

MODELOS POLINOMIAL E DE MITSCHERLICH APLICADOS
A ENSAIOS DE ADUBAÇÃO NO DELINEAMENTO
FAO DE SETE PONTOS

MARIA LUISA MENEGHETTI

Orientador : Prof. Dr. CLÓVIS POMPÍLIO DE ABREU

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Agronomia. Área de concentração; "Estatística e Experimentação Agrônômica".

PIRACICABA
Estado de São Paulo - Brasil
Novembro, 1983

Aos meus pais,
DEDICO

AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Dr. Clóvis Pompílio de Abreu, pela orientação e estímulo durante o curso.

- Ao Prof. Dr. Roberto Simionato Moraes, pelas sugestões e ensinamentos recebidos.

- Aos demais professores do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ, pela ajuda e amizade.

- Aos funcionários do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ, pela amizade e atenção dispensada.

- Ao CNPq (Centro Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pela bolsa de estudos concedida durante a realização do curso.

- Ao Instituto do Açúcar e Alcool (IAA), pelos dados fornecidos.

- Ao Prof. Dr. Cássio Roberto de Melo Godoi, pela versão do Resumo.

- Aos colegas do curso de Pós-Graduação pelo companheirismo e bons momentos.

- A todos, que de uma maneira ou de outra, colaboraram para a execução deste trabalho.

ÍNDICE

	<u>página</u>
RESUMO	vi
SUMMARY	ix
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO DE LITERATURA	4
3. MATERIAL E MÉTODOS	16
3.1. Material	16
3.2. Métodos	18
3.2.1. Regressão polinomial	18
3.2.2. Estimativas dos parâmetros	20
3.2.3. Análise de variância	23
3.2.4. Variâncias e covariâncias das estimativas dos parâmetros	25
3.2.5. Intervalos de confiança dos parâmetros	26
3.2.6. Variâncias das estimativas dos rendimentos e intervalo de confiança dos rendimentos	27
3.2.7. Doses econômicas dos nutrientes	28
3.2.8. Estudo da superfície através de cortes	30
3.2.9. Estimativas das variâncias e intervalo de confiança das doses econômicas dos nutrientes ..	32

	<u>página</u>
3.3. Aplicação da equação de Mitscherlich	34
3.3.1. Doses econômicas dos nutrientes ...	35
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	36
4.1. Análise de variância	36
4.2. Estimativas dos parâmetros e seus intervalos de confiança	38
4.3. Níveis ótimos de N, P e K	39
4.3.1. Análise Individual	39
4.3.2. Análise conjunta	41
4.3.3. Cortes na superfície	42
4.4. Equação de Mitscherlich	43
4.4.1. Doses econômicas dos nutrientes ...	44
5. CONCLUSÕES	45
6. LITERATURA CITADA	47
7. APÊNDICE	53

MODELOS POLONOMIAL E MITSCHERLICH APLICADOS A ENSAIOS
DE ADUBAÇÃO NO DELINEAMENTO FAO DE SETE PONTOS

Autora: MARIA LUISA MENEGHETTI

Orientador: CLÓVIS POMPÍLIO DE ABREU

RESUMO

O estudo dos níveis ótimos de nutrientes na agricultura, tem sido bastante difundido nos últimos anos, visando ao aumento da produtividade associado a uma receita líquida máxima.

Este trabalho teve como objetivo estudar os resultados dos ensaios de adubação em produção de cana, produção de açúcar (ton/ha) e produção de açúcar provável em % de cana, ajustando a eles uma superfície de resposta.

Os dados utilizados provieram de seis usinas no Estado de São Paulo, onde se usou o Fatorial Incompleto da FAO de adubação NPK com sete pontos, isto é, os tratamentos 011 - 111 - 211 - 101 - 121 - 110 - 112, com duas repetições.

Aos dados experimentação foram ajustados os modelos de Regressão Polinomial quadrático e de regressão assintótica, representada por:

$$Y_i = a_{44} + a_{14}X_{1i} + a_{24}X_{2i} + a_{34}X_{3i} + a_{11}X_{1i}^2 + a_{22}X_{2i}^2 + a_{33}X_{3i}^2 + e_i$$

$$Y_i = A \left[1 - 10^{-c(X_i + b)} \right] + \varepsilon_i \quad (\text{Equação de Mitscherlich})$$

Para o ajuste do modelo polinomial foram realizadas as análises individuais e conjunta, onde foram considerados os seguintes casos:

- Produção de cana (ton/ha);
- Produção de açúcar provável em % de cana;
- Produção de açúcar (ton/ha).

Os principais tópicos abordados, consistiram em:

- a. Estimativas dos parâmetros e seus respectivos intervalos de confiança.
- b. Níveis ótimos dos nutrientes e seus respectivos intervalos de confiança.
- c. Cortes das superfícies de resposta, fixando dois dos nutrientes em suas doses padrão, visando ao estudo econômico.

No ajuste da equação de Mitscherlich, também foram considerados os três casos, obtidas as estimativas dos

parâmetros e o estudo das doses econômicas dos nutrientes.

As principais conclusões foram:

a. Os parâmetros da equação polinomial apresentaram intervalos de confiança bastante amplos, e os parâmetros dos termos quadráticos não foram significativos em nenhum dos casos. Para que se pudesse constatar melhor esses efeitos, dever-se-ia ter doses mais elevadas.

b. Para que as doses econômicas sejam confiáveis é necessário que os coeficientes dos termos quadráticos da equação difiram significativamente de zero, o que não ocorre em nosso trabalho, impossibilitando assim a recomendação de doses economicamente aconselháveis dos nutrientes.

c. O estudo de ensaios fatoriais incompletos aplicados a ensaios de adubação NPK, utilizando-se o delineamento da FAO e a equação de Mitscherlich para o ajuste dos dados não revelou uma interpretação racional dos ensaios na cultura de cana-de-açúcar no Estado de São Paulo.

POLYNOMIAL AND MITSCHERLICH MODELS APPLIED TO
FERTILIZATION EXPERIMENTS IN THE SEVEN POINTS FAO DESIGN

Autor: MARIA LUISA MENEGHETTI

Adviser: CLÓVIS POMPÍLIO DE ABREU

SUMMARY

Finding the optimum levels of nutrients in agricultural experiments is being used largely in recent years with the purpose to increase the yeald associated with the maximum net income.

The objctive of the dissertations was to analyse the results obtained in fertilizer experiments and cane yield, sugar yield (t/ha), probable sugar yield (% of cane), ajusting to them a response, surface. Data make useful deriving from six mills in state of São Paulo, in which on incomplete factorial of FAO type of seven points was designed. The treatment combinations were: 011; 111; 211; 101; 121; 110; 112; with two replicates.

Two models were adjusted, say, quadratic polynomial regression and asymptotic Mitscherlich regression:

.x.

$$Y_i = a_{44} + a_{14}X_{1i} + a_{24}X_{2i} + a_{34}X_{3i} + a_{11}X_{1i}^2 + a_{22}X_{2i}^2 + a_{33}X_{3i}^2 + e_i$$

and,

$$Y_i = A \left[1 - 10^{-c(X_i + b)} \right] + \epsilon_i$$

For the polynomial adjustment the individual and pooled analyses were performed when the following cases were considered:

- Cane yield (t/ha)
- Probable sugar yield (% of cane)
- Sugar yield (t/ha).

The main points treated were:

- a. Parameters estimates and interval estimates.
- b. Optimum levels of nutrients and their confidence intervals.
- c. Surface response cuts, fixing 2 levels in their average values, objecting an economical study.

In the Mitscherlich model adjustment the three cases mentioned above were also considered.

The most important conclusions were:

- a. The confidence intervals for the polynomial

model were larger than one could afford for practical purposes, and the quadratic terms were not significant in any case. Larger doses are required to reach better estimates.

b. For the economical doses to be confiable it is necessary that the quadratic terms coefficients differ from zero statistically which was not verified in our case, turning the recommendation impossible.

c. Incomplete factorial designs of FAO-type applied to fertilizers experiments in sugar cane showed no rational results interpretation when polynomial and asymptotic models were used.

1. INTRODUÇÃO

Como é de amplo conhecimento de todo pesquisador do Campo Agrônomo, os ensaios fatoriais são os que fornecem uma maior quantidade de resultados.

Um dos aspectos mais importantes dos referidos ensaios é que, através de uma Análise de Regressão pela Equação de Mitscherlich ou de uma Regressão Polinomial, pode-se obter uma função tal que permita estabelecer uma relação entre a quantidade de elemento fertilizante usado e a produção obtida no intervalo em estudo, ou seja uma função de produção.

Os fertilizantes encarecem cada vez mais os custos operacionais da produção agrícola, havendo, portanto, necessidade nos estudos de adubação, que maior ênfase seja dada à parte econômica do uso de fertilizantes na Agricultura.

Nos experimentos de adubação é de muito interesse que os dados de produção de uma cultura qualquer sejam expressos em função da quantidade de nutrientes adicionados ao solo.

A função de produção pode ser representada simbolicamente por:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

onde

Y é a produção por unidade de área;

X_1, X_2, \dots, X_n são as quantidades usadas dos nutrientes.

A finalidade deste trabalho é contribuir para estudos da adubação com cana-de-açúcar, através de ensaios Fatoriais Incompletos, com sete pontos.

O modelo ajustado foi o quadrático.

$$Y_i = a_{44} + a_{14}X_{1i} + a_{24}X_{2i} + a_{34}X_{3i} + a_{11}X_{1i}^2 + a_{22}X_{2i}^2 + a_{33}X_{3i}^2 + e_i$$

As interações não foram consideradas entre os fatores, pois o delineamento utilizado (delineamento da FAO) para a obtenção dos dados de produção possibilita somente o ajuste de modelos contendo até sete parâmetros.

A partir do modelo ajustado, realizou-se o estudo da dose economicamente aconselhável de nutriente e seus respectivos intervalos de confiança.

Foram efetuados alguns cortes das superfícies, a fim de verificar o comportamento de cada nutriente quando os demais são fixados em suas respectivas doses padrão.

Estimou-se também os parâmetros da Equação de Mitscherlich para comparar os resultados e para ver se esses dados se ajustam para a mesma.

A equação que se usou para as estimativas dos parâmetros foi:

$$Y_i = A \left[1 - 10^{-C(X_i + b)} \right] + \epsilon_i$$

Realizou-se também o estudo da dose economicamente aconselhável de nutriente.

2. REVISÃO DE LITERATURA

Os experimentos fatoriais tem sido utilizados nos mais variados campos de pesquisa, mas é na área agrônômica que se encontra maior aplicação.

No Brasil, vários grupos de experimentos de adubação com N, P e K, em diversas culturas, foram planejados como fatoriais 3 x 3 x 3 ou semelhantes. STRAUSS (1951) e ALVAREZ et alii (1963) em São Paulo, os utilizaram para a cana-de-açúcar. ARRUDA (1959) e MIRANDA (1966) relataram resultados em ensaios de milho.

BOX e WILSON (1951) discutiram os delineamentos tipo Composto Central com a finalidade de determinar, o ponto de resposta máxima. Esses delineamentos foram, a princípio, utilizados na indústria, onde o erro experimental é geralmente menor.

Atualmente eles são utilizados na agricultura, pois permitem o estudo de diversos níveis de adubação usando um número relativamente pequeno de unidades experimentais.

O delineamento original de BOX e WILSON (1951), para três fatores tinha um único ponto central, num total de 15 pontos.

HEADY e PESEK (1954) fizeram um estudo sobre adaptações de funções de resposta a dados de um ensaio de adubação N e P em milho, cada nutriente em cinco níveis.

