

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
ÁREA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Serviço de Pós-Graduação EESC/USP

EXEMPLAR REVISADO

Data de entrada no Serviço... 16 / 02 / 05

Ass.: *lesan*

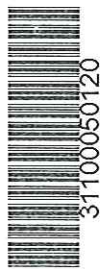
CONTROLE DE VIBRAÇÃO EM UMA PÁ  
INTELIGENTE DE HELICÓPTERO

José Nilson Gasparini

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Flávio Donizeti Marques

DEDALUS - Acervo - EESC



São Carlos  
- 2004 -



Class. TESE FESC  
Cott. 2404  
Tombo T051105  
Sysno 1425656

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento  
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

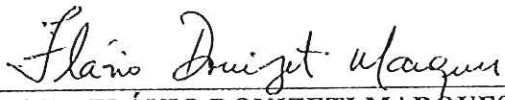
G249c Gasparini, José Nilson  
Controle de vibração em uma pá inteligente de  
helicóptero / José Nilson Gasparini. São Carlos,  
2004  
Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de  
São Carlos-Universidade de São Paulo, 2004.  
Área: Engenharia Mecânica.  
Orientador: Prof. Dr. Flávio Donizeti Marques.

1. Aeroelasticidade. 2. Controle de vibração.  
3. Estruturas inteligentes. 4. Atribuição da  
autoestrutura. 5. Modelagem de pá de helicóptero.  
I. Título.

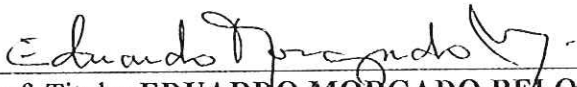
FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Tecnólogo **JOSÉ NILSON GASPARINI**

Dissertação defendida e julgada em 06-12-2004 perante a Comissão Julgadora:

  
Prof. Dr. **FLÁVIO DONIZETI MARQUES** (Orientador)  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

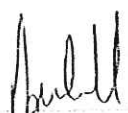
ARROVADO

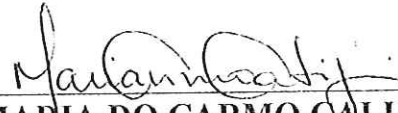
  
Prof. Titular **EDUARDO MORGADO BELO**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

  
Prof. Dr. **MAHER NASR BISMARCK NASR**  
(Instituto Tecnológico de Aeronáutica/ITA)

Aprovado

  
Prof. Associado **JONAS DE CARVALHO**  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Mecânica

  
Profa. Titular **MARIA DO CARMO CALIJURI**  
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

*À minha esposa, Ana Maria e meus filhos Lucas e Amanda,  
pelos momentos que deixei de estar com vocês, dedico esta  
conquista com todo amor e carinho.*



## AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos ao Prof. Dr. Flávio Donizeti Marques pela amizade, incentivo, dedicação, conhecimentos e orientação, sem os quais este trabalho não se realizaria.

Aos professores do Departamento de Engenharia Aeronáutica, Prof. Dr. Eduardo Morgado Belo, Prof. Dr. Fernando Martino Catalano, Prof. Dr. Michael George Maunsell, Prof. Dr. Paulo Celso Grecco Júnior, Prof. Dr. Marcello A. F. Medeiros, pela amizade, e pelos ensinamentos transmitidos.

Aos amigos do Laboratório de Aeroelasticidade, Dinâmica de Vôo e Controle, Alexandre, Andréia, Carlos, Daniela, De Marqui, Edson, Elizângela, Guilherme, José Cláudio, Luciane, Luis, Márcio, Paulo, Renato, Valdinei e Werner pelo grande apoio e amizade.

Às secretárias Ana Paula, Elisabeth e Gisele pela amizade e profissionalismo.

Aos funcionários da Biblioteca Central pelo apoio.

Aos meus pais Nilson e Cidinha pelo dom da vida.

Aos meus irmãos José Luiz, Elizângela, Rosely e Altair por todo carinho.

À família Hyppolito, Hermann, Hellé-Nice, Luis Carlos e Luciana por todo carinho e incentivo.

Ao amigo Prof. Dr. André Garcia Chiarello da EFEI.

Ao Major-Brigadeiro-do-Ar Fernando César pela amizade e incentivo.

À família Giongo: Sérgio, Laurinda, Renato, Lucimeire, Daniel, Renata, Gabriel pela amizade e acolhida.

Aos oficiais do Esquadrão de Demonstração Aérea, Cel. Av. Otto Uwe Voget, Ten Cel. Av. Mário Sérgio Greskow Martinhão e Ten. Cel. Esp. Av. Antônio Valter de Fraga por autorizarem o início e conclusão deste trabalho.

Aos meus colegas de trabalho, os "Anjos da Guarda" do Esquadrão de Demonstração Aérea pelo companheirismo.

A todos que de alguma forma deram crédito e incentivo para a realização deste trabalho.

## RESUMO

GASPARINI, J. N. (2004). *Controle de vibração em uma pá inteligente de helicóptero*. São Carlos, 2004. 74p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

O objetivo deste trabalho é investigar o controle ativo de vibração em uma pá inteligente de helicóptero. O desenvolvimento de materiais inteligentes para trabalharem como sensores e atuadores apresentam uma nova alternativa no controle de vibração. A pá de helicóptero é modelada pelo método dos elementos finitos, considerando os movimentos de batimento, flexão no plano de rotação, estiramento axial e torção. O modelo da pá considera também ângulo de torção geométrica, não coincidência entre os eixos, elástico e do centro de gravidade das seções transversais e material isotrópico. O modelo matemático é desenvolvido, e nele é incorporado atuadores piezelétricos distribuídos ao longo da envergadura da pá. O controle ativo de vibração é baseado no controle individual da pá na condição de vôo pairado. As matrizes de elementos finitos são obtidas pelo método de energia e um procedimento de linearização é aplicado às equações resultantes. O carregamento aerodinâmico linearizado é calculado para a condição de vôo pairado e a representação no espaço de estados é usada para o projeto de um controlador. Usou-se a técnica de atribuição da autoestrutura por realimentação de saída no modelo de ordem reduzida, resultado da aplicação do método da expansão por frações parciais. As simulações do modelo em malha aberta e fechada, exibiu boas qualidades de resposta, o que mostra que o controle ativo é uma boa alternativa para a redução de vibrações em helicópteros.

**Palavras chave:** Aeroelasticidade, controle de vibração, estruturas inteligentes, atribuição da autoestrutura, modelagem de pá do helicóptero

## ABSTRACT

GASPARINI, J. N. (2004). *Vibration control of a smart helicopter blade*. São Carlos, 2004. 74p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

The objective of this work is to investigate the performance of a smart helicopter blade. Developments on smart materials for both sensing and/or actuation have provided a novel alternative in vibration control. The helicopter blade is modeled by the finite element method, considering the motions of flapping, lead-lagging, axial stretching, and torsion. The blade model also considers a pretwist angle, offset between mass and elastic axes, and isotropic material. The helicopter blade mathematical model allows the incorporation of piezoelectric actuators distributed along the blade span. The active vibration control is based on the premise of individual blade control and the investigation is carried out for hovering flight condition. The finite element matrices are obtained by energy methods and a linearization procedure is applied to the resulting expressions. The linearized aerodynamic loading is calculated for hover and the state-space approach is used to design the control law. The eigenstructure assignment by output feedback is used in the blade-reduced model resulting from the application of the expansion method by partial fractions. The simulations for open and closed-loop systems are presented, having exhibited good response qualities, which shows that output feedback is a good alternative for smart helicopter blade vibration attenuation.

Keywords. Aeroelasticity, vibration control, smart structures, eigenstructure assignment, helicopter blade modeling

---

## SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS .....	iv
-------------------------	----

### CAPÍTULO 1

#### Introdução

1.1 – Breve histórico sobre aeronaves de asa rotativa.....	2
1.2 – Tipos de Rotores.....	4
1.3 – Vibração em helicópteros.....	5
1.4 – Controle de Vibração .....	5
1.4.1 – Controle passivo de vibração .....	5
1.4.2 – Controle ativo de vibração.....	6
1.5 – Estruturas inteligentes.....	8
1.6 – Estruturas inteligentes em aeroelasticidade .....	11
1.6.1 – Fenômeno piezométrico e sua aplicação em estruturas inteligentes .....	11
1.7 – Estruturas inteligentes em helicópteros .....	13
1.8 – Objetivos do trabalho.....	15
1.9 – Organização da dissertação.....	15



## CAPÍTULO 2

### Modelo Matemático de uma Pá de Helicóptero

2.1 - Introdução .....	17
2.2 – Sistemas de coordenadas.....	17
2.3 – Energia de deformação e energia cinética.....	20
2.3.1 – Energia de deformação.....	20
2.3.2 – Energia cinética.....	22
2.4 – Carregamento aerodinâmico .....	24
2.5 – Método dos elementos finitos.....	28
2.6 – Representação do sistema no espaço de estados .....	33
2.6.1 – Redução de ordem do modelo .....	35

## CAPÍTULO 3

### Projeto de Controlador de Vibração para uma Pá de Helicóptero

3.1 - Introdução.....	38
3.2 – Proposta de controle.....	38
3.2.1 – Atuação piezométrica .....	38
3.2.2 – Modelo de atuação piezométrica.....	40
3.3 – Atribuição da autoestrutura por realimentação de saída .....	43

## CAPÍTULO 4

### Controle de uma Pá de Helicóptero via Atuadores Piezométricos

4.1 - Introdução.....	46
4.2 – Características da pá e atuadores piezométricos.....	46

---

4.3 – Dinâmica da pá em malha aberta.....	49
4.4 – Controle de vibrações via atuação piezelétrica .....	53
4.4.1 – Caso 1: Um único atuador .....	53
4.4.2 – Caso 2: Atuador nos elementos finitos 3,5 e 7 .....	58
4.4.3 – Caso 3: Atuador nos elementos finitos 2,4,6,8 e 10.....	62
<b>CAPÍTULO 5</b>	
<b>Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros .....</b>	<b>66</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>68</b>

---

## SÍMBOLOS

<b>A</b>	matriz de estado ( $2n \times 2n$ );
<b>A<sub>1</sub></b>	matriz de estado do sistema com carregamento aerodinâmico dependente das variáveis de estado ( $2n \times 2n$ );
<b>b<sub>p</sub></b>	largura do elemento atuador piezelétrico ( $m$ );
<b>B</b>	matriz de entrada ( $2n \times 2n$ );
<b>B<sub>1</sub></b>	matriz de entrada do sistema com carregamento aerodinâmico dependente das variáveis de estado ( $2n \times 1$ );
<b>c</b>	corda do perfil aerodinâmico da pá ( $m$ );
<b>C<sub>D</sub></b>	coeficiente de arrasto;
<b>C<sub>L</sub></b>	coeficiente de sustentação;
<b>C<sub>Mca</sub></b>	coeficiente de momento no centro aerodinâmico;
<b>C</b>	matriz de saída ( $p \times 2n$ );
<b>d<sub>31</sub></b>	constante piezelétrica ( $pm/Volt$ );
<b>D</b>	matriz de alimentação direta ( $p \times 1$ );
<b>D</b>	força de arrasto dinâmico ( $N$ );
<b>D</b>	deslocamento dielétrico;
<b>D<sub>c</sub></b>	parcela da força de arrasto aerodinâmico que não depende das coordenadas generalizadas ( $N$ );
<b>D<sub>d</sub></b>	parcela da força de arrasto aerodinâmica linearizada que depende das coordenadas generalizadas ( $N$ );



---

$e$	distância entre o CG e o eixo elástico na seção transversal da pá ( $m$ );
$E$	módulo de elasticidade ou módulo de Young ( $N/m^2$ );
$E_l$	campo elétrico atuante;
$E_p$	módulo de Young para campo elétrico constante ( $N/m^2$ );
$E_c$	energia cinética ( $Nm$ );
$E_d$	energia de deformação ( $Nm$ );
$F(\mathbf{q})$	função não linear das coordenadas generalizadas que compõe as parcelas $L_d$ , $D_d$ e $M_d$ ;
$F_c$	efeito centrífugo distribuído pela pá ( $N/m$ );
$g_l$	número de graus de liberdade de cada nó do elemento finito de pá;
$G$	módulo de cisalhamento ( $N/m^2$ );
$h$	metade do valor da espessura da estrutura primária ( $m$ );
$h_p$	largura do elemento atuador piezelétrico ( $m$ );
$H_1(x), \dots, H_6(x)$	funções de forma para a discretização da pá por elementos finitos;
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	versores do sistema $Oxyz$ ;
$\vec{I}, \vec{J}, \vec{K}$	versores do sistema $OXYZ$ ;
$I_x$	momento de inércia da seção transversal da viga ( $m^4$ );
$I_y$	momento de inércia em torno do eixo $y$ ( $m^4$ );
$I_z$	momento de inércia em torno do eixo $z$ ( $m^4$ );
$k$	constante de permissividade do material piezelétrico;
$l$	número de entradas do sistema;
$l_e$	comprimento de cada elemento finito ( $m$ );
$L$	força de sustentação aerodinâmica ( $N$ );

---

$L_c$	parcela da força de sustentação aerodinâmica que não depende das coordenadas generalizadas ( $N$ );
$L_d$	parcela da força de sustentação aerodinâmica linearizada que depende das coordenadas generalizadas ( $N$ );
$m$	massa por unidade de comprimento ( $kg/m$ );
$m_{ij}, g_{ij}, k_{ij}$	coeficientes das matrizes de massa, giroscópica e de rigidez do elemento finito respectivamente;
$M$	momento aerodinâmico, positivo quando o bordo de ataque da pá fica para cima ( $Nm$ );
$M_c$	parcela do momento aerodinâmico que não depende das coordenadas generalizadas ( $Nm$ );
$M_{CA}$	momento aerodinâmico em torno do centro aerodinâmico ( $Nm$ );
$M_d$	parcela do momento aerodinâmico que depende das coordenadas generalizadas ( $Nm$ );
$M_p$	momento piezométrico ( $N.m$ )
$\mathbf{M}, \mathbf{G}$ e $\mathbf{K}$	matrizes de massa, giroscópica e de rigidez globais, respectivamente ( $g_l(N+1) \times g_l(N+1)$ );
$\mathbf{M}_e, \mathbf{G}_e$ e $\mathbf{K}_e$	matrizes de massa, giroscópica e rigidez do elemento finito, respectivamente ( $2g_l, 2g_l$ );
$N$	número de graus de liberdade total do sistema;
$O_{xyz}$	sistema de coordenadas fixas na pá ( $m$ );
$OXYZ$	sistema de coordenadas fixas num sistema inercial ( $m$ );
$p$	número de saídas do sistema;
$\vec{P}$	vetor de polarização;

---

$Q$	vetor de carregamento aerodinâmico ( $n \times 1$ );
$Q_1$	matriz de coeficientes de $L_d$ , $D_d$ e $M_d$ ( $n \times 2n$ );
$Q_2$	matriz de coeficientes de $L_c$ , $D_c$ e $M_c$ ( $2n \times 1$ );
$\vec{r}$	vetor de posição de um ponto P arbitrário na seção transversal da pá ( $m$ );
$\vec{r}_A$	vetor de posição do centro aerodinâmico da seção transversal da pá ( $m$ );
$R$	comprimento total ou envergadura da pá ( $m$ );
$\Delta t$	tempo (s);
$u, v$ e $w$	deslocamentos elásticos nas direções x, y e z, respectivamente ( $m$ );
$u(t)$	vetor de entrada ( $1 \times 1$ );
$V$	voltagem aplicada (volts);
$\vec{V}_{ar}$	vetor da velocidade do fluxo livre ( $m/s$ );
$x_A, y_A$ e $z_A$	coordenadas do centro aerodinâmico da seção transversal ( $m$ );
$x_1, y_1$ e $z_1$	coordenadas de um ponto $f$ arbitrário na seção transversal ( $m$ );
$x(t)$	vetor das variáveis de estado ( $2n \times 1$ );
$w$	deslocamento vertical da viga ( $m$ );
$y(t)$	vetor de saída ( $2n \times p$ );
$\alpha$	ângulo de ataque de uma seção transversal arbitrária da pá (rad);
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}$ e $\gamma_{xz}$	distorções em relação aos planos xy, yz e xz, respectivamente ( $N/m^2$ );
$\gamma_{x\eta}$ e $\gamma_{y\zeta}$	distorções em relação aos planos x $\eta$ e y $\zeta$ , respectivamente ( $N/m^2$ );
$\varepsilon$	deslocamento mecânico (m);
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$ e $\varepsilon_z$	deformações em relação aos eixos x, y e z, respectivamente ( $N/m^2$ );
$\eta$ e $\zeta$	sistema de eixos da seção transversal da pá ( $m$ );
$\theta_p$	ângulo de passo do comando (rad);

---

$\theta_t$	ângulo de torção geométrica da seção transversal da pá ( <i>rad</i> );
$\Theta_0$	valor central (nominal) da faixa de trabalho do ângulo de passo da pá ( <i>rad</i> );
$\rho$	densidade do material da pá ( $kg/m^3$ );
$\rho_{ar}$	densidade do ar ao nível do mar (ISO) ( $kg/m^3$ );
$\sigma$	tensão mecânica ( $N/m^2$ );
$\sigma_x, \sigma_y$ e $\sigma_z$	tensões axiais nas direções dos eixos x, y e z, respectivamente ( $N/m^2$ );
$\tau_{xy}, \tau_{yz}$ e $\tau_{xz}$	tensões de cisalhamento nos planos xy, yz e xz, respectivamente ( $N/m^2$ );
$\tau_{x\eta}$ e $\tau_{y\zeta}$	tensões de cisalhamento nos planos x $\eta$ e y $\zeta$ , respectivamente ( <i>rad</i> );
$\phi$	torção angular da seção transversal da pá deformada ( <i>rad</i> );
$\vec{\omega}$	vetor velocidade angular da pá ( <i>rad/s</i> );
$\Omega$	rotação da pá ( <i>rad/s</i> );
( $'$ )	$d/dx$ ( $1/m$ );
( $\cdot$ )	$d/dt$ ( $1/s$ );
( $^d$ )	variável desejada.



## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

Os helicópteros são aeronaves (ver Figura 1.1) que utilizam asas rotativas para criar sua sustentação, propulsão e controle e estão sujeitas a vibrações, sendo esta uma característica indesejável deste tipo de aeronave. No rotor principal, a rotação das pás sobre um eixo vertical descreve um disco no plano horizontal. Diferentemente das aeronaves de asa fixa, o helicóptero não necessita de velocidade translacional para gerar em seus rotores as forças aerodinâmicas necessárias ao vôo, o que realmente o capacita a realizar pousos e decolagens verticais (*VTOL – Vertical Take Off and Landing*). Segundo **JOHNSON** (1994), a versatilidade do helicóptero paga um tributo muito alto, pois necessita inicialmente de um motor de alto desempenho, uma transmissão grande para transportar a força dos motores com baixa velocidade e grande torque até os rotores, sem deixar de mencionar a complexidade mecânica destes últimos.

A principal causa de vibrações em helicópteros é o rotor principal formado por pás flexíveis excitadas por carregamentos aerodinâmicos e inerciais periódicos. Estas vibrações são transferidas para a estrutura da aeronave e usualmente criam um ambiente hostil para dispositivos eletrônicos, tripulantes, e para os passageiros.

O avanço alcançado pela indústria aeronáutica, desenvolvendo estruturas mais leves, resistentes, eficientes e confiáveis, traz maior suscetibilidade a vibrações e instabilidades aeroelásticas (**BISPLINGHOFF et al**, 1996). As respostas aeroelásticas resultantes de vibração são de grande importância para a indústria aeronáutica, particularmente para aeronaves de asas rotativas. Desta forma, a utilização de técnicas de redução de vibrações, particularmente através do uso da

teoria de controle, é de grande interesse nessa área (MARQUES, 1993). Fenômenos aeroelásticos indesejados podem gerar características dinâmicas impróprias, e devido à flexibilidade estrutural das pás, estas podem sofrer excessiva carga vibratória. Por isso, um modelo completo das forças aerodinâmicas, elásticas e inerciais é necessário para descrever a natureza aeroelástica de uma aeronave, prevenindo o surgimento de respostas aeroelásticas indesejáveis posteriormente (YATES, 1971).



**Figura 1.1** – Vôo pairado sobre o mar (helicóptero *Sea King* (WestLand Co.)).

### **1.1 – Breve histórico sobre aeronaves de asa rotativa**

Segundo JOHNSON (1994), a primeira menção sobre helicópteros data aproximadamente de 400 a.C.. Esta consistia de uma vareta com uma pena (hélice) numas das extremidades cuja vareta era girada entre as mãos. Depois, já no século XV, surgiu Leonardo da Vinci com sua máquina de vôo vertical utilizando um tipo primitivo de hélice.

Alguns inventores como Lomonosov (Rússia – 1754); Launoy e Bienvenu (França – 1784) e Cayley (Inglaterra – 1790), apresentaram seus modelos de helicópteros, mas o impacto para seu desenvolvimento durante o século XVIII foi pequeno.



O Visconde Gustave de Ponton d'Amencourt (França – 1863) construiu um pequeno modelo movido a vapor e usou pela primeira vez a palavra “helicóptero”, mas como nos motores a vapor a relação peso potência era muito baixo, o que comprometia sua condição de vôo.

Por volta de 1900, com a utilização do motor recíproco a gasolina, o vôo do helicóptero tornou-se uma realidade. Renard (França – 1904) construiu um helicóptero com rotores lado a lado, movido por um motor de dois cilindros, introduzindo com este modelo o eixo de batimento (*flapping*) para os rotores.

Igor Sikorsky (Rússia – 1910) criou um helicóptero com dois rotores tripá coaxiais utilizando um motor de 25 HP, mas não obteve sucesso com este modelo em virtude do problema da relação peso/potência. Mais tarde, Boris N. Yuriev (Rússia – 1912) construiu uma máquina com rotor bipá e um pequeno rotor de cauda antitorque. Este vôo teve sucesso e Yuriev tornou-se supervisor nos desenvolvimentos de helicópteros na União Soviética.

O desenvolvimento do helicóptero obteve um avanço maior no período dos anos 20 e 30, com a contribuição de Juan de la Cierva (Espanha – 1920-1930) com desenvolvimento do “autogiro”, uma aeronave de asa fixa e que continha um rotor livre. Após testes em túnel de vento, la Cierva construiu os autogiros C-3, C-4, C-6, fundando em 1925 a *Cierva Autogiro Company* na Inglaterra, produzindo mais de quinhentas unidades. No entanto, foi com Igor Sikorsky, já à frente da *Sikorsky Aircraft Co.*, nos Estados Unidos entre 1939-1941, desenvolveu o VS-300, um modelo de rotor tripá e um pequeno rotor de cauda. Em 1943, Lawrence Bell presidente da *Bell Helicopter Co.* construiu o helicóptero Bell-47 com rotor rígido bipá, usando a barra de giro estabilizadora desenvolvida por Arthur Young durante os anos 30 nos Estados Unidos.

