

**ANÁLISE DE DADOS LONGITUDINAIS PROVENIENTES DE  
EXPERIMENTOS EM BLOCOS CASUALIZADOS**

**CÉSAR GONÇALVES DE LIMA**  
**Estatístico**

**Orientadora:** Profa.Dra. CLARICE GARCIA BORGES DEMÉTRIO

Tese apresentada à Escola Superior de  
Agricultura "Luiz de Queiroz", da  
Universidade de São Paulo, para obtenção  
do título de Doutor em Agronomia, Área  
de Concentração: Estatística e Experimen-  
tação Agrônômica.

**PIRACICABA**  
**Estado de São Paulo - Brasil**  
**Fevereiro - 1996**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**DIVISÃO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO - Campus "Luiz de Queiroz"/USP**

Lima, César Gonçalves de

Análise de dados longitudinais provenientes de experimentos  
em blocos casualizados / César Gonçalves de Lima. - - Piracicaba,  
1996.

1 26p. : il.

Tese (doutorado)- - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz,  
1996.

Bibliografia.

1. Análise estatística 2. Análise multivariada I. Título

CDD 519.5354


**ANÁLISE DE DADOS LONGITUDINAIS PROVENIENTES DE  
EXPERIMENTOS EM BLOCOS CASUALIZADOS**

**CÉSAR GONÇALVES DE LIMA**

**Aprovada em 21 de maio de 1996.**

**Comissão Julgadora:**

Prof. <sup>a</sup> Dr. <sup>a</sup> Clarice Garcia Borges Demétrio	ESALQ/USP
Prof. Dr. Hilton Thadeu Zarate do Couto	ESALQ/USP
Prof. Dr. Dalton Francisco de Andrade	IME/USP
Prof. Dr. Euclides Braga Malheiros	FCAV/UNESP
Prof. Dr. Amauri de Almeida Machado	UFPEL/RS



**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Clarice Garcia Borges Demétrio**

**Orientadora**

Aos meus pais *Vilo e Lurdinha*,  
do fundo do coração,  
**OFEREÇO**

Aos meus filhos *Pedro e André*,  
que teimam em torcer por mim,  
e à minha esposa e grande companheira *Silmara*,  
meu reconhecimento pelo incentivo, carinho e paciência ...  
**DEDICO**

## AGRADECIMENTOS

A Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Clarice Garcia Borges Demétrio, do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ/USP, pela orientação e efetivas colaboração e amizade.

Ao Prof. Dr. Hilton Thadeu Zarate do Couto pela cessão dos dados experimentais utilizados neste trabalho e valiosas sugestões.

Ao Prof. Dr. Dalton Francisco de Andrade pelo incentivo, atenção e valiosas sugestões durante o desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores da Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos - FZEA/USP, através do Departamento de Ciências Básicas, pela possibilidade desta especialização.

A CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior pela bolsa de auxílio deslocamento do programa PICD - Programa de Incentivo e Capacitação de Docentes.

Aos professores e funcionários do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ/USP pelas rotineiras atenções e amizades.

Aos amigos da turma do doutorado em Estatística e Experimentação Agronômica:

Eufrásio, Gener, Joel, Rosana, Rui, Samuel e Tadeu pela grande amizade que solidificou-se em tão pouco tempo de convívio.

Aos irmãos Sérgio, Célio, Celso e Silvio e a todos os outros amigos que torceram por mim durante todo o tempo de preparação deste trabalho.

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS .....	viii
LISTA DE TABELAS .....	x
RESUMO .....	xv
SUMMARY .....	xvii
1 INTRODUÇÃO .....	1
2 REVISÃO DE LITERATURA .....	7
2.1 ANÁLISE DE PERFIS .....	8
2.1.1 ANÁLISE MULTIVARIADA DE PERFIS .....	9
2.1.2 ANÁLISE UNIVARIADA DE PERFIS .....	13
2.2 ANÁLISE DE CURVAS DE CRESCIMENTO .....	20
3 MATERIAL .....	36
4 MÉTODOS .....	40
4.1 SELEÇÃO DOS EFEITOS FIXOS .....	41
4.2 IDENTIFICAÇÃO DE EFEITOS ALEATÓRIOS .....	43
4.3 ESTIMAÇÃO, COMPARAÇÃO E DIAGNÓSTICOS DE MODELOS .....	45
4.4 ALGUMAS ESTRUTURAS DE COVARIÂNCIAS .....	49

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	52
5.1 ALTURA .....	52
5.2 VOLUME CILÍNDRICO .....	67
5.3 DIÂMETRO À ALTURA DO PEITO .....	79
6 CONCLUSÕES .....	93
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	95
APÊNDICE 1 .....	108
APÊNDICE 2 .....	113
APÊNDICE 3 .....	117
APÊNDICE 4 .....	121



## LISTA DE FIGURAS

	<b>Página</b>
<b>Figura 1</b> - Diagramas paralelos de dispersão individuais dos dados de altura, evidenciando-se os três níveis do fator consorciação. ....	52
<b>Figura 2</b> - Diagramas paralelos de dispersão das alturas médias dos níveis de consorciação. ....	57
<b>Figura 3</b> - Gráfico de probabilidade normal dos interceptos individuais. Variável: Altura. ....	59
<b>Figura 4</b> - Gráfico de probabilidade normal dos coeficientes angulares individuais Variável: Altura. ....	59
<b>Figura 5</b> - Alturas médias amostrais e retas ajustadas aos perfis médios de resposta através do modelo 2. ....	63
<b>Figura 6</b> - Diagramas paralelos de dispersão dos resíduos condicionais do modelo 2. Variável: Altura. ....	66
<b>Figura 7</b> - Diagramas paralelos de dispersão das retas individuais estimadas. Variável: Altura. ....	66
<b>Figura 8</b> - Diagramas paralelos de dispersão individuais dos dados de volume cilíndrico, em m <sup>3</sup> /ha. ....	67

<b>Figura 9</b> - Diagramas paralelos de dispersão dos volumes cilíndricos médios dos níveis de consorciação. ....	72
<b>Figura 10</b> - Diagramas paralelos de dispersão das curvas ajustadas pelo modelo 4. Variável: Volume cilíndrico. ....	77
<b>Figura 11</b> - Diagramas paralelos de dispersão dos resíduos condicionais do modelo 4. Variável: Volume cilíndrico. ....	78
<b>Figura 12</b> - Diagramas paralelos de dispersão individuais dos dados de diâmetro à altura do peito, evidenciando-se os níveis do fator espaçamento. ....	79
<b>Figura 13</b> - Diagramas paralelos de dispersão dos diâmetros médios à altura do peito dos dois níveis do fator bloco. ....	81
<b>Figura 14</b> - Diagramas paralelos de dispersão dos diâmetros médios à altura do peito dos níveis de consorciação. ....	82
<b>Figura 15</b> - Diagramas paralelos de dispersão dos diâmetros médios à altura do peito dos níveis de espaçamento. ....	83
<b>Figura 16</b> - Diagramas paralelos de dispersão dos resíduos condicionais do modelo 2. Variável: Diâmetro à altura do peito. ....	88
<b>Figura 17</b> - Diagramas paralelos de dispersão das curvas individuais estimadas pelo modelo 6. Variável: Diâmetro à altura do peito. ....	91
<b>Figura 18</b> - Diagramas paralelos de dispersão dos resíduos condicionais do modelo 6. Variável: Diâmetro à altura do peito. ....	91

## LISTA DE TABELAS

	<b>Página</b>
<b>Tabela 1</b> - Estrutura básica de dados longitudinais provenientes de experimentos em blocos casualizados. ....	7
<b>Tabela 2</b> - Quadro de análise de variância, fórmulas para o cálculo das somas de quadrados, estatísticas para os testes de hipótese e valores esperados dos quadrados médios do modelo de parcelas subdivididas em um delineamento em blocos casualizados. ....	16
<b>Tabela 3</b> - Resultados dos testes de hipóteses sobre a inexistência do efeito de idade e das interações com bloco (B), E, A e C - Variável: Altura. ....	53
<b>Tabela 4</b> - Covariâncias (em negrito) e correlações amostrais. Variável: Altura. ....	54
<b>Tabela 5</b> - Resultados dos testes intra-indivíduos para o modelo misto univariado e para a solução univariada aproximada. Variável: Altura ....	54
<b>Tabela 6</b> - Resultados dos testes F de não existência dos efeitos principais e de interações dos fatores B, E, A e C. Variável: Altura. ....	55
<b>Tabela 7</b> - Alturas médias dos níveis de consorciação e resultados das comparações (valor da estatística F e nível descritivo) entre esses níveis em cada uma das idades. ....	56

<b>Tabela 8</b> - Testes de hipóteses de tendências de variação das alturas médias ao longo do tempo para os níveis de consorciação. ....	56
<b>Tabela 9</b> - Estimativas dos parâmetros das retas ajustadas às médias das alturas nas diversas idades com seus respectivos erros padrões (e.p.). ....	57
<b>Tabela 10</b> - Estimativas individuais dos coeficientes das regressões lineares e desvios em relação aos respectivos coeficientes médios. Variável: Altura. ....	58
<b>Tabela 11</b> - Estimativas das covariâncias (em negrito) e das correlações entre as idades para o modelo de médias envolvendo os fatores consorciação e idade. Variável: Altura. ....	60
<b>Tabela 12</b> - Resultados dos ajustes de diversas estruturas de covariâncias e de testes de razão de verossimilhança de modelos encaixados. Variável: Altura. ....	61
<b>Tabela 13</b> - Estimativas de MV dos efeitos fixos e respectivos erros padrões assintóticos (entre parêntesis) para o modelo 2. Variável: Altura. ....	62
<b>Tabela 14</b> - Estimativas de MV das alturas médias e erros padrões (entre parêntesis) calculados através dos modelos 0, 2 e 4. ....	63
<b>Tabela 15</b> - Estimativas de MV das covariâncias (em negrito) e das correlações entre as idades obtidas utilizando o modelo 2. Variável: Altura. ....	64
<b>Tabela 16</b> - Estimativas de MV dos parâmetros da estrutura de covariâncias associada ao modelo 2. Variável: Altura. ....	65

<b>Tabela 17</b> - Resultados dos testes de hipóteses de inexistência do efeito da idade e das interações com os fatores B, E, A e C - Variável: Volume cilíndrico. ....	68
<b>Tabela 18</b> - Covariâncias (em negrito) e correlações amostrais entre as idades. Variável: Volume cilíndrico. ....	69
<b>Tabela 19</b> - Covariâncias (em negrito) e correlações amostrais entre as idades, sem os dados do perfil número 13. Variável: Volume cilíndrico. ....	70
<b>Tabela 20</b> - Volumes cilíndricos médios dos níveis de consorciação e resultados das comparações (valor da estatística F e nível descritivo) entre esses níveis em cada uma das idades. ....	70
<b>Tabela 21</b> - Resultados dos testes F de não existência dos efeitos principais e interações entre os fatores B, E, A, C. Variável: Volume cilíndrico .....	71
<b>Tabela 22</b> - Testes de hipóteses sobre tendências de variação dos volumes cilíndricos médios ao longo do tempo para os níveis de consorciação. ....	72
<b>Tabela 23</b> - Estimativas dos coeficientes de polinômios quadráticos ajustados aos volumes cilíndricos médios dos níveis de consorciação nas diversas idades. ....	73
<b>Tabela 24</b> - Resultados da estimação por MV dos modelos de efeitos fixos. Variável: Volume cilíndrico. ....	75
<b>Tabela 25</b> - Estimativas de MV das covariâncias (em negrito) e correlações entre as idades obtidas sob o modelo 3. Variável: Volume cilíndrico .....	76

<b>Tabela 26</b> - Volumes cilíndricos médios (desvios padrões) estimados pelo modelo 3 para os espaçamentos e níveis de consorciação. ....	77
<b>Tabela 27</b> - Estimativas dos coeficientes linear e quadrático (e erros padrões) das curvas polinomiais dos níveis de consorciação. Variável: Volume cilíndrico. ....	78
<b>Tabela 28</b> - Resultados dos testes de hipóteses de inexistência do efeito de idade e das interações com os fatores B, E, A e C - Variável: Diâmetro a altura do peito. ....	80
<b>Tabela 29</b> - Covariâncias (em negrito) e correlações amostrais entre as idades. Variável: Diâmetro a altura do peito. ....	81
<b>Tabela 30</b> - Testes de tendências de respostas médias ao longo do tempo para os fatores E e C. Variável: Diâmetro a altura do Peito. ....	82
<b>Tabela 31</b> - Resultados dos testes F de não existência dos efeitos principais e de interações dos fatores E, A, C- Variável: diâmetro à altura do peito.....	83
<b>Tabela 32</b> - Diâmetros médios à altura do peito dos níveis de consorciação e resultados das comparações (valor da estatística F e nível descritivo) entre esses níveis em cada uma das idades. ....	84
<b>Tabela 33</b> - Diâmetros médios à altura do peito dos níveis de espaçamentos em cada uma das idades. ....	85
<b>Tabela 34</b> - Estimativas dos parâmetros das retas ajustadas aos diâmetros médios à altura do peito nas diversas idades, para os níveis de espaçamento e de consorciação. ....	85

<b>Tabela 35</b> - Resultados da estimação por MV dos modelos 1 e 2. Variável: Diâmetro à altura do peito. ....	87
<b>Tabela 36</b> - Estimativas de MV das covariâncias (em negrito) e correlações entre as idades obtidas sob o modelo 2. Variável: Diâmetro à altura do peito.....	87
<b>Tabela 37</b> - Resultados da estimação por MV dos modelos 3, 4, 5 e 6. Variável: Diâmetro à altura do peito. ....	88
<b>Tabela 38</b> - Diâmetros médios à altura do peito e erros padrões estimados através do modelo 6 dos níveis de consorciação, para o espaçamento 3,0x2,5m e nível 2 de adubação. ....	90
<b>Tabela 39</b> - Estimativas de MV das covariâncias (em negrito) e correlações entre as idades obtidas sob o modelo 6. Variável: Diâmetro à altura do peito. ....	92

# ANÁLISE DE DADOS LONGITUDINAIS PROVENIENTES DE EXPERIMENTOS EM BLOCOS CASUALIZADOS

**Autor:** César Gonçalves de Lima

**Orientadora:** Prof. Dra. Clarice Garcia Borges Demétrio

## RESUMO

É bastante comum usar delineamentos em blocos casualizados em estudos longitudinais com o intuito de controlar a variabilidade das unidades experimentais. O presente trabalho estudou a aplicabilidade de técnicas multivariadas de análises de perfis e de curvas de crescimento usando modelos mistos.

Foram utilizados os dados de um experimento com árvores das espécies *Pinus caribaea* var. *hondurensis* Bar. et Golf e *Liquidambar styraciflua* L., delineado para estudar o efeito de diferentes níveis de adubação, espaçamento e consorciação no crescimento das árvores. Foram usadas vinte e sete combinações de tratamentos em um esquema fatorial 3x3x3 (3 níveis de adubação, 3 espaçamentos diferentes e 3 tipos de plantio, isto é, cada espécie sozinha e as duas espécies juntas) arranjadas em dois blocos. Foram tomadas medidas do crescimento das árvores (altura (m), diâmetro (cm) e volume (m<sup>3</sup>/ha)) em idades entre 4,28 a 10 anos de idade.

Utilizou-se um modelo misto com a especificação dos efeitos fixos baseada nos resultados da análise multivariada dos perfis e a especificação dos efeitos aleatórios



baseada na distribuição amostral das estimativas dos coeficientes de regressões polinomiais para cada unidade experimental ao longo do tempo.

Os modelos foram comparados usando testes de Wald, testes da Razão de Verossimilhança e o critério de informação de Akaike. O ajuste dos modelos foi verificado graficamente usando diagramas paralelos de dispersão dos resíduos condicionais e comparando-se os diagramas paralelos de dispersão das observações individuais e das curvas estimadas.

Os diagramas paralelos de dispersão individuais foram úteis na identificação de observações e perfis individuais discrepantes, mas não auxiliaram muito na seleção de efeitos fixos e aleatórios.

As árvores da espécie *Liquidambar* tiveram um crescimento em altura mais rápido ( $1,64 \pm 0,02$  m/ano) que as da espécie *Pinus* ( $1,48 \pm 0,02$  m/ano) e da consorciação *Pinus+ Liquidambar* ( $1,59 \pm 0,02$  m/ano) e atingiram uma altura média de  $18,49 \pm 0,13$ m aos 10 anos de idade, independentemente do espaçamento e do nível de adubação. Para volume e independentemente do nível de adubação utilizada, as árvores da espécie *Pinus* cresceram mais rapidamente que o dos outros sistemas de plantio, com a maior produção volumétrica associada ao menor espaçamento (2,5x2,0m). Para este espaçamento, aos 10 anos de idade, as árvores da espécie *Pinus* tiveram uma produção volumétrica média de  $621,81 \pm 11,61$  m<sup>3</sup>/ha. O melhor tratamento para diâmetro foi com as árvores da espécie *Pinus*, o maior espaçamento e maior nível de adubação, atingindo um diâmetro médio de  $18,03 \pm 0,23$  cm aos 10 anos de idade.

# LONGITUDINAL DATA ANALYSIS FOR RANDOMIZED BLOCK DESIGNS

**Author:** César Gonçalves de Lima

**Adviser:** Prof. Dra. Clarice Garcia Borges Demétrio

## SUMMARY

It is a very common procedure to use randomized block designs for longitudinal studies in order to control the variability of the experimental units. The present work studied the applicability of multivariate techniques of profile analysis and growth curves using mixed models.

There were used data from a experiment on *Pinus caribaea* var. *hondurensis* Bar et Golf and *Liquidambar styraciflua* L. trees, designed to study the effect of different nutrient levels, spacing and consorciation on the growth of the trees. Twenty seven treatment combinations were used in a 3x3x3 factorial design (3 levels of nutrient, 3 different spacings and 3 types of planting, single species and mixed) arranged in two blocks. Measurements on the tree growth (height (m), diameter (cm) and volume (m<sup>3</sup>/ha)) were taken at ages between 4.28 at 10 years.

A mixed model was used with the specification of the fixed effects being based on the results of the multivariate analysis of profiles, and the specification of the random

effects on the sampling distribution of the coefficients estimated from polynomial regressions for each individual tree over time.

The models were compared using Wald tests, Likelihood Ratio tests and Akaike information criterion. The fit of the models was verified graphically using parallel plots of conditional residuals and by comparing parallel diagrams of dispersion of the individual observations and the estimated curves. The parallel plots were helpful for identifying extreme observations and profiles, but not very helpful in selecting fixed and random effects.

The *Liquidambar* trees had grown in height faster ( $1.64 \pm 0.02\text{m/year}$ ) than *Pinus* ( $1.48 \pm 0.02\text{m/year}$ ) and *Pinus+Liquidambar* ( $1.59 \pm 0,02\text{m/year}$ ) and at 10 years old had an average height of  $18.49 \pm 0.02\text{m}$ , independently of the spacing and level of nutrient. For volume, independently of the level of nutrient, the *Pinus* trees had grown faster than the other two planting systems, with the largest volume production associated with the smallest spacing (2.5x2.0m). For this spacing, at 10 years old, the *Pinus* trees produced an average volume of  $621.81 \pm 11.61 \text{ m}^3/\text{ha}$ . The best treatment combination for diameter was for *Pinus* trees, with the largest spacing and highest level of nutrients, having an average value de  $18.03 \pm 0.23\text{cm}$ , at 10 years old.

## 1 INTRODUÇÃO

Dados longitudinais são caracterizados pela observação repetida de uma ou mais variáveis respostas em uma mesma unidade experimental, sendo bastante freqüentes em pesquisas feitas em diversas áreas, como Medicina, Agropecuária etc. Neste contexto, a observação das variáveis pode ocorrer ao longo do tempo, em diferentes distâncias de uma certa origem ou ao longo de alguma outra dimensão específica.

As variáveis respostas podem ser contínuas, como o peso, o ganho em peso, a conversão alimentar, a produção etc., ou discretas, como a contagem de algum evento, a presença ou a ausência de um determinado sintoma etc.. As unidades experimentais ou de pesquisa, como indivíduos, plantas, animais, canteiros etc., podem estar classificadas em diferentes grupos, segundo um ou mais fatores (ou tratamentos) como sexo, tipo de ração consumida, densidade de plantio, espaçamento entre linhas de plantio etc..

Os planejamentos longitudinais exigem esforços no acompanhamento das unidades experimentais durante a realização do estudo, mas têm o atrativo de “economizar” unidades experimentais pois cada uma delas pode gerar diversas unidades de observação. Cada um desses conjuntos de unidades de observação pode ser entendido como um perfil individual de respostas, pois contêm os valores da(s) variável(eis) resposta(s) em cada uma das ocasiões de observação.

A utilização dos planejamentos longitudinais tem como principal motivação os seguintes fatos:

- (i) proporcionam condições adequadas para o controle de fatores acessórios que possam influenciar a resposta;
- (ii) melhoram, em geral, a precisão das estimativas de contrastes associados às diferenças entre os valores médios da resposta de diferentes ocasiões e
- (iii) possibilitam o estudo da mudança de comportamento da resposta média da unidade experimental ao longo das ocasiões de observação, incorporando informações sobre a variação individual na análise.

Os dados (provenientes de estudos) longitudinais são chamados de *regulares* em relação ao tempo se o intervalo entre duas medidas consecutivas quaisquer for constante ao longo do estudo, e de *balanceados* com relação ao tempo se as observações forem feitas nos mesmos instantes de tempo em todas as unidades experimentais. Se não houver observações perdidas diz-se que a estrutura dos dados é *completa*. Como os estudos longitudinais podem durar meses ou até anos, torna-se freqüente a existência de dados incompletos, não balanceados e irregulares no tempo.

Neste trabalho, será utilizado o tempo como a variável representativa das ocasiões de observação e a discussão envolverá o caso de uma única variável resposta contínua, com as suposições adicionais de que os perfis individuais de resposta são balanceados com relação ao tempo e completos e têm distribuição de probabilidade normal multivariada.

Em todos os estudos experimentais espera-se que as unidades que receberão um determinado tratamento sejam homogêneas. No entanto, nem sempre é possível conseguir unidades experimentais homogêneas ou similares, sendo bastante freqüente a existência de certos fatores (diferenças de fertilidade do solo, peso do animal no início do experimento etc.) que, mesmo não sendo de maior interesse para o estudo, podem contribuir para o aumento da variabilidade das respostas e, portanto, devem ser incorporados tanto no planejamento do experimento quanto na análise dos dados.

Na maior parte das vezes, este problema é contornado com a adoção de um delineamento em blocos casualizados que consiste, basicamente, no agrupamento de unidades experimentais similares formando os blocos. Dentro de cada um desses blocos, os tratamentos são designados aleatoriamente às unidades experimentais. Embora não exista um interesse prático em se testar a inexistência do efeito dos blocos, se eles forem ignorados na análise, pode haver um comprometimento dos resultados da análise, visto que a variabilidade devida a blocos estará sendo incorporada ao erro.

A análise estatística de dados longitudinais resultantes de experimentos em blocos casualizados pode ser feita utilizando-se técnicas uni e multivariadas e a decisão sobre o uso de uma dessas técnicas depende, em grande parte, das condições do conjunto de dados.

Considerando que nos estudos longitudinais as medidas são feitas de um modo sistemático (ao longo do tempo, por exemplo) em cada unidade experimental, espera-se uma correlação não nula (e decrescente, em muito casos) entre essas observações e uma heterocedasticidade das variâncias. Neste contexto, parece natural e importante que uma

abordagem apropriada à análise, além de envolver a especificação de um modelo para os valores médios dos tratamentos em cada uma das ocasiões, também leve em conta a estrutura de covariâncias entre as medidas feitas ao longo do tempo na mesma unidade experimental, visto que a estrutura de covariâncias tem uma influência direta sobre as estimativas da variabilidade dos parâmetros associados às médias e em alguns casos, pode afetar as próprias estimativas desses parâmetros.

Os modelos usados para representar as estruturas de covariâncias são muitos. Na análise univariada é comum supor que esta estrutura seja do tipo uniforme, onde as variâncias das respostas são iguais em todos os tempos e as covariâncias das respostas entre dois tempos distintos também são iguais. Esta estrutura é bastante restritiva e está associada a modelos mistos univariados do tipo parcelas subdivididas (“split-plot”). Já na análise multivariada, não é feita qualquer restrição sobre os elementos da matriz de covariâncias, que neste caso é chamada não estruturada ou completamente parametrizada.

As técnicas clássicas de análise de dados longitudinais são geralmente dirigidas para o caso de dados completos e balanceados em relação ao tempo, destacando-se:

- (a) a Análise Multivariada de Perfis e Análise Univariada de Perfis, que pode ser realizada através de modelos mistos e
- (b) a Análise de Curvas de Crescimento, que também pode ser realizada através de modelos uni e multivariados.

A Análise de Perfis (Uni ou Multivariada) é realizada com o objetivo de testar hipóteses sobre os perfis médios de respostas dos diversos tratamentos. Basicamente, visa responder às seguintes perguntas:

- (i) Os perfis médios de resposta dos diferentes tratamentos são paralelos? (i.e., a interação entre os tratamentos e o tempo é nula?)
- (ii) Se os perfis são paralelos, eles são coincidentes? (i.e., os efeitos dos tratamentos ao longo do tempo são nulos?)
- (iii) Se os perfis são paralelos, eles são horizontais? (i.e., o efeito do fator tempo é nulo?)
- (iv) Se os perfis médios de resposta não são paralelos, os efeitos dos tratamentos em cada ocasião de observação são nulos?

A Análise de Curvas de Crescimento visa descrever o comportamento dos perfis médios de resposta através de curvas, geralmente polinomiais. Uma maior versatilidade na aplicação desta técnica de análise de dados longitudinais é conseguida com a possibilidade de modelar a estrutura de covariâncias, buscando estruturas intermediárias entre a completamente parametrizada e a uniforme. Isto pode ser alcançado com a especificação de *Modelos (Mistos) de Efeitos Aleatórios*, que admitem matrizes de covariâncias diferentes para cada unidade experimental e têm o atrativo adicional de tratar situações em que os dados não são balanceados em relação ao tempo.

O presente trabalho pretende estudar a aplicabilidade das técnicas multivariadas de análise de perfis e de análise de curvas de crescimento através da adoção de modelos mistos, na análise de dados longitudinais provenientes de planejamentos em blocos



casualizados. Também serão estudados os aspectos práticos da implementação das análises estatísticas através do PROC GLM e do PROC MIXED do SAS<sup>®</sup>.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

A estrutura básica de um conjunto de dados longitudinais provenientes de um planejamento em blocos casualizados, pode ser representada através da matriz de dados indicada na Tabela 1, onde  $y_{ijk}$  corresponde à resposta do  $i$ -ésimo tratamento do  $j$ -ésimo bloco no  $k$ -ésimo tempo, para  $i = 1, \dots, g, j = 1, \dots, b$  e  $k = 1, \dots, t$ .

**Tabela 1** - Estrutura básica de dados longitudinais provenientes de experimentos em blocos casualizados.

Tratamentos	Blocos	Tempos			
		1	2	...	t
1	1	$y_{111}$	$y_{112}$	...	$y_{11t}$
1	2	$y_{121}$	$y_{122}$	...	$y_{12t}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1	b	$y_{1b1}$	$y_{1b2}$	...	$y_{1bt}$
-----					
2	1	$y_{211}$	$y_{212}$	...	$y_{21t}$
2	2	$y_{221}$	$y_{222}$	...	$y_{22t}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2	b	$y_{2b1}$	$y_{2b2}$	...	$y_{2bt}$
-----					
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
-----					
g	1	$y_{g11}$	$y_{g12}$	...	$y_{g1t}$
g	2	$y_{g21}$	$y_{g22}$	...	$y_{g2t}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
g	b	$y_{gb1}$	$y_{gb2}$	...	$y_{gbt}$

A cada unidade experimental (ij) está associado um vetor  $\mathbf{y}_{ij}^t = [y_{ij1}, y_{ij2}, \dots, y_{ijt}]$  de dimensão t, denominado *perfil individual de respostas* (ver, por exemplo, KENWARD, 1987), cujos componentes são os valores observados da variável resposta nas t ocasiões de avaliação. Desse modo, a matriz de observações,  $\mathbf{Y}_{gb \times t}$ , será constituída por gb perfis individuais de respostas

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_{111} & y_{112} & \cdots & y_{11t} \\ y_{121} & y_{122} & \cdots & y_{12t} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{1b1} & y_{1b2} & \cdots & y_{1bt} \\ \hline y_{211} & y_{212} & \cdots & y_{21t} \\ y_{221} & y_{222} & \cdots & y_{22t} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{2b1} & y_{2b2} & \cdots & y_{2bt} \\ \hline \vdots & \vdots & & \vdots \\ \hline y_{g11} & y_{g12} & \cdots & y_{g1t} \\ y_{g21} & y_{g22} & \cdots & y_{g2t} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{gb1} & y_{gb2} & \cdots & y_{gbt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{11}^t \\ \mathbf{y}_{12}^t \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{1b}^t \\ \hline \mathbf{y}_{21}^t \\ \mathbf{y}_{22}^t \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{2b}^t \\ \hline \vdots \\ \hline \mathbf{y}_{g1}^t \\ \mathbf{y}_{g2}^t \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{gb}^t \end{bmatrix}$$

## 2.1 ANÁLISE DE PERFIS

Segundo AUBIN (1984), a Análise de Perfis é uma técnica clássica de análise de dados longitudinais que pode ser realizada utilizando-se técnicas multivariadas ou univariadas e tem como principal objetivo testar hipóteses sobre os valores médios da variável resposta nas diversas ocasiões de observação e compará-los entre os diferentes grupos de unidades experimentais, ou tratamentos.

A seguir, será apresentada uma revisão dos principais trabalhos sobre Análise de Perfis, evidenciando-se os aspectos importantes da técnica que será utilizada no estudo de dados longitudinais obtidos de experimentos em blocos casualizados.

### 2.1.1 ANÁLISE MULTIVARIADA DE PERFIS

A análise de perfis utilizando técnicas multivariadas foi amplamente discutida por MORRISON (1990), TIMM (1980), ANDRADE & SINGER (1986) e ANDREONI (1989), dentre outros.

Este enfoque multivariado permite a adoção de um modelo bastante geral para representar a estrutura de covariâncias, admitindo que as variâncias das respostas em cada tempo e as covariâncias das respostas entre tempos distintos sejam diferentes. Tem como principais desvantagens a necessidade de perfis individuais de respostas completos e o baixo poder dos testes de hipóteses, devido à excessiva parametrização.

O modelo estatístico utilizado na Análise Multivariada de Perfis de conjuntos de dados com a estrutura apresentada na Tabela 1, pode ser escrito como (MILLIKEN & JOHNSON, 1992):

$$y_{ijk} = \gamma_k + \delta_{jk} + \tau_{ik} + \varepsilon_{ijk} \quad (1)$$

onde

$\gamma_k$  é uma constante comum a todas as observações no instante k;

$\delta_{jk}$  representa o efeito do j-ésimo bloco no k-ésimo tempo;

$\tau_{ik}$  é o efeito do i-ésimo tratamento no k-ésimo tempo e

$\varepsilon_{ijk}$  é um erro aleatório, não observável, associado à resposta  $y_{ijk}$ .

Neste modelo, os efeitos  $\tau_{ik}$  e  $\delta_{jk}$  são considerados fixos; caso o efeito  $\delta_{jk}$  seja considerado aleatório, a abordagem deverá ser diferente da apresentada a seguir (ver, SCHEFFÉ, 1959, cap.9).

Apesar do modelo utilizado na Análise Multivariada de Perfis ser, usualmente, parametrizado através de médias de caselas (MORRISON, 1990; ANDRADE & SINGER, 1986, cap.2; dentre outros), neste trabalho será utilizada a parametrização clássica ou de efeitos (MILLIKEN & JOHNSON, 1992) e a representação matricial do modelo (1), na forma geral da Análise Multivariada de Variância (MANOVA), fica:

$$Y = QM + E^* \quad (2)$$

onde  $Y = [y_{11}, \dots, y_{gb}]^t$  (gbxt) é a matriz de dados;  $Q$  (gbx(g+b+1)) é uma matriz de especificação do modelo, de posto (g+b-1), que tem a seguinte forma geral:

$$Q = [1_{gb} \mid \underset{\text{bloco}}{Q_{(\delta)}} \mid \underset{\text{tratamento}}{Q_{(\tau)}}], \text{ com } Q_{(\delta)} = \begin{bmatrix} I_b \\ I_b \\ \vdots \\ I_b \end{bmatrix} \quad Q_{(\tau)} = \begin{bmatrix} 1_b & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1_b & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1_b \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde  $1_{gb}$  é um vetor com gb elementos iguais a um;  $Q_{(\delta)}$  (gbxb) é uma matriz de especificação associada aos blocos;  $Q_{(\tau)}$  (gbxg) é uma matriz de especificação associada aos tratamentos;  $I_b$  é uma matriz identidade (bxb) e  $1_b$  é um vetor com b elementos iguais a um.

A matriz de parâmetros  $M$  ((g+b+1)xt) tem a forma:

$$M = \begin{bmatrix} \gamma^t \\ \dots \\ \delta \\ \dots \\ \tau \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde

$$\gamma = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_t \end{bmatrix}, \quad \delta = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1t} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2t} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \delta_{b1} & \delta_{b2} & \dots & \delta_{bt} \end{bmatrix} \quad e \quad \tau = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \dots & \tau_{1t} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \dots & \tau_{2t} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \tau_{g1} & \tau_{g2} & \dots & \tau_{gt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1^t \\ \tau_2^t \\ \vdots \\ \tau_g^t \end{bmatrix}$$

com  $\mu_i^t = \gamma^t + \tau_i^t$  representando o *perfil médio de respostas* do *i*-ésimo tratamento. A matriz de erros é  $E^* = [e_{11}^*, e_{12}^*, \dots, e_{gb}^*]^t$  ( $gb \times t$ ) e as linhas  $e_{ij}^*$  desta matriz são supostas independentes e identicamente distribuídas com distribuição normal t-variada com média  $0$  e matriz de covariâncias comum,  $\Sigma$ . Assim, enquanto as linhas de  $E^*$  são independentes, os elementos das suas colunas podem ser correlacionados. Por extensão, os  $y_{ij}$  são independentes e obedecem a distribuições normais t-variadas, com média  $E(y_{ij}) = QM$  e matriz de covariâncias não estruturada

$$\text{Var}(y_{ij}) = \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1t} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2t} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{1t} & \sigma_{2t} & \dots & \sigma_t^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Qualquer hipótese linear que não envolva comparações de blocos, como as hipóteses básicas da análise de perfis e as hipóteses sobre tendências de variação (linear, quadrática etc.) das respostas médias dos tratamentos ao longo do tempo, pode ser expressa na forma da hipótese linear geral

$$H_0 : DMU = 0 \quad (6)$$

com  $D = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{c \times 1} & \mathbf{0}_{c \times b} \\ & L \end{bmatrix}$ , onde  $\mathbf{0}_{c \times 1}$  e  $\mathbf{0}_{c \times b}$  são matrizes  $(c \times 1)$  e  $(c \times b)$  de zeros;  $L$   $(c \times g)$  e  $U$   $(t \times u)$  são matrizes de constantes conhecidas e de postos  $c$  e  $u$ , respectivamente. A matriz  $L$  é responsável por comparações entre os tratamentos (linhas da matriz  $\tau$ ) e a matriz  $U$  é responsável por comparações entre as ocasiões de observação (colunas da matriz  $\tau$ ). Hipóteses que envolvem os efeitos de blocos podem ser consideradas, embora existam controvérsias sobre o assunto (SAMUELS *et al.*, 1991).

