
	1211	1220	1221	1210	1221	1220
	0111	0120	0121	0110	0121	0120
	2101	2110	2111	2100	2111	2110
	1001	1010	1011	1000	1011	1010
	0201	0210	0211	0200	0211	0210
	2221	2200	2201	2220	2201	2200
	1121	1100	1101	1120	1101	1100
	0021	0000	0001	0020	0001	0000

b) Blocos de seis unidades

Interações confundidas: AB, AC, BC, ABC,
ABD, ACD, BCD.

Informação relativa: AB, AC, BC: 7/8
ABD, ACD, BCD: 5/8
ABC: 3/4

	REPETIÇÃO I								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2000	2001	2210	2100	2101	2010	2200	2201	2110
	1110	1111	1020	1210	1211	1120	1010	1011	1220
	0220	0221	0100	0020	0021	0200	0120	0121	0000
	2211	2120	2121	2011	2220	2221	2111	2020	2021
	1021	1200	1201	1121	1000	1001	1221	1100	1101
	0101	0010	0011	0201	0110	0111	0001	0210	0211

	REPETIÇÃO II								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2001	2000	2211	2101	2100	2011	2201	2200	2111
	1111	1110	1021	1211	1210	1121	1011	1010	1221
	0221	0220	0101	0021	0020	0201	0121	0120	0001
	2210	2121	2120	2010	2221	2220	2110	2021	2020
	1020	1201	1200	1120	1001	1000	1220	1101	1100
	0100	0011	0010	0200	0111	0110	0000	0211	0210

	REPETIÇÃO III								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2000	2001	2110	2100	2101	2210	2200	2201	2010
	1120	1121	1200	1220	1221	1000	1020	1021	1100
	0210	0211	0020	0010	0011	0120	0110	0111	0220
	2111	2220	2221	2211	2020	2021	2011	2120	2121
	1201	1010	1011	1001	1110	1111	1101	1210	1211
	0021	0100	0101	0121	0200	0201	0221	0000	0001

	REPETIÇÃO IV								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2001	2000	2111	2101	2100	2211	2201	2200	2011
	1121	1120	1201	1221	1220	1001	1021	1020	1101
	0211	0210	0021	0011	0010	0121	0111	0110	0221
	2110	2221	2220	2210	2021	2020	2010	2121	2120
	1200	1011	1010	1000	1111	1110	1100	1211	1210
	0020	0101	0100	0120	0201	0200	0220	0001	0000

	REPETIÇÃO V								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2000	2001	2110	2100	2101	2210	2200	2201	2010
	1210	1211	1020	1010	1011	1120	1110	1111	1220
	0120	0121	0200	0220	0221	0000	0020	0021	0100
	2111	2220	2221	2211	2020	2021	2011	2120	2121
	1021	1100	1101	1121	1200	1201	1221	1000	1001
	0201	0010	0011	0001	0110	0111	0101	0210	0211

	REPETIÇÃO VI								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2001	2000	2111	2101	2100	2211	2201	2200	2011
	1211	1210	1021	1011	1010	1121	1111	1110	1221
	0121	0120	0201	0221	0220	0001	0021	0020	0101
	2110	2221	2220	2210	2021	2020	2010	2121	2120
	1020	1101	1100	1120	1201	1200	1220	1001	1000
	0200	0011	0010	0000	0111	0110	0100	0211	0210

	REPETIÇÃO VII								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2000	2001	2210	2100	2101	2010	2200	2201	2110
	1220	1221	1100	1020	1021	1200	1120	1121	1000
	0110	0111	0020	0210	0211	0120	0010	0011	0220
	2211	2120	2121	2011	2220	2221	2111	2020	2021
	1101	1010	1011	1201	1110	1111	1001	1210	1211
	0021	0200	0201	0121	0000	0001	0221	0100	0101

	REPETIÇÃO VIII								
Blocos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2001	2000	2211	2101	2100	2011	2201	2200	2111
	1221	1220	1101	1021	1020	1201	1121	1120	1001
	0111	0110	0021	0211	0210	0121	0011	0010	0221
	2210	2121	2120	2010	2221	2220	2110	2021	2020
	1100	1011	1010	1200	1111	1110	1000	1211	1210
	0020	0201	0200	0120	0001	0000	0220	0101	0100

6. DISCUSSÃO

Neste item, apresenta-se algumas vantagens e desvantagens do processo de confundimento descrito neste trabalho, em relação aos métodos mais conhecidos, ou sejam, o quadro de contrastes, para a série 2^n e o processo de confundimento através da geometria finita.

Dá-se, a seguir, o quadro de contrastes do fatorial 2^2:

Efeitos Fatoriais	tratamentos (1)	a	b	ab
A	-	+	-	+
B	-	-	+	+
AB	+	-	-	+

Este é construido colocando-se o sinal (+) no tratamento onde a letra do respectivo efeito principal aparece e (-) em caso contrário. O sinal da interação resulta do produto dos sinais dos efeitos principais correspondentes.

Nota-se que o quadro possui $3 \times 4 = 12$ sinais, ou genericamente $(2^n - 1)(2^n)$.

Para confundir-se a interação AB divide-se a repetição em dois blocos, onde, em um deles, são distribuidos os tratamentos (1) e ab e no outro, a e b, ou seja, um com os tratamentos com sinal (+) e o outro com os de sinal (-).

No caso do fatorial 2^6, por exemplo, o quadro de contrastes terá $(2^6 - 1)(2^6) = 4032$ sinais e a subdivisão de uma repetição em apenas dois blocos, os tornam excessivamente grandes, cada um contendo 32 tratamentos. Pode-se subdividi-la em quatro blocos de 16 parcelas cada, confundindo-se três graus de liberdade, ou seja, três efeitos fatoriais. Para tanto, escolhe-se duas interações, como por exemplo, ABCD e ABEF. Os tratamentos são distribuidos nos quatro blocos de conformidade com os pares de sinais atribuidos a eles, nos contrastes referentes às duas interações consideradas (++, +-, -+ e --). A terceira interação que resulta confundida é denominada de <u>interação generalizada</u> das duas primeiras e é obtida efetuando-se o produto das letras eliminando-se as que aparecem duas vezes.

