

## SUMÁRIO

1. Introdução.....	7
2. Comportamento Intradiário: Demanda por Recursos Intradia e <i>Over</i> .....	15
2.1. Introdução.....	15
2.2. Comportamento Intradiário .....	21
2.2.1. O modelo de Bar-Ilan.....	21
2.2.2. Modelo para distribuição do Saldo em Reservas Bancárias .....	24
2.2.3. Demanda por Redesconto <i>Over</i> .....	33
2.2.4. Recursos Intradia.....	34
2.3. Estimação dos Parâmetros.....	35
2.3.1. BM “puro” .....	35
2.3.2. CPP “puro” .....	36
2.3.3. Processo de Lévy.....	38
2.3.4. Modelo Tweedie.....	39
2.4. Dados.....	41
2.4.1. Banco “Grande” .....	41
2.4.2. Banco “Médio” .....	49
2.4.3. Banco “Pequeno” .....	53
2.5. Resultados .....	57
2.5.1. Distribuição Empírica .....	57
2.5.2. BM “puro” .....	58
2.5.3. CPP “puro” .....	60
2.5.4. Filtro.....	61
2.5.5. Tweedie .....	62
2.5.6. Bootstrap .....	63
2.5.7. Resultados por Bancos .....	65
2.6. Conclusão.....	68
3. Estimando a Taxa Natural de Juros para o Brasil .....	71
3.1. Introdução.....	71
3.2. Modelos.....	76

3.2.1. Modelo de Estrutura a Termo.....	77
3.2.2. Modelo IS.....	79
3.2.3. Modelo IS-Phillips .....	81
3.3. Dados.....	83
3.3.1. Produto e Hiato do Produto.....	83
3.3.2. Taxas de Juros e Inflação .....	89
3.4. Resultados .....	93
3.4.1. Modelo de Estrutura a Termo.....	94
3.4.2. Modelo IS.....	98
3.4.3. Modelo IS-Phillips .....	101
3.4.4. Hiato de juros e o Desvio da Inflação em relação à meta .....	112
3.5. Conclusão.....	116
4. Conclusão.....	119
Referências Bibliográficas .....	125
APÊNDICE 1. Sistema de Menssageria .....	131
APÊNDICE 2. Resultados do Modelo IS com Hiato do Produto Externo e <i>Dummy</i> para a Crise ... .....	135
APÊNDICE 3. Regressões entre hiato de juros e desvio da inflação em relação à meta .....	139

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Processo de Lévy: primeira simulação .....	26
Figura 2 – Distribuição do SRB: Componente CPP .....	27
Figura 3 – Distribuição do SRB: primeira simulação .....	28
Figura 4 – Processo de Lévy: segunda simulação.....	30
Figura 5 – Distribuição do SRB: Componente CPP .....	31
Figura 6 – Distribuição do SRB: segunda simulação.....	32
Figura 7 – Banco Grande: Quantidade Média de Eventos por mês .....	42
Figura 8 – Banco Grande: SRB médio e de um dia .....	44
Figura 9 – Banco Grande: Histograma dos Lançamentos em Reservas .....	45
Figura 10 – Banco Grande: SRB de fechamento .....	48
Figura 11 – Banco Médio: SRB médio e de um dia.....	50
Figura 12 – Banco Médio: SRB de fechamento.....	52
Figura 13 – Banco Pequeno: SRB médio anual e de um dia.....	54
Figura 14 – Banco Pequeno: SRB de fechamento .....	56
Figura 15 – Produto Industrial e PIB BACEN Dessazonalizados .....	84
Figura 16 – Produto Industrial e Hiato do Produto .....	86
Figura 17 – PIB BACEN e Hiato do Produto .....	86
Figura 18 – Hiatos do Produto e Hiato do Produto Externo .....	88
Figura 19 – Taxas de Juros.....	89
Figura 20 – Tendência da Taxa de Juros Real de Curto Prazo .....	90
Figura 21 – Inflação e Desvios em relação à Meta de Inflação .....	91
Figura 22 – Modelo de Estrutura a Termo: Estimação Bayesiana – Distribuições a Posteriori ....	96
Figura 23 – Modelo de Estrutura a Termo: TNJ, Taxa de Juros Real de Curto Prazo e de Longo Prazo.....	97
Figura 24 – Modelo IS: TNJ para Hiato do PI e para o Hiato do PIBBC .....	99
Figura 25 – Modelo IS-Phillips: Filtro de Kalman e TNJ com Hiato do PI e Hiato do PIBBC ..	103
Figura 26 – Modelo IS-Phillips: Filtro de Kalman e Hiato de Juros.....	104

Figura 27 – Modelo IS-Phillips: Estimação Bayesiana com Hiato do PI .....	106
Figura 28 – Modelo IS-Phillips: Estimação Bayesiana com Hiato do PIBBC .....	109
Figura 29 – Modelo IS-Phillips: Estimação Bayesiana e TNJ com Hiato do PI e Hiato do PIBBC .....	110
Figura 30 – Modelo IS-Phillips: Estimação Bayesiana e Hiato de Juros.....	111
Figura 31 – Taxa de Juros Real de Longo Prazo e TNJ – Estrutura a Termo, IS e IS-Phillips (PI) .....	112
Figura 32 – Taxa de Juros Real de Longo Prazo e TNJ – IS e IS-Phillips (PI) .....	113
Figura 33 – Modelo IS com Hiato do Produto Externo .....	136
Figura 34 – Modelo IS com <i>dummy</i> para crise.....	138

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Banco Grande: Quantidade de Eventos.....	41
Tabela 2 – Banco Grande: Lançamentos.....	46
Tabela 3 – Banco Médio: Quantidade de Eventos .....	49
Tabela 4 – Banco Médio: Lançamentos .....	51
Tabela 5 – Banco Pequeno: Quantidade de Eventos.....	53
Tabela 6 – Banco Pequeno: Lançamentos.....	55
Tabela 7 – Resultados: Distribuição Empírica.....	57
Tabela 8 – Resultados: BM simples.....	58
Tabela 9 – Resultados: BM simples, janela de 1 hora .....	59
Tabela 10 – Resultados: CPP .....	60
Tabela 11 – Resultados: Filtro .....	61
Tabela 12 – Tweedie .....	62
Tabela 13 – Bootstrap Convencional .....	64
Tabela 14 – Bootstrap Alternativo .....	64
Tabela 15 – Banco Grande: Simulações .....	65
Tabela 16 – Banco Médio: Simulações.....	66
Tabela 17 – Banco Pequeno: Simulações .....	66
Tabela 18 – PI e PIBBC Dessazonalizados.....	85
Tabela 19 – Hiato do PI e Hiato do PIBBC .....	87
Tabela 20 – Distribuições a Priori e a Posteriori.....	95
Tabela 21 – Distribuições a Priori e a Posteriori.....	105
Tabela 22 – Distribuições a Priori e a Posteriori.....	108
Tabela 23 – Desvio e Defasagens do Hiato de Juros .....	114
Tabela 24 – Correlações entre TNJ e inflação .....	115

**LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

BACEN – Banco Central do Brasil

BM – *Brownian Motion*

BM&F – BM&F BOVESPA

CBLC – Companhia Brasileira de Liquidação e Custódia

CETIP – CETIP S.A. Balcão Organizado de Ativos e Derivativos

CIP – Câmara Interbancária de Pagamentos

CMN – Conselho Monetário Nacional

COMPE – Centralizadora da Compensação de Cheques

COPOM – Comitê de Política Monetária

COSIF – Plano de Contas das Instituições do Sistema Financeiro

CPP – *Compound Poisson Processes*

DEBAN – Departamento de Operações Bancárias e Sistema de Pagamentos

EDM – *Exponential Dispersion Models*

GLLAMM – *Generalized Linear Latent and Mixed Models*

IF – Instituição Financeira

PI – Produto Industrial

PIB – Produto Interno Bruto

PIBBC – PIB mensal estimado pelo Banco Central do Brasil

SELIC – Sistema Especial de Liquidação e Custódia

SISBACEN – Sistema de Informações do Banco Central

SFN – Sistema Financeiro Nacional

SPB – Sistema de Pagamentos Brasileiro

SRB – Saldo em Reservas Bancárias

STN – Secretaria do Tesouro Nacional

STR – Sistema de Transferência de Reservas

SVAR – *Structural Vector Auto Regressive*

TECBAN – Tecnologia Bancária S.A.

TED – Transferência Eletrônica Disponível

TNJ – Taxa Natural de Juros

## 1 INTRODUÇÃO

Desde a implantação do Plano Real em 1994 e da adoção do regime de metas de inflação<sup>1</sup> em meados de 1999, os instrumentos de política monetária têm aumentado sua importância dentro do conjunto de ferramentas que o governo possui para conduzir a economia. Além da preocupação com a redução da inflação e da manutenção desta em patamares próximos aos dos países desenvolvidos, o Banco Central do Brasil (BACEN) também tem a preocupação de manter a estabilidade do Sistema Financeiro Nacional (SFN) e fornecer instrumentos para que este não seja colocado em risco. Para isso, em 2002, promoveu mudanças significativas no sistema de pagamentos, concretizando o que ficou conhecido por SPB – Sistema de Pagamentos Brasileiro.

O SPB melhorou significativamente o sistema de transferências de recursos e minimizou o risco de liquidez<sup>2</sup> dos participantes do SFN. Tornou-se possível a transferência “instantânea” de recursos por meio da Transferência Eletrônica Disponível (TED) e foi reformulado o sistema de liquidação<sup>3</sup>.

Devido às características do novo sistema de pagamentos e a necessidade de manter a estabilidade do SFN (garantir e possibilitar todas as operações realizadas pelos agentes financeiros) o BACEN tem agido de forma ativa para evitar crises sistêmicas.

Os efeitos da crise econômica mundial começaram a ser percebidos no Brasil em outubro e novembro de 2008 quando o PIB e o Produto Industrial apresentaram taxas de crescimento negativas. O BACEN iniciou, então, uma redução nas alíquotas de depósitos compulsórios de

---

<sup>1</sup> Ver Bogdanski *et al.* (2000).

<sup>2</sup> Risco de liquidez é o risco de que a contraparte não liquide, total ou parcialmente, uma obrigação no vencimento, mas somente em uma data futura não especificada.

<sup>3</sup> Atualmente, o sistema de liquidação é composto por um conjunto de câmaras de liquidação: CIP – Câmara Interbancária de Pagamentos; COMPE – Centralizadora da Compensação de Cheques; TECBAN – Tecnologia Bancária S.A.; CETIP – CETIP S.A. Balcão Organizado de Ativos e Derivativos; CBLC – Companhia Brasileira de Liquidação e Custódia; BM&F – BM&FBOVESPA; SELIC – Sistema Especial de Liquidação e Custódia e o STR – Sistema de Transferência de Reservas.

forma a garantir a liquidez no mercado e o montante de compulsórios em espécie reduziu-se de R\$ 118 bilhões para R\$ 58 bilhões no período de agosto a dezembro de 2008<sup>4</sup>.

Em menor volume, as linhas de liquidez, remodeladas pelo BACEN<sup>5</sup> na implantação do SPB, também foram utilizadas, atingindo valores líquidos (diferença entre o valor recebido e o valor pago pelas IFs) de R\$ 28 milhões em setembro de 2008 e de R\$ 435 milhões em outubro de 2009, ainda dentro do período de baixo compulsório, que durou até abril de 2010.

Portanto a compreensão dos efeitos das variações do compulsório no processo de gerenciamento de reservas bancárias das IFs e o processo que leva à utilização ou não de uma linha de liquidez são de fundamental importância para que o BACEN consiga minimizar o risco sistêmico em períodos de crise.

O próximo capítulo diz respeito ao mercado de reservas e a oferta de linhas de crédito pelo BACEN. Atualmente há duas linhas de liquidez: o redesconto intradia<sup>6</sup> e o redesconto *over*. Assim, o Capítulo 2 tratará da probabilidade de se realizar uma operação de redesconto *over* e da probabilidade de que os recursos intradiários disponíveis não sejam suficientes para suprir as necessidades de uma instituição financeira (IF) ao longo de um dia com base no comportamento intradiário dos bancos.

Para tratar desse assunto, estudar-se-á o comportamento intradiário de uma IF representativa. Segundo o modelo proposto em Umezú (2005), o saldo em reservas bancárias, SRB, segue um processo estocástico que é a composição de um movimento browniano (BM) e dois processos de Poisson compostos (CPP) – um com intensidade positiva e outro negativa. Esse processo é chamado de Processo de Lévy.

Com base nesse pressuposto, será construído um modelo que possibilitará estimar por meio de simulações a proporção de vezes em que as trajetórias do SRB ficam negativas em

---

<sup>4</sup> O montante de compulsórios em espécie voltou aos patamares normais em abril de 2010.

<sup>5</sup> O estudo de Umezú (2005) faz um levantamento histórico das linhas de crédito disponíveis no mercado de reservas a partir do Plano Collor, em 1991, até as linhas oferecidas após o SPB (objeto deste trabalho), incluindo modalidades, taxas, prazos, tipos de garantias entre outras características das operações.

<sup>6</sup> O BACEN disponibiliza quatro alternativas para obtenção de liquidez intradiária: recolhimento compulsório; operações associadas; mecanismo de resolução de *Gridlocks*; e redesconto intradia. Ver Umezú (2005), p.22.



algum momento da janela de operações<sup>7</sup> e a distribuição de probabilidades do SRB ao final da janela de operações. Com esses resultados será possível obter as probabilidades desejadas.

Como serão consideradas as trajetórias originais, sem a exclusão dos lançamentos relativos aos mecanismos de liquidez intradiária (recolhimento compulsório, operações associadas e redesconto intradia), será analisada a possibilidade de que, mesmo utilizando esses mecanismos, a IF tenha o SRB negativo em algum momento do dia. Isso caracterizaria uma situação em que o mecanismo de resolução de *Gridlocks* (mecanismo de re-ordenamento da fila de lançamentos de operações) precisaria ser utilizado.

Em relação ao redesconto *over*, a vantagem do modelo e do procedimento sugerido é a possibilidade de que o BACEN possa avaliar a probabilidade de utilização do redesconto *over* durante o próprio dia, ou seja, dentro do período de operações das IFs. Isso permitiria ao BACEN distinguir conjuntos de bancos com maior probabilidade de utilização de recursos intradiários e *over* em cada momento do dia, bem como se haveria algum impacto sistêmico (pela presença de bancos de médio ou grande porte no conjunto de bancos com necessidades intradiárias). Como desvantagem, pelo fato de que o processo de Lévy em geral é não estacionário, a média e a variância do SRB no encerramento das operações é função do tamanho da janela escolhida para a previsão. Assim, há um *trade-off* entre a antecedência e a qualidade dos resultados: quanto mais próximo à abertura das operações, menos precisa a estimativa da probabilidade porque a variância da distribuição do SRB será maior. Os resultados obtidos para o intervalo de duração da janela de operações não são bons quando comparados com modelos menos sofisticados ou aos procedimentos de Umezú (2005) e intervalos de tempo menores do que duas horas (iniciando, portanto, após as 16h30) têm resultados melhores.

O procedimento com melhor desempenho, sob o critério de dispersão (variância) da distribuição do SRB, foi o que considera que o processo de Lévy é composto apenas pelas componentes de Poisson. Esse procedimento estimou a menor variância para dois bancos da amostra. Outros dois modelos apresentaram resultados razoáveis: Tweedie e o Bootstrap

---

<sup>7</sup> Por “janela de operações” entenda-se o período de 12h compreendido no intervalo de 6h30 às 18h30 (horário que eventualmente pode ser estendido).

realizado pela forma não convencional. Isto sugere que a continuidade do trabalho seja no sentido de aplicar modelos direcionados as componentes CPP.

A literatura sobre depósitos compulsórios e redesconto no Brasil<sup>8</sup> é recente. Sobre risco sistêmico, destacam-se os trabalhos de Queiroz (2004) e Sales e Tannuri-Pianto (2005); sobre depósitos compulsórios, os artigos de Queiroz (2004), Costa Pinto e Coelho (2004) e Umezú (2005). Especificamente sobre redesconto, apenas Umezú (2005) e Koyama e Nakane (2007).

A principal contribuição desse capítulo é a de sugerir uma nova abordagem para o cálculo e estimação da probabilidade de utilização de recursos *over* com base no comportamento intradiário dos bancos.

O modelo sugerido por Umezú (2005) leva isso em conta na medida em que faz uma hipótese sobre o processo estocástico que define o movimento do saldo em reservas. Para possibilitar a estimação da probabilidade (considerando o banco de dados disponível), direciona o desenvolvimento do modelo de modo a não incluir parâmetros intradiários no modelo final. Assim, será realizada uma releitura desse modelo e seguida outra linha de desenvolvimento de forma a possibilitar a inclusão de parâmetros intradiários. O objetivo é determinar a distribuição do saldo em reservas em um corte no tempo, em especial, no fechamento da janela de operações.

A segunda contribuição é a abordagem inédita para a questão da liquidez intradiária. Como a preocupação do BACEN é em relação a aspectos sistêmicos<sup>9</sup>, seus relatórios têm como interesse o comportamento intradiário médio ou o comportamento intradiário de um conjunto composto pelas maiores IFs do sistema. Neste capítulo é proposto um modelo de comportamento individual, aplicável a qualquer IF, que possibilitará verificar se os mecanismos de liquidez intradiária são suficientes para atender suas demandas.

---

<sup>8</sup> Mais detalhes serão apresentados na seção 2.1 desta Tese.

<sup>9</sup> Sob essa ótica, os resultados ruins apresentados para o Banco Pequeno, não constituem um problema.

O Capítulo 2 trata de um tema específico da política monetária, o mercado de reservas bancárias. O capítulo 3 é dedicado a um assunto mais abrangente de política monetária: a taxa de juros, em especial a taxa natural de juros (TNJ).

As taxas de juros no Brasil sempre estiveram em níveis elevados quando comparadas às taxas praticadas por países desenvolvidos e também por países em desenvolvimento. As taxas de juros nominal e real chegaram aos seus menores valores desde a implementação do regime de metas de inflação<sup>10</sup>, mas ainda estão em níveis superiores ao de outros países. Apesar disso, a inflação tem se mantido em um valor estável, dentro dos parâmetros pré-estabelecidos pelo Conselho Monetário Nacional - CMN.

Entender porque as taxas de juros no Brasil sempre estiveram em patamares elevados e buscar explicações além das convencionais (taxas elevadas para garantir o sucesso nos planos de estabilização monetária) é de extrema importância para a condução da política monetária. Uma das possíveis explicações esta relacionada à TNJ.

A TNJ foi originalmente definida em Wicksell (1936) como a taxa que iguala poupança e investimento. Posteriormente também foi conceituada como equivalente à produtividade marginal do capital, ou como a taxa compatível com a estabilidade de preços e para qual a economia tenderia no longo prazo. Como fatores que podem alterar sua trajetória, pode-se citar o progresso técnico, o crescimento populacional, a preferência intertemporal das famílias entre consumo hoje ou amanhã, a política fiscal e seu impacto na poupança agregada e a estrutura dos mercados financeiros.

Outra importância da TNJ é a possibilidade de verificar a consistência da política monetária. A posição em relação à taxa de juros real pode sugerir se a o estado da política monetária é expansionista ou contracionista. Quando a taxa de juros real é maior do que a TNJ, o produto deverá estar abaixo do produto natural, o que sugeriria uma política monetária contracionista.

---

<sup>10</sup> A Figura 17, no capítulo 3, ilustra essa tendência.

A literatura a respeito da TNJ no Brasil<sup>11</sup> tem origem em Miranda e Muinhos (2003). Depois vieram os trabalhos de Muinhos e Nakane (2006) e de Borges e Silva (2006). Esses três trabalhos buscam estimar a TNJ para o Brasil. O Capítulo 3 desta Tese busca dar continuidade à tentativa de estimar a TNJ, utilizando modelos e procedimentos de estimação inéditos.

A TNJ será estimada de duas formas diferentes, via Filtro de Kalman e estimadores bayesianos, e serão sugeridos três modelos que têm como referência os artigos de Laubach e Williams (2003), Basdevant *et al.* (2004) e Méssonier e Renné (2007). O primeiro modelo é baseado no artigo de Basdevant *et al.* (2004) e foi chamado de “Modelo de Estrutura a Termo”. A TNJ é obtida da relação de taxa de juros real de curto e de longo prazos. O segundo modelo, chamado de “Modelo IS”, parte de uma equação da curva IS e de hipóteses a respeito da trajetória da TNJ. Tem como vantagem, em relação ao primeiro modelo, o fato de que a TNJ é determinada de forma estrutural. Por ser muito sensível a variações do hiato do produto, houve a necessidade de torná-lo mais robusto. A partir dos artigos de Kirker (2008), Laubach e Williams (2003) e Méssonier e Renné (2007), foi proposto o terceiro modelo, chamado “Modelo IS-Phillips”. Nele foram incluídas mais duas equações: uma curva de Phillips e uma Regra de Taylor.

A grande contribuição do capítulo está no fato de que os modelos são mais completos e agregam mais informações sobre a economia do que os modelos até o momento utilizados. Além disso, o fato de que as taxas de juros estão em patamares relativamente baixos gera importância na avaliação da política monetária atual.

Outras contribuições são: a implementação de novos métodos de estimação para a TNJ no Brasil e sugere-se uma forma alternativa à de Basdevant *et al.* (2004) (correlação entre hiato de juros e inflação defasada) para avaliar o desempenho dos modelos estimados.

O Modelo IS-Phillips apresentou resultados contraditórios quando estimado pelo Filtro de Kalman e por métodos bayesianos. No primeiro caso, o hiato de juros, após julho de 2009, é negativo; quando estimado pelo método bayesiano é positivo. Isso levaria a conclusões contrárias no que diz respeito à política a ser implementada.

---

<sup>11</sup> Mais detalhes na seção 3.1.

A TNJ estimada pelos métodos bayesianos apresentou melhores resultados nos dois critérios usados (relação entre desvio da meta de inflação e hiato de juros defasados e correlação entre TNJ e inflação futura). Dessa forma, o hiato de juros seria positivo a partir de março de 2009 o que sugeriria uma política monetária contracionista.

O último capítulo deste trabalho traz as considerações finais e sugestões para pesquisa futura.



## **2 COMPORTAMENTO INTRADIÁRIO: DEMANDA POR RECURSOS INTRADIA E OVER**

### **2.1. INTRODUÇÃO**

O redesconto *over*<sup>12</sup> é uma linha de crédito de liquidez criada em 2002 como parte do projeto do Sistema de Pagamentos Brasileiro (SPB)<sup>13</sup> e tem a função de garantir a liquidez de curtíssimo prazo<sup>14</sup> do sistema financeiro. É uma operação de compra de títulos públicos federais (listados pelo Banco Central do Brasil) com compromisso de revenda com prazo de um dia, que pode ser renovada.

O trabalho de Queiroz (2004) é um dos primeiros a tratar do gerenciamento das Reservas Bancárias no Brasil. O autor realiza três estudos. No primeiro, com o intuito de possibilitar ao BACEN a avaliação preventiva de um sistema de varejo apresentar risco à fluidez dos pagamentos, propõe uma metodologia para avaliar a importância sistêmica de câmaras de pagamentos, com base em modelo para simulação de contágio.

O segundo estudo trata do padrão de comportamento diário dos bancos quanto ao gerenciamento de reservas e analisa a racionalidade do comportamento observado e os principais fatores condicionantes. Os resultados indicaram que os bancos brasileiros demandam mais reservas nos primeiros dias do período de movimentação e menos no final; além disso, dentre

---

<sup>12</sup> Formalmente esta operação corresponde à operação de compra com compromisso de revenda, com prazo de um dia, de títulos públicos federais, conforme previsto no artigo 5º, parágrafo único, do regulamento anexo à Circular 3105, de 5 de abril de 2002. O termo “redesconto *over*” é o nome “popular” da operação.

<sup>13</sup> A Resolução 2949, de 4 de abril de 2002, que entrou em vigor em 22 de abril de 2002, autorizou BACEN a instituir o mecanismo de redesconto nas modalidades redesconto e de compra com compromisso de revenda, de títulos e valores mobiliários, de créditos e de direitos creditórios integrantes do ativo dos bancos comerciais, das caixas econômicas e dos bancos de investimento e múltiplos titulares de conta Reservas Bancárias. A Circular 3105, de 5 de abril de 2002, instituiu o redesconto nas modalidades definidas na Resolução 2949, definindo finalidades, prazos e garantias.

<sup>14</sup> Conforme a definição do artigo 4º, II, do regulamento anexo à Circular 3105, de 5 de abril de 2002.

fatores exógenos, a reunião do Comitê de Política Monetária – COPOM – é o principal fator gerador da demanda.

O terceiro propõe uma metodologia para mensuração das expectativas do mercado com relação à decisão da reunião mensal do COPOM. O autor chega a dois resultados: há dois tipos de banco, um que consegue uma administração ativa de suas reservas e o outro cujo cumprimento das exigibilidades é passivo e de que pesquisas de opinião conduzidas por reguladores sobre regulados não conseguem mensurar as reais expectativas do mercado.

Na mesma direção do segundo estudo de Queiroz (2004), Costa Pinto e Coelho (2004) utilizam metodologia similar a de Clouse e Down (2002) para determinar a estratégia ótima para o compulsório sobre depósitos à vista para a estrutura normativa que vigora no Brasil. O principal resultado, corroborando Queiroz (2004), é o de que a sobreposição dos períodos de cálculo e cumprimento faz com que os bancos demandem mais reservas no começo do período de cumprimento. Concluem também que a demanda por reservas apresentaria menor variância ao longo do período, caso a incerteza sobre a exigibilidade nos três primeiros dias de cumprimento fosse retirada.

O trabalho de Umezú (2005), mencionado na introdução deste trabalho, estuda a demanda por recursos *over*. Como inovação, considera a hipótese de que as reservas bancárias seguem um processo de Lévy. Além disso, propõe um modelo para estimar a probabilidade de utilização de recursos *over* a partir de características e do comportamento estratégico das IFs utilizando uma base de dados diários. De forma diferente do que Queiroz (2004), o estudo testa empiricamente e confirma os resultados obtidos nas simulações de Costa Pinto e Coelho (2004).

Um dos problemas mencionados em Umezú (2005) para identificar os fatores que influenciam a demanda por recursos *over* e a probabilidade de utilização de recursos *over* pelas IFs era excesso de zeros (98,31% dos valores da variável dependente na amostra eram zeros – decorrência da pouca quantidade de operações de redesconto *over* realizadas). Koyama e Nakane (2007) utilizam modelos GLLMM – Modelos Lineares Generalizados Mistos com Variáveis Latentes, que são mais adequados para tratar o problema da superdispersão decorrente do excesso de zeros. Os resultados obtidos foram que a utilização do redesconto é influenciada pelo saldo em reservas no início do dia, pelos valores líquidos das operações juntos ao SELIC, pela taxa de



redesconto, pela volatilidade do saldo em reservas e pela necessidade de cumprimento do recolhimento do compulsório sobre depósitos à vista.

Sales e Tannuri-Pianto (2005) propõem um modelo para separar choques de política monetária de choques do mercado de reservas no Brasil. Para tanto, utilizam um modelo SVAR (Structural Vector Auto Regressive) com restrições contemporâneas. Os principais resultados foram: O BACEN age de forma a suavizar a taxa SELIC; a diferença entre as taxas SELIC e de desconto fornecem informações para estimar a curva de demanda por empréstimo de reservas; e choques na demanda por reservas têm impactos no produto real e na taxa de inflação.

O estudo de Umezú (2005) propõe uma aplicação do modelo de Bar-Ilan<sup>15</sup> para a determinação da demanda por recursos *over*<sup>16</sup> e probabilidade de utilização de recursos *over*. O modelo define demanda por recursos *over* como a diferença, quando positiva, entre a meta de saldo ao final do dia e o valor esperado do saldo em reservas, dada a hipótese de que este segue um processo de Lévy.

Para calcular a demanda e a probabilidade de utilização de recursos *over*, Umezú (2005) utilizou dados de 122 instituições com reservas bancárias (valores de encerramento do dia), para o período de 22/04/2002 a 31/08/2004, e aplicou modelos para dados em painel não lineares<sup>17</sup> (*tobit*). A probabilidade de utilização de desconto *over* foi calculada usando modelos *probit* e *logit* para dados em painel. Os principais resultados obtidos por Umezú (2005) foram:

- a) Evidência da influência do período de cumprimento do compulsório sobre depósitos à vista sobre a demanda por reservas.
- b) Alta sensibilidade da demanda por desconto *over* em relação à taxa de desconto.
- c) Resultados semelhantes para os modelos de demanda e de probabilidade.
- d) Resultados para o período em que a taxa de desconto permaneceu constante (de 01/07/2002 a 31/08/2004) foram qualitativamente iguais aos resultados da amostra completa.

---

<sup>15</sup> Neste trabalho, o modelo proposto em Bar-Ilan *et al.* (2004) será chamado de modelo de Bar-Ilan.

<sup>16</sup> O termo “recursos *over*” é mais abrangente e inclui as operações de desconto *over*.

<sup>17</sup> Foi usado o modelo *heckit* para avaliar a possibilidade de seleção endógena.

Na forma como o modelo foi estimado, a probabilidade de utilização de recursos *over* é função de dados de encerramento da janela de operações e, sendo assim, está fixada durante uma avaliação intradia. Além disso, como há variáveis explicativas contemporâneas, a probabilidade (e a demanda) só pode ser calculada após o encerramento das operações<sup>18</sup>.

Além da proposição de um modelo, há duas outras questões: a estimação dos parâmetros e as simulações.

Na estimação dos parâmetros, há quatro questões a serem discutidas. A primeira está associada à questão do tipo de estimador a ser utilizado. Em princípio há duas possibilidades: paramétricos e não paramétricos. No caso dos estimadores paramétricos, os parâmetros são obtidos pela maximização da função de verossimilhança<sup>19</sup>. Na estimação não paramétrica são utilizados filtros<sup>20</sup> para separar as componentes.

Em geral, os métodos paramétricos apresentam problemas na maximização da função de verossimilhança<sup>21</sup>. Para contornar esses problemas, serão utilizadas hipóteses simplificadoras (mencionadas no parágrafo seguinte) que possibilitarão a utilização de estimadores paramétricos que não dependem de procedimentos numéricos sofisticados (no caso das CPPs, utilizou-se um modelo de dispersão – Modelo Tweedie). Mesmo no caso da utilização de filtros, por serem adotados parâmetros exógenos, também serão usados estimadores paramétricos.

Um procedimento de estimação que será utilizado e que não depende da estimação de parâmetros é o Bootstrap. O Bootstrap tem como princípio a construção de subamostras por meio de sorteios sem reposição. Sua aplicação parece ser interessante na medida em que utiliza as observações para gerar as trajetórias e pode, de alguma forma, captar o fato de que a distribuição dos lançamentos é leptocúrtica. Além do sorteio de lançamentos tendo como base a amostra completa, também foram simuladas trajetórias com base em subamostras em cortes no tempo.

---

<sup>18</sup> A dissertação analisava os determinantes da demanda e da probabilidade de utilização de redesconto *over*; sendo assim, a limitação mencionada não constitui uma crítica ou deficiência.

<sup>19</sup> Ver Akritas (1981), Kunitomo e Owada (2005) e Santos e Tanaka (2008).

<sup>20</sup> Ver Gugushvili (2008) e Buchmann e Szimayer (2008).

<sup>21</sup> Pretende-se, em versões futuras deste trabalho, estimar os parâmetros por máxima-verossimilhança.

A segunda questão está relacionada às simplificações que podem ser adotadas. Algumas simulações realizadas na seção 2, do capítulo 2, mostram que para configurações convenientes de parâmetros do processo de Lévy, o SRB de fechamento comporta-se como se o processo fosse apenas um BM ou apenas a composição dos CPPs (negativos e positivos). Assim, serão estimados os parâmetros dos processos como se estes fossem apenas BM ou apenas CPPs ou a composição de ambos. Neste último caso, a série será filtrada (parâmetro exógeno) de modo que as componentes BM e CPP sejam separadas, possibilitando o tratamento independente.

A terceira questão diz respeito a outra simplificação relacionada às autocorrelações da série de lançamentos (resultado da primeira diferença da série de saldos). Tanto os estimadores dos parâmetros do BM, do CPP e do modelo Tweedie, quanto o modelo Bootstrap, utilizam a hipótese de que a série é não autocorrelacionada. Isso, na prática, ocorre quando se utilizam informações para um dia, mas não é verdadeiro quando se considera o período todo (menor período é de 232 dias)<sup>22</sup>. No caso do modelo Tweedie, devido a limitações computacionais, utiliza-se intervalos amostrais de cinco dias para estimar os parâmetros. Assim, a questão da autocorrelação não parece ser relevante. No caso do Bootstrap, que utiliza a amostra completa, aplica-se o modelo tradicional e sugere-se uma amostragem alternativa. Os resultados são próximos, o que sugere que o efeito da autocorrelação pode ser negligenciado.

O quarto ponto diz respeito ao espaçamento dos lançamentos. Os lançamentos apresentam intervalos que não são constantes. No caso da estimação dos processos como CPPs puros, isso não é um problema porque um dos parâmetros a ser estimado é o intervalo de tempo médio entre lançamentos. No caso do BM “puro” ou do BM resultante da aplicação do filtro, do modelo Tweedie e do Bootstrap, há a necessidade de agrupar os lançamentos de modo a que os espaçamentos fiquem constantes. Nesse caso, o critério escolhido para determinar o agrupamento de lançamentos foi o de diminuir a quantidade de lançamentos nulos na amostra de tal forma que estes não fossem superiores a 50% da quantidade total de lançamentos. Lançamentos nulos

---

<sup>22</sup> As funções de autocorrelação estimadas para amostra reduzida para um dia assumem valores estatisticamente iguais a zero a um nível de 5%; quando se estima as funções de autocorrelação para a mostra completa, isso não ocorre.

podem ocorrer porque há momentos da janela de operações em que há poucas operações como, por exemplo, o horário de almoço<sup>23</sup>.

Nas simulações, buscou-se gerar o maior número possível de trajetórias. A limitação do número de trajetórias foi imposta pela capacidade de alocação de memória do software utilizado (*Matlab 7.8.0.347 R2009a*). Por questões de implementação de algoritmo, as simulações contendo componentes do CPP foram realizadas com a geração de uma quantidade abaixo do desejável, mas ainda dentro do que se considera satisfatório. Além dessa limitação, enquanto a componente de BM foi gerada de maneira quase instantânea, a componente do CPP apresentou tempos de execução maiores do que uma hora.

Apesar de serem utilizados modelos simples, é possível extrair observações interessantes de caráter qualitativo. Como sugestão para trabalhos futuros, fica a possibilidade de serem implementados outros procedimentos para estimação.

O capítulo está estruturado da seguinte forma: após esta introdução, será discutido o modelo sobre a trajetória do SRB e de sua distribuição ao final da janela de operações; na seção seguinte, serão apresentados os dados referentes à amostra composta pelos três bancos mencionados e os procedimentos para a estimação dos parâmetros do modelo: BM, CPP, Filtro, Tweedie; a seção 2.4 diz respeito ao modelo de simulação (inclui o Bootstrap tradicional e uma forma alternativa) e os resultados obtidos para a probabilidade de utilização de recursos *over*; na sequência, a conclusão.

---

<sup>23</sup> Ver Engle (2004).

## 2. 2. COMPORTAMENTO INTRADIÁRIO

Nesta seção, será proposto o modelo de demanda por recursos *over*, que também será utilizado para estimar a necessidade de recursos intradiários, com base em parâmetros intradiários. O modelo usado para explicar o comportamento do SRB tem como base o modelo proposto por Bar-Ilan *et al.* (2004). Este modelo, que será detalhado a seguir, propõe que o saldo em reservas de uma IF segue um processo de Lévy. Partindo desta hipótese, é possível definir a distribuição do saldo em reservas ao final do dia<sup>24</sup>. Como a demanda por recursos *over* é determinada pela diferença entre o saldo ao final do dia e o valor definido como meta para o dia, a distribuição do valor demandado de recursos *over* também estará definida.

Esta seção está estruturada da seguinte forma: inicia-se pela exposição do modelo de Bar-Ilan, considerando os aspectos relevantes para a construção do modelo de demanda por recursos *over*; a seção seguinte trará a função densidade de probabilidade dos lançamentos em reservas e a última seção a função densidade de probabilidade do SRB.