Stanley Hiller (Estados Unidos – 1946-1948), desenvolveu o controle rotor, uma barra giro estabilizadora com superfícies aerodinâmicas. Charles Kamam (*Kamam Aircraft* – Estados Unidos – 1946-1948) desenvolveu também o método de controle por servotab para o controle de passo do rotor. A partir dos anos 50 *Charles Kamam Co.* construiu o primeiro helicóptero com motor a turbina, era o K-225, logo mais tarde produziu também o primeiro helicóptero bi-turbina o HTK-1 (1954) desde



então esta maravilhosa máquina vem se desenvolvendo com aplicações das mais importantes tecnologias descobertas.

## 1.2 – Tipos de rotores

Este tipo de divisão é, baseada na maneira pela qual as pás estão mecanicamente conectadas à cabeça do rotor (DOWELL – 1995). Os tipos de rotores podem ser divididos em quatro grupos:

Teetering ou Semi-Articulados: é tipicamente em rotor de duas pás, onde ambas são unidas por um pino ao eixo vertical, as pontas das pás possuem liberdade e movimento de batimento (*flapping*) com relação ao plano de rotação.

Articulados: este tipo de rotor possui mais de duas pás, onde as mesmas são fixadas individualmente à cabeça do rotor e possuem liberdade de movimento da mudança de passo (*pitch*), avanço e recuo (*lead – lagging*) e batimento (*flapping*).

Hingeless ou Semi-Rígidos: este tipo de rotor possui elementos flexíveis (elastômero) na sua construção, o que lhe proporciona uma limpeza aerodinâmica maior do que o rotor articulado também como característica um maior grau de controle (resposta), proporcionando assim uma maior capacidade de manobra para o helicóptero. Além disso, requer uma menor incidência de manutenção. Como desvantagens este tipo de rotor apresenta uma forte tendência de transmissão de vibração para a fuselagem, através do mastro do rotor.

Bearingless ou Rígidos: neste tipo de rotor, a mudança de passo (*pitch*) nos mancais é substituída por torções na raiz da pá.

### 1.3 – Vibração em helicópteros

As cargas vibratórias nos helicópteros são provenientes de várias origens: o sistema do rotor principal, a interação aerodinâmica entre o rotor e a fuselagem, o rotor de cauda, o motor a transmissão. Entretanto a mais importante fonte de vibração é o rotor principal devido à interação aerodinâmica gerada pela alta flexibilidade das pás quando em rotação. O nível de vibração apresenta-se baixo quando no vôo pairado (*hover*), e vai aumentando com a velocidade no vôo à frente.

Não obstante a complexidade aerodinâmica, as respostas aeroelásticas da pá e as suas cargas são essenciais periódicas. As cargas observadas na estrutura rotativa são integrais múltiplas harmônicas da velocidade rotacional e são transmitidas para o mastro e depois para a cabine que está fixada na estrutura isto com frequência do tipo  $nb\Omega$ , onde  $n$  é um número inteiro variando de 1 a  $\infty$ ;  $b$  é o número de pás e  $\Omega$  é a velocidade de rotação do rotor principal. A frequência de vibração dominante é  $b\Omega$  e para que estes tipos de vibrações sejam atenuados, foram criados dispositivos de controle ativo e passivo.

### 1.4 – Controle de vibração

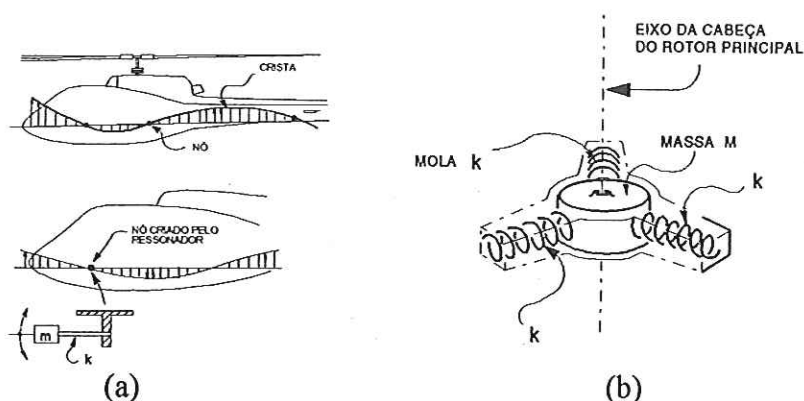
Entre as formas de redução dos problemas de vibração em helicópteros, podemos mencionar o controle passivo e o ativo.

#### 1.4.1 – Controle passivo de vibração

No controle passivo, primeiramente podemos citar a técnica de refinamento do projeto da pá, com o desenvolvimento da otimização estrutural e aeroelástica.

O segundo método de redução de vibração utiliza dispositivos de controle passivo colocados no rotor ou nas pás, com o objetivo de absorver a vibração em sua origem, ou de isolá-la (REICHERT, 1981; LOEWY, 1984). Este tipo de controle foi amplamente utilizado no início do desenvolvimento das asas rotativas. Neste método podemos citar a inclusão de molas e massas para atenuar as vibrações. Isoladores de vibração que utilizam o princípio da nodalização, e por último os

isoladores anti-ressonantes, conhecidos por DAVI (*Dynamic Anti-ressonant Vibration Isolation*), que são compostos por molas e massas, que agem alternadamente conforme a excitação do rotor, de acordo com a Figura 1.2.



**Figura 1.2** – Ressonador de cabina (a), e antivibrador do rotor principal (b).

#### 1.4.2 – Controle ativo de vibrações

Durante as últimas décadas, o controle ativo de vibrações em helicópteros tem sido intensamente investigado podendo ser classificado em duas subcategorias:

- o controle baseado na atuação na estrutura do helicóptero, e;
- o controle baseado na atuação no rotor.

De acordo com ZHANG (2001), o controle ativo é geralmente composto por quatro elementos: sensores, atuadores, uma unidade de força e um controlador. Como exemplo de controle baseado na atuação na estrutura do helicóptero de acordo com a Figura 1.3, tem-se o ACSR (*Active Control of Structural Responses*). Tal estratégia de controle consiste de acelerômetros distribuídos na estrutura, um computador de controle digital e um conjunto de atuadores de força eletro-hidráulicos montados entre a estrutura e a transmissão principal do helicóptero. O ACSR desenvolvido pela *Westland Helicopters Co.*, não somente pode reduzir as vibrações induzidas pelo mastro do rotor principal, mas também pode controlar excitações provenientes de outras origens, como por exemplo o rotor de cauda. As



desvantagens estão na manutenção, devido ao complexo sistema de atuação, como também seu peso elevado.

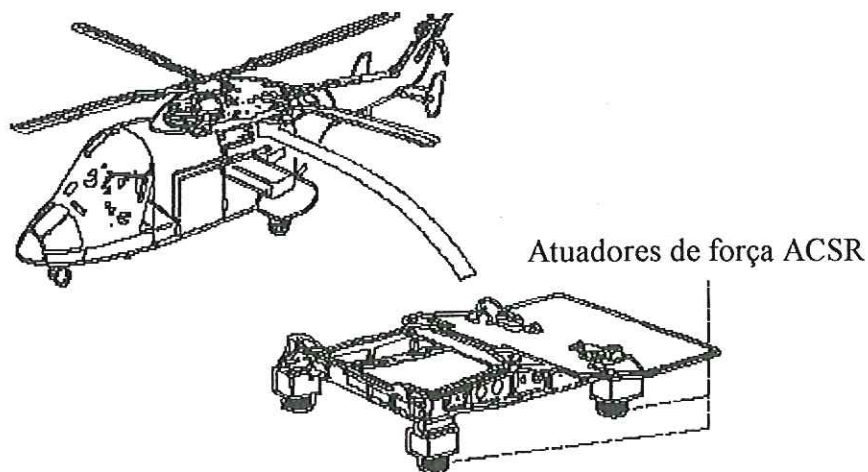
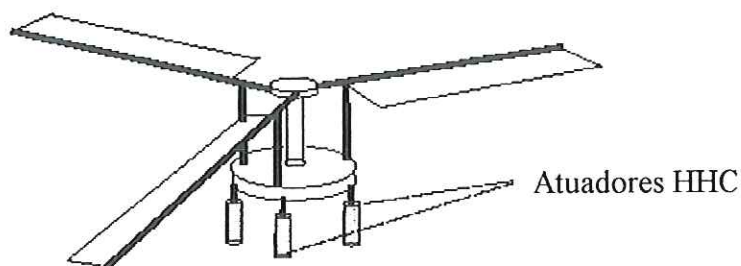


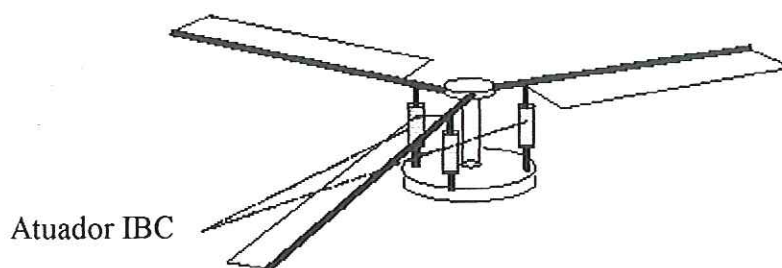
Figura 1.3 – ACSR sendo utilizado na plataforma de fixação do motor.

Para o controle de vibração baseado no rotor, temos o HHC (*Higher Harmonic Control*), neste caso servo atuadores são usados para excitar, no prato fixo de comando (*swashplate*) cíclico e coletivo do rotor, harmônicos maiores que o da velocidade de rotação do rotor, gerando novas cargas aerodinâmicas pelas pás, as quais em combinação com novas cargas inerciais oscilatórias, cancela os harmônicos das cargas nas pás que causam vibração na estrutura, **JOHNSON** (1982) e **FRIEDMANN** (1990) apresentaram trabalhos inovadores em HHC. O exemplo pode ser observado na Figura 1.4:



**Figura 1.4** – Apresentação esquemática do rotor utilizando o sistema HHC para controle de vibração.

Uma alternativa para o HHC é o IBC (*Individual Blade Control*), no qual cada pá é individualmente controlada. Atuadores hidráulicos são montados em conjunto com a haste de mudança de passo da pá no conjunto rotativo, como na Figura 1.5. O controle de entrada para os atuadores é baseado no retorno dos sinais provenientes dos sensores que estão nas pás. Numerosos estudos analíticos, testes em túneis de vento e ensaios em vôo para o HHC e IBC, têm demonstrado que o potencial de reduzir as vibrações em helicópteros esta acima de noventa por cento, mas possuem limitações práticas na implementação (ZHANG, 2001).



**Figura 1.5** – Apresentação esquemática do rotor utilizando o sistema IBC para controle de vibração.

### 1.5 – Estruturas inteligentes

Métodos para controle dos fenômenos aeroelásticos não se tornaram práticos e ainda há necessidade de se pesquisar novos conceitos para controle aeroelástico. O avanço da engenharia aeronáutica não se resume à obtenção de propulsores cada vez mais eficientes, mas também ao avanço no desenvolvimento da estrutura da aeronave no sentido de torná-las mais leves e resistentes com um certo balanço entre as propriedades físicas e mecânicas para permitir sua segurança e eficiência (FLOWER, 1995). Para o caso de aeronaves de asas rotativas, efeitos aeroelásticos são muito importantes especialmente em relação às pás. Tais estruturas são bastante esbeltas e sujeitas a grandes esforços aerodinâmicos, portanto susceptíveis a grande influência aeroelástica.

Uma definição, de Estrutura Inteligente, bastante empregada por CRAWLEY (1994) é que são estruturas que possuem atuadores e sensores integrados à própria estrutura com funcionalidade estrutural assim como um controle lógico integrado, condicionamento de sinal e amplificador de potência eletrônico.

A aquisição, o processamento do sinal e a atuação são incorporados à estrutura com o propósito de agir sobre determinada característica ou estado pré-determinado sejam eles mecânicos, elétricos, químicos, óticos, térmicos ou magnéticos.

A definição de CRAWLEY (1994) para estruturas inteligentes torna-se mais didática com o auxílio do diagrama apresentado na Figura 1.6.

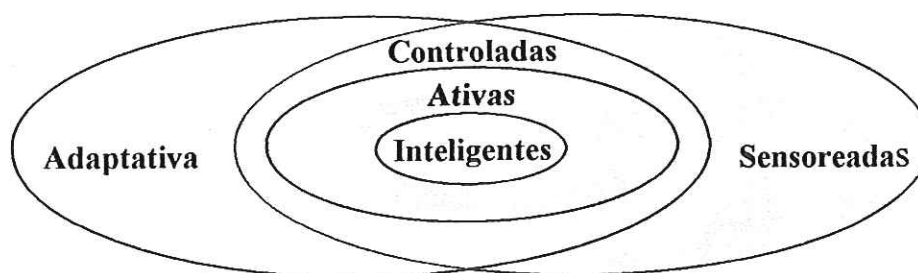


Figura 1.6 – Modelo esquemático de CRAWLEY (1994)

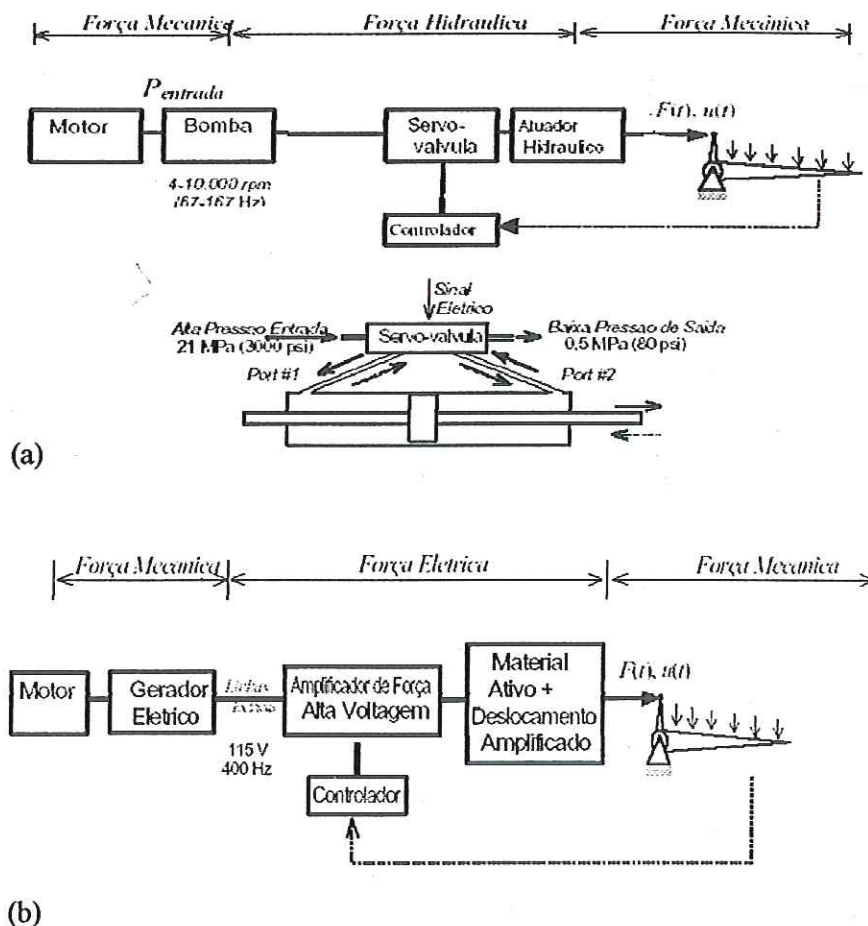
Na Figura 1.6 o primeiro conjunto denominado adaptativo compõe-se pelas estruturas que são sujeitas a algum tipo de atuação. O segundo grupo é composto pelas estruturas que são sensoreadas. A interseção entre esses dois grupos compõe um grupo conhecido como estruturas controladas, onde se supõe que os atuadores e sensores estejam unidos por um controle tipo malha fechada. Dentro dessa interseção pode-se distinguir um subconjunto denominado estruturas ativas que diferem do conjunto maior porque os atuadores e sensores estão distribuídos ao longo da estrutura, possuindo também uma função estrutural. As estruturas inteligentes são um subconjunto das estruturas ativas, pois além de possuírem as características mencionadas acima devem apresentar também a aquisição, processamento de sinal, controle e atuação inteiramente incorporados na estrutura.

Recentemente, o desenvolvimento de novos materiais para dispositivos sensores e atuadores contribuiu para o surgimento do conceito de estruturas inteligentes (CRAWLEY, 1994). As principais vantagens do uso do conceito de estruturas inteligentes consistem na melhor intrusão na estrutura dessas formas, uma



vez que os atuadores e sensores encontram-se incorporados e com funcionalidade estrutural.

Dentre os materiais mais utilizados como componentes ativos citam-se os materiais piezelétricos, as fibras óticas, as ligas de memórias de forma, os materiais estricativos e os fluidos eletro-reológicos e magneto-reológicos. Os materiais piezelétricos surgem como uma alternativa viável pela sua capacidade de inserção na estrutura, baixo peso, força de atuação, resposta rápida, conversão direta de energia elétrica para mecânica e uma rede de fios elétricos que é menos vulnerável do que tubos para alimentação hidráulica (GIURGIUTIU, 2000; CESNIK, 2000; PACK & JOSLIN, 1998), como se pode observar no exemplo mostrado na Figura 1.7 (GIURGIUTIU & CRAIG, 1999) uma comparação entre um sistema hidráulico convencional para mover uma superfície de comando, e o mesmo sistema utilizando material ativo.



**Figura 1.7** – Comparação entre um sistema hidráulico convencional (a) e ativo (b), ambos utilizados para mover uma superfície de voo.



O crescente interesse pelo uso de materiais piezelétricos como elementos ativos de estruturas inteligentes deve muito aos trabalhos de **BAILEY & HURBBAD** (1995) e **CRAWLEY & DE LUIZ** (1987). Praticamente a partir desse período o termo piezeletricidade reaparece revigorado em trabalhos envolvendo estruturas ativas e controle estrutural. Os elementos ativos de uma estrutura podem ser construídos com ligas de memórias de forma, cerâmicas e polímeros piezoelétricos, fibras óticas, materiais eletro e magneto-strictivos e fluido magneto e eletro-reológicos (**BARSOUM**, 1997).

### 1.6 – Estruturas inteligentes em aeroelasticidade

A partir da década de 90 começaram a surgir trabalhos envolvendo o uso de materiais inteligentes para controlar respostas aeroelásticas indesejadas. **NITZSCHE & BREITBACH** (1994) apresentam uma resposta de construção de atuadores e sensores usando materiais piezelétricos para controlar as cargas harmônicas desenvolvidas nas pás do rotor de um helicóptero.

**WILKIE et al.** (1996) fazem uma análise de uma pá de helicóptero de material composto incorporando piezelétricos. Essa análise consiste na flexão e na torção linear da asa acoplada a um modelo aerodinâmico não estacionário usando atuadores torcionais.

Uma das formas promissoras que vêm sendo estudadas para redução da resposta aeroelástica é o uso de placas piezelétricas como amortecedores de vibração. Por essa forma de controlar as vibrações a energia gerada na vibração é transformada em uma carga elétrica que é dissipada posteriormente reduzindo a energia total na estrutura (**NAGAMINE**, 2001).

#### 1.6.1 – O fenômeno piezelétrico e sua aplicação em estruturas inteligentes

Segundo **CADY** (1946) a palavra piezeletricidade morfologicamente significa eletricidade por pressão e cabe a sua descoberta aos irmãos Curie, onde o prefixo *piezo* tem origem na palavra grega “*piezen*” que significa pressionar. Além disso, define-se o efeito piezelétrico como “*o potencial elétrico produzido por deformações*

*mecânicas em cristais pertencendo a certas classes, o potencial elétrico sendo proporcional à deformação e mudando de sinal com isso*". Este postulado refere-se ao efeito piezoeletrico direto. Intimamente relacionado está o efeito reverso (também chamado de recíproco ou inverso).

Sua aplicação prática surge com a Primeira Guerra Mundial quando Langevin cria um sonar composto por placas piezoeletricas. Surgem estudos com cristais piezoresonantes que acabaram influenciando positivamente no desenvolvimento da eletrônica. Materiais amorfos e policristalinos começam a ser usados e em 1954 Jaffe descobre o *titanato zirconato de chumbo* (PZT). Polímeros, filmes e compósitos piezoeletricos também têm sido amplamente estudados. Após 1960, Kawai descobre as propriedades piezoeletricas em um filme plástico de fluorido de polivilideno (PVDF). Atualmente estes dois materiais são os mais populares envolvidos em trabalhos com estruturas inteligentes (IKEDA, 1990; TAYLOR *et al.*, 1958).

O fenômeno da piezeletricidade sob o ponto de vista microscópico é entendido como a polarização do meio cristalino devido aos deslocamentos de íons da sua posição de equilíbrio pela ação de um campo de tensões mecânicas (BOTTOM, 1968). Durante a polarização o material torna-se permanentemente alongado na direção do campo de polarização (eixo polar) e reduz-se na direção transversal. Quando uma voltagem é subseqüentemente aplicada na mesma direção de voltagem de polarização, a peça experimenta, além de um alongamento na direção polar, uma contração transversal como estipulado pelo coeficiente de Poisson. Quando o campo elétrico é removido, a peça retorna às suas dimensões originais. A Figura 1.7 ilustra a contração da peça quando a voltagem aplicada é oposta à direção de polarização, e se expande na direção transversal, retomando às dimensões originais quando o campo elétrico é retirado.

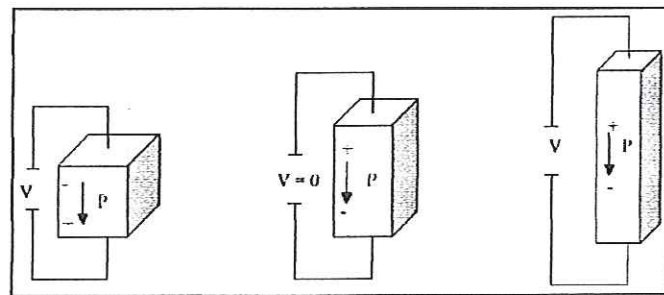


Figura 1.8 - Comportamento piezoeletrico quando submetido à tensão elétrica.



Embora a piezeletricidade tenha uma longa história e aplicação, no controle estrutural é relativamente nova, sendo bastante apropriada em controle de vibração de sistemas distribuídos apresentando baixo peso, alta precisão e eficiência (RAO & SUNAR, 1994).

### 1.7 – Estruturas inteligentes em helicópteros

A estrutura inteligente em asas rotativas tem recebido grande atenção, especificamente a atuação por deslocamento induzido (GIURGIUTIU *et al.*, 1994; NARKIEWICZ & DONE, 1994; CHOPRA, 1997).

