

Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Elétrica

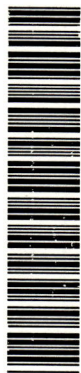
**O MÉTODO DE NEWTON MODIFICADO-LAGRANGEANA
AUMENTADA PARA O FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO**

Karen Langona

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos parciais para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

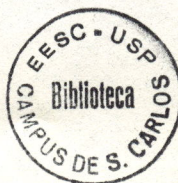
Orientador: Prof. Dr. Geraldo Roberto M. da Costa

DEDALUS - Acervo - EESC



31100035676

São Carlos
1994



Class. Tese - E95C
Cutt. 12967
Tombo 127/94

Eng. Elétrica

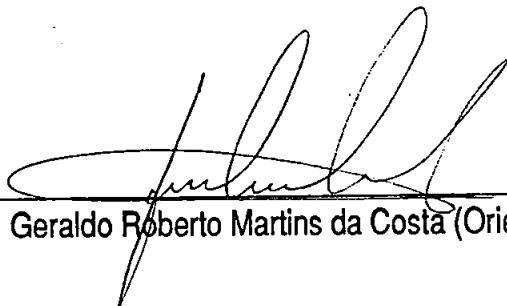
31100035676

st 0739795

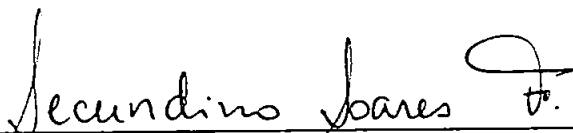


FOLHA DE APROVAÇÃO

Dissertação defendida e aprovada em 30/8/1994
pela Comissão Julgadora:



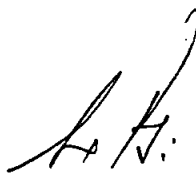
Prof. Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa (Orientador) - EESC-USP



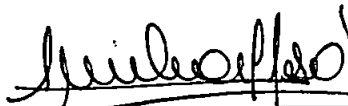
Prof. Dr. Secundino Soares Filho - UNICAMP



Prof. Dr. Anésio dos Santos Junior - UNICAMP



Presidente da CPG
Prof. Dr. Jurandy Povinelli



Coordenador da Área
Prof. Dr. Amilcar Careli Cesar

Aos meus queridos pais,
Alcides e Míria,
por todo incentivo e apoio.

AGRADECIMENTOS

Ao prof. Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa, pela orientação e compreensão, elementos estes indispensáveis para a realização deste trabalho.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica da EESC/USP/São Carlos e do Departamento de Computação UNESP/Bauru pela colaboração.

Aos colegas da pós-graduação: Achilles, Alceu, Amarildo, Arcélio, Armando, Ben-Hur, Celso, Edson, Jorge, Kitty, Makoto, Sérgio, Simone e outros pela amizade.

Aos professores Remo e Sementille pelas brincadeiras e valiosas discussões.

À FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa - pelos equipamentos cedidos ao Projeto Temático de Equipe processo no. 90/3611-7.

À UNESP - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - pela parcial ajuda financeira.

À minha irmã Janáina e meu futuro cunhado Luciano pela amizade.

À minha tia Alzira pelas correções e sugestões.

Às amigas Ângela, Carla e Jacilene pela convivência.

Ao meu amigo Evandro, pela acolhida e troca de idéias.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	vi
LISTA DE TABELAS.....	vii
LISTA DE SÍMBOLOS.....	viii
RESUMO.....	ix
ABSTRACT.....	x
1. INTRODUÇÃO	
1.1 Introdução.....	11
1.2 Objetivos.....	12
1.3 Organização do trabalho.....	12
2. REVISÃO SUMÁRIA DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO	
2.1 Histórico.....	14
3. AS ABORDAGENS DO MÉTODO DE NEWTON	
3.1 Introdução.....	18
3.2 O Método de Newton.....	19
3.3 O Método da Lagrangeana Aumentada.....	22
3.4 O Método Dual-Newton.....	25
3.5 O Método de Newton Modificado.....	27
4. O MÉTODO DE NEWTON MODIFICADO E A LAGRANGEANA AUMENTADA	
4.1 Introdução.....	29
4.2 A Formulação do Problema de Fluxo de Potência Ótimo.....	31

4.2.1 Algoritmo Simplificado.....	34
4.3 A Estrutura da Matriz Lagrangeana.....	35
4.4 Implementação Computacional.....	39
5. TESTES E RESULTADOS	
5.1 Introdução.....	42
5.2 Caso 1	43
5.3 Resolução do Problema de Fluxo de Potência.....	46
5.3.1 Sistema de 3 barras.....	47
5.3.2 Sistema AEP14.....	53
5.3.3 Sistema AEP30.....	60
5.3.4 Sistema AEP57.....	69
6. COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES.....	84
BIBLIOGRAFIA.....	86
APÊNDICE 1	1

LISTA DE FIGURAS

Figura 4.1 - Rede elétrica com 3 barras e 2 linhas de transmissão	36
Figura 5.1 - Rede elétrica de 3 barras.....	47
Figura 5.2 - AEP14.....	53
Figura 5.3 - AEP30	60
Figura 5.4 - AEP57	70

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Características dos sistemas elétricos	38
Tabela 4.2 - Número de operações aritméticas na fatoração por submatrizes e por elementos	38
Tabela 5.1 - Sumário dos cálculos do método proposto aplicado ao problema 5.1 para ponto inicial infactível.....	44
Tabela 5.2 - Sumário dos cálculos do método proposto aplicado ao problema 5.1 para ponto inicial factível.....	45
Tabela 5.3 - Sumário dos cálculos do método proposto aplicado ao sistema de 3 barras.....	48
Tabela 5.4 - Estado inicial do sistema AEP14.....	54
Tabela 5.5 - Estado final do sistema AEP14.....	57
Tabela 5.6 - Estado inicial do sistema AEP30.....	61
Tabela 5.7 - Estado final do sistema AEP30.....	65
Tabela 5.8 - Estado inicial do sistema AEP57.....	71
Tabela 5.9 - Estado final do sistema AEP57.....	77

LISTA DE SÍMBOLOS

- BC - barra de carga
 CR - barra de controle de reativo
 A^{\max} - limite máximo da grandeza A
 A^{\min} - limite mínimo da grandeza A
 nb - número de barras da rede elétrica
 nbc - número de barras de carga da rede elétrica
 nbcr - número de barras de controle de reativos da rede elétrica
 nbg - número de barras de geração da rede elétrica
 nl - número de linhas de transmissão da rede elétrica
 nt - número de transformadores com tap variável
 P_i - injeção líquida de potência ativa na barra i
 P_i^e - potência ativa especificada na barra i
 P_{fi} - maior fluxo de potência ativa no ramo i
 Q_{fkl} - fluxo de potência reativa da barra k para a barra l
 Q_{flk} - fluxo de potência reativa da barra l para a barra k
 Q_i - injeção líquida de potência reativa na barra i
 Q_i^e - potência reativa especificada na barra i
 t - vetor dos taps dos transformadores
 V - vetor das magnitudes das tensões
 θ - vetor dos ângulos das tensões
 Ω - vizinhança
 λ - vetor dos multiplicadores de Lagrange para restrições de igualdade
 μ - vetor dos multiplicadores de Lagrange para restrições de desigualdade
 v - vetor do fator de penalidade associado às restrições violadas

RESUMO

Neste trabalho é proposta uma nova abordagem do Método de Newton Modificado associado à Função Lagrangeana Aumentada na resolução de problemas de programação não linear. Esta é usada para a resolução do problema de fluxo de potência ótimo (FPO) em sistemas de energia elétrica. A formulação geral do problema de fluxo de potência ótimo é apresentada. A esparsidade da matriz Lagrangeana é discutida e o processo de fatoração é feito por elementos e não por submatrizes. Os resultados obtidos com a simulação de quatro sistemas testes: 3 barras, AEP14, AEP30 e AEP57 são apresentados.

Palavras-chave: programação não linear, esparsidade, sistemas de potência

ABSTRACT

In this literature, it is purposed a new approach of Newton Modified Method associated to the Aumented Lagrangian Function for the solution of nonlinear programming problems. This is used to solve the problem of optimal power flow in electric power systems. The general formulation of optimal power flow (OPF) problem is presented. The sparses of Lagrangian matrix is discussed and the factoration process is done by elements not by submatrices. The results obtained with the simulation of four test systems: 3 buses, AEP14, AEP30 and AEP57 are presented.

Keywords: nonlinear programming, sparsity, power systems

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1) Introdução

As empresas concessionárias de energia elétrica encontram-se frente a um grande desafio: o de se tornarem mais eficientes. Esta eficiência depende em parte, da inovação dos programas computacionais utilizados no controle e planejamento dos sistemas de energia elétrica. Um destes programas computacionais é o fluxo de potência ótimo. Um fluxo de potência convencional resolve um conjunto de equações representando a transmissão, a geração e a demanda do sistema e fornece como resposta, o estado da rede, isto é, a tensão fasorial de cada barra e os "taps" dos transformadores. A partir do estado da rede, outras grandezas de interesse podem ser calculadas, como: os fluxos de potência ativa e reativa das linhas de transmissão e dos transformadores, as gerações de potência reativa das barras de controle de reativos, a geração de potência ativa na barra de referência ("slack"), as perdas de potência ativa do sistema, etc. Esta solução é considerada aceitável, quando as variáveis do sistema estiverem dentro de seus limites e o sistema possuir boas condições operacionais. Mas, o fluxo de potência não otimiza automaticamente nenhuma função objetivo, como por exemplo: perdas de potência ativa na transmissão que podem ser obtidas somente por um processo de tentativas e erros, uma vez que, é a partir da sensibilidade adquirida sobre o sistema que se consegue atingir este objetivo. O fluxo de potência ótimo é o instrumento ideal para resolver as equações do fluxo de potência e ajustar simultaneamente, de maneira ótima, todas as variáveis de controle

do sistema, satisfazendo algum critério pré-estabelecido. O fluxo de potência ótimo é um problema de otimização não linear com função objetivo, na maioria das vezes, não separável, não convexo, tendo algumas de suas variáveis natureza discreta o que não será levado em conta neste trabalho.

1.2) Objetivos

Desde o início da década de 60 quando o fluxo de potência ótimo foi proposto [1] muitos trabalhos foram publicados na tentativa de resolvê-lo [2-5]. Apesar de todo o empenho dos pesquisadores, até o momento não existe uma metodologia, realmente robusta, confiável e rápida que atenda às necessidades dos centros de operação. Huneault & Galiana [6] realizaram um amplo estudo das metodologias empregadas na resolução do problema de fluxo de potência ótimo.

É objetivo deste trabalho propor uma nova abordagem metodológica para a resolução do fluxo de potência ótimo. A Função Lagrangeana Aumentada associada ao problema do fluxo de potência ótimo é resolvida pelo Método de Newton Modificado. A resolução do sistema linearizado será elemento a elemento e não em blocos como proposto em [5,7], o que permitirá uma maior rapidez do processo de solução.

1.3) Organização do trabalho

No capítulo 1, expõe-se o problema do fluxo de potência ótimo e define-se os objetivos deste trabalho.

No capítulo 2, tem-se um breve histórico do problema de fluxo de potência ótimo, com breves citações e discussões de algumas metodologias desenvolvidas na tentativa de resolvê-lo.

No capítulo 3, apresenta-se e discute-se o Método de Newton, o Método da Lagrangeana Aumentada e o Método Dual-Newton. Propõe-se o Método de Newton Modificado associado à Função Lagrangeana Aumentada.

No capítulo 4, aborda-se o tratamento dado à Matriz Lagrangeana, que fugindo do tratamento convencional aborda a matriz por elementos e não por blocos e a implementação computacional da nova abordagem proposta.

No capítulo 5, apresenta-se os resultados obtidas da aplicação da metodologia proposta à exemplos da programação não linear e às redes elétricas de 3, 14, 30 e 57 barras.

Capítulo 2

REVISÃO SUMÁRIA DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

Neste capítulo apresenta-se um resumo das principais publicações referentes à solução do problema de fluxo de potência ótimo.

2.1) Histórico

As primeiras citações do problema de fluxo de potência ótimo datam do final da década de 50 e início da década de 60, onde pode-se destacar o trabalho de Carpentier [1]. A formulação proposta por Carpentier provém do problema do Despacho Econômico juntamente com o teorema de Kuhn-Tucker, onde se tem o problema do Despacho Econômico acrescido das restrições de segurança. As equações do fluxo de potência representam o conjunto de restrições de igualdade e as restrições sobre as variáveis do sistema representam o conjunto de restrições de desigualdade.

Assim, tem-se o seguinte modelo matemático:

$$\begin{aligned} \min f(x) & & (2.1) \\ \text{s.a. } G_i(x) &= 0 & i = 1, 2, \dots, m \\ H_k(x) &\leq 0 & k = 1, 2, \dots, r \end{aligned}$$

Pelo teorema de Kuhn-Tucker, o mínimo da função $f(x)$ pode ser alcançado para $\nabla_x L = 0$, onde L é a Função Lagrangeana clássica do problema (2.1),

obtida pela associação dos multiplicadores de Lagrange α_i e β_k às restrições de igualdade e desigualdade respectivamente:

$$L = f(x) + \sum_{i=1}^m \alpha_i G_i(x) + \sum_{k=1}^r \beta_k H_k(x) \quad (2.2)$$

Para resolver o sistema $\nabla_x L = 0$, Carpentier usou o método de Gauss-Seidel.

Verificando a dificuldade de resolução do problema formulado por Carpentier com adição das restrições de segurança, constata-se que passadas 3 décadas de sua proposta inicial, muitos pesquisadores se empenharam na tentativa de resolvê-lo através do desenvolvimento e testes de novas técnicas matemáticas e mesmo com formulações mais eficientes do problema sem, no entanto, obterem resultados satisfatórios.

As técnicas de gradiente foram as primeiras abordagens propostas para se resolver o problema de fluxo de potência ótimo. Dommel e Tinney [2] propuseram o método do gradiente reduzido para resolver o problema de fluxo de potência ótimo. Tal método consiste num algoritmo de passo descendente aplicado ao subespaço tangente das equações não lineares do fluxo de potência. É um método no qual após mudanças nas variáveis de controle, as equações do fluxo de potência são resolvidas pelo Método de Newton. As restrições de desigualdade associadas às variáveis de controle são tratadas por projeção, e as variáveis dependentes ou funcionais por métodos de função penalidades. O método tem uma eficiência de primeira ordem para a minimização da função objetivo. Apesar de seu rigor matemático, esta abordagem apresenta convergência lenta, "zig-zagueando" próxima da solução ótima. Há ainda limitações na determinação do passo nas variáveis de controle e sensibilidade quanto ao tamanho do passo do gradiente, elementos estes, capazes de comprometer o processo de convergência.

Sasson et. al. [3], aplicaram ao fluxo de potência ótimo o Método de Penalidades no qual a função objetivo é penalizada tanto para as restrições de igualdade como para as restrições de desigualdade. Apesar do aumento da não linearidade do problema, foi possível a utilização de "pacotes" computacionais de otimização já desenvolvidos. É uma técnica quadrática onde as variáveis são todas atualizadas simultaneamente, usando a matriz Hessiana da função objetivo penalizada.

A cada passo do método a matriz Hessiana é calculada, e recebe influência direta dos valores dos fatores de penalidade, assim, para valores altos dos fatores de penalidades a matriz Hessiana pode se tornar mal condicionada. Este foi o primeiro trabalho a utilizar a matriz Hessiana na resolução do problema de fluxo de potência ótimo.

As técnicas de programação quadrática sucessiva, propostas por volta de 1980 para resolver o problema de fluxo de potência ótimo, utilizam as derivadas de segunda ordem para melhorar o processo de convergência das abordagens do gradiente. A cada passo do processo iterativo, a função objetivo é aproximada por uma função quadrática, e as restrições são aproximadas por um conjunto de restrições linearizadas. Nesta linha pode-se destacar o trabalho de Burchett et. al. [4].

As abordagens de programação não linear baseadas nas técnicas de Kuhn-Tucker, tentam resolver o problema de fluxo de potência ótimo encontrando diretamente as condições de otimalidade de Kuhn-Tucker. Sun et al. [5] propuseram uma abordagem de Newton combinada com Kuhn-Tucker, onde a função objetivo é aproximada por uma função quadrática e restrições lineares permitindo o uso de técnicas de esparsidade avançadas. A inovação proposta pelo algoritmo de Sun permite que a estrutura esparsa do sistema não seja afetada pela função penalidade que é usada para levar o conjunto de restrições à factibilidade. O problema pode ser decomposto em um subproblema de potência ativa e um subproblema de potência reativa. O desafio no desenvolvimento do algoritmo é identificar o conjunto de restrições de desigualdade ativas na solução, exigindo portanto algumas heurísticas na resolução do problema.

No trabalho de Santos et al. [8], o problema de fluxo de potência ótimo é resolvido pelo Método da Lagrangeana Aumentada, onde a Função Lagrangeana Aumentada trata todas as restrições por um Método Dual, através da associação das restrições de igualdade e desigualdade à variáveis duais e fatores de penalidade quadráticos. Pode-se verificar um grande número de iterações para a convergência do processo de otimização e o aumento acentuado dos fatores de penalidade pode tornar a matriz Hessiana mal condicionada.