O teste de uma hipótese escrita na forma (6) pode ser feito através das estatísticas: Lambda de Wilks, Traço de Pillai, Traço de Hotelling-Lawley e Maior Raiz Característica de Roy. Essas estatísticas são funções das raízes características da matriz  $HE^{-1}$ , onde  $H = U'(\widehat{DM})'[D(Q'Q)^{-1}D]^{-1}(\widehat{DM})U$  é a matriz de somas de quadrados e produtos cruzados devido à hipótese nula;  $E = U'[Y'Y - \widehat{M}'(Q'Q)^{-1}\widehat{M}]U$  é a matriz de somas de quadrados e produtos cruzados devido ao erro;  $\widehat{M} = (Q'Q)^{-1}Q'Y$  é uma estimativa de mínimos quadrados da matriz de parâmetros  $M$  e o sobrescrito  $(-)$  indica uma inversa generalizada (GRAYBILL, 1976).

Detalhes sobre essas estatísticas podem ser encontradas em TIMM (1975) ou MORRISON (1990), onde também são encontradas tabelas com os valores críticos da estatística de Roy. As aproximações assintóticas, através de distribuições qui-quadrado ou  $F$ , foram consideradas por ANDERSON (1958) e SEBER (1984), dentre outros.

Apesar dessa abordagem ser bastante atraente, ela tem o inconveniente de incluir a interação entre blocos e tempo no modelo. Embora existam casos em que esta inclusão

é necessária (STEEL & TORRIE, 1980, cap.16), geralmente os blocos são construídos somente para controlar a heterogeneidade entre as unidades experimentais e não se espera uma interação significativa entre blocos e tempo. Além disso, a inclusão desta interação pode provocar um aumento de até  $(b-1)t$  parâmetros no modelo e caso este número seja grande, muitos graus de liberdade serão utilizados para estimar parâmetros de pouca importância, provocando uma diminuição no poder dos testes relativos aos parâmetros de maior interesse.

ANDRADE & SINGER (1994) propuseram uma estratégia para a análise de perfis para a situação de não existência de interação entre blocos e tempo, que depende do tipo da matriz  $U$  que define as hipóteses de interesse e que pode ser implementada através de programas convencionais de análise de variância multivariada. Para blocos de efeitos fixos ou aleatórios, consideraram três casos, onde:

- (i) todas as colunas de  $U$  são contrastes;
- (ii) a matriz  $U$  tem uma única coluna que não é um contraste, e
- (iii) a matriz  $U$  tem mais de uma coluna e nem todas são contrastes.

Baseando-se neste trabalho, HIGASHI (1995) descreveu os procedimentos para a análise de dados longitudinais de experimentos em blocos casualizados e implementou-os através do programa BMDP-4V.

### **2.1.2 ANÁLISE UNIVARIADA DE PERFIS**

Os aspectos básicos da análise de perfis através de técnicas univariadas foram estudados por diversos autores, como WINER (1971, cap.4 e 7), STEEL & TORRIE



(1980, cap.16), AUBIN (1984), MILLIKEN & JOHNSON (1992) e ANDRADE & SINGER (1986, cap.2), dentre outros.

Para a estrutura de dados apresentada na Tabela 1, STEEL & TORRIE (1980, cap.16) sugeriram que a observação  $y_{ijk}$  pode ser representada por:

$$y_{ijk} = \mu + \delta_j + \alpha_i + \gamma_{ij} + \beta_k + (\alpha\beta)_{ik} + \varepsilon_{ijk} \quad (7)$$

para  $i = 1, \dots, g$ ,  $j = 1, \dots, b$ ,  $k = 1, \dots, t$ , onde

$\mu$  : constante comum a todas as observações,

$\alpha_i$  : efeito do  $i$ -ésimo tratamento,

$\delta_j$  : efeito do  $j$ -ésimo bloco,

$\gamma_{ij}$  : erro associado às parcelas ,

$\beta_k$  : efeito do  $k$ -ésimo tempo,

$(\alpha\beta)_{ik}$  : efeito da interação do  $i$ -ésimo tratamento e  $k$ -ésimo tempo, e

$\varepsilon_{ijk}$  : erro associado à observação  $y_{ijk}$ .

Por suposição,  $\mu$  e os efeitos  $\alpha_i$ ,  $\delta_j$ ,  $\beta_k$  e  $(\alpha\beta)_{ik}$  são considerados fixos e os erros  $\gamma_{ij}$  e  $\varepsilon_{ijk}$  são considerados aleatórios, normais e independentemente distribuídos com médias nulas e variâncias comuns  $\sigma_\gamma^2$  e  $\sigma_\varepsilon^2$ , respectivamente. Sob o modelo (7), tem-se que  $E(y_{ijk}) = \mu + \alpha_i + \delta_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{ik}$  e que

$$\text{Var}(y_{ij}) = \Sigma = \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho & \dots & \rho \\ \rho & 1 & \rho & \dots & \rho \\ \rho & \rho & 1 & \dots & \rho \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho & \rho & \rho & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

onde  $\sigma^2 = \sigma_\gamma^2 + \sigma_\varepsilon^2$  e  $\rho = \sigma_\gamma^2 / (\sigma_\gamma^2 + \sigma_\varepsilon^2)$ .

Neste caso, diz-se que a matriz de covariâncias é do tipo *uniforme*, segue o *padrão de uniformidade* ou tem a forma de *simetria composta*, onde a variância das respostas em qualquer um dos tempos é igual a  $\sigma_{\gamma}^2 + \sigma_{\epsilon}^2$  e a covariância entre dois tempos quaisquer é igual a  $\sigma_{\gamma}^2$ . Vale observar que esta estrutura de covariâncias contém somente 2 parâmetros, enquanto a estrutura (5) contém  $t(t+1)/2$  parâmetros.

A análise feita através do modelo (7) corresponde à análise de um experimento em parcelas subdivididas ou “split-plot”, onde as causas de variação que fazem parte da variação entre indivíduos (tratamento e bloco) são agrupadas separadamente daquelas que fazem parte da variação intra-indivíduos (tempo e tratamento x tempo). Neste caso, têm-se dois resíduos distintos: um referente às variações entre indivíduos e outro referente às variações intra-indivíduos.

As hipóteses nulas associadas à interação entre tratamento e tempo e aos efeitos principais de tempo, tratamento e bloco, podem ser facilmente testadas através das estatísticas apresentadas na Tabela 2, que também apresenta as esperanças dos quadrados médios e as fórmulas para o cálculo das somas de quadrados (SQ). Sob as respectivas hipóteses nulas, as estatísticas  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  e  $F_4$  seguem distribuições exatas F centrais com  $(g-1)(t-1)$  e  $g(b-1)(t-1)$ ;  $(t-1)$  e  $g(b-1)(t-1)$ ;  $(g-1)$  e  $(b-1)(g-1)$ ;  $(b-1)$  e  $(b-1)(g-1)$  graus de liberdade, respectivamente.

Comparações múltiplas de interesse podem ser obtidas através dos métodos usuais de análise de variância univariada, porém a variância de cada comparação pode envolver combinações diferentes dos dois resíduos (ver STEEL & TORRIE, 1980; MILLIKEN & JOHNSON, 1992, para maiores detalhes).

**Tabela 2** - Quadro de análise de variância, fórmulas para o cálculo das somas de quadrados, estatísticas para os testes de hipótese e valores esperados dos quadrados médios do modelo de parcelas subdivididas em um delineamento em blocos casualizados.

Causas de Variação	Graus de liberdade	Somas de Quadrados (SQ)	Estatística para o teste	E(QM)
Blocos (R)	b-1	$SQ(R) = \sum_j y_{.j}^2 / (gt) - y_{...}^2 / gbt$	$F_4 = \frac{QM(R)}{QM(RA)}$	$\sigma_e^2 + t\sigma_\gamma^2 + gt \frac{\sum_{j=1}^b \delta_j^2}{(b-1)}$
Tratamento (A)	g-1	$SQ(A) = \sum_i y_{i.}^2 / (bt) - y_{...}^2 / gbt$	$F_3 = \frac{QM(A)}{QM(RA)}$	$\sigma_e^2 + t\sigma_\gamma^2 + bt \frac{\sum_{i=1}^g \alpha_i^2}{(g-1)}$
Resíduo (a) (RA)	(b-1)(g-1)	$SQ(RA) = \sum_{i,j} y_{ij}^2 / t - y_{...}^2 / gbt - SQ(R) - SQ(A)$	-	$\sigma_e^2 + t\sigma_\gamma^2$
Tempo (B)	t-1	$SQ(B) = \sum_k y_{.k}^2 / (gb) - y_{...}^2 / gbt$	$F_2 = \frac{QM(B)}{QM(RAB)}$	$\sigma_e^2 + gb \frac{\sum_{k=1}^t \beta_k^2}{(t-1)}$
Tratamentox Tempo, (AB)	(g-1)(t-1)	$SQ(AB) = \sum_{ik} y_{i.k}^2 / b - y_{...}^2 / gbt - SQ(A) - SQ(B)$	$F_1 = \frac{QM(AB)}{QM(RAB)}$	$\sigma_e^2 + b \frac{\sum_{i,k=1}^t (\alpha\beta)_{ik}^2}{(g-1)(t-1)}$
Resíduo(b) (RAB)	g(b-1)(t-1)	$SQ(RAB) = \sum_{ijk} y_{ijk}^2 - y_{...}^2 / gbt - SQ(R) - SQ(A) - SQ(RA) - SQ(B) - SQ(AB)$	-	$\sigma_e^2$

Apesar das facilidades de obtenção e de interpretação dos resultados dos testes associados às estatísticas  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  e  $F_4$ , a aplicação direta desta abordagem de análise não é recomendada para a análise de dados longitudinais pois, considerando o modo sistemático como são feitas as observações (ao longo do tempo) nas mesmas unidades experimentais, não se espera que a matriz  $\Sigma$  seja do tipo uniforme.

HUYNH & FELDT (1970) e ROUANET & LÉPINE (1970) mostraram, em trabalhos independentes, que uma condição necessária e suficiente para que os testes  $F_1$  e  $F_2$  sejam válidos é que a matriz de covariâncias  $\Sigma$  satisfaça à condição de *circularidade* ou *esfericidade*, ou seja, que seus elementos  $\sigma_{kk'}$ , para  $k$  e  $k'=1, 2, \dots, t$ , satisfaçam a

$$\sigma_{kk'} = \begin{cases} a_k + a_{k'} + \lambda, & \text{se } k = k' \\ a_k + a_{k'}, & \text{se } k \neq k' \end{cases}$$

com  $\lambda > 0$ ,  $a_k$  e  $a_{k'}$ , constantes; ou ainda que a matriz de covariâncias  $\Sigma$  satisfaça a

$$\mathbf{P}' \Sigma \mathbf{P} = \lambda \mathbf{I}_{(t-1)},$$

onde  $\mathbf{P}$  ( $t \times (t-1)$ ) é uma matriz contraste ortonormal. Entretanto, ANDRADE & SINGER (1986) afirmaram que “apesar dessa estrutura não ser tão restritiva quanto à estrutura uniforme, ela também não é totalmente adequada para representar a estrutura de covariâncias de dados longitudinais”.

MORRISON (1990) descreveu o teste de MAUCHLY (1940) para a validade da condição de esfericidade da matriz de covariâncias,  $\Sigma$ , cuja estatística é

$$\mathbf{W} = \frac{(t-1)^{t-1} |\mathbf{P}'\mathbf{S}\mathbf{P}|}{\{\text{tr}(\mathbf{P}'\mathbf{S}\mathbf{P})\}^{t-1}}$$

onde  $S = (gb - g - b + 1)^{-1} \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^b (y_{ij} - \bar{y}_i)(y_{ij} - \bar{y}_i)^t$  é a matriz de covariâncias amostrais, de dimensões  $t \times t$ ,  $\bar{y}_i = (1/b) \sum_{j=1}^b y_{ij}$  e  $\text{tr}$  é o operador traço. Sob a hipótese de que a matriz de covariâncias satisfaz à condição de esfericidade, a estatística

$$\chi^2 = - \left[ v - \frac{2t^2 - 3t + 3}{6(t-1)} \right] \ln(\mathbf{W})$$

quando  $v = gb - g - b + 1$  é grande, tem distribuição quiquadrado com  $f = \frac{1}{2}t(t-1) - 1$  graus de liberdade. CROWDER & HAND (1990) consideraram este teste “o mais popular para verificar a condição de circularidade” e alertaram para o fato de que, como todos os testes que envolvem variâncias e covariâncias, este teste é bastante sensível à não normalidade dos dados.

Quando a matriz de covariâncias não satisfaz à condição de esfericidade, os testes que envolvem o fator tempo ( $F_1$  e  $F_2$ , por exemplo) deixam de ser válidos, mas os testes relativos a diferenças entre os tratamentos ( $F_3$ , por exemplo) e os blocos continuam sendo válidos porque envolvem somente comparações entre indivíduos.

Nesse contexto, diversos autores propuseram medidas para acomodar os desvios relativos ao padrão de circularidade. BOX (1954) e GEISSER & GREENHOUSE (1958) propuseram o uso de soluções univariadas aproximadas que envolvem a correção do número de graus de liberdade das estatísticas  $F_1$  e  $F_2$  por um fator  $\varepsilon$ , que é definido como

$$\varepsilon = [\text{tr}(\mathbf{P}'\Sigma\mathbf{P})]^2 / (t-1) \text{tr}(\mathbf{P}'\Sigma\mathbf{P})^2$$

Mostraram que  $F_1$  e  $F_2$  têm distribuições aproximadas F centrais com  $(g-1)(t-1)\varepsilon$  e  $g(b-1)(t-1)\varepsilon$ ;  $(t-1)\varepsilon$  e  $g(b-1)(t-1)\varepsilon$  graus de liberdade, respectivamente.

GREENHOUSE & GEISSER (1959) apresentaram um estimador para o fator de correção e propuseram o uso de um procedimento em três estágios, cuja maior vantagem é possibilitar, na maioria das vezes, a tomada de uma decisão sobre as hipóteses testadas através das estatísticas  $F_1$  e  $F_2$ , sem que seja preciso estimar o fator  $\epsilon$ . Esse procedimento pode ser descrito como:

- (i) Utiliza-se o teste F sem reduzir os graus de liberdade (i.é,  $\epsilon=1$ ) e se o valor da estatística F for menor que o valor crítico (F não significativo), o procedimento é encerrado; caso contrário passa-se para o estágio seguinte.
- (ii) Utiliza-se o teste F conservativo com os graus de liberdade corrigidos por  $\epsilon = (t-1)^{-1}$  e se o teste F for significativo o procedimento é encerrado; caso contrário passa-se para o estágio seguinte.
- (iii) Estima-se o valor de  $\epsilon$  (GREENHOUSE & GEISSER, 1959 e HUYNH & FELDT, 1976) e utiliza-se o teste F aproximado, com os graus de liberdade multiplicados pelo valor desta estimativa.

As estimativas do fator de correção  $\epsilon$ , bem como o teste para a condição de esfericidade, estão incorporados às saídas dos módulos 2V e 4V do BMDP e dos procedimentos ANOVA e GLM do SAS<sup>®</sup> e MANOVA do SPSS.

Maiores detalhes sobre a condição de circularidade de  $\Sigma$  e as soluções univariadas aproximadas podem ser encontradas em AUBIN (1984) e ANDRADE & SINGER (1986), dentre outros.

## 2.2 ANÁLISE DE CURVAS DE CRESCIMENTO

Um dos objetivos dos estudos longitudinais é descrever o comportamento dos perfis médios de respostas dos diversos grupos através de uma curva, geralmente polinomial, e estudar a influência de outros fatores ou de covariáveis no padrão temporal das respostas. Para atingir tal objetivo, é necessário estimar os parâmetros das curvas associadas a cada grupo e testar hipóteses sobre esses parâmetros. As comparações entre os perfis médios de respostas dos diferentes grupos passam a ser realizadas através de comparações dos parâmetros associados às respectivas curvas e não mais das médias das respostas dos grupos nas diversas ocasiões.

Nesse contexto, POTTHOFF & ROY (1964); KHATRI (1966) e GRIZZLE & ALLEN (1969) desenvolveram algumas técnicas de estimação e testes de hipóteses para os parâmetros das curvas de crescimento, considerando que os dados são completos e balanceados em relação ao tempo e sem impor qualquer estrutura à matriz de covariâncias das respostas. RAO (1965, 1966, 1967) considerou a possibilidade de uma estrutura de covariâncias menos restritiva, induzida pela especificação de modelos de efeitos aleatórios. SINGER (1977) descreveu um procedimento para a análise de curvas de crescimento para dados balanceados utilizando um programa convencional de Análise de Variância Multivariada (MANOVA), que foi utilizado por LIMA (1980) na análise de dados de crescimento em peso de frangos de corte e de galinhas poedeiras. Os resultados obtidos por POTTHOFF & ROY (1964) foram ampliados por VERBYLA & VENABLES (1988) permitindo que as unidades experimentais, tratamentos ou contrastes envolvendo os tratamentos tenham perfis diferentes. Essa extensão é chamada

de Modelo de Soma de Perfis, sendo equivalente à proposta de EVANS & ROBERTS (1979) que, por sua vez, foi utilizada por CULLIS & MCGILCHRIST (1990) com delineamentos ortogonais e dados completos, e por VERBYLA & CULLIS (1990) que trabalharam com dados completos e com a modelagem paramétrica da matriz de covariâncias.

Quando os dados longitudinais não são balanceados em relação ao tempo as técnicas clássicas de análise de dados longitudinais já citadas podem não ser eficientes. As técnicas multivariadas, por exemplo, descartam todas as observações de uma unidade experimental que tenha algum dado não observado. Informações sobre os mecanismos geradores de dados incompletos ou de desbalanceamento são encontrados em RUBIN (1976a), LAIRD (1988) e LITTLE (1988).

Quando o desbalanceamento for causado pela presença de poucas observações incompletas, a análise pode ser feita omitindo-se as respostas das unidades experimentais que têm observações incompletas ou substituindo-se os valores não observados por estimativas (BEALE & LITTLE, 1975). BERK (1987) apresentou um resumo de algumas técnicas para lidar com esse tipo de dados, que envolve a utilização de mínimos quadrados generalizados (KLEINBAUM, 1973), de mínimos quadrados não balanceados (RUBIN, 1976b e SCHWERTMAN, 1978) e dos métodos de máxima verossimilhança e máxima verossimilhança restrita (LAIRD & WARE, 1982; JENNRICH & SCHLUCHTER, 1986, dentre outros).

Na utilização de modelos multivariados para resolver problemas práticos, surgem algumas dificuldades de estimação e de eficiência das estimativas dos parâmetros das



curvas, devido ao grande número de parâmetros associados à matriz de covariâncias não estruturada, apontando para a necessidade de se considerar algum tipo de estrutura parcimoniosa para essa matriz, reduzindo o número de parâmetros necessários para modelá-la.

Como nos estudos longitudinais espera-se que a correlação entre observações feitas em uma mesma unidade experimental decresça à medida que a distância entre elas aumenta, as estruturas associadas a séries temporais (BOX & JENKINS, 1976) são alternativas naturais à estrutura completamente parametrizada. DIGGLE (1988), CULLIS & MCGILCHRIST (1990) e VERBYLA & CULLIS (1990) sugeriram o uso de correlogramas e de semivariogramas para a identificação dessas estruturas.

As estruturas associadas aos processos AR(1) (autoregressivos de primeira ordem) e MA (médias móveis) são especialmente úteis quando há um número pequeno de unidades experimentais e um número grande de observações repetidas na mesma unidade, devido a sua parametrização parcimoniosa e à diversidade de estruturas de dispersão para as medidas repetidas. RAO (1967), LAVANGE & HELMS (1983), LAVANGE (1984), WARE (1985), LOUIS & SPIRO (1986), SCHLUCHTER (1988), ROCHON & HELMS (1989) e JONES (1990) apresentaram detalhes sobre o uso dessas estruturas com dados longitudinais.

GEARY (1989) e ROCHON & HELMS (1989) estudaram a modelagem da estrutura de covariâncias através de modelos ARMA (autoregressivo-médias móveis) para situações que envolvem dados incompletos. MUÑOZ *et al.* (1992) propuseram uma família paramétrica de estruturas de covariâncias com dois parâmetros que incluem as

funções de autocorrelação com decaimento mais lento ou mais rápido que a do modelo AR(1). Para a situação de dados irregulares em relação ao tempo LOUIS (1988) e WILSON (1988) propuseram uma generalização do modelo AR(1) e JONES & BOADI-BOATENG (1991) assumiram uma estrutura CAR(1) (autoregressiva-contínua de primeira ordem).

LAIRD & WARE (1982), FAIRCLOUGH & HELMS (1986), LAIRD *et al.* (1987) e LINDSTROM & BATES (1988) entre outros, estudaram uma classe de estruturas de covariâncias induzidas através da especificação de *Modelos (Mistos) de Efeitos Aleatórios*, que proporcionam uma maior versatilidade na aplicação da técnica de Análise de Curvas de Crescimento para dados longitudinais, pois

- (i) permitem a modelagem da matriz de covariâncias com um número menor de parâmetros que a dos modelos multivariados gerais,
- (ii) podem ser usados quando os dados não são balanceados em relação ao tempo e
- (iii) possibilitam o ajuste de curvas polinomiais de graus diferentes para cada grupo de unidades experimentais.

O modelo de efeitos aleatórios proposto por LAIRD & WARE (1982) foi baseado no trabalho de HARVILLE (1977) e pode ser escrito como:

$$y_{ij} = \mathbf{X}_{ij}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}_{ij}\mathbf{b}_{ij} + \epsilon_{ij} \quad (9)$$

onde

$y_{ij}$  (tx1) é o perfil de respostas do indivíduo (ij);

$\mathbf{X}_{ij}$  (txp) é uma matriz de posto  $p < t$ , conhecida e de especificação, associada ao vetor

$\boldsymbol{\beta}$  (px1) de parâmetros subpopulacionais desconhecidos;

$\mathbf{Z}_{ij}$  (txq) é uma matriz conhecida e de especificação, de posto coluna completo e associada ao vetor de efeitos aleatórios  $\mathbf{b}_{ij}$  (qx1) de diferenças individuais em torno dos valores populacionais, e  $\varepsilon_{ij}$  (tx1) é um vetor de erros aleatórios.

As matrizes de especificação  $\mathbf{X}_{ij}$  e  $\mathbf{Z}_{ij}$  podem ser diferentes e variar entre unidades experimentais, estendendo o modelo para o caso de dados não balanceados em relação ao tempo. Supõe-se também que  $\mathbf{b}_{ij}$  e  $\varepsilon_{ij}$  são independentes, que  $\varepsilon_{ij} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_{ij})$  e que  $\mathbf{b}_{ij} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{G})$ , para  $i = 1, 2, \dots, g$  e  $j = 1, 2, \dots, b$ , onde  $\mathbf{R}_{ij}$  (txt) e  $\mathbf{G}$  (qxq) são matrizes de covariâncias.

O modelo (9) pode ser formulado em dois estágios, evidenciando a identificação das características individuais e populacionais. No primeiro estágio, para cada unidade experimental (ij), tem-se:

$$\mathbf{y}_{ij} | \mathbf{b}_{ij} = \mathbf{X}_{ij}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}_{ij}\mathbf{b}_{ij} + \varepsilon_{ij} \sim N(\mathbf{X}_{ij}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}_{ij}\mathbf{b}_{ij}; \mathbf{R}_{ij}) \quad (10)$$

onde  $\mathbf{R}_{ij}$  é conhecida como *matriz de dispersão condicional* e está associada ao *erro condicional*  $\varepsilon_{ij} = \mathbf{y}_{ij} - \mathbf{X}_{ij}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{Z}_{ij}\mathbf{b}_{ij}$ . Diversas estruturas de dispersão do erro condicional podem ser consideradas, como a completamente parametrizada e as associadas a séries temporais. Quando  $\mathbf{R}_{ij} = \sigma^2 \mathbf{I}_{(t)}$ , o modelo é conhecido como *modelo com independência condicional* e reflete a independência e a homocedasticidade das observações intra-indivíduos.

No segundo estágio, assume-se que  $\mathbf{b}_{ij} \sim N(\mathbf{0}; \mathbf{G})$  é independente de  $\varepsilon_{ij}$  obtendo-se o *modelo marginal* (ou *não condicional*)

$$\mathbf{y}_{ij} \sim N(\mathbf{X}_{ij}\boldsymbol{\beta}; \mathbf{Z}_{ij}\mathbf{G}\mathbf{Z}_{ij}' + \mathbf{R}_{ij}) \quad (11)$$

onde a matriz  $\mathbf{V}_{ij} = \mathbf{Z}_{ij}\mathbf{G}\mathbf{Z}_{ij}' + \mathbf{R}_{ij}$  é chamada *matriz de dispersão marginal* e está associada ao *erro marginal*  $\mathbf{e}_{ij} = \mathbf{y}_{ij} - \mathbf{X}_{ij}\boldsymbol{\beta}$ . Quando  $\mathbf{Z}_{ij} = \mathbf{1}_t$ ,  $\mathbf{G} = \sigma_0^2$  e  $\mathbf{R}_{ij} = \sigma^2\mathbf{I}_{(t)}$ , que resulta em  $\mathbf{V}_{ij} = \sigma_0^2\mathbf{1}_t\mathbf{1}_t' + \sigma^2\mathbf{I}_{(t)}$ , o modelo é chamado de *modelo de simetria composta*.

Em situações onde o objetivo da análise é ajustar curvas (de crescimento), pode-se dizer que os modelos lineares de efeitos aleatórios assumem a existência de curvas subpopulacionais fixadas ( $\mathbf{X}_{ij}\boldsymbol{\beta}$ ) em torno das quais existem variações aleatórias ( $\mathbf{Z}_{ij}\mathbf{b}_{ij}$ ) das curvas individuais e também que existem variações aleatórias de medidas ( $\varepsilon_{ij}$ ) em torno dessas curvas individuais. Essas variações aleatórias ( $\varepsilon_{ij}$ ) são independentes dos efeitos aleatórios individuais ( $\mathbf{b}_{ij}$ ).

As matrizes  $\mathbf{Z}_{ij}$  podem conter quaisquer covariáveis que afetem diferentemente as unidades experimentais, e a forma de especificação das matrizes  $\mathbf{X}_{ij}$  é bastante similar àquela utilizada nos modelos de regressão. Suas colunas podem estar associadas

- (i) aos fatores que definem a estrutura das subpopulações (tratamentos);
- (ii) ao fator tempo, identificando, por exemplo, a forma da curva a ser ajustada e
- (iii) a covariáveis, cujos efeitos na resposta média deseja-se pesquisar.

Como no modelo linear usual,  $E(y_{ij})$  é modelado através dos efeitos fixos  $\beta$  e a extensão proporcionada pelos modelos de efeitos aleatórios é que  $\text{Var}(y_{ij}) = V_{ij}$  pode ser modelada com um número menor de parâmetros que  $t(t+1)/2$ , através das matrizes  $Z_{ij}$ ,  $G$  e  $R_{ij}$ . Este método de estruturar a matriz de covariâncias  $V_{ij}$  tem como atrativos a possibilidade de:

- (i) englobar as abordagens uni e multivariada, que são comumente utilizadas na análise de dados longitudinais, pois a matriz de covariâncias com a estrutura  $V_{ij} = (\sigma_\varepsilon^2)\mathbf{I}_t + (\sigma_\gamma^2)\mathbf{1}_t\mathbf{1}_t'$  corresponde à abordagem univariada, enquanto que a matriz  $V_{ij}$  com a estrutura **(5)** corresponde à abordagem multivariada;
- (ii) lidar com dados perdidos, por causa da facilidade de construir a verossimilhança somente dos dados observados e
- (iii) usar estruturas relacionadas com séries temporais ou estruturas mais complexas, em adição às estruturas uniforme e não estruturada.

LAIRD & WARE (1982) e ANDREONI (1989) dentre outros, utilizaram a estrutura  $R_{ij} = \sigma^2\mathbf{I}_{(t)}$ . PANTULA & POLLOCK (1985) assumiram o efeito de indivíduos como aleatório e uma estrutura CAR(1) para os erros condicionais. Estruturas mais gerais para esses erros foram utilizadas por DIGGLE (1988), CHI & REINSEL (1989) e JONES & BOADI-BOATENG (1991). Já SZATROWSKI (1983) e JENNRICH & SCHLUCHTER (1986) especificaram a estrutura das matrizes individuais de dispersão como uma função linear arbitrária de um vetor  $\theta$  ( $k \times 1$ ) de parâmetros de covariâncias

desconhecidos e não redundantes,  $V_{ij} = V_{ij}(\theta)$ , cujos elementos não dependem de  $\beta_i$ . No caso do modelo (11) o vetor  $\theta$  contém os parâmetros desconhecidos de  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{R}_{ij}$ .

A estimação dos parâmetros de um modelo de efeitos aleatórios é baseada na verossimilhança dos dados. Quando os dados não são normalmente distribuídos, diversos trabalhos envolvendo modelos lineares generalizados foram propostos, como os de STIRATELLI *et al.* (1984); ZEGER *et al.* (1985); LIANG & ZEGER (1986); ZEGER (1988) e JØRGENSEN *et al.* (1991). Os interessados em mais referências sobre esses modelos devem consultar WARE (1985), JØRGENSEN *et al.* (1985) e ZEGER & LIANG (1986).

Para a totalidade das observações, o modelo (9) pode ser escrito como

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}\mathbf{b} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (12)$$

onde os vetores  $\mathbf{y}$  ( $g \times b \times 1$ ),  $\mathbf{b}$  ( $g \times b \times q \times 1$ ) e  $\boldsymbol{\varepsilon}$  ( $g \times b \times 1$ ) são construídos empilhando-se os vetores  $\mathbf{y}_{ij}$ ,  $\mathbf{b}_{ij}$  e  $\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$ , respectivamente;  $\mathbf{X}$  ( $g \times b \times p$ ) é obtida empilhando-se as matrizes  $\mathbf{X}_{ij}$  e a matriz  $\mathbf{Z} = \text{diag}[\mathbf{Z}_{11}, \mathbf{Z}_{12}, \dots, \mathbf{Z}_{gb}]$  ( $g \times b \times g \times b \times q$ ).

Como  $\mathbf{b}$  e  $\boldsymbol{\varepsilon}$  têm distribuições normais com médias nulas e

$$\text{Var} \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \boldsymbol{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (13)$$

a variância de  $\mathbf{y}$  é dada por

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{W}\mathbf{Z}^t + \mathbf{R} \quad (14)$$

onde  $\mathbf{W} = \text{diag}[\mathbf{G}, \mathbf{G}, \dots, \mathbf{G}]$  ( $g \times b \times q \times g \times b \times q$ ) e  $\mathbf{R} = \text{diag}[\mathbf{R}_{11}, \mathbf{R}_{12}, \dots, \mathbf{R}_{gb}]$  ( $g \times b \times g \times b \times 1$ ).

Quando as matrizes  $\mathbf{W}$  e  $\mathbf{R}$  são conhecidas, as expressões para as estimativas de  $\beta$  e  $\mathbf{b}$  podem ser escritas como

$$\hat{\beta} = [\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X}]^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{y} \quad (15)$$

$$\hat{\mathbf{b}} = \mathbf{WZ}'\mathbf{V}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta}) \quad (16)$$

Neste caso,  $\hat{\beta}$  é o melhor estimador não viesado (BLUE) de  $\beta$  e  $\hat{\mathbf{b}}$  é o melhor preditor não viesado (BLUP) de  $\mathbf{b}$  (McLEAN *et al.*, 1991).

Porém, na maioria das vezes o vetor de parâmetros  $\theta$  é desconhecido e para estimá-lo pode ser utilizada uma abordagem através da teoria da máxima verossimilhança. Menos duas vezes o logaritmo da função de verossimilhança do modelo (9) é escrito como

$$-2l(\mathbf{y};\beta,\theta) = gbt \log(2\pi) + \log|\mathbf{V}| + (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)' \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta) \quad (17)$$

Minimizando esta expressão analiticamente para  $\beta$ , obtém-se

$$\hat{\beta}(\hat{\theta}) = [\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}(\hat{\theta})\mathbf{X}]^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}(\hat{\theta})\mathbf{y} \quad (18)$$

que, substituída em (17), produz menos duas vezes o perfil de verossimilhança de  $\theta$ , que pode ser escrito como

$$-2l(\mathbf{y};\theta) = gbt \log(2\pi) + \log|\mathbf{V}(\theta)| + [\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta}(\theta)]' \mathbf{V}^{-1}(\theta) [\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta}(\theta)] \quad (19)$$

A fórmula para menos duas vezes o logaritmo da função de verossimilhança restrita ou residual é

$$\begin{aligned} -2l_R(\mathbf{y};\theta) = & g(bt-p) \log(2\pi) + \log|\mathbf{V}(\theta)| + [\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta}(\theta)]' \mathbf{V}^{-1}(\theta) [\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta}(\theta)] \\ & + \log|\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}(\theta)\mathbf{X}| \end{aligned} \quad (20)$$

onde  $gp$  é o posto da matriz  $\mathbf{X}$ .

Nas situações onde não existem soluções explícitas para os estimadores de máxima verossimilhança (MV) ou de máxima verossimilhança restrita (MVR) de  $\theta$ , as estimativas correspondentes são obtidas através de processos iterativos. Denotando-se por  $\Phi$  o conjunto de  $m$  parâmetros que se deseja estimar e por  $l(\Phi)$  o logaritmo da função de verossimilhança, os processos iterativos para encontrar o valor  $\hat{\Phi}$  que maximiza  $l(\Phi)$  têm, geralmente, a forma  $\Phi^{(w+1)} = f(\Phi^{(w)})$  para  $w = 0, 1, \dots$ , onde  $w$  denota a iteração,  $f$  é uma função que depende do processo iterativo empregado e  $\Phi^{(0)}$  é um valor inicial do conjunto de parâmetros que deve ser fornecido no início do processo.

