

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

***MÉTODO DE CALIBRAÇÃO DIRETA  
PARA  
MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS***

**Roxana Maria Martinez Orrego**



Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Benedito Di Giacomo

São Carlos  
- 1999 -

Class.	TESE - EESC
Cutt.	113395
Tombo	050/00

31100008546

S/S 1070818

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento  
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC/USP

M385m      Martinez Orrego, Roxana Maria  
Método de calibração direta para máquinas de medir  
a três coordenadas / Roxana Maria Martinez Orrego --  
São Carlos, 1999.

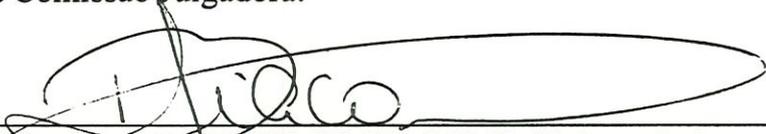
Tese (Doutorado) -- Escola de Engenharia de São  
Carlos-Universidade de São Paulo, 1999.  
Área: Engenharia Mecânica.  
Orientador: Prof. Dr. Benedito Di Giacomo.

1. Máquina de medir a três coordenadas.  
2. Calibração. 3. Modelo de erros. 4. Incerteza de  
medição. 5. Rastreabilidade. I. Título.

## FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidata: Engenheira **ROXANA MARIA MARTINEZ ORREGO**

Tese defendida e aprovada em 17.12.1999  
pela Comissão Julgadora:



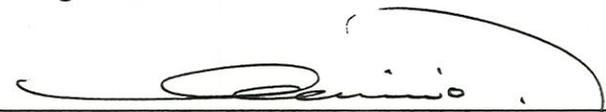
---

Prof. Doutor **BENEDITO DI GIACOMO (Orientador)**  
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



---

Prof. Titular **ROSALVO TIAGO RUFFINO**  
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



---

Prof. Doutor **MARIO FRANCISCO MUCHERONI**  
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



---

Prof. Doutor **OLÍVIO NOVASKI**  
(UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas)



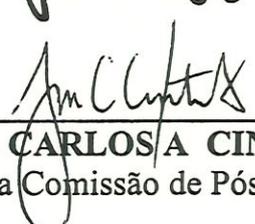
---

Prof. Doutor **ÁLVARO JOSÉ ABACKERLI**  
(Universidade Metodista de Piracicaba - UNIMEP)



---

Prof. Associado **ARTHUR JOSÉ VIEIRA PORTO**  
Coordenador da Área de Engenharia Mecânica



---

**JOSÉ CARLOS A CINTRA**  
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

*A meus pais Felix e Maria*

*A Juana  
e a nossas filhas Alfredo e Jorge*

## *Agradecimentos*

Ao Prof. Dr. Benedito Di Giacomo pela orientação e pelos valiosos ensinamentos que ultrapassaram as fronteiras deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Alvaro J. Abackerli pela confiança e apoio, e pelas inestimáveis discussões que tanto me estimularam na realização deste trabalho.

À Profa. Dra. Denise P. Vieira Sato pela amizade, paciência e perseverança compartilhadas ao longo de todos estes anos de trabalho conjunto.

Ao Prof. Dr. Rosalvo T. Ruffino, ao Prof. Dr. Mario F. Mucheroni e ao Prof. Dr. Eduardo M. Belo pelo apoio e estímulo.

À FAPESP pelo apoio financeiro e a bolsa concedida (94/5765-2).

Ao colega de pós-graduação Paulo Henrique Pereira pela amizade e pela incondicional ajuda na pesquisa bibliográfica.

Ao colega de pós-graduação Vagner Augusto Souza pela amizade, pela alegria e dedicação das longas horas de trabalho experimental.

A Rosane Andrade Berlink, por estar *sempre presente* e insistir em me mostrar a beleza do Brasil e da língua portuguesa.

Aos colegas de pós-graduação Fernando, Rosana, Renata, Antônio Almeida, Alex, Rosenda, Alessandro, Fabrício, Piratelli, Cláudio, Roberto, Luiza e Helder pela amizade e pelo apoio ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Aos técnicos Adão S. Bolsan, Luis C. Bruno, José C. Risardi, José C. Botelho e Odair A. Viana pela grande ajuda na preparação dos testes experimentais.

Ao corpo administrativo do Dept. de Engenharia Mecânica e a Carlos Alberto Maragno pelo apoio e estímulo.

Agradeço, de forma muito especial:

A Juan e Emma pelo exemplo, incentivo e pela paciência sem limites.

A meu irmão Abel por sua força e compreensão.

A meu filho Alfredo, meu maior estímulo, por sua sabedoria e paciência.

A meu pequeno Jorge por trazer tanta alegria a nossa vida.

A meu marido por chegar comigo ao final de mais uma grande jornada.

# Resumo

A exigência do novo conceito de rastreabilidade, que estabelece a necessidade de expressar a incerteza de medição de qualquer instrumento em relação ao padrão internacional da grandeza medida, intensificou a busca de uma solução para o complexo problema da expressão da incerteza de medição das máquinas de medir a três coordenadas (MM3C). As pesquisas mais recentes envolvem a simulação matemática das inúmeras possibilidades de medição destes instrumentos e baseiam-se em modelos matemáticos que combinam e propagam os efeitos de suas diferentes fontes de erros e incertezas até cada ponto coordenado dentro de seu volume de trabalho. Os modelos de erros mais usados requerem a calibração dos 21 erros geométricos como base para a determinação do mapa de erros da máquina avaliada. Outra possibilidade é obter o mapa de erros, diretamente, da medição das componentes dos erros volumétricos ao longo de linhas de medição que formam uma rede cúbica de pontos coordenados. Esta técnica é conhecida como *método de calibração do volume dividido* e apesar de seu grande poder de diagnóstico é pouco usada devido ao tempo necessário para sua realização. Neste trabalho, são apresentados um novo modelo matemático (modelo *reduzido* de sintetização de erros) e um novo método de calibração direta (volume dividido *parcial*) que, em conjunto, permitem determinar o mapa de erros volumétricos de MM3C. As equações de erros do modelo são extremamente simples, propagam menos erros e, conseqüentemente, facilitam a determinação da incerteza de medição associada a cada ponto coordenado. A calibração com o método *do volume dividido parcial* (medições de posição em somente três planos) reduz, expressivamente, o tempo de calibração e garante a rastreabilidade usando, como instrumento padrão, um interferômetro a Laser. Com o mapa de erros gerado com o modelo e o método de calibração propostos compensaram-se os erros sistemáticos de uma MM3C, do tipo “ponte móvel”, em medições de distâncias diagonais. A capacidade do modelo para prever os erros da máquina foi testada através da comparação dos erros medidos com os previstos para posições próximas aos extremos do volume de trabalho. A medição de distâncias ponto-plano, de círculos e de esferas foi virtualmente simulada e a incerteza de medição específica estimada.

**Palavras-Chaves:** modelo de erros, calibração, rastreabilidade, incerteza de medição, máquina de medir a três coordenadas

# Abstract

In the last years, a research trend that involves the mathematical simulation of the measurement possibilities of CMM arose as a possible solution to the problem of expressing the uncertainty of its measurements observing the requirements of the new concept of traceability. A mathematical model of a Coordinate Measuring Machine, combines and propagates the effects of all machine inaccuracies to each specific measurement point. Usually, such a model is based on the principles of the rigid body kinematics and requires the calibration of all geometric errors of the CMM. It is also possible to measure directly the volumetric error components using “grid” calibration technique, where the working volume is divided discretely by position measurements in the three preferential directions. This calibration technique is the more complete for diagnosing the machine behavior and does not require a model of the machine structure but it is very time consuming. The principal objective of this work is to present a new mathematical error model (*Reduced Synthetization Model*) and a new form of applying calibration space grid technique (*Partial Grid Calibration*) for determining the volumetric error map of coordinate measuring machines (CMM). The model error equations are extremely simple and allow to estimate the measurement uncertainty of each coordinate point in a clear and direct way, involving less error propagation. The *partial* grid (position measurements in only three planes) reduced considerably the calibration time and it is traceable through the use of a Laser Interferometer System. Using the model and the calibrations results, the CMM systematic errors of distances measurements in two machine diagonals were compensated. An excellent agreement was found between measured errors in the extremes of the machine working volume and those calculated with the model error equations using the partial grid calibration results. A “moving bridge” CMM was virtually simulated and the specific measurement uncertainty of point-plane distance, circle and sphere measurements was estimated.

**Keywords:** error model, grid calibration, traceability, uncertainty, virtual CMM

# Sumário

RESUMO	I
ABSTRACT	II
Lista de Figuras	VI
Lista de Tabelas	XI
CAPÍTULO 1	1
INTRODUÇÃO	
CAPÍTULO 2 :	
ERROS, CALIBRAÇÃO E RASTREABILIDADE DAS MEDIÇÕES A TRÊS COORDENADAS	6
2.1 ERROS NAS MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS	9
2.2 RASTREABILIDADE DAS MEDIÇÕES A TRÊS COORDENADAS	26
2.2.1 CONCEITOS E ASPECTOS GERAIS	26
2.2.2 CALIBRAÇÃO E CADEIAS DE RASTREABILIDADE	30
CAPÍTULO 3 :	
CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS SOBRE: ERROS, INCERTEZA DE MEDIÇÃO, AJUSTE DE GEOMETRIAS	44
3.1 CARACTERIZAÇÃO DOS ERROS SEGUNDO SUA NATUREZA	44
3.2 ESTATÍSTICA BÁSICA	46

	IV
3.3 INCERTEZA DE MEDIÇÃO	56
3.4 GEOMETRIAS SUBSTITUTAS	60
3.4.1 MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS	60
3.4.1.1 PLANO	63
3.4.1.2 CÍRCULO	64
3.4.1.3 ESFERA	65
 CAPÍTULO 4 :	
PROPOSTA PARA A RASTREABILIDADE DAS MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS	66
 CAPÍTULO 5 :	
DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO PROPOSTO PARA A CALIBRAÇÃO DIRETA DE MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS	71
5.1 MODELO REDUZIDO DE SINTETIZAÇÃO DE ERROS PARA MM3C	71
5.2 CALIBRAÇÃO	77
5.2.1 MÉTODO DO VOLUME DIVIDIDO PARCIAL (VDP)	82
5.2.1.1 MEDIÇÃO DAS COMPONENTES DO ERRO VOLUMÉTRICO	84
5.2.1.2 CORREÇÃO DAS CURVAS DE ERRO	87
5.2.1.3 MEDIÇÃO DIRETA DOS FATORES DE CORREÇÃO	90
5.3 VERIFICAÇÃO DO MAPA DE ERROS	92
5.3.1 CALIBRAÇÃO DOS ERROS NOS EXTREMOS DO VOLUME	92
5.3.2 DISTÂNCIAS NAS DIAGONAIS	94
5.4 MÁQUINA <i>VIRTUAL</i> DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS (M <i>VIRTUALM3C</i> )	98
5.5 FORMULAÇÃO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO	102
5.5.1 ERROS SISTEMÁTICOS E INCERTEZAS NOS PLANOS DE CALIBRAÇÃO	102
5.5.2 ERROS SISTEMÁTICOS E INCERTEZAS FORA DOS PLANOS DE CALIBRAÇÃO	105
5.5.3 PROPAGAÇÃO DAS INCERTEZAS NO AJUSTE POR MÍNIMOS QUADRADOS	106

CAPÍTULO 6:	
RESULTADOS E DISCUSSÕES	108
6.1 RESULTADOS DA CALIBRAÇÃO COM O VOLUME DIVIDIDO PARCIAL	108
6.1.1 ERRO NA DIREÇÃO X: <i>EX</i>	109
6.1.2 ERRO NA DIREÇÃO Y: <i>EY</i>	115
6.1.3 ERRO NA DIREÇÃO Z: <i>EZ</i>	120
6.2 ERROS NOS EXTREMOS DO VOLUME DE TRABALHO	126
6.3 COMPENSAÇÃO DOS ERROS NA DIAGONAL	134
6.4 SIMULAÇÕES DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO ESPECÍFICA	137
6.4.1 ESFERAS E CÍRCULOS	137
6.4.2 DISTÂNCIAS PONTO-PLANO	139
CAPÍTULO 7:	
CONCLUSÕES E SUGESTÕES	141
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	145
ANEXO A: ANÁLISE GEOMÉTRICA DA MM3C DO TIPO “PONTE-MÓVEL”	155
ANEXO B: MODELO DE SINTETIZAÇÃO DA MM3C DO TIPO “PONTE-MÓVEL” USANDO A TEORIA DAS TRANSFORMAÇÕES HOMOGÊNEAS	161
ANEXO C: ERROS GEOMÉTRICOS	167

# Lista de Figuras

## Capítulo 2

- Figura 2.1:* Configurações de Máquinas de Medir a Três Coordenadas
- Figura 2.2:* Princípio de Medição das Máquinas de Medir a Três Coordenadas
- Figura 2.3:* Erros Geométricos de uma Máquina de Medir a Três Coordenadas
- a) 6 erros geométricos do carro com movimento de translação pura na direção Y
  - b) 3 erros de ortogonalidade entre os eixos de uma máquina
  - c) Nomenclatura usada neste trabalho para denominar os 21 erros geométricos
- Figura 2.4:* Sonda Renishaw do tipo "touch - trigger"
- Figura 2.5:* Representação do conceito geral de CALIBRAÇÃO, Definição do ERRO e da INCERTEZA de MEDIÇÃO
- Figura 2.6:* Incerteza Tridimensional associada aos pontos coordenados
- Figura 2.7:* Artefatos Padrões *Unidimensionais* [Phillips, 1995]
- Figura 2.8:* Artefatos Padrões *Bidimensionais*: [Phillips, 1995]
- Figura 2.9:* Cadeias Físicas de Rastreabilidade para MM3C:
- Testes de desempenho
  - Cadeia segundo o "princípio do comparador
  - MVirtualM3C com Placa de Esferas
  - MVirtualM3C com Interferômetro a Laser

*Figura 2.10:* Diferentes parâmetros para especificar os resultados dos *Testes de Desempenho* [Phillips, 1995]

*Figura 2.11:* Máquina *Virtual* de Medir a Três Coordenadas

*Figura 2.12:* Geratrizes do Método do Volume Dividido completo e Sistema de Coordenadas de Referência para os 21 erros geométricos

### Capítulo 3

*Figura 3.1:* Curvas de erros, resultantes da calibração de qualquer erro paramétrico de uma MM3C ou de uma Máquina Ferramenta segundo a proposta de Weck (1984)

*Figura 3.2:* a) Distribuição Normal  
b) Distribuição Normal Reduzida

*Figura 3.3:* a) Distribuição uniforme  
b) Distribuição uniforme para  $(a_+ - a_-) = 2a$

### Capítulo 5

*Figura 5.1:* Análise das componentes do erro de um ponto qualquer em um plano qualquer dentro do volume de trabalho de uma MM3C.

*Figura 5.2:* Análise da componente *Ex* do erro volumétrico de um ponto qualquer dentro do volume de trabalho de uma MM3C.

*Figura 5.3:* Análise das componentes do erro volumétrico de um ponto qualquer dentro do volume de trabalho de uma MM3C.

*Figura 5.4:* “MicroVal” Brown&Sharpe MM3C  
LAMAFAE- EESC- USP

*Figura 5.5:* Planos de calibração segundo o *Método do Volume Dividido* Parcial

*Figura 5.6:* Planos de calibração da MM3C avaliada

*Figura 5.7:* Princípio interferométrico para medir erro de posição

*Figura 5.8:* Montagem experimental para a medição da componente *Ey* do erro volumétrico

- Figura 5.9:* Influências devido aos diferentes braços de Abbé na direção Z, presentes nos pontos iniciais das curvas de erros  $E_x$  no plano XZ
- Figura 5.10:* Princípio de medição dos *fatores de correção*. Exemplo: *fatores de correção* da curvas  $E_x$  medidas no plano XZ Segundo o *Método do Volume Dividido Parcial*
- Figura 5.11:* Montagem experimental realizada para a medição dos *fatores de correção* das curvas de erros  $E_y$  no plano YZ.
- Figura 5.12:* Ponto inicial das geratrizes próximas aos extremos do volume de trabalho, onde foram medidas  $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$
- Figura 5.13:* Diagonais principais para as medições de distância
- Figura 5.14:* Representação dos erros envolvidos na medição de distâncias nas diagonais de uma máquina de medir a três coordenadas
- Figura 5.15:* Correção do erro volumétrico na medição das distâncias nas diagonais
- Figura 5.16a,b:* Estrutura da Máquina *Virtual* de Medir a Três Coordenadas

## Capítulo 6

- Figura 6.1:*  $E_x$  medidos no plano XY escolhido para a calibração segundo o *Método do Volume Dividido Parcial*
- Figura 6.2a,b:* Comportamento da componente  $E_x$  do erro volumétrico em diferentes planos horizontais dentro do volume de trabalho da MM3C avaliada
- Figura 6.3:*  $E_x$  medidos no plano XZ escolhido para a calibração segundo o *Método do Volume Dividido Parcial*
- Figura 6.4:* Comportamento da componente  $E_x$  do erro volumétrico em diferentes planos verticais dentro do volume de trabalho da MM3C avaliada
- Figura 6.5:*  $E_y$  medidos no plano XY escolhido para a calibração segundo o *Método do Volume Dividido Parcial*

- Figura 6.6a,b:* Comportamento da componente  $E_y$  do erro volumétrico em diferentes planos horizontais dentro do volume de trabalho da MM3C avaliada
- Figura 6.7:*  $E_y$  medidos no plano YZ escolhido para a calibração segundo o Método do Volume Dividido *Parcial*
- Figura 6.8* Comportamento da componente  $E_y$  do erro volumétrico em diferentes planos verticais dentro do volume de trabalho da MM3C avaliada
- Figura 6.9:*  $E_z$  medidos no plano XZ escolhido para a calibração segundo o Método do Volume Dividido *Parcial*
- Figura 6.10a,b:* Comportamento da componente  $E_z$  do erro volumétrico em diferentes planos verticais XZ dentro do volume de trabalho da MM3C avaliada
- Figura 6.11:*  $E_z$  medidos no plano YZ escolhido para a calibração segundo o Método do Volume Dividido *Parcial*
- Figura 6.12:* Comportamento da componente  $E_z$  do erro volumétrico em diferentes planos verticais YZ dentro do volume de trabalho da MM3C avaliada
- Figura 6.13:* Erros na direção X medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial A
- Figura 6.14:* Erros na direção X medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial B
- Figura 6.15:* Erros na direção Y medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial H
- Figura 6.16:* Erros na direção Y medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial A
- Figura 6.17:* Erros na direção Y medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial D

- Figura 6.18:* Erros na direção Z medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial E
- Figura 6.19:* Erros na direção Z medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial F
- Figura 6.20:* Erros na direção Z medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial G
- Figura 6.21:* Erros na direção Z medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial H
- Figura 6.22:* Resultados da compensação dos erros da MM3C em medições de distâncias na direção “ida” da diagonal principal 1
- Figura 6.23:* Resultados da compensação dos erros da MM3C em medições de distâncias na direção “ida” da diagonal principal 2

## Apêndices

- Figura B1:* Sistemas de coordenadas associados aos elementos da estrutura da máquina
- Figura C1:* Erros de posição ou escala da máquina de medir avaliada
- Figura C4a,b:* Erros de retilineidade da máquina de medir avaliada
- Figura C5:* Montagem experimental para medir o erro PITCH do Eixo Z:  $ax(z)$
- Figura C6:* Montagem experimental para medir o erro YAW do Eixo X:  $az(x)$
- Figura C7:* Erros angulares PITCH da máquina de medir avaliada
- Figura C8:* Erros angulares YAW da máquina de medir avaliada
- Figura C9:* Erros angulares ROLL da máquina de medir avaliada

# Lista de Tabelas

- Tabela 3.1 :* Número mínimo de pontos para o ajuste dos elementos geométricos
- Tabela 5.1:* Características Técnicas da MM3C
- Tabela 5.2:* Características de desempenho segundo o fabricante
- Tabela 5.3:* Equações matemáticas dos *Fatores de Correção*
- Tabela 5.4:* Posição inicial das medições nos extremos do volume
- Tabela 6.1:* Parâmetros das geometrias simuladas: Esfera e Círculo
- Tabela 6.2:* Incertezas de medição específicas: Esferas, 4 pontos, 32 simulações, 5 posições
- Tabela 6.3:* Incertezas de medição específicas: Círculo, 9 pontos, 32 simulações, 5 posições
- Tabela 6.4:* Incertezas de medição específicas simuladas pela *MVirtualM3C* e calculadas
- Tabela C1:* Instrumentos utilizados na calibração dos 21 erros geométricos

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

A crescente exigência de produtos de alta qualidade e com um grande grau de diferenciação tem sido a principal característica do mercado consumidor nas últimas décadas deste século XX. Esta demanda aqueceu a competição industrial e acelerou o desenvolvimento de sistemas de manufatura automatizados, tornando-os muito mais flexíveis, capazes de realizar processos de fabricação curtos e rápidos, com menor custo e com melhor qualidade.

No âmbito da indústria metal mecânica, a busca pela qualidade também está diretamente relacionada às avaliações dimensionais, que definem, em grande parte, as características principais dos produtos. Paralelamente à automatização das máquinas ferramentas, surge a necessidade de desenvolver meios de medição que não limitem a efetividade dos novos sistemas de manufatura, ou seja, que permitam realizar as inspeções de forma fácil e rápida, mas ainda fornecendo resultados confiáveis.

É neste contexto que aparece a indústria das máquinas de medir a três coordenadas (MM3C), instrumentos estes suficientemente versáteis, que possibilitam aplicações gerais e que reduzem o tempo das avaliações dimensionais, proporcionando uma infra-estrutura metrológica muito mais modesta, mas ideal para os sistemas integrados de manufatura.

Do ponto de vista metrológico, as propriedades mais cobiçadas das máquinas de medir a três coordenadas - sua flexibilidade e versatilidade - as tornam, entretanto, instrumentos extremamente complexos quando se trata de avaliar seu desempenho metrológico e, mais ainda, quando se tenta definir a rastreabilidade de suas medições e expressar adequadamente sua incerteza de medição.

O estudo da literatura existente sobre MM3C mostrou que não existem ainda procedimentos internacionalmente aceitos, por usuários e fabricantes, para avaliar o desempenho metrológico das mesmas. Em geral, não é possível estabelecer ainda uma cadeia metrológica para fins de rastreabilidade, requisito este de importância vital para que se tenha confiabilidade nas medições executadas.

As especificações e normas existentes [VDI/VDE 2617, 1986-1989; JIS B 7440, 1987; CMMA, 1989; BS 6808, 1989; ISO/CD 10360-2, 1993; ANSI/ASME B89.4.1, 1997] propõem *Testes de Desempenho* baseados na medição de artefatos padrões em um número limitado de posições dentro do volume de trabalho de uma máquina. Os parâmetros de avaliação obtidos a partir destes testes fornecem informação sobre alguns aspectos da capacidade de uma máquina de medir, mas de uma forma muito geral ou conservadora, a maioria das vezes, sobrestimando os erros da mesma. Além disto, estes testes *garantem rastreabilidade* somente para as condições de avaliação em que são realizados e para peças idênticas ao padrão utilizado. Qualquer mudança das condições do teste - por exemplo, na orientação da peça no volume de trabalho - impedem a rastreabilidade, assim como as variações na geometria das peças implicam diretamente em uma ausência de vínculo com a cadeia de dimensões rastreáveis.

Na literatura, a abordagem metrologicamente correta para estabelecer a rastreabilidade das medidas feitas com máquinas de medir a três coordenadas ao metro padrão, é chamada de "princípio do comparador". Este princípio pressupõe a medição de uma peça idêntica às peças que serão inspecionadas, nas mesmas condições e do mesmo modo em que se realiza a inspeção [Swyt, 1995; Piratelli, 1998]. Porém,

é impraticável dispor de uma peça padrão para cada peça possível de ser medida numa MM3C.

Na busca de uma alternativa viável para a aplicação do "princípio do comparador", surgiram pesquisas envolvendo modelos matemáticos, cuja implementação é chamada de Máquina *Virtual* de Medir a Três Coordenadas, que, a partir dos erros volumétricos das máquinas, tentam simular o seu comportamento metrológico em diferentes operações de medição [Kunzmann, 1993; Schwenke et al., 1994; Cardoza, 1995]. As propostas mais interessantes desta abordagem diferem, principalmente, no método utilizado para calibrar os erros individuais da máquina de medir e no modelo que os combina para gerar seu mapa de erros volumétricos.

Finalmente, nenhuma das propostas estudadas, especificadas em normas ou não, para a avaliação do desempenho metrológico de MM3C mostra de forma explícita, o cálculo da incerteza de medição das diferentes medições. Na prática, tanto os fabricantes como os usuários utilizam os mais variados critérios para avaliar o desempenho e a incerteza das MM3C [Knapp, 1991; Swyt 1995], permitindo concluir que existem ainda muitas lacunas no desenvolvimento técnico-científico relativo às formas de testes para estas máquinas, a partir das quais seja possível extrair as características que determinam seu desempenho e que garantem sua rastreabilidade.

Do todo o anteriormente exposto, derivam-se os principais objetivos deste trabalho: o desenvolvimento de um *novo modelo matemático* para sintetizar os erros volumétricos das máquinas de medir a três coordenadas e, a busca de um *novo método de calibração* que, combinado com o modelo de erros, permita estabelecer uma cadeia de rastreabilidade para as medições a três coordenadas, incluindo a determinação da incerteza de medição.

Como resultado do desenvolvimento destes aspectos está sendo proposta uma nova forma de **calibração direta** para MM3C, cujos resultados, combinados através de um novo **modelo matemático simples**, permitem obter o mapa de erros volumétricos que descreve o

desempenho metrológico da máquina de medir avaliada. A partir disto, desenvolveu-se uma *MVirtualM3C* para obter a incerteza de medição ***tridimensional e específica*** de uma medição a três coordenadas.

O trabalho foi desenvolvido utilizando uma máquina de medir a três coordenadas do tipo "ponte móvel" no Laboratório de Máquinas Ferramentas e Metrologia da EESC - USP.

Com o método de calibração desenvolvido medem-se, diretamente, as componentes do erro volumétrico  $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$  segundo os princípios da técnica do "volume dividido", mas para um número *reduzido* de linhas de medição ou geratrizes pertencentes a apenas três planos dentro do volume de trabalho da máquina. A utilização deste método de calibração, além de permitir aproveitar as vantagens desta técnica, *minimiza* o volume de dados e o tempo necessário para a sua obtenção, assim como possibilita equacionar de forma muito mais simples as componentes do erro volumétrico para posições fora dos planos de medição.

O modelo de erros proposto torna transparente o cálculo das incertezas dos pontos coordenados, a partir das quais a Máquina *Virtual* determina a incerteza de medição específica da característica medida numa determinada peça.

A eficiência e validade do método foi verificada através da comparação de curvas de erros medidos, com interferômetro a Laser, em posições críticas dentro do volume de trabalho e os erros sintetizados com as equações propostas para as mesmas posições. Além disto, o mapa de erros gerado, após a calibração e sintetização, foi usado na compensação dos erros sistemáticos envolvidos em medições de distâncias realizadas em duas diagonais principais do volume de trabalho da máquina.

O capítulo 2 discute os aspectos mais importantes das fontes de erros de uma máquina de medir a três coordenadas, assim como seus atuais métodos de calibração e a relação destes com o novo conceito geral de rastreabilidade.

No capítulo 3, apresentam-se os conceitos gerais do cálculo da incerteza de medição segundo o "Guia para a Expressão da Incerteza de Medição" e alguns conceitos de estatística básica relacionados com isto e com a análise dos dados experimentais. Também neste capítulo, são introduzidos alguns aspectos do cálculo de geometrias substitutas em MM3C.

A proposta desta tese é apresentada no capítulo 4 e seu desenvolvimento é exposto em detalhes, através dos itens que compõem o capítulo 5.

No capítulo 6 são discutidos os resultados experimentais, assim como os resultados das verificações do mapa de erros e das medições simuladas com a *M VirtuaM3C*.

O capítulo 7 resume as conclusões e sugestões para futuros trabalhos, derivadas do desenvolvimento da proposta.

# Capítulo 2

## **ERROS, CALIBRAÇÃO E RASTREABILIDADE DAS MEDIÇÕES A TRÊS COORDENADAS**

A primeira máquina de medir por coordenadas foi introduzida na indústria em 1959, por Ferranti, Ltd. of Dalkeith na Escócia. Para este fabricante havia ficado claro que os instrumentos de medição convencionais, encarregados até esse momento da inspeção das peças produzidas, não acompanhavam o ritmo de produção de suas novas máquinas automatizadas. Apesar de não pertencer ao ramo de equipamentos de medição, inventou uma “*máquina de medir*” como um produto para completar sua família de máquinas ferramentas controladas numericamente.

A máquina da Ferranti apresentava um desenho original baseado em um mínimo de restrições cinemáticas, mas que ainda permitiam o alinhamento de seus elementos móveis. Ela oferecia uma resolução de 0,012 mm e possuía um curso muito pequeno (254 mm) na direção Z. As leituras eram feitas só nas direções X e Y (610 mm e 381 mm, respectivamente). A máquina usava uma sonda rígida para estabelecer os pontos de inspeção. Segundo Ferranti, a máquina estava desenhada para inspecionar as peças com uma acuracidade de 0,025 mm.

De início, os fabricantes de instrumentos de medição não reconheceram o potencial oferecido por esta iniciativa de Ferranti; no entanto, seu uso revolucionou os métodos de inspeção de peças

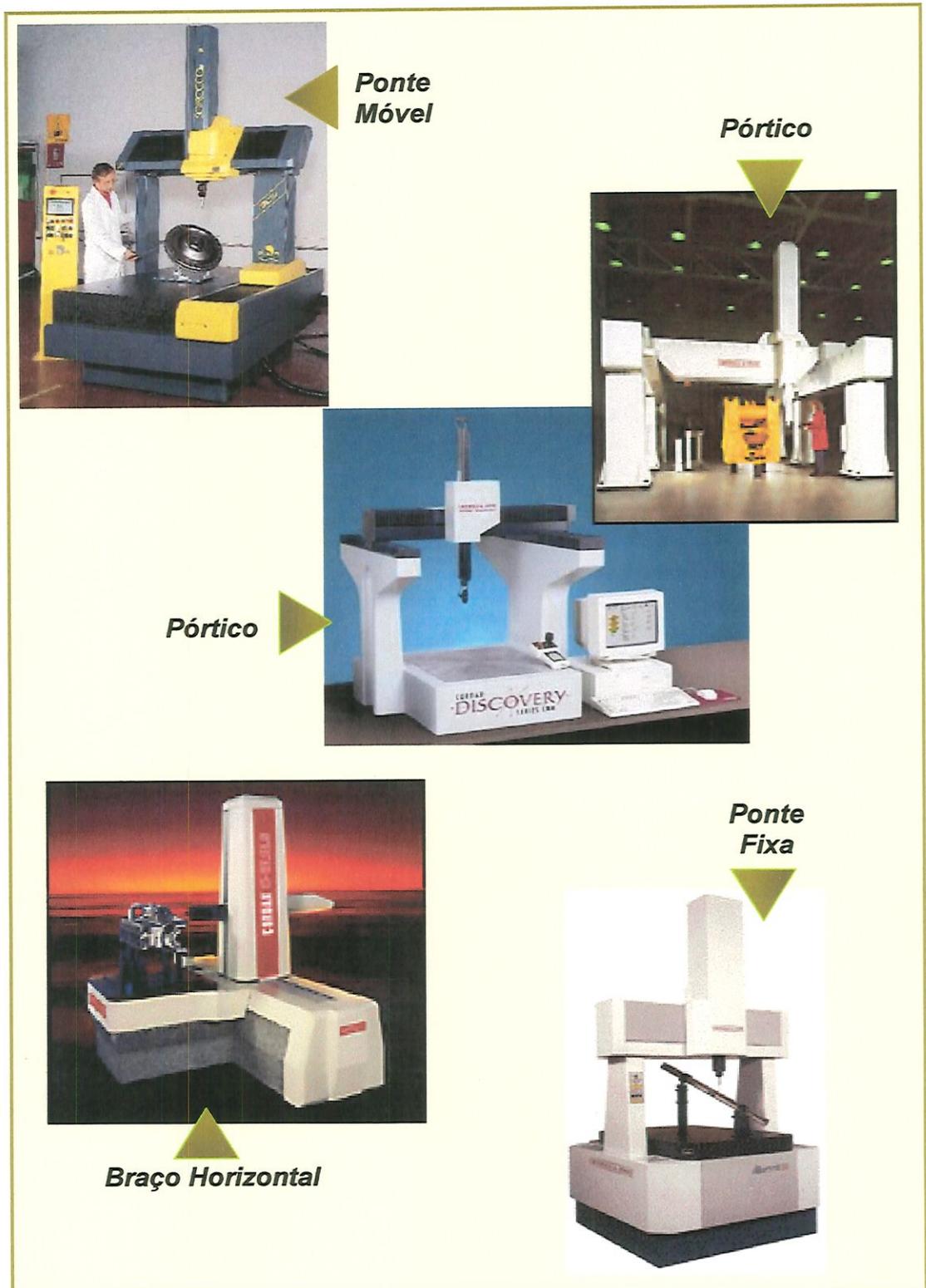
manufaturadas, minimizando o tempo de medição e os requisitos relacionados com a qualificação do pessoal de inspeção.

De fato, em poucos anos surgiu um mercado para esta invenção que levou ao desenvolvimento da indústria de máquinas de medir a três coordenadas que oferece, hoje, máquinas em diferentes configurações mecânicas (ver figura 2.1), capazes de realizar as mais diferentes tarefas de medição.

Entretanto, nem mesmo o grande entusiasmo despertado pela **universalidade** das MM3C evitou a preocupação pela sua acuracidade. Apesar de seu muito particular princípio de medição, o desempenho metrológico de uma MM3C depende, como ocorre com qualquer outro instrumento, de seus erros de medição.

Em geral, todos os autores estudados concordam com a extrema complexidade da análise dos erros de uma MM3C e de suas respectivas fontes. São muitas as variáveis envolvidas na análise, incluindo a própria configuração mecânica da máquina, cujas estruturas mais comuns são chamadas de tipo "ponte móvel", "ponte fixa", "cantilever", "braço horizontal" e "pórtico" [Ni & Wäldele, 1995]. A figura 2.1 mostra 4 destas configurações. Todas as configurações infringem o *princípio de Abbé*, principal postulado da metrologia dimensional [Journal for Instrumental Information, 1890], pois geralmente as escalas estão localizadas fora da linha de medição, o que introduz o efeito de possíveis movimentos angulares não desejados, mas presentes durante a movimentação dos eixos das máquinas.

O grande número de variáveis envolvidas na análise do desempenho metrológico de MM3C e a sua variedade constituem a principal causa do atraso significativo no processo da especificação do desempenho das mesmas [Emery, 1965; CIRP STC "Me" Working Party on 3DU, 1978; Productions Points, 1983], de modo que não existe ainda hoje, um acordo internacional sobre os critérios e os métodos para a sua calibração.



**Figura 2.1:** Configurações de Máquinas de Medir a Três Coordenadas

Nos próximos itens deste capítulo serão apresentadas e discutidas as *fontes de erros* das MM3C, assim como os métodos e especificações atuais para sua *calibração* e a relação das calibrações com o requisito internacional de *rastreabilidade*.

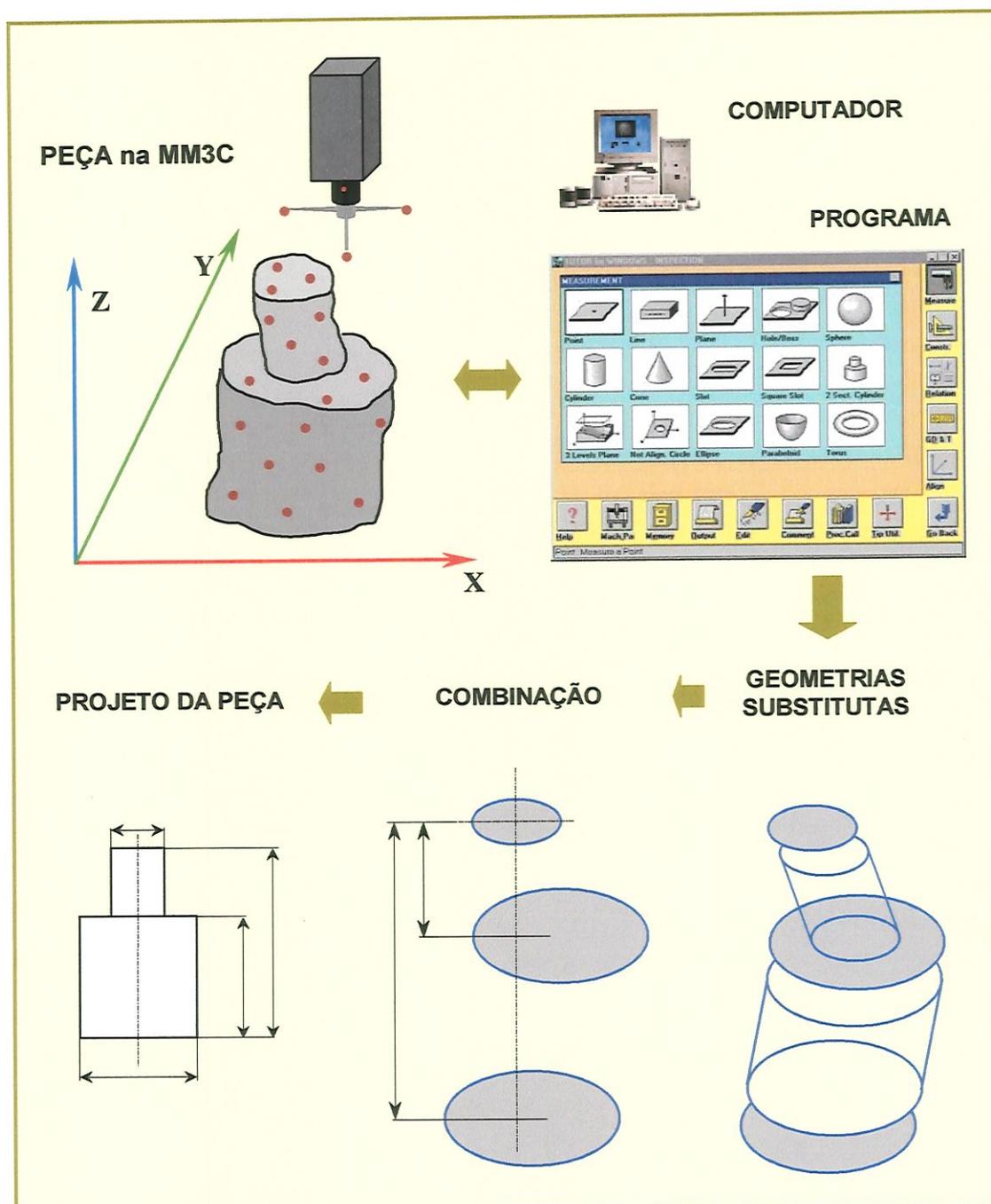
## 2.1 ERROS NAS MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS

Uma Máquina de Medir a Três Coordenadas, independentemente de qual seja sua estrutura mecânica, é a representação física de um *sistema de coordenadas cartesiano*. A máquina define a geometria de uma peça através de pontos coordenados  $(X_i, Y_i, Z_i)$ , dispersos discretamente sobre a sua superfície.

Os eixos cartesianos são simulados, geralmente, por um conjunto de guias e mancais aerostáticos e com ajuda de escalas optoeletrônicas. Para obter os pontos sobre a superfície das peças é usada uma sonda de medição.

No entanto, o conhecimento dos pontos coordenados não é suficiente para avaliar os parâmetros das peças (diâmetros, distâncias, ângulos, etc.). É necessário que a máquina tenha associado um programa computacional com algoritmos matemáticos adequados para ajustar os pontos coordenados às geometrias - usualmente chamadas de geometrias substitutas - que modelam a peça medida. As características ou parâmetros principais das geometrias substitutas ou da sua combinação são comparadas, então, com as dimensões e tolerâncias do projeto da peça. A figura 2.2 ilustra a natureza das medições com uma MM3C.

Os efeitos das diferentes fontes de erros presentes em uma MM3C se combinam das mais diversas formas e se *refletem*, diretamente, nos *pontos coordenados* que definem as geometrias substitutas. É exatamente esta particularidade que torna extremamente complexa a análise dos erros e da incerteza de medição de qualquer tipo de máquina de medir, pois cada ponto coordenado é influenciado de forma diferente.



**Figura 2.2:** Princípio de Medição das Máquinas de Medir a Três Coordenadas

Na literatura, os erros de uma máquina de medir a três coordenadas são agrupados, usualmente, segundo as suas fontes [Hocken, 1980; Burdekin & Voutsadopoulos, 1981; Harvie, 1986; Di Giacomo, 1986; De Nijs et al., 1988; Weekers and Schellenkens, 1995; Cardoza, 1995]. Observando este critério, no presente trabalho agrupam-se os erros nos 7 grupos resumidos a seguir:

1. erros devido às imperfeições da geometria da máquina, resultantes da manufatura, da montagem e do desgaste de seus componentes, que introduzem graus de liberdade não desejados, e erros devido a forças estáticas, como o próprio peso dos componentes móveis das máquinas, que introduzem deformações elásticas;
2. erros do sistema de medição ou sonda, encarregado de definir os pontos coordenados através do contato com a superfície de uma peça;
3. erros relacionados com os algoritmos matemáticos que definem as geometrias substitutas e com sua respectiva implementação computacional (software) [Hocken, 1993];
4. erros relacionados com a estratégia de medição: número de pontos e dispersão destes sobre a superfície da peça;
5. erros derivados da influência das propriedades da peça a ser medida: principalmente de erros de forma, rugosidade e peso;
6. erros devido às deformações induzidas na máquina pelas variações e os gradientes de temperatura;
7. erros dinâmicos devido a vibrações.

Os erros dos 3 primeiros grupos são erros próprios ou intrínsecos das MM3C e sua influência se manifesta das mais diversas formas. Os erros dos grupos 4, 5, 6 e 7, por sua vez, são erros que independem das MM3C, pois derivam de condições externas às mesmas, tais como: a temperatura ambiental, a escolha pelo operador de uma estratégia de medição, a vibrações externas provocadas pelo funcionamento de outras máquinas, etc..

Dentre todos estes erros, os que mais influenciam a acuracidade das máquinas de medir a três coordenadas são os pertencentes aos grupos 1, 2 e 6 [Hocken, 1980 e 1993]. Neste ponto coincidem todos os autores estudados [Bosch, 1995]. A seguir são discutidos alguns

aspectos relevantes relacionados com as fontes de erros que afetam o resultado das medições realizadas com as MM3C.

### ➤ Erros geométricos

Ao longo de todos estes anos, os erros mais estudados têm sido os *erros geométricos* pertencentes ao primeiro grupo, pois sua contribuição para a acuracidade das máquinas é considerada a mais significativa de todas [Peggs, 1990].

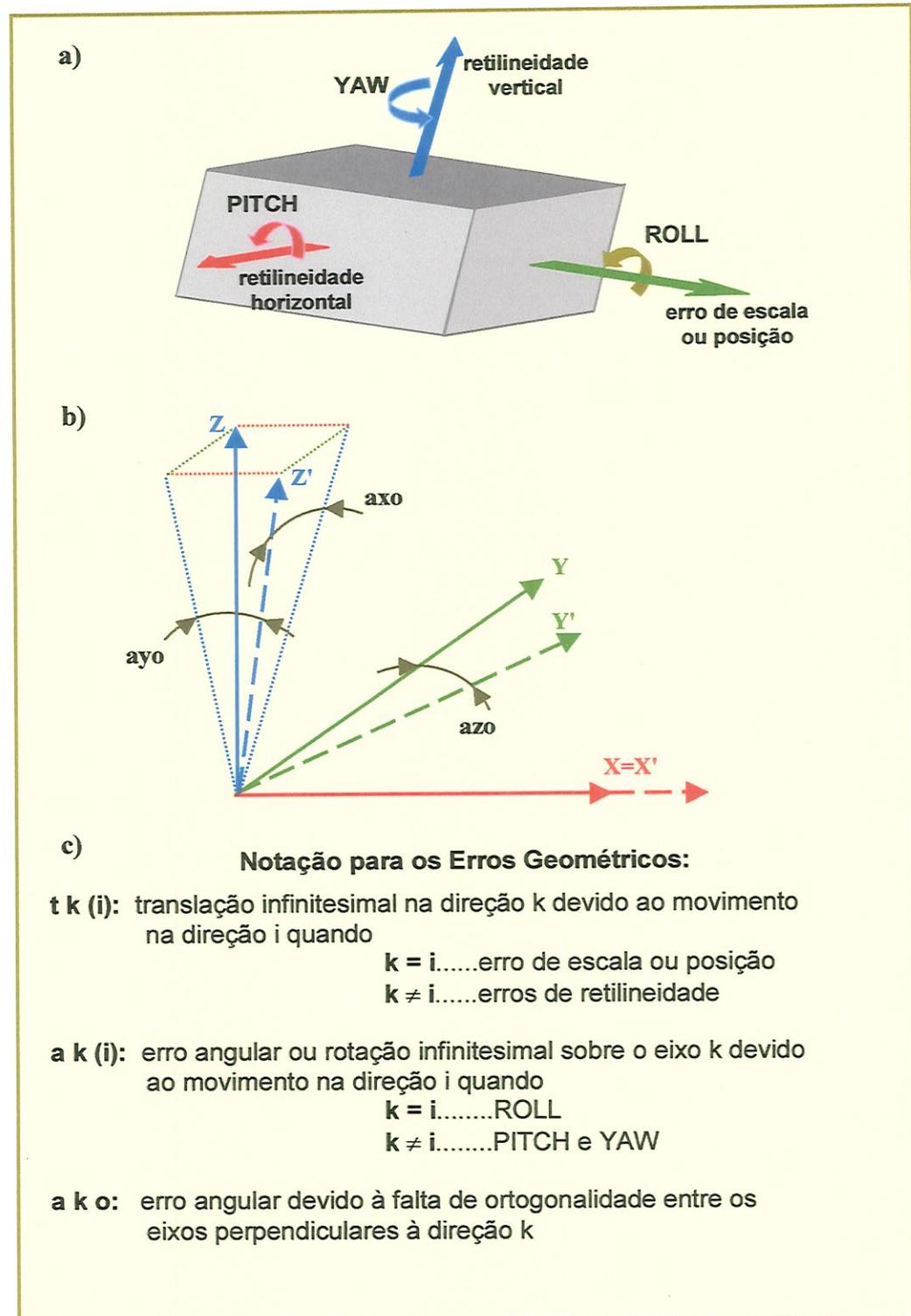
Os elementos móveis das máquinas de medir a três coordenadas são desenhados como corpos rígidos: com restrições cinemáticas para 5 de seus 6 graus de liberdade e com movimento em uma única direção.

Em uma máquina de medir com três eixos, têm-se então, para cada eixo da máquina, 6 erros geométricos, chamados também de erros paramétricos devido à sua dependência com a posição (ver figura 2.3). Três destes erros são erros de translação: um erro de escala ou posição e dois erros de retilidade. Os outros três são erros angulares ou de rotação infinitesimais, chamados de ROLL, PITCH e YAW, cujos efeitos são amplificados pela presença de braços de Abbe. Além dos 18 erros paramétricos, há três erros não-paramétricos, que são os erros de ortogonalidade entre os eixos da máquina, totalizando 21 erros geométricos. A nomenclatura usada neste trabalho para os erros geométricos está apresentada também na figura 2.3.

A combinação dos 21 erros geométricos de uma MM3C gera o que se convencionou chamar de *erro volumétrico*. A forma geral do erro volumétrico para qualquer ponto espacial dentro do volume de trabalho de uma máquina de medir a três coordenadas é dada pela expressão:

$$Ev_i = \sqrt{Ex_i + Ey_i + Ez_i} \quad (2.1)$$

onde  $Ex_i$ ,  $Ey_i$  e  $Ez_i$  representam a combinação dos erros geométricos que influenciam em cada uma das três direções preferenciais.



**Figura 2.3:** Erros Geométricos de uma Máquina de Medir a Três Coordenadas

- a) 6 erros geométricos do carro com movimento de translação pura na direção Y
- b) Três erros de ortogonalidade entre os eixos de uma máquina
- c) Nomenclatura usada neste trabalho para denominar os 21 erros geométricos

As MM3C usadas diretamente na linha de produção apresentam, freqüentemente, erros geométricos de grandezas próximas às das tolerâncias atuais de uma grande variedade de peças [Hocken, 1993]. A natureza sistemática dos erros geométricos permite sua correção ou compensação através de programas computacionais, o que melhora de forma expressiva a acuracidade das máquinas [Zhang et al., 1985; Belforte et al., 1987; Di Giacomo, 1993; Ferreira & Liu, 1993; Sartori, 1995; Kunzmann et al., 1995].

### ⇒ Erros devido ao peso dos componentes da máquina

O movimento contínuo dos carros encarregados de posicionar o ponto de prova dentro do volume de trabalho de uma máquina de medir desloca o centro de gravidade de sua estrutura, provocando variações dos estados de deformação da mesma. Por exemplo, a variação da posição e da grandeza dos esforços internos das guias, provocada pelo peso dos carros em movimento, pode modificar os erros geométricos da máquina [Hocken, 1980, Cardoza, 1995].

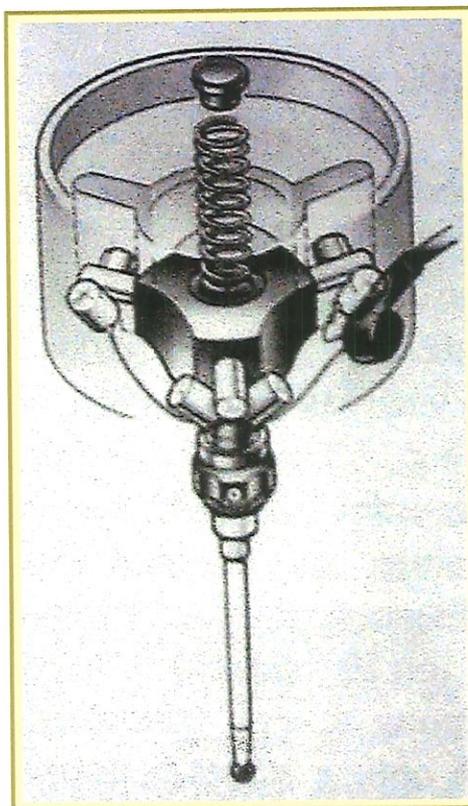
Os efeitos dos erros induzidos pelo peso próprio dos componentes das máquinas de medir podem ser, se não eliminados, pelo menos minimizados através de desenhos e materiais capazes de fornecer maior rigidez à estrutura das máquinas. É comum o uso de técnicas de protensão e das técnicas de apoio de Airy para minimizar as deflexões sofridas pelas vigas ou guias muito longas [Trumpold, 1984; Cardoza, 1995, Kunzmann et al., 1995].

### ⇒ Erros do Sistema de Medição ou Sonda

A sonda é o sistema de medição encarregado de tomar os pontos coordenados sobre a superfície da peça que está sendo medida pela MM3C. Inicialmente, dispunha-se somente de sondas rígidas: esferas, cones, discos e cilindros. Com o passar do tempo, desenvolveram-se sondas com mecanismos eletro-mecânicos, como o bem conhecido

"touch-trigger", que agilizaram e ampliaram o uso das máquinas de medir.

Uma sonda do tipo " touch-trigger" funciona como um interruptor elétrico: quando a ponta da sonda faz contato com a superfície da peça, fecha-se ou abre-se um circuito (por exemplo, fechando ou abrindo um contato mecânico) e envia-se um pulso elétrico ao sistema de controle que imediatamente lê a posição indicada pelas três escalas da máquina. A figura 2.4 a seguir, mostra uma sonda deste tipo.



**Figura 2.4:** Sonda Renishaw do tipo "touch - trigger"

Outro tipo de sonda são aquelas que utilizam princípios ópticos ou opto-eletrônicos (triangulação, reflexão, processamento de imagens, etc.) para determinar os pontos coordenados. As sondas ópticas não fazem contato com a superfície das peças e isto possibilita a medição de peças sensíveis ao contato ou de peças especialmente finas, cuja medição por contato requer esforços adicionais [Ni & Wäldele, 1995].

As sondas do tipo “touch-trigger” são as mais usadas nas MM3C, mas geralmente<sup>1</sup>, quando avaliadas, apresentam um padrão de três lóbulos que provoca um erro, freqüentemente, da mesma ordem de grandeza das tolerâncias da peça. Pesquisas mais recentes, variando parâmetros tais como o comprimento e a orientação da haste usada na sonda, demonstraram que o valor destes erros pode equivaler várias vezes à tolerância desejada para medição [Hocken 1993].

Entretanto, os erros sistemáticos devido à sonda, seja seu princípio de medição por contato ou óptico, podem ser, eventualmente, modelados e compensados através de programas computacionais [Pahk et al., 1996; Estler et al., 1996; Estler et al., 1997; Pahk et al., 1996 e 1998].

#### ➤ Erros derivados dos programas computacionais

Os programas computacionais associados a uma MM3C, basicamente, armazenam os pontos coordenados e determinam as geometrias substitutas através de algoritmos matemáticos que definem formas geométricas tais como ponto, reta, plano, círculo, cilindro e cone, além de suas possíveis combinações: intersecção de dois planos, distância entre centros, etc..

Os fabricantes desenvolvem e utilizam diferentes algoritmos matemáticos para definir as geometrias substitutas (mínimos quadrados, mínimo círculo circunscrito, máximo círculo inscrito, condição mínima, condição tangencial, etc.) e os implementam em programas computacionais, sem que existam ainda especificações, internacionalmente aceitas, para estabelecer a sua integridade [Krecji, 1995].

Em 1986, Porta e Wäldele do Physikalisch-Technische Bundesanstalt - PTB - relataram os resultados da primeira fase de um projeto da *Commission of the European Communities* sobre testes realizados com os algoritmos matemáticos para calcular reta, plano,

---

<sup>1</sup> Modelos de Sondas “touch-trigger” mais recentes, como a TP200 da Renishaw, não apresentam estes erros, ou pelo menos não são perceptíveis no nível de incerteza das MM3C.

círculo, cilindro e cone, usados por 12 programas diferentes de MM3C. Nesses testes, foi usado um conjunto de pontos coordenados simulados para cada uma das geometrias. Os resultados fornecidos pelos diferentes programas usando os pontos simulados foram então comparados com os calculados por um programa de referência desenvolvido pelo PTB. As diferenças encontradas nesta comparação foram atribuídas aos algoritmos usados e à sua respectiva implementação e não à limitada acuracidade dos computadores, mostrando assim que os programas computacionais não estão livres de erros.

