

COMPORTAMENTO DE FUNÇÕES DE PRODUÇÃO EM
ENSAIOS FATORIAIS 3³ DE ADUBAÇÃO NPK EM AMENDOIM
(*Arachis hypogaea* L.) NO ESTADO DO MARANHÃO

JOSÉ RAIMUNDO ARAUJO MONTEIRO
Engenheiro-Agrônomo

Orientador: Prof. Humberto de Campos

Dissertação apresentada à Escola Superior de
Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade
de São Paulo, para obtenção do título de
Mestre em Experimentação e Estatística.

PIRACICABA
Estado de São Paulo - Brasil
Julho, 1978

*A meus pais
meus irmãos
minha esposa
e meu filho*

D E D I C O

AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Dr. Humberto de Campos, pela orientação e apoio durante a execução deste trabalho.
- À Secretaria de Agricultura do Maranhão pela oportunidade que nos ofereceu de realizar o curso.
- À EMBRAPA, pelo fornecimento da bolsa de estudos.
- Ao corpo docente do Departamento de Matemática e Estatística da E.S.A. "Luiz de Queiroz", pela dedicação e ensinamentos transmitidos.
- Aos Prof.s Dr. F. Pimentel Gomes e Dr. Izaias Rangel Nogueira, pela dedicação e empenho durante o curso.
- Ao Prof. Dr. Roberto Simionato Moraes e funcionários do setor de computação, pela colaboração prestada durante as análises realizadas no Computador Eletrônico do Departamento de Matemática e Estatística da E.S.A. "Luiz de Queiroz".
- À minha esposa, pelo incentivo, apoio e colaboração.
- Aos colegas do curso de Experimentação e Estatística, pelo apoio, amizade e colaboração prestada.
- À Maria Izalina Ferreira Alves, Rosa Maria Alves, Octávio Frasseto e Maria Alayde P. de Souza, pela colaboração e amizade.
- Aos colegas H.E. Bajungu e B. Kroemyer, pela versão do resumo para o inglês.

Í N D I C E

	Pág.
1. RESUMO	1
2. INTRODUÇÃO	4
3. REVISÃO DE LITERATURA	7
4. MATERIAL E MÉTODOS	16
4.1 - Material	16
4.2 - Métodos	19
4.2.1 - Regressão polinomial ajustada aos ensaios fa toriais 3^3 com níveis equidistantes	19
4.2.1.1 - Estimativas dos parâmetros	20
4.2.1.2 - Variâncias e intervalos de confian ça das estimativas dos parâmetros	25
4.2.1.3 - Variâncias e intervalos de confian ça das estimativas dos rendimentos	27
4.2.1.4 - Níveis ótimos dos fatores x_1 , x_2 e x_3 da superfície de resposta	29
4.2.1.5 - Estudo das superfícies através de cortes	32
4.2.2 - Lei de Mitscherlich	36
4.2.2.1 - Estimativas dos parâmetros	37
4.2.2.2 - Dose econômica do nutriente e sua variância	38
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	39
5.1 - Regressão Polinomial	39

	Pág.
5.1.1 - Análises de variância e coeficientes de determinação	39
5.1.2 - Parâmetros das equações e seus intervalos de confiança	40
5.1.3 - Níveis ótimos de N, P e K	40
5.2 - Lei de Mitscherlich	42
5.2.1 - Estimativas dos parâmetros	42
5.2.2 - Níveis ótimos de N, P e K	43
5.3 - Confronto dos Resultados dos Níveis Ótimos de N, P e K nos Três Modelos	44
5.4 - Detalhes do Caso 1.0	44
5.4.1 - Estimativas e intervalos de confiança dos rendimentos	45
5.4.2 - Dose de nutriente economicamente aconselhável	45
5.4.3 - Cortes na superfície polinomial quadrática no caso 1.0	46
6. CONCLUSÕES	48
7. SUMMARY	50
8. BIBLIOGRAFIA	53
9. APÊNDICE	58

1. RESUMO

A produção agrícola como função apenas dos nutrientes adicionados ao solo pode ser expressa simbolicamente pela equação

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) ,$$

onde, Y representa a produção obtida, e, x_1, x_2, \dots, x_n indicam as quantidades dos nutrientes.

O principal objetivo deste trabalho é estudar o ajustamento de 3 funções de produção aplicadas aos ensaios fatoriais 3^3 de adubação NPK em amendoim, procurando uma fórmula de adubação para esta cultura. Para tal fim, utilizaram-se 14 ensaios instalados em 4 municípios do Estado do Maranhão. Esses ensaios foram agrupados da seguinte maneira:

- a) 1 caso constituído por 13 ensaios;
- b) 4 casos reunidos por município;
- c) 4 casos reunidos por efeitos significativos dos nutrientes;
- d) 14 ensaios individuais.

Os modelos matemáticos das funções estudadas foram:

Modelo I:

$$Y_i = a_0 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3 + e_i,$$

Modelo II:

$$Y_i = a_0 + a_{11}x_1^{1/2} + a_{22}x_2^{1/2} + a_{33}x_3^{1/2} + a_{12}x_1^{1/2}x_2^{1/2} + a_{13}x_1^{1/2}x_3^{1/2} + a_{23}x_2^{1/2}x_3^{1/2} + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3 + e_i,$$

Lei de Mitscherlich:

$$Y_i = A \left[1 - 10^{-c(x_i + b)} \right] + e_i.$$

No desenvolvimento do trabalho foram abordados os seguintes tópicos:

- a) Estimativas dos parâmetros das equações e seus respectivos intervalos de confiança, com um coeficiente de confiança aproximado de 0,95 (95%);
- b) Níveis ótimos de nutrientes (N, P e K);
- c) Cortes das superfícies de resposta, fixando-se dois dos nutrientes nas suas doses unitárias;
- d) Estimativas e intervalos de confiança das produções com um

coeficiente de confiança aproximado de 0,95 (95%), obtidos através das regressões polinomiais.

As principais conclusões obtidas foram:

a) Os parâmetros das regressões polinomiais ajustadas apresentaram intervalos de confiança amplos.

b) Os níveis ótimos de N, P e K foram divergentes nos 3 modelos. Os resultados obtidos através do modelo polinomial quadrático apresentaram certas semelhanças com os obtidos pela Lei de Mitscherlich.

c) Das 3 funções estudadas, o modelo polinomial de grau 1/2, foi o que apresentou resultados mais discrepantes.

d) Com o agrupamento dos ensaios, houve um melhor ajuste das funções aos dados experimentais.

e) Em todos os modelos foram constatados casos de doses econômicas fora do intervalo estudado, dificultando a recomendação de uma fórmula de adubação.

f) As doses econômicas obtidas através dos cortes da superfície do modelo polinomial quadrático, foram semelhantes às obtidas através da Lei de Mitscherlich.

g) Quando se reuniu os 13 ensaios, verificou-se que as produções estimadas, tanto pelo modelo de regressão polinomial quadrática como pela Lei de Mitscherlich, foram concordantes com as produções observadas, sendo porém, notória a compatibilidade no caso da Lei de Mitscherlich.

2. INTRODUÇÃO

Um dos principais meios para aumentar a produtividade agrícola é o uso de fertilizantes. A produção agrícola como função dos nutrientes adicionados ao solo pode ser expressa pela equação:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad ,$$

onde, Y representa a produção obtida e, x_1, x_2, \dots, x_n simbolizam os nutrientes nas suas diferentes doses ou níveis. Esta equação é conhecida por função ou superfície de resposta.

A avaliação econômica dos resultados de produção, obtida através do uso de fertilizantes, apresenta vários problemas. Um deles é a escolha adequada do modelo matemático que melhor se ajuste aos dados de produção.

Neste trabalho, serão ajustados aos dados de produção oriundos de experimentos de adubação mineral na cultura do amendoim, realizados no Estado do Maranhão, modelos de regressão polinomial e de regressão assintótica (Lei de Mitscherlich).

Para a regressão polinomial, serão utilizados dois modelos matemáticos sugeridos por HEADY *et alii* (1961), que são:

$$(I) \quad Y_i = a_0 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3 + e_i ;$$

$$(II) \quad Y_i = a_0 + a_{11}x_1^{1/2} + a_{22}x_2^{1/2} + a_{33}x_3^{1/2} + a_{12}x_1^{1/2}x_2^{1/2} + a_{13}x_1^{1/2}x_3^{1/2} + a_{23}x_2^{1/2}x_3^{1/2} + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3 + e_i ;$$

onde, x_1 , x_2 e x_3 representam as doses utilizadas respectivamente de N, P_2O_5 e K_2O .

Para o estudo da regressão assintótica, será usada a Lei de Mitscherlich, a mais empregada nos experimentos de adubação, sendo seu modelo matemático o seguinte:

$$Y_i = A \left[1 - 10^{-c(x_i+b)} \right] + e_i ,$$

onde, A = produção máxima teórica;

c = coeficiente de eficácia, específico de cada nutriente;

b = teor do nutriente contido no solo em forma assimilável pelas plantas;

x_i = quantidade do nutriente adicionado no solo.

Os principais objetivos deste trabalho são:

1) Verificar a função de produção que melhor se ajusta aos dados experimentais;

2) Pesquisar os níveis ótimos dos nutrientes, através dos modelos em estudo;

3) Estudar os cortes das superfícies, verificando o comportamento de cada nutriente quando os demais são fixados na dose unitária.

Os principais motivos que levaram à realização deste trabalho foram os seguintes:

1) O estudo com a cultura do amendoim no Estado do Maranhão é recente, e os primeiros resultados obtidos revelam ótimas condições para o seu desenvolvimento.

2) A não existência de informações sobre a influência da adubação na produção desta cultura no Maranhão.

3) Mais uma contribuição para o estudo das funções de produção aplicadas aos ensaios fatoriais 3^3 de adubação.

3. REVISÃO DE LITERATURA

PIMENTEL GOMES e MALAVOLTA (1949) estabelecem um método geral para estimar os parâmetros \underline{A} , \underline{b} e \underline{c} da equação de Mitscherlich, através da soma dos quadrados dos desvios a ser minimizada.

NOGUEIRA (1950) estuda o método dos quadrados mínimos, aplicado à equação de Mitscherlich,

$$Y = A \left[1 - 10^{-c(x+b)} \right] ,$$

que conduz ao determinante

$$\begin{bmatrix} \Sigma Y & n & \Sigma Z^X \\ \Sigma XYZ^X & \Sigma XZ^X & \Sigma XZ^{2X} \\ \Sigma YZ^X & \Sigma Z^X & \Sigma Z^{2X} \end{bmatrix} = 0$$

onde $Z = 10^{-cq}$, com q constante, como mostram PIMENTEL GOMES e MALAVOLTA (1949). Verifica o autor que a raiz $Z = 1$ para a equação, é tripla, provando a existência dela para qualquer caso.

PIMENTEL GOMES (1953) reúne várias pesquisas realizadas por PIMENTEL GOMES, NOGUEIRA, MALAVOLTA e STEVENS, sobre a aplicação da Lei de Mitscherlich em ensaios de adubação. Nesse trabalho, o autor fornece as fórmulas para as estimativas das variâncias, das estimativas dos parâmetros A , b e c , através das fórmulas de STEVENS (1951). Discute as questões metodológicas que surgem através do ajustamento de funções de produção aos ensaios de adubação e conclui que o principal problema é a determinação do modelo matemático da função e sua respectiva distribuição probabilística.

PIMENTEL GOMES (1957) estuda 38 ensaios fatoriais 3^3 de adubação NPK em cana-de-açúcar, instalados por E. Strauss, na zona canavieira de Pernambuco e Alagoas. O autor ajusta a Lei de Mitscherlich aos dados dos experimentos, obtendo as seguintes estimativas para o parâmetro c da equação: 0,00487 ha/kg para o nitrogênio, 0,00876 ha/kg para o fósforo e 0,00884 ha/kg para o potássio.

PIMENTEL GOMES e ABREU (1959) discutem a determinação da dose economicamente aconselhável de nutriente através da Lei de Mitscherlich. Os autores estudam a fórmula introduzida por CAREY e ROBINSON (1953), demonstrando que o termo

$$K = \frac{1}{c} \log \frac{c X_u L10}{1 - 10^{-cX_u}}$$

é praticamente independente de c , sendo aproximadamente igual à metade da dose do nutriente aplicado. Com isto, obtêm a fórmula:

$$x^* = \frac{1}{2} X_u + \frac{1}{c} \log \left(\frac{w u}{t X_u} \right),$$

onde, x^* é a dose econômica aproximada de nutriente, u é o aumento de produção obtido com a dose X_u do nutriente, t é o preço do nutriente e w é o preço do produto agrícola.

A vantagem desta fórmula é que ela não depende das estimativas dos parâmetros A e b da equação.

HEADY *et alii* (1961) ajustam quatro funções de produção aos dados de três ensaios de adubação:

- a) N e P em milho;
- b) P e K em trevo vermelho;
- c) P e K em alfafa.

Concluem ao final do estudo que a função raiz quadrada foi a que melhor se ajustou aos dados, após a comparação das curvas de resposta e das isoquantas.

PIMENTEL GOMES e CAMPOS (1966) estudam vários ensaios de adubação de milho, determinando a dose economicamente aconselhável de nutrientes através da Lei de Mitscherlich. Comentam os autores que, alternativamente, poderiam ter usado uma superfície de equação

$$Y = a_{44} + a_{11} N^2 + a_{22} P^2 + a_{33} K^2 + 2a_{12} NP + 2a_{13} NK + 2a_{23} PK + 2a_{14} N + 2a_{24} P + 2a_{34} K,$$

onde N, P e K, representam as doses de nitrogênio, fósforo e potássio, respectivamente. Esta superfície apresenta vantagens no caso de interações de certo vulto, sendo, entretanto, pouco aconselhável na maioria dos casos, porque não permite extrapolações, não permite testes de significância adequados no caso de grupos de ensaios. É de aplicação trabalhosa e restrita e, nos casos em que tem possibilidade de aplicação, leva a resultados análogos aos da equação de Mitscherlich.