Logo (ABCD)(ABEF) = AABBCDEF = CDEF. Deve-se tomar o cuidado de, ao escolher-se duas interações, não confundir efeitos principais ou interações de interesse.

Seguindo a mesma regra, pode-se formar oito blocos de oito tratamentos, tomando-se mais uma interação, por exemplo, ACE. Procura-se no quadro de contrastes os tratamentos com os sinais +++, ++-, +-+, +--, -++, -+-, --+ e ---, que constituirão os oito blocos, sempre levando-se em conta a ordem dos sinais. Além das três interações anteriores, ABCD, ABEF e CDEF, resultam confundidas mais quatro, que são:

(ABCD)(ACE) = BDE,

(ABEF)(ACE) = BCF e

(ABCD)(ABEF)(ACE) = ADF.

Como se pode verificar, na série 2^n, com o aumento do número de fatores, o processo de confundimento torna-se mais trabalhoso, quer pela construção do quadro de contrastes, quer pela escolha conveniente das interações a serem confundidas. Por outro lado, o quadro de contrastes não é aplicável a fatoriais cujos fatores possuam mais de dois níveis.

A vantagem do processo descrito no item 4., é que a própria construção das tabelas básicas, para um determinado efeito fatorial, já seleciona os tratamentos com sinal (+) e (-) e a obtenção dos tratamentos com esses sinais, para uma determinada interação, independe dos sinais dos respectivos efeitos principais, o que torna o processo menos trabalhoso.

O processo de geometria finita tem a vantagem, sobre o processo descrito, de confundir diretamente as interações. Assim, por exemplo, o confundimento da interação ABC do fatorial 3^3, é feito da seguinte forma, através dos quatro componentes dessa interação:

$$ABC \simeq A^2B^2C^2$$
$$ABC^2 \simeq A^2B^2C$$
$$AB^2C \simeq A^2BC^2$$
$$AB^2C^2 \simeq A^2BC$$

onde cada par contém dois graus de liberdade. De cada par, forma-se uma equação e cada equação determina os blocos de uma repetição. A equação proveniente de ABC^2, por exemplo, é a seguinte:

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 0,\ 1,\ 2\ (\text{mód. } 3)$$

donde resulta a mesma repetição se fosse usada a equação:

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 = 0,\ 1,\ 2\ (\text{mód. } 3)$$

formada a partir de A^2B^2C.

Para a formação dos blocos, substitui-se o primeiro, segundo e terceiro níveis, de cada uma das 27 combinações de tratamentos, em x_1, x_2 e x_3, respectivamente. A soma destes, na equação, corresponderá aos valores 0, 1 e 2, de acordo com a seguinte codificação:

$0 \simeq 0$	$3 \simeq 0$	$6 \simeq 0$	$9 \simeq 0$	
$1 \simeq 1$	$4 \simeq 1$	$7 \simeq 1$	$10 \simeq 1$	etc.
$2 \simeq 2$	$5 \simeq 2$	$8 \simeq 2$	$11 \simeq 2$	

Os tratamentos cuja soma é zero, formam o primeiro bloco; soma 1, o segundo e soma 2, o terceiro bloco da repetição. Assim, por exemplo, a combinação 012 substituída na equação $x_1 + x_2 + 2x_3$ será:

$$0 + 1 + 2.2 = 5 \simeq 2.$$

Para o confundimento da série 3^n, através do processo do item 4., necessita-se primeiramente construir as tabelas básicas de um efeito principal e a partir destas, formar as tabelas das interações de primeira, segunda, etc., ordens, até o confundimento da interação de interesse. Isto torna o processo mais trabalhoso quando comparado com o da geometria finita.

Entretanto, o processo de geometria finita tem a desvantagem de só ser aplicável aos fatorial p^n, sendo p necessariamente primo e não ser aplicável às séries mistas.

Com relação ao processo de obtenção da informação relativa, descrito no item 4.6, deste trabalho, tem-se como desvantagem, a necessidade de computador, pois é necessário a inversão de uma matriz, M, de ordem igual ao número de tratamentos. Para o computador IBM-1130, o processo é vagaroso quando se trata de grandes fatoriais, como por exem -

plo, o fatorial 3^4, onde a obtenção da informação relativa, de um conjunto balanceado, necessita de aproximadamente 12 horas de processamento. Além disso, um efeito fatorial não pode estar completamente confundido, pois neste caso, a matriz M não é inversível, isto é, a matriz C é de ordem menor que $\underline{v - 1}$, onde $\underline{v}$ é o número de tratamentos. Sendo M não inversível, não é possível obter-se a informação relativa por este processo.

7. CONCLUSÕES

O processo de confundimento, descrito neste trabalho, permite que se formulem as seguintes conclusões, consideradas mais importantes:

7.1. É possível sistematizar o confundimento dos experimentos fatoriais através de um processo único, ou seja, o da formação de tabelas básicas, para qualquer fatorial cujos fatores possuam dois ou três níveis.

7.2. Para a série 2^n, pode-se confundir sempre as interações de maior ordem em função do número de blocos e do número de fatores, através das regras citadas em 4.1.1., tornando o confundimento, consequentemente, eficiente.

7.3. O processo não requer cálculos matemáticos ou conheci mentos teóricos profundos, sendo, essencialmente, um processo prático.

7.4. O processo possibilita, para um determinado fatorial, a subdivisão dos blocos em diversos tamanhos, desde que o número de parcelas por bloco seja múltiplo do número de níveis de, pelo menos, um dos fatores.

7.5. Os efeitos fatoriais que resultam confundidos são sempre os de maior ordem possível, para qualquer fatorial.

7.6. O conjunto de todas as repetições que podem ser obtidas, no confundimento de um determinado fatorial, pelo processo das tabelas básicas, constituem o fatorial balanceado.

7.7. O processo de obtenção da informação relativa é aplicável a qualquer fatorial, desde que nenhum dos efeitos esteja completamente confundido.

8. SUMMARY

A confounding procedure for factorials of size 2^n is presented. Two properties of this procedure allow the confounding of factorials of any number of factors and levels.

Factorials with two and three levels (the series 2^n, 3^n, 3×2^n, $3^2 \times 2^n$ and $3^3 \times 2^n$) were studied.

