

✓

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE GEOTECNIA**

**A APLICAÇÃO DA METODOLOGIA GEOESTATÍSTICA
PARA A CLASSIFICAÇÃO GEOMECÂNICA DE UMA
CAMADA DE “HANGWALL” NA MINA SÃO BENTO-MG**

Autor: Geól. RICARDO AUGUSTO VALLE DINIZ

Orientador: Prof. Dr. TARCÍSIO BARRETO CELESTINO

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a
obtenção do Título de Mestre em Geotecnia



SÃO CARLOS-SP
NOVEMBRO/1997



Class.	TE. SF. - EESC
Cutt.	1908
Tombo	T 004198

311 0000 6993

S/S 942 170

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC-USP

D585a

Diniz, Ricardo Augusto Valle

A aplicação da metodologia geoestatística para a classificação geomecânica de uma camada de "Hangwall" na mina São Bento-MG /Ricardo Augusto Valle Diniz. -- São Carlos, 1997.

Dissertação (Mestrado). -- Escola de Engenharia de São Carlos-Universidade de São Paulo, 1997.

Área: Geotecnia

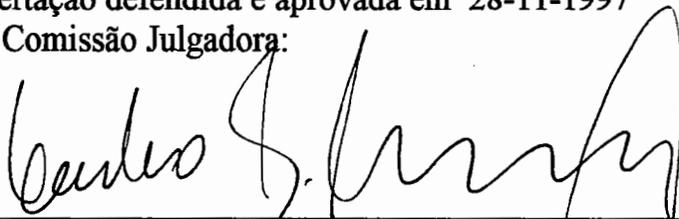
Orientador: Prof. Dr. Tarcísio Barreto Celestino

1. Geoestatística. 2. Classificação geomecânica. 3. Variabilidade espacial. I. Título

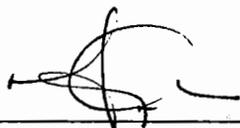
FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidato: Geólogo **RICARDO AUGUSTO VALLE DINIZ**

Dissertação defendida e aprovada em 28-11-1997
pela Comissão Julgadora:



Prof. Doutor **TARCÍSIO BARRETO CELESTINO (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



Prof. Doutor **JORGE ALBERTO ACHCAR**
(Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos - Universidade de São Paulo)



Prof. Doutor **JOSÉ RICARDO STURARO**
(Universidade Estadual Paulista - UNESP)



JOSÉ CARLOS A CINTRA
Coordenador da Área de Geotecnia e
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

À Cacá, Rodrigo, Thiago e Renata Maria, pelo coração, por tudo.

Aos meus pais e meus irmãos, pela semente.

Ao Paulo Bucheiro, in memoriam, pela luta.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Tarcísio Barreto Celestino, pela confiança, tranquilidade, espírito inovador, apoio e orientação para a elaboração deste trabalho.

Ao Engenheiro de Minas Rogério Mendes Carvalho, pela inestimável ajuda, espírito científico e disponibilidade, pela valiosa colaboração na utilização e interpretação dos dados.

Ao Engenheiro de Minas Antônio Carlos Girodo, pelo incentivo, apoio e organização das idéias em sua fase mais decisiva.

Ao Geólogo José Ricardo Sturaro, pelo respeito, ensinamentos, discussões técnicas e incentivo desde as etapas mais primárias.

Ao Geólogo Sérgio Nertan Alves de Brito, pela participação na escolha do tema, auxílio na elaboração do banco de dados e apoio constante.

Ao Professor Paulo Milton Barbosa Landim, pelas disciplinas e desmitificação do tema.

Ao DME-Departamento Municipal de Eletricidade de Poços de Caldas, nas pessoas dos Engenheiros Cícero Machado de Moraes e Ronaldo Oliveira Garcia, Economistas Antônio Vasques e Valdir Togni, Renato Rocha, Anderson e secretárias Cláudia de Souza e Karina Daibes, pelo incentivo, confiança e apoio para a viabilização deste trabalho.

À Construtora Wantec, representada pelos Engenheiros Vergniaud Wanderley e João Lanzotti, e funcionários Eustáquio Reutzemberg, Wandárcio Wanderley e Cláudio Gomes, pela eficiência e consideração na solução de problemas e apoio logístico.

Aos colegas, funcionários e professores do Departamento de Geotecnia da Escola de Engenharia da USP-São Carlos.

À CAPES, pelo auxílio à pesquisa concedido.

À Dona Iva Kronka e à cidade de São Carlos, pela acolhida longe das montanhas.

SUMÁRIO

	Página
LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	iv
RESUMO	v
ABSTRACT	vi
1-INTRODUÇÃO	01
2-OS PARÂMETROS E AS DISTRIBUIÇÕES ESTATÍSTICAS	03
2.1-OS PARÂMETROS ESTATÍSTICOS	03
2.1.1-Medidas de Tendência Central	03
2.1.2-Medidas para Caracterização da Dispersão	05
2.1.3-Medidas de Regularidade	06
2.1.4-Medidas de Forma da Distribuição	07
2.2-AS LEIS ESTATÍSTICAS DE DISTRIBUIÇÃO	10
2.2.1-A Lei Binomial	10
2.2.2-A Lei de Poisson	11
2.2.3-A Lei Normal ou Lei de Gauss ou Lei de Laplace-Gauss	12
2.2.4-A Lei Log Normal	13
2.2.5-A Lei de Student ou Lei de “t”	15
3-A GEOESTATÍSTICA	16
3.1-BREVE HISTÓRICO	16
3.2-NOÇÃO DE VARIÁVEL REGIONALIZADA	17
3.2.1-Variável Regionalizada e Função Aleatória	17
3.2.2-As Hipóteses de Estacionaridade	19
3.3-O SEMIVARIOGRAMA	23
3.3.1-Conceitos e Definições Gerais	23
3.3.2-Parâmetros e Características de um Semivariograma	30
3.3.3-Tipos de Comportamentos de Semivariogramas na Origem	32

3.3.4-Os Principais Modelos Variográficos	34
3.3.4.1-Modelos com Patamar	35
3.3.4.2-Modelos sem Patamar	38
3.3.5-Análise Estrutural de Semivariogramas	40
3.4-A KRIGAGEM	43
3.4.1-O Estimador BLUE	44
3.4.2-A Teoria da Krigagem	45
3.4.2.1-A Krigagem Ordinária-A Metodologia para o Caso Puntual	46
3.4.2.2-A Krigagem Universal	50
3.5-CONVERGÊNCIAS E DIVERGÊNCIAS A RESPEITO DA TEORIA GEOESTATÍSTICA-ALGUMAS APLICAÇÕES EM GEOTECNIA	53
4-UM EXEMPLO DE CLASSIFICAÇÃO GEOMECÂNICA: O SISTEMA “Q” DE BARTON	61
5-ASPECTOS GEOLÓGICOS DA ÁREA ESTUDADA: A MINA DE SÃO BENTO	68
5.1-LOCALIZAÇÃO E ACESSO	68
5.2-HISTÓRICO	68
5.3-GEOLOGIA REGIONAL	68
5.4-GEOLOGIA DA MINA DE SÃO BENTO	73
5.4.1-Estratigrafia	73
5.4.2-Estrutura da Mina de São Bento	80
6-METODOLOGIA DE ANÁLISE DOS DADOS	87
6.1-OBJETIVO DA PESQUISA	87
6.2- COLETA DE DADOS	88
6.3-ELABORAÇÃO DO BANCO DE DADOS	89
6.4-ANÁLISE ESTATÍSTICA BÁSICA	96

6.5-ANÁLISE VARIOGRÁFICA	105
6.5.1-Considerações Gerais	105
6.5.2-Análise Variográfica da Variável “Q”	110
7-ESTIMATIVAS ATRAVÉS DA KRIGAGEM	122
7.1-O MAPA DE PONTOS	122
7.2-OS MAPAS DAS ESTIMATIVAS	123
8-RESULTADOS DE ENGENHARIA APARTIR DAS ESTIMATIVAS	137
8.1-CONSIDERAÇÕES GERAIS	137
8.2-RELAÇÃO NÚMERO DE SONDAGENS x CUSTOS	137
8.3-RELAÇÃO “Q” x NECESSIDADE DE SUPORTE	141
8.4-RELAÇÃO DA VARIÁVEL “Q” COM ALGUNS PARÂMETROS GEOMECÂNICOS	143
9-CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	146
10-REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	149

LISTA DE FIGURAS

	Página
FIGURA 2.1-Exemplo de uma Distribuição Binomial	11
FIGURA 2.2-Um exemplo da Distribuição de Poisson	12
FIGURA 2.3-Distribuição Normal Padronizada	13
FIGURA 2.4-Casos especiais da Distribuição Normal	14
FIGURA 2.5-Exemplos de densidades de populações com Distribuição Log Normal	14
FIGURA 2.6-Distribuição “t” de Student	15
FIGURA 3.1-Vizinhanças quasi-estacionárias.	22
FIGURA 3.2-Diagrama de dispersão de uma variável $V(x)$ para uma distância “h”	25
FIGURA 3.3-Construção de um semivariograma linear experimental, mostrando as principais direções a variografar no plano.	29
FIGURA 3.4-Eschema básico de uma função Variograma.	30
FIGURA 3.5-Fenômeno de Transição, $\gamma(h)=K(0) - K(h)$.	31
FIGURA 3.6-Tipos de comportamento na origem de variogramas e $\gamma(h)$ e $K(h)$ nos comportamentos na origem parabólico e linear.	33
FIGURA 3.7-Principais modelos variográficos teóricos.	36
FIGURA 3.8-Modelo Aleatório.	38
FIGURA 3.9-Modelos Potenciais.	39
FIGURA 3.10-Modelos variográficos com anisotropias mais comuns.	42
FIGURA 5.1-Mapa de localização da mina de São Bento	69
FIGURA 5.2-Mapa geológico simplificado da mina de São Bento	74
FIGURA 5.3-Seção geológica mostrando o mergulho da mina São Bento	75
FIGURA 5.4-Modelo em perspectiva para a mina de São Bento	79
FIGURA 5.5-Projeção axiométrica dos corpos mineralizados da mina São Bento	82
FIGURA 5.6-Evolução da formação ferrífera bandada da mina de São Bento	84
FIGURA 5.7a-Foliação e orientação da lineação de estiramento (na foliação)	85

FIGURA 5.7b-Foliação e orientação da lineação de estiramento (no plano de cisalhamento)	86
FIGURA 6.1-Modelo do banco de dados dos furos de sondagem	90
FIGURA 6.2-Percentual da distribuição dos corpos de minério da mina de São Bento nas sondagens estudadas	94
FIGURA 6.3-Distribuição esquemática dos corpos de minério na mina de São Bento	95
FIGURA 6.4-Percentual de distribuição das litologias ocorrentes na camada de "hangwall"	96
FIGURA 6.5-Histograma de frequência relativa da variável "Q"	99
FIGURA 6.6-Histograma de frequência relativa da variável $\ln(Q)$	100
FIGURA 6.7-Histograma de frequência relativa da variável "RQD"	101
FIGURA 6.8-Histograma de frequência relativa da variável "Jn"	102
FIGURA 6.9-Histograma de frequência relativa da variável "Ja"	102
FIGURA 6.10-Histograma de frequência relativa da variável "Jr"	103
FIGURA 6.11-Histograma de frequência relativa da variável "Jw"	103
FIGURA 6.12-Histograma de frequência relativa da variável "SRF"	104
FIGURA 6.13-Variograma experimental para a variável "RQD"	106
FIGURA 6.14-Variograma experimental experimental para a variável "Jn"	107
FIGURA 6.15- Variograma experimental para a variável "Ja"	107
FIGURA 6.16- Variograma experimental para a variável "Jr"	108
FIGURA 6.17- Variograma experimental para a variável "Jw"	108
FIGURA 6.18- Variograma experimental para a variável "SRF"	109
FIGURA 6.19- Variograma da variável "Q" segundo azimute 34°(eixo x) e ajuste segundo modelos esférico, exponencial e gaussiano	113
FIGURA 6.20- Variograma da variável "Q" segundo azimute 124°(eixo y) e ajuste segundo modelos esférico, exponencial e gaussiano	113
FIGURA 6.21- Variograma da variável "Q" segundo azimute 304°(eixo z) e ajuste segundo modelos esférico, exponencial e gaussiano	114
FIGURA 6.22- Variograma da variável "Q" segundo azimute 34° (eixo x)	116
FIGURA 6.23- Variograma da variável "Q" segundo azimute 124° (eixo y)	118
FIGURA 6.24- Variograma da variável "Q" segundo azimute 304° (eixo z)	119
FIGURA 7.1-Mapa de pontos da variável "Q" no espaço 3D da área de estudos	123

FIGURA 7.2-Legendas da variável “Q” adotadas nas estimativas	124
FIGURA 7.3- Legendas do desvio padrão da variável “Q” adotada nas estimativas	124
FIGURA 7.4-Seção 1”, médias de “Q”	125
FIGURA 7.5-Estimativas do desvio padrão para os valores de “Q”da Seção 1	126
FIGURA 7.6-Seção 2, médias de “Q”	127
FIGURA 7.7-Estimativas do desvio padrão para os valores de “Q”da Seção 2	128
FIGURA 7.8-Seção 3, médias de “Q”	129
FIGURA 7.9-Estimativas do desvio padrão para os valores de “Q”da Seção 3	130
FIGURA 7.10-Seção 4, médias de “Q”	131
FIGURA 7.11-Estimativas do desvio padrão para os valores de “Q”da Seção 4	132
FIGURA 7.12-Seção 5, médias de “Q”	133
FIGURA 7.13-Estimativas do desvio padrão para os valores de “Q”da Seção 5	134
FIGURA 8.1-Relação hipotética entre o desvio padrão e o custo com investigações geológico-geotécnicas na área dos estudos	139
FIGURA 8.2-Seção 1, médias de “Q”, mostrando isolinha aproximada de $Q=15$	141

LISTA DE TABELAS

TABELA 4.1-Classes de maciços rochosos em função do parâmetro “Q” (BARTON et al., 1974-apud GOMES, 1991, p.27)	62
TABELA 4.2-Sistema de Classificação Geomecânica de BARTON (1974)64	
TABELA 5.1-Coluna estratigráfica do Quadrilátero Ferrífero	71
TABELA 5.2-Coluna estratigráfica informal do membro ferrífero inferior da formação ferrífera São Bento	76
TABELA 6.1-Estatísticas básicas das variáveis do Sistema “Q” de Barton analisadas	98
TABELA 6.2-Parâmetros variográficos ajustados	109
TABELA 6.3-Parâmetros estatísticos principais da variável “Q”	111
TABELA 6.4-Parâmetros variográficos segundo as principais direções estudadas segundo ajuste aos modelos esférico, exponencial e gaussiano	114
TABELA 6.5-Parâmetros variográficos para azimute 34° (“along strike”)	117
TABELA 6.6-Parâmetros variográficos para azimute 124° (“down dip”)	118
TABELA 6.7-Parâmetros variográficos para azimute 304° (“cross strike”)	120
TABELA 6.8-Estruturas, parâmetros variográficos e coeficientes de anisotropia para as três direções principais estudadas	120
TABELA 7.1-Coordenadas e elevações de referência do ponto médio das seções estimativas da variável “Q”	135
TABELA 7.2-Estatística dos blocos krigados	135
TABELA 8.1-Parâmetros geomecânicos E , c , ϕ obtidos a partir das análises geoestatísticas da variável “Q”	144
TABELA 9.1-Elevações dos níveis da mina de São Bento	147

RESUMO

DINIZ, R. A. V. *A aplicação da metodologia geoestatística para a classificação geomecânica de uma camada de "hangwall" na mina São Bento-MG*. São Carlos, 1997. 157p. Dissertação (Mestrado em Geotecnia). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Considerando que a variabilidade espacial das propriedades geomecânicas de um determinado maciço rochoso não pode ser devidamente avaliada simplesmente através da classificação dos testemunhos de sondagens, apresentam-se neste trabalho os conceitos básicos da metodologia geoestatística e um exemplo de classificação geomecânica de uma camada de *hangwall* da mina São Bento no Quadrilátero Ferrífero-MG. São também apresentados os mapas de zoneamento geomecânico obtidos através das estimativas por análise geoestatística.

Os mapeamentos geológico-geotécnicos e geomecânicos tendem a considerar domínios homogêneos que podem apresentar elevadas variações no espaço. Nesse contexto, a geoestatística apresenta técnicas para avaliar essa variabilidade espacial e formas para empregá-las adequadamente em mapeamentos específicos, fornecendo inferências em locais previamente não investigados.

A área específica dos estudos corresponde a uma camada de *hangwall* do horizonte mineralizado São Bento, onde foram selecionados 90 furos de sondagens rotativas que foram objeto da classificação geomecânica de acordo com o sistema "Q" de BARTON (1974). A partir do levantamento bibliográfico da área e da análise estatística básica, procedeu-se à análise da variabilidade espacial segundo técnicas de variografia que, após os modelamentos matemáticos, foram empregadas para a elaboração do produto final, ou seja, dos mapas das estimativas da variável "Q" em seções representativas da camada de *hangwall* objeto dos estudos.

Este trabalho demonstra com clareza a utilidade e aplicabilidade da metodologia geoestatística em Geomecânica, uma vez que os mapas das estimativas obtidos apresentam informações adicionais associadas a erros em regiões não investigadas, fornecendo subsídios para um melhor planejamento da mina ou mesmo para a programação de investigações geológico-geotécnicas futuras.

Palavras chaves: geoestatística, classificação geomecânica, variabilidade espacial.

ABSTRACT

Considering that the spatial variability of geomechanical properties of a given rock mass cannot be correctly evaluated only by using conventional borehole sample classification methods, the main concepts of the geostatistical methodology are presented as geomechanical characterization tool. An example of geomechanical classification of a hangwall bedding of the São Bento Mine in the mineral district of Quadrilátero Ferrífero-MG is presented, as well as the maps obtained by geostatistical techniques.

Geological-geotechnical and geomechanical maps consider homogeneous units that show significant variations in space. In this context, the geostatistical methodology presents techniques to evaluate this spatial variability in specific maps of not investigated zones.

The specific area where these studies took place is a hangwall bedding of the so called São Bento mineralized horizon. In this area, 90 boreholes classified according to BARTON's (1974) "Q" System were selected.

After bibliographical review and statistical basic analysis, spatial variability analyses were carried out according to several variographical techniques applied in geostatistical mapping after mathematical modeling.

This work shows that the Geostatistical methodology is useful to obtain geomechanical mapping. These quantitative maps offer additional information of the rock mass associated to errors in not investigated regions of the mine, providing the mining staff with information to plan mining activities and even future borehole investigation.

Key-words: geostatistics, geomechanical classification, spatial variability.

1 - INTRODUÇÃO

No campo da engenharia, o conhecimento das características geomecânicas de um maciço rochoso fica limitado aos locais onde foi possível realizar algum tipo de trabalho específico que permita o levantamento dos seus parâmetros geomecânicos, tornando-se as inferências em locais desconhecidos apenas suposições baseadas na experiência própria do técnico envolvido. Por outro lado, a caracterização geomecânica de um maciço rochoso para uma determinada obra de engenharia, deve respeitar as limitações rotineiras de custo e de acesso às frentes de trabalho, restringindo a obtenção de dados ao plano de amostragem de testemunhos rochosos inicialmente proposto e atualmente disponível. Uma outra característica nesse contexto diz respeito ao fato de que os diversos parâmetros de classificação geomecânica tenham comportamentos distintos para uma mesma classe de maciço rochoso, tornando-se necessário, muitas vezes, o conhecimento separado da forma de variação desses parâmetros no maciço rochoso estudado.

A variabilidade espacial é característica de muitos fenômenos observáveis no campo das Geociências, dentre eles a variação de um determinado teor mineral com relação à presença de uma estrutura geológica, a permeabilidade de um maciço rochoso em um determinado local associada ao grau de fraturamento da rocha, ou mesmo a variação dos parâmetros de classificação geomecânica de maciços rochosos em uma certa litologia. Essas variáveis caracterizam um fenômeno que se dispersa através de seu domínio no espaço e possuem uma certa estrutura denominada fenômeno regionalizado. Dentro da modelagem estocástica para tais problemas, surge a Teoria das Variáveis Regionalizadas, também conhecida como Geoestatística, desenvolvida com base na descrição, modelamento e no uso da continuidade espacial (ISAAKS &

SRIVASTAVA, 1988). De acordo com essa teoria, as variáveis que representam um fenômeno regionalizado possuem uma variação casual no espaço, porém, à medida que se aproximam os pontos de observação, constata-se a existência de um tipo de correlação que reflete a estrutura do fenômeno regionalizado. Uma característica importante da Geoestatística é o cálculo dos erros associados aos valores estimados, o que possibilita avaliar o modelo usado na estimativa e também na malha de amostragem. A análise geoestatística, baseada na estrutura de variabilidade espacial, contribui para ampliar a fração explicada da variabilidade dos dados, fazendo uso de um interpolador com qualidades estatísticas de não-tendenciosidade e variância mínima.

Este trabalho enfatiza a aplicação da análise geoestatística em estudos de classificação geomecânica de maciços rochosos. Para tal, foram estabelecidos os seguintes objetivos: apresentação dos fundamentos básicos da teoria geoestatística e de um sistema internacional de classificação geomecânica, como por exemplo o de BARTON et al.(1974). Salienta-se que a abordagem dos diversos tópicos que constituem a Geoestatística é feita de modo a fornecer subsídios ao entendimento da aplicação de um caso prático de análise de dados de classificação geomecânica na mina de São Bento no Quadrilátero Ferrífero-MG. Com base nesse pressuposto, serão abordados também alguns conceitos da Estatística Clássica, fundamentais para a compreensão da aplicação a ser feita, deixando-se em segundo plano convergências e divergências de opiniões a respeito da teoria da Geoestatística. A partir dos valores da variável "Q" obtidos por análise geoestatística, serão feitas correlações com alguns parâmetros geomecânicos que permitam uma previsão de comportamento do maciço rochoso. Finalizando o trabalho, serão apresentados os parâmetros variográficos adotados e o mapa de estimativas da variável "Q" através da Krigagem, para a camada de *hangwall* estudada e objeto desta dissertação de mestrado.

2 - OS PARÂMETROS E AS DISTRIBUIÇÕES ESTATÍSTICAS

Segundo STURARO (1994), a análise básica dos dados através dos métodos estatísticos clássicos constitui-se em uma etapa praticamente obrigatória quando se trabalha com amostragens e processamento de uma quantidade significativa de dados e variáveis. Esses métodos, além de classificarem e depurarem os dados, possibilitam também análises interpretativas quanto aos modelos de distribuição de probabilidades, correlações e ajustes de funções de regressão.

Dependendo do caráter dos dados amostrais, são usados como medida da tendência central da amostra, a média aritmética simples ou ponderada, a média geométrica, a mediana ou a moda. Para a caracterização da dispersão, utiliza-se a amplitude da população, o desvio padrão e a variância geométrica. A regularidade normalmente é aferida pelo coeficiente de variação e as medidas de forma da distribuição são caracterizadas pelos momentos e quartis da amostra e pela assimetria e curtose (MARANHÃO & MELLO, 1978).

2.1 - OS PARÂMETROS ESTATÍSTICOS

2.1.1 - Medidas da Tendência Central

A) Média Aritmética Simples

A média aritmética X^* de uma série de medidas X_i , também chamada simplesmente de média, é o resultado da relação entre o somatório dessas medidas e o número N de dados, sendo matematicamente calculada pela expressão:

$$X^* = \frac{\sum X_i}{N}$$

B) Média Aritmética Ponderada

Quando a cada uma das medidas $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ são associados os fatores de ponderação $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, a média aritmética calculada pela expressão seguinte é denominada de média aritmética ponderada X^*_p .

$$X^*_p = \frac{\sum P_i \times X_i}{\sum P_i}$$

C) Média Geométrica

A média geométrica de um conjunto de dados $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ é a raiz de ordem n do produto desses números, onde N representa o número de dados. Matematicamente a média geométrica é calculada pela expressão:

$$Mg = \sqrt[n]{X_1 \times X_2 \times X_3 \dots \times X_n} \quad \text{ou} \quad Mg = (X_1 \times X_2 \times X_3 \dots \times X_n)^{\frac{1}{n}}$$

Quando as medidas têm valores elevados, a média geométrica pode ser calculada com maior facilidade a partir de sua expressão logarítmica, e por isso:

$$\log Mg = \frac{\log X_1 + \log X_2 + \log X_3 \dots + \log X_n}{N}$$

D) Mediana

A mediana de um conjunto de dados dispostos em ordem crescente ou decrescente, corresponde ao valor central da distribuição quando se trata de uma população com um número ímpar de dados, ou a média aritmética dos dois valores centrais para uma população com número par de informações. Matematicamente a mediana é calculada pela expressão:

$$X_M = \frac{X_{(N+1)}}{2}$$

onde N é o número de dados.

E) Moda

O valor mais frequente em uma amostra é denominada de moda. Isto significa que um conjunto de dados pode não apresentar moda, podendo ser então unimodal, bimodal, trimodal e assim sucessivamente.

2.1.2 - Medidas para Caracterização da Dispersão

A) Desvio Padrão Aritmético

O desvio padrão aritmético, também chamado simplesmente de desvio padrão, caracteriza a amplitude dos desvios das medidas individuais em relação à média aritmética dessas medidas. Assim, para uma mesma média, a medida que o desvio padrão aumenta tem-se como resultado curvas de distribuição cada vez mais abertas, ou seja, tendendo para a horizontalidade. Pode ser calculado pela expressão:

$$S = \sum \sqrt{\frac{(X_i - X^*)^2}{N-1}}$$

onde X^* é a média aritmética das observações, X_i exprime as várias observações, N é o número de dados e S é o desvio padrão.

B) Desvio Padrão Logarítmico ou Geométrico

Para as populações com distribuição gaussiana (ou normal) o desvio padrão aritmético expressa a dispersão da variável em relação à sua média aritmética, enquanto que para as populações com distribuição log normal o desvio padrão logarítmico, também chamado desvio padrão geométrico, quantifica a dispersão em

relação à média geométrica. Matematicamente o desvio padrão geométrico S_g pode ser calculado pela expressão:

$$S_g = \text{Anti log} \sqrt{\frac{(\quad)}{\quad}} S_g = \text{Anti log} \sqrt{\frac{\sum (\log Mg - \log Xi)^2}{N-1}}$$

onde $\log Mg$ é o logaritmo decimal ou neperiano da média geométrica, $\log Xi$ é o logaritmo decimal ou neperiano da variável e N é o número de observações.

C) Variância Aritmética e Logarítmica

A variância aritmética de uma amostra corresponde ao quadrado do desvio padrão aritmético dos dados amostrais. Sendo assim, em uma amostra com desvio padrão de S , a sua variância totaliza S^2 .

A variância logarítmica de uma dada amostra com desvio padrão geométrico S_g corresponde ao quadrado desse desvio padrão, sendo muitas vezes expresso em logaritmo neperiano, e, com isso, ela corresponde a $[L_n (S_g)]^2$. Desta forma, em um conjunto de dados onde, por exemplo, $S_g = 3m$, a variância logarítmica expressa em logaritmo neperiano totaliza $1,21m^2$.

2.1.3 - Medidas de Regularidade

A) Coeficiente de Variação

O coeficiente de variação é a expressão quantitativa utilizada na estatística para definir a regularidade das variáveis estudadas. Para um atributo com distribuição gaussiana ou próximo da normal, ele corresponde à razão entre o desvio padrão aritmético das amostras coletadas e a média aritmética para essa mesma série de valores. Assim:

$$CV = \left(\frac{S}{X^*} \right) \times 100$$

onde S é o desvio padrão aritmético, X^* é a média aritmética e CV o coeficiente de variação expresso em porcentagem.

Para as populações com distribuição log normal, o coeficiente de variação é expresso por:

$$CV = \sqrt{e^{(\ln S_g)^2} - 1} \times 100$$

onde S_g é o desvio padrão geométrico, CV o coeficiente de variação expresso em porcentagem, e corresponde à base dos logaritmos neperianos e $\ln S_g$ expressa o logaritmo neperiano do desvio padrão geométrico.

Valores de coeficientes de variação maiores que 100% significam a presença de valores altos e/ou erráticos no conjunto de dados, que representarão problemas para a maioria dos métodos de estimativas (KIM, 1988 apud STURARO, 1994).

2.1.4 - Medidas de Forma da Distribuição

A) Quartis

Em uma amostra constituída por um grande número de dados, a mediana subdivide o histograma em duas partes de igual área, da mesma forma que para um conjunto ordenado de números ou de indivíduos, a mediana separa o conjunto em dois subconjuntos com igual número de dados. Por outro lado, qualquer amostra pode ser subdividida em quatro partes iguais e, nesse caso, os valores limites são denominados de quartis ou de primeiro (Q_1), segundo (Q_2) e terceiro (Q_3) quartis, sendo o segundo quartil igual à mediana.

Quando o número N de amostras é pequeno, para a obtenção de Q_1 , Q_2 e Q_3 , inicialmente os indivíduos devem ser ordenados e o primeiro quartil corresponde ao dado que ocupa a posição $(N+1)/4$. Q_2 corresponde ao indivíduo na posição $(N+1)/2$ e Q_3 ao valor correspondente ao lugar $(3N+3)/4$. Quando o resultado de qualquer uma dessas divisões dá um número fracionário, por exemplo 3,5 o quartil corresponde à média aritmética ponderada entre os dados extremos, ou seja, terceiro e quarto dados no caso.

B) Decis e Percentis

Se no lugar da divisão da amostra em quatro partes iguais, ela for dividida em dez partes, os dados limites são denominados decis e representados por $D_1, D_2, D_3, \dots, D_9$, enquanto que na divisão em cem partes iguais esses valores limites são chamados de percentis e são simbolicamente representados por $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{99}$.

Os decis e percentis em uma amostra podem ser gráfica ou matematicamente determinados, sendo a forma gráfica a mais simples e usual. Graficamente eles são definidos com auxílio da ogiva dos dados numéricos e o quinto decil, por exemplo, corresponde a abcissa do ponto em que a ordenada de 50% corta a ogiva.

C) Momentos

De acordo com LANDIM (1979), o desenvolvimento das medidas de momento para a descrição de uma distribuição de frequência teve como objetivo um procedimento que resultasse em estatísticas que:

- descrevessem a distribuição de frequência com critérios de consistência, eficiência e suficiência;
- pudessem testar a sua significância e assegurar que seus valores não eram o resultado de acidentes de amostragem;
- fosse aplicável a qualquer tipo de distribuição de frequências, independente do caráter das medidas.

Genericamente, o momento de grau N é calculado pela expressão:

$$m_n = \sum \frac{Xi^n}{N}$$

onde N é o número de dados da amostra e Xi são os indivíduos dessa amostra.

D) Assimetria

A assimetria mede o grau de desvio em relação a uma curva de distribuição simétrica. Numa curva de distribuição perfeitamente simétrica, a mediana, a moda, a média aritmética e a média geométrica coincidem e subdividem a parte interna da curva em

duas partes iguais. Entretanto, à medida que a curva se torna assimétrica, a mediana, a moda e a média aritmética afastam-se entre si e, por isso, normalmente a assimetria é calculada pelos coeficientes de assimetria de Pearson ou pelo coeficiente do momento de assimetria, expresso nas equações:

$$C_1 = X^* - \frac{M_o}{S}$$

$$C_2 = 3 \times \frac{(X^* - M)}{S}$$

$$C_3 = \frac{m_3'}{\sqrt{(m_2')^3}}$$

onde C_1 e C_2 são os dois coeficientes de assimetria de Pearson, C_3 é o coeficiente do momento de assimetria, X^* é a média aritmética, M_o é a moda, M é a mediana, S é o desvio padrão aritmético da amostra e m_3' e m_2' são os momentos centrados na média. Numa curva normal ou gaussiana, $C_1 = C_2 = C_3 = 0$. À medida que a assimetria aumenta, esses coeficientes obviamente crescem em valores absolutos.

E) Curtose

A curtose mede o grau de achatamento da curva. O achatamento é medido pelo coeficiente do momento de curtose C_4 e pelo coeficiente percentílico de curtose k encontrados nas seguintes expressões:

$$C_4 = \frac{m_4'}{S^4}$$

$$k = \frac{(Q_3 - Q_1)}{2 \times (P_{90} - P_{10})}$$

onde m'_4 é o quarto momento centrado na média, S é o desvio padrão, Q_3 e Q_1 são o terceiro e o primeiro quartis, P_{90} e P_{10} são os percentis de números 90 e 10. Numa população gaussiana, $C_4 = 3$ e $k = 0,263$ (MARANHÃO & MELLO, 1978).

Também pode-se definir a assimetria e a curtose como sendo as relações:

$$\text{Assimetria} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(X_i - M)^3}{S^3}$$

$$\text{Curtose} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(X_i - M)^4}{S^4}$$

2.2 - LEIS ESTATÍSTICAS DE DISTRIBUIÇÃO

As leis de probabilidade, também chamadas leis de distribuição, permitem associar cada valor de uma variável aleatória com a sua probabilidade de ocorrência e, com isso, possibilitam a definição de modelos probabilísticos que facilitam a manipulação dos dados numéricos.

As variáveis aleatórias são aquelas provenientes de algum mecanismo probabilístico e são classificadas em variáveis aleatórias discretas e contínuas. As variáveis aleatórias discretas apresentam um conjunto de valores possíveis finito ou infinito numerável, ou seja, os valores da variável podem ser colocados na forma de lista como $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. As variáveis aleatórias contínuas representam a maioria das variáveis em Geociências, e são aquelas que podem assumir um conjunto contínuo de valores, ou seja, a variável x é contínua se puder assumir todos os valores em um intervalo $a < x < b$ onde a e b podem ser $-\infty$ e $+\infty$ respectivamente (MEYER, 1981)

As leis de distribuição mais usadas em geologia são as leis normal e log normal, e, secundariamente, as leis de Student, do qui-quadrado e a de Fisher, aplicadas para variáveis aleatórias contínuas. Quando ocorrem variáveis aleatórias discretas e não se pode aplicar a lei normal, utilizam-se as leis binomial e de Poisson.

2 - 2 - 1 - A Lei Binomial

Se uma variável discreta qualquer segue esta lei, a probabilidade $p(k)$ de um evento acontecer exatamente k vezes em N tentativas, é matematicamente calculada por:

$$p(k) = \left[\frac{N!}{k!(N-k)!} \right] \times p^k q^{N-k}$$

onde p é a probabilidade de sucesso, q é a probabilidade de insucesso de tal modo que $q=1-p$, $e!$ denota fatorial.

Os parâmetros básicos de uma distribuição binomial são: Valor esperado:

$$E(v) = m = \sum_{i=1}^N p_i X_i$$

onde X_i corresponde aos diversos valores da variável analisada, e a Variância:

$$Var(x) = \sum_{i=1}^N p_i X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N p_i X_i \right)^2$$

A Figura 2.1 mostra um exemplo de densidade desta lei de distribuição.

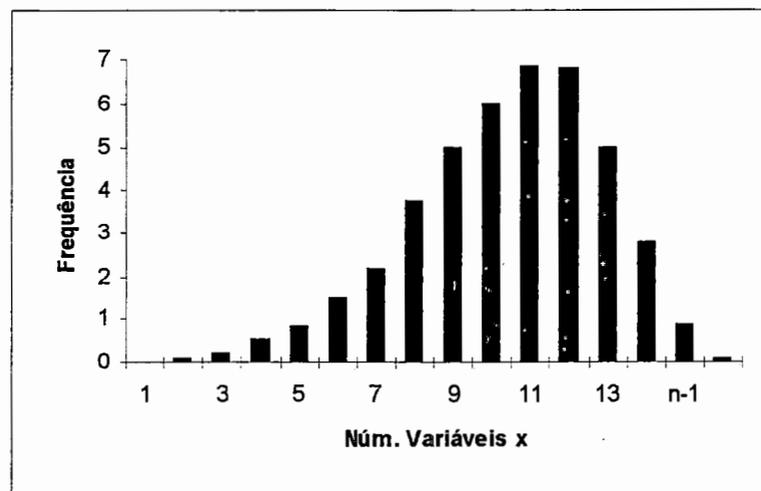


FIGURA 2.1-Exemplo de uma distribuição binomial (KRUMBEIN & GRAYBILL, 1975).

2.2.2- Lei de Poisson

Esta distribuição pode ser considerada como uma assíntota da Lei Binomial, quando a probabilidade de sucesso tende a zero ($p \rightarrow 0$) e N tende ao infinito ($N \rightarrow \infty$). Nessas condições o produto $N.p$ é igual a uma constante λ que caracteriza a distribuição mostrada na Figura 2.2, e a probabilidade $p(k)$ de um evento ocorrer k vezes é calculada pela fórmula:

$$p(k) = \frac{(e^{-\lambda} \lambda^k)}{k!}$$

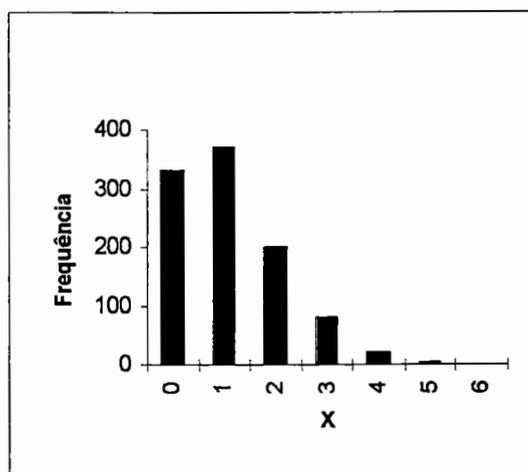


FIGURA 2.2-Um exemplo da Distribuição de Poisson (KRUMBEIN & GRAYBILL, 1975)

2.2.3- Lei Normal ou Lei de Gauss ou Lei de Laplace-Gauss

Esta é a distribuição mais importante da Estatística uma vez que ela ocorre em muitos fenômenos naturais, outros fenômenos se aproximam bastante dessa distribuição e, por outro lado, transformações relativamente simples frequentemente possibilitam a aplicação desta lei para variáveis que têm outro tipo de distribuição. A Figura 2.3 mostrada a seguir exemplifica a distribuição da Lei Normal Padronizada.

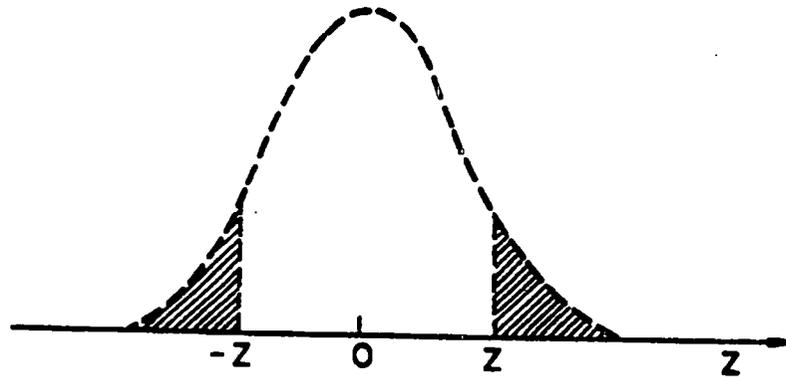


FIGURA 2.3-Distribuição Normal Padronizada (ACHCAR & RODRIGUES, 1994).

A lei normal é definida pelos parâmetros μ e σ e a expressão matemática de sua densidade de probabilidade é:

$$Y(x) = \frac{1}{[\sigma(2\pi)]^{1/2}} \times e^{-0,5\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

onde μ é a média aritmética da população e σ o desvio padrão da população.

A Figura 2.4 mostra casos especiais da distribuição normal, com variações nos valores de μ e σ .

2.2.4- Lei Log Normal

Trata-se de uma lei de uma variável aleatória contínua onde o seu logaritmo segue a distribuição normal ou gaussiana. A expressão matemática de sua densidade de probabilidade dada a seguir é aplicável para qualquer valor da variável x entre 0 e ∞ .

$$Y(x) = \frac{1}{\sqrt{\sigma(2\pi)}} \times e^{-0,5\left(\frac{\log(x)-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

onde μ é a média aritmética da população e σ o desvio padrão da população. A Figura 2.5 mostra exemplos da distribuição Log Normal.

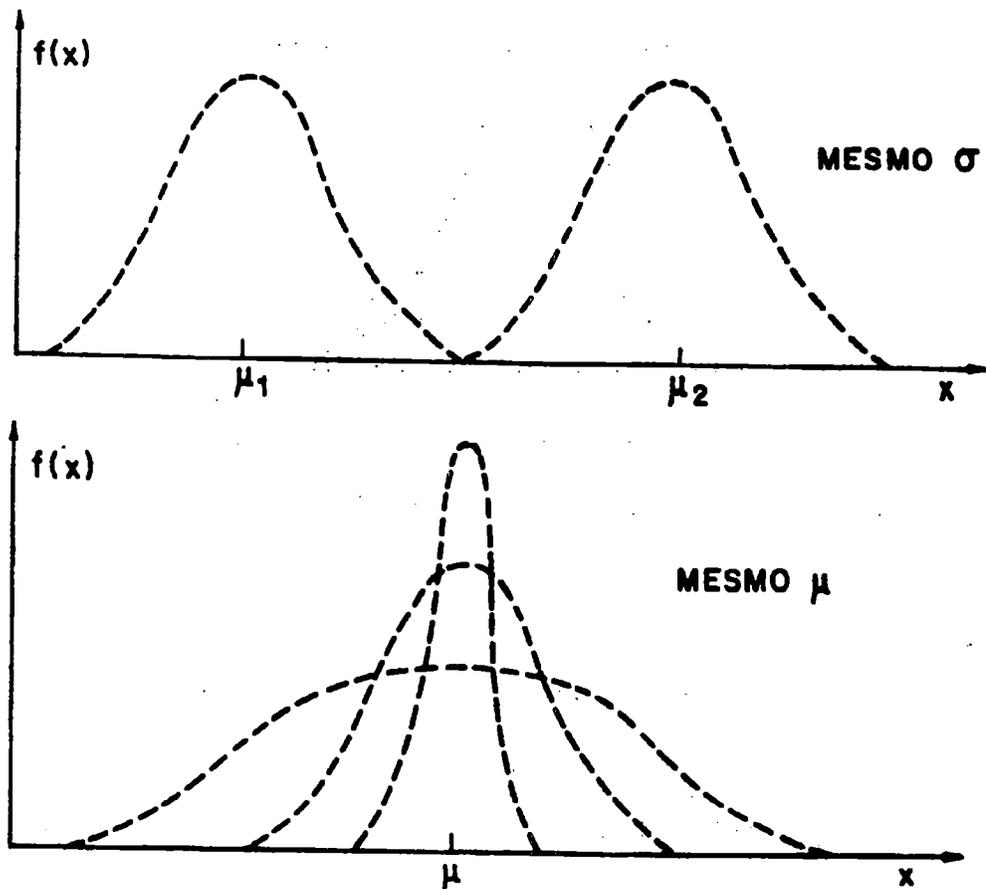


FIGURA 2.4-Casos especiais da Distribuição Normal (ACHCAR & RODRIGUES, 1994).

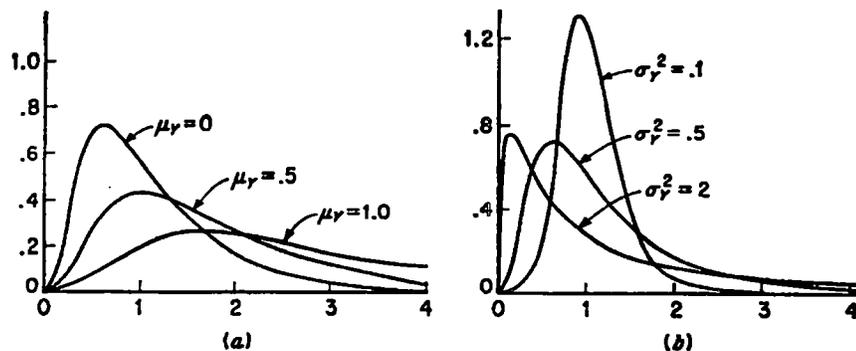


FIGURA 2.5-Exemplos de densidades de populações com distribuição Log Normal. (a)Curvas de frequência de uma distribuição normal para três valores de μ . (b)Curvas de frequência da distribuição Log Normal para três valores de σ^2 (KRUMBEIN & GRAYBILL, 1975).

2.2.5- Lei de Student ou Lei de “t”

Se de uma população gaussiana de média conhecida μ e de variância desconhecida σ^2 forem retiradas aleatoriamente, várias amostras de tamanho N , calculando-se para cada amostra a média aritmética amostral X^* , o desvio padrão S e o valor de t pela fórmula $t=(X^*-\mu)/(S/N^{1/2})$, a distribuição amostral de t aproxima-se bastante de uma curva gaussiana, sendo a sua densidade de probabilidade calculada pela expressão:

$$Y(t) = \frac{Y_0}{\left[1 + \left(\frac{t^2}{N-1}\right)\right]^{\frac{N}{2}}}$$

onde Y_0 é uma constante que depende de N , e $N-1$ é chamado de grau de liberdade. A Figura 2.6 mostrada a seguir exemplifica esta distribuição.

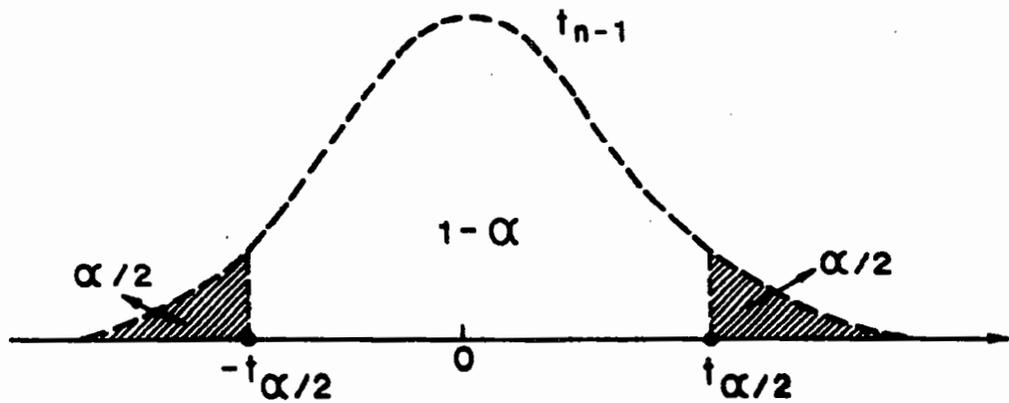


FIGURA 2.6-Distribuição t de Student (ACHCAR & RODRIGUES, 1994).