CAMPOS (1967) apresenta um estudo sobre regressão polinomial quadrática ajustada a ensaios fatoriais 3^3 de adubação NPK em milho. Sua representação é a que se segue

$$Y = a_0 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3$$

Em seu estudo, o autor aborda os seguintes tópicos:

- a) determinação das estimativas dos parâmetros da equação e seus respectivos intervalos de confiança;
- b) os níveis ótimos de N, P e K;
- c) os cortes da superfície, fixando 2 dos nutrientes nas suas doses padrões;
- d) estimativas e intervalos de confiança das produções.

O autor compara o delineamento fatorial com o rotativo de Box, para um valor fixado de σ^2 , com a equiparação dos níveis de nutrientes. Mostra que o fatorial 3^3 apresenta menores variâncias.

Após o estudo teórico, aplica o método da regressão polinomial a 50 ensaios de adubação em milho, reunidos em grupos ou estudados separadamente. Ao término, recomenda a aplicação do método aos ensaios fatoriais 3^3 de adubação, apenas para grupos de ensaios e de boa precisão.

ZAGATTO e PIMENTEL GOMES (1967) apresentam um trabalho sobre funções de produção a uma, duas e três variáveis independentes, mostrando as dificuldades que podem ocorrer no estudo econômico de experimentos de adubação. Para a regressão polinomial quadrática com três variáveis, os autores mostram as dificuldades mais comuns, que são as seguintes:

1 - A equação para a receita líquida pode não ter máximo, mas sim, um mínimo ou um ponto de sela.

2 - O ajustamento da superfície de resposta aos dados observados, no caso de ensaios individuais é, em muitos casos, pouco satisfatório.

3 - As doses ótimas obtidas, nos casos em que ocorrem, são de pouca segurança, devido ao erro padrão muito alto.

Os autores recomendam o uso de grupos com numerosos ensaios ou ensaios isolados com várias repetições e de boa precisão para evitar ou diminuir as dificuldades acima citadas.

ARRUDA (1968) faz um estudo para as médias dos 50 ensaios de adubação N, P e K em milho, por ele instalados, e conduzidos no município de Ribeirão Preto, calculando as doses econômica-

mente aconselháveis dos três nutrientes, através da fórmula desenvolvida por PIMENTEL GOMES e ABREU (1959).

MORAES (1969) estuda a regressão polinomial do segundo grau ajustada a um experimento fatorial 3^3 de adubação com NPK em níveis não equidistantes. Neste trabalho, o autor faz a determinação dos intervalos de confiança para os parâmetros, obtendo valores relativamente grandes. As estimativas das produções, obtidas através da equação de regressão, foram boas, com intervalos de confiança bem pequenos. O autor estuda também a receita líquida, verificando que, o caso estudado, não possui máximo, mas sim, ponto de sela. Entretanto, após um estudo das doses dentro do intervalo utilizado no experimento, pode determinar o máximo absoluto da receita líquida e recomendar as doses de nutrientes.

PIMENTEL GOMES (1969) faz uma análise crítica do estudo econômico da adubação e dá ênfase ao problema da determinação do ponto de máximo da função de receita líquida. Lembra o autor que, mesmo tendo essa função um máximo, este será válido somente se estiver na região explorada pelo experimento.

VIEIRA (1970) estuda quatro funções de produção aplicadas aos ensaios fatoriais 3^3 de N, P e K em milho, sendo três modelos de regressão polinomial e um modelo de regressão assintótica (Lei de Mitscherlich). As principais conclusões obtidas pela autora são:

a) Os parâmetros das quatro regressões ajustadas possuem intervalos de confiança bastante amplos. Entretanto, foram obtidas esti-

mativas razoáveis dos rendimentos, pois a precisão delas depende da grandeza relativa das variâncias e covariâncias das estimativas dos parâmetros.

b) Dos três modelos de regressão polinomial ajustados, dois foram praticamente iguais nos resultados: o quadrático e o de grau $3/2$. Recomenda a autora o uso do modelo quadrático, uma vez que o de grau $3/2$ apresenta maior dificuldade nos cálculos.

c) A aplicação da regressão polinomial aos ensaios fatoriais de adubação deve ser feita para grupos de ensaios cuja análise estatística mostre efeitos quadráticos significativos.

d) Para a determinação da dose econômica de nutriente, no caso de três níveis, é recomendável o uso da Lei de Mitscherlich, porque leva a soluções satisfatórias através de métodos matemáticos simples. Entretanto, se existirem interações significativas de nutrientes, ou se houver queda de produção devida a doses altas, recomenda-se a aplicação da regressão polinomial, preferencialmente a de raiz quadrada.

CAMPOS e ARAÚJO (1971) estudam o ajuste de uma superfície de resposta (modelo quadrático), a dados experimentais de ensaios fatoriais 3^3 de adubação, na cultura do milho, com interpretação dos parâmetros estimados. Concluem os autores que, embora os intervalos de confiança dos parâmetros da equação sejam relativamente amplos, para os rendimentos culturais, há estreitamento muito acentuado desses intervalos. Verificam, ainda, que os valores estimados

estão muito próximos dos observados, confirmando a boa precisão do método aplicado.

Os autores estudam, também, a superfície de resposta, desprezando as interações quando elas forem não significativas, obtendo, na maioria dos casos, resultados análogos aos da equação completa.

NAGAI *et alii* (1975) fazem um estudo da função

$$Y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + b_{11} X_{1i}^2 + b_{22} X_{2i}^2 + b_{12} X_{1i} X_{2i} ,$$

realizando o seu ajuste aos dados de experimentos fatoriais 3x4 de adubação com nitrogênio e potássio na cultura do algodão nos municípios de Campinas, Conchal e Araras, no Estado de São Paulo. Verificam os autores que os intervalos de confiança para os parâmetros são muito amplos e que o modelo polinomial usado apresenta, de um modo geral, desvios padrões muito elevados.

MEAD e PIKE (1975) fazem uma revisão sobre toda a metodologia utilizada na obtenção da superfície de resposta. Comentam os modelos empregados e, ao final, citam mais de trezentas bibliografias sobre o assunto.

COSTA (1977) faz um estudo comparativo de 3 (três) modelos de regressão polinomial aplicados a 27 ensaios fatoriais 3^3 de adubação NPK na cultura do arroz, instalados no Estado de Goiás. Verifica o autor que o modelo quadrático e o modelo de grau 3/2 praticamente não diferem entre si, abandonando o estudo com o de grau 3/2, devido a sua maior complexidade e a apresentar cálculos mais la

boriosos. Conclui, ao final, que os coeficientes de determinação (R^2) e os valores de F das regressões nos dois modelos foram concordantes em todos os casos estudados. Os modelos apresentaram, em alguns casos, doses econômicas fora do intervalo estudado. As doses econômicas, obtidas nos cortes, foram bem próximas das conseguidas através das superfícies, sendo seus intervalos de confiança muito amplos, dificultando a recomendação de adubação. Recomenda o autor a aplicação das superfícies de resposta somente para grupos de ensaios e de boa precisão.

4. MATERIAL E MÉTODOS

4.1 - Material

Neste trabalho utilizaram-se dados de 14 ensaios fatoriais 3^3 de adubação NPK em amendoim, previamente selecionados de um grupo de 18, e que constam da Tabela I do Apêndice. Estes ensaios foram instalados em 4 municípios do Estado do Maranhão, nos anos agrícolas de 71/72, 72/73, 73/74 e 74/75, por técnicos do Departamento de Pesquisas e Experimentação da Secretaria de Agricultura daquele Estado, em convênio com a SUDENE (Superintendência de Desenvolvimento do Nordeste).

As doses de nutrientes utilizadas foram: zero, 20 e 40 kg/ha para o nitrogênio e o potássio, e, zero, 30 e 60 kg/ha para o fósforo.

O nitrogênio foi aplicado na forma de sulfato de amô

nia, sendo 1/3 em sulcos durante o plantio, e os 2/3 restantes em cobertura, 30 dias após a semeadura. O fósforo, na forma de superfosfato triplo, e o potássio, na de cloreto de potássio, foram colocados em sulcos, por ocasião do plantio.

A variedade utilizada foi a "Maranhão", nativa da região.

Os ensaios, após a seleção, ficaram assim distribuídos:

Ano agrícola 71/72: 1 ensaio (ensaio nº 1) ,

Ano agrícola 72/73: 7 ensaios (ensaios nºs 2, 3, 6, 7, 10, 11 e 13),

Ano agrícola 73/74: 4 ensaios (ensaios nºs 8, 9, 12 e 14),

Ano agrícola 74/75: 2 ensaios (ensaios nºs 4 e 5) .

Para fins de estudo, os experimentos foram reunidos em 4 grupos, conseguindo-se um total de 23 casos, assim distribuídos:

Grupo 1.0 - Formado por 13 ensaios.

Grupo 2 - Ensaios grupados por município:

2.1 - Ensaios 1, 2, 3, 4 e 5, município de Bacabal,

2.2 - Ensaios 6, 7, 8 e 9, município de D. Pedro,

2.3 - Ensaios 11 e 12, município de Codó,

2.4 - Ensaios 13 e 14, município de Imperatriz.

Grupo 3 - Ensaios grupados de acordo com o efeito significativo de nutrientes:

- 3.1 - Ensaio 1 e 3, com resposta ao nitrogênio,
- 3.2 - Ensaio 2, 6, 7 e 12, com resposta ao fósforo,
- 3.3 - Ensaio 8 e 9, com resposta à interação nitrogênio e fósforo,
- 3.4 - Ensaio 4, 5, 11, 13 e 14, não significativos.

Grupo 4 - 4.1 a 4.14: Ensaio individuais.

Cada ensaio teve apenas uma repetição, e o grupo de confundimento empregado em todos eles foi o "Y" (Yates). Foram feitas as análises de variância, tanto para os ensaios individuais como para os grupos de experimentos.

Para os grupos 1, 2 e 3, determinaram-se as produções médias para cada tratamento (Tabela II do Apêndice).

Os preços dos nutrientes e do amendoim foram tomados no mês de fevereiro do ano de 1978, divulgado pelo Boletim Informativo do Sistema Nacional de Informação do Mercado Agrícola, através da Secretaria de Agricultura do Maranhão. As relações de preços t_1/w , onde t_1 é o preço da dose unitária do nutriente e w é o preço do produto, foram as seguintes:

$$\frac{t_1}{w} = 221,43 \quad , \quad \frac{t_2}{w} = 186,04 \quad e \quad \frac{t_3}{w} = 74,43 \quad .$$

Os cálculos empregados neste trabalho foram realizados com o auxílio do Computador Eletrônico IBM - 1130, do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ (Escola Superior de Agricul

tura "Luiz de Queiroz"). Na obtenção dos parâmetros das regressões polinomiais, foi utilizado o programa "STEPWISE", programado por M. P. ROSENTHAL, da IBM, S. Francisco, Califórnia, E.U.A., com modificação feita por Vivaldo Francisco da Cruz, ESALQ, Piracicaba, S.Paulo.

4.2 - Métodos

4.2.1 - Regressão polinomial ajustada aos ensaios fatoriais 3^3 com níveis equidistantes

Neste estudo, empregaram-se os desenvolvimentos teóricos apresentados por CAMPOS (1967), VIEIRA (1970) e COSTA (1977).

As considerações teóricas aqui apresentadas, embora já conhecidas, foram realizadas com o intuito de facilitar a compreensão do tema em estudo.

Para facilitar os cálculos, os valores de X_1 , X_2 e X_3 foram codificados como zero, 1 e 2, através da transformação

$$x_i = \frac{X_i}{q} \quad (i=1,2 \text{ e } 3) ,$$

onde, X_i é a dose do nutriente, em kg/ha, e q é a equidistância das doses.

4.2.1.1 - Estimativas dos parâmetros

Foram ajustados os seguintes modelos matemáticos:

Modelo I:

$$Y_i = a_0 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3 + e_i$$

Modelo II:

$$Y_i = a_0 + a_{11}x_1^{1/2} + a_{22}x_2^{1/2} + a_{33}x_3^{1/2} + a_{12}x_1^{1/2}x_2^{1/2} + a_{13}x_1^{1/2}x_3^{1/2} + a_{23}x_2^{1/2}x_3^{1/2} + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3 + e_i$$

Para a obtenção das estimativas dos parâmetros da equação da superfície, partiu-se da solução do sistema de equações normais

$$\hat{\beta} = S^{-1} X'Y$$

onde, X = matriz dos valores assumidos por x_1 , x_2 e x_3 nos 27 tratamentos;

$$S^{-1} = (X'X)^{-1};$$

Y = vetor das produções.

Para os grupos de ensaios, a solução do sistema de equações normais passa a ser a seguinte:

$$\hat{\beta} = S^{-1} X'\bar{Y}$$

sendo, \bar{Y} o vetor das médias das produções correspondentes a cada um dos 27 tratamentos dos N ensaios, e, neste caso, ao invés de e_i tem-se \bar{e}_i .

Para o modelo I, a matriz X é a que consta da Tabela 1.

Tabela 1 - Matriz X para o modelo I.

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 4 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 & 4 & 0 & 0 & 4 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 & 4 & 2 & 2 & 4 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 4 & 0 & 4 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 4 & 1 & 4 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & 1 & 4 & 2 & 4 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Através de operações matriciais, obtêm-se $S = X'X$ e $S^{-1} = (X'X)^{-1}$, que estão na Tabela 2.