For each factorial of the 2^n series, up to 2^5, balanced sets were constructed dividing the replicates into two blocks, up to blocks of two units each one, without confounding the main effects.

Balanced sets were constructed for the 3^n series (3^2, 3^3 and 3^4) with a division of the replicates into three blocks for 3^2, blocks of nine and three units for 3^3

and blocks of twenty seven, nine and three units for 3^4.

Factorials 3×2, 3×2^2 and 3×2^3, of the 3×2^n series, $3^2 \times 2$ and $3^2 \times 2^2$ of the $3^2 \times 2^n$ series ' and $3^3 \times 2$ of the $3^3 \times 2^n$ series were studied under the general term of "mixed series".

A process for obtaining relative information based on the theory of incomplete blocks and the general theory of analysis of variance is also presented.

9. LITERATURA CITADA

COCHRAN, W.G. e G.M. COX, 1960. Experimental Designs.2a.edição. Nova York, John Wiley & Sons, Inc.560 p.

FINNEY, D.J., 1947. The Construction of Confounded Arrangements. Empire Journal Experimental Agricultural, 15: 107-112.

KEMPTHORNE, O., 1952. The Design and Analysis of Experiments. Nova York, John Wiley & Sons, Inc. 631 p.

YATES, F., 1937. The Design and Analysis of Factorial Experiments. Bucks, Inglaterra, Commonwealth Agricultural Bureaux Farnham Royal. 95 p. (Technical Communication nº. 35 of the Commonwealth Bureau of Soils, Harpenden, Inglaterra).

10. APÊNDICE 1

Instruções para o uso do programa de obtenção da informação relativa

O programa, em linguagem FORTRAN, para o computador IBM-1130, permite a obtenção da informação relativa dos efeitos fatoriais e é auxiliado pela subrotina PROD, a qual efetua o cálculo das variâncias dos níveis de cada um dos níveis dos efeitos fatoriais.

A listagem do programa e da subrotina, bem como um exemplo de aplicação para o fatorial 3 x 2, encontram-se no APÊNDICE 2 e o mesmo está programado para fatoriais que possuam, no máximo, cinco fatores, 100 tratamentos, 100 blocos ou 100 parcelas por bloco.

Para qualquer fatorial dentro desses limites, o programa calcula:

a) a matriz C;

b) a matriz M;

c) a matriz M^{-1}

d) o produto MM^{-1}; optativo;

e) a matriz de dispersão;

f) as variâncias dos níveis de cada efeito fatorial, considerando o confundimento;

g) as variâncias dos níveis de cada efeito fatorial, não considerando o confundimento, e

h) a informação relativa.

O produto MM^{-1} é optativo, sendo executado ou não, de acordo com a entrada de dados e só é necessário quando se tiver dúvidas que a matriz M seja singular. Se M for singular, então existe pelo menos um efeito fatorial completamente confundido e do produto MM^{-1} não resulta a matriz identidade.

Nas variâncias das interações, devem ser subtraidas ou somadas as variâncias dos efeitos fatoriais, de acordo com o item 4.6. Assim, para a interação AB do exemplo dado no APÊNDICE 2, deve-se calcular:

- Variância com confundimento:

$$V(AB) = (0,373611 - 0,111111 - 0,0625)\sigma^2 = 0,200\sigma^2$$

- Variância sem confundimento:

$$V(AB) = (0,277777 - 0,111111 - 0,055555)\sigma^2 = 0,111111\sigma^2$$

$$\text{Inf.Relativa} = \frac{0,111111\sigma^2}{0,20\ \sigma^2} = 0,55555 = 5/9$$

Para o processamento do programa, os dados deverão ser preparados de acordo com as instruções de leitura, assim estabelecidas:

1a. leitura: 1 cartão: colunas de 1 a 80: Campo reservado para a identificação do fatorial a ser processado ou qualquer outro comentário.(Variável XNOME).

2a. leitura: 1 cartão: colunas de 1 a 5: Número de fatores ' do fatorial, com o último algarismo na coluna 5. (Constante NF).

Colunas 6 a 10: número de repetições. Último algarismo na coluna 10. (Constante NR).

Colunas 11 a 15: número de blocos. Último algarismo na coluna 15. (Constante NB).

Colunas 16 a 20: número de tratamentos por bloco. Último algarismo na coluna 20.

(Constante NK).

Coluna 25: NC = 1: escreve a matriz C.

NC = 0: não escreve.

Coluna 30: NM = 1: escreve a matriz M.

NM = 0: não escreve.

Coluna 35: NINV = 1: escreve a matriz M^{-1}.

NINV = 0: não escreve.

Coluna 40: MM1 = 1: efetua o produto MM^{-1}.

MM1 = 0: não efetua o produto.

Coluna 45: MD = 1: escreve a matriz de dispersão.

MD = 0: não escreve.

4a. leitura: dispõe-se, em cada cartão, os tratamentos de de cada bloco de 5 em 5 colunas, em números inteiros. O último nível de cada tratamento deverá ocupar a última das 5 cinco colunas. Não é necessário ordenar os tratamentos.

Na página seguinte é dado um exemplo de codificação, para o caso do fatorial 3 x 2.

NÚCLEO DE PROCESSAMENTO DE DADOS - UFPEL

ESQUEMA PARA PERFURAÇÃO

PROGRAMA Cálculo da Informação Relativa | IDENTIF. | INSTRUÇÕES PARA PERFURAÇÃO | SÍMBOLO

PROGRAMADOR Élio Paulo Zonta | DATA | PERFURAÇÕES

```
CONFUNDIMENTO DO FATORIAL 3 x 2 - BLOCOS DE 3 UNIDADES
    2    3    6    3    1    1    1    1    1
    3    2
   20   11   01
   21   10   00
   10   21   01
   11   20   00
   00   21   11
   01   20   10
```