### 2.2.1. O modelo de Bar-Ilan

Em seu artigo, Bar-Ilan *et al.* (2004) sugere a divisão dos modelos de demanda por moeda em duas categorias:

- a) Modelos para demanda das famílias (*one trigger-one target*): Baumol-Tobin, Frenkel & Jovanovic (1980), Bar-Ilan (1990), e Chang (1999);
- b) Modelos de gerenciamento de caixa das firmas (*two triggers-two targets*): Miller & Orr (1966).

---

<sup>24</sup> É possível obter a distribuição de probabilidades em qualquer momento do tempo (esperança e variância).

Uma das contribuições do artigo é unificar a análise propondo um modelo de demanda mais geral. O estoque de moeda é descrito como a superposição de um Movimento Browniano (*Brownian Motion* – BM) e um Processo de Poisson Composto (*Compound Poisson Process* – CPP), com variações positivas e negativas. Sempre que o nível do estoque de moeda atinge ou ultrapassa um dos gatilhos (*triggers*), é aplicado um “impulso” para que o nível retorne a um dos níveis definidos para a banda (*targets*). Isto impede que haja a distinção entre famílias e firmas, o que generalizaria o modelo.

O artigo busca uma metodologia para determinar o funcional do custo esperado descontado e os parâmetros de controle ótimo que minimizaram estes custos, para uma classe de problemas (exponenciais) de controle de impulso estocásticos e propõe uma metodologia para obter parâmetros ótimos para o gerenciamento do estoque de moeda (independente do passado e buscando minimizar custos no futuro).

O estoque de moeda ao longo do dia é descrito por um Processo de Lévy definido pela composição de um BM e um CPP independentes:  $X = (X(t))_{t \geq 0}$ , e  $X(t) = B(t) + Y(t)$ , onde  $B = (B(t))_{t \geq 0}$  é o BM e  $Y = (Y(t))_{t \geq 0}$  é o CPP (saltos positivos e negativos independentes).

A taxa de intensidade de  $Y$  é  $\lambda + \eta$ , onde  $\lambda > 0$  é o parâmetro dos saltos positivos e  $\eta > 0$  o parâmetro dos saltos negativos. A transformada de Laplace<sup>25</sup> do tamanho dos saltos é dada por<sup>26</sup>

$$K^*(s) = \frac{\lambda}{\lambda + \eta} G_u^*(s) + \frac{\eta}{\lambda + \eta} G_d^*(-s) \quad [1]$$

onde

$G_u^*(s)$  é a transformada de Laplace do tamanho dos saltos positivos; e

$G_d^*(s)$  é a transformada de Laplace do tamanho dos saltos negativos.

<sup>25</sup> Este é um procedimento alternativo à utilização da função geradora de momentos.

<sup>26</sup> A notação utilizada nesta resenha difere da notação do artigo original que usa  $\alpha$  como argumento da função transformada (os autores utilizam  $s$  para os limites da banda de operação).

Bar-Ilan define  $G_u^*(s)$  e  $G_d^*(s)$  de forma mais genérica e para o caso especial em que os saltos têm distribuição exponencial. Neste segundo caso, temos:

$$G_u^*(s) = \frac{\nu}{\nu + s}; \text{ e } G_d^*(s) = \frac{\xi}{\xi + s}, \text{ com } \nu > 0 \text{ e } \xi > 0.$$

Assim, a equação [1] fica

$$K^*(s) = \frac{\lambda}{\lambda + \eta} \cdot \frac{\nu}{\nu + s} + \frac{\eta}{\lambda + \eta} \cdot \frac{\xi}{\xi - s} \quad [2]$$

Um processo de Lévy é caracterizado pelo expoente de  $\varphi(s) = \ln E(e^{-sX(t)})$ . No modelo de Bar-Ilan, esse expoente é dado por:

$$\varphi(s) = \underbrace{\frac{1}{2} s^2 \sigma^2 - \mu s}_{BM} - \underbrace{(\lambda + \eta) K^*(s)}_{CPP} \quad [3]$$

onde

$\sigma^2 > 0$  representa a variância e  $\mu$  a média do Movimento Browniano.

Substituindo a equação [2] na equação [3]:

$$\varphi(s) = \underbrace{\frac{1}{2} s^2 \sigma^2 - \mu s}_{BM} - \underbrace{\lambda \cdot \frac{\nu}{\nu + s} - \eta \cdot \frac{\xi}{\xi - s}}_{CPP} \quad [4]$$

### 2.2.2. Modelo para distribuição do Saldo em Reservas Bancárias

Para determinar a função densidade de probabilidade do SRB no fechamento da janela de operações, será usada a mesma hipótese de Bar-Ilan *et al.* (2004): o saldo em reservas segue um processo de Lévy composto por um BM e dois CPPs, um para lançamentos negativos e outro para lançamentos positivos.

A equação [4], que se refere à distribuição dos lançamentos em reservas (primeira diferença do processo estocástico), é a equação de partida do modelo.

A hipótese de que o saldo em reservas segue um processo de Lévy não implica necessariamente em não estacionariedade<sup>27</sup>. Apesar disso, o processo será considerado não estacionário e, portanto, tanto a média quanto a variância da distribuição dependem do intervalo de tempo. Assim, os parâmetros da distribuição do saldo em reservas dependerão do tamanho da janela utilizada.

Observe que isso não altera a distribuição dos lançamentos em reservas. Sendo assim, a equação [4] fica mantida.

A distribuição dos lançamentos em reservas é a distribuição resultante da composição de uma distribuição normal e duas distribuições exponenciais<sup>28</sup>.

Obtida a distribuição dos lançamentos em reservas, a distribuição do SRB pode ser obtida por meio do método de Monte Carlo. Neste mesmo contexto, pode-se determinar a probabilidade de utilização de recursos *over*.

O SRB ao longo do dia é descrito por um Processo de Lévy, definido como:  $X = (X(t))_{t \geq 0}$ , e  $X(t) = B(t) + Y(t)$ , onde  $B = (B(t))_{t \geq 0}$  é o BM e  $Y = (Y(t))_{t \geq 0}$  é o CPP (saltos positivos e negativos independentes).

---

<sup>27</sup> Poderia ser estacionário, em alguns subintervalos, desde que houvesse uma combinação conveniente entre os parâmetros de cada processo.

<sup>28</sup> Em princípio, não há distribuição com esta especificação.



Os lançamentos em reservas,  $L(t)$ , foram definidos como

$$L(t) = \Delta X(t) = X(t) - X(t-1) = B(t) - B(t-1) + Y(t) - Y(t-1) = \Delta B(t) + \Delta Y(t)$$

A densidade de probabilidade do saldo em reservas é dada pela soma das distribuições de probabilidades dos lançamentos.

Para obter a distribuição do SRB utilizou-se o procedimento de Monte Carlo. Foram geradas 100.000 trajetórias para as componentes negativa e positiva do CPP e para o BM, considerando duas configurações de parâmetros<sup>29</sup>. Na primeira, a magnitude dos lançamentos do processo CPP, tanto negativo quanto o positivo, são de valor pequeno e com alta frequência (característica do banco Grande da amostra); na segunda configuração, os valores dos lançamentos do CPP, tanto negativos quanto positivos, são superiores a 100% do SRB e com baixa frequência (característica dos bancos Médio e Pequeno da amostra).

A primeira simulação tem os seguintes parâmetros<sup>30</sup>:

$T = 144$ ; considerando a janela de 12 horas dividida em intervalos de 5 minutos;

BM:  $\mu = 0$  e  $\sigma^2 = 1$ ;

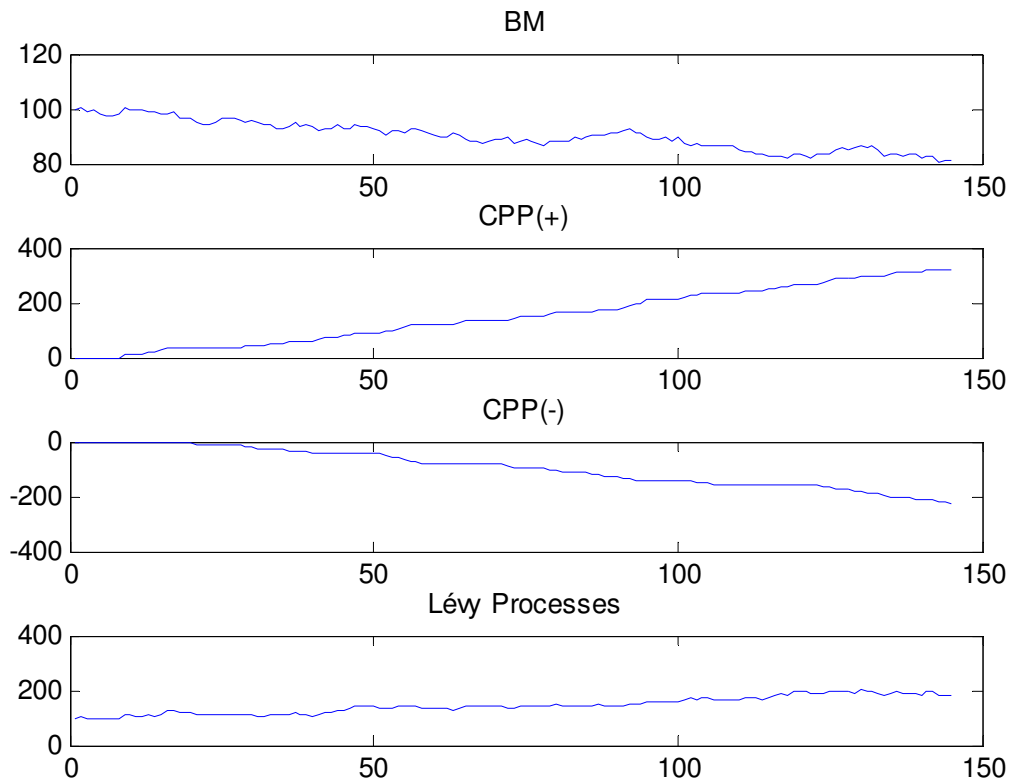
CPP (+):  $\lambda = 8$  e  $\nu = 3$

CPP (-):  $\eta = -7$  e  $\xi = 4$

---

<sup>29</sup> Foram simuladas 100.000 trajetórias por meio da geração de números pseudo-aleatórios, de acordo com a distribuição e parâmetros estimados ou sugeridos.

<sup>30</sup> Os parâmetros das componentes positiva e negativa foram escolhidos arbitrariamente de forma que o tempo médio entre lançamentos não fosse muito maior do que o tempo entre lançamentos do BM (um lançamento em cada instante no tempo).



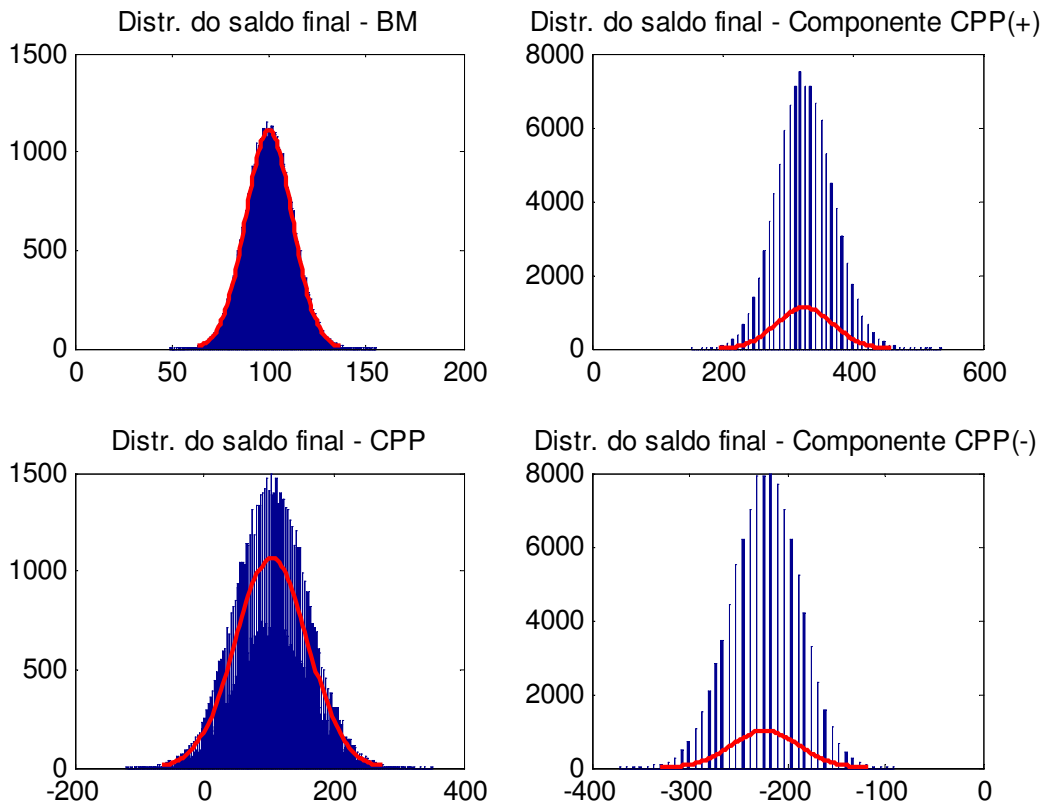
**Figura 1 – Processo de Lévy: primeira simulação**

A Figura 1 mostra uma das trajetórias resultantes da primeira simulação (quarto quadro); nos três primeiros quadros, cada componente desta trajetória. Nesta primeira simulação, a média dos tempos entre os lançamentos da componente positiva do CPP foi igual a 2,9855 instantes de tempo (desvio-padrão igual a 3,0305) e a média dos tempos de lançamentos da componente negativa da CPP foi igual a 3,9896 instantes de tempo (desvio-padrão igual a 4,0095).

Esses parâmetros, escolhidos convenientemente, fazem com que, visualmente, a componente agregada da CPP (CPP negativo adicionada ao CPP positivo) não possa ser diferenciada do BM.

O painel à esquerda na Figura 2 ilustra esse efeito no SRB. Assim, nesta configuração específica de parâmetros, em que a frequência de lançamentos das CPPs é alta e a intensidade é

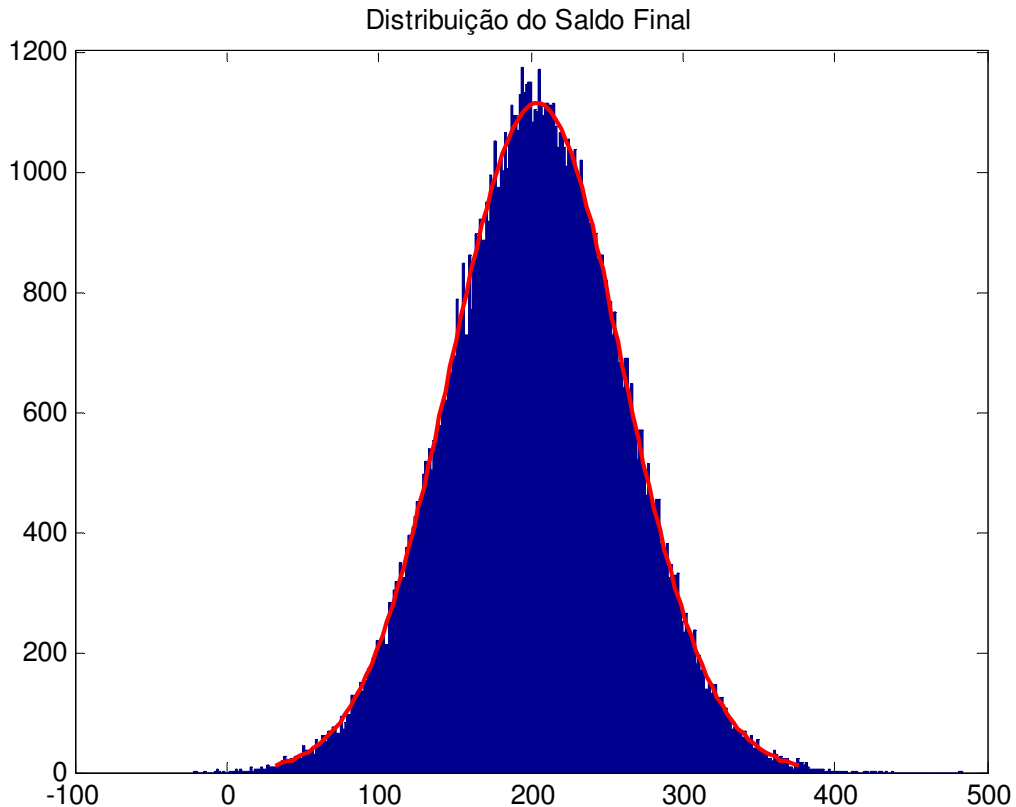
pequena (comparativamente ao BM), o BM prevalece em relação às outras duas componentes (quando somadas as componentes).



**Figura 2 – Distribuição do SRB: Componente CPP**

Na Figura 2, os dois gráficos à esquerda mostram a distribuição do SRB ao final do dia considerando apenas o BM e o CPP; à direita, as distribuições do SRB considerando as componentes do CPP separadamente.

O gráfico mostra que a distribuição do SRB, considerando apenas a CPP, é próxima a da distribuição normal. Isso sugere que, quando incorporada à componente BM, a distribuição resultante da SRB poderá ser uma distribuição normal.



**Figura 3 – Distribuição do SRB: primeira simulação**

A Figura 3 mostra a distribuição do SRB ao final do dia com os parâmetros da primeira simulação. Ela corrobora a avaliação de que a distribuição da SRB é normal.

O teste de Jarque-Bera tem estatística igual a 0,9950 (contra o valor crítico de 5,9915, ao nível de 5%), o que não rejeita a hipótese de normalidade<sup>31</sup>.

Para os parâmetros sugeridos, o SRB médio foi igual a 203,9233 (considerando SRB inicial igual a 100) e o desvio-padrão igual a 56,8802. Nestas condições, a probabilidade de que o SRB de fechamento seja menor do que, por exemplo, 80 (ou seja, 80% do saldo inicial<sup>32</sup>), é igual a 1,44% e de que seja negativo em algum momento do dia é igual a 0,075%.

<sup>31</sup> Em algumas repetições da simulação, a hipótese de normalidade é rejeitada

<sup>32</sup> Note que, com as informações que serão disponibilizadas na amostra, não é possível identificar o valor da exigibilidade do compulsório sobre depósitos à vista – não basta considerar o SRB igual a 80% ou a qualquer outro valor – porque este varia em relação ao saldo do SRB na abertura do primeiro dia.

Considerando janelas de duas horas (intervalo das 16h30 às 18h30) e de uma hora (das 17h30 às 18h30), a distribuição da SRB ao final da janela passa a não poder ser considerada normal em todas as repetições da simulação. Como era de se esperar, apesar de não ser normal, o momento de segunda ordem da distribuição diminui consideravelmente. Na janela de duas horas, a esperança do SRB é igual a<sup>33</sup> 117,4336 e o desvio-padrão é igual a 23,2683; na janela de uma hora, esses valores passam a ser 108,5334 e 16,4073, respectivamente. Nesse caso, não é possível aplicar a distribuição normal para calcular as probabilidades. As probabilidades de que o SRB seja menor que 80 (obtidas pela distribuição empírica<sup>34</sup>) são, respectivamente, 5,34% e 4,05%.

A segunda simulação<sup>35</sup> tem os seguintes parâmetros:

$$T = 144;$$

$$\text{BM: } \mu = 0 \text{ e } \sigma^2 = 1;$$

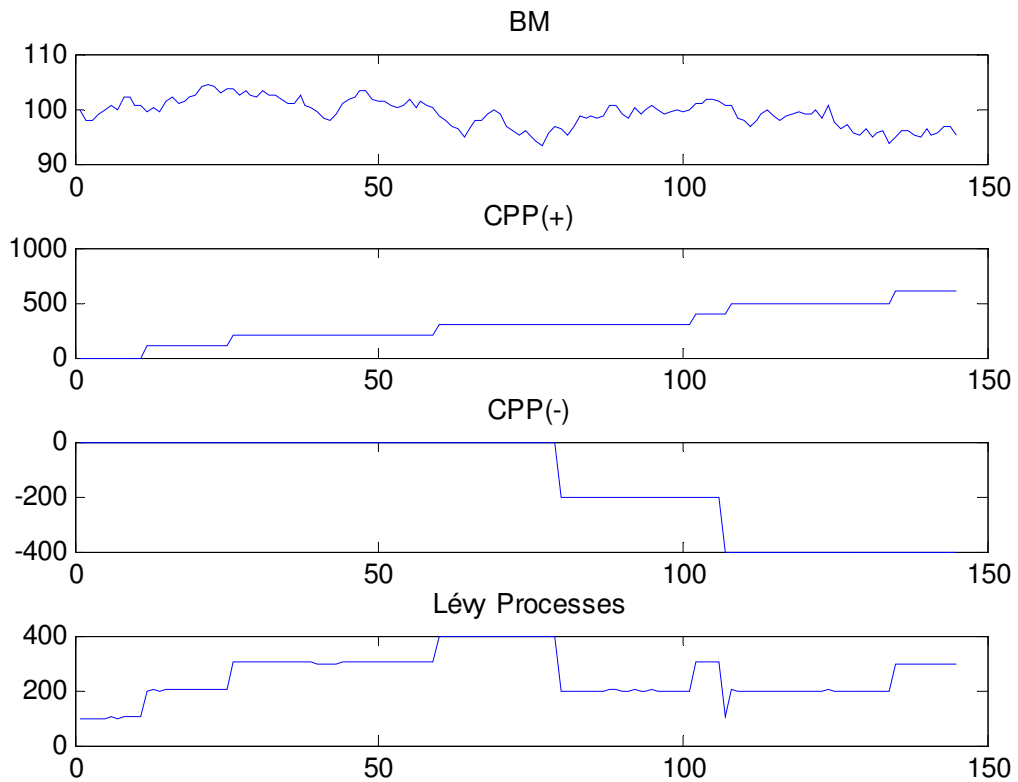
$$\text{CPP (+): } \lambda = 100 \text{ e } \nu = 30 \qquad \text{CPP (-): } \eta = -200 \text{ e } \xi = 60$$

---

<sup>33</sup> Observar que o SRB inicial na simulação é igual a 100, portanto, o valor 117,2356 representa que o SRB no fechamento é maior em 17,2356% do que o SRB no instante inicial de tempo da simulação.

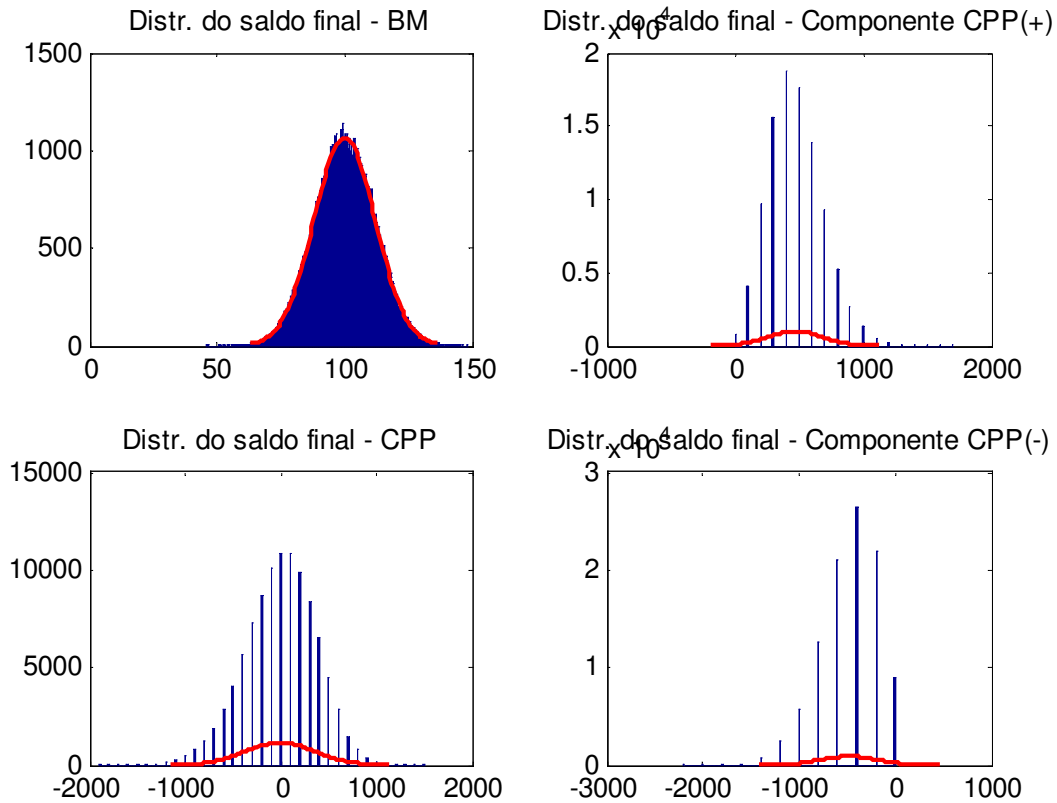
<sup>34</sup> Se o cálculo utilizasse a aproximação pela distribuição normal, as probabilidades seriam iguais a 5,4747% e 4,0318%, respectivamente.

<sup>35</sup> Da mesma forma que na primeira simulação, foram geradas 100.000 trajetórias para o SRB.



**Figura 4 – Processo de Lévy: segunda simulação**

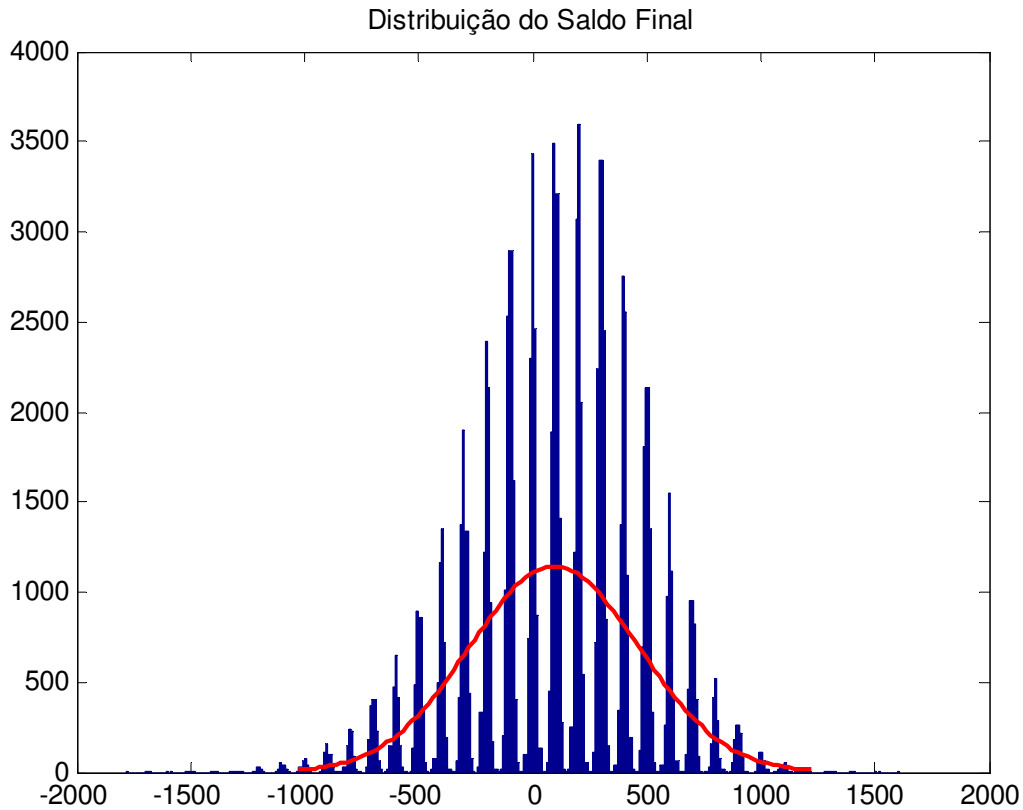
A Figura 4 mostra uma das trajetórias simuladas do processo de Levy e suas componentes para os parâmetros da segunda simulação. Nesse caso, a frequência dos lançamentos das componentes positiva e negativa do CPP é baixa e o valor dos lançamentos é alto quando comparados ao BM. O Processo de Lévy resultante é muito próximo à composição do CPP e o BM é não significativo (ao menos visualmente).



**Figura 5 – Distribuição do SRB: Componente CPP**

Da mesma forma que na Figura 2, os dois gráficos à esquerda na Figura 5 mostram a distribuição do SRB ao final do dia considerando o BM e os CPPs separadamente.

Como foram considerados lançamentos com valores fixos e não estocásticos, as distribuições são discretas, não podendo ser consideradas normais. A envoltória também não é normal por apresentar assimetria.



**Figura 6 – Distribuição do SRB: segunda simulação**

A Figura 6 mostra a distribuição da SRB resultante das simulações.

A distribuição não é normal por ser assimétrica.

Os parâmetros da amostra obtida pela simulação foram  $\tilde{\nu} = 30,0023$  e  $\tilde{\xi} = 60,0350$ ; o SRB médio foi igual a 97,6097 (considerando SRB inicial igual a 100) e o desvio-padrão igual a 372,3753. Nestas condições, a probabilidade de que o SRB ao final da janela seja menor do que, por exemplo, 80, é igual a 43,52% e de que o SRB assuma em algum momento valor negativo durante a janela de operações é de 64,18%<sup>36</sup>.

<sup>36</sup> Não foram realizadas as simulações para as janelas reduzidas de uma e duas horas porque o tempo médio entre lançamentos é maior do que as janelas.



### 2.2.3. Demanda por Redesconto Over

A demanda por redesconto *over* pode ser definida como a diferença entre a meta que a instituição financeira define para o dia e a esperança do SRB no final do dia, desde que positiva, ou seja,

$$D_{OVER} = \text{máx}(SRB_{META} - E[SRB], 0) \quad [5]$$

onde

$SRB_{META}$  é o valor do SRB que a IF tem como objetivo para o encerramento do dia;

$$E[SRB] = \int_{-\infty}^{\infty} y \cdot g(y) dy$$

$g(y)$  é a função densidade de probabilidade do SRB ao final da janela de operações.

A probabilidade de utilização de redesconto *over* é dada pela integral

$$P(SRB < SRB_{META}) = \int_{-\infty}^{SRB_{META}} g(y) dy, \quad [6]$$

Esta probabilidade pode ser estimada por meio de simulações. Considerando um conjunto de  $N$  trajetórias simuladas,

$$P(SRB < SRB_{META}) = \frac{N_{META}}{N}, \quad [7]$$

onde

$N_{META}$  é o número de trajetórias em que o SRB de fechamento é inferior à meta.

#### 2.2.4. Recursos Intradia

Supondo que uma sequência de  $T$  lançamentos gere uma sequência de  $T + 1$  valores para o SRB, haverá a necessidade de utilizar algum mecanismo de liquidez intradiária se, para algum  $t = 1, \dots, T$ , o SRB for negativo<sup>37</sup>.

Como os parâmetros do processo associado ao SRB foram estimados não sendo excluídas de sua base as operações associadas, de recolhimento compulsório e de redesconto intradia, o fato de o SRB ficar negativo indica que estes não foram suficientes para suprir as necessidades da IF.

Para estimar essa probabilidade, considere um conjunto de  $N$  trajetórias simuladas. A probabilidade de que o SRB fique negativo em pelo menos um instante  $t$  é dada por:

$$P(SRB < 0) = \frac{N_0}{N}, \quad [8]$$

onde

$SRB$  é o valor do Saldo em Reservas Bancárias;

$N_0$  é o número de trajetórias em que há pelo menos um  $SRB_t < 0$ , com  $t = 1, \dots, T$ ;

$N$  é o número total de trajetórias simuladas.

---

<sup>37</sup> Suponha que  $t$  possa assumir  $T + 1$  valores inteiros de 0 a  $T$ . Como em  $t = 0$  (abertura da janela de operações) a IF não pode iniciar suas operações com SRB negativo, este instante deve ser excluído da sequência de saldos.

### 2.3. ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO

Neste item serão discutidos os procedimentos de estimação dos parâmetros do modelo sugerido na seção anterior, tendo como finalidade possibilitar a simulação da trajetória do SRB na seção seguinte.

#### 2.3.1. BM “puro”

Como foi visto na seção anterior, há casos em que o processo de Lévy composto por um BM e 2 CPPs (um negativo e outro positivo) comporta-se como um BM. Em decorrência disso, uma das alternativas é considerar que o processo de Lévy é composto apenas por um BM.

Nessa perspectiva, há vários modelos econométricos que podem ser aplicados. Como o BM é um processo não estacionário, é necessário aplicar uma vez o operador defasagem de modo que a série fique estacionária. Dessa forma, a variável que passa a ser relevante é o lançamento nas reservas da IF.

Optou-se pelo modelo mais simples, que é baseado apenas na distribuição dos lançamentos<sup>38</sup>. Assim, os lançamentos nas reservas teriam distribuição normal, com média igual a  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ . Os estimadores para esses dois parâmetros são:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ell_i \quad [9]$$

e

---

<sup>38</sup> Esse procedimento é suficiente para gerar os lançamentos na simulação.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\ell_i - \hat{\mu})^2 \quad [10]$$

onde

$\ell_i$  é o valor do lançamento (agregado em intervalos de tempos iguais) nas reservas; esse valor é obtido pela diferença entre o SRB no momento  $i$  e o valor do SRB no momento  $i - 1$ ;

$N$  é o número total de lançamentos.

A favor desse modelo, está o fato de que é fácil de estimar seus parâmetros. Seu problema é que não leva em conta a correlação dos lançamentos, ou seja, uma sequência de lançamentos crescentes tem o mesmo significado de uma sequência com os mesmos valores mas em ordem decrescente.

Os estimadores dos parâmetros do modelo são obtidos pelo método de máxima verossimilhança<sup>39</sup>.

### 2.3.2. CPP “puro”

Na subseção anterior, foi considerada a situação em que o processo de Lévy poderia ser observado apenas como um BM. Na seção 2.2, no segundo exemplo simulado, pode-se verificar que, dependendo da magnitude dos lançamentos das componentes negativa e positiva do CPP, a componente BM afeta muito pouco a distribuição.

Há, então, a possibilidade de se desprezar a componente BM e analisar o processo de Lévy composto somente pelas componentes negativa e positiva do CPP.

---

<sup>39</sup> Ver Morettin (2008) ou Hamilton (1994).

Como as componentes têm as mesmas características, será analisada a componente positiva e, em seguida, realizados os devidos ajustes para a componente negativa.

Os lançamentos da CPP positiva têm distribuição exponencial na dimensão temporal, portanto os estimadores de máxima verossimilhança dos parâmetros  $\nu$  e  $\xi$  são:

$$\hat{\nu} = \frac{\sum_{i=1}^{N_+} \Delta t_i^+}{N_+} \quad [11]$$

e

$$\hat{\xi} = \frac{\sum_{i=1}^{N_-} \Delta t_i^-}{N_-} \quad [12]$$

onde

$N_+$  é a quantidade de lançamentos positivos;

$N_-$  é a quantidade de lançamentos negativos;

$\Delta t_i^+$  são os intervalos de tempo entre lançamentos positivos; e

$\Delta t_i^-$  são os intervalos de tempo entre lançamentos negativos.

A maximização da função de log-verossimilhança não permite obter os parâmetros  $\lambda$  e  $\eta$ . Por se tratarem de parâmetros de escala, podem ser estimados da seguinte forma:

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{N_+} \sum_{i=1}^{N_+} \ell_i^+ \quad [13]$$

e

$$\hat{\eta} = \frac{1}{N_-} \sum_{i=1}^{N_-} \ell_i^- \quad [14]$$

onde

$\ell_i^+$  são os valores dos lançamentos positivos;

$\ell_i^-$  são os valores dos lançamentos negativos;

### 2.3.3. Processo de Lévy

Considerando o processo de Lévy composto pelo BM e pelos dois CPP, há duas maneiras de estimar seus parâmetros. A primeira forma seria por máxima verossimilhança. O método de máxima verossimilhança é pouco utilizado na prática, sendo que a maior parte dos autores prefere métodos não paramétricos, com a utilização de filtros.

Neste trabalho, utilizar-se-á uma forma mais simples. O filtro será definido por um valor de corte que terá como critério a natureza de cada lançamento e um valor máximo para possibilitar o ajuste do BM.

Para obter o valor de corte, serão excluídas (na verdade, consideradas como lançamentos da CPP negativa ou positiva) as operações típicas de liquidez intradiária como as operações de desconto intradia e as liberações/recomposições de compulsórios. Com base na série sem esses lançamentos, serão estabelecidos valores de corte e observadas as distribuições dos lançamentos restantes que, no caso, devem tender à distribuição normal.

