ESTIMADORES DE VARIÂNCIAS DE ESTIMADORES DE CONTRASTES DE MÉDIAS DE TRATAMENTOS EM GRUPOS DE EXPERIMENTOS EM PARCELAS SUBDIVIDIDAS COM ALGUNS TRATAMENTOS COMUNS NAS PARCELAS

GILMAR FERREIRA ALVES
Engenheiro Agrônomo

Orientador: Prof. Dr. DÉCIO BARBIN

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do Título de Mestre em Agronomia. Área de Concentração: "Estatística e Experimentação Agronômica".

PIRACICABA
Estado de São Paulo - Brasil
Novembro, 1995

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
DIVISÃO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO - Campus "Luiz de Queiroz"/USP

Alves, Gilmar Ferreira
Estimadores de variâncias de estimadores de contrastes de médias de tratamentos em grupos de experimentos em parcelas subdivididas com alguns tratamentos comuns nas parcelas / Gilmar Ferreira Alves. - - Piracicaba, 1995.
67p.

Dissertação (mestrado) - - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, 1996.
Bibliografia.

1. Análise de variância 2. Delineamento de experimento - Parcela subdividida 3. Experimentação agrícola 4. Modelo matemático I. Título

CDD 630.219
630.72

ESTIMADORES DE VARIÂNCIAS DE ESTIMADORES DE CONSTRASTES DE MÉDIAS DE TRATAMENTOS EM GRUPOS DE EXPERIMENTOS EM PARCELAS SUBDIVIDIDAS COM ALGUNS TRATAMENTOS COMUNS NAS PARCELAS

GILMAR FERREIRA ALVES

Aprovado em: 02.02.1996

Comissão julgadora:

Prof. Dr. Décio Barbin	ESALQ/USP
Prof. Dra. Clarice Garcia Borges Demétrio	ESALQ/USP
Prof. Dr. Sérgio do Nascimento Kronka	FCAV/UNESP

Barbin

Prof. Dr. DÉCIO BARBIN
orientador

Aos meus pais,

José Inácio e Macrina

Aos meus irmãos,

Gilberto, Jilvan, Gildeny, Gilvany (*in memorian*) e Gibeon

Aos meus tios, primos e sobrinhos.

DEDICO

Aos meus filhos,

Gilmar, Iulo e Tainá

OFEREÇO

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor Décio Barbin, a amizade, o apoio irrestrito e a segura orientação.

À Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB, a oportunidade concedida.

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior - CAPES, através do PICD, o auxílio financeiro.

Aos Professores do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ/USP, os ensinamentos, prontidão no auxílio e na amizade.

À Professora Doutora Clarice Garcia Borges Demétrio, a versão do inglês e sugestões apresentadas.

Ao Professor Doutor Antonio Francisco Iemma pela disposição dispensada.

Ao Professor Doutor Sérgio do Nascimento Kronka pelas sugestões e apoio.

Aos funcionários do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ/USP, nas pessoas de Expedita Maria de Azevedo, Dra. Luciane Brajão, Rosa Maria Alves, Rosni Honofre Aparecido Pinto e Solange Paes de Assis Sabadin, a amizade e a atenção dispensada.

Ao João Gil de Luna, as sugestões apresentadas.

Aos colegas do curso de Pós-graduação, Rosemary (*in Memorian*), Elisete, Pilar, Paulo Justiniano, Cláudia, Valdomiro, Paulo Afonso, Antônio, Jomar, Stape, Paulo Cecon, Gil, Erivaldo, Titico, Cláudio, Eufrázio, Sérgio, Tadeu, Guilherme, o convívio e o incentivo.

À Maria Izalina Ferreira Alves, pela amizade

Ao Doutor Ranulfo Corrêa Caldas, do Centro Nacional de Mandioca e Fruticultura da EMBRAPA, a sugestão do tema.

Aos colegas do Departamento de Estudos Básicos e Instrumentais - DEBI / UESB, em especial, a Eduardo, Déa, Helena, José Augusto, João Cardoso, Marçal, Marcondes, Mércia e Sandra Tavares, o companheirismo, o apoio e o incentivo.

Aos colegas do Departamento de Tecnologia Rural e Animal - DTRA / UESB, o constante incentivo, em especial, Juan Carlos e Bebeto.

Ao Sr. Mário Silva Almeida e família, a ajuda na formação dos meus filhos, Iulo e Tainá.

A todos que de forma direta e indireta contribuíram para a elaboração deste trabalho.

ÍNDICE

Pág

RESUMO v
SUMMARY vii
1. INTRODUÇÃO 01
2. REVISÃO DE LITERATURA 03
3. MATERIAL 09
4. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO 12
4.1. Modelo Matemático 12
4.2. Estimativas das Médias de Tratamentos 15
4.2.1. Regulares (T_{i*}) 15
4.2.2. Comuns (T_f) 19
4.2.3. Secundários (T') 20
4.3. Variâncias de Estimativas de Contrastes de Médias de Tratamentos .. 21
4.3.1. Entre médias de tratamentos comuns (T_f) 22
4.3.2. Entre médias de tratamentos regulares (T_{i*}) 26
4.3.3. Entre médias de um tratamento regular (T_{i*}) e um tratamento comum (T_f) 32
4.3.4. Entre médias de tratamentos T' 35
4.3.5. Entre médias de tratamentos comuns (T_f) dentro do tratamento T' 36
4.3.6. Entre médias de tratamentos regulares (T_{i*}) dentro do tratamento T' 39
4.3.7. Entre médias de um tratamento regular (T_{i*}) e um tratamento comum (T_f) dentro do tratamento T' 43

4.3.8. Entre médias de tratamentos T' dentro do tratamento regular (T_{i*}) 46
4.3.9. Entre médias de tratamentos T' dentro do tratamento comum (T_f) 47
4.3.10. Entre médias de tratamentos comuns (T_f) dentro de locais (L) 49
4.3.11. Entre médias de tratamentos regulares (T_{i*}) dentro de locais (L); 50
4.3.12. Entre médias de um tratamento comum (T_f) e um tratamento regular (T_{i*}) dentro de locais (L) 50
4.3.13. Entre médias de tratamentos T' 50
4.3.14. Entre médias de tratamentos comuns (T_f) dentro do tratamento T' dentro de locais (L). 51
4.3.15. Entre médias de tratamentos regulares (T_{i*}) dentro do tratamento T' dentro de locais (L) 53
4.3.16. Entre médias de um tratamento regular (T_{i*}) e um tratamento comum (T_f) dentro do tratamento T' dentro de locais (L) 53
4.3.17. Entre médias de tratamentos T' dentro do tratamento comum (T_f) dentro de locais (L) 55
4.3.18. Entre médias de tratamentos T' dentro do tratamento regular (T_{i*}) dentro de locais (L) 56
5. EXEMPLO ILUSTRATIVO 58
6. CONCLUSÕES 61
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 66

ESTIMATIVAS DE VARIÂNCIAS DE ESTIMATIVAS DE CONSTRASTES DE MÉDIAS DE TRATAMENTOS EM GRUPOS DE EXPERIMENTOS EM PARCELAS SUBDIVIDIDAS COM ALGUNS TRATAMENTOS COMUNS NAS PARCELAS

Autor: Gilmar Ferreira Alves

Orientador: Prof. Dr. Décio Barbin

RESUMO

Na experimentação agronômica, particularmente em melhoramento vegetal, quando se pretende comparar algumas variedades já conhecidas com variedades novas, uma das opções é a utilização de experimentos em parcelas subdivididas realizados em diferentes locais, onde os tratamentos são distintos de um experimento para outro, denominados de regulares, e, apenas alguns tratamentos principais presentes em todos os ensaios, chamados de comuns.

Uma dificuldade surge quando se deseja utilizar métodos de comparações múltiplas, onde é notória a multiplicidade de casos de contrastes de médias de tratamentos, correspondendo, a cada um deles, um distinto estimador, já que na literatura não se encontraram expressões que tratem de tal situação.

O modelo matemático

$$Y_{ijk(l)} = \mu + g_l + t_{i(l)} + (gc)_{lj} + (tb)_{ij(l)} + t'_k + (gt')_{lk} + (tt')_{ijk(l)} + (gct')_{ljk} + e_{ijk(l)}$$

é adequadamente utilizado a fim de que se possa encontrar o estimador desejado.

O objetivo do presente trabalho foi a obtenção de estimadores de variâncias de estimadores de contrastes de médias de tratamentos em 18 casos considerados de maior interesse.

VARIANCES ESTIMATORS OF ESTIMATORS OF TREATMENT MEAN CONTRASTS IN GROUPS OF EXPERIMENTS IN SPLIT-PLOT DESIGN WITH COMMON TREATMENTS IN THE PLOT

Author: Gilmar Ferreira Alves

Adviser: Prof. Dr. Décio Barbin

SUMMARY

In Agricultural Experimentation, mainly in plant breeding when the aim is to compare several known varieties with some unknown is common to use split-plot designs in several places with some treatments common to all the experiments and some different treatments for each place.

A problem appears when multiple comparisons are needed because of the multiplicity of mean treatment contrasts each of them with a different variance.

The mathematical model

$$Y_{ijk(l)} = \mu + g_l + t_{i(l)} + (gc)_{lf} + (tb)_{ij(l)} + t'_k + (gt')_{lk} + (tt')_{ijk(l)} + (gct')_{lfk} + e_{ijk(l)}$$

is adequately utilized in order to find the desirable estimator.

The aim of this dissertation was to obtain the variance estimators of the treatment mean contrasts in eighteen cases of interest.

1 - INTRODUÇÃO

Os experimentos em parcelas subdivididas se caracterizam pela sua estrutura através de tratamentos principais ou primários nas parcelas, e estas, por sua vez, são constituídas de tratamentos secundários, que são as subparcelas. Sua utilização é bem ampla na Experimentação Agronômica, principalmente, devido à maior facilidade de instalação no campo, comparativamente ao esquema fatorial, apesar de resultar numa redução do número de graus de liberdade devido à existência de dois resíduos.

Em melhoramento vegetal, também, são muito utilizados, principalmente, quando se têm muitas variedades novas que devem ser comparadas com algumas variedades-padrão já bem conhecidas. Este fato tem levado alguns pesquisadores a realizarem ensaios em diferentes locais, onde os tratamentos são distintos de um experimento para outro com apenas alguns tratamentos principais presentes em todos os ensaios, denominados de comuns.

Porém, a maior dificuldade na análise de grupos de experimentos em parcelas subdivididas com tratamentos comuns se situa no emprego dos métodos de comparações múltiplas, onde é notória a multiplicidade de casos, correspondendo a cada um deles um distinto estimador de variância de contraste entre médias de tratamentos, como, por exemplo, quando se deseja comparar um tratamento comum com um tratamento regular em locais diferentes num mesmo nível de um tratamento secundário.

Pelo fato de não haver na literatura variâncias de contrastes de médias de tratamentos para grupos de experimentos em parcelas subdivididas com tratamentos comuns, é que se propôs estudar este tema com a finalidade de deduzir as expressões das variâncias e suas estimativas de 18 tipos de contrastes considerados de interesse, a fim de que os pesquisadores agropecuários possam se beneficiar quando na aplicação de testes de comparações múltiplas.

Um exemplo numérico é apresentado para ilustrar o método proposto.

2 - REVISÃO DE LITERATURA

A análise conjunta de experimentos instalados em vários locais tem sido objeto de vários trabalhos, como COCHRAN (1937) e YATES & COCHRAN (1938). Também é comentada em vários textos tradicionais sobre delineamentos experimentais, tais como, CAMPOS (1984), COCHRAN & COX (1960), KEMPTHORNE (1973) e GOMES (1985), dentre outros.

Porém, a partir do primeiro trabalho realizado por GOMES & GUIMARÃES (1958) sobre a análise conjunta de experimentos em blocos completos casualizados com tratamentos comuns é que começaram a surgir diversos estudos referentes ao assunto. Estes autores propõem a análise intrabloco, onde alguns tratamentos, denominados de comuns, estão presentes em todos os experimentos e, os demais, denominados de regulares, específicios para cada experimento.

Assim, têm-se $\underline{g}$ experimentos diferentes em blocos completos casualizados, cada um com $\underline{r}$ repetições e k=n+c tratamentos, onde $\underline{c}$ são os tratamentos comuns, e $\underline{n}$, os regulares.

A análise conjunta de $\underline{g}$ experimentos pode ser realizada como se fosse um delineamento em blocos incompletos, se a relação entre a menor e a maior estimativa das suas variâncias residuais for menor que sete (GOMES, 1985).

GOMES & GUIMARÃES (1958), apresentam ainda, as estimativas das variâncias das estimativas dos contrastes de médias de tratamentos, que são:

i) entre dois tratamentos regulares no mesmo grupo:

$$\hat{V}(\hat{Y}_i) = \left(\frac{2}{r}\right)s^2;$$

ii - entre dois tratamentos regulares em grupos diferentes.

$$\hat{V}(\hat{Y}_{ii}) = \left(\frac{2}{r}\right)\left(1 + \frac{1}{c}\right)s^2$$

iii - entre dois tratamentos comuns:

$$\hat{V}(\hat{Y}_{iii}) = \left(\frac{2}{gr}\right)s^2;$$

iv) entre um tratamento regular e um tratamento comum.

$$\hat{V}(\hat{Y}_{iv}) = \left(\frac{1}{r}\right)\left[1 + \left(\frac{1}{c}\right) + \left(\frac{1}{g}\right) - \left(\frac{1}{cg}\right)\right]s^2;$$

Um método simplificado para obtenção dos efeitos dos tratamentos ajustados para efetuar a análise conjunta de um grupo de experimentos em blocos incompletos balanceados com alguns tratamentos comuns foi proposto por PAVATE (1961).