Para dados normalmente distribuídos, LAIRD & WARE (1982) apresentaram detalhes do procedimento iterativo para a obtenção de estimativas de MV e MVR para o caso de dados incompletos utilizando o algoritmo EM (DEMPSTER *et al.*, 1977). JENNRICH & SCHLUCHTER (1986) utilizaram os algoritmos Newton-Raphson (NR), escore de Fisher e uma combinação do algoritmo escore com o EM, para ajustar diversas estruturas de covariâncias aos dados de POTTHOFF & ROY (1964). Mais tarde, esses três algoritmos foram implementados no programa BMDP-5V (SCHLUCHTER, 1990). FAIRCLOUGH & HELMS (1986) concluíram que o método EM é mais eficiente que o escore e LAIRD *et al.* (1987) propuseram o uso de aceleração de Aitken (GERALD, 1970) para melhorar a velocidade de convergência do método EM. LINDSTRON & BATES (1988) compararam a performance dos algoritmos EM e NR e concluíram que, em termos computacionais, o algoritmo NR, quando implementado cuidadosamente, é preferível ao EM, sem ou com aceleração de Aitken. WILSON (1988) e JONES & BOADI-BOATENG (1991) utilizaram o filtro de Kalman (KALMAN, 1960) para obter



estimativas exatas de máxima verossimilhança. Além de algoritmos iterativos para maximizar verossimilhanças, RUTTER & ELASHOFF (1994) utilizaram também amostragem de Gibbs. ANDREONI (1989) apresentou detalhes dos processos iterativos para obtenção de estimativas de MV e MVR sob o modelo de independência condicional e desenvolveu programas computacionais para o ajuste de modelos de efeitos aleatórios utilizando o módulo CM do pacote científico NTIA.

Um procedimento alternativo para a estimação dos parâmetros foi proposto por SCHAALJE *et al.* (1991), que utilizaram os métodos de mínimos quadrados ordinários e mínimos quadrados generalizados em três etapas, para ajustar um modelo linear a dados longitudinais gerados por planejamentos em blocos casualizados, considerados de efeito aleatório. Para analisar os dados utilizaram o programa REMACRB (ZHANG *et al.*, 1987), desenvolvido através da linguagem IML do programa SAS.

Obtidas as estimativas de MV ou de MVR de  $\theta$  e conseqüentemente de  $\mathbf{W}$  e  $\mathbf{R}$ , os parâmetros  $\beta$  e  $\mathbf{b}$  são estimados resolvendo-se o sistema de equações do modelo misto (HENDERSON, 1984):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}'\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{X} & \mathbf{X}'\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{Z} \\ \mathbf{Z}'\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{X} & \mathbf{Z}'\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{Z} + \hat{\mathbf{W}}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{\mathbf{b}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}'\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{y} \\ \mathbf{Z}'\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{y} \end{bmatrix} \quad (21)$$

e uma solução deste sistema de equações é

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{\mathbf{b}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} (\mathbf{X}'\hat{\mathbf{V}}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\hat{\mathbf{V}}^{-1}\mathbf{y} \\ \hat{\mathbf{W}}\mathbf{Z}'\hat{\mathbf{V}}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta}) \end{bmatrix} \\ &= \hat{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} \mathbf{X}'\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{y} \\ \mathbf{Z}'\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{y} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

onde

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}'\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{X} & \mathbf{X}'\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{Z} \\ \mathbf{Z}'\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{X} & \mathbf{Z}'\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{Z} + \hat{\mathbf{W}}^{-1} \end{bmatrix} \quad (23)$$

Sob o modelo (11) e para  $\mathbf{X}_{ij} = \mathbf{Z}_{ij}$ , um estimador de  $\beta$  pode ser escrito como

$$\hat{\beta} = \left( \sum_{ij} (\mathbf{X}_{ij}'\hat{\mathbf{V}}_{ij}^{-1}\mathbf{X}_{ij})^{-1} \right)^{-1} \left( \sum_{ij} \mathbf{X}_{ij}'\hat{\mathbf{V}}_{ij}^{-1}\mathbf{y}_{ij} \right) \quad (24)$$

e sua variância assintótica é dada por

$$\text{Var}_A(\hat{\beta}) = \left( \sum_{ij} \mathbf{X}_{ij}'\mathbf{V}_{ij}^{-1}\mathbf{X}_{ij} \right)^{-1} \quad (25)$$

Uma análise descritiva preliminar do conjunto de dados longitudinais pode sugerir modelos para os efeitos fixos e aleatórios. RAO & RAO (1966) representaram num mesmo gráfico todos os perfis individuais de respostas, unindo as observações tomadas em cada indivíduo por meio de segmentos de reta. Esses gráficos chamados de *diagramas paralelos de dispersão* (“parallel plots”) servem para detectar a presença de indivíduos com observações (ou associados a perfis) aberrantes e podem sugerir um modelo tanto para a curva média quanto para as curvas individuais (RUTTER & ELASHOFF, 1994). WEISS & LÁZARO (1992) propuseram o uso desses gráficos para avaliar os resíduos condicionais, caso em que devem refletir apenas a variabilidade intra-indivíduos. Apesar da grande versatilidade desses gráficos, que podem ser construídos mesmo quando os dados são incompletos e irregulares ao longo do tempo, SUYAMA (1995) alertou para o fato que eles “nem sempre têm a clareza necessária para a identificação precisa de um modelo de efeitos aleatórios”.

RUTTER & ELASHOFF (1994) sugeriram uma análise de regressão ordinária para cada indivíduo e que a seleção dos efeitos fixos e aleatórios seja feita com base na

distribuição amostral dos coeficientes estimados, o que pode ter um alto custo no caso de grandes amostras. GRADY (1992) propôs analisar a matriz de correlações estimada num modelo preliminar com matriz de dispersão não estruturada para identificar uma estrutura AR(1) com ou sem variância crescente, enquanto SUYAMA (1995) buscou identificar os efeitos aleatórios a partir de diagramas paralelos de dispersão das linhas da matriz de dispersão amostral dos dados.

Após a identificação de alguns modelos para os efeitos fixos e aleatórios, testes estatísticos podem ser usados para selecionar o modelo mais adequado. O *teste de Wald* pode ser utilizado para avaliar a significância de efeitos fixos e o *teste da razão de verossimilhança*, para selecionar tanto os efeitos fixos quanto os aleatórios em modelos hierárquicos ou “encaixados” (SUYAMA, 1995), através da comparação de modelos mais simples com modelos mais gerais. Observe-se que os resultados desses testes devem ser encarados sob um ponto de vista exploratório e não sob uma ótica inferencial, pois as estatísticas a eles relacionadas têm propriedades assintóticas (ANDRADE & SINGER, 1986). SCHLUCHTER & ELASHOFF (1990) examinaram alguns métodos para ajustar os graus de liberdade do teste de Wald para o caso de pequenas amostras e concluíram que o melhor ajuste depende da estrutura de covariância assumida, se são utilizadas estimativas de MV ou de MVR e se o teste envolve efeitos entre ou intra-indivíduos. Através de simulações, LEEPER & CHANG (1992) estudaram a aproximação da distribuição nula da estatística de Wald e concluíram que o modelo de efeitos aleatórios foi mais poderoso que o modelo multivariado geral quando foram utilizados níveis de significância baixos e grandes proporções de dados perdidos. Segundo SCHLUCHTER

(1992), o teste de razão de verossimilhança não deve ser utilizado para os efeitos fixos, quando se utiliza o método de estimação através de MVR porque durante a sua utilização, os efeitos fixos são excluídos da verossimilhança maximizada.

Para a seleção de efeitos fixos e aleatórios, quando os modelos não estão encaixados, JONES (1993) e WOLFINGER (1993) propuseram a utilização do Critério de Informação de Akaike (AKAIKE, 1974), que está baseado na teoria da decisão e penaliza o logaritmo da verossimilhança pelo número de parâmetros do modelo ajustado aos dados. SUYAMA (1995) alertou para o problema de o BMDP-5V considerar para o cálculo do AIC apenas os elementos do vetor  $\theta$  como parâmetros do modelo. Sugeriu que esse cálculo, quando não se utiliza o método de estimação através de MVR leve, também, em consideração o número de efeitos fixos.

A verificação das pressuposições associadas aos modelos estocásticos ajustados a dados longitudinais é bastante importante embora, na prática, seja de difícil execução. Ainda não existe um conjunto de resultados sistemáticos sobre esse assunto e a aplicação das técnicas disponíveis, principalmente no caso de modelos multivariados, deve ser complementada por análises descritivas criteriosas.

Da correta especificação da distribuição das observações dependem a consistência e a eficiência assintótica dos estimadores de máxima verossimilhança. Para avaliar a normalidade dos dados, DEMPSTER & RYAN (1985) propuseram o uso de gráficos de probabilidade normais ponderados (“weighted normal plots”). KOZIOL (1993) descreveu um método baseado na decomposição das medidas de curtose e de achatamento multivariadas em componentes ortogonais. Para verificar a normalidade dos efeitos

aleatórios, LANGE & RYAN (1989) propuseram um teste baseado na comparação entre as funções de distribuição empírica e teórica das suas estimativas.

Quando os dados têm distribuição aproximadamente normal, a identificação de indivíduos com observações (ou associados a curvas) aberrantes pode ser feita utilizando-se os diagramas paralelos de dispersão (WEISS & LÁZARO, 1992 e RUTTER & ELASHOFF, 1994) ou calculando-se as distâncias de Mahalanobis entre os vetores de resíduos individuais e a origem (WATERNAUX *et al.*, 1989), que estão disponíveis nas saídas do programa BMDP-5V. LISKI (1991) propôs medidas para detectar a influência de subconjuntos (unitários ou não) de medidas aberrantes nos modelos mistos de análise de variância, baseadas na estatística Traço de Hotelling-Lawley. RUTTER & ELASHOFF (1994) sugeriram avaliar as diferenças nos valores dos parâmetros estimados e no logaritmo da verossimilhança entre as análises com e sem a presença dos indivíduos com observações (ou associados a curvas) aberrantes.

Alguns programas computacionais estão disponíveis para a análise estatística de dados longitudinais através de modelos de efeitos aleatórios. Além dos programas desenvolvidos por ANDREONI (1989) e do PROC MIXED do SAS<sup>®</sup>, KREFT *et al.* (1994) apresentaram detalhes dos programas BMDP-5V, GENMOD, HLM, ML3 e VARCL, avaliando-os com respeito a detalhes de implementação, modelos que podem ser ajustados, rotinas e algoritmos usados para calcular as estimativas de verossimilhança, entrada e saída de dados e facilidade de uso (“user friendliness”).

Os pesquisadores interessados na aplicação das técnicas de análise descritas nesta revisão poderão consultar textos como: TIMM (1980); ANDRADE & SINGER (1986);

JENNRICH & SCHLUCHTER (1986); CROWDER & HAND (1990); DIGGLE (1994); RUTTER & ELASHOFF (1994); KHATTREE & NAIK (1995); KSHIRSAGAR & SMITH (1995) e SUYAMA (1995), além dos manuais do PROC MIXED do SAS<sup>®</sup> e do BMDP-5V (SCHLUCHTER, 1990).

### 3 MATERIAL

O presente trabalho utiliza os dados de um experimento sobre "Adubação, Espaçamento e Consorciação entre *Pinus caribaea* var. *hondurensis* Bar. et Golii. e *Liquidambar styraciflua* L.", instalado em outubro de 1973 em área da Duratex Florestal Ltda. e Cia., situada no município de Agudos, São Paulo. Os objetivos do experimento foram:

- (a) estudar o comportamento de plantações puras e em consórcio de *Pinus* e *Liquidambar*, testados conjuntamente com espaçamentos e níveis de adubação diferentes;
- (b) avaliar o crescimento a partir das variáveis diâmetro à altura do peito (DAP, em cm), altura (H, em metros) e volume cilíndrico (VC, em m<sup>3</sup>/ha), durante o período de 1977 a 1983.

As medições foram feitas em intervalos irregulares de tempo, quando as árvores tinham 4,28; 5,08; 6,16; 7,16; 8,00; 9,00 e 10,00 anos de idade, totalizando sete avaliações.

O delineamento utilizado foi o de blocos ao acaso, com os 27 tratamentos dispostos num esquema fatorial 3x3x3, com duas repetições. Os três fatores estudados

foram Espaçamento (E), Adubação (A) e Consorciação(C), cujos níveis e códigos estão apresentados a seguir:

Código	Espaçamento
0	2,5 x 2,0 m
1	3,0 x 2,0 m
2	3,0 x 2,5 m

Código	Adubação
0	sem adubação e sem calcário
1	111,25 g/cova de adubo + 90 kg/parcela de calcário dolomítico
2	222,50 g/cova de adubo + 180 kg/parcela de calcário dolomítico

Código	Consorciação
0	<i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i> Bar. et Golf
1	<i>Liquidambar styraciflua</i> L.
2	<i>Pinus caribaea</i> + <i>Liquidambar styraciflua</i>

Os 27 tratamentos resultantes da combinação dos níveis dos três fatores foram:

Tratamento	EAC	Tratamento	EAC	Tratamento	EAC
1	000	10	100	19	200
2	001	11	101	20	201
3	002	12	102	21	202
4	010	13	110	22	210
5	010	14	111	23	211
6	012	15	112	24	212
7	020	16	120	25	220
8	021	17	121	26	221
9	022	18	122	27	222

e a distribuição destes tratamentos nos dois blocos foi a seguinte:



BLOCO 1			BLOCO 2		
11	9	25	5	17	20
3	14	20	13	16	8
13	27	4	24	11	3
15	19	18	12	7	25
8	1	5	23	2	21
10	6	21	14	4	22
22	17	24	26	15	6
16	7	26	10	9	19
23	2	12	1	18	27

Segundo NOVAES (1987), os plantios de pinheiros tropicais em nossas condições climáticas atingiram grandes escalas porque toleram solos de baixa fertilidade e outras condições ambientais das regiões de cerrado, podendo fornecer grande quantidade de madeira em rotações relativamente curtas. Dentre esses pinheiros destaca-se a variedade *Pinus caribaea* var. *hondurensis* Bar. et Golf, pertencente à família das Pináceas, que foi introduzida no Brasil no início da década de 40.

NICOLIELO & BERTOLANI (1980)<sup>1</sup>, citado por NOVAES (1987), concluíram que aos 4,5 anos de idade e plantado num espaçamento de 3,0x3,0m, o *Pinus caribaea* destacou-se com um comportamento volumétrico superior ao de outras coníferas testadas, apresentando valores médios para o DAP de 13,70cm, altura 8,08m e volume cilíndrico de 132,27 m<sup>3</sup>/ha, com uma sobrevivência de 100%. SIMÕES *et al.* (1981)<sup>2</sup>,

<sup>1</sup> NICOLIELO, N.; BETOLANI, F. Estudo de Introdução de espécies de *Pinus* na região de Agudos-SP. *Silvicultura*. São Paulo, v.14, p.128-9, 1980.

<sup>2</sup> SIMÕES, J.W. *et al.* **Formação, manejo e exploração de florestas com espécies de rápido crescimento**. Brasília, IBDF, 1980, 131p.

citado por NOVAES (1987), afirmaram que o *Pinus caribaea* apresenta um crescimento superior aos 30 m<sup>3</sup>/ha/ano em solo de baixa fertilidade,.

O *Liquidambar styraciflua* L. é uma espécie latifoliada caducifólia, da família Hamamelidaceae, tolerante a uma ampla variedade de solos, embora apresente um melhor desenvolvimento em solos úmidos e bem drenados. É uma espécie de boa regeneração natural, cresce bem em mistura com coníferas e/ou folhosas, sendo muito resistente ao ataque de pragas e doenças e susceptível aos danos por fogo. Segundo BRISCOE (1973)<sup>3</sup>, citado por NOVAES (1987), as árvores adultas nas regiões de origem (sui e sudeste dos EUA, México, Guatemala, Honduras, El Salvador e Nicarágua) atingem 45 a 90 centímetros de DAP e alturas de 24 a 36 metros.

---

<sup>3</sup> BRISCOE, C.B. *Sweetgum ... an american wood*. Washington, USA. Forest Service, 1973, 6p.

## 4 MÉTODOS

Segundo SUYAMA (1995), um modelo (misto) de efeitos aleatórios consiste de três partes:

- (i) um modelo para os efeitos fixos ( $\mathbf{X}_{ij}\beta$ ) que deve descrever o comportamento da(s) curva(s) média(s) de resposta;
- (ii) um modelo para os efeitos aleatórios ( $\mathbf{Z}_{ij}\mathbf{b}_{ij}$ ) que, juntamente com os efeitos fixos, devem descrever as curvas individuais, e
- (iii) um modelo para a matriz de dispersão condicional ( $\mathbf{R}_{ij}$ ) que deve descrever as covariâncias das observações individuais ao longo do tempo.

Neste trabalho, as informações necessárias para a definição de um modelo inicial para os efeitos fixos serão fornecidas, basicamente, pela análise multivariada de perfis, descrita na seção 4.1. O efeito de blocos será considerado fixo, não sendo objetivo deste trabalho estudar situações onde este efeito é considerado aleatório.

Após a realização da análise de perfis, o interesse passa a ser o estudo de uma representação funcional simples para descrever o comportamento médio da variável resposta ao longo do tempo e a busca de uma estrutura de covariâncias com um número menor de parâmetros que a estrutura (5), para explicar a variabilidade entre as respostas observadas na mesma unidade experimental. Para tanto, será utilizada uma abordagem

através da especificação de modelos de efeitos aleatórios (LAIRD & WARE, 1982; JENNRICH & SCHLUCHTER, 1986 e ANDREONI, 1989, dentre outros).

Na seção 4.2 será feita uma descrição da técnica usada para a identificação de efeitos aleatórios, que é baseada numa proposta de RUTTER & ELASHOFF (1994). Detalhes sobre a estimação, comparação e diagnósticos de modelos que serão utilizados na escolha do modelo final para os efeitos fixos, aleatórios e para a matriz de dispersão condicional, serão descritos na seção 4.3. Na seção 4.4 serão apresentadas algumas estruturas de covariâncias que podem ser utilizadas com dados longitudinais.

#### 4.1 SELEÇÃO DOS EFEITOS FIXOS

A análise de perfis utilizando o modelo (1) será feita com o intuito de selecionar quais os fatores ou interações deles com a idade que têm efeito significativo na resposta. Para testar a hipótese de esfericidade da matriz de covariâncias será utilizado o teste desenvolvido por MAUCHLY (1940), já descrito na seção 2.1.2.

Os conjuntos de dados que serão analisados neste trabalho têm a estrutura apresentada na Tabela 1, com  $g=27$  tratamentos (dispostos num esquema fatorial  $3 \times 3 \times 3$ ),  $b=2$  blocos e  $t=7$  idades ou ocasiões de avaliação. A cada um desses conjuntos de dados está associada uma matriz de dados  $Y$  ( $54 \times 7$ ).

Na forma matricial do modelo (1) será utilizada a parametrização de efeitos e a matriz  $Q$  será constituída por um vetor  $\mathbf{1}_{gb}$  associado à constante  $\gamma_k$ ; pela matriz  $Q_{(b)}$  que é formada por duas colunas associadas aos efeitos de blocos (B) e pela matriz  $Q_{(t)}$ , que terá três colunas para cada um dos efeitos principais dos fatores E, A e C, nove colunas

para cada interação dupla ExA, ExC e AxC e vinte e sete colunas para a interação tripla ExAxC. Cada coluna é uma variável indicadora de um certo nível do fator.

Portanto, na forma matricial (2) tem-se uma matriz de dados  $\mathbf{Y}$  (54x7), a matriz de delineamento  $\mathbf{Q}$  (54x66) de posto  $g+b-2=27$ , com  $\mathbf{1}_{54}$  (54x1),  $\mathbf{Q}_{(g)}$  (54x2) e  $\mathbf{Q}_{(t)}$  (54x63), a matriz de parâmetros  $\mathbf{M}$  (66x7) e a matriz de erros  $\mathbf{E}^*$  (54x7).

Todas as hipóteses de interesse serão expressas na forma da hipótese linear geral (6) escolhendo-se convenientemente as matrizes  $\mathbf{L}$  e  $\mathbf{U}$ . Por exemplo, para testar a hipótese de não interação entre o fator E e a idade podem ser utilizadas a matriz  $\mathbf{L}$  (2x63):

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \mathbf{0}_3^t & \mathbf{0}_3^t & \mathbf{1}_3^t/3 & -\mathbf{1}_3^t/3 & \mathbf{0}_3^t & \mathbf{1}_3^t/3 & -\mathbf{1}_3^t/3 & \mathbf{0}_3^t & \mathbf{0}_9^t & \mathbf{1}_9^t/9 & -\mathbf{1}_9^t/9 & \mathbf{0}_9^t \\ 1 & 0 & -1 & \mathbf{0}_3^t & \mathbf{0}_3^t & \mathbf{1}_3^t/3 & \mathbf{0}_3^t & -\mathbf{1}_3^t/3 & \mathbf{1}_3^t/3 & \mathbf{0}_3^t & -\mathbf{1}_3^t/3 & \mathbf{0}_9^t & \mathbf{1}_9^t/9 & \mathbf{0}_9^t & -\mathbf{1}_9^t/9 \end{bmatrix}$$

e a matriz

$$\mathbf{U}_{(7 \times 6)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix}$$

Para maiores detalhes sobre a construção das matrizes  $\mathbf{L}$  e  $\mathbf{U}$ , ver MORRISON (1990), MILLIKEN & JOHNSON (1984) e ANDRADE & SINGER (1986), dentre outros. As hipóteses de interesse, escritas na forma (6), serão rejeitadas quando houver concordância nos resultados de três ou mais das estatísticas citadas na seção 2.1.1.

Quando a hipótese de não interação entre os fatores (ou combinação deles) e a idade for rejeitada, serão realizados testes sobre tendências de variação das respostas médias dos fatores para determinar o grau da curva polinomial que melhor explica o comportamento da resposta. Também serão realizadas comparações de interesse entre as médias dos níveis desses fatores em cada uma das idades, como foi sugerido por MORRISON (1990). Se a interação entre bloco e idade for significativa, ela será mantida como parte do modelo de efeitos fixos na continuação da análise.

Essa análise multivariada de perfis será implementada através do PROC GLM do SAS® e as listagens dos programas utilizados serão apresentados no Apêndice 2.

#### **4.2 IDENTIFICAÇÃO DE EFEITOS ALEATÓRIOS**

A identificação de um modelo para os efeitos aleatórios será baseada na técnica proposta por RUTTER & ELASHOFF (1994) e utilizada por SUYAMA (1995), que consiste em se fazer uma análise de regressão polinomial ordinária para cada perfil individual de respostas e selecionar os efeitos aleatórios e fixos a partir da distribuição amostral dos coeficientes polinomiais estimados. O grau do polinômio a ser ajustado a todos os perfis individuais de resposta será sugerido por diagramas paralelos de dispersão das respostas médias e pelos resultados dos testes de tendência de variação (seção 4.1).

A técnica de identificação de efeitos aleatórios pode ser implementada através das seguintes operações:

- (i) Testar quais coeficientes polinomiais têm média diferente de zero, utilizando a média amostral e o erro padrão médio das estimativas individuais dos coeficientes. Somente

os coeficientes com médias diferentes de zero poderão ser considerados como efeitos fixos.

- (ii) Testar se existe diferença significativa entre algum coeficiente individual e a respectiva média, quando esta for significativamente diferente de zero, para verificar a necessidade de incluir coeficientes individuais (efeitos aleatórios) no modelo.
- (iii) Testar se algum coeficiente polinomial individual difere significativamente de zero, quando o respectivo coeficiente médio for considerado nulo, para verificar a necessidade de incluir coeficientes individuais no modelo.
- (iv) Testar a normalidade dos coeficientes individuais, caso algum teste realizado nos itens (ii) e (iii) tenha resultado significativo, para verificar a presunção de normalidade dos efeitos aleatórios e/ou se existe algum valor discrepante.

O erro padrão de um coeficiente médio é igual ao erro padrão do coeficiente individual dividido pela raiz quadrada de  $gb=54$  e a média de um coeficiente é considerada diferente de zero se o seu valor absoluto for superior a dois erros padrões. O teste proposto em (ii) consiste na comparação do valor absoluto dos desvios entre as estimativas individuais dos coeficientes e suas respectivas médias, com duas vezes o valor do erro padrão médio, que é calculado a partir dos erros padrões dos coeficientes de regressão estimados para cada perfil individual de respostas.

Para verificar a normalidade dos coeficientes individuais será utilizado o teste de Ryan-Joiner descrito por RYAN *et al.* (1981) e disponível no programa MINITAB.

### 4.3 ESTIMAÇÃO, COMPARAÇÃO E DIAGNÓSTICOS DE MODELOS

Com a identificação dos efeitos fixos e aleatórios através das técnicas descritas nas seções 4.1 e 4.2, ficam determinadas as colunas das matrizes de delineamentos  $X_{ij}$  e  $Z_{ij}$ . As colunas da matriz  $X_{ij}$  estarão associadas aos níveis dos fatores ou de interações entre eles, que têm efeito significativo na resposta, e à idade, que neste caso identificará o grau da curva polinomial a ser ajustada aos níveis dos fatores que têm interação significativa com a idade. A matriz  $Z_{ij}$  será constituída por potências das idades, cujos coeficientes foram identificados como de efeito aleatório.

Por exemplo, se forem significativos somente o efeito principal do fator C e a interação TxC; se o comportamento das respostas médias associadas aos níveis do fator C puder ser explicado por retas e se o intercepto e o coeficiente angular forem os efeitos aleatórios, o modelo (9) para os perfis  $y_{11}^i$  e  $y_{27.2}^i$  fica:

$$\begin{array}{l}
 \begin{bmatrix} y_{111} \\ y_{112} \\ y_{113} \\ y_{114} \\ y_{115} \\ y_{116} \\ y_{117} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4,28 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 5,08 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 6,16 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 7,17 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 8,00 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 9,00 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 10,00 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \\ \beta_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4,28 \\ 1 & 5,08 \\ 1 & 6,16 \\ 1 & 7,16 \\ 1 & 8,00 \\ 1 & 9,00 \\ 1 & 10,00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{(1,1)0} \\ b_{(1,1)1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{111} \\ \varepsilon_{112} \\ \varepsilon_{113} \\ \varepsilon_{114} \\ \varepsilon_{115} \\ \varepsilon_{116} \\ \varepsilon_{117} \end{bmatrix} \\
 \\
 \begin{bmatrix} y_{27.2.1} \\ y_{27.2.2} \\ y_{27.2.3} \\ y_{27.2.4} \\ y_{27.2.5} \\ y_{27.2.6} \\ y_{27.2.7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 4,28 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 5,08 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 6,16 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 7,16 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 8,00 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 9,00 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 10,00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \\ \beta_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4,28 \\ 1 & 5,08 \\ 1 & 6,16 \\ 1 & 7,16 \\ 1 & 8,00 \\ 1 & 9,00 \\ 1 & 10,00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{(27.2)0} \\ b_{(27.2)1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{27.2.1} \\ \varepsilon_{27.2.2} \\ \varepsilon_{27.2.3} \\ \varepsilon_{27.2.4} \\ \varepsilon_{27.2.5} \\ \varepsilon_{27.2.6} \\ \varepsilon_{27.2.7} \end{bmatrix}
 \end{array}$$



onde as três primeiras colunas das matrizes  $\mathbf{X}_{11}$  e  $\mathbf{X}_{27,2}$  estão relacionadas aos interceptos das três retas ( $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$ ); as três últimas colunas estão relacionadas aos coeficientes angulares ( $\beta_4$ ,  $\beta_5$  e  $\beta_6$ ) e as duas colunas de  $\mathbf{Z}_{11}$  e  $\mathbf{Z}_{27,2}$  estão relacionadas aos interceptos ( $b_{(1,2)0}$ ,  $b_{(27,2)0}$ ) e aos coeficientes angulares ( $b_{(1,2)1}$ ,  $b_{(27,2)1}$ ) individuais.

Definidos os  $p$  elementos que constituirão o vetor  $\beta$  e os  $q$  elementos de  $\mathbf{b}_{ij}$  e construídas as matrizes  $\mathbf{X}_{ij}$  e  $\mathbf{Z}_{ij}$ , o modelo de efeitos aleatórios para os conjuntos de dados estudados neste trabalho, pode ser escrito na forma (12), onde  $\mathbf{y}$  ( $378 \times 1$ ),  $\mathbf{X}$  ( $378 \times p$ ),  $\beta$  ( $p \times 1$ ),  $\mathbf{Z}$  ( $378 \times 54q$ ),  $\mathbf{b}$  ( $54q \times 1$ ) e  $\varepsilon$  ( $378 \times 1$ ).

Assumindo que todas as unidades experimentais têm uma mesma matriz de dispersão condicional, isto é,  $\mathbf{R}_{ij} = \mathbf{R}_*$ , a variância do vetor de observações  $\mathbf{y}$  é escrita na forma (14) onde  $\mathbf{W} = \text{diag}[\mathbf{G}, \dots, \mathbf{G}]$  ( $54q \times 54q$ ) e  $\mathbf{R} = \text{diag}[\mathbf{R}_*, \dots, \mathbf{R}_*]$  ( $378 \times 378$ ).

A estimação por máxima verossimilhança (MV) ou máxima verossimilhança restrita (MVR) será feita utilizando-se o algoritmo Newton-Raphson (ver JENNRICH & SCHLUCHTER, 1986; LINDSTRON & BATES, 1988; ANDREONI, 1989 dentre outros) e consiste em otimizar a função objetivo (19) para estimação por MV e (20) para a estimação por MVR. A partir da estimativa dos parâmetros de covariâncias  $\theta$ , são calculadas as estimativas dos parâmetros  $\beta$  e  $\mathbf{b}$ .

Os testes estatísticos que serão usados para a seleção de modelos incluem o *teste de Wald*, que serve para avaliar a significância dos efeitos fixos, e o *teste da razão de*

*verossimilhança generalizada* (JENNRICH & SCHLUCHTER, 1986), que serve para avaliar o ajuste de modelos encaixados.

A estatística de Wald será usada tanto no método de estimação por MV quanto por MVR para testar hipóteses sobre combinações lineares dos efeitos fixos do tipo  $H_0: L\beta = \mathbf{0}$ , onde  $L$  ( $c \times p$ ) de posto  $c$  ( $c \leq p$ ), é uma matriz de constantes conhecidas que define contrastes de interesse. A estatística do teste é:

$$Q_c = (L\hat{\beta})' [L\hat{\text{Var}}(\hat{\beta})L']^{-1} (L\hat{\beta}) \quad (26)$$

onde  $\hat{\text{Var}}(\hat{\beta})$  está definida em (25). Sob  $H_0$  a estatística  $Q_c$  tem distribuição assintótica qui-quadrado com  $c$  graus de liberdade. Dividindo-se  $Q_c$  por  $c$ , obtém-se uma outra estatística que tem distribuição  $F$  com  $c$  e  $\text{gbt-rank}(X)$  graus de liberdade.

Quando os modelos forem encaixados e a estimação dos parâmetros for feita através do método de MV, a estatística usada para testar a hipótese nula, de que o modelo mais simples é adequado, é a da razão de verossimilhança, escrita como

$$Q_1 = 2[l(\hat{\beta}^G, \hat{\theta}^G) - l(\hat{\beta}^S, \hat{\theta}^S)] \quad (27)$$

onde  $\hat{\beta}^G$  e  $\hat{\theta}^G$  são os valores de  $\beta$  e  $\theta$  que maximizam a verossimilhança sob o modelo mais geral e  $\hat{\beta}^S$  e  $\hat{\theta}^S$ , sob o modelo mais simples. Sob  $H_0$ ,  $Q_1$  tem distribuição assintótica quiquadrado com  $(p^G + k^G - p^S - k^S)$  graus de liberdade, onde  $(p^G$  e  $k^G)$  e  $(p^S$  e  $k^S)$  correspondem ao número de parâmetros de  $\beta$  e  $\theta$  sob os modelos mais geral e mais simples, respectivamente.

Quando a estimação dos parâmetros utilizar o método da MVR, somente serão consideradas hipóteses relativas à adequabilidade de uma estrutura de covariâncias (SCHLUCHTER, 1992) se os modelos a serem comparados tiverem a mesma estrutura de médias. Neste caso, a estatística da razão de verossimilhança é dada por:

$$Q_2 = 2[l_R(\hat{\theta}_R^G) - l_R(\hat{\theta}_R^S)] \quad (28)$$

onde  $\hat{\theta}_R^G$  e  $\hat{\theta}_R^S$  são os valores de  $\theta$  que maximizam a verossimilhança restrita sob os modelos mais geral e mais simples, respectivamente. Sob a hipótese de que o modelo com a estrutura de covariâncias mais simples é adequado,  $Q_2$  tem distribuição assintótica qui-quadrado com  $(k^G - k^S)$  graus de liberdade, onde  $k^G$  e  $k^S$  representam o número de elementos estimados de  $\theta$  sob os modelos mais geral e mais simples, respectivamente.

Quando os modelos ajustados não forem encaixados, a identificação de um modelo mais adequado ao dados utilizará o *Critério de Informação de Akaike* (AIC), que é escrito como

$$AIC = l - \text{número de parâmetros estimados} \quad (29)$$

onde  $l$  é o valor do logaritmo da verossimilhança (restrita ou não) e o número de parâmetros estimados compreende tanto os parâmetros de covariâncias quanto os da estrutura de médias (quando não se utiliza MVR). Neste caso, o melhor modelo será aquele que apresentar o maior AIC.

A seleção de estruturas de covariâncias para  $W$  e  $R$  será feita utilizando-se o método de estimação por MVR, os testes da razão de verossimilhança e o critério de informação de Akaike. Não existem técnicas muito informativas para sugerir estruturas

para  $\mathbf{R}$  e a simples inspeção da matriz de dispersão amostral associada ao modelo de médias de caselas nem sempre é frutífera. Uma alternativa, geralmente trabalhosa, consiste em iniciar um processo de escolha utilizando-se uma matriz não estruturada com  $t(t+1)/2$  parâmetros e tentar buscar estruturas parcimoniosas comparando-as com a estrutura inicial através do teste da razão de verossimilhança. Durante este processo, é comum assegurar que os modelos comparados tenham a mesma estrutura de médias. Um procedimento análogo pode ser realizado para escolher uma estrutura para a matriz  $\mathbf{W}$ .

Após a seleção de uma estrutura para as matrizes de covariâncias, a escolha de um modelo final para os efeitos fixos utilizará o método de estimação por MV e será feita através de testes da razão de verossimilhança, de testes de Wald e do Critério de Informação de Akaike.

O diagnóstico dos modelos ajustados será feito, basicamente, através de métodos gráficos. Uma boa qualidade de ajuste será alcançada se os diagramas de dispersão das curvas individuais estimadas forem visualmente comparáveis aos diagramas paralelos de dispersão das observações individuais e se os diagramas paralelos de dispersão dos resíduos condicionais retratarem somente o padrão de dispersão dos erros em torno das curvas individuais.