Aplicaram os dados, vários modelos de uma ou duas variáveis independentes.

A partir da equação que melhor representou os dados, os autores determinaram o ponto correspondente a produção máxima e, posteriormente, efetuaram cortes na superfície.

A FAO (1966) fez um interessante trabalho sobre resposta de fertilizantes.

Diversas funções são ajustadas a partir das médias de tratamentos de um número grande de ensaios. Foram obtidos resultados bastante satisfatórios.

PIMENTEL GOMES e CAMPOS (1966) determinaram as doses economicamente aconselháveis através da equação de Mits

cherlich em vários ensaios de adubação de milho, confrontando os resultados obtidos com a Regressão Polinomial.

Afirmam os autores que o método de Regressão Polinomial apresenta vantagens no caso de algumas interações, sendo entretanto, pouco aconselhável na maioria dos casos, em ensaios de adubação, pois não permite extrapolação e também testes de significância adequados no caso de grupo de ensaios. A aplicação é mais trabalhosa e mais restrita.

ZAGATTO e PIMENTEL GOMES (1967) fizeram um estudo geral das funções de produção com uma, duas ou mais variáveis independentes sob o ponto de vista econômico.

Entre as funções estudadas aparece a Regressão Polinomial de 2º grau aplicada a ensaios fatoriais 3 x 3 x 3.

No estudo econômico de ensaios de adubação por polinômios, os autores encontraram algumas dificuldades, e para evitá-las ou reduzi-las as mais indicadas são:

1. Usar sempre grupos de ensaios numerosos ou ensaios isolados com diversas repetições de boa precisão.

2. Não confiar em doses ótimas obtidas a par-

.7.

tir de polinômios de coeficientes para os termos de 2º grau em x_1^2 , x_2^2 , etc. que não sejam significativamente diferentes de zero.

3. Verificar sempre se os valores obtidos correspondem realmente a um máximo.

4. Calcular intervalos de confiança para as doses ótimas encontradas, para poder julgar qual o seu valor real.

CAMPOS (1967) fez importante trabalho sobre superfície de Resposta, a partir do qual se originaram outros trabalhos nessa área.

Apresentou um estudo sobre Regressão Polinomial ajustada aos ensaios fatoriais 3^3 de adubação N, P e K em milho, trabalhando com um grupo de 50 ensaios, na região de Ribeirão Preto.

O autor verificou que os parâmetros da equação de Superfície de Resposta apresentam intervalo de confiança muito amplos, trazendo conseqüentemente uma imprecisão nas estimativas das produções o que o leva a recomendar a aplicação da Regressão Polinomial dos ensaios fatoriais 3^3 de adubação, apenas para grupos de ensaios de boa precisão.

MORAES (1969), utilizou a Regressão Polinomial para um ensaio fatorial 3^3 de adubação de milho com N, P e K

em níveis não equidistantes.

Determinou os intervalos de confiança para os parâmetros, as estimativas das produções a partir da equação de Regressão e os respectivos intervalos de confiança.

As estimativas das produções obtidas através da Regressão foram relativamente boas, com intervalos de confiança bem pequenos. A análise de variância mostrou efeito altamente significativo para a regressão.

PIMENTEL GOMES (1969) através de uma análise crítica do estudo econômico de adubação, dá ênfase ao problema da determinação do ponto de máximo da função da receita líquida.

Lembra o autor que, mesmo tendo essa função um máximo, este será válido somente se estiver na região explorada pelo experimento.

VIEIRA (1970) estudou quatro funções de produção aplicados aos ensaios fatoriais de N, P e K em milho.

A autora concluiu que dos três modelos de Regressão Polinomial ajustados, dois apresentaram resultados praticamente iguais: o modelo quadrático e o de grau $3/2$.

No caso de três níveis, para a determinação da dose econômica de nutriente, é preferível o uso da Lei de

Mitscherlich devido as suas soluções satisfatórias através de Métodos Matemáticos Simples.

CAMPOS e ARAÚJO (1971) utilizando os dados dos 50 ensaios fatoriais 3^3 , usados por CAMPOS (1967), ajustam as médias dos referidos ensaios, de uma superfície de Resposta (Modelo Quadrático) com interpretações dos parâmetros estimados.

Os autores trabalham com o modelo completo e, após, sem interações. Verificaram que, devido à não significância das interações, estas foram desprezadas, obtendo-se, para a superfície de Resposta, informações análogas às da Equação de Mitscherlich.

NAGAI *et alii* (1975) estudaram o ajuste da função

$$Y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + b_{11} X_{1i}^2 + b_{22} X_{2i}^2 + b_{12} X_{1i} X_{2i} + \epsilon_i ,$$

aos dados de experimentos fatoriais 3×4 de adubação com Nitrogênio e Potássio na cultura de algodão, em alguns municípios do Estado de São Paulo. Observaram que os intervalos de confiança para os parâmetros foram muito amplos e que o modelo polinomial usado apresentou desvios padrões bastante elevados.

PIMENTEL GOMES (1976) fez um estudo de Regressão Polinomial com as variáveis independentes, X_1 , X_2 e X_3 ,

utilizando o procedimento dos Polinômios Ortogonais.

Admitiu os ensaios fatoriais 3^3 incompletos, utilizados no projeto FAO-ANDA-MA no Brasil, não levando em consideração o tratamento testemunha e adotou o modelo:

$$Y = m + a_1 P_1 + a_2 P_2 + a_3 P_3 + b_1 Q_1 + b_2 Q_2 + b_3 Q_3$$

onde: m = média geral

P_i ($i = 1, 2, 3$) polinômios Ortogonais do 1º grau

Q_i ($i = 1, 2, 3$) polinômios Ortogonais do 2º grau para N, P e K respectivamente.

Pelo método dos Quadrados mínimos, o autor obteve as estimativas dos parâmetros do modelo e, a partir dessas estimativas obteve as expressões das somas de quadrados referentes aos componentes linear e quadráticos de N, P e K.

CONAGIN e JORGE (1977) estudando o comportamento de um grupo especial de fatoriais fracionados $(1/5) 5^3$, visando a sua aplicação em experimentos de adubação, concluíram tratar-se de um delineamento adequado para os ensaios de adubação, permitindo a análise por diversos modelos, como o quadrático, raiz quadrada, Mitscherlich e outros.

COSTA (1977) a partir dos dados de 27 ensaios fatoriais 3^3 de adubação NPK em arroz, instalados no Estado

de Goiás, fez um estudo de 3 modelos de Regressão Polinomial.

Os modelos ajustados foram o polinomial quadrático, o de grau $3/2$ e o modelo "raiz quadrada". Para o ajuste dos modelos o autor considerou os ensaios dispostos em cinco grupos.

Para determinar as supostas doses econômicas dos modelos quadrático e raiz quadrada o autor utilizou a mesma metodologia empregada por CAMPOS (1967) e VIEIRA (1970), obtendo conclusões similares às obtidas pelos referidos autores, que recomendaram a aplicação das superfícies de resposta somente para grupos de ensaios é de boa precisão.

MONTEIRO (1978) estudou o comportamento dos modelos polinomial quadrático e assintótico (Lei de Mitscherlich), aos dados de produção de ensaios fatoriais 3^3 de adubação NPK em amendoim.

O autor conclui que os dois modelos apresentaram um bom ajuste dos dados experimentais e que os intervalos de confiança para os rendimentos foram estreitos.

RIBOLDI (1978) fez um estudo do ajuste dos modelos de superfície de Resposta, a dados experimentais de ensaios fatoriais 3^3 incompletos, de adubação NPK em milho do projeto FAO-ANDA-MA no Brasil.

Pesquisou o ajuste pelo método dos polinômios ortogonais dos seguintes modelos:

$$Y = B_0 + \sum_{i=1}^3 B_i X_i^{1/2} + \sum_{i=1}^3 B_{ii} X_i$$

$$Y = B_0 + \sum_{i=1}^3 B_i X_i^{3/4} + \sum_{i=1}^3 B_{ii} X_i^{3/2}$$

O autor concluiu que as produções médias dos tratamentos foram concordantes com as produções médias observadas para ambos os modelos e ainda, que a ausência do tratamento testemunha influi na obtenção das equações de Regressão, podendo até mesmo conduzir a equações completamente diferentes das obtidas quando o citado tratamento é considerado.

CONAGIN e JORGE (1978) discutiram os delineamentos e as técnicas mais adequadas ao estudo de vários setores da pesquisa no campo da fertilidade, sendo considerados, principalmente, os delineamentos para estudo nos seguintes itens: exploração de deficiências nutritivas, comparação do tipo de fertilizantes, determinação de épocas e número de aplicação dos nutrientes, etc.

CONAGIN e JORGE (1978) fizeram um estudo através do fatorial fracionado (1/27) 9 x 9 x 9.

A solução para obtenção dos estimadores, a análise de variância, o cálculo dos valores esperados são apre-

sentados para os modelos polinomial quadrático e polinomial com raiz quadrada, seja para o modelo completo (dez parâmetros) ou para o modelo sem interações (sete parâmetros).

Os autores concluíram que esse tipo de delineamento apresenta certa flexibilidade, podendo ser analisado de acordo com dois modelos, através de superfícies de Resposta do tipo quadrático e com raiz quadrada.

Possibilita o estudo de três fatores em nove níveis, partindo de um dos quatro conjuntos básicos de tratamentos, sendo estes bem espalhados na forma de 27 pontos dentre os 729 do fatorial completo.

CONAGIN e JORGE (1978) estudaram ensaios de adubação no delineamento axial com 3 macronutrientes, em três níveis, com utilização de um número bem reduzido de pontos.

Esse delineamento permite estudos para duas ou mais situações em questão de fertilidade (com e sem necessidade de calcário), torna possível estimar a ação de micronutrientes e ainda avaliar a fertilidade natural do solo.

O delineamento axial seria útil para países em desenvolvimento, interessados na execução de grandes grupos de experimentos de adubação.

LIMA (1980) realizou um trabalho a partir de

dados de 22 ensaios fatoriais 3^3 incompletos de adubação N, P, K, no projeto EMBRATER/FAO/MA, instalados no período de 1972/76.

Estudou o comportamento de modelos de função Polinomial e função assintótica.

A Análise Estatística comprovou apenas efeitos Lineares de nutrientes. Nessas condições é indicado o estudo econômico através de Regressão assintótica.

Os intervalos de confiança para as doses econômicas foram na maioria dos casos bastante amplos. Na regressão assintótica, apresentaram sempre limite inferior negativo. Essa imprecisão seria devida ao número reduzido de ensaios nos grupos, ou, ainda inerente às formulas usadas para estimar as variâncias das doses econômicas.

JORGE (1980) aplicou a metodologia de superfície de Resposta à um delineamento do tipo composto Central, quadalupe, para 3 fatores em sete níveis equidistantes.

Concluiu que, para ensaios de adubação o delineamento quadalupe original é menos eficiente que o composto central original [segundo critério de PIMENTEL GOMES e CAMPOS (1972)].

O quadalupe Ortogonal é menos eficiente que o quadalupe Original e o fatorial $3 \times 3 \times 3$, mas para ensaios

de adubação o quadralupe Ortogonal é mais eficiente que o composto original Central.

NICOLELLA (1981) realizou um trabalho a partir de dados de 5 ensaios instalados em blocos casualizados com duas repetições e quinze tratamentos, que constituem os pontos de um delineamento de Box. Estes ensaios foram conduzidos em plantações de cacau, no Estado da Bahia.

Aos dados experimentais foi ajustado o modelo polinomial quadrático (com e sem interação).