A implementação dos algoritmos é um fator importante. A maioria dos problemas de ajustes de geometrias não são lineares. Isto obriga a usar técnicas recursivas para estabelecer os parâmetros corretos, mas estas técnicas geralmente são lentas e, portanto, muitos programadores terminam usando aproximações lineares para agilizar os cálculos, o que pode levar a resultados incorretos [Hocken, 1993; Phillips, 1995].

Em 1988, alertou-se para o fato de que certos algoritmos usados nos programas de MM3C para definir erros de forma e posição não calculavam os parâmetros destes erros segundo o estabelecido pela norma ANSI Y14.5: *Dimensioning and Tolerancing Standard*. O problema principal reside na interpretação geométrica das definições contidas nesta norma, que não estão baseadas no uso de ajustes por mínimos quadrados. No caso de um furo, por exemplo, especifica-se o maior círculo inscrito e no caso de um cilindro, o menor cilindro circunscrito; porém, como a maioria das MM3C define as geometrias usando o ajuste por mínimos quadrados, os programas não fornecem, em muitos casos, os resultados mais adequados [Hocken, 1993].

A International Standard Organization (ISO) desenvolve, atualmente, uma norma com métodos de teste para elementos substitutos definidos usando mínimos quadrados [Krecji, 1995].

### ➤➤ Erros derivados da estratégia de medição

Atualmente, a estratégia para medir uma peça é determinada pela experiência do operador da MM3C. Ele escolhe qual característica será medida primeiro, onde colocar os sistemas de coordenadas da peça para facilitar a medição, qual opção do programa usar para medir os parâmetros da peça e sobretudo, quantos pontos tomar e como dispersar estes pontos sobre a superfície da mesma.

Dentre todas estas escolhas, as que mais afetam o resultado da medição são as duas últimas: o número de pontos e a dispersão destes sobre a superfície da peça. Estes dois fatores estão interligados, diretamente, com a efetividade das aproximações feitas na implementação dos algoritmos escolhidos para definir as geometrias. O grau de concordância das aproximações implementadas com os valores matematicamente corretos depende da natureza da aproximação e do grupo *particular* de pontos analisados. As aproximações podem funcionar bem para muitas medições, mas também podem provocar erros consideráveis, quando analisada uma quantidade diferente de pontos coordenados ou quando estes são distribuídos de forma diferente sobre a superfície da peça [Hocken, 1993; Weckenmann et al., 1995; Phillips, 1995].

Do ajuste de geometrias por mínimos quadrados a partir de um número insuficiente de pontos coordenados e de uma inadequada distribuição dos mesmos, pode-se obter resultados muito diferentes dos reais. Por exemplo, segundo Coy (1990), no cálculo de erros de formas, os resultados podem ser cinco vezes maiores que os verdadeiros.

Situações similares acontecem na medição de todas as geometrias, apesar da existência de procedimentos de medição ("técnica de reversão") que, se aplicados, permitem reduzir esses erros [Estler, 1985, Hocken et al., 1977; Evans et al., 1996]. Entretanto, estas técnicas não só requerem um número grande de pontos, o que aumenta o tempo de medição, mas também uma rigorosa preparação do operador da máquina de medir.

Por outro lado, sabe-se que os erros devido ao número inadequado de pontos são, na maioria dos casos, muito menores quando se utilizam 50 ou mais pontos para definir a geometria [Hocken, 1993]. Contudo, no processo de inspeção deseja-se medir as peças o mais rápido possível, o que implica que a maioria dos usuários de MM3C medem as características das peças tomando o mínimo de pontos *possíveis*.

Nos últimos anos, o objetivo principal de vários trabalhos de pesquisa tem sido a busca do mínimo de pontos *necessários* para descrever adequadamente cada geometria, segundo o algoritmo (mínimos quadrados, mini.-max., etc.) usado para determinar seus parâmetros principais e considerando também sua distribuição sobre a superfície da peça [Caskey et al., 1991; Odayappan, 1992; Bourdet et al., 1993; Machireddy, 1993; Phillips et al., 1994; Weckenmann et al., 1995].

Odayappan (1992) propõe um número de pontos mínimo para quatro dos algoritmos mais usados pelas MM3C para medir círculos: mínimos quadrados, mini-max, mínimo círculo circunscrito e máximo inscrito. A recomendação feita neste trabalho considera, também, o número de lóbulos da peça.

De tudo o que foi exposto anteriormente, pode-se concluir que são necessários maiores volumes de dados para evitar os erros causados pela quantidade indevida de pontos e a sua distribuição. Isto requer o desenvolvimento de MM3C mais rápidas, para compensar o aumento do tempo de medição [Hocken, 1993].

Por outro lado, para evitar que as decisões a respeito da escolha do critério de avaliação e da quantidade de pontos e sua distribuição sejam tomadas pelos operários de forma intuitiva e baseada na experiência, são necessários sistemas inteligentes, capazes de analisar a geometria a ser medida e decidir o algoritmo, a quantidade de pontos e a distribuição mais apropriada para a medição [Hocken 1993; Weckenmann et al., 1995].

### ➤ Influências das propriedades da peça a ser medida

Toda peça manufaturada é geometricamente imperfeita; nela estão presentes os efeitos das falhas do processo de sua manufatura. Quando se fixa a peça no desempenho de uma MM3C, podem ocorrer outras distorções, que, juntamente com suas imperfeições geométricas e seu acabamento superficial, podem levar a uma interpretação incorreta dos resultados da medição de uma determinada característica.

Os erros causados pelas imperfeições da peça estão diretamente relacionados com as características da estratégia de medição e, principalmente, com aqueles aspectos, discutidos anteriormente, relacionados com o número de pontos tomados e com a distribuição dos mesmos sobre a superfície da peça [Hocken, 1993; Phillips, 1995].

O peso das peças também influencia o resultado das medições com MM3C. A posição e a montagem da peça no desempenho causam deformações na estrutura da máquina, cuja forma e grandeza dependem do tipo e do tamanho da própria MM3C. Como ocorre com as deformações causadas pelo peso próprio dos componentes móveis da máquina, as deformações causadas pelo peso das peças se transformam em modificações dos pontos coordenados [Cardoza, 1995]. A rigidez do desempenho e dos elementos estruturais das máquinas é, portanto, um fator determinante da grandeza destes erros, mas, em geral, existem algumas formas de evitá-los ou diminuí-los.

A influência da rugosidade da superfície das peças pode ser diminuída através do uso de uma ponta com diâmetro adequado. Existem estudos que vinculam o tamanho do diâmetro da ponta da sonda com o valor de cut-off (um dos parâmetros utilizados na medição de rugosidade) para estabelecer o limite máximo de números de pontos necessários para uma medição precisa dos erros de forma [Anbari & Trumpold, 1989].

Para eliminar a influência do peso da peça nos resultados da medição, podem ser usadas diferentes “técnicas de reversão” [Estler, 1985, Evans et al., 1996].

### ⇒ Erros induzidos termicamente

Embora os efeitos térmicos em uma MM3C sejam muito menores que em máquinas ferramentas, devido à ausência de forças de corte e de motores potentes [Hocken, 1980], a segunda fonte de erros mais importante em uma máquina de medir são as mudanças e os gradientes de temperatura.

Segundo Bryan (1995), a compensação, via programa computacional, dos erros geométricos torna as MM3C tão precisas quanto os instrumentos usados para levantar seus mapas de erros. O limite desta correção é a repetibilidade, cuja causa<sup>2</sup> mais relevante são as mudanças de temperatura.

Mesmo que as MM3C, a maioria das vezes, sejam usadas em ambientes com temperatura controlada (20°C), a temperatura ambiente e, conseqüentemente, a temperatura da máquina e da peça a ser medida podem variar. Estas variações derivam de diversas fontes e provocam os chamados erros térmicos, que, segundo Hocken (1993), podem ser do tipo e grandeza daqueles resultantes das imperfeições da geometria da máquina.

As principais fontes de erros térmicos para MM3C estão resumidas a seguir:

- **Influência do ambiente** → depende da existência ou não de um sistema de controle de temperatura. A temperatura ambiente pode variar devido à presença de lâmpadas acesas, à temperatura externa e à proximidade do calor gerado por outras máquinas ou instrumentos;
- **Pessoas** → o calor das pessoas próximas à máquina e a manipulação da máquina e das peças sem o devido isolamento térmico provocam variações de temperatura na peça e na máquina;

---

<sup>2</sup> Existem outras causas para a repetibilidade: histerese, sujeira, vibrações, variações no fornecimento de ar, etc.

- **Memória Térmica** → quando ocorre uma mudança no ambiente, cada elemento de um sistema de medição necessita de um período de tempo diferente para "esquecer" as condições ambientais anteriores. Os elementos estruturais de uma MM3C, suas escalas e as peças a serem medidas por ela podem ser de materiais diferentes e, portanto, possuem *coeficientes de expansão térmica* também diferentes. Isto significa que elas entram em equilíbrio térmico com o ambiente em intervalos de tempo diferentes, durante os quais modificam temporariamente suas respectivas geometrias.
- **Calor gerado pela própria MM3C** → de forma geral, as MM3C geram um mínimo de calor interno [Hocken, 1980, Bryan, 1995]. O uso de mancais aerostáticos elimina a maior parte dos atritos e os motores usados nas máquinas automatizadas não são potentes.

O calor gerado por estas fontes é de dois tipos: **temperaturas uniformes diferentes de 20°C** e **temperaturas não uniformes** [Bryan, 1995; Vieira Sato, 1998].

Das fontes anteriormente enunciadas, a única que pode gerar *temperaturas uniformes* é o ambiente. O padrão de comprimento é definido para uma temperatura de referência de 20°C. Portanto, os elementos das máquinas, as escalas e as peças fabricadas de materiais com coeficientes de expansão térmica diferentes, têm suas dimensões definidas para esta temperatura e, quando submetidos a outras temperaturas, se expandem de formas diferentes, provocando os denominados *erros de expansão diferencial* (nominal differential expansion: NDE) .

Os erros de expansão diferencial podem ser quase totalmente corrigidos e existem procedimentos gerais normalizados para sua correção [ANSI/ASME Standard B89.6.2, 1973; ANSI/ASME B89.4.1 - sections 3.1, 3.2, 4.1 e 4.2, 1997].

Entretanto, os coeficientes de expansão térmica usados nos cálculos são, geralmente, valores tabelados que não correspondem exatamente aos coeficientes atuais. Estas diferenças são causadas por variações inevitáveis dos materiais, sofridas durante o processo de fabricação de qualquer peça. Os efeitos destas diferenças são considerados no cálculo da incerteza da expansão diferencial (uncertainty of nominal differential expansion: UNDE), definida pela ANSI/ASME Standard B89.6.2 de 1973, como sendo a soma das incertezas da expansão nominal da peça e do padrão (escala).

As outras três fontes de erros térmicos mencionadas geram *temperaturas não uniformes*: gradientes e variações de temperatura. Qualquer mudança na temperatura do ambiente muda as dimensões da estrutura da máquina e de suas escalas, assim como da peça. Entretanto, as mudanças de temperatura que ocorrem no espaço imediato ao redor da máquina e da peça são chamadas de gradientes térmicos ou efeitos estáticos [Bryan, 1995] e causam expansões significativamente diferentes nas diversas partes de cada um dos elementos da máquina e da peça.

Mudanças grandes e rápidas de temperatura provocam flexões nos elementos das máquinas devido a que a resposta nas partes finas é mais rápida que nas partes grossas. O uso de sistemas de controle de temperatura que façam circular o ar rapidamente e o uso de materiais suficientemente homogêneos quanto a suas propriedades de expansão térmica minimiza ou permite controlar de certa forma os efeitos dos gradientes de temperatura [Bryan, 1995; Genest, 1997]. Porém, segundo a ANSI/ASME Standard B89.6.2- 1973, revisada em 1979, não existe uma formulação geral para estimar os efeitos desses gradientes.

A análise das variações de temperatura é muito mais complexa que a dos gradientes. Viera Sato (1998) define as variações de temperatura como a diferença do gradiente de temperatura em um determinado ponto da máquina ou da peça com relação ao gradiente do estado inicial, quando todo o sistema está à temperatura ambiente.

Contudo, sabe-se que, quando uma máquina opera a temperaturas diferentes de 20°C, essas correções não eliminam 100% dos erros térmicos. O *índice de erro térmico* (thermal error index - TEI), definido na norma antes mencionada, proporciona uma estimativa do erro térmico geral como sendo uma porcentagem do erro total permitido.

Segundo Balsamo (1990), a compensação dos erros térmicos com programas computacionais faz sentido, somente, quando é requerida uma grande acuracidade. Esse autor define e resume as condições ambientais "razoáveis", que minimizam os efeitos térmicos presentes em uma medição com MM3C:

1. temperatura média igual a 20 °C;
2. variação de temperatura menor que  $\pm 2$  °C;
3. gradiente de temperatura ao longo de qualquer direção menor que 2 °C/m e
4. variações de temperatura no tempo que proporcionem condições "quase-estacionárias".

### ➤ Erros Dinâmicos

Nas máquinas de medir a três coordenadas os efeitos dinâmicos são menores porque as forças envolvidas na medição são muito pequenas e geralmente, os movimentos são lentos [Hocken, 1980]. Na prática, entretanto, reconhece-se que a acuracidade das MM3C é especialmente sensível às vibrações externas [Ni, 1995].

Fora do laboratório, são várias as fontes de vibrações que podem afetar as MM3C, entre as mais comuns encontram-se as máquinas ferramentas, os compressores de ar, equipamentos de ventilação, rodovias e ferrovias. A forma mais efetiva de minimizar o efeito das vibrações nas MM3C é controlar suas próprias fontes, isolando-as. Por exemplo, pode-se aumentar a distância entre uma máquina ferramenta e a máquina de medir, ou isolar a máquina ferramenta em sua base. Mas isso, nem sempre é possível e, usualmente, apesar de ser menos

eficiente, isola-se a MM3C, apoiando-a em suportes com isolamento externo de vibração [Ni, 1995].

Mesmo assim, é impossível obter uma fundação totalmente insenta da influência das vibrações. É necessário, então, garantir que o resíduo ainda presente das vibrações esteja sob os critérios do fabricante da máquinas de medir. Algumas normas técnicas internacionais sugerem testes para analisar as vibrações nas MM3C [BS 6808 - Part 3, 1989; ANSI/ASME B89.4.1, 1997] e algumas pesquisas muito recentes estudam a possibilidade de desenvolver modelos para compensar os erros causados pelas mesmas [Weekers & Schellenkens, 1995].

»» **Outros fatores que afetam o desempenho das MM3C:**

A umidade, a pressão atmosférica, o sistema que fornece a energia elétrica, assim como a qualidade do ar comprimido, todos estes são fatores externos cujo comportamento também influencia o desempenho das MM3C. Em geral, para todos eles existem especificações que, se respeitadas, eliminam ou, pelo menos, diminuem em grande parte os efeitos dos mesmos sobre o desempenho das máquinas de medir.

## 2.2 RASTREABILIDADE DAS MEDIÇÕES A TRÊS COORDENADAS

### 2.2.1 Conceitos e Aspectos Gerais

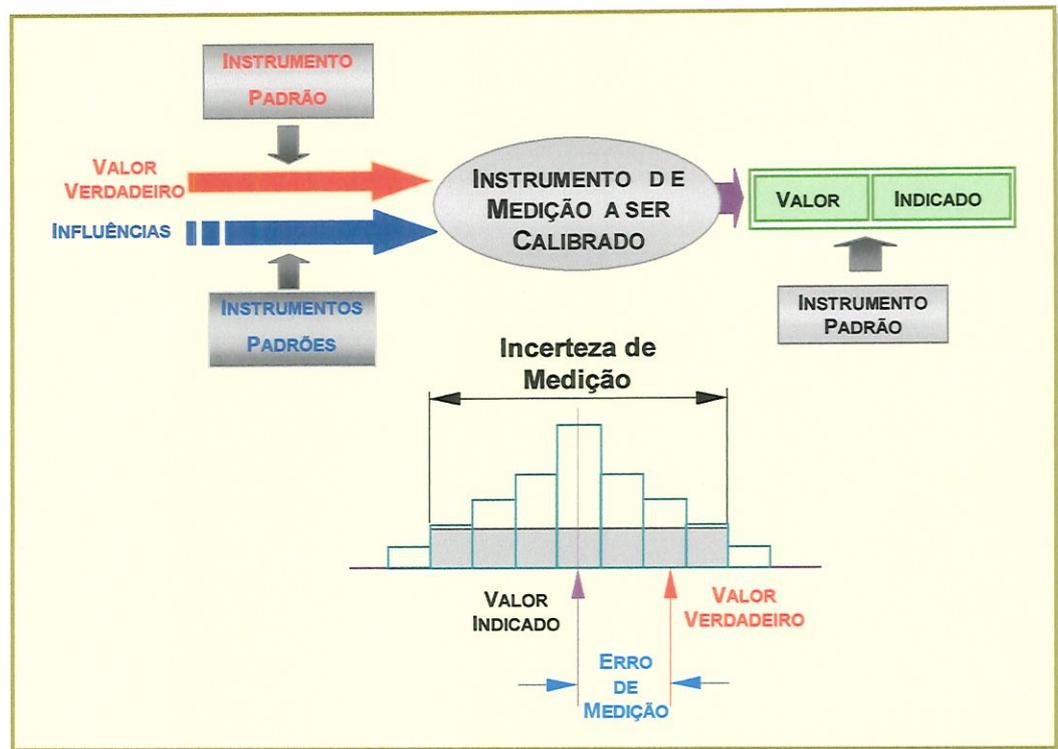
O princípio de medição das máquinas de medir a três coordenadas é ligeiramente diferente daquele conhecido na metrologia convencional. Entretanto, a função permanece a mesma dos já bem conhecidos instrumentos convencionais; isto é, servem na verificação da conformidade das peças manufaturadas com as tolerâncias especificadas no projeto, garantindo assim a funcionalidade e a intercambiabilidade das mesmas.

Para o perfeito cumprimento de suas funções, os resultados das medições realizadas nas MM3C devem ser, também, **corretos e confiáveis** e isto requer, segundo a ISO 9000 e outras normas nacionais e internacionais, que os resultados das medições sejam **rastreáveis** até a unidade internacional de comprimento, ou seja, o metro.

Um requerimento de *rastreabilidade*, em geral, baseia-se na demonstração de uma **cadeia contínua de medições** referenciadas a padrões nacionais e/ou internacionais da grandeza medida [Cameron, 1975; Peggs, 1990]. Hoje em dia, exige-se, ainda, que as **incertezas** dessas medições sejam expressas de forma adequada em relação à unidade padrão da grandeza medida [Swyt, 1995; Ehrlich et al., 1998]. Esse novo aspecto do conceito de rastreabilidade é muito difícil de se demonstrar para as MM3C. De um ponto de vista metrológico, a própria universalidade das máquinas de medir a três coordenadas, ou seja, sua capacidade de medir qualquer tipo de geometria ou combinação de geometrias, em qualquer posição e orientação dentro de seu volume de trabalho, dificulta a rastreabilidade de suas medições.

A demonstração da rastreabilidade de qualquer instrumento de medição pode ser realizada através de “calibrações”. Os procedimentos de calibração permitem estudar o desempenho metrológico dos instrumentos. Uma calibração deve, por definição, determinar o grau

de concordância entre os valores indicados por um instrumento e os valores nominais ou “verdadeiros” [Kunzmann et al., 1990; Link, 1997] (ver figura 2.5). Um procedimento de calibração permite, então, determinar os **erros de medição** e a **incerteza de medição** do instrumento avaliado.



**Figura 2.5:** Representação do conceito geral de CALIBRAÇÃO, Definição do ERRO e da INCERTEZA de MEDIÇÃO

Na **incerteza de medição** estão contidos os efeitos de todos os fatores que influenciam o resultado de uma medição. É necessário, então, que os instrumentos ou artefatos padrões utilizados na calibração sejam instrumentos mais precisos; ou seja, que possuam uma **incerteza de medição muito menor** que a esperada para o instrumento a ser calibrado. Sempre que é possível, são utilizados como referência instrumentos ou artefatos padrões cuja incerteza seja  $\leq 10\%$  da incerteza do instrumento objeto da calibração. Isso permite considerar o valor indicado pelo instrumento padrão ou a dimensão calibrada de um artefato padrão como sendo o “valor verdadeiro” com o qual será comparada a média dos valores lidos no instrumento

avaliado [Phillips, 1995]. Esta comparação resulta no **erro de medição** do instrumento.

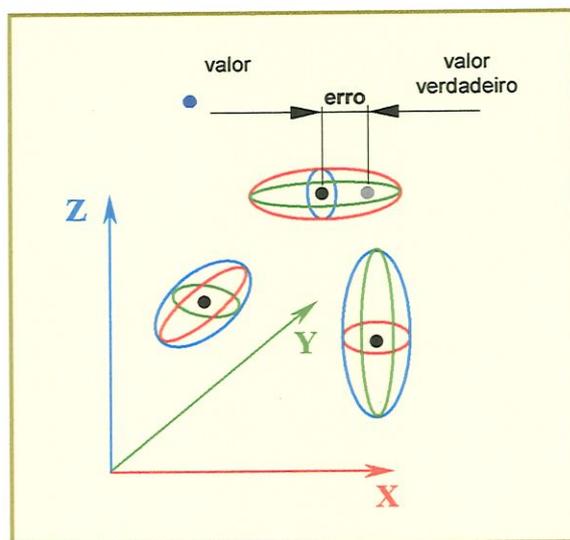
Em termos de rastreabilidade, as calibrações necessárias para rastrear os resultados fornecidos por um instrumento de medição formam uma cadeia de “comparações” com padrões cada vez mais precisos, até que se atinge a comparação com o padrão nacional ou internacional da grandeza medida. Para a aplicação do novo conceito de rastreabilidade à medição de peças manufaturadas, é necessário conhecer e combinar adequadamente as grandezas de todas as fontes de incertezas envolvidas na medição, de forma que expressem a **incerteza de medição** com relação ao padrão internacional de comprimento. Esse processo envolve, entre outros, os seguintes aspectos:

- a repetição das medições e a análise de seus resultados,
- as incertezas dos padrões de referência,
- as especificações do fabricante,
- as propriedades de materiais e instrumentos, etc.

Na calibração da maioria dos instrumentos convencionais para medições dimensionais, obtém-se como resultado um valor simples, fácil de ser “rastreado” até o padrão de comprimento. Nesses casos, a incerteza de medição é **unidimensional** e, portanto, pode ser definida como mostra a figura 2.5. Mas nas máquinas de medir a três coordenadas são obtidos pontos no espaço  $(X_i, Y_i, Z_i)$ , a partir dos quais são definidas, matematicamente, geometrias substitutas das características dimensionais das peças. Portanto, a incerteza de uma máquina de medir está associada a esses pontos e pode ser considerada como uma **incerteza tridimensional**.

A cada ponto espacial dentro do volume de trabalho da máquina está associada, então, uma certa “nuvem” de incerteza (figura 2.6), cuja forma e tamanho são definidos pela combinação específica das diferentes fontes de erros discutidas no item 2.1 deste texto. Isto é, a “nuvem” ou região de incerteza varia de ponto a ponto e, ainda, sua

forma e tamanho podem variar com as variações de temperatura, as deformações e danos da estrutura, etc. [Kunzmann, 1993; Phillips, 1995].



**Figura 2.6:** Incerteza Tridimensional associada aos pontos coordenados

A forma em que se combinam as diferentes incertezas de uma MM3C na medição, por exemplo, de um círculo em uma determinada posição e orientação dentro de seu volume de trabalho, com determinada força de contato e velocidade, tomando uma quantidade determinada de pontos dispersos sobre a superfície da peça, utilizando um determinado método de ajuste para definir a geometria substituta (mínimos quadrados, mínima zona, etc.), com um determinado programa computacional, etc., resulta em uma *incerteza de medição tridimensional específica* para essas condições.

Se o mesmo círculo fosse medido em outra posição ou orientação, ou mudando alguma das condições anteriores, obter-se-ia uma expressão *diferente* para a incerteza tridimensional. O mesmo acontece se for medida qualquer outra característica da geometria de uma peça.

É praticamente impossível propor uma fórmula geral para descrever a incerteza de medição de todos os tipos de medições que podem ser realizadas por uma máquina de medir a três coordenadas. A

única possibilidade adequada é a determinação de uma incerteza de medição *específica* para um determinado tipo de medição.

Resumindo, a incerteza de medição de uma máquina de medir a três coordenadas pode ser definida ou determinada, somente, quando se especificam todos os detalhes da medição. Nesse caso, é possível, mas ainda complexo, analisar suas incertezas e combiná-las, de forma que ofereçam informações consistentes sobre o desempenho da máquina.

## 2.2.2 Calibração e Cadeias de Rastreabilidade

### • Cadeia Física de Rastreabilidade

A unidade padrão de comprimento à qual devem estar referenciadas as medições dimensionais em peças manufaturadas é o **metro**, cuja definição pode ser realizada na prática através da medição do “caminho” percorrido no vácuo por ondas eletromagnéticas planas, no tempo  $t$ . Usando a velocidade da luz, tem-se que:  $\lambda = c \times t$ .

Existe uma lista de radiações, recomendadas pelo CIPM [Recommended radiations, 1994] para a realização da definição do metro. A longitude de onda  $\lambda$  e a frequência  $f$  dessas radiações foram determinadas no vácuo com uma incerteza muito pequena. A menor incerteza em medição de comprimento está associada à incerteza na medição de intervalos de tempo. Atualmente, a maior acuracidade é obtida com o Relógio Atômico de Cesium do NIST que possui uma incerteza de 4 partes em  $10^{14}$ . Isto é equivalente a um erro de 1,5 mm na medição da circunferência da Terra [Swyt, 1995].

Por esta razão, as radiações recomendadas para a realização do comprimento no Sistema Internacional (SI) de medidas estão referenciadas ao Relógio Atômico e representam o primeiro nível da cadeia física de rastreabilidade de qualquer medição dimensional em peças manufaturadas. A seguir serão analisadas a **cadeia física atual de rastreabilidade** para as medições em MM3C e suas possíveis cadeias alternativas.

- **Rastreabilidade atual das medições em MM3C**

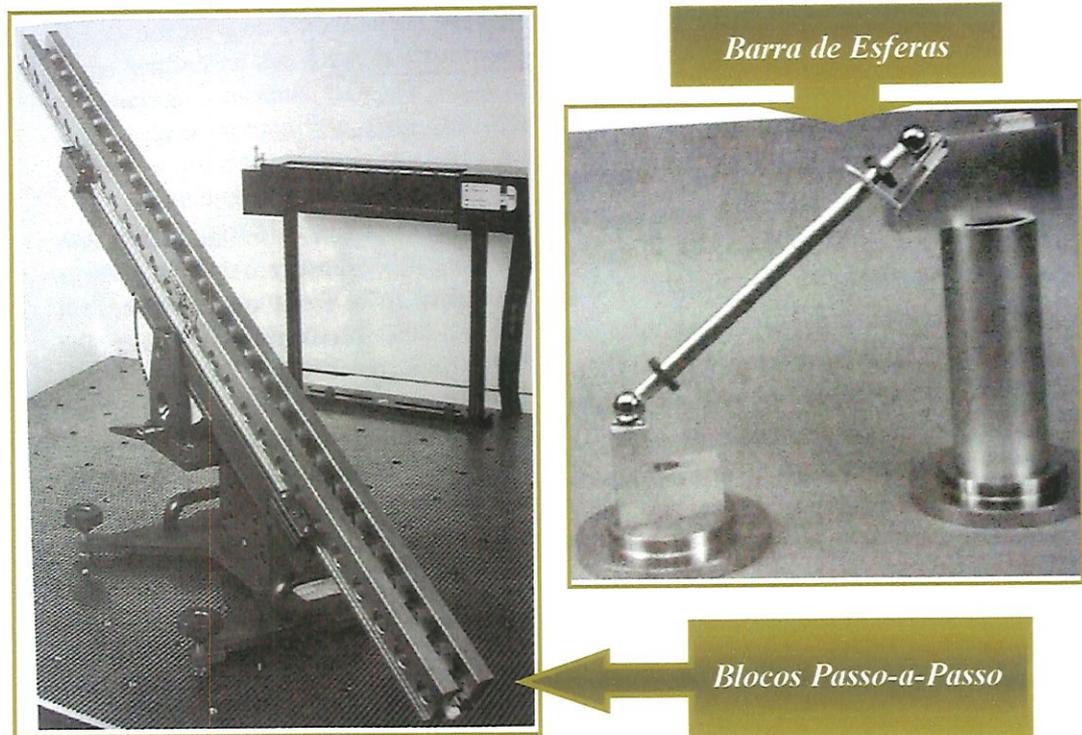
Na época do surgimento das MM3C faltavam os instrumentos adequados para medir individualmente cada um de seus erros geométricos. Portanto, as primeiras tentativas de calibração foram realizadas usando artefatos padrões já conhecidos e facilmente disponíveis naqueles anos, como os blocos padrão. Isto deu origem a um conjunto de métodos que avaliam o desempenho volumétrico das MM3C *indiretamente*, a partir da medição de artefatos padrões e cuja principal vantagem reside na rapidez e simplicidade de sua aplicação.

Os artefatos propostos ao longo destes anos de pesquisa possuem as mais variadas formas. Alguns têm sido tradicionalmente utilizados em calibrações de diferentes instrumentos convencionais (anel padrão, esfera padrão, blocos padrão, blocos passo-a-passo, etc.), mas muitos deles foram desenvolvidos, em laboratório ou pelos próprios fabricantes, especialmente, para serem usados na avaliação do desempenho das MM3C. Dentre esses últimos destacam-se:

- os tetraedros de Bury, 1976;
- as Barra de Esferas [Bryan, 1982], artefatos estes usados nas mais diversas pesquisas e dos quais existem várias modificações [Kunzmann & Wäldele, 1983; Yoshiaki et al., 1987; Phillips et al. 1993; Ziegert & Mize, 1994] e
- as Placas de Esferas e as Placas de Furos [Peggs, 1989; Kunzmann et al., 1990, 1993 e 1995].

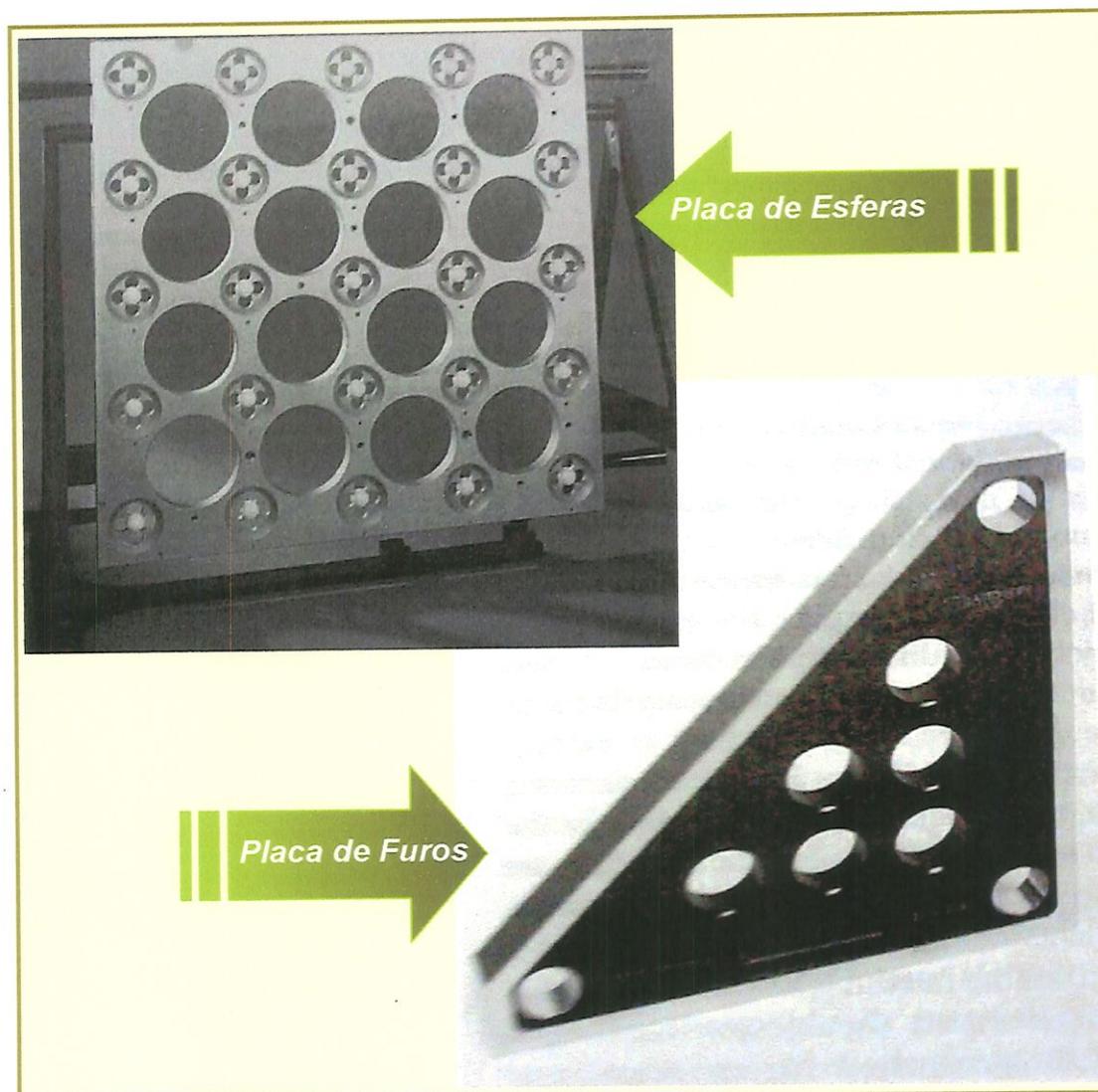
Outros padrões e procedimentos interessantes são apresentados em [Lim et al., 1988] e [Osanna et al., 1990]. Os artefatos, além de ter suas dimensões e formas calibradas e rastreadas até o padrão internacional de comprimento, devem possuir uma grande estabilidade dimensional [Bury, 1976]. Peggs (1989) classificou os diferentes padrões usados nesse tipo de proposta em função do número de coordenadas associadas a suas características calibradas. Desta forma, têm-se

*padrões unidimensionais*, sendo os mais comuns os blocos padrão, os blocos passo-a-passo e as barras de esferas, *padrões bidimensionais* como as placas de esferas e as de furos (ver figuras 2.7 e 2.8) e *padrões tridimensionais* tais como os tetraedros [Peggs, 1990].



**Figura 2.7:** Artefatos Padrões *Unidimensionais* [Phillips, 1995]

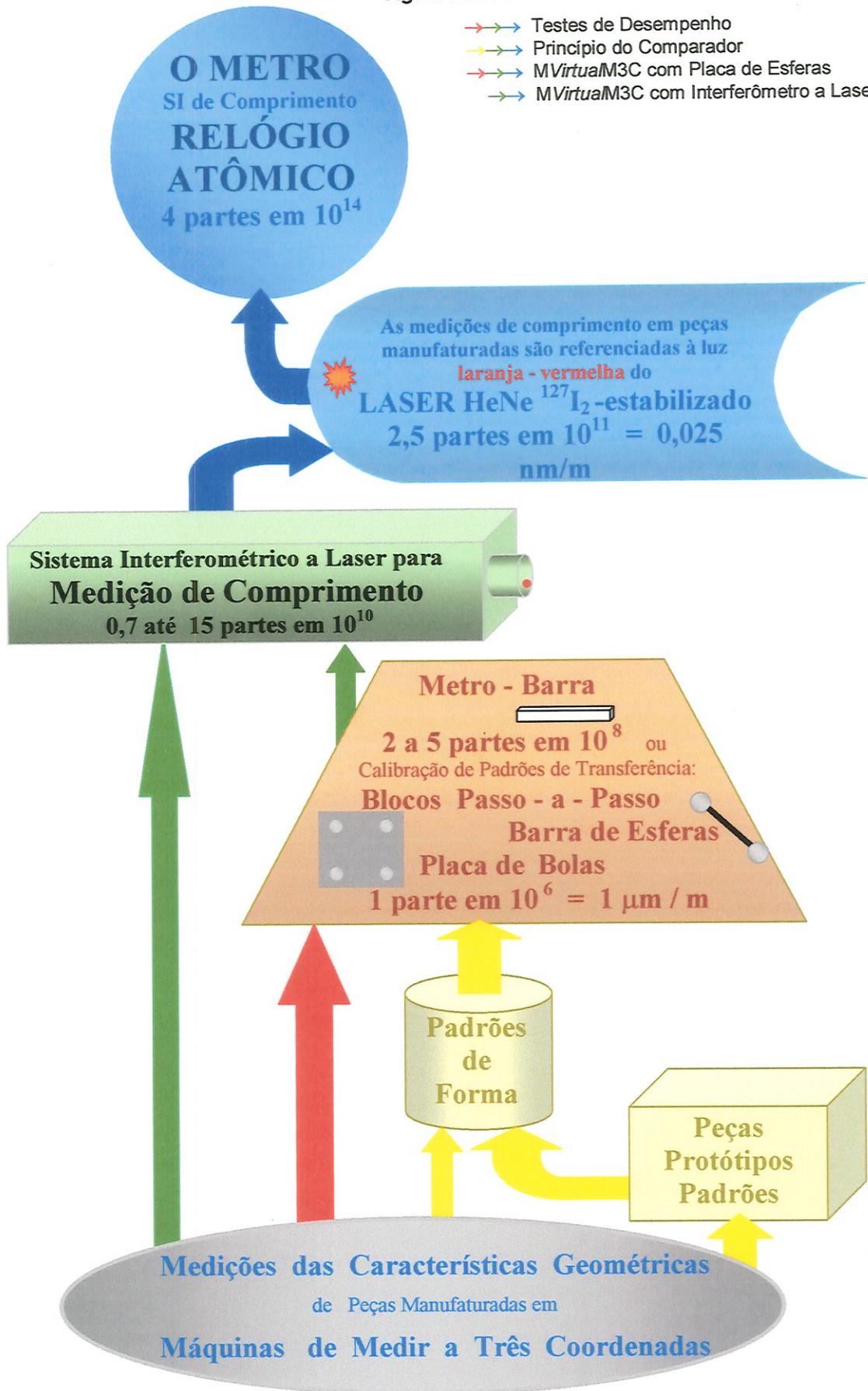
A forma atual da rastreabilidade das medições em máquinas de medir a três coordenadas está baseada, precisamente, na medição de artefatos padrões tais como: Blocos Passo-a-Passo, Barra de Esferas, Anel Padrão, Esfera Padrão, etc. A medição desses artefatos padrões é proposta pelas normas e especificações existentes para a avaliação do desempenho das MM3C nos chamados **Testes de Desempenho** [VDI/VDE 2617, 1986-1989; JIS B 7440, 1987; CMMA, 1989; BS 6808, 1989; ISO 10360-2, 1993; ANSI/ASME B89.4.1, 1995].



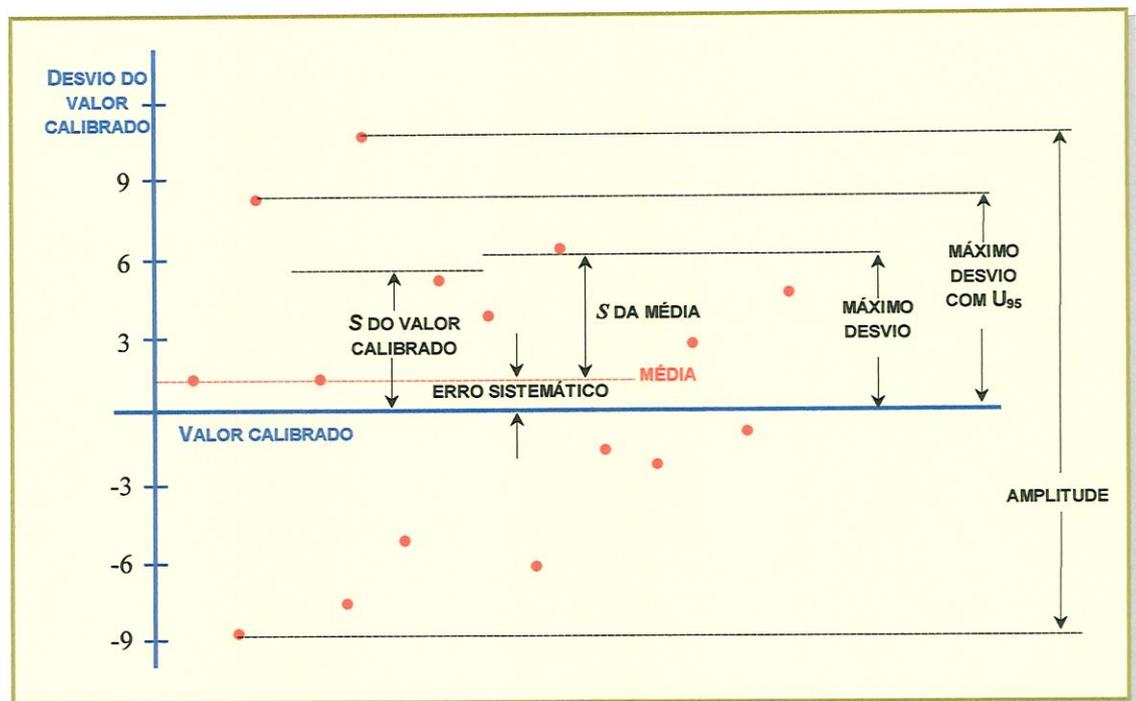
**Figura 2.8:** Artefatos Padrões *Bidimensionais*: [Phillips, 1995]

A cadeia de rastreabilidade, representada na figura 2.9 pela seqüência de cores “vermelha-verde-azul”, indica que estes artefatos estão calibrados com referência a outros artefatos similares mais precisos ou com referência ao Interferômetro a Laser. O padrão da calibração dos Interferômetros a Laser comerciais é, usualmente, o feixe de luz laranja - vermelha de um Interferômetro HeNe-Laser  $^{127}\text{I}_2$  - estabilizado, que por sua vez está calibrado em relação ao Relógio Atômico. Nesta figura apresentam-se, também, as incertezas nos diferentes níveis da cadeia de calibrações.

Figura 2.9: Cadeias Físicas de Rastreabilidade para MM3C



Os testes especificados não só propõem a medição de diferentes artefatos, mas também usam diferentes critérios para avaliar a capacidade das máquinas na realização de determinadas tarefas de medição. Usualmente, os artefatos são medidos pela MM3C em diferentes posições e orientações dentro de seu volume de trabalho. Os resultados dessas medições são analisados estatisticamente e como mostra a figura 2.10, cada norma os expressa através de parâmetros diferentes [Knapp et al., 1991; Phillips, 1995], o que dificulta muito a desejada comparação do desempenho de diferentes MM3C.



**Figura 2.10:** Diferentes parâmetros para especificar os resultados dos *Testes de Desempenho* [Phillips, 1995]

Independentemente dos critérios e dos parâmetros usados pelos *Testes de Desempenho*, seus resultados, de forma geral, não oferecem detalhes sobre os erros em todo o volume de trabalho. O resultado é assumido como estimativa, na maioria das vezes muito conservadora, do erro geral da MM3C e aplicado a todas as regiões de seu volume. Isto leva, muito freqüentemente, a sobrestimar os erros das máquinas.

Por exemplo, o valor da repetibilidade observada para um braço horizontal grande, quando todos os eixos estão totalmente estendidos, é grande e pode ser significativamente menor, caso todos os eixos estejam recolhidos. O uso, nesse caso, do maior valor como estimativa da acuracidade [ANSI/ASME B89.4.1, 1997] para todas as posições dentro do volume de trabalho da máquina é conservador ao extremo e leva à obtenção de uma incerteza muito grande, que pode inutilizar o resultado de uma medição. A determinação da variação da repetibilidade em função da posição dentro do volume de trabalho é um processo mais caro e mais complexo, mas, como resultado, obter-se-iam incertezas menores e mais representativas.

Em geral, os procedimentos contidos em todas as normas atuais para MM3C não estão dirigidos à determinação da incerteza de medição, nem podem ser considerados, exatamente, calibrações. A obtenção de uma estimativa razoável das incertezas dos pontos coordenados a partir da medição e avaliação de artefatos padrão é, no mínimo, vaga e complexa e, na prática, exige várias suposições [Phillips, 1995].

Com os **Testes de Desempenho**, realizam-se algumas das medições básicas que podem ser feitas em uma MM3C: distâncias, comprimento, diâmetro, etc. em posições e orientações **discretas** dentro do volume de trabalho. Eles não fornecem informação sobre todos os tipos de medições que as MM3C podem realizar. A **rastreabilidade** contida nesses testes é válida **somente** para peças idênticas aos padrões usados e para as condições específicas em que ambos, peça e peça padrão, devem ser medidos (mesma posição e orientação, mesma estratégia de medição, etc.).

Na maioria das normas estabelecem-se os limites do erro das máquinas, para qualquer tipo de medição, a partir dos limites do erro para a medição de comprimento. Isso, baseia-se no fato de que a distorção do volume de trabalho de uma máquina de medir pode ser descrita pelos erros das distâncias entre os pontos coordenados que o formam [VDI/VDE 2617, 1987; Swyt, 1992; Phillips, 1995].

Se os erros na medição de comprimento são representativos dos erros em outros tipos de medições com MM3C, é necessário, segundo Phillips (1995), reformular os **Testes de Desempenho**, incluindo a formulação adequada da incerteza de medição.

- **Rastreabilidade metrologicamente correta:**

Considerando a forma específica em que se combinam as diferentes incertezas das MM3C, a única forma correta de “rastrear” seus resultados, é utilizar como referência artefatos padrão exatamente iguais às peças a serem inspecionadas pela máquina.

Além disto, seria necessário que estes artefatos “geometricamente ideais” e as peças manufaturadas fossem medidos na mesma posição e orientação dentro do volume de trabalho da máquina, utilizando a mesma estratégia de medição (mesmo número de pontos, mesma dispersão dos pontos sobre a superfície da peça, mesma Sonda e pontas) e os mesmos algoritmos e programas para calcular e definir as características a serem inspecionadas.

Em uma avaliação desse tipo, as principais incertezas envolvidas são as *incertezas do artefato padrão*, pois os efeitos combinados dos erros geométricos da máquina já estão considerados no erro obtido na medição. Neste caso, a máquina de medir *só compara* a peça padrão com a peça manufaturada e não precisa estar totalmente calibrada. É suficiente que seja *estável* e que sua rede cúbica de pontos coordenados não apresente interrupções [Swyt, 1995; Phillips, 1995].

As cadeias de rastreabilidade resultantes dessa avaliação estão representadas na figura 2.9 pela seqüência de cores: “amarelo-verde-azul”. Em cada etapa da cadeia, naturalmente, os objetos padrão utilizados deverão estar calibrados com referência a outros padrões de menor incerteza.

Embora esta forma de “rastrear” as medições em MM3C seja *metrologicamente correta*, relativamente simples e de grande acuracidade, está claro que na prática é impossível dispor de artefatos padrão idênticos à grande diversidade de peças que podem ser

inspeccionadas por uma MM3C. Também é difícil realizar a medição do padrão e da peça exatamente na mesma posição e orientação dentro do volume de trabalho.

Finalmente, esse princípio de medição, chamado na literatura como “princípio do comparador” [Peggs 1989-1990; Swyt, 1995], nega a melhor propriedade das MM3C: sua flexibilidade. Um modo mais econômico de aproveitar as vantagens dessa forma de rastreabilidade poderia estar baseado na definição de “famílias ou grupos de características a serem medidas” para as quais existam artefatos padrão não idênticos, mas muito similares [Phillips, 1995].

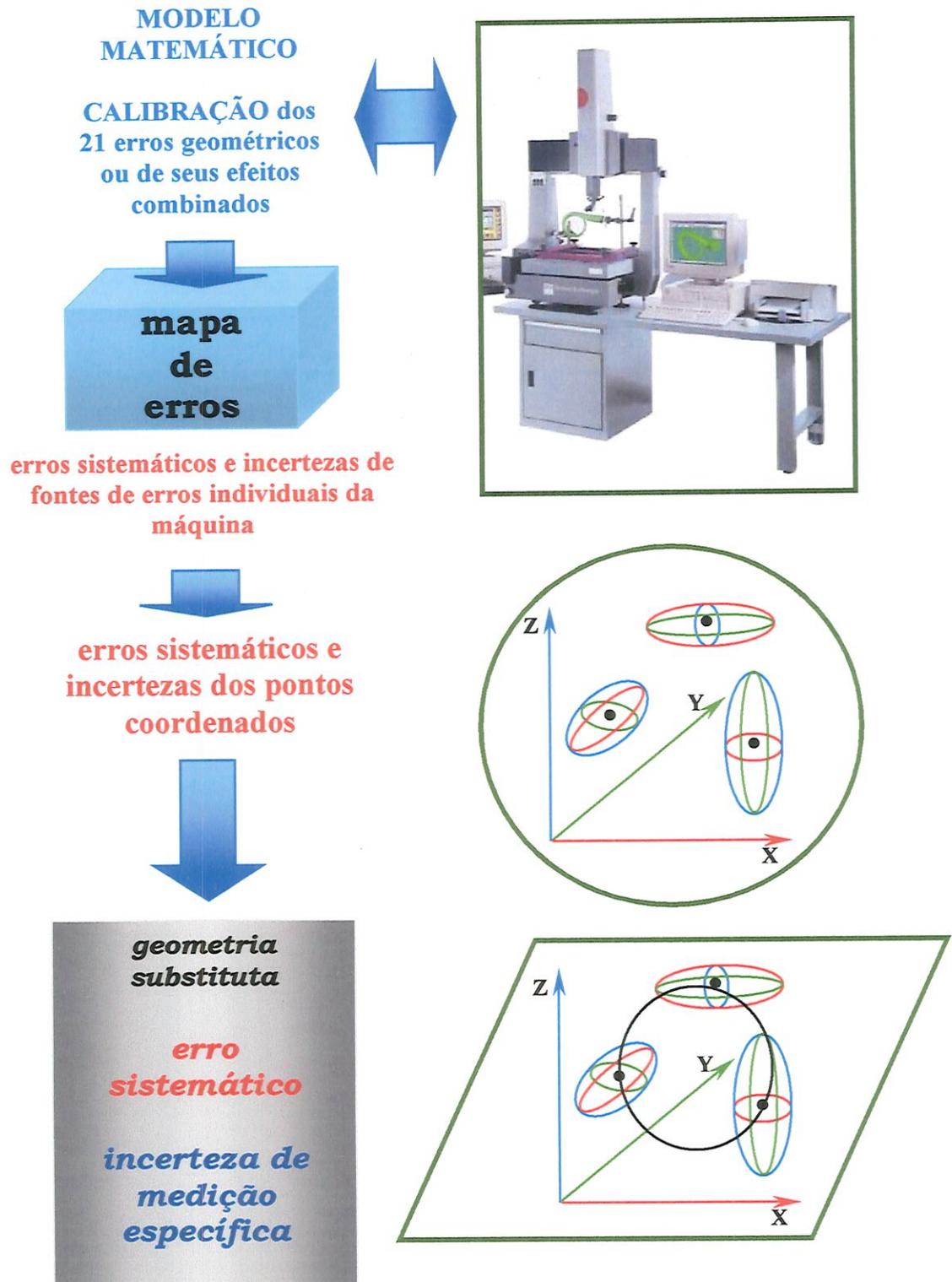
- ***Máquina Virtual de Medir a Três Coordenadas***

Uma terceira cadeia de rastreabilidade para MM3C pode ser obtida aplicando o princípio do “comparador” explicado anteriormente, através de programas computacionais, ou seja, “*virtualmente*”.

Atualmente, pode-se simular matematicamente a medição de qualquer característica geométrica (círculo, cone, cilindro, planos, ângulos, distâncias, etc.) de peças manufaturadas em qualquer posição e orientação dentro do volume de trabalho de uma máquina de medir a três coordenadas. Para isso, é necessário desenvolver um modelo matemático da estrutura da máquina, que permita combinar e propagar os efeitos sistemáticos e aleatórios de suas diferentes fontes de incerteza, até cada ponto coordenado dentro de seu volume de trabalho.

Desse modo, obtêm-se os erros sistemáticos e a incerteza dos pontos coordenados que definem a característica medida na peça. Esses valores podem ser convertidos, então, em um erro sistemático (caso a peça medida seja uma peça padrão) e em uma incerteza de medição *específica* para a medição dessa característica sob aquelas condições.

Em resumo, uma Máquina *Virtual* de Medir a Três Coordenadas relaciona os erros de um determinado tipo de máquina, presentes na medição de uma determinada característica, com uma *incerteza de medição específica* para esse processo de medição (ver figura 2.11).



**Figura 2.11:** Máquina *Virtual* de Medir a Três Coordenadas

Uma simulação desse tipo pode ser feita pelo próprio programa da máquina de medir e, eventualmente, ser usada para compensar o efeito de seus erros sistemáticos, melhorando-se desta forma a sua acuracidade.

A Máquina *Virtual* de Medir a Três Coordenadas tem sua origem mais remota em propostas de calibração para MM3C, publicadas nos anos 70 [Love&Scarr, 1973; Schultchick, 1977; Hocken, 1977], as quais estabeleceram a necessidade de realizar calibrações paramétricas e de combinar seus resultados através de modelos matemáticos, sempre que se deseje conhecer em detalhes o comportamento metrológico das máquinas.

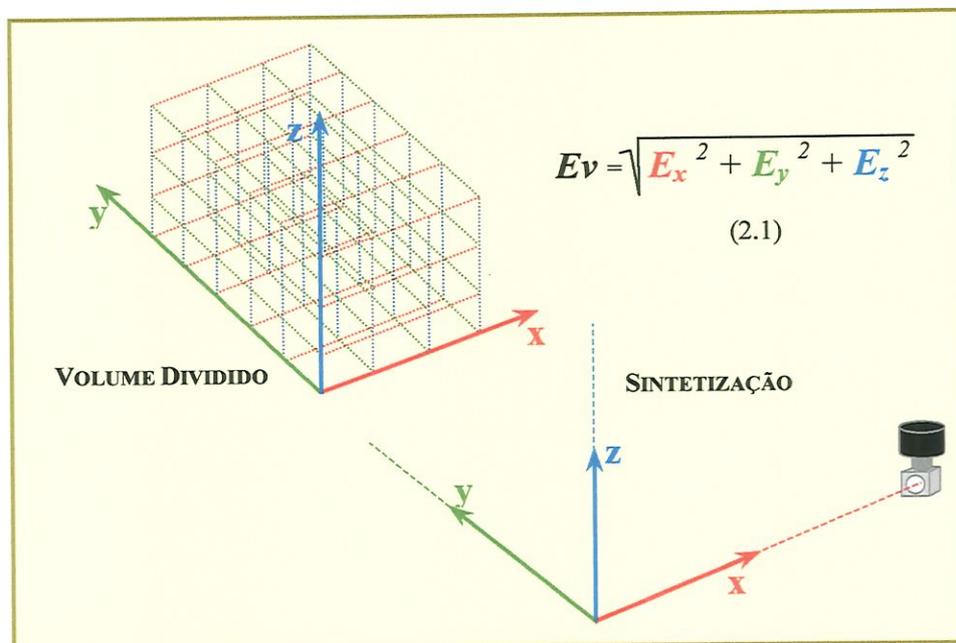
Uma máquina virtual precisa conter, como ilustrado na figura 2.11, toda a informação referente aos erros dos diferentes tipos de MM3C. Isso envolve, principalmente, a calibração direta dos 21 erros geométricos das máquinas ou de seus efeitos combinados ( $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$ ) e a determinação dos erros dos diferentes sistemas de medição ou sondas. A forma da *cadeia física de rastreabilidade* estabelecida com uma Máquina *Virtual* de Medir a Três Coordenadas dependerá, principalmente, dos instrumentos usados para realizar as calibrações que fornecem a informação sobre o mapa de erros das máquinas e sobre os erros da sonda.