Duas linhas de ação têm sido investigadas.

1. Atuação por deslocamento induzido distribuído, resultando na torção contínua da pá.
2. Atuação discreta de uma superfície de controle servo-aerodinâmica (flape, *tab*, ponta da pá, etc.) gerando forças aerodinâmicas localizadas.

A torção induzida da pá pela distribuição de elementos de material ativo ao longo da estrutura de vôo gera uma suave deformação.

Materiais ativos podem ser agregados à estrutura. Esta solução tem clareado as vantagens aerodinâmicas sobre o conceito da atuação discreta. Um número grande de estudos teóricos tem sido realizado para estimar o grau de torção necessária para redução dos efeitos vibratórios e do *flutter*.

CHEN & CHOPRA (1997) construíram uma pá de material composto com camadas de material piezelétrico, dispostos diagonalmente na estrutura da pá e revestida por fibra de vidro. Este experimento foi testado em túnel de vento, da Universidade de Maryland, estática e dinamicamente. Respostas de torção significantes foram medidas quando as excitações eram próximas das frequências de ressonância (50 Hz e 95 Hz). O valor máximo de torção encontrado na extremidade da pá para as frequências de ressonância foi de 0,35° e 1,1°, respectivamente.

BARRET (1993) construiu um prato de torque ativado eletricamente, consistindo de um substrato metálico e camadas piezocerâmicas aplicadas

diagonalmente. A torção do prato é criada pela ativação dos elementos piezelétricos com polaridades em oposição de fase nas superfícies superior e inferior. Um rotor adaptativo de estado sólido consiste de um prato de torque (atuador de deslocamento induzido) ligado à raiz de uma pá. A ativação deste prato produz deflexões de passo nesta pá. Este conceito foi aplicado em um modelo de helicóptero, cujo desempenho de vôo foi satisfatório (BARRET; FRYE & SCHIESMAN, 1998).

A utilização de fibras ativas de material composto, cuja estrutura é formada por lâminas flexíveis de fibras de vidro e de material piezelétrico (RODGERS & HAGOOD, 1998). Esta estrutura foi incorporada na construção em escala de um modelo de pá de CH-47D e testado no túnel de vento da *Boing Helicopters* (MORRI; PIZZOCHERO & HAGOOD, 1999).

WILBUR *et al.* (1999) construíram com o apoio da *NASA/MIT*, o rotor de torção ativa (*ATR – active twist rotor*), sendo testado na condição de vôo pairado no túnel de vento do *Langley Research Center – NASA*, EUA. Uma pá do rotor de torção ativa foi construída usando fibras ativas de material composto flexível. A modelagem aeroelástica foi realizada por WILKIE *et al.*, (1999).

BERHARD & CHOPRA (1998) estudaram o conceito da atuação da ponta da pá com material ativo para a redução de vibrações e controle aeroelástico. Nesta técnica todo movimento da estrutura da ponta da pá é produzido por um atuador piezelétrico aplicado no interior da pá.

Teoricamente o conceito de servo-flape tem sido investigado por MILLOT & FRIEDMANN (1994). No experimento foi utilizado um modelo aeroelástico (incluindo modelo geométrico não-linear e um avançado modelo aerodinâmico 2D) conjugado com um controlador para redução de vibração.

SPANGLER & HALL (1989) usaram atuadores piezelétricos bimorfos em experimentos do servo-flape no helicóptero CH-47D da *Boing Helicopters*. O flape representa 10% da corda cujo modelo em escala foi testado em túnel de vento em vários gradientes de velocidade (0 – 78 *ft/seg*) e frequência (acima de 100 *Hz*). Significantes deflexões e momentos de variação de passo foram medidos, mas todos os valores estavam significativamente abaixo das estimativas.



### 1.8 – Objetivos do trabalho

Tendo sido observado o uso de materiais piezelétricos como uma nova alternativa para controle de vibrações em helicópteros, o objetivo deste trabalho é investigar o desempenho de uma pá inteligente de helicóptero fazendo uso de materiais ativos (piezelétricos).

Para isso, uma pá é modelada através do método dos elementos finitos, considerando os movimentos de batimento (*flapping*), avanço e recuo (*lead lagging*), estiramento axial, e torção. Um modelo matemático é desenvolvido e atuadores piezelétricos distribuídos ao longo da envergadura da pá são incorporados.

As matrizes de elementos finitos são obtidas pelo método de energia e um procedimento de linearização é aplicado às equações resultantes. O carregamento aerodinâmico linearizado é calculado para a condição de vôo pairado, e a representação no espaço de estados é usada para o projeto de um controlador. Um modelo de ordem reduzida, resultante da aplicação do método da expansão por frações parciais é usado para as simulações. A técnica da atribuição da autoestrutura por realimentação de saída é usada para o projeto do controlador.

O desempenho do sistema em malha aberta e fechada é analisado observando-se as simulações.

### 1.9 – Organização da dissertação

Neste primeiro Capítulo é apresentada uma introdução ao assunto abordado juntamente com a revisão da literatura relacionada ao tema.

O Capítulo 2 é dedicado ao modelo matemático da pá inteligente, onde a partir do carregamento aerodinâmico determina-se a matriz de acoplamento entre estados e entradas, chegando-se, então, à equação diferencial matricial do movimento da pá. Visando técnicas futuras de controle, transformam-se essas equações para a representação no espaço de estados. O Capítulo 2 trata também do modelo de elementos finitos da pá inteligente, e conseqüentemente da disposição de atuadores e sensores piezelétricos. No Capítulo 3 é apresentado o projeto do controlador de

---

vibração através da atuação piezelétrica sobre a pá inteligente. No Capítulo 4 são apresentados os resultados da simulação do modelo matemático da pá, agora controlada pela atuação piezelétrica. No Capítulo 5 são apresentadas as principais conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2

### MODELO MATEMÁTICO DE UMA PÁ DE HELICÓPTERO

#### 2.1 – Introdução

Neste Capítulo será apresentada a modelagem matemática de uma pá de helicóptero em voo pairado, ou seja, a representação do sistema físico da pá permitindo analisar seu comportamento nas diferentes condições de operação. A pá será tratada como uma viga em rotação sujeita aos movimentos de batimento, torção, estiramento axial, avanço e atraso. Será aplicada a discretização através do método de elementos finitos. Finalmente, a redução de ordem do modelo via frações parciais é realizada para garantir menor esforço computacional durante as simulações.

#### 2.2 – Sistemas de coordenadas

Como a pá de helicóptero é um sistema dinâmico se movimentando no espaço, para a modelagem matemática é necessário adotar alguns sistemas de coordenadas para desenvolver o equacionamento. Os sistemas de coordenadas adotadas para se determinar o modelo matemático da pá estão baseados no trabalho de **MARQUES** (1993).

A Figura 2.1 mostra os sistemas de eixos **OXYZ**, para a pá sem deformação, cujos respectivos versores  $\vec{I}$ ,  $\vec{J}$  e  $\vec{K}$  definem um sistema de eixos fixos com a origem **O** na raiz da pá, sendo que **O** coincide com o ponto onde o eixo elástico intercepta a seção transversal da pá na sua raiz. O outro sistema de eixos **Oxyz**, e seus respectivos versores  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  e  $\vec{k}$ , estão fixos e movem-se com a pá e tendo a mesma origem que o



sistema  $OXYZ$ . O eixo  $x$  se estende da raiz para a ponta da pá e coincide com o eixo elástico quando não há deformação. O eixo  $y$  estende-se do bordo de fuga para o bordo de ataque ao longo da corda da seção transversal da pá na raiz. A rotação  $\Omega$ , à qual a pá está sujeita, ocorre em torno do eixo  $Z$ , e os eixos  $x$  e  $y$ , pertencentes ao plano  $XY$ , apresentam um giro  $\Omega t$  com respeito aos eixos fixos  $X$  e  $Y$ . Nessas condições os eixos  $Z$  e  $z$  são sempre coincidentes.

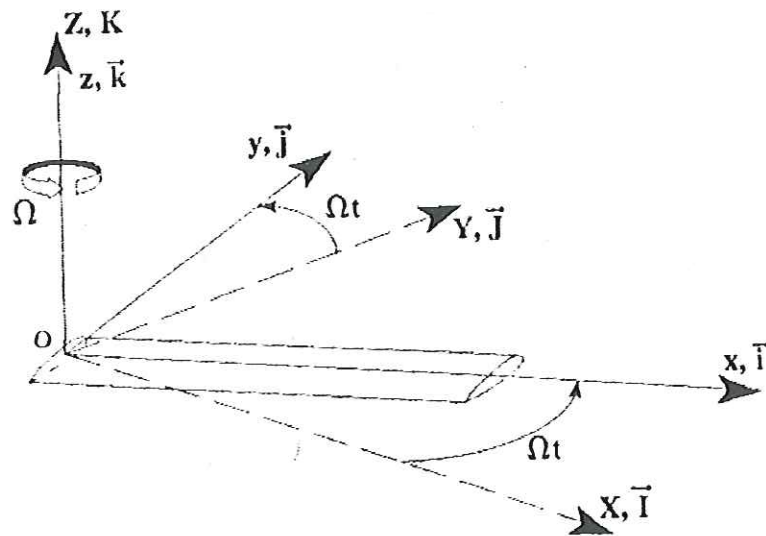


Figura 2.1 – Sistemas de coordenadas principais da pá. (MARQUES, 1993).

A Figura 2.2 mostra a pá deformada e os deslocamentos elásticos  $u$ ,  $v$  e  $w$  são funções do tempo e da posição  $x$  em relação aos eixos  $Oxyz$ , respectivamente. Nas Figuras 2.3(a) e (b) outro sistema de coordenadas é definido, onde os eixos  $\eta$  e  $\zeta$  estão contidos na seção transversal arbitrária da pá. Quando a pá não está deformada, esses eixos descrevem planos paralelos ao plano  $yz$ , como mostra a Figura 2.3(a) e o eixo  $\eta$  apresenta um giro  $\theta_t$  com relação ao eixo  $y$  no plano  $yz$ , chamado *ângulo de torção geométrica*. Para o caso da pá deformada, o posicionamento dos eixos é mostrado na Figura 2.3(b), onde se pode ver o giro de deformação  $\phi$  sofrido pela seção transversal da pá e os deslocamentos de deformação  $v$  e  $w$  nas direções  $y$  e  $z$ , respectivamente.

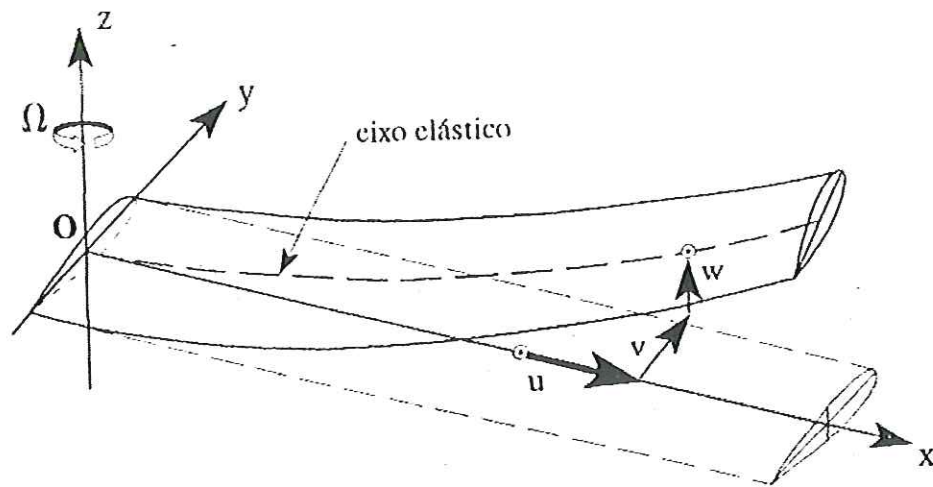


Figura 2.2 – Deslocamentos elásticos da pá (MARQUES, 1993).

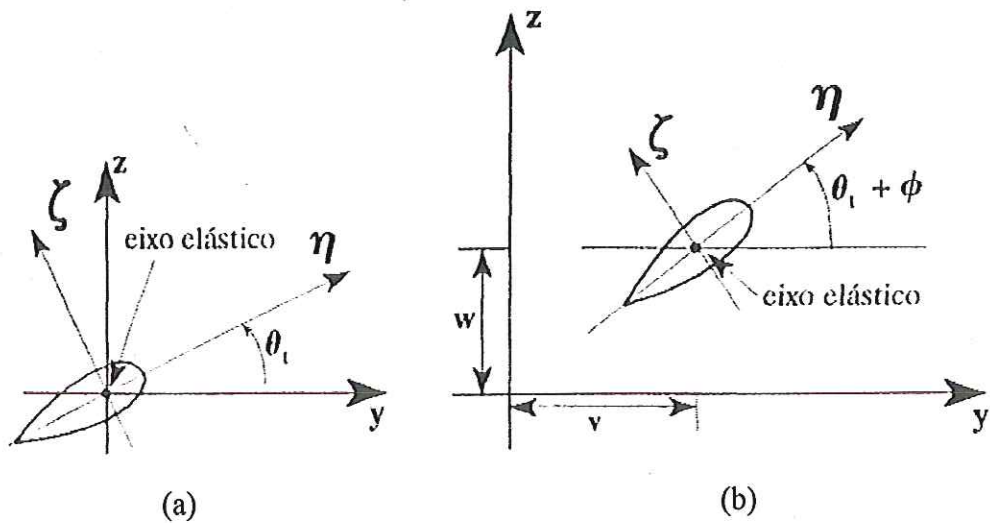


Figura 2.3 – Coordenadas da seção transversal da pá antes (a) e depois (b) de deformada (MARQUES, 1993).

### 2.3 – Energia de deformação e energia cinética

Nesta Seção serão mostradas as expressões de energia de deformação e energia cinética da pá. O equacionamento completo pode ser encontrado no trabalho de MARQUES (1993).

#### 2.3.1 – Energia de deformação

A equação de energia de deformação, a qual é expressa pelos efeitos do estado de tensão tridimensional  $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$  e  $(\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz})$ , e as respectivas deformações  $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$  e distorções  $(\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz})$ , é dada por (MARQUES, 1993):

$$E_d = \frac{1}{2} \int_{vol} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{xz} \gamma_{xz}) dvol. \quad (2.1)$$

Tomando o sistema de referência na seção transversal da pá de comprimento  $R$ , a energia de deformação é re-escrita por:

$$E_d = \frac{1}{2} \int_0^R \left[ \iint_A (\sigma_x \varepsilon_x + \tau_{x\eta} \gamma_{x\eta} + \tau_{x\zeta} \gamma_{x\zeta}) d\eta d\zeta \right] dx, \quad (2.2)$$

pois são desprezados os efeitos das tensões nas direções  $y$  e  $z$ , pois as deformações  $\varepsilon_y$  e  $\varepsilon_z$  correspondentes são muito pequenas comparadas a  $\varepsilon_x$  e da mesma forma, a distorção  $\gamma_{yz}$  é também muito menor quando comparada às distorções  $\gamma_{xy}$  e  $\gamma_{xz}$  e portanto também pode ser desprezada. Observe-se que os subscritos  $y$  e  $z$  foram trocados por  $\eta$  e  $\zeta$ , afim de compatibilizar com a nomenclatura da Figura 2.3(a).

Considerando a integração na área da seção transversal dos termos de tensão e cisalhamento, integrando-se ao longo da envergadura, aplicando a lei de Hooke e considerando as simplificações que levam a Equação (2.2), ou seja:

$$\sigma_x = E\varepsilon_x, \quad \sigma_y = 0, \quad \sigma_z = 0, \quad \tau_{x\eta} = 0, \quad \tau_{x\zeta} = G\gamma_{x\zeta}, \quad \tau_{x\eta} = G\gamma_{x\eta}, \quad \tau_{\eta\zeta} = G\gamma_{\eta\zeta},$$

obtém-se a seguinte representação da energia de deformação:

$$E_d = \frac{1}{2} \int_0^R \left[ \iint_A (E \varepsilon_x^2 + G \gamma_{x\eta}^2 + G \gamma_{x\zeta}^2) d\eta d\zeta \right], \quad (2.3)$$

onde,  $E$  e  $G$  são os módulos de Young para flexão e cisalhamento, respectivamente.

Como, foram adotados os eixos particulares  $\eta$  e  $\zeta$  para as seções transversais da pá, deverá então obter-se as deformações em termos de  $\eta$ ,  $\zeta$  e de  $\theta_t$ . Considerando-se um ponto arbitrário na seção transversal da pá e supondo pequenos deslocamentos, primeiramente são encontradas as coordenadas para o ponto no caso da pá sem deformação e logo após as coordenadas do ponto para o caso da pá já deformada.

Considerando-se uma fibra elementar da pá passando pelo ponto arbitrário adotado calcula-se, primeiramente, o comprimento diferencial da fibra e em seguida seu comprimento inicial. Para isso basta fazer as deformações  $u$ ,  $v$ ,  $w$  e  $\phi$ , iguais a zero. Encontra-se, então, a deformação devido à tração da fibra. As distorções na seção transversal da pá também são consideradas. Substituindo todos esses dados na Equação (2.3), desenvolvendo e desprezando os termos que contêm  $\theta_t'$ , pois é considerado pequeno demais e observando que:

$$\iint_A d\eta d\zeta = A, \quad \iint_A \eta d\eta d\zeta = 0, \quad \iint_A \zeta d\eta d\zeta = 0, \quad \iint_A \eta\zeta d\eta d\zeta = 0$$

$$\iint_A \eta^2 d\eta d\zeta = I_z, \quad \iint_A \zeta^2 d\eta d\zeta = I_y, \quad \iint_A (\eta^2 + \zeta^2) d\eta d\zeta = J$$

obtém-se:

$$E_d = \frac{1}{2} \int_0^R \{ EAu'^2 + EI_z (v'' \cos \theta_t + w'' \operatorname{sen} \theta_t)^2 + EI_y (-v'' \operatorname{sen} \theta_t + w'' \cos \theta_t)^2 + GJ\phi'^2 \} dx \quad (2.4)$$

onde,  $I_y$ ,  $I_z$  e  $J$  são os momentos de inércia da seção transversal da pá em torno do CG.



Considerando-se também o efeito centrífugo distribuído ao longo da pá, já que a pá de massa  $m$  apresenta movimento de rotação com velocidade angular de  $\Omega$ , o valor da força centrífuga é:

$$F_c = \int_x^R \Omega^2 m x \, dx, \quad (2.5)$$

e suas componentes nas direções vertical e horizontal  $F_c v'^2$  e  $F_c w'^2$ , respectivamente (MARQUES, 1993).

Acrescentando os termos da Equação (2.5) na Equação (2.4), obtém-se a expressão final da energia de deformação, ou seja:

$$E_d = \frac{1}{2} \int_0^R \{ E A u'^2 + E I_z (v'' \cos \theta_i + w'' \operatorname{sen} \theta_i)^2 + E I_y (-v'' \operatorname{sen} \theta_i + w'' \cos \theta_i)^2 + G J \phi'^2 + F_c v'^2 + F_c w'^2 \} dx \quad (2.6)$$

### 2.3.2 – Energia cinética

A energia cinética para o caso da pá de comprimento  $R$  tomada como uma viga em rotação, pode ser definida no sistema de coordenadas da seção transversal (conforme Figura 2.3) como:

$$E_c = \frac{1}{2} \int_0^R \{ \iiint_A (\rho \, d\eta \, d\zeta) \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} \right) \} dx, \quad (2.7)$$

onde,  $\frac{d\vec{r}}{dt}$  é o vetor velocidade total de um ponto P arbitrário na seção transversal da pá de área  $A$  e cujo material apresenta densidade  $\rho$ .

O vetor velocidade total de um ponto P arbitrário na seção da pá pode ser explicitado em termos de duas parcelas, ou seja: (i) movimento de corpo rígido em

rotação com velocidade angular  $\vec{\omega}$  e; (ii) de movimento de corpo elástico com velocidade  $\vec{r}'$ ; ou seja:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{r}' \quad (2.8)$$

A velocidade angular na direção z é dada por:

$$\vec{\omega} = \Omega \vec{k} \quad (2.9)$$

Já as velocidades angulares nas direções x e y serão desprezadas, pois são muitos menores que aquelas na direção z. Como  $\vec{r} = x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} + z_1 \vec{k}$ , então:

$$\vec{\omega} \times \vec{r} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \Omega \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \Omega \\ y_1 & z_1 \end{bmatrix} \vec{i} + \begin{bmatrix} \Omega & 0 \\ z_1 & x_1 \end{bmatrix} \vec{j} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ x_1 & y_1 \end{bmatrix} \vec{k}, \text{ resultando:}$$

$$\vec{\omega} \times \vec{r} = -y_1 \Omega \vec{i} + x_1 \Omega \vec{j} \quad (2.10)$$

Sabe-se também que:

$$\vec{r}' = \dot{x}_1 \vec{i} + \dot{y}_1 \vec{j} + \dot{z}_1 \vec{k} \quad (2.11)$$

Substituindo a Equação (2.11) na Equação (2.7), obtém-se:

$$E_c = \frac{1}{2} \int_0^R \left\{ \iint_A (\rho \, d\eta \, d\zeta) [(\dot{x}_1 - y_1 \Omega)^2 + (\dot{y}_1 + x_1 \Omega)^2 + \dot{z}_1^2] \right\} dx \quad (2.12)$$

Em seguida, substituindo as derivadas com relação ao tempo,  $\dot{x}_1$ ,  $\dot{y}_1$  e  $\dot{z}_1$ , e adotando-se que o eixo elástico da pá não coincide com o eixo do CG (lugar

geométrico dos CG's de cada seção transversal ao longo do comprimento da pá), obtém-se a expressão final da energia cinética:

$$\begin{aligned}
 E_c = \frac{1}{2} \int_0^R \{ & m[\Omega^2 x^2 + 2\Omega^2 xu + \Omega^2 u^2 + \dot{u}^2 - 2\Omega u\dot{v} + \\
 & + \Omega^2 v^2 + 2\Omega x\dot{v} + 2\Omega u\dot{v} + \dot{v}^2 + \dot{w}^2] + \\
 & + m e \cos \theta_i [-2\Omega \dot{u} + 2\Omega^2 v - 2i\dot{v}' + 2\Omega v\dot{v}' + 2\phi\dot{w}' - \\
 & - 2\Omega^2 xv' - 2\Omega^2 uv' - 2\Omega \dot{v}v'] + \\
 & + m(k_{m_2}^2 \cos^2 \theta_i + k_{m_1}^2 \sin^2 \theta_i)[\Omega^2 + \phi^2 + 2\Omega \dot{v}' + \dot{v}'^2 + \Omega^2 v'^2] + \\
 & + m e \sin \theta_i [-2\Omega x\phi - 2\Omega \phi u + 2\Omega \phi \dot{u} - 2\Omega^2 \phi v - 2\phi\dot{v} - 2i\dot{w}' + \\
 & + 2\Omega \dot{w}'v - 2\Omega \dot{v}w' - 2\Omega^2 xw' - 2\Omega^2 uw'] + \\
 & + m \cos \theta_i \sin \theta_i (k_{m_2}^2 - k_{m_1}^2)[-2\Omega^2 \phi - 2\Omega \phi \dot{v}' + 2\Omega \dot{w}' + 2\dot{v}'\dot{w}' + \\
 & + 2\Omega \phi v' + 2\Omega^2 v'w'] + \\
 & + m(k_{m_2}^2 \sin^2 \theta_i + k_{m_1}^2 \cos^2 \theta_i)[\Omega^2 \phi^2 + \phi^2 - 2\Omega \phi \dot{w}' + \dot{w}'^2 + \\
 & + 2\Omega \phi v' + \Omega^2 w'^2] \} dx
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

#### 2.4 – Carregamento Aerodinâmico

As principais condições de vôo a que os helicópteros estão sujeitos são: vôo pairado, vôo na vertical, vôo para frente, para trás ou para os lados e o carregamento aerodinâmico para cada uma delas é diferente. É adotado neste trabalho o caso de vôo pairado, no qual a distribuição da carga pelo rotor permanece idealmente a mesma durante as diferentes posições da pá.

