Campus de São Carlos

**"ANÁLISE E PROJETO DE UM CONVERSOR CA-CC
DE COMUTAÇÃO FORÇADA"**

Autor: Paulo Roberto Lima de Almeida

Orientador: Prof.Dr. Azauri A. de Oliveira Jr.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS**

DEDALUS - Acervo - EESC

31100013501

ANÁLISE E PROJETO DE UM CONVERSOR CA-CC DE COMUTAÇÃO FORÇADA

PAULO ROBERTO LIMA ALMEIDA

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Azauri Albano de Oliveira Jr.

São Carlos, SP
setembro de 1995

Class.	TESE
Cot.	0234
	e.1
Tombo	151/95

Eletricidade

st 0742723

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC-USP

A447a Almeida, Paulo Roberto Lima
Análise e projeto de um conversor CA-CC de comutação
forçada / Paulo Roberto Lima Almeida.--São Carlos, 1995.
147p.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de São
Carlos-Universidade de São Paulo, 1995.
Orientador: Prof. Dr. Azauri Albano de Oliveira

1. Conversor CA-CC de comutação forçada. 2. Comutação. 3.
Retificadores I. Título

FOLHA DE APROVAÇÃO

Dissertação defendida e aprovada em 01-9-1995
pela Comissão Julgadora:

Prof. Doutor AZAURI ALBANO DE OLIVEIRA JR. - Orientador
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor WALDIR PO
(Escola Politécnica - Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor MANOEL LUIS DE AGUIAR
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Dr. MOUNIR KHALIL EL DEBS
Vice-Presidente da Comissão de Pós-Graduação
em exercício

Coordenador da área - Engenharia Elétrica
Prof. Dr. GERALDO ROBERTO M. DA COSTA

*Para Meu Pai (em memória),
E Minha Mãe.*

AGRADECIMENTOS

Ao professor Azauri Albano de Oliveira Jr., pela sua excelente orientação.

A Profa. Vilma Alves Oliveira e o Prof. Manoel Luis de Aguiar, pelas suas sugestões valiosas.

Ao Conselho de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - **CNPq**, pela bolsa concedida para realização deste trabalho.

A Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - **FAPESP**, pelo apoio financeiro.

Ao Prof. Jerson B. Vargas, pelo incentivo.

A secretária Rosane, pela sua ajuda.

Aos colegas do Departamento de Engenharia Elétrica,

Nelson T. Fujii, José Roberto, Flávio Taniguchi, Fabrício Zancanella, Annete S. Faresarella, Stilante K. Manfrin, Tomás T. Aki, Eduardo F. Costa, Sérgio K. Utsunomiya, Osmar Ogashawara, William D. Ferreira e Luís Manesco.

A minha irmã Lúcia, pelo incentivo.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Princípio dos Conversores Estáticos de Potência	1
1.2	Uma Visão Geral dos Objetivos Deste Trabalho	6
1.3	Organização Deste Trabalho	7
2	Teoria Básica da Comutação	9
2.1	A Comutação Natural nos Tiristores	9
2.2	A Comutação Forçada nos Tiristores	12
3	Conversores CA-CC com Comutação Natural	16
3.1	Conversores Monofásicos	17
3.2	Conversores Monofásicos Semi-Controlados	21
3.3	Conversores Polifásicos	24
3.3.1	Operação no Modo Retificador	24
3.3.2	Operação no Modo Inversor	27
3.4	Conversor de Seis Pulsos	29
3.5	Conversor Trifásico em Ponte	32
3.6	Conversor Trifásico Semi-Controlado em Ponte	34
4	O Processo da Comutação	37

4.1	Operação no Modo Descontínuo	41
4.2	Características de Desempenho Externo dos Conversores	43
4.2.1	Ângulo de Deslocamento de Entrada	43
4.2.2	Fator de Deslocamento de Entrada	44
4.2.3	Fator de Potência de Entrada	44
4.2.4	Fator de Harmônicos	44
4.2.5	Fator de Distorção da Corrente de Entrada	45
4.2.6	Relações Básicas Entre as Características de Entrada	45
4.3	Considerações Sobre os Conversores Controlados por Fase	47
4.3.1	Vantagens e Desvantagens dos Conversores com Controle de Fase	48
5	Conversores CA-CC Com Comutação Forçada (CCF)	51
5.1	Configuração do Circuito	58
6	Análise do Processo de Comutação Forçada no CCF	61
6.1	Descrição Geral do Primeiro Período de Comutação	62
6.2	Descrição Geral do Segundo Período de Comutação	64
6.3	Análise Detalhada do CCF	65
6.3.1	Modo 1	65
6.3.2	Modo 2	70
6.3.3	Modo 3	76
6.3.4	Modo 4	80
7	Metodologia de Projeto do CCF	84
7.1	Cálculo de V_0 e L_s	84
7.2	Equação Para L_s	86
7.3	Determinação da Capacitância e Indutância de Comutação	87
7.4	Equações Condicionais	95

8 Simulação do CCF	100
8.1 Verificação dos modos 1 e 2.....	101
8.2 Verificação dos modos 3 e 4.....	101
9 Conclusões	107
9.1 Proposições de Continuidade do Trabalho.....	108
Referências Bibliográficas	109

Apêndices

A Solução das Equações do CCF	121
A.1 Equações do Modo 1.....	121
A.1.1 Cálculo da Corrente I_{L_0}	124
A.2 Obtenção das Equações do Modo 2.....	125
A.2.1 Sub-modo 2a.....	125
A.2.2 Sub-modo 2b.....	130
A.3 Determinação das Equações do Modo 3.....	133
A.3.1 Cálculo da Corrente $I_{L_{\theta_1}}$	135
A.4 Solução das Equações do Modo 4.....	136
A.4.1 Equações do Parâmetro α_c em função de C_C e L_C	141
B Tabela Resumida de Transformadas de Laplace e Algumas Propriedades Trigonômétricas	143
C Listagens dos Programas Utilizado para Simulação do CCF	145

Lista de Figuras

1.1	Controle de potência por chaves	5
1.2	(a) Tipos de conversão. (b) Tipos de conversores	6
2.1	Comutação de carga	10
2.2	Comutação própria no chopper	11
2.3	Aplicação de pulsos de tensão em paralelo com o tiristor	13
2.4	Aplicação de pulsos de tensão em série com o tiristor	13
2.5	Métodos de obtenção de pulsos de corrente em paralelo com o tiristor	14
2.6	Métodos de aplicar pulsos de corrente em série com o tiristor	15
3.1	Conversor monofásico	18
3.2	Formas de onda teóricas do conversor monofásico no modo de retificação	19
3.3	Formas de onda teóricas do conversor monofásico no modo de inversão	20
3.4	Topologias de circuitos conversores monofásicos semi-controlados	21
3.5	Formas de onda teóricas do conversor monofásico semi-controlado	22
3.6	Relação entre $U_{d\alpha}$ e α nos conversores monofásicos	23
3.7	Conversor de três pulsos	24
3.8	Tensões e corrente, em um ramo, do conversor de três pulsos	25
3.9	Formas de onda teóricas da tensão $U_{d\alpha}$, da corrente e tensão em um tiristor do circuito de três pulsos	27

3.10	Formas de onda da tensão média $U_{d\alpha}$ e da corrente i_{s1} em um ramo do circuito, para diversos ângulos de controle no modo de inversão	28
3.11	(a) Relação entre $U_{d\alpha}$ e α . (b) forma de onda da transição da operação de inversão para retificação no conversor de três pulsos	29
3.12	Conversor de seis pulsos	30
3.13	Formas de onda teóricas do conversor de seis pulsos	31
3.14	Conversor trifásico em ponte.	32
3.15	Relações entre tensões e correntes	33
3.16	Formas de onda do circuito trifásico em ponte	34
3.17	Circuito do conversor trifásico semi-controlado em ponte	35
3.18	Formas de onda teóricas do conversor de três pulsos semi-controlado.	36
4.1	(a) O efeito das indutâncias da fonte de alimentação na operação de um conversor de três pulsos. (b) circuito equivalente durante a comutação	38
4.2	Formas de onda do conversor de três pulsos na operação de retificação, considerando o efeito das indutâncias da alimentação	39
4.3	Formas de onda do conversor de três pulsos na operação de inversão, considerando o efeito das indutâncias da alimentação	41
4.4	Operação de descontinuidade do conversor de três pulsos	42
4.5	Relação entre a posição da corrente e tensão de linha com o ângulo de controle α .	47
4.6	Conversor de 12 pulsos em ponte	49
5.1	Conversor de comutação forçada	52
5.2	Formas de onda ideais. (a) Operação em avanço. (b) Operação em atraso.	53
5.3	Conversor auto-comutado	54
5.4	Circuito de potência do conversor ca-cc trifásico tiristorizado com comutação forçada	55

5.5	Circuito do conversor monofásico	56
5.6	Circuito de potência do conversor semi-controlado	57
5.7	Fundamento do controle do conversor ca-cc através da técnica PWM	58
5.8	Forma de onda da tensão e_d do CCF	60
6.1	Topologias dos modos 1 e 2 do CCF	63
6.2	Topologias dos modos 3 e 4 do CCF	64
6.3	Circuito equivalente durante o modo 1	66
6.4	Formas de onda teóricas dos modos 1 e 2	67
6.5	Circuito equivalente durante o sub-modo 2a	71
6.6	Circuito equivalente do sub-modo 2b	74
6.7	Circuito equivalente durante o modo 3	77
6.8	Formas de onda teóricas dos modos 3 e 4	79
6.9	Circuito equivalente durante o modo 4	81
7.1	Gráficos de C_c e L_c em função de x_c , para $\beta_c = 1$	90
7.2	Gráficos de C_c e L_c em função de x_c , para $\beta_c = 2$	91
7.3	Gráficos de α_c em função de L_c e C_c , para $\beta_c = 1$	93
7.4	Gráficos de α_c em função de L_c e C_c , para $\beta_c = 2$	94
8.1	Fluxograma para a simulação do CCF	102
8.2	Verificação computacional dos modos 1 e 2	104
8.3	Verificação computacional dos modos 3 e 4	105
8.4	Tempo de polarização reversa dos tiristores	106

Lista de Tabelas

7.1	Requisitos de projeto	99
8.1	Parâmetros e especificações usados na simulação	100
B.1	Tabela de Transformadas de Laplace e Propriedades Trigonômicas	144

LISTA DE ABREVIATURAS

APL	- active power line conditioner
BJT	- bipolar power transistor
CA	- corrente alternada
CC	- corrente contínua
CCF	- conversor de comutação forçada
DF	- displacement factor
FPF	- fundamental power factor
GTO	- gate turn-off thyristor
HF	- harmonic factor
IGBT	- insulated gate bipolar transistor
HVDC	- high voltage dc
MCT	- MOS-controlled thyristor
MOSFET	- Metal-oxide-silicon-fieldeffect-transistor
PCC	- parallel current commutation
PVC	- parallel voltage commutation
PWM	- pulse width modulation
RkF45	- Runge-Kutta de 4ª ou 5ª ordem
SCC	- series current commutation
SCR	- silicon controlled rectifier
SIT	- static induction transistor
SPWM	- sinusoidal pulsewidth modulation
SVC	- series voltage commutation
UPS's	- uninterruptible power supplies
VSCF	- variable-speed constant-frequency

LISTA DE SÍMBOLOS

C_c	- capacitor de comutação equivalente no CCF
e_d	- tensão instantânea de saída do CCF
h	- ordem do harmônico
i_{D_1}	- corrente no diodo D_1 do CCF
i_{D_3}	- corrente no diodo D_3 do CCF
i_{L_c}	- corrente instantânea do CCF
I	- valor eficaz da corrente de alimentação
I_d	- corrente contínua de saída (que é considerada constante)
I_{dc}	- corrente de saída do CCF
I_{D_0}	- corrente inicial no diodo D_1 do CCF durante o submodo 2b
I_h	- harmônico de corrente
I_{L_0}	- corrente inicial de L_c no CCF durante o modo 1
$I_{L_{01}}$	- corrente inicial de L_c no CCF durante o modo 4
I_m	- corrente máxima dos tiristores no modo 1 do CCF
I_{m_1}	- corrente máxima dos tiristores no modo 4 do CCF
I_p	- corrente máxima dos tiristores do CCF
I_1	- valor eficaz do componente fundamental da corrente de alimentação
L	- indutância de comutação
L_c	- indutância de comutação do CCF
L_{dc}	- indutância de saída ou de choque do CCF
L_s	- indutância de linha do CCF
q	- número de pulsos
t	- tempo
t_{off}	- turn-off time

t_{q1}	- tempo de polarização reversa do tiristor no intervalo do modo 1 do CCF
t_{q2}	- tempo de polarização reversa do tiristor no intervalo do modo 4 do CCF
t_1	- tempo no intervalo do modo 1 do CCF
t_2	- tempo no intervalo do modo 2 do CCF
t_3	- tempo no intervalo do modo 3 do CCF
t_4	- tempo no intervalo do modo 4 do CCF
T_1	- tempo final do modo 1 do CCF
T'_1	- tempo final do submodo 2a do CCF
T_2	- tempo final do submodo 2b e do modo 2 do CCF
T_3	- tempo inicial do modo 3 do CCF
T_4	- tempo final do modo 3 do CCF
T_5	- tempo final do modo 4 do CCF
$u_s(x)$	- valor instantâneo da tensão de alimentação
$U_{d\alpha}$	- tensão média de saída ideal para um ângulo α
U_{d0}	- tensão média de saída ideal para $\alpha = 0^\circ$
U_S	- tensão eficaz do sistema trifásico
v_{C_c}	- tensão instantânea de C_c no CCF
V_0	- tensão inicial de C_c durante o modo 1 do CCF
V_{01}	- tensão inicial de C_c durante o submodo 2b do CCF
V_{02}	- tensão inicial de C_c durante o modo 3 do CCF
V_{03}	- tensão final de C_c durante o modo 4 do CCF
V_p	- tensão máxima dos tiristores do CCF
α	- ângulo de controle de fase
α_c	- razão entre as correntes I_m e I_{dc} no CCF
β	- largura do pulso
β_c	- razão entre os tempos t_{q1} e t_{off} no CCF

ϕ_1 - ângulo de deslocamento do componente fundamental da corrente

γ - margem de ângulo no modo de inversão

λ - fator de potência

ω - frequência angular

ω_0 - $2\pi f_0$

RESUMO

Este trabalho tem como principal objetivo apresentar uma investigação e uma metodologia de projeto, até o presente momento inédita, de uma topologia de um conversor ca-cc trifásico de comutação forçada. Através da análise desenvolvida neste trabalho, determina-se um modelo matemático do conversor ca-cc para os quatro modos que determinam o processo da comutação nesse circuito. Esse modelo resulta em sistemas de equações fundamentais na forma de equações diferenciais, que são resolvidos com a finalidade de determinar o comportamento do circuito do conversor durante o processo de comutação e de obter uma metodologia de projeto. Com o objetivo de validar a investigação e o método de projeto foi implementada simulação computacional, no programa Simnon, dos intervalos de comutação do conversor ca-cc de comutação forçada. Essa estrutura, que durante a sua operação emprega tanto a comutação forçada como a natural, quando comparada com os conversores de comutação natural apresenta várias vantagens, como um alto fator de potência e a eliminação dos harmônicos de baixa ordem na linha ca (utilização da comutação forçada com a técnica de modulação por largura de pulso PWM), como mostra vários trabalhos publicados, que estão descritos na parte de referências bibliográficas deste texto.

Palavras-chaves: conversor ca-cc de comutação forçada; comutação; retificadores

ABSTRACT

The main objective of this work is to present an investigation and a design method, which up to now is not available in the literature, of a three-phase force commutated ac-dc converter. From the analysis developed in this work one obtains the mathematical model of the ac-dc converter for its four modes of commutation, which determine the commutation process in the converter circuit. The fundamental equations, which have been written in the form of differential equations, are solved to determine the behaviour of the converter circuit during commutation, and also to obtain a design method. To validate the analysis and the design procedure, computer simulation of the commutation intervals of the ac-dc converter was implemented using the program Simnon. The three-phase ac-dc converter, which uses both forced and line commutation, when compared with the conventional line commutated converter, presents several advantages as a high power factor and the elimination of lower harmonics of the ac line (utilization of the forced commutation and the pulsewidth modulation strategy), as it is shown in several published works, which can be found in the references of this work.

Keywords: Force commutated ac-dc converter; commutation; rectifiers

Capítulo 1

Introdução

1.1 Princípio dos Conversores Estáticos de Potência

Os conversores estáticos de potência são matrizes de chaves que têm a finalidade de converterem potência na sua forma elétrica [2]–[33]. O fluxo de potência, que é geralmente obtido a partir da potência gerada e distribuída comercialmente, deve ser adequadamente controlado com o objetivo de servir a uma grande variedade de sistemas ou cargas, que possuem características elétricas diversas. Assim, sendo estruturas constituídas de chaves, que operam nos estados de condução e não condução, os conversores de potência têm em comum a característica de serem sistemas não lineares.

Historicamente, como está enfatizado em recentes trabalhos publicados na literatura [14]–[29], o desenvolvimento dos conversores de potência acompanha a evolução da eletrônica de potência, que por sua vez segue o desenvolvimento da moderna tecnologia de fabricação dos dispositivos de potência. Esses dispositivos que no início do século eram baseados na condução em gases e no vácuo, passaram a ser fabricados a partir de elementos semicondutores como é o caso da estrutura pnpn que em 1956 deu origem ao tiristor **SCR**, e proporcionou o

início de uma nova era na eletrônica de potência [2]–[38]. A grande evolução tecnológica na pesquisa dos dispositivos semicondutores de potência, que vem ocorrendo nos últimos anos, fez surgirem outros dispositivos como o triac, **GTO**, o transistor bipolar de potência **BJT**, o **MOSFET** de potência e mais recentemente os dispositivos de potência modernos ou dos anos oitenta, como o **IGBT**, **SIT**, **SITH** e o **MCT** [6]–[28]. O advento desses dispositivos de potência possibilitou o surgimento de várias configurações de conversores de potência, que têm como finalidade a obtenção de um alto grau de eficiência no processo de conversão de energia. Atualmente os conversores estáticos de potência abrangem um considerável campo de aplicações, como a sua extensa utilização na indústria, na área comercial, em equipamentos residenciais, nos serviços militares e aeroespaciais. Essas aplicações incluem:

- O acionamento de máquinas
- A geração de potência ca e cc
- O controle de iluminação
- O aquecimento
- Os processos eletroquímicos
- A filtragem de harmônicos
- A soldagem elétrica, etc.

A classificação geral dos conversores está fundamentada no processo de conversão e controle do fluxo de potência [2]–[20]. Dessa forma, os conversores estáticos de potência podem ser classificados como:

- Retificador, ou conversor ca-cc
- Inversor, ou conversor cc-ca

- Chopper, ou conversor cc-cc
- Controlador de potência ca (que opera na mesma frequência)
- Cicloconversor, ou conversor de frequência

A. Conversor $CA-CC$

O conversor ca-cc apresenta a função básica de converter uma potência ca em uma cc. Esse tipo de conversor é largamente utilizado nas seguintes aplicações:

- Controle de velocidade dos motores cc (controle de velocidade do sistema Ward Leonard)
- Sistemas de transmissão de alta tensão HVDC
- Sistema de acionamento ca como fonte de alimentação de inversor
- Produção de gás químico, como carregador de baterias, etc.

B. Conversor $CC-CA$

Neste tipo de conversor, a potência cc de entrada é convertida em uma potência ca de saída. Os conversores cc-ca estão presentes nas seguintes aplicações:

- Acionamento de motores ca
- Sistemas sem interrupção do fluxo de potência UPS's
- Condicionadores de potência ativa de linha APLC, etc.

Os inversores por sua vez são classificados de acordo com a natureza da alimentação de entrada, que pode ser uma corrente ou uma tensão, o que origina a terminologia inversor de corrente ou inversor de tensão.

C. Controlador de Tensão CA

Um controlador de tensão ou potência ca controla a tensão eficaz de saída enquanto que a frequência de saída permanece inalterada. Dessa forma, podemos visualizar essa estrutura como sendo um auto-transformador a estado sólido. Os controladores de tensão ca são usados nas seguintes aplicações:

- No controle de aquecimento
- Nos circuitos de frenagem
- No controle de velocidade dos motores de indução
- Nos circuitos de partida dos motores de indução, etc.

D. Cicloconversor

O cicloconversor pode ser definido como um transformador de frequências. Isto é, esse tipo de conversor converte uma potência ca de entrada numa determinada frequência para uma outra potência numa outra frequência. Teoricamente os circuitos cicloconversores podem gerar uma faixa de frequência de saída que vai de zero a frequências bem mais elevadas do que a de entrada. Além disso, esses circuitos são usados nas seguintes aplicações:

- No acionamento de grandes motores ca
- Em fornos com aquecimento indutivo
- Em sistemas que requerem velocidade variável e frequência constante

(VSCF).

A figura 1.1 ilustra o princípio do controle do fluxo de potência usando uma configuração básica de chaves ideais, que proporcionam o controle da transferência de potência entre a fonte de alimentação de entrada $u_s(t)$ e a carga que pode ser (resistiva R / indutiva L / capacitiva C / força contraeletromotriz E).

Figura 1.1: Controle de potência por chaves

As tensões de entrada e saída estão relacionadas pela seguinte relação [14]:

$$u_L(t) = s(t) u_s(t) \quad (1.1)$$

As figuras 1.2 (a) e (b) mostram respectivamente o princípio da conversão de potência que é utilizado nos circuitos conversores de potência, e os tipos de conversores de potência que realizam as quatro funções básicas de conversão de energia.

Figura 1.2: (a) Tipos de conversão. (b) Tipos de conversores

1.2 Uma Visão Geral dos Objetivos Deste Trabalho

O principal objetivo deste trabalho é a realização de uma análise e o desenvolvimento de um procedimento de projeto de um conversor ca-cc de comutação forçada [1]. Para tanto, investiga-se detalhadamente o processo de comutação na sua configuração básica. Isto é, a partir da análise do mecanismo de comutação entre dois ramos do circuito, obtém-se um modelo matemático do cir-

cuito de potência do conversor. O uso desse modelo resulta na obtenção de uma metodologia de projeto, que tem como finalidade a determinação dos elementos de comutação do circuito. Esse procedimento de projeto está condicionada a requisitos que têm como função evitar falhas durante o processo de comutação na estrutura do conversor.

Um procedimento da organização deste texto, é resumido a seguir,

1.3 Organização Deste Trabalho

Este trabalho, além dessa introdução, contém outros sete capítulos. No capítulo 2 está descrito o princípio da comutação nos tiristores. Isto é, a comutação natural e forçada que são empregados durante a operação do conversor ca-cc a ser analisado.

O capítulo 3 inclui uma visão geral da operação de algumas topologias usuais de conversores ca-cc com comutação natural.

No capítulo 4 tem início uma abordagem mais realística do processo da comutação, que leva em consideração a presença das reatâncias das fases durante a comutação. Ainda nesse capítulo está descrito uma breve análise da operação de descontinuidade nos conversores de potência, bem como uma descrição generalizada das características de desempenho externo dos conversores.

O capítulo 5 inclui uma descrição de algumas topologias recentes de conversores ca-cc com comutação forçada, que competem diretamente com o circuito de potência investigado nesse trabalho, que tem sua configuração básica também descrita nesse capítulo.

O capítulo 6 inclui uma análise detalhada do processo de comutação no circuito de potência do conversor ca-cc trifásico. Essa investigação é realizada nos quatro modos que determinam o processo de comutação no conversor.

No capítulo 7 é desenvolvido uma metodologia de projeto do circuito de potência do conversor ca-cc de comutação forçada, tendo como objetivo a deter-

minação dos seus elementos de comutação. Além disso, nesse capítulo estão descritos os requisitos e as equações condicionais de projeto do circuito de potência do conversor ca-cc.