#### 4.4 ALGUMAS ESTRUTURAS DE COVARIÂNCIAS

Como já foi mencionado anteriormente, a matriz de dispersão marginal  $\mathbf{V}_{ij} = \mathbf{V}_{ij}(\theta)$ , com  $\theta$  ( $k \times 1$ ), pode ser modelada através das matrizes  $\mathbf{Z}_{ij}$ ,  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{R}_{ij}$ . Neste trabalho será assumido que o número de parâmetros de covariâncias desconhecidos é  $k = k_R + k_G$

onde  $k_R$  e  $k_G$  correspondem aos números de parâmetros de covariâncias associados às matrizes  $\mathbf{R}_{ij}$  e  $\mathbf{G}$ , respectivamente

Apesar de ser usual a suposição de que  $\mathbf{R}_{ij}$  seja uma matriz de dispersão não estruturada com  $k_R = t(t+1)/2$  parâmetros, nada impede que a estrutura de dependência entre as observações repetidas na mesma unidade experimental seja adequadamente modelada através de um número mais restrito de parâmetros. Dentre as possíveis estruturas para  $\mathbf{R}_{ij}$ , pode-se citar:

- (a)  $\mathbf{R}_{ij} = \sigma^2 \mathbf{I}_{(t)}$ ,  $k_R = 1$ , que é própria para modelar a situação em que a discrepância entre uma observação e o seu valor esperado é devida apenas a um erro de medida, que é independente das medidas feitas em outras observações;
- (b)  $\mathbf{R}_{ij} = \sigma_0^2 \mathbf{1}_t \mathbf{1}_t' + \sigma^2 \mathbf{I}_{(t)}$ ,  $k_R = 2$ , que supõe que a variância das respostas em qualquer tempo é igual a  $\sigma_0^2 + \sigma^2$  e que a covariância entre dois tempos quaisquer é igual a  $\sigma_0^2$ ;
- (c)  $\mathbf{R}_{ij} = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_t^2)$ ,  $k_R = t$ , que é uma estrutura mais geral que (a) quando supõe que a variância do erro de medida pode ser diferente para diferentes ocasiões;

$$(d) \mathbf{R}_{ij} = \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho^{d_{12}} & \dots & \rho^{d_{1t}} \\ \rho^{d_{12}} & 1 & \dots & \rho^{d_{1(t-1)}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho^{d_{1t}} & \rho^{d_{1(t-1)}} & \dots & 1 \end{bmatrix}, \text{ com } 0 \leq \rho \leq 1 \text{ e } k_R = 2, \text{ que reflete uma estrutura}$$

autoregressiva contínua de primeira ordem - CAR(1) - estacionária onde os expoentes  $d_{ij} = t_j - t_i$ ,  $j = 2, 3, \dots, t$ .

Apesar de ser comum assumir que a matriz  $\mathbf{G}$  seja uma matriz de dispersão não estruturada com  $k_G = q(q+1)/2$  parâmetros, outras estruturas de dependência entre os  $q$  efeitos aleatórios podem ser utilizadas para modelá-la com um número mais restrito de parâmetros. É o caso, por exemplo, da estrutura apresentada no item (c).

Neste trabalho, as análises estatísticas usando modelos de efeitos aleatórios serão implementadas através do PROC MIXED do SAS<sup>®</sup>, que ajusta uma extensa classe de modelos lineares envolvendo efeitos fixos e aleatórios. Uma descrição dos comandos básicos do PROC MIXED será feita no Apêndice 2 e os programas usados na análise de perfis e no ajuste de modelos de efeitos aleatórios para os dados de altura serão apresentados no Apêndice 3. No Apêndice 4 será apresentado um exemplo de ajuste de um modelo utilizando o PROC MIXED, com comentários sobre os comandos e sobre a saída dos resultados.

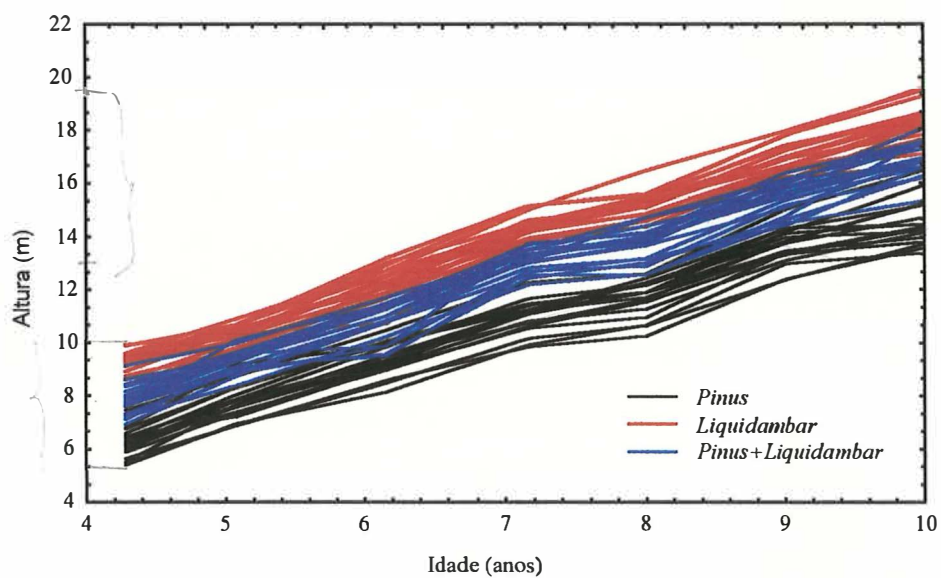
## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 5.1 ALTURA

Os dados de altura (m) das parcelas em cada uma das idades estão apresentados na Tabela A.1.1 do Apêndice 1.

Os diagramas paralelos de dispersão individuais (Figura 1) evidenciam um ligeiro aumento da variabilidade das alturas das árvores ao longo do tempo e a ausência de perfis aberrantes.

**Figura 1** - Diagramas paralelos de dispersão individuais dos dados de altura, evidenciando-se os três níveis do fator consorciação.



Os resultados da análise de perfis (*programa PI*), apresentados na Tabela 3, permitem concluir que somente foram significativos o efeito principal de T (idade) e a interação TxC ( $P \leq 0,0001$ , em ambos os casos). As interações TxExA e TxExAxC foram consideradas significativas somente pelo teste de Roy ( $P=0,0129$ ) e não serão levadas em conta nas próximas análises.

**Tabela 3** - Resultados dos testes de hipóteses sobre a inexistência do efeito da idade e das interações com bloco (B), E, A e C - Variável: Altura.

ESTATÍSTICA	T	T*B	T*E	T*A	T*C	T*E*A	T*E*C	T*A*C	T*E*A*C	
Wilks	Valor	0,001726	0,753169	0,585319	0,619241	0,155416	0,332476	0,534946	0,482338	0,156656
	F	2024,082	1,1470	1,0748	0,9477	5,3781	1,1517	0,6094	0,7213	1,0236
	g.l.	(6; 21)	(6; 21)	(12; 42)	(12; 42)	(12; 42)	(24; 74,5)	(24; 74,5)	(24; 74,5)	(48; 107,4)
	Pr > F	<b>0,0001</b>	0,3706	0,4046	0,5111	<b>0,0001</b>	0,3139	0,9133	0,8143	0,4498
Pillai	Valor	0,998273	0,246830	0,438529	0,394666	1,108338	0,891513	0,553505	0,647114	1,450179
	F	2024,082	1,1470	1,0298	0,9014	4,5577	1,1472	0,6424	0,7720	1,0359
	g.l.	(6; 21)	(6; 21)	(12; 44)	(12; 44)	(12; 44)	(24; 96)	(24; 96)	(24; 96)	(48; 156)
	Pr > F	<b>0,0001</b>	0,3706	0,4398	0,5527	<b>0,0001</b>	0,3107	0,8923	0,7618	0,4237
Hotelling -Lawley	Valor	578,3092	0,327722	0,667725	0,592418	3,737246	1,403814	0,713455	0,828368	2,475440
	F	2024,082	1,1470	1,1129	0,9874	6,2287	1,1406	0,5797	0,6730	0,9971
	g.l.	(6; 21)	(6; 21)	(12; 40)	(12; 40)	(12; 40)	(24; 78)	(24; 78)	(24; 78)	(48; 116)
	Pr > F	<b>0,0001</b>	0,3706	0,3770	0,4772	<b>0,0001</b>	0,3230	0,9335	0,8625	0,4914
Roy	Valor	578,3092	0,327722	0,599795	0,551707	3,208275	0,869218	0,407187	0,409395	1,201222
	F	2024,082	1,1470	2,1993	2,0229	11,7637	3,4769	1,6288	1,6376	3,9040
	g.l.	(6; 21)	(6; 21)	(6; 22)	(6; 22)	(6; 22)	(6; 24)	(6; 24)	(6; 24)	(8; 26)
	Pr > F	<b>0,0001</b>	0,3706	0,0820	0,1055	<b>0,0001</b>	<b>0,0129</b>	0,1825	0,1802	<b>0,0038</b>
Parâmetros (s; m; n)	(1; 2; 9,5)	(1; 2; 9,5)	(2; 1,5; 9,5)	(2; 1,5; 9,5)	(2; 1,5; 9,5)	(2; 1,5; 9,5)	(4; 0,5; 9,5)	(4; 0,5; 9,5)	(4; 0,5; 9,5)	(6; 0,5; 9,5)

onde (s; m; n) são os parâmetros das distribuições exatas das estatísticas (ver MORRISON (1976)) e g.l. corresponde aos números de graus de liberdade da estatística F.

A rejeição da hipótese de esfericidade da matriz de covariâncias pelo critério de Mauchly ( $W=0,17793$ ;  $\chi^2_{(20)}=41,0490$ ;  $P=0,0037$ ), confirmou que o modelo univariado não é indicado para essa análise. As estimativas das covariâncias e das correlações entre as idades (Tabela 4), obtidas a partir da matriz de somas de quadrados e duplos produtos



dos erros (*programa P2*) mostram correlações pouco diferentes e uma heterocedasticidade das variâncias ao longo do tempo, como sugerido na Figura 1.

**Tabela 4** - Covariâncias (em negrito) e correlações amostrais. Variável: Altura.

Idade	4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00
4,28	<b>0,2897</b>	<b>0,1992</b>	<b>0,2410</b>	<b>0,1763</b>	<b>0,1586</b>	<b>0,2246</b>	<b>0,2126</b>
5,08	0,7330	<b>0,2550</b>	<b>0,2082</b>	<b>0,1937</b>	<b>0,2151</b>	<b>0,2286</b>	<b>0,2221</b>
6,16	0,6670	0,6141	<b>0,4508</b>	<b>0,2301</b>	<b>0,2587</b>	<b>0,2702</b>	<b>0,2566</b>
7,16	0,6451	0,7557	0,6751	<b>0,2578</b>	<b>0,2630</b>	<b>0,2902</b>	<b>0,2926</b>
8,00	0,4801	0,6940	0,6278	0,8439	<b>0,3767</b>	<b>0,3330</b>	<b>0,3209</b>
9,00	0,6462	0,7011	0,6233	0,8850	0,8402	<b>0,4170</b>	<b>0,3796</b>
10,00	0,5438	0,6055	0,5261	0,7933	0,7197	0,8091	<b>0,5277</b>

**Tabela 5** - Resultados dos testes intra-indivíduos para o modelo misto univariado e para a solução univariada aproximada. Variável: Altura

Causas de Variação	g.l.	QM	F	Pr >F	Pr >F (G-G)	Pr >F (H-F)
T	6	561,2199	4623,86	<b>0,0001</b>	<b>0,0001</b>	<b>0,0001</b>
TxB	6	0,1373	1,13	0,3465	0,3456	0,3465
TxE	12	0,1412	1,16	0,3138	0,3288	0,3138
TxA	12	0,1450	1,19	0,2916	0,3105	0,2916
TxC	12	0,9332	7,69	<b>0,0001</b>	<b>0,0001</b>	<b>0,0001</b>
TxExA	24	0,1430	1,18	0,2702	0,2993	0,2702
TxExC	24	0,0735	0,61	0,9251	0,8702	0,9251
TxAxC	24	0,1114	0,92	0,5777	0,5497	0,5777
TxExAxC	48	0,1321	1,09	0,3430	0,3655	0,3430
Resíduo	156	0,1214				

Se ao invés do modelo multivariado, a opção fosse pelo modelo univariado ou pela solução univariada aproximada, as conclusões sobre os testes de hipóteses intra-indivíduos (Tabela 5) seriam praticamente as mesmas. As estimativas do fator de correção dos graus de liberdade utilizadas na solução aproximada foram 0,6520 (G-G: Greenhouse-Geisser) e 1,0000 (H-F: Huynh-Feldt).

Como pode ser evidenciado na Tabela 6, a altura das árvores não foi influenciada pelos diferentes espaçamentos e diferentes níveis de adubação ( $P \geq 0,2643$ ), nem pelas interações entre eles e o fator C ( $P \geq 0,2411$ ). A não significância do efeito principal de blocos e da interação TxB (Tabelas 6, 3 e 5) indicou que os níveis do fator bloco podem ser entendidos como simples repetições dos tratamentos e que a interação TxB não precisará ser incluída nos modelos usados na continuação da análise.

**Tabela 6** - Resultados dos testes F de não existência dos efeitos principais e de interações dos fatores B, E, A e C. Variável: Altura.

Fontes de Variação	g.l.	QM	F	Pr > F
B	1	5,8191	3,15	0,0876
E	2	0,2073	0,11	0,8942
A	2	2,5867	1,40	0,2643
C	2	326,1747	176,66	<b>0,0001</b>
E*A	4	2,2594	1,22	0,3250
E*C	4	2,0110	1,09	0,3824
A*C	4	2,7067	1,47	0,2411
E*A*C	8	0,2285	0,12	0,9977
Resíduo	26	1,8464		

Através das comparações entre os níveis de consorciação em cada uma das idades (*programa PI*), cujos resultados são apresentados na Tabela 7, pode-se concluir que durante todo o período experimental a altura média das parcelas de *Pinus* foi inferior à de *Liquidambar* e que a altura média das parcelas da consorciação *Pinus+Liquidambar* foi superior à média das alturas de *Pinus* e *Liquidambar*, quando as árvores tinham 7,16 e 10 anos de idade.

**Tabela 7** - Alturas médias dos níveis de consorciação e resultados das comparações (valor da estatística F e nível descritivo) entre esses níveis em cada uma das idades.

NÍVEIS DO FATOR C	IDADE (ANOS)						
	4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00
<i>Pinus</i> (C0)	6,21	7,76	9,38	11,00	11,68	13,62	14,54
<i>Liquidambar</i> (C1)	9,24	10,31	12,25	14,39	15,19	16,94	18,28
Conсорciação (C2)	7,85	9,30	10,83	13,11	13,70	15,52	16,96
COMPARAÇÃO	VALOR DA ESTATÍSTICA F E NÍVEL DESCRITIVO						
C2 vs. (C0+C1)	0,66 (0,4224)	3,45 (0,0748)	0,01 (0,9355)	8,04 (0,0087)	2,25 (0,1456)	1,63 (0,2134)	6,89 (0,0143)
C0 vs. C1	285,20 (0,0001)	230,34 (0,0001)	164,52 (0,0001)	400,95 (0,0001)	293,87 (0,0001)	238,52 (0,0001)	239,15 (0,0001)

Os resultados dos testes de tendências de variação (*Programa PI*), apresentados na Tabela 8, sugerem que os perfis médios de altura dos três níveis do fator consorciação podem ser representados por retas. Este comportamento linear de crescimento das respostas médias dos níveis do fator C pode ser visualizado na Figura 2.

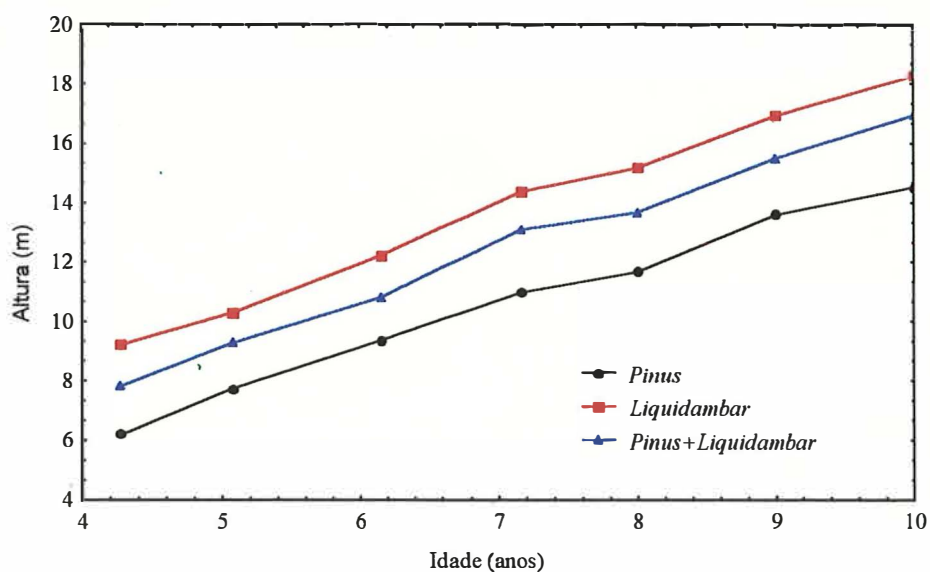
**Tabela 8** - Testes de hipóteses de tendências de variação das alturas médias ao longo do tempo para os níveis de consorciação.

TENDÊNCIA	g.l.	Quadrados médios		F	Pr > F
		Hipótese	Resíduo		
Linear	(2;26)	3,533605	0,263235	13,42	0,0001
Quadrática	(2;26)	0,110052	0,133205	0,83	0,4489
Cúbica	(2;26)	0,350465	0,082102	22,21	0,0001
4º grau	(2;26)	1,063715	0,047899	22,21	0,0001
5º grau	(2;26)	0,291171	0,122409	2,38	0,1125
6º grau	(2;26)	0,249943	0,079398	3,15	0,0597

Uma confirmação aparente dos resultados sobre tendências de variação está apresentada na Tabela 9, que mostra o bom ajuste de retas às alturas médias dos níveis do

fator C nas diversas idades, com coeficientes de determinação superiores a 99,3%. Nela vê-se que as retas têm interceptos aparentemente diferentes e inclinações relativamente próximas.

**Figura 2** - Diagramas paralelos de dispersão das alturas médias dos níveis de consorciação.



**Tabela 9** - Estimativas dos parâmetros das retas ajustadas às médias das alturas nas diversas idades com seus respectivos erros padrões (e.p.).

CONSORCIAÇÃO	INTERCEPTO (e.p.)	INCLINAÇÃO (e.p.)	e.p.
<i>Pinus</i>	0,2872 (0,4110)	1,4528 (0,0559)	0,2837
<i>Liquidambar</i>	2,3330 (0,3784)	1,6158 (0,0515)	0,2612
<i>Pinus+Liquidambar</i>	1,1928 (0,4030)	1,5887 (0,0548)	0,2781
<b>Média</b>	<b>1,2712 (0,3549)</b>	<b>1,5524 (0,0483)</b>	<b>0,2450</b>

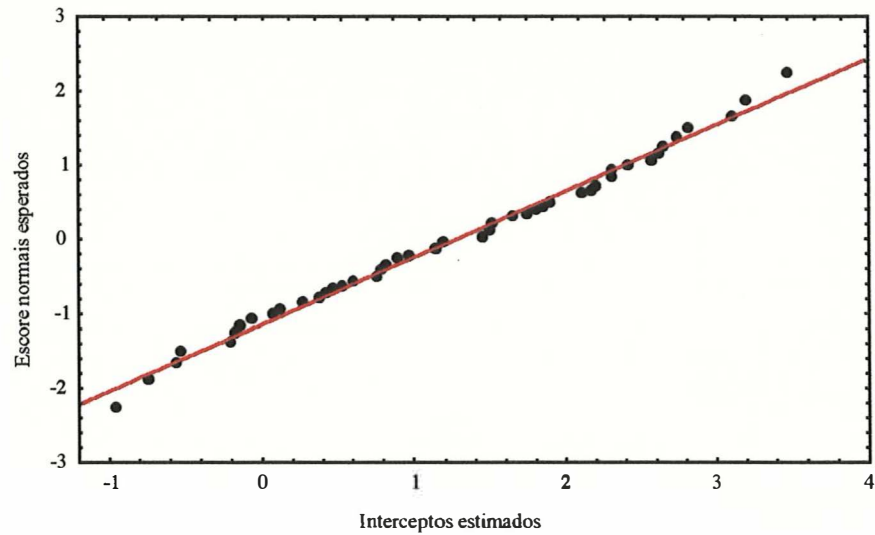
Outra confirmação dos resultados sobre tendências de variação foi obtida através da análise dos coeficientes médios de regressão calculados a partir dos coeficientes individuais de regressão apresentados na Tabela 10, que indicou a significância ( $P < 0,05$ )

do intercepto, estimado em 1,2712 (0,0801), e da inclinação, estimada em 1,5524 (0,0109). Os erros padrões dos desvios tomados em relação aos intercepto e inclinação médios foram 0,5889 e 0,0801, respectivamente. A Tabela 10 mostra, em negrito, os desvios que são significativamente diferentes de zero, sugerindo que os coeficientes linear e angular devem ser considerados como efeitos aleatórios.

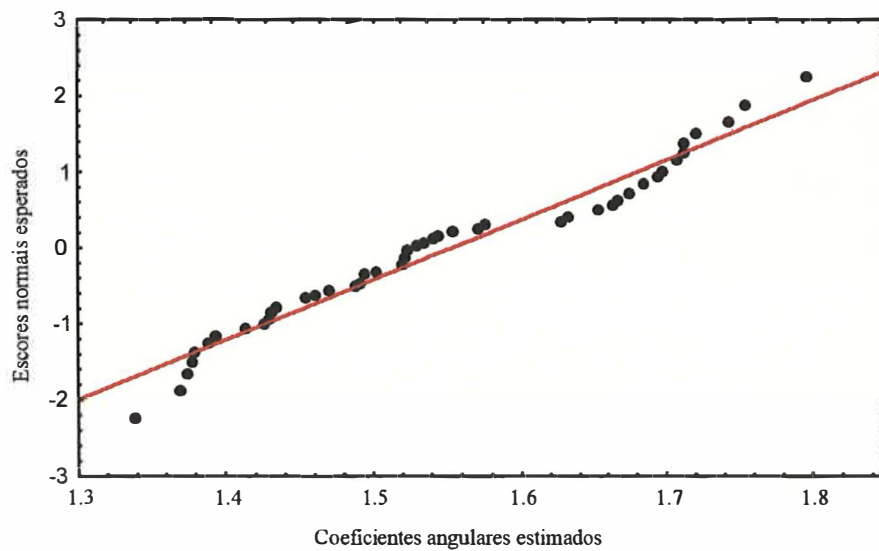
**Tabela 10** - Estimativas individuais dos coeficientes das regressões lineares e desvios em relação aos respectivos coeficientes médios. Variável: Altura.

Obs.	Coeficientes e desvios				Obs.	Coeficientes e desvios			
	intercepto	desvio	inclinação	desvio		intercepto	desvio	inclinação	desvio
1	0,2675	-1,0037	1,4134	-0,1390	28	2,4189	1,1477	1,7121	0,1597
2	0,5291	-0,7421	1,3749	<b>-0,1775</b>	29	0,9878	-0,2834	1,6946	0,1421
3	2,8116	<b>1,5405</b>	1,4913	-0,0611	30	1,6580	0,3868	1,5210	-0,0314
4	2,2063	0,9352	1,5207	-0,0318	31	1,4669	0,1957	1,3382	-0,2142
5	2,1717	0,9006	1,5022	-0,0503	32	0,6122	-0,6590	1,4598	-0,0926
6	1,5279	0,2567	1,4882	-0,0642	33	2,7491	<b>1,4780</b>	1,5303	-0,0221
7	-0,7373	<b>-2,0084</b>	1,6345	0,0821	34	1,8974	0,6262	1,6968	0,1444
8	0,7575	-0,5137	1,3774	<b>-0,1751</b>	35	0,8299	-0,4412	1,6997	0,1473
9	2,6151	1,3439	1,5705	0,0181	36	0,9721	-0,2991	1,5420	-0,0105
10	3,4796	<b>2,2084</b>	1,4268	-0,1256	37	-0,1986	<b>-1,4697</b>	1,3790	<b>-0,1734</b>
11	2,6562	<b>1,3850</b>	1,4704	-0,0821	38	1,4951	0,2239	1,3701	-0,1824
12	0,4757	-0,7955	1,6765	0,1241	39	1,8093	0,5381	1,7966	<b>0,2442</b>
13	0,8422	-0,4290	1,5542	0,0018	40	1,5131	0,2419	1,7067	0,1543
14	0,4313	-0,8399	1,4310	-0,1214	41	2,2117	0,9405	1,4941	-0,0583
15	2,1082	0,8370	1,6530	0,1006	42	0,9060	-0,3652	1,6747	0,1223
16	1,5181	0,2469	1,6629	0,1105	43	-0,9528	<b>-2,2239</b>	1,6687	0,1162
17	1,8504	0,5792	1,5247	-0,0277	44	-0,5482	<b>-1,8193</b>	1,4355	-0,1169
18	0,1190	-1,1522	1,6668	0,1144	45	3,1059	<b>1,8348</b>	1,5229	-0,0295
19	0,0677	<b>-1,2034</b>	1,4349	-0,1175	46	1,9198	0,6486	1,7537	<b>0,2012</b>
20	-0,1785	<b>-1,4497</b>	1,3933	-0,1591	47	0,3832	-0,8879	1,7429	<b>0,1905</b>
21	3,2024	<b>1,9312</b>	1,5244	-0,0280	48	1,1869	-0,0842	1,4541	-0,0983
22	2,3067	1,0355	1,5359	-0,0165	49	-0,0700	<b>-1,3412</b>	1,4910	-0,0615
23	1,1501	-0,1211	1,5030	-0,0494	50	1,1413	-0,1299	1,3897	<b>-0,1627</b>
24	1,7474	0,4762	1,5453	-0,0072	51	1,4546	0,1835	1,7196	<b>0,1671</b>
25	-0,5223	<b>-1,7934</b>	1,5756	0,0232	52	2,5667	<b>1,2956</b>	1,6329	0,0805
26	0,7617	-0,5095	1,4297	-0,1227	53	0,7881	-0,4831	1,6839	0,1314
27	2,3151	1,0440	1,6271	0,0747	54	-0,1416	<b>-1,4128</b>	1,7118	0,1594

**Figura 3** - Gráfico de probabilidade normal dos interceptos individuais. Variável: Altura.



**Figura 4** - Gráfico de probabilidade normal dos coeficientes angulares individuais. Variável: Altura.



Nas Figuras 3 e 4 estão apresentados os gráficos de probabilidade normal dos interceptos e dos coeficientes angulares individuais, respectivamente. Como o valor da estatística do teste de Ryan-Joiner para verificar a normalidade dos interceptos foi 0,9956

( $P > 0,1000$ ) e para os coeficientes angulares foi 0,9798 ( $P \geq 0,0735$ ), concluiu-se que o modelo normal para os efeitos aleatórios é aceitável.

Após a identificação de um modelo polinomial do primeiro grau para os efeitos fixos e de um modelo para os efeitos aleatórios que inclui os coeficientes linear e angular, procurou-se identificar uma estrutura parcimoniosa para a matriz de covariâncias, com um número de parâmetros inferior ao da não estruturada.

A Tabela 11 apresenta as estimativas das covariâncias e correlações entre as idades de um modelo multivariado de médias de caselas envolvendo somente os fatores C e T, com 21 parâmetros associados às médias e 28 associados às covariâncias (*Programa P3*).

**Tabela 11** - Estimativas das covariâncias (em negrito) e das correlações entre as idades para o modelo de médias envolvendo os fatores consorciação e idade.  
Variável: Altura.

<b>Idade</b>	4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00
4,28	<b>0,2621</b>	<b>0,1756</b>	<b>0,2039</b>	<b>0,1579</b>	<b>0,1734</b>	<b>0,2020</b>	<b>0,1772</b>
5,08	0,7043	<b>0,2370</b>	<b>0,2107</b>	<b>0,1796</b>	<b>0,2088</b>	<b>0,2059</b>	<b>0,2211</b>
6,16	0,6162	0,6698	<b>0,4177</b>	<b>0,2262</b>	<b>0,2602</b>	<b>0,2405</b>	<b>0,2758</b>
7,16	0,6173	0,7382	0,7004	<b>0,2496</b>	<b>0,2630</b>	<b>0,2562</b>	<b>0,2717</b>
8,00	0,5536	0,7010	0,6581	0,8603	<b>0,3743</b>	<b>0,3163</b>	<b>0,2982</b>
9,00	0,6400	0,6862	0,5037	0,8318	0,8385	<b>0,3800</b>	<b>0,3531</b>
10,00	0,4624	0,6066	0,5700	0,7264	0,6510	0,7651	<b>0,5605</b>

Foram estudados cinco modelos que têm estruturas diferentes para a matriz de covariâncias e a mesma estrutura para os efeitos fixos (uma reta para cada nível de C). O modelo 0 impõe que  $V_{ij} = R_{ij}$  é não estruturada (tipo: UN); os modelos 1, 2 e 3 impõem  $R_{ij} = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_7^2)$  (tipo: UN(1)) e o modelo 4,  $R_{ij}$  uniforme (tipo: CS). Os modelos

1 e 2 impõem que  $Z_{ij}^t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4,28 & 5,08 & 6,16 & 7,16 & 8,00 & 9,00 & 10,00 \end{bmatrix}$ , sendo que no modelo 1, a matriz  $\mathbf{G}$  é suposta não estruturada e no modelo 2,  $\mathbf{G} = \text{diag}(\sigma_{b_0}^2, \sigma_{b_1}^2)$ . O modelo 3 impõe  $Z_{ij} = \mathbf{1}_{(7)}$ . A estrutura imposta a  $\mathbf{R}_{ij}$  nos modelos 1, 2 e 3 surgiu da constatação que as estimativas das variâncias (Tabela 11) são relativamente diferentes entre si. A estimação através de MVR dos cinco modelos foi feita utilizando-se o programa P4.

**Tabela 12** - Resultados dos ajustes de diversas estruturas de covariâncias e de testes de razão de verossimilhança de modelos encaixados. Variável: Altura.

Modelo	Matriz R		Matriz G		$l_R$	AIC	vs.	g.l.	$Q_2$	Pr > $Q_2$
	$k_R$	Tipo	$k_G$	Tipo						
0	28	UN	-	-	-250,258	-284,258	-	-	-	-
1	7	UN(1)	3	UN	-261,716	-277,716	0	18	22,92	0,1937
2	7	UN(1)	2	UN(1)	-262,500	-277,500	1	1	1,57	0,2102
3	7	UN(1)	1	UN	-269,366	-283,366	2	1	13,73	<b>0,0002</b>
4	2	CS	-	-	-283,163	-291,163	0	26	65,81	<b>0,0000</b>

onde vs. indica qual é o modelo de comparação.

Feitas as comparações dos modelos através de testes de razão de verossimilhança ou pelo critério de informação de Akaike, cujos resultados estão apresentados na Tabela 12, concluiu-se que o modelo 2, com uma estrutura envolvendo somente 9 parâmetros de covariâncias, pode ser utilizado no lugar do modelo 0, cuja estrutura de covariâncias tem 28 parâmetros. Da comparação entre os modelos 0 e 4 concluiu-se que o modelo 4 não é adequado aos dados, ou seja, que a estrutura uniforme não explica bem a variabilidade das respostas ao longo do tempo.



A Tabela 13 apresenta as estimativas de MV dos interceptos e das inclinações das retas associadas a cada um dos níveis de consorciação e os respectivos desvios padrões assintóticos (*programa P5*), sob o modelo 2.

**Tabela 13** - Estimativas de MV dos efeitos fixos e respectivos erros padrões assintóticos (entre parêntesis) para o modelo 2. Variável: Altura.

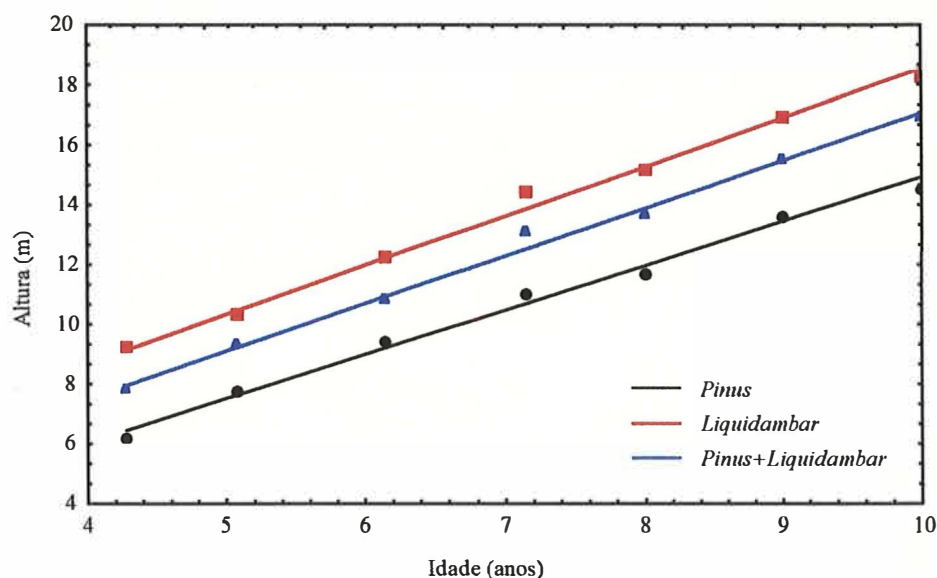
Conсорciação	Coeficiente	
	linear	angular
<i>Pinus</i>	0,1161 (0,1425)	1,4815 (0,0205)
<i>Liquidambar</i>	2,1287 (0,1425)	1,6407 (0,0205)
<i>Pinus+Liquidambar</i>	1,1515 (0,1425)	1,5920 (0,0205)

Como a hipótese de igualdade das inclinações das três retas foi rejeitada ( $Q_c = 31,68$ ; g.l.=2;  $P \leq 0,0001$ ), concluiu-se que as retas não são paralelas e que os três níveis de consorciação apresentam diferentes taxas de crescimento em altura. Comparando essas inclinações, pode-se concluir que as árvores da espécie *Liquidambar* tiveram uma taxa de crescimento maior que a da espécie *Pinus* ( $Q_c = 30,17$ ; g.l.=1;  $P < 0,0001$ ) e que as árvores da consorciação *Pinus+Liquidambar* tiveram uma taxa intermediária, quando comparada a das espécies *Pinus* e *Liquidambar* ( $Q_c = 1,51$ ; g.l.=1;  $P = 0,2186$ ).

A hipótese de igualdade dos interceptos das três retas também foi rejeitada ( $Q_c = 99,72$ ; g.l.=2;  $P \leq 0,0001$ ) indicando que quando plantadas, as árvores tinham alturas médias diferentes. As árvores da espécie *Liquidambar* tinham uma altura superior à das árvores da espécie *Pinus* ( $Q_c = 99,70$ ; g.l.=1;  $P \leq 0,0001$ ) e as árvores da consorciação *Pinus+Liquidambar* tinham uma altura média intermediária, quando comparada a das espécies *Pinus* e *Liquidambar* ( $Q_c = 0,03$ ; g.l.=1;  $P = 0,8677$ ). Somente as árvores da

espécie *Pinus* tinham alturas que podem ser consideradas nulas ( $Q_c=0,66; g.l.=1; P=0,4166$ ). A Figura 5 permite uma visualização do bom ajuste das três retas.

**Figura 5** - Alturas médias amostrais e retas ajustadas aos perfis médios de resposta através do modelo 2.



**Tabela 14** - Estimativas de MV das alturas médias e erros padrões (entre parêntesis) calculados através dos modelos 0, 2 e 4.