O autor concluiu que os parâmetros da equação de regressão apresentaram intervalos de confiança amplos, resultando em uma imprecisão nas estimativas dos rendimentos.

A aplicação da metodologia de superfície de resposta, utilizando-se da função polinomial quadrática (com e sem interação) para o ajuste dos dados de produção, não permitiu uma interpretação racional dos ensaios de adubação NPK na cultura do cacau. Novos enfoques deverão ser estudados envolvendo inclusive outros modelos de Regressão além do quadrático.

3. MATERIAL E MÉTODOS

3.1. Material

No presente trabalho foram utilizados dados de produção de cana-de-açúcar referentes a um ensaio de adubação NPK, segundo um esquema Fatorial 3^3 incompleto.

Esse experimento foi instalado pelo Instituto do Açúcar e Alcool (IAA), no ano agrícola de 1972, Estado de São Paulo, nas seguintes usinas:

- Usina Monte Alegre, 3ª Setor - Zona "F".
- Usina Porto Feliz - Zona "O".
- Usina Tamoio, 4ª Setor - Zona "G".
- Usina Piracicaba - Zona MPL
- Usina Monte Alegre - 1ª Setor - Zona "D"
- Usina Tamoio - 2ª Setor - Zona "G"

Para o desenvolvimento deste trabalho foram esu

Para o desenvolvimento deste trabalho foram estudados os resultados obtidos dos ensaios onde se usou o Fatorial Incompleto com sete pontos, isto é, os tratamentos: 011 - 111 - 211 - 101 - 121 - 110 - 112, com apenas 2 repetições.

Cada parcela experimental foi constituída por 5 linhas de 10 metros de comprimento, espaçados de 1,40 m. Foram colhidas as 3 ruas centrais, considerando-se as duas laterais como bordadura.

A variedade usada foi a CB-4176

As doses de nutrientes utilizadas foram:

- 0 - 60 - 120 kg/ha, para o nitrogênio, na forma de sulfato de amônio (20% de N);

- 0 - 80 - 160 kg/ha, para o fósforo na forma de superfosfato simples (21% de P_2O_5) e;

- 0 - 80 - 160 kg/ha, para o Potássio na forma de Cloreto de Potássio (60% de K_2O).

Considerando-se a relação entre os preços dos nutrientes e da cana-de-açúcar no campo, referentes ao ano de 1982, obtidos através do Instituto do Açúcar e Alcool, no Estado de São Paulo, têm-se:

- cana-de-açúcar	\$ 1.762,92/t
- Nitrogênio (N)	\$ 203,20/kg
- Fósforo (P_2O_5)	\$ 138,76/kg
- Potássio (K_2O)	\$ 62,24/kg

A aplicação do adubo foi feita manualmente dentro do sulco por ocasião do plantio. Apenas para o Nitrogênio, 2/3 foram aplicados em cobertura 6 meses após o plantio.

A fim de verificar o comportamento dos dados, estruturaram-se as análises de variâncias individuais e conjuntas, para os seguintes casos:

- I. Produção de cana em ton/ha;
- II. Açúcar Provável em % de cana;
- III. Produção de Açúcar em ton/ha.

3.2. Métodos

3.2.1. Regressão Polinomial

Utilizou-se para o ajuste dos dados, o modelo polinomial quadrático, expresso por:

$$Y_i = a_{44} + a_{14}X_{1i} + a_{24}X_{2i} + a_{34}X_{3i} + a_{11}X_{1i}^2 + a_{22}X_{2i}^2 + a_{33}X_{3i}^2 + e_i$$

onde:

$$i = 1, 2, \dots, 7 \text{ r}$$

$$r = \text{n}^\circ \text{ de locais}$$

$$e_i \sim N(0, \sigma^2)$$

$$a \text{ constante, } a = (\bar{x}_{ji}^2)$$

$$x_{ji} = \frac{x_{ji} - \bar{x}_j}{q_j}, \quad j = 1, 2, 3$$

Codificando as doses dos nutrientes através da fórmula acima, onde q_j é a equidistância entre as doses, fica $x_{ji} = -1, 0, 1$, e utilizando a correção para média, introduzida nos termos quadráticos, chega-se ao polinômio:

$$Y_i = a_{44} + a_{14}x_{1i} + a_{24}x_{2i} + a_{34}x_{3i} + a_{11}(x_{1i}^2 - K) + \\ + a_{22}(x_{2i}^2 - K) + a_{33}(x_{3i}^2 - K) + e_i$$

sendo a matriz x:

X_i	x_i	a_{44}	a_{14}	a_{24}	a_{34}	a_{11}	a_{22}	a_{33}
011	1 0 0	1	-1	0	0	1-K	-K	-K
111	0 0 0	1	0	0	0	-K	-K	-K
211	1 0 0	1	1	0	0	1-K	-K	-K
101	0-1 0	1	0	-1	0	-K	1-K	-K
121	0 1 0	1	0	1	0	-K	1-K	-K
110	0 0-1	1	0	0	-1	-K	-K	1-K
112	0 0 1	1	0	0	1	-K	-K	1-K

$$\text{Onde: } \Sigma(x_{ji}) = 0 \iff 2(1-K) - 5K = 0 \quad \therefore K = 2/7$$

3.2.2. Estimativas dos parâmetros

Para um local, o sistema de equações na forma matricial $Y = X\beta + \epsilon$, será:

$$\begin{array}{c}
 \begin{bmatrix} 011 \\ 111 \\ 211 \\ 101 \\ 121 \\ 110 \\ 112 \end{bmatrix} \\
 Y
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 5/7 & -2/7 & -2/7 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -2/7 & -2/7 & -2/7 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 5/7 & -2/7 & -2/7 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -2/7 & 5/7 & -2/7 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -2/7 & 5/7 & -2/7 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -2/7 & -2/7 & 5/7 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -2/7 & -2/7 & 5/7 \end{bmatrix} \\
 X
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \begin{bmatrix} a_{44} \\ a_{14} \\ a_{24} \\ a_{34} \\ a_{11} \\ a_{22} \\ a_{33} \end{bmatrix} \\
 \beta
 \end{array}
 +
 \begin{array}{c}
 \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \\ e_6 \\ e_7 \end{bmatrix} \\
 \epsilon
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ Y_5 \\ Y_6 \\ Y_7 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

$$(\bar{x}_{ji}^{-2}) = 2/7$$

onde

Y : vetor das observações

X : matriz dos valores de X_1 , X_2 e X_3 nos diversos tratamentos

β : vetor dos parâmetros

ϵ : vetor dos erros

O sistema de equações normais obtido pelo método dos quadrados mínimos é:

$$X'X\hat{\beta} = X'Y \Rightarrow S\hat{\beta} = X'Y$$

$$S \text{ não singular} \Rightarrow \hat{\beta} = S^{-1}X'Y$$

Para r locais, teremos:

$$r \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10/7 & -4/7 & -4/7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4/7 & 10/7 & -4/7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4/7 & -4/7 & 10/7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_{44} \\ \hat{a}_{14} \\ \hat{a}_{24} \\ \hat{a}_{34} \\ \hat{a}_{11} \\ \hat{a}_{22} \\ \hat{a}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G \\ N_2 - N_0 \\ P_2 - P_0 \\ K_2 - K_0 \\ \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix}$$

$$S \quad \hat{\beta} = X'Y$$

onde:

G : total das 7 r parcelas

N, P e K : (Nitrogênio, Fósforo e Potássio)

N_0 : total do tratamento 011

$N_1 = P_1 = K_1$: total das parcelas que têm o tratamento 111.

e assim para os demais.

$$\mu_1 = \frac{5}{7} (N_0 + N_2) - \frac{2}{7} (N_1 + P_0 + P_2 + K_0 + K_2)$$

$$\mu_2 = \frac{5}{7} (P_0 + P_2) - \frac{2}{7} (N_0 + N_1 + N_2 + K_0 + K_2)$$

$$\mu_3 = \frac{5}{7} (K_0 + K_2) - \frac{2}{7} (N_0 + N_1 + N_2 + P_0 + P_2)$$

As estimativas dos parâmetros foram obtidas a partir da solução.

$$\hat{\beta} = S^{-1} X'Y$$

A inversa S^{-1} , será:

$$S^{-1} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1/7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3/2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3/2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 3/2 \end{bmatrix}$$

Portanto, as estimativas dos parâmetros, elementos do vetor $\hat{\beta}$, são:

$$\hat{a}_{44} = \frac{1}{7r} \cdot G$$

$$\hat{a}_{14} = \frac{1}{2r} (N_2 - N_0)$$

$$\hat{a}_{24} = \frac{1}{2r} (P_2 - P_0)$$

$$\hat{a}_{34} = \frac{1}{2r} (K_2 - K_0)$$

$$\hat{a}_{11} = \frac{1}{2r} (N_0 - 2N_1 + N_2)$$

$$\hat{a}_{22} = \frac{1}{2r} (P_0 - 2P_1 + P_2)$$

$$\hat{a}_{33} = \frac{1}{2r} (K_0 - 2K_1 + K_2)$$

A equação de regressão será:

$$\hat{Y}_i = \hat{a}_{44} + \hat{a}_{14}x_{1i} + \hat{a}_{24}x_{2i} + \hat{a}_{34}x_{3i} + \hat{a}_{11}(x_{1i}^2 - 2/7) + \\ + \hat{a}_{22}(x_{2i}^2 - 2/7) + \hat{a}_{33}(x_{3i}^2 - 2/7)$$

3.2.3. Análise de variância

A soma de Quadrados de regressão é dada por:

$$SQ \text{ Regressão} = SQ \text{ Par.} - C$$

$$SQ \text{ Par} = \hat{\beta}'X'Y \quad e \quad C = \frac{G^2}{7r}$$

onde:

$$SQ \text{ Regr} = \frac{(N_2 - N_0)^2}{2r} + \frac{(P_2 - P_0)^2}{2r} + \frac{(K_2 - K_0)^2}{2r} + \hat{a}_{11}\mu_1 + \\ + \hat{a}_{22}\mu_2 + \hat{a}_{33}\mu_3$$

sendo

$$\text{SQ Termos Quadráticos} = \text{SQ}(\hat{a}_{11}, \hat{a}_{22}, \hat{a}_{33})$$

$$= \hat{a}_{11}\mu_1 + \hat{a}_{22}\mu_2 + \hat{a}_{33}\mu_3$$

$$\text{SQ}\hat{a}_{44} = \frac{G^2}{4r} = \text{Correção} \quad \text{c/ 1 g.l.}$$

$$\text{SQN}' = \text{SQ}\hat{a}_{14} = \frac{1}{2r} (N_2 - N_0)^2 \quad \text{c/ 1 g.l.}$$

$$\text{SQP}' = \text{SQ}\hat{a}_{24} = \frac{1}{2r} (P_2 - P_0)^2 \quad \text{c/ 1 g.l.}$$

$$\text{SQK}' = \text{SQ}\hat{a}_{34} = \frac{1}{2r} (K_2 - K_0)^2 \quad \text{c/ 1 g.l.}$$

O Esquema de Análise de Variância, será:

Causas de variação	G.L.	SQ
N'	1	$SQ\hat{a}_{14}$
P'	1	$SQ\hat{a}_{24}$
K'	1	$SQ\hat{a}_{34}$
$(\hat{a}_{11}, \hat{a}_{22}, \hat{a}_{33})$	3	$SQ(\hat{a}_{11}, \hat{a}_{22}, \hat{a}_{33})$
(Tratamentos)	(6)	$1/r \sum_{i=1}^r T_i^2 - C$
Blocos	r-1	$1/7 \sum_{j=1}^r B_j^2 - C$
Resíduo	6(r-1)	por diferença
Total	7r-1	$\sum Y_{ij}^2 - C$

3.2.4. Variâncias e covariâncias das estimativas dos parâmetros

A matriz de variâncias e covariâncias de $\hat{\beta}$ ou matriz de dispersão (D) é obtida a partir da matriz S^{-1} . Através da igualdade $D = S^{-1} \sigma^2$ têm-se as variâncias (elementos da diagonal principal) das estimativas dos parâmetros, as quais são:

$$V(\hat{a}_{44}) = \frac{1}{7r} \sigma^2$$

$$V(\hat{a}_{14}) = V(\hat{a}_{24}) = V(\hat{a}_{34}) = \frac{1}{2r} \sigma^2$$

$$V(\hat{a}_{11}) = V(\hat{a}_{22}) = V(\hat{a}_{33}) = \frac{3}{2r} \sigma^2$$

e as covariâncias (elementos fora da diagonal principal):

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\hat{a}_{11}, \hat{a}_{22}) &= \text{Cov}(\hat{a}_{11}, \hat{a}_{33}) = \text{Cov}(\hat{a}_{22}, \hat{a}_{33}) = \\ &= \frac{\sigma^2}{r} \end{aligned}$$

As demais covariâncias são todas nulas.

