

✓

Uma Contribuição para a Análise da Estabilidade contra Trepidação de Máquinas Ferramentas



DEDALUS - Acervo - EESC



31100016909

ENG. LUIZ HENRIQUE BAPTISTA

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia
de São Carlos, da Universidade de São Paulo,
como parte dos requisitos para obtenção do título
de Mestre em Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Dr. João Lirani

São Carlos
1995

Class.	TESE
Cuti.	0566
Tombo	146/95

Eng. Mecânica

st 0742 722

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC-USP

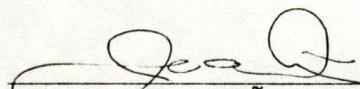
B222c **Baptista, Luiz Henrique**
Uma contribuição para a análise da estabilidade contra
trepidação de máquinas ferramentas / Luiz Henrique Baptista.--
São Carlos, 1995.
157p.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de São
Carlos-Universidade de São Paulo, 1995.
Orientador: Prof. Dr. João Lirani

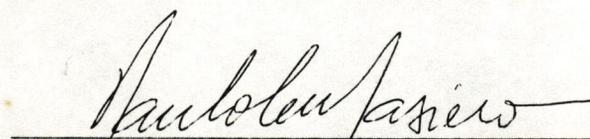
1. Vibrações. 2. Trepidação. I. Título

FOLHA DE APROVAÇÃO

Dissertação defendida e aprovada em 22-9-1995
pela Comissão Julgadora:



Prof. Doutor JOÃO LIRANI - Orientador
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



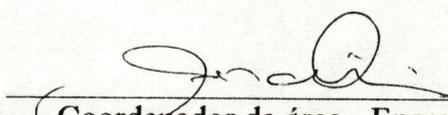
Prof. Doutor PAULO CESAR MAZIERO
(Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos - Universidade de São Paulo)



Prof. Doutor JOÃO FERNANDO GOMES DE OLIVEIRA
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



Prof. Dr. MOUNIR KHALIL EL DEBS
Vice-Presidente da Comissão de Pós-Graduação
em exercício



Coordenador da área - Engenharia Mecânica
Prof. Dr. JOÃO LIRANI

*Ao meu pai, modelo de dedicação,
à minha mãe, modelo de sabedoria,
à Li, modelo de alegria,
e à Fer, amiga e companheira,
pelo apoio e compreensão nas
horas de convivência roubadas.*

AGRADECIMENTOS

Ao professor João Lirani, pela confiança depositada na realização deste trabalho e pela constante disponibilidade.

Ao amigo Eng. MSc. Wladimir Alex Magalhães Barcha, companheiro de infinitas horas de trabalho sobre elementos finitos, pela amizade e apoio.

Ao Eng. MSc. Francisco José de Almeida, pela amizade e constante disponibilidade.

Ao professor Ernesto Massaroppi Jr. pela colaboração e amizade.

Ao professor Jonas de Carvalho pelo auxílio na obtenção de bibliografia.

Ao Eng. MSc. Roberto Hideaki Tsunaki pelos ensaios dinâmicos realizados e pela tabulação dos resultados. Ao professor Mário Francisco Mucheroni pelo apoio e colaboração.

Aos graduandos em engenharia mecânica Arthur Henrique Giacometti Mai, Daniel Daide Okada e José Carlos Freire da Rocha Jr pelo apoio técnico, sem o qual não seria possível a realização deste trabalho.

Aos amigos do Grupo CAD/CAE, Fernando, Mário Koba e Mitsuo pelo apoio em tantos momentos.

Aos companheiros de todo o *laboratório* CAD/CAM: Suga, Geraldo, Hugo, Maurício, Tiberti, Reinaldo, Valtermir, Sílvia, Favareto, Edilson, Orides, Lobão, Jandira, Osvaldo, Mário Tronco, entre tantos outros.

Aos amigos da SMI Software Marketing International Ltda. e da Multibrás S/A Eletrodomésticos, pelo apoio em todos os momentos necessários.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia Mecânica.

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES pela bolsa de estudo concedida.

A Deus, acima de tudo, por esta oportunidade e por todas as graças que coloca em minha vida.

RESUMO

BAPTISTA, L.H. *Uma contribuição para a análise da estabilidade contra trepidação de máquinas ferramentas.* São Carlos, 1995. 157p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

O presente trabalho concentra-se no estudo de vibrações em estruturas de máquinas ferramentas, mais especificamente na análise de sua estabilidade contra trepidação. Resgata a evolução desse campo do conhecimento desde seus princípios, chegando às mais recentes pesquisas, destacando de maneira especial os modelos clássicos que ainda hoje balizam os desenvolvimentos.

Implementa rotinas para modelamento do amortecimento estrutural e desenvolve programa computacional com interface gráfica para análise das vibrações em estruturas de máquinas ferramentas. Valida tais programas através da comparação com software disponível no mercado e com resultados experimentais relativos a uma placa de alumínio. Apresenta ainda estudo da estabilidade sobre um modelo simplificado de fresadora horizontal.

Palavras chave: vibrações, trepidação.

ABSTRACT

BAPTISTA, L.H. *A contribution to the analysis of machine tool stability against chatter*. São Carlos, 1995. 157p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

This work deals with machine tool vibration analysis, more specifically with its stability against chatter. It follows the evolution of stability research studies since its origin, highlighting the classic models in a special way.

Computational routines for structural damping modeling are developed and a program for stability analysis, with a graphical user interface, is created. Both computational tools are validated through the comparison with another software and with experimental results. Stability analysis of a simplified milling machine model is also performed.

Keywords: vibration, chatter.

SUMÁRIO

Dedicatória.....	iii
Agradecimentos.....	iv
Resumo.....	v
Abstract.....	vi
Sumário.....	vii
Lista de Figuras.....	x
Lista de Tabelas.....	xiii
1. Introdução.....	1
1.1. Considerações Iniciais.....	1
1.2. O Projeto de Máquinas Ferramentas.....	3
1.3. Objetivos.....	6
1.4. Conteúdo do Trabalho.....	7
2. Revisão Bibliográfica.....	9
2.1. A Evolução do Estudo da Trepidação.....	9
2.1.1. Trepidação no Processo de Retificação.....	22
2.1.2. Simulação da Trepidação no Domínio do Tempo.....	23
2.1.3. Otimização Estrutural com Relação à Trepidação.....	26
2.2. Os Modelos Clássicos.....	27
2.2.1. O Modelo de Tobias.....	27
2.2.1.1. Perturbação sobre o Sistema Vibratório.....	28
2.2.1.2. Determinação do Diferencial de Força.....	28
2.2.1.3. Determinação do Amortecimento Equivalente do Processo.....	34
2.2.1.4. Estudo das Condições de Estabilidade.....	35
2.2.1.5. A Evolução do Modelo.....	37
2.2.2. O Modelo de Tlusty.....	41
2.2.2.1. Considerando a Defasagem entre a Força e a Vibração.....	46
2.2.2.2. Considerando a Condição de Compatibilidade Geométrica.....	48
2.2.3. O Modelo de Merrit.....	50
2.2.3.1. Equação da Espessura de Corte.....	51
2.2.3.2. Equação do Processo de Usinagem.....	51
2.2.3.3. Equação da Estrutura.....	52
2.2.3.4. Diagrama de Blocos para a Trepidação.....	53
2.2.3.5. Estabilidade do Ciclo da Trepidação.....	54
2.2.3.6. Critério de Estabilidade Simplificado.....	57

3. Análise da Estabilidade contra Trepidação de Máquinas Ferramentas	59
3.1. Descrição do Movimento da Estrutura	59
3.1.1. Vibrações Livres Não Amortecidas	60
3.1.2. Vibrações Forçadas Não Amortecidas	62
3.1.3. Vibrações Forçadas Amortecidas	64
3.1.3.1. Amortecimento Proporcional	64
3.1.3.2. Amortecimento Não Proporcional	67
3.2. Modelo Teórico Adotado para Análise da Estabilidade	70
3.2.1. Obtenção da Receptância da Estrutura	70
3.2.2. Obtenção do Limite de Estabilidade contra Trepidação	72
3.3. Quantificação do Amortecimento ainda na Fase de Projeto	73
4. Programas Aperfeiçoados e Desenvolvidos	76
4.1. O Sistema Promaf	76
4.1.1. Implementação da Comunicação com o Programa Caeds	78
4.1.2. Implementação de Novas Formas de Modelagem do Amortecimento	79
4.1.2.1. Implementação da Combinação entre Formas de Amortecimento	81
4.1.2.2. Implementação do Amortecimento Proporcional	81
4.1.3. Implementação de Nova Rotina para Projeção da Receptância	82
4.2. O Programa Freq	85
5. Aplicações Práticas	91
5.1. Validação do Programa Freq: Estudo Comparativo de uma Furadeira Radial	91
5.1.1. Amortecimento Viscoso Proporcional à Massa	96
5.1.2. Amortecimento Viscoso Proporcional à Rigidez	101
5.2. Análise da Resposta em Frequência em uma Placa de Alumínio	103
5.3. Análise da Estabilidade contra Trepidação de uma Fresadora Horizontal	108
5.3.1. O Modelo Elástico	109
5.3.1.1. A Modelagem das Guias	111
5.3.1.2. A Modelagem do Fuso	112
5.3.2. Modelagem do Amortecimento	113
5.3.2.1. Amortecimento Interno do Material (Distribuído)	113
5.3.2.2. Amortecimento Localizado (Discreto)	113
5.3.3. Sintonizando o Modelo	114
5.3.4. Análise da Estabilidade	120
5.3.4.1. Influência das Fontes de Amortecimento	120
5.3.4.2. Determinação do Amortecimento do Processo de Usinagem	123
5.3.5. Desempenho dos Programas Computacionais	125
6. Conclusões e Sugestões	127
6.1. Conclusões	127
6.2. Sugestões	128
Referências Bibliográficas	129

Apêndices.....	136
A: Arquivos Lidos e Escritos pelos Programas do Promaf.....	136
B: Formatos dos Arquivos de Entrada e Transferência de Dados.....	141
C: Estrutura do Programa <i>amort</i>	146
D: Estrutura do Programa <i>recep</i>	147
E: Modelo da Furadeira Radial.....	149
F: Modelo da Fresadora Horizontal.....	150
G: Arquivo <i>dampin.dat</i> para Amortecimento Combinado na Fresadora Horizontal.....	153
H: Arquivo <i>dampin.dat</i> para Amortecimento Modal na Fresadora Horizontal.....	157

LISTA DE FIGURAS

- FIGURA 1.1 - Classificação das Máquinas Ferramentas
- FIGURA 1.2 - Passos para desenvolvimento e/ou seleção de máquina ferramenta para processos de fabricação específicos
- FIGURA 2.1 - Diagrama explicativo da causa da vibração auto-induzida apresentando (a) digrama força-velocidade; (b) movimento cíclico da ferramenta segundo ARNOLD (1946).
- FIGURA 2.2 - Esquema dos sistemas de dois graus de liberdade representando (a) a ferramenta e (b) o suporte da peça segundo SALJE (1956)
- FIGURA 2.3 - Carta de estabilidade típica para uma máquina ferramenta.
- FIGURA 2.4 - representação esquemática do sistema com dois graus de liberdade representando a máquina ferramenta e o movimento elíptico da aresta de corte sob trepidação segundo KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970)
- FIGURA 2.5 - Corte de superfície ondulada segundo KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970)
- FIGURA 2.6 - Processos dinâmicos de usinagem
- FIGURA 2.7 - Estrutura, ferramenta e processo de usinagem no ciclo da trepidação segundo TLUSTY (1978)
- FIGURA 2.8 - Superfície de estabilidade segundo SHI & TOBIAS (1984)
- FIGURA 2.9 - Diagrama de blocos para o ciclo da trepidação segundo ZEH-JUN & LI-JUN (1986)
- FIGURA 2.10 - Cartas de estabilidade considerando variação de propriedades dos rolamentos segundo SHIN (1992)
- FIGURA 2.11 - Modelos para simulação de vibração no domínio do tempo para (a) corte contínuo e (b) corte interrompido segundo TLUSTY & ISMAIL (1981)
- FIGURA 2.12 - Vibrações obtidas através de simulação no domínio do tempo segundo TLUSTY & ISMAIL (1981)

- FIGURA 2.13 - Trepidação tipo A
- FIGURA 2.14 - Trepidação tipo B
- FIGURA 2.15 - Envoltórias do diagrama de estabilidade
- FIGURA 2.16 - Diagrama de estabilidade para $k_1^* > 0$ e $K^* = 0$
- FIGURA 2.17 - Diagramas de estabilidade segundo SWEENEY & TOBIAS (1963)
- FIGURA 2.18 - Diagrama básico para o processo de vibração auto-excitada
- FIGURA 2.19 - Parte real da receptância cruzada
- FIGURA 2.20 - Receptância no plano complexo
- FIGURA 2.21 - Lóbulos de limite de estabilidade para fresamento
- FIGURA 2.22 - Corte ortogonal em torneamento segundo MERRITT (1965)
- FIGURA 2.23 - Estrutura com um grau de liberdade segundo MERRITT (1965)
- FIGURA 2.24 - Diagrama de blocos do *loop* da trepidação segundo MERRITT (1965)
- FIGURA 2.25 - Gráfico para determinação das condições de estabilidade segundo MERRITT (1965)
- FIGURA 2.26 - Carta de estabilidade obtida segundo MERRITT (1965)
- FIGURA 3.1 - Configurações de forças e deslocamentos para obtenção da receptância
- FIGURA 3.2 - Carta de Estabilidade contra Trepidação
- FIGURA 4.1 - Estrutura do Promaf
- FIGURA 4.2 - Comunicação entre Caeds e Promaf
- FIGURA 4.3 - Matriz de amortecimento obtida pelo uso de amortecedor
- FIGURA 4.4 - Determinação da receptância entre as direções (Y^*) e (P)
- FIGURA 4.5 - Estrutura do programa *freq*
- FIGURA 4.6 - Funções de Gerenciamento
- FIGURA 4.7 - Representação Gráfica da parte real da resposta amortecida
- FIGURA 4.8 - Método de Kennedy e Pancu para identificação dos parâmetros modais

- FIGURA 4.9 - Parâmetros do sistema de 1 GDL equivalente
- FIGURA 4.10 - Carta de estabilidade contra trepidação fornecida por *freq*
- FIGURA 5.1 - Estrutura simplificada de uma furadeira radial
- FIGURA 5.2 - Gráfico do módulo da resposta conservativa segundo o programa *freq*
- FIGURA 5.3 - Gráfico do módulo da resposta conservativa segundo o programa *Caeds*
- FIGURA 5.4 - Parte real da resposta amortecida segundo *freq*
- FIGURA 5.5 - Parte real da resposta amortecida segundo *Caeds*
- FIGURA 5.6 - Parte imaginária da resposta amortecida segundo *freq*
- FIGURA 5.7 - Parte imaginária da resposta amortecida segundo *Caeds*
- FIGURA 5.8 - Diagrama polar do deslocamento na direção *y* segundo *freq*
- FIGURA 5.9 - Diagrama polar do deslocamento na direção *y* segundo *Caeds*
- FIGURA 5.10 - Representação da placa de alumínio utilizada
- FIGURA 5.11 - Modelo de elementos finitos para a placa
- FIGURA 5.12 - Resposta em frequência da placa de alumínio
- FIGURA 5.13 - Modelo de um centro de usinagem
- FIGURA 5.14 - Modelo da fresadora horizontal a ser analisada: (a) perspectiva; (b) lateral esquerda; (c) vista frontal
- FIGURA 5.15 - Modelo de elementos finitos da fresadora horizontal
- FIGURA 5.16 - Representação gráfica dos valores de ξ
- FIGURA 5.17 - Representação gráfica dos valores de d
- FIGURA 5.18 - Valores do decremento logarítmico para torno segundo
LOEWENFELD apud KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970)
- FIGURA 5.19 - Cartas de estabilidade para as diversas fontes de amortecimento
- FIGURA 5.20 - Evolução dos lóbulos de estabilidade em função do aumento do amortecimento atribuído ao processo de usinagem

LISTA DE TABELAS

- TABELA 2.1 - Coeficientes unificados para a eq. (2.12)
- TABELA 2.2 - Pontos de interseção e velocidades críticas
- TABELA 5.1 - Valores das cinco primeiras frequências naturais obtidas
- TABELA 5.2 - Resultados obtidos para o módulo da resposta conservativa
- TABELA 5.3 - Parte real da resposta amortecida para $\eta_m = 10$
- TABELA 5.4 - Parte imaginária da resposta amortecida para $\eta_m = 10$
- TABELA 5.5 - Parte real da resposta amortecida para $\eta_k = 0,001$
- TABELA 5.6 - Parte imaginária da resposta amortecida para $\eta_k = 0,001$
- TABELA 5.7 - Valores obtidos para as cinco primeiras frequências naturais
- TABELA 5.8 - Valores da razão de amortecimento modal segundo VAROTO (1991)
- TABELA 5.9 - Razão de amortecimento modal e decremento logarítmico d correspondentes à translação em x do nó 53 no primeiro modo de vibrar
- TABELA 5.10 - Razão de amortecimento modal para peça e ferramenta quando adotado $=0,03$ para os dez primeiros modos de vibrar
- TABELA 5.11 - Razão de amortecimento modal e decremento logarítmico d correspondentes à translação em x do nó 53 no primeiro modo de vibrar
- TABELA 5.12 - Valores calculados do coeficiente de espessura do cavaco k_f e da largura limite de corte b_{lim} para a fresadora horizontal
- TABELA 5.13 - Valores obtidos para o coeficiente de espessura do cavaco k_f e para a largura limite de corte b_{lim} com o aumento do amortecimento do processo de usinagem
- TABELA 5.14 - Tempo de processamento dispendido pelo Promaf

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1. Considerações Iniciais

A norma DIN 69651¹ apud WECK (1991) define máquinas ferramentas como sendo "dispositivos de fabricação mecanizados e mais ou menos automatizados que produzem na peça, através do movimento relativo entre ferramenta e peça, uma forma preestabelecida ou modificações".

Ainda segundo a mesma fonte, as máquinas ferramentas para trabalho com metal podem ser classificadas conforme apresentado na figura 1.1, utilizando-se da classificação dos processos de fabricação segundo a norma DIN 8580² apud WECK (1991)

No ramo dos sistemas de fabricação voltados ao trabalho com metais pode-se distinguir seis instalações, classificadas de acordo com o processo pelo qual interagem com o material. Instalações para produção por pré-formação produzem componentes acabados ou semi-acabados a partir de materiais amorfos (líquidos, pós), sendo típicos os processos de fundição e sinterização.

¹DIN 69651, Teil 1 bis 6. Werkzeugmaschinen für die Metallbearbeitung (Entwurf, z. T. Vornorm). Berlin, Beuth-Verlag, 1981/82; WECK, M. *Werkzeugmaschinen Fertigungssysteme*. Düsseldorf, VDI-Verlag GmbH, 1991. p.21.

²DIN 8580. Fertigungsverfahren - Begriffe, Einteilung (Entwurf). Berlin, Beuth-Verlag, Juli 1985; WECK, M. *Werkzeugmaschinen Fertigungssysteme*. Düsseldorf, VDI-Verlag GmbH, 1991. p.21.

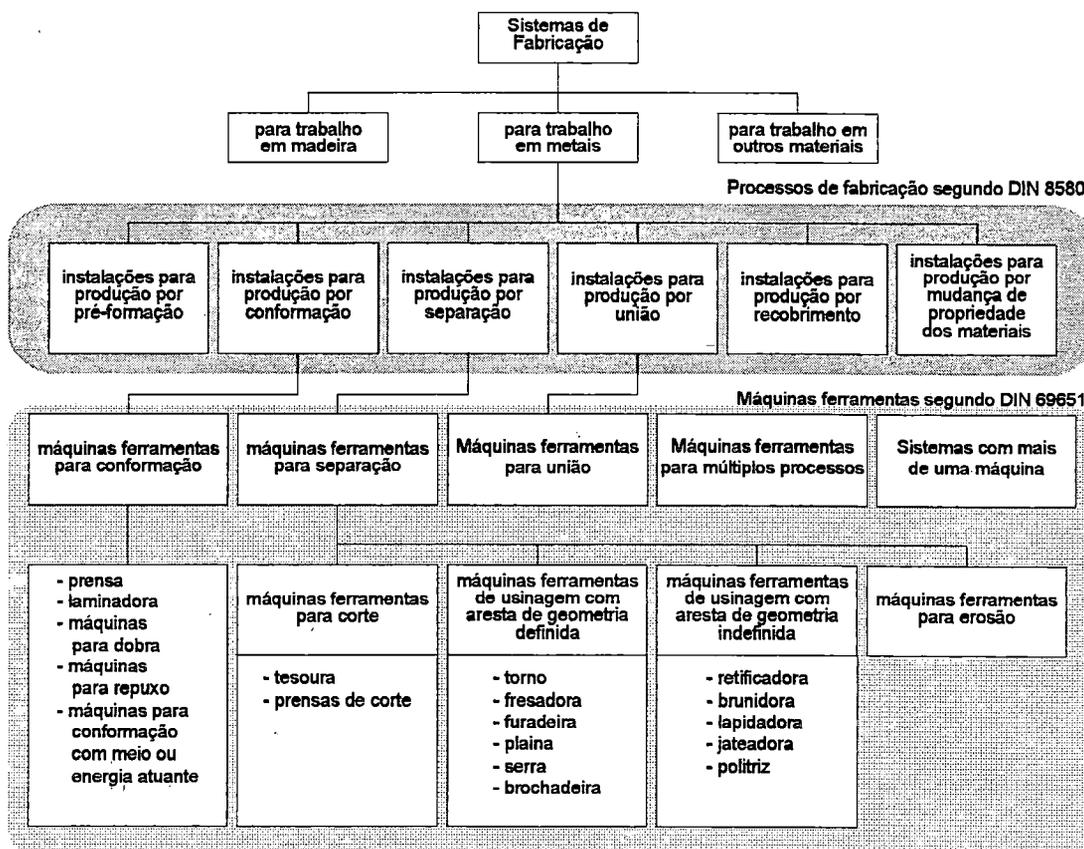


FIGURA 1.1 - Classificação das Máquinas Ferramentas

Instalações para produção por conformação são utilizadas para trabalho em componentes através da deformação plástica do material, sendo típicos os processos de estampagem e repuxo. Instalações para produção por união usam diferentes processos (soldagem, brasagem, rebtagem) para a montagem de diversos componentes. Instalações para produção por recobrimento utilizam processos como o recobrimento superficial para conferir ao componente novas características de desempenho. Instalações para produção por mudança de propriedades dos materiais atuam através de processos como o tratamento térmico para alteração dessas características. Por fim, instalações para produção por separação produzem componentes acabados ou semi-acabados pelo arrancamento de parte do seu material. As máquinas ferramentas pertencentes a esse grupo podem ser subdivididas em quatro grupos:

- a) máquinas ferramentas para corte: produzem a forma final do componente através do deslocamento ou cisalhamento, especialmente de chapas metálicas. Processos típicos desse grupo são o corte por tesoura e por prensa de corte;

- b) máquinas ferramentas para usinagem com aresta de geometria definida: geram a forma final requerida do componente através do uso de ferramenta de corte com geometria definida para retirada de material. Processos típicos desse grupo são o torneamento, o fresamento, etc.;
- c) máquinas ferramentas para usinagem com aresta de geometria indefinida: geram a forma final requerida do componente através do uso de ferramenta de corte com geometria indefinida para retirada de material. Processos típicos desse grupo são a retificação, a lapidação, etc.;
- d) máquinas de erosão: aplicam princípios físicos e químicos para remoção de metal. Típico desse grupo é o processo de eletroerosão.

O presente trabalho vai desenvolver-se dentro do domínio das máquinas ferramentas para usinagem dos metais, enfocando alguns aspectos fundamentais para a etapa de desenvolvimento de seu projeto.

1.2. O Projeto de Máquinas Ferramentas

Segundo WECK (1984), as exigências ditadas pelos últimos avanços na tecnologia de produção, pelos fatores econômicos (capabilidade e facilidade de operação) e pelos requisitos legais são condições de contorno do processo de construção e/ou seleção de uma máquina ferramenta.

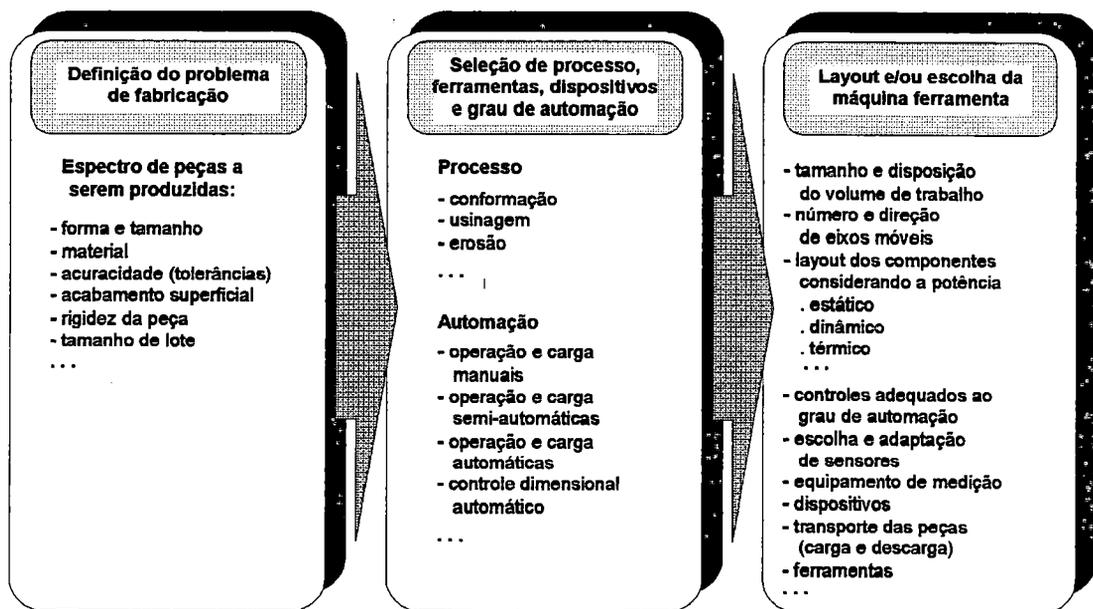


FIGURA 1.2 - Passos para desenvolvimento e/ou seleção de máquina ferramenta para processos de fabricação específicos

Os passos a serem seguidos para determinação de uma máquina ferramenta adequada a específicos processos de fabricação deve seguir os passos ilustrados na figura 1.2. Como pode ser observado, as características das peças a serem produzidas determinam o(s) processo(s) de fabricação e o grau de automação de operação, carga e descarga da máquina. De posse desses parâmetros, parte-se à definição dos seus componentes necessários e de seu posicionamento no espaço (*layout*).

Nesse ponto, a obra de KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970), voltada especificamente ao estudo da estrutura das máquinas ferramentas, tem muito a contribuir. Segundo os autores, "a estrutura de uma máquina ferramenta compõe-se de uma porção fixa (base, barramento, colunas, cabeçotes, etc.) juntamente com aquelas partes móveis que transportam consigo as peças-obra e as ferramentas de corte". Ainda segundo esses autores, o *layout* estrutural das máquinas ferramentas é determinado pelos seguintes requisitos:

- a) condições operacionais: são determinadas pelos movimentos requeridos pelos diferentes movimentos dos processos de usinagem tais como avanço e corte;
- b) capacidade de tamanho: cobre não somente o tamanho da peça obra que pode ser acomodada na máquina ferramenta, mas também as dimensões globais que podem ser atingidas pelos movimentos relativos entre ferramenta de corte e peça-obra;
- c) requisitos de desempenho: incluem requisitos de desempenho quantitativo (taxa de remoção de material, máximo diâmetro de furo que pode ser usinado, etc.) e qualitativo (tais como grau de acuracidade e acabamento superficial possíveis);
- d) eficiência técnica e econômica: as condições de posicionamento, alinhamento e orientação das diferentes partes componentes da máquina ferramenta devem satisfazer não apenas as exigências funcionais (tais como esforços forças e velocidades operacionais) mas também aquelas relacionadas com sua instalação, manutenção e controle. O transporte e a instalação do equipamento podem ser facilitados por uma adequada subdivisão da estrutura. O acesso para manutenção, especialmente às partes submetidas ao desgaste e que necessitem de cuidados periódicos, deve ser realizado com um mínimo de incômodo e num pequeno intervalo de tempo.

De maneira geral, pode-se dizer que a potência exigida e o desempenho qualitativo esperado determinam a requerida rigidez estática e dinâmica enquanto que as dimensões e a forma da peça-obra e do processo de usinagem, juntamente com as condições de operação e carga, afetam a forma e o *layout*.

A potência exigida vai transformar-se, através do processo de fabricação, em esforços na estrutura. Utilizando-se da classificação apresentada por KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970), com base nas forças atuantes na estrutura do equipamento, as exigências de rigidez podem ser divididas em quatro grupos, a cada um deles correspondendo um diferente critério para avaliação:

- a) deformações causadas pelo peso próprio: durante o movimento de partes da estrutura, a distribuição de seu peso próprio bem como do peso da peça-obra variam, variando conseqüentemente as deformações da estrutura. Segundo LIRANI (1985), essas deformações são de pequena monta e tornam-se críticas à medida que cresce o tamanho da máquina e a acuracidade exigida. O critério de avaliação é que os desvios surgidos não prejudiquem a acuracidade geométrica prescrita para a máquina ferramenta;
- b) deformações causadas pelas forças de corte: durante a operação, a força de corte varia e seu ponto de aplicação se desloca, alterando assim as deformações sofridas pela estrutura e, conseqüentemente, causa-se desvios à forma da superfície em processamento. Tal efeito pode ser diminuído pela amenização dos parâmetros do processo, gerando também uma diminuição na produtividade. O critério de avaliação é que a acuracidade requerida seja obtida na faixa de produtividade desejada;
- c) vibrações forçadas: são produzidas por forças periódicas que podem ter origem interna na própria máquina (rotação de massas desbalanceadas, irregularidades em engrenagens, etc.) ou origem externa (vibrações provenientes de equipamento localizado nas proximidades e transmitidas através da fundação) que resultam em ondulação da superfície usinada. O critério de avaliação é que essas vibrações mantenham-se dentro de limites tais que permitam a obtenção da qualidade desejada para a superfície;
- d) vibrações auto-excitadas: originadas da combinação ou interação entre o processo de remoção do cavaco (geralmente associado a altas taxas de remoção) e a estrutura da máquina ferramenta, levam o processo de usinagem a uma situação de instabilidade, onde as amplitudes de vibração

podem aumentar, levando a ferramenta a destacar-se da superfície em processamento, gerando ondulações inaceitáveis na superfície usinada e comprometendo a vida da máquina e da ferramenta. A fonte de energia para esse comportamento é o próprio processo de usinagem, razão pela qual recebem o nome de auto-excitadas. "Na usinagem dos metais, essas vibrações recebem o nome de trepidação" (KOENIGSBERGER & TLUSTY, 1970, p.115).

Conforme indicado por DAS (1981), para manter-se competitivo, o projetista de máquinas ferramentas está sempre buscando atingir altas taxas de remoção e elevada acuracidade, agregando dessa forma maior valor ao seu produto pois "o desempenho de uma máquina ferramenta é medido por sua capacidade de produzir peça-obra com a configuração física requerida, em tempo mínimo e a um pequeno custo operacional" (KOENIGSBERGER & TLUSTY, 1970, p.451).

De outro lado, dentre os requisitos técnicos com os quais o mercado vai influir na próxima geração de centros de usinagem, "a configuração estrutural (...) é absolutamente importante no seu desempenho global" (SHEPPARD & COOTE, 1994, p.30). Esses autores afirmam ainda que existe um movimento em direção ao uso de estruturas mais leves, particularmente no setor de usinagem de alumínio.

A afirmação de que "o acabamento superficial e a capacidade de corte estão relacionadas com a rigidez estática e dinâmica da estrutura" (SAKURABA, 1994, p.64) conecta intimamente as duas idéias anteriores. Portanto, o caminho em direção à sobrevivência das empresas produtoras e/ou consumidoras de máquinas ferramentas passa pela possibilidade de as mesmas fornecerem qualidade e produtividade elevadas, requisitos esses concretizados através da melhoria de parâmetros tecnológicos como aumento da velocidade de corte, da taxa de remoção de material e de melhor acabamento superficial, desafios esses que não podem ser atingidos sem um aprimoramento do comportamento estático e dinâmico da estrutura desses equipamentos.

1.3. Objetivos

O presente trabalho pretende contribuir para o estudo da estabilidade contra trepidação de máquinas ferramentas através do desenvolvimento de ferramenta computacional para avaliar o quão estável é sua estrutura contra esse tipo de vibração.

Possibilitará assim a definição de uma configuração mais adequada ainda na fase de projeto, levando a um barateamento do custo final de desenvolvimento do equipamento. Com isso em mente, três são os objetivos estratégicos propostos para este trabalho:

- a) levantar o estado da arte sobre a análise da estabilidade contra trepidação de máquinas ferramentas;
- b) implementar e validar rotinas computacionais para modelamento do amortecimento estrutural;
- c) desenvolver programa com interface gráfica amigável para estudo da resposta em frequência de estruturas, com recursos específicos para análise da estabilidade contra trepidação de máquinas ferramentas.

1.4. Conteúdo do Trabalho

O trabalho apresenta-se organizado nos seguintes capítulos:

Cap. 2 - Revisão Bibliográfica

Divide-se em duas grandes seções: na primeira apresenta-se a evolução do estudo da estabilidade contra trepidação de máquinas ferramentas, enquanto que na segunda enfoca-se de maneira particular cada um dos três grandes modelos clássicos para análise do fenômeno da trepidação.

Cap. 3 - Análise da Estabilidade contra Trepidação de Máquinas Ferramentas

Apresenta a abordagem matemática utilizada na obtenção do movimento vibratório da estrutura, na análise da estabilidade contra trepidação e na quantificação do amortecimento.

Cap. 4 - Programas Aperfeiçoados e Desenvolvidos

Descreve as rotinas computacionais resultantes deste trabalho, subdivididas em dois grandes grupos: um primeiro, relacionado com o sistema Promaf, e um segundo, ligado ao desenvolvimento do programa Freq.

Cap. 5 - Aplicações Práticas

Divide-se em três seções, cada qual abordando uma diferente aplicação das rotinas computacionais desenvolvidas: a primeira compara o os resultados oferecidos por Promaf/Freq com aqueles obtidos pelo programa Caeds; a segunda compara os resultados obtidos por Promaf/Freq com resultados experimentais de vibração em uma placa de alumínio; finalmente, a terceira realiza um exemplo de análise de estabilidade contra trepidação em um modelo simplificado de fresadora horizontal.

Cap. 6 - Conclusões e Sugestões

Apresenta as conclusões finais do trabalho bem como sugestões para futuros desenvolvimentos.

Bibliografia

Contém as fontes das referências bibliográficas utilizadas no trabalho.

Apêndice

Documenta o trabalho com informações complementares, buscando facilitar o desenvolvimento de futuras pesquisas neste mesmo campo do conhecimento.

Al
/

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. A Evolução do Estudo da Trepidação

Conforme apresentado no capítulo introdutório, as vibrações em máquinas ferramentas podem ser divididas em dois grupos: *vibrações forçadas*, produzidas por forças periódicas que podem ter origem interna na própria máquina ou origem externa, e *vibrações auto-excitadas*, as quais são originadas da combinação ou interação entre o processo de remoção do cavaco e a estrutura da máquina ferramenta, sendo que estas últimas recebem o nome de trepidação.

→ KOMANDURI (1993) relata, em excelente trabalho, artigos clássicos sobre a usinagem dos metais, dedicando uma de suas seções especificamente às vibrações no processo de usinagem. Destaca que em seu clássico artigo, TAYLOR (1907) já se referiu a problemas gerados pela vibração das ferramentas, atribuindo-a à variação da força de corte causada pelo cisalhamento periódico no processo de usinagem.

ARNOLD (1946) apresentou o primeiro artigo versando sobre o mecanismo da vibração durante a usinagem de aço. O autor analisou o problema em uma ferramenta de torno bastante flexível e atribuiu o fenômeno ao decréscimo da força de usinagem com o aumento da velocidade de corte. À medida em que a ferramenta oscilasse no sentido da velocidade de corte, a velocidade relativa ferramenta-peça diminuiria, aumentando assim a força de usinagem, conforme pode ser observado na figura 2.1.a, forçando a ferramenta a inverter seu sentido de movimento. Quando então se movimentasse no sentido contrário, a força de corte seria menor, e a situação inicial voltaria a se repetir. A cada ciclo, portanto, haveria um aumento da energia no sistema, como pode ser observado na figura 2.1.b, mantendo assim a vibração.

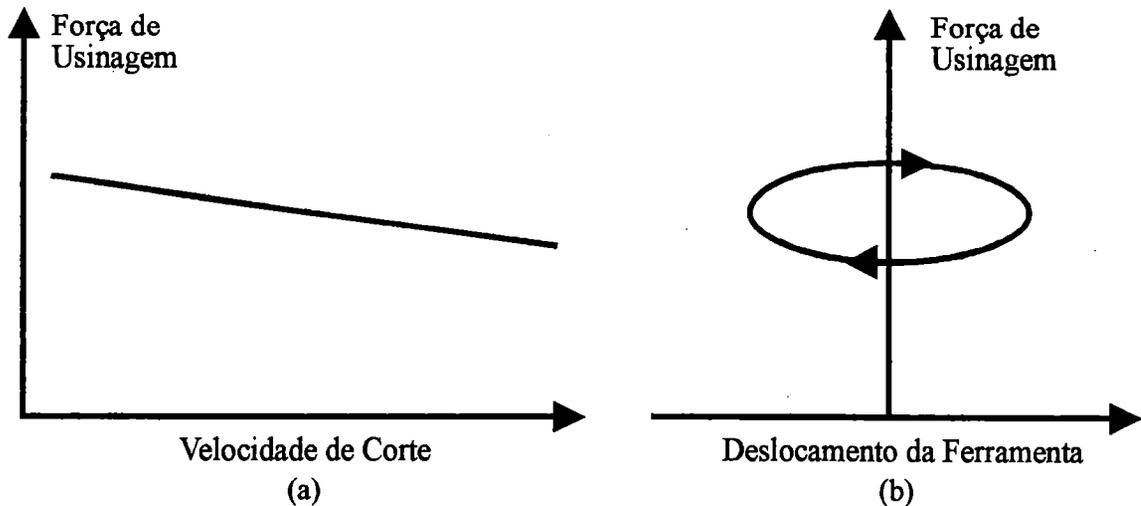


FIGURA 2.1 - Diagrama explicativo da causa da vibração auto-induzida apresentando (a) digrama força-velocidade; (b) movimento cíclico da ferramenta segundo ARNOLD (1946).

HAHN (1953) destacou que geralmente a declividade da curva força-velocidade não é suficientemente grande para explicar a vibração auto-induzida. Relatou a ocorrência de trepidação na faixa de altas velocidades de corte com curvas força-velocidade relativamente planas. Investigou a trepidação na usinagem dos metais e propôs soluções práticas para sua eliminação.

O autor propôs que o primeiro passo na análise da vibração seja determinar se a mesma é forçada ou auto-excitada. Se uma peça é usinada a várias velocidades de corte e as marcas produzidas pela trepidação são observadas, usualmente será constatado que seu comprimento de onda permanece constante ou varia proporcionalmente com a velocidade. O comprimento de onda λ relaciona-se com a velocidade de corte v e a frequência f pela relação

$$\lambda = v/f$$

Se a velocidade e o comprimento de onda são conhecidos, a frequência pode ser então obtida. Se a frequência permanece constante à medida que a velocidade de corte é variada a vibração é do tipo auto-excitada. Se a frequência é proporcional à velocidade de corte a vibração é do tipo forçada.

HAHN (1954) analisou a trepidação regenerativa (aquela que ocorre sob influência do corte anterior) em retificação interna de precisão baseando-se na proporcionalidade entre a profundidade de corte instantânea e a força dinâmica instantânea existente entre o rebolo e a peça. Mostrou ainda que se o período de

revolução da peça fosse variado poderiam haver várias regiões de estabilidade condicional separadas por regiões de instabilidade. Portanto, à medida em que as regiões de instabilidade fossem evitadas e a usinagem se processasse dentro das regiões de estabilidade, a produtividade poderia ser aumentada sem compromisso do acabamento superficial e da acuracidade.

DOI & KATO (1956) investigaram trepidação em torneamento, mais especificamente vibração auto-excitada devido à deflexão do sistema de suporte da peça. Propuseram que a vibração auto-excitada nesse caso fosse primariamente devida ao tempo de atraso da força de corte em relação ao movimento de vibração. Analisaram o processo como um sistema vibratório de um grau de liberdade com força de corte horizontal, função da profundidade de corte, possuindo um tempo de atraso constante.

Conduziram trabalho experimental muito cuidadoso utilizando técnicas óticas. Mostraram que o atraso da força é inerente ao sistema de usinagem, não resultando da vibração ocorrida. Atribuíram esse tempo de atraso à mudança do atrito à medida em que o cavaco desliza sobre a face da ferramenta.

SALJE (1956) investigou vibrações auto-excitadas em torneamento, considerando ferramenta e peça como sistemas de dois graus de liberdade cada, como pode ser visto na figura 2.2.