Tendo separado as componentes, para estimar os parâmetros, aplica-se os procedimentos sugeridos nas subseções 2.3.1 e 2.3.2.

### 2.3.4. Modelo Tweedie

O modelo Tweedie pertence à família dos modelos EDM (*Exponential Dispersion Models*). As distribuições Tweedie são modelos de dispersão exponencial com variância na forma  $Var(X) = \phi\mu^p$ , onde  $\phi$  é o parâmetro de dispersão e  $p \leq 0$  ou  $p \geq 1$ .

Esse modelo pode ser usado em processos de contagem em situações em que há superdispersão (excesso de zeros) como alternativa à distribuição de Poisson (esta distribuição é definida por apenas um parâmetro, o que a torna inapropriada quando há superdispersão) e à distribuição binomial negativa (usual).

A função densidade de probabilidade para os modelos Tweedie é definida como:

$$f_x(x; \phi, \mu) = h(\phi, x) \cdot e^{\phi(\mu^p \cdot x - A(\mu))} \quad [15]$$

onde

$\mu$  é a média de  $x$ ,

$\phi$  é o parâmetro de dispersão, e

$p$  é um parâmetro que caracteriza a distribuição

De acordo com o valor de  $p$ , teríamos os seguintes casos<sup>40</sup>:

$p = 0$ , distribuição normal;

$p = 1$ , distribuição de Poisson;

$1 < p < 2$ , Poisson composto; e

$p = 2$ , distribuição gama.

---

<sup>40</sup> Foram mencionadas apenas as possibilidades de interesse dessa Tese. Para mais detalhes, ver Jorgensen (1997).

Esse modelo pode ser estimado por máxima-verossimilhança.

Nesta Tese, para estimar os parâmetros por máxima-verossimilhança, será usado o *software* **R**, versão 2.11.2, que possui um pacote específico para esta categoria de modelos. Como restrição das rotinas, o valor de  $p$  deverá estar entre 1 e 2, ou seja, a distribuição será um Poisson composto.



## 2. 4. DADOS

Nesta seção é feita uma breve descrição dos dados utilizados para estimar os parâmetros dos modelos para os três bancos em análise. O período da amostra é de 2 de janeiro de 2006 a 5 de dezembro de 2006 para o Banco Grande e de 2 de janeiro de 2006 a 29 de dezembro de 2006 para os Bancos Médio e Pequeno.

### 2.4.1. Banco “Grande”

Este banco apresenta duas características que o diferenciam dos outros dois bancos que serão estudados:

- a) Exigência do cumprimento do compulsório sobre depósitos à vista.
- b) Grande número de operações.

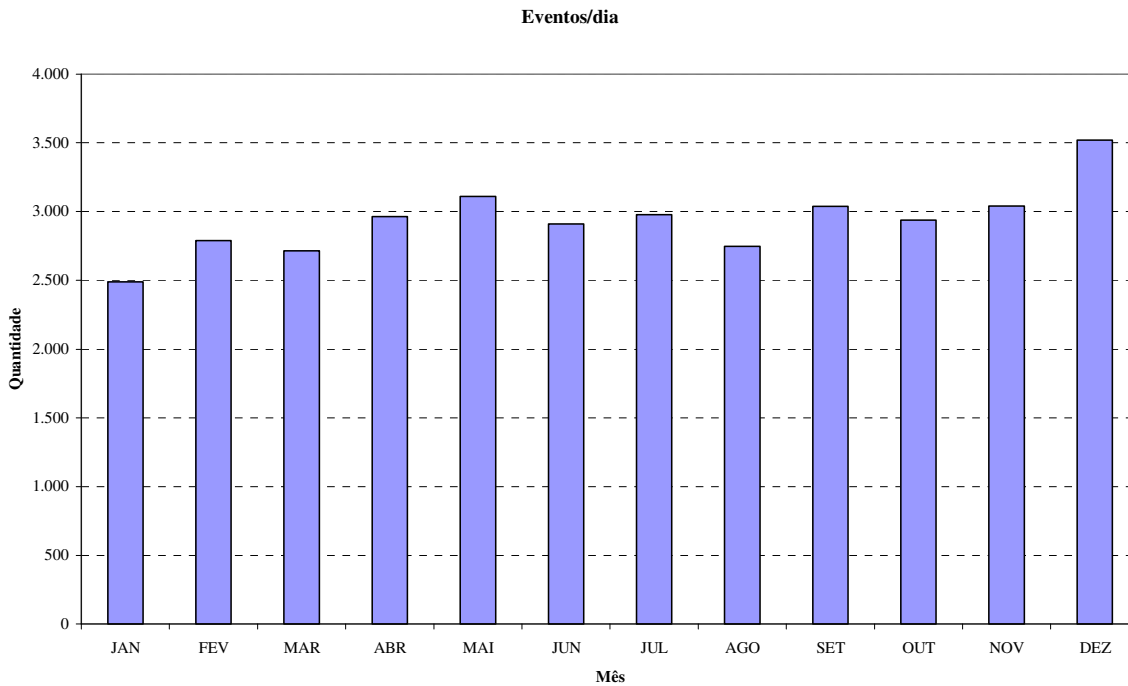
A Tabela 1 mostra a quantidade de operações (“eventos”) realizadas por mês e as respectivas quantidades médias diárias.

**Tabela 1 – Banco Grande: Quantidade de Eventos**

<b>Mês</b>	<b>Dias</b>	<b>Eventos</b>	<b>Ev. Agrup.</b>	<b>Eventos/dia</b>	<b>Ev.Agrup./dia</b>
JAN	22	54.798	43.070	2.491	1.958
FEV	18	50.204	41.985	2.789	2.333
MAR	23	62.458	51.753	2.716	2.250
ABR	18	53.346	53.273	2.964	2.960
MAI	22	68.456	66.409	3.112	3.019
JUN	21	61.101	61.070	2.910	2.908
JUL	21	62.556	47.211	2.979	2.248
AGO	23	63.188	46.719	2.747	2.031
SET	20	60.735	42.795	3.037	2.140
OUT	21	61.684	44.890	2.937	2.138
NOV	20	60.808	43.919	3.040	2.196
DEZ	3	10.564	7.764	3.521	2.588
<b>TOTAL</b>	<b>232</b>	<b>669.898</b>	<b>550.858</b>	<b>2.887</b>	<b>2.374</b>

A coluna “Eventos” mostra a quantidade de mensagens enviadas<sup>41</sup>, enquanto que a coluna “Ev. Agrup.” (eventos agrupados) mostra a quantidade de lançamentos em que a conta de reservas é sensibilizada (os eventos que ocorrem exatamente no mesmo instante são considerados como um único lançamento)<sup>42</sup>.

A Figura 7 mostra o gráfico com as quantidades médias de eventos por dia:



**Figura 7 – Banco Grande: Quantidade Média de Eventos por mês**

Como será visto adiante, o número de operações que sensibilizam o SRB em um mês para este mesmo Banco Grande é maior que a quantidade total de operações dos bancos pequeno e médio.

<sup>41</sup> Uma mensagem enviada por uma IF, ou pelo BACEN ou por outro agente (por exemplo, câmara de compensação) para outra IF, ou para o BACEN, ou para outro agente corresponde a um evento. Uma operação financeira (ou não financeira – uma consulta ou uma comunicação) pode exigir uma ou mais mensagens, o que implica em um ou mais eventos.

<sup>42</sup> Os dados coletados têm como unidade mínima de tempo o segundo. Lançamentos dentro do mesmo segundo são considerados como ocorridos no mesmo instante de tempo.

A Figura 8 mostra o saldo médio (em intervalos de cinco minutos, para todo o período da amostra) e o saldo de um dia<sup>43</sup>. Os valores estão padronizados em relação ao saldo de abertura do dia 2 de janeiro de 2006 (valor igual a 100).

A linha mais fina mostra o saldo das reservas para um dia. Entre 6h30 e 7h30 há uma operação que pode ser comparada a um “salto positivo” do processo de Poisson. Esta operação corresponde à utilização dos compulsórios via RCO0010<sup>44</sup>. A linha mais espessa representa a média de um mês. Pode-se ver que este comportamento (utilização do compulsório) é sistemático em magnitude e em horário.

Entre 16h30 e 17h30, a operação complementar – devolução ao compulsório – é realizada (via RCO0011).

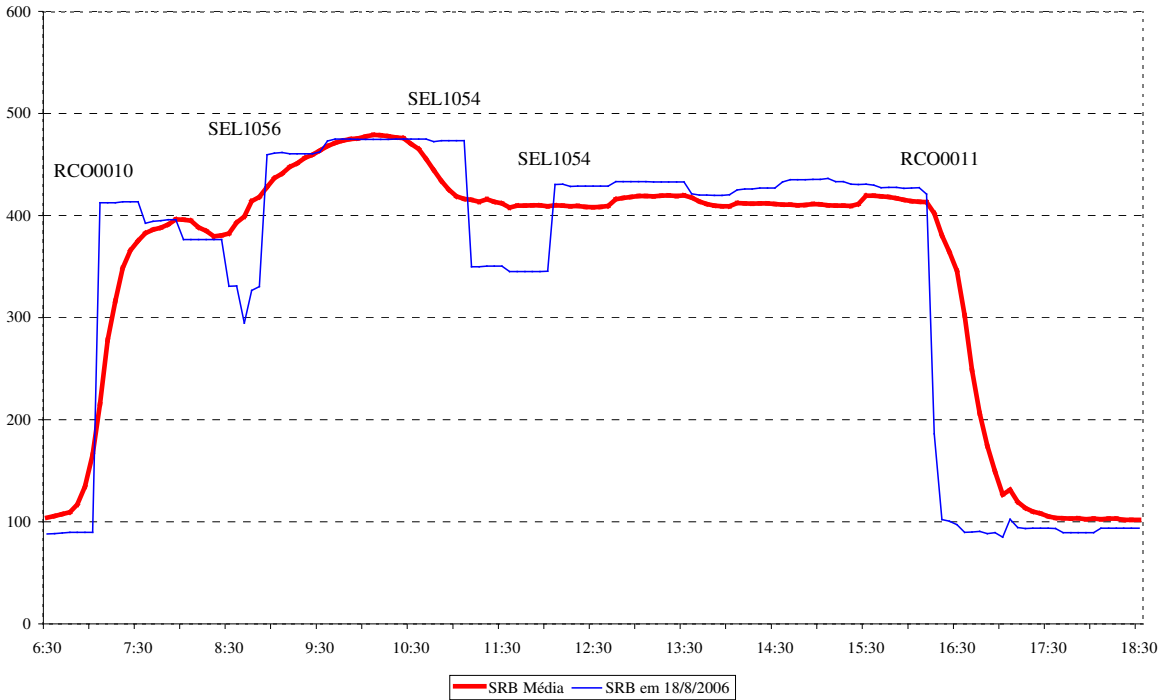
A ordem de grandeza dos lançamentos de compulsório (duas vezes e meia o nível do saldo de abertura) e a ausência de operações de redesconto intradiário (em nenhum dia do ano de 2006) sugerem que a utilização de compulsório é suficiente para atender a volatilidade a que está submetido o SRB. Isso não significa que não possa ocorrer um lançamento que torne o SRB negativo.

Como pode ser visto na trajetória de um dia específico apresentada na Figura 8, há ainda alguns lançamentos que podem caracterizar movimentos do processo de Poisson. Esses lançamentos têm valores que variam entre 50% e 150% do saldo de abertura das reservas e são resultados de operações LDL0004 (liquidação de câmaras) e SEL1054 e SEL1056 (operações compromissadas).

---

<sup>43</sup> Foi escolhido, aleatoriamente, o dia 18 de agosto de 2006 (sexta-feira).

<sup>44</sup> Os códigos de mensagens e seus significados estão resumidos no Apêndice 1.



**Figura 8 – Banco Grande: SRB médio e de um dia**

Considerando o SRB em intervalos de 1 minuto, para o mês todo de janeiro, 5.412 variações de saldo foram iguais a zero (34,1% do total); para intervalos de 5 minutos, 1917 lançamentos foram iguais a zero (5,7% do total); e para intervalos de 10 minutos, 2,6% (443) dos lançamentos foram iguais a zero. Apesar de gerar menos observações, foi escolhido o intervalo de 10 minutos (permite aumentar o número de trajetórias simuladas).

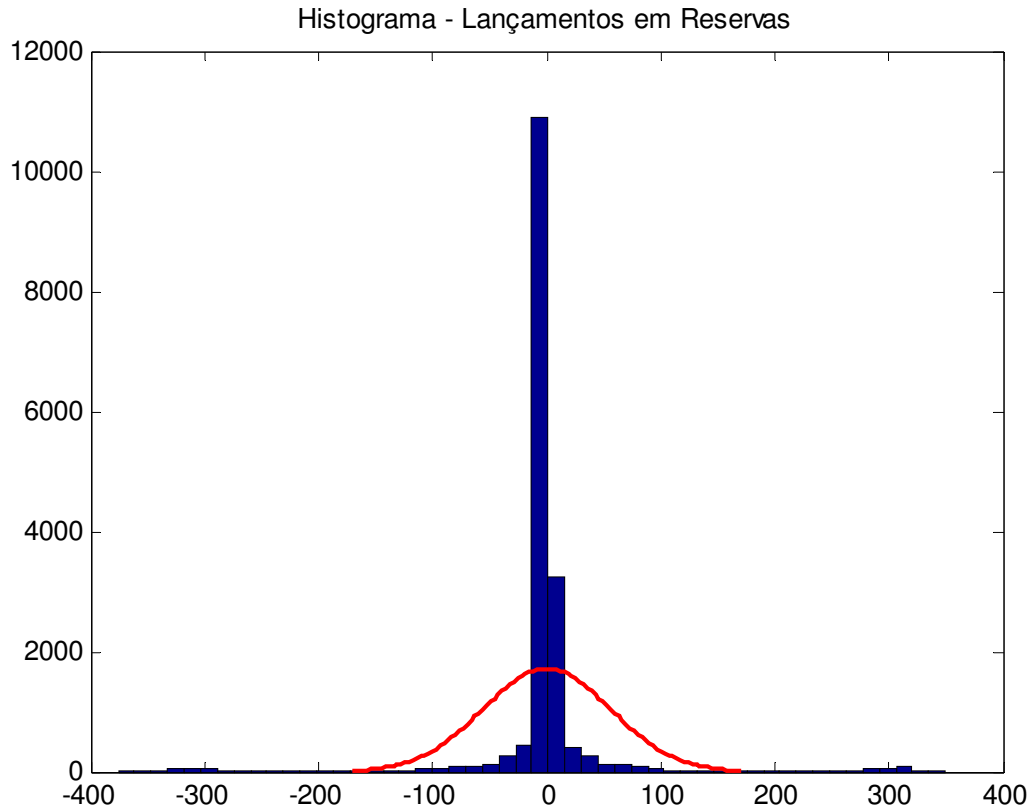
Observa-se que há um grande número de operações que ocorrem no mesmo instante<sup>45</sup>. Segundo Morettin (2008), não há ganho no que diz respeito aos resultados das estimações de parâmetros que ocorrem no mesmo instante de tempo. Assim, optou-se por criar um novo banco de dados com as informações agregadas por instante de tempo.

Com base nas informações agregadas em cada instante, foi elaborado um histograma dos lançamentos (primeira defasagem do nível do SRB) com os dados do mês de maio de 2006<sup>46</sup>.

<sup>45</sup> São operações que ocorrem no mesmo segundo – que é a menor unidade do banco de dados.

<sup>46</sup> Devido a limitações computacionais, optou-se por representar apenas o mês com maior número de lançamentos, no caso, o mês de maio.

A Figura 9 mostra o histograma dos lançamentos em reservas.



**Figura 9 – Banco Grande: Histograma dos Lançamentos em Reservas**

Observa-se que a distribuição é leptocúrtica, e a estatística de Jarque-Bera rejeita a hipótese de normalidade (valor do teste igual a  $1,87 \cdot 10^9$ , contra o valor crítico de 5,99 ao nível de 5% de significância).

Como será visto na seção 2.5, o fato de que a distribuição seja leptocúrtica não implica que o BM “puro” não seja um bom modelo. O modelo que leva em conta a distribuição dos lançamentos (o *Bootstrap*) apresenta resultados próximos.

A Tabela 2 traz informações sobre os lançamentos em cada mês do período em análise. O número médio de lançamentos positivos e negativos, o valor médio dos lançamentos positivos e negativos e a volatilidade dos lançamentos positivos e negativos são representados, respectivamente por  $N_{(+)}$ ,  $N_{(-)}$ ,  $L_{(+)} \text{ médio}$ ,  $L_{(-)} \text{ médio}$ ,  $DP_{(+)}$  e  $DP_{(-)}$ .

**Tabela 2 – Banco Grande: Lançamentos**

	<b>Dias</b>	<b><math>N_{(-)}</math></b>	<b><math>L_{(-)} \text{ médio}</math></b>	<b><math>DP_{(-)}</math></b>	<b><math>N_{(+)}</math></b>	<b><math>L_{(+)} \text{ médio}</math></b>	<b><math>DP_{(+)}</math></b>
JAN	22	11.987	-1,176	11,41	31.082	0,453	7,67
FEV	18	11.716	-1,633	14,51	30.269	0,632	8,93
MAR	23	14.245	-1,696	14,17	37.508	0,645	9,40
ABR	18	16.452	-1,094	10,73	36.821	0,489	6,98
MAI	22	20.182	-1,116	14,56	46.227	0,487	6,60
JUN	21	17.042	-1,383	12,10	44.028	0,536	6,99
JUL	21	12.109	-1,519	12,79	35.102	0,523	8,49
AGO	23	13.505	-1,308	11,98	33.214	0,532	7,96
SET	20	13.804	-0,912	10,10	28.991	0,435	7,99
OUT	21	13.725	-1,086	11,03	31.165	0,478	7,96
NOV	20	14.097	-1,195	10,84	29.822	0,566	8,57
DEZ	3	2.534	-1,111	10,20	5.230	0,536	8,29
<b>TOTAL</b>	<b>232</b>	<b>161.398</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>389.459</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
	<b>-</b>	<b>29,3%</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>70,7%</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
<b>MÉDIA</b>	<b>-</b>	<b>14.306</b>	<b>-1,268</b>	<b>-</b>	<b>34.669</b>	<b>0,526</b>	<b>-</b>

O número médio de lançamentos positivos ( $N_{(+)}$ ) é 2,4 vezes maior que o número de lançamentos negativo ( $N_{(-)}$ ) e corresponde a 70,7% dos lançamentos realizados nas reservas dessa IF. Isso indica que a frequência dos lançamentos positivos é maior do que a dos lançamentos negativos.

O valor médio dos lançamentos<sup>47</sup> (considerando lançamentos negativos e positivos) é igual a  $2,45 \cdot 10^{-5}$ . Assim, o somatório dos valores dos lançamentos positivos é pouco maior do que o somatório dos lançamentos negativos.

Observa-se que o valor médio dos lançamentos positivos ( $L_{(+)} \text{ médio}$ ), igual a 0,526, é menor (em módulo) do que o valor médio dos lançamentos negativos ( $L_{(-)} \text{ médio}$ ), igual a -1,268.

<sup>47</sup> O SRB foi normalizado para o saldo de abertura do dia 2 de janeiro de 2006, que corresponde ao valor 100. Por exemplo, o valor médio dos lançamentos positivos, que é igual a 0,526, corresponde a 0,526% do SRB de abertura do dia 2 de janeiro de 2006.

Esse fato mostra-se coerente com a frequência maior dos lançamentos positivos e com o valor próximo a zero da média de todos os lançamentos.

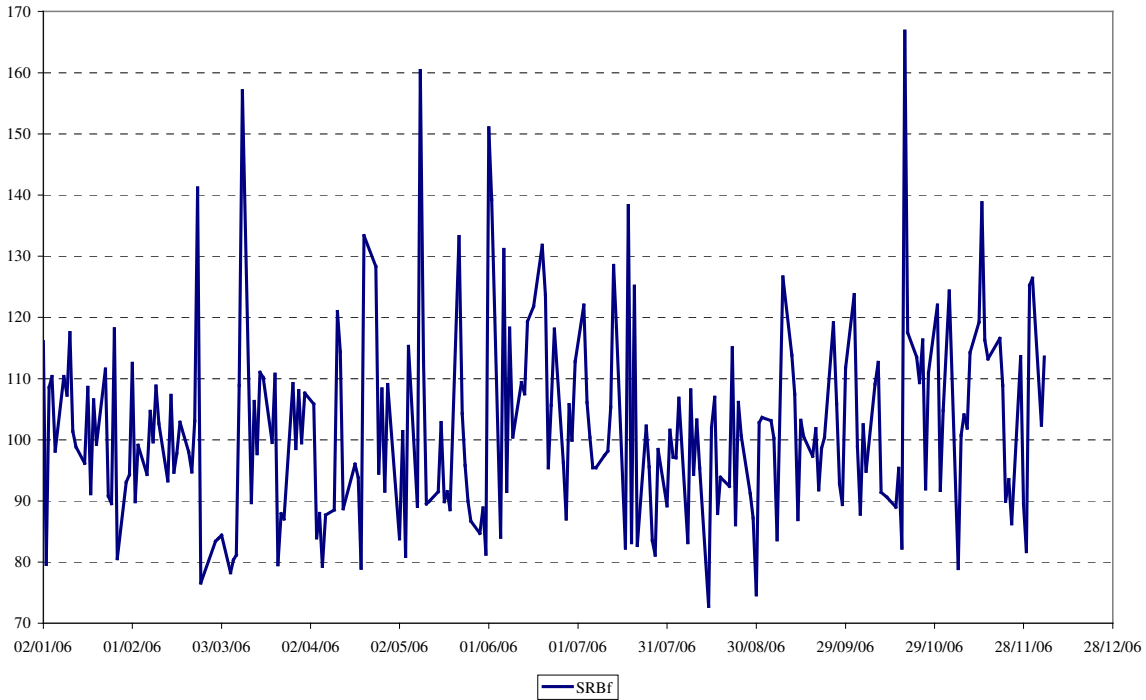
Apesar da discrepância entre valor médio dos lançamentos negativos e valor médio dos lançamentos positivos, os valores máximos (em módulo) apresentam uma diferença de apenas 2,5% (-334,5 contra 342,8).

O desvio-padrão, considerando todos os lançamentos (positivos e negativos), é igual a 9,27. O desvio-padrão dos lançamentos negativos ( $DP_{(-)}$ ), 11,80, é maior do que o desvio-padrão dos lançamentos positivos ( $DP_{(+)}$ ), 7,93, o que sugere maior exposição do SRB a ficar descoberto<sup>48</sup>.

Uma informação relevante para servir de parâmetro de comparação para os resultados das estimações diz respeito ao saldo de fechamento das janelas de operações. A Figura 10 mostra a evolução do SRB de fechamento (considerando o SRB normalizado para 100 na abertura do dia e de janeiro de 2006).

---

<sup>48</sup> A volatilidade para o Banco Grande é da ordem de 10% do saldo inicial. Como será visto posteriormente, esse valor pode ser considerado pequeno visto que para o Banco Médio esse valor é da ordem de 100% e para o Banco Pequeno é superior a 10000%.



**Figura 10 – Banco Grande: SRB de fechamento**

Para o período, o SRB de fechamento teve valor mínimo igual a 72,81 e valor máximo igual a 166,77. O valor médio foi 101,98, com desvio-padrão igual a 15,73.

Com base na distribuição empírica do SRB, a probabilidade de que o SRB de fechamento seja menor do que 80% do SRB de abertura é igual a 3,68%. Metas inferiores ao valor mínimo 72,81 teriam probabilidade nula.



### 2.4.2. Banco “Médio”

As características que o diferenciam dos outros dois bancos são:

- a) Exigência do cumprimento do compulsório sobre depósitos à vista.
- b) Pequeno número de operações.

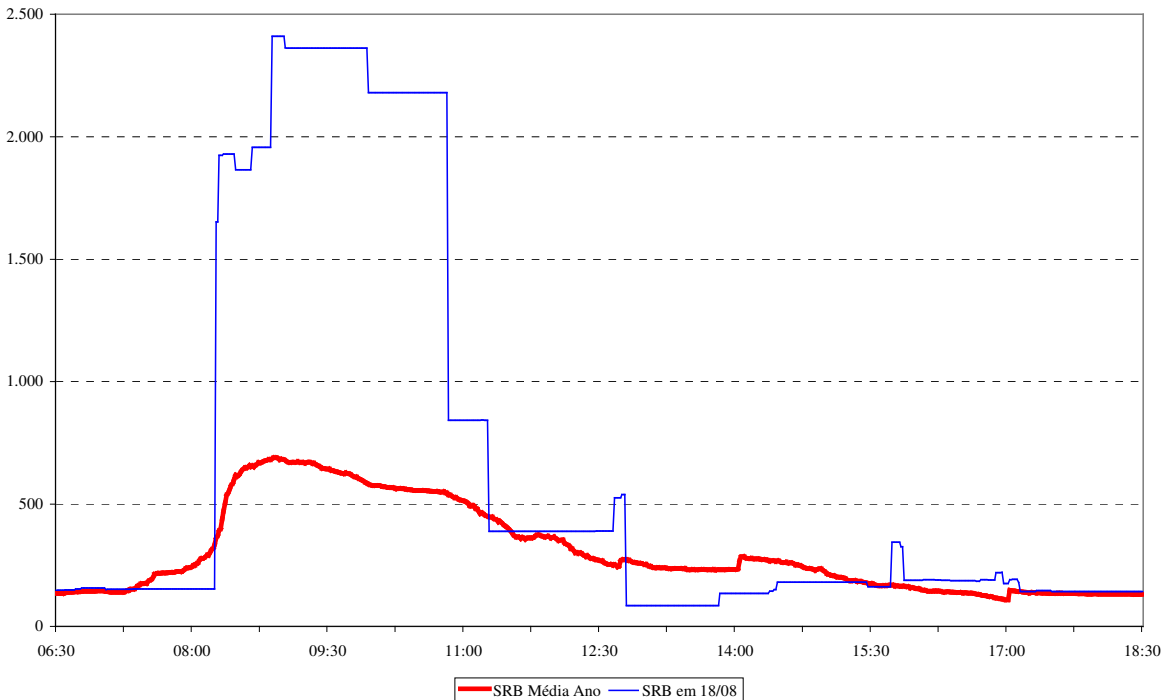
A Tabela 3 mostra a quantidade de operações (“eventos”) realizadas por mês e as respectivas quantidades médias diárias.

**Tabela 3 – Banco Médio: Quantidade de Eventos**

<b>Mês</b>	<b>Dias</b>	<b>Eventos</b>	<b>Ev. Agrup.</b>	<b>Eventos/dia</b>	<b>Ev.Agrup./dia</b>
JAN	22	2.686	2.047	122	93
FEV	18	2.503	1.823	139	101
MAR	23	3.171	2.416	138	105
ABR	18	2.579	1.965	143	109
MAI	22	2.852	2.262	130	103
JUN	21	2.625	2.026	125	96
JUL	21	2.638	2.055	126	98
AGO	23	2.561	2.051	111	89
SET	20	2.307	1.795	115	90
OUT	21	2.399	1.872	114	89
NOV	20	2.017	1.566	101	78
DEZ	20	2.240	1.654	112	83
<b>TOTAL</b>	<b>249</b>	<b>30.578</b>	<b>23.532</b>	<b>123</b>	<b>95</b>

Com as informações da tabela é possível entender a diferença entre esse banco e o anterior. A ordem de grandeza da quantidade de eventos mensais para o Banco Médio é a mesma da ordem de grandeza da quantidade de eventos diária para o Banco Grande.

O gráfico a seguir mostra o SRB médio e o SRB de um dia<sup>49</sup>, padronizados em relação ao saldo de abertura de reservas bancárias, para a abertura do SRB em 2 de janeiro de 2006.



**Figura 11 – Banco Médio: SRB médio e de um dia**

De forma semelhante ao banco anterior, esse banco também realiza operações de alto valor (em média de cinco a seis vezes do valor de abertura, podendo ultrapassar vinte vezes). A diferença está na natureza das operações. Enquanto o Banco Grande utiliza recursos do recolhimento compulsório (em horário mais próximo à abertura), o Banco Médio realiza operações compromissadas, via SELIC (SEL1054 e 1056), e de redesconto intradia (no transcorrer do dia).

O valor médio dos lançamentos é igual a 0,002556, enquanto que o desvio padrão é igual a 114,98. Tanto a média, quanto a volatilidade são maiores do que as observadas para o Banco Grande. Isso indica que os lançamentos são proporcionalmente maiores para esse banco, o que aumenta o risco de necessidade de recursos intradiários e *over*.

<sup>49</sup> Foi escolhido o dia 18 de agosto de 2006 – mesmo dia usado para o Banco Grande. Os saldos foram agregados em intervalos de 1 minuto.

A Tabela 4 traz as estatísticas sobre os lançamentos do Banco Médio<sup>50</sup>.

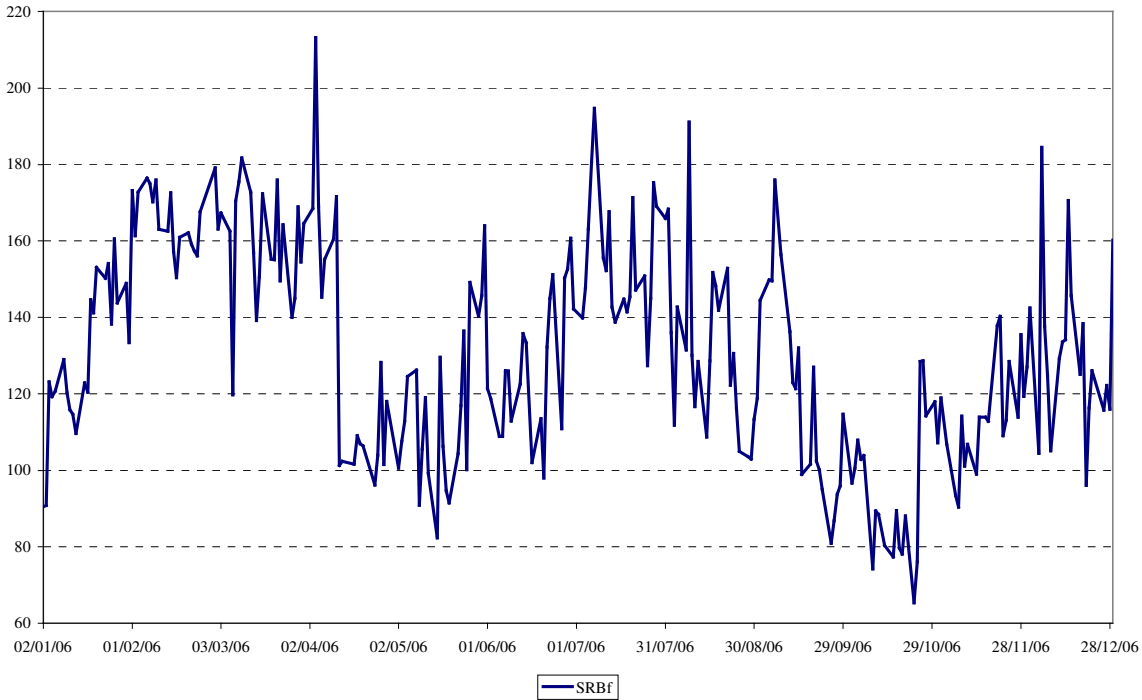
**Tabela 4 – Banco Médio: Lançamentos**

	<b>Dias</b>	<b>N<sub>(-)</sub></b>	<b>L<sub>(-) médio</sub></b>	<b>DP<sub>(-)</sub></b>	<b>N<sub>(+)</sub></b>	<b>L<sub>(+) médio</sub></b>	<b>DP<sub>(+)</sub></b>
JAN	22	1.021	-24,50	70,95	1.026	24,41	71,94
FEV	18	911	-18,79	55,54	912	18,77	53,57
MAR	23	1.256	-26,08	87,81	1.160	28,24	85,02
ABR	18	1.023	-35,39	104,49	942	38,38	109,53
MAI	22	1.187	-37,10	104,66	1.075	41,01	116,48
JUN	21	1.007	-59,56	146,97	1.019	58,84	149,56
JUL	21	1.059	-35,41	114,34	996	37,67	105,47
AGO	23	996	-53,01	152,80	1.055	50,00	160,87
SET	20	863	-28,55	90,92	932	26,43	89,18
OUT	21	967	-25,79	84,11	905	27,55	95,16
NOV	20	850	-19,28	54,81	716	22,92	58,35
DEZ	20	991	-42,25	131,47	663	63,20	185,45
<b>TOTAL</b>	<b>249</b>	<b>12.131</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>11.401</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
	<b>-</b>	<b>51,6%</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>48,4%</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
<b>MÉDIA</b>	<b>-</b>	<b>1.016</b>	<b>-34,06</b>	<b>-</b>	<b>956</b>	<b>36,25</b>	<b>-</b>

O valor médio dos lançamentos positivos é igual a 36,25, enquanto que para os lançamentos negativos, o valor médio dos lançamentos é igual a -34,07. Comparativamente aos resultados do Banco Grande, o Banco Médio mostra mais equilíbrio entre os valores médios, havendo uma diferença inferior a 7%. Como consequência, as frequências dos lançamentos são próximas (51,6% contra 48,4%).

Considerando intervalos de 15 minutos para o SRB, 35,8% dos instantes apresentaram lançamentos nulos. Assim, há aproximadamente dois terços da amostra com lançamentos diferentes de zero.

<sup>50</sup> As colunas seguem a mesma representação usada para o Banco Grande.



**Figura 12 – Banco Médio: SRB de fechamento**

A Figura 12 mostra o comportamento do SRB de fechamento da janela de operações normalizado para a abertura do SRB em 2 de janeiro de 2006 (valor 100). Seu valor mínimo no período foi igual a 65,37, valor máximo igual a 213,20, com média igual a 131,15 e desvio-padrão igual a 27,87.

Com base na distribuição empírica do SRB, a probabilidade de que o SRB de fechamento seja menor do que 80% do SRB de abertura, é igual a 2,37%, valor inferior ao obtido no caso do Banco Grande.

### 2.4.3. Banco “Pequeno”

Este banco apresenta duas características que o diferenciam dos outros dois bancos que serão estudados:

- a) Não exigência do cumprimento do compulsório sobre depósitos à vista.
- b) Pequeno número de operações.

A não exigência do cumprimento do compulsório sobre depósitos à vista sugere que este banco opere com baixos valores de SRB.

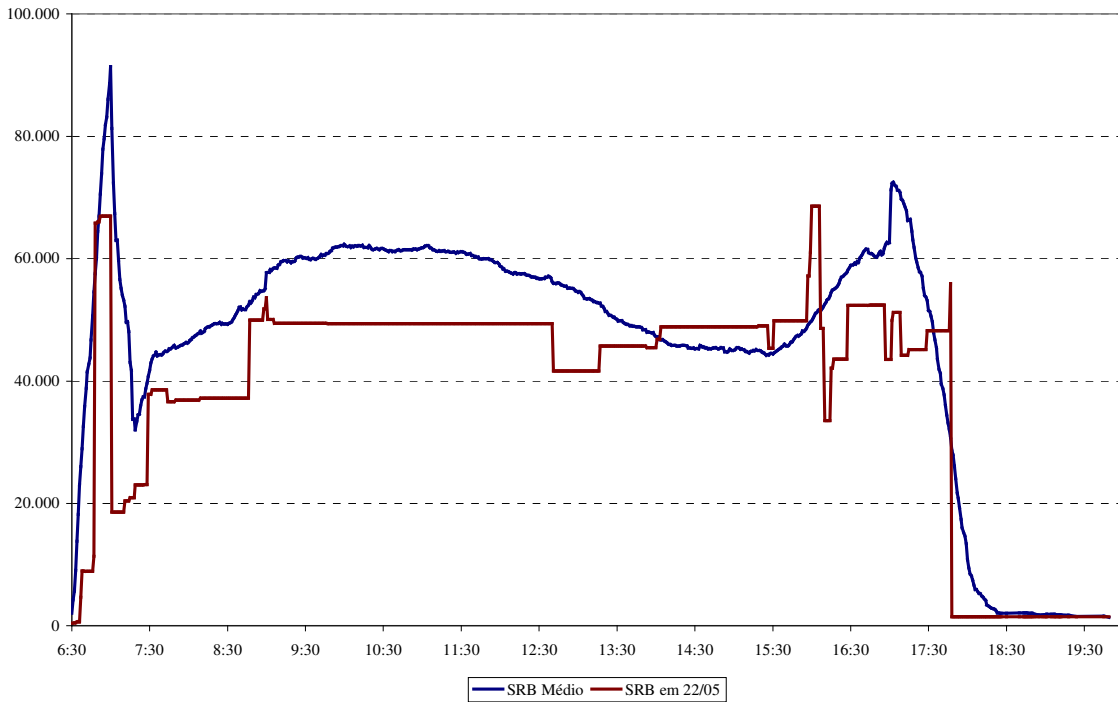
A Tabela 5 mostra a quantidade de operações realizadas por esse banco no período da amostra.