Para a obtenção das estimativas das variâncias é só substituir σ^2 por $\hat{\sigma}^2 = s^2 = \text{QM Res.}$

3.2.5. Intervalos de confiança dos parâmetros

Admitindo a hipótese de que os parâmetros têm uma distribuição aproximadamente normal, os intervalos de confiança foram determinados como se segue.

$$\hat{a}_{ij} \pm t \sqrt{\hat{V}(\hat{a}_{ij})}$$

onde t é obtido da distribuição teórica de t , ao nível α de probabilidade e com o nº de graus de liberdade do resíduo.

3.2.6. Variâncias das estimativas dos rendimentos e intervalo de confiança dos rendimentos

Segundo CONAGIN (1977), DRAPER e SMITH (1966) a variância de cada rendimento \hat{Y}_{ij} , pode ser encontrada a partir da matriz D.

Considerando-se X_j' o vetor linha cujos elementos correspondem exatamente à linha de X relativa ao tratamento j, tem-se:

$$X_j' = [1, \mu_1, \mu_2, \mu_3, X_1, X_2, X_3]$$

onde
$$\mu_i = X_i^2 - 2/7$$

$$v(\hat{Y}_{ij}) = X_j' D X_j = X_j' S^{-1} X_j \sigma^2$$

Desenvolvendo e substituindo μ_i por seus valores, virá:

$$v(\hat{Y}_{ij}) = \left[1 + \frac{3}{2}(x_1^4 + x_2^4 + x_3^4) - \frac{3}{2}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + 2(x_1^2 x_2^2 + x_1^2 x_3^2 + x_2^2 x_3^2) \right] \frac{\sigma^2}{r}$$

mas $x_i = -1, 0, 1$, então $x_1^4 = x_1^2$

Substituindo os valores de x_1, x_2 e x_3 para cada \hat{Y}_{ij} , tem-se para qualquer tratamento a variância da estimativa de seu rendimento dada por:

$$V(\hat{Y}_{ij}) = \frac{\sigma^2}{r}$$

então

$$\hat{V}(\hat{Y}_{ij}) = \frac{s^2}{r}$$

E o intervalo de confiança para o rendimento do tratamento j ($j = 1, 2, \dots, 7$) será:

$$I.C(Y_{ij}) : \hat{Y}_{ij} \pm t \sqrt{\hat{V}(\hat{Y}_{ij})}$$

3.2.7. Doses econômicas dos nutrientes

Na prática é de grande interesse avaliar as quantidades econômicas de nutrientes recomendáveis a serem utilizados pelo produtor, e que tornem máxima sua receita líquida.

Esta é dada pela função:

$$L = W\hat{Y} - t_1qx_1 - t_2qx_2 - t_3qx_3 - m$$

onde

W é o preço do produto agrícola, a nível de produtor;

\hat{Y} é a estimativa da produção

t_1 é o preço da dose unitária do nutriente 1,

t_2 é o preço da dose unitária do nutriente 2,

t_3 é o preço da dose unitária do nutriente 3,

m representa os custos fixos de adubação,
q equidistância das doses de nutrientes.

As condições para que tornem máxima a receita líquida, são:

$$(a) \quad dL \equiv 0 \qquad e \qquad (b) \quad d^2L < 0$$

$$dL = (W \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_1} - t_1 q_1) dx_1 + (W \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_2} - t_2 q_2) dx_2 + \\ + (W \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_3} - t_3 q_3) dx_3$$

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial x_1} = \hat{a}_{14} + 2\hat{a}_{11}x_1$$

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial x_2} = \hat{a}_{24} + 2\hat{a}_{22}x_2$$

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial x_3} = \hat{a}_{34} + 2\hat{a}_{33}x_3$$

$$dL \equiv 0 \Rightarrow \begin{cases} \hat{a}_{14} + 2\hat{a}_{11}x_1 = \frac{t_1}{W} q_1 \\ \hat{a}_{24} + 2\hat{a}_{22}x_2 = \frac{t_2}{W} q_2 \\ \hat{a}_{34} + 2\hat{a}_{33}x_3 = \frac{t_3}{W} q_3 \end{cases}$$

Através da resolução do sistema de equações ob
tem-se um ponto $P = (x_1^*, x_2^*, x_3^*)$ como solução, que pode ser
de máximo, de mínimo ou de sela.

O estudo da condição (b) que indica a natureza deste ponto pode ser feito através da diferencial segunda d^2L .

Resolvendo a diferencial segunda, obtem-se,

$$\frac{1}{2} d^2L = [dx_1, dx_2, dx_3] \begin{bmatrix} \hat{a}_{11} & & \\ & \hat{a}_{22} & \\ & & \hat{a}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ dx_3 \end{bmatrix}$$

A

A é uma matriz diagonal, então

\hat{a}_{ii}	A	d^2L	P
todos negativos	definida negativa	< 0	ponto de máximo
todos positivos	definida positiva	> 0	ponto de mínimo
negativos e positivos	não definida		ponto de sela

3.2.8. Estudo da superfície através de cortes

Em caso de ponto de sela é conveniente fazer cortes na superfície a fim de estudar um dos componentes. Um corte geralmente usado é tomar dose padrão para P e K (por exemplo) e estudar N.

Assim, foram estudados os seguintes cortes:

1º corte	2º corte	3º corte
$[x_1, 0, 0]$	$[0, x_2, 0]$	$[0, 0, x_3]$

Considerando o caso $x_2 = x_3 = 0$,

$$\hat{a}_{11} < 0 \implies \text{m\u00e1ximo}$$

$$\hat{y}(x_1, 0, 0) = \hat{a}_{44} + \hat{a}_{14}x_1 + \hat{a}_{11}\left(x_1^2 - \frac{2}{7}\right)$$

$$\hat{y}(x_1, 0, 0) = \hat{a}_{44} + \hat{a}_{14}x_1 + \hat{a}_{11}x_1^2 - \frac{2}{7}\hat{a}_{11}$$

substituindo-se os valores de \hat{a}_{44} , \hat{a}_{14} e \hat{a}_{11} ,

temos:

$$\hat{y}(x_1, 0, 0) = \hat{a}_0 + \hat{a}_{14}x_1 + \hat{a}_{11}x_1^2$$

$$L = W\hat{y} - m - qt_1x_1$$

$$dL = Wd\hat{y} - qt_1dx_1$$

$$dL = \left(\hat{a}_{14} + 2\hat{a}_{11}x_1^* - \frac{qt_1}{W}\right) dx_1$$

$$dL = 0 \implies \hat{a}_{14} + 2\hat{a}_{11}x_1^* - \frac{qt_1}{W} = 0$$

Portanto,

$$x_1^* = \frac{\frac{qt_1}{W} - \hat{a}_{14}}{2\hat{a}_{11}}$$

$$d^2L = Wd^2\hat{y}$$

Para o 2º corte:

$$x_2^* = \frac{\frac{qt_2}{W} - \hat{a}_{24}}{2\hat{a}_{22}}$$

$$d^2L = Wd^2\hat{y}$$

Para o 3º corte

$$x_3^* = \frac{\frac{qt_3}{W} - \hat{a}_{34}}{2\hat{a}_{33}}$$

$$d^2L = Wd^2\hat{y}$$

Em qualquer dos casos se:

$$d^2L < 0, \text{ tem-se Ponto de M\u00e1ximo}$$

$$d^2L > 0, \text{ tem-se Ponto de M\u00ednimo}$$

3.2.9. Estimativas das vari\u00e2ncias e intervalos de confian\u00e7a das doses econ\u00f4micas dos nutrientes

As estimativas das vari\u00e2ncias de x_i^* ($i = 1, 2, 3$), podem ser obtidas, de modo aproximado, atrav\u00e9s do m\u00e9todo de Fisher.

$$\text{Considerando } x^* = \frac{y}{Z}$$

$$dx^* = \frac{Zdy - ydZ}{Z^2} = \frac{1}{Z} dy - \frac{y}{Z^2} dZ$$

$$V(x^*) = \frac{1}{Z^2} V(y) + \frac{y^2}{Z^4} V(Z) - 2 \frac{y}{Z^3} \text{Cov}(y, Z)$$

$$\text{Tem-se que } y = \frac{t_1}{W} - \hat{a}_{14} \implies V(\hat{y}) = V(\hat{a}_{14})$$

$$Z = 2\hat{a}_{11} \implies V(Z) = 4 V(\hat{a}_{11})$$

$$\text{Cov}(y, Z) = -2 \text{Cov}(\hat{a}_{11}, \hat{a}_{14})$$

$$\begin{aligned} \therefore V(x_1^*) &= \frac{1}{4\hat{a}_{11}^2} V(\hat{a}_{14}) + \frac{\left(\frac{t_1}{W} - \hat{a}_{14}\right)^2}{16\hat{a}_{11}^4} \cdot 4V(\hat{a}_{11}) + \\ &+ 4 \frac{\left(\frac{t_1}{W} - \hat{a}_{14}\right)}{8\hat{a}_{11}^3} \cdot \text{cov}(\hat{a}_{11}, \hat{a}_{14}) \end{aligned}$$

$$\therefore V(x_1^*) = \frac{1}{4} \left[\frac{1}{\hat{a}_{11}^2} V(\hat{a}_{14}) + \frac{\left(\frac{t_1}{W} - \hat{a}_{14}\right)^2}{\hat{a}_{14}^4} \cdot V(\hat{a}_{11}) \right]$$

logo

$$\hat{V}(x_1^*) = \frac{1}{4} \left[\frac{1}{\hat{a}_{11}^2} \hat{V}(\hat{a}_{14}) + \frac{\left(\frac{t_1}{W} - \hat{a}_{14}\right)^2}{\hat{a}_{14}^4} \hat{V}(\hat{a}_{11}) \right]$$

