

GERAÇÃO DE VÓRTICE EM ANEL EM FLUIDOS CONDUTORES POR MEIO DE INDUÇÃO MAGNETOHIDRODINÂMICA

Roberto Brandão Serrano



Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica

ORIENTADOR: Prof. Dr. Michael George Maunsell

São Carlos
2000

Class.	TESE-EESC
Curr.	5357
Tombo	0107/00

311 00008609

1084056

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

S487g Serrano, Roberto Brandão
Geração de vórtice em anel em fluidos condutores
por meio de indução magnetohidrodinâmica / Roberto
Brandão Serrano. -- São Carlos, 2000.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de
São Carlos-Universidade de São Paulo, 2000.

Área: Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Michael George Maunsell.

1. Vórtice em anel. 2. Magnetohidrodinâmica.
I. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidato: Tecnólogo **ROBERTO BRANDÃO SERRANO**


Dissertação defendida e aprovada em 29.02.2000
pela Comissão Julgadora:



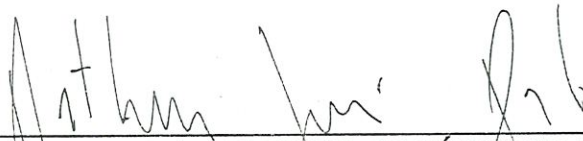
Prof. Doutor **MICHAEL GEORGE MAUNSELL (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



Prof. Doutor **FERNANDO MARTINI CATALANO**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



Prof. Titular **RUY ALBERTO CORRÊA ALTAFIM**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



Prof. Associado **ARTHUR JOSÉ VIEIRA PORTO**
Coordenador da Área de Engenharia Mecânica



JOSÉ CARLOS A. CINTRA
Presidente da Comissão de Pós-Graduação da EESC

Dedico todo este trabalho à minha querida esposa Ciléia e à minha linda filha Rebeca pelo apoio, incentivo e paciência para que chegasse ao final de mais uma etapa de minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por sempre estar presente em meu coração e ser meu maior “porto seguro” nos momentos de grandes dificuldades.

Ao Prof. Dr. Michael por sua coragem e confiança em me orientar nestes anos, também por sua paciência, amizade e por sempre ser uma pessoa muito prestativa a todo momento.

Agradeço à Ciléia, minha esposa, e à Rebeca, minha filha, pelos momentos difíceis enfrentados, sempre unidos com muito amor e paciência, acreditando sempre: a luz pode tardar, mas um dia ela chega.

Aos Professores Fernando, Belo, Canale, Flávio, Francisco, Durval, Francisco e todos os professores aqui não mencionados, pela amizade adquirida no decorrer desta convivência.

Aos meus pais, José Kraüss e Déa Maria, por sempre estarem orando por mim e a todo momento acreditando nos meus objetivos.

Ao Prof. Dr. Osvaldo Missiato da Academia da Força Aérea, pelos conhecimentos adquiridos em magnetohidrodinâmica, sem os quais, seria muito difícil a realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Ruy Altafin, do Departamento de Engenharia Elétrica, EESC, pela introdução à disciplina eletromagnetismo.

A todos os amigos e técnicos do Laboratório de Aeronaves, principalmente pela amizade e dedicação dispensada no decorrer deste curso.

Agradeço a todos os professores do Departamento de Engenharia Mecânica, EESC e ao pessoal da secretaria pelos dedicados serviços prestados em todos os momentos.

Agradeço a Lucas Máximo, do Departamento de Física da USP, e principalmente a Ricardo Danhonhe, Mestrando pelo Departamento de Engenharia Mecânica, pelas valiosas orientações e ajudas na idealização e montagem dos equipamentos.

Agradeço ainda a todos aqueles que sempre acreditaram e torceram para que todo este esforço tivesse um final recompensador.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	v
LISTA DE TABELAS.....	ix
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xii
RESUMO.....	xv
<i>ABSTRACT</i>	xvi
INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO I - MAGNETOHIDRODINÂMICA – MHD.....	5
1.1 CONCEITOS BÁSICOS.....	9
1.1.1 DENSIDADE DE CORRENTE ELÉTRICA (\vec{J}).....	10
1.1.2 ELETRÓLISE.....	13
1.1.3 DENSIDADE DE FLUXO MAGNÉTICO (\vec{B}).....	15
1.2 ANÁLISE DO FENÔMENO MAGNETOHIDRODINÂMICO.....	18
CAPÍTULO II - VÓRTICE EM ANEL.....	30
2.1 FORMAÇÃO DO VÓRTICE EM ANEL.....	30
2.2 ESTRUTURA, DINÂMICA E DESINTEGRAÇÃO DO VÓRTICE EM ANEL - UMA ANÁLISE DO VÓRTICE EM MOVIMENTO.....	43
2.3 EMPREGO PRÁTICO DO VÓRTICE EM ANEL.....	52
CAPÍTULO III - VÓRTICE EM ANEL MHD – FASE EXPERIMENTAL.....	56
3.1 DADOS EXPERIMENTAIS	67
3.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	97

CAPÍTULO IV - CONCLUSÃO	107
ANEXO A	109
REFERÊNCIAS	122

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Vórtice em anel em água.....	3
FIGURA 2 – Produto Vetorial $\vec{J} \times \vec{B} = \vec{F}$	6
FIGURA 3 – Colisão de dois vórtices em anel no mesmo plano.....	33
FIGURA 4 – Definição esquemática do dispositivo de impulsão.....	34
FIGURA 5 – Desenvolvimento do vórtice em anel.....	35
FIGURA 6 – Deslocamento translacional do vórtice em anel.....	36
FIGURA 7a - Efeito Magnus.....	37
FIGURA 7b – Vórtice em anel bidimensional.....	38
FIGURA 8 - Deformação inicial do fluido ejetado.....	40
FIGURA 9 - Processo de involução nos estágios iniciais.....	41
FIGURA 10 - Impulsão do vórtice em anel em gases.....	41
FIGURA 11 - Anel de fumaça completamente desenvolvido.....	42
FIGURA 12 - Modelo sem esteira - (a), Modelo com esteira - (b).....	47
FIGURA 13 - Vista esquemática da esteira do vórtice em anel.....	48
FIGURA 14 - Diagrama esquemático do vórtice em anel primário, secundário e terciário.....	50
FIGURA 15a - Contato inicial do vórtice em anel com a superfície.....	51
FIGURA 15b - Início do processo de deformação.....	51
FIGURA 15c - Indução de um segundo vórtice em anel.....	52
FIGURA 15d - Início da desintegração do vórtice em anel provocado pela instabilidade dinâmica.....	52

FIGURA 16 - Emprego do vórtice em anel na medicina.....	53
FIGURA 17 - Emprego do vórtice em anel contra incêndio.....	54
FIGURA 18 - Emprego do vórtice em anel em segurança pública.....	55
FIGURA 19 - Montagem dos geradores de campos elétrico e magnético.....	58
FIGURA 20 - Conjunto de eletrodos seqüenciais.....	60
FIGURA 21 - Disposição seqüencial superior de eletrodos	60
FIGURA 22 – Mapeamento do campo magnético a 87,9 A.....	62
FIGURA 23a – Mapeamento resultante dos campos magnéticos gerados por meio dos solenóides superior e inferior.....	63
FIGURA 23b – Tendência do Campo Magnético Mostrado na Figura 23.....	63
FIGURA 24 – Dispositivo para a geração do vórtice em anel.....	64
FIGURA 25 - Disposição seqüencial de eletrodos do dispositivo apresentado na figura 24.....	65
FIGURA 26 – Concepção artística da visualização do fluxo no recipiente.....	66
FIGURA 27 – Concepção artística da visualização do fluxo na frente de um corpo em movimento.....	67
FIGURA 28 – Concepção artística da célula utilizada para visualização do vórtice em anel.....	68
FIGURA 29 – Fotografia monocromática da visualização do vórtice em anel celular com campo elétrico a 160V e campo magnético a 90 A.....	68
FIGURA 30 – Célula distribuída em 4 regiões – A, B, C, D respectivamente.....	69

FIGURA 31 – Gráfico da variação de velocidade média em função da variação da diferença de potencial aplicada nos eletrodos – campo magnético alimentado por uma corrente de 45 Ampères	83
FIGURA 32 – Gráfico da variação de pressão média em função da variação da diferença de potencial aplicada nos eletrodos – campo magnético alimentado por uma corrente de 45 Ampères.....	85
FIGURA 33 - Gráfico da variação de velocidade média em função da variação da diferença de potencial aplicada nos eletrodos – campo magnético alimentado por uma corrente de 90 Ampères.....	87
FIGURA 34 - Gráfico da variação de pressão média em função da variação da diferença de potencial aplicada nos eletrodos – campo magnético alimentado por uma corrente de 90 Ampères.....	89
FIGURA 35 – Gráfico da variação de tensão x corrente sem campo magnético.....	91
FIGURA 36 – Gráfico da variação de tensão x corrente com campo magnético alimentado por uma corrente de 45 Ampères.....	93
FIGURA 37 – Gráfico da variação de tensão x corrente com campo magnético alimentado por uma corrente de 90 Ampères.....	95
FIGURA 38 – Gráfico da variação de tensão x corrente (campo magnético alimentado com 0, 45 e 90 Ampères respectivamente).....	96
FIGURA 39 – Dispositivo gerador do vórtice em anel do experimento A.....	97
FIGURA 39a – Campo magnético gerado por um condutor retilíneo.....	98
FIGURA 39b – Disposição dos eletrodos do experimento A.....	98

FIGURA 40 – Características do campo magnético de um condutor reto e extenso.....	100
FIGURA 41 – Visualização do fluxo de formação do vórtice em anel.....	101
FIGURA 42 – Dispositivo ejetor eletromagnético.....	102
FIGURA 43 – Dispositivo ejetor eletromagnético dentro do recipiente.....	103
FIGURA 44 – Dispositivo para a realização do Experimento B.....	105

LISTA DE TABELAS

TABELA 01 – Distância percorrida ponto a ponto (cm) x Diferença de Potencial aplicada (V) – Alimentação do campo magnético = 45 A.....	72
TABELA 02 – Distância percorrida ponto a ponto (cm) x Diferença de Potencial aplicada (V) – Alimentação do campo magnético = 90 A.....	72
TABELA 03 – Profundidade da tomada de leitura da velocidade resultante ponto a ponto (cm) – campo magnético alimentado com 45 A.....	73
TABELA 04 – Profundidade da tomada de leitura da velocidade resultante ponto a ponto (cm) – campo magnético alimentado com 90 A.....	73
TABELA 05 – Velocidade ponto a ponto (cm/seg) x Diferença de Potencial aplicada (V) – Alimentação do campo magnético = 45 A.....	74
TABELA 06 – Velocidade ponto a ponto (cm/seg) x Diferença de Potencial aplicada (V) – Alimentação do campo magnético = 90 A.....	74
TABELA 07 – Pressão potencial ponto a ponto (g / cm.seg ²) – Alimentação do campo magnético = 45 A.....	75
TABELA 08 – Pressão potencial ponto a ponto (g / cm.seg ²) – Alimentação do campo magnético = 90 A.....	75
TABELA 09 – Pressão potencial média por região (g / cm.seg ²) – Alimentação do campo magnético = 45 A.....	76
TABELA 10 – Pressão potencial média por região (g / cm.seg ²) – Alimentação do campo magnético = 90 A.....	76

TABELA 11 – Pressão dinâmica ponto a ponto ($g / cm.seg^2$) – Alimentação do campo magnético = 45 A.....	77
TABELA 12 – Pressão dinâmica ponto a ponto ($g / cm.seg^2$) – Alimentação do campo magnético = 90 A.....	77
TABELA 13 – Pressão dinâmica média por região ($g / cm.seg^2$) – Alimentação do campo magnético = 45 A.....	78
TABELA 14 – Pressão dinâmica média por região ($g / cm.seg^2$) – Alimentação do campo magnético = 90 A.....	78
TABELA 15 – Pressão total ponto a ponto ($g / cm.seg^2$) – Alimentação do campo magnético = 45 A.....	79
TABELA 16 – Pressão total ponto a ponto ($g / cm.seg^2$) – Alimentação do campo magnético = 90 A.....	79
TABELA 17 – Pressão total média por região ($g / cm.seg^2$) – Alimentação do campo magnético = 45 A.....	80
TABELA 18 – Pressão total média por região ($g / cm.seg^2$) – Alimentação do campo magnético = 90 A.....	80
TABELA 19 – Variação da velocidade média, pressão dinâmica e pressão total em função da variação de voltagem – Alimentação do campo magnético = 45 A.....	81
TABELA 20 – Variação da velocidade média, pressão dinâmica e pressão total em função da variação de voltagem – Alimentação do campo magnético = 90 A.....	81
TABELA 21 – Variação da velocidade média em função da variação da diferença de potencial aplicada nos eletrodos.....	82

TABELA 22 – Variação da pressão média em função da variação da diferença de potencial aplicada nos eletrodos.....	84
TABELA 23 – Variação da velocidade média em função da variação da diferença de potencial aplicada nos eletrodos.....	86
TABELA 24 – Variação da pressão média em função da variação da diferença de potencial aplicada nos eletrodos.....	88
TABELA 25 – Medida de tensão x corrente sem campo magnético.....	90
TABELA 26 – Medida da tensão corrente com campo magnético alimentado por uma corrente de 45 A.....	92
TABELA 27 – Medida da tensão corrente com campo magnético alimentado por uma corrente de 90 A.....	94
TABELA 28 – Variação da corrente entre os eletrodos em função da variação do campo magnético.....	96

LISTA DE SÍMBOLOS E UNIDADES

\vec{g}	aceleração da gravidade, metro/segundo ²
\vec{E}_s	campo eletrostático, volt/metro
\vec{E}_i	campo elétrico induzido, volt/metro
Q	carga elétrica, Coulomb
Γ	circulação, metro ² /segundo
$\nu = \eta / \rho$	coeficiente de viscosidade cinemático, metro ² /segundo
$\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$	componentes de velocidade nas direções x, y e z respectivamente, no sistema de coordenadas cartesianas
σ	condutividade elétrica, MHO/ metro
I	corrente elétrica, Ampère
\vec{J}	densidade de corrente elétrica, Ampère/metro ²
\vec{D}	densidade de fluxo elétrico, Coulomb/metro ²
\vec{B}	densidade de fluxo magnético, Tesla
ρ	densidade, quilograma/metro ³
ρ_v	densidade de carga elétrica, Coulomb/metro ³
R_0	diâmetro do orifício do dispositivo ejetor, metro

R	distância de um ponto a um referencial qualquer, metro
T	energia cinética, Joule
Ψ	fluxo elétrico, Coulomb
Φ	fluxo magnético, Weber
\vec{F}	força de Lorentz, Newton
\vec{L}	força de sustentação, Newton
I	impulso hidrodinâmico, Newton . segundo
\vec{E}	intensidade do campo elétrico, Volt/metro
\vec{H}	intensidade de campo magnético, Ampère/metro
Re	Número de Reynolds
μ_0	permeabilidade do espaço livre, Henry/metro
ϵ_0	permissividade no espaço livre
V	potencial elétrico, Volts
P	pressão local, Newton/metro ²
\mathcal{R}	raio do vórtice em anel, metro
a	raio do miolo do vórtice em anel, metro
$\vec{\omega}$	rotação, radianos/segundo
t	tempo, segundo

σ_{nn}	tensão normal, Newton
τ_{nn}	tensão de cisalhamento, Newton
\vec{U}	velocidade, metro/segundo
$\vec{\Omega}$	velocidade angular, metro/segundo
\vec{q}	velocidade tangencial, metro/segundo
\vec{U}_t	velocidade translacional na direção x no sistema de coordenadas cartesiano, metro/segundo
η	viscosidade, quilograma/metro . segundo
$\vec{\xi}$	vorticidade, 1/segundo

RESUMO

SERRANO, R. B. (2000). *Geração de vórtice em anel em fluidos condutores por meio de indução magnetohidrodinâmica*. São Carlos, 2000. 124p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

O propósito do presente trabalho é apresentar um estudo sobre a geração de vórtice em anel, por meio de indução magnetohidrodinâmica, em fluidos condutores. Experimentos em água do mar são realizados devido à sua condutividade elétrica, homogeneidade e por proporcionar a aplicação magnetohidrodinâmica em áreas da engenharia que possuem grande potencial de desenvolvimento futuro. Após estudar as teorias clássicas do vórtice em anel e da magnetohidrodinâmica, induz-se por meio de dispositivos eletromagnéticos e exploração das propriedades viscosas da água, o vórtice em anel. Experimentam-se diversos tipos diferentes de configuração geradora do fenômeno, e em um dos experimentos, controla-se a circulação de um diferencial de vórtice em anel por meio de variações do campo elétrico aplicado. Uma vez gerado o diferencial do vórtice em anel, sua dinâmica como distribuição de velocidades e pressões são investigadas. Otimizações durante as realizações dos experimentos são necessárias para melhorar o rendimento e a quantidade de movimento do fenômeno.

Palavras-chave: vórtice em anel; magnetohidrodinâmica.

ABSTRACT

SERRANO, R. B. (2000). *Generation of vortex ring in fluids conductors by induction magnetohydrodynamics*. São Carlos, 2000. 124p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

The purpose of the present work is to present a study of the generation of the vortex ring, by magnetohydrodynamics induction in electrically conductive fluids. Experiments are executed in seawater due its electric conductivity, homogeneity and due to its providing the application of magnetohydrodynamics in areas of engineering which possess a great potential for future development. After studying classic vortex ring and magnetohydrodynamic theory, a vortex ring is induced by eletromagnetic device and the exploration of the viscous properties of water. Several different types of the generating configurations for the phenomena are tested and, in one of the experiments, the vortex circulation is controlled by variations of the applied electric field. Once the vortex ring is generated, its dynamics in terms of velocity distribution and pressures is investigated. Improvements during the execution of the experiments it was necessary to improve the momentum of the phenomena.

keywords: vortex ring; magnetohydrodynamics.

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo maior apresentar um estudo sobre o vórtice em anel gerado por meio da indução de força de campo magnetohidrodinâmica ou MHD, explorando as propriedades viscosas do fluido. Um estudo sobre o vórtice em anel clássico fez-se necessário para um bom entendimento das suas características e dinâmica, ao longo de sua existência no fluido, desde sua geração.

A idéia de elaborar este trabalho surgiu após a indução de um vórtice magnetohidrodinâmico na água do mar por MISSIATO (1998).

Durante a pesquisa bibliográfica, não foi encontrado nenhum artigo que tratasse especificamente da geração e controle da circulação de vórtice em anel por meio de indução magnetohidrodinâmica. Acredita-se que este trabalho tem uma importante contribuição acadêmica, entre outras, no sentido de proporcionar aos alunos iniciados no curso de mecânica dos fluidos, exemplos como: a atuação de força de campo eletromagnética no movimento dos fluidos e a criação do vórtice em anel.

Uma importante justificativa à busca dos objetivos deste trabalho, deve-se ao fato do vórtice em anel ser um fenômeno com simetria de forma e considerável quantidade de movimento em seu interior, permitindo a viabilidade de sua aplicação como meio de propulsão, controlável magnetohidrodinamicamente, na água do mar e a aplicação do controle da circulação de vórtices por meio da magnetohidrodinâmica, como sendo um importante elemento de trabalho, por proporcionar a interferência do homem no movimento de fluidos, sem a necessidade do emprego de dispositivos de partes móveis.

O vórtice em anel é um fenômeno fluidodinâmico que desperta a atenção de pesquisadores devido à sua homogeneidade e complexa interação com o meio. De acordo com MAGARVEY & MACLATCHY (1964a), durante décadas, imediatamente após a formulação do teorema geral do vórtice, elaborado por Helmholtz em 1858, o fenômeno do vórtice em anel recebeu a atenção de muitos pesquisadores em mecânica dos fluidos.

Na quase totalidade dos artigos estudados, seus autores têm direcionado seus trabalhos à dinâmica do vórtice em forma de anel, os quais são gerados utilizando-se metodologias convencionais, como por exemplo, dispositivos que ejetam fluidos com aspectos visuais diferentes, devido ao emprego de corantes para visualização, mas com iguais características ao fluido do meio onde está sendo realizado o experimento, ou seja, trata-se do mesmo fluido experimentado. Estas e outras considerações foram detalhadas por MAGARVEY & MACLATCHY (1964a) e (1964b), MAXWORTHY (1972), WAKELIN & RILEY (1996) e vários outros autores. A geração de vórtice em anel em termos de uma força impulsiva, através de orifícios, aplicada acima de uma área circular é também mencionada por SAFFMAN (1995).

O termo vórtice em anel muitas vezes apresentado neste trabalho, induz o leitor a imaginar o fenômeno com formato completamente toroidal. Na verdade, é mais correto referir-se ao toróide como “pseudo - vórtice em anel”.

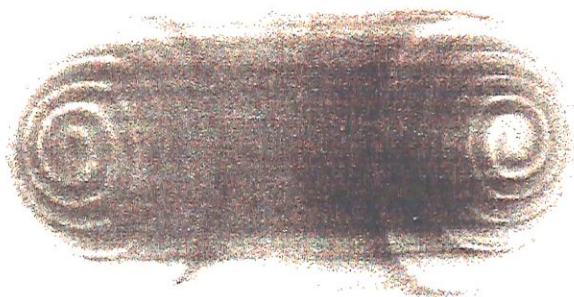


FIGURA 1 - Vórtice em Anel em Água – Magarvey & MacLatchy (1964 a)

O vórtice em anel, de acordo com MAGARVEY & MACLATCHY (1964a), é na realidade constituído por finas camadas de fluido em movimento involuto com uma considerável velocidade, conforme se pode visualizar na FIGURA 1. Em várias observações de imagens tomadas de seus experimentos, percebe-se claramente que não existe uma superfície contínua definindo o toróide, mas sim uma interação entre o fluido ejetado no ambiente (rotacional) e o fluido do próprio ambiente (irrotacional). Em nenhum dos processos mencionados acima, há aplicação da magnetohidrodinâmica.

Este trabalho está dividido basicamente em três principais capítulos a seguir:

- Capítulo I - teoria magnetohidrodinâmica: um resumo sobre as características da referida força de campo e seus tópicos básicos como: campo elétrico, eletrólise e campo magnético, é apresentado;
- Capítulo II - teoria do vórtice em anel: a formação, estrutura, dinâmica e desintegração deste fenômeno são analisadas neste capítulo, para ter-se um bom entendimento de sua interação no fluido;

- **Capítulo III - vórtice em anel magnetohidrodinâmico:** neste capítulo descrevem-se os experimentos, nos quais tem-se a fusão dos dois conceitos anteriores. Várias configurações de geometria de eletrodos, para geração de campo elétrico, bem como várias sugestões para indução do vórtice em anel, são apresentadas nesta parte do trabalho, servindo como base para futuros experimentos que certamente, serão realizados nesta área;
- **Capítulo IV - a conclusão do trabalho.**

CAPÍTULO I - MAGNETOHIDRODINÂMICA - MHD

A utilização da magnetohidrodinâmica, como força de campo induzindo movimento em fluidos condutores, já encontrou aplicações em muitas áreas da engenharia e ciências aplicadas. Este fenômeno teve seus efeitos percebidos desde os princípios da eletricidade por Faraday, mais tarde por Lorentz, e vários outros pesquisadores. Naquela época, o fenômeno MHD foi superficialmente analisado devido às poucas condições disponíveis. Mas o que é MHD, como e quando este fenômeno acontece?

Segundo SHERCLIFF (1965b), um condutor, fluido ou sólido, ao encontrar-se na presença de um campo magnético variável¹ externamente aplicado, cria uma densidade de corrente elétrica induzida neste condutor que interage mutuamente com o campo magnético original; tendo como resultante, forças eletromagnéticas que alteram o gradiente de pressão do fluido ou o estado de movimento do sólido. As forças eletromagnéticas que surgem, são devido ao produto vetorial entre o vetor densidade de corrente elétrica induzida e o vetor densidade de campo magnético aplicado. Esta força eletromagnética recebe o nome de força de Lorentz.

¹ O campo magnético variável pode ser gerado de várias formas como por exemplo, por meio do movimento de um ímã permanente ou por meio de um solenóide alimentado por uma fonte de corrente variando com o tempo.

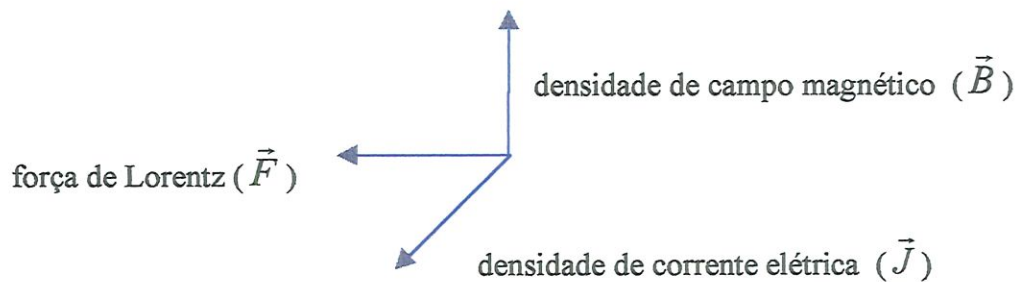


FIGURA 2 - Produto Vetorial $\vec{J} \times \vec{B} = \vec{F}$

O efeito magnetohidrodinâmico é facilmente percebido quando o fluido condutor, ou qualquer condutor metálico, submetido à presença do campo magnético variável, ou não², possui alta condutividade como o mercúrio. Contudo, no caso deste mesmo experimento magnetohidrodinâmico ser realizado em eletrólitos³, que será o fluido utilizado neste trabalho, a corrente elétrica induzida pelo campo magnético variável não é suficiente para modificar e manter um movimento satisfatório no eletrólito, devido à predominância dos efeitos viscosos sobre a Força de Lorentz e, neste caso, pode-se considerá-la desprezível.

Neste caso há a necessidade de, além de um campo magnético variável, ou não, externamente aplicado; a aplicação de uma diferença de potencial em eletrodos submersos no eletrólito, forçando a passagem de uma densidade de corrente elétrica através dele para que se tenha uma força eletromagnética resultante.

² O campo magnético neste caso pode ser não variável, onde as correntes elétricas induzidas, são provenientes do movimento do elemento condutor submetido à presença deste campo magnético.

³ Considera-se a resistência do eletrólito bem maior que a do mercúrio.

A magnetohidrodinâmica é considerada um ramo da hidrodinâmica clássica, onde a diferença entre os dois conceitos, surge ao considerarem-se as propriedades elétricas do fluido no primeiro caso.

Segundo SHERCLIFF (1965a), a MHD tem dois princípios básicos que são:

- o movimento de um corpo condutor, sólido ou líquido, dentro de um campo magnético que altera o campo magnético original, devido às correntes elétricas induzidas neste corpo;
- uma força eletromagnética, devido à interação entre corrente elétrica induzida e campo magnético que aparece perturbando o movimento original.

SHERCLIFF (1965a) menciona que ainda na primeira metade do século XIX, alguns pesquisadores como Faraday, Ritchie e outros, buscaram através dos princípios básicos da MHD, explicar certos fenômenos da natureza. Faraday pensou que os movimentos dos mares poderiam influenciar no campo magnético da Terra. Ritchie, enunciou que o campo magnético da Terra altera o movimento dos mares. Recentemente, o primeiro ganhou força entre os geógrafos. Ambas as suposições foram feitas naquela época, considerando-se as correntes elétricas marítimas de origem desconhecida.

O interesse pelo fenômeno MHD diminuiu no final do século XIX, mas mesmo assim, foi base para a idealização de alguns dispositivos eletromagnéticos. SHERCLIFF (1965a) apresenta como exemplos, o dispositivo de bombeamento de água, idealizado por Ritchie em 1832 e o magnetômetro⁴ de Leduc em 1887. Na primeira metade do

⁴ É um instrumento que serve para medir momentos magnéticos. O campo determina sobre o sistema de ímãs, um momento de giro proporcional a sua intensidade.

século XX, alguns astrofísicos como Hale, Babcocks, Larmor, entre outros, tentaram encontrar respostas de problemas sobre plasmas e campos magnéticos no universo, apoiados na teoria magnetohidrodinâmica. Petersen, em 1919 construiu um gerador de MHD usando gás ionizado. Este gerador é considerado por alguns autores como sendo uma das primeiras aplicações deste fenômeno em engenharia no século XX.

Uma teoria mais formal da MHD surgiu no período entre guerras, por Cowling e Ferraro, enquanto experimentos de fluidos condutores eram realizados em laboratório por outros cientistas e engenheiros como Williams e Hartmann. Segundo SHERCLIFF (1965a), finalmente em 1942 o engenheiro e astrofísico Alfvén publicou um artigo que marcou o início oficial da magnetohidrodinâmica, e foi a partir desta data que o fenômeno eletromagnético recebeu a atual denominação.

Com o final da II^a Guerra, houve o início de uma grande corrida na área tecnológica nos países mais desenvolvidos. Trabalhos marcantes em MHD foram realizados e possibilitaram o seu emprego nas mais diversas áreas, principalmente em ambientes de pesquisa nuclear. Como exemplo destas aplicações têm-se usinas nucleares que passaram a utilizar os princípios da MHD para bombeamento de líquidos refrigerantes em seus reatores; indústrias metalúrgicas adotaram a MHD para apuração de metais. A MHD tornou possível otimizações em aceleração de gases na propulsão de foguetes. Também foi utilizada como fonte de alta energia em túneis de vento para simulação de vôos hipersônicos, etc.

O campo de aplicações da MHD é bem vasto se analisado no sentido de benefícios gerados por este artifício, mas esbarra-se em certas dificuldades que, com o passar do tempo, certamente poderão ser superadas devido ao rápido desenvolvimento

tecnológico experimentado pelo homem nesta segunda metade do século XX. Uma das grandes dificuldades que os pesquisadores encontraram, deve-se à condutividade elétrica dos fluidos e plasmas a baixas temperaturas, ser muito menor que, por exemplo, a do cobre. O cobre possui uma alta condutividade, mas torna-se inviável devido principalmente à sua densidade física e o resultante peso da aparelhagem necessária em certos tipos de aplicação, como por exemplo, o desenvolvimento de veículos de transporte aéreo.

Segundo SHERCLIFF (1965a), a aplicação magnetohidrodinâmica será considerada ideal, a partir do momento em que fluidos condutores ou plasmas estiverem tornando possíveis trabalhos onde é impossível a aplicação de condutores sólidos. Espera-se que, com o advento dos supercondutores, novas frentes de pesquisas possam dar continuidade a este promissor e vasto campo de aplicações eletromagnéticas.

1.1 - CONCEITOS BÁSICOS

Achou-se necessário apresentar, nesta seção, uma pequena introdução dos conceitos pertinentes aos principais fenômenos envolvidos no processo magnetohidrodinâmico.

No entendimento do autor estes conceitos básicos são necessários para uma melhor visualização da interação campo elétrico/magnético e as reações ocorridas durante a realização do processo magnetohidrodinâmico na água do mar, representado aqui pela eletrólise. Esta introdução não dispensa um estudo mais aprofundado destes tópicos.

1.1.1 - DENSIDADE DE CORRENTE ELÉTRICA (\vec{J})

Fazendo-se uma analogia entre a eletricidade e a hidrodinâmica, percebe-se que a distribuição das linhas de campo elétrico entre dois eletrodos, positivo e negativo são similares, respectivamente, às linhas de fluxo de uma fonte e sorvedouro na hidrodinâmica. Segundo MAGARVEY & MACLATCH (1964a), a analogia entre as equações eletromagnéticas e hidrodinâmicas, proporcionou o surgimento de um paralelismo entre as duas teorias. Muitas equações empregadas em mecânica dos fluidos, foram emprestadas diretamente do eletromagnetismo para tentar explicar certos fenômenos que ocorrem na mecânica dos fluidos. O vórtice em anel foi um fenômeno beneficiado por este “empréstimo de equações”.

Baseando-se em princípios básicos da eletroquímica, considere uma cuba eletrolítica genérica contendo dois eletrodos submersos em um eletrólito, os quais estão submetidos a uma diferença de potencial. Para que o fluido seja um meio eletrólito, ele deve ser constituído por substância iônica dissolvida, ou seja, conter íons livremente móveis.