O capítulo 8 mostra o procedimento utilizado na simulação do conversor ca-cc de comutação forçada, bem como os resultados obtidos durante a verificação computacional realizada no programa Simnon.

Capítulo 2

Teoria Básica da Comutação

Os dispositivos semicondutores de potência, como foi descrito anteriormente, constituem os elementos fundamentais dos circuitos conversores. Esses dispositivos controlados ou não (por exemplo tiristores ou diodos), durante as suas operações precisam ser comutados ou desligados. Partindo desse ponto de vista define-se a comutação na engenharia elétrica como sendo o ato de interromper ou desviar o fluxo de corrente que circula através de um determinado ramo do circuito [6].

Historicamente, segundo Wyk em [14], os conversores estáticos de potência com SCR's estão divididos em duas classes básicas de circuitos de comutação, como segue:

- Comutação Natural
- Comutação Forçada

2.1 A Comutação Natural nos Tiristores

Na comutação natural o circuito em que o tiristor está conectado possui a capacidade natural de desligar o tiristor. De acordo com Dubey em [39] o método de comutação natural nos tiristores pode ser dividido como segue:

- Comutação de linha
- Comutação de carga
- Comutação a partir da tensão de carga
- Comutação própria

A. Comutação de Linha

Na comutação de linha a reversão da tensão de linha a cada semiciclo faz com que, em determinadas configurações, as correntes de carga e do tiristor caiam a zero durante o semiciclo negativo da tensão de entrada, e sucessivamente o tiristor é submetido a uma polarização reversa, levando ao seu desligamento.

B. Comutação de Carga

Neste tipo de comutação, como ilustra a figura 2.1, as constantes de carga em geral são selecionadas de modo que a corrente apresenta uma resposta sub-amortecida, e cai a zero após o disparo do tiristor e a fonte de alimentação estar conectada a carga.

Figura 2.1: Comutação de carga

C. Comutação a partir da Tensão de Carga

Este tipo de comutação ocorre principalmente em cargas que são constituídas de motores síncronos superexcitados, onde as tensões induzidas nas fases do estator estão atrasadas em relação as correntes, dessa forma como ocorre com a tensão ca de alimentação na comutação de linha, as tensões de fases do motor são utilizadas na comutação dos tiristores

D. Comutação Própria

Na comutação própria o desligamento do tiristor inicia com o seu próprio disparo. Esse método de comutação é semelhante ao da comutação de carga, exceto que não se exige que a corrente de carga circule sempre através dos elementos de comutação L e C. O circuito da figura 2.2 ilustra um exemplo da comutação própria.

Figura 2.2: Comutação própria no chopper

2.2 A Comutação Forçada nos Tiristores

O processo de comutação forçada nos circuitos conversores que utilizam tiristores envolve a aplicação de uma polarização reversa no tiristor, que pode ser obtida através da aplicação de um pulso de tensão ou corrente em paralelo ou em série com o tiristor a ser comutado. A duração da polarização reversa, geralmente deve ser maior do que o próprio tempo de desligamento do tiristor t_{off} . A comutação forçada nos tiristores, conforme Dubey classifica em [39], está dividida em quatro categorias, como segue:

- Comutação com tensão paralela
- Comutação com tensão série
- Comutação com corrente paralela
- Comutação com corrente série

A. Comutação Com Tensão Paralela (PVC)

Neste tipo de comutação, o tiristor a ser comutado é submetido a um pulso de tensão reversa que lhe é aplicado em paralelo. As figuras 2.3 (a) e (b) mostram dois métodos de aplicar um pulso de tensão em paralelo com o tiristor, a partir das tensões dos capacitores que estão previamente carregados e da utilização das chaves S.

Figura 2.3: Aplicação de pulsos de tensão em paralelo com o tiristor

B. Comutação Com Tensão Série (SVC)

Neste caso, um pulso de tensão é aplicado em série ao tiristor a ser comutado. As figuras 2.4 (a), (b) e (c) mostram o princípio básico da aplicação de um pulso de tensão em série ao tiristor, através de um capacitor previamente carregado e o uso de uma chave S .

Figura 2.4: Aplicação de pulsos de tensão em série com o tiristor

C. Comutação Com Corrente Paralela (PCC)

Na comutação com corrente paralela, a comutação do tiristor ocorre com a aplicação de um pulso de corrente que é conectado em paralelo com o tiristor. O fundamento desse tipo de comutação está mostrado nas figuras 2.5 (a) e (b). Nessas figuras as chaves S , o capacitor C previamente carregado, a indutância L_s e um transformador, figura 2.5 (b), são usados para obtenção do pulso de corrente que é aplicado em paralelo ao tiristor.

Figura 2.5: Métodos de obtenção de pulsos de corrente em paralelo com o tiristor

D. Comutação Com Corrente Série (SCC)

Este tipo de comutação é caracterizado pela aplicação de um pulso de corrente em série com o tiristor a ser comutado. As estruturas básicas desse método de comutação podem ser visualizadas nas figuras 2.6 (a) e (b).

Na figura 2.6 (a), o pulso de corrente é obtido com a ajuda do disparo de um tiristor auxiliar T_{h1} , além da chave S , figura 2.6 (b), e do indutor L .

Figura 2.6: Métodos de aplicar pulsos de corrente em série com o tiristor

As chaves S que estão presentes nessas estruturas básicas são dispositivos semicondutores. Já em algumas configurações, como é caso das figuras 2.3 e 2.4, no lugar do capacitor previamente carregado poderia ter sido utilizado uma fonte de tensão auxiliar.

Capítulo 3

Conversores CA-CC com Comutação Natural

Os circuitos conversores de potência com comutação natural, principalmente os retificadores e inversores controlados por fase, os cicloconversores e os controladores de tensão ca, que utilizam a comutação de linha são configurações tradicionais que possuem as características e as vantagens de serem topologias com blocos simétricos de tiristores, com circuitos de controle simples e além disso esses conversores apresentam uma alta eficiência.

Os conversores ca-cc pertencem a uma classe de circuitos de potência que podem operar no modo retificador ou inversor, convertendo uma potência ca em outra cc. Além de possibilitarem a conversão de uma tensão monofásica (conversor monofásico) ou polifásica (conversor polifásico) para uma tensão cc ajustável os circuitos monofásicos, segundo Bose em [19], podem ter as seguintes topologias:

- Meia onda
- Meia ponte
- Ponte

- Transformador acoplado com derivação central.

As configurações polifásicas, que geralmente são conversores trifásicos, têm as seguintes topologias:

- Meia onda
- Seis pulsos com derivação central
- Meia ponte
- Ponte

Algumas dessas configurações serão aqui vistas e analisadas, com o objetivo de determinarmos o princípio de operação dos conversores ca-cc com comutação de linha.

3.1 Conversores Monofásicos

O circuito do conversor monofásico, mostrado na figura 3.1, é caracterizado por ser uma das mais simples topologias de conversores. Nesse circuito os pares diagonalmente opostos de tiristores, T_{h1} - T_{h2} e T_{h3} - T_{h4} , são disparados e desligados simultaneamente.

A operação do conversor monofásico [2]–[38] pode ser descrita a partir da observação das formas de onda da figura 3.2. Considerando que a tensão do secundário do transformador assume a seguinte forma:

$$u_s(x) = \sqrt{2}U_S \cos x$$

Admitindo-se nula a indutância do transformador referida ao lado do secundário durante a comutação, e que a corrente de saída I_d é praticamente mantida constante devido ao grande valor da indutância L_d , como mostra a figura 3.2, a tensão média de saída pode ser calculada como segue [3]:

Figura 3.1: Conversor monofásico

$$U_{d\alpha} = \frac{\sqrt{2}U_s}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} \cos \omega t d\omega t = U_{d0} \cos \alpha \quad (3.1)$$

onde

$$U_{d0} = \frac{2\sqrt{2}U_s}{\pi} \quad (3.2)$$

De acordo com (3.1), a tensão média nos terminais cc de saída pode ser devidamente controlada variando o ângulo de disparo α dos tiristores. Para $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ a faixa de valores da tensão média $U_{d\alpha}$, teoricamente está situada entre um valor máximo positivo e outro negativo. Quando $\alpha = 0^\circ$ o conversor opera no modo retificador não controlado, ou seja os tiristores estão atuando como diodos. Um tiristor no circuito da figura 3.1 conduz a cada semiciclo da

tensão de alimentação, portanto a corrente eficaz de cada tiristor é dada por [3]:

$$I_{T_{hi}} = \frac{I_d}{\sqrt{2}} \quad (3.3)$$

onde $i = 1, \dots, 4$.

Figura 3.2: Formas de onda teóricas do conversor monofásico no modo de retificação

A figura 3.3 mostra um exemplo da operação do conversor monofásico na situação em que o ângulo de disparo $\alpha > 90^\circ$, nesse caso é feita a suposição de que a presença de uma força contraeletromotriz situada na carga, sustenta

a condução de uma corrente contínua na saída do conversor. Como podemos observar na figura 3.3, a tensão média de saída é negativa enquanto que a corrente I_d mantém a sua direção, ou seja, existe um fluxo de potência do lado cc para o lado ca e o conversor está operando no modo inversor.

Figura 3.3: Formas de onda teóricas do conversor monofásico no modo de inversão

Devido a sua operação no modo retificador ou inversor e por apresentar dois pulsos a cada ciclo da tensão ca de entrada, como podemos ver nas figuras 3.2 e 3.3, o conversor da figura 3.1 pode ser denominado como conversor de dois quadrantes ou conversor de dois pulsos.

3.2 Conversores Monofásicos Semi-Controlados

As topologias dos conversores monofásicos semi-controlados [2]–[38], podem ser observadas nas figuras 3.4 (a) e (b). Essas duas estruturas caracterizam-se pela operação em um quadrante e são utilizadas em aplicações que requerem apenas a utilização no modo de retificação. Isto é, a tensão de saída varia entre um valor máximo positivo e zero. Esse tipo de operação é obtido a partir da introdução de diodos de roda-livre em paralelo com a carga. As vantagens do circuito monofásico, com relação aos conversores monofásicos totalmente controlados, está na redução das ondulações da tensão cc de saída e a redução do consumo de potência no lado ca, especialmente nos casos em que a tensão de saída é baixa.

Figura 3.4: Topologias de circuitos conversores monofásicos semi-controlados

Os conversores monofásicos semi-controlados, como mostra as figuras 3.4 (a) e (b), são formados por um conexão série de dois conversores, um controlado com operação em dois quadrantes, e outro semi-controlado com operação em um quadrante. A operação desses circuitos, considerando que a corrente I_d é mantida constante devido ao grande valor da indutância do lado cc, pode ser melhor entendida com a ajuda das formas de onda da figura 3.5.

Figura 3.5: Formas de onda teóricas do conversor monofásico semi-controlado

A figura 3.5 (a) ilustra o caso em que o ângulo de disparo é igual a 0° . Nessa

situação, a tensão de saída é dada pela diferença entre as tensões nos terminais u_+ e u_- , que apresentam tensões iguais e opostas. Como podemos observar a tensão de saída tem um valor que é duas vezes maior do que as tensões nos terminais u_+ e u_- , com relação ao ponto neutro da alimentação, e o conversor está operando no modo não controlado.

A figura 3.5 (b) mostra a situação em que $\alpha = 45^\circ$. Considerando o intervalo do atraso de 45° , temos que as tensões dos pontos u_+ e u_- são iguais. Portanto, a tensão de saída e a corrente de linha nesse intervalo são iguais a zero, e a corrente da carga circula em roda-livre através de uma malha formada de um tiristor, um diodo, que estão situados no mesmo ramo, e a carga. A partir do instante em que o pulso de disparo α é aplicado, a tensão de saída acompanha a tensão de linha e a corrente de carga começa a circular pela linha. Quando a tensão do lado ca volta a ser igual a zero, a tensão entre os terminais u_+ e u_- cai a zero e novamente a corrente de carga circula em roda-livre. Variando α para 90° , como mostra a figura 3.5 (c), a operação do conversor pode ser determinada de modo semelhante ao caso anterior. Teoricamente o ângulo de disparo pode ser estendido até 180° , como mostra a figura 3.6.

Figura 3.6: Relação entre $U_{d\alpha}$ e α nos conversores monofásicos

3.3 Conversores Polifásicos

A operação de um simples conversor de três pulsos [2]–[38], como mostra a figura 3.7, é aqui verificada com o objetivo de determinar suas principais características. Essa análise não leva em consideração o efeito do processo de comutação, ou seja, as indutâncias e resistências das fases são desprezadas.

Figura 3.7: Conversor de três pulsos

3.3.1 Operação no Modo Retificador

A figura 3.8 ilustra a tensão de saída e a corrente em um dos ramos do circuito conversor operando no modo retificador não controlado ou $\alpha = 0^\circ$, nesse

caso o efeito da carga é desconsiderado e a indutância de saída é suficientemente grande para manter a corrente do lado cc praticamente constante. Como podemos observar, a forma de onda da tensão de saída é formada por segmentos positivos de 120° das tensões de fase.

Figura 3.8: Tensões e corrente, em um ramo, do conversor de três pulsos

A tensão média de saída pode ser obtida a partir da integração dessa forma de onda, como segue [3]:

$$U_{d0} = \frac{3\sqrt{2}U_S}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx = \sqrt{2}U_S \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\frac{\pi}{3}} \quad (3.4)$$

Definindo q como sendo o número de pulsos não simultâneos do conversor em

um ciclo da tensão de alimentação, temos que a equação (3.4) pode ser generalizada como segue [3]:

$$U_{d0} = s \frac{q}{\pi} \sqrt{2} U_S \operatorname{sen} \frac{\pi}{q} \quad (3.5)$$

Onde o fator s indica se a topologia utiliza uma conexão com derivação central ou uma conexão em ponte. No primeiro caso tem-se que $s = 1$, e no segundo $s = 2$.

Na operação controlada a transferência de corrente entre os tiristores é determinada pelo ângulo de disparo α , que é expresso em graus elétricos. As figuras 3.9 (a) e (b) mostram respectivamente as formas de onda da tensão de saída do conversor e da corrente que circula em um tiristor, e a tensão nesse elemento durante um período, para diferentes ângulos de fase.

A tensão média de saída do circuito da figura 3.7 é calculada como segue [3]:

$$U_{d\alpha} = \frac{1}{(2\pi)/q} \int_{-\frac{\pi}{q} + \alpha}^{\frac{\pi}{q} + \alpha} \sqrt{2} U_S \cos x dx = \frac{1}{(2\pi)/q} \sqrt{2} U_S \operatorname{sen} x \Big|_{-\frac{\pi}{q} + \alpha}^{\frac{\pi}{q} + \alpha} \quad (3.6)$$

ou

$$U_{d\alpha} = \frac{q}{\pi} \sqrt{2} U_S \operatorname{sen} \frac{\pi}{q} \cos \alpha \quad (3.7)$$

Considerando o fator s em (3.7), temos [3], [6]:

$$U_{d\alpha} = s \frac{q}{\pi} \sqrt{2} U_S \operatorname{sen} \frac{\pi}{q} \cos \alpha \quad (3.8)$$

Substituindo a expressão (3.5) em (3.8), resulta na seguinte relação:

$$U_{d\alpha} = U_{d0} \cos \alpha \quad (3.9)$$

A equação (3.9) mostra que a tensão média de saída varia com o cosseno do ângulo de controle α .

Figura 3.9: Formas de onda teóricas da tensão $U_{d\alpha}$, da corrente e tensão em um tiristor do circuito de três pulsos

3.3.2 Operação no Modo Inversor

A operação no modo inversor do conversor de três pulsos, ocorre quando o ângulo de controle de fase α está situado na faixa que vai de 90° a $180^\circ - \gamma$. Nessa faixa a tensão média de saída do conversor, de acordo com (3.9), é negativa. A figura 3.10 ilustra as formas de onda da tensão cc de saída e da corrente de carga para o ângulo de controle igual a 105° e 141° .

A carga, que é representada por um motor cc, no modo de retificação absorve energia da fonte de alimentação, enquanto que na inversão essa energia é devolvida para o sistema de alimentação ca.

Figura 3.10: Formas de onda da tensão média $U_{d\alpha}$ e da corrente i_{s1} em um ramo do circuito, para diversos ângulos de controle no modo de inversão

As figuras 3.11 (a) e (b) ilustram respectivamente a relação entre a tensão de saída do conversor e o ângulo de atraso α , e a forma de onda de transição da operação de inversão para a operação de retificação do circuito conversor da figura 3.7.

Figura 3.11: (a) Relação entre $U_{d\alpha}$ e α . (b) forma de onda da transição da operação de inversão para retificação no conversor de três pulsos

3.4 Conversor de Seis Pulsos

Uma configuração prática de um conversor de seis pulsos pode ser vista na figura 3.12. A topologia desse conversor consiste da associação paralela de dois conversores de três pulsos conectados através de um reator com derivação central [2]–[4]. Esse reator faz com que as duas estruturas de três pulsos operem

independentemente. Isto é, a corrente I_d é dividida entre os dois grupos retificadores. Essa configuração também permite uma boa utilização dos tiristores e uma considerável redução no consumo de potência do transformador, uma vez que individualmente os tiristores conduzem a cada 120° .

Figura 3.12: Conversor de seis pulsos

A tensão instantânea no reator de interfase é o resultado da média aritmética das tensões instantâneas dos dois grupos de três pulsos. A figura 3.13 ilustra algumas formas de onda teóricas do conversor de seis pulsos. Como teoricamente não há diferença de potencial média entre os terminais do reator que conecta os dois retificadores de três pulsos, as tensões médias nas saídas dessas configurações de três pulsos são iguais e são obtidas, de acordo com (3.8), como segue [3], [6]:

$$U_{d0} = \frac{q}{\pi} \sqrt{2} U_s \sin \frac{\pi}{q} = \frac{3}{\pi} \sqrt{2} U_s \sin \frac{\pi}{3} = 1,17 U_s \quad (3.10)$$

A tensão média na saída do conversor de seis pulsos também é igual a U_{d0} . Esse valor, devido ao deslocamento de fase que há entre os dois grupos retificadores, é sobreposto de uma ondulação que possui uma frequência que é igual a seis vezes a frequência de entrada, como mostra a figura 3.13.

Figura 3.13: Formas de onda teóricas do conversor de seis pulsos

3.5 Conversor Trifásico em Ponte

Uma topologia usual de um conversor trifásico em ponte pode ser vista na figura 3.14, [2]–[4]. Essa configuração simples de um conversor de seis pulsos em ponte, é formada de seis tiristores que estão dispostos na mesma direção.

Figura 3.14: Conversor trifásico em ponte.

O circuito em ponte pode ser considerado como uma associação série de dois grupos de conversores de três pulsos. De acordo com essa divisão temos que o grupo formado pelos tiristores T_{h1} , T_{h3} e T_{h5} tem o terminal do catodo em comum, enquanto que os elementos T_{h4} , T_{h6} e T_{h2} têm em comum o terminal do anodo. Uma outra característica da configuração trifásica em ponte é a circulação de corrente alternada através dos tiristores a cada semiciclo das correspondentes

tensões de fase. As figuras 3.15 e 3.16 ilustram respectivamente às relações entre as tensões e correntes no circuito trifásico em ponte no modo de retificação não controlado, e algumas formas de ondas típicas do conversor trifásico em ponte, para vários valores do ângulo de controle de fase α .

Figura 3.15: Relações entre tensões e correntes

Devido a conexão série de dois circuitos conversores de três pulsos, a tensão média de saída do circuito da figura 3.14, considerando $\alpha = 0^\circ$, é calculado como sendo duas vezes a tensão média de uma topologia de três pulsos, ou de (3.5) segue que [3],[6]:

$$U_{d0} = 2 \frac{q}{\pi} \sqrt{2} U_S \sin \frac{\pi}{q} = 2 \frac{3}{\pi} \sqrt{2} U_S \sin \frac{\pi}{3} = 2,34 U_S \quad (3.11)$$

Figura 3.16: Formas de onda do circuito trifásico em ponte

3.6 Conversor Trifásico Semi-Controlado em Ponte

A configuração do circuito trifásico semi-controlado em ponte, como mostra a figura 3.17, consiste numa estrutura mais simples e economicamente atraente, em relação ao circuito em ponte totalmente controlado, quando só a operação no modo de retificação é desejada. A topologia do circuito trifásico semi-controlado em ponte é obtida da configuração em ponte totalmente controlada a partir da

substituição de três tiristores, de um grupo, por três diodos [2].

A tensão média do conversor trifásico semi-controlado em ponte, considerando um ângulo de atraso de 0° , é igual ao que foi calculado para o conversor em ponte e está expresso em (3.11). Algumas formas de onda típicas desse conversor estão ilustradas na figura 3.18.

Figura 3.17: Circuito do conversor trifásico semi-controlado em ponte

Figura 3.18: Formas de onda teóricas do conversor de três pulsos semi-controlado

Capítulo 4

O Processo da Comutação

As operações de algumas topologias que foram feitas anteriormente, não levaram em consideração os efeitos das indutâncias de fase no processo de comutação de corrente nos tiristores. Dessa forma, um modelo mais realístico da operação dos conversores será desenvolvido aqui tomando como referência um circuito conversor de três pulsos, como mostra a figura 4.1 (a). A reatância L , que está presente em cada fase, na prática representa uma contribuição da indutância interna de uma fonte de alimentação ou da indutância de um transformador.

O processo de comutação entre as correntes dos tiristores T_{h1} e T_{h2} , está ilustrado nas formas de onda da figura 4.2. Assumindo que a corrente de saída I_d é mantida constante, devido ao alto valor da indutância de saída e circula através do tiristor T_{h1} , da indutância L e da fonte de alimentação u_A antes do instante $t = 0$, enquanto que T_{h2} e T_{h3} estão desligados; tem-se que a tensão de saída segue a tensão da fase **A**, uma vez que a tensão na indutância é igual a zero.

Quando o tiristor T_{h2} é disparado no tempo $t = 0$, as correntes na fases **A** e **B** tendem, respectivamente, a diminuir e a crescer rapidamente, pois a tensão da fase **B** é maior do que a da fase **A**. Essa variação instantânea não ocorre devido à presença das indutâncias que estão conectadas as fontes de alimentação u_A e u_B . A figura 4.1 (b) ilustra o circuito equivalente durante o processo de comutação entre

Figura 4.1: (a) O efeito das indutâncias da fonte de alimentação na operação de um conversor de três pulsos. (b) circuito equivalente durante a comutação

as correntes de T_{h1} e T_{h2} . De acordo com esse circuito equivalente as seguintes relações de tensões entre as indutâncias podem ser obtidas [2]:

$$u_{BA} = L \frac{di_B}{dt} - L \frac{di_A}{dt} \quad (4.1)$$

E dos nós A' ou B' , temos:

$$i_B = I_d - i_A \quad (4.2)$$

Substituindo (4.2) em (4.1), resulta:

$$L \frac{di_A}{dt} = -\frac{u_{BA}}{2} \quad (4.3)$$

De (4.1) e (4.3), temos que:

Figura 4.2: Formas de onda do conversor de três pulsos na operação de retificação, considerando o efeito das indutâncias da alimentação

$$L \frac{di_B}{dt} = \frac{u_{BA}}{2} \quad (4.4)$$

Como podemos observar, a tensão u_{BA} está igualmente dividida entre as indutâncias L_A e L_B , e a tensão de saída do conversor é dada pela média das tensões de fase u_A e u_B , como ilustra a figura 4.2. As equações das correntes i_A e i_B , durante o intervalo de comutação são obtidas como segue:

A partir de (4.3), temos:

$$i_A = -\frac{\sqrt{6}U_s}{2L} \int \sin(\omega t + \alpha) dt \quad (4.5)$$

ou

$$i_A = \frac{\sqrt{6}U_S}{2\omega L} \cos(\omega t + \alpha) + C \quad (4.6)$$

No tempo $t = 0$, temos que $i_A = I_d$. Após a substituição dessa condição em (4.6), obtém-se:

$$i_A = I_d - \frac{\sqrt{6}U_S}{2\omega L} \{\cos \alpha - \cos(\omega t + \alpha)\} \quad (4.7)$$

E substituindo (4.7) em (4.2), conseguimos:

$$i_B = \frac{\sqrt{6}U_S}{2\omega L} \{\cos \alpha - \cos(\omega t + \alpha)\} \quad (4.8)$$

As expressões (4.7) e (4.8) determinam as variações instantâneas das correntes i_A e i_B no intervalo de comutação, que é dado por $t = \frac{u}{\omega}$. Ao final desse período a corrente através do tiristor T_{h1} cai a zero, a corrente que circula em T_{h2} atinge I_d , e a tensão de saída segue a forma de onda da tensão u_B . Essa situação prossegue até que um próximo intervalo de comutação seja iniciado.