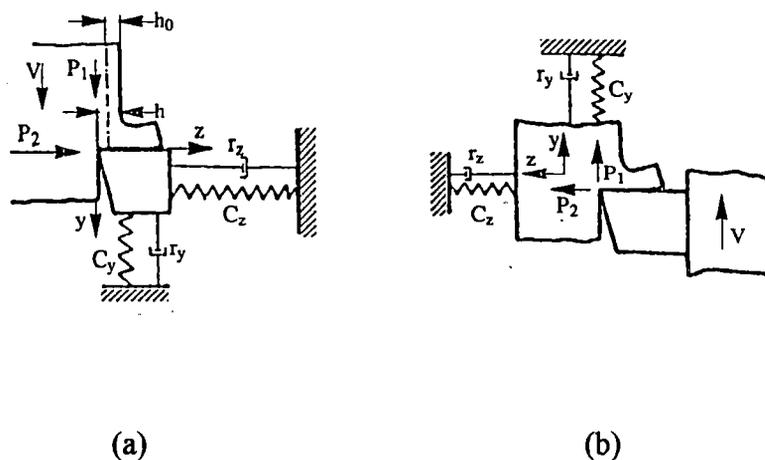


FIGURA 2.2 - Esquema dos sistemas de dois graus de liberdade representando (a) a ferramenta e (b) o suporte da peça segundo SALJE (1956)

O autor mostrou que as vibrações auto-excitadas podem ocorrer quer a declividade da curva força de corte-velocidade de corte seja positiva ou negativa. Conduziu análise matemática do sistema, resolvendo a equação diferencial do movimento em partes real e imaginária, computando amortecimento e frequências naturais. Demonstrou que a vibração da peça ou da ferramenta pode ser representada como um sistema de dois graus de liberdade.

TOBIAS & FISHWICK (1958) desenvolveram uma teoria matemática da trepidação para ferramentas de torneamento levando em consideração a variação instantânea da espessura do cavaco, o efeito de penetração e a declividade da curva força-velocidade de corte. Distinguiram dois tipos de trepidação em função de a amplitude de vibração estar na direção da velocidade de corte ou na direção perpendicular a ela. Propuseram que a força de corte dependesse não somente da profundidade de corte e da velocidade instantâneas, mas também da velocidade instantânea de avanço, levando assim ao termo dx/dt na equação diferencial do sistema vibratório. Destacaram ainda que teorias de trepidação que desprezassem esse efeito poderiam estar desconsiderando um fator de primeira importância para a estabilidade do processo de usinagem.

Apresentaram os resultados na forma de cartas de estabilidade, as quais permitiriam determinar as condições sob as quais ocorreria ou não trepidação bem como indicariam as ações a serem tomadas para sua eliminação sem a necessidade de posteriores cálculos. Uma carta de estabilidade está ilustrada na figura 2.3, onde se pode distinguir as regiões de estabilidade incondicional e condicional.

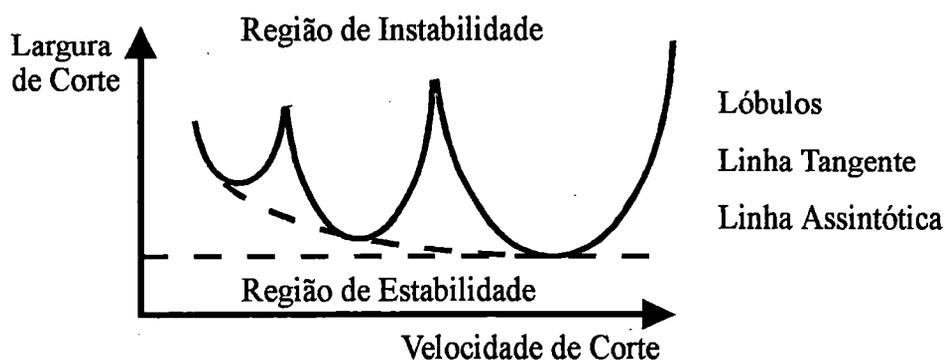


FIGURA 2.3 - Carta de estabilidade típica para uma máquina ferramenta.

HAHN (1958) destacou que se o termo de atraso $x(t-h)$ de DOI & KATO (1956) for expandido em série de Taylor vai levar ao termo dx/dt de TOBIAS & FISHWICK (1958) bem como a termos de derivada de ordem superior. Conseqüentemente, a proposição de que a força passiva (projeção da força de usinagem sobre uma perpendicular ao plano de trabalho, conforme FERRARESI (1970)) depende da velocidade instantânea de avanço é parcialmente equivalente à idéia de que a força passiva está atrasada em relação à profundidade de corte instantânea.

GURNEY & TOBIAS (1962) desenvolveram um método gráfico mais geral para análise da estabilidade, considerando o sistema vibratório como tendo mais de um grau de liberdade, ao contrário da hipótese assumida por TOBIAS & FISHWICK (1958). SWEENEY & TOBIAS (1963), por sua vez, fizeram desenvolvimento semelhante porém na forma algébrica, tornando o modelo matemático mais abrangente.

TLUSTY & POLACEK (1963) conduziram estudos sobre dinâmica de máquinas ferramentas em geral e, de maneira particular, concentraram-se sobre vibrações auto-excitadas no processo de usinagem. Seu trabalho buscou determinar a influência das características da máquina ferramenta sobre a ocorrência de vibrações auto-excitadas para obter máquinas com uma maior estabilidade e menor peso. Criticaram aqueles que consideravam a máquina ferramenta como um sistema de apenas um ou dois graus de liberdade, sendo que em seus estudos consideraram-na como um sistema com n graus de liberdade e acoplamento de modos. Em suas análises, consideraram a máquina ferramenta com, no mínimo, dois graus de liberdade em duas direções distintas, conforme pode ser visto na figura 2.4.

Os autores discutiram o modelo de ARNOLD (1946), o qual explicava a vibração auto-excitada com base no declínio da força de corte com o aumento da velocidade, e concluíram que a energia gerada dessa forma seria muito pequena quando comparada com outras fontes. Reconheceram que as mais poderosas fontes da auto-excitação são o *acoplamento de modos* e o *efeito regenerativo*, as quais não se relacionam com o mecanismo de formação do cavaco mas sim com o comportamento dinâmico da estrutura da máquina ferramenta e com a realimentação proveniente de cortes subseqüentes.

O *acoplamento de modos* pode ser ilustrado com base na figura 2.4. O sistema é assumido como amortecido, apesar de os amortecedores não aparecerem no diagrama.

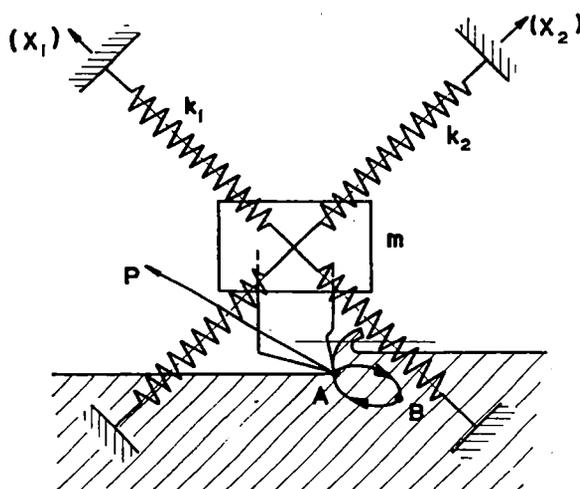


FIGURA 2.4 - representação esquemática do sistema com dois graus de liberdade ilustrando a máquina ferramenta e o movimento elíptico da aresta de corte sob trepidação segundo KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970)

A ferramenta é fixada à massa m com modos de vibrar nas direções X_1 e X_2 . Supondo que o sistema vibre com frequência ω em ambas as direções, a vibração em uma direção estará defasada em relação à vibração na outra direção, fazendo com que a massa e a aresta de corte descrevam uma trajetória elíptica. Durante a primeira metade do movimento a ferramenta move-se contra a força de corte, dissipando portanto energia do sistema vibratório. Durante a segunda metade do movimento a projeção da força de corte tem o mesmo sentido do movimento, injetando assim energia no sistema vibratório. Como a segunda metade do movimento dá-se a uma maior profundidade de corte que a primeira, haverá um acréscimo líquido de energia por ciclo, o qual pode manter a vibração auto-excitada.

O efeito regenerativo pode ser ilustrado na figura 2.5, onde Y representa a amplitude de vibração entre ferramenta e peça na direção normal à superfície de corte e Y_0 representa tal amplitude no corte anterior. Portanto, a espessura de corte será dada por $Y - Y_0$ e a força de corte será expressa por $P = -br(Y - Y_0)$. Uma variação na força de corte causa variação na espessura de corte a qual, por sua vez, causa uma variação na força e assim sucessivamente. Sendo ω a frequência de vibração e ψ a fase entre ondulações subseqüentes, essas duas grandezas se ajustam, de forma a

transmitir a máxima energia ao sistema vibratório. Essa energia pode ser suficiente para repor as perdas do sistema vibratório e manter a vibração auto-excitada.

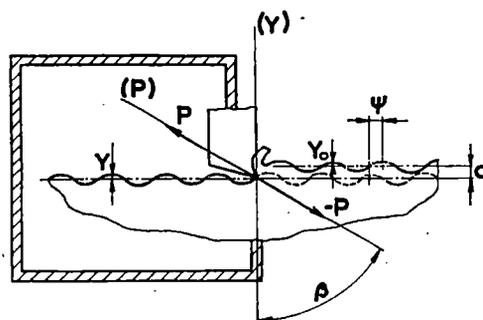


FIGURA 2.5 - Corte de superfície ondulada segundo KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970)

MERRITT (1965) desenvolveu teoria combinando trepidação auto-excitada com a estrutura da máquina, porém desconsiderando a dinâmica do processo de corte. Tal teoria representa a trepidação auto-excitada como um ciclo realimentado, o qual contém duas realimentações: uma primeira realimentação está sempre presente enquanto que a segunda pode ou não estar presente, dependendo das condições de usinagem. Através da teoria de sistemas de controle, permite também a obtenção das cartas de estabilidade. Segundo o autor, a trepidação é causada pela falta da adequada rigidez dinâmica na estrutura, o que pode ser atribuído à falta de amortecimento.

ALBRECHT (1965) investigou a dinâmica do corte ortogonal em metais. Analisou o comportamento dinâmico do processo de usinagem com base na variação da força de usinagem e da força passiva em função da variação das condições de usinagem, mais especificamente da espessura de corte e da velocidade de corte. Descreveu analiticamente a fase entre resposta da força de corte e flutuações na espessura de corte para o caso de superfície ondulada da peça. Similarmente, variações no plano de cisalhamento foram relacionadas com a instabilidade no processo de usinagem.

WALLACE & ANDREW (1966) também apresentaram análise sobre o processo dinâmico de formação do cavaco similar à de ALBRECHT (1965). Apesar de as duas análises serem aparentemente independentes, a abordagem básica apresenta algumas similaridades. Ambas consideram separadamente dois processos de usinagem dinâmicos: *wave-removing* e *wave-producing*. No processo *wave-*

producing, a ferramenta oscila na direção normal ao corte enquanto que a superfície a ser usinada é originalmente plana, conforme figura 2.6.a. No processo wave-removing, a ferramenta é suposta se deslocar em linha reta enquanto que a superfície oscila, conforme figura 2.6.b. Mostraram que o processo dinâmico de usinagem possui características que poderiam gerar componente da força de usinagem atrasada ou adiantada com relação à oscilação.

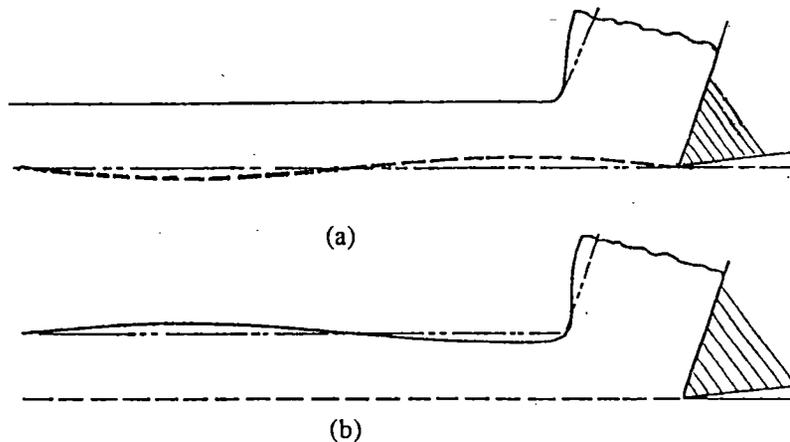


FIGURA 2.6 - Processos dinâmicos de usinagem

KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970) apresentaram o estado da arte sobre o estudo da trepidação, com ênfase no projeto estrutural de máquinas ferramentas. Juntamente com seu modelo de análise da estabilidade, avaliaram os modelos desenvolvidos por outros pesquisadores.

Segundo TLUSTY (1978), existem três aspectos que devem ser considerados no estudo da trepidação: a estrutura da máquina ferramenta, a ferramenta de corte e o processo de usinagem, conforme ilustrado na figura 2.7.

O autor concentrou-se neste último item, relatando trabalho cooperativo promovido pelo CIRP junto aos laboratórios de Vúoso, WZL e Leuven para estudo dos coeficientes dinâmicos da força de corte (DCFC), na busca de alcançar modelo matemático e dados experimentais para expressar o processo de corte. Concluiu atestando a convergência dos resultados porém destacou a necessidade de uma maior massa de dados dos DCFC's sob diferentes processos, materiais e ferramentas com vistas à sua utilização prática. Incluiu os DCFC's na formulação dos esforços de usinagem em seu modelo para análise da estabilidade.

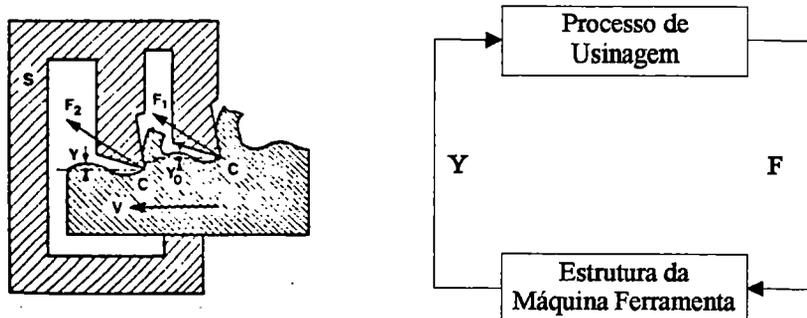


FIGURA 2.7 - Estrutura, ferramenta e processo de usinagem no ciclo da trepidação segundo TLUSTY (1978)

HOOKE & TOBIAS (1964) identificaram um novo tipo de trepidação ao qual denominaram de instabilidade de amplitude finita (finite amplitude instability). Esse fenômeno revela comportamento não linear do sistema vibratório, onde este é estável enquanto a ferramenta está sujeita a pequenas vibrações. Porém quando exposta a uma grande perturbação (o impacto de um martelo, por exemplo) o sistema torna-se instável, surgindo a trepidação, a qual só cessa após desligada a máquina. Os experimentos mostraram que tal fenômeno ocorreria toda vez que a perturbação fosse intensa o suficiente para a ferramenta abandonar a peça, o que torna-se preocupante em operações de acabamento.

SHI & TOBIAS (1984) retomaram o assunto, apontando como fonte desse comportamento a característica não linear da força de corte, não sendo necessário comportamento não linear da estrutura como estudos anteriores haviam indicado. Deduziram o limite de estabilidade com base nessa nova formulação da força de corte, chegando a uma superfície no espaço tridimensional definido pela velocidade de rotação (N), profundidade de corte (W) e amplitude de trepidação (A), conforme pode ser visto na figura 2.8. Secionando-se essa superfície no plano WN obtém-se as tradicionais cartas de estabilidade enquanto que seções no plano AW fornecem cartas expressando o comportamento não linear da instabilidade de amplitude finita.

WU & LIU (1985a) desenvolveram modelo matemático para análise da estabilidade considerando sistema vibratório com dois graus de liberdade e pequena amplitude de vibração, levando em conta o efeito de penetração da ferramenta. Deram ênfase no modelamento do processo de usinagem com vistas à previsão do comportamento dinâmico da força de corte a partir de testes de corte em regime.

WU & LIU (1985b) obtiveram expressão para o limite tangente de estabilidade. Realizaram testes para obtenção dos parâmetros do processo e, com base nesses, previram teoricamente o limite de estabilidade para outras condições de usinagem, comparando-o com novos ensaios.

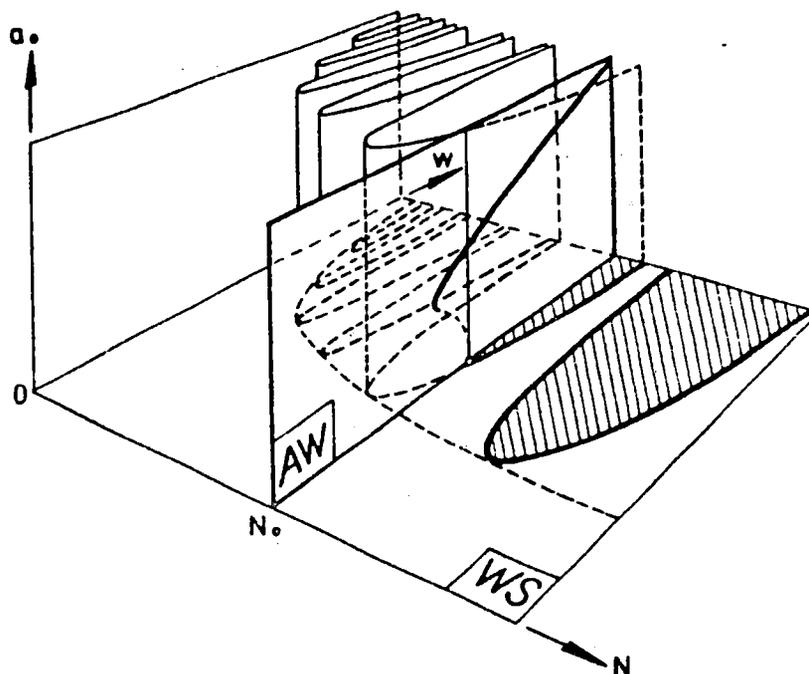


FIGURA 2.8 - Superfície de estabilidade segundo SHI & TOBIAS (1984)

ZEH-JUN & LI-JUN (1986) desenvolveram novo critério de estabilidade. A contribuição inédita reside em terem levado em conta a força de amortecimento gerada no processo de corte através do coeficiente de amortecimento da força de usinagem (k). Representaram o ciclo da trepidação através do diagrama de blocos da figura 2.9 e, com uso da teoria de sistemas de controle, à maneira aplicada por MERRITT (1965), chegaram a uma nova formulação do limite de estabilidade, da qual a expressão desenvolvida por TLUSTY & POLACEK (1963) é um caso particular (para $k = 0$).

THOMPSON (1988) avaliou a Teoria do Crescimento da Trepidação (Theory of Chatter Growth) aplicada ao torneamento, comparando resultados teóricos e experimentais. Tal teoria foi inicialmente desenvolvida para a retificação, com vistas ao desenvolvimento de sistemas de controle atuantes sobre a trepidação. Relatou como obter os parâmetros necessários para aplicação da teoria e concluiu pela sua validade.

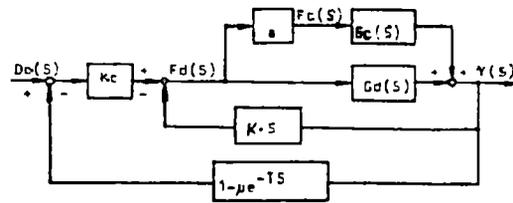


FIGURA 2.9 - Diagrama de blocos para o ciclo da trepidação segundo ZEH-JUN & LI-JUN (1986)

JULIAN et al. (1989) propuseram novo modelo para o sistema vibratório na usinagem, levando em conta o comportamento não linear devido à ferramenta deixando a peça e também ao contato entre o flanco do dente e a superfície usinada, hipóteses essas também adotadas por TLUSTY & ISMAIL (1983). Mostraram que sua abordagem está em conformidade com o modelo linear pois, impondo-se a condição de que a ferramenta não abandona a peça, chega-se à expressão obtida por ZEH-JUN & LI-JUN (1986).

YANG et al. (1989) estudaram a influência dos parâmetros de usinagem sobre o comportamento dinâmico do processo de usinagem e sobre a carta de estabilidade. Observaram que a velocidade de corte é o parâmetro mais significativo, sendo difícil equacionar sua influência. Propuseram nova forma tridimensional para a carta de estabilidade para levar em conta essa influência.

LIN (1990) desenvolveu modelo linear de um grau de liberdade para representar o sistema vibratório da máquina ferramenta. Obtida a equação característica, deduziu a expressão do limite de estabilidade com base na localização das raízes. A ênfase do trabalho residiu em utilizar o modelo para o estudo da influência dos seguintes fatores sobre o limite de estabilidade: coeficiente da força de corte, tempo entre dois cortes subsequentes, razão de amortecimento e frequência natural.

SHIN (1992) estudou a influência dos rolamentos de esferas de contato angular sobre a estabilidade da máquina ferramenta. Mostrou que a rigidez de rolamento decai com o aumento da velocidade, variando assim o valor da frequência natural e deslocando as regiões de estabilidade. Construiu cartas de estabilidade levando esse efeito em consideração, conforme ilustrado na figura 2.10, e ressaltou

sua importância quando se deseja tirar proveito da região de estabilidade localizada entre lóbulos.

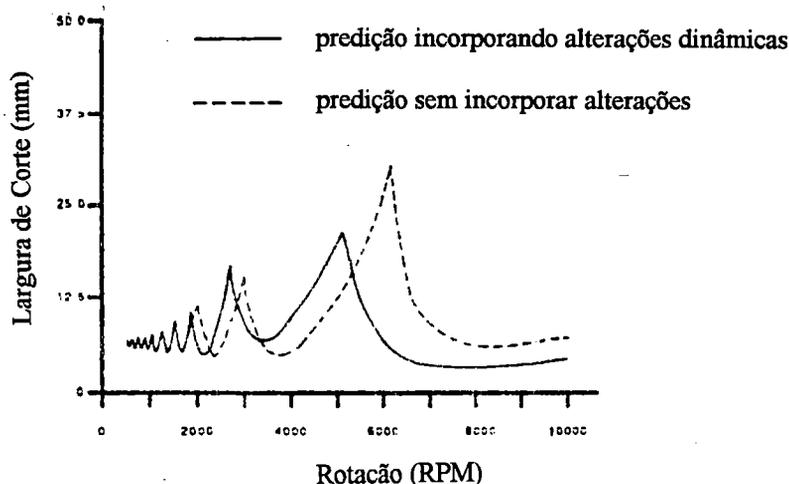


FIGURA 2.10 - Cartas de estabilidade considerando variação de propriedades dos rolamentos segundo SHIN (1992)

Segundo MINIS & YANUSHEVSKY (1993), a maioria dos estudos sobre trepidação concentraram-se sobre o torneamento, o qual pode ser analisado com técnicas já consagradas da teoria de sistemas de controle, à maneira como foi feito por MERRITT (1965). Entretanto isso não é verdadeiro para o fresamento, onde o movimento da ferramenta gera modelo matemático dependente do tempo, o que impede a aplicação direta da teoria desenvolvida para trepidação em torneamento.

Essa característica foi discutida por TLUSTY & ISMAIL (1983), os quais utilizaram-se da simulação do fresamento no domínio do tempo para estudar o aparecimento da trepidação. TLUSTY (1986) aplicou esses conceitos ao fresamento com altas velocidades.

SRIDHAR¹ et al. apud MINIS & YANUSHEVSKY (1993) desenvolveram modelo geral do fresamento para cortador com dente reto, assumindo três hipóteses

¹SRIDHAR, R.; HOHN, R.E.; LONG, G.W. A general formulation of the milling process equation. Contribution to machine tool chatter research - 5. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.90, p.317-324, 1968 apud MINIS, I.; YANUSHEVSKY, R. A new theoretical approach for the

básicas: a relação entre a força de corte a espessura do cavaco é representada por uma simples constante de proporcionalidade; em cada dente, o ângulo entre a força de corte e a linha que liga o centro do cortador e o topo do dente é constante; o efeito regenerativo em cada dente deve-se à superfície cortada pelo dente imediatamente anterior.

MINIS & YANUSHEVSKY (1993) desenvolveram nova abordagem para previsão da trepidação no fresamento, aplicando a teoria de sistemas de controle, não assumindo as hipóteses limitantes citadas. Tal método utiliza o critério de estabilidade de Nyquist, funções transferência paramétricas e pode ser usado para prever a estabilidade numa configuração genérica do processo, um vez que leva em conta sua inerente periodicidade e o efeito regenerativo. Os autores validam o método com base na sua aplicação a um exemplo teórico e a um exemplo real de fresamento. MINIS & TEMBO (1993) verificam experimentalmente o método, aplicando-o ao torneamento

Segundo TANSEL (1993), as abordagens convencionais para o estudo da trepidação percorrem dois passos: no primeiro, determinam as características dinâmicas da estrutura da máquina ferramenta e do processo; no segundo, constroem o diagrama de blocos do sistema e, com base nele, obtém a largura limite de corte. As características dinâmicas podem ser obtidas analítica ou experimentalmente, sendo que os métodos experimentais são usualmente mais confiáveis. Os métodos experimentais podem partir de ensaios estáticos ou dinâmicos, sendo os últimos os mais confiáveis. Dentre os ensaios dinâmicos, pode-se utilizar excitações convencionais (resposta em frequência, ensaio de impacto) ou partir do próprio processo de usinagem, sendo que os primeiros não representam o comportamento do sistema sob usinagem e os últimos, por sua vez, são requerem grande elaboração.

O método apresentado por TANSEL (1993) analisa o processo de torneamento tridimensionalmente com base nas quatro funções transferência que relacionam os movimentos da peça na direção do avanço e na direção do movimento de profundidade com o movimento da ferramenta na direção do avanço. A cada uma dessas funções transferência denomina de função transferência unificada (unified transfer function - UTF). Assumindo a hipótese de torneamento de barra esbelta, apenas duas UTF's são necessárias. O autor validou o procedimento através de

ensaios automatizados para previsão da largura limite de corte, destacando ainda sua utilidade na avaliação do desempenho de tornos.

BARADIE (1993) estudou a estabilidade com abordagem estatística. Utilizou os coeficientes do processo de usinagem de NIGM et al. (1977) e a receptância da estrutura, equacionando-os juntamente com seus respectivos limites de confiabilidade. Com base nesses valores e a partir de dados provenientes de ensaios de corte, construiu cartas de estabilidade estatísticas, revelando que o limite de estabilidade possui variação de $\pm 29,5\%$ para confiabilidade de 99% dos coeficientes do processo enquanto que varia apenas $\pm 4,5\%$ para igual confiabilidade na receptância da estrutura. Concluiu ser necessário maior aprofundamento na representação matemática do processo de usinagem para a obtenção de uma confiável carta de estabilidade.

Algumas publicações concentraram-se em aspectos bastante específicos do tema trepidação, razão pela qual estão agrupadas a seguir.

2.1.1. Trepidação no processo de retificação

A trepidação no processo de retificação foi inicialmente tratada como uma extensão do torneamento, o qual possui uma única fonte de efeito regenerativo: a peça. Tal teoria pode ser encontrada, por exemplo, em HAHN (1954) e baseava-se no fato de que o desgaste do rebolo seria tão pequeno que não influenciaria o processo regenerativo.

SNOEYS & WANG (1968) apresentaram um sistema de equações que levava em conta os efeitos regenerativos provenientes do rebolo e da peça. Com base numa modificação dessas equações, THOMPSON (1974) desenvolve sua teoria sobre a estabilidade duplamente regenerativa (*doubly regenerative stability*). THOMPSON (1977) desenvolveu uma representação matemática para retificação plana e mostrou que o modelo de HAHN (1954) é um caso particular de seu modelo.

MATSUBARA et al. (1986) concentraram-se no efeito regenerativo produzido pela peça e estudaram o efeito das variáveis do processo de retificação sobre a estabilidade.

THOMPSON (1986a) afirmou não ser suficiente o conhecimento do limite de estabilidade para a retificação, uma vez que esse processo de usinagem é inerentemente instável, tornando-se necessário saber o que acontece após o início da trepidação e a partir de qual condição esse fenômeno se torna insuportável. Com essa

finalidade, assumiu que a intensidade da força de corte pode variar exponencialmente com o tempo e denominou essa abordagem de Teoria do Crescimento da Trepidação (Theory of Chatter Growth). THOMPSON (1986b) fez um estudo de casos com a aplicação dessa nova formulação e comparou com resultados obtidos por seu modelo anterior. Destacou que o novo equacionamento permite ajustar a velocidade do rebolo para otimizar o tempo de retificação e também estabelecer intervalos para dressagem.

EL-WARDANI et al. (1987) desenvolveram modelo matemático para representar a instabilidade da retificação levando em conta o efeito regenerativo da peça e da ferramenta. Além de predizerem a instabilidade no processo, determinaram a taxa de crescimento da trepidação.

THOMPSON (1992) retomou suas publicações anteriores com o objetivo de aplicar os conceitos a condições de trabalho mais reais. Considerou, especificamente, velocidades de corte usuais e levou em conta a rigidez de contato na região de corte, comprovando seu efeito estabilizante.

2.1.2. Simulação da trepidação no domínio do tempo

TLUSTY & ISMAIL (1981) chamaram de não linearidade básica do processo de usinagem o fato de a amplitude de vibração da ferramenta não crescer indefinidamente, mas estabilizar-se em um valor finito. Isto deve-se ao fato de que, uma vez atingida amplitude suficientemente grande, a ferramenta abandona a peça e a força de corte vai a zero, eliminando a realimentação do sistema. Os autores apresentaram nova ferramenta para análise da estabilidade de máquinas ferramentas: a simulação da trepidação no domínio do tempo, levando em conta a não linearidade básica do processo de usinagem e a variação da orientação direcional do corte no fresamento.

O modelo utilizado para equacionamento pode ser visto na figura 2.11, para corte contínuo (torneamento) e corte interrompido (fresamento). Aplicado ao torneamento, tal método não revelou novas conclusões porém, quando aplicado ao fresamento, revelou que a previsão da largura limite de corte pode ser de duas a três vezes menor que aquela obtida considerando-se direção e intensidade médias para a força de corte, o que era praticado até então.

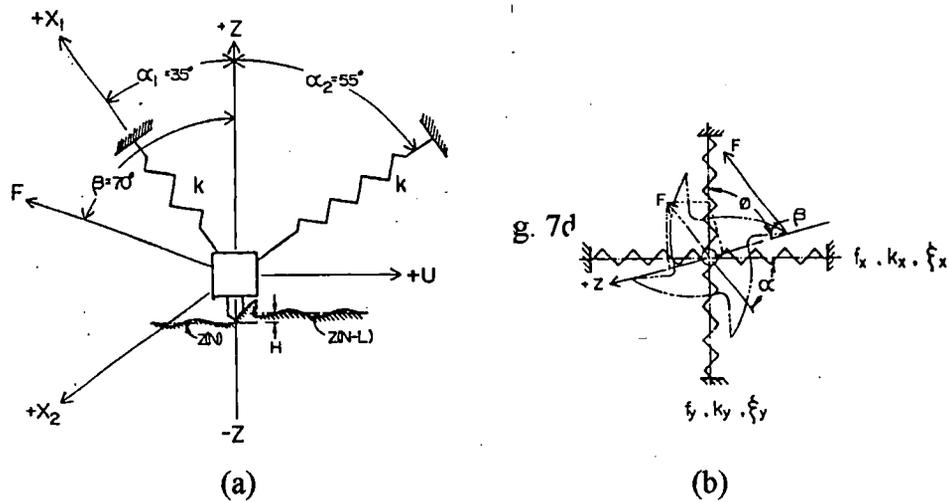


FIGURA 2.11 - Modelos para simulação de vibração no domínio do tempo para (a) corte contínuo e (b) corte interrompido segundo TLUSTY & ISMAIL (1981)

Exemplos de resultados obtidos com a simulação podem ser vistos na figura 2.12, para processo de fresamento cujo sistema vibratório possui largura limite de corte $b_{lim} = 0,7mm$. Na parte (a) da figura observa-se vibrações nas direções x e y para corte estável ($b = 0,6mm$) enquanto que na parte (b) observa-se surgimento da trepidação ($b = 1,2mm$).

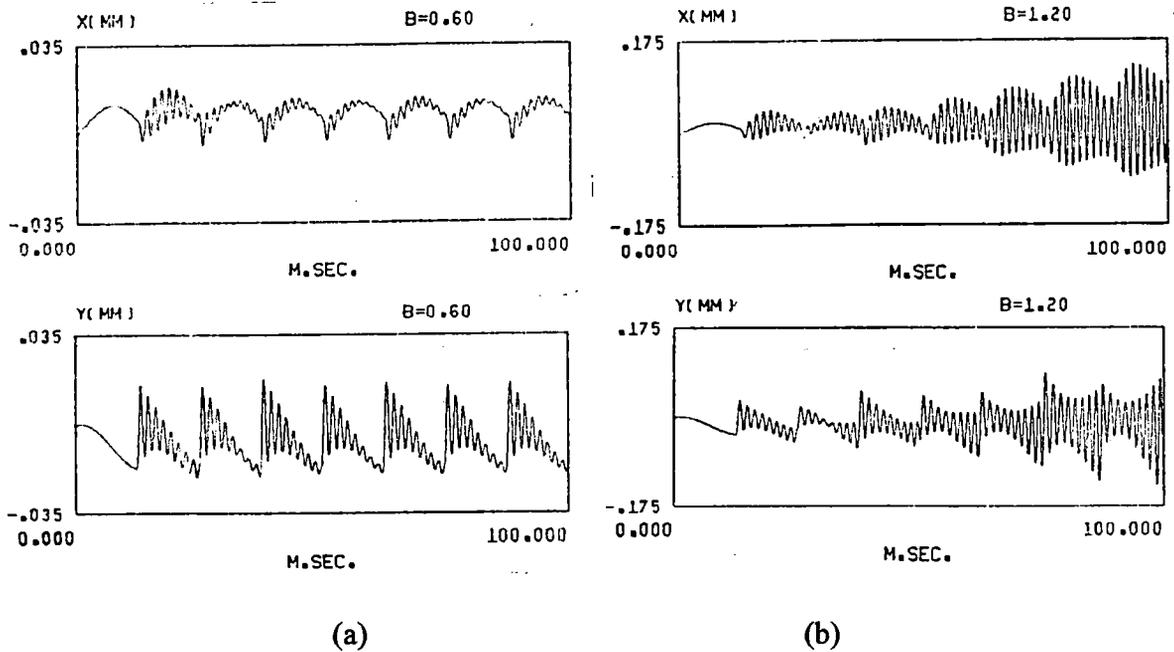


FIGURA 2.12 - Vibrações obtidas através de simulação no domínio do tempo segundo TLUSTY & ISMAIL (1981)

TLUSTY & ISMAIL (1983) descreveram em maior detalhe a formulação da simulação no domínio do tempo e apresentaram resultados provenientes de ensaios de usinagem que validam o programa. Apresentaram a origem do amortecimento no processo de corte, atribuindo-o à interferência do flanco do dente da ferramenta com a ondulação da peça. Tal efeito torna-se tanto mais significativo quanto menor for a velocidade de corte e maior a frequência da vibração pois dessa forma ter-se-á ondulações mais curtas e, portanto, com maior inclinação.

TLUSTY et al. (1983) também apresentaram resultados para validação do programa e o empregaram no processo de fresamento com o intuito de aumentar o conhecimento sobre os lóbulos de estabilidade e sobre ferramentas com passo irregular. Confirmaram a performance superior dos cortadores com passo irregular e atestaram que o ganho de estabilidade na região de estabilidade condicional não é tão significativo quanto se pensava até então.

TLUSTY (1986) aplicou os conceitos da simulação no domínio do tempo ao fresamento com altas velocidades de corte (500m/min para fresamento tangencial e 2000m/min para fresamento de topo) revelando que nessas condições o amortecimento proveniente do processo de usinagem é ausente. Para que sejam atingidos comprimentos de corte da ordem dos empregados na usinagem com velocidades usuais, revelou ser necessário um grande acréscimo na rigidez dos mancais ou, alternativamente, tirar proveito da região de estabilidade condicional, o que demanda a existência de um modelamento confiável dessa região.

ISMAIL & BASTAMI (1986) apresentaram nova abordagem para aumento da estabilidade no fresamento de topo com ferramenta esbelta. Ao invés de se concentrar no efeito regenerativo, atacaram o acoplamento de modos através da redução da rigidez do cortador em um dos modos de vibrar, demonstrando a validade do procedimento com o auxílio de ensaios de usinagem e simulação no domínio do tempo.

OTA et al. (1987) desenvolveram equação do movimento e aparato experimental para avaliar o deslocamento da peça durante torneamento, considerando dois graus de liberdade. Apresentaram o desenvolvimento da trepidação, volta a volta, causada por pequena variação na força de usinagem e também por impacto de martelo.

JEMIELNIAK & WIDOTA (1989a) desenvolveram programa para simular vibrações auto-excitadas em sistema com um grau de liberdade aplicável ao processo de torneamento. Os autores levaram em conta as não linearidades devidas à

ferramenta abandonando a peça e à interferência entre o flanco do dente e a superfície usinada. JEMIELNIAK & WIDOTA (1989b) utilizaram o método para investigar a razão das quedas repetidas na amplitude de trepidação, uma vez que os estudos convencionais consideravam a trepidação como tendo frequência constante, concluindo que tal fato deve-se à colisão entre a vibração produzida pelo corte anterior e a vibração propriamente dita.

SMITH & TLUSTY (1991) desenvolveram uma revisão sobre modelamento e simulação do processo de fresamento, classificando-os com base no método de cálculo da força de corte e na forma como consideram o efeito retroativo da deformação da ferramenta sobre a força de corte. Concluíram indicando as vantagens do modelo de força regenerativa com deflexão dinâmica, utilizado em TLUSTY & ISMAIL (1983), onde a força de corte é calculada considerando o avanço por dente, a deflexão do cortador e a superfície que foi usinada pelo dente anterior.

2.1.3. Otimização estrutural com relação à trepidação

YOSHIMURA (1977) propôs método para otimizar estrutura de máquina ferramenta com relação à trepidação. O princípio fundamental reside em identificar qual o modo de vibrar com maior flexibilidade e melhorar nele a distribuição de energia de deformação. A execução sucessiva desse procedimento identifica e ataca os pontos críticos da estrutura, resultando em um melhor comportamento.

REDDY & RAO (1978) desenvolveram metodologia para otimizar o desempenho de máquinas ferramentas com relação à trepidação utilizando-se de modelos de elementos finitos e do critério de estabilidade de TLUSTY & POLACEK (1963).

YOSHIMURA (1980) propôs método para otimização estrutural de máquinas ferramentas visando melhor posicionamento e distribuição de frequências naturais. YOSHIMURA (1984) desenvolveu análise da sensibilidade em máquinas ferramentas visando avaliar a influências de parâmetros de projeto sobre a resposta em frequência da estrutura. Identificou coeficientes de sensibilidade e funções de avaliação, aplicando ao exemplo simplificado de um torno.

YOSHIMURA (1986), juntamente com YOSHIMURA (1977), apresentou um dos poucos trabalhos voltados à avaliação do desempenho da máquina ferramenta com relação trepidação ainda na fase de projeto.

O autor reconheceu a existência de parâmetros que podem ser obtidos com precisão relativamente boa nessa fase, como por exemplo as frequências naturais, as flexibilidades modais e a flexibilidade estática. Existem, entretanto, parâmetros que não oferecem tal facilidade, como por exemplo a razão de amortecimento e a receptância, os quais dependem de fatores incertos como contato, viscosidade do óleo, etc. Para tais parâmetros, a abordagem do autor propôs a adoção de valores mínimos, coerentes com a experimentação. A razão de amortecimento para máquinas ferramentas, por exemplo, varia entre 0,01 e 0,1. Deve-se adotar, portanto, o valor 0,01 por ser a situação mais crítica. A partir dos valores adotados, seleciona-se quais os modos de vibrar a serem levados em conta e desenvolve-se a análise do comportamento da estrutura.

2.2. Os Modelos Clássicos

Em todas as publicações tratando sobre o tema trepidação, os modelos matemáticos desenvolvidos por TOBIAS & FISHWICK (1958), TLUSTY & POLACEK (1963) e MERRITT (1965) são referenciados e utilizados como base, razão pela qual podemos considerá-los como modelos clássicos nesse campo do conhecimento. O presente trabalho não foge a essa regra. Basear-se-á neles para o desenvolvimento do modelo matemático de análise das vibrações em máquinas ferramentas, razão pela qual torna-se oportuno um estudo mais detalhado desses três pilares.

2.2.1. O Modelo de Tobias

Em TOBIAS (1972), a trepidação é definida como uma vibração violenta relativa entre a peça e a ferramenta, a qual acompanha de perto a usinagem dos metais. A característica mais importante desse fenômeno reside no fato de o mesmo ser gerado e mantido pelo próprio processo vibratório (processo dinâmico de corte), conforme apresentado por ARNOLD (1946), e não por forças periódicas exteriores, o que o caracteriza como uma vibração do tipo auto-induzida.

