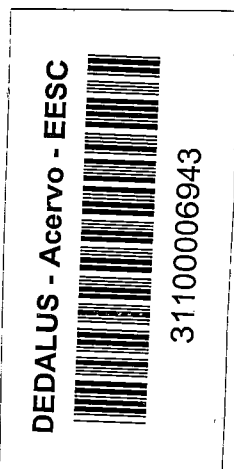


3/198

# AVALIAÇÃO DE ABERTURA DE FISSURAS DE FLEXÃO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Antonio Jorge de Assunção Caldas



Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro



São Carlos, 1997

Class.	TESE
Cott.	1034
Tombo	T 0013198

31100006943

S/S 942254

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento  
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC-USP

Caldas, Antonio Jorge de Assunção  
C145a Avaliação de abertura de fissuras de flexão em  
vigas de concreto armado / Antonio Jorge de  
Assunção Caldas. -- São Carlos, 1997.

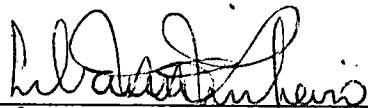
Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia  
de São Carlos-Universidade de São Paulo, 1997.  
Área: Engenharia de Estruturas  
Orientador: Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro

1. Vigas de concreto armado. 2. Fissuração.
  3. Flexão simples. 4. Análise estatística.
- I. Título.

## FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidato: Engenheiro **ANTONIO JORGE DE ASSUNÇÃO CALDAS**

Dissertação defendida e aprovada em 07-11-1997  
pela Comissão Julgadora:




---

Prof. Doutor **LIBÂNIO MIRANDA PINHEIRO (Orientador)**  
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



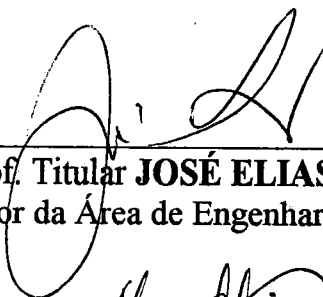
---

Prof. Associado **ROBERTO LUIZ DE ARRUDA BARBATO**  
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



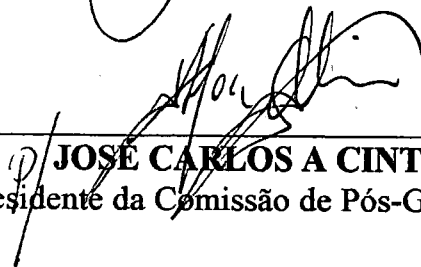
---

Prof. Doutor **SYDNEY FURLAN JUNIOR**  
(Universidade Federal de São Carlos - UFSCar)



---

Prof. Titular **JOSÉ ELIAS LAIER**  
Coordenador da Área de Engenharia de Estruturas



---

**JOSÉ CARLOS A CINTRA**  
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

*Ao meu querido pai, Porfírio,  
que tanto amo; e à minha querida  
mãe, Inês, que embora ausente  
deste mundo, continua presente no  
meu mundo.*

*Tudo o que quereis que os homens vos  
façam, fazei-o vós a eles.  
Esta é a Lei e os Profetas.*

*(Mateus 7,12)*

*Enquanto os homens não se conscientizarem  
que existe uma Força Suprema e a ela buscar  
sempre, as dificuldades serão, cada vez,  
maiores.*

*Nada há a subtrair, nada a acrescentar às  
maravilhas de Deus;*

*elas são incompreensíveis.*

*Quando o homem tiver acabado, então estará  
no começo;*

*e quando cessar a pesquisa, ficará  
perplexo.*

*(Eclesiástico 18, 5-6)*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por tudo.

À minha família que sempre esteve do meu lado, pela força, consideração e apoio que me foi dispensado.

Ao Professor Libânio Miranda Pinheiro, pela paciência, disposição e orientação que me foi prestada durante a elaboração deste trabalho.

Ao Professor Jefferson Libório, pela atenção e sugestões.

Ao Professor José Roberto Veranni, pelo apoio no estudo estatístico.

Aos Professores Archimino Athayde Neto, Almir Morisson e Augusto Paulo Guerra, pelas recomendações.

Aos colegas de estudo e de todas as horas, Daniel Helbig e Francisco Tadeu Ferreira do Nascimento, pela companhia, incentivo e pela consideração que me foi dispensada. Grandes amigos.

A todas as pessoas, que de uma forma ou de outra me deram apoio, em especial ao Héber, Jânio, Roberto, Célia, Marcos, Márcio, Arlindo, Edimar, Silvia, Everaldo, Roberto Jr, Cecília, Elias Calixto, Alan, Nilza e Ana Paula Messias.

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pela bolsa de estudo concedida, através da Universidade Federal do Pará.

A todos os colegas, professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC/USP, pela colaboração.

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	ii
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	v
LISTA DE SÍMBOLOS	vi
RESUMO	viii
ABSTRACT	ix
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Generalidades	1
1.2 Objetivos e justificativas	2
1.3 Planejamento	3
2 FISSURAÇÃO NO CONCRETO	5
2.1 Controle da fissuração	5
2.1.1 Durabilidade (corrosão da armadura)	5
2.1.2 Aparência da estrutura	6
2.1.3 Estanqueidade a líquidos ou gases	6
2.2 Estado limite da fissuração	7
2.3 Valores limites da abertura da fissura	9
2.4 Combinação de ações para verificação da abertura da fissura	10
2.5 Disposições construtivas	12
2.5.1 Cobrimentos mínimos	12
2.5.2 Armadura de costela	14

2.5.3 Armadura mínima	17
2.6 Fatores que afetam na formação de fissuras antes do carregamento	18
2.6.1 Água	18
2.6.2 Cimento	19
2.6.3 Agregado	20
2.6.4 Cura e outros cuidados	20
2.6.5 Lançamento e adensamento	21
2.6.6 Condições climáticas	22
2.7 Processo de formação de fissuras de flexão	23
2.7.1 Teoria clássica	24
2.7.2 Teoria do não-deslizamento	25
2.7.3 Teoria combinada	28
2.7.4 Teoria da fissuração devida à curvatura	29
<b>3 ANÁLISE ESTATÍSTICA E PROPOSTA DE EXPRESSÃO</b>	<b>31</b>
3.1 Considerações iniciais	31
3.2 Análise estatística da abertura da fissura	34
3.2.1 Influência da tensão na armadura	35
3.2.2 Influência do diâmetro da barra	39
3.2.3 Influência da resistência do concreto	42
3.2.4 Influência da largura e da altura da viga	44
3.2.5 Influência do cobrimento do concreto na armadura	47
3.2.6 Influência da taxa da armadura	50
3.2.7 Influência da distância do centróide das barras da 1ª camada à face inferior da viga	52



3.2.8 Influência da seção transversal da armadura longitudinal	54
3.3 Proposta de expressão empírica	55
4 ANÁLISE DAS EXPRESSÕES E AJUSTES PROPOSTOS	59
4.1 Apresentação das expressões	59
4.1.1 Expressão do CEB-FIP MC 90	59
4.1.2 Expressão da NBR 6118/78	61
4.1.3 Expressão do ACI 318/89	62
4.1.4 Expressão do Montoya ( 1972 )	64
4.1.5 Expressão do EUROCODE 2	65
4.2 Discussão dos resultados	66
4.3 Análise das expressões	71
4.4 Ajustes propostos	78
5 CONCLUSÕES	82
ANEXO	84
BIBLIOGRAFIA	88

## LISTA DE FIGURAS

### - Capítulo 2 : Fissuração no concreto

Figura 2.1 - Esquema da disposição da armadura de pele	15
Figura 2.2 - Mecanismo de fissuração segundo a teoria clássica do deslizamento	25
Figura 2.3 - Mecanismo de fissuração segundo a teoria clássica do não-deslizamento	26
Figura 2.4 - Formação de fissuras em peças tracionadas, segundo Broms	27
Figura 2.5 - Representação das distâncias: a) t, definida por Broms; b) $a_{cr}$ , definida por Beeby; a, definida por Almeida; s espaçamento entre barras da armadura; c recobrimento de concreto	28

### - Capítulo 3 : Análise estatística e proposta de expressão

Figura 3.1 - Relação da abertura da fissura observada ( $W_{obs}$ ) com a tensão na armadura ( $\sigma_s$ ) e constantes A, C e $\sigma_{sr}$	34
Figura 3.2 - Relação da tensão na armadura com a abertura da fissura. a) Arga e Lima & Monteiro (1973), b) Adaptado de (a)	39
Figura 3.3 - Relação de A com o diâmetro da barra ( $\phi$ )	39
Figura 3.4 - Relação de A com a resistência do concreto ( $f_{cm}$ )	43
Figura 3.5 - Relação de A com a largura da viga (b)	44
Figura 3.6 - Relação de A com a altura da viga (h)	45
Figura 3.7 - Relação de A com o cobrimento da armadura (34 vigas)	48
Figura 3.8 - Relação de A com o cobrimento da armadura (40 vigas)	48
Figura 3.9 - Relação de A com a taxa da armadura ( $\rho_1 = A_s / bh$ )	50
Figura 3.10 - Relação de A com o centróide da distância das barras da 1ª camada à face inferior da viga ( $d_{c1}$ )	52
Figura 3.11 - Relação de A com a seção transversal da armadura longitudinal	54

### - Capítulo 4 - Análise das expressões e ajustes propostos

Figura 4.1 - Área efetiva do concreto tracionado (CEB 90)	61
---	----

Figura 4.2 - Área efetiva do concreto tracionado (ACI)	63
Figura 4.3 - Valores das aberturas das fissuras definidos pelas expressões propostas em relação aos valores da expressão estimada	67
Figura 4.4 - Esquema do intervalo limite de aceitação ( $\pm 0,01$ mm)	68
Figura 4.5 - Relação de A (CEB) com A (est)	72
Figura 4.6 - Relação de $\sigma_{sr}'$ (CEB) com $\sigma_{sr}'$ (est)	72
Figura 4.7 - Relação de A (NBR) com A (est)	73
Figura 4.8 - Relação de A (ACI) com A (est)	74
Figura 4.9 - Relação de A (Mon) com $\sigma_{sr}'$ (est)	75
Figura 4.10 - Relação de $\sigma_{sr}'$ (Mon) com $\sigma_{sr}'$ (est)	76
Figura 4.11 - Relação de A (EURO) com A (est)	77
Figura 4.12 - Relação de $\sigma_{sr}'$ (EURO) com $\sigma_{sr}'$ (est)	77
Figura 4.13 - Relação de A (EURO AJUST 02) com A (est)	80
Figura 4.14 - Relação de $\sigma_{sr}'$ (est) com $\sigma_{sr}'$ ("real")	80

## LISTA DE TABELAS

### - **Capítulo 2 : Fissuração no concreto**

Tabela 2.1 - Classes de exposição em função do meio ambiente (MC 90 e EUROCODE 2)	8
Tabela 2.2 - Classificação dos ambientes quanto à agressividade das estruturas	9
Tabela 2.3 - Abertura de fissuras permitida (ACI Committee 224)	10
Tabela 2.4 - Mecanismo de fissuração	23

### - **Capítulo 3 : Análise estatística e proposta de expressão**

Tabela 3.1 - Características das vigas	32
Tabela 3.2 - Valores A, C e $\sigma_{sr}$	36
Tabela 3.3a a 3.3d - Características das vigas e valores de A ( diâmetro da barra )	40
Tabela 3.3e a 3.3h - Características das vigas e valores de A ( diâmetro da barra )	41
Tabela 3.4a a 3.4c - Características das vigas e valores de $\sigma_{sr}$ ( diâmetro da barra )	42
Tabela 3.5a a 3.5c - Características das vigas e valores de A ( resistência do concreto )	43
Tabela 3.5d a 3.5e - Características das vigas e valores de A ( resistência do concreto )	44
Tabela 3.6a - Características das vigas e valores de A ( altura da viga	45
Tabela 3.6b e 3.6c - Características das vigas e valores de A ( altura da viga)	46
Tabela 3.7 - Características das vigas e valores de $\sigma_{sr}$ ( altura da viga )	47
Tabela 3.8a - Características das vigas e valores de A ( cobrimento da armadura )	48
Tabela 3.8b e 3.8c - Características das vigas e valores de A ( cobrimento da armadura )	49

Tabela 3.9a e 3.9b - Características das vigas e valores de A ( taxa da armadura )	51
Tabela 3.10 - Características das vigas e valores de $\sigma_{sr}'$ ( taxa da armadura )	51
Tabela 3.11a a 3.11c - Características das vigas e valores de A ( centróide da barra )	53
Tabela 3.12a a 3.12c - Características das vigas e valores de A ( seção da armadura )	55
Tabela 3.13 - Valores da tensão na armadura para $w_{est} = 0,01$ mm e $w_{est} = 0,03$ mm, segundo as expressões estimadas	57
<b>- Capítulo 4 - Análise das expressões e ajustes propostos</b>	
Tabela 4.1 - Valores de $\beta$ e $\tau_{\beta k}$	61
Tabela 4.2 - Valores de K e K'	64
Tabela 4.3 - Quantis de porcentagens das vigas com erros nos intervalos de $\pm 0,01$ mm, $\pm 0,02$ mm, $\pm 0,04$ mm para $\sigma_s = 138$ e $310,5$ MPa	69
Tabela 4.4 - Quantis de porcentagens das vigas com erros nos intervalos de $\pm 0,01$ mm, $\pm 0,02$ mm, $\pm 0,04$ mm para $\sigma_s = 138$ e $310,5$ MPa ( expressões ajustadas )	79
<b>ANEXOS</b>	
Tabela A.1 - Valores dos erros das expressões, em milímetros, para $\sigma_s = 138$ e $310,5$ MPa, para o CEB 90, NBR 6118/78 e MONTOYA	85
Tabela A.2 - Valores dos erros das expressões, em milímetros, para $\sigma_s = 138$ e $310,5$ MPa, para o ACI 318/89, EUROCODE 2 e EXPRESSÃO PROPOSTA	86
Tabela A.3 - Valores dos erros das expressões, em milímetros, para $\sigma_s = 138$ e $310,5$ MPa, para o EURO AJUST (01) e EURO AJUST (02)	87

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- ACI - American Concrete Institute
- CEB-FIP - Comité Euro-International du Béton - Federation Internationale de la Précontrainte
- EUROCODE - Commission of the European Communities
- IPT - Instituto de Pesquisas Tecnológicas
- NB - Norma Brasileira
- NBR - Norma Brasileira Registrada

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $A$  - constante que depende das características das vigas  
 $A_s$  - área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada  
 $A_c$  - área de concreto  
 $A_{sr}$  - área da seção transversal da armadura de costela  
 $b_r$  - espessura da camada periférica de concreto  
 $b_w$  - largura da viga  
 $c$  - cobrimento de concreto  
 $CA$  - concreto armado  
 $d$  - altura útil da viga  
 $d_c$  - espessura do cobrimento da face mais tracionada ao centróide das barras da 1<sup>a</sup> camada  
 $E_s$  - módulo de deformação longitudinal do aço  
 $f_s, \sigma_s$  - tensão na armadura  
 $f_{cm}$  - resistência média do concreto à compressão  
 $f_{ctm}$  - resistência média do concreto à tração  
 $f_{ctk}$  - resistência característica do concreto à tração  
 $f_{yk}$  - resistência característica do aço à tração  
 $G$  - ações permanentes  
 $h$  - altura da viga  
 $h_1$  - distância do eixo neutro ao centróide da armadura  
 $Q$  - ações acidentais  
 $Q_1$  - ações acidentais básicas ou principal  
 $Q_i$  - ações acidentais secundárias ou de acompanhamento  
 $R$  - coeficiente de correlação  
 $R^2$  - coeficiente de determinação  
 $s$  - distância entre barras da armadura de costela  
 $s_m$  - espaçamento entre fissuras  
 $t_b$  - cobrimento inferior do concreto até o centróide das barras da 1<sup>a</sup> camada

$t_s$	- cobertura lateral do concreto até o eixo da barra lateral
$x$	- distância da linha neutra à fibra mais comprimida de uma peça fletida
$w$	- abertura da fissura
$\alpha_e$	- relação entre o módulo de elasticidade do aço e do concreto
$\phi$	- diâmetro da barra
$\psi$	- coeficientes de ações variáveis
$\eta_b$	- coeficiente de conformação superficial
$\rho$	- taxa da armadura
$\sigma_{sr}$	- tensão “real” na armadura quando ocorre a 1ª fissura
$\sigma_{sr}'$	- tensão teórica na armadura quando ocorre a 1ª fissura
$\tau_{bk}$	- tensão de aderência

#### Índices gerais:

$c$	- concreto, compressão
$d$	- de cálculo
$m$	- média
$s$	- aço, barra da armadura
$t$	- tração
$u$	- último
$y$	- escoamento

#### Índice formado de abreviação:

est	- estimado
lim	- limite
sup	- superior



## RESUMO

CALDAS, A. J. A. *Avaliação de abertura de fissuras de flexão em vigas de concreto armado*. São Carlos, 1997. 93p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Apresenta-se neste trabalho uma abordagem de alguns aspectos importantes sobre a fissuração no concreto, tais como o controle dessa fissuração, além de comentários sucintos sobre os diversos fatores que nela influenciam. Faz-se uma análise estatística baseada em dados experimentais, através de regressão linear, para verificar a influência de alguns parâmetros na abertura das fissuras em vigas de seções transversais retangulares. E em função desta análise, propõe-se uma expressão empírica para previsão da abertura característica das fissuras. É também avaliada a aplicabilidade de algumas expressões já conhecidas, para verificar se elas são adequadas para previsão de aberturas de fissuras. Em seguida propõem-se melhoramentos em uma das expressões analisadas, através de ajustamento de curvas.

Palavras-chave: Vigas de concreto armado, fissuração, flexão simples, análise estatística.

## ABSTRACT

CALDAS, A. J. A. *Evaluation of flexural crack width in reinforced concrete beams.*  
São Carlos, 1997. 93p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São  
Carlos, Universidade de São Paulo.

In this work some important aspects on concrete cracking are pointed out, such as control of cracking, and summaries of several factors which influence the cracking. A statistical analysis is made based on experimental data, using linear regression, with the intention of verifying the influence of some parameters in the crack width of rectangular cross section beams. And due to this analysis, an empirical equation is proposed for the evaluation of characteristic crack width. The applicability of some already known equations is considered, in order to verify their adequation on crack width prevision. Improvements in one of the analysed equations are also proposed.

Keywords: Reinforced concrete beams, cracking, bending, statistical analysis.

# **1. INTRODUÇÃO**

## **1.1 GENERALIDADES**

A fissuração é um fenômeno inevitável no concreto e um dos fatores que mais influencia no comportamento das peças estruturais de concreto armado, tendo em vista que pode comprometer a utilização (necessidade funcional da estrutura), a durabilidade e a estética das mesmas. Daí a grande preocupação em se estabelecerem valores limites para abertura das fissuras, principalmente quando há possibilidade de penetração de agentes externos prejudiciais ao concreto e à armadura. As fissuras ocorrem basicamente nas zonas submetidas a esforços de tração, devido à baixa resistência do concreto a esse tipo de solicitação.

Sendo as zonas tracionadas as que mais merecem atenção nas peças de concreto armado submetidos à flexão, por serem susceptíveis à fissuração, muitos estudos têm sido realizados tentando retratar o seu comportamento.

Embora o concreto armado tenha surgido nos meados do século passado, foi neste século, na década de 30, que surgiu o primeiro modelo analítico de simulação do comportamento das zonas tracionadas. Porém, esses modelos só tomaram significativa expressão, em relação à teoria da fissuração e aos métodos para previsão de abertura de fissura, a partir de trabalhos realizados principalmente por Ferry-Borges, Beeby, Base, Goto, Nawy, Gergely & Lutz e Broms, entre outros, nas décadas de 50 e 60, na Europa e nos Estados Unidos da América (CÂMARA, 1988). Ainda se mantém válidos os princípios fundamentados por alguns desses modelos, embora ultimamente tenham sido enriquecidos por alguns pesquisadores, com o intuito de aprimorá-los e melhorar suas aplicabilidades.

No entanto, tem-se observado, em particular em relação às fissuras de flexão, que as expressões que avaliam o cálculo da abertura máxima das fissuras em vigas de concreto armado, de uma forma geral, não são adequadas a todos os tipos de vigas, pois, dependendo de alguns fatores como, por exemplo, suas características geométricas, podem levar a erros consideráveis quando comparados a dados experimentais.

Esta pesquisa limita-se ao conjunto de dados analisados.

## **1.2 OBJETIVOS E JUSTIFICATIVAS**

Pretende-se estudar nesta pesquisa, através de análise estatística basicamente por correlação e regressão, o comportamento de algumas vigas com seções transversais retangulares de concreto armado submetidas à flexão simples, quanto à abertura máxima de fissuras. Pretende-se analisar também as expressões propostas pelo **CEB/FIP MC 90**, **NBR 6118/78**, **ACI 318/89**, **MONTOYA (1972)** e **EUROCODE 2**, comparando-as com os dados experimentais. Neste contexto tem-se como objetivos principais:

- Verificar a influência de alguns parâmetros das vigas na abertura da fissura;
- Propor uma expressão empírica;
- Avaliar a aplicabilidade das expressões das normas;
- Propor melhoramentos, através de ajustes, para uma das expressões.

Justifica-se esse trabalho porque entende-se que há necessidade de se conhecer de forma mais detalhada o comportamento dessas expressões quanto à fissuração, no que tange à aplicabilidade das mesmas, verificando-se em que situações elas melhor se enquadram.

### 1.3 PLANEJAMENTO

No *CAPÍTULO I* faz-se um comentário sobre a fissuração no concreto armado, enfatizando a necessidade de se conhecer um provável valor da abertura máxima das fissuras em vigas, levando-se em consideração o meio em que estas vigas estão situadas e as solicitações que lhe são impostas.

Comenta-se, de forma sucinta, o progresso das pesquisas realizadas no decorrer do tempo, sobre o estudo do comportamento do concreto armado nas zonas tracionadas. Citam-se as expressões das instituições que serão enfocadas nesta pesquisa; apresentam-se os objetivos e a justificativa da pesquisa

Finaliza-se apresentando e localizando o estudo proposto, bem como o caminho pelo qual será desenvolvido.

No *CAPÍTULO II* apresenta-se um estudo em que são abordados os diversos fatores que se tornam necessários para um bom entendimento da fissuração no concreto. Neste contexto são descritos: necessidade do controle da fissuração, abrangendo possíveis problemas decorrentes da fissuração, valores limites da abertura das fissuras, teoria da fissuração, combinação de ações para verificar a fissuração, disposições construtivas, formação de fissuras antes e depois do carregamento e, finalizando, com o processo de formação de fissuras.

No *CAPÍTULO III* faz-se uma análise estatística, baseada em dados experimentais retirados dos trabalhos de CLARCK (1956) e HOGNESTAD (1962), para verificar e quantificar a influência de alguns parâmetros das vigas no comportamento da abertura das fissuras, através de regressão linear e, posteriormente, faz-se uma proposta de expressão empírica para previsão da abertura das fissuras, baseada na análise estatística.

No *CAPÍTULO IV* apresentam-se as expressões CEB-FIP MC 90, NBR 6118/78, ACI 318/89, MONTOYA (1972) e EUROCODE 2 (Revised Final Draft, 1989), fazendo-se posteriormente uma análise estatística, através de correlação e regressão, para se avaliar a aplicabilidade das mesmas para o cálculo da abertura máxima de fissuras em vigas de concreto armado submetidas à flexão simples, comparando-as com resultados experimentais anteriormente citados, verificando-se qual a mais adequada, ou as mais adequadas para o uso.

No *CAPÍTULO V* são apresentadas as conclusões finais conforme os objetivos desta pesquisa.

## **2. FISSURAÇÃO NO CONCRETO**

A fissuração no concreto é inevitável. Portanto, prevendo-se que venha a acontecer, torna-se necessário atender a alguns aspectos importantes para que seja amenizado.

### **2.1 CONTROLE DA FISSURAÇÃO**

Existem basicamente três razões para se controlar a fissuração: a durabilidade (corrosão da armadura), a aparência e a estanqueidade a líquidos e gases. Discutem-se a seguir separadamente essas razões.

#### **2.1.1 Durabilidade ( corrosão da armadura)**

A corrosão da armadura está geralmente associada a três mecanismos que desencadeiam o processo corrosivo: a carbonatação, a presença de cloretos, ou a ruptura do concreto por esforços mecânicos, que causam fissuras transversais que podem, em princípio, colocar em risco a armadura, pois a abertura da fissura tem influência apenas no início do processo de corrosão sendo este período relativamente curto, não influenciando no desenvolvimento da corrosão. Após o período de 5 a 10

anos, a corrosão é essencialmente independente da abertura da fissura.

Por outro lado, a espessura e a porosidade do revestimento do concreto são parâmetros importantes no processo da corrosão da armadura. Melhorando a qualidade do concreto (principalmente limitando a relação água/cimento) e controlando-se a abertura da fissura, são fatores importantes para o controle da fissuração. Portanto, é necessário especificar o valor limite da abertura da fissura de acordo com a agressividade do meio ambiente.