Uma relação envolvendo o ângulo de comutação ou sobreposição, o ângulo de controle de fase, a corrente de saída I_d , a tensão de alimentação, a frequência e a indutância da fonte de alimentação, pode ser determinada como segue:

Considerando a figura 4.2 temos:

$$i_B|_{\omega t} = I_d \quad (4.9)$$

Quando (4.9) é substituído em (4.8) obtém-se:

$$\cos \alpha - \cos(\omega t + \alpha) = \frac{2\omega L I_d}{\sqrt{6}U_S} \quad (4.10)$$

O ângulo de disparo α pode ser variado teoricamente de 0° a 180° , desse modo a análise que foi desenvolvida para o processo de comutação também é válida tanto para a retificação como para inversão. A figura 4.3 mostra o processo da comutação no conversor de três pulsos durante o modo de inversão.

Figura 4.3: Formas de onda do conversor de três pulsos na operação de inversão, considerando o efeito das indutâncias da alimentação

4.1 Operação no Modo Descontínuo

As correntes de saída dos conversores foram consideradas contínuas e praticamente constantes nas operações que foram feitas anteriormente, na realidade a continuidade ou descontinuidade da corrente de saída, no modo de retificação ou inversão, depende quase que exclusivamente da natureza da carga. No caso de uma carga puramente resistiva a condução descontínua de corrente ocorre quando o ângulo de disparo estende-se para 90° [2].

Considerando como exemplo o conversor de três pulsos da figura 3.7 com

uma carga resistiva e sem uma força contraeletromotriz, a corrente de saída é descontínua para $\alpha > 30^\circ$. A figura 4.4 (a) ilustra uma situação para $\alpha = 75^\circ$.

Figura 4.4: Operação de descontinuidade do conversor de três pulsos

A tensão média de saída para o caso de uma carga puramente resistiva pode ser calculada como segue [3]:

$$U_{d\alpha} = \frac{3\sqrt{2}U_S}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx \quad (4.11)$$

ou

$$\frac{U_{d\alpha}}{U_{d0}} = \frac{1}{2 \sin \frac{\pi}{3}} \left[1 - \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{3} \right) \right] \quad (4.12)$$

De acordo com (4.12) a tensão média é maior do que zero para $\alpha < 150^\circ$ e atinge zero em $\alpha = 150^\circ$. Além disso, essa tensão é maior do que o seu valor

correspondente no caso da condução contínua, uma vez que não há contribuição de áreas negativas no seu cálculo. A adição de uma indutância no lado cc do conversor faz com que a natureza da corrente de saída seja função da constante de carga L/R . Isto é, nessa situação a natureza contínua ou descontínua da corrente de carga dependerá de sua constante de tempo.

A operação no modo descontínuo de corrente pode também ocorrer para qualquer valor do ângulo de controle, dentro da sua faixa limite, quando a carga for capacitiva ou possuir uma força contraeletromotriz (figura 4.4(b)) e a corrente de carga for pequena [2], [3].

4.2 Características de Desempenho Externo dos Conversores

As formas de onda das correntes de linha ca que suprem os circuitos conversores não são senoidais. Na realidade, as correntes de linha ca são compostas de um componente fundamental adicionado a um conteúdo harmônico. Dessa forma, a corrente na linha ca pode ser representada como segue [2]:

$$i = I_1 \sin(\omega t + \phi_1) + \sum_{n=2}^{n=\infty} I_n \sin(n\omega t + \phi_n) \quad (4.13)$$

A presença desse conteúdo harmônico causa um mal desempenho de um sistema de acionamento. Esse desempenho pode ser avaliado de acordo com algumas características ou parâmetros, como segue [2]–[12]:

4.2.1 Ângulo de Deslocamento de Entrada

Este parâmetro é definido como sendo o deslocamento angular ϕ_1 , entre a tensão de alimentação e o componente fundamental da corrente de linha ca.

4.2.2 Fator de Deslocamento de Entrada

O fator de deslocamento de entrada ou fator de potência fundamental (*FPF*) é definido como sendo o cosseno do ângulo de deslocamento de entrada, ou seja:

$$DF = \cos \phi_1 \quad (4.14)$$

4.2.3 Fator de Potência de Entrada

O fator de potência de entrada é definido como sendo a razão entre a potência média de entrada e os volt-ampères eficazes de entrada. Isto é,

$$\lambda = \frac{U_S I_1 \cos \phi_1}{U_S I} \quad (4.15)$$

onde

I corrente eficaz da alimentação

I_1 componente fundamental da corrente de alimentação (eficaz)

U_S tensão eficaz de alimentação

O produto entre os valores eficazes da tensão e corrente de fase é definida como a potência aparente. Isto é,

$$S = U_S I \quad (4.16)$$

4.2.4 Fator de Harmônicos

O fator de harmônicos ou conteúdo harmônico, é definido como:

$$HF = \frac{\sqrt{I^2 - I_1^2}}{I_1} = \frac{\left(\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2 \right)^{1/2}}{I_1} \quad (4.17)$$

ou

$$HF = \frac{I_h}{I_1} \quad (4.18)$$

onde

I_h valor rms dos componentes harmônicos da corrente excetuando-se o primeiro harmônico

Esse parâmetro indica a distorção da corrente (ca) de alimentação.

4.2.5 Fator de Distorção da Corrente de Entrada

Esse fator é um outro parâmetro que indica o grau de distorção da corrente de alimentação, e é definido, considerando uma sistema de alimentação ca, como sendo a razão entre o valor eficaz do componente fundamental de corrente e o valor eficaz da corrente total:

$$\mu = \frac{I_1}{I} \quad (4.19)$$

4.2.6 Relações Básicas Entre as Características de Entrada

A potência média devido ao conteúdo harmônico ou o segundo termo da série (4.13), pode ser calculado para cada harmônico como segue [2]:

$$P_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U_S \sin \omega t \cdot I_n \sin (n\omega t + \phi_n) d\omega t \quad (4.20)$$

onde $n = 2, 3, \dots$,

Utilizando identidade trigonométrica e resolvendo a equação (4.20), temos que a contribuição de cada componente harmônico da corrente de linha, excluindo o componente fundamental, é zero. Portanto, a potência média de cada linha ca de entrada é dada por:

$$P_1 = U_S I_1 \cos \phi_1 \quad (4.21)$$

As equações (4.14), (4.15), (4.19) e (4.21) podem ser combinadas de forma a resultar na seguinte relação entre os fatores de potência, distorção e deslocamento [2]:

$$\lambda = \mu \cos \phi_1 \quad (4.22)$$

No caso ideal a corrente de saída do conversor I_d é mantida constante. Dessa forma, apesar do deslocamento do ângulo de fase, como mostra a figura 4.5, as potências aparentes da corrente de linha e de seu fundamental são constantes [3]. Durante a operação no modo controlado a potência média, que é calculada de acordo com (4.21), é dada por [3]:

$$P_\alpha = \frac{3\sqrt{2}U_S \sin \frac{\pi}{3} I_d}{\pi} \cos \alpha \quad (4.23)$$

ou

$$P_\alpha = U_{d0} I_d \cos \alpha \quad (4.24)$$

A potência aparente da frequência fundamental de corrente é [3]:

$$S_1 = \frac{3\sqrt{2}U_S \sin \frac{\pi}{3} I_d}{\pi} = U_{d0} I_d \quad (4.25)$$

A partir de (4.24) e (4.25), tiramos a seguinte equivalência [2], [3]:

$$\frac{P_\alpha}{U_{d0} I_d} = \cos \alpha = \cos \phi_1 \quad (4.26)$$

A relação (4.26) indica que os fatores de controle de fase e o de deslocamento da frequência fundamental, têm o mesmo significado.

Figura 4.5: Relação entre a posição da corrente e tensão de linha com o ângulo de controle α .

4.3 Considerações Sobre os Conversores Controlados por Fase

Os conversores com controle de fase devido a natureza não senoidal das correntes de linha são considerados geradores ou fontes de harmônicos de corrente. O excesso ou a poluição desses harmônicos no sistema comercial de alimentação causa vários efeitos não desejáveis como a interferência nos sistemas de comunicações, o sobrecarregamento dos capacitores da malha de alimentação, ressonância, redução da eficiência devido às perdas e o efeito skin, além do mal funcionamento de equipamentos eletrônicos que estão ligados ao sistema de alimentação [5], [34], [40].

Os harmônicos de correntes que estão presentes na linha ca possuem frequências que são múltiplas da frequência de alimentação [40]–[44]:

$$h = kq \pm 1 \quad (4.27)$$

onde

h ordem do harmônico

k um número inteiro $1, 2, \dots$,

q número de pulsos do conversor

A amplitude ou magnitude teórica dos harmônicos é obtida como segue:

$$I_h = \frac{I_1}{h} \quad (4.28)$$

onde

I_h harmônico de corrente

I_1 magnitude da fundamental de corrente

De acordo com (4.27) e (4.28), o conteúdo harmônico no lado ca e cc é reduzido com o aumento de número de pulsos do conversor, por exemplo 12, 24, etc. Esses conversores de multi-pulsos podem ser implementados pela combinação série das topologias de seis pulsos em ponte. A figura 4.6 mostra uma configuração do circuito conversor de 12 pulsos.

Uma outra consideração importante pode ser verificada a partir da análise das equações (4.22) e (4.26). Essas expressões mostram que a corrente é atrasada da tensão de alimentação de α graus, e o fator de potência é reduzido à medida que o ângulo de controle de fase cresce.

4.3.1 Vantagens e Desvantagens dos Conversores com Controle de Fase

As principais vantagens e desvantagens dos conversores com controle de fase, baseado no que foi visto anteriormente, são resumidas como segue:

Figura 4.6: Conversor de 12 pulsos em ponte

Vantagens

- O circuito de potência é simples
- O controle também é simples
- A eficiência é alta

Desvantagens

- O fator de potência no lado ca varia com o ângulo de controle alfa

- A corrente de linha no lado ca tem uma considerável quantidade de harmônicos de baixa ordem
- A ondulação no lado cc aumenta à medida que o ângulo de controle tende para 90°

Essas desvantagens dos conversores com controle de fase proporcionaram um considerável impulso na pesquisa de novas topologias dos circuitos conversores, uma vez que o recente aumento dessas cargas não lineares têm causado vários problemas aos usuários do sistema comercial trifásico. Dessa forma, os meios utilizados para eliminar ou reduzir esses problemas inclui a já tradicional utilização de filtros passivos, até o desenvolvimento recente de circuitos conversores ca-cc que usam a comutação forçada e a técnica de modulação por largura de pulso (PWM) [1], [46]–[72], com o objetivo de melhorar o desempenho nos lados ca e cc do sistema.

Capítulo 5

Conversores CA-CC Com Comutação Forçada (CCF)

Os conversores ca-cc de comutação forçada são utilizados com a finalidade de superar as desvantagens dos conversores ca-cc convencionais, que empregam a comutação natural. Isto é, essas configurações apresentam um baixo fator de potência para grandes valores do ângulo de controle de fase, e um grande conteúdo harmônico de baixa ordem no lado da alimentação. Assim, em anos recentes foram propostas várias topologias de circuitos conversores ca-cc que operam com comutação forçada e empregam a estratégia de modulação em largura de pulsos (PWM). Essas configurações [45]-[60] apresentam várias desvantagens do ponto de vista operacional e econômico, ou seja:

- Os circuitos de potência apresentam uma estrutura complexa contendo tiristores auxiliares
- Para determinadas condições de carga, a tensão média de saída possui uma faixa ajustável limitada
- A operação no modo regenerativo, na maior parte das configurações, é impossível

Para compensar ou eliminar essas desvantagens surgiram outros tipos de configurações de circuitos conversores de comutação forçada, como é o caso da topologia mostrada na figura 5.1, [52], [56].

Figura 5.1: Conversor de comutação forçada

Esse conversor além de permitir a operação no modo regenerativo, pode ser controlado de forma análoga aos conversores com comutação natural. Além disso, esse circuito pode operar com o ângulo de controle de fase em avanço ou atraso, como mostra a figura 5.2.

Assim, o conversor da figura 5.1, pode ser utilizado para:

Figura 5.2: Formas de onda ideais. (a) Operação em avanço. (b) Operação em atraso.

- Suprir potência
- Consumir potência
- Controlar potência reativa

Uma outra configuração de conversor de comutação forçada pode ser vista na figura 5.3. Essa topologia que está relatada em [55], possui uma operação semelhante ao inversor de McMurray [59]. Isto é, o processo de comutação ocorre a partir de um impulso de corrente que circula através dos elementos de comutação L_0 e C_0 , na forma de uma oscilação.

Figura 5.3: Conversor auto-comutado

O circuito da figura 5.3 apresenta as seguintes características e vantagens:

- O circuito de potência é simples
- O fator de potência pode ser consideravelmente melhorado
- Os elementos T_2-D_{b2} e $T'_2-D'_{b2}$ podem ser substituídos por tiristores que tenham a capacidade de condução reversa

Ainda em [55] é apresentada uma metodologia de projeto que tem como objetivo a determinação dos elementos de comutação, que são selecionados com a finalidade de aumentar o fator de potência.

Já a configuração do conversor ca-cc com comutação forçada proposta por [1], que está ilustrada na figura 5.4, resultou também numa configuração simples e

igualmente competitiva com relação às topologias anteriormente descritas (figuras 5.1 e 5.3), devido à ausência de tiristores auxiliares.

Figura 5.4: Circuito de potência do conversor ca-cc trifásico tiristorizado com comutação forçada

Essa estrutura apresenta as seguintes vantagens [1]:

- É capaz de manter o fator de potência fundamental unitário
- Um reduzido conteúdo harmônico de baixa ordem no lado ca

- Ampla variação da tensão de saída para uma larga faixa de corrente de carga,
- As exigências com relação ao projeto do filtro de saída são minimizadas
- Permite a operação no modo regenerativo.

O desempenho satisfatório e a sua popularidade fez com que esse conversor ca-cc trifásico fosse citado extensamente na literatura em trabalhos correlatos. Simultaneamente alguns estudos e implementações foram realizados, como é o caso de [61], que estendeu a análise da configuração monofásica, que está ilustrada na figura 5.5, feita por [1] e utilizou um motor cc como carga.

Figura 5.5: Circuito do conversor monofásico

Já [62] apresentou novos métodos de controle por **PWM**, e comparou os resultados com o que foi proposto por [1], ou seja, o uso da técnica de modulação

por largura de pulso senoidal (SPWM), como ilustra a figura 5.7.

Um caso particular da configuração totalmente controlada foi o circuito semi-controlado apresentado por [64], como ilustra a figura 5.6. Essa estrutura resultou num circuito mais simples e atraente economicamente, mas possui a desvantagem de que apenas a operação no modo de retificação é possível.

Figura 5.6: Circuito de potência do conversor semi-controlado

Apesar do circuito de potência do conversor ca-cc, mostrado na figura 5.4, ter um desempenho satisfatório e ser popular, a literatura até o presente momento não registra uma investigação desse circuito que leve em consideração uma metodologia de projeto.

Figura 5.7: Fundamento do controle do conversor ca-cc através da técnica PWM

Com o objetivo de preencher essa lacuna existente e de somar-se aos trabalhos publicados, a investigação que é realizada nesse trabalho tem como finalidade propor um método de projeto a partir das equações fundamentais, que são obtidas durante o processo de comutação entre dois ramos do circuito de potência do conversor da figura 5.4. O modelo matemático do conversor ca-cc e o método de projeto são testados e validados através de uma análise computacional do processo de comutação forçada.

5.1 Configuração do Circuito

O circuito de potência do conversor trifásico, como podemos observar na figura 5.4, é formado de seis tiristores T_1 - T_6 , que estão distribuídos na forma

convencional de uma configuração trifásica em ponte, seis diodos, três capacitores de comutação com a mesma capacitância, e três indutores de comutação com indutâncias iguais. Os tiristores T_1 , T_3 e T_5 são comutados pelas malhas constituídas dos elementos C_1 , C_3 e C_5 os diodos D_{L_1} , D_{L_3} e D_{L_5} e as reatâncias L_1 , L_3 e L_5 . Enquanto que os tiristores T_4 , T_6 e T_2 são comutados pela linha ca. Os diodos D_1 , D_3 e D_5 e D_{L_1} , D_{L_3} e D_{L_5} , têm como função evitar o descarregamento dos capacitores através da fonte de alimentação ou da carga. As indutâncias L_s que estão presentes nas linhas são indutâncias de linha ou são indutâncias de dispersão, ou indutâncias físicas inseridas no circuito no caso em que o sistema esteja sendo alimentado por um transformador, e têm como objetivo elevar a tensão dos capacitores de comutação na situação em que a tensão de alimentação for baixa.

A figura 5.8 ilustra um período da tensão de saída e_d do conversor da figura 5.4, juntamente com a sequência de condução dos elementos T_1 - T_6 e D_1 , D_3 e D_5 .

A tensão média de saída $\overline{e_d}$ do conversor varia com as larguras dos pulsos, as quais dependem da estratégia de modulação por largura de pulso (PWM) utilizada.

Figure 5.8: Forma de onda da tensão e_d do CCF

Capítulo 6

Análise do Processo de Comutação Forçada no CCF

Neste capítulo é desenvolvido uma análise do processo de comutação forçada do retificador trifásico, mostrado na figura 5.4, envolvendo os ramos dos tiristores T_1 e T_3 . Durante essa investigação teórica as seguintes hipóteses são levadas em consideração:

- Os tiristores são considerados chaves ideais
- As indutâncias possuem resistências desprezíveis
- Devido à curta duração do intervalo de comutação, consideramos que a fonte de alimentação permanece constante durante o processo de comutação
- A corrente de carga I_{dc} , devido ao alto valor da indutância de saída L_{dc} , permanece contínua e constante durante o intervalo de comutação
- O conversor está inicialmente operando em regime permanente com os elementos T_1 , D_1 e T_6 conduzindo a corrente de carga I_{dc} .
- Como consequência de um processo de comutação anterior o capacitor de comutação equivalente C_c , que é dado por:

$$C_c = \frac{3}{2}C \quad (6.1)$$

onde $C = C_1 = C_3 = C_5$, está carregado com uma tensão inicial V_0 .

A investigação da comutação na estrutura do retificador da figura 5.4, que é realizada no semiciclo positivo da tensão de alimentação v_{ab} e compreende a formação de um dos pulsos da tensão de saída e_d (figura 5.8), envolve dois períodos de comutação. O primeiro período que envolve a comutação do tiristor T_1 a partir do disparo do tiristor T_3 , compreende dois modos (modos 1 e 2) sendo que o segundo é subdividido em dois sub-modos 2a e 2b, respectivamente.

No segundo período de comutação, no circuito de potência do retificador, o disparo do tiristor T_1 e o desligamento instantâneo do tiristor T_3 envolve outros dois modos (modos 3 e 4).

A comutação entre dois ramos quaisquer do circuito do conversor é realizada de forma análoga ao que está sendo investigado nesse trabalho.

6.1 Descrição Geral do Primeiro Período de Comutação

Nesse primeiro período de comutação o tiristor T_3 é disparado para comutar o tiristor T_1 , isto faz com que a configuração original do conversor (figura 5.4) seja alterada e assuma a forma equivalente da figura 6.1 (b). O final do modo 1 é caracterizado pelo início da condução do diodo D_3 . Quando isso acontece a configuração do circuito conversor experimenta a topologia equivalente do modo 2, ou mais especificamente do sub-modo 2a, como mostra a figura 6.1 (c). Esse sub-modo termina quando a corrente na malha ressonante i_{L_c} é nula. Portanto, o circuito do conversor passa para o sub-modo 2b, que tem seu circuito equivalente mostrado na figura 6.1 (d). Esse sub-modo, bem como o modo 2 e o ciclo de comutação terminam quando a corrente no elemento D_3 atinge a corrente de

carga I_{dc} , e a circulação de corrente através da fonte de alimentação vai para zero. Isto faz com que a configuração do conversor apresente uma nova forma, como está ilustrado na figura 6.2 (a).

Figura 6.1: Topologias dos modos 1 e 2 do CCF

6.2 Descrição Geral do Segundo Período de Comutação

No segundo período de comutação a tensão de alimentação tem um novo valor E_2 (figura 6.2 (b)), onde $E_1 < E_2 < v_{C_c}$, e o tiristor T_1 é disparado com a finalidade de comutar T_3 .

Figura 6.2: Topologias dos modos 3 e 4 do CCF

Isto faz a configuração do conversor ca-cc experimentar a topologia da figura 6.2 (b). Quando o diodo D_1 começa a conduzir o modo 3 chega ao seu final e

tem início o modo 4, que tem sua topologia equivalente mostrada na figura 6.2 (c). O modo 4 e o segundo período de comutação terminam quando a corrente na malha de ressonância cai a zero i_{L_c} e a corrente que circula através da fonte de alimentação atinge a corrente de carga I_{dc} . Portanto, o circuito equivalente mostrado na figura 6.2 (d) resulta na topologia do conversor ao final do segundo período de comutação.

6.3 Análise Detalhada do CCF

6.3.1 Modo 1

$$0 \leq t_1 \leq T_1$$

Este modo tem seu início com o disparo do tiristor T_3 com o objetivo de comutar o tiristor T_1 no instante $t_1 = 0$, o circuito equivalente desse intervalo está ilustrado na figura 6.3.

Nesse tempo a capacitância equivalente C_c é colocada em paralelo com T_1 desligando-o, devido à tensão com polaridade reversa que lhe é imposta. Com o disparo de T_3 forma-se mais uma malha constituída por C_c , T_3 , $L_1 (= L_c)$ e D_{L_1} , que junto com a malha formada por T_6 , D_1 , L_s , C_c e T_3 , na figura 6.3, possibilitam a descarga e reversão da carga do capacitor C_c . Quando esta capacitância estiver carregada com a tensão $-E_1$, onde E_1 é o valor inicial da fonte de alimentação, o modo 1 termina. No intervalo (a) da figura 6.4 estão ilustradas as formas de onda teóricas na saída do retificador e_d , a corrente i_{D_1} através do diodo D_1 , bem como as formas de onda nos elementos C_c e L_c .