3 - GEOESTATÍSTICA

3.1 - BREVE HISTÓRICO

D. G. Krige foi o precursor dos estudos de estimativas de reservas minerais na África do Sul por volta de 1950, quando concluiu que não poderia estimar de forma adequada o conteúdo de ouro em blocos mineralizados se não considerasse a configuração geométrica das amostras, ou seja, a sua localização e volume (STURARO, 1994).

No começo dos anos 60, após muitos trabalhos empíricos por diversos autores na África do Sul, Georges Matheron publicou seu Tratado Sobre a Teoria das Variáveis Regionalizadas. A aplicação desta teoria em problemas nos campos da Geologia e Mineração levou à popularização do seu nome para Geoestatística (CLARK, 1979). Esta teoria generalizou os métodos de estimativa usados por D. G. Krige, desenvolvendo também os fundamentos teóricos do comportamento de variáveis distribuídas espacialmente associado com o tamanho das amostras e uma teoria a respeito dos erros das estimativas.

JOURNEL (1988) apud RIBEIRO JÚNIOR (1995) afirmou que durante muito tempo a geoestatística se apresentou como uma teoria difícil, um pouco esotérica, desenvolvida do outro lado do Atlântico e acessível apenas a pessoas altamente treinadas, ou àqueles afortunados o bastante para ter acesso a algum programa computacional caro e do tipo caixa preta. De fato, a dificuldade é artificial e devida em grande parte à apresentação original da teoria, bastante pesada. Gasta-se tempo, muitas aplicações e alguma humildade para compreender a essência da técnica e aceitá-la em sua simplicidade, ao risco de parecer ordinária. Uma vez que a teoria

geoestatística tenha sido desmistificada, pode-se centrar atenção nos verdadeiros problemas que tratam da implementação: como colocar uma idéia simples para funcionar.

Na literatura atual a teoria das variáveis regionalizadas ou geoestatística tem sido utilizada nas mais diversas áreas das Geociências, destacando-se os trabalhos de estimativa de minério (BLAIS & CARLIER, 1968 e CLARK, 1979), anomalias gravimétricas (HUIJBREGST & MATHERON, 1971), mapeamento submarino (JOURNEL, 1969), mapeamento geotécnico (DEVEUGHELE & POLATERA, 1979, STURARO, 1988 e 1994 e STURARO & LANDIM, 1995), hidrogeologia (OLEA, 1984 e SILVA & MINGOTI, 1995) e ciências do solo (WEBSTER, 1978, OLIVEIRA, 1991 e RIBEIRO JÚNIOR, 1995), dentre outras. De uma forma geral, todas as variáveis oriundas de fenômenos regionalizados têm sido estudadas através da Geoestatística, o que deve ser feito com bastante cuidado, verificando se as interpretações dos resultados são apropriadas ao contexto (RIBEIRO JÚNIOR, 1995).

3.2 - NOÇÃO DE VARIÁVEL REGIONALIZADA

3.2.1 - Variável Regionalizada e Função Aleatória

O termo variável regionalizada é utilizado primordialmente para ressaltar o aspecto espacial de um determinado fenômeno natural. Uma variável regionalizada é, *sensu stricto*, uma função atual que assume um valor definitivo em cada ponto do espaço (MATHERON, 1963).

Segundo JOURNEL (1988), os dados espaciais caracterizam-se por apresentarem apenas um dado em cada locação e dados em diferentes locações são dependentes, sendo que a dependência espacial não é um incômodo para a estatística, mas um verdadeiro benefício que permite informar sobre locais não amostrados a partir de dados em localizações ao redor do ponto que se deseja estimar.

Em termos gerais esta função tem propriedades muito complexas para serem estudadas facilmente através de métodos comuns de análises matemáticas. Do ponto de vista da Física ou da Geologia, um certo número de características qualitativas está relacionada ao conceito de variáveis regionalizadas. Em primeiro lugar uma variável regionalizada é “localizada”, com suas variações ocorrendo no espaço, conhecido

como campo geométrico da regionalização. Em segundo lugar, a variável regionalizada deve mostrar uma continuidade mais ou menos constante, consistente, na sua variação espacial, o que deve ser expresso através de um desvio mais ou menos importante entre seus valores em duas vizinhanças que estão sendo consideradas. Frequentemente apenas uma continuidade mais solta existirá ou, em outras palavras, uma continuidade “em média”. Em algumas circunstâncias, mesmo essa continuidade “em média” não será confirmada, e então deve-se considerá-la como um “efeito pepita”. Finalmente a variável regionalizada deve mostrar diferentes tipos de anisotropias. Deve existir uma direção preferencial ao longo da qual os valores não variam de forma significativa, enquanto esses valores variam rapidamente ao longo de uma direção cruzada. Estes fenômenos são bem conhecidos como zonalidade (MATHERON, 1963).

Segundo MARANHÃO & MELLO (1978), considera-se como variável regionalizada a qualquer variável que satisfaça simultaneamente as seguintes condições: a) é possível relacionar os seus dados numéricos com distâncias medidas a partir de determinados pontos de referência; b) apresenta caráter aleatório, mostrando variações imprevisíveis de um ponto para outro; c) ocorre de forma estruturada, isto é, obedece a uma determinada lei física de distribuição, que é muitas vezes difícil de pôr em evidência. Segundo STURARO (1985), uma variável aleatória é uma variável que adquire um valor numérico a partir de uma determinada lei de distribuição de probabilidades. Seja uma variável aleatória $z(x_1)$ no ponto x_1 . Um valor numérico para uma determinada variável aleatória em uma área, define uma realização dessa variável aleatória $z(x_1)$ no ponto x_1 . Para o conjunto de valores $z(x)$ para todos os pontos x na área, a variável regionalizada $z(x)$ pode ser considerada como uma realização particular do conjunto de variáveis aleatórias $\{z(x), \in \text{Área}\}$, conjunto este denominado função aleatória. A interpretação probabilística de uma variável regionalizada $z(x)$ como uma realização particular de uma determinada função aleatória $Z(x)$ só tem sentido prático quando é possível inferir toda ou parte da lei de distribuição de probabilidade que define a função aleatória. Como não é possível inferir rigorosamente a lei de distribuição de uma função aleatória $Z(x)$ a partir de um número pequeno de realizações $z(x)$, tornam-se necessárias muitas realizações $z_1(x)$, $z_2(x)$, ..., $z_k(x)$ da variável aleatória $z(x)$ para inferir sobre a lei de distribuição de probabilidades de $Z(x)$. Como na prática as variáveis regionalizadas apresentam-se

como uma única realização, certas suposições serão necessárias para se fazerem inferências estatísticas. Essas suposições envolvem vários graus de homogeneidade espacial e são conhecidas como hipóteses de estacionaridade (JOURNEL & HUIJBREGTS, 1978).

Seja a variável aleatória $E(x)$ em um ponto x . Se a função de distribuição de $Z(x)$ possui uma esperança ou momento de primeira ordem, este é geralmente uma função de x e é expresso por:

$$E\{Z(x)\} = m(x)$$

Em Geoestatística são considerados três momentos de segunda ordem: a variância, a covariância e o variograma. A variância, ou mais precisamente a variância a priori de $Z(x)$, quando existe, é definida como o momento de segunda ordem em relação à esperança $m(x)$ da função aleatória $Z(x)$, ou seja:

$$Var\{Z(x)\} = E\{[Z(x) - m(x)]^2\}$$

Assim como a esperança $m(x)$, a variância é geralmente uma função de x . Pode-se demonstrar que se duas variáveis aleatórias $Z(x_1)$ e $Z(x_2)$ possuem variâncias nos pontos x_1 e x_2 , então elas possuem também uma covariância que é uma função das localizações x_1 e x_2 , matematicamente definida por:

$$C(x_1, x_2) = E\{[Z(x_1) - m(x_2)]\}$$

A função variograma é definida como a variância do incremento $[Z(x_1) - Z(x_2)]$, matematicamente expressa por:

$$2\gamma(x_1, x_2) = Var\{Z(x_1) - Z(x_2)\}$$

A função $\gamma(x_1, x_2)$ é o semivariograma.

3.2.2 - Hipóteses de Estacionaridade

As hipóteses de estacionaridade se originam da definição de covariância e da função variograma, que dependem de dois pontos simultaneamente, x_1 e x_2 . Desta forma muitas realizações da variável aleatória $\{Z(x_1), Z(x_2)\}$ devem ser avaliadas para qualquer inferência estatística. Entretanto, se essas funções dependem somente da distância entre os dois pontos de suporte (módulo de vetor $h = x_1 - x_2$), então é possível proceder inferências estatísticas, ou seja, cada par de dados $\{z(x_1), z(x_2)\}$ separados pela distância $(x_1 - x_2)$ igual ao módulo de vetor h , pode ser considerada como uma realização do par de variáveis aleatórias $\{Z(x_1), Z(x_2)\}$. Fisicamente isso significa que numa região considerada como domínio homogêneo, a correlação que existe entre dois valores $z(x_1)$ e $z(x_2)$ não depende das suas posições particulares dentro da região, mas sim da distância que os separa.

Uma função aleatória é estritamente estacionária quando sua lei espacial for invariável mesmo quando houver translação, isto é, dois componentes vetoriais k da função aleatória:

$$\{Z(x_1), \dots, Z(x_k)\} \text{ e } \{Z(x_1 + h), \dots, Z(x_k + h)\}$$

possuem lei espacial idêntica, qualquer que seja a direção do módulo de vetor h .

Para a geoestatística linear será suficiente admitir a existência dos dois primeiros momentos (1ª e 2ª ordens) e limitar neles a estacionaridade.

Uma função aleatória é estacionária de segunda ordem quando:

-A esperança matemática existe e não depende do ponto de suporte x ;

$$E\{Z(x)\} = E\{Z(x+h)\} = m(\text{constante})$$

-Para cada par de pontos $\{Z(x), Z(x+h)\}$ a covariância existe e depende da distância h que separa os dois pontos;

$$C(h) = E[Z(x+h) \times Z(x)] - m^2$$

-A estacionaridade da covariância implica na estacionaridade da variância e do variograma. Segue-se que;

$$\text{Var}\{Z(x)\} = E\{[Z(x) - m]^2\} = C(o)$$

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \times E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\} = C(o) - C(h)$$

A hipótese da estacionaridade de segunda ordem assume a existência da covariância e portanto uma variância finita a priori, $\text{Var}\{Z(x)\} = C(o)$. A existência da função variograma representa uma hipótese mais fraca do que a existência da covariância, e também existem muitos fenômenos físicos que possuem uma capacidade infinita para a dispersão, não possuindo desta forma a priori uma variância e uma covariância, mas podendo ser definido o variograma. Assim, a hipótese de estacionaridade de segunda ordem pode ser ligeiramente reduzida quando assume-se somente a existência da estacionaridade do variograma. Uma hipótese mais fraca quanto à estacionaridade pode portanto ser assumida, que é a hipótese intrínseca.

Uma função aleatória $Z(x)$ é considerada intrínseca quando:

-A esperança matemática existe e não depende do ponto de suporte x ;

$$E\{Z(x)\} = m \text{ (constante)}$$

-Para todos os módulos de vetores h , o incremento $[Z(x+h) - Z(x)]$ possui uma variância que não depende de x ;

$$\text{Var}\{Z(x+h) - Z(x)\} = E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\} = 2\gamma(h)$$

Portanto a estacionaridade de segunda ordem implica na hipótese intrínseca, mas o inverso não é verdadeiro. A hipótese intrínseca pode ser também uma limitação da estacionaridade de segunda ordem para os incrementos da variável aleatória $Z(x)$.

Na prática a função estrutural, covariância ou variograma são somente usadas para distâncias limitadas ($h \leq b$) (Figura 3.1), que representam o diâmetro da vizinhança de estimativa, ou seja, a zona que contém as informações independentes que auxiliarão na estimativa do ponto $Z(x_o)$. De outra forma, b é a extensão de zonas homogêneas, e

duas variáveis $Z(x_i)$ e $Z(x_i+h)$ não podem ser consideradas provenientes da mesma zona se $(h) > b$.

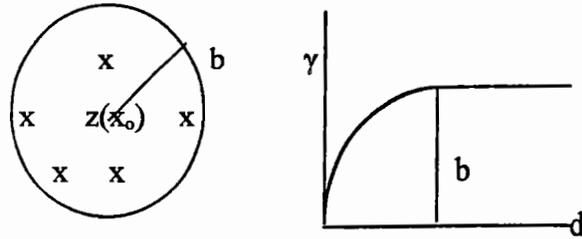


FIGURA 3.1-Vizinhanças quasi-estacionárias (STURARO, 1985).

Do exposto, deve-se trabalhar com uma função estrutural $C(x, x+h)$ ou $\gamma(x, x+h)$ que é estacionária localmente para distâncias (h) menores que o limite b da Figura 3.1. Essa limitação da hipótese de estacionaridade de segunda ordem (ou hipótese intrínseca se somente o variograma é assumido) para distâncias $(h) \leq b$, corresponde à hipótese de quasi-estacionaridade, ou hipótese quasi-intrínseca.

A hipótese de quasi-estacionaridade é realmente um compromisso entre a escala de homogeneidade do fenômeno e a quantidade de dados disponíveis para se fazer a estimativa. Normalmente pode-se reduzir as dimensões de b para zonas estacionárias, mas pode ocorrer que dentro dessas zonas não exista informações, o que impossibilitaria inferir seus momentos da hipótese quasi-estacionária (STURARO, 1985).

De acordo com LANDIM (1993), como uma variável regionalizada é o resultado único de uma função casual (ou aleatória), é possível fazer-se inferências estatísticas baseando-se apenas em uma amostra e para resolver esse impasse a Geoestatística utiliza uma restrição estacionária, semelhante em concepção da “ergodicidade” nas séries de tempo dependentes. A restrição é chamada de “hipótese intrínseca” e permite o uso de resultados de uma variável regionalizada por estimativa através do método dos momentos.

Sejam $x_{(i)}$ e $x_{(i+h)}$ dois valores de uma variável regionalizada obtidos em i e $i+h$, separados entre si por uma distância h , módulo de vetor com direção e orientação específica em um espaço a uma, duas ou três dimensões. A diferença entre esses dois valores é outra variável casual $[x_{(i)} - x_{(i+h)}]$. A hipótese intrínseca estabelece que $[x_{(i)} - x_{(i+h)}]$ é estacionária de segunda ordem. Em outras palavras, uma variável

regionalizada satisfaz a hipótese intrínseca se, para qualquer deslocamento h , os dois primeiros momentos da diferença $[x_{(i)} - x_{(i+h)}]$ são independentes da localização de x e função apenas de h :

$$E\{x_{(i)} - x_{(i+h)}\} = m(\bar{h}), \text{ estacionaridade de primeira ordem}$$

$$E\{x_{(i)} - x_{(i+h)}\} - m(\bar{h}) = 2\gamma(\bar{h}), \text{ estacionaridade de segunda ordem}$$

onde $m(\bar{h})$ representa a tendência (drift) e $\gamma(\bar{h})$ a semivariância ou função intrínseca.

O comportamento de uma variável regionalizada pode, portanto, variar desde uma situação fracamente estacionária, onde os valores esperados da variável, assim como sua covariância espacial, são os mesmos por uma determinada área, até uma situação onde ocorre uma estacionaridade apenas nas vizinhanças de uma zona restrita e os valores esperados variam de maneira regular nessa vizinhança.

No caso de variáveis regionalizadas com estacionaridade de segunda ordem ocorre a seguinte relação:

$$\sigma^2 = \gamma(h) + \text{cov}(h)$$

sendo σ^2 a variância populacional; $\text{cov}(h)$ a autocovariância para uma distância h e $\gamma(h)$ a correspondente semi-variância.

No estudo do comportamento das variáveis regionalizadas duas são as ferramentas fundamentais dos métodos geoestatísticos: o Semivariograma e a Krigagem (LANDIM, 1993).

3.3 - SEMIVARIOGRAMA

3.3.1 - Conceitos e Definições Gerais

O variograma é uma curva que representa o grau de continuidade de uma variável regionalizada. Experimentalmente, plota-se a distância h nas abcissas e nas ordenadas,

o valor médio do quadrado da diferença entre os valores da variável regionalizada tomados a uma distância h de uma para outra variável. Em termos gerais, o variograma é uma função crescente com a distância h , desde que, em média, quanto maior a distância que ambas as amostras estiverem uma da outra, maior serão as diferenças entre os seus valores. Esta afirmação fornece um conceito preciso da *zona de influência* de uma amostra. Quanto mais rápido ou lento cresce um variograma, mais rápida ou lentamente será representada a deterioração da influência de uma determinada amostra sobre mais e mais zonas remotas de um determinado fenômeno. As características qualitativas da regionalização são muito bem expressas através do variograma (MATHERON, 1963).

De acordo com MATHERON (op cit.), a maior ou menor regularidade de um determinado evento é representada pelo comportamento de $\gamma(h)$ próximo à origem, distinguindo-se quatro tipos de comportamento, conforme será visto mais adiante. O autor determina ainda que o variograma não é o mesmo ao longo de diferentes direções no espaço. A função $\gamma(h)$ definida em um ponto I não só depende do módulo, mas também da direção do vetor h . Tendências preferenciais e anomalias de um fenômeno são reveladas através do estudo da distorção do variograma quando sua direção é alterada. O variograma não representa a totalidade e nem os detalhes de um determinado evento, mas expressa de uma forma sintética as suas principais características.

A partir dessa conceituação inicialmente proposta por MATHERON no início dos anos 60, desenvolveu-se toda a teoria Geoestatística, conforme será explicada através de trabalhos de diversos autores.

JOURNEL (1989) apud STURARO (1994), mostra que a função variograma é derivada do momento de inércia calculado para uma variável $V(x)$ em diversos intervalos de distância de um módulo de vetor h . O gráfico da Figura 3.2 apresenta a interpretação do variograma a partir do momento de inércia.

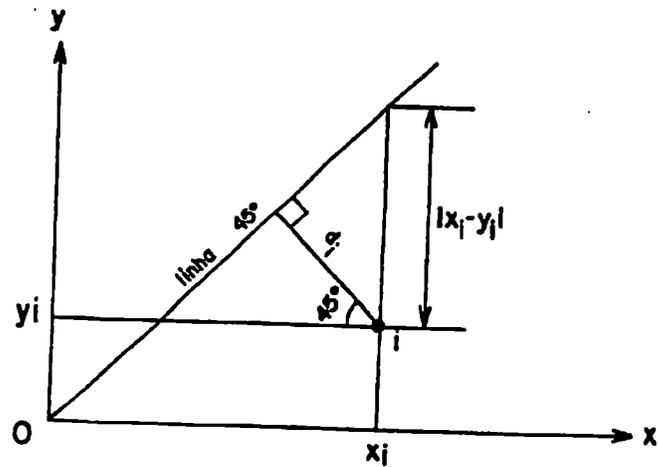


FIGURA 3.2: Diagrama de dispersão de uma variável $V(x)$ para uma distância h (JOURNEL, 1989).

O momento de inércia, definido neste contexto como variograma, constitui-se na metade da média das diferenças quadráticas entre as coordenadas de cada par de pontos do diagrama de dispersão espacial de $V(x)$, ou seja:

$$\text{Variograma} = \frac{1}{2N} \sum_{x=1}^{N-1} [V(x) - V(x+h)]^2$$

O fator $\frac{1}{2}$ da equação representa a distância perpendicular dos pontos em relação à linha de 45° do diagrama de dispersão. Este aspecto conduz muitos geoestatísticos a denominar de semivariograma para o momento de inércia, o que, para trabalhos geoestatísticos, corresponde à mesma definição que variograma $\gamma(h)$.

A estimativa de semivariância para uma determinada distância pode ser vista como o momento de inércia médio do gráfico de dispersão de pontos que originou a reta mostrada na Figura 3.2. Desta forma, a estimativa é a medida de dispersão de uma nuvem de pontos. Um menor espalhamento indica maior associação e gera uma medida menor de semivariância, ao contrário do que ocorre com a covariância e a correlação (RIBEIRO JÚNIOR, 1995).

O mesmo conceito de variograma para uma determinada variável pode ser estendido para descrever a continuidade espacial de duas variáveis conjugadas, isto é, no lugar de se trabalhar com pares da mesma variável em locais diferentes, trabalha-se com variáveis diferentes em localizações diferentes. Em geoestatística esta definição corresponde aos variogramas cruzados, cuja expressão analítica é assim equacionada:

$$\gamma_{vu}(h) = \frac{1}{2N} (h) \sum_{i,j}^N [V(i) - V(j)] \times [U(i) - U(j)]$$

Após a elaboração dos variogramas experimentais (simples ou cruzados) para várias direções, a etapa seguinte consiste em estabelecer um modelo matemático que represente da melhor forma possível a variabilidade em estudo (STURARO, 1994), conforme será visto adiante.

De acordo com VALENTE (1982), a função semivariograma deve seu nome a Matheron, bem como o seu tratamento e interpretação teórica e prática, embora seja uma função conhecida anteriormente, tendo sido citada por outros autores, mas nunca no sentido feito por Matheron.

A função $\gamma(h)$ é o semivariograma ou função intrínseca. Uma função aleatória que verifique a hipótese intrínseca constitui aquilo que se chama um esquema intrínseco que é caracterizado pelo respectivo semivariograma.

As estimativas a realizar serão feitas sobre um determinado conjunto de dados experimentais que são os N valores tomados pela variável regionalizada nos pontos do espaço onde foram medidas. Este conjunto de dados constitui, como um todo, uma única realização de uma função aleatória cuja lei de distribuição de probabilidade é evidentemente desconhecida a priori e é bem compreensível a dificuldade intransponível de tratar uma função aleatória a partir de uma única realização. É como tentar interpretar um fenômeno de tiragem à sorte a partir de um único resultado. Tem-se então de fazer hipóteses suplementares apoiadas no aspecto estruturado do fenômeno, que se referem a uma certa estacionaridade dos valores (ou acréscimos) da variável regionalizada, conforme descrito nos itens anteriores. Aceita essa estacionaridade, pode-se definir uma função denominada semivariograma que é o instrumento básico da Geoestatística e se define como:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N} \{Z(x+h) - Z(x)\}^2$$

onde $Z(x)$ e $Z(x+h)$ são os valores tomados pela variável regionalizada em dois pontos distantes do módulo de vetor h a 1, 2 ou 3 dimensões.

Esta é a função que estrutura o espaço do fenômeno que está sendo estudado e mede as relações estatísticas (covariâncias) existentes entre pontos do espaço distantes de sucessivos valores de h . É uma função crescente com h e a partir de uma determinada distância, dita amplitude (ou range) as amostras tornam-se independentes (de covariância nula).

Para que um fenômeno geológico admita uma estacionaridade, é necessário que os fatores que o influenciaram tenham agido aproximadamente do mesmo modo para *todo* o espaço de ocorrência do fenômeno, que a variável regionalizada seja estatisticamente homogênea ou que as correlações sejam análogas para todo o espaço (às mesmas distâncias).

Outro problema fundamental é a escala do fenômeno. Um dado fenômeno que não apresenta estruturação detetável, ou seja, não se consegue construir um variograma “honesto” a uma determinada escala ou para um dado passo de amostragem, revela tal estruturação para uma escala diferente, quando por exemplo se varia a malha de amostragem. Aliás esse fato é facilmente interpretável se se pensar que a escala de estudo tem de “acertar” com a escala em que a estruturação surgiu na natureza, para que tal estruturação possa ser detectada e traduzida matematicamente.

O critério de decisão sobre a estacionaridade tem que ser experimental. Antes de se construir o primeiro variograma, não se pode saber se existe alguma estacionaridade, a que escala se encontra, em que zonas do espaço estão as variáveis regionalizadas. Na prática os primeiros estudos devem gerar o variograma fazendo as diferenças entre os valores da variável regionalizada dos pares distantes de “uma distância, duas distâncias, etc”, quadrando essas diferenças e tomando a média para cada distância entre pontos, matematicamente expresso por:

$$\gamma(1) = \frac{1}{2} \sum_{x=1}^{N-1} \frac{[Z(x+1) - Z(x)]^2}{N-1}$$

$$\gamma(2) = \frac{1}{2} \sum_{x=1}^{N-2} \frac{[Z(x+2) - Z(x)]^2}{N-2}$$

.....

$$\gamma(k) = \frac{1}{2} \sum_{x=1}^{N-k} \frac{[Z(x+k) - Z(x)]^2}{N-k}$$

A Figura 3.3 mostrada a seguir, exemplifica a forma de se construir um variograma linear experimental.

Este variograma, para poder ser utilizado na prática, deve ter um determinado andamento que é traduzível por uma lei matemática que denuncie uma certa estruturação da variável regionalizada em estudo (VALENTE, 1982).

Como já foi visto, quando se trata do esquema intrínseco, o variograma $2\gamma(h)$ nada mais é que a esperança matemática do quadrado dos acréscimos da variável regionalizada na direção definida pelo módulo de vetor h . Em outras palavras, o variograma $2\gamma(h)$ é o valor médio do quadrado das diferenças entre todos os pares de pontos existentes no campo geométrico e distanciados de h . É sempre bom lembrar que o variograma é o instrumento básico da Geoestatística, é um revelador de estruturas e que, na hipótese intrínseca, o variograma não depende do ponto de apoio e pode, portanto, ser calculado para qualquer região do espaço. Na prática, contudo, é necessário que o número de pontos amostrados seja suficiente para que a média tenha significado estatístico (VALENTE, op cit.).

MARANHÃO & MELLO (1978) enfatizam que o passo inicial no tratamento de qualquer variável regionalizada consiste em definir a expressão matemática que exprime a sua distribuição no espaço, a qual é materializada com a construção de variogramas. Esses autores definem os variogramas como sendo as representações gráficas dessas funções que expressam o aumento da variância com o incremento da distância de amostragem. Definidas as variáveis a serem estudadas, passa-se à análise crítica de outros fatores, destacando-se os mais importantes:

- A forma de amostragem, uma vez que na construção de variogramas não devem ser utilizados resultados provenientes de amostras obtidas em suportes (forma e o volume da amostragem) diferentes;

- Precisam ser identificados os campos homogêneos na área estudada, uma vez que é necessário construir o variograma para cada campo homogêneo de uma determinada área em estudo;

- Os valores anormais devem ser descartados uma vez que um ou alguns desses valores extremamente anômalos podem prejudicar todo o estudo variográfico;

- A concentração de dados em áreas potencialmente mais interessantes deve ser evitada;

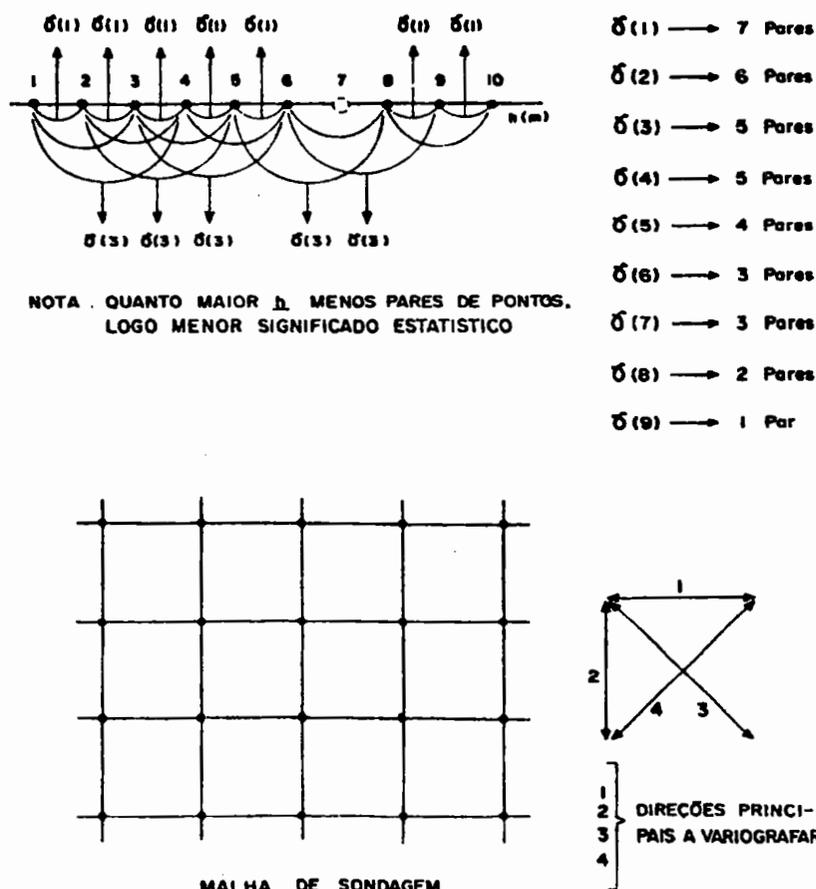


FIGURA 3.3- Construção de um semivariograma linear experimental, mostrando as principais direções a variografar no plano (VALENTE, 1982).

-Deve-se pesquisar sempre a existência de erros sistemáticos de amostragem e/ou de análise;

-É aconselhável que se trabalhe sempre com variáveis aditivas, ou seja, tomando como exemplo uma jazida mineral, o variograma da acumulação é mais expressivo que o do teor, dando-se prioridade ao estudo variográfico da acumulação em relação ao do teor;

-Os dados usados no cálculo de cada ponto do variograma devem apresentar aproximadamente a mesma média aritmética de todos os dados amostrais usados na análise variográfica. Ou seja, se no cálculo da variância para uma distância h forem usados N dados, a média aritmética desses N valores deve ser aproximadamente igual à média de todos os valores amostrais aplicados na análise variográfica.

3.3.2 - Parâmetros e Características de um Semivariograma

Antes de se prosseguir com os estudos sobre os semivariogramas, serão definidos os parâmetros e características da função variograma, com base no esquema mostrado na Figura 3.4.

- Amplitude Variográfica (a): À medida que a distância entre os pares aumenta, a variabilidade tenderá a aumentar até atingir um determinado nível. A distância onde o variograma atinge este nível é considerada a amplitude variográfica, também denominada de *range*.

- Patamar ($C1$): Representa o nível de variabilidade onde o variograma se estabiliza. Este patamar deve ser teoricamente igual à variância estimada a priori, ou seja, a variância populacional. Este parâmetro é também denominado *sill*.

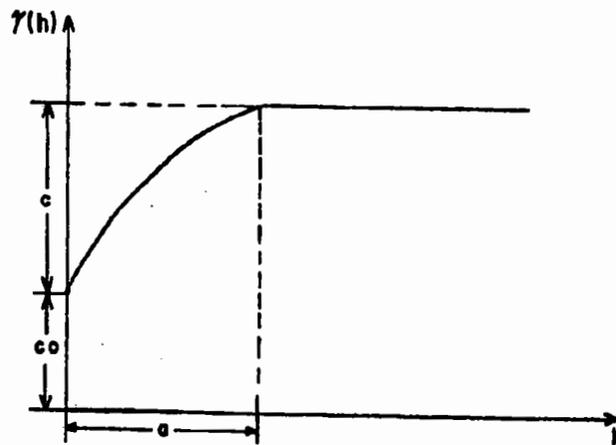


FIGURA 3.4 - Esquema Básico de uma função Variograma

- Efeito Pepita (C_0): Para distância igual a zero ($h=0$), o variograma deveria apresentar variabilidade nula. Entretanto, vários fatores como erros de amostragens, erros de medidas ou ainda microregionalizações da variável em análise, causam uma descontinuidade na origem do variograma, denominada de efeito pepita (*nugget effect*).

Na maioria dos casos práticos, há um ramo crescente no variograma para pequenos valores de h e a partir de uma certa distância a função tende para um patamar. Esse fato pode ser interpretado pela estacionaridade de segunda ordem como se segue:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{N} \{Z(x+h) - Z(x)\}^2$$

ou desenvolvendo

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{N} \{ [Z(x+h)]^2 - 2Z(x+h)Z(x) + [Z(x)]^2 \}$$

Admitindo-se então a estacionaridade de segunda ordem:

$$\gamma(h) = K(0) - K(h)$$

onde K é a covariância.

Nos fenômenos de transição a partir de uma certa distância a denominada amplitude, a covariância $K(h)$ se anula e o variograma se reduz ao patamar c que coincide, portanto, com a variância a priori, $K(0)$. Em outras palavras, a partir da amplitude a covariância se anula e assim as amostras tornam-se independentes, conforme mostra a Figura 3.5.

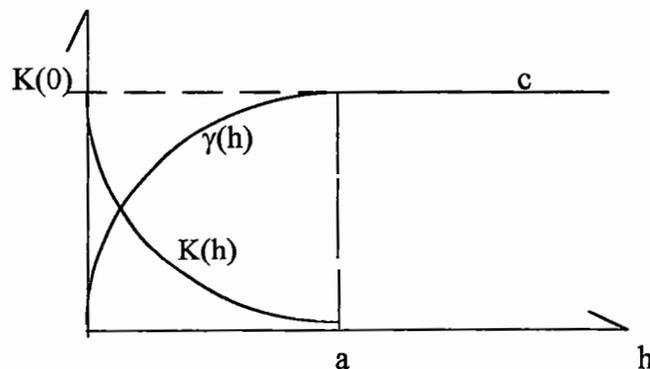


FIGURA 3.5: Fenômeno de Transição, $\gamma(h) = K(0) - K(h)$ (VALENTE, 1982)

Outra grandeza interessante que se ressalta nos variogramas é o “efeito pepita” (C_0) que corresponde ao ponto onde o variograma corta o eixo das ordenadas.

O efeito pepita pode ser considerado como o testemunho de microregionalizações que ocorrem em escalas inferiores à escala usada na amostragem. Assim, o primeiro ponto levantado no variograma é o $\gamma(l)$ e não se conhece o andamento experimental da curva entre os pontos 0 e l . Pode-se tão somente extrapolar linearmente a referida função de auto-correlação até que a mesma corte o eixo das ordenadas.

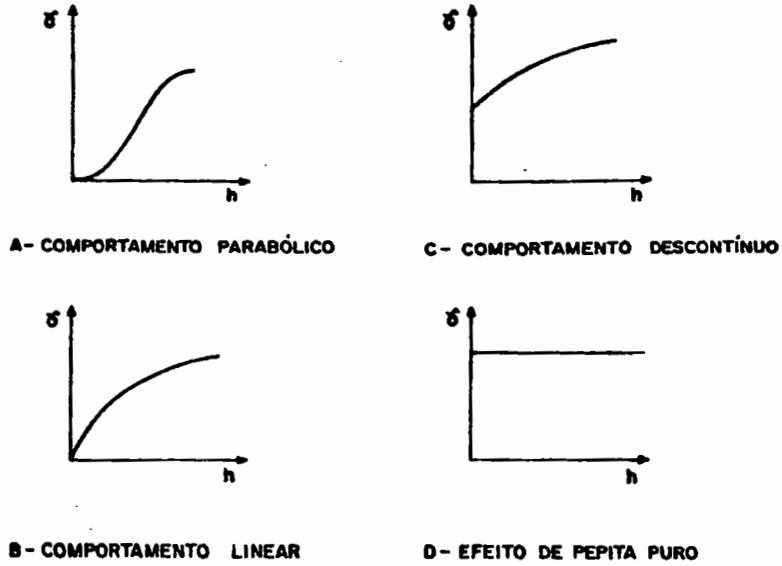
3.3.3 - Tipos de Comportamentos de Semivariogramas na Origem

A continuidade e regularidade de uma função aleatória no espaço exprimem-se pelo seu comportamento na vizinhança da origem. Pode-se distinguir quatro comportamentos possíveis por ordem de regularidade decrescente:

A) Comportamento Parabólico (Tipo Contínuo)

$\gamma(h) \cong A |h|^2$ quando $h \rightarrow 0$; $\gamma(h)$ é duas vezes derivável em $h=0$ e, portanto, a função aleatória $Z(x)$ é derivável em média quadrática, apresentando um alto grau de regularidade no espaço. O caso “a” da Figura 3.6 apresenta esse comportamento.

TIPOS DE COMPORTAMENTO NA ORIGEM DE VARIOGRAMAS



$\hat{\gamma}(h)$ E $K(h)$ NOS COMPORTAMENTOS NA ORIGEM PARABÓLICO E LINEAR

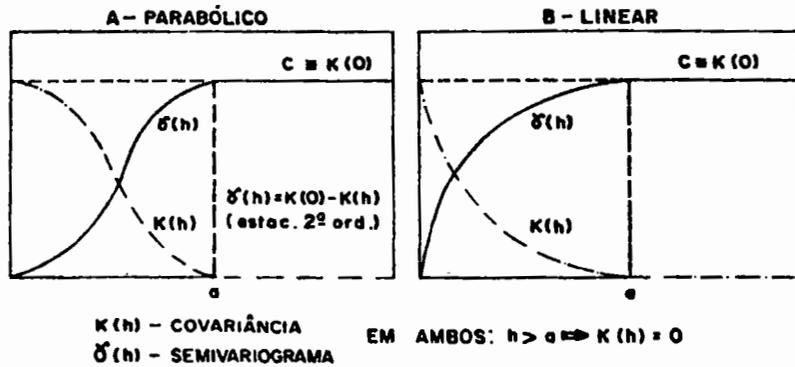


FIGURA 3.6: Tipos de comportamento na origem de variogramas e $\gamma(h)$ e $K(h)$ nos comportamentos na origem parabólico e linear (VALENTE, 1982).

B)Comportamento Linear

$\gamma(h) \cong A |h|$ quando $h \rightarrow 0$; ou seja, admite uma tangente oblíqua à origem em $h=0$; $\gamma(h)$ é contínua em $h=0$ mas não é derivável e, portanto, a função aleatória $Z(x)$ é contínua em média quadrática mas não derivável, logo, é menos regular que no caso anterior. O caso “b” da Figura 3.6 apresenta esse comportamento.

C) Comportamento Descontínuo (Efeito Pepita)

$\gamma(h)$ não tende para zero quando $h \rightarrow 0$; logo há descontinuidade na origem e a função aleatória $Z(x)$ é contínua em média quadrática e é extremamente irregular, apesar de, por definição, se ter $\gamma(h)=0$. Essa variabilidade ocorre visto que o aumento da distância h faz com que a função aleatória se apresente “mais contínua”. A descontinuidade do $\gamma(h)$ na origem é chamada efeito pepita e a sua existência deve-se à ocorrência de erros humanos (de medida, de análise, etc) e/ou de fenômenos regionalizados de escala inferior à escala de amostragem. O caso “c” da Figura 3.6 apresenta esse comportamento.

D) Efeito de Pepita Puro (Tipo Aleatório)

É o caso limite completamente aleatório onde há independência entre os valores tomados pela variável regionalizada em dois pontos quaisquer do espaço. Pode-se dizer que tem-se esse comportamento quando $\gamma(0)=0$ e $\gamma(h)=C_0$ quando $h > \varepsilon$. O caso “d” da Figura 3.6 apresenta esse comportamento e pode-se acrescentar que esse efeito pepita puro é um caso muito raro em Geologia.

3.3.4 - Os Principais Modelos Variográficos

VALENTE (1982) afirma que, na prática, $\gamma(h)$ não é conhecida, (semivariograma teórico) e tem de ser estimada por $\gamma^*(h)$ que é o semivariograma experimental. Os modelos teóricos de variogramas nada mais são do que as curvas provenientes do ajuste da plotagem dos diversos pontos que constituem os chamados variogramas experimentais, curvas essas que poderão representar diversos modelos matemáticos. A Figura 3.6 mostra os principais modelos variográficos teóricos.

O mesmo autor afirma que milhares de jazidas em nível mundial já tiveram ajustados os seus modelos variográficos e verificou-se que bem mais de 90% delas são representadas por modelos esféricos do tipo “fenômeno de transição”, enquanto que alguns depósitos de baixo teor mostram modelos logarítmicos. Raros são os minérios que fogem desses padrões de distribuição e são representados por modelos lineares, exponenciais, gaussianos ou ao acaso, conforme será visto a seguir. Desta forma a

tendência atual consiste primeiramente em verificar se o minério (variável regionalizada) pode ser representado por um modelo esférico e só depois de constatada a inviabilidade desta representação é que se parte para a análise de outros modelos variográficos (MARANHÃO e MELLO, 1978). Esta tendência universal parece que se verifica também em outras áreas, mas está provado que em algumas áreas ela não é verdadeira, como por exemplo em medicina, conforme os estudos de MATHERON (1960).

Considerando-se o pioneirismo da utilização de modelos variográficos na interpretação da variável Q de Barton em escavações subterrâneas, os ajustes de outros modelos citados serão explorados, buscando-se uma confirmação prática com relação ao melhor modelo matemático a ser empregado para esta variável regionalizada.

3.3.4.1 - Modelos com Patamar

Nestes modelos a função variograma aumenta à medida que se incrementa a distância, até atingir um patamar (*sill*) onde a função se estabiliza. Este patamar teoricamente deve ser igual à variância da população. Os principais modelos estabelecidos dentro desse grupo estão representados na Figura 3.7, cujas expressões matemáticas são mostradas a seguir.

A) Modelo Esférico ou de Matheron

$$\gamma(h) = C \times \left[1,5 \left(\frac{h}{a} \right) - 0,5 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right] \quad \text{para } h \leq a$$

$$\gamma(h) = C \quad \text{para } h > a$$

onde C é o patamar e a representa a amplitude variográfica.

A representação na Figura 3.7 da “tangente na origem” para este modelo assume um caráter muito particular. Trata-se de um modelo variográfico com comportamento linear na origem e o ponto onde a referida tangente corta o patamar representa 2/3 de

α , o que é muito cômodo saber para aplicação no cálculo automático da função variograma.

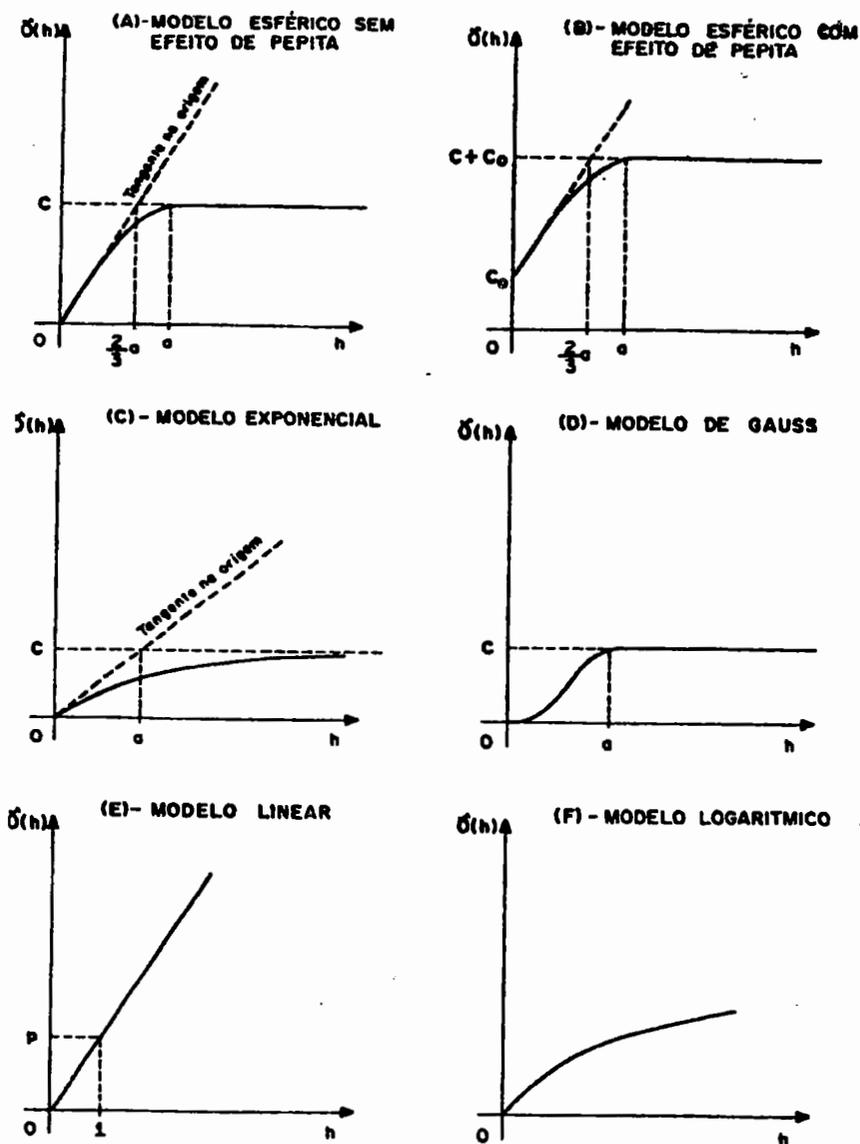


FIGURA 3.7: Principais modelos variográficos teóricos (VALENTE, 1982)

Quando se tem o efeito pepita, a amplitude continua a ser α , mas o patamar agora é $C + C_0$, e a função é expressa como:

$$\gamma(h) = C \times \left[1,5 \left(\frac{h}{a} \right) - 0,5 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right] + C_0 \quad \text{para } h \leq a$$

$$\gamma(h) = C + Co \quad \text{para } h > a$$

B) Modelo Exponencial ou de Formary

$$\gamma(h) = C \left[1 - e^{-\frac{|h|}{a}} \right]$$

onde a amplitude a é determinada pelo encontro da tangente na origem, sendo também um modelo com comportamento linear na origem, com o patamar C igual à variância a priori.

A amplitude a corresponde à distância onde a tangente, na origem, atinge o patamar. É um modelo variográfico que também representa um “fenômeno de transição” embora o patamar só seja alcançado para $h = \infty$.

Quando existe o efeito pepita Co o patamar passa a ser $C+Co$ e a sua equação fica:

$$\gamma(h) = Co + C \left[1 - e^{-\frac{|h|}{a}} \right]$$

C) Modelo Gaussiano

$$\gamma(h) = C \left[1 - e^{-\frac{|h|^2}{a^2}} \right]$$

Este modelo variográfico também representa um “fenômeno de transição” embora tenha um comportamento parabólico na origem, e não linear como os dois modelos anteriores. Trata-se do modelo variográfico mais regular possível visto admitir tangente horizontal na origem. O seu patamar C e a sua amplitude a são determinados como no variograma esférico e têm exatamente o mesmo significado.