Toma-se um elemento  $dx$  da pá a uma distância  $x$  do eixo de rotação (Figura 2.4), considerando-se as deformações  $u$ ,  $v$ ,  $w$  e  $\phi$ , mostradas nas Figuras 2.2 e 2.3(a)

e (b). Adota-se também a velocidade do escoamento de ar paralela ao plano  $xy$ , o que implica em estar desprezando o efeito do fluxo descendente (“inflow”),

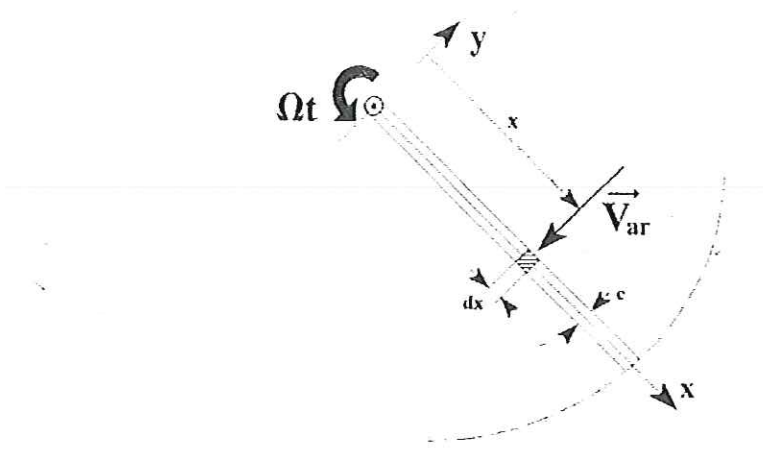


Figura 2.4 – Posição de um elemento  $dx$  na pá em rotação (MARQUES, 1993).

E para efeito de cálculo aerodinâmico foi suposto que a seção transversal permanece sempre paralela ao plano  $yz$ , mesmo após deformações. Isso fará com que as forças de sustentação  $L$  e de arrasto  $D$  sejam paralelas aos eixos  $z$  e  $y$  respectivamente.

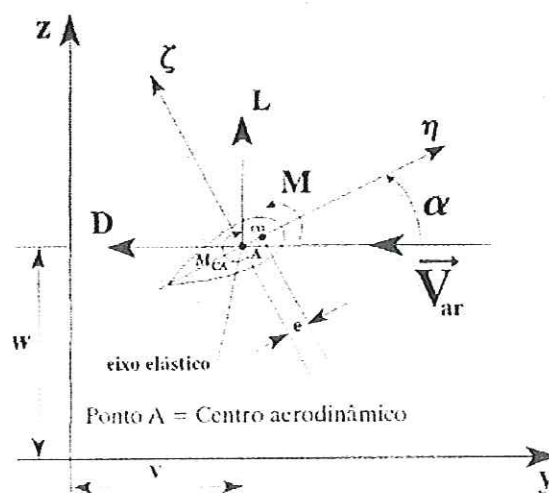


Figura 2.5 – Seção transversal da pá deformada sob ação dos esforços aerodinâmicos (MARQUES, 1993).



As forças elementares de sustentação e arrasto, para um elemento  $dx$  da pá, são expressas respectivamente por:

$$\begin{aligned} dL &= \frac{1}{2} \rho_{ar} C_L \|\vec{V}_{ar}\|^2 c dx \\ dD &= \frac{1}{2} \rho_{ar} C_D \|\vec{V}_{ar}\|^2 c dx \end{aligned} \quad (2.14)$$

onde  $\rho_{ar}$  é a densidade do ar,  $C_L$  e  $C_D$  são os coeficientes de sustentação e arrasto, respectivamente,  $c$  é o valor da corda do perfil aerodinâmico da pá e  $\vec{V}_{ar}$  é o vetor velocidade do escoamento livre.

A velocidade do escoamento livre pode ser dada por:

$$\vec{V}_{ar} = [\dot{u} - \Omega v] \vec{i} + [\dot{v} + \Omega(x + u)] \vec{j} + \dot{w} \vec{k}, \quad (2.15)$$

cujo módulo pode ser dado por:

$$\|\vec{V}_{ar}\| = \{[\dot{u} - \Omega v]^2 + [\dot{v} + \Omega(x + u)]^2 + \dot{w}^2\}^{\frac{1}{2}}. \quad (2.16)$$

Sabe-se que os coeficientes  $C_L$  e  $C_D$  são funções do ângulo de ataque  $\alpha$ . Supondo-se que a faixa de trabalho da pá está na região linear de  $C_L(\alpha)$ , ou seja:

$$C_L = a \alpha. \quad (2.17)$$

onde,  $a$  é a inclinação da curva de  $C_L \times \alpha$  no intervalo linear.

Já o coeficiente de arrasto, é aproximadamente uma função quadrática do ângulo de ataque, e como se deseja ter  $C_D(\alpha)$  linear, faz-se uma linearização dessa função, considerando-se uma pequena faixa de operação. Supondo-se que a faixa de

operação da pá admite uma variação de  $\alpha$  entre 5 e 15 graus, lineariza-se a função  $C_D(\alpha)$  nesse intervalo de  $\alpha$ , e obtém-se:

$$C_D = b \alpha \quad (2.18)$$

onde,  $b$  é a inclinação da curva linearizada de  $C_D(\alpha)$  no intervalo de  $\alpha$  de interesse.

Adotando-se um ângulo de passo  $\Theta_0$  de 10 graus, que define um valor (nominal) da faixa de operação da pá e  $\theta_p$  o ângulo de passo de comando, então:

$$\alpha = \theta_p + \Theta_0 + \theta_t + \phi \quad (2.19)$$

Substituindo-se as Equações (2.17) e (2.18) na Equação (2.16), e desenvolvendo para toda a envergadura da pá, as forças de sustentação e arrasto totais tornam-se:

$$L = \frac{1}{2} \rho_{ar} c a \int_x^R \alpha \{ [\dot{u} - \Omega v]^2 + [\dot{v} + \Omega(x+u)]^2 + \dot{w}^2 \} dx \quad (2.20)$$

e

$$D = \frac{1}{2} \rho_{ar} c b \int_x^R \alpha \{ [\dot{u} - \Omega v]^2 + [\dot{v} + \Omega(x+u)]^2 + \dot{w}^2 \} dx \quad (2.21)$$

Finalmente, desenvolve-se a equação referente ao momento aerodinâmico na pá. O momento aerodinâmico total numa seção transversal da pá é dado por:

$$M = -M_{CA} + L e . \quad (2.22)$$

Considerando-se um elemento infinitesimal  $dx$  da pá, a Equação (2.22) pode ser escrita como:

$$dM = \frac{1}{2} \rho_{ar} \|\vec{V}_{ar}\|^2 c (C_{MCA} - C_L e) dx \quad (2.23)$$

Como se trata de um perfil simétrico, então  $C_{Mca} = 0$ . Substituindo-se a Equação (2.17) na Equação (2.23), e desenvolvendo para toda a envergadura da pá obtém-se:

$$M = \frac{1}{2} \rho_{ar} c a e \int_x^R \alpha \{ [\dot{u} - \Omega v]^2 + [\dot{v} + \Omega(x+u)]^2 + \dot{w}^2 \} dx. \quad (2.24)$$

## 2.5 – Método dos elementos finitos

No caso da pá de helicóptero analisada neste trabalho, a discretização em elementos finitos ocorre em termos de elementos de viga com nós em cada uma das extremidades desses elementos, possuindo seis graus de liberdade por nó: deslocamentos nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  e giros nos planos  $xy$ ,  $xz$  e no plano da seção transversal da pá. Figura 2.5 ilustra o elemento finito de pá de helicóptero.

São usadas funções de forma para transformar os deslocamentos elásticos da pá nos deslocamentos nodais, ou seja:

$$\begin{aligned} u &= H_1(x)u_1(t) + H_2(x)u_2(t) \\ v &= H_3(x)v_1(t) + H_4(x)v_1'(t) + H_5(x)v_2(t) + H_6(x)v_2'(t) \\ w &= H_3(x)w_1(t) + H_4(x)w_1'(t) + H_5(x)w_2(t) + H_6(x)w_2'(t) \\ \varphi &= H_1(x)\varphi_1(t) + H_2(x)\varphi_2(t) \end{aligned} \quad (2.25)$$

onde,  $H_1(x)$ ,  $H_2(x)$ , e  $H_3(x)$ ,  $H_4(x)$ ,  $H_5(x)$  e  $H_6(x)$  são as interpolações de La Grange e os polinômios de Hermite respectivamente

As variáveis  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$ ,  $v_1(t)$ ,  $v_1'(t)$ ,  $v_2(t)$ ,  $v_2'(t)$ ,  $w_1(t)$ ,  $w_1'(t)$ ,  $w_2(t)$ ,  $w_2'(t)$ ,  $\phi_1(t)$  e  $\phi_2(t)$  formam o conjunto dos deslocamentos nodais que podem ser considerados como coordenadas generalizadas do sistema, ou seja,

$$q = [u_1(t) u_2(t) v_1(t) v_1'(t) v_2(t) v_2'(t) w_1(t) w_1'(t) w_2(t) w_2'(t) \phi_1(t) \phi_2(t)]^T. \quad (2.26)$$

Os deslocamentos  $u$ ,  $v$ ,  $w$  e  $\phi$  discretizados pelas equações são substituídos nas expressões de energia e carregamento aerodinâmico para que as equações de movimento sejam obtidas.

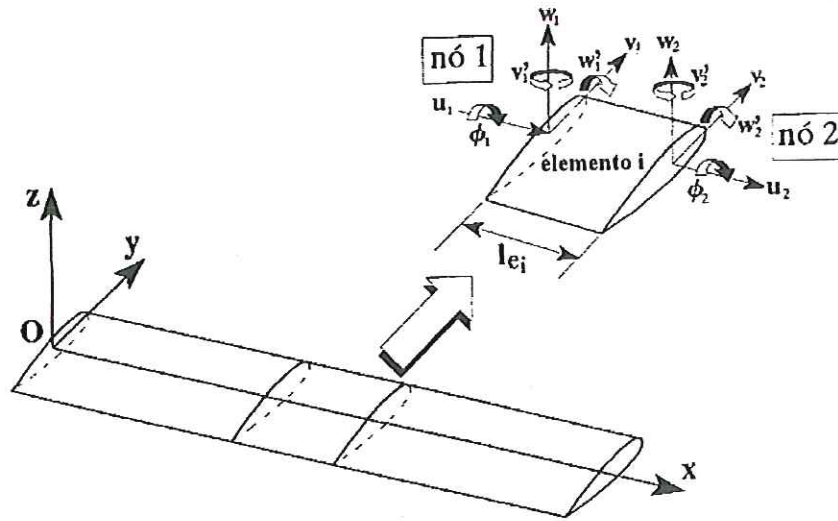


Figura 2.6 – Pá discretizada mostrando um elemento finito (MARQUES, 1993).

Através do método dos elementos finitos os elementos  $m_{ij}$ ,  $g_{ij}$  e  $k_{ij}$  para  $i, j = 1, 2, \dots, 2g_i$ , onde  $g_i$  é o número de graus de liberdade de cada nó do elemento finito da pá, das matrizes de massa, giroscópica e de rigidez, respectivamente, foram obtidos através da substituição das deformações  $u$ ,  $v$ ,  $w$  e  $\phi$ , em termos das coordenadas generalizadas (deslocamentos nodais), nas expressões de energia de deformação (Equação (2.6)) e de energia cinética (Equação (2.13)). Como os elementos  $m_{ij}$ ,  $g_{ij}$  e  $k_{ij}$  são não lineares com relação às coordenadas generalizadas,  $q$ , foram adotados pequenos deslocamentos nas vizinhanças da posição de equilíbrio para obter-se a linearização, resultando em:

$$m_{ij} = \left. \frac{\partial^2 E_c}{\partial \dot{q}_i \partial \dot{q}_j} \right|_{q=0} \quad (2.27)$$

$$g_{ij} = \left. \frac{\partial^2 E_c}{\partial \dot{q}_j \partial q_i} \right|_{q=0} - \left. \frac{\partial^2 E_c}{\partial q_i \partial \dot{q}_j} \right|_{q=0} \quad (2.28)$$

$$k_{ij} = \left. \frac{\partial^2 E_d}{\partial q_j \partial q_i} \right|_{q=0} - \left. \frac{\partial^2 E_c}{\partial q_i \partial q_j} \right|_{q=0} \quad (2.29)$$



Considerando agora cada um dos elementos finitos separadamente e substituindo os respectivos parâmetros nas expressões de energia, os resultados das Equações (2.29) a (2.31) formam as matrizes de massa  $\mathbf{M}_e$ , giroscópica  $\mathbf{G}_e$  e de rigidez  $\mathbf{K}_e$  correspondentes a cada elemento finito.

A montagem final das matrizes do sistema, ou matrizes globais,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{K}$  é feita pela superposição de cada uma das matrizes dos elementos finitos (MARQUES, 1993). Depois das matrizes  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{K}$  serem montadas e obedecendo às condições de contorno, o vetor de carregamento  $\mathbf{Q}$  deve ser obtido. Para compatibilizar o carregamento aerodinâmico calculado com o modelo de elementos finitos, aplica-se a discretização nas Equações (2.20), (2.21) e (2.24) para a sustentação, arrasto e momento, respectivamente.

Porém, neste caso as expressões do carregamento aerodinâmico podem ser divididas em duas parcelas, onde uma delas depende unicamente do ângulo de passo da pá e a outra é uma fração das coordenadas e velocidades generalizadas. O procedimento de discretização e linearização do carregamento aerodinâmico é mostrado apenas para a expressão da força de sustentação, pois nos casos da força de arrasto e do momento aerodinâmico o procedimento é idêntico.

Substituindo a equação (2.19) na equação (2.20), o resultado é:

$$L = \frac{1}{2} \rho_{ar} c a \int_x^R (\theta_P + \theta_0 + \theta_i + \phi) \left\{ [\dot{u} - \Omega v]^2 + [\dot{v} + \Omega(x+u)]^2 + \dot{w}^2 \right\} dx \quad (2.30)$$

Separando as parcelas, obtém-se:

$$L = \frac{1}{2} \rho_{ar} c a \int_x^R (\theta_P + \theta_0 + \theta_i) \left\{ [\dot{u} - \Omega v]^2 + [\dot{v} + \Omega(x+u)]^2 + \dot{w}^2 \right\} dx + \int_x^R \phi \left\{ [\dot{u} - \Omega v]^2 + [\dot{v} + \Omega(x+u)]^2 + \dot{w}^2 \right\} dx \quad (2.31)$$

Desprezando-se todos os termos de acoplamento entre  $(\theta_p + \Theta + \theta_t)$  e os deslocamentos elásticos  $u$ ,  $v$ ,  $w$  e  $\phi$  e aplicando a discretização dada na equação (2.25) na equação (2.31), tem-se:

$$L = \frac{1}{2} \rho_{ar} c a \left\{ \int_x^R (\theta_p + \Theta_0 + \theta_t) \Omega^2 x^2 dx + \int_x^R F(\mathbf{q}) dx \right\} \quad (2.32)$$

onde  $F(\mathbf{q})$  é uma função não linear das coordenadas generalizadas  $\mathbf{q}$ .

Fazendo,

$$L_c = \frac{1}{2} \rho_{ar} c a \int_x^R (\theta_p + \Theta_0 + \theta_t) \Omega^2 x^2 dx \quad (2.33)$$

$$L_d = \frac{1}{2} \rho_{ar} c a \int_x^R F(\mathbf{q}) dx \quad (2.34)$$

então, a equação (2.32) torna-se

$$L = L_c + L_d \quad (2.35)$$

É preciso então linearizar a parcela de  $L_d$  na equação (2.35) para manter a coerência entre o modelo estrutural linear e o de carregamento aerodinâmico.

Para isso usa-se a mesma hipótese empregada na linearização do modelo estrutural. Adota-se, portanto, pequenos deslocamentos nas vizinhanças da posição de equilíbrio. Então,  $L_d$  torna-se:

$$L_d = \frac{1}{2} \rho_{ar} c a \int_x^R \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\partial F(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}_i} \Big|_{q=0} \mathbf{q}_i + \sum_{i=1}^n \frac{\partial F(\mathbf{q})}{\partial \dot{\mathbf{q}}_i} \Big|_{q=0} \dot{\mathbf{q}}_i \right\} dx \quad (2.36)$$

Assumindo o equilíbrio estático como o ponto de equilíbrio, então são nulos os valores de  $\mathbf{q}_i$  em  $(\partial F(\mathbf{q}) / \partial \mathbf{q}_i)$  e  $(\partial F(\mathbf{q}) / \partial \dot{\mathbf{q}}_i)$  para  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Substituindo a Equação (2.36) na Equação (2.35) chega-se à expressão final da força de sustentação linear, discretizada em termos do ângulo de passo da pá e das coordenadas generalizadas.

Para a força de arrasto e o momento aerodinâmico, os procedimentos de discretização e linearização são análogos. A expressão da força de arrasto aerodinâmico é:

$$D = D_c + D_d \quad (2.37)$$

onde:

$$D_c = \frac{1}{2} \rho_{ar} c b \int_x^R (\theta_p + \Theta_0 + \theta_i) \Omega^2 x^2 dx \quad (2.38)$$

$$D_d = \frac{1}{2} \rho_{ar} c b \int_x^R \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\partial F(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}_i} \Big|_{q=0} \mathbf{q}_i + \sum_{i=1}^n \frac{\partial F(\mathbf{q})}{\partial \dot{\mathbf{q}}_i} \Big|_{q=0} \dot{\mathbf{q}}_i \right\} dx \quad (2.39)$$

A expressão do momento aerodinâmico é:

$$M = M_c + M_d \quad (2.40)$$

onde:

$$M_c = \frac{1}{2} \rho_{ar} c b \int_x^R (\theta_p + \Theta_0 + \theta_i) \Omega^2 x^2 dx \quad (2.41)$$

$$M_d = \frac{1}{2} \rho_{ar} c b \int_x^R \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\partial F(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}_i} \Big|_{q=0} \mathbf{q}_i + \sum_{i=1}^n \frac{\partial F(\mathbf{q})}{\partial \dot{\mathbf{q}}_i} \Big|_{q=0} \dot{\mathbf{q}}_i \right\} dx \quad (2.42)$$

De posse das matrizes de massa, giroscópica, de rigidez e carregamento aerodinâmico, chega-se à equação diferencial matricial de movimento da pá, ou seja:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{Q}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t), \theta_p), \quad (2.43)$$

É característico deste equacionamento que as matrizes de massa,  $\mathbf{M}$  ( $n \times n$ ), e de rigidez,  $\mathbf{K}$  ( $n \times n$ ), sejam simétricas, enquanto que a matriz giroscópica,  $\mathbf{G}$  ( $n \times n$ ), é antissimétrica.

## 2.6 – Representação do sistema no espaço de estados

A Equação (2.43) será transformada para a representação no espaço de estados, visando futuramente o projeto de lei de controle. Como as coordenadas generalizadas,  $\mathbf{q}(t)$  ( $1 \times n$ ), podem ser consideradas como variáveis de estado  $\mathbf{x}(t)$ , o vetor  $2n$ -dimensional será introduzido:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Substituindo a Equação (2.44) em (2.43), e pré-multiplicando por  $\mathbf{M}^{-1}$  chega-se então à equação de estado:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{Q}, \quad (2.45)$$

onde, as matrizes  $\mathbf{A}$  ( $2n \times 2n$ ) e  $\mathbf{B}$  ( $2n \times 2n$ ) são dadas por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{G} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix}. \quad (2.46)$$

onde,  $\mathbf{I}$  é uma matriz identidade e  $\mathbf{0}$  uma matriz nula de dimensões adequadas.



Relacionando as entradas,  $\mathbf{u}(t)$ , e as variáveis de estado do sistema às suas saídas,  $\mathbf{y}(t)$ , obtém-se a seguinte equação de saída:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \mathbf{u}(t). \quad (2.47)$$

onde,  $\mathbf{C}$  é a matriz de saída e  $\mathbf{D}$  é a matriz de transmissão direta.

O vetor  $\mathbf{u}(t)$  é aquele formado pelas entradas do sistema e aparece implicitamente na Equação (2.43) através de  $\mathbf{Q}$ . A matriz  $\mathbf{D}$  é nula para o caso estudado neste trabalho.

A Equação (2.45) não está na forma mais usual, pois não aparece o vetor de entradas  $\mathbf{u}(t)$ , e isso se deve ao fato de que  $\mathbf{Q}$  é função das coordenadas e velocidades generalizadas (variáveis de estado) e da entrada do sistema, que é o ângulo de passo da pá.

Explicitando  $\mathbf{Q}$  em termos de  $\mathbf{x}(t)$  e  $\mathbf{u}(t)$ , obtém-se:

$$\mathbf{Q}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t), \theta_p) = \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{Q}_2 \mathbf{u}(t). \quad (2.48)$$

A matriz  $\mathbf{Q}_1$  ( $n \times 2n$ ) é composta pelos coeficientes originários das parcelas  $L_d$ ,  $D_d$  e  $M_d$  das equações de força de sustentação, de arrasto e momento (Equações (2.36), (2.39) e (2.42)). O vetor  $\mathbf{Q}_2$  ( $2n \times 1$ ) é formado pelos coeficientes provenientes de  $L_c$ ,  $D_c$  e  $M_c$  (Equações (2.33), (2.38) e (2.41)).