Segundo o autor, do ponto de vista prático, a trepidação em si não tem interesse algum, sendo que a questão importante reside em como ela pode ser evitada. Por essa razão não se estuda o caso em que a trepidação está ocorrendo, e sim as condições que levam a ela, isto é, a condição de limite de estabilidade. Com isto em

mente, a investigação teórica da trepidação pode ser desenvolvida através dos seguintes passos:

- (i) supõe-se que o processo de corte, em regime estável, tenha sido perturbado por uma vibração relativa x entre a peça e a ferramenta, e que tem a direção de um modo natural de vibrar;
- (ii) encontra-se a influência da vibração x sobre o processo de usinagem e determina-se o diferencial de força dPx ;
- (iii) a partir de dPx , determina-se o amortecimento equivalente do processo dinâmico de corte e soma-se àquele da estrutura;
- (iv) as condições de usinagem sob as quais o amortecimento total seja negativo são instáveis e causarão trepidação.

A rigor, esse procedimento deveria ser percorrido para todos os modos de vibrar da máquina ferramenta, porém na prática nota-se que somente uns poucos modos (os primeiros) são necessários. A seguir, percorre-se cada um desses passos, apresentando-se as correspondentes equações.

2.2.1.1. Perturbação sobre o sistema vibratório

Adota-se que o sistema sofra uma perturbação da forma:

$$x = Ae^{\alpha} \cos \omega t \quad (2.1)$$

2.2.1.2. Determinação do diferencial de força dPx em função da vibração x

Sob condições estáveis, a variação da força de corte é definida por

$$dP_0 = k_a da_0 + k_v dv_0 = k_a da_0 + k_\Omega d\Omega \quad (2.2)$$

onde:

$$k_a = \left(\frac{dP_0}{da} \right)_{dv=0} \quad \text{coeficiente de avanço (N/mm)}$$

$$k_\Omega = \left(\frac{\partial P_0}{\partial \Omega} \right)_{da=0} \quad \text{coeficiente da velocidade angular (N.s)}$$

a_0	avanço por volta (mm)
v_0	velocidade de corte (m/s)
Ω	velocidade angular da ferramenta ou peça (rad/s)

Entretanto, sob condições dinâmicas a força de corte é expressa por:

$$dP = k_1 da + k_2 dv_a + k_3 d\Omega \quad (2.3)$$

onde:

v_a velocidade de avanço (mm/s)

$$k_1 = \left(\frac{\partial P}{\partial a} \right)_{dv_a = d\Omega = 0}$$

$$k_2 = \left(\frac{\partial P}{\partial v_a} \right)_{da = d\Omega = 0}$$

$$k_3 = \left(\frac{\partial P}{\partial \Omega} \right)_{da = dv_a = 0}$$

No caso de corte estável a velocidade de avanço não é considerada por ser uma grandeza dependente das demais através da relação:

$$v_a = a \frac{\Omega}{2\pi} \quad (2.4)$$

Porém, sob condições dinâmicas a espessura do cavaco pode variar independentemente da velocidade de avanço.

Os coeficientes k_1, k_2 e k_3 são coeficientes sob condições dinâmicas e que, por isso, só podem ser determinados mediante experiências sob regime dinâmico de usinagem. Entretanto esses coeficientes estão relacionados com aqueles da eq.(2.2) e, portanto, a eq.(2.3) pode ser reescrita na seguinte forma, a qual contém um único coeficiente dinâmico:

$$dP = k_1 da + (k_a - k_1) \frac{2\pi}{\Omega} dv_a + \left[k_\Omega - (k_a - k_1) \frac{a_0}{\Omega} \right] d\Omega \quad (2.5)$$

onde::

k_1 : coeficiente de espessura do cavaco (N/mm)

$k_a - k_1 = K$: coeficiente de penetração (N/mm)

$k_\Omega - (k_a - k_1) \frac{a_0}{\Omega}$: coeficiente da velocidade de corte (N/s²)

Se, no processo de usinagem, a ferramenta possuir z arestas, das quais z_c ativas, a eq.(2.5) é reescrita da seguinte forma:

$$dP = \frac{z_c}{z} k_1 da + \frac{z_c}{z} K \frac{2\pi}{\Omega} dv_a + \left(z_c k_\Omega - \frac{z_c}{z} K \frac{a_0}{\Omega} \right) d\Omega \quad (2.6)$$

Como se pode observar, sob condições dinâmicas, há três parâmetros que podem variar independentemente um do outro, gerando variação na força de corte: a espessura do cavaco, a velocidade de penetração e a velocidade de corte. Portanto, as causas da trepidação poderiam ser divididas em três grupos, cada um associado a um desses fatores

Deve-se destacar ainda que as equações (2.5) e (2.6) somente se aplicam para sistemas com um único grau de liberdade, e nos quais ocorram pequenas variações da espessura do cavaco, da velocidade de penetração e da velocidade de corte. Apesar de a máquina ferramenta possuir infinitos graus de liberdade, adotando-se a hipótese de que as frequências naturais não estão próximas, pode-se assumir que ela compõe-se de um número finito de sistemas de um grau de liberdade com massa, rigidez e amortecimento equivalentes.

Torna-se possível agora estabelecer uma teoria geral da trepidação, aplicável a um certo número de processos de usinagem. Para tanto, a trepidação será dividida em dois tipos.

a) Trepidação tipo A

Ocorre quando as amplitudes x estão no plano perpendicular à velocidade de corte, independentemente de as amplitudes terem a mesma direção do avanço ou serem perpendiculares a ele. Tal tipo de trepidação está ilustrado na figura 2.13, e ocorre nos processos de furação, fresamento de face e certos tipos de torneamento e retificação.

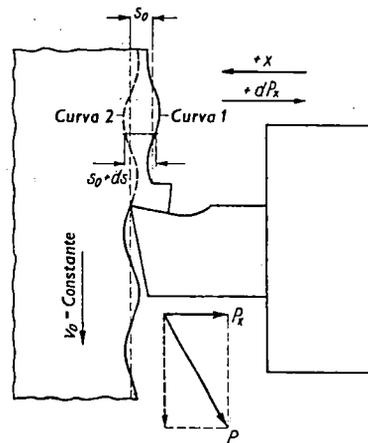


FIGURA 2.13 - Trepidação tipo A

Assume-se que a velocidade de corte não se altera, isto é, $d\Omega=0$. Embora o autor reconheça que isso pode não ser verdadeiro durante o processo de usinagem, justifica tal hipótese pela concordância entre resultados teóricos e experimentais.

A variação da espessura do cavaco é dada pela expressão:

$$\frac{1}{z} da = x(t) - x\left(t - \frac{T}{z}\right) \quad (2.7)$$

O diferencial de força será então obtido por:

$$dP_x = z_c k_1 \left[x(t) - \mu x\left(t - \frac{T}{z}\right) \right] + \frac{z_c}{z} K \frac{2\pi}{\Omega} \frac{dx}{dt} \quad (2.8)$$

onde μ é o chamado fator de recobrimento e representa o quanto o corte de uma aresta se sobrepõe à superfície usinada durante o corte da aresta anterior. Por exemplo, $\mu=1$ para furação e fresamento de topo; $0 \leq \mu \leq 1$ para torneamento e retificação; $\mu=0$ durante a primeira $1/z$ parte da rotação da peça ou da ferramenta se a superfície não houver sido usinada, isto é, se não houver ondulação produzida por uma operação de corte anterior.

b) Trepidação tipo B

Ocorre quando as amplitudes x possuem componente na direção da velocidade de corte. Tal tipo de trepidação está ilustrada na figura 2.14, e ocorre em tipos específicos de torneamento e retificação.

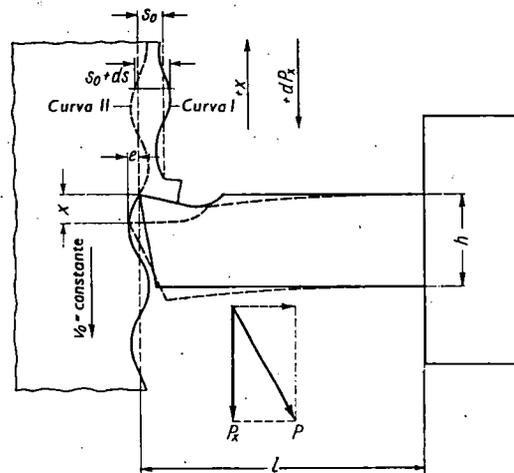


FIGURA 2.14 - Trepidação tipo B

Conforme ilustrado nessa mesma figura, o deslocamento horizontal "e" produzido pela flexão x da aresta de corte pode ser obtida por:

$$v = \frac{e}{x} \quad (2.9)$$

onde:

v : coeficiente de deslocamento, para o qual se adota a convenção:

$v < 0 \Rightarrow$ aresta se move em direção à peça, conforme ilustrado na fig. 2.14

$v > 0 \Rightarrow$ aresta de corte se afasta da peça

Portanto, a variação da velocidade de penetração da aresta de corte será levada em consideração através da expressão:

$$dr = \frac{de}{dt} = v \frac{dx}{dt} \quad (2.10)$$

A variação da espessura do cavaco é dada pela expressão

$$\frac{1}{z} da = v \left[x(t) - \mu x \left(t - \frac{T}{z} \right) \right] \quad (2.11)$$

O diferencial de força para este tipo de trepidação será então obtido substituindo-se as expressões (2.10) e (2.11) na equação (2.6).

Pode-se, entretanto, obter uma única expressão para o diferencial de força, o qual se aplique aos dois tipos de trepidação apresentados, através da seguinte equação:

$$dP_x = z_c k_1^* \left[x(t) - \mu x \left(t - \frac{T}{z} \right) \right] + z_c \left(\frac{k_\Omega}{R} - K^* \frac{2\pi}{z\Omega} \right) \frac{dx}{dt} \quad (2.12)$$

onde R é o raio da peça e os coeficientes unificados k_1^* e K^* são dados pela tabela 2.1.

TABELA 2.1 - Coeficientes unificados para a eq. (2.12)

Tipo de Trepidação	k_1^*	K^*	k_Ω
A	k_1	K	0
B	νk_1	$K \left(\nu - \frac{a_0}{2\pi R} \right)$	k_Ω

2.2.1.3. Determinação do amortecimento equivalente do processo de usinagem

Substituindo-se a eq. (2.1) na eq. (2.12) chega-se à equação de movimento do sistema:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + A_1 \frac{dx}{dt} + A_2 x = 0 \quad (2.13)$$

onde:

$$A_1 = \omega_n^2 \left(\frac{1}{Q\omega_n} + z_c \frac{k_1^*}{k} F_2 + z_c \frac{K^*}{k} \frac{2\pi}{z\Omega} + z_c \frac{k_\Omega}{k} \frac{1}{R} \right)$$

$$A_2 = \omega_n^2 \left(1 + z_c \frac{k_1^*}{k} F_1 \right)$$

$$F_1 = 1 - \mu e^{-\frac{2\pi\delta}{z\Omega}} \left(\cos \frac{2\pi\omega}{z\Omega} + \frac{\delta}{\omega} \operatorname{sen} \frac{2\pi\omega}{z\Omega} \right)$$

$$F_2 = \frac{\mu}{\omega} e^{-\frac{2\pi\delta}{z\Omega}} \operatorname{sen} \frac{2\pi\omega}{z\Omega}$$

$$Q = \frac{k}{c\omega_n} : \text{fator de amplificação}$$

ω_n : frequência natural do sistema

k : rigidez estática equivalente do sistema

c : amortecimento equivalente do sistema

ω : frequência de trepidação

Conforme pode-se extrair da eq. (2.1), a estabilidade dos sistema é determinada pelas seguintes condições:

$\delta < 0 \Rightarrow$ sistema estável (amplitude de vibração diminui com o tempo)

$\delta > 0 \Rightarrow$ sistema instável (amplitude de vibração aumenta com o tempo)

Segundo apresentado pelo autor, valem as relações

$$\begin{cases} -2\delta = A_1 \\ \omega^2 = A_2 \end{cases} \quad (2.14)$$

2.2.1.4. Estudo das condições de estabilidade

Conforme exposto, a condição limite de estabilidade será dada por:

$$\delta = 0 \quad (2.15)$$

Impondo-se a eq. (2.15) à eq. (2.14) chega-se a

$$\begin{cases} \frac{1}{Q_e} + z_c \mu \frac{k_1^* \omega_n}{k \omega} \operatorname{sen} \frac{2\pi\omega}{z\Omega} + z_c \frac{K^*}{k} \frac{2\pi\omega_n}{z\Omega} + z_c \frac{k_\Omega \omega_n}{k R} = 0 \\ \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 = 1 + z_c \frac{k_1^*}{k} \left(1 - \mu \cos \frac{2\pi\omega}{z\Omega} \right) \end{cases} \quad (2.16)$$

onde Q_e : é o fator de amplificação efetivo. Leva em conta o amortecimento da máquina ferramenta e do processo.

As expressões acima são de natureza transcendental, o que as torna muito difíceis de serem utilizadas na prática. Por essa razão o emprego de sua representação gráfica é mais difundido, sendo que tais curvas recebem o nome de diagramas de estabilidade.

Pode-se demonstrar que, para cada velocidade, existe um fator de amplificação mínimo Q_m tal que para qualquer $Q_e < Q_m$ o sistema é estável. Q_m é dado pela expressão:

$$Q_m = \frac{I}{\sqrt{2 \left[1 + z_c \frac{k_1^*}{k} - \sqrt{1 + 2z_c \frac{k_1^*}{k} + z_c^2 \frac{k_1^{*2}}{k^2} (1 - \mu^2)} \right]} - 2\pi z_c \frac{K^*}{k} \frac{f_n}{zN}} \quad (2.17)$$

onde:

f_n : frequência natural (Hz)

N : velocidade de rotação (rpm)

A curva $Q_m \left(\frac{zN}{f_n} \right)$ está representada na figura 2.15, na qual nota-se que a

forma da envoltória depende do sinal de K^* . Essa curva divide o diagrama de estabilidade em duas regiões: região de estabilidade incondicional ($Q_e < Q_m$), na qual o processo estará sempre livre de trepidação, e região de estabilidade condicional ($Q_e > Q_m$), na qual o processo poderá transcorrer na presença ou ausência de trepidação, conforme será esclarecido a seguir.

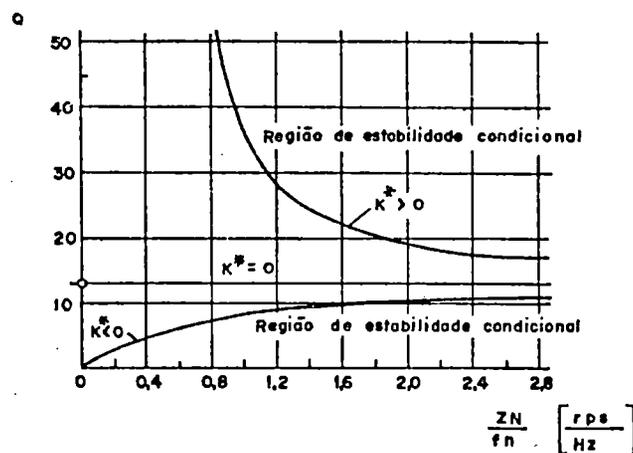


FIGURA 2.15 - Envoltórias do diagrama de estabilidade

Na figura 2.16 observa-se o diagrama de estabilidade para $k_1^* > 0$ e $K^* = 0$. Nota-se que é composto por lóbulos que ocupam a região de estabilidade condicional, cujos pontos de mínimo pertencem à curva representada na figura anterior. As condições de usinagem que levem o sistema vibratório a um ponto interno aos lóbulos do diagrama representam usinagem sem trepidação, enquanto que aquelas que conduzam a pontos externos aos lóbulos levarão à usinagem com trepidação.

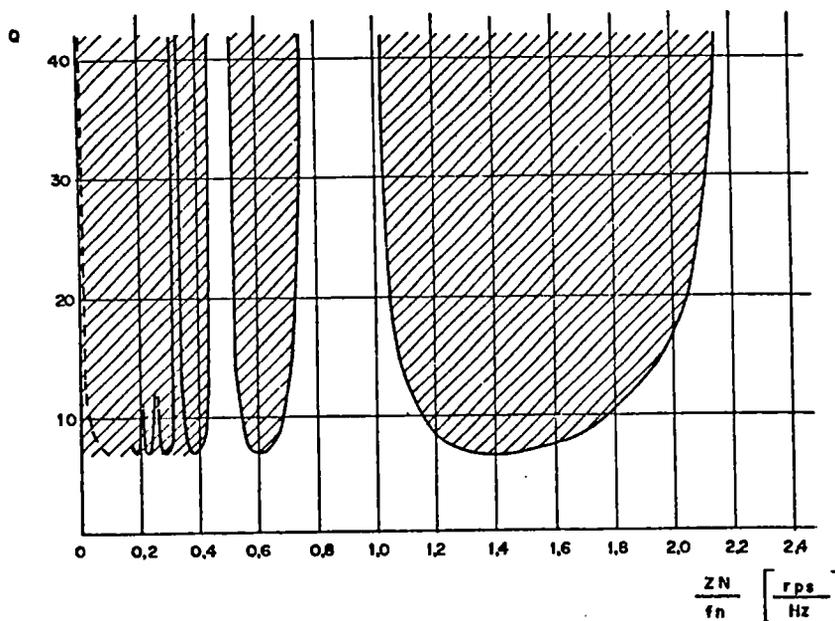


FIGURA 2.16 - Diagrama de estabilidade para $k_1^* > 0$ e $K^* = 0$

2.2.1.5. A Evolução do Modelo

O modelo apresentado, desenvolvido por TOBIAS & FISHWICK (1958), supõe que o sistema vibratório possua apenas um grau de liberdade, hipótese essa que limita o estudo apenas a estruturas que possuam modos de vibrar bastante distintos. Com vistas à superação dessa e de outras simplificações, GURNEY & TOBIAS (1962) desenvolveram um método gráfico mais geral para análise da estabilidade de máquinas ferramentas, enquanto que SWEENEY & TOBIAS (1963) o fizeram na forma algébrica.

De acordo com este último, conforme relatado em TOBIAS (1972), o deslocamento na direção perpendicular à aresta de corte pode ser obtida pela expressão

$$x = [G(\omega) + jH(\omega)]dP \quad (2.18)$$

onde:

$G(\omega)$: parte real da receptância cruzada entre as direções do deslocamento e da força

$H(\omega)$: parte imaginária da receptância cruzada

O conceito de receptância será apresentado no próximo capítulo. Para facilitar uma apresentação clara do método, desprezar-se-á o efeito da velocidade de penetração, isto é, tomar-se-á $K=0$. Com isso em mente, o incremento da força de usinagem é obtido pela expressão

$$dP = z_c k_1 \left[x(t) - \mu x\left(t - \frac{T}{z}\right) \right] \quad (2.19)$$

Combinando-se as duas expressões anteriores chega-se a

$$x(t) = -[G(\omega) + jH(\omega)]z_c k_1 \left[x(t) - \mu x\left(t - \frac{T}{z}\right) \right] \quad (2.20)$$

sendo que o sinal negativo origina-se do fato de P e dP possuírem sentidos positivos opostos, conforme convenção adotada pelos autores. Da última expressão chega-se a

$$\frac{x\left(t - \frac{T}{z}\right)}{x(t)} = \frac{\{G(\omega) + z_c k_1 [G^2(\omega) + H^2(\omega)]\} - jH(\omega)}{\mu z_c k_1 [G^2(\omega) + H^2(\omega)]} \quad (2.21)$$

Dessa expressão deduz-se que o ângulo de fase entre dois cortes sucessivos é dado por

$$\theta_0 = \text{arctg} \frac{-H(\omega)}{G(\omega) + z_c k_1 [G^2(\omega) + H^2(\omega)]} \quad (2.22)$$

Na condição do limite de estabilidade tem-se

$$\frac{\left| x\left(t - \frac{T}{z}\right) \right|}{|x(t)|} = 1 \quad (2.23)$$

Impondo-se essa condição à eq. (2.21) e elevando-se ambos os membros ao quadrado chega-se a

$$k_1 = \frac{1}{z_c \left[-G(\omega) \pm \sqrt{\mu^2 [G^2(\omega) + H^2(\omega)] - H^2(\omega)} \right]} \quad (2.24)$$

A velocidade de rotação da peça ou ferramenta pode ser facilmente obtida a partir da eq. (2.22) observando-se que qualquer ângulo na forma $\theta = \theta_0 + n\pi$, $n \in Z$ a satisfaz, e lembrando ainda que $\theta = \frac{\omega T}{z}$, $\text{rpm} = 60 \cdot f$, $f = 1/T$. Substituindo-se essas relações chega-se a

$$\text{rpm} = \frac{60 \cdot \omega}{z(\theta_0 + n\pi)} \quad (2.25)$$

onde rpm é a velocidade de rotação da peça ou ferramenta em rpm.

Representando-se graficamente o coeficiente de espessura do cavaco k_1 como função da rotação, obtidos pelas equações (2.24) e (2.25), obtém-se o gráfico de lóbulos ilustrado na figura 2.17 onde a linha contínua representa o limite de estabilidade. Isto é, para uma dada rotação o ponto sobre essa linha representa o valor máximo de k_1 para o qual o processo ainda é estável.

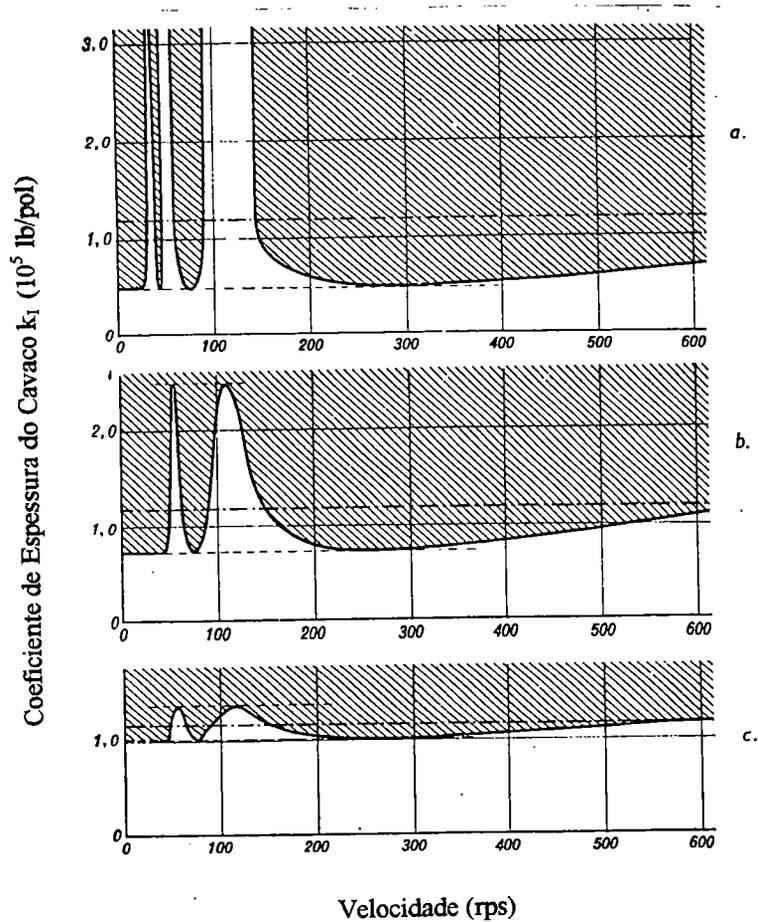


FIGURA 2.17 - Diagramas de estabilidade segundo SWEENEY & TOBIAS (1963)

Na figura 2.17, o gráfico *a* foi obtido com fator de recobrimento $\mu = 1$ o gráfico *b* com $\mu = 1/2$, e o gráfico *c* com $\mu = 1/8$, mostrando que à medida que $\mu \rightarrow 0$, isto é, à medida que se reduz o efeito regenerativo, o limite de estabilidade tende a uma reta horizontal.

É digno de nota que ao se considerar trepidação puramente regenerativa, isto é, $\mu = 1$, a eq. (2.24) reduz-se a eq. (2.26), expressão essa bastante semelhante à que será apresentada por Tlustý.

$$k_1 = \frac{-1}{2G(\omega)} \quad (2.26)$$

2.2.2. O Modelo de Tlusty

Segundo KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970), sob certas condições surgem vibrações no processo de usinagem, as quais podem até mesmo aumentar de intensidade, levando-o a uma condição de instabilidade. Essas vibrações pertencem à classe das vibrações auto-excitadas, tendo como fonte de energia de excitação o próprio processo. Na usinagem dos metais, tais vibrações são conhecidas como trepidação.

A figura 2.18 exhibe os parâmetros básicos a serem considerados no desenvolvimento da presente teoria. A direção (Y^*) corresponde à direção perpendicular à aresta de corte, isto é, trata-se da direção na qual a vibração produz a máxima variação na espessura do cavaco. As direções (X_j) e (X_k) correspondem às direções de vibração da estrutura respectivamente nos modos de ordem j e k . A direção (P) é aquela na qual atua a força de usinagem. Os ângulos existentes entre as direções (X_i) e a direção (Y^*) são chamados α_i , enquanto que o ângulo entre (P) e (Y^*) será chamado de β . Y é a amplitude da vibração produzida enquanto que Y_0 é a amplitude produzida no corte anterior.

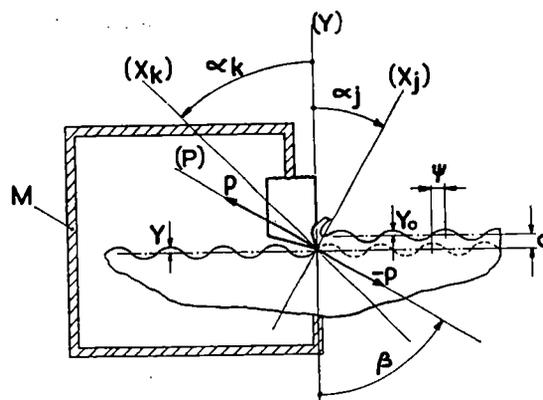


FIGURA 2.18 - Diagrama básico para o processo de vibração auto-excitada segundo KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970)

Os autores salientam que figura 2.18 deve ser entendida como a ilustração de um caso tridimensional, porém visto no plano (Y^*, P). Como geralmente as direções (X_i) não situam-se nesse plano, os ângulos α_i devem ser entendidos como ângulos no espaço.

No desenvolvimento de sua teoria, KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970) assumem as seguintes simplificações, as quais, segundo os autores, afetam em pouco os resultados:

- a) o sistema vibratório da máquina é linear;
- b) a direção da componente variável da força de corte é constante;
- c) a componente variável da força de corte depende apenas da vibração na direção normal à superfície de corte (Y^*);
- d) o valor da componente variável da força de corte varia proporcional e instantaneamente com o deslocamento produzido pela vibração na direção (Y^*);
- e) a frequência de vibração e a diferença de fase existentes entre as ondulações produzidas por dois cortes subseqüentes sobrepostos não são influenciadas pela relação comprimento de onda/comprimento de corte. Tal hipótese corresponde à adoção de comprimento de corte infinito, o que na prática corresponde ao processo de plainamento.

As implicações geradas especificamente pelas duas últimas hipóteses serão discutidas mais à frente.

O processo de usinagem pode ser descrito pela equação (2.27):

$$P = -Rb(y^* - y_0^*) \quad (2.27)$$

onde:

R : coeficiente dinâmico de corte (N/mm^2)

b : largura de corte (mm)

$(y^* - y_0^*)$: espessura do cavaco (mm)

O coeficiente dinâmico de corte encontra-se tabelado em TLUSTY & KOENIGSBERGER (1970) para torneamento de 36 tipos de aço sob várias velocidades de corte e avanços.

Por sua vez, o comportamento da estrutura da máquina ferramenta pode ser descrito pela expressão:

$$y^* = P\Phi(\omega) \quad (2.28)$$

onde:

$\Phi(\omega)$: receptância cruzada da estrutura entre as direções P e Y^* (mm/N)

Segundo KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970), receptância é definida como o quociente entre a amplitude do deslocamento e a amplitude da força excitadora, onde esta última é, por definição, harmônica.

Como os autores dispõem, experimentalmente, apenas da receptância direta nas direções dos modos naturais de vibrar da estrutura, isto é, da receptância obtida quando se excita a estrutura e se mede a vibração na mesma direção (X_i), para a obtenção da receptância cruzada utiliza-se dos fatores direcionais u_i :

$$\Phi(\omega) = G(\omega) + jH(\omega) = \sum_{i=1}^{i=n} u_i G_i + ju_i H_i \quad (2.29)$$

onde:

$G(\omega)$: parte real da receptância cruzada

$H(\omega)$: parte imaginária da receptância cruzada

G_i : parte real da receptância direta do modo i

H_i : parte imaginária da receptância direta do modo i

$u_i = \cos \alpha_i \cos(\alpha_i - \beta)$: fator direcional para o modo i

Os fatores direcionais projetam a força de usinagem na direção dos modos, obtendo assim a parcela da força que excita cada modo e conseqüentemente a contribuição de cada um dos modos. A seguir, esses fatores projetam a contribuição de todos os modos na direção desejada (Y^*).

Combinando-se as equações (2.27) e (2.28) obtém-se:

$$\frac{Y}{\Phi(\omega)} = Rb(y_o^* - y^*) \quad (2.30)$$

Após modificações:

$$\frac{y_o^*}{y^*} = \frac{1/Rb + \Phi(\omega)}{\Phi(\omega)} \quad (2.31)$$

Com base na eq. (2.31) observa-se que $|y^*| < |y_o^*|$ representa um sistema estável enquanto que $|y^*| > |y_o^*|$ representa um situação de instabilidade. Portanto, a condição limite de estabilidade é dada pela expressão:

$$\frac{|y_o^*|}{|y^*|} = \frac{|1/Rb + \Phi(\omega)|}{|\Phi(\omega)|} = 1 \quad (2.32)$$

Ou, de outra forma:

$$\left| \frac{1/Rb + G(\omega) + jH(\omega)}{G(\omega) + jH(\omega)} \right| = 1 \quad (2.33)$$

Como o valor de Rb é real e positivo, as partes imaginárias do numerador e do denominador são iguais e, portanto, a condição limite de estabilidade se reduz a:

$$\left| \frac{1/Rb + G(\omega)}{G(\omega)} \right| = 1 \quad (2.34)$$

A expressão (2.34) só será satisfeita se:

$$1/Rb + G(\omega) = -G(\omega) \quad (2.35)$$

De onde vem que

$$b = -\frac{I}{2RG(\omega)} \quad (2.36)$$

Como R e b , para terem sentido físico, são valores reais e positivos, o valor mínimo da largura de corte b na condição limite de estabilidade será atingido quando a receptância cruzada $G(\omega)$ também tiver seu valor mínimo. Um gráfico típico para a função $G(\omega)$ está ilustrado na figura 2.19.

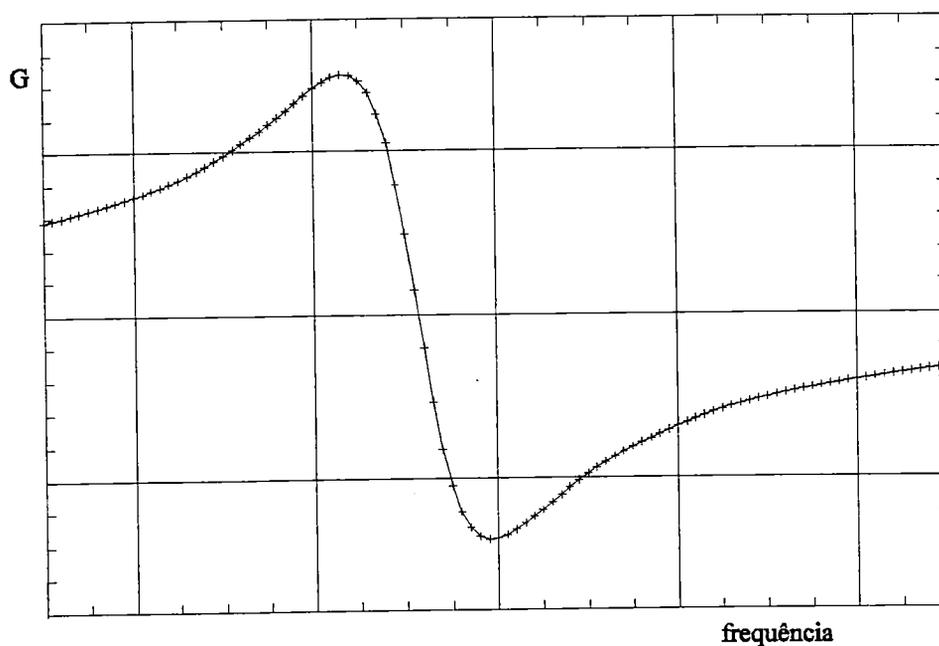


FIGURA 2.19 - Parte real da receptância cruzada

Portanto, a forma final para o limite mínimo de estabilidade, de acordo com a teoria básica de Tlusty, é dada por:

$$b_{lim} = -\frac{I}{2RG_{min}} \quad (2.37)$$

Neste ponto do desenvolvimento, KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970) retiram as hipóteses (d) e (e) inicialmente assumidas, tornando seu modelo mais próximo àquele utilizado por outros pesquisadores (como, por exemplo, Tobias) e discutem o seu efeito.

2.2.2.1. Considerando a defasagem entre a força de corte e a vibração

Abandonando-se a hipótese (d) passa-se a considerar a existência de um ângulo de fase entre a variação da força de corte e a vibração. O coeficiente dinâmico de corte R e a vibração y^* adquirem então a seguinte configuração:

$$\begin{aligned} R &= r e^{j\rho} \\ y^* &= y_0^* e^{j\psi} \end{aligned} \quad (2.38)$$

onde:

ρ : ângulo de fase entre a força de corte e a variação da espessura do cavaco

ψ : ângulo de fase entre as ondulações de cortes sucessivos

Combinando-se as equações (2.27) e (2.38) chega-se à nova formulação do limite de estabilidade:

$$\frac{y^*}{P} + \frac{I}{Rb} e^{-j\rho} = \frac{y_0^*}{P} \quad (2.39)$$

A representação da eq. (2.39) no plano complexo aparece na figura 2.20, onde se pode observar que o valor de b_{lim} será encontrado quando o comprimento do vetor $\frac{I}{Rb} e^{-j\rho}$ for máximo, o que, considerando-se ρ constante para qualquer frequência, vai ocorrer para o ponto y^*/P no qual a tangente à $\Phi(\omega)$ seja inclinada de $-\rho$ com relação ao eixo imaginário.

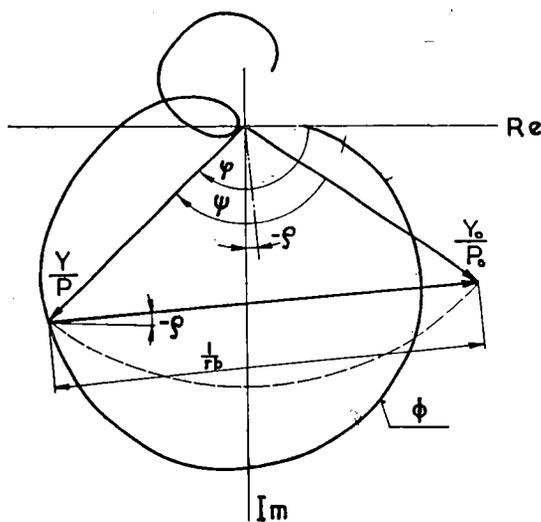


FIGURA 2.20 - Receptância no plano complexo

Partindo da eq. (2.32) e substituindo as expressões (2.38) os autores mostram que é possível se obter uma nova expressão, chamada de receptância cruzada modificada:

$$\Phi' = G \cos \rho - H \sin \rho \tag{2.40}$$

A partir dela, pode-se obter novamente a condição limite na forma:

$$b_{lim} = \frac{I}{2r\Phi'_{min}} \tag{2.41}$$

Os autores destacam que, ao se analisar a estabilidade de máquinas ferramentas com o intuito de recomendar mudanças para melhora de seu

comportamento dinâmico, é mais importante encontrar a contribuição individual dos modos que encontrar o valor de b_{lim} com grande acuracidade. Nesse sentido, a existência da fase ρ não oferece grande contribuição, embora seja um bom método para análise do processo de usinagem.

2.2.2.2. Considerando a condição de compatibilidade geométrica

Abandonando-se a hipótese (e) passa-se a considerar o efeito da condição de compatibilidade geométrica da fase ψ , entre ondulações subseqüentes, sobre a estabilidade.

Conforme apresentado em KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970), equacionando-se o sistema vibratório para cortes sucessivos chega-se a:

$$\frac{\psi}{2} + \frac{\pi}{2} = \varphi - \rho \quad (2.42)$$

$$bR = -\frac{I}{2(G \cos \rho - H \sin \rho)} = -\frac{I}{2\Phi} \quad (2.43)$$

onde:

ψ : ângulo de fase entre as ondulações de cortes sucessivos

φ : ângulo de fase entre a força de corte e a vibração.

ρ : ângulo de fase entre a força de corte e a variação da espessura do cavaco

Porém, a fase ψ também é dada independentemente pela relação

$$\psi = \frac{2\pi fl}{v} \quad (2.44)$$

onde:

f : frequência de trepidação (Hz)

v : velocidade de corte

l : comprimento da circunferência no torneamento ou passo dos dentes do cortador no fresamento

A combinação das equações (2.42) e (2.44) filtra, dentre todos os valores matematicamente possíveis de Φ'' , aqueles que fisicamente podem ocorrer. Portanto, quando se equaciona o sistema vibratório sob a hipótese (e) obtém-se a situação mais crítica, supondo-se então que o sistema ajustaria ψ tal que a energia proveniente da trepidação seria máxima.

Ao se abrir mão da referida hipótese, ocorre um "efeito estabilizante", o qual é da máxima importância quando se busca desenvolver análise da estabilidade, sendo tanto mais relevante quanto menor for a relação l/w , onde w é o comprimento da ondulação produzida sobre a peça usinada.

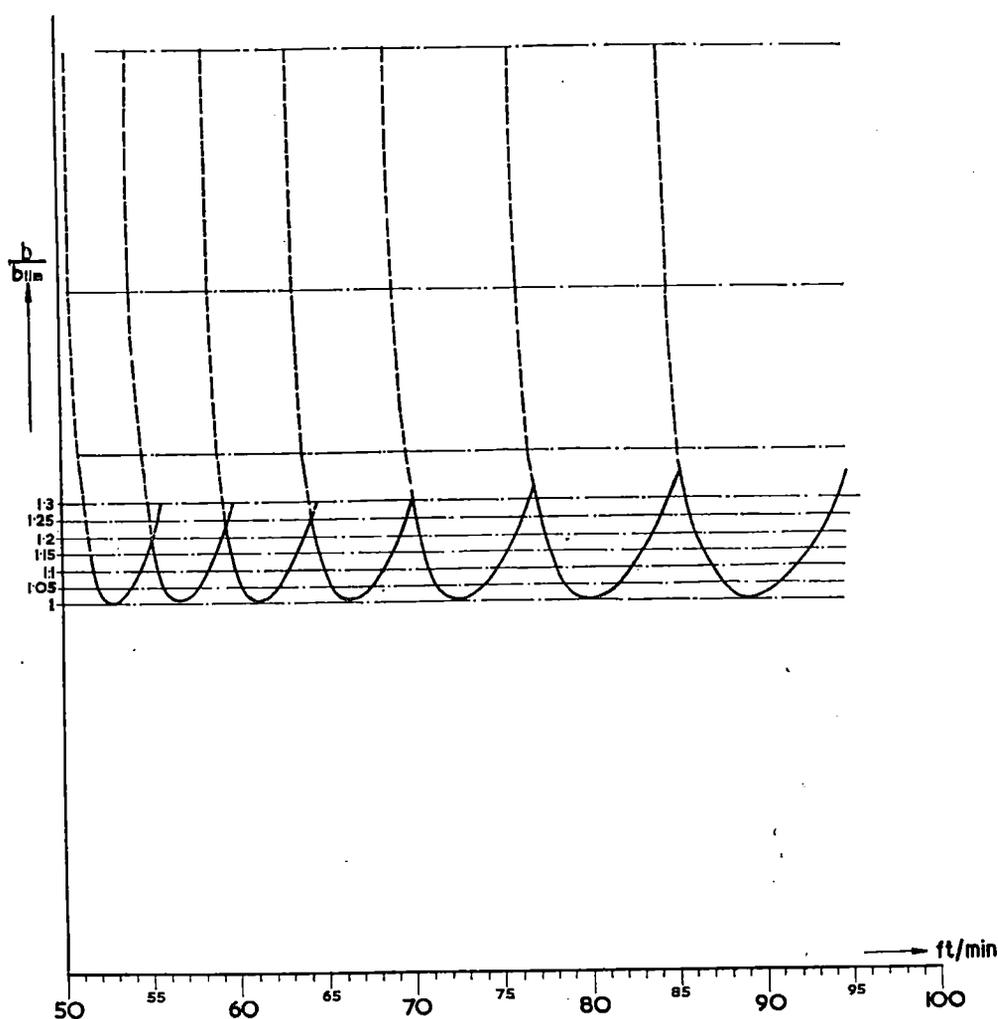


FIGURA 2.21 - Lóbulos de limite de estabilidade para fresamento

Um diagrama de estabilidade construído através da combinação das equações (2.42), (2.43) e (2.44) pode ser visto na figura 2.21, apresentando a formação de lóbulos conforme apresentado por Tobias.