GOMES (1970) apresenta a análise conjunta de um grupo de experimentos em blocos casualizados com alguns tratamentos comuns, em que o número de repetições para tratamentos varia de um experimento para outro. Mostra, também, o esquema de análise da variância, e que as somas de quadrados são obtidas de modo semelhante ao trabalho desenvolvido por GOMES & GUIMARÃES (1958).

Utilizando a metodologia proposta por GOMES & GUIMARÃES (1958) e PAVATE (1961), GIRI (1963), obteve a análise conjunta de um grupo de experimentos em Quadrados de Youden ou em quadrado latino com tratamentos comuns.

Apresenta também, as estimativas dos efeitos de tratamentos, bem como as estimativas das variâncias dos contrastes.

Vizoni 1,, citado por MELO (1987), desenvolveu uma metodologia para a análise de experimentos em blocos aumentados com parcelas subdivididas no tempo, considerando c tratamentos comuns dispostos em b blocos com o mesmo número de k parcelas e z tratamentos, os quais aparecem uma única vez em um determinado ano.

MELO (1987) estudando a análise de grupos de experimentos em parcelas subdivididas, em blocos casualizados completos com alguns tratamentos comuns nas parcelas, concluiu que o modelo matemático.

$$Y_{ijk(l)} = \mu + g_l + t_{i(l)} + (gc)_{lf} + (tb)_{ij(l)} + t'_k + (gt')_{lk} + (tt')_{ik(l)} + (gct')_{lfk} + e_{ijk(l)}$$

adapta-se para a análise conjunta desse tipo de experimento.

com:

l = 1,2,...L (número de experimentos ou grupos);

j = 1,2,...R (número de blocos por experimento);

k = 1,2,...K (número de tratamentos das subparcelas);

f = 1,2,... C (número de tratamentos das parcelas, comuns a todos os experimentos ou grupos);

i = 1,2,...I (número de tratamentos das parcelas no experimento ou grupo l)

e,

$I = n + c$

n = (número de tratamentos regulares no grupo l;

1. VIZONI, E Análise de Experimentos em Blocos Casualizados Completos Aumentados (Blocos de Federer) com Parcelas Subdivididas no Tempo. Piracicaba, 1984. 125p. (Mestrado - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"/ USP.

$$V = C + \sum_{l=1}^{L} \sum_{h=1}^{Nl} n_{lh} \text{ (número total de tratamentos);}$$

$$h = 1,2,..., N_l$$

$$N = K \sum_{l=1}^{L} r_l p_l$$

onde:

$Y_{ijk(l)}$ = valor observado na subparcela que recebeu o k-ésimo tratamento secundário, dentro do i-ésimo tratamento primário, no j-ésimo bloco do l-ésimo ensaio;

m = efeito da média;

g_l = efeito do l-ésimo grupo;

$b_{l(l)}$ = efeito do j-ésimo bloco no l-ésimo grupo.

$t_{i(l)}$ = efeito do i-ésimo tratamento primário no l-ésimo grupo;

$(gc)_{lj}$ = efeito da interação entre o i-ésimo grupo e o f-ésimo tratamento primário comum;

$(tb)_{ij(l)}$ = efeito residual da parcela no j-ésimo bloco que recebe o i-ésimo grupo, caracterizado como componente do erro (a);

t'_k = efeito do k-ésimo tratamento secundário;

$(gt')_{lk}$ = efeito da interação entre o l-ésimo grupo e o k-ésimo tratamento secundário;

$(tt')_{ik(l)}$ = efeito da interação entre o i-ésimo tratamento primário e o k-ésimo tratamento secundário dentro do l-ésimo grupo;

$(gct')_{lfk}$ = efeito da interação entre o l-ésimo grupo, o f-ésimo tratamento primário comum e o k-ésimo tratamento secundário;

$e_{ijk(l)}$ = efeito residual das subparcelas, caracterizado como componente do erro (b).

Considerou, ainda, a existência de correlação, ρ, entre duas subparcelas de uma mesma parcela e independência entre parcelas distintas, resultando em:

$$COV\left[y_{ijk(l)}y_{i'j'k'(l')}\right] = \begin{cases} \sigma^2 & , \quad \text{se } l = l', \ i = i', \ j = j', \ k = k' \\ \rho\sigma^2 & , \quad \text{se } l = l', \ i = i', \ j = j', \ k \neq k' \\ 0 & , \quad \text{em outros casos} \end{cases}$$

Desse modo, o autor apresenta as expressões das somas de quadrados dos parâmetros através do sistema de equações normais, os estimadores dos efeitos dos parâmetros e a justificativa do teste F.

A fim de justificar os fundamentos teóricos da análise da variância e testes de significância derivados da análise conjunta de experimentos em blocos incompletos balanceados com alguns tratamentos em comum, GREINER (1986), concluiu que o modelo matemático $y_{ij(l)} = \mu + a_l + \left(b/a\right)_{j(l)} + t_i + (ta)_{i(l)} + e_{ij(l)}$ apresentou-se adequado para esse tipo de ensaio com;

$i = 1,2,..., V_l$;

$j = 1,2,..., U_c$;

$l = 1,2,..., g$,

e, onde;

$y_{ij(l)}$ = é a observação do i-ésimo tratamento no j-ésimo bloco do experimento;

m é uma constante inerente a todas as observações;

t_i é o efeito do i-ésimo tratamento;

$\left(b/a\right)_{j(l)}$ é o efeito do j-ésimo bloco dentro do l-ésimo experimento;

a_l é o efeito do i-ésimo experimento;

$(ta)_{i(l)}$ é o efeito da interação entre o i-ésimo tratamento comum com l-ésimo experimento;

$e_{ij(l)}$ é o erro experimental atribuído à respectiva observação $y_{ij(l)}$

E, ainda, chega à conclusão de que as variâncias das estimativas de todos os contrastes entre duas médias de tratamentos foram estimadas com a mesma precisão.

3 - MATERIAL

Os dados utilizados neste trabalho foram extraídos de MELO (1987), e referem-se à produção de cana-de-açúcar, em t/ha, apresentados nas Tabelas 1 e 2, dos ensaios de tolerância varietal ao raquitismo da soqueira, em cana-de-açúcar, realizados em Araras (ensaio 1) e Lençóis Paulista (ensaio 2), no Estado de São Paulo, no ano de 1978, fornecidos pelo IAA-PLANALSUCAR - Piracicaba, SP.

Os experimentos foram realizados em blocos ao acaso com 4 repetições, no esquema de parcelas subdivididas. Nas parcelas foram colocadas as variedades e nas subparcelas foram considerados os aspectos: plantas sadias e plantas com o raquitismo da soqueira (RSD).

Os tratamentos comuns foram as variedades CB 41-76, IAC 52/326 e NA 56-79, por estarem presentes nos dois ensaios, e os demais, específicos para cada experimento, denominados regulares.

Neste estudo, consideraram-se apenas 8 tratamentos regulares, sendo 4 para cada ensaio.

TABELA 1 - Produção de cana-de-açúcar, em t/ha, referente ao ensaio 1, realizado em Araras - SP, 1976

Variedades	FIT	BLOCOS				TOTAL
		I	II	III	IV	
CB 41-76	Sadia	66,0	52,4	99,4	115,0	332,8
	RSD	63,7	64,9	65,9	57,9	252,4
IAC 52/326	Sadia	69,1	62,2	57,7	81,3	270,3
	RSD	48,6	81,7	37,7	55,3	223,3
NA 56-79	Sadia	68,1	65,4	68,5	75,2	277,2
	RSD	60,8	75,7	40,8	73,7	251,0
CB 36-24	Sadia	64,5	67,1	42,4	54,3	228,3
	RSD	54,1	44,6	48,8	63,0	210,5
CB 40-69	Sadia	76,6	78,7	71,6	73,4	300,3
	RSD	62,6	59,5	62,7	48,9	233,7
CB 41-14	Sadia	69,5	74,8	85,2	62,9	292,4
	RSD	77,3	69,3	60,7	40,9	248,2
CB 46-47	Sadia	52,6	34,1	42,1	54,8	183,6
	RSD	35,5	32,1	40,1	40,8	148,5

TABELA 2 - Produção de cana-de-açúcar, em t/ha, referente ao ensaio 2, realizado em Lençóis Paulista - SP, 1976

Variedades	FIT	BLOCOS				TOTAL
		I	II	III	IV	
CB 41-76	Sadia	53,1	80,1	67,5	68,0	268,7
	RSD	45,6	79,0	40,5	44,6	209,7
IAC 52/326	Sadia	59,4	64,6	34,9	71,3	230,2
	RSD	54,1	45,6	38,5	55,4	193,6
NA 56-79	Sadia	65,2	60,0	37,2	55,7	218,1
	RSD	54,0	50,0	38,4	39,8	182,2
CB 43-3	Sadia	76,9	102,4	56,9	77,7	313,9
	RSD	73,2	81,3	82,2	56,8	293,5
CB 45-155	Sadia	58,0	80,5	71,0	71,3	280,8
	RSD	48,0	51,6	60,7	56,4	216,7
CB 49-62	Sadia	53,9	50,4	70,3	55,4	230,0
	RSD	53,5	54,1	47,6	53,4	208,6
CB 56-20	Sadia	60,2	51,2	45,1	36,0	192,5
	RSD	55,6	37,2	27,4	30,1	150,3

4 - DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

4.1 - Modelo Matemático

Considerando a análise conjunta de L experimentos em parcelas subdivididas com alguns tratamentos comuns nas parcelas, o modelo apropriado, segundo MELO (1987) é o seguinte:

$$Y_{ijk(l)} = m + g_l + b_{j(l)} + t_{i(l)} + (gc)_{lf} + (tb)_{ij(l)} + t'_k + (gt')_{lk} + (tt')_{ik(l)} + (gct')_{lfk} + e_{ijk(l)}$$

com

i = 1,2,..., $I = C + N_l$ (número de tratamentos primários no experimento ou local)

j = 1,2,..., J (número de blocos por experimento ou local)

k - 1,2,..., K (número de tratamentos secundários)

l = 1,2,..., L (número de experimentos ou locais)

f = 1,2,..., C (número de tratamentos comuns a todos os experimentos ou locais)

N_l = (múmero de tratamentos regulares no grupo l);

$Y_{ijk(l)}$ = valor observado na subparcela que recebeu o k-ésimo tratamento secundário dentro do i-ésimo tratamento primário, no f-ésimo bloco no l-ésimo local;

m = efeito da média;

g_l = efeito do l-ésimo local ou experimento;

$b_{j(l)}$ = efeito do j-ésimo bloco dentro do l-ésimo local;

$t_{i(l)}$ = efeito do j-ésimo tratamento primário dentro do l-ésimo local;

$(gc)_{ef}$ = efeito da interação entre o l-ésimo local e o f-ésimo tratamento comum;

$(tb)_{ij(l)}$ = efeito residual da parcela no j-ésimo bloco que recebeu o i-ésimo tratamento primário no l-ésimo local, caracterizado como componente do erro (a);

t'_k = efeito do k-ésimo tratamento secundário;

$(gt')_{lk}$ = efeito da interação entre o l-ésimo local e o k-ésimo tratamento secundário;

$(tt')_{ik(l)}$ = efeito da interação entre o i-ésimo tratamento primário e o k-ésimo tratamento secundário dentro do l-ésimo local;

$(gct')_{lkf}$ = efeito da interação entre o l-ésimo local, o f-ésimo tratamento primário comum e o k-ésimo tratamento secundário;

$e_{ijk(l)}$ = efeito residual das subparcelas, caracterizado como componente do erro (b).

No esquema de análise da variância envolvendo todos os locais apresentado na Tabela 3, não se levou em conta a correlação ρ, como em MELO (1987).

TABELA 3 - Esquema de análise de variância para análise conjunta de experimentos em parcelas subdivididas com alguns tratamentos comuns nas parcelas

CAUSA DE VARIAÇÃO	G.L.	E (Q.M.)
BLOCOS D. LOCAIS	$L\,(J-1)$	$\sigma^2 + K\sigma^2_{tb} + f_1(\theta)$
LOCAIS (L)	$(L-1)$	$\sigma^2 + K\sigma^2_{tb} + f_2(\theta)$
TRATAMENTOS (T)	$(L.n+C-1)$	$\sigma^2 + K\sigma^2_{tb} + f_3(\theta)$
INTERAÇÃO L X TRAT. COMUNS (C) - LXC	$(L-1)\,(C-1)$	$\sigma^2 + K\sigma^2_{tb} + f_4(\theta)$
RESÍDUO (a)	$(L\,[(n+C)-1]\,[J-1]$	$\sigma^2 + K\sigma^2_{tb}$
(PARCELAS)	$J\,L\,(n+C)-1$	
TRATAMENTOS (T`)	$(K-1)$	$\sigma^2 + f_5(\theta)$
INTERAÇÃO T x T`	$(L.\,n + C - 1)\,(K-1)$	$\sigma^2 + f_6(\theta)$
INTERAÇÃO L x T`	$(L-1)\,(K-1)$	$\sigma^2 + f_7(\theta)$
INTERAÇÃO L x C x T`	$(L-1)\,(C-1)\,(K-1)$	$\sigma^2 + f_8(\theta)$
RESÍDUO (b)	$L\,(J-1)\,(K-1)\,(n+C)$	σ^2
SUBPARCELAS	$J\,K\,L\,(n+C)-1$	

onde: n é o número de tratamentos regulares no local l.

$f_i(\theta)$ = funções não negativas dos respectivos parâmetros

$(i = 1, 2, \ldots, 8)$

Em todas as deduções será utilizado o modelo fixo, o qual considera apenas os efeitos $(tb)_{ij(l)}$ e $e_{ijk(l)}$ como aleatórios, admitindo-se, média zero e variâncias σ^2_{tb} e σ^2, respectivamente, e, os demais parâmetros como fixos.