Na montagem das matrizes  $\mathbf{Q}_1$  e  $\mathbf{Q}_2$  é preciso observar a direção de atuação das forças aerodinâmicas. A direção de atuação da força ou momento determinará a posição dos coeficientes em  $\mathbf{Q}_1$  e  $\mathbf{Q}_2$ . A direção das forças aerodinâmicas determina que os coeficientes de  $\mathbf{Q}_1$  e  $\mathbf{Q}_2$  devem estar nas linhas correspondentes aos deslocamentos nodais  $v$  para a força de arrasto,  $w$  para a força de sustentação e  $\phi$  para o momento aerodinâmico em torno do eixo elástico. Isso se deve ao fato de que a força de arrasto atua na horizontal, a força de sustentação atua na vertical e o momento aerodinâmico em torno do eixo longitudinal da pá. Deve ser lembrado também que os cinco primeiros graus de liberdade devem ser retirados para atender às condições de contorno definidas para a pá e que também os deslocamentos axiais

devem ser retirados na montagem de  $Q_1$  e  $Q_2$ , pela retirada das linhas e colunas correspondentes.

Tendo as matrizes  $Q_1$  e  $Q_2$  montadas e substituindo-se a Equação (2.48) na Equação (2.45), obtém-se:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(Q_1 \mathbf{x}(t) + Q_2 \mathbf{u}(t)). \quad (2.49)$$

Agrupando, tem-se finalmente:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 \mathbf{u}(t), \quad (2.50)$$

onde:  $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A} + \mathbf{B}Q_1$  e  $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}Q_2$ .

### 2.6.1 – Redução de Ordem do Modelo

A necessidade de se reduzir a ordem do modelo matemático vem do grande número de variáveis de estado que descrevem o sistema e que o torna de difícil manipulação. As matrizes de grandes dimensões, características do sistema, requerem grande esforço computacional e mais tempo para os cálculos. Fica difícil, também, analisar o comportamento das variáveis de estado em certas estratégias de controle. Segue uma técnica de redução de ordem usando a *expansão por frações parciais* (STEVENS & LEWIS, 1992).

O sistema dinâmico apresentado pelas Equações (2.50) e (2.47), apresenta autovalores  $\lambda_{ij}$ , autovetores direitos  $\mathbf{u}_{ij}$  e autovetores esquerdos  $\mathbf{v}_{ij}$ , tais que:

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{u}_{ij} = \lambda_{ij} \mathbf{u}_{ij} \quad \text{e} \quad \mathbf{v}_{ij}^T \mathbf{A}_1 = \lambda_{ij} \mathbf{v}_{ij}^T$$

Transformando as Equações (2.50) e (2.47) para a forma de função de transferência matricial, tem-se:

$$\mathbf{H}(s) = \mathbf{C} (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_1)^{-1} \mathbf{B}_1 \quad (2.51)$$

que pode ser re-escrita como uma expressão por frações parciais, ou seja:

$$\mathbf{H}(s) = \sum_{j=1}^{2n} \frac{\mathbf{C}\mathbf{u}_{1j}\mathbf{v}_{1j}^T\mathbf{B}_1}{s - \lambda_{1j}} \quad (2.52)$$

Para encontrar a aproximação de ordem reduzida de  $\mathbf{H}(s)$  para o sistema, primeiramente é preciso decidir quais dos autovalores  $\lambda_{1j}$  na Equação (252) devem ser mantidos em  $\mathbf{H}(s)$ . Isso deve ser feito através de uma análise do modelo. A escolha pode basear-se na omissão de modos de alta frequência, ou na omissão de termos na Equação (2.52) que tenham pequenos resíduos.

Selecionando  $r$  autovalores que permanecerão em  $\mathbf{H}(s)$ , então o novo conjunto de autovalores do modelo reduzido será  $\lambda_{11}, \lambda_{12}, \dots, \lambda_{1r}$ . Defini-se a matriz de transformação (para  $j = 1, 2, \dots, r$ ):

$$\mathbf{T} = \text{diag}\{\mathbf{T}_j\} \quad (2.53)$$

onde,  $\mathbf{T}$  é  $(r \times r)$  e os blocos  $\mathbf{T}_j$  são definidos por:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_j &= 1, && \text{para cada autovalor real mantido, e} \\ \mathbf{T}_j &= \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5i \\ 0.5 & 0.5i \end{bmatrix}, && \text{para cada complexo de autovalores mantidos.} \end{aligned}$$

Calculam-se, então, as seguintes matrizes dos autovetores reduzidos:

$$\mathbf{V} = \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{11}^T \\ \vdots \\ \mathbf{v}_{1r}^T \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

$$\mathbf{U} = [\mathbf{u}_{11} \quad \dots \quad \mathbf{u}_{1r}]^T \quad (2.55)$$

Em termos dessas construções, o sistema de ordem reduzida é nada mais que uma projeção das Equações (2.50) e (2.47) no espaço de dimensão  $r$  com estado

definido por:

$$\mathbf{x}_r(t) = \mathbf{V}\mathbf{x}(t) \quad (2.56)$$

Então, o sistema de ordem reduzida é dado por:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_r(t) &= \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r(t) + \mathbf{B}_r \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}_r(t) &= \mathbf{C}_r \mathbf{x}_r(t) + \mathbf{D}_r \mathbf{u}(t) \end{aligned} \quad (2.57)$$

onde,  $\mathbf{A}_r = \mathbf{V}\mathbf{A}_1\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{B}_r = \mathbf{V}\mathbf{B}_1$ ,  $\mathbf{C}_r = \mathbf{C}\mathbf{U}$ , para  $\mathbf{U}$  e  $\mathbf{V}$  ortonormais e a matriz de realimentação direta reduzida é dada em termos dos resíduos dos autovalores desprezados.

Nessa matriz  $\mathbf{D}_r$  estão contidos os efeitos de todos os modos que foram desprezados do sistema original. Para o caso em que os autovalores desprezados são reais, então:

$$\mathbf{D}_r = \sum_{j=r+1}^n -\frac{\mathbf{C}\mathbf{u}_{1j}\mathbf{v}_{1j}^T\mathbf{B}_1}{\lambda_{1j}} \quad (2.58)$$

Quando os autovalores desprezados forem complexos, então a matriz  $\mathbf{D}_r$  é calculada tomando os pares complexos conjugados conforme:

$$\mathbf{D}_r = \sum_{j=r+1,2}^n \left( \frac{\mathbf{C}\mathbf{u}_{1j}\mathbf{v}_{1j}^T\mathbf{B}_1}{\lambda_{1j}} \right) - \left( \frac{\mathbf{C}\mathbf{u}_{1j}^*\mathbf{v}_{1j}^{*T}\mathbf{B}_1}{\lambda_{1j}^*} \right) \quad (2.59)$$

onde, (\*) representa o conjugado de um número complexo.



## CAPÍTULO 3

### PROJETO DE CONTROLADOR DE VIBRAÇÃO PARA UMA PÁ DE HELICÓPTERO

#### 3.1 – Introdução.

Este Capítulo apresenta uma proposta para projeto de um sistema de controle com o objetivo reduzir vibrações em pás de helicópteros. A proposta também considera que atuadores piezelétricos são usados para o controle de vibrações. O modelo de atuação piezelétrica é baseado na transferência direta de esforço de controle para a estrutura modelada pelo método dos elementos finitos.

O sistema de controle abordado utiliza a técnica da atribuição da autoestrutura por realimentação de saída. O modelo matemático de ordem reduzida representado no espaço de estados é usado.

#### 3.2 – Proposta de controle.

##### 3.2.1 – Atuação Piezelétrica.

A proposta de controle é composta de uma pá de helicóptero considerada como uma viga em rotação, onde o carregamento aerodinâmico é incluído para permitir o acoplamento aeroelástico.



Sobre a estrutura da pá são, idealmente, aplicados atuadores piezelétricos (PZT - zirconato titanato de chumbo) com espessura  $h_p$ , conforme ilustrado na Figura 3.1(b). A atuação piezelétrica é introduzida à estrutura da pá por meio da aplicação de momentos induzidos por voltagem ( $V$ ) em nós específicos do modelo de elementos finitos da pá, criando uma constante elétrica de campo  $EI=V/h_p$ , como representado na Figura 3.1(a) e (b).

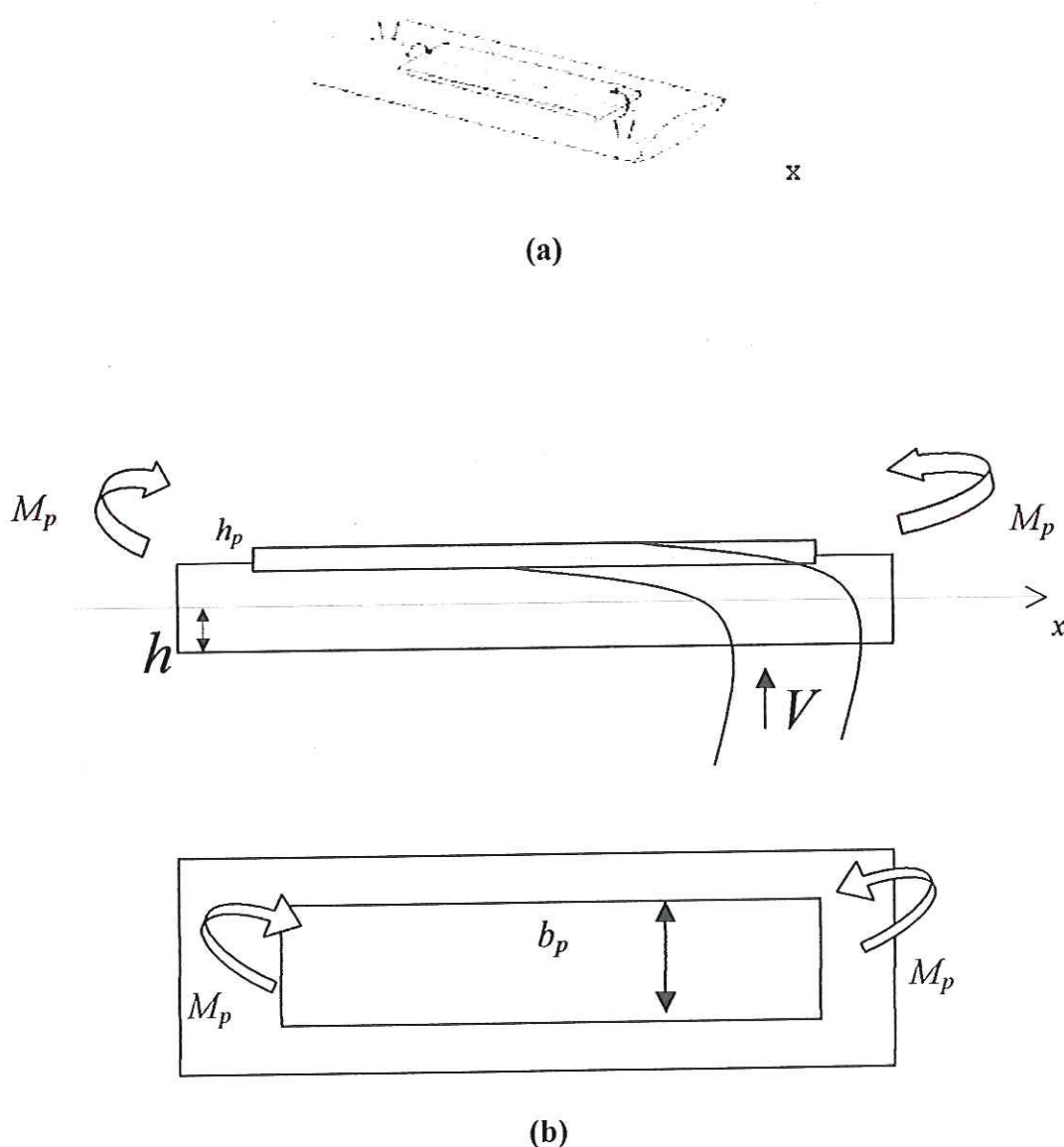


Figura 3.1 – (a) Estrutura da pá com tira de material piezelétrico aplicada, e (b) representação do momento de flexão ( $M_p$ ) gerado pela voltagem ( $V$ ).

### 3.2.2 – Modelo de Atuação Piezelétrica.

As duas equações constitutivas para o acoplamento eletromecânico de materiais piezelétricos conforme **PREUMONT** (1997) são:

$$\varepsilon = \left( \frac{1}{E_p} \right) \sigma + dE_l \quad (3.1,a)$$

$$D = d\sigma + kE_l \quad (3.1,b)$$

onde,  $\varepsilon$  é o deslocamento mecânico,  $E_p$  é o módulo de Young (para campo elétrico constante),  $\sigma$  é a tensão mecânica,  $d$  é a constante piezelétrica,  $E_l$  é o campo elétrico atuante,  $D$  é o deslocamento dielétrico e  $k$  é a constante de permissividade do material piezelétrico.

As relações entre os campos elétricos aplicados e as deformações mecânicas resultantes dependem das propriedades piezelétricas do material, da geometria da peça e da direção da excitação elétrica. As propriedades das cerâmicas piezelétricas variam como uma função da deformação e temperatura.

As direções principais, em um material piezelétrico, usadas para orientação são identificadas usando-se um sistema de eixos ortogonais, mostrado na Figura 3.2. O eixo de polarização ou eixo 3 é aquele paralelo à direção de polarização do material. O *vetor de polarização*,  $\vec{P}$ , estabelecido durante a fabricação da peça, é representado pelo vetor apontando do pólo positivo para o pólo negativo.

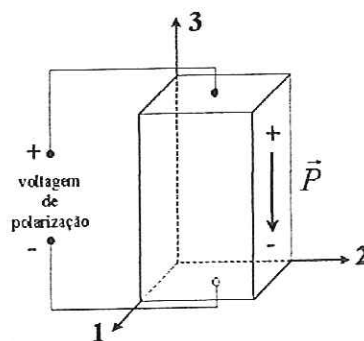


Figura 3.2 – Sistema de eixos de orientação para materiais piezelétricos.

As constantes piezelétricas estão relacionadas com as direções de polarização e da força, por isso  $d_{31}$  é usado como constante piezelétrica no caso do campo elétrico aplicado perpendicularmente ao plano do deslocamento mecânico. Em outras palavras, o coeficiente  $d_{31}$  relaciona a deformação sofrida na direção 1 devido ao campo elétrico ao longo da direção 3 (ver Figura 3.2).

Considerar um elemento piezelétrico ideal colado sobre uma viga e adotar que a espessura do piezelétrico  $h_p$  é pequena comparada com a espessura  $h$  da viga, ou seja  $h_p \ll h$ . Segundo **PREMOUNT** (1997), o campo elétrico no elemento piezelétrico pode ser escrito como:

$$E_1 = \frac{V}{h_p} \quad (3.2)$$

onde,  $V$  é a voltagem aplicada e  $h_p$  é a espessura do elemento piezelétrico.

Substituindo a Equação (3.2) na Equação (3.1,a) e considerando a constante piezelétrica  $d_{31}$ , então a tensão na direção longitudinal da viga é dada por:

$$\sigma = E_p \varepsilon + E_p d_{31} \frac{V}{h_p} \quad (3.3)$$

Para se obter o carregamento que um atuador piezelétrico transfere para uma estrutura, seja o caso da equação de equilíbrio de uma viga:

$$m \ddot{w} = \frac{d^2 M}{dx^2} \quad (3.4)$$

onde,  $m$  é a massa da viga por unidade de comprimento,  $w$  é o deslocamento vertical da viga e  $M$  é o momento fletor.

A deformação axial e a curvatura de acordo com as hipóteses de Euler-Bernoulli permitem escrever:

$$\varepsilon = -z \left( \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \quad (3.5)$$

sendo,  $z$  a distância do eixo neutro.



Da Equação (3.3), substituindo a Equação (3.5), seguido da integração sobre a seção transversal, resulta na seguinte representação para o momento fletor para uma viga com um elemento piezelétrico incorporado:

$$M = -\int_A z dA \sigma = EI \frac{d^2 w}{dx^2} + E_p d_{31} V b_p h \quad (3.6)$$

onde  $E$  é o módulo de Young do material da viga,  $I$  é o momento de inércia da seção transversal da viga,  $b_p$  é a largura da tira piezelétrica, e  $h$  é a metade do valor da espessura da viga.

Assim sendo, a equação do movimento para uma viga de seção constante e material isotrópico com atuador piezelétrico incorporado é dada por:

$$m \ddot{w} + EI \frac{d^4 w}{dx^4} = -E_p d_{31} V b_p h \quad (3.7)$$

A Equação (3.7) conduz para o valor do momento de flexão concentrado  $M_p$ , proporcional à voltagem aplicada, nas bordas do atuador piezelétrico (ver Figura 3.1), ou seja:

$$M_p = -E_p d_{31} V b_p h \quad (3.8)$$

De posse da expressão da carga para atuação em controle, torna-se possível trabalhar a representação no espaço de estados do modelo da pá para acomodar o momento fletor do piezelétrico como função da voltagem aplicada. Seja, então, a equação de estado dada pela Equação (2.49). Esta expressão apresenta a entrada  $\mathbf{u}(t)$  como sendo o valor do passo da pá na raiz ( $\theta_p$ ). Agora, o modelo de atuação piezelétrica deve ser acrescentado, o que resulta em um vetor de entrada aumentado do valor da voltagem aplicada nos atuadores piezelétricos, ou seja:

$$\mathbf{u}(t) = [\theta_p \quad V]^T \quad (3.9)$$

Da Equação (2.49) decorre que  $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B} \mathbf{Q}_2$ , onde o vetor  $\mathbf{Q}_2$  é função de  $\theta_p$ . Como agora deve-se acrescentar a entrada de controle devido ao momento piezelétrico, então,  $\mathbf{B}_1$  passa a ser convenientemente representada pela matriz  $\mathbf{B}_2$ :

$$\mathbf{B}_2 = \mathbf{B}(\mathbf{Q}_2 + \mathbf{Q}_3) \quad (3.10)$$

onde,  $\mathbf{Q}_3$  é o vetor da entrada relacionada à ação de controle por atuadores piezelétricos.

O vetor  $\mathbf{Q}_3$  é composto pelos valores dos momentos fletores aplicados aos nós do modelo em elementos finitos da pá de helicóptero, relativamente ao grau de liberdade de giro em flexão  $w'_i$  (conforme ilustrado na Figura 2.5). Fatorando os valores constantes originários da Equação (3.8) do momento fletor, tem-se que a matriz  $\mathbf{B}_2$  é dada por:

$$\mathbf{B}_2 = \mathbf{B}(\mathbf{Q}_2 + (-E_p d_{31} b_p h) \mathbf{Q}_3) \quad (3.11)$$

Re-escrevendo a Equação (2.49) para acomodar o resultado da Equação (3.10), resulta em:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_2 \mathbf{u}(t) \quad (3.12)$$

onde,  $\mathbf{u}(t)$  é representado na Equação (3.9).

### 3.3 – Atribuição da autoestrutura por realimentação de saída.

Na realimentação de saída, apenas as saídas selecionadas estão disponíveis para o controle. Considerando o caso de um sistema regulador, e sendo as entradas de controle dependentes das saídas, tem-se então (STEVENS & LEWIS, 1992):

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{R}\mathbf{y}(t) \quad (3.13)$$

onde  $\mathbf{R}$  é a matriz de realimentação para o sistema em malha fechada.

Da Equação (2.46) e desprezando a matriz  $D_r$ , uma vez que seus elementos apresentam valores numéricos muito pequenos, vem:

$$u(t) = -(I + RD_r)^{-1} RC_r X_r(t) \quad (3.14)$$

Substituindo a Equação (3.14) na Equação (2.46) chega-se à seguinte equação de malha fechada:

$$\dot{x}_r(t) = (A_r - B_r (I + RD_r)^{-1} RC_r) X_r(t) \quad (3.15)$$

É importante destacar que a Equação (3.15) só é válida quando o sistema for totalmente controlável, o que significa, obedecer a seguinte condição:

$$\text{posto} [B_r \dot{A}_r \ B_r \dot{A}_r^2 \ B_r \dot{A}_r^3 \ \dots \ B_r \dot{A}_r^{r-1} \ B_r] = r \quad (3.16)$$

A técnica da atribuição da autoestrutura determina que um conjunto de autovalores e um conjunto de autovetores devem ser atribuídos ao sistema em malha fechada, de tal forma a produzirem as características de resposta no tempo desejadas.

Então, vale a relação (para  $j = 1, 2, \dots, 2r$ ):

$$(A_r - B_r (I + RD_r)^{-1} RC_r) v_j^d = \lambda_j^d v_j^d \quad (3.17)$$

A Equação (3.17) pode ser colocada na forma (para  $j = 1, 2, \dots, 2r$ ):

$$[(A_r - \lambda_j^d I) \ B_r] \begin{bmatrix} v_j^d \\ q_j^d \end{bmatrix} = 0 \quad (3.18)$$

onde:

$$q_j^d = -(I + RD_r)^{-1} RC_r v_j^d \quad (3.19)$$

De maneira a satisfazer o problema de autovalor dado pela Equação (3.18), a matriz  $[v_j^{dT} \ q_j^{dT}]^T$  deve pertencer ao *espaço nulo* de  $[(A_r - \lambda_j^d I) \ B_r]$  (para  $j = 1, 2, \dots, 2r$ ), ou seja:

$$\ker(\lambda_j^d) = [(A_r - \lambda_j^d I) \ B_r] \quad (3.20)$$

Então, a Equação (3.19) pode ser re-escrita na forma:

$$[q_1^d \ q_2^d \ \dots \ q_p^d] = -(I + R D_r)^{-1} R C_r [v_1^d \ v_2^d \ \dots \ v_p^d] \quad (3.21)$$

A matriz de realimentação  $R$  do sistema em malha fechada é dada por:

$$R = -[q_1^d \ q_2^d \ \dots \ q_p^d] [D_r [q_1^d \ q_2^d \ \dots \ q_p^d] + C_r [v_1^d \ v_2^d \ \dots \ v_p^d]]^+ \quad (3.22)$$

onde,  $(^+)$  representa a pseudo-inversa de Moore-Penrose da matriz, pois a matriz  $D_r [q_1^d \ q_2^d \ \dots \ q_p^d] + C_r [v_1^d \ v_2^d \ \dots \ v_p^d]$  pode não ser quadrada. Para que isso aconteça, basta que o número de saídas  $p$  não seja igual ao número de autovalores atribuídos. Como caso particular, quando o número de saídas  $p$  é igual ao número de autovalores atribuídos, então, a pseudo-inversa é a própria inversa da matriz.



## CAPÍTULO 4

### CONTROLE DE UMA PÁ DE HELICÓPTERO VIA ATUADORES PIEZELÉTRICOS

#### 4.1 Introdução

Neste Capítulo serão apresentados os principais resultados da aplicação da técnica de atribuição da autoestrutura no controle de vibrações em uma pá de helicóptero. A ação de controle se dá através de atuadores piezelétricos, sendo que diversas disposições ao longo da envergadura da pá são estudadas. Na condição de voo pairado (*hovering*) inicialmente são apresentadas as características dinâmicas da pá. Em seguida, o modelo de ordem reduzida é verificado.