Na literatura em geral, definem-se duas formas de calibrar *diretamente* as MM3C [Burdekin & Voutsadopoulos, 1981] para obter seu mapa de erros volumétricos:

*i) Método do Volume Dividido*, que consiste na medição **direta** de cada uma das componentes  $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$  do erro volumétrico. O volume da máquina é dividido, como mostra a figura 2.12, em pequenos volumes ou "cubos" com ajuda de "geratrizes" ou "linhas de medição" paralelas a cada uma das três direções preferenciais.

Ao longo das geratrizes definidas são realizadas medições de posição, em cujos resultados já estão combinados, todos os efeitos de braços de Abbé e de todas as incertezas que as influenciam numa dada

direção. A partir dos resultados obtidos nestas medições é possível calcular **diretamente** o erro volumétrico, segundo a equação 2.1, sem necessidade de modelar a estrutura da máquina.



**Figura 2.12:** Geratrizes do Método do Volume Dividido completo e Sistema de Coordenadas de Referência para os 21 erros geométricos

ii) Método de Sintetização, para cuja aplicação desenvolve-se, primeiramente, um modelo matemático da máquina que combine e propague todos os efeitos de seus erros individuais até qualquer ponto coordenado pertencente a seu volume de trabalho; depois, segundo o modelo proposto, medem-se seus 21 erros geométricos.

As componentes do erro volumétrico  $E_v$  podem ser equacionadas a partir de uma análise geométrica que determine a contribuição de cada um dos erros geométricos em cada direção preferencial [Love & Scarr, 1973; Di Giacomo, 1986]. Isto também é possível com uma análise vetorial, que represente as contribuições individuais dos erros através da diferença entre os vetores que descrevem a máquina com erros e a máquina ideal (sem erros) [Hocken et al. 1977; Reschetov & Portman, 1988]. Outra possibilidade é usar a Técnica das Transformadas Homogêneas, a qual modela o comportamento da estrutura da máquina

através de sistemas de coordenadas associados a cada um de seus elementos [Donmez, et al., 1988; Soons, 1992; Cardoza, 1995; Vieira Sato, 1998].

A principal desvantagem destes dois métodos de calibração está no tempo necessário para a realização de todas as medições. No caso do método de sintetização, são necessários montagens e, eventualmente, instrumentos diferentes para cada um dos erros geométricos. Com o método do volume dividido, requer-se um único tipo de montagem, mas o tempo de medição é geralmente grande, dependendo da quantidade de geratrizes distribuídas segundo o tamanho do volume da máquina avaliada.

Kunzmann et al. (1993), propõem uma máquina virtual que utiliza a medição de uma placa de esferas ou de furos para determinar o mapa de erros. A placa deve ser medida pela máquina em várias posições dentro de seu volume, a combinação dos resultados permite obter os erros geométricos e já inclui os efeitos dos erros da Sonda [Kunzmann et al., 1995; Balsamo et al., 1997]. Nesse caso, a cadeia de rastreabilidade seria igual à cadeia dos Testes de Desempenho (vermelho – verde – azul) mostrada na figura 2.9.

Apesar de a medição de uma placa de esferas possuir as vantagens de ser relativamente fácil e rápida, além de considerar desde o início os erros da sonda, por outro lado, seu uso e sua fácil manipulação dependem da capacidade do volume de trabalho da máquina avaliada. Na avaliação de máquinas de médio e grande porte com Placa de Esferas existe a necessidade de medições sobrepostas para atingir o volume efetivo das mesmas e isso, além de aumentar o número de posições em que se deve medir a placa, torna mais complexa a geração do mapa de erros. A adaptação do tamanho da placa ao volume das máquinas tem seus limites no peso e na sua própria manipulação.

Outra implementação virtual de uma máquina de medir [Cardoza, 1995] parte da determinação dos erros geométricos com um Interferômetro a Laser e de sua combinação através de um modelo de sintetização. A cadeia de rastreabilidade, nesse caso, passa do nível

mais baixo (MM3C) diretamente ao nível do Interferômetro a Laser, como mostra a seqüência "verde-azul" na figura 2.9.

Quando se usa um interferômetro a Laser para medir os erros de uma máquina, parte da óptica utilizada é montada no lugar onde normalmente se coloca a sonda, no ponto de prova. Portanto, os erros provocados pela sonda não estão presentes no resultado dessas calibrações. Entretanto, é possível modelar e medir os erros da sonda e incluí-los no modelo de sintetização [Pahk et al., 1996 e 1998].

Ao longo destes anos, a principal desvantagem do uso de um Interferômetro a Laser tem sido de origem econômica. Porém, o contínuo desenvolvimento da Interferometria a Laser tem permitido diminuir os preços e as exigências de pessoal qualificado para seu uso. Atualmente, não existem grandes diferenças entre o custo de uma Placa de Esferas calibrada e o de um Sistema Interferométrico a Laser para Medição de Comprimento.

# Capítulo 3

## **CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS SOBRE: ERROS, INCERTEZA DE MEDIÇÃO E GEOMETRIAS SUBSTITUTAS**

Este capítulo está dedicado à apresentação dos fundamentos teóricos empregados na análise dos dados experimentais, na análise da incerteza de medição e no cálculo das geometrias substitutas: plano, círculo e esfera. Além disto, expõem-se os critérios e as definições mais importantes relacionados com a classificação e o cálculo da *incerteza de medição*, segundo a proposta do "Guia para Expressão da Incerteza de Medição", edição brasileira revisada em Agosto de 1998.

### **3.1 CARACTERIZAÇÃO DOS ERROS SEGUNDO SUA NATUREZA**

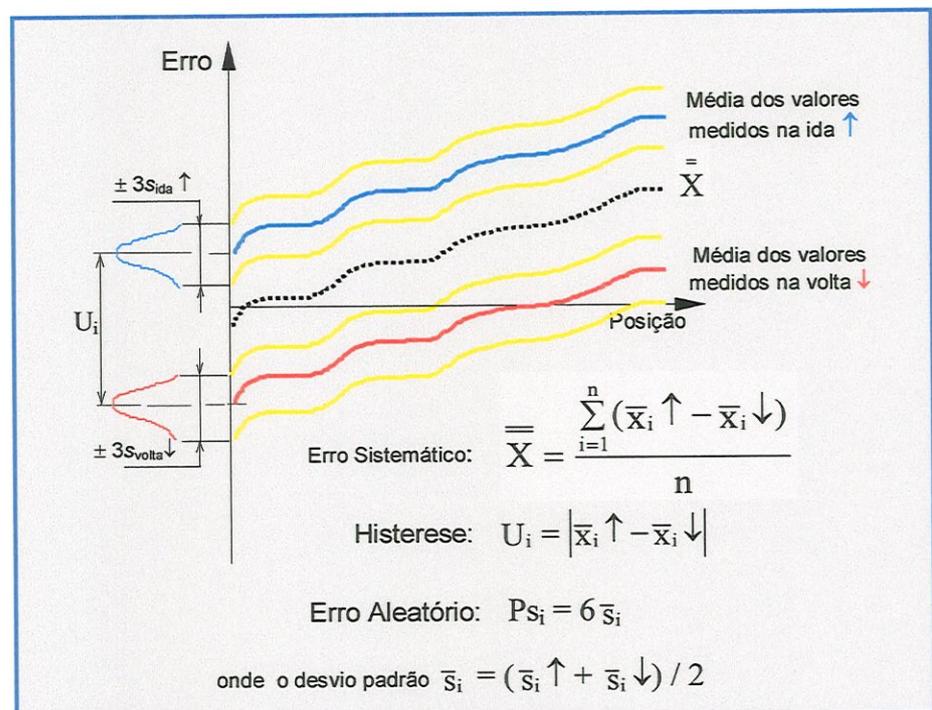
Em geral, considera-se que os erros podem ser de natureza sistemática ou aleatória. Os erros definidos como **sistemáticos** permanecem constantes em grandeza e sinal ou podem variar de acordo com uma lei bem definida, quando medições de uma grandeza são repetidas sob as mesmas condições [Colclough, 1987, Viera Sato, 1998]. Os erros sistemáticos, uma vez conhecidos, podem ser corrigidos através de diferentes técnicas de compensação.

Os erros de natureza **aleatória** são aqueles, cuja magnitude e sinal não se repetem de forma previsível para cada medição ou observação realizada sob as mesmas condições. Os erros aleatórios derivam-se de fontes não controladas e somente podem ser avaliados estatisticamente. Assumindo a maioria das vezes, que estes erros

respondem a uma distribuição normal, estabelecem-se seus limites [Colclough, 1987]. Porém, este tipo de erros são inevitáveis e portanto, sempre estão presentes durante uma medição ou observação.

Na metrologia mecânica dimensional, quando analisados os erros de um instrumento de medição ou mesmo de uma máquina ferramenta, define-se também um erro de **histerese**. Este erro é de natureza sistemática e pode ser observado quando avaliam-se os dois sentidos de aproximação (ida e volta) ao um determinado ponto. Segundo French & Humpries (1967), um bom desenho ou o ajuste e a montagem adequada dos elementos das máquinas reduzem ou eliminam a histerese. Atualmente, isto também é possível com ajuda de programas computacionais de compensação de erros.

Weck (1984) propõe representar os resultados da medição dos erros geométricos de máquinas ferramentas e MM3C segundo as definições mostradas na figura 3.1, a seguir:



**Figura 3.1:** Curvas de erros, resultantes da calibração de qualquer erro paramétrico de uma MM3C ou de uma Máquina Ferramenta segundo a proposta de Weck (1984)

As curvas de erros mostradas nesta figura, representam os resultados de uma calibração hipotética de qualquer um dos 6 erros geométricos. Considera-se que o erro foi medido ao longo de um determinado eixo, várias vezes na direção de ida e na direção de volta, em um número finito de posições do carro.

Os erros sistemáticos são representados na figura 3.1 através da média aritmética dos resultados obtidos na direção "ida" e na direção "volta". Para cada posição observada nas duas direções de movimento, tem-se um erro aleatório definido como  $\pm 3$  vezes o desvio padrão da média dos dados observados nessa posição. O erro de histerese presente nestas medições é definido como sendo a diferença, em cada posição observada, entre a média dos valores lidos na direção "ida" e a dos valores lidos na direção "volta".

Considerações específicas deste trabalho sobre a apresentação dos erros das MM3C serão tratadas no capítulo 5.

### **3.2 ESTATÍSTICA BÁSICA**

O uso de ferramentas estatísticas para analisar resultados experimentais é uma prática antiga em quase todas as áreas de pesquisa. Conceitos básicos tais como probabilidade, população, amostra, média, variância e desvio padrão ajudam na organização, descrição, análise e interpretação de grande volumes de dados experimentais.

Métodos tais como a análise de variância e a análise de regressão linear e de regressão não linear são usados há bastante tempo na avaliação do desempenho de máquinas ferramenta [Golder, 1972; Viera Sato, 1998].

Os resultados dos Testes de Desempenho descritos nas normas para MM3C [JIS B 7440, 1987; VDI/VDE 2617, 1986-1989; BS 6808, 1989; CMMA, 1989; ISO/CD 10 360-2, 1993; ANSI/ASME, 1997] são interpretados, como foi mostrado na figura 2.10, a partir de diferentes parâmetros estatísticos. Na literatura encontram-se trabalhos que propõem diferentes métodos estatísticos para avaliar o desempenho de MM3C.

Exemplos disto são: a construção de histogramas a partir dos valores dos erros de posição considerando o desvio padrão como parâmetro de avaliação [Guye, 1978], a técnica de análise de variância para determinar a parte do volume de trabalho com melhor desempenho [Poole, 1983], o uso de planejamento de experimentos com uma barra de esferas e arranjos experimentais de Taguchi como método de calibração indireta [Piratelli, 1998].

- **Conceitos**

Os dados experimentais são extraídos usualmente, de um conjunto de observações repetidas de um dado evento ou fenômeno. Quando se dispõe de um número muito grande ou mesmo infinito de valores ou observações, tem-se uma *população*. Geralmente, é impossível estudar toda a população e por isso analisa-se apenas, uma *amostra* da mesma ou seja, uma quantidade limitada de valores ou observações escolhidos *aleatoriamente* de todo o conjunto que formam a população [Viera Sato, 1998].

Outro conceito importante é o da *probabilidade*, a qual é um número entre 0 e 1, associado a um evento aleatório e destinado a medir a possibilidade de que este ocorra. À probabilidade pode-se relacionar uma frequência relativa de ocorrência ou um grau de confiança. Por exemplo, tem-se uma probabilidade próxima de 1 para um alto grau de confiança de que um evento ocorrerá [ISO, 1993; INMETRO, 1998].

Uma variável que assuma qualquer um dos valores de um conjunto especificado de valores ou observações e que tenha associada uma distribuição de probabilidade é considerada uma *variável aleatória X*. Então, a função que determina a probabilidade de que uma variável aleatória assuma qualquer valor pertencente a um dado conjunto de valores é chamada de *distribuição de probabilidade* [ISO, 1993; INMETRO, 1998].

O conhecimento da *distribuição normal de probabilidades* e de distribuições amostrais tais como, a *distribuição normal reduzida*, a

*distribuição t de Student, a distribuição uniforme e a distribuição Qui-quadrado*, é extremamente importante para a compreensão dos critérios da análise de dados experimentais e da formulação da incerteza de medição.

Primeiramente, é necessário conhecer a *média*  $\mu$  e o *desvio padrão*  $\sigma$  da população de tamanho  $N$ . No caso da população ser finita e acessível, estas estatísticas são calculadas com as expressões:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad (3.1)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}} \quad (3.2)$$

Geralmente, têm-se populações muito grandes ou infinitas e seus parâmetros  $\mu$  e  $\sigma$  não podem ser determinados diretamente a partir de medições. Entretanto, estes valores podem ser estimados com base em parâmetros amostrais e na distribuição de probabilidades dos valores  $x_i$  da amostra. Os parâmetros amostrais média  $\bar{x}$  e desvio padrão  $s$ , indicam posição e dispersão dos valores da amostra [Piratelli, 1998] e podem ser calculados com as expressões 3.3. e 3.4, onde  $n$  é o número de valores da amostra e  $x_i$  são os valores observados.

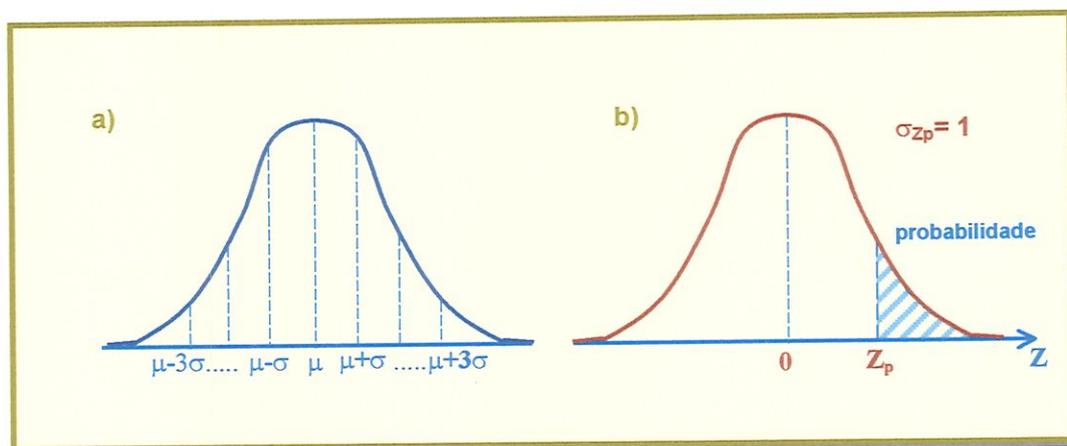
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (3.3)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (3.4)$$

A figura 3.2a mostra a curva da distribuição normal de probabilidades, a qual possui a forma de um sino simétrico em relação

à média. Esta distribuição é descrita matematicamente através da *função densidade de probabilidade* expressa pela equação 3.5, a seguir:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (3.5)$$



**Figura 3.2:** a) Distribuição Normal e b) Distribuição Normal Reduzida

Conhecendo a média e o desvio padrão, a probabilidade de encontrar valores entre dois pontos quaisquer no eixo das abscissas é dada pela área sob a curva que corresponde ao intervalo definido pelos pontos. Da mesma forma, a área sob a curva no intervalo  $\mu \pm \sigma$  equivale a uma probabilidade de 68,27 %, no intervalo  $\mu \pm 2\sigma$  equivale a 95,45 % e no intervalo  $\mu \pm 3\sigma$  equivale a 99,73 %. [Dietrich, 1973; ISO, 1993; INMETRO, 1998].

Na expressão 3.4 para o desvio padrão, o valor  $n-1$  corresponde ao número de *graus de liberdade* para a determinação da estatística  $s$ . O número conhecido como grau de liberdade  $\nu$  de uma amostra é dado pela equação 3.6, na qual  $n$  é o número de valores ou observações da amostra e  $k$  é o número de parâmetros populacionais que devem ser estimados com a análise das observações amostrais.

$$\nu = n - k \quad (3.6)$$

O número de graus de liberdade é uma medida da independência dos valores usados para a determinação de uma estatística e, no caso do desvio padrão amostral,  $k$  é igual a 1 devido à restrição imposta pelo cálculo da média usada na determinação de  $s$  ou seja,  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = n\bar{x}$ .

Para poder comparar duas curvas de distribuição normal e para o tabelamento das probabilidades, foi desenvolvida a *distribuição normal reduzida*, ver figura 3.2b, a qual apresenta uma média igual a zero e um desvio padrão igual a 1. Esta distribuição foi obtida a partir da distribuição normal, aplicando uma transformação calculada pela expressão 3.7 e denotada pela letra  $Z$ .

$$Z_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma} \quad (3.7)$$

A *distribuição normal reduzida* é usada para amostras com mais de 30 observações. Quando o número de observações é menor que 30 recomenda-se o uso da *distribuição t de Student*.

Student demonstrou que a estatística  $t$ , calculada pela expressão 3.8, apresenta uma distribuição com média zero e variância maior que um, semelhante à da normal reduzida  $Z$ . A medida que o tamanho amostral  $n$  aumenta, ou seja tende ao infinito, a distribuição da estatística  $t$  se aproxima da distribuição da variável normal reduzida  $Z$ . Isto pode-se observar claramente, nas tabelas das distribuições  $Z$  e  $t$  [Draper & Smith, 1966].

$$t = \frac{\bar{y} - \mu}{s} \sqrt{n} \quad (3.8)$$

Uma vez considerado, que a média amostral apresenta uma distribuição  $t$  de *Student*, é possível determinar um *intervalo de confiança* para essa média. Este intervalo deverá conter o valor verdadeiro do parâmetro que está sendo avaliado, com uma



probabilidade conhecida. A expressão 3.9 define o intervalo de confiança da média, onde  $\alpha$  é o *nível de significância*.

$$\bar{x} \pm t_{n-1, \alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (3.9)$$

Outras análises podem ser úteis na caracterização de uma distribuição de probabilidades. Por exemplo, além da média e o desvio padrão podem ser determinados outros momentos centrados  $m$  de ordem  $t$ , em relação à média da distribuição de valores, segundo a expressão:

$$m_t = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^t}{n} \quad (3.10)$$

Dois coeficientes interessantes podem ser calculados com a expressão 3.10. O primeiro é chamado coeficiente de Skewness  $a_3$ , equação 3.11, e caracteriza a simetria da distribuição. O valor deste coeficiente é adimensional e indica o sentido da simetria, sendo que distribuições alongadas à esquerda são assimétricas negativas ( $a_3 < 0$ ) e as alongadas à direita são assimétricas positivas ( $a_3 > 0$ ).

$$a_3 = \frac{m_3}{s^3} \quad (3.11)$$

O segundo é o coeficiente de "Kurtosis"  $a_4$  calculado pela equação 3.12, que determina o achatamento de distribuições simétricas. Seu valor serve para comparar uma determinada distribuição com a distribuição normal. Quando  $a_4 < 3$  a distribuição é achatada ou platicúrtica, caso  $a_4 = 3$  a distribuição é considerada normal ou mesocúrtica e para  $a_4 > 3$  a distribuição é menos achatada que a normal ou leptocúrtica [Montgomery et al., 1994].

$$a_4 = \frac{m_4}{s^4} \quad (3.12)$$

No início de uma análise estatística, é interessante fazer histogramas para verificar o comportamento dos dados experimentais. Os histogramas fornecem informação preliminar sobre a forma da distribuição, a localização da média, a dispersão e as tendências em torno do valor médio dos dados. Uma vez considerado que os dados experimentais estão distribuídos normalmente, é extremamente importante verificar se isto realmente ocorre, antes de aplicar qualquer outra técnica estatística. Tal verificação pode ser feita através de *testes de aderência* como o teste do Qui-quadrado ( $\chi^2$ ) e outros testes de normalidade.

Um teste de aderência deste tipo, consiste na construção de um gráfico de probabilidade normal para o qual os valores medidos são colocados no eixo das abscissas e as freqüências acumuladas destes valores da amostra no eixo das ordenadas. A escala das ordenadas é distorcida de tal forma, que a distribuição acumulada de um grupo de resultados com distribuição normal se aproxima de uma reta [Piratelli, 1998].

Caso o teste mostre ausência de normalidade, podem ser aplicadas técnicas estatísticas tais como a *análise de variância* sempre que seja feita uma transformação dos dados da variável medida, usando equações matemáticas que levem a uma distribuição normal dos dados experimentais transformados.

Uma propriedade importante da distribuição normal é expressa pelo *teorema do limite central*: uma variável aleatória, que consiste de uma combinação de outras  $n$  variáveis aleatórias independentes, deve apresentar distribuição normal quando  $n$  tende ao infinito [Dietrich, 1973]. Para aplicar a *lei de propagação de incertezas*, segundo a proposta do "Guia para Expressão da Incerteza de Medição" a qual é discutida num item posterior deste texto, é necessário que este teorema seja válido.

Usualmente, são retiradas várias amostras de uma população. Se a distribuição dos valores da população é normal, então a distribuição da média das amostras deve ser também normal, independentemente do

tamanho das mesmas. Caso a população não apresente uma distribuição normal, a distribuição da média amostral é normal somente quando se têm amostras grandes [Dietrich, 1973].

A família de distribuições de probabilidade da estatística Qui-quadrado ( $\chi^2$ ) expressa na equação 3.13, está diretamente relacionada com a distribuição das variâncias amostrais.

$$\chi_v^2 = \sum_{i=1}^v \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^2 = \sum_{i=1}^v z_i^2 \quad (3.13)$$

Na expressão anterior  $x_i$  são valores aleatórios extraídos independentemente de uma população com distribuição normal de média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ . Através da aplicação do teorema do limite central pode-se demonstrar que a medida que o tamanho amostral aumenta e como conseqüência, também o número de graus de liberdade, as curvas de distribuição Qui-quadrado se aproximam da distribuição normal.

Substituindo a média populacional  $\mu$  na expressão 3.13 pela média amostral  $\bar{x}$  pode-se obter a variância e o desvio padrão da amostra em função da distribuição Qui-quadrado e da variância da população utilizando a equação 3.14. Com esta expressão determina-se o intervalo de confiança para o desvio padrão da população segundo a expressão 3.15. Finalmente, com a expressão 3.16 determina-se o intervalo de confiança para o desvio padrão de amostras grandes.

$$s^2 = \frac{\sigma^2}{n-1} \chi_{n-1}^2 \quad (3.14)$$

$$\sqrt{\frac{(n-1).s^2}{\chi_{n-1,\alpha/2}^2}} \leq \sigma \leq \sqrt{\frac{(n-1).s^2}{\chi_{n-1,1-\alpha/2}^2}} \quad (3.15)$$

$$s \pm z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{2(n-1)}} \quad (3.16)$$

Em uma análise de incerteza de medição é muito comum assumir que a distribuição desconhecida de um dado conjunto de observações repetidas de uma grandeza de entrada  $X_i$  seja uma distribuição normal, como a descrita anteriormente. Entretanto, outras vezes há muito pouca informação disponível sobre a grandeza  $X_i$ .

Quando somente se conhecem os limites superior ( $a_+$ ) e inferior ( $a_-$ ) do intervalo em que se espera possa estar o valor de  $X_i$ , é usual supor que esta grandeza pode ser descrita por uma *distribuição de probabilidade uniforme* ou *retangular*. Isto pressupõe, que a probabilidade de  $X_i$  assumir qualquer valor dentro de um determinado intervalo  $a_- \leq x_i \leq a_+$  é a mesma ( $v = \infty$ ) e que a probabilidade de seu valor estar fora desse intervalo é igual a zero [ISO, 1993; INMETRO, 1998].

A *função densidade* de uma *distribuição de probabilidade uniforme* ou *retangular* é dada pela expressão 3.17 e sua representação gráfica pode ser observada na figura 3.3a [McClave and Shaeffer, 1994].

$$f(x_i) \begin{cases} = \frac{1}{a_+ - a_-} & \text{para } a_- \leq x_i \leq a_+ \\ = 0 & \text{fora do intervalo} \end{cases} \quad (3.17)$$

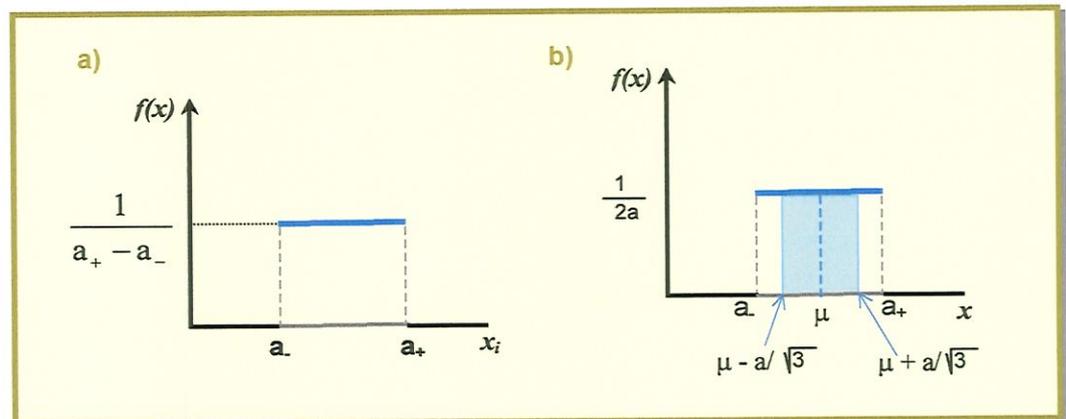


Figura 3.3: a) Distribuição uniforme b) Distribuição uniforme para  $(a_+ - a_-) = 2a$

Nestes casos, a esperança  $x_i$  ou valor esperado de  $X_i$ , é o ponto médio do intervalo:

$$x_i = \mu = E(X_i) = \int_{-\infty}^{\infty} x_i f(x_i) dx = \int_{a_-}^{a_+} x_i \left( \frac{1}{a_+ - a_-} \right) dx = \frac{a_- + a_+}{2} \quad (3.18)$$

com uma variância associada dada, de forma geral, pela seguinte expressão:

$$s^2 = V(X_i) = E(X_i - \mu)^2 = E(X_i)^2 - \mu^2 \quad (3.19)$$

onde

$$E(X_i^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x_i^2 f(x_i) dx = \int_{a_-}^{a_+} x_i^2 \left( \frac{1}{a_+ - a_-} \right) dx = \frac{a_+^2 + a_- a_+ + a_-^2}{3} \quad (3.20)$$

e portanto, substituindo (3.18) e (3.20) na expressão (3.19) tem-se:

$$s^2 = \frac{1}{12} (a_+ - a_-)^2 \quad (3.21)$$

Caso a diferença  $(a_+ - a_-)$  seja igual a  $2a$  (ver figura 3.3b), tem-se  $f(x_i) = \frac{1}{2a}$  e a variância e o desvio padrão passam a ser:

$$s^2 = \frac{a^2}{3} \quad \text{e} \quad s = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (3.22)$$

respectivamente.

### 3.3 INCERTEZA DE MEDIÇÃO

O documento ISO: "Guide to the expression of uncertainty in measurement" (1993), cuja versão brasileira - "Guia para Expressão da Incerteza de Medição" foi publicada em 1997 e revisada em 1998, representa o resultado do esforço de várias organizações internacionais para unificar os conceitos e os métodos de avaliação e combinação das diferentes componentes da *incerteza de medição*.

Partindo do princípio de que qualquer medição produz só uma estimativa da verdadeira resposta, uma declaração de incerteza deve informar então, sobre o *grau de credibilidade* do resultado de uma medição. O cálculo da *incerteza de medição* pode ser considerado como uma tentativa de definir, em concordância com regras padrões, os limites "razoáveis" do resultado obtido [Doiron and Stoup, 1997].

Desta forma, o valor da *incerteza de medição* oferece uma estimativa da influência combinada de todos os erros presentes em uma medição, que impedem chegar ao conhecimento exato do valor do mesurando. A incerteza é expressa geralmente, como uma faixa de valores distribuídos simetricamente em torno do valor obtido como resultado, ver figura 2.5 [Phillips, 1995].

Mesmo após a correção de efeitos sistemáticos conhecidos, sabe-se que o resultado de uma medição é ainda tão somente, uma estimativa do valor do mesurando, pois sempre existirá uma *incerteza* devido aos efeitos aleatórios e à correção imperfeita do resultado para efeitos sistemáticos [ISO, 1993; INMETRO, 1998].

- **Classificação atual das fontes de Incerteza**

O Guia para a expressão da incerteza de medição classifica as incertezas, segundo o método usado para sua determinação, como **incertezas do Tipo A** ou do **Tipo B**. Com esta classificação pretende-se evitar freqüentes confusões, derivadas das denominações "incerteza aleatória" e "incerteza sistemática", pois o uso destes termos está

relacionado com a aplicação a que se destina o valor determinado para a incerteza.

Considera-se uma incerteza do **Tipo A** todas aquelas que sejam derivadas **estatisticamente** a partir de medições ou observações independentes repetidas. Esta incerteza é chamada as vezes, de *incerteza padrão de Tipo A* e é representada através de um *desvio padrão  $u$* <sup>1</sup>. Seu valor não só considera as flutuações aleatórias dos resultados de um determinado experimento, mas também outras contribuições deste tipo, obtidas durante a determinação de influências que são consideradas constantes para este experimento [Campion et al., 1973; ISO, 1993; INMETRO, 1998].

As incertezas do **Tipo B**, mesmo baseadas em uma distribuição de probabilidades, são aquelas incertezas não associadas a uma série de observações repetidas. Portanto, sua *variância e desvio padrão* são estimados sem o uso de técnicas estatísticas, a partir de avaliações científicas baseadas na experiência do observador e em toda a informação anterior disponível [ISO, 1993; NIST Technical Note 1297, 1994; INMETRO, 1998].

Resumindo, uma incerteza padrão do Tipo A é obtida a partir de uma *função densidade de probabilidade* derivada da observação de uma *distribuição de freqüências* e uma incerteza padrão do Tipo B é obtida de uma *suposta função densidade de probabilidade*, baseada no grau de credibilidade de que um evento vá ocorrer (probabilidade subjetiva).

A proposta do *Comité International des Poids et Mesures* (CIPM) pressupõe a correção de todos os erros sistemáticos produzidos por fontes conhecidas [ISO, 1993; INMETRO, 1998; Phillips, 1995]. Desta forma, no cálculo da incerteza têm-se somente, as influências individuais de origem aleatória<sup>2</sup> que combinadas através da “*lei de propagação de incertezas*” determinam o que o CIPM define como **incerteza padrão combinada** com símbolo " $u_c$ ". Não sendo este o

---

<sup>1</sup> este símbolo é usado pelo *Guia para a expressão da incerteza* para denominar o desvio padrão, que normalmente é conhecido em estatística como  $s$  (equação 3.4 deste texto)

<sup>2</sup> isto inclui a incerteza associada à correção dos erros sistemáticos

caso, deve-se então, adicionar à incerteza de medição uma estimativa da parte sistemática [Phillips, 1995; Phillips & Eberhardt, 1997].

- Incerteza Padrão Combinada  $u_C$ :

A medição de uma determinada grandeza  $Y$  é influenciada por  $N$  fontes de incerteza  $X_i$  ( $i=1\dots N$ ), ou seja

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (3.23)$$

As fontes de incerteza  $X_i$  são as próprias grandezas de entrada das quais depende  $Y$ . Estas grandezas podem ser consideradas também como mesurandos e depender de outras grandezas. É indispensável portanto, o conhecimento da expressão matemática que modela a relação 3.23 para poder aplicar a *lei de propagação de incertezas* descrita pela expressão a seguir:

$$u_C^2(y) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \quad (3.24)$$

onde para cada fonte de erro representada por uma estimativa  $x_i$  deve-se estimar primeiramente, uma variância  $u^2(x_i)$ , cuja raiz quadrada é o desvio padrão  $u(x_i)$ .

Nesta equação, cada variância individual  $u^2(x_i)$  está multiplicada pelo quadrado de uma quantidade  $(\partial f / \partial x_i)$  conhecida como coeficiente de sensibilidade. O valor deste coeficiente descreve a importância ou a contribuição de uma determinada fonte de incerteza no valor final da incerteza padrão combinada. Desta forma é possível identificar as fontes de erros mais significativas.

O segundo termo da equação 3.24 expressa a contribuição extra na incerteza quando existe correlação entre duas fontes de  $x_i$  e  $x_j$ . Se as fontes de incertezas são independentes entre si, a correlação é igual a zero e este termo desaparece.

As incertezas individuais assim combinadas, podem ter sido obtidas, elas mesmas, através de uma avaliação do Tipo A ou do Tipo B. A incerteza padrão combinada  $u_c(y)$  é então, a raiz quadrada da variância representada por (3.24), ou seja um desvio padrão que caracteriza a dispersão dos valores que poderiam, razoavelmente, ser atribuídos ao mesurando  $Y$ .

- *Incerteza Expandida  $U$*

O CIPM usa o termo ***incerteza expandida*** com símbolo  **$U$**  para descrever o intervalo de valores dentro do qual se espera que esteja o valor verdadeiro de  $Y$ , para um certo *nível da confiança*<sup>3</sup>  **$p$** . A relação entre a *incerteza padrão combinada* e a *incerteza expandida* é dada pela expressão:

$$U = k u_c \quad (3.25)$$

onde  **$k$**  é um número sempre positivo, chamado de fator de abrangência e selecionado de tal forma que o intervalo  $y - U \leq Y \leq y + U$  possa abranger uma extensa fração da distribuição de valores atribuíveis a  $Y$ .

A *incerteza expandida* não acrescenta nenhuma informação nova à declaração de incerteza, porém ela é uma maneira diferente de apresentar a informação previamente disponível para satisfazer requerimentos de algumas aplicações comerciais e industriais, que precisam de um intervalo de valores em torno ao resultado da medição [ISO, 1993; INMETRO, 1998].

Por exemplo, do ponto de vista da garantia de qualidade, os fabricantes estão sempre interessados na quantidade de peças defeituosas produzidas. Isto requer a definição de um intervalo para a característica específica da peça sujeita à medição [Phillips, 1995].

Uma estimativa da incerteza de medição, segundo Phillips (1995), está incompleta se não estiver acompanhada de um *nível da confiança*

---

<sup>3</sup> é importante observar que este termo não é exatamente equivalente ao *nível de confiança* definido na Estatística, o guia usa este termo para descrever a fração  $p$  da distribuição de probabilidade (*nível da confiança*) que abrange o intervalo definido por  $U$ , ver item 6.2.2 de INMETRO, 1998.

para seu valor. Por exemplo, quando se especifica a incerteza de um determinado processo de medição, calculada para um *nível da confiança* de 90% estar-se-á afirmando, que a diferença entre o valor medido e o valor tido como verdadeiro tem 9 entre 10 possibilidades de ser menor que a incerteza.

Entretanto, o “*Guia para a expressão da incerteza*” [ISO, 1993; INMETRO, 1998] não especifica exatamente, como a relação entre o fator de abrangência  $k$  e o nível da confiança  $p$  deve ser estabelecida.

Em geral, é comum assumir que  $k$  estará entre 2 e 3. Algumas vezes, quando se sabe que a distribuição de probabilidade é aproximadamente normal e o número de graus de liberdade de  $u_c(y)$  é grande, assume-se  $k=2$  para um intervalo da confiança de 95% e  $k=3$  para um intervalo com nível da confiança de 99% [INMETRO, 1999].

No apêndice G do guia são apresentadas algumas discussões ao respeito da escolha do valor de  $k$ .

### **3.4 GEOMETRIAS SUBSTITUTAS**

Como foi explicado anteriormente no capítulo 2, as MM3C completam qualquer medição com ajuda de um programa computacional, que se encarrega, principalmente, de ajustar determinadas geometrias (reta, plano, círculo, esfera, cone, etc.) a um conjunto de pontos medidos sobre a superfície de uma peça.

Os ajustes podem ser realizados através de diferentes métodos matemáticos, entretanto o mais usado nos programas fornecidos pelos fabricantes de MM3C é o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), cujos conceitos básicos serão apresentados a seguir .

#### **3.4.1 Método dos Mínimos Quadrados**

De forma geral, para realizar um ajuste é necessário primeiramente, escolher a função ou modelo matemático que descreve a relação entre a variável dependente e as variáveis independentes. Isto é feito com base em expectativas teóricas ou práticas [Mucheroni & Di Giacomo, 1997; Vieira Sato, 1998].

No caso da metrologia a três coordenadas, as características geométricas da peça a ser medida (furo, superfície, etc.) indicam a função matemática a ser ajustada (círculo, plano, etc.). O caso mais simples tem-se, quando para um conjunto de  $n$  pontos  $(x_i, y_i)$  escolhe-se ajustar uma função linear (uma reta) dada por:

$$y = a_0 + a_1x + \varepsilon \quad (3.26)$$

onde  $a_0$  e  $a_1$  são os parâmetros a serem determinados e  $\varepsilon$  é o resíduo, isto é, a diferença entre o valor de previsão calculado pelo modelo  $\hat{y}$  e o valor real  $y_i$ .

Na prática é quase sempre impossível achar  $a_0$  e  $a_1$  de forma que a função passe por todos os pontos e  $\varepsilon_i$  seja portanto, igual a zero. O objetivo então, é determinar estes parâmetros de tal forma que os resíduos 3.27 sejam os menores possíveis ( $\varepsilon_i \rightarrow 0$ ).

Entretanto, para estabelecer de forma clara e objetiva o problema de mínimo é necessário escolher uma norma para os resíduos. Na Metrologia, utiliza-se freqüentemente, a norma euclidiana. O problema de minimizar esta norma eqüivale ao de minimizar o seu quadrado, equação 3.28, e é chamado de *problema de mínimos quadrados* [Mucheroni & Di Giacomo, 1997; Vieira Sato, 1998].

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i \quad (3.27)$$

$$\|\varepsilon_i\|_2^2 = \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|^2 \quad (3.28)$$

$$MQ = \sum_{i=1}^n [y_i - (\hat{a}_0 - \hat{a}_1x_i)]^2 \quad (3.29)$$

Desta forma, obtém-se a equação 3.29, chamada de *equação de mínimos quadrados*, onde  $n$  é o número de observações e  $\hat{a}_i$  (com  $i=0,1$ ) são os chamados estimadores de mínimos quadrados a serem calculados.

O melhor ajuste é encontrado então, fazendo *nulas* as derivadas parciais de  $MQ$  com relação a  $\hat{a}_0$  e  $\hat{a}_1$ , resultando em um sistema de **equações normais** dado por:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i = \hat{a}_0 n + \hat{a}_1 \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i = \hat{a}_0 \sum_{i=1}^n x_i + \hat{a}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{cases} \quad (3.30)$$

que quando resolvido, fornece as estimativas para  $a_0$  e  $a_1$  segundo as expressões a seguir:

$$\hat{a}_0 = \bar{y} - \hat{a}_1 \bar{x} \quad (3.31)$$

$$\hat{a}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i (x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.32)$$

onde  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$  são a média dos valores  $x_i$  e  $y_i$ , respectivamente.

As expressões 3.31 e 3.32 são sempre soluções viáveis e únicas do sistema dado em 3.30, desde que  $\sum (x_i - \bar{x})^2 \neq 0$ . Esta condição é satisfeita desde que não todos os valores  $x_i$  sejam iguais [Vieira Sato, 1998].

O modelo 3.26 pode ser escrito também, em forma matricial:

$$Y = Xa + \varepsilon \quad (3.33)$$

com

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{bmatrix}; \quad Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}; \quad a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

e aplicando o critério de ajuste dos Mínimos Quadrados tem-se o sistema:

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

cuja solução são os estimadores de mínimos quadrados - 3.31 e 3.32.

Segundo Mucheroni & Di Giacomo (1997), o raciocínio usado no ajuste da função linear 3.26 se estende igualmente para funções não lineares (polinômios, círculos, etc.), funções lineares de duas variáveis (planos) ou funções não lineares de duas variáveis (esferas, cilindros, etc.).

Nos próximos itens apresentam-se resumidamente, os algoritmos (ajuste por Mínimos Quadrados) para os elementos geométricos: plano, círculo e esfera. A tabela 3.1 resume o número mínimo de pontos  $(x_i, y_i)$  necessários para o ajuste de cada um destes elementos.

PLANO	3
CÍRCULO	3
ESFERA	4

### 3.4.1.1 Plano

Considere um conjunto de N pontos medidos  $(x_i, y_i, z_i)$  sobre uma superfície plana e o modelo matemático que descreve a relação entre as variáveis dado pela equação:

$$z = a_0 + a_1x + a_2y \quad (3.36)$$

Utilizando a teoria dos mínimos quadrados descrita anteriormente, o plano que melhor se ajusta aos pontos  $(x_i, y_i, z_i)$ , com  $i= 1,2,\dots,N$ , é determinado resolvendo o sistema de equações normais dado em 3.37.

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_i & \sum y_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i y_i \\ \sum y_i & \sum x_i y_i & \sum y_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum z_i \\ \sum z_i x_i \\ \sum z_i y_i \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Desta forma, os coeficientes do plano de mínimos quadrados são dados pelas expressões 3.38 – 3.40, apresentadas a seguir:

$$\begin{aligned}
 a_2 = & \left[ \left( -\sum x_i \sum y_i + N \sum x_i y_i \right) \left( -\sum x_i \sum z_i + N \sum x_i z_i \right) + \right. \\
 & \left. \left( -\left( \sum x_i \right)^2 + N \sum x_i^2 \right) \left( -\sum y_i \sum z_i + N \sum y_i z_i \right) \right] / \\
 & \left[ \left( -\sum x_i \sum y_i + N \sum x_i y_i \right)^2 + \right. \\
 & \left. \left( -\left( \sum x_i \right)^2 + N \sum x_i^2 \right) \left( -\left( \sum y_i \right)^2 + N \sum y_i^2 \right) \right] \quad (3.38)
 \end{aligned}$$

$$a_1 = \frac{-\sum z_i \sum x_i + N \sum x_i z_i}{-\left( \sum x_i \right)^2 + N \sum x_i^2} - \left[ \frac{-\sum y_i \sum x_i + N \sum x_i y_i}{-\left( \sum x_i \right)^2 + N \sum x_i^2} \right] a_2 \quad (3.39)$$

$$a_0 = \frac{1}{N} \left[ \sum z_i - a_2 \sum y_i + a_1 \sum x_i \right] \quad (3.40)$$

### 3.4.1.2 Círculo

O círculo, equação 3.41, no plano XY, que melhor se ajusta, segundo o Método dos Mínimos Quadrados, ao um dado conjunto de pontos  $(x_i, y_i, z_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, N$ , é dado a partir da solução do sistema de equações normais 3.42.

$$(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 = r^2 \quad (3.41)$$

$$\begin{bmatrix} \sum x^2 & \sum x_i y_i & \sum x_i \\ \sum x_i y_i & \sum y^2 & \sum y_i \\ \sum x_i & \sum y_i & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum (x_i^3 + x_i y_i^2) \\ -\sum (x_i^2 y_i + y_i^3) \\ -\sum (x_i^2 + y_i^2) \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

As coordenadas  $(x_c, y_c)$  do centro do círculo de mínimos quadrado e seu raio, podem ser calculados segundo as expressões:

$$x_c = -\frac{a}{2}, \quad y_c = -\frac{b}{2} \quad (3.43)$$

$$\text{raio} = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 - c} \quad (3.44)$$

### 3.4.1.3 Esfera

O modelo 3.45 descreve a relação existente entre um conjunto de pontos medidos  $(x_i, y_i, z_i)$ ,  $i= 1, 2, \dots, N$ . Aplicando a teoria dos mínimos quadrados, obtém-se o sistema de equações normais 3.46. A solução deste sistema fornece as coordenadas do ponto centro  $(x_c, y_c, z_c)$  da esfera de mínimos quadrados (melhor esfera) e o parâmetro  $\rho$ . O raio é dado então, pela equação 3.47.

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 = r^2 \quad (3.45)$$

$$\begin{bmatrix} \sum 4x_i^2 & \sum 4x_i y_i & \sum 4x_i z_i & \sum -2x_i \\ \sum 4x_i y_i & \sum 4y_i^2 & \sum 4y_i z_i & \sum -2y_i \\ \sum 4x_i z_i & \sum 4y_i z_i & \sum 4z_i^2 & \sum -2z_i \\ \sum -2x_i & \sum -2y_i & \sum -2z_i & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ \rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum 2x_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) \\ \sum 2y_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) \\ \sum 2z_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) \\ -\sum (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$$raio = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 + z_c^2 - \rho} \quad (3.47)$$

As equações obtidas para os estimadores de mínimos quadrados do círculo e da esfera são muito extensas e, embora não apresentadas neste texto, elas foram desenvolvidas e utilizadas (programa computacional) nas simulações descritas no capítulo 6 desta tese.

# Capítulo 4

## **PROPOSTA DE CALIBRAÇÃO DIRETA PARA MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS**

Neste trabalho é apresentado um novo método de calibração direta (*volume dividido parcial*) para MM3C. Este método usa um novo modelo matemático (*modelo reduzido*) de sintetização de erros para gerar o mapa de erros das máquinas de medir.

O modelo desenvolvido equaciona de forma muito simples as componentes do erro volumétrico de qualquer ponto coordenado pertencente ao volume de trabalho de uma máquina de medir. O método de calibração utiliza como instrumento padrão um Interferômetro a Laser e permite obter um grande número de informações sobre o comportamento metrológico das MM3C, ao mesmo tempo que minimiza o número de dados a serem analisados e a diversidade dos mesmos.

A incerteza de medição específica pode ser estimada aplicando o princípio da máquina virtual tendo como ponto de partida as incertezas presentes durante a calibração e na geração do mapa de erros com as equações do modelo proposto.

A metodologia foi aplicada na calibração de uma MM3C do tipo "ponte móvel". O mapa de erros, assim obtido, foi usado para compensar os erros sistemáticos de medições de distâncias em duas diagonais principais do volume de trabalho da máquina. Desta forma,

verificou-se a eficiência e capacidade do método para prever o comportamento dos erros de MM3C.

Com o mesmo objetivo foram comparadas curvas de erros medidos com interferômetro a Laser com curvas de erros sintetizados com o modelo reduzido e os dados de calibração, em posições próximas aos extremos do volume de trabalho da máquina. Em ambas avaliações obtiveram-se excelentes resultados.

Finalmente, medições de três geometrias básicas: distâncias ponto-plano, diâmetros de círculos e diâmetros de esferas, foram simuladas *virtualmente*. Com base nos resultados destas simulações analisaram-se alguns aspectos relacionados com o comportamento da *incerteza de medição* de MM3C.

Visando a melhor compreensão da proposta desta tese, apresenta-se neste capítulo uma breve síntese das principais etapas realizadas para atingir seus objetivos.

- **Modelo Reduzido de Sintetização de Erros e Calibração**

Para desenvolver o modelo *reduzido* de sintetização de erros de MM3C não foram usadas nenhuma das técnicas ou ferramentas matemáticas conhecidas da literatura e comentadas no item 2.2. Como ponto de partida, foi feita uma *análise qualitativa* dos efeitos dos erros geométricos e de sua combinação em toda a rede cúbica de pontos coordenados que conformam o volume de trabalho de uma máquina de medir a três coordenadas.

Como resultado, equacionou-se cada componente do erro volumétrico de qualquer ponto  $(X, Y, Z)$ , como uma combinação dos erros presentes em outros três pontos:

- dois pontos de projeção em planos ortogonais entre si e paralelos à direção analisada, e
- um ponto pertencente à reta de intersecção desses planos.

Como será visto posteriormente, as equações resultantes da aplicação desse critério são extremamente simples e se mostraram eficientes na determinação do mapa de erros da MM3C avaliada.

Desta forma, na determinação do erro volumétrico de um ponto (X,Y,Z) têm-se, sempre, somente três planos envolvidos. Portanto, para gerar o mapa de erros volumétricos de uma MM3C com as equações do *modelo reduzido* é necessário medir as componentes do erro volumétrico em três planos dentro de seu volume de trabalho.

Como método de calibração propõe-se, então, o que determinou-se chamar *Método do Volume Dividido Parcial* (VDP) e que consiste na medição das componentes do erro volumétrico ao longo de geratrizes pertencentes a três planos, perpendiculares entre si e que se cruzam no centro do volume de trabalho da MM3C.

As medições foram realizadas com um Interferômetro a Laser da Hewlett Packard, modelo HP5528A, usando somente a óptica para medições de posição. Alguns programas computacionais foram usados para auxiliar a coleta dos dados e estabelecer a comunicação entre as escalas da máquina, o sistema interferométrico e um computador. Para corrigir o valor inicial (= zero) de cada uma das curvas medidas com o Interferômetro, foram feitas, em cada plano de calibração, duas medições com esquadro mecânico e LVDT .

Como resultado da calibração, obtêm-se quatro conjuntos de dados para cada plano medido: erros sistemáticos nas duas direções preferencias do plano e suas respectivas incertezas.

- **Verificação do Método Proposto**

Uma vez desenvolvido o método do *volume dividido parcial* forma realizados alguns testes experimentais cujos resultados possibilitaram a avaliação da capacidade e da eficiência do método para prever o desempenho metrológico de MM3C.

Com os dados de calibração e as equações do *modelo reduzido* foi sintetizado o mapa completo dos erros da máquina avaliada. Para

verificar a consistência desse mapa de erros, foram feitas medições (com Interferômetro a Laser) das componentes do erro volumétrico ao longo de geratrizes próximas aos extremos do volume de trabalho da máquina. Os resultados dessas medições foram comparados com as curvas de erros previstas pelo modelo proposto.

Além disto, foram medidas distâncias crescentes em duas das diagonais principais do volume de trabalho da máquina. As medições foram realizadas com o Interferômetro a Laser e com a mesma óptica utilizada nas calibrações. Um programa computacional de compensação de erros foi elaborado e aplicado aos resultados dessas medições de distância.

- ***Incerteza de Medição Específica***

O uso do Interferômetro a Laser como instrumento padrão estabelece a cadeia de rastreabilidade do método *do volume dividido parcial*, aqui proposto. A base para a determinação da incerteza de medição de uma MM3C está nas incertezas associadas à sua calibração. Com o VDP a incerteza de cada ponto coordenado dentro do volume de trabalho da máquina é o resultado da combinação das incertezas dos pontos observados na calibração, propagadas através das equações do *modelo reduzido*.

Tendo como base o mapa de erros sistemáticos e as incertezas associadas à calibração da máquina com VDP, desenvolveram-se programas computacionais (M*Virtual*M3C) para simular, inúmeras vezes, a medição de círculos, esferas e distâncias entre um ponto e um plano.

Para ajustar as geometrias foi implementado o método dos mínimos quadrados. A maioria dos desenvolvimentos matemáticos foram feitos, primeiramente, com a versão 2.2 do aplicativo MATHEMATICA e depois implementados na linguagem computacional Turbo Pascal. Como resultado, os programas não só fornecem as dimensões procuradas nas medições, mas também a incerteza de

medição específica das mesmas, estimada segundo o princípio da máquina virtual.

Finalmente, considerou-se interessante fazer uma comparação entre as incertezas estimadas nas simulações de distâncias ponto-plano, com as incertezas determinadas ao aplicar-se a lei de propagação de incertezas nas diferentes etapas do ajuste com mínimos quadrados.

# Capítulo 5

## **DESCRIÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO PARA A CALIBRAÇÃO DIRETA DE MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS**

Neste capítulo apresentam-se os detalhes do desenvolvimento, da aplicação e da verificação do método de calibração direta, proposto neste trabalho, para MM3C. O conteúdo foi dividido em 5 itens. Primeiramente, apresenta-se o modelo de erros desenvolvido, seguido do método de calibração a ele associado. Num terceiro item expõe-se a metodologia aplicada para verificar a validade do mapa de erros da máquina obtido a partir do modelo e do método de calibração. A seguir, apresenta-se a máquina *virtual* de medir a três coordenadas desenvolvida e as etapas da formulação da *incerteza de medição* associada aos pontos coordenados. As medições simuladas serão descritas, posteriormente, no item 6.4, em conjunto com a discussão de seus resultados.

### **5.1 MODELO REDUZIDO DE SINTETIZAÇÃO DE ERROS PARA MM3C**

Dentro do volume de trabalho de uma MM3C, o erro volumétrico de qualquer ponto  $(X_i, Y_i, Z_i)$  é o resultado, principalmente, da combinação das influências, em cada direção preferencial, dos erros geométricos da máquina.