Quando existe o efeito pepita Co o patamar passa a ser $C+Co$ e a sua equação fica:

$$\gamma(h) = C_0 + C \left[1 - e^{-\frac{|h|^2}{a^2}} \right]$$

Esses modelos são representativos de fenômenos naturais com elevada continuidade espacial.

D) Modelo Aleatório

Destaca-se ainda neste grupo o modelo aleatório, que se caracteriza pelo efeito de pepita puro. Este modelo, mostrado na Figura 3.8, ao contrário do modelo de Gauss, é representativo de fenômenos naturais de elevada aleatoriedade e sua expressão matemática é assim definida:

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= 0 && \text{para } h=0 \\ \gamma(h) &= C && \text{para } h>0 \end{aligned}$$

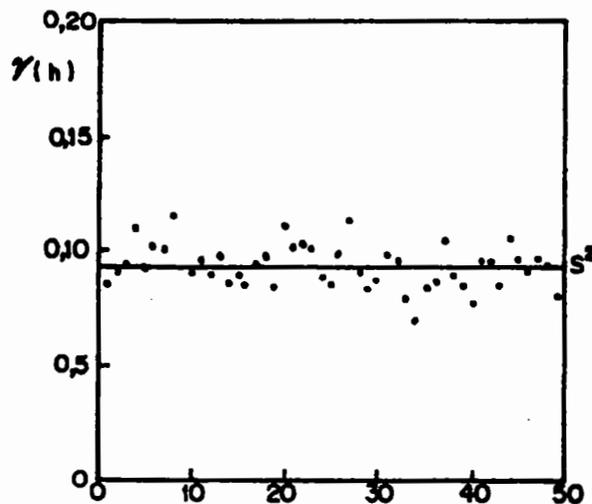


FIGURA 3.8: Modelo Aleatório (OLEA, 1984)

3.3.4.2 - Modelos sem Patamar

Esses modelos constituem-se naqueles que apresentam um aumento constante da variabilidade à medida em que a distância é incrementada.

A) Modelo Linear

$$\gamma(h) = p|h|$$

sendo p determinado com o valor de $\gamma(1)$. Pode-se dizer que é a reta que se obtém unindo o ponto experimental obtido para $h=1$ com a origem ($h=0$). A principal nota sobre esse modelo variográfico deve referir-se ao seu crescimento monótono, pelo que há deriva evidente e o fenômeno é não estacionário.

B) Modelos Potenciais

$$\gamma(h) = p|h|^\theta$$

onde θ varia de 0 a 2. O modelo linear é um caso particular destes modelos para $\theta=1$.

A Figura 3.9 mostra os modelos potenciais.

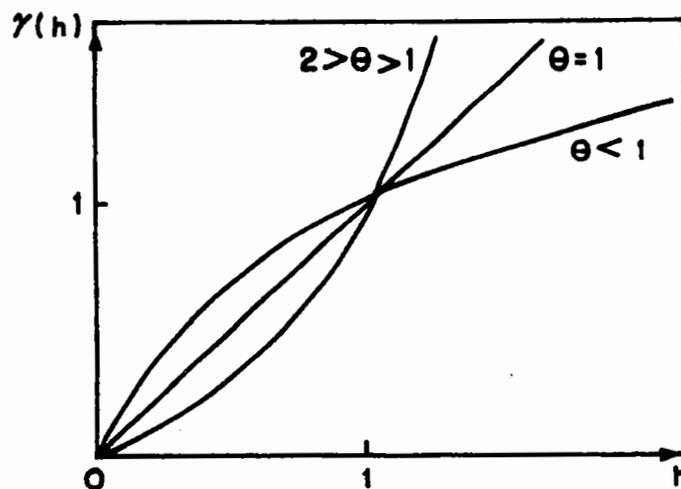


FIGURA 3.9: Modelos Potencias (JOURNAL, 1988)

C) Modelo Logarítmico ou de De Wijs

$$\gamma(h) = a \log|h|$$

Este é o modelo mais comum depois do modelo esférico. Se houver o efeito pepita, tem-se:

$$\gamma(h) = a \log|h| + C_0$$

onde a é a amplitude e C_0 o efeito pepita.

3.3.5- Análise Estrutural de Semivariogramas

Análise estrutural é o termo usado para o estudo de semivariogramas com o objetivo de se extrair informações sobre a natureza da variação espacial em uma variável regionalizada. Os dois objetivos primordiais da análise estrutural são: fazer interpretações genéticas sobre a variável regionalizada e obter parâmetros que serão necessários para as estimativas (OLEA, 1984).

Algumas das características principais da variável regionalizada em estudo podem ser deduzidas a partir do semivariograma, a saber:

- **Anisotropia.** Anisotropias podem ser reveladas por comportamentos diferenciais dos semivariogramas que apresentam formas diferentes para as diversas orientações estudadas. Se os semivariogramas apresentam a mesma forma, mas com diferentes amplitudes, tem-se uma anisotropia geométrica. Se os semivariogramas apresentam tanto a amplitude quanto o patamar variáveis de acordo com uma determinada direção, e esse comportamento está associado ao zoneamento espacial da variável ou ainda a uma possível associação de populações distintas, tem-se uma anisotropia zonal. Quando os semivariogramas apresentam configurações similares para as várias direções, o fenômeno é dito isotrópico.

Além das características estruturais dos semivariogramas descritas anteriormente, HUIJBREGTS (1975) acrescenta:

- **Suporte.** Define-se suporte como sendo o domínio geométrico de onde se obtém o valor da amostra, dotado de volume, forma e orientação. Os

semivariogramas devem ser confeccionados a partir de dados que possuam suportes iguais. Caso isso não aconteça, os suportes devem ser regularizados.

- **Regionalizações Superpostas.** Muitos fenômenos geológicos podem gerar regionalizações em várias escalas que ficam ocultas ou “aninhadas” no contexto regional em que são executados os trabalhos de pesquisa. Os semivariogramas podem captar essas flutuações em diferentes níveis e refleti-las na sua configuração. A presença de nítidas mudanças nas curvas dos semivariogramas pode significar estruturas superpostas.

- **Corregionalização.** O estudo da correlação regionalizada de várias variáveis pode ser feito através dos semivariogramas cruzados. Desta análise conjunta, estabelece-se um modelo mais robusto que integre as feições estruturais de todas as variáveis submetidas à análise variográfica.

-**Continuidade espacial:** A forma da curva do semivariograma, em particular a sua inclinação próxima à origem, está relacionada com a regularidade e igualdade dos valores da variável regionalizada. Um semivariograma parabólico que é tangente ao eixo das abcissas na origem significa que a variável é extremamente regular com relação ao intervalo de amostragem, ou seja, é reflexo de boa continuidade espacial. Já uma forma linear na origem reflete a continuidade moderada no espaço. Por outro lado, sequências substancialmente erráticas produzirão um semivariograma quase vertical a partir da origem.

Teoricamente o semivariograma deveria ser nulo na origem, entretanto na maioria das vezes ele apresenta uma descontinuidade denominada de efeito pepita, conforme já mostrado e discutido na Figura 3.7 e ítem 3.3.2.

A relação entre os parâmetros C_0 e C fornece um índice $E=C_0/C$ denominado de efeito de pepita relativo que expressa a aleatoriedade da regionalização (GARCIA, 1988). Segundo ROYLE (apud GARCIA, 1988), os seguintes intervalos fornecem uma noção da influência da componente aleatória:

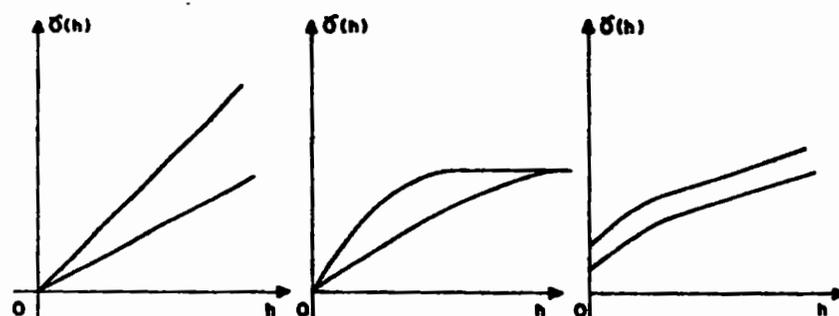
$E < 0,15$	Componente aleatória é pequena
$0,15 < E < 0,30$	Componente aleatória é importante
$E > 0,30$	Componente aleatória é muito importante

De outra forma, se a razão $C_0/(C_0+C)$ for maior que 0,8, a estatística e a geoestatística não se diferenciam (GARCIA, 1988, apud STURARO, 1988).

A Figura 3.10 exemplifica segundo VALENTE (1982) as anisotropias mais comuns encontradas nos modelos variográficos.

I - ANISOTROPIAS GEOMÉTRICAS

(I-A) MODELO LINEAR (I-B) MODELO ESFÉRICO (I-C) MODELO LOGARITMICO



II - ANISOTROPIAS ZONAIS

(II-A) MODELO ESFÉRICO (II-B) MODELO ESFÉRICO + LINEAR (II-C) MODELO LOGARITMICO + LINEAR

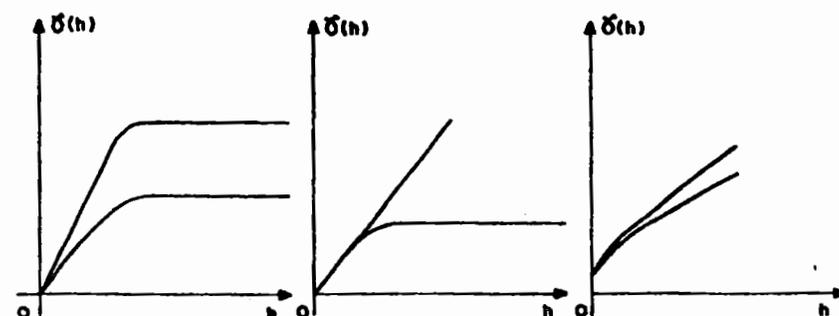


FIGURA 3.10: Modelos variográficos com anisotropias mais comuns (VALENTE, 1982).

- **Zona de Influência.** O semivariograma cresce constantemente até um valor máximo e então fica constante em um valor denominado patamar ou *sill*. Uma vez assumido que a variável regionalizada é estacionária de segunda ordem, a assíntota do patamar é igual à variância da população. À medida que a distância orientada h aumenta, mais discrepantes serão os dados e maior será a semivariância, até atingir uma separação de total independência entre as amostras. Esta distância é denominada em Geoestatística de Zona de Influência, cuja medida é a amplitude variográfica a . As amostras tomadas em intervalos de distância menores que a amplitude variográfica são auto-correlacionadas e são mais adequadas para serem usadas em propostas comuns de estimativa. As amostras localizadas acima do limite imposto pela amplitude variográfica são estatisticamente independentes e comportam-se como variáveis aleatórias independentes.

3.4- A KRIGAGEM

Segundo LANDIM (1993), o termo Krigagem (do francês “krigeage” e do inglês “kriging”) cunhado pela escola francesa de geoestatística em homenagem ao engenheiro de minas sul-africano e pioneiro na aplicação de técnicas estatísticas em avaliação mineira, D. G. Krige, é um processo de estimativa de valores de variáveis espacialmente distribuídas a partir de valores adjacentes enquanto considerados como interdependentes pelo variograma, tratando-se em último caso, de um método de estimativa por médias móveis. A Krigagem pode ser usada para:

-previsão do valor pontual de uma variável regionalizada em um determinado local dentro do campo geométrico; é um procedimento de interpolação exato que leva em consideração todos os valores observados, o qual pode ser a base para cartografia automática por computador quando se dispõe de valores de uma variável regionalizada dispostos em uma determinada área;

-cálculo médio de uma variável regionalizada para um volume maior que o suporte geométrico, como por exemplo, no cálculo do teor médio de uma jazida a partir de informações obtidas de testemunhos de sondagens;

-estimativa do *drift* (deriva) de modo similar à análise de superfícies de tendência.

De acordo com JOURNAL (1988), a essência da Geoestatística não reside na Krigagem, mas sim em documentar a decisão de estacionaridade, escolher certos dados, transformados ou não, para serem utilizados e inferir modelos de covariância.

Em todas essas situações o método fornece, além dos valores estimados, o erro associado a tal estimativa, o que o distingue dos demais algoritmos até então disponíveis. A Krigagem usa informações a partir do semivariograma para encontrar os pesos ótimos a serem associados às amostras que irão estimar um ponto, ou uma área ou um volume. Como o semivariograma é uma função da distância entre locais de amostragens, mantendo o mesmo número de amostras, os pesos serão diferentes de acordo com o seu arranjo geométrico.

Através da Krigagem, os pesos são obtidos de uma forma que o erro associado com o valor estimado é menor que qualquer outra soma linear. Para o cálculo dos pesos, considera-se as dependências espaciais expressas na análise variográfica e as relações geométricas entre os pontos observados. De uma forma geral, pontos mais próximos possuem pesos maiores em relação aos pontos mais afastados; pontos que ocorrem em grupo, contribuem menos em peso do que pontos isolados e pontos distantes apresentam uma pesagem menor quando ocultados por pontos ligeiramente à sua frente em relação ao ponto a ser estimado (STURARO, 1985).

DAVIS (1973) salienta que a Krigagem pode ser usada para a elaboração de mapas de contorno, mas diferentemente dos algoritmos convencionais que produzem esses mapas, apresenta certas propriedades estatísticas otimizadas. O método fornece as medidas dos erros ou incertezas da superfície de contorno. A Krigagem usa a informação do semivariograma para determinar pesos otimizadas que são usados para a estimativa de áreas não amostradas. Assumindo que o variograma é uma função da distância, os pesos mudam de acordo com o arranjo geográfico das amostras.

3. 4.1 - O Estimador BLUE

A Krigagem proporciona um estimador denominado BLUE (Best Linear Unbiased Estimator) que apresenta as seguintes características:

A) O estimador é linear, ou seja, as estimativas são feitas através de uma combinação linear dos dados;

$$V(x_o) = \sum_{i=1}^N w_i V(x_i)$$

onde w_i são os pesos das informações situadas a uma determinada vizinhança de correlação espacial.

B) O estimador $V(x_o)$ não é tendencioso, ou seja, é um método sem viés que objetiva que o erro residual médio seja igual a zero;

$$E\{V(x_o)\} = E\{V(x)\}$$

C) A variância da estimativa é mínima, ou seja, o método procura minimizar a variância dos erros;

$$\sigma^2 = E\{V(x_o)\} - E\{V(x)\} \approx 0$$

Nota-se que os itens “B” e “C” são difíceis de serem concebidos do ponto de vista prático, visto que não se conhecem os valores reais dos pontos estimados para se avaliar o erro e a variância verdadeiros.

Para superar esses aspectos, a técnica denominada de “Krigagem ordinária” baseia-se em um modelo probabilístico cujo erro residual médio, bem como a variância dos erros, podem ser estimados.

Desta forma, podem-se atribuir pesos às amostras usadas nas estimativas, de tal modo que o erro médio seja zero e a variância dos erros seja mínima (STURARO, 1994).

3.4.2 - A Teoria da Krigagem

Apresenta-se neste ítem a teoria básica da Krigagem, de acordo com a bibliografia básica de geoestatística, ou seja, CLARK (1979), DAVIS (1973), ISAACS & SRIVASTAVA (1989) e JOURNAL & HUIJBREGTS (1978).

3. 4. 2.1 - A Krigagem Ordinária - A Metodologia para o Caso Puntual

A Krigagem puntual é o caso mais simples de Krigagem, em que as observações consistem de medidas tomadas em pontos e as estimativas são feitas em outras localidades que são por sua vez também pontos. Como exemplo, é usada em mapas de contorno onde as observações podem ser elevações do topo de uma formação conforme medidas de uma campanha de furos de sondagem.

Para simplificar o problema, deve-se assumir que a variável que está sendo mapeada é estatisticamente estacionária, ou livre da deriva. O valor em uma localidade não amostrada deve ser estimado como uma média de pesos dos valores conhecidos, o que vale dizer, o valor em um ponto p é baseado em um pequeno grupo de pontos de controle de valores conhecidos e próximos:

$$Y^*_p = \sum W_i Y_i$$

Espera-se que o valor estimado Y^*_p seja algo diferente do valor verdadeiro mas desconhecido Y_p por um valor chamado de “erro de estimativa” definido por:

$$E_p = (Y^*_p - Y_p)$$

Se o somatório dos pesos usados na equação de estimativa é 1, os resultados das estimativas são não tendenciosos (unbiased) e não ocorre a deriva (tendência), ou seja, se os valores forem estacionários. Isso significa que em um grande número de estimativas, o erro médio será zero, uma vez que as estimativas para cima e para baixo dos valores reais tenderão a se anular. De qualquer maneira, mesmo que o erro médio de estimativa seja zero, as estimativas deverão se dispersar largamente ao longo dos valores reais. Essa dispersão pode ser expressa como a “variância do erro”, definida por:

$$S_E^2 = \sum (Y^*_p - Y_p)^2 / N$$

ou como sua raiz quadrada, o erro padrão da estimativa:

$$S_E = \sqrt{S_E^2}$$

Intuitivamente parece razoável que pontos próximos do ponto onde se deseja estimar devem ter maior influência na estimativa do que aqueles situados a maiores distâncias. Consequentemente é de se esperar que os pesos usados no processo de estimativa devam estar relacionados de alguma forma com o semivariograma da superfície.

Supondo que se queira estimar o valor de Y em um ponto p a partir de três pontos próximos, usando como estimador uma média de pesos desses três valores, tem-se:

$$Y^*_p = W_1 Y_1 + W_2 Y_2 + W_3 Y_3$$

onde a soma dos pesos é 1 e a estimativa é não tendenciosa.

Supondo que $W_1 = 1$, então $W_2 = W_3 = 0$ e $Y^*_p = Y_1$. Obviamente o erro da estimativa é simplesmente $E = Y_p - Y_1$ sendo que Y_1 é o valor estimado para Y^*_p . Se muitas outras localidades como Y_p são estimadas de pontos arranjados de uma maneira espacialmente similar a Y_1 , a estimativa da variância pode ser calculada como a média da diferença quadrática entre esses pares de pontos. Por conveniência, deve-se chamar essas outras localidades a serem estimadas de Y_{pi} e os outros pontos a serem estimados de Y_{li} .

$$S_E^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Y_{pi} - Y_{li})^2$$

o que vale dizer que a variância de estimativa é igual a duas vezes a semivariância para uma distância igual à distância entre os pontos Y_{pi} e Y_{li} (DAVIS, 1973).

Existe apenas *uma* combinação de pesos que fornece uma estimativa *mínima* do erro. É essa única combinação de pesos que a Krigagem procura encontrar. Em uma situação simples, procede-se uma estimativa por meio de Krigagem para estimar o valor Y^* em um ponto p a partir de três observações conhecidas, Y_1 , Y_2 e Y_3 . Três pesos, W_1 , W_2 e W_3 precisam ser encontrados para a equação da Krigagem.

Para encontrar esses valores, é necessária a solução de um sistema de três equações simultâneas:

$$W_1\gamma(h_{11}) + W_2\gamma(h_{12}) + W_3\gamma(h_{13}) = \gamma(h_{1p})$$

$$W_1\gamma(h_{12}) + W_2\gamma(h_{22}) + W_3\gamma(h_{23}) = \gamma(h_{2p})$$

$$W_1\gamma(h_{13}) + W_2\gamma(h_{23}) + W_3\gamma(h_{33}) = \gamma(h_{3p})$$

onde $\gamma(h_{ij})$ é a semivariância para uma distância h correspondente à separação entre os pontos de controle i e j . Por exemplo, $\gamma(h_{13})$ é a semivariância para uma distância igual àquela entre os pontos conhecidos 1 e 3; $\gamma(h_{1p})$ é a semivariância para uma distância igual àquela entre o ponto conhecido 1 e a localidade p que se deseja estimar. A matriz do lado esquerdo é simétrica porque $h_{ij} = h_{ji}$. A matriz mostra que a diagonal principal é constituída por zeros, porque h_{ii} representa a distância de um ponto para ele mesmo, que equivale a zero. Considerando que o semivariograma parte da origem, a semivariância para uma distância igual a zero é zero. Valores da semivariância são obtidos a partir do semivariograma, que deve ser conhecido (ou estimado) anteriormente ao processo de Krigagem. Entretanto, uma quarta equação é necessária para se assegurar que a solução é não tendenciosa, obrigando a soma dos pesos a ser igual a 1. Esta quarta equação é:

$$W_1 + W_2 + W_3 = 1,0$$

Com isto tem-se um grupo de quatro equações com três incógnitas. Desde que se tenha mais equações do que incógnitas, pode-se usar o grau extra de liberdade para se assegurar que a solução terá a estimativa mínima possível do erro. Isto é feito com a introdução de uma nova variável para balancear o sistema, ou seja, o multiplicador de Lagrange λ ao grupo de equações. O grupo completo de equações simultâneas fica então da seguinte forma:

$$W_1\gamma(h_{11}) + W_2\gamma(h_{12}) + W_3\gamma(h_{13}) + \lambda = \gamma(h_{1p})$$

$$W_1\gamma(h_{12}) + W_2\gamma(h_{22}) + W_3\gamma(h_{23}) + \lambda = \gamma(h_{2p})$$

$$W_1\gamma(h_{13}) + W_2\gamma(h_{23}) + W_3\gamma(h_{33}) + \lambda = \gamma(h_{3p})$$

$$W_1 + W_2 + W_3 + 0 = 1,0$$

Colocando na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \lambda(h_{11}) & \lambda(h_{12}) & \lambda(h_{13}) & 1 \\ \lambda(h_{12}) & \lambda(h_{22}) & \lambda(h_{23}) & 1 \\ \lambda(h_{13}) & \lambda(h_{23}) & \lambda(h_{33}) & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda(h_{1p}) \\ \lambda(h_{2p}) \\ \lambda(h_{3p}) \\ 1 \end{bmatrix}$$

Em termos gerais, deve-se resolver a equação matricial da seguinte forma:

$$[A] \cdot [W] = [B]$$

para o vetor de pesos desconhecidos, $[W]$. Os termos na matriz $[A]$ e vetor $[B]$, são obtidos diretamente do semivariograma ou de funções matemáticas representativas da sua forma. Uma vez que os pesos desconhecidos tenham sido determinados, a variável em uma localidade p é estimada por:

$$Y^*_p = W_1 Y_1 + W_2 Y_2 + W_3 Y_3$$

A variância de estimativa é dada por:

$$S_E^2 = W_1 \gamma(h_{1p}) + W_2 \gamma(h_{2p}) + W_3 \gamma(h_{3p}) + \lambda$$

Isto quer dizer que a variância da estimativa é essencialmente a soma dos pesos das semivariâncias para as distâncias entre os pontos utilizados na estimativa, mais uma contribuição do coeficiente λ que é equivalente a um termo constante.

A Krigagem apresenta duas poderosas vantagens com relação aos outros procedimentos convencionais de estimativa como aqueles usados para a elaboração de mapas de contorno: a Krigagem produz estimativas que, em média, apresentam o menor erro possível e também um relato explícito da magnitude desse erro.



3.4.2.2 - Krigagem Universal

Um problema significativo com a Krigagem Ordinária é que ela não pode ser aplicada a não ser que a variável regionalizada considerada seja estacionária. Na presença de uma deriva nesta variável, ou mesmo alguma pequena mudança no valor médio da variável, um estimador linear não se torna mais não tendencioso, implicando que as estimativas calculadas tenham seus valores sistematicamente “puxados” para cima ou para baixo do valor real dependendo do arranjo do controle de pontos e da inclinação da superfície.

Uma variável regionalizada não estacionária pode ser considerada como tendo duas componentes: a deriva e o resíduo. A deriva consiste no valor médio ou no valor esperado da variável regionalizada dentro de uma certa vizinhança, e que varia sistematicamente, sendo uma parte não estacionária da superfície. O resíduo é a diferença entre os valores reais e a deriva. Obviamente, se a deriva for removida de uma variável regionalizada, os resíduos serão estacionários e a Krigagem pode ser aplicada para seus valores.

A Krigagem universal pode ser então aplicada constituindo-se de três operações:

- A deriva deve ser estimada e removida;
- Os resíduos estacionários são krigados para se obter em as estimativas necessárias;
- Os resíduos estimados são combinados com a deriva para as estimativas da superfície real.

A deriva é análogo a uma superfície de tendência, exceto que a estimativa da deriva é feita apenas com base nos pontos de controle com uma certa vizinhança em torno da localidade que está sendo avaliada. Em geral, um arranjo diferente de pontos de controle será encontrado na vizinhança em torno de cada localidade separada a ser estimada, de forma que a equação que define a deriva deve ser resolvida tantas vezes quantas forem os números das localidades. Isso não é tão complicado como parece, porque as equações da Krigagem devem também ser resolvidas para cada uma dessas localidades, e é possível combinar as duas operações.

A deriva será definido como uma função arbitrária das coordenadas do ponto de controle, adotando-se geralmente uma função polinomial de baixo grau, ou seja, de primeira ordem ou de segunda ordem. A deriva M no ponto p então é dado por:

$$M_p = \alpha_1 X_{1i} + \alpha_2 X_{2i} \quad (\text{função polinomial de primeira ordem})$$

ou

$$M_p = \alpha_1 X_{1i} + \alpha_2 X_{2i} + \alpha_3 X_{1i}^2 + \alpha_4 X_{1i} X_{2i} + \alpha_5 X_{2i}^2 \quad (\text{função polinomial de segunda ordem})$$

Para esses casos, X_{1i} e X_{2i} são as coordenadas geográficas do i -ésimo ponto de controle de uma certa vizinhança, e os α 's são coeficientes desconhecidos da deriva que devem ser encontrados. Antes que isso seja feito, uma análise estrutural deve ser realizada para determinar a melhor combinação do tamanho da vizinhança e a expressão para a deriva. Essa tarefa não é nada simples porque o modelo da deriva e o tamanho da vizinhança são interdependentes.

A complexidade do modelo da deriva, o tamanho da vizinhança e a forma do semivariograma dos resíduos da deriva estão interrelacionados. Isto significa que a variância dos resíduos depende em parte da especificação arbitrária da deriva. Em Krigagem universal, os pesos a serem aplicados nos pontos de controle devem ser determinados e então deve-se determinar os coeficientes da deriva. O exemplo mais simples consiste na Krigagem de um ponto, assumindo que a deriva é linear e que o semivariograma dos resíduos da deriva também é linear. A equação do modelo linear da deriva mostrada acima (função polinomial de primeira ordem), tem dois coeficientes, de modo que no mínimo três pontos devem ser usados no processo de estimativa da deriva, ou então serão gastos os graus de liberdade.

Como se deseja estimar tanto a deriva como a variável regionalizada através da Krigagem universal, será necessária a inclusão de pontos de controle adicionais para prover graus de liberdade para os coeficientes de Krigagem. Por outro lado, o processo de Krigagem produzirá a mesma estimativa tanto para a deriva quanto para a superfície krigada. Uma escolha plausível seria cinco pontos de controle, dando três graus de liberdade para a determinação da deriva, mais dois graus de liberdade adicionais para a estimativa da superfície propriamente dita.

A coordenada este-oeste do ponto de controle i deve ser indicada por X_{1i} e a coordenada norte-sul por X_{2i} . As coordenadas da localidade krigada são X_{1p} e X_{2p} .

Deve-se determinar um grupo de cinco pesos, mais um coeficiente para a constante unitária, mais duas constantes adicionais para a deriva linear. Isto requer um grupo de oito equações simultâneas, a saber:

$$\begin{bmatrix} \gamma(h_{11}) & \gamma(h_{12}) & \gamma(h_{13}) & \gamma(h_{14}) & \gamma(h_{15}) & 1 & X_{11} & X_{21} \\ \gamma(h_{12}) & \gamma(h_{22}) & \gamma(h_{23}) & \gamma(h_{24}) & \gamma(h_{25}) & 1 & X_{12} & X_{22} \\ \gamma(h_{13}) & \gamma(h_{23}) & \gamma(h_{33}) & \gamma(h_{34}) & \gamma(h_{35}) & 1 & X_{13} & X_{23} \\ \gamma(h_{14}) & \gamma(h_{24}) & \gamma(h_{34}) & \gamma(h_{44}) & \gamma(h_{45}) & 1 & X_{14} & X_{24} \\ \gamma(h_{15}) & \gamma(h_{25}) & \gamma(h_{35}) & \gamma(h_{45}) & \gamma(h_{55}) & 1 & X_{15} & X_{25} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} & X_{15} & 0 & 0 & 0 \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} & X_{25} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ W_5 \\ \lambda \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(h_{1p}) \\ \gamma(h_{2p}) \\ \gamma(h_{3p}) \\ \gamma(h_{4p}) \\ \gamma(h_{5p}) \\ 1 \\ X_{1p} \\ X_{2p} \end{bmatrix}$$

onde $\gamma(h_{ij})$ são as semivariâncias entre dois valores mostrados separados por uma distância h ; W_{ij} os pesos associados a cada ponto de amostragem; λ o multiplicador de Lagrange introduzido para equilibrar a restrição no sistema e α os coeficientes da deriva.

Em termos gerais, deve-se resolver a equação matricial da seguinte forma:

$$[A] \cdot [W] = [B]$$

Donde os coeficientes dos pesos $[W]$ podem ser obtidos por:

$$[W] = [A]^{-1} \cdot [B]$$

Um passo adicional que pode simplificar os cálculos, é o deslocamento da origem do sistema de coordenadas para a localidade que está sendo krigada, quando então as coordenadas X_{1p} e X_{2p} tornam-se iguais a zero. Isto altera todas as coordenadas X_{2i} e X_{2j} mas não as distâncias entre os pontos, de modo que os pesos para a Krigagem se mantêm inalterados.

A variância da estimativa é fornecida por:

$$S_E^2 = [W]^T \cdot [B],$$

onde $[W]^{T*}$ é o transposto de $[W]$.

3.5- CONVERGÊNCIAS E DIVERGÊNCIAS A RESPEITO DA TEORIA GEOESTATÍSTICA - ALGUMAS APLICAÇÕES EM GEOTECNIA

Apresentam-se neste ítem algumas das principais convergências e divergências a respeito da teoria Geoestatística.

LONG et al. (1982) estudando a porosidade e permeabilidade em maciços rochosos fraturados, concluem que um sistema de fraturas de um determinado maciço rochoso é gerado obedecendo-se a leis estatísticas já estabelecidas, com base em parâmetros estatísticos que se obtêm das observações de campo. Utilizando-se de um método proposto em seu trabalho, os autores mostram, por exemplo, que a distribuição da orientação das fraturas contribui favoravelmente para a homogeneidade do maciço rochoso quanto à permeabilidade, enquanto que a distribuição das aberturas dessas descontinuidades contribui contrariamente.

ARMSTRONG (1984) relata os problemas comuns observados nos variogramas, enfatizando que os livros-texto a respeito de Geoestatística dão a ilusória impressão de que é fácil calcular o variograma experimental e ajustar o modelo variográfico. Afirma ainda que a fase inicial dos variogramas experimentais é frequentemente errática e demanda geralmente muito tempo, tornando-se necessário muito esforço e conhecimento técnico para se conhecer as causas desses erros. O autor mostra exemplos dos problemas mais comuns nas análises estruturais dos variogramas e discute o que pode ser feito para remediá-los. Para tal, ele aborda razões de ordem teórica tais como escolha errada nas distâncias entre as classes estudadas, mistura de populações distintas e presença de *outliers* (valores anômalos) e distribuições erradas, além de “artefatos”, descritos como o resultado de um erro do operador que nada tem a ver com os dados estudados.

JOURNEL (1985) descreve o lado determinístico da Geoestatística, sentenciando que a aproximação probabilística é uma linguagem usada pelos geoestatísticos para

caracterizar a variabilidade espacial e para expressar um critério muito simples para uma boa estimativa. As noções de estacionaridade e ergodicidade são importantes para a consistência da linguagem probabilística, mas são irrelevantes para o problema real, que consiste na estimativa de uma média espacial determinística bem definida. O algoritmo da Krigagem é efetuado sem qualquer auxílio do modelo ou notação probabilística. O autor afirma que a estacionaridade não é uma propriedade intrínseca de um determinado depósito, mas é uma propriedade do modelo probabilístico.

SHURTZ (1985) rebate o artigo de JOURNAL (op cit.) dizendo que não se deve propagar sua implícita conclusão de que a teoria das variáveis regionalizadas é irrelevante. Durante todo o artigo, SHURTZ cita e rebate trechos do artigo anteriormente publicado por JOURNAL, mostrando exemplos que contradizem suas afirmações e termina afirmando que o engenheiro de minas precisa saber sobre modelos geométricos como uma função particular de teores para minerá-los.

HOERGER (1985) publica sua tese de mestrado onde realiza uma análise espacial de orientações de juntas rochosas utilizando-se de métodos geoestatísticos. O autor estende as técnicas geoestatísticas para a estimativa de variáveis vetoriais espacialmente correlacionadas. Para tal, o autor desenvolveu o variograma vetorial para quantificar a variabilidade espacial de variáveis vetoriais. Após esse procedimento inicial, foi aplicada Krigagem ordinária para a estimativa espacial de variáveis vetoriais. Krigagem indicativa foi aplicada para a estimativa de distribuições locais de orientações geológicas.

PHILIP & WATSON (1986a) questionam para onde vai a geoestatística matheroniana, discutindo com detalhe os componentes da estimativa geoestatística desenvolvida como um método para avaliação de depósitos minerais. A hipótese de que as observações espaciais podem ser tratadas como um processo estocástico é julgada como sendo um modelo não apropriado para dados naturais. Os autores revêem os problemas para a formulação dos semivariogramas e consideram este método como sendo inadequado para a estimativa da função segundo a qual foi pesquisado. Discutem também as limitações da Krigagem como um método

estimativo, além de questionarem se a teoria das variáveis regionalizadas tem valor como uma teoria científica.

SRISVATAVA (1986) rebate duramente o artigo de PHILIP & WATSON (op cit.), criticando os colegas australianos e afirmando que a crítica desses autores com relação aos conceitos da geoestatística é baseada em sua visão de geoestatísticos como um método de interpolação linear. O autor salienta que seus colegas vêem a geoestatística como um algoritmo, como métodos feito o peso do inverso das distâncias, ao invés de um método geral de estudo de dados das ciências da terra. Por outro lado, o autor afirma que Philip e Watson estão perfeitamente corretos quando afirmam que a variância da Krigagem ordinária não é uma variância de estimativa, mas sim um índice que representa a configuração dos dados.

PHILIP & WATSON (1986b) novamente publicam um artigo em que reiteram o mesmo ponto de vista de seu artigo do começo do ano de 1986.

KRIGE (1986) também responde ao artigo de PHILIP & WATSON (op cit.) relatando casos práticos de análises nas velhas minas de ouro da África do Sul, e, apesar das explicações, concorda com os referidos autores no que diz respeito à utilidade de se testar através de resultados práticos qualquer teoria ou modelo que se pretenda utilizar. O autor termina seu breve artigo dizendo que as técnicas tais quais usadas nas minas de ouro têm evoluído e nunca se desviaram dos princípios clássicos da estatística, e que podem ser aceitas universalmente como princípios científicos de modelamento matemático de dados com posterior monitoramento e validação.

MATHERON (1986) é quem agora responde de forma irônica e objetiva a PHILIP e WATSON (1986a), ressaltando os dois pontos cruciais abordados por esses autores de que a Geoestatística é falsa, e que a Geoestatística não é uma teoria científica. Esses dois autores australianos ainda publicam em 1986 um novo artigo sobre Geoestatística e Análise de Dados Espaciais, mantendo e enfatizando conceitos dos artigos anteriores.

SERRA (1987) escreve a respeito do texto de A. G. Journel sobre Geoestatística, modelos e ferramentas para as Ciências da Terra. O autor se recusa a responder a PHILIP & WATSON (1986a), mas afirma que há pontos no artigo de Journel que devem ficar mais claros, ou seja: que a geoestatística foi desenvolvida por práticos; que a sua contribuição teórica é de valor limitado, e que o seu único aspecto original é a sua aplicação no espaço bi ou tri-dimensional, onde é aplicável o bem conhecido modelo de função aleatória.

YOUNG (1987a) publica um trabalho sobre vetores aleatórios e análise espacial através de Geoestatística para aplicações geotécnicas, estendendo a geoestatística para análises espaciais de variáveis vetoriais pela definição da variância de estimativa e do variograma vetorial em termos da magnitude da diferença de vetores. O autor mostra a eficiência da Geoestatística para variáveis vetoriais, estudando o caso de orientação de juntas rochosas em formações geológicas.

YOUNG (1987b) aplica a Krigagem indicativa para analisar vetores unitários aleatórios tridimensionais e avaliar a distribuição local de probabilidade de orientações de juntas rochosas em formações geológicas. O vetor polar que representa as orientações das juntas é regionalizado e normal à atitude média da família de juntas e centralizado na média. Um sistema de corte bidimensional é desenvolvido para definir a variável indicativa e o correspondente variograma indicativo e Krigagem indicativa. O sistema de corte define regiões com probabilidade similares àquelas de uma distribuição bivalente, com anéis concêntricos postados em setores radiais. O autor apresenta um caso estudado em uma mina a céu aberto em que ficou positivamente provado, na sua opinião, a eficiência do uso de Krigagem indicativa .

HOERGER & YOUNG (1987) publicam um artigo onde avaliam o comportamento de um maciço rochoso utilizando a Geoestatística para estimativa de dados de projeto referentes à orientação de juntas rochosas para avaliação da estabilidade de taludes em uma mina à céu aberto. Tal trabalho foi extraído da tese de mestrado de HOERGER (1985), sendo empregados os variogramas vetoriais para cada família de descontinuidades.

YOUNG & HOERGER(1988) aplicam as análises geoestatísticas em mecânica das rochas, em uma mina a céu aberto onde foi efetuada uma análise local probabilística de estabilidade de talude introduzindo a geoestatística na teoria do bloco-chave. Os autores utilizaram a Krigagem indicativa para desenvolver um modelo probabilístico localizado de célula-bloco representativo dos sistemas de juntas observados na cava da mina. A análise cinemática de ruptura em cunha foi aplicada ao modelo de sistema de juntas e uma completa análise de probabilidade de ruptura do talude em cada célula-bloco ou área localizada foi obtida através do método de simulação estocástica em amostras aleatórias. Os autores concluem que a probabilidade localizada de ruptura constituiu-se em uma contribuição significativa para as análises de estabilidade de taludes.

YOUNG ainda publicou um artigo em que avalia as análises de probabilidade de taludes rochosos e a sua aplicação no projeto do talude da cava de uma mina, aplicando um método estatístico de análise de talude para determinar a probabilidade de ruptura do mesmo.

PINNADUWA e KULATILAKE (1988) avaliam a literatura disponível em modelos estocásticos de geometria de juntas, cobrindo os artigos publicados até meados de 1987. Os autores também abordam pontos fortes e fracos de técnicas existentes para modelagem de parâmetros geométricos de juntas. No final do trabalho, os autores descrevem as principais áreas referentes aos assuntos abordados onde futuras pesquisas devem estar concentradas.

MUTMANSKY e SINGH (1988) procedem um estudo estatístico das relações entre propriedades de maciços rochosos, enfatizando recentes esforços para correlacionar as propriedades dos maciços rochosos através de métodos estatísticos, na esperança de que esses últimos possam dar uma indicação para a avaliação das propriedades fundamentais das rochas. O método proposto não objetiva determinar essas propriedades, mas sim comparar as similaridades e dissimilaridades entre elas, permitindo classificá-las em grupos com características comuns intrínsecas. Os autores descrevem o método estatístico proposto, analisam os dados e descrevem os procedimentos de investigação, além de apresentar os resultados obtidos.

STURARO (1988) estuda o comportamento espacial de variáveis geológicas e hidrogeológicas da área urbana de Ribeirão Preto-SP. Esse trabalho demonstra a aplicação da Geoestatística de forma pioneira no campo da geologia de engenharia no Brasil, apoiada por técnicas de estatística clássica e geomatemática.

OLIVEIRA (1991) apresenta de forma detalhada a metodologia de planos amostrais para variáveis espaciais. Em seu trabalho, o autor define planos amostrais para mapeamento de uma variável espacial com semivariograma não-decrescente e isotrópico, salientando que os mesmos levam a um acréscimo relativamente pequeno na variância máxima do erro de previsão se a melhor configuração para a amostra (malha triangular) for trocada pela malha quadrada, cuja locação no campo é menos onerosa. Caso o semivariograma seja anisotrópico geométrico com modelo linear, o autor demonstra formalmente que para controlar o risco é suficiente usar uma malha retangular cuja razão entre os lados do retângulo seja a mesma que entre os comprimentos dos eixos da elipse de anisotropia. Planos amostrais para a estimativa da média espacial de uma variável com semivariograma isotrópico do tipo linear que se distribui sobre uma subregião quadrada, são satisfatórios se prescrevem uma malha também quadrada, interna à subregião. O autor utiliza de aplicações numéricas em ciência do solo como ilustração dos planos amostrais propostos.

DOWD (1992) faz uma revisão dos recentes avanços em Geoestatística no período compreendido entre 1987 e metade de 1991. Os avanços no campo da Geoestatística enfatizados pelo autor podem ser resumidos em 6 grandes grupos, a saber: simulação, Krigagem indicativa, estimativa de intervalo, aplicações para reservas de hidrocarbonetos e hidrologia, incorporação de informação prévia em estimativa espacial e *Krigagem difusa*. O autor fornece ainda um resumo de contribuições técnicas significativas para cada um desses tópicos destacando sua importância e aplicação.

BLANCHIN e CHILÈS (1993) fazem previsões geoestatísticas das condições geológicas e suas validações pela realidade para o túnel submarino que liga a Grã-Bretanha à França (The Channel Tunnel). O modelamento geométrico das camadas geológicas na área do túnel empregou métodos de variografia e Krigagem para os

cálculos principais e intervalos de confiança. Os resultados foram usados para projetar o alinhamento do túnel. Os dados de 85 furos de sondagem obtidos durante a execução do túnel, permitiram que a previsão geoestatística fosse comparada com a realidade, o que é raramente possível, e que foi plenamente validado pela aproximação geoestatística.

YARUS e CHAMBERS (1994) publicam os princípios, métodos e casos estudados de modelos estocásticos e geoestatística, mostrando qual a tendência mundial de evolução em geomatemática. Nesse mesmo trabalho, os autores listam todos os programas de computador de domínio público disponíveis no mercado, ou seja, STATPAC, Geo-EAS, GEOPAC, Geostatistical Toolbox e GSLIB, além de fornecer exemplos práticos e formas de aquisição desses programas.

EINSTEIN (1994), escreve sobre riscos e análises de riscos em mecânica das rochas, abordando de forma detalhada os procedimentos fundamentais em uma obra de engenharia tais como economia, estética, utilidade e normas que devem ser seguidas para a manutenção da segurança. O autor argumenta que as análises de risco são uma poderosa ferramenta para tomada de decisões, sejam elas na forma de projetos de engenharia, na escolha de métodos construtivos específicos ou mesmo de decisões gerais tomadas por entidades privadas ou públicas. Os modelos probabilístico e determinístico fazem parte do ciclo de decisões baseados nas incertezas do projeto.

LANDIM (1993) publica trabalho referente à análise estatística de dados geológicos, onde enfatiza a preocupação em verificar a correlação entre valores de uma mesma variável obtidos em diferentes pontos do espaço. No capítulo referente à metodologia geoestatística, apresenta de forma sucinta seus principais fundamentos teóricos e mostra casos práticos de diversas situações em Geociências, ilustrando o uso de diversas técnicas estatísticas como regressão, análise de variância, superfícies de tendência e diversas aplicações de geoestatística.

STURARO (1994) realiza um mapeamento geoestatístico de propriedades geológico-geotécnicas obtidas de sondagens a percussão e geofísicas, demonstrando definitivamente a aplicabilidade da metodologia geoestatística em Geotecnia. O autor

apresenta técnicas para avaliar a variabilidade espacial da variável geotécnica SPT (Standard Penetration Test), bem como formas de empregá-las adequadamente em mapeamentos geotécnicos dirigidos.

STURARO & LANDIM (1996) consolidam estudos anteriores e realizam um mapeamento geoestatístico através da interpretação de ensaios de penetração padronizada (SPT-Standard Penetration Test) na região de Bauru, elaborando um mapa de estimativas desta variável através da metodologia geoestatística.

4 - UM EXEMPLO DE CLASSIFICAÇÃO GEOMECÂNICA: O SISTEMA "Q" DE BARTON

Descreve-se neste ítem o sistema Q de classificação geomecânica de maciços rochosos, desenvolvido por BARTON, LIEN e LUNDE (1974), baseado na observação empírica de um grande número de estudos de casos de estabilidade de escavações subterrâneas.

Segundo GOMES (1991), BARTON et al. (op. cit) propuseram um novo sistema para quantificar o padrão geomecânico de um maciço rochoso em termos quantitativos, que se utiliza de seis parâmetros e é definido por:

$$Q = (RQD / J_n) . (J_r / J_a) . (J_w / SRF)$$

sendo:

RQD: índice geomecânico de Deere (Rock Quality Designation);

J_n: índice da influência do número de famílias das fraturas (descontinuidades);

J_r: índice da influência da rugosidade das paredes das fraturas;

J_a: índice da influência da alteração das paredes das fraturas;

J_w: índice da influência da ação da água subterrânea;

SRF: (Stress Reduction Factor): índice da influência do estado de tensões no maciço

Fisicamente os termos entre parênteses da expressão de Q podem ser interpretados como parâmetros quantitativos dos efeitos isolados das dimensões dos blocos, da resistência ao cisalhamento ao longo das superfícies das juntas e das tensões atuantes

in situ, respectivamente. Estes índices estão quantificados para condições bastante abrangentes, evitando-se assim, ambiguidades e interpretações subjetivas. Obtidos estes valores, calcula-se o parâmetro Q , que permite a classificação quantitativa do maciço (Tabela 4.1) e o estabelecimento de correlações com inúmeras outras grandezas intervenientes no problema da interação do suporte e maciço rochoso.

Ainda de acordo com GOMES (1991), é importante salientar a não inclusão da orientação relativa das descontinuidades face à escavação na análise de BARTON et al. (1974) e, embora seus efeitos estejam refletidos em parte na avaliação destes índices, este aspecto deve ser considerado em circunstâncias específicas. Dois aspectos muito úteis desta classificação são as influências das dimensões da cavidade e sua finalidade na escolha do tipo de suporte. A última reflete diferenças no coeficiente de segurança adotado por projetistas em função da responsabilidade exigida em diferentes situações.