11. APÊNDICE 2

1. Listagem do programa

```
PAGE    1

// JOB     2CAE 1CAE                                                   1

LOG DRIVE    CART SPEC    CART AVAIL   PHY DRIVE
  0000          2CAE         2CAE          0002
  0001          1CAE         1CAE          0001
                             3CAE          0003
                             4CAE          0004
                             5CAE          0005

V2 M12    ACTUAL 16K   CONFIG 16K

*EQUAT(PRNTZ,PRNZ)

// DUP

*DELETE                  ARQ05
CART ID 2CAE    DB ADDR   3EE0    DB CNT    12C0

*DELETE                  ARQ06
CART ID 2CAE    DB ADDR   3EE0    DB CNT    0960

*STOREDATA  WS   UA   ARQ05  300
CART ID 2CAE    DB ADDR   3EE0    DB CNT    12C0

*STOREDATA  WS   UA   ARQ06  150
CART ID 2CAE    DB ADDR   51A0    DB CNT    0960

// FOR
*IOCS(CARD,1132 PRINTER,DISK,TYPEWRITER,KEYBOARD)
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
C     ****************************************************
C     *                                                  *
C     *  PROGRAMA PARA A OBTENCAO DA INFORMACAO RELATIVA *
C     *                                                  *
C     *  NOS EXPERIMENTOS FATORIAIS CONFUNDIDOS          *
C     *                                                  *
C     ****************************************************
C      PROGRAMADOR - ELIO PAULO ZONTA
       DIMENSION XNOME(20),NNIV(5),NTPB(150),CMATR(300),NCT(150),XMATR(30
      10),NO(5),VMATR(300),ZMATR(150),AB(9)
       DATA AB/'A','B','C','D','E','M','-','1',')'/
       DEFINE FILE 5(300,200,U,KL)
       DEFINE FILE 6(300,100,U,KL)
```

```
  1 READ(2,2)(XNOME(J),J=1,20)
  2 FORMAT(20A4)
    WRITE(3,3)(XNOME(J),J=1,20)
  3 FORMAT('1',T21,20A4,//)
    WRITE(3,153)
    READ(2,4)NF,NR,NB,NK,NC,NM,NINV,MM1,MD
  4 FORMAT(16I5)
    WRITE(3,7)NF,NR,NB,NK
  7 FORMAT(T21,'FATORES ='I3,2X,'REPETICOES =',I3,2X,'BLOCOS =',I3,2X,
   1'TAMANHO DOS BLOCOS =',I3)
    READ(2,4)(NNIV(J),J=1,NF)
    WRITE(3,8)(NNIV(J),J=1,NF)
  8 FORMAT(T21,'NIVEIS DOS FATORES =',2X,16I5)
    FIND(5'1)
    NBPR=1.*(NB/NR)+0.5
    NT=NBPR*NK
    NT4=NT+1
    NT2=2*NT
    NT3=NT+NK
    K=1
    DO 10 J=1,NB
    READ(2,4)(NTPB(L),L=1,NK)
    KT=1
    KV=16
    IF(NK-KV)16,16,17
 16 KV=NK
 17 WRITE(3,9)(NTPB(L),L=KT,KV)
  9 FORMAT(T21,16I6)
    IF(NK-KV)60,60,61
 61 KT=KT+16
    KV=KV+16
    IF(NK-KV)16,16,17
 60 DO 5 M1=1,NT2
  5 CMATR(M1)=0.0
    DO 6 M=1,NK
    LU=M+NT
  6 CMATR(LU)=1.*NTPB(M)
    WRITE(5'K)(CMATR(L),L=1,NT2)
 10 K=K+3
    WRITE(3,153)
    FIND(5'1)
    ORDENACAO DOS TRATAMENTOS
    I=0
    KB=1
    DO 11 J=1,NBPR
    READ(5'KB)(CMATR(L),L=1,NT2)
    KB=KB+3
    DO 19 J6=1,NK
    KA=NT+J6
```

```
   19 CMATR(J6)=CMATR(KA)
      DO 11  K=1,NK
      I=I+1
   11 NTPB(I)=CMATR(K)+0.5
      DO 14  I=1,NT
      DO 14  J=1,NT
      IF(J-I)14,14,12
   12 IF(NTPB(I)-NTPB(J))14,14,13
   13 TEMP=NTPB(I)
      NTPB(I)=NTPB(J)
      NTPB(J)=TEMP
   14 CONTINUE
      DO 15  I=1,NT
   15 NCT(I)=NTPB(I)
C     CONSTRUCAO DAS MATRIZES C E M
      FIND(5'1)
      KB=1
      DO 65  I=1,NB
      READ(5'KB)(VMATR(JJ),JJ=1,NT2)
      DO 66  J=1,NK
      LU=NT+J
   66 NTPB(J)=VMATR(LU)+0.5
      DO 68  M=1,NT
   68 CMATR(M)=0.0
      DO 67  K=1,NK
      DO 70  L=1,NT
      IF(NTPB(K)-NCT(L))70,69,70
   69 CMATR(L)=1.
      GO TO 67
   70 CONTINUE
   67 CONTINUE
      WRITE(5'KB)(CMATR(JJ),JJ=1,NT)
   65 KB=KB+3
      FIND(5'1)
      KB=1
      DO 71  I=1,NT
      KA=1
      DO 72  J=1,NB
      READ(5'KA)(CMATR(JJ),JJ=1,NT)
      XMATR(J)=CMATR(I)
   72 KA=KA+3
      WRITE(6'KB)(XMATR(JJ),JJ=1,NB)
   71 KB=KB+3
      FIND(6'1)
      KA=1
      DO 73  I=1,NT
      DO 76  L=1,NT
   76 VMATR(L)=0.0
      READ(6'KA)(CMATR(JJ),JJ=1,NB)
```

```
      KB=1
      DO 74 J=1,NT
      READ(6'KB)(XMATR(JJ),JJ=1,NB)
      DO 75 K=1,NB
75    VMATR(J)=VMATR(J)+XMATR(K)*CMATR(K)
74    KB=KB+3
      FIND(5'KA)
      DO 77 M=1,NT
77    VMATR(M)=-VMATR(M)/FLOAT(NK)
      VMATR(I)=FLOAT(NR*(NK-1))/FLOAT(NK)
      WRITE(5'KA)(VMATR(JJ),JJ=1,NT)
      FIND(6'KA)
73    KA=KA+3
      FIND(5'1)
      KA=1
      DO 78 I=1,NT
      READ(5'KA)(CMATR(JJ),JJ=1,NT)
      WRITE(6'KA)(CMATR(JJ),JJ=1,NT)
      FIND(5'KA)
      IF(I-1)81,79,81
79    DO 80 II=2,NT
      T3=ABS(CMATR(II))+0.999
      K3=T3
      BC=ABS(CMATR(II))
      IF(K3-0)81,80,81
80    CONTINUE
81    DO 82 J=1,NT
82    CMATR(J)=CMATR(J)+BC
      WRITE(5'KA)(CMATR(JJ),JJ=1,NT)
78    KA=KA+3
      FIND(5'1)
      KA=1
      DO 87 I=1,NT
      READ(5'KA)(CMATR(K),K=1,NT)
      DO 88 J=NT4,NT2
88    CMATR(J)=0.0
      LU=I+NT
      CMATR(LU)=1.0