Aplicando as propriedades da variância à igualdade

$$X_i^* = (x_i^* + 1) q_i, \text{ virá:}$$

$$\hat{V}(X_i^*) = q_i^2 \hat{V}(x_i^*)$$

Admitindo que a distribuição de x_i^* , seja apro-

ximadamente normal, o intervalo de confiança, será:

$$\text{I.C. } (x_i^*) = x_i^* \pm t s(x_i^*)$$

e

$$\text{I.C. } (X_i^*) = X_i^* \pm q_i t s(x_i^*)$$

3.3. Aplicação da Equação de Mitscherlich

No caso de três níveis igualmente espaçados a equação de Mitscherlich, só pode ser usado, segundo PIMENTEL GOMES e MALAVOLTA (1949a), se tivermos simultaneamente:

$$\bar{Y}_0 < \bar{Y}_1 < \bar{Y}_2 \quad \text{e} \quad 2 \bar{Y}_1 - (\bar{Y}_0 + \bar{Y}_2) > 0 \quad ,$$

sendo \bar{Y}_0 , \bar{Y}_1 e \bar{Y}_2 , respectivamente, as produções médias das parcelas com doses 0, 1 e 2 de nutrientes.

$$\text{A equação } Y = A \left[1 - 10^{-c(X+b)} \right].$$

Os valores dos parâmetros A, b e c foram estimados individualmente para cada nutriente usando-se as fórmulas.

$$\hat{c} = \frac{1}{q} \log \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_0}{\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1}$$

$$b = \frac{1}{c} \log \frac{\hat{A}}{\hat{A} - \bar{Y}_0}$$

$$\hat{A} = \frac{\bar{Y}_1^2 - \bar{Y}_0 \cdot \bar{Y}_2}{2\bar{Y}_1 - (\bar{Y}_0 + \bar{Y}_2)}$$

onde

A : produção máxima teórica

c : coeficiente de eficácia do nutriente

b : teor do nutriente contido no solo em forma
assimilável pelas plantas

X : dose do nutriente

3.3.1. Doses econômicas dos nutrientes

Na obtenção da dose economicamente aconselhável, pela equação de Mitscherlich, usou-se a fórmula apresentada por PIMENTEL GOMES (1953).

$$X^* = \frac{1}{c} \log \left[\frac{W \cdot Ac}{t \log e} \right] - b$$

onde:

W é o preço unitário do produto agrícola

t é o preço unitário do nutriente

A, b e c são os parâmetros da equação de Mitscherlich.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. Análise de variância

Foram realizadas as análises individuais e conjunta para os três casos dentro das usinas estudadas.

No caso da análise de variância individual apenas, duas usinas apresentaram teste F significativo para o efeito linear dos nutrientes apresentados no quadro abaixo.

	Usina Piracicaba	Usina Tamoio
Produção de cana (ton/ha)	Nitrogênio - \bar{N} sign.	Nitrogênio - \bar{N} sign.
	Fósforo - \bar{N} sign.	Fósforo - \bar{N} sign.
	Potássio - Sign.	Potássio - \bar{N} sign.
Produção Açúcar Provável em % de cana	Nitrogênio - \bar{N} sign.	Nitrogênio - \bar{N} sign.
	Fósforo - \bar{N} sign.	Nitrogênio - \bar{N} sign.
	Potássio - \bar{N} sign.	Nitrogênio - \bar{N} sign.
Produção de açúcar em (ton/ha)	Nitrogênio - \bar{N} sign.	Nitrogênio - \bar{N} sign.
	Fósforo - Sign.	Fósforo - Sign.
	Potássio - Sign.	Potássio - \bar{N} sign.

Para a análise conjunta, o teste F mostrou os resultados:

	Nitrogênio - sign.
Produção de cana (ton/ha)	Fósforo - sign.
	Potássio - sign.
	Nitrogênio - sign.
Produção de açúcar Provável em % de cana	Fósforo - \bar{n} sign.
	Potássio - \bar{n} sign.

Produção de açúcar em ton/ha)	Nitrogênio - \bar{n} sign.
	Fósforo - sign.
	Potássio - sign.

Não houve significância para os efeitos quadráticos em nenhum dos casos, tanto para a Análise Individual como para a conjunta.

Nas Tabelas 15 e 16, encontra-se um resumo das Análises de variância efetuadas.

4.2. Estimativa dos parâmetros e seus intervalos de confiança

Os parâmetros estimados apresentaram uma grande variação de valores nos três casos estudados, dentro das seis Usinas.

Seus intervalos de confiança, estimados ao nível de 95% de probabilidade, apresentaram uma grande amplitude. Na maioria dos casos esses intervalos abrangeram de valores negativos e positivos, tanto para a análise Individual como para a análise Conjunta.

As estimativas dos parâmetros, com seus respectivos Intervalos de Confiança, encontram-se nas Tabelas 7 e 11 do Apêndice.

4.3. Níveis ótimos de N, P e K

No estudo dos pontos críticos para os três casos, obtiveram-se os seguintes resultados:

4.3.1. Análise individual

I. Caso - Produção de cana em ton/ha

máximo: 1

sela : 2

mínimo: 3

II. Caso - Produção de Açúcar provável em % de cana

máximo: 3

sela : 1

mínimo: 2

III. Caso - Produção de açúcar em ton/ha

máximo: 3

sela : 1

mínimo: 2

Esses resultados encontram-se na Tabela 8 do Apêndice.

Observa-se através dos resultados que o maior número de máximos foi referente aos casos de Produção de Açúcar provável em % de cana e Produção de açúcar em ton/ha.

Somente na Usina Tamoio apresentou ponto crítico como sendo de máximo para os três casos.

Em nenhum dos casos que apresentaram ponto crítico como sendo de máximo, o teste "t" aplicado aos coeficientes dos termos quadráticos, indicou que esses diferissem significativamente de zero. Dessa maneira não se tem certeza que ocorram realmente máximos, o que impossibilita a recomendação de doses economicamente aconselháveis dos nutrientes.

Na Tabela 10 do apêndice, estão representadas as variâncias e os respectivos intervalos de confiança das doses econômicas.

Os intervalos foram bastante amplos com limite inferior sempre negativo. Essa imprecisão pode ser devido à

fórmula usada para estimar as variâncias das doses econômicas, ou, ainda, ao número reduzido de dados em cada caso.

4.3.2. Análise conjunta

Para a análise conjunta, os resultados encontram-se na Tabela 12 do apêndice.

Casos:

- I. Produção de cana em ton/ha - mínimo
- II. Produção de açúcar provável em % de cana - máximo
- III. Produção de açúcar em ton/ha - sela

De modo análogo à análise Individual, aplicando o teste "t" não se tem certeza que ocorram realmente máximos, impossibilitando a recomendação das doses economicamente aconselháveis dos nutrientes.

As variâncias e os respectivos Intervalos de confiança estão representados na Tabela 14 do apêndice.

Nota-se também, como no caso da Análise Individual, que em todos os casos, os Intervalos de confiança foram bastante amplos e apresentaram limite inferior negativo..

4.3.3. Cortes na superfície

As Tabelas 9 e 13 apresentam, para cada corte da superfície, a raiz X_i^* ($i = 1, 2, 3$) da 1ª ordem das funções obtidas para a receita líquida, que pode corresponder a um máximo ou a um mínimo.

O exame da Tabela 9, no caso, Análise Individual, permite constatar que ao se fixarem dois nutrientes em suas respectivas doses padrão, os casos de Produção de Açúcar Provável em % de cana e Produção de Açúcar em ton/ha, foram os que apresentaram o maior número de máximos, sendo que os pontos permaneceram os mesmos em cinco usinas, exceto para a Usina Monte Alegre no caso do Fósforo e Potássio.

Para a análise conjunta, Tabela 13, ao se fixarem dois nutrientes em suas respectivas doses padrão, somente Produção de açúcar Provável em % de cana é que obteve ponto de máximo para o Nitrogênio, Fósforo e Potássio.

Ocorreu também para a Produção de Açúcar em ton/ha ponto máximo no caso do Potássio.

4.4. Equação de Mitscherlich

Como no caso de três níveis equidistantes os parâmetros da equação de Mitscherlich só podem ser estimados se tivermos simultaneamente $\bar{Y}_0 < \bar{Y}_1 < \bar{Y}_2$ e $2\bar{Y}_1 - (\bar{Y}_0 + \bar{Y}_2) > 0$, no nosso trabalho só foi possível para os seguintes casos:

- *Produção de cana em ton/ha, para o Potássio*

A equação obtida foi:

$$\hat{Y}_i = 142,72 [1 - 10^{-0,0088(X_i + 93,7068)}]$$

- *Produção de Açúcar Provável em % de cana, para o Nitrogênio*

$$\hat{Y}_i = 13,9486 [1 - 10^{-0,0049(X_i + 448,3877)}]$$

- *Produção de Açúcar em ton/ha*

a. Para o Nitrogênio

$$\hat{Y}_i = 21,1710 [1 - 10^{-0,0049(X_i + 145,8763)}]$$

b. Para o Potássio

$$\hat{Y}_i = 18,4925 [1 - 10^{-0,0088(X_i + 112,5815)}]$$

4.4.1. Doses econômicas dos Nutrientes

Na obtenção da dose economicamente aconselhável, pela equação de Mitscherlich, os resultados foram:

- Só houve efeito de Potássio, no caso de Produção de Cana em ton/ha

$$X_K^* = 2,8958$$

- Só houve efeito no Nitrogênio, no caso de Produção de Açúcar Provável em % de cana

$$X_N^* = -420,7853$$

- Houve efeito do Nitrogênio e do Potássio no caso de Produção de Açúcar ton/ha

$$X_N^* = 122,7992$$

$$X_K^* = 0,9243$$

A obtenção da dose econômica negativa para o nitrogênio no caso de Produção de açúcar provável em % de cana, indica a não conveniência de adubação, sendo essa dose indicada como zero.

Nos casos onde as doses econômicas foram positivas, observa-se que a obtenção das mesmas são indicadas em baixa quantidade. Sendo assim, pode-se dizer que os resultados obtidos através da Regressão Polinomial e a Equação de Mitscherlich são concordantes.

5. CONCLUSÃO

Do presente trabalho pode-se concluir:

a. De um modo geral o Estudo de Ensaios Fatoriais incompletos aplicados a Ensaios de adubação NPK, na cultura de cana-de-açúcar no Estado de São Paulo, utilizando-se para o ajuste dos dados o delineamento da FAO e a Equação de Mitscherlich, não revelou uma interpretação racional dos dados, ou seja, devido ao número reduzido de dados é difícil obtermos uma boa interpretação dos mesmos, em qualquer estudo da Regressão.

b. Os parâmetros da equação apresentaram intervalos de confiança bastante amplos. Essa imprecisão pode ser devido ao número reduzido de dados em cada ensaio.

c. Os parâmetros dos termos quadráticos não fo

ram significativos em nenhum dos casos. Para que se pudesse constatar melhor os efeitos quadráticos, dever-se-ia ter doses mais elevadas.

d. Quando foi feito o estudo econômico para cada ensaio, observou-se que para a Usina Porto Feliz (U_2), cuja produção é representada por uma curva que tem mínimo verificou-se um máximo para a Produção de Açúcar Provável em % de cana e Produção de Açúcar em ton/ha.

e. Os intervalos de confiança para as doses econômicas foram bastante amplos, com limite inferior sempre negativo, o que mostra a inadequação do estudo econômico para o presente caso.

f. Nas condições presente, onde a análise estatística, apenas comprovou efeitos lineares de nutrientes, sendo que o efeito quadrático não foi significativo em nenhum dos casos na Regressão Polinomial, estimamos a Equação de Mitscherlich para comparar os resultados, chegando-se a conclusão que os mesmos são concordantes.

6. LITERATURA CITADA

- ALVAREZ, R., A. SEGALLA, A.C. PIMENTEL WUTKE e E.S. FREIRE, 1963. Adubação da cana-de-açúcar. VIII. Adubação Mineral em solos massapé-salmourão (1957-58). *Bragantia*. Campinas, 22: 657-676.
- ARRUDA, H.V. de, 1959. Contribuição para o estudo de adubação mineral do milho nas Terras Roxas do Município de Ribeirão Preto. Piracicaba, ESALQ/USP. 39 p. (Tese de Doutorado).
- BOX, G.E.P. e K.B. WILSON, 1951. On the experimental attainment of optimum conditions. *Jour. Roy. Stat. Soc. Série B*. 13: 1-45.