A programação linear é usada para resolver problemas envolvendo função objetivo e restrições lineares. É aplicável aos problemas não lineares pela aproximação linear da função objetivo e das restrições. Em particular as considerações para a linearização não são válidas para otimização de reativos e são

impraticáveis na minimização das perdas de potência ativa na transmissão [9]. Estas técnicas são geralmente aplicadas em problemas reprogramáveis de potência ativa, nos quais a controlabilidade das quantidades são programadas para cumprir com os limites de carregamento das linhas de transmissão do sistema e ainda outras restrições de transferência. Contudo, as abordagens da programação linear fornecem soluções geralmente diferentes da solução exata do fluxo de potência ótimo [10], e as soluções podem subitamente pular de um vértice para outro, criando descontinuidades que são indesejáveis no controle em tempo real. Recentemente devido a eficiência do mais novo dos métodos dos pontos interiores para solução de problemas lineares, eles se tornaram candidatos para muitas aplicações, inclusive no problema de fluxo de potência ótimo, o qual foi proposto em [8]. Embora a mais recente literatura dos métodos de pontos interiores tenha surgido no início dos anos 50, o despontar do estudo de pontos interiores somente ocorreu em 1984 quando Karmarkar [11] anunciou seu algoritmo tempo-polinomial para programação linear.

Capítulo 3

AS ABORDAGENS DO MÉTODO DE NEWTON

Neste capítulo apresenta-se e discute-se alguns trabalhos que propõem a solução do problema de fluxo de potência ótimo os quais serviram de base para o desenvolvimento do Método de Newton Modificado na resolução do problema.

3.1) Introdução

O fluxo de potência ótimo é um problema de otimização com função objetivo e restrições, normalmente, não lineares e não convexas. O problema pode ser apresentado como:

$$\begin{aligned}
 & \min_x f(x) \\
 & \text{s. a. } g_i(x) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m < n \\
 & \quad h_j(x) \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, r \\
 & \quad x_{\min} \leq x \leq x_{\max}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

onde :

$x \in \mathcal{R}^n$ tal que $x = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]^t$ vetor das variáveis de estado e de controle do sistema;

$f(x)$ - função objetivo que representa o desempenho do sistema;

$g_i(x)$ - equações do fluxo de potência;

$h_j(x)$ - inequações funcionais do fluxo de potência;

x_{\min} , x_{\max} - limites das variáveis de estado e de controle.

As restrições de igualdade representam as equações do fluxo de potência e as restrições de desigualdade representam os limites de operação das variáveis de controle (limites mínimos e máximos das fontes P e Q, limites de tensão e "tap" dos transformadores) e variáveis funcionais (fluxos nas linhas).

3.2) O Método de Newton

O Método de Newton para o problema de fluxo de potência ótimo, foi proposto por Sun et. al. [5], o qual combina o método dos multiplicadores de Lagrange para as restrições de igualdade e algumas desigualdades e o método de função penalidade quadrática, para as demais restrições de desigualdade.

No Método de Newton as restrições de desigualdade são incorporadas à função objetivo do problema original (3.1) através dos multiplicadores de Lagrange e de uma função penalidade quadrática. Assim, as restrições de desigualdade passam a ser divididas em 2 grupos:

- *Restrições penalizadas*: que são introduzidas à função objetivo através de fatores de penalidade;
- *Restrições ativas na solução*: que são incorporadas ao conjunto de restrições de igualdade (equações do fluxo de potência).

Estas restrições, aplicadas ao problema (3.1), resultam no seguinte problema modificado:

$$\begin{aligned} \min \quad & F(x) = f(x) + \sum_i \alpha_i \\ \text{s. a.} \quad & G_k(x) = 0 \quad k = 1, 2, \dots, m, m+1, \dots, b \leq r+m \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde:

$$x = [t_1, t_2, \dots, \theta_1, \theta_2, \dots, V_1, V_2, \dots]^t$$

- α_i - é o conjunto das restrições de desigualdade violadas associadas com fatores de penalidade.;
- $G_k(x)$ - equações do fluxo de potência e das desigualdades ativas na solução (Q).

Transformando-se o problema (3.2) em um problema irrestrito, tem-se:

$$L(x, \lambda) = F(x) + \sum_{k=1}^b \lambda_k G_k(x) \quad (3.3)$$

onde:

λ_k : multiplicador de Lagrange.

O processo consiste em se determinar valores para x e λ , tal que as condições necessárias de otimalidade sobre a Função Lagrangeana, sejam satisfeitas.

Assim:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \nabla_x L = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \nabla_\lambda L = 0$$

A solução do sistema (3.4) pode ser obtida pelo Método de Newton que em sua forma matricial é dado por:

$$\begin{bmatrix} H & J^t \\ J & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L \\ G(x) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

onde :

$$\begin{aligned} H &= \nabla_{xx}^2 L && - && \text{matriz Hessiana;} \\ J &= \nabla_{\lambda x}^2 L = \nabla_x G(x) && - && \text{matriz Jacobiana.} \end{aligned}$$

A matriz Hessiana é simétrica formada pelas derivadas parciais de segunda ordem da Função Lagrangeana com relação as variáveis x .

A matriz Jacobiana é formada pelas derivadas parciais de segunda ordem da Função Lagrangeana com relação as variáveis x e com relação aos multiplicadores λ .

O sistema dado em (3.5), pode ser representado de forma simplificada por:

$$W \cdot \Delta z = -b \quad (3.6)$$

onde:

- W - matriz Lagrangeana.
- Δz - vetor de correções nas variáveis x e multiplicadores λ .
- b - vetor gradiente da Função Lagrangeana.

O vetor gradiente da Função Lagrangeana é formado pelas derivadas parciais de primeira ordem da Função Lagrangeana com relação as variáveis x e λ .

Da solução do sistema (3.6) realiza-se as seguintes atualizações:

$$\begin{aligned} x^{k+1} &= x^k + \Delta x^k \\ \lambda^{k+1} &= \lambda^k + \Delta \lambda^k \end{aligned} \quad (3.7)$$

O mínimo da função objetivo será atingido quando os novos valores obtidos em (3.7) para x e λ satisfizerem as condições de Kuhn-Tucker para o problema original, onde:

Os erros para todas as equações do fluxo de carga estejam dentro da tolerância permitida.

As restrições de desigualdade sejam atendidas.

A projeção do gradiente da Função Lagrangeana na região factível seja zero ou dentro da tolerância permitida.

A projeção da matriz Hessiana na região factível seja definida positiva.

Caso os novos valores de x e λ não atendam as condições de Kuhn-Tucker, o conjunto de restrições $G_k(x)$ será modificado. As restrições de desigualdade relacionadas com as fontes de despacho de reativo que não violam seus limites são removidas do conjunto $G_k(x)$ e as que violam, são incorporadas.

Tem-se portanto a resolução de uma seqüência de problemas irrestritos, tais como em (3.3) até que as condições de Kuhn-Tucker sejam satisfeitas.

Trata-se de um processo iterativo onde a matriz Lagrangeana tem seus valores recalculados a cada nova iteração, verificando-se um grande esforço computacional no cálculo e resolução do problema (3.6).

Observa-se as seguintes dificuldades apresentadas pelo método:

- determinação das restrições de desigualdade ativas na solução.
- a introdução de fatores de penalidade na função objetivo, que tem por finalidade aumentar o rigor com o qual a restrição deve ser satisfeita, pode tornar a matriz Lagrangeana mal condicionada caso estes fatores apresentem crescimento acentuado.

3.3) O Método da Lagrangeana Aumentada

O Método da Lagrangeana Aumentada para a resolução do problema de fluxo de potência ótimo foi proposto por Santos et. al. [8], onde verifica-se que o problema (3.1) ao ser resolvido pelo Método de Newton, é transformado numa sequência de problemas irrestritos, trabalhando-se com a Função Lagrangeana Aumentada.

Se este problema de programação não linear for analisado em termos de Função Lagrangeana, poderá existir um "gap" de dualidade. Este "gap" pode ser removido pela utilização da Lagrangeana Aumentada a qual envolve termos de penalidades quadráticos. O problema dual modificado consiste em maximizar uma função côncava dos multiplicadores de Lagrange e uma variável adicional a qual é o parâmetro de penalidade.

Se o máximo do problema dual for atingido, a solução ótima obtida para o primal será um ponto de sela da Lagrangeana Aumentada.

O Método da Lagrangeana Aumentada também é conhecido como método dos multiplicadores e penalidades, já que à cada restrição é associado um multiplicador de Lagrange e um fator de penalidade quadrático, inclusive às restrições de igualdade.

Desta forma o problema (3.1) pode ser transformado no seguinte problema equivalente:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) + \frac{1}{2}v(h'_j(x) + z_j^2)^2 \\ \text{s.a.} \quad & g_i(x) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m < n \\ & h'_j(x) + z_j^2 = 0 \quad j = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \quad (3.8)$$

onde se tem um problema somente com restrições de igualdade, já que uma variável de folga (z_j^2) foi introduzida.

O problema (3.8) que apresenta apenas restrições de igualdade, tem Função Lagrangeana clássica, dada por:

$$\begin{aligned} e_j &= z_j^2 \\ L(x, \lambda, \mu) &= f(x) + \frac{1}{2}v \sum_{j=1}^{r+n} (h'_j(x) + e_j)^2 + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x) + \sum_{j=1}^{r+n} \mu_j (h'_j(x) + e_j) \end{aligned} \quad (3.9)$$

onde:

λ_i, μ_j - multiplicadores de Lagrange para as restrições de igualdade e desigualdade respectivamente.
 $h'(x)$: restrições de desigualdade, limites das variáveis.

Ao problema (3.9) introduzimos os fatores de penalidade relacionados a todas as restrições de igualdade e desigualdade, obtendo-se a seguinte Função Lagrangeana Aumentada:

$$L_a(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_{i=1}^m (\lambda_i g_i(x) + \frac{1}{2}\omega g_i^2(x)) + \sum_{j=1}^{r+n} (\mu_j (h'_j(x) + e_j) + \frac{1}{2}v(h'_j(x) + e_j)^2) \quad (3.10)$$

onde:

ω, v : fatores de penalidades para restrições de igualdade e desigualdade respectivamente.

Minimizando a Função Lagrangeana obtida em (3.10) com relação a variável de folga (e_j), temos que satisfazer as condições de Kuhn-Tucker, onde:

$$\frac{\partial La}{\partial e_j} = 0$$

que fornece a seguinte solução:

$$e_j = \begin{cases} -h_j(x) - \frac{\mu_j}{v} & \text{se } -h_j(x) - \frac{\mu_j}{v} \geq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.11)$$

ou

$$e_j = \max \left\{ 0, -h_j(x) - \frac{\mu_j}{v} \right\}$$

Substituindo as relações obtidas em (3.11) na equação (3.10), obtém-se a Função Lagrangeana Aumentada:

$$La(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_{i=1}^m (\lambda_i g_i(x) + \frac{1}{2} \omega g_i^2(x)) + \begin{cases} \mu_j h_j(x) + \frac{1}{2} v h_j^2(x) & \text{se } h_j(x) \geq -\frac{\mu_j}{v} \\ -\frac{\mu_j^2}{2v} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.12)$$

O processo consiste em se determinar valores para x , tal que as condições necessárias de otimalidade sobre a Função Lagrangeana, sejam satisfeitas. Assim:

$$\frac{\partial La}{\partial x} = \nabla_x La = 0 \quad (3.13)$$

A solução do sistema (3.13) pode ser obtida pelo Método de Newton que em sua forma matricial, é dado por:

$$[\nabla_{xx}^2 La] [\Delta x] = -[\nabla_x La] \quad (3.14)$$

Da solução do sistema (3.14), atualizam-se as variáveis, os multiplicadores de Lagrange e os fatores de penalidade por:

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k$$

$$\lambda^{k+1} = \lambda^k + \omega^k g(x^{k+1})$$

$$\mu_j^{k+1} = \begin{cases} \mu_j^k + v h_j(x^{k+1}), & \text{se } h_j(x^{k+1}) \geq -\frac{\mu_j^k}{v^k} \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (3.15)$$

$$\omega^{k+1} > \omega^k$$

$$v^{k+1} > v^k$$

O mínimo da função objetivo será atingido quando os novos valores obtidos em (3.15) para x e μ satisfizerem as condições de Kuhn-Tucker.

É um método infactível, o qual caminha pela região infactível do problema, trata de forma unificada as restrições de igualdade e desigualdade evitando aspectos críticos com relação a determinação das restrições "binding" e apresenta como principal vantagem o monitoramento do crescimento dos fatores de penalidade evitando que ocorra o mal condicionamento da matriz Hessiana.

3.4) O Método Dual - Newton

Verifica-se do Método da Lagrangeana Aumentada que as restrições de igualdade podem ser tratadas diretamente pelo Método de Newton diminuindo, assim, a não linearidade ocasionada pelos fatores de penalidade quadráticos dessas restrições. Esta abordagem foi chamada de Dual-Newton.

O Método Dual-Newton associa a Função Lagrangeana Aumentada ao Método de Newton, onde as restrições de igualdade são tratadas pelo Método de Newton e as restrições de desigualdade pela Função Lagrangeana Aumentada. Esta abordagem foi proposta no trabalho de Costa [12].

Na equação (3.10) elimina-se o fator de penalidade associado com as restrições de igualdade.

Assim, a Função Lagrangeana Aumentada fica:

$$La(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x) + \sum_{j=1}^{r+n} \mu_j (h'_j(x) + e_j) + \frac{1}{2} v \sum_{j=1}^r (h'_j(x) + e_j)^2 \quad (3.16)$$

Com procedimento análogo ao de Santos et al. [8], minimiza-se a Função Lagrangeana Aumentada obtida em (3.16) com relação a variável de folga (e_j).

As relações obtidas em (3.11) substituídas no problema (3.16), levam à seguinte Função Lagrangeana Aumentada:

$$La(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x) + \sum \begin{cases} \mu_j h'_j(x) + \frac{1}{2} v h_j'^2(x) & \text{se } h'_j(x) \geq -\frac{\mu_j}{v} \\ -\frac{\mu_j^2}{2v} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.17)$$

Aplicando-se as condições necessárias de otimalidade ao problema Lagrangeano, tem-se:

$$\begin{aligned} \nabla_x La &= 0 \\ \nabla_\lambda La &= 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

A solução do sistema (3.18) pode ser obtida pelo Método de Newton que em sua forma matricial, é dado por:

$$\begin{bmatrix} H & J^t \\ J & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x La \\ g(x) \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

A cada iteração Δx e $\Delta \lambda$ determinados atualizarão as variáveis x e λ respectivamente.

Caso os valores obtidos para x e μ não satisfaçam as condições de Kuhn-Tucker, os multiplicadores e penalidades relacionados com as restrições de desigualdade são atualizados por:

$$\mu_j^{k+1} = \begin{cases} \mu_j^k + v h_j'(x^{k+1}), & \text{se } h_j'(x^{k+1}) \geq -\frac{\mu_j^k}{v} \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (3.20)$$

$$v^{k+1} = \beta v^k \quad \text{onde } \beta > 1$$

A matriz Lagrangeana é recalculada a cada iteração.

O Método Dual-Newton apresenta convergência de segunda ordem, pode partir de pontos ineficazes, monitora o crescimento dos fatores de penalidade evitando assim que ocorra o mal condicionamento da matriz Lagrangeana e trata com simplicidade as restrições de desigualdade.

3.5) O Método de Newton Modificado

No sistema apresentado em (3.19) as informações de primeira ordem são mantidas intactas e as informações de segunda ordem são aproximadas. Assim, a matriz Lagrangeana será simplificada substituindo-se a submatriz H pela submatriz B a qual contém somente os valores da diagonal principal de H . Com tal aproximação, o processo de otimização passa a realizar um maior número de iterações mas, por outro lado, ganha-se em economia de memória e menor número de operações realizadas. Portanto a equação matricial pode ser representada por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{J}^t \\ \mathbf{J} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{L} \mathbf{a} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

onde:

$$\mathbf{B} = \frac{\partial^2 \mathbf{L} \mathbf{a}}{\partial \mathbf{x}^2} = \nabla_{\mathbf{x}\mathbf{x}}^2 \mathbf{L} \mathbf{a} : \quad \begin{array}{l} \text{Matriz Hessiana aproximada,} \\ \text{considerando-se apenas os} \\ \text{elementos diagonais de H} \end{array}$$

Na forma simplificada, o sistema (3.21) é dado por:

$$\mathbf{W}_B \Delta \mathbf{z} = -\mathbf{b} \quad (3.22)$$

A matriz \mathbf{W}_B possui grau de esparsidade maior que a matriz \mathbf{W} (3.6), esta característica ao ser aproveitada por técnicas especiais de tratamento de matrizes esparsas, ocasiona um ganho substancial em memória e tempo de processamento.

Capítulo 4

O MÉTODO DE NEWTON MODIFICADO E A LAGRANGEANA AUMENTADA

Neste capítulo formula-se o problema de fluxo de potência ótimo. Aplica-se o Método de Newton Modificado associado à Função Lagrangeana Aumentada para a resolução do fluxo de potência ótimo. A estrutura da matriz Lagrangeana e a implementação computacional do método são discutidas.

4.1) Introdução

O problema de fluxo de potência ótimo é formulado à partir do problema do fluxo de potência. O cálculo do fluxo de potência, também conhecido por fluxo de carga de uma rede elétrica, consiste na determinação do estado da rede, isto é, da tensão fasorial e dos “taps” dos transformadores. Um conjunto de equações não lineares é obtido pela imposição do princípio da conservação de potência ativa e reativa em cada barra da rede elétrica. A solução deste conjunto de equações fornece o estado da rede.