      WRITE(5'KA)(CMATR(K),K=1,NT2)
87    KA=KA+3
      NJ=0
      IF(NC-1)100,18,18
18    FIND(6'1)
      WRITE(3,89)AB(3)
89    FORMAT(//,T57,'M A T R I Z',4X,4A1,/)
90    KA=1
      DO 99 I=1,NT
      IF(NJ-1)91,92,93
91    READ(6'KA)(XMATR(JJ),JJ=1,NT)
```

```
      GO TO 94
   92 READ(5'KA)(XMATR(JJ),JJ=1,NT)
      GO TO 94
   93 READ(5'KA)(XMATR(JJ),JJ=1,NT2)
      DO 50 J=1,NT
      LU=J+NT
   50 XMATR(J)=XMATR(LU)
   94 KT=1
      KV=9
      IF(NT-KV)95,95,96
   95 KV=NT
   96 WRITE(3,97)I,(XMATR(JJ),JJ=KT,KV)
   97 FORMAT(1X,'LINHA',I4,2X,9F12.7)
      IF(NT-KV)99,99,98
   98 KT=KT+9
      KV=KV+9
      IF(NT-KV)95,95,96
   99 KA=KA+3
  100 IF(NJ-1)101,103,11 4
  101 IF(NM-1)103,102,102
  102 FIND(5'1)
      NJ=1
      WRITE(3,89)AB(6)
      GO TO 90
C     INVERSAO DA MATRIZ M
  103 NJ=1
      KA=1
      DO 129 I=1,NT
      READ(5'KA)(CMATR(M),M=1,NT2)
      KB=1
      DO 110 J=1,NT
      IF(KA-KB)104,110,104
  104 READ(5'KB)(XMATR(M),M=1,NT2)
      A1=CMATR(I)
      A2=XMATR(I)
      K2=A2*(10.**7)+0.5
      IF(K2-0)105,110,105
  105 K1=A1*(10.**7)+0.5
      IF(K1-0)108,106,108
  106 DO 107 L=1,NT2
  107 CMATR(L)=CMATR(L)+XMATR(L)
      WRITL(5'KA)(CMATR(M),M=1,NT2)
      A1=A2
  108 DO 109 K=1,NT2
  109 XMATR(K)=XMATR(K)-(A2*CMATR(K))/A1
      WRITE(5'KB)(XMATR(M),M=1,NT2)
  110 KB=KB+3
  129 KA=KA+3
      KA=1
      DO 113 I=1,NT
      READ(5'KA)(CMATR(M),M=1,NT2)
```

```
      BB=CMATR(I)
      DO 112 J=1,NT2
  112 CMATR(J)=CMATR(J)/BB
      WRITE(5'KA)(CMATR(M),M=1,NT2)
  113 KA=KA+3
      FIND(5'1)
      KB=1
      DO 270 I=NT4,NT2
      KA=1
      DO 271 J=1,NT
      READ(5'KA)(CMATR(JJ),JJ=1,NT2)
      VMATR(J)=CMATR(I)
  271 KA=KA+3
      WRITE(5'KB)(VMATR(JJ),JJ=1,NT)
  270 KB=KB+3
  114 IF(NJ-1)115,115,117
  115 IF(NINV-1)117,116,116
  116 FIND(5'1)
      NJ=2
      WRITE(3,89)AB(6),AB(7),AB(8)
      GO TO 90
C PRODUTO DAS MATRIZES M E M-1
  117 IF(MM1-1)501,118,118
  118 FIND(6'1)
      WRITE(3,89)AB(6),AB(6),AB(7),AB(8)
      KA=1
      DO 125 I=1,NT
      READ(6'KA)(CMATR(M),M=1,NT)
      DO 51 IK=1,NT
   51 CMATR(IK)=CMATR(IK)+BC
      FIND(5'1)
      KB=1
      DO 121 J=1,NT
      XMATR(J)=0.0
      READ(5'KB)(VMATR(JJ),JJ=1,NT)
      DO 119 K=1,NT
  119 XMATR(J)=XMATR(J)+CMATR(K)*VMATR(K)
  121 KB=KB+3
      FIND(6'KA)
      KT=1
      KV=9
      IF(NT-KV)122,122,123
  122 KV=NT
  123 WRITE(3,97)I,(XMATR(JJ),JJ=KT,KV)
      IF(NT-KV)125,125,124
  124 KT=KT+9
      KV=KV+9
      IF(NT-KV)122,122,123
  125 KA=KA+3
C     CALCULO DA MATRIZ DE DISPERSAO
```

```
501 FIND(5'1)
    IF(MD-1)502,504,504
504 WRITE(3,506)
506 FORMAT(//,T48,'M A T R I Z   D E   D I S P E R S A O',/)
502 KA=1
    DO 510 I=1,NT
    READ(5'KA)(CMATR(JJ),JJ=1,NT2)
    FIND(6'1)
    KB=1
    DO 505 J=1,NT
    VMATR(J)=0.0
    READ(6'KB)(XMATR(JJ),JJ=1,NT)
    DO 503 K=1,NT
    LU=NT+K
503 VMATR(J)=VMATR(J)+CMATR(LU)*XMATR(K)
505 KB=KB+3
    WRITE(5'KA)(VMATR(JJ),JJ=1,NT)
510 KA=KA+3
    FIND(5'1)
    KA=1
    DO 520 I=1,NT
    READ(5'KA)(CMATR(JJ),JJ=1,NT)
    KB=1
    DO 515 J=1,NT
    READ(5'KB)(XMATR(JJ),JJ=1,NT2)
    VMATR(J)=0.0
    DO 513 K=1,NT
    LU=NT+K
513 VMATR(J)=VMATR(J)+CMATR(K)*XMATR(LU)
515 KB=KB+3
    FIND(6'KA)
    IF(MD-1)521,516,516
516 KT=1
    KV=9
    IF(NT-KV)517,517,518
517 KV=NT
518 WRITE(3,97)I,(VMATR(JJ),JJ=KT,KV)
    IF(NT-KV)521,521,519
519 KT=KT+9
    KV=KV+9
    IF(NT-KV)517,517,518
521 WRITE(6'KA)(VMATR(JJ),JJ=1,NT)
    FIND(5'KA)
520 KA=KA+3
C   CALCULO DOS COEFICIENTES DOS Q PARA OS EFFITOS PRINCIPAIS
    K1=1
    FIND(5'1)
    K2=1
    K3=NT/NNIV(1)
    K4=NNIV(1)
```

```
      DO 130 I=1,K4
      DO 127 J=1,NT
  127 CMATR(J)=0.0
      DO 128 K=K2,K3
  128 CMATR(K)=1.
      WRITE(5'K1)(CMATR(JJ),JJ=1,NT)
      K1=K1+3
      K2=K2+NT/NNIV(1)
  130 K3=K3+NT/NNIV(1)
      K2=1
      K3=NT/NNIV(1)
      K5=NNIV(2)
      K6=K3/NNIV(2)
      DO 135 I=1,K5
      DO 131 J=1,K3
  131 CMATR(J)=0.0
      DO 132 K=K2,K6
  132 CMATR(K)=1.
      K7=0
      DO 133 L=1,K4
      DO 133 M=1,K3
      K7=K7+1
  133 XMATR(K7)=CMATR(M)
      WRITE(5'K1)(XMATR(JJ),JJ=1,NT)
      K1=K1+3
      K2=K2+K3/NNIV(2)
  135 K6=K6+K3/NNIV(2)
      IF(NF-2)151,151,136
  136 K2=1
      K6=K3/NNIV(2)
      K7=K6/NNIV(3)
      K8=NNIV(3)
      DO 140 I=1,K8
      DO 137 J=1,K6
  137 CMATR(J)=0.0
      DO 138 K=K2,K7
  138 CMATR(K)=1.0
      K9=0
      DO 139 L=1,K4
      DO 139 M=1,K5
      DO 139 N=1,K6
      K9=K9+1
  139 XMATR(K9)=CMATR(N)
      WRITE(5'K1)(XMATR(JJ),JJ=1,NT)
      K1=K1+3
      K2=K2+K6/NNIV(3)
  140 K7=K7+K6/NNIV(3)
      IF(NF-3)151,151,141
  141 K2=1
```

```
      K7=K6/NNIV(3)
      K9=NNIV(4)