Os erros geométricos de uma MM3C ocorrem por todo o volume, mas suas contribuições individuais ao erro volumétrico de um determinado ponto, dependem dos braços ou distâncias existentes entre

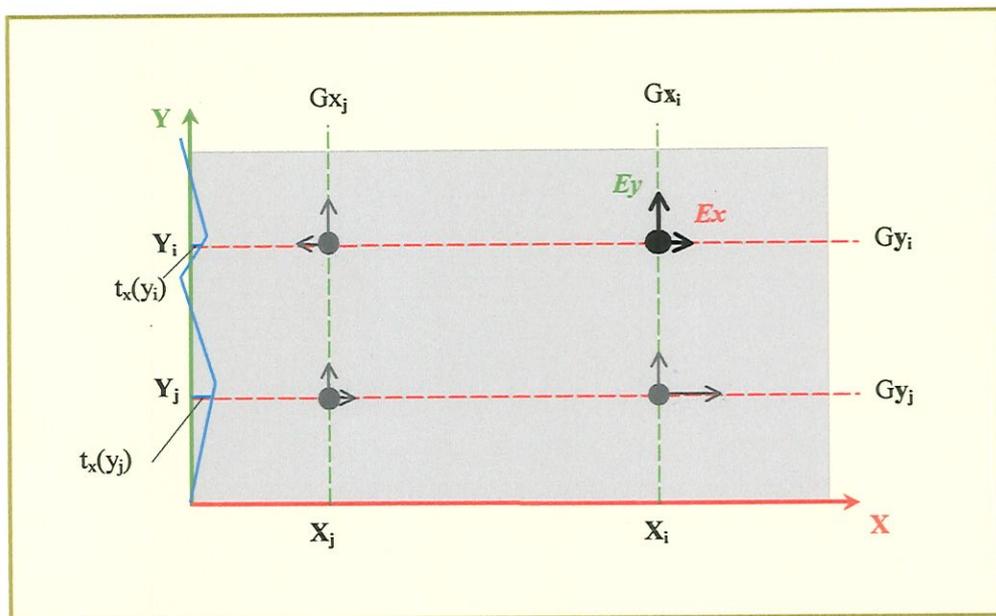
o ponto coordenado e as escalas da máquina. Tendo este fato em consideração, foi desenvolvido o novo modelo de erros aqui proposto, chamado de **modelo reduzido de sintetização de erros**.

Para um melhor entendimento do modelo, analisam-se primeiro as componentes do erro volumétrico de um ponto qualquer no plano. Na figura 5.1 tem-se representado um plano XY, um ponto  $(X_i, Y_i)$  e as componentes  $E_x$  e  $E_y$  de seu erro volumétrico.

Na figura 5.1, as geratrizes<sup>1</sup> ou linhas de medição  $G_{y_i}$  e  $G_{y_j}$  são paralelas à direção preferencial X, mas têm coordenadas Y diferentes, indicadas pelos sub-índices  $i$  e  $j$  (com  $j = i - 1$ ).

Partindo da **hipótese** de que, nessas geratrizes  $G_{y_i}$  e  $G_{y_j}$ , os erros geométricos, cuja influência varia com a posição X, apresentam a *mesma curva de valores*, pode-se concluir, que a *variação do erro na direção X* entre os pontos  $(X_i, Y_i)$  e  $(X_j, Y_i)$  na geratriz  $G_{y_i}$  é a mesma que entre os pontos  $(X_i, Y_j)$  e  $(X_j, Y_j)$  pertencentes a geratriz  $G_{y_j}$ , ou seja

$$E_x(X_i, Y_i) - E_x(X_j, Y_i) = E_x(X_i, Y_j) - E_x(X_j, Y_j) \quad (5.1)$$



**Figura 5.1:** Análise das componentes do erro de um ponto qualquer em um plano qualquer dentro do volume de trabalho de uma MM3C

<sup>1</sup> retas imaginárias paralelas a qualquer uma das direções preferenciais de uma MM3C, ao longo da qual mede-se (calibração) uma componente do erro volumétrico ou eventualmente, um erro geométrico.

Porém, ao medir diretamente  $E_x$  nos pontos  $(X_i, Y_i)$  e  $(X_i, Y_j)$  muito provavelmente, obter-se-ão valores diferentes.

A que se deve esta diferença ? O erro de escala do *Eixo X* é constante para todo o volume. Entretanto, se medido para posições  $Y$  distintas, como é o caso das geratrizes  $G_{y_i}$  e  $G_{y_j}$ , nele serão acoplados erros devido aos movimentos angulares, cuja contribuição ao valor total de  $E_x$  depende da posição  $Y$  (ROLL e YAW do *Eixo Y*).

Além disto, tem-se a influência do erro de reticidade na direção  $X$  devido ao movimento em  $Y$  (denominado  $t_x(y)$  segundo a nomenclatura da figura 2.3 e representado pela curva azul na figura 5.1). Observe-se que os valores  $t_x(y_i)$  e  $t_x(y_j)$  são diferentes para as geratrizes  $G_{y_i}$  e  $G_{y_j}$ .

A combinação de todas estas influências provoca uma variação de  $E_x$ , também, na direção  $Y$ . Esta variação pode ser descrita com uma igualdade semelhante à (5.1), expressão 5.2, na **hipótese** das *curvas de erros  $f(Y)$  serem as mesmas para qualquer posição  $X$* .

$$E_x(X_i, Y_i) - E_x(X_i, Y_j) = E_x(X_j, Y_i) - E_x(X_j, Y_j) \quad (5.2)$$

Resolvendo a equação 5.1, ou a equação 5.2, para obter o *erro na direção X* do ponto analisado, obtém-se a expressão a seguir:

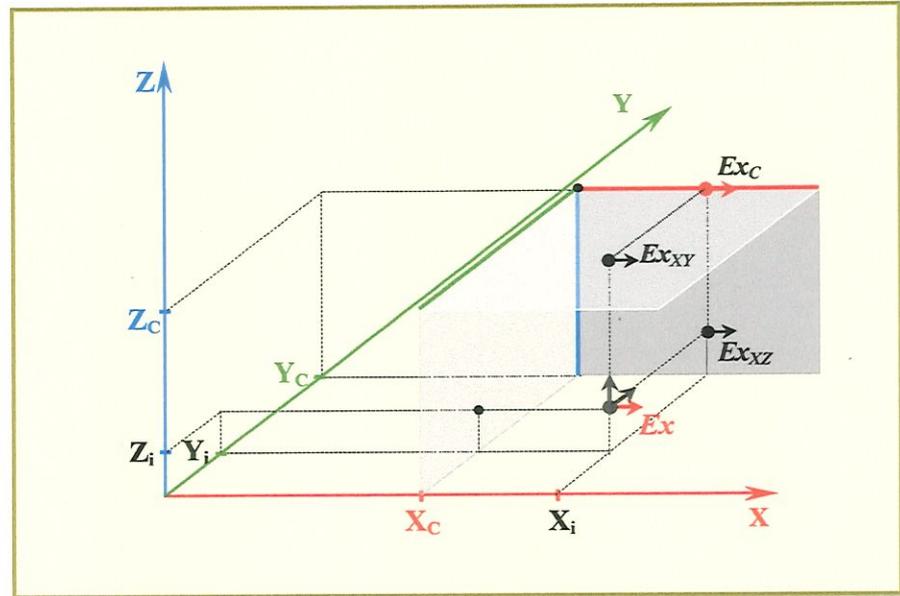
$$E_x(X_i, Y_i) = E_x(X_j, Y_i) - E_x(X_j, Y_j) + E_x(X_i, Y_j) \quad (5.3)$$

Na figura 5.1 foram representadas, também, duas outras geratrizes:  $G_{x_i}$  e  $G_{x_j}$ , paralelas à direção  $Y$  mas em posições  $X$  diferentes. Aplicando os mesmos critérios da análise anterior, obtém-se a componente do erro na direção  $Y$  para o ponto  $(X_i, Y_i)$ :

$$E_y(X_i, Y_i) = E_y(X_j, Y_i) - E_y(X_j, Y_j) + E_y(X_i, Y_j) \quad (5.4)$$

◆ **Erro volumétrico de um ponto  $(X_i, Y_i, Z_i)$  no espaço:**

Na figura 5.2 estão representados um ponto  $(X_i, Y_i, Z_i)$  no espaço ou volume de trabalho de uma MM3C e suas projeções  $(X_i, Y_i, Z_c)$ ,  $(X_i, Y_c, Z_i)$  e  $(X_c, Y_i, Z_i)$  em três planos,  $(XY, XZ$  e  $YZ)$ , que se cruzam ortogonalmente em um determinado ponto  $(X_c, Y_c, Z_c)$ . Nesta análise, o sub-índice  $c$  indica erro ou ponto comum a, pelo menos, dois planos.



**Figura 5.2:** Análise da componente  $Ex$  do erro volumétrico de um ponto qualquer dentro do volume de trabalho de uma MM3C.

Na figura 5.2, estão representados, também, os erros na direção  $X$ ,  $Ex_k$  (com  $k =$  plano de projeção), dos pontos de projeção. Observe-se que o ponto  $(X_i, Y_c, Z_c)$  pertence aos dois planos com direção preferencial  $X$  e seu erro foi denominado como  $Exc$ .

Considerando os critérios desenvolvidos para a análise no plano, pode-se dizer, que a variação de  $Ex$  entre os pontos  $(X_i, Y_i, Z_c)$  e  $(X_i, Y_c, Z_c)$ , no plano  $XY$ , se deve a todos aqueles erros cuja influência varia com a posição  $Y$  (as coordenadas  $X$  e  $Z$  são iguais nos dois pontos).

*Assumindo* que estas influências estão presentes, do mesmo modo, na variação de erro na direção  $X$  entre os pontos  $(X_i, Y_i, Z_i)$  e  $(X_i, Y_c, Z_i)$ , escreve-se a igualdade 5.5, a seguir:

$$Ex(X_i, Y_i, Z_i) - Ex_{XZ} = Ex_{XY} - Ex_C \quad (5.5)$$

Por outro lado, é possível dizer também, que a variação de  $Ex$  entre os pontos  $(X_i, Y_c, Z_i)$  e  $(X_i, Y_c, Z_c)$ , no plano  $XZ$ , se deve, principalmente, aos erros que influenciam na direção  $X$  dependendo da coordenada ou posição  $Z$ . Estas influências estão presentes, hipoteticamente em igual magnitude, na variação de  $Ex$  entre o ponto  $(X_i, Y_i, Z_i)$  e sua projeção  $(X_i, Y_i, Z_c)$  no plano  $XY$ .

Assim, obtém-se a igualdade 5.6, apresentada a seguir:

$$Ex(X_i, Y_i, Z_i) - Ex_{XY} = Ex_{XZ} - Ex_C \quad (5.6)$$

Extraindo  $Ex(X_i, Y_i, Z_i)$  de qualquer uma destas duas igualdades, chega-se em uma única expressão:

$$Ex(X_i, Y_i, Z_i) = Ex_{XY} - Ex_C + Ex_{XZ} \quad (5.7)$$

De forma análoga, podem-se analisar as influências que contribuem para o erro volumétrico nas direções  $Y$  e  $Z$ . Na figura 5.3, estão representadas as três componentes do erro volumétrico de um ponto  $(X_i, Y_i, Z_i)$ , seus pontos de projeção em cada plano e as componentes do erro em cada um deles.

Seguindo o raciocínio anteriormente exposto, foram obtidas as equações 5.8 e 5.9, para as componentes  $Ey$  e  $Ez$ , respectivamente.

$$Ey(X_i, Y_i, Z_i) = Ey_{XY} - Ey_C + Ey_{XZ} \quad (5.8)$$

$$Ez(X_i, Y_i, Z_i) = Ez_{XZ} - Ez_C + Ez_{YZ} \quad (5.9)$$

Segundo a figura 5.3 e as equações 5.7, 5.8 e 5.9, as componentes do erro volumétrico de qualquer  $(X_i, Y_i, Z_i)$  dentro do volume de trabalho



## 5.2 CALIBRAÇÃO

Antes de apresentar o método de calibração desenvolvido, considera-se necessário descrever alguns aspectos e considerações gerais, relacionados com todas as medições realizadas na parte experimental deste trabalho.

### - Descrição da MM3C calibrada:

A máquina de medir a três coordenadas usada nos testes experimentais é do tipo “ponte móvel” e foi fabricada pela Brown & Sharpe Mfg. Co. em 1988. Seu desenho foi chamado de “MicroVal”. Este modelo de máquina é, atualmente, um dos mais usados na indústria.

Como ilustra a figura 5.4, esta máquina possui dimensões e peso apropriados para seu uso em bancada. Sua estrutura foi construída de alumínio fundido e possui um desempenho de granito apoiado sobre três esferas e suportes em “V”. A máquina toda, incluindo seu desempenho, é suportada por 4 isoladores - niveladores.



**Figura 5.4:** “MicroVal” Brown & Sharpe MM3C  
LAMAFE-EESC-USP

A ponte que caracteriza este tipo de MM3C se movimenta, horizontalmente, ao longo de duas guias montadas diretamente sobre a estrutura. Essas duas guias representam a direção preferencial Y, chamada também de *Eixo Y*.

A ponte é formada por duas colunas, sobre as quais descansa a guia do *Eixo X*. Sobre esta guia se desloca, horizontalmente, o carro X que contém o *Eixo Z*, que, por sua vez, se movimenta verticalmente, perpendicular às direções preferenciais X e Y. No extremo inferior desse eixo vertical, coloca-se a sonda de medição encarregada da obtenção dos pontos sobre a superfície de uma peça.

O sistema de coordenadas de referência da máquina (ver figura 5.4) tem seu ponto de origem no extremo anterior e superior esquerdo de seu volume, ou seja, com o *Eixo Z* totalmente recolhido, o carro do *Eixo X* no extremo esquerdo e o carro do *Eixo Y* (a ponte) em seu extremo anterior.

A cada uma das três guias que determinam os eixos da máquina, está fixada uma escala óptica. O sistema de leitura está baseado no princípio das *franjas de Moiré* e está composto por um emissor, uma escala indexável (móvel), uma escala fixa e um receptor. O movimento relativo entre a escala fixa na guia (no caso dos *Eixos X e Y*) e a escala indexável que se movimenta com o carro<sup>2</sup>, provoca uma variação da intensidade da luz que chega ao receptor. Através de uma proporção matemática adequada, interpreta-se esta variação como deslocamento [Gayler & Shotbott, 1981].

Os mancais que suportam os três elementos móveis da máquina são aerostáticos. O ar que alimenta estes mancais deve ser fornecido à pressão constante e deve estar limpo e seco.

A MM3C descrita até aqui, completa o processo de medição com a ajuda de um computador que contém os programas, específicos, encarregados da determinação das características geométricas das peças a partir dos pontos coordenados.

<sup>2</sup> para o *Eixo Z* ocorre o contrário: a escala indexável está fixa na estrutura e a escala fixa ou principal se move conjuntamente com a guia vertical

Na tabela 5.1 resumem-se as características técnicas da MM3C, existente no Laboratório de Metrologia da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, onde foi desenvolvido este trabalho.

<b>Tabela 5.1: Características Técnicas da MM3C</b>	
<b>Tipo:</b>	ponte móvel
<b>No. de Série:</b>	098066
<b>Ano de Fabricação:</b>	1988
<b>Pais de Origem:</b>	U.S.A
<b>Proprietário:</b>	LAMAFE-EESC- Dpto. Eng. Mecânica - USP
<b>Dimensões:</b>	
<b>Largura (direção Y):</b>	730 mm
<b>Comprimento (dir. X):</b>	743 mm
<b>Altura (direção Z):</b>	1340 mm
<b>Faixa de operação:</b>	
	X = 356 mm
	Y = 406 mm
	Z = 305 mm
<b>Capacidade:</b>	
	X = 457 mm
	Y = 610 mm
	Z = 381 mm
<b>Pesos:</b>	
<b>máquina:</b>	149 kg
<b>sistema completo:</b>	168 kg
<b>com embalagem:</b>	220 kg
<b><u>máximo peso da peça</u></b>	
<b>a ser medida:</b>	<b>68 kg</b>
<b>Níveis operacionais exigidos:</b>	
<b>temperatura de operação:</b>	10 – 40 °C
<b>pressão de ar mínima:</b>	70 psi
<b>conjunto regulador de pressão:</b>	55 psi

A Brown & Sharpe utilizou para avaliar o desempenho desta MM3C, os métodos e parâmetros descritos na primeira versão (1983) da norma atual ANSI/ASME B89.4.1 (1997). Os resultados obtidos nessa avaliação estão resumidos na tabela 5.2. Entretanto, antes de iniciar as medições necessárias para o desenvolvimento deste trabalho, foi preciso trocar todas as mangueiras que levam o ar comprimido até os mancais de cada eixo da máquina. Para isto, foi necessário desmontar as escalas indexáveis e todos os mancais da máquina.

**Tabela 5.2: Características de desempenho segundo o fabricante**

para Temperatura = $20 \pm 1^\circ \text{C}$	
<b>Incerteza Linear (B89):</b>	$\pm 0,003 \text{ mm}$
<b>Repetibilidade (B89):</b>	$\pm 0,002 \text{ mm}$
<b>Resolução:</b>	$\pm 0,002 \text{ mm}$
<b>Faixa de Indicação:</b>	$\pm \text{xxxx} . \text{xxx}$

Após a troca das mangueiras, os mancais e carros da máquina foram montados e ajustados segundo orientações recebidas, diretamente, da Brown & Sharpe [Soldner, 1996-1997]. Da mesma forma, ajustou-se a ortogonalidade entre os eixos e, finalmente, colocaram-se novas escalas indexáveis, as quais foram ajustadas eletronicamente com ajuda de um osciloscópio.

Devido à idade e uso da máquina, não todos os ajustes realizados forneceram parâmetros ideais do ponto de vista do fabricante. Por esta razão, os parâmetros definidos na tabela 5.2 não são mais válidos como referência para avaliar seu desempenho. Mesmo assim, de forma geral, conseguiu-se manter suas principais características e, como será visto em discussões posteriores, as diferenças atuais não dificultaram a análise desenvolvida.

#### **- Condições ambientais:**

Durante uma calibração é extremamente importante manter as condições ambientais constantes, principalmente, a temperatura e a umidade. Na realização das calibrações aqui descritas, foi mantida uma temperatura de  $20 \pm 0,5^\circ \text{C}$  dentro da sala de ensaio. A umidade relativa registrada na sala durante as medições foi de  $48 \pm 10\%$  e a pressão atmosférica de  $693 \pm 2 \text{ mmHg}$ . O tempo esperado para estabilizar estas condições e obter o equilíbrio do conjunto formado pela MM3C e os sistemas de medição utilizados, foi de aproximadamente 12 horas.

### - Coleta de dados:

Para todas as medições foram desenvolvidos programas em Turbo Pascal (Borland International Inc. 1988-1992), que facilitaram a coleta simultânea das coordenadas indicadas pela MM3C e dos valores indicados pelos instrumentos de medição utilizados. Estes programas interrelacionam duas interfaces que estabelecem a comunicação entre um computador, a MM3C e o Interferômetro a Laser ou o Nível eletrônico.

Uma das interfaces utilizadas foi desenvolvida no laboratório [Almeida & Di Giacomo, 1992] para ler as coordenadas indicadas pela MM3C, sem utilizar os programas fornecidos pelo fabricante, pois estes não permitem nenhum tipo de modificação. Esta interface liga a MM3C a um outro computador que contém os programas em Pascal desenvolvidos para a medição de cada um dos erros. Neste computador instalou-se também, uma placa do tipo GPIB, a qual se encarrega da comunicação com o Interferômetro.

Durante a medição direta de uma componente do erro volumétrico e durante a medição de qualquer um dos erros geométricos de um eixo, os outros dois eixos ficaram "fechados" (sem movimento). A velocidade de deslocamento durante as medições foi baixa, mas não exatamente constante, pois a máquina avaliada opera manualmente.

### - Curvas de Erros:

Neste ponto deve-se esclarecer, que na análise dos dados coletados o **erro sistemático** em qualquer ponto ao longo de um eixo é representado através da **média** dos erros encontrados nas trajetórias de "ida" e da **histerese**  $U_i$ . A média  $\bar{X}$  das trajetórias de "ida" e "volta", estabelecida por Weck (1984) para definir o erro sistemático (ver figura 3.1) anula a influência daqueles erros de "ida" e "volta" com igual magnitude e sinal contrário. Porém, esses erros continuam presentes, já que os movimentos de "ida" e "volta" são independentes entre si.

### 5.2.1 Método do Volume Dividido Parcial (VDP)

Com base nas equações de erros apresentadas no item anterior, propõe-se como método de calibração uma aplicação *parcial* do princípio básico do *Método do Volume Dividido* [Burdekin & Vosaudopoulus, 1981; Di Giacomo, 1986].

Apesar do grande e reconhecido poder de diagnóstico deste método, seu uso tem-se limitado aos fabricantes de MM3C. Isto deve-se principalmente, à quantidade de tempo necessário para sua realização, o que o torna proibitivo para os usuários destas máquinas.

Entretanto, seu princípio básico, a medição direta das componentes do erro volumétrico ao longo de geratrizes que formam uma rede cúbica de pontos, permite obter o mapa de erros de uma MM3C sem que sejam necessárias considerações segundo a teoria do corpo rígido e sem modelar a estrutura da máquina.

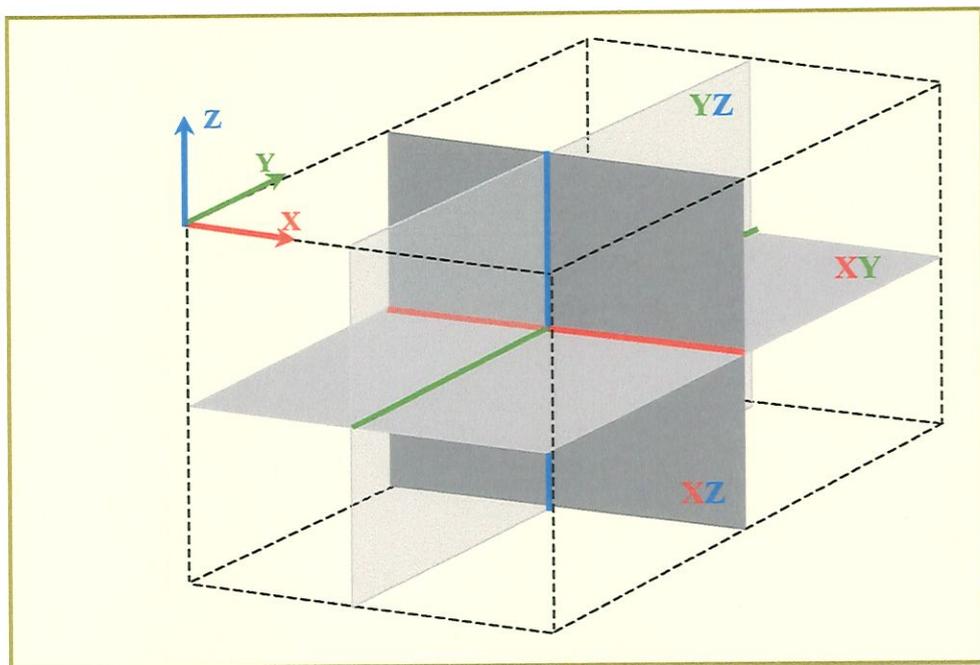
Além disto, da medição repetida das componentes do erro nas geratrizes é possível obter diretamente, também, o mapa das nuvens de incerteza associadas aos pontos avaliados na calibração, ver figura 2.6 no item 2.2.1 do capítulo 2.

Com o objetivo de obter os dados necessários para a aplicação das equações de erros segundo o modelo *reduzido* de sintetização, estudou-se a possibilidade de contornar as desvantagens do Método do Volume Dividido e de aproveitar as reais vantagens de seu princípio básico.

Como resultado, a proposta de calibração inclui a divisão do volume de trabalho de uma MM3C através de três planos paralelos a seus eixos e que se cruzam no centro de seu volume, por ser esta a posição onde com maior frequência são medidas as peças manufaturadas, ver figura 5.5. Estes planos foram chamados de planos de calibração: XY, XZ e YZ.

Cada plano de calibração deve ser dividido por  $n$  geratrizes ou linhas de medição em cada uma de suas duas direções preferencias, formando uma rede planar de pontos. Ao longo destas geratrizes e para cada um dos pontos da rede é medida então, a componente do erro volumétrico correspondente.

O método foi chamado de **Método do Volume Dividido Parcial** (VDP) e foi usado para calibrar a máquina de medir a três coordenadas do tipo “ponte móvel” descrita anteriormente.



**Figura 5.5:** Planos de calibração segundo o Método do Volume Dividido Parcial

No caso da máquina avaliada neste trabalho, escolheram-se três planos de calibração que se cruzam no ponto (150, 200, -135) de seu volume de trabalho. Cada um destes planos foi dividido, como ilustrado na figura 5.6, com geratrizes espaçadas cada 50 mm nas duas direções preferenciais. Ao longo de cada geratriz realizaram-se as medições dos erros de posição.

As leituras foram feitas a cada 25 mm, dentro da faixa de medição de cada eixo da máquina, no sentido "ida" e no sentido "volta". Para cada geratriz foram realizados 5 ciclos completos de medição, cada um contendo 5 medições no sentido "ida" e 5 medições no sentido "volta".

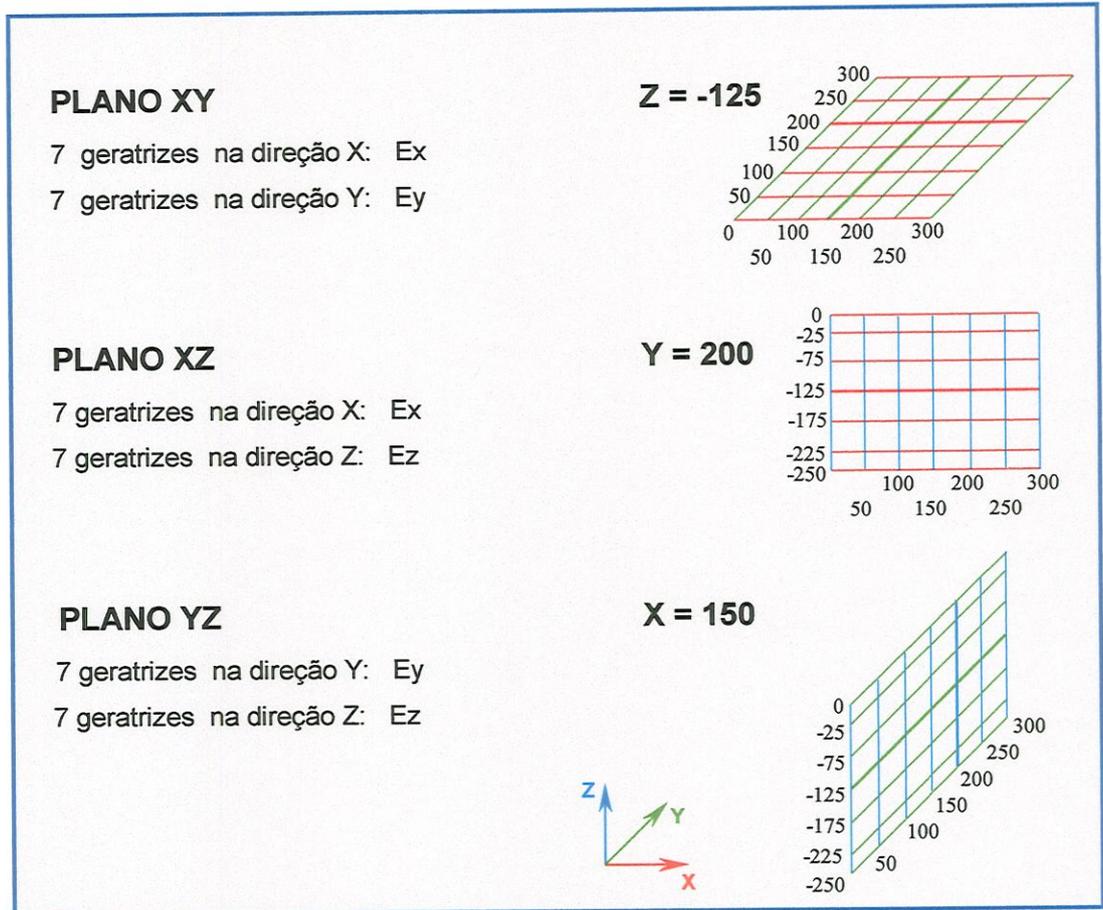


Figura 5.6: Planos de calibração da MM3C avaliada

### 5.2.1.1 Medição das Componentes do Erro Volumétrico

As componentes do erro volumétrico  $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$  podem ser descritas com a mesma nomenclatura usada para os três erros de posição ou de “escala” de uma MM3C:  $t_k(i)$  (com  $k = i$ ), ver figura 2.3. Em qualquer medição do erro de posição, seja este uma componente do erro volumétrico ou simplesmente um erro de escala, o valor do erro é dado pela seguinte subtração:

$$tk(k) = \text{Posição Indicada pela MM3C objeto da calibração} - \text{Posição Indicada pelo Instrumento de Referência} \quad (5.10)$$

Os instrumentos mais utilizados na determinação deste tipo de erro são: o Interferômetro a Laser, a Escala Óptica e os Blocos Passo-a-Passo. Estes dois últimos são padrões materiais disponíveis em vários

tamanhos e com uma incerteza maior e faixas de medição menores, se comparados com o Interferômetro.

As medições dos erros de posição nas geratrizes definidas para cada plano segundo o Método do Volume Dividido *Parcial* aqui proposto, foram realizadas com um Interferômetro a Laser de resolução igual a  $0,01 \mu\text{m}$  e incerteza de medição de 0,1 partes em  $10^6$ . Como a maioria dos sistemas interferométricos atuais para medição de comprimento, este interferômetro compensa automaticamente as influências das condições do ar (temperatura, umidade e pressão atmosférica).

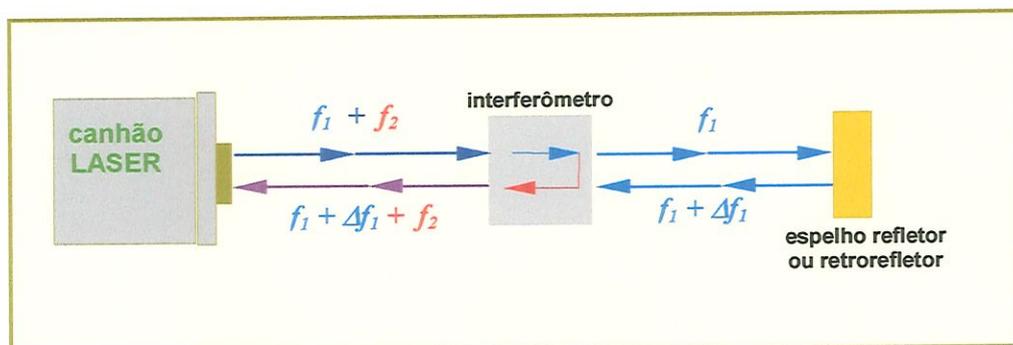
- **Princípio de Medição e Montagem Experimental:**

Um Interferômetro a Laser para medição de comprimento é composto por um canhão Laser, uma unidade de processamento eletrônico e conjuntos ópticos específicos para medir posição, retilidade e ângulos. Segundo o erro a ser medido, escolhe-se a óptica que determina o caminho do feixe de luz e, conseqüentemente, a informação sobre o parâmetro procurado, no caso do erro de posição: um *deslocamento*.

Em geral, os componentes ópticos para medir *deslocamento* são o interferômetro linear, o prisma Wollaston e espelhos refletores planos ou angulares. Estes componentes se combinam de uma determinada forma, dependendo do tipo de deslocamento a ser medido: erro de posição ou de retilidade.

Na figura 5.7, pode-se observar o princípio interferométrico para uma medição de distância, no qual baseia-se a determinação do erro de posição. A figura 5.8 mostra a montagem experimental realizada para medir este tipo de erro na direção Y. Nesta última figura, trata-se da montagem usada para medir a componente  $E_y$  do erro volumétrico ao longo de uma geratriz próxima de um extremo do volume de trabalho da máquina (item 5.3.1).

Montagens similares à da figura 5.8 foram realizadas para medir as componentes  $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$  nos planos e geratrizes definidos segundo o modelo *reduzido* e o método de calibração propostos (figuras 5.5 e 5.6).



**Figura 5.7:** Princípio interferométrico para medir erro de posição



**Figura 5.8:** Montagem experimental para a medição da componente  $E_y$  do erro volumétrico

O canhão Laser emite um feixe de luz composto pela combinação de dois feixes de frequências muito próximas  $f_1$  e  $f_2$ . Na medição de erros de posição monta-se o interferômetro linear no elemento fixo da máquina, neste caso o desempenho, e os espelhos refletores planos são fixados no elemento móvel, ou seja, no lugar que normalmente ocupa a

sonda de medição. Quando o feixe laser ( $f_1+f_2$ ) atinge o interferômetro, as frequências  $f_1$  e  $f_2$  se separam e percorrem caminhos diferentes.

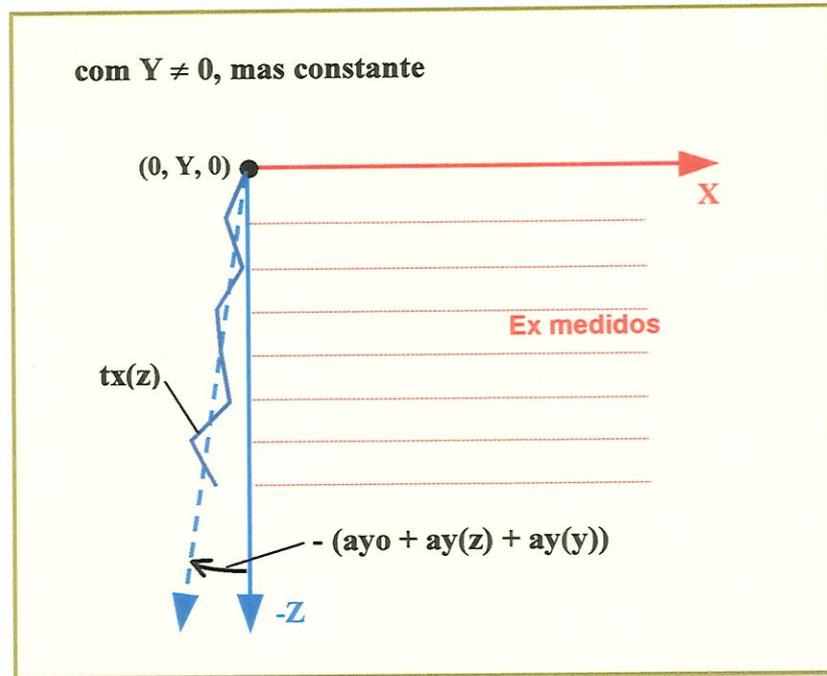
A frequência  $f_2$  é refletida de volta ao canhão, enquanto a frequência  $f_1$  continua até o espelho, onde é refletida de volta através do interferômetro, no qual são recombinadas e assim continuam até os fotosensores do canhão. Pelo fato das duas frequências terem percorrido trajetórias diferentes, o feixe laser que retorna aos fotosensores apresenta uma diferença em relação ao feixe emitido. Esta diferença é interpretada como o deslocamento relativo entre o interferômetro e o refletor, que será comparado, segundo a equação 5.10, com o deslocamento indicado pela MM3C.

### 5.2.1.2 Correção das Curvas de Erro

O ponto inicial de todas as curvas de erro resultantes das medições de  $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$  é igual a zero, em todas as geratrizes dos três planos de calibração. Entretanto, isto deve-se somente a uma imposição de ensaio.

Observe-se na figura 5.5, que nenhum dos três planos de calibração passa pela origem do sistema de referência, portanto no ponto inicial de qualquer uma das geratrizes está presente a influência de braços de Abbe. Quando se zera o interferômetro para iniciar a medição em uma determinada geratriz, as influências devido a alguns destes braços não estão sendo consideradas. É necessário então, completar a calibração com a devida correção desses valores iniciais.

Por exemplo, na medição de  $E_x$  no plano XZ, ver figura 5.9 a seguir, a coordenada Z é diferente de zero para qualquer uma das geratrizes de medição. Portanto, no ponto inicial de cada uma delas está presente uma parcela de erro cuja grandeza depende do braço ou posição Z.



**Figura 5.9:** Influências devido aos diferentes braços de Abbé na direção Z, presentes nos pontos iniciais das curvas de erros  $Ex$  no plano XZ

Na figura 5.9 estão representados os erros geométricos que contribuem para esta parcela de erro, cuja influência não é considerada quando a medição é zerada. A expressão 5.11 a seguir, define a contribuição destes erros como a primeira parcela do *fator de correção (f.c.)* para as curvas  $Ex$ :

$$fc(Ex_{xz})_{\text{parcela 1}} = tx(z) - [ayo + ay(z) + ay(y)] * Z \quad (5.11)$$

onde segundo a nomenclatura apresentada na figura 2.3,  $tx(z)$  é o erro de reticidade do movimento em Z na direção X,  $ayo$  é o erro de ortogonalidade entre os eixos X e Z,  $ay(z)$  é o erro de rotação YAW do Eixo Z e  $ay(y)$  é o erro de rotação ROLL do Eixo Y.

Além disto, quando se zera a medição de  $Ex$  tem-se uma segunda parcela de erro que não é considerada. Esta parcela é constante para todo o plano, inclusive para os pontos iniciais das geratrizes, e se deve a um braço de Abbé fixo na direção Y. Esta parcela é definida, na expressão 5.12, como sendo a combinação das influências dos erros

$tx(y)$  (erro de retilineidade do movimento em Y na direção X),  $az(y)$  (YAW do Eixo Y) e  $azo$  (erro de ortogonalidade entre os eixos X e Y).

$$fc(Ex_{zz})_{\text{parcela 2}} = tx(y) + [az(y) + azo]*Y_{23} \quad (5.12)$$

Nesta expressão, o braço fixo chamado  $Y_{23}$  (ver *Apêndice B*) é a distância física existente na máquina entre a escala X e a escala Z. O fator de correção dos pontos iniciais das curvas de erro  $Ex$  está dado então pela soma:

$$fc(Ex_{zz}) = fc(Ex_{zz})_{\text{parcela 1}} + fc(Ex_{zz})_{\text{parcela 2}} \quad (5.13)$$

De forma semelhante, definem-se os fatores de correção para as curvas de erro  $Ex$  no plano XY e para as curvas de erros  $Ey$  e  $Ez$  em cada um dos planos de calibração correspondentes. A tabela 5.3 resume as expressões matemáticas para todos os fatores de correção das curvas de erro em cada um dos planos de calibração.

<b>Tabela 5.3: Equações matemáticas dos Fatores de Correção</b>	
<b>Plano XY</b>	
	braço em Y: <span style="float: right;">braço em Z fixo:</span>
$fc(Ex_{iXY}) =$	$tx(y) - ay(y)*Z + [azo + az(y)]*Y_{23} - [ay(z) + ayo]*Z + tx(z)$
	braço em X:
$fc(Ey_{iXY}) =$	$ty(x) + azo*X + ax(x)*Z \quad [axo + ax(z)]*Z + ty(z)$
<b>Plano XZ</b>	
	braço em Z: <span style="float: right;">braço em Y fixo:</span>
$fc(Ex_{iXZ}) =$	$tx(z) - [ayo + ay(z) + ay(y)]*Z + [az(y) + azo]*Y_{23} + tx(y)$
	braço em X:
$fc(Ez_{iXZ}) =$	$tz(x) - ax(x)*Y_{23} - ay(y)*X - ax(y)*Y_{23} + tz(y)$
<b>Plano YZ</b>	
	braço em Z: <span style="float: right;">braço em X fixo:</span>
$fc(Ey_{iYZ}) =$	$ty(z) + [ax(z) + ax(x) + axo]*Z + azo*X + ty(x)$
	braço em Y:
$fc(Ez_{iYZ}) =$	$tz(y) - ay(y)*X - ax(y)*Y_{23} - ax(x)*Y_{23}$

Segundo a tabela 5.3, uma análise dos erros que influenciam numa determinada direção, baseada nos resultados de uma calibração paramétrica e em equações de sintetização como as apresentadas nos *Apêndices A e B*, permitiria achar facilmente os fatores de correção nos pontos iniciais. Entretanto, isto prejudicaria a obtenção de vários objetivos, como por exemplo: a redução do número e diversificação de medições necessárias e da complexidade do cálculo da incerteza envolvida nas mesmas.

Consequentemente, procurou-se primeiro, a possibilidade de uma correção numérica dos dados a partir de uma análise que não precisasse do conhecimento exato de cada um dos erros geométricos. Os procedimentos testados, entretanto, mostraram-se inadequados e levaram a propor a **medição direta dos fatores de correção** para cada plano de calibração.

### 5.2.1.3 Medição Direta dos Fatores de Correção

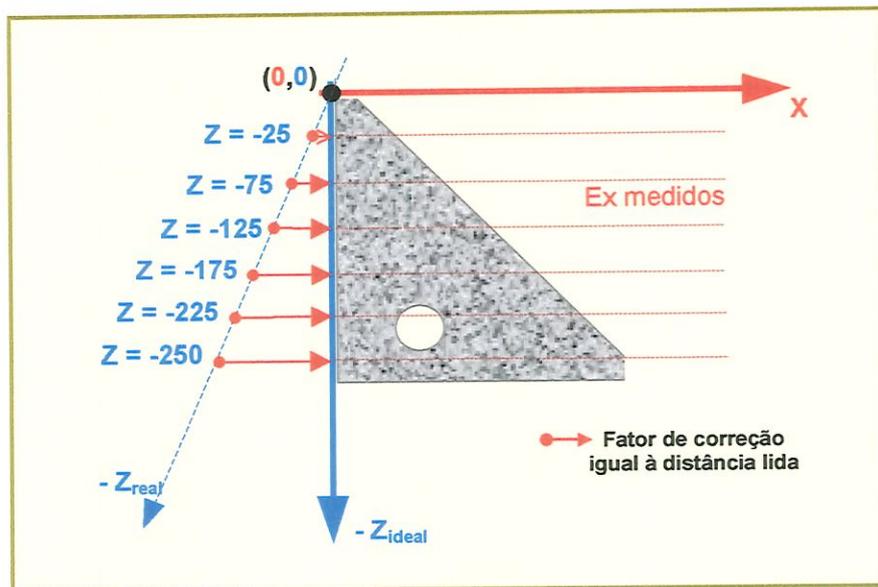
Para achar o fator de correção do ponto inicial de cada curva de erros medida, segundo o *volume dividido parcial*, usou-se um esquadro mecânico e um apalpador eletrônico LVDT. A medição é muito semelhante a uma medição de erros de ortogonalidade.

A figura 5.10 mostra como exemplo, o princípio de medição usado para determinar os fatores de correção das curvas de erros *Ex*, medidas no plano XZ para diferentes coordenadas Z (coordenada Y fixa).

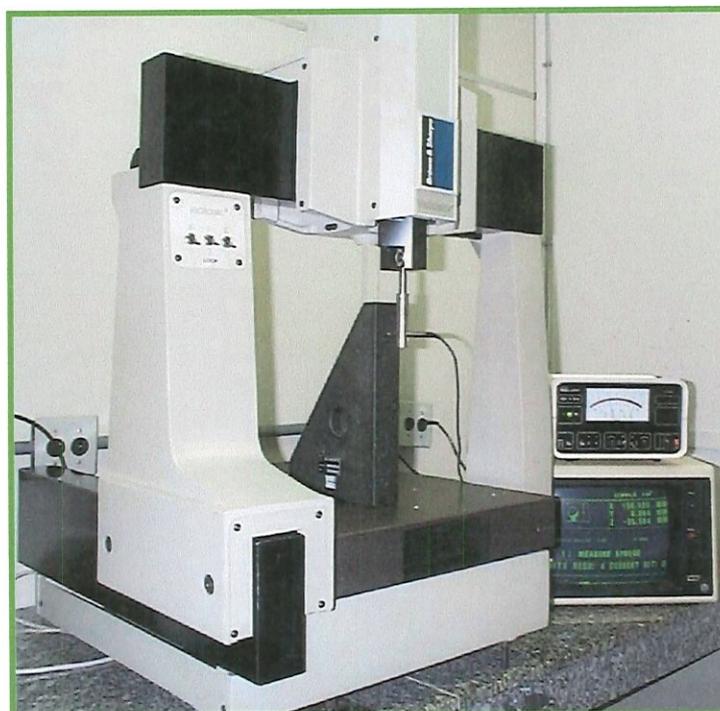
Neste caso, coloca-se o esquadro alinhado com a direção X, por ser esta a direção dos erros medidos. Para poder observar o erro inicial nas geratrizes mais próximas do sistema de referência da máquina, deve-se zerar a medição atual o mais perto possível da origem do mesmo.

As leituras do valor a ser corrigido devem ser feitas nos mesmos intervalos em que se posicionam as geratrizes da direção avaliada. Segundo a distribuição apresentada na figura 5.6 e no exemplo da figura 5.10, para o plano XZ a primeira leitura foi feita a 25 mm do ponto de referência, na direção Z negativa e, as outras a cada 50 mm.

Na figura 5.11 ilustra-se a montagem experimental realizada para a medição dos fatores de correção das curvas de erros  $E_y$  no plano YZ.



**Figura 5.10:** Princípio de medição dos *fatores de correção*.  
Exemplo: *fatores de correção* da curvas *Ex medidas* no plano XZ segundo o *Método do Volume Dividido Parcial*.



**Figura 5.11:** Montagem experimental realizada para a medição dos *fatores de correção* das curvas de erros  $E_y$  no plano YZ.

Para cada um dos três planos de calibração, *segundo o volume dividido parcial*, foram realizadas duas medições deste tipo. Cada medição foi repetida 5 vezes, obtendo-se como resultado um conjunto de valores que, após uma análise estatística, permitiram corrigir todas as curvas de erros  $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$  medidos.

### 5.3 VERIFICAÇÃO DO MAPA DE ERROS

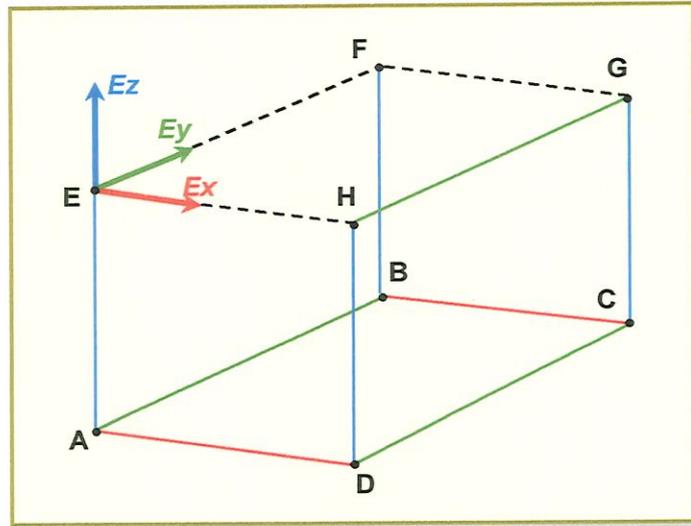
Os itens a seguir descrevem os testes experimentais realizados com o objetivo de verificar a capacidade e eficiência do método proposto para gerar o *mapa de erros* e avaliar o desempenho metrológico das máquinas de medir a três coordenadas.

#### 5.3.1 Calibração dos Erros nos Extremos do Volume

A figura 5.12 mostra as geratrizes ao longo das quais foram realizadas estas medições. A componente  $E_x$  do erro volumétrico (representada na figura 5.12 pela cor vermelha) foi medida ao longo de duas geratrizes, afastadas da escala X da máquina, com pontos iniciais A e B.

As componentes nas direções Y e Z, representadas na figura 5.12 pelas cores verde e azul, foram medidas em 3 e 4 geratrizes respectivamente. As medições de  $E_y$  iniciaram-se nos pontos A, D e H. A componente  $E_z$  foi medida a partir dos pontos E, F, G e H no sentido negativo do *Eixo Z*.

Na tabela 5.4 resumem-se as coordenadas, dadas em milímetros, dos pontos A, B, C, D, E, F, G e H. As medições nos extremos do volume foram realizadas sob as mesmas condições e com as mesmas características descritas para a calibração segundo o Método do Volume Dividido *Parcial*.



**Figura 5.12:** Ponto inicial das geratrizes próximas aos extremos do volume de trabalho, onde foram medidas  $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$

**Tabela 5.4:** Posição inicial das medições nos extremos do volume

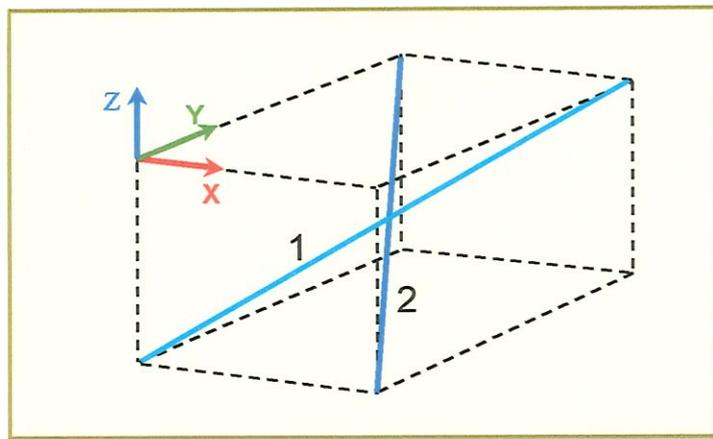
	A	B	C	D	E	F	G	H
<b>X</b> (mm)	0	0	300	300	0	0	300	300
<b>Y</b> (mm)	0	300	300	0	0	300	300	0
<b>Z</b> (mm)	-235	-235	-235	-235	0	0	0	0

Finalmente, as curvas de erros obtidas para os extremos do volume, como resultado destas medições, foram *comparadas* com curvas de erros *sintetizadas*, para as mesmas posições, usando o *modelo reduzido* (equações 5.7, 5.8, 5.9) e os resultados da calibração descrita no item 5.2.

### 5.3.2 Distâncias nas Diagonais

O mapa de erros criado a partir da aplicação do modelo e o método de calibração propostos, foi usado para compensar os erros volumétricos envolvidos na medição de distâncias crescentes em duas diagonais principais do volume de trabalho da máquina.

A figura 5.13 a seguir, mostra as diagonais escolhidas para a medição. Ao longo da diagonal 1 movimentam-se simultaneamente, os três eixos da máquina em seu sentido positivo (“ida”). Na diagonal 2 o sentido “ida” da medição corresponde ao movimento simultâneo na direção negativa do *Eixo X* e na direção positiva dos eixos Y e Z.



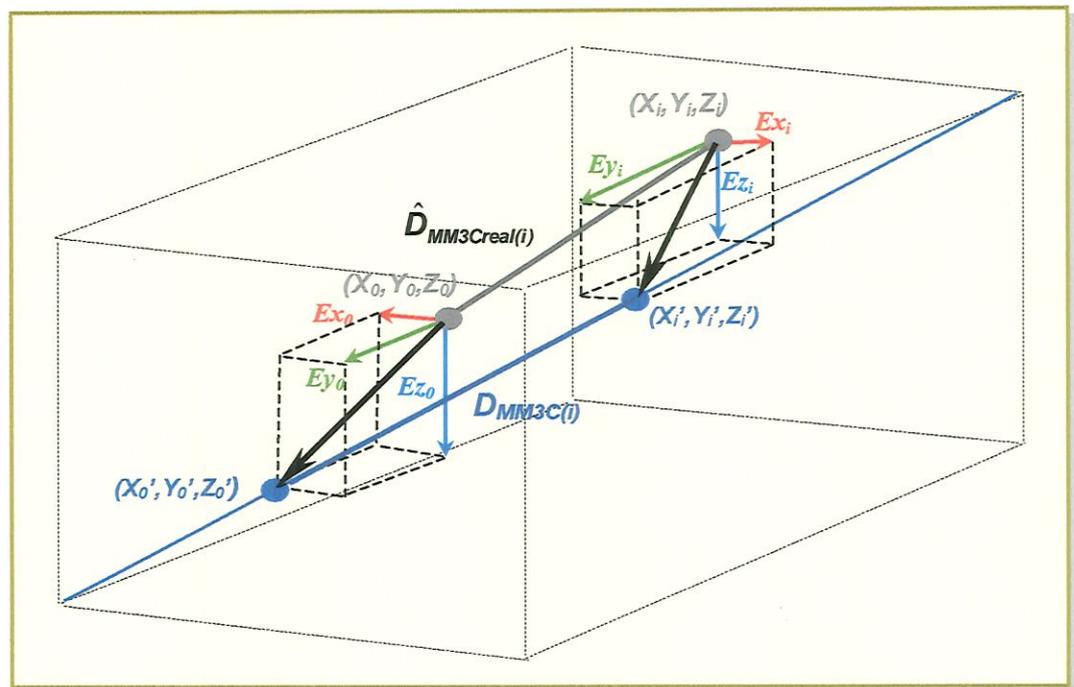
**Figura 5.13:** Diagonais principais para as medições de distância

As medições foram realizadas com o mesmo interferômetro a Laser e a mesma montagem óptica usados nas medições de posição descritas no item 5.2.1.1. O interferômetro foi zerado em um determinado ponto de cada diagonal, a partir do qual foram lidas, a cada 25 mm, a distância mostrada pelo interferômetro e as coordenadas indicadas pelas escalas da máquina. Para cada diagonal, repetiu-se o ciclo de medição 5 vezes. Desta forma, foi possível avaliar distâncias entre 25 e 225 mm.

Os pontos indicados pela máquina,  $(X_i', Y_i', Z_i')$  com  $i = 0, 1, \dots, 10$ , durante o processo de alinhamento do feixe laser com a direção diagonal são, como mostrado na figura 5.14, pontos com erros volumétricos, ou seja

$$(X_i', Y_i', Z_i') = (X_i + Ex_i, Y_i + Ey_i, Z_i + Ez_i) \quad (5.14)$$

Desta forma, as distâncias medidas pela máquina na direção diagonal, *quando não se aplica nenhum tipo de compensação*, são calculadas como sendo as distâncias entre um ponto  $(X_0', Y_0', Z_0')$  onde o Laser é zerado e os diferentes pontos  $(X_i', Y_i', Z_i')$  indicados para cada distância  $i$  medida pelo interferômetro, expressão 5.15.



**Figura 5.14:** Representação dos erros envolvidos na medição de distâncias nas diagonais de uma máquina de medir a três coordenadas

Os erros da máquina para estas medições são dados então, pelas diferenças expressas na equação 5.16, onde  $D_{LASER(i)}$  são as distâncias medidas pelo interferômetro a Laser, consideradas como distâncias padrões.

$$D_{MM3C(i)} = \sqrt{(X'_i - X'_0)^2 + (Y'_i - Y'_0)^2 + (Z'_i - Z'_0)^2} \quad (5.15)$$

$$E_{dist(i)} = D_{MM3C(i)} - D_{LASER(i)} \quad (5.16)$$

Visando a compensação da influência dos erros envolvidos na definição de  $D_{MM3C(i)}$ , determinaram-se as componentes  $Ex_i$ ,  $Ey_i$  e  $Ez_i$  ( $i = 0, 1, \dots, 10$ ) dos erros volumétricos de cada ponto observado na diagonal, usando as equações de erros do modelo *reduzido* (5.7, 5.8 e 5.9). Os valores obtidos foram então subtraídos das coordenadas dos pontos  $(X'_i, Y'_i, Z'_i)$  correspondentes, para obter pontos coordenados livres dos erros da máquina:  $(X_i, Y_i, Z_i)$  com  $i = 0, 1, \dots, 10$ , a partir dos quais calcularam-se novas distâncias.