A formulação básica do problema associa à cada barra da rede elétrica quatro grandezas, sendo duas delas incógnitas e as outras duas especificadas. Assim tem-se, basicamente, as seguintes classificações para as barras:

Barras PQ ou Barras de Carga

especificadas - P e Q

incógnitas - V e θ

Barras PV ou Barras de Geração ou de Controle de Reativos

especificadas - P e V

incógnitas - Q e θ

Barra de Referência

especificadas - V e θ

incógnitas - P e Q

Como o problema de fluxo de potência ótimo, além de resolver o fluxo de potência otimiza algum aspecto do desempenho do sistema, pode-se representá-lo por:

minimizar função (custo de geração, perdas ativas na transmissão, etc)
sujeita a:

Barras de Carga

$$P - P^e = 0$$

$$Q - Q^e = 0$$

$$V^{\min} \leq V \leq V^{\max}$$

Barras de Controle de Reativos

$$P - P^e = 0$$

$$Q^{\min} \leq Q \leq Q^{\max}$$

$$V^{\min} \leq V \leq V^{\max}$$

Barras de Geração

$$P^{\min} \leq P \leq P^{\max}$$

$$Q^{\min} \leq Q \leq Q^{\max}$$

$$V^{\min} \leq V \leq V^{\max}$$

Linhas de Transmissão

$$|P_{\text{fluxo}}| \leq P^{\text{limite}}$$

$$Q_{\text{fluxo}}^{\min} \leq Q_{\text{fluxo}} \leq Q_{\text{fluxo}}^{\max}$$

Transformadores

$$\text{tap}^{\min} \leq \text{tap} \leq \text{tap}^{\max}$$

$$|P_{\text{fluxo}}| \leq P^{\text{limite}}$$

$$Q_{\text{fluxo}}^{\min} \leq Q_{\text{fluxo}} \leq Q_{\text{fluxo}}^{\max}$$

4.2) A Formulação do Problema de Fluxo de Potência Ótimo

Associando ao problema (3.1) as considerações sobre o fluxo de potência ótimo apresentadas na seção anterior obtem-se a seguinte formulação:

$$\min f(t, \theta, V)$$

$$\begin{aligned} \text{s.a.} \quad & P_i(t, \theta, V) - P_i^e = 0 && i = 1, \dots, \text{nbc} + \text{nbc} \\ & Q_i(t, \theta, V) - Q_i^e = 0 && i = 1, \dots, \text{nbc} \\ & P_i^{\min} \leq P_i(t, \theta, V) \leq P_i^{\max} && i = 1, \dots, \text{nbg} \\ & Q_i^{\min} \leq Q_i(t, \theta, V) \leq Q_i^{\max} && i = 1, \dots, \text{nbg} + \text{nbc} \\ & V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} && i = 1, \dots, \text{nb} \\ & |P_{fi}(t, \theta, V)| \leq P_i^{\text{limite}} && i = 1, \dots, \text{nl} + \text{nt} \\ & Q_{fkl}^{\min} \leq Q_{fkl}(t, \theta, V) \leq Q_{fkl}^{\max} \\ & Q_{flk}^{\min} \leq Q_{flk}(t, \theta, V) \leq Q_{flk}^{\max} \\ & t_i^{\min} \leq t_i \leq t_i^{\max} && i = 1, \dots, \text{nt} \end{aligned} \quad (4.1)$$

A Função Lagrangeana Aumentada (3.17) associada ao problema (4.1), tem a seguinte representação:

$$\begin{aligned}
 La = f(t, \theta, V) &+ \sum_{i=1}^{nbc + nbc_r} \lambda_{p_i} \Delta P_i + \sum_{i=1}^{nbc} \lambda_{q_i} \Delta Q_i + \\
 &+ \sum_{i=1}^{nbg} \left\{ \begin{array}{l} \mu_{p_i} \Delta P_i + \frac{1}{2} v \Delta P_i^2 \text{ se } \Delta P_i \geq -\frac{\mu_{p_i}}{v} \\ -\frac{\mu_{p_i}^2}{2v} \text{ caso contrário} \end{array} \right. + \\
 &+ \sum_{i=1}^{nbg + nbc_r} \left\{ \begin{array}{l} \mu_{q_i} \Delta Q_i + \frac{1}{2} v \Delta Q_i^2 \text{ se } \Delta Q_i \geq -\frac{\mu_{q_i}}{v} \\ -\frac{\mu_{q_i}^2}{2v} \text{ caso contrário} \end{array} \right. + \\
 &+ \sum_{i=1}^{nb} \left\{ \begin{array}{l} \mu_{v_i} \Delta V_i + \frac{1}{2} v \Delta V_i^2 \text{ se } \Delta V_i \geq -\frac{\mu_{v_i}}{v} \\ -\frac{\mu_{v_i}^2}{2v} \text{ caso contrário} \end{array} \right. + \\
 &+ \sum_{i=1}^{nl + nt} \left\{ \begin{array}{l} \mu_{p_{fi}} \Delta P_{fi} + \frac{1}{2} v \Delta P_{fi}^2 \text{ se } \Delta P_{fi} \geq -\frac{\mu_{p_{fi}}}{v} \\ -\frac{\mu_{p_{fi}}^2}{2v} \text{ caso contrário} \end{array} \right. +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{i=1}^{n1+nt} \left\{ \begin{array}{l} \mu_{q_{fi}} \Delta Q_{fi} + \frac{1}{2} v \Delta Q_{fi}^2 \text{ se } \Delta Q_{fi} \geq -\frac{\mu_{q_{fi}}}{v} \\ -\frac{\mu_{q_{fi}}^2}{2v} \text{ caso contrário} \end{array} \right. + \\
 & + \sum_{i=1}^{nt} \left\{ \begin{array}{l} \mu_{t_i} \Delta t_i + \frac{1}{2} v \Delta t_i^2 \text{ se } \Delta t_i \geq -\frac{\mu_{t_i}}{v} \\ -\frac{\mu_{t_i}^2}{2v} \text{ caso contrário} \end{array} \right. \tag{4.2}
 \end{aligned}$$

As condições de otimalidade aplicadas à Função Lagrangeana Aumentada, fornecem o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned}
 \nabla_t La &= 0 \\
 \nabla_\theta La &= 0 \\
 \nabla_V La &= 0 \\
 \nabla_\lambda La &= 0
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

que ao ser resolvido pelo Método de Newton Modificado, dá origem ao seguinte sistema matricial:

$\nabla_{tt}^2 La$	0	0	$\nabla_{t\lambda}^2 La$
0	$\nabla_{\theta\theta}^2 La$	0	$\nabla_{\theta\lambda}^2 La$
0	0	$\nabla_{VV}^2 La$	$\nabla_{V\lambda}^2 La$
$\nabla_{\lambda t}^2 La$	$\nabla_{\lambda\theta}^2 La$	$\nabla_{\lambda V}^2 La$	$\nabla_{\lambda\lambda}^2 La$

Δt
$\Delta \theta$
ΔV
$\Delta \lambda$

 $= -$

$\nabla_t La$
$\nabla_\theta La$
$\nabla_V La$
$\nabla_\lambda La$

(4.4)

onde:

$$\nabla_{\lambda\lambda}^2 La = 0$$

A partir dos valores de x e λ atualizados por Δx e $\Delta \lambda$ respectivamente, as condições de Kuhn-Tucker são analisadas, caso tenham sido satisfeitas, a solução foi encontrada, senão os multiplicadores (μ) das restrições violadas e os fatores de penalidade (v) são atualizados pelas regras apresentadas em (3.20), e mais uma iteração é efetuada.

O sistema (4.4) é uma forma explícita do sistema apresentado em (3.22), ou seja, a matriz de coeficientes W_B , o vetor de correções Δz e o termo independente b representado pelo vetor gradiente da Função Lagrangeana em relação as variáveis x e multiplicadores λ .

4.2.1) Algoritmo Simplificado

O problema pode ser resolvido pelo seguinte algoritmo simplificado.

1. Ponto inicial: $z = (x, \lambda)$ e μ
 - x - Estimativa inicial próxima da solução
 - $\lambda = \mu = 0$ ou uma estimativa melhor
2. Calcule o vetor b em z
3. Se as condições de Kuhn-Tucker estão satisfeitas,
o fluxo de potência ótimo está resolvido, caso contrário
4. Atualize μ, v (3.20)
5. Calcule a matriz W_B em z
6. Resolva o sistema: $W_B \cdot \Delta z = -b$
7. Atualize z
8. Retorne ao passo 2

Os valores atribuídos às variáveis (x) como estimativa inicial podem estar na região infactível do problema ou ser uma solução do fluxo de potência. A matriz W_B ao ser calculada em z , deve incluir os valores atualizados de μ e v .

4.3) A Estrutura da Matriz Lagrangeana

Nesta seção discute-se e compara-se a estrutura da matriz Lagrangeana, quando rearranjada em submatrizes de ordem 4 [5,7], com a estrutura da matriz proposta neste trabalho onde a manipulação é feita elemento à elemento.

A estrutura da matriz Lagrangeana do problema (3.1), depende das derivadas de segunda ordem da Função Lagrangeana e da topologia da rede elétrica.

Na maioria dos trabalhos publicados, a matriz Lagrangeana é rearranjada em submatrizes quadradas, para manter a mesma estrutura da matriz admitância, ou matriz incidência, permitindo assim, o uso de técnicas de solução e de esparsidade já conhecidas na resolução de sistemas elétricos de potência.

Para cada barra da rede elétrica tem-se uma submatriz associada, do tipo:

$$\begin{bmatrix} H & J & H & J \\ J & 0 & J & 0 \\ H & J & H & J \\ J & 0 & J & 0 \end{bmatrix}$$

onde:

- H - elemento da matriz Hessiana
- J - elemento da matriz Jacobiana

O exemplo a seguir será utilizado para justificar a resolução do sistema matricial proposto neste trabalho onde se analisa somente o Método de Newton [5].

Para um sistema de três barras, como apresentado na figura 4.1, tem-se então a matriz Lagrangeana (4.5).

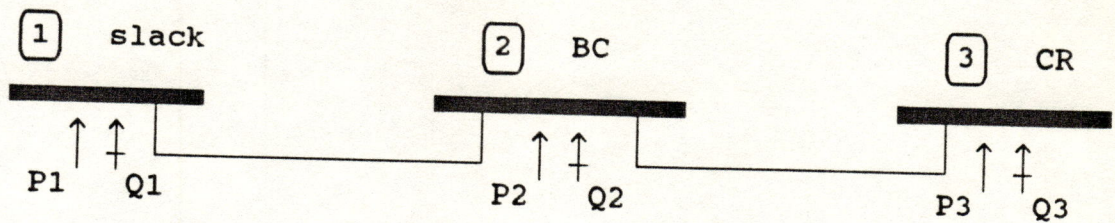


Figura 4.1 - Rede elétrica com 3 barras e 2 linhas de transmissão

$$\begin{array}{c}
 \theta_1 \lambda_{p1} \quad V_1 \lambda_{q1} \quad \theta_2 \lambda_{p2} \quad V_2 \lambda_{q2} \quad \theta_3 \lambda_{p3} \quad V_3 \lambda_{q3} \\
 \left[\begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc}
 \infty & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J \\
 J & \infty & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O \\
 H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J \\
 J & O & J & \infty & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O \\
 \hline
 H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J \\
 J & O & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O \\
 H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J \\
 J & O & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O \\
 \hline
 & & & & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J \\
 & & & & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O \\
 & & & & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J & H & J \\
 & & & & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O & J & O
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

(4.5)

Os elementos nulos decorrem das derivadas parciais de segunda ordem da Função Lagrangeana Aumentada em relação aos multiplicadores λ e quando não há ligação elétrica entre as barras.

Os elementos ∞ são inseridos na diagonal das submatrizes onde se deseja eliminar a equação.

As operações matemáticas entre submatrizes de ordem 4 são computacionalmente onerosas devido à necessidade de inversão das submatrizes da diagonal, e às operações no processo de fatoração. A estrutura em submatrizes não permite o total aproveitamento da esparsidade da matriz.

A matriz Lagrangeana pode ser rearranjada de tal forma que mantem-se a estrutura de matriz admitância por partes, permitindo que as operações sejam feitas entre elementos.

Assim, a matriz Lagrangeana, formada por 3 partes bem definidas:

Elementos de H

Elementos de J

Elementos nulos

ficando da seguinte forma:

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 \theta 1 & V1 & \theta 2 & V2 & \theta 3 & V3 & \lambda p1 & \lambda p2 & \lambda p3 & \lambda q1 & \lambda q2 & \lambda q3 \\
 \left[\begin{array}{cccccccccccc}
 \infty & H & H & H & 0 & 0 & J & J & 0 & J & J & 0 \\
 H & H & H & H & 0 & 0 & J & J & 0 & J & J & 0 \\
 H & H & H & H & H & H & J & J & J & J & J & J \\
 H & H & H & H & H & H & J & J & J & J & J & J \\
 0 & 0 & H & H & H & H & 0 & J & J & 0 & J & J \\
 0 & 0 & H & H & H & H & 0 & J & J & 0 & J & J \\
 J & J & J & J & 0 & 0 & \infty & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 J & J & J & J & J & J & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & J & J & J & J & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 J & J & J & J & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \infty & 0 & 0 \\
 J & J & J & J & J & J & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & J & J & J & J & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \infty
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

(4.6)

Tal estrutura permite que a esparsidade da matriz Lagrangeana seja melhor explorada, gerando, assim, menor número de elementos "fill-in". Deve-se apenas tomar cuidado para que os elementos nulos da diagonal não participem do processo de fatoração, até que um elemento "fill-in" seja criado nesta posição.

Testes foram realizados em três sistemas elétricos para comprovar a eficiência desta nova técnica de resolução. A tabela 4.1 resume suas principais características.

Tabela 4.1 - Características dos Sistemas Elétricos

	sistema 1	sistema 2	sistema 3
número de barras	3	14	30
número de linhas	2	20	41

Os testes determinam o número de operações aritméticas no processo de fatoração para os três casos. Primeiro através da fatoração por submatrizes quadradas de ordem 4 e em seguida para o método proposto por este trabalho, que resolve o sistema através da fatoração por elementos. O método de esparsidade utilizado para comparação foi o da bi-fatoração.[15] Todas as operações aritméticas adicionais à bi-fatoração como, na atualização das variáveis, no cálculo dos elementos que compõem o sistema matricial, nas penalizações e outros, não são computadas para efeito de análise já que estas são comuns para ambos os casos. Os números apresentados na tabela 4.2 correspondem somente a uma iteração na determinação do vetor de correções.

Tabela 4.2 - Número de operações aritméticas na fatoração por submatrizes e por elementos

Sistemas	Submatrizes	Elementos
1	1830	630
2	21704	7470
3	41038	14118

Ao se trabalhar com elementos pode-se verificar no processo de fatoração uma considerável redução das operações aritméticas realizadas. Conseqüentemente diminui-se o tempo de processamento e a memória utilizada. O processo de convergência fica inalterado, já que nos dois casos chega-se praticamente à mesma solução, porém com esforços computacionais bem distintos. O menor número de operações melhora o resultado devido aos problemas de truncamento

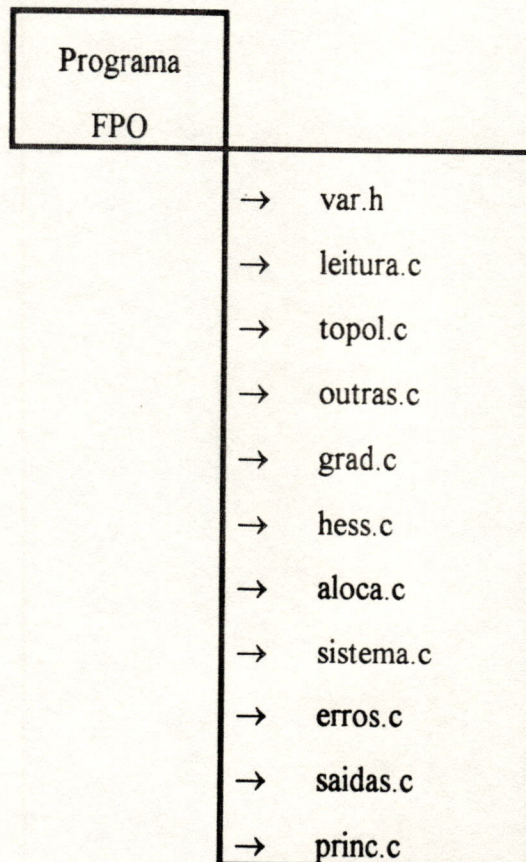
normais em um processo numérico iterativo. A grande vantagem desta técnica está na sua aplicação em grandes sistemas elétricos de potência onde se pode ter sistemas de 2000 barras ou mais evitando-se milhões de operações desnecessárias.

Estes resultados motivaram a resolução do sistema (4.4) elemento à elemento ao invés de submatrizes.

4.4) Implementação Computacional

A implementação computacional da metodologia proposta, foi desenvolvida em linguagem C, utilizando-se equipamentos SPARC STATION SUN, do Laboratório de Análise Computacional - LACO - do Departamento de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos - EESC/USP.

O programa está dividido em 11 módulos a saber:



var.h : inclusão de bibliotecas de funções da Linguagem C, declaração de constantes e variáveis globais. Este módulo é utilizado por todos os demais, por conter as estruturas de dados globais à implementação.

leitura.c : rotinas relacionadas com a leitura das informações contidas nos bancos de dados, referentes às barras, linhas de transmissão e limites de tensão e fluxos de reativo. Os bancos de dados são arquivos textos que fornecem as informações iniciais sobre a rede elétrica.

topol.c : rotina que descreve a topologia da rede elétrica, isto é, descreve as ligações existentes entre as barras do sistema.

outras.c : rotinas de inicialização e preparo das estruturas de dados utilizadas e de atualização dos multiplicadores e fatores de penalidade durante o processo de solução.

grad.c : rotinas relacionadas com o cálculo das derivadas de primeira ordem da Função Lagrangeana Aumentada (gradiente da função) em relação as variáveis do sistema.

hess.h : rotinas relacionadas com o cálculo das derivadas de segunda ordem da Função Lagrangeana Aumentada em relação as variáveis do sistema.

aloca.c : rotinas relacionadas com a montagem da estrutura da matriz Lagrangeana e alocação dos elementos da matriz em suas respectivas posições.

sistema.c : rotinas da implementação do método da bi-fatoração.

erro.c : rotinas relacionadas com o cálculo dos "erros" que possibilitam a verificação do processo de convergência.

saídas.c : rotinas relacionadas com a saída dos resultados gerados pelo programa. Saídas estas em vídeo ou arquivo de dados.

princ.c : função principal do programa.