      N1=K7/NNIV(4)
      DO 145 I=1,K9
      DO 142 J=1,K7
  142 CMATR(J)=0.0
      DO 143 K=K2,N1
  143 CMATR(K)=1.0
      N2=0
      N3=K4*K5*K8
      DO 144 N=1,N3
      DO 144 II=1,K7
      N2=N2+1
  144 XMATR(N2)=CMATR(II)
      WRITE(5'K1)(XMATR(JJ),JJ=1,NT)
      K1=K1+3
      K2=K2+K7/NNIV(4)
  145 N1=N1+K7/NNIV(4)
      IF(NF-4)151,151,146
  146 K2=1
      N1=K7/NNIV(4)
      N2=NNIV(5)
      DO 150 I=1,N2
      DO 147 J=1,N1
  147 CMATR(J)=0.0
      CMATR(K2)=1.0
      N4=0
      N3=N3*K9
      DO 148 K=1,N3
      DO 148 L=1,N1
      N4=N4+1
  148 XMATR(N4)=CMATR(L)
      WRITE(5'K1)(XMATR(JJ),JJ=1,NT)
      K1=K1+3
  150 K2=K2+1
C     CALCULO DAS VARIANCIAS E DA INFORMACAO RELATIVA
  151 FIND(5'1)
      WRITE(3,152)
  152 FORMAT(//,T44,'VARIANCIAS DOS EFEITOS FATORIAIS',)
      WRITE(3,570)
  570 FORMAT(T47,'INTERACOES NAO CORRIGIDAS',)
      WRITE(3,153)
  153 FORMAT(T20,82('-'),)
      WRITE(3,154)
  154 FORMAT(T39,'VARIANCIA COM CONFUND.',2X,'VARIANCIA SEM CONFUND.',3X
     1,'INF.RELATIVA',)
      WRITE(3,153)
  155 FORMAT(T21,'V(',A1,I1,A1,T39,F19.10,1X,'S2',2X,F19.10,1X,'S2',2X,F
     114.10)
```

```
156 FORMAT(T21,'V(',2(A1,I1),A1,T39,F19.10,1X,'S2',2X,F19.10,1X,'S2',2
   1X,F14.10)
157 FORMAT(T21,'V(',3(A1,I1),A1,T39,F19.10,1X,'S2',2X,F19.10,1X,'S2',2
   1X,F14.10)
162 FORMAT(T21,'V(',4(A1,I1),A1,T39,F19.10,1X,'S2',2X,F19.10,1X,'S2',2
   1X,F14.10)
164 FORMAT(T21,'V(',5(A1,I1),A1,T39,F19.10,1X,'S2',2X,F19.10,1X,'S2',2
   1X,F14.10)
    M=1
    A1=0.
    A2=0.
    A3=0.
    DO 160 I=1,NF
    K2=NNIV(I)
    DO 160 J=1,K2
    READ(5'M)(CMATR(JJ),JJ=1,NT)
    CALL PROD(CMATR,NT,NR,XMATR,NCT,VMATR,A1,A2,A3)
    L=J-1
    IF(L-0)158,158,159
158 NO(I)=M
159 WRITE(3,155)AB(1),L,AB(9),A1,A2,A3
160 M=M+3
    FIND(5'1)
    DO 170 I=1,NF
    K1=NNIV(I)
    DO 169 J=1,NF
    IF(J-I)169,169,161
161 K2=NNIV(J)
    DO 168 K=1,K1
    N1=NO(I)+3*K-3
    I1=K-1
    DO 168 L=1,K2
    N2=NO(J)+3*L-3
    I2=L-1
    READ(5'N1)(CMATR(JJ),JJ=1,NT)
    READ(5'N2)(XMATR(JJ),JJ=1,NT)
    DO 163 N=1,NT
163 CMATR(N)=CMATR(N)*XMATR(N)
    CALL PROD(CMATR,NT,NR,XMATR,NCT,VMATR,A1,A2,A3)
    WRITE(3,156)AB(I),I1,AB(J),I2,AB(9),A1,A2,A3
168 CONTINUE
169 CONTINUE
170 CONTINUE
    IF(NF-2)260,260,171
171 DO 185 I=1,NF
    K1=NNIV(I)
    DO 184 J=1,NF
    IF(J-I)184,184,172
```

```
172 K2=NNIV(J)
    DO 183 K=1,NF
    IF(K-J)183,183,173
173 K3=NNIV(K)
    DO 182 L=1,K1
    N1=NO(I)+3*L-3
    I1=L-1
    DO 182 M=1,K2
    N2=NO(J)+3*M-3
    I2=M-1
    DO 182 N=1,K3
    N3=NO(K)+3*N-3
    I3=N-1
    READ(5'N1)(CMATR(JJ),JJ=1,NT)
    READ(5'N2)(XMATR(JJ),JJ=1,NT)
    READ(5'N3)(ZMATR(JJ),JJ=1,NT)
    DO 177 MM=1,NT
177 CMATR(MM)=CMATR(MM)*XMATR(MM)*ZMATR(MM)
    CALL PROD(CMATR,NT,NR,XMATR,NCT,VMATR,A1,A2,A3)
    WRITE(3,157)AB(I),I1,AB(J),I2,AB(K),I3,AB(9),A1,A2,A3
182 CONTINUE
183 CONTINUE
184 CONTINUE
185 CONTINUE
    IF(NF-3)260,260,186
186 DO 218 I=1,NF
    K1=NNIV(I)
    DO 217 J=1,NF
    IF(J-I)217,217,187
187 K2=NNIV(J)
    DO 216 K=1,NF
    IF(K-J)216,216,188
188 K3=NNIV(K)
    DO 215 L=1,NF
    IF(L-K)215,215,189
189 K4=NNIV(L)
    DO 214 M=1,K1
    N1=NO(I)+3*M-3
    I1=M-1
    DO 214 N=1,K2
    N2=NO(J)+3*N-3
    I2=N-1
    DO 214 II=1,K3
    N3=NO(K)+3*II-3
    I3=II-1
    DO 214 KK=1,K4
    N4=NO(L)+3*KK-3
    I4=KK-1
    READ(5'N1)(CMATR(JJ),JJ=1,NT)
    READ(5'N2)(XMATR(JJ),JJ=1,NT)
```

```
      READ(5'N3)(ZMATR(JJ),JJ=1,NT)
      READ(5'N4)(VMATR(JJ),JJ=1,NT)
      DO 190 LL=1,NT
  190 CMATR(LL)=CMATR(LL)*XMATR(LL)*ZMATR(LL)*VMATR(LL)
      CALL PROD(CMATR,NT,NR,XMATR,NCT,VMATR,A1,A2,A3)
      WRITE(3,162)AB(I),I1,AB(J),I2,AB(K),I3,AB(L),I4,AB(9),A1,A2,A3
  214 CONTINUE
  215 CONTINUE
  216 CONTINUE
  217 CONTINUE
  218 CONTINUE
      IF(NF-4)260,260,219
  219 K1=NNIV(1)
      K2=NNIV(2)
      K3=NNIV(3)
      K4=NNIV(4)
      K5=NNIV(5)
      K6=0
      DO 250 I=1,K1
      N1=NO(1)+3*I-3
      I1=I-1
      DO 250 J=1,K2
      N2=NO(2)+3*J-3
      I2=J-1
      DO 250 K=1,K3
      N3=NO(3)+3*K-3
      I3=K-1
      DO 250 L=1,K4
      N4=NO(4)+3*L-3
      I4=L-1
      DO 250 M=1,K5
      N5=NO(5)+3*M-3
      I5=M-1
      DO 220 N=1,NT
  220 CMATR(N)=0.0
      K6=K6+1
      CMATR(K6)=1.0
      CALL PROD(CMATR,NT,NR,XMATR,NCT,VMATR,A1,A2,A3)
      WRITE(3,164)AB(1),I1,AB(2),I2,AB(3),I3,AB(4),I4,AB(5),I5,AB(9),A1,
     1A2,A3
  250 CONTINUE
  260 WRITE(3,153)
      GO TO 1
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION
 IOCS
```

```
CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON       0  VARIABLES    3648  PROGRAM    5578

END OF COMPILATION

// XEQ            1

*FILES(5,ARQ05),(6,ARQ06)
```