Ao acionar-se o dispositivo, o campo elétrico gerado força o deslocamento dos elétrons pelo fio fazendo surgir pólos de sinais contrários nos eletrodos. A região que envolve os eletrodos sofre influência do campo eletrostático, sendo este campo mais intenso nas proximidades dos mesmos. Segundo SHERCLIFF (1965a), a força total sofrida por uma partícula carregada, como um íon por exemplo, é devido à resultante das forças de atração e repulsão de todas outras cargas presentes. O campo eletrostático é

representado por \vec{E}_s e tem como dimensão Volt/metro (V/m). A lei de Coulomb, escreve que

$$\nabla \times \vec{E}_s = 0; \text{ e} \quad (1)$$

$$\vec{E}_s = -\nabla V \quad (2)$$

onde V (Volts) representa o potencial eletrostático. Cada campo eletrostático individual dentro deste sistema analisado pode ser representado pela equação seguinte

$$\nabla \cdot \vec{E}_s = \frac{\rho v}{\epsilon_0} \quad (3)$$

O termo ϵ_0 na Equação (3) representa a permissividade elétrica do vácuo⁵ e ρv a densidade de carga elétrica. O campo \vec{E}_s também faz-se presente com as cargas em movimento.

Segundo FRANKE (1967), os íons não são criados pela corrente, eles já existem na dissolução do sal. Eles se originam pelo processo chamado dissociação eletrolítica⁶. No eletrólito o deslocamento dos íons positivos tem o mesmo sentido do campo elétrico aplicado, e os íons negativos movem-se em sentido contrário a esse campo. O eletrodo negativo chama-se cátodo, pois recebe os íons positivos ou cátions; o eletrodo positivo chama-se ânodo, pois recebe os íons negativos ou ânions. Através dos íons presentes no

⁵ A permissividade é o fator de proporcionalidade entre o vetor D e o campo eletrostático E_s , ($D = \epsilon_0 E_s$). O valor de $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$, é denominado também constante dielétrica absoluta.

⁶ É o processo pelo qual uma molécula se decompõe em uma ou mais partes. Como resultado desta dissociação, surgem os íons.

eletrólito, tem-se o circuito fechado possibilitando a passagem de uma densidade de corrente elétrica, medida em Ampère, A.

Utilizando-se eletrodos de alumínio pode constatar-se facilmente na prática, um grande desgaste no eletrodo de polo positivo, ou ânodo, pois o material cede íons durante a eletrólise. Este processo chama-se “oxidação”. Em 1834, Faraday estabeleceu que a massa de substância eletrolisada é diretamente proporcional à quantidade de carga elétrica que atravessa a solução. Este enunciado é muito importante para uma futura análise mais detalhada das reações químicas que ocorrem com os dispositivos envolvidos no processo, para aperfeiçoamentos e confecções de equipamentos viáveis ao uso cotidiano. Confira o tópico seguinte referente à eletrólise.

A condutividade elétrica do fluido é uma propriedade fundamental para ter-se um perfeito funcionamento do experimento, e esta propriedade é facilmente encontrada na água do mar a qual é constituída, na sua maior parte, de cloreto de sódio (NaCl) que se encontra naturalmente no estado dissolvido como mencionado anteriormente.

A velocidade de deslocamento dos íons no eletrólito é proporcional à condutividade elétrica do fluido, que por sua vez é proporcional ao campo elétrico aplicado nos eletrodos. A mobilidade dos íons varia de acordo com o atrito interno entre eles no fluido, interferindo na sua velocidade de deslocamento.

A condutividade, representada pela letra grega σ , tem como dimensão “mho/m” (Ω/m) ou Siemens. Um “mho” representa a corrente de 1 Ampère/volt e é dependente da temperatura. Ao comparar-se a condutividade elétrica da água do mar, que é de aproximadamente $4 \Omega/m$, com água fresca da torneira, $10^{-3} \Omega/m$, ou com o cobre,

$5,80 \times 10^7 \text{ } \Omega/\text{m}$, percebe-se que a exploração da condutividade elétrica na água do mar é viável apesar de ser muito menor que a do cobre.

1.1.2 - ELETRÓLISE

O conceito de eletrólise deve ser considerado neste trabalho por ser um fenômeno presente em todos os experimentos MHD realizados em eletrólitos. A eletrólise é o processo de decomposição química que surge em um eletrólito devido à passagem de corrente elétrica. Segundo FRANKE (1967), tecnicamente a eletrólise tem importantíssimas aplicações, como por exemplo, na fabricação de alumínio, na preparação de metais puros, na produção de hidrogênio, etc.

Neste trabalho o interesse pela eletrólise é diferente das vantagens mencionadas acima, por ser um fenômeno prejudicial aos experimentos MHD em eletrólitos.

O processo da eletrólise influencia diretamente as características do fenômeno estudado devido à formação de H_2 , Ca(OH)_2 , Mg(OH)_2 e outros componentes químicos⁷ que apresentam comportamento isolante. As substâncias depositadas nos eletrodos são decorrentes dos íons livres no eletrólito. Estas substâncias químicas depositadas nos eletrodos comprometem a performance dos experimentos interferindo diretamente na distribuição de corrente, os quais aproximadamente após 1 hora de ensaio, de acordo com os experimentos realizados por TEMPELMEYER (1994), encontram-se com sua

⁷ Estes componentes químicos são dependentes do eletrólito utilizado (sal, ácido ou base) e dos materiais que compõe os eletrodos.

superfície parcialmente bloqueada. A consistência dos resultados torna-se comprometida dependendo da intensidade de materiais depositados neste processo.

TEMPELMEYER (1994) realizou experimentos com vários tipos de eletrodos, dentre eles o cobre, alumínio, Eltech DSA⁸ e aço inoxidável polido chegando a conclusão de que o comportamento destes materiais durante os experimentos foram similares, com exceção do ânodo constituído de cobre que oxidou rapidamente bloqueando consideravelmente a passagem de corrente. O ânodo de Eltech DSA e o cátodo de aço inoxidável polido obtiveram melhores resultados. Durante estes experimentos não houve a aplicação de campo magnético externo.

Nos experimentos realizados por MISSIATO (1998), empregaram-se várias técnicas e tipos de materiais para confecção dos eletrodos. Os melhores resultados foram obtidos, fazendo-se do ânodo um eletrodo em forma puntual, confeccionado em ouro; e do cátodo, um eletrodo em forma de anel confeccionado em aço inoxidável.

A referência feita sobre eletrólise, nesta seção, não dispensa um futuro trabalho aprofundado sobre desgastes ou depósitos de materiais nos dispositivos envolvidos no processo.

⁸ Marca registrada da Eltech System Corporation (DSA – Dimensionally Stable Anode)

1.1.3 - DENSIDADE DE FLUXO MAGNÉTICO (\vec{B})

Em 1820, o físico dinamarquês Hans C. Oersted demonstrou que uma corrente elétrica deslocando-se em um condutor influencia a posição da agulha magnética. Faraday ficou convicto de que se a corrente produz magnetismo, então, magnetismo produz corrente. Após 10 anos de pesquisa dedicados a esse objetivo, Faraday obteve sucesso. Segundo HAYT (1983), Joseph Henry chegou a resultados semelhantes, na Albany Academy, Estados Unidos, aproximadamente no mesmo período. Desde então exaustivos estudos e pesquisas vêm sendo feitos neste ramo da eletricidade, aperfeiçoando cada vez mais a bagagem de conhecimento acumulado no decorrer deste período e permitindo inovações que, muitas vezes, surpreendem até mesmo os próprios pesquisadores com descobertas inesperadas.

Através destes conhecimentos, pode-se afirmar que a fonte de um campo magnético pode ser um ímã permanente em repouso, um campo elétrico variando com o tempo ou uma corrente contínua. As fontes mencionadas acima geram de maneiras diferentes os campos magnéticos, como por exemplo, o campo magnético estacionário, induzido pelo ímã permanente ou pela corrente contínua após sua estabilização; e o campo magnético variável, induzido pelo campo elétrico variável com o tempo.

Biot e Savart, dois professores de física do Colégio de França, estabeleceram leis que relacionam o fluxo elétrico ao respectivo campo magnético gerado. Suas leis são conhecidas como Lei de Biot-Savart e estabelece que a intensidade do campo magnético \vec{H} , medido em Ampère/metro, A/m, produzido por um elemento diferencial

de corrente é diretamente proporcional ao produto da corrente pela magnitude do elemento diferencial, pelo seno do ângulo que liga o condutor e a linha que une o condutor ao ponto considerado. A intensidade do campo magnético é inversamente proporcional ao quadrado da distância do elemento diferencial ao ponto considerado no espaço.

Em notação vetorial, a Lei de Biot-Savart é escrita como

$$d\vec{H} = \frac{I.d\vec{L} \times \vec{ar}}{4\pi R^2} \quad (4)$$

A Equação (4) relaciona um elemento diferencial de corrente e seu respectivo campo magnético, ou na forma integral da Equação (5)

$$\vec{H} = \oint \left(\frac{I.d\vec{L} \times \vec{ar}}{4\pi R^2} \right) \quad (5)$$

A Lei de Biot-Savart também pode ser expressa em função da densidade de corrente, $\vec{J} = \rho \vec{U}$, onde \vec{U} representa a velocidade

$$\vec{H} = \iiint \left(\frac{\vec{J} \times \vec{ardv}}{4\pi R^2} \right) \quad (6)$$

e da densidade superficial de corrente \vec{K} ,

$$\vec{H} = \iint \left(\frac{\vec{K} \times \vec{ardS}}{4\pi R^2} \right) \quad (7)$$

A Lei Circuital de Ampère, derivada da Lei de Biot-Savart, estabelece que a integral de linha da intensidade de fluxo magnético é exatamente igual a corrente que está presente neste condutor

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{L} = I \quad (8)$$

A densidade de fluxo magnético \vec{B} , é definida de acordo com a seguinte equação

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (9)$$

onde μ_0 é a permeabilidade do espaço livre⁹ e tem como valor $4 \pi \times 10^{-7}$ H/m. \vec{B} é medido em Wb/m² (Weber / metro²), T (Tesla) ou Gauss. 1Wb/m² equivale a 1T que equivale a 10 000 Gauss.

$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} \text{ Wb} \quad (10)$$

O fluxo magnético, representado por Φ na Equação (10), é o fluxo que atravessa qualquer área considerada.

$$\Psi = \iint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q \quad (11)$$

⁹ O campo magnético pode descrever-se mediante a indução magnética B ou mediante a intensidade do campo magnético H . A permeabilidade é o fator de proporcionalidade entre estes dois vetores. É uma constante de material que depende somente da natureza deste material. No nosso trabalho usa-se a permeabilidade absoluta, ou do vácuo, ou constante de indução, ou constante magnética fundamental.

Representado pela letra grega Ψ , o fluxo elétrico é descrito pela Equação (11) análoga à Equação (10), a qual estabelece que a densidade de fluxo elétrico total \vec{D} , medido em coulomb/m², que atravessa qualquer superfície fechada é igual a carga elétrica Q , envolvida por esta superfície.

HAYT (1983) escreve que as linhas de fluxo elétrico que surgem na fonte não se perdem no espaço. Elas começam e terminam em cargas positivas e negativas respectivamente, o que não acontece com o campo magnético. As linhas de campo magnético não começam e nem terminam em “cargas magnéticas”, elas teoricamente formam percursos fechados, portanto,

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (12)$$

A Equação (12) representa a Lei de Gauss para o campo magnético.

A aplicação do teorema da divergência na Equação (12) mostra-nos claramente que

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (13)$$

As equações acima referem-se a campos magnéticos estacionários. Algumas destas equações serão vistas novamente na seção 1.2 como parte da descrição do fenômeno magnetohidrodinâmico e apresentação das equações de Maxwell.

1.2 - ANÁLISE DO FENÔMENO MAGNETOHIDRODINÂMICO

Fazendo-se uma análise macroscópica do comportamento obtido na interação dos campos elétrico e magnético, percebe-se que a força resultante é máxima, quando os

campos encontram-se exatamente a 90° um do outro. Isto é facilmente demonstrado pelo cálculo vetorial,

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |A| \cdot |B| \cdot \text{sen } \theta, \quad (14)$$

onde θ é o ângulo entre os dois vetores. Este ângulo é importantíssimo e deve sempre ser levado em consideração mesmo nas situações bem próximas do valor zero onde ainda se tem, mesmo que pequenos, “vestígios” de força que somados resultam em vetores significantes. Buscou-se durante toda a evolução do experimento, montar os dispositivos eletromagnéticos o mais perpendicular possível, respeitando o produto vetorial acima.

Algumas das equações apresentadas aqui já foram vistas na seção 1.1.3. Acha-se conveniente fazer um breve resumo e apresentar as equações clássicas de Maxwell as quais descrevem a interação entre a eletricidade e magnetismo. As quatro equações básicas de Maxwell são as seguintes:

$$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint \rho \, dv \quad (15)$$

A Equação (15) afirma que a densidade de fluxo elétrico \vec{D} , que atravessa qualquer superfície fechada, é igual a densidade de carga total envolvida por esta superfície. Esta equação é conhecida como Lei de Gauss para o fluxo elétrico. Levando-se esta equação para a forma diferencial tem-se

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (16)$$

que é a 1ª equação de Maxwell.

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{L} = \iint \vec{J} \cdot d\vec{S} + \iint \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (17)$$

A Equação (17) é uma versão variável no tempo da Lei Circuital de Ampère e estabelece que a integral de linha da intensidade de campo magnético \vec{H} , em qualquer percurso fechado, é igual a corrente envolvida pelo percurso. Segundo HAYT (1983), a variação do fluxo elétrico com o tempo, que aparece no lado direito da equação, foi denominada por Maxwell como corrente de deslocamento. STREETER (1961), escreve que o termo corrente de deslocamento pode ser desprezado quando se trata de bons condutores, devido ao não acúmulo de cargas elétricas durante a passagem da corrente por este condutor, simplificando bastante a Equação (17).

Na forma diferencial tem-se

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (18)$$

que é a 2ª equação de Maxwell.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{L} = - \iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (19)$$

A Equação (19) é conhecida como Lei de Faraday e estabelece que a intensidade do campo elétrico \vec{E} , em um percurso fechado, é determinado pela variação do campo magnético no tempo. Na forma diferencial tem-se

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (20)$$

que é a 3ª equação de Maxwell. As Equações (19) e (20) representam o campo elétrico de uma maneira abrangente. Com o campo magnético, variando com o tempo, a partícula elétrica submetida a este campo sofre uma força adicional \vec{E}_i , que representa o campo elétrico induzido e é definido como

$$\nabla \cdot \vec{E}_i = 0 \quad (21)$$

e conforme a Lei de Faraday apresentada na forma diferencial da Equação (20) sobre o campo elétrico induzido tem-se

$$\nabla \times \vec{E}_i = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (22)$$

Na verdade, o campo elétrico \vec{E} é composto da soma de dois fatores

$$\vec{E} = \vec{E}_s + \vec{E}_i \quad (23)$$

onde \vec{E}_s é o campo eletrostático conforme mencionado na Equação (1) e \vec{E}_i , o campo elétrico induzido. \vec{E}_s é a parte irrotacional-divergente e \vec{E}_i é a parte rotacional-solenoidal de \vec{E} .

Finalmente, conforme já visto na seção 1.1.3, têm-se as Equações (12) e (13) abaixo

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (12)$$

a Lei de Gauss para o campo magnético estabelece que a densidade de fluxo magnético \vec{B} deve teoricamente formar um circuito fechado. Em forma diferencial tem-se

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (13)$$

que é a 4ª equação de Maxwell.

Ao referir-se à determinação das forças e torques exercidos sobre cargas por um campo magnético externo, direcionam-se os conceitos de MHD a uma aplicação física mais direta aos objetivos do nosso trabalho, mencionado anteriormente, que é apresentar um estudo sobre o vórtice em anel, gerado por meio da indução de força de campo magnetohidrodinâmica ou MHD.

De acordo com os conceitos básicos de campo elétrico, o mesmo exerce uma força sobre cargas elétricas em repouso ou em movimento. O campo magnético só exerce alguma força sobre cargas elétricas, se as mesmas estiverem em movimento. Portanto

$$\vec{F} = Q\vec{U} \times \vec{B} \quad (24)$$

A Equação (24) determina que uma partícula elétrica movimentando-se dentro de um campo magnético sofre a ação de uma força \vec{F} , proporcional à intensidade da carga elétrica Q , à velocidade \vec{U} , ao campo magnético \vec{B} e ao seno do ângulo entre os vetores \vec{U} e \vec{B} .

A velocidade desta partícula não pode ser alterada pela força porque a mesma é sempre aplicada perpendicularmente à sua trajetória não variando sua energia cinética. A energia recebida por esta partícula é proveniente do campo elétrico independente da sua direção.

Ao fazer-se a combinação dos campos elétrico e magnético tem-se a determinação da força sobre uma partícula em deslocamento, portanto,

$$\vec{F} = Q(\vec{E} + \vec{U} \times \vec{B}) \quad (25)$$

A Equação (25) é conhecida como força de Lorentz.

Tem-se no decorrer deste trabalho considerado \vec{J} como sendo a densidade de corrente elétrica aplicada, definido à partir da Equação (6). Ao levar-se a Equação (25) para a forma diferencial tem-se

$$d\vec{F} = dQ(\vec{U} \times \vec{B}) \quad (26)$$

e considerando-se o elemento diferencial de carga, $dQ = \rho \, dv$, chega-se à equação

$$d\vec{F} = \rho dv(\vec{U} \times \vec{B}) \quad (27)$$

onde a densidade de corrente é igual à velocidade da densidade volumétrica de carga,

$$\vec{J} = \rho \vec{U}, \text{ então}$$

$$d\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} dv \quad (28)$$

Ao integrar-se a Equação (28) tem-se

$$\vec{F} = \iiint \vec{J} \times \vec{B} dv \quad (29)$$

Até agora, considerou-se apenas a atuação do eletromagnetismo em termos de força impulsiva atuando em partículas. Para tornar-se o emprego destes conceitos úteis em problemas de MHD, o mesmo deve ser considerado como sendo a força de campo atuando continuamente no fluido o qual se mantém com quantidade de movimento constante.

Todas as considerações feitas sobre o fluido, a partir de agora como sendo contínuo, viscoso e incompressível, referem-se às características do fluido experimentado. Considerando-se o sistema de coordenadas cartesiano e o campo de tensões que são submetidos ao fluido devido à força de campo eletromagnética e/ou magnetohidrodinâmica percebe-se que, teoricamente, a componente de tensão normal ao elemento de fluido é mais significativa do que as tensões de cisalhamento durante o processo de impulsão. Não se deve generalizar o enunciado anterior, porque as tensões de cisalhamento após a impulsão desenvolvem um papel fundamental na geração da vorticidade. Assume-se que o fluido está em equilíbrio local e suporta deslocamento isotrópico caracterizado pela viscosidade, condutividade elétrica homogênea e eletrodos de mesma geometria.

No conjunto de equações apresentados a seguir, considera-se a tensão normal σ_{mn} , onde se faz necessário a presença do índice mn , para diferenciar da condutividade elétrica σ . As tensões de cisalhamento são representadas por τ_{mn}

$$\sigma_{xx} = -p + 2\eta \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \frac{1}{3} \nabla \cdot \vec{U} \right) \quad (30a)$$

$$\sigma_{yy} = -p + 2\eta \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} - \frac{1}{3} \nabla \cdot \vec{U} \right) \quad (30b)$$

$$\sigma_{zz} = -p + 2\eta \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial z} - \frac{1}{3} \nabla \cdot \vec{U} \right) \quad (30c)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \eta \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \quad (30d)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \eta \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) \quad (30e)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \eta \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \quad (30f)$$

onde η representa a viscosidade; \vec{U} a velocidade local; \bar{u} a componente de velocidade na direção x; \bar{v} a componente de velocidade na direção y; \bar{w} a componente de velocidade na direção z e p é a pressão termodinâmica local.

As equações da mecânica dos fluidos submetidos à influência da MHD, serão apresentadas a partir de agora.

Primeiramente tem-se a equação da continuidade

$$\nabla \cdot \rho \vec{U} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (31)$$

para escoamento incompressível, $\rho = \text{constante}$; a densidade agora não é função nem das coordenadas espaciais nem no tempo. Então, neste caso, tem-se

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (32)$$

$\nabla \cdot \vec{U}$ é denominado taxa de dilatação volumétrica.

A equação referente a aceleração de uma partícula fluida em um campo de velocidade sob a aplicação da força de campo eletromagnética $\vec{J} \times \vec{B}$ é

$$\rho \frac{D\bar{u}}{Dt} = \rho (\bar{g}_x + \vec{J} \times \vec{B}) + \left[\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right] \quad (33a)$$

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \rho(\vec{g}_y + \vec{J} \times \vec{B}) + \left[\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right] \quad (33b)$$

$$\rho \frac{D\vec{w}}{Dt} = \rho(\vec{g}_z + \vec{J} \times \vec{B}) + \left[\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right] \quad (33c)$$

As Equações (33) são as equações de Navier-Stokes modificadas pelo acréscimo da força de campo $\vec{J} \times \vec{B}$. Para fluido incompressível, $\rho = \text{constante}$, $\eta = \text{constante}$, tem-se a equação

$$\rho \frac{D\vec{U}}{Dt} = (\vec{J} \times \vec{B}) - \nabla P + \eta \nabla^2 \vec{U} \quad (34)$$

Pode acrescentar-se um termo adicional à equação acima, $1/3 \eta \nabla(\nabla \cdot \vec{U})$, para fluidos compressíveis, mas não é o caso de nosso trabalho. Ao multiplicar-se a Equação (34) acima pelo termo velocidade, \vec{U} , tem-se a equação da energia mecânica para fluidos incompressíveis

$$\frac{(D/Dt)1}{2} \rho \vec{U}^2 = \vec{U} \cdot (\vec{J} \times \vec{B}) - \vec{U} \cdot \nabla P + \eta \vec{U} \cdot \nabla^2 \vec{U} \quad (35)$$

Com a Equação (35), tem-se completo o conjunto resumido de equações necessárias para as considerações do escoamento MHD pertinente aos nossos experimentos.

A terminologia empregada neste trabalho é a mesma utilizada por autores e pesquisadores desta área. Segundo SHERCLIFF (1965b), o produto vetorial $\vec{J} \times \vec{B}$, ou força \vec{F} , em sólidos, é prontamente respondida por uma reação imediata, desde que a força resultante seja capaz de alterar seu estado de movimento. O sólido sustenta qualquer distribuição de força sem sofrer deformações na sua constituição molecular.

No caso do fluido condutor, ou eletrólito, a aplicação da força resultante provoca variações no seu gradiente de pressão. Mas isto não quer dizer necessariamente que o fluido entra em um movimento específico contínuo.

Considere a cuba eletrolítica mencionada acima, contendo fluido condutor com uma densidade de corrente uniforme aplicada. Se um campo magnético, também uniforme, é aplicado exatamente a 90° com a direção da densidade de corrente, ocorre um pequeno movimento rotacional no fluido no instante em que o campo magnético é acionado, como se houvesse um “acoplamento” entre as duas grandezas físicas. Este movimento rotacional é prontamente balanceado pelo gradiente de pressão do fluido, ∇P , após a estabilização da tensão alimentadora do campo magnético como demonstrado, a seguir, por SHERCLIFF (1965 b)

$$\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} = \nabla P, \text{ mas} \quad (36)$$

$$\nabla \times (\nabla P) = 0, \text{ então} \quad (37)$$

$$\nabla \times \vec{F} = \nabla \times (\vec{J} \times \vec{B}) = 0 \quad (38)$$

Nesta situação o vetor \vec{F} resultante é irrotacional, portanto qualquer movimento induzido no fluido também é irrotacional.

Considere agora o mesmo experimento com o campo magnético variando no tempo. Nesta nova configuração do experimento tem-se,

$$\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} \neq 0, \text{ mas} \quad (39)$$

$$\nabla \times (\nabla P) = 0, \text{ então} \quad (37)$$

$$\nabla \times \vec{F} = \nabla \times (\vec{J} \times \vec{B}) \neq \nabla P, \text{ ou seja,} \quad (40)$$

o gradiente de pressão não é mais capaz de balancear o movimento rotacional do fluido com o campo magnético variando no tempo.

Conforme mencionado anteriormente, para que o fluido tenha um movimento rotacional, a força \vec{F} também deve ser rotacional. No segundo exemplo, para ter-se o rotacional diferente de zero, impôs-se um campo magnético variável, mas esta não é a única maneira de ter-se o vetor \vec{F} com o rotacional diferente de zero. Pode também empregar-se um campo magnético uniforme com o campo elétrico variando no tempo, ou outra maneira simples, é a montagem do dispositivo com eletrodos de geometrias diferentes explorando os gradientes elétricos.

MISSIATO (1998) menciona que dois pesquisadores: Sozou e English basearam a origem da rotacionalidade da Força de Lorentz na geometria dos eletrodos. Segundo eles, a força é irrotacional quando os eletrodos têm o mesmo tamanho, e com uma pequena variação na geometria de um deles, a força torna-se rotacional.

No caso de nossos experimentos têm-se o campo magnético uniforme, eletrodos com a mesma geometria e o campo elétrico empregado é alimentado por uma fonte de corrente contínua a qual, acionada, gera uma força de campo irrotacional no fluido.

Nestes últimos parágrafos, tratou-se da questão da rotacionalidade da força \vec{F} , com o intuito de, através da mesma, gerar vorticidade no fluido. Nos experimentos apresentados neste trabalho, tem-se a geração do vórtice em anel por meio da aplicação de forças rotacionais explorando os gradientes elétricos e/ou magnéticos e irrotacionais por meio de cisalhamentos.

CAPÍTULO II - VÓRTICE EM ANEL

2.1 - FORMAÇÃO DO VÓRTICE EM ANEL

Consideram-se neste capítulo as características teóricas do vórtice em anel em fluidos por meio de levantamento bibliográfico. Descobriu-se que a quantidade de estudos sobre o fenômeno é consideravelmente grande.

Ao analisar-se o processo de formação do vórtice em anel, durante vários experimentos, conclui-se que o mesmo nasce de diferentes maneiras como, por exemplo, dentro da camada limite devido às tensões de cisalhamento entre o deslocamento do fluido e o orifício do tubo ejetor, ou no limite do fluido ejetado (rotacional) e o fluido em repouso (irrotacional), ambos sob influência de algum tipo de impulsão.

Nas palavras de FOX & MCDONALD (1998) “ O desenvolvimento de rotação em uma partícula fluida, inicialmente sem rotação, requer a ação de uma tensão de cisalhamento na superfície da partícula.” Afirma ainda que um fluido é rotacional devido à presença de forças viscosas nele.

A determinação da rotação de um elemento de fluido em campos de escoamentos tridimensionais é dado pela equação

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2} \nabla \times \vec{U} \quad (41)$$

onde $\vec{\omega}$ é o vetor rotação de uma partícula fluida em torno do eixo z, e o termo 1/2, representa a velocidade angular média do elemento de fluido no plano xy. A rotacionalidade acontece com maior intensidade dentro da camada limite onde as forças

viscosas estão presentes com maiores intensidades. O valor da rotação é definido como vorticidade $\vec{\xi}$ à medida que o fluido se move no campo de escoamento.

$$\vec{\xi} \equiv 2 \vec{\omega} = \nabla \times \vec{U} \quad (42)$$

A rotacionalidade definida pela Equação (42), conhecida como equação de Stokes, é a responsável pela geração da quantidade de movimento do “miolo do vórtice”, induzindo um campo de velocidade ao seu redor, devido à viscosidade; velocidade esta que é inversamente proporcional ao raio do vórtice.

Outra grandeza de muita importância é a circulação Γ , definida como a integração da componente tangencial de velocidade multiplicada pela distância em torno de uma curva fechada fixa no escoamento.

$$\Gamma = \oint \vec{U} \cdot d\vec{L} \quad (43)$$

onde $d\vec{L}$ é um vetor elementar tangente à curva.

A relação entre circulação e vorticidade pode ser demonstrado pelo Teorema de Stokes em duas dimensões. Desta forma, a circulação em volta de uma curva fechada é a soma da vorticidade total abrangida por ela.

$$\Gamma = \oint \vec{U} \cdot d\vec{L} = \iint 2 \vec{\omega}_z dS = \iint (\nabla \times \vec{U})_z dS \quad (44)$$

o índice z e o vetor dS representam a rotação em torno do eixo z nos planos $dx dy$ respectivamente.

O relacionamento entre vorticidade e circulação, demonstrado pelo Teorema de Stokes, nos aproxima a um conceito familiar dentro da mecânica dos fluidos, a sustentação de um volume de fluido, ou corpo sólido, ambos com circulação dentro do fluxo uniforme, por meio do emprego do Teorema de Kutta-Jukovski

$$\vec{L} = \rho \vec{U} \Gamma \quad (45)$$

determinando que uma circulação Γ , dentro de um fluxo livre de velocidade \vec{U} e densidade ρ gera uma força de sustentação denominada por \vec{L} .

Para uma melhor compreensão do vórtice em anel, em função das diversas maneiras do qual ele se origina e enfatizando o interesse particular, nesse trabalho, da estabilidade do vórtice em anel depois de formado, estudou-se o trabalho realizado por RILEY (1998) o qual desenvolveu modelos viscosos e não viscosos¹⁰ para a formação e propagação do vórtice em anel. Os modelos viscosos foram determinados de soluções numéricas das equações de Navier-Stokes a altos números de Reynolds. RILEY (1998) dividiu seus experimentos em duas classes. Na primeira classe não se considerou a formação do vórtice em anel, mas estudou-se o fenômeno já desenvolvido e movimentando-se no fluido.

Na segunda classe, consideraram-se a formação e a propagação do fenômeno nos estágios iniciais após impulsão através de um orifício circular. No primeiro caso analisa a interação de dois vórtices com circulações Γ_1 e Γ_2 respectivamente, calculando a

¹⁰ Não existem fluidos com viscosidade nula, entretanto, a consideração da hipótese de inexistência de forças viscosas simplifica a análise levando a resultados significativos.

dinâmica dos dois anéis a partir de uma referência virtual no sistema onde se realizou o experimento.

Na FIGURA 3, pode ver-se o gráfico do comportamento de dois vórtices em anéis viscosos com $Re = 2000$ no mesmo plano, com direções opostas durante uma colisão.

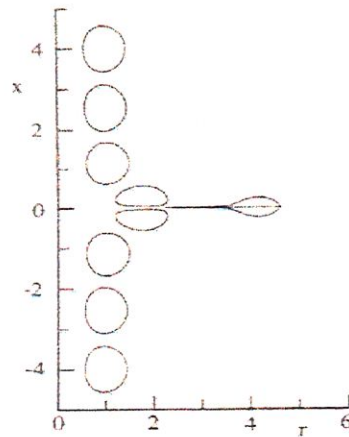


FIGURA 3 - Colisão de Dois Vórtices em Anéis no Mesmo Plano (Riley, 1998)

No segundo caso analisa a interação entre os campos de velocidade de dois anéis com deslocamentos paralelos. Ambos os anéis se expandem e contraem durante a fase de interação.

Em outro exemplo, considera o deslocamento de dois anéis idênticos, um deslocando-se imediatamente atrás do outro, descrevendo a mútua interação entre seus campos de velocidades. RILEY (1998) declara que o anel posterior diminui seu diâmetro e como consequência acelera, enquanto que o anel dianteiro aumenta seu diâmetro e desloca-se vagaroso ocorrendo a inevitável passagem de um pelo outro. Este movimento

continua, enquanto os anéis são estáveis, até sua desintegração devido à viscosidade. O número de passagem entre os anéis aumenta com o número de Reynolds.

Este último enunciado contraria o que foi mencionado por MAXWORTH (1972) o qual declara que na interação entre dois anéis seguindo o mesmo caminho não ocorre a passagem de um pelo outro, mas que o campo de vorticidade do anel posterior interage com o campo de vorticidade do anel dianteiro interferindo em ambos os deslocamentos.