### **2.1.2 Aparência da Estrutura**

As aberturas das fissuras com valores abaixo de 0,3 mm geralmente não causam inquietação às pessoas. Obviamente, a aparência tolerável da abertura da fissura é muito subjetiva e depende de vários fatores, tais como a distância entre o observador e a fissura, a iluminação e as condições da superfície.

### **2.1.3 Estanqueidade a Líquidos ou Gases**

A necessidade da estanqueidade depende da natureza do gás ou do líquido que será retido pela estrutura. Teoricamente é possível especificar e contar com uma estrutura sem fissuras visíveis. Isto é mais coerente, no entanto, quando se especifica um limite para a abertura da fissura. Pesquisas e experiências têm mostrado que estruturas para retenção de água podem ter fissuras com aberturas de até 0,1 a 0,2 mm. Assim uma fissura, mesmo quando atravessa totalmente a espessura da parede, pode permitir a penetração de umidade após a ocorrência da primeira fissura; mas o estancamento do vazamento ocorre em poucos dias.



## 2.2 ESTADO LIMITE DE FISSURAÇÃO

De acordo com o **CEB-FIP MC 90**, as exigências para esse estado limite são:

- deve-se garantir, com uma probabilidade adequada, que as fissuras não prejudiquem a utilização e a durabilidade da estrutura.
- Fissuras não podem comprometer a utilização ou a durabilidade; nas estruturas de concreto armado, as fissuras podem ser decorrentes devido à solicitação por flexão, cisalhamento, torção ou tração (resultantes de carregamentos diretos ou deformações restringidas e impostas), sem necessariamente prejudicar a utilização ou a durabilidade.

No entanto, as seguintes exigências podem ser respeitadas caso a caso:

- O funcionamento da estrutura não pode ser prejudicado pela formação das fissuras.
- A durabilidade da estrutura durante o período da vida útil não pode ser prejudicada pela formação da fissura.
- A aparência da estrutura não pode ser inaceitável por causa da fissuração.
- Incertezas na resistência do concreto à tração, bem como tensões de tração não previstas, devem ser previstas nos projetos e execução.
- Exigências complementares para um controle apropriado da fissuração pode resultar da necessidade de limitar ou evitar:
  - vibrações, ou
  - prejuízos causados por deformações excessivas, ou
  - ruptura frágil.

Referindo-se aos aspectos da durabilidade, o MC 90 e o EUROCODE 2 consideram vários casos de classes de exposição, de acordo com as condições do ambiente, como as ações químicas e físicas a que o concreto é exposto, e que os efeitos de seus resultados não são considerados como cargas ou ações nos projetos das estruturas. Na ausência de estudos específicos, essas condições ambientais podem ser classificadas em classes de exposição dadas na tabela 2.1.

TABELA 2.1 - Classes de exposição em função do meio ambiente (MC 90 e EUROCODE 2)

Classes de Exposição	Condições Ambientais
1) Ambiente Seco	- interior de edifícios normais (1)
2) Ambiente Úmido	- interior de edifícios com alta umidade(2) - peças externas - peças em contato com o solo ou águas não agressivas
3) Ambiente Úmido Sujeito a Congelamento	
4) Ambiente Marinho	- peças total ou parcialmente imersas na água do mar ou situadas na zona de borrifamento - peças em atmosfera marinha saturada (maresia)
As categorias a seguir ocorrem	isoladamente, ou em combinação com as de cima
5) Ambiente Quimicamente Agressivo	A - agressividade química leve - atmosfera industrial agressiva B - agressividade química moderada C - agressividade química severa

(1) *Esta classe só é válida se durante a construção a estrutura não ficar exposta a condições mais severas durante um período de vários meses.*

(2) *Por exemplo em lavanderias industriais*

Existem também outras formas de classificar os ambientes conforme as agressividades às estruturas, como é mostrado na tabela 2.2 uma síntese dos diferentes ambientes considerados, apresentada por CARMONA FILHO e HELENE (1986).

TABELA 2.2 - Classificação dos ambientes quanto à agressividade das estruturas

AGRESSIVIDADE	CONDIÇÕES DE EXPOSIÇÃO	EXEMPLOS
Nula ou fraca I	- interiores secos - exteriores protegidos em atmosferas rurais	- salas, quartos e corredores - marquises cobertas
Média II	- peças no interior com muita umidade - peças à intempérie em atmosferas rurais - fundações em terrenos não agressivos - estruturas permanente submersas em água doce não agressiva	- banheiro, cozinha, área de serviço - galpões, estábulos - fundações em argila e areias secas - pilares, blocos em represas
Forte III*	- estruturas em atmosferas urbana, industrial ou marinha - fundações em terrenos agressivos	- São Paulo, Cubatão, Vitória, etc. - ácido úmido de argila orgânica, terrenos industriais
Muito Forte	- estrutura em contato com ácidos, sais agressivos ou no nível de variação da maré - estruturas em atmosferas viciadas	- tanques e pisos de galvanoplastia e curtumes - cais de porto marítimo - coletores e interceptores de esgoto

\* Geralmente incluem aqui as estruturas de contenção de líquidos e gases, não tanto pela agressividade, mas pelas exigências de estanqueidade.

## 2.3 VALORES LIMITES DA ABERTURA DA FISSURA

Nas situações em que o controle da abertura da fissura é exigido, a verificação consiste em satisfazer à seguinte condição:

$$w_k \leq w_{lim}$$

$w_k$  abertura característica da fissura ou calculada conforme as combinações de ações consideradas;

$w_{lim}$  valor limite da abertura da fissura especificada de acordo com as exigências adotadas, garantindo assim a durabilidade e o bom funcionamento da estrutura.

O MC 90 e o EUROCODE 2 consideram que  $w_k$  deve ser calculado sob combinação de ação quase-permanente para o concreto armado, e que  $w_{lim}$  é 0,30 mm para as classes de exposição 2,3 e 4, conforme a tabela 2.1.

A NBR 6118/78 considera que a fissuração é nociva quando a abertura das fissuras na superfície do concreto ultrapassa os seguintes valores:

- a) 0,10 mm para peças não protegidas, em meio agressivo;
- b) 0,20 mm para peças não protegidas, em meio não agressivo;
- c) 0,30 mm para peças protegidas.

O ACI Committee 224 adota os valores da tabela 2.3 para abertura máxima da fissura, de acordo com as condições de exposição da estrutura.

TABELA 2.3 - Abertura permitida da fissura (ACI Committee 224)

condições de exposição	abertura da fissura	
	(in)	(mm)
Clima seco ou peça protegida	0,016	0,41
Ambiente úmido, peças em contato com o solo	0,012	0,30
Agressividade química	0,007	0,18
Ambiente marinho, molhado ou seco	0,006	0,15
Estrutura para retenção de líquidos	0,004	0,10

## 2.4 COMBINAÇÃO DE AÇÕES PARA VERIFICAÇÃO DA FISSURAÇÃO

Para a verificação do estado limite de fissuração se utiliza o carregamento real efetivamente aplicado sobre a estrutura, ou seja, um coeficiente de segurança igual à unidade.

O MC 90 e o EUROCODE 2 consideram a combinação quase-permanente para verificação da fissuração, com a seguinte expressão:

$$G + Q_1 + \Sigma (\psi_{2i} \cdot Q_{ik})$$

O anexo da NBR 7197 (1989) prescreve que “em geral devem ser admitidas as combinações freqüentes de utilização, nas quais a ação variável principal  $F_{Q1}$  é tomada com seu valor freqüente  $\psi_1 F_{Q1,k}$  e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase-permanentes  $\psi_2 F_{Qk}$ , sendo:

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{G1,k} + \psi_1 F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{2j} F_{Qj,k}$$

Para a verificação da segurança em relação ao estado limite de formação de fissuras, deve-se considerar a combinação rara de utilização, na qual a variável principal é tomada com seu valor característico  $F_{Q1,k}$  e todas as demais variáveis são tomadas com seus valores freqüentes  $\psi_1 F_{Qk}$ , sendo:

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{G1,k} + F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{1j} F_{Qj,k}$$

Os valores de  $\psi_1$  e  $\psi_2$  são definidos pela NBR 8681 ou por normas específicas referentes ao tipo da construção considerada.

As constantes acima são denominadas:

G ações permanentes

Q ações acidentais

$Q_1$  ação acidental básica ou principal

$Q_i$  ações acidentais secundárias ou de acompanhamento

$\psi$  coeficiente de ações variáveis

## 2.5 DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS

Apresentam-se algumas recomendações que, por sua vez, tornam-se necessárias para amenizar a fissuração no concreto.

### 2.5.1 Cobrimentos Mínimos

Segundo CARMONA FILHO e HELENE (1986), “o cobrimento de concreto é na realidade uma proteção à armadura. Se assim raciocinarmos, veremos que a qualidade dessa proteção depende:

- a) Da espessura: em princípio quanto maior a espessura do cobrimento, maior a proteção, fixadas as demais variáveis. Isso tem uma limitação na ordem de 60 mm, pois, espessuras maiores que essas têm forte tendência a fissuração por outros mecanismos, tais como a retração por secagem, movimentação térmica, etc. É evidente que aumentar o cobrimento implica aumentar o custo da estrutura.
- b) Da composição do concreto: ao passarmos de uma relação água/cimento de 0,50 para 0,90, podemos aumentar em mais de 10 vezes a profundidade de carbonatação num mesmo ambiente de exposição e período de vida considerado. Isso significa que enquanto uma peça após 20 anos tem apenas 5 mm carbonatado, outras nas mesmas condições teria 50 mm. Consequentemente, a espessura do cobrimento para continuar mantendo o aço nas condições de passivação deveria ser 5 mm num caso e de 50 mm (!) no outro. A velocidade da carbonatação depende de fatores externos e da composição do concreto, sendo mais importante a relação água/cimento e a natureza do cimento. Cimentos pozolânicos (POZ), cimentos Portland (CP) e cimentos de alto forno (AF) apresentam diferentes profundidades de carbonatação sob as mesmas condições, em ordem crescente, ou seja os cimentos pozolânicos são os que apresentam menores espessuras carbonatadas. O consumo de cimento por m<sup>3</sup> de concreto tem importância secundária, assim como a natureza e a composição granulométrica dos agregados. A importância dessas variáveis é indireta e diz

respeito muito mais à obtenção de misturas trabalháveis ( consistência do concreto fresco ) que à durabilidade e velocidade de carbonatação propriamente dita. Evidentemente a dimensão máxima característica do agregado graúdo deve ser compatível com a espessura do cobrimento e pelo menos 20 % menor que este no caso de superfícies verticais (pilares e vigas) e no máximo o dobro no caso de superfície horizontais (lajes). O teor de argamassa do concreto também colabora com um papel importante, pois em peças estreitas e densamente armadas o efeito parede é determinante da qualidade final do grau de compactação do concreto.

- c) Das técnicas de execução: o lançamento, adensamento e cura do concreto tem um papel preponderante na qualidade do cobrimento. Deve-se evitar a segregação, a exsudação e a absorção exagerada pelas fôrmas, uma vez que é justamente da qualidade do concreto superficial que depende a proteção à armadura. Não podemos esquecer que em processos construtivos do tipo “argamassa armada” as espessuras de cobrimento podem ser de apenas 3 mm. Evidentemente nesses casos os cuidados com o cobrimento devem ser máximos, assim como nos casos de concreto protendido (pré-tensão)”.

A NBR 6118/78 prescreve que para “qualquer barra da armadura, inclusive de distribuição, de montagem e estribos, deve ter cobrimento de concreto pelo menos igual ao seu diâmetro, mas não menor que:

- |   |        |
|---|--------|
| a) para concreto revestido com argamassa de espessura mínima de 1 cm: |        |
| ■ em lajes no interior de edifícios                                   | 0,5 cm |
| ■ em paredes no interior de edifícios                                 | 1,0 cm |
| ■ em lajes ou paredes ao ar livre                                     | 1,5 cm |
| ■ em vigas, pilares e arcos no interior de edifícios                  | 1,5 cm |
| ■ em vigas, pilares e arcos ao ar livre                               | 2,0 cm |
| b) para concreto aparente:  |        |
| ■ no interior de edifícios  | 2,0 cm |
| ■ ao ar livre   | 2,5 cm |
| c) para concreto em contato com o solo                                | 3,0 cm |

- se o solo não for rochoso, sob a estrutura deverá ser imposta uma camada de concreto simples, não considerada no cálculo, com o consumo mínimo de 250 kg de cimento por metro cúbico e espessura de pelo menos 5 cm.

d) para concreto em meio fortemente agressivo 4,0 cm

Para cobrimento maior que 6 cm deve-se colocar uma armadura de pele complementar, em rede, cujo cobrimento não deve ser inferior aos limites especificados neste item.

No caso de estruturas que devam ser resistentes ao fogo, o cobrimento deverá atender às exigências da NB-503, além das especificadas neste item”.

O MC 90 recomenda os seguintes valores para o cobrimento mínimo do concreto, de acordo com meio ambiente considerado na tabela 2.1:

a) classe 1	10 mm
b) classe 2	25 mm
c) classe 3 e 4	40 mm
d) classe 5	depende do tipo de cada ambiente encontrado

O EUROCODE 2 também considera os valores mínimos para o cobrimento de acordo com as classes de exposição descritas na tabela 2.1, mostrados a seguir:

a) classe 1	15 mm
b) classe 2	20 mm
c) classe 3	40 mm
d) classe 4	40 mm
e) classe 5 - A	25 mm
- B	30 mm
- C	40 mm



## 2.5.2 Armadura de Pele

As normas recomendam uma armadura de pele longitudinal mínima para reduzir a fissuração das vigas (fissuras na alma).

A NBR 6118/78 adota a seguinte condição:

Para  $d \geq 60$  cm

$A_{s, \text{costela}} > 0,05\% b_w \cdot h$  (em cada face, distribuída na face tracionada)

O espaçamento  $s$  entre as armaduras é:  $s \leq d/3$  ou  $s \leq 30$  cm (considerar o menor dos dois valores).

Segundo FUSCO (1996), “nas vigas altas em que toda a armadura está concentrada na face inferior do banzo tracionado ( $h \geq 80$  cm), existe a tendência à arborização das fissuras, o que pode provocar maiores aberturas superficiais ao longo da altura da alma da viga. (...).

Para o controle da fissuração, a armadura de pele deve ser colocada junto à cada face da peça estrutural a ser protegida, devendo resistir aos esforços de tração liberados pela ruptura da camada periférica do concreto que lhe é adjacente, de espessura  $b_r$ , definida por

$$b_r = 2,5c + \phi$$

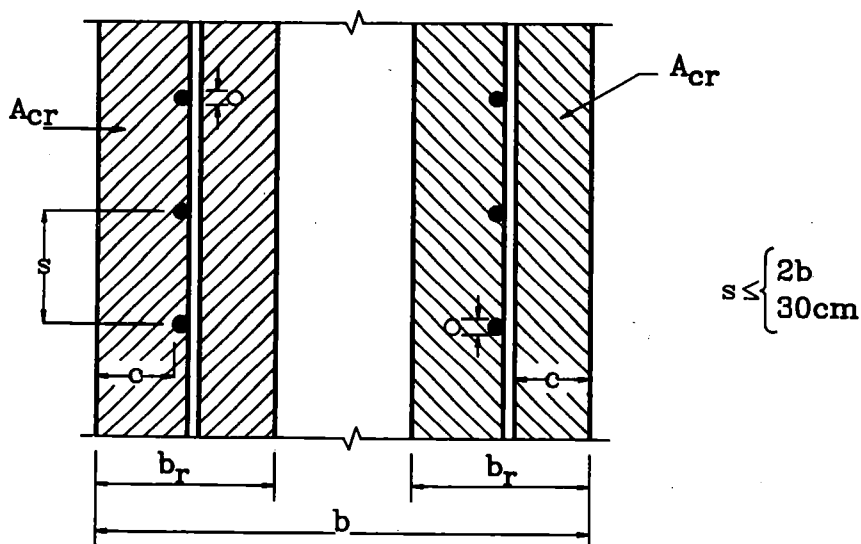


FIGURA 2.1 – Esquema da Disposição da Armadura de Pele

Para o cálculo da armadura de pele admite-se que a fissuração do concreto nela provoque a tensão  $\sigma_s = f_{yk}$  e que suas barras tenham espaçamentos  $s_r$  máximos de 30 cm e não maiores que o dobro da espessura  $b$  da peça (figura 2.1).

As armaduras de pele podem ser necessárias diante de estados de coação de duas categorias distintas: estados de coação decorrentes de causas externas e internas ao trecho da estrutura em que se coloca a própria armadura de pele.

### **a) Estados de coação devidos a causas externas**

Incluem-se nessa categoria os estados de coação decorrentes de causas que não residem na própria região onde se coloca a armadura de pele.

Nesta categoria estão incluídos os estados de coação devidos a recalques de apoios e aqueles decorrentes da inibição parcial ou total das deformações devidas à retração do concreto e a quedas de temperatura, em virtude da presença de apoios externos da estrutura ou de outros elementos estruturais adjacentes e solidários à própria peça estrutural considerada. Incluem-se também nesta categoria os estados de coação provocados pelos alongamentos de armaduras de tração concentradas em regiões discretas da peça estrutural, as quais levam à fissuração dos trechos adjacentes a tais armaduras, como nos casos da alma das vigas altas, das abas tracionadas das vigas das seções duplo T, das vigas-parede e das regiões junto aos tirantes de borda das cascas cilíndricas.

Nesses casos, como a fissuração devida ao estado de coação ocorre simultaneamente em toda espessura  $b_r$ , quando se atinge a resistência à tração do concreto, a taxa geométrica  $\rho_r$  da armadura de pele deve ser dada por

$$\rho_r = A_{sr}/A_{cr} = f_{ctk}/f_{yk}$$

em que  $A_{sr}$  = área total da seção da armadura de pele existente na área  $A_{cr}$  de concreto, tomando-se para  $f_{ctk}$  valores como os previstos pela NB - 1/78, que correspondem, ( ... ), aos valores médios previstos pelo CEB - 90. ( ... ), então, verifica-se que é possível aceitar que seja

$$f_{ctk} = \sigma_{ctd} = 0,85 f_{ctk,sup}$$

obtendo-se o mesmo nível de segurança exigido pelo CEB.

### **b) Estados de coação devidos a causas internas**

Incluem-se nessa categoria os estados de coação originados na própria região em que se colocam as armaduras de pele.

Nessa categoria estão incluídos os estados de coação devidos a gradientes térmicos e à retração diferencial ao longo da espessura da peça estrutural considerada.

Nestes casos, como o estado de coação provoca uma fissuração progressiva a partir da periferia da peça, admite-se que a taxa geométrica da armadura de pele seja determinada por

$$\rho_r = 0,5 f_{ctk} / f_{yk}$$

### **2.5.3 Armadura Mínima**

A armadura mínima visa a prevenção de situações em que a seção transversal de concreto é muito superior àquela que seria teoricamente necessária. Este tipo de viga, submetida às cargas de serviço, cuja situação de trabalho pode ainda não ter provocado fissuração, leva em consideração que a tensão máxima na região tracionada não atinge o valor característico da resistência à tração  $f_{ct}$  ( $f_{ctk,sup}$ ). Para evitar que o concreto seja fissurado, tendo uma ruptura brusca do concreto tracionado, devido a um excesso de carga, torna-se necessária uma armadura de tração  $A_{s,min}$  que seja suficientemente capaz de assegurar à viga uma resistência à flexão, com o concreto já fissurado, pelo menos igual àquela que possuía no concreto sem fissuras.

A NBR 6118 (1982) permite utilizar a seguinte simplificação:

- a) Para aços CA – 25 ou CA – 32, considera-se como o caso mais crítico o CA – 25:

$$A_{s,min} \sim 0,30\% b_w h$$

- b) Para aços CA-40, CA-50 e CA-60, considera-se como o caso mais crítico o CA-40:

$$A_{s,min} \sim 0,15\% b_w h$$

## **2.6 FATORES QUE AFETAM NA FORMAÇÃO DE FISSURAS ANTES DO CARREGAMENTO**

Pode-se dizer que o mecanismo de formação de fissuras no concreto ocorre em duas etapas: uma com o concreto ainda fresco, antes do endurecimento; e outra com o concreto já endurecido. Pode-se dizer também que as fissuras ocorrem antes da estrutura ser colocada em uso, ou seja, antes do carregamento, e depois do carregamento.

As fissuras que ocorrem devido ao carregamento externo são basicamente decorrentes de tensões de tração devidos a esforços de compressão, tração, flexão, cisalhamento ou torção, sendo que estas ocorrem com o concreto endurecido.

Desta forma, apresentam-se a seguir alguns fatores que afetam na fissuração antes do carregamento, e posteriormente faz-se uma abordagem sobre a formação de fissuras causadas pelos esforços de flexão.

### **2.6.1 Água**

A água de amassamento tem uma importância fundamental quanto à

quantidade utilizada relacionada com a quantidade de cimento. Para a hidratação dos componentes ativos do cimento seria suficiente uma relação água/cimento teórica aproximada de 0,20; todo excesso repercute na compactidade, portanto, quanto maior a quantidade de água, maior a porosidade, menor as resistências mecânicas, maior a retração e maior o risco de ataque ao concreto.

A água ocupa um papel importantíssimo na cura do concreto. As águas de cura inadequadas podem ser muito nocivas ao agir sobre um concreto já aplicado e começando a endurecer e sobre o qual podem exercer efeitos expansivos e destrutivos.

A água que não se combina quimicamente com o cimento deve sair da massa na pega e ao sair deixa poros e capilares que tornam o concreto tanto mais permeável quanto maior for a quantidade de água a ser eliminada.

### **2.6.2 Cimento**

O cimento também é um fator importante quanto à fissuração. Em geral concretos mais ricos em cimento fissuram mais.

Um dos grandes problemas do cimento empregado no concreto é a presença de adições inertes ou não ativas que ele possa conter.

Os cimentos com adições inertes, como por exemplo o carbonato de cálcio, moídos na mesma finura, caracterizam-se por ter um endurecimento mais lento que os cimentos puros, devendo ser considerada essa circunstância na hora de dosar o concreto, pela repercussão que possa ter, tanto na quantidade de cimento a ser empregado, quanto na quantidade de água a ser utilizada.

A dosagem de cimento também pode criar problemas no concreto. Para uma determinada resistência, sempre se deve procurar empregar a menor quantidade possível de cimento. Altos consumos trazem como consequência forte calor de hidratação com as conseqüentes elevações de temperatura, especialmente em épocas de calor, que se traduzirão em fortes retrações de origem térmica com perigo de fissuração, e aumentam também o risco de retração hidráulica, conseqüentemente, fissuração no concreto recém lançado.

### 2.6.3 Agregado

A composição mineral, forma, textura superficial e a variação do tamanho dos agregados afetam as proporções previstas, coeficientes térmicos, retração, dureza, deformação lenta e resistência do concreto. As frações de finos de tamanho inferior a 0,15 mm, e especialmente as que tem finura comparável com a do cimento, são perniciosas para o concreto, principalmente se entram em proporção excessiva. Isso pode ocorrer quando:

- As frações finas prejudicam a boa aderência entre a argamassa e os agregados graúdos bem como com as armaduras.
- Dada a grande superfície específica desses finos, eles requerem muita água para molhá-los, conseqüentemente, diminui a água disponível à hidratação do cimento provocando sua hidratação incompleta, e portanto enfraquecendo o concreto.
- Exigem mais água para a mesma consistência; assim, a relação água/cimento tem que ser aumentada, para conseguir a mesma trabalhabilidade, diminuindo, pelo excesso da água, as resistências mecânicas. Certas argilas nos agregados causam alta retração e fissuração, pois a argila contrai mais do que a pasta de cimento.

Na composição do concreto os grãos de diferentes tamanhos devem entrar em proporções calculadas e estudadas para que seja máxima a compacidade da mistura.

### 2.6.4 Cura e outros cuidados

Enquanto não atingir endurecimento satisfatório, o concreto deverá ser mantido protegido contra agentes prejudiciais, tais como mudanças bruscas de temperatura, evaporação de água, chuva forte, água torrencial, agente químico, bem como contra choques e vibrações de intensidade tal que possam produzir fissuração na massa do concreto ou prejudicar a sua aderência à armadura.

A proteção contra a secagem prematura, pelo menos durante os sete primeiros dias após o lançamento do concreto, aumentado este mínimo quando a natureza do cimento o exigir, poderá ser feita mantendo-se umedecida a superfície ou protegendo-se com uma película impermeável. O endurecimento do concreto poderá

ser antecipado por meio de tratamento térmico adequado e devidamente controlado, não se dispensando as medidas de proteção contra a secagem.

### **2.6.5 Lançamento e adensamento**

O concreto deve ser lançado logo após o amassamento, não sendo permitido, entre o fim deste e o lançamento, intervalo superior a uma hora; se utilizada agitação mecânica, esse prazo será contado a partir do fim da agitação. Com o uso de retardadores de pega o prazo poderá ser aumentado de acordo com as características do aditivo.

Em nenhuma hipótese se fará lançamento após o início da pega.