As características de esparsidade da matriz Lagrangeana justificam seu armazenamento de forma compacta e dinâmica. Isto significa que apenas os elementos não nulos são armazenados com auxílio de um conjunto de vetores e de estruturas de alocação dinâmica, tais como: listas e árvores binárias.

Além do aprimoramento computacional, técnicas de esparsidade são empregadas buscando assim uma maior eficiência da implementação, através desta ferramenta matemática.

Ao se empregar programação modular pode-se evidenciar os seguintes aspectos computacionais:

- facilidade de manuseio durante a implementação.
- ganho de tempo de compilação e “linkedição”, já que as rotinas não alteradas, mantém seus códigos objetos inalterados.
- fácil inclusão e/ou substituição de novos módulos em tempos futuros.

Capítulo 5

TESTES E RESULTADOS

Neste capítulo tem-se os resultados obtidos da aplicação da metodologia proposta em um problema matemático exemplo e em sistemas elétricos de 3, 14, 30 e 57 barras.

5.1) Introdução

Para comprovar a eficiência da teoria desenvolvida neste trabalho, 2 casos foram considerados:

Caso 1:

Um problema de programação não linear onde minimiza-se a função $f(x)$ sujeita à uma restrição de igualdade $g(x) = 0$ e uma restrição de desigualdade $h(x) \leq 0$ partindo-se de pontos iniciais factíveis e infactíveis.

Caso 2:

O problema de fluxo de potência ótimo é resolvido para a função objetivo de minimização de perdas de potência ativa na transmissão nos sistemas de 3, 14, 30 e 57 barras.

O problema de fluxo de potência ótimo é resolvido para a função objetivo de minimização de perdas de potência ativa na transmissão nos sistemas de 3, 14, 30 e 57 barras.

5.2) Caso 1

Seja o seguinte problema:

$$\begin{aligned} \min f(x) &= (x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2 && (5.1) \\ \text{s. a.} & \quad x_1 + x_2 - 3 = 0 \\ & \quad x_1^2 - x_2 \leq 0 \end{aligned}$$

Tomando-se primeiramente o ponto inicial $x_1 = 2,000$ e $x_2 = 2,000$ que encontra-se na região infactível do problema, e associando à este ponto os multiplicadores de Lagrange $\lambda = \mu = 0$, fator de penalidade inicial $v = 2,000$, incremento do fator de penalidade $\beta = 1,01$ e tolerância de convergência na ordem de 10^{-1} , obteve-se os valores apresentados na tabela 5.1.

Partindo-se, agora, do ponto inicial $x_1 = 0,500$ e $x_2 = 2,500$ que encontra-se na região factível do problema e para os mesmos valores iniciais dos multiplicadores de Lagrange, fator de penalidades, incremento do fator de penalidade e tolerância de convergência tomados anteriormente, obteve-se os valores apresentados na tabela 5.2.

Tabela 5.1 - Sumário dos cálculos do método proposto aplicado ao problema 5.1 para ponto inicial infactível

k	x f(x)	∇La	Matriz Lagrangeana	h(x)	μ	v	g(x)	λ
0	(2,000, 2,000) 4,000	$\begin{bmatrix} 12,000 \\ 4,000 \\ 1,000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 50,400 & 0,000 & 1,000 \\ 0,000 & 10,020 & 1,000 \\ 1,000 & 1,000 & 0,000 \end{bmatrix}$	2,000	0,000	2,000	1,000	0,000
1	(1,702, 1,298) 0,808	$\begin{bmatrix} 25,735 \\ -0,617 \\ 0,000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 47,675 & 0,000 & 1,000 \\ 0,000 & 10,040 & 1,000 \\ 1,000 & 1,000 & 0,000 \end{bmatrix}$	1,598	4,000	2,020	0,000	3,032
2	(1,245, 1,755) 5,452	$\begin{bmatrix} 9,776 \\ 1,312 \\ 0,000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 34,395 & 0,000 & 1,000 \\ 0,000 & 10,061 & 1,000 \\ 1,000 & 1,000 & 0,000 \end{bmatrix}$	-0,204	7,227	2,040	0,000	-0,936
3	(1,055, 1,945) 8,839	$\begin{bmatrix} -2,464 \\ 2,085 \\ 0,000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 28,707 & 0,000 & 1,000 \\ 0,000 & 10,081 & 1,000 \\ 1,000 & 1,000 & 0,000 \end{bmatrix}$	-0,833	6,810	2,061	0,000	-4,163
4	(1,172, 1,828) 6,639	$\begin{bmatrix} -2,576 \\ 0,720 \\ 0,000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 28,166 & 0,000 & 1,000 \\ 0,000 & 1,102 & 1,000 \\ 1,000 & 1,000 & 0,000 \end{bmatrix}$	-0,454	5,095	2,081	0,000	-5,065
5	(1,258, 1,742) 5,255	$\begin{bmatrix} -1,397 \\ 0,170 \\ 0,000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 29,005 & 0,000 & 1,000 \\ 0,000 & 10,123 & 1,000 \\ 1,000 & 1,000 & 0,000 \end{bmatrix}$	-0,159	4,150	2,102	0,000	-4,915
6	(1,298, 1,702) 4,675	$\begin{bmatrix} -0,455 \\ -0,041 \\ 0,000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 29,858 & 0,000 & 1,000 \\ 0,000 & 10,144 & 1,000 \\ 1,000 & 1,000 & 0,000 \end{bmatrix}$	-0,016	3,816	2,123	0,000	-4,680
7	(1,309, 1,691) 4,531	$\begin{bmatrix} 0,010 \\ -0,064 \\ 0,000 \end{bmatrix}$		0,021	3,781	2,144	0,000	-4,535

Tabela 5.2 - Sumário dos cálculos do método proposto aplicado ao problema 5.1 para ponto inicial factível

k	x f(x)	∇La	Matriz Lagrangeana	h(x)	μ	v	g(x)	λ
0	(0,500, 2,500) 25,313	$\begin{bmatrix} -22,500 \\ 18,000 \\ 0,000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 29,000 & 0,000 & 1,000 \\ 0,000 & 8,000 & 1,000 \\ 1,000 & 1,000 & 0,000 \end{bmatrix}$	-2,250	0,000	2,000	0,000	0,000
1	(1,595, 1,405) 1,506	$\begin{bmatrix} -4,615 \\ -6,676 \\ 0,000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 33,959 & 0,000 & 1,000 \\ 0,000 & 10,040 & 1,000 \\ 1,000 & 1,000 & 0,000 \end{bmatrix}$	1,137	0,000	2,020	0,000	-9,243
2	(1,548, 1,452) 1,882	$\begin{bmatrix} 6,948 \\ -1,833 \\ 0,000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 36,531 & 0,000 & 1,000 \\ 0,000 & 10,061 & 1,000 \\ 1,000 & 1,000 & 0,000 \end{bmatrix}$	0,943	2,297	2,040	0,000	-3,038
3	(1,359, 1,641) 3,863	$\begin{bmatrix} 4,640 \\ -0,061 \\ 0,000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 32,466 & 0,000 & 1,000 \\ 0,000 & 10,081 & 1,000 \\ 1,000 & 1,000 & 0,000 \end{bmatrix}$	0,207	4,222	2,061	0,000	-3,101
4	(1,249, 1,751) 5,397	$\begin{bmatrix} 0,257 \\ 0,611 \\ 0,000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 29,577 & 0,000 & 1,000 \\ 0,000 & 10,102 & 1,000 \\ 1,000 & 1,000 & 0,000 \end{bmatrix}$	-0,192	4,649	2,081	0,000	-4,154
5	(1,258, 1,742) 5,262	$\begin{bmatrix} -0,923 \\ 0,320 \\ 0,000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 29,189 & 0,000 & 1,000 \\ 0,000 & 10,123 & 1,000 \\ 1,000 & 1,000 & 0,000 \end{bmatrix}$	-0,160	4,250	2,102	0,000	-4,675
6	(1,289, 1,711) 4,800	$\begin{bmatrix} -0,550 \\ 0,043 \\ 0,000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 29,733 & 0,000 & 1,000 \\ 0,000 & 10,144 & 1,000 \\ 1,000 & 1,000 & 0,000 \end{bmatrix}$	-0,048	3,912	2,123	0,000	-4,675
7	(1,304, 1,696) 4,591	$\begin{bmatrix} -0,122 \\ -0,039 \\ 0,000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 30,209 & 0,000 & 1,000 \\ 0,000 & 1,166 & 1,000 \\ 1,000 & 1,000 & 0,000 \end{bmatrix}$	0,005	3,810	2,144	0,000	-4,567
8	(1,306, 1,694) 4,563	$\begin{bmatrix} 0,049 \\ -0,031 \\ 0,000 \end{bmatrix}$		0,013	3,821	2,166	0,000	-4,507

Observa-se na tabela 5.1 que o processo ao partir de um ponto infactível procura imediatamente satisfazer a restrição de igualdade e a mantém satisfeita durante todo o processo de otimização. Nota-se também que a matriz Lagrangeana se manteve positiva definida durante todo o processo.

Partindo-se de um ponto inicial factível, o processo de convergência é conduzido para a região infactível para posteriormente retornar à região factível. Mesmo diante de tal comportamento a restrição de igualdade é satisfeita ao longo de todo o processo de otimização. Neste caso a matriz Lagrangeana também se manteve definida positiva.

5.3) Resolução do Problema de Fluxo de Potência Ótimo

O problema de fluxo de potência ótimo foi resolvido para os sistemas elétricos de 3 barras, AEP14, AEP30 e AEP57 com minimização das perdas de potência ativa na transmissão. O ajuste dos multiplicadores para as restrições de desigualdade (μ) e fatores de penalidades (v) foi realizado a cada 3 iterações permitindo assim que o processo de otimização caminhasse próximo às restrições de igualdade. Os limites de tensão e "taps" utilizados para os sistemas AEP [16] foram:

$$\begin{aligned} V^{\min} &= 0,95 & V^{\max} &= 1,10 \\ \text{tap}^{\min} &= 0,95 & \text{tap}^{\max} &= 1,05 \end{aligned}$$

Para o sistema de 3 barras os limites serão apresentados a seguir.

5.3.1) Sistema de 3 barras

O sistema de 3 barras apresentado na figura 5.1 tem as seguintes características:

- 1 barra de geração
- 1 barra de controle de reativos
- 1 barra de carga
- 2 linhas de transmissão.

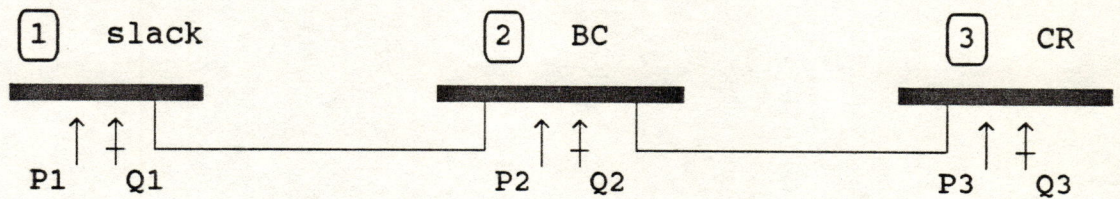


Figura 5.1 - Rede elétrica de 3 barras

O sumário dos cálculos do processo de otimização são apresentados na tabela 5.3, considerando-se incremento do fator de penalidade $\beta = 1,01$ e os seguintes limites de tensão:

Barra 1	$V^{\min} = 1,01$	$V^{\max} = 1,1$
Barra 2	$V^{\min} = 1,01$	$V^{\max} = 1,2$
Barra 3	$V^{\min} = V^{\max} = 1,0$	

Tabela 5.3 - Sumário dos cálculos do método proposto aplicado ao sistema de 3 barras

Estado inicial do sistema

Barras

Barra	Tipo	V (PU)	μ	P (MW)	λ	μ	Q (MVar)	λ	μ
1	SL	1,000	0,000	0,000		0,000	0,000		0,000
2	CR	1,000	0,000	0,000	0,000		0,000		0,000
3	CG	1,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	

Penalidades nas Barras

Barra	Tipo	penalidade	penalidade	penalidade
		V	P	Q
1	SL	1,000	1,000	1,000
2	CR	1,000		1,000
3	CG	1,000		

Linhas

Linha		Fluxo	μ	Fluxo Reativo	μ	Fluxo Reativo	μ
		Ativo (MW)		k-l (MVar)		l-k (MVar)	
1	3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Penalidades nas Linhas

Linha		penalidade	penalidade Fluxo	penalidade Fluxo
		Fluxo Ativo	Reativo k-l	Reativo l-k
1	3	1,000	1,000	1,000
2	3	1,000	1,000	1,000

Iteração 1

Barras

Barra	Tipo	V (PU)	μ	P (MW)	λ	μ	Q (MVar)	λ	μ
1	SL	1,041	0,000	31,374		0,000	9,879		0,000
2	CR	1,137	0,000	195,983	0,047		110,764		0,000
3	CG	1,000	0,000	-212,861	0,150		-85,622	0,081	

Penalidades nas Barras

Barra	Tipo	penalidade	penalidade	penalidade
		V	P	Q
1	SL	1,000	1,000	1,000
2	CR	1,000		1,000
3	CG	1,000		

Linhas

Linha		Fluxo	μ	Fluxo Reativo	μ	Fluxo Reativo	μ
		Ativo (MW)		k-l (MVar)		l-k (MVar)	
1	3	0,314	0,000	0,099	0,000	-0,087	0,000
2	3	1,960	0,000	1,108	0,000	-0,770	0,000

Penalidades nas Linhas

Linha		penalidade	penalidade Fluxo	penalidade Fluxo
		Fluxo Ativo	Reativo k-l	Reativo l-k
1	3	1,000	1,000	1,000
2	3	1,000	1,000	1,000

Perdas de potência ativa na transmissão = 14,50 MW

Iteração 2

Barras

Barra	Tipo	V (PU)	μ	P (MW)	λ	μ	Q (MVar)	λ	μ
1	SL	1,070	0,000	42,876		0,000	28,191		0,000
2	CR	1,128	0,000	170,237	-0,0307		105,777		0,000
3	CG	1,000	0,000	-199,989	0,000		-103,958	0,053	

Penalidades nas Barras

Barra	Tipo	penalidade	penalidade	penalidade
		V	P	Q
1	SL	1,000	1,000	1,000
2	CR	1,000		1,000
3	CG	1,000		

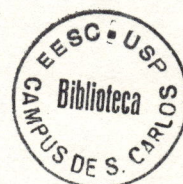
Linhas

Linha		Fluxo	μ	Fluxo Reativo	μ	Fluxo Reativo	μ
		Ativo (MW)		k-l (MVar)		l-k (MVar)	
1	3	0,429	0,000	0,282	0,000	-0,254	0,000
2	3	1,702	0,000	1,058	0,000	-0,786	0,000

Penalidades nas Linhas

Linha		penalidade	penalidade Fluxo	penalidade Fluxo
		Fluxo Ativo	Reativo k-l	Reativo l-k
1	3	1,000	1,000	1,000
2	3	1,000	1,000	1,000

Perdas de potência ativa na transmissão = 13,12 MW



Iteração 3

Barras

Barra	Tipo	V (PU)	μ	P (MW)	λ	μ	Q (MVAr)	λ	μ
1	SL	1,071	0,000	42,931		0,000	27,980		0,000
2	CR	1,125	0,000	170,000	-0,029		101,946		0,000
3	CG	1,000	0,000	-199,996	0,078		-100,384	0,050	

Penalidades nas Barras

Barra	Tipo	penalidade	penalidade	penalidade
		V	P	Q
1	SL	1,000	1,000	1,000
2	CR	1,000		1,000
3	CG	1,000		

Linhas

Linha		Fluxo	μ	Fluxo Reativo	μ	Fluxo Reativo	μ
		Ativo (MW)		k-l (MVAr)		l-k (MVAr)	
1	3	0,429	0,000	0,280	0,000	-0,252	0,000
2	3	1,700	0,000	1,019	0,000	-0,752	0,000

Penalidades nas Linhas

Linha		penalidade	penalidade Fluxo	penalidade Fluxo
		Fluxo Ativo	Reativo k-l	Reativo l-k
1	3	1,000	1,000	1,000
2	3	1,000	1,000	1,000

Perdas de potência ativa na transmissão = 12,93 MW

Iteração 4

Barras

Barra	Tipo	V (PU)	μ	P (MW)	λ	μ	Q (MVar)	λ	μ
1	SL	1,071	0,000	42,915		0,000	28,116		0,000
2	CR	1,125	0,000	170,000	-0,028		101,372		0,000
3	CG	1,000	0,000	-200,000	0,079		-99,999	0,050	

Penalidades nas Barras

Barra	Tipo	penalidade	penalidade	penalidade
		V	P	Q
1	SL	1,010	1,010	1,010
2	CR	1,010		1,010
3	CG	1,010		

Linhas

Linha		Fluxo	μ	Fluxo Reativo	μ	Fluxo Reativo	μ
		Ativo (MW)		k-l (MVar)		l-k (MVar)	
1	3	0,429	0,000	0,281	0,000	-0,253	0,000
2	3	1,700	0,000	1,014	0,000	-0,747	0,000

Penalidades nas Linhas

Linha		penalidade	penalidade Fluxo	penalidade Fluxo
		Fluxo Ativo	Reativo k-l	Reativo l-k
1	3	1,010	1,010	1,010
2	3	1,010	1,010	1,010

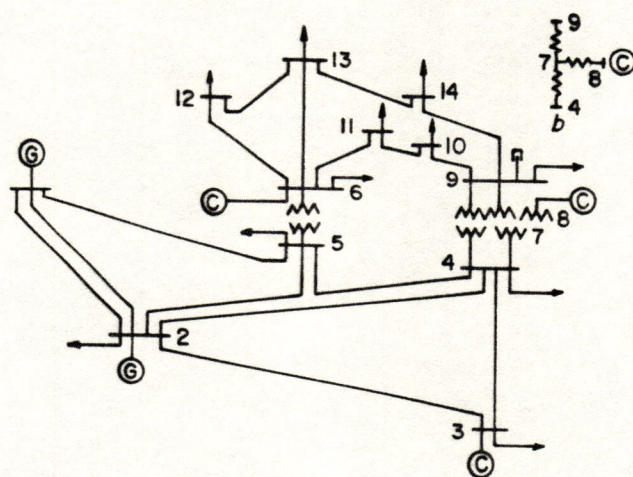
Perdas de potência ativa na transmissão = 12,92 MW

O processo convergiu em 4 iterações atingindo o estado ótimo do sistema como no exemplo apresentado por Dommel e Tinney [2].