Na FIGURA 4 tem-se uma definição esquemática do dispositivo utilizado por RILEY (1998) para geração do vórtice em anel nos seus experimentos.

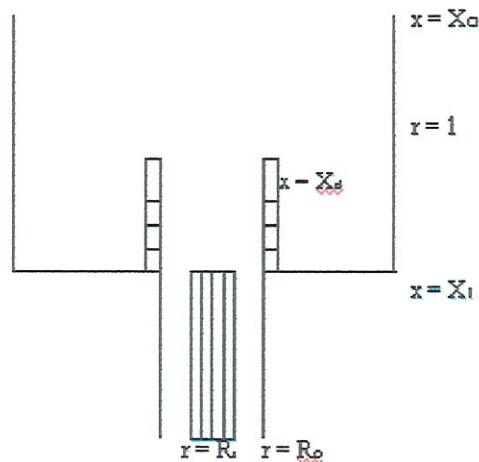


FIGURA 4 - Definição Esquemática do Dispositivo de Impulsão (Riley, 1998)

Removendo-se o centro com faixas verticais, tem-se a formação do vórtice em anel na posição $x = X_n$. Ao remover-se as laterais que levam para a posição X_n , o anel forma-se em X_1 . Ao reinstalar-se a região central vertical, tem-se a formação de dois anéis coaxiais em X_1 . Analisando-se este processo verifica-se a direta interferência das paredes no surgimento do vórtice em anel, demonstrando que a camada limite na interface do dispositivo/fluido é a principal responsável pelo surgimento do anel neste caso. RILEY (1998) menciona sobre uma pequena redução no raio do primeiro anel no

momento em que cessa o impulso. Este fenômeno ocorre devido à formação do segundo anel com sinal oposto da circulação $-\Gamma$.

Este experimento foi realizado com $Re = \Gamma_1 / \nu = 2300$ onde $\Gamma_1 = 2 u_0 R_0$, u_0 é a velocidade final de impulsão e R_0 é o raio maior do ejetor. Na FIGURA 5 (a, b e c), pode ver-se a formação do vórtice em anel nos estágios iniciais de impulsão

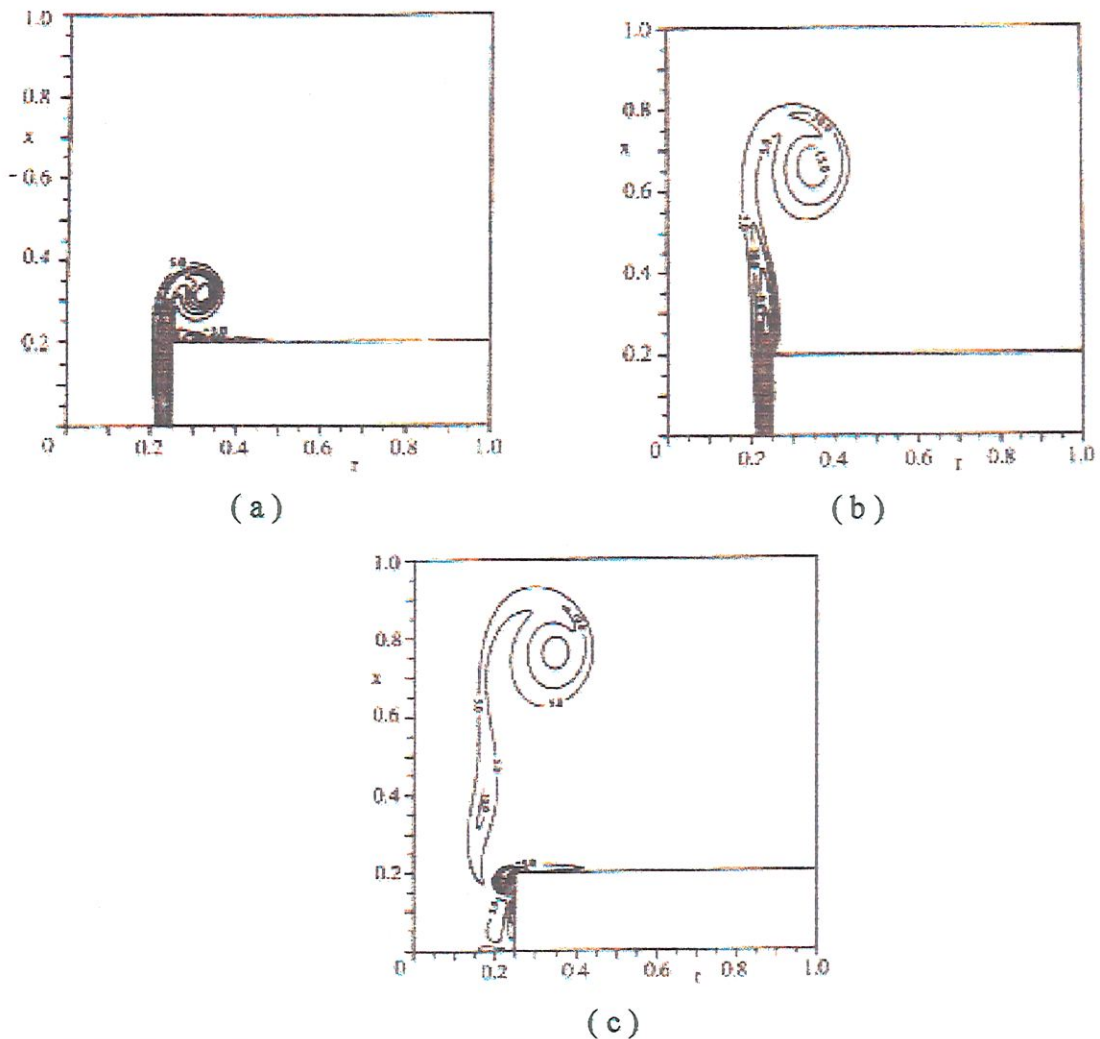


FIGURA 5 - Desenvolvimento do Vórtice em Anel. $Re = 2000$, (a) $t = .7s$, (b) $t = 2s$ e (c) $t = 2.3s$ (Riley, 1998)

Na figura (a) não há separação na camada limite, na figura (b) a impulsão foi cessada. Neste caso ocorre uma diminuição na camada limite nas margens do orifício. Na figura (c) tem-se o vórtice em anel parcialmente desenvolvido. Note a formação de um segundo vórtice em anel, paralelo ao orifício ejetor, induzido pelo vórtice principal, na margem do dispositivo.

A análise feita sobre o trabalho realizado por RILEY (1998) possibilita uma melhor compreensão do vórtice em anel por meio da impulsão através de orifícios circulares e sua formação dentro da camada limite, devido às tensões de cisalhamento entre o deslocamento do fluido e a parede do tubo ejetor.

Na realidade, o vórtice em anel é um cilindro “pseudo - toroidal” em circulação dentro do fluido onde no seu movimento translacional após a impulsão¹¹ sofre um aumento radial. Uma justificativa para o aumento do raio do anel foi mencionada por Reynolds quando declarou que, durante seu deslocamento, o toróide adiciona um volume de água no seu interior. Confira a FIGURA 6 para um melhor entendimento deste último enunciado.



FIGURA 6 - Deslocamento Translacional do Vórtice em Anel - (Maxworth, 1972)

¹¹ Considera-se nesta análise o vórtice em anel sendo impulsionado por meio de um dispositivo ejetor.

O sentido de deslocamento deste “semi-vórtice” é da direita para a esquerda. Note na parte dianteira do vórtice em anel a sucção do fluido irrotacional pelo fluido rotacional pertencente ao toróide. Pode perceber-se também a formação de uma pequena esteira de vorticidade na parte posterior do anel.

Uma outra possibilidade para o deslocamento translacional do anel e seu aumento radial pode ser deduzido das FIGURAS 7a e 7b. Na figura 7a tem-se o fenômeno conhecido como Efeito Magnus que surge devido à passagem de um fluido em um cilindro com circulação.

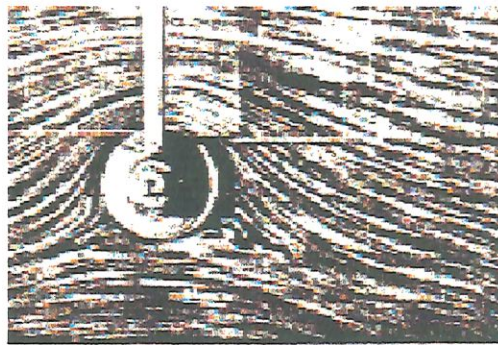


FIGURA 7a - Efeito Magnus - (Schlichting, 1955)

No diagrama da FIGURA 7b tem-se a simulação de um vórtice em anel bidimensional que é deduzido segundo a “superposição” de dois cilindros com circulações em sentidos diferentes, e adicionando-se esteiras, uma para cada cilindro, tem-se a simulação de uma esteira única atrás do vórtice em anel teórico; buscando-se uma aproximação teórica aos resultados da análise do fenômeno real realizados por MAXWORTHY (1972) conforme apresentado pela FIGURA 6.

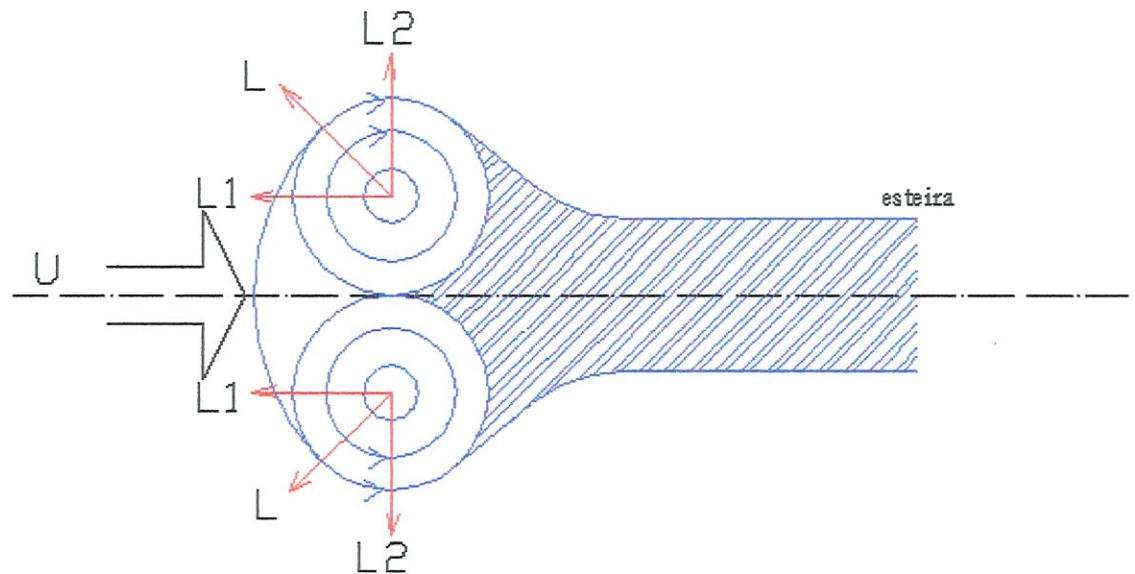


FIGURA 7b - Vórtice em Anel Bidimensional

Na FIGURA 7b, acima, pode observar-se a decomposição do vetor \vec{L} (sustentação), nas suas componentes \vec{L}_1 e \vec{L}_2 , responsável pelo deslocamento translacional e aumento radial, respectivamente, com o vórtice deslocando-se da direita para esquerda. Confira o Anexo A - Dedução do comportamento teórico do vórtice em anel por meio da função de corrente.

Conforme mencionado, anteriormente, MAGARVEY & MACLATCHY (1964 a) afirmam que o fenômeno vórtice em anel foi beneficiado pela analogia de equações entre a hidrodinâmica e o eletromagnetismo. A expressão para o campo de velocidade induzida de um vórtice em anel em fluido não viscoso é análoga ao de uma corrente circulando um toróide magnético.

O ponto inicial para a derivação desta expressão foi a lei de Biot-Savart derivada por Sommerfeld. Segundo MAGARVEY & MACLATCHY (1964a), a derivação da velocidade translacional do vórtice em anel é mais complicada que a derivação de seu campo de velocidade induzida, portanto a equação foi emprestada diretamente do eletromagnetismo. As relações derivadas por Lamb em 1932, segundo MAGARVEY & MACLATCHY (1964a), são dadas por

$$\vec{U}_t = \frac{\Gamma}{4\pi\mathcal{R}} \left[\ln \frac{8\mathcal{R}}{a} - \frac{1}{4} \right] \quad (46)$$

$$T = \frac{\Gamma^2 \mathcal{R} \rho}{2} \left[\ln \frac{8\mathcal{R}}{a} - \frac{7}{4} \right] \quad (47)$$

U_t é a velocidade translacional, T é a energia cinética, \mathcal{R} é o raio do anel, e a é o raio do miolo do anel.

A dificuldade teórica em calcular a velocidade translacional esbarra em certos parâmetros como, por exemplo, a circulação que varia a cada experimento não garantindo a consistência dos resultados. O cálculo da velocidade angular e da velocidade tangencial do miolo do toróide, a partir do centro, pode ser demonstrado pelas Equações (48) e (49) respectivamente, segundo SAFFMAN (1995).

$$\vec{\Omega} = \frac{\Gamma}{\pi\alpha^2} \quad (48)$$

$$\vec{q} = \frac{\Gamma}{2\pi\alpha^2} \quad (49)$$

onde $\vec{\Omega}$ é a velocidade angular e \vec{q} é a velocidade tangencial.

De acordo com MAGARVEY & MACLATCHY (1964a), Prandtl em 1952 fornece detalhes da formação do fenômeno por meio de diagramas, mas não explica como fluido impulsionado faz parte do anel. Na FIGURA 8 tem-se a deformação inicial de um jato de fumaça expelido de um orifício circular no ar em repouso.

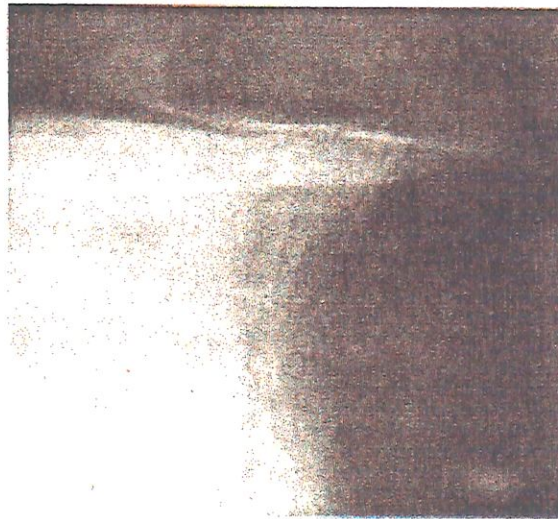


FIGURA 8 - Deformação Inicial do Fluido Ejetado (Magarvey & Maclatchy, 1964a)

Na FIGURA 9 tem-se a seqüência fotográfica da FIGURA 8 mostrando a evolução do processo.

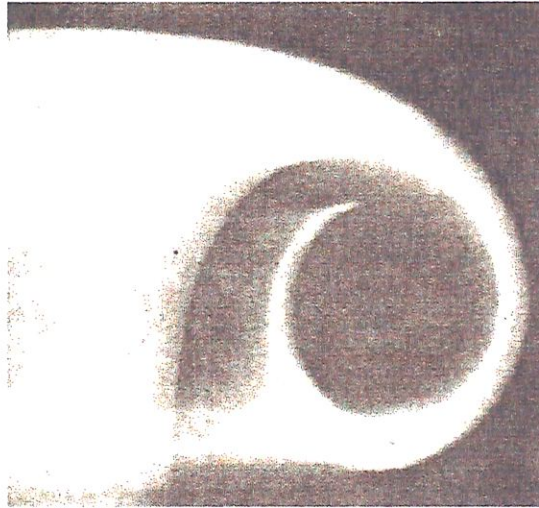


FIGURA 9 - Processo de Involução nos Estágios Iniciais (Magarvey & Maclatchy, 1964a)

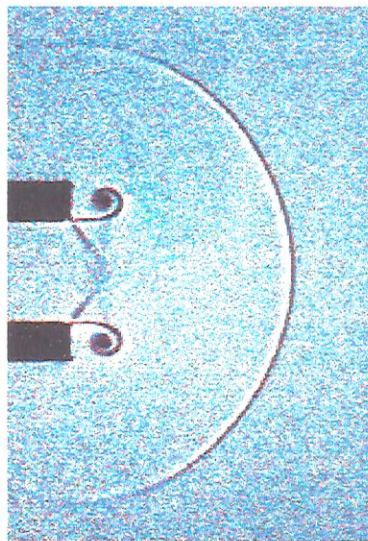


FIGURA 10 - Impulsão do Vórtice em Anel em Gases
(www.csar.uiuc.edu/~minlee/shock.html)

As figuras acima apresentam os detalhes dos momentos iniciais da geração do vórtice em anel em fluido compressível, mostrando a formação do miolo do vórtice: FIGURA 9 e a formação de onda de choque através de métodos de visualização com laser na FIGURA 10.

Na FIGURA 11 observa-se um anel completamente desenvolvido mostrando a proporção entre o fluido ejetado e o fluido do ambiente que é, segundo MAGARVEY & MACLATCHY (1964 b), menos que $3/2$ da massa total impulsionada, devido à presença da esteira.

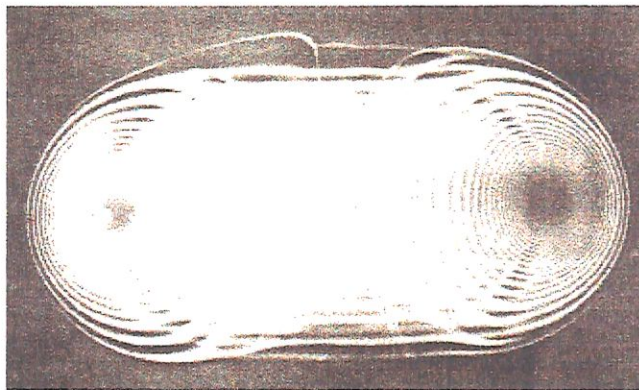


FIGURA 11 - Anel de Fumaça Completamente Desenvolvido (Magarvey & Maclatchy, 1964a)

Como se pode observar nestas seqüências fotográficas, o fluido ejetado não se mistura com o fluido do ambiente durante a existência do anel. Teoricamente, após o anel estar completamente formado, todo o fluido impulsionado deveria fazer parte do toróide, mas os experimentos de laboratório confirmam a existência da esteira do vórtice, que estão em concordância com SAFFMAN (1995), o qual afirma em seu trabalho que um corpo deslocando-se em um fluido real possui atrás dele uma esteira

contendo vorticidade, e para que o movimento do vórtice em anel mantenha-se constante - “um torque deve ser aplicado por forças externas neste vórtice”¹².

Na próxima parte deste trabalho, Estrutura, Dinâmica e Desintegração do Vórtice em Anel, MAXWORTH (1972) detalha a interação entre fluido ejetado e ambiente.

2.2 - ESTRUTURA, DINÂMICA E DESINTEGRAÇÃO DO VÓRTICE EM ANEL - UMA ANÁLISE DO VÓRTICE EM MOVIMENTO

Mencionam-se, nesta parte do presente trabalho, algumas características que, mesmo resumidas, proporcionam conhecimentos bastante importantes para o entendimento e exploração do fenômeno. Pode notar-se, durante esta pesquisa, que algumas inconsistências existem ao comparar-se certos fenômenos idênticos estudados por pesquisadores diferentes conforme anteriormente mencionado.

Esta inconsistência ocorre principalmente nas observações entre os modelos clássicos e os mais atuais. MAXWORTH (1972), utilizando a técnica de corantes e bolhas de hidrogênio, analisa o campo de velocidade e taxa de crescimento do vórtice em anel já em deslocamento no fluido.

Durante experimentações de um vórtice em anel impulsionado de um orifício circular com baixo número de Reynolds, ($Re < 600$), MAXWORTH (1972) constatou que o movimento foi estável. O vórtice em anel não variou de maneira considerável suas características e forma.

¹² No caso deste trabalho, a força externa aplicada é a força de Lorentz.

Deslocou-se até alcançar a parede do recipiente oposta ao ejetor. Para Reynolds ≥ 600 o toróide deslocou-se com formação de ondulações, mas nenhuma turbulência significativa foi observada.

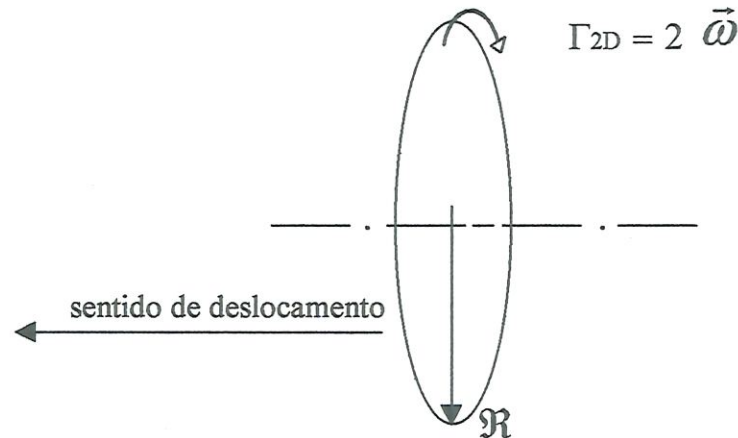
Para Reynolds $\geq 10^3$ o fluido ejetado tornou-se instável e converteu-se em movimento turbulento. Deste aparente campo de vorticidade desorganizado, um novo vórtice em anel surgiu e moveu-se vagarosamente pelo fluido. Notou-se que o vórtice em anel, deslocando-se a baixo número de Reynolds, tem seu diâmetro aumentado com o tempo à medida que se aproxima da parede do recipiente, devido à convecção do campo de velocidade de sua imagem. A velocidade translacional diminui com a distância de deslocamento.

O impulso do anel no fluido é dado por

$$\mathbf{I} = \pi \mathcal{R}^2 \Gamma \quad (50)$$

onde \mathbf{I} é o impulso do fluido ejetado dentro do fluido irrotacional, \mathcal{R} é o raio do anel e Γ é a circulação. Para que o vórtice em anel permaneça com o raio central constante, não deve haver variação na circulação. Assumindo escoamento potencial, a circulação total é constante, portanto o vórtice em anel permanece com o raio central também constante.

Assumindo formato perfeitamente circular de um vórtice ideal:



$\Gamma_{3D} = \Gamma_{2D} \cdot 2\pi \mathcal{R} = \text{constante}$ (assumido potencial). Se \mathcal{R} modifica, Γ_{2D} modifica, ou seja $\vec{\omega}$ (rotação teórica do Stokes do vórtice bidimensional) modifica. No entanto, ao considerar-se escoamento viscoso, o raio pode continuar constante enquanto, devido às perdas com viscosidade, a rotação do vórtice pode diminuir, ou seja, a circulação diminui. Mas durante observações do experimento nota-se que na realidade o que acontece não é isso, o raio do anel de fato aumenta com o tempo.

O vórtice em anel, que possui a sua própria inércia linear na direção de movimento, tende a manter sua velocidade de translação, fazendo com que parte da energia interna do sistema, representado pela circulação tridimensional, compense a perda de rotação do vórtice, aumentando o raio onde

$$\Gamma_{3D} = \text{constante} = 2\pi \mathcal{R} \Gamma_{2D} = 4\pi \mathcal{R} \vec{\omega}$$

Então se $\vec{\omega}$ diminui, \mathcal{R} aumenta. No entanto existe uma eventual perda devido ao efeito da viscosidade, assim o raio do anel aumentará até o toróide desaparecer antes de qualquer contato com a superfície física. Isto pode ser explicado considerando-se a interação do campo de velocidade do vórtice em anel com a parede do recipiente, de tal

maneira que o campo resultante é idêntico ao da teoria no que diz respeito à interação deste anel com sua imagem virtual. Observando-se a Equação (46), percebe-se que à medida que o raio do anel aumenta, sua velocidade translacional diminui.

Além da geração do vórtice em anel por meio da MHD, a manutenção da circulação deste fenômeno por meio da aplicação de forças eletromagnéticas, é um dos objetivos pretendidos neste trabalho, por isso, entender também as interferências as quais o ambiente fluido submete o vórtice em anel até sua conseqüente desintegração, não pode ser desconsiderada.

Analisando-se a FIGURA 6, e comparando-a com experimentos reais, percebe-se a inevitável existência da esteira do anel. Esta esteira também é uma das responsáveis pela dissipação do anel, juntamente com a difusão viscosa do fluido. O tempo de desintegração do vórtice em anel varia com a geometria e a energia do fenômeno, mas o processo de desintegração é o mesmo apesar do tamanho do toróide e do número de involuções.

Baseando-se na FIGURA 12, MAXWORTH (1972) estudou o impulso e a circulação do anel considerando os seguintes casos:

- (a) Não há perda de impulso na esteira (fluido potencial);
- (b) Ocorre perda de impulso na esteira.

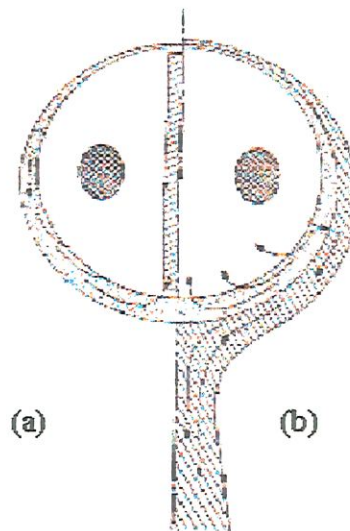


FIGURA 12 - Modelo Sem Esteira (a), Modelo Com Esteira (b) (Maxworth, 1972)

Outra inconsistência entre os modelos clássicos e os atuais referentes a este fenômeno está na declaração pela maioria dos autores de que a distribuição de vorticidade é linear com a distância radial. MAXWORTH (1972) escreveu que não há indicação de que a vorticidade esteja concentrada em um fino centro como sugerido pelo modelo clássico, mas sim, distribuída continuamente pelo volume do toróide indicando efeitos viscosos significantes, já que o modelo clássico se baseia no escoamento potencial.

Voltando-se agora as atenções para a dinâmica da esteira, essa possui características complexas e difíceis de serem analisadas, percebe-se que existe uma interface turbulenta entre o fluido irrotacional externo e a esteira onde toda a vorticidade dissipada está contida.

O impulso dado ao vórtice em anel é absorvido por esta esteira. A esteira dissipa-se no fluido durante o deslocamento translacional do anel, fazendo com que a velocidade do fenômeno também diminua de intensidade.



FIGURA 13 - Vista Esquemática da Esteira do Vórtice em Anel (Maxworth, 1972)

Na FIGURA 13, observa-se o limite entre o fluido irrotacional e a esteira. Uma parte do fluido irrotacional segue seu caminho normal até a interface turbulenta e a outra é dragada para dentro da esteira.

Deduções do processo de desintegração do vórtice em anel também foram feitas por MAGARVEY & MACLATCH (1964 b) e WALKER *et al* (1987). Baseando-se em suas seqüências fotográficas de experimentos do fenômeno, colidindo com superfícies planas paralelas ao plano do toróide, ou normal ao seu eixo de simetria, pode-se observar que o vórtice em anel, ao encontrar uma superfície plana, altera sua dinâmica devido à presença de um corpo estranho ao seu deslocamento translacional. O vórtice em anel “tenta” se adaptar às novas condições encontradas no percurso. Segundo SAFFMAN (1995), a integral de pressão sobre esta superfície plana é zero, conseqüentemente a força total no plano é zero, desde que nenhuma força externa seja aplicada.

Segundo WALKER *et al* (1987), Helmholtz considerou matematicamente este problema, partindo da hipótese de que quando o vórtice em anel tem uma trajetória normal à superfície plana, um outro vórtice em anel (imagem) desloca-se no mesmo eixo com circulação e sentido contrários ao primeiro, diminuindo sua taxa de aproximação e aumentando o diâmetro do anel. Como o diâmetro do anel aumenta, sua seção central (tubo) diminui com conseqüente aumento na vorticidade do miolo do vórtice.

Na maioria dos casos observados em experimentos de laboratório realizados, WALKER *et al* (1987) escreve que "... . Na maioria dos casos, um segundo vórtice em anel foi observado formar-se na camada limite da parede, com circulação de sentido oposto ao anel primário. O anel secundário foi observado ser ejetado da camada limite e então interagir com o anel original. ...", este processo é dependente do número de Reynolds. Quanto maior o Reynolds, mais anéis surgirão. Os vórtices que vão surgindo deslocam-se para o centro do anel primário.

Confira no diagrama da FIGURA 14 a seqüência referenciada por (a), (b) e (c).



impacto do vórtice em anel em uma parede

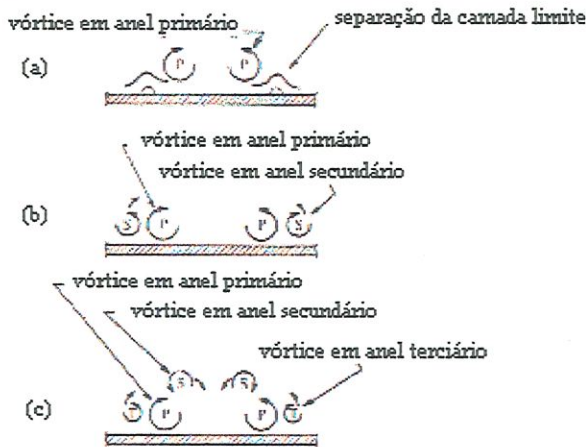


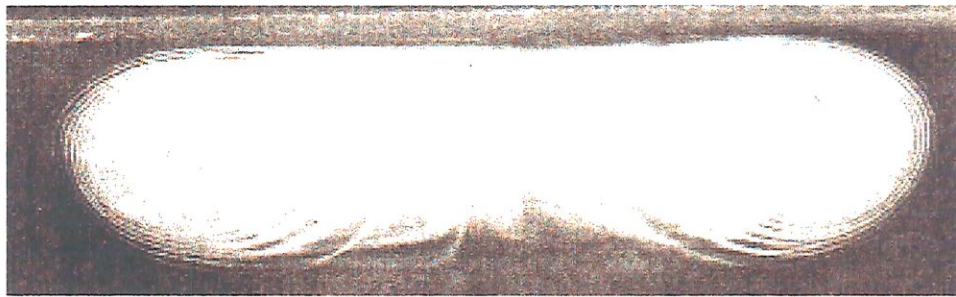
FIGURA 14 - Diagrama Esquemático do Vórtice em Anel Primário, Secundário e Terciário (Walker *et al*,1987)

Conforme se pode ver, ao colidir com a superfície plana, o vórtice é impedido de prosseguir no seu deslocamento translacional, mesmo assim, ele não se desintegra de imediato. O toróide ainda possui uma grande quantidade de movimento no seu núcleo e considerável energia armazenada na esteira.

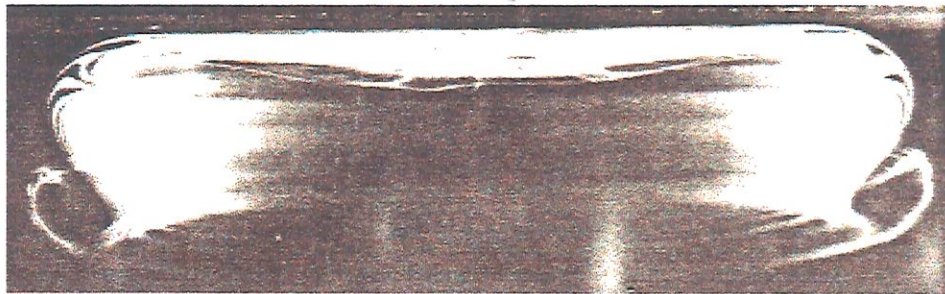
Uma outra hipótese para o surgimento de vários anéis no contato com a superfície plana é devido a esta energia armazenada na esteira. À medida que a esteira se aproxima do anel, este último já sem deslocamento translacional, sofre influência do campo de velocidade principal induzido pelo toróide iniciando um processo de circulação em sentido oposto.