Idade	Modelo 0			Modelo 2			Modelo 4		
	C0	C1	C2	C0	C1	C2	C0	C1	C2
4,28	6,60 (0,10)	9,47 (0,10)	8,35 (0,10)	6,46 (0,11)	9,15 (0,11)	7,97 (0,11)	6,50 (0,13)	9,25 (0,13)	7,99 (0,13)
5,08	7,79 (0,10)	10,78 (0,10)	9,62 (0,10)	7,64 (0,11)	10,46 (0,11)	9,24 (0,11)	7,67 (0,12)	10,54 (0,12)	9,26 (0,12)
6,16	9,41 (0,10)	12,54 (0,10)	11,33 (0,10)	9,24 (0,11)	12,24 (0,11)	10,96 (0,11)	9,24 (0,12)	12,29 (0,12)	10,98 (0,12)
7,16	10,90 (0,11)	14,17 (0,11)	12,92 (0,11)	10,72 (0,12)	13,88 (0,12)	12,55 (0,12)	10,69 (0,11)	13,90 (0,11)	12,57 (0,11)
8,00	12,16 (0,12)	15,54 (0,12)	14,25 (0,12)	11,97 (0,13)	15,25 (0,13)	13,89 (0,13)	11,91 (0,12)	15,26 (0,12)	13,90 (0,12)
9,00	13,66 (0,13)	17,17 (0,13)	15,84 (0,13)	13,45 (0,14)	16,90 (0,14)	15,48 (0,14)	13,36 (0,12)	16,88 (0,12)	15,49 (0,12)
10,00	15,15 (0,15)	18,81 (0,15)	17,43 (0,15)	14,93 (0,15)	18,54 (0,15)	17,07 (0,15)	14,82 (0,13)	18,49 (0,13)	17,08 (0,13)

A Tabela 14 apresenta as estimativas de MV das alturas médias dos três níveis de consorciação nas diversas idades das árvores, com os respectivos erros padrões, calculados utilizando-se os modelos 0, 2 (*Programa P5*) e 4. Nela pode-se perceber que a imposição das diferentes estruturas de covariâncias para  $V_{ij}$  provocou pequenas alterações nas estimativas dos erros padrões das alturas médias e maiores alterações nos valores das estimativas das alturas médias para todos os níveis de consorciação e idades.

**Tabela 15** - Estimativas de MV das covariâncias (em negrito) e das correlações entre as idades obtidas utilizando o modelo 2. Variável: Altura.

Idade	4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00
4,28	<b>0,2817</b>	<b>0,1547</b>	<b>0,1663</b>	<b>0,1770</b>	<b>0,1860</b>	<b>0,1966</b>	<b>0,2073</b>
5,08	0,5856	<b>0,2477</b>	<b>0,1786</b>	<b>0,1913</b>	<b>0,2019</b>	<b>0,2146</b>	<b>0,2273</b>
6,16	0,5064	0,5799	<b>0,3829</b>	<b>0,2106</b>	<b>0,2235</b>	<b>0,2389</b>	<b>0,2543</b>
7,16	0,4708	0,5426	0,4804	<b>0,5018</b>	<b>0,2435</b>	<b>0,2614</b>	<b>0,2793</b>
8,00	0,5622	0,6508	0,5794	0,5514	<b>0,3886</b>	<b>0,2803</b>	<b>0,3002</b>
9,00	0,6045	0,7037	0,6300	0,6022	0,7338	<b>0,3755</b>	<b>0,3252</b>
10,00	0,4904	0,5734	0,5160	0,4950	0,6046	0,6663	<b>0,6344</b>

Um bom indicativo de que o modelo 2 é adequado para explicar a variabilidade das respostas ao longo do tempo, reside no fato de que as estimativas das variâncias, covariâncias e correlações para o modelo de médias (Tabela 11) e modelo 2 (Tabela 15) têm magnitudes similares, como demonstrado pela amplitude de variação das variâncias (0,2370-0,5605) e (0,2477-0,6344), das covariâncias (0,1790-0,3531) e (0,1547-0,3252) e das correlações (0,4624-0,8603) e (0,4708-0,7338), respectivamente, embora aos 7,16 anos de idade, as estimativas das variâncias sejam bastante diferentes: 0,2496 para o modelo de médias e 0,5018 para o modelo 2.

Todas as estimativas dos parâmetros da estrutura de covariâncias associada ao modelo 2 (Tabela 16) são significativamente diferentes de zero, sugerindo a não exclusão de qualquer um dos parâmetros associados à essa estrutura.

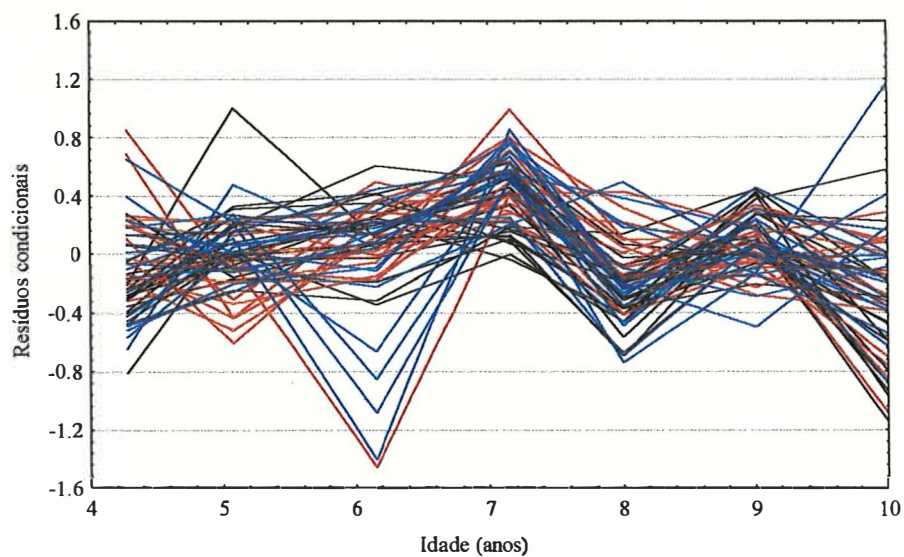
**Tabela 16** - Estimativas de MV dos parâmetros da estrutura de covariâncias associada ao modelo 2. Variável: Altura.

Diagonal da matriz $R_{ij}$	Estimativa	e.p.
4,28	0,135541	0,033454
5,08	0,082799	0,022078
6,16	0,187678	0,039992
7,16	0,273327	0,057453
8,00	0,128309	0,030532
9,00	0,072786	0,025168
10,00	0,284216	0,066847
Diagonal da matriz $G_{ij}$	Estimativa	e.p.
coeficiente linear	0,100432	0,042563
coeficiente angular	0,002498	0,000880

A qualidade do ajuste do modelo 2 é evidenciada nas Figuras 6 e 7. Na Figura 6 pode-se perceber a inexistência de tendências linear e quadrática nos resíduos condicionais, embora nas idades de 6,16 e 10 anos seus valores absolutos tenham sido relativamente altos para algumas árvores da espécie *Liquidambar* e da consorciação *Pinus+Liquidambar*. Os diagramas paralelos de dispersão das retas individuais estimadas (Figura 7) são comparáveis aos diagramas paralelos de dispersão das observações individuais (Figura 1), não indicando ausência de efeitos aleatórios ou de efeitos fixos importantes no modelo.

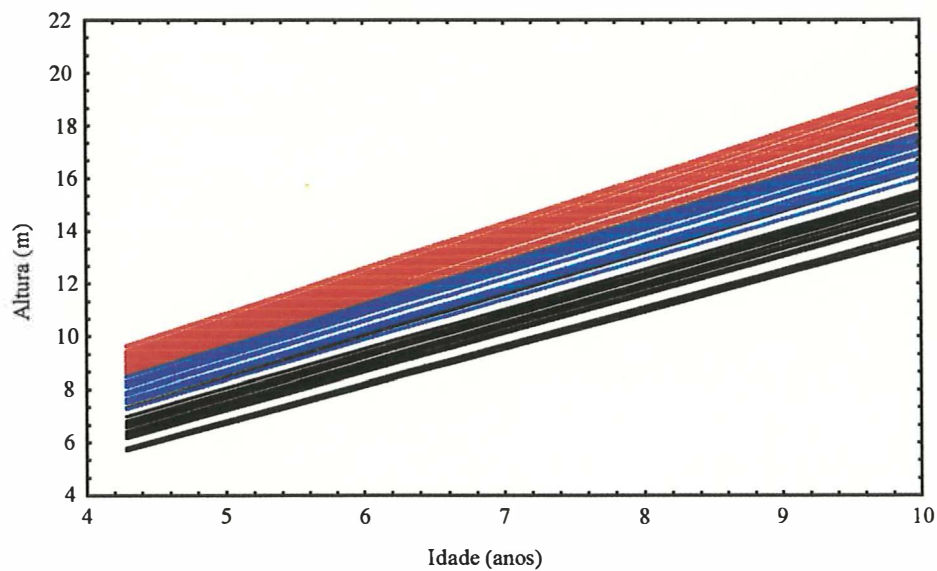
**Figura 6** - Diagramas paralelos de dispersão dos resíduos condicionais do modelo 2.

Variável: Altura.



**Figura 7** - Diagramas paralelos de dispersão das retas individuais estimadas. Variável:

Altura.

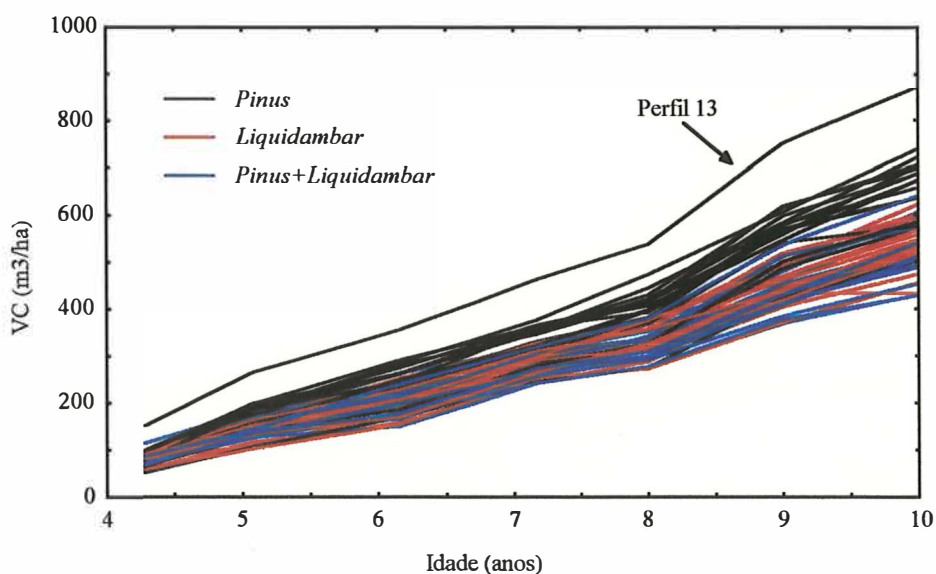


## 5.2 VOLUME CILÍNDRICO

Os dados de volume cilíndrico ( $m^3/ha$ ) das parcelas estão apresentados Tabela A.1.2 do Apêndice 1.

Na Figura 8 pode-se perceber um aumento acentuado da variabilidade dos dados ao longo do tempo, que as árvores da variedade *Pinus* têm os maiores volumes cilíndricos e que existe um perfil individual discrepante (número 13). As respostas muito elevadas deste perfil são parcialmente explicadas pela baixíssima porcentagem média de falha (3,24%) na parcela do tratamento 7, que envolve o menor espaçamento, o maior nível de adubação e a variedade *Pinus*. Como o número de repetições de cada tratamento é pequeno, optou-se por não descartar esses dados de imediato, proceder à análise de perfis com e sem a presença do perfil e comparar os resultados dos testes de hipóteses e as estimativas da matriz covariâncias.

**Figura 8** - Diagramas paralelos de dispersão individuais dos dados de volume cilíndrico, em  $m^3/ha$ .



Os resultados da análise de perfis com todos os dados (Tabela 17) permitiram concluir que somente são significativos os efeitos de T e da interação TxC. Para as hipóteses de inexistência de efeito das demais interações, com exceção das combinações TxA e TxB, o teste de Roy proporcionou níveis descritivos inferiores a 0,05, indicando que tais hipóteses devam ser rejeitadas. Porém, como tais resultados não são concordantes com os obtidos através das outras estatísticas, eles não serão considerados na continuação da análise.

**Tabela 17 - Resultados dos testes de hipóteses de inexistência do efeito de idade e das interações com os fatores B, E, A e C - Variável: Volume cilíndrico.**

ESTATÍSTICA	T	T*B	T*E	T*A	T*C	T*E*A	T*E*C	T*A*C	T*E*A*C	
Wilks	Valor	0,003344	0,624072	0,512293	0,616245	0,129033	0,368317	0,497954	0,344059	0,171624
	F	1042,925	2,1083	1,3900	0,9585	6,2435	1,0286	0,6865	1,1101	0,9637
	g.l.	(6; 21)	(6; 21)	(12; 42)	(12; 42)	(12; 42)	(24; 74,5)	(24; 74,5)	(24; 74,5)	(48; 107,4)
	Pr > F	<b>0,0001</b>	0,0954	0,2088	0,5015	<b>0,0001</b>	0,4437	0,8491	0,3548	0,5471
Pillai	Valor	0,996655	0,375927	0,538211	0,412958	1,170790	0,821237	0,576019	0,882659	1,396016
	F	1042,925	2,1083	1,3500	0,9541	5,1771	1,0334	0,6729	1,1326	0,9855
	g.l.	(6; 21)	(6; 21)	(12; 44)	(12; 44)	(12; 44)	(24; 96)	(24; 96)	(24; 96)	(48; 156)
	Pr > F	<b>0,0001</b>	0,0954	0,2263	0,5049	<b>0,0001</b>	0,4339	0,8660	0,3252	0,5085
Hotelling Lawley	Valor	297,9786	0,602378	0,853421	0,575340	4,426306	1,252269	0,865498	1,318077	2,317558
	F	1042,925	2,1083	1,4224	0,9589	7,3772	1,0175	0,7032	1,0709	0,9335
	g.l.	(6; 21)	(6; 21)	(12; 40)	(12; 40)	(12; 40)	(24; 78)	(24; 78)	(24; 78)	(48; 116)
	Pr > F	<b>0,0001</b>	0,0954	0,1962	0,5019	<b>0,0001</b>	0,4559	0,8336	0,3951	0,5978
Roy	Valor	297,9786	0,602378	0,715666	0,475723	3,817656	0,815157	0,675202	0,709961	1,102008
	F	1042,925	2,1083	2,6241	1,7443	13,9981	3,2606	2,7008	2,8398	3,5815
	g.l.	(6; 21)	(6; 21)	(6; 22)	(6; 22)	(6; 22)	(6; 24)	(6; 24)	(6; 24)	(8; 26)
	Pr > F	<b>0,0001</b>	0,0954	<b>0,0450</b>	0,1578	<b>0,0001</b>	<b>0,0173</b>	<b>0,0379</b>	<b>0,0311</b>	<b>0,0063</b>
Parâmetros (s; m;n)	(1;2;9,5)	(1;2;9,5)	(2;1,5;9,5)	(2;1,5;9,5)	(2;1,5;9,5)	(4;0,5;9,5)	(4;0,5;9,5)	(4;0,5;9,5)	(6;0,5;9,5)	

A rejeição da hipótese de esfericidade da matriz de covariâncias ( $W=0,005042$ ;  $\chi^2_{(20)}=125,7810$ ;  $P<0,0001$ ) mostra que o modelo univariado não é indicado para a análise de perfis, como já era esperado. Na Tabela 18 nota-se um crescimento acentuado das

variâncias e covariâncias das respostas ao longo do tempo e a presença de correlações positivas e altas entre as idades.

**Tabela 18** - Covariâncias (em negrito) e correlações amostrais entre as idades. Variável: Volume cilíndrico.

<b>Idade</b>	4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00
4,28	<b>171,07</b>	<b>240,44</b>	<b>293,54</b>	<b>269,70</b>	<b>271,66</b>	<b>394,24</b>	<b>493,79</b>
5,08	0,8312	<b>489,18</b>	<b>564,81</b>	<b>552,78</b>	<b>625,05</b>	<b>866,72</b>	<b>1029,45</b>
6,16	0,7277	0,8280	<b>951,24</b>	<b>794,02</b>	<b>938,32</b>	<b>1297,00</b>	<b>1579,74</b>
7,16	0,7010	0,8496	0,8752	<b>865,28</b>	<b>982,55</b>	<b>1258,64</b>	<b>1548,60</b>
8,00	0,5888	0,8011	0,8624	0,9469	<b>1244,44</b>	<b>1581,64</b>	<b>1900,96</b>
9,00	0,5916	0,7692	0,8254	0,8398	0,8800	<b>2599,60</b>	<b>2554,61</b>
10,00	0,6498	0,8011	0,8815	0,9061	0,9274	0,8630	<b>3376,01</b>

Apesar da variável Porcentagem de Falhas, cujos dados estão apresentados na Tabela A.1.3, não apresentar um interesse direto nessa análise, foi testada a inclusão da porcentagem média de falhas no modelo, na forma de covariável (*Programa P6*), com o intuito de tentar explicar as respostas elevadas do perfil 13. Os valores observados das estatísticas para testar a hipótese de que esta covariável não tem influência no estudo foram: 0,6874 (Wilks); 0,3126 (Pillai); 0,4548 (Hotelling-Lawley) e 0,4548 (Roy), com parâmetros  $s=1$ ,  $m=2$  e  $n=9$ . Os níveis de significância associados às aproximações  $F$  dessas estatísticas foram todos iguais a 0,2238, sugerindo a não inclusão desta covariável no modelo.

A análise de perfis foi refeita sem os dados do perfil 13 e pode-se perceber uma diminuição sensível nos valores das estimativas das variâncias, covariâncias e correlações entre as idades (Tabela 19). Como os resultados dos testes foram praticamente os mesmos alterando-se, em alguns casos, somente os níveis descritivos associados às



estatísticas dos testes, optou-se pela manutenção dos dados desse perfil na continuidade da análise de perfis.

**Tabela 19** - Covariâncias (em negrito) e correlações amostrais entre as idades, sem os dados do perfil número 13. Variável: Volume cilíndrico.

Idade	4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00
4,28	<b>120,10</b>	<b>167,07</b>	<b>216,46</b>	<b>177,09</b>	<b>168,28</b>	<b>222,44</b>	<b>345,30</b>
5,08	0,7784	<b>383,57</b>	<b>453,85</b>	<b>419,47</b>	<b>476,24</b>	<b>619,42</b>	<b>815,69</b>
6,16	0,6837	0,8021	<b>834,67</b>	<b>653,97</b>	<b>781,98</b>	<b>1037,19</b>	<b>1355,17</b>
7,16	0,6121	0,8113	0,8574	<b>697,02</b>	<b>794,71</b>	<b>946,51</b>	<b>1278,81</b>
8,00	0,4773	0,7559	0,8414	0,9358	<b>1034,76</b>	<b>1233,19</b>	<b>1599,78</b>
9,00	0,4520	0,7043	0,7994	0,7983	0,8537	<b>2016,71</b>	<b>2054,10</b>
10,00	0,5808	0,7677	0,8646	0,8928	0,9167	0,8431	<b>2943,39</b>

**Tabela 20** - Volumes cilíndricos médios dos níveis de consorciação e resultados das comparações (valor da estatística F e nível descritivo) entre esses níveis em cada uma das idades.

Fator C	Idade (anos)						
	4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00
<i>Pinus</i> (C0)	84,91	176,81	253,97	341,24	402,64	569,92	669,81
<i>Liquidambar</i> (C1)	82,03	141,37	202,30	287,43	334,50	448,78	539,07
<i>Pinus+Liquidambar</i> (C2)	82,80	151,00	204,06	284,93	326,54	442,65	531,59
Comparação	Valor da estatística F e nível descritivo						
C2 vs. (C0+C1)	0,03 (0,8604)	1,61 (0,2164)	7,31 (0,0119)	12,00 (0,0019)	17,04 (0,0003)	20,56 (0,0001)	18,86 (0,0001)
C0 vs. C1	0,44 (0,5145)	23,11 (0,0001)	25,26 (0,0001)	30,12 (0,0001)	33,57 (0,0001)	50,88 (0,0001)	45,57 (0,0001)

Os resultados das comparações entre os níveis do fator C nas diversas idades (Tabela 20) permitem concluir que o VC médio da consorciação *Pinus+Liquidambar* foi significativamente inferior ( $P \leq 0,0119$ ) ao da média das espécies *Pinus* e *Liquidambar* a

partir dos 6,16 anos de idade; dentre as duas espécies, o VC médio do *Pinus* foi superior ao do *Liquidambar* a partir dos 5,08 anos de idade.

Os resultados apresentados na Tabela 21 permitem concluir que o VC foi alterado pelos diferentes níveis de adubação e de espaçamento. O aumento dos níveis de adubação provocou um acréscimo linear nos volumes cilíndricos médios ( $P \leq 0,0208$ ) estimados em 292,01; 320,72 e 324,18 m<sup>3</sup>/ha, enquanto que o aumento no espaçamento entre plantas provocou um decréscimo linear nos volumes cilíndricos médios ( $P \leq 0,0228$ ), que foram estimados em 329,80; 308,67 e 298,44 m<sup>3</sup>/ha.

**Tabela 21** - Resultados dos testes F de não existência dos efeitos principais e interações entre os fatores B, E, A, C. Variável: Volume cilíndrico.

Fontes de Variação	g.l.	QM	F	Pr > F
B	1	18403,61	2,59	0,1197
E	2	32222,42	4,53	<b>0,0205</b>
A	2	39298,50	5,53	<b>0,0100</b>
C	2	189250,75	26,62	<b>0,0001</b>
E*A	4	6029,73	0,85	0,5077
E*C	4	7225,37	1,02	0,4173
A*C	4	6026,46	0,85	0,5080
E*A*C	8	5301,71	0,75	0,6515
Resíduo	26	7109,92		

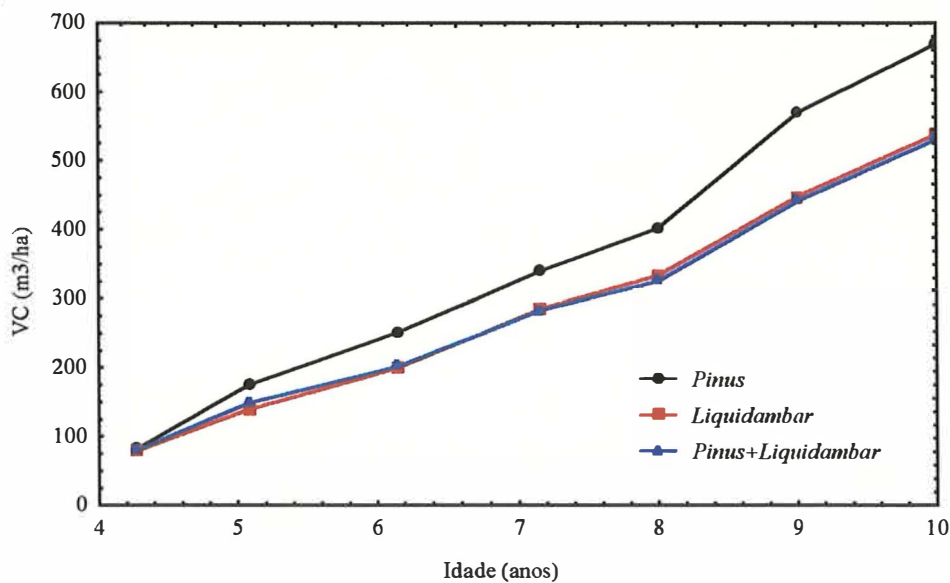
A não significância dos efeitos de blocos e da interação TxB (Tabelas 17 e 21) indicou que os níveis do fator bloco podem ser entendidos como simples repetições dos tratamentos e que a interação TxB não precisará ser incluída nos modelos usados na continuação da análise.

Os resultados dos testes sobre tendência de variação dos VC's médios ao longo do tempo (Tabela 22) sugerem que o comportamento desses perfis pode ser explicado por curvas polinomiais do segundo grau.

**Tabela 22** - Testes de hipóteses sobre tendências de variação dos volumes cilíndricos médios ao longo do tempo para os níveis de consorciação.

TENDÊNCIA	g.l.	Quadrados médios		F	Pr > F
		Hipótese	Resíduo		
Linear	(2;26)	78796,0800	1718,69	45,85	<b>0,0001</b>
Quadrática	(2;26)	647,4742	152,5613	4,24	<b>0,0254</b>
Cúbica	(2;26)	418,8073	216,1749	1,94	0,1643
4º grau	(2;26)	2683,2310	245,8842	10,91	<b>0,0004</b>
5º grau	(2;26)	938,8311	175,9717	5,34	<b>0,0114</b>
6º grau	(2;26)	35,7091	73,7732	0,48	0,6217

**Figura 9** - Diagramas paralelos de dispersão dos volumes cilíndricos médios dos níveis de consorciação.



O comportamento das respostas médias dos níveis do fator C nas diversas idades pode ser visualizado na Figura 9, que evidencia também a quase coincidência dos perfis médios dos VC's da espécie *Liquidambar* e consorciação *Pinus+Liquidambar*.

**Tabela 23** - Estimativas dos coeficientes dos polinômios quadráticos ajustados aos volumes cilíndricos médios dos níveis de consorciação nas diversas idades.

<b>Coefficientes</b>	<b><i>Pinus</i></b>	<b><i>Liquidambar</i></b>	<b><i>Pinus + Liquidambar</i></b>	<b>Média</b>
<b>intercepto</b>	-94,30 (128,5) <sup>(*)</sup>	-68,07 (61,14)	-51,70 (80,76)	-71,34 (87,54)
<b>linear</b>	21,39 (37,98)	17,84 (18,07)	15,22 (23,87)	18,15 (25,88)
<b>quadrático</b>	<b>5,54 (2,65)</b>	<b>4,30 (1,26)</b>	<b>4,31 (1,67)</b>	<b>4,72 (1,81)</b>
<b><math>\hat{\sigma}</math></b>	22,25	10,59	13,99	15,16
<b>linear</b>	-6,18 (5,23)	-2,08 (2,67)	0,094 (3,24)	-2,72 (3,61)
<b>quadrático</b>	<b>7,42 (0,63)</b>	<b>5,66 (0,32)</b>	<b>5,34 (0,39)</b>	<b>6,14 (0,44)</b>
<b><math>\hat{\sigma}</math></b>	21,20	10,84	13,14	14,64
<b>intercepto</b>	-22,65 (17,25)	-8,37 (8,81)	-0,77 (10,96)	-10,60 (11,99)
<b>quadrático</b>	<b>7,03 (0,28)</b>	<b>5,54 (0,15)</b>	<b>5,36 (0,18)</b>	<b>5,97 (0,20)</b>
<b><math>\hat{\sigma}</math></b>	20,68	10,56	13,13	14,37
<b>quadrático</b>	<b>6,69 (0,14)</b>	<b>5,41 (0,07)</b>	<b>5,35 (0,07)</b>	<b>5,82 (0,09)</b>
<b><math>\hat{\sigma}</math></b>	21,89	10,47	11,99	14,10

(\*) erros padrões das estimativas dos coeficientes polinomiais

Buscando uma confirmação dos resultados sobre tendências de variação, ajustou-se um polinômio quadrático aos volumes cilíndricos médios nas diversas idades para os diferentes níveis de consorciação, cujos resultados estão apresentados na Tabela 23. Nas primeiras linhas da tabela estão as estimativas dos coeficientes do polinômio quadrático completo e nas demais linhas estão as estimativas dos coeficientes dos polinômios quadráticos sem o intercepto, sem o coeficiente linear e sem estes dois termos. Nota-se que em todos os quatro casos somente o coeficiente quadrático foi significativo e que,

com exceção da variedade *Pinus*, o modelo que apresentou a menor estimativa do desvio padrão ( $\hat{\sigma}$ ) foi aquele sem o intercepto e sem o coeficiente linear. Esta informação adicional será levada em conta quando da procura por um bom modelo para os efeitos fixos, após a definição da estrutura de covariâncias.

A utilização da técnica de identificação de efeitos fixos e aleatórios descrita na seção 4.2.1 resultou na sugestão de um polinômio de segundo grau completo para os efeitos fixos, cujos intercepto e coeficientes linear e quadrático (e respectivos desvios padrões) foram estimados em **-71,3346** (16,0756); **18,1453** (4,7521) e **4,7154** (0,3319), respectivamente. Essas estimativas são bastante parecidas com as dos coeficientes do polinômio quadrático ajustado aos volumes cilíndricos médios nas diversas idades (última coluna da Tabela 23), entretanto os desvios padrões foram diferentes. Como nenhum dos desvios dos coeficientes individuais em relação aos coeficientes médios foi considerado diferente de zero, nenhum coeficiente foi sugerido como efeito aleatório. Isto talvez tenha sido determinado pelo fato de esta técnica de identificação pressupor que a variância do erro é comum a todas as unidades amostrais, o que no presente caso, parece não ser verdadeiro.

Com exceção de variações nas estimativas dos coeficientes polinomiais e de seus desvios padrões, não ocorreu qualquer alteração nos resultados de identificação dos modelos de efeitos fixos e aleatórios, quando as respostas do perfil 13 foram omitidas.

Procedeu-se à estimação do modelo 1, que inclui os efeitos principais de E e A e polinômios do segundo grau para explicar comportamento temporal das respostas aos diferentes níveis de consorciação, com uma matriz de covariâncias não estruturada.

Como o efeito principal do fator A foi considerado nulo pelo teste de Wald ( $Q_c=2,44$ ; g.l.=2;  $P=0,2952$ ), ajustou-se o modelo 2 que não inclui este fator. A comparação desses dois modelos pelo teste da razão de verossimilhança ( $Q_1=2,02$ ; g.l.=3;  $P=0,5683$ ) indicou que o modelo 2 é adequado aos dados.

Em seguida testou-se a hipótese de que somente duas curvas de regressão (uma para *Pinus* e outra para *Liquidambar* e *Pinus+Liquidambar*) são suficientes para explicar o comportamento dos volumes cilíndricos médios ao longo do tempo, comparando este modelo, onde o fator C tem somente dois níveis (modelo 3), com o modelo 2. Pelo teste da razão de verossimilhança concluiu-se que o modelo 3 é adequado aos dados ( $Q_1=4,00$ ; g.l.=3;  $P=0,2615$ ). Finalmente, testou-se a hipótese de que o volume cilíndrico médio obtido com os dois maiores espaçamentos entre árvores (3,0x2,0m e 3,0x2,5m) é igual ao obtido pelo espaçamento menor (2,5x2,0m), comparando-se o modelo 3 com o modelo 4, onde os fatores E e C têm somente dois níveis. Pelo teste da razão de verossimilhança concluiu-se que o modelo 4 é adequado aos dados ( $Q_1=0,10$ ; gl=1;  $P=0,7518$ ), o que também foi confirmado pelo critério de informação de Akaike (Tabela 24).

**Tabela 24** - Resultados da estimação por MV dos modelos de efeitos fixos. Variável: Volume cilíndrico.

Nº	MODELO PARA EFEITOS FIXOS	Número de parâmetros	<i>l</i>	AIC
1	$E + A + C + C*ANO + C*ANO^2$	15	-1638,68	-1681,68
2	$E + C + C*ANO + C*ANO^2$	12	-1639,69	-1679,69
3	$E + C + C*ANO + C*ANO^2$ <sup>(a)</sup>	9	-1641,69	-1678,69
4	$E + C + C*ANO + C*ANO^2$ <sup>(b)</sup>	8	-1641,74	-1677,74

<sup>(a)</sup> o fator C tem somente dois níveis

<sup>(b)</sup> os fatores E e C têm somente dois níveis

O fato de serem significativos os efeitos principais dos fatores E ( $Q_c=13,28$ ; g.l.=1;  $P=0,0003$ ) e C ( $Q_c=8,62$ ; g.l.=1;  $P=0,0035$ ) e não nulos os coeficientes lineares ( $Q_c=154,46$ ; g.l.=2;  $P\leq 0,0001$ ) e os coeficientes quadráticos ( $Q_c=325,37$ ; g.l.=2;  $P\leq 0,0001$ ) não sugere qualquer outra simplificação para o modelo 4. Das estimativas de MV das covariâncias e correlações entre as idades para o modelo 4, apresentadas na Tabela 25, somente a covariância entre as idades 5,08 e 8,00 anos (indicada em itálico na tabela) pode ser considerada nula ( $P=0,1281$ ).

**Tabela 25** - Estimativas de MV das covariâncias (em negrito) e correlações entre as idades obtidas sob o modelo 4. Variável: Volume cilíndrico.

<b>IDADE</b>	4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00
4,28	<b>252,64</b>	<b>511,99</b>	<b>491,57</b>	<b>483,77</b>	<b>381,52</b>	<b>770,00</b>	<b>845,52</b>
5,08	0,8493	<b>1438,53</b>	<b>1161,19</b>	<b>1198,43</b>	<i>698,46</i>	<b>2084,65</b>	<b>2084,26</b>
6,16	0,8208	0,8125	<b>1419,76</b>	<b>1270,28</b>	<b>1203,43</b>	<b>2117,49</b>	<b>2355,94</b>
7,16	0,8271	0,8586	0,9161	<b>1354,22</b>	<b>1140,25</b>	<b>2108,44</b>	<b>2380,11</b>
8,00	0,5846	0,2450	0,7779	0,7547	<b>1685,70</b>	<b>1791,22</b>	<b>2301,94</b>
9,00	0,7441	0,3118	0,8632	0,8801	0,6702	<b>4238,09</b>	<b>4167,08</b>
10,00	0,7588	0,3180	0,8918	0,9225	0,7997	0,9130	<b>4915,23</b>

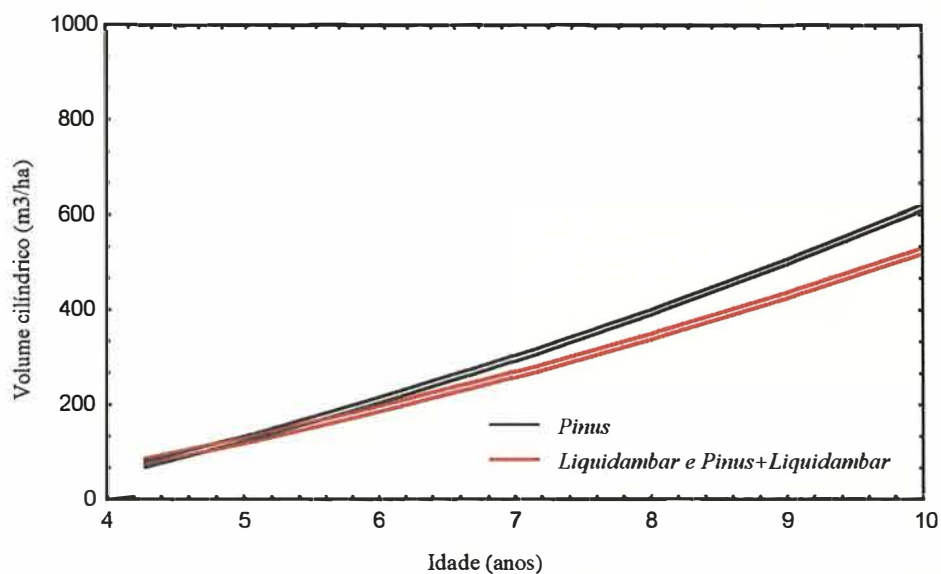
Na Tabela 26, que apresenta os volumes cilíndricos médios estimados através do modelo 4, pode-se notar os valores crescentes dos desvios padrões ao longo do tempo, espelhando uma característica evidenciada na Figura 8. As curvas estimadas pelo modelo 4 estão apresentadas na Figura 10.