4.2. Estimativas das Médias de Tratamentos

4.2.1 - Regulares (T_{i*})

Segundo GOMES (1985), as estimativas das médias ajustadas de Tratamentos regulares são dadas por

$\hat{m}_{i*\cdot\cdot l} = \bar{y}_{i*\cdot\cdot l} - (\bar{y}_{\cdot\cdot\cdot l} - \bar{y}_{\cdot\cdot\cdot\cdot})$ onde:

$$\bar{y}_{i*\cdot\cdot l} = m + g_l + \frac{1}{J}\sum_j bj(l) + t_{i*(l)} + (gc)_{lf} + \frac{1}{J}\sum_j (tb)_{i*j(l)} + \frac{1}{k}\sum_k t'_k + \frac{1}{k}\sum_k (gt')_{lk} +$$

$$+ \frac{1}{k}\sum (tt')_{i*k(l)} + \frac{1}{k}\sum_k (gct')_{lfk} + \frac{1}{JK}\sum_{j,k} e_{i*jk(l)} \qquad (1)$$

que é a média do tratamento regular no local l;

$$\bar{y}_{\cdots l} = \frac{y_{\cdots l}}{CJK} = m + g_l + \frac{1}{J}\sum_j b_{j(l)} + \frac{1}{C}\sum_f t_{f(l)} +$$

$$+\frac{1}{C}\sum_f (gc)_{lf} + \frac{1}{CJ} + \sum_j (tb)_{fj(l)} + \frac{1}{k}\sum_k t'_k +$$

$$+\frac{1}{k}\sum_k (gt')_{lk} + \frac{1}{CK}\sum_{f,k} (tt')_{fk(l)} + \frac{1}{CK}\sum_{f,k} (gct')_{lfk} +$$

$$+\frac{1}{CJK}\sum_{f,j,k} e_{fjk(l)} \tag{2}$$

que é a média dos tratamentos comuns no local l;

e,

$$\bar{y}_{\cdots} = \frac{y_{\cdots}}{CJKL} = m + \frac{1}{L}\sum_l g_l + \frac{1}{JL}\sum_{j,l} b_{j(l)} + \frac{1}{CL}\sum_{f,l} t_{f(l)} +$$

$$+\frac{1}{LC}\sum_{l,f}(gc)_{lf} + \frac{1}{CJL}\sum_{f,j,l}(tb)_{fj(l)} + \frac{1}{K}\sum_k t'_k + \frac{1}{LK}\sum_{l,k}(gt')_{lk} +$$

$$+\frac{1}{CKL}\sum_{f,k,l}(tt')_{fk(l)} + \frac{1}{LCK}\sum_{l,f,k}(gct')_{lfk} + \frac{1}{CJKL}\sum_{F,J,K,L} e_{fjk(l)} \tag{3}$$

como sendo a média geral dos tratamentos comuns.

Mas,

$(\bar{y}_{\cdots l} - \bar{y}_{\cdots}) =$ correção = Co então,

$$
\begin{aligned}
Co = (2) - (3) = g_l & - \frac{1}{L}\sum_{l} g_l + \frac{1}{J}\sum_{j} b_{j(l)} - \frac{1}{JL}\sum_{j,l} b_{j(l)} + \\
& + \frac{1}{C}\sum_{f} t_{f(l)} - \frac{1}{CL}\sum_{f,l} t_{f(l)} + \frac{1}{C}\sum_{f} (gc)_{lf} - \\
& - \frac{1}{LC}\sum_{l,f} (gc)_{lf} + \frac{1}{CJ}\sum_{f,j} (tb)_{fj(l)} - \frac{1}{CJL}\sum_{f,j,l} (tb)_{fj(l)} + \\
& + \frac{1}{K}\sum_{k} (gt')_{lk} - \frac{1}{LK}\sum_{l,k} (gt')_{lk} + \frac{1}{CK}\sum_{f,k} (tt')_{fk(l)} - \\
& - \frac{1}{CKL}\sum_{f,k,l} (tt')_{fk(l)} + \frac{1}{CK}\sum_{f,k} (gct')_{lfk} - \frac{1}{LCK}\sum_{l,f,k} (gct')_{lfk} + \\
& + \frac{1}{CJK}\sum_{f,jk} e_{fjk(l)} - \frac{1}{CJKL}\sum_{f,j,k,l} e_{fjk(l)} \qquad (4)
\end{aligned}
$$

Portanto,

$$\hat{m}_{i^*..l} = (1)-(4) = m + t_{i^*(l)} + (gc)_{lf} + \tfrac{1}{J}\sum_{j}(tb)_{i^*j(l)} + \tfrac{1}{k}\sum_{k} t''_{k}$$

$$+\frac{1}{K}\sum_{k}(gt')_{lk} + \frac{1}{K}\sum_{k}(tt')_{i^*k(l)} + \frac{1}{K}\sum_{k}(gct')_{lfk} +$$

$$+\frac{1}{JK}\sum_{j,k} e_{i^*jk(l)} + \frac{1}{L}\sum_{l} g_l + \frac{1}{JL}\sum_{j,l} b_{j(l)} - \frac{1}{C}\sum_{f} t_{f(l)} +$$

$$+\frac{1}{CL}\sum_{f,l} t_{f(l)} - \frac{1}{C}\sum_{f}(gc)_{lf} + \frac{1}{LC}\sum_{l,f} gc_{lf} -$$

$$+\frac{1}{CJ}\sum_{f,j}(tb)_{fj(l)} + \frac{1}{CJL}\sum_{f,j,l}(tb)_{fjl} - \frac{1}{K}\sum_{k}(gt')_{lk} +$$

$$+\frac{1}{LK}\sum_{l,k}(gt')_{lk} - \frac{1}{CK}\sum_{f,k}(tt')_{fk(l)} + \frac{1}{CKL}\sum_{f,k,l}(tt')_{fk(l)} - \frac{1}{CK}\sum_{f,k}(gct')_{lfk} +$$

$$+\frac{1}{LCK}\sum_{l,f,k}(gct')_{lfk} - \frac{1}{CjK}\sum_{f,j,k} e_{fjk(l)} + \frac{1}{CJKL}\sum_{f,j,k,l} e_{fjk(l)} \qquad (5)$$

Pela expressão (5) vê-se que, as estimativas das médias ajustadas dos tratamentos regulares ($\hat{m}_{i^*..l}$) são obtidas pela média do tratamento regular i^* do local l subtraída da correção Co, onde:

Co = [(média dos tratamentos comuns no local l)

- (média geral dos tratamento comuns)].

4.2.2. Comuns (T_f)

As estimativas das médias de tratamentos comuns são obtidas por

$$\overline{Y}_{f}\ldots = \frac{1}{JKL}\sum_{j,k,l} Y_{fjk(l)}\text{, com}$$

$j = 1, 2, \ldots, J$; $k = 1, 2, \ldots, K$; $l = 1, 2, \ldots, L.$

Assim, do modelo matemático, somando em relação a J, K e L, tem-se

$$\overline{Y}_{f}\ldots = m + \frac{1}{L}\sum_{l} g_l + \frac{1}{JL}\sum_{j,l} b_{j(l)} + \frac{1}{L}\sum_{l} t_{f(l)} + \frac{1}{L}\sum_{l} (gc)_{lf} +$$

$$+ \frac{1}{JL}\sum_{j,l} (tb)_{fj(l)} + \frac{1}{K}\sum_{k} t'_k + \frac{1}{LK}\sum_{l,k} (gt')_{lk} + \frac{1}{KL}\sum_{k,l} (tt')_{fk(l)} +$$

$$+ \frac{1}{LK}\sum_{l,k} (gct')_{lfk} + \frac{1}{JKL}\sum_{j,k,l} e_{fjk(l)} \qquad (6)$$

Portanto, verifica-se em (6), que as estimativas das médias para tratamentos comuns são dadas pelas médias aritméticas dos respectivos tratamentos comuns, não necessitando de nenhum ajuste.

4.2.3. Secundários (T')

Já para a obtenção das estimativas das médias de tratamentos secundários, isto é, os tratamentos das subparcelas, a expressão é:

$$\bar{Y}_{\cdot\cdot k\cdot} = \frac{1}{IJL}\sum_{i,j,l} y_{ijk(l)},$$

com

$i = 1, 2, ..., I$	(número de tratamentos primários no local ou experimento, ou seja, a soma dos regulares e comuns).
$j = 1, 2, ..., J$	(número de blocos por experimento).
$l = 1, 2, ..., L$	(número de experimentos ou locais).

Assim, do modelo matemático, aplicando o somatório em relação a I, J e L, virá:

$$\bar{Y}_{\cdot\cdot k\cdot} = m + \frac{1}{L}\sum_{l} g_l + \frac{1}{JL}\sum_{j,l} b_{j(l)} + \frac{1}{IL}\sum_{i,l} t_{i(l)} + \frac{1}{L}\sum_{l}(gc)_{lf} +$$

$$+ \frac{1}{IJL}\sum_{i,j,l}(tb)_{ij(l)} + t'_k + \frac{1}{L}\sum_{l}(gt')_{lk} + \frac{1}{IL}\sum_{i,l}(tt')_{ik(l)} +$$

$$+ \frac{1}{L}\sum_{l}(gct')_{lfk} + \frac{1}{IJL} e_{ijk(l)}. \qquad (7)$$

4.3. Variâncias de Estimativas de Contrastes de Médias de Tratamentos

As variâncias das estimativas dos contrastes entre médias de tratamentos serão estruturadas a partir do modelo matemático ora proposto.

Nas deduções apresentadas, não serão levados em conta a média geral e os duplos produtos, uma vez que na elaboração dos contrastes estes se cancelam ou são nulos.

Neste estudo serão considerados 18 casos de contrastes entre médias de tratamentos de acordo com as seguintes considerações:

1) Nenhuma das interações é significativa.

As comparações são:

- 1.1. Entre Tratamentos T
  - 1.1.1. Entre Tratamentos Comuns
  - 1.1.2. Entre Tratamentos Regulares (todos)
  - 1.1.3. Entre Tratamentos Comuns e Regulares (todos)
- 1.2. Entre Tratamentos T'

2) Se a interação T x T' for significativa e as outras não:

- 2.1. Entre tratamentos T dentro de T'
  - 2.1.1. Entre comuns d. T'
  - 2.1.2. Entre regulares d. T'
  - 2.1.3. Entre comuns e regulares d. T'
- 2.2. Entre Tratamentos T' dentro de T
  - 2.2.1. Entre T' d. regulares
  - 2.2.2. Entre T' d. comuns

onde: d. significa "dentro de"

3) Se a Interação C x L for significativa e as outras não:

3.1. Entre comuns d. locais

3.2. Entre regulares d. locais

3.3. Entre comuns e regulares d. locais

3.4. Entre T' (igual a 1.2)

4) Se a Interação T x T' for significativa e C x L também e as outras não:

4.1. Tratamentos T d. T' d. locais

4.1.1. Entre comuns d. T' d. locais

4.1.2. Entre regulares d. T' d. locais

4.1.3. Entre comuns e regulares d. T' d. locais

4.2. Tratamentos T' d. T d. locais

4.2.1. Entre T' d. comuns d. locais

4.2.2. Entre T' d. regulares d. locais

Outros casos de Interações significativas, envolvendo L x T' serão considerados sem interesse neste trabalho.

As variâncias para cada comparação serão estruturadas a seguir:

4.3.1. Entre médias de tratamentos comuns (T_f)

$$\hat{Y}_1 = \bar{y}_{f}... - \bar{y}_{f'}...$$

Mas, da expressão (6),

$$\overline{Y}_{f}\ldots = m + \frac{1}{L}\sum_{l} g_{l} + \frac{1}{JL}\sum_{j,l} b_{j(l)} + \frac{1}{L}\sum_{l} t_{f(l)} + \frac{1}{L}\sum_{l} (gc)_{lf} +$$

$$+ \frac{1}{JL}\sum_{j,l} (tb)_{fj(l)} + \frac{1}{K}\sum_{k} t'_{k} + \frac{1}{LK}\sum_{l,k} (gt')_{lk} + \frac{1}{KL}\sum_{k,l} (tt')_{fk(l)} +$$

$$+ \frac{1}{LK}\sum_{l,k} (gct')_{lfk} + \frac{1}{JKL}\sum_{j,k,l} e_{fjk(l)} \qquad (8)$$

e, por analogia,

$$\overline{Y}_{f'}\ldots = m + \frac{1}{L}\sum_{l} g_{l} + \frac{1}{JL}\sum_{j,l} b_{j(l)} + \frac{1}{L}\sum_{l} t_{f'(l)} + \frac{1}{L}\sum_{l} (gc)_{lf} +$$

$$+ \frac{1}{JL}\sum_{j,l} (tb)_{fJ(l)} + \frac{1}{K}\sum_{k} t'_{k} + \frac{1}{LK}\sum_{l,k} (gt')_{lk} + \frac{1}{KL}\sum_{k,l} (tt')_{fk(l)} +$$

$$+ \frac{1}{LK}\sum_{l,k} (gct')_{lfk} + \frac{1}{JKL}\sum_{j,k,l} e_{fJk(l)} \qquad (9)$$

Portanto,

$$\hat{Y}_{1} = \overline{y}_{f}\ldots - \overline{y}_{f'}\ldots = (8) - (9)$$

Assim virá:

$$\hat{Y}_1 = \frac{1}{L}\left(\sum_{l} t_{f(l)} - \sum_{l} t_{f'(l)}\right) + \frac{1}{JL}\left(\sum_{j,l} (tb)_{fj(l)} - \sum_{j,l} (tb)_{f'j(l)}\right)$$

$$\frac{1}{KL}\left(\sum_{k,l} (tt')_{fk(l)} - \sum_{k,l} (tt')_{f'k(l)}\right) + \frac{1}{JKL}\left(\sum_{j,k,l} e_{fjk(l)} - \sum_{j,k,l} e_{f'jk(l)}\right) \tag{10}$$