Os autores destacam que o abandono das hipóteses (d) e (e) se faz necessário quando o estudo enfoca o processo de usinagem (desenvolvimento de ferramentas com passo irregular por exemplo) porém quando se visa o aprimoramento do projeto da máquina ferramenta elas trazem excessiva complicação em troca de pouco benefício adicional.

2.2.3. O Modelo de Merritt

Segundo MERRITT (1965), a trepidação é um incômodo à usinagem dos metais, sendo que a trepidação violenta freqüentemente observada durante o processo de corte é causada por vibração auto-excitada. Dessa forma, a trepidação pode ser definida como uma instabilidade do processo de corte em combinação com a estrutura da máquina.

Em sua abordagem matemática o autor assume ferramenta puntual executando torneamento sob corte ortogonal, conforme ilustrado na figura 2.22, e que o processo de usinagem não possui comportamento dinâmico.

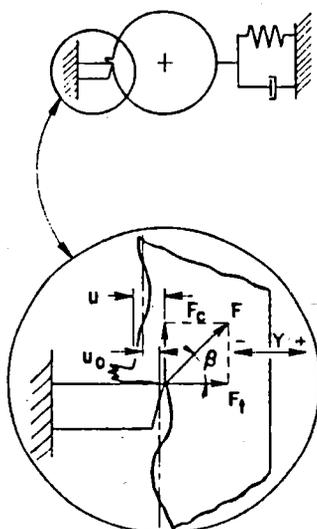


FIGURA 2.22 - Corte ortogonal em torneamento segundo MERRITT (1965)

2.2.3.1. Equação da espessura de corte

A espessura instantânea do cavaco a ser cortado pode ser expressa por

$$a(t) = a_0(t) - y(t) + \mu y(t - T) \quad (2.45)$$

onde:

$a(t)$: espessura instantânea de corte (in)

$a_0(t)$: espessura de corte média ou de regime (in)

$y(t)$: deslocamento relativo entre peça e ferramenta, normal à superfície de corte (in)

μ : fator de recobrimento

$T = \frac{l}{zN}$: período entre dois cortes sucessivos (s)

z : número total de arestas cortantes da ferramenta

N : velocidade de rotação do eixo árvore (cps)

Aplicando-se a Transformada de Laplace à expressão anterior, chega-se a

$$a(s) = a_0(s) - y(s) + \mu e^{-Tsy(s)} \quad (2.46)$$

2.2.3.2. Equação do processo de usinagem

Segundo MERCHANT² apud MERRIT (1965), o processo de corte em regime permanente pode ser descrito por

$$F(t) = k_c a(t) \quad (2.47)$$

²MERCHANT, M.E. Basic mechanisms of metal-cutting process. *ASME Journal of Applied Mechanics*, v.11, p.A-168, 1944 apud MERRITT, H.E. Theory of self-excited machine-tool chatter. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.87, n.4, p.447-454, Nov. 1965.

onde:

$F(t)$: força de corte resultante ou vetor força excitando a estrutura (lb)

k_c : rigidez de corte direcional estática; declividade da curva F versus α (lb/in)

Aplicando a Transformada de Laplace também a esta expressão tem-se

$$F(s) = k_c \alpha(s) \quad (2.48)$$

2.2.3.3. Equação da estrutura

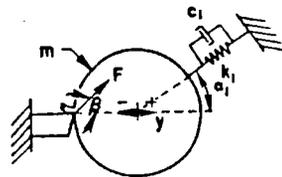


FIGURA 2.23 - Estrutura com um grau de liberdade segundo MERRITT (1965)

Tomando como exemplo o sistema de um grau de liberdade ilustrado na figura 2.23 e aplicando a ele a segunda lei de Newton, tem-se:

$$F(t) \cos(\alpha_1 - \beta) = m \frac{d^2}{dt^2} \left[\frac{y(t)}{\cos \alpha_1} \right] + c_1 \frac{d}{dt} \left[\frac{y(t)}{\cos \alpha_1} \right] + k_1 \left[\frac{y(t)}{\cos \alpha_1} \right] \quad (2.49)$$

Através da Transformada de Laplace, tal expressão chega a:

$$\frac{y(s)}{F(s)} = \frac{I}{k_m \left[\frac{s^2}{\omega_1^2} + \frac{2\delta_1 s}{\omega_1} + 1 \right]} \quad (2.50)$$

onde:

$$\omega_1^2 = k_1/m$$

$$\delta_1 = c_1 / 2\sqrt{k_1 m}$$

$$1/k_m = g_1/k_1$$

$$g_1 = \cos(\alpha_1 - \beta) \cos \alpha_1$$

k_m : rigidez estática direcional da estrutura (lb/in)

Por conveniência, a eq. (2.50) pode ser escrita na forma

$$\frac{y(s)}{F(s)} = \frac{1}{k_m} G_m(s) \quad (2.51)$$

onde $G_m(s)$ é a flexibilidade dinâmica normalizada, e pode ser expandida para sistemas com vários graus de liberdade.

2.2.3.4. Diagrama de blocos para a trepidação

As equações (2.46), (2.48) e (2.51) são as expressões básicas necessárias para definir o sistema. A interdependência dessas três relações pode ser melhor observada no diagrama de blocos da figura 2.24.

Duas realimentações podem ser observadas: uma primeira realimentação de posição (percurso primário) e uma segunda realimentação de posição atrasada (percurso regenerativo). A primeira realimentação está sempre presente enquanto que a segunda pode ou não estar presente, dependendo do fator de recobrimento. Se este for nulo a trepidação recebe o nome de trepidação primária, caso contrário será chamada de trepidação regenerativa.

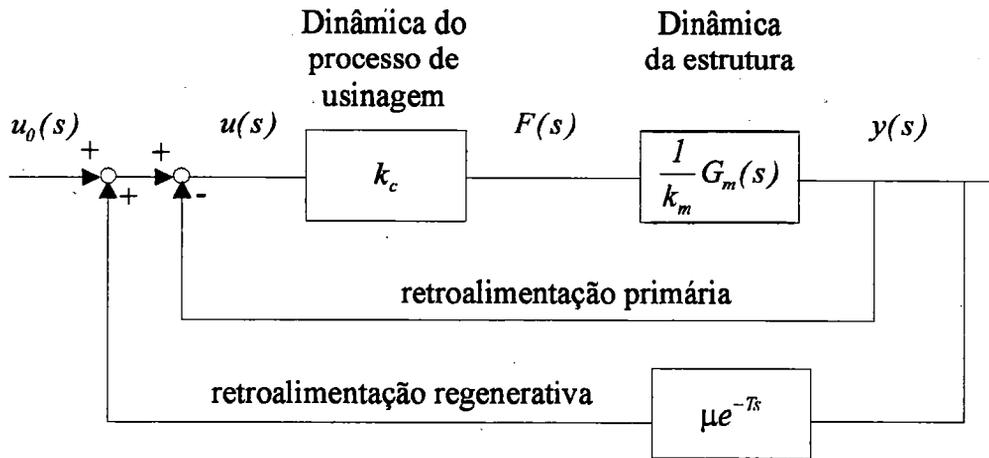


FIGURA 2.24 - Diagrama de blocos do ciclo da trepidação segundo MERRITT (1965)

A função transferência relacionando $a_o(t)$ e $a(t)$ pode ser obtida resolvendo-se as três equações simultaneamente ou pode ser extraída diretamente do diagrama de blocos, chegando-se a:

$$\frac{a(s)}{a_o(s)} = \frac{1}{1 + (1 - \mu e^{-Ts}) \frac{k_c}{k_m} G_m(s)} \quad (2.52)$$

2.2.3.5. Estabilidade do ciclo da trepidação

A equação característica do ciclo da trepidação é dada por:

$$1 + (1 - \mu e^{-Ts}) \frac{k_c}{k_m} G_m(s) = 0 \quad (2.53)$$

Substituindo $s = j\omega$ e observando que

$$\frac{k_c}{k_m} G_m(j\omega) = \frac{F(j\omega) y(j\omega)}{u(j\omega) F(j\omega)} = \frac{y(j\omega)}{u(j\omega)} \quad (2.54)$$

chega-se a:

$$\frac{y(j\omega)}{u(j\omega)} = G_{cp} \tag{2.55}$$

onde $G_{cp} = \frac{-1}{1 - \mu e^{-j\omega T}}$, cujo gráfico é o lugar geométrico dos pontos críticos.

Observando que $\omega T = 2\pi fT = 2\pi(n + \nu)$, onde $0 \leq \nu \leq 1$ é chamado de fator de fase e que $e^{-j2\pi(n+\nu)} = e^{-j2\pi\nu}$ para n inteiro, a equação descrevendo o lugar geométrico dos pontos críticos pode ser reescrita na forma:

$$G_{cp} = \frac{-1}{1 - \mu e^{-j2\pi\nu}} \tag{2.56}$$

A análise da estabilidade consiste em traçar-se o gráfico da função y/u , dada pela eq. (2.54) sobre papel especialmente preparado contendo os contornos de G_{cp} para μ constante e ν constante, conforme pode ser observado na figura 2.25.

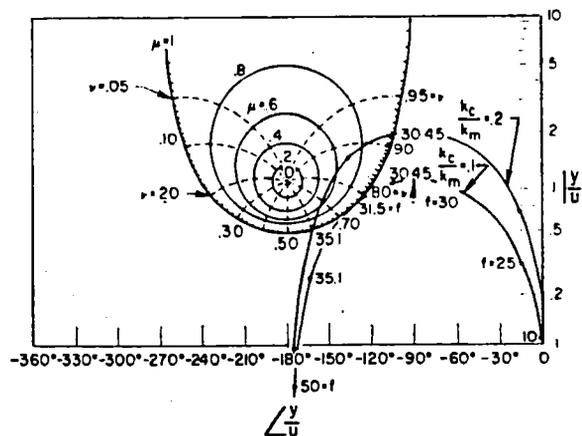


FIGURA 2.25 - Gráfico para determinação das condições de estabilidade segundo MERRITT (1965)

À medida que a espessura de corte é aumentada, k_c aumenta e a curva representando y/u expande-se, interceptando o apropriado contorno de μ . Se o valor de k_c é tal que não ocorra interseção então o sistema é absolutamente estável, isto é, estável para qualquer velocidade. Caso ocorra interseção, o sistema é instável às velocidades dadas pela relação

$$\frac{1}{zN} = \frac{f}{v+n} \quad (2.57)$$

onde n é um número inteiro.

TABELA 2.2 - Pontos de interseção e velocidades críticas

k_c/k_m	f [cps]	v	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
0,105	31,5	0,758	42,4	18,1	11,5	8,42	6,65
0,12	30,8	0,843	36,5	16,7	10,85	8,0	6,36
	32,62	0,67	48,7	19,5	12,2	8,89	6,98
0,15	30,56	0,884	34,5	16,2	10,6	7,86	6,25
	33,65	0,63	53,4	20,65	12,8	9,26	7,28
0,20	30,45	0,916	33,2	15,9	10,43	7,77	6,20
	35,1	0,6	58,8	22,0	13,5	9,75	7,63
0,50	30,24	0,968	31,2	15,35			
	42,35	0,545	77,7	27,4			
1,0	30	0,99	30,1				
	52	0,526	98,8				

Tomando o exemplo da figura 2.25 e assumindo torneamento com $\mu = 1$, MERRITT (1965) obteve os resultados apresentados na tabela 2.2

A representação gráfica dos pontos de interseção origina a carta de estabilidade ilustrada na figura 2.26. Nessa figura observa-se ainda, na porção superior, o gráfico da frequência de trepidação.

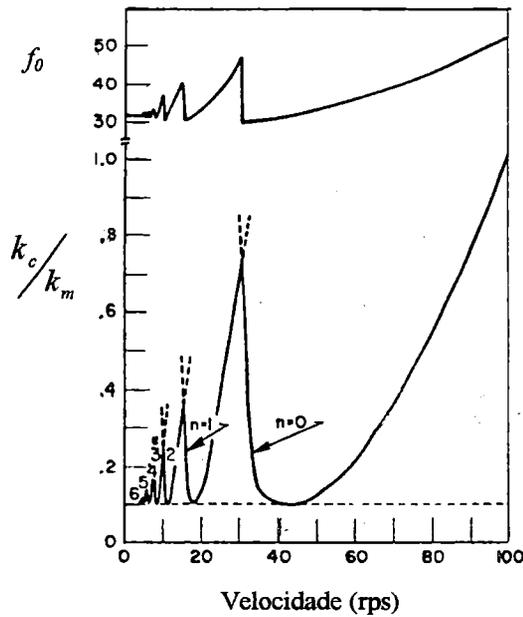


FIGURA 2.26 - Carta de estabilidade obtida segundo MERRITT (1965)

2.2.3.6. Critério de estabilidade simplificado

Observando que, dentre outros fatores, não existe uma única carta de estabilidade para uma mesma máquina pois esta depende da orientação espacial do processo de usinagem, MERRITT (1965) propõe um critério simplificado de estabilidade assumindo, a favor da segurança, a pior situação passível de ocorrer: $\mu = 1$. Com isso em mente, chega-se à eq. (2.58), a qual foi primeiro obtida por Tlusty.

$$k_c = - \frac{k_m}{2 \operatorname{Re}[G_m(j\omega)]_{\min}} \tag{2.58}$$

onde $\operatorname{Re}[G_m(j\omega)]$ é a parte real da receptância da estrutura.

Ponderando que a obtenção da parte real da receptância da estrutura é por demais complexa, o autor propõe um critério ainda mais simplificado:

$$k_c = \frac{k_d}{2} \tag{2.59}$$

onde k_d é o mínimo valor da rigidez dinâmica medida dentre todas as orientações possíveis para a força de corte. Segundo o autor, o critério apresentado na eq. (2.59) apresenta sempre resultados em favor da segurança e dá uma melhor aproximação para casos complexos (vários graus de liberdade, estruturas complexas) que para casos simples.

CAPÍTULO 3

ANÁLISE DA ESTABILIDADE CONTRA TREPIDAÇÃO DE MÁQUINAS FERRAMENTAS

3.1. Descrição do Movimento da Estrutura

Segundo LIRANI (1978), a equação do movimento para uma estrutura amortecida, com vários graus de liberdade, submetida à ação de forças, pode ser expressa conforme as seguintes expressões, dependendo do tipo de amortecimento adotado. Em caso de amortecimento viscoso tem-se:

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [C]\{\dot{q}(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{P(t)\} \quad (3.1)$$

Para o caso de amortecimento histerético tem-se:

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + j[H]\{q(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{P(t)\} \quad (3.2)$$

onde:

$[M]$: matriz de massa

$[C]$: matriz de amortecimento viscoso

$[H]$: matriz de amortecimento histerético

$[K]$:	matriz de rigidez
$\{q(t)\}$:	vetor deslocamento
$\{P(t)\}$:	vetor de carregamento
$j = \sqrt{-1}$:	unidade imaginária

Tais expressões serão apresentadas em detalhes mais adiante. No momento, torna-se importante estudar alguns casos particulares de movimento.

3.1.1. Vibrações Livres Não Amortecidas

Diz-se que uma estrutura vibra livremente quando se movimenta sem a atuação de forças. Esse comportamento é atingido quando, por exemplo, a estrutura é abandonada a partir de um deslocamento inicial. Tal situação é descrita pela expressão:

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{0\} \quad (3.3)$$

Assume-se que a estrutura vibre segundo movimento harmônico simples, o qual pode ser descrito pela expressão

$$\{q(t)\} = \{q\} \text{sen}(\omega t + \theta) \quad (3.4)$$

Substituindo-se essa expressão, a eq. (3.3) reduz-se então a:

$$[K]\{q\} = \omega^2 [M]\{q\} \quad (3.5)$$

Essa equação representa um autoproblema, no qual as matrizes $[K]$ e $[M]$ são conhecidas. Uma vez solucionado, na sua forma mais tradicional, serão obtidos n

autovalores $1/\omega^2$, a cada um deles correspondendo um autovetor $\{X\}$. Cada um dos valores ω_i provenientes dos autovalores representa uma das frequências naturais da estrutura enquanto que o correspondente autovetor $\{X\}_i$ é o respectivo modo de vibrar.

A propriedade de ortogonalidade dos modos de vibrar em relação às matrizes de massa e rigidez é muito importante, e pode ser expressa por:

$$\begin{aligned} \{X\}_i^T [M] \{X\}_j &= 0 \\ \{X\}_i^T [K] \{X\}_j &= 0 \end{aligned} \quad \text{para } i \neq j \quad (3.6)$$

Sabendo-se que

$$\{X\}_i^T [M] \{X\}_i = a_i \quad (3.7)$$

Fazendo-se então

$$\{u\}_i = \frac{1}{\sqrt{a_i}} \{X\}_i \quad (3.8)$$

Os novos vetores $\{u\}_i$, assim obtidos são chamados de modos de vibrar ortonormalizados, para os quais são verdadeiras as relações:

$$\begin{aligned} \{u\}_i^T [M] \{u\}_j &= \begin{cases} 0, i \neq j \\ 1, i = j \end{cases} \\ \{u\}_i^T [K] \{u\}_j &= \begin{cases} 0, i \neq j \\ \omega_i^2, i = j \end{cases} \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.1.2. Vibrações Forçadas Não Amortecidas

A equação do movimento para uma estrutura não amortecida sob ação de forças pode ser expressa por

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{P(t)\} \quad (3.10)$$

Para solucionar-se tal equação, alguns conceitos se farão necessários. Chama-se matriz modal à matriz $[U]$ formada pelos modos de vibrar, da seguinte forma:

$$[U] = [\{u\}_1 \quad \{u\}_2 \quad \dots \quad \{u\}_n]$$

Até o presente momento tem-se utilizado das coordenadas geométricas $\{q\}$ para representar o deslocamento de um corpo. Entretanto, na análise da reposta dinâmica de sistemas lineares, os modos de vibrar fornecem uma representação muito mais útil. Com isto em vista utilizar-se-á da seguinte transformação de coordenadas:

$$\{q(t)\} = [U]\{y(t)\} \quad (3.11)$$

Os elementos do vetor $\{y\}$ são chamados de coordenadas normais. Com isso em mente, a eq. (3.9) pode ser reescrita na forma:

$$[M][U]\{\ddot{y}(t)\} + [K][U]\{y(t)\} = \{P(t)\} \quad (3.12)$$

Pré-multiplicando-se essa equação pela matriz modal transposta tem-se:

$$[U]^T [M][U]\{\ddot{y}(t)\} + [U]^T [K][U]\{y(t)\} = [U]^T \{P(t)\} \quad (3.13)$$

Impondo-se a essa expressão as relações apresentadas em (3.9):

$$[I]\{\ddot{y}(t)\} + [\omega_i^2]\{y(t)\} = [U]^T \{P(t)\} \quad (3.14)$$

onde $[I]$ representa a matriz identidade e $[\omega_i^2]$ é uma matriz diagonal cujos elementos não nulos são dados pelos quadrados das frequências naturais. O movimento do sistema pode então, através dessa mudança de coordenadas, ser expresso como um conjunto de n equações desacopladas na forma:

$$\ddot{y}_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) = \{u\}_i^T \{P(t)\} \quad (3.15)$$

Admitindo-se excitação harmônica, a expressão (3.14) pode ser reescrita como:

$$-\omega^2 [I]\{y\} + \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \omega_n^2 \end{bmatrix} \{y\} = [U]^T \{P\} \quad (3.16)$$

onde ω representa a frequência de excitação. Dessa expressão chega-se facilmente a:

$$\{y(\omega)\} = \begin{bmatrix} \ddots & & 0 & & 0 \\ & \ddots & & & \\ 0 & & \frac{I}{\omega_i^2 - \omega^2} & & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & & 0 & & \ddots \end{bmatrix} [U]^T \{P\}, \text{ para } \omega \neq \omega_i \quad (3.17)$$

Para obter-se o movimento da estrutura descrito pelas coordenadas geométricas basta executar-se a transformação de coordenadas descrita na eq. (3.11). Dessa forma, cada grau de liberdade movimentar-se-á conforme a expressão:

$$\{q_c(\omega)\} = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{\omega_i^2 - \omega^2} \{u\}_i \{u\}_i^T \right\} \{P\}, \text{ para } \omega \neq \omega_i \quad (3.18)$$

Adota-se o índice c em $\{q_c(\omega)\}$ para indicar que a resposta é conservativa, isto é, a resposta é obtida sem considerar amortecimento na estrutura.

3.1.3. Vibrações Forçadas Amortecidas

A equação do movimento para uma estrutura amortecida submetida à ação de forças foi apresentada nas equações (3.1) e (3.2). Adotando-se excitação harmônica, essas expressões podem ser unificadas na seguinte forma:

$$-\omega^2 [M] \{q(t)\} + j [J] \{q(t)\} + [K] \{q(t)\} = \{P(t)\} \quad (3.19)$$

onde $[J]$ é a matriz de amortecimento generalizada, definida por:

$$[J] = \omega [C] + [H] \quad (3.20)$$

Para solução da equação do movimento torna-se necessário dividir a abordagem em dois casos, em função do modelo de distribuição do amortecimento.

3.1.3.1. Amortecimento Proporcional

Para que a eq. (3.19) seja resolvida de maneira simples, torna-se interessante que a matriz de amortecimento satisfaça as condições de ortogonalidade com relação aos modos de vibrar, à maneira do que ocorre com as matrizes de massa e de rigidez, conforme apresentado na equação (3.6). Ou seja, é importante que se seja verdadeira a relação:

$$\{X\}_i^T [J] \{X\}_j = 0, \text{ para } i \neq j \quad (3.21)$$

Conforme apresentado por CLOUGH & PENZIEN (1975) para o caso de amortecimento viscoso, um número infinito de matrizes formadas pela combinação das matrizes de rigidez e massa, na seguinte forma, satisfazem tal condição:

$$[C] = [M] \sum_b \left\{ \alpha_b \left([M]^{-1} [K] \right)^b \right\} \quad (3.22)$$

onde α_b é uma constante arbitrária e b é um número inteiro. Este tipo de distribuição, segundo VAROTO (1991), recebe o nome de amortecimento proporcional. Ainda segundo CLOUGH & PENZIEN (1975), um caso particular da expressão anterior, conhecido como amortecimento de Rayleigh, é por vezes utilizado:

$$[C] = \eta_m [M] + \eta_k [K] \quad (3.23)$$

onde η_m e η_k são fatores de proporcionalidade pertencentes ao conjunto dos números reais.

O presente trabalho adotará um arranjo particular do amortecimento de Rayleigh para a construção da matriz de amortecimento, conforme apresentado em LIRANI (1978) e LIRANI (1985). O tipo de amortecimento, bem como a respectiva formulação para a matriz de amortecimento generalizada $[J]$ é apresentado a seguir:

- | | |
|--|--|
| a) viscoso proporcional à massa: | $[C] = \eta_m [M] \Rightarrow [J] = \omega \eta_m [M]$ |
| b) viscoso proporcional à rigidez: | $[C] = \eta_k [K] \Rightarrow [J] = \omega \eta_k [K]$ |
| c) histerético proporcional à massa: | $[H] = \eta_m [M] \Rightarrow [J] = \eta_m [M]$ |
| d) histerético proporcional à rigidez: | $[H] = \eta_k [K] \Rightarrow [J] = \eta_k [K]$ |

Aplicando-se à eq. (3.19) a transformação apresentada na eq. (3.11) e pré-multiplicando-se pela matriz modal chega-se a:

$$-\omega^2 [U]^T [M][U] \{y(t)\} + j [U]^T [J][U] \{y(t)\} + [U]^T [K][U] \{y(t)\} = [U]^T \{P(t)\} \quad (3.24)$$

Utilizando-se das relações de ortogonalidade apresentadas em (3.9) tem-se:

$$-\omega^2 [I] \{y(t)\} + j [\delta_{ii}] \{y(t)\} + [\omega_i^2] \{y(t)\} = [U]^T \{P(t)\} \quad (3.25)$$

onde $[\delta_{ii}] = [U]^T [J] [U]$ é uma matriz diagonal cujo valor dos elementos é função do tipo de amortecimento adotado. Tendo-se em mente as relações de ortogonalidade apresentadas na eq (3.9) pode-se demonstrar que para:

- a) amortecimento viscoso proporcional à massa: $\delta_{ii} = \omega \eta_m$
 b) amortecimento viscoso proporcional à rigidez: $\delta_{ii} = \omega \eta_k \omega_i^2$
 c) amortecimento hysterético proporcional à massa: $\delta_{ii} = \eta_m$
 d) amortecimento hysterético proporcional à rigidez: $\delta_{ii} = \eta_k \omega_i^2$ (3.26)

Segundo CLOUGH & PENZIEN (1975), para amortecimento viscoso proporcional vale ainda a relação:

$$\{u\}_i^T [C] \{u\}_i = 2\xi_i \omega_i M_i \quad (3.27)$$

onde:

ξ_i : razão de amortecimento modal do modo i

$M_i = \{u_i^T\} [M] \{u_i\}$: massa modal do modo i

Devido ao fato de estarem sendo empregados modos ortonormalizados, a massa modal será sempre igual à unidade, conforme apresentado na eq. (3.9). Com base nessa observação e tendo-se em mente a definição da matriz de amortecimento generalizada apresentada na eq. (3.20), uma outra forma possível de se expressar o valor de δ_{ii} , a qual será também utilizada neste trabalho é dada por:

$$\delta_{ii} = 2\xi_i \omega_i \omega \quad (3.28)$$

Conforme apresentado em LIRANI (1978), tomando-se a eq. (3.25), pode se mostrar que:

$$\{y(\omega)\} = \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & \frac{\omega_i^2 - \omega^2}{(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + \delta_{ii}^2} & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} - j \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & \frac{\delta_{ii}^2}{(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + \delta_{ii}^2} & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} [U]^T \{P\} \quad (3.29)$$

Utilizando-se da transformação apresentada na eq. (3.11), a resposta da estrutura, em coordenadas geométricas, é dada por:

$$\{q(\omega)\} = \sum_{i=1}^n \left\{ \left[\frac{\omega_i^2 - \omega^2}{(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + \delta_{ii}^2} \right] - j \left[\frac{\delta_{ii}^2}{(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + \delta_{ii}^2} \right] \right\} \{u\}_i \{u\}_i^T \{P\} \quad (3.30)$$

Deve-se notar que cada componente do vetor resposta possui a forma:

$$q_k = q_k^r + j q_k^i \quad (3.31)$$

onde q_k^r e q_k^i representam respectivamente a parte real e imaginária da componente k .

3.1.3.2. Amortecimento Não Proporcional

Caso a equação (3.22) não seja satisfeita, o amortecimento é dito não proporcional. A solução da equação do movimento torna-se então muito mais difícil pois as equações não podem ser desacopladas pela transformação em coordenadas normais.

Este trabalho adotará o método da inversão modificada, desenvolvido por LIRANI (1978), o qual é apresentado a seguir.

No caso de vibrações forçadas não amortecidas, a equação do movimento a ser solucionada foi apresentada na eq. 3.10 e, para excitação harmônica, pode ser reescrita na forma:

$$(-\omega^2[M] + [K])\{q_c\} = \{P\} \quad (3.32)$$

A solução dessa equação encontra-se na equação (3.18), a qual pode também ser escrita como:

$$\{q_c\} = [B]\{P\} \quad (3.33)$$

onde:

$$[B] = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{\omega_i^2 - \omega^2} \{u\}_i, \{u\}_i^T \right\}, \text{ para } \omega \neq \omega_i \quad (3.34)$$

Comparando-se as equações (3.32) e (3.33) pode-se ver que

$$[B] = (-\omega^2[M] + [K])^{-1} \quad (3.35)$$

A equação do movimento para estruturas amortecidas submetidas à excitação harmônica foi apresentada na eq. (3.19), a qual pode ser rearranjada na forma:

$$[(-\omega^2[M] + [K]) + j[J]]\{q\} = \{P\} \quad (3.36)$$

onde a resposta desejada $\{q\}$ possui a forma:

$$\{q\} = \{q^r\} + j\{q^i\} \quad (3.37)$$

Pré-multiplicando-se a equação (3.36) por $[B]$ e utilizando-se das relações (3.33) e (3.35) chega-se a:

$$[[I] + j[V]]\{q\} = \{q_c\} \quad (3.38)$$

onde $[V] = [B][J]$.

Portanto, a resposta da estrutura será dada por:

$$\{q\} = [[I] + j[V]]^{-1} \{q_c\} \quad (3.39)$$

Sabe-se que a inversa de uma matriz complexa $[R] + j[S]$ possui a forma $[Q] + j[W]$ onde:

$$\begin{aligned} [Q] &= ([R] + [S][R]^{-1}[S])^{-1} \\ [W] &= -[R]^{-1}[S][Q] \end{aligned} \quad (3.40)$$

Impondo-se esses conceitos à eq. (3.39) chega-se a:

$$\begin{aligned} \{q^r\} &= ([I] + [V]^2)^{-1} \{q_c\} \\ \{q^i\} &= -[V]\{q^r\} \end{aligned} \quad (3.41)$$

Como a inversão de matrizes é um processo computacional por demais trabalhoso, pode-se reescrever as expressões contidas em (3.41) trocando-se tal operação pela resolução de um sistema linear. A resposta da estrutura pode então ser obtida pelo seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned} ([I] + [V]^2)\{q^r\} &= \{q_c\} \\ \{q^i\} &= -[V]\{q^r\} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Portanto, a obtenção da resposta de uma estrutura com amortecimento não proporcional, submetida a carregamento harmônico, através do método da inversão modificada pode ser resumida nos seguintes passos:

- | | |
|--|----------------------------------|
| a) cálculo da matriz $[V]$ | $[V] = [B][J];$ |
| b) obtenção da resposta conservativa: | $\{q_c\} = [B]\{P\}$ |
| c) obtenção da parte real da resposta amortecida: | $([I] + [V]^2)\{q^r\} = \{q_c\}$ |
| d) cálculo da parte imaginária da resposta amortecida: | $\{q^i\} = -[V]\{q^r\}$ |

3.2. . Modelo Teórico Adotado para Análise da Estabilidade

3.2.1. Obtenção da Receptância da Estrutura

Conforme apresentado no capítulo 2, SWEENEY & TOBIAS (1963) relacionaram a variação na força de corte com o deslocamento na direção perpendicular à aresta de corte através da expressão (2.18), a qual está transcrita a seguir:

$$x = [G(\omega) + jH(\omega)]dP$$

onde $G(\omega) + jH(\omega) = \Phi(\omega)$ é definida como a receptância da estrutura.

Segundo KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970), receptância, também chamada de flexibilidade dinâmica, é definida como o quociente entre a amplitude do deslocamento e a amplitude da força excitadora, onde esta última é, por definição, harmônica.

Os autores distinguem dois arranjos possíveis de aplicação de força excitadora e aquisição de deslocamento para obtenção da receptância, conforme

apresentado na figura 3.1. No primeiro, representado na figura 3.1.(a), a força P age sobre o ponto a na direção (P) enquanto que o deslocamento X do próprio ponto a é medido na direção (X) . Neste trabalho, a receptância assim obtida será denominada *receptância absoluta*. No segundo, representado na figura 3.1.(b), a força age relativamente entre os pontos a_1 e a_2 e o deslocamento relativo X entre os pontos a_1 e a_2 na direção (X) é medido. A receptância assim obtida será denominada *receptância relativa*.

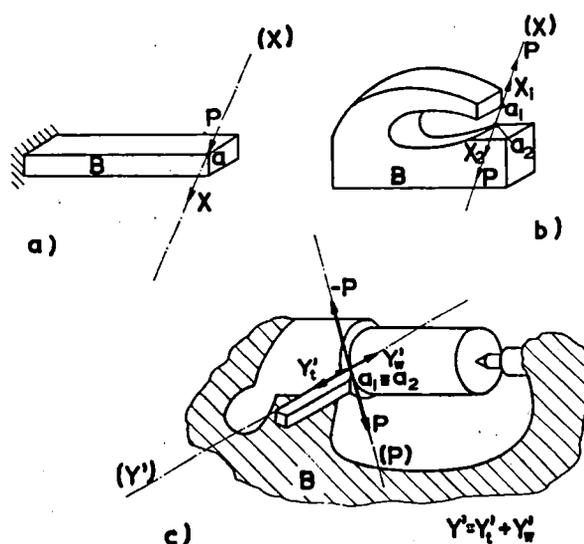


FIGURA 3.1 - Configurações de forças e deslocamentos para obtenção da receptância

Chama-se *receptância direta* àquela obtida quando a força excitadora e o deslocamento medido localizam-se sobre a mesma direção, conforme ilustrado na figura 3.1.(a) e 3.1.(b). Por outro lado, define-se *receptância cruzada* àquela obtida quando a excitação e o deslocamento repousam sobre direções diferentes, conforme figura 3.1.(c).

Conforme apresentado na seção 3.1, uma vez definida a estrutura (definidas suas propriedades de massa, rigidez e amortecimento), pode-se obter o deslocamento em quaisquer graus de liberdade produzidos por uma excitação também aplicada a quaisquer graus de liberdade.

Em particular, se for aplicada uma excitação de módulo unitário, da eq. (2.18) deduz-se que o deslocamento obtido corresponderá à própria receptância da estrutura entre o(s) ponto(s) de aplicação e o(s) ponto(s) de medida de deslocamento.

3.2.2. Obtenção do Limite de Estabilidade contra Trepidação



Uma vez obtida a receptância da estrutura, a carta de estabilidade contra trepidação, ilustrada na figura 3.2, será obtida pela construção do gráfico contendo a rotação (rpm) da peça ou ferramenta no eixo das abcissas e o coeficiente de espessura do cavaco (k_1) a partir das expressões (2.25) e (2.24), as quais são rerepresentadas a seguir:

$$rpm = \frac{60 \cdot \omega}{z(\theta_0 + n\pi)}$$

$$k_1 = \frac{I}{z_c \left[-G(\omega) \pm \sqrt{\mu^2 [G^2(\omega) + H^2(\omega)] - H^2(\omega)} \right]}$$

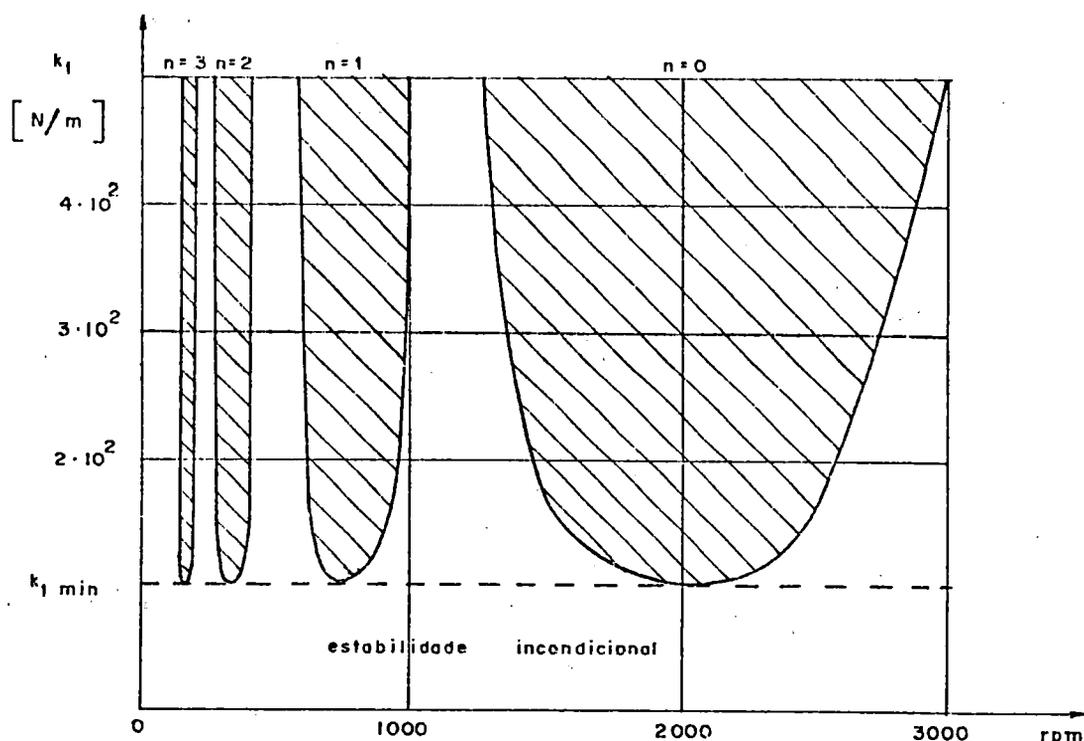


FIGURA 3.2 - Carta de Estabilidade contra Trepidação

O limite de estabilidade corresponde ao ponto (rpm, k_1) onde o coeficiente de espessura do cavaco atinge seu valor mínimo (k_{1min}). Devido ao fato de a carta de estabilidade ser formada por lóbulos, tal valor k_{1min} poderá ser atingido para vários valores de rpm .

Chama-se frequência de trepidação ao valor de ω utilizado para o cálculo de cada par (rpm, k_1) . A representação ω_{char} será utilizada para representar a frequência de trepidação correspondente ao ponto onde $k_1 = k_{1min}$. Cabe observar que, apesar de poderem haver tantos pares (rpm, k_{1min}) quantos forem os números de lóbulos, o valor da frequência de trepidação é o mesmo para todos eles.

Com base na semelhança formal entre as expressões (2.26) e (2.36), o presente trabalho, à maneira de LIRANI (1985), assume para o cálculo do comprimento limite de corte a igualdade:

$$k_1 = Rb \quad (3.43)$$

Dessa forma, uma vez calculado k_{1min} , pode-se obter o comprimento limite de corte através da expressão:

$$b_{lim} = \frac{k_{1min}}{R} \quad (3.44)$$

Conforme citado no capítulo 2, o coeficiente dinâmico de corte encontra-se tabelado em TLUSTY & KOENIGSBERGER (1970) para torneamento de 36 tipos de aço sob várias velocidades de corte e avanços.

3.3. Quantificação do Amortecimento ainda na Fase de Projeto

Se a quantificação do amortecimento de uma estrutura através de ensaios é uma tarefa árdua, a previsão do amortecimento de um corpo, de maneira precisa, ainda durante seu projeto, permanece impossível até os dias de hoje. Enquanto a massa específica é a propriedade utilizada para se avaliar a inércia da estrutura, e o módulo de elasticidade é a propriedade empregada na quantificação da rigidez, o amortecimento aguarda a eleição de uma grandeza que garanta sua quantificação, caso isso seja possível.

Várias publicações têm-se utilizado do fator de amortecimento modal, ξ_i , para efetuar alguma forma de previsão. Para a estrutura de uma fresadora, por exemplo, TLUSTY & ISMAIL (1983) adotam $\xi_i = 0,05$, TLUSTY et. all (1983) adotam 0,03, TLUSTY (1986) utiliza 0,04 e YOSHIMURA (1986), por sua vez, afirma que tal valor, para estruturas de máquinas ferramentas, situa-se na faixa de 0,01 a 0,1.

LAZAN (1968) reconhece que as publicações precedentes, sobre o tema amortecimento, quantificam essa propriedade das mais diversas formas. Nessa obra, o autor faz um grande levantamento bibliográfico sobre o assunto e apresenta expressões que relacionam os diversos quantificadores do amortecimento existentes na bibliografia até então.

Um desses quantificadores é o chamado fator de perda do material, definido por:

$$\eta = \frac{D}{2\pi U} \quad (3.45)$$

onde:

η : fator de perda do material

D : energia absorvida pelo material por ciclo por unidade de volume

U : energia elástica armazenada por unidade de volume

O fator de perda encontra-se tabelado em LAZAN (1968) para um grande número de materiais. Quando o amortecimento é dito linear, caso esse no qual se encontram os modelos histerético e viscoso, o fator de perda de um componente feito de um dado material é igual ao fator de perda do próprio material.

Como o estudo da formulação do amortecimento foge ao escopo do presente trabalho, para simplificação adotar-se-á a expressão utilizada por LIRANI (1985):

$$\eta = \frac{F_a}{F_e} \quad (3.46)$$

onde:

F_a : força de amortecimento atuante no componente

F_e : força elástica atuante no componente

Para exemplificar a relação do fator de amortecimento de LAZAN (1968) com os modelos de amortecimento disponíveis no Promaf, utilizar-se-á aqui o amortecimento histerético proporcional à rigidez. A expressão (3.46) pode ser reescrita na forma:

$$F_a = \eta F_e \quad (3.47)$$

Sabendo-se que a força de amortecimento numa estrutura pode ser expressa por $\{F_a\} = [J]\{q\}$ e a força elástica por $\{F_e\} = [K]\{q\}$, a expressão (3.47) pode ser escrita como:

$$[J]\{q\} = \eta [K]\{q\} \quad (3.48)$$

Conforme apresentado anteriormente neste capítulo, para amortecimento histerético proporcional à rigidez, a expressão anterior pode ser reescrita como:

$$\eta_k [K]\{q\} = \eta [K]\{q\} \quad (3.49)$$

de onde se conclui que, para esse caso de amortecimento, o fator de proporcionalidade η_k coincide com o próprio fator de perda do material η .