Teoricamente vários anéis de sentidos opostos se formariam neste processo enquanto houvesse energia suficiente contida na esteira. As camadas mais externas do toróide vão dissipando-se no contato com a superfície plana, mas o centro continua com uma considerável dinâmica involuta, persistindo em sua existência. A dissipação do anel

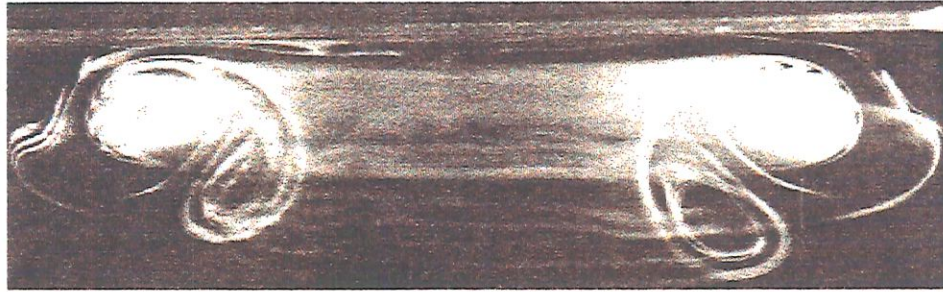
ocorre, na realidade, a partir do momento que seu centro é afetado pela instabilidade das camadas externas e pelo dispêndio de energia durante a indução dos subseqüentes vórtices, dispêndio este que não tem como ser suprido, contribuindo para a sua desintegração. Confira na FIGURA 15 (a, b, c e d) a referida seqüência fotográfica.



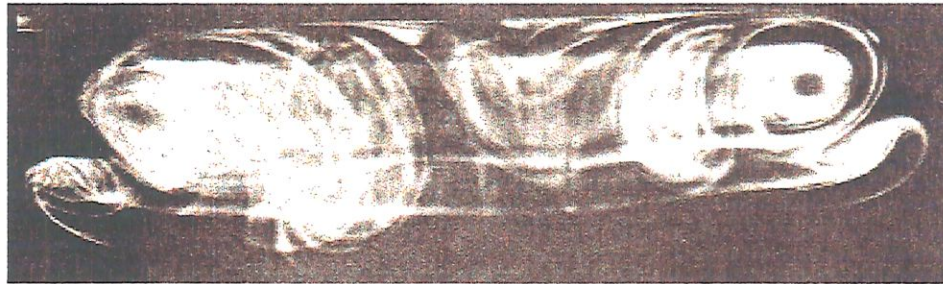
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURA 15 - Sequência fotográfica onde: (a) - Contato Inicial do Vórtice em Anel com a Superfície; (b) - Início do Processo de Deformação; (c) - Indução de um Segundo Vórtice em Anel; (d) - Início da Desintegração do Vórtice em Anel Provocado Pela Instabilidade Dinâmica (Magarvey & Maclatch, 1964b)

2.3 – O EMPREGO PRÁTICO DO VÓRTICE EM ANEL

Para finalizar este capítulo, apresentam-se algumas aplicações do vórtice em anel demonstrando, por exemplo, sua aplicabilidade nas áreas da medicina, em industrias nas emissões de gases poluentes a grandes altitudes, por bombeiros no combate a incêndios e até mesmo pela polícia militar. Estes trabalhos vêm sendo realizados pelo Technology Transfer Center - Point Mugu, CA.

Na área médica é empregado por meio de dispositivos eletromagnéticos de alta frequência, os quais projetam uma seqüência de centenas de micro vórtices de mistura de gases em pacientes com quadro de asma, em tubos através da boca.

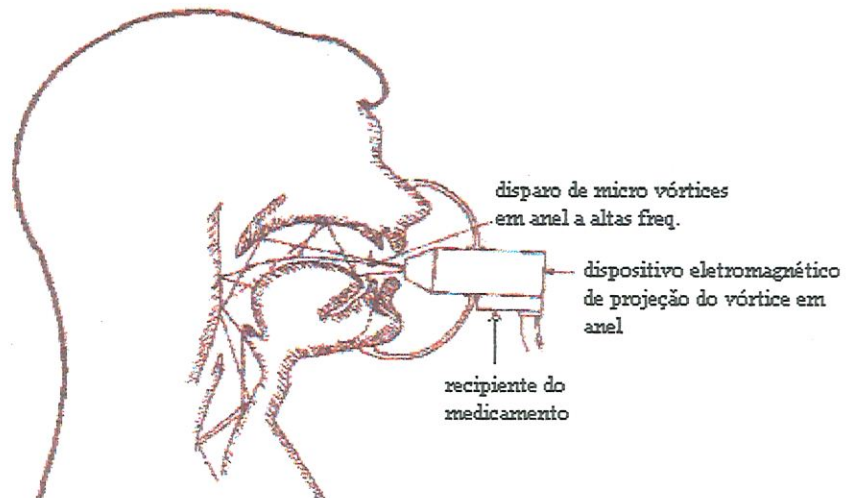


FIGURA 16 - Emprego do Vórtice em Anel na Medicina - Technology Transfer Center - Point Mugu, CA - (www.fedlabs.org/flc/regdir/FW/394.htm) - Fev. 1998

Contra incêndios a dinâmica do vórtice em anel é empregada para emissão de dióxido de carbono em focos inacessíveis pelos bombeiros em prédios, em dispositivos contra incêndios em asas de aviões, em sistemas elétricos de navios, etc. O dispositivo responsável pela emissão do anel nestes casos é constituído de um oscilador pneumático de baixa frequência, segundo Technology Transfer Center - Point Mugu, CA.

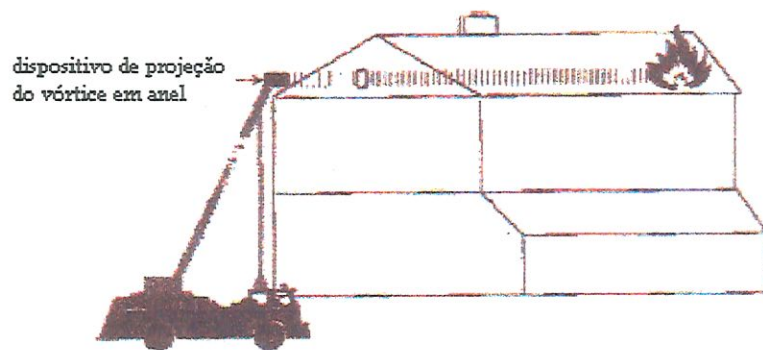


FIGURA 17 - Emprego do Vórtice em Anel Contra Incêndio Technology Transfer Center - Point Mugu, CA - (www.fedlabs.org/flc/regdir/FW/394.htm) - Fev. 1998

A polícia ensaia a possibilidade do emprego das características do vórtice em anel, em dispositivos para projeção de gases lacrimogêneos e dióxido de carbono em situações de segurança pública. Empregam-se bicos ejetores de vórtice em anel em carros policiais e até mesmo helicópteros os quais, durante emergências, como fugas em automóveis, ejetam o dióxido de carbono, fazendo com que o motor do carro perca potência, parando-o.

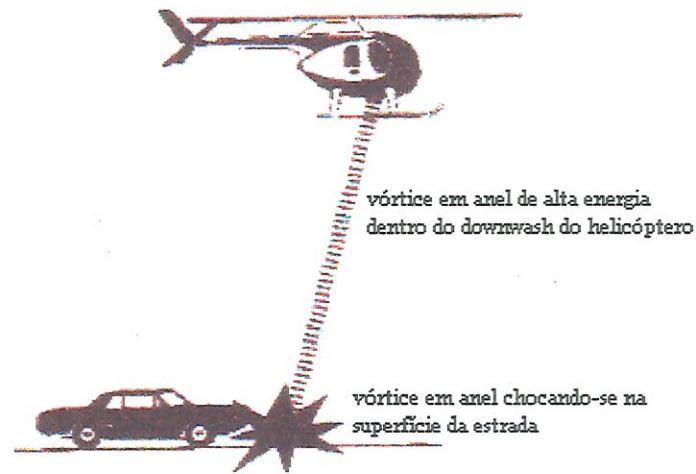


FIGURA 18 - Emprego do Vórtice em Anel em Segurança Pública - Technology Transfer Center - Point Mugu, CA - (www.fedlabs.org/flc/regdir/FW/394.htm) - Fev. 1998

Investiga-se, neste trabalho, o vórtice em anel com o objetivo de, no futuro, empregá-lo como meio de propulsão/sustentação em veículos aquáticos e, através de pesquisas mais aprofundadas e maiores investimentos, em veículos aéreos, possivelmente por meio de ionização. Baseando-se nos conceitos que serão apresentados nas próximas seções, percebe-se que sua aplicação como meio de propulsão/sustentação é viável, por se tratar de um fenômeno que, após criado, possui um volume controlável de fluido de baixa pressão.

CAPÍTULO III – VÓRTICE EM ANEL MHD - FASE EXPERIMENTAL

O atual capítulo apresenta a parte experimental realizada durante o desenvolvimento deste trabalho.

Ao utilizar-se a magnetohidrodinâmica como força de campo com o objetivo de induzir um vórtice em anel no fluido, acredita-se ter somado uma importante contribuição na geração e possível controle deste fenômeno.

A utilização da MHD como solução alternativa para controle de circulação, além de MISSIATO (1998), também pode ser encontrada em PAIREAU *et al.*(1997), que apresenta um estudo sobre o controle de cisalhamento de vórtices por meio da MHD. O mesmo autor cita alguns trabalhos onde este tipo de aplicação já vem sendo utilizado, como por exemplo, no trabalho de DOLZHANSKII *et al.* (1992).

Na primeira seção do atual capítulo, faz-se uma descrição das fontes geradoras dos campos elétrico e magnético e suas características; dos equipamentos experimentados e seus princípios de funcionamento.

Utilizando-se o mesmo aparato empregado por MISSIATO (1998), no Laboratório de Aeronaves da Escola de Engenharia de São Carlos, seção de Magnetohidrodinâmica, com algumas otimizações testaram-se várias configurações de montagem do dispositivo, possibilitando escolher a que melhor se aproximasse dos objetivos deste trabalho. A montagem básica do experimento possui a seguinte configuração:

- Campo magnético gerado por um solenóide simples com 50cm de diâmetro, montado na parte inferior do recipiente, sendo alimentado por uma fonte estabilizadora, modelo TCA 40 – 100 A, fabricado pela indústria brasileira TECTROL. Esta fonte gera uma corrente contínua de 0 - 40 V, 0 - 100 A, dando-nos um campo de $\cong 0,5$ T - valor a 80 A;
- Campo elétrico alimentado pela rede, sendo controlado por um dispositivo variador de tensões VARIAC, 0 – 220 V, e retificado por uma ponte de 50 A;

Esta configuração para geração dos campos elétrico e magnético é considerada razoavelmente eficiente para alguns tipos de aplicação, como por exemplo, na qual os eletrodos são montados no fundo do recipiente imediatamente acima do núcleo do solenóide onde a densidade de campo magnético \vec{B} pode ser considerada máxima em função da regulagem de tensão da fonte de alimentação do solenoide, conforme requerido em algumas fases dos experimentos.

Houve a necessidade, em alguns casos, de posicionarem-se os eletrodos geradores do campo elétrico em locais onde o campo magnético \vec{B} , encontrava-se com sua intensidade reduzida, devido à distância do núcleo. O equacionamento pertinente a este fenômeno será visto na Equação (51), na página 100.

Nesta configuração de experimento, uma intensidade maior de campo elétrico deveria ser aplicada para compensar a considerável diminuição da densidade de campo magnético e conseqüentemente da força de Lorentz. Este fato é um inconveniente muito grande devido à vários fatores: dispêndio de energia para alimentação do campo

elétrico, o conseqüente aquecimento do sistema devido ao efeito Joule e a rápida deterioração dos eletrodos.

Na FIGURA 19 tem-se a montagem do equipamento básico utilizado durante a maioria dos experimentos.

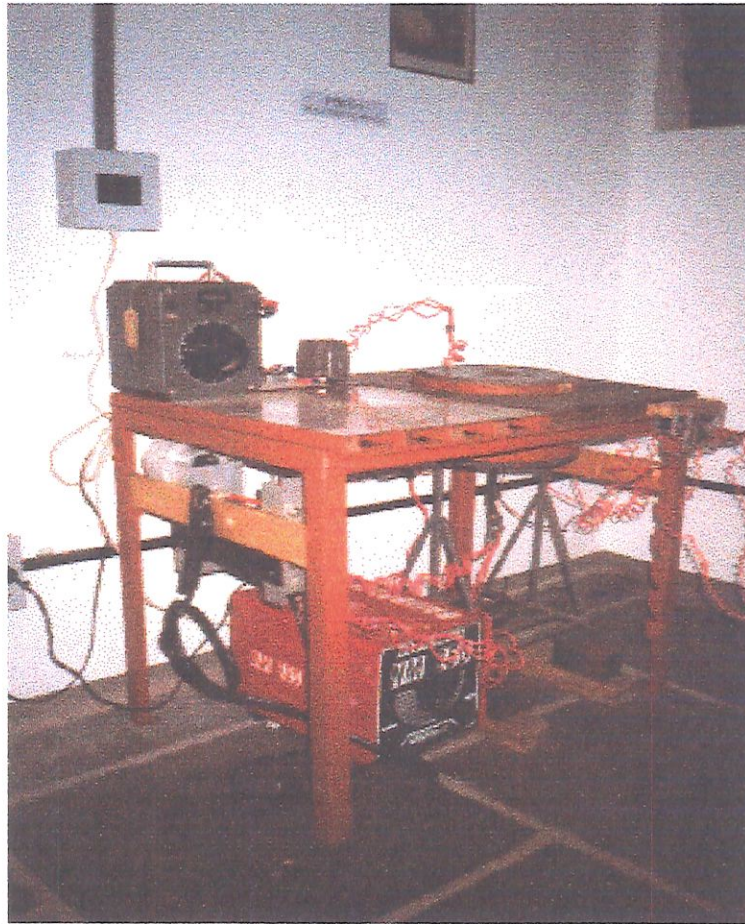


FIGURA 19 - Montagem dos Geradores de Campos Elétrico e Magnético

Na FIGURA 20 tem-se uma simples configuração de um dos conjuntos de pares de eletrodos seqüenciais, do dispositivo idealizado nas fases iniciais da realização dos experimentos e na FIGURA 21, o dispositivo completo.

Este dispositivo foi montado baseando-se no trabalho de VAN DEN BERG & MILLER (1997) os quais realizam um experimento MHD, utilizando como eletrólito água salgada em um recipiente de superfície plana, *com apenas o solenóide inferior* montado imediatamente sob um par de eletrodos paralelos. Teoricamente seu princípio de funcionamento é bem simples.

Visualizando-se a FIGURA 20, considere o lado esquerdo do conjunto de eletrodos voltado para o centro do toróide e o lado direito voltado para fora do toróide. Na parte superior do conjunto, o par de eletrodos está configurado de maneira que o fluxo seja literalmente “bombeado” para fora do toróide e, na parte inferior, o fluxo seja “bombeado” para dentro do mesmo¹³, com o objetivo de provocar uma região de cisalhamento no fluido entre estas duas seqüências de eletrodos, induzindo de maneira artificial a rotação do centro do vórtice em anel.

O sentido dos vetores, densidade de campo magnético \vec{B} , densidade de campo elétrico \vec{J} e o vetor força \vec{F} , que constam da FIGURA 20, representam a regra da mão direita. Este conjunto de pares de eletrodos fazem parte de um sistema o qual é composto de oito destes conjuntos, montados em configuração circular. Confira a FIGURA 21 na próxima página.

Este sistema foi o primeiro experimento realizado, neste trabalho, com o objetivo de gerar vórtice em anel.

¹³ Na parte superior, o sentido de deslocamento da corrente elétrica é do positivo para o negativo e na parte inferior, o sentido de deslocamento é contrário, respeitando a regra da mão direita.

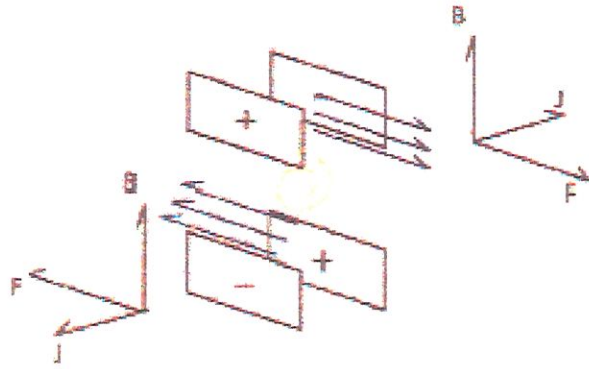


FIGURA 20 - Conjunto de Eletrodos Sequenciais

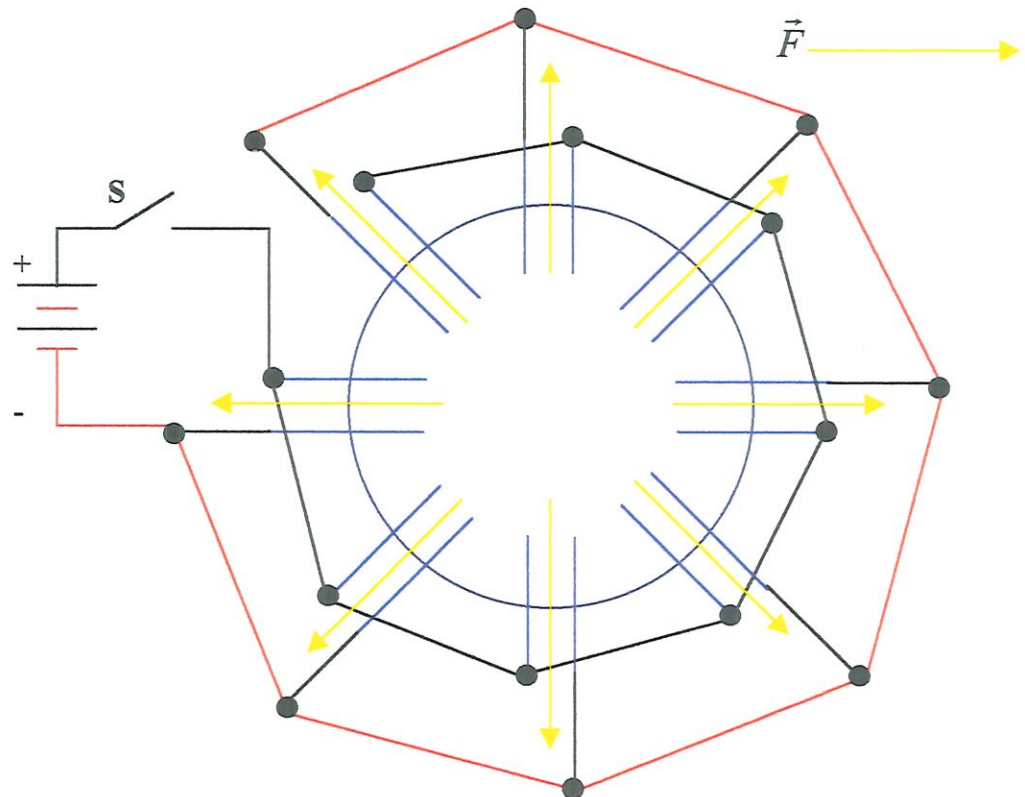


FIGURA 21 - Disposição Sequencial Superior de Eletrodos

Na FIGURA 21 observa-se a distribuição da seqüência superior dos pares de eletrodos. A malha em vermelho é a distribuição negativa do dispositivo e a malha em preto é a distribuição positiva. As flechas em amarelo indicam o sentido da força \vec{F} que impulsiona o fluido. As linhas azuis representam o conjunto de eletrodos.

A seqüência inferior é similar, porém, o sentido da corrente alimentadora do campo elétrico, é inverso. O detalhe “S” da figura é o chaveamento do dispositivo.

Este experimento aparentou ser a solução para a geração e controle da circulação do vórtice em formato de anel procurado, mas três fatores comprometeram seus resultados:

- a) a não uniformidade do campo magnético \vec{B} na seqüência superior de eletrodos;
- b) a diminuição da densidade do campo magnético \vec{B} com a distância;
- c) a variação angular da distribuição das linhas do campo magnético incidindo sobre a seqüência superior dos eletrodos.

Confira estes enunciados na FIGURA 22 da próxima página.

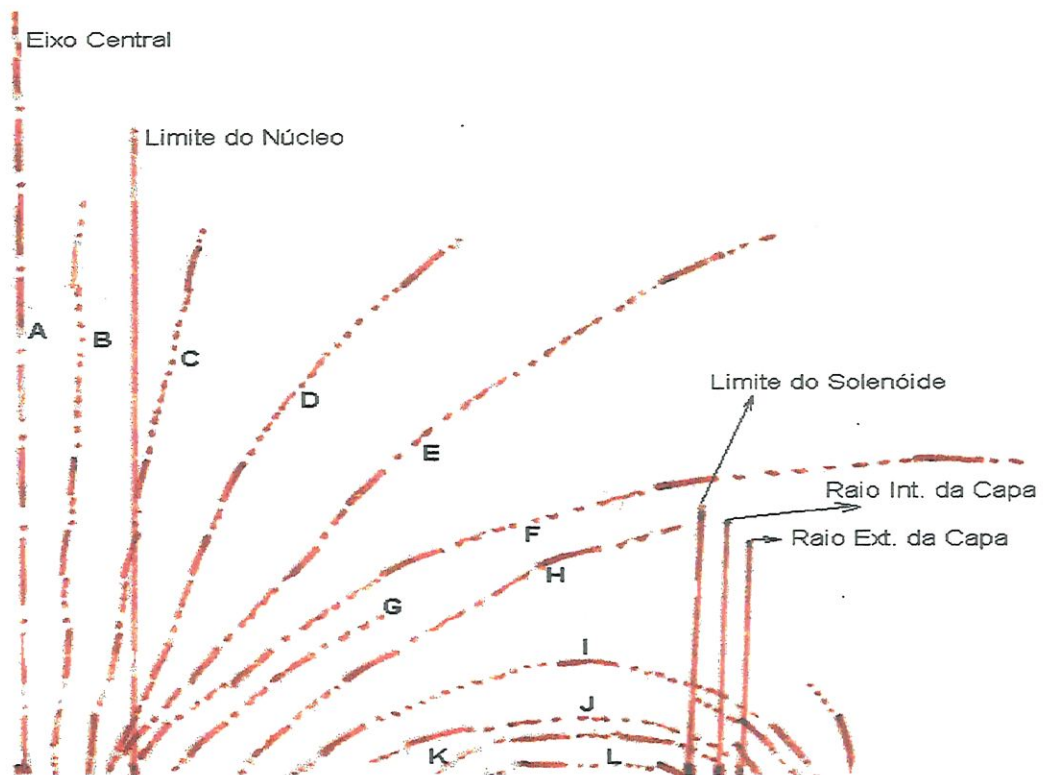


FIGURA 22 – Mapeamento do Campo Magnético a 87,9 A

A solução encontrada para resolver esta questão foi a montagem de um segundo solenóide idêntico, sobre o primeiro, no mesmo eixo, com pólos magnéticos contrários, alimentado em paralelo, para intensificar e uniformizar o campo magnético. Os itens “a” e “b” praticamente desapareceram no decorrer dos experimentos, e a variação angular nas linhas de campo magnético mencionada no item “c” foi sensivelmente amenizada conforme mostrada pela FIGURA 23a.



FIGURA 23a – Mapeamento da Resultante dos Campos Magnéticos Gerados por meio dos Solenóides Inferior e Superior a 90 A

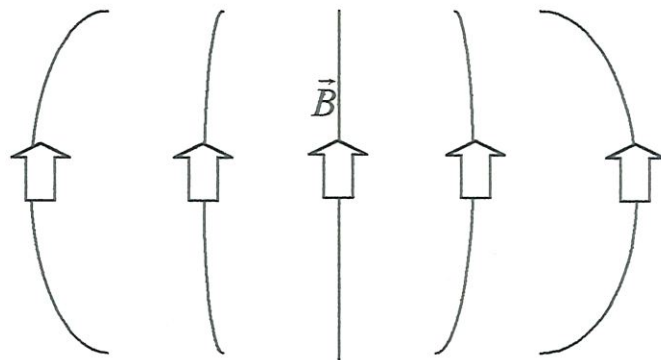


FIGURA 23^b – Tendência Esquemática do Campo Magnético Mostrado na Figura 23a

O dispositivo apresentado na FIGURA 24 é um modelo prático do sistema inferior de eletrodos do dispositivo teórico apresentado na FIGURA 21.

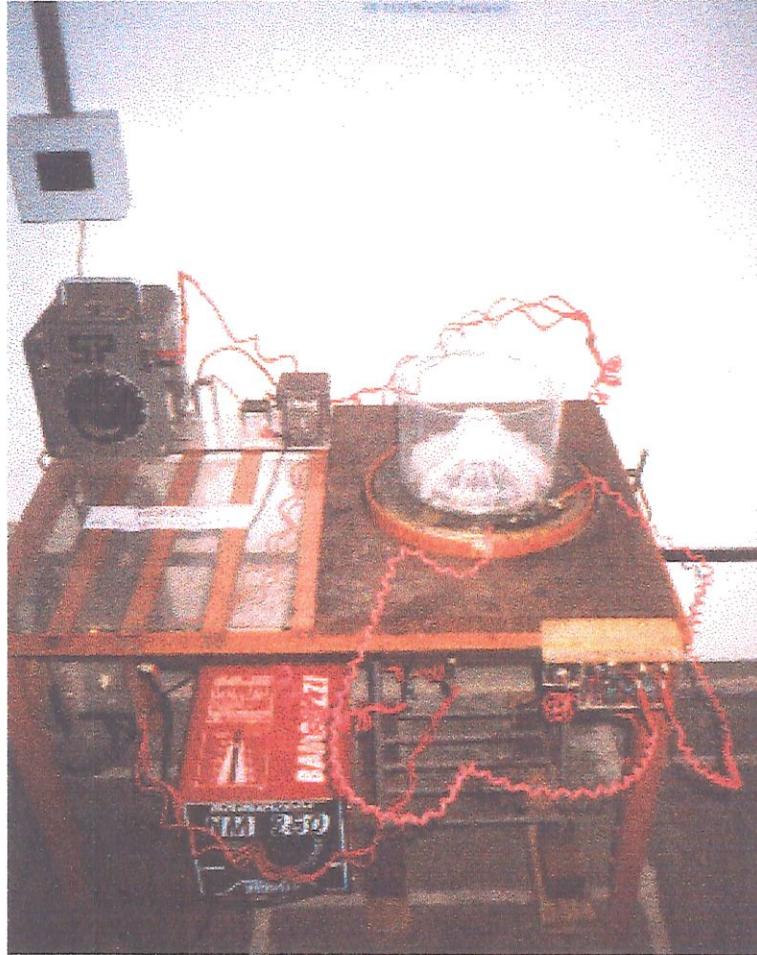


FIGURA 24 - Dispositivo para a Geração do Vórtice em Anel

A principal diferença se encontra na aplicação de apenas uma seqüência de pares de eletrodos dispostos em uma superfície de formato cônico sobre o campo magnético, e o sentido do vetor \vec{F} é para o interior do sistema. O formato cônico deste dispositivo, praticamente, resolve a questão apresentada no item “c” porque, nesta nova configuração, a variação angular das linhas de campo magnético é compensada pela base

cônica do dispositivo onde são montados os pares de eletrodos. Desta maneira, os campos elétricos e magnéticos cruzam-se aproximadamente a 90° simultaneamente.

Os eletrodos foram confeccionados em alumínio e dispostos em pares paralelos.

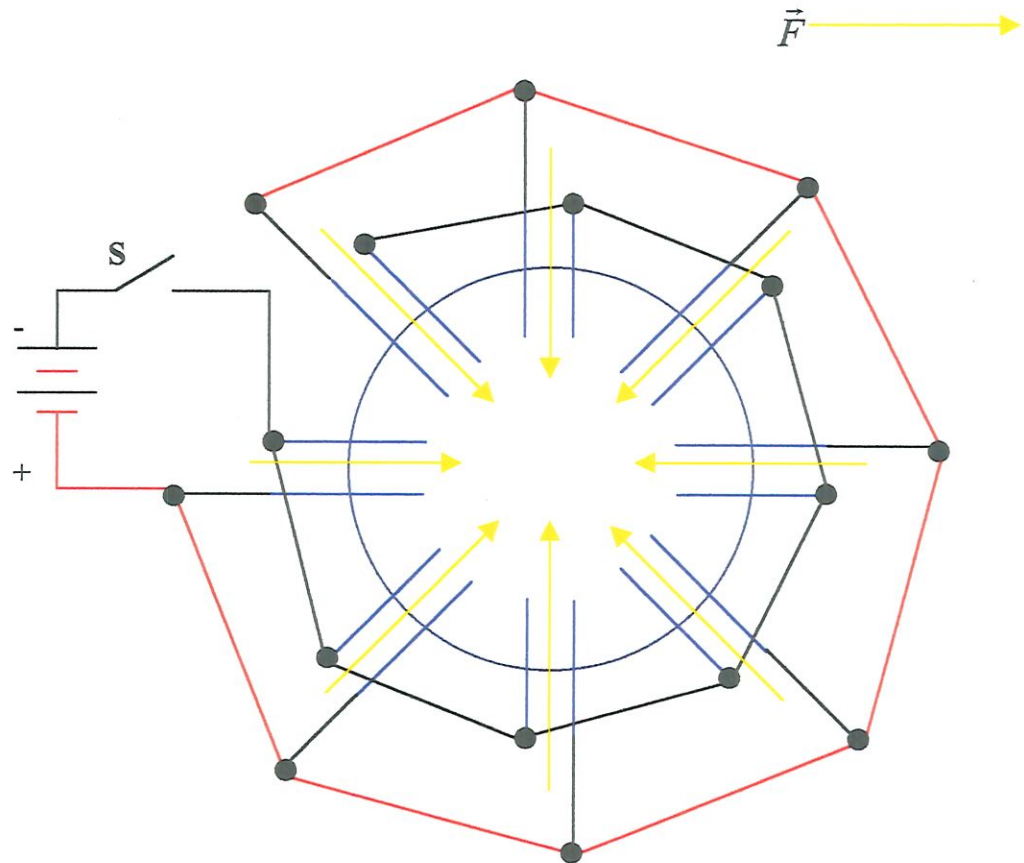


FIGURA 25 - Disposição Seqüencial de Eletrodos do Dispositivo Apresentado na Figura 24

Ao acionar-se o campo elétrico, uma vez o campo magnético já acionado, o fluido é forçado a subir pela base cônica até a superfície superior do recipiente, em seções delimitadas por placas acrílicas direcionadoras de fluxo.

Estas placas têm também a função de isolante entre as seqüências de eletrodos adjacentes evitando-se assim, um vetor em sentido oposto ao requerido em cada

conjunto. O fluido retorna em seguida pelas laterais do recipiente sendo novamente succionado pela sua base mantendo-se assim, um ciclo vicioso.

Neste experimento, a lateral do recipiente e a própria superfície do fluido representam as fronteiras que ajudam a criar o vórtice em um fluxo livre. Estas fronteiras simulam de maneira muito simplificada os efeitos de um fluxo uniforme descendente.

Veja a FIGURA 26.

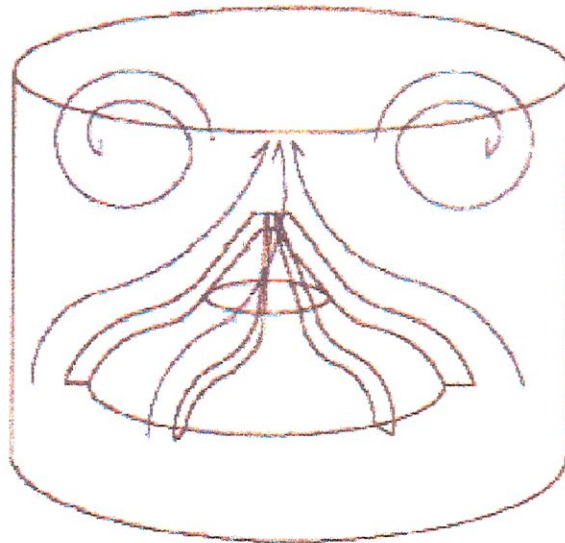


FIGURA 26 - Concepção Artística da Visualização do Fluxo no Recipiente

Essa simulação demonstra que o aparelho, por ser simétrico, representa um protótipo do formato de superfícies, que poderia ser montado na frente de um corpo em movimento dentro do fluido conforme demonstra a FIGURA 27, sendo que o fluxo uniforme descendente, mencionado acima, agora seria na direção horizontal.