As condições iniciais desse modo, em $t_1 = 0$, são:

$$v_{C_c} |_{t_1=0} = V_0 \quad (6.2)$$

$$i_{L_c} |_{t_1=0} = 0 \quad (6.3)$$

Figura 6.3: Circuito equivalente durante o modo 1

$$i_{D1} |_{t_1=0} = I_{dc} \quad (6.4)$$

e

$$i_{D3} |_{t_1=0} = 0 \quad (6.5)$$

As equações diferenciais que descrevem esse intervalo são descritas como segue:

$$\frac{dv_{C_c}(t_1)}{dt_1} = \frac{-1}{C_c} \{I_{dc} + i_{L_c}(t_1)\} \quad (6.6)$$

$$\frac{di_{L_c}(t_1)}{dt_1} = \frac{v_{C_c}(t_1)}{L_c} \quad (6.7)$$

Figura 6.4: Formas de onda teóricas dos modos 1 e 2

$$\frac{di_{D1}(t_1)}{dt_1} = 0 \quad (6.8)$$

e

$$\frac{di_{D3}(t_1)}{dt_1} = 0 \quad (6.9)$$

Resolvendo as equações (6.6), (6.7), (6.8) e (6.9) (como está demonstrado no Apêndice A.1), chegamos às seguintes expressões para a tensão na capacitância

de comutação C_c , a corrente na indutância de comutação L_c , bem como a tensão de saída do retificador e_d e as correntes através dos diodos D_1 e D_3 , que são dadas por:

$$v_{C_c}(t_1) = \sqrt{\frac{L_c}{C_c} I_{dc}^2 + V_0^2} \sin(\omega_0 t_1 - \psi) \quad (6.10)$$

$$i_{L_c}(t_1) = \sqrt{\frac{C_c}{L_c} V_0^2 + I_{dc}^2} \sin(\omega_0 t_1 + \psi_1) - I_{dc} \quad (6.11)$$

$$e_d(t_1) = E_1 + v_{C_c}(t_1) \quad (6.12)$$

$$i_{D_1}(t_1) = I_{dc} \quad (6.13)$$

e

$$i_{D_3}(t_1) = 0 \quad (6.14)$$

onde

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_c C_c}} \quad (6.15)$$

$$\psi = \tan^{-1} \frac{V_0}{I_{dc}} \sqrt{\frac{C_c}{L_c}} \quad (6.16)$$

e

$$\psi_1 = \tan^{-1} \frac{I_{dc}}{V_0} \sqrt{\frac{L_c}{C_c}} \quad (6.17)$$

No instante $t_1 = t_{q1}$, Como pode ser visto na figura 6.4, temos que:

$$v_{C_c} \Big|_{t_1=t_{q1}} = 0 \quad (6.18)$$

Resolvendo a equação (6.10) com a condição expressa em (6.18), determinamos o tempo de polarização reversa t_{q1} do tiristor T_1 , que é dado por:

$$t_{q1} = \frac{1}{\omega_0} \tan^{-1} \frac{V_0}{\omega_0 L_c I_{dc}} \quad (6.19)$$

Analisando a equação (6.11) temos que a corrente máxima I_m do indutor de comutação L_c , durante o modo 1, é dada por:

$$I_m \Big|_{\omega_0 t_1 + \psi_1 = \frac{\pi}{2}} = \sqrt{\frac{C_c}{L_c} V_0^2 + I_{dc}^2} - I_{dc} \quad (6.20)$$

Utilizando a condição final do modo 1, para a tensão no capacitor C_c , que é dada por:

$$v_{C_c} \Big|_{t_1=T_1} = -E_1 \quad (6.21)$$

na equação (6.10) e fazendo uso da eq. (6.19), podemos determinar o fim do modo 1, como segue:

$$T_1 = \frac{1}{\omega_0} \sin^{-1} A_0 + t_{q1} \quad (6.22)$$

onde

$$A_0 = \frac{E_1}{\sqrt{V_0^2 + \frac{L_c}{C_c} I_{dc}^2}} \quad (6.23)$$

No instante T_1 a corrente no indutor de comutação $i_{L_c} \Big|_{t_1=T_1} = I_{L_0}$ é expressa da seguinte forma A.1:

$$I_{L_0} = \frac{V_0^2 K_3}{I_{dc}} \frac{C_c}{L_c} + (K_3 - 1) I_{dc} \quad (6.24)$$

onde

$$K_3 = \frac{I_{dc}}{I_{dc}^2 + C_c V_0^2} \sqrt{I_{dc}^2 + C_c V_0^2 - C_c E_1^2} \quad (6.25)$$

6.3.2 Modo 2

O modo 2 é composto dos sub-modos 2a e 2b. O primeiro sub-modo compreende o intervalo de tempo que vai de T_1 a T'_1 , enquanto que o segundo sub-modo está situado entre os instantes T'_1 e T_2 , como podemos observar no intervalo b da figura 6.4, que é formado por dois sub-intervalos b' e b'' . A análise desses sub-modos é descrita como segue:

Sub-modo 2a

$$T_1 \leq t_2 \leq T'_1$$

A figura 6.5 mostra o circuito equivalente do sub-modo 2a, que tem seu início em $t_2 = T_1$. Nesse instante a tensão do capacitor de comutação C_c é igual à tensão de alimentação, mas com a polaridade contrária ($-E_1$), o que leva o diodo D_3 a conduzir parte da corrente de carga constante I_{dc} , e a redução da corrente que percorre a fonte de alimentação e os elementos L_s e D_1 . Ainda no começo desse sub-modo temos que a tensão na saída do retificador e_d é nula e a corrente inicial na indutância de comutação, $L_c = L_1$, é igual ao seu valor final durante o modo 1. Isto é,

$$i_{L_c} |_{t_2=T_1} = I_{L_0} \quad (6.26)$$

No intervalo (b') da figura 6.4 podemos ver as formas de onda teóricas do intervalo de comutação que correspondem ao sub-modo 2a.

Equacionando as malhas do circuito equivalente (figura 6.5) obtem-se:

$$\frac{dv_{C_c}(t_2)}{dt_2} = -\frac{1}{C_c} \{i_{D_1}(t_2) + i_{L_c}(t_2)\} \quad (6.27)$$

$$\frac{di_{L_c}(t_2)}{dt_2} = \frac{v_{C_c}(t_2)}{L_c} \quad (6.28)$$

e

$$\frac{di_{D_1}(t_2)}{dt_2} = \frac{1}{L_s} \{v_{C_c}(t_2) + E_1\} \quad (6.29)$$

Figura 6.5: Circuito equivalente durante o sub-modo 2a

As soluções das equações (6.27), (6.28) e (6.29) são, veja Apêndice A.2, dadas por:

$$v_{C_c}(t_2) = B_1 \sin(k_1 \omega_0 t_2 + \psi_{2a}) - \frac{E_1 L_c}{k_1^2 L_s} \quad (6.30)$$

$$i_{L_c}(t_2) = B_2 \sin(k_1 \omega_0 t_2 + \psi_{3a}) + \frac{L_c I_{L_0} - E_1 t_2 - L_s I_{dc}}{k_1^2 L_s} \quad (6.31)$$

e

$$i_{D_1}(t_2) = B_3 \sin(k_1 \omega_0 t_2 - \psi_{4a}) + \frac{-L_c I_{L_0} + E_1 t_2 + L_s I_{dc}}{k_1^2 L_s} \quad (6.32)$$

onde

$$B_1 = \sqrt{\left(\frac{I_{dc} + I_{L_0}}{k_1 \omega_0 C_c}\right)^2 + \left(\frac{L_c}{k_1^2 L_s} - 1\right)^2 E_1^2} \quad (6.33)$$

$$B_2 = \sqrt{\left(\frac{1 - k_1^2 \omega_0^2 L_s C_c}{k_1^3 \omega_0 L_s}\right)^2 E_1^2 + \left(\frac{-L_c I_{L_0} + k_1^2 L_s I_{L_0} + L_s I_{dc}}{k_1^2 L_s}\right)^2} \quad (6.34)$$

$$B_3 = \sqrt{\left(\frac{L_c I_{L_0} - L_s I_{dc} + k_1^2 L_s I_{dc}}{k_1^2 L_s}\right)^2 + \left(\frac{E_1}{k_1^3 \omega_0 L_s}\right)^2} \quad (6.35)$$

$$\psi_{2a} = \tan^{-1} \frac{E_1}{k_1 \omega_0 L_s} \frac{k_1^2 \omega_0^2 L_s C_c - 1}{I_{dc} + I_{L_0}} \quad (6.36)$$

$$\psi_{3a} = \tan^{-1} \frac{k_1 \omega_0}{E_1} \frac{-L_c I_{L_0} + k_1^2 L_s I_{L_0} + L_s I_{dc}}{1 - k_1^2 \omega_0^2 L_s C_c} \quad (6.37)$$

$$\psi_{4a} = \tan^{-1} \frac{k_1 \omega_0}{E_1} (L_c I_{L_0} - L_s I_{dc} + k_1^2 L_s I_{dc}) \quad (6.38)$$

e

$$k_1 \equiv \sqrt{1 + \frac{L_c}{L_s}} \quad (6.39)$$

No tempo $t_2 = T'_1$, como ilustra os intervalos b' das figuras 6.4 (a) e (b), temos que o sub-modo 2a termina e a tensão no capacitor de comutação é dada por:

$$v_{C_c} \Big|_{t_2=T'_1} = -V_{01} \quad (6.40)$$

Substituindo a condição (6.40) na equação (6.30), conseguimos:

$$B_1 \sin(k_1 \omega_0 T'_1 + \psi_{2a}) - \frac{E_1 L_c}{k_1^2 L_s} = -V_{01} \quad (6.41)$$

As correntes nos elementos L_c , D_1 e D_3 são, respectivamente:

$$i_{D_1} \Big|_{t_2=T'_1} = I_{D_0} \quad (6.42)$$

$$i_{L_c} \Big|_{t_2=T'_1} = 0 \quad (6.43)$$

e

$$i_{D_3} \Big|_{t_2=T'_1} = I_{dc} - I_{D_0} \quad (6.44)$$

O tempo T'_1 , que determina o fim do sub-modo 2a, pode ser determinado a partir da substituição da condição (6.42) na equação (6.31), como segue:

$$B_2 \sin(k_1 \omega_0 T'_1 + \psi_{3a}) + \frac{L_c I_{L_0} - E_1 T'_1 - L_s I_{dc}}{k_1^2 L_s} = 0 \quad (6.45)$$

A equação transcendental (6.45) pode ser resolvida numericamente para obtermos o tempo T'_1 .

Sub-modo 2b

$$T'_1 \leq t_2 \leq T_2$$

O sub-modo 2b, que tem sua topologia mostrada na figura 6.6, inicia quando a corrente na indutância de comutação i_{L_c} vai para zero no instante $t_2 = T'_1$ como pode ser visto nas curvas teóricas desse sub-modo nos intervalos b'' das figuras 6.4 (a) e (b). Durante esse sub-modo a indutância de linha L_s injeta energia na capacitância de comutação, fazendo crescer a tensão nesse elemento. Ainda nesse intervalo as correntes nos diodos D_1 e D_3 , respectivamente, decresce e cresce.

O sub-modo 2b e o modo 2 terminam quando i_{D_1} vai para zero e i_{D_3} atinge a corrente de carga I_{dc} no instante $t_2 = T_2$, como podemos observar no intervalo b'' da figura 6.4 (a). Analisando as malhas da figura 6.6 obtemos as seguintes equações envolvendo tensão e correntes nos seus elementos:

$$\frac{dv_{C_c}(t_2)}{dt_2} = -\frac{1}{C_c} i_{D_1}(t_2) \quad (6.46)$$

Figura 6.6: Circuito equivalente do sub-modo 2b

$$\frac{di_{D1}(t_2)}{dt_2} = \frac{1}{L_s} \{v_{C_c}(t_2) + E_1\} \quad (6.47)$$

e

$$\frac{di_{L_c}(t_2)}{dt_2} = 0 \quad (6.48)$$

O uso das condições iniciais desse sub-modo, que estão descritas em (6.40), (6.42) e (6.43), nas eqs. (6.46), (6.47) e (6.48) resulta nas seguintes soluções para a tensão entre os terminais do capacitor de comutação, a corrente que circula através da fonte de alimentação ou do diodo D_1 , e a corrente na indutância de comutação:

$$v_{C_c}(t_2) = \sqrt{\frac{L_s}{C_c} I_{D_0}^2 + (E_1 - V_{0_1})^2} \sin(\omega_0 t_2 - \psi_{4b}) - E_1 \quad (6.49)$$

$$i_{D_1}(t_2) = \sqrt{I_{D_0}^2 + \frac{C_c}{L_s} (E_1 - V_{0_1})^2} \sin(\omega_0 t_2 + \psi_{5b}) \quad (6.50)$$

e

$$i_{L_c}(t_2) = 0 \quad (6.51)$$

onde

$$\psi_{4b} = \tan^{-1} \frac{E_1 - V_{0_1}}{I_{D_0}} \sqrt{\frac{C_c}{L_s}} \quad (6.52)$$

$$\psi_{5b} = \tan^{-1} \frac{I_{D_0}}{E_1 - V_{0_1}} \sqrt{\frac{L_s}{C_c}} \quad (6.53)$$

e

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_s C_c}} \quad (6.54)$$

Ao final do sub-modo 2b temos que:

$$i_{D_1}|_{t_2=T_2} = 0 \quad (6.55)$$

Utilizando a condição (6.55) na eq. (6.50), resulta:

$$\sqrt{I_{D_0}^2 + \frac{C_c}{L_s} (E_1 - V_{0_1})^2} \sin(\omega_0 T_2 + \psi_{5b}) = 0 \quad (6.56)$$

Resolvendo a eq. (6.56) para o instante T_2 , obtém-se:

$$T_2 = -\frac{\psi_{5b}}{\omega_0} \quad (6.57)$$

Ainda em $t_2 = T_2$ temos que:

$$v_{C_c}|_{t_2=T_2} = -V_{0_2} \quad (6.58)$$

De (6.58) e (6.49), resulta a seguinte equação para a tensão do capacitor de comutação ao final do sub-modo 2b:

$$\sqrt{\frac{L_s}{C_c} I_{D_0}^2 + (E_1 - V_{01})^2} \sin(\omega_0 T_2 - \psi_{4b}) - E_1 = -V_{02} \quad (6.59)$$

6.3.3 Modo 3

$$T_3 \leq t_3 \leq T_4$$

A figura 6.7 ilustra o circuito equivalente do modo 3. Supondo que neste intervalo a tensão de alimentação apresenta um novo valor E_2 , que consideramos ser maior do que o anterior E_1 e menor do que o novo valor da tensão do capacitor de comutação V_{02} . Ou seja:

$$E_2 > E_1 \quad (6.60)$$

e

$$|V_{02}| > |E_2| \quad (6.61)$$

No início desse modo o tiristor T_1 é disparado com a finalidade de comutar o tiristor T_3 . A comutação desse elemento é assegurada pela tensão do capacitor C_c . Dessa forma, como nos modos 1 e 2, descritos anteriormente, o capacitor C_c descarrega por duas malhas, uma formada pelos elementos T_6 , D_3 , C_c , T_1 mais a carga, e a outra que é constituída por C_c , T_1 , $L_c (= L_3)$ e o diodo D_{L_3} , que estão ilustradas na figura 6.7.

Equacionando as malhas do circuito equivalente da figura 6.7, que tem as condições iniciais descritas nas eqs. (6.40), (6.42), (6.43) e (6.44), obtemos as seguintes equações diferenciais:

$$\frac{dv_{C_c}(t_3)}{dt_3} = \frac{1}{C_c} \{I_{dc} + i_{L_c}(t_3)\} \quad (6.62)$$

Figura 6.7: Circuito equivalente durante o modo 3

$$\frac{di_{L_c}(t_3)}{dt_3} = -\frac{v_{C_c}(t_3)}{L_c} \quad (6.63)$$

$$\frac{di_{D_1}(t_3)}{dt_3} = 0 \quad (6.64)$$

e

$$\frac{di_{D_3}(t_3)}{dt_3} = 0 \quad (6.65)$$

Resolvendo as equações (6.62), (6.63), (6.64) e (6.65), como mostra o Apêndice A.3, obtém-se:

$$v_{C_c}(t_3) = \sqrt{\frac{L_c}{C_c} I_{dc}^2 + V_{02}^2} \sin(\omega_0 t_3 - \psi_5) \quad (6.66)$$

$$i_{L_c}(t_3) = \sqrt{\frac{C_c}{L_c} V_{02}^2 + I_{dc}^2} \sin(\omega_0 t_3 + \psi_6) - I_{dc} \quad (6.67)$$

$$i_{D_1}(t_3) = 0 \quad (6.68)$$

e

$$i_{D_3}(t_3) = I_{dc} \quad (6.69)$$

onde

$$\psi_5 = \tan^{-1} \frac{V_{02}}{I_{dc}} \sqrt{\frac{C_c}{L_c}} \quad (6.70)$$

e

$$\psi_6 = \tan^{-1} \frac{I_{dc}}{V_{02}} \sqrt{\frac{L_c}{C_c}} \quad (6.71)$$

A tensão na saída do retificador e_d apresenta polaridade reversa daquela do capacitor de comutação C_c , como podemos verificar no intervalo (a) da figura 6.8, isto é:

$$e_d(t_3) = -v_{C_c}(t_3) \quad (6.72)$$

No fim do modo 3, que acontece no tempo $t_3 = T_4$, temos que:

$$v_{C_c} |_{t_3=T_4} = -E_2 \quad (6.73)$$

$$i_{L_c} |_{t_3=T_4} = I_{L_{01}} \quad (6.74)$$

e

$$i_{D_1} |_{t_3=T_4} = 0 \quad (6.75)$$

Figura 6.8: Formas de onda teóricas dos modos 3 e 4

Utilizando a condição (6.73) na equação (6.66) e solucionando-a para o tempo T_4 , conseguimos:

$$T_4 = \frac{1}{\omega_0} \sin^{-1} \frac{-E_2}{\sqrt{\frac{L_c}{C_c} I_{dc}^2 + V_{02}^2}} + \frac{\psi_5}{\omega_0} \quad (6.76)$$

No tempo T_4 , a corrente na indutância de comutação é dada por:

$$i_{L_c} |_{t_3=T_4} = I_{L_{01}} = \sqrt{\frac{C_c}{L_c} V_{02}^2 + I_{dc}^2} \sin \left\{ \sin^{-1} \frac{-E_2}{\sqrt{\frac{L_c}{C_c} I_{dc}^2 + V_{02}^2}} + \psi_5 + \psi_6 \right\} - I_{dc} \quad (6.77)$$

6.3.4 Modo 4

$$T_4 \leq t_4 \leq T_5$$

A topologia do modo 4 está definida na figura 6.9. Esse modo tem seu início em $t_4 = T_4$, quando a tensão do capacitor de comutação torna-se igual a tensão de alimentação, mas com a polaridade reversa ($-E_2$), e o diodo D_1 começa a conduzir parte da corrente de carga I_d .

Durante esse intervalo o capacitor C_c continua, simultaneamente, a descarregar e carregar com uma polaridade reversa. O modo 4 e o intervalo de comutação terminam no tempo T_5 quando a corrente no diodo D_1 atinge a corrente de carga I_{dc} e a corrente i_{L_c} na indutância de comutação, $L_c = L_3$, for nula. A partir desse tempo a tensão nos terminais do capacitor equivalente de comutação C_c será utilizada para comutar o próximo tiristor no intervalo seguinte de comutação.

Analisando as malhas do circuito equivalente da figura 6.9, que possui condições iniciais iguais àsquelas descritas em (6.73), (6.74) e (6.75), como podemos visualizar no intervalo (b) da figura 6.8, conseguimos as seguintes equações diferenciais:

$$\frac{dv_{C_c}(t_4)}{dt_4} = \frac{1}{C_c} \{i_{L_c}(t_4) - i_{D_1}(t_4) + I_{dc}\} \quad (6.78)$$

$$\frac{di_{L_c}(t_4)}{dt_4} = -\frac{v_{C_c}(t_4)}{L_c} \quad (6.79)$$

e

Figura 6.9: Circuito equivalente durante o modo 4

$$\frac{di_{D_1}(t_4)}{dt_4} = \frac{1}{L_s} \{E_2 - v_{C_c}(t_4)\} \quad (6.80)$$

Solucionando as eqs. (6.78), (6.79) e (6.80), como pode ser visto no Apêndice A.4, conseguimos:

$$v_{C_c}(t_4) = B_4 \sin(k_2 \omega_0 t_4 + \psi_7) - \frac{E_2 L_c}{k_2^2 L_s} \quad (6.81)$$

$$i_{L_c}(t_4) = B_5 \sin(k_2 \omega_0 t_4 - \psi_8) + \frac{E_2 t_4 - L_c I_{L_{01}} - L_s I_{dc}}{k_2^2 L_s} \quad (6.82)$$

e

$$i_{D_1}(t_4) = B_6 \sin(k_2 \omega_0 t_4 + \psi_9) + \frac{E_2 t_4 - L_c I_{L_{01}} - L_c I_{dc}}{k_2^2 L_s} \quad (6.83)$$

onde

$$B_4 = \sqrt{\left(\frac{I_{dc} + I_{L_{01}}}{k_2 \omega_0 C_c}\right)^2 + \left(\frac{L_c}{k_2^2 L_s} - 1\right)^2 E_2^2} \quad (6.84)$$

$$B_5 = \sqrt{\left(\frac{k_2^2 \omega_0^2 L_s C_c - 1}{k_2^3 \omega_0 L_s}\right)^2 E_2^2 + \left(\frac{L_c I_{L_{01}} + L_s I_{dc} + k_2^2 L_s I_{L_{01}}}{k_2^2 L_s}\right)^2} \quad (6.85)$$

$$B_6 = \sqrt{\left\{\frac{(I_{L_{01}} + I_{dc}) L_c}{k_2^2 L_s}\right\}^2 + \left(\frac{2k_2^2 - 1}{k_2^3 \omega_0 L_s}\right)^2 E_2^2} \quad (6.86)$$

$$\psi_7 = \tan^{-1} \frac{E_2}{k_2 \omega_0 L_s} \frac{1 - k_2^2 \omega_0^2 L_s C_c}{I_{dc} + I_{L_{01}}} \quad (6.87)$$

$$\psi_8 = \tan^{-1} \frac{k_2 \omega_0}{E_2} \frac{L_c I_{L_{01}} + L_s I_{dc} + k_2^2 L_s I_{L_{01}}}{k_2^2 \omega_0^2 L_s C_c - 1} \quad (6.88)$$

$$\psi_9 = \tan^{-1} \frac{k_2 \omega_0 L_c}{E_2} \frac{I_{L_{01}} + I_{dc}}{2k_2^2 - 1} \quad (6.89)$$

e

$$k_2 \equiv \sqrt{1 - \frac{L_c}{L_s}} \quad (6.90)$$

No tempo $t_4 = t_{r_2}$, como ilustra o intervalo (b) da figura 6.8, temos que:

$$v_{C_c} \Big|_{t_4=t_{r_2}} = 0 \quad (6.91)$$

Utilizando a condição (6.91) na equação (6.81) podemos determinar o tempo t_{r_2} , como segue:

$$t_{r_2} = \frac{1}{k_2 \omega_0} \sin^{-1} \frac{E_2 L_c}{B_4 k_2^2 L_s} - \frac{\psi_7}{k_2 \omega_0} \quad (6.92)$$

Enquanto que o segundo tempo de recuperação t_{q_2} do tiristor T_3 , como podemos observar no intervalo (b') da figura 6.8, consiste da soma dos tempos T_4 e t_{r_2} , ou seja:

$$t_{q2} = T_4 + t_{r2} \quad (6.93)$$

O segundo pico de corrente na indutância de comutação I_{m1} pode ser calculado a partir da equação (6.82) como segue:

$$I_{m1} \Big|_{t_4 = \frac{\pi + \psi_8}{k_2 \omega_0}} = B_5 + \frac{E_2 \frac{\pi + \psi_8}{k_2 \omega_0} - L_c I_{L01} - L_s I_{dc}}{k_2^2 L_s} \quad (6.94)$$

No instante $t_4 = T_5$, quando termina o modo 4, temos que a corrente no indutor de comutação é dada por:

$$i_{L_c} |_{t_4=T_5} = 0 \quad (6.95)$$

Aplicando a condição (6.95) na expressão (6.82), conseguimos a seguinte equação:

$$B_5 \sin(k_2 \omega_0 T_5 + \psi_8) + \frac{E_2 T_5 - L_c I_{L01} - L_s I_{dc}}{k_2^2 L_s} = 0 \quad (6.96)$$

A equação transcendental (6.96) pode ser resolvida numericamente para determinarmos o tempo T_5 .