**Tabela 26** - Volumes cilíndricos médios (desvios padrões) estimados pelo modelo 4 para os níveis de espaçamentos e de consorciação.

<i>Pinus</i>		<i>Liquidambar e Pinus+Liquidambar</i>	
2,5x2,0m	3,0x2,0m e 3,0x2,5m	2,5x2,0m	3,0x2,0m e 3,0x2,5m
80,14 (3,54)	86,08 (2,93)	68,40 (3,01)	74,35 (2,26)
140,06 (4,11)	135,20 (3,28)	128,33 (3,66)	123,46 (2,70)
229,08 (6,62)	208,32 (16,57)	217,35 (5,01)	196,58 (13,12)
319,83 (6,62)	283,01 (4,92)	308,10 (6,35)	271,28 (4,56)
402,25 (7,81)	350,94 (5,72)	390,51 (7,58)	339,21 (5,41)
507,73 (9,48)	438,00 (6,87)	495,99 (9,30)	426,26 (6,62)
621,21 (11,60)	531,77 (8,34)	609,47 (11,45)	520,03 (8,13)

**Figura 10** - Diagramas paralelos de dispersão das curvas ajustadas pelo modelo 4.

Variável: Volume cilíndrico.



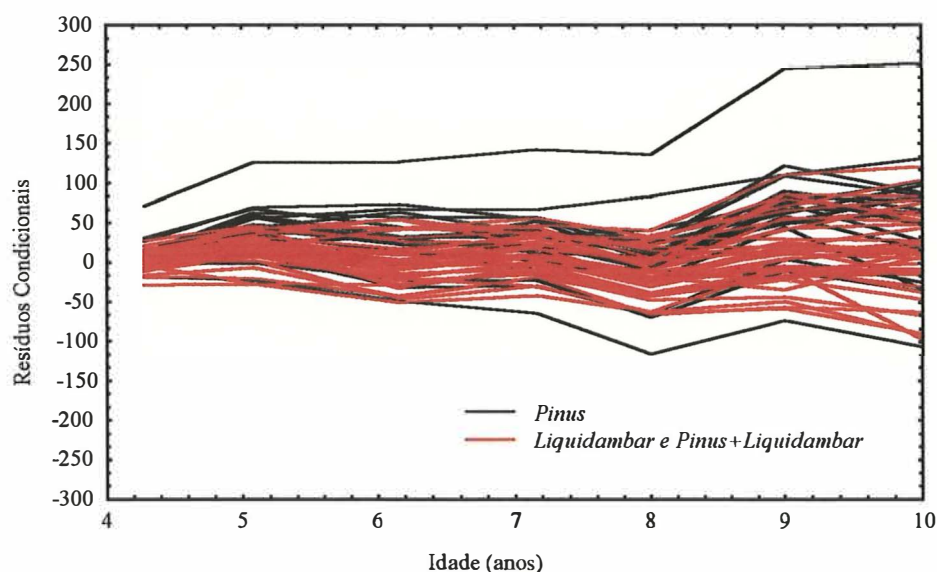


O crescimento em volume cilíndrico das espécies pode ser estudado comparando-se os coeficientes linear e quadrático das duas curvas (uma para a espécie *Pinus* e outra para *Liquidambar* e *Pinus+Liquidambar*), cujas estimativas estão apresentadas na Tabela 27. A igualdade simultânea dos coeficientes lineares e quadráticos das duas curvas foi rejeitada ( $Q_c = 61,88$ ; g.l.=2;  $P \leq 0,0001$ ) concluindo-se que as árvores da espécie *Pinus* crescem mais rapidamente em volume cilíndrico que as árvores da espécie *Liquidambar* e da consorciação *Pinus+Liquidambar*.

**Tabela 27** - Estimativas dos coeficientes linear e quadrático (e erros padrões) das curvas polinomiais dos níveis de consorciação. Variável: Volume cilíndrico

ESPÉCIE	Coefficiente linear	Coefficiente quadrático
<i>Pinus</i>	37,4459 (4,5494)	4,0018 (0,3443)
<i>Liquidambar e Pinus+Liquidambar</i>	29,9546 (3,2169)	3,3587 (0,2435)

**Figura 11** - Diagramas paralelos de dispersão dos resíduos condicionais do modelo 4. Variável: Volume cilíndrico.



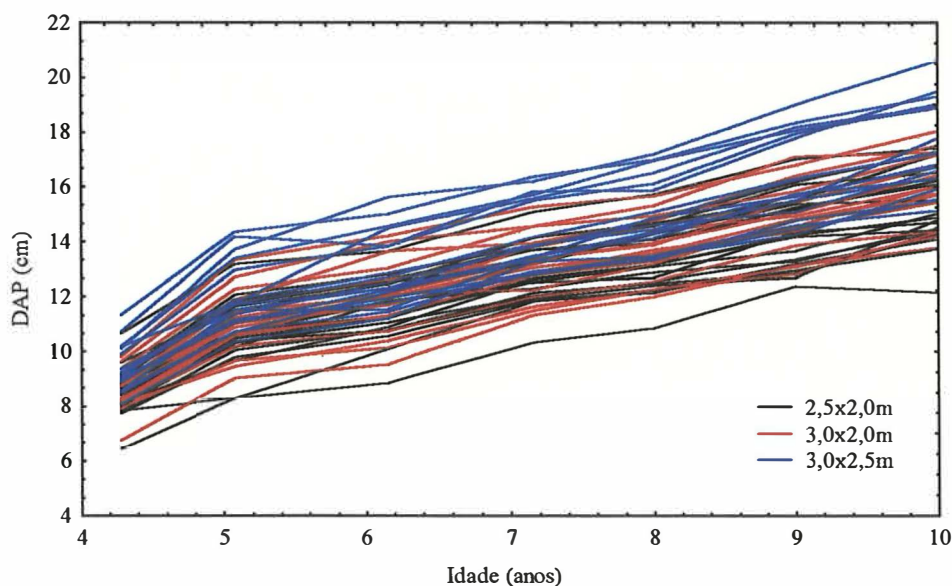
Como os diagramas de dispersão dos resíduos condicionais (Figura 11) refletem apenas a variabilidade crescente dentro das unidades experimentais, apesar da presença de um perfil discrepante (número 13), concluiu-se que a parte fixa do modelo 4, que tem somente 8 parâmetros, explica bem o comportamento dos perfis médios de respostas.

### 5.3 DIÂMETRO À ALTURA DO PEITO

Os dados de diâmetros à altura do peito (DAP, em cm) das parcelas em todas as idades estão apresentados na Tabela A.1.4.

A Figura 12 mostra a existência de um pequeno aumento da variabilidade das respostas no final do período experimental e não evidencia a presença de perfis individuais discrepantes.

**Figura 12** - Diagramas paralelos de dispersão individuais dos dados de diâmetro à altura do peito, evidenciando-se os três níveis do fator espaçamento.



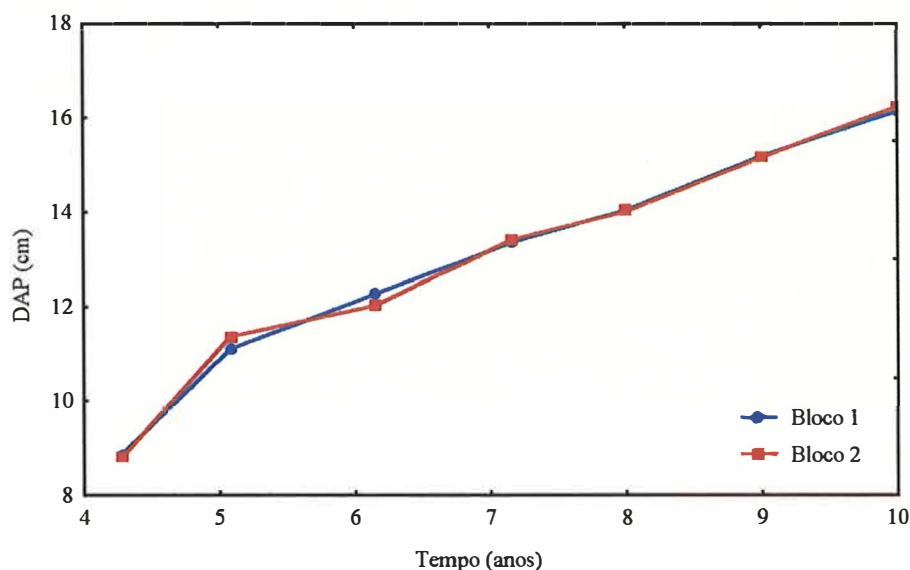
Os resultados da análise de perfis, que estão apresentados na Tabela 28, permitem concluir que são significativos o efeito principal de T e as interações TxB, TxE e TxC ( $P \leq 0,0180$ ). Embora a interação tripla TxAxC tenha sido considerada significativa pelos testes de Hotelling-Lawley e de Roy ( $P \leq 0,0382$ ), este fato não será levado em conta na continuação da análise.

**Tabela 28** - Resultados dos testes de hipóteses de inexistência do efeito de tempo e das interações com os fatores B, E, A e C - Variável: Diâmetro a altura do peito.

ESTATÍSTICAS		T	T*B	T*E	T*A	T*C	T*E*A	T*E*C	T*A*C	T*E*A*C
Wilks	Valor	0,002008	0,511490	0,248838	0,585165	0,191063	0,645962	0,592910	0,254377	0,237776
	F	1739,420	3,3427	3,5163	1,0754	4,5072	0,4141	0,5016	1,4911	0,7585
	g.l.	(6; 21)	(6; 21)	(12; 42)	(12; 42)	(12; 42)	(24; 74,5)	(24; 74,5)	(24; 74,5)	(48; 107,4)
	Pr > F	<b>0,0001</b>	<b>0,0180</b>	<b>0,0012</b>	0,4041	<b>0,0001</b>	0,9913	0,9702	0,0981	0,8577
	(s,m,n)	(1;2;9,5)	(1;2;9,5)	(2;1,5;9,5)	(2;1,5;9,5)	(2;1,5;9,5)	(4;0,5;9,5)	(4;0,5;9,5)	(4;0,5;9,5)	(6;0,5;9,5)
Pillai	Valor	0,997991	0,488509	0,821249	0,443640	1,001957	0,389576	0,473899	0,971346	1,202017
	F	1739,420	3,3427	2,5546	1,0452	3,6810	0,4316	0,5376	1,2829	0,8142
	g.l.	(6; 21)	(6; 21)	(12; 44)	(12; 44)	(12; 44)	(24; 96)	(24; 96)	(24; 96)	(48; 156)
	Pr > F	<b>0,0001</b>	<b>0,0180</b>	<b>0,0117</b>	0,4272	<b>0,0007</b>	0,9895	0,9581	0,1973	0,7941
	(s,m,n)	(1;2;9,5)	(1;2;9,5)	(2;1,5;9,5)	(2;1,5;9,5)	(2;1,5;9,5)	(4;0,5;9,5)	(4;0,5;9,5)	(4;0,5;9,5)	(6;0,5;9,5)
Hotelling Lawley	Valor	496,9770	0,955070	2,737005	0,659693	3,223624	0,494605	0,579855	2,121150	1,752561
	F	1739,420	3,3427	4,5617	1,0995	5,3727	0,4019	0,4711	1,7234	0,7059
	g.l.	(6; 21)	(6; 21)	(12; 40)	(12; 40)	(12; 40)	(24; 78)	(24; 78)	(24; 78)	(48; 116)
	Pr > F	<b>0,0001</b>	<b>0,0180</b>	<b>0,0001</b>	0,3870	<b>0,0001</b>	0,9930	0,9800	<b>0,0382</b>	0,9131
	(s,m,n)	(1;2;9,5)	(1;2;9,5)	(2;1,5;9,5)	(2;1,5;9,5)	(2;1,5;9,5)	(4;0,5;9,5)	(4;0,5;9,5)	(4;0,5;9,5)	(6;0,5;9,5)
Roy	Valor	496,9770	0,955070	2,629906	0,573922	2,871849	0,362710	0,314278	1,718156	0,703634
	F	1739,420	3,3427	9,6430	2,1044	10,5301	1,4508	1,2571	6,8726	2,2868
	g.l.	(6; 21)	(6; 21)	(6; 22)	(6; 22)	(6; 22)	(6; 24)	(6; 24)	(6; 24)	(8; 26)
	Pr > F	<b>0,0001</b>	<b>0,0180</b>	<b>0,0001</b>	0,0939	<b>0,0001</b>	0,2370	0,3136	<b>0,0002</b>	0,053
	(s,m,n)	(1;2;9,5)	(1;2;9,5)	(2;1,5;9,5)	(2;1,5;9,5)	(2;1,5;9,5)	(4;0,5;9,5)	(4;0,5;9,5)	(4;0,5;9,5)	(6;0,5;9,5)

Na Figura 13 pode-se visualizar que os perfis médios dos DAP's dos níveis de bloco são praticamente coincidentes, com exceção de pequenas flutuações nas médias amostrais nas idades 5,08 e 6,16 anos. Essas pequenas alterações associadas aos baixos valores dos desvios padrões dos tratamentos em cada uma das idades parecem justificar o fato da interação TxB resultar significativa ( $P=0,0180$ ).

**Figura 13** - Diagramas paralelos de dispersão dos diâmetros médios à altura do peito para os dois níveis do fator bloco.



A hipótese de esfericidade da matriz de covariâncias foi rejeitada ( $W=0,221378$ ;  $\chi^2_{(20)}=35,8541$ ;  $P\leq 0,0160$ ) confirmando que o modelo multivariado seja o mais indicado para a análise de perfis desses dados. As estimativas das covariâncias e das correlações entre as idades estão apresentadas na Tabela 29.

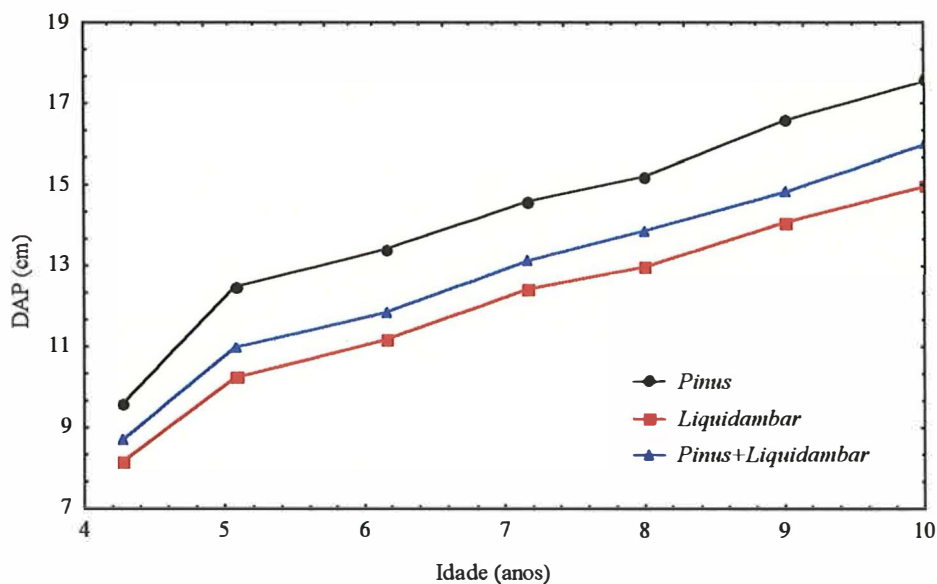
**Tabela 29** - Covariâncias (em negrito) e correlações amostrais entre as idades. Variável: Diâmetro a altura do peito.

<b>Idade</b>	4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00
4,28	<b>0,4001</b>	<b>0,4249</b>	<b>0,4571</b>	<b>0,3979</b>	<b>0,3940</b>	<b>0,4426</b>	<b>0,4648</b>
5,08	0,8546	<b>0,6179</b>	<b>0,5684</b>	<b>0,4540</b>	<b>0,4633</b>	<b>0,5240</b>	<b>0,6007</b>
6,16	0,8266	0,8271	<b>0,7644</b>	<b>0,5586</b>	<b>0,5884</b>	<b>0,6955</b>	<b>0,6753</b>
7,16	0,8797	0,8076	0,8935	<b>0,5114</b>	<b>0,5038</b>	<b>0,5574</b>	<b>0,5879</b>
8,00	0,8166	0,7727	0,8823	0,9236	<b>0,5818</b>	<b>0,6291</b>	<b>0,6328</b>
9,00	0,7720	0,7355	0,8777	0,8599	0,9099	<b>0,8216</b>	<b>0,7010</b>
10,00	0,7895	0,8212	0,8299	0,8833	0,8915	0,8310	<b>0,8661</b>

**Tabela 30** - Testes de tendências de respostas médias ao longo do tempo para os fatores E e C. Variável: Diâmetro a altura do Peito.

EFEITO	Espaçamento (E)			Consortiação (C)			QMR
	QMH	F	Pr > F	QMH	F	Pr > F	
Linear	5,9205	27,41	<b>0,0001</b>	2,4484	11,33	<b>0,0003</b>	0,2160
Quadrático	0,0107	0,12	0,8894	0,2854	3,15	0,0594	0,0905
Cúbico	0,1893	1,53	0,2362	0,5917	4,77	<b>0,0172</b>	0,1240
4º grau	0,1723	1,76	0,1913	0,6977	7,14	<b>0,0034</b>	0,0977
5º grau	0,0151	0,15	0,8650	0,1554	1,50	0,2414	0,1035
6º grau	0,0159	0,36	0,7043	0,0569	1,27	0,2981	0,0449

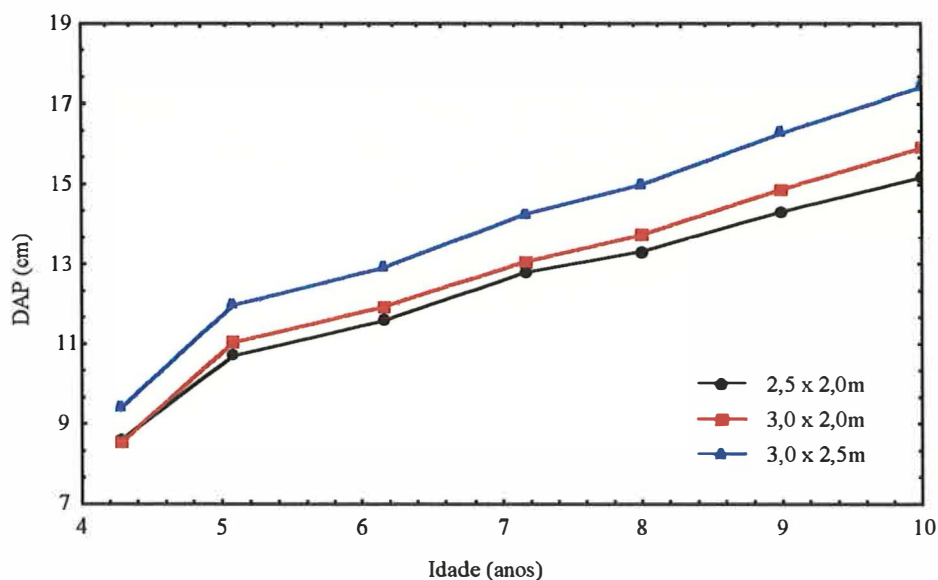
**Figura 14** - Diagramas paralelos de dispersão dos diâmetros médios à altura do peito dos níveis de consorciação.



Os testes de tendência dos DAP's médios ao longo do tempo (Tabela 30) indicam que tanto os perfis médios dos níveis de espaçamento como os de consorciação podem ser representados por retas, embora as Figuras 14 e 15 sugiram que um polinômio de grau superior se ajuste melhor aos perfis médios de respostas. Os valores baixos dos DAP's das árvores aos 4,28 anos de idade (Figura 12) justificam esta sugestão. Na Figura

15 pode-se perceber também que os perfis médios dos DAP's para os espaçamentos 2,5x2,0m e 3,0x2,0m são bastante parecidos.

**Figura 15** - Diagramas paralelos de dispersão dos diâmetros médios à altura do peito dos níveis de espaçamento



**Tabela 31** - Resultados dos testes F de não existência dos efeitos principais e de interações dos fatores E, A, C - Variável: diâmetro à altura do peito.

Fontes de Variação	g.l.	QM	F	Pr > F
B	1	0,0092	0,00	0,9617
E	2	80,8503	20,80	<b>0,0001</b>
A	2	24,7441	6,37	<b>0,0056</b>
C	2	155,8767	40,11	<b>0,0001</b>
E*A	4	0,5683	0,15	0,9630
E*C	4	0,4915	0,13	0,9715
A*C	4	1,1946	0,31	0,8704
E*A*C	8	1,4509	0,37	0,9252
Resíduo	26	3,8866		

Os resultados apresentados na Tabela 31 permitem concluir que são significativos somente os efeitos principais dos fatores E, A e C. A não significância do efeito de blocos indica que os níveis deste fator podem ser entendidos como simples repetições dos tratamentos.

Como a interação TxA não foi significativa (Tabela 28), concluiu-se que o efeito da adubação não se alterou durante todo o período experimental e que os níveis crescentes de adubação provocaram um aumento linear significativo ( $P \leq 0,0119$ ) no diâmetro à altura do peito.

Da Tabela 32 pode-se concluir que durante o período experimental o DAP médio da consorciação *Pinus+Liquidambar* pode ser considerado igual ao da média das espécies *Pinus* e *Liquidambar* e que, dentre estas duas espécies, a primeira tem um DAP médio superior. A tendência de algumas comparações C2 vs.(C0+C1) resultarem significativas (aos 7,16 e 9,00 anos de idade) pode justificar a significância da interação TxC, já que a Figura 14 não evidencia tal fato.

**Tabela 32** - Diâmetros médios à altura do peito dos níveis de consorciação e resultados das comparações (valor da estatística F e nível descritivo) entre esses níveis em cada uma das idades.

NÍVEIS DO FATOR C	IDADE (ANOS)						
	4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00
<i>Pinus</i> (C0)	9,64	12,50	13,43	14,60	15,23	16,60	17,55
<i>Liquidambar</i> (C1)	8,20	10,27	11,20	12,45	13,00	14,10	14,99
Conсорciação (C2)	8,75	11,01	11,87	13,14	13,90	14,84	16,01
COMPARAÇÃO	VALOR DA ESTATÍSTICA F E NÍVEL DESCRITIVO						
C2 vs. (C0+C1)	0,88 (0,3566)	2,74 (0,1102)	3,07 (0,0915)	3,44 (0,0751)	0,98 (0,3306)	3,82 (0,0614)	0,95 (0,3385)
C0 vs. C1	46,04 (0,0001)	72,61 (0,0001)	58,38 (0,0001)	81,35 (0,0001)	76,84 (0,0001)	68,10 (0,0001)	68,55 (0,0001)

Em cada uma das idades, o aumento do espaçamento entre árvores provocou um acréscimo linear nos diâmetros médios à altura do peito ( $P \leq 0,0004$ ), como pode ser percebido através dos diâmetros médios à altura do peito nas diversas idades, apresentados na Tabela 33.

**Tabela 33** - Diâmetros médios à altura do peito dos níveis de espaçamento em cada uma das idades.

ESPAÇAMENTO	IDADE (ANOS)						
	4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00
2,5x2,0m	8,62	10,73	11,60	12,82	13,34	14,33	15,19
3,0x2,0m	8,55	11,06	11,96	13,09	13,77	14,90	15,93
3,0x2,5m	9,42	11,99	12,94	14,27	15,02	16,31	17,43

**Tabela 34** - Estimativas dos parâmetros das retas ajustadas aos diâmetros médios à altura do peito nas diversas idades para os níveis de espaçamento e de consorciação

CONSORCIAÇÃO	INTERCEPTO (e.p.)	INCLINAÇÃO (e.p.)	e.p.
<i>Pinus</i>	5,3309 (0,9416)	1,2526 (0,1281)	0,6499
<i>Liquidambar</i>	4,1679 (0,6337)	1,1079 (0,0862)	0,4374
<i>Pinus+Liquidambar</i>	4,4947 (0,6695)	1,1685 (0,0911)	0,4621
Média	4,6645 (0,7423)	1,1763 (0,1010)	0,5124

ESPAÇAMENTO	INTERCEPTO (e.p.)	INCLINAÇÃO (e.p.)	e.p.
2,5x2,0m	4,8200 (0,6819)	1,0646 (0,0928)	0,4707
3,0x2,0m	4,4209 (0,7883)	1,1738 (0,1072)	0,5441
3,0x2,5m	4,7526 (0,7652)	1,2906 (0,1041)	0,5282
Média	4,6645 (0,7424)	1,1763 (0,1010)	0,5124

(e.p.) corresponde ao valor do erro padrão.

Buscando uma confirmação dos resultados sobre tendências de variação, ajustou-se uma reta aos DAP's médios amostrais nas diversas idades para os diferentes níveis de



espaçamento e de consorciação, cujos resultados estão apresentados na Tabela 34. Nela pode-se notar que todos os interceptos e inclinações foram considerados não nulos, indicando que um polinômio de primeiro grau pode explicar o comportamento dos perfis médios. Em todos os ajustes, a resposta média aos 4,28 anos foi identificada como um valor aberrante.

A utilização da técnica de identificação de efeitos fixos e aleatórios descrita na seção 4.2.1 resultou na sugestão de que um polinômio quadrático pode explicar bem o comportamento do DAP ao longo do tempo, para todos os perfis, independentemente do tratamento a que está associado. A estimativa do intercepto e dos coeficientes linear e quadrático (e os erros padrões entre parêntesis) foram: 0,5043 (0,4182); **2,4379** (0,1236) e **-0,0887** (0,0086), respectivamente. Como não foi possível identificar qualquer desvio dos coeficientes médios como significativamente diferente de zero, nenhum coeficiente foi sugerido como aleatório.

Procedeu-se à estimação por MV do modelo 1 que tem uma estrutura de covariâncias geral e que inclui os efeitos principais dos fatores B, E, A e C e polinômios de primeiro grau para explicar o comportamento temporal das respostas (sugestão dos testes de tendência da análise de perfis) aos diferentes níveis de B, E, C e B. Como o efeito principal de bloco foi considerado nulo ( $Q_c=0,06$ ; g.l.=1;  $P=0,8065$ ) bem como a sua interação com o tempo ( $Q_c=0,47$ ; g.l.=1;  $P=0,4930$ ), ajustou-se o modelo 2 que não inclui o fator B nem a interação B\*T. A comparação entre os estes dois modelos através do teste da razão de verossimilhança ( $Q_1=0,416$ ; g.l.=4;  $P=0,9811$ ) indicou que o modelo 2 é adequado aos dados. O fato de serem considerados significativos os efeitos principais

dos fatores E ( $Q_c = 7,19$ ; g.l.=2;  $P=0,0274$ ), A ( $Q_c = 18,47$ ; g.l.=2;  $P=0,0001$ ) e C ( $Q_c = 15,62$ ; g.l.=2;  $P= 0,0004$ ), bem como os coeficientes angulares dos níveis de espaçamento ( $Q_c = 41,60$ ; g.l.=2;  $P \leq 0,0001$ ) e dos níveis de consorciação ( $Q_c = 13,34$ ; g.l.=2;  $P=0,0013$ ), não sugere qualquer simplificação no modelo 2. Pelo critério de informação de Akaike (Tabela 35) o modelo 2 foi considerado melhor que o modelo 1.

**Tabela 35** - Resultados da estimação por MV dos modelos 1 e 2. Variável: Diâmetro à altura do peito.

Nº	MODELO PARA OS EFEITOS FIXOS	Número de parâmetros	<i>l</i>	AIC
1	B + E + A + C + A*T + C*T + B*T	19	-240,647	-287,647
2	E + A + C + E*T + C*T	15	-240,855	-283,855

A Tabela 36 apresenta estimativas das variâncias, covariâncias e correlações entre as diversas idades para o modelo 2. Com exceção das variâncias nas idades 4,28 e 5,08 anos, todas as outras variâncias e covariâncias (indicadas em *itálico* na tabela) foram consideradas nulas ( $P \geq 0,0732$ ), indicando problemas na especificação do modelo de efeitos fixos.

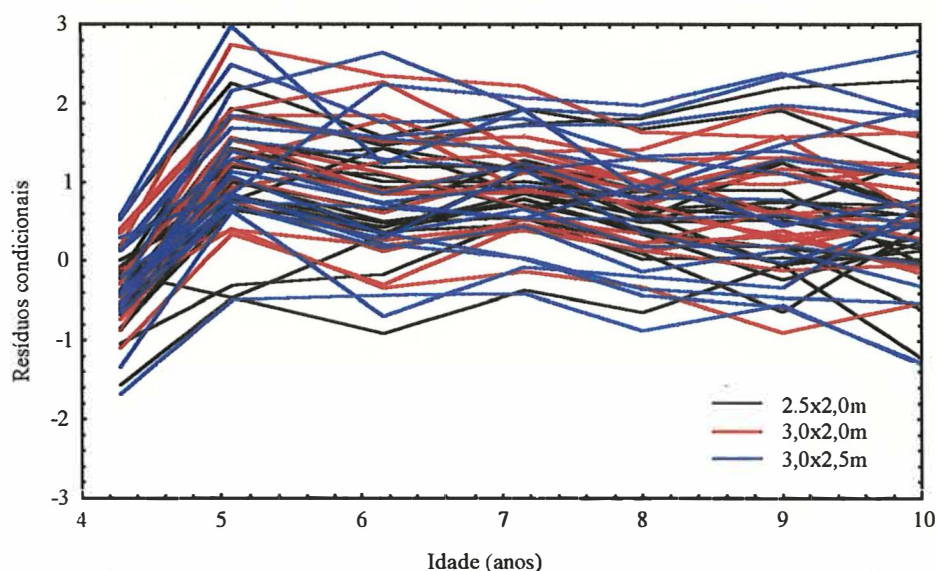
**Tabela 36** - Estimativas de MV das covariâncias (em **negrito**) e correlações entre as idades obtidas sob o modelo 2. Variável: Diâmetro à altura do peito.

<b>Idade</b>	4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00
4,28	<b>0,3607</b>	<i>-0,1494</i>	<i>-0,0358</i>	<i>-0,1331</i>	<i>-0,0275</i>	<i>-0,0386</i>	<i>0,0160</i>
5,08	<i>-0,1820</i>	<b>1,8674</b>	<i>1,4293</i>	<i>1,4403</i>	<i>1,0968</i>	<i>1,1443</i>	<i>1,0657</i>
6,16	<i>-0,0519</i>	<i>0,9101</i>	<b>1,3207</b>	<i>1,2151</i>	<i>0,9800</i>	<i>1,0608</i>	<i>0,9607</i>
7,16	<i>-0,1955</i>	<i>0,9297</i>	<i>0,9327</i>	<b>1,2852</b>	<i>0,9889</i>	<i>1,0586</i>	<i>0,9721</i>
8,00	<i>-0,0498</i>	<i>0,8723</i>	<i>0,9268</i>	<i>0,9480</i>	<b>0,8466</b>	<i>0,8955</i>	<i>0,8287</i>
9,00	<i>-0,0617</i>	<i>0,8035</i>	<i>0,8857</i>	<i>0,8960</i>	<i>0,9338</i>	<b>1,0862</b>	<i>0,9182</i>
10,00	<i>0,0267</i>	<i>0,7869</i>	<i>0,8435</i>	<i>0,8652</i>	<i>0,9088</i>	<i>0,8890</i>	<b>0,9822</b>

A tendência nos resíduos condicionais apresentada na Figura 16 também indica falha na parte fixa do modelo, que não conseguiu explicar o comportamento das respostas no início do experimento. Sem descartar as observações feitas aos 4,28 anos de idade, a explicação deste comportamento das respostas envolverá, certamente, o uso de polinômios de graus superiores a um, como já foi sugerido nas Figuras 14 e 15.

**Figura 16** - Diagramas paralelos de dispersão dos resíduos condicionais do modelo 2.

Variável: Diâmetro à altura do peito.



**Tabela 37** - Resultados da estimação por MV dos modelos 3, 4, 5 e 6. Variável:

Diâmetro à altura do peito.

Nº	MODELO PARA EFEITOS FIXOS	Número de parâmetros	$l$	AIC
3	$B+E+A+C + ExT + ExT^2 + CxT + CxT^2 + BxT$	25	-210,697	-263,697
4	$E + A + C + ExT + ExT^2 + CxT + CxT^2$	21	-210,906	-259,906
5	$E + A + C + ExT^2 + CxT + CxT^2$	18	-211,641	-257,641
6	$E + A + ExT^2 + CxT + CxT^2$	15	-211,905	-254,905

Procedeu-se, então, à estimação de um modelo inicial de efeitos fixos que incluiu os mesmos efeitos principais (B, E, A e C) e polinômios quadráticos para explicar o comportamento temporal das respostas. Os resultados necessários para a execução dos testes da razão de verossimilhança estão apresentados na Tabela 37.

No modelo 3, os efeitos principais dos fatores B ( $Q_c=0,06$ ; g.l.=1;  $P=0,8065$ ), E ( $Q_c=1,66$ ; g.l.=2;  $P=0,4360$ ) e C ( $Q_c=1,28$ ; g.l.=2;  $P=0,5273$ ) foram considerados nulos, bem como as interações BxT ( $Q_c=0,47$ ; g.l.=1;  $P=0,4930$ ), ExT ( $Q_c=1,72$ ; g.l.=2;  $P=0,4232$ ) e  $E^*T^2$  ( $Q_c=0,22$ ; g.l.=2;  $P=0,8958$ ). No modelo 4 que não inclui os efeitos B e BxT, os efeitos principais E ( $Q_c=1,66$ ; g.l.=2;  $P=0,4360$ ) e C ( $Q_c=1,24$ ; g.l.=2;  $P=0,5379$ ) e as interações ExT ( $Q_c=1,66$ ; g.l.=2;  $P=0,4360$ ) e  $ExT^2$  ( $Q_c=0,22$ ; g.l.=2;  $P=0,8958$ ) continuaram não significativas. Ajustando-se o modelo 5, que não inclui a interação ExT, o efeito principal C ( $Q_c=0,82$ ; g.l.=2;  $P=0,6637$ ) continuou não significativo mas a interação  $ExT^2$  resultou significativa ( $Q_c=40,16$ ; g.l.=2;  $P\leq 0,0001$ ). A comparação entre os modelos 6, que não inclui o efeito principal de C, e 5 resultou não significativa ( $Q_1=0,5280$ ; g.l.=3;  $P=0,9127$ ), indicando que o modelo 6 é adequado para os dados.

O fato de resultarem significativos os efeitos principais de E ( $Q_c=23,83$ ; g.l.=2;  $P\leq 0,0001$ ) e A ( $Q_c=8,69$ ; g.l.=2;  $P=0,0001$ ), bem como as interações  $ExT^2$  ( $Q_c=39,99$ ; g.l.=2;  $P\leq 0,0001$ ), CxT ( $Q_c=84,91$ ; g.l.=2;  $P\leq 0,0001$ ) e  $CxT^2$  ( $Q_c=24,81$ ; g.l.=2;  $P\leq 0,0001$ ) não sugerem qualquer outra simplificação no modelo 6. Pelo critério de informação de Akaike, este modelo também foi considerado o melhor dentre os modelos propostos.