**Tabela 5 – Banco Pequeno: Quantidade de Eventos**

<b>Mês</b>	<b>Dias</b>	<b>Eventos</b>	<b>Ev. Agrup.</b>	<b>Eventos/dia</b>	<b>Ev.Agrup./dia</b>
JAN	22	3.546	2.175	161	99
FEV	18	2.726	1.688	151	94
MAR	23	4.397	2.513	191	109
ABR	18	3.915	2.223	218	124
MAI	22	3.937	2.330	179	106
JUN	21	3.453	2.126	164	101
JUL	21	4.000	2.269	190	108
AGO	23	3.681	2.345	160	102
SET	20	2.651	1.849	133	92
OUT	21	2.923	2.025	139	96
NOV	20	3.105	2.076	155	104
DEZ	20	4.309	2.488	215	124
<b>TOTAL</b>	<b>249</b>	<b>42.643</b>	<b>26.107</b>	<b>171</b>	<b>105</b>

Observa-se que apesar de menor do que o Banco Médio, esse banco realiza mais operações.

A Figura 13 mostra o perfil do SRB para este banco.



**Figura 13 – Banco Pequeno: SRB médio anual e de um dia**

Logo após a abertura da janela de operações, o Banco Pequeno realiza operações de redesconto intradia. Como seria de se esperar, o montante disponível no redesconto é muito maior do que o montante disponível em recolhimentos compulsórios (em média 830 vezes maior).

A Tabela 6 traz informações sobre os lançamentos nas reservas bancárias do Banco Pequeno (valores normalizados para 100, considerando o SRB de abertura do dia 2 de janeiro de 2006).

**Tabela 6 – Banco Pequeno: Lançamentos**

	<b>Dias</b>	<b>N<sub>(-)</sub></b>	<b>L<sub>(-)</sub> médio</b>	<b>DP<sub>(-)</sub></b>	<b>N<sub>(+)</sub></b>	<b>L<sub>(+)</sub> médio</b>	<b>DP<sub>(+)</sub></b>
JAN	22	1.276	-3.417	12.255	899	4.851	7.401
FEV	18	877	-4.470	14.223	810	4.836	7.303
MAR	23	1.473	-3.573	12.975	1.040	5.059	8.184
ABR	18	1.320	-3.466	12.441	903	5.066	8.223
MAI	22	1.296	-4.137	15.183	1.034	5.187	10.070
JUN	21	1.087	-4.693	16.284	1.039	4.911	9.338
JUL	21	1.171	-4.759	16.521	1.098	5.073	10.150
AGO	23	1.074	-6.329	18.803	1.271	5.349	10.907
SET	20	781	-8.193	23.168	1.068	5.990	12.449
OUT	21	833	-7.636	22.553	1.098	5.793	11.296
NOV	20	965	-7.094	21.443	1.205	5.681	11.276
DEZ	20	1.302	-5.549	19.555	1.186	6.092	11.625
<b>TOTAL</b>	<b>249</b>	<b>13.455</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>12.651</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
	<b>-</b>	<b>51,5%</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>48,5%</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
<b>MÉDIA</b>	<b>-</b>	<b>1.127</b>	<b>-5.037,66</b>	<b>-</b>	<b>1.059</b>	<b>5.357,49</b>	<b>-</b>

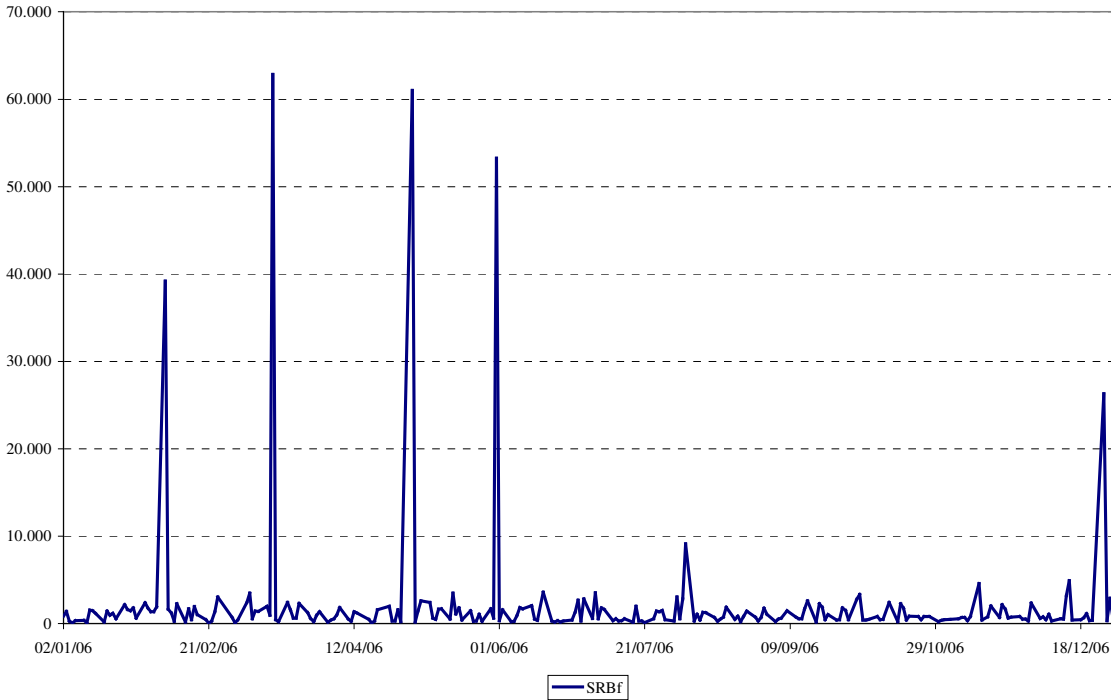
O valor médio dos lançamentos (positivos e negativos) é 0,0242, enquanto que o desvio padrão é igual a 15068. O valor médio dos lançamentos positivos é igual a 5357,49, com desvio padrão igual a 10150; para os lançamentos negativos o valor médio é igual a -5037,66 e o desvio padrão é igual a 17068. Novamente há uma proximidade entre as frequências dos lançamentos.

Uma consequência desses resultados (valor médio dos lançamentos negativos é pelo menos cinquenta vezes maior do que o saldo de abertura da série de dados e a volatilidade é pelo menos cem vezes maior que essa mesma referência) é que os instrumentos de liquidez são fundamentais para garantir que o SRB não fique negativo durante o dia e no fechamento da janela de operações.

Na figura 13, no gráfico do SRB para um dia qualquer, no caso, 22 de maio (escolhido aleatoriamente), há vários intervalos sem movimentação no SRB, o que sugere haver muitos instantes sem lançamentos. Quando as operações são agregadas em intervalos de um minuto, há

apenas 8% de lançamentos não nulos. Agregando em intervalos de quinze minutos, este número aumenta para 56% e em intervalos de trinta minutos, sobe para 72%.

A Figura 14 mostra a evolução do SRB de fechamento.



**Figura 14 – Banco Pequeno: SRB de fechamento**

O valor mínimo do SRB de fechamento foi igual a 37,35, o valor máximo igual a 62.828,43, com média igual a 2.041,47 e desvio-padrão igual a 7.023,79.

A probabilidade de que o SRB de fechamento seja menor do que 80% do SRB de abertura foi igual a 1,41%, valor inferior ao estimado para os dois outros bancos.



## 2.5. RESULTADOS

Esta seção traz os resultados das estimações dos parâmetros das trajetórias do SRB, excluindo as operações de liberação de compulsórios e as operações de redesconto. Antes disso, na próxima seção, para ilustrar são utilizados os exemplos da seção 2.2.2. Em seguida, os resultados das novas estimações e das probabilidades de utilização de redesconto intradiário.

### 2.5.1. Distribuição Empírica

Na seção 2.4, foram apresentadas estatísticas descritivas do SRB, dentre elas algumas associadas ao SRB no fechamento da janela de operações. A Tabela 7 reúne os resultados apontados na seção 2.4:

**Tabela 7 – Resultados: Distribuição Empírica**

		Banco Grande	Banco Médio	Banco Pequeno
<b>N</b>		232	249	249
<b>SRB fechamento</b>	<b><math>\mu</math></b>	101,98	101,25	2041,47
	<b><math>\sigma</math></b>	15,7	16,3	7023,8
<b>Meta</b>	<b>80,00</b>	12,63%	8,13%	1,41%
	<b>0,00</b>	0,00%	0,00%	0,00%

Estes valores servirão de referência para avaliar os resultados das simulações das subseções seguintes. O Banco Pequeno apresenta um valor médio de SRB de fechamento muito superior aos outros dois bancos; isso é decorrência da existência de saldos superiores a 10.000 (100 vezes maiores que o SRB de abertura em 2 de janeiro de 2006) em cinco dias do período.

### 2.5.2. BM “puro”

Neste caso, os parâmetros da distribuição dos lançamentos são obtidos de forma simples, aplicando-se o estimador de máxima-verossimilhança indicados na seção 2.3.

O resultado das simulações<sup>51</sup> para a janela de operações de 12 horas está na Tabela 8. Nas quatro primeiras linhas (*Simulação – Parâmetros*) estão os parâmetros das simulações. **N** corresponde ao número de trajetórias simuladas para cada banco (quanto menor o intervalo entre os lançamentos,  $\Delta t$ , maior o número de simulações); os parâmetros estimados para o BM são  $\mu$  e  $\sigma$  (estimados conforme as equações [9] e [10]).

Tabela 8 – Resultados: BM simples

		Banco Grande	Banco Médio	Banco Pequeno	
<b>Simulação - Parâmetros</b>	<b>N</b>	2.500.000	3.600.000	7.200.000	
	<b><math>\Delta t</math> (min)</b>	10	15	30	
	<b><math>\mu</math></b>	0,00079843	0,00492974	0,26024298	
	<b><math>\sigma</math></b>	56,1258	168,2872	310,8292	
<b>Resultados</b>	<b>SRB fechamento</b>	<b><math>\mu</math></b>	100,43	100,78	104,75
		<b><math>\sigma</math></b>	476,2	1166,2	1522,3
	<b>Meta</b>	<b>80,00</b>	48,26%	49,26%	49,35%
		<b>0,00</b>	41,63%	46,54%	47,26%
	<b>Intradia</b>		78,07%	86,24%	84,40%

A pequena diferença entre a probabilidade de que o SRB fique abaixo da meta igual a 80 e da meta igual a 0 mostra o impacto da volatilidade dos lançamentos no desvio-padrão da distribuição do SRB no fechamento da janela de operações. No caso do Banco Grande, o desvio-padrão é quase cinco vezes maior do que o SRB de abertura; essa discrepância é ainda maior para os outros dois bancos.

<sup>51</sup> Os parâmetros do SRB de fechamento poderiam ser obtidos algebricamente com base nos parâmetros estimados do BM. As simulações foram realizadas para aferição das rotinas de programação e os resultados foram coerentes com os esperados. Para o Banco Grande, o desvio-padrão do SRB de fechamento deve ser igual ao parâmetro estimado (56,1258) multiplicado por  $\sqrt{\frac{720}{10}} = 8,485$  (720 é o tamanho da janela de operações em minutos); para o

Banco Média o fator seria  $\sqrt{\frac{720}{15}} = 6,928$  e para o Banco Pequeno  $\sqrt{\frac{720}{30}} = 4,899$ .

Outro impacto do “achatamento” da distribuição do SRB de fechamento é o alto valor estimado para a probabilidade de utilizar recursos intradiários além dos que foram efetivamente utilizados.

Observa-se que, com exceção do Banco Pequeno, os valores médios do SRB de fechamento são próximos aos da distribuição empírica.

Diminuído o tamanho da janela de operações para uma hora, temos os seguintes resultados<sup>52</sup>:

**Tabela 9 – Resultados: BM simples, janela de 1 hora**

		Banco Grande	Banco Médio	Banco Pequeno	
<b>Simulação - Parâmetros</b>		<b>N</b>	10.000.000	14.400.000	28.800.000
		<b>Δt (min)</b>	10	15	30
		<b>μ</b>	0,00079843	0,00492974	0,26024298
		<b>σ</b>	56,1258	168,2872	310,8292
<b>Resultados</b>	<b>SRB fechamento</b>	<b>μ</b>	99,925	99,928	100,531
		<b>σ</b>	137,5	336,6	439,6
	<b>Meta</b>	<b>80,00</b>	44,24%	47,66%	48,14%
		<b>0,00</b>	23,38%	38,33%	40,95%

Com exceção do número de trajetórias simuladas, os parâmetros são os mesmos usados na simulação com janela de 12 horas.

Reduzindo o tempo que o BACEN pode prever as probabilidades para uma hora antes do encerramento das operações, há uma melhoria acentuada nos resultados decorrente da redução da variância do SRB de fechamento que se aproxima da volatilidade da distribuição empírica.

Em resumo, os valores médios do SRB de fechamento estão próximos aos da distribuição empírica (exceto para o Banco Pequeno); as variâncias são muito grandes de tal forma que as probabilidades estimadas são muito próximas. A redução do tamanho da janela contribui para a melhoria dos resultados, mas não é a melhor solução para o problema.

<sup>52</sup> Nesse caso, como a janela de operações diminuiu em 12 vezes, os desvios-padrões devem ser reduzidos em um fator de  $\sqrt{12} = 3,464$ .

### 2.5.3. CPP “puro”

A Tabela 10 traz os resultados das simulações, partindo do pressuposto de que o SRB segue um CPP com componente negativa e componente positiva.

Os parâmetros desse modelo foram estimados de acordo com as equações [11] a [14].

**Tabela 10 – Resultados: CPP**

			Banco Grande	Banco Médio	Banco Pequeno
<b>Simulação - Parâmetros</b>		<b>N</b>	25.000	100.000	100.000
		<b>(CPP+) <math>\nu</math></b>	26	953	859
		<b>(CPP+) <math>\lambda</math></b>	0,526	36,246	5357,446
		<b>(CPP-) <math>\xi</math></b>	63	895	807
		<b>(CPP-) <math>\eta</math></b>	-1,268	-34,066	-5037,665
<b>Resultados</b>	<b>SRB fechamento</b>	<b><math>\mu</math></b>	93,68	101,14	698,84
		<b><math>\sigma</math></b>	38,5	323,0	50299
	<b>Meta</b>	<b>80,00</b>	36,04%	46,98%	49,66%
		<b>0,00</b>	0,83%	37,82%	49,31%
	<b>Intradia</b>		1,60%	71,98%	93,06%

O desvio-padrão estimado para o SRB de fechamento para o Banco Grande diminuiu de 476,2 no modelo BM “puro” para 38,5 (8,1% do valor estimado na seção anterior). No caso do Banco Médio, o desvio-padrão estimado do SRB de fechamento passou de 1166,2 no modelo BM “puro” para 323,0 (27,7%).

O Banco Pequeno apresentou comportamento contrário. O desvio-padrão teve um aumento 1522,3 no BM “puro” para 50299 (aumento 33 vezes seu valor). Além disso, o valor médio do saldo do SRB foi aproximadamente 7 vezes maior do que o obtido quando se fez a hipótese de que o SRB segue apenas um BM. Para os outros dois bancos, o valor médio do SRB de fechamento permaneceu em valores próximos a 100.

Por ter sido melhor no caso do Banco Pequeno, o BM “puro” não pode ser descartado.

De modo geral os resultados desse modelo foram satisfatórios, quando comparados ao BM “puro” e aos modelos que serão apresentados na sequência desse trabalho.

#### 2.5.4. Filtro

A Tabela 11 traz os resultados obtidos para a aplicação do filtro. Não estão reportados os resultados para o Banco Pequeno por haver discrepâncias em relação aos valores estimados nas seções anteriores<sup>53</sup>.

Os parâmetros estimados para as simulações foram obtidos da seguinte forma: utilizou-se um corte arbitrário para o módulo dos lançamentos (1% do valor do SRB de abertura do dia 2 de janeiro de 2006 para o Banco Grande e 100% no caso do Banco Médio); dessa forma a amostra foi separada em dois conjuntos. Foram utilizadas, para o conjunto dos valores menores do que o valor de corte, as equações [9] e [10]; para o conjunto dos lançamentos maiores do que o valor de corte foram utilizadas as equações [11] a [14].

Tabela 11 – Resultados: Filtro

		Banco Grande	Banco Médio	
<b>Simulação - Parâmetros</b>		<b>N</b>	100.000	100.000
		<b><math>\Delta t</math> (min)</b>	10	15
		<b>Corte</b>	1%	100%
		<b><math>\mu</math></b>	0,02321000	-0,20091736
		<b><math>\sigma</math></b>	0,1721	3,4415
		<b>(CPP+) <math>\nu</math></b>	711	3636
		<b>(CPP+) <math>\lambda</math></b>	13,690	135,105
		<b>(CPP-) <math>\xi</math></b>	690	4075
		<b>(CPP-) <math>\eta</math></b>	-13,495	-151,945
<b>Resultados</b>	<b>SRB fechamento</b>	<b><math>\mu</math></b>	98,73	69,07
		<b><math>\sigma</math></b>	80,6	572,7
	<b>Meta</b>	<b>80,00</b>	39,25%	50,87%
		<b>0,00</b>	10,62%	44,89%
	<b>Intradia</b>		19,91%	78,58%

<sup>53</sup> A média do SRB de fechamento foi igual a 133764, o que por si só prejudica as medidas de probabilidade que ficam superiores a 97%.

O efeito do corte nos parâmetros estimados foi o de minimizar a variância do BM em relação ao BM “puro” de 56,1258 para 0,1721 no caso do Banco Grande e de 168,2872 para 3,4415 no caso do Banco Médio (houve um aumento na média) e o de reduzir a frequência dos lançamentos (aumentar o intervalo de tempo médio entre lançamentos) tanto da componente positiva quanto negativa do CPP.

O resultado obtido para o Banco Grande e para o Banco Médio coloca esse procedimento em uma posição intermediária entre considerar apenas um BM ou apenas um CPP. Os desvios-padrões obtidos foram mais próximos dos estimados considerando-se apenas o CPP.

No caso do Banco Médio, a média do SRB de encerramento apresentou um valor 30,9% menor do que o valor esperado. Isso poderia ser um efeito da média negativa de  $-0,20091736$  estimada para a componente BM e não compensada pelos parâmetros do CPP.

### 2.5.5. Tweedie

Os resultados das simulações para o modelo Tweedie estão na Tabela 12. Os parâmetros  $p$  e  $\phi$  foram estimados por máxima-verossimilhança.

Tabela 12 – Tweedie

			Banco Grande	Banco Médio	Banco Pequeno
<b>Simulação - Parâmetros</b>		<b>N</b>	2.000	2.000	2.000
		<b>p (+)</b>	1,8267	1,6635	1,6227
		<b><math>\phi</math> (+)</b>	10,70	19,17	23,98
		<b>p (-)</b>	1,7961	1,8165	1,8165
		<b><math>\phi</math> (-)</b>	13,05	28,59	31,30
<b>Resultados</b>	<b>SRB fechamento</b>	<b><math>\mu</math></b>	115,55	459,34	85,13
		<b><math>\sigma</math></b>	198,1	552,8	1355,2
	<b>Meta</b>	<b>80,00</b>	40,55%	22,95%	45,45%
		<b>0,00</b>	26,95%	18,90%	42,80%
	<b>Intradia</b>		46,50%	45,65%	72,85%

Devido à capacidade computacional, ocorreram duas limitações:

- a) Foram utilizados, para os três bancos, apenas 5 dias da amostra para estimar os parâmetros do modelo<sup>54</sup>;
- b) Apenas 2000 trajetórias foram geradas na simulação.

Apesar dessas limitações, verificamos que os resultados para o Banco Grande e para o Banco Médio não são superiores aos do CPP “puro” quando comparamos os desvios-padrões do SRB de fechamento. Outro fator que faz com que esse modelo não seja superior aos anteriores é o fato de que o SRB de fechamento tem média maior do que os anteriores (115,55 para o Banco Grande e 459,34 para o Banco Médio) e que deveriam ser próximas de 100.

Para o Banco Pequeno, os resultados obtidos pelo modelo Tweedie foram melhores do que quando se considera apenas o BM no que diz respeito ao desvio-padrão. Contra esse modelo, o fato de que, da mesma forma que os outros dois bancos, a média se distanciou de 100.

### **2.5.6. Bootstrap**

Neste caso, não há estimação de parâmetros. No *Bootstrap* são realizados sorteios aleatórios sem reposição<sup>55</sup>. Há um inconveniente nesse procedimento que é a necessidade de independência entre as observações.

É sugerida uma forma alternativa para o *Bootstrap* (*Bootstrap* alternativo). Foram construídas subamostras com base em cortes no tempo. Assim, no caso do Banco Grande, cada intervalo de dez minutos compõe uma subamostra e o sorteio é realizado por subamostras.

As Tabelas 13 e 14 trazem os resultados das simulações pelo método de Bootstrap (convencional e alternativo).

---

<sup>54</sup> Foi utilizado o *software R* (64 bits), versão 2.11.1.

<sup>55</sup> No prosseguimento dessa Tese, o *Bootstrap* será chamado “*Bootstrap* convencional”.

Tabela 13 – Bootstrap Convencional

			Banco Grande	Banco Médio	Banco Pequeno
<b>Simulação - Parâmetros</b>		<b>N</b>	500.000	500.000	500.000
<b>Resultados</b>	<b>SRB fechamento</b>	<b><math>\mu</math></b>	99,13	98,89	106,51
		<b><math>\sigma</math></b>	475,8	1165,2	1524,0
	<b>Meta</b>	<b>80,00</b>	48,25%	51,19%	50,10%
		<b>0,00</b>	41,31%	48,03%	47,80%
	<b>Intradia</b>		65,44%	76,05%	77,39%

Tabela 14 – Bootstrap Alternativo

			Banco Grande	Banco Médio	Banco Pequeno
<b>Simulação - Parâmetros</b>		<b>N</b>	500.000	500.000	500.000
<b>Resultados</b>	<b>SRB fechamento</b>	<b><math>\mu</math></b>	99,98	98,79	219,21
		<b><math>\sigma</math></b>	432,2	1127,1	1077,9
	<b>Meta</b>	<b>80,00</b>	48,05%	50,28%	43,90%
		<b>0,00</b>	40,66%	47,15%	40,90%
	<b>Intradia</b>		43,87%	57,72%	48,32%

Do ponto de vista da distribuição do SRB de fechamento e das probabilidades *over*, os resultados do *Bootstrap* convencional foram semelhantes ao do BM “puro”. A diferença entre os dois procedimentos é que as probabilidades estimadas para o redesconto intradia são maiores no caso do BM.

O *Bootstrap* alternativo teve resultados pouco melhores que os obtidos pelo BM para o Banco Grande e para o Banco Médio. O procedimento foi sensivelmente melhor no caso do Banco Pequeno (menor desvio-padrão entre todos os modelos estimados e simulados para este banco).



### 2.5.7. Resultados por Banco

As seções anteriores apresentaram os resultados dos modelos aplicados. Essa seção agrupa os resultados anteriores por banco. As Tabelas 15, 16 e 17 mostram os resultados para cada banco, facilitando a comparação entre os procedimentos.

**Tabela 15 – Banco Grande: Simulações**

		BANCO GRANDE						
		<i>Empírica</i>	BM	CPP	Filtro	Boot. Conv.	Boot. Alt.	Tweedie
N		232	2.500.000	25.000	100.000	500.000	500.000	2.000
SRB fechamento	$\mu$	101,98	100,43	93,68	98,73	99,13	99,98	115,55
	$\sigma$	15,7	476,2	38,5	80,6	475,8	432,2	198,1
Meta	80,00	12,63%	48,26%	36,04%	39,25%	48,25%	48,05%	40,55%
	0,00	0,00%	41,63%	0,83%	10,62%	41,31%	40,66%	26,95%
Intradia		-	78,07%	1,60%	19,91%	65,44%	43,87%	46,50%

Em destaque, o desvio-padrão do modelo que apresentou valores estimados para o desvio-padrão do SRB de fechamento. O melhor resultado foi obtido pelo modelo CPP “puro” (resultados foram próximos aos da distribuição empírica).

Como já mencionado anteriormente, o *Bootstrap* alternativo obteve resultado pouco melhor que o *Bootstrap* convencional que por sua vez gerou resultados semelhantes ao BM (diferente apenas na probabilidade de utilização de recursos intradiários).

O Filtro apresentou resultado intermediário ao BM e CPP puros o que sugere, considerando os resultados dos outros dois bancos, que não será melhor do que um deles (por ser um estimador médio); considerando isso, o segundo melhor desempenho foi o do modelo Tweedie. O problema desse modelo é que a média do SRB de fechamento é 15% maior do que o SRB de abertura o que sugere um processo “explosivo”.

Os resultados obtidos para o Banco Médio não foram qualitativamente diferentes dos obtidos para o Banco Grande.

Tabela 16 – Banco Médio: Simulações

		BANCO MÉDIO						
		<i>Empírica</i>	BM	CPP	Filtro	Boot. Conv.	Boot. Alt.	Tweedie
N		249	3.600.000	100.000	100.000	500.000	500.000	2.000
SRB fechamento	$\mu$	101,25	100,78	101,14	69,07	98,89	98,79	459,34
	$\sigma$	16,3	1166,2	323,0	572,7	1165,2	1127,1	552,8
Meta	80,00	8,13%	49,26%	46,98%	50,87%	51,19%	50,28%	22,95%
	0,00	0,00%	46,54%	37,82%	44,89%	48,03%	47,15%	18,90%
Intradia		-	86,24%	71,98%	78,58%	76,05%	57,72%	45,65%

Novamente o CPP “puro” apresentou desvio-padrão do SRB de fechamento mais baixo, mas não tão próximo quanto o do Banco Grande. No caso do Banco Grande, o desvio-padrão do CPP foi 2,5 vezes maior do que o estimado pela distribuição empírica, enquanto que para o Banco Médio essa medida foi 19,8 vezes maior (talvez decorrente da maior volatilidade intradiária).

O modelo Tweedie apresentou a segundo melhor desempenho em relação ao desvio-padrão do SRB de fechamento, mas o problema do valor médio foi mais acentuado: 4,6 vezes maior do que o esperado.

Para o Banco Pequeno, ao contrário dos demais, apenas o CPP apresentou desvio-padrão do SRB de fechamento maior do que o obtido pela distribuição empírica (o que torna a distribuição empírica uma referência ruim nesse caso específico). Além disso, os resultados do Filtro foram descartados.

Tabela 17 – Banco Pequeno: Simulações

		BANCO PEQUENO					
		<i>Empírica</i>	BM	CPP	Boot. Conv.	Boot. Alt.	Tweedie
N		249	7.200.000	100.000	500.000	500.000	2.000
SRB fechamento	$\mu$	2041,47	104,75	698,84	106,51	219,21	85,13
	$\sigma$	7023,8	1522,3	50299	1524,0	1077,9	1355,2
Meta	80,00	1,41%	49,35%	49,66%	50,10%	43,90%	45,45%
	0,00	0,00%	47,26%	49,31%	47,80%	40,90%	42,80%
Intradia		-	84,40%	93,06%	77,39%	48,32%	72,85%

O melhor resultado foi obtido pelo *Bootstrap* alternativo, seguido pelo modelo Tweedie.

De forma geral, os modelos foram muito ruins para esse banco.

O modelo CPP havia sido o modelo com os melhores resultados para os outros dois bancos da amostra; no caso do Banco Pequeno, foi o modelo com pior resultado. Portanto, não podemos concluir que haja somente um modelo cujo desempenho seja sempre o melhor para qualquer banco. Cada caso exige a avaliação e teste de diversos modelos.

## 2.6. CONCLUSÃO

Com a estabilidade da economia após o Plano Real, o mercado de reservas tem ganhado importância tanto do ponto de vista de instrumento de política monetária<sup>56</sup>, quanto sob o ponto de vista acadêmico.

Esse capítulo pode ser visto como uma sequência do trabalho de Umezú (2005). No trabalho anterior, foi proposto um modelo para estimar a probabilidade de utilização de redesconto *over* com base em características e no comportamento (em relação às metas diárias) das IFs. Para estimar a probabilidade de utilização de recursos *over*, foi utilizado um banco de dados com informações diárias (ao final da janela de operações) de um conjunto de bancos e utilizados modelos para dados em painel.

A primeira contribuição deste capítulo é a proposição de um modelo para estimar a probabilidade de utilização de recursos *over* com base no comportamento e em informações intradiárias de uma IF. Da mesma forma que em Umezú (2005), o modelo tem como fundamento a hipótese de que o SRB é um processo de Lévy, composto por dois CPPs e um BM. A diferença é que no trabalho anterior essa hipótese é utilizada como ponto de partida do desenvolvimento do modelo. No caso deste trabalho, o interesse está na estimação dos parâmetros do processo estocástico que serve como hipótese para o modelo. Estimados os parâmetros do processo de Lévy, é possível, por meio de simulações desse processo, construir a distribuição de probabilidades do SRB ao final da janela de operações, o que permite estimar a probabilidade de utilização de recursos *over*.

O primeiro problema a ser contornado está relacionado à não estacionariedade da trajetória do SRB. Isso faz com que janelas de previsão maiores apresentem resultados menos precisos porque o desvio padrão do SRB de fechamento aumenta, tornando essa distribuição mais achatada (platicúrtica) do que realmente possa ser. Reduções no tamanho da janela para o

---

<sup>56</sup> Durante os períodos de crise econômica, como o ocorrido no final de 2008 e início de 2009, o BACEN altera os normativos relacionados aos compulsórios de forma a reduzir suas alíquotas ou aumentar os limites de isenção com o objetivo de aumentar a liquidez no SFN. Apesar de não ter sido aplicado ainda, há a possibilidade de redução das taxas de redesconto *over*.

intervalo de uma hora melhoram as previsões, mas têm o inconveniente de ficarem mais próximas do encerramento do período de operações.

Outra questão diz respeito à estimação dos parâmetros. De forma geral, o processo de Lévy pode ser estimado de forma paramétrica, por máxima verossimilhança, ou de forma não paramétrica, com a utilização de filtros.

Neste trabalho, por haver a necessidade de realizar simulações para estimar a distribuição do SRB, os parâmetros do processo foram estimados de forma paramétrica, mas não por máxima verossimilhança. A aplicação de métodos numéricos na maximização da função de log-verossimilhança pode apresentar problemas e os artigos mais recentes têm dado preferência à utilização de filtros. Assim, optou-se por formas mais simples de se estimar os parâmetros. Na primeira delas, foram consideradas hipóteses simplificadoras e o processo de Lévy foi considerado um BM “puro”, ou seja, sem componentes CPP, ou um CPP “puro”, sem componente BM. Para estimar o processo de Lévy composto pelos dois tipos de processo (BM e CPP), utilizou-se um filtro para decompor as componentes BM e CPP e em seguida os parâmetros desses dois processos foram estimados separadamente.

Em relação à hipótese inicial de um processo de Lévy composto por dois CPPs e um BM, do ponto de vista empírico, a trajetória que melhor se ajustou, no caso do Banco Grande, foi um processo de Lévy composto apenas por dois CPPs (um para lançamentos negativos e outro para lançamentos positivos). Para os outros dois bancos, dada a alta volatilidade dos lançamentos, nenhuma das especificações avaliadas foi considerada satisfatória.

A partir dessas considerações e resultados, há duas possibilidades a serem seguidas. A primeira (talvez mais adequada ao Banco Grande e ao Banco Médio) seria avaliar a possibilidade de se estimar os parâmetros por máxima-verossimilhança. A segunda (possivelmente mais adequada ao caso do Banco Pequeno) seria gerar lançamentos de forma a atender a distribuição observada dos lançamentos.

Há, ainda, uma terceira alternativa que seria a de estudar a natureza dos lançamentos e avaliar o perfil de operações realizadas pelo banco. Assim, algumas operações de caráter não

estocástico (pelo menos do ponto de vista da magnitude) poderiam ser excluídas, o que poderia diminuir a volatilidade intradiária do SRB.

A segunda contribuição do trabalho esta relacionada ao redesconto intradiário. Há uma lacuna na literatura no que diz respeito à aplicação de modelos para estimar a demanda ou a probabilidade de utilização dessa modalidade de linha de liquidez no Brasil. Utilizando os procedimentos aplicados ao redesconto *over*, buscou-se estimar a probabilidade de que os recursos intradiários não fossem suficientes para atender às necessidades das IFs.

### 3 ESTIMANDO A TAXA NATURAL DE JUROS PARA O BRASIL

#### 3.1. INTRODUÇÃO

Em julho de 2009, a taxa de juros nominal atingiu seu menor valor desde que o regime de metas de inflação foi implantado<sup>57</sup> e permaneceu assim até abril de 2010 quando o COPOM decidiu elevar seu valor de 8,75% a.a. para 9,75% a.a.; seguindo a mesma tendência, a taxa de juros real de curto prazo atingiu valores menores do que 4% a.a.<sup>58</sup> após fevereiro de 2010. A primeira pergunta que se faz é se a taxa de juros real poderá cair ainda mais, ou se ela já chegou a seu piso considerando a estrutura institucional brasileira. Complementarmente a essa pergunta, pode-se questionar se a sensibilidade da taxa de juros real em relação à taxa de juros nominal tem diminuído.

Dentro dessa perspectiva, a resposta pode estar na taxa natural de juros (TNJ), definida originalmente em Wicksell (1936) como sendo a taxa que iguala poupança e investimento. Posteriormente, na literatura econômica, a TNJ também foi conceituada como equivalente à produtividade marginal do capital, ou como a taxa compatível com a estabilidade de preços e para a qual a economia tenderia no longo prazo.

A TNJ e o conceito de hiato de juros também podem ser vistos como, segundo Amato (2005), um indicador para a condução da política monetária em um regime de metas de inflação na medida em que este tem como objetivo a estabilidade de preços e a minimização do hiato do produto.

Nesse sentido, a TNJ é um importante indicador da política monetária. Quando a taxa de juros real encontra-se acima da TNJ, a política monetária deve ser contracionista; por outro lado,

---

<sup>57</sup> A taxa de juros nominal, nesse período, ficou em 8,75% a.a.; em 29 de abril de 2010 a taxa aumentou para 9,75% a.a. e depois para 10,25% a.a. em 10 de junho.

<sup>58</sup> A taxa de juros real atingiu o valor de 3,5% a.a. em março de 2010. Ver Figura 19.

quando a taxa de juros de curto prazo encontra-se abaixo da TNJ, a política monetária deve ser expansionista.

Miranda e Muinhos (2003), na tentativa de avaliar se a taxa de juros praticada na economia brasileira é realmente maior que as de outros países, estimam a taxa de juros de equilíbrio, ou de *steady-state*, definida como aquela em que o hiato do produto é igual a zero, para o Brasil de diversas formas diferentes. Muinhos e Nakane (2006) fazem uma extensão desse artigo.

Outro artigo que estima a TNJ para o Brasil é de Borges e Silva (2006). Os autores aplicam a metodologia de VAR estrutural e utilizam dados de setembro de 2000 a dezembro de 2003. Como resultado, a TNJ oscila sobre um valor médio aproximado de 10% a.a..

O objetivo deste capítulo é estimar a TNJ para o Brasil, considerando o período após a implantação do regime de metas de inflação (de janeiro de 2001 a março de 2010), utilizando metodologias diferentes das utilizadas anteriormente para dados brasileiros e verificar qual modelo apresenta melhor desempenho. Os modelos sugeridos têm como base os modelos de Laubach e Williams (2003), Basdevant *et al.* (2004), Méssonier e Renne (2007) e Kirker (2008); os parâmetros dos modelos foram estimados utilizando Filtro de Kalman e estimação Bayesiana. Para avaliar a qualidade dos modelos, foram adotados dois procedimentos. O primeiro, proposto por Basdevant *et. al* (2004), que regride o desvio da inflação em relação à meta definida pelo BACEN contra as defasagens do hiato de juros, incluindo um termo autoregressivo de primeira ordem. Nesse caso, o melhor modelo é aquele com maior persistência. O segundo critério tem como base a correlação entre o hiato de juros e defasagens da inflação. Por esse critério, o melhor modelo seria aquele apresentasse correlações mais próximas de  $-1$ .