A5 **CAPÍTULO 4**

PROGRAMAS APERFEIÇOADOS E DESENVOLVIDOS

O desenvolvimento do presente trabalho incluiu a alteração e criação de alguns programas computacionais, os quais passam a ser apresentados a seguir.

4.1. O Sistema Promaf

O Laboratório de Máquinas Ferramentas do Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia de São Carlos da USP possui um sistema de programas baseado no método dos elementos finitos denominado Promaf. A figura 4.1 ilustra a estrutura básica do sistema, cujo desenvolvimento encontra-se documentado em diversas publicações como, por exemplo, LIRANI (1978), LIRANI (1985), CARVALHO (1989) e ALMEIDA (1992). Segue-se uma breve descrição de cada programa integrante.

entra: programa de triagem dos dados de entrada. Lê o arquivo *entdad.dat* e grava seus dados em outros arquivos específicos que serão utilizados por todo o bloco de programas. Gera relatório de saída, permitindo conferir os dados de entrada. Além disso, calcula parâmetros importantes como largura de banda e número total de graus de liberdade.

rigma: calcula as matrizes de rigidez e massa. Cada matriz elementar é calculada segundo o tipo de elemento, sendo a matriz global montada em seguida.

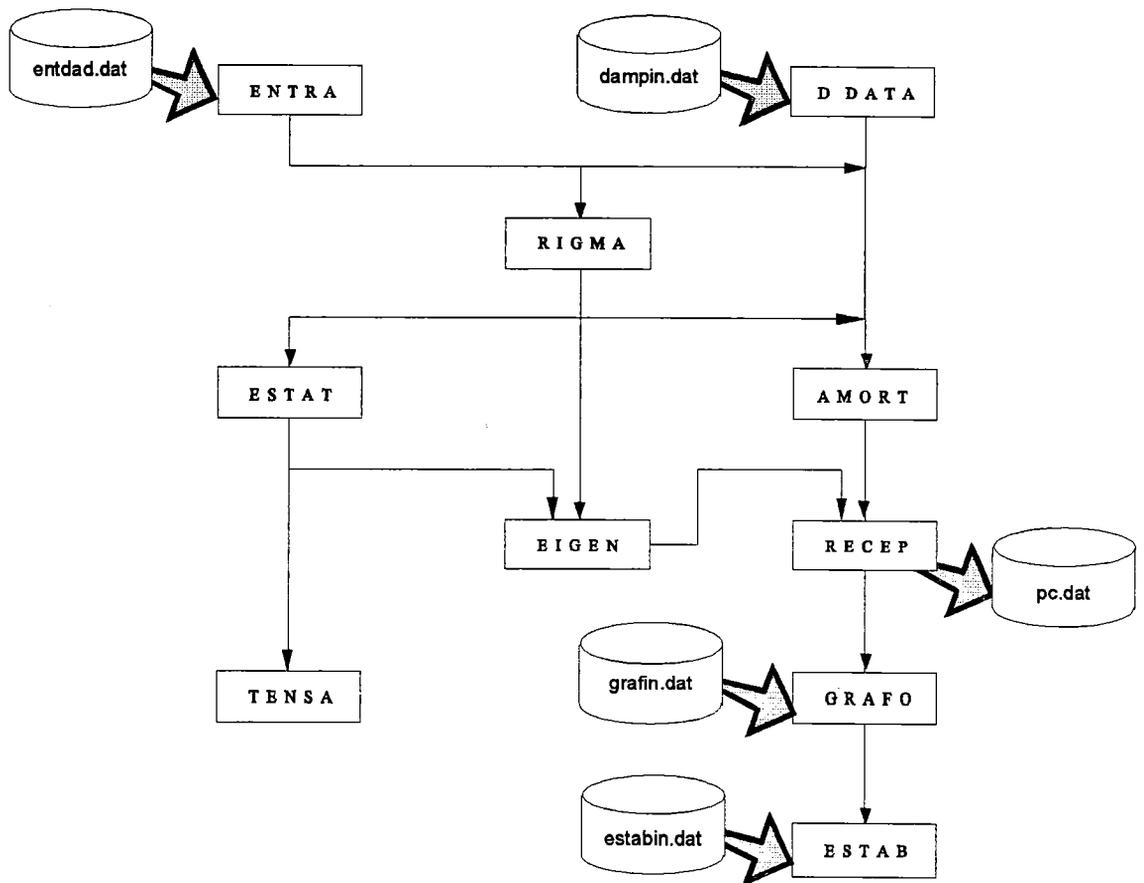


FIGURA 4.1 - Estrutura do Promaf

estat: programa para determinar os deslocamentos produzidos por carregamentos estáticos, permitindo a resolução de vários casos de carregamento simultaneamente.

tensa: programa para calcular tensões estáticas em cada elemento. Obtém ainda as tensões e direções principais.

eigen: programa para análise dinâmica. Resolve problema de autovalores e autovetores, obtendo as frequências naturais e os modos de vibrar.

ddata: programa de triagem de dados relativos ao amortecimento na estrutura. Lê o arquivo *dampin.dat* e grava seus dados em arquivos específicos que serão utilizados por outros programas. Emite relatório que permite conferir os dados lidos.

amort: produz a matriz de amortecimento, quando necessária. O amortecimento pode ser discreto, distribuído proporcional ou distribuído não proporcional, segundo modelo viscoso ou histerético.

recep: obtém a resposta em frequência da estrutura. Para cada frequência são calculadas parte real, parte imaginária, módulo e ângulo de fase da resposta amortecida, além da própria resposta conservativa. Grava os resultados nos arquivos *spgr.dat* e *pc.dat*. O primeiro será utilizado pelo programa *grafo*, enquanto que o último o será pelo programa *freq*.

grafo: com base nos parâmetros fixados no arquivo *grafin.dat*, possibilita a visualização dos resultados gerados por *recep* através de listagem dos valores e de gráficos compostos pela impressão de asteriscos em uma página de arquivo texto. Determina também o sistema de um grau de liberdade equivalente ao modo de vibrar em estudo, fornecendo o fator de amortecimento modal, a rigidez dinâmica modal e a rigidez estática modal equivalente.

estab: com base nos parâmetros fixados no arquivo *estabin.dat*, traça a carta de estabilidade contra trepidação e o gráfico da frequência de trepidação em função da velocidade de rotação da peça.

Uma tabela contendo os arquivos lidos e escritos por cada programa é apresentada no apêndice A. Os formatos dos arquivos *entdad.dat*, *dampin.dat* e *pc.dat* são apresentados no apêndice B. Os desenvolvimentos executados sobre o sistema Promaf são apresentados a seguir.

4.1.1. Implementação da Comunicação com o Programa Caeds

No sistema Promaf a etapa de modelamento da estrutura, isto é, a definição de nós, elementos, carregamentos, fixações e propriedades dos materiais, é feita através da edição do arquivo texto *entdad.dat*. Para representação adequada de certas estruturas faz-se necessário um número relativamente grande de elementos, tornando a tarefa de criação do arquivo *entdad.dat* bastante árdua e sujeita a erros.

Buscando minimizar esse problema, o presente trabalho desenvolveu uma interface entre o sistema Promaf e o programa Caeds, sendo este último marca registrada da IBM Corporation para o produto desenvolvido pela empresa System Dynamics Research Corporation (SDRC). O Caeds permite que, uma vez criado o

modelo de elementos finitos, seus dados sejam escritos em arquivos ASCII denominados *universal files*.

A comunicação entre o Caeds e o Promaf é feita pelo programa denominado *trad*, o qual constitui-se de um tradutor de formatos implementado em linguagem Fortran. Gera um arquivo *entdad.dat* a partir dos dados contidos em um *universal file*. A figura 4.2 ilustra a interface implementada.

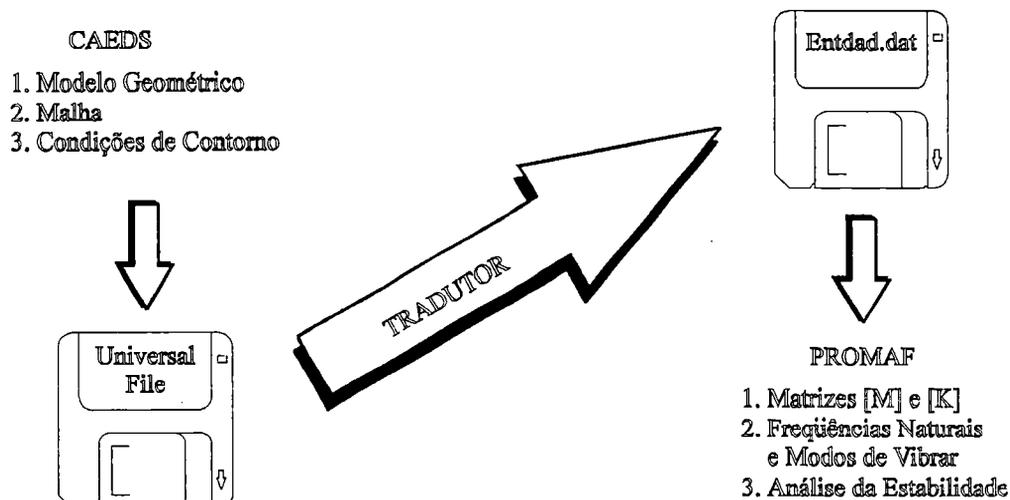


FIGURA 4.2 - Comunicação entre Caeds e Promaf

4.1.2. Implementação de Novas Formas de Modelagem para o Amortecimento

O modelamento do amortecimento existente do Promaf foi desenvolvido em LIRANI (1978) com vistas à representação de estruturas de máquinas ferramentas. Mais especificamente, havia grande interesse no estudo do efeito produzido pelo acréscimo de camadas de material viscoelástico sobre a estrutura, o que acabaria por produzir amortecimento não proporcional. Com isso em mente, o Promaf possuía originalmente três formas mutuamente exclusivas de amortecimento, com base na combinação das variáveis NDAM e NTYPD fornecidas pelo arquivo *dampin.dat*, conforme indicado no apêndice B:

- a) amortecimento contínuo (NDAM=1): no arquivo *dampin.dat* são especificados quais elementos da estrutura serão amortecidos. Constrói-se então matrizes elementares de amortecimento a partir das matrizes elementares de massa ou rigidez dos elementos especificados, ou seja:

$[H]^e = \eta_k [K]^e$ para amortecimento histerético proporcional à rigidez (NTYPD=1)

$[C]^e = \eta_k [K]^e$ para amortecimento viscoso proporcional à rigidez (NTYPD=2)

$[H]^e = \eta_m [M]^e$ para amortecimento histerético proporcional à massa (NTYPD=3)

$[C]^e = \eta_m [M]^e$ para amortecimento viscoso proporcional à massa (NTYPD=4)

onde:

$[H]^e$: matriz de amortecimento histerético elementar

$[C]^e$: matriz de amortecimento viscoso elementar

$[K]^e$: matriz de rigidez elementar

$[M]^e$: matriz de massa elementar

A matriz global de amortecimento é então construída pela composição das matrizes elementares, à maneira como se obtém as matrizes globais de rigidez ou massa.

- b) amortecimento discreto (NDAM=2): permite a inserção de um amortecedor (*dashpot*) entre dois nós da estrutura. No arquivo *dampin.dat* são fornecidos o coeficiente de amortecimento (μ_d) e os nós e graus de liberdade de inserção. Por exemplo, supondo-se que um amortecedor seja inserido entre os graus de liberdade de ordem i e j , a matriz global de amortecimento terá a seguinte configuração:

$$[C] = \begin{matrix} & \text{GDL } i & & \text{GDL } j & & & \\ \begin{matrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} \dots \\ \\ \dots \\ \\ \dots \\ \\ \dots \\ \\ \dots \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ \\ \mu_d \\ \\ -\mu_d \\ \\ \mu_d \\ \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} \dots \\ \\ -\mu_d \\ \\ \mu_d \\ \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ \\ 0 \\ \\ 0 \\ \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} \dots \\ \\ \dots \\ \\ \dots \\ \\ \dots \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} \end{matrix}$$

FIGURA 4.3 - Matriz de amortecimento obtida pelo uso de amortecedor

Se o amortecedor for aplicado entre o grau de liberdade de ordem i e a terra, apenas o termo da coluna i que estiver na diagonal da matriz receberá o coeficiente. Esta forma de amortecimento permite que se opte entre o modelo histerético ou viscoso, também em função da variável NTYPD.

- c) sistema massa-mola-amortecedor (NDAM=3): permite a construção de sistemas discretos compostos por massas, molas e amortecedores com vistas à rapidez de análise de exemplos simples.

O presente trabalho implementou dois recursos adicionais para modelagem do amortecimento, os quais são apresentados a seguir.

4.1.2.1. Implementação da Combinação entre Formas de Amortecimento

Adotando-se o valor NDAM=5 no arquivo *dampin.dat*, conforme documentado no apêndice B, torna-se possível a combinação do amortecimento contínuo (item *a* da seção anterior) com o amortecimento discreto (item *b* da seção anterior).

Esse recurso permite, por exemplo, que se modele uma camada de material viscoelástico sobre a estrutura através do amortecimento distribuído e o amortecimento produzido por um mancal através do amortecimento discreto.

Para executar esta opção, o programa *amort* cria a matriz global de amortecimento gerada pelo amortecimento discreto e, em seguida, sobrepõe a ela a matriz global de amortecimento produzida pelo amortecimento contínuo. Um fluxograma representando a nova estrutura do programa *amort* pode ser vista no apêndice C.

4.1.2.2. Implementação do Amortecimento Proporcional

A utilização do modelo de amortecimento proporcional torna a obtenção da resposta dinâmica da estrutura uma tarefa sensivelmente mais fácil em relação à existência de amortecimento não proporcional, conforme foi destacado na seção 3.1.

Com isso em mente, tal recurso foi implementado adotando-se o valor NDAM=4 no arquivo *dampin.dat*, conforme indicado no apêndice B. Apesar de o amortecimento proporcional poder ser modelado através do amortecimento distribuído (NDAM=1) adotando-se todos os elementos da estrutura como elementos amortecidos, duas vantagens provenientes desse novo recurso são:

- a) a possibilidade de obtenção da resposta da estrutura sem necessidade de construção da matriz de amortecimento. Basta fornecer os fatores de proporcionalidade η_k (NTYPD=1 ou NTYPD=2) e η_m (NTYPD=3 ou NTYPD=4) ou ainda o fator de amortecimento modal ξ_i (NTYPD=5) para os modos a serem utilizados no cálculo. A resposta é então computada através da expressão (3.30), num intervalo de tempo de processamento da ordem de um décimo daquele necessário caso se utilizasse o amortecimento distribuído em toda a estrutura (NDAM=1);
- b) a possibilidade de se computar o amortecimento a partir do fator de amortecimento modal ξ_i (NTYPD=5), uma vez que este valor é largamente utilizado nas publicações científicas sobre análise dinâmica de estruturas.

Conforme pode ser observado no apêndice C, para o caso de amortecimento proporcional o programa *amort* restringe-se apenas a escrever os dados de amortecimento em outros arquivos para serem utilizados pelos programas subsequentes. A resposta da estrutura é toda ela calculada no programa *recep*, conforme pode-se observar no apêndice D. Nele é apresentado um fluxograma do programa *recep*, seguido pela descrição das rotinas componentes.

4.1.3. Implementação de Nova Rotina para Projeção da Receptância

Conforme destacado no na seção 2.2.2, para determinação do limite de estabilidade torna-se necessário conhecer a receptância entre a direção perpendicular à aresta de corte (Y^*) e a direção da força de usinagem (P). Por outro lado, o Promaf permite a obtenção das receptâncias absoluta e relativa, conforme nomenclatura adotada na seção 3.2.1.

Para obtenção da receptância absoluta deve-se aplicar uma carga de módulo unitário sobre o nó correspondente à ferramenta, na direção da força de corte. A receptância será o deslocamento obtido pelo mesmo ponto na direção (Y^*). Para

obtenção da receptância relativa deve-se aplicar duas cargas de módulo unitário, mesma direção e sentidos opostos, uma sobre o nó correspondente à ferramenta e outra sobre o nó correspondente à peça. A receptância será obtida pelo deslocamento relativo entre os dois nós.

É interessante notar que, pelo fato de trabalhar com base no método dos elementos finitos, a(s) força(s) será(ão) especificada(s) através de suas projeções sobre os eixos coordenados (x,y,z) . Da mesma forma, o deslocamento do(s) nó(s) de interesse será(ão) obtido(s), pelo programa *recep*, também através de suas componentes nos eixos coordenados.

Para obtenção do deslocamento resultante na direção de interesse (Y^*), faz-se necessária a composição dessas componentes de deslocamento. Neste trabalho, adotou-se e implementou-se o procedimento especificado por SHI & TOBIAS (1984) para tal composição, o qual pode ser ilustrado através da seguinte figura:

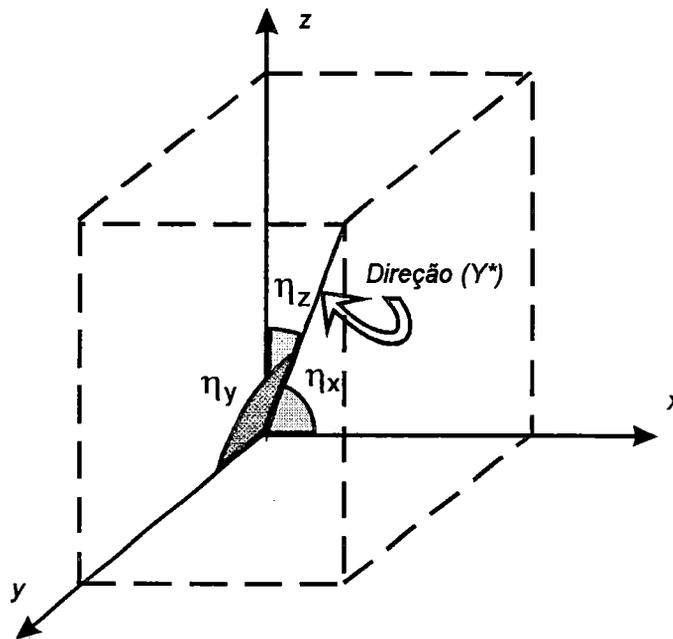


FIGURA 4.4 - Determinação da receptância entre as direções (Y^*) e (P)

Sejam as seguintes receptâncias cruzadas, obtidas a partir de excitação de módulo unitário na direção (P):

$G_x + jH_x$: receptância na direção do eixo x

$G_y + jH_y$: receptância na direção do eixo y

$G_z + jH_z$: receptância na direção do eixo z

Sejam η_x, η_y, η_z os ângulos formados entre a direção (Y^*) e os eixos coordenados (x, y, z) respectivamente. Os cossenos desses ângulos serão doravante chamados de cossenos diretores. Segundo SHI & TOBIAS (1984), tem-se:

$$\begin{aligned} G^* &= G_x \cos \eta_x + G_y \cos \eta_y + G_z \cos \eta_z \\ H^* &= H_x \cos \eta_x + H_y \cos \eta_y + H_z \cos \eta_z \end{aligned} \quad (4.1)$$

Portanto, a receptância entre as direções (Y^*) e (P) é dada pela expressão:

$$\Phi(\omega) = G^*(\omega) + jH^*(\omega) \quad (4.2)$$

Deve-se observar que a metodologia acima trata especificamente do caso de receptância absoluta. Para receptância relativa, basta substituir a equação (4.1) pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} G^* &= (G_x^F - G_x^P) \cos \eta_x + (G_y^F - G_y^P) \cos \eta_y + (G_z^F - G_z^P) \cos \eta_z \\ H^* &= (H_x^F - H_x^P) \cos \eta_x + (H_y^F - H_y^P) \cos \eta_y + (H_z^F - H_z^P) \cos \eta_z \end{aligned} \quad (4.3)$$

onde:

$$\left. \begin{aligned} G_x^F + jH_x^F \\ G_y^F + jH_y^F \\ G_z^F + jH_z^F \end{aligned} \right\} \text{receptâncias do nó correspondente à ferramenta, nos eixos coordenados}$$

$$\left. \begin{matrix} G_x^P + jH_x^P \\ G_y^P + jH_y^P \\ G_z^P + jH_z^P \end{matrix} \right\} \text{receptâncias do nó correspondente à peça, nos eixos coordenados}$$

É interessante notar que a eq. (4.1) é um caso particular da expressão (4.3), para a situação em que não se leva em conta o movimento do nó correspondente à peça a ser usinada. Tal situação representa bem a realidade quando a rigidez da peça e da região que a suporta é bastante superior à região que contém a ferramenta.

4.2. O Programa freq

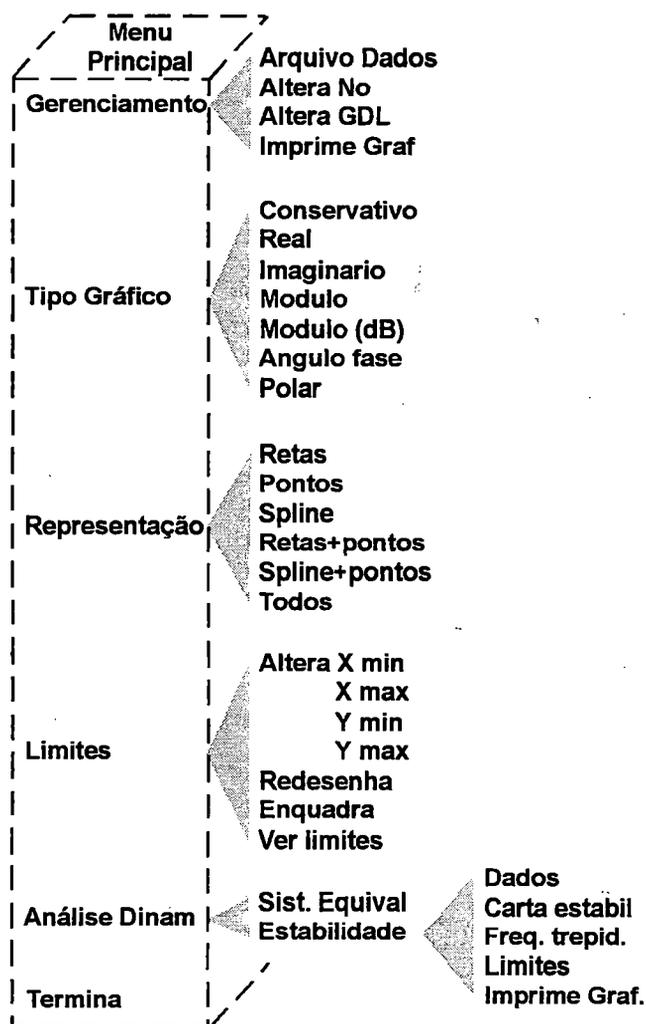


FIGURA 4.5 - Estrutura do programa *freq*

O Promaf foi originariamente desenvolvido em linguagem Fortran em equipamentos de grande porte, nos quais não se dispunha de terminais gráficos de vídeo. Por esse motivo, desenvolveu-se a saída gráfica dos programas *grafo* e *estab* em impressoras de linha, plotando-se os eixos com sinais de menos e os pontos dos gráficos com asteriscos, o que conduzia a uma baixa resolução nos gráficos obtidos.

Devido ao surgimento e redução do custo de microcomputadores, terminais de vídeo de alta resolução e impressoras gráficas, o presente trabalho desenvolveu um programa em substituição de *grafo* e *estab*, oferecendo melhores recursos de visualização gráfica. Tal programa foi implementado utilizando-se a linguagem Borland Turbo Pascal 5.0 com a ferramenta Toolbox, recebendo o nome de *freq*.

A figura 4.5 apresenta a estrutura do programa *freq*, com destaque para as opções disponíveis no menu principal. À maneira dos programas *grafo* e *estab*, o programa *freq* também obtém a resposta da estrutura a partir do programa *recep*, porém utiliza-se do arquivo formatado *pc.dat*. A estrutura desse arquivo também encontra-se documentada no apêndice B.

MENU PRINCIPAL	
<pre> XXXXXXXXXXXX Tipo grafico Representacao Linhas Dinam Analise Dinam Termina </pre>	
GERENCIAMENTO	
<pre> XXXXXXXXXXXX Altera No Altera GDL Imprime Graf </pre>	
PCLD.DAT	
NO :	29
G.D.L. :	3

FIGURA 4.6 - Funções de Gerenciamento

Conforme ilustrado na figura 4.6, o programa apresenta a tela dividida em duas partes. À esquerda aparecem o menu principal e suas opções, o nome do

arquivo, o número do nó e do grau de liberdade em análise, enquanto que na porção direita apresenta-se o gráfico escolhido.

Como destacado na figura 4.5, o menu principal oferece seis opções:

- a) *Gerenciamento* : módulo que possibilita a leitura de outros arquivos de dados, alterações de nós ou graus de liberdade em análise e também a impressão do gráfico escolhido, conforme apresentado na figura 4.6.
- b) *Tipo Gráfico*: traça o gráfico escolhido dentre os seis possíveis: resposta conservativa, parte real da resposta amortecida, parte imaginária da resposta amortecida, módulo da resposta amortecida, ângulo de fase e gráfico polar, segundo a representação escolhida. Na figura 4.7 pode-se observar o gráfico da parte real da resposta.

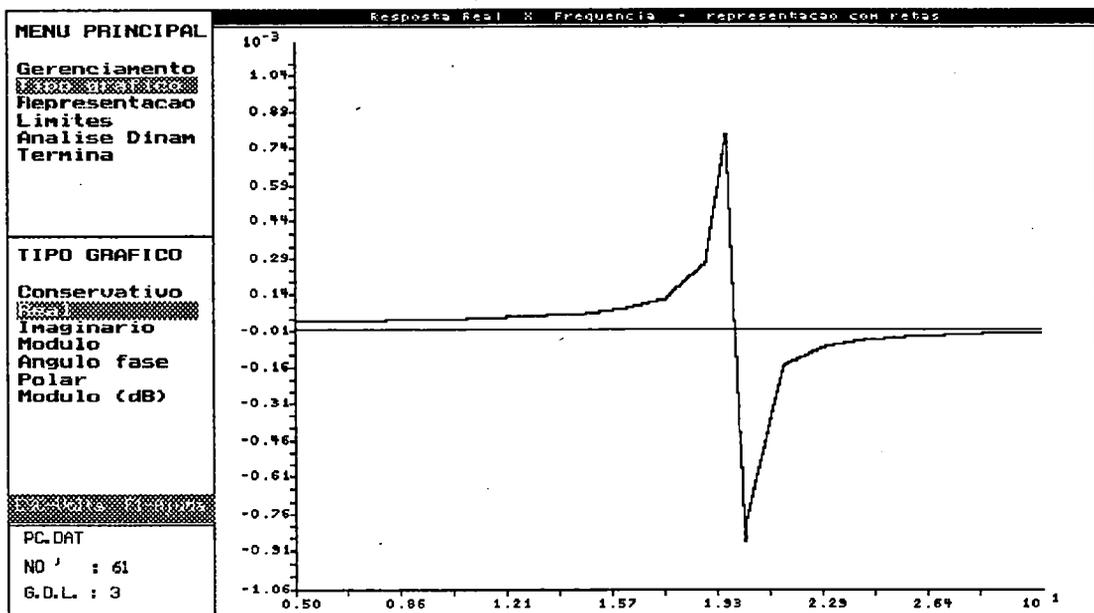


FIGURA 4.7 - Representação Gráfica da parte real da resposta amortecida

- c) *Representação*: permite a seleção de como o gráfico será representado. São disponíveis as opções: apenas com retas, apenas com pontos, através de spline, através de retas e pontos, através de spline e pontos ou todas as representações juntas;

- d) *Limites*: permite a mudança dos limites tanto no eixo das abscissas quanto no das ordenadas, possibilitando a alteração da escala e também o retorno à escala original. É possível também visualizar os limites na tela;
- e) *Análise Dinâmica*: permite a identificação dos parâmetros modais segundo o método de Kennedy e Pancu, a obtenção da carta de estabilidade e do gráfico da frequência de trepidação.

O método de Kennedy e Pancu consiste em se ajustar um círculo ao gráfico polar da resposta para o modo em estudo e, a partir dele, extrair-se os parâmetros modais tais como massa modal, rigidez modal e razão de amortecimento modal.

Para determinação do círculo ajustado, o usuário do programa seleciona três pontos sobre o gráfico da resposta. Na figura 4.8 pode-se ver o círculo ajustado a um dos modos de vibrar, enquanto que na figura 4.9 são apresentados os parâmetros obtidos.

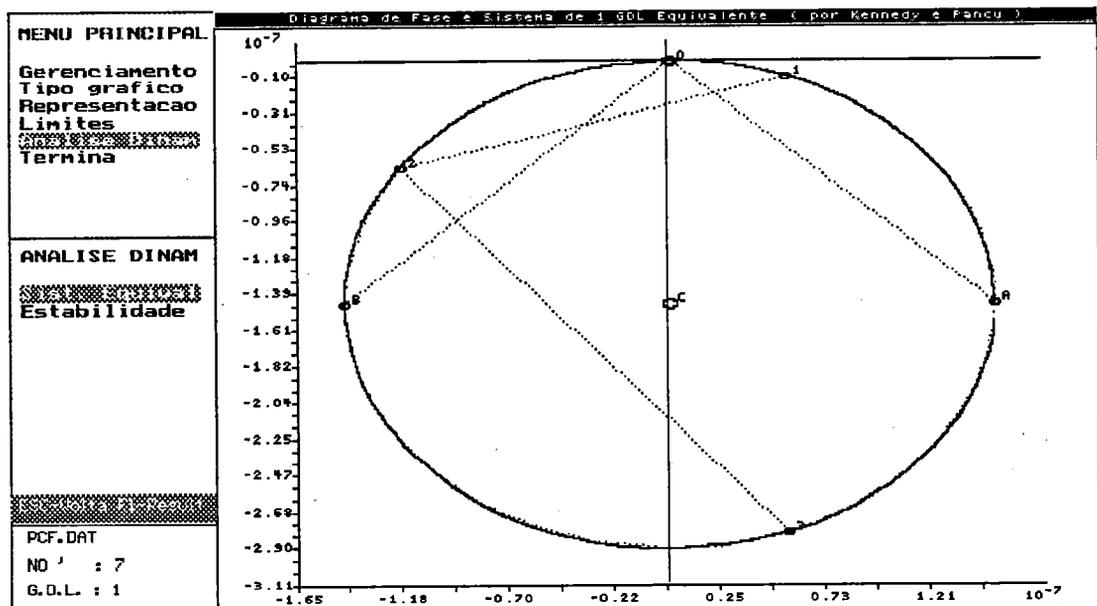


FIGURA 4.8 - Método de Kennedy e Pancu para identificação dos parâmetros modais

MENU PRINCIPAL	
Gerenciamento	
Tipo grafico	
Representacao	
Limites	
Analise Dinam	
Termina	
ANALISE DINAM	
Estabilidade	
PCF.DAT	
NO' : 7	
G.O.L. : 1	

Sistema Equivalente de 1 GDL segundo Kennedy e Paoletti :	
Rigidez equivalente	Keq = 1.5319022897E+08
Massa equivalente	Meq = 2.5283166772E+03
Base de amortecimento equiv.	D31eq = 1.1223765395E+02
Fator de amort. viscoso equiv.	Ced = 1.3982270888E+04
Deslocamento estatico equiv.	Rest = 6.5193201193E-09
Rigidez dinamica equivalente	Kdin = 1.4438454010E+06
Amplitude maxima equivalente	amax = 2.5037308112E-07
Coord. do centro do locus	Xc = 1.3876654163E-08
	Yc = 1.4518364412E-07
Base do locus	B = 1.4518364412E-07
Frequencia de ressonancia	Hn = 2.9260000000E+01
Resposta minima calculada	Bmin = 1.4378387514E-07
Freq. trepidação estimada	Hchat = 3.9440100000E+01
Fator amplif dinamica calc	Qcalc = 4.4840393139E+01
Freq. pios de baixa potencia	Na = 3.8560000000E+01
	Nb = 3.9440100000E+01

FIGURA 4.9 - Parâmetros do sistema de 1 GDL equivalente

Dentro da opção *Análise Dinâmica* existe ainda a possibilidade de se optar pela visualização da carta de estabilidade contra trepidação. Após fornecidos os dados necessários, a carta será impressa conforme ilustrado na figura 4.10, juntamente com os valores de ω_{chat} , k_{1min} e uma estimativa de b_{lim} , adotando-se o valor de $R = 1,46E10 N/m^2$, correspondente ao torneamento do aço 1035. Num primeiro momento esses dados aparecerão sobrepostos à carta, podendo ser retirados pelo simples toque de uma tecla, conforme ilustrado na figura 4.11.

A rotina gráfica permite a alteração dos limites desejados para os eixos horizontal e vertical, favorecendo assim uma análise mais detalhada das regiões de maior interesse sobre a carta.

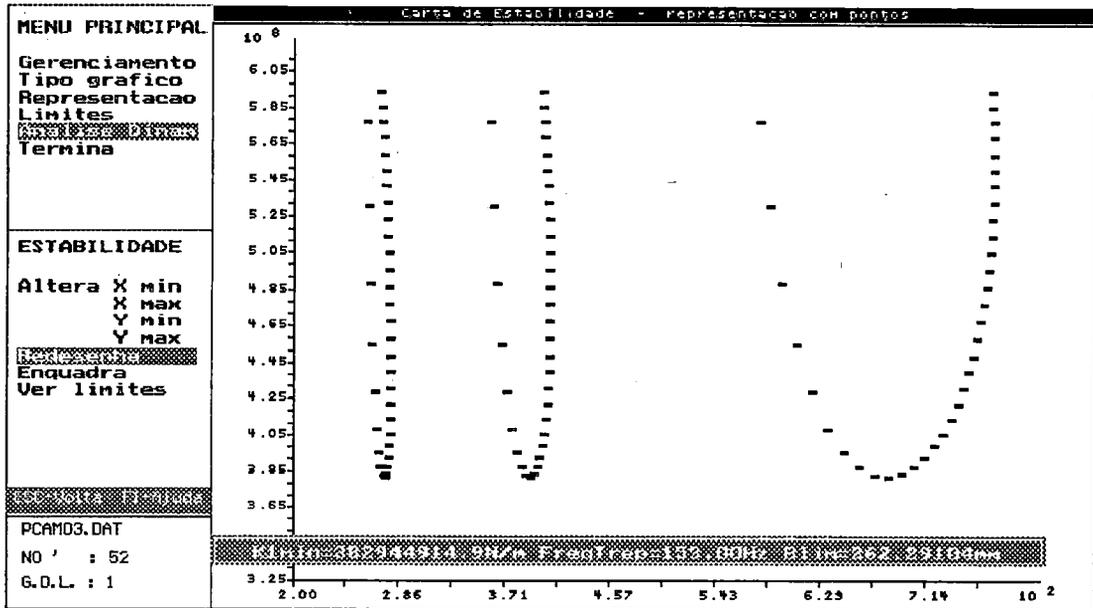


FIGURA 4.10 - Carta de estabilidade contra trepidação fornecida por *freq*

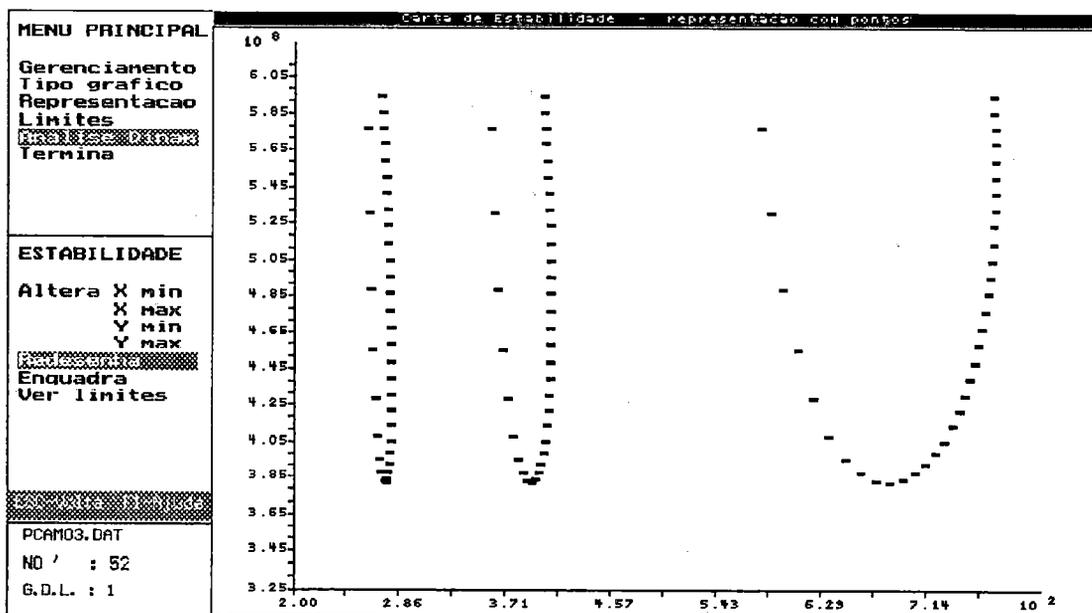


FIGURA 4.11 - Carta de estabilidade sem os parâmetros obtidos

CAPÍTULO 5

APLICAÇÕES PRÁTICAS

Segue-se a apresentação de resultados obtidos para validação tanto das rotinas implementadas e/ou modificadas no sistema *Promaf* quanto do programa *freq*. Deve-se ter em mente que, apesar de os dados de resposta em frequência poderem ser obtidos na forma de deslocamento, velocidade ou aceleração, o presente trabalho utiliza-se somente do deslocamento, conforme o desenvolvimento teórico apresentado no capítulo 3.

5.1. Validação do Sistema Promaf/Freq: Estudo Comparativo de uma Furadeira Radial

Antes de se iniciar o estudo comparativo propriamente dito, alguns esclarecimentos com relação à nomenclatura utilizada tornam-se necessários. O programa *Caeds*, empregado neste estudo, cria diversos arquivos durante sua operação, sendo que duas diferentes classes desses arquivos devem ser compreendidas para o desenvolvimento deste trabalho.

A primeira classe, dos arquivos denominados *model files*, é composta por dois arquivos identificados pelas suas extensões *mf1* e *mf2*, os quais armazenam tudo o que for criado e salvo dentro do programa *Caeds* (primitivas geométricas, nós, elementos, carregamentos, etc). A segunda classe é formada pelos arquivos denominados *universal files*, identificados pela extensão *unv*, os quais podem conter quaisquer subconjuntos dos dados armazenados nos *model files*, com a vantagem de serem formatados.

O intuito do presente seção reside em avaliar a confiabilidade dos resultados obtidos pelo sistema *Promaf/freq*. Dos capítulos anteriores é fácil notar que toda a

análise da estabilidade estará baseada na receptância da estrutura, a qual será obtida através da resposta em frequência. Torna-se, portanto, de fundamental importância que o sistema *Promaf/freq* forneça a resposta em frequência de forma correta.

Com isso em mente, realizou-se um estudo comparativo entre o sistema *Promaf/freq* e o programa *Caeds* para obtenção da resposta em frequência da furadeira radial ilustrada na figura 5.1. Trata-se de um modelo da furadeira clássica de Tobias. Optou-se pela utilização desse modelo simplificado pela maior facilidade de manipulação dos resultados. O arquivo *entdad.dat* contendo os dados do modelo encontra-se no apêndice E.

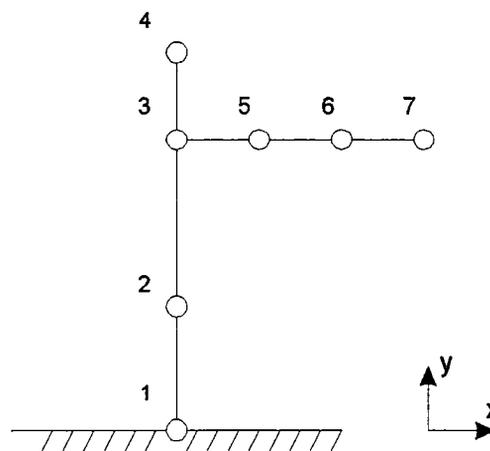


FIGURA 5.1 - Estrutura simplificada de uma furadeira radial

O modelo foi inicialmente criado no *Caeds* com o nome de *furd* e, através do programa *trad*, escrito no formato do arquivo *entdad.dat* para ser processado pelo *Promaf*. Foram então obtidos os modos de vibrar e as frequências naturais através do *Caeds* e do *Promaf*, adotando-se as seguintes configurações:

Caeds: modos de vibrar e frequências naturais obtidos através do método da iteração simultânea de vetores (SVI), tendo sido solicitado o cálculo dos vinte primeiros modos.

Promaf: solicitado o cálculo dos dez primeiros modos de vibrar, com um máximo de cinquenta iterações, tendo sido obtidos oito modos.

TABELA 5.1 - Valores das cinco primeiras frequências naturais obtidas

Modo de Vibrar	Frequências Naturais (Hz)	
	<i>Caeds</i>	<i>Promaf</i>
1°	13,716	13,717
2°	39,155	39,137
3°	48,035	48,069
4°	120,119	119,465
5°	169,881	170,856

A tabela 5.1 apresenta os valores das cinco primeiras frequências naturais obtidas pelos dois sistemas, onde se pode observar que os resultados são concordantes, porém não coincidentes, o que é perfeitamente compreensível dado que dois procedimentos numéricos distintos foram utilizados nos cálculos.