Comparando-se os coeficientes lineares e quadráticos das curvas do fator C, pode-se concluir que a taxa de crescimento em DAP da espécie *Pinus* foi superior ao da

*Liquidambar* ( $Q_c=119,18$ ; g.l.=2;  $P\leq 0,0001$ ) e que a taxa de crescimento dessas duas espécies pode ser considerada idêntica à da consorciação *Pinus+Liquidambar* ( $Q_c=4,68$ ; g.l.=2;  $P=0,0962$ ). Comparando-se os coeficientes quadráticos das curvas do fator E, pode-se concluir que o crescimento em DAP foi mais rápido para o espaçamento 3,0x2,5m ( $Q_c=30,44$ ; g.l.=1;  $P\leq 0,0001$ ), seguido pelos espaçamentos 3,0x2,0m e 2,5x2,0m ( $Q_c=9,55$ ; g.l.=1;  $P=0,0020$ ).

Para o maior espaçamento (3,0x2,5m) e maior nível de adubação (222,50g/cova de adubo + 180kg/parcela de calcário dolomítico) os diâmetros médios à altura do peito foram estimados através do modelo 6 e os resultados estão apresentados na Tabela 38.

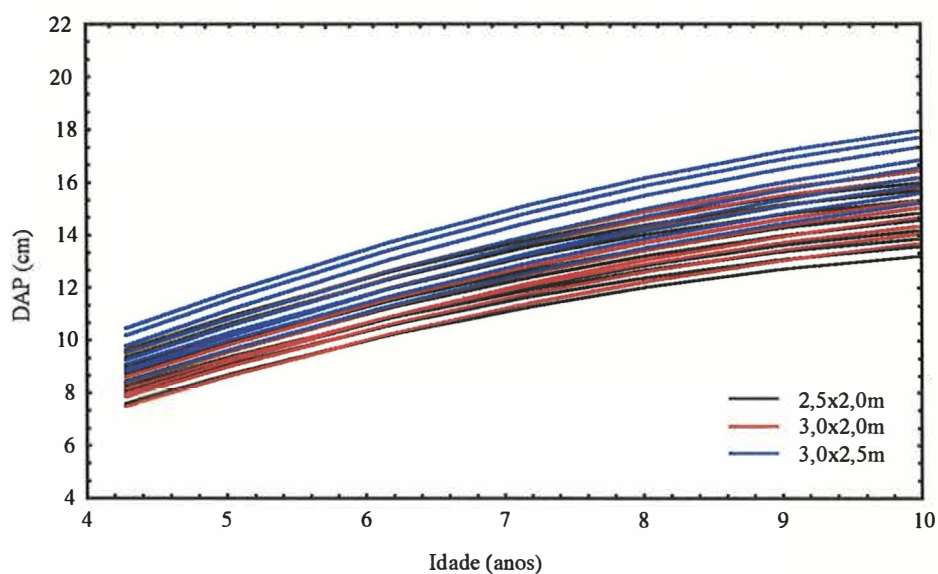
**Tabela 38** - Diâmetros médios à altura do peito e erros padrões estimados através do modelo 6 dos níveis de consorciação, para o espaçamento 3,0x2,5m e nível 2 de adubação.

CONSORCIAÇÃO	IDADE (anos)						
	4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00
<i>Pinus</i>	10,50	11,97	13,74	15,16	16,18	17,21	18,03
<i>Liquidambar</i>	9,12	10,41	11,98	13,25	14,18	15,14	15,92
<i>Pinus+Liquidambar</i>	9,59	10,96	12,63	14,00	15,00	16,04	16,90
Erro padrão	0,16	0,16	0,17	0,18	0,19	0,21	0,23

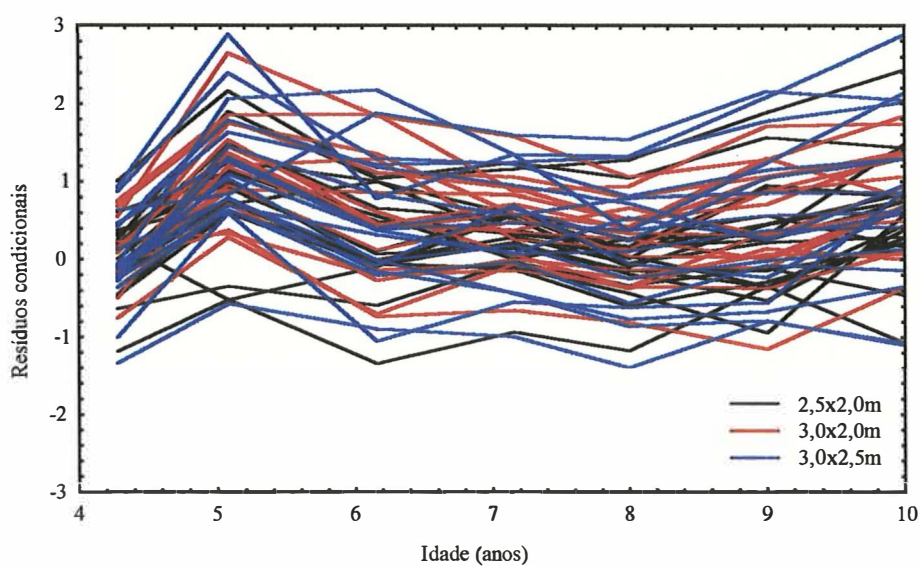
Comparando-se os diagramas paralelos de dispersão individuais dos DAP (Figura 12) e das curvas individuais estimadas pelo modelo 6 (Figura 17) pode-se perceber uma boa qualidade do ajuste do modelo. Apesar de os diagramas paralelos de dispersão dos resíduos condicionais (Figura 18) ainda apresentarem uma certa tendência no período inicial do experimento, ela não é tão acentuada como a mostrada na Figura 16, o que é

um indicativo de que os problemas na especificação do modelo de efeitos fixos foram contornados.

**Figura 17** - Diagramas paralelos de dispersão das curvas individuais estimadas pelo modelo 6. Variável: Diâmetro à altura do peito.



**Figura 18** - Diagramas paralelos de dispersão dos resíduos condicionais do modelo 6. Variável: Diâmetro à altura do peito.



Das estimativas das variâncias, covariâncias e correlações apresentadas na Tabela 39, somente algumas covariâncias (indicadas em *itálico* na tabela) foram consideradas nulas. Nota-se que as estimativas das correlações que envolvem a idade 4,28 são baixas, quando comparadas com as demais.

**Tabela 39** - Estimativas de MV das covariâncias (em **negrito**) e correlações entre as idades obtidas sob o modelo 6. Variável: Diâmetro à altura do peito.

<b>Idade</b>	4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00
4,28	<b>0,2449</b>	<i>0,2666</i>	<b>0,2649</b>	<i>0,2028</i>	<b>0,2026</b>	<i>0,2012</i>	<b>0,2217</b>
5,08	0,4119	<b>1,7102</b>	<b>0,8858</b>	<i>0,7490</i>	<b>0,4801</b>	<i>0,7943</i>	<b>1,2209</b>
6,16	0,6187	0,7829	<b>0,7485</b>	<b>0,5447</b>	<b>0,4623</b>	<b>0,6385</b>	<b>0,7892</b>
7,16	0,5759	0,8049	0,8848	<b>0,5063</b>	<b>0,3996</b>	<b>0,5545</b>	<b>0,7203</b>
8,00	0,6315	0,5663	0,8242	0,8662	<b>0,4203</b>	<b>0,4950</b>	<b>0,5617</b>
9,00	0,4591	<b>0,6858</b>	0,8333	0,8799	0,8622	<b>0,7843</b>	<b>0,8397</b>
10,00	0,4063	0,8468	0,8274	0,9182	0,7859	0,8600	<b>1,2155</b>

## 6 CONCLUSÕES

Sobre a aplicabilidade das técnicas de análise de dados longitudinais provenientes de planejamentos em blocos casualizados, concluiu-se que:

- nenhuma dificuldade adicional de implementação de análise resultou da adoção de um planejamento em blocos casualizados, mesmo na análise multivariada de perfis;
- os diagramas paralelos de dispersão individuais foram muito úteis na identificação de observações ou de perfis discrepantes, mas pouco informativos quando utilizados na seleção de modelos para os efeitos fixos e aleatórios;
- a técnica para seleção de efeitos aleatórios e fixos, que é baseada na distribuição amostral dos coeficientes polinomiais estimados em análises de regressão polinomiais ordinárias para cada indivíduo ao longo do tempo, foi pouco informativa quando as unidades experimentais foram classificadas em diferentes subpopulações segundo os níveis de dois ou mais fatores.

Os resultados das análises dos conjuntos de dados estudados permitiram a elaboração das seguintes conclusões:

- o aumento de espaçamento entre as árvores nas parcelas favoreceu o crescimento em diâmetro, não alterou o crescimento em altura e prejudicou o crescimento em volume;



- as árvores da espécie *Liquidambar* tiveram um crescimento mais rápido em altura e mais lento em diâmetro e volume, quando comparado ao crescimento das árvores da espécie *Pinus*;
- as árvores da consorciação *Pinus+Liquidambar* tiveram um crescimento intermediário em altura e volume, mas inferior em diâmetro, quando comparado ao crescimento das árvores das espécies *Pinus* e *Liquidambar*.

Baseado nas dificuldades encontradas na implementação e interpretação dos resultados das análises efetuadas, sugere-se para próximos trabalhos:

- o estudo do poder dos testes assintóticos quando o número de tratamentos é grande e o número de repetições ou blocos é pequeno;
- a criação de técnicas (ou modificação de técnicas já conhecidas) para a identificação de efeitos aleatórios, quando as unidades experimentais estão classificadas em diferentes grupos, segundo os níveis de dois ou mais fatores;
- o estudo da implementação da análise quando o comportamento temporal das respostas de diferentes tratamentos precisar ser representado por curvas polinomiais de graus diferentes, e quando as unidades experimentais associadas a tratamentos diferentes tiverem variabilidades diferentes.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transaction on Automatic Control**, AC-19, p.716-23. 1974.
- ANDERSON, T.W. **Introduction to Multivariate Statistical Analysis**. Wiley, New York. 1958.
- ANDRADE, D.F.; SINGER J.M. **Análise de dados longitudinais**. IN: VII Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística - SINAPE, Campinas, SP. São Paulo: Associação Brasileira de Estatística, 1986, 106p.
- ANDRADE, D.F.; SINGER, J.M. **Profile Analysis for Randomized Complete Block Experiments**. Relatório Técnico No.6772. IME - USP. 1994.
- ANDREONI, S. **Modelos de efeitos aleatórios para análise de dados longitudinais não balanceados em relação ao tempo**. São Paulo. 1989. 142p. Dissertação (Mestrado) - IME-USP.
- AUBIN, E.C.Q. **Análise de experimentos com medidas repetidas**. São Paulo, 1984. 164p. Dissertação (Mestrado) - IME-USP.
- BEALE, E.M.L.; LITTLE, R.J.A. Missing values in multivariate analysis. **J. Royal Statistical Society**, Series B, v.37, p.129-46, 1975.

- BERK, K. Computing for incomplete repeated measures. **Biometrics**, v.43, p. 385-98, 1987.
- BMDP Statistical Software Manual, volumes 1 & 2**, Berkeley: University of California Press, BMDP Statistical Software, Inc., California., 1989.
- BOX, G.E.P. A general distribution theory for a class of likelihood criteria. **Biometrika**, v.36, p.317-46, 1949.
- BOX, G.E.P. Problems in the analysis of growth and wear curves. **Biometrics**, v.6, p.362-89, 1950.
- BOX, G.E.P. Some theorems on quadratic forms applied to the study of analysis of variance problems. **Annals of the Mathematical Statistics**, v.25, p.290-302, 1954.
- BOX, G.E.P.; JENKINS, G.M. **Time series analysis: forecasting and control** (revised edn.). San Francisco: Holden Day, 1976.
- CHI, E.M.; REINSEL, G.C. Models for longitudinal data with random effects and AR(1) errors. **J. American Statistical Association**, v.84, p.452-9, 1989.
- CROWDER, M.J.; HAND, J. **Analysis of repeated measures**. London: Chapman & Hall, 1990, 257p.
- CULLIS, B.R.; MCGILCHRIST, C.A. A model for the analysis of growth data from designed experiments. **Biometrics**, v.46, p.131-42, 1990.
- DEMPSTER, A.P.; LAIRD, N.M.; RUBIN, D.B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. **J. Royal Statistical Society, Series B**, v.39, p.1-38, 1977.
- DEMPSTER, A.P.; RYAN, L.M. Weighted normal plots. **J. American Statistical Association**, v.80, p.845-50, 1985.

DIGGLE, P.J. An approach to the analysis of repeated measurements. **Biometrics**, v.44, p.959-71, 1988.

DIGGLE, P.J.; LIANG, K.Y.; ZEGER, S.L. **Analysis of Longitudinal Data**. Oxford: Clarendon, 1994, 253p..

EVANS, J.C.; ROBERTS, E.A. Analysis of sequential observations with applications to experiments on grazing animals and perennial plants. **Biometrika**, v.35, p. 687-94, 1979.

FAIRCLOUGH, D.L.; HELMS, R.W. A mixed linear model with linear covariance structure: A sensitivity analysis of maximum likelihood estimators. **J. Statistical Computation and Simulation**, v.25, p.205-36, 1986.

GEARY, D.N. Modelling the covariance structure of repeated measurements. **Biometrics**, v.45, p.1183-95, 1989.

GEISSER, S.; GREENHOUSE, S.W. An extension of Box's results on the use of the F distribution in multivariate analysis. **Annals of the Mathematical Statistics**. v.29, p.855-91, 1958.

GERALD, C.F. **Applied Numerical Analysis**, Reading, MA: Addison-Wesley. 1970.

GIESBRECHT, F.G. A general Structure for the class of mixed linear models. **Applications of Mixed Models in Agriculture and Related Disciplines**, Southern Cooperative Series Bulletin No.343, Louisiana Agricultural Experiment Station, Baton Rouge, p.183-201, 1989.

GOLUB, G.H.; VAN LOAN, C.F. **Matrix computations**, 2.ed., Baltimore, Johns Hopkins University Press, 1989.

- GOODNIGHT, J.H. A tutorial on the sweep operator. **American Statistician**, v.33, p.149-158, 1979.
- GRADY, J.J. **Structural covariance matrices for incomplete longitudinal data**. Institute of Statistics Mimeo Series, 2102T. University of North Carolina at Chapel Hill, 1992.
- GRAYBILL, F.A. **Theory and Application of the Linear Model**. Massachusetts: Duxbury Press, 1976.
- GREENHOUSE, S.W.; GEISSER, S. On methods in the analysis of profile data. **Psychometrika**, v.24, p.95-112, 1959.
- GRIZZLE, J.E.; ALLEN, D.M. Analysis of growth and dose-response curves. **Biometrics**, v.25, p.357-81, 1969.
- HARVILLE, D.A. Maximum likelihood approaches to variance component estimation and to related problems. **J. American Statistical Association**, v.72, p.320-40, 1977.
- HENDERSON, C.R. **Applications of Linear Models in Animal Breeding**. University of Guelph, 1984.
- HIGASHI, C. **Análise de perfis para experimentos em blocos aleatorizados**. São Paulo, 1995. 59p. Dissertação (Mestrado) - IME-USP.
- HUYNH, H.; FELDT, L.S. Conditions under which mean square ratios in repeated measurements designs have exact F-distributions. **J.American Statistical Association**, v.65, 1582-89, 1970.

- HUYNH, H.; FELDT, L.S. Estimation of the Box correction for degrees of freedom from sample data in randomized block and split-plot designs. **J. Education Statistics**, v.1, p.69-82, 1976.
- JENNRICH, R.I.; SCHLUCHTER, M.D. Unbalanced repeated measures models with structured covariance matrices. **Biometrics**, v.42, p.805-20, 1986.
- JONES, R.H. Serial correlation or random subject effects? **Commun. in Statistics - Simulation**, v.19, p.1105-23, 1990.
- JONES, R.H. **Longitudinal data with serial correlation: a state-space approach**. London: Chapman and Hall, 1993, 225p.
- JONES, R.H.; BOADI-BOATENG, F. Unequally spaced longitudinal data with AR(1) serial correlation. **Biometrics**, v.47, p.161-75, 1991.
- JÖRGENSEN, B.; LABOURIAU, R.; LUNDBYE-CHRISTENSEN, S. **Growth curve analysis based on exponential dispersion models**. Technical Report. Institute of Electronic Systems - University of Aalborg, Denmark. 1991.
- JÖRGENSEN, M.; NIELSEN, C.T.; KEIDING, N.; SKAKKEBAEK, N.E. **Parametric and non-parametric models applied to growth data**. Research Report, Statistical Research Unit, University of Copenhagen. 1985.
- KALMAN, R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems. **Trans. ASME J. Basic Eng.**, v.82D, p.35-45, 1960.
- KENWARD, M.G. A method for comparing profiles of repeated measurements. **Applied Statistics**, v.36, p.296-308, 1987.

- KHATTREE, R. & NAIK, D.N. **Applied Multivariate Statistics with SAS software.**  
Cary, North Carolina: SAS Institute Inc., 1995.
- KHATRI, C.G. A note on a manova model applied to problems in growth curve. **Annals of the Institute of Statistical Mathematics**, v.18, p.75-86, 1966.
- KLEINBAUM, D.G. A generalization of the growth curve model which allows missing data. **J. Multivariate Analysis**, v.3, p.117-24, 1973.
- KOZIOL, J.M. Probability plots for assessing multivariate normality. **The Statistician**, v.42, p.161-73, 1993.
- KREFT, I.G.G.; LEEUW, J; van der LEEDEN, R. Review of five multilevel analysis programs: BMDP-5V, GENMOD, HLM, ML3, VARCL. **The American Statistician** v.4, p.324-335.
- KSHIRSAGAR, A.M.; SMITH, W.B. **Growth curves.** New York: Marcel Dekker, 1995, 359p.
- LAIRD, N.M. Missing data in longitudinal studies. **Statistics in Medicine**, v.7, p.305-15, 1988.
- LAIRD, N.M.; LANGE, N.; STRAM, D. Maximum likelihood computations with repeated measures: application of the EM algorithm. **J. American Statistical Association**, v.82, p.97-105, 1987.
- LAIRD, N.M.; WARE, J.H. Random-effects models for longitudinal data. **Biometrics**, v.38, p.963-74, 1982.
- LANGE, N.; RYAN, L. Assessing normality in random effects models. **The Annals of Statistics**, v.17, p.624-42, 1989.
-

- LAVANGE, L.M.; HELMS, R.W. The analysis of incomplete longitudinal data with time series covariance structures. **Joint Statistical Meeting**, Toronto, Canada. 1983.
- LEEPER, J.D.; CHANG, S.W. Comparison of general multivariate and random-effects models for growth curve analysis: incomplete - data small- sample situations. **J. Statistical Computation and Simulation**, v.44, p.93-104, 1992.
- LIANG, K.; ZEGER, S.L. Longitudinal data analysis using generalized linear models. **Biometrika**, v.73, p.13-22, 1986.
- LIMA, C.G. **Análise de curvas de crescimento de aves - um enfoque multivariado**. Piracicaba, 1988. 69p. Dissertação (Mestrado) - ESALQ -USP
- LINDSTROM, M.J.; BATES, D.M. Newton-Raphson and EM algorithms for linear mixed effects-models for repeated-measures data. **J. American Statistical Association**, v.83, p.1014-22, 1988.
- LISKI, E.P. Detecting influential measurements in a growth curve model. **Biometrics**, v.47, p.659-68, 1991.
- LITTLE, R.J.A. A test of missing completely at random for multivariate data with missing values. **J. American Statistical Association**, v.83, p.1198-202, 1988.
- LOUIS, T.A. General methods for analysing repeated measures. **Statistics in Medicine**, v.7, p.329-45, 1988.
- LOUIS, T.A.; SPIRO, A. III. Fitting and assessing first-order auto-regressive models with covariates. **Research Report**, Department of Biostatistics, Harvard School of Public Health, 1986.



- MAUCHLY, J.W. Significance test for sphericity of a normal  $n$ -variate distribution. **Annals of Mathematical Statistics**, v.11, p.204-9, 1940.
- McLEAN, R.A.; SANDERS, W.L.; STROUP, W.W. A unified approach to mixed linear models. **The American Statistician**, v.45, p.54-64, 1991.
- MILLIKEN, G.A.; JOHNSON, D.E. **Analysis of Messy Data**. v.1.: Designed Experiments. New York: Chapman & Hall, 1992.
- MORRISON, D.F. **Multivariate Statistical Methods**, 3.ed. New York: McGraw-Hill, 1990, 415p.
- MUÑOZ, A.; CAREY, V.; SCHOUTEN, J.P.; SEGAL, M.; ROSNER, B. A parametric family of correlation structures for the analysis of longitudinal data. **Biometrics**, v.48, p.733-742, 1992.
- NOVAES, R.F.F. **Estudo comparativo da ciclagem de nutrientes em povoamentos puros e mistos de *Pinus caribea* mor. var. *hondurensis* Bar. et Golf e *Liquidambar styraciflua* L.**, 1987. 145p. Dissertação (Mestrado) - ESALQ - USP.
- PANTULA, S.G.; POLLOCK, K.H. Nested analysis of variance with autocorrelated errors. **Biometrics**, v.41, p.909-20, 1985.
- POTTHOFF, R.F.; ROY, S.N. A generalized multivariate analysis of variance model useful especially for growth curve problems. **Biometrika**, v.51, p.313-26, 1964.
- RAO, C.R. The theory of least squares when the parameters are stochastic and its application to the analysis of growth curves. **Biometrika**, v.52, p.447-58, 1965.

- RAO, C.R. Covariance adjustment and related problems in multivariate analysis. In: **Multivariate Analysis II**. P.R. Krishnaiah (ed.). Academic Press, New York, 87-103. 1966.
- RAO, C.R. Least squares theory using an estimated dispersion matrix and its application to measurements of signals. IN: **Proceedings of Fifth Berkeley Symposium of Mathematical Statistics and Probability**, 1, ed. L. M. LeCam and J. Neyman: 355-72. Berkeley and Los Angeles, California: University of California Press, 1967.
- RAO, C.R. Estimation of variance and covariance components in linear models. **J. American Statistical Association**, v.67, p.112-115, 1972.
- RAO, M.N.; RAO, C.R. Linked cross-sectional study for determining norms and growth rates - a pilot survey of Indian school-going boys. **Sankhyā B**, v.28, p.237-58, 1966.
- ROCHON, J.; HELMS, R.W. Maximum likelihood estimation for incomplete repeated-measures experiments under an ARMA covariance structure. **Biometrics**, v.45, p.207-18, 1989.
- ROUANET, H.; LÉPINE, D. Comparison between treatments in a repeated-measurement design: ANOVA and multivariate methods. **Brit. J. Mathematical and Statistical Psychology**, v.23, p.147-63, 1970.
- RUBIN, D.B. Inference and missing data. **Biometrika**, v.63, p.581-92, 1976a.
- RUBIN, D.B. Noniterative least squares estimates, standard errors and F-test for analysis of variance with missing data. **J. Royal Statistical Society, Series B**, v.38, p.270-4, 1976b.

- RUTTER, C.M.; ELASHOFF, R.M. Analysis of longitudinal data: random coefficient regression modelling. *Statistics in Medicine*, v.13, p.1211-31, 1994.
- RYAN Jr., T.A.; JOINER, B.F.; RYAN, B.F. **Minitab Reference Manual**. Statistics Department, Pennsylvania State University. 1981.
- SAMUELS, M.L.; CASELLA, G.; McCABE, G.P. Interpreting blocks and random effects (with comments by T.P. Speed, R.R. Hocking, D.A. Marville & R.H. Bremer). **J. American Statistical Association**, v.86, p.798-821, 1991.
- SAS Technical Report P-229**. *SAS/STAT Software: Changes and Enhancements, Release 6.07*. Chapter 16: The MIXED Procedure. Cary, North Carolina: SAS Institute Inc., 1992.
- SAS/STAT User's Guide**, Version 6, 4 ed., vol.2, Cary, North Carolina: SAS Institute Inc., 1990.
- SCHAALJE, B.; ZHANG, J.; PANTULA, S.G.; POLLOCK, K.H. Analysis of repeated measurements data from randomized block experiments. *Biometrics*, v.47, p.813-24, 1991.
- SCHEFFÉ, H. **The Analysis of Variance**. Wiley, New York. 1959.
- SCHLUCHTER, M.D. Analysis of incomplete multivariate data using linear models with structured covariance matrices. *Statistics in Medicine*, v.7, p.317-24, 1988.
- SCHLUCHTER, M.D. Likelihood-based methods for the analysis of continuous longitudinal data. IN: **Meeting of the Western North American Region of the Biometrics Society and the Institute of Mathematical Statistics**, 1992. Corvallis, Oregon, 1992.

- SCHLUCHTER, M.D. Unbalanced Repeated Measures Models with Structured Covariance Matrices. IN: **BMDP statistical software manual**, 1990 software release, v.2, eds. Los Angeles: BMDP Statistical Software Inc.,1990.
- SCHLUCHTER, M.D.; ELASHOFF, J.D. Small-sample adjustments to tests with unbalanced repeated measures assuming several covariance structures. **J. Statistical Computation and Simulation**, v.37, p.69-87, 1990.
- SCHWERTMAN, N.C. A note on the Geisser-Greenhouse correction for incomplete data split-plot analysis. **J. American Statistical Association**, v.73, p.393-96, 1978.
- SEBER, G.A.F. **Multivariate observations**. Wiley, New York. 1984.
- SINGER, J.M. **Análise de curvas de crescimento**. São Paulo, 1977. 113p. Dissertação (Mestrado). IME-USP.
- STEEL, R.G.D.; TORRIE, J.H. **Principles and Procedures of Statistics - A Biometrical Approach**. 2 ed., Singapura: McGraw-Hill, Inc., 1980, 633p.
- STIRATELLI, R.; LAIRD, N.M.; WARE, J.H. Random-effects models for serial observations with binary response. **Biometrics**, v.40, p.961-71, 1984.
- SUYAMA, E. **Identificação de um modelo de efeitos aleatórios**. São Paulo, 1995. 129p. Tese (Doutorado) - IME-USP.
- SZATROWSKI, T.H. Missing data in the one-population multivariate normal patterned mean and covariance matrix testing and estimation problem. **Annals of Statistics**, v.3, p.947-58, 1983.
- TIMM, N.H. **Multivariate Analysis with applications in Education and Psychology**. Wadsworth, Monterey. 1975.

- TIMM, N.H. Multivariate analysis of variance of repeated measures. **Handbook of Statistics, Analysis of Variance**, ed. P.R. Krishnaiah, v.1, p.41-87. New York, North Holland, 1980.
- VERBYLA, A.P.; CULLIS, B.R. Modelling in repeated measures experiments. **Applied Statistics**, v.39, p.341-56, 1990.
- VERBYLA, A.P.; VENABLES, W.N. An extension of the growth curve models. **Biometrika**, v.75, p.129-138, 1988.
- WARE, J.H. Linear models for the analysis of longitudinal studies. **The American Statistician**, v.39, p.95-101, 1985.
- WATERNAUX, C.; LAIRD, N.M.; WARE, J.H. Methods of analysis of longitudinal data: blood-lead concentrations and cognitive development. **J. American Statistical Association**, v.84, p.33-41, 1989.
- WEISS, R.E.; LAZARO, C.G. Residual plots for repeated measures. **Statistics in Medicine**, v.11, p.115-24, 1992.
- WILSON, P.D. Autoregressive growth curves and Kalman filtering. **Statistics in Medicine**, v.7, p.373-86, 1988.
- WINER, B.J. **Statistical Principles In Experimental Design**. 2 ed. New York: MacGraw-Hill, 907p., 1971.
- WOLFINGER, R. Covariance structure selection in general mixed models. **Commun. in Statistics - Simulation**, v.22 n.4, p.1079-1106, 1993.
- ZEGER, S.L. A regression model for time series of counts. **Biometrika**, v.75, p.621-29, 1988.

ZEGER, S.L.; LIANG, K.Y. Longitudinal data analysis for discrete and continuous outcomes. **Biometrics**, v.42, p.121-30, 1986.

ZEGER, S.L.; LIANG, K.Y.; STEVEN, G.S. The analysis of binary longitudinal data with time-independent covariates. **Biometrika**, v.72, p.31-38, 1985.

ZHANG, J.; SCHAALJE, B.; PANTULA, S.G.; POLLOCK, K.H. **REMACRB: REpeated Measures Analysis for Complete data from Randomized Block experiments**. Technical Report. Institute of Statistics Mimeograph Series No. 1912 - North Carolina State University. 80p., 1987.

## APÊNDICE 1

Tabela A.1.1 Dados de altura (m) das parcelas nas diversas idades.

Parcela	Trat.	Bloco	E	A	C	Idades (anos)						
						4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00
1	1	1	0	0	0	6,51	7,24	9,04	10,56	10,96	13,39	14,39
2	1	2	0	0	0	6,33	7,39	8,98	10,62	11,54	13,34	13,81
3	2	1	0	0	1	9,55	9,71	12,21	13,85	14,39	16,40	17,66
4	2	2	0	0	1	8,45	9,71	11,43	13,90	14,63	16,24	16,63
5	3	1	0	0	2	8,64	9,42	11,29	13,55	14,41	15,66	16,86
6	3	2	0	0	2	7,62	9,13	10,84	12,84	13,17	14,41	16,62
7	4	1	0	1	0	6,13	7,59	9,17	11,21	12,45	14,29	15,20
8	4	2	0	1	0	6,15	7,89	9,34	11,20	11,71	13,47	13,97
9	5	1	0	1	1	9,11	10,50	12,32	14,17	15,48	16,91	17,84
10	5	2	0	1	1	9,94	10,26	11,92	14,19	14,87	16,58	17,48
11	6	1	0	1	2	9,14	10,00	11,72	13,37	13,78	16,14	17,49
12	6	2	0	1	2	7,33	8,93	10,77	13,22	14,00	15,51	16,86
13	7	1	0	2	0	7,48	8,76	10,48	12,27	12,62	15,02	16,48
14	7	2	0	2	0	6,06	7,84	9,36	11,22	11,91	13,42	14,30
15	8	1	0	2	1	8,93	10,49	12,30	14,62	15,12	16,98	18,44
16	8	2	0	2	1	8,41	9,83	11,69	14,35	14,82	16,09	18,05
17	9	1	0	2	2	8,36	9,42	11,01	13,51	13,88	15,65	16,87
18	9	2	0	2	2	7,14	9,09	9,51	12,67	13,21	15,39	16,63
19	10	1	1	0	0	5,90	7,36	9,11	10,82	11,29	13,11	14,17
20	10	2	1	0	0	5,65	6,89	8,50	10,17	10,66	12,37	13,73
21	11	1	1	0	1	9,61	10,91	12,73	14,30	15,29	16,94	18,37
22	11	2	1	0	1	8,61	10,04	11,77	13,83	14,60	16,50	17,10
23	12	1	1	0	2	7,72	9,04	9,57	12,45	13,02	14,64	16,28
24	12	2	1	0	2	8,18	9,52	11,32	13,33	13,91	15,79	16,95
25	13	1	1	1	0	6,00	7,65	9,50	10,74	11,64	13,82	15,27
26	13	2	1	1	0	6,36	8,05	10,08	11,47	11,91	13,76	14,73
27	14	1	1	1	1	9,38	10,40	12,29	14,31	15,13	16,88	18,65
28	14	2	1	1	1	9,89	10,70	13,20	15,17	15,60	17,79	19,64
29	15	1	1	1	2	7,69	10,11	11,44	13,70	14,16	15,93	18,07
30	15	2	1	1	2	7,84	9,35	11,34	13,04	13,69	15,07	16,84
31	16	1	1	2	0	6,76	8,31	9,96	11,27	12,28	13,97	14,20
32	16	2	1	2	0	6,46	7,88	9,85	11,67	12,19	14,31	14,45
33	17	1	1	2	1	9,33	10,56	12,08	13,94	14,64	16,57	18,15
34	17	2	1	2	1	9,18	10,14	12,49	14,39	15,46	17,42	18,50
35	18	1	1	2	2	7,75	9,30	11,48	13,52	14,74	16,17	17,29
36	18	2	1	2	2	7,67	8,85	9,87	12,71	12,91	15,19	16,21
37	19	1	2	0	0	5,48	6,92	8,60	9,85	10,27	12,40	13,60
38	19	2	2	0	0	6,79	9,19	9,91	11,41	12,17	13,83	15,23
39	20	1	2	0	1	9,52	10,70	12,74	15,02	16,48	17,96	19,50
40	20	2	2	0	1	8,75	9,73	12,14	14,45	15,36	16,63	18,32
41	21	1	2	0	2	8,43	9,65	11,50	13,35	14,02	16,13	16,63
42	21	2	2	0	2	8,02	9,39	11,02	13,07	14,73	15,83	17,48
43	22	1	2	1	0	6,23	7,64	9,27	11,09	11,91	14,18	15,91
44	22	2	2	1	0	5,40	6,96	8,15	9,92	10,67	12,98	13,40
45	23	1	2	1	1	9,46	10,69	12,56	14,52	15,35	16,65	18,17
46	23	2	2	1	1	9,58	10,23	12,92	15,17	15,56	17,81	19,29
47	24	1	2	1	2	7,93	9,61	9,87	13,77	14,11		17,59
48	24	2	2	1	2	7,24	8,39	10,24	12,20	12,60	14,52	15,36
49	25	1	2	2	0	5,54	7,69	9,54	11,23	11,92	13,31	14,35
50	25	2	2	2	0	6,59	8,35	10,06	11,22	12,22	14,11	14,48
51	26	1	2	2	1	9,28	10,35	10,74	14,26	15,15	17,22	18,61
52	26	2	2	2	1	9,38	10,63	13,04	14,50	15,52	17,35	18,67
53	27	1	2	2	2	7,73	9,50	11,43	13,05	13,74	16,10	17,62
54	27	2	2	2	2	6,94	8,76	10,80	12,57	12,59	14,76	17,63



Tabela A.1.2 Dados de volume cilíndrico (m<sup>3</sup>/ha) das parcelas nas diversas idades.