Além dos modelos, outras questões de caráter empírico devem ser abordadas. A primeira é a periodicidade da amostra. Com a utilização de dados trimestrais, a amostra teria menos de quarenta observações<sup>59</sup>. Para contornar o tamanho pequeno da série, foram consideradas duas

---

<sup>59</sup> Considerando o período do 1º trimestre de 2001 ao 2º trimestre de 2009, seriam 36 observações. Por conta da expectativa da inflação informada pelo relatório Focus, a amostra se reduziria ao período do 1º trimestre de 2002 ao 2º Trimestre de 2009, reduzindo o número de observações para 32.



possibilidades de séries mensais: o produto industrial (PI) e a de PIB mensal construída pelo BACEN (PIBBC).

Uma segunda questão de caráter empírico é a aparente quebra estrutural ocorrida nas séries dessazonalizadas do PI e do PIBBC em decorrência de duas quedas abruptas observadas nos meses de novembro e dezembro de 2008<sup>60</sup> em função da crise financeira mundial. Estas quedas têm impacto nos resultados do Modelo IS<sup>61</sup>. Além de uma queda abrupta na TNJ que faz com que o hiato de juros passe de negativo para positivo nos dois meses de queda abrupta do produto industrial, a TNJ apresentou alta volatilidade de tal forma que a taxa de juros real parecesse com uma trajetória suavizada da TNJ.

O primeiro modelo, o Modelo de Estrutura a Termo, é uma aplicação do modelo de Basdevant *et al.* (2004). Como resultado, a TNJ tem uma trajetória semelhante à trajetória da taxa de juros de curto prazo; a partir de junho de 2009, assume valores maiores do que a taxa de juros real de curto prazo, o que sugeriria uma política monetária expansionista.

O segundo modelo, o Modelo IS, tem como ponto de partida a relação entre o hiato do produto e o hiato de juros que é dada pela equação da curva IS. Este modelo é diferente do modelo usado por Miranda e Muinhos (2003), no que diz respeito às definições e na forma como a TNJ é calculada, mas pode-se dizer que este último teve forte influência em seu desenvolvimento.

Os resultados iniciais mostraram que a TNJ (neste caso estimado somente pelo Filtro de Kalman) chegou a valores negativos (de dezembro de 2008 a maio de 2009) quando a medida do hiato do produto foi realizada com o PI (mínimo de -1,54% a.a.) e se manteve superior à taxa real de juros de longo prazo após setembro de 2009 (trajetória ascendente, ultrapassando o nível de 10% a.a. em janeiro de 2010). No caso da medida do hiato do produto pelo PIBBC, a TNJ não chega a ficar negativa, oscilando entre 2,1% a.a. e 3,3% a.a. no período entre dezembro de 2008 e outubro de 2009. As estimativas da TNJ pelas duas medidas de hiato do produto mostram que a

---

<sup>60</sup> Esse fato não tem impacto no Modelo de Estrutura a Termo porque este considera que a TNJ é uma componente que relaciona taxa de juros real de curto e de longo prazos.

<sup>61</sup> O Modelo IS apresenta bons resultados considerando uma amostra parcial até o mês de junho de 2008.

TNJ é maior do que a taxa de juros real de longo prazo no final do período amostral, sugerindo que a política monetária estava expansionista.

Como nesse modelo a TNJ demonstrou ser muito sensível a variações do hiato do produto<sup>62</sup>, foram testadas duas alternativas para minimizar esse problema, ambas baseadas na inclusão de novas variáveis no modelo. Primeiro foi incluído o hiato do produto industrial externo, definido como a média do produto industrial de cinco países<sup>63</sup>, na equação da curva IS. Isso atenuou o problema, diminuindo a volatilidade da TNJ. Para esse modelo, a TNJ manteve-se em patamares superiores a 8% a.a., sendo sempre superior à taxa real de juros de curto prazo a partir de abril de 2006. A segunda alternativa foi a de incluir uma variável *dummy* (sem o hiato do produto industrial externo) definida com valor zero até outubro de 2008 e valor um a partir de novembro de 2008. Para essa especificação, a TNJ apresenta tendência crescente a partir de janeiro de 2009, atingindo valores superiores a 20% a.a..

As duas versões apresentaram resultados ruins. No caso do modelo com hiato do produto externo, as variâncias do choque da equação da curva IS foram iguais a 80,7 e 82,4, para hiato do produto do PI e do PIBBC, respectivamente. Esses valores foram muito superiores aos obtidos na estimação sem o hiato do produto externo (5,61, para o PI, e 2,23, para o PIBBC), o que causou oscilações muito intensas na trajetória da TNJ que variou no intervalo de -11% a.a. e 47% a.a. no caso da medida do hiato do produto pelo PI e entre -17% a.a. e 40% a.a. no caso do hiato do produto pelo PIBBC.

No caso da estimativa da TNJ utilizando a variável *dummy* para o período de crise, os resultados foram piores. As variâncias dos choques foram superiores a 130, o que fez com a trajetória da TNJ oscilasse em uma banda maior.

O último modelo, o Modelo IS-Phillips, é uma versão simplificada do modelo utilizado em Kirker (2008). Além das equações do Modelo IS, são acrescentados uma curva de Phillips, uma regra de Taylor e um termo de produtividade da economia. A TNJ foi estimada pelo Filtro de Kalman e por procedimentos bayesianos. Considerando os seis últimos meses da amostra, os

---

<sup>62</sup> Um dos reflexos da crise mundial iniciada em 2007 é a queda abrupta do PIB no final de 2008. Isso será visto na seção 3.3.

<sup>63</sup> Alemanha, França, Inglaterra, Japão e Estados Unidos.

resultados foram opostos. Enquanto o hiato de juros estimado pelo Filtro de Kalman foi negativo, o hiato estimado pelos procedimentos bayesianos foi positivo. Para esse modelo, o melhor desempenho foi a TNJ estimada pelo Filtro de Kalman, com a TNJ maior do que a taxa de juros real.

Este capítulo está estruturado da seguinte forma: na seção seguinte são apresentadas as equações que compõem os três modelos sugeridos para medir a TNJ; a terceira seção do capítulo traz uma descrição dos dados; a quarta seção os resultados das estimações; e, encerrando o capítulo, uma seção dedicada às conclusões e considerações finais.

### 3.2. MODELOS

Esta seção apresenta os três modelos que serão utilizados para estimar a TNJ. O primeiro é uma aplicação do modelo sugerido em Basdevant *et al* (2004)<sup>64</sup>. A TNJ é uma componente comum das taxas de juros de curto e de longo prazos. A diferença entre as taxas de curto e de longo prazos está na presença de um termo autoregressivo nesta última, que representa o prêmio de maturidade. Esse modelo será chamado “Modelo de Estrutura a Termo”. Há duas versões, uma com a hipótese de que o prêmio de maturidade segue um processo autorregressivo de primeira ordem e outra em que é um processo de segunda ordem.

O segundo modelo, chamado Modelo IS, utiliza apenas uma equação de medida (curva IS). Assim, é possível estimar de forma simples a TNJ. Apesar disso, há duas desvantagens: o produto natural é exógeno<sup>65</sup>; há problemas de identificação e necessidade de imposição de restrições.

A primeira versão do modelo considera que o hiato do produto depende apenas do hiato do produto defasado e do hiato de juros, ambos defasados em um período. A consequência empírica disso é que a TNJ é muito sensível a oscilações do hiato do produto<sup>66</sup>. Foram sugeridas duas versões para esse modelo: a primeira, que inclui uma *dummy* para tentar modelar uma possível quebra estrutural decorrente dos efeitos da crise mundial; uma segunda versão que inclui na equação da curva IS o hiato do produto externo, na tentativa de usar uma variável exógena que também fosse afetada pela crise. Como vantagem, esse modelo é mais robusto a oscilações do hiato do produto.

Para tratar da questão da exogeneidade do produto natural, foi proposto um terceiro modelo, o Modelo IS-Phillips. Esse modelo tem como base os modelos de Laubach e Williams (2003), Mésnonier e Renne (2007) e Kirker (2008). O hiato do produto (definido como a

---

<sup>64</sup> Ver Basdevant, Bjorksten e Karagedikli (2004), p.6.

<sup>65</sup> Como será visto adiante, os procedimentos para a construção do hiato do produto (aplicação de filtros) podem superestimar o hiato do produto ou aumentar sua volatilidade em relação aos modelos que o consideram endógeno.

<sup>66</sup> A taxa de juros natural estimada no período após a queda do produto industria, em função da crise internacional, ficou negativa; esse fato é consequência da inversão intensa e abrupta do sinal do hiato do produto.

diferença entre produto e produto natural) passa a ser uma variável não observada (variável de estado). Isso gera mais duas variáveis de estado no sistema de equações (hiato do produto e produto natural). Há a necessidade de se incorporar uma componente de produtividade nas equações de estado (TNJ e produto natural), sendo essa a quarta variável de estado. Finalmente, são consideradas mais duas equações: a curva de Phillips e uma Regra de Taylor.

### 3.2.1. Modelo de Estrutura a Termo

No artigo de Basdevant *et al.* (2004) é sugerido o seguinte sistema de equações:

$$r_t = r_t^n + \varepsilon_t^r \quad [16]$$

$$R_t = r_t^n + p_t + \varepsilon_t^R \quad [17]$$

$$r_t^n = r_{t-1}^n + \varepsilon_t^m \quad [18]$$

$$p_t = \delta_0 + \delta_1 p_{t-1} + \varepsilon_t^p \quad [19]$$

Sendo

$r_t$  a taxa de juros real de curto prazo,

$R_t$  a taxa de juros real de longo prazo,

$r_t^n$  a TNJ,

$p_t$  o prêmio de maturidade,

$\varepsilon_t^r$ ,  $\varepsilon_t^R$ ,  $\varepsilon_t^m$ ,  $\varepsilon_t^p$  os choques aleatórios de cada equação, com média igual a zero e variâncias  $\sigma_r^2$ ,  $\sigma_R^2$ ,  $\sigma_m^2$ ,  $\sigma_p^2$ , respectivamente.

A TNJ é uma componente comum às taxas de juros de longo prazo e de curto prazo. A diferença entre essas taxas é o prêmio de maturidade, definido na equação [19] como um processo autoregressivo de primeira ordem.

A taxa de juros real é igual à TNJ mais um choque aleatório. Dessa forma, a TNJ deve ter uma forma mais suave do que a taxa de juros real (tanto mais suave quanto maior a variância do choque). Nesse modelo, para garantir a persistência da TNJ, faz-se à hipótese de que esta é um passeio aleatório (equação [18]).

Tendo em vista que o método de Filtro de Kalman não testa a existência de persistência de correlação serial no resíduo, pode-se estimar também uma versão do sistema com a alteração da hipótese de que processo do prêmio de maturidade é autorregressivo de segunda ordem. Nesse caso, a equação [19] ficaria:

$$p_t = \delta_0 + \delta_1 p_{t-1} + \delta_2 p_{t-2} + \varepsilon_t^p \quad [19.a]$$

### 3.2.2. Modelo IS

O modelo IS tem como inspiração os modelos utilizados em Miranda e Muinhos (2003) e Muinhos e Nakane (2006). Esses artigos têm como objetivo estimar a taxa de juros de equilíbrio (aquela em que o hiato do produto é zero) e utilizam uma equação para a curva IS.

A principal equação do modelo é uma curva IS:

$$x_t = \phi \cdot x_{t-1} + \lambda \cdot j_{t-1} + \varepsilon_t^x \quad [20]$$

onde

$x_t$  é o hiato do produto, definido por

$$x_t \equiv y_t - y_t^n \quad [21]$$

sendo  $y_t$  o produto e  $y_t^n$  o produto natural<sup>67</sup>;

$j_t$  é o hiato de juros:

$$j_t \equiv R_t - r_t^n \quad [22]$$

sendo  $R_t$  a taxa de juros real de longo prazo e  $r_t^n$  a TNJ.

Esse conjunto de equações define a relação entre hiato do produto e hiato de juros. Espera-se que o  $\lambda$  da equação [20] seja negativo, ou seja, que há uma diminuição do hiato do produto quando a taxa real de juros for maior do que a TNJ.

Substituindo a equação [22] na equação [20]:

$$x_t = \phi \cdot x_{t-1} + \lambda \cdot R_{t-1} - \lambda \cdot r_{t-1}^n + \varepsilon_t^x \quad [23]$$

---

<sup>67</sup> Nesse caso, o produto é uma variável observável e o produto natural é obtido pela aplicação do filtro *Hodrick-Prescott*.

Empiricamente, este modelo demonstrou ser muito sensível ao modo como é definido o hiato do produto (exógeno). Por isso, houve a necessidade de incluir outros termos na equação [23] de forma a tentar minimizar esse problema.

Incluindo o hiato do produto externo, a equação [23] passa a ser:

$$x_t = \phi \cdot x_{t-1} + \lambda \cdot R_{t-1} - \lambda \cdot r_{t-1}^n + \eta \cdot z_t + \varepsilon_t^x \quad [23.a]$$

onde  $z_t$  é o hiato do produto da economia externa.

Outra versão considera a inclusão de uma *dummy* para crise<sup>68</sup>,  $d_t$ . A equação [23] fica

$$x_t = \phi \cdot x_{t-1} + \lambda \cdot R_{t-1} - \lambda \cdot r_{t-1}^n + \tau \cdot d_t + \varepsilon_t^x \quad [23.b]$$

Finalmente, a equação da TNJ em que a variável de estado  $r_t^n$  segue um processo autorregressivo:

$$r_t^n = \mu_r + \theta \cdot r_{t-1}^n + \varepsilon_t^m \quad [24]$$

A equação [18] do modelo de Estrutura a Termo considera que a TNJ é um passeio aleatório; a equação [20] é mais geral, não necessariamente restringindo o coeficiente  $\mu_r$  ao valor zero e o coeficiente  $\theta$  ao valor um. Em termos práticos, isso implica na estimação de mais dois coeficientes<sup>69</sup>.

---

<sup>68</sup> Como será visto adiante, essa *dummy* atribui valor 0 para os meses até outubro de 2008 e valor 1 a partir de novembro de 2009.

<sup>69</sup> O sistema também foi estimado com a TNJ sendo um passeio aleatório; os resultados não foram reportados por não terem sido adequados.



### 3.2.3. Modelo IS-Phillips

Este modelo é uma adaptação dos modelos sugeridos por Laubach e Williams (2003), Mésnonier e Renne (2007) e Kirker (2008):

$$x_t = \beta_x \cdot x_{t-1} - \beta_r \cdot R_{t-1} + \beta_r \cdot r_{t-1}^n + \varepsilon_t^x \quad [25]$$

$$\pi_t = \alpha_\pi \cdot \pi_{t-1} + \alpha_x \cdot x_{t-1} + \varepsilon_t^\pi \quad [26]$$

$$i_t = \gamma_i \cdot i_{t-1} + (1 - \gamma_i) \cdot r_t^n + (1 - \gamma_i) \cdot \gamma_x \cdot x_t + \varepsilon_t^i \quad [27]$$

$$x_t \equiv y_t - y_t^n \Rightarrow y_t = x_t + y_t^n \quad [28]$$

$$y_t^n = \frac{1}{1200} \cdot a_t \quad [29]$$

$$r_t^n = r_{t-1}^n + \varepsilon_t^m \quad [30]$$

$$a_t = a_{t-1} + \varepsilon_t^g \quad [31]$$

onde

$\pi_t$  é a taxa de inflação;

$i_t$  é a taxa de juros nominal; e

$a_t$  é a produtividade.

A equação [25] é semelhante à equação [23]. A diferença ocorre nos sinais da taxa de juros e da TNJ (por conveniência na estimação bayesiana). A equação [26] é uma especificação de Curva de Phillips e a equação [27] é uma especificação de uma regra de Taylor.

O termo de produtividade,  $a_t$ , é uma componente do produto natural. A equação [29] mostra essa relação (há um fator de escala que associa o produto natural e a produtividade). As

equações [30] e [31] completam o sistema de equações, impondo a hipótese de que tanto a TNJ quanto a produtividade são passeios aleatórios.

Esse modelo, por considerar a inclusão de uma equação para regra de Taylor, é mais robusto.

### 3.3. DADOS

Esta seção é dedicada à descrição da base de dados utilizada. Serão feitos alguns comentários em relação às séries utilizadas, mais especificamente ao produto e hiato do produto, hiato do produto externo, taxas de juros, inflação e seu desvio em relação a sua meta.

#### 3.3.1. Produto e Hiato do Produto

O período escolhido para o estudo inicia-se em janeiro de 2002 e vai até março de 2010<sup>70</sup>. Para obter uma amostra com a dimensão temporal suficientemente longa, optou-se pela periodicidade mensal. Assim, como o produto interno bruto é medido trimestralmente pelo IBGE, foi necessário utilizar outra medida para o produto. Foram escolhidos Produto Industrial (PI), obtido pela série *Indicador de Produção Geral*<sup>71</sup> e o PIB Mensal estimado pelo BACEN<sup>72</sup> (PIBBC). Esta última série foi deflacionada e transformada em índice com base no valor médio de 2002, da mesma forma que a primeira série, para facilitar a interpretação e comparação dos coeficientes estimados nos modelos. A Figura 15 apresenta as duas séries dessazonalizadas (foi aplicado o filtro *Census X12*<sup>73</sup>).

Observa-se, nas séries dessazonalizadas, uma queda abrupta nos meses de outubro de 2008 a novembro de 2008 (queda de 7,3% no PI e 4,2% no PIBBC) e de novembro de 2008 a dezembro de 2008 (9,0% no PI e 6,6% no PIBBC), o que parece ser consequência dos efeitos da crise econômica mundial no Brasil.

---

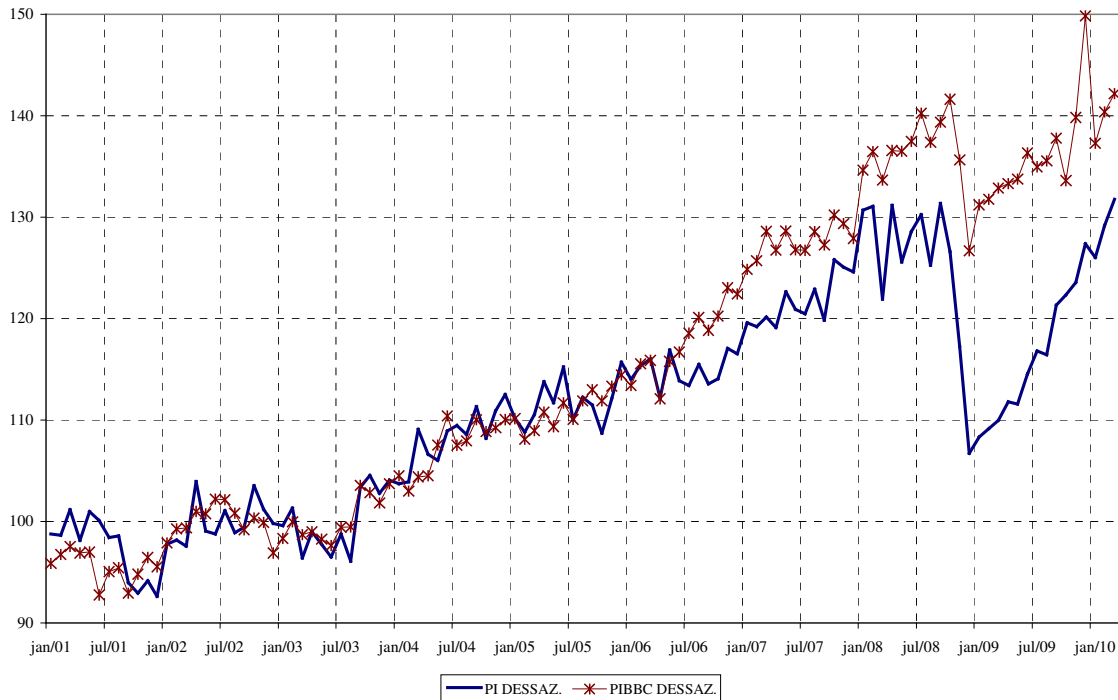
<sup>70</sup> Seria desejável considerar o período após janeiro de 2001, mas isso não foi possível porque a série de expectativa para a inflação (relatório FOCUS) inicia-se em dezembro de 2001.

<sup>71</sup> Fonte: IBGE. Série coletada em [www.bcb.gov.br](http://www.bcb.gov.br), código 11064.

<sup>72</sup> Série coletada em [www.bcb.gov.br](http://www.bcb.gov.br), código 4380.

<sup>73</sup> Eviews 5.

Outro fato interessante é o de que as séries têm comportamento similar até maio de 2006 (nesse período, a série de PIB mensal é menos volátil que a série de PI e a correlação entre as séries é igual a 0,97); após esse mês, o crescimento do PIB mensal é maior do que o crescimento do PI. Para todo o período, a correlação entre as séries é 0,91).



**Figura 15 – Produto Industrial e PIB BACEN Dessazonalizados**

A série do PIBBC dessazonalizado tem menor volatilidade do que a série do PI dessazonalizado. Isso pode ser percebido na Figura 15 e verificado na Tabela 18, que traz valores médios, medianos e desvios-padrão anuais. Apenas em 2006 a volatilidade do PIBBC dessazonalizado é maior do que a volatilidade do PI dessazonalizado.

Tabela 18 – PI e PIBBC Dessazonalizados

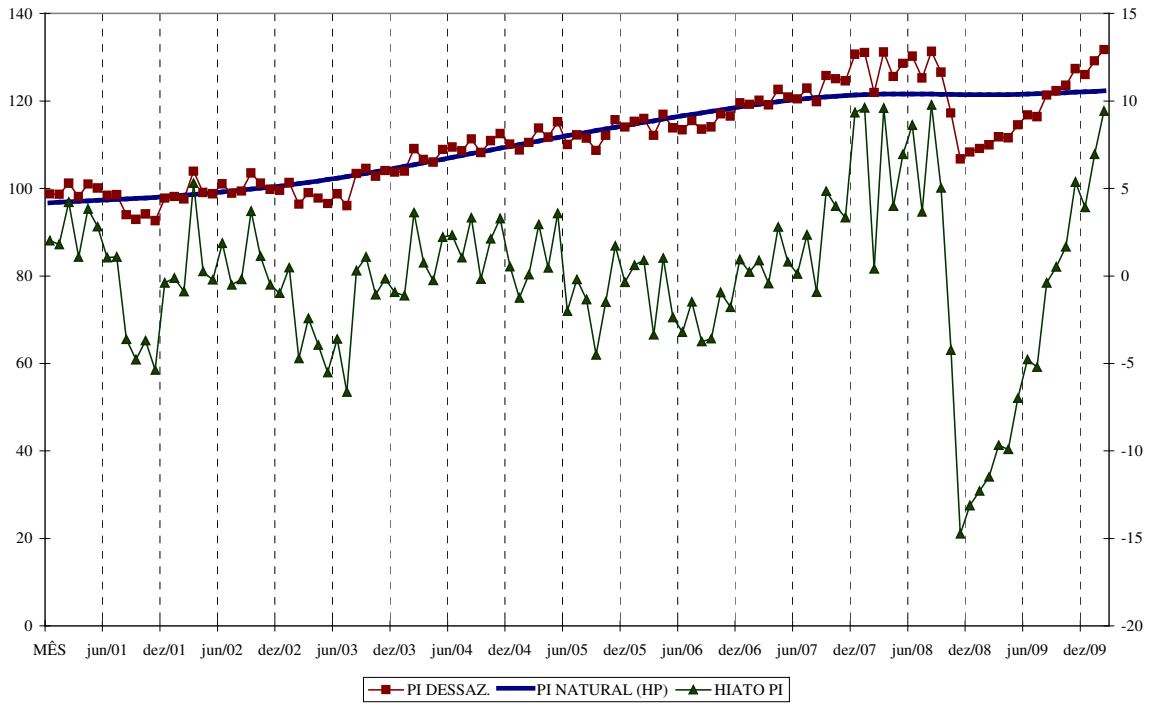
ANO	PI			PIBBC		
	Média	Mediana	DP	Média	Mediana	DP
2001	97,37	98,50	3,10	95,58	95,69	1,52
2002	99,93	99,24	2,11	99,97	100,11	1,58
2003	100,01	99,28	3,11	100,22	99,44	2,17
2004	108,27	108,76	2,77	107,33	107,74	2,59
2005	111,70	111,59	2,28	111,13	111,22	1,91
2006	114,86	114,71	1,58	117,72	117,63	3,40
2007	121,68	120,67	2,42	127,61	127,57	1,55
2008	125,53	127,57	7,32	136,35	136,53	3,80
2009	116,10	115,48	6,31	135,89	134,35	5,04

Como no Modelo IS será estimada apenas a TNJ, foi necessário calcular o hiato do produto. O produto natural foi obtido pela aplicação do Filtro *Hodrick-Prescott*<sup>74</sup> na série dessazonalizada do PI e na série dessazonalizada do PIBBC. O hiato foi obtido pela diferença entre as séries dessazonalizadas e as séries filtradas.

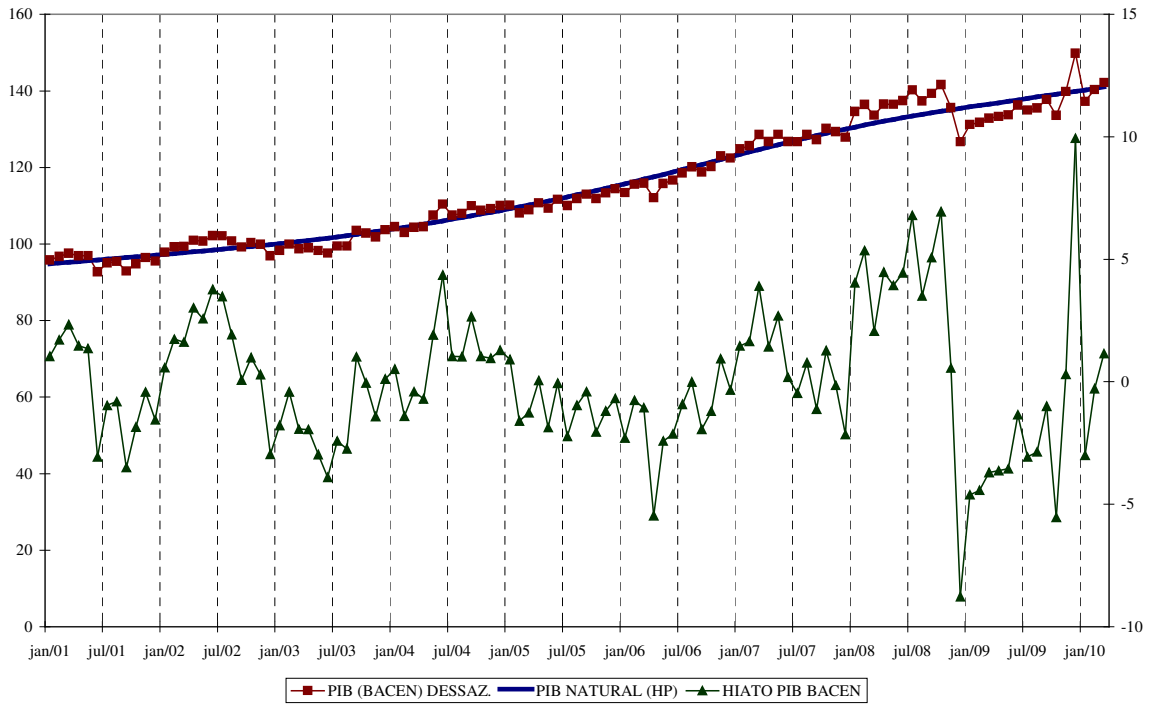
As Figuras 16 e 17 mostram os resultados para o hiato do PI e para o hiato do PIBBC.

---

<sup>74</sup> Estimado pelo Eviews, com  $\lambda = 14400$ .



**Figura 16 – Produto Industrial e Hiato do Produto**



**Figura 17 – PIB BACEN e Hiato do Produto**

Nesses gráficos, também é possível perceber os efeitos da queda brusca do produto nos meses de novembro e dezembro de 2008<sup>75</sup>. Os valores mínimo e máximo do hiato do PI para o período em análise são -14,7487 e 9,7849 (amplitude igual a 24,5336) e para o hiato do PIBBC são -8,7695 e 9,9367 (amplitude igual a 18,7062), respectivamente; o desvio padrão da série do hiato do PI é igual a 4,5359, enquanto que para a série do hiato do PIBBC é igual a 2,7991. A correlação entre os hiatos é 0,73.

A Tabela 19 traz os valores médios, medianos e desvios-padrões dos hiatos do PI e do PIBBC. O efeito da queda do PI e do PIB em novembro de 2008 é perceptível porque aumenta a volatilidade dos hiatos (2008 e 2009).

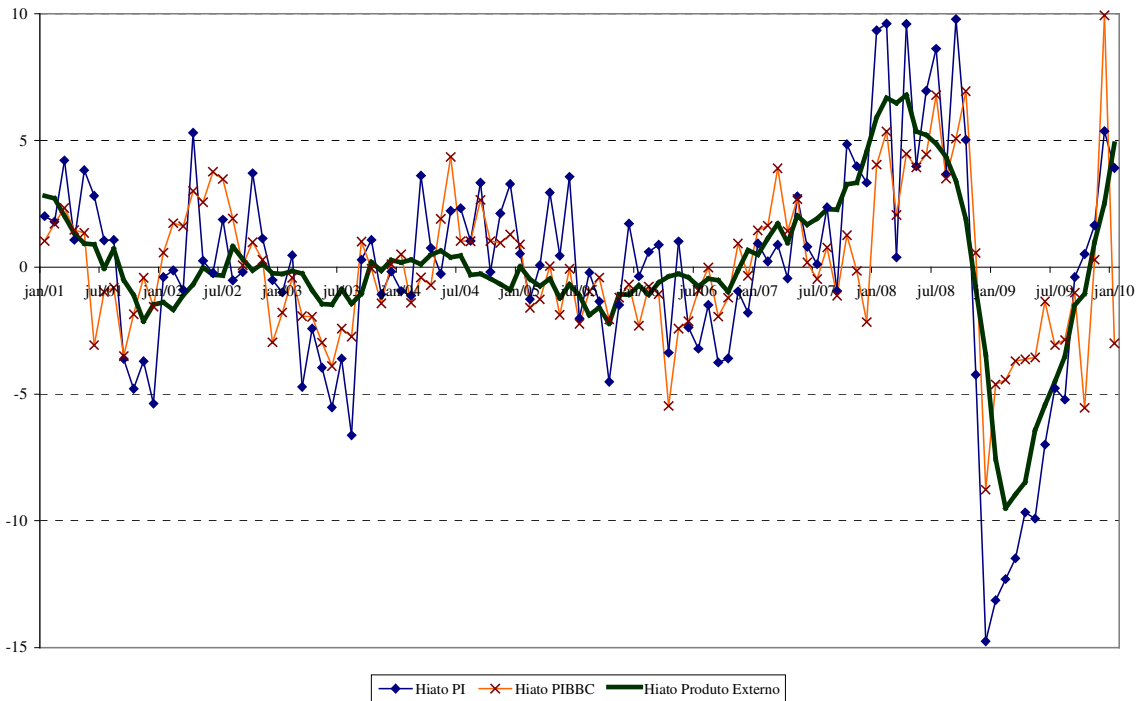
**Tabela 19 – Hiato do PI e Hiato do PIBBC**

ANO	Hiato do PI			Hiato do PIBBC		
	Média	Mediana	DP	Média	Mediana	DP
2001	0,035	1,081	3,436	-0,354	-0,610	1,938
2002	0,788	-0,158	1,927	1,424	1,680	1,838
2003	-2,268	-1,747	2,578	-1,537	-1,858	1,445
2004	1,353	1,583	1,701	1,025	1,033	1,530
2005	-0,127	-0,064	2,231	-0,947	-1,076	0,948
2006	-1,528	-1,637	1,780	-1,468	-1,130	1,611
2007	1,581	0,913	1,845	0,791	1,025	1,658
2008	4,000	5,992	7,314	3,203	4,251	4,168
2009	-5,526	-6,103	6,118	-1,959	-3,311	4,094

Para a segunda versão do Modelo IS, o hiato do produto externo foi obtido a partir da média dos índices de produção industrial de cinco países: Estados Unidos, Japão, Alemanha, Reino Unido e França, fixando o ano-base de 2002 (da mesma forma que no PI e no PIBBC). Com base na trajetória média, aplicou-se o filtro *Hodrick-Prescott* para obter-se o hiato do produto externo.

A Figura 18 mostra a série do hiato do produto externo, comparado aos hiatos do PI e do PIBBC.

<sup>75</sup> Como será visto nas seções seguintes, isso aumentará a volatilidade da TNJ.



**Figura 18 – Hiatos do Produto e Hiato do Produto Externo**

Para a série do hiato do produto externo, os valores mínimo e máximo foram  $-9,4977$  e  $6,8002$  (amplitude igual a  $16,2979$  – valor menor do que para as séries do hiato do PI e do hiato do PIBBC); o desvio-padrão da série para o período foi igual a  $2,8457$  (maior do que o desvio-padrão do hiato do PIBBC e menor do que o do hiato do PI).

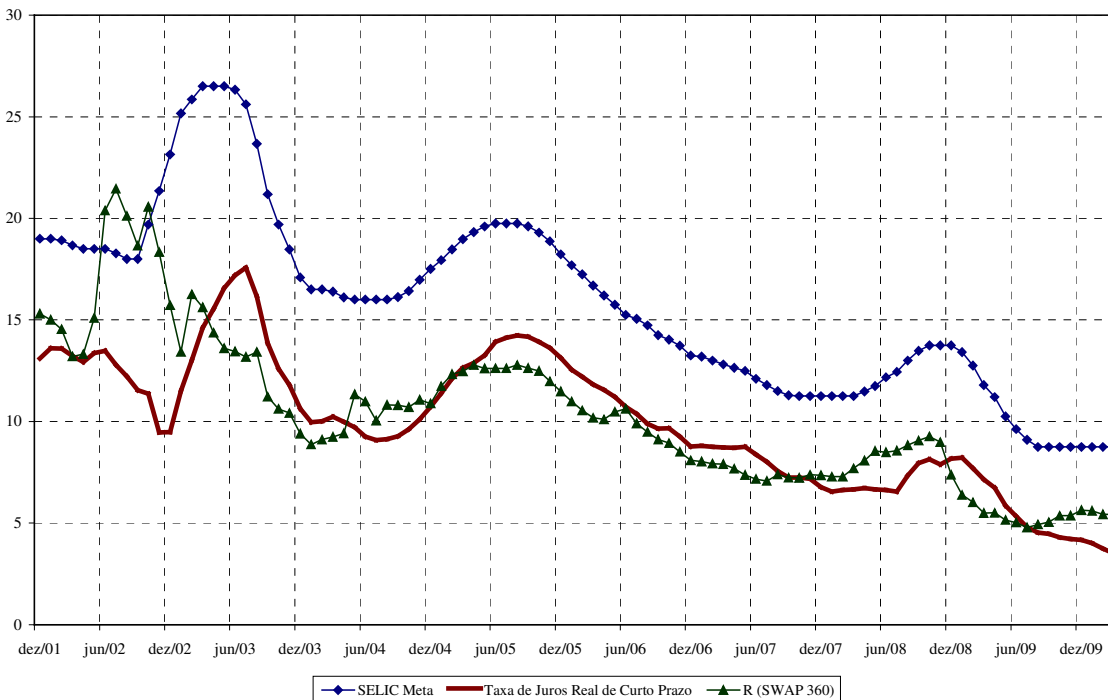
A correlação entre as séries do hiato do PI e do hiato do produto externo foi igual a  $0,8269$ , enquanto que a correlação entre as séries do hiato do PIBBC e do hiato do produto externo foi igual a  $0,6128$ .



### 3.3.2. Taxas de Juros e Inflação

As próximas variáveis a serem avaliadas são as taxas de juros. A Figura 19 apresenta as trajetórias das diversas taxas utilizadas (em %a.a.): SELIC (valor médio do mês para a meta da taxa de juros nominal); taxa de juros real de curto prazo (razão entre a taxa de juros nominal e a expectativa de inflação acumulada para os doze meses seguintes); e SWAP de 360 dias (média do período descontada da expectativa da inflação medida pela média mensal das expectativas diárias do IPCA para o os doze meses seguintes).