Os valores dos parâmetros necessários para a lei de controle são apresentados e comparados àqueles para atingir o desempenho desejado em malha fechada. Através de atuadores piezelétricos, em três diferentes distribuições, o desempenho do controlador é verificado. A análise dos casos é no sentido de demonstrar a eficiência do controle de vibrações através de atuadores piezelétricos.

#### 4.2 Características da pá e atuadores piezelétricos

Para aplicar a estratégia de controle é proposto um modelo de pá rígida (a mudança de passo nos mancais é substituída por torções na raiz da pá) e para maior simplificação considera-se o ângulo de passo sempre nulo. O comprimento (envergadura) da pá é  $4,09\text{ m}$  e sua massa é de  $2,3\text{ kg/m}$ . A condição de voo escolhida é o voo pairado (*hovering*) com uma velocidade de rotação de  $360\text{ rpm}$ . Outros parâmetros necessários para construir a dinâmica da pá são:

- rigidez axial:  $EA=5,09 \times 10^7 N$ ;
- distância entre o eixo do CG e o eixo elástico na seção transversal da pá:  $e = -0,01013 m$ ;
- rigidez torcional:  $GJ = 2,28 \times 10^4 Nm$ ;
- rigidez de batimento:  $EI_y = 3,22 \times 10^3 Nm^2$ ;
- rigidez de avanço e recuo:  $EI_z = 1,18 \times 10^5 Nm^2$ ;
- raios de giro:  $k_{m1}=0,008Ns^2$ ;  $k_{m2}=0,04Ns^2$ .

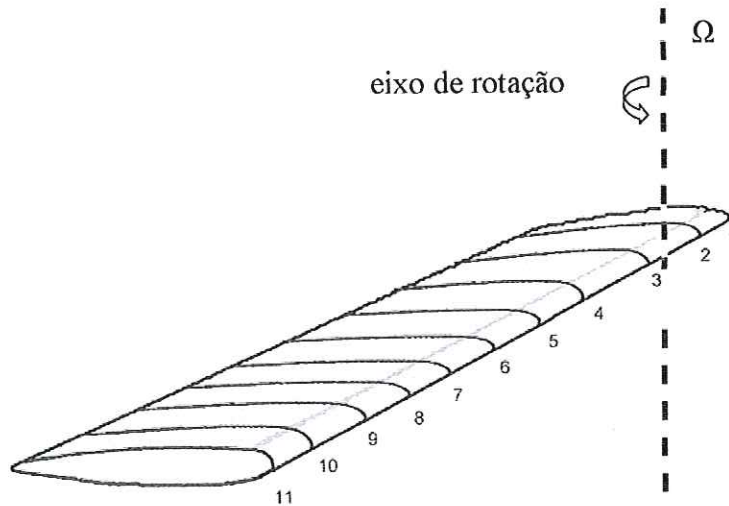
O atuador piezelétrico adotado é baseado em cerâmica PZT (*zirconato titanato de chumbo*) que apresenta as seguintes propriedades:

- constante dielétrica:  $d_{31} = -150 m/V$ ;
- módulo de Young:  $E_p = 50 GPa$ ;
- largura do atuador:  $b_p = 0,15 m$ ,
- espessura do atuador:  $h_p = 0,01 m$ ,

Supõe-se que os elementos atuadores estão idealmente fixados à estrutura da pá. Além disso, adota-se por conveniência que o comprimento do atuador está coincidente com o comprimento de um elemento finito do modelo da pá. O modelo de elemento finito da pá representa uma viga engastada na raiz (ver Figura 4.1) e possui os graus de liberdade de deslocamento axial desprezados. O modelo é composto por dez elementos finitos (elementos contados a partir da raiz da pá) todos com o mesmo comprimento. A redução de ordem do modelo foi aplicada considerando-se os primeiros 5 modos com o efeito do carregamento aerodinâmico (acoplamento aeroelástico). A escolha das frequências é baseada no comportamento vibratório da pá ser mais significativa para as baixas frequências.

Os sensores (considerados ideais) foram aplicados sobre o nó 11, que representa a ponta da pá. São medidos o deslocamento em batimento da pá e sua respectiva velocidade e o giro em torção e sua respectiva velocidade angular. Estes sensores estão diretamente relacionados com a estratégia de controle de realimentação de saída. O critério para a escolha baseou-se no fato de que na ponta da pá, os deslocamentos bem como as velocidades são em quantidades mais significativas. Um aumento no amortecimento da pá é desejado para resultar num sistema de malha fechada, e isto é executado através da realimentação da informação da velocidade. Medindo-se variações no ângulo de torção e razão de giro na ponta da

pá, em princípio, pode-se garantir uma rápida estabilização neste movimento. Intervenções desta ordem durante a malha fechada tem também importância pois fornece um meio de se prevenir problemas de estol.

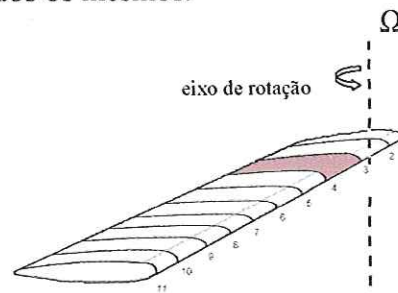


**Figura 4.1** – Representação esquemática do modelo em elementos finitos da pá inteligente de helicóptero.

Os atuadores piezelétricos são considerados em três casos distintos, conforme ilustrado nas Figuras 4.2 a 4.4, ou seja:

- 1) atuador apenas no elemento 3 (ver Figura 4.2);
- 2) atuadores nos elementos 3, 5 e 7 (ver Figura 4.3);
- 3) atuadores nos elementos 2, 4, 6, 8 e 10 (ver Figura 4.4).

A disposição dos atuadores nos casos considerados visa demonstrar que a capacidade do controle com piezelétricos é diretamente proporcional ao número de atuadores aplicados à estrutura. Para cada caso de atuação, os parâmetros do controlador são considerados os mesmos.



**Figura 4.2** – Representação esquemática da pá em elementos finitos com 1 atuador no elemento número 3.



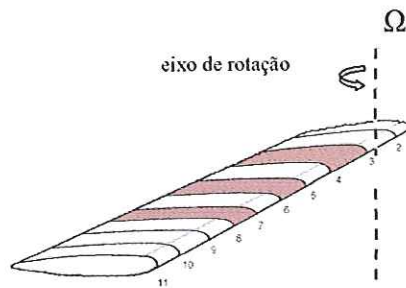


Figura 4.3 – Representação esquemática da pá em elementos finitos com 3 atuadores nos elementos 3,5 e 7.

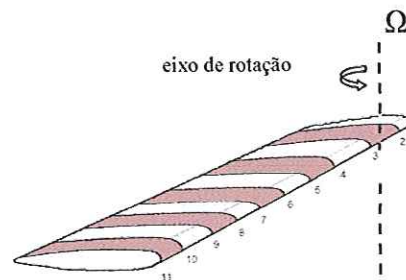


Figura 4.4 – Representação esquemática da pá em elementos finitos com 5 atuadores nos elementos 2, 4, 6, 8 e 10.

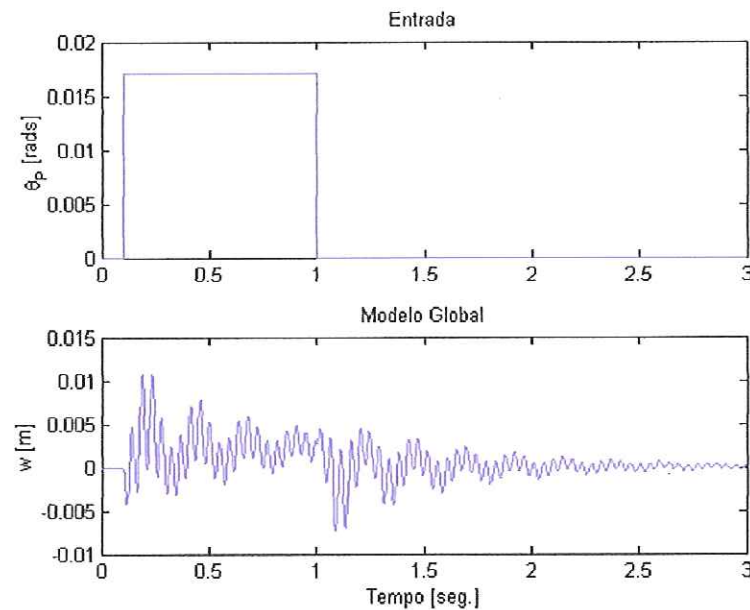
### 4.3 Características dinâmica da pá em malha aberta.

Como características dinâmicas subentendem-se, freqüências naturais e modos de vibrar de um sistema. As características dinâmicas são obtidas diretamente a partir dos autovalores e autovetores da matriz de estado **A** (Equação 2.46). Considerando-se as condições de contorno impostas ao modelo, nos 10 elementos finitos usados para discretizar a pá, com 6 graus de liberdade cada nó, isto significa que o modelo apresenta 51 graus de liberdade, o que leva a 51 freqüências naturais e 51 modos de vibrar. A Tabela 4.1 apresenta as 10 primeiras freqüências naturais da pá.

Tabela 4.1- Modos e freqüências naturais da pá em malha aberta.

Modos	Freqüências Naturais (Hz)
1	4,34
2	8,02
3	17,98
4	22,31
5	33,31
6	49,82
7	55,98
8	85,20
9	121,25
10	135,40





**Figura 4.5**– Resposta em batimento na ponta da pá para uma entrada degrau no ângulo de passo ( $\theta_p$ ).

A Figura 4.5 apresenta uma resposta típica em batimento na ponta da pá devido a uma variação em degrau no ângulo de passo da pá em sua raiz. Isso demonstra a capacidade do modelo em elementos finitos em prever a história no tempo de movimentos dinâmicos da pá.

Uma importante verificação para o modelo dinâmico da pá em malha fechada é com relação ao nível de excitação possibilitado pelos atuadores piezelétricos. Neste caso deseja-se ter uma idéia do quão eficientes são os atuadores para excitar a pá. Dependendo do valor da voltagem requerida nos atuadores piezelétricos para excitar a pá é possível inferir sobre a praticidade em se usar tal conceito em um caso real.

A Figura 4.6 apresenta as respostas no tempo, tanto em batimento (flexão), quanto em ângulo de torção na ponta da pá para cada um dos casos descritos na Seção 4.2. Aqui para cada caso de distribuição de atuadores é excitada a estrutura para uma voltagem de 200VDC, considerando-se também o ângulo de passo da pá como nulo. Observa-se que para o deslocamento em flexão (batimento da pá) fica mais evidente a influência da aplicação de esforço via atuação piezelétrica. Quanto maior o número de atuadores piezelétricos (caso com 5 atuadores distribuídos), fica óbvio na Figura 4.6 o maior deslocamento sofrido na ponta da pá. A influência em torção da pá é relativamente menor, pois o modelo de aplicação de cargas só abrange

cargas no plano vertical com relação ao eixo elástico da pá e o ângulo de passo na raiz foi adotado como nulo.

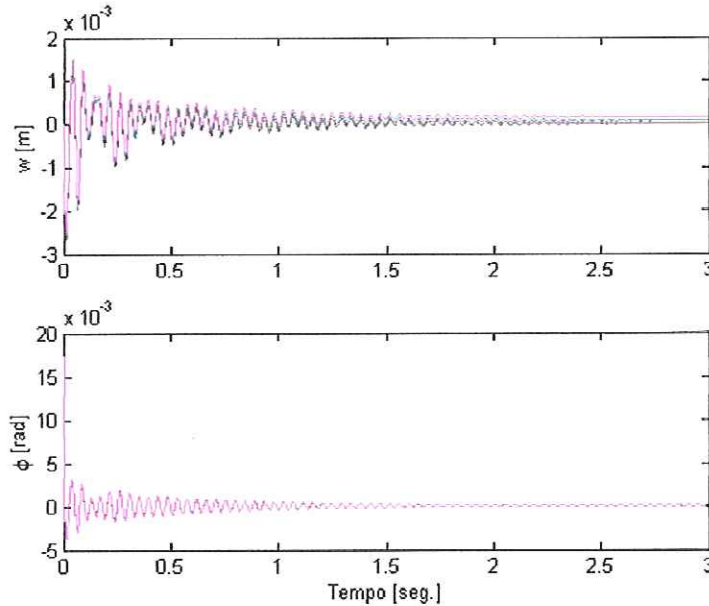


Figura 4.6 –Resposta para flexão  $w(t)$  e torção  $\phi(t)$  na ponta da pá para diversos casos de distribuição dos atuadores piezelétricos.

A Figura 4.7 ilustra com mais detalhes as curvas de resposta da Figura 4.6, de maneira a deixar mais evidente as diferentes amplitudes respectivamente às diferentes distribuições dos atuadores piezelétricos. Mais uma vez observa-se a pequena influência na torção.

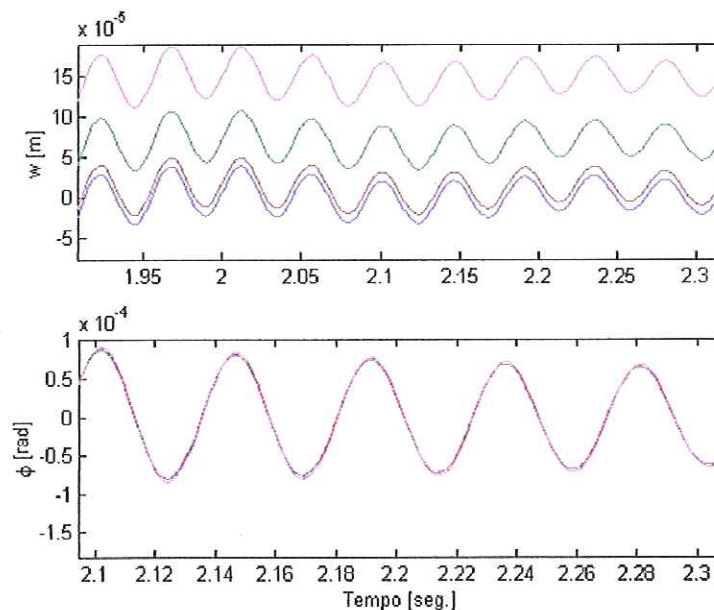
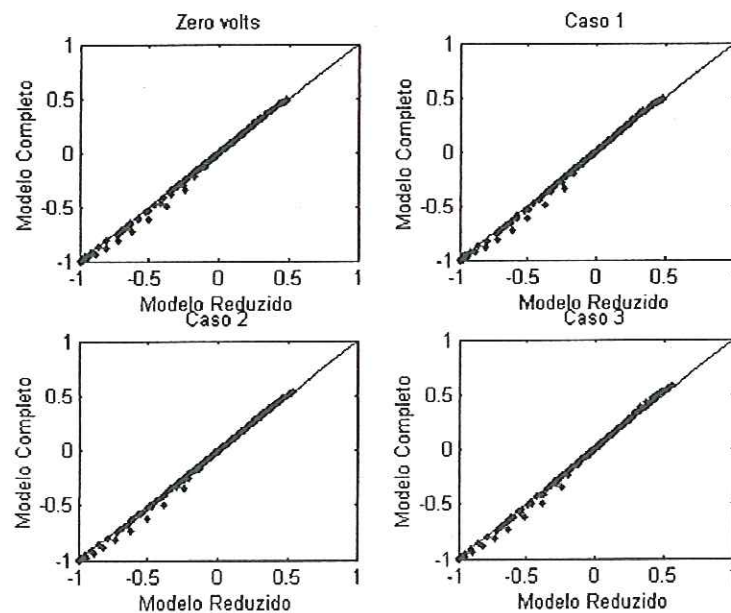


Figura 4.7 –Detalhes das respostas no tempo mostradas na Figura 4.6.

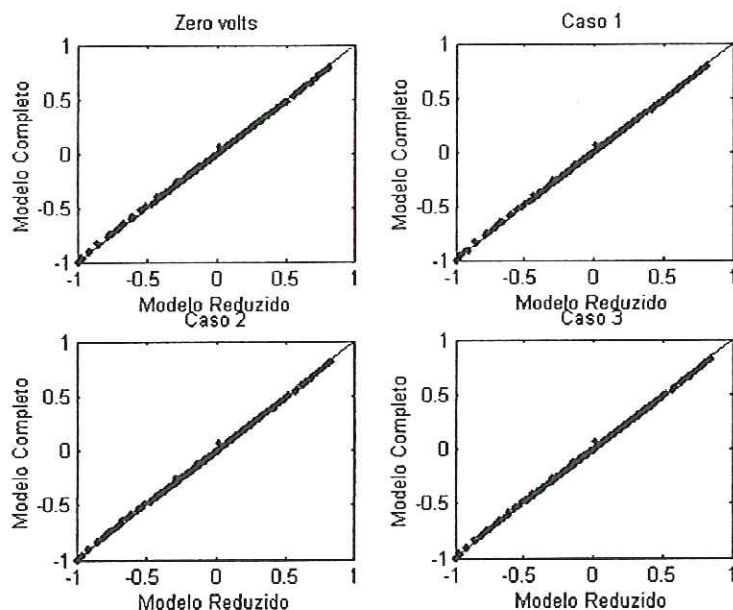
É importante verificar o quão bom é o modelo reduzido em relação ao modelo completo. Com isso ganha-se confiança no projeto do controlador. As Figuras 4.8 e 4.9 apresentam gráficos comparativos entre os modelos completo e reduzido. A idéia é confrontar as respostas no tempo obtidas ao simular os modelos completo e reduzido para o mesmo tipo de entrada. Também foram considerados todos os casos com diferentes distribuições de atuadores ao longo do modelo em elementos finitos. Tais casos foram descritos na Seção 4.2 deste Capítulo. São eles: Caso 1: atuador apenas no elemento 3 (ver Figura 4.2); Caso 2: atuadores nos elementos 3, 5 e 7 (ver Figura 4.3); Caso 3: atuadores nos elementos 2, 4, 6, 8 e 10 (ver Figura 4.4).

Uma boa correlação entre as respostas dos modelos completo e reduzido podem ser observadas das Figuras 4.8 e 4.9, pois sendo os gráficos retas com 45 graus de inclinação infere-se que as respostas entre os dois modelos são praticamente as mesmas. A representatividade do modelo reduzido para as simulações do modelo completo possibilita a redução do esforço computacional e o tempo para os cálculos. Desta maneira, a aplicação de uma estratégia de controle é facilitada e mais confiável sobre o modelo reduzido da pá.



**Figura 4.8** – Comparação entre os modelos completo e reduzido – resposta em flexão da ponta da pá.





**Figura 4.9** – Comparação entre os modelos completo e reduzido – resposta em torção na ponta da pá.

#### 4.4 Controle de vibrações via atuação piezelétrica.

Nesta Seção são apresentados os resultados da aplicação da estratégia de controle via atribuição a autoestrutura para redução das vibrações na pá de helicóptero. Os resultados são apresentados com relação aos casos descritos na Seção 4.2, ou seja, aqueles onde o número e distribuição dos atuadores variam.

##### 4.4.1 – Caso 1: Um único atuador.

Nesta situação um único atuador piezelétrico é aplicado no elemento 3 do modelo de elementos finitos, ou seja mais próximo da raiz da pá. Devido esta proximidade com a raiz e estando a pá engastada neste ponto, certamente a suscetibilidade a grandes variações de deslocamentos e velocidades será baixa.

A Tabela 4.2 apresenta os autovalores atribuídos ao sistema, bem como as respectivas frequências e fatores de amortecimento. Já a Tabela 4.3 apresenta os autovalores atingidos, com as respectivas frequências e fatores de amortecimento em malha fechada.



Tabela 4.2 – Autovalores atribuídos (Caso 1).

Modo	Autovalores Atribuídos	Amortecimentos	Frequências (rad/s)
1	$-2,81 \pm 40,1i$	0,07	40
2	$-3,51 \pm 50,1i$	0,07	50
3	$-6,01 \pm 100 i$	0,06	100
4	$-1,50 \pm 250 i$	0,06	250
5	$-1,50 \pm 300 i$	0,05	300

Tabela 4.3 – Autovalores atingidos (Caso 1).

Modo	Autovalores Atingidos	Amortecimentos	Frequências (rad/s)
1	$-1,40 \pm 34,2i$	0,04	34,2
2	$-2,75 \pm 49,5i$	0,06	49,5
3	$-5,09 \pm 86,3i$	0,06	86,5
4	$-10,5 \pm 119i$	0,04	120,0
5	$-10,4 \pm 237i$	0,09	237,0

A matriz de realimentação  $\mathbf{R}$  obtida para este caso é:

$$\mathbf{R} = [ 8,3385 \times 10^{+6} \quad -1,0507 \times 10^{+7} \quad -7,3508 \times 10^{+3} \quad 7,4695 \times 10^{+3} ] .$$

Considerando os primeiros 5 modos com o efeito do carregamento aerodinâmico (acoplamento aeroelástico), obtém-se o comportamento do sistema levando-se em conta os autovalores e frequências atribuídos e atingidos.

Nas Figuras 4.10 e 4.11 são apresentados os deslocamentos  $w(t)$  e  $\phi(t)$  respectivamente, tanto em malha aberta quanto em malha fechada. Observa-se um sistema mais amortecido em malha fechada. Tal resposta revela que o controle ativo possibilita a diminuição dos níveis vibratórios da pá.

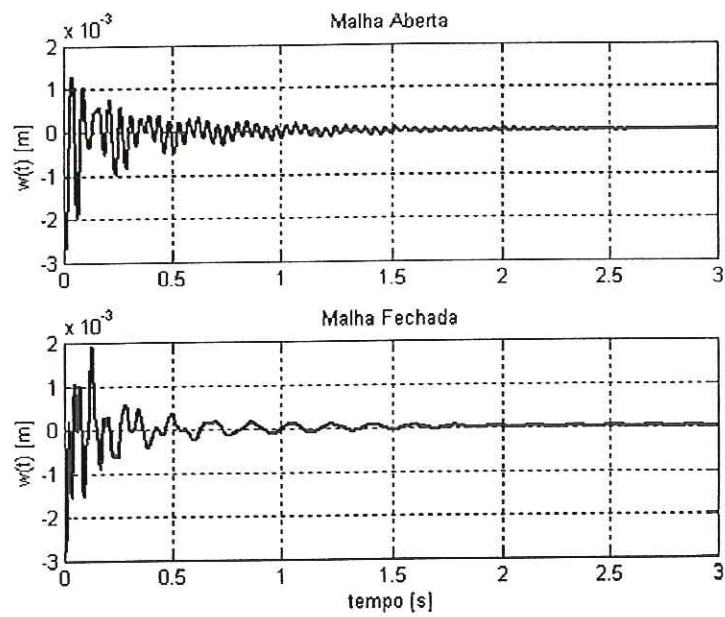


Figura 4.10 – Resposta em malha aberta e fechada do deslocamento em flexão na ponta da pá ( $w(t)$ ).