- CAMPOS, H., 1967. Aspectos da aplicação das superfícies de resposta a ensaios fatoriais 3^3 de adubação. ESALQ/USP. Piracicaba, 82 pp. (Tese de Livre-docência).
- CAMPOS, H. e P.C. ARAÚJO, 1971. Aspectos da adubação do milho. Piracicaba, ESALQ/USP, Departamento de Ciências Sociais Aplicadas, 41 pp.
- CONAGIN, A. e J.P.N. JORGE, 1977. Delineamento $(\frac{1}{5}) 5^3$. *Bragantia*. Campinas, 36: 23-58.
- CONAGIN, A. e J.P.N. JORGE, 1978. Delineamento axial. *Boletim Técnico*. Instituto Agronômico de Campinas, 60.
- CONAGIN, A. e J.P.N. JORGE, 1978. Delineamento de ensaios de adubação. *Circular Número 101*. Instituto Agronômico de Campinas.
- CONAGIN, A. e J.P.N. JORGE, 1978. Delineamento $(\frac{1}{27}) (9 \times 9 \times 9)$. *Boletim Técnico*. Instituto Agronômico de Campinas, 61.
- COSTA, R.A., 1977. Funções de produção ajustadas a ensaios fatoriais 3^3 de adubação de arroz. Piracicaba, ESALQ/USP, 80 pp. (Dissertação de Mestrado).
- DRAPER, N.R. e H. SMITH, 1966. *Applied Regression Analysis*. 2ª ed. New York, John Wiley & Sons, Inc. 407 pp.

FAO-1966. *Statistics of Crop Responses to Fertilizers.*

112 pp. Roma.

HEADY, E.O. e J.T. PESEK, 1954. A fertilizer production surface with specification of economic optima for corn grown on calcareous Ida Silt Loam. *J. Farm. of Econ.*; 36: 466-482.

JORGE, J.P.N., 1980. Delineamento guadalupe para três fatores, analisados através de modelo de Regressão Polinomial Quadrática. Piracicaba, ESALQ/USP, 56 pp. (Dissertação de Mestrado).

LIMA, A.R. da COSTA, 1980. Superfície de resposta em experimentos fatoriais 3^3 de adubação NPK em mandioca no Estado do Ceará. ESALQ/USP, Piracicaba, 100 pp. (Dissertação de Mestrado).

MIRANDA, L.T. de, 1966. Resultados de experimentos de adubação e sugestões para a interpretação baseada na análise química do solo. In: *Cultura e Adubação do Milho*. São Paulo, Instituto Brasileiro de Potassa, 541 pp.

MONTEIRO, J.R.A., 1978. Comportamento de funções de produção em ensaios fatoriais 3^3 de adubação NPK em amendoim no Estado de Maranhão. ESALQ/USP, Piracicaba, 73 pp. (Dissertação de Mestrado).

- MORAES, R.S., 1969. Superfície polinomial de resposta num ensaio de adubação com níveis não equidistantes. Piracicaba, ESALQ/USP, 58 pp. (Tese de Doutorado).
- NAGAI, V., N.M. SILVA e T. IGUE, 1975. Aplicação do modelo polinomial ao estudo econômico de experimentos de adubação em algodoeiro. *Anais da Reunião Internacional de Biometria*, Piracicaba, 18 pp.
- NICOLELLA, G., 1981. O uso da superfície de resposta na interpretação de ensaios de adubação NPK em plantações de cacau. Piracicaba, ESALQ/USP, 91 pp. (Dissertação de Mestrado).
- PIMENTEL GOMES, F. e E. MALAVOLTA, 1949a. Considerações matemáticas sobre a Lei de Mitscherlich. *Boletim n° 3*, E.S.A. "Luiz de Queiroz", Piracicaba, 24 pp.
- PIMENTEL GOMES, F., 1953. The use of Mitscherlich's regression law in the analysis of experiments with fertilizers. *Biometrics*, Raleigh, 9: 498-516.
- PIMENTEL GOMES, F. e H. CAMPOS, 1966. Resultados de ensaios de adubação. In: *Cultura e adubação do milho*. São Paulo, Instituto Brasileiro de Potassa, p. 429-449.
- PIMENTEL GOMES, F., 1969. Novos aspectos do estudo econômico de ensaios de adubação. *Fertilité*, 34: 3-9.

- PIMENTEL GOMES, F. e H. CAMPOS, 1972. The Efficiency of factorial 3^3 designs as compared to a Central Composite Rotatable design. *Potash Review*, Berna. Fevereiro, 3 p.
- PIMENTEL GOMES, F., 1976. Justificação do método usado na análise dos ensaios da FAO. Piracicaba, ESALQ/USP. (Mimeografado).
- RIBOLDI, J., 1978. Ajustamento de duas superfícies de resposta usados em ensaios de adubação. ESALQ/USP, Piracicaba, 81 pp. (Dissertação de Mestrado).
- STRAUSS, E., 1951. Experimentos de adubação da zona canavieira de Pernambuco. *Anais da Terceira Reunião Brasileira de Ciências do Solo*, p. 336-446.
- VIEIRA, S., 1970. Aspectos das funções de produções ajustadas aos ensaios fatoriais 3^3 de adubação. Piracicaba, ESALQ/USP, 160 pp. (Tese de Doutorado).
- ZAGATTO, A.G. e F. PIMENTEL GOMES, 1967. Aspectos econômicos de adubação. Em MALAVOLTA, E., *Manual de Química Agrícola - Adubos e Adubação*. 2ª ed. Ed. Agronômica "Ceres". São Paulo.

7. APENDICE

TABELA 1. Produções de cana planta, obtidas de ensaios de adubação NPK, referente à Usina Monte Alegre, 3º setor - Zona F, Estado de São Paulo. (U₁)

Tratamentos	Bloco "A"		Bloco "B"			
	cana ton/ ha	aç. prov. % cana	prod. açúcar ton/ha	cana ton/ ha	aç. prov. % cana	prod. açúcar ton/ha
011	112,6	13,86	15,10	118,8	12,67	15,05
111	126,4	14,04	17,74	117,1	13,95	16,33
211	134,5	13,98	18,80	132,6	11,17	14,81
101	115,0	14,16	16,28	126,2	12,63	15,93
121	139,1	14,31	18,87	111,7	13,95	15,58
110	123,6	13,47	16,64	107,4	12,67	13,60
112	133,6	12,65	16,90	129,0	14,04	18,11

TABELA 2. Produções de cana planta, obtidas de ensaios de adubação NPK, referentes à Usina Porto Feliz, Zona "0", Estado de São Paulo. (U₂)

Tratamentos	Bloco "A"		Bloco "B"		
	cana ton/ha	aç. prov. % cana	cana ton/ha	aç. prov. % cana	
		prod. açúcar ton/ha	prod. açúcar ton/ha	prod. açúcar ton/ha	
011	139,80	11,00	15,40	11,30	17,10
111	156,70	12,51	19,60	12,67	15,60
211	159,50	9,22	14,70	11,66	20,80
101	153,60	9,96	15,30	10,71	17,10
121	164,80	10,53	17,40	12,75	19,40
110	156,90	12,03	18,90	10,65	15,90
112	170,00	9,11	15,50	10,94	14,70

TABELA 3. Produções de cana planta, obtidas de ensaios de adubação NPK, referentes à Usina Tamoio, 4º setor, Zona " ", Estado de São Paulo. (U₃)

Tratamentos	Bloco "A"			Bloco "B"		
	cana ton/ha	aç. prov. % cana	prod. açúcar ton/ha	cana ton/ha	aç. prov. % cana	prod. açúcar ton/ha
011	124,50	15,37	19,13	110,00	15,23	16,75
111	92,10	14,40	13,26	118,10	12,43	14,67
211	140,00	10,42	14,58	134,50	14,86	19,98
101	128,80	13,89	17,89	110,00	15,29	16,81
121	111,90	15,54	17,38	136,90	12,85	17,59
110	108,10	14,56	15,73	107,60	13,98	15,04
112	120,50	14,86	17,90	119,50	12,79	15,28

TABELA 4. Produções de cana planta, obtidas de ensaios de adubação NPK, referentes à Usina Piracicaba, Estado de São Paulo. (U₄)

Tratamentos	Bloco "A"			Bloco "B"		
	cana ton/ha	aç. prov. % cana	prod. açúcar ton/ha	cana ton/ha	aç. prov. % cana	prod. açúcar ton/ha
011	127,80	11,95	15,30	119,80	13,85	16,60
111	115,71	12,22	14,14	107,40	12,55	13,50
211	137,11	12,03	16,49	128,80	12,36	15,90
101	113,30	13,80	15,60	107,60	12,48	13,40
121	158,80	12,73	20,20	116,70	13,95	16,30
110	97,60	14,01	13,70	81,20	12,67	10,30
112	158,10	12,53	19,80	139,50	12,36	17,20

TABELA 5. Produções de cana planta, obt das de ensaios de adubação NPK, referentes à Usina Monte Alegre - 1º setor - Zona "D", Estado de São Paulo. (U₅)

Tratamentos	Blocos "A"			Bloco "B"		
	cana ton/ha	aç. prov. % cana	prod. açúcar ton/ha	cana ton/ha	aç. prov. % cana	prod. açúcar ton/ha
011	134,30	15,13	20,31	131,20	14,31	18,77
111	147,40	14,04	20,69	138,30	15,29	21,14
211	153,80	13,98	21,50	143,30	15,07	21,59
101	142,60	13,14	18,73	129,30	16,09	20,80
121	149,30	15,32	22,87	157,10	13,95	21,91
110	112,40	14,83	16,66	154,30	15,54	23,97
112	135,20	15,35	20,76	137,60	15,04	20,69

TABELA 6. Produções de cana planta, obtidas de ensaios de adubação NPK, referentes à Usina Tamoió - 2º setor - Zona "G", Estado de São Paulo. (U₆)

Tratamentos	cana		aç. prov.		prod. açúcar		cana		aç. prov.		prod. açúcar	
	ton/ha	% cana	% cana	ton/ha	ton/ha	ton/ha	ton/ha	% cana	% cana	ton/ha	ton/ha	ton/ha
011	123,10	14,64	14,64	18,02	118,10	14,85	14,85	17,53				
111	134,80	15,66	15,66	21,10	142,40	15,50	15,50	22,07				
211	139,00	14,83	14,83	20,61	126,40	14,92	14,92	18,85				
101	131,90	14,34	14,34	18,91	94,60	15,68	15,68	14,83				
121	172,10	14,99	14,99	25,79	122,40	15,66	15,66	19,16				
110	126,40	15,70	15,70	19,84	131,70	14,40	14,40	18,96				
112	142,10	15,16	15,16	21,54	133,30	15,32	15,32	20,42				

TABELA 7. Estimativas dos parâmetros, e os respectivos intervalos de confiança ao nível de 95% de probabilidade, para análise individual.