Entretanto, observe-se na figura 5.14, que os vetores dos erros volumétricos  $Ev_0 = \sqrt{Ex_0 + Ey_0 + Ez_0}$  e  $Ev_i = \sqrt{Ex_i + Ey_i + Ez_i}$ , representados pelas setas pretas, possuem direções diferentes entre si e distintas da direção de medição. Portanto, os pontos  $(X_i, Y_i, Z_i)$  obtidos após a compensação encontram-se fora da linha de medição representada pelo feixe Laser e, conseqüentemente, as distâncias definidas entre eles (denominadas na figura 5.14 como  $\hat{D}_{MM3Creal(i)}$ ) também estão fora da linha de medição.

Após a determinação dos pontos sem erros é necessário projetar os vetores dos erros volumétricos  $Ev_0$  e  $Ev_i$  sobre a linha de medição. Com isto, obtém-se a contribuição real destes erros na determinação da distância medida. O valor a ser compensado é dado pela diferença:

$$Ev_{MM3C(i)} = Ev_{iP} - Ev_{0P} \quad (5.17)$$

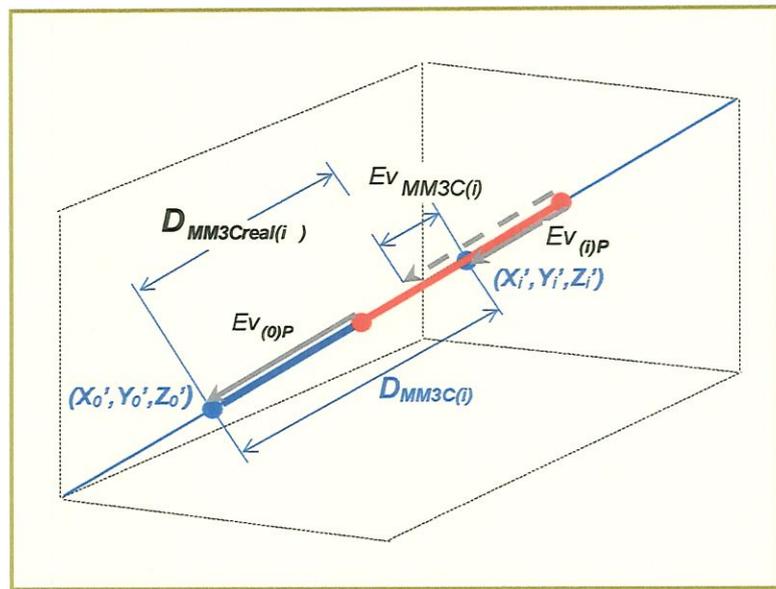
onde  $Ev_{0P}$  e  $Ev_{iP}$  são as projeções dos erros volumétricos sobre a linha de medição, ver figura 5.15. Os detalhes do cálculo destas projeções podem ser encontrados em [Valdés Arencibia, 1999].

As distâncias reais medidas podem ser calculadas como sendo:

$$D_{MM3Creal(i)} = D_{MM3C(i)} - Ev_{MM3C(i)} \quad (5.18)$$

Finalmente, para verificar em que medida o método de calibração proposto e seu modelo de erros são capazes de estimar os erros volumétricos de uma máquina de medir a três coordenadas, foram determinados, segundo a expressão 5.19, os *resíduos* ou erros remanescentes após a compensação.

$$resíduos_i = D_{MM3Creal(i)} - D_{LASER(i)} \quad (5.19)$$



**Figura 5.15:** Correção do erro volumétrico na medição das distâncias nas diagonais

#### 5.4 MÁQUINA VIRTUAL DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS (MVIRTUALM3C)

Tendo como base o modelo e os dados de calibração obtidos para a MM3C do tipo “ponte móvel”, foram desenvolvidos um conjunto de programas computacionais (MVirtualM3C) que simulam a medição da distância entre um ponto e um plano, do diâmetro de círculos e de esferas.

As geometrias, acima mencionadas, foram escolhidas para serem simuladas porque possuem características comuns a muitas das tarefas de medição que uma MM3C pode realizar.

A máquina *virtual* desenvolvida fornece, também, a *incerteza de medição específica* estimada para cada uma dessas tarefas. O ponto de partida da simulação das medições e de suas respectivas incertezas, é o mapa de erros da máquina, gerado com as equações do modelo *reduzido* e com os dados obtidos na calibração, aplicando o método do volume dividido *parcial* com um interferômetro a Laser como referência.

Nos diagramas de blocos da figura 5.16a,b apresenta-se a estrutura geral dos programas computacionais desenvolvidos.

##### Descrição dos programas computacionais:

O programa principal da máquina *virtual* exige, primeiramente, a escolha do tipo de medição a ser simulada e a seguir, o número  $N$  de pontos e as coordenadas dos mesmos que definirão a geometria medida e (figura 5.16a). Os pontos coordenados a serem usados podem ser pontos fornecidos pela própria máquina avaliada.

A seguir, é feita a leitura dos arquivos de dados provenientes da calibração: as componentes  $Ex_{ik}$ ,  $Ey_{ik}$  e  $Ez_{ik}$  do erro volumétrico medidas nos planos de calibração  $k$  (com  $k = XY, XZ$  ou  $YZ$ ) e as incertezas padrão combinadas:  $u_C(Ex_{ik})$ ,  $u_C(Ey_{ik})$  e  $u_C(Ez_{ik})$ , associadas às coordenadas dos pontos  $i$  observados em cada plano  $k$ .

Com toda esta informação, um grupo de procedimentos encarrega-se do cálculo dos erros sistemáticos  $Ex_i$ ,  $Ey_i$  e  $Ez_i$  de cada ponto  $(X_i, Y_i, Z_i)$ .

Para isto, são usadas as equações de erro (5.7, 5.8 e 5.9) do modelo *reduzido*.

Compensados os erros  $Ex_i$ ,  $Ey_i$  e  $Ez_i$  de cada ponto de entrada, podem ser definidos novos pontos coordenados: os chamados *pontos substitutos*<sup>3</sup>  $PS_i$ :

$$PS_1 = \begin{pmatrix} X_1 - Ex_1 \\ Y_1 - Ey_1 \\ Z_1 - Ez_1 \end{pmatrix}, \dots, PS_N = \begin{pmatrix} X_N - Ex_N \\ Y_N - Ey_N \\ Z_N - Ez_N \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

Nesta primeira etapa, aplicando a lei de propagação de incertezas 3.24 nas equações do *modelo reduzido* propagam-se, até os pontos substitutos, as incertezas dos pontos  $(X_i, Y_i, Z_i)$  de entrada. Os detalhes desta propagação de incertezas são apresentados posteriormente, no item 5.5.

Segundo o tipo de medição escolhido, inicialmente (figura 5.16b), um segundo grupo de procedimentos computacionais encarrega-se do cálculo das características ou parâmetros principais da *geometria substituta*<sup>4</sup>, isto é a distância entre um ponto e um plano no espaço, ou o diâmetro e o ponto centro de um círculo ou de uma esfera. Para o ajuste da geometria é usado o Método dos Mínimos Quadrados, cujos princípios gerais foram apresentados no item 3.4.

Com estas informações completa-se a *primeira simulação*, que corresponde ao resultado de uma medição da MM3C (figura 5.16b). Usualmente, estes resultados são comparados com as especificações de projeto da característica medida na peça.

Após a *primeira simulação*, define-se um número M de simulações da medição, a partir de cujos resultados estima-se a *incerteza de medição específica*.

<sup>3</sup> em uma máquina sem compensação de erros, os pontos substitutos são diretamente os pontos indicados pela máquina quando se mede uma peça.

<sup>4</sup> modelo matemático de uma peça medida pela MM3C, calculado a partir dos pontos substitutos.

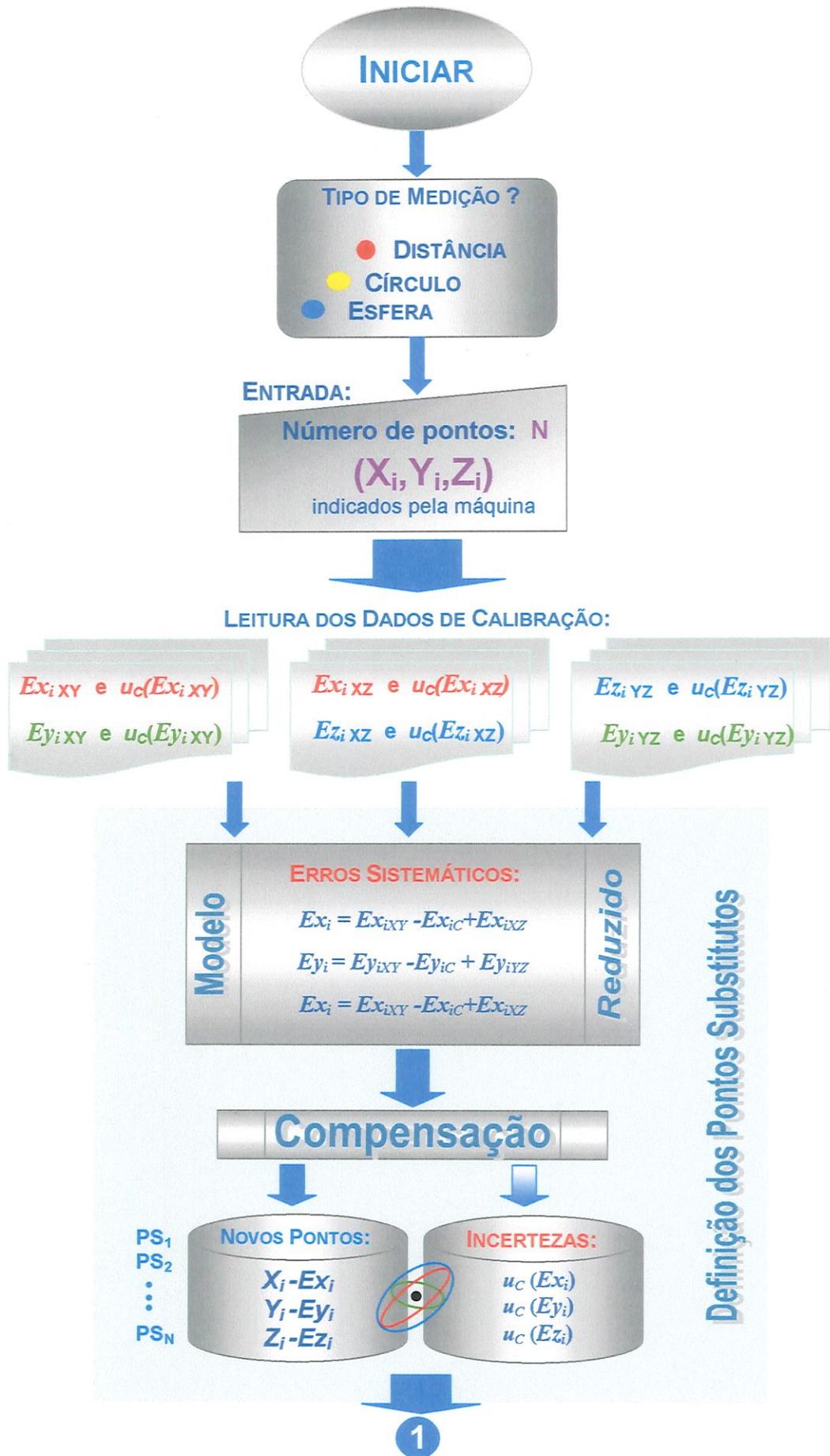


Figura 5.16 a: Estrutura da Máquina Virtual de Medir a Três Coordenadas



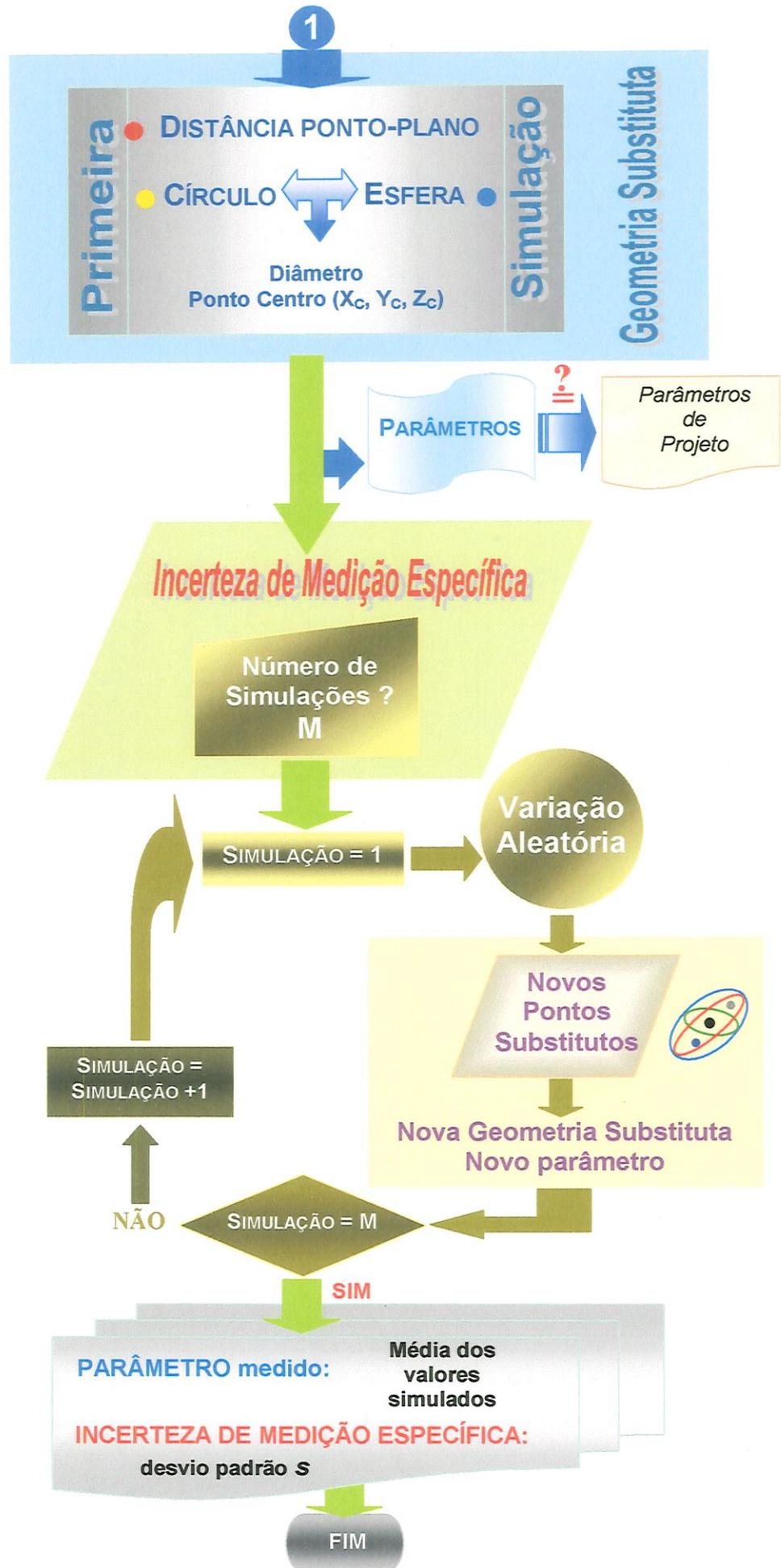


Figura 5.26 b: Estrutura da Máquina Virtual de Medir a Três Coordenadas

Cada ponto inicial e, conseqüentemente, cada ponto substituto tem associado uma nuvem de incerteza (ver figura 2.6). A forma e tamanho dessas nuvens de incerteza são definidas pelas *incertezas combinadas*  $u_c(PS_i)$  dos pontos substitutos multiplicadas por um determinado *fator de abrangência* (equação 3,25).

$$u_c(PS_i) = \begin{pmatrix} u_c(Ex_i) \\ u_c(Ey_i) \\ u_c(Ez_i) \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

Qualquer ponto dentro das nuvens de incertezas pode ser considerado válido para a definição da geometria substituta. Com base nisto, a máquina virtual gera, aleatoriamente, para cada uma das M simulações, um novo ponto substituto dentro de cada nuvem de incerteza.

Em cada uma das M simulações ajusta-se, então, uma nova geometria substituta ligeiramente diferente das anteriores. O *desvio padrão* dos M resultados obtidos nas medições assim simuladas, é uma estimativa da *incerteza de medição*.

## **5.5 FORMULAÇÃO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO**

A seguir, são apresentadas as etapas do cálculo das incertezas derivadas da calibração com o método do VDP e da propagação das mesmas até os pontos coordenados fora dos planos de calibração. Além disto, visando uma comparação, expõem-se as etapas principais do cálculo da incerteza de distâncias ponto-plano, quando aplicada a lei de propagação de incertezas inclusive no ajuste do plano por mínimos quadrados.

### **5.5.1 Erros sistemáticos e incertezas nos planos de calibração**

Os pontos observados, em cada geratriz ou linha de medição do *volume dividido parcial*, têm suas incertezas estimadas a partir das incertezas encontradas na medição das componentes de seus erros volumétricos.

Para cada ponto coordenado  $i$  avaliado em cada geratriz  $j$  do plano de calibração  $k$  (= XY, XZ ou YZ) foram estimados os valores  $\hat{E}x_{ijk}$ ,  $\hat{E}y_{ijk}$  e  $\hat{E}z_{ijk}$ , como sendo a média dos valores de erros observados na calibração. Nesta análise, estimaram-se, também, os respectivos desvios padrão:  $s(\hat{E}x_{ijk})$ ,  $s(\hat{E}y_{ijk})$  e  $s(\hat{E}z_{ijk})$ , segundo a equação 3.4.

Os valores de  $\hat{E}x_{ijk}$ ,  $\hat{E}y_{ijk}$  e  $\hat{E}z_{ijk}$  foram então corrigidos dos erros no ponto inicial da geratriz  $j$ , segundo as expressões 5.22, para obter o valor final das componentes  $Ex_{ijk}$ ,  $Ey_{ijk}$  e  $Ez_{ijk}$  do erro volumétrico de cada ponto  $i$  avaliado.

$$\begin{cases} Ex_{ijk} = \hat{E}x_{ijk} - fc_{jk} \\ Ey_{ijk} = \hat{E}y_{ijk} - fc_{jk} \\ Ez_{ijk} = \hat{E}z_{ijk} - fc_{jk} \end{cases} \quad (5.22)$$

A incerteza associada a esta correção foi calculada, aplicando a lei de propagação de incertezas (equação 3.24), como sendo a raiz quadrada da variância:

$$\begin{cases} u_c^2(Ex_{ijk}) = \left( \frac{\partial Ex_{ijk}}{\partial \hat{E}x_{ijk}} \right)^2 u^2(\hat{E}x_{ijk}) + \left( \frac{\partial Ex_{ijk}}{\partial fc_{jk}} \right)^2 u^2(fc_{jk}) \\ u_c^2(Ey_{ijk}) = \left( \frac{\partial Ey_{ijk}}{\partial \hat{E}y_{ijk}} \right)^2 u^2(\hat{E}y_{ijk}) + \left( \frac{\partial Ey_{ijk}}{\partial fc_{jk}} \right)^2 u^2(fc_{jk}) \\ u_c^2(Ez_{ijk}) = \left( \frac{\partial Ez_{ijk}}{\partial \hat{E}z_{ijk}} \right)^2 u^2(\hat{E}z_{ijk}) + \left( \frac{\partial Ez_{ijk}}{\partial fc_{jk}} \right)^2 u^2(fc_{jk}) \end{cases} \quad (5.23)$$

onde

$u(\hat{E}x_{ijk})$ ,  $u(\hat{E}y_{ijk})$  e  $u(\hat{E}z_{ijk})$  são os próprios desvios padrão estimados na medição de  $\hat{E}x_{ijk}$ ,  $\hat{E}y_{ijk}$  e  $\hat{E}z_{ijk}$  e,

$u(fc_{jk})$  é a incerteza resultante da combinação de incertezas *Tipo A* e *Tipo B* presentes na medição do fator de correção do ponto inicial em cada geratriz.

Deve-se esclarecer neste ponto, que os valores de  $f_{Gk}$  foram corrigidos das influências dos erros do esquadro e que as incertezas associadas a essa correção estão sendo consideradas no valor de  $u(fc_{jk})$ . Por outro lado, foram desprezadas as incertezas associadas ao padrão de comprimento utilizado (feixe Laser) por serem inferiores às incertezas com que está-se trabalhando.

Considerando, que todos os coeficientes de sensibilidade nas expressões 5.23 resultam iguais a 1, tem-se que as expressões finais das *incertezas padrão combinadas* dos pontos  $i$  observados durante a calibração, são dadas por:

$$\begin{cases} u_C(Ex_{ijk}) = \sqrt{u^2(\hat{E}x_{ijk}) + u^2(fc_{jk})} \\ u_C(Ey_{ijk}) = \sqrt{u^2(\hat{E}y_{ijk}) + u^2(fc_{jk})} \\ u_C(Ez_{ijk}) = \sqrt{u^2(\hat{E}z_{ijk}) + u^2(fc_{jk})} \end{cases} \quad (5.24)$$

Desta forma, foram obtidas as componentes do erro volumétrico e as incertezas padrão combinadas de cada ponto coordenado observado nos planos de calibração XY, XZ e YZ (figura 5.6). Estes dados estão contidos nos arquivos de entrada da *MVirtualM3C* (figura 5.16a: “Leitura de Dados de Calibração”).

### 5.5.2 Erros sistemáticos e incertezas fora dos planos de calibração

As componentes dos erros volumétricos de pontos  $(X_i, Y_i, Z_i)$  (com  $i=1\dots N$ ) dentro do volume de trabalho da máquina, que não pertencem a nenhum dos três planos de calibração, são calculados com as equações de erros (5.7, 5.8 e 5.9) do modelo *reduzido* proposto neste trabalho.

As *incertezas padrão combinadas* associadas a estes pontos, fora dos planos de calibração, são calculadas aplicando a lei de propagação de incertezas nas equações de erros do *modelo reduzido*. Desta forma, tem-se:

$$\begin{cases} u_c(Ex_i) = \sqrt{\left(\frac{\partial Ex_i}{\partial Ex_{iXY}}\right)^2 u^2(Ex_{iXY}) + \left(\frac{\partial Ex_i}{\partial Ex_{iC}}\right)^2 u^2(Ex_{iC}) + \left(\frac{\partial Ex_i}{\partial Ex_{iXZ}}\right)^2 u^2(Ex_{iXZ})} \\ u_c(Ey_i) = \sqrt{\left(\frac{\partial Ey_i}{\partial Ey_{iXY}}\right)^2 u^2(Ey_{iXY}) + \left(\frac{\partial Ey_i}{\partial Ey_{iC}}\right)^2 u^2(Ey_{iC}) + \left(\frac{\partial Ey_i}{\partial Ey_{iYZ}}\right)^2 u^2(Ey_{iYZ})} \\ u_c(Ez_i) = \sqrt{\left(\frac{\partial Ez_i}{\partial Ez_{iXZ}}\right)^2 u^2(Ez_{iXZ}) + \left(\frac{\partial Ez_i}{\partial Ez_{iC}}\right)^2 u^2(Ez_{iC}) + \left(\frac{\partial Ez_i}{\partial Ez_{iYZ}}\right)^2 u^2(Ez_{iYZ})} \end{cases} \quad (5.25)$$

onde  $u^2(Ex_{ik})$  (com  $k = XY, XZ$  ou  $YZ$ ) são as variâncias estimadas em 5.24 a partir das incertezas encontradas na calibração.

Nas equações 5.25, todos os coeficientes de sensibilidade são igual a 1 e portanto, as *incertezas padrão combinadas* de um ponto  $(X_i, Y_i, Z_i)$  fora dos planos de calibração, segundo as expressões 5.25, são a raiz quadrada da soma dos quadrados das incertezas estimadas em 5.24.

Conhecendo  $u_c(Ex_i)$ ,  $u_c(Ey_i)$  e  $u_c(Ez_i)$ , têm-se as *nuvens de incerteza* de cada ponto medido pela MM3C sobre a superfície de uma peça. A forma e tamanho destas nuvens são determinadas pelas *incertezas expandidas*<sup>5</sup>  $\pm 2 \times u_c(Ex_i)$ ,  $\pm 2 \times u_c(Ey_i)$  e  $\pm 2 \times u_c(Ez_i)$ .

<sup>5</sup> O fator de abrangência  $k = 2$  foi definido com base em uma distribuição *t-Student* (amostras pequenas:  $n=5$ ) e corresponde a um intervalo da confiança de 90%.

### 5.5.3 Propagação de Incertezas no Ajuste por Mínimos Quadrados

Nos dois itens anteriores foi apresentada a propagação de incertezas segundo o princípio da máquina virtual. Visando uma comparação, neste ítem, apresenta-se a forma geral da incerteza de medição da distância  $D$  de um ponto  $(X,Y,Z)$  a um plano, equação 5.26, quando aplicada a lei de propagação de incertezas 3.24 em todas as etapas do cálculo de  $D$ .

A incerteza padrão combinada de  $D$  é dada pela raiz quadrada da expressão 5.27.

$$D = \frac{a_1 X + a_2 Y - Z + a_0}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 1}} \quad (5.26)$$

$$u_c^2(D) = \left(\frac{\partial D}{\partial X}\right)^2 u^2(X) + \left(\frac{\partial D}{\partial Y}\right)^2 u^2(Y) + \left(\frac{\partial D}{\partial Z}\right)^2 u^2(Z) + \left(\frac{\partial D}{\partial a_1}\right)^2 u^2(a_1) + \left(\frac{\partial D}{\partial a_2}\right)^2 u^2(a_2) + \left(\frac{\partial D}{\partial a_0}\right)^2 u^2(a_0) \quad (5.27)$$

$$\text{com } \frac{\partial D}{\partial X} = \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 1}}; \quad \frac{\partial D}{\partial Y} = \frac{a_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 1}}; \quad \frac{\partial D}{\partial Z} = -\frac{1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 1}};$$

$$\frac{\partial D}{\partial a_1} = \frac{X}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 1}} - \frac{a_1(a_1 X + a_2 Y - Z + a_0)}{\sqrt{(a_1^2 + a_2^2 + 1)^3}};$$

$$\frac{\partial D}{\partial a_2} = \frac{Y}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 1}} - \frac{a_2(a_1 X + a_2 Y - Z + a_0)}{\sqrt{(a_1^2 + a_2^2 + 1)^3}} \quad \text{e}$$

$$\frac{\partial D}{\partial a_0} = \frac{1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 1}}$$

Observe-se que para calcular  $u_c(D)$ , segundo a expressão 5.27, é necessário conhecer primeiro as variâncias ou as incertezas associadas aos estimadores de mínimos quadrados  $a_2$ ,  $a_1$  e  $a_0$  do plano e às coordenadas do ponto  $(X,Y,Z)$ .

As incertezas  $u(X)$ ,  $u(Y)$ ,  $u(Z)$  das coordenadas do ponto são obtidas, diretamente através das expressões 5.25, como sendo  $u_C(Ex)$ ,  $u_C(Ey)$  e  $u_C(Ez)$ , respectivamente.

Entretanto, como pode-se observar nas equações 3.38, 3.39 e 3.40, os estimadores  $a_2$ ,  $a_1$  e  $a_0$  são funções das três coordenadas dos  $N$  pontos usados no ajuste do plano de mínimos quadrados. Portanto, a incerteza de medição associada a cada um destes estimadores é uma combinação das incertezas estimadas para cada coordenada  $X_i$ ,  $Y_i$  e  $Z_i$  (com  $i = 1, \dots, N$ ).

A forma geral da *incerteza padrão combinada* de  $a_2$ ,  $a_1$  e  $a_0$  é dada então, pela raiz quadrada da seguinte expressão:

$$u_C^2(a_p) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial a_p}{\partial X_i} \right)^2 u^2(X_i) + \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial a_p}{\partial Y_i} \right)^2 u^2(Y_i) + \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial a_p}{\partial Z_i} \right)^2 u^2(Z_i) \quad (5.28)$$

com  $p = 0, 1$  ou  $2$ .

Os termos  $u^2(X_i)$ ,  $u^2(Y_i)$  e  $u^2(Z_i)$ , com  $i = 1, \dots, N$ , na expressão 5.28, são as variâncias estimadas (o quadrado das equações 5.25) para as coordenadas dos pontos que definem o plano, ou seja  $u_C^2(Ex_i)$ ,  $u_C^2(Ey_i)$  e  $u_C^2(Ez_i)$ , respectivamente.

O desenvolvimento matemático da expressão 5.28 é muito extenso, por esta razão não é apresentado neste texto, mas sua solução foi usada na determinação da incerteza de medição, visando uma comparação com a incerteza simulada segundo o princípio da máquina virtual (ver ítem 6.4.2).

# Capítulo 6

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

A apresentação segue a mesma seqüência estabelecida no capítulo anterior. Primeiramente, apresentam-se os resultados obtidos na calibração aplicando o *Método do Volume Dividido Parcial* e as superfícies que compõem o mapa de erros da máquina gerado a partir dos dados de calibração e das equações de erros (5.7, 5.8 e 5.9). Seguidamente, apresentam-se os resultados dos testes de verificação do mapa de erros e, por último, os resultados das simulações realizadas com a máquina virtual desenvolvida.

### 6.1 RESULTADOS DA CALIBRAÇÃO COM O VOLUME DIVIDIDO PARCIAL

A seguir, apresenta-se toda a informação obtida com o método do *volume dividido parcial* sobre o desempenho metrológico da MM3C avaliada.

Os resultados das medições realizadas são, segundo a direção de medição, uma série de valores  $e_{x1}, e_{x2}, \dots, e_{xn}$  ou  $e_{y1}, e_{y2}, \dots, e_{ym}$  ou  $e_{z1}, e_{z2}, \dots, e_{zp}$ , que foram, inicialmente, analisados com os métodos e testes estatísticos apresentados no item 3.2.

Desta primeira análise, obtive-se um conjunto de curvas de erros nas duas direções preferenciais de cada plano de calibração, a partir das quais foram calculados os erros em outros planos dentro do volume de trabalho da MM3C avaliada.

Todas as componentes do erro volumétrico foram analisadas e descritas em função das coordenadas (X, Y, Z) dos pontos coordenados. Entretanto, para poder traçar as superfícies de erros foi necessário fixar ou X ou Y ou Z, segundo o caso.

Os valores de erros usados na construção das curvas de erros e das superfícies, são os valores medidos nas trajetórias de “ida”. Os valores encontrados nas trajetórias de “volta” não estão incluídos nos gráficos por apresentarem o mesmo comportamento dos erros de “ida”, com valores dentro de seu intervalo aleatório ( $\pm 2 \times$  desvio padrão) definido a partir da medição.

As superfícies traçadas descrevem os erros dentro de um volume de (300 x 300 x 250) mm<sup>3</sup>. O sistema de referência usado na calibração e nos cálculos tem seu ponto de origem no extremo superior esquerdo e anterior do volume de trabalho da máquina (ver figuras 5.4 e 5.5). Em todos os gráficos, são dadas em milímetros as coordenadas dos pontos e em micrometros as componentes  $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$  dos erros volumétricos.

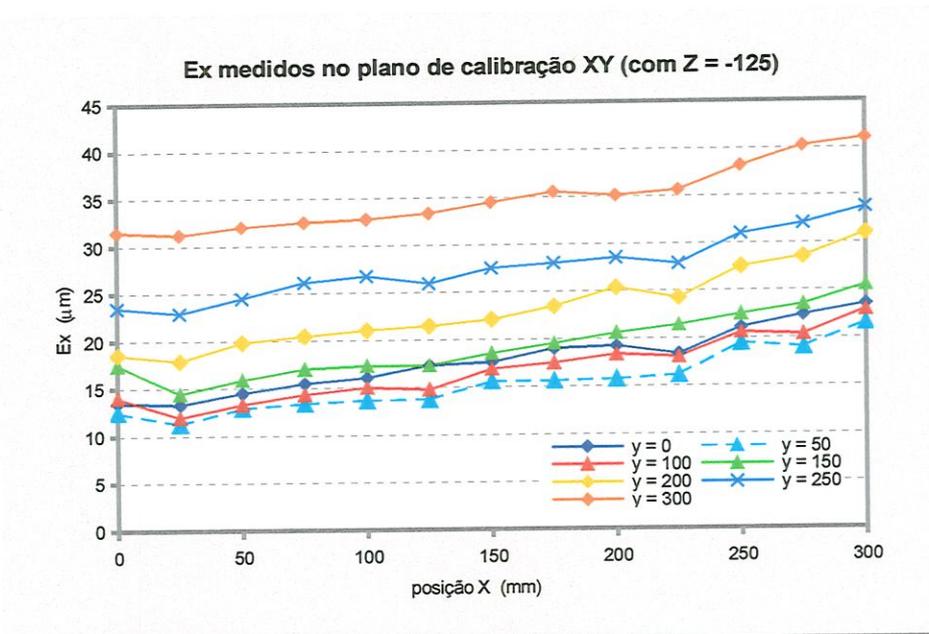
### **6.1.1 Erro na Direção X: $E_x$**

As curvas de erros obtidas como resultado da calibração dos erros na direção X, no plano XY, são apresentadas no gráfico da figura 6.1, onde cada curva de erro  $E_x$  corresponde a uma determinada posição ou coordenada Y.

Analisando o gráfico da figura 6.1 pode-se observar que as curvas de erros apresentam forma e inclinação similar e que o valor da componente  $E_x$  cresce em torno de 11  $\mu\text{m}$  (amplitude média) ao longo do Eixo X para todas as posições Y observadas.

Entretanto, observe-se que o valor do erro, apesar de diminuir ligeiramente (sem ultrapassar os 3  $\mu\text{m}$  de diferença entre as curvas) para Y menores que 50 mm, aumenta a medida que se avança na direção Y positiva. Esta dependência da posição Y, incrementa o valor de  $E_x$  ao longo de todo o Eixo X em até 20  $\mu\text{m}$ .

Os valores de  $Ex$  medidos neste plano de calibração oscilam entre 11 e 42  $\mu\text{m}$ .

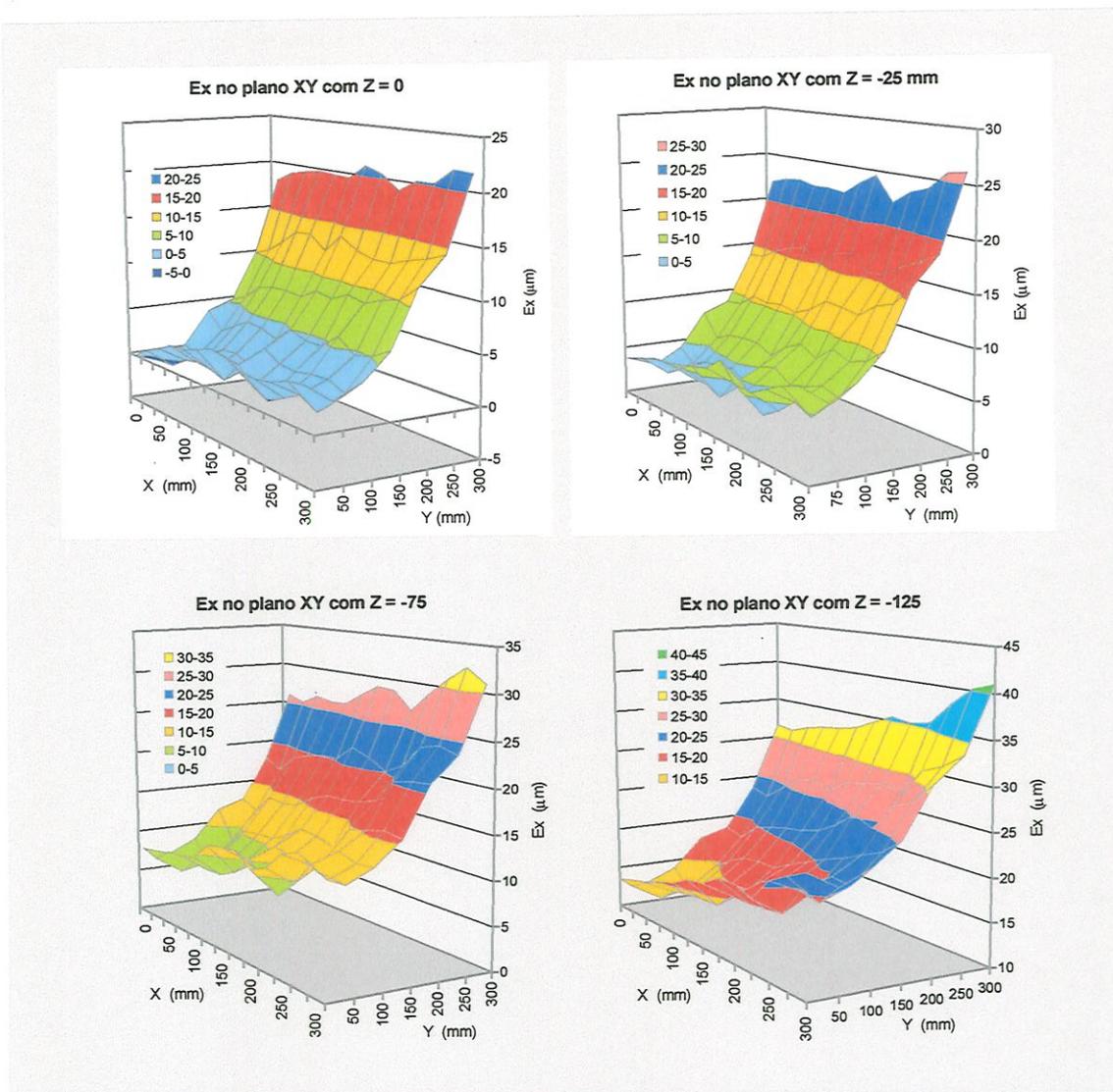


**Figura 6.1:**  $Ex$  medidos no plano XY escolhido para a calibração segundo o Método do Volume Dividido *Parcial*

A figura 6.2a,b contém as superfícies que representam o comportamento dos erros na direção X da máquina, medidos no plano de calibração XY (com Z = -125 mm) e calculados, com as equações do modelo *reduzido*, para outros 6 planos horizontais com diferentes coordenadas Z (= 0, -25, -75, -175, -235 e -250 mm).

Nas superfícies da figura 6.2a,b pode-se observar que o erro na direção X é sempre positivo e tem um comportamento progressivo ao longo do *Eixo X*, similar em todos os planos analisados.

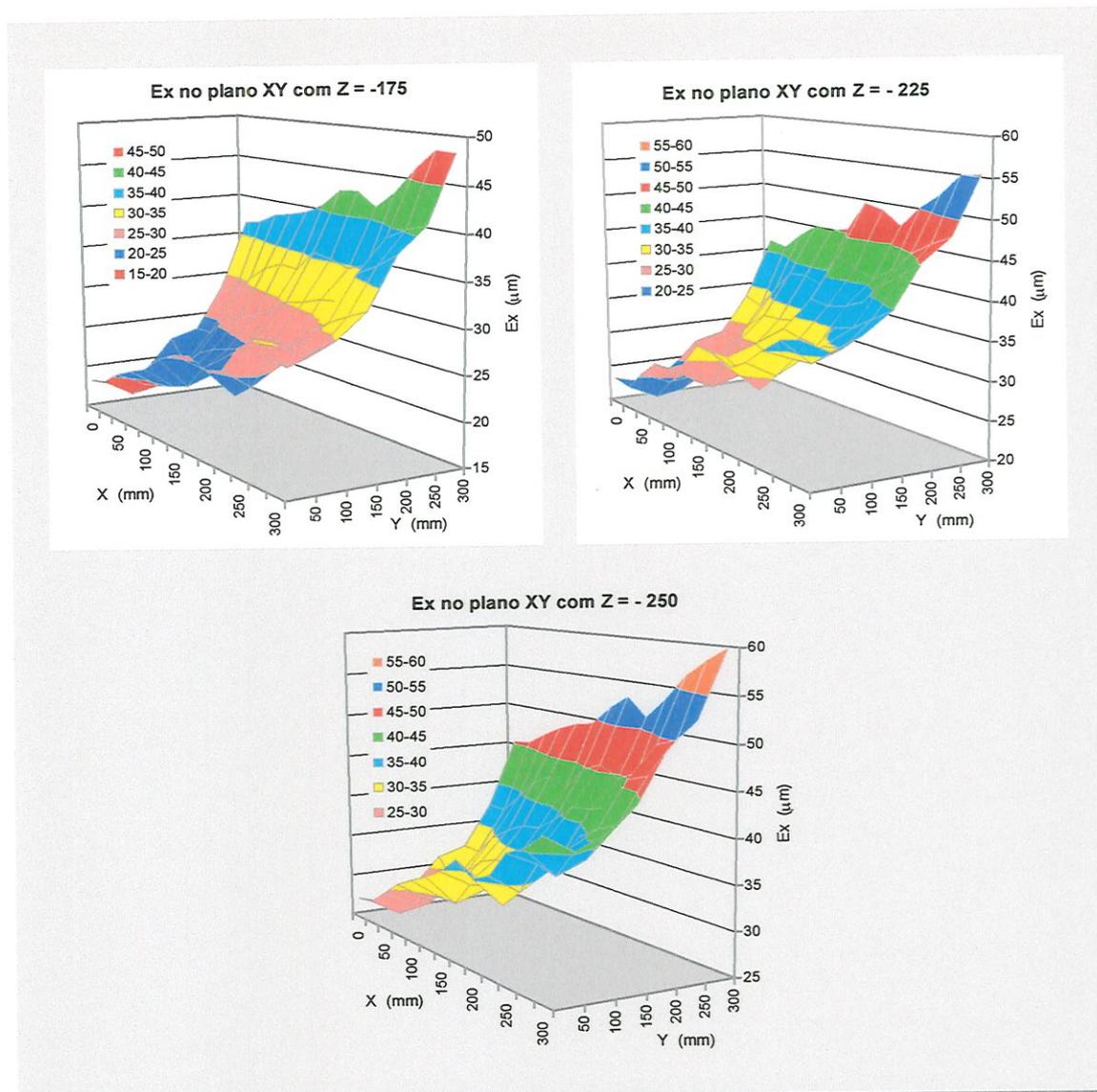
Pode-se observar também, que a amplitude das curvas de erros  $Ex$  está em torno de 4  $\mu\text{m}$  para coordenadas Z de até -75 mm (braço de Abbe pequenos) e cresce paulatinamente, até aproximadamente 18  $\mu\text{m}$ , para coordenadas Z com valores entre -75 e -250 mm (braço de Abbe aumenta).



**Figura 6.2a:** Comportamento da componente  $Ex$  do erro volumétrico em diferentes planos horizontais dentro do volume de trabalho da MM3C avaliada

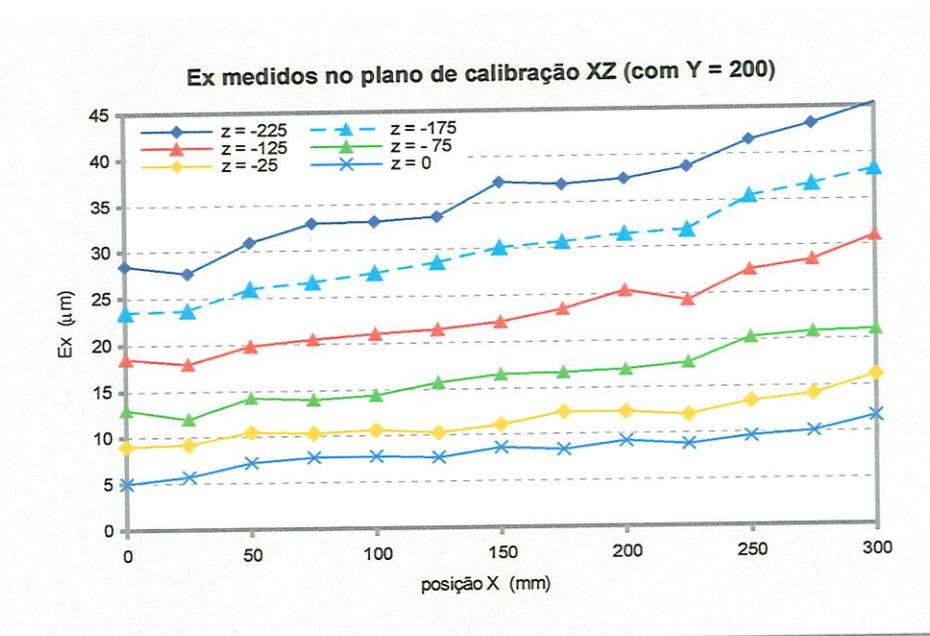
O mesmo ocorre com a amplitude total do erro das diferentes superfícies (figura 6.2a,b) que aumenta de 23  $\mu\text{m}$  para  $Z = 0$  até 34  $\mu\text{m}$  para  $Z = -250$  mm.

O incremento progressivo do valor de  $Ex$  em dependência de  $Y$  pode ser observado mais claramente, nas diferentes superfícies que compõem essa figura. O incremento total de 20  $\mu\text{m}$  observado para o plano de calibração ( $Z = -125$ ) na figura 6.1, mantém-se praticamente o mesmo para todas as posições  $Z$  analisadas.



**Figura 6.2b:** Comportamento da componente  $Ex$  do erro volumétrico em diferentes planos horizontais dentro do volume de trabalho da MM3C avaliada

Para completar a análise dos erros na direção X construíram-se as figuras 6.3 e 6.4. A primeira contém o gráfico com as curvas de erros  $Ex$  medidas no plano de calibração XZ ( $Y=200\text{mm}$ ) para diferentes coordenadas Z. A segunda, figura 6.4, mostra o comportamento do erro na direção X, em diferentes planos verticais ( $Y= 0, 100$  e  $300$  mm).



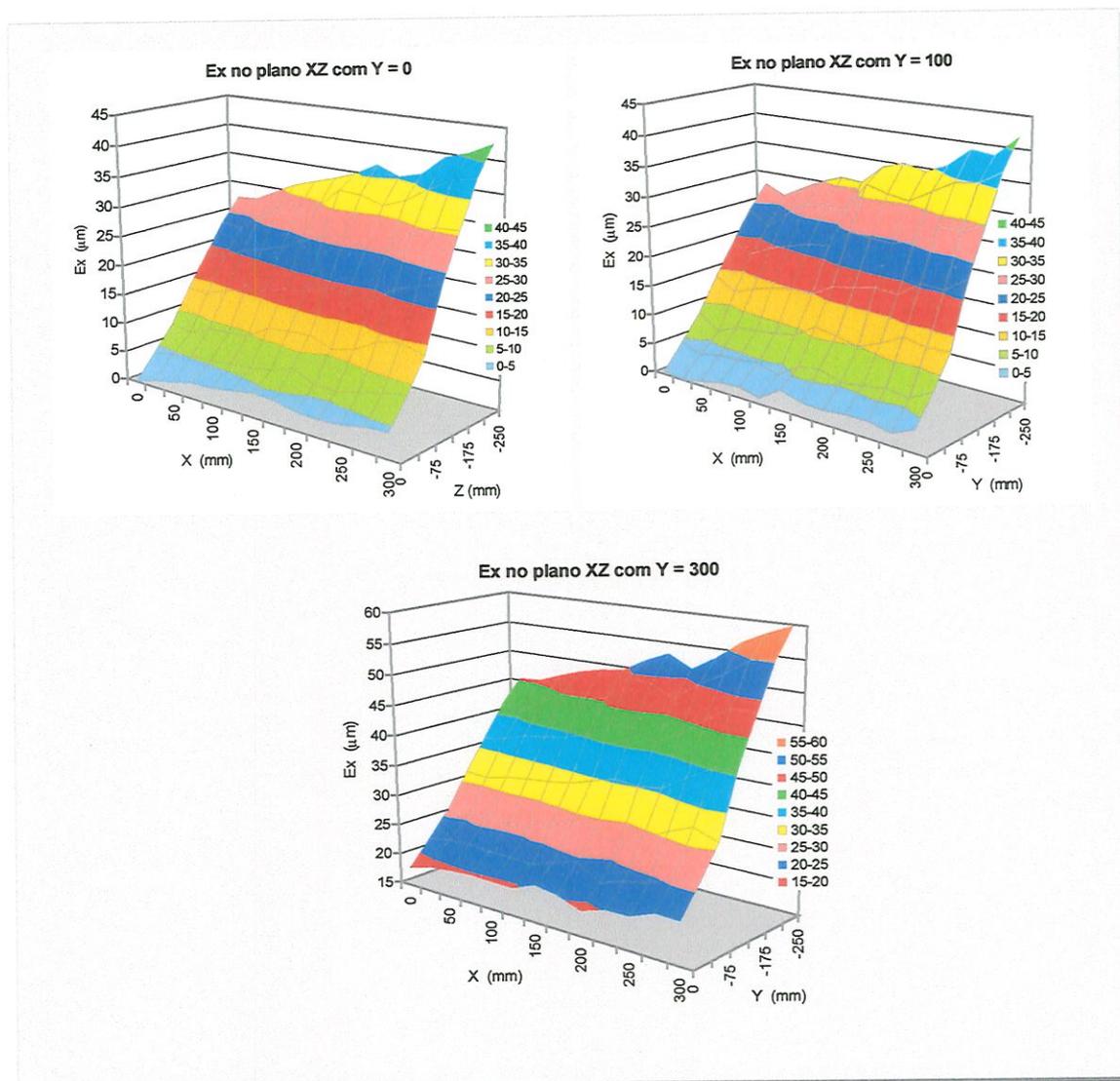
**Figura 6.3:** *Ex* medidos no plano XZ escolhido para a calibração segundo o Método do Volume Dividido *Parcial*

As curvas de erros do gráfico da figura 6.3 mostram, claramente, a influência da posição ou coordenada  $Z$  no valor dos erros na direção  $X$  da máquina. Observe-se, que a inclinação das curvas aumenta a medida que o ponto de prova se afasta da escala  $X$ , ou seja, a medida que  $Z$  cresce em sua direção negativa. Isto, ratifica o aumento, em função de  $Z$ , da amplitude das curvas observado na figura 6.2a,b.

Os valores da componente  $Ex$  medidos nesse plano de calibração XZ oscilam entre os 5 e 45  $\mu\text{m}$ .

Observe-se na figura 6.4 que, para qualquer posição ou coordenada  $Y$ , a amplitude do erro nas diferentes curvas que compõem as superfícies mantém-se quase a mesma. O mesmo ocorre com a amplitude total do erro (aproximadamente 42  $\mu\text{m}$ ) nos diferentes planos dessa figura.

A variação do erro em função de  $Z$ , além de ser maior que a encontrada em função de  $Y$ , é de aproximadamente 27  $\mu\text{m}$  no início do *Eixo X* e 38  $\mu\text{m}$  no final do mesmo, para todas as curvas que compõem as superfícies da figura 6.4.



**Figura 6.4:** Comportamento da componente  $Ex$  do erro volumétrico em diferentes planos verticais dentro do volume de trabalho da MM3C avaliada

O valor de  $Ex$  atinge os 60  $\mu\text{m}$  no ponto (300, 300, -250), o mais afastado da origem do sistema de referência .

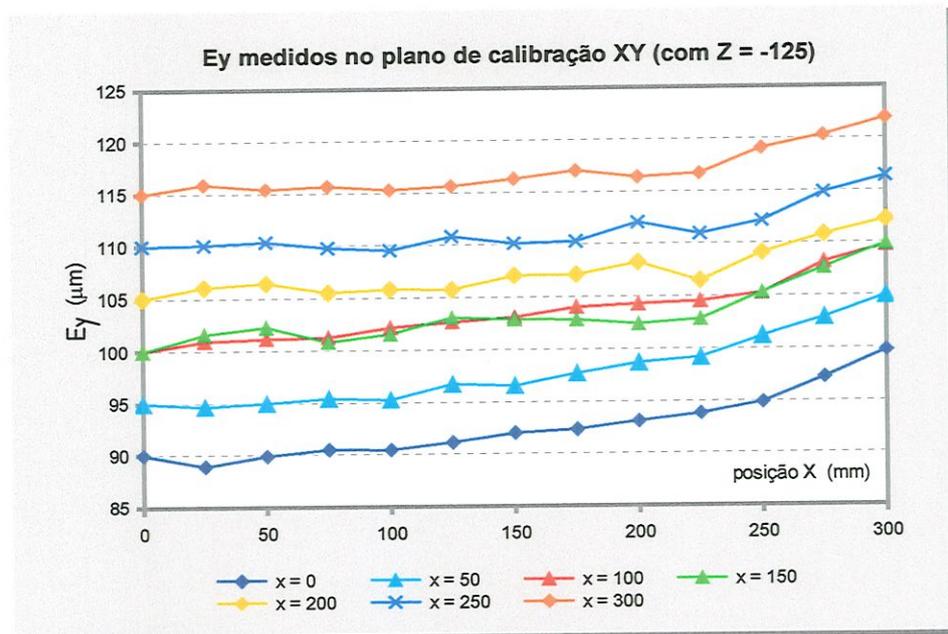
Como conclusão tem-se, que o erro na direção  $X$  sofre maior influência da posição ou coordenada  $Z$  do que da posição ou coordenada  $Y$ . Portanto, deve-se prestar atenção naquelas influências cuja contribuição ao valor de  $Ex$  dependa essencialmente do valor ou braço em  $Z$ .

Neste caso, encontram-se os erros geométricos PITCH do *Eixo X*, ROLL do *Eixo Y*, YAW do *Eixo Z*, o erro de retilidade na direção  $X$  do *Eixo Z* e o erro de ortogonalidade entre os eixos  $X$  e  $Z$ .

### 6.1.2 Erro na Direção Y: $E_y$

Para a análise do comportamento dos erros na direção Y foram construídas as figuras 6.5, 6.6a,b, 6.7 e 6.8.