Para os lançamentos que tenham que ser feitos a seco, em recintos sujeitos à penetração de água, deverão ser tomadas as precauções necessárias para que não haja água no local em que se lança o concreto nem possa o concreto fresco vir a ser por ela lavado.

O concreto deverá ser lançado o mais próximo possível de sua posição final, evitando-se a incrustação de argamassa nas paredes das formas e nas armaduras.

Deverão ser tomadas precauções para manter a homogeneidade do concreto. A altura de queda livre não poderá ultrapassar 2 m. Para peças estreitas e altas, o concreto deverá ser lançado por janelas abertas na parte lateral, ou por meio de funis ou trombas.

Cuidados especiais deverão ser tomados quando o lançamento se der em ambiente com temperatura inferior a 10 °C ou superior a 40 °C.

Durante e imediatamente após o lançamento, o concreto deverá ser vibrado ou socado contínua e energicamente com equipamento adequado à trabalhabilidade do concreto. O adensamento deverá ser cuidadoso para que o concreto preencha todos os recantos da forma. Durante o adensamento deverão ser tomadas todas as precauções necessárias para que não se formem ninhos ou haja segregação dos materiais; deverá-se evitar a vibração da armadura para que não se formem vazios ao seu redor, com prejuízo da aderência.

No adensamento manual as camadas de concreto não deverão exceder 20 cm.

Quando se utilizarem vibradores de imersão, a espessura da camada deverá ser aproximadamente igual a 3/4 do comprimento da agulha; se não se puder atender a esta exigência não deverá ser empregado vibrador de imersão.

### **2.6.6 Condições climáticas**

As condições climáticas que podem causar problemas no concreto são: o frio, o calor e a baixa umidade.

A ação do frio, seja natural ou artificial sobre o concreto em período de pega ou princípio de endurecimento, consiste em retardar e inclusive anular seu endurecimento, ao diminuir a velocidade de hidratação dos componentes ativos do cimento ou destruir a resistência do concreto casos o frio seja tão intenso a ponto de gelar a água de amassamento.

A ação do calor sobre o concreto em processo de pega ou princípio de endurecimento pode ser vantajosa, pois ajuda a sua cura; mas para que isso aconteça, as temperaturas devem ter um limite de 80 °C e a umidade relativa do ar deverá ser muito elevada ou estar em saturação.

Para que o calor possa causar problemas ao concreto é preciso que a temperatura seja muito elevada e, além disso, que o concreto se encontre numa atmosfera com baixa umidade relativa. Geralmente, esse é o caso mais freqüente, pois, ao se produzir uma elevação de temperatura, a umidade relativa do ambiente que envolve o concreto desce a valores muito baixos, fazendo com que o concreto perca água durante a pega ou princípio de endurecimento. Produz-se assim uma grande secagem superficial que fará com que a água de sua massa interna migre para essas superfícies e ocasione deficiências na hidratação dos componentes ativos do cimento que traduzirão em baixas resistências, ao mesmo tempo que se produzirá um estado tensional por retração hidráulica no concreto, que poderá resultar em sua fissuração e, inclusive, ruptura.

Como se pode ver, a resistência do concreto é influenciada pela temperatura. No entanto, a influência principal da temperatura na fissuração é estabelecida nas



primeiras horas em que o concreto começa a endurecer.

Apresenta-se a tabela 2.4 parte de um resumo dos principais tipos de fissuras, suas causas e período mais provável de aparecimento, sugerido por CARMONA FILHO e HELENE (1986).

TABELA 2.4 - Mecanismo de fissuração

Concreto	Mecanismo		Causas Principais	Causas Secundárias	Período de Aparecimento
Fresco (antes do início da pega)	Assentamento plástico		excesso de exsudação	secagem/dessecamento rápido	10 min. a 3 horas
	Retração plástica		secagem/dessecamento rápido	exsudação	30 min a 6 h
	Movimento das formas		escoramento insuficiente	lançamento inadequado	imediate
Endurecido	fenômeno físico	retração por secagem	falta de juntas de movimentação	cura inadequada	semanas ou meses
	fenômeno térmico	variação sazonal de temperatura	Excesso de composto com reações exotérmicas	Ausência de proteção térmica	semanas ou meses
		calor de hidratação	cobrimento insuficiente	lançamento inadequado	1 dia ou semanas
	fenômeno químico	corrosão da armadura	cobrimento insuficiente	concreto poroso, ambiente muito agressivo, cloreto	acima de 3 meses
		reação álcali agregado	álcali em excesso no cimento	sílica reativa	acima de 5 anos
		formação de ettringita	sulfatos	porosidade do concreto	acima de 1 ano
	estrutural	cargas de projeto	cálculo inadequado	ações excepcionais	após carregadas
		deformação lenta	concreto de baixa resistência	cargas acima das previstas	acima de 6 meses

## 2.7 PROCESSO DE FORMAÇÃO DE FISSURAS DE FLEXÃO

ALMEIDA (1995) aborda da seguinte forma algumas teorias existentes sobre fissuração. “As teorias de fissuração assumem que a abertura média das fissuras ( $w_m$ ) seja a diferença entre os alongamentos totais da armadura ( $s_{rm}\epsilon_{sm}$ ) e do concreto ( $s_{rm}\epsilon_{cm}$ ), ocorridos entre fissuras. No entanto, tendo em vista que o alongamento total

do concreto pode ser desprezado, admite-se, em geral, que:

$$W_m = s_{rm} \epsilon_{sm}$$

Como, por questões econômicas, a tensão de serviço  $\sigma_{sm}$  (e por conseqüência, o valor de  $\epsilon_{sm}$ ), não deve sofrer consideráveis reduções, constitui o espaçamento médio entre fissuras,  $s_{rm}$ , o fator principal para o controle da fissuração (ALMEIDA e LOBO CARNEIRO, 1978), sendo a sua avaliação a razão principal das divergências observadas entre os vários métodos propostos.

Entre as principais teorias existentes para a avaliação do espaçamento entre fissuras, merecem destaques: a teoria clássica ou do deslizamento, a teoria do não-deslizamento, a teoria combinada e a teoria da fissuração devida à curvatura.

### 2.7.1 Teoria Clássica

Inicialmente proposta por SALIGER (1936), assume que a configuração estável de fissuras seja estabelecida uma vez que a aderência aço-concreto seja incapaz de transmitir ao concreto tensões de tração que atinjam a sua resistência à tração. O desenvolvimento do modelo matemático utilizado pode ser encontrado em vasta bibliografia (LOBO CARNEIRO, 1960; LEONHARDT, 1977; e outros). Baseando-se nas condições de equilíbrio interno e assumindo-se que as seções transversais permaneçam planas (figura 2.2), a seguinte expressão para o espaçamento mínimo entre fissuras é obtida:

$$S_{r,min} = (A_{c,ef}/A_s)(\sigma_{ctm}/\tau_{bum})(\phi/4)$$

Considerando-se:

$$K_1 = f_{ctm}/\tau_{bum} \quad (\text{dependente da aderência aço-concreto})$$

$$K_2 = \sigma_{ctm}/4f_{ctm} \quad (\text{coeficiente dependente da distribuição das tensões de tração no})$$

concreto)

$$\rho_r = A_{c,ef}/A_s \quad (\text{dependente da área de concreto envolvida na fissuração})$$

a equação acima vem usualmente, expressa sob a forma:

$$S_{r,min} = k_1 k_2 (\phi/\rho_r)$$

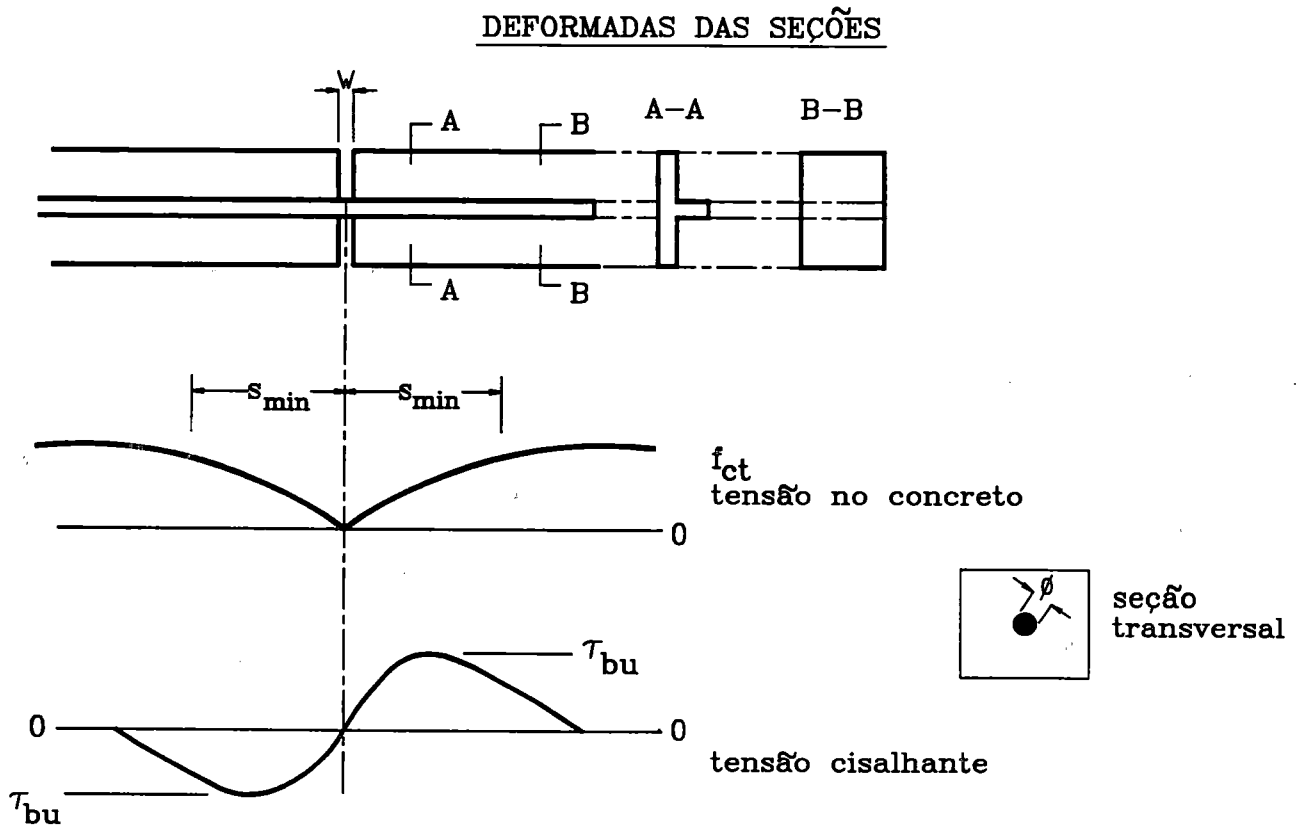


FIGURA 2.2 - Mecanismo de fissuração segundo a teoria clássica do deslizamento

### 2.7.2 Teoria do Não-Deslizamento

Desenvolvida nos Estados Unidos por BROMS (1965) e na Inglaterra por BASE e outros (1966) assume, ao contrário da teoria de Saliger, que não haverá deslizamento entre concreto e aço e conseqüentemente as seções transversais não

mais permanecem planas ( figura 2.3).

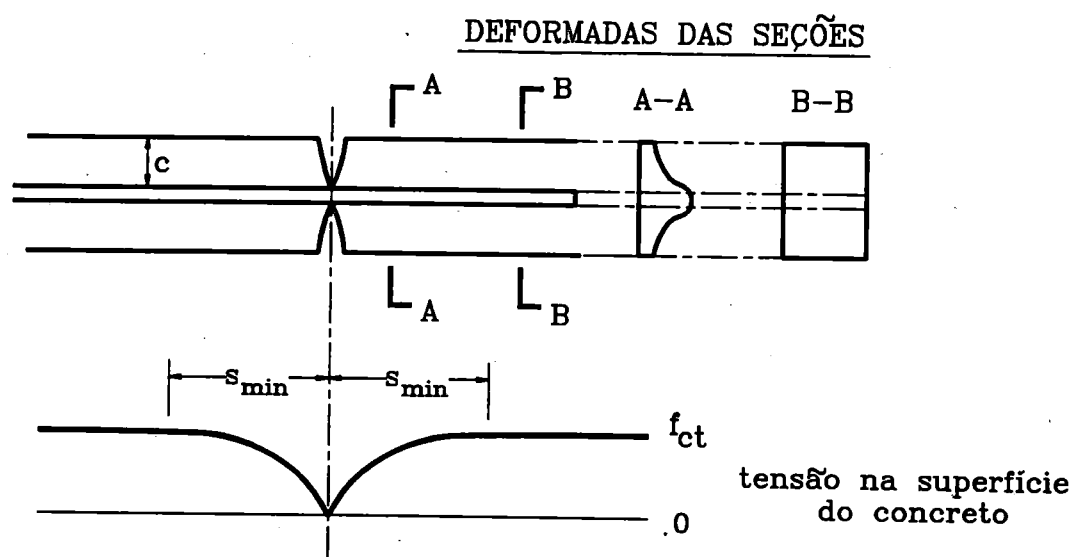


FIGURA 2.3 - Mecanismo da fissuração segundo a teoria clássica do não-deslizamento

Broms observou que as aberturas de fissuras eram consideravelmente menores nas regiões próximas às barras do que na superfície da peça. Investigou, também, a distribuição de tensões em peças fissuradas submetidas à tração. As deformações medidas experimentalmente foram comparadas com aquelas obtidas através de um modelo idealizado, ao qual se aplicou a teoria da elasticidade. Observou-se que as tensões provenientes da aderência podem ser representadas como contidas dentro de volumes de concreto limitados por esferas centradas a meia distância de duas fissuras pré-existentes e com diâmetros iguais às distâncias entre elas (figura 2.4). Broms finalmente concluiu que o espaçamento médio entre fissuras

visíveis poderia ser avaliado como:

$$s_{rm} = kt$$

$t$  é a distância do ponto onde a fissura está sendo considerada ao centro da barra mais próxima (figura 2.5a).

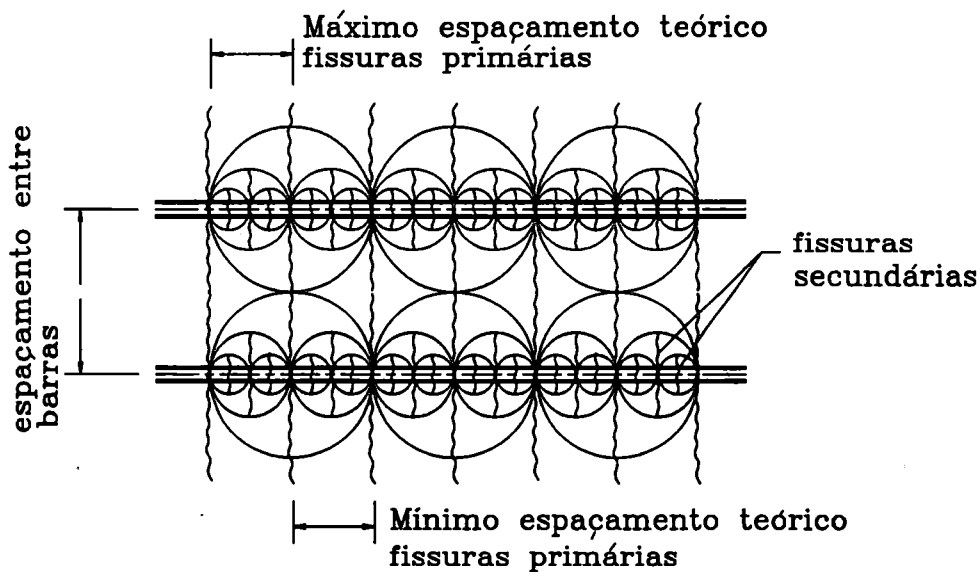


FIGURA 2.4 - Formação de fissuras em peças tracionadas, segundo Broms.

BASE e outros (1966) chegaram a conclusões semelhantes. Eles assumiram que o volume de concreto afetado pelas tensões de aderência seria delimitado pela superfície obtida em se aplicando a regra do espraiamento a  $45^\circ$  a partir da superfície da barra, na seção fissurada. Obtiveram desta forma uma relação do tipo

$$s_{rm} = k a_{cr}$$

em que  $a_{cr}$  é a distância do ponto onde a fissura está sendo considerada à superfície da barra mais próxima (figura 2.5b).

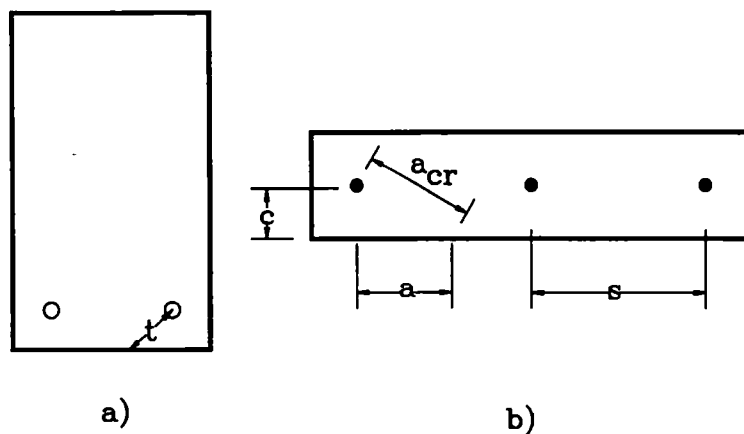


FIGURA 2.5 - Representação das distâncias: a)  $t$ , definida por Broms, b)  $a_{cr}$ , definida por Beeby;  $a$ , definida por Almeida;  $s$ , espaçamento entre barras da armadura;  $c$ , recobrimento do concreto.

As distâncias  $t$  e  $a_{cr}$  assim definidas podem ser consideradas como parâmetros que levam em conta as influências tanto do recobrimento do concreto  $c$  como da distância  $a$  (figura 2.5).

### 2.7.3 Teoria Combinada

Embora uma concordância parcial pudesse ser obtida através tanto da teoria clássica como da mais recente teoria do não-deslizamento, seus resultados não podiam ser considerados totalmente satisfatórios.

De fato, antes do aparecimento da teoria do não-deslizamento, a evidência da influência do recobrimento sobre o espaçamento entre fissuras levou diferentes autores (como por exemplo EFSEN e KRENCHER, 1959; CEB, 1959; FERRY BORGES, 1966) a sugerirem correções semi-empíricas à teoria clássica:

$$S_{rm} = k_1 c + k_2 (\phi/\rho)$$

Se o primeiro termo for considerado como uma aplicação particular a teoria do não-deslizamento às linhas situadas sobre as barras ( $a_{cr} = c$ ) tal expressão pode ser aceita como levando em conta ambas as teorias (deslizamento e não-deslizamento).

Várias expressões semelhantes à anterior têm sido propostas. Entretanto, deve-se levar em conta que a maioria delas foram sugeridas em épocas em que muito menos se conhecia sobre o fenômeno de fissuração. Embora uma expressão deste tipo seja capaz, com uma escolha adequada de seus coeficientes, de produzir resultados satisfatórios em algumas situações particulares, tal equação não pode ser dita uma representação totalmente satisfatória do fenômeno da fissuração.

#### 2.7.4 Teoria da fissuração devida à curvatura

Tendo verificado que a teoria do não-deslizamento não fornecia bons resultados nos casos de flexão em peças com valores elevados de  $a_{cr}$ , Beeby resolveu investigar detalhadamente o problema da fissuração em lajes.

BEEBY (1970) observou então a existência de duas configurações de fissurações distintas: uma em pontos próximos às barras, para a qual uma relação linear entre espaçamentos entre fissuras e recobrimento  $c$  fornecia bons resultados; e outra em pontos afastados das barras, onde o espaçamento entre fissuras apresenta uma relação linear com a profundidade da fissura inicial  $h_0$  (altura obtida quando se forma uma fissura). Desta observação ele concluiu que uma abertura de fissura limite poderia ser definida como:

$$w_{lim} = k_1 h_0 \epsilon_m$$

em que  $k_1$  é um coeficiente que depende da probabilidade desejada (para 20%,  $K_1 = 1,75$ ). Esta expressão foi parcialmente obtida a partir da consideração de

colunas de concreto simples (sem armadura) sujeitas a forças excêntricas.

BEEBY (1970) chegou a admitir que uma expressão melhorada para a avaliação das aberturas de fissuras em pontos situados sobre as barras teria a seguinte forma (teoria combinada):

$$w_o = [k_1 c + k_{2,1} k_{2,2} (\phi/\rho)] \epsilon_m \quad (1)$$

em que  $k_{2,1}$  define a probabilidade e a extensão da ruptura da aderência armadura-concreto (obtida de peças tracionadas), e  $k_{2,2}$  define a influência que tal ruptura teria sobre a fissuração. Beeby observou que tal influência seria uma função da relação  $c/h_o$ , uma vez que numa situação limite em que  $c=h_o$ , a percentagem da armadura, o diâmetro da barra e a aderência armadura-concreto não teriam qualquer efeito sobre a fissuração. Nesta situação limite,  $k_{2,2} = f(c/h_o) = 0$  e  $w_o$  se reduziria a  $w_{lim}$ . Por outro lado, no caso de peças tracionadas,  $c/h_o = 0$  e  $k_{2,2} = f(c/h_o) = 1$ .

Entretanto, posteriormente, considerando-se que grandes erros seriam introduzidos somente para os pontos sobre as barras, o autor (BEEBY, 1971) simplificou drasticamente a expressão (1) e, retornando à teoria do não-deslizamento, passou a sugerir:

$$w_o = k c \epsilon_m \quad (2)$$

Considerando uma transição entre essas duas configurações de fissuração (sobre as barras e afastadas das barras), a abertura de fissuras a qualquer distância das barras foi definida como:

$$w = a_{cr} w_o w_{lim} / [c w_{lim} + (a_{cr} - c) w_o] \quad (3)$$

a qual, substituindo-se as expressões (2) e (3) e introduzindo-se algumas simplificações, constitui a expressão proposta pela Norma Britânica CP 110/72.



## ***3 ANÁLISE ESTATÍSTICA E PROPOSTA DE EXPRESSÃO***

### **3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

Apresenta-se nesta pesquisa um estudo sobre a abertura máxima de fissuras de flexão, em 40 vigas de concreto armado com seções transversais retangulares, através de análise estatística por regressão e correlação, a partir de resultados experimentais retirados dos trabalhos de CLARCK (1956) e HOGNESTAD (1962).

A regressão é um método de ajuste de curvas que permite estimar o valor de uma variável  $y$ , correspondente ao conhecido de uma variável  $x$ , e a correlação permite quantificar a influência da variável  $x$  em relação à variável  $y$ , conforme o grau de dependência entre elas, através dos coeficientes de determinação ( $R^2$ ) e dos coeficientes de correlação ( $R$ ). O coeficiente de determinação varia de 0 a 1, e quanto mais próximo da unidade for o seu valor, maior a influência da variável  $x$  na variável  $y$ , pois demonstra quão bem a curva ajustada descreve os dados amostrais, tendo uma dispersão dos pontos muito pequena em torno da curva. O coeficiente de correlação permite verificar se a dependência é direta ou inversamente proporcional, conforme o sinal deste. Se for positivo é direta e se for negativo é inversamente proporcional.

Na Tabela 3.1 destacam-se as diversas características das vigas que serão estudadas nesta pesquisa, tais como: o cobrimento inferior ( $C_i$ ), cobrimento lateral ( $C_L$ ), seção da armadura ( $A_s$ ), diâmetro da barra ( $\phi$ ), número de barras ( $n\phi$ ), altura

útil da viga ( $d$ ), largura da viga ( $b$ ), resistência do concreto à compressão ( $f_{cm}$ ), número de camadas da seção da armadura ( $n_c$ ) e altura da viga ( $h$ ).