CASOS

I. Produção de cana ton/ha

	Parâmetros estimados	Intervalo de confiança	
U ₁	$\hat{a}_{44} = 122,8857$	117,3138	128,4575
	$\hat{a}_{14} = 8,9250$	-1,4990	19,3490
	$\hat{a}_{24} = 0,6000$	-9,8240	11,0240
	$\hat{a}_{34} = 7,9000$	-2,5240	18,3240
	$\hat{a}_{11} = 2,8749$	-15,1800	20,9298
	$\hat{a}_{22} = -0,5500$	-18,6049	17,5049
	$\hat{a}_{33} = 1,6499$	-16,4099	19,7048
U ₂	$\hat{a}_{44} = 153,5571$	143,6858	163,4284
	$\hat{a}_{14} = 11,5250$	-6,9425	29,9925
	$\hat{a}_{24} = 0,8750$	-17,5925	19,3425
	$\hat{a}_{34} = -0,3500$	-18,8175	18,1175
	$\hat{a}_{11} = 17,2686$	-14,7162	49,2534
	$\hat{a}_{22} = 17,5696$	-14,4153	49,5543
	$\hat{a}_{33} = 12,5955$	-19,3893	44,5803

TABELA 7. continuação.

	Parâmetros estimados	Intervalo de confiança	
U ₃	$\hat{a}_{44} = 115,8928$	107,6973	124,0883
	$\hat{a}_{14} = 10,0000$	-5,3323	25,3323
	$\hat{a}_{24} = 2,5000$	-12,8323	17,8323
	$\hat{a}_{34} = 6,0750$	-9,2573	21,4073
	$\hat{a}_{11} = 22,1500$	-4,4063	48,7063
	$\hat{a}_{22} = 16,8000$	-9,7563	43,3563
	$\hat{a}_{33} = 8,8250$	-17,7313	35,3513
U ₄	$\hat{a}_{44} = 123,5371$	117,7773	129,2969
	$\hat{a}_{14} = 4,5775$	-6,1982	15,3532
	$\hat{a}_{24} = 8,6500$	-2,1257	19,4258
	$\hat{a}_{34} = 29,7000$	18,9243	40,4758
	$\hat{a}_{11} = 16,7775$	-1,8918	35,4367
	$\hat{a}_{22} = 17,4951$	-1,1692	36,1593
	$\hat{a}_{33} = 7,4950$	-11,1692	26,1592
U ₅	$\hat{a}_{44} = 140,73$	131,6354	149,2245
	$\hat{a}_{14} = 7,90$	-8,5531	24,3531
	$\hat{a}_{24} = 8,625$	-7,8281	25,0781
	$\hat{a}_{34} = 1,525$	-14,9281	17,9781
	$\hat{a}_{11} = -2,20$	-30,6976	26,2976
	$\hat{a}_{22} = 1,725$	-26,7726	30,2226
	$\hat{a}_{33} = -7,9749$	-36,4725	20,5227

- continua -

TABELA 7. continuação.

	Parâmetros estimados	Intervalo de confiança	
U ₆	$\hat{a}_{44} = 131,3071$	119,0448	143,5694
	$\hat{a}_{14} = 6,0500$	-16,8963	28,9906
	$\hat{a}_{24} = 17,0000$	-5,9406	39,9406
	$\hat{a}_{34} = 4,3250$	-18,6156	27,2656
	$\hat{a}_{11} = -11,9499$	-51,6842	27,7844
	$\hat{a}_{22} = -8,3500$	-48,0843	31,3843
	$\hat{a}_{33} = -5,2250$	-44,9593	34,5094

II. Açúcar Provável em % de cana

U ₁	$\hat{a}_{44} = 13,3964$	12,6687	14,1240
	$\hat{a}_{14} = -0,3450$	-1,7063	1,0163
	$\hat{a}_{24} = 0,3675$	-0,9938	1,7287
	$\hat{a}_{34} = 0,1375$	-1,2237	1,4987
	$\hat{a}_{11} = -1,0750$	-3,4272	1,2772
	$\hat{a}_{22} = -0,2326$	-2,5848	2,1196
	$\hat{a}_{33} = -0,7875$	-3,1396	1,5646

- continua -

TABELA 7. continuação

	Parâmetros estimados	Intervalo de confiança	
U ₂	$\hat{a}_{44} = 11,0742$	10,4443	11,7040
	$\hat{a}_{14} = -0,3550$	-1,5335	0,8235
	$\hat{a}_{24} = 0,6525$	-0,5560	1,8010
	$\hat{a}_{34} = -0,6575$	-1,8360	0,5210
	$\hat{a}_{11} = -1,7950$	-3,8363	0,2463
	$\hat{a}_{22} = -1,6025$	-3,6438	0,4388
	$\hat{a}_{33} = -1,9075$	-3,9488	0,1338
U ₃	$\hat{a}_{44} = 14,0336$	12,8828	15,1844
	$\hat{a}_{14} = -1,3300$	-3,4828	0,8228
	$\hat{a}_{24} = -0,1975$	-2,3503	1,9553
	$\hat{a}_{34} = -0,2225$	-2,3753	1,9303
	$\hat{a}_{11} = 0,5551$	-3,1736	4,2838
	$\hat{a}_{22} = 0,9775$	-2,7512	4,7062
	$\hat{a}_{33} = 0,6325$	-3,0962	4,3612
U ₄	$\hat{a}_{44} = 12,8207$	12,2615	13,3799
	$\hat{a}_{14} = -0,3525$	-1,3985	0,6935
	$\hat{a}_{24} = 0,1000$	-0,9460	1,1460
	$\hat{a}_{34} = -0,4475$	-1,4935	0,5985
	$\hat{a}_{11} = 0,1625$	-1,6498	1,9748
	$\hat{a}_{22} = 0,8550$	-0,9573	2,6673
	$\hat{a}_{33} = 0,5075$	-1,3048	2,3198

- continua -

TABELA 7. continuação.

	Parâmetros estimados	Intervalo de confiança	
U ₅	$\hat{a}_{44} = 14,7915$	14,7238	15,4691
	$\hat{a}_{14} = -0,0975$	-1,3652	1,1702
	$\hat{a}_{24} = 0,0100$	-1,2576	1,2776
	$\hat{a}_{34} = 0,0050$	-1,2626	1,2726
	$\hat{a}_{11} = -0,0424$	-2,2382	2,1533
	$\hat{a}_{22} = -0,0399$	-2,2356	2,1557
	$\hat{a}_{33} = 0,5250$	-1,6707	2,7207
U ₆	$\hat{a}_{44} = 15,1178$	14,7454	15,4902
	$\hat{a}_{14} = 0,0650$	-0,6322	0,7622
	$\hat{a}_{24} = 0,1575$	-0,5398	0,8548
	$\hat{a}_{34} = 0,0950$	-0,6022	0,7922
	$\hat{a}_{11} = -0,7700$	-1,9782	0,4382
	$\hat{a}_{22} = -0,4125$	-1,6208	0,7958
	$\hat{a}_{33} = -0,4350$	-1,6432	0,7733

- continua -

TABELA 7. continuação

III. Produção açúcar ton/ha

	Parâmetros estimados	Intervalo de confiança	
U ₁	$\hat{a}_{44} = 16,4100$	15,5131	17,3068
	$\hat{a}_{14} = 0,8650$	-0,8134	2,5433
	$\hat{a}_{24} = 0,5600$	-1,1184	2,2383
	$\hat{a}_{34} = 1,1925$	-0,4858	2,8708
	$\hat{a}_{11} = -1,0950$	-4,0020	1,8120
	$\hat{a}_{22} = -0,3700$	-3,2770	2,5370
	$\hat{a}_{33} = -0,7225$	-3,6295	2,1845
U ₂	$\hat{a}_{44} = 16,9571$	15,3666	18,5475
	$\hat{a}_{14} = 0,7500$	-2,2255	3,7255
	$\hat{a}_{24} = 1,1000$	-1,8755	4,0755
	$\hat{a}_{34} = -1,1500$	-4,1255	1,8255
	$\hat{a}_{11} = -0,6000$	-5,7537	4,5537
	$\hat{a}_{22} = -0,3000$	-5,4537	4,8537
	$\hat{a}_{33} = -1,3500$	-6,5037	3,8037
U ₃	$\hat{a}_{44} = 16,5707$	15,2978	17,8435
	$\hat{a}_{14} = -0,3300$	-2,7114	2,0514
	$\hat{a}_{24} = 0,0675$	-2,3139	2,4489
	$\hat{a}_{34} = 0,6025$	-1,7789	2,8939
	$\hat{a}_{11} = 3,6449$	-0,4799	7,7697
	$\hat{a}_{22} = 3,4524$	-0,6724	7,5772
	$\hat{a}_{33} = 2,0224$	-2,1024	6,1472

- continua -

TABELA 7. continuação

	Parâmetros estimados	Intervalo de confiança	
U ₄	$\hat{a}_{44} = 15,6021$	14,7537	16,4505
	$\hat{a}_{14} = 0,1225$	-1,4646	1,7096
	$\hat{a}_{24} = 1,8750$	0,2879	3,4621
	$\hat{a}_{34} = 3,2500$	1,6629	4,8371
	$\hat{a}_{11} = 2,2525$	-0,4964	5,0014
	$\hat{a}_{22} = 2,5550$	-0,1989	5,2989
	$\hat{a}_{33} = 1,4300$	-1,3189	4,1789
U ₅	$\hat{a}_{44} = 20,7421$	19,3594	22,1247
	$\hat{a}_{14} = 1,0025$	-1,5843	3,5893
	$\hat{a}_{24} = 1,3125$	-1,2743	3,8993
	$\hat{a}_{34} = 0,2050$	-2,3818	2,7918
	$\hat{a}_{11} = -0,3724$	-4,8528	4,1080
	$\hat{a}_{22} = 0,1625$	-4,3179	4,6429
	$\hat{a}_{33} = -0,3950$	-4,8754	4,0854
U ₆	$\hat{a}_{44} = 19,8307$	18,6511	21,0102
	$\hat{a}_{14} = 0,9775$	-1,2294	3,1844
	$\hat{a}_{24} = 2,8025$	0,5956	5,0319
	$\hat{a}_{34} = 0,7900$	-1,4169	2,9967
	$\hat{a}_{11} = -2,8325$	-6,6550	0,9900
	$\hat{a}_{22} = -1,9125$	-5,7350	1,9100
	$\hat{a}_{33} = -1,3950$	-5,2175	2,4275

TABELA 8. Soluções e discussões dos sistemas de equações obtidos das derivadas parciais de primeira ordem da função de receita líquida, na Análise Individual.

Casos	x_1^*	x_2^*	x_3^*	Natureza do ponto
<i>I. Produção cana ton/ha</i>				
U_1	-0,3494	-5,1789	-1,4831	sela
U_2	-0,1334	0,1542	0,1332	mínimo
U_3	-0,0696	0,1130	-0,1738	mínimo
U_4	0,0697	-0,0672	-1,7800	mínimo
U_5	0,2236	-0,6748	-0,0928	sela
U_6	-0,0362	0,6400	0,1262	máximo
<i>II. Açúcar provável em % de cana</i>				
U_1	-3,3771	-12,7457	-1,8212	máximo
U_2	-2,0253	-1,7611	-0,9600	máximo
U_3	7,4273	3,3219	2,5521	mínimo
U_4	22,3639	3,6238	3,4023	mínimo
U_5	-82,7039	-78,7822	2,8580	sela
U_6	-4,4485	-7,4416	-3,3458	máximo
<i>III. Produção açúcar ton/ha</i>				
U_1	-2,7629	-7,7524	-1,2549	máximo
U_2	-5,1380	-8,6613	-1,5390	máximo
U_3	0,9939	0,9021	0,5942	mínimo
U_4	1,5079	0,8653	-0,0853	mínimo
U_5	-7,9394	15,3363	-3,5454	sela
U_6	-1,048	-0,9135	-0,7942	máximo

TABELA 9. Cortes da superfície - Raízes das derivadas de primeira ordem das funções de receita líquida (análise individual).