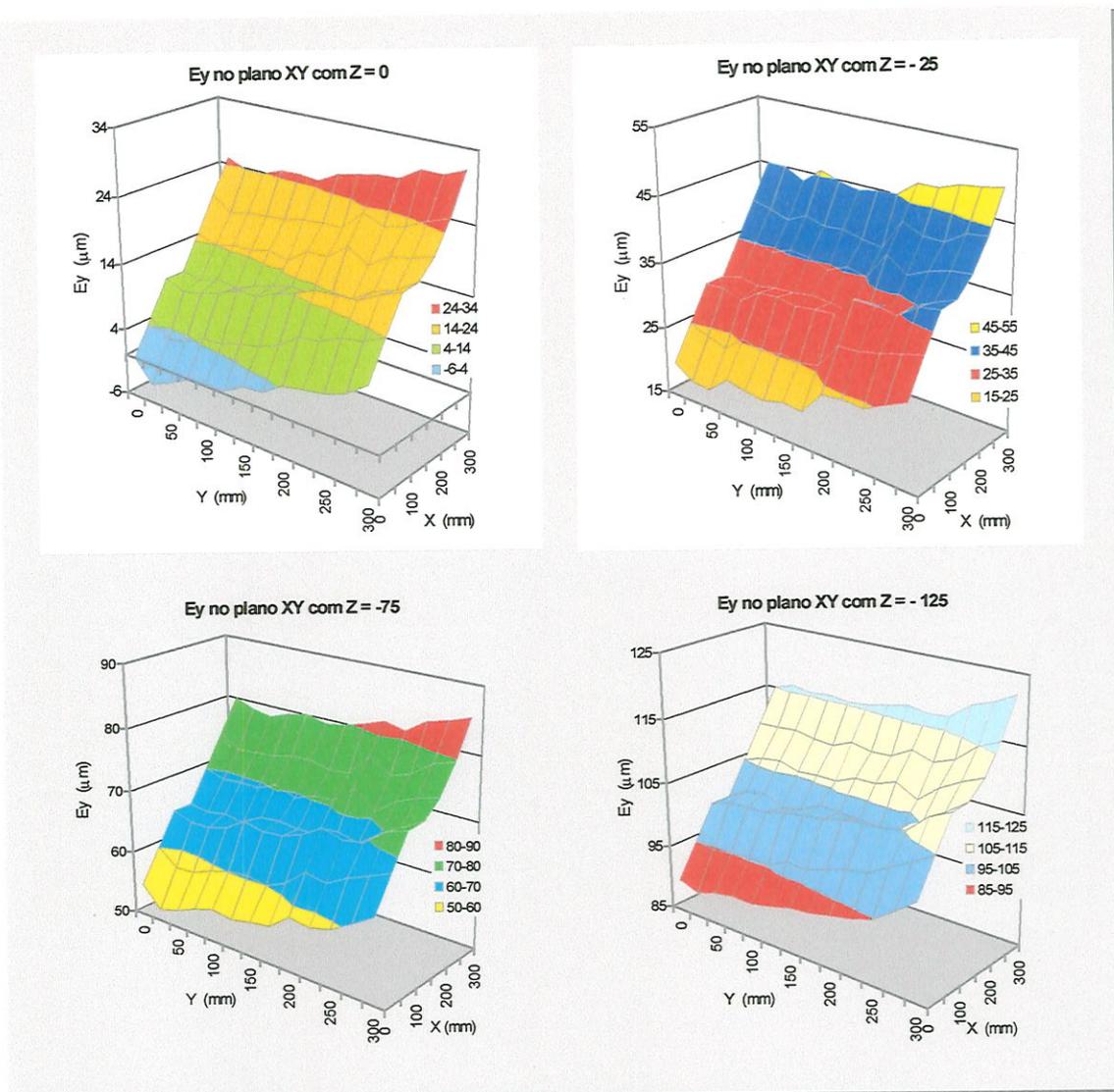
Os resultados das medições do erro na direção Y, realizadas para diferentes coordenadas X (= 0, 50 100, 150, 200, 250 e 300 mm) no plano de calibração XY ( $Z = -125$ ), estão apresentados na figura 6.5, a seguir:



**Figura 6.5:**  $E_y$  medidos no plano XY escolhido para a calibração segundo o Método do Volume Dividido *Parcial*

Analisando o gráfico desta figura, constata-se que as curvas de erros  $E_y$  apresentam forma e inclinação muito semelhantes para todas as coordenadas X estudadas. A muito ligeira diminuição da inclinação das curvas de erros e de suas amplitudes (11 a 7  $\mu\text{m}$ ) para coordenadas X entre 250 e 300 mm, é muito pequena em relação à magnitude do próprio erro, que oscila neste plano entre 89 e 122  $\mu\text{m}$ .

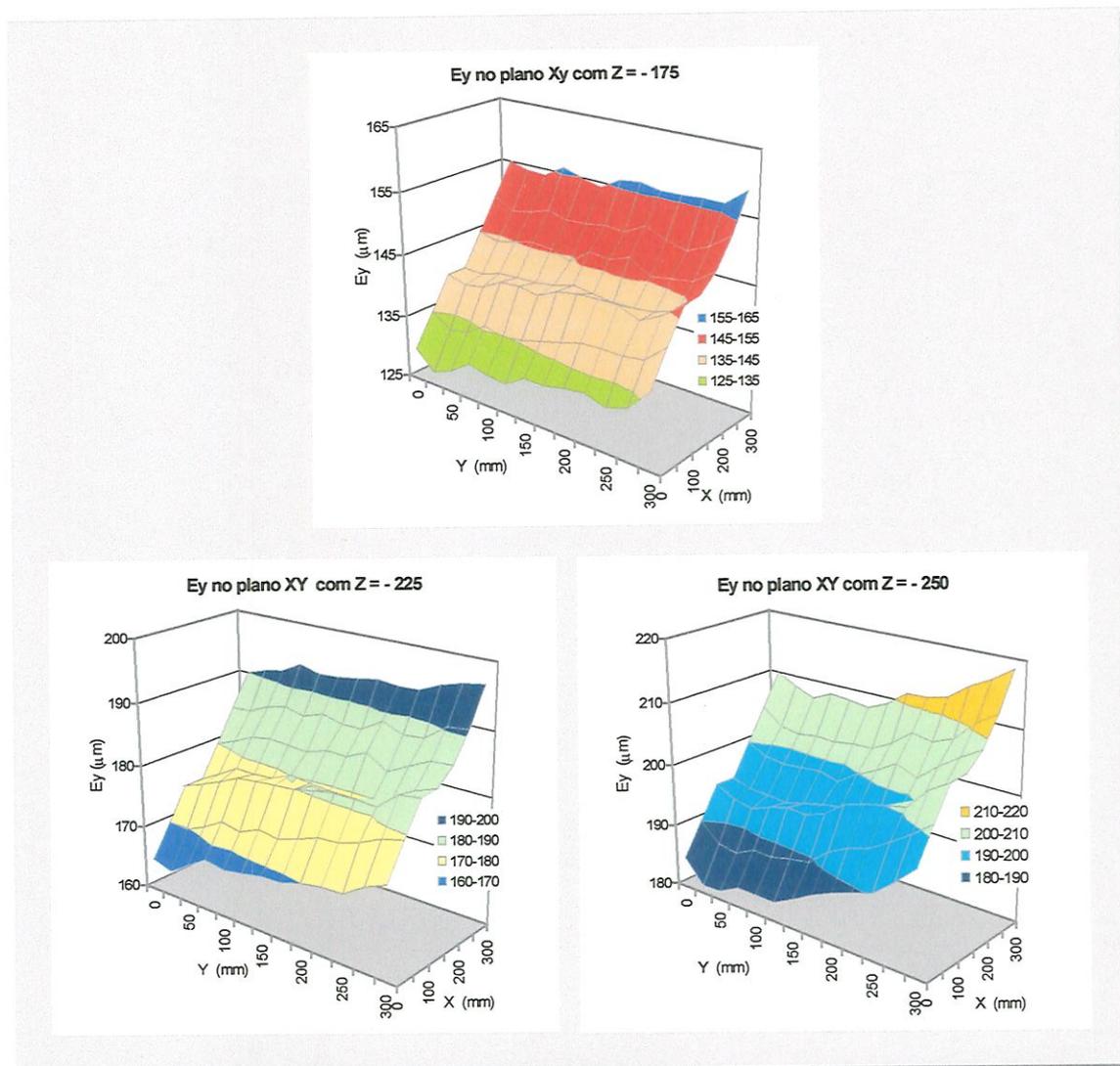
Observa-se ainda na figura 6.5, que o erro na direção Y para coordenadas X entre 100 e 150 mm, ou seja na metade do *Eixo X*, não varia significativamente. Neste plano, o valor de  $E_y$  incrementa-se em média 24  $\mu\text{m}$ , em dependência da posição ou coordenada X.



**Figura 6.6a:** Comportamento da componente  $E_y$  do erro volumétrico em diferentes planos horizontais dentro do volume de trabalho da MM3C avaliada

A figura 6.6a,b mostra a superfície de erros medidos ( $Z = -125$ ) e as superfícies de erros calculados para diferentes planos horizontais ( $Z = 0, -25, -75, -175, -225$  e  $-250$  mm).

Como pode-se observar nos gráficos da figura 6.6a,b, o comportamento do valor da componente  $E_y$ , em relação à posição X, é igual em todos os planos horizontais avaliados. O valor do incremento de  $E_y$  ao longo de X, mantém-se praticamente o mesmo ( $24\mu\text{m}$ ) encontrado na análise do plano de calibração (figura 6.5).



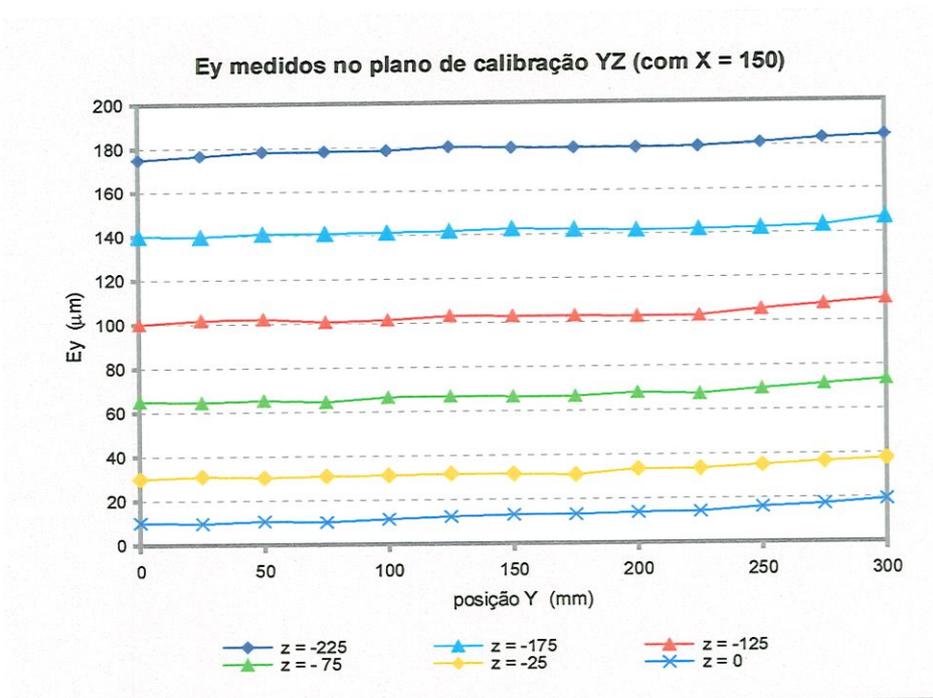
**Figura 6.6b:** Comportamento da componente  $E_y$  do erro volumétrico em diferentes planos horizontais dentro do volume de trabalho da MM3C avaliada

Observe-se também na figura 6.6a,b, que a amplitude total do erro  $E_y$  em todos os planos horizontais observados está em torno de 33  $\mu\text{m}$ .

Porém, os valores dos erros  $E_y$  são grandes, chegando aos 218  $\mu\text{m}$  no extremo mais afastado do ponto de referência, ou seja para  $X = 300$  e  $Z = -250$  mm, onde os braços de Abbe com respeito ao *Eixo Y* são maiores.

Nas próximas figuras deste item, observa-se melhor a influência da posição ou coordenada  $Z$  no erro da máquina na direção  $Y$ .

As curvas de erros resultantes das medições na direção Y no plano de calibração YZ ( $X=150\text{mm}$ ) são apresentadas na figura 6.7 e, as superfícies que ilustram o comportamento dos erros na direção Y em diferentes planos verticais ( $X= 0, 200$  e  $300\text{mm}$ ) são apresentadas na figura 6.8.



**Figura 6.7:**  $E_y$  medidos no plano YZ escolhido para a calibração segundo o Método do Volume Dividido *Parcial*

Segundo o gráfico da figura 6.7, no plano de calibração YZ o erro  $E_y$  medido oscila entre 9 e  $206 \mu\text{m}$ .

As curvas possuem uma tendência crescente ao longo do Eixo Y, mas a amplitude das mesmas (de 6 a  $13 \mu\text{m}$ ) é muito pequena se comparada com a magnitude do erro para as diferentes posições Z observadas.

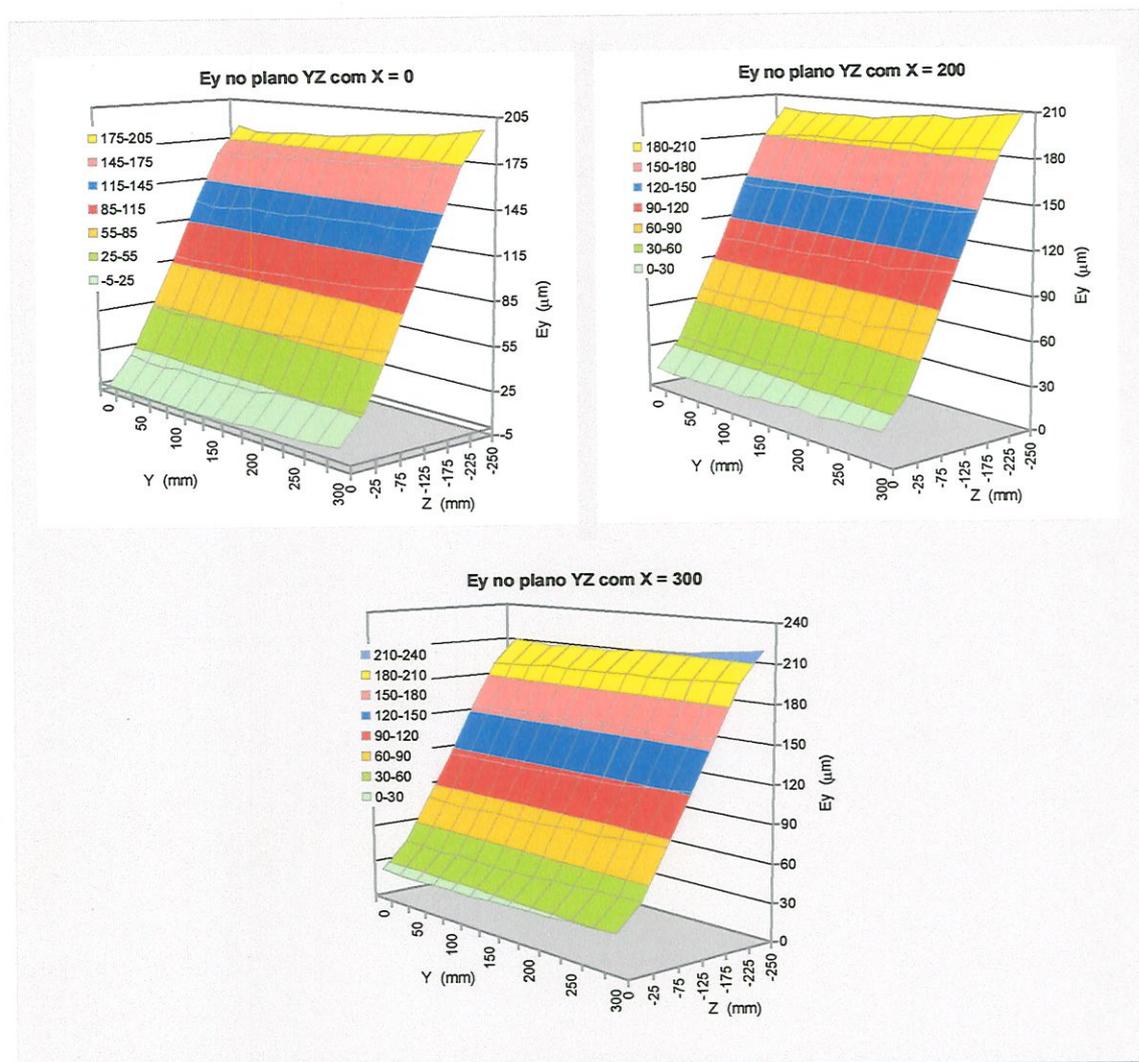
O incremento do valor de  $E_y$  em dependência da coordenada ou posição Z nesse plano, chega a ser em média  $184 \mu\text{m}$ , valor este muito maior que o encontrado para o incremento de  $E_y$  em função da coordenada X. Entretanto, observe-se que este incremento é praticamente o mesmo em todas as superfícies da figura 6.8.

Esta tendência tão similar e a magnitude do erro  $E_y$  induzem a pensar que algum dos erros geométricos, cuja influência na direção Y depende do braço em Z, é muito maior que os outros.

Considerando ainda, que sua presença se manifesta de forma tão sistemática, pode-se chegar na conclusão de que este erro seja um erro de ortogonalidade, neste caso, o erro por falta de ortogonalidade entre os eixos Y e Z.

Como relatado no Apêndice C, a medição desse erro de ortogonalidade resultou no valor -162 arcseg, comprovando-se assim, o porque do comportamento e da magnitude dos erros na direção Y.

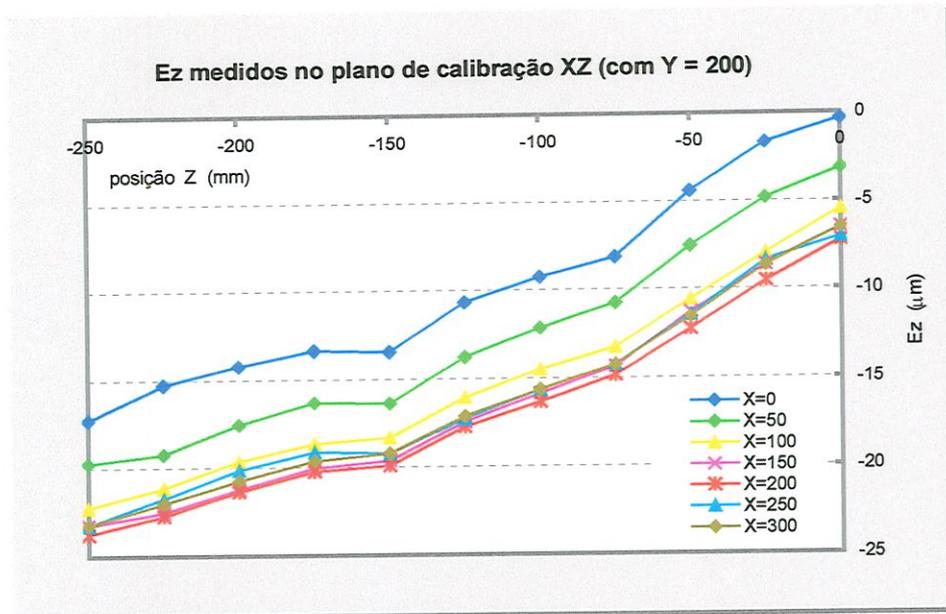
Os valores de  $E_y$  são muito maiores que os valores de erros encontrados nas direções X e Z.



**Figura 6.8:** Comportamento da componente  $E_y$  do erro volumétrico em diferentes planos verticais dentro do volume de trabalho da MM3C avaliada

### 6.1.3 Erro na Direção Z: $E_z$

A componente  $E_z$  dos erros volumétricos da MM3C foi medida nos dois planos de calibração verticais escolhidos: XZ com  $Y = 200$  mm e YZ com  $X = 150$  mm. A figura 6.9 mostra o gráfico das curvas de erros, resultantes da medição de  $E_z$  em planos XZ com diferentes coordenadas X ( $= 0, 50, 100, 150, 200, 250$  e  $300$  mm).



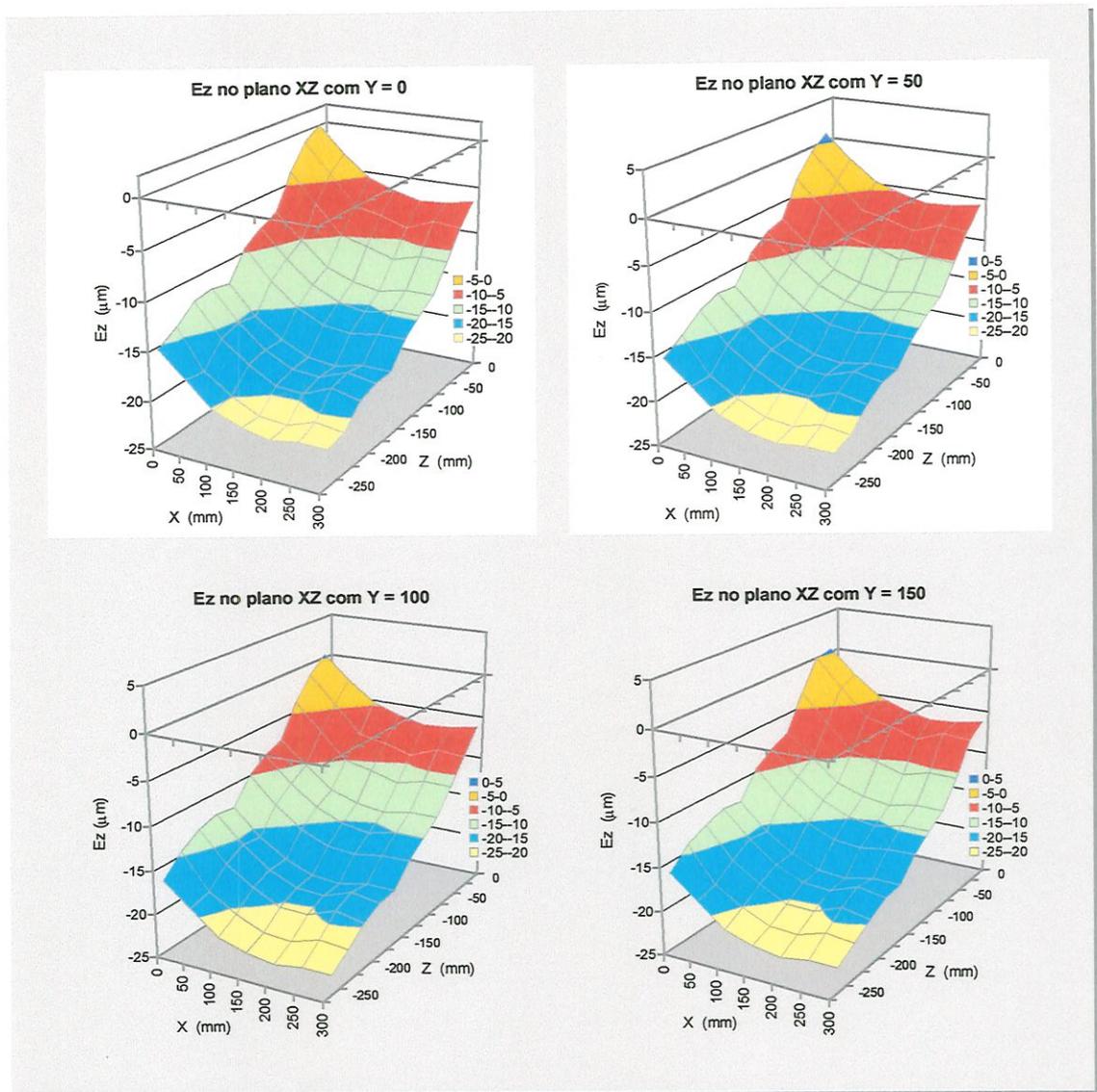
**Figura 6.9:**  $E_z$  medidos no plano XZ escolhido para a calibração segundo o Método do Volume Dividido *Parcial*

Analisando a figura 6.9 tem-se que as curvas de erros são muito similares para todas as posições X, com o valor do erro na direção Z crescendo negativamente ao longo da direção negativa do *Eixo Z*. A amplitude média das curvas é de aproximadamente  $16 \mu\text{m}$ .

O valor da componente  $E_z$  aumenta (negativamente) uma média de  $8 \mu\text{m}$  em cada posição Z observada, quando se avança ao longo do *Eixo X* (de 0 a 300 mm). Observe-se, que este aumento ocorre principalmente, para X entre 0 e 150 mm, ou seja do início à metade do percurso da escala X. A variação de  $E_z$  para X maiores que 150 mm é muito pequena.

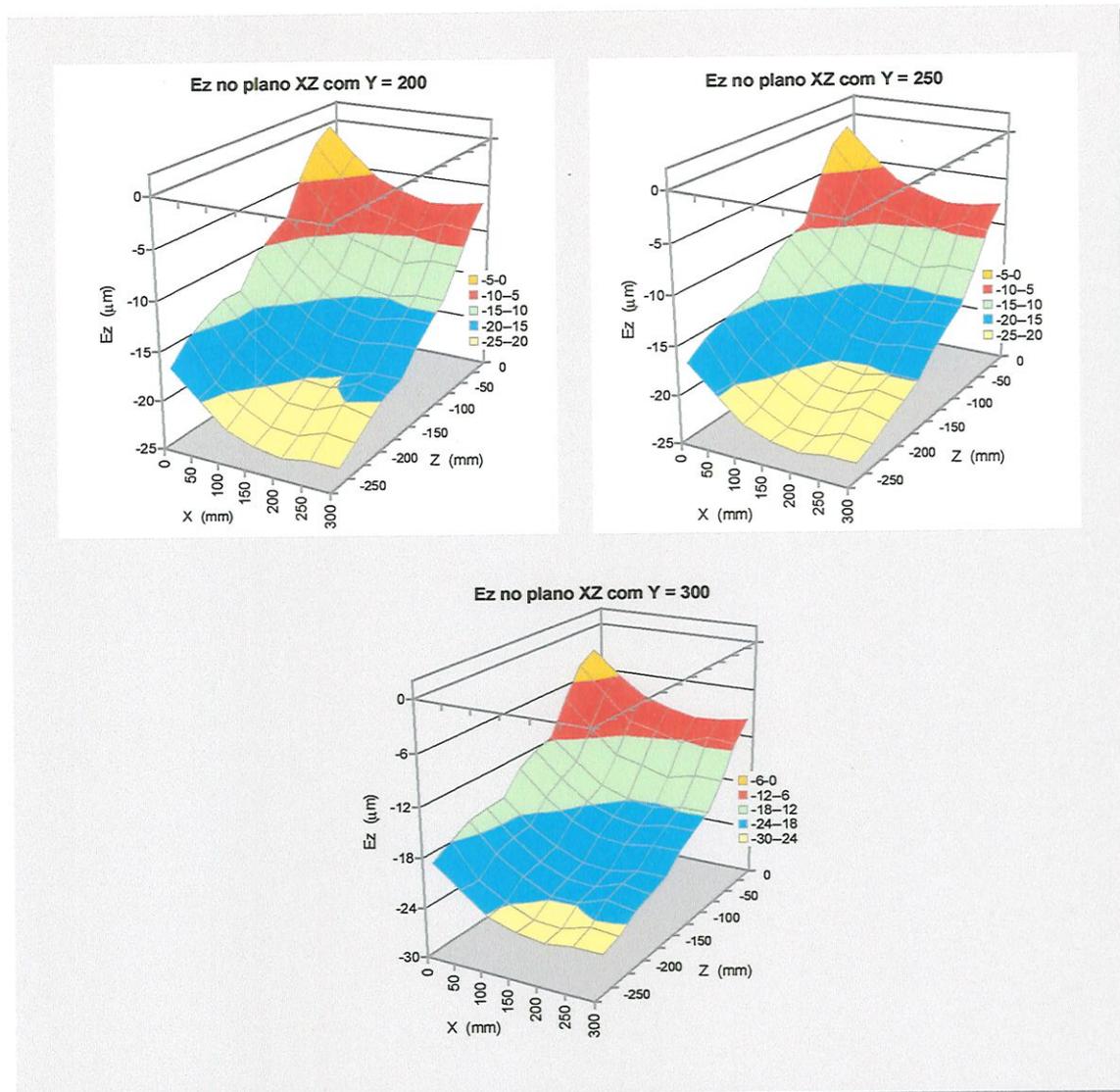
Neste plano de calibração, o valor de  $E_z$  oscila entre  $-0,5$  e  $-23 \mu\text{m}$ .

Na figura 6.10a,b, a seguir, apresenta-se o comportamento dos erros na direção Z da máquina, em diferentes planos verticais XZ (com  $Y = 0, 50, 100, 150, 200, 250$  e  $300$  mm). Visando uma comparação, nessa figura incluiu-se, também, a superfície (anteriormente analisada) traçada a partir dos resultados das medições de  $Ez$  no plano de calibração XZ ( $Y=200$ mm).



**Figura 6.10a:** Comportamento da componente  $Ez$  do erro volumétrico em diferentes planos verticais XZ dentro do volume de trabalho da MM3C avaliada

Analisando as superfícies de erros  $Ez$  na figura 6.10a,b, observa-se que todas são muito similares e que em todos os planos estudados a amplitude total do erro não ultrapassa os  $23 \mu\text{m}$ .



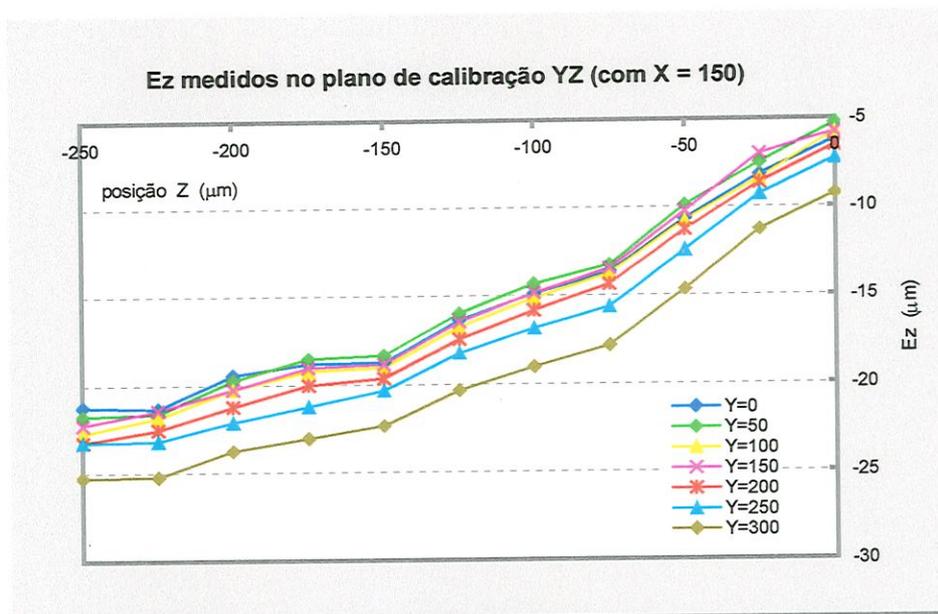
**Figura 6.10b:** Comportamento da componente  $Ez$  do erro volumétrico em diferentes planos verticais XZ dentro do volume de trabalho da MM3C avaliada

A influência da posição ou coordenada  $X$  no valor de  $Ez$ , mantém-se quase constante em todo o volume da máquina, aumentando em média  $8 \mu\text{m}$  o valor do erro na direção  $Z$ , como foi visto na análise do plano de calibração (figura 6.9).

A variação total do valor de  $Ez$  observado nesses planos, oscila entre  $0,4$  a  $-25 \mu\text{m}$ . A comparação desta variação com a amplitude do erro encontrada para cada plano, indica que o erro na direção  $Z$  é menos influenciado pela mudança da posição ou coordenada  $Y$ .

A influência da posição ou coordenada  $Y$  é analisada com ajuda das figuras 6.11 e 6.12.

Na figura 6.11 apresentam-se as curvas de erros  $Ez$  resultantes da calibração no plano YZ escolhido ( $X=150\text{mm}$ ) segundo o Método do Volume Dividido *Parcial*. Cada curva representa os erros na direção Z medidos em diferentes posições X dentro do plano de calibração.



**Figura 6.11:**  $Ez$  medidos no plano YZ escolhido para a calibração segundo o Método do Volume Dividido *Parcial*

Como pode-se observar na figura 6.11, no plano de calibração YZ ( $X=150$ ), os valores de  $Ez$  medidos oscilam entre  $-5$  e  $-25,3 \mu\text{m}$ .

A amplitude das curvas mantém-se a mesma achada no plano de calibração XZ ( $Y=200 \text{ mm}$ ), figura 6.9, e como pode-se observar, a forma e tendência das curvas são também aqui muito similares.

As curvas de erros da figura 6.11 mostram, que o erro na direção Z, para todas as posições Z observadas, incrementa-se (negativamente) em média um total de  $4 \mu\text{m}$ , quando se avança ao longo do *Eixo Y* (de 0 a 300 mm).

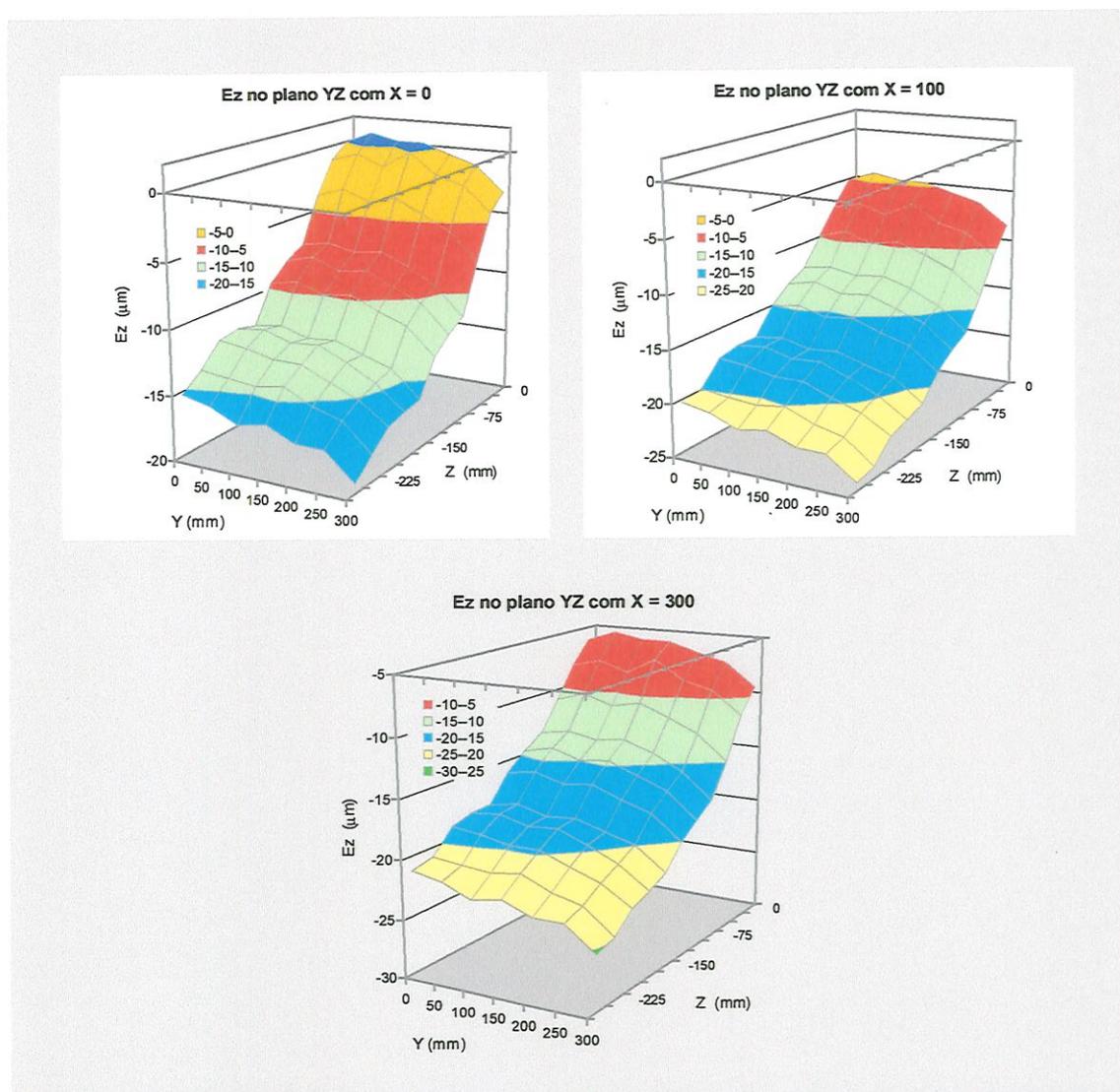
Esta variação em dependência de Y é ainda muito pequena para Y menores que 150, ou seja, ao longo da primeira metade da escala Y, fazendo-se notar somente, a partir de  $Y = 150 \text{ mm}$ .

A partir desta análise, pode-se concluir que o valor de  $Ez$  está sendo afetado principalmente pelo ROLL do *Eixo Y*, cuja contribuição é

amplificada pela posição  $X$  (braço em  $X$ ). A magnitude desta influência é maior que aquela resultante da combinação dos erros ROLL do *Eixo X* e PITCH do *Eixo Y*, a qual depende da posição  $Y$ .

Observando as curvas destes erros geométricos no Apêndice C, pode-se comprovar esta afirmação e, o fato do valor de  $Ez$  aumentar negativamente a partir das coordenadas  $X = 150$  mm e  $Y = 150$  mm.

Na figura 6.12 a seguir, são apresentadas as superfícies de erros  $Ez$  traçadas para diferentes planos verticais  $YZ$  (para  $X = 0$ , 100 e 300 mm).



**Figura 6.12:** Comportamento da componente  $Ez$  do erro volumétrico em diferentes planos verticais  $YZ$  dentro do volume de trabalho da MM3C avaliada

Observe-se nesta figura, que o comportamento do erro nesses planos é também muito similar. A amplitude total do erro não ultrapassa os 20  $\mu\text{m}$  em nenhum dos planos YZ observados. A pouca variação do erro na direção Z, em dependência da posição Y, é comum a todos os planos analisados.

Os valores de  $Ez$  em todo o volume de trabalho da MM3C avaliada oscilam entre 0,5 e -26  $\mu\text{m}$  e são os erros de menor magnitude encontrados.

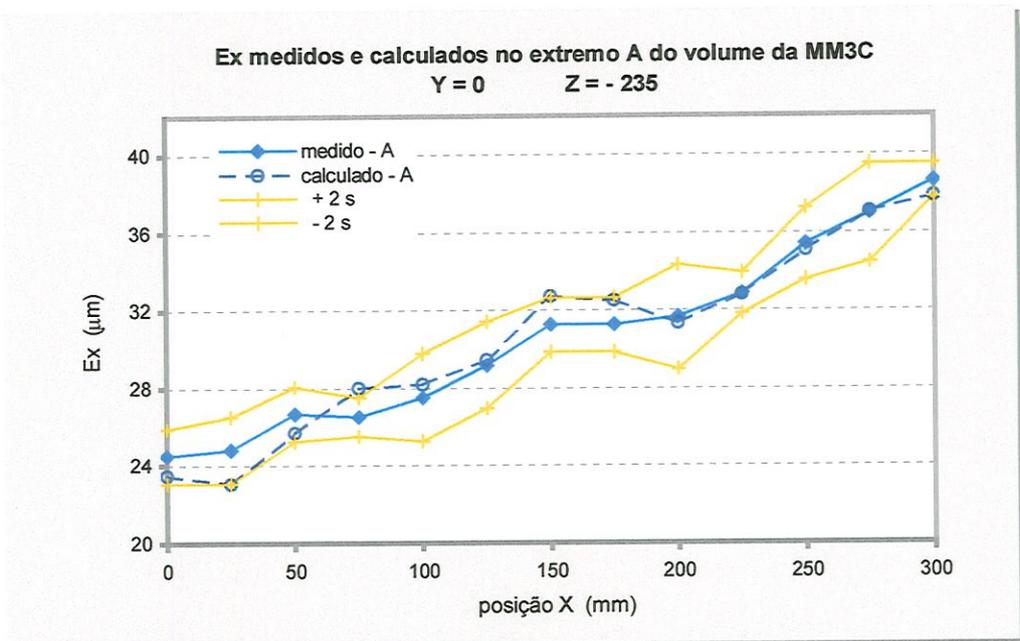
Os *desvios padrão* estimados em todas as medições realizadas de  $Ex$ ,  $Ey$  e  $Ez$  oscilam entre os valores 0,5 e 2  $\mu\text{m}$ .

## 6.2 ERROS NOS EXTREMOS DO VOLUME DE TRABALHO

A seguir, são apresentados os resultados da comparação das curvas de erros medidos nos extremos do volume de trabalho da máquina com as curvas de erros sintetizados, para as mesmas posições, usando as equações do *modelo reduzido*.

Nesta comparação, os erros medidos com o Interferômetro a Laser são os valores de referência, portanto, qualquer curva de erros dentro de seu intervalo aleatório pode ser considerada como válida. Além das curvas de erros medidos e sintetizados, nos gráficos são representados os intervalos de erros aleatórios ( $\pm 2s$ ) para cada posição observada na medição. Nos gráficos a posição X, Y ou Z é dada em milímetros e os erros encontrados em micrometros.

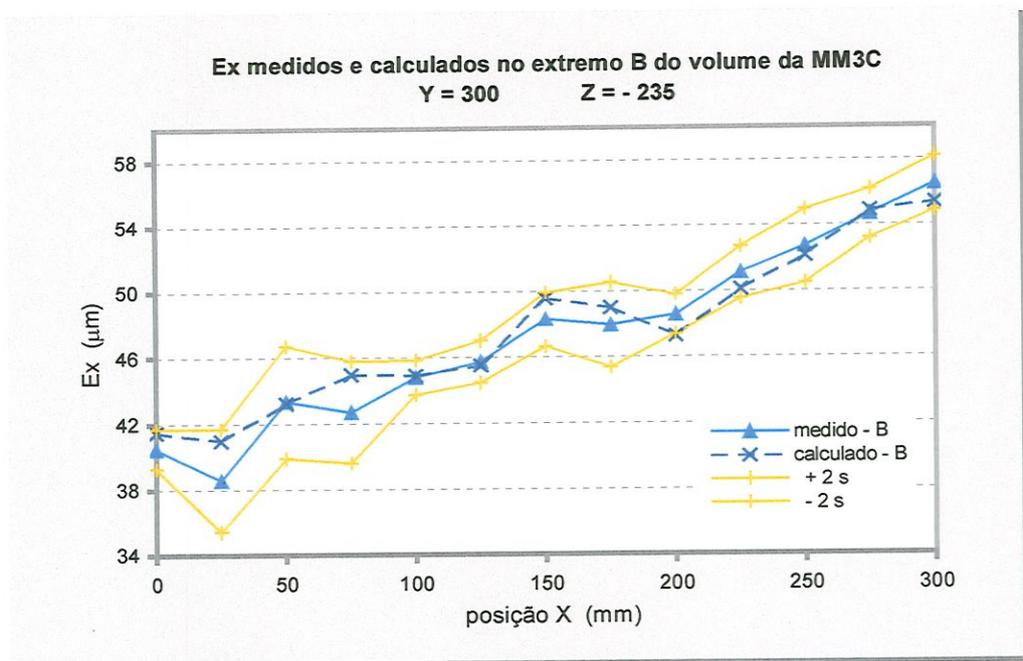
A figura 6.13 contém o gráfico dos erros na direção X medidos e calculados ao longo da geratriz, paralela à direção X, com ponto inicial A. Observando essa figura, pode-se dizer que, exceto para X= 75 mm, o valor do  $E_x$  sintetizado, com o modelo *reduzido*, está dentro do intervalo aleatório em todas as posições X observadas durante a medição.



**Figura 6.13:** Erros na direção X medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial A

A diferença entre as curvas não ultrapassa 6% do valor do erro medido em nenhuma posição. A maior diferença foi encontrada em X igual a 75mm, onde, coincidentemente, o intervalo aleatório é menor ( $\pm 1 \mu\text{m}$ ). O valor do desvio padrão encontrado na medição de  $E_x$  ao longo dessa geratriz com ponto inicial A, oscila entre 0,5 e 1,3  $\mu\text{m}$  e os erros  $E_x$  medidos estão entre 24,5 e 38,5  $\mu\text{m}$ .

O resultado da comparação entre os valores de  $E_x$  medidos e calculados ao longo da geratriz paralela à direção X com ponto inicial B, é apresentado no gráfico da figura 6.14, a seguir.



**Figura 6.14:** Erros na direção X medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial B

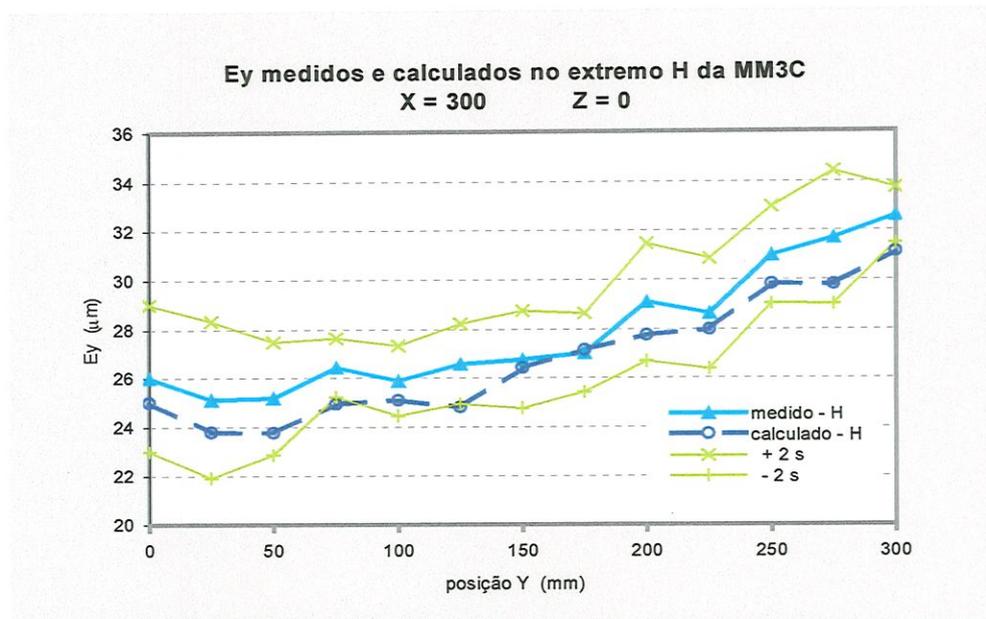
Analisando as curvas do gráfico da figura 6.14, tem-se que os erros calculados mantêm-se dentro do intervalo aleatório definido na medição para cada posição X observada. A maior diferença entre os valores medidos e calculados foi achada em  $X = 25 \text{ mm}$ , mas o valor da mesma representa somente o 6 % do valor do erro medido nessa posição. Nas outras posições observadas as diferenças são menores.

Os desvios padrão estimados a partir da medição de  $E_x$  ao longo da geratriz com ponto inicial B, oscilam entre 0,5 e 1,6  $\mu\text{m}$  e, como pode-se

observar na figura 6.14, o valor dos mesmos é ligeiramente maior para X menores que 100 mm. Os valores medidos de  $E_x$  oscilam entre 39 e 56  $\mu\text{m}$ .

Observe-se ainda, nas figuras 6.13 e 6.14, que a curva dos valores  $E_x$  calculados, apesar de possuir uma forma similar à dos valores medidos, não apresenta nenhuma tendência, em relação à mesma, que indique que o modelo proposto sobrestime ou subestime os erros na direção X.

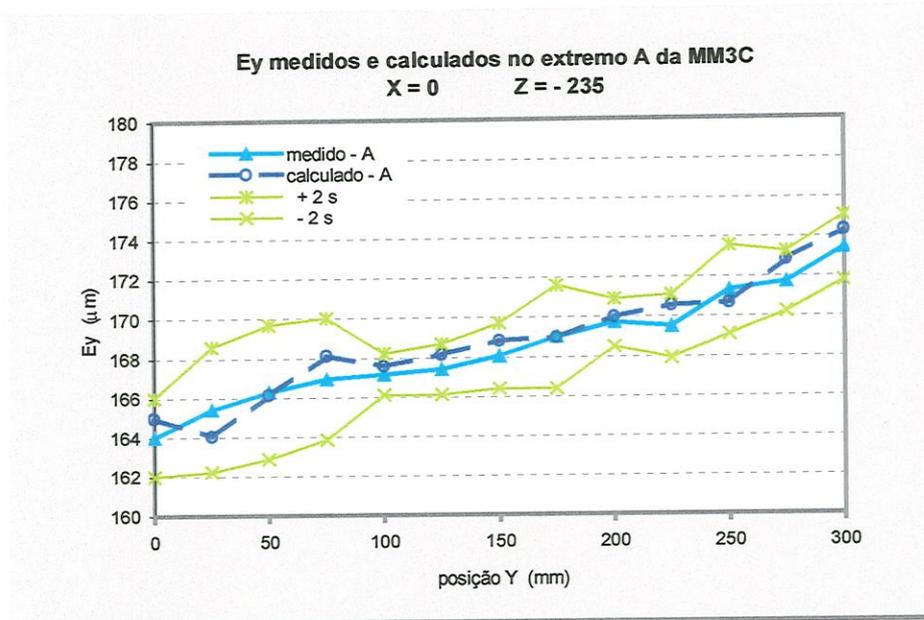
A figura 6.15 contém o gráfico dos erros  $E_y$  medidos e calculados para a geratriz paralela ao *Eixo Y* com ponto inicial H. A curva de erros  $E_y$  calculada nesse extremo está, como pode-se observar na figura 6.15, dentro do intervalo aleatório estimado na medição de  $E_y$  ao longo da mesma geratriz.



**Figura 6.15:** Erros na direção Y medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial H

A média das diferenças encontradas entre os valores  $E_y$  medidos e calculados é de 1,1  $\mu\text{m}$ , valor que representa 4% do valor do erro medido. Para Y igual a 275 mm, achou-se a maior a diferença entre o valor medido e calculado: 1.9  $\mu\text{m}$  (6% do valor medido). Os valores dos erros  $E_y$  medidos neste extremo H oscilam entre 25 e 33  $\mu\text{m}$ .

Os resultados obtidos na comparação dos valores  $E_y$  medidos e calculados ao longo da geratriz com ponto inicial A, podem ser visualizados no gráfico da figura 6.16, a seguir.



**Figura 6.16:** Erros na direção Y medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial A

Analisando as curvas de erros da figura 6.16, observa-se que os valores  $E_y$  sintetizados com o modelo *reduzido* são, em geral, muito próximos dos valores medidos. As diferenças entre as curvas são menores que 1,5% dos valores medidos.

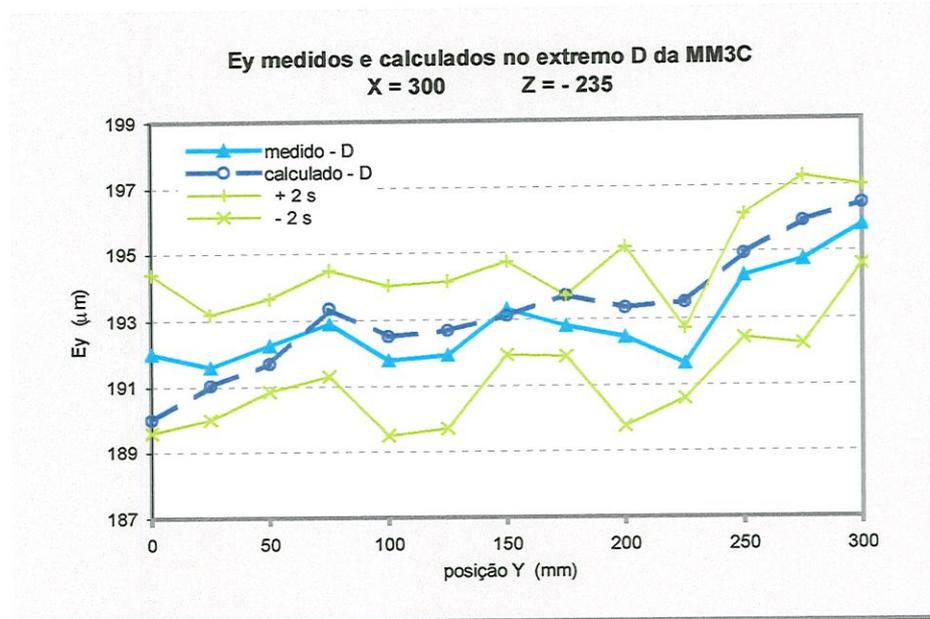
Neste extremo, os erros na direção Y são grandes, com valores entre 164 e 174  $\mu\text{m}$ . Os intervalos aleatórios variam ao longo da direção Y entre  $\pm 1,2$  e  $\pm 3,2$   $\mu\text{m}$ , sendo sensivelmente maiores para Y entre 25 e 100 mm.

No gráfico da figura 6.17, têm-se as curvas de erros resultantes da medição e da sintetização dos erros na direção Y na geratriz com ponto inicial D. Observe-se, que este extremo D é o mais afastado da origem do sistema de referência e, portanto, os valores de  $E_y$  esperados são, de fato, maiores.

Observando a figura 6.17, constata-se que os valores da componente  $E_y$  medidos e calculados são, também aqui, muito

próximos. As maiores diferenças encontradas correspondem a um 1% dos valores medidos.

A curva do  $E_y$  calculado está, exceto na posição  $Y = 225\text{mm}$ , dentro do intervalo aleatório estimado na medição. Observe-se que para  $Y$  igual a  $225\text{mm}$ , o desvio padrão estimado é o menor de todos:  $0,5\ \mu\text{m}$ .



**Figura 6.17:** Erros na direção  $Y$  medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial  $D$

Analisando nas figuras 6.15, 6.16 e 6.17, a forma e tendência das curvas de erros  $E_y$  calculadas em relação à curva de erros medidos, não se observa nenhuma tendência específica, de que o modelo proposto sobrestime ou subestime o erro na direção  $Y$ .