**TABELA 3.1 - Características das vigas**

<b>Vigas</b>	<b>C<sub>i</sub></b> (mm)	<b>C<sub>L</sub></b> (mm)	<b>A<sub>s</sub></b> (cm <sup>2</sup> )	<b>φ</b> (mm)	<b>nφ</b> (unit)	<b>d</b> (cm)	<b>b</b> (cm)	<b>f<sub>cm</sub></b> (MPa)	<b>h</b> (cm)
1	34,92	34,92	10,645	9,525	15	33,274	20,32	26,5	40,64
2	34,92	34,92	10,645	9,525	15	33,274	20,32	46,8	40,64
3	34,92	34,92	10,322	12,70	8	34,544	20,32	30,3	40,64
4	34,92	34,92	10,322	12,70	8	34,544	20,32	48,7	40,64
5	34,92	19,05	15,484	12,70	12	34,544	30,48	32,8	40,64
6	34,92	19,05	10,322	12,70	8	34,544	20,32	31,0	40,64
7	34,92	19,05	7,742	12,70	6	34,544	15,24	30,5	40,64
8	34,92	19,05	5,161	12,70	4	34,544	10,16	40,4	40,64
9	34,92	34,92	5,161	12,70	4	34,544	20,32	27,6	40,64
10	31,63	25,40	5,677	19,05	2	33,985	15,24	29,2	38,10
11	18,00	25,40	5,677	19,05	2	35,350	15,24	27,1	38,10
12	34,92	34,92	11,355	19,05	4	36,068	20,32	59,9	40,64
13	34,92	34,92	5,677	19,05	2	36,068	20,32	27,1	40,64
14	34,92	34,92	22,71	19,05	8	34,036	20,32	30,8	40,64
15	34,92	34,92	17,032	19,05	6	54,356	20,32	29,1	60,94
16	34,92	34,92	11,355	19,05	4	36,068	20,32	30,7	40,64
17	34,92	34,92	8,516	19,05	3	25,908	20,32	30,5	30,48
18	34,92	34,92	5,677	19,05	2	15,748	20,32	28,4	20,32
19	12,76	25,40	7,755	22,22	2	35,712	15,24	26,7	38,10
20	38,00	25,40	7,755	22,22	2	33,172	15,24	22,3	38,10
21	38,00	25,40	7,755	22,22	2	33,172	15,24	39,5	38,10
22	38,00	25,40	7,755	22,22	2	33,172	15,24	29,0	38,10
23	9,53	34,92	7,755	22,22	2	38,608	20,32	27,7	40,64
24	34,92	34,92	7,755	22,22	2	36,068	20,32	21,0	40,64
25	73,02	34,92	7,755	22,22	2	32,258	20,32	25,1	40,64
26	34,92	9,53	7,755	22,22	2	36,068	20,32	30,0	40,64
27	34,92	73,02	7,755	22,22	2	36,608	20,32	30,0	40,64
28	9,53	9,53	7,755	22,22	2	38,608	20,32	27,1	40,64
29	73,02	73,02	7,755	22,22	2	32,258	20,32	27,1	40,64
30	38,00	25,40	10,134	25,40	2	33,020	15,24	26,6	38,10
31	34,92	34,92	10,193	25,40	2	35,814	20,32	31,5	40,64
32	34,92	34,92	20,387	25,40	2	33,274	20,32	25,5	40,64
33	34,92	34,92	10,193	25,40	4	35,814	20,32	48,5	40,64
34	22,26	25,40	12,821	28,57	2	34,442	15,24	28,1	38,10
35	38,00	25,40	12,821	28,57	2	32,867	15,24	27,2	38,10
36	38,00	25,40	12,821	28,57	2	32,867	15,24	28,5	38,10
37	38,00	25,40	12,821	28,57	2	32,867	15,24	24,0	38,10
38	38,00	25,40	12,821	28,57	2	53,187	15,24	25,2	58,42
39	38,00	25,40	12,821	28,57	2	53,187	15,24	24,5	58,42
40	38,00	25,40	20,154	35,71	2	52,832	15,24	24,7	58,42

As vigas foram organizadas na ordem crescente dos diâmetros das barras, não obedecendo assim a seqüência considerada nos trabalhos citados anteriormente.

Os resultados experimentais foram observados em vigas simplesmente apoiadas, as quais foram submetidas simultaneamente a duas cargas concentradas dispostas simetricamente, umas distando um quarto do vão de cada apoio e outras a um terço do vão.

Foram utilizados aços de alta aderência. A resistência do concreto à compressão para cada viga foi medida em corpos-de-prova cilíndricos de 15 cm x 30 cm.

As aberturas máximas das fissuras foram medidas nas zonas de momento fletor situadas entre as cargas concentradas, para valores da tensão na armadura a partir de 103,5 MPa (15000 psi), em que as vigas já estavam com várias fissuras, portanto comportando-se no estágio II, caracterizando a fissuração sistemática.

No trabalho de Hognestad as fissuras foram medidas nas faces laterais no nível do centróide da armadura, enquanto que no trabalho de Clarck elas foram medidas na face inferior da viga.

Como neste trabalho pretende-se analisar as aberturas das fissuras no nível do centróide das armaduras, os resultados do trabalho de Clarck serão adaptados para o nível do centróide das armaduras da seguinte forma:

A viga V24 (tabela 3.1), correspondente à viga V30 da série 9 do trabalho de Hognestad, é a que mais se assemelha às do trabalho de Clarck, levando-se em consideração o posicionamento das barras da armadura na face inferior da viga.

Para esta viga, assim como as demais da série, as fissuras foram medidas tanto na face lateral no nível do centróide da armadura quanto na face inferior da viga, para diversos valores de tensões na armadura. Então, de posse desses valores, foram feitas análises de regressão linear, da mesma forma que será mostrado no item 3.2, relacionando-se a abertura máxima da fissura observada com a tensão na armadura, tanto para o centróide da armadura quanto para a face inferior da viga. Observou-se que as fissuras no nível do centróide das armaduras eram menores que na face inferior da viga cerca de 26,7 % para a constante A e 38,75 % para a constante C. E

em função disto, para este estudo, os valores das aberturas das fissuras das vigas do trabalho de Clarck foram diminuídas na mesma proporção.

### 3.2 ANÁLISE ESTATÍSTICA DA ABERTURA DA FISSURA

Este estudo estatístico através de análise de regressão e correlação tem como objetivo verificar e quantificar a influência de alguns parâmetros das vigas no comportamento da abertura máxima da fissura. Esses parâmetros são relativos às propriedades mecânicas dos materiais, características geométricas e disposição construtiva das vigas.

As vigas foram analisadas individualmente, porque precisava-se saber que particularidades as mesmas tinham em comum, visto que a fissuração é influenciada por muitos fatores.

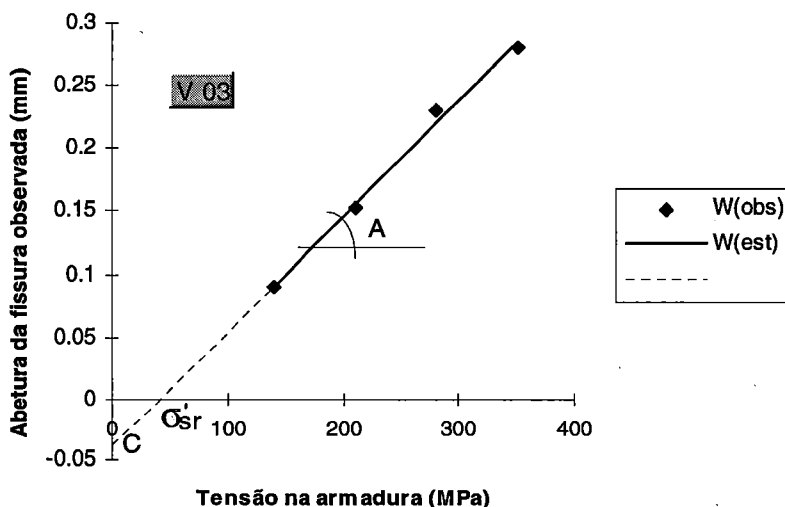


FIGURA 3.1 - Relação da abertura da fissura observada ( $w_{obs}$ ) com a tensão na armadura ( $\sigma_s$ ) e constantes A, C e  $\sigma_{sr}$

Segundo os dados experimentais observados, o parâmetro que possibilitava fazer esta análise era a tensão na armadura ( $\sigma_s$ ), pois para cada valor da tensão considerada foi observado um valor da abertura da fissura ( $w_{obs}$ ). CLARCK (1956) mostra graficamente em seu trabalho que a relação entre essas variáveis tende a uma linha reta, e em função disto optou-se pela regressão linear para realizar este estudo. Logo, iniciou-se esta análise estatística com a plotagem de gráficos cartesianos, relacionando a abertura máxima da fissura observada ( $w_{obs}$ ) com a tensão na armadura ( $\sigma_s$ ) para cada viga em estudo, como por exemplo para V 03 ( Figura 3.1).

### 3.2.1 Influência da tensão na armadura

Mostra-se na figura 3.1 como a tensão na armadura influencia a abertura máxima da fissura. Verificou-se também para as demais vigas, que os coeficientes de determinação ( $R^2$ ) tiveram valores próximos de 1, indicando que a tensão na armadura é o parâmetro que melhor define a forma da expressão matemática que estima o valor da abertura máxima da fissura. De maneira geral a expressão linear que descreve esse comportamento é da forma  $y = ax - b$ . Analogamente,  $w_{est} = A\sigma_s - C$ , sendo que esta expressão vale para todas as vigas, mudando apenas os valores numéricos de A e C, como se pode observar na Tabela 3.2. Nota-se que os valores de A e C variam conforme as características das vigas.

O valor de A define a inclinação da reta, determinando a faixa de valores da abertura da fissura para as tensões consideradas na armadura, e o valor de C possibilita que se determine o valor da tensão na armadura em que ocorre a primeira fissura na viga (Figura 3.1). Portanto, para  $w_{est} = 0$ , a tensão na armadura assume um valor teórico ( $\sigma_{sr}'$ ) correspondente ao início da fissuração. Nesse caso a abertura máxima estimada da fissura, ou abertura característica da fissura, pode ser escrita da forma:

$$w_{est} = A(\sigma_{s1} - \sigma_{sr}')$$

$w_{est}$  abertura máxima estimada da fissura ou abertura característica da fissura

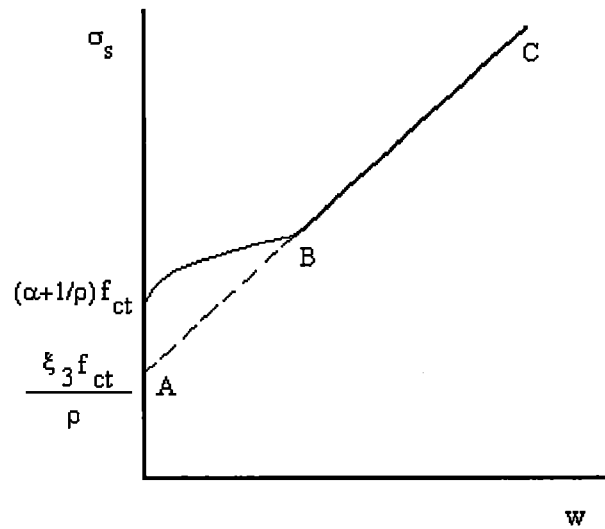
A constante que depende das características das vigas

$\sigma_{s1}$  tensão na armadura na seção fissurada

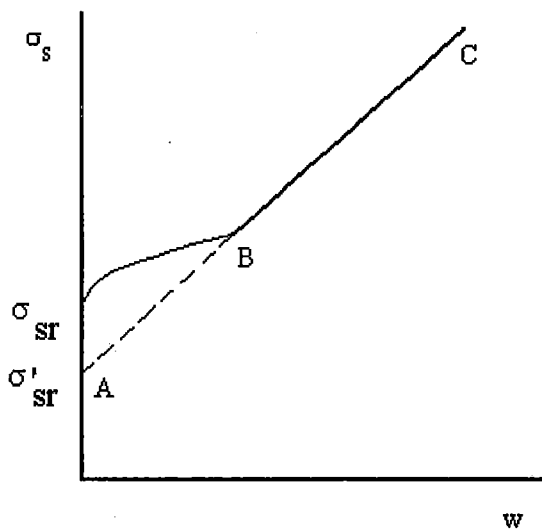
$\sigma_{sr}'$  tensão teórica na armadura quando ocorre a primeira fissura

**TABELA 3.2 - Valores de A, C e  $\sigma_{sr}'$**

Vigas	A ( $\times 10^{-3}$ )	C	$\sigma_{sr}'$
1	0,84908	0,07239	85,257
2	0,72262	0,04445	61,513
3	0,72262	0,03175	43,937
4	0,74068	0,03302	44,580
5	1,01166	0,07747	76,577
6	0,61422	0,03634	59,159
7	0,81294	0,02540	31,244
8	0,72262	0,04657	64,442
9	1,08393	0,12700	117,167
10	0,68717	0,03140	27,988
11	0,63937	0,04730	45,312
12	0,83101	0,03302	39,735
13	0,72262	0,04233	58,583
14	0,72262	0,01693	23,433
15	0,9394	0,05334	56,781
16	0,84908	0,03429	40,385
17	0,72262	0,05080	70,300
18	0,70455	0,04953	70,300
19	0,50661	0,02710	32,674
20	0,80752	0,04540	34,435
21	0,59122	0,02440	25,278
22	0,71063	0,01690	14,566
23	0,65036	0,02667	41,008
24	0,79488	0,06223	78,289
25	1,06586	0,07493	70,300
26	0,61422	0,03048	49,624
27	0,97553	0,01778	18,226
28	0,50583	0,02286	45,193
29	1,08393	0,01270	11,717
30	0,78683	0,02010	15,643
31	0,83101	0,04572	55,017
32	0,92134	0,03937	42,731
33	1,08393	0,07620	70,300
34	0,61183	0,03040	30,433
35	0,65757	0,01980	18,442
36	0,77106	0,03900	30,979
37	0,68515	0,02460	21,991
38	0,96429	0,05080	32,267
39	0,59968	0,01190	12,254
40	0,95534	0,05420	34,749



a) Arga e Lima &amp; Monteiro (1973)



b) Adaptação de (a)

FIGURA 3.2 - Relação da tensão na armadura com a abertura da fissura

O valor da abertura da fissura obtida por esta expressão é um valor estimado, pois foi obtido a partir de resultados experimentais.

A tensão teórica da armadura  $\sigma_{sr}'$  é um pouco menor que a tensão “real” na armadura  $\sigma_{sr}$ , no momento em que ocorre a primeira fissura, como pode ser visto na figura 3.2 (b), em que se verifica o comportamento típico da abertura da fissura em

relação à tensão na armadura desde o início da fissuração até a estabilização da mesma. Este gráfico foi adaptado do gráfico da figura 3.2 (a), apresentado por ARGALIMA & MONTEIRO em que a zona AB corresponde a não estabilização da fissura e a zona BC corresponde à fissuração estabilizada. O termo  $\xi_3' f_{ct}/\rho$  corresponde à contribuição do concreto entre fissuras, que depende da resistência do concreto à tração e da porcentagem da armadura.

Conforme se pôde verificar, a tensão na armadura é um bom parâmetro para definir a equação matemática que caracteriza o comportamento da abertura da fissura. Então, pode-se dizer que:

$$w_{est} = A(\sigma_{s1} - \sigma_{sr}') = A'(\epsilon_{s1} - \epsilon_{sr}') = A'\Delta\epsilon_s$$

Desta forma, diz-se que a abertura da fissura estimada pode também ser escrita apenas pelo produto de uma constante  $A'$  pela diferença entre as deformações na armadura.

Para avaliar a influência de outros parâmetros das vigas no comportamento da abertura da fissura, serão utilizados os valores de  $A$  e  $\sigma_{sr}'$ , pois, conforme foi visto na tabela 3.2, esses valores dependem das características das vigas. Então, entende-se que a influência de quaisquer desses parâmetros em  $A$  ou em  $\sigma_{sr}'$  influencia também no comportamento da abertura da fissura.

A influência desses parâmetros é verificada também através de análise de regressão linear, em que serão plotados, primeiramente, gráficos relacionando cada parâmetro em análise com os valores de  $A$ , verificando-se a relação entre eles através dos valores dos coeficientes de determinação  $R^2$  e dos coeficientes de correlação  $R$ . Posteriormente este procedimento será adotado também para  $\sigma_{sr}'$ .



### 3.2.2 Influência do diâmetro da barra

A participação deste parâmetro no comportamento da abertura da fissura será verificada primeiro através da constante  $A$  e depois através da constante  $\sigma'_{sr}$ . Os outros parâmetros serão analisados também desta forma.

#### a) Influência em $A$

A influência do diâmetro da barra em  $A$  é mostrada na figura 3.3, na qual o coeficiente de determinação  $R^2$  deu um valor próximo de zero, indicando a pequena influência do diâmetro na abertura da fissura, quando as vigas são analisadas em conjunto. No entanto, quando se analisam alguns grupos de vigas levando-se em consideração o aumento do diâmetro da barra e mantendo-se constantes algumas características, percebe-se que há uma certa relação.

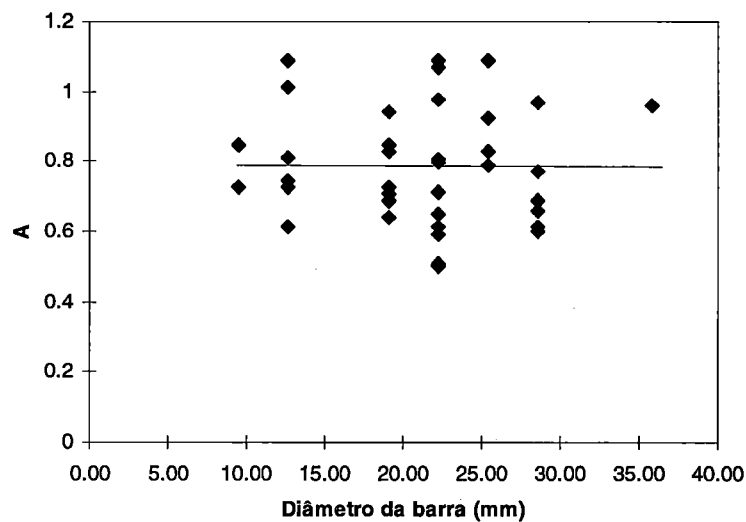


FIGURA 3.3 - Relação de  $A$  com o diâmetro da barra ( $\phi$ )

Na tabela 3.3a consideram-se as vigas com o mesmo número de barras ( $n\phi$ ), mesma seção transversal ( $b$  e  $h$ ) e mesmo cobrimento inferior ( $C_i$ ). Observa-se que

houve certa proporcionalidade entre o diâmetro da barra e A, e da mesma forma na tabela 3.3b, em que se mantiveram constantes os mesmos parâmetros, porém com valores diferentes. Pode-se ver também essa proporcionalidade na tabela 3.3c, para 8 barras, e na tabela 3.3d, para número de barras bem variado. Porém para esta última não se pode afirmar que foi o diâmetro que influenciou nestes resultados.

**TABELA 3.3a - Características das vigas e valores de A (diâmetro da barra)**

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$C_i$ (mm)	A ( $\times 10^{-3}$ )
13	19,05	2	20,32	40,64	34,92	0,722
24	22,22	2	20,32	40,64	34,92	0,794
32	25,4	2	20,32	40,64	34,92	0,831

**TABELA 3.3b - Características das vigas e valores de A (diâmetro da barra)**

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$C_i$ (mm)	A ( $\times 10^{-3}$ )
11	19,05	2	15,24	38,10	38,00	0,687
22	22,22	2	15,24	38,10	38,00	0,710
30	25,4	2	15,24	38,10	38,00	0,786
38	28,57	2	15,24	38,10	38,00	0,964

**TABELA 3.3c - Características das vigas e valores de A (diâmetro da barra)**

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$C_i$ (mm)	A ( $\times 10^{-3}$ )
4	12,7	8	20,32	40,64	34,92	0,704
14	19,05	8	20,32	40,64	34,92	0,722

**TABELA 3.3d - Características das vigas e valores de A (diâmetro da barra)**

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$A_s$ ( $\text{cm}^2$ )	A ( $\times 10^{-3}$ )
2	9,525	15	20,32	40,64	10,645	0,722
7	12,7	6	20,32	40,64	10,322	0,812
15	19,05	6	20,32	60,94	17,03	0,939
29	22,22	2	20,32	40,64	7,755	1,083

Nas tabelas 3.3e e 3.3f, considerando-se as mesmas condições para as vigas, e nas tabelas 3.3g e 3.3h, para condições bastante diferentes, pode-se ter situações contrárias às já vistas anteriormente, em que para diâmetros menores têm-se valores maiores de A.

TABELA 3.3e - Características das vigas e valores de A (diâmetro da barra)

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$C_i$ (mm)	A ( $\times 10^{-3}$ )
9	12,7	4	20,32	40,64	34,92	1,083
12	19,05	4	20,32	60,94	34,92	0,831
32	22,22	4	20,32	40,64	34,92	0,931

TABELA 3.3f - Características das vigas e valores de A (diâmetro da barra)

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$C_i$ (mm)	A ( $\times 10^{-3}$ )
10	12,7	2	15,24	38,10	38,00	0,687
21	19,05	2	15,24	38,10	38,00	0,591
39	22,22	2	15,24	38,10	38,00	0,599

TABELA 3.3g - Características das vigas e valores de A (diâmetro da barra)

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$C_i$ (mm)	A ( $\times 10^{-3}$ )
5	12,7	12	30,48	40,64	34,92	1,011
15	19,05	6	20,32	60,94	34,92	0,939
27	22,22	2	20,32	40,64	34,92	0,975
30	25,4	2	15,24	38,10	38,00	0,786
37	28,57	2	15,24	38,10	38,00	0,727

TABELA 3.3h - Características das vigas e valores de A (diâmetro da barra)

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$C_i$ (mm)	A ( $\times 10^{-3}$ )
1	9,525	15	20,32	40,64	34,92	0,849
7	12,7	6	15,24	40,64	34,92	0,812
13	19,05	2	20,32	40,64	34,92	0,722
23	22,22	2	20,32	40,64	9,53	0,650
39	28,57	2	15,24	58,42	38,00	0,599

b) *Influência em  $\sigma'_{sr}$* 

Verifica-se através de  $R^2 = 0,286$  e  $R = -0,535$  que o diâmetro da barra tem uma certa influência em  $\sigma'_{sr}$ . Esta influência é inversamente proporcional à tensão teórica na armadura, como, se pode ver pelo valor negativo de R.

Nas tabelas 3.4a e 3.4b, são mostradas estas proporcionalidades inversas, para vigas com mesmas características e diâmetros diferentes. Percebe-se que para diâmetros maiores as vigas começaram a fissurar com tensões teóricas na armadura menores. Confirma-se também na tabela 3.4c, para características e diâmetros diferentes, mas com valores próximos da seção transversal das armaduras.

**TABELA 3.4a - Características das vigas e valores de  $\sigma'_{sr}$  (diâmetro da barra)**

Vigas	$\phi$ (mm)	b (cm)	h (cm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$\sigma'_{sr}$
1	9,525	20,32	40,64	10,645	85,257
6	19,05	20,32	40,64	10,322	59,159
12	22,22	20,32	40,64	11,355	39,375

**TABELA 3.4b - Características das vigas e valores de  $\sigma'_{sr}$  (diâmetro da barra)**

Vigas	$\phi$ (mm)	b (cm)	h (cm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$\sigma'_{sr}$
2	9,525	20,32	40,64	10,645	61,513
3	19,05	20,32	40,64	10,322	43,937
16	22,22	20,32	40,64	11,355	40,385

**TABELA 3.4c - Características das vigas e valores de  $\sigma'_{sr}$  (diâmetro da barra)**

Vigas	$\phi$ (mm)	b (cm)	h (cm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$\sigma'_{sr}$
32	25,4	20,32	40,64	20,387	42,731
40	35,71	15,24	38,10	20,154	34,749

### 3.2.3 Influência da resistência do concreto

#### a) *Influência em A*

Verifica-se na figura 3.4 que há uma relação insignificante entre a resistência do concreto em A no conjunto das vigas, com valor de  $R^2$  próximo de zero, embora se possa observar uma certa influência de proporcionalidade inversa para as vigas da tabela 3.5a para  $\phi = 22,2$  mm, da tabela 3.5b para  $\phi = 12,7$  mm e da tabela 3.5c para  $\phi = 12,7$  mm. No entanto para as vigas das tabelas 3.5d e 3.5e para  $\phi = 22,2$  mm e

com os mesmos valores da resistência do concreto, já não se verifica mais essa relação.

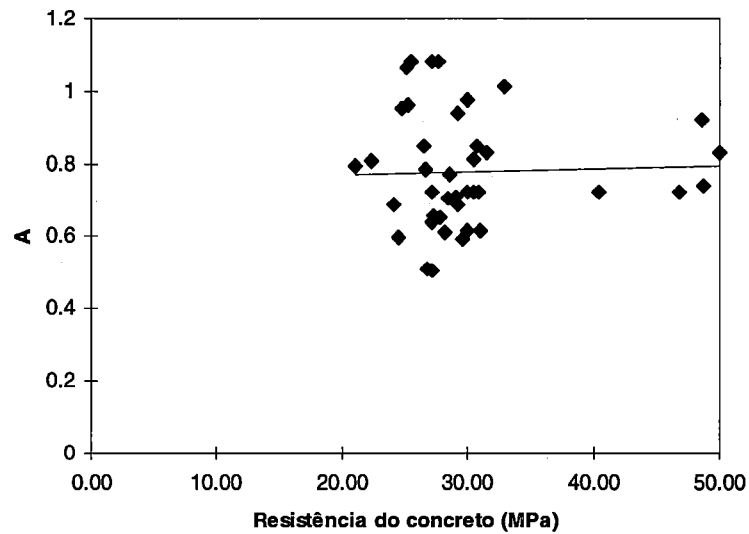


FIGURA 3.4 - Relação de A com a resistência do concreto ( $f_{cm}$ )

TABELA 3.5a - Características das vigas e valores de A (resistência do concreto)

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$f_c$ (MPa)	$C_i$ (mm)	A ( $\times 10^{-3}$ )
20	22,22	2	15,24	38,10	22,8	38,00	0,807
22	22,22	2	15,24	38,10	29,6	38,00	0,710
21	22,22	2	15,24	38,10	30,1	38,00	0,591

TABELA 3.5b - Características das vigas e valores de A (resistência do concreto)

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$f_c$ (MPa)	$C_i$ (mm)	A ( $\times 10^{-3}$ )
3	12,7	8	20,32	40,64	30,6	34,92	0,722
4	12,7	8	20,32	40,64	49,7	34,92	0,704

TABELA 3.5c - Características das vigas e valores de A (resistência do concreto)

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$f_c$ (MPa)	$C_i$ (mm)	A ( $\times 10^{-3}$ )
3	12,7	8	20,32	40,64	30,6	34,92	0,722
4	12,7	8	20,32	40,64	49,7	34,92	0,704

TABELA 3.5d - Características das vigas e valores de A (resistência do concreto)

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$f_c$ (MPa)	$C_L$ (mm)	$C_i$ (mm)	A ( $\times 10^{-3}$ )
26	22,22	2	20,32	40,64	30,6	9,53	34,92	0,614
27	22,22	2	20,32	40,64	30,6	73,02	34,92	0,975

TABELA 3.5e - Características das vigas e valores de A (resistência do concreto)

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$f_c$ (MPa)	$C_i$ (mm)	A ( $\times 10^{-3}$ )	A ( $\times 10^{-3}$ )
28	22,22	2	20,32	40,64	27,7	9,53	9,53	0,505
29	22,22	2	20,32	40,64	27,7	73,02	73,02	1,083

b) *Influência em  $\sigma'_{sr}$* 

Não foi verificada nenhuma influência da resistência do concreto em  $\sigma'_{sr}$  com valor de  $R^2$  próximo de zero.