Tabela 2 - Matrizes S e S^{-1} para o modelo I.

$$S = X'X$$

27,00	45,00	45,00	45,00	27,00	27,00	27,00	27,00	27,00	27,00
45,00	153,00	75,00	75,00	81,00	81,00	81,00	81,00	45,00	45,00
45,00	75,00	153,00	75,00	81,00	81,00	45,00	45,00	81,00	45,00
45,00	75,00	75,00	153,00	45,00	45,00	81,00	45,00	45,00	81,00
27,00	81,00	81,00	45,00	75,00	75,00	45,00	45,00	45,00	27,00
27,00	81,00	45,00	81,00	45,00	45,00	75,00	45,00	45,00	45,00
27,00	45,00	81,00	81,00	45,00	45,00	45,00	27,00	45,00	45,00
27,00	81,00	45,00	81,00	45,00	45,00	45,00	27,00	27,00	27,00
27,00	45,00	81,00	45,00	45,00	45,00	27,00	45,00	45,00	27,00
27,00	45,00	45,00	81,00	27,00	27,00	45,00	27,00	27,00	45,00

$$S^{-1} = (X'X)^{-1}$$

0,50926	0,05555	0,05555	0,05555	0,08333	0,08333	0,08333	0,08333	-0,33333	-0,33333
0,05555	0,16667	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,33333	0,00000	0,00000
0,05555	0,00000	0,16667	0,00000	-0,00000	0,00000	0,00000	-0,00000	-0,33333	-0,00000
0,05555	0,00000	-0,00000	0,16667	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0,00000	0,00000	-0,33333
0,08333	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0,08333	0,00000	0,00000	-0,08333	-0,08333	-0,00000
0,08333	-0,00000	0,00000	0,00000	-0,00000	0,08333	0,00000	-0,08333	0,00000	-0,08333
0,08333	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	-0,00000	0,00000	-0,08333	-0,08333
-0,33333	-0,33333	0,00000	0,00000	-0,08333	-0,08333	0,00000	0,88889	0,08333	0,08333
-0,33333	-0,00000	-0,33333	-0,00000	-0,08333	-0,08333	-0,00000	0,88889	0,08333	0,08333
-0,33333	-0,00000	0,00000	-0,33333	0,00000	-0,08333	-0,08333	0,88889	0,08333	0,88889

Para o modelo II, a matriz X é a que consta da Tabela 3.

Tabela 3 - Matriz X para o modelo II.

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & \sqrt{2} & 1 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & \sqrt{2} & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \sqrt{2} & 1 & \sqrt{2} & 1 & \sqrt{2} & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & \sqrt{2} & 1 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & \sqrt{2} & 1 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 & 2 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & \sqrt{2} & 0 & 1 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & \sqrt{2} & 1 & 1 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & 1 & 2 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & 2 & 2 & 1 \\ 1 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & \sqrt{2} & 1 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & 2 & \sqrt{2} & 2 & 1 & 2 \\ 1 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

As matrizes S e S^{-1} , para este modelo, encontram-se na Tabela 4.

Tabela 4 - Matrizes S e S^{-1} referentes ao modelo II.

$S = X'X$

27,00000	21,72792	21,72792	17,48528	17,48528	17,48528	27,00000	27,00000	27,00000	27,00000
21,72792	27,00000	17,48528	21,72792	21,72792	14,07106	34,45584	21,72792	21,72792	21,72792
21,72792	17,48528	27,00000	17,48528	21,72792	14,07106	21,72792	34,45584	21,72792	21,72792
21,72792	17,48528	17,48528	27,00000	14,07106	21,72792	21,72792	21,72792	34,45584	21,72792
17,48528	21,72792	21,72792	14,07106	27,00000	17,48528	17,48528	27,72792	27,72792	17,48528
17,48528	21,72792	14,07106	21,72792	17,48528	27,00000	17,48528	27,72792	17,48528	27,72792
17,48528	14,07106	21,72792	21,72792	17,48528	17,48528	27,00000	17,48528	27,72792	27,72792
27,00000	34,45584	21,72792	21,72792	27,72792	27,72792	17,48528	45,00000	27,00000	27,00000
27,00000	21,72792	34,45584	21,72792	27,72792	17,48528	27,72792	27,00000	45,00000	27,00000
27,00000	21,72792	21,72792	34,45584	17,48528	27,72792	27,72792	27,00000	27,00000	45,00000

$S^{-1} = (X'X)^{-1}$

0,63450	-0,50054	-0,50054	0,19314	0,19314	0,19314	0,07857	0,07857	0,07857	0,07857
-0,50054	2,32910	0,19314	0,19314	-0,24001	-0,24001	0,00000	-1,37377	0,00000	0,00000
0,50054	0,19314	2,32910	0,19314	-0,24001	0,00000	-0,24001	0,00000	-1,37377	0,00000
-0,50054	0,19314	0,19314	2,32910	0,00000	-0,24001	-0,24001	0,00000	0,00000	-1,37377
0,19314	-0,24001	-0,24001	0,00000	0,29824	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,19314	-0,24001	0,00000	-0,24001	0,00000	0,29824	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,19314	0,00000	-0,24001	0,00000	0,00000	0,00000	0,29824	0,00000	0,00000	0,00000
0,07857	-1,37377	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	1,02696	0,00000	0,00000
0,07857	0,00000	-1,37377	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	1,02696	0,00000
0,07857	0,00000	0,00000	-1,37377	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	1,02696

4.2.1.2 - Variâncias e intervalos de confiança das estimativas dos parâmetros

A matriz D de variâncias e covariâncias, ou matriz de dispersão, é obtida pela multiplicação da matriz S^{-1} por $\sigma^2 (D=S^{-1}\sigma^2)$.

Na Tabela 5, têm-se as fórmulas das variâncias e covariâncias para os modelos das regressões polinomiais ajustadas.

Tabela 5 - Fórmulas para as variâncias e covariâncias das estimativas dos parâmetros para os ensaios individuais, modelos I e II.

	Modelo I	Modelo II
$V(\hat{a}_0)$	$0,50926 \sigma^2$	$0,63450 \sigma^2$
$V(\hat{a}_{ii})$	$0,16667 \sigma^2$	$2,32910 \sigma^2$
$V(\hat{a}_{mn})$	$0,08333 \sigma^2$	$0,29824 \sigma^2$
$V(\hat{a}_{i4})$	$0,88889 \sigma^2$	$1,02696 \sigma^2$
$COV(\hat{a}_0, \hat{a}_{ii})$	$0,05555 \sigma^2$	$-0,50054 \sigma^2$
$COV(\hat{a}_0, \hat{a}_{mn})$	$0,08333 \sigma^2$	$0,19314 \sigma^2$
$COV(\hat{a}_0, \hat{a}_{i4})$	$-0,33333 \sigma^2$	$0,07857 \sigma^2$
$COV(\hat{a}_{ii}, \hat{a}_{jj})$	$0,00000 \sigma^2$	$0,19314 \sigma^2$
$COV(\hat{a}_{ii}, \hat{a}_{mn})$	$0,00000 \sigma^2$	$-0,24001 \sigma^2$
$COV(\hat{a}_{ii}, \hat{a}_{i4})$	$-0,33333 \sigma^2$	$-1,37377 \sigma^2$
$COV(\hat{a}_{mn}, \hat{a}_{m4})$	$0,00000 \sigma^2$	$0,00000 \sigma^2$
$COV(\hat{a}_{mn}, \hat{a}_{n4})$	$-0,08333 \sigma^2$	$0,00000 \sigma^2$
$COV(\hat{a}_{m4}, \hat{a}_{n4})$	$0,08333 \sigma^2$	$0,00000 \sigma^2$

sendo: $i = 1, 2, 3$; $j = 1, 2, 3 (i \neq j)$; $m = 1, 2$; $n = 2, 3 (m < n)$;

$i \neq m$; $i \neq n$.

As demais covariâncias, não constantes da Tabela 5, são nulas. As estimativas das variâncias e covariâncias dos parâmetros estimados são obtidas substituindo-se σ^2 pela sua estimativa s^2 , que é o quadrado médio residual da análise de variância.

Os intervalos de confiança dos parâmetros foram determinados supondo-se que os erros de regressão têm distribuição normal. Esses intervalos foram calculados com um coeficiente de confiança de aproximadamente 95% de probabilidade, e, para tanto, tomou-se $t = 2,00$.

Na Tabela 6, encontram-se as fórmulas dos intervalos de confiança dos parâmetros relativos aos modelos I e II.

Tabela 6 - Fórmulas dos intervalos de confiança dos parâmetros relativos aos modelos I e II.

Modelo I	Modelo II
$\hat{a}_0 \pm 1,42725 s$	$\hat{a}_0 \pm 1,59312 s$
$\hat{a}_{ii} \pm 0,81650 s$	$\hat{a}_{ii} \pm 3,05228 s$
$\hat{a}_{mn} \pm 0,57735 s$	$\hat{a}_{mn} \pm 1,09222 s$
$\hat{a}_{i4} \pm 1,88562 s$	$\hat{a}_{i4} \pm 2,02678 s$

sendo: $i = 1, 2, 3$; $m = 1, 2$; $n = 2, 3$ ($m < n$)

4.2.1.3 - Variâncias e intervalos de confiança das estimativas dos rendimentos

Aplicando as propriedades de variância aos modelos I e II, verifica-se que os 27 tratamentos podem ser reunidos em grupos que apresentam a mesma expressão da variância da estimativa do Y. Assim sendo, tem-se:

Modelo I:

1º grupo: 000, 002, 020, 022, 200, 202, 220 e 222;

2º grupo: 011, 101, 110, 111, 121, 112 e 211;

3º grupo: 001, 010, 100, 122, 212 e 221;

4º grupo: 012, 021, 102, 120, 201 e 210.

Modelo II:

1º grupo: 000;

2º grupo: 111;

3º grupo: 222;

4º grupo: 001, 010 e 100;

5º grupo: 002, 020 e 200;

6º grupo: 011, 101 e 110;

7º grupo: 012, 021, 102, 120, 201 e 210;

8º grupo: 022, 202 e 220;

9º grupo: 112, 121 e 211;

10º grupo: 122, 212 e 221.

Na Tabela 7 têm-se, para os dois modelos e para os grupos, as fórmulas de variâncias das estimativas dos rendimentos.

Tabela 7 - Variâncias das estimativas dos rendimentos.

Grupos	Modelo I	Modelo II
1º	0,50926 σ^2	0,63450 σ^2
2º	0,25926 σ^2	0,26052 σ^2
3º	0,34260 σ^2	0,38272 σ^2
4º	0,35184 σ^2	0,39908 σ^2
5º		0,52788 σ^2
6º		0,27442 σ^2
7º		0,34261 σ^2
8º		0,44396 σ^2
9º		0,26810 σ^2
10º		0,30885 σ^2

Os intervalos de confiança dos rendimentos relativos aos modelos I e II, são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 - Intervalos de confiança dos rendimentos relativos aos modelos I e II ($t = 2,00$).

Grupos	Modelo I	Modelo II
1º	$\hat{Y} \pm 1,42725 \text{ s}$	$\hat{Y} \pm 1,59311 \text{ s}$
2º	$\hat{Y} \pm 1,01835 \text{ s}$	$\hat{Y} \pm 1,02082 \text{ s}$
3º	$\hat{Y} \pm 1,17064 \text{ s}$	$\hat{Y} \pm 1,23728 \text{ s}$
4º	$\hat{Y} \pm 1,18632 \text{ s}$	$\hat{Y} \pm 1,26346 \text{ s}$
5º		$\hat{Y} \pm 1,45311 \text{ s}$
6º		$\hat{Y} \pm 1,04770 \text{ s}$
7º		$\hat{Y} \pm 1,17066 \text{ s}$
8º		$\hat{Y} \pm 1,33261 \text{ s}$
9º		$\hat{Y} \pm 1,03557 \text{ s}$
10º		$\hat{Y} \pm 1,11148 \text{ s}$

4.2.1.4 - Níveis ótimos dos fatores x_1 , x_2 e x_3 da superfície de resposta

Os níveis ótimos dos fatores, para o presente caso, são as doses dos nutrientes (x_1^* , x_2^* e x_3^*) que levam a uma receita líquida máxima.

A receita líquida é dada pela função

$$L(x_1, x_2 \text{ e } x_3) = \hat{Y}w - x_1 t_1 - x_2 t_2 - x_3 t_3 - m ,$$

onde: w é o preço do produto;

\hat{Y} é a estimativa do rendimento do produto;

t_1 , t_2 e t_3 são os preços das doses unitárias, respectivamente,

de nitrogênio, fósforo e potássio; e

m são os custos fixos.

A marcha para a determinação do sistema de equações, cuja solução dá os valores de x_1^* , x_2^* e x_3^* , respectivamente, de x_1 , x_2 e x_3 , que podem conduzir à receita líquida máxima, é descrita por CAMPOS (1967) e VIEIRA (1970).

Considerando o modelo I, tem-se:

$$\begin{cases} 2\hat{a}_{11}x_1 + \hat{a}_{12}x_2 + \hat{a}_{13}x_3 = \frac{t_1}{w} - \hat{a}_{14} \\ \hat{a}_{12}x_1 + 2\hat{a}_{22}x_2 + \hat{a}_{23}x_3 = \frac{t_2}{w} - \hat{a}_{24} \\ \hat{a}_{13}x_1 + \hat{a}_{23}x_2 + 2\hat{a}_{33}x_3 = \frac{t_3}{w} - \hat{a}_{34} \end{cases} .$$

A matriz M das derivadas parciais de segunda ordem fi
ca:

$$M = wA = w \begin{bmatrix} 2\hat{a}_{11} & \hat{a}_{12} & \hat{a}_{13} \\ \hat{a}_{12} & 2\hat{a}_{22} & \hat{a}_{23} \\ \hat{a}_{13} & \hat{a}_{23} & 2\hat{a}_{33} \end{bmatrix} .$$

Para o modelo II, considerando $\sqrt{x_i} = z_i$ e $\frac{t_i}{w} = R_i$

($i=1,2,3$), tem-se o sistema

$$\begin{cases} -2(R_1 - \hat{a}_{14})z_1 + \hat{a}_{12}z_2 + \hat{a}_{13}z_3 = -\hat{a}_{11} \\ \hat{a}_{12}z_1 - 2(R_2 - \hat{a}_{24})z_2 + \hat{a}_{23}z_3 = -\hat{a}_{22} \\ \hat{a}_{13}z_1 + \hat{a}_{23}z_2 - 2(R_3 - \hat{a}_{34})z_3 = -\hat{a}_{33} \end{cases}$$

A matriz M das derivadas parciais de segunda ordem fi

ca:

$$M = wA = w \begin{bmatrix} -\frac{1}{(x_1^*)^3} (\bar{a}_{11} + \bar{a}_{12} \sqrt{x_2^*} + \bar{a}_{13} \sqrt{x_3^*}) & \frac{\bar{a}_{12}}{x_1^* x_2^*} & \frac{\bar{a}_{13}}{x_1^* x_3^*} \\ \frac{\bar{a}_{12}}{x_1^* x_2^*} & -\frac{1}{(x_2^*)^3} (\bar{a}_{22} + \bar{a}_{12} \sqrt{x_1^*} + \bar{a}_{23} \sqrt{x_3^*}) & \frac{\bar{a}_{23}}{x_2^* x_3^*} \\ \frac{\bar{a}_{13}}{x_1^* x_3^*} & \frac{\bar{a}_{23}}{x_2^* x_3^*} & -\frac{1}{(x_3^*)^3} (\bar{a}_{33} + \bar{a}_{13} \sqrt{x_1^*} + \bar{a}_{23} \sqrt{x_2^*}) \end{bmatrix}$$

4.2.1.5 - Estudo das superfícies através de cortes

O estudo das superfícies através de cortes, foi feito pela fixação de dois dos fatores na dose unitária ($x_i = 1$). O desenvolvimento teórico para a obtenção das doses economicamente aconselháveis em cada corte, bem como, de suas variâncias aproximadas, para os modelos em estudo, estão em CAMPOS (1967) e COSTA (1977).