A taxa de juros real de curto prazo atinge seu valor máximo (17,6% a.a.) em julho de 2003. A partir desse mês ela inicia uma trajetória declinante até julho de 2004 quando começa a aumentar até atingir o valor de 14,2% a.a. em agosto de 2005. Deste ponto em diante, apresenta uma tendência declinante até atingir o valor de 3,5% a.a. em março de 2010, no último mês amostra.

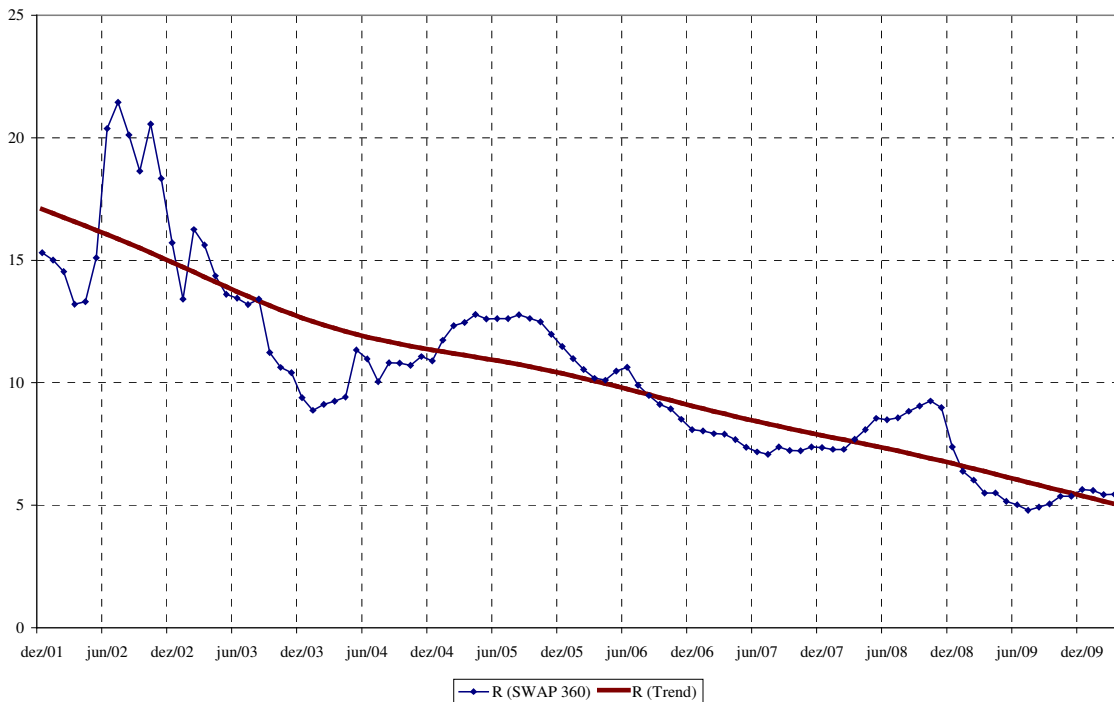


**Figura 19 – Taxas de Juros**

A taxa de juros real de longo prazo, medida pelo SWAP de 360 dias, tem trajetória semelhante à taxa de juros real de curto prazo a partir de 2004.

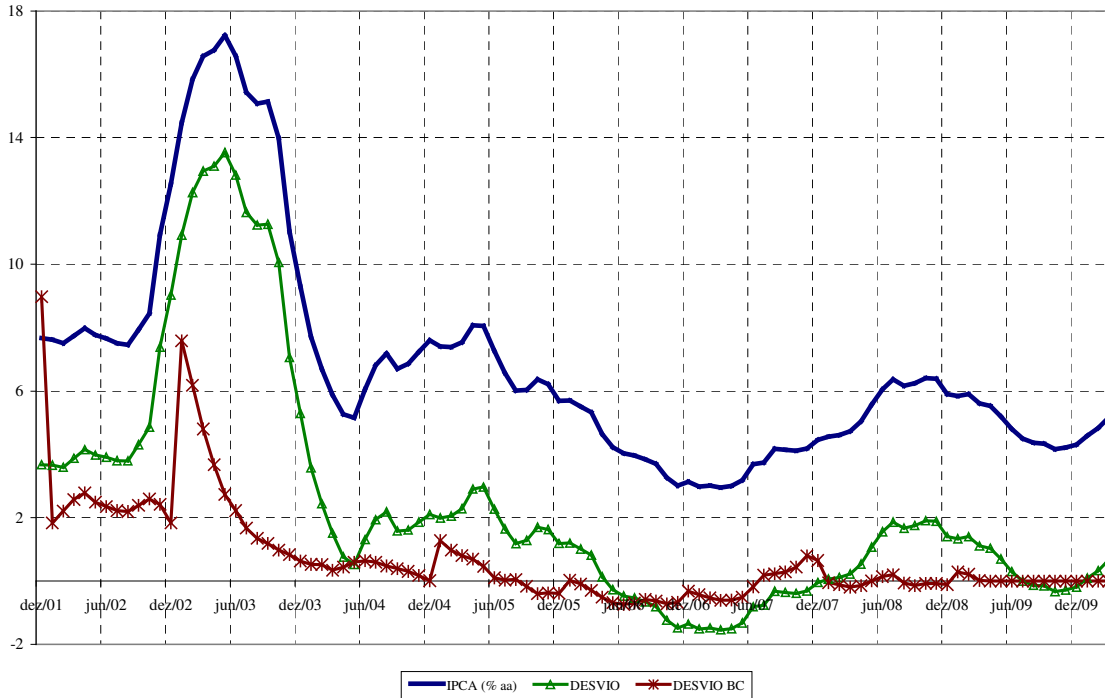
A Figura 20 mostra o resultado da aplicação do Filtro HP na série da taxa de juros real. Isso possibilita extrair a tendência da série.

A tendência da taxa de juros real de longo prazo é decrescente em todo período da amostra. A partir de dezembro de 2009, a taxa de juros real de longo prazo fica acima de sua tendência, o que sugere uma redução no ritmo de queda; nesse período, a taxa real de juros média ficou em 5,53% a.a..



**Figura 20 – Tendência da Taxa de Juros Real de Curto Prazo**

Finalmente, a Figura 21 mostra os desvios da inflação em relação à meta de fechamento anual da inflação. Essas séries de desvios serão usadas para avaliar o desempenho das trajetórias estimadas para a TNJ.



**Figura 21 – Inflação e Desvios em relação à Meta de Inflação**

O desvio da inflação foi obtido de duas maneiras: na primeira, pela diferença entre o valor do IPCA acumulado nos doze meses anteriores (taxa anualizada) e a meta de inflação definida para o ano (taxa anualizada); na segunda, foi adotado a ponderação utilizada por Minella *et al.* (2003). Na primeira, a meta de inflação para um mês é obtida pela interpolação entre a meta de inflação atual e a meta de inflação do ano anterior:

$$\pi_{jt}^* = \pi_{t-1}^* + \frac{\pi_t^* - \pi_{t-1}^*}{12} \cdot j \text{ ou } \pi_{jt}^* = \frac{12-j}{12} \pi_{t-1}^* + \frac{j}{12} \pi_t^*$$

onde

$\pi^*$  é a meta de inflação;

$j$  é o indexador do mês; e

$t$  é o indexador do ano.

Na segunda maneira, é feita uma média ponderada entre o desvio do mês e a expectativa do desvio para o mesmo mês no ano seguinte:

$$D_{jt} = \frac{12-j}{12} \cdot (E_{jt} \pi_t - \pi_t^*) + \frac{j}{12} \cdot (E_{jt} \pi_{t+1} - \pi_{t+1}^*)$$

onde

$D$  é a medida do desvio esperado da inflação em relação à meta;

A partir de 2005, a meta de inflação foi fixada em 4,5% a.a. e não foi mais alterada<sup>76</sup>. Antes disso, a meta foi de 8% a.a. em 1999, 6% a.a. em 2000, 4% a.a. em 2001 e 2003<sup>77</sup>, e de 5,5% a.a. em 2004<sup>78</sup>.

Observa-se que o desvio calculado da primeira forma inicialmente passa por um período estável, oscilando em torno de 4,2% a.a.. A partir de setembro de 2002, talvez em decorrência da instabilidade ocorrida pela eleição presidencial, inicia uma trajetória crescente e atinge seu valor máximo em maio de 2003 e depois inicia um período de queda até maio de 2004. Essa queda foi acelerada pelo aumento da meta de inflação em 2004 de 4,0% a.a. para 5,5% a.a.. Após maio de 2004, passa a ter um comportamento cíclico, assumindo valores negativos de maio de 2006 a dezembro de 2007 (nesse período, a inflação esteve abaixo de sua meta)<sup>79</sup>.

<sup>76</sup> Apenas a banda foi alterada: de 2,5 p.p. em 2005 para 2 p.p. a partir de 2006.

<sup>77</sup> Até 27 de junho de 2002, a meta de 2003 era de 3,25% a.a..

<sup>78</sup> Até 25 de junho de 2003, a meta de 2004 era de 3,75% a.a..

<sup>79</sup> Os meses de abril e maio de 2004 também apresentaram desvios negativos.

### 3.4. RESULTADOS

Esta seção é dedicada aos resultados das estimações dos parâmetros dos modelos. Além disso, serão comentados alguns procedimentos de estimação, tais como os modelos de espaço de estado e restrições aplicadas para possibilitar a estimação dos parâmetros pelos dois métodos utilizados.

A notação do *toolbox* E<sup>4</sup> do *software Matlab* para o sistema de equações de um modelo de espaço de estado é<sup>80</sup>:

$$\bar{x}_{t+1} = \Phi \cdot \bar{x}_t + \Gamma \cdot \bar{u}_t + E \cdot \bar{w}_t \quad (\text{Equações de Estado}) \quad [32]$$

$$\bar{z}_{t+1} = H \cdot \bar{x}_t + D \cdot \bar{u}_t + C \cdot \bar{v}_t \quad (\text{Equações de Medida}) \quad [33]$$

onde

$\bar{x}_t$  é um vetor com  $n$  variáveis de estado;

$\bar{u}_t$  é um vetor com  $r$  variáveis exógenas;

$\bar{z}_t$  é um vetor com  $m$  variáveis observáveis; e

$\bar{w}_t$  e  $\bar{v}_t$  são ruídos brancos, tais que  $E[\bar{w}_t] = \bar{0}$  e  $E[\bar{v}_t] = \bar{0}$  e

$$E \left[ \begin{pmatrix} \bar{w}_{t_1} \\ \bar{v}_{t_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{w}_{t_1}^T & \bar{v}_{t_2}^T \end{pmatrix} \right] = \begin{bmatrix} \bar{Q} & \bar{S} \\ \bar{S}^T & \bar{R} \end{bmatrix} \bar{\delta}_{t_1 t_2} \quad [34]$$

---

<sup>80</sup> Ver Terceiro *et al.* (1990).

### 3.4.1. Modelo de Estrutura a Termo

Seguindo a notação das expressões [32] e [33], as equações do modelo de espaço de estado para o modelo representado pelas equações [16] a [19] são<sup>81</sup>:

$$\begin{bmatrix} r_{t+1}^n \\ p_{t+1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \delta_1 \end{bmatrix}}_{\Phi} \cdot \begin{bmatrix} r_t^n \\ p_t \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \delta_0 \end{bmatrix}}_{\Gamma} \cdot [1] + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_E \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_t^m \\ \varepsilon_t^p \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} r_t \\ R_t \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}}_H \cdot \begin{bmatrix} r_t^n \\ p_t \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_D \cdot [1] + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_C \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_t^r \\ \varepsilon_t^R \end{bmatrix}$$

O modelo estimado pelo Filtro de Kalman apresentou os seguintes resultados<sup>82</sup>:

$$r_t = r_t^n + \varepsilon_t^r$$

$$R_t = r_t^n + p_t + \varepsilon_t^R$$

$$r_t^n = r_{t-1}^n + \varepsilon_t^m$$

$$p_t = \underset{0,0239}{0,0763} + \underset{0,0957}{0,7861} p_{t-1} + \varepsilon_t^p$$

com  $\sigma_m^2 = 0,3179$ ;  $\sigma_p^2 = 0,0869$ ;  $\sigma_r^2 = 1,3908$ ; e  $\sigma_R^2 = 4,8147$   
0,0933                      0,0293                      0,0509                      0,2285

A variância do choque da equação da taxa real de juros de longo prazo é relativamente alta quando comparada com a variância da equação da taxa real de juros de curto prazo. Os coeficientes da equação do prêmio de maturidade foram significativos ao nível de 5%.

<sup>81</sup> Também foi estimada por Filtro de Kalman uma versão considerando duas defasagens na equação do prêmio de maturidade. Os resultados não foram reportados porque foram incoerentes com o modelo (por exemplo, variâncias estatisticamente nulas, gerando relações determinísticas).

<sup>82</sup> Abaixo dos coeficientes estão os erros-padrões; com asterisco (\*), os coeficientes não significativos a 5%. No caso, todos os parâmetros foram significativos.

Para estimação bayesiana foi necessário impor a restrição de que  $\delta_0 = 0$ . Considerando as esperanças das posteriores estimadas, temos<sup>83</sup>:

$$r_t = r_t^n + \varepsilon_t^r$$

$$R_t = r_t^n + p_t + \varepsilon_t^R$$

$$r_t^n = r_{t-1}^n + \varepsilon_t^m$$

$$p_t = \underset{[0,9896;0,9999]}{0,9948} p_{t-1} + \varepsilon_t^p$$

com  $\sigma_m = \underset{[1,3218;1,9606]}{1,6448}$  ;  $\sigma_p = \underset{[1,3218;1,9606]}{1,6428}$  ;  $\sigma_r = \underset{[7,2954;10,6367]}{9,0121}$  ; e  $\sigma_R = \underset{[0,3822;0,7101]}{0,5520}$

Ao contrário da estimação pelo Filtro de Kalman, a variância do choque da equação da taxa real de juros de curto prazo foi maior do que a variância da equação da taxa real de juros de longo prazo.

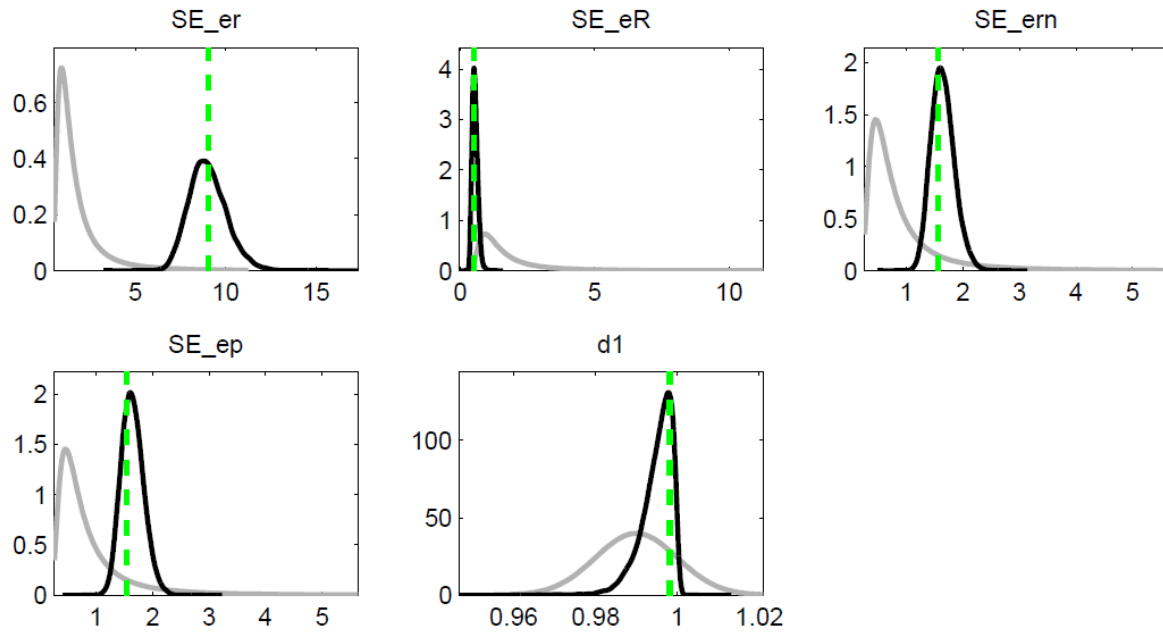
A Tabela 20 e a Figura 22 mostram as distribuições estimadas de cada um dos parâmetros<sup>84</sup>.

**Tabela 20 – Distribuições a Priori e a Posteriori**

Parâmetro	Média	Prior			Posterior	
		S.D.	Distr.	Range	Média	IC 95%
$\delta_1$	0,99	0,01	Normal	(-inf;inf)	0,9948	[0,9896;0,9999]
$\sigma_r$	2,00	inf	Gama Inv.	[0;inf)	9,0121	[7,2954;10,637]
$\sigma_R$	2,00	inf	Gama Inv.	[0;inf)	0,5520	[0,3822;0,7101]
$\sigma_m$	1,00	inf	Gama Inv.	[0;inf)	1,6448	[1,3050;1,9698]
$\sigma_p$	1,00	inf	Gama Inv.	[0;inf)	1,6428	[1,3218;1,9606]

<sup>83</sup> Abaixo dos coeficientes estão os intervalos de confiança a 95%; o *dynare* estima os erros-padrões dos choques.

<sup>84</sup> Em preto: posteriores; em cinza: priores; em tracejado verde: esperanças.

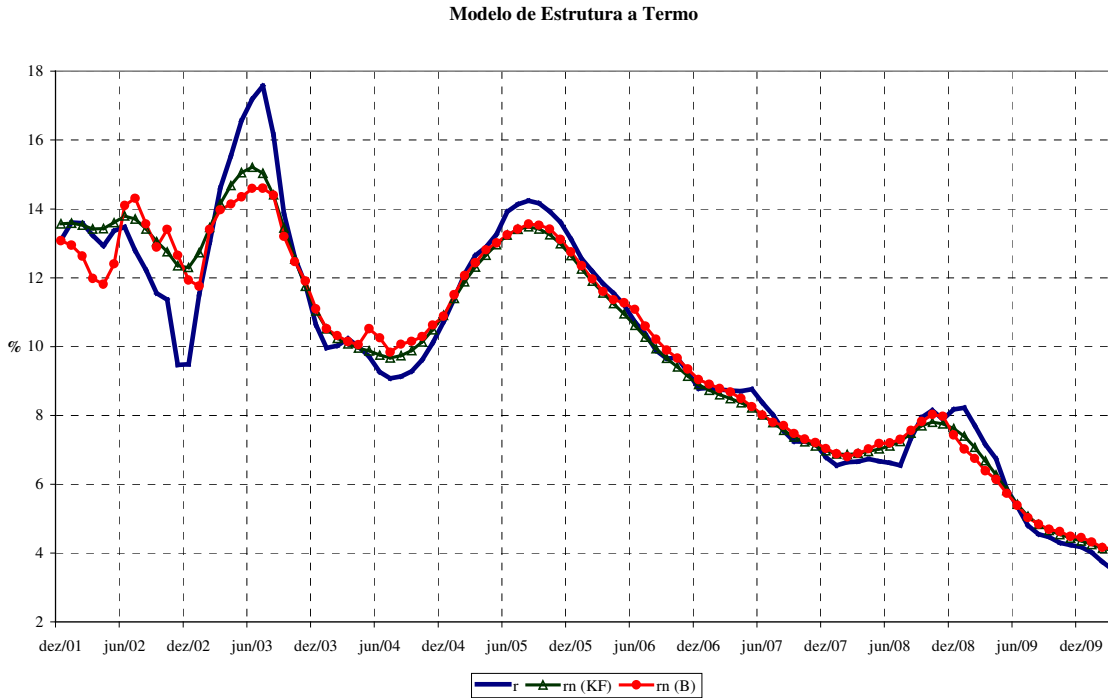


**Figura 22 – Modelo de Estrutura a Termo: Estimação Bayesiana – Distribuições a Posteriori**

O coeficiente do termo de primeira ordem na equação do prêmio de maturidade é maior no modelo estimado pelo procedimento bayesiano, sendo bem próximo de um (limite superior do intervalo de confiança é 0,9999).

A Figura 23 mostra a trajetória da TNJ e as trajetórias da taxa de juros real de curto prazo e da taxa de juros real de longo prazo.





**Figura 23 – Modelo de Estrutura a Termo: TNJ, Taxa de Juros Real de Curto Prazo e de Longo Prazo.**

Como era de se esperar, a TNJ é aproximadamente igual à taxa de juros real de curto prazo. A diferença é decorrente da existência do choque  $\varepsilon_t^r$  com variância igual a 0,3179, pelo Filtro de Kalman, e o erro padrão é igual a 1,6448 no caso da estimação bayesiana.

Nas duas trajetórias estimadas, a TNJ está acima da taxa real de juros de curto prazo após junho de 2009, o que sugere um período de política monetária expansiva.

### 3.4.2. Modelo “IS”

Esse modelo, cujas equações são representadas por [21] – [23], na forma de espaço de estado, fica:

$$[r_t^n] = \underbrace{[\theta]}_{\Phi} \cdot [r_{t-1}^n] + \underbrace{[0 \quad 0 \quad \mu_r]}_{\Gamma} \cdot \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ R_{t-1} \\ 1 \end{bmatrix} + \underbrace{[1]}_E \cdot [\varepsilon_t^r]$$

$$[x_t] = \underbrace{[-\lambda]}_H \cdot [r_{t-1}^n] + \underbrace{[\phi \quad \lambda \quad 0]}_D \cdot \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ R_{t-1} \\ 1 \end{bmatrix} + \underbrace{[1]}_C \cdot [\varepsilon_t^x]$$

Para estimar esse modelo, foi necessária uma restrição. Seguindo Laubach e Williams (2003), foi imposta uma restrição sobre a relação entre as variâncias dos choques das duas equações. Considerou-se, para as três especificações estimadas, que

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_m^2} = 1,44, \text{ no caso do hiato do PI,}$$

e

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_m^2} = 0,63, \text{ no caso do hiato do PIBBC,}$$

porque, no período em análise, correspondem à relação entre as variâncias das séries de hiato de produto e taxa real de juros.

Para o hiato do PI, o sistema fica:

$$r_t^n = -0,0700 + \underbrace{1,0000}_{0,4436(*)} r_{t-1}^n + \varepsilon_t^m$$

$$x_t = \underbrace{0,5660}_{0,0238} r_{t-1}^n + \underbrace{0,5181}_{0,0401} x_{t-1} - \underbrace{0,5660}_{0,0238} R_{t-1} + \varepsilon_t^x$$

com  $\sigma_m^2 = 3,8980$  e  $\sigma_x^2 = 5,6131$   
0,1858                      0,2676

Nesse caso (e para o PIBBC), o único coeficiente não significativo ao nível de 5% foi o termo independente.

Para o hiato do PIBBC:

$$r_t^n = -0,0087 + 1,0000 r_{t-1}^n + \varepsilon_t^m$$

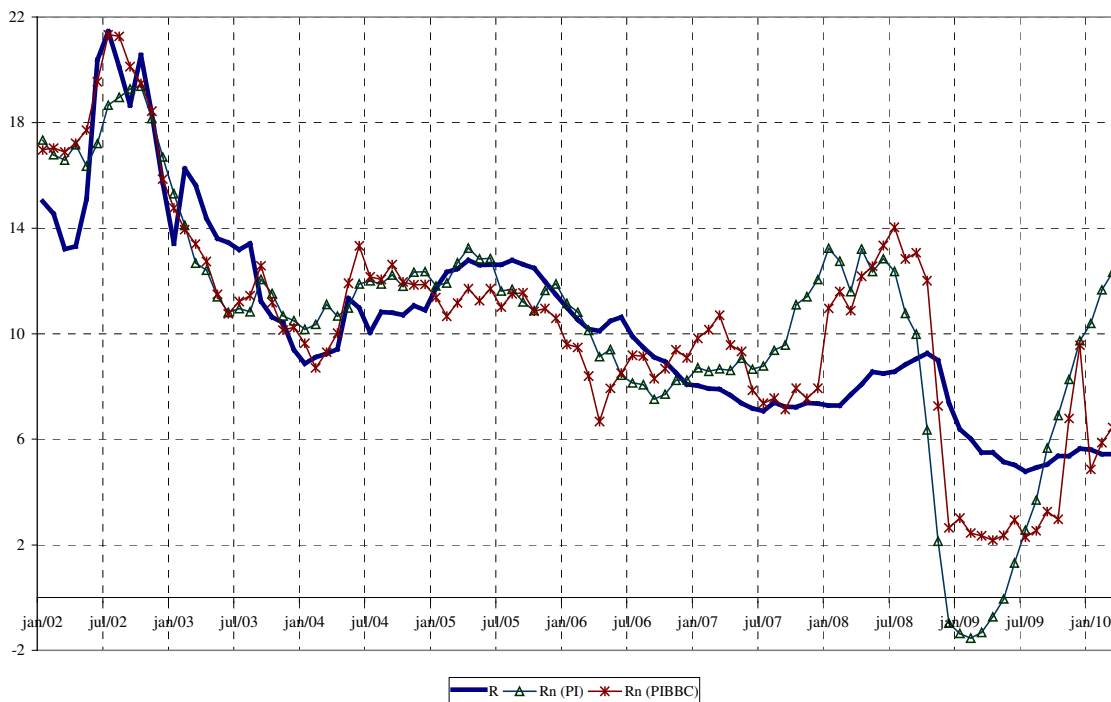
0,3355(\*)                      0,0341

$$x_t = 0,6694 r_{t-1}^n + 0,2932 x_{t-1} - 0,6694 R_{t-1} + \varepsilon_t^x$$

0,0209                      0,0618                      0,0209

com  $\sigma_m^2 = 3,5345$  e  $\sigma_x^2 = 2,2267$   
0,1440                      0,0907

A Figura 24 mostra as trajetórias da TNJ para os dois conjuntos de dados.



**Figura 24 – Modelo IS: TNJ para Hiato do PI e para o Hiato do PIBBC**

As trajetórias da TNJ estimadas usando o hiato do PI e o hiato do PIBBC são semelhantes; no período, os valores médios da TNJ foram 10,54% a.a. e 10,47% a.a., respectivamente. A diferença mais significativa diz respeito ao período após novembro de 2008, quando a queda da TNJ estimada usando o hiato do PI é mais acentuada, atingindo valores negativos (dezembro de 2008 a maio de 2009). Como consequência, a volatilidade da TNJ é maior no primeiro caso.

Uma tentativa de minimizar o efeito da queda do PI e do PIBBC em novembro de 2008, foi a inclusão do hiato do produto externo (equação [23a]) ou a inclusão de uma variável *dummy* para o período após a crise (equação [23.b]). Os resultados obtidos estão no Apêndice 2.

No modelo com a inclusão do hiato do produto externo, a TNJ estimada oscilou em um intervalo entre -11% a.a. e 47% a.a. no caso do PI e entre -17% a.a. e 40% a.a. no caso do PIBBC. Além disso, a TNJ apresentou alto desvio-padrão (89% do valor da TNJ média no caso do PI e 103% do valor da TNJ média no caso do PIBBC).

No caso da inclusão da variável *dummy* para a crise, os resultados foram piores tanto em relação ao intervalo de variação da TNJ, quanto em relação ao desvio padrão comparado a média (coeficiente de variação).

Uma alternativa para esse problema é tornar o hiato do produto endógeno. Isso será considerado no Modelo IS-Phillips.

### 3.4.3. Modelo IS-Phillips

Esse modelo, na forma de espaço de estado, fica:

$$\begin{bmatrix} r_t^n \\ y_t^n \\ x_t \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \beta_r & 0 & \beta_x \end{bmatrix}}_{\Phi} \cdot \begin{bmatrix} r_{t-1}^n \\ y_{t-1}^n \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\beta_r & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\Gamma} \cdot \begin{bmatrix} R_{t-1} \\ \pi_{t-1} \\ i_{t-2} \\ 1 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{E} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{Rn} \\ \varepsilon_t^{yn} \\ \varepsilon_t^x \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_{t-1} \\ \pi_t \\ i_{t-1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \alpha_x \\ (1-\gamma_i) & 0 & (1-\gamma_i)\gamma_x \end{bmatrix}}_{H} \cdot \begin{bmatrix} r_{t-1}^n \\ y_{t-1}^n \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_\pi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_i & 0 \end{bmatrix}}_{D} \cdot \begin{bmatrix} R_{t-1} \\ \pi_{t-1} \\ i_{t-2} \\ 1 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_t^y \\ \varepsilon_t^\pi \\ \varepsilon_t^i \end{bmatrix}$$

Nesse caso, para simplificar a representação, as equações [29] e [31] foram substituídas pela hipótese de que o produto natural é um passeio aleatório.

Para estimar os parâmetros pelo Filtro de Kalman, é necessário impor restrições sobre as variâncias dos choques de cada equação. Foram adotadas, consideradas as ordens de grandeza das variáveis, as seguintes relações (tanto para o PI, quanto para o PIBBC):

$$\frac{\sigma_{yn}^2}{\sigma_m^2} = 21,19; \quad \frac{\sigma_x^2}{\sigma_m^2} = 0,7292; \quad \frac{\sigma_{yn}^2}{\sigma_\pi^2} = 1,1281; \quad \text{e} \quad \frac{\sigma_{yn}^2}{\sigma_i^2} = 1,8048$$

Os resultados obtidos, considerando o hiato do PI, foram:

$$x_t = \underset{0,2299}{1,0000} x_{t-1} - \underset{0,3921(*)}{0,4543} R_{t-1} + \underset{0,3921(*)}{0,4543} r_{t-1}^n + \varepsilon_t^x$$

$$\pi_t = \underset{0,0275}{0,4062} \pi_{t-1} + \underset{0,2486}{0,4664} x_{t-1} + \varepsilon_t^\pi$$

$$i_t = \underset{0,0126}{0,9471} i_{t-1} + \underbrace{\left( \underset{0,0126}{1-0,9471} \right)}_{0,0529} \cdot r_t^n + \underbrace{\left( \underset{0,0126}{1-0,9471} \right)}_{0,0053} \cdot \underset{0,0037}{0,1006} x_t + \varepsilon_t^i$$

$$y_t^n = y_{t-1}^n + \varepsilon_t^{yn}$$

$$r_t^n = r_{t-1}^n + \varepsilon_t^{Rn}$$

$$\sigma_m^2 = 1,0000, \sigma_{yn}^2 = 21,19, \sigma_x^2 = 0,7292, \sigma_\pi^2 = 18,78 \text{ e } \sigma_i^2 = 11,74$$

0,0351
0,7713
0,0265
0,6837
0,4274

Os resultados sugerem que tanto o hiato do produto, quanto a inflação seriam processos autoregressivos de primeira ordem e não dependeriam dos demais termos (hiato de juros, no caso do hiato do produto, e hiato do produto, no caso da inflação).

No caso do hiato do PIBBC:

$$x_t = 1,0000 x_{t-1} - 0,3796 R_{t-1} + 0,3796 r_{t-1}^n + \varepsilon_t^x$$

0,2299
0,3921(\*)
0,3921(\*)

$$\pi_t = 0,2583 \pi_{t-1} + 0,6408 x_{t-1} + \varepsilon_t^\pi$$

0,0275
0,2486

$$i_t = 0,9273 i_{t-1} + \underbrace{\left(1 - 0,9273\right)}_{0,0727} r_t^n + \underbrace{\left(1 - 0,9273\right)}_{0,0126} \cdot \underbrace{0,1014}_{0,0037} x_t + \varepsilon_t^i$$

$$y_t^n = y_{t-1}^n + \varepsilon_t^{yn}$$

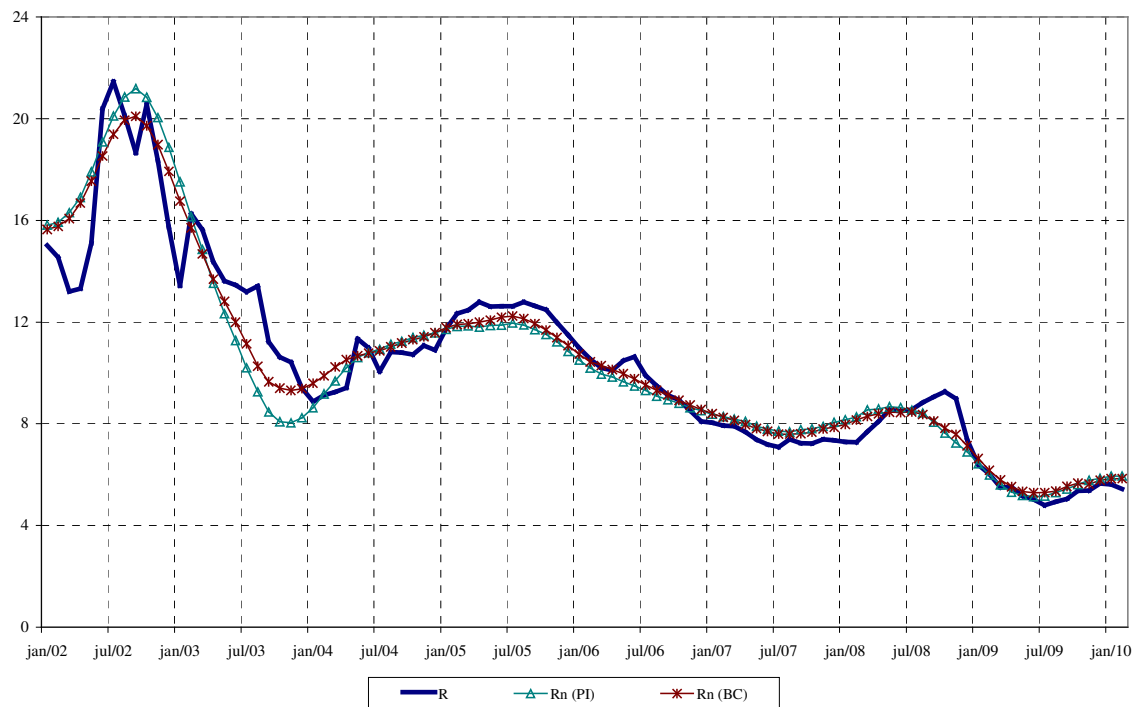
$$r_t^n = r_{t-1}^n + \varepsilon_t^{rn}$$

$$\sigma_m^2 = 1,0000, \sigma_{yn}^2 = 21,19, \sigma_x^2 = 0,7292, \sigma_\pi^2 = 18,78 \text{ e } \sigma_i^2 = 11,74$$

0,0351
0,7713
0,0265
0,6837
0,4274

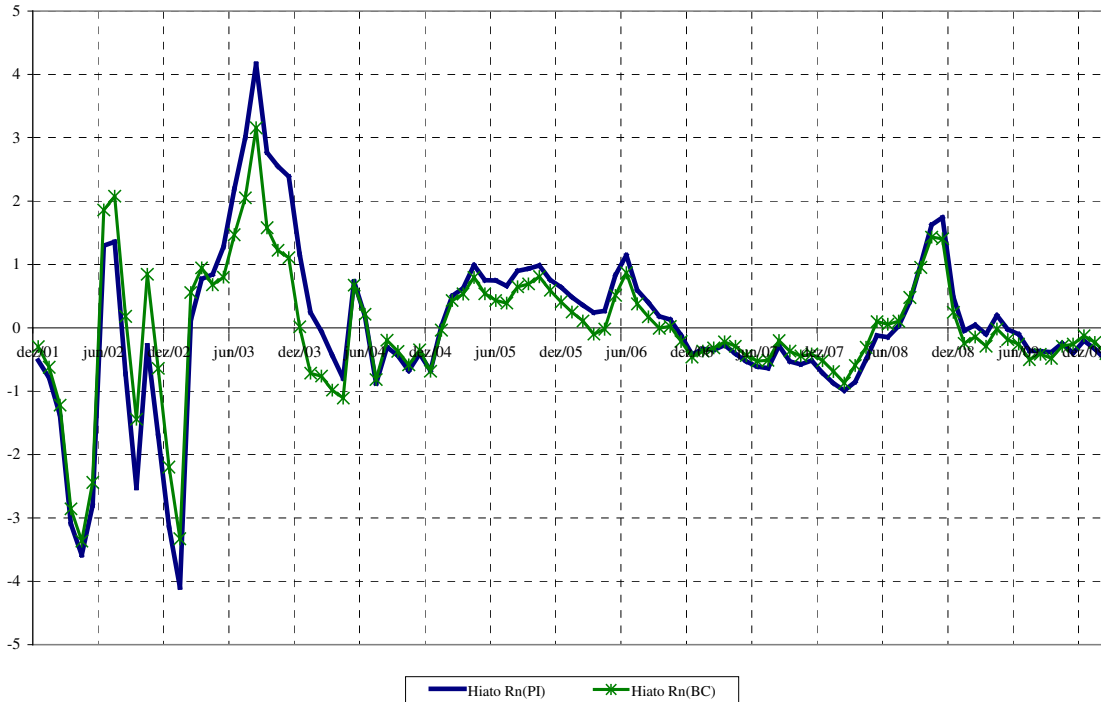
Os resultados são semelhantes aos da estimativa anterior, sugerindo uma robustez quanto à medida de hiato do produto.