Como o objetivo dessa seção reside em avaliar o procedimento de obtenção da resposta em frequência e este, por sua vez, baseia-se nos valores numéricos de modos e frequências conforme apresentado no capítulo 3, quaisquer diferenças devem ser eliminadas para que os resultados não sejam comprometidos.

Com isso em mente, adotou-se o seguinte procedimento: substituir os valores modais obtidos pelo *Promaf* no modelo utilizado pelo *Caeds*. Dessa forma ambos os programas partiriam dos mesmos valores para o cálculo da resposta em frequência.

Tal procedimento foi implementado através dos seguintes passos:

- a) modificou-se temporariamente o fonte do programa *eigen* para que escrevesse as frequências naturais e os modos de vibrar normalizados (cf. eq. (3.9)) em arquivo formatado, utilizando-se dos formatos empregados nos *universal files* do *Caeds*;
- b) criou-se, a partir do modelo *furd* do *Caeds*, um universal file denominado *furdp.unv*, contendo os modos de vibrar e as frequências naturais originariamente obtidas pelo *Caeds*;

- c) criou-se uma cópia do arquivo *furdp.unv* com o nome de *furdenorm.unv*, onde foram substituídas as frequências naturais e os modos de vibrar obtidos pelo *Promaf* no item a. As massas modais foram todas alteradas para o valor 1 (um). Este último procedimento tornou-se necessário pois o *Caeds*, ao escrever os *universal files*, não se utiliza de modos ortonormalizados como o faz o *Promaf*, conforme descrito na eq. (3.9);
- d) criou-se novo *model file*, denominado *furdmm*, onde foi lido o *universal file furdnorm.unv*.

Uma vez executados esses passos, o modelo *furdmm* utilizado pelo *Caeds* e o modelo utilizado pelo *Promaf* passaram a ter exatamente os mesmos dados modais. Obteve-se então a resposta em frequência em torno da frequência natural do segundo modo de vibrar, excitando-se o nó número 7 na direção *y* e adquirindo a resposta no mesmo nó, nas direções *x*, *y*, *z*, nos dois sistemas. A tabela 5.2 apresenta alguns dos valores obtidos. Deve-se destacar que esta é a resposta conservativa, isto é, foi obtida sem qualquer amortecimento na estrutura.

TABELA 5.2 - Resultados obtidos para o módulo da resposta conservativa

frequência (Hz)	Módulo da Resposta Conservativa (<i>m/N</i>)					
	Direção <i>x</i> (10^{-7})		Direção <i>y</i> (10^{-7})		Direção <i>z</i> (10^{-19})	
	<i>Caeds</i>	<i>Promaf</i>	<i>Caeds</i>	<i>Promaf</i>	<i>Caeds</i>	<i>Promaf</i>
35,00	0,218675	0,218665	0,296478	0,296469	0,185888	0,185889
37,00	0,416923	0,416901	0,551785	0,551767	0,220046	0,220046
39,10	23,9913	23,9796	30,8916	30,8772	3,68441	3,68285
39,20	13,8369	13,8393	17,7924	17,7958	1,86182	1,86226
41,00	0,465615	0,465598	0,583641	0,583631	0,109064	0,109065
43,00	0,222116	0,222107	0,270054	0,270048	0,164390	0,164391

Como se pode observar os resultados são bastante próximos. A pequena diferença existente provavelmente deve-se ao fato de o *Caeds* executar cálculos com precisão dupla, enquanto que o *Promaf* os executa com precisão simples.

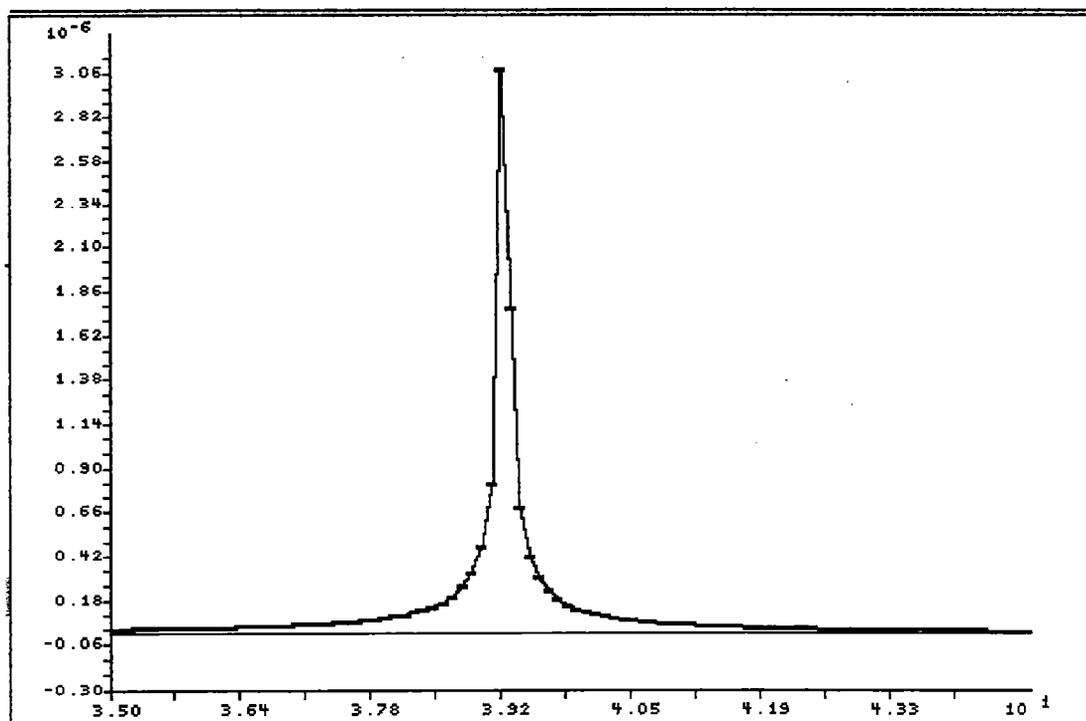


FIGURA 5.2 - Gráfico do módulo da resposta conservativa segundo o programa *freq*

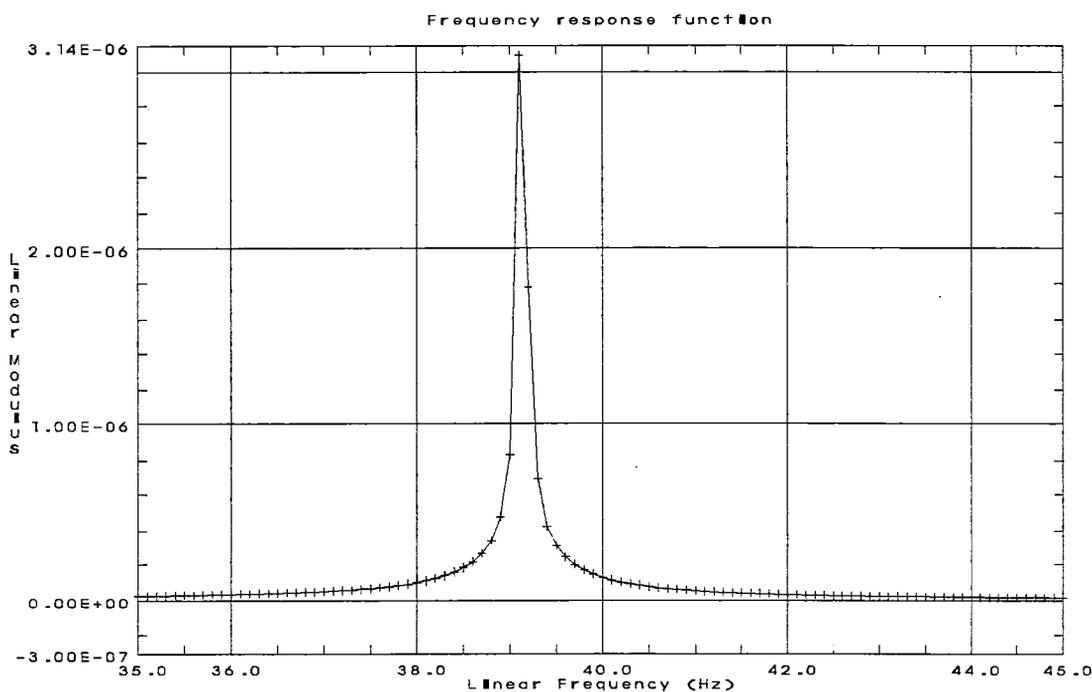


FIGURA 5.3 - Gráfico do módulo da resposta conservativa segundo o programa *Caeds*

As figuras 5.2 e 5.3 apresentam, respectivamente, os gráficos do módulo da resposta conservativa obtidas pelos programas *freq* e *Caeds*. Como se pode observar, os gráficos estão perfeitamente coerentes, atestando o bom desempenho das rotinas gráficas do programa *freq*.

Para efetuar estudo comparativo da resposta amortecida, torna-se necessário compatibilizar os dados referentes ao amortecimento nos dois sistemas.

Conforme a equação (3.25), no *Promaf* tem-se:

$$[u]_i^T [J][u]_i = \delta_{ii}$$

Por outro lado, segundo IBM (1990)¹, no *Caeds* tem-se, para amortecimento viscoso:

$$[u]_i^T [C][u]_i = \omega c_i \quad (5.1)$$

onde c_i é o amortecimento modal viscoso para o modo i . A resposta em frequência da estrutura foi então obtida com duas configurações distintas de amortecimento, as quais são apresentadas a seguir.

5.1.1. Amortecimento Viscoso Proporcional à Massa

Para amortecimento viscoso proporcional à massa, conforme a equação (3.26), no *Promaf* tem-se:

$$\delta_{ii} = \omega \eta_m$$

Igualando-se essa expressão à eq. (5.1) chega-se a:

¹IBM CORPORATION. *CAEDS System Dynamics Analysis User's Guide*. 1.ed. Santa Monica, CA, Aug. 1990, p.A2.

$$c_i = \eta_m \quad (5.2)$$

Ou seja, adotar-se amortecimento modal viscoso c_i para todos os modos no *Caeds* com o mesmo valor do fator de proporcionalidade η_m do *Promaf* gera amortecimento equivalente nos dois modelos. No presente exemplo adotou-se: $c_i = \eta_m = 10$ e utilizou-se os cinco primeiros modos de vibrar para o cálculo da resposta.

Excitou-se o nó número 7 na direção y , adquirindo-se a resposta no mesmo nó, nas direções x , y , z , nos dois sistemas. A tabela 5.3 apresenta alguns valores obtidos para a parte real da resposta enquanto que a tabela 5.4 apresenta os correspondentes valores para a parte imaginária. Como se pode observar, os valores são extremamente próximos, sendo que as pequenas diferenças encontradas também são atribuídas ao número de algarismos significativos com os quais são calculadas as respostas nos dois sistemas.

TABELA 5.3 - Parte real da resposta amortecida para $\eta_m = 10$

frequência (Hz)	Parte Real da Resposta Amortecida (m/N)					
	Direção x (10^{-9})		Direção y (10^{-9})		Direção z (10^{-20})	
	<i>Caeds</i>	<i>Promaf</i>	<i>Caeds</i>	<i>Promaf</i>	<i>Caeds</i>	<i>Promaf</i>
35,00	-21,1520	-21,1510	28,7269	28,7261	-1,84754	-1,84755
37,00	-36,7991	-36,7973	48,8811	48,8797	-2,12731	-2,12732
39,10	-4,52086	-4,52297	7,35892	7,36170	-1,72972	-1,72977
39,20	9,25947	9,25729	-10,3751	-10,3725	-1,53211	-1,53215
41,00	39,1847	39,1832	-48,8704	-48,8695	-1,19326	-1,19327
43,00	21,2494	21,2485	-25,7670	-25,7665	-1,64275	-1,64276

As figuras 5.4 e 5.5 ilustram respectivamente os gráficos da parte real da resposta, para o presente caso de amortecimento, obtidos pelos programas *freq* e *Caeds* na direção y , enquanto que as figuras 5.6 e 5.7 ilustram os respectivos gráficos da parte imaginária. Também aqui se pode verificar o bom desempenho das rotinas gráficas do programa *freq*.

TABELA 5.4 - Parte imaginária da resposta amortecida para $\eta_m = 10$

frequência (Hz)	Parte Imaginária da Resposta Amortecida (m/N)					
	Direção $x (10^{-8})$		Direção $y (10^{-8})$		Direção $z (10^{-21})$	
	<i>Caeds</i>	<i>Promaf</i>	<i>Caeds</i>	<i>Promaf</i>	<i>Caeds</i>	<i>Promaf</i>
35,00	0,393693	0,393670	-0,50732	-0,50730	0,748815	0,748804
37,00	1,35146	1,35137	-1,73998	-1,73991	2,21893	2,21889
39,10	11,0164	11,0159	-14,1785	-14,1782	16,5083	16,5083
39,20	10,9422	10,9418	-14,0830	-14,0828	16,4072	16,4073
41,00	1,68782	1,68776	-2,17299	-2,17295	3,03460	3,03462
43,00	0,445860	0,445840	-0,57468	-0,57467	1,71147	1,71146

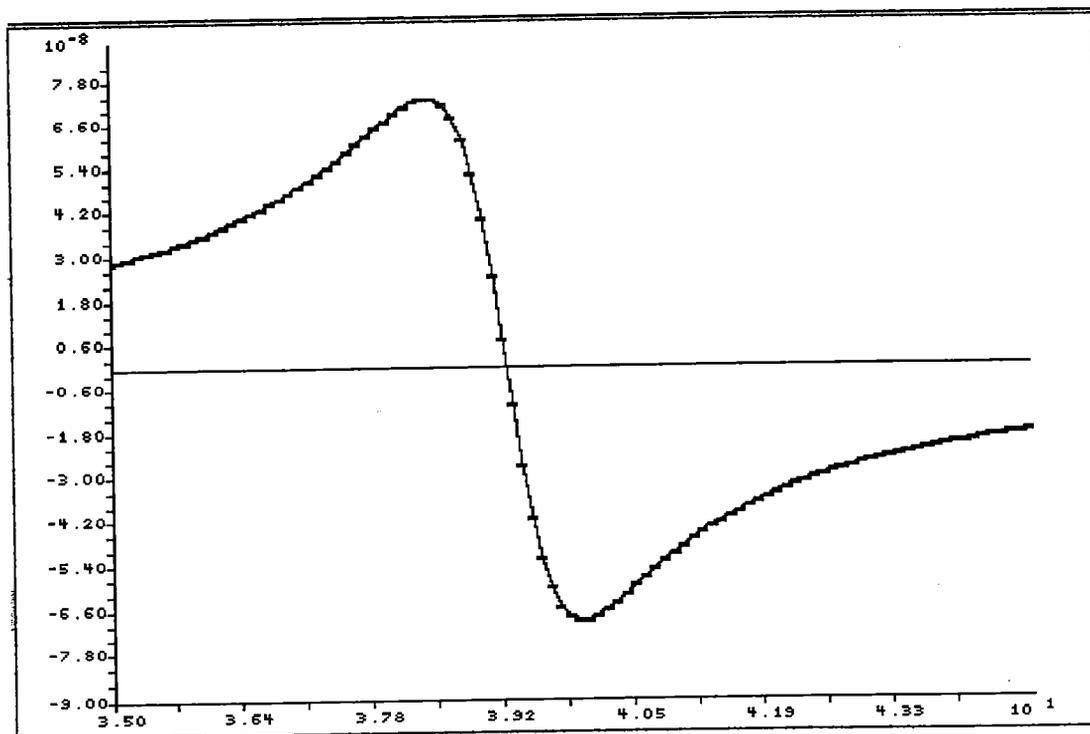


FIGURA 5.4 - Parte real da resposta amortecida segundo *freq*

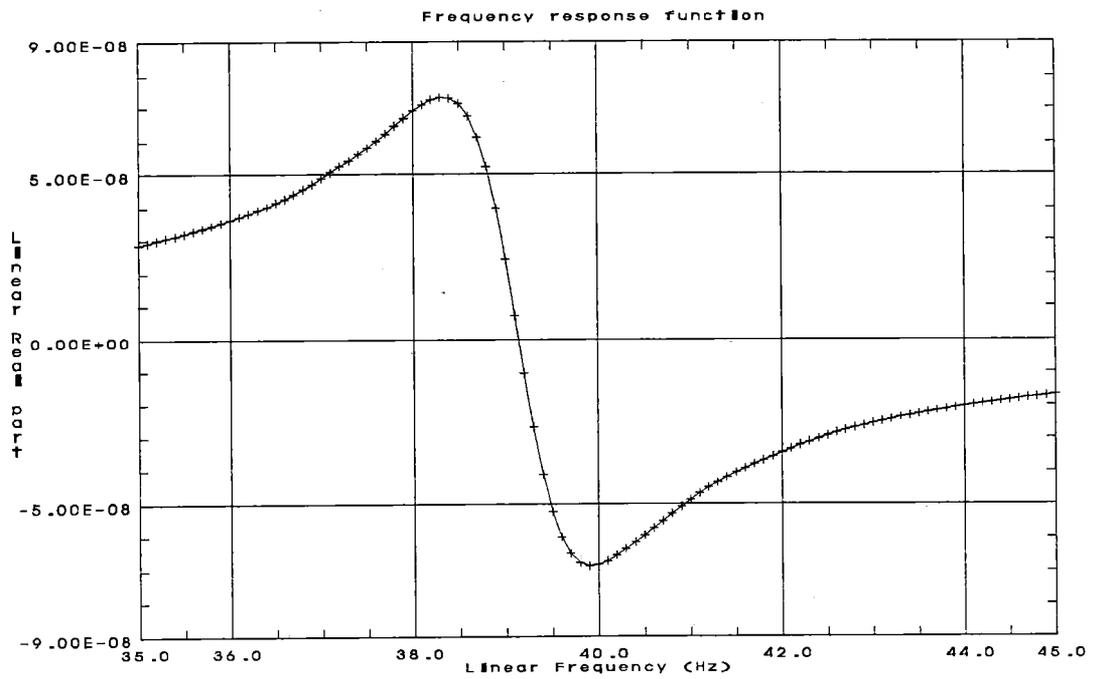


FIGURA 5.5 - Parte real da resposta amortecida segundo *Caeds*

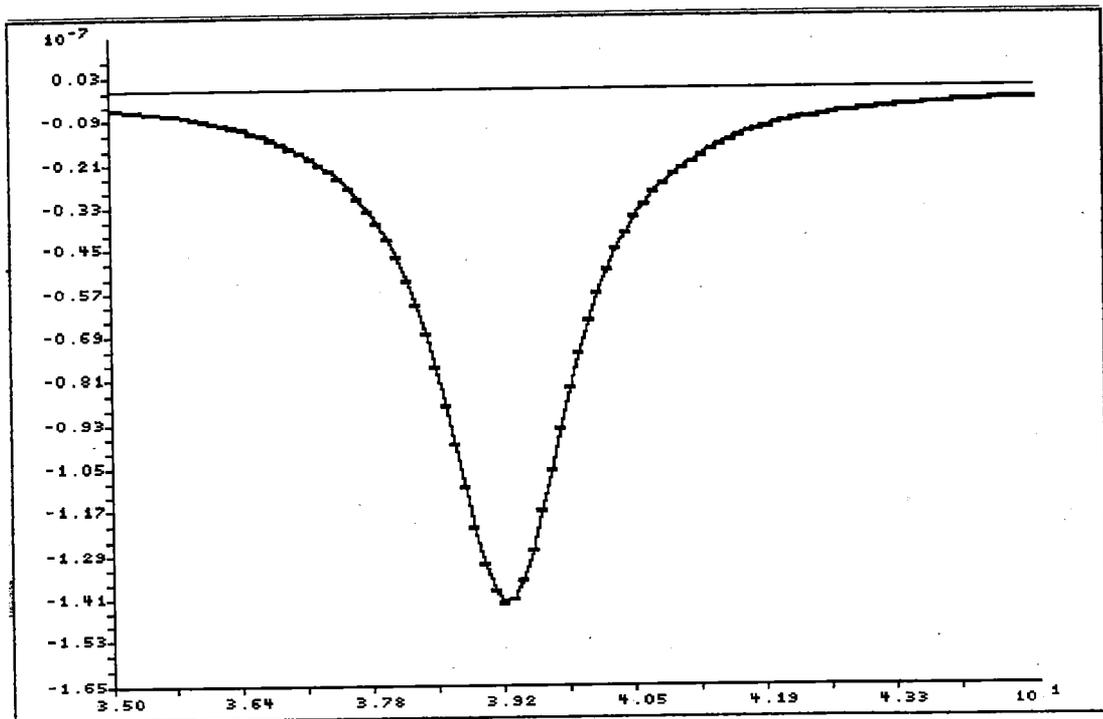


FIGURA 5.6 - Parte imaginária da resposta amortecida segundo *freq*

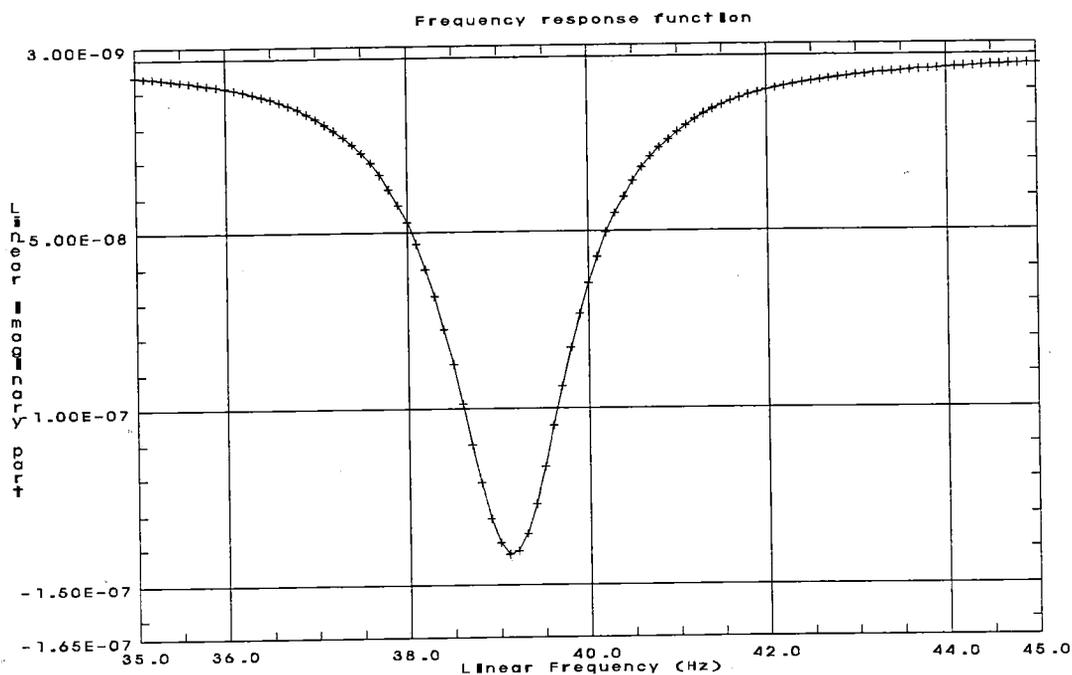


FIGURA 5.7 - Parte imaginária da resposta amortecida segundo *Caeds*

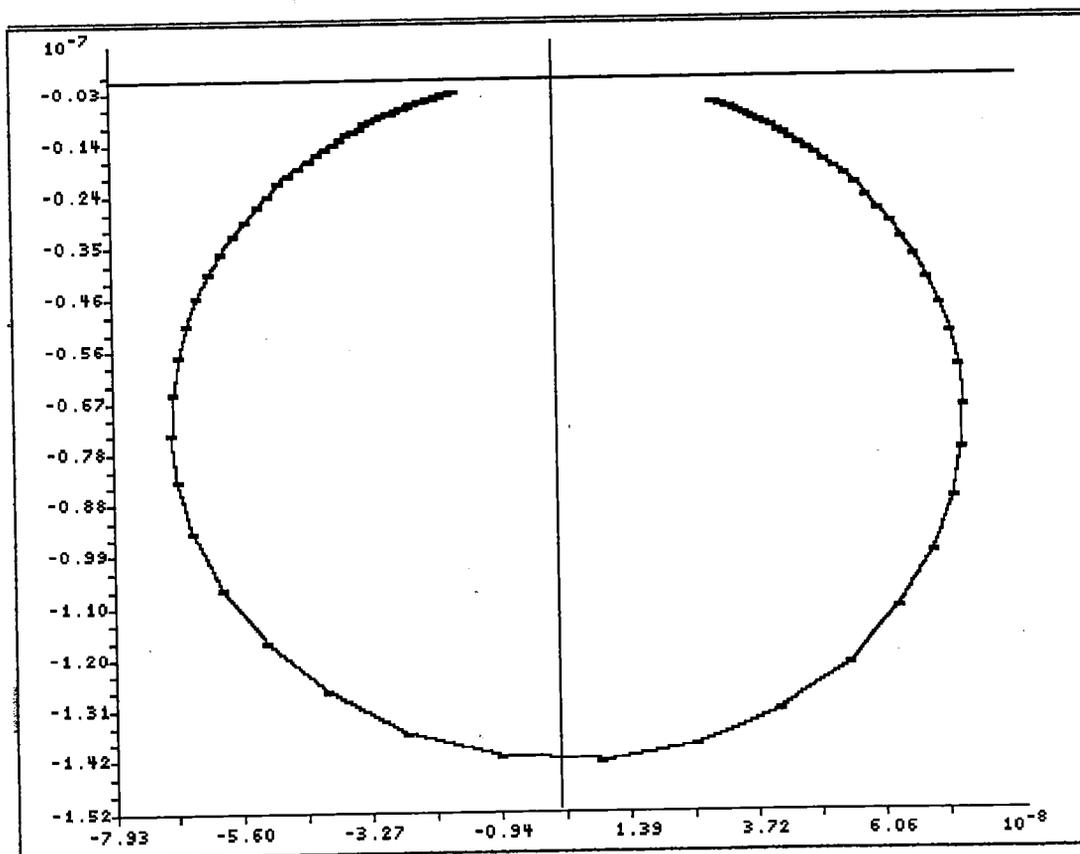


FIGURA 5.8 - Diagrama polar do deslocamento na direção *y* segundo *freq*



As figuras 5.8 e 5.9 ilustram, respectivamente, os diagramas polares obtidos no *freq* e *Caeds* para o presente caso de amortecimento, construídos para a resposta na direção *y*. Pode-se observar a coerência de mais essa opção de visualização da resposta da estrutura, atestando mais uma vez o bom desempenho das rotinas gráficas do programa *freq*.

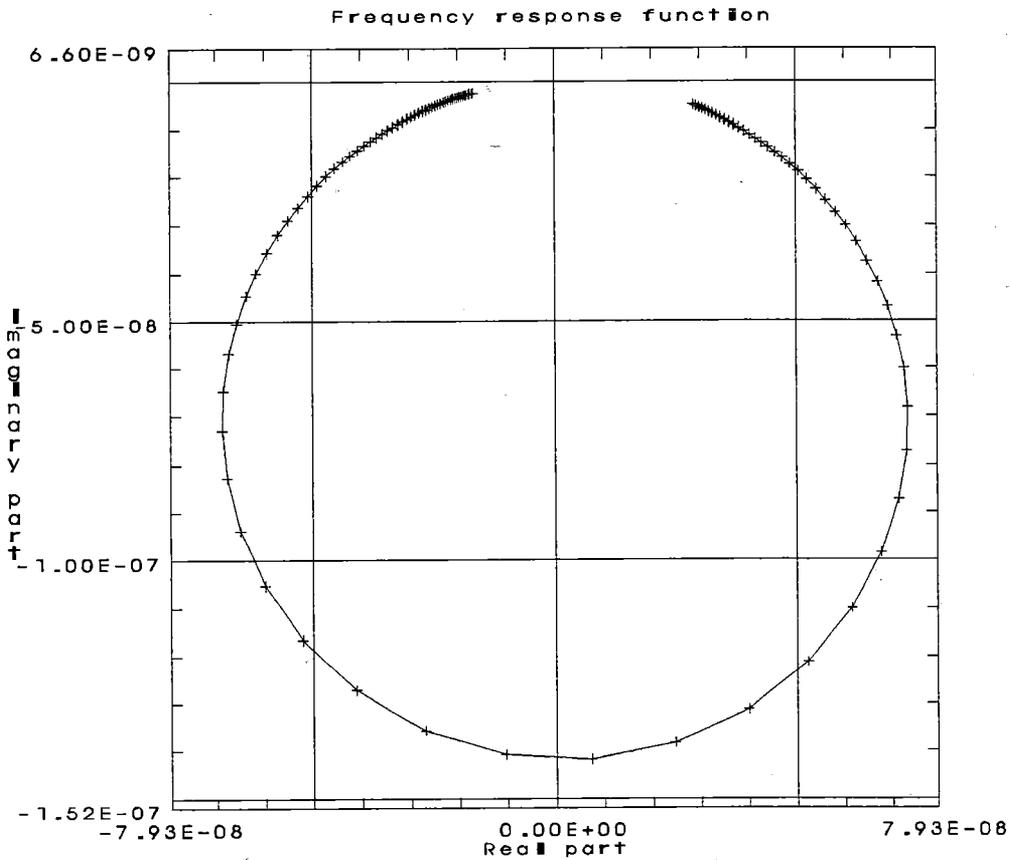


FIGURA 5.9 - Diagrama polar do deslocamento na direção *y* segundo *Caeds*

5.1.2. Amortecimento Viscoso Proporcional à Rigidez

Para amortecimento viscoso proporcional à rigidez, conforme a equação (3.26), no *Promaf* tem-se:

$$\delta_{ii} = \omega \eta_k \omega_i^2$$

Igualando-se essa expressão à eq. (5.1) chega-se a:

$$c_i = \eta_k \omega_i^2 \quad (5.3)$$

No presente exemplo adotou-se $\eta_k = 0,001$ e utilizou-se os cinco primeiros modos de vibrar para o cálculo da resposta. Lembrando que as frequências naturais ω_i devem ser dadas em *rad/s*, os valores necessários do amortecimento modal a serem utilizados pelo *Caeds* são:

$$\begin{aligned} f_1 = 13,7166 \text{ Hz} &\Rightarrow \omega_1 = 86,1839 \text{ rad/s} \Rightarrow c_1 = 7,427 \\ f_2 = 39,1366 \text{ Hz} &\Rightarrow \omega_2 = 245,903 \text{ rad/s} \Rightarrow c_2 = 60,468 \\ f_3 = 48,0690 \text{ Hz} &\Rightarrow \omega_3 = 302,026 \text{ rad/s} \Rightarrow c_3 = 91,220 \\ f_4 = 119,4653 \text{ Hz} &\Rightarrow \omega_4 = 750,6226 \text{ rad/s} \Rightarrow c_4 = 563,434 \\ f_5 = 170,8561 \text{ Hz} &\Rightarrow \omega_5 = 1073,520 \text{ rad/s} \Rightarrow c_5 = 1152,44 \end{aligned}$$

Excitou-se o nó número 7 na direção *y*, adquirindo-se a resposta no mesmo nó, nas direções *x*, *y*, *z*, nos dois sistemas. A tabela 5.5 apresenta alguns valores obtidos para a parte real da resposta enquanto que a tabela 5.6 apresenta os correspondentes valores para a parte imaginária. Também aqui se observa a concordância dos valores obtidos nos dois programas e a confiabilidade do sistema *Promaf/freq*.

TABELA 5.5 - Parte real da resposta amortecida para $\eta_k = 0,001$

frequência (Hz)	Parte Real da Resposta Amortecida (<i>m/N</i>)					
	Direção <i>x</i> (10^{-9})		Direção <i>y</i> (10^{-9})		Direção <i>z</i> (10^{-20})	
	<i>Caeds</i>	<i>Promaf</i>	<i>Caeds</i>	<i>Promaf</i>	<i>Caeds</i>	<i>Promaf</i>
35,00	-9,64795	-9,64759	13,8392	13,8389	-1,56401	-1,56403
37,00	-6,78511	-6,78491	10,1595	10,1594	-1,53383	-1,53385
39,10	0,370019	0,369937	0,956088	0,956145	-1,43775	-1,43776
39,20	0,748734	0,748647	0,468932	0,468984	-1,43241	-1,43242
41,00	6,27434	6,27408	-6,63808	-6,63793	-1,34892	-1,34893
43,00	8,52878	8,52843	-9,53476	9,53457	-1,28931	-1,28932

TABELA 5.6 - Parte imaginária da resposta amortecida para $\eta_k = 0,001$

frequência (Hz)	Parte Imaginária da Resposta Amortecida (m/N)					
	Direção x (10^{-8})		Direção y (10^{-8})		Direção z (10^{-21})	
	<i>Caeds</i>	<i>Promaf</i>	<i>Caeds</i>	<i>Promaf</i>	<i>Caeds</i>	<i>Promaf</i>
35,00	1,10304	1,10299	-1,45381	-1,45376	5,43638	5,43640
37,00	1,58319	1,58312	-2,07423	-2,07418	6,64605	6,64608
39,10	1,81164	1,81157	-2,37094	-2,37090	7,65282	7,65286
39,20	1,80673	1,80666	-2,36475	-2,36470	7,68198	7,68202
41,00	1,50810	1,50805	-1,98285	-1,98281	7,97495	7,97498
43,00	1,02954	1,02950	-1,36973	-1,36970	8,24083	8,24087

Os resultados obtidos nesta seção, bem como aqueles a serem apresentados na tabela 5.10, atestam a correção dos resultados fornecidos pelo sistema *Promaf/Freq* para a resposta conservativa de estruturas, bem como para resposta amortecida quando utilizado amortecimento proporcional. Asseguram, ainda a conformidade da resposta em frequência apresentada sob forma gráfica pelo programa *Freq*.

5.2. Análise da Resposta em Frequência em uma Placa de Alumínio

Dada a importância que a resposta em frequência tem para a análise da estabilidade, a presente seção tem por objetivo avaliar a resposta em frequência obtida pelo *Promaf*, quando comparada àquela obtida através de ensaio experimental. Para tanto ensaiou-se uma placa quadrada de alumínio e comparou-se com o resultado obtido a partir de um modelo de elementos finitos.

Uma vez que o espécime em estudo foi o mesmo utilizado por VAROTO (1991), os dados geométricos e do material por ele adotados foram utilizados, os quais são apresentados a seguir.

comprimento:	360 mm
largura:	360 mm
espessura:	3 mm
módulo de elasticidade:	$6.96 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$
coeficiente de poisson:	0,29
massa específica:	$2,7 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$

A placa está esquematizada na figura 5.10. onde se pode observar a fixação através do engastamento de uma de suas laterais. O modelo de elementos finitos pode ser visto na figura 5.11, no qual foram utilizados 100 elementos de primeira ordem.

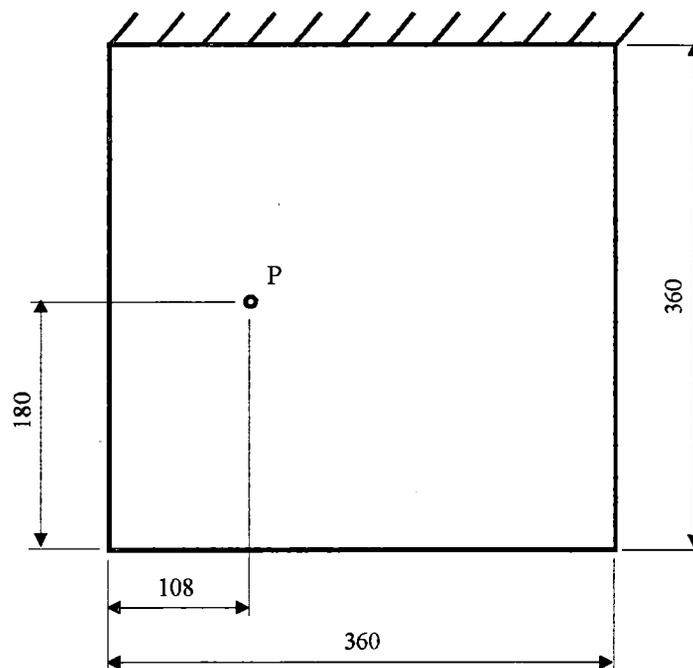


FIGURA 5.10 - Representação da placa de alumínio utilizada

Uma vez processado o programa *eigen*, foram obtidas as frequências naturais e os modos de vibrar do modelo de elementos finitos. Por sua vez, o espécime real foi ensaiado utilizando-se do equipamento descrito em VAROTO (1991). A comparação entre as cinco primeiras frequências naturais encontradas experimentalmente e as obtidas pelo Promaf podem ser observadas na tabela 5.7

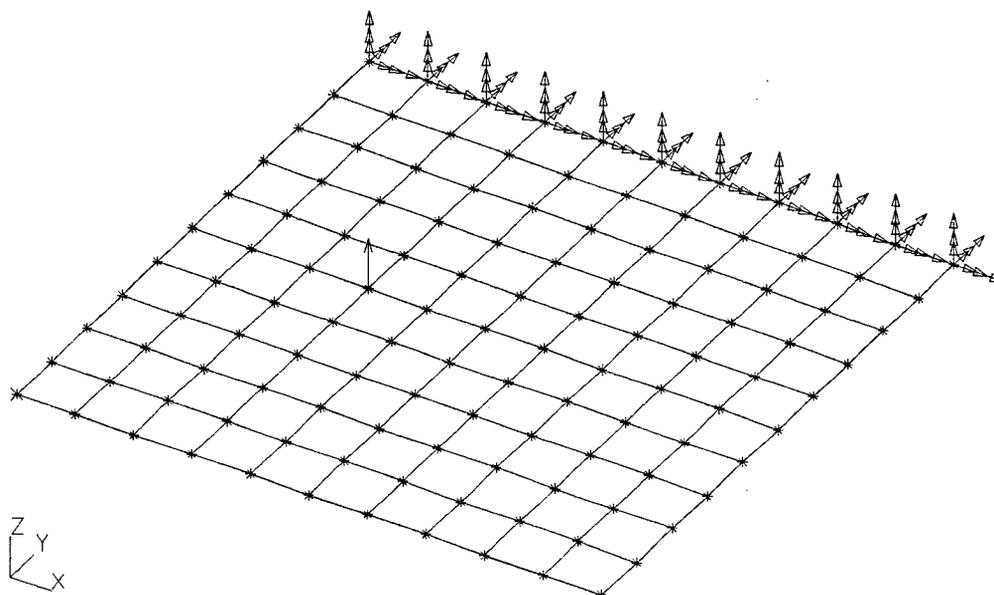


FIGURA 5.11 - Modelo de elementos finitos para a placa

TABELA 5.7 - Valores obtidos para as cinco primeiras frequências naturais

Modo de Vibrar	Frequências Naturais (Hz)	
	Experimental	Promaf
1°	20,6	19,6
2°	46,9	48,4
3°	118,9	120,9
4°	157,5	154,3
5°	171,3	176,8

Os valores obtidos são bastante próximos, servindo bem ao objetivo proposto. O desempenho do modelo de elementos finitos poderia ser melhorado caso fosse aumentado o número de elementos ou então fossem utilizados elementos de ordem superior (segunda ou terceira ordem).

Para se obter a resposta em frequência no Promaf, torna-se necessário inserir o amortecimento no modelo de elementos finitos. Para tanto, adotaram-se os valores da razão de amortecimento modal (ξ_i) obtidos por VAROTO (1991), os quais são apresentadas na tabela 5.8:

TABELA 5.8 - Valores da razão de amortecimento modal segundo VAROTO (1991)

Modo de Vibrar	Razão de Amortecimento Modal (ξ_i)
1°	4,571
2°	1,677
3°	1,218
4°	1,540
5°	0,873

As funções resposta em frequência foram obtidas excitando-se e captando-se a resposta no ponto P, conforme indicado na figura 5.10. No modelo de elementos finitos, utilizaram-se os cinco primeiros modos de vibrar para o cálculo da resposta. As funções obtidas podem ser observadas na figura 5.12, onde a curva contínua foi obtida a partir do modelo de elementos finitos e a curva tracejada foi obtida a partir do ensaio experimental.