5.3.2) Sistema AEP14

O sistema AEP14 apresentado na figura 5.2 tem as seguintes características:

- 1 barra de geração
- 4 barras de controle de reativos
- 9 barras de carga
- 17 linhas de transmissão
- 3 transformadores com "tap" variável.



© COMPENSADORES SINCRONOS

Ⓞ GERADORES

Figura 5.2 - AEP14

O estado inicial e final do sistema são apresentados nas tabelas 5.4 e 5.5 respectivamente, considerando-se incremento do fator de penalidade $\beta = 1,2$.

Tabela 5.4 - Estado inicial do sistema AEP14

Barras

Barra	Tipo	Ângulo	V (PU)	μ	P (MW)	λ	μ	Q (MVar)	λ	μ
1	SL	0,000	1,060	0,000	233,115		0,000	-16,914		0,000
2	CR	-5,000	1,045	0,000	16,752	0,000		30,422		0,000
3	CR	-13,000	1,010	0,000	-101,915	0,000		7,486		0,000
4	CG	-10,000	1,019	0,000	-24,276	0,000		-1,736	0,000	
5	CG	-8,800	1,020	0,000	-23,623	0,000		0,396	0,000	
6	CR	-14,000	1,070	0,000	-3,896	0,000		2,684		0,000
7	CG	-13,000	1,062	0,000	7,884	0,000		0,454	0,000	
8	CR	-13,000	1,090	0,000	0,001	0,000		17,326		0,000
9	CG	-15,000	1,056	0,000	-42,104	0,000		-13,341	0,000	
10	CG	-15,000	1,051	0,000	-3,237	0,000		-8,224	0,000	
11	CG	-15,000	1,057	0,000	-9,541	0,000		1,096	0,000	
12	CG	-15,000	1,055	0,000	-7,333	0,000		-0,777	0,000	
13	CG	-15,000	1,050	0,000	-13,642	0,000		-6,535	0,000	
14	CG	-16,000	1,036	0,000	-14,735	0,000		-4,668	0,000	

Linhas

Linha		Fluxo Ativo (MW)	μ	Fluxo Reativo k-l (MVar)	μ	Fluxo Reativo l-k (MVar)	μ	tap	μ
1	2	1,574	0,000	-0,205	0,000	0,279	0,000		
1	5	0,757	0,000	0,036	0,000	0,025	0,000		
2	3	0,756	0,000	0,033	0,000	0,024	0,000		
2	4	0,527	0,000	-0,017	0,000	0,022	0,000		
2	5	0,415	0,000	0,009	0,000	-0,018	0,000		
3	4	0,294	0,000	0,050	0,000	-0,071	0,000		
4	5	0,478	0,000	0,125	0,000	-0,129	0,000		
4	7	0,277	0,000	-0,093	0,000	0,109	0,000	1,022	0,000
4	9	0,174	0,000	-0,001	0,000	0,016	0,000	1,032	0,000
5	6	0,421	0,000	0,125	0,000	-0,085	0,000	1,073	0,000
6	11	0,108	0,000	0,019	0,000	-0,017	0,000		
6	12	0,087	0,000	0,021	0,000	-0,020	0,000		
6	13	0,187	0,000	0,071	0,000	-0,066	0,000		
7	8	0,000	0,000	-0,169	0,000	0,173	0,000		
7	9	0,356	0,000	0,064	0,000	-0,051	0,000		
9	10	0,021	0,000	0,055	0,000	-0,054	0,000		
9	14	0,088	0,000	0,037	0,000	-0,035	0,000		
10	11	0,012	0,000	-0,028	0,000	0,028	0,000		
12	13	0,013	0,000	0,012	0,000	-0,012	0,000		
13	14	0,061	0,000	0,013	0,000	-0,012	0,000		

Penalidades nas Barras

Tipo de barra	penalidade V	penalidade P	penalidade Q
SL	20,000	1,000	1,000
CR	20,000		1,000
CG	20,000		

Penalidades nas Linhas e Transformadores

penalidade Fluxo Ativo	penalidade Fluxo Reativo k-l	penalidade Fluxo Reativo l-k	penalidade tap
1,000	1,000	1,000	20,000

Tabela 5.5 - Estado final do sistema AEP14

Iteração 4

Barras

Barra	Tipo	Ângulo	V (PU)	μ	P (MW)	λ	μ	Q (MVar)	λ	μ
1	SL	0,000	1,069	0,000	232,187		0,000	2,023		0,000
2	CR	-4,760	1,044	0,000	18,301	0,049		7,498		0,000
3	CR	-12,494	1,010	0,000	-94,200	0,129		3,233		0,000
4	CG	-10,136	1,020	0,000	-47,800	0,100		3,990	-0,004	
5	CG	-8,640	1,025	0,000	-7,600	0,084		-1,628	-0,001	
6	CR	-14,120	1,069	0,000	-11,195	0,081		12,521		0,000
7	CG	-13,187	1,063	0,000	-0,002	0,096		-0,168	-0,011	
8	CR	-13,187	1,088	0,000	0,000	0,096		15,027		0,000
9	CG	-14,781	1,056	0,000	-29,501	0,093		-16,495	-0,015	
10	CG	-14,950	1,051	0,000	-9,000	0,095		-5,788	-0,011	
11	CG	-14,667	1,057	0,000	-3,500	0,091		-1,803	-0,004	
12	CG	-14,971	1,055	0,000	-6,100	0,099		-1,597	0,008	
13	CG	-15,049	1,050	0,000	-13,500	0,104		-5,802	0,009	
14	CG	-15,898	1,036	0,000	-14,900	0,118		-4,983	0,001	

Linhas

Linha		Fluxo Ativo (MW)	μ	Fluxo Reativo k-l (MVar)	μ	Fluxo Reativo l-k (MVar)	μ	tap	μ
1	2	1,564	0,000	-0,034	0,000	0,102	0,000		
1	5	0,758	0,000	0,054	0,000	0,005	0,000		
2	3	0,730	0,000	0,034	0,000	0,017	0,000		
2	4	0,561	0,000	-0,037	0,000	0,048	0,000		
2	5	0,415	0,000	-0,024	0,000	0,015	0,000		
3	4	0,238	0,000	0,016	0,000	-0,042	0,000		
4	5	0,624	0,000	0,086	0,000	-0,084	0,000		
4	7	0,284	0,000	-0,060	0,000	0,076	0,000	1,029	0,000
4	9	0,163	0,000	0,007	0,000	0,006	0,000	1,036	0,000
5	6	0,436	0,000	0,047	0,000	-0,005	0,000	1,049	0,000
6	11	0,070	0,000	0,034	0,000	-0,033	0,000		
6	12	0,077	0,000	0,025	0,000	-0,023	0,000		
6	13	0,176	0,000	0,071	0,000	-0,067	0,000		
7	8	0,000	0,000	-0,147	0,000	0,150	0,000		
7	9	0,284	0,000	0,070	0,000	-0,061	0,000		
9	10	0,055	0,000	0,044	0,000	-0,043	0,000		
9	14	0,096	0,000	0,037	0,000	-0,034	0,000		
10	11	0,035	0,000	-0,015	0,000	0,015	0,000		
12	13	0,016	0,000	0,007	0,000	-0,007	0,000		
13	14	0,054	0,000	0,016	0,000	-0,015	0,000		

Penalidades nas Barras

Tipo de barra	penalidade V	penalidade P	penalidade Q
SL	24,000	1,200	1,200
CR	24,000		1,200
CG	24,000		

Penalidades nas Linhas e Transformadores

penalidade Fluxo Ativo	penalidade Fluxo Reativo k-l	penalidade Fluxo Reativo l-k	penalidade tap
1,200	1,200	1,200	24,000

Perdas de potência ativa na transmissão = 13,19 MW

5.3.3) Sistema AEP30

O sistema AEP30 apresentado na figura 5.3 tem as seguintes características:

- 1 barra de geração
- 5 barras de controle de reativos
- 24 barras de carga
- 37 linhas de transmissão
- 4 transformadores com "tap" variável.

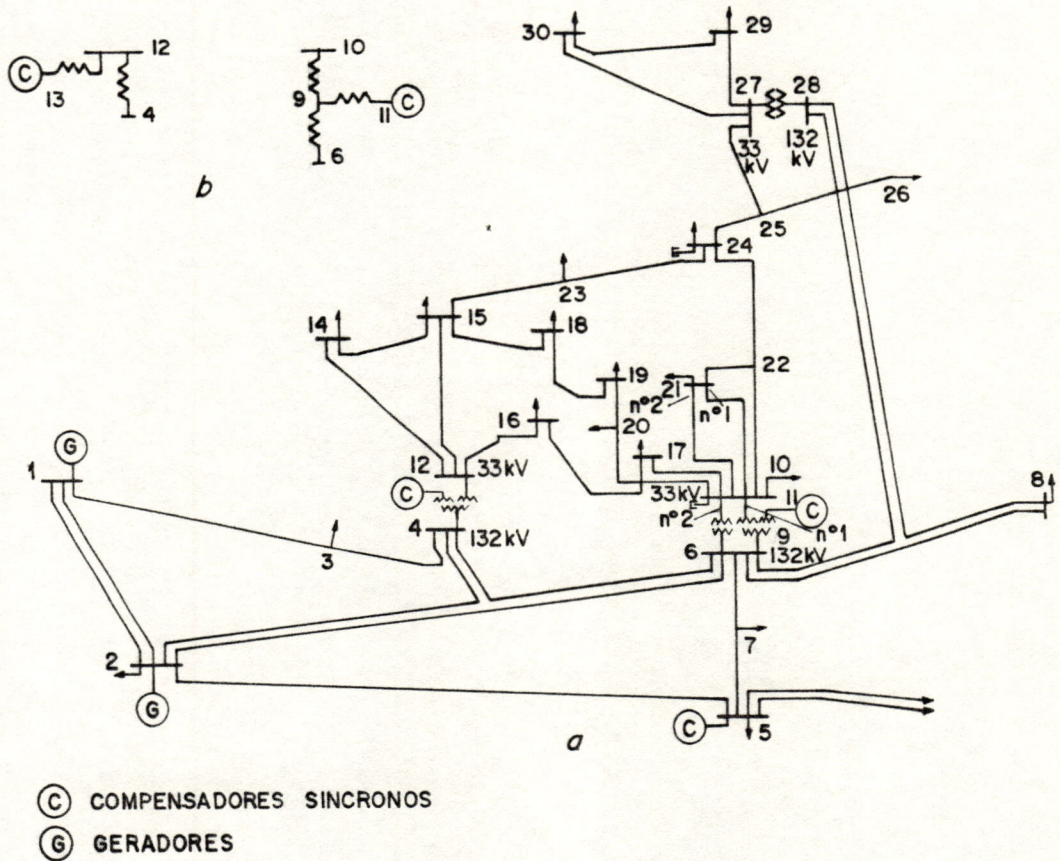


Figura 5.3 - AEP30

O estado inicial e final do sistema são apresentados nas tabelas 5.6 e 5.7 respectivamente, considerando-se incremento do fator de penalidade $\beta = 1,2$.

Tabela 5.6 - Estado inicial do sistema AEP30

Barras										
Barra	Tipo	Ângulo	V (PU)	μ	P (MW)	λ	μ	Q (MVar)	λ	μ
1	SL	0,000	1,053	0,000	20,144		0,000	49,573		0,000
2	CR	-0,090	1,032	0,000	0,495	0,000		-1,001		0,000
3	CG	-0,140	1,018	0,000	2,175	0,000		-0,382	0,000	
4	CG	-0,170	1,010	0,000	-6,672	0,000		-27,373	0,000	
5	CR	-0,250	1,010	0,000	-0,595	0,000		-2,726		0,000
6	CG	-0,200	1,004	0,000	-1,020	0,000		-19,809	0,000	
7	CG	-0,230	0,998	0,000	-6,004	0,000		-16,370	0,000	
8	CR	-0,210	1,000	0,000	-2,468	0,000		-8,628		0,000
9	CG	-0,260	1,017	0,000	-0,005	0,000		-0,715	0,000	
10	CG	-0,290	1,015	0,000	14,683	0,000		6,621	0,000	
11	CR	-0,260	1,072	0,000	0,001	0,000		28,346		0,000
12	CG	-0,270	1,019	0,000	9,432	0,000		1,106	0,000	
13	CR	-0,270	1,057	0,000	0,000	0,000		28,690		0,000
14	CG	-0,290	1,005	0,000	-1,260	0,000		-3,506	0,000	
15	CG	-0,290	1,001	0,000	-4,013	0,000		-6,470	0,000	
16	CG	-0,290	1,010	0,000	-1,452	0,000		-2,773	0,000	
17	CG	-0,290	1,008	0,000	-3,171	0,000		-8,166	0,000	
18	CG	-0,300	0,994	0,000	-0,603	0,000		-1,354	0,000	
19	CG	-0,310	0,992	0,000	-3,838	0,000		-6,915	0,000	
20	CG	-0,300	0,997	0,000	-0,138	0,000		-1,357	0,000	
21	CG	-0,300	1,003	0,000	-8,618	0,000		-16,254	0,000	
22	CG	-0,290	1,004	0,000	2,011	0,000		1,093	0,000	
23	CG	-0,300	0,994	0,000	-1,439	0,000		-2,732	0,000	
24	CG	-0,300	0,994	0,000	-3,545	0,000		-9,455	0,000	
25	CG	-0,290	1,001	0,000	0,749	0,000		0,352	0,000	
26	CG	-0,300	0,983	0,000	-2,184	0,000		-3,194	0,000	
27	CG	-0,280	1,013	0,000	6,500	0,000		5,222	0,000	
28	CG	-0,210	0,997	0,000	-3,422	0,000		-6,178	0,000	
29	CG	-0,310	0,993	0,000	-1,051	0,000		-1,816	0,000	
30	CG	-0,320	0,982	0,000	-3,197	0,000		-5,737	0,000	

Linhas

Linha		Fluxo Ativo (MW)	μ	Fluxo Reativo k-l (MVar)	μ	Fluxo Reativo l-k (MVar)	μ	tap	μ
1	2	0,142	0,000	0,322	0,000	-0,344	0,000		
1	3	0,059	0,000	0,173	0,000	-0,189	0,000		
2	4	0,046	0,000	0,106	0,000	-0,122	0,000		
3	4	0,079	0,000	0,185	0,000	-0,188	0,000		
2	5	0,040	0,000	0,094	0,000	-0,113	0,000		
2	6	0,059	0,000	0,135	0,000	-0,150	0,000		
4	6	0,051	0,000	0,130	0,000	-0,133	0,000		
5	7	0,033	0,000	0,086	0,000	-0,095	0,000		
6	7	0,027	0,000	0,060	0,000	-0,068	0,000		
6	8	0,029	0,000	0,085	0,000	-0,089	0,000		
6	9	0,005	0,000	-0,231	0,000	0,243	0,000	0,963	0,000
6	10	0,003	0,000	0,067	0,000	-0,064	0,000	1,046	0,000
9	11	0,000	0,000	-0,269	0,000	0,283	0,000		
9	10	0,005	0,000	0,018	0,000	-0,018	0,000		
4	12	0,007	0,000	-0,093	0,000	0,095	0,000	0,985	0,000
12	13	0,000	0,000	-0,277	0,000	0,287	0,000		
12	14	0,023	0,000	0,045	0,000	-0,044	0,000		
12	15	0,059	0,000	0,111	0,000	-0,109	0,000		
12	16	0,019	0,000	0,037	0,000	-0,037	0,000		
14	15	0,010	0,000	0,009	0,000	-0,009	0,000		

continuação ...