TABELA 4.1 - Classes de maciços rochosos em função do parâmetro "Q" (BARTON et al., 1974-apud GOMES, 1991, p.27)

PADRÃO GEOMECÂNICO DO MACIÇO	VALORES DO PARÂMETRO Q
Péssimo (Excepcionalmente ruim)	< 0,01
Extremamente ruim	0,01 - 0,1
Muito ruim	0,1 - 1,0
Ruim	1,0 - 4,0
Regular	4,0 - 10,0
Bom	10,0 - 40,0
Muito bom	40,0 - 100,0
Ótimo (Extremamente bom)	100,0 - 400,0
Excelente (Excepcionalmente bom)	> 400,0

SCARPELLI (1994) salienta que, embora BARTON (1974) não tenha incluído em sua classificação o fator relativo à orientação das descontinuidades, considera-o implicitamente, através da avaliação dos parâmetros J_r e J_a para as famílias de juntas mais desfavoráveis em relação ao eixo da escavação.

Tentando aplicar a classificação geomecânica de BARTON et al (1974) na avaliação da estabilidade de taludes, SCARPELLI (1994) conclui que a especificidade do

Sistema "Q" e ainda, os pesos atribuídos a cada parâmetro (Tabela 4.2), podem não ser adequados a outros tipos de projetos de engenharia que não escavações subterrâneas. Nesses casos recomenda-se que todos os fatores sejam reavaliados em termos dos pesos, mas ressaltam que os parâmetros RQD , J_n , J_r e J_a podem ser básicos para a maioria dos sistemas de classificação.

A TABELA 4.2 mostrada a seguir mostra a forma de obtenção dos parâmetros geomecânicos para a utilização da classificação geomecânica de BARTON.

TABELA 4.2-Sistema de Classificação Geomecânica de BARTON (1974)

A	PADRÃO GEOMECÂNICO DO MACIÇO	VALORES DE RQD (%)
	A-Muito Ruim	0-25
	B-Ruim	25-50
	C-Regular	50-75
	D-Bom	75-90
	E-Excelente	90-100
B	CONDIÇÕES DE COMPARTIMENTAÇÃO DO MACIÇO	VALORES DE Jn
	A-Fraturas esparsas ou ausentes	0,5-1,0
	B-Uma família de fraturas	2
	C- B + fraturas esparsas	3
	D-Duas famílias de fraturas	4
	E- D + fraturas esparsas	6
	F-Três famílias de fraturas	9
	G- F + fraturas esparsas	12
	H-Muito fraturado, quatro ou mais famílias de fraturas	15
	I- Rocha completamente fragmentada (triturada)	20
C	CONDIÇÕES DE RUGOSIDADE DAS PAREDES	VALORES DE Jr
	Fraturas com contato rocha-rocha e sem deslocamento relativo entre as paredes (deslocamento diferencial < 10cm)	
	A-Fraturas não persistentes	4
	B-Fraturas rugosas ou irregulares, onduladas	3
	C-Fraturas lisas, onduladas	2
	D-Fraturas polidas, onduladas	1,5
	E-Fraturas rugosas ou irregulares, planas	1,5
	F-Fraturas lisas, planas	1,0
	G-Fraturas polidas ou estriadas, planas	0,5
	Fraturas sem contato rocha-rocha e com deslocamento relativo entre as paredes	
	H-Fraturas preenchidas com material de natureza argilosa	1,0
	I- Fraturas preenchidas com material de natureza granular	1,0
D	CONDIÇÕES DE ALTERAÇÃO DAS PAREDES	VAL. DE Ja e ϕ_r (°)
	Fraturas com contato rocha-rocha e sem deslocamento relativo entre as paredes	
	A-Paredes duras, compactas, com preenchimento de materiais impermeáveis	0,75 -----
	B-Paredes sem alteração, pigmentação superficial incipiente	1,0 25 - 35
	C-Paredes levemente alteradas, películas de materiais arenosos ou minerais abrasivos	2,0 25 - 30
	D-Paredes com películas de material silto-arenoso com pequena fração argilosa	3,0 20 - 25
	E-Paredes com películas de material mole(micas, clorita, talco, gesso, grafite, etc) eventualmente com minerais expansivos	4,0 8 - 16

TABELA 4.2-Sistema de Classificação Geomecânica de BARTON (1974) cont.

	Fraturas com contato rocha-rocha e com deslocamento relativo incipiente entre as paredes(desloc. difer. < 10cm)		
	F-Paredes com partículas arenosas, fragmentos de rocha, etc.	4,0	25 - 30
	G-Paredes com preenchimentos contínuos e pouco espessos (<5mm) de mat. argiloso fortemente sobreadensado	6,0	16 - 24
	H- Paredes com preenchimentos contínuos e pouco espessos (<5mm) de mat. argiloso pouco ou medianamente sobreadensado	8,0	12 - 16
	I-Paredes com preenchimentos de materiais argilosos expansivos: valores variáveis com a % dos argilos minerais expansivos presentes e com a ação conjugada da água intersticial	8,0 - 12,0	6 - 12
	Fraturas sem contato rocha-rocha e com deslocamento relativo entre as paredes		
	J-Zonas de preenchimento com fragmentos de rocha e material argiloso (ver G, H e I para caracterizar as condições das argilas)	6,0 - 8,0	6 - 24 ou 8,0 12,0
	K-Zonas de preenchimento com material arenoso ou silto-argiloso, sendo pequena a fração argilosa	5,0	-----
	L-Zonas contínuas de preenchimento com material argiloso (ver G, H e I para caracterizar as condições das argilas)	10,0 - 13,0	6 - 24 13,0 20,0
E	CONDIÇÕES DE AFLUÊNCIA DA ÁGUA	VAL. J_w e μ(Kg/cm³)	
	A-Escavação a seco ou com pequena afluência de água	1,0	<1,0
	B-Afluência média de água com eventual carreamento do preenchimento	0,66	1,0 - 2,5
	C-Afluência elevada de água em rochas competentes de fraturas não preenchidas	0,5	2,5 - 10,0
	D-Afluência elevada de água com carreamento significativo do preenchimento	0,33	2,5 - 10,0
	E-Afluência excepcionalmente elevada de água (ou jatos de pressão), com decaimento com o tempo	0,1 - 0,2	>10
	F- Afluência excepcionalmente elevada de água (ou jatos de pressão), sem decaimento com o tempo	0,05 - 0,1	>10
F	CONDIÇÕES DAS TENSÕES NO MACIÇO	VALORES DE SRF	
	Zonas de baixa resistência interceptando a escavação		
	A-Ocorrências múltiplas contendo material argiloso ou rocha quimicamente decomposta (qualquer profundidade)	10,0	
	B- Ocorrência específica contendo material argiloso ou rocha quimicamente decomposta (prof. escavação <50m)	5,0	
	C- Ocorrência específica contendo material argiloso ou rocha quimicamente decomposta (prof. escavação >50m)	2,5	
	D-Ocorrências múltiplas de zonas de material cisalhado em rochas competentes, isentas de argila e com blocos desagregados de rochas (qualquer profundidade)	7,5	

TABELA 4.2-Sistema de Classificação Geomecânica de BARTON (1974) cont.

E-Ocorrências específicas de zonas de material cisalhado em rochas competentes, isentas de material argiloso (profundidade de escavação <50m)	5,0		
F-Ocorrências específicas de zonas de material cisalhado em rochas competentes, isentas de material argiloso (profundidade de escavação >50m)	2,5		
G-Ocorrência de juntas abertas e intenso fraturamento do maciço (qualquer profundidade)	5,0		
Rochas competentes (comportamento rígido à deformações). σ_1, σ_3 -Tensões principais; σ_c -Resistência à compressão simples; σ_t -Resistência à tração(carga puntiforme)			
	σ_c	σ_t	
	----	----	
	σ_1	σ_1	
H-Tensões baixas superficiais >2,5		>200	>13
I-Tensões moderadas 1,0		10 - 200	0,66 - 13
J-Tensões elevadas (eventuais problemas de estabilidade das paredes)	5 - 10	0,33 - 0,66	0,5 - 2,0
K-Condições moderadas de rocha explosiva ("rock burst") 10,0	2,5 - 5,0	0,16 - 0,33	5,0 - 10,0
L- Condições moderadas de rocha explosiva ("rock burst") 20,0	<2,5	<0,16	10,0 - 20,0
OBS.:1)No caso de tensões sub-superficiais (ver H) adotar SRF=5,0 quando a profundidade da abóboda da escavação abaixo da superfície do terreno for menor que a sua dimensão característica (largura do vão).2)Para maciços muito anisotrópicos, introduzir correções de σ_c e σ_t de acordo com os seguintes critérios:			
a) $S < \sigma_1 / \sigma_3 < 10$: reduzir σ_c para $0,8\sigma_c$ e σ_t para $0,8\sigma_t$.			
b) $\sigma_1 / \sigma_3 > 10$: reduzir σ_c para $0,6\sigma_c$ e σ_t para $0,6\sigma_t$.			
Rochas incoptentes (comportamento plástico à deformações)			
M-Tensões moderadas	5,0 - 10,0		
N-Tensões elevadas	10,0 - 20,0		
Rochas expansivas (expansividade dependendo da presença de água)			
O-Tensões moderadas	5,0 - 10,0		
P-Tensões elevadas	10,0 - 20,0		
G	OBSERVAÇÕES ADICIONAIS		
1-O índice RQD pode ser estimado indiretamente a partir do número total de fraturas por unidade de volume (J_v), através da seguinte relação (não ocorrência de preenchimentos com material argiloso):			
$RQD = 115 - 3,3 J_v$ ($RQD = 100$ para $J_v < 4,5$)			
2-Na aferição dos valores de J_n , feições geológicas relevantes como acamamento, xistosidade, foliação, etc, devem ser interpretadas como uma família de fraturas adicional, desde que apresentem uma contribuição sistemática. Em caso contrário, recomenda-se considerá-las sob a designação genérica "fraturas esparsas".			

TABELA 4.2-Sistema de Classificação Geomecânica de BARTON (1974) cont.

3-O termo (J_r/J_a) , representativo das características de resistência ao cisalhamento do maciço analisado, deve incorporar um valor que represente efetiva e potencialmente a condição mais crítica de instabilização. Esta relação não deve ter necessariamente o valor mínimo possível (valor extremado do comportamento das zonas de menores resistências), uma vez que a orientação relativa da mesma à escavação pode ser mais favorável que outras não tão críticas em termos de resistência. Assim, o critério a ser adotado é tomar $(J_r/J_a)_{crit}$ e não $(J_r/J_a)_{min}$.

4-As características de resistência da rocha intacta assumem significado extremamente relevante no caso de maciços pouco fraturados, isentos de material argiloso de preenchimento. Nesta hipótese, as condições de estabilidade vão depender fundamentalmente do comportamento tensão-deformação da rocha e efeitos de anisotropia são francamente desfavoráveis (ver OBS 2 do item F da tabela)

5-As estimativas dos valores de resistências à compressão (σ_c) e à tração (σ_t) da rocha intacta devem ser obtidas para condições de saturação (desde que assegurada esta possibilidade para o meio analisado). Por outro lado, estas estimativas devem ser bastante conservativas para rochas que experimentam deterioração acentuada em presença de água.

OBSERVAÇÕES REFERENTES AOS ITENS:

A- Para $RQD < 10$, adotar um valor nominal igual a 10 para cálculo de Q.

B- Para interseções, usar $(3,0 J_n)$ e, para emboques, usar $(2,0 J_n)$.

C.2- Acrescentar 1,0 ao valor de J_r quando o espaçamento médio das fraturas relevantes for maior que 3,0 metros.

D- Ângulo de atrito residual (indicativo das propriedades mineralógicas dos produtos de alteração).

E- Valores aproximados das pressões da água intersticial; reduzir valores de J_w no caso de instalação de dispositivos de drenagem (C a F).

F- No caso da ocorrência de zonas de baixa resistência relevantes, mas não interceptando a escavação, recomenda-se a redução dos valores de SRF de 25% para 50%.

F2- No caso de tensões sub-superficiais (ver H), adotar $SRF=5,0$ quando a profundidade da abóbada da escavação abaixo da superfície do terreno for menor que a sua dimensão característica (largura do vão).

Para maciços muito anisotrópicos, introduzir correções de σ_c e σ_t de acordo com os seguintes critérios: a) $\sigma_1 / \sigma_3 < 10$: reduzir σ_c para $0,8\sigma_c$ e σ_t para $0,8\sigma_t$.

b) $\sigma_1 / \sigma_3 > 10$: reduzir σ_c para $0,6\sigma_c$ e σ_t para $0,6\sigma_t$.

5 - ASPECTOS GEOLÓGICOS DA ÁREA ESTUDADA: A MINA DE SÃO BENTO

5.1 - LOCALIZAÇÃO E ACESSO

A mina de São Bento está situada no município de Santa Bárbara no estado de Minas Gerais, distante 3 Km da cidade de Barão de Cocais e 10 Km da cidade de Santa Bárbara. As suas coordenadas geográficas aproximadas são 19°58'05" de latitude sul e 48°28' de longitude oeste. A Figura 5.1 a seguir mostra a sua localização.

5.2 - HISTÓRICO

Desde 1860 as áreas correspondentes à mina de São Bento têm sido exploradas para a pesquisa de ouro, inicialmente através de lavra a céu aberto. As mais antigas evidências de exploração subterrânea datam de 1898, quando a companhia britânica São Bento Gold States Ltd começou a trabalhar na área. No total, 211.000 toneladas de minério, com um teor médio de 9,27 g/t, foram produzidas entre 1898 e 1906. A mina foi fechada e reaberta por diversas companhias até o ano de 1947. O proprietário atual da mina, São Bento Mineração S.A. explora as áreas mineradas desde 1979, e começou a produzir em 1987. Atualmente, 25.000 toneladas de minério são produzidas mensalmente, com um teor médio de 7,5 g/t. O material minerado é conhecido como formação ferrífera sulfetada.

5.3 - GEOLOGIA REGIONAL

regional foi genericamente denominado de Complexo Basal. A Tabela 5.1 mostrada a seguir resume a coluna estratigráfica para o Quadrilátero Ferrífero segundo DORR (1969) e LADEIRA (1980).

O supergrupo Minas e o grupo Itacolomi consistem de sequências metasedimentares de quartzitos, metaconglomerados, filitos, dolomitos e em níveis superiores, formações ferríferas de ambiente lacustre.

As subdivisões estratigráficas dessas unidades não sofreram mudanças significativas ao longo do tempo, com exceção do que foi divulgado pelo trabalho de LADEIRA (1980) que propôs alterações com relação à interpretação do posicionamento basal ou superior de porções da assembléia proterozóica.

O Complexo Arqueano, incluindo tanto as rochas graníticas como as sequências vulcano-sedimentares que fazem parte do supergrupo Rio das Velhas, tem sido objeto de estudos mais detalhados durante os últimos anos, particularmente desde ALMEIDA (1976) e SCHORSTER (1976), que sugeriram que o referido supergrupo representaria uma sequência do tipo "greenstone belt". Evidências mais substanciais relativas à natureza do supergrupo Rio das Velhas foram apresentadas nos trabalhos de SCHORSTER (1978, 1979) e LADEIRA (1980, 1981).

As mudanças mais significativas quanto à sucessão litoestratigráfica estabelecida por DORR (1969) para o supergrupo Rio das Velhas foi a inclusão de algumas rochas xistosas máficas e ultramáficas em sua base. Estas rochas antes eram consideradas como sendo mais novas que a unidade basal do supergrupo Rio das Velhas, o grupo Nova Lima.

A sucessão proposta para o supergrupo Rio das Velhas é apresentada a seguir:

-Uma unidade inferior composta por rochas ultramáficas, máficas e félsicas, representadas por serpentinitos, esteatitos, talco xistos, anfíbolitos, metabasaltos, metatufos e komateitos metamorfoseados, localmente mostrando estruturas tipo pillow lava e textura spinifex. Esta unidade foi reconhecida e nomeada por SCHORSTER (1979) como grupo Quebra Osso, cuja localidade típica corresponde ao vale de mesmo nome. O mesmo autor distinguiu a ocorrência de intercalações superiores a 10m de espessura, de formação ferrífera bandada. LADEIRA (1980,

TABELA 5.1 – COLUNA ESTRATIGRAFICA DO QUADRILATERO FERRIFERO
(SIMPLIFICADA DE DORR,1969 E LADEIRA,1980)

IDADE	SUPER GRUPO	GRUPO	FORMACAO OU UNIDADE	LITOLOGIA	
PROTEROZOICO	MINAS	ITACO LOMI		ORTOQUARTZITO, PROTOQUARTZITO CONGLOMERATICO, GRIT	
		SABARA		CLORITA XISTO E FILITO, METATUFO, GRAUVACA, QUARTZITO E FORMACAO FERRIFERA SECUNDARIA	
			DISCORDANCIA EROSIVA LOCAL		
		PIRACICABA	BARREIRO		FILITO E FILITO GRAFITOSO
			TABOES		ORTOQUARTZITO
			FECHO DO FUNIL		FILITO DOLOMITICO
			CERCADINHO		QUARTZITO, QUARTZITO FERRUGINOSO
		ITABIRA	GANDARELA		DOLOMITOS
			CAUE		ITABIRITOS
		CARACA	BATATAL		FILITO E FILITO GRAFITOSO
			MOEDA		QUARTZITO, CONGLOMERADO, FILITOS
	ESPINHACO	EROSOES E DISCORDANCIA ANGULAR			
		ORTOQUARTZITO, CONGLOMERADO, QUARTZITO CONGLOMERATICO			
		EROSOES LOCAIS E DISCORDANCIA ANGULAR			
	ARQUEANO	RIO DAS VELHAS	MAQUINE	CASA FORTE	PROTOQUARTZITO, GRIT, CONGLOMERADO
				PALMITAL	FILITO, FILITO QUARTZOSO
			EROSOES LOCAIS E POSSIVEL DISCORDANCIA ANGULAR		
NOVA LIMA		UNIDADE CLASTICA		GRAUVACA, XISTO CARBONATICO, QUARTZO XISTO, CONGLOMERADO	
		UNIDADE METASEDIMENTAR		BIF, GRAFITO XISTO, SEDIMENTO CARBONATADO QUIMICO ZONA DE CARBONATO E CHERT INTRAFORMACIONAL	
		UNIDADE METAVULCANICA		XISTOS VERDES, TUFOS XISTOSOS, META-ULTRAMAFICAS	
EMBASAMENTO GRANITO-GNAISSICO					

1981, 1983) assegura que o pacote correspondente à unidade metavulcânica, compreende a base do grupo Nova Lima e do supergrupo Rio das Velhas. Ele justifica essa interpretação utilizando-se de similaridades petrográficas e geoquímicas entre essas rochas e outras de rochas meta-ultramáficas com komateitos geoquímicos.

-Uma unidade intermediária correspondente à definição de DORR (1969) do grupo Nova Lima. Esta unidade contém metassedimentos clásticos, incluindo formação ferrífera bandada com fácies de carbonato, silicato, sulfeto e óxidos; conglomerado carbonático intraformacional; e xistos carbonáticos, tufáceos e grafitosos, juntamente compreendendo a Unidade Metassedimentar Química; e grauvacas, xistos carbonáticos, quartzitos, quartzo xistos, e conglomerados subordinados, juntamente compreendendo a Unidade Metassedimentar Clástica.

A Formação Ferrífera Bandada Raposos e a formação Lapa Seca, definidas por DORR (1969) para o distrito aurífero de Nova Lima, estão incluídas nos metassedimentos químicos.

-Uma unidade superior consistindo de conglomerados, grauvacas, ortoquartzitos, grits e filitos, formando em conjunto o grupo Maquiné conforme definido por DORR (1969). O contato desta unidade superior com o grupo Nova Lima constitui-se em uma discordância erosiva, possivelmente angular.

A estratigrafia da região do Quadrilátero Ferrífero é complementada pelas rochas graníticas e gnáissicas, cujas origens são objeto de muitos debates. HARDER e CHAMBERLIN (1915) foram os primeiros a interpretar a origem dessas rochas como sendo as rochas mais antigas do Quadrilátero Ferrífero e que formam a base para as sequências supracrustais.

Baseados nos primeiros dados geocronológicos, DORR e BARBOSA (1963) e DORR (1969) abandonaram esse conceito e consideraram as rochas granito-gnáissicas como as mais jovens e de origem intrusiva, o que mais tarde foi negado devido à existência hipotética de um embasamento primitivo e exposto. Esse conceito foi corroborado pelos dados geocronológicos complementares de HERZ (1970).

Trabalhos mais recentes, como por exemplo os de ALMEIDA (1977), SCHORSTER e GUIMARÃES (1976), DRAKE e MORGAN (1980), LADEIRA (1980, 1983) e SICHEL (1983), têm demonstrado que essas rochas deveriam ser consideradas primeiramente como metamórficas, e secundariamente como um embasamento ígneo primitivo siálico. Metatexitos e migmatitos, assim como granitos intrusivos

subordinados e anfibolitos, são os principais tipos litológicos que constituem o Complexo Basal do Quadrilátero Ferrífero.

Finalmente cabe registrar que três eventos metamórficos foram identificados considerando todas as sequências rochosas do Quadrilátero Ferrífero (LADEIRA, 1983). O primeiro, de grau médio, pertencente ao arqueano, e responsável pela migmatização de rochas ácidas pré-existentes, produziu o embasamento granítico-granodiorítico-gnáissico. O segundo, que ocorreu durante e depois da formação do Greenstone Belt Rio das Velhas, transformou a sucessão original do cinturão em vários metamorfitos, dos quais os xistos verdes são os mais proeminentes. Finalmente, um evento posterior ao supergrupo Minas, transformou os sedimentos do supergrupo em xistos, filitos, quartzitos, itabiritos, margas e dolomitos.

5.4 - GEOLOGIA DA MINA DE SÃO BENTO

A Figura 5.2 a seguir mostra um mapa geológico simplificado da mina de São Bento. A interpretação da geologia da área de estudos é facilitada sobremaneira devido às intrínsecas relações entre geologia, geoquímica e geomorfologia, apesar da pequena quantidade de afloramentos rochosos nas áreas da mina, agravada pela intensidade do intemperismo e alteração do manto rochoso, que em alguns locais chegou a atingir 200m de profundidade. Em contra partida, muitas informações foram adquiridas da interpretação de furos de sondagem e através do mapeamento de galerias de reconhecimento.

5.4.1 - ESTRATIGRAFIA

No contexto da sequência estratigráfica atual adotada para o Quadrilátero Ferrífero, os pacotes metassedimentares clásticos e químicos ocorrentes na mina de São Bento fazem parte do grupo Nova Lima, intermediário no supergrupo Rio das Velhas (após LADEIRA, 1980), ou basal com relação ao mesmo supergrupo (após a coluna estratigráfica de SCHORSTER, 1979).

Os levantamentos na área permitiram a identificação de quatro unidades litoestratigráficas principais, mapeáveis na escala de 1:25.000 e sendo designadas, informalmente da base para o topo, de Formação Ferrífera Inferior (LIF, Lower Iron

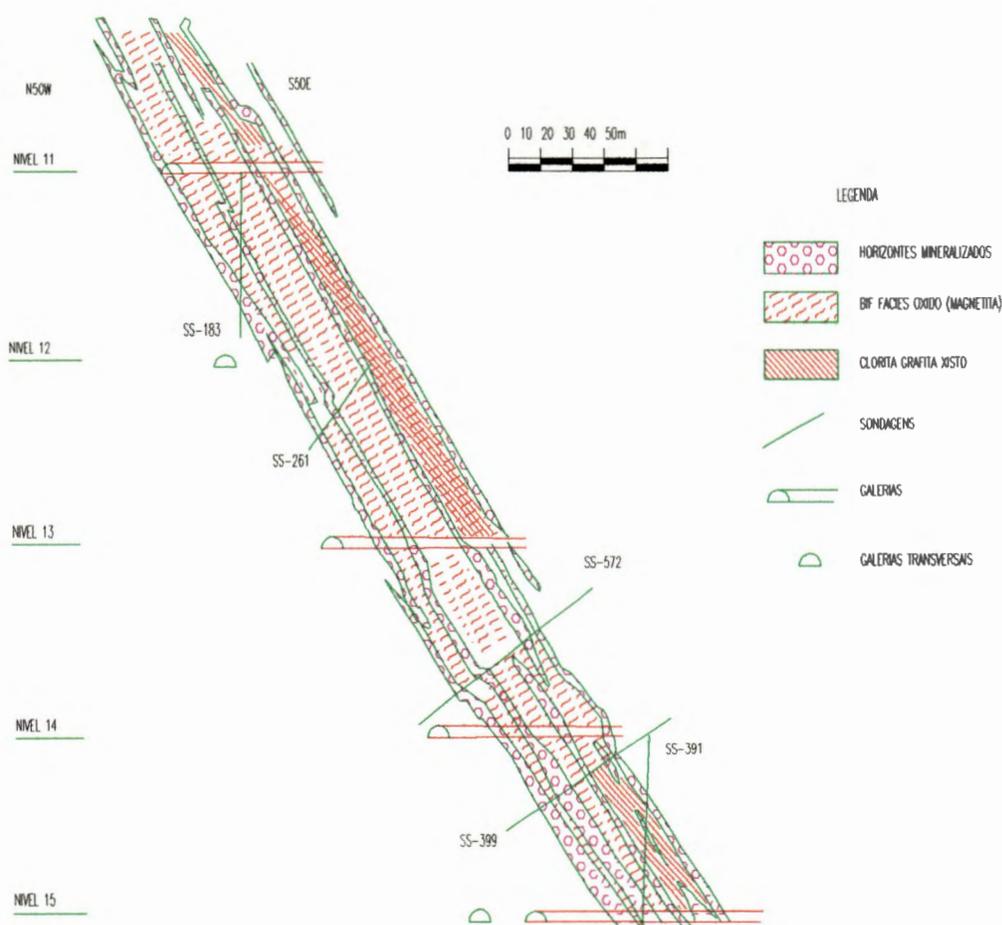


Figura 5.3-Seção geológica esquemática típica na mina de São Bento. Nível 11=775m, Nível 12=725m, Nível 13=675m, Nível 14=625m e Nível 15=575m. (UNAMGEM, 1996)

-Formação Ferrífera Inferior (LIF)

Esta unidade, particularmente exposta na porção oeste da área, consiste de fácies formação ferrífera bandada de óxidos, silicática e carbonática. A mineralogia principal é representada por magnetita, clorita e carbonato. A rocha é finamente bandada. Não foram observadas rochas sãs e tampouco foi feita uma exploração sistemática desse horizonte. Através de medida em uma trincheira, foi medida uma espessura de 50m para essa litologia.

Tabela 5.2-Coluna estratigráfica do membro ferrífero inferior da formação ferrífera
São Bento - Corpo 1 (UNAMGEM, 1996)

(metros)	UNIDADE ESTRATIGRAFICA	ESPESSURA MEDIA (metros)	LITOLOGIA	
40	MEMBRO FERRIFERO SUPERIOR	80.0	BIF - FACIES CARBONATICO OXIDO E SILICATICO EM PROPORCOES VARIAVEIS AO LONGO DA DIRECAO DA CAMADA	
35		HORIZONTE LESTE 2	2.5	BIF - FACIES SULFETO E METACHERT CARBONATICO
		ZONA M4	2.0	BIF - FACIES CARBONATICO OXIDO E SILICATICO COM INTERCALAÇÕES DE CLORITA XISTO GRAFITOSO
30		HORIZONTE LESTE 1	1.5	BIF - FACIES SULFETO E METACHERT CARBONATICO
25		ZONA M3	8.5	BIF - FACIES CARBONATICO E METACHERT COM INTERCALAÇÕES DE CLORITA XISTO GRAFITOSO E MICA XISTO CARBONATICO COM MAGNETITA EM PEQUENAS PROPORCOES (BANDAS RICAS)
20		HORIZONTE SAO BENTO	3.0	BIF - FACIES SULFETO E METACHERT CARBONATICO
15		ZONA M2	8.0	BIF - FACIES CARBONATICO E SILICATICO COM FACIES OXIDO SUBORDINADO
10		HORIZONTE MEIO	2.0	BIF - FACIES SULFETO E METACHERT CARBONATICO
		ZONA M1	3.0	BIF - FACIES OXIDO E CARBONATICO COM FACIES SILICATICO
5		OESTE 2	1.5	BIF - FACIES SULFETO E METACHERT CARBONATICO
		ZONA M1A	2.0	CLORITA XISTO GRAFITOSO
	OESTE 1	2.5	BIF - FACIES SULFETO E METACHERT CARBONATICO	
	ZONA DE TRANSICAO	~ 0.5	MICA XISTO CARBONATICO COM SULFETOS	
0	FORMACAO GRAFITOSA BASAL	~ 650	GRAFITA QUARTIZO CLORITA XISTO COM NODULOS DE PIRITA	

-Formação Grafítica Basal (BGF)

Esta unidade consiste predominantemente de clorita xistos grafitosos e carbonáticos, de coloração cinza escura a preta, que estão geralmente finamente laminados. Em

alguns locais, a laminação não é claramente visível, gradando para uma granulometria fina. Ricas camadas quartzosas evidenciam uma estratificação potencial. Intercalações milimétricas de associações quartzo-carbonato são comuns localmente, e podem ser auríferas. Observa-se a presença de nódulos de pirita nos xistos grafitosos, principalmente no contato com as camadas adjacentes sobrepostas de formação ferrífera. A maioria das informações relativas à Formação Grafitosa Basal foram obtidas de testemunhos de sondagens e exposições nas galerias escavadas nos 30-50m superiores da unidade, que tem uma espessura total aproximada de 650m, considerando um mergulho médio de 55° e não considerando alguma possível complicação estrutural. A unidade será examinada através das escavações subterrâneas.

-Formação Ferrífera São Bento (SBIF)

Esta unidade consiste essencialmente de formação ferrífera bandada com fácies de óxido, carbonática e silicática, o que, em alguns locais, apresenta-se sulfetada e ocorre como uma sucessão de bandas milimétricas a centimétricas (geralmente entre 0,2 e 10mm), principalmente compostas de quartzo, ankerita, siderita, e magnetita.

A rocha apresenta-se notavelmente bandada entre camadas de coloração claras e escuras, de acordo com as proporções variáveis de seus minerais constituintes. O formador principal da camada, geralmente de coloração creme, contém quartzo e carbonato, enquanto as camadas cinza escuras contêm magnetita ou grafito, além de sulfetos.

Metasedimentos metapelíticos de granulação fina, clásticos, representados pelos micaxistos carbonáticos ou clorítico grafitosos, ocorrem predominantemente na base da unidade. A espessura média da Formação Ferrífera São Bento na área da mina é da ordem de 120m. Mudanças de fácies tanto vertical quanto horizontal podem ser observadas. Baseado na combinação distinta das características geológicas e geoquímicas, a unidade foi subdividida em dois membros, a saber:

a)-Membro Ferrífero Inferior

Esta subunidade é caracterizada por uma relativa heterogeneidade litológica, uma vez que engloba várias fácies de formação ferrífera bandada e intercalações de metasedimentos finos clásticos, representados por xistos grafitosos e carbonáticos. Esta porção da SBIF contém sulfetos tais como arsenopirita, pirrotita e pirita, em horizontes estratigráficos auríferos bem definidos. A predominância do fácies carbonático, com anquerita e siderita sobre outros litotipos é notável.

O pacote ocorre alternado tanto vertical como horizontalmente, variando em espessura de 0,5 a 8,0m, em bandas ou horizontes, refletindo principalmente uma variação composicional durante intenso cisalhamento.

O termo horizonte é usado abaixo para referir-se a unidades litoestratigráficas diferentes que ocorrem no Membro Ferrífero Inferior. Neste membro, são reconhecidos quatro horizontes mineralizados, a saber, formação ferrífera bandada fácies carbonática, óxido, sulfetado e metacherts, com as quais ocorrem sucessões litológicas quase homogêneas incluindo clorita xistos grafitosos e micaxistos carbonáticos, e proporções variáveis de formação ferrífera bandada fácies óxido, carbonático e silicática. Veios de quartzo com sulfetos e carbonatos remobilizados também ocorrem. Dois dos horizontes mineralizados estão situados nos contatos inferior e superior do Membro Ferrífero Inferior. No contato inferior com a Formação Grafitosa Basal, o Horizonte Oeste está geralmente presente, e, no contato superior, o Horizonte Este, assim chamados pelas suas posições geográficas na mina. As outras camadas mineralizadas são chamadas de Horizonte Meio e Horizonte São Bento, enquanto que as outras litologias que os separam são denominadas de Horizontes M1, M2, M3 e M4, dependendo de sua posição estratigráfica.

Baseado nas variações litológicas laterais, o Membro Basal Inferior está subdividido em três porções denominadas de Corpo 1, Corpo 2 e Corpo Pinta Bem (Figura 5.4). Esta subdivisão também está consubstanciada pelas características da mineralização de cada corpo. Estes aspectos serão considerados mais adiante.

b)-Membro Ferrífero Superior

Esta subunidade é relativamente mais homogênea, sem muita variação litológica em suas sucessões.

A rocha é bem bandada, com bandas individuais compostas de quartzo e carbonato de coloração creme, quartzo e magnetita de coloração cinza clara a escura, e clorita e de coloração verde escura. Essas bandas têm uma espessura média de 0,2 a 10cm, e são definidas por proporções minerais variáveis de clorita, e magnetita. A rocha é uma formação ferrífera bandada fácies carbonático, silicático e óxido.

A espessura de toda a subunidade pode alcançar 100m. O contato superior com a formação Carrapato é geralmente gradacional. Intercalações de quartzo-sericita-clorita xistos com a rocha típica do Membro Ferrífero Superior, ou seja, formação ferrífera bandada fácies carbonática, silicática e óxido de coloração típica cinza clara nas porções superiores do Membro, podem ocorrer.

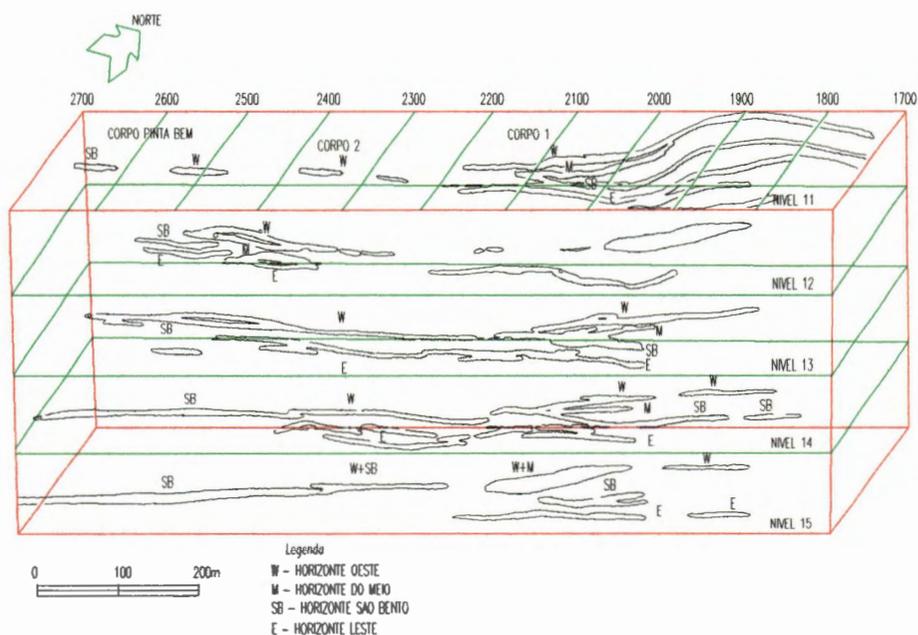


Figura 5.4-Modelo em perspectiva da mina de São Bento (UNAMGEM, 1996)

-Formação Carrapato (CF)

Esta unidade, sobreposta à Formação Ferrífera São Bento, consiste de uma sequência relativamente monótona de micaxistos de coloração cinza clara e escura. Possíveis metagrauvacas, representadas por quartzo xistos grafitosos e carbonáticos também ocorrem, assim como horizontes de provável formação ferrífera bandada fácies carbonática, com a qual o ouro pode estar associado.

Não foram desenvolvidos estudos detalhados nas rochas dessa formação. Dados de sondagens existentes indicam que a sua espessura é superior a 500m, sem considerar eventuais complicações estruturais.

Rochas ígneas máficas observadas em testemunhos de sondagens e em esparsos afloramentos são coletivamente denominadas de metabasitos.

Atualmente, essas rochas são interpretadas como sills intrudidos principalmente na formação Carrapato e estão locados discordantemente. As rochas metabasíticas são finamente granuladas próximas ao contato com a formação, gradando a pequenas distâncias para uma granulação média nos trechos centrais dos corpos. A elevada proporção de anfibólio, epidoto e dolomito fornecem à rocha uma tonalidade esverdeada, localmente pintada por feldspato e quartzo.

Metamorfismo termal das rochas hospedeiras causaram o crescimento de muscovita euédrica e porfiroblastos de carbonato. A matriz contém quartzo, clorita e algum plagioclásio albitico.

5.4.2 - ESTRUTURA DA MINA SÃO BENTO

A mina de São Bento está situada aproximadamente no interior da estrutura regionalmente conhecida como Anticlinal Conceição, traço axial (DORR, 1969).

A deformação na área da mina é intensa, conforme demonstrado pelas zonas de cisalhamento dúcteis paralelas à foliação, que causaram amarrotamento das unidades de diferentes competências.

A presença de dobras em bainha mapeáveis em profundidade (MARTINS PEREIRA, 1988, 1989a, 1989b e SPENCER, 1989), demonstra a existência de uma zona de cisalhamento na área, conforme já preconizado por FLETCHER (1989).

Com respeito ao grau de deformação imposto ao depósito mineral, as camadas exibem um grau de continuidade vertical e horizontal. Apesar de que cada uma das bandas da formação ferrífera se apresente com características próprias e distintas, acredita-se que elas resultaram de um intenso dobramento e/ou cisalhamento de uma camada única. A Figura 5.4 ilustra os horizontes dobrados e cisalhados, implicando na repetição e/ou omissão de camadas.

O desenvolvimento subterrâneo da mina revelou três corpos de minério, ou seja, Corpo 1, Corpo 2 e Corpo Pinta Bem. O mapeamento detalhado mostrou que os

Corpos 1 e 2 convergem em profundidade. O *plunge* da mina segue o mergulho e não necessariamente coincidente com a proximidade dos corpos mineralizados (MARTINS PEREIRA, 1988, 1989a, 1989b). Essas características refletem uma dobra em bainha com um eixo variavelmente orientado. A lineação principal que controla a mineralização é paralela ao *plunge* consistente da mina. A Figura 5.5 mostra uma projeção axiométrica dos corpos mineralizados da mina de São Bento, onde se pode distingui-los em perspectiva ao longo de toda a cava da mina.

A Figura 5.3 indica que as camadas mineralizadas convergem ao longo da direção e do mergulho descendente. Essas relações levam à interpretação de que os horizontes mineralizados correspondem a uma camada única intensamente dobrada de formação ferrífera bandada. As abas das dobras seriam fechadas ou muito apertadas, e os flancos muito longos (MARTINS PEREIRA, 1988). Esta morfologia é típica de dobras em bainha em zonas de cisalhamento (SPENCER, 1989).

Zonas de cisalhamento comumente ocorrem deformando e truncando as formações ferríferas. Veios quartzo carbonáticos com associações de sulfetos (essencialmente como pirrotita e pirita) ocorrem associados com essas feições, e foram formados tardiamente e não são auríferos. Entretanto, as relações de idade das várias zonas de cisalhamento não são bem compreendidas.

A distribuição das lineações de estiramento nos planos de foliação e nas zonas de cisalhamento, são praticamente coincidentes (Figura 5.7), sugerindo que ambas as feições foram geradas pelo mesmo evento dedobramento em bainha.

FLETCHER (apud SPENCER, 1989) estabeleceu dois tipos de mineralização para a mina de São Bento, ou seja, sulfetos finamente laminados e bandados na formação ferrífera e veios de quartzo com sulfetos.

SPENCER (1989) mapeando com detalhe algumas exposições de corpos mineralizados na mina, estabeleceu as seguintes características estruturais com relação às feições acima mencionadas:

- Os veios de quartzo sulfetados são feições planares;
- Estes são paralelos e em um arranjo "en echelon" de um sistema de rotação sinistral;
- O quartzo nos veios de quartzo sulfetados está geralmente deformado, com orientação de eixos de dobras variável em larga faixa. Tanto o quartzo quanto o sulfeto foram submetidos à deformação;

- A mineralização no fácies sulfeto é mais desenvolvida nas proximidades dos veios de quartzo sulfetados. Há um decréscimo da mineralização à medida que se afasta dos veios;
- Uma lâmina de sulfeto pode ser seguida do contato com os veios de quartzo sulfetados, ao longo da direção de uma associação de magnetita, lâmina fácies óxido de formação ferrífera;
- Os veios de quartzo sulfetados truncam obliquamente os flancos de dobras de formação ferrífera bandada fácies óxido. Esse fato é interpretado como uma indicação de que veios são posteriores ao dobramento e que os sulfetos laminados na formação ferrífera estão espacialmente associados com os veios;
- Localmente em zonas detalhadamente mapeadas por SPENCER (1989), acredita-se que o modelo sinistral “en echelon” não afeta a foliação da formação ferrífera, apesar de que seja uma indicação de que esse modelo é uma feição estrutural primária, e não o resultado de uma ruptura causada por um veio de quartzo sulfetado planar.

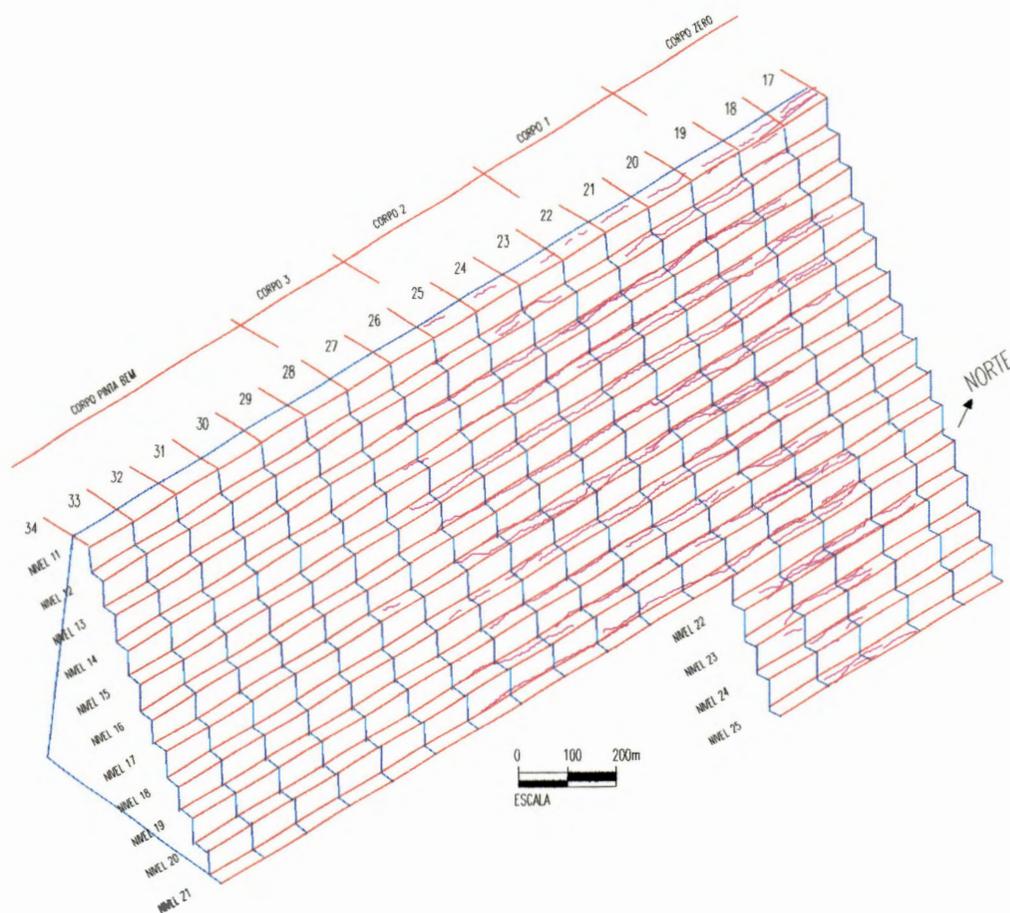


Figura 5.5-Projeção axiométrica da mina de São Bento (UNAMGEM, 1996)

Um modelo sinistral “en echelon” de veios implica em um sistema destal, transcorrente, de cisalhamento lateral (SPENCER, 1989). Um deslocamento transcorrente na mina de São Bento pode ser facilmente identificado e visualizado nos planos longitudinais dos corpos mineralizados (MARTINS PEREIRA, 1989A).

O baixo ângulo que existe entre esse sistema de veios “en echelon” e o plano de cisalhamento é explicado como sendo o resultado da atenuação do sistema “en echelon” durante o evento compressional posterior, quando os veios de quartzo sulfetados foram internamente dobrados em bainhas (SPENCER, 1989).

Clivagens de fraturas, crenulações e fraturas, conhecidamente posteriores e grosseiramente predominantes com direção NNW-SSE e NE-SW a E-W, afetam o pacote rochoso mas não são importantes na sua estrutura global.

A Figura 5.6 resume segundo SPENCER (1989) a evolução da Formação Ferrífera Bandada na mina de São Bento, mostrando os estágios evolutivos até a formação do corpo mineralizado. As Figuras 5.7a e 5.7b mostram as atitudes da foliação principal e da lineação de estiramento, destacando os polos da foliação e do plano de cisalhamento e *plunge* da lineação de estiramento e no plano de cisalhamento, respectivamente.