Enquanto que a tensão no capacitor de comutação em T_5 é obtida a partir da seguinte condição:

$$v_{C_c} |_{t_4=T_5} = V_{03} \quad (6.97)$$

Substituindo a condição (6.97) na eq.(6.81) obtemos o valor da tensão entre os terminais de C_c ao final do segundo período de comutação, que é dado como segue:

$$B_4 \sin(k_2 \omega_0 T_5 + \psi_7) - \frac{E_2 L_c}{k_2^2 L_s} = V_{03} \quad (6.98)$$

Capítulo 7

Metodologia de Projeto do CCF

Durante este capítulo é desenvolvido um método de projeto do retificador de comutação forçada, mostrado na figura 5.4. A análise desse processo tem como finalidade a determinação dos seguintes elementos de comutação:

1. Os capacitores de comutação C_1 , C_2 e C_3 , ou o capacitor de comutação equivalente C_c
2. O indutor de comutação $L_c = L_1 = L_3 = L_5$
3. A indutância equivalente de linha L_s , que é dada pela soma das indutâncias das linhas a e b como segue:

$$L_s = l_{sa} + l_{sb} \quad (7.1)$$

7.1 Cálculo de V_0 e L_s

Aplicando um balanço de energia no intervalo de comutação (b) da figura 6.4, conseguimos as seguintes relações:

No instante T_1 , do intervalo (b), a energia do capacitor C_c é dada por:

$$E_c = \frac{1}{2} C_c E_1^2 \quad (7.2)$$

Ao final do intervalo (b') sua energia é expressa como segue:

$$E_c = \frac{1}{2} C_c V_{01}^2 \quad (7.3)$$

Escrevendo um balanço de energia para o intervalo b', tiramos:

$$C_c V_{01}^2 - C_c E_1^2 = L_c I_{L0}^2 \quad (7.4)$$

Utilizando o mesmo procedimento para o intervalo (b''), obtemos:

$$C_c V_{02}^2 - C_c V_{01}^2 = L_s i_{D1}^2 \big|_{t_2=T_1'} \quad (7.5)$$

Analisando o intervalo (b) da figura 6.4, a seguinte aproximação pode ser feita:

$$i_{D1} \big|_{t_2=T_1'} = I_{D0} \cong I_{dc} \quad (7.6)$$

Substituindo (7.6) em (7.5), conseguimos:

$$C_c V_{02}^2 - C_c V_{01}^2 = L_s I_{dc}^2 \quad (7.7)$$

Combinando as equações (7.4) e (7.7), obtemos a seguinte relação de energia para todo o intervalo (b):

$$C_c V_{02}^2 - C_c E_1^2 = L_s I_{dc}^2 + L_c I_{L0}^2 \quad (7.8)$$

Para que o processo de comutação no circuito do conversor seja realizado com sucesso, a tensão de C_c ao final do sub-modo 2b (V_{02}) deve ser maior do que seu valor inicial V_0 , que por sua vez é maior do que o valor E_1 da tensão alimentação. Ou seja,

$$\frac{V_{02}}{V_0} = \varepsilon_c \quad (7.9)$$

onde

$$\varepsilon_c > 1 \quad (7.10)$$

Substituindo (7.9) em (7.8), resulta:

$$C_c \varepsilon^2 V_0^2 - C_c E_1^2 = L_s I_{dc}^2 + L_c I_{L_0}^2 \quad (7.11)$$

7.2 Equação Para L_s

Uma outra imposição a ser feita, está relacionada com a tensão final do sub-modo 2a V_{01} , que deve atender a seguinte relação:

$$\frac{V_{01}}{E_1} = \epsilon_c \quad (7.12)$$

onde

$$\epsilon_c > 1 \quad (7.13)$$

e

$$\epsilon_c < \varepsilon_c \quad (7.14)$$

As equações (7.9), (7.12) e a relação (7.14) têm como finalidade garantir que a tensão sobre o capacitor de comutação, ao final dos sub-modos 1 e 2, seja maior do que o valor apresentado pela fonte de alimentação E_1 , e que o processo de comutação seja completado sem falhas. Assim, combinando as equações (6.59), (7.12) e (7.9), resulta em:

$$\sqrt{\frac{L_s}{C_c} I_{D_0}^2 + (E_1 - \epsilon_c E_1)^2} \sin(\omega_0 T_2 - \psi_{4b}) - E_1 = -\varepsilon_c V_0 \quad (7.15)$$

Substituindo a consideração (7.6) em (7.15), obtém-se:

$$\sqrt{\frac{L_s}{C_c} I_{dc}^2 + (E_1 - \epsilon_c E_1)^2} \sin(\omega_0 T_2 - \psi_{4b}) - E_1 = -\epsilon_c V_0 \quad (7.16)$$

As equações (6.57), (7.11) e (7.16), podem ser agrupadas de forma a resultar no seguinte sistema de equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_2 = -\frac{\psi_{5b}}{\omega_0} \\ -C_c \epsilon_c^2 V_0^2 + C_c E_1^2 + L_s I_{dc}^2 + L_c I_{L_0}^2 = 0 \\ \sqrt{\frac{L_s}{C_c} I_{dc}^2 + (E_1 - \epsilon_c E_1)^2} \sin(\omega_0 T_2 - \psi_{4b}) - E_1 = -\epsilon_c V_0 \end{array} \right. \quad (7.17)$$

Após a substituição das equações (6.54), (6.24), (6.52) e (6.53), bem como dos valores calculados para L_c e C_c , de acordo com (7.33) e (7.34), o sistema de equações (7.17) pode ser resolvido numericamente para obtermos T_2 , V_0 e L_s .

7.3 Determinação da Capacitância e Indutância de Comutação

A equação (6.20) que determina a corrente máxima I_m na indutância de comutação, durante o modo 1, pode ser reescrita como segue:

$$\frac{I_m}{I_{dc}} = \sqrt{\frac{C_c}{L_c} \frac{V_0^2}{I_{dc}^2} + 1} - 1 \quad (7.18)$$

Combinando (6.15) e (6.19), obtemos:

$$t_{q1} = \sqrt{L_c C_c} \tan^{-1} \frac{V_0}{I_{dc}} \sqrt{\frac{C_c}{L_c}} \quad (7.19)$$

Seja

$$\frac{I_m}{I_{dc}} = \alpha_c > 1 \quad (7.20)$$

e

$$\frac{t_{q1}}{t_{off}} = \beta_c \geq 1 \quad (7.21)$$

Levando em consideração esses requisitos nas equações (7.18) e (7.19), temos:

$$\sqrt{\frac{C_c}{L_c} \frac{V_0^2}{I_{dc}^2} + 1} - 1 = \alpha_c \quad (7.22)$$

e

$$\sqrt{L_c C_c} \tan^{-1} \frac{V_0}{I_{dc}} \sqrt{\frac{C_c}{L_c}} = \beta_c t_{off} \quad (7.23)$$

As equações (7.22) e (7.23) formam um sistema de equações que pode ser resolvido para C_c e L_c , respectivamente, como segue:

$$C_c = \alpha_c I_{dc}^2 \left(\frac{\alpha_c + 2}{V_0^2} \right) Z \quad (7.24)$$

e

$$L_c = Z \quad (7.25)$$

Onde Z é uma das soluções da seguinte equação:

$$\left\{ -2\alpha_c I_{dc}^2 \left[\tan^{-1} \frac{V_0}{I_{dc}} \sqrt{I_{dc}^2 \alpha_c \frac{2+\alpha_c}{V_0^2}} \right]^2 - I_{dc}^2 \alpha_c^2 \left[\tan^{-1} \frac{V_0}{I_{dc}} \sqrt{I_{dc}^2 \alpha_c \frac{2+\alpha_c}{V_0^2}} \right]^2 \right\} Z^2 + V_0^2 \beta_c^2 t_{off}^2 = 0 \quad (7.26)$$

Resolvendo a equação (7.26), encontramos as seguintes soluções:

$$Z = \pm \frac{I_{dc} \delta_c}{-2\alpha_c I_{dc}^2 \left\{ \tan^{-1} \frac{V_0}{I_{dc}} \sqrt{I_{dc}^2 \alpha_c \frac{2+\alpha_c}{V_0^2}} \right\}^2 - \alpha_c^2 I_{dc}^2 \left\{ \tan^{-1} \frac{V_0}{I_{dc}} \sqrt{I_{dc}^2 \alpha_c \frac{2+\alpha_c}{V_0^2}} \right\}^2} \quad (7.27)$$

onde

$$\delta_c = V_0 \beta_c t_{off} \sqrt{\alpha_c (\alpha_c + 2)} \tan^{-1} \frac{V_0}{I_{dc}} \sqrt{\alpha_c I_{dc}^2 \frac{\alpha_c + 2}{V_0^2}} \quad (7.28)$$

Simplificando a equação (7.27), obtemos:

$$Z = \mp \frac{\delta_c}{\alpha_c (2 + \alpha_c) I_{dc} \left\{ \tan^{-1} \sqrt{\alpha_c (2 + \alpha_c)} \right\}^2} \quad (7.29)$$

Substituindo (7.28) em (7.29), resulta:

$$Z = \mp \frac{V_0 \beta_c t_{off} \sqrt{\alpha_c (\alpha_c + 2)}}{\alpha_c (\alpha_c + 2) I_{dc} \tan^{-1} \sqrt{\alpha_c (\alpha_c + 2)}} \quad (7.30)$$

ou

$$Z = \mp \frac{V_0 \beta_c t_{off}}{I_{dc} x_c \tan^{-1} x_c} \quad (7.31)$$

onde o parâmetro x_c é dado por:

$$x_c = \sqrt{\alpha_c (\alpha_c + 2)} \quad (7.32)$$

Portanto, a partir da eq. (7.31) a indutância de comutação é expressa como segue:

$$L_c = \beta_c t_{off} \frac{V_0}{I_{dc}} \frac{1}{x_c \tan^{-1} x_c} \quad (7.33)$$

Utilizando (7.31) em (7.24), conseguimos a seguinte equação para o capacitor de comutação:

$$C_c = \beta_c t_{off} \frac{I_{dc}}{V_0} \frac{x_c}{\tan^{-1} x_c} \quad (7.34)$$

As figuras 7.1 e 7.2 mostram as variações de C_c e L_c com o parâmetro x_c . Essas curvas são obtidas a partir de dois valores de convergência de V_0 , que são calculados numericamente através do sistema de equações (7.17), para $\beta_c = 1$ (figura 7.1) e $\beta_c = 2$ (figura 7.2).

Figure 7.1: Gráficos de C_c e L_c em função de x_c , para $\beta_c=1$.

Figure 7.2: Gráficos de C_c e L_c em função de x_c , para $\beta_c = 2$.

Através de uma expansão em séries de potência as equações (7.33) e (7.34) podem ser resolvidas de forma a resultar em expressões que relacionam o parâmetro α_c em função dos elementos de comutação L_c e C_c , como mostra as eqs. (A.131) e (A.134) no Apêndice A.4.1. As figuras 7.3 e 7.4 ilustram respectivamente as variações de α_c em função de L_c e C_c , para dois valores de β_c . Como podemos observar nessas figuras, existe um compromisso no projeto do conversor entre os valores selecionados para a indutância e a capacitância de comutação e o pico de corrente na malha de comutação. Isto é, baixos valores da indutância resulta em picos de corrente excessivos, que também ocorrerão quando forem escolhidos altos valores da capacitância de comutação.

Figure 7.3: Gráficos de α_c em função de C_c e L_c , para $\beta_c = 1$.

Figure 7.4: Gráficos de α_c em função de C_c e L_c , para $\beta_c = 2$.

7.4 Equações Condicionais

Após a determinação dos elementos de comutação L_c , C_c e L_s de acordo com as equações (7.33), (7.34) e (7.17), as seguintes equações e requisitos devem ser satisfeitos:

Equações Condicionais Para o Modo 1

Observando o intervalo (a) da figura 6.4, temos que a tensão V_0 , que é calculada a partir de (7.17), é o valor máximo da tensão do capacitor de comutação durante o modo 1. Assim, para que o processo de comutação forçada seja completado com sucesso, durante o semiciclo positivo da tensão de alimentação, as seguintes relações devem ser obtidas:

$$V_0 > E_1 \quad (7.35)$$

Por sua vez V_0 não deve ultrapassar a máxima tensão dos tiristores V_p , isto é:

$$E_1 < V_0 \leq V_p \quad (7.36)$$

A corrente máxima I_m que circula na indutância de comutação durante o modo 1, conforme (6.20), deve ser maior que a corrente de saída do retificador e menor ou igual a corrente máxima que os tiristores suportam. Ou seja:

$$I_{dc} < I_m \leq I_p \quad (7.37)$$

Uma outra relação a ser considerada é a que envolve a corrente final (I_{L_0}) do modo 1, descrita em (6.24). Essa corrente deve estar contida no seguinte limite:

$$I_{L_0} < I_m \quad (7.38)$$

Ainda no intervalo que compreende o modo 1, temos que o tempo de recuperação t_{q1} , que é determinado pela equação (7.19), deve ser maior ou igual a t_{off} , que é o tempo de desligamento dos tiristores, como expressa a seguinte relação:

$$t_{q1} \geq t_{off} \quad (7.39)$$

A relação (7.39) deve ser obtida com a finalidade de evitarmos falhas durante o processo de comutação.

O tempo T_1 expresso em (6.22), por sua vez deve ser maior do que o tempo de recuperação. Isto é:

$$T_1 > t_{q1} \quad (7.40)$$

Essa última condição estará assegurada, uma vez que T_1 , que é dado pela equação (6.22), consiste da soma de t_{q1} mais um outro termo positivo.

Se as relações (7.36), (7.37), (7.38) ou (7.39) não forem verdadeiras, devemos voltar as equações (7.33), (7.34) e o sistema de equações (7.17) para calcularmos novos valores de L_c , C_c e V_0 , L_s que as tornem verdadeiras.

Equações Condicionais Para o Modo 2

Sub-modo 2a: Para o sub-modo 2a, temos que o principal requisito a ser considerado, refere-se à tensão do capacitor de comutação (V_{01}) no tempo T_1' . Essa tensão deve ser maior que a tensão de alimentação e menor ou igual a tensão final do modo 2 V_{02} , que ocorre no final do sub-modo 2a, ou seja máxima dos tiristores, como está descrito na relação abaixo:

$$E_1 < V_{01} < V_{02} \quad (7.41)$$

Sub-modo 2b: Como foi visto na condição (7.41) do sub-modo 2a, a tensão V_{02} deve ser maior que V_{01} , e para garantir o sucesso do processo de comutação

durante o seu primeiro período, a tensão entre os terminais do capacitor C_c ao final desse sub-modo, não deve ultrapassar o valor máximo de tensão especificado para os tiristores, ou seja:

$$V_{01} < V_{02} < V_p \quad (7.42)$$

Desde que as relações (7.41) e (7.42) não sejam verificadas, as eqs. (7.33), (7.34) e o sistema de equações (7.17) precisam ser reavaliados para que determinemos outros valores de L_c , C_c e L_s , V_0 que satisfaça (7.41) e (7.42).

Equações Condicionais Para o Modo 3

Supondo que durante o modo 3 a tensão de alimentação possui um novo valor E_2 , que é maior do que o anterior E_1 , a seguinte relação deve ser estabelecida:

$$E_2 < V_{02} \leq V_p \quad (7.43)$$

Os requisitos (7.36) e (7.43) são fundamentais para que o processo de comutação seja bem sucedido. Isto é, para baixos valores da tensão de alimentação, o capacitor de comutação pode não estar suficientemente carregado para comutar os tiristores, o que pode acarretar falhas de comutação.

A corrente final $(I_{L_{01}})$ de L_c durante o modo 3, que é calculada a partir da equação (6.77), não deve ser maior do que o segundo pico de corrente I_{m1} , que acontece no próximo modo. Isto é:

$$I_{L_{01}} \leq I_{m1} \quad (7.44)$$

Uma outra relação que deve ser verificada é a que se refere ao tempo final (T_4) do modo 3, que deve ser menor do que o segundo tempo de recuperação t_{q2} , que é calculado a partir de (6.93). Ou seja:

$$T_4 < t_{q2} \quad (7.45)$$

Se as relações (7.43), (7.44) e (7.45) forem falsas, devemos calcular novos valores para L_c , C_c e L_s , V_0 conforme (7.33), (7.34) e (7.17), afim de que as tornem verdadeiras.

Equações Condicionais Para o Modo 4

Uma primeira relação a ser obtida durante o modo 4 está descrita em (7.45). Uma segunda relação ainda tem t_{q2} como referência, ou seja, este tempo, da mesma forma que t_{q1} , deve seguir a seguinte relação:

$$t_{q2} \geq t_{off} \quad (7.46)$$

No que se refere ao segundo pico de corrente I_{m1} em L_c , temos que essa corrente, da mesma forma que o primeiro pico em (7.37), deve obedecer a seguinte relação:

$$I_{dc} < I_{m1} \leq I_p \quad (7.47)$$

No final do modo 4, no instante T_5 , a tensão do capacitor de comutação V_{02} será utilizada como o valor inicial do próximo intervalo de comutação, como está mostrado no intervalo (b) da figura 6.5. Como foi estabelecido anteriormente em (7.36) e (7.43), a seguinte relação deve ser obtida:

$$E_2 < V_{02} \leq V_p \quad (7.48)$$

Uma vez que as relações (7.47) e (7.48) não sejam observadas, devemos voltar às expressões (7.33), (7.34), e ao sistema de equações (7.17) para determinarmos novos valores para L_c , C_c e L_s , V_0 , com o objetivo de as tornarem verdadeiras. A tabela 7.1 resume os requisitos de projeto que devem ser atendidos com a finalidade de obtermos um bom desempenho do circuito de potência do conversor ca-cc de comutação forçada.

•Modo 1	$E_1 < V_0 \leq V_p$ $I_{dc} < I_m < I_p$ $I_{L_0} < I_m$ $t_{q1} \geq t_{off}$ $T_1 > t_{q1}$
•Modo 2:	
Submodo 2a	$E_1 < V_{01} < V_{02}$
Submodo 2b	$V_{01} < V_{02} < V_p$
•Modo 3	$E_2 < V_{02} \leq V_p$ $I_{L_{01}} \leq I_{m1}$ $T_4 < t_{q2}$
•Modo 4	$t_{q2} \geq t_{off}$ $I_{dc} < I_{m1} \leq I_p$ $E_2 < V_{03} \leq V_p$

Tabela 7.1: Requisitos de projeto

Capítulo 8

Simulação do CCF

As equações fundamentais do retificador trifásico (figura 5.4), durante os intervalos de comutação, são aqui verificadas computacionalmente utilizando o programa Simnon [98]. Ao longo dessa investigação são utilizados os seguintes dados e elementos, como mostra a tabela 8.1, que foram determinados a partir da figura 7.1, gráficos de C_c e L_c para $V_0 = 155$ V (equação (7.17)) e $x_c = 2$, e a indutância de linha L_s que foi calculada a partir de (7.17):

Tensão de alimentação	$E_1 = 140V, E_2 = 150V$
Corrente de saída	$I_d = 15A$
Parâmetro para determinação de C_c e L_c	$x_c = 2$
Coefficiente relativo aos tempos de recuperações	$\beta_c = 1$
Indutância de comutação	$L_c \cong 60\mu H$
Capacitância de comutação	$C_c \cong 5\mu F$
Indutância de linha	$L_s \cong .2mH$

Tabela 8.1: Parâmetros e especificações usados na simulação

8.1 Verificação dos Modos 1 e 2

O programa inicia com a suposição de que o tiristor T_3 é disparado em $t_1 = 0$ com o objetivo de comutar T_1 , que inicialmente está conduzindo, junto com os elementos D_1 e T_6 , a corrente de carga I_{dc} (como pode ser visto nas figuras 6.1 (a) e (b) na seção 6.1). A computação do modo 1 (eqs. (6.6), (6.7) e (6.8)) termina no instante em que o diodo D_3 estiver diretamente polarizado, ou seja $v_{C_c} = -E_1$. A partir dessa condição, o modo 2, ou mais precisamente, o sub-modo 2a (eqs. (6.27), (6.28) e (6.29)) é avaliado tendo como condições iniciais as condições finais do modo anterior. A computação do sub-modo 2a termina quando a corrente através da indutância de comutação for nula. Nesse instante, as condições finais do sub-modo 2a servirão como condições iniciais do sub-modo 2b (eqs. (6.46), (6.47) e (6.48)), que tem seu fim quando a corrente no diodo de potência D_1 cai a zero.

8.2 Verificação dos Modos 3 e 4

No início da análise computacional do modo 3 (eqs. (6.62), (6.63) e (6.64)) a tensão de alimentação apresenta um novo valor $v_{ab} = E_2$, como mostra a figura 6.2 (b), e o tiristor T_1 é disparado com a finalidade de comutar T_3 . Quando o diodo D_1 volta a conduzir ($v_{C_c} = -E_2$) parte da corrente de carga I_{dc} , a simulação do modo 3 termina. A partir desse instante tem início a análise do modo 4 (eqs. (6.78), (6.79) e (6.80)), com as condições iniciais iguais às condições finais do modo anterior. A simulação do modo 4 termina quando as correntes através dos elementos D_1 e L_c são, respectivamente, iguais a I_{dc} e zero.

A tensão de saída do retificador (e_d) é determinada a partir da tensão no capacitor de comutação. Já a corrente no diodo D_3 pode ser facilmente obtida a partir de uma equação complementar que envolve as correntes i_{D_1} e I_{dc} , como podemos observar nas figuras 6.3, 6.5, 6.6, 6.7 e 6.9.

Na figura 8.1 podemos ver o fluxograma utilizado para a simulação computacional dos intervalos de comutação do retificador (figura 5.4), e no Apêndice C estão listados os programas que foram usados para simulação.

Figura 8.1: Fluxograma para a simulação do CCF

As figuras 8.2 e 8.3 ilustram os resultados da verificação computacional do processo de comutação forçada no circuito de potência do conversor ca-cc (figura 5.4).

Como podemos observar nessas figuras, há uma boa concordância entre os resultados obtidos na simulação e as curvas teóricas do CCF que estão mostradas nas figuras 6.4 e 6.8 na seção 6.3.

A figura 8.4, mostra os tempos de polarização reversa dos tiristores (t_{q1} e t_{q2}) nas condições em que a fonte de alimentação varia de 140 a 300 volts e a tensão inicial do capacitor de comutação de 150 volts a 392 volts. Observando os gráficos da figura 8.4, vemos que os tempos de recuperação estão acima do tempo t_{off} dos tiristores para uma faixa que vai de 0 a 18,5 A, e no caso específico de $I_{dc} = 15A$ (que foi usado para simulação), existe uma boa concordância entre os valores calculados, que estão mostrados na figura 8.4, e os tempos obtidos na simulação (figuras 8.2 e 8.3).

Durante o processo de investigação e simulação do circuito de potência do conversor ca-cc de comutação forçada (figura 5.4), foram utilizados outros programas como o Mathematica e o Simulink, que inicialmente proporcionaram meios úteis para testar a validade da análise do conversor. Contudo, o programa Simnon foi o que melhor resultado apresentou em termos de tempo e simplicidade na implementação do algoritmo usado para simular o processo de comutação do circuito do conversor.

Figure 8.2: Verificação computacional dos modos 1 e 2.

Figure 8.3: Verificação computacional dos modos 3 e 4.

Figure 8.4: Tempo de polarização reversa dos tiristores.

Capítulo 9

Conclusões

Este texto descreve um estudo de um conversor de comutação forçada (CCF) trifásico, através de um investigação matemática do intervalo de comutação entre dois ramos do circuito de potência. O modelamento do conversor, que é descrito na forma de equações diferenciais, leva ao desenvolvimento de uma metodologia de projeto fundamentada em equações condicionais. A análise aqui desenvolvida é validada a partir de simulação computacional dos quatro modos que compreende o processo de comutação no circuito do conversor ca-cc.

A investigação do CCF, é precedida de uma revisão básica das estruturas convencionais de conversores de comutação natural e da teoria do processo de comutação. As vantagens e desvantagens dos conversores controlados por fase são também delineadas, como a redução do fator de potência com o aumento do ângulo de fase e a grande quantidade do conteúdo harmônico de baixa ordem no lado ca, e comparadas com as topologias de conversores de comutação forçada que empregam a técnica de modulação em largura de pulsos (PWM).