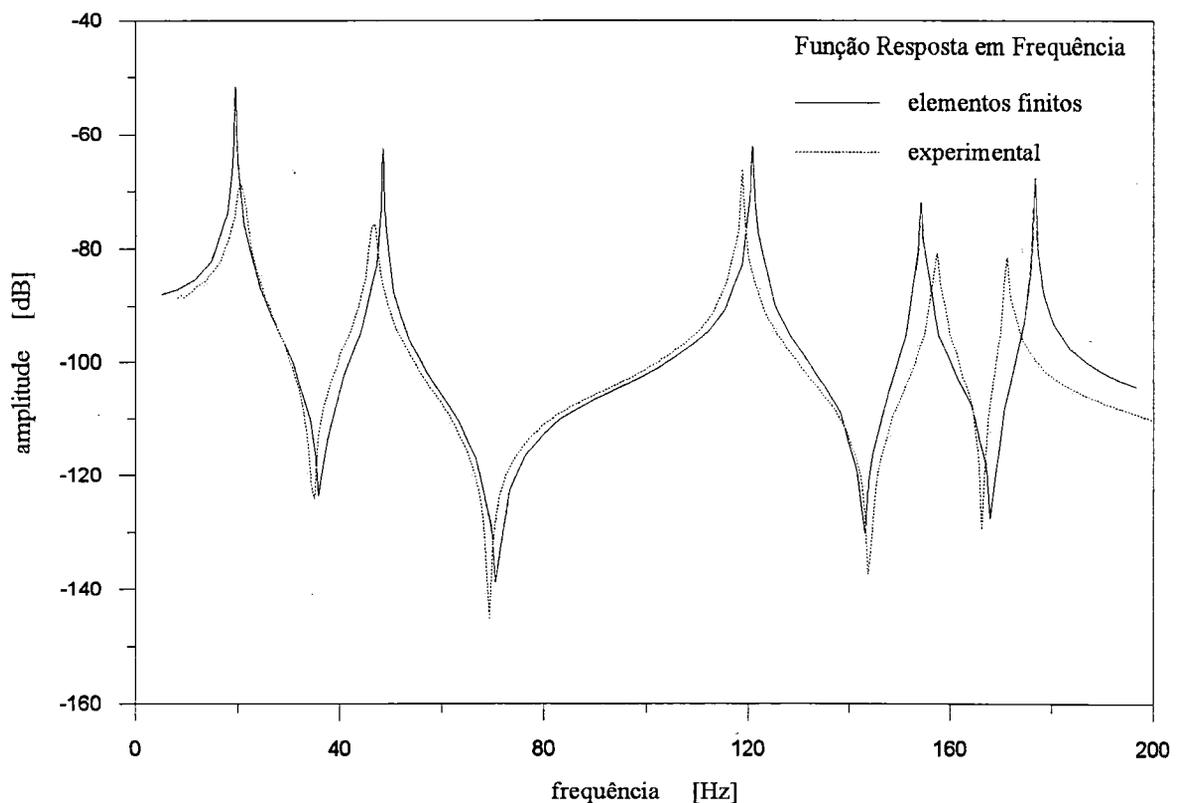


FIGURA 5.12 - Resposta em frequência da placa de alumínio

Os resultados atestam o bom desempenho do modelo de elementos finitos, especialmente nos primeiros modos. Do exposto na presente seção pode-se observar que, a partir de um modelo elástico consistente e de dados de amortecimento confiáveis pode-se chegar, a partir do sistema Promaf, a uma função resposta em frequência representativa do comportamento real da estrutura.

Como o presente método para análise de estabilidade baseia-se nas curvas de resposta em frequência da estrutura, conclui-se que é perfeitamente possível desenvolver-se o estudo do comportamento dinâmico de máquinas ferramentas através do sistema Promaf/Freq. O grande desafio permanece, obviamente, na previsão do amortecimento estrutural contido no referido equipamento, especialmente nas situações em que o mesmo ainda se encontre na fase de projeto.

5.3. Análise da Estabilidade contra Trepidação de uma Fresadora Horizontal

O objetivo da presente seção é desenvolver a análise da estabilidade de uma máquina ferramenta com vistas a mostrar a potencialidade dos recursos aperfeiçoados e/ou implementados neste trabalho. Poder-se-ia analisar um centro de usinagem como o ilustrado na figura 5.13, o qual contém 1384 nós e 1585 elementos. Entretanto o tempo empregado no processamento seria por demais elevado, dificultando até mesmo a avaliação da influência de parâmetros estruturais sobre a estabilidade.

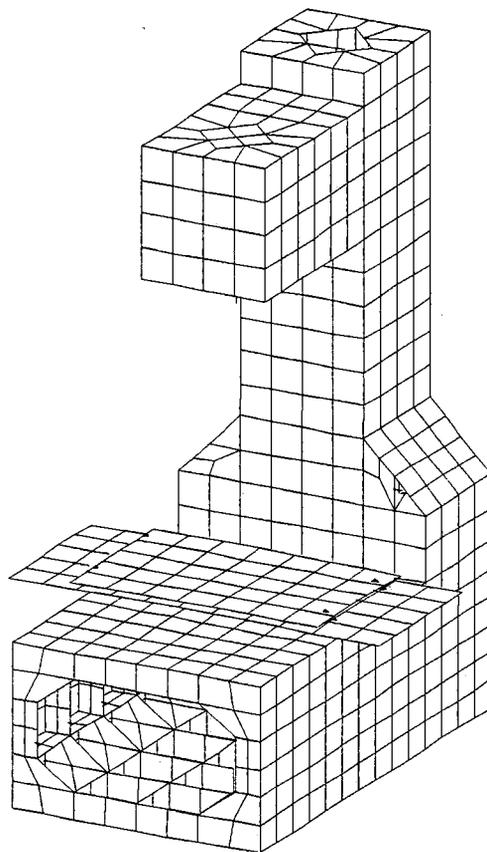


FIGURA 5.13 - Modelo de um centro de usinagem

Com isso em mente, optou-se por analisar a fresadora horizontal ilustrada na figura 5.14, empregada em LIRANI (1985), a qual possui uma estrutura simplificada, proporcionando um reduzido tempo de processamento. Dessa forma, possibilita a execução de um maior número de testes, revelando a influência das mais diversas propriedades estruturais sobre as condições de estabilidade.

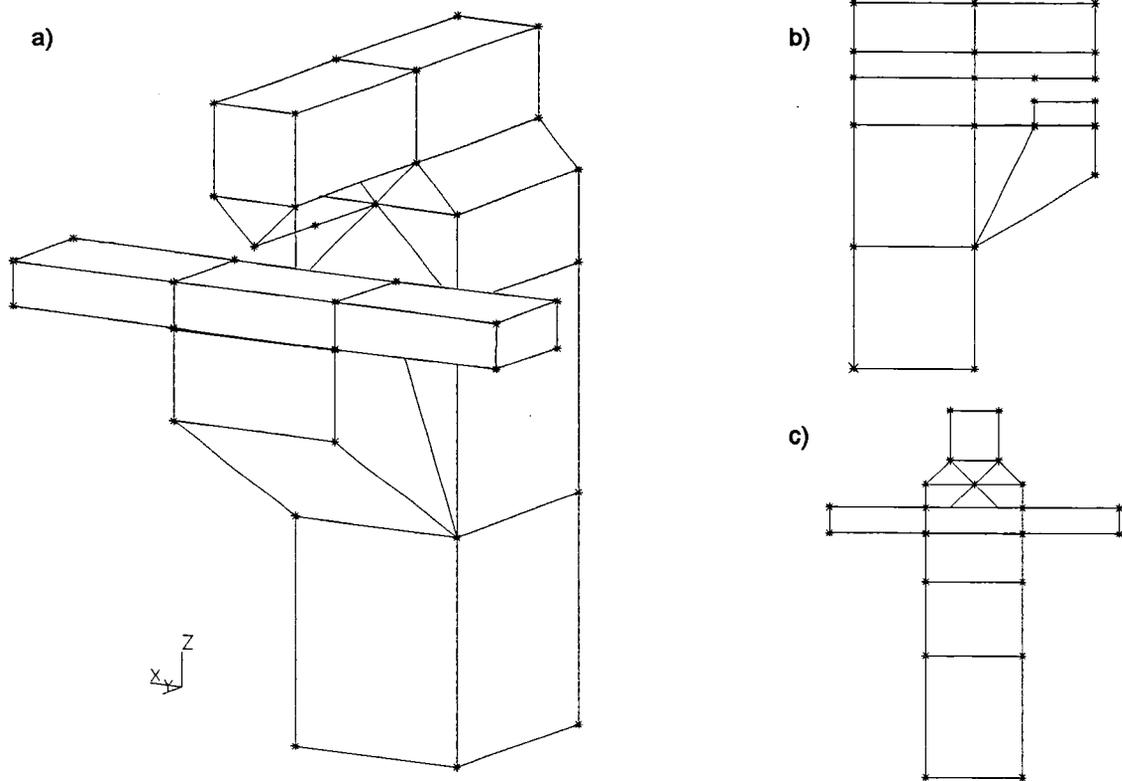


FIGURA 5.14 - Modelo da fresadora horizontal a ser analisada: (a) perspectiva; (b) lateral esquerda; (c) vista frontal

5.3.1. O Modelo Elástico

Infinitas são as combinações possíveis para a disposição relativa entre mesa, peça e ferramenta. Deve-se nesse momento escolher um posicionamento representativo para que, em função dele, se determine a localização dos elementos móveis e das forças de usinagem.

A configuração escolhida possui mesa na posição central e console em posição alta, simulando dessa forma uma peça usinada de pequena altura, situação bastante freqüente de trabalho.

Assumiu-se corte com espessura de penetração grande, fresamento tangencial discordante e fresa com dentes retos. Dessa forma, adotou-se força de usinagem contida em um plano paralelo ao plano xz , formando um ângulo de 30° com a direção x . Por sua vez, a direção na qual se deseja estudar a estabilidade (direção Y^*) foi adotada como também pertencente a um plano paralelo ao plano xz , formando ângulo de 20° com a direção x .

Na figura 5.15 pode-se observar em maior detalhe o modelo de elementos finitos da fresadora horizontal, onde a mesa está representada separadamente do restante da estrutura apenas para facilitar a visualização. O modelo contém 53 nós, 8 elementos viga e 57 elementos placa, como pode ser visto no arquivo *entdad.dat* apresentado no apêndice F.

Cada um dos quatro nós da base possui os seis graus de liberdade restritos para representar a vinculação entre a base e o solo. Quatro vigas, localizadas entre os nós 5 e 17, 6 e 18, 9 e 19, 10 e 20, são utilizadas para representar as propriedades das guias. Duas vigas, posicionadas entre os nós 9 e 17, 10 e 20, representam o fuso. Duas vigas, entre os nós 36 e 53, 53 e 37, representam o eixo porta-fresa. O nó 53 representa o ponto correspondente à ferramenta, enquanto que o nó 52 corresponde à posição da peça a ser usinada. A determinação da rigidez das guias e do fuso está apresentada a seguir, conforme desenvolvido em LIRANI (1985).

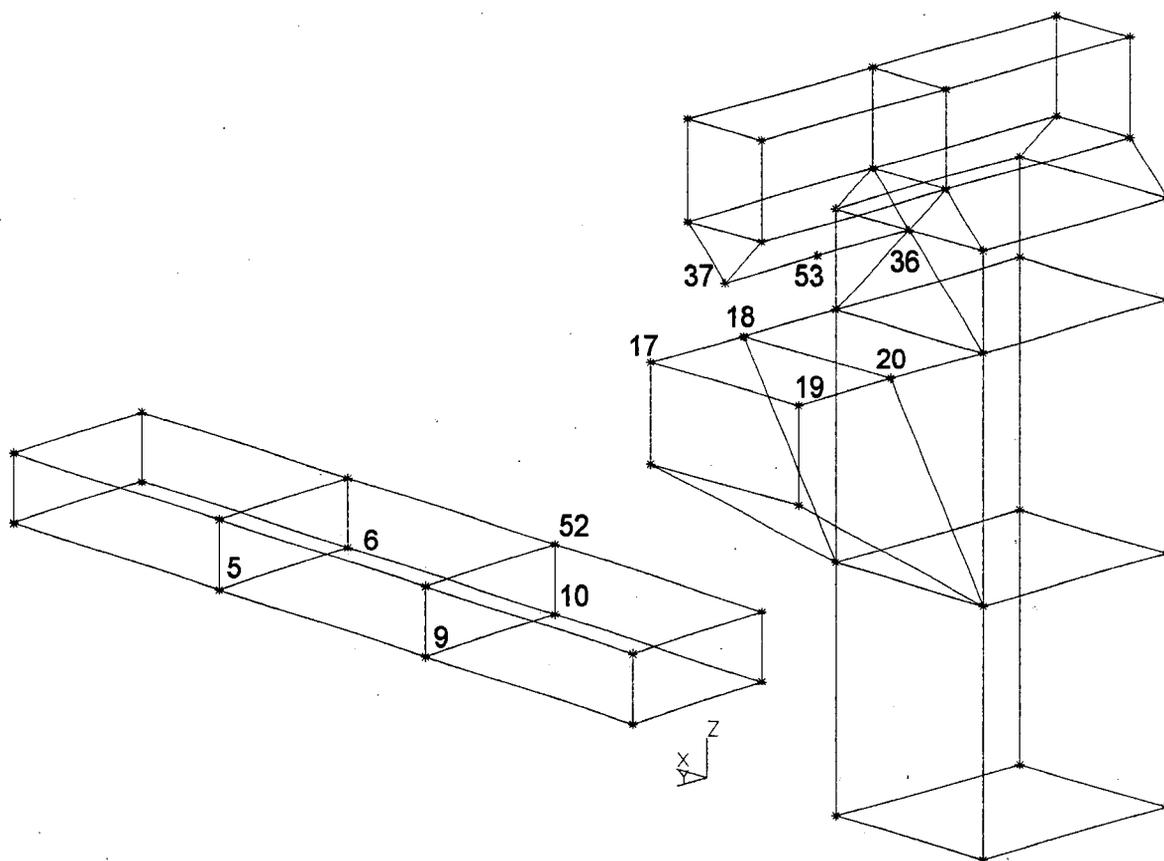


FIGURA 5.15 - Modelo de elementos finitos da fresadora horizontal

5.3.1.1. A Modelagem das Guias

As guias serão representadas através de quatro vigas posicionadas entre os nós 5 e 17, 6 e 18, 9 e 19, 10 e 20. A rigidez das guias depende do material do par de guias, do acabamento superficial, da lubrificação e da pressão específica, dentre outros fatores. Para determinação das características elásticas das guias utilizar-se-á a fórmula de Levina, segundo a qual a relação entre o carregamento atuante nas guias e o correspondente deslocamento é dado pela expressão:

$$\delta = Cp^m \quad (5.4)$$

onde:

δ : deslocamento (μm)

C, p : constantes tabeladas

p : pressão específica (Kgf/cm^2)

Estima-se que a força atuante sobre as guias seja da ordem de 200 Kgf. Cada guia possui comprimento de 400 mm e largura de 30 mm. Dessa forma a área portante das guias será:

$$A_p = 2 \times 400 \times 30 = 24000mm^2 = 240cm^2$$

Portanto, a pressão específica existente nas guias será:

$$p = \frac{200}{240} = 0,83 Kgf/cm^2$$

Para guias de ferro fundido, as constantes necessárias valem: $C=0,8$ e $m=0,5$. Dessa forma o deslocamento das guias sob carga pode ser calculado:

$$\delta = 0,8 \times 0,83^{0,5} = 0,73 \mu m$$

As guias serão representadas por quatro vigas. Portanto, a rigidez axial k_a de cada viga deverá ser:

$$k_a = \frac{50}{0,73} = 68,5 \text{ Kgf} / \mu\text{m} = 6,7 \times 10^8 \text{ N/n}$$

A rigidez axial de uma viga pode também ser obtida pela expressão:

$$k_a = \frac{EA}{l} \quad (5.5)$$

onde:

- E : módulo de elasticidade
- A : Área da seção transversal da viga
- l : comprimento da viga

Adotando-se vigas com comprimento de 2 mm para representar as guias, chega-se então à área da seção transversal:

$$A = \frac{k_a l}{E} = 6,4 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

5.3.1.2. A Modelagem do Fuso

O fuso será representado por duas vigas de aço posicionadas entre os nós 9 e 17, 10 e 20. Cada uma possui comprimento de 400 mm e diâmetro de 25 mm, resultando portanto:

$$A = 4,9 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$k_a = 2,5 \times 10^8$$

5.3.2. Modelagem do Amortecimento

A representação do amortecimento da fresadora ilustrada na figura 5.15 utilizará o modelo histerético proporcional à rigidez, levando em conta a dissipação de energia nos mancais, nas guias, no fuso e a dissipação interna do próprio material. O amortecimento existente no processo de usinagem será também objeto de estudo.

5.3.2.1 Amortecimento Interno do Material (distribuído)

Para quantificar o amortecimento contido internamente no material, tomar-se-á como referência LAZAN (1968)², o qual afirma que o fator de perda para o ferro fundido varia entre $6 \cdot 10^{-3}$ e $1 \cdot 10^{-2}$. Adotar-se-á, para os cálculos subseqüentes, o valor $6 \cdot 10^{-3}$.

Conforme apresentado no item 3.3, para o caso de amortecimento histerético proporcional à rigidez tem-se a relação $\eta_k = \eta$. Por ter-se adotado o modelo de amortecimento histerético proporcional à rigidez, a matriz de amortecimento que representa o amortecimento interno do material será obtida através do produto entre o fator η_k e a matriz de rigidez da estrutura.

5.3.2.2 Amortecimento Localizado (discreto)

Deve-se ter claro em mente que o presente trabalho apenas inicia uma discussão em torno da quantificação das fontes de amortecimento, não sendo esse seu objetivo. As ferramentas aqui discutidas buscam possibilitar maior aprofundamento no futuro.

A modelagem do amortecimento nos mancais, nas guias, no fuso e no processo de usinagem será feita utilizando-se de amortecedores localizados entre nós estrategicamente selecionados. Para o cálculo do coeficiente de amortecimento desses amortecedores, conforme LIRANI (1978) e LIRANI (1985), utiliza-se a expressão:

$$\mu_d = \eta_k k_a \quad (5.6)$$

²LAZAN, B.J. *Damping of materials and members in structural mechanics*. London, Pergamon Press, p. 223, 1968.

Segundo LIRANI (1985), para representar não apenas os mecanismos dissipadores internos do material, mas também aqueles provenientes do contato entre superfícies, à maneira do que ocorre em mancais, guias, etc., o valor de η médio nessas regiões, digamos $0,01$, pode ser tomado de 5 a 10 vezes maior, ou seja, $0,05$ a $0,1$. No presente trabalho adotar-se-á o valor $0,05$ para essas condições. Dessa forma, os diversos coeficientes de amortecimento necessários para representar as regiões de conexão da estrutura podem ser determinados da seguinte forma:

a) guias: serão representadas por quatro amortecedores.

$$\text{rigidez axial de cada viga: } k_a = 6,7 \cdot 10^8 \text{ N/m}$$

$$\text{coeficiente de amortecimento de cada amortecedor: } \mu_a = 0,05 * 6,7 \cdot 10^8 = 3,35 \cdot 10^7$$

b) fuso: será representado por dois amortecedores.

$$\text{rigidez axial de cada viga: } k_a = 2,5 \cdot 10^8 \text{ N/m}$$

$$\text{coeficiente de amortecimento de cada amortecedor: } 0,05 * 2,5 \cdot 10^8 = 1,25 \cdot 10^7$$

c) mancais: apesar de não constarem no modelo elástico, seu amortecimento será computado a partir de três amortecedores colocados entre os nós 33 e 36, nas direções x , y , e z .

$$\text{rigidez axial do mancal: } k_a = 2 \cdot 10^8 \text{ N/m}$$

$$\text{coeficiente de amortecimento de cada amortecedor: } 0,05 * 2 \cdot 10^8 = 1,0 \cdot 10^7$$

O arquivo *dampin.dat* que contém a presente modelagem do amortecimento encontra-se no apêndice G.

5.3.3. Sintonizando o Modelo

A partir dos modelos elástico e de amortecimento elaborados, processou-se o sistema com vistas a avaliar o quão corretos estão os valores adotados. Para tanto, obteve-se a razão de amortecimento modal ξ para o grau de liberdade de translação na direção x do nó 53 (posição correspondente à ferramenta) no primeiro modo de vibrar, conforme ilustrado na tabela 5.9. Levou-se em conta separadamente o amortecimento produzido por cada uma das regiões amortecidas (guias, mancais, etc.), pela dissipação interna do material e, finalmente, pela composição de todas as fontes dissipadoras de energia.

Outra grandeza utilizada para quantificar o amortecimento de uma estrutura é o decremento logarítmico d . Sabe-se que, para valores de ξ pequenos o decremento logarítmico pode ser calculado pela expressão:

$$d = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (5.7)$$

A tabela 5.9 apresenta os valores obtidos para ξ e d enquanto que as figuras 5.16 e 5.17 os representam na forma gráfica.

TABELA 5.9 - Razão de amortecimento modal ξ e decremento logarítmico d correspondentes à translação em x do nó 53 no primeiro modo de vibrar

Fonte de Amortecimento	Valor de ξ (10^{-3})	Valor de d (10^{-2})
guias	0,0963	0,061
fuso	0,0963	0,061
mancais	0,835	0,525
guias+fuso+mancais	1,03	0,741
dissipação interna do material	3,21	2,02
combinação de todas as fontes	3,28	2,06

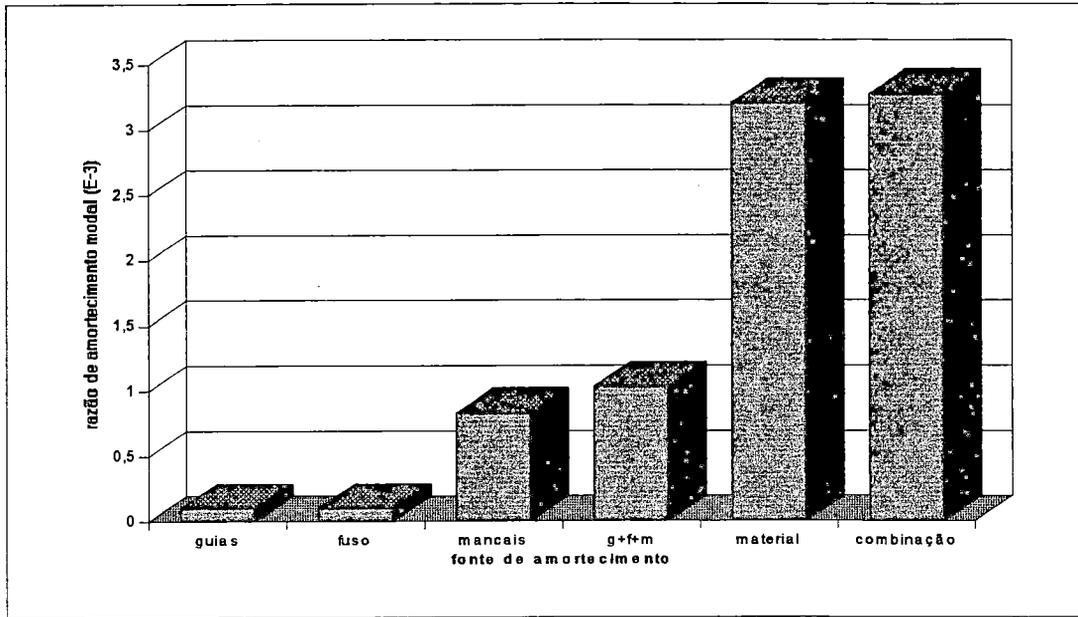


FIGURA 5.16 - Representação gráfica dos valores de ξ

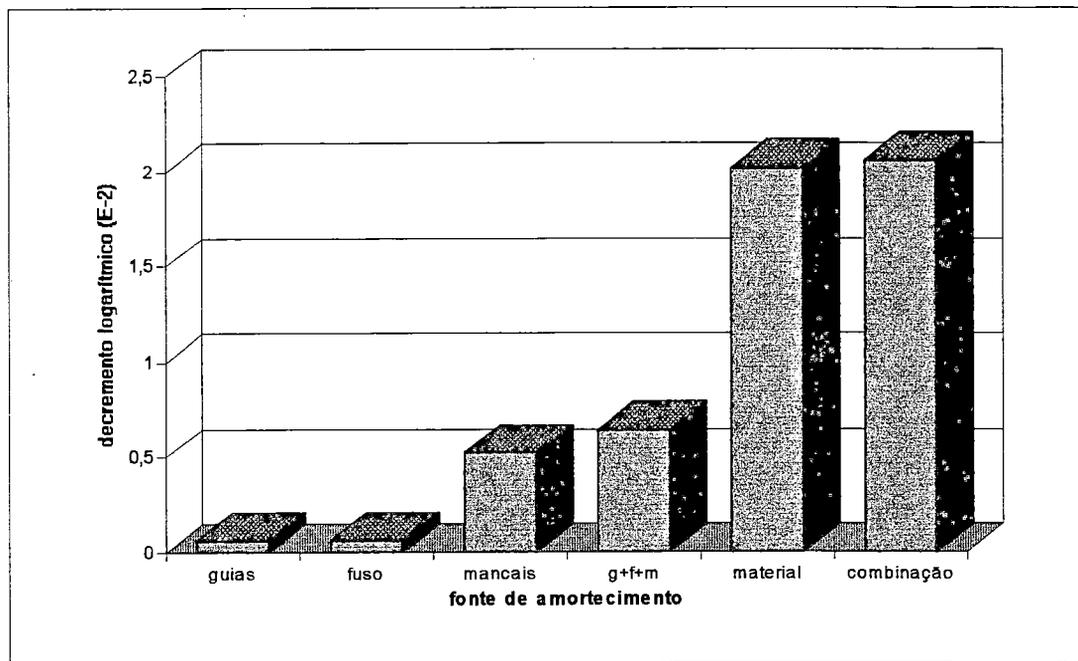


FIGURA 5.17 - Representação gráfica dos valores de d

LOEWENFELD³ apud KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970) estudou o decremento logarítmico em um torno. Mostrou que o amortecimento da estrutura, quando a máquina se encontra totalmente montada, é muitas vezes maior que o amortecimento de cada uma das partes quando consideradas separadamente, destacando dessa forma o efeito dissipador de energia contido nas regiões de conexão da estrutura.

Inicialmente, mediu o decremento logarítmico somente para o barramento. A seguir, foi montando as diversas partes componentes da máquina e, para cada subconjunto formado, mediu novamente esse valor. A figura 5.17 apresenta os resultados obtidos, onde se utiliza a seguinte simbologia:

- b: barramento
- cr: carro porta ferramenta
- cb: cabeçote
- completo: máquina completa, em condições de operação

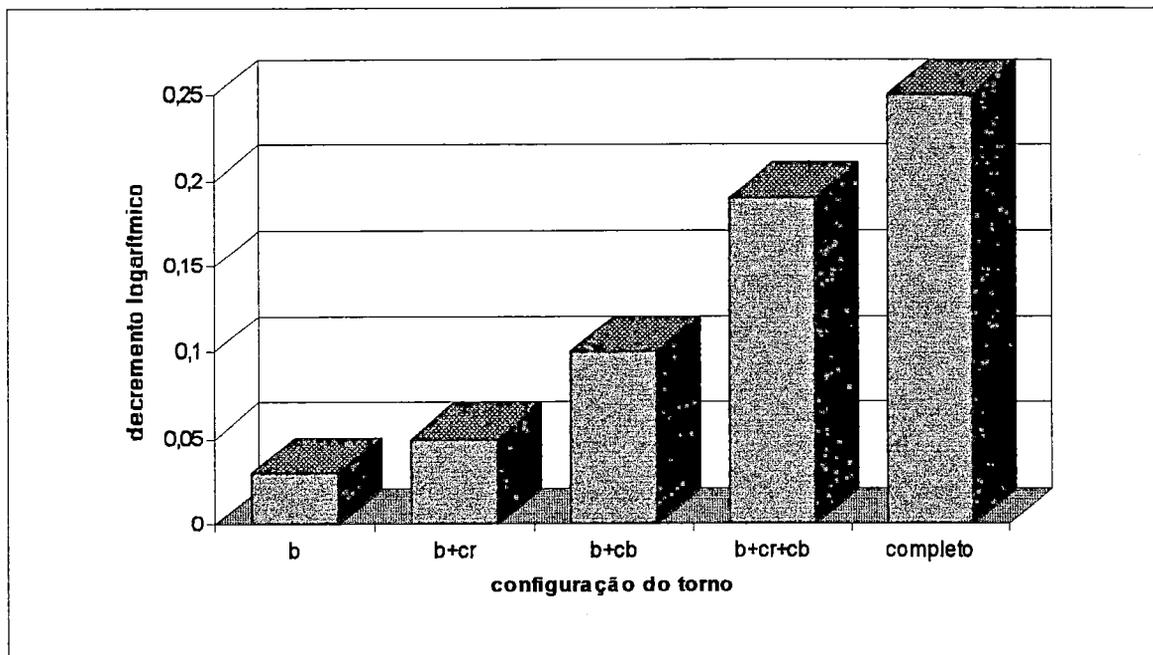


FIGURA 5.18 - Valores do decremento logarítmico para torno segundo LOEWENFELD apud KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970)

³LOEWENFELD, K. Zusatzdämpfung von werkzeugmaschinen durch lamellenpakete. *Maschinenmarkt*, n.19, 1959 apud KOENIGSBERGER, F.; TLUSTY, J. *Machine tool structures*. Oxford, Pergamon Press, 1970. p.285

Ao se comparar os valores representados na figura 5.18 com aqueles obtidos pelo sistema Promaf/Freq apresentados na figura 5.17, observa-se que o decremento logarítmico encontrado quando se considera apenas o barramento do torno (da ordem de 0,03) é muito próximo daquele obtido quando se considerou apenas a dissipação de energia interna do material no modelo da fresadora (da ordem de 0,02). Tal fato parece bastante justificável, uma vez que ao se considerar apenas o barramento do torno eliminou-se todo o efeito do amortecimento produzido pelas conexões com as demais partes da máquina (guias, mancais, fuso, etc.). De certa forma, esse resultado atesta como boa a modelagem do mecanismo de dissipação de energia interno ao material.

Entretanto, ao se confrontar o decremento logarítmico do torno completo (da ordem de 0,25) com o correspondente à fresadora completa (da ordem de 0,02) uma enorme discrepância é constatada. Os pequenos valores de dissipação de energia obtidos para as regiões de conexão da fresadora (guias, fuso, mancais e processo), modeladas através de amortecedores, apontam na direção de que tais fontes de dissipação foram subestimadas.

YOSHIMURA (1986) é bastante claro ao afirmar que a razão de amortecimento modal para estruturas reais de máquinas ferramentas situa-se entre 0,01 e 0,1. Tal postura é confirmada por diversos autores como, por exemplo, TLUSTY & ISMAIL (1983) e TLUSTY (1986). Os valores apresentados na tabela 5.9 situam-se bastante distantes disso.

Para que a presente análise possa ilustrar a potencialidade das ferramentas desenvolvidas torna-se necessário que o modelo utilizado represente, da melhor forma possível, uma fresadora real. Para que isso se tornasse possível, procedeu-se à sintonia do amortecimento do modelo.

Partindo-se da constatação de que o amortecimento produzido pelo material está bem representado, e que as fontes de amortecimento localizado estão subestimadas, parece bastante lógico que se deva ampliar estas últimas. A questão que se coloca então é: aumentar de quanto?

Utilizando-se dos recursos de modelagem oferecidos pelo sistema Promaf/Freq, representou-se o amortecimento da estrutura apenas pela razão de amortecimento modal $\xi = 0,03$ nos dez primeiros modos de vibrar. O correspondente arquivo *dampin.dat* é apresentado no apêndice H. Os valores então obtidos para a razão de amortecimento modal, para os graus de liberdade de translação nas direções

x , y e z dos nós 52 (posição correspondente à peça) e 53 (posição correspondente à ferramenta) estão apresentados na tabela 5.10.

TABELA 5.10 - Razão de amortecimento modal para peça e ferramenta quando adotado $\xi = 0,03$ para os dez primeiros modos de vibrar

	nó 16 (peça)	nó 29 (ferramenta)
translação em x	0,030	0,030
translação em y	0,033	*
translação em z	0,030	*

* Não foi possível obter a razão de amortecimento modal em torno da primeira frequência natural, conforme será esclarecido mais adiante.

Multiplicou-se então os amortecedores correspondentes ao amortecimento produzido pelas guias, fuso e mancal por um mesmo fator de proporcionalidade, buscando dessa forma obter uma resposta da estrutura próxima daquela produzida pelo amortecimento modal $\xi = 0,03$, porém mantendo a proporcionalidade à rigidez. Após algumas tentativas, constatou-se que multiplicando os amortecedores contidos no arquivo *dampin.dat* do apêndice G por 30 atingia-se a resposta desejada.

Deve-se notar, entretanto, que o fator de perda do material já havia sido anteriormente multiplicado por 8,33. Isto porque, conforme apresentado na seção 5.3.2.2, para representar os diversos mecanismos de amortecimento localizados em guias, mancais e fuso, o valor de η deveria ser tomado de 5 a 10 vezes o fator de perda correspondente apenas ao amortecimento do material. Na referida seção, partindo-se do valor 0,006 correspondente ao ferro fundido, chegou-se ao valor 0,05, multiplicando-se portanto o fator de perda do material por 8,33 ($0,006 \times 8,33 = 0,05$).

Ao se multiplicar os coeficientes de amortecimento por 30, portanto, o fator de perda do material terminou por ser multiplicado por 250 ($8,33 \times 30 = 250$). Logo, quando se usa o amortecimento do material de uma viga para representar os diversos mecanismos de amortecimento localizados em mancais, guias e fuso, o fator de perda do material deve ser multiplicado por 250. Cabe notar, entretanto, que tal valor pode não ser o mesmo, caso se utilize um número diferente de vigas, outras disposições na estrutura, etc. Isto porque as diferentes formas modais poderão acionar diferentes mecanismos de dissipação. Tais situações não foram estudadas por fugirem ao escopo

deste trabalho, porém mostram claramente a necessidade de mais estudos nessa direção.

Mesmo impondo-se amortecimento estrutural comparável aos valores de uma máquina real ($\eta=0,03$), outro problema foi encontrado. A resposta em frequência do modelo apresentou-se não usual para os graus de liberdade de translação em y e z do nó 53 (posição correspondente à ferramenta). Não se formava o esperado círculo em torno da primeira frequência natural quando se representava a resposta no plano complexo, impossibilitando assim a utilização do método de Kennedy e Pancu para obtenção da razão de amortecimento modal. Após estudo, observou-se como causa disso que o comportamento dinâmico do eixo porta-fresa estava mascarando, devido à sua alta flexibilidade, a dinâmica da estrutura da máquina ferramenta, justamente na região onde se localizam os amortecimentos a serem estudados. Tal fato deve-se à simplicidade do modelo ilustrada, por exemplo, pelo engastamento do eixo diretamente na superfície da máquina. A representação do eixo árvore com certeza reduziria tal problema.

Para que o modelo tivesse então um comportamento adequado aos objetivos do presente trabalho, optou-se por adotar eixo porta-fresa mais rígido, através do aumento do correspondente módulo de elasticidade. O comportamento dessa nova configuração do modelo será então o objeto do estudo.

5.3.4. Análise da Estabilidade

A análise da estabilidade da fresadora horizontal será dividida em duas etapas: a primeira objetiva estudar a influência de cada fonte de amortecimento sobre o amortecimento global da estrutura e sobre sua estabilidade; a segunda busca, a partir da largura de corte esperada para a máquina, obter qual o correspondente valor para o amortecimento contido no processo de usinagem.

5.3.4.1. Influência das Fontes de Amortecimento

A tabela 5.11 apresenta o valor da razão de amortecimento modal e do decremento logarítmico correspondentes às diversas fontes de dissipação de energia para a nova configuração do modelo da fresadora.

TABELA 5.11 - Razão de amortecimento modal ξ e decremento logarítmico d correspondentes à translação em x do nó 53 no primeiro modo de vibrar

Fonte de Amortecimento	Valor de ξ	Valor de d (10^{-2})
guias	0,0012	0,75
fuso	0,013	8,2
mancais	0,0017	1,1
guias+fuso+mancais	0,014	8,8
dissipação interna do material	0,003	1,9
combinação de todas as fontes	0,017	10,4

A largura limite de corte é determinada segundo procedimento descrito na seção 3.2.2. Para a determinação do limite de estabilidade da fresadora deve-se utilizar a receptância relativa, conforme definido na seção 3.2.1, caracterizada pela excitação e aquisição do movimento relativo dos nós correspondentes à peça e à ferramenta. Busca-se assim representar as condições de trabalho desse tipo de máquina ferramenta.

A tabela 5.12 ilustra os valores obtidos para o coeficiente de espessura do cavaco k_1 e para a largura limite de corte b_{lim} correspondentes à usinagem do aço 1035, cujo coeficiente dinâmico de corte R vale $1,46 \cdot 10^9$. Tais valores referem-se às configurações de amortecimento utilizadas na tabela 5.11.

TABELA 5.12 - Valores calculados do coeficiente de espessura do cavaco k_1 e da largura limite de corte b_{lim} para a fresadora horizontal

Fonte de Amortecimento	Valor de k_1 (10^6N/m)	Valor de b_{lim} (mm)
guias	0,687621	0,47
fuso	8,78115	6,0
mancais	0,917597	0,63
guias+fuso+mancais	8,38700	5,7
dissipação interna do material	1,87348	1,3
combinação de todas as fontes	10,4037	7,1

Para que se possa ter uma idéia da influência da fonte de amortecimento sobre a estabilidade, a figura 5.19 apresenta as cartas de estabilidade obtidas para cada uma das configurações ilustradas na tabela 5.12.

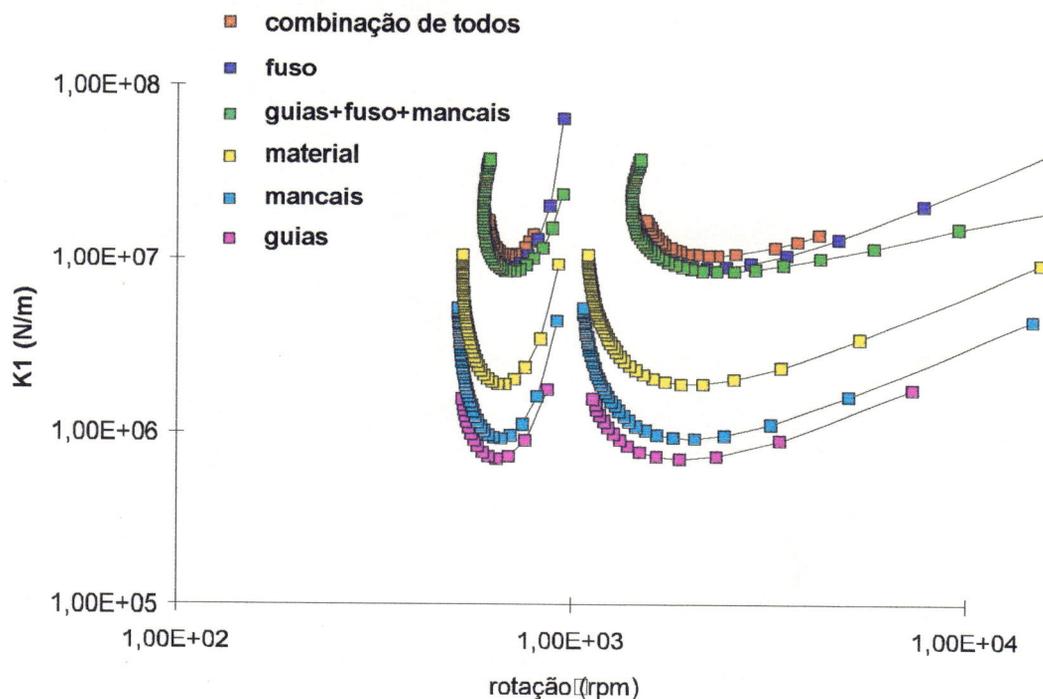


FIGURA 5.19 - Cartas de estabilidade para as diversas fontes de amortecimento

O efeito do amortecimento produzido pela dissipação interna do material, pelas guias e pelos mancais é bastante baixo quando comparado ao efeito combinado de todas as fontes de amortecimento, enquanto que o amortecimento produzido pelo fuso é bastante significativo. Tal fato deve-se a dois fatores: a intensidade dos coeficientes de amortecimento utilizados e a orientação espacial.

Os amortecedores utilizados para o fuso possuem uma ordem de grandeza superior àqueles correspondentes aos mancais e são em maior número. Embora sejam em menor número e intensidade que os amortecedores utilizados para as guias, situam-se na direção do eixo x , mais próxima da direção de excitação, exercendo assim maior influência que os amortecedores correspondentes às guias.

A contribuição das fontes localizadas de amortecimento (guias, fuso e mancais) para o comportamento global da estrutura é bastante superior àquele correspondente à dissipação interna do material (da ordem de cinco vezes, baseando-se na razão de amortecimento modal). Tal fato vai ao encontro das publicações internacionais nesse campo do conhecimento, onde existe um consenso de que o amortecimento contido internamente no material apresenta-se desprezível quando comparado àquele contido nas regiões de junção da estrutura.

Torna-se importante observar ainda que, com o aumento do amortecimento, aumenta também a frequência de trepidação, causando dessa forma um deslocamento dos lóbulos de estabilidade no sentido das maiores velocidades.

5.3.4.2. Determinação do Amortecimento do Processo de Usinagem

Dentre as fontes de dissipação de energia, o processo de usinagem é aquela na qual se tem maior grau de incerteza, pela falta de valores indicativos. Porém, uma vez modeladas de forma confiável as demais fontes, o amortecimento produzido pelo processo pode ser estimado.

Tal afirmação pode ser ilustrada da seguinte forma: admitamos que o amortecimento total da estrutura de uma máquina ferramenta resulte da dissipação de energia existente no próprio material, nos mancais, nas guias, no fuso e no processo de usinagem. Tal combinação pode ser simbolizada pela seguinte expressão, onde \oplus representa a interação das parcelas:

$$diss_{total} = diss_{material} \oplus diss_{mancais} \oplus diss_{guias} \oplus diss_{fuso} \oplus diss_{processo} \quad (5.7)$$

Uma vez conhecida a largura limite de corte para a máquina ferramenta, e tendo-se estimado de forma confiável o amortecimento contido no material, nos mancais, nas guias e no fuso, a expressão acima permitirá obter o amortecimento devido ao processo de usinagem.