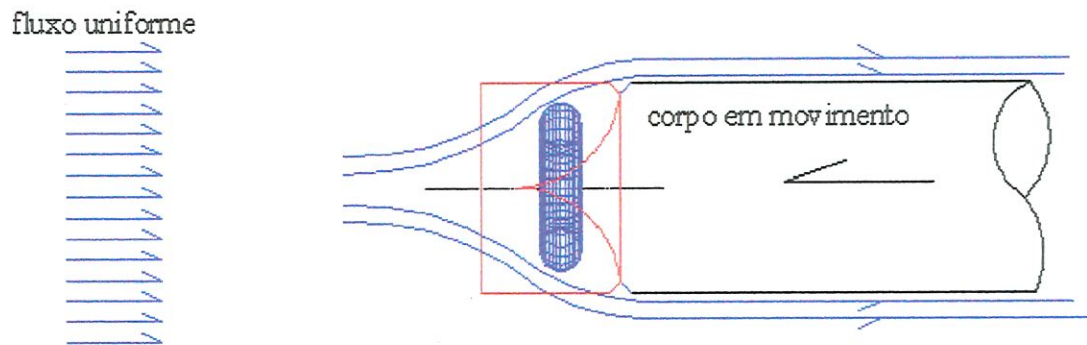


FIGURA 27 - Concepção Artística da Visualização do Fluxo na Frente de um Corpo em Movimento

Este experimento tem como objetivo trazer o vórtice em anel para uma aplicação mais direta, simulando o comportamento do fluido em situação real como por exemplo, na frente de um submarino já dotado de uma certa velocidade em referência à água.

3.1 - DADOS EXPERIMENTAIS

Para a análise do vórtice em anel gerado por meio da magnetohidrodinâmica, idealizou-se um dispositivo com as mesmas características de uma célula do conjunto maior para facilitar a visualização e as medições de velocidade por meio da tomada de fotografias. A FIGURA 28 mostra uma configuração gráfica da célula utilizada para a realização deste experimento. Nesta figura aparece apenas o eletrodo negativo, ou cátodo, não sendo ilustrado o eletrodo positivo que encontra-se exatamente atrás do cátodo. Na FIGURA 29, uma fotografia do diferencial de vórtice em anel em um dos experimentos.

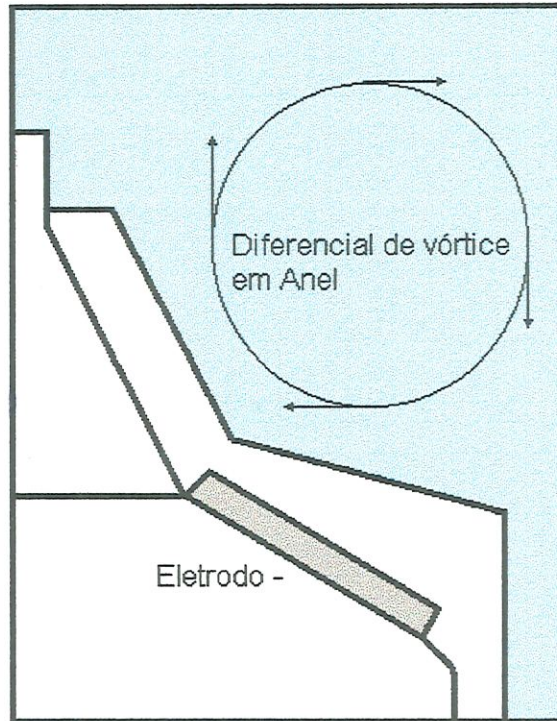


FIGURA 28 – Concepção Artística da Célula Utilizada para Visualização do Vórtice em Anel

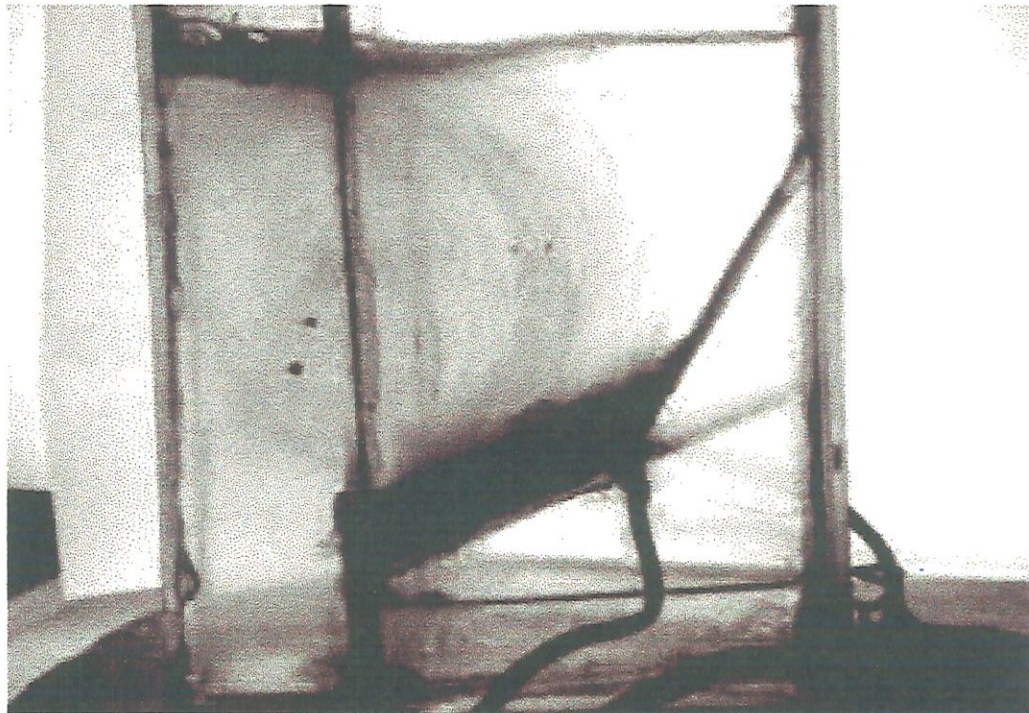


FIGURA 29 – Fotografia Monocromática da Visualização do Vórtice em Anel Celular com Campo Elétrico 160V e Campo Magnético 90A

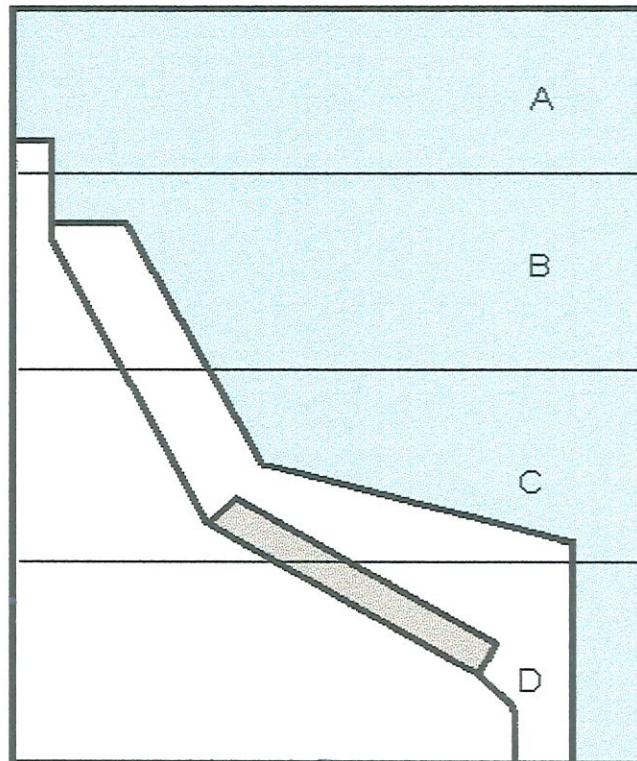


FIGURA 30 – Célula Distribuída em 4 Regiões – A, B, C, D Respectivamente

Conforme se pode visualizar, no diagrama esquemático da FIGURA 30, a célula geradora do diferencial de vórtice em anel foi dividida em 4 regiões distintas de acordo com a profundidade:

- região A – 2,75 cm;
- região B – 5,50 cm;
- região C – 8,25 cm;
- região D (Profundidade Máxima) – 11, 00 cm.

Esta divisão tem o objetivo de identificar áreas para melhor visualização da distribuição das velocidades e pressões que serão apresentadas a partir desta seção. Confira seqüência de tabelas (1-20) nas próximas páginas. Os pontos referenciados nas

tabelas são pontos tomados para o cálculo da velocidade média¹⁴ e pressões, em função da variação do campo elétrico. A velocidade média foi calculada com base na técnica empregada por ZIEGWIED (1998), que calcula a velocidade de deslocamento translacional do vórtice em anel, baseando-se em fotografias tomadas durante seus experimentos. A velocidade é deduzida por meio da divisão entre a distância percorrida pelo vórtice em anel e o tempo de exposição da fotografia.

Neste trabalho, a distância tomada como referência para o cálculo da velocidade do vórtice é baseada na resultante das distâncias entre o deslocamento natural de bolhas de eletrólise e o deslocamento induzido no fluido por meio da MHD, dividido pelo tempo de exposição da fotografia (neste caso, em 0,1 Seg). Estas distâncias foram convertidas em escala para ter-se o real deslocamento do fluido. Foram 30 fotografias analisadas sendo:

- 10 fotografias tomadas com a alimentação do campo magnético fixa em 45 A e a diferença de potencial alimentadora do campo elétrico sendo variada de 10 em 10 volts;
- 10 fotografias tomadas com a alimentação do campo magnético fixa em 90 A e a diferença de potencial alimentadora do campo elétrico sendo variada de 10 em 10 volts;
- 10 fotografias tomadas somente com a diferença de potencial alimentadora do campo elétrico sendo variada de 10 em 10 volts, para ter-se a média dos deslocamentos das velocidades das bolhas na eletrólise.

¹⁴ Velocidade média é a soma da velocidade medida em cada ponto e dividido pelo número de pontos – ou seja, a média aritmética do total de pontos medidos.

Em cada fotografia mencionada acima, tomou-se a leitura dos 10 pontos mais significativos, os quais são representados nas tabelas pelos valores de 1 até 10 (lado esquerdo das tabelas). Os valores indicados na parte superior das tabelas (primeira linha), variando de 10 até 100, representam a diferença de potencial em volts, aplicada nos eletrodos de alumínio durante os experimentos. Tirando-se a média aritmética dos valores encontrados, chegou-se aos seguintes resultados:

TABELA 1 - Distância Percorrida Ponto a Ponto (cm) x Diferença de Potencial Aplicada (V) - Alimentação do Campo Magnético=45A

Pontos	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
1	0,826	1,460	1,395	1,870	1,720	1,170	2,600	2,080	2,140	3,160
2	0,925	1,240	1,170	1,440	1,520	1,440	1,400	2,020	1,810	2,340
3	0,961	1,095	1,455	1,460	1,360	1,670	1,680	1,730	2,930	2,440
4	0,952	1,545	1,245	1,561	1,490	2,200	1,810	1,760	2,030	3,250
5	0,920	1,395	1,360	1,300	1,500	2,250	2,090	2,330	1,630	3,300
6	1,065	1,155	1,640	1,220	1,550	1,720	2,390	2,890	2,180	1,890
7	1,096	1,200	1,355	1,550	1,370	2,060	2,640	2,600	2,330	2,100
8	0,910	1,280	1,320	1,320	1,820	1,250	1,700	2,440	2,710	2,360
9	0,930	1,255	1,105	1,320	1,950	1,970	2,010	2,190	2,670	2,360
10	0,951	1,250	1,105	1,260	1,610	1,490	1,910	2,330	2,400	2,640
Dist. Total:	9,536	12,875	13,150	14,301	15,890	17,220	20,230	22,370	22,830	25,840
Dist. Média:	0,9536	1,2875	1,315	1,4301	1,589	1,722	2,023	2,237	2,283	2,584

TABELA 2 - Distância Percorrida Ponto a Ponto (cm) x Diferença de Potencial Aplicada (V) - Alimentação do Campo Magnético=90A

Pontos	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
1	1,445	1,780	0,950	1,690	2,000	1,620	1,690	0,240	0,890	1,390
2	1,170	1,430	1,620	1,290	1,540	1,690	1,630	1,870	1,790	1,820
3	1,240	1,280	1,370	1,670	2,160	1,710	1,460	1,900	1,880	3,400
4	1,060	1,250	1,390	1,420	1,530	1,700	1,850	2,210	2,740	2,690
5	0,960	1,760	1,480	2,100	1,800	1,820	1,860	2,640	1,800	2,890
6	1,240	0,910	1,330	1,520	1,610	2,250	1,770	1,730	2,230	1,930
7	1,100	0,790	1,500	1,790	1,310	1,940	2,050	1,750	1,820	2,010
8	1,100	0,900	1,930	1,430	1,990	1,460	2,210	2,320	1,600	1,790
9	1,120	1,230	1,750	1,430	1,670	2,070	2,090	2,010	2,110	2,290
10	1,100	1,340	0,970	1,945	2,300	3,060	3,330	3,003	4,176	4,350
Dist. Total:	11,535	12,670	14,290	16,285	17,910	19,320	19,940	19,673	21,036	24,560
Dist. Média:	1,154	1,267	1,429	1,629	1,791	1,932	1,994	1,967	2,104	2,456

TABELA 3 - Profundidade da Tomada de Leitura da Veloc. Resultante Ponto a Ponto (cm) - Campo Magnético Alimentado com 45A

Pontos	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
1	0,417	0,417	1,945	1,528	0,973	0,834	1,389	0,695	2,501	1,389
2	0,417	0,417	0,556	1,528	0,834	0,695	1,389	2,779	1,389	2,084
3	0,417	0,278	1,389	0,417	1,112	2,779	1,389	1,389	2,084	2,362
4	1,112	0,695	0,556	1,389	0,556	2,501	0,695	3,057	4,168	2,779
5	1,389	1,112	1,667	0,139	1,667	2,084	0,695	2,362	4,863	2,084
6	5,141	0,834	1,667	0,278	0,834	0,556	1,112	2,084	5,682	2,084
7	4,585	1,250	1,806	0,834	0,278	1,389	1,667	1,528	2,779	2,223
8	5,558	5,419	0,556	5,697	0,834	0,417	3,474	0,973	1,389	0,973
9	5,558	5,558	0,139	5,419	0,834	4,863	4,863	0,556	1,389	4,585
10	5,835	5,693	5,141	5,973	5,141	5,280	4,168	4,863	1,389	4,168

TABELA 4 - Profundidade da Tomada de Leitura da Veloc. Resultante Ponto a Ponto (cm) - Campo Magnético Alimentado com 90A

Pontos	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
1	0,834	3,474	5,558	2,223	0,973	3,751	5,558	4,168	2,084	5,141
2	1,389	2,501	5,141	1,250	0,973	4,863	5,558	5,558	3,890	4,168
3	0,695	0,278	4,168	1,389	1,389	4,863	4,863	3,474	2,223	4,863
4	2,084	0,278	3,474	0,468	0,973	4,168	4,168	4,168	4,863	4,863
5	3,474	0,417	2,918	2,779	3,196	3,057	4,168	4,863	4,168	2,779
6	1,389	4,168	2,779	2,779	4,168	2,501	3,474	4,863	1,168	2,779
7	2,779	5,141	1,528	4,169	4,863	2,779	3,474	4,168	2,779	3,196
8	5,558	5,974	1,667	5,141	5,558	2,223	1,389	2,084	0,973	2,779
9	5,558	5,697	0,695	5,558	3,474	1,389	2,362	2,084	2,084	1,112
10	5,280	5,558	2,779	2,779	3,474	2,779	2,918	3,474	2,547	3,057

TABELA 5 - Velocidade Ponto a Ponto (cm/seg) x Diferença de Potencial Aplicada (V) - Alimentação do Campo Magnético=45A

Pontos	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
1	8,260	14,600	13,950	18,700	17,200	11,700	26,000	20,800	21,400	31,600
2	9,250	12,400	11,700	14,400	15,200	14,400	14,000	20,200	18,100	23,400
3	9,610	10,950	14,550	14,600	13,600	16,700	16,800	17,300	29,300	24,400
4	9,520	15,450	12,450	15,610	14,900	22,000	18,100	17,600	20,300	32,500
5	9,200	13,950	13,600	13,000	15,000	22,500	20,900	23,300	16,300	33,000
6	10,650	11,550	16,400	12,200	15,500	17,200	23,900	28,900	21,800	18,900
7	10,960	12,000	13,550	15,500	13,700	20,600	26,400	26,000	23,300	21,000
8	9,100	12,800	13,200	13,200	18,200	12,500	17,000	24,400	27,100	23,600
9	9,300	12,550	11,050	13,200	19,500	19,700	20,100	21,900	26,700	23,600
10	9,510	12,500	11,050	12,600	16,100	14,900	19,100	23,300	24,000	26,400
Tempo de Exposição:	0,1 seg									
Veloc. Média:	9,536	12,875	13,150	14,301	15,890	17,220	20,230	22,370	22,830	25,840
Fator de Multiplicação:	10									

TABELA 6 - Velocidade Ponto a Ponto (cm/seg) x Diferença de Potencial Aplicada (V) - Alimentação do Campo Magnético=90A

Pontos	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
1	14,450	17,800	9,500	16,900	20,000	16,200	16,900	2,400	8,900	13,900
2	11,700	14,300	16,200	12,900	15,400	16,900	16,300	18,700	17,900	18,200
3	12,400	12,800	13,700	16,700	21,600	17,100	14,600	19,000	18,800	34,000
4	10,600	12,500	13,900	14,200	15,300	17,000	18,500	22,100	27,400	26,900
5	9,600	17,600	14,800	21,000	18,000	18,200	18,600	26,400	18,000	28,900
6	12,400	9,100	13,300	15,200	16,100	22,500	17,700	17,300	22,300	19,300
7	11,000	7,900	15,000	17,900	13,100	19,400	20,500	17,500	18,200	20,100
8	11,000	9,000	19,300	14,300	19,900	14,600	22,100	23,200	16,000	17,900
9	11,200	12,300	17,500	14,300	16,700	20,700	20,900	20,100	21,100	22,900
10	11,000	13,400	9,700	19,450	23,000	30,600	33,300	30,030	41,760	43,500
Tempo de Exposição:	0,1 seg									
Veloc. Média:	11,535	12,670	14,290	16,285	17,910	19,320	19,940	19,673	21,036	24,560
Fator de Multiplicação:	10									

TABELA 7 - Pressão Potencial Ponto a Ponto (g/cm.seg2) - Alimentação do Campo Magnético=45A

Pontos	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
1	418,676	418,676	1953,853	1535,177	976,876	837,351	1395,652	697,826	2512,154	1395,652
2	418,676	418,676	558,201	1535,177	837,351	697,826	1395,652	2791,305	1395,652	2093,478
3	418,676	279,050	1395,652	418,676	1116,502	2791,305	1395,652	1395,652	2093,478	2372,529
4	1116,502	697,826	558,201	1395,652	558,201	2512,154	697,826	3070,355	4186,957	2791,305
5	1395,652	1116,502	1674,702	139,525	1674,702	2093,478	697,826	2372,529	4884,783	2093,478
6	5163,833	837,351	1674,702	279,050	837,351	558,201	1116,502	2093,478	5707,569	2093,478
7	4605,633	1256,027	1814,328	837,351	279,050	1395,652	1674,702	1535,177	2791,305	2233,004
8	5582,609	5442,984	558,201	5722,134	837,351	418,676	3489,131	976,876	1395,652	976,876
9	5582,609	5582,609	139,525	5442,984	837,351	4884,783	4884,783	558,201	1395,652	4605,633
10	5861,659	5718,116	5163,833	5999,577	5163,833	5303,459	4186,957	4884,783	1395,652	4186,957
Gravidade =	980	cm/seg2								
Densidade =	1,025	g/cm3								
Pressão Média =	3056,452	2176,782	1549,120	2330,530	1311,857	2149,288	2093,468	2037,618	2775,886	2484,239

TABELA 8 - Pressão Potencial Ponto a Ponto (g/cm.seg2) - Alimentação do Campo Magnético=90A

Pontos	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
1	837,351	3489,131	5582,609	2233,004	976,876	3768,181	5582,609	4186,957	2093,478	5163,833
2	1395,652	2512,154	5163,833	1256,027	976,876	4884,783	5582,609	5582,609	3907,806	4186,957
3	697,826	279,050	4186,957	1395,652	1395,652	4884,783	4884,783	3489,131	2233,004	4884,783
4	2093,478	279,050	3489,131	470,106	976,876	4186,957	4186,957	4186,957	4884,783	4884,783
5	3489,131	418,676	2930,830	2791,305	3209,980	3070,355	4186,957	4884,783	4186,957	2791,305
6	1395,652	4186,957	2791,305	2791,305	4186,957	2512,154	3489,131	4884,783	1173,457	2791,305
7	2791,305	5163,833	1535,177	4187,560	4884,783	2791,305	3489,131	4186,957	2791,305	3209,980
8	5582,609	6001,285	1674,702	5163,833	5582,609	2233,004	1395,652	2093,478	976,876	2791,305
9	5582,609	5722,134	697,826	5582,609	3489,131	1395,652	2372,529	2093,478	2093,478	1116,502
10	5303,459	5582,609	2791,305	2791,305	3489,131	2791,305	2930,830	3489,131	2558,462	3070,757
Gravidade =	980	cm/seg2								
Densidade =	1,025	g/cm3								
Pressão Média =	2916,907	3363,488	3084,367	2866,270	2916,887	3251,848	3810,119	3907,826	2689,961	3489,151

TABELA 9 - Pressão Potencial Média Por Região (g/cm.seg2) - Alimentação do Campo Magnético=45A

Região	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
A	753,636	717,730	1147,485	877,230	883,860	1413,080	1196,259	1375,677	1698,040	1894,071
B	4884,733	5442,984	5163,833	5442,984	5163,833	5094,121	4186,957	3582,147	3954,348	3861,298
C	5675,626	5650,363	*	5860,856	*	*	*	*	5707,569	*

Profund. Máx.	11049,500	11049,500	11049,500	11049,500	11049,500	11049,500	11049,500	11049,500	11049,500	11049,500
---------------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

Região A: 2,750 cm Isobaricas: 2762,375
 Região B: 5,500 cm 5524,750
 Região C: 8,250 cm 8287,125
 Profund. Máxima 11,000 cm 11049,500

TABELA 10 - Pressão Potencial Média Por Região (g/cm.seg2) - Alimentação do Campo Magnético=90A

Região	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
A	1651,515	872,232	1302,569	1338,697	1081,570	2233,029	1884,090	2093,478	2689,961	1116,502
B	4024,127	2332,693	3084,367	3884,653	4140,432	3251,848	3810,119	3907,826	3196,219	3489,151
C	5582,609	5768,676	5582,609	5582,609	5582,609	*	5582,609	5582,609	*	*

Profund. Máx.	11049,500	11049,500	11049,500	11049,500	11049,500	11049,500	11049,500	11049,500	11049,500	11049,500
---------------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

Região A: 2,750 cm Isobaricas: 2762,375
 Região B: 5,500 cm 5524,750
 Região C: 8,250 cm 8287,125
 Profund. Máxima 11,000 cm 11049,500

TABELA 11 - Pressão Dinâmica Ponto a Ponto (g/cm.seg2) - Alimentação do Campo Magnético=45A

Pontos	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
1	34,967	109,245	99,734	179,216	151,618	70,156	346,450	221,728	234,705	511,762
2	43,851	78,802	70,156	106,272	118,408	106,272	100,450	209,121	167,900	280,625
3	47,330	61,450	108,498	109,245	94,792	142,931	144,648	153,386	439,976	305,122
4	46,448	122,335	79,439	124,882	113,780	248,050	167,900	158,752	211,196	541,328
5	43,378	99,734	94,792	86,613	115,313	259,453	223,865	278,231	136,166	558,113
6	58,129	68,369	137,842	76,281	123,128	151,618	292,745	428,045	243,561	183,070
7	61,562	73,800	94,096	123,128	96,191	217,485	357,192	346,450	278,231	226,013
8	42,440	83,968	89,298	89,298	169,761	80,078	148,113	305,122	376,385	285,442
9	44,326	80,720	62,578	89,298	194,878	198,896	207,055	245,800	365,356	285,442
10	46,351	80,078	62,578	81,365	132,845	113,780	186,965	278,231	295,200	357,192
Gravidade =	980	cm/seg2								
Densidade =	1,025	g/cm3								
Pressão Média:	46,878	85,850	89,901	106,560	131,071	158,872	217,538	262,487	274,868	353,411

TABELA 12 - Pressão Dinâmica Ponto a Ponto (g/cm.seg2) - Alimentação do Campo Magnético=90A

Pontos	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
1	107,011	162,381	46,253	146,375	205,000	134,501	146,375	2,952	40,595	99,020
2	70,156	104,801	134,501	85,285	121,545	146,375	136,166	179,216	164,210	169,761
3	78,802	83,968	96,191	142,931	239,112	149,860	109,245	185,013	181,138	592,450
4	57,585	80,078	99,020	103,341	119,971	148,113	175,403	250,310	384,765	370,850
5	47,232	158,752	112,258	226,013	166,050	169,761	177,305	357,192	166,050	428,045
6	78,802	42,440	90,656	118,408	132,845	259,453	160,561	153,386	254,861	190,901
7	62,013	31,985	115,313	164,210	87,950	192,885	215,378	156,953	169,761	207,055
8	62,013	41,513	190,901	104,801	202,955	109,245	250,310	275,848	131,200	164,210
9	64,288	77,536	156,953	104,801	142,931	219,601	223,865	207,055	228,170	268,760
10	62,013	92,025	48,221	193,880	271,113	479,885	568,306	462,173	893,748	969,778
Gravidade =	980	cm/seg2								
Densidade =	1,025	g/cm3								
Pressão Média:	68,991	87,548	109,027	139,004	168,947	200,968	216,291	223,010	261,450	346,083

TABELA 13 - Pressão Dinâmica Média Por Região (g/cm.sec2) - Alimentação do Campo Magnético=45A

Região	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
A	43,077	86,422	91,796	113,148	129,022	151,618	223,253	276,528	305,956	323,616
B	59,833	83,968	62,578	89,298	132,845	153,386	179,856	212,586	204,317	387,578
C	44,358	80,399	*	85,285	*	*	*	*	243,561	*
Pressão Média:	49,089	83,596	77,187	95,910	130,934	152,502	201,555	244,557	251,278	355,597

* sem leitura

TABELA 14 - Pressão Dinâmica Média Por Região (g/cm.sec2) - Alimentação do Campo Magnético=90A

Região	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
A	78,471	106,900	154,389	119,483	171,407	196,100	237,088	241,452	288,285	969,778
B	57,086	78,935	89,586	175,628	160,178	203,054	221,796	223,997	221,196	354,674
C	63,150	66,769	*	*	202,955	*	136,166	179,216	*	*
Pressão Média:	66,236	84,201	121,987	147,555	178,180	199,577	198,350	214,888	254,741	662,226

* sem leitura

TABELA 15 - Pressão Total Ponto a Ponto (g/cm.seg2) - Alimentação do Campo Magnético=45A

Pontos	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
1	383,709	309,431	1854,119	1355,961	825,258	767,195	1049,202	476,098	2277,450	883,890
2	374,825	339,874	488,045	1428,905	718,943	591,554	1295,202	2582,184	1227,752	1812,854
3	371,345	217,600	1287,155	309,431	1021,710	2648,373	1251,004	1242,266	1653,502	2067,407
4	1070,054	575,491	478,762	1270,770	444,421	2264,104	529,926	2911,603	3975,761	2249,976
5	1352,274	1016,768	1579,910	52,913	1559,390	1834,025	473,961	2094,297	4748,617	1535,366
6	5105,704	768,982	1536,860	202,770	714,223	406,583	823,757	1665,433	5464,009	1910,408
7	4544,070	1182,227	1720,232	714,223	182,859	1178,168	1317,510	1188,727	2513,073	2006,991
8	5540,169	5359,016	468,903	5632,836	667,591	338,597	3341,018	671,754	1019,267	691,434
9	5538,283	5501,889	76,948	5353,686	642,473	4685,887	4677,728	312,401	1030,296	4320,191
10	5815,309	5638,038	5101,256	5918,213	5030,988	5189,679	3999,992	4606,552	1100,452	3829,765
Gravidade =	980	cm/seg2								
Densidade =	1,025	g/cm3								
Pressão Média:	3009,574	2090,932	1459,219	2223,971	1180,786	1990,417	1875,930	1775,132	2501,018	2130,828

TABELA 16 - Pressão Total Ponto a Ponto (g/cm.seg2) - Alimentação do Campo Magnético=90A

Pontos	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
1	730,340	3326,750	5536,356	2086,628	771,876	3633,680	5436,234	4184,005	2052,883	5064,813
2	1325,496	2407,353	5029,333	1170,742	855,332	4738,408	5446,443	5403,393	3743,596	4017,196
3	619,024	195,082	4090,766	1252,721	1156,540	4734,923	4775,539	3304,118	2051,866	4292,333
4	2035,894	198,972	3390,111	366,766	856,905	4038,844	4011,554	3936,647	4500,019	4513,933
5	3441,899	259,924	2818,572	2565,292	3043,930	2900,594	4009,652	4527,591	4020,907	2363,259
6	1316,850	4144,517	2700,648	2672,897	4054,112	2252,701	3328,570	4731,397	918,596	2600,403
7	2729,292	5131,848	1419,865	4023,349	4796,833	2598,420	3273,753	4030,004	2621,544	3002,925
8	5520,597	5959,772	1483,801	5059,032	5379,654	2123,759	1145,342	1817,630	845,676	2627,094
9	5518,321	5644,598	540,873	5477,808	3346,200	1176,051	2148,663	1886,423	1865,308	847,742
10	5241,446	5490,585	2743,083	2597,425	3218,018	2311,420	2362,524	3026,958	1664,714	2100,978
Gravidade =	980	cm/seg2								
Densidade =	1,025	g/cm3								
Pressão Média:	2847,916	3275,940	2975,341	2727,266	2747,940	3050,880	3593,827	3684,817	2428,511	3143,068

TABELA 17 - Pressão Total Média Por Região (g/cm.seg2) - Alimentação do Campo Magnético=45A

Região	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
A	710,559	631,307	1055,689	764,082	754,837	1261,462	973,006	1099,149	1392,084	1570,455
B	4824,899	5359,016	5101,256	5353,686	5030,988	4940,735	4007,101	3369,562	3750,031	3473,720
C	5631,268	5569,964	*	5775,571	*	*	*	*	5464,009	*
Pressão Média:	3722,242	3853,429	3078,472	3964,446	2892,913	3101,099	2490,053	2234,356	3535,374	2522,088

* sem leitura

TABELA 18 - Pressão Total Média Por Região (g/cm.seg2) - Alimentação do Campo Magnético=90A

Região	10 (V)	20 (V)	30 (V)	40 (V)	50 (V)	60 (V)	70 (V)	80 (V)	90 (V)	100 (V)
A	1205,521	765,333	1148,180	1219,214	910,163	1850,837	1647,003	1852,027	1566,507	847,742
B	2809,268	4375,896	3758,410	3383,599	3691,819	3565,184	3885,404	3962,960	3721,516	3398,104
C	5519,459	5698,318	*	*	5379,654	*	5446,443	5403,393	*	*
Pressão Média:	3178,082	3613,182	2453,295	2301,407	3327,212	2708,011	3659,616	3739,460	2644,012	2122,923

* sem leitura

TABELA 19 - Variação da Vel. Média, Pres. Dinâmica e Pres. Total em Função da Variação de Volt. Alimentação do Campo Magnético=45A