Casos	1º corte($x_1, 0, 0$)		2º corte($0, x_2, 0$)		3º corte($0, 0, x_3$)	
	x_1^*	Ponto	x_2^*	Ponto	x_3^*	Ponto
<i>I. Produção de cana ton/ha</i>						
U ₁	-0,3494	min.	-5,1789	máx.	-1,4830	min.
U ₂	-0,1334	min.	0,1542	min.	0,1332	min.
U ₃	-0,0696	min.	0,1130	min.	-0,1738	min.
U ₄	0,0697	min.	-0,0672	min.	-1,7800	max.
U ₅	0,2236	max.	-0,6748	min.	-0,0928	max.
U ₆	-0,0362	max.	0,6400	max.	0,1262	max.
<i>II. Açúcar provável % cana</i>						
U ₁	-3,3771	máx.	-12,7457	max.	-1,8212	max.
U ₂	-2,0253	max.	-1,7611	max.	-0,9600	max.
U ₃	7,4273	min.	3,3219	min.	2,5521	min.
U ₄	22,3639	min.	3,6238	min.	3,4023	min.
U ₅	-82,7039	max.	-78,7822	max.	2,8580	min.
U ₆	-4,4485	max.	-7,4416	max.	-3,3458	max.
<i>III. Produção açúcar ton/ha</i>						
U ₁	-2,7629	max.	-7,7524	max.	-1,2549	max.
U ₂	-5,1380	max.	-8,6613	max.	-1,5390	max.
U ₃	0,9939	min.	0,9021	min.	0,5942	min.
U ₄	1,5079	min.	0,8653	min.	-0,0853	min.
U ₅	-7,9394	max.	15,3363	min.	-3,5454	max.
U ₆	-1,0480	max.	-0,9135	max.	-0,7942	max.

TABELA 10. Variâncias e os respectivos intervalos de confiança (95%), das doses econômicas dos nutrientes, para a análise individual.

CASOS

I. *Produção cana ton/ha*

	$\hat{V}(x_i^*)$	Intervalo de Confiança	
U ₁	1,3499	-3,1959	2,4972
	127,1233	-175,3987	165,0409
	25,5472	-18,0178	35,0516
U ₂	0,05782	-0,7224	0,4556
	0,05916	-0,4417	0,7502
	0,10860	-0,6742	0,9405
U ₃	0,02116	-0,4256	0,2864
	0,04000	-0,3770	0,6030
	0,17139	-1,1879	0,8403
U ₄	0,01819	-0,26076	0,40016
	0,01665	-0,2490	0,2490
	0,41872	-3,6289	0,66897
U ₅	3,72810	-4,5069	4,9542
	14,49520	-12,8004	21,4508
	0,19561	-1,1764	0,9908
U ₆	0,15590	-1,0035	0,9311
	1,86397	-2,7049	3,9849
	2,45318	-3,7112	3,9635

- continua -

II. Açúcar provável em % de cana

	$\hat{V}(x_i^*)$	Intervalo de Confiança	
U ₁	4,1630	-10,7933	4,8392
	69,0221	-141,6683	116,1769
	5,0540	-7,3291	3,6867
U ₂	0,3017	-4,3517	0,9011
	0,4609	-4,0344	0,9122
	0,1018	-2,0330	0,1130
U ₃	35,3086	-42,5015	57,3562
	16,9527	-9,3975	17,0413
	38,1939	-12,5892	17,6934
U ₄	265,4270	-227,4363	271,8002
	9,8922	-4,0819	11,3295
	14,7671	-8,7905	15,5952
U ₅	3978,1723	-4365,6369	4200,2283
	3623,9000	-4444,0634	4286,499
	14,0460	-9,1560	14,8720
U ₆	4,1516	-11,4435	6,5465
	19,2688	-29,2546	24,3714
	14,4952	-12,6735	15,9819

- continua -

III. Produção açúcar ton/ha

	$\hat{V}(x_i^*)$	Intervalo de Confiança	
U ₁	4,0614	-10,1379	4,6122
	48,9423	-68,7048	53,2000
	3,4724	-6,4362	3,9264
U ₂	325,5334	-49,3422	39,0662
	3692,5528	-157,5389	140,2163
	5,9548	-7,5175	4,4395
U ₃	0,2285	-0,1774	2,1652
	0,2134	-0,2296	2,0338
	0,3024	-0,7532	1,9416
U ₄	0,5848	-0,3659	3,3815
	0,1605	-0,1162	1,8468
	0,0558	-0,6639	0,4934
U ₅	62,1366	-103,5250	87,6462
	394,6480	-407,5612	438,2338
	30,3140	-43,8264	36,7356
U ₆	0,3586	-2,5152	0,4193
	0,6109	-2,8284	1,0015
	0,8934	-3,1099	1,5215

TABELA 11. Estimativa dos parâmetros, e os respectivos intervalos de confiança ao nível de 95% de probabilidade, para a análise conjunta.

CASOS

I. *Produção de cana ton/ha*

Parâmetros estimados	Intervalo de confiança	
$\hat{a}_{44} = 131,7414$	128,8800	134,6027
$\hat{a}_{14} = 8,1625$	2,8094	13,5155
$\hat{a}_{24} = 6,3725$	1,0194	11,7255
$\hat{a}_{34} = 8,0725$	2,7194	13,4255
$\hat{a}_{11} = 7,4875$	-1,7843	16,7593
$\hat{a}_{22} = 7,4525$	-1,8193	16,7243
$\hat{a}_{33} = 2,8976$	-6,3742	12,1694

II. *Açúcar provável em % de cana*

$\hat{a}_{44} = 13,53$	13,2887	13,7712
$\hat{a}_{14} = -0,40$	-0,8517	0,0518
$\hat{a}_{24} = 0,1825$	-0,2693	0,6342
$\hat{a}_{34} = -0,1575$	-0,6092	0,2942
$\hat{a}_{11} = -0,4950$	-1,2774	0,2874
$\hat{a}_{22} = -0,0775$	-0,8599	0,7049
$\hat{a}_{33} = -0,2675$	-0,5149	0,5149

III. *Produção de açúcar ton/ha*

$\hat{a}_{44} = 17,6807$	17,2723	18,0890
$\hat{a}_{14} = 0,5650$	-0,1990	1,3290
$\hat{a}_{24} = 1,2875$	0,5234	2,0515
$\hat{a}_{34} = 0,8159$	0,0509	1,5790
$\hat{a}_{11} = 0,1699$	-1,1534	1,4932
$\hat{a}_{22} = 0,5975$	-0,7258	1,9208
$\hat{a}_{33} = -0,0650$	-1,3883	1,2583

TABELA 12. Soluções e discussões dos sistemas de equações obtidas das derivadas parciais de primeira ordem da função da receita líquida, na análise conjunta.

Casos	x_1^*	x_2^*	x_3^*	Natureza do Ponto
<hr/>				
<i>I. Produção cana ton/ha</i>				
	-0,08325	-0,0050	-0,8742	Mínimo
<i>II. Açúcar provável em % de cana</i>				
	-7,3896	-39,4472	-5,9129	Máximo
<i>III. Produção açúcar ton/ha</i>				
	18,6898	4,1919	-16,8532	Sela
<hr/>				

TABELA 13. Cortes da superfície (análise conjunta).

Caso	1º corte $(x_1, 0, 0)$		2º corte $(0, x_2, 0)$		3º corte $(0, 0, x_3)$	
	x_1^*	Ponto	x_2^*	Ponto	x_3^*	Ponto
I	-0,08325	Mínimo	-0,0050	Mínimo	-0,8742	Mínimo
II	-7,3896	Máximo	-39,4472	Máximo	-5,9129	Máximo
III	18,6898	Mínimo	4,1919	Mínimo	-16,8532	Máximo

TABELA 14. Variâncias e os respectivos intervalos de confiança (95%), das doses econômicas dos nutrientes para a análise conjunta.

CASOS

I. Produção cana ton/ha

	$\hat{V}(x_i^*)$	Intervalo de confiança	
$\hat{V}(x_1^*) =$	0,02305	-0,4552	0,2888
$\hat{V}(x_2^*) =$	0,02149	-0,3642	0,3542
$\hat{V}(x_3^*) =$	1,4459	-3,8204	2,0718

II. Açúcar provável em % de cana

$\hat{V}(x_1^*) =$	22,7669	-19,07970	24,3005
$\hat{V}(x_2^*) =$	312,441	-438,1461	359,2517
$\hat{V}(x_3^*) =$	19,9242	-23,2238	21,3980

III. Produção de açúcar em ton/ha

$\hat{V}(x_1^*) =$	131,5219	-126,9053	164,2849
$\hat{V}(x_2^*) =$	12,4282	-5,1143	13,4982
$\hat{V}(x_3^*) =$	274,863	-360,5076	326,8012

TABELA 15. Valores do teste F relativos aos efeitos lineares e quadráticos dos nutrientes, e valores do teste t referentes aos coeficientes dos termos quadráticos.

Análise Individual

I. Caso - Produção de cana ton/ha

Usinas	Teste F				Teste t		
	N'	P'	K'	Efeitos quadráticos	a ₁₁	a ₂₂	a ₃₃
U ₁	4,40*	0,019	3,44	0,124	0,390	-0,074	0,223
U ₂	2,33	0,013	0,021	0,719	1,619	1,648	1,181
U ₃	2,55	0,159	0,942	1,690	2,043	1,549	0,814
U ₄	1,09	3,860	45,59**	2,510	2,201	2,296	0,983
U ₅	1,38	1,64	0,051	0,377	-0,189	0,148	-0,685
U ₆	0,417	3,29	0,214	0,204	-0,736	-0,514	-0,322

II. Caso - Açúcar Provável em % de cana

U ₁	0,385	0,437	0,062	0,622	-1,119	-0,242	-0,820
U ₂	0,544	1,830	1,860	1,990	-2,154	-1,923	-2,289
U ₃	2,290	0,050	0,064	0,140	0,364	0,642	0,415
U ₄	0,681	0,054	1,090	0,641	0,219	1,156	0,686
U ₅	0,035	0,003	0,000	0,278	-0,047	-0,044	-0,585
U ₆	0,052	0,305	0,112	0,842	-1,561	-0,846	0,882

- continua -

TABELA 15. continuação
 III. Caso - Produção de açúcar em ton/ha.

Usinas	Teste F				Teste t		
	N'	P'	K'	Efeitos quadrá- ticos	a ₁₁	a ₂₂	a ₃₃
U ₁	1,59	0,668	3,02	0,348	-0,922	-0,311	-0,608
U ₂	0,382	0,820	0,897	0,186	-0,285	-0,142	-0,641
U ₃	0,115	0,004	0,384	1,95	2,164	2,050	1,200
U ₄	0,035	8,37*	25,16**	2,01	2,007	2,277	1,274
U ₅	0,901	1,55	0,037	0,064	-0,203	-0,088	-0,215
U ₆	1,170	9,67**	0,769	1,170	-1,815	-1,225	-0,894

TABELA 16. Análise conjunta.

teste F				teste t		
N'	P'	K'	Efeitos quadrá- ticos	a ₁₁	a ₂₂	a ₃₃
<i>I. Caso - Produção de cana ton/ha</i>						
13,95**	8,50**	14,07**	2,03	1,978	0,765	1,961
<i>II. Caso - Açúcar provável em % de cana</i>						
4,70*	0,978	0,728	1,18	-1,549	-0,242	-0,837
<i>III. Caso - Produção açúcar ton/ha</i>						
3,28	17,05**	6,83*	0,854	0,314	1,106	-0,120