## 3.2.4 Influência da largura e da altura da viga

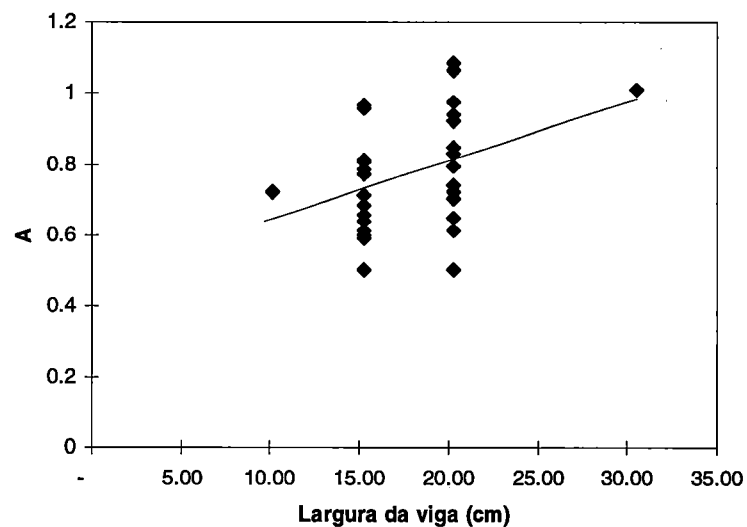
a) *Influência em A*

FIGURA 3.5 - Relação de A com a largura da viga (b)

As influências da largura e da altura da viga em  $A$  são mostradas nas figuras 3.5 e 3.6, respectivamente, nas quais se encontram os valores de  $R^2 = 0,134$  para a altura e  $R^2 = 0,100$  para a largura da viga, e coeficientes de correlação positivos para ambos, indicando uma certa proporcionalidade com a abertura da fissura, embora essa participação ainda seja pequena.

Quanto à influência da altura da viga, pode-se verificar na tabela 3.6a, para algumas características constantes e variando-se a altura, observa-se que na viga de maior altura obteve-se o maior valor de  $A$ . Pode-se dizer também que, de maneira geral, as vigas de maiores alturas obtiveram os maiores valores de  $A$  (tabela 3.6b), conseqüentemente maiores valores das aberturas das fissuras. Foi exceção a viga V39 com  $h = 58,42$  cm, que por um motivo qualquer obteve um valor de  $A = 0,637$ , considerado baixo em relação aos demais.

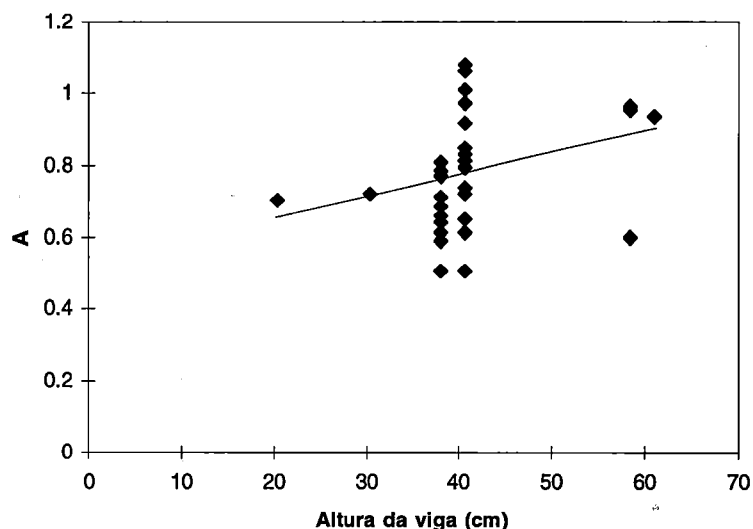


FIGURA 3.6 - Relação de  $A$  com altura da viga ( $h$ )

TABELA 3.6a - Características das vigas e valores de  $A$  (altura da viga)

Vigas	$\phi$ (cm)	$b$ (cm)	$h$ (cm)	$\rho = A_s/bd$ (%)	$C_i$ (mm)	$A$ ( $\times 10^{-3}$ )
15	19,05	20,32	60,94	1,54	34,92	0,939
16	19,05	20,32	40,64	1,54	34,92	0,849
17	19,05	20,32	30,48	1,61	34,92	0,722
18	19,05	20,32	20,32	1,76	34,92	0,704

O efeito da largura da viga na abertura da fissura é mostrado na tabela 3.6c, em que se mantiveram constantes algumas características e variou-se a largura. Nota-se que de certa forma houve um acréscimo do valor de A, conforme o acréscimo da largura, embora a viga V6, que mesmo em condições semelhantes, não correspondeu à mesma expectativa.

**TABELA 3.6b - Características das vigas e valores de A (altura da viga)**

Vigas	$\phi$ (mm)	n $\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	C <sub>i</sub> (mm)	A (x10 <sup>-3</sup> )
15	19,05	6	20,32	60,94	34,92	0,939
38	28,57	2	15,24	58,42	38,00	0,964
40	35,71	2	15,24	58,42	38,00	0,955

**TABELA 3.6c - Características das vigas e valores de A (largura da viga)**

Vigas	$\phi$ (cm)	b (cm)	h (cm)	$\rho = A_s/bd$ (%)	C <sub>i</sub> (mm)	A (x10 <sup>-3</sup> )
5	12,7	38,48	40,64	1,47	34,92	1,011
6	12,7	20,32	40,64	1,47	34,92	0,614
7	12,7	15,24	40,64	1,47	34,92	0,812
8	12,7	10,16	40,64	1,47	38,00	0,722

Observa-se também na tabela 3.1, que de maneira geral as vigas que tem alturas e cobrimentos com valores próximos e larguras menores têm os menores valores de A ( tabela 3.2 ), por conseguinte menores valores da abertura máxima da fissura.

**b) Influência em  $\sigma'_{sr}$**

Não foi verificada nenhuma influência da altura da viga em  $\sigma'_{sr}$ , enquanto que a largura da viga tem uma certa participação em  $\sigma'_{sr}$  com o valor de  $R^2 = 0,249$  e  $R = +0,499$ , indicando uma proporcionalidade entre ambos.



TABELA 3.7 - Características das vigas e valores de  $\sigma'_{sr}$  (altura da viga)

Vigas	$\phi$ (mm)	b (cm)	h (cm)	$\sigma'_{sr}$ (MPa)
5	12,7	30,48	40,64	76,577
6	12,7	20,32	40,64	59,159
7	12,7	15,24	40,64	31,244
8	12,7	10,16	40,64	64,442

Verifica-se isto na tabela 3.7 com valores da tensão teórica na armadura, para as larguras especificadas, em que se pode confirmar essa proporcionalidade. Foi exceção a viga V8 com largura  $b = 10,16$ , em que não correspondeu a esta expectativa.

### 3.2.5 Influência do cobrimento de concreto da armadura

#### a) *Influência em A*

Para se verificar a influência do cobrimento da armadura, foram analisadas as 40 vigas em conjunto (figura 3.8) e 34 vigas não se levando em conta as variações não convencionais do cobrimento (V23, V25 a V29) (figura 3.7).

Observou-se que tanto na figura 3.7 quanto na figura 3.8 a influência do cobrimento na abertura da fissura foi praticamente a mesma, com  $R^2 = 0,127$  e  $R^2 = 0,106$ , respectivamente. Portanto, mesmo se eliminando as vigas anteriormente citadas, o cobrimento obteve uma certa proporcionalidade com o valor de A, embora com esse valor ainda pequeno.

Nas vigas da tabela 3.8a, em que se manteve constante o cobrimento lateral e variou-se o cobrimento inferior, nota-se a proporcionalidade deste com o valor de A.

Na tabela 3.8b variou-se o cobrimento lateral e manteve-se constante o cobrimento inferior, verificando-se também a proporcionalidade com o valor de A. E na tabela 3.8c variou-se tanto o cobrimento inferior como o cobrimento lateral e pôde-se confirmar a proporcionalidade verificada anteriormente.

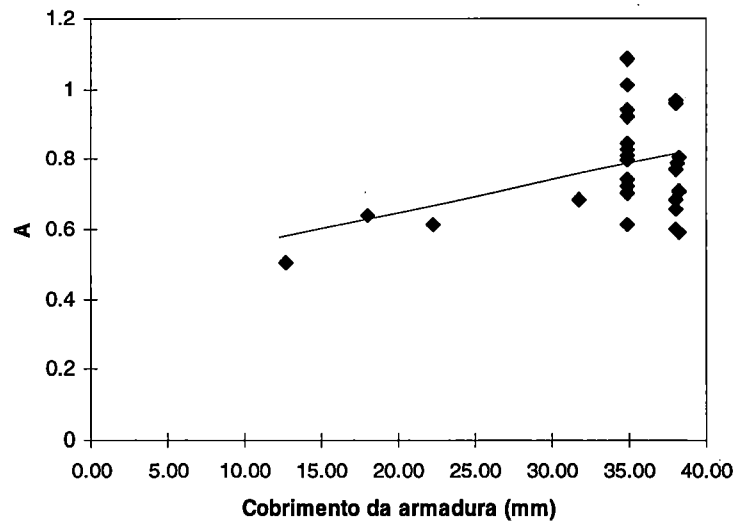


FIGURA 3.7 - Relação de A com o cobrimento de concreto da armadura (34 vigas)

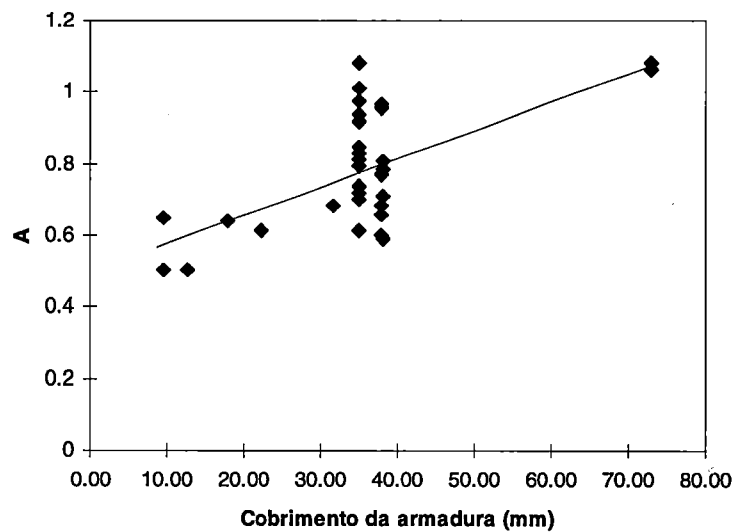


FIGURA 3.8 - Relação de A com o cobrimento de concreto da armadura (40 vigas)

TABELA 3.8a - Características das vigas e valores de A (cobrimento da armadura)

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$C_L$ (mm)	$C_i$ (mm)	A ( $\times 10^{-3}$ )
23	22,22	2	20,32	40,64	34,92	9,53	0,65
24	22,22	2	20,32	40,64	34,92	34,92	0,794
25	22,22	2	20,32	40,64	34,92	73,02	1,065

**TABELA 3.8b - Características das vigas e valores de A (cobrimento da armadura)**

Vigas	$\phi$ (mm)	n $\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	C <sub>L</sub> (mm)	C <sub>i</sub> (mm)	A (x10 <sup>-3</sup> )
26	22,22	2	20,32	40,64	9,53	34,92	0,614
25	22,22	2	20,32	40,64	34,92	34,92	0,794
27	22,22	2	20,32	40,64	73,02	34,92	0,975

**TABELA 3.8c - Características das vigas e valores de A (cobrimento da armadura)**

Vigas	$\phi$ (mm)	n $\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	C <sub>L</sub> (mm)	C <sub>i</sub> (mm)	A (x10 <sup>-3</sup> )
28	22,22	2	20,32	40,64	9,53	9,53	0,505
25	22,22	2	20,32	40,64	34,92	34,92	0,794
29	22,22	2	20,32	40,64	73,02	73,02	1,083

Pode-se dizer também que, para as vigas das tabelas 3.8a, 3.8b e 3.8c, o posicionamento das barras da armadura na face inferior da viga foi um fator importante no seu comportamento, pois quanto mais próximo das faces lateral e inferior a armadura estiver, menor será o valor de A. Verifica-se isto para as vigas V28 que obteve o menor valor de A e para a viga V29 que obteve o maior valor de A, ambas na tabela 3.8c.

Portanto, uma melhor forma de se avaliar o comportamento do cobrimento na abertura da fissura seria manter constante o posicionamento das armaduras e variar os cobrimentos lateral e inferior.

**b) Influência em  $\sigma'_{sr}$**

Não foi verificada nenhuma influência do cobrimento em  $\sigma'_{sr}$

### 3.2.6 Influência da taxa da armadura

#### a) Influência em A

A influência da taxa da armadura em A será verificada em três situações. A primeira considerando-se a taxa da armadura  $\rho_1 = A_s/bh$  mostrada na figura 3.9, a segunda com  $\rho_2 = A_s/bd$  e a terceira com  $\rho_3 = A_s/2,5(h-d)$ . Nas duas últimas situações não serão mostrados os gráficos, pois assemelha-se ao primeiro. Em ambas as situações não foi verificada nenhuma relação da taxa da armadura com o valor de A, com valores de  $R^2$  próximos de zero.

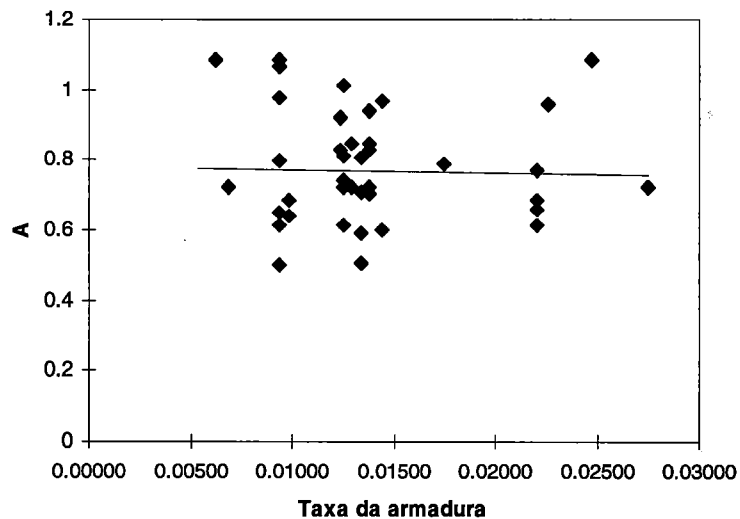


FIGURA 3.9 - Relação de A com a taxa da armadura para  $\rho_1 = A_s/bh$

Mostram-se nas tabelas 3.9a e 3.9b situações em que se mantiveram constantes algumas características e variou-se a taxa da armadura ( $\rho_1$ ,  $\rho_2$  e  $\rho_3$ ). Verifica-se que na tabela 3.9a a taxa da armadura foi inversamente proporcional ao valor de A, enquanto que na tabela 3.9b foi diretamente proporcional.

**TABELA 3.9a - Características das vigas e valores de A (taxa da armadura)**

Vigas	$\phi$ (mm)	n $\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$\rho_1$ (%)	$\rho_2$ (%)	$\rho_3$ (%)	A (x10 <sup>3</sup> )
14	19,05	8	20,32	40,64	2,75	3,28	4,88	0,722
12	19,05	4	20,32	40,64	1,37	1,54	6,76	0,831

**TABELA 3.9b - Características das vigas e valores de A (taxa da armadura)**

Vigas	$\phi$ (mm)	n $\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$\rho_1$ (%)	$\rho_2$ (%)	$\rho_3$ (%)	A (x10 <sup>3</sup> )
10	19,05	2	15,24	38,10	0,98	1,10	3,62	0,687
22	22,22	2	15,24	38,10	1,33	1,53	4,13	0,710
36	25,4	2	15,24	38,10	2,20	2,55	6,43	0,771

Então, pode-se dizer que não há uma certa relação da taxa da armadura com A, devido às situações mostradas anteriormente, não obedecendo as mesmas condições de proporcionalidade.

b) *Influência em  $\sigma'_{sr}$*

Já na tensão teórica da armadura foi verificada uma pequena influência da taxa da armadura, com valores de  $R^2 = 0,124$  para  $\rho_1$ ,  $R^2 = 0,094$  para  $\rho_2$  e  $R^2 = 0,192$  para  $\rho_3$ . Os sinais de R deram negativos, indicando ser inversamente proporcional a  $\sigma'_{sr}$ .

Foi verificado, para ambas as situações das taxas da armadura, que para a viga com os menores valores de  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  e  $\rho_3$  obteve-se o maior valor de  $\sigma'_{sr}$  (tabela 3.10a), ou seja, a viga começa a fissurar com uma tensão teórica bastante alta, enquanto que para a viga com os maiores valores de  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  e  $\rho_3$  obteve-se um dos menores valores de  $\sigma'_{sr}$ .

**TABELA 3.10 - Características das vigas e valores de  $\sigma'_{sr}$  (taxa da armadura)**

Vigas	$\phi$ (mm)	n $\phi$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$\rho_1$ (%)	$\rho_2$ (%)	$\rho_3$ (%)	A (x10 <sup>3</sup> )
9	12,7	4	20,32	40,64	0,62	0,70	1,66	117,167
14	19,05	8	20,32	40,64	2,75	3,28	6,77	23,433

### 3.2.7 Influência da distância do centróide das barras da 1ª camada à face inferior da viga ( $d_{c1}$ )

#### a) *Influência em A*

Mostra-se na figura 3.10 a relação de  $A$  com  $d_{c1}$ . Verifica-se que há uma certa influência da distância do centróide das barras em  $A$ , tendo uma proporcionalidade considerável com o valor de  $R^2 = 0,329$  e  $R = +0,573$ . Percebe-se que  $d_{c1}$  envolve a somatória de dois parâmetros, que são o cobrimento inferior do concreto e a metade do diâmetro da barra, e que suas influências em  $A$  não foram apreciáveis, enquanto que a combinação deles é muito mais representativa.

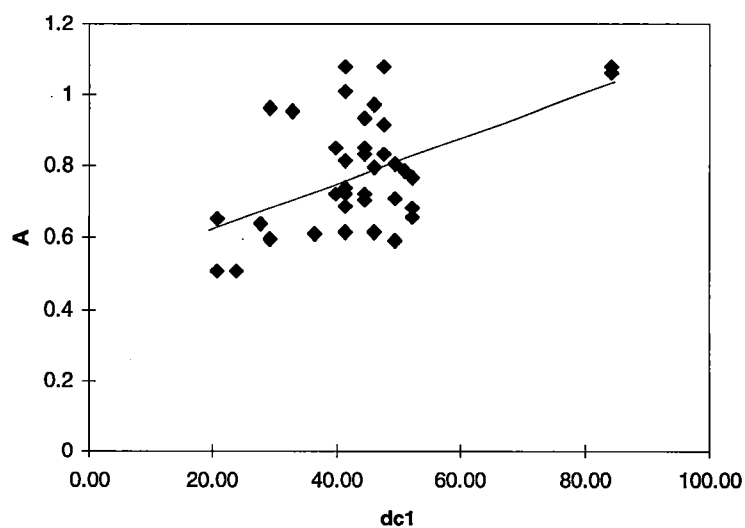


FIGURA 3.10 - Relação de  $A$  com a distância do centróide das barras da 1ª camada à face inferior da viga ( $d_{c1}$ )

Pode-se dizer, então, que quanto mais próximo da face inferior da viga, estiver a distância  $d_{c1}$ , menor será o valor da abertura da fissura, ou seja, deve-se usar o maior número possível de barras com diâmetros pequenos e bem distribuídas nas proximidades da face inferior da viga. Isto pode ser visto na tabela 3.11a, para vigas

com mesmas seções transversais (b e h), seção da armadura longitudinal com valores próximos e diâmetros diferentes.

Na tabela 3.11b para vigas com b, h e diâmetros diferentes, o que prevaleceu foi também o valor de  $d_{c1}$ . E confirmando isto, a viga V28 com o menor valor de  $d_{c1} = 20,46$  mm obteve o menor valor e  $A = 0,505$ .

**TABELA 3.11a - Características das vigas e valores de A (centróide das barras)**

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	$n_c$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$d_{c1}$ (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	A (x10 <sup>-3</sup> )
2	9,525	15	3	20,32	40,64	39,68	10,645	0,722
4	12,7	6	2	20,32	40,64	41,27	10,322	0,740
12	19,05	4	2	20,32	40,64	44,44	10,355	0,831
33	25,4	2	1	20,32	40,64	47,62	10,193	1,083

**TABELA 3.11b - Características das vigas e valores de A (centróide das barras)**

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	$n_c$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$d_{c1}$ (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	A (x10 <sup>-3</sup> )
18	19,05	2	1	20,32	40,64	44,44	5,677	0,704
19	22,22	2	1	15,24	38,10	23,87	7,755	0,506

**TABELA 3.11c - Características das vigas e valores de A (centróide das barras)**

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	$n_c$ (unit)	b (cm)	h (cm)	$d_{c1}$ (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	A (x10 <sup>-3</sup> )
19	22,22	2	1	15,24	38,10	23,87	7,755	0,506
23	22,22	2	1	20,32	40,64	20,64	7,755	0,650

No entanto, esta afirmação não pode ser generalizada, pois, para as vigas da tabela 3.11c em que se tem os mesmos diâmetros, mesmos números de barras e seções transversais (b e h) diferentes; a viga que tem o menor valor de  $d_{c1}$  não obteve o menor valor de A, pois, outras características foram preponderantes.

b) *Influência em  $\sigma'_{sr}$*

Não se verificou nenhuma influência de  $d_{c1}$  em  $\sigma'_{sr}$ .

### 3.2.8 Influência da seção transversal da armadura longitudinal ( $A_s$ )

#### a) *Influência em A*

A influência da seção transversal da armadura em A é mostrada na figura 3.11, em que  $R^2 = 0,150$  e  $R = +0,388$ , indicando uma pequena proporcionalidade com a abertura da fissura. Isto pode ser atribuído ao fato do aumento seção transversal estar associado ao aumento do diâmetro da barra ou a outros fatores, como por exemplo a largura da viga.

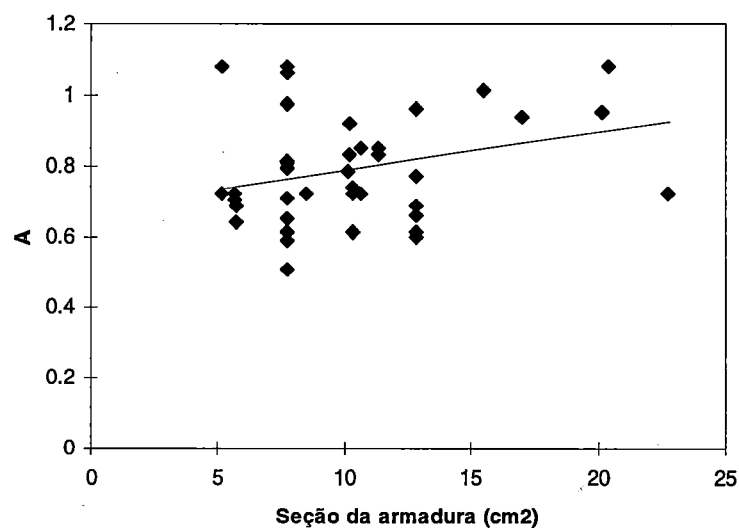


FIGURA 3.11 - Relação de A com a seção transversal da armadura ( $A_s$ )

Mas, em algumas situações em que se mantiveram constantes b, h, diâmetro da barra e o cobrimento inferior, variando-se a seção transversal da armadura (tabela 3.12a), observa-se que A diminui conforme se aumenta  $A_s$ . Então pode-se dizer que quando se mantém constantes algumas características, a seção transversal é inversamente proporcional à abertura da fissura.