Para o modelo I, tem-se:

1º corte: $[x_1, 1, 1]$

$$x_1^* = \frac{1}{2\hat{a}_{11}} \left[\frac{t_1}{w} - (\hat{a}_{12} + \hat{a}_{13} + \hat{a}_{14}) \right]$$

2º corte: $[1, x_2, 1]$

$$x_2^* = \frac{1}{2\hat{a}_{22}} \left[\frac{t_2}{w} - (\hat{a}_{12} + \hat{a}_{23} + \hat{a}_{24}) \right]$$

3º corte: $[1, 1, x_3]$

$$x_3^* = \frac{1}{2\hat{a}_{33}} \left[\frac{t_3}{w} - (\hat{a}_{13} + \hat{a}_{23} + \hat{a}_{34}) \right]$$

Se a estimativa do parâmetro a_{ii} ($i=1,2,3$) for < 0 , pode-se concluir, conforme CAMPOS (1967), que a respectiva receita líquida L_i , tem um máximo relativo em x_i .

No modelo II, as doses economicamente aconselháveis relativas a cada corte são as seguintes:

1º corte: $(x_1, 1, 1)$

$$x_1^* = \left[\frac{\hat{a}_{11} + \hat{a}_{12} + \hat{a}_{13}}{2\left(\frac{t_1}{w} - \hat{a}_{14}\right)} \right]^2 ,$$

2º corte: $(1, x_2, 1)$

$$x_2^* = \left[\frac{\hat{a}_{22} + \hat{a}_{12} + \hat{a}_{23}}{2\left(\frac{t_2}{w} - \hat{a}_{24}\right)} \right]^2 ,$$

3º corte: $(1, 1, x_3)$

$$x_3^* = \left[\frac{\hat{a}_{33} + \hat{a}_{13} + \hat{a}_{23}}{2\left(\frac{t_3}{w} - \hat{a}_{34}\right)} \right]^2 .$$

Para a caracterização do ponto de máximo ou de mínimo, é necessário pesquisá-lo através da derivada 2ª, cujas formas são as seguintes:

1º corte: $(x_1, 1, 1)$

$$f''(x_1) = - \frac{w}{4x_1^{3/2}} (\hat{a}_{11} + \hat{a}_{12} + \hat{a}_{13}) ,$$

2º corte: $(1, x_2, 1)$

$$f''(x_2) = - \frac{w}{4x_2^{3/2}} (\hat{a}_{22} + \hat{a}_{12} + \hat{a}_{23}) ,$$

3º corte: $(1, 1, x_3)$

$$f''(x_3) = - \frac{w}{4x_3^{3/2}} (\hat{a}_{33} + \hat{a}_{13} + \hat{a}_{23}) .$$

A receita líquida L_i ($i=1,2,3$), segundo COSTA (1977), terá um máximo relativo em x_i^* , desde que a expressão nos parêntesis, respectiva a cada corte, seja > 0 , devido ao w e ao valor da dose x_i serem positivos.

Uma aproximação da variância de x_i , é obtida, segundo PIMENTEL GOMES (1963), por intermédio da aplicação da fórmula de Taylor, conforme se segue.

Modelo 1:

1º corte: $(x_1, 1, 1)$

$$\begin{aligned} \hat{V}(x_1^*) &= \frac{1}{4\hat{a}_{11}^2} \left[\hat{V}(\hat{a}_{14}) + 2\hat{V}(\hat{a}_{12}) \right] + \frac{\left[\frac{t_1}{w} - (\hat{a}_{14} + \hat{a}_{12} + \hat{a}_{13}) \right]^2}{4\hat{a}_{11}^4} \hat{V}(\hat{a}_{11}) + \\ &+ \frac{\text{CÔV}(\hat{a}_{14}, \hat{a}_{12})}{\hat{a}_{11}^2} + \frac{1}{2\hat{a}_{11}^3} \left[\frac{t_1}{w} - (\hat{a}_{14} + \hat{a}_{12} + \hat{a}_{13}) \right] \text{CÔV}(\hat{a}_{14}, \hat{a}_{11}) , \end{aligned}$$

2º corte: $(1, x_2, 1)$

$$\begin{aligned} \hat{V}(x_2^*) &= \frac{1}{4\hat{a}_{22}^2} \left[\hat{V}(\hat{a}_{24}) + 2\hat{V}(\hat{a}_{12}) \right] + \frac{\left[\frac{t_2}{w} - (\hat{a}_{24} + \hat{a}_{12} + \hat{a}_{23}) \right]^2}{4\hat{a}_{22}^4} \hat{V}(\hat{a}_{22}) + \\ &+ \frac{\text{CÔV}(\hat{a}_{24}, \hat{a}_{12})}{\hat{a}_{22}^2} + \frac{1}{2\hat{a}_{22}^3} \left[\frac{t_2}{w} - (\hat{a}_{24} + \hat{a}_{12} + \hat{a}_{23}) \right] \text{CÔV}(\hat{a}_{22}, \hat{a}_{24}) ; \end{aligned}$$

3º corte: (1, 1, x_3)

$$\begin{aligned} \hat{V}(x_3^*) &= \frac{1}{4\hat{a}_{33}^2} \left[\hat{V}(\hat{a}_{34}) + 2\hat{V}(\hat{a}_{13}) \right] + \frac{\left[\frac{t_3}{w} - (\hat{a}_{34} + \hat{a}_{13} + \hat{a}_{23}) \right]^2}{4\hat{a}_{33}^4} \hat{V}(\hat{a}_{33}) + \\ &+ \frac{\text{CÔV}(\hat{a}_{34}, \hat{a}_{13})}{\hat{a}_{33}^2} + \frac{1}{2\hat{a}_{33}^3} \left[\frac{t_3}{w} - (\hat{a}_{34} + \hat{a}_{13} + \hat{a}_{23}) \right] \text{CÔV}(\hat{a}_{34}, \hat{a}_{33}) . \end{aligned}$$

O intervalo de confiança relativo a cada dose, de acordo com o corte efetuado, admitindo-se que a distribuição de x_i^* ($i=1,2,3$) seja aproximadamente normal, é obtido da seguinte maneira:

$$x_i^* \pm t s(x_i^*)$$

Modelo II:

1º corte: (x_1 , 1, 1)

$$\begin{aligned} \hat{V}(x_1^*) &= \frac{(\hat{a}_{11} + \hat{a}_{12} + \hat{a}_{13})^2}{4\left(\frac{t_1}{w} - \hat{a}_{14}\right)^4} \left[\hat{V}(\hat{a}_{11}) + 2\hat{V}(\hat{a}_{12}) \right] + \frac{(\hat{a}_{11} + \hat{a}_{12} + \hat{a}_{13})^4}{4\left(\frac{t_1}{w} - \hat{a}_{14}\right)^6} \hat{V}(\hat{a}_{14}) + \\ &+ \frac{(\hat{a}_{11} + \hat{a}_{12} + \hat{a}_{13})^2}{\left(\frac{t_1}{w} - \hat{a}_{14}\right)^4} \text{CÔV}(\hat{a}_{11}, \hat{a}_{12}) + \frac{(\hat{a}_{11} + \hat{a}_{12} + \hat{a}_{13})^3}{2\left(\frac{t_1}{w} - \hat{a}_{14}\right)^5} \text{CÔV}(\hat{a}_{11}, \hat{a}_{14}) \end{aligned}$$

2º corte: (1, x_2 , 1)

$$\hat{V}(x_2^*) = \frac{(\hat{a}_{22} + \hat{a}_{12} + \hat{a}_{23})^2}{4\left(\frac{t_2}{w} - \hat{a}_{24}\right)^4} \left[\hat{V}(\hat{a}_{22}) + 2\hat{V}(\hat{a}_{12}) \right] + \frac{(\hat{a}_{22} + \hat{a}_{12} + \hat{a}_{23})^4}{4\left(\frac{t_2}{w} - \hat{a}_{24}\right)^6} \hat{V}(\hat{a}_{24}) +$$

$$+ \frac{(\hat{a}_{22} + \hat{a}_{12} + \hat{a}_{23})^2}{\frac{t}{\left(\frac{t^2}{w} - \hat{a}_{24}\right)^4}} \text{CÔV}(\hat{a}_{22}, \hat{a}_{12}) + \frac{(\hat{a}_{22} + \hat{a}_{12} + \hat{a}_{23})^3}{\frac{t}{2\left(\frac{t^2}{w} - \hat{a}_{24}\right)^5}} \text{CÔV}(\hat{a}_{22}, \hat{a}_{24})$$

3º corte: $\{1, 1, x_3\}$

$$\begin{aligned} V(x_3^*) &= \frac{(\hat{a}_{33} + \hat{a}_{13} + \hat{a}_{23})^2}{\frac{t}{4\left(\frac{t^3}{w} - \hat{a}_{34}\right)^4}} \left[V(\hat{a}_{33}) + 2V(\hat{a}_{13}) \right] + \frac{(\hat{a}_{33} + \hat{a}_{13} + \hat{a}_{23})^4}{\frac{t}{4\left(\frac{t^3}{w} - \hat{a}_{34}\right)^6}} V(\hat{a}_{34}) + \\ &+ \frac{(\hat{a}_{33} + \hat{a}_{13} + \hat{a}_{23})^2}{\frac{t}{\left(\frac{t^3}{w} - \hat{a}_{34}\right)^4}} \text{CÔV}(\hat{a}_{33}, \hat{a}_{13}) + \frac{(\hat{a}_{33} + \hat{a}_{13} + \hat{a}_{23})^3}{\frac{t}{2\left(\frac{t^3}{w} - \hat{a}_{34}\right)^5}} \text{CÔV}(\hat{a}_{33}, \hat{a}_{34}). \end{aligned}$$

O intervalo de confiança para a dose economicamente aconselhável, considerando-se que a distribuição de x_i^* ($i=1,2,3$) se ja aproximadamente normal, é:

$$x_i^* \pm t s(x_i^*) .$$

4.2.2 - Lei de Mitscherlich

Nos ensaios fatoriais 3^3 de adubação, as respostas ao uso de nutrientes podem ser interpretadas individualmente através do uso da regressão assintótica

$$Y = A \left[1 - 10^{-c(x+b)} \right] ,$$

conhecida como Lei de Mitscherlich, onde:

Y = produção, em kg/ha;

x = dose do nutriente, em kg/ha;

A = valor assintótico da curva, em kg/ha;

c = coeficiente de eficácia do nutriente, em ha/kg;

b = teor do nutriente, em kg/ha, contido no solo em forma assimilável pela planta.

4.2.2.1 - Estimativas dos parâmetros

As estimativas dos parâmetros da Lei de Mitscherlich, para o caso de três níveis de nutrientes, podem ser obtidas segundo PIMENTEL GOMES (1949), através das fórmulas:

$$\hat{A} = \frac{\bar{Y}_1^2 - \bar{Y}_0 \bar{Y}_2}{2\bar{Y}_1 - (\bar{Y}_0 + \bar{Y}_2)} ,$$

$$\hat{c} = \frac{1}{q} \log \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_0}{\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1} ,$$

$$\hat{b} = \frac{1}{\hat{c}} \log \frac{\hat{A}}{\hat{A} - \bar{Y}_0} ,$$

desde que as seguintes condições sejam satisfeitas:

$$2\bar{Y}_1 > \bar{Y}_0 + \bar{Y}_2 , \quad \bar{Y}_1^2 > \bar{Y}_0 \bar{Y}_2 \quad \text{e} \quad \bar{Y}_2 > \bar{Y}_1 > \bar{Y}_0 ,$$

sendo \bar{Y}_0 , \bar{Y}_1 e \bar{Y}_2 , respectivamente, as produções médias das parcelas com doses 0, 1 e 2 do nutriente, e q a dose 1 do nutriente, em kg/ha.

4.2.2.2 - Dose econômica do nutriente e sua variância

Na obtenção da dose economicamente aconselhável do nutriente (x^*), usou-se a fórmula aproximada de cálculo desenvolvida por PIMENTEL GOMES e ABREU (1959), que é a seguinte:

$$x^* = \frac{1}{2} x_u + \frac{1}{c} \log \frac{w u}{t x_u} ,$$

onde, u é o aumento de produção obtido com a dose x_u de nutriente;

w é o preço do produto agrícola;

t é o preço da dose unitária de nutriente; e

c é o coeficiente de eficácia.