Uma vez que os erros são aleatórios e aplicando as seguintes restrições:

$$E\left(t_{f(l)}\right) = t_{f(l)};\ E(tt')_{fk(l)} = (tt')_{fk(l)}$$

$$E(tb)_{fj(l)} = 0;\ E(tb)^2_{fj(l)} = \sigma^2_{tb}$$

$$E\left(e_{fjk(l)}\right) = 0;\ E\left(e_{fjk(l)}\right)^2 = \sigma^2$$

tem-se

$$E(\hat{Y}_i) = \frac{1}{L}\left(\sum_{l} t_{f(l)} - \sum_{l} t_{f'k(l)}\right) + \frac{1}{KL}\left(\sum_{k,l} (tt')_{fk(l)} - \sum_{k,l} (tt')_{f'k(l)}\right) \tag{11}$$

Por definição:

$V(\hat{Y}_1) = E[\hat{Y}_1 - E(\hat{Y}_1)]^2,$

Portanto,

$$V(\hat{Y}_1) = E\left\{\frac{1}{L}\left(\sum_{l} t_{f(l)} - \sum_{l} t_{f'(l)}\right) + \frac{1}{JL}\left(\sum_{j,l}(tb)_{fj(l)} - \sum_{j,l}(tb)_{f'j(l)}\right) + \right.$$

$$+\frac{1}{KL}\left(\sum_{k,l}(tt')_{fk(l)} - \sum_{k,l}(tt')_{fk(l)}\right) + \frac{1}{JKL}\left(\sum_{j,k,l} e_{fjk(l)} - \sum_{j,k,l} e_{fjk(l)}\right)$$

$$\left. -\frac{1}{L}\left(\sum_{l} t_{f(l)} - \sum_{l} t_{f'(l)}\right) - \frac{1}{KL}\left(\sum_{k,l}(tt')_{fk(l)} - \sum_{k,l}(tt')_{f'k(l)}\right)\right]\Bigg\}^2 \qquad (12)$$

Subtraindo em (12), fica

$$V(\hat{Y}_1) = E\left[\frac{1}{JL}\left(\sum_{j,l}(tb)_{fj(l)} - \sum_{j,l}(tb)_{f'j(l)}\right) + \frac{1}{JKL}\left(\sum_{j,k,l} e_{fjk(l)} - \sum_{j,k,l} e_{f'jk(l)}\right)\right]^2$$

de onde se obtém:

$$V(\hat{Y}_1) = \frac{2JL}{J^2 L^2}\sigma^2_{tb} + \frac{2JKL}{J^2 K^2 L^2}\sigma^2$$

ou ainda:

$$V\left(\hat{Y}_1\right) = \frac{2}{JKL}\left(K\sigma^2_{tb} + \sigma^2\right)$$

e sua estimativa será:

$$\hat{V}\left(\hat{Y}_1\right) = \frac{2}{JKL}\left(K\hat{\sigma}^2_{tb} + \hat{\sigma}^2\right)$$

que associada à Tabela 3, resulta:

$$\hat{V}\left(\hat{Y}_1\right) = \frac{2}{JKL} \quad Q.M.\ \mathrm{Res}\ (a)$$

4.3.2. Entre médias de tratamentos regulares (T_i^*)

$$\hat{Y}_2 = \hat{m}_{i^* \cdot \cdot l} - \hat{m}_{i^{*\prime} \cdot \cdot l}$$

De (5) tem-se:

$$\hat{m}_{i^*..l} = (1)-(4) = m + t_{i^*(l)} + (gc)_{lf} + \tfrac{1}{J}\sum_j (tb)_{i^*j(l)} + \tfrac{1}{k}\sum_k t'_k$$

$$+\frac{1}{K}\sum_k (gt')_{lk} + \frac{1}{K}\sum_k (tt')_{i^*k(l)} + \frac{1}{K}\sum_k (gct')_{lfk} +$$

$$+\frac{1}{JK}\sum_{j,k} e_{i^*jk(l)} + \frac{1}{L}\sum_l g_l + \frac{1}{JL}\sum_{j,l} b_{j(l)} - \frac{1}{C}\sum_f t_{f(l)} +$$

$$+\frac{1}{CL}\sum_{f,l} t_{f(l)} - \frac{1}{C}\sum_f (gc)_{lf} + \frac{1}{LC}\sum_{l,f} (gc)_{lf} -$$

$$-\frac{1}{CJ}\sum_{f,j} (tb)_{fj(l)} + \frac{1}{CJL}\sum_{f,j,l} (tb)_{fj(l)} - \frac{1}{K}\sum_k (gt')_{lk} +$$

$$+\frac{1}{LK}\sum_{l,k} (gt')_{lk} - \frac{1}{CK}\sum_{f,k} (tt')_{fk(l)} + \frac{1}{CKL}\sum_{f,k,l} (tt')_{fk(l)} - \frac{1}{CK}\sum_{f,k} (gct')_{lfk} +$$

$$+\frac{1}{LCK}\sum_{l,f,k} (gct')_{lfk} - \frac{1}{CJK}\sum_{f,j,k} e_{fjk(l)} + \frac{1}{CJKL}\sum_{f,j,k,l} e_{fjk(l)} \qquad (13)$$

Por definição:

$$V(\hat{m}_{i^*..l}) = E\left[\hat{m}_{i^*..l} - E(\hat{m}_{i^*..l})\right]^2$$

mas, como os erros são aleatórios, então

$$E\left(\frac{1}{J}\sum_{j}(tb)_{i*j(l)}\right)=0; \qquad E\left(\frac{1}{JK}\sum_{j,k}e_{i*jk(l)}\right)=0$$

$$E\left(\frac{1}{CJ}\sum_{f,j}(tb)_{fj(l)}\right)=0; \qquad E\left(\frac{1}{CJL}\sum(tb)_{fj(l)}\right)=0$$

$$E\left(\frac{1}{CJK}\sum_{f,j,k}e_{fjk(l)}\right)=0; \qquad E\left(\frac{1}{\underline{CJKL}}\sum_{f,j,k,l}e_{fjk(l)}\right)=0$$

Portanto:

$$\begin{aligned}
E(\hat{m}_{i*..}l) = {} & m + t_{i*(l)} + (gc)_{lf} + \tfrac{1}{k}\sum_{k} t'_{k} + \frac{1}{K}\sum_{k}(gt')_{lk} + \\
& + \frac{1}{K}\sum_{k}(tt')_{i*k(l)} + \frac{1}{K}\sum_{k}(gct')_{lfk} + \frac{1}{L}\sum_{l} g_{l} + \\
& + \frac{1}{JL}\sum_{j,l} b_{j(l)} - \frac{1}{C}\sum_{f} t_{f(l)} + \frac{1}{CL}\sum_{f,l} t_{f(l)} - \frac{1}{C}\sum_{f}(gc)_{lf} + \\
& + \frac{1}{LC}\sum_{l,f}(gc)_{lf} - \frac{1}{K}\sum_{k}(gt')_{lk} + \frac{1}{LK}\sum_{l,k}(gt')_{lk} - \\
& - \frac{1}{CK}\sum_{f,k}(tt')_{fk(l)} + \frac{1}{\underline{CKL}}\sum_{f,k,l}(tt')_{fk(l)} - \frac{1}{CK}\sum_{f,k}(gct')_{lfk} + \\
& + \frac{1}{LCK}\sum_{l,f,k}(gct')_{lfk}
\end{aligned} \tag{14}$$

Subtraindo (13) - (14), ou seja, $\hat{m}_{i*.l} - E(\hat{m}_{i*.l})$, chega-se a:

$$\hat{m}_{i*..l} - E(\hat{m}_{i*..l}) = \frac{1}{J}\sum_{j}(tb)_{i*j(l)} + \frac{1}{JK}\sum_{j,k} e_{i*jk(l)} - \frac{1}{CJ}\sum_{f,j}(tb)_{fj(l)} +$$

$$+ \frac{1}{CJL}\sum_{f,j,l}(tb)_{fj(l)} - \frac{1}{CJK}\sum_{f,j,k} e_{fjk(l)} +$$

$$+ \frac{1}{CJKL}\sum_{f,j,k,l} e_{fjk(l)} \qquad (15)$$

Logo,

$$V(\hat{m}_{i*.l}) = E\left\{\frac{1}{J}\sum_{j}(tb)_{i*j(l)} + \frac{1}{JK}\sum_{l} e_{i*jk(l)} - \frac{1}{CJ}\sum_{f,j}(tb)_{fj(l)}\right.$$

$$+ \frac{1}{CJL}\sum_{f,j,l}(tb)_{fj(l)} - \frac{1}{CJK}\sum_{f,j,k} e_{fjk(l)} +$$

$$\left. + \frac{1}{CJKL}\sum_{f,j,k,l} e_{fjk(l)}\right\}^2$$

mas, admitindo-se

$$E(tb)^2_{i*j(l)} = \sigma^2_{tb}; \quad E\left(e_{i*jk(l)}\right)^2 = \sigma^2$$

$$E(tb)^2_{fj(l)} = \sigma^2_{tb}; \quad E\left(e_{fjk(l)}\right)^2 = \sigma^2$$

então,

$$V(\hat{m}_{i^*.l}) = \frac{1}{J}\sigma_{tb}^2 + \frac{1}{JK}\sigma^2 + \frac{1}{CJ}\sigma_{tb}^2 + \frac{1}{CJL}\sigma_{tb}^2 +$$

$$+\frac{1}{CJK}\sigma^2 + \frac{1}{CJKL}\sigma^2$$

ou ainda,

$$V(\hat{m}_{i^*.l}) = \frac{1}{J}\left[\left(1+\frac{1}{C}+\frac{1}{CL}\right)\sigma_{tb}^2 + \frac{1}{K}\left(1+\frac{1}{C}+\frac{1}{CL}\right)\sigma^2\right] \quad (16)$$

Analogamente,

$$V(\hat{m}_{i^{*\prime}..l}) = \frac{1}{J}\left[\left(1+\frac{1}{C}+\frac{1}{CL}\right)\sigma_{tb}^2 + \frac{1}{K}\left(1+\frac{1}{C}+\frac{1}{CL}\right)\sigma^2\right] \quad (17)$$

Como as médias de tratamentos regulares são ajustadas para os tratamentos comuns, então existe uma correlação entre elas, e, portanto, por definição:

$$V(\hat{m}_{i^*.l} - \hat{m}_{i^{*\prime}.l}) = V(\hat{m}_{i^*.l}) + V(\hat{m}_{i^{*\prime}..l}) - 2COV(\hat{m}_{i^*.l} - \hat{m}_{i^{*\prime}..l})$$

onde,

$$V(\hat{m}_{i^*.l} - \hat{m}_{i^{*\prime}.l}) = E\left\{\left[\hat{m}_{i^*.l} - E\left(\hat{m}_{i^*.l}\right)\right]\left[\hat{m}_{i^{*\prime}.l} - E\left(\hat{m}_{i^{*\prime}.l}\right)\right]\right\}$$

De (15), $\hat{m}_{i*.l} - E\left(\hat{m}_{i*.l}\right) = \frac{1}{J}\sum_{j}(tb)_{i*j(l)} + \frac{1}{JK}\sum_{j,k} e_{i*j(l)} -$

$$-\frac{1}{CJ}\sum_{f,j}(tb)_{fj(l)} + \frac{1}{CJL}\sum_{f,j,l}(tb)_{fj(l)} - \frac{1}{CJK}\sum_{f,j,k} e_{fjk(l)} + \frac{1}{CJKL}\sum_{f,j,l} e_{fjk(l)} \tag{18}$$

De modo análogo,

$$\hat{m}_{i*'.l} - E(\hat{m}_{i*'.l}) = \frac{1}{J}\sum_{j}(tb)_{i*'j(l)} + \frac{1}{JK}\sum_{j,k} e_{i*'jk(l)} - \frac{1}{CJ}\sum_{f,j}(tb)_{fj(l)} +$$

$$+\frac{1}{CJL}\sum_{f,j,l}(tb)_{fj(l)} - \frac{1}{CJK}\sum_{f,j,k} e_{fjk(l)} + \frac{1}{CJKL}\sum_{f,j,k,l} e_{fjk(l)} \tag{19}$$

Assim:

$$COV\left(\hat{m}_{i*}..l, \hat{m}_{i*'}..l\right) = E\left[(18).(19)\right]$$

ou,

$$COV\left(\hat{m}_{i*}..l, \hat{m}_{i*'}..l\right) = E\left\{\begin{matrix}\left[\begin{matrix}\frac{1}{J}\sum_{j}(tb)_{i*j(l)} + \frac{1}{JK}\sum_{j,k} e_{i*j(l)} - \frac{1}{CJ}\sum_{f,j}(tb)_{fj(l)} + \\ +\frac{1}{CJL}\sum_{f,j,l}(tb)_{fj(l)} - \frac{1}{CJK}\sum_{f,j,k} e_{fjk(l)} + \frac{1}{CJKL}\sum_{f,j,k,l} e_{fjk(l)}\end{matrix}\right] \\ \left[\begin{matrix}\frac{1}{J}\sum_{j}(tb)_{i*'j(l)} + \frac{1}{JK}\sum_{j,k} e_{i*'jk(l)} - \frac{1}{CJ}\sum_{f,j}(tb)_{fj(l)} + \\ +\frac{1}{CJL}\sum_{f,j,l}(tb)_{fj(l)} - \frac{1}{CJK}\sum_{f,j,k} e_{fjk(l)} + \frac{1}{CJKL}\sum_{f,j,k,l} e_{fjk(l)}\end{matrix}\right]\end{matrix}\right\} \tag{20}$$