Variação de Volt	Vel. Média	Pres. Din.	Pressão Potencial				Pressão Total			
			A	B	C	D	A	B	C	D
10 (V)	9,536	46,604	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2715,771	5478,146	8240,521	11002,896
20 (V)	12,875	84,955	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2677,420	5439,795	8202,170	10964,545
30 (V)	13,150	88,623	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2673,752	5436,127	8198,502	10960,877
40 (V)	14,301	104,816	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2657,559	5419,934	8182,309	10944,684
50 (V)	15,890	129,402	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2632,973	5395,348	8157,723	10920,098
60 (V)	17,220	151,971	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2610,404	5372,779	8135,154	10897,529
70 (V)	20,230	209,742	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2552,633	5315,008	8077,383	10839,758
80 (V)	22,370	256,464	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2505,911	5268,286	8030,661	10793,036
90 (V)	22,830	267,120	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2495,255	5257,630	8020,005	10782,380
100 (V)	25,840	342,199	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2420,176	5182,551	7944,926	10707,301

TABELA 20 - Variação da Vel. Média, Pres. Dinâmica e Pres. Total em Função da Variação de Volt. Alimentação do Campo Magnético=90A

Variação de Volt	Vel. Média	Pres. Din.	Pressão Potencial				Pressão Total			
			A	B	C	D	A	B	C	D
10 (V)	11,535	68,991	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2693,384	5455,759	8218,134	10980,509
20 (V)	12,670	87,548	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2674,827	5437,202	8199,577	10961,952
30 (V)	14,290	109,027	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2653,348	5415,723	8178,098	10940,473
40 (V)	16,285	139,004	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2623,371	5385,746	8148,121	10910,496
50 (V)	17,910	168,947	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2593,428	5355,803	8118,178	10880,553
60 (V)	19,320	200,968	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2561,407	5323,782	8086,157	10848,532
70 (V)	19,940	216,291	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2546,084	5308,459	8070,834	10833,209
80 (V)	19,673	223,010	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2539,365	5301,740	8064,115	10826,490
90 (V)	21,036	261,450	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2500,925	5263,300	8025,675	10788,050
100 (V)	24,560	346,083	2762,375	5524,750	8287,125	11049,500	2416,292	5178,667	7941,042	10703,417

Filtrando-se os dados das TABELAS 19 e 20 tem-se:

Campo magnético alimentado por uma corrente de 45 Ampères

Dist. Menor entre os eletrodos: 2,6 cm (parte superior do conjunto de eletrodos)

Dist. Maior entre os eletrodos: 4,8 cm (parte inferior do conjunto de eletrodos)

Nível de água: 11 cm

Duração do experimento: 30 segundos

Tempo de exposição das fotografias: 0,1 s

Temperatura da água no início do experimento: 22° C

Temperatura da água no final do Experimento: 70° C

Densidade da água do mar: 1,025g/cm³

Dif. de Potencial (V)	U1 (cm/s)	U2 (cm/s)	U
10	9,536	65,020	0,147
20	12,875	65,020	0,198
30	13,150	65,020	0,202
40	14,301	65,020	0,220
50	15,890	65,020	0,244
60	17,222	65,020	0,265
70	20,230	65,020	0,311
80	22,370	65,020	0,344
90	22,830	65,020	0,351
100	25,840	65,020	0,397

U – Velocidade Média

U1 – Velocidade Média do Fluido sob Aplicação MHD

U2 – Velocidade Padrão (Velocidade Média dos Gases da Eletrólise)

TABELA 21 – Variação da Velocidade Média em Função da Variação da Diferença de Potencial Aplicada nos Eletrodos

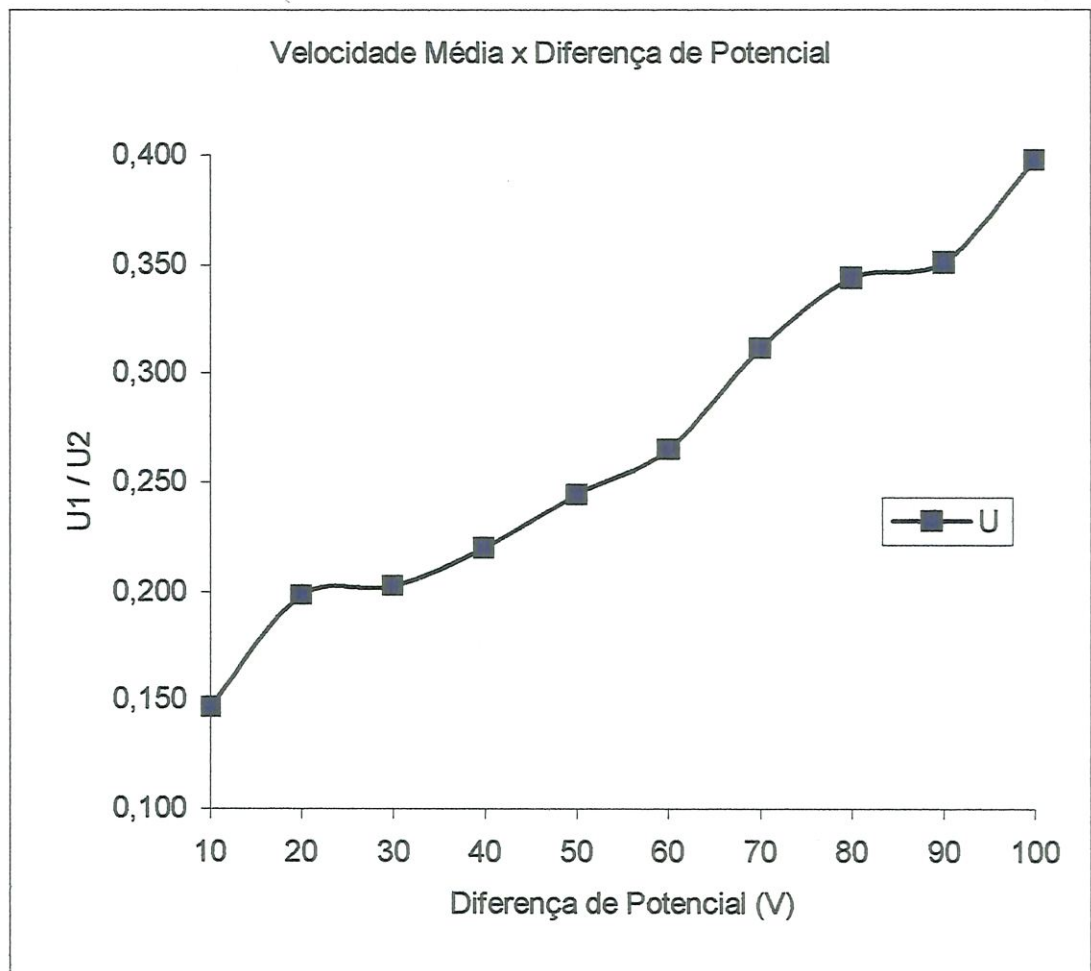


FIGURA 31 – Gráfico da Variação de Velocidade Média em Função da Variação da Diferença de Potencial Aplicada nos Eletrodos – Campo Magnético Alimentado por uma Corrente de 45 Ampères

Campo magnético alimentado por uma corrente de 45 Ampères

Dist. Menor entre os eletrodos: 2,6 cm (parte superior do conjunto de eletrodos)

Dist. Maior entre os eletrodos: 4,8 cm (parte inferior do conjunto de eletrodos)

Nível de água: 11 cm

Duração do experimento: 30 segundos

Tempo de exposição das fotografias: 0,1 s

Temperatura da água no início do experimento: 22° C

Temperatura da água no final do Experimento: 70° C

Densidade da água do mar: 1,025g/cm³

Dif. de Potencial (V)	P1 (g/cm.seg ²)	P2 (g/cm.seg ²)	P
10	6859,334	11049,500	0,6208
20	6820,983	11049,500	0,6173
30	6817,315	11049,500	0,6163
40	6801,122	11049,500	0,6155
50	6776,536	11049,500	0,6133
60	6753,967	11049,500	0,6112
70	6696,196	11049,500	0,6060
80	6649,474	11049,500	0,6018
90	6638,818	11049,500	0,6008
100	6563,739	11049,500	0,5940

P – Pressão Média

P1 – Pressão Média do Fluido sob Aplicação MHD

P2 – Pressão Padrão (Pressão Potencial Máxima do Recipiente)

TABELA 22 – Variação da Pressão Média em Função da Variação da Diferença de Potencial Aplicada nos Eletrodos

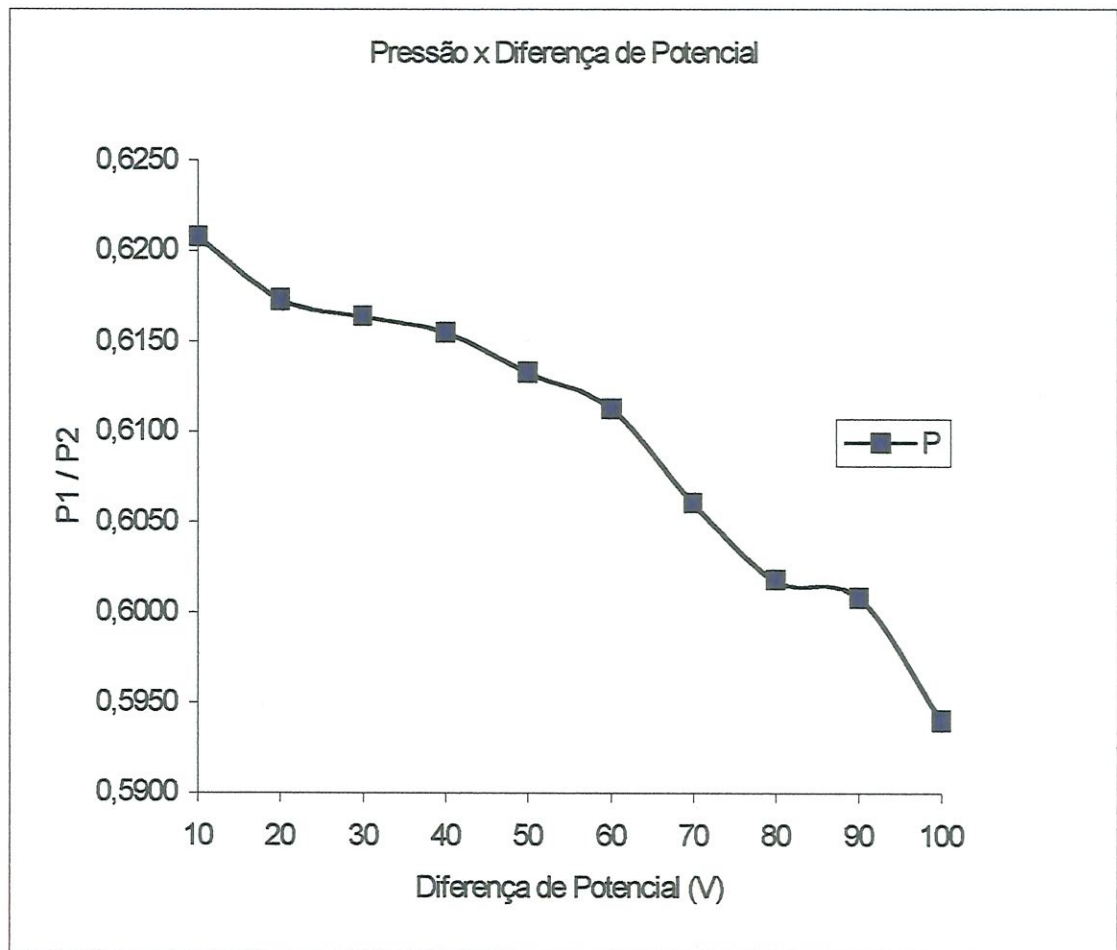


FIGURA 32 – Gráfico da Variação de Pressão Média em Função da Variação da Diferença de Potencial Aplicada nos Eletrodos – Campo Magnético Alimentado por uma Corrente de 45 Ampères

Campo magnético alimentado por uma corrente de 90 Ampères

Dist. Menor entre os eletrodos: 2,6 cm (parte superior do conjunto de eletrodos)

Dist. Maior entre os eletrodos: 4,8 cm (parte inferior do conjunto de eletrodos)

Nível de água: 11 cm

Duração do experimento: 20 segundos

Tempo de exposição das fotografias: 0,1 s

Temperatura da água no início do experimento: 22° C

Temperatura da água no final do Experimento: 70° C

Densidade da água do mar: 1,025g/cm³

Dif. de Potencial (V)	U1 (cm/s)	U2 (cm/s)	U
10	11,535	65,020	0,177
20	12,670	65,020	0,195
30	14,290	65,020	0,220
40	16,285	65,020	0,250
50	17,910	65,020	0,275
60	19,320	65,020	0,297
70	19,940	65,020	0,307
80	19,673	65,020	0,303
90	21,036	65,020	0,324
100	24,560	65,020	0,378

U – Velocidade Média

U1 – Velocidade Média do Fluido sob Aplicação MHD

U2 – Velocidade Padrão (Velocidade Média dos Gases da Eletrólise)

TABELA 23 – Variação da Velocidade Média em Função da Variação da Diferença de Potencial Aplicada nos Eletrodos

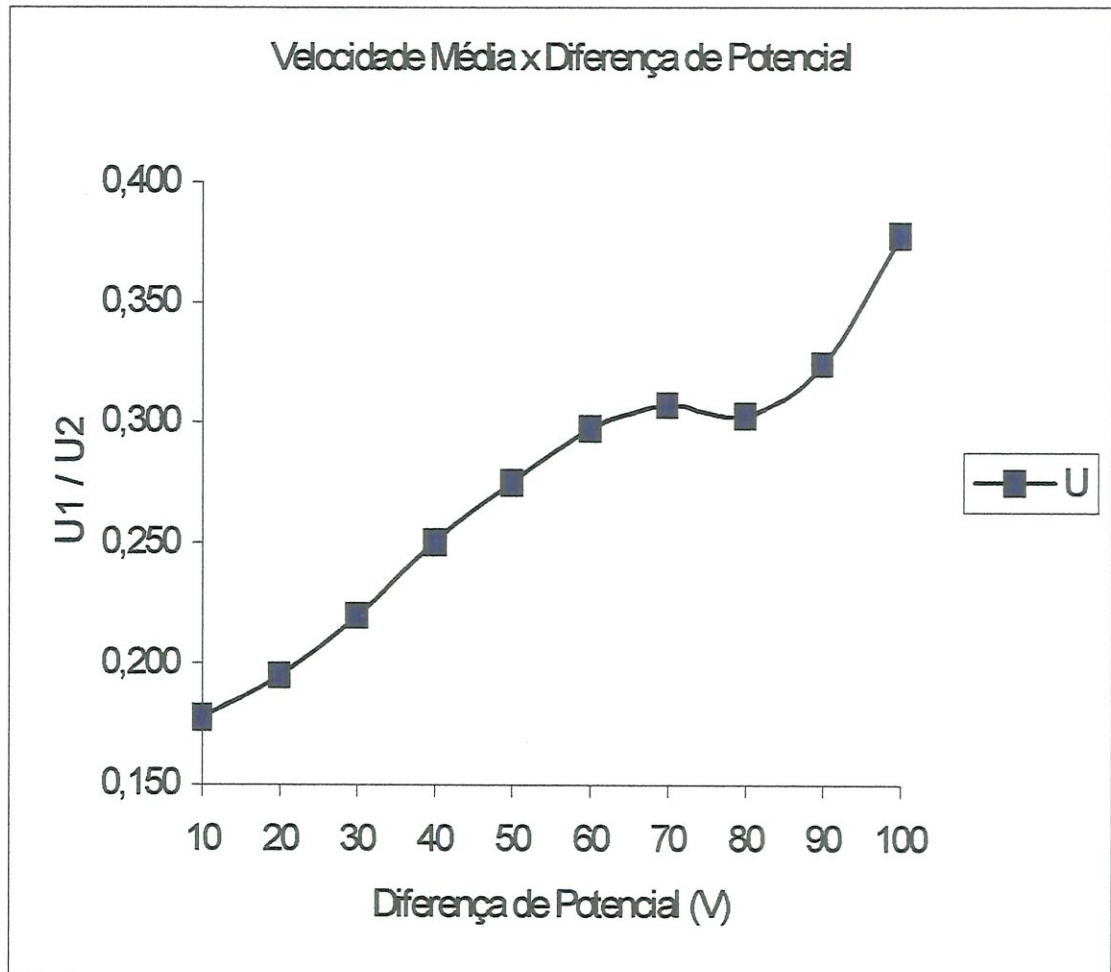


FIGURA 33 – Gráfico da Variação de Velocidade Média em Função da Variação da Diferença de Potencial Aplicada nos Eletrodos – Campo Magnético Alimentado por uma Corrente de 90 Ampères

Campo magnético alimentado por uma corrente de 90 Ampères

Dist. Menor entre os eletrodos: 2,6 cm (parte superior do conjunto de eletrodos)

Dist. Maior entre os eletrodos: 4,8 cm (parte inferior do conjunto de eletrodos)

Nível de água: 11 cm

Duração do experimento: 20 segundos

Tempo de exposição das fotografias: 0,1 s

Temperatura da água no início do experimento: 22° C

Temperatura da água no final do Experimento: 70° C

Pressão estática média do fluido na superfície entre os eletrodos: 8437,8 dina/cm²

Densidade da água do mar: 1,025g/cm³

Dif. de Potencial (V)	P1 (g/cm.seg ²)	P2 (g/cm.seg ²)	P
10	6836,947	11049,500	0,6188
20	6818,390	11049,500	0,6171
30	6796,911	11049,500	0,6151
40	6766,934	11049,500	0,6124
50	6736,991	11049,500	0,6097
60	6704,970	11049,500	0,6068
70	6689,647	11049,500	0,6054
80	6682,928	11049,500	0,6048
90	6644,488	11049,500	0,6013
100	6559,855	11049,500	0,5937

P – Pressão Média

P1 – Pressão Média do Fluido sob Aplicação MHD

P2 – Pressão Padrão (Pressão Potencial Máxima do Recipiente)

TABELA 24 – Variação Pressão Média em Função da Variação da Diferença de Potencial Aplicada nos Eletrodos

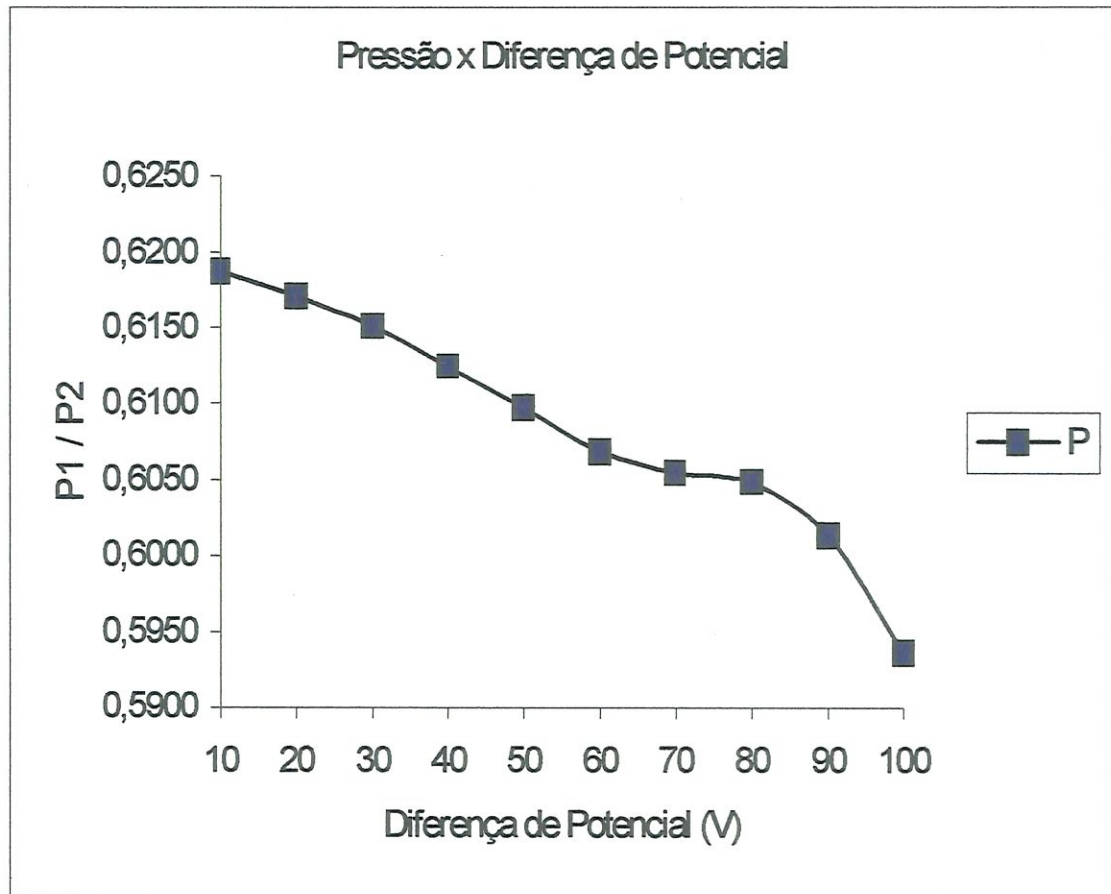


FIGURA 34 – Gráfico da Variação de Pressão Média em Função da Variação do Campo Elétrico Aplicado – Campo Magnético 90 Ampères

Relação Diferença de Potencial x Corrente:

Sem campo magnético aplicado

Dist. Menor entre os eletrodos: 2,6 cm (parte superior do conjunto de eletrodos)

Dist. Maior entre os eletrodos: 4,8 cm (parte inferior do conjunto de eletrodos)

Nível de água: 11,5 cm

Duração do experimento: 10 min

Temperatura da água no início do experimento: 23° C

Temperatura da água no final do Experimento: 89° C

DIFERENÇA DE POTENCIAL (V)	CORRENTE (A)
10	2,5
20	5,1
30	8,0
40	11,5
50	14,9
60	16,8
70	17,2
80	*
90	*
100	*

* Limitação do equipamento.

TABELA 25 – Medida de Tensão-Corrente sem Campo Magnético

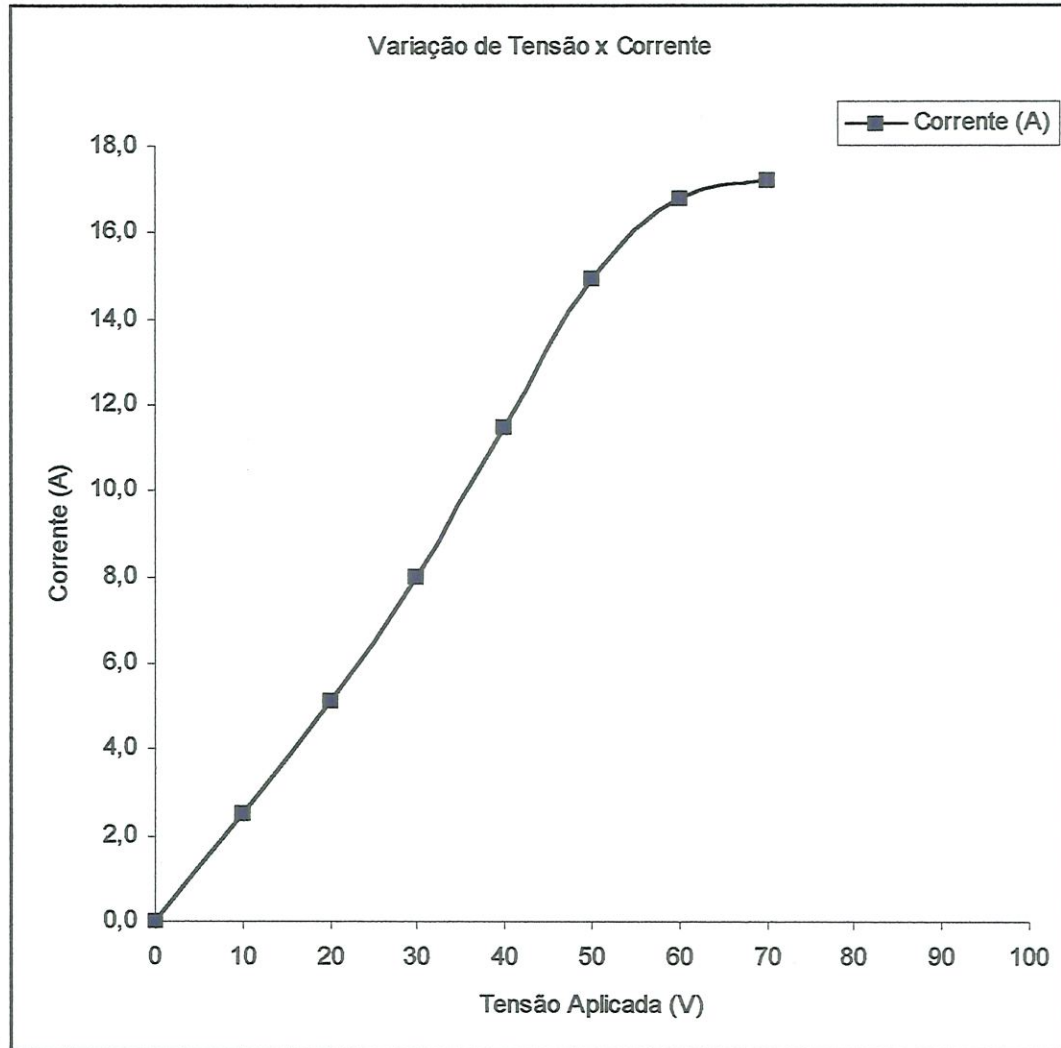


FIGURA 35 – Gráfico da Variação de Tensão x Corrente sem Campo Magnético

Com campo magnético alimentado por uma corrente de 45 Ampères

Dist. Menor entre os eletrodos: 2,6 cm (parte superior do conjunto de eletrodos)

Dist. Maior entre os eletrodos: 4,8 cm (parte inferior do conjunto de eletrodos)

Nível de água: 11,5 cm

Duração do experimento: 15 min

Temperatura da água no início do experimento: 24° C

Temperatura da água no final do Experimento: 82° C

DIFERENÇA DE POTENCIAL (v)	CORRENTE (I)
10	1,5
20	3,3
30	5,5
40	7,8
50	10,9
60	14,9
70	16,6
80	19,3
90	*
100	*

* Limitação do equipamento.

TABELA 26 – Medida de Tensão-Corrente com Campo Magnético Alimentado por uma Corrente de 45 Ampères

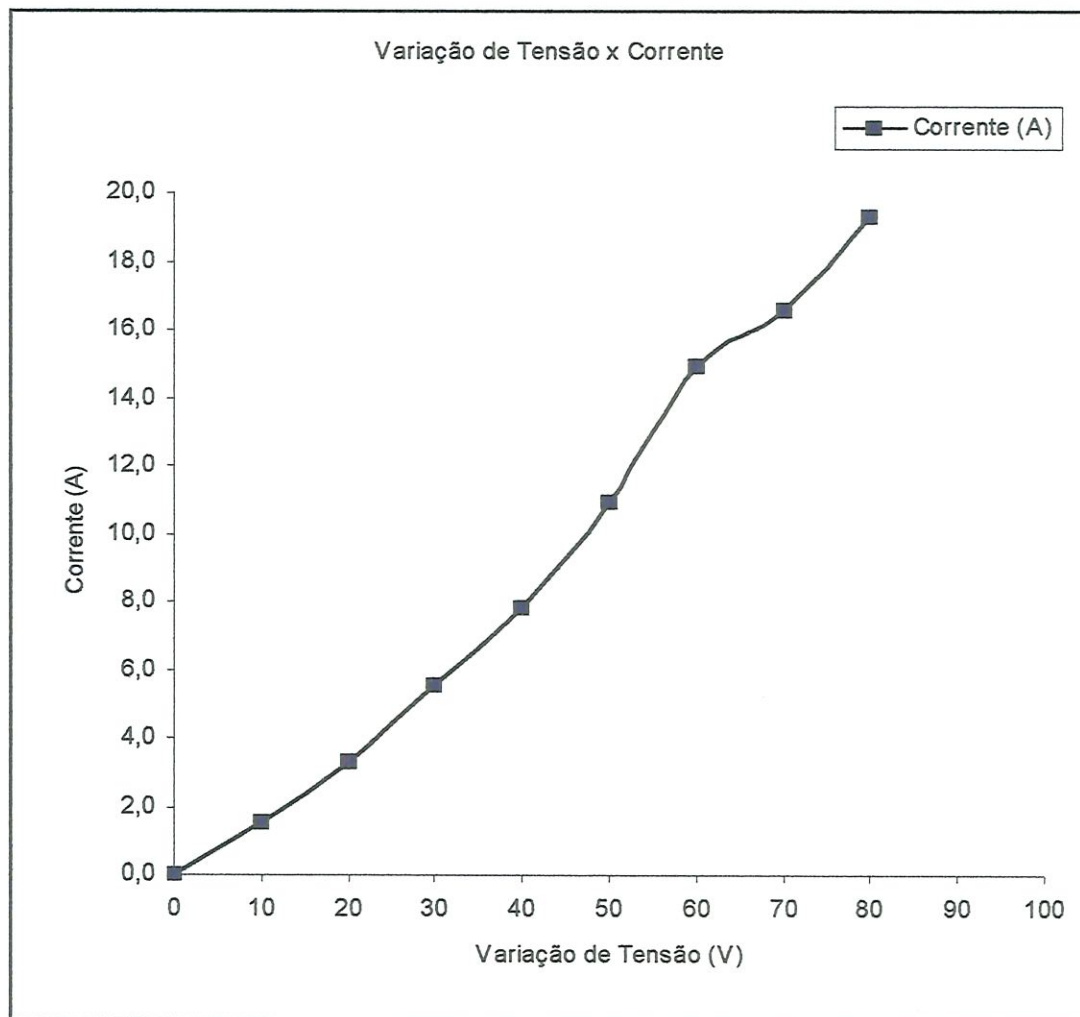


FIGURA 36 – Gráfico da Variação de Tensão x Corrente com Campo Magnético Alimentado por uma Corrente de 45 Ampères

Com campo magnético alimentado por uma corrente de 90 Ampères

Dist. Menor entre os eletrodos: 2,6 cm (parte superior do conjunto de eletrodos)

Dist. Maior entre os eletrodos: 4,8 cm (parte inferior do conjunto de eletrodos)

Nível de água: 11,5 cm

Duração do experimento: 15 min

Temperatura da água no início do experimento: 24° C

Temperatura da água no final do Experimento: 80° C

DIFERENÇA DE POTENCIAL (v)	CORRENTE (I)
10	1,5
20	3,2
30	4,6
40	6,4
50	8,6
60	11,5
70	15,3
80	18,9
90	*
100	*

*Limitação do equipamento.