As Figuras 25 e 26 mostram, respectivamente, as trajetórias da TNJ e o Hiato de Juros, para as duas medidas de produto (PI e PIBBC).



**Figura 25 – Modelo IS-Phillips: Filtro de Kalman e TNJ com Hiato do PI e Hiato do PIBBC**

As TNJs são trajetórias amortecidas da trajetória da taxa real de juros de curto prazo. Observa-se que a partir de junho de 2009 o hiato de juros é negativo, ou seja, a TNJ é maior do que a taxa real de juros de curto prazo, sugerindo uma política monetária expansionista.



**Figura 26 – Modelo IS-Phillips: Filtro de Kalman e Hiato de Juros**

Os hiatos de juros atingem seus pontos de mínimo em novembro de 2002 (-5,44%a.a., para o produto medido pelo PI; e -5,26%a.a., para o PIBBC) e de máximo em julho de 2003 (5,55%a.a., para o PI; e 5,96%a.a., para o PIBBC). Após janeiro de 2004, o hiato de juros não ultrapassa o limite de  $\pm 1,60\%$ a.a..

Utilizando estimação bayesiana e hiato do PI:

$$x_t = \underset{[0,9974;1,0000]}{0,9988} x_{t-1} - \underset{[0,3349;0,6814]}{0,4993} R_{t-1} + \underset{[0,3349;0,6814]}{0,4993} r_{t-1}^n + \varepsilon_t^x$$

$$\pi_t = \underset{[0,9484;0,9922]}{0,9698} \pi_{t-1} + \underset{[0,0003;0,0034]}{0,0019} x_{t-1} + \varepsilon_t^\pi$$

$$i_t = \underset{[0,5080;0,7760]}{0,6404} i_{t-1} + \underbrace{\left(1 - \underset{[0,5080;0,7760]}{0,6404}\right)}_{0,3596} \cdot r_t^n + \underbrace{\left(1 - \underset{[0,5080;0,7760]}{0,6404}\right)}_{0,0142} \cdot \underset{[0,0195;0,0603]}{0,0396} x_t + \varepsilon_t^i$$

$$y_t = x_t + y_t^n$$



$$y_t^n = \frac{1}{1200} \cdot a_t$$

$$r_t^n = r_{t-1}^n + \varepsilon_t^m$$

$$a_t = a_{t-1} + \varepsilon_t^a$$

com  $\sigma_m = 0,9624$  ;  $\sigma_x = 3,4749$  ;  $\sigma_\pi = 0,6654$  ;  $\sigma_i = 5,0789$  ; e  $\sigma_a = 3,6697$   
[0,8571;1,0703]      [3,1142;3,8850]      [0,5926;0,7437]      [4,4544;5,6285]      [0,9478;7,1864]

Em relação à estimação realizada com o Filtro de Kalman, os coeficientes dos termos autoregressivos são maiores no caso bayesiano, indicando maior persistência, e não há problemas com as significâncias dos demais coeficientes.

A Tabela 21 e a Figura 27 trazem informações sobre as distribuições à priori utilizadas e os resultados das distribuições a posteriori.

**Tabela 21 – Distribuições a Priori e a Posteriori**

Parâmetro	Média	Prior			Posterior	
		S.D.	Distr.	Range	Média	IC 95%
$\alpha_x$	0,00	0,05	Normal	(-inf;inf)	0,0019	[0,0003;0,0034]
$\alpha_\pi$	0,90	0,05	Normal	(-inf;inf)	0,9698	[0,9484;0,9922]
$\beta_x$	0,90	0,05	Normal	(-inf;inf)	0,9988	[0,9974;1,0000]
$\beta_R$	0,50	0,10	Normal	(-inf;inf)	0,4993	[0,3449;0,6814]
$\gamma_x$	0,10	0,05	Normal	(-inf;inf)	0,0396	[0,0195;0,0603]
$\gamma_i$	0,50	0,10	Normal	(-inf;inf)	0,6404	[0,5080;0,7760]
$\sigma_{Rn}$	1,00	inf	Gama Inv.	[0;inf)	0,9624	[0,8571;1,0703]
$\sigma_x$	4,00	inf	Gama Inv.	[0;inf)	3,4749	[3,1142;3,8850]
$\sigma_a$	4,00	inf	Gama Inv.	[0;inf)	3,6697	[0,9478;7,1864]
$\sigma_\pi$	1,00	inf	Gama Inv.	[0;inf)	0,6654	[0,5926;0,7437]
$\sigma_i$	4,00	inf	Gama Inv.	[0;inf)	5,0789	[4,4544;5,6285]

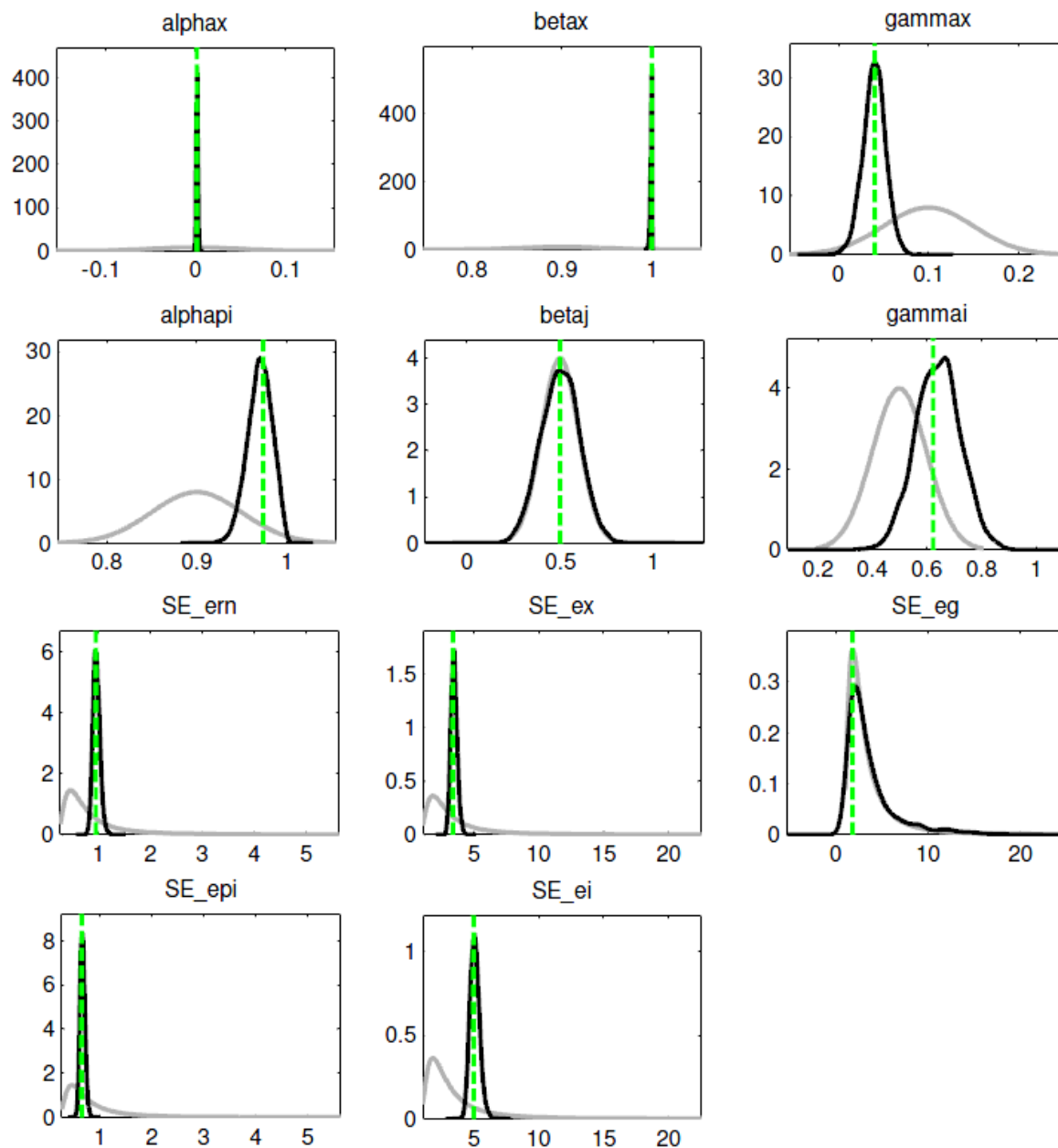


Figura 27 – Modelo IS-Phillips: Estimação Bayesiana com Hiato do PI

Para o hiato do PIBBC:

$$x_t = \underset{[0,9984;1,0000]}{0,9992} x_{t-1} - \underset{[0,3185;0,6536]}{0,4991} R_{t-1} + \underset{[0,3185;0,6536]}{0,4991} r_{t-1}^n + \varepsilon_t^x$$

$$\pi_t = \underset{[0,95205;0,9931]}{0,9715} \pi_{t-1} + \underset{[0,0003;0,0030]}{0,0017} x_{t-1} + \varepsilon_t^\pi$$

$$i_t = \underset{[0,5066;0,7832]}{0,6412} i_{t-1} + \underbrace{\left(1 - \underset{[0,5066;0,7832]}{0,6412}\right)}_{0,3588} \cdot r_t^n + \underbrace{\left(1 - \underset{[0,5066;0,7832]}{0,6412}\right)}_{0,0136} \cdot \underset{[0,0181;0,0579]}{0,0379} x_t + \varepsilon_t^i$$

$$y_t = x_t + y_t^n$$

$$y_t^n = \frac{1}{1200} \cdot a_t$$

$$r_t^n = r_{t-1}^n + \varepsilon_t^m$$

$$a_t = a_{t-1} + \varepsilon_t^g$$

com  $\sigma_m = \underset{[0,8443;1,0634]}{0,9628}$  ;  $\sigma_x = \underset{[2,5330;3,1787]}{2,8586}$  ;  $\sigma_\pi = \underset{[0,5949;0,7508]}{0,6677}$  ;  $\sigma_i = \underset{[4,5031;5,6684]}{5,0800}$  ; e  $\sigma_a = \underset{[0,9414;8,9248]}{4,1301}$

Os resultados são semelhantes aos do modelo com produto medido pelo PI. A Tabela 22 e a Figura 28 trazem informações sobre as distribuições utilizadas para obter as distribuições a posteriori dos coeficientes das equações.

Tabela 22 – Distribuições a Priori e a Posteriori

Parâmetro	Média	Prior			Posterior	
		S.D.	Distr.	Range	Média	IC 95%
$\alpha_x$	0,00	0,05	Normal	(-inf;inf)	0,0017	[0,0003;0,0030]
$\alpha_\pi$	0,90	0,05	Normal	(-inf;inf)	0,9715	[0,9520;0,9931]
$\beta_x$	0,90	0,05	Normal	(-inf;inf)	0,9992	[0,9984;1,0000]
$\beta_R$	0,50	0,10	Normal	(-inf;inf)	0,4991	[0,3185;0,6536]
$\gamma_x$	0,10	0,05	Normal	(-inf;inf)	0,0379	[0,0181;0,0579]
$\gamma_i$	0,50	0,10	Normal	(-inf;inf)	0,6412	[0,5066;0,7832]
$\sigma_{Rn}$	1,00	inf	Gama Inv.	[0;inf)	0,9628	[0,8443;1,0634]
$\sigma_x$	4,00	inf	Gama Inv.	[0;inf)	2,8586	[2,5330;3,1787]
$\sigma_a$	4,00	inf	Gama Inv.	[0;inf)	4,1301	[0,9414;8,9248]
$\sigma_\pi$	1,00	inf	Gama Inv.	[0;inf)	0,6677	[0,5949;0,7508]
$\sigma_i$	4,00	inf	Gama Inv.	[0;inf)	5,0800	[4,5031;5,6684]

Para estimar as distribuições dos coeficientes das equações no caso do produto medido pelo PIBBC, foram usadas as mesmas distribuições a priori no caso do produto medido pelo PI.

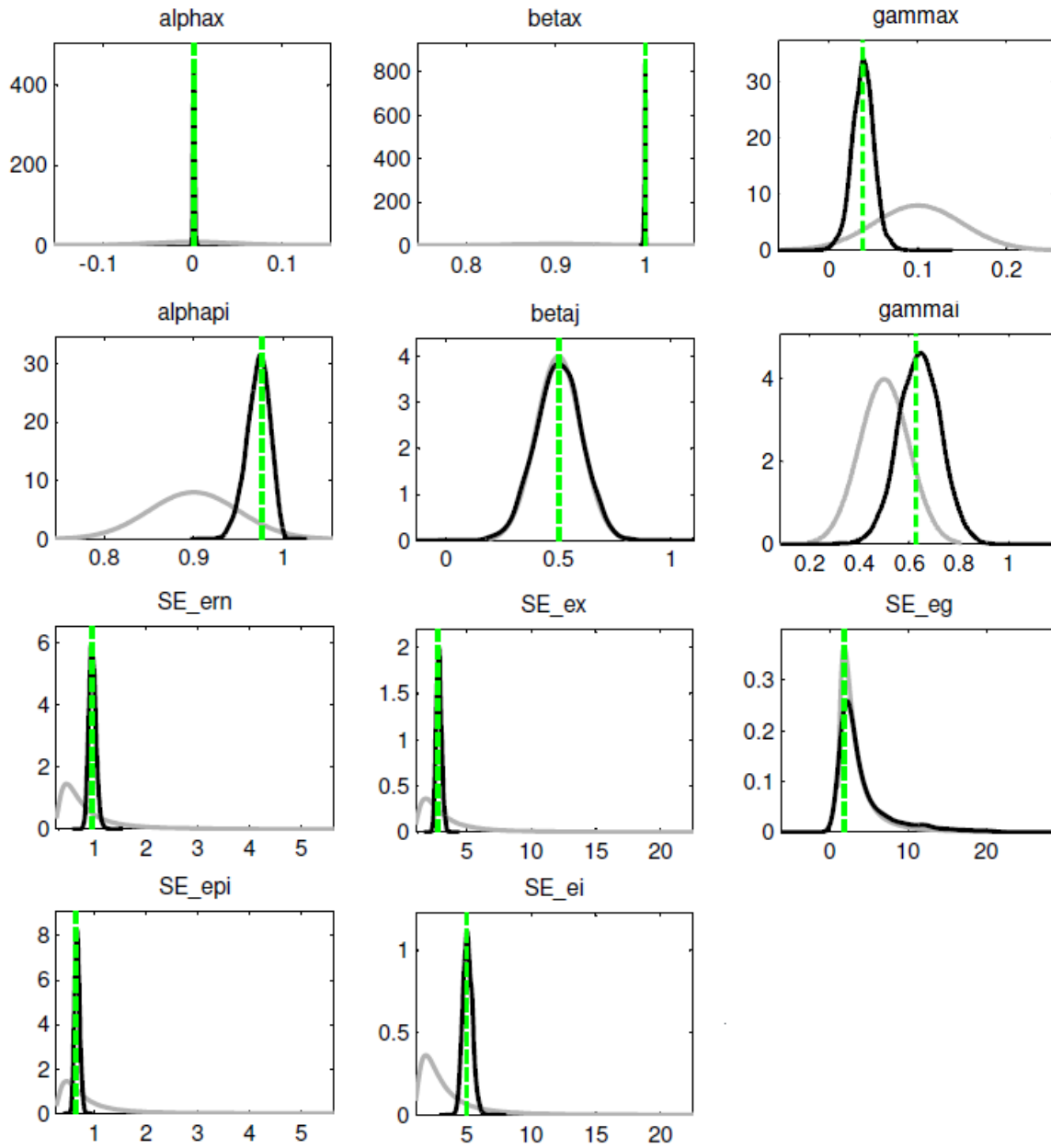


Figura 28 – Modelo IS-Phillips: Estimação Bayesiana com Hiato do PIBBC

As Figuras 29 e 30 mostram, respectivamente, as trajetórias da TNJ e o Hiato de Juros, para as duas medidas de hiato de juros (PI e PIBBC). Até junho de 2005, os hiatos de juros estimados pelo Filtro de Kalman e por métodos bayesianos têm trajetórias semelhantes. De fevereiro de 2005 a janeiro de 2008, os hiatos de juros estimados por métodos bayesianos ficam positivos (taxa real de juros de curto prazo maior do que a TNJ) enquanto que os hiatos de juros estimados pelo Filtro de Kalman ficam positivos de janeiro de 2006 a agosto do mesmo ano, permanecendo negativos até julho de 2008.

No período final, a partir de junho de 2009, quando o hiato de juros estimado pelo Filtro de Kalman torna-se negativo, o hiato de juros estimado por métodos bayesianos é positivo, não havendo concordância nos resultados.

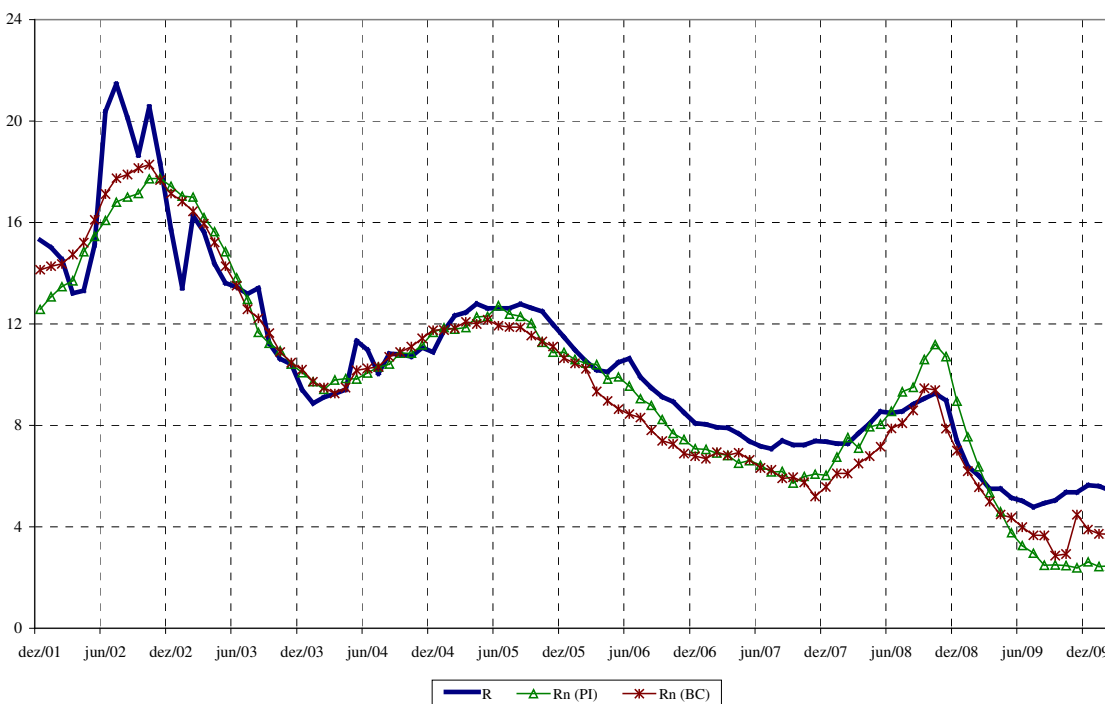


Figura 29 – Modelo IS-Phillips: Estimação Bayesiana e TNJ com Hiato do PI e Hiato do PIBBC

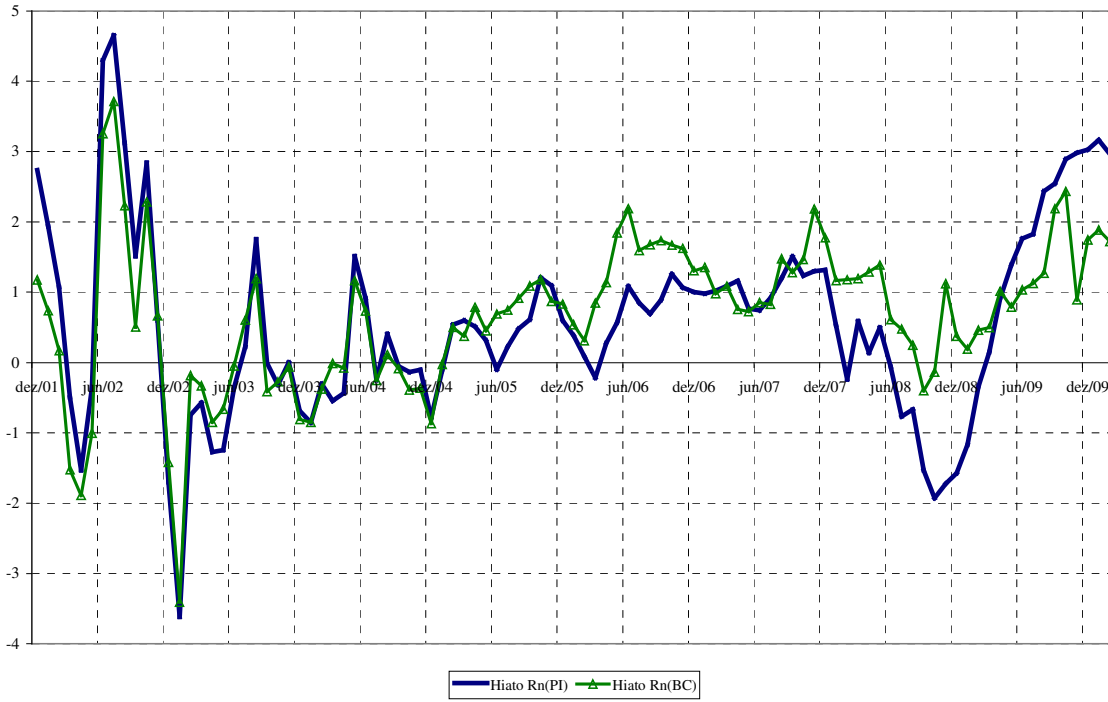


Figura 30 – Modelo IS-Phillips: Estimação Bayesiana e Hiato de Juros

### 3.4.4. Hiato de juros e o desvio da inflação em relação à sua meta

As Figuras 31 e 32 mostram os gráficos da TNJ estimadas para os meses de janeiro de 2008 a fevereiro de 2010 usando, respectivamente, o PI e o PIBBC como medidas do produto.

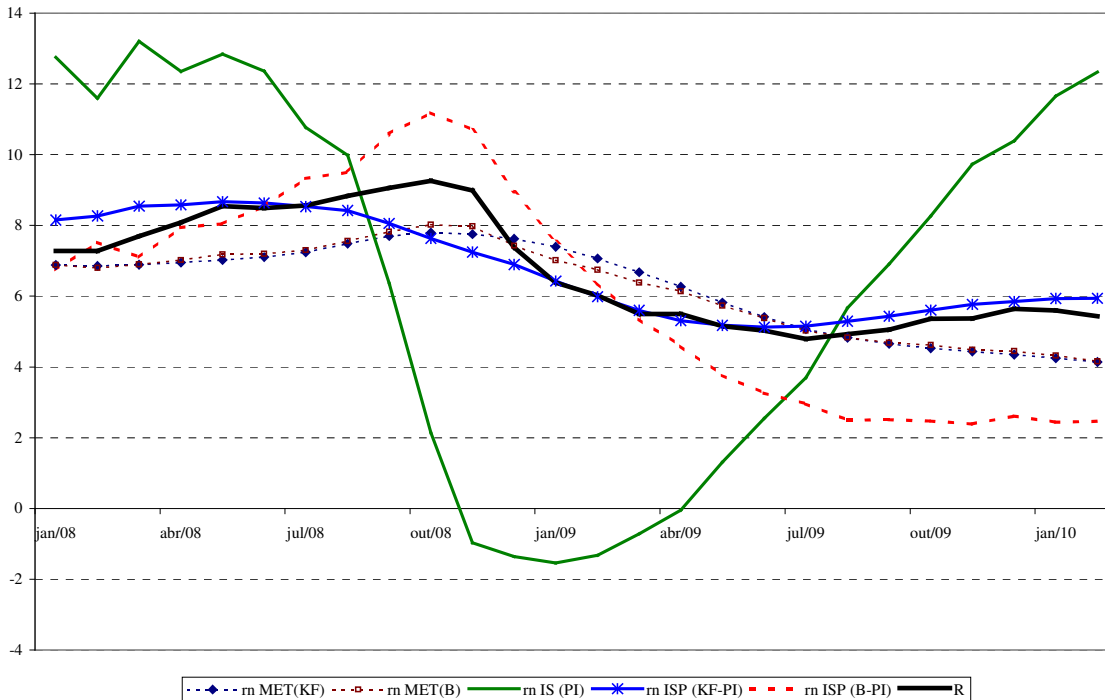
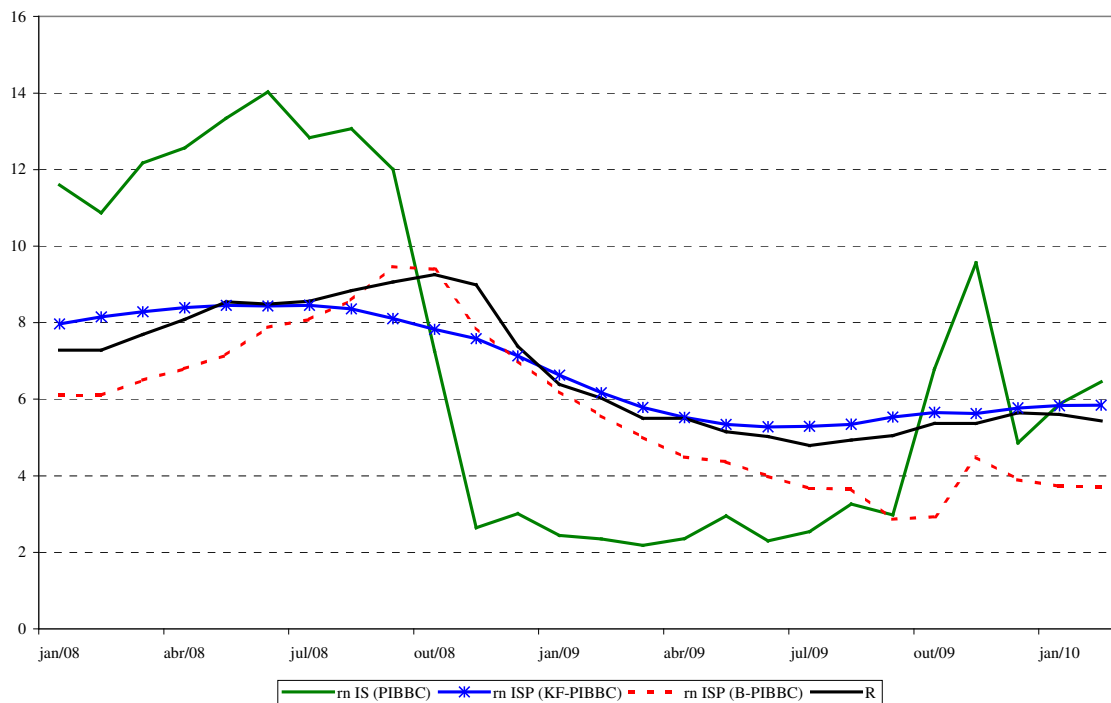


Figura 31 – Taxa de Juros Real de Longo Prazo e TNJ – Estrutura a Termo, IS e IS-Phillips (PI)





**Figura 32 – Taxa de Juros Real de Longo Prazo e TNJ – IS e IS-Phillips (PI)**

Para avaliar a qualidade dos modelos, Basdevant *et al.* (2004) sugere que se avalie a relação entre o desvio da inflação em relação à meta de inflação definida pelo BACEN e defasagens do hiato de juros.

Foi estimada, para cada modelo, uma equação em que o desvio é função linear de um termo autoregressivo de primeira ordem<sup>85</sup> e de defasagens do hiato de juros. A especificação inicial considerava doze defasagens (dependência de um ano):

$$D_t = \phi \cdot D_{t-1} + \sum_{i=1}^{12} \theta_i j_{t-i} + \varepsilon_t$$

onde

$D$  é o desvio pelas duas medidas na seção 3.3.2.; e

<sup>85</sup> Ver Neiss e Nelson (2003).

$j$  é o hiato de juros.

Os termos de maior ordem do hiato de juros foram sendo excluídos até que fossem significativos ao nível de 5%; depois foram excluídos os termos intermediários, desde que o termo de maior ordem não deixasse de ser significativo. Os resultados obtidos das equações estimadas estão no Apêndice 2.

Para determinar qual o melhor modelo, foi definido o “Impacto de Longo Prazo”, como

$$ILP = \frac{\sum_{i=1}^n \theta_i^*}{1 - \phi}$$

onde

$\theta^*$  são os parâmetros significativos ao nível de 5%.

O melhor modelo é o que apresenta o menor valor para o impacto de longo prazo<sup>86</sup>.

A Tabela 23 apresenta uma comparação entre os resultados obtidos nas duas formas de medida de desvio.

**Tabela 23 – Desvio e Defasagens do Hiato de Juros**

<i>Modelo</i>	<i>Estimação</i>	<i>Hiato Produto</i>	<i>Desvio 1</i>		<i>Desvio 2</i>	
			<i>Impacto de Longo Prazo</i>	<i>R<sup>2</sup></i>	<i>Impacto de Longo Prazo</i>	<i>R<sup>2</sup></i>
Estrutura a Termo	Kalman		6,401	0,978	9,204	0,945
	Bayes		35,940	0,978	4,561	0,944
IS	Kalman	PI	9,556	0,969	1,437	0,930
		PIBBC	0,000	0,968	1,830	0,929
Kirker	Kalman	PI	7,981	0,984	3,550	0,953
		PIBBC	17,129	0,981	7,336	0,945
	Bayes	PI	0,000	0,968	<b>-4,996</b>	0,942
		PIBBC	0,000	0,968	<b>-3,051</b>	0,928

<sup>86</sup> Espera-se que o impacto de longo prazo seja negativo.

Para as duas medidas de desvio, somente o Modelo IS-Phillips estimado pelo procedimento bayesiano apresentou impacto de longo prazo negativo. Os demais modelos apresentam impacto de longo prazo positivo, sendo desconsiderados nesse critério de avaliação.

Uma outra forma de avaliar os modelos é calculando a correlação entre a inflação e o hiato de juros. Neste caso, espera-se que para um alto valor de hiato de juros, a inflação seja baixa, e que o melhor modelo seria aquele com a correlação mais próxima de  $-1$ .

A Tabela 24 traz as correlações entre a TNJ e as inflações futuras.

**Tabela 24 – Correlações entre TNJ e inflação**

<b>Modelo (Estimação)</b>	$\Pi_t$	$\Pi_{t+1}$	$\Pi_{t+2}$	$\Pi_{t+3}$	$\Pi_{t+4}$	$\Pi_{t+5}$	$\Pi_{t+6}$
Estrutura a Termo (KF)	0,134	0,041	<b>-0,062</b>	<b>-0,175</b>	<b>-0,295</b>	<b>-0,409</b>	<b>-0,503</b>
Estrutura a Termo (B)	0,286	0,201	0,103	<b>-0,007</b>	<b>-0,124</b>	<b>-0,239</b>	<b>-0,334</b>
IS (KF com PI)	0,193	0,161	0,127	0,089	0,046	0,007	<b>-0,026</b>
IS (KF com PIBBC)	0,181	0,147	0,115	0,077	0,021	<b>-0,031</b>	<b>-0,076</b>
Kirker (KF com PI)	0,171	0,062	<b>-0,048</b>	<b>-0,152</b>	<b>-0,232</b>	<b>-0,296</b>	<b>-0,357</b>
Kirker (KF com PIBBC)	0,203	0,134	0,059	<b>-0,015</b>	<b>-0,069</b>	<b>-0,117</b>	<b>-0,175</b>
Kirker (B com PI)	<b>-0,353</b>	<b>-0,314</b>	<b>-0,263</b>	<b>-0,200</b>	<b>-0,116</b>	<b>-0,023</b>	0,056
Kirker (B com PIBBC)	<b>-0,502</b>	<b>-0,468</b>	<b>-0,422</b>	<b>-0,375</b>	<b>-0,311</b>	<b>-0,245</b>	<b>-0,195</b>

Nesse caso, o modelo com melhor desempenho foi o Modelo IS-Phillips, estimado por método bayesiano (apenas uma correlação entre o hiato de juros e a inflação defasada). O Modelo IS-Phillips estimado pelo Filtro de Kalman obteve desempenho levemente inferior ao modelo de Estrutura a Termo.

O Modelo IS-Phillips estimado pelo método bayesiano apresentou o melhor desempenho nos dois critérios de avaliação. Para esse modelo, a TNJ estimada para fevereiro de 2010 foi igual a 2,47% a.a., no caso do hiato do produto medido pelo PI, e 3,71% a.a., no caso do hiato do produto medido pelo PIBBC. Nas duas situações, o hiato de juros é positivo (taxa de juros de longo prazo igual a 5,43% a.a.).

### 3.5. CONCLUSÃO

Neste capítulo, foram sugeridos três modelos na forma de espaço de estado para estimar a TNJ no Brasil utilizando-se Filtro de Kalman e procedimentos Bayesianos. Esses modelos foram descritos na literatura e sofreram alguns ajustes para poderem ser aplicados em nossa realidade.

O primeiro modelo, o Modelo de Estrutura a Termo, considera a relação da taxa real de juros de curto prazo e a taxa real de juros de longo prazo. A TNJ é o termo comum entre essas taxas de juros e a diferença entre elas é dada pelo prêmio de maturidade. O resultado desse modelo foi o de que a TNJ é uma versão atenuada da taxa real de juros de curto prazo.

O modelo seguinte, o Modelo IS, tem como base uma equação para a curva IS e considera o hiato do produto como variável exógena. Esse modelo demonstrou ser muito sensível a forma como o hiato do produto é definido. Isso pode ser percebido com a queda do produto no final de 2008. A TNJ, após esse período, chegou a atingir valores negativos.

Uma tentativa de minimizar esse problema foi a introdução do produto externo ou de uma *dummy* para a crise na equação da curva IS. Isso não surtiu o efeito desejado e foi necessário acrescentar equações ao modelo.

O último modelo, o Modelo IS-Phillips, considera o hiato do produto e, por consequência, o produto natural como variáveis de estado (o hiato do produto deixa de ser exógeno e passa a ser endógeno). Há a necessidade de se incluir duas equações, no caso a curva de Phillips e uma regra de Taylor. Os resultados foram divergentes. Enquanto na estimação pelo Filtro de Kalman a TNJ nos seis últimos meses da amostra foi maior do que a taxa real de juros de curto prazo, no caso da estimação bayesiana, a TNJ esteve abaixo da taxa real de juros de curto prazo. Houve, assim, a necessidade de se avaliar o desempenho dos modelos.

O modelo com melhor desempenho nos dois critérios usados (sugerido por Badesvant *et al.* (2004) e correlações entre TNJ e inflações futuras) foi o Modelo IS-Phillips estimado pelo método bayesiano.

A partir de março de 2009, a TNJ estimada por esse modelo (para as suas medidas de hiato do produto – PI e PIBBC) é menor do que a taxa real de juros de longo prazo. Isso sugere uma política monetária contracionista.



## 4 CONCLUSÃO

Nesta Tese, foram analisados dois assuntos referentes à política monetária: o mercado de reservas e a taxa natural de juros.

O Capítulo 2 foi dedicado ao mercado de reservas, mais especificamente a duas linhas de crédito, o redesconto intradia e o redesconto *over*. Nesse capítulo foi proposto um procedimento para se estimar as probabilidades de utilização de redesconto *over* e de recursos intradiários.

Esse procedimento tinha como base a hipótese de que o SRB segue um processo de Lévy composto por um BM e dois CPPs, um para os lançamentos negativos e outro para os lançamentos positivos; o procedimento consistia na simulação desse processo de Lévy com base em parâmetros estimados.