Linha		Fluxo Ativo (MW)	μ	Fluxo Reativo k-l (MVar)	μ	Fluxo Reativo l-k (MVar)	μ	tap	μ
16	17	0,004	0,000	0,009	0,000	-0,009	0,000		
15	18	0,013	0,000	0,026	0,000	-0,025	0,000		
18	19	0,007	0,000	0,012	0,000	-0,012	0,000		
19	20	0,031	0,000	-0,057	0,000	0,058	0,000		
10	20	0,033	0,000	0,072	0,000	-0,071	0,000		
10	17	0,028	0,000	0,073	0,000	-0,073	0,000		
10	21	0,064	0,000	0,133	0,000	-0,131	0,000		
10	22	0,029	0,000	0,060	0,000	-0,060	0,000		
21	22	0,023	0,000	-0,031	0,000	0,031	0,000		
15	23	0,014	0,000	0,028	0,000	-0,027	0,000		
22	24	0,026	0,000	0,039	0,000	-0,039	0,000		
23	24	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
24	25	0,010	0,000	-0,016	0,000	0,016	0,000		
25	26	0,022	0,000	0,033	0,000	-0,032	0,000		
25	27	0,025	0,000	-0,045	0,000	0,045	0,000		
28	27	0,003	0,000	0,073	0,000	-0,071	0,000	1,044	0,000
27	29	0,021	0,000	0,038	0,000	-0,037	0,000		
27	30	0,022	0,000	0,040	0,000	-0,039	0,000		
29	30	0,010	0,000	0,019	0,000	-0,018	0,000		
8	28	0,004	0,000	0,003	0,000	-0,024	0,000		
6	28	0,033	0,000	0,105	0,000	-0,110	0,000		

Penalidades nas Barras

Tipo de barra	penalidade V	penalidade P	penalidade Q
SL	100,000	1,000	1,000
CR	100,000		1,000
CG	100,000		

Penalidades nas Linhas e Transformadores

penalidade Fluxo Ativo	penalidade Fluxo Reativo k-l	penalidade Fluxo Reativo l-k	penalidade tap
1,000	1,000	1,000	10.000,000

Tabela 5.7 - Estado final do sistema AEP30

Iteração 19										
Barras										
Barra	Tipo	Ângulo	V (PU)	μ	P (MW)	λ	μ	Q (MVar)	λ	μ
1	SL	0,000	1,095	0,000	260,957		0,000	54,662		0,000
2	CR	-4,765	1,050	0,000	18,300	0,054		9,082		0,000
3	CG	-7,319	1,031	0,000	-2,400	0,085		-1,222	0,034	
4	CG	-8,852	1,017	0,000	-7,600	0,113		-1,602	0,045	
5	CR	-13,364	0,991	0,000	-94,200	0,144		1,188		0,000
6	CG	-10,454	1,004	0,000	0,000	0,121		-0,006	0,017	
7	CG	-12,182	0,990	0,000	-22,800	0,135		-10,891	0,005	
8	CR	-11,074	0,994	0,000	-30,000	0,122		-15,955		0,000
9	CG	-13,820	1,010	0,000	0,000	0,140		-0,045	0,214	
10	CG	-15,526	1,010	0,000	-5,800	0,159		-2,005	0,291	
11	CR	-13,820	1,055	0,000	0,000	0,140		23,013		0,256
12	CG	-14,846	1,015	0,000	-11,201	0,182		-7,558	0,435	
13	CR	-14,846	1,047	0,000	0,000	0,182		24,004		0,464
14	CG	-15,782	1,000	0,000	-6,200	0,249		-1,603	0,487	
15	CG	-15,878	0,997	0,000	-8,200	0,244		-2,506	0,469	
16	CG	-15,436	1,005	0,000	-3,500	0,195		-1,803	0,407	
17	CG	-15,724	1,003	0,000	-9,000	0,180		-5,802	0,337	
18	CG	-16,505	0,989	0,000	-3,200	0,266		-0,902	0,461	
19	CG	-16,669	0,987	0,000	-9,500	0,260		-3,403	0,433	
20	CG	-16,446	0,992	0,000	-2,200	0,237		-0,699	0,404	
21	CG	-15,997	0,997	0,000	-17,500	0,183		-11,203	0,302	
22	CG	-15,980	0,998	0,000	0,000	0,182		0,000	0,300	
23	CG	-16,252	0,990	0,000	-3,200	0,242		-1,602	0,408	
24	CG	-16,375	0,989	0,000	-8,700	0,201		-6,701	0,278	
25	CG	-15,913	0,997	0,000	0,000	0,100		0,002	0,031	
26	CG	-16,350	0,979	0,000	-3,500	0,110		-2,299	0,028	
27	CG	-15,348	1,011	0,000	-0,001	0,057		-0,014	-0,091	
28	CG	-11,069	0,996	0,000	0,000	0,113		0,012	-0,013	
29	CG	-16,608	0,991	0,000	-2,400	0,037		-0,899	-0,166	
30	CG	-17,514	0,979	0,000	-10,600	0,045		-1,897	-0,174	

Linhas

Linha		Fluxo Ativo (MW)	μ	Fluxo Reativo k-l (MVAr)	μ	Fluxo Reativo l-k (MVAr)	μ	tap	μ
1	2	1,777	0,000	0,332	0,000	-0,205	0,000		
1	3	0,832	0,000	0,215	0,000	-0,123	0,000		
2	4	0,458	0,000	0,050	0,000	-0,036	0,000		
3	4	0,780	0,000	0,111	0,000	-0,093	0,000		
2	5	0,825	0,000	0,159	0,000	-0,053	0,000		
2	6	0,624	0,000	0,087	0,000	-0,043	0,000		
4	6	0,728	0,000	0,133	0,000	-0,116	0,000		
5	7	0,148	0,000	0,065	0,000	-0,072	0,000		
6	7	0,380	0,000	0,041	0,000	-0,037	0,000		
6	8	0,299	0,000	0,143	0,000	-0,142	0,000		
6	9	0,276	0,000	-0,186	0,000	0,211	0,000	0,965	0,000
6	10	0,169	0,000	0,085	0,000	-0,067	0,000	1,047	0,000
9	11	0,000	0,000	-0,220	0,000	0,230	0,000		
9	10	0,276	0,000	0,009	0,000	-0,001	0,000		
4	12	0,415	0,000	-0,020	0,000	0,064	0,000	0,987	0,000
12	13	0,000	0,000	-0,233	0,000	0,240	0,000		
12	14	0,075	0,000	0,021	0,000	-0,019	0,000		
12	15	0,167	0,000	0,053	0,000	-0,049	0,000		
12	16	0,062	0,000	0,020	0,000	-0,019	0,000		
14	15	0,012	0,000	0,003	0,000	-0,003	0,000		

continuação ...

Linha		Fluxo Ativo (MW)	μ	Fluxo Reativo k-l (MVar)	μ	Fluxo Reativo l-k (MVar)	μ	tap	μ
16	17	0,027	0,000	0,001	0,000	-0,001	0,000		
15	18	0,055	0,000	0,011	0,000	-0,010	0,000		
18	19	0,022	0,000	0,001	0,000	-0,001	0,000		
19	20	0,073	0,000	-0,033	0,000	0,033	0,000		
10	20	0,096	0,000	0,042	0,000	-0,040	0,000		
10	17	0,064	0,000	0,058	0,000	-0,057	0,000		
10	21	0,154	0,000	0,093	0,000	-0,091	0,000		
10	22	0,073	0,000	0,042	0,000	-0,041	0,000		
21	22	0,022	0,000	-0,021	0,000	0,021	0,000		
15	23	0,040	0,000	0,016	0,000	-0,016	0,000		
22	24	0,051	0,000	0,020	0,000	-0,019	0,000		
23	24	0,008	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
24	25	0,029	0,000	-0,009	0,000	0,009	0,000		
25	26	0,035	0,000	0,024	0,000	-0,023	0,000		
25	27	0,065	0,000	-0,033	0,000	0,034	0,000		
28	27	0,198	0,000	0,084	0,000	-0,067	0,000	1,045	0,000
27	29	0,062	0,000	0,017	0,000	-0,015	0,000		
27	30	0,071	0,000	0,017	0,000	-0,014	0,000		
29	30	0,037	0,000	0,006	0,000	-0,005	0,000		
8	28	0,003	0,000	-0,017	0,000	-0,004	0,000		
6	28	0,202	0,000	0,076	0,000	-0,080	0,000		

Penalidades nas Barras

Tipo de barra	penalidade V	penalidade P	penalidade Q
SL	298,598	2,986	2,986
CR	298,598		2,986
CG	298,598		

Penalidades nas Linhas e Transformadores

penalidade Fluxo Ativo	penalidade Fluxo Reativo k-l	penalidade Fluxo Reativo l-k	penalidade tap
2,986	2,986	2,986	29.859,840

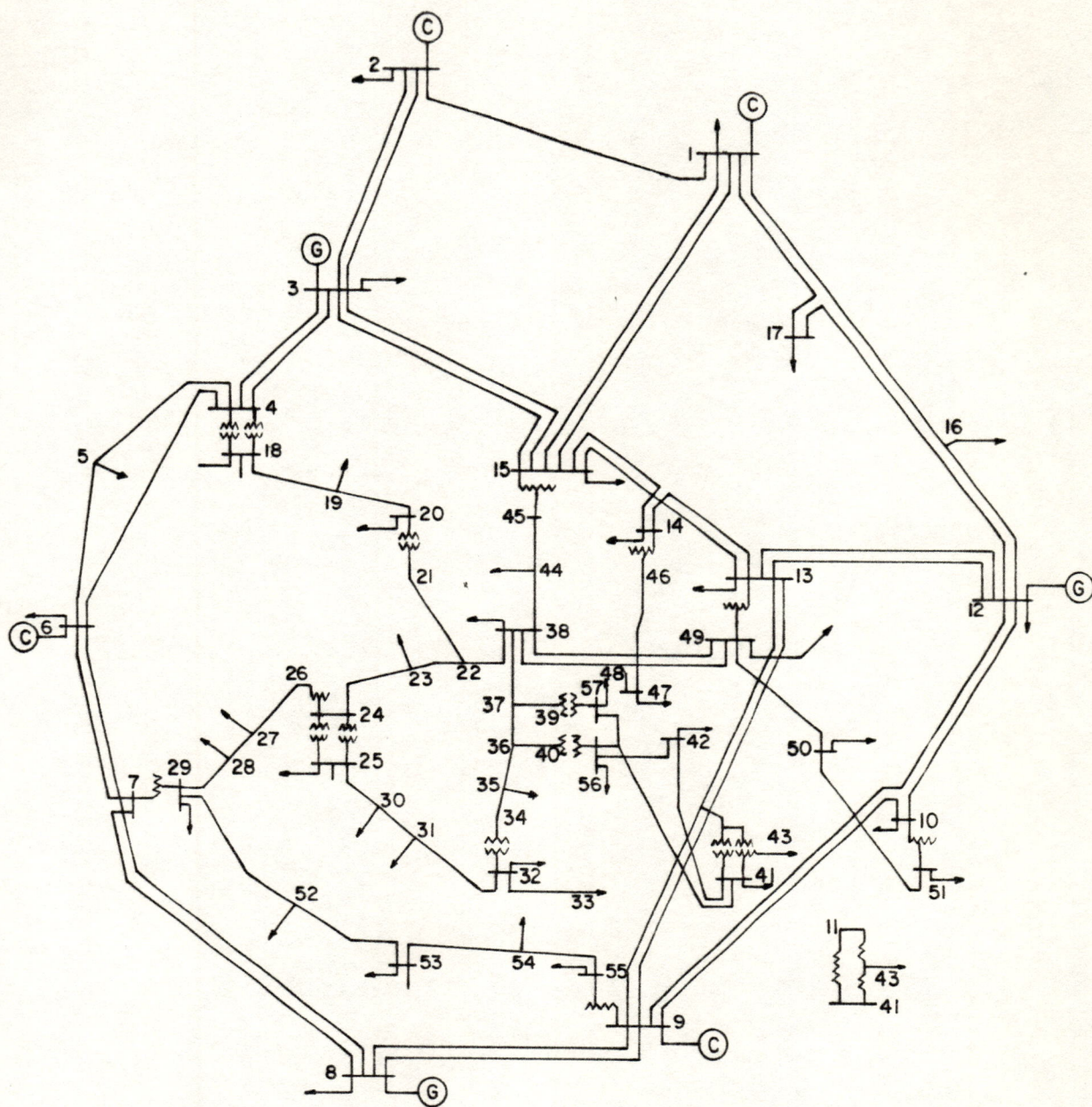
Perdas de potência ativa na transmissão = 17,56 MW

5.3.4) Sistema AEP57

O sistema AEP57 apresentado na figura 5.4 tem as seguintes características:

- 1 barra de geração
- 6 barras de controle de reativos
- 50 barras de carga
- 63 linhas de transmissão
- 17 transformadores com "tap" variável.

O estado inicial e final do sistema são apresentados nas tabelas 5.8 e 5.9 respectivamente, considerando-se incremento do fator de penalidade $\beta = 1,2$.



- (C) COMPENSADORES SINCRONOS
 (G) GERADORES

Figura 5.4 - AEP57

Tabela 5.8 - Estado inicial do sistema AEP57

Barras										
Barra	Tipo	Ângulo	V (PU)	μ	P (MW)	λ	μ	Q (MVar)	λ	μ
1	SL	0,000	1,040	0,000	51,315		0,000	190,042		0,000
2	CR	0,000	1,010	0,000	-20,212	0,000		-78,395		0,000
3	CR	0,000	0,985	0,000	-28,133	0,000		-92,433		0,000
4	CG	0,000	1,000	0,000	15,088	0,000		-58,565	0,000	
5	CG	0,000	1,000	0,000	12,030	0,000		24,579	0,000	
6	CR	0,000	0,980	0,000	-21,638	0,000		-72,302		0,000
7	CG	0,000	1,000	0,000	2,382	0,000		-65,403	0,000	
8	CR	0,000	1,005	0,000	13,460	0,000		65,635		0,000
9	CR	0,000	0,980	0,000	-23,935	0,000		-70,362		0,000
10	CG	0,000	1,000	0,000	0,008	0,000		111,775	0,000	
11	CG	0,000	1,000	0,000	6,568	0,000		57,070	0,000	
12	CR	0,000	1,015	0,000	18,163	0,000		66,776		0,000
13	CG	0,000	1,000	0,000	-3,727	0,000		52,733	0,000	
14	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		167,323	0,000	
15	CG	0,000	1,000	0,000	-0,370	0,000		26,124	0,000	
16	CG	0,000	1,000	0,000	-7,975	0,000		-38,011	0,000	
17	CG	0,000	1,000	0,000	-9,555	0,000		-45,214	0,000	
18	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-20,804	0,000	
19	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	
20	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		5,308	0,000	
21	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-5,089	0,000	
22	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	
23	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-0,210	0,000	
24	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-83,778	0,000	
25	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-5,900	0,000	
26	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		87,161	0,000	
27	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	
28	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	
29	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-52,664	0,000	
30	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	

continuação ...

Barra	Tipo	Ângulo	V (PU)	μ	P (MW)	λ	μ	Q (MVar)	λ	μ
31	CG	0,000	1,000	0,000	0,000		0,000	0,000	0,000	
32	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-2,691	0,000	
33	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	
34	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		2,680	0,000	
35	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-0,120	0,000	
36	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-0,040	0,000	
37	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-0,005	0,000	
38	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-0,205	0,000	
39	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		1,537	0,000	
40	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		3,830	0,000	
41	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-6,291	0,000	
42	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	
43	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-28,654	0,000	
44	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-0,060	0,000	
45	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-45,231	0,000	
46	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-151,252	0,000	
47	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-0,080	0,000	
48	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-0,120	0,000	
49	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-61,693	0,000	
50	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	
51	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-105,715	0,000	
52	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	
53	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-6,300	0,000	
54	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	
55	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-35,314	0,000	
56	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-3,669	0,000	
57	CG	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000		-1,506	0,000	

Linhas

Linha		Fluxo Ativo (MW)	μ	Fluxo Reativo k-l (MVar)	μ	Fluxo Reativo l-k (MVar)	μ	tap	μ
1	2	0,304	0,000	0,989	0,000	-1,028	0,000		
2	3	0,093	0,000	0,244	0,000	-0,278	0,000		
3	4	0,115	0,000	-0,378	0,000	0,365	0,000		
4	5	0,000	0,000	-0,006	0,000	-0,006	0,000		
4	6	0,036	0,000	0,116	0,000	-0,130	0,000		
6	7	0,037	0,000	-0,192	0,000	0,182	0,000		
6	8	0,027	0,000	-0,148	0,000	0,128	0,000		
8	9	0,094	0,000	0,465	0,000	-0,480	0,000		
9	10	0,025	0,000	-0,122	0,000	0,103	0,000		
9	11	0,066	0,000	-0,217	0,000	0,210	0,000		
9	12	0,025	0,000	-0,129	0,000	0,095	0,000		
9	13	0,035	0,000	-0,123	0,000	0,106	0,000		
13	14	0,000	0,000	-0,003	0,000	-0,003	0,000		
13	15	0,000	0,000	-0,006	0,000	-0,006	0,000		
1	15	0,086	0,000	0,414	0,000	-0,448	0,000		
1	16	0,042	0,000	0,178	0,000	-0,199	0,000		
1	17	0,081	0,000	0,360	0,000	-0,360	0,000		
3	15	0,079	0,000	-0,268	0,000	0,245	0,000		
4	18	0,000	0,000	0,057	0,000	-0,056	0,000	1,031	0,000
4	18	0,000	0,000	0,053	0,000	-0,052	0,000	1,022	0,000
5	6	0,120	0,000	0,252	0,000	-0,253	0,000		
7	8	0,013	0,000	-0,072	0,000	0,063	0,000		
10	12	0,025	0,000	-0,122	0,000	0,107	0,000		
11	13	0,000	0,000	-0,005	0,000	-0,005	0,000		
12	13	0,074	0,000	0,224	0,000	-0,251	0,000		
12	16	0,040	0,000	0,173	0,000	-0,181	0,000		
12	17	0,018	0,000	0,069	0,000	-0,092	0,000		

continuação ...

Linha		Fluxo Ativo (MW)	μ	Fluxo Reativo k-l (MVar)	μ	Fluxo Reativo l-k (MVar)	μ	tap	μ
14	15	0,000	0,000	-0,004	0,000	-0,004	0,000		
18	19	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
19	20	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
21	20	0,000	0,000	-0,051	0,000	0,053	0,000	0,959	0,000
21	22	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
22	23	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
23	24	0,000	0,000	-0,002	0,000	-0,002	0,000		
24	25	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000
24	25	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000
24	26	0,000	0,000	-0,836	0,000	0,872	0,000	0,959	0,000
26	27	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
27	28	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
28	29	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
7	29	0,000	0,000	0,545	0,000	-0,527	0,000	1,034	0,000
25	30	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
30	31	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
31	32	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
32	33	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
34	32	0,000	0,000	0,028	0,000	-0,027	0,000	1,026	0,000
34	35	0,000	0,000	-0,001	0,000	-0,001	0,000		
35	36	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
36	37	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
37	38	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
37	39	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
36	40	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
22	38	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
11	41	0,000	0,000	0,066	0,000	-0,063	0,000	1,047	0,000

continuação ...