Ainda nesse trabalho, podemos encontrar uma considerável listagem de obras relevantes, que estão contidas na parte de referências bibliográficas, que cobrem um período importante na evolução da eletrônica de potência. Isto é, há trabalhos que envolvem o desenvolvimento dos dispositivos semicondutores de potência, das

topologias dos circuitos conversores e dos métodos de controle utilizados para melhorar o desempenho das características externas dessas estruturas.

Dessa forma, além de contribuir com uma revisão bibliográfica, esse trabalho apresenta uma investigação teórica e um método de projeto, que até o presente momento ainda não se encontra descrito na literatura, de uma topologia simples de circuito conversor de comutação forçada, capaz de apresentar um alto fator de potência, uma larga faixa ajustável da tensão de saída e de operar no modo regenerativo [1]. Essa configuração de circuito apesar de ser economicamente mais cara do que as estruturas trifásicas com controle de fase, possui as vantagens de apresentar um desempenho externo satisfatório e de ser, a longo prazo, economicamente viável em aplicações industriais [61]. Assim, a topologia estudada nesse trabalho vai de encontro às modernas aplicações industriais da eletrônica de potência, que têm a conservação da energia e o controle da poluição urbana como fatores principais.

9.1 Proposições de Continuidade do Trabalho

A partir da análise detalhada do CCF, descrita neste trabalho, abrem-se novas perspectivas com relação ao desenvolvimento de futuros trabalhos, que envolvam:

- A implementação do circuito de potência do conversor (que está sendo iniciada)
- O estudo de estratégias de modulação por largura de pulso (PWM)
- Otimização dos filtros de entrada e saída
- A utilização do conversor como fonte de alimentação de inversor num sistema de acionamento ca

Referências Bibliográficas

- [1] T. Kataoka, K. Mizumachi and S. Miyairi, A pulsewidth controlled ac-to-dc converter to improve power factor and waveform of ac line current, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 15, no. 6, pp. 670-675, November/December 1979.
- [2] B.R. Pelly, *Thyristor Phase-Controlled Converters and Cycloconverters*, New York: John Wiley & Sons, 1971.
- [3] G. Möltgen, *Line Commutated Thyristor Converters*, Berlin, Germany: Siemens and Pitman, 1972.
- [4] G. Möltgen, *Converter Engineering—An Introduction to Operation and Theory*, Berlin, Germany: Siemens and John Wiley & Sons, 1984.
- [5] J.M.D. Murphy and F.G. Turnbull, *Power Electronic Control of AC Motors*, Great Britain: Pergamon Press, 1988.
- [6] K. Heumann, *Basic Principles of Power Electronics*, Berlin: Springer-Verlag, 1986.
- [7] B.K. Bose, *Power Electronics and AC Drives*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1986.
- [8] B.M. Bird and K.G. King, *Power Electronics*, U.K.: J. Wiley, 1983
- [9] N. Mohan, T.M. Undeland and P. Robbins, *Power Electronics*, New York, Wiley, 1989.

- [10] S.B. Dewan and A. Straughen, *Power Semiconductor Circuits*, New York: Wiley-Interscience, 1975.
- [11] P.C. Sen and S.R. Doradla, Evaluation of Control Schemes for Thyristor-Controlled DC Motors, *IEEE Trans. Ind. Electron. Cont. Instrum.*, vol. IECI-25, no. 3, pp. 247-255, August 1978.
- [12] P.C. Sen, *Thyristor DC Drives*, New York: John Wiley & Sons, 1981.
- [13] B.D. Bedford and R.G. Hoft, *Principles of Inverter Circuits*, New York, NY: John Wiley & Sons, 1964.
- [14] J.D. van Wyk and H.-Ch. Skudelny, Power electronics, control of electromechanical energy conversion process and some applications, *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol. 133, pt. B, no. 6, pp. 369-399, Nov. 1986.
- [15] B.K. Bose, Motion Control Technology-Present and Future, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-21, no. 6, pp. 1337-1342, November/December 1985.
- [16] B.K. Bose, Power electronics—An emerging technology, *IEEE Trans. Ind. Elec.*, vol. 36, no. 3, pp. 403-412, August 1989.
- [17] B.K. Bose, Recent Advances in Power Electronics, *IEEE Trans. Power Electronics*, vol. 7, no. 1, January 1992.
- [18] B.K. Bose, Evaluation of Modern Power Semiconductor Devices and Future Trends of Converters, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 28, no. 2, pp. 403-413, March/April 1992.
- [19] B.K. Bose, Power Electronics—A Technology Review, *Proc. IEEE*, vol. 80, no. 8, pp.1303-1334, August 1992.
- [20] J.D. van Wyk, Power Electronic Converters for Motion Control, *Proc. IEEE*, vol. 82, no. 8, pp. 1164-1193, August 1994.

- [21] M.S. Adler *et al.*, The evolution of power device technology, *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 31, pp.1570-1591, 1984
- [22] M.S. Adler and S.R. Westbrook, Power semiconductor switching devices—A comparasion based on inductive switching, *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. ED-29, no. 6, pp. 947-952, June 1982.
- [23] K. Shenai, R.S. Scott and B.J. Baliga, Optimum Semiconductors for High-Power Electronics, *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 36, no. 9, pp.1811-1823, September 1989.
- [24] P.L. Hower, Power Semiconductor Devices: An Overview, *Proc. IEEE*, vol. 76, no. 4, pp. 335-342, April 1988.
- [25] V.A.K. Temple, MOS-Controlled Thyristors-A New Class of Power Devices, *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. ED-33, no. 10, pp.1609-1618, October 1986.
- [26] B.J. Baliga, Evolution of MOS-Bipolar Power Semiconductor Technology, *Proc. IEEE*, vol. 76, no. 4, pp. 409-418, April 1988.
- [27] B.J. Baliga, An Overview of Smart Power Technology, *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 38, no. 7, pp. 1568-1575, July 1991.
- [28] B.J. Baliga, Power Semiconductor Devices for Variable-Frequency Drives. *Proc. IEEE*, vol. 82, no. 8, pp. 1112-1122, August 1994.
- [29] E.D. Owen, M.M. Morack, C.C. Herskind and A.S. Grimes, AC Adjustable-Speed Drives with Electronic Power Converters—The Early Days, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-20, no. 2, pp. 298-308, March/April 1984.
- [30] L. Bock and H. Böddeker, Quick-response D.C. Drives for Machine-tool Feeds. *Siemens Rev.*, no. 3, pp. 86-92, March 1965.

- [31] J.T. Boys and P.G. Handley, Spread spectrum switching: low noise modulation techniques for PWM inverter drives, *IEE Proc.*, pt. B, vol. 139, no. 3, May 1992.
- [32] L. Abraham, Power Electronics in German Railway, *Proc. IEEE*, vol. 76, no. 4, pp. 472-480, April 1988.
- [33] S. Cuk and R.D. Middlebrook, Advances in switched-mode power conversion, Pts. I e II, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. IE-30, pp. 10-29, 1983.
- [34] D.M. Divan and T.H. Barton . Considerations on the Application of Improved Power Factor Converter Structures. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-19, no. 6, pp. 1076-1083, November/December 1983.
- [35] K. Heumann, Pulse Control of D-C and A-C Motors by Silicon-Controlled Rectifiers. *IEEE Trans. Commun. and Electron.*, vol. 83, pp. 390-399, July 1964.
- [36] W. McMurray, A study of asymmetrical gating for phase-controlled converters, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-8, no. 3, pp. 289-295, May/June 1972.
- [37] N. Ettner and J. Stiglitz. Electronic Controls for D.C. Propeller Motor Drives on Ships, *Siemens Rev. vol. XXXV*, no. 3, pp. 119-123, 1968.
- [38] A. Ludbrook and R.M. Murray, A Simplified Technique for Analyzing the 3-Phase Bridge Rectifier Circuit, *IEEE Trans. Ind. Gen. Appl.*, vol. IGA-1, no. 3, pp. 182-187, May/June 1965.
- [39] G.K. Dubey, Classification of Thyristor Commutation Methods, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-19, no. 4, pp. 600-606, July/August 1983.

- [40] D.E. Steeper and R.P. Stratford, Reactive Compensation and Harmonic Suppression for Industrial Power Systems Using Thyristor converters, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-12, no. 3, pp. 232-254, May/June 1976.
- [41] R.P. Stratford, Rectifier Harmonics in Power Systems, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-16, no. 2, pp. 271-276, March/April 1980.
- [42] R.P. Stratford, Analysis and Control of Harmonic Current in Systems with Static Power Converters, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-17, no. 1, pp. 71-81, January/February 1981.
- [43] D.D. Shipp, Harmonic Analysis and Suppression for Electrical Systems Supplying Static Power Converters and Other Nonlinear Loads, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-15, no. 5, pp. 453-458, September/October 1979.
- [44] D.E. Rice, Adjustable speed drive and power rectifier harmonics—Their effect on power systems components, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-22, no. 1, pp. 71-81, January/February 1986.
- [45] Karl-Heinz Bezold, J. Forster and H. Zander, Thyristor Converters for Traction DC Motor Drives, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-9, no. 5, pp. 612-617, Sept./Oct. 1973..
- [46] T. Matsushashi and Y. Amemiya, Thyristor power control with less third harmonic component, *J. IEE (Japan)*, vol. 90, no. 8, pp. 1621-1627, Aug. 1970.
- [47] H. Zander, Self-commutated rectifier to improve line conditions, *Proc. IEE*, vol. 120, no. 9, september 1973
- [48] T. Fukao and S. Miyairi, AC-DC Converter with Improved Power Factor and Current Waveform on AC Side, *Electr. Eng. Jpn.*, vol. 94, no. 4, pp. 89-96, August 1974.

- [49] K.A. Krishnamurthy, G.K. Dubey and G.N. Revankar, Converter control with selective reduction of line harmonics, *Proc. IEE*, vol. 125, no. 2, pp. 141-145, February 1978.
- [50] H. Kazuno, Forced Commutation Thyristor Bridge Using Pulse transformer, *Electr. Eng. Jpn.*, vol. 106, no. 1, pp. 122-131, December 1986.
- [51] W. Lienau, A. Müller-Hellmann and Hans-Christoph Skudelny, Power converters for feeding asynchronous traction motors of single-phase ac vehicles, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-16, no. 1, pp. 103-110, January/February 1980.
- [52] D.P. Carrol, S.S. Abd-el-Hamid, A simplified analytical model for a current-fed force-commutated converter, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-16, no. 4, pp. 501-512, July/August 1980.
- [53] T. Ohnishi and H. Okitsu, Bias Voltage Controlled Three-Phase Converter with High Power Factor, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-16, no. 5, pp. 700-706, September/October 1980.
- [54] S. Manias and P. Ziogas, A novel sinewave in ac to dc converter with high-frequency transformer isolation, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. IE-32, no. 4, pp. 430-438, November 1985.
- [55] S. Iida and S. Miyairi, One Method for Selection of Circuit Parameters of a Self-Commutated Rectifier, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-18, no. 3, pp. 288-294, May/June 1982
- [56] L.H. Walker, Force-Commutated Reactive-Power Compensator, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-14, no. 4, pp. 335-340, July/August 1978.
- [57] G.E. Gareis, D.P. Carrol and C.M. Ong, The Interaction of Batteries and Fuel Cells with Electrical Distribution Systems: Force Commutated Con-

- verter Interface, *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-96, no. 4, pp. 1242-1250, July/August 1977.
- [58] J.W.A. Wilson, The Forced-Commutated Inverter as a Regenerative Rectifier, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-16, no. 5, pp. 700-706, September/October 1980.
- [59] W. McMurray, SCR Inverter Commutated by an Auxiliary Impulse, *IEEE Trans. Commun. Electron.*, vol. 83, no. 75, pp. 824-829, Nov. 1964.
- [60] H. Kazuno and N. Kiyohiro, Circuits and Performance of Controlled Rectifier and Synchronous Inverter Using Compound PWM Systems, *Electr. Eng. Jpn.*, vol. 99, no. 2, pp. 90-99, February 1979.
- [61] S.R. Doradla, C. Nagamani and S. Sanyal, A Sinusoidal Pulsewidth Modulated Three-Phase AC to DC Converter-Fed DC Motor Drive, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-21, no. 6, pp. 1394-1408, November/December 1985.
- [62] S.K. Biswas, M.S Mahesh and B.S.R Iyengar, Simple new PWM patterns for thyristor three-phase AC/DC convertors, *Proc. Inst. Elec. Eng.*, pt. B, vol. 133, no. 6, pp. 354-358, Nov. 1986.
- [63] P. Viriya, H. Kubota and K. Matsuse, New PWM-controlled GTO converter, *IEEE Trans. Power Electronics*, vol. PE-2, no. 4, October 1987.
- [64] S.K. Biswas, B. Basak and M.M. Swamy, A Three-Phase Half-Controlled Rectifier with Pulse Width Modulation. *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. IE-38, no. 2, pp. 121-125, April 1991.
- [65] D.M. Divan, Optimum PWM waveform synthesis—A filtering approach, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-21, no. 5, pp. 1199-1205, September/October 1985.

- [66] V.R. Stefanovic, Power factor improvement with a modified phase-controlled converter, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-15, no. 2, pp. 193-1200, Mar./Apr. 1979.
- [67] N.G. Hingorani and J.K. Hall, Use of capacitors for reduction of commutation angle in static high-power convertors, *Proc. IEE*, vol. 112, no. 12, pp. 2333-2341, December 1965.
- [68] R.J. Hill and F.L. Luo, Current Source Optimization in AC-DC GTO Thyristor Converters, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. IE-34, no. 4, pp. 475-482, November 1987.
- [69] P.D. Ziogas, Y. Kang and V.R. Stefanovic, **PWM** control techniques for rectifier filter minimization, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-21, no. 5, pp. 1206-1214, September/October 1985.
- [70] P.D. Ziogas, Y. Kang and V.R. Stefanovic, Optimum system design of a three-phase rectifier-inverter type of frequency changer, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-21, no. 5, pp. 1215-1224, September/October 1985.
- [71] E.P. Wiechmann, P.D. Ziogas and V.C. Stefanovic, A Novel Bilateral Power Conversion Scheme for Variable Frequency Static Power Supplies, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-21, no. 5, pp. 1226-1233, September/October 1985.
- [72] L.J. Penkowski and K.E. Pruzinsky, Fundamentals of a Pulsewidth Modulated Power Circuit, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-8, no. 5, pp. 584-592.

OBRAS CONSULTADAS

- [73] W. McMurray and D.P. Shattuck, A silicon-controlled rectifier inverter with improved commutation, *Trans. AIEE*, vol. 80, pp.531-542, November 1961.

- [74] W.A. McMurray, Power electronic circuit topology, *Proc. IEEE*, vol. 76., pp. 419-427, April 1988.
- [75] P. Mehta and S. Mukhopadhyay, Modes of operation in convertor-controlled d.c. drives, *Proc. IEE*, vol. 121, no. 3, pp.179-183, March 1974.
- [76] J.L. Hudgins and W.M. Portnoy, High di/dt pulse switching of thyristors, *IEEE Trans. Power Electronics*, vol. PE-2, no. 2, pp. 143-148, April 1987.
- [77] J.L. Hudgins and W.M. Portnoy, Gating effects on thyristor anode current di/dt, *IEEE Trans. Power Electronics*, vol. PE-2, no. 2, pp. 149-153, April 1987.
- [78] P.M. Bhagwat and V.R. Stefanovic, Generalized structure of a multilevel PWM inverter, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-19, no. 6, pp. 1057-1069, November/December 1983.
- [79] H.S. Patel and R. Hoft, Generalized techniques of harmonic elimination and voltage control in thyristor inverters: Part I—Harmonic elimination, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-9, no. 3, pp. 310-317, May/June 1973.
- [80] H.S. Patel and R. Hoft, Generalized techniques of harmonic elimination and voltage control in thyristor inverters: Part II—Voltage control techniques, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-10, no. 5, pp. 666-673, September/October 1974.
- [81] J.K. Phipps, J.P. Nelson and P.K. Sen, Power Quality and Harmonic Distortion on Distribution Systems, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 30, no. 2, pp. 476-484, March/April 1994.
- [82] G. Olivier and V.R. Stefanovic, Thyristor current source with an improved power factor, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. IE-29, no. 4, pp. 299-307, November 1982.

- [83] S.R. Bowes and A. Midoun, Microprocessor implementation of new optimal PWM switching strategies, *IEE Proc.*, vol. 135, pt. B, no.5, pp. 269-280, September 1988.
- [84] Y. Sato and T. Kataoka, State feedback control of current-type PWM AC-to-DC converters, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-29, no. 6, pp. 1090-1097, November/December 1993.
- [85] J. Holtz, Pulsewidth modulation—A survey, *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. PE-39, no. 5, pp. 410-420, December 1992.
- [86] V. Vorperian, Simplified analysis of PWM converters using PWM, switch: Part 1 and Part 2, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 26, no. 3, pp. 490-505, May 1990.
- [87] E. Spenke and P. Voss, Current status of power thyristors and rectifiers, in Proc. 2nd *IFAC Symp. on Control in Power Electronics and Electrical Drives* (Düsseldorf, Germany, 1977), pp. 355-368.
- [88] H.H. Weber, The application of controlled static converters in tractive units, in Proc. 2nd *IFAC Symp. on Control in Power Electronics and Electrical Drives* (Düsseldorf, Germany, 1977), pp. 651-698.
- [89] G. Olivier and V.C. Stefanovic, Evaluation of phase-commutated converters for slip-power control in induction drives, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-19, no. 1, pp. 105-112, January/February 1983.
- [90] T. Pelikan et. J. Isler, Transformateurs de redresseurs pour fortes intensités de courant, *Rev. Brown Boveri*, t. 48, no. 3/4, p. 215-228, Mars/Avril 1961.
- [91] A. Wolski, Thyristors on traction vehicles, *Siemens Rev*, no.1, pp. 16-25, January 1966.

- [92] M. Meyer, Thyristor convertors with forced commutation, *Siemens Rev.*, no. 2, pp. 69-74, February 1966.
- [93] M. Meyer, The Stressing of thyristors in forced-commutated static convertors, *Siemens Rev.*, no. 3, pp. 161-167, March 1966.
- [94] C. Lentz and W. Lössel, Thyristors charging equipment for traction batteries, *Siemens Rev.*, vol. XXXIII, no. 12, pp. 592-593, 1966.
- [95] A.J. Humphrey, Inverter commutation circuits, *IEEE Trans. Ind. Gen. Appl.*, vol. IGA-4, no. 1, pp. 104-110, Jan./Feb. 1968.
- [96] T.H. Lipo, Analog computer simulation of a three-phase full-wave controlled rectifier bridge, *Proc. IEE*, vol. 57, no. 12, pp. 2137-2147, December 1969.
- [97] N. Mohan *et al.*, Simulation of Power Electronic and Motion Control Systems—An Overview, *Proc. IEEE*, vol. 82, no. 8, pp. 1287-1302, August 1994.
- [98] H. Elmqvist *et al.*, SIMNON—Simulation of Nonlinear Systems—User's Guide for MS Windows 3.1, Dept. of Automatic Control, Lund Institute of Technology. Lund, Sweden, January 1993.
- [99] J. Reeve, J.A. Baron and G.A. Hanley, A technical assessment of a artificial commutation of **HVDC** converters with series capacitors, *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-87, no. 10, pp. 1830-1840, October 1968.
- [100] J.G. Kassakian, Simulating power electronic systems—A new approach, *Proc. IEEE*, vol. 67, no. 10, pp. 1428-1441, October 1979.

- [101] P.D. Ziogas, Optimum voltage and harmonic control PWM techniques for three-phase static **UPS** systems, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-16, no. 4, pp. 542-546, July/August 1980.
- [102] D.J. Tyllavsky and F.C. Trutt, Complete Analysis of the operating modes of the resistance—inductance-fed bridge rectifier, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. IE-29, no. 4, pp. 287-294, November 1982.
- [103] D.M. Divan, Synchronous Chopper for Improved Performance Converters, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-20, no. 3, pp. 631-642, May/June 1984.
- [104] H. Inaba *et al.*, A new speed control system for DC motors using GTO converter and its application to elevators, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-21, no. 2, pp. 391-397, March/April 1985.
- [105] F. Nozari and H.S. Patel, Power electronics in electric utilities: **HVDC**, power transmission system, *Proc. IEEE*, vol. 76, no. 4, pp. 495-506, April 1988.
- [106] F. Harashima, Power electronics and motion control—A future perspective, *Proc. IEEE*, vol. 82, no. 8, pp. 1107-1111, August 1994.
- [107] H. Stemmler, High-Power Industrial Drives, *Proc. IEEE*, vol. 82, no. 8, pp. 1266-1286, August 1994.