TABELA 3.12a - Características das vigas e valores de A (seção da armadura)

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	$C_i$ (mm)	b (cm)	h (cm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	A (x10 <sup>-3</sup> )
12	19,05	4	34,92	20,32	40,64	11,355	0,831
14	19,05	8	34,92	20,32	40,64	22,71	0,722

TABELA 3.12b - Características das vigas e valores de A (seção da armadura)

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	$C_i$ (mm)	b (cm)	h (cm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	A (x10 <sup>-3</sup> )
13	19,05	2	34,92	20,32	40,64	5,677	0,722
24	22,22	2	34,92	20,32	40,64	7,755	0,794
31	25,4	2	34,92	20,32	40,64	10,193	0,831

TABELA 3.12c - Características das vigas e valores de A (seção da armadura)

Vigas	$\phi$ (mm)	$n\phi$ (unit)	$C_i$ (mm)	b (cm)	h (cm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	A (x10 <sup>-3</sup> )
10	19,05	2	31,63	15,24	38,10	5,677	0,687
22	22,22	2	38,00	15,24	38,10	7,755	0,710
36	28,57	2	38,00	15,24	38,10	12,821	0,771

Nas tabelas 3.12b e 3.12c mostram-se algumas vigas em que se verificam também esta proporcionalidade, no entanto isto não pode ser generalizado.

#### b) Influência em $\sigma'_{sr}$

Não se verificou nenhuma influência direta de  $A_s$  em  $\sigma'_{sr}$ .

### 3.3 PROPOSTA DE EXPRESSÃO EMPÍRICA

Apresenta-se nesta parte da pesquisa uma proposta de expressão empírica para previsão da abertura máxima da fissura de projeto ou abertura característica da fissura ( $w_k$ ), em vigas de concreto armado com seções transversais retangulares, submetidas à flexão simples.

Com base no resultado da análise estatística anterior, observou-se que a expressão matemática que melhor define o comportamento da abertura da fissura em vigas de concreto armado, em função da tensão na armadura, é:

$$w_{max} = A(\sigma_s - \sigma'_{sr})$$

A partir desta expressão foram analisados individualmente os diversos parâmetros das vigas em relação as constantes A e  $\sigma'_{sr}$  por regressão linear, para se verificar a influência destes parâmetros na abertura da fissura, através dos coeficientes de determinação  $R^2$  e dos coeficientes de correlação R.

Em função destes resultados, adotaram-se os parâmetros que mais influenciaram no comportamento da abertura da fissura e foram feitas análises de regressão, por tentativa, para diversas combinações destes entre si, em relação a A e  $\sigma'_{sr}$ .

Foram adotadas as combinações que envolveram o maior número possível de parâmetros das vigas, tanto para A como para  $\sigma'_{sr}$ . Então foi adotada a seguinte combinação para expressão da abertura máxima da fissura ( $w_{max}$ ):

$$w_{max} = \left| 0,347 \sqrt{\frac{bhd_{c1}}{A_s^{1/10\phi}} + 173,4} \right| \left| \sigma_s - \left( 0,00311 \frac{b}{\phi\rho} + 19,04 \right) \right| 10^{-6}$$

- $w_{max}$  abertura máxima da fissura (mm)
- b largura da viga (mm)
- h altura da viga (mm)
- $d_{c1}$  distância do centróide das barras da armadura da primeira camada à face mais tracionada da viga (mm)
- $A_s$  seção transversal da armadura longitudinal tracionada (mm<sup>2</sup>)
- $\phi$  diâmetro das barras da armadura (mm)
- $\sigma_{s1}$  tensão na armadura na seção fissurada (MPa)
- $\rho_1$  taxa da armadura ( $A_s/bh$ )

Esta expressão é válida para o estado de fissuração estabilizada, pois para o estado de fissuração não estabilizada o comportamento de abertura da fissura é não-linear.

Segundo Arga e Lima & Monteiro, o estado de fissuração estabilizada ocorre para os valores da tensão na armadura de 150 MPa a 200 MPa. Porém, observou-se pela análise estatística da tensão na armadura, que para o valor de  $\sigma_{s1} = 138$  MPa (20000 psi), pode-se considerar que a abertura da fissura obedece o comportamento linear segundo a expressão estimada.

**TABELA 3.13** - Valores da tensão na armadura para  $w_{est} = 0,1\text{mm}$  e  $0,3$  mm, segundo as expressões estimadas.

Vigas	$\sigma_s$ (MPa)		Vigas	$\sigma_s$ (MPa)	
	0,10 mm	0,30 mm		0,10 mm	0,30 mm
1	203,03	438,58	21	194,42	532,70
2	199,89	476,67	22	155,28	436,72
3	182,32	459,09	23	194,77	502,79
4	179,57	449,61	24	204,09	455,70
5	175,42	373,11	25	164,12	351,76
6	221,96	547,57	26	212,43	538,74
7	154,25	400,27	27	120,73	325,75
8	202,82	479,59	28	242,88	638,27
9	209,42	393,93	29	103,97	288,48
10	173,51	464,56	30	142,73	396,92
11	201,71	514,52	31	175,35	416,02
12	160,07	400,74	32	151,26	368,34
13	196,96	473,74	33	162,55	347,07
14	161,81	438,59	34	193,87	520,76
15	163,23	376,13	35	170,51	474,76
16	158,16	393,71	36	160,67	420,05
17	208,68	485,45	37	167,94	459,85
18	212,23	496,10	38	135,97	343,37
19	230,15	624,93	39	178,91	512,42
20	158,27	405,94	40	139,42	348,77

Observa-se na tabela 3.13 que, para este valor de tensão na armadura, a maioria das vigas ainda não atingiu a abertura da fissura de 0,1 mm, que é o valor mínimo adotado como limite pela maioria das normas que regulamentam o assunto, o que pode dar uma certa garantia de sua utilização para verificação da abertura da fissura.

A exemplo das expressões que prevêm a abertura da fissura em vigas de concreto armado, poder-se-ia incrementar esta expressão com coeficientes que levam em consideração o tipo de esforço a que a estrutura é submetida, o tipo de solicitação, ou o tipo de conformação superficial da barra, mas os dados amostrais não deram condições de se fazerem comparações entre resultados, pois para esta pesquisa foram consideradas apenas barras de alta aderência, carga de curta duração e flexão pura, que pode ser estendida à flexão simples.

No entanto, através desta expressão proposta, pode-se dizer que não irá ocorrer a primeira fissura na viga quando:

$$\sigma_{s1} \leq 0,0032 (b/\rho\phi) + 17,3$$

pois,  $\sigma_{sr}'$  é menor que  $\sigma_{sr}$  real.

Convém ressaltar que esta expressão proposta não é uma expressão definitiva, pois, quanto maior o número de vigas analisadas com características diferentes, melhor será o ajuste da expressão.

## **4 ANÁLISE DAS EXPRESSÕES E AJUSTES PROPOSTOS**

Este capítulo tem o propósito de avaliar a aplicabilidade de algumas expressões já conhecidas e a Expressão Proposta nesta pesquisa, indicando qual a mais adequada, ou as mais adequadas, para a previsão da abertura máxima das fissuras em vigas de concreto armado submetidas à flexão simples, comparando-as com resultados experimentais citados anteriormente.

Faz-se também uma análise dessas expressões quanto aos parâmetros adotados e a forma em que estão dispostos nas mesmas.

Complementa-se esta parte da pesquisa com propostas de ajustes em uma das expressões analisadas, levando-se em conta a análise estatística dos parâmetros das vigas, feita no *capítulo 3*.

### **4.1 APRESENTAÇÃO DAS EXPRESSÕES**

Serão apresentadas as expressões propostas pelo CEB-FIP MC 90, NBR 6118/78, ACI 318/89, MONTOYA (1971) e EUROCODE 2.

#### **4.1.1 EXPRESSÃO DO CEB-FIP MC 90**

O CEB-FIP MC 90 adota duas expressões para previsão da abertura das

fissuras em vigas de concreto armado. Uma leva em consideração a fissuração sistemática que irá ocorrer quando:

$$\sigma_s \rho_{s,ef} \geq f_{ctm}(t)(1 + \alpha_e \rho_{s,ef})$$

e é expressa por:

$$w_k = \frac{\phi}{3,6 E_s \rho_{s,ef}} \left[ \sigma_s - \frac{\beta f_{ctm}(t)}{\rho_{s,ef}} (1 + \alpha_e \rho_{s,ef}) \right]$$

e a outra para fissuração não sistemática que ocorre quando:

$$\sigma_s \rho_{s,ef} < f_{ctm}(t)(1 + \alpha_e \rho_{s,ef})$$

e é dada por:

$$w_k = \frac{\sigma_s \phi}{2 \tau_{bk} E_s (1 + \rho_{s,ef})} \left[ \sigma_s - \frac{\beta f_{ctm}(t)}{\rho_{s,ef}} (1 + \alpha_e \rho_{s,ef}) \right]$$

- $w_k$  abertura máxima das fissuras (mm);
- $\phi$  diâmetro da barra da armadura (mm);
- $\rho_{s,ef}$  taxa efetiva da armadura ( $= A_s / A_{c,ef}$ );
- $\sigma_s$  tensão na armadura na seção da fissura (MPa);
- $\beta$  fator empírico que fornece a deformação média do aço no espaçamento máximo entre fissuras (tabela 4.1);
- $f_{ctm}(t)$  resistência do concreto à tração no tempo  $t$  quando se inicia a primeira fissura (MPa);
- $\alpha_e$  relação entre o módulo de elasticidade do aço e o do concreto ( $= E_s / E_c$ )
- $\tau_{bk}$  tensão de aderência (tabela 4.1)
- $A_s$  seção transversal da armadura longitudinal (mm<sup>2</sup>)
- $A_{c,ef}$  área efetiva do concreto tracionado, é geralmente a área de concreto em torno da armadura (mm<sup>2</sup>)(Figura 4.1)

TABELA 4.1 - Valores de  $\beta$  e  $\tau_{bk}$ 

Carregamento	Fissuração Assistemática	Fissuração Sistemática
Carga de curta duração	$\beta = 0,6$ $\tau_{bk} = 1,8 f_{ctm(t)}$	$\beta = 0,6$ $\tau_{bk} = 1,8 f_{ctm(t)}$
Carga de longa duração ou repetidas	$\beta = 0,6$ $\tau_{bk} = 1,35 f_{ctm(t)}$	$\beta = 0,38$ $\tau_{bk} = 1,8 f_{ctm(t)}$

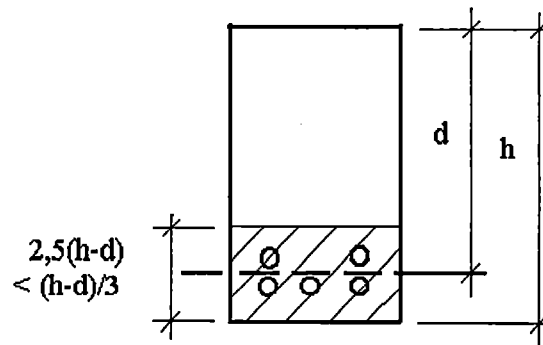


FIGURA 4.1 - Área efetiva do concreto tracionado

#### 4.1.2 EXPRESSÃO DA NBR 6118/78

A NBR 6118/78 também adota duas expressões para verificação da abertura de fissuras; a primeira aprecia a fissuração sistemática, válida para peças com taxas de armadura não baixas, obedecendo a seguinte condição:

$$\rho_r \geq f_t / \sigma_s$$

e é expressa por:

$$w_k = \frac{\phi}{(2\eta_b - 0,75) E_s} \left( 45 + \frac{4}{\rho_r} \right) \sigma_s$$

A segunda corresponde a fissuração assistemática, válida para peças com baixas taxas da armadura, quando satisfaz a seguinte condição:

$$\rho_r < f_t / \sigma_s$$

e é dada por:

$$w_k = \frac{\phi}{(2\eta_b - 0,75)} \frac{\sigma_s}{E_s} \frac{3\sigma_s}{f_{tk}}$$

- $w_k$  abertura característica da fissura (mm);
- $\phi$  diâmetro da barra (mm);
- $\sigma_s$  tensão na armadura (MPa);
- $\eta_b$  coeficiente de conformação superficial da barra;
- $\rho_r$  taxa geométrica da armadura na seção transversal de concreto  $A_{cr}$  interessada na fissuração ( $\rho_r = A_s/A_{cr}$ ).  $A_{cr}$  é dado conforme a NBR 7197 (1989);
- $E_s$  módulo de elasticidade do aço (MPa);
- $f_{tk}$  resistência característica do concreto à tração (MPa).

#### 4.1.3 EXPRESSÃO DO ACI 318/89

O ACI 318/89 propõe duas expressões para previsão da abertura máxima das fissuras, sendo que uma avalia a fissuração na face lateral da viga, no nível do centróide da armadura, e a outra na face inferior da viga. As expressões são as seguintes:

$$w_b = 0,091(t_b A)^{0,33} \beta(f_s - 5)10^{-3} \quad (1)$$



$$w_s = \frac{0,091(t_s A)^{0,33}}{1 + t_s / h_1} (f_s - 5) 10^{-3} \quad (2)$$

- $w_s$  abertura máxima das fissuras no nível da armadura (in)  
 $w_b$  abertura máxima das fissuras na face inferior da viga (in)  
 $f_s$  tensão na armadura (ksi)  
 $t_s$  cobrimento lateral do concreto até o eixo da barra lateral (in)  
 $t_b$  cobrimento inferior do concreto até o centróide das barras da primeira camada (in)  
 $\beta$  relação da distância entre a linha neutra e a face tracionada pela distância entre a linha neutra e o centróide da armadura ( $\approx 1,2$  in, para vigas)  
 $h_1$  distância do eixo neutro ao centróide da armadura (in)  
 $A$  área do concreto simétrica com a armadura (figura 4.2) dividida pelo número de barras (in<sup>2</sup>).

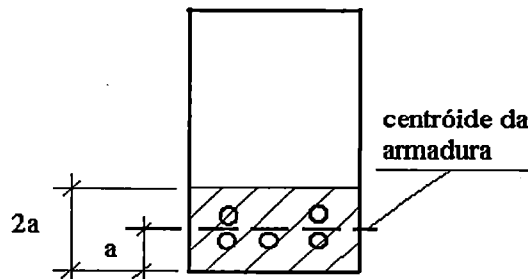


FIGURA 4.2 - Área do concreto tracionado (ACI 318/89)

Alguns pesquisadores propuseram uma simplificação na expressão (1) através de análise estatística em dados experimentais. A expressão simplificada é a seguinte:

$$w_k = k\beta f_s (d_c A)^{0,33} \times 10^{-3}$$

em que:

- $w_k$  abertura máxima das fissuras (in)  
 $d_c$  espessura do cobrimento da face mais tracionada ao centróide das armaduras da primeira camada (in)  
 $k$  0,076

#### 4.1.4 EXPRESSÃO do MONTOYA (1972)

A expressão proposta por Montoya, baseado nos trabalhos do prof. Ferry Borges e na teoria estatística das probabilidades, é a seguinte (THOMAZ, 1989):

$$w_k = 0,8\gamma \left( 1,5c + k \frac{\phi}{\rho_r} \right) \left( \sigma_s - \frac{k'}{\rho_r} \right) 10^{-6}$$

em que:

- $w_k$  abertura máxima das fissuras (mm);
- $c$  cobrimento inferior da armadura de tração (mm);
- $\phi$  diâmetro da barra (mm);
- $\sigma_s$  tensão na armadura (kgf/cm<sup>2</sup>);
- $\gamma$  coeficiente de dispersão, variando entre 1,1 e 1,3;
- $\rho_r$  taxa geométrica da armadura;
- $k$  e  $k'$  constantes determinadas para barras de grande aderência.

TABELA 4.2 - Valores de  $k$  e  $k'$

Tipos de peças e esforços	$\rho_r$	$k$	$k'$
Vigas Tê e retangulares (flexão simples)	$A_s/b_w d$	0,04	7,5
Vigas Tê e retangulares (flexão composta)	$A_s/b_w(d-x)$	0,07	12
Tirantes ou vigas atirantadas	$A_s/B_f$	0,16	30

$A_s$  área da seção transversal da armadura

$b_w$  largura da viga de seção retangular ou da nervura da viga seção Tê

$d$  distância entre o centro de gravidade da armadura e a fibra mais comprimida

$B_f$  área da seção de concreto cobaricêntrica à área da armadura tracionada

#### 4.1.5 EXPRESSÃO DO EUROCODE 2

A abertura característica da fissura pode ser obtida com a seguinte relação.

$$w_k = \beta \left( 50 + 0,25k_1k_2 \frac{\phi}{\rho_r} \right) \frac{1}{E_s} \left( \sigma_s - \beta_1\beta_2 \frac{(\sigma_{sr})^2}{\sigma_s} \right)$$

em que:

- $w_k$  abertura característica da fissura
- $\beta$  coeficiente que relaciona a abertura média das fissuras com o valor de projeto  
 = 1,7 para fissuração com carga induzida e fissuração restringida em seções com dimensões mínimas excedendo 800 mm  
 = 1,3 para fissuração restringida em seções com dimensões mínimas da altura, largura ou espessura (qual for a menor) de 300 mm ou menos
- $\phi$  diâmetro da barra em mm. Quando se tem vários diâmetros pode-se fazer a média
- $k_1$  coeficiente que é adotado conforme as propriedades de aderência das barras:  
 0,8 para barras de alta aderência e 1,6 para barras lisas
- $k_2$  coeficiente que é adotado conforme o tipo de sollicitação:  
 0,5 para flexão e 1,0 para tração pura
- $\rho_r$  taxa efetiva da armadura  $A_s/A_{c,ef}$ , em que  $A_s$  é a área da armadura contida na área efetiva tracionada  $A_{c,ef}$   
 A área efetiva tracionada é geralmente a área de concreto adjacente à armadura tracionada de altura igual a 2,5 da distância da face mais tracionada da seção ao centróide da armadura (figura 4.2)
- $\beta_1$  coeficiente que é adotado conforme as propriedades de aderência da barra:  
 1,0 para barras de alta aderência e 0,5 para barras lisas
- $\beta_2$  coeficiente que é adotado conforme a duração do carregamento:  
 1,0 para ações de curta duração e 0,5 para ações de longa duração ou ações repetidas

- $\sigma_s$       tensão de tração na armadura calculada com base na seção fissurada
- $\sigma_{sr}$      tensão de tração na armadura calculada com base na seção fissurada sob as condições de carregamento que causa a primeira fissura

Para membros sujeitos somente a deformações intrínsecas impostas,  $\sigma_s$  pode ser adotado igual a  $\sigma_{sr}$ .

## 4.2 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para fazer uma avaliação rigorosa de expressões que prevêm a abertura de fissuras em vigas de concreto armado, quanto a suas aplicabilidades, deve-se considerar que os valores das aberturas das fissuras previstas por estas expressões, sob ação de carregamento vertical, coincidam com valores observados em vigas ensaiadas. Sabe-se que o comportamento da abertura das fissuras em vigas de concreto armado, submetidas à flexão simples, para o estado de fissuração estabilizada, obedece o comportamento de uma equação linear da forma  $w_{est} = A(\sigma_s - \sigma_{sr})$ . Então a reta prevista por uma expressão proposta deve coincidir com a reta prevista pela expressão estimada. Isto só poderá acontecer se os valores de  $A$  e  $\sigma_{sr}$  coincidissem tanto para a expressão proposta quanto para a expressão estimada. Conseqüentemente os valores da abertura das fissuras encontrados para ambas as expressões deveriam ser iguais. Mas devido à grande aleatoriedade, isto é quase impossível de acontecer, como se pode observar por exemplo na figura 4.3, em que geralmente há uma dispersão considerável entre os valores definidos pelas expressões propostas em relação aos valores definidos pelas expressões estimadas. Portanto para avaliar a aplicabilidade das expressões propostas serão analisados os erros absolutos dos valores das aberturas das fissuras encontrados por estas expressões em

relação às expressões estimadas, para dois valores da tensão na armadura, pois entende-se que este é o número mínimo de valores para efetuar uma análise.

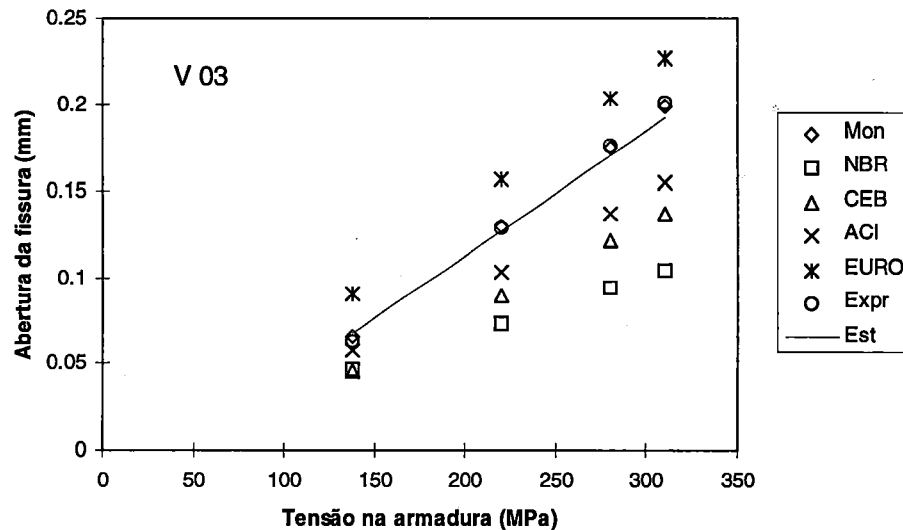


FIGURA 4.3 - Valores das aberturas das fissuras definidos pelas expressões propostas em relação aos valores da expressão estimada para a viga V 03.

Esses erros devem estar situados dentro de determinados intervalos limites considerados, satisfazendo os dois valores da tensão na armadura simultaneamente. Os intervalos limites considerados devem ter valores constantes (figura 4.4) e serão chamados de intervalos limites de aceitação.

Levando-se isto em consideração percebe-se que há necessidade de adotar determinadas condições e critérios em que se possam considerar como aceitáveis os valores das aberturas das fissuras previstos pelas expressões propostas.

Foram adotadas as seguintes condições:

- a) Consideraram-se três valores para os erros com os seguintes intervalos limites de aceitação,  $\pm 0,01$  mm,  $\pm 0,02$  mm e  $\pm 0,04$  mm (ver esquema figura 4.4). Entende-se que para os dois primeiros intervalos de erros os valores das aberturas das fissuras não são afetados e para o intervalo de  $\pm 0,04$  mm, segundo o critério dos arredondamentos, os valores podem ser entendidos como aceitos;

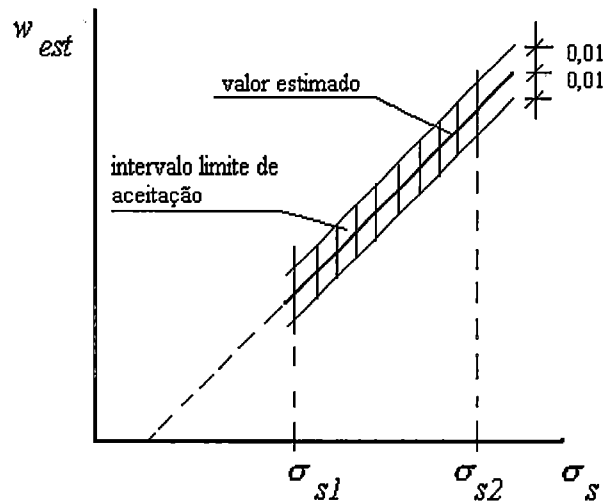


FIGURA 4.4 - Esquema do intervalo limite de aceitação ( $\pm 0,01$  mm)

- b) As análises dos erros das expressões propostas foram feitas para dois valores da tensão na armadura,  $\sigma_{s1} = 138$  MPa (20000 psi) e  $\sigma_{s2} = 310,5$  MPa (45000 psi), comparando-os com os valores obtidos através das expressões estimadas para cada viga em estudo. Foram adotados esses valores porque  $\sigma_{s1}$  é o menor valor comum da tensão na armadura em que as vigas foram submetidas, e  $\sigma_{s2}$  é o maior valor comum;
- c) Os valores dos erros das expressões propostas devem satisfazer aos dois valores da tensão na armadura simultaneamente;
- d) Foi adotado um critério para a avaliação da aplicabilidade das expressões propostas. Esse critério visa quantificar e situar as porcentagens de vigas que obtiverem os valores dos erros das expressões propostas dentro de cada intervalo limite de aceitação adotado conforme o item c.

O critério é o seguinte:

de 90 % a 100 % das vigas, a expressão é considerada excelente;

de 70% a 89 %, boa;

de 50 % a 69 %, satisfatória;

abaixo de 50 % é ruim.

A meta final desta análise é indicar, dentre as expressões propostas, qual a mais adequada para previsão da abertura da fissura, ou as mais adequadas, caso essas expressões obtenham os mesmos quantis de porcentagens das vigas no mesmo intervalo limite de aceitação.