2. Listagem da subrotina PROD

```
// JOB     2CAE 1CAE

LOG DRIVE    CART SPEC    CART AVAIL   PHY DRIVE
  0000          2CAE          2CAE        0002
  0001          1CAE          1CAE        0001
                              3CAE        0003
                              4CAE        0004
                              5CAE        0005

V2 M12   ACTUAL 16K  CONFIG 16K

*EQUAT(PRNTZ,PRNZ)

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
      SUBROUTINE PROD(CMATR,NT,NR,XMATR,NCT,VMATR,A1,A2,A3)
      DIMENSION CMATR(300),XMATR(300),VMATR(300),NCT(150)
      FIND(6'1)
      L1=0
      DO 1 I=1,NT
      NCT(I)=CMATR(I)+0.5
    1 L1=L1+NCT(I)
      KE=1
      DO 2 I=1,NT
      READ(6'KE)(CMATR(JJ),JJ=1,NT)
      VMATR(I)=0.0
      DO 3 J=1,NT
      XMATR(J)=FLOAT(NCT(J))/FLOAT(NR*L1)
    3 VMATR(I)=VMATR(I)+CMATR(J)*FLOAT(NCT(J))
    2 KE=KE+3
      A1=0.
```

```
      A2=0.0
      DO 4  I=1,NT
    4 A1=A1+VMATR(I)*FLOAT(NCT(I))
      A1=A1/FLOAT(L1**2)
      DO 5  I=1,NT
      DO 5  J=1,NT
      IF(I-J)7,6,7
    6 A2=A2+(XMATR(I)**2)*FLOAT(NR*(NT-1))/FLOAT(NT)
      GO TO 5
    7 A2=A2-XMATR(I)*XMATR(J)*FLOAT(NR)/FLOAT(NT)
    5 CONTINUE
      A3=A2/A1
      CMATR(1)=A1
      CMATR(2)=A2
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR PROD
 COMMON        0  VARIABLES      18  PROGRAM    440

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 001D (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*DELETE                  PROD        1CAE
CART ID 1CAE   DB ADDR  0180   DB CNT   001E

*STORE       WS  UA  PROD             1CAE
CART ID 1CAE   DB ADDR  0180   DB CNT   001E
```