Apêndice A

Solução das Equações do CCF

A.1 Equações do Modo 1

A transformada de Laplace da equação (6.6) é:

$$sV_{C_c}(s) - v_{C_c}(0)|_{t_1=0} = -\frac{I_{dc}}{sC_c} - \frac{I_{L_c}(s)}{C_c} \quad (\text{A.1})$$

Considerando $v_{C_c}(0)|_{t_1=0} = V_0$ na equação (A.1) e resolvendo-a para $V_{C_c}(s)$, temos:

$$V_{C_c}(s) = -\frac{I_{dc}}{s^2C_c} - \frac{I_{L_c}(s)}{sC_c} + \frac{V_0}{s} \quad (\text{A.2})$$

Escrevendo a transformada de Laplace da equação (6.7), tiramos:

$$sI_{L_c}(s) - i_{L_c}(0)|_{t_1=0} = \frac{V_{C_c}(s)}{L_c} \quad (\text{A.3})$$

Para $i_{L_c}(0)|_{t_1=0} = 0$ temos que a equação (A.3) é resolvida para $I_{L_c}(s)$ como segue:

$$I_{L_c}(s) = \frac{V_{C_c}(s)}{sL_c} \quad (\text{A.4})$$

Substituindo a equação (A.4) na equação (A.2), obtemos:

$$V_{C_c}(s) = -\frac{I_{dc}}{s^2 C_c} - \frac{V_{C_c}(s)}{s^2 L_c C_c} + \frac{V_0}{s} \quad (A.5)$$

Solucionando a equação (A.5) para $V_{C_c}(s)$, conseguimos:

$$\left(1 + \frac{1}{s^2 L_c C_c}\right) V_{C_c}(s) = -\frac{I_{dc}}{s^2 C_c} + \frac{V_0}{s} \quad (A.6)$$

ou

$$V_{C_c}(s) = -\frac{I_{dc} L_c}{s^2 L_c C_c + 1} + \frac{s V_0 L_c C_c}{s^2 L_c C_c + 1} \quad (A.7)$$

A equação (A.7) pode ser escrita como segue:

$$V_{C_c}(s) = -I_{dc} L_c \frac{\frac{1}{L_c C_c}}{s^2 + \frac{1}{L_c C_c}} + V_0 \frac{s}{s^2 + \frac{1}{L_c C_c}} \quad (A.8)$$

onde

$$\frac{1}{L_c C_c} = \omega_0^2 \quad (A.9)$$

Substituindo a equação (A.9) na equação (A.8), temos:

$$V_{C_c}(s) = -I_{dc} L_c \frac{\omega_0^2}{s^2 + \omega_0^2} + V_0 \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} \quad (A.10)$$

ou

$$V_{C_c}(s) = -I_{dc} L_c \omega_0 \frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2} + V_0 \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} \quad (A.11)$$

A partir dos itens I e II da tabela B.1, no Anexo B, temos que a transformada inversa da equação (A.11) é dada por:

$$v_{C_c}(t_1) = -I_{dc} L_c \omega_0 \sin \omega_0 t_1 + V_0 \cos \omega_0 t_1 \quad (A.12)$$

Fazendo uso do item i da propriedade trigonométrica abaixo:

$$a \operatorname{sen} x + b \cos x = \begin{cases} \text{i. } \sqrt{a^2 + b^2} \operatorname{sen} \left(x + \tan^{-1} \frac{b}{a} \right) \\ \text{ou} \\ \text{ii. } \sqrt{a^2 + b^2} \cos \left(x - \tan^{-1} \frac{a}{b} \right) \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

Temos que a expressão (A.12) pode ser escrita como:

$$v_{C_c}(t_1) = \sqrt{(I_{dc} L_c \omega_0)^2 + V_0^2} \operatorname{sen} (\omega_0 t_1 - \psi) \quad (\text{A.14})$$

Utilizando a equação (A.9) em (A.14), resulta

$$v_{C_c}(t_1) = \sqrt{\frac{L_c}{C_c} I_{dc}^2 + V_0^2} \operatorname{sen} (\omega_0 t_1 - \psi) \quad (\text{A.15})$$

onde

$$\psi = \tan^{-1} \frac{V_0}{I_{dc}} \sqrt{\frac{C_c}{L_c}} \quad (\text{A.16})$$

A substituição de (A.11) na equação (A.4) resulta na seguinte expressão:

$$I_{L_c}(s) = -I_{dc} \frac{\omega_0^2}{s(s^2 + \omega_0^2)} + \frac{V_0}{\omega_0 L_c} \frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2} \quad (\text{A.17})$$

ou

$$I_{L_c}(s) = -I_{dc} \omega_0^2 \frac{1}{s(s^2 + \omega_0^2)} + \frac{V_0}{\omega_0 L_c} \frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2} \quad (\text{A.18})$$

Utilizando os itens I e III da tabela B.1, conseguimos $\mathcal{L}^{-1}[I_{L_c}(s)]$, isto é:

$$i_{L_c}(t_1) = \frac{V_0}{\omega_0 L_c} \operatorname{sen} \omega_0 t_1 - I_{dc} (1 - \cos \omega_0 t_1) \quad (\text{A.19})$$

Através da propriedade i da equação (A.13) e de (A.9), conseguimos expressar (A.19) como segue:

$$i_{L_c}(t_1) = \sqrt{\frac{C_c}{L_c} V_0^2 + I_{dc}^2} \operatorname{sen} (\omega_0 t_1 + \psi_1) - I_{dc} \quad (\text{A.20})$$

onde

$$\psi_1 = \tan^{-1} \frac{I_{dc}}{V_0} \sqrt{\frac{L_c}{C_c}} \quad (\text{A.21})$$

Substituindo $v_{C_c}|_{t_1=T_1} = -E_1$ em (A.12), temos:

$$-\omega_0 L_c I_{dc} \sin \omega_0 T_1 + V_0 \cos \omega_0 T_1 = -E_1 \quad (\text{A.22})$$

Multiplicando ambos os lados da equação (A.22) por -1 , resulta:

$$\omega_0 L_c I_{dc} \sin \omega_0 T_1 - V_0 \cos \omega_0 T_1 = E_1 \quad (\text{A.23})$$

Utilizando a propriedade trigonométrica i da equação (A.13) na expressão (A.23), conseguimos:

$$\sqrt{(I_{dc} \omega_0 L_c)^2 + V_0^2} \sin \left(\omega_0 T_1 - \tan^{-1} \frac{V_0}{\omega_0 L_c I_{dc}} \right) = E_1 \quad (\text{A.24})$$

Aplicando a função trigonométrica $\sin^{-1}$ na equação (A.24) e resolvendo-a para T_1 , obtemos:

$$T_1 = \frac{1}{\omega_0} \left[\sin^{-1} \frac{E_1}{\sqrt{V_0^2 + (\omega_0 L_c I_{dc})^2}} + \tan^{-1} \frac{V_0}{\omega_0 L_c I_{dc}} \right] \quad (\text{A.25})$$

A.1.1 Cálculo da Corrente I_{L_0}

Usando $i_{L_c}|_{t_1=T_1} = I_{L_0}$ na equação (A.19) ou (A.20), temos:

$$I_{L_0} = \frac{V_0}{\omega_0 L_c} \sin \omega_0 T_1 - I_{dc} (1 - \cos \omega_0 T_1) \quad (\text{A.26})$$

Substituindo a equação A.25 em A.26, resulta

$$\begin{aligned} I_{L_0} = & \frac{V_0}{L_c \omega_0} \sin \left\{ \omega_0 \left[\frac{1}{\omega_0} \sin^{-1} \frac{E_1}{\sqrt{(\omega_0 L_c I_{dc})^2 + V_0^2}} + \tan^{-1} \frac{V_0}{\omega_0 L_c I_{dc}} \right] \right\} \\ & + I_{dc} \cos \left\{ \omega_0 \left[\frac{1}{\omega_0} \sin^{-1} \frac{E_1}{\sqrt{(\omega_0 L_c I_{dc})^2 + V_0^2}} + \tan^{-1} \frac{V_0}{\omega_0 L_c I_{dc}} \right] \right\} - I_{dc} \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Expandindo a equação (A.27), de acordo com as propriedades VII e VIII da tabela B.1, resulta:

$$I_{L_0} = \frac{V_0^2 K_3}{I_{dc}} \frac{C_c}{L_c} + (K_3 - 1) I_{dc} \quad (\text{A.28})$$

onde

$$K_3 = \frac{I_{dc} \sqrt{I_{dc}^2 + C_c V_0^2 - C_c E_1^2}}{I_{dc}^2 + C_c V_0^2} \quad (\text{A.29})$$

A.2 Obtenção das Equações do Modo 2

A.2.1 Sub-modo 2a

As soluções das equações (6.27), (6.28) e (6.29) do sub-modo 2a, na seção 6.3.2, são obtidas como segue:

Considerando a equação (6.27), temos que:

$$\mathcal{L} \left[\frac{d}{dt_2} v_{C_c}(t_2) \right] = \mathcal{L} \left[-\frac{1}{C_c} [i_{D_1}(t_2) + i_{L_c}(t_2)] \right] \quad (\text{A.30})$$

onde

$$t_2 \equiv t - T_1 \quad (\text{A.31})$$

Desenvolvendo a equação (A.30), temos:

$$sV_{C_c}(s) - v_{C_c}(0)|_{t_2=T_1} = -\frac{1}{C_c} [I_{D_1}(s) + I_{L_c}(s)] \quad (\text{A.32})$$

Seja $v_{C_c}(0)|_{t_2=T_1} = -E_1$ na equação (A.32), então:

$$sV_{C_c}(s) + E_1 = -\frac{1}{C_c} [I_{D_1}(s) + I_{L_c}(s)] \quad (\text{A.33})$$

Resolvendo a equação (A.33) para $V_{C_c}(s)$, obtemos:

$$V_{C_c}(s) = -\frac{1}{sC_c} [I_{D_1}(s) + I_{L_c}(s)] - \frac{E_1}{s} \quad (\text{A.34})$$

A $L \frac{d}{dt_2} i_{L_c}(t_2)$, na equação (6.28), é expressa por:

$$sI_{L_c}(s) - i_{L_c}(0)|_{t_2=T_1} = \frac{V_{C_c}(s)}{L_c} \quad (\text{A.35})$$

Considerando $i_{L_c}(0)|_{t_2=T_1} = I_{L_0}$ na expressão (A.35) e resolvendo-a para $I_{L_c}(s)$, conseguimos:

$$I_{L_c}(s) = \frac{V_{C_c}(s)}{sL_c} + \frac{I_{L_0}}{s} \quad (\text{A.36})$$

Enquanto que $\mathcal{L} \frac{d}{dt_2} i_{D_1}(t_2)$, na equação (6.29), resulta:

$$sI_{D_1}(s) - i_{D_1}(0)|_{t_2=T_1} = \frac{V_{C_c}(s)}{L_s} + \frac{E_1}{sL_s} \quad (\text{A.37})$$

Substituindo $i_{D_1}(0)|_{t_2=T_1} = I_{dc}$ na equação (A.37) e solucionado-a para $I_{D_1}(s)$, obtemos:

$$I_{D_1}(s) = \frac{V_{C_c}(s)}{sL_s} + \frac{E_1}{s^2L_s} + \frac{I_{dc}}{s} \quad (\text{A.38})$$

Combinando as equações (A.34), (A.36) e (A.38), conseguimos as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} V_{C_c}(s) = & -\frac{I_{L_0}}{C_c \left(s^2 + \frac{L_c + L_s}{L_s L_c C_c} \right)} - \frac{E_1}{sL_s C_c \left(s^2 + \frac{L_c + L_s}{L_s L_c C_c} \right)} \\ & - \frac{sE_1}{\left(s^2 + \frac{L_c + L_s}{L_s L_c C_c} \right)} - \frac{I_{dc}}{C_c \left(s^2 + \frac{L_c + L_s}{L_s L_c C_c} \right)} \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

$$I_{L_c}(s) = \frac{I_{L_0}}{sL_s C_c \left(s^2 + \frac{L_c + L_s}{L_s L_c C_c} \right)} + \frac{sI_{L_0}}{\left(s^2 + \frac{L_c + L_s}{L_s L_c C_c} \right)} \quad (\text{A.40})$$

$$-\frac{E_1}{s^2 L_s L_c C_c \left(s^2 + \frac{L_c + L_s}{L_s L_c C_c} \right)} - \frac{E_1}{L_c \left(s^2 + \frac{L_c + L_s}{L_s L_c C_c} \right)}$$

$$-\frac{I_{dc}}{s L_c C_c \left(s^2 + \frac{L_c + L_s}{L_s L_c C_c} \right)}$$

e

$$I_{D_1}(s) = -\frac{I_{L_0}}{s L_s C_c \left(s^2 + \frac{L_c + L_s}{L_s L_c C_c} \right)} + \frac{E_1}{s^2 L_s L_c C_c \left(s^2 + \frac{L_c + L_s}{L_s L_c C_c} \right)} \quad (\text{A.41})$$

$$+ \frac{I_{dc}}{s L_c C_c \left(s^2 + \frac{L_c + L_s}{L_s L_c C_c} \right)} + \frac{s I_{dc}}{\left(s^2 + \frac{L_c + L_s}{L_s L_c C_c} \right)}$$

onde

$$\frac{L_c + L_s}{L_s L_c C_c} = \left(1 + \frac{L_c}{L_s} \right) \frac{1}{L_c C_c} = k_1^2 \omega_0^2 \quad (\text{A.42})$$

ou seja:

$$k_1 \equiv \sqrt{1 + \frac{L_c}{L_s}} \quad (\text{A.43})$$

Aplicando as propriedades I, II, III e IV, que estão descritas na tabela B.1 do Anexo B, nas equações (A.39), (A.40) e (A.41), obtemos, respectivamente, as seguintes transformadas de Laplace inversas:

$$v_{C_c}(t_2) = -\left(\frac{I_{dc} + I_{L_0}}{k_1 \omega_0 C_c} \right) \text{sen } k_1 \omega_0 t_2 - \left(1 - \frac{1}{k_1^2 \omega_0^2 L_s C_c} \right) E_1 \cos k_1 \omega_0 t_2 - \frac{E_1}{k_1^2 \omega_0^2 L_s C_c} \quad (\text{A.44})$$

A partir da propriedade trigonométrica i da equação (A.13), podemos expressar (A.44) como segue:

$$v_{C_c}(t_2) = B_1 \text{sen}(k_1 \omega_0 t_2 + \psi_{2a}) - \frac{E_1 L_c}{k_1^2 L_s} \quad (\text{A.45})$$

onde

$$B_1 = \sqrt{\left(\frac{I_{dc} + I_{L_0}}{k_1 \omega_0 C_c}\right)^2 + \left(\frac{L_c}{k_1^2 L_s} - 1\right)^2} E_1^2 \quad (A.46)$$

e

$$\psi_{2a} = \tan^{-1} \frac{E_1}{k_1 \omega_0 L_s} \frac{k_1^2 \omega_0^2 L_s C_c - 1}{I_{dc} + I_{L_0}} \quad (A.47)$$

$$\begin{aligned} i_{L_c}(t_2) = & \frac{I_{L_0}}{k_1^2 \omega_0^2 L_s C_c} (1 - \cos k_1 \omega_0 t_2) + I_{L_0} \cos k_1 \omega_0 t_2 \\ & - \frac{E_1}{k_1^2 \omega_0^2 L_s L_c C_c} \left(t_2 - \frac{1}{k_1 \omega_0} \text{sen } k_1 \omega_0 t_2 \right) \\ & - \frac{E_1}{k_1 \omega_0 L_c} \text{sen } k_1 \omega_0 t_2 - \frac{I_{dc}}{k_1^2 \omega_0^2 L_c C_c} (1 - \cos k_1 \omega_0 t_2) \end{aligned} \quad (A.48)$$

A expressão (A.48) pode ser arranjada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} i_{L_c}(t_2) = & \left(-\frac{I_{L_0}}{k_1^2 \omega_0^2 L_s C_c} + I_{L_0} + \frac{I_{dc}}{k_1^2 \omega_0^2 L_c C_c} \right) \cos k_1 \omega_0 t_2 \\ & + \left(\frac{E_1}{k_1^3 \omega_0^3 L_s L_c C_c} - \frac{E_1}{k_1 \omega_0 L_c} \right) \text{sen } k_1 \omega_0 t_2 \\ & + \left(\frac{I_{L_0}}{k_1^2 \omega_0^2 L_s C_c} - \frac{E_1 t_2}{k_1^2 \omega_0^2 L_s L_c C_c} - \frac{I_{dc}}{k_1^2 \omega_0^2 L_c C_c} \right) \end{aligned} \quad (A.49)$$

ou

$$\begin{aligned} i_{L_c}(t_2) = & \left(\frac{-L_c I_{L_0} + k_1^2 \omega_0^2 L_s L_c C_c I_{L_0} + L_s I_{dc}}{k_1^2 \omega_0^2 L_s L_c C_c} \right) \cos k_1 \omega_0 t_2 \\ & + \left(\frac{E_1 - E_1 k_1^2 \omega_0^2 L_s C_c}{k_1^3 \omega_0^3 L_s L_c C_c} \right) \text{sen } k_1 \omega_0 t_2 \end{aligned} \quad (A.50)$$

$$+ \frac{L_c I_{L_0} - E_1 t_2 - L_s I_{dc}}{k_1^2 \omega_0^2 L_s L_c C_c}$$

Considerando a propriedade trigonométrica i da equação (A.13), temos que a expressão (A.50) pode ser escrita como:

$$i_{L_c}(t_2) = B_2 \sin(k_1 \omega_0 t_2 + \psi_{3a}) + \frac{L_c I_{L_0} - E_1 t_2 - L_s I_{dc}}{k_1^2 L_s} \quad (A.51)$$

onde

$$B_2 = \sqrt{\left(\frac{1 - k_1^2 \omega_0^2 L_s C_c}{k_1^3 \omega_0 L_s} \right)^2 E_1^2 + \left(\frac{-L_c I_{L_0} + k_1^2 L_s I_{L_0} + L_s I_{dc}}{k_1^2 L_s} \right)^2} \quad (A.52)$$

e

$$\psi_{3a} = \tan^{-1} \frac{k_1 \omega_0 - L_c I_{L_0} + k_1^2 L_s I_{L_0} + L_s I_{dc}}{E_1} \quad (A.53)$$

$$i_{D_1}(t_2) = -\frac{I_{L_0}}{L_s C_c k_1^2 \omega_0^2} (1 - \cos k_1 \omega_0 t_2) \quad (A.54)$$

$$+ \frac{E_1}{k_1^2 \omega_0^2 L_s L_c C_c} \left(t_2 - \frac{1}{k_1 \omega_0} \sin k_1 \omega_0 t_2 \right)$$

$$+ \frac{I_{dc}}{k_1^2 \omega_0^2 L_c C_c} (1 - \cos k_1 \omega_0 t_2) + I_{dc} \cos k_1 \omega_0 t_2$$

A equação (A.54) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} i_{D_1}(t_2) = & \left(\frac{I_{L_0}}{k_1^2 \omega_0^2 L_s C_c} - \frac{I_{dc}}{k_1^2 \omega_0^2 L_c C_c} + I_{dc} \right) \cos k_1 \omega_0 t_2 \\ & - \frac{E_1}{k_1^3 \omega_0^3 L_s L_c C_c} \sin k_1 \omega_0 t_2 \\ & - \frac{I_{L_0}}{k_1^2 \omega_0^2 L_s C_c} + \frac{E_1 t_2}{k_1^2 \omega_0^2 L_s L_c C_c} + \frac{I_{dc}}{k_1^2 \omega_0^2 L_c C_c} \end{aligned} \quad (A.55)$$

ou

$$\begin{aligned}
i_{D_1}(t_2) = & \left(\frac{L_c I_{L_0} - L_s I_{dc} + k_1^2 \omega_0^2 L_s L_c C_c I_{dc}}{k_1^2 \omega_0^2 L_s L_c C_c} \right) \cos k_1 \omega_0 t_2 \\
& - \frac{E_1}{k_1^3 \omega_0^3 L_s L_c C_c} \sin k_1 \omega_0 t_2 \\
& + \frac{-L_c I_{L_0} + E_1 t_2 + L_s I_{dc}}{k_1^2 \omega_0^2 L_s L_c C_c}
\end{aligned} \tag{A.56}$$

Fazendo uso da propriedade trigonométrica i da equação (A.13) na expressão (A.56), resulta

$$i_{D_1}(t_2) = B_3 \sin(k_1 \omega_0 t_2 - \psi_{4a}) + \frac{-L_c I_{L_0} + E_1 t_2 + L_s I_{dc}}{k_1^2 L_s} \tag{A.57}$$

onde

$$B_3 = \sqrt{\left(\frac{L_c I_{L_0} - L_s I_{dc} + k_1^2 L_s I_{dc}}{k_1^2 L_s} \right)^2 + \left(\frac{E_1}{k_1^3 \omega_0 L_s} \right)^2} \tag{A.58}$$

e

$$\psi_{4a} = \tan^{-1} \frac{k_1 \omega_0}{E_1} (L_c I_{L_0} - L_s I_{dc} + k_1^2 L_s I_{dc}) \tag{A.59}$$

A.2.2 Sub-modo 2b

As eqs.(6.46) e (6.47) do sub-modo 2b são solucionadas como segue:

Aplicando a transformada de Laplace na eq.(6.46), tem-se que:

$$\mathcal{L} \left[\frac{d}{dt_2} v_{C_c}(t_2) \right] = \mathcal{L} \left[-\frac{1}{C_c} i_{D_1}(t_2) \right] \tag{A.60}$$

onde

$$t_2 = t - T'_1 \tag{A.61}$$

Expandindo (A.60), tem-se que:

$$sV_{C_c}(s) - v_{C_c}(0) \Big|_{t_2=T'_1} = -\frac{1}{C_c} I_{D_1}(s) \quad (\text{A.62})$$

Seja $v_{C_c}(0) \Big|_{t_2=T'_1} = -V_{0_1}$, portanto a eq.(A.62) pode ser resolvida para $V_{C_c}(s)$ da seguinte forma:

$$V_{C_c}(s) = -\frac{1}{sC_c} I_{D_1}(s) - \frac{V_{0_1}}{s} \quad (\text{A.63})$$

e

$$\mathcal{L} \left[\frac{d}{dt_2} i_{D_1}(t_2) \right] = \mathcal{L} \left[\frac{1}{L_s} \{v_{C_c}(t_2) + E_1\} \right] \quad (\text{A.64})$$

ou

$$sI_{D_1}(s) - i_{D_1}(0) \Big|_{t_2=T'_1} = \frac{V_{C_c}(s)}{L_s} + \frac{E_1}{sL_s} \quad (\text{A.65})$$

Com $i_{D_1}(0) \Big|_{t_2=T'_1} = I_{D_0}$ na eq.(A.65), portanto

$$I_{D_1}(s) = \frac{V_{C_c}(s)}{sL_s} + \frac{E_1}{s^2L_s} + \frac{I_{D_0}}{s} \quad (\text{A.66})$$

Combinando as eqs.(A.63) e (A.66), resulta:

$$V_{C_c}(s) = -\frac{E_1\omega_0^2}{s(s^2 + \omega_0^2)} - \frac{sV_{0_1}}{s^2 + \omega_0^2} - \frac{I_{D_0}}{C_c(s^2 + \omega_0^2)} \quad (\text{A.67})$$

e

$$I_{D_1}(s) = \frac{E_1C_c\omega_0^2}{s^2 + \omega_0^2} + \frac{sI_{D_0}}{s^2 + \omega_0^2} - \frac{V_{0_1}C_c\omega_0^2}{s^2 + \omega_0^2} \quad (\text{A.68})$$

onde

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_sC_c}} \quad (\text{A.69})$$

Usando as propriedades I, II e III da tabela B.1, no Apêndice B, conseguimos as seguintes expressões:

$$v_{C_c}(t_2) = -E_1(1 - \cos \omega_0 t_2) - V_{01} \cos \omega_0 t_2 - \frac{I_{D_0}}{\omega_0 C_c} \sin \omega_0 t_2 \quad (\text{A.70})$$

e

$$i_{D_1}(t_2) = E_1 C_c \omega_0 \sin \omega_0 t_2 + I_{D_0} \cos \omega_0 t_2 - V_{01} C_c \omega_0 \sin \omega_0 t_2 \quad (\text{A.71})$$

ou

$$v_{C_c}(t_2) = -\frac{I_{D_0}}{\omega_0 C_c} \sin \omega_0 t_2 + (E_1 - V_{01}) \cos \omega_0 t_2 - E_1 \quad (\text{A.72})$$

e

$$i_{D_1}(t_2) = \omega_0 C_c (E_1 - V_{01}) \sin \omega_0 t_2 + I_{D_0} \cos \omega_0 t_2 \quad (\text{A.73})$$

O uso da propriedade trigonométrica e da equação (A.13) nas expressões (A.72) e (A.73) resulta em:

$$v_{C_c}(t_2) = \sqrt{\frac{L_s}{C_c} I_{D_0}^2 + (E_1 - V_{01})^2} \sin(\omega_0 t_2 - \psi_{4b}) - E_1 \quad (\text{A.74})$$

onde

$$\psi_{4b} = \tan^{-1} \frac{E_1 - V_{01}}{I_{D_0}} \sqrt{\frac{C_c}{L_s}} \quad (\text{A.75})$$

e

$$i_{D_1}(t_2) = \sqrt{I_{D_0}^2 + \frac{C_c}{L_s} (E_1 - V_{01})^2} \sin(\omega_0 t_2 + \psi_{5b}) \quad (\text{A.76})$$

onde

$$\psi_{5b} = \tan^{-1} \frac{I_{D_0}}{E_1 - V_{01}} \sqrt{\frac{L_s}{C_c}} \quad (\text{A.77})$$

A.3 Determinação das Equações do Modo 3

Aplicando a transformada de Laplace nas equações (6.62) e (6.63), temos:

$$\mathcal{L} \left[\frac{d}{dt_3} v_{C_c}(t_3) \right] = \mathcal{L} \left[\frac{I_{dc}}{C_c} \right] + \mathcal{L} \left[\frac{i_{L_c}(t_3)}{C_c} \right] \quad (\text{A.78})$$

ou

$$sV_{C_c}(s) - v_{C_c}(0)|_{t_3=0} = \frac{I_{dc}}{sC_c} + \frac{I_{L_c}(s)}{C_c} \quad (\text{A.79})$$

Substituindo $v_{C_c}(0)|_{t_3=0} = -V_{0_2}$ na equação (A.79) e resolvendo-a para $V_{C_c}(s)$, conseguimos:

$$V_{C_c}(s) = \frac{I_{dc}}{s^2 C_c} + \frac{I_{L_c}(s)}{s C_c} - \frac{V_{0_2}}{s} \quad (\text{A.80})$$

e

$$L \left[\frac{d}{dt_3} i_{L_c}(t_3) \right] = -L \left[\frac{v_{C_c}(t_3)}{L_c} \right] \quad (\text{A.81})$$

ou

$$sI_{L_c}(s) - i_{L_c}(0)|_{t_3=0} = -\frac{V_{C_c}(s)}{L_c} \quad (\text{A.82})$$