TABELA 27 – Medida de Tensão-Corrente com Campo Magnético Alimentado por uma Corrente de 90 Ampères

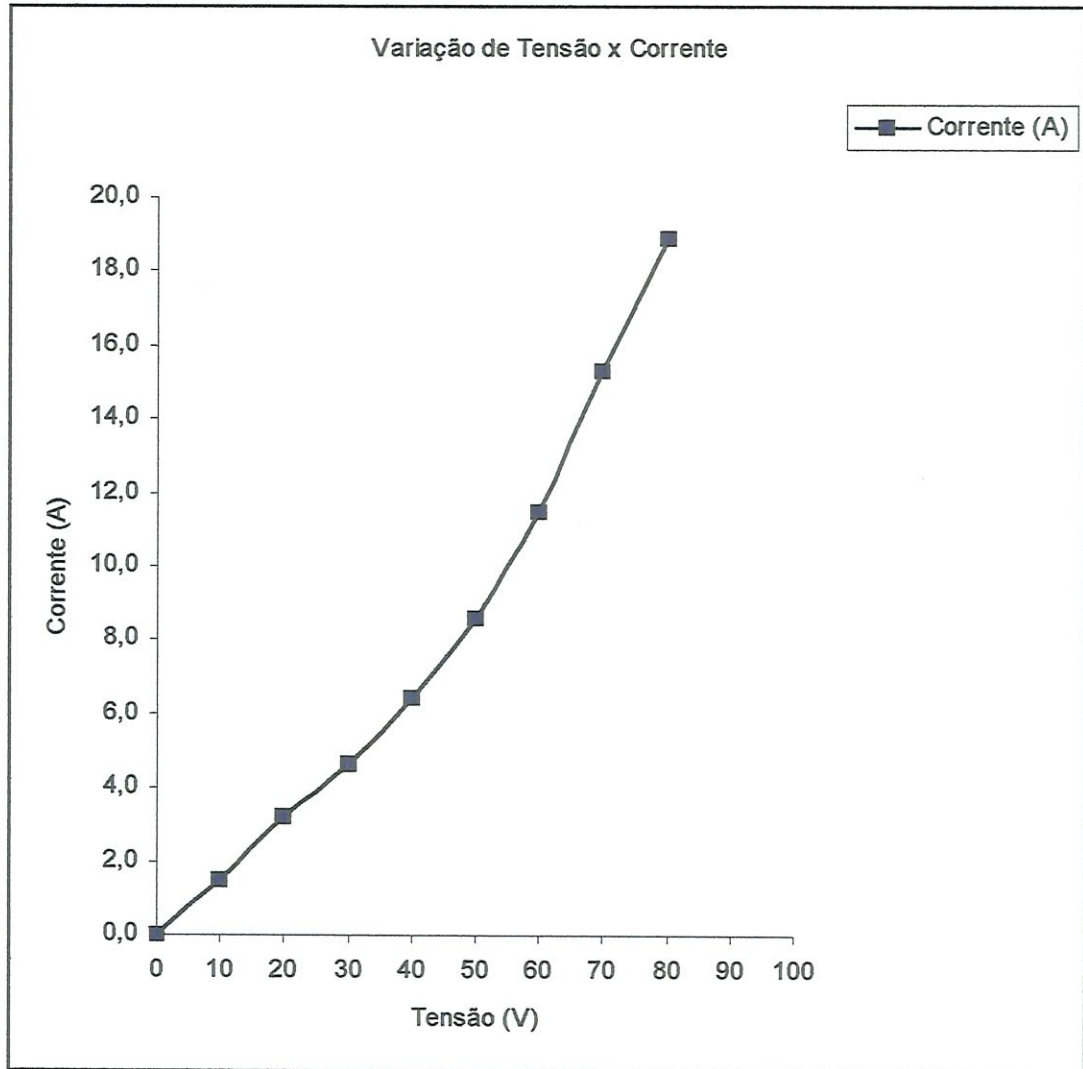


FIGURA 37 – Gráfico da Variação de Tensão x Corrente com Campo Magnético Alimentado por uma Corrente de 90 Ampères

Dif. de Potencial (V)	Variação de Corrente Entre os Eletrodos com:			Res. OHM		
	B=0	B alimentado com 45A	B alimentado com 90A	B=0	B alimentado com 45A	B alimentado com 90A
10	2,50	1,50	1,50	4,00	6,66	6,66
20	5,10	3,30	3,20	3,92	6,06	6,25
30	8,00	5,50	4,60	3,75	5,45	6,52
40	11,50	7,80	6,40	3,48	5,12	6,25
50	14,90	10,90	8,60	3,36	4,58	5,81
60	16,80	14,90	11,50	3,57	4,02	5,21
70	17,20	16,60	15,30	4,06	4,21	4,57
80		19,30	18,90		4,14	4,23
90						
100						

TABELA 28 –Variação de Corrente Entre os Eletrodos em Função da Variação do Campo Magnético

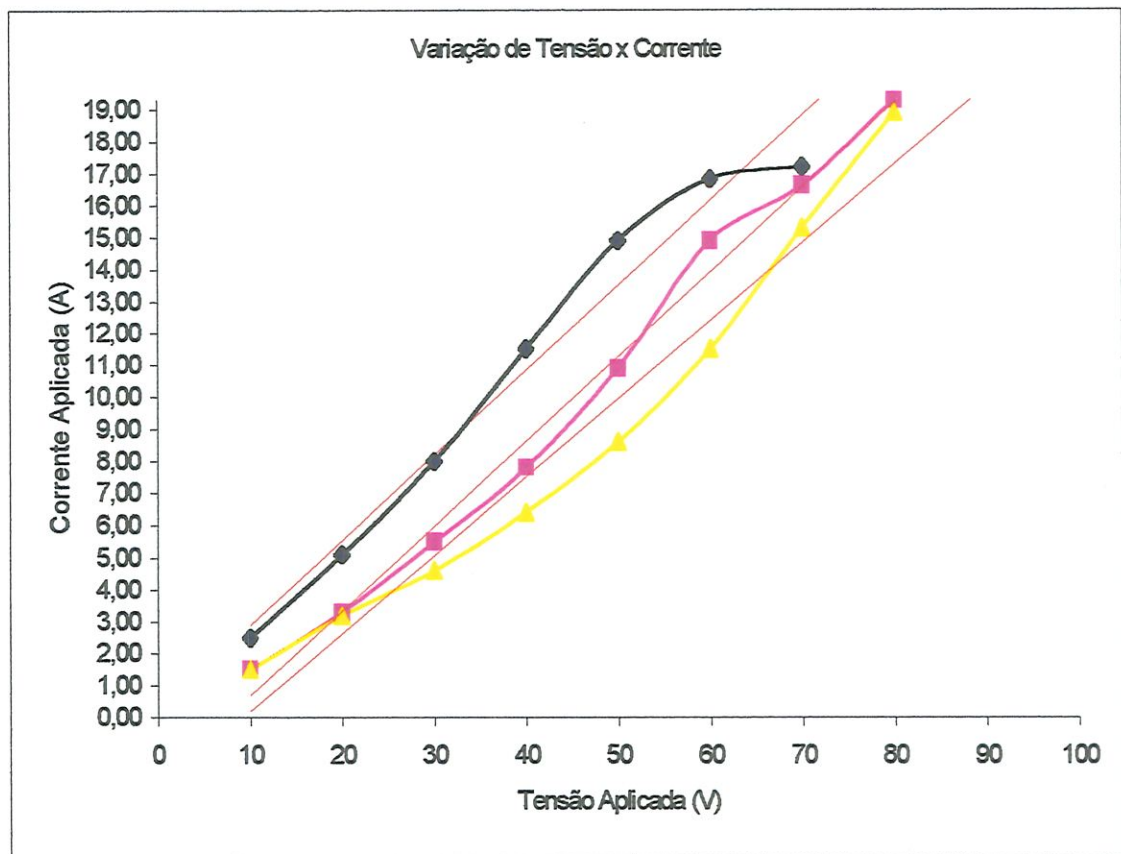


FIGURA 38 – Gráfico da Variação de Tensão x Corrente (Campo Magnético Alimentado com 0, 45 e 90 Ampères Respectivamente)

3.2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Baseando-se nas opções de configuração, que surgiram para a geração do vórtice em anel, no decorrer deste trabalho, o autor reservou esta parte da dissertação para apresentá-las com seus respectivos princípios de funcionamento.

Os experimentos serão classificados como: Experimento A, Experimento B. Considere em todos os dispositivos experimentados, o campo magnético como sendo uniforme e externamente aplicado, montado a 90° do dispositivo elétrico.

Durante a realização do Experimento A, utilizou-se o dispositivo apresentado pelo diagrama da FIGURA 39.

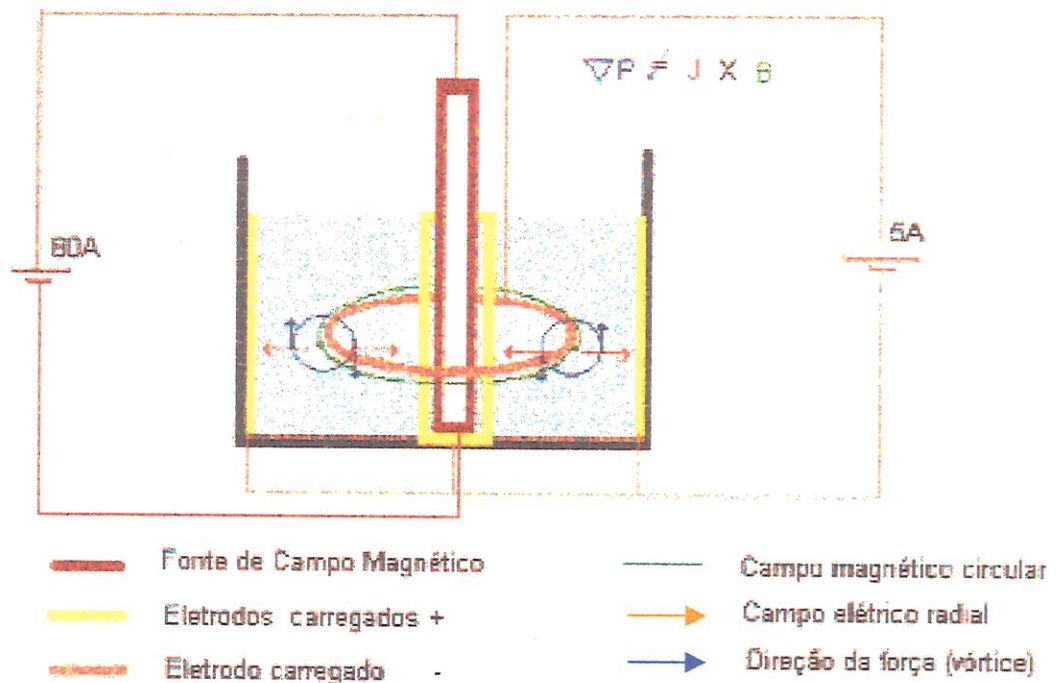


FIGURA 39 - Dispositivo Gerador do Vórtice em Anel do Experimento A

Este dispositivo explora o campo magnético que surge ao redor de um condutor percorrido por uma corrente elétrica conforme pode-se observar nas FIGURA 39 (“a” e “b”)¹⁵.

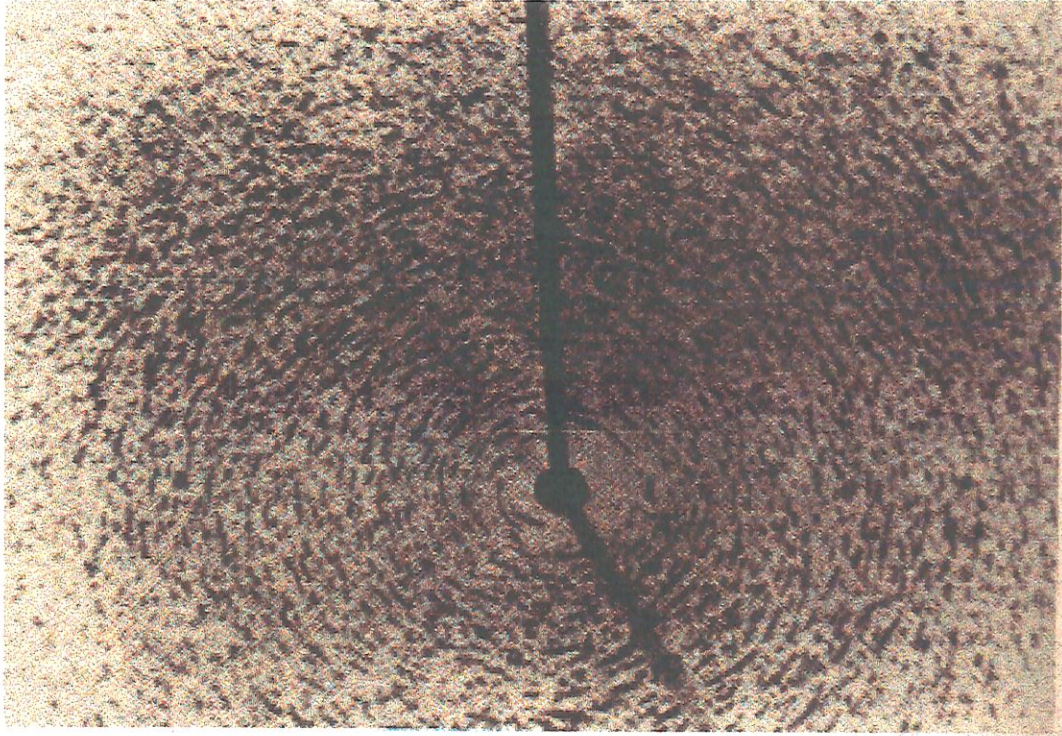


FIGURA 39a - Campo Magnético Gerado Por um Condutor Retilíneo

O campo elétrico é gerado por meio de três anéis dispostos concentricamente.

Confira o diagrama da FIGURA 39b.

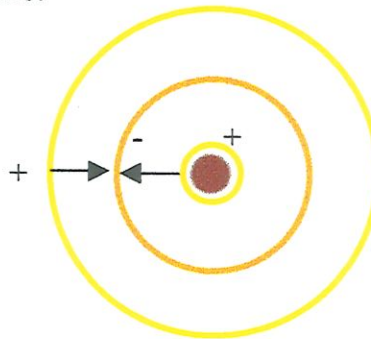


FIGURA 39b - Disposição dos Eletrodos do Experimento A

¹⁵ Na FIGURA 39 a, tem-se o método de visualização do campo magnético por limalhas.

As setas indicam o sentido da distribuição de corrente para a geração do campo elétrico. O núcleo, em cor escura, representa o condutor no qual a corrente de 80A está deslocando-se. Em tal dispositivo tem-se o anel central com a polaridade negativa e os eletrodos interno e externo, com a polaridade positiva.

Teoricamente este dispositivo foi o que mais se aproximou do objetivo deste trabalho. O vórtice em anel, uma vez gerado, teria o controle de sua circulação tanto pela variação do campo elétrico como pelo magnético. Mas esbarrou-se no problema da intensidade do campo magnético mínimo que deveria ser gerado para ter-se a realização do experimento em níveis satisfatórios.

O campo magnético gerado por este dispositivo tem duas características satisfatórias das três que deveria ter. Observando-se a FIGURA 40, nota-se que para seu bom funcionamento, tem-se:

- primeiro: a direção do campo magnético que é tangente à linha de indução magnética passando pelo ponto K;
- segundo: o sentido do campo magnético que é indicado pela regra da mão direita, de acordo com o sentido da corrente elétrica, percorrendo o condutor;
- terceiro: a que apresenta o problema atual, a sua intensidade sendo inversamente proporcional a distância entre o fio condutor e o ponto K considerado sobre a linha de indução magnética \vec{B} .

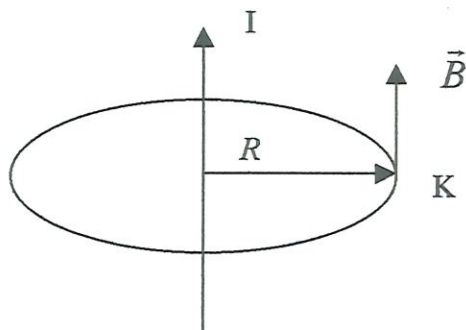


FIGURA 40 - Características do Campo Magnético de um Condutor Reto e Extenso

A intensidade do campo magnético neste caso é calculada pela equação

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad (51)$$

onde I é a corrente aplicada ao condutor, μ_0 é o coeficiente de permeabilidade do espaço livre e R a distância do condutor ao ponto considerado.

Conforme mencionado, a fraca intensidade do campo magnético foi insuficiente para produzir uma força satisfatória para variar o gradiente de pressão do fluido, comprometendo o desenvolvimento do vórtice em anel, mesmo após a elevação da corrente de 80 A para 100 A no condutor retilíneo central. Neste caso tem-se o produto vetorial $\vec{J} \times \vec{B}$ sendo balanceado pelo gradiente de pressão conforme a Equação (36) já apresentada no capítulo I.

$$\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} = \nabla P \quad (36)$$



O Experimento B foi idealizado durante o estudo de vários artigos onde seus autores induzem o fenômeno vórtice em anel por meio da ejeção do fluido a partir de orifícios circulares como, por exemplo, em PULLIN (1978) e DIDDEN (1979).

DIDDEN (1979), mencionado por NITSCHKE & KRASNY (1994) os quais realizam experimentos com a indução vórtice em anel em tubos circulares abertos por meio do movimento de um pistão, investiga as relações entre circulação, diâmetro e velocidade com a impulsão dada pelo pistão - intensidade da impulsão, diâmetro do tubo e velocidade final.

DIDDEN (1979) apresenta uma seqüência fotográfica, FIGURA 41, na qual mostra uma característica importante no processo de impulsão do vórtice em anel por meio do pistão. Após cessar o movimento de impulsão, um segundo vórtice em anel surge de maneira clara, praticamente dentro do tubo circular, com seu movimento involuto em direção contrária ao do vórtice principal, confirmando as observações de RILEY (1998), já apresentadas na seqüência fotográfica da FIGURA 5.

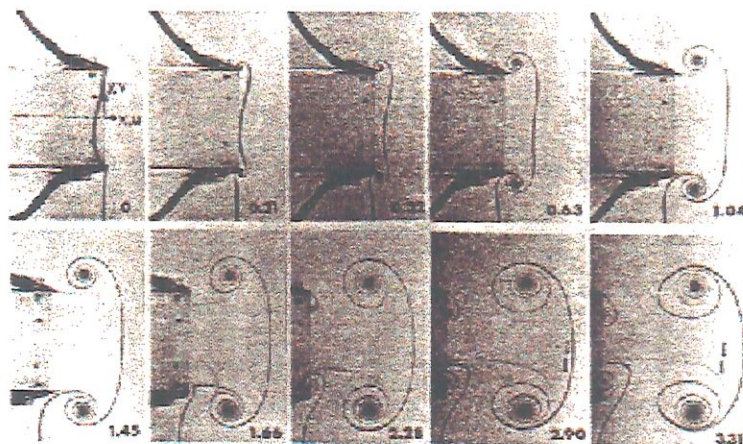


FIGURA 41 - Visualização do Fluxo de Formação do Vórtice em Anel (Vel. Impulsão, 4.6 e Tempo de Impulsão 1.6) - Didden (1979)

O dispositivo utilizado neste experimento tem o mesmo princípio de funcionamento, diferenciando-se apenas na maneira com que o fluido é acelerado dentro do ejetor.

No caso deste trabalho, esta aceleração é proveniente do impulso eletromagnético instantâneo que ocorre entre dois eletrodos de alumínio dispostos internamente em um cilindro de vidro, sob a influência de um campo magnético externamente aplicado, forçando a passagem do fluido por um orifício circular. Este ejetor se encontra submerso no ambiente fluido onde se realizará o experimento. Confira na FIGURA 42 o esquema do ejetor, e na FIGURA 43 o ejetor dentro do recipiente.

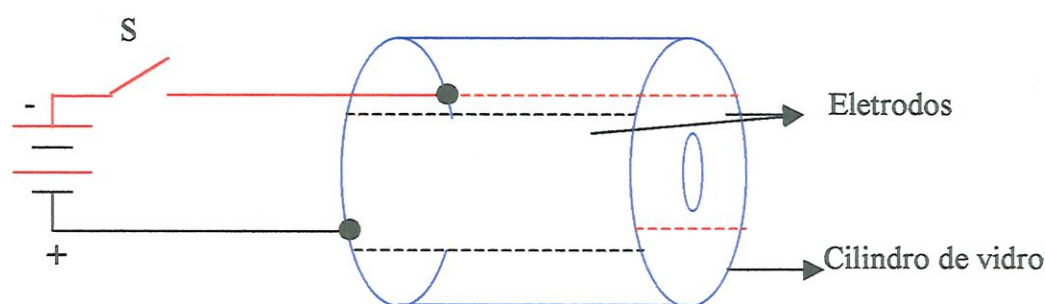


FIGURA 42 - Dispositivo Ejetor Eletromagnético

A malha em vermelho é a distribuição negativa do dispositivo e a malha em preto é a distribuição positiva. O detalhe “S” é o chaveamento do circuito responsável pelo pulso elétrico instantâneo.

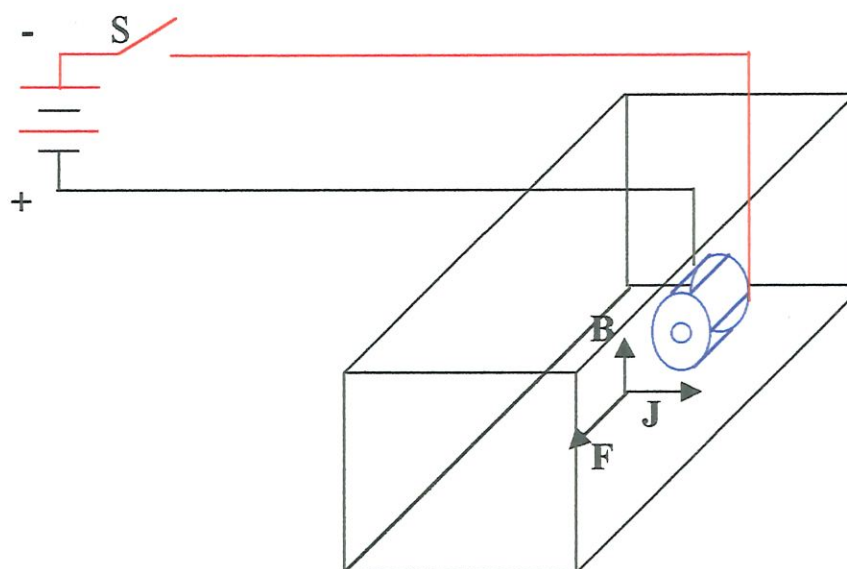


FIGURA 43 - Dispositivo Ejetor Eletromagnético Dentro do Recipiente

O recipiente é montado em placas de acrílico para possibilitar a visualização do vórtice em anel desde os momentos iniciais até sua desintegração. O fundo e a lateral direita do recipiente, foram pintados em branco para destacar o vórtice em anel que surge do ejeter, previamente, preenchido com corante. O fluido ejetado na realidade é o corante. Na lateral direita foi fixada uma escala graduada em centímetros para o cálculo da velocidade translacional do vórtice em anel onde a posição inicial é o orifício do ejeter.

Conforme já mencionado, o campo magnético é externamente aplicado. O núcleo do solenóide está posicionado exatamente embaixo do ejeter para aproveitar ao máximo a densidade de fluxo magnético.

O funcionamento do Experimento B também é simples. Neste caso, aplicam-se os princípios de funcionamento do experimento de VAN DEN BERG & MILLER

(1997), explorando a aceleração do fluido entre as placas, só que no caso do Experimento B, de maneira instantânea. Considerando-se o campo magnético já acionado, ao acionar-se o chaveamento S instantaneamente, cria-se neste momento, o produto vetorial $\vec{J} \times \vec{B}$, ou seja, a força \vec{F} também instantânea impulsionando o fluido pelo orifício do ejetor.

Uma sugestão para calcular-se o tempo de pressionamento do chaveamento S, é a utilização de um circuito ligado em paralelo ao circuito do campo elétrico, o qual aciona um relê que por sua vez dispara e trava o cronômetro indicando o tempo de impulsão.

Uma curiosidade que surgiu durante a realização dos experimentos por meio deste dispositivo, diz respeito à possibilidade do vórtice em anel deslocar-se pelo fluido, uma vez condutor, com as cargas elétricas polarizadas, conforme visto em trabalhos anteriores sobre a emissão de vórtice em anel através de campos elétricos no ar. Na FIGURA 44 abaixo, tem-se a apresentação do dispositivo utilizado para a realização do Experimento B.

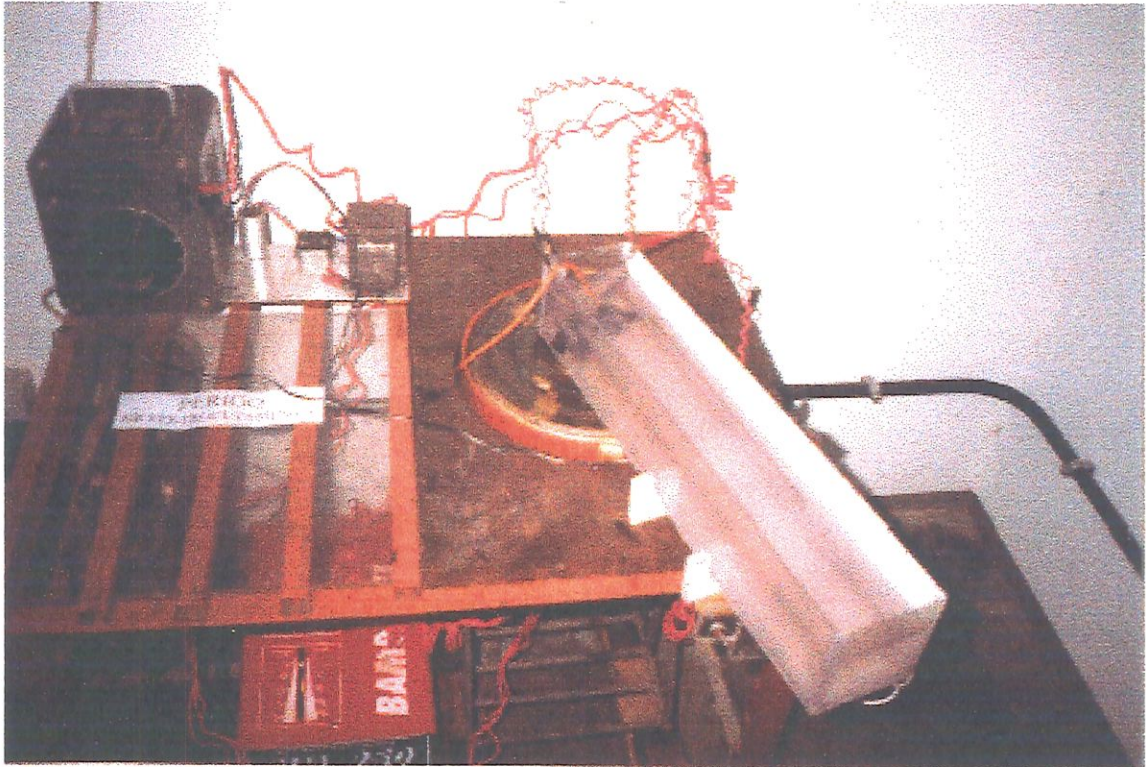


FIGURA 44 - Dispositivo para a Realização do Experimento B

Devido ao fluido ser impulsionado de maneira instantânea, o Experimento B não se enquadra em problemas de natureza magnetohidrodinâmica conforme anteriormente comentado.

Apresentaram-se nesta seção, a descrição e o princípio de funcionamento de dois dispositivos utilizados para a obtenção do vórtice em anel com suas geometrias dispostas, de maneira a facilitar sua possível aplicação no futuro.

Alguns outros experimentos informais foram testados, como por exemplo:

- experimentos com vórtices verticais, baseando-se nos trabalhos de MISSIATO (1998), foram realizados para a prática e entendimento da aplicação da magnetohidrodinâmica em fluidos fracamente condutores. “Indícios” de vórtice em

anel foram observados nesta fase, fixando o campo elétrico a altos valores, uma vez o campo magnético já acionado, e ligando-se repentinamente o chaveamento dos mesmos eletrodos utilizados por MISSIATO (1998);

- posicionamentos diversos entre solenóides auxiliares, com o intuito de explorar as resultantes dos campos magnéticos, ou resultante de seus efeitos magnetohidrodinâmicos. Tem-se como exemplo a tentativa de geração de um vórtice horizontal na presença de um segundo vórtice vertical. A interação entre estes dois vórtices, teoricamente, formaria um vórtice combinado de formato toroidal.

CAPÍTULO IV - CONCLUSÃO

A magnetohidrodinâmica, sem dúvida, é um conceito cada vez mais crescente na busca do controle do movimento de fluidos, desde que este fluido seja condutor de eletricidade.

Após a indução de um vórtice em anel na água do mar e conseqüente controle de sua vorticidade por meio da aplicação magnetohidrodinâmica, o autor possibilitou a idealização de dispositivos nos quais pode-se aplicar estes conceitos com o intuito de otimizar, ou até mesmo, criar novos campos de pesquisa/aplicações, na área aerodinâmica e/ou hidrodinâmica.

Por meio dos dados extraídos dos experimentos, como se pode observar nas tabelas apresentadas, a circulação do vórtice em anel é diretamente afetada pela variação da diferença de potencial aplicada entre os eletrodos submersos no fluido, mantendo-se o fluxo magnético em uma densidade fixa. Como conseqüência à variação de circulação, tem-se a variação da velocidade e pressão no centro do vórtice em anel.

Analisando-se a TABELA 28 e o gráfico da FIGURA 38 correspondente, percebe-se claramente um aumento de resistência elétrica do fluido diretamente proporcional ao aumento do campo magnético, com conseqüente redução da corrente entre os eletrodos submersos.

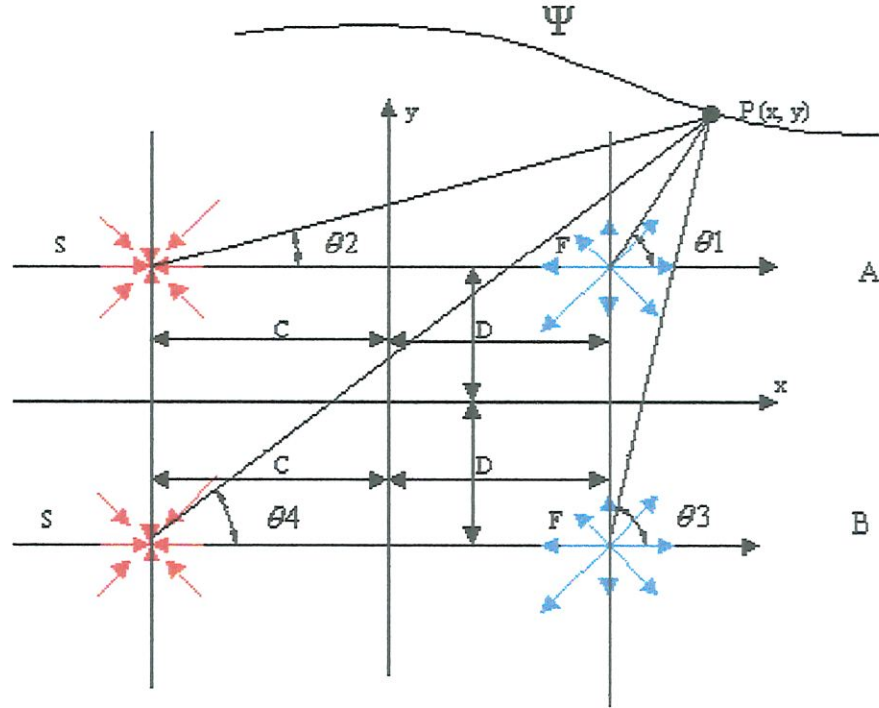
O dispositivo utilizado (célula de vórtice) é muito conveniente por possibilitar uma análise bidimensional das características de uma sessão do toróide, desde seu limite exterior até seu centro.

Como uma variação do fenômeno estudado por MISSIATO (1998), tem-se no vórtice em anel uma promissora possibilidade na busca de diferentes geometrias e fácil adaptação a equipamentos, devido à sua simetria de forma.

O domínio do homem sobre os movimentos dos fluidos, sem a interferência de partes móveis, vem sendo um conceito cada vez mais crescente nos meios acadêmicos devido à fascinante aplicação do eletromagnetismo em fluidos condutores de eletricidade, levando-se a interação entre fluido / eletromagnetismo ao campo da magnetohidrodinâmica. Sem dúvida no futuro, os meios de propulsão aquáticos atuais, com o advento dos supercondutores, estarão utilizando todo o potencial que a MHD proporciona.