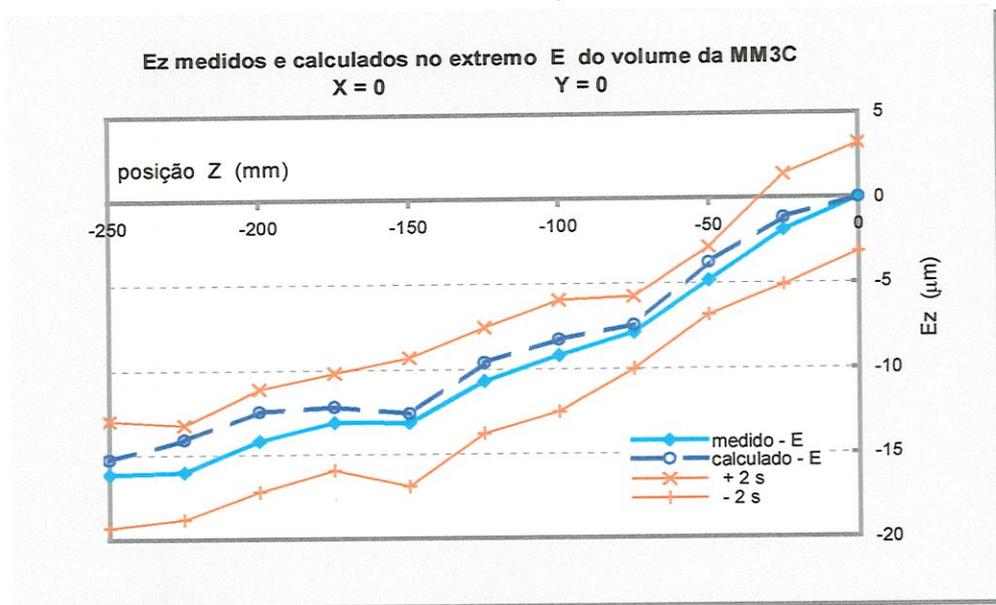
Finalmente, apresentam-se nos gráficos 6.18 a 6.21, os resultados da medição e da sintetização dos erros na direção  $Z$  da máquina, nas geratrizes paralelas ao *Eixo Z* com pontos iniciais nos extremos  $E$ ,  $F$ ,  $G$  e  $H$ , respectivamente.

Observando a figura 6.18, tem-se que o valor do  $E_z$  medido, no extremo  $E$ , oscila entre  $0$  e  $-16\ \mu\text{m}$ . Entretanto, os desvios padrão achados nessas medições têm valores entre  $1$  e  $1,6\ \mu\text{m}$ , valores estes considerados grandes, se comparados com a magnitude dos erros sistemáticos ( $E_z$ ).

Deve-se citar neste ponto, que a magnitude dos desvios padrão estimados em todas as medições realizadas, nos extremos do volume oscila, também, entre os valores 0,5 e 2  $\mu\text{m}$ , sem que tenha sido observada nenhuma dependência dos mesmos em relação à posição dentro do volume de trabalho da MM3C avaliada.

Como pode-se observar na figura 6.18, a curva de erros sintetizados para o extremo E é muito similar à medida, e está totalmente dentro do intervalo  $\pm 2s$  ao longo de toda a geratriz.

As diferenças encontradas são em sua maioria menores que 0,8 $\mu\text{m}$ , mas em dependência do valor do erro medido, estas diferenças representam entre um 4 e 12 % dos mesmos, com exceção das posições  $Z = -200$  e  $-225$  mm, onde as diferenças são maiores.

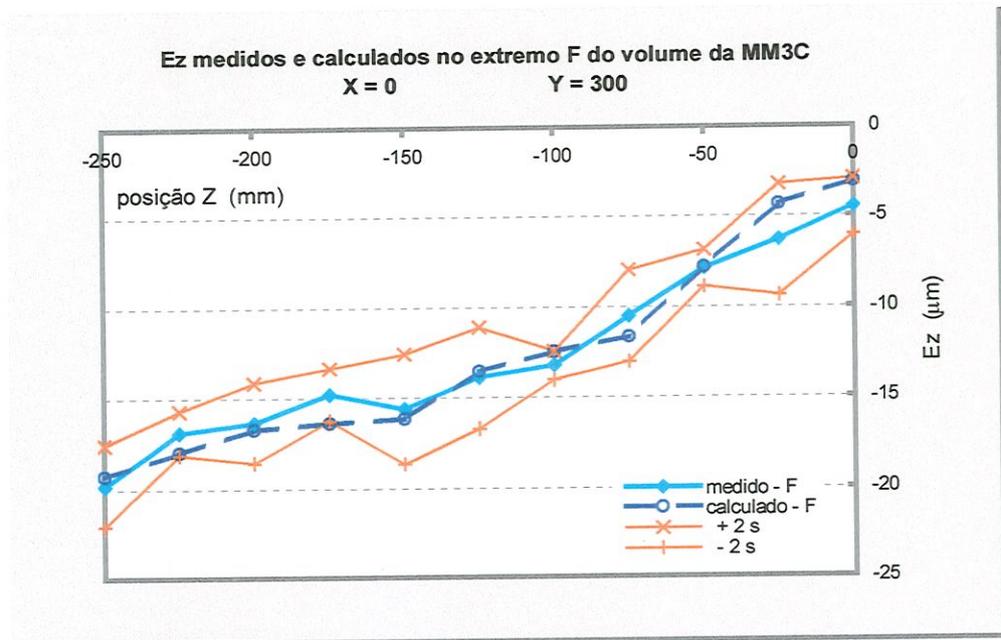


**Figura 6.18:** Erros na direção Z medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial E

Analisando a figura 6.19, observa-se que o erros na direção Z medidos no extremo F do volume, oscilam entre  $-4$  e  $-20$   $\mu\text{m}$ , com desvios padrão entre 0,5 e 1,6  $\mu\text{m}$ .

Também neste caso, os valores de  $Ez$  calculados estão dentro dos intervalos aleatórios. As diferenças encontradas entre os erros medidos e calculados, representam em geral de 2% e 11% da magnitude dos valores medidos. Excetuando as suas posições Z iniciais, onde as

diferenças são maiores e a magnitude dos erros é menor. Mesmo assim, também nestas posições os valores calculados estão dentro do intervalo aleatório.



**Figura 6.19:** Erros na direção Z medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial F

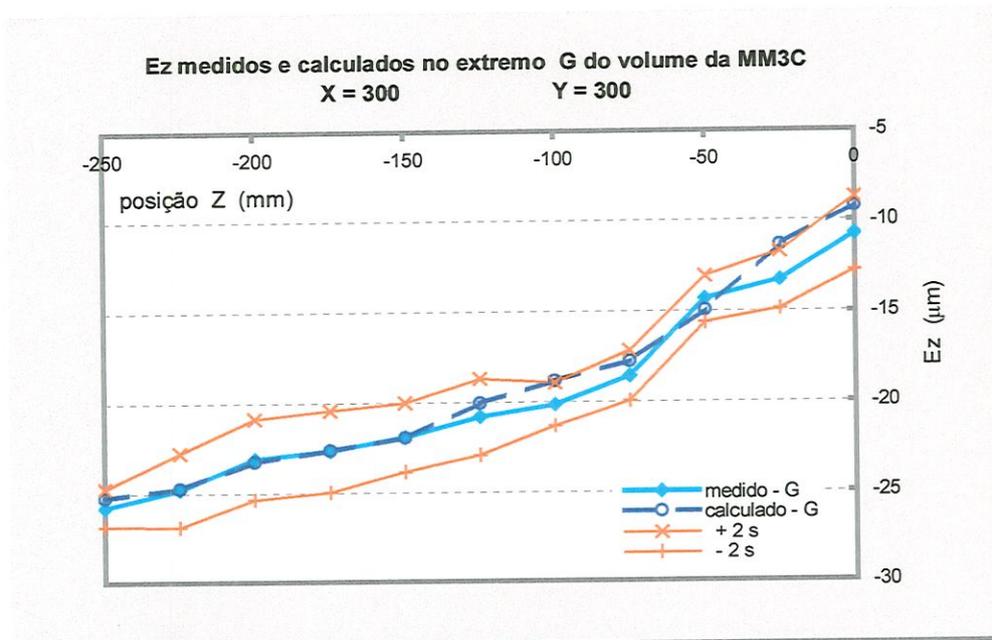
Comportamentos muito semelhantes, podem ser observados nos gráficos das figuras 6.20 e 6.21, nos quais ilustram-se os resultados da comparação dos valores de  $Ez$  medidos e calculados nos extremos G e H do volume da máquina.

A curva de valores  $Ez$  calculados no extremo G, figura 6.20, está contida dentro do intervalo  $\pm 2s$  estimado para os erros medidos, em todas as posições Z observadas. As diferenças entre os valores medidos e calculados, achadas neste caso, oscilam entre 0,5 e 14,5 % dos valores medidos.

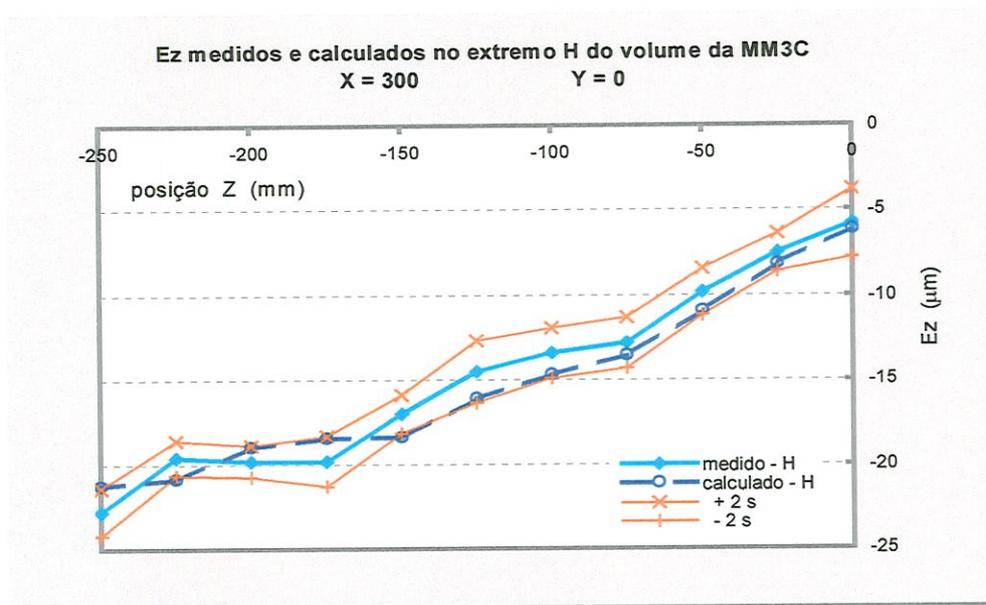
No caso do extremo H, a figura 6.21 mostra que as diferenças entre os valores  $Ez$  medidos e calculados representam entre 4 e 10 % da magnitude dos valores medidos. A curva de valores calculados não excede os limites do intervalo  $\pm 2s$  em nenhuma posição Z observada.

Para concluir esta análise, pode-se dizer que a magnitude dos erros na direção Z sintetizados com o modelo proposto, encontra-se em

todos os casos dentro dos intervalos de incerteza definidos nas medições realizadas nos extremos do volume da máquina. É possível dizer ainda, que não foi observada nenhuma tendência específica do modelo, em relação a sobrestimar ou subestimar o valor dos erros na direção Z da máquina.



**Figura 6.20:** Erros na direção Z medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial G



**Figura 6.21:** Erros na direção Z medidos com o interferômetro a Laser e calculados com o modelo de sintetização *reduzido* para a geratriz com ponto inicial H

### 6.3 COMPENSAÇÃO DOS ERROS NA DIAGONAL

A capacidade do modelo para compensar os erros de MM3C foi testada através da medição de diferentes distâncias em duas das diagonais principais do volume de trabalho da máquina avaliada. Os resultados são apresentados nos gráficos das figuras 6.22 e 6.23.

No eixo das abcissas tem-se o valor da distância medida, em milímetros, e os erros são dados em micrometros, no eixo das ordenadas.

Nesses gráficos, têm-se duas curvas de erros. Uma das curvas (“Erro-Ida”) representa os erros encontrados na definição das distâncias a partir das coordenadas dos pontos indicados pela máquina, sem aplicar nenhum tipo de correção ou compensação (equação 5.16). A outra curva ilustra o comportamento dos resíduos ou erros ainda presentes, após aplicação da correção dos erros sistemáticos  $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$ , determinados a partir do *modelo reduzido*.

Segundo a curva “Erro-Ida” do gráfico da figura 6.22, a MM3C avaliada indica distâncias menores que as realmente percorridas, quando medidas no sentido “ida”<sup>1</sup> da diagonal principal 1 (figura 5.13).

O valor do erro aumenta negativamente a medida que a distância é maior. Para as distâncias medidas, o erro encontrado na diagonal 1 vai de  $-5,5\mu\text{m}$  (para uma distância de 25mm) até  $-41,2\mu\text{m}$  (para uma distância de 225mm).

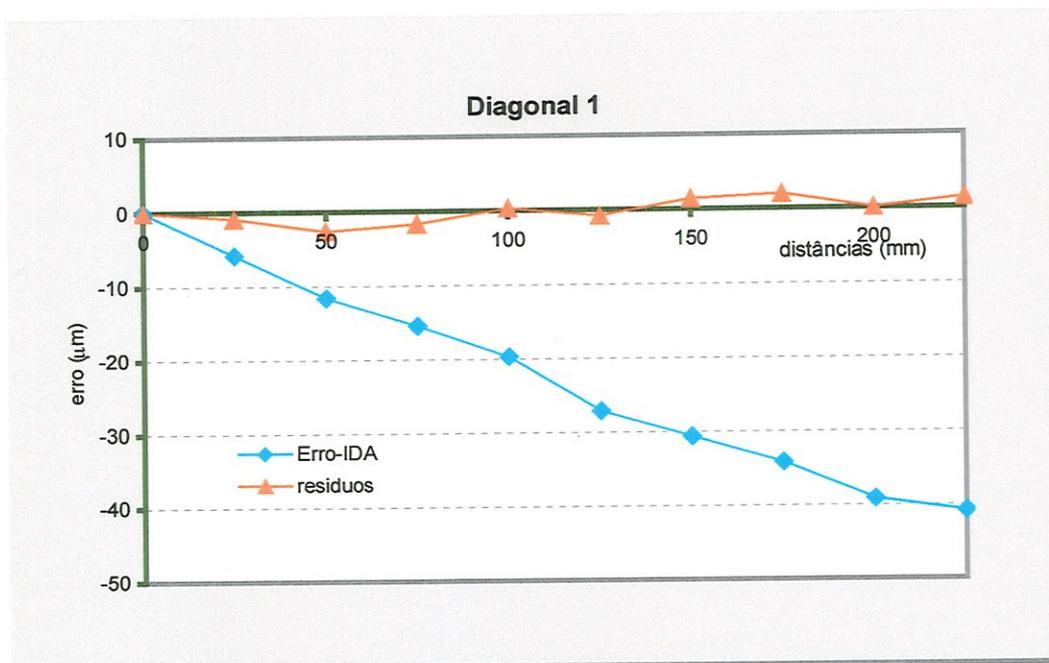
Observando a curva dos resíduos, nesse mesmo gráfico (figura 6.22), tem-se que após a compensação o valor dos erros está entre  $-2,3\mu\text{m}$  e  $2\mu\text{m}$ . Isto representa, uma redução de 75 e 90% para erros menores de  $10\mu\text{m}$  e de 95 e 99,8% para erros maiores.

No gráfico da figura 6.23 observa-se que a máquina indica distâncias menores que as realmente percorridas. O valor absoluto dos erros encontrados, sem aplicar nenhum tipo de compensação (Erro-IDA), são maiores para distâncias grandes e menores para distâncias

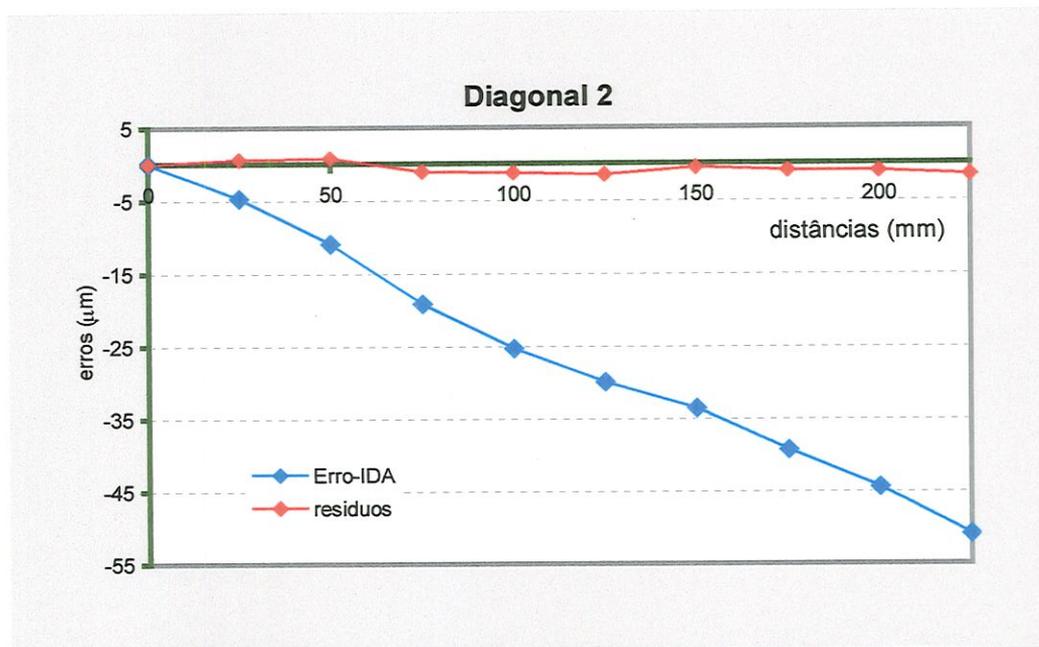
---

<sup>1</sup> Não foram realizadas medições no sentido “volta”

pequenas. Os seus valores vão de  $-4,7 \mu\text{m}$  para uma distância de  $25\text{mm}$  até  $-52 \mu\text{m}$  para uma distância medida de  $225\text{mm}$ .



**Figura 6.22:** Resultados da compensação dos erros da MM3C em medições de distâncias na direção "ida" da diagonal principal 1



**Figura 6.23:** Resultados da compensação dos erros da MM3C em medições de distâncias na direção "ida" da diagonal principal 2

Como mostra a curva dos resíduos na figura 6.23, quando realizada a compensação, a grandeza dos erros da máquina se reduz a valores entre  $-1,5\mu\text{m}$  e  $1\mu\text{m}$ . Isto equivale a uma redução entre 86 e 92,6% para erros menores de  $10\mu\text{m}$  e de 95 a 99,5% para erros maiores.

O sinal negativo dos erros da máquina antes da compensação, em ambas diagonais, pode-se atribuir ao fato do erro na direção Y ser negativo e muito maior que os das componentes do erro volumétrico nas direções X e Z (ver figuras 6.5 a 6.8).

Observando os resultados da compensação dos erros nas diagonais e os resultados da comparação dos erros previstos e medidos nos extremos do volume de trabalho da máquina, pode-se concluir, que o modelo *reduzido* de sintetização de erros e o método de calibração propostos neste trabalho, conseguem prever com eficiência o comportamento metrológico das máquinas de medir a três coordenadas.

Se um sistema de compensação de erros for elaborado, utilizando-se a referida proposta, pode-se reduzir sensivelmente os erros das máquinas e melhorar a sua acuracidade.

## 6.4 SIMULAÇÕES DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO ESPECÍFICA

Como foi visto no item 5.5, as incertezas associadas aos pontos coordenados podem ser, facilmente, determinadas a partir das equações de erros do modelo proposto e das incertezas derivadas da calibração.

O número de variáveis envolvidas nessa propagação é muito menor que quando se gera o mapa de erros de uma MM3C usando um modelo de sintetização de erros envolvendo os 21 erros geométricos (ver Apêndices A e B).

Desta forma, se usado o princípio de uma máquina *virtual* para estimar a *incerteza de medição específica*, a partir do mapa de erros gerado com o método proposto, a implementação é menos complexa e a propagação de erros é menor.

Com os programas computacionais desenvolvidos simulou-se a medição de três esferas, três círculos e três distâncias ponto-plano diferentes, em 5 posições dentro do volume de trabalho da máquina de medir avaliada.

Estas simulações, além de mostrar a aplicação do modelo e do método de calibração propostos, permitiram estudar alguns aspectos relacionados ao comportamento da incerteza de medição dentro do volume de trabalho das MM3C. Os resultados obtidos são apresentados a seguir.

### 6.4.1 Esferas e Círculos

A tabela 6.1 mostra os diâmetros das esferas e dos círculos escolhidos e as posições, onde foram simuladas a medição dos mesmos e estimadas suas respectivas incertezas.

**Tabela 6.1:** Parâmetros das geometrias simuladas: Esfera e Círculo

ESFERAS				
<b>Diâmetro</b>	40 mm		100 mm	160 mm
<b>posição</b>	(80, 80, -80)	(130,130, -130)	(210, 210, -170)	(100, 80, -170) (180, 210, -80)
CÍRCULOS				
<b>Diâmetro</b>	50 mm		125 mm	160 mm
<b>posição</b>	(80, 80, -80)	(130,130, -130)	(210, 210, -170)	(100, 80, -170) (180, 210, -80)

Os círculos e esferas foram simulados 32 vezes (com 9 e 4 pontos, respectivamente) em cada uma das 5 posições. Além disto, a distribuição dos pontos sobre a superfície do círculo ou da esfera permaneceu a mesma em cada posição.

A cada coordenada dos pontos foi atribuída a mesma incerteza de medição (1,2  $\mu\text{m}$ ), criando-se, assim, um arquivo de entrada que permaneceu o mesmo para as simulações em cada uma das 5 posições e para cada um dos diâmetros simulados.

Desta forma foi possível observar o comportamento da incerteza de medição em função do *diâmetro* medido. As tabelas a seguir mostram os resultados desta análise. Para cada posição, a incerteza de medição específica é dada pela dispersão, estimada como desvio padrão, dos 32 diâmetros determinados.

Nas tabelas 6.2 e 6.3, são resumidos os valores encontrados, para a *incerteza de medição*, nas simulações das esferas e dos círculos, respectivamente.

Analisando a *média* e o *desvio padrão* dos valores de incertezas obtidos para os diferentes diâmetros de esfera nas diferentes posições, observa-se que, como esperado, não existem diferenças significativas entre os mesmos, ou seja, o valor da incerteza de medição *independe* da grandeza da geometria avaliada.

**Tabela 6.2:** Incertezas de medição específicas: Esferas, 4 pontos, 32 simulações, 5 posições

ESFERA Diâmetro (mm)	POSIÇÃO					MÉDIA	DESVIO PADRÃO
	1	2	3	4	5		
40	0,49 $\mu\text{m}$	0,5 $\mu\text{m}$	0,48 $\mu\text{m}$	0,48 $\mu\text{m}$	0,48 $\mu\text{m}$	0,48 $\mu\text{m}$	0,01
100	0,5 $\mu\text{m}$	0,5 $\mu\text{m}$	0,49 $\mu\text{m}$	0,48 $\mu\text{m}$	0,48 $\mu\text{m}$	0,49 $\mu\text{m}$	0,01
160	0,5 $\mu\text{m}$	0,51 $\mu\text{m}$	0,49 $\mu\text{m}$	0,52 $\mu\text{m}$	0,48 $\mu\text{m}$	0,5 $\mu\text{m}$	0,02
média	0,49 $\mu\text{m}$	0,5 $\mu\text{m}$	0,49 $\mu\text{m}$	0,49 $\mu\text{m}$	0,48 $\mu\text{m}$		
DESVIO PADRÃO	0,01	0,01	0,01	0,02	0,0		

Este comportamento da incerteza se repete nas simulações dos círculos (tabela 6.3). O ligeiro aumento de seu valor pode ser atribuído ao fato de que o número de incertezas envolvidas na definição do círculo

é maior (incertezas da definição do plano e da posterior definição do círculo).

Esclarece-se no entanto, que o *número de pontos* usado para definir o plano e o círculo, não interfere no valor da incerteza e sim, na qualidade da geometria ajustada por mínimos quadrados. O valor final da incerteza da medição do círculo depende da grandeza das incertezas envolvidas e não de sua quantidade.

**Tabela 6.3:** Incertezas de medição específicas: Círculo, 9 pontos, 32 simulações, 5 posições

CÍRCULO Diâmetro (mm)	POSIÇÃO					MÉDIA	DESVIO PADRÃO
	1	2	3	4	5		
40	0,83 $\mu\text{m}$	0,82 $\mu\text{m}$	0,85 $\mu\text{m}$	0,83 $\mu\text{m}$	0,82 $\mu\text{m}$	0,83 $\mu\text{m}$	0,01
100	0,82 $\mu\text{m}$	0,82 $\mu\text{m}$	0,83 $\mu\text{m}$	0,83 $\mu\text{m}$	0,83 $\mu\text{m}$	0,83 $\mu\text{m}$	0,01
160	0,81 $\mu\text{m}$	0,83 $\mu\text{m}$	0,83 $\mu\text{m}$	0,80 $\mu\text{m}$	0,80 $\mu\text{m}$	0,82 $\mu\text{m}$	0,02
média	0,82 $\mu\text{m}$	0,82 $\mu\text{m}$	0,83 $\mu\text{m}$	0,83 $\mu\text{m}$	0,81 $\mu\text{m}$		
DESVIO PADRÃO	0,01	0,01	0,00	0,06	0,01		

Observe-se nas tabelas 6.2 e 6.3, que o valor da incerteza nas diferentes posições não apresenta variações significativas, isto se deve, unicamente, ao fato de ter-se usado o mesmo valor de incerteza para todas as coordenadas de todos os pontos envolvidos nas simulações.

#### 6.4.2 Distâncias Ponto-Plano

Usando o mapa de incertezas da MM3C avaliada, gerado a partir da proposta desta tese, estimou-se a *incerteza de medição específica* de três distâncias simuladas, 13mm, 67mm e 123mm, em 4 posições diferentes dentro do volume de trabalho da máquina.

Em cada caso foi estimada a dispersão (princípio da máquina virtual) de 32 simulações dentro dos limites impostos pelas nuvens de incertezas  $\pm 2u_c(PS_i)$ . Além disto, com outro programa computacional calculou-se, para as mesmas situações, a *incerteza padrão combinada* aplicando a lei de propagação de incertezas, dada na equação 3.24, em

todas as etapas do ajuste do plano por mínimos quadrados, propagando seus resultados até o cálculo da distância ponto-plano (equação 5.27).

Na tabela 6.4 são apresentados os resultados desses cálculos, conjuntamente, com os valores de incerteza encontrados segundo o princípio da máquina virtual.

**Tabela 6.4:** Incertezas de medição específicas simuladas pela *MVirtualM3C* e calculadas

DISTÂNCIA PONTO-PLANO						
posição	13 mm		67 mm		123 mm	
	<i>MVIRTUAL</i>	CALCULADA	<i>MVIRTUAL</i>	CALCULADA	<i>MVIRTUAL</i>	CALCULADA
1	0.8 $\mu\text{m}$	1.5 $\mu\text{m}$	0.5 $\mu\text{m}$	1.7 $\mu\text{m}$	0.9 $\mu\text{m}$	3.7 $\mu\text{m}$
2	1.9 $\mu\text{m}$	4.3 $\mu\text{m}$	1 $\mu\text{m}$	3.5 $\mu\text{m}$	0.6 $\mu\text{m}$	1.4 $\mu\text{m}$
3	1 $\mu\text{m}$	3.3 $\mu\text{m}$	0.7 $\mu\text{m}$	2.7 $\mu\text{m}$	1.3 $\mu\text{m}$	4.3 $\mu\text{m}$
4	0.9 $\mu\text{m}$	3.4 $\mu\text{m}$	0.6 $\mu\text{m}$	1.3 $\mu\text{m}$	0.5 $\mu\text{m}$	2.2 $\mu\text{m}$

Analisando os valores de incertezas, apresentados na tabela 6.4, observa-se que a incerteza simulada segundo a máquina virtual é, em todos os casos, menor que a calculada segundo o “Guia para a expressão da Incerteza de Medição”.

Considerando a faixa de valores (0,5 a 2  $\mu\text{m}$ ) observados durante a calibração e na determinação do mapa de incertezas da máquina avaliada, os valores de incerteza simulados estão próximos do valor médio esperado (em torno de 1,2  $\mu\text{m}$ ).

As incertezas calculadas, entretanto, apresentam, em vários casos, valores muito maiores que os esperados. Usualmente, as incertezas estimadas desta forma possuem valores, que em alguma medida, representam o limite superior da incerteza de medição.

Durante o desenvolvimento desta análise, observou-se que os cálculos envolvidos na aplicação da lei de propagação de incertezas em todas as etapas da definição da geometria por mínimos quadrados, são muitos e complexos. Consequentemente, se perde o senso para observar quais influências são, de fato, mais significativas.

# Capítulo 7

## CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Neste trabalho foi apresentado um novo método de calibração direta para máquinas de medir a três coordenadas que associado a um novo modelo matemático de sintetização de erros garante a rastreabilidade das medições a três coordenadas.

O modelo *reduzido* de sintetização equaciona as componentes do erro volumétrico de um ponto dentro do volume de trabalho de uma MM3C como sendo: uma combinação ou sobreposição de duas variações de erros, que consideram as influências dos erros de translação e os efeitos dos erros angulares.

O método de calibração do volume dividido *parcial* usa um interferômetro a Laser para medição de comprimento, como instrumento padrão, e baseia-se na medição direta das componentes  $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$  do erro volumétrico em três planos de calibração, cuja posição pode ser determinada em função da frequência de uso de determinadas partes do volume de trabalho das MM3C.

O mapa de erros de uma MM3C do tipo “ponte móvel”, gerado a partir dos dados de calibração e da aplicação das equações do modelo *reduzido*, foi verificado através da comparação dos erros sintetizados e medidos nos extremos do volume de trabalho da máquina e, também,

por meio dos resultados da compensação dos erros envolvidos na medição de distâncias em duas das diagonais principais.

Usando as equações de erros e os dados de calibração foram desenvolvidos programas computacionais, em linguagem Turbo Pascal, que simulam a medição de círculos, esferas e distâncias ponto-plano e estimam a incerteza de medição específica das medições segundo o princípio da máquina *virtual*.

Dos desenvolvimentos teóricos e experimentais, apresentados neste trabalho, podem ser feitas as seguintes conclusões:

- O modelo proposto consegue prever com eficiência o erro volumétrico de qualquer ponto dentro do volume de trabalho da máquina de medir a três coordenadas.
- As equações de erros são extremamente simples, seus termos são todos do mesmo tipo (componentes do erro volumétrico) e seu número é muito menor (somente 3) que o das equações derivadas dos modelos e métodos já conhecidos.
- A análise da propagação das incertezas dos pontos coordenados, a partir das equações de erros propostas, é muito mais simples e transparente que a dos modelos conhecidos. Além disto, sua implementação computacional foi fácil.
- As diferenças observadas entre os valores medidos e previstos pelo modelo em posições extremas do volume representam, na maioria dos casos, menos do 6% dos valores medidos. As maiores diferenças encontradas em nenhum caso ultrapassaram os limites ( $\pm 2$  vezes o desvio padrão dos valores observados) do erro aleatório da medição.
- A aplicação do modelo em sistemas de compensação de erros é perfeitamente viável. A previsão dos erros a serem compensados, nas duas diagonais principais, mostrou que o modelo foi capaz de reduzir erros da MM3C avaliada entre 95 e 99.8%.

- Erros pequenos com grandezas de até 5  $\mu\text{m}$  foram compensados em até 70 %, o qual pode ser considerado um ótimo resultado, uma vez que erros dessa magnitude são sempre difíceis de serem corrigidos.
- O método de calibração proposto minimiza o número de dados a serem coletados e a diversidade dos mesmos. A redução do número de dados a serem analisados é de 85 %, em relação ao volume de dados obtido com o Método do Volume Dividido como conhecido. Entretanto, a quantidade de informação obtida sobre o desempenho metrológico da máquina mantém-se a mesma.
- O tempo de calibração é reduzido, também, pelo uso de uma única óptica para o interferômetro a Laser, e conseqüentemente, de um único procedimento de alinhamento. Desta forma, a medição e a análise dos dados tornam-se, também, menos complexas.
- Em máquinas de medir a três coordenadas que permitam a medição “on the fly”, o tempo de calibração segundo o método proposto seria ainda muito menor.
- O uso de um interferômetro a laser como referência permite estabelecer facilmente a *cadeia de rastreabilidade*, sem afetar excessivamente o custo da calibração. O custo atual destes instrumentos é muito menor que há alguns anos, encontrando-se na mesma faixa, ou inclusive menor, que de uma placa de esferas calibrada.
- As medições necessárias para a correção dos pontos iniciais das curvas de erros podem ser realizadas de forma simples e rápida, e não acrescentam dificuldades maiores ao método, nem à determinação da incerteza de medição.
- A implementação computacional da máquina virtual e do programa de compensação de erros usando o modelo do VDP é

menos complexa que quando usado um modelo de sintetização contendo os 21 erros geométricos.

Durante o desenvolvimento deste trabalho confrontaram-se diferentes idéias que são colocadas a seguir como propostas de trabalhos futuros:

- Análise de outras configurações de MM3C com o modelo e o método de calibração propostos nesta tese.
- Aplicação do Método do VDP usando artefatos padrões.
- Desenvolvimento de um sistema de compensação de erros para a máquina de medir avaliada que utilize o modelo reduzido e o método de calibração do volume dividido parcial.
- Análise da incerteza de medição de Círculos e Esferas medidas em MM3C, aplicando os conceitos do “Guia para a expressão das incertezas de Medição” (1998), em todas as etapas do ajuste dessas geometrias com o método dos mínimos quadrados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, A.C. & DI GIACOMO B. *Projeto e construção de uma interface para máquinas de medir a três coordenadas, EESC-USP, 1992*
- ANBARI, N AND TRUMPOLD, H. *The influence of surface roughness in dependence of the probe ball radius measuring the actual size. CIRP Sc. Tech. Comm. Report (Surface Metrology), 1989.*
- ANSI/ASME B89.4.1 (formerly ANSI/ASME B89.1.12M): *Methods for performance evaluation of coordinate measuring machines, 1997.*
- ANSI/ASME Standard B89.6.2: *Temperature and Humidity Environment for Dimensional Inspection. 1973.*
- ASME Working Group B89.1.12 Task Force L - Coordinate Measuring Machines: *Parametric calibration of Coordinate Measuring Machines, Technical Report, American Society of Mechanical Engineers, 14pg, 1991.*
- BALSAMO, A.; FRANKE, M.; TRAPET, E.; WÄLDELE, F.; De JONGE, L.; VANHERCK, P. *Results of the CIRP - Euromet Intercomparison of Ball Plate - Based techniques for Determining CMM Parametric Errors, Annals of the CIRP, v 46 (1), 1997.*
- BALSAMO, A.; MARQUES, D.; SARTORI, S. *A method for thermal deformation corrections of CMMs. Annals of the CIRP, 1990.*
- BELFORTE, G.; BONA, B.; CANUTO, E.; DONATI, F.; FERRARIS, F.; GORINI, I.; MOREI, S.; PEISINO, M.; SARTORI, S. *Coordinate Measuring Machines and Machine Tools Selfcalibration and Error Correction", Annals of the CIRP, v 36/1/1987.*
- BELL, F. and Hemmelgarn, T. *Real Time Accuracy Enhancement for CMMs Mechanical Development. Ohio, U.S.A. 1986.*
- BOSCH, J. A. *Coordinate Measuring Machines and Systems, New York, Marcel Dekker, Inc., 1995.*
- BOURDET, P.; LARTIGUE, C.; LEVEAUX, F. *Effects of data point distribution and mathematical model on finding the best-fit sphere to data. Precision Engineering, v. 15, n. 3, p. 150-157, July 1993.*

- BRYAN, J. B. *A simple method for testing measuring machines and machine tools*, part 1: *Principles and Applications*. Precision Engineering, v. 4,n. 2, April 1982. part 2: *Construction details*. Precision Engineering, v. 4, n. 3, July 1982.
- BRYAN, J. B. *Temperature Fundamentals* in: BOSCH, J.A. *Coordinate Measuring Machines and Systems*, New York, Marcel Dekker, Inc., 1995.
- BS 6808 Parts 1-3: *British Standard - Coordinate Measuring Machines*, 1989.
- BURDEKIN, M.; VOUTSADOPOULOS, C. *Computer aided calibration of the geometric errors of multi-axis coordinate measuring machines*, Proc. Instn. Mech. Engrs., v 195 pg 231-239, 1981.
- BURY, J. *The direct measurement of volumetric errors of three dimensional co-ordinate machines*. Metrology Conference, paper 8, 1976.
- CAMERON, JOSEPH M. *Traceability?*, Journal of Quality Technology, v 7, p. 193-195, Oct. 1975.
- CAMPION, P.J.; BURNS, J.E.; WILLIAMS, A. *A code of practice for the detailed statement of accuracy*. National Physical Laboratory. Dept. of Trade and Industry, London - Her Majesty's Stationery Office, 1973.
- CARDOZA, J.A.S. *Máquinas Virtuais de Medir a Três Coordenadas*. Ph.D. Thesis - Universidade de São Paulo- São Carlos, 209p, Ago. 1995.
- CASKEY, G.; HARI, Y.; HOCKEN, R., PALANVEU, D.; RAJA, J.; WILSON, R., CHEN, K. AND YANG, J. *Sampling Techniques for Coordinate Measuring Machines*. Proc. Of the NSF Conference, 1991.
- CIRP STC "ME" WORKING PARTY ON 3D *A proposal for defining and specifying the dimensional uncertainty of multi-axis measuring machines*. Annals of the CIRP, v. 27/2/1978.
- CMMA: Coordinate Measuring Machines Manufacturing Association: *CMMA- Accuracy Specification for Coordinate Measuring Machines*, London, 1989.

- COLCLOUGH, A.R. *Two Theories of experimental Error*. Journal of Research of the National Bureau of Standards, v. 92, n. 3, May-June 1987.
- COY, J. *Sampling error for co-ordinate measurement*. Proceedings of the 28<sup>th</sup> International MATADOR Conference, p.481-489, Manchester, April 1990.
- DE NIJS, J.F.C.; LAMMERS, M.G.M.; SCHELLENKENS, P.H.J.; VAN DER WOLF, A.C.H. *Modeling of a coordinate measuring machine for the analysis of its dynamic behavior*. Annals of the CIRP, v 37(1), 1988.
- DENAVIT, J. & HARTENBERG, R.S. *A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices*. Journal of Applied Mechanics, p. 215-221, June 1955.
- DI GIACOMO B. *Software Error Compensation of Machine Tools*, Report from Precision Engineering Laboratory UNC Charlotte, May 1993.
- DI GIACOMO, B. *Computer aided calibration and hybrid compensation of geometric errors in coordinate measuring machines*. Ph.D. Thesis, 418 p., England, University of Manchester Institute of Science and Technology, Mai 1986.
- DIETRICH, C.F. Uncertainty, calibration and probability. London, Adam Hilger, 1973.
- DOIRON, T. AND STOUP, J. *Uncertainty and Dimensional Calibrations*, Journal of Research of the National Institute of Standard and Technology, 102, p 647-676, 1997.
- DONMEZ, M.A.; LIU, C.R.; BARASH, M.M. *A generalized mathematical model for machine tool errors*. Modeling, Sensing and Control of Manufacturing Processes, ASME - PED v. 23/DSC., 1988.
- DRAPER, N.R. AND SMITH, H. Applied regression analysis. John Wiley & Sons Inc. New York, 1966.
- EHRlich, C.D. AND RASBERRY, S.D. *Metrological Timelines in Traceability*, Journal of Research of the National Institute of Standard and Technology, 103, p 93 - 105, 1998.

- EMERY, J. K. *Dimensional Metrology Standardization*. Mechanical Engineering, p. 40-45, 1965.
- ESTLER W. TYLER *Calibration and use of optical straightedges in the metrology of precision machines*, Optical Engineering, v 24 (3), p. 372-379, May/June 1985.
- ESTLER W. TYLER; PHILLIPS, S.D.; BORCHARDT, B.; HOPP, T.; LEVENSON, M.; EBERHARDT, K.; MCCLAIN, M.; SHEN, Y AND ZHANG, X. *Practical Aspects of touch - trigger probe error compensation*. Precision Engineering, v. 21, p. 1-17, 1997.
- ESTLER W. TYLER; PHILLIPS, S.D.; BORCHARDT, B.; HOPP, T.; WITZGALL, C.; LEVENSON, M.; EBERHARDT, K.; MCCLAIN, M.; SHEN, Y AND ZHANG, X. *Error compensation for CMM touch - trigger probes*. Precision Engineering, v. 19, p. 85-97, 1996.
- EVANS, C.; HOCKEN, R.; ESTLER, W.T. *Self-Calibration: Reversal, Redundancy, Error Separation and "Absolute Testing"*, Annals of the CIRP, v 45/2, 1996.
- FERREIRA, P. M.; LIU, C.R. *A method for estimating and compensating quasi-static errors of machine tools* Journal of Engineering for Industry, v. 115, p. 149-159, 1993.
- FRENCH, D. & HUMPRIES, S.H. *Compensation for backlash and alignment errors in a numerically controlled machine tool by a digital computer program*. Proceedings of the 8<sup>th</sup> MTDR. Conference, p. 707-726, 1967.
- Gayler, J. F. W. and Shotbott, C.R. Metrology for Engineers. 4<sup>th</sup> Edition, Cassell Ltd. London, 1981.
- GENEST, D. *Thermal Effects: understanding their causes can minimize their influence on precision measurement*. Mfg. The Brown&Sharpe Publication of Precision Measurement, 5 páginas, v. 4, issue 2, 1997.
- GOLDER, A. *A statistical approach to machine tool testing*. MTDR Macclesfield, p. 331-336, UK, 1972.

- GUYE, J.J. *Metrological inspection of machining centers, jig boring machines and measuring machines through a statistical approach*. Société Genevoise d'Instruments de Physique, p.141-145, Geneva 1978.
- HARVIE, A. *Factors affecting component measurement on coordinate measuring machine*. Precision Engineering, v. 18, n. 1, p. 13-18, 1986.
- HEWLETT-PACKARD *Laser Measuring System Model 5528 a - User's Guide*, Santa Clara, USA, 1988-1998.
- HOCKEN, R. Technology of Machine Tool, volume 5: Machine Tool Accuracy, Lawrence Livermore Laboratory, Uni. of California, 1980.
- HOCKEN, R.; RAJA, J. AND BABU, U. *Sampling Issues in Coordinate Metrology*, Mfg. Rev. Dec. 1993.
- HOCKEN, R.; SIMPSON, J.A.; BORCHARDT, B.; LAZAR, J.; REEVE, C. AND STEIN, P. *Three Dimensional Metrology*, Annals of the CIRP v 26/2/, p. 403-408, 1977.
- INMETRO - *Guia para Expressão da Incerteza de Medição*, Rio de Janeiro, Agosto 1998.
- INMETRO - *Versão Brasileira do Documento de Referência EA-4/02: Expressão da Incerteza de Medição na Calibração*, Janeiro 1999.
- S1: *Expressão da Incerteza de Medição na Calibração*-Suplemento1: *Exemplos*, Fev. 1999.
- ISO TAG 4/WG 3 - *Guide to the Expression of Uncertainty in measurement*, Geneva Switzerland, 1993.
- ISO/CD 10 360-2: *Methods for the Assessment of the Performance and Verification of Co-ordinate Measuring Machines*, 1993.
- JIS B 7440: *Test Code for Accuracy of Coordinate Measuring Machines*, 1987.
- KNAPP, W., TSCHUDI, U. AND BUCHER, A. *Comparison of Different Artifacts for Interim coordinate measuring machine checking: a report from the Swiss Standard Committee*, Precision Engineering 13 (4), p 277-281, 1991.

- KRECJI, JAMES V. *Application Software* in: BOSCH, J.A. Coordinate Measuring Machines and Systems, New York, Marcel Dekker, Inc., 1995.
- KUNZMANN, H; WÄLDELE, F; NI, J., *Accuracy Enhancement*, in: BOSCH, J.A.: Coordinate Measuring Machines and Systems Edited by John A. Bosch. Giddings & Lewis. 1995.
- KUNZMANN, H. AND WÄLDELE, F., *On Testing Coordinate Measuring Machines (CMM) with Kinematic Reference Standards (KRS)*, Annals of the CIRP, v 32/1, págs. 465-468, 1983.
- KUNZMANN, H.; TRAPET, E.; WÄLDELE, F. *Concept for the Traceability of Measurements with Coordinate Measuring Machines*. 7<sup>th</sup> International Precision Engineering Seminar, Kobe, Japan, 1993.
- KUNZMANN, H.; TRAPET, E.; WÄLDELE, F. *A Uniform Concept for Calibration Acceptance Test and Periodic Inspection of Coordinate Measuring Machines using Reference Objects*, Annals of the CIRP, v 39/1, p. 561-564, 1990.
- LIM, S.; NAN, K.C. AND CHUNG, M.S. *A two-dimensional test body for calibration of coordinate measuring machines*. Precision Engineering, v. 10, July 1988.
- LINK, W. *Metrologia Mecânica - Expressão da Incerteza de Medição*. PROGRAMA RH Metrologia, 1997.
- LOVE W.J. AND SCARR A.J. *The Determination of the Volumetric Accuracy of Multi-axis Machines*, Cranfield Inst. of Technology, pg 307-315, 1973.
- MACHIREDDY, R.K.; HARI, J. AND HOCKEN, R. *Sampling Techniques for Measurement of the Plane-Surface Using a Coordinate Measuring Machine*. Nat. Des. Engrg. Conference. ASME, USA, 1993.
- MARTINEZ ORREGO, ROXANA. M. *Untersuchungen zum Einsatz eines optoelektronischen Taster für Koordinatenmeßmaschinen*. Diplomarbeit, Technische Universität Dresden, Alemanha, 1987.
- MCCLAVE, JAMES T. AND SHEAFFER, RICHARD L. *Chapter 4: Common continuous probability distributions*. In: Probability and Statistics for Engineers, 2<sup>a</sup> Edição, 1994.



- MONTGOMERY, D.C.; RUNTER, G.C. & MONTGOMERY, D. Applied statistic and probability for engineers. New York, John Wiley & Sons, 1994.
- MUCHERONI, M.F. AND DI GIACOMO, B. *Desenvolvimento e Implementação de Algoritmos para a Medição de Erros Geométricos de Forma, Orientação e Posição*. Relatório CNPq de Projeto Integrado de Pesquisa. Dept. Eng. Mec. EESC-USP, Março 1997.
- NI, J. & WÄLDELE, F. *Coordinate Measuring Machines*. in: BOSCH, J.A. *Coordinate Measuring Machines and Systems*, New York, Marcel Dekker, Inc., 1995.
- NI, J. *Environmental Control* in: BOSCH, J.A. Coordinate Measuring Machines and Systems, New York, Marcel Dekker, Inc., 1995.
- NIST TECHNICAL NOTE 1297: *Guide lines for evaluating and expressing the uncertainty of NIST measurement results*. National Institute of Standards and Technology, 1994.
- ODAYYAPAN, O. *Development of Methodologies for Measurement of circles on a Coordinate Measuring Machine*. Master Thesis, UNC Charlotte, Charlotte NC, U.S.A. 1992.
- OSANNA, P.H.; DURAKBASA, N.M.; HEISS, C.P., SI, L.; OBERLANDER, R. *CMM testing and calibration using a universal test artifact*. *Laser Metrology and Machine Performance*, p. 287-293, 1990.
- PAHK, H.; KIM, J.; LEE, K. *Integrated compensation system for errors introduced by measurement probe and machine geometry in commercial CMMs*. *International Journal of Machine Tools Manufacturer*, v. 36, n 9, p. 1045-1058, 1996.
- PAHK, H.J.; BURDEKIN, M.; PEGGS, G.N. *Development of Virtual Measuring Machine Incorporating Probe Error*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, part B: *Journal of Engineering Manufacture*, v 212, issue B7, p. 533-548, 1998.
- PEGGS, G.N. *Creating a Standards Infrastructure for Co-ordinate Measurement Technology in the UK*, *Annals of the CIRP*, v 38/1, p. 521-523, 1989.

- PEGGS, G.N. *Traceability for co-ordinate measurement technology*, 27<sup>th</sup> International MATADOR Conference, Manchester, p 463-468, 1990.
- PHILLIPS, S.B. AND EBERHARDT, K.R. *Guidelines for Expressing the Uncertainty of Measurement Results Containing Uncorrected Bias*, Journal of Research of the National Institute of Standard and Technology, 102, p 577-585, 1997.
- PHILLIPS, S.D.; BORDCHARD, B.; DOIRON, T. AND HENRY, J. *Properties of free standing ballbar systems*. Precision Engineering, v. 5, n. 1, p. 16-24, 1993.
- PHILLIPS, S.D.; BORDCHARD, B.; ESTLER, W.T. AND HENRY, J. *A Study on the Interaction of Form Error and Sampling Strategy for Spheres*. NIST Journal of Research, 1994.
- PHILLIPS, S.D. *Performance Evaluations*, in: BOSCH, J.A. Coordinate Measuring Machines and Systems, New York, Marcel Dekker, Inc., 1995.
- PIRATELLI, A. *Método para Avaliação do desempenho de Máquinas de Medir a Três Coordenadas através de planejamento de Experimento*, Tese de Doutorado, EESC-USP, Fev.1998.
- POOLE, A. B. *The calibration of co-ordinate measuring machine by statistical method*. Quality Assurance, v 9, n 2, p. 47-50, 1983.
- PORTA, C. AND WÄLDELE, F. *Testing of three coordinate measuring machine evaluation algorithms*. Report EUR 10909 EN, Commission of the European Communities, 35 págs, 1986.
- PRODUCTIONS POINT *Performance Evaluation of coordinate measuring machines*. Precision Engineering, v. 5, n. 3, July 1983.
- Recommended Radiations for Practical Realization of the Definition of the Meter*, Metrologia, v 30 (5), Jan. 1994.
- RESCHETOV, D.N.; PORTMAN, V.T. *Accuracy of Machine Tools*. Second edition, The American Society of Mechanical Engineers, 1988.
- SARTORI, S. *Geometric error measurement and compensation of machines*, Annals of the CIRP, 44/2/ 1995.

- SCHULTSCHIK, R. *The Components of the Volumetric Accuracy*, Annals of the CIRP, v 26/1/1977.
- SCHWENKE, H.; TRAPET, E.; WÄLDELE, F.; WIEGAND, U. *Experience with the Error Assessment of Coordinate Measurements by Simulations*, Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Conference on Ultraprecision in Manufacturing Engineering, Aachen, Germany, p 370-373, 1994.
- SOLDNER, MIKE: especialista da Brown & Sharpe Corporation: conversações via INTERNET, EUA, 1996-1997.
- SOONS, J.A. *Modeling the errors of multi-axis machines: a general methodology*. Precision Engineering, v 14, n. 1, p. 5-19, Jan. 1992.
- SWYT, D. A. *A Comparison of National Standards for the Performance Evaluation of Coordinate Measuring Machine in Terms of Length-Based Dimensional Quantities*. NISTIR 4978, Nov. 1992.
- SWYT, D.A. *The international standard of length*, in: BOSCH, J.A. Coordinate Measuring Machines and Systems, New York, Marcel Dekker, Inc., 1995.
- TRUMPOLD, H. *Grundlagen der Längenprüftechnik – Längenprüftechnik-Eine Einführung*, Fachbuch Leipzig, 2. Auflage, 1984.
- VALDES A., ROSENDA. *Equacionamento das componentes do erro volumétrico em máquinas de medir a três coordenadas..* Dissertação de Mestrado, EESC - USP, Brasil, Fevereiro 1999.
- VDI/VDE 2617 Parts 1-4: *Accuracy of Coordinate Measuring Machines*, Düsseldorf, 1986 - 1989.
- VIEIRA SATO, D. P. *Uma contribuição ao modelo de sintetização de erros em máquinas ferramentas*. Tese de Doutorado, EESC-USP, Brasil, Fevereiro 1998.
- WECK, M. *Handbook of Machine Tools, volume 4: Metrological Analysis and Performance Test*, John Wiley & Sons, London 1984.
- WECKENMANN, A.; EITZERT, H.; GARMER, M. AND WEBER, H. *Functionality-oriented evaluation and sampling strategy in coordinate metrology*. Precision Engineering, v. 17, p. 244-252, 1995.

- WEEKERS, W.G.; SCHELLENKENS, P.H.J. *Assessment of Dynamics Errors of CMMs for fast Probing*. Annals of the CIRP, v. 44, n.1, p. 469-474, 1995.
- YOSHIKI, K.; YOSHIKI, J. AND YOSHIO, N. *The Measurement of Motions Errors of NC Machine Tools and Diagnosis of their Origins by Using Telescoping Magnetic Ballbar*. Annals of the CIRP, v. 36/1, p. 377-380, 1987.
- ZHANG, G.; VEALE, R.; CHARLTON, T.; BORCHARD T, B.; HOCKEN, R. *Error compensation of coordinate measuring machines*. Annals of the CIRP, v. 34, n 1, p. 445-448, 1985.
- ZIEGERT, J. AND MIZE, C.D. *The Laser Ballbar: a new instrument for machine tool metrology*. Precision Engineering, v. 16, n. 4, p. 259-267, 1994.

## APÊNDICE A:

### **Análise Geométrica da MM3C do tipo “ponte móvel”**

A análise geométrica da estrutura de uma máquina de medir avalia, individualmente, a influência de cada um dos 21 erros geométricos e expressa as componentes,  $E_x$ ,  $E_y$  e  $E_z$ , do erro volumétrico como soma das contribuições individuais na direção correspondente [Di Giacomo, 1986].

O sistema de coordenadas de referência, usado nesta análise, é o próprio sistema da MM3C (figura 5.4) e a nomenclatura utilizada para os erros geométricos é a mesma resumida na figura 2.3.

O sentido positivo das rotações infinitesimais, em torno de cada eixo da máquina, é definido com ajuda da regra da mão direita. A contribuição,  $\Delta_i$  (com  $i = X, Y$  ou  $Z$ ), de um determinado erro geométrico ao erro em uma determinada direção preferencial é positiva quando sua direção coincide com a do sentido positivo do respectivo eixo da máquina. Caso contrário,  $\Delta_i$  será considerada negativa.