Parcela	Trat.	Bloco	E	A	C	Idades (anos)						
						4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00
1	1	1	0	0	0	88,96	161,87	245,80	311,68	397,48	567,54	637,61
2	1	2	0	0	0	95,76	183,62	261,72	353,51	413,90	598,65	688,15
3	2	1	0	0	1	82,91	109,53	180,79	273,23	310,29	423,07	523,05
4	2	2	0	0	1	58,83	109,53	159,00	242,41	289,10	433,21	435,98
5	3	1	0	0	2	100,33	171,47	264,64	318,43	372,11	459,42	576,75
6	3	2	0	0	2	86,38	152,74	212,16	294,48	339,59	418,27	546,72
7	4	1	0	1	0	91,68	179,14	263,21	354,99	444,89	583,56	723,43
8	4	2	0	1	0	92,67	200,68	263,07	359,49	430,42	617,16	706,52
9	5	1	0	1	1	88,19	159,55	223,60	319,16	382,21	469,47	560,50
10	5	2	0	1	1	94,79	152,95	221,91	301,05	357,43	461,92	548,88
11	6	1	0	1	2	115,29	183,21	236,44	308,70	353,42	480,46	608,89
12	6	2	0	1	2	82,65	161,20	222,74	320,33	374,97	492,93	598,06
13	7	1	0	2	0	152,04	266,35	356,69	462,45	538,85	752,13	873,04
14	7	2	0	2	0	94,58	189,08	263,11	361,65	418,16	559,84	706,08
15	8	1	0	2	1	97,58	156,15	251,54	327,93	358,10	519,26	592,24
16	8	2	0	2	1	77,82	143,63	200,25	292,35	334,26	405,16	541,51
17	9	1	0	2	2	92,42	151,58	205,27	282,53	326,93	431,94	495,56
18	9	2	0	2	2	75,96	158,60	193,42	282,19	342,30	496,57	584,95
19	10	1	1	0	0	75,09	172,14	241,10	331,67	382,61	571,22	637,96
20	10	2	1	0	0	66,90	128,47	196,19	286,75	322,54	486,83	573,65
21	11	1	1	0	1	89,65	167,15	252,49	292,51	368,12	513,09	604,27
22	11	2	1	0	1	59,59	118,07	154,38	254,00	298,39	406,08	475,06
23	12	1	1	0	2	74,27	127,42	151,46	243,05	276,22	369,50	431,82
24	12	2	1	0	2	81,25	150,14	211,27	279,62	317,45	432,30	534,80
25	13	1	1	1	0	71,66	173,87	281,91	346,25	415,40	618,87	698,19
26	13	2	1	1	0	82,97	192,34	275,45	366,13	416,56	559,43	707,83
27	14	1	1	1	1	89,59	133,99	193,13	282,11	317,01	423,07	509,28
28	14	2	1	1	1	96,62	168,75	240,82	329,06	373,31	498,13	624,97
29	15	1	1	1	2	81,25	168,83	241,87	309,55	336,97	513,14	574,28
30	15	2	1	1	2	81,35	157,25	214,85	303,88	332,28	453,22	530,70
31	16	1	1	2	0	96,17	198,63	291,50	363,50	406,57	546,23	675,39
32	16	2	1	2	0	70,87	164,92	232,05	311,98	369,70	541,73	576,22
33	17	1	1	2	1	85,97	152,16	195,82	277,01	321,68	448,49	533,78
34	17	2	1	2	1	76,47	141,59	200,98	295,46	340,29	470,44	570,07
35	18	1	1	2	2	78,63	147,23	201,09	289,79	340,91	444,97	504,59
36	18	2	1	2	2	88,83	168,30	183,87	264,50	301,10	416,21	513,84
37	19	1	2	0	0	52,07	106,83	169,99	244,91	275,93	423,88	503,64
38	19	2	2	0	0	80,55	186,42	244,07	361,14	392,76	564,78	674,32
39	20	1	2	0	1	78,50	143,33	207,28	299,48	375,02	492,61	601,11
40	20	2	2	0	1	57,72	104,07	155,36	253,46	274,73	371,51	458,18
41	21	1	2	0	2	74,47	126,20	177,86	242,70	277,86	378,40	430,18
42	21	2	2	0	2	77,52	133,20	174,58	257,53	292,87	384,58	454,41
43	22	1	2	1	0	72,03	155,84	249,44	321,65	398,71	578,32	689,21
44	22	2	2	1	0	65,08	140,17	186,41	279,70	326,21	500,94	585,82
45	23	1	2	1	1	91,54	164,30	228,59	311,19	355,92	439,95	546,35
46	23	2	2	1	1	82,19	132,71	196,86	290,21	316,61	444,51	531,58
47	24	1	2	1	2	74,37	143,85	165,48	269,30	302,05	417,67	490,66
48	24	2	2	1	2	70,90	135,05	196,98	268,17	299,08	409,76	507,55
49	25	1	2	2	0	79,18	184,92	286,36	376,23	474,59	606,75	741,20
50	25	2	2	2	0	100,20	197,21	263,39	348,73	422,17	580,92	658,30
51	26	1	2	2	1	80,63	134,16	170,38	264,35	327,93	438,93	526,31
52	26	2	2	2	1	88,00	152,96	208,16	268,81	320,64	419,08	520,15
53	27	1	2	2	2	86,98	144,20	241,15	319,75	381,28	537,58	641,94
54	27	2	2	2	2	67,60	137,47	178,01	274,20	310,27	430,78	542,96

Tabela A.1.3 Dados de porcentagens de falhas das parcelas nas diversas idades.

Parcela	Trat.	Bloco	E	A	C	Idade (anos)							Média
						4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00	
1	1	1	0	0	0	20,41	16,33	14,58	16,33	14,58	14,58	14,58	15,91
2	1	2	0	0	0	4,08	4,08	2,08	4,08	2,08	0,00	2,08	2,64
3	2	1	0	0	1	16,33	4,08	14,58	16,33	14,58	14,58	14,58	13,58
4	2	2	0	0	1	4,08	4,08	0,00	4,08	2,08	0,00	0,00	2,05
5	3	1	0	0	2	6,12	6,12	4,17	10,20	10,42	8,33	10,42	7,97
6	3	2	0	0	2	8,16	10,20	4,17	8,16	6,25	4,17	14,58	7,96
7	4	1	0	1	0	10,20	12,25	8,33	16,33	14,58	12,50	16,67	12,98
8	4	2	0	1	0	6,12	6,12	6,25	8,16	6,25	6,25	6,25	6,49
9	5	1	0	1	1	6,12	6,12	4,17	6,12	4,17	4,17	4,17	5,01
10	5	2	0	1	1	12,24	16,33	10,42	12,24	10,42	10,42	12,50	12,08
11	6	1	0	1	2	6,12	6,12	6,25	12,24	10,42	8,33	10,42	8,56
12	6	2	0	1	2	4,08	4,08	4,17	10,20	8,33	8,33	8,33	6,79
13	7	1	0	2	0	2,04	2,04	0,00	6,12	4,17	4,17	4,17	3,24
14	7	2	0	2	0	10,20	10,20	8,33	10,20	8,33	8,33	8,33	9,13
15	8	1	0	2	1	14,29	14,29	12,50	14,29	12,50	12,50	12,50	13,27
16	8	2	0	2	1	12,24	14,29	12,50	16,33	14,58	14,58	14,58	14,16
17	9	1	0	2	2	12,24	14,29	14,58	26,53	22,92	22,92	22,92	19,49
18	9	2	0	2	2	26,53	28,57	27,08	32,65	31,25	29,17	33,33	29,80
19	10	1	1	0	0	2,78	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,78	0,79
20	10	2	1	0	0	5,56	8,33	5,56	8,33	11,11	5,56	11,11	7,94
21	11	1	1	0	1	2,78	2,78	2,78	2,78	2,78	2,78	2,78	2,78
22	11	2	1	0	1	2,78	2,78	2,78	2,78	2,78	2,78	2,78	2,78
23	12	1	1	0	2	5,56	5,56	5,56	8,33	11,11	8,33	16,67	8,73
24	12	2	1	0	2	8,33	8,33	8,33	11,11	11,11	11,11	11,11	9,92
25	13	1	1	1	0	2,78	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	5,56	1,19
26	13	2	1	1	0	8,33	8,33	8,33	8,33	8,33	8,33	8,33	8,33
27	14	1	1	1	1	0,00	0,00	0,00	0,00	2,78	0,00	5,56	1,19
28	14	2	1	1	1	2,78	2,78	2,78	2,78	2,78	2,78	2,78	2,78
29	15	1	1	1	2	0,00	2,78	5,56	11,11	13,89	5,56	16,67	7,94
30	15	2	1	1	2	5,56	5,56	5,56	5,56	11,11	5,56	13,89	7,54
31	16	1	1	2	0	2,78	2,78	2,78	2,78	5,56	2,78	2,78	3,18
32	16	2	1	2	0	22,22	16,67	16,67	19,44	19,44	19,44	19,44	19,05
33	17	1	1	2	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
34	17	2	1	2	1	8,33	8,33	8,33	8,33	8,33	8,33	8,33	8,33
35	18	1	1	2	2	5,56	8,33	8,33	11,11	13,89	11,11	22,22	11,51
36	18	2	1	2	2	8,33	8,33	13,89	19,44	22,22	19,44	19,44	15,87
37	19	1	2	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
38	19	2	2	0	0	12,50	12,50	4,17	4,17	4,17	4,17	8,33	7,14
39	20	1	2	0	1	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17
40	20	2	2	0	1	8,33	8,33	8,33	8,33	8,33	4,17	8,33	7,74
41	21	1	2	0	2	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17
42	21	2	2	0	2	8,33	8,33	8,33	8,33	16,67	12,50	16,67	11,31
43	22	1	2	1	0	8,33	8,33	8,33	8,33	8,33	8,33	12,50	8,93
44	22	2	2	1	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
45	23	1	2	1	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
46	23	2	2	1	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
47	24	1	2	1	2	4,17	4,17	4,17	8,33	8,33	8,33	12,50	7,14
48	24	2	2	1	2	4,17	4,17	4,17	8,33	12,50	12,50	12,50	8,33
49	25	1	2	2	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
50	25	2	2	2	0	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17
51	26	1	2	2	1	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17
52	26	2	2	2	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
53	27	1	2	2	2	8,33	8,33	12,50	12,50	12,50	12,50	12,50	11,31
54	27	2	2	2	2	0,00	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17	16,67	5,36

Tabela A.1.4 Dados de diâmetro à altura do peito das parcelas nas diversas idades.

Parcela	Trat.	Bloco	E	A	C	Idades (anos)						
						4,28	5,08	6,16	7,16	8,00	9,00	10,00
1	1	1	0	0	0	9,64	11,51	12,54	13,21	14,31	15,39	15,52
2	1	2	0	0	0	9,23	11,86	12,64	13,73	13,95	15,27	16,11
3	2	1	0	0	1	7,88	8,32	10,13	11,87	12,17	13,20	14,09
4	2	2	0	0	1	6,47	8,32	8,88	10,36	10,87	12,40	12,17
5	3	1	0	0	2	8,43	10,64	11,88	12,34	12,91	13,30	14,50
6	3	2	0	0	2	8,46	10,41	10,82	11,94	12,43	12,71	14,81
7	4	1	0	1	0	9,15	11,67	12,47	14,17	14,68	15,50	17,21
8	4	2	0	1	0	9,24	12,10	12,83	13,90	14,59	16,10	16,54
9	5	1	0	1	1	7,79	9,83	10,59	11,88	12,27	12,98	13,75
10	5	2	0	1	1	8,03	10,34	11,09	12,05	12,57	13,37	14,36
11	6	1	0	1	2	8,83	10,73	11,32	12,56	13,11	13,68	15,04
12	6	2	0	1	2	8,29	10,51	11,25	12,70	13,19	14,24	14,89
13	7	1	0	2	0	10,69	13,21	13,68	15,10	15,74	17,04	17,44
14	7	2	0	2	0	9,24	11,78	12,59	13,73	14,10	15,19	16,23
15	8	1	0	2	1	8,69	10,20	11,87	12,54	12,71	14,35	14,71
16	8	2	0	2	1	7,84	10,08	10,80	12,17	12,51	12,87	14,28
17	9	1	0	2	2	8,15	9,70	10,94	12,67	13,18	14,19	14,42
18	9	2	0	2	2	9,04	11,94	12,57	13,86	14,79	16,19	17,31
19	10	1	1	0	0	8,74	11,79	12,64	13,40	13,92	15,53	16,34
20	10	2	1	0	0	8,79	11,29	12,14	13,83	14,61	15,47	16,78
21	11	1	1	0	1	8,29	10,64	12,13	12,30	13,21	14,80	15,47
22	11	2	1	0	1	6,80	9,07	9,56	11,37	12,03	13,16	13,80
23	12	1	1	0	2	7,96	9,71	10,18	11,53	12,28	12,85	14,35
24	12	2	1	0	2	8,77	11,12	12,03	13,09	13,61	14,86	15,78
25	13	1	1	1	0	8,81	11,91	13,68	13,97	14,78	16,42	17,52
26	13	2	1	1	0	9,85	13,36	14,24	15,29	15,70	16,82	18,06
27	14	1	1	1	1	8,15	9,49	10,43	11,67	12,30	13,10	14,22
28	14	2	1	1	1	8,61	10,94	11,74	12,86	13,44	14,53	15,46
29	15	1	1	1	2	8,24	10,60	12,15	13,38	13,97	15,09	16,45
30	15	2	1	1	2	8,56	11,07	11,74	12,90	13,72	14,37	15,74
31	16	1	1	2	0	9,67	12,74	14,03	14,59	14,97	15,86	17,19
32	16	2	1	2	0	9,41	12,32	13,07	14,59	15,35	17,12	17,29
33	17	1	1	2	1	8,14	10,22	10,78	12,03	12,56	13,89	14,39
34	17	2	1	2	1	8,09	10,61	11,36	12,80	13,33	14,79	15,77
35	18	1	1	2	2	8,32	10,71	11,30	12,84	13,61	14,56	16,07
36	18	2	1	2	2	8,77	11,52	12,04	13,21	14,41	14,97	16,03
37	19	1	2	0	0	8,52	10,75	12,20	13,52	14,15	15,77	16,31
38	19	2	2	0	0	10,76	14,21	13,87	15,85	15,91	17,80	19,52
39	20	1	2	0	1	8,91	11,39	12,54	13,85	14,85	16,26	17,28
40	20	2	2	0	1	8,11	10,39	11,25	13,30	13,48	14,26	15,96
41	21	1	2	0	2	9,07	11,09	11,98	12,91	13,50	14,61	15,15
42	21	2	2	0	2	9,41	11,57	12,36	13,43	14,90	15,67	16,85
43	22	1	2	1	0	10,16	13,75	15,64	16,23	17,23	19,02	20,64
44	22	2	2	1	0	9,94	13,00	13,86	15,54	16,15	17,98	19,04
45	23	1	2	1	1	9,27	11,92	12,88	13,92	14,63	15,10	16,60
46	23	2	2	1	1	8,60	10,77	11,50	12,94	13,35	14,79	15,50
47	24	1	2	1	2	9,24	11,72	12,33	13,91	14,48	15,75	16,76
48	24	2	2	1	2	9,11	11,78	12,74	14,20	15,10	16,33	17,24
49	25	1	2	2	0	10,23	13,42	14,58	15,73	16,98	18,08	18,90
50	25	2	2	2	0	11,37	14,37	15,04	16,39	17,00	18,37	19,33
51	26	1	2	2	1	9,00	11,11	12,30	13,33	14,30	15,52	16,35
52	26	2	2	2	1	9,02	11,21	11,83	12,83	13,42	14,48	15,58
53	27	1	2	2	2	10,23	11,80	14,52	15,60	16,55	18,21	18,95
54	27	2	2	2	2	8,60	11,57	11,59	13,46	14,39	15,50	17,80

**APÊNDICE 2**

A especificação de um modelo misto no PROC MIXED é feita utilizando-se os seguintes comandos básicos:

```

proc mixed <opções>;
  class variáveis;
  model dependente = <efeitos fixos> </opções>;
  random efeitos aleatórios em G </opções>;
  repeated <efeitos aleatórios em R> </opções>;
  contrast 'nome' <valores para o efeito fixo ...>
    <| valores para o efeito aleatório>, ... </opções>;
  estimate 'nome' <valores para o efeito fixo ...>
    <| valores para o efeito aleatório>, ... </opções>;
  lsmeans efeitos fixos </opções>;

```

onde os itens entre os sinais < > são opcionais.

O comando **proc mixed** invoca o procedimento de análise. Suas opções definem o critério de convergência e o número de iterações, o nome do arquivo de dados utilizado, o método de estimação dos parâmetros de covariância e a impressão da matriz de covariâncias assintóticas dos parâmetros de covariância, das equações do modelo misto e da solução dessas equações.

O comando **class** nomeia as variáveis classificatórias que serão usadas na análise e o comando **model** identifica a variável dependente e os efeitos fixos que definem a matriz  $X_{ij}$  do modelo misto. Basicamente, as opções do comando **model** definem a necessidade de excluir o intercepto do modelo (no caso de se considerarem interceptos diferentes para os níveis de um fator e não de desvios em relação a um intercepto geral) e a impressão de intervalos de confiança para cada um dos efeitos fixos, de uma tabela com os valores observados, ajustados e resíduos, de uma solução para os efeitos fixos e da estatística de Wald etc..

O comando **random** serve para definir as matrizes  $Z_{ij}$  do modelo misto, os efeitos aleatórios dos vetores  $b_{ij}$  e a estrutura da matriz  $G$ , enquanto o comando **repeated** é usado para especificar a matriz  $R_{ij}$  no modelo misto, sendo diferente do comando REPEATED do GLM. Os efeitos aleatórios podem ser variáveis classificatórias ou contínuas, enquanto que os efeitos repetidos devem ser variáveis classificatórias. Um efeito **repeated** é especificado para indicar a ordem das medidas repetidas, não sendo necessário se os dados já estiverem ordenados de modo similar para cada unidade experimental.

Uma das opções mais importantes dos comandos **random** e **repeated** é **type=estrutura** que especifica a estrutura das matrizes  $G$  e  $R_{ij}$ , respectivamente. As opções de estruturas são: **SIMPLE**, **UN** (não estruturada), **AR(1)** (autoregressiva de primeira ordem), **TOEP** (toeplitz), **SP** (espacial) etc. Duas outras opções importantes são **subject=efeito** e **group=efeito**. O efeito **subject** indica o mecanismo para a bloco-diagonalização das matrizes  $W$  e  $R$  e assume independência completa entre os sujeitos. O efeito **group** define a heterogeneidade nas estruturas de covariâncias  $G$  e  $R_{ij}$  de tal modo que todas as observações que têm o mesmo nível deste efeito **group** têm os mesmos parâmetros de covariâncias e cada novo nível produz um novo conjunto de parâmetros de covariância, com a mesma estrutura do grupo original. Outras opções definem a impressão de estimativas das matrizes  $G$  e  $R_{ij}$  e uma solução para os efeitos aleatórios.

Os comandos **contrast** e **estimate** são usados para calcular estatísticas e erros padrões apropriados para vários espaços de inferência e podem aparecer múltiplas vezes

num programa. A opção **chisq** do comando **contrast** indica que a estatística deWald também seja impressa.

O comando **lsmeans** define a impressão das médias de mínimos quadrados generalizados dos efeitos fixos, bem como os seus erros padrões, que são ajustados para os efeitos aleatórios presentes no modelo.

Existem ainda outros comandos disponíveis no PROC MIXED: **BY variáveis**, que define a execução de análises separadas para as observações dos grupos definidos pelas variáveis **by**; **ID variáveis**, que identifica com os valores dessas variáveis as informações sobre os valores observados, ajustados e resíduos; **MAKE declaração**, que converte qualquer tabela produzida no PROC MIXED em um conjunto de dados SAS e **PARMS declaração**, que serve para a especificação de valores iniciais para os parâmetros de covariâncias e de uma grade de valores usados para investigar os valores dos parâmetros.

Além de numerosas rotinas para multiplicação de matrizes, o PROC MIXED usa freqüentemente o operador Sweep (GOODNIGHT, 1979) e a decomposição de Cholesky (GOLUB & VAN LOAN, 1989). Para otimizar a função de verossimilhança completa (MV) ou restrita (MVR) o PROC MIXED utiliza o algoritmo Newton-Raphson e para calcular valores iniciais para o processo de otimização utiliza o método MIVQUE0 (RAO, 1972; GIEBRESCHT, 1989).

**APÊNDICE 3**



**P1: Programa para a análise multivariada de perfis usando o comando repeated, com testes de esfericidade, de tendências temporais e comparações entre os níveis de consorciação. Variável: Altura.**

```
data altura;
input parcela trat bloco e a c h1 h2 h3 h4 h5 h6 h7;
cards;
1 1 1 0 0 0 6.51 7.24 9.04 10.56 10.96 13.39 14.39
2 1 2 0 0 0 6.33 7.39 8.98 10.62 11.54 13.34 13.81
3 2 1 0 0 1 9.55 9.71 12.21 13.85 14.39 16.40 17.66
...
53 27 1 2 2 2 7.73 9.50 11.43 13.05 13.74 16.10 17.62
54 27 2 2 2 2 6.94 8.76 10.80 12.57 12.59 14.76 17.63
```

```
proc glm data= altura;
class bloco e a c;
model h1--h7 = bloco e a c e*a e*c a*c e*a*c ;
repeated idade 7 (4.28 5.08 6.16 7.16 8.00 9.00 10.00) polynomial / summary printe;
estimate 'C2 vs. C0+C1' c -1 -1 2;
estimate 'C0 vs. C1' c -1 1 0;
run;
```

**P2: Programa para a obtenção da matriz de somas de quadrados e duplos produtos dos erros que é usada para determinação das variâncias e covariâncias amostrais. Variável: Altura.**

```
proc glm data= altura;
class bloco trat;
model h1--h7 = bloco trat / nouni;
manova / printe;
run;
```

**P3: Programa para a obtenção da matriz de somas de quadrados e duplos produtos dos erros do modelo de médias envolvendo os fatores consorciação e idade. Variável: Altura.**

```
proc glm data=altura;
class c;
model h1--h7= c;
manova / printe;
run;
```

**P4: Programa para o ajuste por MVR dos modelos propostos para a matriz de covariâncias. Variável: Altura.**

```

data alturamv;
input parcela trat bloco e a c h1 h2 h3 h4 h5 h6 h7;
  y=h1; idade= 4.28; output;
  y=h2; idade= 5.08; output;
  y=h3; idade= 6.16; output;
  y=h4; idade= 7.16; output;
  y=h5; idade= 8.00; output;
  y=h6; idade= 9.00; output;
  y=h7; idade=10.00; output;
drop h1-h7;
cards;
  1  1  1  0  0  0  6.51  7.24  9.04  10.56  10.96  13.39  14.39
  2  1  2  0  0  0  6.33  7.39  8.98  10.62  11.54  13.34  13.81
  3  2  1  0  0  1  9.55  9.71  12.21  13.85  14.39  16.40  17.62
  ... ..
  53 27  1  2  2  2  7.73  9.50  11.43  13.05  13.74  16.10  17.62
  54 27  2  2  2  2  6.94  8.76  10.80  12.57  12.59  14.76  17.63
;

proc mixed data=alturamv method=reml;
  class bloco trat c;
  title Modelo 0;
  model y = c*c*idade / noint s chisq;
  repeated / type=un subject=bloco*trat r;
proc mixed data=alturamv method=reml;
  class bloco trat c;
  title Modelo1;
  model y = c*c*idade / noint s chisq;
  repeated / type=un(1) subject=bloco*trat r;
  random intercept idade / type=un subject=bloco*trat g;
proc mixed data=alturamv method=reml;
  class bloco trat c;
  title Modelo 2;
  model y = c*c*idade / noint s chisq;
  repeated / type=un(1) subject=bloco*trat r;
  random intercept idade / type=un(1) subject=bloco*trat g;
proc mixed data=alturamv method=reml;
  class bloco trat c;
  title Modelo 3;
  model y = c*c*idade / noint s chisq;
  repeated / type=un(1) subject=bloco*trat r;
  random intercept / type=un subject=bloco*trat g;
proc mixed data=alturamv method=reml;
  class bloco trat c;
  title Modelo 4;
  model y = c*c*idade / noint s chisq;
  repeated / type=cs subject=bloco*trat r;
run;

```

**P5: Programa para obtenção das estimativas MV do Modelo 2 e comparações entre os parâmetros de efeito fixo. Variável: Altura.**

```
proc mixed data=alturamv method=ml;
  class bloco trat c;
  model y = c*c*idade / noint s p;
  repeated / type=un(1) subject=bloco*trat r ;
  random intercept idade / type=un(1) subject=bloco*trat g;
  contrast 'intercepto: c0=c1=c2' c -1 -1 2, c -1 1 / chisq;
  contrast 'intercepto: c2=c0+c1' c -1 -1 2 / chisq;
  contrast 'intercepto: c0=c1' c -1 1 / chisq;
  contrast 'inclinacao: c0=c1=c2' c*idade -1 -1 2, c*idade -1 1 / chisq;
  contrast 'inclinacao: c2=c0+c1' c*idade -1 -1 2 / chisq;
  contrast 'inclinacao: c0=c1' c*idade -1 1 / chisq;
  estimate 'c01' c 1 0 0 c*idade 4.28;
  estimate 'c02' c 1 0 0 c*idade 5.08;
  estimate 'c03' c 1 0 0 c*idade 6.16;
  estimate 'c04' c 1 0 0 c*idade 7.16;
  estimate 'c05' c 1 0 0 c*idade 8.00;
  estimate 'c06' c 1 0 0 c*idade 9.00;
  estimate 'c07' c 1 0 0 c*idade 10.00;
  estimate 'c11' c 0 1 0 c*idade 0 4.28;
  estimate 'c12' c 0 1 0 c*idade 0 5.08;
  estimate 'c13' c 0 1 0 c*idade 0 6.16;
  estimate 'c14' c 0 1 0 c*idade 0 7.16;
  estimate 'c15' c 0 1 0 c*idade 0 8.00;
  estimate 'c16' c 0 1 0 c*idade 0 9.00;
  estimate 'c17' c 0 1 0 c*idade 0 10.00;
  estimate 'c21' c 0 0 1 c*idade 0 0 4.28;
  estimate 'c22' c 0 0 1 c*idade 0 0 5.08;
  estimate 'c23' c 0 0 1 c*idade 0 0 6.16;
  estimate 'c24' c 0 0 1 c*idade 0 0 7.16;
  estimate 'c25' c 0 0 1 c*idade 0 0 8.00;
  estimate 'c26' c 0 0 1 c*idade 0 0 9.00;
  estimate 'c27' c 0 0 1 c*idade 0 0 10.00;
run ;
```

**P6: Programa para análise de covariâncias. Variável: Volume cilíndrico.**

```
data VC;
  input parcela trat bloco e a c vc1 vc2 vc3 vc4 vc5 vc6 vc7 falha;
  cards;
  1 1 1 0 0 0 88.96 161.87 245.80 311.68 397.48 567.54 637.61 15.91
  2 1 2 0 0 0 95.76 183.62 261.72 353.51 413.90 598.65 688.15 2.64
  ... ..
  53 27 1 2 2 2 86.98 144.20 241.15 319.75 381.28 537.58 641.94 11.31
  54 27 2 2 2 2 67.60 137.47 178.01 274.20 310.27 430.78 542.96 5.36
  ;
proc glm data=VC;
  class bloco e a c;
  model vc1--vc7 = falha bloco e a c e*a e*c a*c e*a*c;
  repeated idade 7 (4.28 5.08 6.16 7.16 8 9 10) polynomial / summary printe;
run;
```

## APÊNDICE 4

Neste exemplo são utilizados os dados da variável altura e será ajustado o modelo de efeitos aleatórios já descrito na seção 4.3. A seguir, serão apresentados os comandos do PROC MIXED usados no ajuste do modelo, uma descrição sobre cada um dos comandos e comentários sobre a saída dos resultados da análise.

```

proc mixed data=alturamv method=ml;
  class bloco c trat;
  model y = c*c*idade / noint s;
  repeated / type=un(1) subject=bloco*trat r;
  random intercept idade / type=un(1) subject=bloco*trat g;
  contrast 'c0=c1=c2' c -1 -1 2, c -1 1 0 / chisq;
  contrast 'c2=c0+c1' c -1 -1 2 / chisq;
  contrast 'c0=c1' c -1 1 0 / chisq;
  contrast 'incl: c0=c1=c2' c*idade -1 -1 2, c*idade -1 +1 0 / chisq;
  contrast 'incl: c2=c0+c1' c*idade -1 -1 2 / chisq;
  contrast 'incl: c0=c1' c*idade -1 1 0 / chisq;
  lsmeans c;
run;

```

O comando “**model**” especifica que os efeitos fixos referem-se aos coeficientes (intercepto e inclinação) de retas diferentes para cada nível de consorciação. A opção “**noint**” define o ajuste de diferentes interceptos para os níveis do fator C e não de desvios em relação a um intercepto geral. A opção “**s**” define a impressão do vetor de soluções dos efeitos fixos.

Não foi especificado nenhum efeito no comando “**repeated**” porque os dados estão ordenados de modo similar para todos os sujeitos. A opção “**type=UN(1)**” informa que para cada unidade experimental “**subject=bloco\*trat**” a estrutura da matriz  $\mathbf{R}_{ij} = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_7^2)$ . Deste modo, a matriz bloco-diagonal  $\mathbf{R}$  será constituída de  $gb=54$  blocos, cada bloco consistindo de matrizes com estruturas idênticas à definida. A opção “**r**” informa que o primeiro bloco da matriz  $\mathbf{R}$  deve ser impresso.

O comando **random** especifica a inclusão de dois efeitos aleatórios (intercepto e coeficiente angular) e que para cada indivíduo definido por “**subject=bloco\*trat**”, as opções “**type=UN(1)**” e “**g**” especificam uma estrutura  $G = \text{diag}(\sigma_{b_0}^2, \sigma_{b_1}^2)$  e a impressão de sua estimativa, respectivamente.

Cada um dos comandos “**contrast**” define uma combinação linear de interesse dos efeitos fixos. As hipóteses de que essas combinações são nulas serão testadas através do teste de Wald (opção “**chisq**”) e do teste F, já descritos na seção 4.3. O comando “**lsmeans**” define a impressão das médias de mínimos quadrados generalizados dos níveis do fator C.

Estes comandos produzem a seguinte saída:

Class Level Information		
Class	Levels	Values
BLOCO	2	1 2
C	3	0 1 2
TRAT	27	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27

A tabela “Class Level Information” apresenta uma lista dos níveis de todas as variáveis especificadas no comando **class** e a tabela “ML Estimation Iteration History” fornece um histórico do processo de otimização e informa que o critério de convergência foi satisfeito.

ML Estimation Iteration History			
Iteration	Evaluations	Objective	Criterion
0	1		20.66136550
1	2	-194.0770798	0.01099236
2	1	-195.2914707	0.00076411
3	1	-195.3703822	0.00000694
4	1	-195.3710652	0.00000000
Convergence criteria met.			

As estimativas das matrizes  $R_{11}$  e  $G$  são apresentadas nas tabelas “R Matrix for BLOCO\*TRAT 11” e “G Matrix”.

R Matrix for BLOCO*TRAT 1 1							
Row	COL1	COL2	COL3	COL4	COL5	COL6	COL7
1	0.13554144						
2		0.08279900					
3			0.18767768				
4				0.27332699			
5					0.12830890		
6						0.07278627	
7							0.28421552

G Matrix					
Parameter	Subject	Row	COL1	COL2	
INTERCEPT	BLOCO*TRAT 1 1	1	0.10043225		
IDADE	BLOCO*TRAT 1 1	2		0.00249763	

Na tabela “Covariance Parameter Estimates (MLE)” as estimativas de MV dos parâmetros de covariância das matrizes  $G$  e  $R_{ij}$  são listadas na coluna “Estimate”. A coluna “Std Error” fornece um erro padrão aproximado para as estimativas, a coluna “Z” fornece o resultado da divisão de cada estimativa pelo seu erro padrão e a coluna “Pr > |Z|” apresenta o nível descritivo do teste.

Covariance Parameter Estimates (MLE)					
Cov Parm	Estimate	Std Error	Z	Pr >  Z	
INTERCEPT UN(1,1)	0.10043225	0.04256343	2.36	0.0183	
UN(2,2)	0.00249763	0.00087964	2.84	0.0045	
DIAG UN(1,1)	0.13554144	0.03345428	4.05	0.0001	
UN(2,2)	0.08279900	0.02207848	3.75	0.0002	
UN(3,3)	0.18767768	0.03999196	4.69	0.0000	
UN(4,4)	0.27332699	0.05745254	4.76	0.0000	
UN(5,5)	0.12830890	0.03053164	4.20	0.0000	
UN(6,6)	0.07278627	0.02516783	2.89	0.0038	
UN(7,7)	0.28421552	0.06684688	4.25	0.0000	
Residual	1.00000761				

A tabela “Model Fitting Information for Y” lista diversas informações sobre o modelo misto ajustado, incluindo o número de observações usado na análise, a variância e desvio padrão residuais, o valor do logaritmo da verossimilhança MV e o valor dos critérios de informação de Akaike e de Schwartz. As três últimas linhas descrevem os resultados de um teste de razão de verossimilhança entre o modelo ajustado e um modelo que contém os efeitos fixos definidos no comando **model** e  $V_{ij} = \sigma^2 \mathbf{I}_{(T)}$ .

Model Fitting Information for Y	
Description	Value
Observations	378.000
Variance Estimate	1.000
Standard Deviation Estimate	1.000
Log Likelihood	-249.6730
Akaike's Information Criterion	-258.6730
Schwartz's Bayesian Criterion	-276.3800
-2 Log Likelihood	499.3465
Null Model LRT Chi-Square	216.0324
Null Model LRT DF	8.0000
Null Model LRT P-Value	0.0000

Solution for Fixed Effects					
Parameter	Estimate	Std Error	DDF	T	Pr >  T
C 0	0.11609592	0.14253232	270	0.81	0.4161
C 1	2.12874970	0.14253232	270	14.94	0.0000
C 2	1.15150997	0.14253232	270	8.08	0.0000
IDADE*C 0	1.48149889	0.02050064	270	72.27	0.0000
IDADE*C 1	1.64074391	0.02050064	270	80.03	0.0000
IDADE*C 2	1.59201293	0.02050064	270	77.66	0.0000

A tabela “Solution for Fixed Effects” fornece as estimativas de MV para os efeitos fixos, uma estimativa dos desvios padrões assintóticos e o resultado de um teste t da hipótese de que o efeito é nulo. Na tabela “Tests of Fixed Effects” estão apresentados



os resultados do teste F para as hipóteses de que os três interceptos e os três coeficientes angulares são simultaneamente nulos.

Tests of Fixed Effects				
Source	NDF	DDF	Type III F	Pr > F
C	3	270	96.33	0.0000
IDADE*C	3	270	5886.12	0.0000

A tabela “CONTRAST Statement Results” apresenta os resultados dos testes das comparações entre os interceptos e os coeficientes angulares. As colunas “NDF” e “DDF” informam os números de graus de liberdade do numerador (usado no teste de Wald) e do denominador. As colunas “Chisq” e “Pr > Chisq” fornecem informações sobre o teste de Wald e as colunas “F” e “Pr > F”, sobre o teste F.

CONTRAST Statement Results						
Source	NDF	DDF	ChiSq	F	Pr > ChiSq	Pr > F
c0=c1=c2	2	270	99.72	49.86	0.0000	0.0000
c2=c0+c1	1	270	0.03	0.03	0.8677	0.8678
c0=c1	1	270	99.70	99.70	0.0000	0.0000
incl: c0=c1=c2	2	270	31.68	15.84	0.0000	0.0000
incl: c2=c0+c1	1	270	1.51	1.51	0.2186	0.2196
incl: c0=c1	1	270	30.17	30.17	0.0000	0.0000