ANEXO A

FONTES + SORVEDOURDOS DE INTENSIDADES IGUAIS



$$\Psi_a = \frac{Q\theta_1}{2\pi} - \frac{Q\theta_2}{2\pi} = \frac{Q}{2\pi} \cdot (\theta_1 - \theta_2) \therefore (\theta_1 - \theta_2) = \beta_a \therefore \frac{Q \cdot \beta_a}{2\pi} \quad (1)$$

$$\Psi_b = \frac{Q\theta_3}{2\pi} - \frac{Q\theta_4}{2\pi} = \frac{Q}{2\pi} \cdot (\theta_3 - \theta_4) \therefore (\theta_3 - \theta_4) = \beta_b \therefore \frac{Q \cdot \beta_b}{2\pi} \quad (2)$$

$$\Psi_{total} = \Psi_a + \Psi_b = \frac{Q \cdot \beta_a}{2\pi} + \frac{Q \cdot \beta_b}{2\pi} = \frac{Q}{2\pi} \cdot (\beta_a + \beta_b) \quad (3)$$

$$\text{tg } \theta_1 = \frac{y - D}{x - C} \quad (4)$$

$$\text{tg } \theta_2 = \frac{y - D}{x + C} \quad (5)$$

$$\text{tg } \theta_3 = \frac{y + D}{x - C} \quad (6)$$

$$\operatorname{tg}\theta_4 = \frac{y+D}{x+C} \quad (7)$$

$$\operatorname{tg}(\theta_1 - \theta_2) = \frac{\operatorname{tg}\theta_1 - \operatorname{tg}\theta_2}{1 + \operatorname{tg}\theta_1 \cdot \operatorname{tg}\theta_2} = \frac{\frac{y-D}{x-C} - \frac{y-D}{x+C}}{1 + \left(\frac{y^2 - 2Dy + D^2}{x^2 - C^2}\right)} \quad (8)$$

$$\operatorname{tg}\beta_a = \frac{2Cy - 2DC}{x^2 + y^2 - C^2 + D^2 - 2Dy} \quad (9)$$

$$\beta_a = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{2Cy - 2DC}{x^2 + y^2 - C^2 + D^2 - 2Dy}\right) \quad (10)$$

$$\operatorname{tg}(\theta_3 - \theta_4) = \frac{\operatorname{tg}\theta_3 - \operatorname{tg}\theta_4}{1 + \operatorname{tg}\theta_3 \cdot \operatorname{tg}\theta_4} = \frac{\frac{y+D}{x-C} - \frac{y+D}{x+C}}{1 + \left(\frac{y^2 + 2Dy + D^2}{x^2 - C^2}\right)} \quad (11)$$

$$\operatorname{tg}\beta_b = \frac{2Cy + 2DC}{x^2 + y^2 - C^2 + D^2 + 2Dy} \quad (12)$$

$$\beta_b = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{2Cy + 2DC}{x^2 + y^2 - C^2 + D^2 + 2Dy}\right) \quad (13)$$

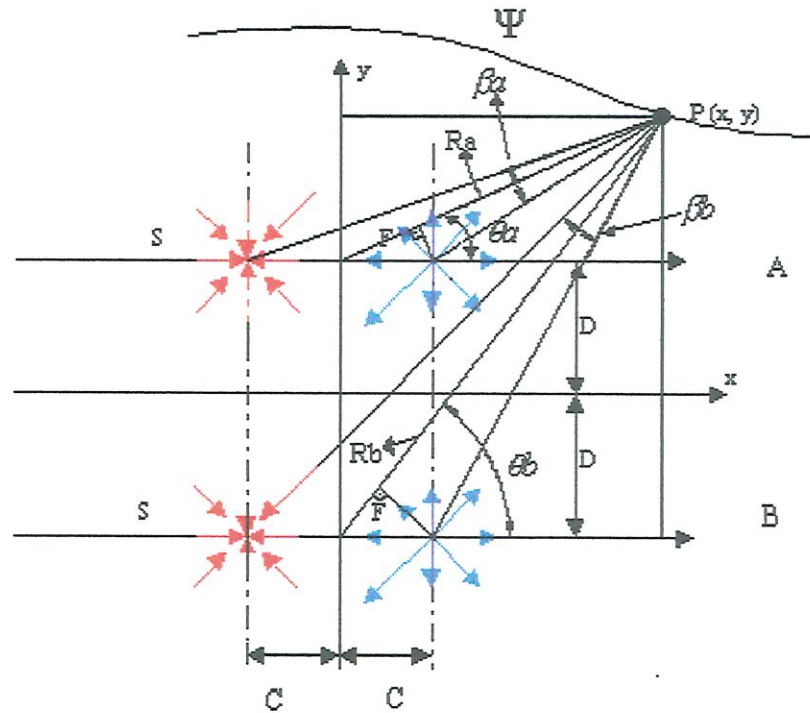
Substituindo a Equação (10) na Equação (1), tem-se:

$$\Psi_a = \frac{Q}{2\pi} \cdot \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{2Cy - 2DC}{x^2 + y^2 - C^2 + D^2 - 2Dy}\right) \quad (14)$$

Substituindo a Equação (13) na Equação (2), tem-se:

$$\Psi_b = \frac{Q}{2\pi} \cdot \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{2Cy + 2DC}{x^2 + y^2 - C^2 + D^2 + 2Dy}\right) \quad (15)$$

APROXIMAÇÃO DAS FONTES E SORVEDOUROS APENAS NOS EIXOS XA E XB



$$\beta_a = \frac{2C \cdot \text{sen } \theta_a}{R_a} \quad (16)$$

$$\beta_b = \frac{2C \cdot \text{sen } \theta_b}{R_b} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{total} &= \frac{Q}{2\pi} (\beta_a + \beta_b) = \frac{Q}{2\pi} \left(\frac{2C \cdot \text{sen } \theta_a}{R_a} + \frac{2C \cdot \text{sen } \theta_b}{R_b} \right) = \frac{Q}{2\pi} \left(\frac{2C \cdot \text{sen } \theta_a \cdot R_b + 2C \cdot \text{sen } \theta_b \cdot R_a}{R_a \cdot R_b} \right) = \\ &= \frac{Q}{2\pi} \left[\frac{2C \cdot (\text{sen } \theta_a \cdot R_b + \text{sen } \theta_b \cdot R_a)}{R_a \cdot R_b} \right] = \frac{Q \cdot 2C \cdot (\text{sen } \theta_a \cdot R_b + \text{sen } \theta_b \cdot R_a)}{2\pi \cdot R_a \cdot R_b} \therefore Q \cdot 2C = \mu \end{aligned}$$

Obs.: $Q \cdot 2C = \mu = \text{intensidade do doublet (m}^3/\text{seg)}$ (18)

$$\Psi_{total} = \frac{\mu}{2\pi \cdot R_a \cdot R_b} (\text{sen } \theta_a \cdot R_b + \text{sen } \theta_b \cdot R_a)$$

(19)

Em coordenadas cartesianas:

$$Ra^2 = x^2 + (y - D)^2 \therefore Ra = \sqrt{x^2 + (y - D)^2} = \sqrt{x^2 + y^2 - 2Dy + D^2} \quad (20)$$

$$\text{sen } \theta_a = \frac{y - D}{Ra} \therefore \text{sen } \theta_a = \frac{y - D}{\sqrt{x^2 + y^2 - 2Dy + D^2}} \quad (21)$$

$$Rb^2 = x^2 + (y + D)^2 \therefore Rb = \sqrt{x^2 + (y + D)^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + 2Dy + D^2} \quad (22)$$

$$\text{sen } \theta_b = \frac{y + D}{Rb} \therefore \text{sen } \theta_b = \frac{y + D}{\sqrt{x^2 + y^2 + 2Dy + D^2}} \quad (23)$$

Substituindo as Equações (20), (21), (22) e (23) na Equação (19), tem-se:

$$\Psi_{total} = \frac{\mu}{2\pi \cdot Ra \cdot Rb} \left[\frac{(y - D)\sqrt{x^2 + y^2 + 2yD + D^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 - 2Dy + D^2}} + \frac{(y + D)\sqrt{x^2 + y^2 - 2yD + D^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + 2Dy + D^2}} \right] \quad (24)$$

então:

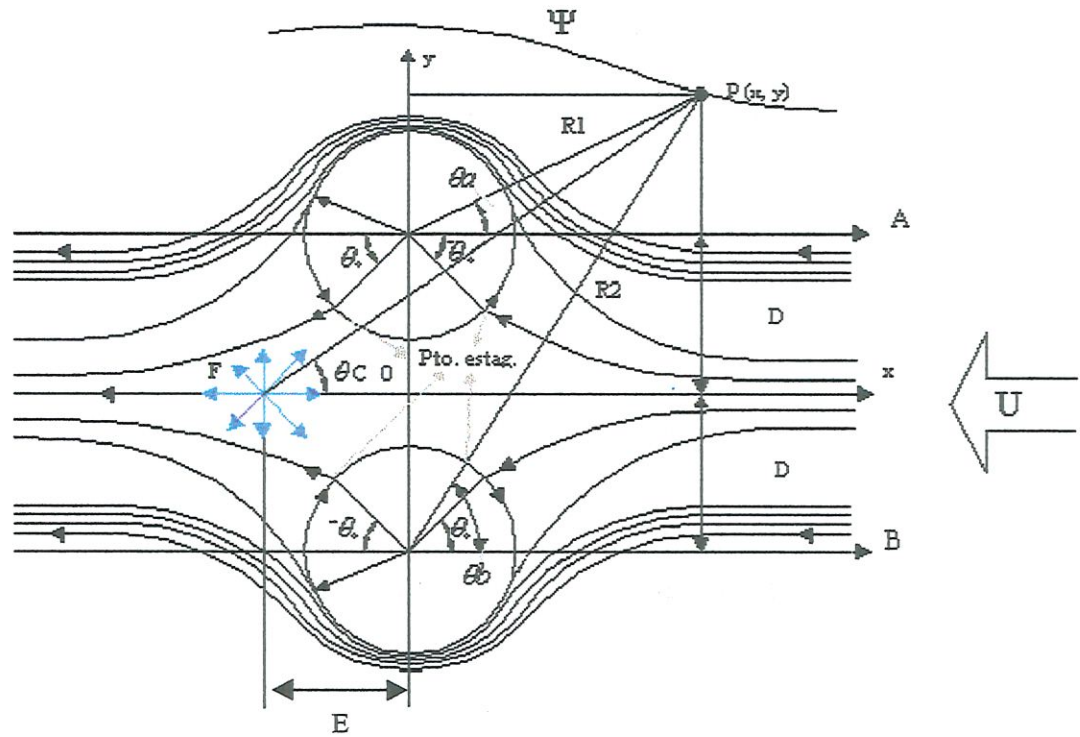
$$\Psi_{Total} = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \left(\frac{y - D}{x^2 + y^2 - 2Dy + D^2} + \frac{y + D}{x^2 + y^2 + 2Dy + D^2} \right) \quad (25)$$

Nos cálculos que seguem, um vórtice em anel é simulado em termos bidimensionais, como se fosse um corte simétrico do anel, o qual matematicamente, não determinará um resultado que pode ser imediatamente aplicado ao equivalente tridimensional. No entanto, o modelo possui um conteúdo bidimensional suficiente para comprovar a existência de uma componente de força horizontal atuante sobre o cilindro, na direção oposta ao escoamento, que pode ser determinada quantitativamente. Essa força resulta da integração da pressão atuante sobre a superfície de cada cilindro, em um método de cálculo semelhante ao método clássico de Kutta-Jukovsky.

O modelo portanto, simula o miolo do vórtice na forma primitiva e muito aproximada de dois cilindros circulares. Este miolo é constituído, teoricamente, do próprio fluido do meio, comportando-se como um cilindro sólido que gira em torno de si, induzindo a circulação Γ . Na realidade, o cilindro não é circular e a existência de um outro possível modelo bidimensional, baseado em dois vórtices clássicos é considerado.

Adiciona-se atrás destes vórtices, uma fonte para simular a esteira de fluido do vórtice em anel, que foi observada em ensaios experimentais, simulando também, o deslocamento lateral do escoamento uniforme, interferindo na resultante da componente horizontal da sustentação, provocada pela circulação do vórtice em anel, conforme se pode observar na FIGURA 7b.

DOUBLET + VÓRTICE + FLUXO UNIFORME



$$\Psi_a = \frac{\mu}{2\pi R1} \text{sen } \theta_a - \frac{K}{2\pi} \ln \left(\frac{R1}{R_o} \right) + \frac{Q\theta_c}{2} \therefore R1 = \left[x^2 + (y - D)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (26)$$

$$\Psi_b = \frac{\mu}{2\pi R2} \text{sen } \theta_b + \frac{K}{2\pi} \ln \left(\frac{R2}{R_o} \right) + \frac{Q\theta_c}{2} \therefore R2 = \left[x^2 + (y + D)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

$$\Psi_{total} = \Psi_a + \Psi_b + \Psi_f - Uy \quad (28)$$

$$\Psi_{total} = \frac{\mu}{2\pi R1} \text{sen}\theta a - \frac{K}{2\pi} \ln\left(\frac{R1}{R0}\right) + \frac{\mu}{2\pi R2} \text{sen}\theta b + \frac{K}{2\pi} \ln\left(\frac{R2}{R0}\right) + \frac{Q\theta c}{2\pi} - Uy \quad (29)$$

$$\Psi_{total} = \frac{\mu}{2\pi} \left[\frac{1}{R1} \text{sen}\theta a - \frac{K}{2\pi} \ln\left(\frac{R1}{R0}\right) + \frac{1}{R2} \text{sen}\theta b + \frac{K}{2\pi} \ln\left(\frac{R2}{R0}\right) + \frac{Q\theta c}{2\pi} \right] - Uy \quad (30)$$

$$\Psi_{total} = \frac{\mu}{2\pi} \left[\frac{1}{R1} \text{sen}\theta a + \frac{1}{R2} \text{sen}\theta b + \frac{K}{2\pi} \left(\ln \frac{R1}{R0} - \ln \frac{R2}{R0} \right) + \frac{Q\theta c}{2\pi} \right] - Uy \quad (31)$$

$$\Psi_{total} = \frac{\mu}{2\pi} \left[\frac{1}{R1} \text{sen}\theta a + \frac{1}{R2} \text{sen}\theta b + \frac{K}{2\pi} \ln\left(\frac{R1}{R2}\right) + \frac{Q\theta c}{2\pi} \right] - Uy \quad (32)$$

Assumindo-se os cilindros em forma circular de raio “a” tem-se:

velocidade tangencial a na superfície do próprio cilindro

$$a = q\theta a = U \text{sen}\theta a \left[\frac{a^2}{R1^2} + 1 \right] + \frac{K}{2\pi R1} \quad (33)$$

velocidade radial $qc = \frac{Q\theta c}{2\pi r}$, devido à fonte, na direção FP; (34)

onde r é a distância do ponto F até o ponto de interesse.

Para $R1=a$, ou seja, na superfície do cilindro A a velocidade devido à circulação e o escoamento uniforme é:

$$q\theta a = 2U \text{sen}\theta a + \frac{K}{2\pi a} \quad (35)$$

e a velocidade tangencial na superfície do cilindro A é

$$q_{\theta b A} = \left\{ U \operatorname{sen} \theta b \left[\frac{a^2}{R_{2A}^2} + 1 \right] + \frac{K}{2\pi R_{2A}} \right\} \cos(\theta a - \theta b) \quad (36)$$

onde R_{2A} é a distância entre o centro do cilindro B até o ponto na superfície do cilindro A.

Sabendo-se que quando $R_1 = a$, a velocidade radial é igual a zero. Aplicando-se o efeito da velocidade radial induzida pelo cilindro B no mesmo ponto da superfície A, a velocidade nesta superfície é:

$$q_{R2A} = -U \cos \theta b \left[-\frac{a^2}{R_{2A}^2} - 1 \right] \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta a - \theta b a \right) \quad (37)$$

ou

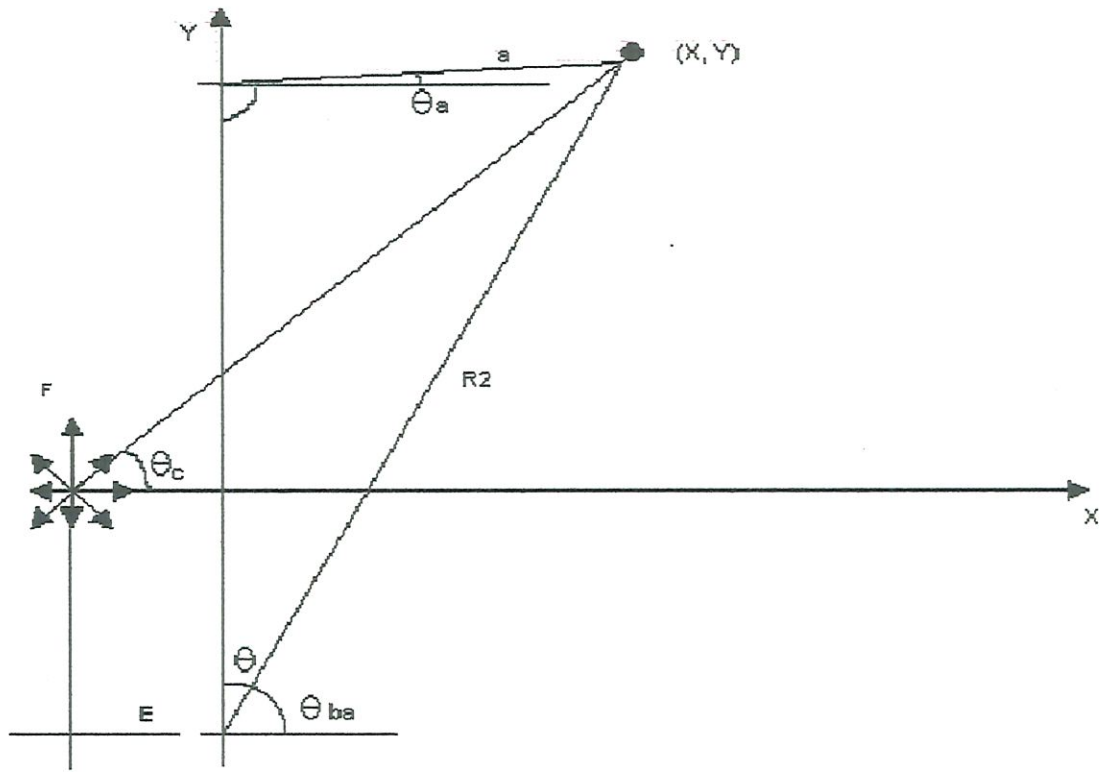
$$q_{R2A} = U \cos \theta b \left[\frac{a^2}{R_{2A}^2} - 1 \right] \operatorname{sen}(\theta a + \theta b a) \quad (38)$$

Aplicando-se o efeito da velocidade induzida pela fonte no mesmo ponto na superfície do cilindro A, a velocidade tangencial à superfície do cilindro passa a ser:

$$q_{cA} = \left[\frac{Q\theta}{2\pi FPA} \right] \cos(\theta a + \theta c) \quad (39)$$

onde FPA é a distância entre o centro da fonte e o ponto na superfície do cilindro A.

Definindo os parâmetros referente às posições geométricas dos cilindros A e B e à fonte e analisando-se a figura abaixo, tem-se:



$$\frac{a}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_{ba}\right)} = \frac{R2}{\sin\left(\theta_a + \frac{\pi}{2}\right)} \quad (40)$$

ou

$$\frac{a}{-\cos\theta_{ba}} = \frac{R2}{-\cos\theta_a} \quad (41)$$

Colocando os termos em função de θ_a tem-se:

$$\cos\theta_{ba} = \frac{a}{R2} \cos\theta_a \quad (42)$$

$$\text{sen } \theta_{ba} = -\frac{a}{R2} \cos \theta_a$$

(43)

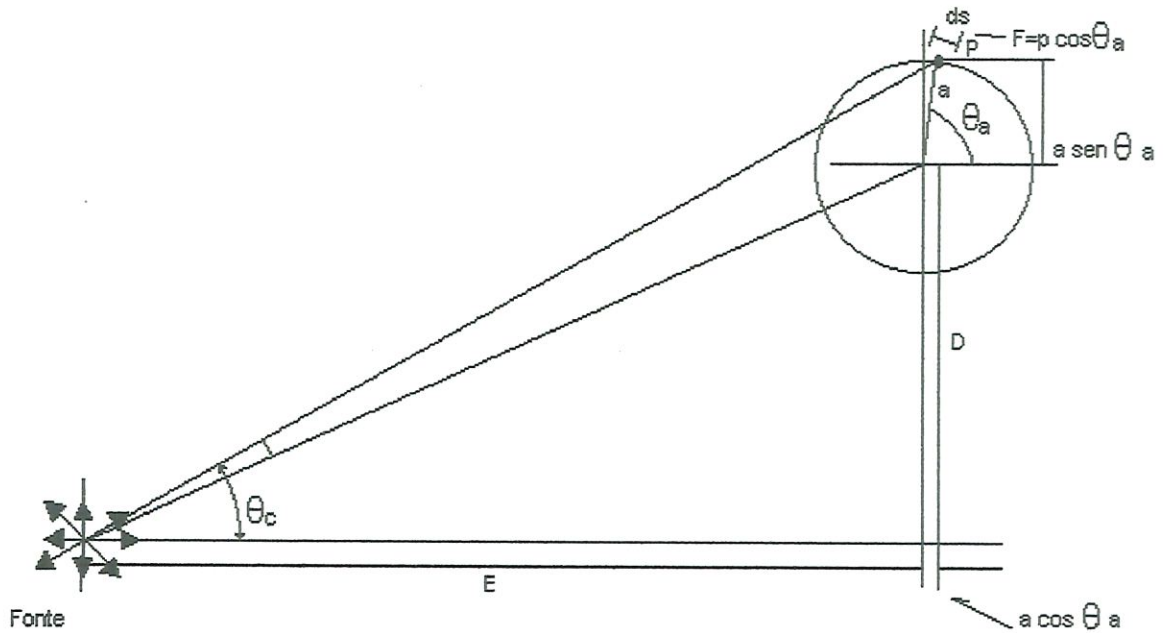
considerando-se agora $\text{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ tem-se:

$$1 = \frac{-a^2}{R2^2} \cos^2 \theta_a + \cos^2 \theta_{ba}$$

$$\cos \theta_{ba} = \left[1 + \frac{a^2}{R2^2} \cos^2 \theta_a \right]^{\frac{1}{2}}$$

(44)

A partir de agora, baseando-se no diagrama abaixo, tem-se:



$$\operatorname{sen} \theta c = \frac{D + a \operatorname{sen} \theta a}{\sqrt{[(D + a \operatorname{sen} \theta a)^2 + (E + a \cos \theta a)^2]}} \quad (45)$$

$$\operatorname{cos} \theta c = \frac{E + a \cos \theta a}{\sqrt{[(D + a \operatorname{sen} \theta a)^2 + (E + a \cos \theta a)^2]}} \quad (46)$$

$$\tan \theta c = \frac{D + a \operatorname{sen} \theta a}{E + a \cos \theta a} \quad (47)$$

Interagindo-se as equações acima, tem-se:

$$\begin{aligned} \operatorname{cos}(\theta a - \theta b) &= \operatorname{cos} \theta a \operatorname{cos} \theta b + \operatorname{sen} \theta a \operatorname{sen} \theta b = \\ &= \operatorname{cos} \theta a \left[1 + \frac{a^2}{R2^2} \cos^2 \theta a \right] + \operatorname{sen} \theta a \left(-\frac{a}{R2} \right) \operatorname{cos} \theta a \end{aligned} \quad (48)$$

então

$$\operatorname{cos}(\theta a - \theta b a) = \operatorname{cos} \theta a + \frac{a^2}{R2^2} \cos^3 \theta a + \operatorname{sen} \theta a \cos \theta a \quad (49)$$

enquanto

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}(\theta a + \theta b a) &= \operatorname{sen} \theta a \operatorname{cos} \theta b a + \operatorname{cos} \theta a \operatorname{sen} \theta b a = \\ &= \operatorname{sen} \theta a \left[1 + \frac{a^2}{R2^2} \cos^2 \theta c \right] + \operatorname{cos}^2 \theta a \left(-\frac{a}{R2} \right) \end{aligned} \quad (50)$$

então

$$\operatorname{sen}(\theta a + \theta b a) = \operatorname{sen} \theta a + \frac{a^2}{R2} \operatorname{cos} \theta a (\operatorname{sen} \theta a - 1) \quad (51)$$

chegando-se a

$$\begin{aligned}
 \cos(\theta_a + \theta_c) &= \cos \theta_a \cos \theta_c - \sin \theta_a \sin \theta_c = \\
 &= \cos \theta_a \left(\frac{E + a \cos \theta_a}{\sqrt{[(D + a \sin \theta_a)^2 + (E + a \cos \theta_a)^2]}} \right) - \\
 &- \sin \theta_a \left(\frac{D + a \sin \theta_a}{\sqrt{(D + a \sin \theta_a)^2 + (E + a \cos \theta_a)^2}} \right)
 \end{aligned} \tag{52}$$

A velocidade do fluido tangente ao cilindro A, portanto, pode ser descrita como:

$$q_A = q_{\theta b A} + q_{R2A} + q_{cA} \tag{53}$$

onde os valores dos componentes da velocidade são descritos nas equações (36), (38) e (39) acima, as quais podem ser convertidas em termos de θ_a através da inserção dos valores das equações (49), (51) e (52) em cada uma delas.

Aplicando-se a partir deste momento, a Equação de Bernoulli, entre um ponto dentro do escoamento uniforme longe do modelo, na direção contrária ao escoamento e um ponto arbitrário na superfície de um dos cilindros (vamos considerar os mesmos pontos definidos nos cilindros considerados acima), tem-se:

- no ponto dentro do escoamento uniforme:

$$p_{total} = p_o + \frac{1}{2} \rho U^2 \tag{54}$$

onde p_o = pressão estática no escoamento uniforme de densidade ρ .

- no ponto da superfície do cilindro A:

$$p_{total} = p + \frac{1}{2} \rho q_A^2 \tag{55}$$

onde p = pressão estática na superfície do cilindro no ponto considerado. Então

$$p - p_0 = \frac{1}{2} \rho (qA^2 - U^2) \quad (56)$$

assim, a força devida à pressão estática sobre um elemento ds da superfície do cilindro A , onde $ds = a d\theta$ é:

$$\Delta F = a \left[\frac{1}{2} \rho (qA^2 - U^2) + p_0 \right] \cos \theta a d\theta \quad (57)$$

Portanto, a força total atuante na direção horizontal sobre o cilindro A é dada por:

$$F_{\text{horiz.}} = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \rho a (qA^2 - U^2) \cos \theta a d\theta \quad (58)$$

e a força total atuante sobre o modelo bidimensional do miolo do vórtice em anel seria:

$$2F_{\text{horiz.}} = \int_0^{2\pi} \rho a (qA^2 - U^2) \cos \theta a d\theta \quad (59)$$

É para se esperar que a força $2F_{\text{horiz.}}$ resulte em um valor negativo, ou seja, uma força contrária a direção relativa do fluxo, sendo que o resultado confirmaria de modo indireto (se aplicando este caso a um modelo primitivo bidimensional), o movimento natural observado tantas vezes do vórtice em anel ao longo de um volume de fluido, de modo auto-propulsivo.

Na integração de zero a 2π das entidades $\cos \theta a$ e $\sin \theta a$, o primeiro tem valor unitário enquanto o segundo é igual a zero, facilitando assim, muito a definição final quantitativa.

REFERÊNCIAS

- 1- DOLSHANSKII, F. V.; KRYMOV, V. A.; MAIN, D. YU. (1992). An advanced experimental investigation of quasi-two-dimensional shear flows. *J. Fluid Mech.*, v. 241, p. 705 - 723.
- 2- ELETROMAGNETISMO. São Paulo, Projeto de Ensino de Física, Instituto de Física da Universidade de São Paulo, 1976
- 3- FOX, R. W.; McDONALD, A.T. (1998). *Introdução à mecânica dos fluidos*. Rio de Janeiro, LTC.
- 4- FRANKE, H. In DICIONARIO de fisica (1967). Barcelona, Dr. José M.^a Vidal Llenas, v.1-2.
- 5- HAYT, W. H. (1983). *Eletromagnetismo*. Rio de Janeiro, LTC.
- 6- INTERSCIENCE. *Magnetohydrodynamics*. Cap. 11, p.205-229.
- 7- MAGARVEY, R. H.; MACLATCHY, C. S. (1964 a). The formation and structure of vortex rings. *Can. J. Phys.*, v. 42, p. 678 - 683.
- 8- MAGARVEY, R. H.; MACLATCHY, C. S. (1964 b). The desintegration of vortex rings. *Can. J. Phys.*, v. 42, p. 684 - 689.
- 9- MAXWORTHY, T. (1972). The structure and stability of vortex rings. *J. Fluid Mech.*, v. 51, p. 15-32.
- 10- MISSIATO, O. (1998). *Movimento de fluidos condutores submetidos à influência de campos eletromagnéticos externos: criação de um vórtice magnetoidrodinâmico na água do mar*. São Carlos. 121p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

- 11- MONIKA, N.; KRASNY, R. (1994). A numerical study of vortex ring formation at the edge of a circular tube. *J. Fluid Mech.*, v. 276, p. 139-161.
- 12 – PAIREAU, O. (1997). A Vortex subjected to a shear: an experimental study. *J. Fluid Mech.*, v. 351, p. 1-16.
- 13- PULLIN, D. I. (1978). Vortex ring formation at tube and orifice openings. *Phys. Fluids*. v.22, n.3, p. 401-403. Mar.
- 14- RILEY, N. (1998). *The fascination of vortex rings*. Netherlands, Kluwer Academic Publishers.
- 15- SAFFMAN, P. J. (1995). *Vortex dynamics*. Cambridge, Press Syndicate of the University of Cambridge. Cap.6, p. 103-105: Formation of a vortex ring.
- 16- SCHLICHTING, H. (1955). *Boundary layer theory*. London, Pergamon Press. Cap.13 , p. 227: Boundary layer control.
- 17- SHERCLIFF, J. A. (1965a). *A textbook of magnetohydrodynamics*. London, Pergamon Press. Cap.4 , p. 61-106: The magnetic force and its effects.
- 18- SHERCLIFF, J. A. (1965b). *Magnetohydrodynamics*. Warwick University. England. p.162-169.
- 19- STREETER, V. L. (1961). *Handbook of fluid dynamics*. New York. McGraw-Hill. Sec.27, p. 27.3-27.50.
- 20- TEMPELMEYER, K. E. (1994). Electrical characteristics of the electrolysis process in a MHD seawater thruster. *Magnetohydrodynamics*, v. 29, n.3, p. 240 - 244.
- 21- VAN DEN BERG, W. H.; MILLER, K. A. (1997). Moving water with no moving parts/ Editorial/. *The Physics Teacher*, v. 35, p. 531, December.

- 22- WAKELIN, S. L.; RILEY, N. (1996). On the formation and propagation of vortex rings and pairs of vortex rings. *J. Fluid Mech.*, v. 332, p. 121-139.
- 23- WALKER, J. D. A.; SMITH, C. R.; CERRA, A. W.; DOLIGALSKI, T. L. (1987). The impact of a vortex ring on a wall. *J. Fluid Mech.*, v. 181, p. 99-140.
- 24- YOUNG, A. D. (1989). *Boundary Layers*. Washington, DC, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. Cap. 1, p. 3-11: Introduction and some basic physical concepts.
- 25- ZIEGWIED, A. T. (1998). Vortex ring applications: how the velocities were calculated. <http://fluids4.ocean.washington.edu/> (10 Ago.).
- 26 - SWANSON, W.M. (1970). *Fluid mechanics*. Rinehart & Winston. Cap.16, p.664-683: One-dimensional magnetohydrodynamics.
- 27 - Emprego do Vórtice em Anel na Medicina - Technology Transfer Center - Point Mugu, CA - (www.fedlabs.org/flc/regdir/FW/394.htm) - Fev. 1998
- 28 - Emprego do Vórtice em Anel Contra Incêndio Technology Transfer Center - Point Mugu, CA - (www.fedlabs.org/flc/regdir/FW/394.htm) - Fev. 1998
- 29 - Emprego do Vórtice em Anel em Segurança Pública - Technology Transfer Center - Point Mugu, CA - (www.fedlabs.org/flc/regdir/FW/394.htm) - Fev. 1998
- 30 - Computational/Experimental Shock Hydrodynamics (www.csar.uiuc.edu/~minlee/shock.html)