Verifica-se, pois, em (20) que os erros referentes à média geral dos tratamentos comuns, são:

$$\frac{1}{CJL}\sum_{f,j,l}(tb)_{fj(l)} \quad \text{e} \quad \frac{1}{CJKL}\sum_{f,j,k,l} e_{fjk(l)}.$$

Diante disso,

$$COV\left(\hat{m}_{i*}..l, \hat{m}_{i*'}..l\right) = E\left[\begin{matrix}\left[\frac{1}{CJL}\sum_{f,j,l}(tb)_{fj(l)} + \frac{1}{CJKL}\sum_{f,j,k,l} e_{fjk(l)}\right] \\ \left[\frac{1}{CJL}\sum_{f,j,l}(tb)_{fj(l)} + \frac{1}{CJKL}\sum_{f,j,k,l} e_{fjk(l)}\right]\end{matrix}\right],$$

de onde se obtém:

$$COV\left(\hat{m}_{i*}..l, \hat{m}_{i*'}..l\right) = \frac{1}{CJL}\sigma_{tb}^2 + \frac{1}{CJKL}\sigma^2$$

ou ainda:

$$COV\left(\hat{m}_{i*}..l, \hat{m}_{i*'}..l\right) = \frac{1}{CJKL}\left(K\sigma_{tb}^2 + \sigma^2\right) \tag{21}$$

Portanto,

$$V(\hat{Y}_2) = [(16) + (17) - 2(21)] = \frac{1}{J}\left[\left(1 + \frac{1}{C} + \frac{1}{CL}\right)\sigma_{tb}^2 + \frac{1}{K}\left(1 + \frac{1}{C} + \frac{1}{CL}\right)\sigma^2\right] +$$

$$\frac{1}{J}\left[\left(1 + \frac{1}{C} + \frac{1}{CL}\right)\sigma_{tb}^2 + \frac{1}{K}\left(1 + \frac{1}{C} + \frac{1}{CL}\right)\sigma^2\right] - \frac{2}{CJKL}\left(K\sigma_{tb}^2 + \sigma^2\right) \qquad (22)$$

Somando e subtraíndo em (22), resulta:

$$V(\hat{Y}_2) = \frac{2}{JK}\left[\left(1 + \frac{1}{C}\right)\left(K\sigma_{tb}^2 + \sigma^2\right)\right]$$

E, sua estimativa será:

$$\hat{V}(\hat{Y}_2) = \frac{2}{JK}\left[\left(1 + \frac{1}{C}\right) \text{Q.M.Res(a)}\right]$$

4.3.3. entre médias de um tratamento regular (T_{i*}) e um tratamento comum (T_f)

$$\hat{Y}_3 = \hat{m}_{i*\cdot\cdot l} - \bar{y}_{f\cdots}\ , \quad \text{mas}$$

$$V(\hat{Y}_3) = V(\hat{m}_{i*\cdot\cdot l}) + V(\bar{y}_{f\cdots}) - 2COV(\hat{m}_{i*\cdot\cdot l}, \bar{y}_{f\cdots})$$

E, de (16), tem-se:

$$V(\hat{m}_{i^{*}\cdot\cdot l}) = \frac{1}{J}\left[\left(1+\frac{1}{C}+\frac{1}{CL}\right)\sigma_{tb}^{2}+\frac{1}{K}\left(1+\frac{1}{C}+\frac{1}{CL}\right)\sigma^{2}\right] \tag{23}$$

E, pela definição,

$$V(\bar{y}_{f}\ldots) = E\left[\hat{y}_{f}\ldots - E(\bar{y}_{f}\ldots)\right]^{2} ,$$

virá:

$$V(\bar{y}_{f}\ldots) = \frac{1}{JKL}\left(K\sigma_{tb}^{2}+\sigma^{2}\right). \tag{24}$$

como,

$$COV(\hat{m}_{i^{*}\cdot\cdot l}\, \bar{y}_{f}\ldots) = E\left\{\left[\hat{m}_{i^{*}\cdot\cdot l} - E(\hat{m}_{i^{*}\cdot\cdot l})\right]\left[\bar{y}_{f}\ldots - E(\bar{y}_{f}\ldots)\right]\right\}$$

e, de (19), vem:

$$\left[\hat{m}_{i^{*}\cdot\cdot l} - E(\hat{m}_{i^{*}\cdot\cdot l})\right] = \frac{1}{J}\sum_{j}(tb)_{i^{*}j(l)} + \frac{1}{JK}\sum_{j,k} e_{i^{*}jk(l)} -$$

$$-\frac{1}{CJ}\sum_{f,j}(tb)_{fj(l)} + \frac{1}{CJL}\sum_{f,j,l}(tb)_{fj(l)} - \frac{1}{CJK}\sum_{f,j,k} e_{fjk(l)} +$$

$$+\frac{1}{CJKL}\sum_{f,j,k,l} e_{fjk(l)} .$$

também, de (8):

$$\left[\bar{y}_f\ldots - E(\bar{y}_f\ldots)\right] = \frac{1}{JL}\sum_{j,l}(tb)_{fj(l)} + \frac{1}{JKL}\sum_{j,k,l} e_{fjk(l)}$$

então,

$$COV(\hat{m}_{i*\cdot\cdot l}, \bar{y}_f\ldots) = E\left[\frac{1}{CJ^2L^2}\left(\sum_{f,j,l}(tb)_{fj(l)}\right)^2 + \frac{1}{CJ^2K^2L^2}\left(\sum_{f,j,k,l} e_{fjk(l)}\right)^2\right]$$

mas, $E(tb)^2_{fj(l)} = \sigma^2_{tb}$ e $E(e_{fjk(l)})^2 = \sigma^2$

assim,

$$COV(\hat{m}_{i*\cdot\cdot l}, \bar{y}_f\ldots) = \frac{1}{JKL}\left(K\sigma^2_{tb} + \sigma^2\right) \qquad (25)$$

Portanto,

$$V(\hat{Y}_3) = [(23) + (24) - 2(25)]$$

ou,

$$V(\hat{Y}_3) = \frac{1}{JK}\left[\left(1 + \frac{1}{C} + \frac{1}{CL}\right)\left(K\sigma^2_{tb} + \sigma^2\right)\right] + \frac{1}{JKL}\left(K\sigma^2_{tb} + \sigma^2\right) - \frac{2}{JKL}\left(K\sigma^2_{tb} + \sigma^2\right)$$

simplificando, fica:

$$V(\hat{Y}_3) = \frac{1}{JK}\left[\left(1 + \frac{1}{C} + \frac{1}{CL} - \frac{1}{L}\right)\left(K\sigma^2_{tb} + \sigma^2\right)\right]$$

ou melhor,

$$\hat{V}(\hat{Y}_3) = \frac{1}{JK}\left[\left(1+\frac{1}{C}+\frac{1}{CL}-\frac{1}{L}\right) \text{Q.M. Res (a)}\right]$$

4.3.4. Entre médias de tratamentos T'

$\hat{Y}_4 = \bar{y}_{..k.} - \bar{y}_{..k'.}$

De (7), têm-se

$$\bar{y}_{..k.} = m + \frac{1}{L}\sum_{l} g_e + \frac{1}{JL}\sum_{j,l} b_{j(l)} + \frac{1}{IL}\sum_{i,l} t_{i(l)} + \frac{1}{L}\sum_{l}(gc)_{lf} +$$

$$+\frac{1}{IJL}\sum_{i,j,l}(tb)_{ij(l)} + t'_k + \frac{1}{L}\sum_{l}(gt')_{lk} + \frac{1}{IL}\sum_{i,l}(tt')_{ik(l)}$$

$$+\frac{1}{L}\sum_{l}(gct')_{lfk} + \frac{1}{IJL}\sum_{i,j,l} e_{ijk(l)}$$

e, por analogia, para $\bar{y}_{..k'.}$ terá a mesma expressão, mudando apenas k por k'. E, então,

$$\hat{Y}_4 = t'_k - t'_{k'} + \frac{1}{L}\left(\sum_{l}(gt')_{lk} - \sum_{l}(gt'_{lk'})\right)$$

$$+\frac{1}{IL}\left(\sum_{i,l}(tt')_{i,k(l)} - \sum_{i,l}(tt')_{ik'(l)}\right) + \frac{1}{L}\left(\sum_{l}(gct') - \sum_{l}(gct')_{lfk'}\right) +$$

$$+\frac{1}{IJL}\left(\sum_{i,j,l} e_{ijk(l)} - \sum_{i,j,l} e_{ijk'(l)}\right)$$

Assim, por definição.

$$V(\hat{Y}_4) = E\left[\hat{Y}_4 - E(\hat{Y})_4\right]^2$$

e, de (26), virá

$$V(\hat{Y}_4) = E\left[\frac{1}{IJL}\left(e_{ijk(l)} - \sum_{j,j,l} e_{ijk'(l)}\right)\right]^2$$

mas, $E\left(e_{ijk(l)}\right)^2 = \sigma^2$

então, $V(\hat{Y}_4) = \dfrac{2}{IJL}\sigma^2$. sua estimativa é

$$\hat{V}(\hat{Y}_4) = \frac{2}{IJL}\hat{\sigma}^2$$ que associada à Tabela 3, fica

$$\hat{V}(\hat{Y}_4) = \frac{2}{IJL} QM\,\mathrm{Res}(b)$$

4.3.5. entre médias de tratamentos comuns (T_f) dentro do tratamento T'

$$\hat{Y}_5 = \bar{y}_{f.k.} - \bar{y}_{f'.k.}$$

mas,

$$\bar{y}_{f.k.} = \frac{2}{JL}\sum_{j,l} y_{fjk(l)}$$

Portanto,

$$\bar{y}_{f.k.} = m + \frac{1}{L}\sum_{l} g_e + \frac{1}{JL}\sum_{j,l} b_{j(l)} + \frac{1}{L}\sum_{l} t_{f(l)} + \frac{1}{L}\sum_{l} (gc)_{lf} +$$

$$+\frac{1}{JL}\sum_{j,l}(tb)_{fj(l)} + t'_k + \frac{1}{L}\sum_{l}(gt')_{lk} + \frac{1}{L}\sum_{l}(tt')_{fkl} +$$

$$+\frac{1}{L}\sum_{l}(gct')_{lfk} + \frac{1}{JL}\sum_{j,l} e_{fjk(l)} \tag{27}$$

De maneira análoga a (27), virá

$$\bar{y}_{f'.k.} = m + \frac{1}{L}\sum_{l} g_l + \frac{1}{JL}\sum_{j,l} b_{j(l)} + \frac{1}{L}\sum_{l} t_{f'(l)} + \frac{1}{L}\sum_{l} (gc)_{lf} +$$

$$+\frac{1}{JL}\sum_{l,l}(tb)_{f'j(l)} + t'_k + \frac{1}{L}\sum_{l}(gt')_{lk} + \frac{1}{L}\sum_{l}(tt')_{f'k(l)} +$$

$$+\frac{1}{L}\sum_{l}(gct')_{lfk} + \frac{1}{JL}\sum_{j,l} e_{fjk(l)} \tag{28}$$

Assim,

$$\hat{Y}_5 = (27) - (28)$$

ou,

$$\hat{Y}_5 = \frac{1}{L}\left(\sum_{l} t_{f(l)} - \sum_{l} t_{f'(l)}\right) + \frac{1}{JL}\left(\sum_{j,l}(tb)_{fj(l)} - \sum_{j,l}(tb)_{f'j(l)}\right)$$

$$+\frac{1}{L}\left(\sum_{l}(tt')_{fk(l)} - \sum_{l}(tt')_{f'k(l)}\right)$$

$$+\frac{1}{JL}\left(\sum_{j,l} e_{fjk(l)} - \sum_{j,l} e_{f'jk(l)}\right) \tag{29}$$

como

$$E(\hat{Y}_5) = \frac{1}{L}\left(\sum_l t_{f(l)} - \sum_l t_{f'(l)}\right) + \left(\frac{1}{L}(tt')_{fk(l)} - \sum_l (tt')_{fk(l)}\right)$$

e

$$V(\hat{Y}_5) = E\left[\hat{Y}_5 - E(\hat{Y}_5)\right]^2$$

virá:

$$V(\hat{Y}_5) = E\left\{\frac{1}{JL}\left(\sum_{j,l}(tb)fj_{(l)} - \sum_{j,l}(tb)\right)_{fj(l)} + \left(\sum_{j,l} e_{fjk(l)} - \sum_{j,l} e_{fjk(l)}\right)\right\}^2$$

e assim,

$$V(\hat{Y}_5) = \frac{2}{JK}\left(\hat{\sigma}^2_{tb} + \hat{\sigma}^2\right)$$

consequentemente sua estimativa será

$$\hat{V}(\hat{Y}_5) = \frac{2}{JK}\left(\hat{\sigma}^2_{tb} + \hat{\sigma}^2\right),$$

Da Tabela 3, tem-se:

QMResíduo (b) = $\hat{\sigma}^2$

QMResíduo (a) = $\hat{\sigma}^2 + K\hat{\sigma}^2_{tb}$

Portanto, $\hat{\sigma}^2_{tb} = \dfrac{QM\,Res(a) - QM\,Res(b)}{K}$

Assim,

$$\hat{V}(\hat{Y}_5) = \frac{2}{JL}\left[\frac{QM\,\mathrm{Re}\,s(a) + (K-1)QM\,\mathrm{Re}\,s(b)}{K}\right]$$

ou,

$$\hat{V}(\hat{Y}_5) = \frac{2}{JKL}\left[QM\,\mathrm{Re}\,s(a) + (K-1)QM\,\mathrm{Re}\,s(b)\right]$$

A esta estimativa estão associados n_1' graus de liberdade, que pode ser calculado através da fórmula de Satterthwaite, citado por BARBIN (1995), que para este contraste é:

$$n_1' = \frac{2}{JKL}\frac{\left[QM\,\mathrm{Re}\,s(a) + (K-1)QM\,\mathrm{Re}\,s(b)\right]^2}{\frac{\left(QM\,\mathrm{Re}\,s(a)\right)^2}{n_a} + \frac{(K-1)^2\left(QM\,\mathrm{Re}\,s(b)\right)^2}{n_b}}$$

onde:

n_a = número de graus de liberdade do Resíduo (a),

e,

n_b = número de graus de liberdade do Resíduo (b).