Na seção 2.2.2 pode ser visto que dependendo dos valores dos parâmetros, o processo de Lévy poderia ser visto como um BM ou apenas como dois CPPs (negativo e positivo). O tratamento tradicional seria a estimação dos parâmetros por máxima verossimilhança. Como comentado anteriormente, podem ocorrer problemas de convergência no procedimento de maximização da função de verossimilhança. Assim, a possibilidade de poder considerar o processo decomposto simplificou a estimação dos parâmetros.

As séries foram tratadas, então, como BM “puro” ou CPP “puro” ou como a composição das duas. Tanto no primeiro como no segundo caso, foram utilizados procedimentos simples de estimação. No caso do CPP “puro” ainda foi utilizado o Modelo Tweedie, que faz parte da família dos modelos de dispersão exponencial. No terceiro caso, foi utilizado um Filtro para separar as componentes BM e CPPs e sua configuração foi a mais simples possível (corte entre os processos foi exógeno).

Além dessas estimações paramétricas, foi utilizado o *Bootstrap* na forma convencional e em uma forma alternativa. A forma alternativa foi sugerida por que o *Bootstrasp* convencional poderia ser aplicado em séries temporais por causa das autocorrelações.

Esses procedimentos foram aplicados em três bancos. O primeiro, chamado de “Banco Grande”, é um banco com exigibilidade em depósitos à vista e com muitos lançamentos em suas reservas (aproximadamente 2900 lançamentos por dia). O segundo banco, “Banco Médio”, também precisa tem exigibilidade em depósitos à vista, mas há poucos lançamentos em suas reservas (aproximadamente 120 lançamentos por dia). O “Banco Pequeno” não possuía exigibilidade em depósitos à vista e realizava poucas operações por dia (aproximadamente 170 lançamentos por dia).

Os principais resultados obtidos foram:

- a) O modelo que melhor se ajustou ao Banco Grande e ao Banco Médio foi o modelo CPP “puro”;
- b) No caso do Banco Pequeno, o modelo CPP “puro” mostrou-se inadequado tendo apresentado o pior resultado; nesse caso o melhor desempenho foi do *Bootstrap* alternativo;
- c) Os modelos testados não levaram em consideração as correlações temporais (o *Bootstrap* alternativo tenta implementar isso); isso não pareceu ser relevante na qualidade dos resultados;
- d) A qualidade da estimação da distribuição do SRB de fechamento depende da estimação da volatilidade intradiária;

Uma primeira sugestão para a sequência do trabalho é a de avaliar a possibilidade de implementação de estimadores paramétricos para estimar simultaneamente os parâmetros do processo de Lévy (não como foi feito de forma arbitrária nesse trabalho). Apesar de ter resultados em posições intermediárias e problemas de convergência, a possibilidade de que o procedimento determine endogenamente se o processo é um BM “puro” ou um CPP “puro” ou a composição dos dois parece ser mais interessante.



Outra possibilidade é melhorar a avaliação do comportamento do banco tendo como base a natureza das operações que este realiza. Alguns bancos realizam alguns conjuntos de operações de forma rotineira, o que reduz o caráter aleatório do lançamento (no que diz respeito ao valor e/ou instante da operação). Considerar esses padrões pode melhorar a estimativa da volatilidade intradiária (os valores estimados no capítulo 2 podem estar superestimados), o que poderia melhorar as estimativas das probabilidades.

O segundo artigo desta Tese tratou da taxa natural de juros. Foram sugeridas duas linhas de modelo. A primeira deu origem ao modelo chamado “Modelo de Estrutura a Termo”. Nesse modelo a TNJ é obtida da relação entre a taxa de juros real de curto prazo e a taxa de juros real de longo prazo. O modelo foi estimado de duas formas diferentes: Filtro de Kalman e estimação bayesiana. Para o período em análise, a trajetória da TNJ é muito próxima da trajetória da taxa de juros de curto prazo.

A segunda vertente gerou dois modelos: o “Modelo IS” e o “Modelo IS-Phillips”. Esses dois modelos têm como característica o fato de serem estruturais, ou seja, utilizam equações que buscam descrever a economia e que incluem variáveis macroeconômicas como, por exemplo, o produto.

O “Modelo IS” mostrou ser muito sensível a oscilações bruscas do hiato do produto. Nesse modelo, o hiato do produto é uma variável exógena e o produto natural é estimado via filtro HP. Quando o produto sobe ou cai repentinamente e o produto natural ainda mantém sua suavidade, o hiato do produto, em módulo, aumenta; além disso, sua volatilidade também aumenta. Isso ocorreu nos meses de novembro e dezembro de 2008. Como reflexo, a TNJ estimada<sup>87</sup> apresentou volatilidade maior do que a taxa real de juros de curto prazo (3,28 contra 4,00 para o hiato do PI e 3,51 para o hiato do PIBBC). Para minimizar esse problema, foram inseridos o hiato do produto externo e depois uma *dummy* para a crise. Nenhuma dessas tentativas melhorou o desempenho do modelo.

Apesar dessa limitação, fora dessas circunstâncias, o modelo apresentou bons resultados e em princípio não merece ser descartado.

---

<sup>87</sup> A TNJ foi estimada apenas pelo Filtro de Kalman.

O “Modelo IS-Phillips” é mais robusto e por esta razão foi menos sensível a oscilações do produto. Nesse modelo, o produto natural e o hiato do produto são variáveis endógenas. O produto natural, quando comparado ao produto estimado via filtro HP, é mais aderente ao produto, o que reduz a volatilidade do hiato do produto (ou seja, ele absorve o efeito das oscilações).

A TNJ, da mesma forma que no Modelo de Estrutura a Termo, foi estimada usando Filtro de Kalman e por procedimentos Bayesianos.

Os resultados da aplicação do Filtro de Kalman foram diferentes dos obtidos pela aplicação do procedimento bayesiano. No período posterior a setembro de 2009, a TNJ foi maior do que a taxa real de juros de curto prazo (hiato de juros negativo), para o Filtro de Kalman e as duas medidas de produto, enquanto que para a estimação bayesiana, a TNJ esteve abaixo da taxa real de juros de curto prazo (hiato de juros positivo). Dessa forma, os resultados não foram conclusivos e houve, assim, a necessidade de se avaliar o desempenho dos modelos.

Foram utilizadas duas medidas para comparar os modelos. Basdevant *et al.* (2004) sugere que deve ser verificada a persistência do hiato de juros em relação a meta; a outra forma de avaliar os modelos é comparando as correlações simples entre a TNJ estimada e a inflação futura. No primeiro critério é desejável que o impacto de longo prazo seja negativo e maior em módulo; no segundo critério é desejável que a correlação seja a mais próxima de  $-1$ .

O modelo que obteve o melhor desempenho foi o Modelo IS-Phillips estimado pelo método bayesiano.

Assim, se considerarmos esse modelo como o que melhor descreve a TNJ, teremos o hiato de juros positivo, o que sugere uma política monetária contracionista (aumento da taxa de juros).

Como foi visto, a estimação da TNJ pelo Filtro de Kalman deve ser estar presente em trabalhos sobre esse tema. A estimação bayesiana também deve fazer parte como forma alternativa de estimação. Assim, a sugestão de prosseguimento deste trabalho seria em relação aos modelos a serem estimados.

Poderiam ser incluídos o setor externo (para estimar a taxa de câmbio natural) e o mercado de trabalho (desemprego). Como problemas adicionais, a questão da identificação do sistema de equações (a inclusão de equações e variáveis de estado e de medida aumentam a complexidade do modelo e podem gerar restrições nos coeficientes) e questões de caráter empírico como possíveis erros de medida das variáveis associadas à mão de obra.



**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- AKRITAS, M.G., *Asymptotic theory for estimating the parameters of a Lévy Processes*, **Annals of The Institute of Statistical Mathematics**, 34, p. 250-280, 1982.
- AMATO, J., The role of natural rate of interest in monetary policy, **CESifo Economic Studies**, 51, p. 729-755, 2005.
- BAUMOL, W. J. (1952), *The transactions demand for cash: An inventory theoretical approach*, **The Quarterly Journal of Economics**, 66, p. 545-556, 1952.
- BASDEVANT, O., BJÖRKSTEN, N., KARAGEDIKLI, Ö., *Estimating a time varying Neutral Real Interest Rate For New Zealand*, **Reserve Bank of New Zeland – Discussion Papers**, DP2004/01., 2004.
- BAR-ILAN, A., *Overdraft and the demand for money*, **The American Economic Review**, 80, p. 1201-1216, 1990.
- BAR-ILAN, A., PERRY, D., STADJE, W. B., *A generalized impulse control model of cash management*, **Journal of Economic Dynamics & Control**, 28, p. 1013-1033. 2004.
- BOGDANSKI, J., TOMBINI, A.A., WERLANG, S.R.C. (2000), *Implementing inflation targeting in Brazil*, **Banco Central do Brasil – Working Paper Series**, 1, 2000.
- BORGES, B.L., DA SILVA, M.B., *Estimando a Taxa de Juros Natural para o Brasil: Uma Aplicação da Metodologia VAR Estrutural*, **Estudos Econômicos**, São Paulo, 36, p. 87-114, 2006.
- BUCHMANN, B., SZIMAYER, A., *Weighted empirical processes in the nonparametric inference of Lévy Processes*, *mimeo*, 2008.
- BUSSAB, W.O, MORETTIN, P.A., **Estatística Básica**, São Paulo: Saraiva, 2002.

- CHANG, F., *Homogeneity and the transactions demand for money*, **Journal of Money, Credit and Banking**, 31, p. 720-730, 1999.
- CLOUSE, J. A., DOW JR., J. P., *A computational model of bank's optimal reserve management policy*, **Journal of Economic Dynamics & Control**, 26, p. 1787-1814, 2002.
- COSTA PINTO, J. C., COELHO, C. A., *Modelagem do comportamento ótimo dos bancos no mercado de reservas brasileiro*, *mimeo*, 2004.
- ENGLE, R.F., *Analysis of high frequency financial data*, *mimeo*, 2004.
- FRENKEL, J. A., JOVANOVIĆ, B., *On transactions and precautionary demand for money*, **The Quarterly Journal of Economics**, 95, p. 25-43, 1980.
- FRENKEL, J. A., JOVANOVIĆ, B., *Optimal international reserves: a stochastic framework*, **The Economic Journal**, 91, p. 507-514, 1981.
- GUGUSHVILI, S., "Deconounding under gaussian noise", *mimeo*, 2008.
- HAMILTON, J.D., *Time series analysis*, New Jersey: Princeton University Press, 1994.
- HARVEY, A.C., *Forecasting, structural time series models and the Kalman Filter*, Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- JORGENSEN, B., *The Theory of Dispersion Models*, London: Chapman & Hall, 1997.
- KIRKER, M., *Does natural rate variation matter? Evidence from New Zealand*", **Reserve Bank of New Zealand** – Discussion Papers, DP2008/17, 2008.
- KOYAMA, S.M., NAKANE, M.I. (2007), *Modelos para a utilização das operações de redesconto pelos bancos com carteira comercial no Brasil*, **Banco Central do Brasil** – Working Paper Series, 171, 2007.
- KUNITOMO, N., OWADA, T., *Empirical likelihood estimation of Lévy Processes*", *mimeo*, 2005.

- LAUBACH, T., WILLIAMS, J.C., *Measuring the natural rate of interest*, **The Review of Economics and Statistics**, 85(4), p. 1063-1070, 2003.
- MÉSONNIER, J.S., RENNE, J.P., *A time-varying “natural” rate of interest for the Euro area*, **European Economic Review**, **51**, p. 1768-1784, 2007.
- MILLER, M., ORR, D. (1966), *A model of the demand for money by firms*, **The Quarterly Journal of Economics**, 81, 413-435, 1966.
- MINELLA, A., FREITAS, P.S., GOLDFAJN, I., MUINHOS, M.K. (2003), *Inflation targeting in Brazil: constructing credibility under exchange rate volatility*, **Banco Central do Brasil – Working Paper Series**, 77, 2003.
- MIRANDA, P.C., MUINHOS, M.K., *A taxa de juros de equilíbrio: uma abordagem múltipla*, **Banco Central do Brasil – Working Paper Series**, 66, 2003.
- MOOD, A.M., GRAYBILL, F.A., BOES, D.C., *Introduction to the theory of statistics*, McGraw-Hill, 1974.
- MORETTIN, P.A., **Econometria financeira** – um curso em séries temporais financeiras, São Paulo: Blucher, 2008.
- MUINHOS, M.K., NAKANE, M.I., *Comparing equilibrium real interest rates: different approaches to measure brazilian rates*, **Banco Central do Brasil – Working Paper Series**, 101, 2006
- NAYLOR, T.H., BALINTFY, J.L., BURDICK, D.S., CHU, K., **Técnicas de simulação em computadores**, São Paulo: Editora Vozes, 1971.
- NEISS, K.S., NELSON, E., *The real-interest-rate as an inflation indicator*, **Macroeconomic Dynamics**, 7, p. 239-262, 2003.

- NIEDERREITER, H. (1992), *Random number generation and quasi-Monte Carlo methods*, CBMS-NSF regional conference series in applied mathematics, Pennsylvania: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992.
- QUEIROZ, M. F., **Gerenciamento das reservas bancárias – contágio, previsibilidade do comportamento diário dos bancos e expectativa**, Brasília, 2004. Tese (Doutorado em Economia), Universidade de Brasília.
- SALES, A.S., TANNURI-PIANTO, M., *Identification of monetary policy shocks in the brazilian market for bank reserves*, **Banco Central do Brasil – Working Paper Series**, 154, 2007.
- SANTOS, E.B., TANAKA, N.I., Cópulas dinâmicas de Lévy e suas aplicações no apreçamento de opções multidimensionais com dependência na trajetória, **Revista Brasileira de Finanças**, 1, p. 69-111., 2008.
- SOBOL, I.M., **O método de Monte Carlo**, Moscou: Editora Mir, 1983.
- TERCEIRO, J., CASALS J.M., JEREZ, M., SERRANO, G.R., SOTOCA, S., *Time series analysis using MATLAB*, 1990.
- TOBIN, J., *The interest-elasticity of transactions demand for cash*, **Review of Economics and Statistics**, 38, 241-247, 1956.
- UMEZÚ, F.A.C.P., **A utilização das operações de redesconto pelos bancos com carteira comercial no Brasil**, São Paulo, 2005. Dissertação (Mestrado em Economia) – Programa de Pós-Graduação em Economia, faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo.
- WICKSELL, K., *Interest and Prices*, Londres: Macmillan, 1936.



**Normativos – CMN e BACEN**

Resolução nº 2.949, de 04 de abril de 2002

Circular nº 3.105, de 05 de abril de 2002

Circular nº 3.120, de 19 de abril de 2002

Carta-Circular nº 3.009, de 19 de abril de 2002

**Leis**

Lei nº 9.710, de 19 de novembro de 1998

Medida Provisória nº 1.179, de 03 de novembro de 1995



## APÊNDICE 1 – SISTEMA DE MENSAGERIA

A implementação do SPB exigiu do sistema financeiro investimentos na área de informática e transmissão de informações. Para a execução de uma operação pelo SPB, é necessário que a instituição financeira esteja habilitada junto ao BACEN (para isso, é necessário atender a um conjunto de exigências operacionais).

Para cada tipo de operação foram criados grupos de mensagens que são trocadas entre bancos e entre bancos e o BACEN. Os Grupos de Serviços definidos no Catálogo de Mensagens são:

a) Grupo de Serviços CIR – operações relacionadas com a movimentação de numerário<sup>88</sup> (com o BACEN ou com o custodiante<sup>89</sup>).

b) Grupo de Serviços RCO – operações que dizem respeito ao controle dos depósitos compulsórios e encaixes obrigatórios. As mensagens que sensibilizam as reservas bancárias são:

i) RCO0010 – IF requisita transferência recursos de compulsórios para conta reservas Bancárias;

ii) RCO0011 – IF requisita transferência de Reservas Bancárias para compulsórios.

iii) RCO0017 - RCO informa transferência de recursos para conta Reservas Bancárias referente à COMPE (compensação).

c) Grupo de Serviços RDC – operações de redesconto intradia e *over*. As principais mensagens são:

i) RDC0002 – IF requisita redesconto intradia;

ii) RDC0003 – IF requisita redesconto com prazo de um dia útil;

---

<sup>88</sup> Inclusive mensagens de consulta.

<sup>89</sup> Quando a Instituição Financeira não possui conta de reservas bancárias.

iii) RDC0004 – IF requisita redesconto intradia associado a uma aquisição;

iv) RDC0005 – IF requisita conversão de redesconto intradia em redesconto com prazo de um dia útil ou recontratação de redesconto com prazo de um dia útil;

v) RDC0009 – IF requisita redesconto intradia associado a liberação de garantia em Câmara;

vi) RDC0007 – IF requisita pagamento de redesconto;

vii) RDC0008 – IF requisita pagamento de redesconto associado a venda.

d) Grupo de Serviços SEL – operações com o SELIC:

i) SEL1024 – RDC requisita operação de redesconto;

ii) SEL1026 – RDC requisita liquidação de redesconto;

iii) SEL1054 – Participante requisita operação compromissada;

iv) SEL1056 – Participante requisita retorno de operação compromissada (total ou parcial).

e) Grupo de Serviços STR – transferências em real do sistema de pagamentos; as mensagens destinam-se exclusivamente a movimentações entre contas *reservas bancárias* e não se aplicam a transferências entre contas de liquidação de câmaras ou outras contas transitórias.

f) Grupo de Serviços STN – débitos ou créditos da IF com o Tesouro Nacional.

g) Grupo de Serviços SLB – sistema de cobranças e pagamentos do BACEN.

g) Grupo de Serviços LDL – liquidação multilateral de câmaras.

h) Grupo de Serviços LTR – liquidação bruta ou bilateral de operações.

i) Outros grupos de serviços: BMA, BMC, BMD, CAM, CBL, CTP, PAG, TES, CCR, CCS, DDA, GEN, SML.



**APÊNDICE 2 – RESULTADOS DO MODELO IS COM HIATO DO PRODUTO  
EXTERNO E DUMMY PARA A CRISE**

Acrescentando o hiato do produto externo, o modelo na forma de espaço de estado fica:

$$[r_t^n] = \underbrace{[\theta]}_{\Phi} \cdot [r_{t-1}^n] + \underbrace{[0 \ 0 \ 0 \ \mu_r]}_{\Gamma} \cdot \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ r_{t-1} \\ z_t \\ 1 \end{bmatrix} + \underbrace{[1]}_E \cdot [\varepsilon_t^r]$$

$$[x_t] = \underbrace{[-\lambda]}_H \cdot [r_{t-1}^n] + \underbrace{[\phi \ \lambda \ \eta \ 0]}_D \cdot \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ r_{t-1} \\ z_t \\ 1 \end{bmatrix} + \underbrace{[1]}_C \cdot [\varepsilon_t^x]$$

Para o hiato do PI:

$$r_t^n = 8,0078 + 0,3290 r_{t-1}^n + \varepsilon_t^r$$

1,0212                      0,0654

$$x_t = 0,2572 r_{t-1}^n - 0,2045 x_{t-1} - 0,2572 r_{t-1} + 1,5539 z_t + \varepsilon_t^x$$

0,0543                      0,1027                      0,0543                      0,1146

com  $\sigma_m^2 = 80,683$  e  $\sigma_x^2 = 116,18$

25,138                      36,199

Para o hiato do PIBBC:

$$r_t^n = 4,3445 + 0,5633 r_{t-1}^n + \varepsilon_t^r$$

0,9793                      0,0745

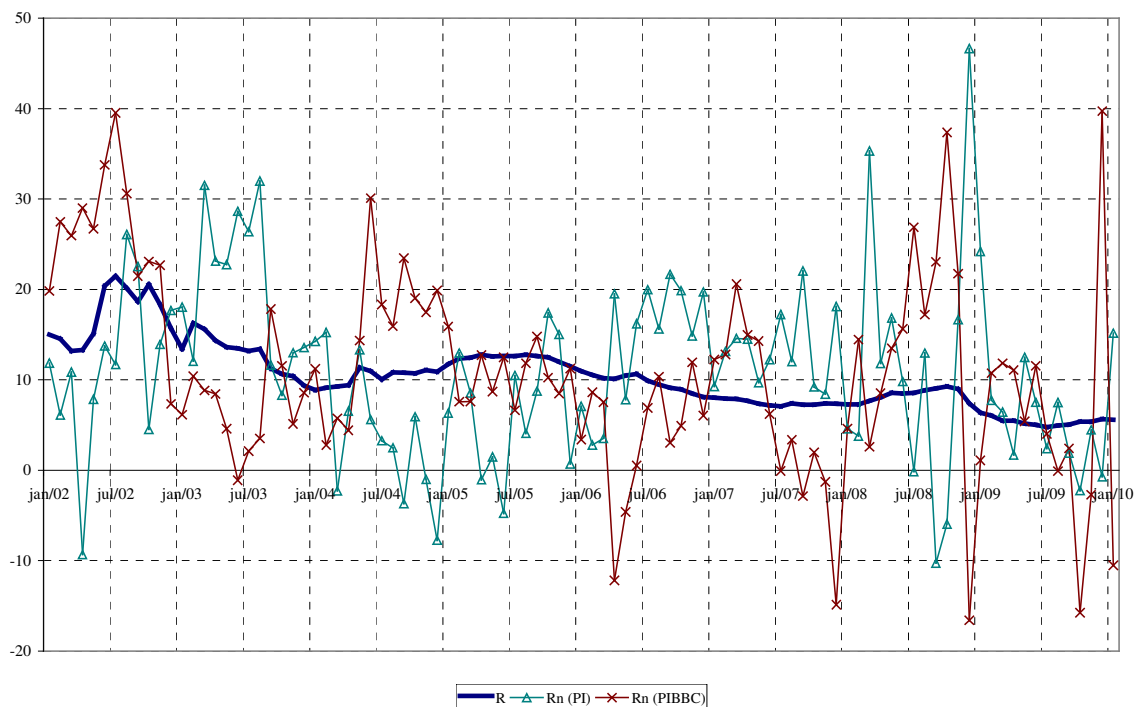
$$x_t = 0,2525 r_{t-1}^n - 0,2691 x_{t-1} - 0,2525 r_{t-1} + 0,7092 z_t + \varepsilon_t^x$$

0,0529                      0,0917                      0,0529                      0,0948

com  $\sigma_r^2 = 82,379$  e  $\sigma_x^2 = 51,899$

27,890                      17,571

A Figura 31 mostra as trajetórias da TNJ com a inclusão do hiato do produto externo no modelo.



**Figura 33 – Modelo IS com Hiato do Produto Externo**

A inclusão do hiato do produto externo torna todos os coeficientes estimados significativos ao nível de 5%. As variâncias dos choques aumentaram significativamente: aproximadamente 21 vezes no caso do hiato do produto medido pelo PI e aproximadamente 23 vezes no caso do hiato do produto medido pelo PIBBC.

Dessa forma, como decorrência dos altos valores das variâncias dos choques, as trajetórias das TNJs estimadas apresentaram grandes variações. A TNJ para o hiato medido pelo PI variou entre  $-10,27\%$  a.a. e  $46,63\%$  a.a., enquanto que a TNJ para o hiato do produto medido pelo PIBBC variou entre  $-16,58\%$  a.a. e  $39,71\%$  a.a.. Nessas condições não é possível tirar conclusões sobre a posição relativa entre a taxa de juros real e a TNJ.

No caso da inclusão da *dummy*, o modelo de espaço de estado fica



$$[r_t^n] = \underbrace{[\theta]}_{\Phi} \cdot [r_{t-1}^n] + \underbrace{[0 \ 0 \ 0 \ \mu_r]}_{\Gamma} \cdot \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ R_{t-1} \\ d_t \\ 1 \end{bmatrix} + \underbrace{[1]}_{E} \cdot [\varepsilon_t^r]$$

$$[x_t] = \underbrace{[-\lambda]}_{H} \cdot [r_{t-1}^n] + \underbrace{[\phi \ \lambda \ \tau \ 0]}_{D} \cdot \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ R_{t-1} \\ d_t \\ 1 \end{bmatrix} + \underbrace{[1]}_{C} \cdot [\varepsilon_t^x]$$

Para o hiato do PI:

$$r_t^n = \underset{1,0770(*)}{1,4813} + \underset{0,0275}{0,7425} r_{t-1}^n + \varepsilon_t^m$$

$$x_t = \underset{0,0563}{0,3068} r_{t-1}^n - \underset{0,0722}{0,3193} x_{t-1} - \underset{0,0563}{0,3068} R_{t-1} - \underset{1,5932}{1,6589} d_t + \varepsilon_t^x$$

com  $\sigma_m^2 = \underset{52,524}{111,23}$  e  $\sigma_x^2 = \underset{33,090}{70,075}$

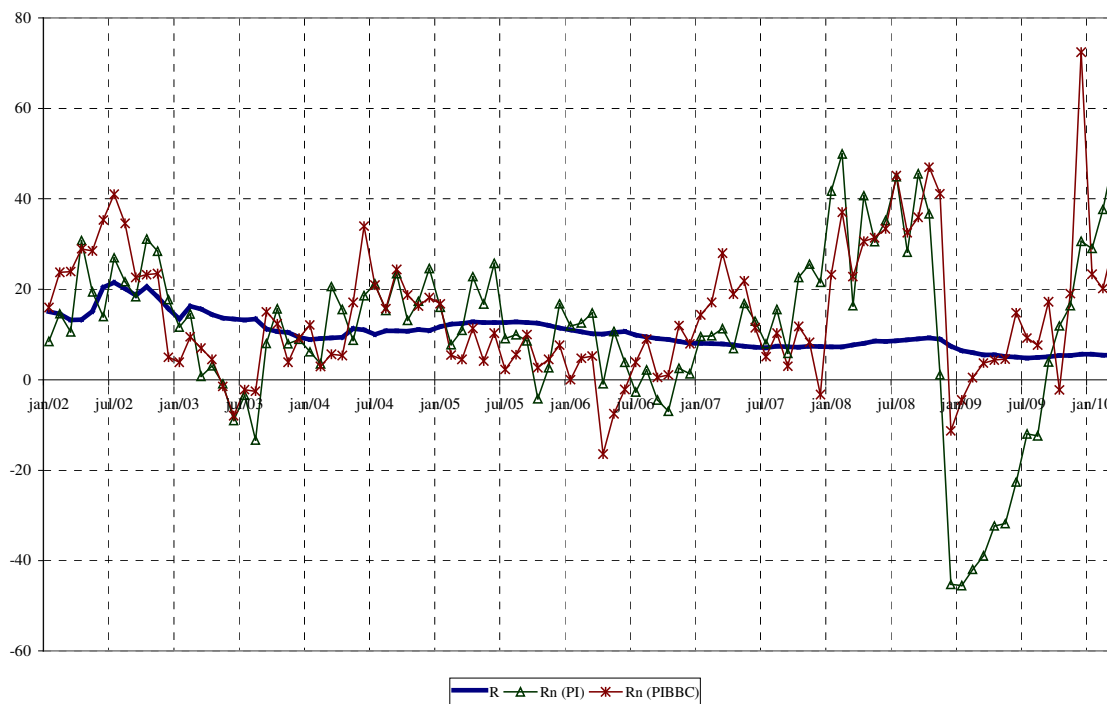
Para o hiato do PIBBC:

$$r_t^n = \underset{0,8742(*)}{1,6707} + \underset{0,0301}{0,5337} \cdot r_{t-1}^n + \varepsilon_t^r$$

$$x_t = \underset{0,0775}{0,2213} r_{t-1}^n - \underset{0,0582}{0,2740} x_{t-1} - \underset{0,0775}{0,2213} R_{t-1} - \underset{0,4318}{4,3842} d_t + \varepsilon_t^x$$

com  $\sigma_m^2 = \underset{84,216(*)}{131,57}$  e  $\sigma_x^2 = \underset{53,056(*)}{82,889}$

A Figura 32 mostra as trajetórias da TNJ com a inclusão da variável *dummy* para o período da crise.



**Figura 34 – Modelo IS com *dummy* para crise**

A inclusão da *dummy* para o período da crise não contribuiu para a melhoria dos resultados. Observa-se que, da mesma forma como no modelo com hiato do produto externo, o coeficiente do termo autoregressivo na equação da curva IS possui sinal negativo, o que aumenta a oscilação do hiato do produto. Além disso, no caso do hiato do produto medido pelo PI, a variância do choque é maior do que na estimativa com hiato do produto externo. No caso do hiato do produto medido pelo PIBBC, a variância do choque é estatisticamente significativa ao nível de 5%, gerando resultados contraditórios.

### APÊNDICE 3 – REGRESSÕES DO HIATO DE JUROS E O DESVIO DA INFLAÇÃO EM RELAÇÃO À SUA META

- a) Modelo de Estrutura a Termo (Filtro de Kalman), com desvio medido apenas pela diferença entre inflação e meta (Desvio)<sup>90</sup>:

$$desvio_t = 0,000175 + 0,988556 desvio_{t-1} + 0,268279 hiato_{t-6} + 0,498462 hiato_{t-10} - \\ -0,693485 hiato_{t-11} + \varepsilon_t$$

0,078141(\*)      0,016851      0,094456      0,192501  
0,188655

$$R^2_{AJUSTADO} = 0,977814$$

Desvio medido pela ponderação de expectativas de desvio (Desvio BC):

$$desvio_t^{BC} = -0,018129 + 0,961500 desvio_{t-1}^{BC} + 0,350545 hiato_{t-1} + 0,318467 hiato_{t-7} - \\ -0,314671 hiato_{t-11} + \varepsilon_t$$

0,076429(\*)      0,027171      0,105873      0,086665  
0,085997

$$R^2_{AJUSTADO} = 0,945139$$

- b) Modelo de Estrutura a Termo (Estimação Bayesiana), Desvio:

$$desvio_t = 0,019999 + 0,982523 desvio_{t-1} + 0,179393 hiato_{t-1} + \\ + 0,448729 hiato_{t-6} + \varepsilon_t$$

0,077993      0,016502      0,086857  
0,072008

$$R^2_{AJUSTADO} = 0,978078$$

Pelo Desvio BC:

$$desvio_t^{BC} = 0,025267 + 0,960157 desvio_{t-1}^{BC} + 0,211975 hiato_{t-2} + 0,194806 hiato_{t-7} - \\ -0,225040 hiato_{t-12} + \varepsilon_t$$

0,078109(\*)      0,028945      0,089793      0,077918  
0,084210

$$R^2_{AJUSTADO} = 0,944164$$

<sup>90</sup> Novamente, o asterisco (\*) indica que o parâmetro estimado não é significativo ao nível de 5%.

c) Modelo IS, PI, Desvio:

$$desvio_t = 0,012707 + 0,983513 desvio_{t-1} + 0,073968 hiato_{t-1} -$$

$$- 0,191404 hiato_{t-2} + 0,157549 hiato_{t-3} + \varepsilon_t$$

0,091284(\*)      0,020433      0,069774(\*)  
0,111378      0,071466

$$R^2_{AJUSTADO} = 0,969434$$

Pelo Desvio BC:

$$desvio_t^{BC} = 0,037598 + 0,952061 desvio_{t-1}^{BC} + 0,090322 hiato_{t-1} - 0,234316 hiato_{t-3} +$$

$$+ 0,212905 hiato_{t-4} + \varepsilon_t$$

0,083963(\*)      0,029334      0,040387      0,080125  
0,064359

$$R^2_{AJUSTADO} = 0,930300$$

d) Modelo IS, PIBBC, Desvio:

$$desvio_t = 0,014103 + 0,983901 desvio_{t-1} + 0,033897 hiato_{t-1} + \varepsilon_t$$

0,092494(\*)      0,019506      0,034467(\*)

$$R^2_{AJUSTADO} = 0,967718$$

Pelo Desvio BC:

$$desvio_t^{BC} = 0,031886 + 0,950163 desvio_{t-1}^{BC} + 0,084564 hiato_{t-1} - 0,158832 hiato_{t-3} +$$

$$+ 0,165474 hiato_{t-4} + \varepsilon_t$$

0,084883(\*)      0,029827      0,041670      0,064283  
0,058827

$$R^2_{AJUSTADO} = 0,929335$$

e) Modelo IS-Phillips (Filtro de Kalman), PI, Desvio:

$$\begin{aligned}
 desvio_t &= -0,012084 + 0,972574 desvio_{t-1} + 0,318747 hiato_{t-2} + 0,169804 hiato_{t-8} - \\
 &\quad \begin{matrix} 0,068194(*) \\ 0,016632 \\ 0,050597 \\ 0,050297 \end{matrix} \\
 &- 0,269652 hiato_{t-1} + \varepsilon_t \\
 &\quad \begin{matrix} 0,044330 \end{matrix} \\
 R^2_{AJUSTADO} &= 0,983857
 \end{aligned}$$

Pelo Desvio BC:

$$\begin{aligned}
 desvio_t^{BC} &= 0,034786 + 0,914752 desvio_{t-1}^{BC} + 0,201521 hiato_{t-1} + 0,268958 hiato_{t-3} - \\
 &\quad \begin{matrix} 0,072771(*) \\ 0,030448 \\ 0,068151 \\ 0,090540 \end{matrix} \\
 &- 0,180222 hiato_{t-4} + 0,233617 hiato_{t-8} - 0,221240 hiato_{t-10} + \varepsilon_t \\
 &\quad \begin{matrix} 0,092659 \\ 0,062977 \\ 0,053021 \end{matrix} \\
 R^2_{AJUSTADO} &= 0,952950
 \end{aligned}$$

f) Modelo IS-Phillips (Filtro de Kalman), PIBBC, Desvio:

$$\begin{aligned}
 desvio_t &= 0,068601 + 0,946196 desvio_{t-1} + 0,269643 hiato_{t-2} + 0,223455 hiato_{t-6} + \\
 &\quad \begin{matrix} 0,073680(*) \\ 0,016895 \\ 0,100139 \\ 0,094094 \end{matrix} \\
 &+ 0,236152 hiato_{t-8} + \varepsilon_t \\
 &\quad \begin{matrix} 0,067063 \end{matrix} \\
 R^2_{AJUSTADO} &= 0,980978
 \end{aligned}$$

Pelo Desvio BC:

$$\begin{aligned}
 desvio_t^{BC} &= 0,093301 + 0,897557 desvio_{t-1}^{BC} + 0,171166 hiato_{t-1} + 0,347272 hiato_{t-3} + \\
 &\quad \begin{matrix} 0,075700(*) \\ 0,028052 \\ 0,080953 \\ 0,078414 \end{matrix} \\
 &+ 0,233095 hiato_{t-8} + \varepsilon_t \\
 &\quad \begin{matrix} 0,066749 \end{matrix} \\
 R^2_{AJUSTADO} &= 0,945140
 \end{aligned}$$

g) Modelo IS-Phillips (Estimação Bayesiana), PI, Desvio:

$$desvio_t = 0,058246 + 0,979462 desvio_{t-1} - 0,077640 hiato_{t-1} + \varepsilon_t$$

0,099682(\*)
0,019861
0,064901(\*)

$$R^2_{AJUSTADO} = 0,967891$$

Pelo Desvio BC:

$$desvio_t^{BC} = 0,231901 + 0,921247 desvio_{t-1}^{BC} - 0,291883 hiato_{t-2} + 0,386703 hiato_{t-3} -$$

0,097308
0,030211
0,095329
0,124520

$$- 0,283621 hiato_{t-4} - 0,256532 hiato_{t-7} + 0,262356 hiato_{t-8} - 0,210460 hiato_{t-9} + \varepsilon_t$$

0,094327
0,083438
0,104359
0,081696

$$R^2_{AJUSTADO} = 0,942330$$

h) Modelo IS-Phillips (Estimação Bayesiana), PIB BC, Desvio:

$$desvio_t = 0,238486 + 0,971383 desvio_{t-1} - 0,119972 hiato_{t-1} + \varepsilon_t$$

0,127139(\*)
0,021782
0,091878(\*)

$$R^2_{AJUSTADO} = 0,967993$$

Pelo Desvio BC:

$$desvio_t^{BC} = 0,231901 + 0,921247 desvio_{t-1}^{BC} - 0,291883 hiato_{t-2} + 0,386703 hiato_{t-3} -$$

0,097308
0,030211
0,095329
0,124520

$$- 0,283621 hiato_{t-4} - 0,256532 hiato_{t-7} + 0,262356 hiato_{t-8} - 0,210460 hiato_{t-9} + \varepsilon_t$$

0,094327
0,083438
0,104359
0,081696

$$R^2_{AJUSTADO} = 0,942330$$