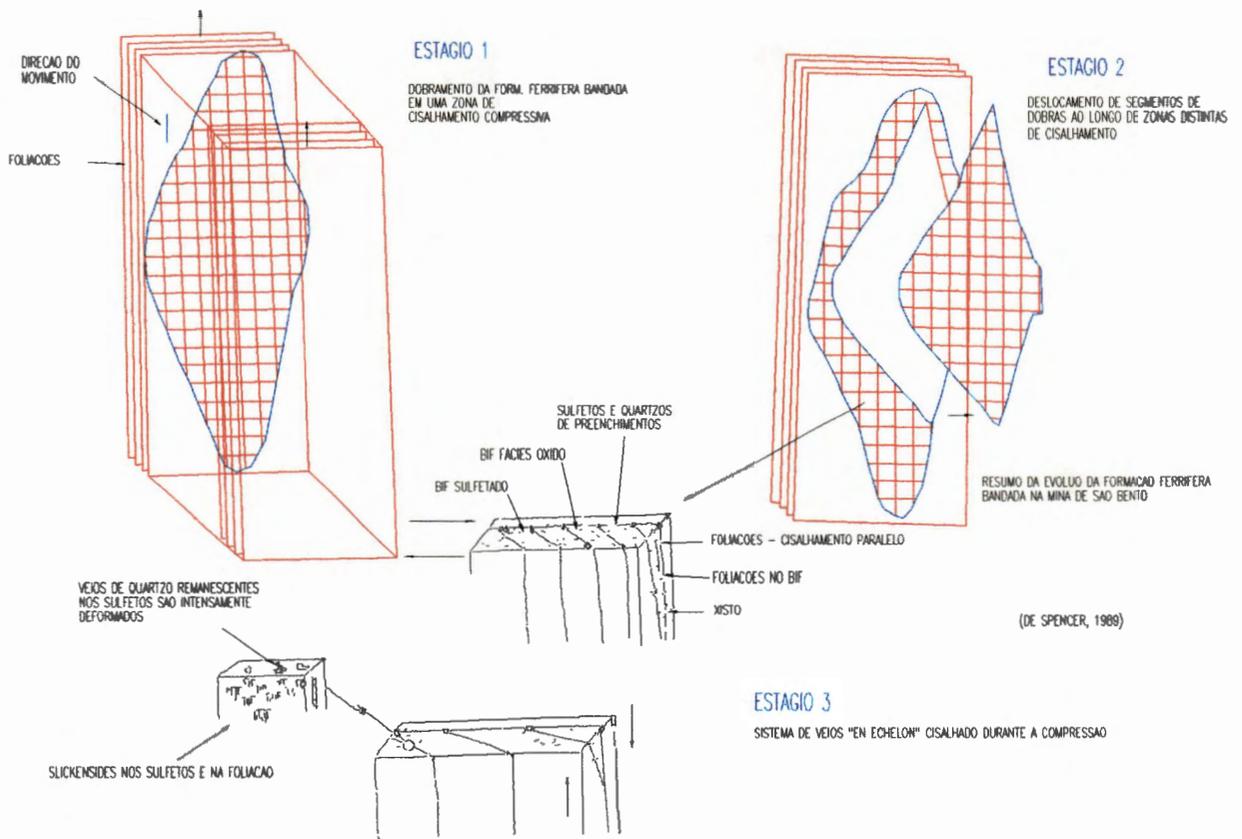


Figura 5.6-Evolução da formação ferrífera bandada da mina de São Bento (SPENCER, 1989)

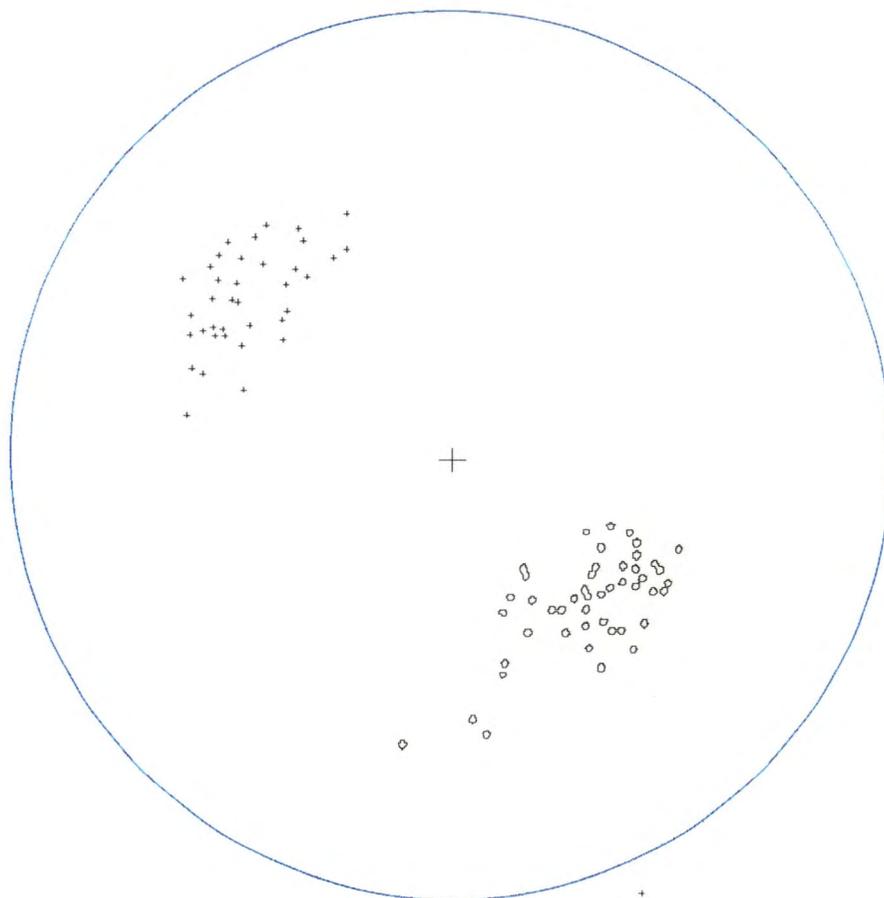


Figura 5.7a: Foliação e orientação da lineação de estiramento (SPENCER, 1989)

x = Polo da Foliação (n=37)

o = *Plunge* da lineação de estiramento (n=44)

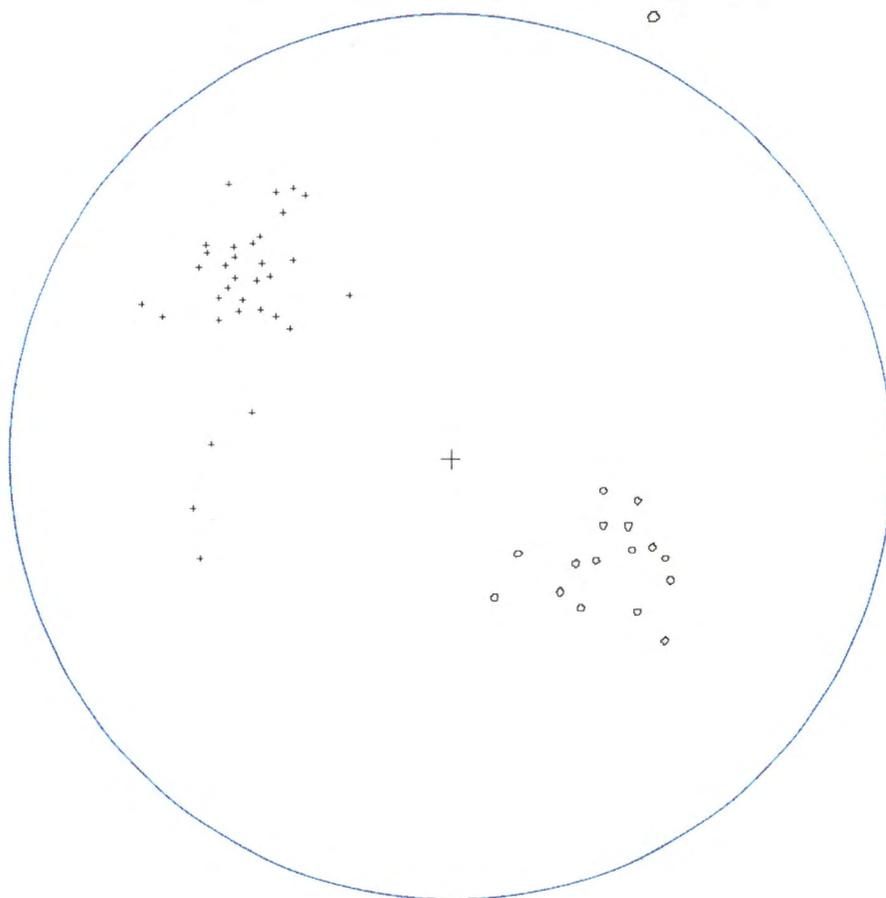


Figura 5.7b: Foliação e orientação da lineação de estiramento (SPENCER, 1989)

x = Polo do plano de cisalhamento (n=31)

o = *Plunge* da lineação de estiramento no plano de cisalhamento (n=15)

6-METODOLOGIA DE ANÁLISE DOS DADOS

6.1 - OBJETIVO DA PESQUISA

Com o objetivo primordial de se aplicar a metodologia geoestatística em geomecânica, foi selecionada uma mina subterrânea na região do Quadrilátero Ferrífero-MG que dispusesse de um número adequado de investigações de sub-superfície e que tivessem sido objeto de classificação geomecânica de acordo com o Sistema “Q” de Barton. De acordo com esses critérios, e devido à facilidade de negociações para alcançar esse objetivo, foi escolhida a mina de São Bento, situada no município de Santa Bárbara-MG, conforme descrito no Capítulo 5.

Após os procedimentos iniciais para se ter acesso aos dados objeto desta pesquisa, e de posse de todos os elementos para início do detalhamento dos estudos propostos, a questão era qual a forma mais adequada de fazê-lo de forma a se atingir os objetivos propostos e ao mesmo tempo fornecer subsídios para as explorações futuras na mina. Para tal, resolveu-se fazer um estudo detalhado das características geomecânicas do *hangwall* da mina, uma vez que o mesmo corresponde à camada sobreposta ao minério escavado (teto inclinado da mina) e conseqüentemente passível de instabilizações e posteriores rupturas, caso diagnosticado inadequadamente. Conforme visto no Capítulo 4, o Sistema “Q” de Barton fornece um índice indicativo da qualidade do maciço rochoso e associa a ele critérios de necessidade de tratamento do maciço tais como a instalação de tirantes, chumbadores e concreto projetado, os dois primeiros amplamente utilizados na mina de São Bento.

Salienta-se que na fase de definição da melhor forma de manipular os dados disponíveis, pensou-se em fazer um estudo das características geomecânicas por análise geoestatística também nas camadas de minério e *footwall* (conjunto litológico

sotoposto à camada de minério). Essa hipótese foi descartada devido aos seguintes fatores:

- o corpo de minério constitui-se no produto da mina, e como tal, seria escavado de qualquer maneira, independentemente de suas características geomecânicas e/ou de estabilidade;
- a camada de *footwall* sotoposta à camada de minério, constitui-se na parede esquerda das escavações subterrâneas (piso inclinado), e portanto, os riscos de instabilidade não levam a queda de blocos rochosos, mas apenas ao seu deslocamento;
- a metodologia geoestatística seria aplicada de forma idêntica para os três casos, o que não justificaria a repetição de critérios tendo em vista o caráter científico deste trabalho.

Do exposto, procedeu-se à elaboração do banco de dados definitivo, coletando-se informações dos furos de sondagem em trechos da camada de *hangwall* distantes 10 metros da camada de minério.

6.2 - COLETA DE DADOS

A coleta de dados para a elaboração deste trabalho constituiu-se em uma etapa morosa e de suma importância, uma vez que a grande quantidade de furos disponíveis na região da mina obrigou a uma seleção criteriosa daqueles que realmente conteriam as informações necessárias para utilização neste trabalho, de acordo com a metodologia de classificação geomecânica adotada.

Primeiramente pesquisou-se nos arquivos da mina quais sondagens dentre as mais de 1.500 disponíveis ao longo de décadas de investigação foram objeto da classificação geomecânica através do Sistema "Q" de Barton, o que só foi executado nos furos realizados mais recentemente. Foram então selecionados cerca de 30 disquetes que continham informações em planilhas eletrônicas de LOTUS 123 (extensão .WK1) e EXCEL, totalizando 124 arquivos pesquisados, dos quais 39 continham informações referentes à classificação geomecânica através do Sistema "Q" de Barton em furos da

mina. Nesses 39 arquivos selecionados, foram inicialmente catalogados 118 furos de sondagem para posterior detalhamento.

Em uma segunda etapa, elaborou-se um banco de dados preliminar com esses 118 furos, para estabelecimento de critérios de busca e organização de dados no banco de dados definitivo. Desta forma, foi montada uma planilha com dados de todos esses furos e contendo informações a respeito de suas locações espaciais (coordenadas geográficas e elevação), inclinações e direções de perfuração, além de em quais níveis e seções da mina esses furos estavam localizados e/ou executados para investigação, de acordo com o sistema de coordenadas adotado na mina de São Bento.

A análise desses dados revelou que cerca de um terço desses furos não tinham informações referentes às suas localizações espaciais e/ou de inclinação e rumo, o que levou à necessidade de novo levantamento nos arquivos da mina. Após a finalização desta planilha, já se dispunha de todos os elementos necessários para a elaboração do banco de dados definitivo para os estudos, restando ainda direcionar a pesquisa de acordo com os objetivos propostos, conforme será comentado a seguir.

6-3 - ELABORAÇÃO DO BANCO DE DADOS

Dos 118 furos inicialmente selecionados para análise, foram escolhidos 90 furos para compor o banco de dados definitivo. A rejeição de 28 furos de sondagem deveu-se aos mais diversos fatores, destacando-se:

- presença de valores anômalos (*outliers*) discrepantes da média de valores encontrados;
- ausência de dados referentes às variáveis analisadas para intervalos litológicos correspondentes ao *hangwall*, ou seja, diversos furos atravessaram a camada mas não foram objeto de classificação geomecânica nesses trechos;
- paralisação da sondagem antes de se atingir a camada de *hangwall* objeto do presente estudo;
- furos localizados fora da área selecionada para os estudos ou mesmo com localização espacial desconhecida e/ou extraviada.

Partindo-se do princípio de que uma amostragem em torno de 100 furos seria suficiente para se proceder à análise geoestatística, elaborou-se o banco de dados em planilha eletrônica EXCEL com os 90 furos restantes, de acordo com as características mostradas na Figura 6.1 e descritas a seguir.

PARTE 01

NÚMERO FURO	COORDENADAS		ELEVAÇÃO (m)	INCLI- NAÇÃO(º)	DIRE- ÇÃO(º)	COORDENADAS PONTO		ELEVAÇÃO PONTO (m)
	X	Y				X'	Y'	
SS-1141	659352,871	7790234,524	472,463	-58	210	659366,033	7790242,123	496,785
SS-1142	659353,295	7790234,166	472,384	-45	228	659369,074	7790251,691	495,966
SS-890	659283,303	7790204,015	473,124	0	124	659293,424	7790189,009	473,124

...continua...

PARTE 02

PROF. (m)		ESPESS. (m) INT.	LITO- LOGIA
DE	A		
23,68	31,46	7,78	4
28,35	35,45	7,10	2
13,10	14,20	1,10	CIX

...continua...

PARTE 03

PARÂMETROS DE BARTON						
Q'	RQD'	Jn'	Ja'	Jr'	Jw'	SRF'
2,197	87,86	4,0	2,0	0,5	1,0	2,5
2,197	96,32	4,0	2,0	0,5	1,0	2,5
10,114	80,91	4,0	1,0	1,0	1,0	2,0

...continua...

PARTE 04

PARÂMETROS DE BARTON						
Q	RQD	Jn	Ja	Jr	Jw	SRF
6,659	88,153	3,556	1,778	0,611	1,000	2,389
5,693	93,188	3,710	1,710	0,645	1,000	2,355
3,200	91,251	4,000	1,890	0,555	1,000	2,400

Figura 6.1: Modelo do Banco de Dados dos furos de sondagem

Para melhor compreensão do banco de dados, o mesmo foi dividido em 4 partes distintas, a saber.

A Parte 1 resume as características do furo e mostra o seu número, coordenadas X e Y (Leste e Norte), a sua elevação, inclinação (ângulo positivo=furo descendente, ângulo negativo=furo ascendente e furo com 0°=furo horizontal) e direção. De

acordo com essa nomenclatura, a Figura 5.3 mostrada anteriormente indica que, por exemplo, os furos SS-183, SS-261 e SS-399 possuem ângulos negativos enquanto que os furos SS-323, SS-372 e SS-391 possuem ângulos positivos. As coordenadas no ponto e a elevação no ponto dizem respeito ao ponto médio da distância de 10 metros na camada de *hangwall* onde foram coletados os dados das variáveis do Sistema “Q”, ou seja, os parâmetros para análise geoestatística a uma distância constante de 5 metros da camada de minério, dentro do *hangwall*.

A Parte 2 diz respeito a regularização do intervalo de 10 metros no *hangwall* (suporte geoestatístico), mostrando as profundidades e os intervalos dos trechos analisados para cada sondagem. Não se coletou um valor pontual para as diversas variáveis, mas sim foi feita uma ponderação de seus valores em um intervalo de 10 metros de espessura dentro da camada do *hangwall*. Por exemplo, para o intervalo de 7,78 metros mostrado na Figura 6.1, foi necessária a inclusão de um ou mais intervalos de 2,22 metros do mesmo furo para se atingir os 10 metros na camada de *hangwall*.

A Parte 3 relaciona os valores das variáveis com esse intervalo ponderado de 10 metros, de acordo com o comprimento do intervalo classificado no furo de sondagem. A notação Q' representa as medidas preliminares de “Q” dentro de cada intervalo necessário para se atingir os 10 metros na camada de *hangwall*. Para este trabalho, observou-se um número de até 6 medidas das variáveis, ou seja, até 6 medidas de Q' (intervalos distintos de classificação geomecânica necessários para se atingir os 10 metros do suporte geoestatístico) para se atingir os 10 metros desejados para as suas ponderações. Para intervalos de classificação geomecânica superiores a 10 metros, foi considerado um trecho único de 10 metros de espessura na camada do *hangwall*. Isto quer dizer que foram selecionados trechos de 10 metros da camada de *hangwall* acima do corpo mineralizado São Bento que foi atravessada pelas diversas sondagens estudadas e que já haviam sido objeto de classificação geomecânica pelo sistema de BARTON (1974). Como as classificações desses furos de sondagem registraram intervalos das mais diversas espessuras para se atingir os 10 metros estipulados como média da camada de *hangwall*, foram computados no banco de dados até 6 intervalos de classificação, conforme descrito acima.

A Parte 04 do banco de dados corresponde ao seu produto final, ou seja, os valores das variáveis do Sistema “Q” de Barton já ponderados e como tal, situados no ponto

médio da distância de 10 metros na camada do *hangwall*, a 5 metros do topo da camada de minério.

Um estudo no Capítulo 5 referente aos aspectos geológicos da mina de São Bento revela que tanto a camada de minério quanto a do *hangwall* não são constituídas simplesmente por um tipo litológico único que possa ser generalizado ao longo de todo o perfil da mina. O corpo de minério São Bento, considerado neste trabalho como base para a determinação da camada de *hangwall* a ser estudada, está inserido na unidade estratigráfica Formação Ferrífera São Bento (SBIF), Membro Inferior. Esta subunidade é caracterizada por uma relativa heterogeneidade litológica, uma vez que engloba várias fácies de formação ferrífera bandada e intercalações de metasedimentos finos clásticos, representados por xistos grafitosos e carbonáticos. O pacote ocorre alternado tanto vertical como horizontalmente, variando em espessura de 0,5 a 8,0m, em bandas ou horizontes, refletindo principalmente uma variação composicional durante intenso cisalhamento. Neste membro, são reconhecidos quatro horizontes mineralizados, a saber, formação ferrífera bandada fácies carbonática, óxido, sulfetado e metacherts, com as quais ocorrem sucessões litológicas quase homogêneas incluindo clorita xistos grafitosos e micaxistos carbonáticos, e proporções variáveis de formação ferrífera bandada fácies óxido, carbonático e silicática. Dois dos horizontes mineralizados estão situados nos contatos inferior e superior do Membro Ferrífero Inferior. No contato inferior com a Formação Grafítica Basal, o Horizonte Oeste está geralmente presente, e, no contato superior, o Horizonte Este, assim chamados pelas suas posições geográficas na mina. As outras camadas mineralizadas são chamadas de Horizonte Meio e Horizonte São Bento, enquanto que as outras litologias que os separam são denominadas de Horizontes M1, M2, M3 e M4, dependendo de sua posição estratigráfica.

Conforme descrito acima, o corpo mineralizado São Bento situa-se na porção médio-superior do Membro Basal Inferior, e portanto, as camadas sobrepostas a ele que constituem-se no seu *hangwall* podem também pertencer a esta mesma subunidade, ou à subunidade Membro Ferrífero Superior. Esta subunidade apresenta-se relativamente mais homogênea, sem muita variação litológica em suas sucessões. Em termos genéricos, a rocha que constitui o *hangwall* é um quartzo-clorita xisto grafitoso e rochas do Horizonte M, generalizadas como formação ferrífera

magnetítica. A rocha é bem bandada, com bandas individuais compostas de quartzo e carbonato de coloração creme, quartzo e magnetita de coloração cinza clara a escura, e clorita de coloração verde escura. Essas bandas têm uma espessura média de 0,2 a 10cm, e são definidas por proporções minerais variáveis de clorita e magnetita, predominantemente. A rocha é uma formação ferrífera bandada fácies carbonático, silicático e óxido.

Intercalações de quartzo-sericita-clorita xistos com a rocha típica do Membro Ferrífero Superior, ou seja, formação ferrífera bandada fácies carbonática, silicática e óxido de coloração típica cinza clara nas porções superiores do Membro, podem ocorrer. Em termos regionais, as rochas da formação Carrapato estão sobrepostas às rochas da Formação Ferrífera São Bento, e consistem de uma sequência relativamente monótona de mica xistos de coloração cinza clara e escura.

Quanto à estrutura, o corpo mineralizado da mina de São Bento tem direção geral N34°E e mergulho de 55°SE, o que pode ser considerado constante na área de estudos. Para facilitar os trabalhos geológicos na mina, a quase totalidade das seções geológicas executadas têm a direção NW-SE (304°-124°), ou seja, elas são elaboradas perpendicularmente à direção geral do corpo de minério que mostra seu mergulho verdadeiro nessas seções e apresentam os furos de sondagem projetados de acordo com seus rumos/inclinações. Desta forma, a maioria dos furos recentes também foi executada segundo as direções 304° e 124°, ou próximo destes valores, de modo que furos com inclinações variadas e direção de 214° a 34° perfuravam primeiramente as camadas do *hangwall* (furos descendentes) e furos com inclinações variadas e direções de 34° até 214° perfuravam primeiramente camadas de *footwall* (furos ascendentes).

A camada de minério apresenta-se disposta em lentes de espessuras milimétrica até métrica, e apresenta-se subdividida em 4 corpos mineralizados denominados corpos Oeste, do Meio, São Bento e Este, de acordo com as suas posições geográficas na mina. Um outro complicador na elaboração do banco de dados foi a individualização da camada de *hangwall* para um mesmo corpo de minério, uma vez que nem todos os furos atravessavam os mesmos corpos de minério. De acordo com o esquema mostrado na Figura 6.2, o *hangwall* do corpo Oeste corresponde ao *footwall* do corpo do Meio, assim como o *hangwall* deste corpo corresponde ao *footwall* do corpo São Bento, cujo *hangwall* corresponde ao *footwall* do corpo Este, não se

considerando complicações estruturais e inversões de camadas conforme sugerido pelos estudos geológicos na mina apresentados no Capítulo 5.

Como o corpo São Bento corresponde ao corpo que mais foi atravessado pelos furos de sondagem estudados e portanto considerado para esse trabalho como o principal corpo de minério da mina (maiores teores de minério de ferro e maiores espessuras), e por conseguinte pelo fato de a maioria dos 90 furos estudados terem perfurado este corpo, o mesmo foi adotado como a camada de minério base para a determinação do *hangwall* a ser estudado. Desta forma, o corpo de minério principal (São Bento) pode ser caracterizado como uma camada de espessura de até 8,0 metros de formação ferrífera fácies sulfetada (Figura 6.3).

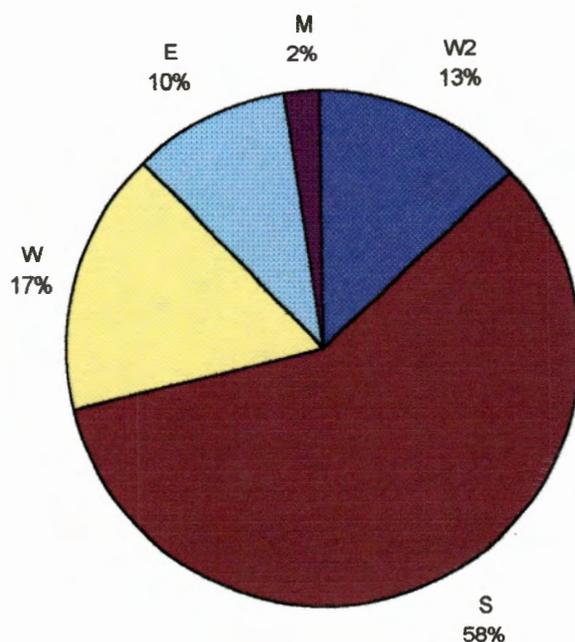


Figura 6.2: Percentual da distribuição dos corpos de minério da mina de São Bento nas sondagens estudadas, sendo: S (Corpo São Bento), W (Corpo Oeste), W2 (Corpo Oeste 2), E (Corpo Leste) e M (Corpo do Meio).

Uma observação detalhada nos furos de sondagem das litologias que constituem a camada de *hangwall* no banco de dados, revela uma predominância de camadas de formação ferrífera fácies silicato, óxido, carbonato e xisto grafitoso, predominantemente. Secundariamente ocorrem litologias tipo clorita e sericita xistos, associados com quartzo, formação ferrífera do topo e formação ferrífera propriamente

dita, nesses casos quando a camada de *hangwall* considerada incluía trechos da camada de minério sobrejacente.

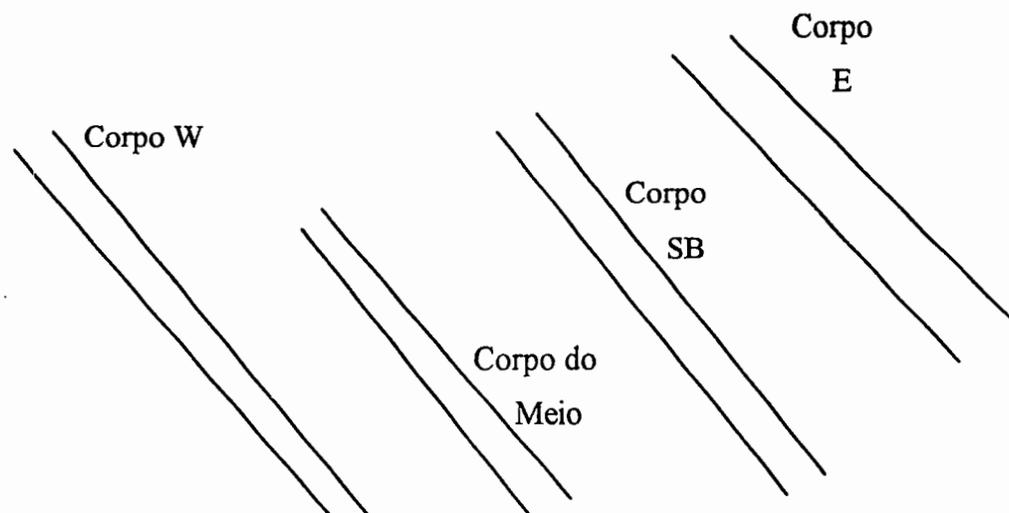


Figura 6.3: Distribuição esquemática dos corpos de minério na mina de São Bento

A Figura 6.4 exemplifica as principais litologias encontradas nas sondagens para caracterizar a camada de *hangwall* estudada. Em termos médios, essa camada apresenta uma espessura de 10 a 20 metros.

Como nem todos os furos atravessaram a camada de minério do corpo São Bento, mas invariavelmente atravessaram uma camada (corpo) de minério, foi considerada a camada de minério mais próxima para a determinação das características da camada de *hangwall* sobrejacente para esses casos.

Com a execução do suporte de 10 metros de espessura a partir da camada de minério, e devido ao fato de as litologias entre os corpos de minério apresentarem características geológicas semelhantes, pode-se afirmar que tal artifício não prejudicou a fidelidade dos dados inicialmente desejados para as análises, mas sim provocou o surgimento de determinadas curvaturas na camada de *hangwall* estudada que na realidade podem não apresentar.

Com a evolução dos estudos e resultados preliminares das análises estatísticas e variográficas, o banco de dados originalmente elaborado foi modificado no que diz respeito ao suporte geoestatístico da variável "Q". Como o objetivo final do trabalho é a classificação geomecânica da camada de *hangwall* através da estimativa da variável "Q", procurou-se reduzir o suporte geoestatístico desta variável de 10 para

2,5 metros, com o objetivo de se detalhar mais as informações da variável “Q” levando-se em conta a pequena espessura média da camada de *hangwall* analisada.

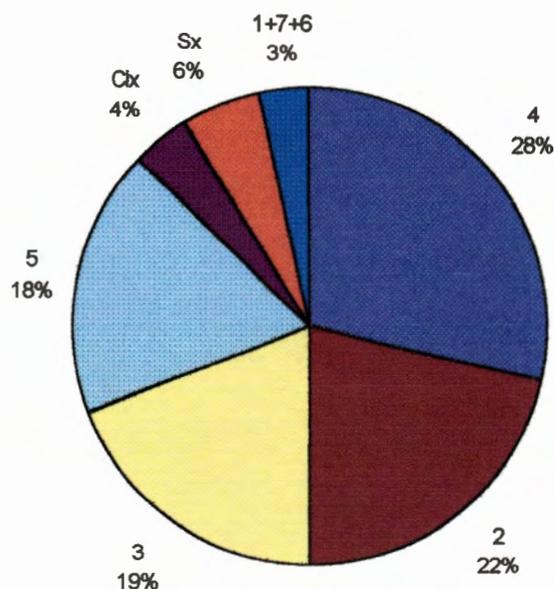


Figura 6.4: Percentual de distribuição das litologias ocorrentes na camada de *hangwall*, sendo: 4 (Formação Ferrífera Fácies Silicato-Clorita), 2 (Formação Ferrífera Fácies Óxido-Magnetita), 3 (Formação Ferrífera Fácies Carbonato), 5 (Xisto Grafitoso), Sx (Sericita xisto), Clx (Clorita xisto), 1 (Formação Ferrífera Fácies Sulfeto-Minério), 7 (Formação Ferrífera do Topo) e 6 (Quartzo).

Foi utilizada a mesma metodologia descrita anteriormente para os 10 metros de suporte, só que ponderando-se os resultados obtidos nos furos de sondagem a cada 2,5 metros, até se atingir uma distância de 10 metros da camada de minério, evitando-se assim a obtenção de apenas uma medida da variável “Q” no ponto médio da camada de *hangwall*. Tal artifício será mais detalhadamente descrito nos itens subsequentes.

Com a conclusão desta etapa, passou-se para a análise dos dados pelos métodos estatísticos básicos e metodologia geoestatística, objeto deste trabalho.

6.4 - ANÁLISE ESTATÍSTICA BÁSICA

Apresenta-se neste ítem uma análise estatística básica individual de todos os parâmetros envolvidos na classificação geomecânica de Barton para os estudos na mina de São Bento, parâmetros esses definidos pela relação abaixo, conforme comentado detalhadamente no Capítulo 4:

$$Q = (RQD/J_n) \cdot (J_r/J_a) \cdot (J_w/SRF)$$

O objetivo primordial desta análise é caracterizar individualmente as variáveis quanto aos seus valores de tendência central e dispersão, através do estudo detalhado das suas distribuições de frequência. Para se atingir esse objetivo, os valores das diversas variáveis estudadas foram ordenados e a seguir analisados de acordo com seus histogramas, caracterizando-os de acordo com a média, mediana, desvio padrão, coeficiente de variação, variância, assimetria e curtose. Informações adicionais tais como valores máximo e mínimo, intervalos de confiança de $\pm 95\%$ e quartis inferior e superior são também fornecidas.

A Tabela 6.1 resume as principais estatísticas das variáveis envolvidas no Sistema “Q” de Barton. Conforme comentado no item anterior, a evolução dos estudos estatísticos e variográficos da área de interesse levou à necessidade de um maior detalhamento da variável “Q” no espaço, tendo em vista a pequena espessura da camada de *hangwall* do horizonte mineralizado São Bento. Para esse detalhamento da variável “Q”, ao invés de se tomar um único ponto médio no intervalo ponderado de 10 metros de espessura da camada de *hangwall*, como foi feito para as outras variáveis do sistema, tomou-se valores ponderados a cada 2,5 metros de profundidade da camada de 10 metros, de modo que do banco de dados inicial de 90 medidas passou-se para um outro quatro vezes maior com 360 medidas. Os principais parâmetros estatísticos da variável “Q” são mostrados da Tabela 6.1.

A Figura 6.5 mostra a distribuição de frequência relativa para todos os valores da variável “Q”, que engloba de forma particular todas as outras variáveis.

Observa-se uma assimetria na distribuição, com as maiores concentrações dos valores de “Q” nas classes de 1 a 15. Tendo em vista a ocorrência de uma assimetria positiva da distribuição, os valores médios estão situados numa faixa de 5,942 (mediana) a 11,969

(média). A dispersão indicada pelo coeficiente de variação aritmético apresenta um valor de 140,34%. Valores de coeficientes de variação maiores que 1 (100%) significam a presença de valores altos e/ou erráticos no conjunto de dados, o que representarão problemas para a maioria dos métodos de estimativas (KIM, 1988, apud STURARO, 1994).

Tabela 6.1: Estatísticas Básicas das variáveis do Sistema “Q” de Barton analisadas

VAR./ PARÂM.	NÚM. “N”	MÉDIA	DESVIO PADRÃO	COEF. VAR.(%)	MÉDIA- NA	VALOR MÍNIMO	VALOR MÁX.
Q	360	11,969	16,797	140,34	5,942	0,030	180,95
RQD	65	73,735	20,934	28,0	78,790	10,000	98,160
Jn	65	3,815	1,558	40,4	3,860	1,000	12,400
Ja	65	1,602	0,485	30,4	1,710	0,815	3,250
Jr	65	0,805	0,348	42,5	0,652	0,500	1,817
Jw	65	0,855	0,153	17,8	1,000	0,604	1,000
SRF	65	2,251	0,614	27,0	2,000	1,726	6,573

continua...

VAR./ PARÂM.	QUAR- TIL INF.	QUAR- TIL SUP.	INT. C. -95%	INT. C. +95%	VARI- ÂNCIA	ASSIME- TRIA	CUR- TOSE
Q	1,966	16,025	10,229	13,711	282,14	4,123	30,430
RQD	61,370	89,090	68,548	78,922	438,215	-1,166	0,834
Jn	3,000	4,000	3,429	4,201	2,427	3,602	17,771
Ja	1,000	2,000	1,482	1,722	0,235	0,331	0,383
Jr	0,500	1,000	0,718	0,891	0,121	0,998	0,086
Jw	0,700	1,000	0,817	0,893	0,023	-0,116	-2,008
SRF	2,000	2,500	2,099	2,403	0,377	5,720	39,250

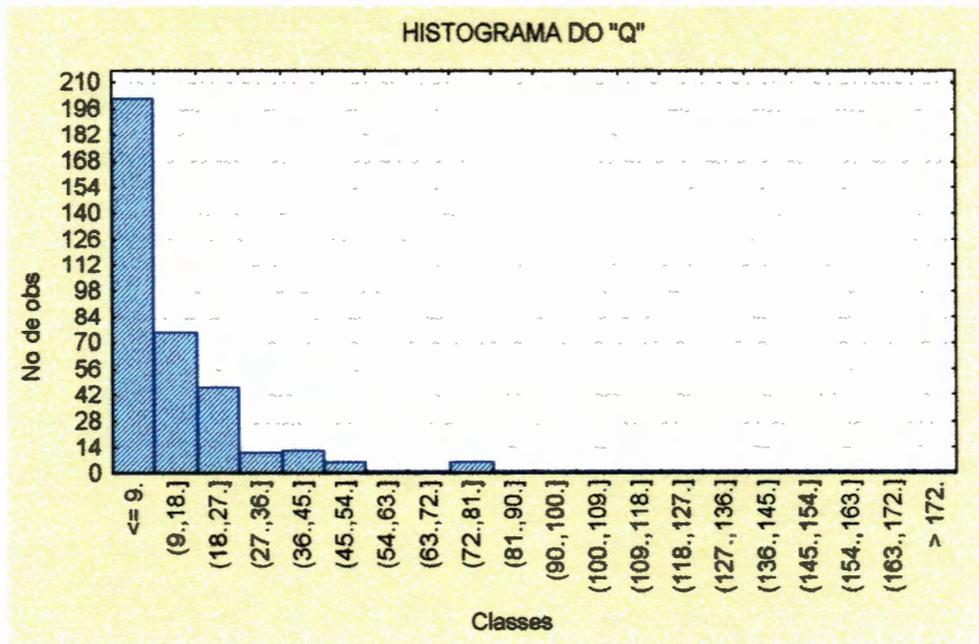


Figura 6.5: Histograma de frequência relativa da variável "Q"

De acordo com os valores obtidos, pode-se afirmar que através do coeficiente de variação nota-se uma dispersão média a alta da variável "Q", o que mostra um comportamento geral de flutuações da variável na área dos estudos.

Em termos de curtose, que avalia o grau de achatamento da distribuição de frequência, a configuração da distribuição apresenta-se semelhante à lognormal, com acentuada assimetria positiva.

Com o intuito de testar essa afirmação, os dados da variável "Q" foram transformados em logaritmos (base e). A análise desses dados transformados em $\ln(Q)$ não apresenta um bom ajuste ao modelo normal, mas sim uma distribuição mais uniforme e com melhor concentração de dados para se analisar. A Figura 6.6 mostra a distribuição de frequência relativa para a variável $\ln(Q)$.

O coeficiente de variação desta variável $\ln(Q)$ com os dados transformados da variável "Q" é de 105,4%, indicando também uma elevada dispersão dos valores transformados de "Q" quando comparados com os valores reais para a área dos estudos.

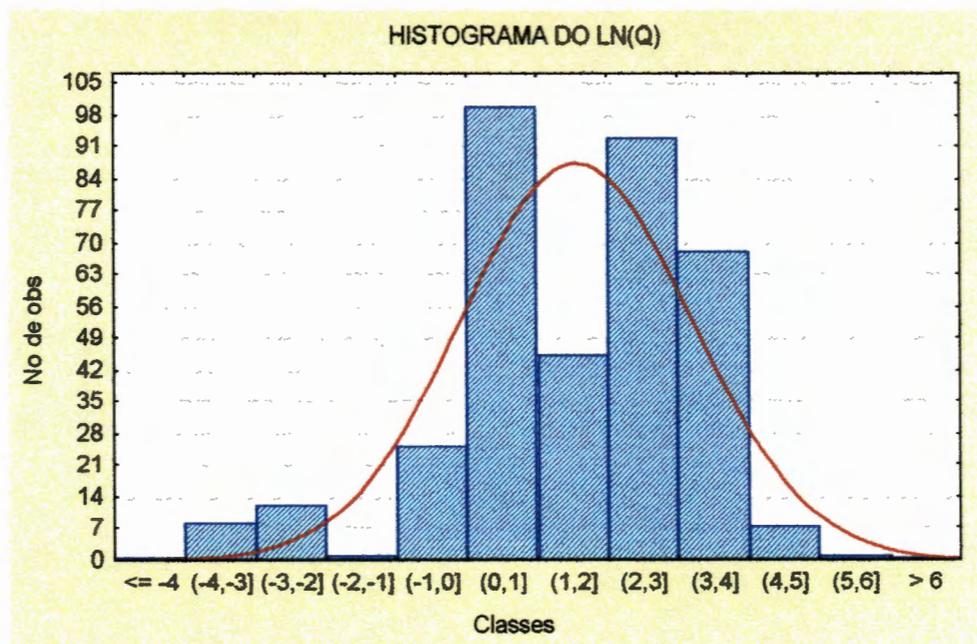


Figura 6.6: Histograma de frequência relativa da variável $\ln(Q)$

A Figura 6.7 mostra a distribuição de frequência relativa para a variável “RQD”. Observa-se um comportamento assimétrico com uma concentração de valores baixos da variável nas classes de 0 a 70,0. Nas classes de 70,0 até 100, os valores da variável “RQD” são ascendentes, mostrando uma significativa assimetria negativa na distribuição, inverso àquele observado para a variável “Q”. Os valores baixos da variável “RQD” podem estar associados a zonas mais intemperizadas do maciço rochoso, ou mesmo a contatos entre litologias distintas consideradas de um mesmo grupo do *hangwall*, conforme descrito no item 6.1.

De acordo com o histograma da Figura 6.7, a média obtida foi de 73,73%, e a mediana de 78,79%. O coeficiente de variação mostrou um valor de 28,0%, indicando uma baixa dispersão da variável “RQD” na área de estudos.

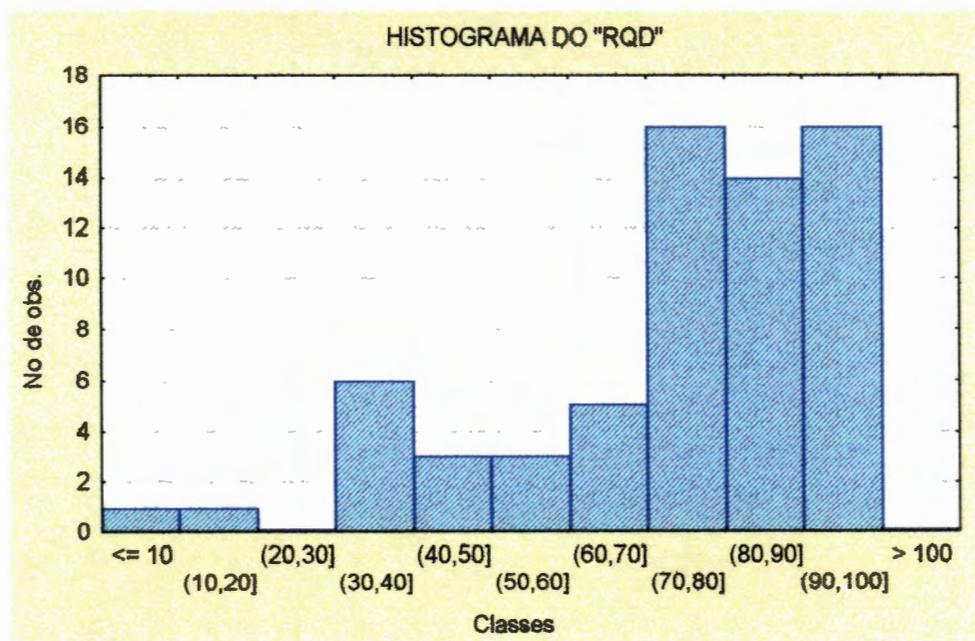


Figura 6.7: Distribuição de frequência relativa da variável "RQD"

Os histogramas das outras variáveis constantes da relação que define o "Q" de Barton, ou seja, "Jn", "Ja", "Jr", "Jw" e "SRF" estão representados nas Figuras 6.8 a 6.12. De uma maneira geral, todos esses histogramas mostram uma configuração assimétrica para as distribuições de frequência das diversas variáveis. Além de um número reduzido de amostras quando comparados com a variável "Q", essa assimetria não ocorre de maneira uniforme, ou seja, com o decréscimo de valores elevados para valores baixos de forma regular. A assimetria dessas variáveis ocorre devido à presença de um número grande de valores em poucas classes, o que leva a coeficientes de variação mais baixos, e mesmo devido à presença de valores anômalos dispersos na classificação geomecânica utilizada para o maciço rochoso da mina de São Bento. Tal fato pode ser explicado pela própria subjetividade do método de classificação geomecânica, ou por adoção de critérios ambíguos para se definir os valores reais de uma determinada variável, o que geralmente pode variar com a mudança do técnico responsável por essa classificação. Com exceção dos resultados mostrados na Figura 6.8 (Histograma do parâmetro "Jn"), as análises dos histogramas revelam a presença de classes isoladas devido principalmente a uma pequena

quantidade de amostras disponíveis, o que eventualmente mascara uma simetria regular dessas variáveis.