Na estimativa da variância de x^* , utilizou-se a aproximação desenvolvida por PIMENTEL GOMES (1961), cuja expressão é a seguinte:

$$V(x^*) = \frac{(0,434)^2}{c} \frac{2s^2}{ru} ,$$

sendo, r = número de repetições de cada dose de nutriente;

s^2 = quadrado médio residual da análise de variância;

c e u possuem o mesmo significado da fórmula da dose economicamente aconselhável de nutriente.

O intervalo de confiança da dose economicamente aconselhável é dado por

$$x^* \pm t s(x^*) .$$

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 - Regressão Polinomial

5.1.1 - Análises de variância e coeficientes de determinação

As estimativas dos desvios padrões, os coeficientes de variação, os valores de F das regressões e os coeficientes de determinação, encontram-se na Tabela III do Apêndice.

Dos 23 casos estudados, 8 apresentaram efeitos significativos para o teste F, sendo 5 ao nível de 1% de probabilidade e 3 ao nível de 5% de probabilidade, havendo concordância em número e em níveis de significância para os dois modelos.

Os coeficientes de determinação apresentaram pouca variação de um modelo para outro. O modelo II teve, em 56,52% dos casos, o R^2 ligeiramente superior ao modelo I, concordando com os re-

sultados obtidos por VIEIRA (1970), em ensaios com milho.

5.1.2 - Parâmetros das equações e seus intervalos de confiança

Nos dois modelos e nos 23 casos, estimaram-se os parâmetros e seus respectivos intervalos de confiança, com um coeficiente de confiança aproximado de 95% de probabilidade. Os resultados encontram-se na Tabela IV do Apêndice. Verifica-se que os intervalos de confiança para os parâmetros das regressões ajustadas, apresentam uma grande amplitude, obtendo-se, não muito raro, limites inferiores negativos.

5.1.3 - Níveis ótimos de N, P e K

De acordo com 4.2.1.4, determinaram-se as doses dos nutrientes que podem conduzir a uma receita líquida máxima, cujas soluções são x_1^* , x_2^* e x_3^* , respectivamente, para x_1 , x_2 e x_3 . Pela transformação $X_1 = 20x_i$ ($i=1,3$) para o nitrogênio e potássio, e, $X_2 = 30x_2$ para o fósforo, obtêm-se as quantidades de nutrientes, em kg/ha.

Os resultados dos 23 casos e dos dois modelos estudados, encontram-se na Tabela V do Apêndice, e podem ser resumidos na seguinte maneira:

<u>Grupos</u>	<u>Nº de casos por grupo</u>	<u>Modelo I</u>	<u>Modelo II</u>
1	1	1 máximo	
2	4	1 máximo	1 máximo
3	4	1 máximo	1 máximo
4	14	4 máximos	4 máximos e 1 mínimo

Pode-se notar que 7 casos para o modelo I e 6 casos para o modelo II, permitem a determinação de doses economicamente aconselháveis. Verificando-se os resultados obtidos, apenas os casos 4.5 (modelo I), e 2.1 e 4.5 (modelo II), têm seus resultados dentro do intervalo estudado, os demais apresentam casos de extrapolação, tornando-se perigosa uma indicação das doses economicamente aconselháveis.

Alguns resultados absurdos foram constatados para os dois modelos. Para o modelo I, dentre outros, tem-se o caso 2.1, que apresenta um máximo com doses negativas, como se segue:

$$\begin{array}{ccc} x_1^* & x_2^* & x_3^* \\ -4,54 & -4,05 & -2,83 \end{array} ,$$

correspondendo, em kg/ha, a:

$$\begin{array}{ccc} X_1^* & X_2^* & X_3^* \\ -90,80 & -121,50 & -56,60 \end{array} .$$

Para o modelo II, tem-se também, dentre outros, o caso 4.9 que apresenta um máximo com as seguintes doses:

$$\begin{array}{ccc} x_1^* & x_2^* & x_3^* \\ 0,02 & 0,14 & 10,39 \end{array} ,$$

cujas produções, em kg/ha, são:

$$\begin{array}{ccc} X_1^* & X_2^* & X_3^* \\ 0,40 & 4,20 & 207,80 \end{array} .$$

Um resultado bem discrepante ocorreu com o modelo II para o caso 1.0, que, embora não conduzindo a um ponto de máximo, convém sua citação, devido às doses obtidas:

$$\begin{array}{ccc} x_1^* & x_2^* & x_3^* \\ 18,42 & 142,67 & 77,27 \end{array} ,$$

sendo suas produções, em kg/ha, as seguintes:

$$\begin{array}{ccc} X_1^* & X_2^* & X_3^* \\ 368,40 & 4.280,10 & 1.545,40 \end{array} .$$

5.2 - Lei de Mitscherlich

No estudo desta função de produção, determinaram-se as estimativas dos parâmetros e as doses economicamente aconselháveis, visando à sua comparação com as obtidas através das regressões polinomiais.

5.2.1 - Estimativas dos parâmetros

As estimativas dos parâmetros A, b e c, nos casos onde foi possível a aplicação da Lei de Mitscherlich, encontram-se na

Tabela VI do Apêndice. O simples exame daquele quadro, mostra que a Lei de Mitscherlich ajusta-se em apenas 4 casos aos dados de produção relativos ao nitrogênio, em 7 casos ao fósforo e em 9 casos ao potássio.

5.2.2 - Níveis ótimos de N, P e K

As doses economicamente aconselháveis de nutrientes, nos casos em que a curva se ajustou aos dados, foram obtidas através da fórmula aproximada de cálculo, conforme PIMENTEL GOMES e ABREU (1959):

$$x^* = \frac{1}{2} x_u + \frac{1}{c} \log \frac{w u}{t x_u} .$$

Os resultados obtidos e seus respectivos intervalos de confiança, com um coeficiente de confiança aproximado de 95%, onde foi possível a aplicação da Lei de Mitscherlich, encontram-se na Tabela VII do Apêndice. Pode-se constatar que o fósforo e o potássio apresentam, na maioria dos casos, doses economicamente aconselháveis acima do intervalo estudado, enquanto o nitrogênio não apresenta qualquer caso de extrapolação. Apenas no caso 1.0, onde houve a reunião dos 13 ensaios, foi possível obter-se doses econômicas para todos os nutrientes.

5.3 - Confronto dos Resultados dos Níveis Ótimos de N, P e K nos Três Modelos

Para o modelo I, foram constatados casos de doses economicamente aconselháveis negativas, o mesmo não acontecendo com o modelo II e a Lei de Mitscherlich.

Em todos os modelos estudados, ocorreram doses economicamente aconselháveis fora do intervalo estudado. Como a extrapolação é muito perigosa, é conveniente, nestes casos, não recomendar a sua utilização.

A redomendação de uma fórmula de adubação com base neste estudo não é possível devido aos seguintes fatos:

- a) diversificação das doses economicamente aconselháveis nos três modelos;
- b) na maioria das vezes, as doses economicamente aconselháveis caíram fora do intervalo.

5.4 - Detalhes do Caso 1.0

A escolha deste caso para um estudo mais detalhado, deve-se ao fato de ser ele o que melhor representa os ensaios, devido ser constituído por 13 experimentos.

Esse estudo foi realizado para a regressão polinomial quadrática e para a Lei de Mitscherlich.

5.4.1 - Estimativas e intervalos de confiança dos rendimentos

De acordo com 4.2.1.3, foram estimadas as produções dos 27 tratamentos e seus respectivos intervalos de confiança, com um coeficiente de confiança aproximado de 95% de probabilidade. Para a Lei de Mitscherlich, foram obtidas as produções estimadas para o nitrogênio, fósforo e potássio, nos três níveis. Esses resultados encontram-se, respectivamente, nas Tabelas VIII e IX do Apêndice.

Pelos resultados pode-se constatar que existe uma boa concordância entre as produções estimadas e as observadas, principalmente para as estimadas pela Lei de Mitscherlich, onde os valores são praticamente iguais, concordando com os resultados obtidos por VIEIRA (1970).

5.4.2 - Dose de nutriente economicamente aconselhável

As doses economicamente aconselháveis através das funções de receita líquida para os dois modelos são:

	<u>Modelo I</u>	<u>Lei de Mitscherlich</u>
x_1^*	1,4985	0,9480
x_2^*	2,3615	2,1527
x_3^*	2,1776	1,5755

cujos valores correspondentes, em kg/ha, são:

	<u>Modelo I</u>	<u>Lsi de Mitscherlich</u>
X_1^*	29,9700	18,9600
X_2^*	70,8450	64,5810
X_3^*	43,5520	31,5100

Observa-se que apenas para o fósforo existiu uma concordância entre as doses econômicas, quando esperava-se que as doses para os outros nutrientes também fossem concordantes. Tal ocorrência deve-se, talvez, ao pequeno número de ensaios utilizados.

5.4.3 - Cortes na superfície polinomial quadrática no caso 1.0

Obteve-se os seguintes níveis ótimos dos nutrientes, quando foram fixados na dose unitária dois dos nutrientes.

	<u>Modelo I</u>	<u>Modelo I</u> (kg/ha)
1º corte	0,8801	17,6020
2º corte	1,8208	54,6240
3º corte	1,4605	29,2100

As doses econômicas obtidas após os cortes na superfície, indicam pontos de máximo para as funções de receita líquida nos respectivos cortes, devido às estimativas dos parâmetros a_{ii} ($i=1,2,3$) serem negativas, de acordo com CAMPOS (1967).

Verifica-se que através dos cortes é possível indicar as doses economicamente aconselháveis, uma vez que os valores

encontram-se dentro do intervalo estudado, e apresentam-se concordes com os resultados obtidos através da Lei de Mitscherlich.

6. CONCLUSÕES

Deste trabalho pode-se tirar as seguintes conclusões:

1 - Os intervalos de confiança para os parâmetros das equações de superfície de resposta foram amplos, tanto nos ensaios isolados como nos grupos.

2 - Os valores do teste F e os coeficientes de determinação, apresentaram concordância nos dois modelos de regressões polinomiais.

3 - Os níveis ótimos de nutrientes, obtidos através dos modelos de regressões polinomiais, foram divergentes entre si. Houve uma certa concordância entre os níveis obtidos pela Lei de Mitscherlich com os do modelo polinomial quadrático.

4 - Todos os modelos apresentaram, na grande maioria dos casos, doses econômicas fora do intervalo estudado, o que dificulta a re-

comendação de uma fórmula de adubação.

5 - Com o grupamento dos ensaios, houve um melhor ajuste das funções aos dados experimentais.

6 - No caso 1.0, onde se reuniu 13 ensaios, os intervalos de confiança para os rendimentos através do modelo polinomial quadrático foram estreitos. Este modelo e o assintótico apresentaram um bom ajuste aos dados experimentais.

7 - As doses econômicas, conseguidas através dos cortes, não foram muito concordantes com as obtidas pela superfície. Entretanto, elas foram bastante semelhantes às obtidas através da Lei de Mitscherlich.

8 - Das três funções estudadas, o modelo polinomial de grau $1/2$ foi o que apresentou resultados mais discrepantes.

9 - Na determinação das doses econômicas de nutrientes, para o caso de três níveis, na cultura do amendoim no Maranhão, recomenda-se a aplicação da regressão polinomial quadrática ou a Lei de Mitscherlich, para grupos de ensaios de boa precisão, e, de preferência a Lei de Mitscherlich, pois chega-se a resultados razoáveis, através de cálculos imediatos.

7. SUMMARY

The agricultural production as a function of the added nutrients to the soil may be expressed symbolically by the equation

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) ,$$

where Y represents the yield and, x_1, x_2, \dots, x_n indicate the amounts of the nutrients.

The main objective of this work is to study the fitting of the 3 function applied to 3^3 factorial experiments of NPK nutrients found in peanuts, looking for a recommendation to the fertilization. To this end 14 experiments, installed in 4 counties in the State of Maranhão, Brazil, were set up. These trials were grouped in the following way:

- a) 1 case with 13 trials;
- b) 4 cases grouped by county;

- c) 4 cases grouped by significant effects of nutrients;
- d) 14 individual trials.

The mathematical models studied were:

Model I:

$$Y_i = a_0 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3 + e_i$$

Model II:

$$Y_i = a_0 + a_{11}x_1^{1/2} + a_{22}x_2^{1/2} + a_{33}x_3^{1/2} + a_{12}x_1^{1/2}x_2^{1/2} + a_{13}x_1^{1/2}x_3^{1/2} + a_{23}x_2^{1/2}x_3^{1/2} + a_{14}x_1 + a_{24}x_2 + a_{34}x_3 + e_i$$

Mitscherlich's Law:

$$Y_i = A \left[1 - 10^{-c(x_i+b)} \right] + e_i$$

The work is composed in the following topics:

- a) Estimates of the equations parameters and their respective confidence intervals with a confidence coefficient of approximately 95%.
- b) The optimum levels of the nutrients (N, P and K).
- c) Surface cuts keeping two nutrients constant in unitary doses.
- d) Estimates and confidence intervals with a confidence coefficient of approximately 95%, by means of polynomial regressions.

The main conclusions obtained were:

a) The parameters of the adjusted polynomial regressions present wide confidence intervals.

b) The optimum levels of NPK were divergent in the 3 models. The results obtained through the quadratic polynomial model present certain similarities with those obtained by Mitscherlich's Law.

c) Of the 3 functions studied, the square root function was the one which showed the most discrepant results.

d) With the grouping of the trials, there was a better adjustment of the functions in the given experiments.

e) All the models presented economic doses outside the studied interval, thus complicating a recommendation of a single fertilization formula.

f) The economic doses obtained through the response surface cuts of the quadratic polynomial model were similar to those obtained by Mitscherlich's Law.

g) When the 13 trials were jointed, it was verified that the estimated production, in both the quadratic polynomial regression model and the Mitscherlich's Law were in agreement with the observed production, having more compatibility with Mitscherlich's Law.