Linha		Fluxo Ativo (MW)	μ	Fluxo Reativo k-l (MVar)	μ	Fluxo Reativo l-k (MVar)	μ	tap	μ
41	42	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
41	43	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
38	44	0,000	0,000	-0,001	0,000	-0,001	0,000		
15	45	0,000	0,000	0,474	0,000	-0,452	0,000	1,047	0,000
14	46	0,000	0,000	1,680	0,000	-1,512	0,000	1,111	0,000
46	47	0,000	0,000	-0,001	0,000	-0,001	0,000		
47	48	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
48	49	0,000	0,000	-0,001	0,000	-0,001	0,000		
49	50	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
50	51	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
10	51	0,000	0,000	1,137	0,000	-1,057	0,000	1,075	0,000
13	49	0,000	0,000	0,686	0,000	-0,614	0,000	1,117	0,000
29	52	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
52	53	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
53	54	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
54	55	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
11	43	0,000	0,000	0,299	0,000	-0,287	0,000	1,044	0,000
44	45	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
40	56	0,000	0,000	0,038	0,000	-0,037	0,000	1,044	0,000
56	41	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
56	42	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
39	57	0,000	0,000	0,015	0,000	-0,015	0,000	1,020	0,000
57	56	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
38	49	0,000	0,000	-0,002	0,000	-0,002	0,000		
38	48	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
9	55	0,000	0,000	0,368	0,000	-0,353	0,000	1,064	0,000

Penalidades nas Barras

Tipo de barra	penalidade V	penalidade P	penalidade Q
SL	100,000	1,000	1,000
CR	100,000		1,000
CG	100,000		

Penalidades nas Linhas e Transformadores

penalidade Fluxo Ativo	penalidade Fluxo Reativo k-l	penalidade Fluxo Reativo l-k	penalidade tap
1,000	1,000	1,000	10.000,000

Tabela 5.9 - Estado final do sistema AEP57

Iteração 39										
Barras										
Barra	Tipo	Ângulo	V (PU)	μ	P (MW)	λ	μ	Q (MVar)	λ	μ
1	SL	0,000	1,083	0,000	421,939		0,000	18,023		0,000
2	CR	-1,527	1,081	0,000	-3,000	0,013		23,893		0,000
3	CR	-5,783	1,052	0,000	-1,000	0,056		55,546		0,000
4	CG	-6,774	1,031	0,000	-0,004	0,072		0,012	0,017	
5	CG	-7,473	1,003	0,000	-13,000	0,082		-4,003	0,010	
6	CR	-7,400	0,996	0,000	-75,000	0,076		-65,019		0,000
7	CG	-6,585	1,012	0,000	0,000	0,058		-0,026	-0,062	
8	CR	-3,738	1,044	0,000	300,000	0,051		103,958		0,000
9	CR	-8,343	1,005	0,000	-121,000	0,083		-74,921		0,000
10	CG	-10,209	1,015	0,000	-5,000	0,105		-2,011	-0,001	
11	CG	-9,036	1,007	0,000	0,000	0,077		-0,003	-0,016	
12	CR	-9,369	1,050	0,000	-67,000	0,088		102,403		0,000
13	CG	-8,773	1,021	0,000	-18,000	0,071		-2,310	-0,032	
14	CG	-8,408	1,018	0,000	-10,500	0,060		-5,307	-0,058	
15	CG	-6,573	1,037	0,000	-22,000	0,047		-5,001	-0,035	
16	CG	-7,951	1,050	0,000	-43,000	0,077		-3,000	0,017	
17	CG	-4,848	1,057	0,000	-42,000	0,046		-7,999	0,015	
18	CG	-10,850	1,051	0,000	-27,204	0,073		-9,770	0,040	
19	CG	-12,020	1,005	0,000	-3,300	0,009		-0,601	-0,071	
20	CG	-12,096	0,989	0,000	-2,300	-0,083		-1,001	-0,196	
21	CG	-11,925	1,021	0,000	0,000	-0,096		0,000	-0,460	
22	CG	-11,842	1,019	0,000	0,000	-0,115		0,000	-0,485	
23	CG	-11,901	1,018	0,000	-6,300	-0,147		-2,100	-0,535	
24	CG	-12,177	1,014	0,000	0,022	-0,676		-0,066	-1,353	
25	CG	-16,899	1,002	0,000	-6,277	-0,932		-3,242	-2,452	
26	CG	-11,843	0,983	0,000	0,000	-0,666		0,075	-1,351	
27	CG	-10,382	1,011	0,000	-9,300	-0,213		-0,505	-0,636	
28	CG	-9,385	1,028	0,000	-4,600	-0,049		-2,304	-0,355	
29	CG	-8,706	1,042	0,000	-17,000	0,050		-2,486	-0,188	
30	CG	-17,428	0,982	0,000	-3,600	-1,060		-1,799	-2,602	

continuação ...

Barra	Tipo	Ángulo	V (PU)	μ	P (MW)	λ	μ	Q (MVar)	λ	μ
31	CG	-18,076	0,955	0,000	-5,800	-1,080		-2,898	-2,615	
32	CG	-17,253	0,968	0,000	-1,600	-0,598		-0,800	-2,104	
33	CG	-17,291	0,966	0,000	-3,800	-0,610		-1,899	-2,112	
34	CG	-13,097	0,971	0,000	0,000	-0,320		0,001	-0,760	
35	CG	-12,862	0,978	0,000	-6,000	-0,233		-3,000	-0,646	
36	CG	-12,601	0,987	0,000	0,000	-0,162		0,000	-0,565	
37	CG	-12,411	0,996	0,000	0,000	-0,125		0,000	-0,515	
38	CG	-11,706	1,021	0,000	-14,000	-0,055		-7,002	-0,389	
39	CG	-12,458	0,994	0,000	0,000	-0,119		0,000	-0,510	
40	CG	-12,630	0,985	0,000	0,000	-0,149		0,000	-0,554	
41	CG	-12,835	1,027	0,000	-6,300	0,030		-2,999	-0,105	
42	CG	-14,174	0,994	0,000	-7,100	0,000		-4,400	-0,136	
43	CG	-10,164	1,043	0,000	-2,000	0,065		-0,994	-0,031	
44	CG	-10,948	1,034	0,000	-12,000	-0,019		-1,802	-0,312	
45	CG	-8,709	1,074	0,000	0,000	0,039		0,042	-0,155	
46	CG	-10,021	1,049	0,000	0,000	0,055		0,056	-0,153	
47	CG	-11,369	1,030	0,000	-29,700	0,031		-11,602	-0,250	
48	CG	-11,501	1,027	0,000	0,000	0,007		0,000	-0,285	
49	CG	-11,702	1,032	0,000	-18,000	0,054		-8,484	-0,208	
50	CG	-12,187	1,020	0,000	-21,000	0,098		-10,502	-0,121	
51	CG	-11,311	1,051	0,000	-18,000	0,111		-5,272	-0,022	
52	CG	-10,304	1,009	0,000	-4,900	0,144		-2,201	-0,080	
53	CG	-11,003	0,997	0,000	-20,000	0,178		-10,002	-0,043	
54	CG	-10,406	1,016	0,000	-4,100	0,151		-1,400	-0,007	
55	CG	-9,463	1,043	0,000	-6,800	0,095		-3,399	0,000	
56	CG	-14,641	0,992	0,000	-7,600	-0,066		-2,201	-0,196	
57	CG	-15,127	0,986	0,000	-6,700	-0,102		-2,001	-0,239	

Linhas

Linha		Fluxo Ativo (MW)	μ	Fluxo Reativo k-l (MVar)	μ	Fluxo Reativo l-k (MVar)	μ	tap	μ
1	2	1,049	0,000	-0,257	0,000	0,209	0,000		
2	3	1,011	0,000	0,030	0,000	-0,002	0,000		
3	4	0,632	0,000	0,379	0,000	-0,381	0,000		
4	5	0,163	0,000	0,136	0,000	-0,143	0,000		
4	6	0,137	0,000	0,201	0,000	-0,210	0,000		
6	7	0,166	0,000	-0,135	0,000	0,125	0,000		
6	8	0,427	0,000	-0,197	0,000	0,209	0,000		
8	9	1,771	0,000	0,504	0,000	-0,375	0,000		
9	10	0,177	0,000	-0,106	0,000	0,090	0,000		
9	11	0,127	0,000	-0,063	0,000	0,054	0,000		
9	12	0,030	0,000	-0,175	0,000	0,142	0,000		
9	13	0,018	0,000	-0,111	0,000	0,092	0,000		
13	14	0,125	0,000	0,087	0,000	-0,092	0,000		
13	15	0,483	0,000	-0,037	0,000	0,044	0,000		
1	15	1,479	0,000	0,312	0,000	-0,189	0,000		
1	16	0,775	0,000	0,038	0,000	0,037	0,000		
1	17	0,916	0,000	0,086	0,000	-0,024	0,000		
3	15	0,343	0,000	0,179	0,000	-0,201	0,000		
4	18	0,143	0,000	0,029	0,000	-0,018	0,000	1,031	0,000
4	18	0,183	0,000	0,016	0,000	-0,003	0,000	1,023	0,000
5	6	0,030	0,000	0,103	0,000	-0,109	0,000		
7	8	0,802	0,000	-0,288	0,000	0,327	0,000		
10	12	0,178	0,000	-0,244	0,000	0,237	0,000		
11	13	0,111	0,000	-0,155	0,000	0,148	0,000		
12	13	0,033	0,000	0,516	0,000	-0,534	0,000		
12	16	0,322	0,000	0,063	0,000	-0,067	0,000		
12	17	0,479	0,000	0,067	0,000	-0,056	0,000		

continuação ...

Linha		Fluxo Ativo (MW)	μ	Fluxo Reativo k-l (MVar)	μ	Fluxo Reativo l-k (MVar)	μ	tap	μ
14	15	0,664	0,000	-0,127	0,000	0,143	0,000		
18	19	0,054	0,000	0,034	0,000	-0,031	0,000		
19	20	0,020	0,000	0,025	0,000	-0,025	0,000		
21	20	0,004	0,000	-0,015	0,000	0,015	0,000	0,957	0,000
21	22	0,004	0,000	0,015	0,000	-0,015	0,000		
22	23	0,083	0,000	0,020	0,000	-0,020	0,000		
23	24	0,020	0,000	-0,001	0,000	-0,003	0,000		
24	25	0,071	0,000	0,017	0,000	-0,010	0,000	1,004	0,000
24	25	0,068	0,000	0,016	0,000	-0,010	0,000	1,003	0,000
24	26	0,119	0,000	-0,030	0,000	0,030	0,000	0,968	0,000
26	27	0,121	0,000	-0,030	0,000	0,033	0,000		
27	28	0,217	0,000	-0,039	0,000	0,043	0,000		
28	29	0,266	0,000	-0,066	0,000	0,070	0,000		
7	29	0,626	0,000	0,162	0,000	-0,138	0,000	1,039	0,000
25	30	0,077	0,000	0,047	0,000	-0,046	0,000		
30	31	0,039	0,000	0,028	0,000	-0,026	0,000		
31	32	0,020	0,000	-0,003	0,000	0,003	0,000		
32	33	0,038	0,000	0,019	0,000	-0,019	0,000		
34	32	0,074	0,000	0,036	0,000	-0,030	0,000	1,030	0,000
34	35	0,074	0,000	-0,036	0,000	0,035	0,000		
35	36	0,135	0,000	-0,065	0,000	0,066	0,000		
36	37	0,166	0,000	-0,096	0,000	0,097	0,000		
37	38	0,204	0,000	-0,119	0,000	0,124	0,000		
37	39	0,034	0,000	0,021	0,000	-0,021	0,000		
36	40	0,030	0,000	0,030	0,000	-0,030	0,000		
22	38	0,087	0,000	-0,006	0,000	0,006	0,000		
11	41	0,096	0,000	0,044	0,000	-0,036	0,000	1,048	0,000

continuação ...

Linha		Fluxo Ativo (MW)	μ	Fluxo Reativo k-l (MVA _r)	μ	Fluxo Reativo l-k (MVA _r)	μ	tap	μ
41	42	0,092	0,000	0,042	0,000	-0,038	0,000		
41	43	0,121	0,000	-0,039	0,000	0,045	0,000		
38	44	0,287	0,000	-0,093	0,000	0,097	0,000		
15	45	0,418	0,000	0,153	0,000	-0,135	0,000	1,049	0,000
14	46	0,426	0,000	0,166	0,000	-0,152	0,000	1,041	0,000
46	47	0,426	0,000	0,153	0,000	-0,142	0,000		
47	48	0,125	0,000	0,026	0,000	-0,026	0,000		
48	49	0,006	0,000	-0,037	0,000	0,035	0,000		
49	50	0,092	0,000	0,036	0,000	-0,035	0,000		
50	51	0,121	0,000	-0,070	0,000	0,074	0,000		
10	51	0,301	0,000	0,134	0,000	-0,127	0,000	1,044	0,000
13	49	0,295	0,000	0,220	0,000	-0,198	0,000	1,048	0,000
29	52	0,190	0,000	0,043	0,000	-0,036	0,000		
52	53	0,136	0,000	0,014	0,000	-0,012	0,000		
53	54	0,067	0,000	-0,025	0,000	0,026	0,000		
54	55	0,110	0,000	-0,040	0,000	0,043	0,000		
11	43	0,141	0,000	0,058	0,000	-0,055	0,000	1,044	0,000
44	45	0,418	0,000	-0,115	0,000	0,136	0,000		
40	56	0,030	0,000	0,030	0,000	-0,028	0,000	1,042	0,000
56	41	0,062	0,000	-0,001	0,000	0,003	0,000		
56	42	0,019	0,000	0,006	0,000	-0,006	0,000		
39	57	0,034	0,000	0,021	0,000	-0,019	0,000	1,019	0,000
57	56	0,033	0,000	-0,001	0,000	0,001	0,000		
38	49	0,029	0,000	-0,044	0,000	0,042	0,000		
38	48	0,119	0,000	-0,062	0,000	0,063	0,000		
9	55	0,178	0,000	0,081	0,000	-0,077	0,000	1,046	0,000

Penalidades nas Barras

Tipo de barra	penalidade V	penalidade P	penalidade Q
SL	891,610	8,961	8,961
CR	891,610		8,961
CG	891,610		

Penalidades nas Linhas e Transformadores

penalidade Fluxo Ativo	penalidade Fluxo Reativo k-l	penalidade Fluxo Reativo l-k	penalidade tap
8,961	8,961	8,961	89.161,004

Perdas de potência ativa na transmissão = 26,18 MW

Os multiplicadores de Lagrange (μ), associados às restrições de desigualdade terminam o processo de otimização com valores zero, mostrando a factibilidade da solução. Verifica-se que quando uma restrição não consegue ser mantida dentro de seus limites, o valor dos multiplicadores de Lagrange (λ ou μ) cresce muito se comparado com os demais.

Capítulo 6

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

A metodologia desenvolvida neste trabalho agrega a Função Lagrangeana Aumentada associada ao problema de otimização com o Método de Newton Modificado. As informações de primeira ordem são mantidas intactas e as informações de segunda ordem são aproximadas. Isto permite um ganho substancial em tempo de processamento e quantidade de memória utilizada. Características estas evidentes principalmente em sistemas de grande porte.

O método proposto inicializa-se tanto em pontos factíveis como infactíveis.

O processo de convergência recebe interferência do ajuste do fator de penalidade (v). Tal ajuste varia conforme a natureza do problema abordado e no desenvolvimento deste trabalho ele foi ajustado de forma empírica, adequando-se à natureza dos sistemas tratados.

Os resultados numéricos apresentados neste trabalho evidenciam o potencial desta metodologia para a resolução de problemas de programação não linear e em particular para o problema de fluxo de potência ótimo.

Para o desenvolvimento de trabalhos futuros propõe-se:

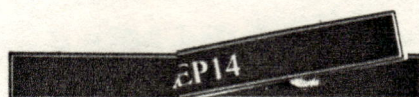
Determinação do valor inicial para os fatores de penalidade por meios não empíricos.

Adaptação do "software" desenvolvido para ambiente "windows".