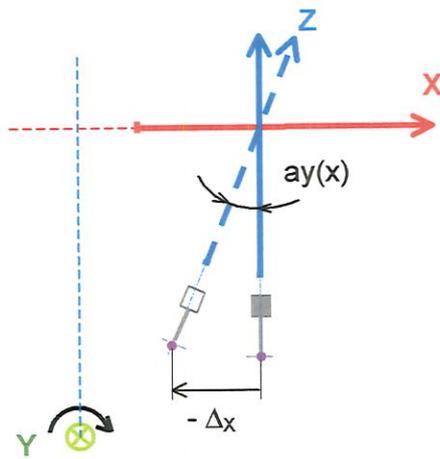
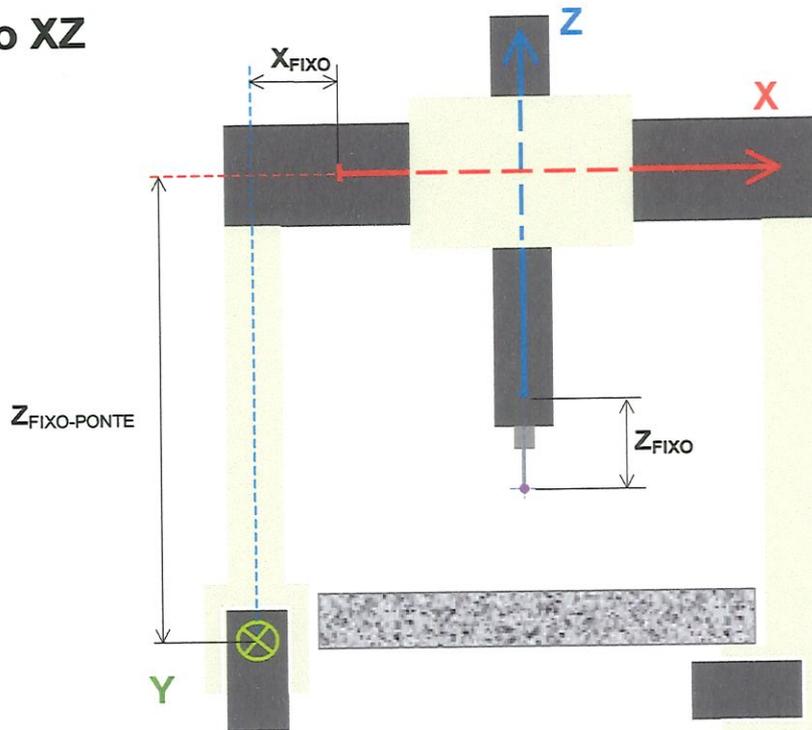
Todas as contribuições de segunda ordem são desprezadas.

As coordenadas X e Y indicadas pela máquina de medir são sempre valores positivos. No caso da coordenada Z, a máquina sempre indica valores negativos, entretanto, na análise a seguir, considera-se que a coordenada Z é substituída nas equações por seus valores absolutos.

Além disto, tem-se que  $X_{\text{FIXO}}$ ,  $Y_{\text{FIXO}}$ ,  $Z_{\text{FIXO}}$  e  $Z_{\text{FIXO-PONTE}}$  são distâncias fixas, com valores sempre positivos.

Para uma melhor compreensão, apresenta-se a análise de todos os erros segundo o plano no qual as suas influências podem ser melhor visualizadas. Desta forma, a ordem de apresentação é a seguinte: plano XZ, XY e YZ.

Plano XZ

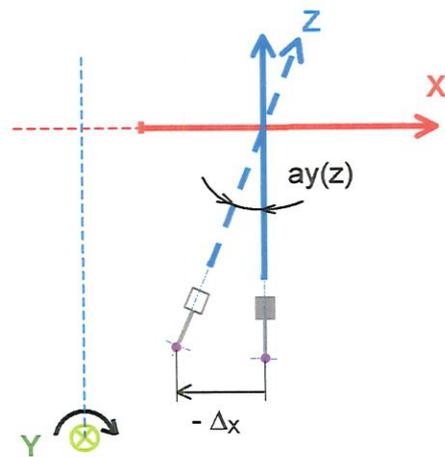


PITCH de X:  $ay(x)$

$$\tan[ay(x)] = \frac{-\Delta_x}{Z + Z_{FIXO}}$$

contribuição na direção X:

$$\Delta_x = -ay(x) * (Z + Z_{FIXO})$$



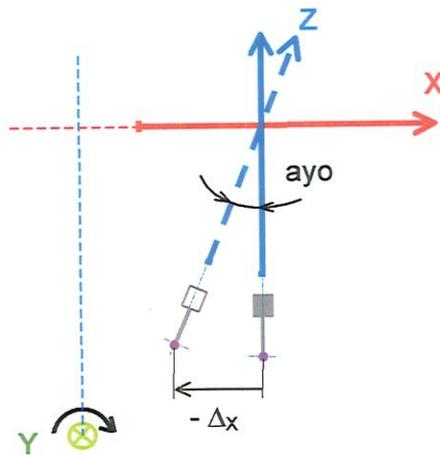
YAW de Z:  $ay(z)$

$$\tan[ay(z)] = \frac{-\Delta_x}{Z + Z_{FIXO}}$$

contribuição na direção X:

$$\Delta_x = -ay(z) * (Z + Z_{FIXO})$$

## Erro de Ortogonalidade entre os eixos X e Z: $\alpha_{yo}$

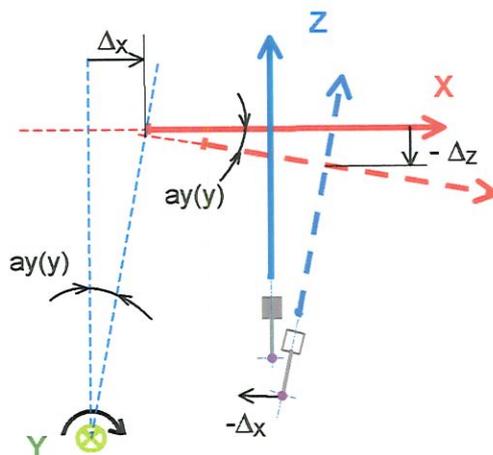


$$\tan(\alpha_{yo}) = \frac{-\Delta_x}{Z + Z_{FIXO}}$$

**contribuição na direção X:**

$$\Delta_x = -\alpha_{yo} * (Z + Z_{FIXO})$$

## ROLL de Y: $\alpha_{y(y)}$



$$\tan[\alpha_{y(y)}] = \frac{\Delta_x}{(Z_{FIXO-PONTE} - Z - Z_{FIXO})}$$

$$\tan[\alpha_{y(y)}] = \frac{-\Delta_z}{X + X_{FIXO}}$$

**contribuição na direção X:**

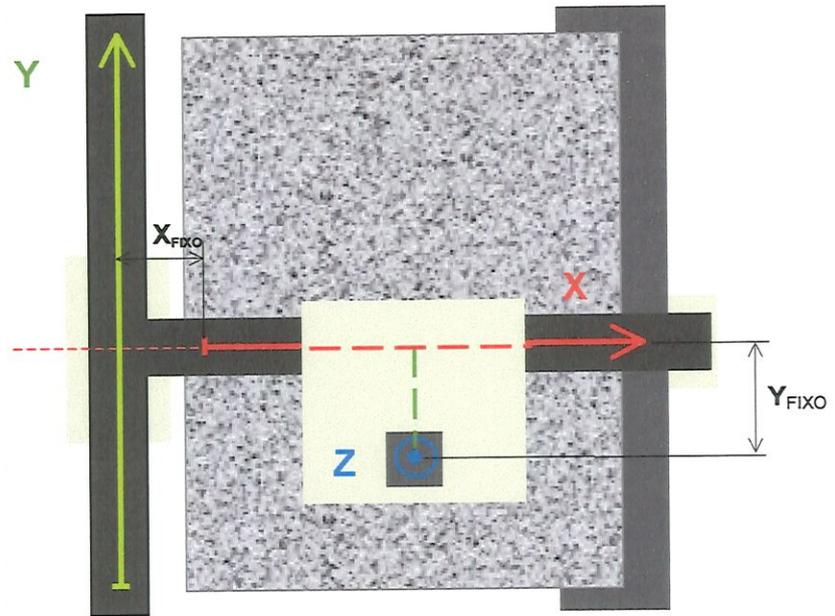
$$\Delta_x = \alpha_{y(y)} * (Z_{FIXO-PONTE} - Z - Z_{FIXO}) \quad \text{ou}$$

$$\Delta_x = -\alpha_{y(y)} * (Z + Z_{FIXO} - Z_{FIXO-PONTE})$$

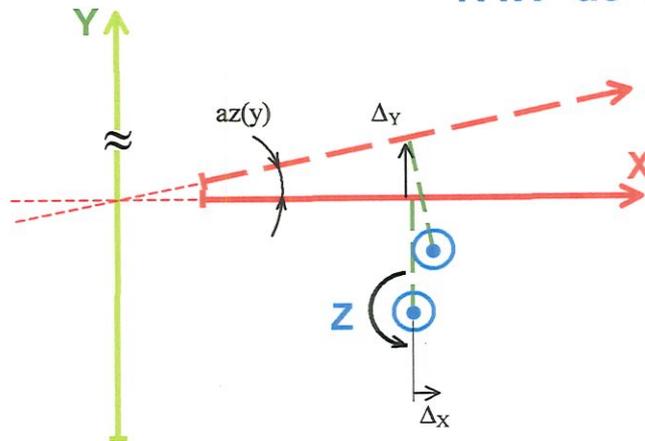
**contribuição na direção Z:**

$$\Delta_z = -\alpha_{y(y)} * (X + X_{FIXO})$$

Plano XY



YAW de Y



$$\tan[az(y)] = \frac{\Delta_x}{Y_{FIXO}}$$

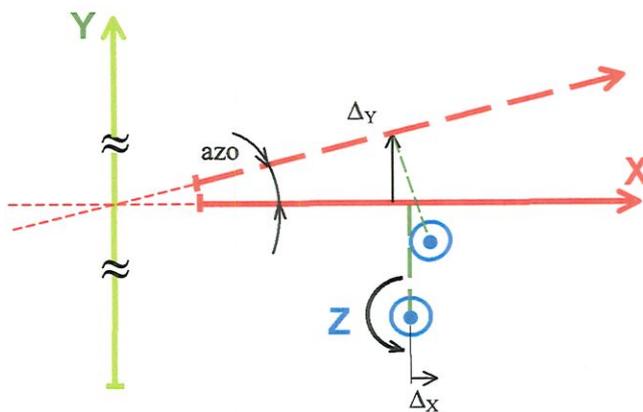
$$\tan[az(y)] = \frac{\Delta_y}{X + X_{FIXO}}$$

contribuição na direção X:

$$\Delta_x = az(y) * Y_{FIXO}$$

contribuição na direção Y:  $\Delta_y = az(y) * (X + X_{FIXO})$

Erro de Ortogonalidade entre os eixos X e Y: azo



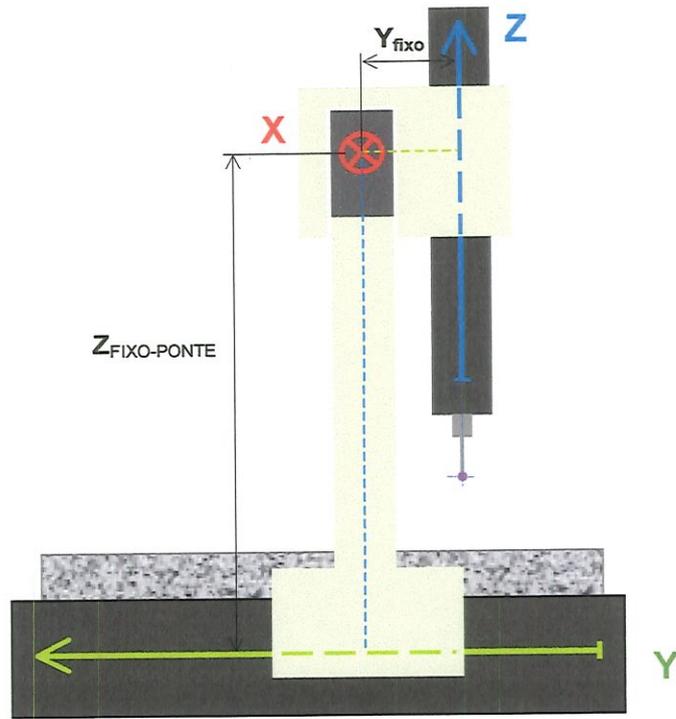
contribuição na direção X:

$$\Delta_x = azo * Y_{FIXO}$$

contribuição na direção Y:

$$\Delta_y = azo * (X + X_{FIXO})$$

# Plano YZ



## ROLL de X

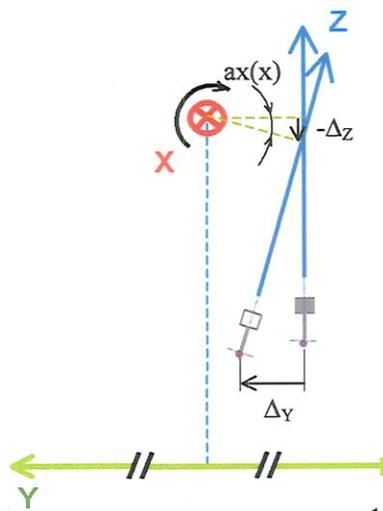
$$\tan[\alpha x(x)] = \frac{\Delta_y}{(Z + Z_{FIXO})}$$

$$\tan[\alpha x(x)] = \frac{-\Delta_z}{Y_{FIXO}}$$

contribuição na direção Y:

$$\Delta y = \alpha x(x) * (Z + Z_{FIXO})$$

contribuição na direção Z:  $\Delta_z = -\alpha x(x) * Y_{FIXO}$

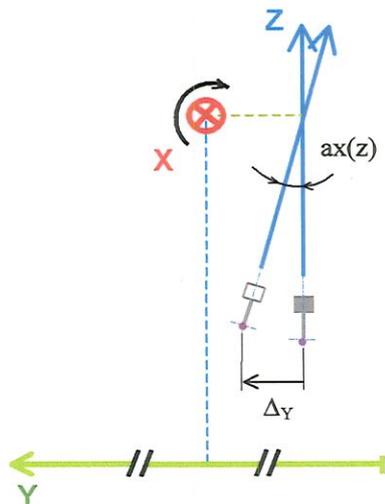


## PITCH de Z

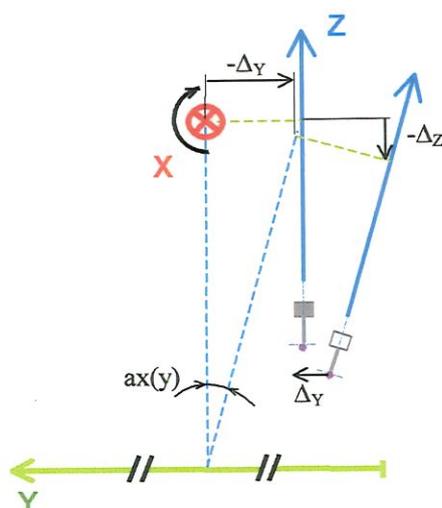
$$\tan[\alpha x(z)] = \frac{\Delta_y}{(Z + Z_{FIXO})}$$

contribuição na direção Y:

$$\Delta y = \alpha x(z) * (Z + Z_{FIXO})$$



## PITCH de Y



$$\tan[ax(y)] = \frac{-\Delta_y}{(Z_{FIXO-PONTE} - Z - Z_{FIXO})}$$

$$\tan[ax(y)] = \frac{-\Delta_z}{Y_{FIXO}}$$

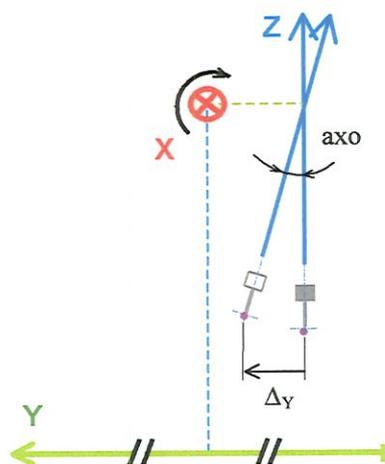
**contribuição na direção Z:**

$$\Delta_z = -ax(y) * Y_{FIXO}$$

**contribuição na direção Y:**

$$\Delta y = -ax(y) * (Z_{FIXO-PONTE} - Z - Z_{FIXO})$$

## Erro de Ortogonalidade entre os eixos Y e Z: axo



$$\tan(axo) = \frac{\Delta_y}{(Z + Z_{FIXO})}$$

**contribuição na direção Y:**

$$\Delta y = axo * (Z + Z_{FIXO})$$

Somando as diferentes contribuições  $\Delta_i$ , em cada direção, e adicionando os erros de retinidade e posição tem-se:

$$E_x = -[ay(x) + ay(z) + ayo] * (Z + Z_{FIXO}) + ay(y) * (Z_{FIXO-PONTE} - Z - Z_{FIXO}) + [az(y) + azo] * Y_{FIXO} + tx(x) + tx(y) + tx(z)$$

$$E_y = [ax(x) + ax(z) + axo] * (Z + Z_{FIXO}) - ax(y) * (Z_{FIXO-PONTE} - Z - Z_{FIXO}) + [az(y) + azo] * (X + X_{FIXO}) + ty(x) + ty(y) + ty(z)$$

$$E_z = -[ax(x) + ax(y)] * Y_{FIXO} - ay(y) * (X_{FIXO} + X) + tz(x) + tz(y) + tz(z)$$

## APÊNDICE B:

### ***Modelo de Sintetização de Erros da MM3C do tipo "ponte móvel" usando a Teoria das Transformadas Homogêneas***

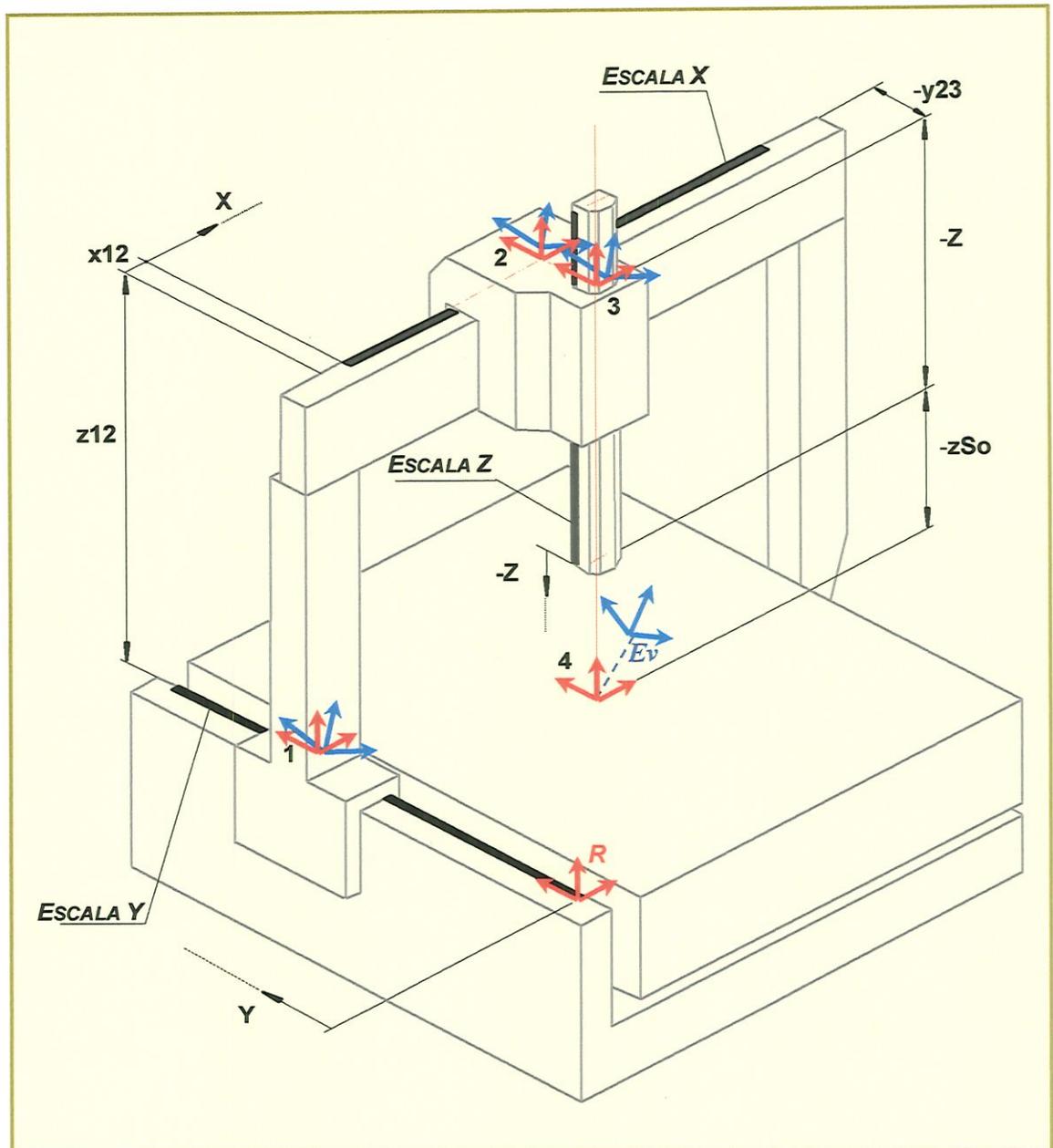
Na Inglaterra de 1875 foi publicado um trabalho de F. Reuleaux onde, pela primeira vez, era proposta uma notação simbólica para descrever o comportamento de mecanismos cinemáticos. Apesar das limitações dessa notação para considerar todas as variáveis de influência nos movimentos analisados, 80 anos depois, ela foi o ponto de partida de Denavit e Hartenberg [1955] para propor o que hoje é conhecido como *Teoria das Transformações Homogêneas*.

Paul (1981) formalizou todos os conceitos dessa teoria, para seu uso na Robótica, no livro Robot manipulators: Mathematics, Programming and Control (Mit Press). Em 1988, Donmez apresentou um modelo geral, baseado em transformadas homogêneas, para descrever os erros de Máquinas Ferramentas.

A seguir é apresentado o modelo de sintetização de erros da MM3C do tipo "ponte móvel", usada na parte experimental desta tese, desenvolvido usando a Teoria das Transformações Homogêneas. Este modelo foi usado na análise da influência dos erros de segunda ordem apresentada por Di Giacomo et al. no Primeiro Congresso Chileno de Metrologia (1997) e publicada, em 1999, pela Mfg. The Brown & Sharpe Publication of Precision Measurement (vol. 6, issue 1). Considerações teóricas sobre transformadas homogêneas podem ser encontradas em toda a literatura anteriormente mencionada.

#### **Modelo de Sintetização de Erros da MM3C do tipo "ponte móvel":**

Na figura B1, a seguir, pode-se observar a posição dos sistemas de coordenadas associados aos diferentes elementos da máquina de medir.



**Figura B1:** Sistemas de coordenadas associados aos elementos da estrutura da máquina:

- Posição e orientação IDEAL (sem erros)
- Posição e orientação REAL

O sistema de coordenadas de referência, sistema R, foi posicionado no início da escala Y, que está fixa na guia sobre a qual se movimentava a ponte. O movimento da ponte na direção Y é descrito pelo sistema 1.

O sistema 2 percorre o Eixo X em conjunto com o carro e vincula, através das translações puras  $z_{12}$  e  $x_{12}$ , a escala Y com a escala X. O terceiro sistema serve para relacionar as escalas X e Z através da translação pura  $y_{23}$ . O último sistema, o sistema 4, foi associado ao

centro da esfera no extremo da haste da sonda (ponto de prova) para indicar a posição ao longo do *Eixo Z*.

Finalmente, é importante esclarecer que os eixos dos sistemas de coordenadas R, 1, 2, 3 e 4 são, em uma situação *ideal*, paralelos aos eixos do sistema de referência da MM3C (sistemas vermelhos na figura B1). Se todos os elementos que conformam a estrutura da máquina realizam só aqueles movimentos para os que foram projetados, o “caminho” entre o sistema de referência R e o sistema 4, no ponto de prova, é “ideal”, ou seja, a máquina funciona sem erros.

Entretanto, na realidade, os movimentos indesejáveis (erros geométricos) de todos os elementos da máquina, modificam a posição e a orientação dos sistemas 1, 2, 3 e 4 em relação ao sistema R (sistemas azuis na figura B1). O “caminho” resultante dessas modificações descreve o comportamento “real” da máquina, dando origem ao erro volumétrico  $E_v$ , definido na equação (2.1), mas que também pode ser escrito em forma matricial como:

$$[E_v] = [MM3C_{REAL}] - [MM3C_{IDEAL}] \quad (B-1)$$

A matriz de transformação homogênea que modela a máquina ideal, isto é sem erros, pode ser escrita da seguinte forma:

$$MM3C_{IDEAL} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{12} + X \\ 0 & 1 & 0 & Y - y_{23} \\ 0 & 0 & 1 & z_{12} - Z - z_{So} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (B-2)$$

onde  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  são as coordenadas indicadas pela MM3C e  $x_{12}$ ,  $y_{23}$ ,  $z_{12}$  e  $z_{So}$  são distâncias fixas (braços de Abbe).

A posição e orientação real do ponto de prova, representado pelo sistema 4, com respeito ao sistema de referência R é dada pela seguinte multiplicação de matrizes:

$$MM3C_{REAL} = {}^R T_4 = {}^R T_1 {}^1 T_2 {}^2 T_3 {}^3 T_4 \quad (B-3)$$

A matriz  ${}^0 T_1$  vincula o sistema de coordenada 1 com o sistema de referência. O sistema 1, a ponte, translada-se na direção  $Y$  da

máquina. Este movimento é descrito pela matriz (B-4). Por sua vez, os erros ocorridos durante essa translação são descritos pela matriz (B-5), (ver nomenclatura na figura 2.3).

$$movY = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & Y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (B-4)$$

$$erroY = \begin{bmatrix} 1 & -az(y) & ay(y) & tx(y) \\ az(y) & 1 & -ax(y) & ty(y) \\ -ay(y) & ax(y) & 1 & tz(y) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (B-5)$$

Uma vez modelados os movimentos que determinam a posição e orientação real do sistema de coordenadas 1 em relação ao sistema R, pode-se escrever a primeira transformada como sendo:

$${}^R T_1 = movY * erroY \quad (B-6)$$

A transformada  ${}^1 T_2$  é obtida da multiplicação de matrizes, equação (B-7), que modelam o comportamento do sistema 2 em relação ao sistema 1.

$${}^1 T_2 = O_{xy} * movX * erroX \quad (B-7)$$

onde

$$movX = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{12} + X \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_{12} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (B-8)$$

é a matriz que descreve a translação do sistema 2 (carro X) em relação ao 1, na direção X da máquina,

$$erroX = \begin{bmatrix} 1 & -az(x) & ay(x) & tx(x) \\ az(x) & 1 & -ax(x) & ty(x) \\ -ay(x) & ax(x) & 1 & tz(x) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (B-9)$$

é a matriz que descreve os erros infinitesimais que experimenta o sistema 2 durante essa translação e

$$O_{xy} = \begin{bmatrix} 1 & -azo & 0 & 0 \\ azo & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (B-10)$$

é a matriz que modela o efeito do erro de ortogonalidade entre os eixos X e Y na posição e orientação do sistema 2, quando este se movimenta na direção X.

O sistema de coordenadas 3 foi colocado no mancal do eixo Z e, como pode ser observado na figura B1, este sistema experimenta uma simples translação na direção Y negativa. Portanto, a transformada  ${}^2T_3$  será igual à matriz de translação pura:

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -y_{23} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (B-11)$$

Finalmente, o sistema de coordenadas 4, no ponto de prova, se movimenta na direção Z negativa (B-12) e experimenta, além das rotações e translações infinitesimais (B-13), a influência dos erros de ortogonalidade entre os eixos X e Y e entre os eixos X e Z (B-14).

$$movZ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -z_{S0} - Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (B-12)$$

$$erroZ = \begin{bmatrix} 1 & -az(z) & ay(z) & tx(z) \\ az(z) & 1 & -ax(z) & ty(z) \\ -ay(z) & ax(z) & 1 & tz(z) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (B-13)$$

$$O_{yxz} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & ayo & 0 \\ 0 & 1 & -axo & 0 \\ -ayo & axo & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (B-14)$$

A multiplicação adequada das matrizes (B-12) – (B-14) é a transformada:

$${}^3T_4 = erroZ * O_{yxz} * movZ \quad (B-15)$$

Como resultado do desenvolvimento da expressão (B-1) obtém-se uma matriz de transformação homogênea, que contém a posição e orientação *real* do ponto de prova em relação ao sistema de referência escolhido. O vetor de posição dessa matriz é o erro volumétrico  $Ev$  e contém as expressões (B-16), (B-17) e (B-18), apresentadas a seguir, para as componentes  $Ex$ ,  $Ey$  e  $Ez$ , respectivamente.

$$Ex = [azo + az(y)] * y23 - [ayo + ay(x) + ay(z)] * (Z + zSo) - ay(y) * (Z + zSo - z12) + tx(x) + tx(y) + tx(z) \quad (B-16)$$

$$Ey = [azo + az(y)] * (X + x12) + [axo + ax(x) + ax(z)] * (Z + zSo) + ax(y) * (Z + zSo - z12) + ty(y) + ty(x) + ty(z) \quad (B-17)$$

$$Ez = -[ax(x) + ax(y)] * y23 - ay(y) * (X + x12) + tz(z) + tz(x) + tz(y) \quad (B-18)$$

onde  $X$ ,  $Y$  são as coordenadas indicadas pela MM3C,  
 $Z$  é o valor absoluto da coordenada  $Z^1$  indicada pela máquina e  
 $z12$ ,  $x12$ ,  $y23$  e  $zSo$  são distâncias fixas (braços de Abbe).

<sup>1</sup> a máquina de medir analisada indica sempre coordenadas  $Z$  negativas

## APÊNDICE C:

### *Erros Geométricos*

Neste apêndice são apresentados a montagem e o resultado da medição de cada um dos 21 erros geométricos da MM3C do tipo “ponte móvel” utilizada na parte experimental desta tese. O sistema de referência usado nestas calibrações encontra-se no ponto (15, 15, -260) com respeito ao sistema de referência da máquina, ver figura B1 no Apêndice B.

A tabela C1, a seguir, resume os instrumentos utilizados nessas medições e suas principais características.

**Tabela C1: Instrumentos utilizados na calibração dos 21 erros geométricos**

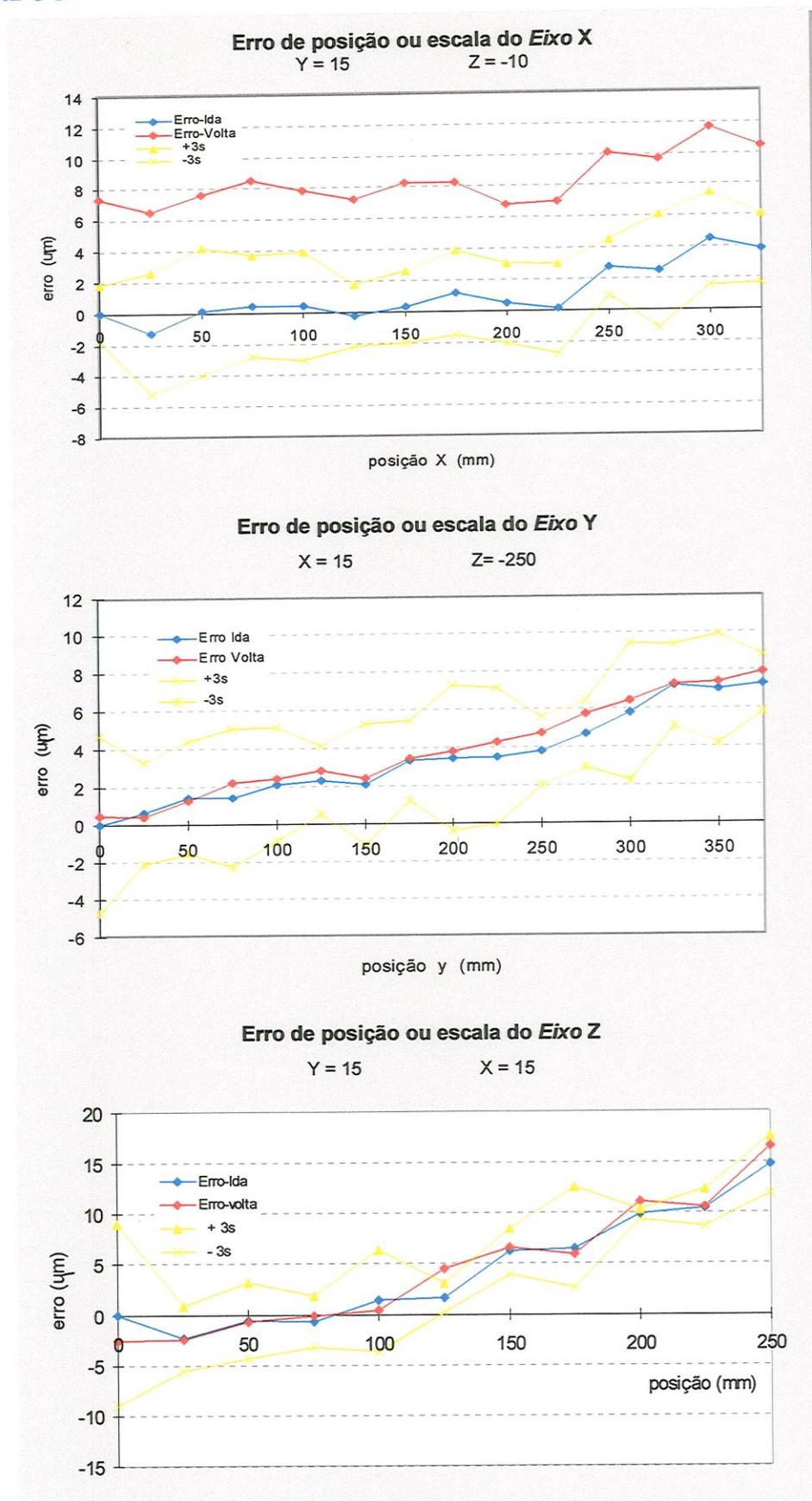
ERRO	INSTRUMENTO	FAIXA	RESOLUÇÃO	INCERTEZA
<b>Posição</b>	Laser	até 40 m	0,01 $\mu\text{m}$	$\pm 0,1$ ppm
<b>Retilidade</b>	Laser	$\pm 1,5$ mm	0,01 $\mu\text{m}$	$\pm 3,5$ %
<b>PITCH e YAW</b>	Laser	$\pm 10^\circ$	0,1 arcseg	$\pm 0,05$ arcseg /m
<b>ROLL</b>	Nível eletrônico	$\pm 600$ arcseg	0,1 arcseg	$\pm 0,2$ arcseg
	Nível de bolha	$10^\circ$	0,01 mm/m	$\pm 0,01$ mm/m
<b>Ortogonalidade</b>	Esquadro Mecânico	200 x 300 mm	0,1 $\mu\text{m}$	3 $\mu\text{m}/\text{m}$

- **Erros de Posição ou "Escala":**  $t_{ij}$  quando  $i = j$

O erro de posição é definido, também, pela equação 5.10. A medição dos três erros de escala da MM3C foi feita com a mesma óptica e montagem experimental descritas e mostradas no item 5.2.1.1.

As curvas de erros obtidas para os três erros de posição ou escala da máquina são apresentados na figura C1, a seguir:

## RESULTADOS:



**Figura C1:** Erros de posição ou escala da máquina de medir avaliada

- **Erros de Retilidade:**  $t_{ij}$  quando  $i \neq j$

Os erros de retilidade são deslocamentos infinitesimais que ocorrem nas duas direções perpendiculares à direção do movimento. Para a medição dos erros de retilidade usou-se o Interferômetro a Laser e a óptica adequada. Os resultados são apresentados na figura C4a,b.

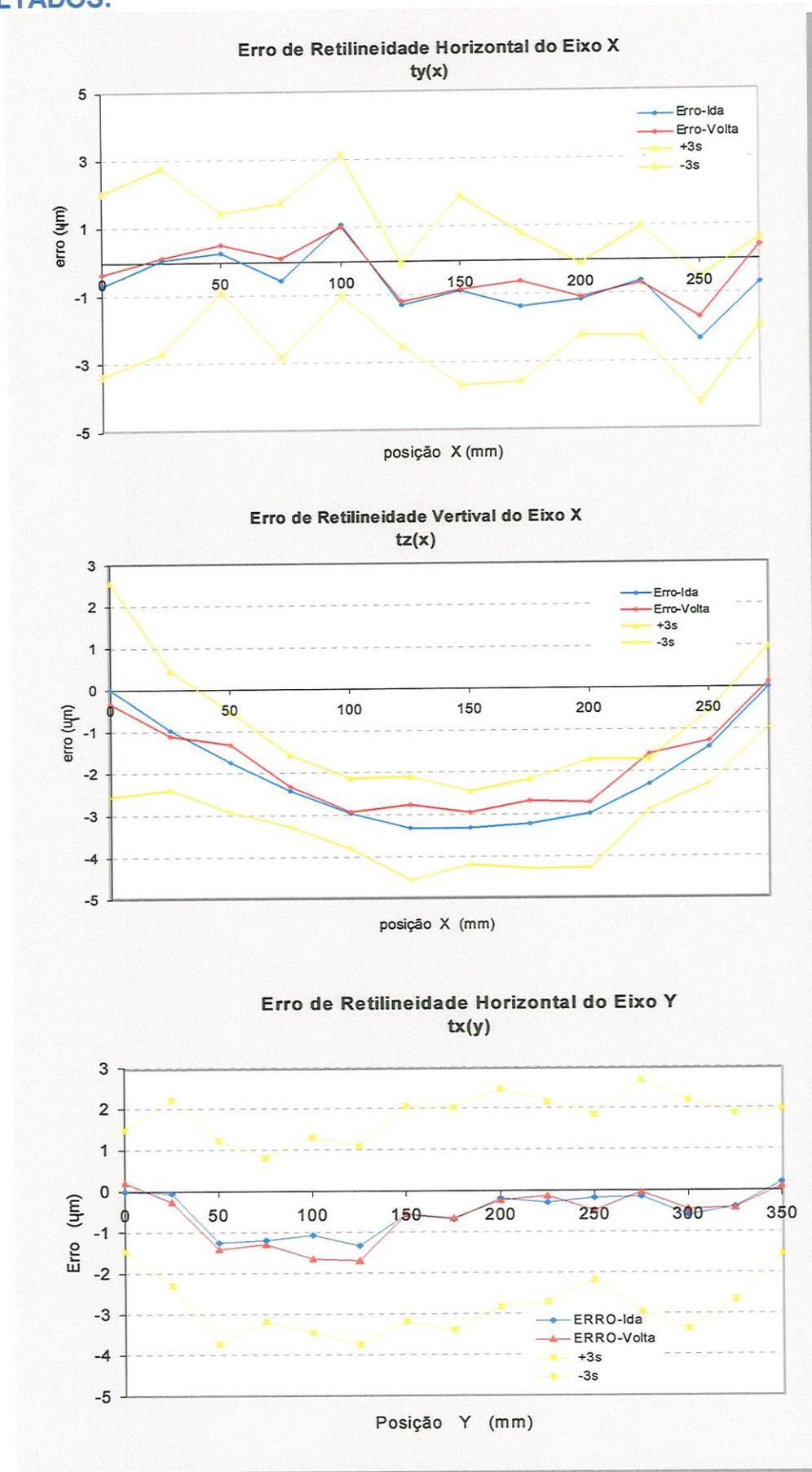


**Figura C2:** Montagem experimental para medir o erro de retilidade horizontal do Eixo Y:  $t_x(y)$

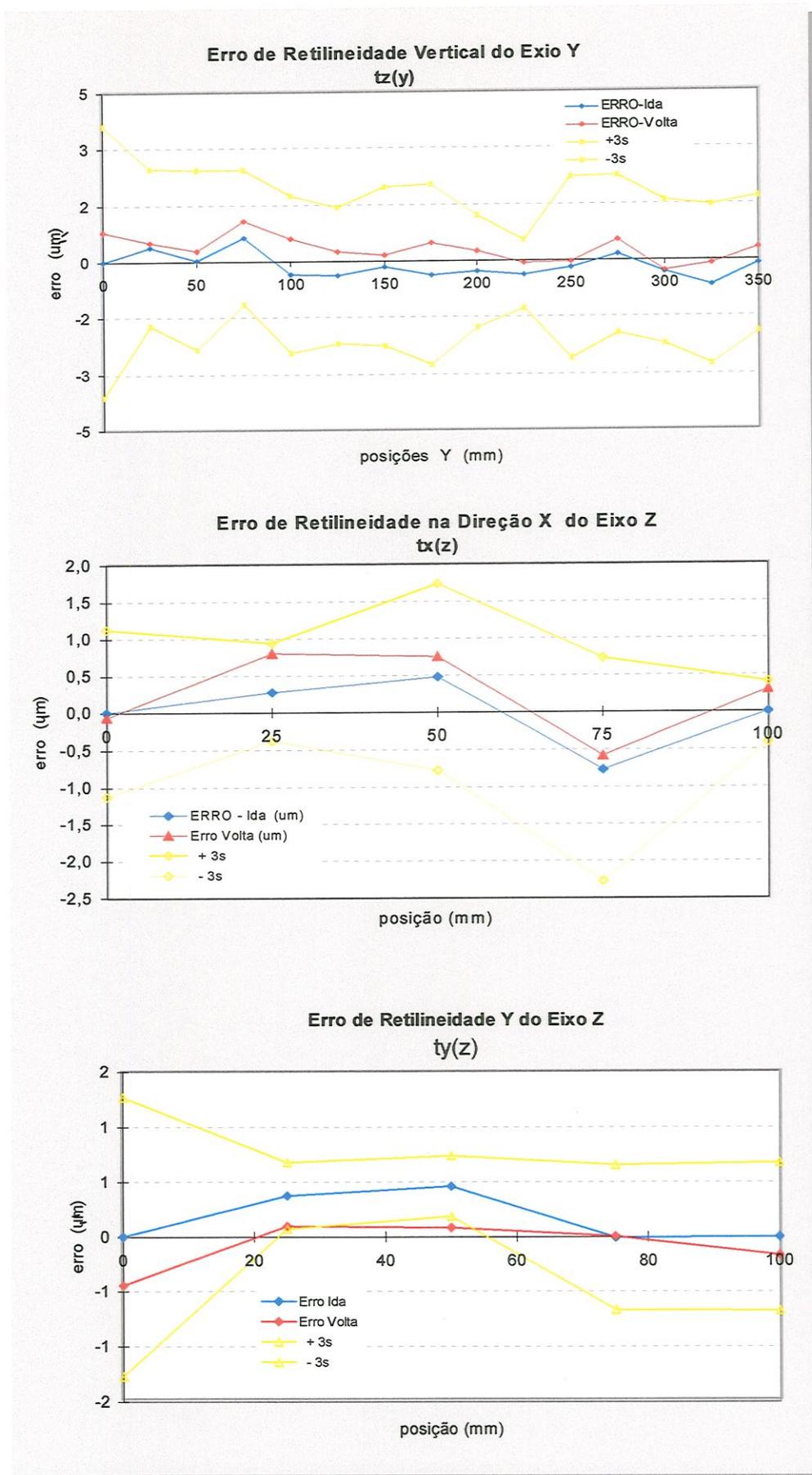


**Figura C3:** Montagem experimental para medir o erro de retilidade vertical do Eixo Y:  $t_z(y)$

## RESULTADOS:



**Figura C4 a:** Erros de retilidade da máquina de medir avaliada



**Figura C4 b:** Erros de retilidade da máquina de medir avaliada

- **Erros de Rotação**

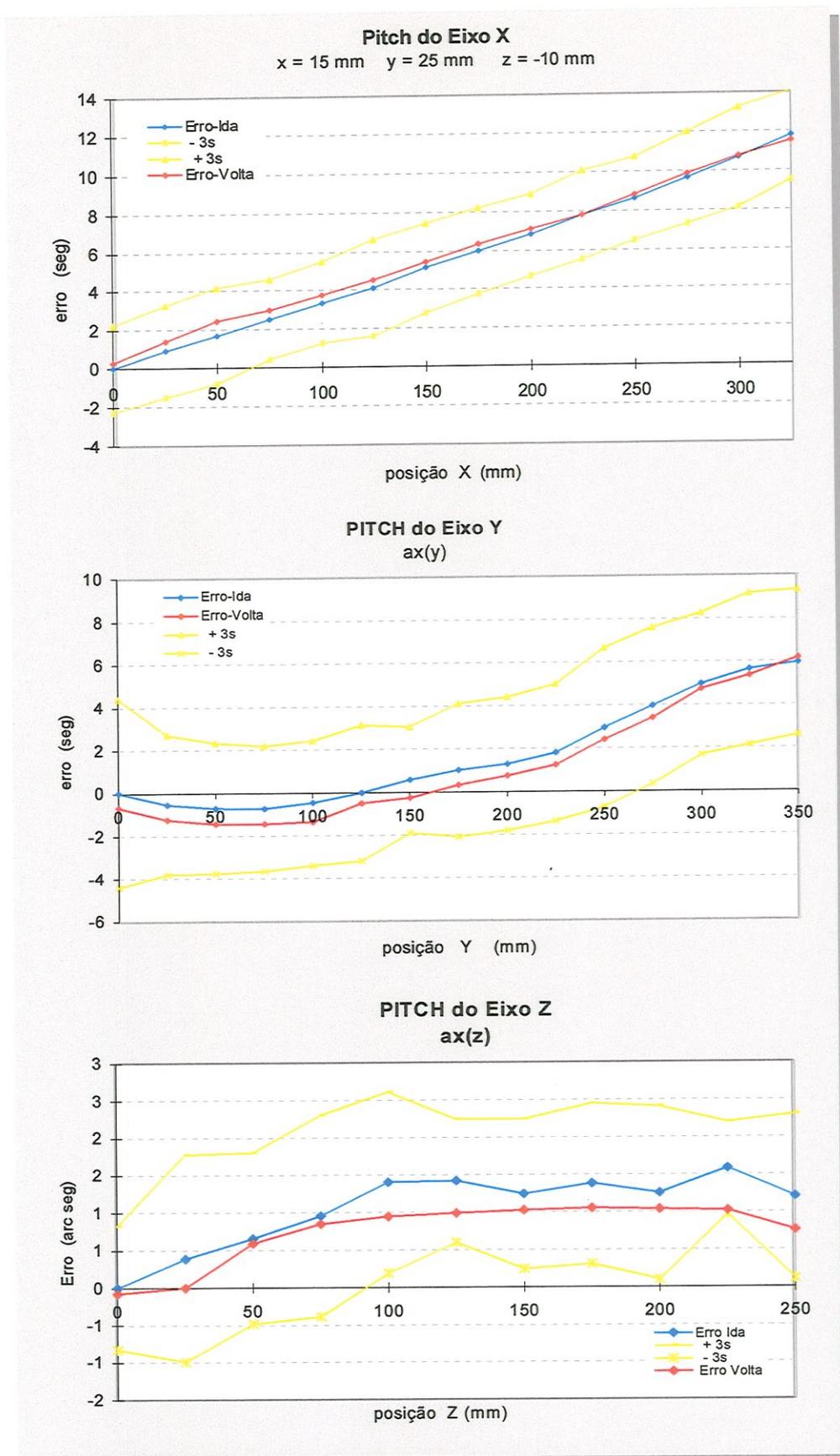
Os erros do tipo PITCH e YAW de cada eixo da máquina foram medidos com Interferômetro a Laser. A montagem experimental realizada para medir estes erros é mostrada nas figuras C5 e C6. Os resultados destas medições são resumidos nas figuras C7 e C8.

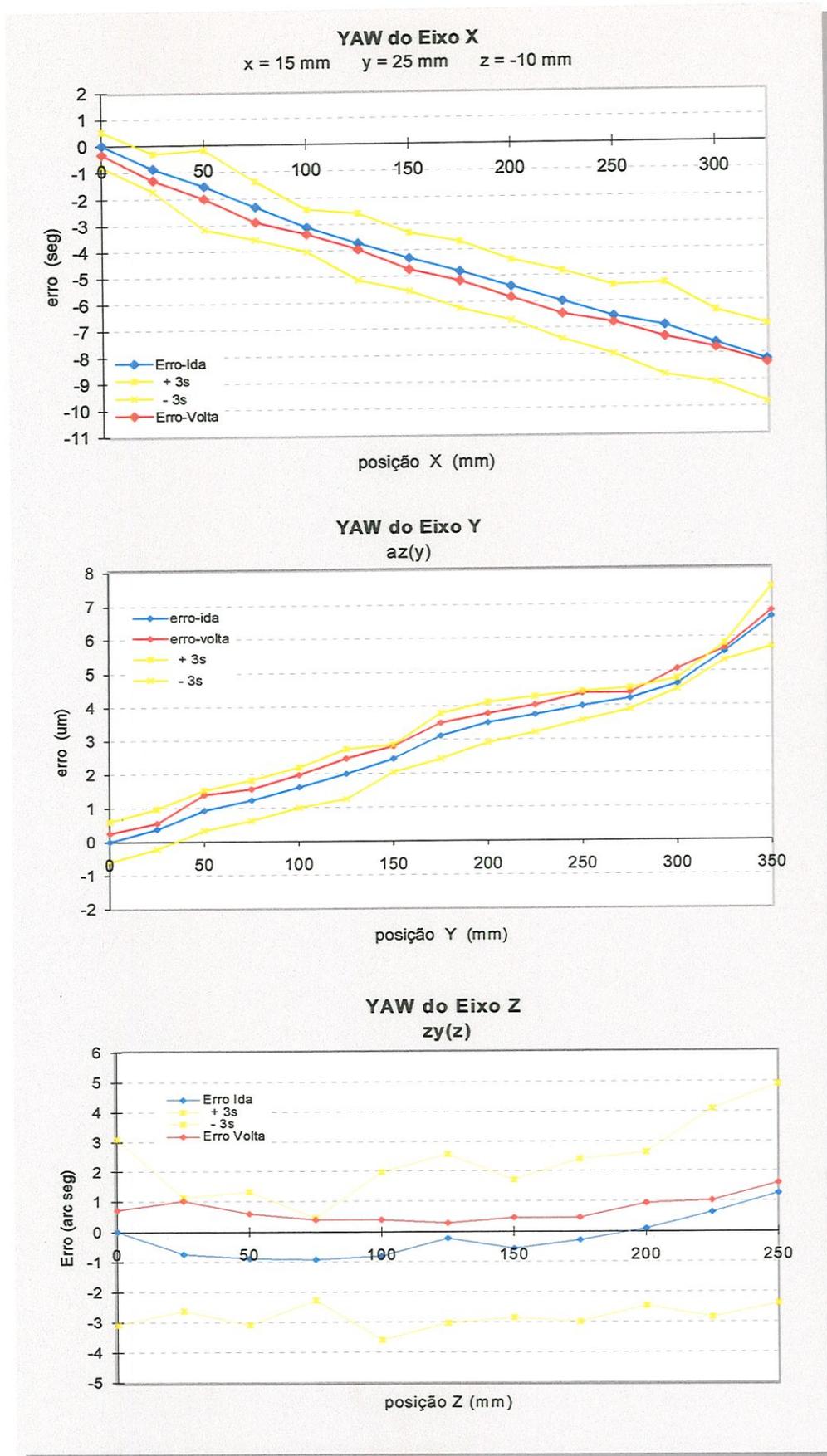


**Figura C5:** Montagem experimental para medir o erro PITCH do Eixo Z:  $ax(z)$



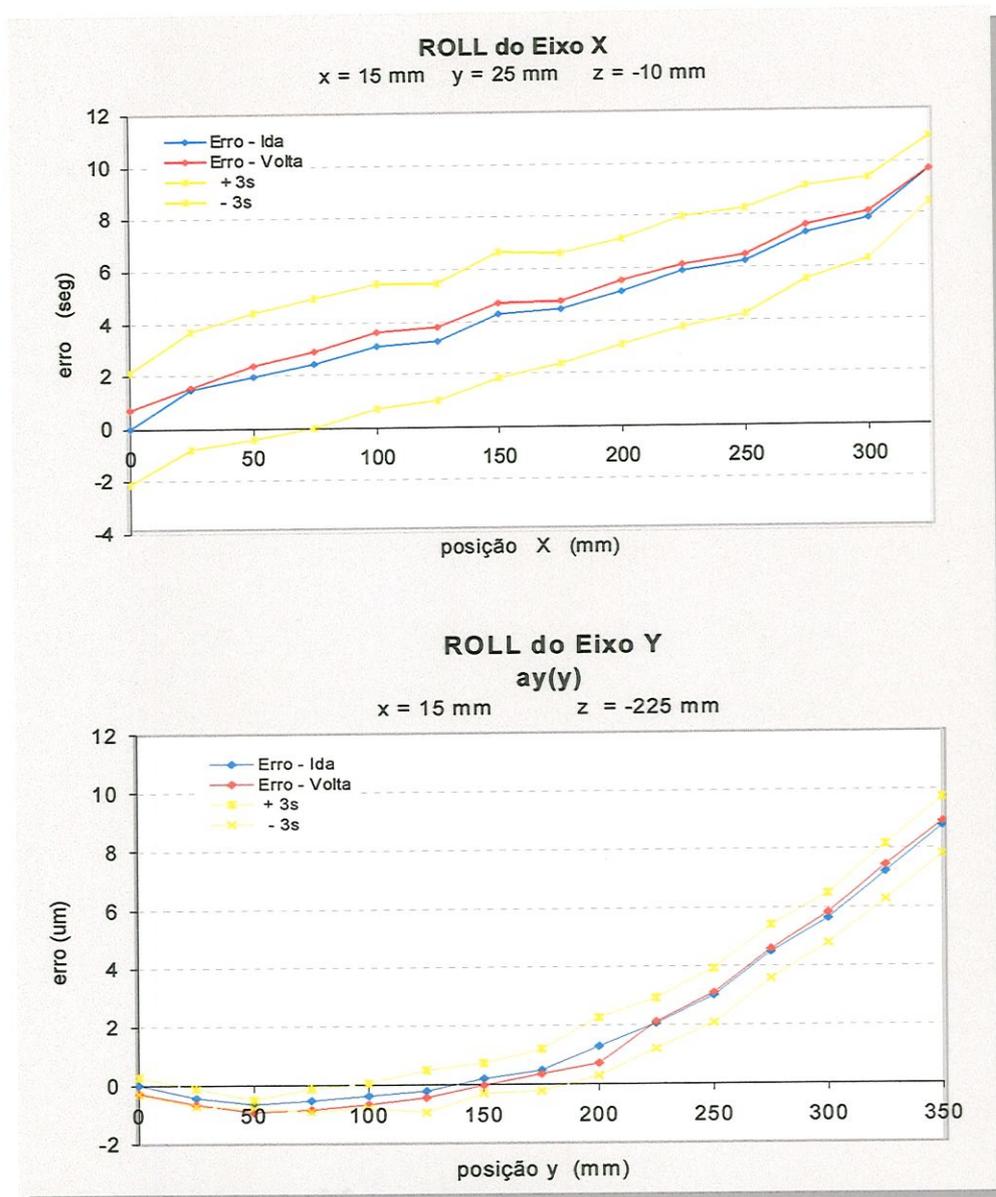
**Figura C6:** Montagem experimental para medir o erro YAW do Eixo X:  $az(x)$





**Figura C8:** Erros angulares YAW da máquina de medir avaliada

Para a medição dos erros ROLL foram utilizados um Nível Eletrônico e um Nível de Bolha. Segundo o modelo do Apêndice B, mediram-se somente os erros ROLL dos eixos X e Y. Os resultados são apresentados na figura C9, a seguir.



**Figura C9:** Erros angulares ROLL da máquina de medir avaliada