4.3.6. entre médias de tratamentos regulares (T_{i*}) dentro do tratamento T'.

$$\hat{Y}_6 = \hat{m}_{i*.kl} - \hat{m}_{i*k'l}$$

mas,

$$\hat{m}_{i*\cdot kl} = \bar{y}_{i*\cdot kl} - \left(\bar{y}_{\cdot\cdot kl} - \bar{y}_{\cdot\cdot\cdot}\right).$$

onde

$\overline{y}_{i*\cdot kl}$ = média do Tratamento regular no local l d. T';

$\overline{y}'_{\cdot\cdot kl}$ = média dos Tratamentos comuns no local l d. T';

$\overline{y}_{\cdot\cdot\cdot}$ = média geral dos Tratamentos comuns, dada em (3).

Assim,

$$\overline{y}_{i*\cdot kl} = m + g_l + \frac{1}{J}\sum_j b_{j(l)} + t_{i*(l)} + (gc)_{lf} + \frac{1}{J}\sum_j (tb)_{i*j(l)} +$$

$$+ t'_k + (gt')_{lt} + (tt')_{i*k(l)} + (gct')_{lfk} + \frac{1}{J}\sum_j e_{i*jk(l)} \qquad (30)$$

e,

$$\overline{y}_{..}kl = m + g_l + \frac{1}{J}\sum_j b_{j(l)} + \frac{1}{C}\sum_f t_{f(l)} + \frac{1}{C}\sum_f (gc)_{lf} + \frac{1}{CJ}\sum_{f,j} (tb)_{fj(l)} +$$

$$+ t'_k + (gt')_{lk} + \frac{1}{C}\sum_f (tt')_{fk(l)} + \frac{1}{C}\sum_f (gct')_{lfk} + \frac{1}{CJ}\sum_{f,j} e_{fjk(l)} \qquad (31)$$

Portanto,

$$\hat{m}_{I*.}kl = (30) - [(31) - (3)]$$

Desenvolvendo convenientemente, obtém-se

$$\hat{m}_{i*.}kl = m + t_{i*(l)} + (gc)_{lf} + \frac{1}{J}\sum_{j}(tb)_{i*j(l)} + (tt')_{i*k(l)} + (gct')_{lfk+}$$

$$+\frac{1}{J}\sum_{j} e_{i*j(l)} - \frac{1}{C}\sum_{f} tf(l) - \frac{1}{C}\sum_{f}(gc)_{lf} - \frac{1}{CJ}\sum_{f,j}(tb)_{fj(l)} -$$

$$-\frac{1}{C}\sum_{j}(tt')_{fj(l)} - \frac{1}{C}\sum_{f}(gct')_{lfk} - \frac{1}{CJ}\sum_{f,j} e_{fjk(l)} + \frac{1}{L}\sum_{l} g_{l}$$

$$+\frac{1}{JL}\sum_{j,l} b_{j(l)} + \frac{1}{CL}\sum_{f,l} t_{f(l)} + \frac{1}{LC}\sum_{l,f}(gc)_{lf} + \frac{1}{CJL}\sum_{,jll}(tb)_{fi(l)} + \frac{1}{k}t'_{k} + \frac{1}{LK}\sum_{l,k}(gt')_{lk} +$$

$$+\frac{1}{CKL}\sum_{f,k,l}(tt')_{fk(l)} + \frac{1}{LCK}\sum_{l,f,k}(gct')_{ff(l)} + \frac{1}{CJKL}\sum_{f,j,kl} e_{fjk(l)}\,. \tag{32}$$

Por definição,

$$V(\hat{m}_{i*\cdot kl}) = E\left[\hat{m}_{i*\cdot kl} - E(\hat{m}_{i*\cdot kl})\right]^2$$

Aplicando a esperança em (32) e desenvolvendo, virá:

$$V(\hat{m}_{i*.kl}) = \frac{1}{J}\sigma^2_{tb} + \frac{1}{J}\sigma^2 + \frac{1}{CJ}\sigma^2_{tb} + \frac{1}{CJ}\sigma^2 + \frac{1}{CJL}\sigma^2_{tb} + \frac{1}{CJKL}\sigma^2 \tag{33}$$

ou,

$$V(\hat{m}_{i*' kl}) = \frac{1}{J}\left[\left(1 + \frac{1}{C} + \frac{1}{CL}\right)\sigma^2_{tb} + \left(1 + \frac{1}{C} + \frac{1}{CKL}\right)\sigma^2\right] \tag{34}$$

mas, em (21),

$$COV(\hat{m}_{i*.kl}, \hat{m}_{i*'.kl}) = \frac{1}{CJKL}\left(k\sigma^2_{tb} + \sigma^2\right) \tag{35}$$

como,

$$V(\hat{Y}_6) = V(\hat{m}_{i^*.kl}) + V(\hat{m}_{i^{*'}.kl}) - 2COV(\hat{m}_{i^*.kl}, \hat{m}_{i^{*'}.kl})$$

então, substituindo por (33), (34) e (35), respectivamente, e operando convenientemente, tem-se:

$$V(\hat{Y}_6) = \frac{2}{J}\left[\left(1 + \frac{1}{C}\right)\left(\sigma^2_{tb} + \sigma^2\right)\right].$$

Sua estimativa será:

$$\hat{V}(\hat{Y}_6) = \frac{2}{J}\left[\left(1 + \frac{1}{C}\right)\left(\hat{\sigma}^2_{tb} + \hat{\sigma}^2\right)\right]. \tag{36}$$

No entanto,

$$QM\,\mathrm{Re}\,s(b) = \hat{\sigma}^2$$

e

$$QM\,\mathrm{Re}\,s(a) = \hat{\sigma}^2 + K\hat{\sigma}^2_{tb}. \text{ Assim, } \quad \hat{\sigma}^2_{tb} = \frac{QM\,\mathrm{Re}\,s(a) - QM\,\mathrm{Re}\,s(b)}{K}.$$

Logo, substituindo em (36), fica:

$$\hat{V}(\hat{Y}_6) = \frac{2}{JK}\left[\left(1 + \frac{1}{C}\right)\left(QM\,\mathrm{Re}\,s(a) + (K-1)QM\,\mathrm{Re}\,s(b)\right)\right]$$

Para facilitar, considerar-se-á:

$$z = \left(1 + \frac{1}{C}\right)$$

Logo, tem-se:

$$\hat{V}(\hat{Y}_6) = \frac{2}{JK}\left[zQM\operatorname{Re}s(a) + z(K-1)QM\operatorname{Re}s(b)\right].$$

Também, associados, n_2' graus de liberdade que podem ser obtidos por Satterthwaite, ou seja:

$$n_2' = \frac{\left[zQM\operatorname{Re}s(a) + z(K-1)QM\operatorname{Re}s(b)\right]^2}{\frac{\left(zQM\operatorname{Re}s(a)\right)^2}{n_a} + \frac{\left(z(K-1)QM\operatorname{Re}s(b)\right)^2}{n_b}}$$

graus de liberdade associados à estimativa da variância anterior.

4.3.7. entre médias de um tratamento regular (T_{i*}) e um tratamento comum (T_f) dentro do tratamento T'.

$$\hat{Y}_7 = \hat{m}_{i*\cdot kl} - \bar{y}_{f\cdot k}.$$

A variância da média do tratamento regular (T_{i*}) dentro do tratamento T' é dada pela seguinte expressão, de (35):

$$V(\hat{m}_{i*\cdot kl}) = \frac{1}{J}\left[\left(1 + \frac{1}{C} + \frac{1}{CL}\right)\sigma_{tb}^2 + \left(1 + \frac{1}{C} + \frac{1}{CKL}\right)\sigma^2\right],$$

e, por definição,

$$V(\bar{y}_{f.k.}) = E\left[\bar{y}_{f.k.} - E(\bar{y}_{f.k.})\right]^2$$

usando procedimento semelhante aos anteriores, chega-se à

$$V(\bar{y}_{f.k.}) = \frac{1}{JL}(\sigma_{tb}^2 + \sigma^2).$$

Do mesmo modo,

$$COV(\hat{m}_{i*.kl}, \bar{y}_{f.k.}) = \frac{1}{JL}(\sigma_{tb}^2 + \sigma^2).$$

E, definindo,

$$V(\hat{m}_{i*.kl}, \bar{y}_{f.k.}) = V(\hat{m}_{i*.kl}) + V(\bar{y}_{f.k.}) - 2COV(\hat{m}_{i*.kl}, \bar{y}_{f.k.}),$$

então,

$$V(\hat{Y}_7) = \frac{1}{J}\left[\left(1 + \frac{1}{C} + \frac{1}{CL}\right)\sigma_{tb}^2 + \left(1 + \frac{1}{C} + \frac{1}{CKL}\right)\sigma^2\right] + \frac{1}{JL}(\sigma_{tb}^2 + \sigma^2) - \frac{2}{JL}(\sigma_{tb}^2 + \sigma^2)$$

ou ainda:

$$V(\hat{Y}_7) = \frac{1}{J}\left[\left(1 + \frac{1}{C} + \frac{1}{L}\right)(\sigma_{tb}^2 + \sigma^2) + \frac{1}{CKL}(\sigma_{tb}^2 + \sigma^2)\right] \tag{36}$$

Mas, da Tabela 3, tem-se

$$QM\,\mathrm{Re}\,s(b) = \hat{\sigma}^2$$

e,

$$QM\,\mathrm{Re}\,s(a) = \hat{\sigma}^2 + K\hat{\sigma}_{tb}^2 . \quad \text{Portanto,} \quad \hat{\sigma}_{tb}^2 = \frac{QM\,\mathrm{Re}\,s(a) - QM\,\mathrm{Re}\,s(b)}{K}.$$

Então, substituíndo em (36), a sua estimativa será dada através da expressão

$$\hat{V}(\hat{Y}_7) = \frac{1}{JK}\left[\left(1+\frac{1}{C}-\frac{1}{L}\right)\left(QM\,\mathrm{Re}\,s(a) + (K-1)QM\,\mathrm{Re}\,s(b) + \frac{1}{CL}QM\,\mathrm{Re}\,s(a)\right)\right]$$

Para facilitar, define-se $w = \left(1+\frac{1}{C}-\frac{1}{L}\right)$.

A essa estimativa de variância estão associados n_3' graus de liberdade que também podem ser obtidos através da fórmula de Satterthwaite, ou seja,

$$n_3' = \frac{\left[W\left(QM\,\mathrm{Re}\,s(a) + w(K-1)QM\,\mathrm{Re}\,s(b) + \frac{w}{CL}QM\,\mathrm{Re}\,s(a)\right)\right]^2}{\frac{\left(wQM\,\mathrm{Re}\,s(a)\right)^2}{n_a} + \frac{\left(w(K-1)QM\,\mathrm{Re}\,s(b)\right)^2}{n_b} + \frac{\left(\frac{w}{CL}QM\,\mathrm{Re}\,s(a)\right)^2}{n_a}}$$

onde:

n_a = número de graus de liberdade do resíduo (a); e,

n_b = número de graus de liberdade do resíduo (b).

4.3.8. entre médias de tratamentos T' dentro do tratamento (T_{i*}).

A média do Tratamento T' dentro do Tratamento regular (T_{i*}) é dada pela expressão:

$$\bar{y}_{i*.kl} = m + g_l + \frac{1}{J}\sum_j b_{j(l)} + t_{i*(l)} + (gc)_{lf} + \frac{1}{J}\sum_j (tb)_{i*j(l)} +$$

$$+t'_k + (gt')_{lk} + (tt')_{i*k(l)} + (gct')_{lfk} + \frac{1}{J} e_{i*jk(l)} .$$

E, de modo análogo,

$$\bar{y}_{i*.k'l} = m + g_l + \frac{1}{J}\sum_j b_{j(l)} + t_{i*(l)} + (gc)_{lf} + \frac{1}{J}\sum_j (tb)_{i*j(l)} +$$
$$+t'_{k'} + (gt')_{lk'} + (tt')_{i*k'(l)} + (gct')_{lfk'} + \frac{1}{J} e_{i*jk'(l)}$$

Assim, estrutura-se,

$$\hat{Y}_8 = \bar{y}_{i*.kl} - \bar{y}_{i*.k'l} \quad ,$$

então

$$\hat{Y}_8 = t'_k - t'_{k'} + (gt')_{lk} - (gt')_{lk'} + (tt')_{i*k(l)} - (tt')_{i*k'(l)} + (gct')_{lfk} - (gct')_{lfk'}$$

$$+\frac{1}{J}\left(\sum_j e_{i*jk(l)} - \sum_j e_{i*jk'(l)} \right)$$

e,

$$E(\hat{Y}_8) = t'_k - t'_{k'} + (gt')_{lk} - (gt')_{lk'} + (tt')_{i*k(l)} - (tt')_{i*k'(l)}$$

$$+(gct')_{lfk} - (gct')_{lfk'} + \frac{1}{J}\left(\sum_j e_{i*jk(l)} - \sum_j e_{i*jk'(l)} \right)$$

Por definição,

$$V(\hat{Y}_8) = E\left[\hat{Y}_8 - E(\hat{Y}_8)\right]^2$$

portanto,

$$V(\hat{Y}_8) = E\left[\frac{1}{J}\left(\sum_j e_{i*jk(l)} - \sum_j e_{i*jk'(l)}\right)\right]^2 ,$$

elevando-se ao quadrado e aplicando a esperança, fica

$V(\hat{Y}_8) = \dfrac{2}{J}\sigma^2$, e sua estimativa será $\hat{V}(\hat{Y}_8) = \dfrac{2}{J}\hat{\sigma}^2$, ou, $\hat{V}(\hat{Y}_8) = \dfrac{2}{J}QM\,\mathrm{Re}\,s(b)$ associada a n_b graus de liberdade.