3. Exemplo de aplicação

CONFUNDIMENTO DO FATORIAL 3 X 2 - BLOCOS DE 3 UNIDADES

FATORES = 2 REPETICOES = 3 BLOCOS = 6 TAMANHO DOS BLOCOS = 3
NIVEIS DOS FATORES = 3 2

20	11	1
21	10	0
10	21	1
11	20	0
0	21	11
1	20	10

M A T R I Z C

LINHA	1	2.0000000	0.0000000	-0.3333333	-0.6666666	-0.3333333	-0.6666666
LINHA	2	0.0000000	2.0000000	-0.6666666	-0.3333333	-0.6666666	-0.3333333
LINHA	3	-0.3333333	-0.6666666	2.0000000	0.0000000	-0.3333333	-0.6666666
LINHA	4	-0.6666666	-0.3333333	0.0000000	2.0000000	-0.6666666	-0.3333333
LINHA	5	-0.3333333	-0.6666666	-0.3333333	-0.6666666	2.0000000	0.0000000
LINHA	6	-0.6666666	-0.3333333	-0.6666666	-0.3333333	0.0000000	2.0000000

M A T R I Z M

LINHA	1	2.3333333	0.3333333	0.0000000	-0.3333333	0.0000000	-0.3333333
LINHA	2	0.3333333	2.3333333	-0.3333333	0.0000000	-0.3333333	0.0000000
LINHA	3	0.0000000	-0.3333333	2.3333333	0.3333333	0.0000000	-0.3333333
LINHA	4	-0.3333333	0.0000000	0.3333333	2.3333333	-0.3333333	0.0000000
LINHA	5	0.0000000	-0.3333333	0.0000000	-0.3333333	2.3333333	0.3333333
LINHA	6	-0.3333333	0.0000000	-0.3333333	0.0000000	0.3333333	2.3333333

M A T R I Z   M-1

LINHA	1	0.4569444	-0.0680555	-0.0097222	0.0652777	-0.0097222	0.0652777
LINHA	2	-0.0680555	0.4569444	0.0652777	-0.0097222	0.0652777	-0.0097222
LINHA	3	-0.0097222	0.0652777	0.4569444	-0.0680555	-0.0097222	0.0652777
LINHA	4	0.0652777	-0.0097222	-0.0680555	0.4569444	0.0652777	-0.0097222
LINHA	5	-0.0097222	0.0652777	-0.0097222	0.0652777	0.4569444	-0.0680555
LINHA	6	0.0652777	-0.0097222	0.0652777	-0.0097222	-0.0680555	0.4569444

M A T R I Z   MM-1

LINHA	1	1.0000000	0.0000000	-0.0000000	0.0000000	-0.0000000	-0.0000000
LINHA	2	0.0000000	1.0000000	-0.0000000	0.0000000	-0.0000000	-0.0000000
LINHA	3	-0.0000000	-0.0000000	1.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
LINHA	4	-0.0000000	0.0000000	0.0000000	1.0000000	-0.0000000	0.0000000
LINHA	5	0.0000000	-0.0000000	0.0000000	0.0000000	1.0000000	0.0000000
LINHA	6	-0.0000000	-0.0000000	-0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.9999999

M A T R I Z   D E   D I S P E R S A O

LINHA	1	0.3736111	-0.1513888	-0.0930555	-0.0180555	-0.0930555	-0.0180555
LINHA	2	-0.1513888	0.3736111	-0.0180555	-0.0930555	-0.0180555	-0.0930555
LINHA	3	-0.0930555	-0.0180555	0.3736111	-0.1513888	-0.0930555	-0.0180555
LINHA	4	-0.0180555	-0.0930555	-0.1513888	0.3736111	-0.0180555	-0.0930555
LINHA	5	-0.0930555	-0.0180555	-0.0930555	-0.0180555	0.3736111	-0.1513888
LINHA	6	-0.0180555	-0.0930555	-0.0180555	-0.0930555	-0.1513888	0.3736111

VARIANCIAS DOS EFEITOS FATORIAIS
INTERACOES NAO CORRIGIDAS

	VARIANCIA COM CONFUND.	VARIANCIA SEM CONFUND.	INF.RELATIVA
V(A0)	0.1111111108 S2	0.1111111112 S2	1.0000000037
V(A1)	0.1111111109 S2	0.1111111112 S2	1.0000000027
V(A2)	0.1111111112 S2	0.1111111112 S2	1.0000000000
V(B0)	0.0625000000 S2	0.0555555557 S2	0.8888888917
V(B1)	0.0624999998 S2	0.0555555557 S2	0.8888888936
V(A0B0)	0.3736111106 S2	0.2777777783 S2	0.7434944270
V(A0B1)	0.3736111106 S2	0.2777777783 S2	0.7434944270
V(A1B0)	0.3736111115 S2	0.2777777783 S2	0.7434944252
V(A1B1)	0.3736111106 S2	0.2777777783 S2	0.7434944270
V(A2B0)	0.3736111120 S2	0.2777777783 S2	0.7434944238
V(A2B1)	0.3736111110 S2	0.2777777783 S2	0.7434944256