Mostram-se na tabela 4.3 os quantis de porcentagens das vigas, em que os valores dos erros das aberturas das fissuras das expressões propostas estão dentro dos intervalos limites de aceitação de  $\pm 0,01$  mm,  $\pm 0,02$  mm e  $\pm 0,04$  mm, para os valores das tensões na armadura conforme indicado nos itens b e c das condições adotadas.

TABELA 4.3 - Quantis de porcentagens das vigas com os erros nos intervalos de  $\pm 0,01$  mm,  $\pm 0,02$  mm,  $\pm 0,04$  mm, para  $\sigma_{s1} = 138$  MPa e  $\sigma_{s2} = 310,5$  MPa.

Expressões	$\pm 0,01$ mm			$\pm 0,02$ mm			$\pm 0,04$ mm		
	138 MPa	310,5 MPa	138/310 MPa	138 MPa	310,5 MPa	138/310 MPa	138 MPa	310,5 MPa	138/310 MPa
	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)
<b>CEB-FIP 01</b>	32,5	12,5	12,5	52,5	17,5	15	92,5	30	30
<b>CEB-FIP 02</b>	47,5	25	25	70	27,5	27,5	100	45	45
<b>NBR 6118/78</b>	55	12,5	7,5	77,5	22,5	22,5	92,5	47,5	40
<b>MONTOYA</b>	72,5	27,5	25	87,5	35	35	100	65	65
<b>ACI 318/89</b>	55	27,5	27,5	77,5	35	35	100	47,5	47,5
<b>EUROCODE</b>	35	15	12,5	67,5	35	35	80	55	55
<b>Expr Prop</b>	80	52,5	52,5	92,5	75	75	100	92,5	92,5

A expressão CEB-FIP MC 90 (01) foi estudada para uma taxa efetiva da armadura com  $(h-x)/3$ , e a expressão CEB-FIP MC 90 (02) para  $2,5(h-d)$ . Considerou-se a expressão CEB-FIP MC 90 (02) por ter apresentado melhores resultados.

Observa-se que para os erros no intervalo de  $\pm 0,01$  mm, a expressão proposta nesta pesquisa foi a que obteve o maior número de vigas com erros neste intervalo de aceitação, mas com apenas 52,5 % das vigas, considerando-se assim como satisfatória para previsão da abertura da fissura. As demais expressões propostas têm os quantis de porcentagens de vigas consideravelmente pequenos, com menos de 50 %, indicando não serem adequadas para previsão da abertura das fissuras em vigas

de concreto armado. Portanto, segundo o critério de avaliação adotado elas são consideradas ruins.

Observa-se também que para  $\sigma_{s1} = 138$  MPa os quantis de porcentagens das vigas são bons para a expressão proposta nesta pesquisa e MONTROYA (1972); a NBR 6118/78 e ACI 318/89 são satisfatórias e as demais são consideradas ruins. Mas com o aumento da tensão na armadura, no caso  $\sigma_{s2} = 310,5$  MPa, nota-se que o quantil de vigas diminui, verificando-se que as previsões das expressões tendem a piorar, como pode ser visto na figura 4.3.

Apenas para efeito de comparação, excetuando a expressão proposta nesta pesquisa, verifica-se que a expressão proposta pelo ACI 318/89 obteve o maior quantil de porcentagens com 27,5 % das vigas, e um pouco abaixo desse valor a expressão proposta por MONTROYA (1972) e CEB-FIP MC 90 (02), que obtiveram porcentagens iguais a 25 % das vigas, enquanto que a NBR 6118/78 obteve a menor porcentagem com 7,5 % das vigas.

Quando se aumenta um pouco o intervalo de aceitação para  $\pm 0,02$  mm, observa-se que a aplicabilidade da expressão proposta nesta pesquisa melhora, passando a ser considerada como boa com 75 % do quantil de vigas dentro desse intervalo, enquanto que as demais continuam sendo consideradas ruins, com porcentagens menores que 50 %.

Já para  $\sigma_s = 138$  MPa, verifica-se que os quantis de vigas melhoram bastante, mas com aumento da tensão na armadura nota-se que as expressões ainda tendem a piorar suas aplicabilidades.

No entanto, quando se consideram erros maiores, com intervalos de aceitação de  $\pm 0,04$  mm, nota-se que os resultados das previsões das expressões melhoram bastante em relação aos intervalos de aceitação anteriores.

Observa-se que a expressão proposta nesta pesquisa é a que obtém o melhor resultado, com 92,5 % das vigas dentro desse intervalo de aceitação, sendo considerada excelente, segundo esse critério de avaliação adotado.

As expressões de MONTROYA (1972) e do EUROCODE 2 são consideradas satisfatórias, sendo que a expressão de MONTROYA obteve uma porcentagem um pouco maior que a do EUROCODE 2.



Segundo THOMAZ (1989) a expressão proposta por MONTOYA foi analisada em experimentos efetuados pelo IPT (Instituto de Pesquisas Tecnológicas) com diversos tipos de vigas, e suas previsões mostraram-se bastantes compatíveis com os valores realmente observados, o que de certa forma pode ser confirmado nesta pesquisa, sendo a que mais se sobressaiu em relação às demais com exceção da expressão proposta nesta pesquisa.

As demais expressões obtiveram menos de 50 % das vigas com valores dos erros dentro desse intervalo de aceitação, sendo consideradas como inadequadas para previsão da abertura das fissuras, segundo o critério de avaliação adotado.

### 4.3 ANÁLISE DAS EXPRESSÕES

Acredita-se que a baixa aplicabilidade das expressões, com exceção da expressão proposta nesta pesquisa, deve-se ao fato de que os parâmetros envolvidos nas mesmas não tenham participações consideráveis no comportamento da abertura da fissura, da forma em que estão dispostos nas expressões, tanto na constante A quanto em  $\sigma_{sr}'$ , como foi mostrado na análise estatística do *Capítulo 3*.

A expressão do CEB-FIP MC 90 tem as seguintes combinações dos parâmetros em A e  $\sigma_{sr}'$ .

$$A = \frac{\phi}{3,6E_s\rho_{s,ef}} \qquad \sigma_{sr}' = \frac{\beta f_{ctm(t)}}{\rho_{s,ef}} (1 + \alpha_e \rho_{s,ef})$$

Para a constante A adota-se a relação entre o diâmetro da barra da armadura e a taxa efetiva da armadura. Como foi visto na análise estatística, estes parâmetros não obtiveram influências diretas significativas na constante A, desta forma contribuindo em parte para a baixa aplicabilidade da expressão. Mostra-se na figura 4.5 que de fato há uma dispersão considerável entre os valores estimados de A e os propostos.

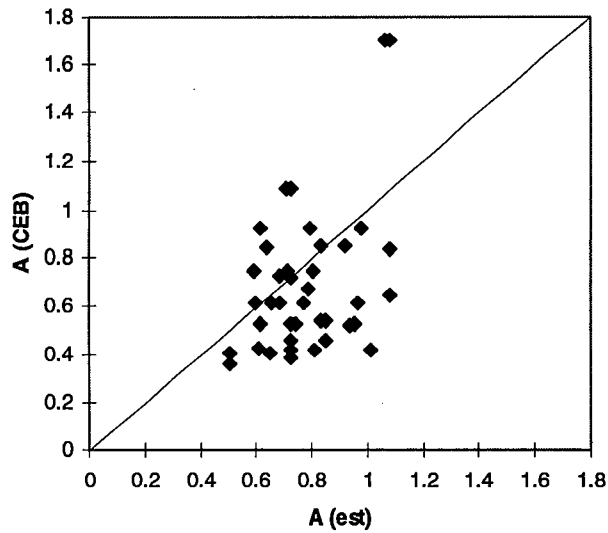


FIGURA 4.5 - Relação entre A (CEB) com A (est)

Já a taxa efetiva da armadura tem uma certa influência em  $\sigma_{sr}'$  e está disposta de duas maneiras, uma sendo inversamente proporcional, da mesma forma como foi verificada na análise estatística, e a outra está associada a uma adição, o que não foi verificado na análise. Os outros parâmetros são a resistência do concreto à tração e a relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto, que não obtiveram influência em  $\sigma_{sr}'$ .

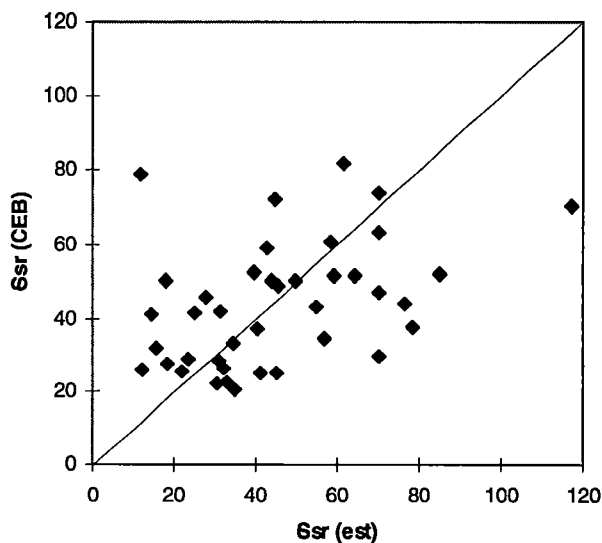


FIGURA 4.6 - Relação entre  $\sigma_{sr}'$  (CEB) e  $\sigma_{sr}'$  (est.)

A participação destes últimos parâmetros e a forma como eles estão dispostos em  $\sigma_{sr}$  contribuíram para uma dispersão considerável entre os valores estimados e os propostos, como pode ser visto na figura 4.6. A expressão da NBR 6118/78 é a única que não tem o termo  $\sigma_{sr}$ , adotando apenas a constante A da seguinte forma:

$$A = \frac{\phi}{(2\eta_b - 0,75)} \frac{1}{E_s} \left( 45 + \frac{4}{\rho_r} \right)$$

Isto implica em dizer que começam a aparecer fissuras externas nas vigas com um valor teórico na armadura igual a zero, o que não condiz com a realidade. Pode-se dizer que este é um dos fatores que propiciam a baixa aplicabilidade desta expressão.

Esta expressão também adota o diâmetro da barra e a taxa da armadura na constante A, mas dispostos de maneira bastante diferente das demais expressões que também adotam estes parâmetros. Acredita-se que a forma como estes estão dispostos em A contribuiu consideravelmente para que esta expressão obtivesse o pior desempenho para previsão da abertura da fissura.

Mostra-se na figura 4.7 a relação entre A (NBR) e A (est) em se pode visualizar um afastamento considerável desses pontos em relação a reta de 45°.

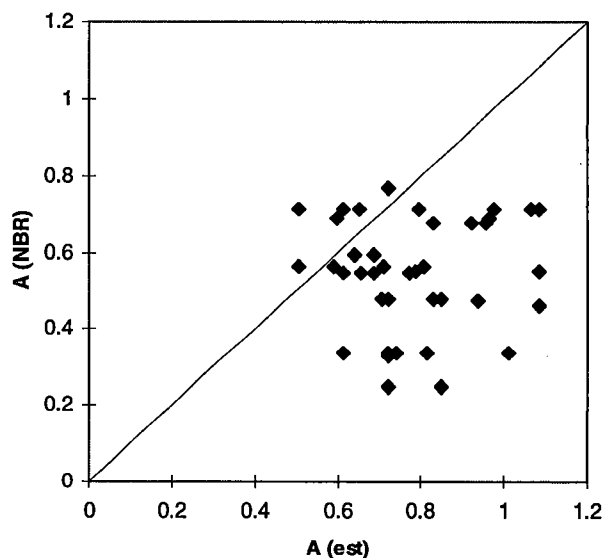


FIGURA 4.7 - Relação de A (NBR) com A (est)

A expressão proposta pelo ACI 318/89 difere bastante das demais tanto nos parâmetros adotados quanto na forma em que estão dispostos. As combinações dos parâmetros em  $A$  e  $\sigma_{sr}'$  são as seguintes:

$$A = \frac{0,091(t_s A)^{0,33}}{1 + t_s / h_1} \quad \sigma_{sr}' = 5$$

Para a constante  $A$  adota-se o cobrimento lateral do concreto na armadura ( $t_s$ ), que assim como o cobrimento inferior influencia diretamente em  $A$ , logo a disposição deste parâmetro no numerador está correta, mas da forma em que está disposta no denominador, não foi verificada na análise. O termo  $A$ , que é uma área de concreto dividida pelo número de barras da seção transversal da armadura longitudinal, influencia também para o baixo rendimento da expressão, pois, como se pode observar no anexo 2, na tabela A .1, as vigas que obtiveram bons resultados dentro dos critérios adotados, principalmente para o intervalo de aceitação de  $\pm 0,04$  mm, foram as que tinham duas barras; enquanto que para as demais com mais barras, o resultado da expressão não foi adequado.

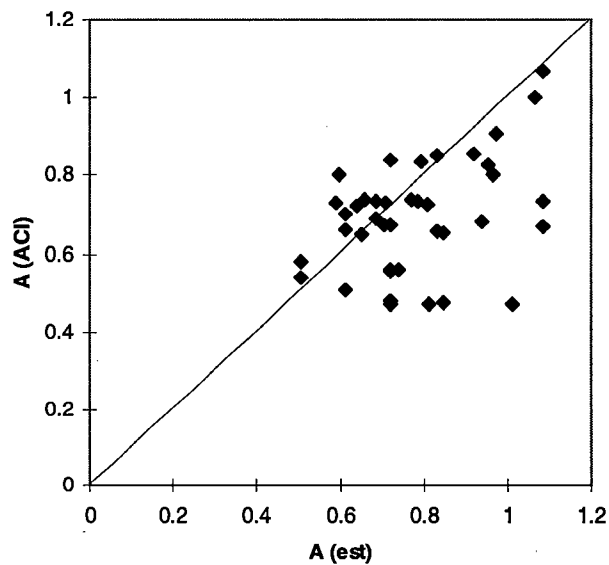


FIGURA 4.8 - Relação de  $A(ACI)$  com  $A(est)$

Mostra-se na figura 4.8 a relação entre valores de A(ACI) e A(est), na qual nota-se que há uma certa dispersão entre esses valores.

Para a constante  $\sigma_{sr}'$  adota-se um valor fixo igual a 5 ksi, o que implica em dizer que o valor da tensão teórica na armadura independe das características das vigas.

A expressão proposta por MONTOYA (1972) adota as seguintes combinações para as constantes A e  $\sigma_{sr}'$ :

$$A = 0,8\gamma \left( 1,5c + k \frac{\phi}{\rho_r} \right) \qquad \sigma_{sr}' = \frac{k'}{\rho_r}$$

Embora esta expressão também adote a relação do diâmetro da barra e a taxa da armadura em A, nota-se que ela está acrescida por um termo que tem a participação do cobrimento inferior do concreto na armadura, parâmetro este que tem uma certa influência no comportamento da abertura da fissura. Percebe-se na figura 4.9 que a dispersão entre os valores de A (Mon) e A (est) não é tão grande.

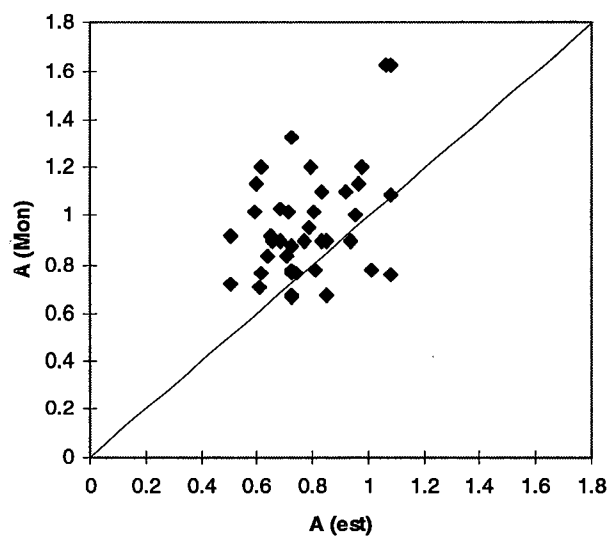


FIGURA 4.9 - Relação de A (Mon) com A (est)

Para a constante  $\sigma_{sr}'$  adota a taxa efetiva da armadura como inversamente proporcional a esta, da mesma forma como foi verificada na análise estatística, mas percebe-se na figura 4.10 que ainda há uma dispersão considerável entre os valores estimados de  $\sigma_{sr}'$  e os da expressão proposta.

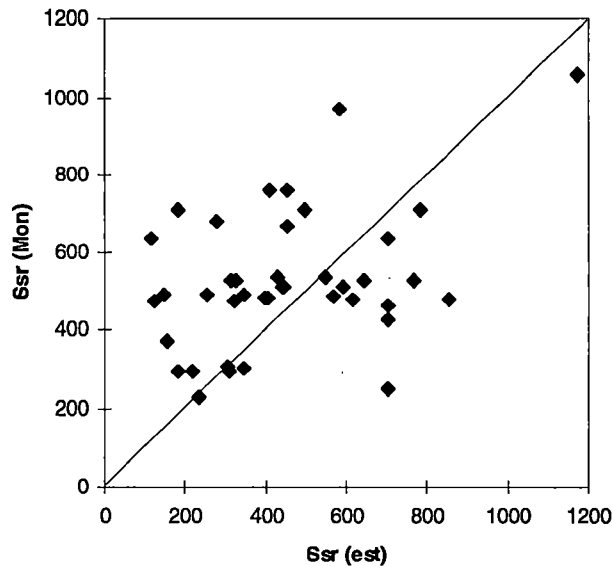


FIGURA 4.10 - Relação de  $\sigma_{sr}'$  (Mon) com  $\sigma_{sr}'$  (est)

A expressão do EUROCODE 2 adota as seguintes combinações para as constantes A e  $\sigma_{sr}'$ :

$$A = \beta \left( 50 + 0,25k_1k_2 \frac{\phi}{\rho_r} \right) \quad \sigma_{sr}' = \beta_1 \beta_2 \frac{(\sigma_{sr})^2}{\sigma_s}$$

Da mesma forma que a maioria das expressões, adota-se para constante A a relação entre o diâmetro da barra e a taxa efetiva da armadura e, como foi mencionado anteriormente, estes parâmetros não obtiveram influência direta em A. Então, verifica-se na figura 4.11 que esta relação obtém uma dispersão considerável entre os valores de A (EURO) e A (est).

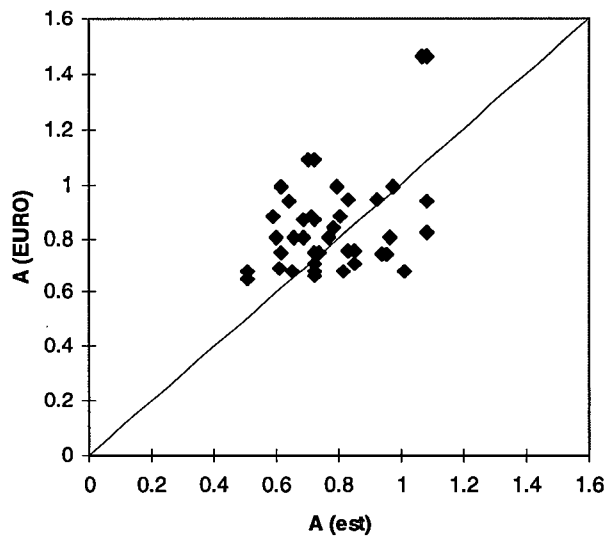


FIGURA 4.11 - Relação entre A (EURO) com A (est)

Já para  $\sigma_{sr}'$  adota-se uma relação entre as tensões na armadura, sendo  $\sigma_{sr}$  a tensão “ real ” na armadura quando ocorre a primeira fissura, elevada ao quadrado, dividida pela tensão na armadura na seção fissurada. Nota-se que esta relação não é um valor constante, pois  $\sigma_s$  varia conforme a ação imposta. Logo esta relação obtém uma certa dispersão entre os valores de  $\sigma_{sr}'$  (est) e os valores de  $\sigma_{sr}'$  (EURO), como pode ser visto na figura 4.12, embora esta relação tenha a participação de  $\sigma_{sr}$ .

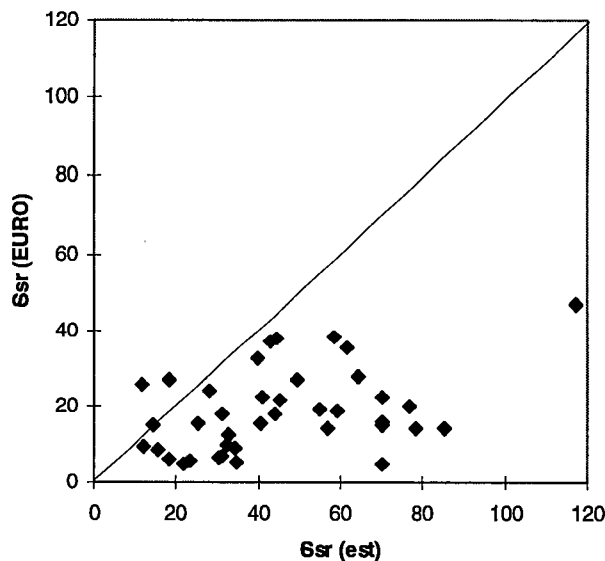


FIGURA 4.12 - Relação entre  $\sigma_{sr}'$  (est) com  $\sigma_{sr}'$  (EURO)

Pode-se dizer, então, que as expressões propostas que melhor se sobressaíram em relação às demais foram as que adotaram o maior número de parâmetros que obtiveram uma certa influência na abertura das fissuras, conforme a análise estatística dos parâmetros apresentada no *capítulo 3*.

Ratifica-se isto na tabela 4.1 em que a expressão proposta nesta pesquisa obteve 92,5 % das vigas com erros dentro do intervalo de aceitação de 0,04 mm, MONTOYA com 65 %, EUROCODE 2 com 55 %, CEB-FIP MC 90 com 45 %, NBR 6118/79 com 40 % e ACI 318/89 com 35 %, sendo que esta última, embora adote alguns parâmetros de certa influência na abertura da fissura, não obteve bons resultados, como já mencionado anteriormente.

#### 4.4 AJUSTES PROPOSTOS

Foi feito ajuste apenas em uma expressão proposta, pois o mesmo procedimento pode ser estendido para as demais expressões, levando-se em consideração que seriam utilizados os mesmos parâmetros.

Para o ajuste desta expressão, fez-se uma opção aleatória em que foi escolhida a expressão proposta pelo EUROCODE 2.

Verificou-se anteriormente que esta expressão obedece a forma da expressão  $w_k = A(\sigma_s - \sigma_{sr}')$ , em que a constante A relaciona o diâmetro da barra com a taxa efetiva da armadura como parâmetros determinantes, e para tensão teórica na armadura  $\sigma_{sr}'$  em que ocorre a primeira fissura, adota a tensão “real” na armadura  $\sigma_{sr}$  em que ocorre a primeira fissura, elevada ao quadrado e dividida por  $\sigma_s$ .

Optou-se por ajustar a expressão proposta pelo EUROCODE 2 de duas maneiras. Na primeira, modificou-se a forma da constante A na expressão proposta



nesta pesquisa e manteve-se constante a relação entre as tensões na armadura, enquanto que na segunda modificou-se também a relação entre a tensão na armadura. Mantiveram-se inalterados os coeficientes ( $k_1$ ,  $k_2$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ) adotados pela expressão, enquanto que  $\beta$  assumiu o valor unitário, pois entende-se que coeficientes influenciam no comportamento da estrutura, conforme as propriedades de aderência das barras, tipo de sollicitação e duração do carregamento.

O coeficiente  $\beta$  nessas expressões ajustadas não está relacionado com a abertura média das fissuras como na expressão original, mas segue a mesma linha de raciocínio quanto à fissuração para carga induzida.

A primeira expressão ajustada (AJUSTE 01) ficou da seguinte forma:

$$w_k = \left[ 173,4 + 0,89k_1k_2 \left( \frac{bhd_{c1}}{A_s^{1/10\phi}} \right)^{0,5} \right] \left[ \sigma_s - \beta_1\beta_2 \frac{(\sigma_{sr})^2}{\sigma_s} \right] 10^{-6}$$

e a segunda (AJUSTE 02):

$$w_k = \left[ 173,4 + 0,89k_1k_2 \left( \frac{bhd_{c1}}{A_s^{1/10\phi}} \right)^{0,5} \right] (\sigma_s - \beta_1\beta_2\sigma_{sr}) 10^{-6}$$

TABELA 4.4 - Quantis de porcentagens das vigas com os erros nos intervalos de  $\pm 0,01$  mm,  $\pm 0,02$  mm,  $\pm 0,04$  mm, para  $\sigma_{s1} = 138$  MPa e  $\sigma_{s2} = 310,5$  MPa.

(Expressões Ajustadas)

Expressões	$\pm 0,01$ mm			$\pm 0,02$ mm			$\pm 0,04$ mm		
	138 MPa	310,5 MPa	138/310 MPa	138 MPa	310,5 MPa	138/310 MPa	138 MPa	310,5 MPa	138/310 MPa
	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)
AJUSTE 01	45	30	27,5	65	40	35	90	77,5	75
AJUSTE 02	72,5	47,5	42,5	87,5	72,5	72,5	95	90	90

Verifica-se na tabela 4.4 que houve melhorias consideráveis para ambas as expressões ajustadas, sendo que o AJUSTE 02 obteve um maior quantil de

porcentagens de vigas para ambos intervalos considerados. E mostram-se nas figuras 4.13 e 4.14 que diminuiu a dispersão entre os valores estimados e os da expressão, tanto para A como para  $\sigma_{sr}'$ .