8. BIBLIOGRAFIA

- ARRUDA, H.V., 1968. Adubação Mineral do Milho nas Terras Roxas do Município de Ribeirão Preto. O Biológico, São Paulo, 34: 99-109.
- ARRUDA, H.V., 1969. Contribuição para o Estudo da Adubação Mineral do Milho nas Terras Roxas do Município de Ribeirão Preto. ESALQ/USP, Piracicaba, 39 pp. (Tese de Doutorado).
- BOX, G.E.P., 1954. The Exploration and Exploitation of Response Surfaces: Some General Considerations and Examples. Biometrics, Carolina do Norte, 10: 16-60.
- CAMPOS, H., 1967. Aspectos da Aplicação das Superfícies de Resposta a Ensaio Fatoriais 3^3 de Adubação. ESALQ/USP, Piracicaba, 82 pp. (Tese de Livre-Docência).
- CAMPOS, H. e ARAÚJO, P.F.C., 1971. Aspectos Econômicos da Adubação em Milho. Piracicaba, 41 pp. (Mimeografado).

- CAMPOS, H. e PIMENTEL GOMES, F., 1976. As Interações em Grupos de Experimentos de Adubação de Milho. Rev. Agricultura, Piracicaba, 15: 5-16.
- COCHRAN, W.G. e CDX, G.M., 1973. Diseños Experimentales. 2^a ed., México, Editorial Trillas. 661 pp.
- COSTA, R.A., 1977. Funções de Produção Ajustadas a Ensaios Fatoriais 3³ de Adubação de Arroz. ESALQ/USP, Piracicaba, 80 pp. (Dissertação de Mestrado).
- DÁVILA, L.E.R., 1975. Alguns Diseños para Estudios de la Superfície de Respuesta a la Aplicacion de Fertilizantes. Piracicaba, 27 pp. (Mimeografado).
- DÁVILA, L.E.R. e BENITEZ, J., 1975. Ventajas e Desventajas del Modelo Polinomial Cuadrático en el Estudio de la Respuesta a los Fertilizantes. Piracicaba, 9 pp. (Mimeografado).
- DAVIES, D.L., 1956. Design and Analysis of Industrial Experiments. 2^a Ed. Nova York, Hafner Publishing Co. 636 pp.
- FEDERER, W.T., 1955. Experimental Designs. Theory and Application. Nova York. The Mac Millan Co. 544 pp.
- HEADY, E.O. e DILLON, J.L., 1961. Agricultural Production Functions. Ames, Iowa. Iowa State Univ. Press. 667 pp.
- HEADY, E.O.; PESEK, J.T.; BROWN, W.G. e DOLL, J.P., 1961. Crop Response Surfaces and Economic Optima in Fertilizer Use. In: Agricultural Production Functions. Ames, Iowa. Iowa State Univ. Press. 667 pp.

- IGUE, T., 1968. Interações em Grupos de Experimentos de Adubação do Feijoeiro com N, P e K, Segundo o Esquema Fatorial $3 \times 3 \times 3$. ESALQ/USP, Piracicaba, 81 pp. (Dissertação de Mestrado).
- MEAD, R. e PIKE, D.J., 1975. A Review of Response Surface Methodology from a Biometric viewpoint. Biometrics, Carolina do Norte, 31: 803-851.
- MORAES, R.S., 1969. Superfície Polinomial de Resposta num Ensaio de Adubação com Níveis Não-Equidistantes. ESALQ/USP. Piracicaba, 58 pp. (Tese de Doutorado).
- NAGAI, V.; SILVA, N.M. e IGUE, T., 1975. Aplicação do Modelo Polinomial ao Estudo Econômico de Experimentos de Adubação em Algodoeiro. Piracicaba. 18 pp. (Mimeografado).
- NOGUEIRA, I.R., 1950. Sobre uma Propriedade da Equação Utilizada para a Interpolação da Lei de Mitscherlich. Anais da E.S.A. "Luiz de Queiroz", 7: 105-108.
- NOGUEIRA, I.R., 1960. Pesquisa sobre o Planejamento Experimental de Ensaio de Adubação. ESALQ/USP, Piracicaba, 44 pp. (Tese de Livre-Docência).
- PIMENTEL GOMES, F. e MALAVOLTA, E., 1949a. Considerações Matemáticas sobre a Lei de Mitscherlich. Boletim Informativo nº 3, E.S.A. "Luiz de Queiroz", Piracicaba, 24 pp.
- PIMENTEL GOMES, F. e MALAVOLTA, E., 1949b. Aspectos Matemáticos e Estatísticos da Lei de Mitscherlich. Anais da E.S.A. "Luiz de Queiroz", Piracicaba, 6: 193-229.

- PIMENTEL GOMES, F., 1957. Análise Conjunta de 38 Experimentos de Adubação de Cana-de-Açúcar. Rev. Agricultura, Piracicaba, 32: 113-126.
- PIMENTEL GOMES, F. e SALATI, E., 1957. As Interações Num Grupo de Experimentos de Adubação de Cana-de-Açúcar. Rev. Agricultura, Piracicaba, 32: 261-270.
- PIMENTEL GOMES, F. e ABREU, C.P., 1959. Sobre uma Fórmula para o Cálculo da Dose mais Econômica de Adubo. Anais da E.S.A. "Luiz de Queiroz", Piracicaba, 16: 191-198.
- PIMENTEL GOMES, F., 1963. The Use of Mitscherlich's Regression Law in the Analysis of Experiments with Fertilizers. Biometrics, Carolina do Norte, 9: 498-517.
- PIMENTEL GOMES, F. e CAMPOS, H., 1966. Resultados de Ensaio de Adubação. In: Cultura e Adubação do Milho. Instituto Brasileiro da Potassa, S. Paulo, pp. 429-449.
- PIMENTEL GOMES, F., 1969. Novos Aspectos do Estudo Econômico de Ensaio de Adubação. Fertilité, Paris, 34: 3-21.
- PIMENTEL GOMES, F., 1974. Aspectos Econômicos do Uso de Fertilizantes. Piracicaba, 13 pp. (Mimeografado).
- PIMENTEL GOMES, F., 1974. Pontos Críticos de Superfícies Polinomiais de Resposta. Piracicaba, 7 pp. (Mimeografado).
- PIMENTEL GOMES, F., 1976. Curso de Estatística Experimental. 6^a Ed. Piracicaba, Livraria Nobel, 430 pp.

RAO, C.R., 1952. Advanced Statistical Methods in Biometric Research.
Nova York. John Wiley, 390 pp.

SECRETARIA DE AGRICULTURA DO MARANHÃO, 1968. Boletim Informativo do
Sistema Nacional de Informações do Mercado. 49 pp.

VIEIRA, S., 1970. Aspectos das Funções de Produção Ajustadas aos En-
saio s Fatoriais 3³ de Adubação. Piracicaba, ESALQ/USP, 165 pp.
(Tese de Doutorado).

VIEIRA, S.; ARRUDA, H.V. e HOFFMAN, R., 1971. Estudo Comparativo de
Três Funções na Análise Econômica de Experimentos de Adubação.
Piracicaba, 111 pp. (Mimeografado).

ZAGATTO, A.G. e PIMENTEL GOMES, F., 1967. Aspectos Econômicos da A-
dubação. In: Manual de Química Agrícola - Adubos e Adubação. 2.^a
Ed. Biblioteca Agronômica "Ceres". S. Paulo.

9. APÊNDICE

Tabela I - Produções, em kg/ha, referentes a 14 ensaios fatoriais 3^3 de adubação NPK em amendoim, instalados no Estado do Maranhão.

TRATAMENTOS	ENSAIOS						
	1	2	3	4	5	6	7
000	4.101	2.662	1.105	2.504	4.438	4.070	3.999
010	3.735	1.974	3.241	2.822	3.458	5.682	4.634
020	4.438	2.947	1.307	4.059	2.651	6.469	6.371
001	4.564	1.386	2.033	3.357	2.800	4.136	4.044
011	3.688	2.502	1.489	3.544	3.585	6.756	6.618
021	4.425	1.969	1.596	2.283	3.667	7.971	7.693
002	4.884	2.283	2.219	4.138	3.105	4.298	4.467
012	4.270	1.544	2.110	2.919	4.368	6.724	6.787
022	4.110	2.015	1.809	2.691	4.388	7.645	8.303
100	4.506	1.987	4.206	4.423	2.969	3.631	3.998
110	4.441	2.419	3.421	2.384	4.289	5.097	5.004
120	4.213	3.188	3.553	2.941	3.735	5.702	5.914
101	5.077	1.759	4.384	2.875	3.853	3.978	4.375
111	5.000	1.601	4.112	5.116	2.748	7.173	7.105
121	4.993	2.910	4.050	4.445	3.563	8.134	7.958
102	4.539	1.079	2.198	3.594	3.570	4.063	4.406
112	4.178	3.221	1.789	2.855	4.445	5.721	5.471
122	4.379	2.640	3.535	3.991	3.772	9.423	10.179
200	4.855	2.153	2.009	2.846	3.408	3.866	4.131
210	3.487	1.943	1.333	2.956	3.699	7.675	6.603
220	3.822	1.936	2.991	2.432	3.094	8.068	8.158
201	3.607	1.478	3.767	3.026	3.577	4.206	4.131
211	4.677	3.381	3.272	4.195	3.322	8.349	8.699
221	4.434	1.697	2.199	3.118	3.425	6.460	6.803
202	4.180	1.362	2.011	2.838	2.917	4.710	4.623
212	4.210	1.673	3.504	4.070	4.561	7.873	7.989
222	4.134	3.563	4.243	2.976	3.866	8.741	8.947

Tabela I - continuação

TRATAMENTOS	ENSAIOS						
	8	9	10	11	12	13	14
000	3.544	3.849	3.897	4.344	3.491	3.890	5.658
010	6.147	6.153	3.342	3.184	3.814	3.454	2.588
020	3.469	3.678	5.566	3.318	2.846	3.265	5.044
001	3.866	4.068	4.425	2.522	2.634	4.066	4.167
011	4.781	5.206	4.272	3.068	3.294	4.610	3.882
021	6.110	6.232	3.009	3.963	4.009	3.860	2.588
002	4.520	5.026	3.026	3.243	3.357	4.465	4.386
012	5.375	5.682	3.803	2.813	2.351	4.594	4.561
022	3.912	4.351	3.061	3.340	3.123	4.188	2.500
100	5.057	5.267	3.658	1.632	3.151	4.625	3.070
110	4.761	5.068	4.118	3.210	1.939	3.362	3.158
120	5.682	5.388	3.004	5.079	5.230	5.460	4.474
101	4.616	5.011	2.860	2.831	2.186	4.877	4.825
111	6.278	4.928	2.954	3.186	4.017	4.274	2.566
121	5.057	5.210	4.496	3.658	3.919	4.097	4.386
102	5.357	5.064	3.092	4.191	1.627	3.778	3.289
112	6.131	5.033	2.053	3.270	3.785	4.206	4.386
122	7.072	6.783	3.408	3.965	4.515	3.585	4.759
200	4.590	4.919	2.860	2.467	2.160	3.601	4.825
210	4.774	5.057	2.294	3.443	3.680	4.433	3.860
220	6.724	6.533	3.423	3.535	4.017	3.842	4.013
201	5.066	5.430	3.544	3.189	2.960	5.026	4.781
211	6.236	5.803	2.129	3.386	2.559	3.827	4.803
221	6.360	6.265	1.713	2.917	3.377	3.408	5.789
202	4.035	3.860	3.371	4.921	2.844	3.824	5.702
212	7.360	6.743	2.912	2.026	3.368	4.721	3.421
222	6.596	6.138	2.344	4.127	2.754	3.776	4.145

Tabela II - Produções médias, em kg/ha, de grupos de ensaios fatoriais
 3^3 de adubação NPK em amendoim, no Estado do Maranhão.

TRATA- MENTOS	GRUPOS								
	1	2.1	2.2	2.3	2.4	3.1	3.2	3.3	3.4
000	3.666	2.962	3.865	3.917	4.774	2.603	3.555	3.696	4.167
010	3.914	3.046	5.654	3.499	3.021	3.488	4.026	6.150	3.101
020	3.835	3.080	4.997	3.082	4.154	2.872	4.658	3.573	3.667
001	3.357	2.828	4.028	2.578	4.116	3.298	3.050	3.967	3.382
011	4.079	2.962	5.840	3.181	4.246	2.588	4.792	4.993	3.739
021	4.336	2.788	7.001	3.986	3.224	3.010	5.410	6.171	3.272
002	3.876	3.326	4.578	3.300	4.425	3.551	3.601	4.773	3.867
012	4.161	3.042	6.142	2.582	4.577	3.190	4.351	5.528	3.851
022	4.029	3.003	6.053	3.231	3.344	2.960	5.271	4.131	3.421
100	3.732	3.618	4.488	2.391	3.847	4.358	3.192	5.162	3.344
110	3.735	3.391	4.982	2.574	3.260	3.931	3.614	4.914	3.281
120	4.658	3.526	5.671	5.154	4.967	3.883	5.008	5.535	4.338
101	3.896	3.590	4.495	2.508	4.851	4.730	3.074	4.813	3.852
111	4.469	3.715	6.371	3.601	3.420	4.556	4.974	5.603	3.578
011	4.798	3.992	6.590	3.788	4.241	4.521	5.730	5.133	4.030
102	3.596	2.994	4.722	2.909	3.533	3.364	2.794	5.210	3.684
112	4.268	3.298	5.839	3.527	4.296	2.983	4.549	6.082	3.832
122	5.277	3.663	8.364	4.240	4.172	3.957	6.689	6.927	4.014
200	3.525	3.054	4.376	2.313	4.213	3.432	3.077	4.754	3.429
210	4.073	2.684	6.027	3.561	4.151	2.410	4.975	4.915	3.680
220	4.551	2.855	7.371	3.776	3.927	3.406	5.545	6.628	3.383
201	3.865	3.091	4.708	3.074	4.903	3.687	3.194	5.248	3.920
211	4.810	3.769	7.278	2.972	4.315	3.974	5.747	6.033	3.907
221	4.327	2.975	6.472	3.147	4.598	3.316	4.584	6.312	3.731
202	3.679	2.662	4.307	3.882	4.763	3.095	3.385	3.947	4.040
212	4.732	3.604	7.491	2.697	4.071	3.857	5.226	7.051	3.760
222	4.924	3.756	7.605	3.440	3.960	4.188	6.001	6.367	3.778

Tabela III - Estimativas dos desvios padrões, em kg/ha, coeficientes de variação, em percentagem, valores do teste F de regressão referentes aos modelos I e II e coeficientes de determinação (R^2) referentes aos modelos I e II dos 23 casos estudados.