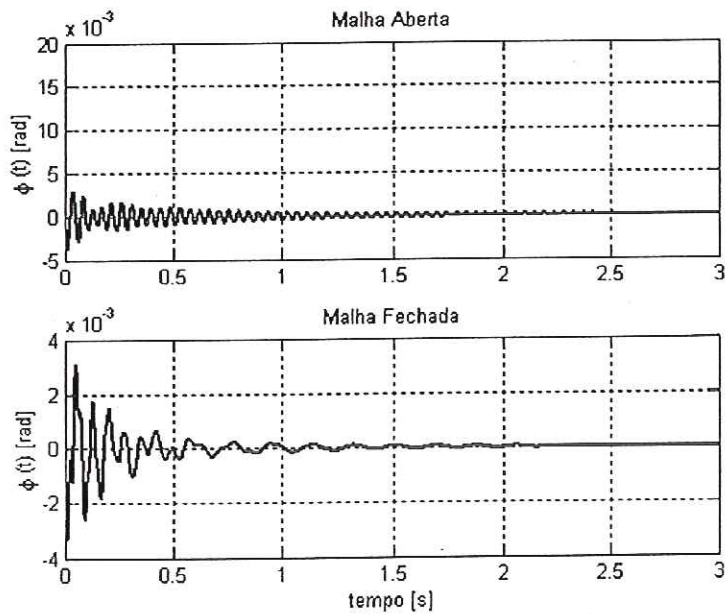


Figura 4.11 – Resposta em malha aberta e fechada do giro em torção na ponta da pá ( $\phi(t)$ ).

Nas Figuras 4.12 e 4.13 são comparadas as respostas no tempo das velocidades  $\dot{w}(t)$  e  $\dot{\phi}(t)$ , respectivamente, em malha aberta e fechada.

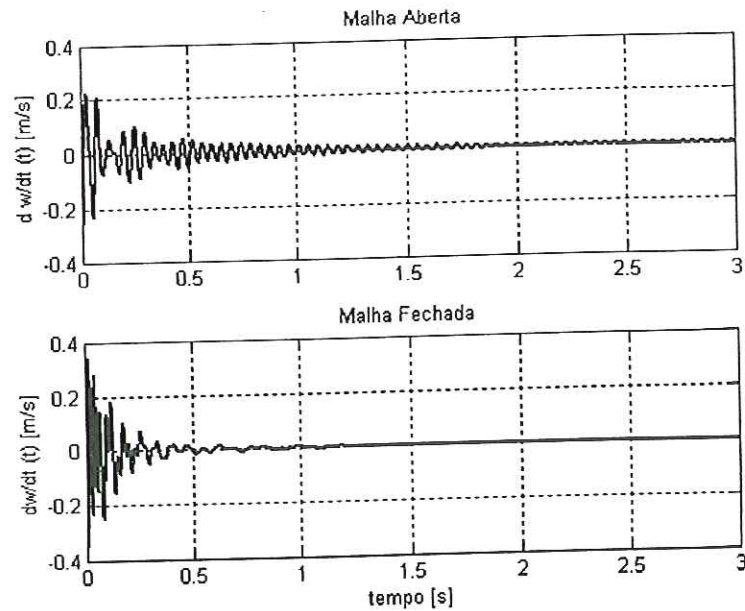


Figura 4.12 - Resposta em malha aberta e fechada da variável  $\dot{w}(t)$ .

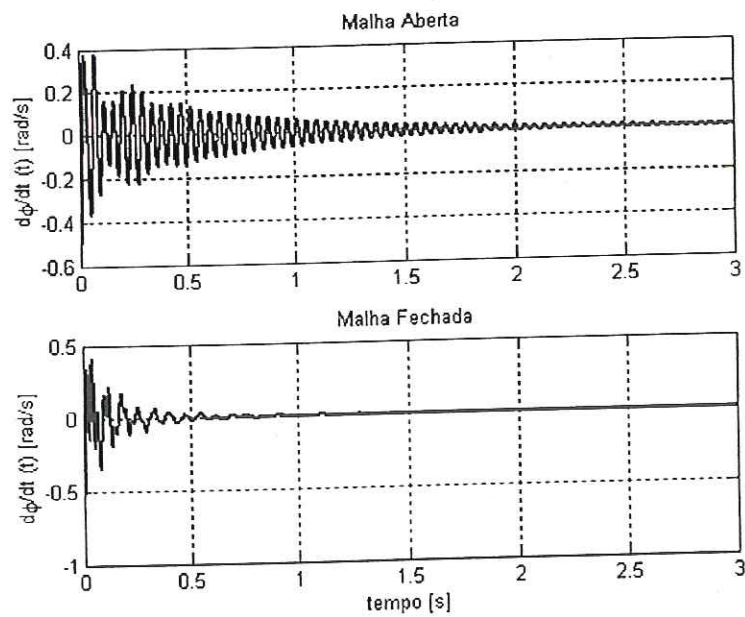


Figura 4.13 - Resposta em malha aberta e fechada da variável  $\dot{\phi}(t)$ .

Na Figura 4.14 é observada a elevada tensão aplicada ao atuador piezelétrico para que o sistema seja capaz de produzir a resposta desejada. Os espectros de potência para malha aberta e fechada são mostrados na Figura 4.15. Observa-se a dificuldade de controle em baixas frequências, principalmente nos deslocamentos  $w(t)$  e sua velocidade.

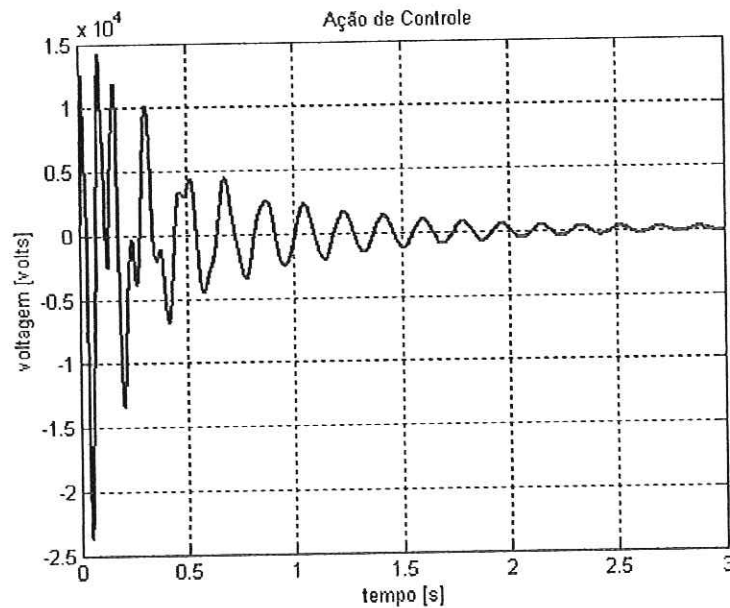


Figura 4.14 – Ação de controle para o caso 1.

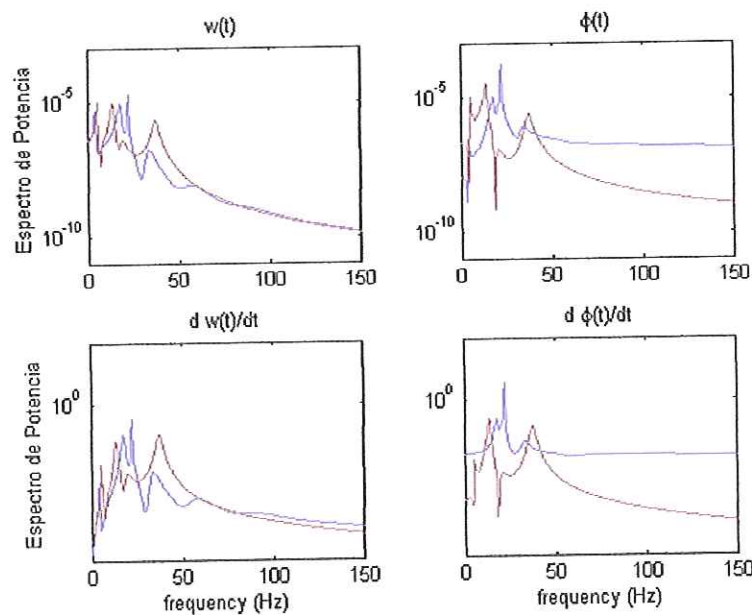


Figura 4.15 – Espectros de potência da malha aberta (azul) e malha fechada (vermelho).



#### 4.4.2 – Caso 2: Atuador nos elementos finitos 3, 5 e 7.

Neste caso atuadores piezelétricos são aplicados nos elementos 3, 5 e 7 do modelo de elementos finitos. A nova disposição dos atuadores sobre a pá do helicóptero proporcionará, em princípio, uma melhor autoridade para a tarefa de redução de vibrações, pois houve um aumento da superfície controlada da pá.

A Tabela 4.4 apresenta os autovalores atribuídos ao sistema, bem como as respectivas frequências e fatores de amortecimento. Já a Tabela 4.5 apresenta os autovalores atingidos, com as respectivas frequências e fatores de amortecimento em malha fechada. Observa-se que houve uma boa concordância entre eles, o que leva a inferir que haverá um melhor desempenho da malha fechada na redução das vibrações.

**Tabela 4.4 – Autovalores atribuídos (Caso 2).**

Modo	Autovalores Atribuídos	Amortecimentos	Frequências (rad/s)
1	$-2,71 \pm 30,1i$	0,09	30
2	$-3,84 \pm 45,2i$	0,08	45
3	$-6,42 \pm 80,3i$	0,08	80
4	$-15,02 \pm 300,4i$	0,05	300
5	$-20,02 \pm 500,4i$	0,04	500

**Tabela 4.5 – Autovalores atingidos (Caso 2).**

Modo	Autovalores Atingidos	Amortecimentos	Frequências (rad/s)
1	$-1,82 \pm 27,2i$	0,07	27,3
2	$-2,32 \pm 50,9i$	0,05	51,0
3	$-6,15 \pm 69,4i$	0,09	69,6
4	$-8,09 \pm 160i$	0,05	160
5	$-16,0 \pm 217i$	0,07	217

A matriz de realimentação **R** obtida para este caso é:

$$\mathbf{R} = [-1,2372 \times 10^{+6} \quad -1,1644 \times 10^{+6} \quad 1,4521 \times 10^{+3} \quad -2,5439 \times 10^{+3}].$$

Nas Figuras 4.16 e 4.17 são apresentados os deslocamentos  $w(t)$  e  $\phi(t)$  respectivamente, tanto em malha aberta quanto em malha fechada. Observa-se um sistema mais amortecido em malha fechada. Tal resposta revela que o controle ativo, com 3 atuadores possibilita uma diminuição dos níveis vibratórios da pá mais eficiente quando comparado ao caso anterior (um atuador apenas).

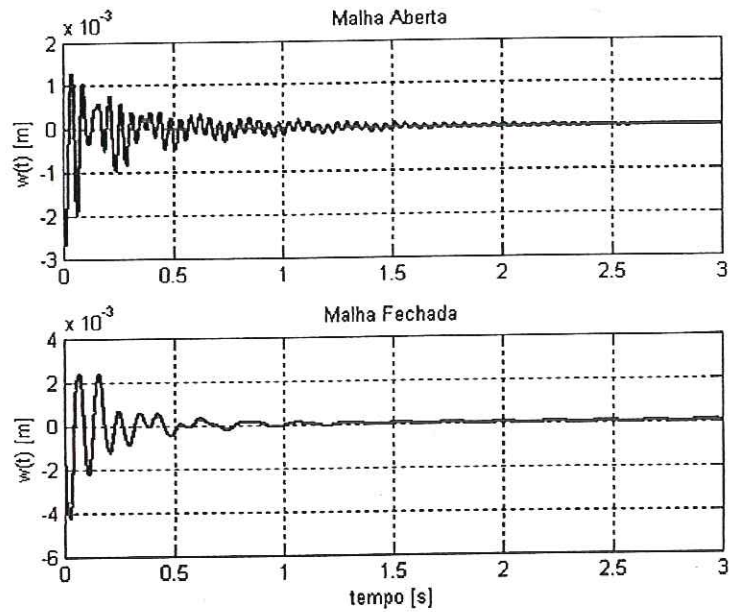


Figura 4.16 – Resposta em malha aberta e fechada do deslocamento em flexão na ponta da pá ( $w(t)$ ).

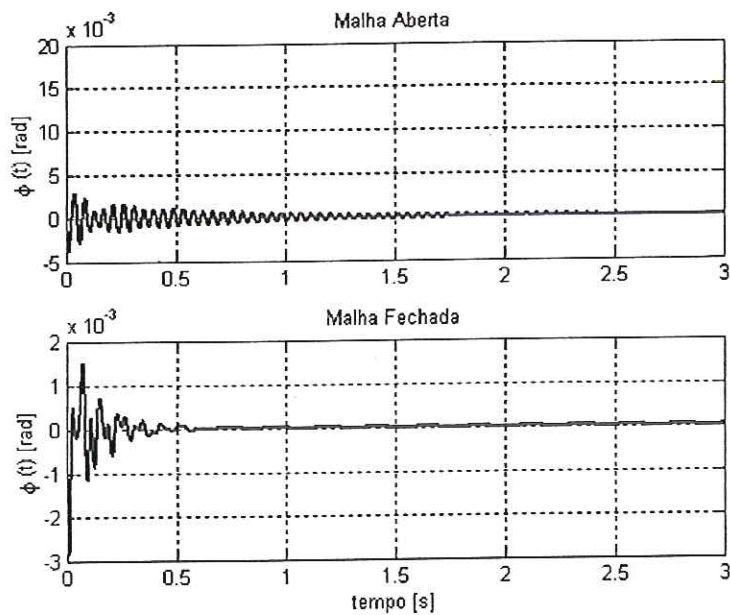


Figura 4.17 – Resposta em malha aberta e fechada do giro em torção na ponta da pá ( $\phi(t)$ ).

Nas Figuras 4.18 e 4.19 são comparadas as respostas no tempo das velocidades  $\dot{w}(t)$  e  $\dot{\phi}(t)$ , respectivamente, em malha aberta e fechada. Observa-se uma redução considerável nos valores das variáveis  $\dot{w}(t)$  e  $\dot{\phi}(t)$  em malha fechada.

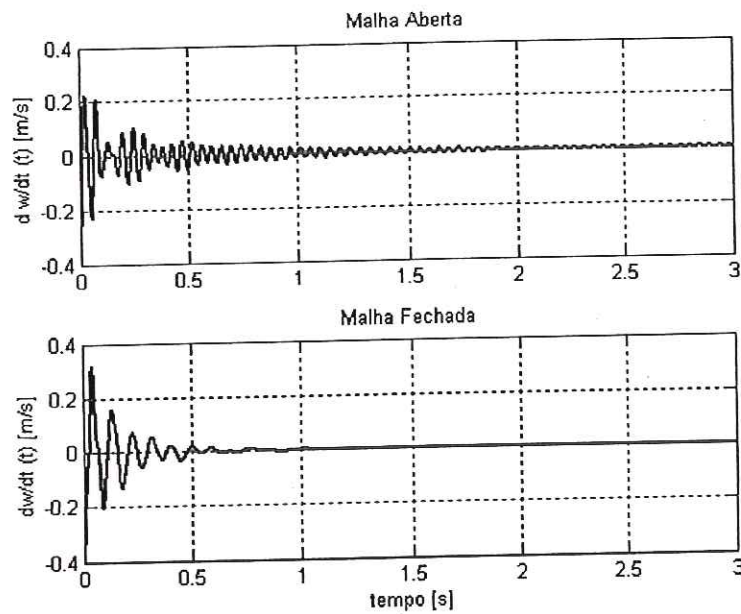


Figura 4.18 – Resposta em malha aberta e fechada da variável  $\dot{w}(t)$ .

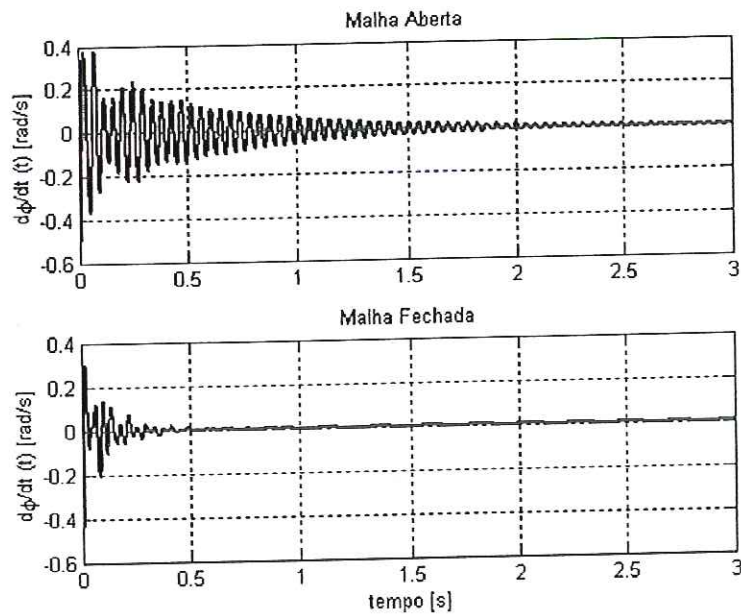


Figura 4.19 – Resposta em malha aberta e fechada da variável  $\dot{\phi}(t)$ .

Na Figura 4.20 é observada uma redução nos níveis de tensão aplicada aos atuadores piezelétricos durante a ação de controle, quando comparado ao caso anterior (um único atuador). Os espectros de potência para malha aberta e fechada para este o Caso 2 são mostrados na Figura 4.21. Observa-se a melhora no controle em baixas frequências, principalmente nos deslocamentos  $w(t)$  e  $\phi(t)$ .

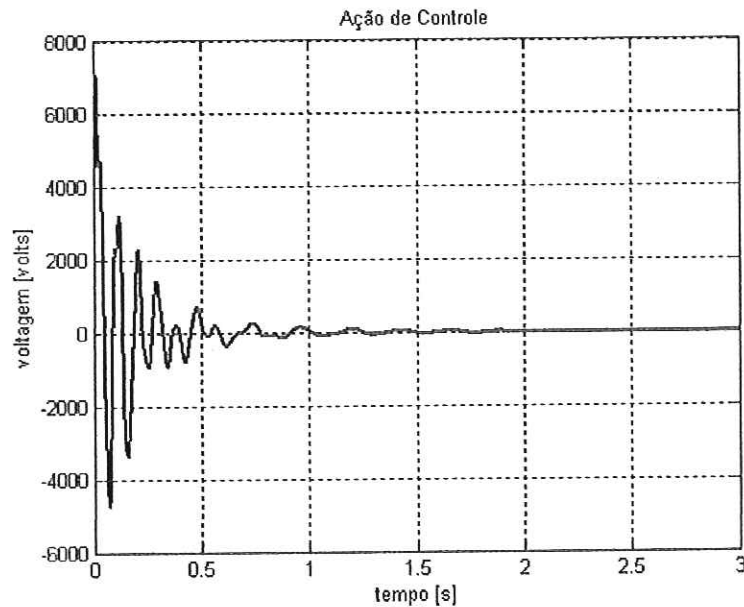


Figura 4.20– Ação de controle para o caso 2.

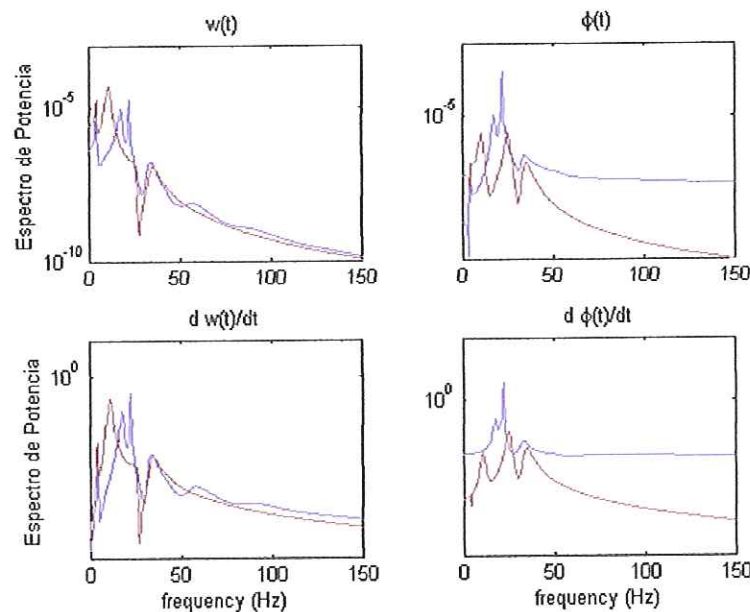


Figura 4.21 - Espectros de potência em frequência de malha aberta (azul) e malha fechada (vermelho).



#### 4.4.3 – Caso 3: Atuador nos elementos finitos 2, 4, 6, 8 e 10.

Neste caso atuadores piezelétricos são aplicados nos elementos 2, 4, 6, 8 e 10 do modelo de elementos finitos, ou seja, estão distribuídos de forma a abranger uma grande extensão da pá do helicóptero.

A Tabela 4.6 apresenta os autovalores atribuídos ao sistema, bem como as respectivas frequências e fatores de amortecimento. Já a Tabela 4.7 apresenta os autovalores atingidos, com as respectivas frequências e fatores de amortecimento em malha fechada. Mais uma vez observa-se uma boa concordância entre os valores de frequência e amortecimento entre atribuído e atingido.

**Tabela 4.6 – Autovalores atribuídos (Caso 3).**

Modo	Autovalores Atribuídos	Amortecimentos	Frequências (rad/s)
1	$-1,81 \pm 20,1i$	0,09	20
2	$-3,21 \pm 40,1i$	0,08	40
3	$-7,02 \pm 100,2i$	0,07	100
4	$-1,20 \pm 200,4i$	0,06	200
5	$-15,02 \pm 300,4i$	0,05	300

**Tabela 4.7 – Autovalores atingidos (Caso 3).**

Modo	Autovalores Atingidos	Amortecimentos	Frequências (rad/s)
1	$-1,99 \pm 26,7i$	0,07	26,8
2	$-2,46 \pm 50,4i$	0,05	50,5
3	$-7,47 \pm 96,2i$	0,08	96,5
4	$-12,3 \pm 20,3i$	0,06	204
5	$-12,4 \pm 149i$	0,08	150

A matriz de realimentação **R** obtida para este caso é:

$$\mathbf{R} = [ -3,9565 \times 10^{+5} \quad -2,7561 \times 10^{+5} \quad 2,6072 \times 10^{+3} \quad -3,0945 \times 10^{+3} ] .$$

Observa-se da matriz de realimentação uma redução de seus valores numéricos, revelando que menor intensidade de controle é necessária durante a

atuação em malha fechada. Tal fato, é coerente pois há neste caso maior número de fontes de atuação quando comparado com os outros casos estudados.