4.3.9. entre médias de tratamentos T' dentro do tratamento comum (T_f)

A média do tratamento T' dentro do tratamento comum (T_f) é dada por:

$$\bar{y}_{f.k.} = m + \frac{1}{L}\sum_l g_l + \frac{1}{JL}\sum_{j,l} b_{j(l)} + \frac{1}{L}\sum_l t_{f(l)} + \frac{1}{L}\sum_l (gc)_{lf} + \frac{1}{JL}\sum_{j,l} (tb)_{fj(l)} +$$

$$+ t'_k + \frac{1}{L}\sum_l (gt')_{lk} + \frac{1}{L}\sum_l (tt')_{fk(l)} + \frac{1}{L}\sum_l (gct')_{lfk} + \frac{1}{JL}\sum_{j,l} e_{fjk(l)} \qquad (37)$$

de maneira análoga à (37), apenas $k \neq k'$.

O contraste será:

$$\hat{Y}_9 = \bar{y}_{f.k.} - \bar{y}_{f.k'.}$$

Portanto,

$$\hat{Y}_9 = t'_k - t'_{k'} + \frac{1}{L}\left(\sum_l (gt')_{lk} - \sum_l (gt')_{lk'}\right) + \frac{1}{L}\left(\sum_l (tt')_{fk(l)} - \sum_l (tt')_{fk'(l)}\right) +$$

$$+\frac{1}{L}\left(\sum_l (gct')_{lfk} - \sum_l (gct')_{lfk'}\right) + \frac{1}{JL}\left(\sum_{j,l} e_{fjk(l)} - \sum_{j,l} e_{fjk'(l)}\right) \qquad (38)$$

Aplicando a esperança em (38) e subtraíndo esta de (38), fica

$$V(\hat{Y}_9) = E\left[\frac{1}{JL}\left(\sum_{j,l} e_{fjk(l)} - \sum_{j,l} e_{fjk'(l)}\right)\right]^2$$

mas, $E\left(e_{fjk(l)}\right)^2 = \sigma^2$ e $E\left(e_{fjk'(l)}\right)^2 = \sigma^2$.

Então,

$$V(\hat{Y}_9) = \frac{2}{J}\sigma^2 .$$

E sua estimativa é:

$\hat{V}(\hat{Y}_9) = \dfrac{2}{J}\hat{\sigma}^2$, ou, da Tabela 3,

$\hat{V}(\hat{Y}_9) = \dfrac{2}{JL} QM\,\mathrm{Res}(b)$, com n_b graus de liberdade associados.

4.3.10. entre médias de tratamentos comuns (T_f) dentro de locais (L)

A expressão do modelo matemático representativo da média dos tratamentos comuns dentro de locais é dada por:

$$\bar{y}_{f..l} = m + g_l + \frac{1}{J}\sum_j b_{j(l)} + t_{f(l)} + (gc)_{lf} + \frac{1}{J}\sum_j (tb)_{fj(l)} + \frac{1}{K}\sum_k t'_k +$$

$$+\frac{1}{K}\sum_k (gt')_{lk} + \frac{1}{K}\sum_k (tt')_{fk(l)} + \frac{1}{K}\sum_k (gct')_{lfk} + \frac{1}{JK}\sum_{j,k} e_{fjk(l)} \qquad (39)$$

Para outro tratamento comum qualquer, sendo $f \neq f'$ em (39), tem-se o seguinte contraste:

$$\hat{Y}_{10} = \bar{y}_{f..l} - \bar{y}_{f'..l}$$

Desse modo,

$$\hat{Y}_{10} = t_{f(l)} - t_{f'(l)} + \frac{1}{J}\left(\sum_j (tb)_{fj(l)} - \sum_j (tb)_{f'j(l)}\right) + \frac{1}{K}\left(\sum_k (tt')_{fk(l)} - \sum_k (tt')_{f'k(l)}\right) +$$

$$+\frac{1}{JK}\left(\sum_{j,k} e_{fjk(l)} - \sum_{j,k} e_{f'jk(l)}\right) \qquad (40)$$

Como os erros (a) e (b) são aleatórios, então:

$$E(\hat{Y}_{10}) = t_{f(l)} - t_{f'(l)} + \frac{1}{K}\left(\sum_k (tt')_{fk(l)} - \sum_k (tt')_{f'k(l)}\right) \qquad (41)$$

Subtraíndo (41) de (40), e pela definição $V(\hat{Y}_{10}) = E[Y_{10} - E(Y_{10})]^2$, virá:

$$V(\hat{Y}_{10}) = E\left[\frac{1}{J}\left(\sum_{j}(tb)_{fj(l)} - \sum_{j}(tb)_{fj'(l)}\right) + \frac{1}{JK}\left(\sum_{j,k} e_{fjk(l)} - \sum_{j,k} e_{fjk(l)}\right)\right]^2$$

Desenvolvendo o quadrado e aplicando a esperança, chega-se à:

$$V(\hat{Y}_{10}) = \frac{2}{JK}(K\sigma^2_{tb} + \sigma^2). \text{ Como } k\hat{\sigma}^2_{tb} + \hat{\sigma}^2 = QM\,\mathrm{Re}s(a)\ ,$$

então, sua estimativa é:

$$\hat{V}(\hat{Y}_{10}) = \frac{2}{JK}QM\,\mathrm{Re}s(a)\ ,$$ associada a n_a graus de liberdade.

4.3.11. entre médias de tratamentos regulares (T_{i*}) dentro de locais (L)

$$\hat{Y}_{11} = \bar{y}_{i*\cdot\cdot l} - \bar{y}_{i*'\cdot\cdot l}$$

a variância para este contraste será:

$$V(\hat{Y}_{11}) = \frac{2}{JK}QM\,\mathrm{Re}s\ (a).$$

4.3.12. entre médias de um tratamento comum (T_f) e um tratamento regular (T_{i*}) dentro de locais (L).

Como anteriormente,

$$\hat{V}(\hat{Y}_{12}) = \frac{2}{JK}QM\,\mathrm{Re}s(a)$$

4.3.13. entre médias do tratamento T'.

A comparação entre duas médias de tratamentos T', $\hat{Y}_{13} = \bar{y}_{\cdot\cdot k\cdot} - \bar{y}_{\cdot\cdot k'\cdot}$ tem variância análoga a 4.3.4, ou seja,

$V(\hat{Y}_{13}) = \frac{2}{IJK}\sigma^2$, e sua estimativa é:

$\hat{V}(\hat{Y}_{13}) = \frac{2}{IJK} QM$ Res (b), com número de graus de liberdade e variâncias anteriores.

4.3.14. entre médias de tratamentos comuns (T_f) dentro do tratamento T' dentro de locais (L).

Para obtenção de uma das médias, a expressão é:

$$\bar{y}_{f.Kl} = m + g_l + \frac{1}{J}\sum_j b_{j(l)} + t_{f(l)} + (gc)_{lf} + \frac{1}{J}\sum_j (tb)_{fj(l)} +$$

$$+ t'_k + (gt')_{lk} + (tt')_{Fk(l)} + (gct')_{lfk} \frac{1}{J}\sum_J e_{fjk(l)} \qquad (42)$$

Analogamente à (42) fazendo $f \neq f'$, tem-se o contraste:

$\hat{Y}_{14} = \bar{y}_{f.kl} - \bar{y}_{f'.kl}$

Assim, em função do modelo matemático, fica:

$$\hat{Y}_{14} = t_{f(l)} - t_{f'(l)} + \frac{1}{J}\left(\sum_j (tb)_{fj(l)} - \sum_j (tb)_{f'j(l)}\right) +$$

$$(tt')_{fk(l)} - (tt')_{f'k(l)} + \frac{1}{J}\left(\sum_j e_{fjk(l)} - \sum_j e_{f'jk(l)}\right)$$

Mas,

$$E(\hat{Y}_{14}) = t'_{f(l)} - t_{f'(l)} + (tt')_{fk(l)} - (tt')_{fk(l)}$$

e,

$$V(\hat{Y}_{14}) = E\left[\hat{Y}_{14} - E(\hat{Y}_{14})\right]^2$$

Portanto,

$$V(\hat{Y}_{14}) = E\left[\frac{1}{J}\left(\sum_j (tb)_{tfj(l)} - \sum_j (tb)_{fj(l)} + \sum_j e_{fjk(l)} - \sum_j e_{fjk(l)}\right)\right]^2$$

ou ainda,

$$V(\hat{Y}_{14}) = \frac{2}{J}(\sigma^2_{tb} + \sigma^2) \qquad (43)$$

Desse modo, a estimativa será:

$$\hat{V}(\hat{y}_{14}) = \frac{2}{J}\left[QM\,\mathrm{Res}(a) + (K-1)QM\,\mathrm{Res}(b)\right],$$

associada a n'_4 graus de liberdade dados por Satterthwaite, como anteriormente.

4.3.15. entre médias de tratamentos regulares (T_{i*}) dentro do tratamento T' dentro de locais (L)

A estimativa de sua variância será dada pela mesma expressão que em 4.3.6., isto é,

$$\hat{V}(\hat{Y}_6) = \hat{V}(\hat{Y}_{15}) = \frac{2}{JK}\left[\left(1+\frac{1}{C}\right)QM\operatorname{Re}s(a) + (K-1)QM\operatorname{Re}s(b)\right]$$

e, graus de liberdade associados à variância anterior.

4.3.16. entre médias de um tratamento regular (T_{i*}) e um tratamento comum (T_f) dentro do tratamento T' dentro de locais (L)

Define-se o contraste:

$$\hat{Y}_{16} = \hat{m}_{i*.kl} - \hat{m}_{f.kl}$$

A variância de $\hat{m}_{i*.kl}$ é a correspondente à expressão em 3.4.7., que é dada por:

$$V(\hat{m}_{i*.kl}) = \frac{1}{J}\left[\left(1+\frac{1}{C}+\frac{1}{CL}\right)\sigma_{tb}^2 + \left(1+\frac{1}{C}+\frac{1}{CKL}\right)\sigma^2\right]$$

Mas, para $\hat{y}_{j.kl}$ será (43) dividido por 2, então:

$$V(\hat{y}_{j.kl}) = \frac{1}{J}\left(\sigma_{tb}^2 + \sigma^2\right).$$

E, a covariância de $\hat{m}_{i*.kl}$ e $\bar{y}_{f.kl}$, de 4.3.7. e 4.3.13., é:

$$COV(\hat{m}_{i*.kl}, \bar{y}_{f.kl}) = E\left[\frac{1}{CJ^2 L}\left(\sum_{f,j,l}(tb)_{fj(l)}\right)^2 + \frac{1}{CJ^2 KL}\left(\sum_{f,j,k,l} e_{fjk(l)}\right)^2\right]$$

ou ainda,

$$COV(\hat{m}_{i*.kl}, \bar{y}_{f.kl}) = \frac{1}{J}\left(\sigma^2_{tb} + \sigma^2\right)$$

Como,

$$V(\hat{m}_{i*.kl}, \bar{y}_{f.kl}) = V(\hat{m}_{i*.kl}) + V(\bar{y}_{f.kl}) - 2COV(\hat{m}_{i*.kl}, \bar{y}_{f.kl})$$

então, operando convenientemente, tem-se:

$$V(\hat{Y}_{16}) = \frac{1}{J}\left[\left(1 + \frac{1}{C}\right)\left(\sigma^2_{tb} + \sigma^2\right) + \frac{1}{CKL}\left(K\sigma^2_{tb} + \sigma^2\right)\right].$$

Assim, a estimativa dessa variância será:

$$\hat{V}(\hat{Y}_{16}) = \frac{1}{JK}\left[\left(1 + \frac{1}{C}\right)\left(QM\,\mathrm{Res}(a) + (K-1)QM\,\mathrm{Res}(b)\right) + \frac{1}{\underline{CL}}\left(QM\,\mathrm{Res}(a)\right)\right],$$

ou ainda,

$$\hat{V}(\hat{Y}_{16}) = \frac{1}{JK}\left[\left(1 + \frac{1}{C} + \frac{1}{CL}\right)QM\,\mathrm{Res}(a) + (K-1)QM\,\mathrm{Res}(b)\right]$$

graus de liberdade como anteriormente.

4.3.17. entre médias de tratamentos T' dentro do tratamento comum (T_f) dentro de Locais (L)

A média relativa ao tratamento T' dentro do tratamento comum (T_f) dentro de Locais (L) é obtida da expressão:

$$\bar{y}_{f.kl} = m + g_l + \frac{1}{J}\sum_j b_{j(l)} + t_{f(l)} + (gc)_{lf} + \frac{1}{J}\sum_j (tb)_{fj(l)} +$$

$$+ t'_k + (gt')_{lk} + (tt')_{fk(l)} + (gct')_{lfk} + \frac{1}{J}\sum_J e_{fjk(l)} \qquad (44)$$

e, por analogia, utilizando k' no lugar de k, em (44), e sendo $k \neq k'$, pode-se estruturar o contraste seguinte:

$$\hat{Y}_{17} = \bar{y}_{f.kl} - \bar{y}_{f.k'l}$$

Desse modo, este contraste, em função do modelo matemático, será expresso por:

$$\hat{Y}_{17} = t'_k - t'_{k'} + (gt')_{lk} - (gt')_{lk'} + (tt')_{fk(l)} - (tt')_{fk'(l)} + (gct')_{lfk} - (gct')_{lfk'} +$$

$$+ \frac{1}{J}\left(\sum_J e_{fjk(l)} - \sum_J e_{fjk'(l)} \right) \qquad (45)$$

Mas,

$$E(\hat{Y}_{17}) = t'_k - t'_{k'} + (gt')_{lk} - (gt')_{lk'} + (tt')_{fk(l)} - (tt')_{fk'(l)} + (gct')_{lfk} - (gct')_{lfk'}$$

e,

$$V(\hat{Y}_{17}) = E[\hat{Y}_{17} - E(\hat{Y}_{17})]^2$$

Portanto, desenvolvendo convenientemente, virá:

$$V(\hat{Y}_{17}) = E\left[\frac{1}{J}\left(\sum_{J} e_{ijk(l)} - \sum_{J} e_{ijk'(l)}\right)\right]^2 ,$$

ou ainda:

$$V(\hat{Y}_{17}) = \frac{2}{J}\sigma^2 .$$

Assim, a sua estimativa é:

$\hat{V}(\hat{Y}_{17}) = \frac{2}{J}\hat{\sigma}^2$, ou $\hat{V}(\hat{Y}_{17}) = \frac{2}{J}QM\,\mathrm{Res}(b)$, com n_b graus de liberdade.