Casos	Desvio Padrão (kg/ha)	C.V. (%)	Teste F das Regressões		R^2 (%)	
			Modelo I	Modelo II	Modelo I	Modelo II
1.0	234,317	5,64	6,60**	7,48**	77,75	79,84
2.1	217,559	6,73	2,29*	2,45*	54,87	56,52
2.2	247,901	4,31	10,19**	10,14**	84,36	84,30
2.3	224,803	6,83	1,16	1,25	38,19	39,87
2.4	225,151	5,46	0,64	0,66	25,56	25,93
3.1	208,966	5,93	2,14	1,98	53,13	51,22
3.2	251,044	5,64	9,56**	10,47**	83,50	84,72
3.3	201,035	3,78	2,37*	2,17*	55,66	53,47
3.4	242,281	6,54	0,56	0,69	22,91	26,79
4.1	593,201	14,41	0,40	0,54	17,83	22,32
4.2	389,576	8,99	1,16	1,23	38,24	39,54
4.3	673,683	30,68	1,02	1,21	35,22	39,17
4.4	796,388	29,26	1,86	1,59	49,67	45,77
4.5	789,142	23,83	0,48	0,53	20,39	22,17
4.6	517,049	14,35	1,29	1,25	40,64	39,92
4.7	838,424	13,58	10,81**	10,73**	85,13	85,03
4.8	884,276	14,26	10,34**	10,29**	84,53	84,50
4.9	581,328	10,93	2,88*	2,67*	60,43	58,59
4.10	624,122	11,72	1,73	1,56	47,88	45,29
4.11	703,530	21,43	1,76	1,61	48,25	46,03
4.12	761,297	22,63	0,99	1,08	34,59	36,50
4.13	574,524	17,82	0,96	1,10	33,83	36,93
4.14	905,511	21,90	0,83	1,00	30,66	34,68

Tabela IV - Estimativas dos parâmetros e respectivos intervalos de confiança, ao nível de aproximadamente 95% de probabilidade, das equações de superfície, nos dois modelos em estudo.

Casos	Modelo	\hat{a}_0	\hat{a}_{11}	\hat{a}_{22}	\hat{a}_{33}	\hat{a}_{12}	\hat{a}_{13}	\hat{a}_{23}	\hat{a}_{14}	\hat{a}_{24}	\hat{a}_{34}
1.0	I	3171,02	-364,59	-333,25	-282,59	-15,94	-90,69	-55,44	-79,58	61,95	-225,19
		3505,45	-173,28	-141,94	-91,28	119,33	44,58	79,83	362,25	503,78	216,64
		3639,88	18,03	49,37	100,03	254,60	179,85	215,10	804,08	945,61	658,47
	II	3246,99	-429,66	-597,64	-612,61	26,83	-158,36	-82,55	-713,63	-398,54	-536,78
		3620,28	285,54	117,56	93,59	282,76	97,57	173,38	-238,72	76,37	-61,87
		3993,57	1000,84	832,76	808,79	538,69	353,50	429,31	236,18	551,28	503,70
2.1	I	2804,22	-626,92	-247,58	-280,75	-40,28	-30,11	8,81	385,99	-406,04	-331,85
		3114,73	-449,28	-69,94	-103,11	85,33	95,50	134,42	796,22	4,19	39,19
		3425,24	-271,64	107,70	74,53	210,94	221,11	260,03	1206,45	414,42	449,42
	II	2868,66	564,38	-802,71	-662,38	-30,98	-64,64	24,79	-1447,09	-525,74	-626,98
		3215,26	1228,43	-138,66	1,67	206,64	172,98	262,41	-1006,15	-84,80	-186,04
		3561,86	1892,48	525,39	665,72	444,26	410,60	500,03	-565,21	356,14	254,90
2.2	I	3571,53	-160,80	-844,47	-370,97	63,30	-195,45	115,63	-289,37	1493,55	89,36
		3925,35	41,61	-642,06	-168,56	206,42	-52,33	258,75	178,08	1961,00	556,81
		4279,17	244,02	-439,65	33,85	349,54	90,79	401,87	645,53	2428,45	1024,26
	II	3635,87	-1146,07	731,01	-517,50	111,28	-345,80	222,21	13,41	-910,44	-483,26
		4030,81	-389,41	1487,67	239,16	382,04	-75,04	492,97	515,85	-408,00	19,18
		4425,75	367,25	2244,33	995,82	652,80	195,72	763,73	1018,29	94,44	521,62
2.3	I	2684,86	-359,44	56,89	-49,94	-80,62	16,38	-344,04	-294,89	-352,36	-648,53
		3005,71	-175,89	240,44	133,61	49,17	146,17	-214,25	129,00	71,53	-224,64
		3326,56	7,66	423,99	317,16	178,96	275,96	-84,46	552,89	495,42	199,25
	II	2783,69	-538,82	-1427,58	-1059,96	37,82	34,26	-573,68	-907,70	512,20	-158,56
		3141,83	147,34	-741,42	-373,80	283,35	279,79	-382,15	-452,08	967,82	297,06
		3499,97	833,50	-55,26	312,36	528,88	525,32	-82,62	3,54	1423,44	752,68

Tabela IV - continuação

Casos	Modelo	\hat{a}_0	\hat{a}_{11}	\hat{a}_{22}	\hat{a}_{33}	\hat{a}_{12}	\hat{a}_{13}	\hat{a}_{23}	\hat{a}_{14}	\hat{a}_{24}	\hat{a}_{34}
2.4	I	3775,67	-119,00	86,00	-340,16	-47,39	-138,48	-268,89	-600,76	-1205,79	-58,76
		4139,83	89,33	294,33	-131,83	99,92	8,83	-121,58	-119,64	-724,67	422,36
		4503,99	297,66	502,66	76,50	247,23	156,14	25,73	361,48	-243,55	903,48
3.1	I	3881,84	-1360,51	-1895,01	-277,84	-6,00	-207,50	-413,04	-133,68	35,79	-789,46
		4288,33	-581,72	-1116,22	500,95	272,68	71,18	-134,36	383,45	552,92	-272,33
		4694,82	197,07	-337,43	1279,74	551,36	349,86	144,32	900,58	1070,05	244,80
3.1	II	2971,20	-928,23	-44,23	-494,73	-11,82	-24,48	-10,23	1127,58	-866,22	90,05
		3269,45	-757,61	126,39	-324,11	108,83	96,17	110,42	1521,61	-472,19	484,08
		3567,70	-586,99	297,01	-153,49	229,48	216,82	231,07	1915,64	-78,16	878,11
3.2	I	2896,13	1723,29	-1315,68	257,16	-66,53	-109,70	-83,84	-2041,18	-118,57	-1163,56
		3229,04	2361,11	-677,86	894,98	161,71	118,54	144,40	-1617,65	304,96	-740,03
		3561,95	2998,93	-40,04	1532,80	389,95	346,78	372,64	-1194,12	728,49	-316,50
3.2	II	2793,08	-138,31	-576,65	-293,48	-33,19	-142,36	87,89	-554,00	1034,31	-298,25
		3151,38	66,67	-371,67	-88,50	111,75	2,58	232,83	-79,89	1508,42	175,86
		3509,68	271,65	-166,69	116,48	256,69	147,52	377,77	394,22	1982,53	649,97
3.3	I	2956,89	-1326,80	-168,28	-833,59	119,38	-254,65	165,41	-180,09	-296,43	-488,19
		3356,83	-560,54	597,98	-67,33	394,17	19,54	439,60	328,72	212,38	20,62
		3756,77	205,72	1364,24	698,93	668,96	293,73	713,79	837,53	721,19	529,43
3.3	II	3951,26	-415,31	-730,31	-230,97	210,51	-111,49	-1,82	251,71	823,93	-103,74
		4238,19	-251,17	-566,17	-66,83	326,58	4,58	114,25	630,78	1203,00	275,33
		4525,12	-87,03	-402,03	97,31	442,65	120,65	230,32	1009,85	1562,07	654,40
3.3	II	3957,02	-124,45	739,66	-641,48	210,42	-191,80	70,85	-554,21	-1262,80	-308,30
		4277,29	489,16	1353,27	-27,87	429,99	27,77	290,42	-146,76	-855,35	99,15
		4597,56	1102,77	1966,88	585,74	649,56	247,34	509,99	260,69	-447,90	506,60

Tabela IV - continuação

Casos	Mode lo	\hat{a}_0	\hat{a}_{11}	\hat{a}_{22}	\hat{a}_{33}	\hat{a}_{12}	\hat{a}_{13}	\hat{a}_{23}	\hat{a}_{14}	\hat{a}_{24}	\hat{a}_{34}
3.4	I	3243,60	-298,43	-94,43	-208,10	-93,30	-66,38	-208,71	-311,20	-644,20	-337,79
		3589,39	-100,61	103,39	-10,28	46,58	73,50	-68,83	145,64	187,36	119,05
		3935,18	97,21	301,21	187,54	186,46	213,38	71,05	602,48	269,48	575,89
3.4	II	3338,37	-687,75	-1179,45	-788,49	-81,56	-85,14	-339,63	-669,82	-244,28	-412,70
		3724,35	51,76	-439,94	-48,98	183,06	179,48	-75,01	-178,40	246,77	78,35
		4110,33	791,27	299,57	690,53	447,68	444,10	189,61	312,28	737,82	569,40
4.1	I	3653,30	-708,65	-101,98	-565,15	-198,00	-277,50	-224,09	27,19	-1270,34	-117,23
		4215,35	-390,56	216,11	-247,06	26,92	-52,58	0,83	761,78	-535,75	617,36
		4777,40	-72,47	534,20	71,03	251,84	172,34	225,75	1496,37	198,84	1351,95
4.1	II	3706,17	125,01	-2102,88	-365,62	-316,62	-510,35	-315,75	-1777,47	-343,63	-1314,54
		4326,81	1314,10	-913,79	823,47	108,88	-84,85	109,75	-987,88	445,96	-524,95
		4947,45	2503,19	275,30	2012,56	534,38	340,65	535,25	-198,29	1235,55	264,64
4.2	I	1452,55	-724,50	-633,50	-371,01	-255,37	-196,70	-203,53	-1252,59	-1049,31	-2107,70
		2414,06	-174,44	-83,44	179,05	133,58	192,25	185,42	17,72	221,00	-837,39
		3375,57	375,62	466,62	729,11	522,53	581,20	574,37	1288,03	1491,31	432,92
4.2	II	1589,15	-2093,97	-2410,61	-3282,89	-327,46	-357,22	-349,83	-1791,89	-1193,75	-1034,74
		2662,41	-37,70	-354,34	-1226,62	408,35	378,59	385,98	-426,48	171,66	330,67
		3735,67	2018,57	1701,93	829,65	1144,16	1114,40	1121,79	938,93	1537,07	1696,08
4.3	I	1187,17	-1774,69	-613,36	-1051,86	-268,88	-214,80	-240,65	779,07	-1910,57	-1149,71
		2323,81	-1124,44	36,89	-401,61	190,92	245,00	219,75	2280,75	-480,89	351,97
		3460,45	-474,19	687,14	248,64	650,72	704,80	679,55	3782,43	1092,79	1853,65
4.3	II	862,78	976,26	-2873,38	-1462,56	-655,02	-547,77	-691,17	-3860,97	-1449,49	-2570,17
		2131,52	3407,06	-442,58	968,24	214,81	322,06	178,66	-2246,87	164,61	-956,07
		3400,26	5837,86	1988,22	3399,04	1084,64	1191,89	1048,49	-632,77	1778,71	658,03

Tabela IV - Continuação

Casos	Modo lo	\hat{a}_0	\hat{a}_{11}	\hat{a}_{22}	\hat{a}_{33}	\hat{a}_{12}	\hat{a}_{13}	\hat{a}_{23}	\hat{a}_{14}	\hat{a}_{24}	\hat{a}_{34}
4.4	I	1852,57	-1115,11	-821,27	-1004,27	-390,44	-348,36	-503,19	-711,10	-1188,66	-677,52
		2978,87	-470,78	-176,94	-359,94	65,17	107,25	-47,58	776,92	299,36	810,50
		4105,17	173,55	467,39	284,39	520,78	562,86	408,03	2264,94	1787,38	2298,52
4.4	II	1974,97	-1222,68	-2058,02	-1444,76	-607,31	-592,96	-801,57	-2728,20	-2063,55	-2318,12
		3232,18	1186,00	350,66	963,92	254,61	268,96	60,35	-1128,78	-464,13	-718,70
		4489,37	3594,68	2759,34	3372,60	1116,53	1130,88	922,27	470,64	1135,29	880,72
4.5	I	2904,02	-508,78	-763,95	-108,12	-288,52	-312,77	15,56	-830,32	-530,82	-1722,29
		3641,98	-86,61	-341,78	314,05	10,00	-14,25	314,08	144,64	444,14	-747,33
		4379,94	335,56	80,39	736,22	308,52	284,27	612,60	1119,60	1419,10	227,63
4.5	II	2900,44	-1304,34	-913,91	-3100,19	-518,28	-583,99	13,42	-1289,87	-1788,40	-109,13
		3724,16	273,84	664,27	-1522,01	46,45	-19,26	578,15	-241,93	-740,46	938,81
		4547,88	1852,02	2242,45	56,17	611,18	545,47	1142,88	806,01	307,48	1986,75
4.6	I	2477,70	-248,18	-1602,85	-955,01	-408,56	-544,98	-145,23	-2123,98	1599,93	-821,37
		3674,34	436,39	-918,28	-270,44	75,50	-60,92	338,83	-543,08	3180,83	759,53
		4870,98	1120,96	-233,71	414,13	559,56	423,14	822,89	1037,82	4761,73	2340,43
4.6	II	2498,08	-4240,53	-131,99	-2010,79	-589,83	-1003,68	-361,76	-301,49	-2157,61	-1855,65
		3833,79	-1681,43	2427,11	548,31	325,91	-87,94	553,98	1397,81	-458,31	-156,35
		5169,50	877,67	4986,21	3107,41	1241,65	827,80	1469,72	3097,11	1240,99	1542,95
4.7	I	2290,01	-489,79	-1239,79	-992,45	-396,02	-650,35	-25,02	-1673,63	589,03	-750,86
		3552,09	232,22	-517,78	-270,44	97,17	-157,16	468,17	-6,22	2256,44	916,55
		4814,17	954,23	204,23	451,57	590,36	336,03	961,36	1651,19	3923,85	2583,96
4.7	II	2327,53	-3553,71	-1862,56	-2234,79	-621,59	-1233,24	-127,90	-833,37	-1256,04	-1758,47
		3736,29	-854,65	816,50	464,27	344,22	-267,43	837,91	958,86	536,19	33,76
		5145,05	1844,41	3515,56	3163,33	1310,03	698,38	1803,72	2751,09	2328,42	1825,99