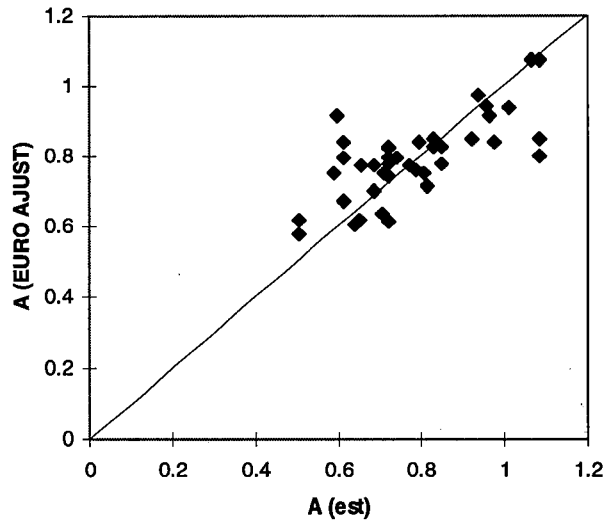


FIGURA 4.13 - Relação de A (EURO AJUST) com A (est)

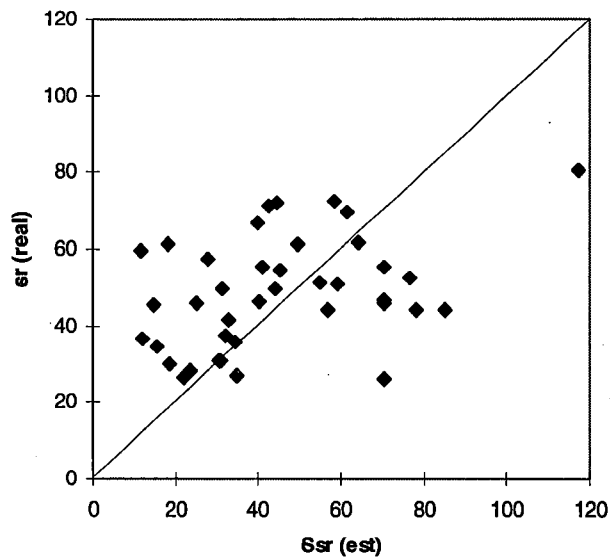


FIGURA 4.14 - Relação de  $\sigma_{sr}'$  (est) com  $\sigma_{sr}$  ("real")

Considerando-se o critério de avaliação adotado, pode-se dizer que para o intervalo de  $\pm 0,01$  mm as expressões ajustadas não obtiveram bons resultados, sendo

consideradas ruins para previsão da abertura de fissuras. Para o intervalo de  $\pm 0,02$  mm o AJUSTE 01 é também considerado ruim e o AJUSTE 02, bom. Mas para o intervalo de  $\pm 0,04$  mm observa-se que o AJUSTE 01 é considerado como bom, enquanto que o AJUSTE 02 é excelente, embora com o quantil de porcentagem no limite inferior.

## 5 CONCLUSÕES

Sabe-se que a fissuração no concreto armado é influenciada por diversos fatores. No que tange às características das vigas, através da análise estatística, observou-se que:

- A tensão na armadura é o parâmetro que define a expressão matemática que rege o comportamento da abertura da fissura em vigas de concreto armado submetidas à flexão, da seguinte forma:  $w_k = A (\sigma_s - \sigma_{sr}')$ .

Em função desta expressão pôde-se verificar a influência de outros parâmetros na abertura da fissura, através dos valores de  $A$  e  $\sigma_{sr}'$ , que são constantes para cada viga e variam conforme suas características, entendendo-se que as influências desses parâmetros em  $A$  ou  $\sigma_{sr}'$  afetam o valor final da abertura da fissura. Nesse contexto pode-se dizer que as influências desses parâmetros em  $A$  ou  $\sigma_{sr}'$  são bastantes distintas, pois  $A$  define a inclinação da reta, ou seja, a faixa de valores da abertura da fissura, e  $\sigma_{sr}'$  define o valor da tensão teórica em que ocorre a primeira fissura.

Então pode-se dizer que:

- O diâmetro da barra, a resistência do concreto e a taxa da armadura não obtiveram influência direta em  $A$ , enquanto que a largura da viga, a altura, o cobrimento e a distância do centróide da primeira camada à face mais tracionada da viga obtiveram influências significativas em  $A$ , sendo que esta última foi a que mais se sobressaiu.

- Já em  $\sigma_{sr}'$ , o diâmetro da barra, a largura da viga e a taxa da armadura obtiveram certa influência, enquanto que os demais parâmetros não obtiveram influências significativas.

De uma forma geral, verificou-se que apenas a resistência do concreto não obteve influência direta em  $A$  e  $\sigma_{sr}'$  quando as vigas foram analisadas em conjunto, pois os outros parâmetros foram preponderantes, mas quando se mantiveram algumas características constantes, mudando-se apenas a resistência do concreto, observou-se que esta é inversamente proporcional à abertura da fissura.

Quanto à aplicabilidade das expressões analisadas, verificou-se que quando se consideram erros dentro do intervalo de aceitação de  $\pm 0,01$  mm, e que esses erros possam ser considerados como aceitos, não comprometendo o valor final da abertura da fissura, as expressões não obtiveram um bom resultado. A que a melhor se comportou foi a expressão proposta nesta pesquisa, mas com apenas 52,5% das vigas com os erros dentro desse intervalo de aceitação. Portanto, verifica-se que há necessidade de lapidar essas expressões, no sentido de fazer estudos mais minuciosos nos posicionamentos de seus parâmetros envolventes perante as constantes  $A$  e  $\sigma_{sr}'$ , e daí se ter uma conclusão mais apurada.

No entanto, quando se considera que para erros na ordem de  $\pm 0,02$  mm e  $\pm 0,04$  mm, os valores das aberturas das fissuras não são comprometidos, pode-se dizer que algumas expressões analisadas passam a ser consideradas como adequadas para previsão da abertura da fissura, conforme foi visto no *capítulo 4*.

Os ajustes proposto na expressão do EUROCODE 2 obtiveram melhorias consideráveis em relação à original, principalmente quando se alterou a relação entre as tensões na armadura, eliminando-se  $\sigma_s$  do denominador e retirando-se o quadrado de  $\sigma_{sr}'$ .

## ANEXO

Valores dos erros das expressões, em milímetros, para  $\sigma_s = 138 \text{ MPa}$  e  $310,5 \text{ MPa}$

TABELA A .1 - Valores dos erros das expressões, em milímetros, para  $\sigma_s = 138$  MPa e 310,5 MPa, para CEB 90, NBR 6118/89 e MONTOYA

vigas	CEB (h-x)/3		CEB(2,5(h-d)		NBR 6118		MONTOYA	
	138	310,5	138	310,5	138	310,5	138	310,5
1	0.0279	0.1494	0.0049	0.0711	0.0107	0.1145	-0.0161	0.0141
2	0.0369	0.1304	0.0291	0.0736	0.0212	0.1032	-0.0056	0.0028
3	0.0443	0.1329	0.0216	0.0549	0.0216	0.0883	0.0014	-0.0059
4	0.0443	0.129	0.0342	0.0707	0.0228	0.0926	0.0026	-0.0015
5	0.0385	0.1765	0.0229	0.1251	0.0158	0.1323	-0.0039	0.0367
6	0.0245	0.0939	0.0027	0.0174	0.0021	0.0501	-0.0181	-0.0441
7	0.0635	0.1685	0.0465	0.1145	0.0404	0.1227	0.0207	0.0271
8	0.0287	0.1137	0.0169	0.0692	0.0068	0.0735	-0.0129	-0.0221
9	-0.0254	0.0706	-0.0341	0.0083	-0.0535	0.0385	-0.0126	-0.0139
10	0.0294	0.0741	0.0085	0.0015	-0.0061	0.0103	0.0038	-0.0551
11	0.0132	0.051	-0.0156	-0.0503	-0.0225	-0.0143	-0.0002	-0.034
12	0.0482	0.136	0.0353	0.0853	0.0162	0.0776	0.0016	-0.0092
13	-0.0092	-0.0035	-0.0263	-0.0883	-0.0486	-0.0564	0.0028	-0.1014
14	0.0722	0.1824	0.0403	0.0975	0.0375	0.1056	0.0062	0.0161
15	0.0464	0.1643	0.0227	0.0951	0.0108	0.091	-0.0038	0.0038
16	0.0523	0.1532	0.0284	0.0815	0.0174	0.082	0.0028	-0.0049
17	0.0174	0.0949	-0.0167	-0.0165	-0.0166	0.0262	-0.0313	-0.0577
18	0.0148	0.0873	-0.0334	-0.0986	-0.0178	0.0218	-0.0326	-0.0558
19	0.0197	0.0581	0.0116	0.0365	-0.0245	-0.0343	-0.0079	-0.0443
20	0.0508	0.1432	0.0056	0.016	0.0058	0.0479	-0.0067	-0.0423
21	0.0294	0.076	-0.0054	-0.0323	-0.0112	-0.0064	-0.0237	-0.0966
22	0.0507	0.1183	0.0153	0.009	0.0099	0.0353	-0.0026	-0.0549
23	0.0085	0.0343	0.0167	0.0579	-0.0353	-0.0462	0.0061	-0.0401
24	-0.0052	0.0533	-0.0454	-0.068	-0.051	-0.0369	-0.033	-0.1031
25	0.0132	0.104	-0.0368	-0.1458	-0.0263	0.0346	-0.049	-0.1456
26	-0.0027	0.0099	-0.0269	-0.0806	-0.0441	-0.0612	-0.0262	-0.1275
27	0.0598	0.1348	0.0357	0.0443	0.0184	0.0637	0.0364	-0.0026
28	-0.0074	-0.0057	0.0004	0.0167	-0.0515	-0.0873	-0.01	-0.0811
29	0.0774	0.1684	0.0367	-0.0691	0.0385	0.1024	0.0157	-0.0778
30	0.069	0.1663	0.0249	0.0444	0.0204	0.0613	0.0009	-0.0268
31	0.0213	0.0916	-0.0113	-0.0143	-0.0245	0.002	-0.0239	-0.0702
32	0.038	0.1111	0.0208	0.0334	-0.0057	0.0364	-0.0051	-0.0358
33	0.058	0.224	0.0035	0.0788	0.0099	0.1176	-0.0123	0.044
34	0.0461	0.1244	0.0159	0.047	-0.0095	0.0018	-0.0099	-0.0261
35	0.0579	0.1427	0.0107	0.0177	0.0033	0.0225	-0.0186	-0.0595
36	0.061	0.1642	0.0151	0.0417	0.0072	0.046	-0.0147	-0.036
37	0.061	0.1539	0.0101	0.0219	0.0041	0.0282	-0.0177	-0.0539
38	0.0636	0.1751	0.0331	0.093	0.0065	0.0534	0.0265	0.0491
39	0.0377	0.0874	0.0063	0.0033	-0.02	-0.0359	-1E-05	-0.0403
40	0.0781	0.2148	0.0367	0.1109	0.0053	0.0535	0.0229	0.0668

TABELA A.2 - Valores dos erros das expressões, em milímetros, para  $\sigma_s = 138$  MPa e 310,5 MPa, para ACI 318/89, EUROCODE 2 e EXPRESSÃO PROPOSTA

vigas	ACI 318/89		EUROCODE 2		EXPR PROP	
	138	310,5	138	310,5	138	310,5
1	-0.0044	0.06	-0.0432	-0.0247	-0.0078	0.0043
2	0.0057	0.0478	-0.0177	-0.0293	0.0027	-0.007
3	0.01	0.0381	-0.0221	-0.034	0.0049	-0.0079
4	0.011	0.0417	-0.0058	-0.023	0.0061	-0.0035
5	0.0134	0.1066	-0.0183	0.0311	0.0067	0.0198
6	-0.004	0.0145	-0.0409	-0.0719	-0.0146	-0.0461
7	0.038	0.097	0.0048	0.0208	0.0232	0.0403
8	0.0043	0.0476	-0.0221	-0.0254	-0.0078	0.0107
9	-0.0466	0.0251	-0.0629	-0.0621	-0.0088	0.0404
10	0.0042	0.0037	-0.0237	-0.0669	0.0099	0.0074
11	-0.0154	-0.0295	-0.0502	-0.1131	0.0026	0.0086
12	0.0138	0.0439	0.0017	0.0011	0.0033	0.0042
13	-0.0293	-0.0492	-0.0512	-0.1372	-0.0011	-0.0191
14	0.025	0.0532	-0.0051	0.0029	-0.0054	-0.023
15	0.0059	0.0505	-0.0158	0.0123	-0.0159	-0.0214
16	0.0154	0.0493	-0.0099	-0.0003	0.0045	0.0085
17	-0.0208	-0.0123	-0.0571	-0.0895	-0.0212	-0.024
18	-0.0218	-0.0161	-0.086	-0.1612	-0.0126	-0.0007
19	-0.0067	-0.0194	-0.0279	-0.0565	-0.006	-0.0179
20	0.0084	0.0222	-0.0299	-0.0474	0.0062	0.0158
21	-0.0089	-0.0327	-0.0417	-0.0993	-0.0108	-0.0385
22	0.0122	0.009	-0.021	-0.0578	0.0103	0.0032
23	-0.0038	-0.0031	-0.0152	-0.0282	0.0082	0.0135
24	-0.0388	-0.0456	-0.0754	-0.1171	-0.027	-0.0347
25	-0.0313	-0.0199	-0.0971	-0.1839	-0.0231	-0.0245
26	-0.0183	-0.0334	-0.0557	-0.1357	-0.0202	-0.0591
27	0.0231	0.0352	0.0069	-0.0108	0.0424	0.0658
28	-0.0088	-0.0144	-0.0319	-0.0695	-0.008	-0.0276
29	0.0264	0.0292	-0.0274	-0.1139	0.0417	0.0433
30	0.0203	0.0295	-0.0121	-0.0248	0.0138	0.0182
31	-0.0189	-0.0219	-0.0434	-0.0729	-0.0152	-0.0189
32	-0.0005	0.0113	-0.0075	-0.0309	0.0036	0.0155
33	-0.0026	0.0578	-0.036	0.0071	-0.0193	0.0208
34	-0.0027	-0.0113	-0.0246	-0.0405	-0.0091	-0.0196
35	0.0023	-0.0114	-0.027	-0.0549	-0.0073	-0.0267
36	0.0062	0.0119	-0.0227	-0.0312	-0.0033	-0.0032
37	0.0033	-0.0054	-0.0272	-0.0497	-0.0064	-0.0211
38	0.019	0.047	-0.0007	0.0227	0.0239	0.065
39	-0.0075	-0.0424	-0.0275	-0.0669	-0.0026	-0.0244
40	0.0135	0.0363	-0.0005	0.0334	0.0126	0.0462



TABELA A.3 - Valores dos erros das expressões, em milímetros, para  $\sigma_s = 138$  MPa e 310,5 MPa, para EURO AJUST (01) e EURO AJUST (02)

vigas	EURO AJUST 01		EURO AJUST 02	
	138	310,5	138	310,5
1	-0.0518	-0.0107	-0.0285	0.0187
2	-0.0249	-0.0556	0.002	-0.0136
3	-0.0279	-0.0525	-0.0026	-0.0193
4	-0.0106	-0.0575	0.0168	-0.0134
5	-0.0483	-0.0212	-0.0178	0.0196
6	-0.0466	-0.0812	-0.0211	-0.0474
7	0.0009	-0.0038	0.0235	0.0259
8	-0.0148	-0.0038	0.0062	0.0267
9	-0.0502	0.0181	-0.0234	0.0657
10	-0.0045	-0.0365	0.0191	-0.0037
11	-0.0112	-0.0183	0.0087	0.0088
12	-0.0056	-0.0421	0.0228	0.0012
13	-0.0252	-0.0709	0.0033	-0.0249
14	-0.0263	-0.05	-0.0078	-0.0289
15	-0.0442	-0.0453	-0.015	-0.0086
16	-0.0184	-0.0263	0.0069	0.0061
17	-0.0415	-0.0335	-0.0187	-0.0043
18	-0.0305	-0.0065	-0.0111	0.0182
19	-0.019	-0.0393	-0.0023	-0.0186
20	-0.0131	-0.0085	0.0068	0.0153
21	-0.0256	-0.0719	-0.0026	-0.0425
22	-0.0049	-0.0399	0.018	-0.0109
23	-0.0086	-0.0204	0.012	0.0078
24	-0.0566	-0.0437	-0.0315	-0.012
25	-0.0521	-0.0512	-0.0165	-0.0022
26	-0.0389	-0.0975	-0.0103	-0.0563
27	0.0237	-0.0074	0.0523	0.0338
28	-0.0252	-0.057	-0.0048	-0.0291
29	0.0163	-0.0494	0.0527	0.0024
30	-0.0023	-0.0163	0.0174	0.007
31	-0.0324	-0.0419	-0.005	-0.0055
32	0.0018	-0.0304	0.0311	0.0165
33	-0.04	0.046	-0.022	0.0662
34	-0.0224	-0.0356	-0.0064	-0.017
35	-0.0228	-0.0524	-0.0048	-0.0317
36	-0.0185	-0.0212	-5E-05	0.0002
37	-0.0229	-0.043	-0.0063	-0.0242
38	0.0091	0.0411	0.0289	0.065
39	-0.0178	-0.0581	0.0017	-0.0347
40	-0.0023	0.0365	0.0142	0.0552

## **BIBLIOGRAFIA**

ALMEIDA, M.C.F. (1995). Aspectos relevantes na fissuração em peças de concreto armado: avaliação do critério adotado pela norma brasileira. In: COLÓQUIO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO DA UFJF, Juiz de Fora, abril. **Anais**. p.37-60

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1993). **PNB-1/93 - Texto base para revisão da NBR 6118/82**. São Paulo.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1989). **ACI 318/89 - Commentary on building code requirements for reinforced concrete**. Detroit.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1986). Cracking of concrete member in direct tension. **ACI Journal**, v.83, n.1, p.3-13, Jan/Fev.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Committee 224 (1980). Control of cracking in concrete structures. **ACI Journal**, v.69, p.717-753, Dec.1972; v.77, p.35-76, Oct.

ARGA E LIMA, J.; MONTEIRO, V. (1973). **Cracking and deformability**. Lisboa, LNEC. (CEB International Commission on Structure Concrete, Specialized Course - C8).

BASE, G.D.; READ, J.B.; BEEBY, A.W.; TAYLOR, H.P.J. (1966). **Investigation of the crack control characteristic of various types of the bar reinforced**

- concrete beams.** London, Cement and Concrete Association., Research Report 18, Part 1, 44p.
- BOX, E.P.G.; HUNTER, W.G.; HUNTER, J.S. (1978). **Statistic for experiments: an investigation to design, data analysis, and model building.** Canadá, John Wiley & Sons. 653p.
- BORGES, J.F.; ARGALIMA, J. (1961). **Crack and deformation similitude in reinforced concrete.** Lisboa, Laboratório Nacional de Engenharia Civil.
- BORGES, J.F. (1965). **Cracking and deformability of reinforced concrete beams.** Lisboa, Laboratório Nacional de Engenharia Civil.
- BROMS, B.B. (1965). Crack width and crack spacing in reinforced concrete members. **ACI Journal**, v.68, n.10, p.1237-1256, Oct.
- BROMS, B.B.; LUTZ, L.A. (1965). Effects of arrangement of reinforcement on crack width and spacing on reinforced concrete members. **ACI Journal**, v.62, n.11, p.1395-1410, Nov.
- BUSSAB, W.O. (1988). **Análise de variância e de regressão, métodos quantitativos.** 2.ed. São Paulo, Atual.
- CÂMARA, J.M.M.N. (1988). **Comportamento em serviço em estruturas de betão armado e pré-esforçado.** Lisboa. 380p. Tese (Doutorado)- Departamento de Engenharia Civil, Universidade Técnica de Lisboa.
- CARMONA FILHO, A.; HELENE, P.R.L. (1986). Fissuração em peças de concreto armado e corrosão das armaduras. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE CORROSÃO NA CONSTRUÇÃO CIVIL, 2., Rio de Janeiro. **Anais.**

- CARPINTERI, A. (1984). Stability of fracturing process in reinforced concrete beams. **Journal of Engineering Mechanics Division**, ASCE, v.110, n.3, p.544-558, Mar.
- CLARK, A. P. (1956). Cracking in reinforced concrete flexural member. **ACI Journal**, v.52, n.10, p.851-862, Apr.
- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON (1990). CEB-FIP Model Code 1990. **Bulletin d'Information**, n.213/214.
- COMITÉ EUROPEEN DE NORMALISATION (1992). **Eurocode 2 - Design of concrete structures - Part 1: General rules and rules for buildings**. Brussels, CEN.
- COSTA NETO, P.L.O. (1986). **Estatística**. São Paulo, Edgard Blucher. 264p.
- DODDS, R. H.; DARWIN, D.; LEIBENGOOD, D. (1984). Stress controlled smeared cracking in reinforced concrete beams. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, ASCE, v.110, n.9, p.1959-1976, Sept.
- FONSECA, J.S.; MARTINS, G.A. (1994). **Curso de estatística**. 5.ed. São Paulo, Atlas.
- FUSCO, P.B. (1995). **Técnica de armar as estruturas de concreto**. São Paulo, Pini.
- GERGELY, P.; LUTZ, L. A. (1968). Maximum width cracking in reinforced concrete flexural members. In: AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Causes, mechanism, and control of cracking in concrete**. Detroit, ACI. p.87-117 (ACI SP-20)

- GUPTA, A. K.; AKBAR, H. (1984). Cracking in reinforced concrete analysis. **Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE**, v.110, n.8, p.1735-1746, Aug.
- GOMES, F.P. (1985). **Curso de estatística experimental**. 11.ed. São Paulo, Nobel. 466p.
- GOTO, Y. (1971). Crack formed in concrete around deformed tension bars. **ACI Journal**, v.68, n.4, p.244-251, Apr.
- HOGNESTAD, E. (1962). High strength bar as concrete reinforced - Part 2: control of flexural cracking. **Journal PCA Research and Development Laboratories**, v. 4, n.1, p. 46-63, Jan.
- HOLK, C. H. (1991). O estado limite de fissuração do concreto na nova versão do Código Modelo CEB-FIP 1990. **Revista IBRACON**, v.1, n.2, p.32-35, set/out.
- KAAR, P. H. (1968). An approach to the control of crack in reinforced concrete. In: **AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Causes, mechanism, and control of cracking in concrete**. Detroit, ACI. (ACI SP-20)
- KAAR, P. H.; MATTOCK, A. H. (1963). High strength bar as concrete reinforcement - Part 4: control of cracking. **Journal PCA Research and Development Laboratories**, v.5, n. 1, p.15-38, Jan.
- KAPLAN, M. F. (1961). Crack propagation and the fracture of concrete. **ACI Journal**, v.58, n.5, p.591-610, Nov.
- LEME, R. A. S. (1969). **Curso de estatística: elementos**. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico.

- LEONHARDT, F.; MONNING, E. (1981). **Construções de concreto: verificação da capacidade de utilização**. Rio de Janeiro, Interciência. v. 4.
- MENDES, P. I. C. (1983). **A influência da fissuração no comportamento das vigas de concreto armado**. São Paulo. 196p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- NAWY, E. G. (1968). Crack control in reinforced concrete structures. **ACI Journal**, v. 65, n. 10, p.825-836, Oct.
- NAWY, E. G. (1990). **Reinforced concrete: a fundamental approach**. 2.ed. Prentice-Hall/International Science in Civil Engineering and Mechanics. p.284-296.
- SCHIESSL, P. (1975). **Admissible crack width in reinforced concrete structures. Behaviour in service of concrete structure**. In: COLLOQUIUM INTERASSOCIATION IABSE / FIP / CEB / RILEM / IASS, Liège. Tome 2.
- SNEDECOR, G. W. E.; COCHRAN, W. G. (1967). **Statistical methods**. 6.ed. The Iowa State University Press.
- SODRÉ, D. J. R. (1994). **Análise estatística de métodos de previsão do comportamento da estaca raiz**. São Carlos. 175p. Dissertação(Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- SPIEGEL, M. R. (1993). **Estatística**. 3.ed. São Paulo, Makron Books. (Coleção Schaum ).
- THOMAZ, E. (1987). Fissuração. In: COLÓQUIO SOBRE O COMPORTAMENTO E PROJETO DE ESTRUTURA DE CONCRETO

ARMADO E PROTENDIDO, 4., Rio de Janeiro, jul. 1987. **Anais.** Rio de Janeiro, PUC - RJ, Departamento de Engenharia Civil. p. 7-39 A.

THOMAZ, E. (1989). **Trincas em edifícios: causa, prevenção e recuperação.** São Paulo, Pini / EPUSP / IPT.