4.3.18. entre médias de tratamentos T' dentro do tratamento regular (T_{i*}) dentro de Locais (L)

O contraste será:

$$\hat{Y}_{18} = \overline{y}_{i*.kl} - \overline{y}_{i*.k'l}$$

onde:

$\overline{y}_{i*.kl}$ é a média do tratamento k;

e,

$\overline{y}_{i*.k'l}$ é a média do tratamento k'.

com $k \neq k'$.

Verifica-se, portanto, que esse contraste assemelha-se a 4.3.16., onde na expressão da média do tratamento T' há variação apenas em função de j.

Portanto, em (45), ao invés de f será i^*, e assim,

$$\hat{V}(\hat{Y}_{18}) = \frac{2}{J} QM \operatorname{Re} s(b) \text{ , como anteriormente.}$$

5. EXEMPLO ILUSTRATIVO

Considerando os dados de produção de cana-de-açúcar, extraídos de MELO (1987), foi realizada a análise conjunta da variância com apenas 4 tratamentos regulares para cada um dos 2 experimentos. Os resultados estão apresentados na Tabela 4.

TABELA 4. Análise conjunta da variância para os dados de produção de cana-de-açúcar.

CAUSA DA VARIAÇÃO	G.L	S.Q.	Q.M.	F
Grupos (G)	1	620,8722	620,8722	3,95
Blocos / Grupos	6	1291,4205		
Variedades (V)	10	11126,9981	1112,6998	7,08**
Trat. Comuns (T_f) x Grupos(G)	2	108,1212	54,0606	0,34
Resíduo (a)	36	5660,4724	157,2353	
(Parcelas)	[55]	(18807,8842)		
Sanidades (S)	1	3181,1572	3181,1572	67,60**
Interação G x S	1	12,6902	12,6902	0,27
Interação V x S	10	547,4135	54,7413	1,16
Interação T_f x G x S	2	31,0878	15,5439	0,33
Resíduo (b)	42	1976,3363	47,0556	
Total	111	27556,5692		

Verifica-se, portanto, a rejeição de Ho (1): $t_i = 0$ e Ho (2): $t'_k = 0$, ao nível de 1% de probabilidade. Existe efeito significativo entre variedades e entre sanidades. No entanto, as interações não foram significativas

Em complementação aos resultados obtidos da Tabela 4, onde Q.M. Res (a) = 157,2353 e Q.M. Resíduo (b) = 47,0556, são apresentados na Tabela 5, os valores das estimativas das variâncias das estimativas de contrastes, considerando-se ainda I = 11, J = 4, K = 2, L = 2 e C = 3.

onde:

I = número de variedades;

J = número de blocos por ensaio;

K = número de sanidades;

L = número de experimentos; e,

C = número de tratamentos comuns.

TABELA 5. Resultados das estimativas de variâncias

CONTRASTES	$\hat{V}(\hat{Y}_i)$
$\hat{Y}_1 = \bar{y}_{f\cdots} - \bar{y}_{f'\cdots}$	19,6544
$\hat{Y}_2 = \hat{m}_{i^*\cdot\cdot l} - \hat{m}_{i^{*\prime}\cdot\cdot l}$	52,4117
$\hat{Y}_3 = \hat{m}_{i^*\cdot\cdot l} - \bar{y}_{f\cdots}$	19,6544
$\hat{Y}_4 = \bar{y}_{..k.} - \bar{y}_{..k'.}$	1,0694
$\hat{Y}_5 = \bar{y}_{f.k.} - \bar{y}_{f'.k.}$	25,5364
$\hat{Y}_6 = \hat{m}_{i^*.kl} - \hat{m}_{i^*.k'l}$	17,0242
$\hat{Y}_7 = \hat{m}_{i^*.kl} - \bar{y}_{f.k.}$	25,5364
$\hat{Y}_8 = \bar{y}_{i^*.kl} - \bar{y}_{i^*.k'l}$	23,5278
$\hat{Y}_9 = \bar{y}_{f.k.} - \bar{y}_{f.k'.}$	11,7639
$\hat{Y}_{10} = \bar{y}_{f..l} - \bar{y}_{f'..l}$	39,3088
$\hat{Y}_{11} = \bar{y}_{i^*..l} - \bar{y}_{i^{*\prime}..l}$	39,3088
$\hat{Y}_{12} = \bar{y}_{f..l} - \bar{y}_{i^*..l}$	39,3088
$\hat{Y}_{13} = \bar{y}_{..k.} - \bar{y}_{..k'.}$	1,0694
$\hat{Y}_{14} = \bar{y}_{f.kl} - \bar{y}_{f'.kl}$	102,1455
$\hat{Y}_{15} = \bar{y}_{i^*.kl} - \bar{y}_{i^{*\prime}.kl}$	68,0968
$\hat{Y}_{16} = \hat{m}_{i^*.kl} - \hat{m}_{f.kl}$	35,3636
$\hat{Y}_{17} = \bar{y}_{f.kl} - \bar{y}_{f.kl'}$	23,5278
$\hat{Y}_{18} = \bar{y}_{i^*.kl} - \bar{y}_{i^*.kl'}$	23,5278

Sendo

$\bar{y}_{f\cdots}$ referente à média de tratamentos comuns, e, $\hat{m}_{i^*\cdot\cdot l}$ (ajustada) ou $\bar{y}_{i^*\cdot\cdot l}$ (não ajustada), à média de tratamentos regulares.

6. CONCLUSÕES

Diante dos resultados obtidos neste trabalho é possivel concluir que:

a) Os estimadores das variâncias dos estimadores dos 18 casos de contrastes estudados foram:

a.1. Entre duas médias de tratamentos comuns (T_f):

$$\hat{V}(\hat{Y}_1) = \frac{2}{JKL} QM \operatorname{Re} s(a)$$

a.2. Entre duas médias de Tratamentos regulares (T_{i*}):

$$\hat{V}(\hat{Y}_2) = \frac{2}{JK}\left[\left(1 + \frac{1}{C}\right) QM \operatorname{Re} s(a)\right]$$

a.3. Entre médias de um Tratamento regular (T_{i*}) e de um Tratamento comum (T_f):

$$\hat{V}(\hat{Y}_3) = \frac{1}{JK}\left[\left(1 + \frac{1}{C} + \frac{1}{CL} - \frac{1}{L}\right) QM \operatorname{Re} s(a)\right]$$

a.4. Entre duas médias de Tratamentos (T')

$$\hat{V}(\hat{Y}_4) = \frac{2}{IJL} QM \operatorname{Re} s(b)$$

a.5. Entre duas médias de Tratamentos comuns (T_f) dentro de um mesmo Tratamento (T'):

$$\hat{V}(\hat{Y}_5) = \frac{2}{JKL}\left[QM \operatorname{Re} s(a) + (k-1) QM \operatorname{Re} s(b)\right]$$

a.6. Entre duas médias de Tratamentos regulares (T_{i*}) dentro de um mesmo Tratamento (T'):

$$\hat{V}(\hat{Y}_6) = \frac{2}{JK}\left[\left(1 + \frac{1}{C}\right)\left(QM \operatorname{Re} s(a) + (K-1) QM \operatorname{Re} s(b)\right)\right]$$

a.7. Entre médias de um Tratamento regular (T_{i*}) e um Tratamento comum dentro de um mesmo Tratamento (T'):

$$\hat{V}(\hat{Y}_7) = \frac{1}{JK}\left[\left(1 + \frac{1}{C} - \frac{1}{L}\right)\left(QM \operatorname{Re} s(a) + (K-1) QM \operatorname{Re} s(b)\right) + \frac{1}{CL}\left(QM \operatorname{Re} s(a)\right)\right]$$

a.8. Entre duas médias de Tratamentos T' dentro de Tratamentos regulares (T_{i*}):

$$\hat{V}(\hat{Y}_8) = \frac{2}{J} QM \operatorname{Re} s(b)$$

a.9. Entre duas médias de Tratamentos T' dentro de Tratamentos comuns (T_f):

$$\hat{V}(\hat{Y}_9) = \frac{2}{JL} QM \operatorname{Re}s(b)$$

a.10. Entre duas médias de Tratamentos comuns (T_f) dentro de Locais (L):

$$\hat{V}(\hat{Y}_{10}) = \frac{2}{JK} QM \operatorname{Re}s(a)$$

a.11. Entre duas médias de Tratamentos regulares (T_{i*}) dentro de Locais (L):

$$\hat{V}(\hat{Y}_{11}) = \frac{2}{JK} QM \operatorname{Re}s(a)$$

a.12. Entre médias de um Tratamento comum (T_f) e um Tratamento regular (T_{i*}) dentro de Locais (L):

$$\hat{V}(\hat{Y}_{12}) = \frac{2}{JK} QM \operatorname{Re}s(a)$$

a.13. Entre duas médias de Tratamentos T'

$$\hat{V}(\hat{Y}_{13}) = \frac{2}{IJK} QM \operatorname{Re}s(b)$$

a.14. Entre duas médias de Tratamentos comuns (T_f) dentro do Tratamento T' dentro de Locais (L):

$$\hat{V}(\hat{Y}_{14}) = \frac{2}{J}\left[QM \operatorname{Re}s(a) + (k-1) QM \operatorname{Re}s(b)\right]$$

a.15. Entre duas médias de Tratamentos regulares (T_{i*}) dentro do mesmo nível do Tratamento T' dentro de Locais (L):

$$\hat{V}(\hat{Y}_{15}) = \frac{2}{JK}\left[\left(1+\frac{1}{C}\right)\left(QM\,\mathrm{Re}\,s(a)+(K-1)QM\,\mathrm{Re}\,s(b)\right)\right]$$

a.16. Entre médias de um Tratamento regular (T_{i*}) e um Tratamento comum (T_f) dentro de um mesmo nível do Tratamento T' dentro de Locais (L):

$$\hat{V}(\hat{Y}_{16}) = \frac{1}{JK}\left[\left(1+\frac{1}{C}+\frac{1}{CL}\right)QM\,\mathrm{Re}\,s(a)+(k-1)QM\,\mathrm{Re}\,s(b)\right]$$

a.17. Entre duas médias de Tratamentos T' dentro de um mesmo Tratamento comum (T_f) dentro de Locais (L):

$$\hat{V}(\hat{Y}_{17}) = \frac{2}{J}QM\,\mathrm{Re}\,s(b)$$

a.18. Entre duas médias de um Tratamento T' de um mesmo Tratamento regular (T_{i*}) dentro de Locais (L):

$$\hat{V}(\hat{Y}_{18}) = \frac{2}{J}QM\,\mathrm{Re}\,s(b)$$

onde:

I = número de Tratamento primários ($T_i + T_f$);

K = número de Tratamentos secundários (T');

J = número de Blocos;

L = número de Locais; e,

C = número de Tratamentos comuns.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBIN, D. **Componentes de variância.** Piracicaba, ESALQ/ Departamento de Matemática e Estatística, 1995. 108p.

CAMPOS, H. **Estatística aplicada à experimentação com cana-de-açúcar**. Piracicaba, FEALQ, 1984. 292p.

COCHRAN, W.G. Problems arising in the analysis of a series of similar experiments. **Suppl. Jour. Roy. Stat. Soc.**, London, **4**(1): 102-18, 1937.

COCHRAN, W.G. & COX, G.M. **Experimental designs.** 3.ed. New York, John Wiley, 1960. 611p.

GIRI, N.C. On the combined analysis of youden squares and of latin squares designs with some treatments in common. **Biometrics**, Atlanta, **19**: 171-4, 1963.

GOMES, F.P. An extension of the method of joint analysis of experiments in complete randomized blocks. **Biometrics**, Tallahasse, **26**: 332-6, 1970

GOMES, F.P. **Curso de estatística experimental.** 11.ed. Piracicaba, Livraria Nobel, 1985. 466p.

GOMES, F.P. & GUIMARÃES, R.F. Joint analysis of experiments in complete block designs with some common treatments. **Biometrics**, Tallahasse, **14**: 521-6, 1958.

GREINER, L.C. Análise conjunta de experimentos em blocos incompletos balanceados com alguns tratamentos em comum. Piracicaba, 1986. 120p. (Mestrado - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" / USP).

KEMPTHORNE, O. **The design and analysis of experiments**. 6. ed. New York, Krieger, 1973. 631p.

MELO, F.I.O. Análise de grupos de experimentos em parcelas subdivididas com alguns tratamentos comuns nas parcelas. Piracicaba, 1987. 122p. (Doutorado - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" / USP)

PAVATE, M.V. Combined analysis of balanced incomplete block designs with some common treatments. **Biometrics**, Raleigh, **17**: 111-9. 1961.

YATES, F. & COCHRAN, W.G. The analysis of groups of experiments. **Jour. of Agric. Sci.**, London, **28**: 556-80, 1938.