Nas Figuras 4.22 e 4.23 são apresentados os deslocamentos  $w(t)$  e  $\phi(t)$  respectivamente, tanto em malha aberta quanto em malha fechada. Observa-se um sistema mais amortecido em malha fechada. Tal resposta revela que o controle ativo, com 5 atuadores, possibilita uma expressiva diminuição dos níveis vibratórios na ponta da pá, com conseqüente implicância positiva com relação à pá com um todo.

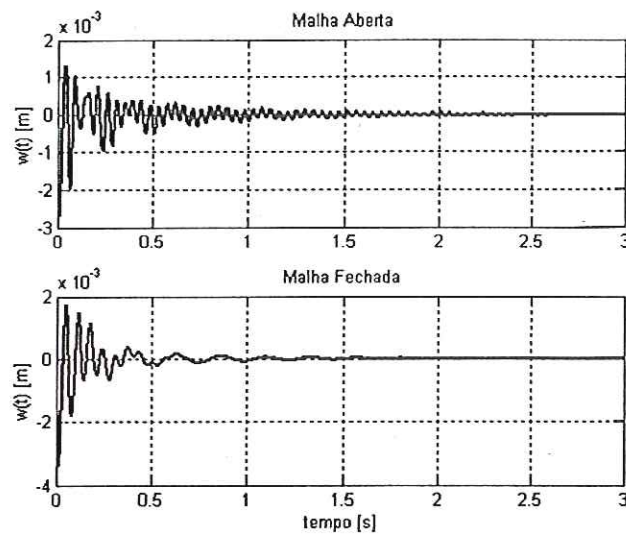


Figura 4.22 – Resposta em malha aberta e fechada do deslocamento em flexão na ponta da pá ( $w(t)$ ).

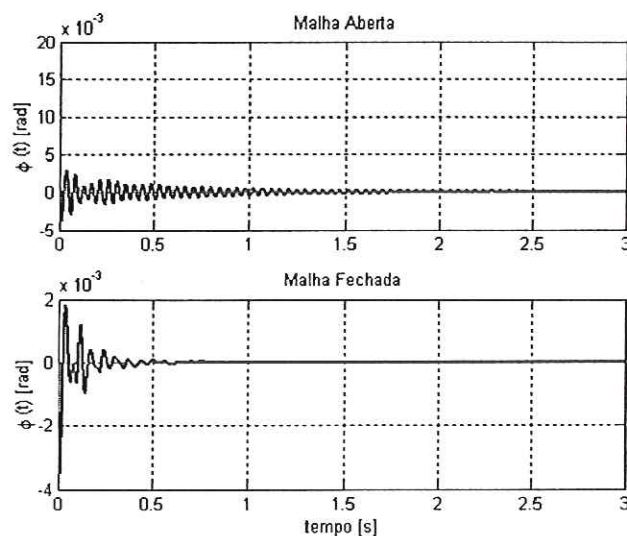


Figura 4.23 – Resposta em malha aberta e fechada do giro em torção na ponta da pá ( $\phi(t)$ ).

Nas Figuras 4.24 e 4.25 são comparadas as respostas no tempo das velocidades  $\dot{w}(t)$  e  $\dot{\phi}(t)$ , respectivamente, em malha aberta e fechada. Observa-se uma efetiva redução nos valores da vibração em termos das variáveis  $\dot{w}(t)$  e  $\dot{\phi}(t)$  em malha fechada.

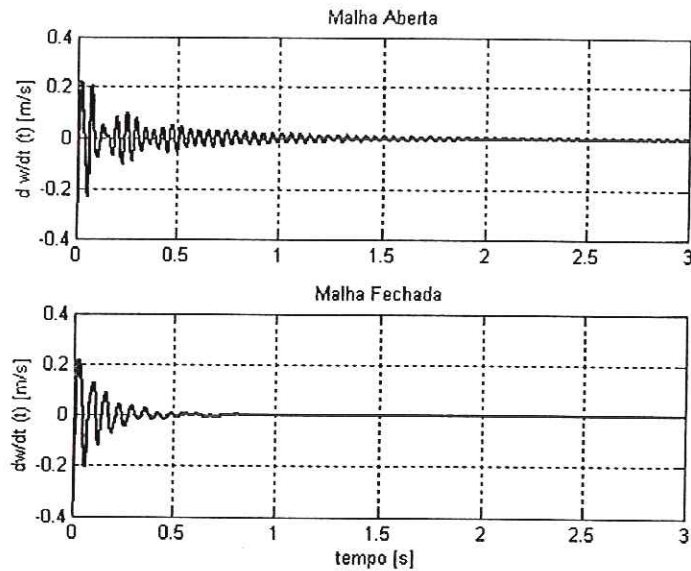


Figura 4.24 - Resposta em malha aberta e fechada da variável  $\dot{w}(t)$ .

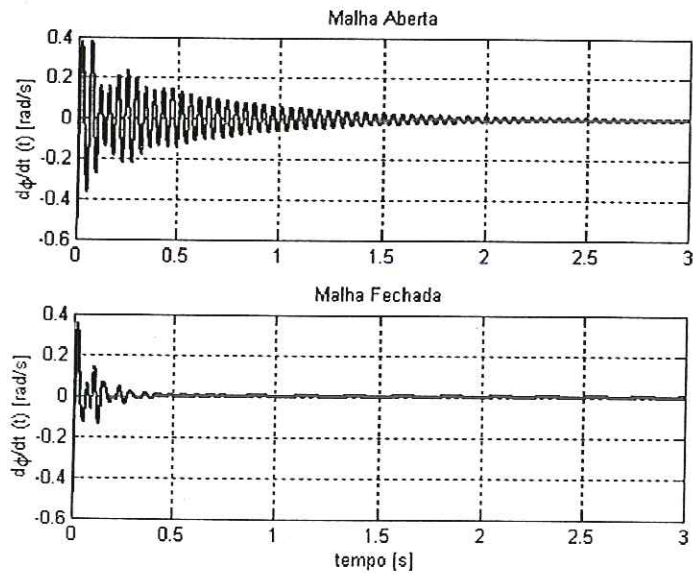


Figura 4.25 - Resposta em malha aberta e fechada da variável  $\dot{\phi}(t)$ .

Na Figura 4.26 é observada uma grande redução nos níveis de tensão aplicada ao atuador piezelétrico em comparação ao que foi apresentado nos casos anteriores.

Os espectros de potência para malha aberta e fechada são mostrados na Figura 4.27. Observa-se um melhor controle em baixas frequências, principalmente nos deslocamentos  $w(t)$  e  $\phi(t)$ .

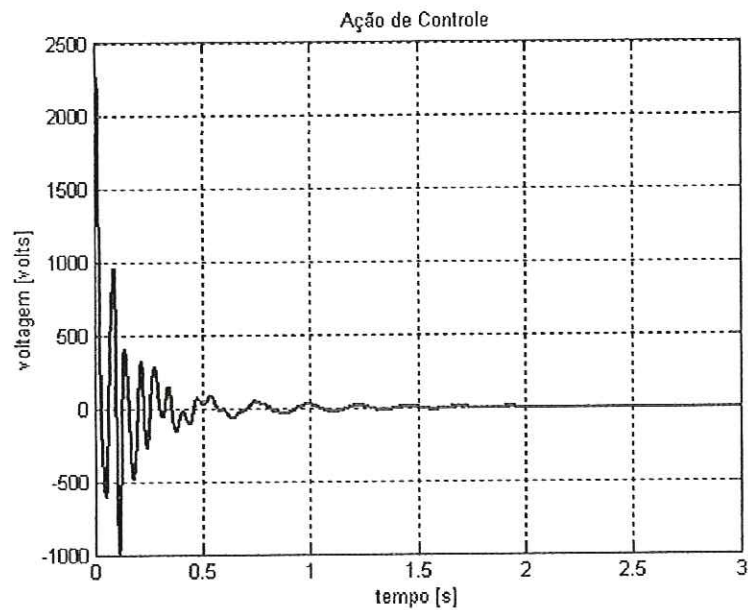


Figura 4.26 - Ação de controle para o caso 3.

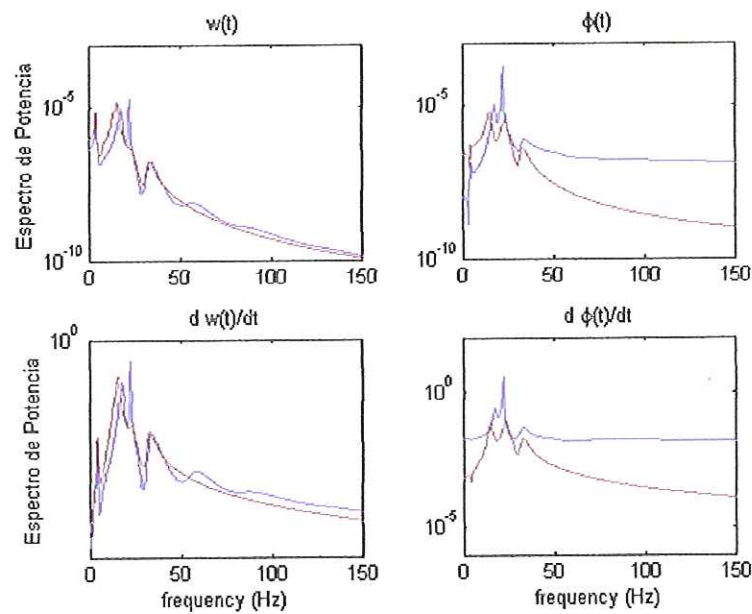


Figura 4.27 - Espectros de potência em frequência de malha aberta (azul) e malha fechada (vermelho).



## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um estudo sobre a aplicação de atuadores piezelétricos no controle de vibração de uma pá de helicóptero. A pá foi modelada pelo método de elementos finitos com a hipótese de viga engastada em rotação para assemelhar ao caso de pá semi-rígida. A discretização em elementos finitos considerou elemento de viga tipo Euler Bernoulli com seis graus de liberdade por nó. O acoplamento giroscópico também é considerado e o modelo final é linearizado supondo-se pequenos deslocamentos a partir de uma condição de equilíbrio. O carregamento aerodinâmico é incluído para permitir o acoplamento aeroelástico, tendo sido linearizado e suposto quase-estático. A atuação piezelétrica é introduzida por meio da aplicação de momentos induzidos por voltagem em específicos nós do modelo em elementos finitos. Uma metodologia para redução de ordem do modelo foi apresentada, visando diminuir o esforço computacional e facilitar o projeto da lei de controle.

A lei de controle é baseada na técnica de atribuição da autoestrutura por realimentação de saída. Como proposta de controle, considera-se que atuadores piezelétricos são idealmente fixados à estrutura e sensores, também ideais, na ponta da pá promovem os elementos necessários à realimentação em malha fechada.

Testes numéricos preliminares foram realizados com o modelo em elementos finitos, levando a concluir que o mesmo é coerente para uso em simulação

da resposta dinâmico-estrutural de uma pá de helicóptero. Com relação ao modelo reduzido, resultados comparativos dos seus resultados com os do modelo completo levaram a uma boa concordância. O modelo reduzido foi, então, utilizado para o projeto do controlador.

Como forma de redução da vibração na pá do helicóptero, a atribuição da autoestrutura por realimentação de saída demonstrou ser eficiente e uma promissora alternativa para estudos adicionais. A atuação piezelétrica tem mostrado ser eficiente para o caso de supressão de vibração em pás de helicópteros, pois possibilita um sistema de controle de rápida resposta à ação de controle, bem como é capaz de lidar com sistemas em frequências altas. Nas simulações obtiveram-se resultados satisfatórios na ação de controle da vibração, comparando-se os gráficos de malha aberta e fechada. No entanto, observou-se a necessidade de grande quantidade de energia para acionamento dos atuadores. O estudo considerou uma pá com características muito próximas daquelas de uma pá real. Portanto conclui-se que para aplicações práticas dessa técnica de redução ativa de vibrações em pás de helicópteros depende fortemente de futuros avanços no desenvolvimento de materiais piezelétricos.

### 5.1 – Sugestões para trabalhos futuros

A seguir são apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Investigações adicionais devem se concentrar no aperfeiçoamento das respostas de malha, especialmente em outras técnicas de controle;
- Condução de testes experimentais para: (i) validar o modelo matemático da pá; (ii) estudar a viabilidade prática no controle de vibração em estruturas aeronáuticas com outros materiais inteligentes, proporcionando uma maior versatilidade no emprego desses materiais;
- Aplicação de melhores modelos para a aerodinâmica não estacionária;
- Considerar a pá como material composto (anisotrópico).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BAILEY, T.; HUBBARD, J.E.,(1985). *Distributed piezoelectric-polymer active vibration control of a cantilever beam*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, v.8, n.5, p.605-611.
- BARRETT, R. (1993). *Aeroservoelastic DAP missile fin development*, Smart Materials and Structures, v. 2, p. 55-65.
- BARRETT, R.; Frye, P.; SCHLIESMAN, M. (1998). *Design, construction, and characterization of a flightworthy piezoelectric solid state adaptive rotor*, Smart Materials and Structures, v. 7, p. 422-431.
- BARSOUM, R.G., (1997). *Active materials and adaptive structures*. Smart Materials and Structures. v. 6, p. 117-122.
- BERNHARD, A. P. F. and CHOPRA, I. (1998). *Hover testing of active blade-tips using a piezo-induced bending-torsion coupled beam*", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, v. 9, n.12, pp. 963—974.
- BERNHARD, A. P. F., and CHOPRA, I., (2001). *Analysis of a bending-torsion coupled actuator for a smart rotor with active blade tips*, Smart Materials and Structures, v. 10, p.35-52.
- BISPLINGHOFF, R.L.; ASHLEY, H.; HALFMAN, R.L. (1996). *Aeroelasticity*, Dover, New York.



- 
- BOTTOM, V.E.,(1968). *The theory and design of quartz crystal units: An introduction to the basic principles of piezoelectricity and their application to the design of quartz crystal units*. Abilene, USA. Mc Murry Press.
- CADY, W.G., (1946). *Piezoelectricity: An Introduction to the Theory and Applications of Electromechanical Phenomena in Crystals*. New York. McGraw Hill.
- CESNIK, C.E.S., (2000). *Active aeroelastic tailoring*. AFOSR Aero Smart 2000.
- CHOPRA, I. (1997). *Status of application of smart structures technology to rotorcraft systems*, Innovation in Rotorcraft Technology, Royal Aeronautical Society, London, UK.
- CLOUGH, R.W. and PENZIEN, J., (1975). *Dynamics of structures*, McGraw-Hill, New York, USA.
- CRAWLEY, E. F.; DE LUIS, J. (1987). *Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures*, AIAA Journal, v.25, n .10, p.1373-1385.
- CRAWLEY, E., (1994). *Intelligent structures for aerospace: a technology overview and assessment*, AIAA Journal, v. 32, p.1689-1699.
- DERHAM, R.; WEEMS, D.; MATHEW, M. B.; BUSSOM, R., (2001). *The design evolution of an active materials rotor*, AHS 57<sup>th</sup> Annual Forum, May 9-11.
- DOWELL, E. H., et al.,(1995). *A modern course in aeroelasticity*, 3.rev. and enl.ed., Kluwer Academic Publishers, The Netherlands.
- FRIEDMANN, P.P.,(1990). *Helicopter rotor dynamics and aeroelasticity: some key ideas an insights*, *Vertica*, v. 14, p.101-121.
- FLOWER, H.M. (1995). *High Performance Materials in Aerospace*. London. Chapman & Hall.



- 
- GIURGIUTIU, V.; CHAUDHRY, Z.; ROGERS, C.A., (1994). *Engineering feasibility of induced-strain actuators for rotor blade active vibration control*, Smart Structures and Materials '94, Orlando, Florida, 13-18 February 1994 Paper # 2190-11, SPIE Volume 2190, pp. 107-122.
- GIURGIUTIU, V., and ROGERS, C. A., (1999). *Review of smart-materials actuation solutions for aeroelastic and vibration control*, CEAS/AIAA/ICASE/NASA Langley International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, June 22-25, Williamsburg, VA.
- GIURGIUTIU, V. and CRAIG, A. R.,(1999). *Review of smart-materials and rotor control solutions*. 8° ARO Workshop on Aeroelasticity of Rotorcraft Systems October 18-20, 1999 Penn State University, USA.
- GIURGIUTIU, V., (2000). *Active-materials induced-strain actuation for aeroelastic vibration control*, The Shock and Vibration Control Digest, v. 32, n.5, p.355-368.
- GIURGIUTIU, V. (2000). *Review of smart-material actuation solutions for aeroelastic and vibration control structures*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures. Submitted.
- IKEDA, T. (1990). *Fundamentals of Piezoelectricity*. Oxford, Oxford Science Publications.
- JAFFE, B.; COOK, W.R.; JAFFE, H. (1971). *Piezoelectric Ceramics*. London, Academic Press.
- JOHNSON, W. (1994). *Helicopter theory*, Dover Publications, London, England.
- LOEWY, R.G., (1984). *Helicopter vibrations: a technical perspective*, Journal of American Helicopter Society, v. 29, p.4-30.

- MAGARI, P.J., SHULTZ, L.A. and MURTHY, V.R., (1988). *Dynamics of helicopter rotor blades*, Computer & Structures, v. 29, p.763-776.
- MARQUES, F. D., (1993). *Controle de Vibrações em uma pá de helicóptero*, São Carlos Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- MEIROVITCH, L., (1990). *Dynamics and control of structures*, John Wiley & Sons, New York, USA.
- MILLOTT, T.A. and FRIEDMANN, P.P., (1994). *Vibration reduction in hingeless rotors in forward flight using an actively controlled trailing edge flap: implementation an time domain simulation*, Proc. of the 35th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Hilton Head, USA, April 21-22, paper AIAA-94-1306-CP.
- MORRIS, D. G.; PIZZOCHERO, A.; and HAGOOD, N. W., (1999). *Experimental investigation of the effect of environmental stress on active fiber composite actuators*, SPIE v. 3674 p. 296-305.
- NAGAMINE, R. K., (2001). *Lógica difusa para controle não convencional de uma viga inteligente*. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- NARKIEWICZ, J. P. and DONE, G. T. S., (1994). *Overview of smart structure concepts for helicopter rotor control*, 2nd European Conference on Smart Structures and Materials, Glasgow, U.K.
- NGUYEN, K. and CHOPRA, I., (1990). *Application of higher harmonic control to rotors operating at high speed and thrust*, Journal of American Helicopter Society., v. 35, p.78-89, USA.

- NITZSCHE, F. and BREITBACH, E., (1992). *Individual blade control of hinged blades using smart structures*, 18th European Rotorcraft Forum, Avignon, France, Sept. 15-17, p.E6.1-E6.13.
- NITZSCHE, F., (1993). *Modal sensors and actuators for individual blade control*, Proc. of the 34th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, La Jolla, CA, USA, April 19-22, paper AIAA-93-1703-CP.
- NITZSCHE, F.; BREITBACH, E.J., (1994). *Using adaptive structures to attenuate rotary wing aeroelastic response*. Journal of Aircraft, v. 31, n. 5, p. 1178-1185.
- NITZSCHE, F., (1994). *Design efficient helicopter individual blade controllers using smart structures*, Proc. of the 35th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Hilton Head, USA, April 21-22, paper AIAA-94-1766-CP.
- NOOR, A.K.; (1991). *Bibliography of books and monographs on finite element technology*. Applied Mechanics Review. v.44, n.6, p.307-317.
- PACK, L.G.; JOSLIN, R.D., (1998). *Overview of active flow control at NASA Langley Research Center*. SPIE's Annual International Symposium on Smart Structures and Materials, 5., San Diego, California, March 1-5.
- PREUMONT, A. (1997). *Vibration Control of Active Structures*. Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic Publishers.
- RAO, S.S.; SUNAR, M. (1994). *Piezoelectricity and its use in disturbance sensing and control of flexible structures: a survey*. Applied Mechanics Reviews, n.4, p.113-123.
- REICHERT, G., (1981). *Helicopter vibration control: a survey*, Vertica, v.5, p.1-20.



- 
- RODGERS, J. P. and HAGOOD, N. W., (1998). *Preliminary mach-scale hover testing of an integrated twist-actuated rotor blade*, SPIE v. 3329, p. 291- 308.
- RODGERS, J. P. and HAGOOD, N. W., (1998). *Hover testing of a 1/16<sup>th</sup> mach-scale CH-47D blade with integral twist actuation*, 9<sup>th</sup> International Conference on Adaptative Structures and Technology, Cambridge, MA.
- SPANGLER, R. L. Jr.; and HALL, S.R., (1989). *Piezoelectric actuators for helicopter rotor control*, Report # SSL 1-89, SERC 14-90, MIT Space Engineering Research Center, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts 02139.
- STEVENS, B. L. & LEWIS, F. L., (1992). *Aircraft control and simulation*, 1.ed., John Wiley & Sons, Inc., USA.
- STRAUB, F.K. and WARMBRODT, W., (1985). *The use of active controls to augment rotor/fuselage stability*, Journal of American Helicopter Society, v. 30, p.13-22.
- TAKAHASHI, M.D. and FRIEDMANN, P.P., (1991). *Helicopter air resonance modeling and suppression using active control*, Journal Guidance, Control and Dynamics, v. 14, p.1294-1300.
- TAYLOR, G.W.; GAGNEPAIN, J.J.; MEEKER, T.R.; NAKAMURA, T.; SHUVALOV, L.A. (1985). *Piezoelectricity*. New York. Gordon and Breach Science Publishers.
- WILKIE, W.K.; BELVIN, W.; PARK, K.K.C. (1996). *Aeroelastic analysis of helicopter rotor blades incorporating anisotropic piezoelectric twist actuation*, In: Fall American Society of Mechanical Engineers Congress and Exhibition, Atlanta, November 17-22. Proceedings. v. 52, p.423-433, USA.



WILKIE, W. K.; WILBUR, M. L.; MIRICK, P. H.; CESNIK, C. E. S.; SHIN, S. J.;  
(1999). *Aeroelastic analysis of the NASA/ARMY/MIT active twist rotor*, 55th  
Annual Forum of the American Helicopter Society, Montreal, Canada, May 25-  
27, 1999.

YATES, Jr. E.C, (1971). *Flutter and unsteady-lift theory*, Performance and  
Dynamics of Aerospace Vehicles, NASA SP-258.

ZHANG, J., (2001). *Active-passive hybrid optimization of rotors blades with trailing  
edge flaps*, Thesis (Doctor Philosophy) – Pennsylvania, Pennsylvania State  
University, USA.