BIBLIOGRAFIA

- [1] **Carpentier, J. L.**, *Contribution a L'etude du Dispatching Economique*, Bull-Soc. Fr. Elec. Ser. B3, pp 431 - 447, 1962
- [2] **Dommel, H. W., Tinney, W. F.**, *Optimal Power Flows Solutions*, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 87, pp 1866 - 1876, October, 1968
- [3] **Sasson, A. M., Vilorio, F., Aboites, F.**, *Optimal Load Flow Solution using the Hessian Matrix*, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 92, pp 31 - 41, January, 1973
- [4] **Burchet, R. C. et. al.**, *Quadratically Convergent Optimal Power Flow*, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, VOL. 103, pp 3267 - 3275, 1985
- [5] **Sun, D. I., Ashley, B., Brewer, B., Hughes, A., Tinney, W. F.**, *Optimal Power Flow by Newton Approach*, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 103, pp 2864 - 2875, October, 1984
- [6] **Huneault, M., Galiana, F. D.**, *A Survey of thr Optimal Power Flow Literature*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 6, pp 762 - 770, 1991
- [7] **Monticelli, A., Liu, W. E.**, *Adaptive Movement Penalty Method for the Newton Optimal Power Flow*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 7, pp 334 - 340, 1992
- [8] **Santos, A., Deckman, S., Soares, S.**, *A Dual Augmented Lagrangian Approach for Optimal Power Flow*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, pp 1020 - 1025, August, 1988
- [9] **Happ, H. H.**, *Optimal Power Dispatch-A Comprehensive Survey*, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 96, pp. 841 - 854, May/June, 1977
- [10] **Carpentier, J.**, *Towards a Secure and Optimal Automatic Operation of Power Systems*, Proceedings of Power Industry Computer Applications, pp 2 - 37, 1987

- [11] **Karmarkar, N.**, *A New Polynomial-Time Algorithm for Linear Programming*, *Combinatorica* 4 (4), pp 373 - 395, 1984
- [12] **Costa, G. R. M. da**, *O Método Dual-Newton Aplicado ao Fluxo de Carga Ótimo*, Tese de Doutorado, UNICAMP/FEE/DSCE, Junho, 1990
- [13] **Zollenkopf, K.**, - *Basic Computational Algorithm and Programming Techniques*, J. K. Reid ed. - *Large Sparse sets of Linear Equations*, pp 75 - 97, New York Academic Press, 1971
- [14] **Sheble', G. B.**, *Optimization Overview with Economic Dispatch Examples*, IEEE Tutorial Course 90EH0328-5-PWR, 1990
- [15] **Tinney, W. F., Walker, J. W.**, *Direct Solutions of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorization*, Power Industry Computer Applications Conf., pp 367 - 376, February, 1967
- [16] **Freris, L. L. Sasson, A. M.**, *Investigation of the load flow problem*, PROC. IEEE, Vol. 115, pp 1459 - 1470, 1968
- [17] **Sun, D. I., Demaree, K. D., Brewer, B.**, *Application and Adaptation of Newton for Optimal Power Flow*, IEEE Tutorial Course 90EH0328-5-PWR, 1990
- [18] **Monticelli, A.**, *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*, Edgard Blücher Ltda, São Paulo, 1983
- [19] **Bazaraa, M. S., Shetty, C. M.**, *Nonlinear Programming - Theory and Algorithms*, John Wiley & Sons, New York, 1979
- [20] **Luenberger, D. G.**, *Linear and Nonlinear Programming*, Second Edition, Addison-Wesley Publishing Company, 1984



1	1	barra1	1060	0.	0.0	0.0-9999	9999	0.0	0.0
2	-1	barra2	1045	-5.	0.0	0.0	-40 50	-18.3	12.7
3	-1	barra3	1010-13.	0.0	0.0		0 40	94.2	19.0
4	0	barra4	1019-10.	0.0	0.0			47.8	-3.9
5	0	barra5	1020-8.8	0.0	0.0			7.6	1.6
6	-1	barra6	1070-14.	0.0	0.0		-6 24	11.2	7.5
7	0	barra7	1062-13.	0.0	0.0			0.0	0.0
8	-1	barra8	1090-13.	0.0	0.0		-6 24	0.0	0.0
9	0	barra9	1056-15.	0.0	0.0			29.5	16.6
10	0	barra10	1051-15.	0.0	0.0			9.0	5.8
11	0	barra11	1057-15.	0.0	0.0			3.5	1.8
12	0	barra12	1055-15.	0.0	0.0			6.1	1.6
13	0	barra13	1050-15.	0.0	0.0			13.5	5.8
14	0	barra14	1036-16.	0.0	0.0			14.9	5.0
9999									
1	2		1.938	5.917	5.28			900	
1	5		5.40322	3.304	4.92			900	
2	3		4.69919	7.797	4.38			900	
2	4		5.81117	6.632	3.74			900	
2	5		5.69517	3.388	3.40			900	
3	4		6.70117	1.103	3.46			900	
4	5		1.335	4.211	1.28			900	
4	7		20.912			0.9780	0.9501.050	900	
4	9		55.618			0.9690	0.9501.050	900	
5	6		25.202			0.9320	0.9501.050	900	
6	11		9.49819	8.890				900	
6	12		12.29125	5.581				900	
6	13		6.61513	0.027				900	
7	8		0.00117	6.615				900	
7	9		11.001					900	
9	10		3.181	8.450				900	
9	14		12.71127	0.038				900	
10	11		8.20519	2.207				900	
12	13		22.09219	9.988				900	
13	14		17.09334	8.802				900	
9999									

AFP30

1	1 BARRA1 SLACK	1053 .0	-9999 9999	0. 0.
2	-1 BARRA2 GERA.	1032-.09	-40 50	-18.3 12.7
3	0 BARRA3 CARG.	1018-.14		2.4 1.2
4	0 BARRA4 CARG.	1010-.17		7.6 1.6
5	-1 BARRA5 C.RE.	1010-.25	-40 40	94.2 19.0
6	0 BARRA6 CARG.	1004-.20		.0 .0
7	0 BARRA7 CARG.	998-.23		22.8 10.9
8	-1 BARRA8 C.RE.	1000-.21	-10 40	30.0 30.0
9	0 BARRA9 CARG.	1017-.26		.0 .0
10	0 BARRA10 CARG	1015-.29		5.8 2.0 19
11	-1 BARRA11 C.RE	1072-.26	-6 24	.0 .0
12	0 BARRA12 CARG	1019-.27		11.2 7.5
13	-1 BARRA13 C.RE	1057-.27	-6 24	.0 .0
14	0 BARRA14 CARG	1005-.29		6.2 1.6
15	0 BARRA15 CARG	1001-.29		8.2 2.5
16	0 BARRA16 CARG	1010-.29		3.5 1.8
17	0 BARRA17 CARG	1008-.29		9.0 5.8
18	0 BARRA18 CARG	994-.30		3.2 0.9
19	0 BARRA19 CARG	992-.31		9.5 3.4
20	0 BARRA20 CARG	997-.30		2.2 0.7
21	0 BARRA21 CARG	1003-.30		17.5 11.2
22	0 BARRA22 CARG	1004-.29		.0 .0
23	0 BARRA23 CARG	994-.30		3.2 1.6
24	0 BARRA24 CARG	994-.30		8.7 6.7 4.3
25	0 BARRA25 CARG	1001-.29		.0 .0
26	0 BARRA26 CARG	983-.30		3.5 2.3
27	0 BARRA27 CARG	1013-.28		.0 .0
28	0 BARRA28 CARG	997-.21		.0 .0
29	0 BARRA29 CARG	993-.31		2.4 0.9
30	0 BARRA30 CARG	982-.32		10.6 1.9

9999

1	2	1.92	5.75	2.64		9000
1	3	4.52	18.52	2.04		9000
2	4	5.70	17.37	1.84		9000
3	4	1.32	3.79	0.42		9000
2	5	4.72	19.83	2.09		9000
2	6	5.81	17.63	1.87		9000
4	6	1.19	4.14	0.45		9000
5	7	4.60	11.60	1.02		9000
6	7	2.67	8.20	0.85		9000
6	8	1.20	4.20	0.45		9000
6	9		20.80		1.0380.9501.050	9000
6	10		55.60		0.9560.9501.050	9000
9	11	.001	20.80			9000
9	10	.001	11.00			9000
4	12		25.60		1.0150.9501.050	9000
12	13		14.00			9000
12	14	12.31	25.59			9000
12	15	6.62	13.04			9000
12	16	9.45	19.87			9000
14	15	22.10	19.97			9000
16	17	8.24	19.23			9000
15	18	10.70	21.85			9000
18	19	6.39	12.92			9000
19	20	3.40	6.80			9000
10	20	9.36	20.90			9000
10	17	3.24	8.45			9000
10	21	3.48	7.49			9000
10	22	7.27	14.99			9000
21	22	1.16	2.36			9000
15	23	10.00	20.20			9000
22	24	11.50	17.90			9000
23	24	13.20	27.00			9000
24	25	18.85	32.92			9000
25	26	25.44	38.00			9000
25	27	10.93	20.87			9000
28	27		39.60		.9580.9501.050	9000
27	29	21.98	41.53			9000
27	30	32.02	60.27			9000
29	30	23.99	45.33			9000
8	28	6.36	20.00	2.14		9000
6	28	1.69	5.99	0.65		9000
9999						

1	1	BARRA1.SLAC	1040	.0	0	0-9999	9999	55.0	17.0	0.	1.
2	-1	BARRA2.GERA	1010	.0	0	0-9999	9999	3.0	88.0	0.	1.
3	-1	BARRA3.GERA	0985	.0	40	0-9999	9999	41.0	21.0	0.	1.
4	0	BARRA4.CARG	1000	.0	0	0	0	.0	.0	0.	1.
5	0	BARRA5.CARG	1000	.0	0	0	0	13.0	4.0	0.	1.
6	-1	BARRA6.GERA	980	.0	0	0-9999	9999	75.0	2.0	0.	1.
7	0	BARRA7.CARG	1000	.0	0	0	0	.0	.0	0.	1.
8	-1	BARRA8.GERA	1005	.0	450	0-9999	9999	150.0	22.0	0.	1.
9	-1	BARRA9.GERA	980	.0	0	0-9999	9999	121.0	26.0	0.	1.
10	0	BARRA10.CAR	1000	.0	0	0	0	5.0	2.0	0.	1.
11	0	BARRA11.CAR	1000	.0	0	0	0	.0	.0	0.	1.
12	-1	BARRA12.GER	1015	.0	310	0-9999	9999	377.0	24.0	0.	1.
13	0	BARRA13.CAR	1000	.0	0	0	0	18.0	2.3	0.	1.
14	0	BARRA14.CAR	1000	.0	0	0	0	10.5	5.3	0.	1.
15	0	BARRA15.CAR	1000	.0	0	0	0	22.0	5.0	0.	1.
16	0	BARRA16.CAR	1000	.0	0	0	0	43.0	3.0	0.	1.
17	0	BARRA17.CAR	1000	.0	0	0	0	42.0	8.0	0.	1.
18	0	BARRA18.C.R	1000	.0	0	0	0	27.2	9.8	10.	1.
19	0	BARRA19.CAR	1000	.0	0	0	0	3.3	0.6	0.	1.
20	0	BARRA20.CAR	1000	.0	0	0	0	2.3	1.0	0.	1.
21	0	BARRA21.CAR	1000	.0	0	0	0	.0	.0	0.	1.
22	0	BARRA22.CAR	1000	.0	0	0	0	.0	.0	0.	1.
23	0	BARRA23.CAR	1000	.0	0	0	0	6.3	2.1	0.	1.
24	0	BARRA24.CAR	1000	.0	0	0	0	.0	.0	0.	1.
25	0	BARRA25.C.R	1000	.0	0	0	0	6.3	3.2	5.9	1.
26	0	BARRA26.CAR	1000	.0	0	0	0	.0	.0	0.	1.
27	0	BARRA27.CAR	1000	.0	0	0	0	9.3	0.5	0.	1.
28	0	BARRA28.CAR	1000	.0	0	0	0	4.6	2.3	0.	1.
29	0	BARRA29.CAR	1000	.0	0	0	0	17.0	2.6	0.	1.
30	0	BARRA30.CAR	1000	.0	0	0	0	3.6	1.8	0.	1.

31	0	BARRA31.CAR	1000	.0	0	0	0	0	5.8	2.9	0.1	.
32	0	BARRA32.CAR	1000	.0	0	0	0	0	1.6	0.8	0.1	.
33	0	BARRA33.CAR	1000	.0	0	0	0	0	3.8	1.9	0.1	.
34	0	BARRA34.CAR	1000	.0	0	0	0	0	.0	.0	0.1	.
35	0	BARRA35.CAR	1000	.0	0	0	0	0	6.0	3.0	0.1	.
36	0	BARRA36.CAR	1000	.0	0	0	0	0	.0	.0	0.1	.
37	0	BARRA37.CAR	1000	.0	0	0	0	0	.0	.0	0.1	.
38	0	BARRA38.CAR	1000	.0	0	0	0	0	14.0	7.0	0.1	.
39	0	BARRA39.CAR	1000	.0	0	0	0	0	.0	.0	0.1	.
40	0	BARRA40.CAR	1000	.0	0	0	0	0	.0	.0	0.1	.
41	0	BARRA41.CAR	1000	.0	0	0	0	0	6.3	3.0	0.1	.
42	0	BARRA42.CAR	1000	.0	0	0	0	0	7.1	4.4	0.1	.
43	0	BARRA43.CAR	1000	.0	0	0	0	0	2.0	1.0	0.1	.
44	0	BARRA44.CAR	1000	.0	0	0	0	0	12.0	1.8	0.1	.
45	0	BARRA45.CAR	1000	.0	0	0	0	0	.0	.0	0.1	.
46	0	BARRA46.CAR	1000	.0	0	0	0	0	.0	.0	0.1	.
47	0	BARRA47.CAR	1000	.0	0	0	0	0	29.7	11.6	0.1	.
48	0	BARRA48.CAR	1000	.0	0	0	0	0	.0	.0	0.1	.
49	0	BARRA49.CAR	1000	.0	0	0	0	0	18.0	8.5	0.1	.
50	0	BARRA50.CAR	1000	.0	0	0	0	0	21.0	10.5	0.1	.
51	0	BARRA51.CAR	1000	.0	0	0	0	0	18.0	5.3	0.1	.
52	0	BARRA52.CAR	1000	.0	0	0	0	0	4.9	2.2	0.1	.
53	0	BARRA53.C.R	1000	.0	0	0	0	0	20.0	10.0	6.3	1.
54	0	BARRA54.CAR	1000	.0	0	0	0	0	4.1	1.4	0.1	.
55	0	BARRA55.CAR	1000	.0	0	0	0	0	6.8	3.4	0.1	.
56	0	BARRA56.CAR	1000	.0	0	0	0	0	7.6	2.2	0.1	.
57	0	BARRA57.CAR	1000	.0	0	0	0	0	6.7	2.0	0.1	.

9999

1	2	0.83	2.80	6.45		9000
2	3	2.98	8.50	4.09		9000
3	4	1.12	3.66	1.90		9000
4	5	6.25	13.20	1.29		9000
4	6	4.30	14.80	1.74		9000
6	7	2.00	10.20	1.38		9000
6	8	3.39	17.30	2.35		9000
8	9	.99	5.05	2.74		9000
9	10	3.69	16.79	2.20		9000
9	11	2.58	8.48	1.09		9000
9	12	6.48	29.50	3.86		9000
9	13	4.81	15.80	2.03		9000
13	14	1.32	4.34	0.55		9000
13	15	2.69	8.69	1.15		9000
1	15	1.78	9.10	4.94		9000
1	16	4.54	20.60	2.73		9000
1	17	2.38	10.80	1.43		9000
3	15	1.62	5.30	2.72		9000
4	18	.0	55.50	.0	0.9700.9501.050	9000
4	18	.0	43.00	.0	0.9780.9501.050	9000
5	6	3.02	6.41	0.62		9000
7	8	1.39	7.12	0.97		9000
10	12	2.77	12.62	1.64		9000
11	13	2.23	7.32	0.94		9000
12	13	1.78	5.80	3.02		9000
12	16	1.80	8.13	1.08		9000
12	17	3.97	17.90	2.38		9000

14	15	1.71	5.47	0.74		9000
18	19	46.10	68.50	.0		9000
19	20	28.30	43.40	.0		9000
21	20	.0	77.67	.0	1.0430.9501.050	9000
21	22	7.36	11.70	.0		9000
22	23	0.99	1.52	.0		9000
23	24	16.60	25.60	0.42		9000
24	25	.0	118.20	.0	1.0000.9501.050	9000
24	25	.0	123.00	.0	1.0000.9501.050	9000
24	26	.0	4.73	.0	1.0430.9501.050	9000
26	27	16.50	25.40	.0		9000
27	28	6.18	9.54	.0		9000
28	29	4.18	5.87	.0		9000
7	29	.0	6.48	.0	0.9670.9501.050	9000
25	30	13.50	20.20	.0		9000
30	31	32.60	49.70	.0		9000
31	32	50.70	75.50	.0		9000
32	33	3.92	3.60	.0		9000
34	32	.0	95.30	.0	0.9750.9501.050	9000
34	35	5.20	7.80	0.16		9000
35	36	4.30	5.37	0.08		9000
36	37	2.90	3.66	.0		9000
37	38	6.51	10.09	0.01		9000
37	39	2.39	3.79	.0		9000
36	40	3.00	4.66	.0		9000
22	38	1.92	2.95	.0		9000
11	41	.0	74.90	.0	0.9550.9501.050	9000

41	42	20.70	35.20	.0		9000
41	43	0.001	41.20	.0		9000
38	44	2.89	5.85	0.10		9000
15	45	.0	10.42	.0	0.9550.9501.050	9000
14	46	.0	7.35	.0	0.9000.9501.050	9000
46	47	2.30	6.80	0.16		9000
47	48	1.82	2.33	.0		9000
48	49	8.34	12.90	0.24		9000
49	50	8.01	12.80	.0		9000
50	51	13.86	22.00	.0		9000
10	51	.0	7.12	.0	0.9300.9501.050	9000
13	49	.0	19.10	.0	0.8950.9501.050	9000
29	52	14.42	18.70	.0		9000
52	53	7.62	9.84	.0		9000
53	54	18.78	23.20	.0		9000
54	55	17.32	22.65	.0		9000
11	43	0.001	15.30	.0	0.9580.9501.050	9000
44	45	6.24	12.42	.02		9000
40	56	.0	119.50	.0	0.9580.9501.050	9000
56	41	55.30	54.90	.0		9000
56	42	21.25	35.40	.0		9000
39	57	.0	135.50	.0	0.9800.9501.050	9000
57	56	17.40	26.00	.0		9000
38	49	11.50	17.70	0.30		9000
38	48	3.12	4.82	.0		9000
9	55	.0	12.05	.0	0.9400.9501.050	9000
9999						