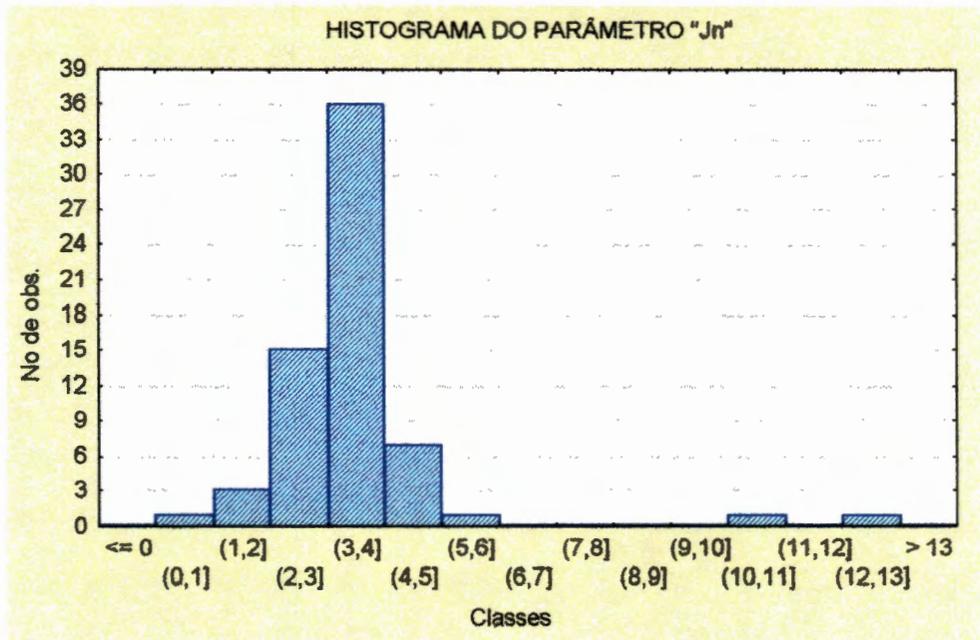


Figura 6.8: Histograma de frequência relativa da variável "Jn"

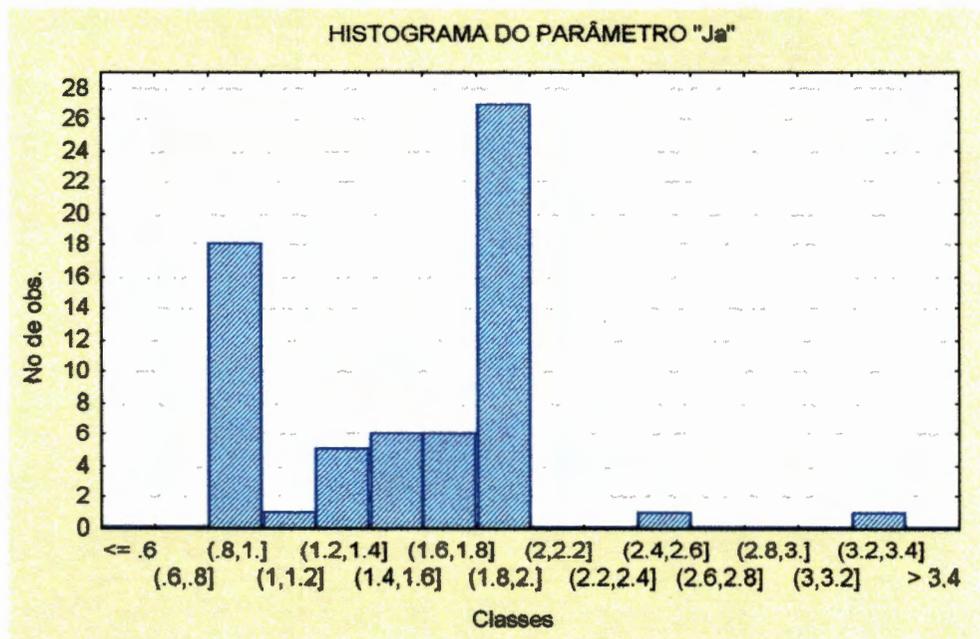


Figura 6.9: Histograma de frequência relativa da variável "Ja"

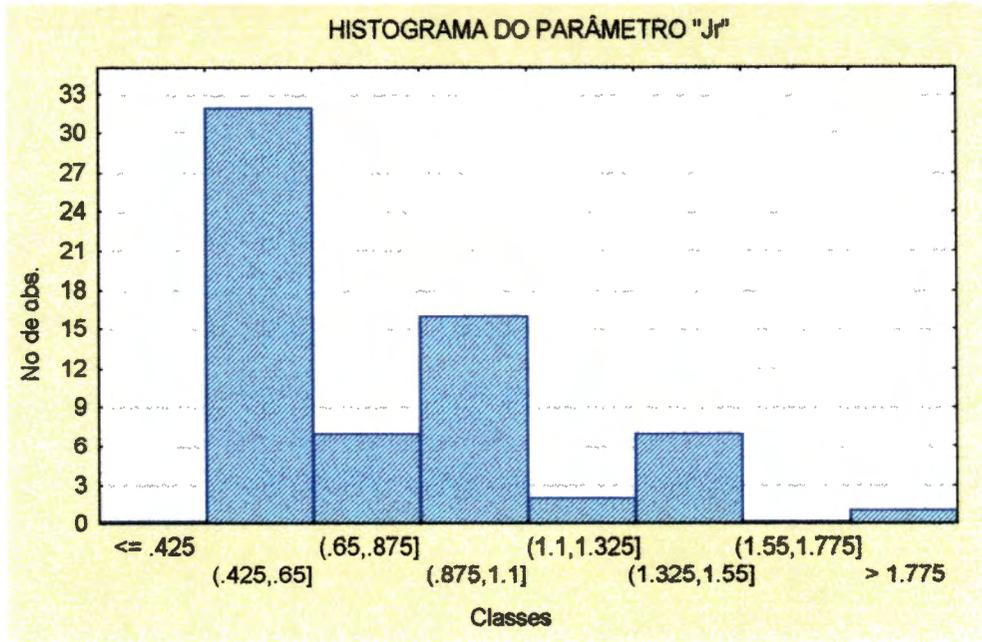


Figura 6.10: Histograma de frequência relativa da variável "Jr"

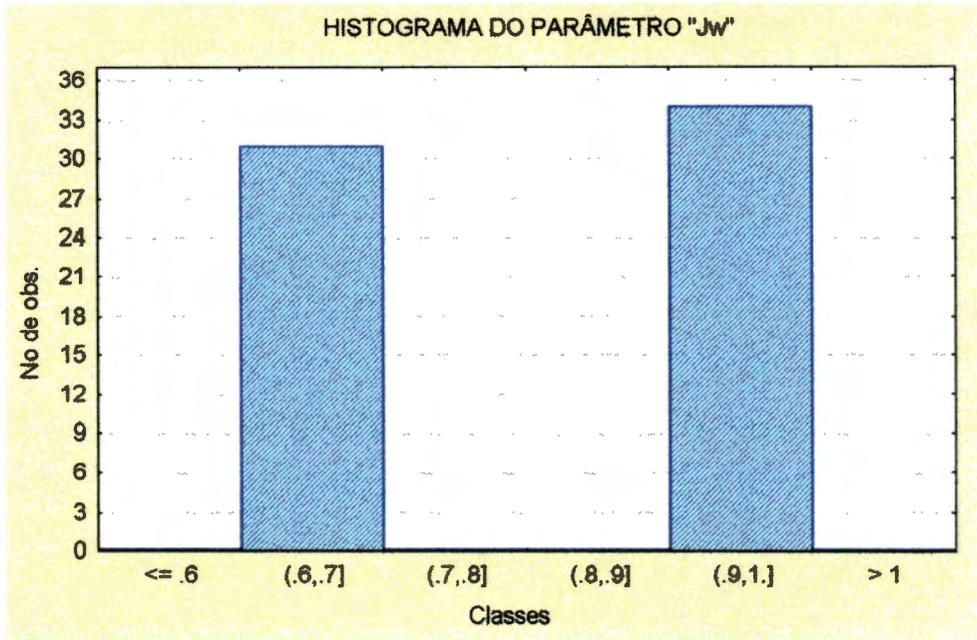


Figura 6.11: Histograma de frequência relativa da variável "Jw"

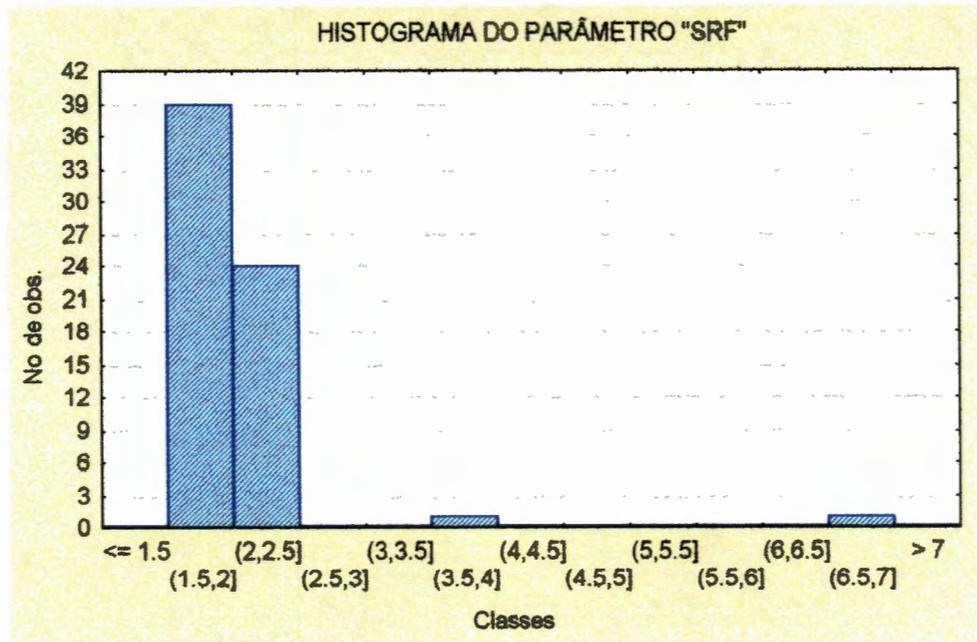


Figura 6.12: Histograma de frequência relativa da variável "SRF"

Os valores relativamente baixos de seus coeficientes de variação corroboram esta afirmação, que permite concluir que, de uma maneira geral, há uma grande concentração de valores em um número reduzido de classes de distribuição dessas variáveis, notadamente para o "Jr", "Jw" e "SRF".

Ainda com relação à Figura 6.8 (Histograma do "Jn"), observa-se que até a classe 6 a distribuição é quase que perfeitamente normal, o que considerando todas as amostras estudadas não pode ser afirmado devido a valores anômalos (*outliers*) nas classes de 10 a 11 e de 12 a 13.

Deve-se salientar finalmente que os intervalos de confiança de $\pm 95\%$ para as diversas variáveis mostrados na Tabela 6.1 têm caráter informativo e servem apenas como valores aproximados de referência, uma vez que a rigor esses intervalos de confiança só são inteiramente válidos para a distribuição de frequência normal.

6.5 - ANÁLISE VARIOGRÁFICA

6.5.1 - Considerações Gerais

A partir do conhecimento preliminar dos parâmetros estatísticos das variáveis constituintes do sistema “Q” de Barton e das principais estruturas geológicas da área de estudos, passou-se à etapa seguinte correspondente à análise variográfica dos dados procurando-se conhecer com a máxima precisão possível o grau de continuidade dessas variáveis e as características qualitativas da regionalização. A ferramenta fundamental para essa análise em geoestatística é o variograma.

Uma análise superficial dos dados já revelou que o número reduzido de amostras em função das dimensões da área estudada traria dificuldades na identificação de estruturas nos diversos variogramas. Dos 90 furos selecionados para as análises tinham-se 90 amostras da variável “Q” e 65 amostras para as variáveis restantes, ou seja, “RQD”, “Jn”, “Ja”, “Jr”, “Jw” e “SRF”, conforme já comentado nos itens anteriores. Como a variável “Q” corresponde ao produto final do Sistema de Classificação Geomecânica de BARTON (1974), decidiu-se que essa variável seria objeto de estudos mais detalhados, análise variográfica e posteriormente elaboração do mapa de estimativas através da krigagem.

A justificativa para a execução dos variogramas detalhados e mapa de estimativas apenas para a variável “Q” deve-se ao fato de ser ela a que contém um maior número de amostras e de informação também, e por ser o produto final da classificação geomecânica objeto deste trabalho, estando os seus índices associados à necessidade ou não de tratamentos através da aplicação de chumbadores e/ou tirantes nas paredes da mina.

A título de registro e eventualmente com o objetivo de fornecer informações para estudos de detalhamento no futuro, serão mostrados de forma resumida os variogramas executados para as variáveis , “RQD”, “Jn”, “Ja”, “Jr”, “Jw” e “SRF”, antes de se detalhar os estudos feitos para a variável “Q”.

Foram então elaborados variogramas tridimensionais para uma direção global isotrópica dessas variáveis no espaço, que permitiram a identificação de elementos para se determinar o modelo matemático a ser ajustado a esses variogramas. Para tal,

foram estudados os principais modelos variográficos teóricos com patamar, conforme mostrado no Capítulo 3.

Considerando que a malha de sondagens e pontos variografados na camada de *hangwall* apresenta distribuição irregular, a pesquisa de pares de pontos no espaço foi feita para a direção global, ou seja, adotando-se um ângulo de tolerância de 90°. Isto quer dizer que os pares foram procurados em todas as direções do espaço.

Buscando uma melhor definição dos parâmetros variográficos, foram elaborados variogramas experimentais tridimensionais com ajuste aos modelos esférico, exponencial e gaussiano, com *lag* (distância entre pares de amostras) de 50 metros, conforme mostrado nas Figuras 6.13 a 6.18.

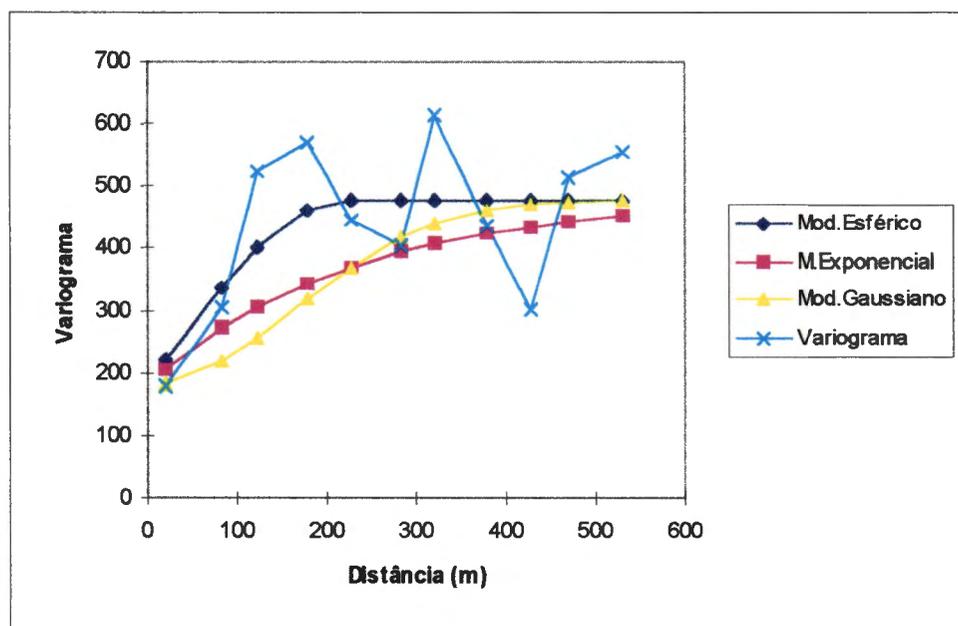


Figura 6.13-Variograma experimental para a variável "RQD"

A Tabela 6.2 resume os parâmetros variográficos ajustados segundo o modelo esférico para os variogramas omnidirecionais das variáveis "RQD", "Jn", "Ja", "Jr", "Jw" e "SRF".

Do exposto nas Figuras 6.13 a 6.18 e Tabela 6.2,, pode-se concluir que a uma distância superior a aproximadamente 200 metros os valores dessas variáveis não apresentam correlação espacial. A grande variação nos valores dos patamares (*sill*) reflete a ordem de grandeza da variância populacional dessas variáveis, ainda que não exista a obrigatoriedade de manutenção destes valores.

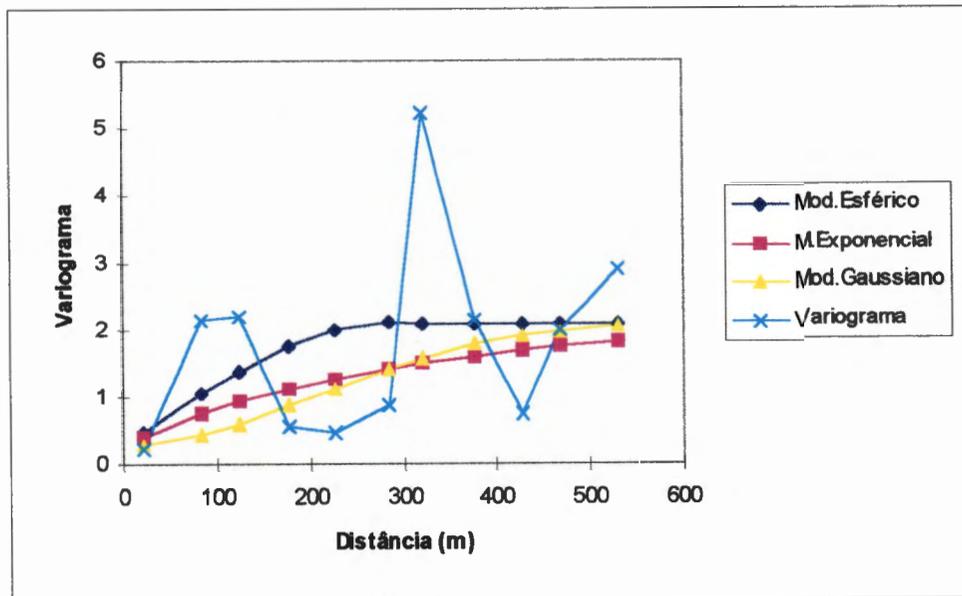


Figura 6.14-Variograma experimental para a variável "Jn"

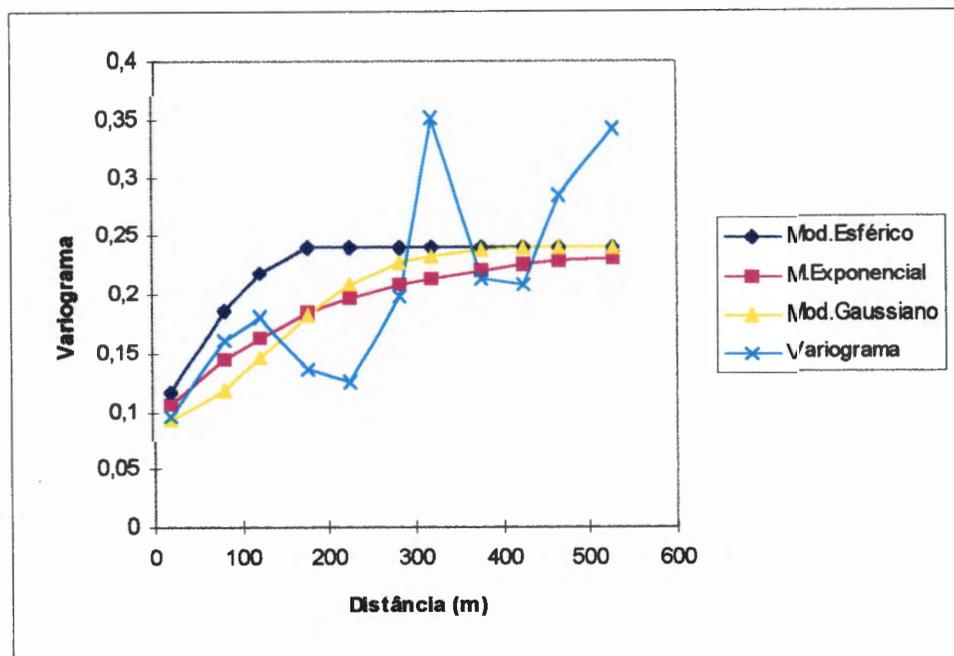


Figura 6.15-Variograma experimental para a variável "Ja"

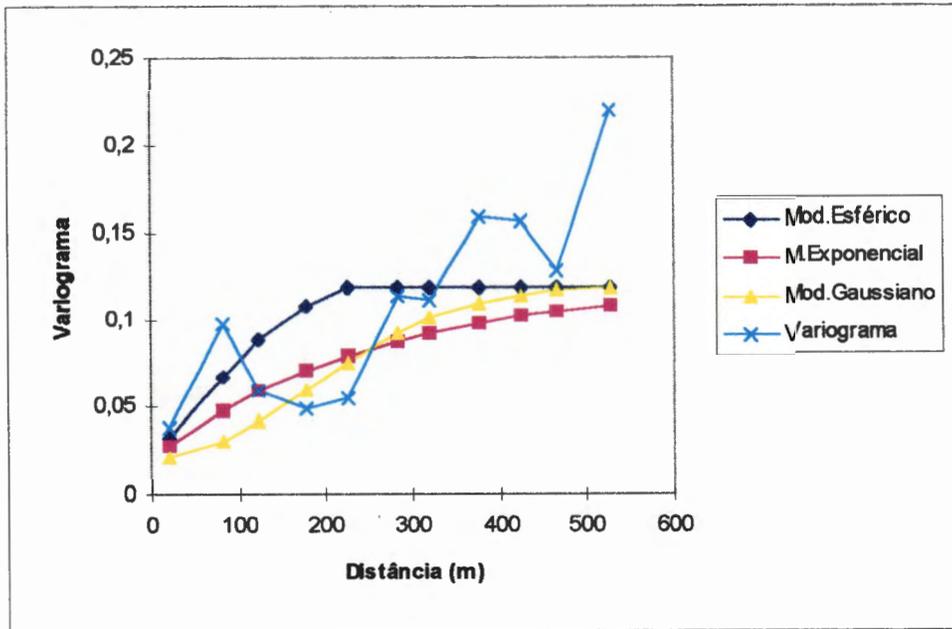


Figura 6.16-Variograma para a variável "Jr"

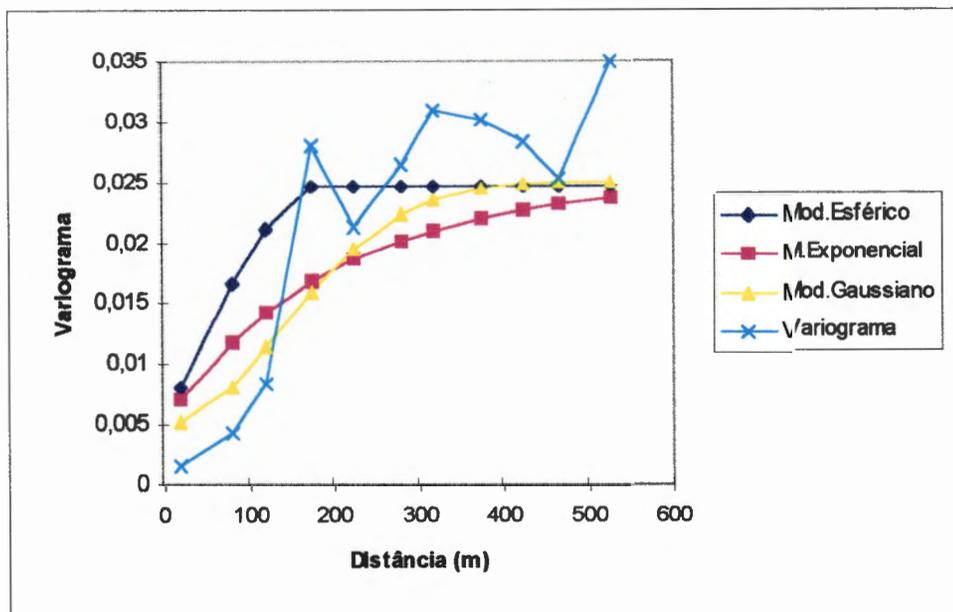


Figura 6.17-Variograma para a variável "Jw"

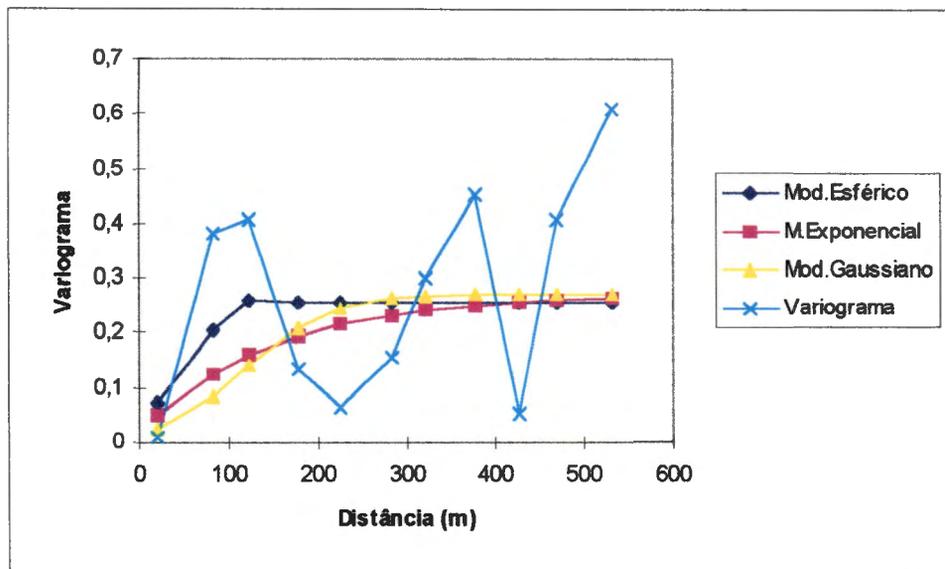


Figura 6.18-Variograma para a variável "SRF"

Tabela 6.2 - Parâmetros variográficos ajustados

VARIÁVEL	AMPLITUDE VARIOGRÁ- FICA (A)(m)	EFEITO PEPITA (Co)	PATAMAR (C)
RQD	225	180	300
Jn	290	0,3	1,8
Ja	180	0	0,15
Jr	250	0	0,1
Jw	200	0	0,02
SRF	150	0	0,25

Finalizando a análise variográfica superficial dessas variáveis, conclui-se que a irregularidade e mesmo falta de estrutura em alguns variogramas são devidas à escassa amostragem das mesmas nos intervalos dos furos de sondagens classificados, tornando-se esses dados apenas indicativos para uma posterior confirmação no campo

ou mesmo para que possam vir a ser objeto de um maior detalhamento em estudos futuros.

6.5.2 - Análise Variográfica da Variável “Q”

A variável “Q” foi objeto de estudos variográficos mais detalhados tendo em vista a necessidade de se definir com a maior clareza possível o comportamento espacial da variável com a estrutura geológica da mina de São Bento. Os estudos variográficos preliminares através da pesquisa de pares de pontos no espaço para a direção global (ângulo de tolerância de 90°) mostrou que os parâmetros variográficos assim obtidos não revelariam anisotropias espaciais para as diversas atitudes da camada de *hangwall*. Como o sistema de coordenadas mostrado no banco de dados descrito no itens 6.1 e 6.2 do Capítulo 6 varia tridimensionalmente no espaço considerado para o estudo, e a camada de *hangwall* apresenta uma atitude praticamente constante ao longo da mina, os variogramas para a variável “Q” teriam que ser estudados segundo esses planos/direções formadores e/ou coincidentes com a camada de *hangwall*.

A primeira ferramenta a ser utilizada para se atingir esse objetivo diz respeito à análise estatística básica da variável “Q”. Os parâmetros globais dessa variável mostrados na Tabela 6.1 revelam uma elevada dispersão da variável, com valores da variância em torno de 282 e do desvio padrão de 16,8, além de um coeficiente de variação maior que 100% (140,34%). A questão nesse ponto era a de se conseguir trabalhar com os dados utilizando-se a metodologia geoestatística sem modificá-los radicalmente, ou mesmo sem critérios estatísticos. Para se “filtrar” esses dados mantendo-se a sua fidelidade original, utilizou-se uma técnica de análise de dados denominada EDA (Exploratory Data Analysis, DAVIS, 1976) e que consiste na determinação de valores denominados “adjacentes”, “externos” e “soltos”. A partir da moda da população de dados (5,94), tomam-se os valores do primeiro (1,968) e terceiro (16,10) quartis. Os valores adjacentes são aqueles compreendidos até o valor de “1,5.dj + valor do terceiro quartil”, sendo que “dj” corresponde à diferença dos valores do terceiro e do primeiro quartis (14,132), ou seja, os valores adjacentes são aqueles até 37,298. Os valores externos são aqueles compreendidos entre os valores adjacentes até o valor de “3,0.dj + valor do terceiro quartil”, ou seja, os valores externos são aqueles até 58,496. Os valores soltos são aqueles superiores a esse limite.

Para o novo banco de dados da variável “Q”, com suporte geoestatístico de 2,5 metros, foram utilizados como limite inferior o primeiro quartil e como limite superior os valores adjacentes, com uma pequena margem de segurança, obtidos a partir do banco de dados original (360 medidas). Os parâmetros estatísticos da variável “Q” assim determinados são mostrados na Tabela 6.3.

Tabela 6.3 - Parâmetros estatísticos principais da variável “Q”

PARÂMETROS ESTATÍSTICOS	VALORES DE “Q”
Número Total de Amostras	360
Valores desprezados	60
Número de Amostras Válidas	300
Máximo	37,500
Mínimo	1,094
Intervalo (Range)	36,406
Média	10,948
Desvio Padrão	10,110
Moda	5,940
Mediana	5,974
Variância	102,2
Assimetria	1,009
Curtose	0,224
Média Geométrica	6,611
Coefficiente de Variação	92,3

Uma observação da Tabela 6.3 permite concluir que a adoção da análise de dados pelo método EDA (DAVIS, 1976) reduziu os valores originais da variável “Q” para 300 amostras. Apesar de esse novo banco de dados ainda apresentar valores elevados de dispersão da variável, salienta-se que o mesmo manteve os dados originais, limitando-se a retirar da análise variográfica os valores anômalos (*outliers*) que certamente comprometeriam a interpretação dos variogramas da variável “Q”.

Considerando-se a estrutura geológica da mina de São Bento, os variogramas tridimensionais da variável “Q” foram elaborados para as três principais direções da camada de *hangwall* no espaço, a saber:

- eixo x, ao longo da direção da camada (“along strike”), com azimute de 34° e mergulho 0°;
- eixo y, ao longo do mergulho da camada (“down dip”), com azimute de 124° e mergulho de 55°, de acordo com o mergulho da estrutura geológica da mina de São Bento.
- eixo z, perpendicular à camada (“cross strike”), com azimute de 304° e mergulho de 35°.

Após essas definições, o próximo passo foi pesquisar um software poderoso e profissional que tivesse recursos para a execução dessas análises tridimensionais. Após algumas tentativas sem sucesso com pacotes de software geoestatísticos tridimensionais de domínio público que mostraram uma difícil interação software/usuário, e apresentaram resultados inadequados e saída gráfica com poucos recursos, impedindo o prosseguimento das análises e a obtenção dos resultados esperados, utilizou-se um software profissional com recursos de geoestatística para a elaboração dos variogramas e mapas de estimativas.

As Figuras 6.19, 6.20 e 6.21 mostram os variogramas da variável “Q” segundo essas três direções no espaço, onde foram explorados e pesquisados os ajustes dos diversos modelos matemáticos citados no Capítulo 3. Apesar da maior aceitação na utilização do modelo esférico em variáveis regionalizadas no campo das Geociências, foi feito um estudo abrangente do comportamento da variável “Q” na área de estudos de acordo com os diversos modelos matemáticos com patamar estudados. Tal procedimento justifica-se tendo em vista o pioneirismo de sua utilização em análises variográficas e consequentemente, pela necessidade de se conhecer melhor o seu comportamento através dos ajustes aos diversos modelos matemáticos existentes.

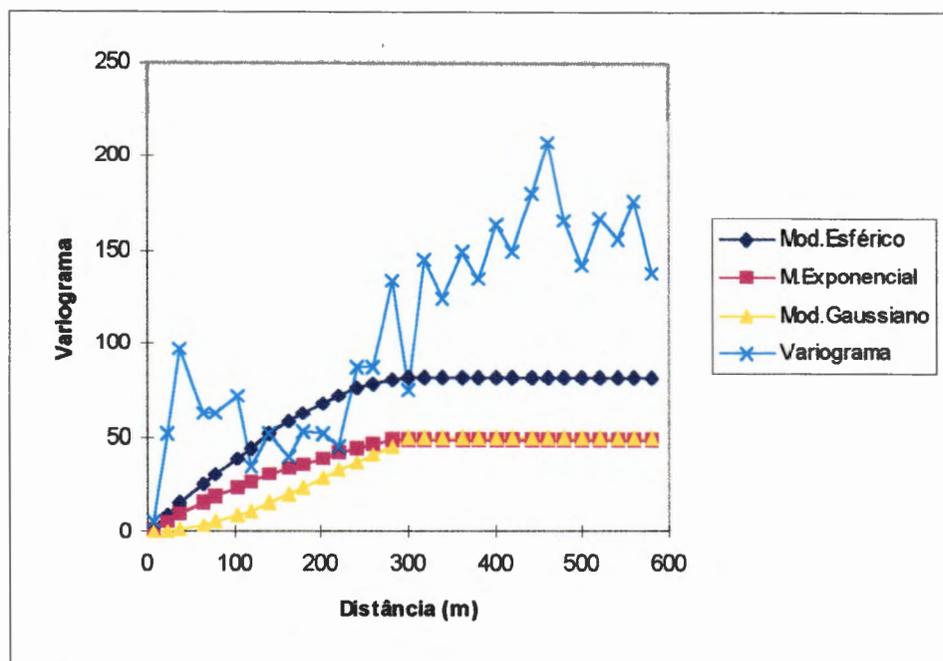


Figura 6.19: Variograma da variável “Q” segundo azimuth 34° (eixo x) e ajuste segundo modelos esférico, exponencial e gaussiano.

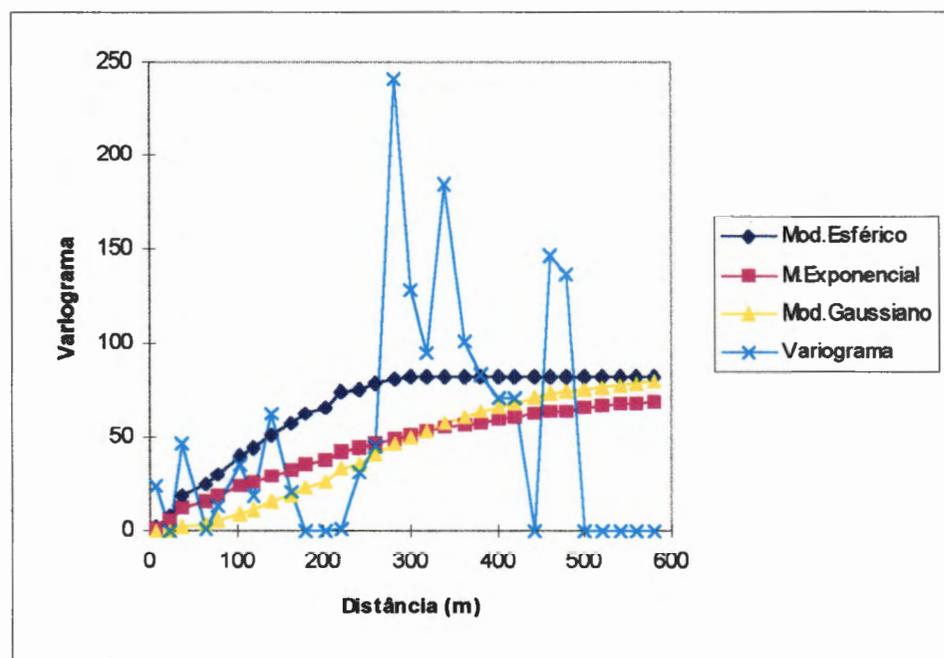


Figura 6.20: Variograma da variável “Q” segundo azimuth 124° (eixo y) e ajuste segundo modelos esférico, exponencial e gaussiano.

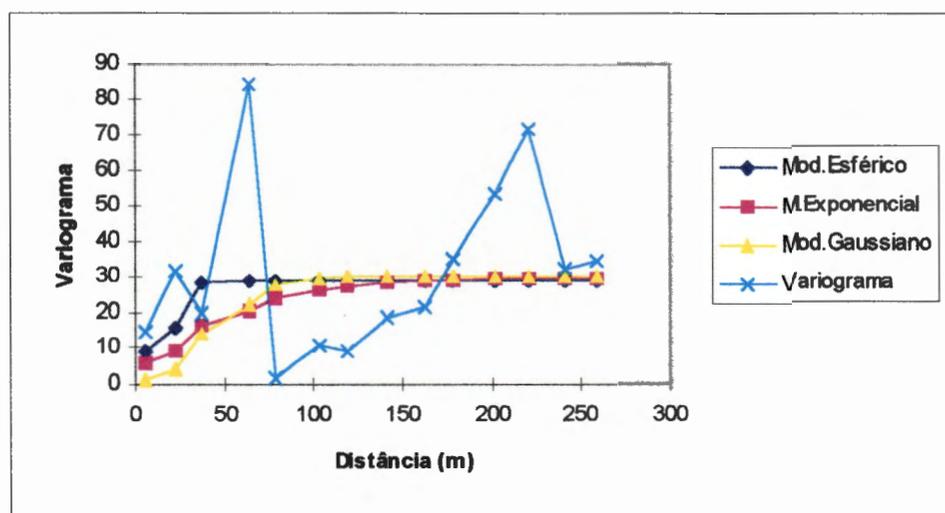


Figura 6.21: Variograma da variável “Q” segundo azimuth 304° (eixo z) e ajuste segundo modelos esférico, exponencial e gaussiano.

O ajuste aos diversos modelos matemáticos com patamar mostrados nas Figuras 6.19, 6.20 e 6.21 fornece os parâmetros variográficos segundo as principais direções estudadas e mostradas na Tabela 6.4.

Tabela 6.4 - Parâmetros variográficos segundo as principais direções estudadas segundo ajuste aos modelos esférico, exponencial e gaussiano.

DIREÇÃO VARIOGRAFADA	MODELO MATEMÁTICO	EFEITO PEPITA	PATAMAR (SILL)	AMPLITUDE (RANGE)(m)
34° (Eixo x)	Esférico	0	82	300
	Exponencial	0	69	580
	Gaussiano	0	79	580
124° (Eixo y)	Esférico	0	82	300
	Exponencial	0	69	580
	Gaussiano	0	79	580
304° (Eixo z)	Esférico	9	14	29
	Exponencial	7	29	41
	Gaussiano	0	29	25

Os elevados valores da amplitude a obtidos segundo ajuste aos modelos exponencial e gaussiano, se aproximam do comprimento total da camada de *hangwall* na mina de São Bento, que é da ordem de 700 metros. Como esses modelos são representativos de fenômenos naturais com elevada continuidade espacial, o que sabidamente não ocorre na área de estudos, pode-se concluir que a adoção desses modelos em um campo com uma variável que apresente em média uma elevada dispersão, aproxima as análises daquelas feitas inicialmente para uma direção global isotrópica. Por outro lado, os estudos para as diversas direções mostram a presença de duas estruturas nítidas nos variogramas, sendo definidas segundo a direção da camada e segundo a direção do mergulho da camada (eixos x e y respectivamente) e a outra estrutura aparecendo apenas na direção perpendicular ao mergulho (eixo z).

Os resultados apresentados nas Figuras 6.19 a 6.21 permitem concluir que o modelo esférico é aquele que melhor se adapta à variável “Q” na área de estudos. A partir da utilização de software profissional de geoestatística, os próximos passos conduzem ao aprofundamento dos estudos visando o conhecimento e caracterização do comportamento espacial das duas estruturas detectadas segundo as três direções principais estudadas.

A análise variográfica nas três direções principais da camada de *hangwall* foi feita então com o objetivo de se conhecer o grau de continuidade da variável regionalizada “Q” no seu campo geométrico de regionalização, ou mesmo o efeito pepita quando não se pode confirmar a sua continuidade espacial, e, principalmente, a caracterização de suas anisotropias.

Considerando que o fenômeno geológico que formou o corpo mineralizado da mina de São Bento admite uma estacionaridade, aceita-se que os fatores que o influenciaram agiram de modo semelhante para todo o espaço de ocorrência do fenômeno, o que pode ser confirmado de acordo com o descrito no Capítulo 5.

A primeira expectativa confirmada nos variogramas experimentais foi a evidência de estruturação da variável “Q” no espaço, buscando-se a seguir o detalhamento dessa estruturação e a tradução matemática do fenômeno. Para tal, os variogramas foram construídos na direção da camada, direção do mergulho da camada e perpendicularmente à camada, neste caso avaliando a espessura da camada de *hangwall* analisada.

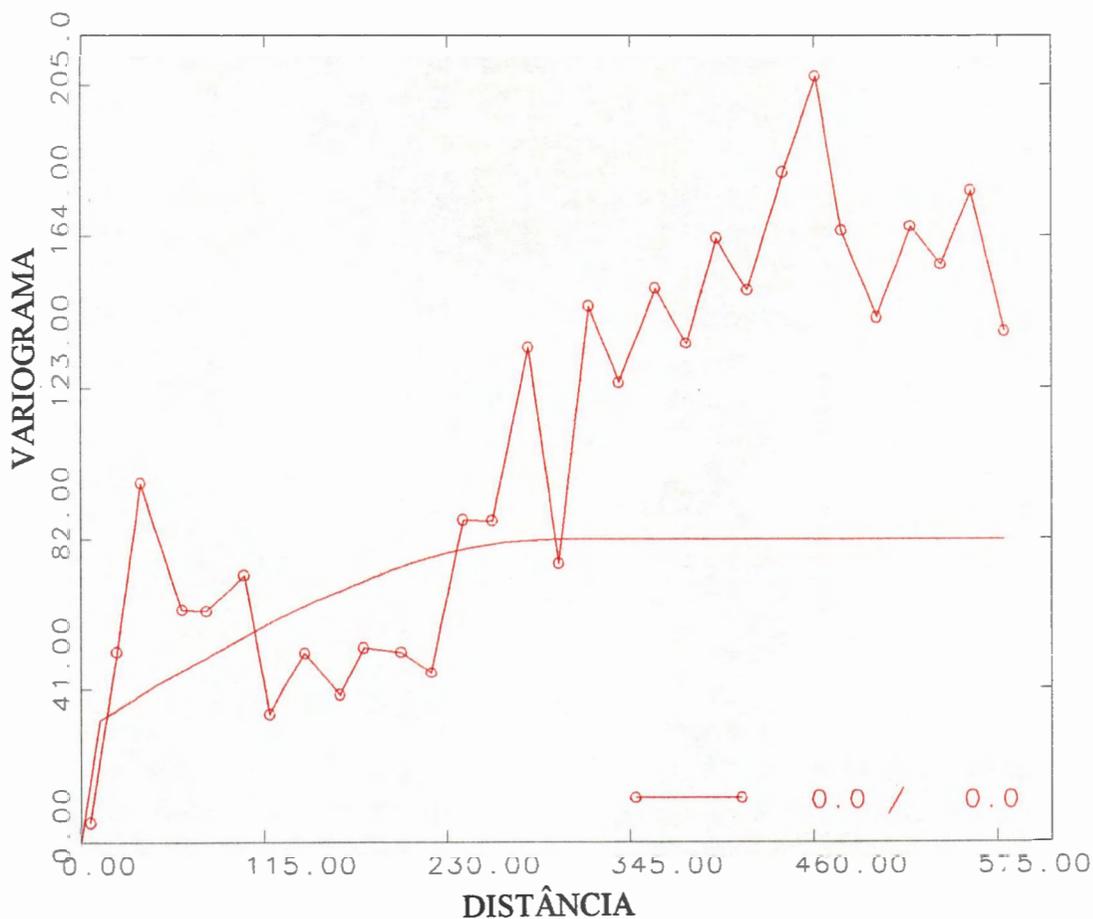


Figura 6.22-Variograma da variável "Q" segundo azimuth 34° (eixo x)

A Figura 6.22 descreve o comportamento espacial da variável "Q" ao longo da direção da camada de *hangwall*, ou seja, azimuth 34° ("along strike"), com ângulo de tolerância de 22,5°. A adoção desse ângulo de tolerância foi devida à necessidade de se concentrar os pontos variografados realmente próximos da direção pesquisada, garantindo com isso uma maior representatividade dos resultados apesar do número às vezes reduzido de pares de pontos para certa direção pesquisada. A observação dos mapas da mina de São Bento admite um comprimento em planta da ordem de 700 metros para esta camada, o que forneceu um variograma com o maior número de pares na área de estudos. A análise do variograma da Figura 6.22 mostra a presença de duas estruturas após ajuste segundo modelo esférico, conforme mostrado na Tabela 6.5.

Tabela 6.5 - Parâmetros variográficos para azimute 34° (“along strike”)

ESTRUTURA	MODELO	PATAMAR (SILL)	AMPLITUDE (RANGE)
1	Esférico	C1=30	A1=12m
2		C2=52	A2=300m

A interpretação desse variograma não foi tarefa fácil, e a conclusão dos parâmetros representativos das estruturas foi feita a partir da interação de diversas características variográficas, ou seja, análise conjunta do número de pares, da deriva (drift) e do variograma propriamente dito. A redução do suporte geoestatístico de 10 para 2,5 metros aumentou significativamente o número total de dados analisados e ajudou na compreensão do comportamento espacial da variável “Q” ao longo das diversas direções estudadas. Ao longo da direção da camada, pode-se considerar que até uma distância de 300 metros as amostras são correlacionadas espacialmente. A partir dessa distância, observa-se uma deriva crescente do variograma, o que implica na não estacionaridade do fenômeno a partir dessa distância. Os pontos elevados no começo do variograma e não considerados no ajuste, dizem respeito ao reduzido número de pares de pontos para aquelas distâncias e provavelmente, à elevada dispersão da variável.

A Figura 6.23 mostra o variograma segundo o eixo y, ou seja, com azimute de 124° (“down dip”).

Com a redução do comprimento da área a ser variografada, em torno de 500 metros, houve uma diminuição no número total de pares e um variograma a princípio sem apresentar estruturação espacial. A Figura 6.23 descreve o comportamento espacial da variável “Q” ao longo da direção do mergulho da camada de *hangwall*, ou seja, azimute 124° e mergulho de 55°. Uma primeira análise dessa Figura revela que a variável “Q” mostra uma continuidade aparentemente constante nessa direção com ocorrência de deriva desprezível entre os valores iniciais considerados, sendo que, a partir de um determinado ponto, essa continuidade relativa não pode ser mais confirmada, observando-se um forte efeito pepita no variograma.