Utilizando $i_{L_c}(0)|_{t_3=0} = 0$ na equação (A.82) e solucionando-a para $I_{L_c}(s)$, temos:

$$I_{L_c}(s) = -\frac{V_{C_c}(s)}{sL_c} \quad (\text{A.83})$$

A partir das equações (A.80) e (A.83) obtemos:

$$V_{C_c}(s) = \frac{I_{dc}}{C_c} \frac{1}{s^2 + \omega_0^2} - \frac{sV_{0_2}}{s^2 + \omega_0^2} \quad (\text{A.84})$$

e

$$I_{L_c}(s) = -\frac{I_{dc}}{sL_cC_c} \frac{1}{s^2 + \omega_0^2} + \frac{V_{02}}{L_c} \frac{1}{s^2 + \omega_0^2} \quad (A.85)$$

As transformadas inversas das equações (A.84) e (A.85) são obtidas através das propriedades I, II e III da tabela B.1, no Anexo B. Ou seja:

$$v_{C_c}(t_3) = \frac{I_{dc}}{\omega_0 C_c} \sin \omega_0 t_3 - V_{02} \cos \omega_0 t_3 \quad (A.86)$$

Utilizando a equação (A.9) e a propriedade trigonométrica i da equação (A.13) na expressão (A.86) conseguimos:

$$v_{C_c}(t_3) = \sqrt{\frac{L_c}{C_c} I_{dc}^2 + V_{02}^2} \sin(\omega_0 t_3 - \psi_5) \quad (A.87)$$

onde

$$\psi_5 = \tan^{-1} \frac{V_{02}}{I_{dc}} \sqrt{\frac{C_c}{L_c}} \quad (A.88)$$

$$i_{L_c}(t_3) = I_{dc} (\cos \omega_0 t_3 - 1) + \frac{V_{02}}{\omega_0 L_c} \sin \omega_0 t_3 \quad (A.89)$$

Novamente, a partir da equação (A.9) e da propriedade i da equação (A.13), temos que a expressão (A.89) pode ser escrita como segue:

$$i_{L_c}(t_3) = \sqrt{\frac{C_c}{L_c} V_{02}^2 + I_{dc}^2} \sin(\omega_0 t_3 + \psi_6) - I_{dc} \quad (A.90)$$

onde

$$\psi_6 = \tan^{-1} \frac{I_{dc}}{V_{02}} \sqrt{\frac{L_c}{C_c}} \quad (A.91)$$

Substituindo a condição $v_{C_c}|_{t_3=T_4} = -E_2$ na equação (A.87), temos:

$$\sqrt{\frac{L_c}{C_c} I_{dc}^2 + V_{02}^2} \sin(\omega_0 T_4 - \psi_5) = -E_2 \quad (A.92)$$

A equação (A.92) pode ser escrita como segue:

$$\sin(\omega_0 T_4 - \psi_5) = \frac{-E_2}{\sqrt{\frac{L_c}{C_c} I_{dc}^2 + V_{02}^2}} \quad (A.93)$$

Aplicando a função $\sin^{-1}$ em (A.93), resulta:

$$\omega_0 T_4 - \psi_5 = \sin^{-1} \frac{-E_2}{\sqrt{\frac{L_c}{C_c} I_{dc}^2 + V_{02}^2}} \quad (A.94)$$

ou

$$T_4 = \frac{1}{\omega_0} \sin^{-1} \frac{-E_2}{\sqrt{\frac{L_c}{C_c} I_{dc}^2 + V_{02}^2}} + \frac{\psi_5}{\omega_0} \quad (A.95)$$

A.3.1 Cálculo da Corrente $I_{L_{01}}$

Aplicando a equação (A.95) na expressão (A.90), obtemos:

$$i_{L_c} |_{t_3=T_4} = I_{L_{01}} = \sqrt{\frac{C_c}{L_c} V_{02}^2 + I_{dc}^2} \sin(\omega_0 T_4 + \psi_6) - I_{dc} \quad (A.96)$$

ou

$$I_{L_{01}} = \sqrt{\frac{C_c}{L_c} V_{02}^2 + I_{dc}^2} \sin \left\{ \omega_0 \frac{1}{\omega_0} \left[\sin^{-1} \frac{-E_2}{\sqrt{\frac{L_c}{C_c} I_{dc}^2 + V_{02}^2}} + \psi_5 \right] + \psi_6 \right\} - I_{dc} \quad (A.97)$$

A equação (A.97) pode ser escrita como segue:

$$I_{L_{01}} = \sqrt{\frac{C_c}{L_c} V_{02}^2 + I_{dc}^2} \sin \left\{ \sin^{-1} \frac{-E_2}{\sqrt{\frac{L_c}{C_c} I_{dc}^2 + V_{02}^2}} + \psi_5 + \psi_6 \right\} - I_{dc} \quad (A.98)$$

A.4 Solução das Equações do Modo 4

As transformadas de Laplace das equações (6.78), (6.79) e (6.80) são determinadas, respectivamente, como segue:

A partir da equação (6.78), temos:

$$L \left[\frac{d}{dt_4} v_{C_c}(t_4) \right] = \frac{1}{C_c} L [i_{L_c}(t_4) - i_{D_1}(t_4) + I_{dc}] \quad (A.99)$$

onde

$$t_4 = t - T_4 \quad (A.100)$$

Expandindo a equação (A.99), obtemos:

$$sV_{C_c}(s) - v_{C_c}(0)|_{t=T_4} = \frac{I_{L_c}(s)}{C_c} - \frac{I_{D_1}(s)}{C_c} + \frac{I_{dc}}{sC_c} \quad (A.101)$$

Considerando $v_{C_c}(0)|_{t=T_4} = -E_2$ na equação (A.101) e resolvendo-a para $V_{C_c}(s)$, resulta:

$$V_{C_c}(s) = \frac{I_{L_c}(s)}{sC_c} - \frac{I_{D_1}(s)}{sC_c} + \frac{I_{dc}}{s^2C_c} - \frac{E_2}{s} \quad (A.102)$$

Considerando a equação (6.79), temos:

$$L \left[\frac{d}{dt_4} i_{L_c}(t_4) \right] = -L \left[\frac{v_{C_c}(t_4)}{L_c} \right] \quad (A.103)$$

ou

$$sI_{L_c}(s) - i_{L_c}(0)|_{t=T_4} = -\frac{V_{C_c}(s)}{L_c} \quad (A.104)$$

Para $i_{L_c}(0)|_{t=T_4} = I_{L_{01}}$, temos que a equação (A.104) pode ser resolvida para $I_{L_c}(s)$ como segue:

$$I_{L_c}(s) = -\frac{V_{C_c}(s)}{sL_c} + \frac{I_{L_{01}}}{s} \quad (A.105)$$

Analogamente a partir da equação (6.80), temos que:

$$L \left[\frac{d}{dt_4} i_{D_1}(t_4) \right] = \frac{1}{L_s} L [E_2 - v_{C_c}(t_4)] \quad (\text{A.106})$$

ou

$$sI_{D_1}(s) - i_{D_1}(0)|_{t=T_4} = \frac{E_2}{sL_s} - \frac{V_{C_c}(s)}{L_s} \quad (\text{A.107})$$

Substituindo $i_{D_1}(0)|_{t=T_4} = 0$ na equação (A.107), conseguimos:

$$I_{D_1}(s) = \frac{E_2}{s^2 L_s} - \frac{V_{C_c}(s)}{sL_s} \quad (\text{A.108})$$

Combinando as equações (A.102), (A.105) e (A.108), obtemos:

$$\begin{aligned} V_{C_c}(s) = & \frac{I_{L_{01}}}{C_c \left(s^2 + \frac{L_s - L_c}{L_s L_c C_c} \right)} - \frac{E_2}{sL_s C_c \left(s^2 + \frac{L_s - L_c}{L_s L_c C_c} \right)} \\ & - \frac{sE_2}{\left(s^2 + \frac{L_s - L_c}{L_s L_c C_c} \right)} + \frac{I_{dc}}{C_c \left(s^2 + \frac{L_s - L_c}{L_s L_c C_c} \right)} \end{aligned} \quad (\text{A.109})$$

$$\begin{aligned} I_{L_c}(s) = & \frac{E_2}{s^2 L_s L_c C_c \left(s^2 + \frac{L_s - L_c}{L_s L_c C_c} \right)} + \frac{E_2}{L_c \left(s^2 + \frac{L_s - L_c}{L_s L_c C_c} \right)} \\ & - \frac{I_{L_{01}}}{sL_s C_c \left(s^2 + \frac{L_s - L_c}{L_s L_c C_c} \right)} + \frac{sI_{L_{01}}}{\left(s^2 + \frac{L_s - L_c}{L_s L_c C_c} \right)} \\ & - \frac{I_{dc}}{sL_c C_c \left(s^2 + \frac{L_s - L_c}{L_s L_c C_c} \right)} \end{aligned} \quad (\text{A.110})$$

$$\begin{aligned} I_{D_1}(s) = & -\frac{I_{L_{01}}}{sL_s C_c \left(s^2 + \frac{L_s - L_c}{L_s L_c C_c} \right)} - \frac{I_{dc}}{sL_s C_c \left(s^2 + \frac{L_s - L_c}{L_s L_c C_c} \right)} \\ & + \frac{2E_2}{L_s \left(s^2 + \frac{L_s - L_c}{L_s L_c C_c} \right)} + \frac{E_2}{s^2 L_s L_c C_c \left(s^2 + \frac{L_s - L_c}{L_s L_c C_c} \right)} \end{aligned} \quad (\text{A.111})$$

Seja

$$\frac{L_s - L_c}{L_s L_c C_c} = \left(1 - \frac{L_c}{L_s}\right) \frac{1}{L_c C_c} = k_2^2 \omega_0^2 \quad (\text{A.112})$$

Então

$$k_2 \equiv \sqrt{1 - \frac{L_c}{L_s}} \quad (\text{A.113})$$

As transformadas de Laplace inversas das equações (A.109), (A.110) e (A.111) são dadas, de acordo com as propriedades I, II, III e IV descritas na tabela B.1, respectivamente por:

$$\begin{aligned} v_{C_c}(t_4) = & \frac{I_{L_{01}}}{k_2 \omega_0 C_c} \text{sen} k_2 \omega_0 t_4 - \frac{E_2}{k_2^2 \omega_0^2 L_s C_c} (1 - \cos k_2 \omega_0 t_4) \\ & - E_2 \cos k_2 \omega_0 t_4 + \frac{I_{dc}}{k_2 \omega_0 C_c} \text{sen} k_2 \omega_0 t_4 \end{aligned} \quad (\text{A.114})$$

A equação (A.114) pode ser arranjada como:

$$\begin{aligned} v_{C_c}(t_4) = & \left(\frac{I_{dc} + I_{L_{01}}}{k_2 \omega_0 C_c} \right) \text{sen} k_2 \omega_0 t_4 \\ & - \left(1 - \frac{1}{k_2^2 \omega_0^2 L_s C_c} \right) E_2 \cos k_2 \omega_0 t_4 \\ & - \frac{E_2}{k_2^2 \omega_0^2 L_s C_c} \end{aligned} \quad (\text{A.115})$$

Utilizando a propriedade trigonométrica i da equação (A.13) na expressão (A.115), obtemos:

$$v_{C_c}(t_4) = B_4 \text{sen}(k_2 \omega_0 t_4 + \psi_7) - \frac{E_2 L_c}{k_2^2 L_s} \quad (\text{A.116})$$

onde

$$B_4 = \sqrt{\left(\frac{I_{dc} + I_{L_{01}}}{k_2 \omega_0 C_c}\right)^2 + \left(\frac{L_c}{k_2^2 L_s} - 1\right)^2} E_2^2 \quad (A.117)$$

e

$$\psi_7 = \tan^{-1} \frac{E_2}{k_2 \omega_0 L_s} \frac{1 - k_2^2 \omega_0^2 L_s C_c}{I_{dc} + I_{L_{01}}} \quad (A.118)$$

$$i_{L_c}(t_4) = \frac{E_2}{k_2^2 \omega_0^2 L_s L_c C_c} \left(t_4 - \frac{1}{k_2 \omega_0} \text{sen} k_2 \omega_0 t_4 \right) \quad (A.119)$$

$$+ \frac{E_2}{k_2 \omega_0 L_c} \text{sen} k_2 \omega_0 t_4 - \frac{I_{L_{01}}}{k_2^2 \omega_0^2 L_s C_c} (1 - \cos k_2 \omega_0 t_4)$$

$$+ I_{L_{01}} \cos k_2 \omega_0 t_4 - \frac{I_{dc}}{k_2^2 \omega_0^2 L_s C_c} (1 - \cos k_2 \omega_0 t_4)$$

Combinando os termos em seno e cosseno da equação (A.119), resulta

$$i_{L_c}(t_4) = - \left(\frac{k_2^2 \omega_0^2 L_s C_c - 1}{k_2^3 \omega_0^3 L_s L_c C_c} \right) E_2 \text{sen} k_2 \omega_0 t_4 \quad (A.120)$$

$$+ \left(\frac{L_c I_{L_{01}} + L_s I_{dc} + k_2^2 \omega_0^2 L_s L_c C_c I_{L_{01}}}{k_2^2 \omega_0^2 L_s L_c C_c} \right) \cos k_2 \omega_0 t_4$$

$$+ \frac{E_2 t_4 - L_c I_{L_{01}} - L_s I_{dc}}{k_2^2 \omega_0^2 L_s L_c C_c}$$

De acordo com a propriedade i em (A.13) a equação (A.120) pode ser escrita como segue:

$$i_{L_c}(t_4) = B_5 \text{sen}(k_2 \omega_0 t_4 - \psi_8) + \frac{E_2 t_4 - L_c I_{L_{01}} - L_s I_{dc}}{k_2^2 L_s} \quad (A.121)$$

onde

$$B_5 = \sqrt{\left(\frac{k_2^2 \omega_0^2 L_s C_c - 1}{k_2^3 \omega_0^3 L_s}\right)^2 E_2^2 + \left(\frac{L_c I_{L_{01}} + L_s I_{dc} + k_2^2 L_s I_{L_{01}}}{k_2^2 L_s}\right)^2} \quad (A.122)$$

e

$$\psi_8 = \tan^{-1} \frac{k_2 \omega_0}{E_2} \frac{L_c I_{L_{01}} + L_s I_{dc} + k_2^2 L_s I_{L_{01}}}{k_2^2 \omega_0^2 L_s C_c - 1} \quad (A.123)$$

$$\begin{aligned} i_{D1}(t_4) = & -\frac{I_{L_{01}}}{k_2^2 \omega_0^2 L_s C_c} (1 - \cos k_2 \omega_0 t_4) \\ & + \frac{2E_2}{k_2 \omega_0 L_s} \sin k_2 \omega_0 t_4 + \frac{E_2}{k_2^2 \omega_0^2 L_s L_c C_c} \left(t_4 - \frac{1}{k_2 \omega_0} \sin k_2 \omega_0 t_4 \right) \\ & - \frac{I_{dc}}{k_2^2 \omega_0^2 L_s C_c} (1 - \cos k_2 \omega_0 t_4) \end{aligned} \quad (A.124)$$

Simplificando a equação (A.124), temos:

$$\begin{aligned} i_{D1}(t_4) = & \left(\frac{I_{L_{01}} + I_{dc}}{k_2^2 \omega_0^2 L_s C_c} \right) \cos k_2 \omega_0 t_4 \\ & + \left(\frac{2k_2^2 \omega_0^2 L_c C_c - 1}{k_2^3 \omega_0^3 L_s L_c C_c} \right) E_2 \sin k_2 \omega_0 t_4 \\ & - \frac{L_c I_{L_{01}} + L_c I_{dc} - E_2 t_4}{k_2^2 \omega_0^2 L_s L_c C_c} \end{aligned} \quad (A.125)$$

Novamente aplicando a propriedade i da equação (A.13) na expressão (A.125), conseguimos:

$$i_{D1}(t_4) = B_6 \sin(k_2 \omega_0 t_4 + \psi_9) + \frac{E_2 t_4 - L_c I_{L_{01}} - L_c I_{dc}}{k_2^2 L_s} \quad (A.126)$$

onde

$$B_6 = \sqrt{\left(\frac{I_{L_{01}} + I_{dc}}{k_2^2 \omega_0^2 L_s C_c} \right)^2 + \left(\frac{2k_2^2 - 1}{k_2^3 \omega_0 L_s} \right)^2 E_2^2} \quad (A.127)$$

e

$$\psi_9 = \tan^{-1} \frac{k_2 \omega_0 L_c}{E_2} \frac{I_{L_{01}} + I_{dc}}{2k_2^2 - 1} \quad (\text{A.128})$$

Usando a condição $v_{C_c} \Big|_{t_4=t_{r_2}} = 0$ na equação (A.116), resulta:

$$B_4 \sin(k_2 \omega_0 t_{r_2} + \psi_7) - \frac{E_2 L_c}{k_2^2 L_s} = 0 \quad (\text{A.129})$$

Resolvendo a equação (A.129) para t_{r_2} , tiramos:

$$t_{r_2} = \frac{1}{k_2 \omega_0} \sin^{-1} \frac{E_2 L_c}{B_4 k_2^2 L_s} - \frac{\psi_7}{k_2 \omega_0} \quad (\text{A.130})$$

A.4.1 Equações do Parâmetro α_c em Função de C_c e L_c

Após expandir em séries de potência os termos $x_c \tan^{-1} x_c$ e $\frac{x_c}{\tan^{-1} x_c}$, que estão presentes nas eqs.(7.33) e (7.34), e solucioná-las para α_c (eq. (7.32)) em função de L_c e C_c , considerando V_0 , I_{dc} , β_c e t_{off} como parâmetros, as seguintes soluções reais e positivas foram obtidas:

$$\alpha_c(L_c) \cong -1 + \sqrt{1 + \sqrt[3]{H_1 + H_2} - \frac{110}{81} \frac{1}{\sqrt[3]{H_1 + H_2}} + \frac{45}{81}} \quad (\text{A.131})$$

onde

$$H_1 = \frac{5}{1458} \frac{-355 L_c I_{dc} + 729 V_0 \beta_c t_{off}}{L_c I_{dc}} \quad (\text{A.132})$$

$$H_2 = \frac{5}{54} \frac{1}{L_c I_{dc}} \sqrt{465 L_c^2 I_{dc}^2 - 710 L_c I_{dc} V_0 \beta_c t_{off} + 729 V_0^2 \beta_c^2 t_{off}^2} \quad (\text{A.133})$$

e

$$\alpha_c(C_c) \cong -1 + \sqrt{1 + \sqrt[3]{-H_3 + H_4} - \frac{959}{484} \frac{1}{\sqrt[3]{-H_3 + H_4}} + \frac{308}{484}} \quad (\text{A.134})$$

onde

$$H_3 = \frac{7}{10648} \frac{19408I_{dc}\beta_c t_{off} - 16335V_0C_c}{I_{dc}\beta_c t_{off}} \quad (\text{A.135})$$

e

$$H_4 = \frac{21\sqrt{15}}{968} \frac{1}{I_{dc}\beta_c t_{off}} \sqrt{24161I_{dc}^2\beta_c^2 t_{off}^2 - 38816I_{dc}\beta_c t_{off}V_0C_c + 16335V_0^2C_c^2} \quad (\text{A.136})$$

Apêndice B

Tabela Resumida de Transformadas de Laplace e Algumas Propriedades Trigonométricas

	$f(t)$	$F(s)$
I	$\text{sen} \alpha t$	$\frac{\alpha}{s^2 + \alpha^2}$
II	$\cos \alpha t$	$\frac{s}{s^2 + \alpha^2}$
III	$\frac{1}{\alpha^2} (1 - \cos \alpha t)$	$\frac{1}{s(s^2 + \alpha^2)}$
IV	$t - \frac{1}{\alpha} \text{sen} \alpha t$	$\frac{\alpha^2}{s^2(s^2 + \alpha^2)}$
Propriedades trigonométricas		
V	$\cos(\cos^{-1} x - \tan^{-1} y)$	$\frac{x}{\sqrt{(1+y^2)}} + \sqrt{(1-x^2)} \frac{y}{\sqrt{(1+y^2)}}$
VI	$\text{sen}(\cos^{-1} x - \tan^{-1} y)$	$\frac{\sqrt{(1-x^2)}}{\sqrt{(1+y^2)}} - x \frac{y}{\sqrt{(1+y^2)}}$
VII	$\text{sen}(\text{sen}^{-1} x + \tan^{-1} y)$	$\frac{x}{\sqrt{(1+y^2)}} + \sqrt{(1-x^2)} \frac{y}{\sqrt{(1+y^2)}}$
VIII	$\cos(\text{sen}^{-1} x + \tan^{-1} y)$	$\frac{\sqrt{(1-x^2)}}{\sqrt{(1+y^2)}} - x \frac{y}{\sqrt{(1+y^2)}}$

Tabela B.1: Tabela de Transformadas de Laplace e Propriedades Trigonométricas

Apêndice C

Listagens dos Programas Utilizados para Simulação do CCF

Simulação dos modos 1 e 2

Continuous System M12

“Version : 1.0

“Abstract : modos 1 e 2

“Description : simulação

“Author : Paulo R. L. Almeida

“Created : 11/04/95

“States, derivatives and time:

STATE v_{C_c} i_{L_c} i_{D_1}

DER dv_{C_c} di_{L_c} di_{D_1}

TIME t

“Equations :

$$v'_{C_c} = -\frac{i_{D_1}}{C_c}$$

$dv_{C_c} = \text{if } v_{C_c} > -E_1 \text{ then } (-1/C_c) * (I_{dc} + i_{L_c}) \text{ else if } i_{L_c} > 0 \text{ then}$

$(-1/C_c) * (i_{D1} + i_{Lc})$ else v'_{C_c}
 $di_{Lc} =$ if $v_{C_c} > -E_1$ then v_{C_c}/L_c else if $i_{Lc} > 0$ then v_{C_c}/L_c else 0
 $di_{D1} =$ if $v_{C_c} > -E_1$ then I_{dc} else if $i_{D1} > 0$ then $(1/L_s) * (v_{C_c} + E_1)$ else 0
 $e_d =$ if $t < .00001e - 6$ then E_1 else if $v_{C_c} > -E_1$ then $v_{C_c} + E_1$ else 0

"Parameter values :

$E_1 : 140$

$I_{dc} : 15$

$C_c : 5\mu F$

$L_c : 60\mu H$

$L_s : .2mH$

END

Simulação dos modos 3 e 4

Continuous System M34

"Version : 1.0

"Abstract : modos 3 e 4

"Description : simulação

"Author : Paulo R. L. Almeida

"Created : 11/04/95

"States, derivatives and time:

STATE v_{C_c} i_{Lc} i_{D1}

DER dv_{C_c} di_{Lc} di_{D1}

TIME t

"Equations :

$dv_{C_c} =$ if $\text{abs}(v_{C_c}) > \text{abs}(-E_2)$ then $(I_{dc} + i_{Lc})/C_c$ else $(i_{Lc} - i_{D1} + I_{dc})/C_c$

$di_{Lc} =$ if $\text{abs}(v_{C_c}) > \text{abs}(-E_2)$ then $-v_{C_c}/L_c$ else if $i_{Lc} > 0$ then $-v_{C_c}/L_c$ else 0

$di_{D1} =$ if $\text{abs}(v_{C_c}) > \text{abs}(-E_2)$ then 0 else if $i_{Lc} > 0$ then $(E_2 - v_{C_c})/L_s$ else

I_{dc}

$e_d = \text{if } i_{L_c} > i_{D_1} \text{ then } -v_{C_c} \text{ else } E_2$

"Parameter values :

$E_2 : 150$

$I_{dc} : 15$

$C_c : 5\mu\text{F}$

$L_c : 60\mu\text{H}$

$L_s : .2\text{mH}$

END