Tabela IV - Continuação

Casos	Mode lo	\bar{a}_0	\bar{a}_{11}	\bar{a}_{22}	\bar{a}_{33}	\bar{a}_{17}	\bar{a}_{13}	\bar{a}_{23}	\bar{a}_{14}	\bar{a}_{24}	\bar{a}_{34}
4.8		3220,89	-837,43	-1147,26	-568,43	33,37	-230,96	-253,63	-286,27	372,01	-783,61
	I	4050,59	-362,78	-672,61	-93,78	369,00	104,67	82,00	809,89	1468,17	312,55
		4880,29	111,87	-197,96	380,87	704,63	440,30	417,63	1906,05	2564,33	2504,87
4.9		3209,39	-1126,71	-105,16	-1833,25	-114,65	-423,04	-377,95	-1496,05	-2228,10	-1092,95
	II	4135,52	649,38	1670,93	-57,16	520,29	211,90	256,99	-317,83	-1049,88	85,27
		5061,65	2425,47	3447,02	1718,93	1155,23	846,84	891,93	860,39	128,34	1263,49
4.10		3535,44	-645,10	-969,27	-549,27	-76,26	-455,92	-213,84	-725,08	-239,00	-939,11
	I	4426,22	-139,50	-459,67	-39,67	264,08	-95,58	146,50	451,78	937,86	237,75
		5317,00	374,10	49,93	469,93	644,42	264,76	506,84	1628,64	2114,72	1414,61
4.11		3425,19	-1576,01	-869,44	-1904,30	-342,20	-838,14	-357,80	-1240,46	-1925,58	-1151,39
	II	4419,49	328,99	1035,56	0,70	339,48	-156,46	323,88	24,50	-660,62	113,57
		6408,09	2233,99	2940,56	1905,70	1021,16	525,22	1005,56	1289,46	604,34	1378,53
4.10		3085,07	-590,82	-296,49	-550,65	-621,43	-159,10	-594,01	-1807,70	-1518,78	-1716,28
	I	4089,18	-16,39	277,94	23,78	-215,25	247,08	-187,83	-544,11	-192,19	-389,69
		5093,29	558,04	852,37	598,21	190,93	653,26	218,35	782,48	1134,40	936,90
4.10		2889,19	-2100,37	-2516,97	-2214,48	-1114,07	-411,62	-1142,68	-2010,52	-794,27	-1650,48
	II	4010,00	47,00	-369,60	-67,11	-345,66	356,79	-374,27	-584,62	631,63	-225,48
		5130,81	2194,37	1777,77	2080,26	422,75	1125,20	394,14	841,28	2057,53	1199,52
4.11		1959,25	-745,92	-173,42	-362,25	-482,03	-183,03	-807,20	-1389,02	-1668,35	-1749,52
	I	3045,81	-124,28	448,22	259,39	-42,50	256,50	-367,67	46,50	-232,83	-314,00
		4132,37	497,36	1069,86	881,03	397,03	696,03	71,86	1482,02	1202,69	1121,52
4.11		1875,44	-2360,96	-3309,19	-3016,18	-763,23	-328,19	-1576,79	-1831,07	-207,43	-823,15
	II	3088,28	-37,27	-985,50	-692,49	68,27	505,31	-745,29	-288,09	1335,55	719,83
		4301,12	2286,42	1338,19	1631,20	899,77	1334,81	86,21	1254,89	2878,53	2262,81

Tabela IV - Continuação

Casos	Mode lo	\hat{a}_0	\hat{a}_{11}	\hat{a}_{22}	\hat{a}_{33}	\hat{a}_{12}	\hat{a}_{13}	\hat{a}_{23}	\hat{a}_{14}	\hat{a}_{24}	\hat{a}_{34}
4.12		2146,10	-696,88	-436,55	-461,21	-191,03	-295,95	-392,28	-870,86	-707,41	-1218,94
	I	2966,09	-227,78	32,55	7,89	140,67	35,75	-60,58	212,47	375,92	-135,61
		3786,08	241,32	501,65	476,99	472,37	367,45	271,12	1295,80	1459,25	947,72
4.13		2280,60	-1420,37	-2250,73	-1809,15	-129,33	-573,41	-646,06	-1781,00	-604,72	-1290,05
	II	3195,89	333,24	-497,12	-55,54	498,18	54,10	-18,55	-616,57	559,71	-125,62
		4111,18	2086,85	1256,49	1698,07	1125,69	681,61	608,96	547,86	1724,14	1038,81
4.14		2907,41	-688,13	-559,29	-651,63	-368,90	-526,06	-423,23	-496,77	-1009,88	-453,27
	I	3754,06	-203,78	-74,94	-167,28	-26,42	-183,58	-80,75	621,78	108,67	665,28
		4600,71	280,57	409,41	317,07	316,06	158,90	261,73	1740,33	1227,22	1783,83
4.14		2711,24	-718,47	-1436,21	-739,01	-656,89	-1131,52	-786,23	-1690,03	-1531,61	-1539,74
	II	3636,23	1092,15	374,41	1071,61	-8,98	-483,61	-138,32	-487,74	-329,32	-337,45
		4561,22	2902,77	2185,03	2882,23	638,93	164,30	509,59	714,55	872,97	864,84
4.14		3233,68	-356,74	-75,41	-835,74	-296,30	-321,72	-685,38	-2568,87	-3266,20	-1527,67
	I	4526,07	382,61	663,94	-96,39	226,50	201,08	-162,58	-861,42	-1558,75	179,78
		5818,46	1121,96	1403,29	642,96	749,30	723,88	360,22	846,03	148,70	1887,23
4.14		3498,26	-5020,11	-5371,91	-2833,11	-434,32	-363,31	-1119,75	-580,18	-399,31	-2042,47
	II	4940,85	-2256,24	-2608,04	-69,24	554,70	625,71	-130,73	1255,09	1435,96	-207,20
		6383,44	507,63	155,83	2694,63	1543,72	1614,73	858,29	3090,36	3271,23	1628,07

Tabela V - Soluções e discussões dos sistemas de equações obtidos das derivadas parciais de primeira ordem das funções de receita líquida, para os dois modelos de regressão polinomial.

Casos	Modelo I				Modelo II			
	x_1^*	x_2^*	x_3^*	Nat.do ponto	x_1^*	x_2^*	x_3^*	Nat.do ponto
1.0	1,4985	2,3615	2,1776	máximo	18,4216	142,6742	77,2749	sela
2.1	-4,5438	-4,0475	-2,8302	máximo	0,2568	0,0012	0,0369	máximo
2.2	-1,7945	1,6931	2,9980	sela	1,1075	6,6291	100,7735	sela
2.3	0,5023	0,8759	1,5466	sela	0,0044	0,0501	1,1522	sela
2.4	1,0329	1,5079	0,6589	sela	0,2310	2,0539	0,2440	sela
3.1	1,0472	1,6839	1,0742	sela	0,5612	3,5096	0,5929	sela
3.2	-0,5114	3,1961	4,7699	sela	45,9852	3,6611	52,0057	sela
3.3	2,0354	1,8344	3,1409	máximo	0,6963	0,2109	6,7683	máximo
3.4	-5,2491	-1,1992	-12,5799	sela	2,2506	10,6175	9,4340	sela
4.1	0,6785	1,6257	1,0293	sela	0,4124	3,0635	0,3273	sela
4.2	0,7851	2,0305	1,0734	sela	0,5071	4,2321	0,1011	sela
4.3	1,1770	1,6087	1,1447	sela	0,0193	140,6762	0,2879	sela
4.4	0,7379	0,3065	1,1122	máximo	0,3017	0,1685	0,5132	máximo
4.5	-0,4721	0,7862	0,9044	sela	0,0788	0,0066	0,8294	sela
4.6	0,8659	0,2126	0,2492	sela	0,0809	25,4666	51,7105	sela
4.7	1,2583	4,3635	4,9682	sela	0,2914	0,2121	0,6582	sela
4.8	2,1660	1,7448	3,2412	máximo	0,0220	0,1385	10,3864	máximo
4.9	1,4266	1,8601	3,7746	máximo	3,5219	0,9043	0,0370	máximo
4.10	4,1228	4,9722	7,9768	sela	0,0088	0,0595	0,1024	sela
4.11	0,4169	1,0004	1,2516	sela	0,1516	0,4439	0,5910	mínimo
4.12	-7,3800	-15,9281	-31,1190	sela	0,1070	0,1973	0,0133	sela
4.13	0,1511	-1,6664	2,0854	máximo	0,1784	0,0499	1,0311	máximo
4.14	0,9269	1,2156	3,4882	sela	0,5037	0,8274	0,2065	sela

Tabela VI - Estimativas dos parâmetros obtidos através da regressão assintótica (Lei de Mitscherlich).

Casos	Nitrogênio			Fósforo			Potássio		
	A	c	b	A	c	b	A	c	b
1.0	4276,41	0,0875	12,29	4795,86	0,0102	62,39	4307,20	0,0285	38,62
2.1				3294,90	0,0343	37,54			
2.2				6875,13	0,0184	24,08	6319,20	0,0182	42,86
3.2				6166,19	0,0101	31,67	4772,31	0,0172	52,84
3.3	5781,67	0,0266	28,56				5839,41	0,0114	75,59
3.4							4242,56	0,0042	195,01
4.2				3045,41	0,0066	58,54			
4.6				8008,08	0,0168	18,59	6672,29	0,0265	29,73
4.7				9366,59	0,0086	30,45	7117,08	0,0181	34,45
4.8	5804,28	0,0337	20,66				5849,33	0,0135	61,03
4.9	5814,86	0,0177	45,81				5882,02	0,0083	105,67

Tabela VII - Doses economicamente aconselháveis de nutrientes e respectivos intervalos de confiança a um coeficiente de confiança aproximado de 0,95 (95%), obtidos através da regressão assintótica (Lei de Mitscherlich).

Casos	x_1^*	x_2^*	x_3^*	Casos	x_1^*	x_2^*	x_3^*
	0,7710	1,2247	1,0735			0,5965	0,
1.0	0,9480	2,1527	1,5755	4.2		2,4613	
	1,1250	3,0807	2,0775			4,3261	
		-0,0138				2,7423	1,9032
2.1		0,6653		4.6		2,9358	2,5551
		1,3443				3,1293	3,2070
		2,0678	2,6440			4,4153	2,9384
2.2		2,4278	3,0819	4.7		4,8079	3,6661
		2,7878	3,5198			5,2005	4,3938
		2,8232	0,7740		1,2794		1,8914
3.2		3,5602	2,4477	4.8	1,5956		3,3042
		4,2972	4,1214		1,9118		4,7170
	1,3093		2,8399		0,5971		0,0304
3.3	1,5963		3,3909	4.9	1,6006		3,7054
	1,8833		3,9419		2,5941		7,3804
			-2,9297				
3.4			2,6947				
			8,3191				

Tabela VIII - Produções observadas, em kg/ha, suas estimativas e intervalos de confiança para o caso 1.0, a um coeficiente de confiança aproximado de 95% de probabilidade, relativo ao modelo I.

TRATAMENTOS	Produção Observada	Produção Estimada	Intervalo de Confiança (95%)	
000	3.666	3.505	3.171	3.839
010	3.914	3.867	3.593	4.141
020	3.835	3.945	3.611	4.279
001	3.357	3.631	3.357	3.905
011	4.079	4.072	3.834	4.311
021	4.336	4.230	3.952	4.508
002	3.876	3.574	3.240	3.908
012	4.161	4.095	3.817	4.373
022	4.029	4.333	3.999	4.667
100	3.732	3.694	3.420	3.968
110	3.735	4.176	3.937	4.415
120	4.658	4.373	4.095	4.651
101	3.896	3.864	3.625	4.103
111	4.469	4.425	4.186	4.664
121	4.798	4.702	4.463	4.941
102	3.596	3.852	3.574	4.130
112	4.268	4.493	4.254	4.732
122	5.277	4.849	4.575	5.123
200	3.525	3.537	3.203	3.871
210	4.073	4.137	3.859	4.415
220	4.551	4.454	4.120	4.788
201	3.865	3.751	3.473	4.029
211	4.810	4.432	4.193	4.671
221	4.327	4.828	4.554	5.102
202	3.679	3.783	3.449	4.117
212	4.732	4.543	4.269	4.817
222	4.924	5.020	4.686	5.354

Tabela IX - Produções observadas e estimadas, em kg/ha, para o caso 1.0, relativas à Lei de Mitscherlich.

TRATAMENTOS	Nitrogênio		Fósforo		Potássio	
	Obs _{er} vada	Esti- mada	Obs _{er} vada	Esti- mada	Obs _{er} vada	Esti- mada
0	3917,06	3916,90	3688,03	3687,99	3965,63	3965,59
1	4270,03	4270,02	4249,22	4248,23	4215,29	4215,26
2	4276,30	4276,30	4526,13	4525,16	4282,47	4282,45