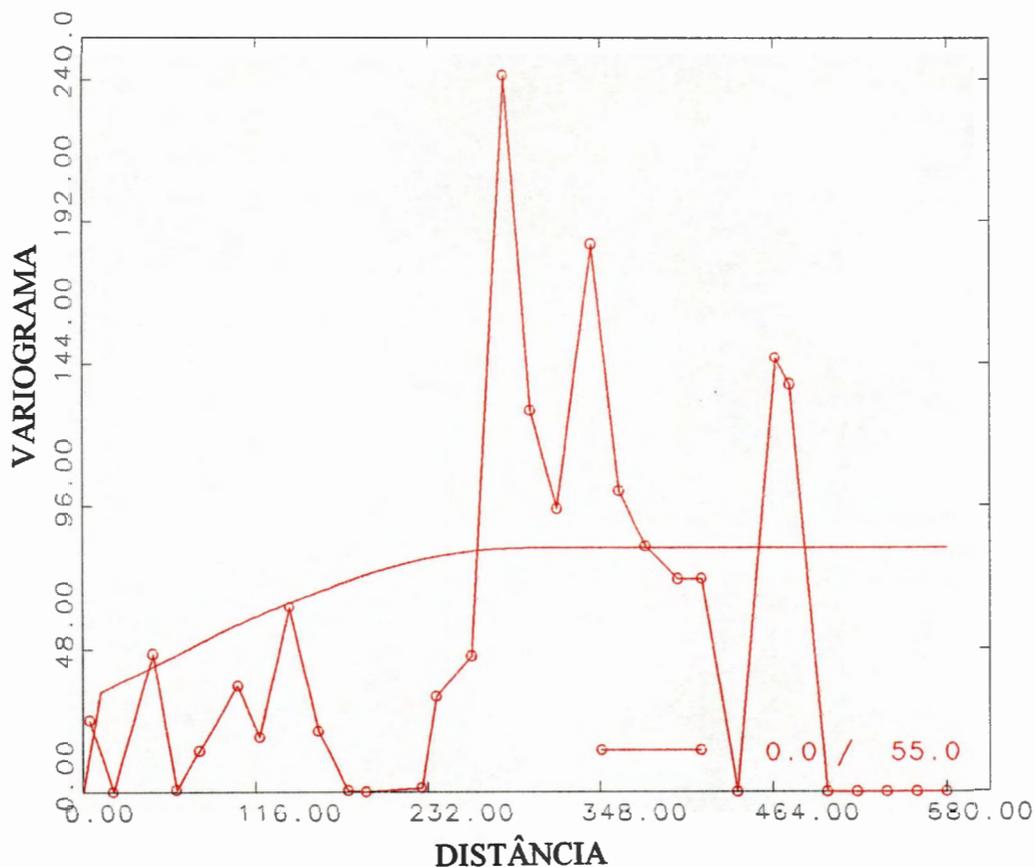


Figura 6.23-Variograma da variável “Q” segundo azimuth 124° (eixo y)

Para esse variograma, também observa-se uma forte deriva a partir de 300 metros, implicando na não estacionaridade do fenômeno acima dessa distância. Nesse variograma também pode ser associada uma outra estrutura, definida pelos pares de pontos ocorrentes próximo a sua origem. Também para esta direção, a análise do variograma da Figura 6.23 mostra a presença de duas estruturas após ajuste segundo modelo esférico, conforme mostrado na Tabela 6.6.

Tabela 6.6 - Parâmetros variográficos para azimuth 124° (“down dip”)

ESTRUTURA	MODELO	PATAMAR (SILL)	AMPLITUDE (RANGE)
1	Esférico	C1=30	A1=12m
2		C2=52	A2=300m

A Figura 6.24 mostra o variograma segundo o eixo z, ou seja, com azimute de 304° (“cross dip”).

O variograma da Figura 6.24 descreve o comportamento espacial da variável “Q” ao longo da direção perpendicular à direção da camada de *hangwall*, ou seja, azimute 304° (“cross strike”), com inclinação de 35° .

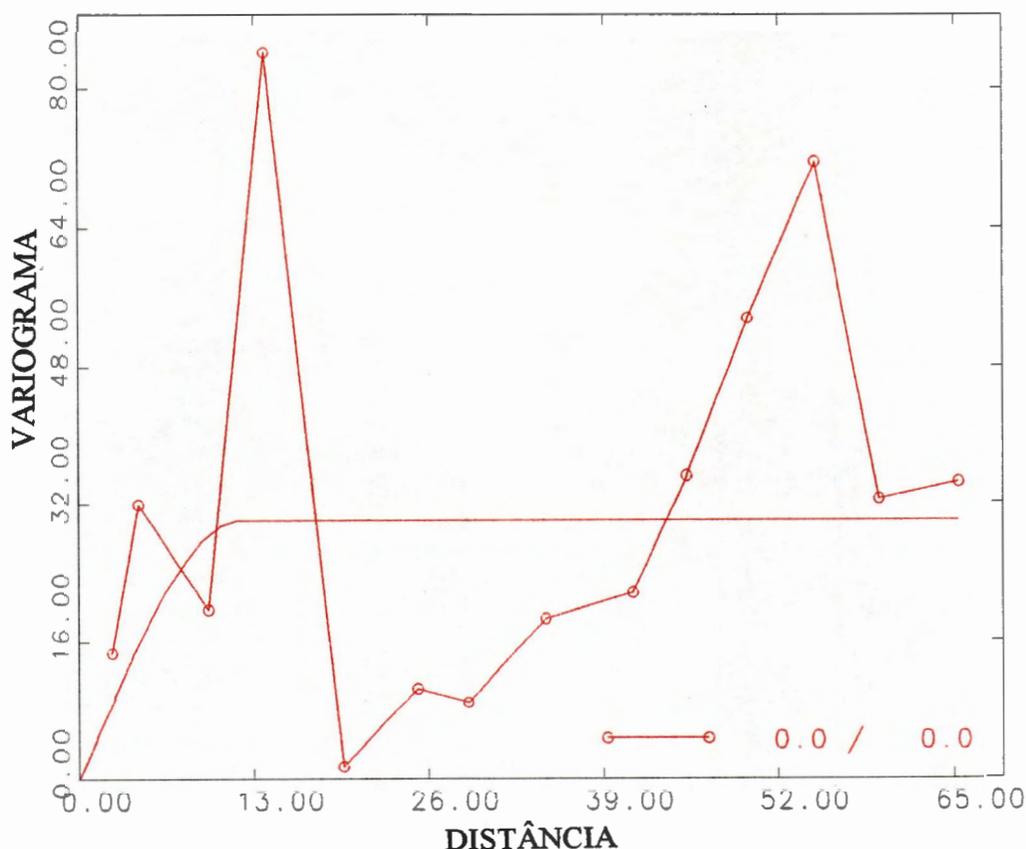


Figura 6.24-Variograma da variável “Q” segundo azimute 304° (eixo z)

Essa foi a direção mais crítica a ser analisada, porque na realidade ela retrata a espessura da camada de *hangwall* que, conforme foi visto no Capítulo 5, é da ordem de 10 metros de espessura em média. Uma análise posterior dos mapas geológicos disponíveis na mina de São Bento mostrou que a espessura dessa camada de *hangwall* pode atingir 20 metros ou mais de espessura em determinados locais. A partir da constatação da necessidade e da importância da investigação do comportamento da variável “Q” nessa direção, é que se tomou consciência que o suporte de 10 metros inicialmente sugerido para os estudos não trariam resultados significativos para uma

direção onde a espessura média da camada atinge 10 metros. Tal fato não ocorreu nas outras direções investigadas uma vez que o comprimento da camada investigada ao longo da direção da camada e do sentido do mergulho atingia centenas de metros. Devido a este fato reduziu-se o suporte da variável para 2,5 metros e obteve-se o variograma mostrado na Figura 6.24. A análise desse variograma mostra a presença de apenas uma estrutura após ajuste segundo modelo esférico, conforme mostrado na Tabela 6.7.

Tabela 6.7 - Parâmetros variográficos para azimute 304° (“cross strike”)

ESTRUTURA	MODELO	PATAMAR (SILL)	AMPLITUDE (RANGE)
1	Esférico	C1=30	A1=12m

Esse variograma apresenta um comportamento complexo, mas pode ser compreendido e ajustado baseado na interpretação da primeira estrutura presente nas direções x (“along strike”) e y (“down dip”). Foi o que apresentou o menor número de pares, o que fica claro tendo em vista a pequena espessura considerada. Desta forma, foi detectada uma estrutura com amplitude de 12 metros e patamar em torno de 30. A partir de 12 metros ocorreu uma deriva significativa, perdendo o variograma a sua estacionaridade.

Deve-se salientar que o estudo espacial da variável “Q” nessa direção não está muito bem elucidado, muito provavelmente devido ao pouco número de amostras disponíveis. Para a solução deste problema, sugere-se para estudos futuros uma amostragem ao longo de furos que cortem a camada de *hangwall* a intervalos menores, de 0,5 a 1,0 metro de comprimento.

Das análises variográficas, pode-se concluir que existem duas estruturas para a variável “Q” na área dos estudos, conforme mostrado na Tabela 6.8.

Tabela 6.8 - Estruturas, parâmetros variográficos e coeficientes de anisotropia para as três direções principais estudadas.

ESTRUTURA	MODELO MATEMÁTICO	PATAMAR (SILL)	AMPLITUDE (RANGE)	COEF. DE ANISOTROPIA		
				Eixo x	Eixo y	Eixo z
1	Esférico	C1=30	A1=12m	1	1	1
2		C2=52	A2=300m	1	1	-

O coeficiente de anisotropia mostrado na Tabela 6.8 indica que a primeira e segunda estruturas foram detectadas nos eixos x e y , enquanto que no eixo z só pode ser observada a primeira estrutura.

A primeira estrutura é isotrópica, sendo que a segunda é isotrópica aparecendo somente em duas direções, ou seja, “along strike” e “down dip”. No caso em apreço, revelou-se uma anisotropia zonal, uma vez que a segunda estrutura aparece nas direções x (“along strike”) e y (“down dip”), porém não aparecendo na direção z (“cross strike”). Conforme comentado, o não aparecimento da segunda estrutura na direção perpendicular à camada (“cross strike”), deve ter sido causado pela pequena dimensão da camada nesta direção, e poderia ser melhor investigada. O fato da segunda estrutura ser isotrópica nas direções “along strike” e “down dip” pode estar relacionado com a quantidade de amostras. Acredita-se que, baseado em uma variografia com uma melhor definição de pontos a intervalos mais regulares de amostragem em função das espessuras das camadas analisadas, também poderia ser caracterizada uma anisotropia geométrica para essas duas direções, o que evidenciaria uma amplitude maior em uma direção do que na outra. É importante realçar que, apesar do número de dados ser relativamente pequeno, pode-se constatar uma anisotropia zonal da variável “ Q ” para as diversas direções estudadas.

Quanto à não execução de validação cruzada para os variogramas elaborados nas diversas direções estudadas, justifica-se tal atitude devido a dois fatores. O primeiro deve-se ao fato de que a validação cruzada prova que não há erro no ajuste do variograma, porém ela por outro lado não prova que o ajuste do variograma está correto. É comum fazer a validação cruzada para dois modelos distintos e no final verificar que ambos os modelos se ajustam bem aos dados. A questão então passa a ser a tomada de decisão por um determinado modelo. O segundo fator diz respeito ao fato de que estimar pontos é diferente de estimar blocos, conforme feito neste trabalho. A estimativa de blocos exige a adoção de um suporte maior, e o objetivo final de uma estimativa em Geociências é quase sempre atingido através da estimativa de blocos.

7 - ESTIMATIVAS ATRAVÉS DA KRIGAGEM

Apresenta-se neste item as estimativas da variável “Q” através da krigagem e seus respectivos desvios padrão. Serão descritos detalhadamente neste Capítulo, a metodologia de análise dos dados, os resultados através das estimativas e os seus comentários com relação à distribuição da variável “Q” na camada de *hangwall*.

7 - 1 - O MAPA DE PONTOS

Após o lançamento dos pontos amostrados da variável “Q” no espaço tridimensional conforme apresentado na Figura 7.1, foi feito um rebatimento dos mesmos nas superfícies superior e inferior da área a ser investigada, com o objetivo de se definir inicialmente qual a área de abrangência da camada de *hangwall*.

Após esse procedimento, essas superfícies foram unidas com uma inclinação de 55° de acordo com a estrutura geológica da mina de São Bento. Como essas superfícies limítrofes apresentavam uma espessura muito maior do que na realidade a camada de *hangwall* do horizonte mineralizado São Bento possui, essa camada foi “fatiada” com o objetivo de se obter uma configuração semelhante à camada de *hangwall* do horizonte São Bento. Isso já era de se esperar, pois, conforme explicado nos itens 6.1 e 6.2, não foi possível obter a totalidade de pontos realmente amostrados apenas na camada de *hangwall* do horizonte São Bento, que correspondeu a 58% dos pontos amostrados, enquanto que o restante dos pontos foi obtido de camadas de *hangwall* de horizontes mineralizados vizinhos, sempre mais próximos (horizontes leste) em detrimento daqueles mais a oeste, o que significa dizer que a camada de *hangwall* teria sido alongada na direção dos outros corpos caso se considerasse essa espessura

hangwall do horizonte São Bento, uma vez que as litologias que o constituem são muito semelhantes àquelas dos outros horizontes mineralizados da mina de São Bento.

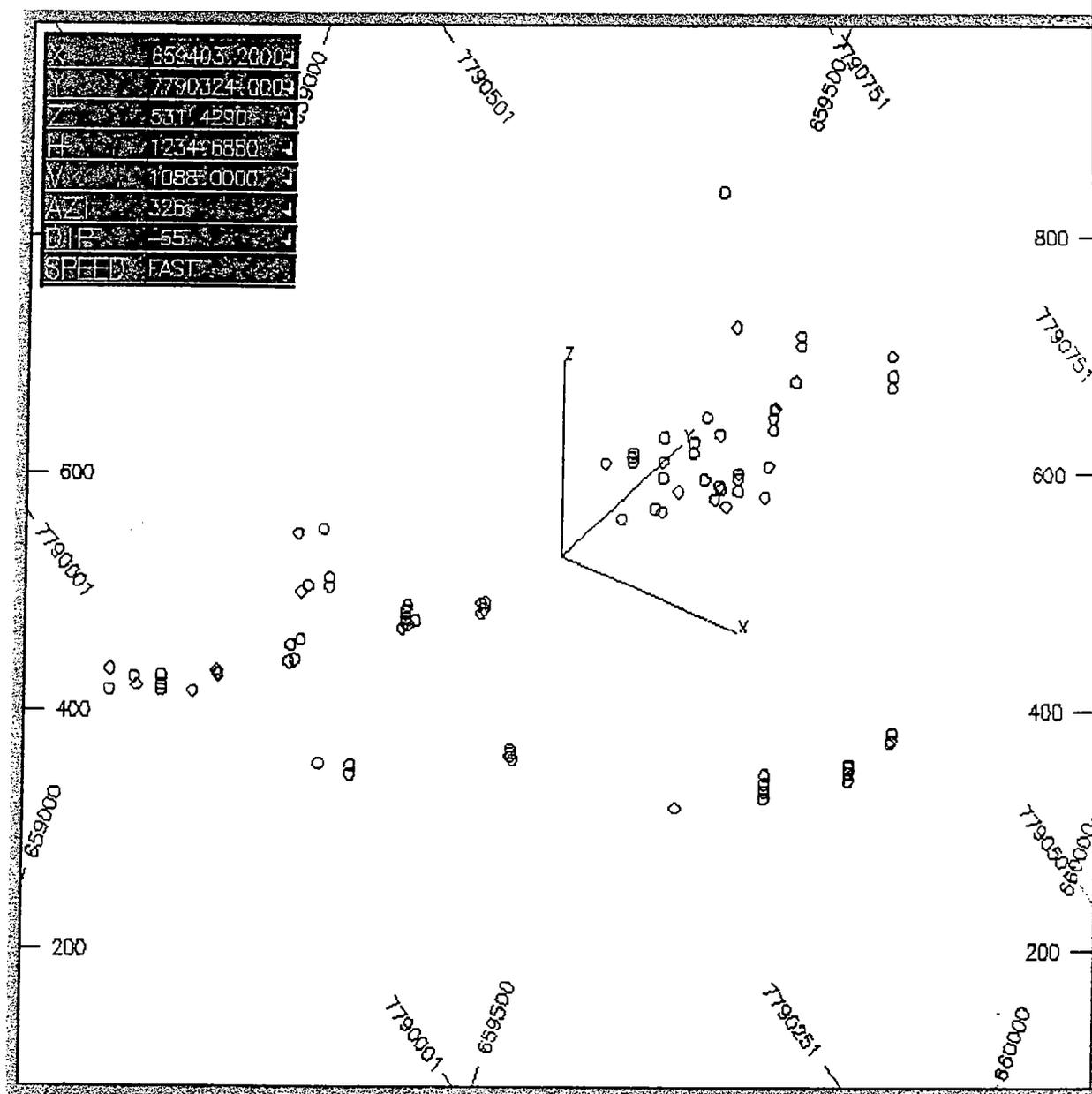


Figura 7.1-Mapa de pontos da variável "Q" no espaço 3D da área de estudos

7 - 2 - OS MAPAS DAS ESTIMATIVAS

Foram então elaborados os mapas das estimativas através da krigagem e seus respectivos desvios padrão, conforme mostrado nas Figuras 7.4 a 7.13 adiante. As Figuras 7.2 e 7.3 mostram as legendas adotadas nesses mapas para os valores da variável “Q” e para o seu desvio padrão, respectivamente.

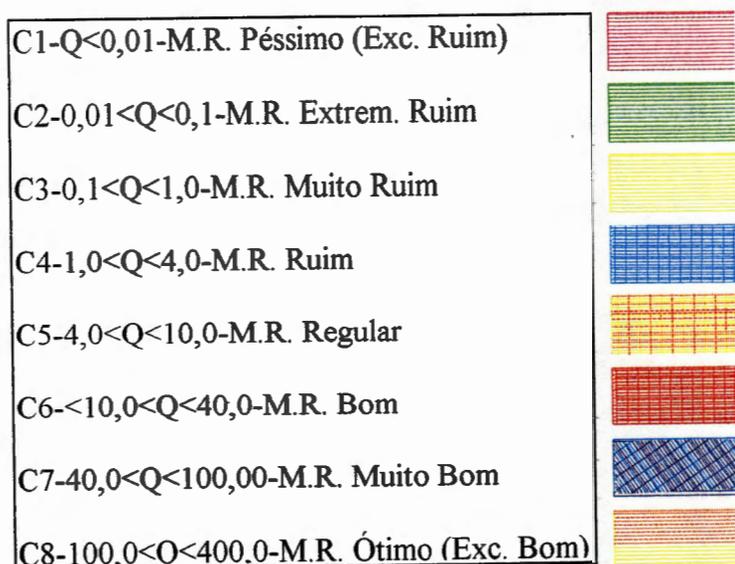


Figura 7.2-Legendas da variável “Q” adotadas nas estimativas. As áreas representadas em preto e branco referem-se a áreas não estimadas por falta de informações e áreas externas à figura da camada de *hangwall* considerada. MR=Mação Rochoso.

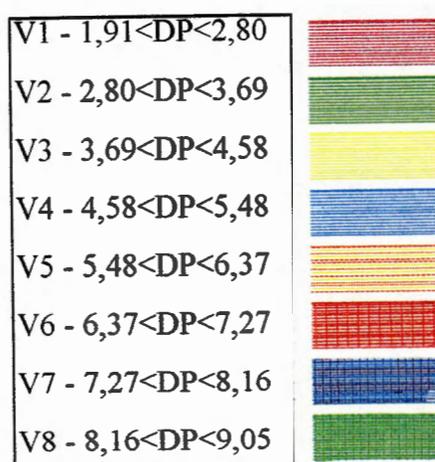


Figura 7.3-Legendas do desvio padrão da variável “Q” adotadas nas estimativas. As áreas representadas em preto e branco referem-se a áreas não estimadas por falta de informações e áreas externas à figura da camada de *hangwall* considerada.

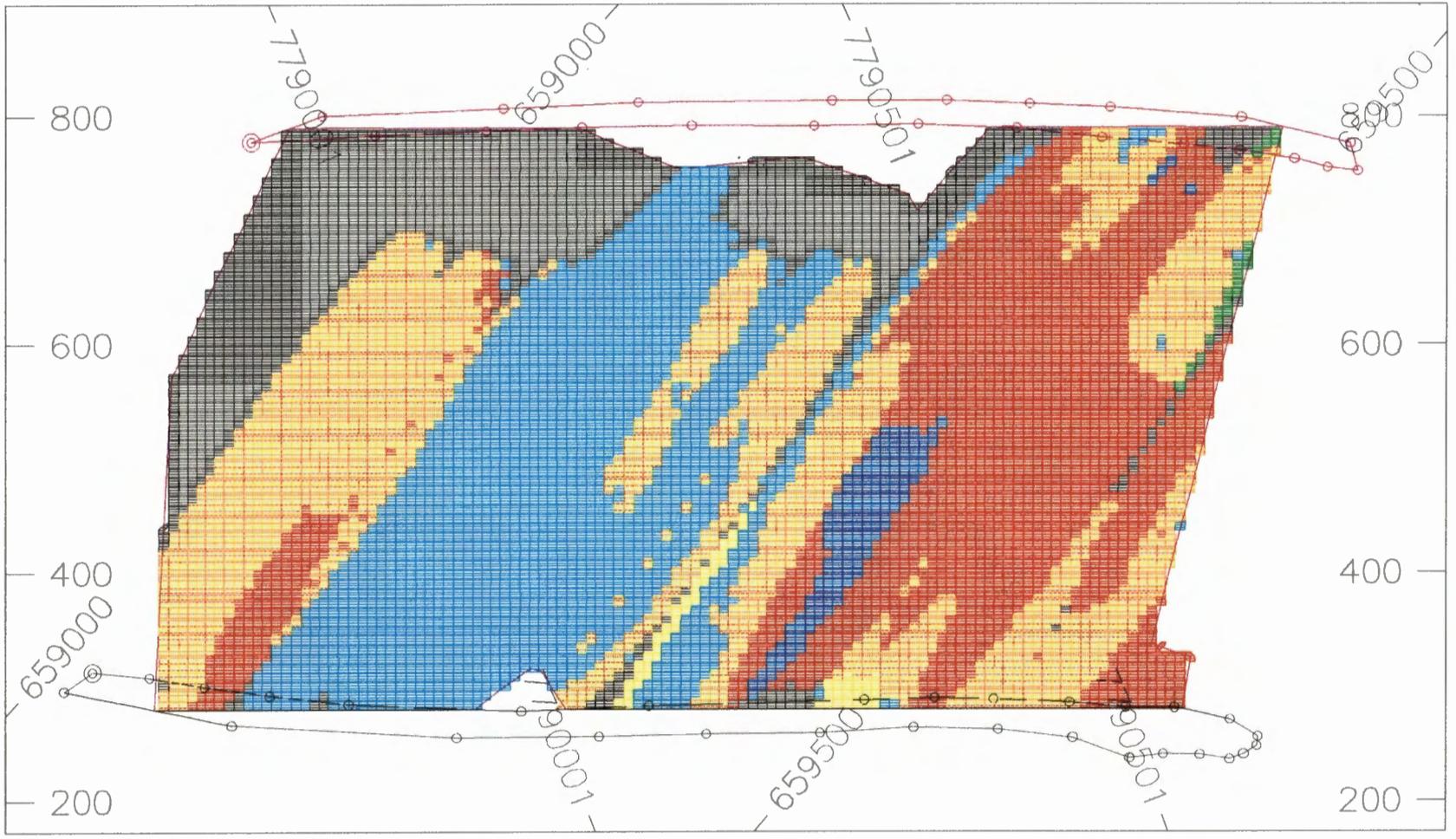


Figura 7.4-Seção 1, Médias de "Q", coordenadas (m) do centro: X=659.271,60/Y=7.790.237,50/Z=522,20. Az=304° e mergulho=55°

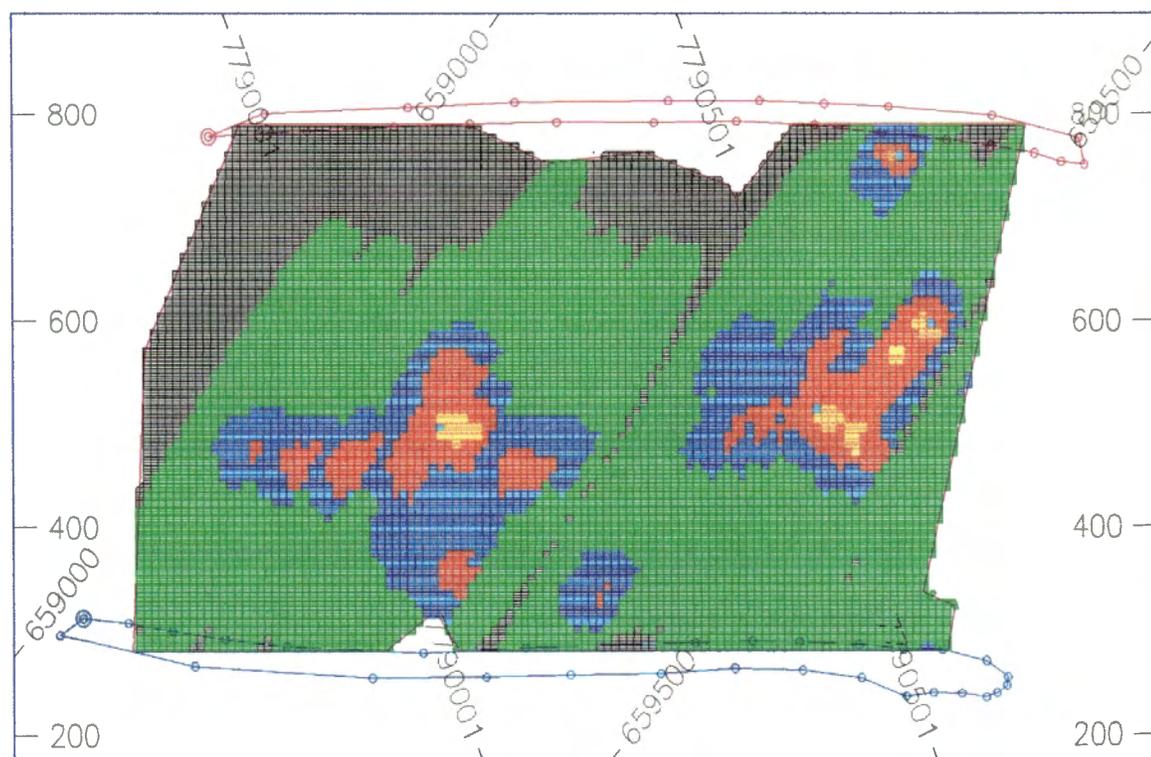


Figura 7.5-Estimativas do desvio padrão para os valores de “Q” da Seção 1

Os mapas das estimativas foram elaborados a partir do plano médio da camada de *hangwall* obtida da projeção dos pontos amostrados, com uma espessura média de 20 metros. Salienta-se que as áreas em preto tanto nos mapas de estimativas da variável “Q” quanto do desvio padrão, correspondem às áreas não estimadas por falta de informação, enquanto que as áreas brancas estão fora do plano considerado em função da sua irregularidade espacial.

Esse plano médio foi denominado de seção 1. Foram obtidos mais quatro planos a partir da seção 1 para uma melhor visualização e interpretação dos resultados da variável “Q” no espaço, denominadas de seções 2, 3, 4 e 5. Essas seções (planos da camada de *hangwall*) estão distantes cinco metros da seção 1 (plano médio da camada de *hangwall*), de modo que, em média, as seções 2 e 3 estão próximas da camada de minério e as seções 4 e 5 estão próximas do horizonte mineralizado Leste, ou mesmo correspondem ao seu *footwall*. A Tabela 7.1 mostrada adiante resume as coordenadas de referência dessas seções, cujos pontos correspondem aos respectivos

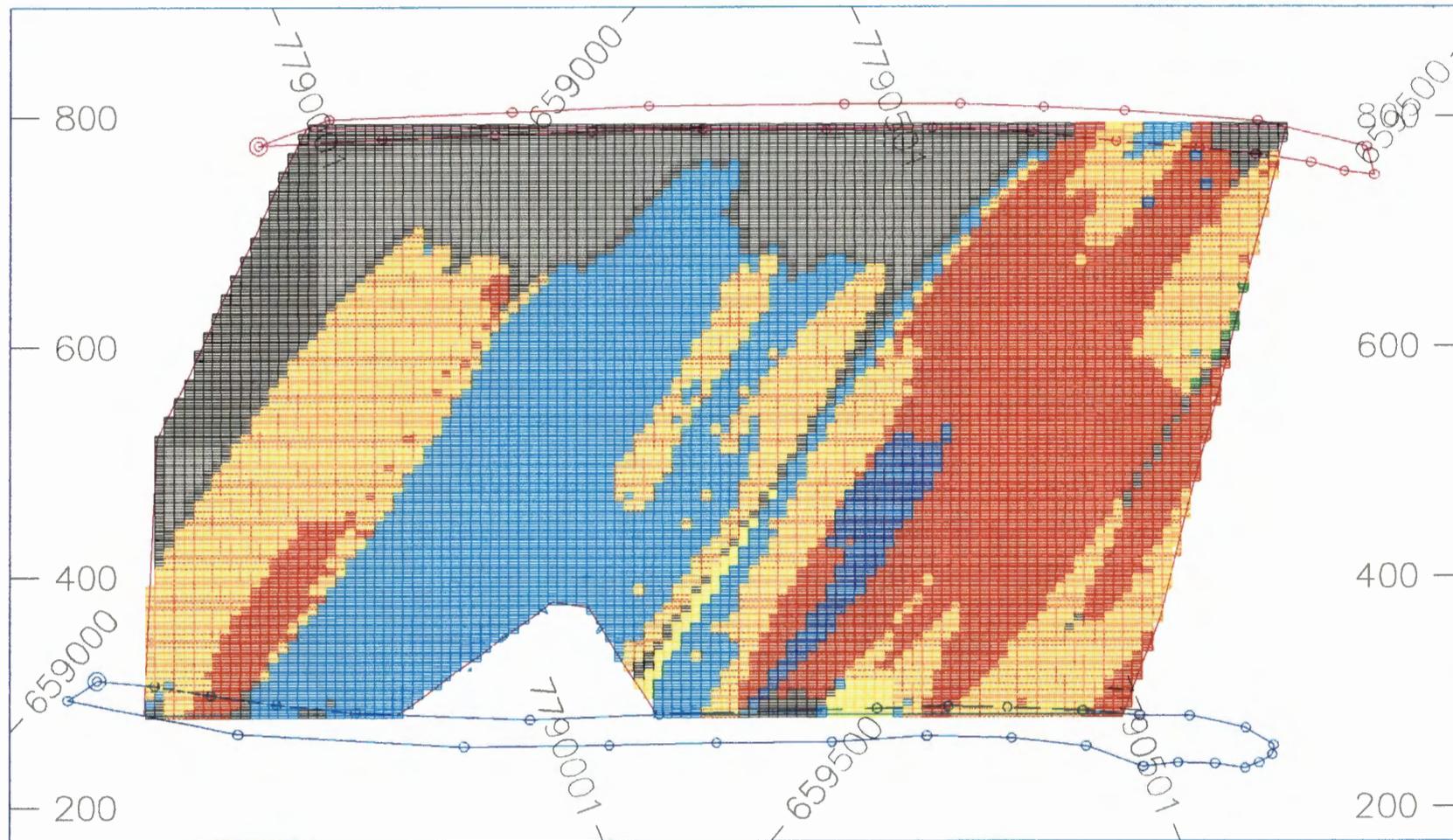


Figura 7.6-Seção 2, Médias de "Q", coordenadas (m) do centro: $X=659.268,25/Y=7.790.240,00/Z=519,29$. $Az=304^\circ$ e mergulho= 55°

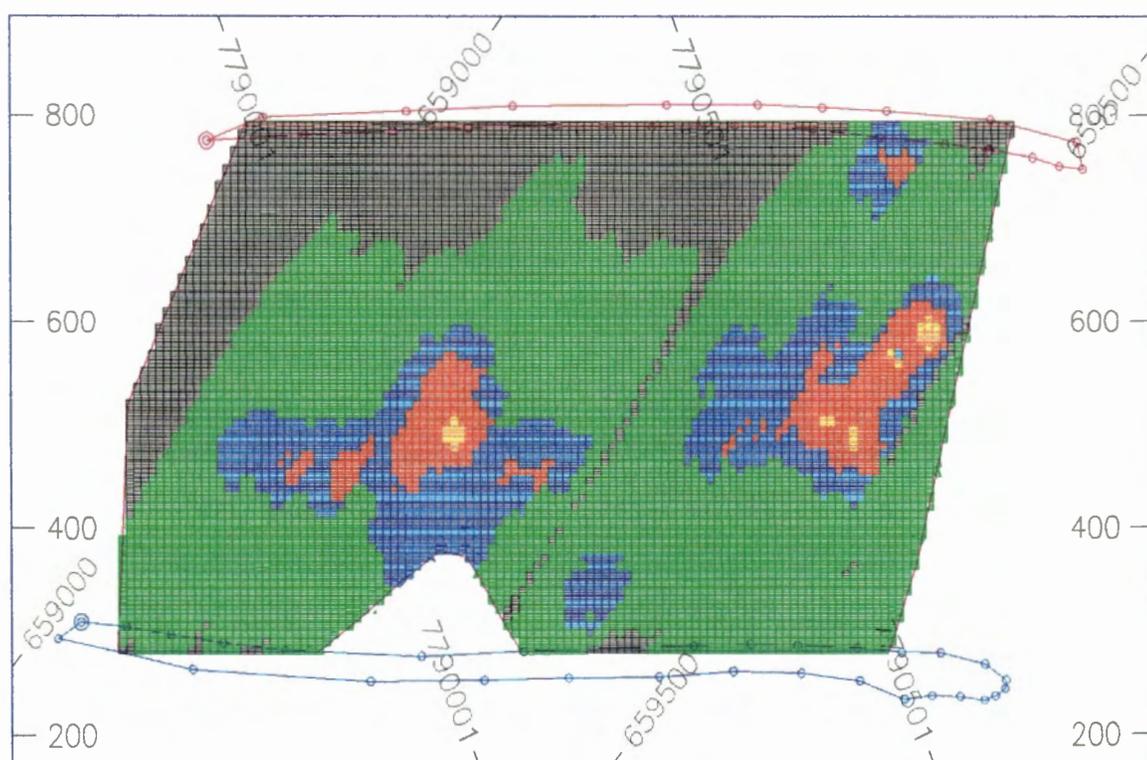


Figura 7.7-Estimativas do desvio padrão para os valores de “Q” da Seção 2

centros dos planos definidos e que cortam o modelo com azimute de 304° e mergulho de 55° , direção e mergulho do ângulo de visada perpendicular à camada de *hangwall*.

Desta forma, a Figura 7.4 corresponde à figura mais representativa da camada de *hangwall* do horizonte mineralizado São Bento, por representar o plano médio de toda a figura geométrica obtida a partir da projeção dos pontos amostrados da variável “Q” no espaço tridimensional da mina de São Bento.

De acordo com essa figura, os valores de “Q” revelam um maciço rochoso variando principalmente de “Ruim” a “Muito Bom”, com classes piores do maciço no extremo direito (NE) da área, em torno da elevação 650 metros. A classe de maciço rochoso “Ruim” ($1 < Q < 4$), ocupa uma longa faixa no trecho centro/SW da área, tendendo a melhorar à medida que se caminha para a borda SW. O desvio padrão é alto nesses setores em função do “Q”, variando de 3,6 a 4,6.

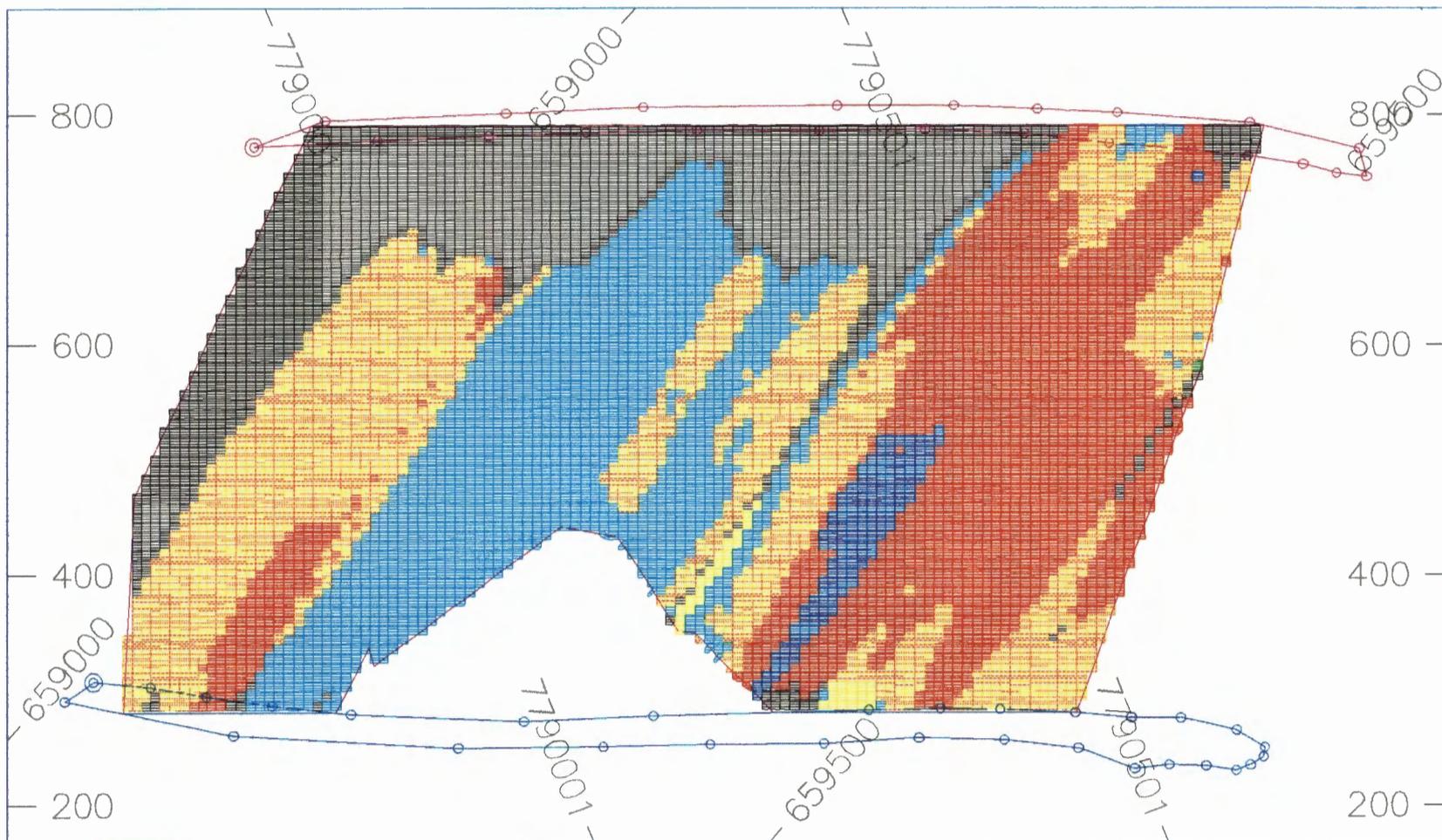


Figura 7.8-Seção 3, Médias de “Q”, coordenadas (m) do centro: $X=659.264,88/Y=7.790.242,50/Z=516,42$. $Az=304^\circ$ e mergulho= 55°

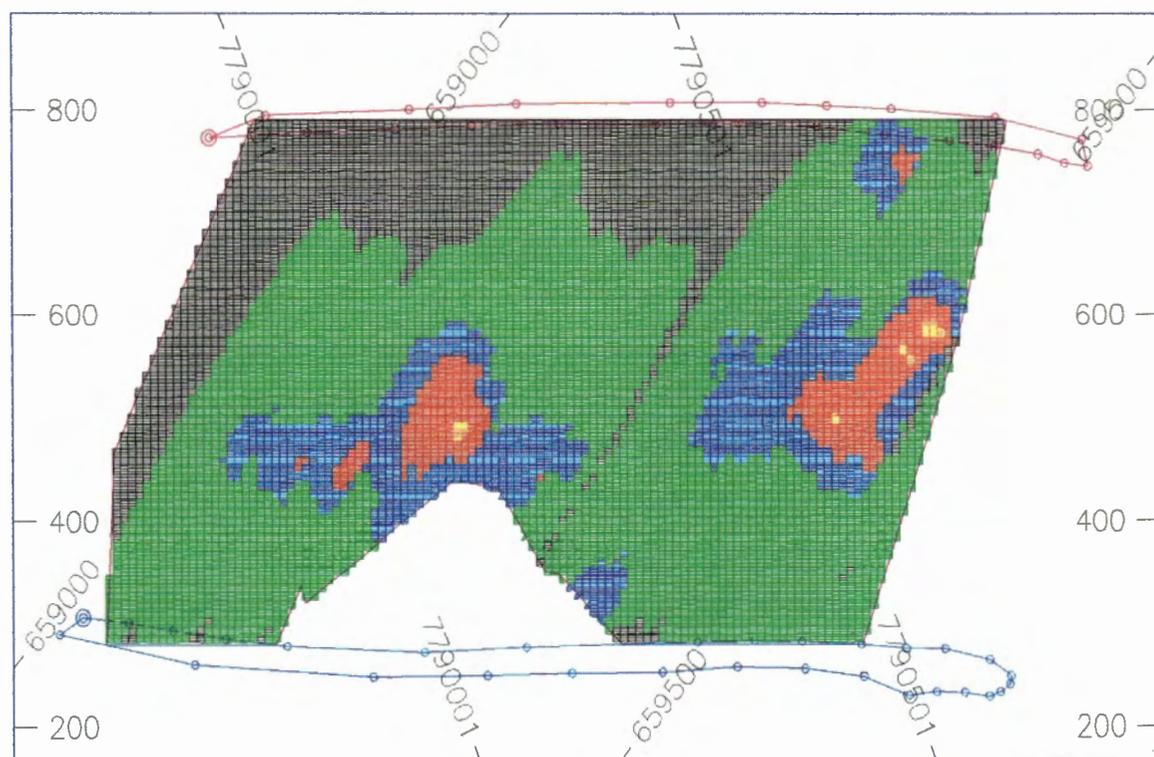


Figura 7.9-Estimativas do desvio padrão para os valores de “Q” da Seção 3

Considerando que há um significativo aumento do desvio padrão em toda a área dos estudos, pode-se afirmar que tal fato é devido ao pouco número de amostras em setores particulares da mesma. A configuração genérica das figuras que representam o desvio padrão, mostra que essas regiões onde os seus valores são mais baixos (3,6 a 4,6), ou mesmo menores do que em grande parte da área, correspondem justamente àquelas com ocorrência de setores com maior concentração de amostras, situados aproximadamente entre as elevações 475 e 646 metros.

O desvio padrão máximo observado, ou seja, com um valor de 9, é muito elevado para as classes baixas da variável “Q”, mas razoável quando se tem uma melhoria na qualidade geomecânica da rocha, uma vez que o aumento dos valores numéricos da variável “Q” ocorre de forma mais acentuada e portanto significativa para rochas de melhor qualidade geomecânica.

Os valores elevados de “Q” no trecho central/NE da área, revelam um desvio padrão

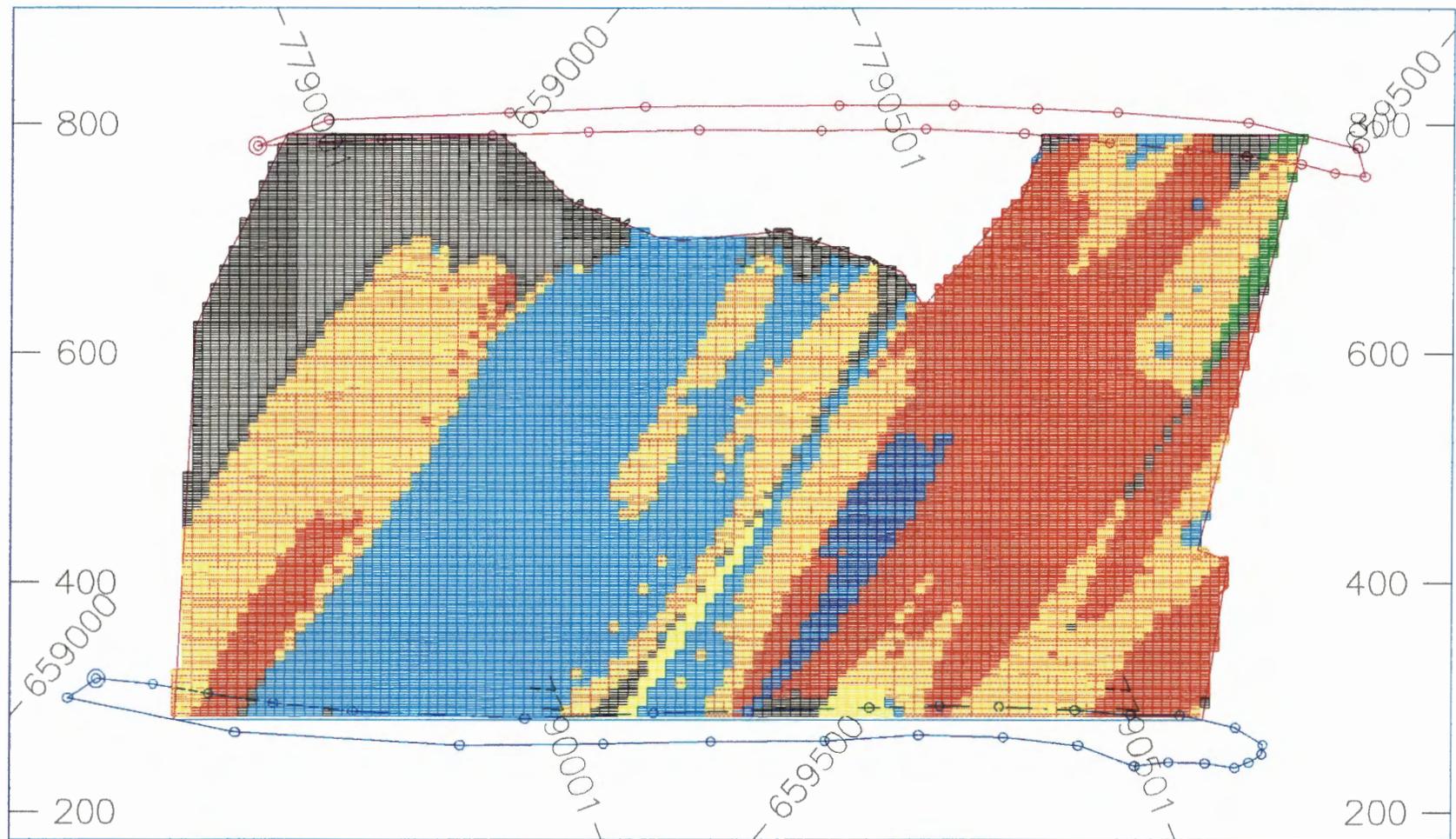


Figura 7.10-Seção 4, Médias de “Q”, coordenadas (m) do centro: $X=659.275,06/Y=7.790.235,50/Z=525,02$. $Az=304^\circ$ e mergulho= 55°

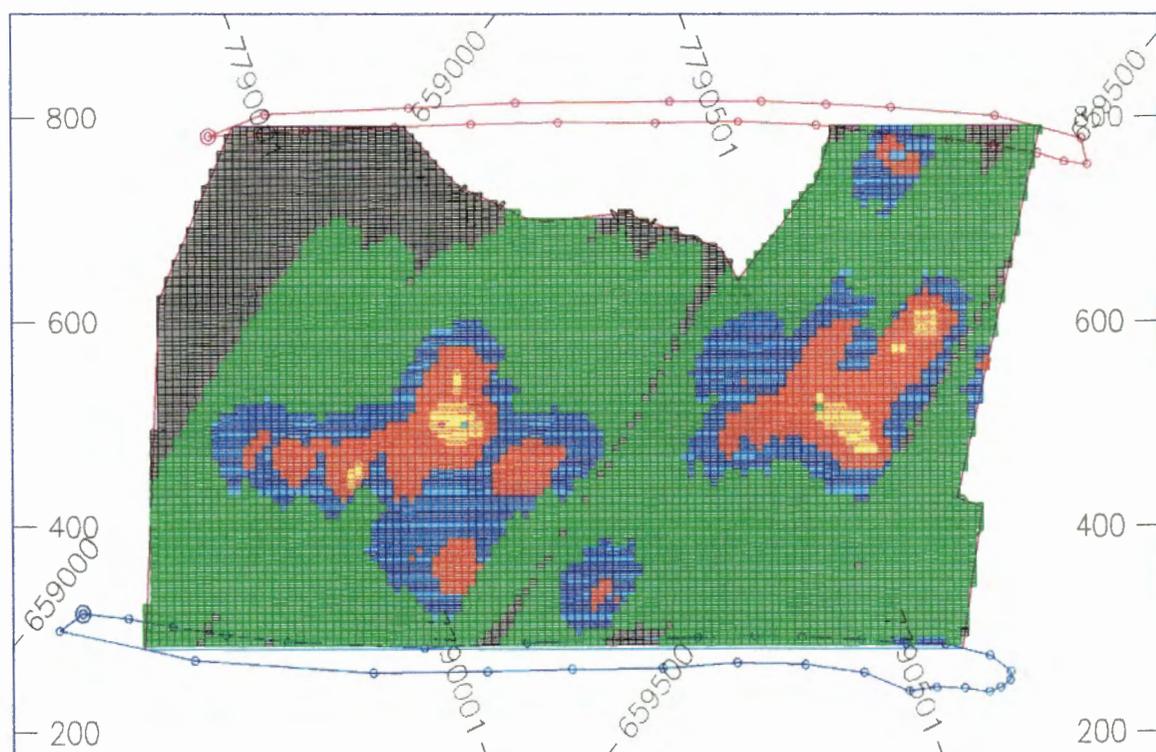


Figura 7.11-Estimativas do desvio padrão para os valores de “Q” da Seção 4

variando desde 3,6 até 9. Essa variação tem um significado distinto para as diversas classes de maciço rochoso do Sistema “Q” de BARTON (1974). Para maciços classe “Regular”, com $4 < Q < 10$, a variação do desvio padrão significa uma medida de “Q” oscilando de 90% até 225% nos seus valores mais baixos a 36% até 90% para valores mais altos (próximos de 10). À medida que a qualidade geomecânica do maciço aumenta, esses percentuais diminuem, aumentando a segurança da estimativa. Para um maciço classe “Bom”, com $10 < Q < 40$, a variação do desvio padrão significa uma medida de “Q” oscilando de 36% até 90% nos seus valores mais baixos a 9% até 22,5% para valores mais altos (próximos de 40). Para um maciço classe “Muito Bom”, com $40 < Q < 100$, a variação do desvio padrão significa uma medida de “Q” oscilando de 9% até 22,5% nos seus valores mais baixos a 3,6% até 9% para valores mais altos (próximos de 100). Estas observações significam que a faixa de desvio padrão calculada para as estimativas de “Q” e apresentada nas figuras acima não têm valor prático para classes de maciço rochoso “Ruim” ou inferior a esta, ou seja, para medidas da variável “Q” inferiores a 4.

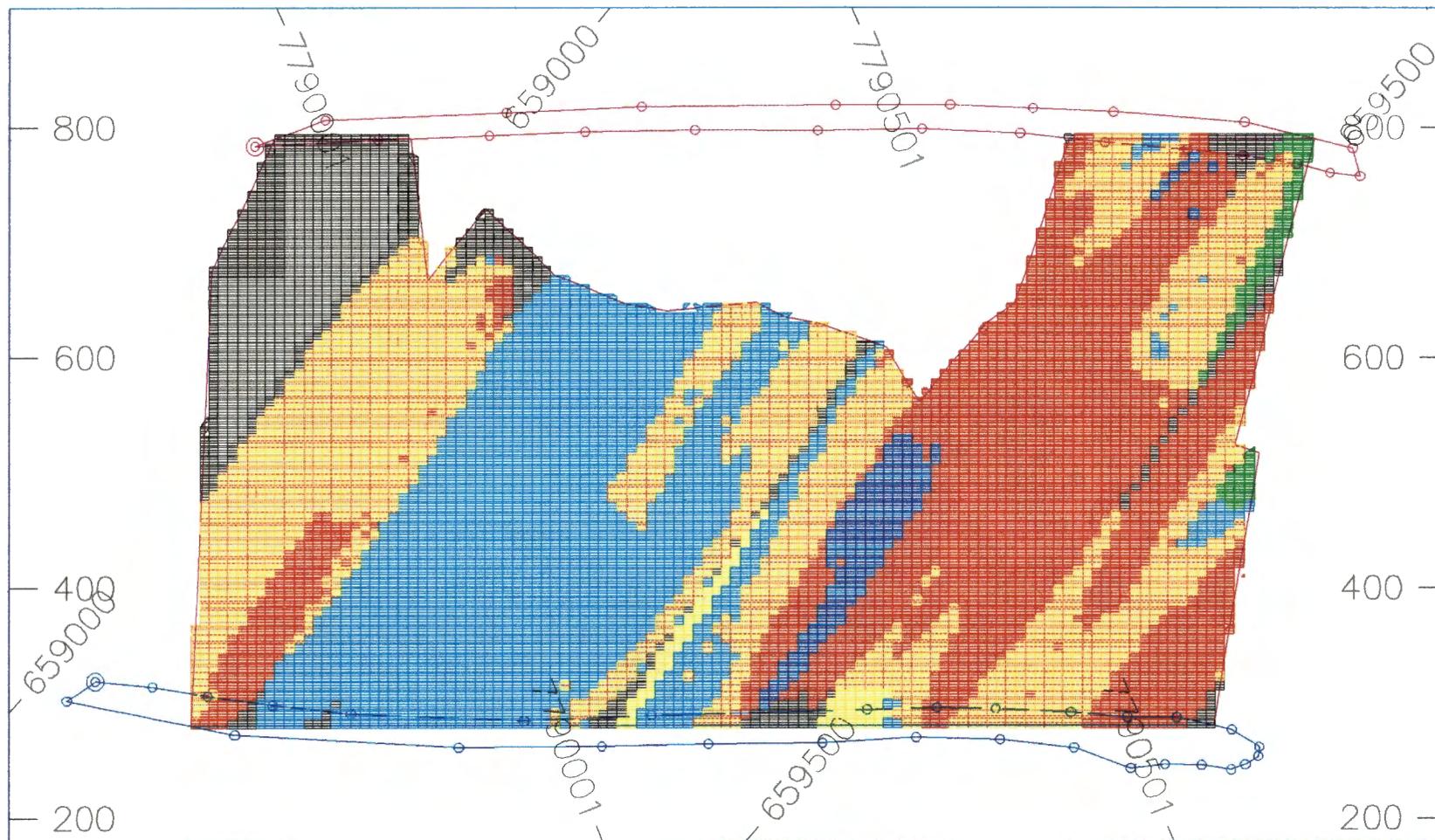


Figura 7.12-Seção 5, Médias de “Q”, coordenadas (m) do centro: $X=659.278,44/Y=7.790.233,00/Z=527,89$. $Az=304^\circ$ e mergulho= 55°

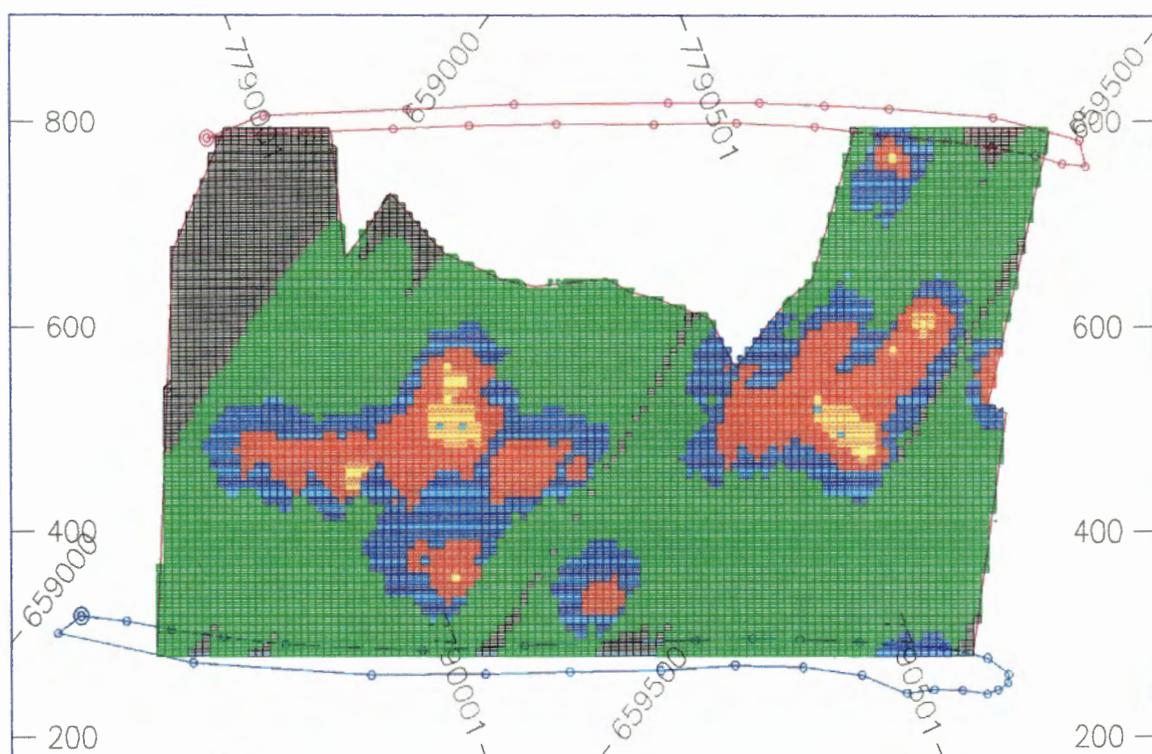


Figura 7.13-Estimativas do desvio padrão para os valores de “Q” da Seção 5

Isto quer dizer que para os maciços enquadrados nestas classes, o erro da estimativa pode ser superior a 100%. Do exposto e de acordo com o mostrado nas figuras, conclui-se que a faixa expressiva de maciço rochoso classe “Ruim” ocupa a porção centro/SW da área e restringe-se a ela, com significativa melhoria da qualidade do maciço à medida que se caminha para os limites da área. Merece destaque a região extrema a NE da área, onde ocorrem zonas delgadas de maciço rochoso da classe “Extremamente Ruim”, com $0,1 < Q < 1$. Estas zonas tendem a diminuir à medida que se caminha em direção ao corpo de minério, e a se tornarem mais espessas à medida que se caminha para o horizonte mineralizado Leste, sobreposto à camada de “hangwall” do horizonte São Bento. De uma maneira geral, toda a camada considerada apresenta-se com variações coerentes da variável “Q”, tanto próxima quanto distante do corpo de minério. As mudanças mais significativas dizem respeito às variações das áreas não estimadas por falta de informações, ou mesmo para as áreas externas à figura espacial considerada como camada de *hangwall*, representadas pelas zonas pretas e brancas das figuras anteriores, respectivamente.

Tabela 7.1-Coordenadas e elevações de referência do ponto médio das seções estimativas da variável "Q"

SEÇÃO	COORDENADA X (Leste)	COORDENADA Y (Norte)	ELEV.(PONTO MÉDIO, m)
1(Plano Central)	659.271,60	7.790.237,5	522,20
2(Seção 1 -5 metros)	659.268,25	7.790.240,00	519,279
3(Seção 1 -10 metros)	659.264,88	7.790.242,50	516,42
4(Seção 1 +5 metros)	659.275,06	7.790.235,50	525,02
5(Seção 1 +10 metros)	659.278,44	7.790.233,00	527,89

No que diz respeito ao método das estimativas da variável "Q", foi utilizado o método da krigagem ordinária por blocos de 10x10x5 metros com espaçamento de 700 metros segundo eixo x (azimute 34°), 500 metros segundo eixo y (azimute 124°) e 50 metros segundo eixo z (azimute 304°). A utilização deste método se dá quando as médias não são bem conhecidas dentro da área que se deseja estimar. Para o refinamento dos resultados finais, a superfície segundo o eixo z teve o seu comprimento reduzido para 20 metros visando aproximá-la o máximo possível das características geológicas da camada de *hangwall* do horizonte São Bento. A Tabela 7.2 a seguir mostra as estatísticas básicas dos blocos krigados.

Tabela 7.2:Estatística dos blocos Krigados

PARÂMETROS	BLOCOS DE "Q"
Número Total de Blocos	72.796
Número de Amostras	59.033
Valores Desconsiderados	13.763
Número de Valores > Traço	59.033
Máximo	73,6201
Mínimo	0,0432
Intervalo	73,6201
Média	10,5065

continua

PARÂMETROS	BLOCOS DE "Q"
Variância	95,41
Desvio Padrão	9,768
Assimetria	1,90
Curtose	4,169
Média Geométrica	6,6916
Coefficiente de Variação	93

Conforme comentado nos capítulos anteriores, a forte componente aleatória caracterizada pela análise variográfica das outras variáveis constituintes do Sistema "Q" de BARTON (1974), ou seja, "RQD", "Jn", "Ja", "Jr", "Jw" e "SRF", não incentivou a execução da krigagem para essas variáveis, ainda que a análise da variável "Q" também indicasse uma elevada dispersão espacial. Tendo em vista a utilização desse sistema de classificação geomecânica na mina de São Bento e o tratamento das paredes da mina baseado nos seus critérios de estabilização, efetuou-se a krigagem apenas para a variável "Q", conforme discutido anteriormente.

Como resultado das estimativas através da krigagem, as figuras mostradas anteriormente representam de forma satisfatória a distribuição da variável "Q" e seus respectivos desvios padrão na área de estudos, fornecendo subsídios para a caracterização geomecânica da camada de *hangwall* do horizonte São Bento. Deve-se salientar finalmente que, para populações com variâncias muito grandes, a variância das estimativas considerada nos mapas anteriores equivale ao próprio patamar do variograma, o que corresponde a um desvio padrão possivelmente com valores reais mais altos do que os mostrados na escala de valores do desvio padrão para as áreas com $8,16 < DP < 9,05$. Isso equivale dizer que o desvio padrão em áreas que representam o seu valor máximo, pode assumir na realidade valores numéricos maiores do que aqueles mostrados na legenda da Figura 7.3.

8 - RESULTADOS DE ENGENHARIA A PARTIR DAS ESTIMATIVAS

8.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

Após a obtenção dos mapas de estimativas da variável “Q” para a camada de *hangwall* do horizonte São Bento da mina de São Bento, pode-se tirar proveito desse conhecimento através de suas associações com parâmetros estatísticos e dados disponíveis dos furos de sondagem, buscando-se chegar a alguns resultados de engenharia que podem servir de orientação para a programação de pesquisas futuras pelo corpo técnico da mina.

Baseado nesse pressuposto e considerando que esse trabalho pode auxiliar na otimização de investigações geológico-geotécnicas futuras, ainda que não se constitua em objetivo primordial do mesmo, serão mostrados nesse capítulo os locais e direções potenciais de sondagens com maior relação custo-benefício, bem como será feita uma associação de valores da variável “Q” com a utilização de suporte e estimativa de mecanismos de instabilidade para regiões distintas de “Q”. Nesses casos, esses valores da variável “Q” deverão ser associados com análises de tensão-deformação típicas executadas na mina, com parâmetros geomecânicos associados aos valores da variável “Q” considerados.

8.2 - RELAÇÃO NÚMERO DE SONDAGENS x GASTOS

Apresenta-se neste item uma análise qualitativa entre o número de sondagens e os gastos envolvidos na sua contratação, baseada nos furos disponíveis para a elaboração deste trabalho e o desvio padrão da variável “Q” na área de estudos.

A análise global dos mapas do desvio padrão da variável “Q” obtidos através das estimativas, mostra que o valor do desvio padrão é alto nas zonas limítrofes desses mapas e está intimamente relacionado a um baixo nível de informação. Conforme comentado anteriormente, os valores do desvio padrão nestas zonas não se limitam à faixa mais elevada de variação do desvio padrão mostrada na Tabela 7.3 ($7,27 < DP < 8,16$), podendo até mesmo exceder esses valores. Há então que se incrementar o nível de sondagens/amostras nessas zonas para então se reestimar os blocos com estas novas informações. Desta forma, pode-se obter novas conclusões a respeito dos valores da variável “Q” especialmente nos locais onde os seus valores foram estimados com baixos valores, sugerindo a instalação de suporte para a obtenção das condições de estabilidade.

Considerando que 77% dos dados disponíveis de todos os furos de sondagem foram executados entre as elevações 625 e 415 metros (níveis 14 e 18 da mina de São Bento), e que portanto essa é a região melhor investigada, pode-se afirmar que:

- toda essa área melhor investigada é limitada por um valor do desvio padrão menor que 8,16, ou seja, pela área interna àquela de coloração azul da legenda mostrada no limite superior da escala do desvio padrão da Figura 7.3;
- essa área melhor investigada corresponde aproximadamente a 70% da área total estudada (níveis 14 e 18);
- a melhoria em conhecimento leva a uma diminuição do desvio padrão e a um aumento de custo de investigação.

Baseado nessas afirmações, foi elaborado o gráfico hipotético da Figura 8.1 onde se relaciona a variação do desvio padrão com o custo em investigações geológico-geotécnicas. Em termos genéricos, a diminuição dos valores do desvio padrão e a consequente melhoria do conhecimento da variável “Q”, leva a um aumento no custo das investigações até um certo ponto mostrado na Figura 8.1 a partir do qual o acréscimo de benefício é muito pequeno. A partir desse ponto, um aumento no número de sondagens não mais leva a uma diminuição do desvio padrão, conforme sugere a Figura 8.1.

Tomando como base as sondagens executadas para a caracterização da variável “Q”, pode-se afirmar que para a obtenção do nível de informações atual na região mais

bem investigada da área de estudos, foi necessária a execução de 69 furos de sondagem. A pergunta fundamental no momento é com quantos furos a mais se aumentaria o nível de conhecimento da variável “Q”, ou com quantos furos a mais se atingiria o valor mínimo do desvio padrão sem ultrapassar o ponto de variação da Figura 8.1. Ou ainda, quanto seria necessário gastar em investigações geológico-geotécnicas para se obter um desvio padrão mínimo da Variável “Q”?

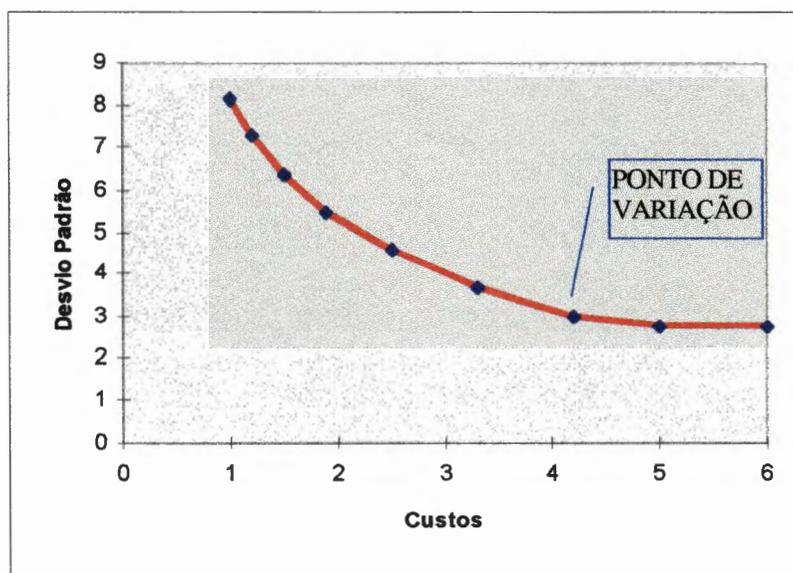


Figura 8.1-Relação hipotética entre o desvio padrão e o custo com investigações geológico-geotécnicas na área dos estudos

Essas perguntas são de difíceis respostas, uma vez que não se conhece com precisão a equação da curva da figura acima. Baseado nos dados disponíveis, pode-se concluir que 69 furos foram suficientes para uma caracterização razoável de 70% da área estudada, que mostrou um desvio padrão variando de 1,91 até um valor máximo de 8,16. Como os valores da variável “Q” oscilam entre 1 e 40 nessa área melhor investigada, conclui-se que os valores do desvio padrão podem afetar radicalmente as classes de maciço definidas por “Q”. Para valores mais baixos de “Q”, o erro associado pode ser muito grande, o que não deve ocorrer para valores mais altos. Desta forma, as estimativas para zonas com “Q” baixo (maciço rochoso ruim a regular), sugerem que as estimativas de “Q” associadas ao desvio padrão devem ser vistas com reservas.

O conhecimento adequado da variação do desvio padrão obtido nas estimativas da variável "Q" com relação ao número de sondagens executadas nessa área melhor investigada, poderia ser corretamente avaliado se fosse possível proceder a uma nova Krigagem desta área com redução paulatina dos furos envolvidos nessas novas análises. Como esse trabalho demandaria um dispêndio grande de recursos, optou-se pela descrição sucinta dessa análise e recomendação de seu detalhamento posterior, caso essas informações venham a nivelar o conhecimento geomecânico do corpo técnico da mina de São Bento em função de um menor gasto com novas investigações.

Conforme comentado anteriormente, a grande questão é saber qual a faixa de variação do desvio padrão em que se pode afirmar com segurança que a variação dos valores de "Q" não induzirão à queda de classe de maciço rochoso e conseqüentemente na utilização de suporte para a estabilização das escavações. Para se atingir esse conhecimento, dever-se-ia retirar um número significativo de furos dessa área melhor investigada, por exemplo 10 sondagens, e elaborar nova Krigagem. Tal procedimento poderia ser repetido com a retirada de, por exemplo, 20 sondagens, e nova Krigagem deveria ser feita com essa nova quantidade de furos, e assim sucessivamente. A comparação dos resultados obtidos da variável "Q" e as suas respectivas faixas de variação do desvio padrão com os valores totais inicialmente obtidos para essa área melhor investigada, certamente forneceria subsídios para se avaliar um "número ótimo" de sondagens para uma determinada área, número esse função dos valores de "Q" e de suas variações com os respectivos desvio padrão. Esse conhecimento poderia ser fundamental na previsão de zonas potencialmente propensas à execução de suporte, eventualmente a partir de um número menor de sondagens quando comparado com aquele inicialmente obtido para a área de estudos. Nessa área considerada, pode-se assegurar que as sondagens executadas com sentido perpendicular à direção da estrutura geológica dominante na mina de São Bento, certamente fornecerão dados mais confiáveis das variáveis associadas ao índice "Q" de BARTON (1974). Esses furos correspondem àqueles com direção de 304° e 124°, conforme prática mais usual na mina de São Bento. Através da utilização dos mapas das estimativas e mesmo do mapeamento geológico sistemático pela equipe da mina, os novos furos deverão ser prioritariamente executados nas zonas onde se encontram

os menores valores de “Q”, pois as estimativas nesses locais podem estar associadas a diferenças significativos do real valor da variável “Q”.

8.3 - RELAÇÃO “Q” x NECESSIDADE DE SUPORTE

A experiência em trabalhos anteriores executados na mina de São Bento permite concluir que em realces com dimensões equivalentes médias usuais na mina de 15 a 16 metros de altura, a ocorrência de valores de “Q” variando entre 15 e 20 (maciço rochoso bom), indicam que não há necessidade da instalação de suporte, seja chumbadores ou tirantes, exceto em condições específicas determinadas pelos técnicos da mina. Valores de “Q” superiores a 40 (maciço rochoso muito bom) não indicam a necessidade de suporte sob quaisquer condições.

Para valores de “Q” inferiores a 15 ($0,1 < Q < 15$, maciço rochoso muito ruim a bom), torna-se necessária a instalação de suporte. Chumbadores de 10 toneladas de carga, espaçados de 2 em 2 metros e com comprimento médio de 6 metros, geralmente são suficientes para se atingir as condições de estabilidade, mesmo para as condições mais críticas do maciço rochoso.

A Figura 8.2 mostra um detalhamento da seção média da camada de *hangwall* onde é mostrado o limite aproximado da isolinha representativa de $Q=15$.

Observa-se que zonas com $40 < Q < 100$ (maciço rochoso muito bom) são raras na área de estudos, restringindo-se a uma faixa no setor centro sul/NE da área. O restante da área é ocupado por valores de “Q” que caracterizam o maciço como um todo variando de muito ruim a bom ($0,1 < Q < 40$). Naturalmente não se pode generalizar os tipos de tratamento do maciço rochoso em função apenas da variável “Q”, uma vez que também devem ser considerados o tempo de abertura das escavações, se elas serão ou não preenchidas com rejeito (*backfill*), ou mesmo se estão situadas em regiões que não deverão mais ser exploradas. O limite de $Q > 15$ é meramente indicativo de ausência de tratamento, mas não deve ser visto como um valor absoluto. Outras variáveis devem ser consideradas, conforme descrito acima.

Na Figura 8.2, o setor onde $15 < Q < 100$ (maciço rochoso bom a muito bom) correspondente à área interna àquela delimitada pela isolinha de $Q=15$, o desvio padrão estimado variou de $4,58 < DP < 9,05$ corresponde à uma variação desde a

do desvio padrão e conseqüentemente, alterar o valor estimado de "Q", o que eventualmente poderá dispensar a aplicação de suporte.

8.4 - RELAÇÃO DA VARIÁVEL "Q" COM ALGUNS PARÂMETROS GEOMECÂNICOS

Apresenta-se nesse item algumas relações da variável "Q" com alguns parâmetros geomecânicos, ou seja, o módulo de deformabilidade E , a coesão c e o ângulo de atrito ϕ , obtidos através da avaliação da variável "Q" por análise geoestatística.

O objetivo dessas relações é fornecer informações adicionais a respeito da caracterização geomecânica da camada de *hangwall* objeto dos estudos, e com isso detalhar o nível de conhecimento geomecânico da mesma para análises futuras referentes à estudos de estabilidade das escavações ou mesmo análises de tensão-deformação do maciço rochoso da mina de São Bento.

BARTON et al (1992) encontraram boa correlação entre deslocamentos medidos em maciços rochosos e previsões a partir de análises numéricas utilizando o módulo de deformabilidade E *in situ*, que pode ser avaliado a partir da seguinte relação:

$$E = 10 Q^{1/3} \quad (E \text{ em GPA})$$

Esta equação apresenta boa correlação com resultados encontrados na literatura, estendendo-se à regiões de rochas de baixa qualidade geomecânica. Os valores de E mostrados na equação acima correspondem então aos valores médios do módulo de deformabilidade através da variável "Q" de BARTON (1974).

BIENIAWSKY (1976) desenvolveu um sistema de classificação geomecânica denominado Rock Mass Rating, ou *RMR System*. Esse sistema de classificação geomecânica, juntamente com o Sistema "Q" de BARTON (1974), são os mais utilizados no que se refere à caracterização geomecânica de maciços rochosos. Ao longo dos anos, esse sistema tem sido aperfeiçoado à medida que novos casos são considerados permitindo ao autor mudanças significativas nas relações entre os diversos parâmetros envolvidos no Sistema "RMR". Como não é objetivo deste

trabalho o aprofundamento em mais um sistema de classificação geomecânica, apresenta-se a seguir uma relação onde se pode associar o índice "RMR" de BIENIAWSKY (1976) com o índice "Q" de BARTON (1974), visando a obtenção dos parâmetros c e ϕ citados acima.

$$\text{RMR} = 15 \log Q + 50$$

De acordo com o sistema de classificação geomecânica ponderada de BIENIAWSKI (1976), pode-se determinar os parâmetros c e ϕ associados às diferentes classes de maciço rochoso.

A utilização dessas relações a partir dos dados obtidos para a variável "Q" por análise geoestatística, conforme mostrado na Tabela 7.2, permite elaborar a Tabela 8.1 onde se associa as diversas faixas de variação da variável "Q" mostradas nos mapas das estimativas das Figuras 7.4, 7.6, 7.8, 7.10 e 7.12, com os parâmetros geomecânicos apresentados na Tabela 8.1.

Tabela 8.1-Parâmetros geomecânicos E , c , ϕ obtidos a partir das análises geoestatística da variável "Q"

CLASSE DE MACIÇO-VALORES DE "Q"	MÓDULO DE DEFORM. E (GPa)	COESÃO c (KPa)	ÂNGULO DE ATRITO ϕ (°)
C1-Q<0,01	2,15	<100	$\phi < 15$
C2-0,01<Q<0,1	4,64	100< c <200	15< ϕ <25
C3-0,1<Q<1,0	10,00	200< c <300	25< ϕ <35
C4-1,0<Q<4,0	15,90	200< c <300	25< ϕ <35
C5-4,0<Q<10,0	21,54	300< c <400	35< ϕ <45
C6-10,0<Q<40,0	34,20	300< c <400	35< ϕ <45
C7-40,0<Q<100,0	46,42	300< c <400	35< ϕ <45
C8-100,0<Q<400,0	73,68	>400	$\phi < 45$

Registra-se finalmente, que os valores de c e ϕ apresentados na Tabela 8.1 são médios e têm sido ajustados ao longo de novas experiências e observações acumuladas pelo autor. Esses parâmetros são de caráter orientativo, recomendando-se investigações locais para aferição de seus valores visando a caracterização de zonas específicas do maciço rochoso da mina de São Bento.

9 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A análise geoestatística contribui de forma decisiva para ampliar o conhecimento em locais desconhecidos de variáveis que possuem uma variabilidade espacial, inferindo valores embasados em um interpolador com qualidades estatísticas notáveis.

Considerando que os parâmetros envolvidos em um sistema de classificação geomecânica apresentam o comportamento de uma variável regionalizada, torna-se extremamente útil a utilização da geoestatística para se obter em parâmetros classificatórios em locais onde não foi possível proceder a uma investigação geológico-geotécnica pontual.

O Sistema de Classificação Geomecânica de BARTON (1974) aplica-se perfeitamente para a classificação geomecânica de escavações subterrâneas, conforme descrito neste trabalho e é amplamente utilizado na análise e classificação do maciço rochoso da mina subterrânea de São Bento, situada na região do Quadrilátero Ferrífero-MG.

Considerando que a mina de São Bento é dividida em níveis horizontais equidistantes de 60 metros até o nível 17 e de 50 metros até o nível 21, conforme mostrado na Tabela 7.3, e que as características geomecânicas da camada de “hangwall” do horizonte São Bento mostrou uma certa continuidade ao longo de sua espessura analisada, pode-se chegar às seguintes conclusões:

- os dados analisados das variáveis que constituem o Sistema “Q” de BARTON (1974) variam das elevações 291 a 771 metros, totalizando 580 metros de desnível.
- os níveis englobados nas análises variaram do nível 11 ao nível 21 (ver Tabela 9.1).

Tabela 9.1-Elevações dos níveis da mina de São Bento

NÍVEL	ELEVAÇÃO (m)
11	775
12	725
13	675
14	625
15	575
16	525
17	475
18	415
19	355
20	295
21	235

- 77% dos dados estão situados entre os níveis 14 e 18 (Elevações 625 e 415 metros).
- 21% dos dados estão situados entre os níveis 18 e 21 (Elevações 415 e 235 metros).
- 2% dos dados estão situados entre os níveis 11 e 14 (Elevações 775 e 625 metros).

Devido a esses fatores, as faixas relativas aos desvio padrão mostradas no Capítulo 7 aparecem concentradas entre os níveis 14 e 18, e também as áreas pretas não estimadas por falta de dados estão situadas nos extremos superior e inferior da área de estudos. Dentro desse contexto, pode-se considerar que as estimativas feitas dentro desses limites são as mais precisas, e os seus desvios padrão retratam com confiança os valores da variável "Q". Nas zonas limítrofes da área, as estimativas foram feitas através da krigagem, justificando a utilização da metodologia geoestatística em classificação geomecânica para inferência de dados em locais mal investigados ou carentes de informação. Conforme comentado no Capítulo 7, deve-se tomar cuidado para regiões com classes de maciço rochoso com $Q < 4$ (classe ruim), uma vez que os desvios padrão associados podem superar 100% das estimativas.

Do exposto, conclui-se que a variável "Q" apresenta valores de 4 a 40 no setor SW da área (classes de maciço regular a bom), atinge os valores mais baixos no trecho central/SW, com valores de "Q" variando de 1 a 4 (classe ruim) e melhora consideravelmente no setor NE, com valores de "Q" podendo atingir níveis da ordem de 10 e chegando até próximo de 100 (classes bom a muito bom).

Apesar da localização concentrada em áreas do espaço, os estudos revelaram uma clara estruturação da variável "Q" na mina de São Bento. Com um número maior de dados ou mesmo a concentração em áreas específicas, os resultados poderiam ser ainda melhores. O objetivo de se empregar a metodologia geostatística em geomecânica foi cumprido com sucesso. Naturalmente um plano de amostragem adequado realçaria a estruturação obtida na análise variográfica da variável "Q".

Uma relação dos parâmetros geomecânicos das diversas litologias que constituem a região da mina de São Bento com a variável "Q" de BARTON (1974), deve ser melhor estudada no futuro, uma vez que esse sistema de classificação geomecânica associa os valores da variável "Q" com os tratamentos adequados à estabilização do maciço rochoso. Para essa etapa, acredita-se que a Geoestatística seja uma ferramenta de suma importância, delimitando zonas potenciais do maciço rochoso da mina com valores específicos da variável "Q" onde devem ser executadas novas investigações.

Como recomendações finais, ressalta-se que principalmente a direção de 304° do variograma precisa ser reavaliada, através de novas investigações ou mesmo com a diminuição dos intervalos de amostragem em cada furo de sondagem. Com o intuito de fornecer uma ferramenta de análise da classe de maciço rochoso da mina de São Bento, sugere-se que as coordenadas UTM utilizadas nesse trabalho sejam convertidas em uma função que relacione as amostras e consequentemente os resultados estimados da variável "Q" aos diversos níveis de investigação utilizados pela equipe técnica da mina.

10 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACHCAR, J. A. & RODRIGUES, J. - *Introdução à Estatística para Ciências e Tecnologia*. Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos-USP. 196pp. 1994.
- ARMSTRONG, M. *Common problems seen in variograms*. *Mathematical Geology*, 16(3): 305-313, 1984.
- BARTON, N; LIEN, R. & LUNDE, J.- *Engineering classification of rock masses for the design of tunnel support*. *Rock Mechanics*, V. 6, nº 4, p. 189-236. 1974.
- BARTON, N; BY, T. L., CHRYSANTHAKIS, L., TUNBRIDGE, L., KRISTIANSEN, J., LOSET, F., BHASIN, R. K., WESTERDAHL, H. & VIK, G.- *Comparison of Prediction and Performance for a 62 m Span Sports Hall in Jointed Gneiss*. Proc. 4th Int. Rock Mechanics and Rock Engineering Conf, Torino. Paper 17.1992.
- BIENIAWSKY, Z. T.- *Rock Mass Classification in rock engineering*. In Exploration for rock engineering, proc. of the symp., (ed. Z. T. Bieniawsky), 1, 97-106. Cape Town:Balkema. 1976.
- BLANCHIN, R. & CHILÈS, J. P. - *The Chamel Tunnel: Geoestatistical Prediction of the Geological Conditions and its Validation by the Reality*. *Mathematical Geology*, New York, 25(7): 963-974, 1993.
- CLARK, I. - *Practical geoestatistics*. Longon: Applied Science Publishers, 129p, 1979.
- CARVALHO, J. L., HOEK, E. & CORKUM, B. T., - *Phases*,. Rock Engineering Group, University of Toronto, Version 2.1, 1991-1994.

- DATAMINE, *Mining Software*. Edition 2.1. Mineral Industries Computing Limited, 1993.
- DAVIS, J. C. *Statistics and data analysis in geology*. New York, John Wiley & Sons, 550p, 1973.
- DAVIS, J. C. *Statistics and data analysis in geology*. New York, John Wiley & Sons, 646p, 1986.
- DEVEUGHELE, M. & USSEGLIO POLATERA, J. M. - *Utilisation de la Théorie des Variables Régionalisées pour L'Interprétation Cartographique de Données Géotechniques Dispersées*. Bulletin of The International Association of Engineering Geology, Nº 19, 296-302, Krefeld, 1979.
- DOUD, P. A. *A Review of Recent Developments in Geostatistics*. Computers & Geosciences, Vol. 17, No. 10, pp. 1481-1500, 1992.
- EINSTEIN, H. H. - *Risk and Risk Analysis in Rock Engineering*. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, p5-49, 1994.
- GARCIA, P. A. G. *Geoestatística operacional*. Com a colaboração de Jorge J. S. Salles. Brasília, Ministério das Minas e Energia-DNPM, 145p., 1988.
- GOMES, R. C. - *Classificações Geomecânicas de Maciços Rochosos*. Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Depto de Geotecnia. 37 p, 1991.
- HOEK, E. & BROWN, E. T. - *Underground excavations in rock*. London: Instn Min. Metall. 1980.
- HOEK, E. & BRAY, J. W. - *Rock Slope Engineering*. 3rd edn. London: Instn Min. Metall. 1981.
- HOERGER, S. F. & YOUNG, D. S. - *Predicting local rock mass behavior using geostatistics*. 28th US Symposium on Rock Mechanics, Tucson/, 99-106, 1987.
- HOERGER, S. F. - *Spatial Analysis of Rock Joint Orientations by Geostatistical Methods*. Michigan Technological University. Thesis for the degree of Master of Science in Mining Engineering, 89pp, 1985.
- ISAAKS, E. H.; SRISVASTAVA, R. M. *Spatial continuity measures for probabilistic and deterministic Geostatistics*. Mathematical Geology, 20(4): 313-341, 1988.
- ISAAKS, E. H.; SRISVASTAVA, R. M. *An introduction to applied geostatistics*. New York, Oxford University Press, 560p, 1989.



- JOURNEL, A. & HUIJBREGTS, C. J. - *Mining Geostatistics*. Academic Press, New York, NY, 600p., 1978.
- JOURNEL, A. G. - *The Deterministic Side of Geostatistics*. Mathematical Geology, New York, 17(1): 1-15, 1985.
- JOURNEL, A. G. *Geostatistics for Environmental Sciences*. Las Vegas, Environmental Protection Agency, 1988.
- KRIGE, D. G. - Letter to the Editor - *Matheronian Geostatistics-Quo Vadis?* by G.M.Philip e D.F.Watson. Mathematical Geology, New York, 18(5): 501-502, 1986.
- KRUMBEIN, W. C.; GRAYBILL, F. A. *An introduction to statistical in the geological sciences*. New York, McGraw - Hill, 475p., 1975.
- LANDIM, P. M. B. *Análise Estatística de Dados Geológicos*. Rio Claro, UNESP, 102p., 1979.
- LANDIM, P. M. B. - *Introdução à Geoestatística*. Rio Claro, Lab. de Geomatématica, DGGa, IGCE, UNESP, Publicação Didática nº 2, 1985.
- LANDIM P. M. B. *Introdução à Geoestatística*. Rio Claro, Laboratório de Geomatématica-UNESP, Publicação Didática nº 3, 68p., 1988.
- LANDIM, P. M. B. - *Análise Estatística de Dados Geológicos*. Depto de Geologia Sedimentar. UNESP. Campus de Rio Claro, Publicação Didática nº 4, 1993.
- LONG, J. C.; REMER, J. S.; WILSON, C. R. e WITHESSPOON, P. A. - "Porous media equivalents for networks of discontinuous fractures". Water Resourch Research, Vol. 18, pp. 645-658, 1982.
- MARANHÃO & MELO, *Geoestatística*, 1978.
- MATHERON, G. - *Traité de Géostatistique Appliquée*. Vol.1(1962), Vol. 2 (1963), ed. Technip, Paris. 1962.
- MATHERON, G. *Principles of Geostatistics*. Economic Geology, 58: 1246-1266, 1963.
- MATHERON, G. Letter to the Editor-*Philipian/Watsonian High (Flying) Philosophy*. Mathematical Geology, New York, 18(5): 503-504, 1986.
- MUTMANSKY, J. M. & SINGH, M. M. - *A Statistical Study of Relationships Between Rock Properties*. Status of Practical Rock Mechanics, 161-177, 1988.
- OLEA, R. A. *Systematic sampling of spatial functions*. Kansas, Kansas Geological Survey, 57p., Series on Spatial Analysis, 7. 1984.

- OLIVEIRA, M. S. *Planos amostrais para variáveis espaciais utilizando geoestatística*. Mestrado-Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação/Unicamp. 100p, Campinas, 1991.
- PINNADUWA, H. S. & KULATILAKE, H. S. - *State-of-Art in stochastic joint geometry modeling*. 29th US Symposium on Rock Mechanics, Minneapolis, MN, , 215-229, 1988.
- PHILIP, G. M. & WATSON, D. F. - *Matheronian Geostatistics-Quo Vadis?* Mathematical Geology, New York, 18(1): 141-146, 1986a.
- PHILIP, G. M. & WATSON, D. F. - Letter to the Editor-*Geostatistics and Spatial Data Analysis*. Mathematical Geology, New York, 18(5): 505-509, 1986b.
- RIBEIRO JÚNIOR, P. J. - *Métodos Geoestatísticos no Estudo da Variabilidade Espacial de Parâmetros do Solo*. Mestrado-Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo.Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação/Unicamp. 100p, Campinas, 1991.
- SERRA, J. - Letter to the Editor-*Comments on "Geostatistics: Models and Tools for Earth Sciences" by A. G. Journal*. Mathematical Geology, New York, 19(4): 349-355, 1987.
- SHURTZ, R. F. - Letter to the Editor-*A critique of A. Journal's "The Deterministic Side of Geostatistics"*. Mathematical Geology, New York, 17(8): 861-868, 1985.
- SILVA, A. F. & MINGOTI, S. A. - *Um exemplo de aplicação das técnicas de Geoestatística: Uma análise do nível piezométrico do aquífero de Wolfcamp (Estados Unidos)*. REM-Revista da Escola de Minas de Ouro Preto, 49(2):pp. 96-100, abril/junho, 1995.
- SRISVATAVA, R. M. - *Philip and Watson-Quo Vadunt?* Mathematical Geology, New York, 18(1): 141-146, 1986.
- STURARO, J. R. - *Estudo das Variações Espaciais de Parâmetros Geotécnicos*. Seminário para curso de pós-graduação (mestrado) no Departamento de Georecnia da EESC-USP, São Carlos-SP, 1985.
- STURARO, J. R. - *Estudo do Comportamento Espacial de Variáveis Geológicas e Hidrogeológicas da Área Urbana de Ribeirão Preto-SP*. 131p. Tese (Mestrado em Geologia de Engenharia) EESC-USP, São Carlos-SP, 1988.

- STURARO, J. R. & LANDIM, P. M. B. - *Estudo do Nível Piezométrico por Análise Geoestatística*. Geociências, São Paulo. 7:201-210, 1988.
- STURARO, J. R.; CAVAGUTI, N.; RIEDEL, P. S.; BÓRIO, N. J.; CAMARGO, A. A. X. - *Elaboração de Banco de Dados e Análise Estatística Básica de Dados de Sondagens de Simples Reconhecimento-Aplicação na Cidade de Bauru-SP*. 10pp. Geociências, São Paulo, 12(2), 1993.
- STURARO, J. R. - *Mapeamento Geoestatístico de Propriedades Geológico-Geotécnicas obtidas em Sondagens de Simples Reconhecimento*. 219p. Tese (Doutorado em Geologia de Engenharia) EESC-USP, São Carlos-SP, 1994.
- STURARO, J. R. & LANDIM, P. M. B. - *Análise da compacidade dos solos da cidade de Bauru pela krigagem ordinária*. VI Simpósio de Quantificação em Geociências, UNESP-IGCE, Rio Claro-SP, 25 e 26 de maio de 1995.
- STURARO, J. R. & LANDIM, P. M. B. - *Mapeamento geoestatístico de ensaios de penetração padronizada (SPT)*. Solos e Rochas, Volume 19, número 01, pág. 3-14. 1996.
- UNAMGEN Mineração e Metalurgia S.A. and São Bento Mineração S.A., by the Geological Staff of - *Synthesis of the geology of São Bento and Santa Quitéria mines, Santa Bárbara, Minas Gerais*, 1996.
- VALENTE, J. M. G. P. - *Geomatemática-Lições de geoestatística*. Fundação Gorceix, Ouro Preto, 8v, 1982.
- WANDERLEY, V. - *Characterization of rocks based on their strength for excavations*. Inédito, 1992.
- WEBSTER, R. - *Quantitative spatial analysis of soil in the field*. Advances in Soil Science. New York, 3:1-70, 1985.
- YARUS, J. M. & CHAMBERS, R. L. - *Stochastic Modeling and Geostatistics-Principles, Methods, and Case Studies*. AAPG-American Association of Petroleum Geologists, Tulsa, Oklahoma, USA. Computer Applications in Geology, No. 3. 367pp. 1994.
- YOUNG, D. S. - *Probability Analysis of Rock Slopes and Its Application to a Pit Slope Design*. Kennecott Copper Corporation, Metal Mining Division-Engineering Center, Salt Lake City, Utah. 5C5-1/5C5-6, 1988.
- YOUNG, D. S. & HOERGER, S. F. - *Geostatistics applications to rock mechanics*. 29th US Symposium on Rock Mechanics, Minneapolis, MN, 271-282, 1988.

- YOUNG, D. S. - *Random Vectors and Spatial Analysis by Geostatistics for Geotechnical Applications*. *Mathematical Geology*, New York, 19(6): 467-479, 1987a.
- YOUNG, D. S. - *Indicator Kriging for unit vectors: Rock joint orientations*. *Mathematical Geology*, New York, 19(6): 481-501, 1987b.