Apliquemos tal raciocínio à fresadora em questão. A título de comparação, KOENIGSBERGER & TLUSTY (1970) encontraram $b_{lim}=0,5$ polegada para máquina semelhante. Tomemos esse valor como válido também para este caso. Assumamos ainda que o amortecimento do processo possa ser representado por um

amortecedor posicionado na mesma direção da força de usinagem, isto é, contido em um plano paralelo ao plano xz , formando um ângulo de 30° com a direção x

Inicialmente adotou-se o amortecimento nulo para o processo de usinagem, situação essa estudada na seção 5.3.4.1. A seguir, ampliou-se seu módulo, mantendo sempre constante a direção, até que se atingisse a largura limite de corte esperada. A tabela 5.13 apresenta os valores obtidos para o coeficiente de espessura do cavaco k_1 e para a largura limite de corte b_{lim} , também correspondentes à usinagem do aço 1035.

TABELA 5.13 - Valores obtidos para o coeficiente de espessura do cavaco k_1 e para a largura limite de corte b_{lim} com o aumento do amortecimento do processo de usinagem

Módulo do Coeficiente de Amortecimento para o Processo	Valor de k_1 (10^6N/m)	Valor de b_{lim} (mm)
0 (nulo)	10,40	7,1
$1 \cdot 10^7$	14,14	9,7
$2 \cdot 10^7$	17,99	12,3

A figura 5.20 apresenta a evolução dos lóbulos de estabilidade à medida que é elevado o amortecimento contido no processo de usinagem. De maneira clara pode-se observar deslocamento das curvas no sentido do aumento do coeficiente k_1 e, conseqüentemente, do aumento da largura limite de corte.

Observou-se que a partir do valor $1 \cdot 10^7$ a influência do amortecimento do processo passa a ser bastante significativa, isto é, para um pequeno aumento em seu valor há um grande acréscimo em k_1 e b_{lim} . Tal fato faz bastante sentido, uma vez que somente a partir desse ponto ele passa a ter a mesma ordem de grandeza que as demais fontes de dissipação. Também aqui pode-se observar o deslocamento dos lóbulos de estabilidade no sentido das maiores velocidades à medida que aumenta o amortecimento.

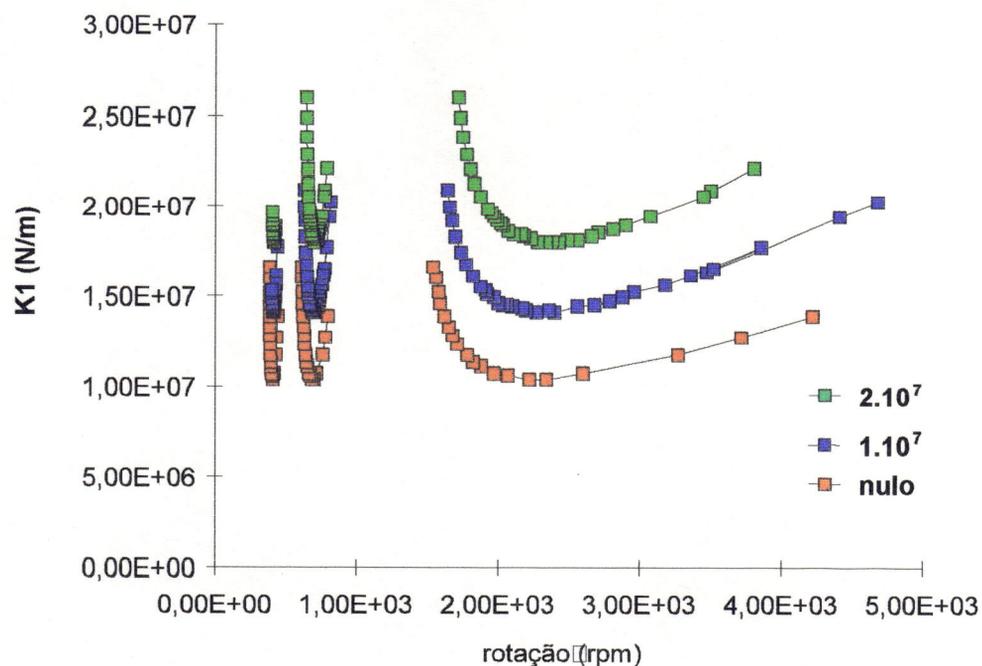


FIGURA 5.20 - Evolução dos lóbulos de estabilidade em função do aumento do amortecimento atribuído ao processo de usinagem

Mais uma vez, cabe destacar que o presente estudo de uma fresadora horizontal teve por objetivo central revelar a potencialidade que a ferramenta Promaf/Freq tem a oferecer na análise estrutural de máquinas ferramentas, razão pela qual um modelo simples de estrutura foi utilizado. A obtenção de valores precisos para a dissipação de energia nas diversas fontes de amortecimento da estrutura fogem ao escopo deste trabalho, razão para a qual valores orientativos foram utilizados.

A quantificação do amortecimento é um caminho que ainda está longe de ter sido trilhado completamente. Porém, quanto melhor for a qualidade do modelo, maior será a utilidade do sistema Promaf/Freq, pois possibilitará a previsão de grandezas de difícil obtenção, como por exemplo o amortecimento contido no processo de usinagem.

5.3.5. Desempenho dos Programas Computacionais

Para o processamento do Promaf utilizaram-se estações IBM Risc System 6000, modelo 520H, com 64 Mbytes de memória RAM. Os tempos totais de processamento (compostos pelo processamento dos programas *ddata*, *amort*, *recep*)

obtidos por frequência de excitação, em função dos casos em estudo, estão ilustrados na tabela 5.14.

TABELA 5.14 - Tempo de processamento dispendido pelo Promaf

Fonte de Dissipação	Tempo de Processamento por Frequência de Excitação (s)
guias+fuso+mancais	5,88
dissipação interna do material	3,03
combinação de todas as fontes	322

O amortecimento devido à dissipação de energia interna do material foi modelado através da proporcionalidade à matriz (global) de rigidez, razão pela qual não se torna necessária a construção da matriz de amortecimento. A resposta é obtida através de um conjunto simples de equações, resultando assim num pequeno tempo de processamento (cerca de 3 segundos por frequência).

Nas situações em que se considerou apenas alguns poucos amortecedores, casos estes nos quais se enquadram o modelamento do amortecimento das guias, do fuso, dos mancais e do processo de usinagem, o tempo de processamento é da ordem de 6 segundos por frequência, pois uma pequena matriz de amortecimento (da ordem de 96 linhas por 96 colunas) deve ser construída.

Deve-se dar destaque especial para a situação em que se combina a dissipação interna do material com aquela devida a outros elementos (guias, fusos, etc.). Nessa condição, a matriz de amortecimento terá a mesma dimensão das matrizes de massa e rigidez (no presente caso, 318 linhas por 318 colunas), devendo ainda ser montada a partir das matrizes elementares, resultando num tempo de processamento bastante elevado, da ordem de 5 minutos por frequência de excitação desejada.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1 Conclusões

O presente trabalho atingiu plenamente os objetivos a que se propôs inicialmente, a saber:

- a) levantou o estado da arte no campo da análise da estabilidade contra trepidação de máquinas ferramentas, percorrendo a sua evolução desde os primórdios até os dias correntes, conforme apresentado no capítulo 2. Neste mesmo capítulo destacou ainda os três grandes modelos clássicos para análise da estabilidade;
- b) implementou e validou rotinas computacionais que aumentam a flexibilidade do sistema Promaf para a modelagem do amortecimento estrutural, conforme apresentado no capítulo 4;
- c) desenvolveu o programa Freq, o qual oferece interface gráfica para análise de vibrações em estruturas, com recursos específicos para análise da estabilidade contra trepidação de máquinas ferramentas, conforme destacado no capítulo 4.

Com relação especificamente à análise da estabilidade contra trepidação, o presente trabalho poderia ter sido bastante enriquecido com a comparação entre resultados experimentais de uma máquina real e um modelo de elementos finitos mais completo. Tal não foi aqui realizado pois o tempo necessário para sintonizar os mecanismos de dissipação de energia da estrutura seria por demais elevado, fugindo assim ao escopo do trabalho.

Tal afirmação pode ser facilmente ilustrada com base no estudo realizado sobre a placa de alumínio da seção 5.2. Mesmo tratando-se de uma estrutura bastante simples, na qual não existem juntas, e dispondo-se dos valores para a razão de amortecimento modal obtidos experimentalmente, não foi possível reproduzir com exatidão a resposta da estrutura, especialmente nas frequências mais elevadas. Extrapolando-se essa realidade para uma estrutura complexa como a de uma máquina ferramenta pode-se aquilatar as dificuldades a serem encontradas.

Tais dificuldades apontam na direção de que deve-se investir esforços numa melhor compreensão dos mecanismos de dissipação de energia contidos nas estruturas, para que se possa prever de maneira mais confiável, ainda na fase de projeto, o comportamento dinâmico das máquinas ferramentas.

6.2 Sugestões

Seguem-se sugestões para desenvolvimento de futuras pesquisas, as quais aliadas às ferramentas de análise utilizadas neste trabalho, podem contribuir de maneira efetiva no projeto de máquinas ferramentas:

- a) estudo para levantamento do estado da arte sobre o modelamento dos mecanismos de dissipação de energia contidos nos materiais e nas junções de estruturas, bem como desenvolvimento de pesquisa naqueles itens ainda não explorados a contento;
- b) trabalho que compare o comportamento dinâmico de uma máquina ferramenta real, obtido experimentalmente, com aquele oferecido pelo sistema Promaf/Freq, de forma a utilizar mais efetivamente as ferramentas computacionais ora desenvolvidas;
- c) desenvolvimento de uma versão do programa Freq em linguagem portátil, utilizando-se de bibliotecas gráficas padrão, de forma a poder ser utilizado tanto em microcomputadores quanto em estações de trabalho com outros sistemas operacionais.

Referências Bibliográficas

- ALBRECHT, P. The dynamics fo metal cutting process. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.87, p.429-441, 1965.
- ALMEIDA, F.J. *Projeto e implementação de pré/pós processador gráfico para exibir tensões calculadas pelo método dos elementos finitos*. São Carlos, Março 1992. 251p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- ARATO JR, A.; PEREIRA, J.A.; TURRA, A.E. Uma modelagem para análise dinâmica, por elementos finitos, de estruturas montadas por uniões aparafusadas. In CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 11., São Paulo, 1991. *Anais*. São Paulo, 1991. p.257-260.
- ARNOLD, R.N. The mechanism of tool vibration in the cutting of steel. *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, v.54, p.261-284, 1946.
- BRANDON, J.A.; AL-SHAREEF, K.J.H. Optimization strategies for machine tool spindle-bearing systems: a critical review. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.114, p.244-253, May 1992.
- CARVALHO, J. *Projeto e implementação de pré-pós processador gráfico para o método dos elementos finitos*. São Carlos, 1989. 190p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J. *Dynamics of structures*. Tokyo, McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., 1975.
- DAS, M.K. Machine tool chatter. *CME*, p.22-27, Sep. 1981.
- DELIO, T.; TLUSTY, J.; SMITH, S. Use of audio signals for chatter detection and control. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.114, p.146-157, May 1992.
- DONG, W.; JOE AU, Y.H.; MARDAPITTAS, A. Machine tool chatter monitoring by coherence analysis. *Int. J. Prod. Res.*, v.30, n.8, p.1901-1924, 1992.
- DOY, S.; KATO, S. Chatter vibration of lathe tools. *Trans. ASME*, v.78, p.1127-1134, 1956.

- EL BARADIE, M.A. Statistical analysis of the dynamic cutting coefficients and machine tool stability. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.115, p.205-215, May 1993.
- EL-WARDANI, T.; SADEK, M.M.; YOUNIS, M.A. Theoretical analysis of grinding chatter. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.109, p.314-320, Nov. 1987.
- EMA, S.; FUJII, H.; MARUI, E. Chatter vibration in drilling. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.110, p.309-314, Nov. 1988.
- FERRARESI, D. *Fundamentos da usinagem dos metais*. São Paulo, Edgard Blücher, 1970.
- GURNEY, J.P.; TOBIAS, S.A. A graphical analysis of regenerative machine tool instability. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.84, p.103-112, Feb. 1962.
- HAHN, R.S. Metal cutting chatter and its elimination. *Trans. ASME*, v.75, p.1073-1080, 1953.
- HAHN, R.S. On the theory of regenerative chatter in precision-grinding operations. *Trans. ASME*, v.76, p.593-597, May 1954.
- HAHN, R.S. Contribution to TOBIAS & FISHWICK (1958), p. 1087, 1958.
- HEISEL, U. Vibrations and surface generation in slab milling. *Annals of the CIRP*, v.43/1, p.337-340, 1994.
- HOOKE, C.J.; TOBIAS, S.A. Finite amplitude instability - a new type of chatter. In: *4th Int. Mach. Tool Des. Res. Conf.*, Birmingham, England. *Proceedings*. Birmingham, Univ. of Birmingham, 1964. p.97-109.
- HURTY, W.C.; RUBINSTEIN, M.F. *Dynamics of structures*. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, Inc., 1964.
- IBM CORPORATION. *CAEDS System Dynamics Analysis User's Guide*. 1.ed. Santa Monica, CA, Aug. 1990.
- ISMAIL, F.; BASTAMI, A. Improving stability of slender end mills against chatter. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.108, p.264-268, Nov. 1986.
- JEMIELNIAK, K.; WIDOTA, A. Numerical simulation of non-linear chatter vibration in turning. *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, v.29, n.2, p.239-247, 1989a.
- JEMIELNIAK, K.; WIDOTA, A. The development of frequency and amplitude of chatter vibration. *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, v.29, n.2, p.249-256, 1989b.
- JIULIAN, F.; ZHEJUN, Y. YINGXUE, Y. A unified system model of cutting chatter and its transformation function. *Int. J. Mach. Tools Manufact.*, v.29, n.4, p.601-609, 1989.
- KAMINSKAYA, V.V.; GRINGLAZ, A.V. Analyzing the dynamic behavior of machine tool load-carrying systems. *Soviet Engineering Research*, v.60, n.2, p.89-94, 1989.

- KANEKO, T.; SATO, H.; TANI, Y.; O-HORI, M. Self-excited chatter and its marks in turning. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.106, p.222-228, Aug. 1984.
- KASAHARA, N.; SATO, H.; TANI, Y. Phase characteristics of self-excited chatter in cutting. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.114, p.393-399, Nov. 1992.
- KIM, K.J.; HA, J.Y. Suppression of machine tool chatter using a viscoelastic dynamic damper. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.109, p.58-65, Feb. 1987.
- KIM, T.R.; EHMANN, K.F.; WU, S.M. Identification of joint structural parameters between substructures. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.113, p.419-424, Nov. 1991.
- KOENIGSBERGER, F.; TLUSTY, J. *Machine tool structures*. Oxford, Pergamon Press, 1970.
- KOMANDURI, R. Machining and grinding: a historical review of the classical papers. *Appl. Mech. Rev.*, v.46, n.3, p.80-132, Mar. 1993.
- KONDO, Y.; KAWANO, O.; SATO, H. Behavior of self-excited chatter due to multiple regenerative effect. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.103, p.324-329, Aug. 1981.
- KUDINOV, V.A.; CHUPRINA, V.M. Unit-by-unit dynamic analysis of machine tool systems. *Soviet Engineering Research*, v.60, n.11, p.74-79, 1989.
- LAZAN, B.J. *Damping of materials and members in structural mechanics*. London, Pergamon Press, 1968.
- LEE, J.M. A study on the design improvement of lathes based on a chatter analysis and a component mode synthesis. *Annals of the CIRP*, v.35/1, p.263-266, 1986.
- LIN, S.C. A method to analyze the stability of machine tool. *Monitoring and Control for Manufacturing Processes American Society of Mechanical Engineers, Production Engineering Division*, v.44, p.253-265, 1990.
- LIRANI, J. *Substructuring techniques in the analysis of partially coated structures*. Manchester, 1978. 148p. Ph. D. Thesis - Department of Mechanical Engineering, The University of Manchester.
- LIRANI, J. *Determinação da estabilidade teórica contra trepidação de máquinas ferramentas com o auxílio de computador*. São Carlos, 1985, 219p. Tese (Livre Docência) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP
- MADDUX, K. Machine-tool vibration. *American Machinist*, Special Report n. 660, p.65-72, Oct. 1973.
- MARCHELEK, K.; TOMKÓW, J. Experimental investigations in cutting dynamics. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.115, p.508-511, Nov. 1993.
- MARUI, E.; KATO, S.; HASHIMOTO, M.; YAMADA, T. The mechanism of chatter vibration in a spindle-workpiece system: part1 - properties of self-excited chatter vibration in spindle-workpiece system. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.110, p.236-241, Aug. 1988.

- MARUI, E.; KATO, S.; HASHIMOTO, M.; YAMADA, T. The mechanism of chatter vibration in a spindle-workpiece system: part 2 - characteristics of dynamic cutting force and vibration energy. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.110, p.242-247, Aug. 1988.
- MARUI, E.; KATO, S.; HASHIMOTO, M.; YAMADA, T. The mechanism of chatter vibration in a spindle-workpiece system: part 3 - analytical considerations. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.110, p.248-253, Aug. 1988.
- MARUI, E.; HASHIMOTO, M.; KATO, S. Damping capacity of turning tools, part 1: effect of clamping conditions and optimum clamping load. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.115, p.362-366, Aug. 1993.
- MARUI, E.; HASHIMOTO, M.; KATO, S. Damping capacity of turning tools, part 2: mechanism initiating the damping capacity. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.115, p.366-370, Aug. 1993.
- MATSUBARA, T.; YAMAMOTO, H.; MIZUMOTO, H. Study on regenerative chatter vibration with dynamic cutting force. *Bull. Japan Soc. of Prec. Engg.*, v.19, n.4, p.260-265, Dec. 1985.
- MATSUBARA, T.; MIZUMOTO, H.; YAMAMOTO, H. Theoretical Analysis of Work Regenerative Chatter in Plunge Grinding. *Bull. Japan Soc. of Prec. Engg.*, v.20, n.4, p.272-277, 1986.
- MEIROVITCH, L. *Analytical methods in vibrations*. New York, The Macmillan Company, 1967.
- MERRITT, H.E. Theory of self-excited machine-tool chatter. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.87, n.4, p.447-454, Nov. 1965.
- MINIS, I.; YANUSHEVSKY, R. A new theoretical approach for the prediction of machine tool chatter in milling. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.115, p.1-8, Feb. 1993.
- MINIS, I.; TEMBO, A. Experimental verification of a stability theory for periodic cutting operations. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.115, p.9-14, Feb. 1993.
- NIGM, M.M.; SADEK, M.M.; TOBIAS, S.A. Determination of Dynamic Cutting coefficients from steady state cutting data. *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, v.17, p.19-37, 1977.
- OTA, H.; MIZUTANI, K.; KAWAI, T. On the occurrence of regenerative chatter vibrations. *JSME International Journal*, v.30, n.262, p.661-669, 1987.
- OTA, H.; KONDO, E.; YAMADA, T. Regenerative chatter vibrations of turning workpieces (two degrees of freedom and their stability criteria) *JSME International Journal*, v.32, n.1, p.142-149, 1989.
- PESCE, C.P.; ARANHA, J.A.P.; NUNES, D.; GONGORA, M.R.; FERNANDES, A.C. Dinâmica estrutural de uma fresadora vertical. Desenvolvimento de um modelo matemático dedicado e análise experimental. In CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 11., São Paulo, 1991. *Anais*. São Paulo, 1991. p.225-228.

- REDDY, C.P.; RAO, S.S. Automated optimum design of machine tool structures for static rigidity, natural frequencies and regenerative chatter stability. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.100, p.137-146, May 1978.
- SAKURABA, H. Exemplo de como se pode avaliar a capacidade de uma máquina. Trad. Norberto de Paula Lima. *Máquinas e Metais*, p.64-68, Mar. 1994.
- SALJE, E. Self-excited vibrations of systems with two degrees of freedom. *Trans. ASME*, v.78, p.737-748, 1956.
- SHEPPARD, M.H.; COOTE, R.C. O mercado vai influir sobre os projetos de máquinas desta década. Trad. Norberto de Paula Lima. *Máquinas e Metais*, p.22-32, Fev. 1994.
- SHI, H.M.; TOBIAS, S.A. Theory of finite amplitude machine tool instability. *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, v.24, n.1, p.45-69, 1984.
- SHIN, Y.C. Bearing nonlinearity and stability analysis in high speed machining. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.114, p.23-30, Feb. 1992.
- SMITH, S.; TLUSTY, J. An overview of modeling and simulation of the milling process. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.113, p.169-175, May 1991.
- SNOEYS, R.; WANG, I. Analysis of the static and dynamics stiffness of the grinding wheel surface. In: *9th Int. Mach. Tool Des. Res. Conf.*, Birmingham, England. *Proceedings*. Birmingham, Univ. of Birmingham, 1968. p.1133-1148.
- SWEENEY, G.; TOBIAS, S.A. An algebraic method for the determination of the dynamic stability of machine tools. In: *International Research in Production Engineering*, Pittsburgh, 1963. *Proceedings*. New York, 1963. p.475.
- TANSEL, I.N. A unified transfer function (UTF) approach for the modeling and stability analysis of long slender bars in 3-D turning operations. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.115, p.193-204, May 1993.
- TAYLOR, F.V. On the art of cutting metals. *Trans. ASME*, v.28, p.231-248, 1907.
- THOMPSON, R.A. On the doubly regenerative stability of a grinder. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.96, p.275-280, Feb. 1974.
- THOMPSON, R.A. On the doubly regenerative stability of a grinder: the combined effect of wheel and workpiece speed. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.99, n.1, p.237-241, Feb. 1977.
- THOMPSON, R.A. On the doubly regenerative stability of a grinder: the theory of chatter growth. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.108, p.75-82, May 1986a.
- THOMPSON, R.A. On the doubly regenerative stability of a grinder: the mathematical analysis of chatter growth. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.108, p.83-92, May 1986b.
- THOMPSON, R.A. Chatter growth - tests to evaluate the theory. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.110, p.344-351, Nov. 1988.

- THOMPSON, R.A. On the doubly regenerative stability of a grinder: the effect of contact stiffness and wave filtering. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.114, p.53-60, Feb. 1992.
- TLUSTY, J.; POLACEK, M. The stability of machine tools against self-excited vibrations in machining. *ASME Int. Res. in Prod. Eng.*, p.465-474, 1963.
- TLUSTY, J.; KOENIGSBERGER, F. *Specifications and tests of metal cutting machine tools*. Manchester, UMIST, 1970.
- TLUSTY, J.; MORIWAKI, T. Experimental and computational identification of dynamic structural models. *Annals of the CIRP*, v.25/2, p.497-503, 1976.
- TLUSTY, J. Analysis of the state of research in cutting dynamics. *Annals of the CIRP*, v.27/2, p.583-589, 1978.
- TLUSTY, J.; ISMAIL, F. Dynamic structural identification tasks and methods. *Annals of the CIRP*, v.29/1, p.251-255, 1980.
- TLUSTY, J.; ISMAIL, F. Basic non-linearity in machining chatter. *Annals of the CIRP*, v.30/1, p.299-304, 1981.
- TLUSTY, J.; ISMAIL, F. Special aspects of chatter in milling. *ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, v.105, p.24-32, Jan. 1983.
- TLUSTY, J.; ZATON, W.; ISMAIL, F. Stability lobes in milling. *Annals of the CIRP*, v.32/1, p.309-313, 1983.
- TLUSTY, J. Dynamics of high-speed milling. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.108, p.59-67, May 1986.
- TOBIAS, S.A.; FISHWICK, W. The chatter of lathe tools under orthogonal cutting conditions. *Trans. ASME*, v.80, p.1079-1088, 1958.
- TOBIAS, S.A. *Vibraciones en maquinas-herramientas*. Bilbao, Ediciones Urmo, 1972.
- VAROTO, P.S. *Análise modal no domínio da frequência: um método de identificação multi-modos*. São Carlos, 1991. 193p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- VAROTO, P.S.; MUCHERONI, M.F. Identificação de parâmetros modais no domínio da frequência. In CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 11., São Paulo, 1991. *Anais*. São Paulo, 1991. p.221-224.
- WALLACE, P.W.; ANDREW, C. Machining forces - some effects of removing a wavy surface. *J. Mech. Eng. Sci.*, v.8, p.129-140, 1966
- WECK, M. *Handbook of machine tools*. Norwick, John Wiley & Sons, 1984.
- WECK, M. *Werkzeugmaschinen Fertigungssysteme*. Düsseldorf, VDI-Verlag GmbH, 1991.
- WECK, M.; KÖLSCH, G.; STEINERT, T. A precisão ótima de máquinas pode ser obtida por computador. Trad. de Norberto de Paula Lima. *Máquinas e Metais*, p.48-57, Mar. 1993.

- WU, D.W.; LIU, C.R. An analytical model of cutting dynamics. Part 1: model building. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.107, p.107-111, May 1985a.
- WU, D.W.; LIU, C.R. An analytical model of cutting dynamics. Part 2: verification. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.107, p.112-118, May 1985b.
- YANG, X.G. et al. The theoretical stability chart of machine tools - A development of S. A. Tobias' theory. *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, v.29, n.2, p.267-274, 1989.
- YOSHIMURA, M. Study on optimum design of machine structures with respect to dynamic characteristics (approach to optimum design of machine tool structures with respect to regenerative chatter). *Bulletin of the JSME*, v.20, n.145, p.811-818, Jul. 1977.
- YOSHIMURA, M. Optimum design of machine structures with respect to an arbitrary degree of natural frequency and a frequency interval between adjacent natural frequencies. *Bull. Japan Soc. of Prec. Engg.*, v.14, n.4, p.236-242, Dec. 1980.
- YOSHIMURA, M. Design sensitivity analysis of frequency response in machine structures. *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, v.106, p.119-125, Mar. 1984.
- YOSHIMURA, M.; TAKEUCHI, Y.; HITOMI, K. Design optimization of machine-tool structures considering manufacturing cost, accuracy, and productivity. *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, v.106, p.531-537, Dec. 1984.
- YOSHIMURA, M. Evaluation of forced and self-excited vibrations at de design stage of machine-tool structures. *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, v.108, p.323-329, Sep. 1986.
- YUAN, J.X.; WU, X.M. Identification of the joint structural parameters of machine tool by DDS and FEM. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v.107, p.64-69, Feb. 1985.
- ZE-JUN, Y.; LI-JUN, C. A new critical stability formula and a new absolute stability criterion. *Annals of the CIRP*, v.35/1, p.267-268, 1986.

APÊNDICE A

ARQUIVOS LIDOS E ESCRITOS PELOS PROGRAMAS DO PROMAF

Programa	Arquivo lido	Arquivo escrito	Observações
Entra	entdad.dat		Entrada de dados da estrutura. Formatado.
		sentra.dat	Saída do programa. Dados estruturais. Formatado.
		eldat.dat	Dados estruturais.
Rigma	eldat.dat		Dados estruturais.
	auxil.dat	auxil.dat	Arquivo auxiliar de armazenamento e transferência de dados. Matrizes de massa e rigidez
		srigma.dat	Saída do programa. Indicação de erros.
		massa.dat	Matriz de massa
		rigid.dat	Matriz de rigidez
Eigen	massa.dat		Matriz de massa
	rigid.dat		Matriz de rigidez
	eldat.dat		Dados estruturais
	auxil.dat	auxil.dat	Arquivo auxiliar para transferência de dados. Lê matriz de massa ou rigidez e escreve na matriz U
		desloc.dat	Lê e escreve matrizes AA e BB
	diret.dat	Lê e escreve matrizes AA e BB	
	seigen.dat	seigen.dat	Saída do programa: frequências naturais e modos de vibrar.
	eigvec.dat	eigvec.dat	Frequências naturais e modos de vibrar. Formatado

Programa	Arquivo lido	Arquivo escrito	Observações
Estat	rigid.dat		Matriz de Rigidez.
	auxil.dat		Arquivo auxiliar para armazenamento e transferências de dados.
	eldat.dat		Dados estruturais
	desloc.dat		Dados estruturais
		sestat.dat	Saída do programa. Resultados de análise estática
		dform.dat	Deformações em análise estática
Ddata			
	dampin.dat		Entrada de dados de amortecimento
	eldat.dat		Dados estruturais
		dorme.dat	Dados de amortecimento. Principalmente fatores de amortecimento (η e ζ)
		sddata.dat	Saída do programa. Dados de amortecimento
		tempo.dat	Arquivo auxiliar. Troca de dados estruturais: elementos, coordenadas, carregamentos, etc.
		datad.dat	Dados estruturais
		recod.dat	Dados relativos às frequências a serem analisadas
		eldat.dat	Dados estruturais
		eigvec.dat	Frequências naturais e modos de vibrar

Programa	Arquivo lido	Arquivo escrito	Observações
Amort	dorme.dat		Dados de amortecimento, principalmente fatores de amortecimento (η e ζ)
	rigid.dat	rigid.dat	Matriz de rigidez
	massa.dat	massa.dat	Matriz de massa
	el.dat.dat	el.dat.dat	Dados estruturais
	auxil.dat		Arquivo auxiliar de transferência de dados: matriz de rigidez ou massa
	datad.dat		Dados estruturais
	tempo.dat	tempo.dat	Utilizado para soma de amortecimentos distribuído e discreto
		dampm.dat	Dados de amortecimento. Matriz de amortecimento
		samort.dat	Arquivo de saída do programa. Indica eventuais erros
Recep	recod.dat	record.dat	Lê dados relativos às frequências a serem analisadas. Escreve a matriz de amortecimento
	dampm.dat		Dados de amortecimento. Matriz de amortecimento.
	eigvec.dat		Frequências naturais e modos de vibrar
	matvt.dat		Matriz dos modos de vibrar
	matrv.dat		Matriz dos modos de vibrar transposta
	auxrcp.dat	auxrcp.dat	Frequências naturais e resposta conservativa
		srecep.dat	Saída do programa. Indicação de erros.
		spgr.dat	Dados da resposta em frequência
		pc.dat	Dados da resposta em frequência. Ligação com programa Freq.

Programa	Arquivo lido	Arquivo escrito	Observações
		matrv.dat	Matriz dos modo de vibrar transposta
		matvt.dat	Matriz dos modos de vibrar
Grafo	grafin.dat		Entrada de dados para definição dos gráficos a serem traçados
	recod.dat		Matriz de amortecimento
	dampm.dat		Dados de amortecimento. Matriz de amortecimento
	spgr.dat		Dados da resposta em frequência
		sgraf0.dat	Saída do programa. Gráficos de resposta em frequência
Estab			
	estabin.dat		Entrada de dados para carta de estabilidade
	recod.dat		Matriz de amortecimento
	dampm.dat		Dados de amortecimento. Matriz de amortecimento
	spgr.dat		Dados da resposta em frequência
	ferra.dat	ferra.dat	Resposta em frequência do nó que representa a ferramenta
	peça.dat	peça.dat	Resposta em frequência do nó que representa a peça
		sestab.dat	Saída do programa - Carta de Estabilidade

APÊNDICE B

FORMATOS DOS ARQUIVOS DE ENTRADA E TRANSFERÊNCIA DE DADOS

B.1. Arquivo entdad.dat

Variáveis	Formatos
1 PROBL	A80
2 AUTOR	A80
3 MASS, NPRO, NMATL, NO	4 I5
4 I, AE(I), ASI(I), ADEN(I)	I3, 3 E10.3
5 (X(I), Y(I), Z(I), I=1, NOV)	I5, 3 E10.3
6 NTYPE, MATERL, THK, NOV, (JN(I), I=1, NMATERL)	I5, F10.3, 9 I5
7 AREA, AXY, AXZ, AIY, AIZ, AJ *	6 E10.5
8 ICON(I), I=1, NDOF+1	I5, 6 I2
9 LF, NODESL **	2 I5
10 NODE, LC, (ALOAD(I), I=1, NDOF) **	2 I5, 6 F10.5
11 IEM, IP, KM, IDUMP, EPS ***	4 I5, E 10.3

* incluído em caso de viga

** incluído em caso de análise estática

*** incluído em caso de análise dinâmica

os registos 6, 7, e 8 são repetidos para todos os elementos

Glossário:

PROBL - Nome do modelo

AUTOR - Nome do autor

MASS - Indica o tipo de análise (estática, dinâmica ou estática e dinâmica)

NPRO - Tipo de problema (Tensão Plana, Flexão Pura, Análise de Casca, Elementos Sólidos)

NMATL - Número de diferentes materiais que compõem a estrutura

NO - Número total de nós existentes na estrutura

I - Número do material

AE - Valor do Módulo de Young

ASI - Valor do Coeficiente de Poisson

ADEN - Valor da densidade do material

X, Y, Z - Coordenadas x, y, z dos nós

NTYPE - Indica o tipo de elemento (viga, retângulo linear, triângulo linear ou hexaedro linear)

MATERL - Indica o tipo de material do elemento

THK - Espessura do elemento

NOV - Número de nós do elemento

JN - Descreve os números dos nós que compõem o elemento

AREA - Área seccional da viga assumida uniforme ao longo de todo o comprimento do elemento

AXY - Constante de cisalhamento ao longo do eixo Y

AXZ - Constante de cisalhamento ao longo do eixo Z

AIY - Momento de Inércia relativo ao eixo perpendicular à viga que passa pelo nó fictício

AIZ - Momento de Inércia relativo ao eixo axial

AJ - Momento Polar de Inércia relativo ao eixo axial
 ICON - Indica as condições dos nós restritos ou as condições de contorno
 LF - Número de estados de carregamento
 NODESL - Número total de nós carregados
 NODE - Número total de nós carregados
 LC - Indica qual o caso de carregamento a que pertence esta carga
 ALOAD - Indica as forças e/ou os momentos para todos os graus de liberdade do carregamento de acordo com os gdl's utilizados
 IEM - Número de frequências naturais e modos de vibrar
 IP - Número de vetores de iteração simultânea
 KM - Número máximo de passos de iteração requeridos
 IDUMP - Indica se os modos de vibrar serão gravados ou não
 EPS - Precisão a ser tomada

B.2. Arquivo dampin.dat

Variáveis	Observações	Formatos
NC, NDAM, NTYPD		16I5
NNC(I)		16I5
NDOF, ITOTAL, MINJN	(nota 1)	16I5
ND	(nota 2)	16I5
NL(1), NL(2), K9, AUX(I)	(nota 2)	3I5, 6F10.5
NMATEXC	(nota 3)	16I5
AE(I), ASI(I), ADEN(I)	(nota 4)	8F10.5
ETA(I)	(nota 5)	8F10.5
NZETA, ZETA(I)	(nota 9)	I5, 12F10.5
NTYPE, MATL, THK, NOV, JN(I)	(nota 6)	2I5, F5.3, 13I5
X(I), Y(I), Z(I)	(nota 6)	12F10.5
0	(nota 3)	I5
NMOD, IDMATL, THK, NOV, JN(I)	(nota 3)	2I5, F5.3, 13I5
X(I), Y(I), Z(I)	(nota 3)	12F10.5
0	(nota 3)	I5
ICON(I)	(nota 3)	I5, 6I2
0	(nota 3)	I5
NR, NNE, NSOLU, IGRAF	(nota 5)	16I5
NFISO, NINF, KEY, Q		3I5, F10.0
W(I), (I=1,NFISO)	(nota 7)	8F10.5
WIN, WFIN, NF	(nota 8)	2F10.5, I5
WN(I), X(I)	(nota 1)	8F10.5
NE, AUX(I)		I5, F10.5

nota 1 - incluir se NDAM = 3.

nota 2 - incluir se NDAM = 2, 3 ou 5.

nota 3 - incluir se NDAM = 1 ou 5.

nota 4 - incluir se NMATEXC \neq 0 e NDAM = 1 ou 5.

nota 5 - incluir se NDAM = 1, 4 ou 5 e NTYPD \neq 5.

nota 6 - incluir se NDAM = 1 ou 5, placa auxiliar de amortecimento.

nota 7 - incluir se NFISO \neq 0.

nota 8 - incluir se NFISO \neq 0, este registro é repetido NINF vezes.

nota 9 - incluir se NDAM = 4 E NTYPD = 5.

Glossário

NC -Número de nós considerados: todos os nós que são amortecidos e/ou forçados mais os nós para os quais a resposta é requerida.

NDAM - Identifica a forma de amortecimento:

- 1 - amortecimento distribuído
- 2 - amortecimento discreto
- 3 - sistema massa mola amortecedor
- 4 - amortecimento distribuído proporcional
- 5 - amortecimento distribuído proporcional e amortecimento discreto combinados

NTYPD -Especifica o tipo de amortecimento:

- 1 - amortecimento histerético proporcional à rigidez
- 2 - amortecimento viscoso proporcional à rigidez
- 3 - amortecimento histerético proporcional à massa
- 4 - amortecimento viscoso proporcional à massa
- 5 - amortecimento computado a partir do fator de amortecimento modal

NNC(I) - Identifica o número de nós considerados. O arranjo de linhas e colunas das matrizes será manipuladas por AMORT e RECEP, obedecendo a ordem dada por esse arranjo. O(s) nó(s) carregado(s) deve(m) vir por último.

NDOF, ITOTAL, MINJN - Número de graus de liberdade, número total de graus de liberdade e menor número do nó para sistema massa/mola/amortecedor.

ND - Número de amortecedores (*dashpots*).

NL(1), NL(2), K9, AUX(I) - Nós de inserção e valores do coeficiente de AUX(I) deve ter NDOF componentes.

K9 - Número de valores do coeficiente de amortecimento.

NMATEXC - Número de materiais não incluídos em ENTRA.

AE(I), ASI(I), ADEN(I) - Módulo de Young, Coeficiente de Poisson, Densidade do(s) material(s), não incluído(s) em ENTRA.

ETA(I) - Fator de perda para todos os materiais. Se NDAM = 4 deve ser usado apenas um valor, pois o programa considera somente um valor do fator de perda para toda a estrutura.

ZETA(I) - Fator de amortecimento modal. O número de fatores a serem fornecidos deve ser maior ou igual ao número de modos utilizados para calcular a receptância conservativa (NR).

NTYPE, MATL, THK, JN(I), X(I), Y(I), Z(I) - Dados relativos à placa auxiliar como em ENTRA. Quando não for utilizada pular para o 10° e 11° registros.

NMOD, IDMATL, THK, NOV, JN(I), X(I), Y(I), Z(I) - Dados concernentes à modelagem do elemento amortecido. NMOD significa tipo de modelo usado:

- NMOD = 1, o programa assume que os elementos foram colocados via programa ENTRA.
- NMOD = 2, camada de amortecimento modelada como elemento quadrilátero à flexão.
- NMOD = 3, camada de amortecimento modelada como elemento 3D.
- NMOD = 4, camada de amortecimento modelada como viga.

ICON(I) - Restrições nodais adicionais não consideradas em ENTRA.

NR - Número de modos usados para calcular a receptância conservativa.

NNE - Número de nós excitados.

NSOLU - Número de nós da direita para a esquerda, em NNC(I), para os quais a resposta será impressa ou gravada em arquivo para sair em forma de gráfico.

IGRAF - Para traçar o gráfico:

0 - não traçar o gráfico. Saída impressa.

1 - traçar o gráfico, saída no arquivo spgr.dat ou pc.dat.

NFISO - Número de frequência isoladas prescritas.

NINF - Número de intervalos prescritos de frequências.

KEY - Número de modos para os quais será feito um varrimento automático de frequência sem necessidade de prescrevê-las.

Q - Fator de qualidade.

W(I), (I=1, NFISO) Frequências isoladas. Para cada intervalo de frequências WIN, WFIN, NF são respectivamente início, fim e número de frequência desejada no intervalo.

WIN, WFIN, NF - frequência inicial, frequência final, número de frequências.

WN(I), X(I) - Frequência naturais e modos de vibrar.

NE, AUX(I) - Número de nós forçados, vetor carga.

B.3. Arquivo pc.dat

Variáveis	Formatos
NR, KEY, NNE, NSOLU, IGRAF, Q	5I11,F11.6
NC, (NNC(I), I=1,NC), NDOF, N	7I11
(WN(I), I=1,NR)	1X,6E11.4
NF	7I11
W(I)	F10.4
(XC(I), I=NSOL,N)	7E12.5
XDR(I), XDY(I), XMOD, ARG	7E12.5

Glossário

NR - Número de modos usados para calcular a receptância conservativa.

KEY - Número de modos, a partir do primeiro, para os quais será feito um varrimento automático de frequências.

NNE - Número de nós excitados.

NSOLU - Número de nós, da direita para a esquerda em NNC(I), para os quais a resposta será impressa.

IGRAF - Controla impressão ou não de gráfico. (1- traça gráfico 0- não traça).

Q- Fator de amplificação dinâmica.

NC - Número de nós considerados.

NNC(I) - Número dos nós considerados (os nós carregados ou aqueles nos quais se deseje resposta devem vir por último).

NDOF - Número de graus de liberdade por nó.

N - Número total de graus de liberdade do sistema. ($N = NC \times NDOF$).

WN(I) - Frequências naturais dos NR modos.

NF - Número de frequências que serão varridas.

W(I7) - Frequência analisada

XC(I) - Resposta conservativa para todos os gdl que se quer o gráfico.

($NSOL = N - NSOLU \times NDOF + 1$).

XDR(I) - Parte real da receptância.

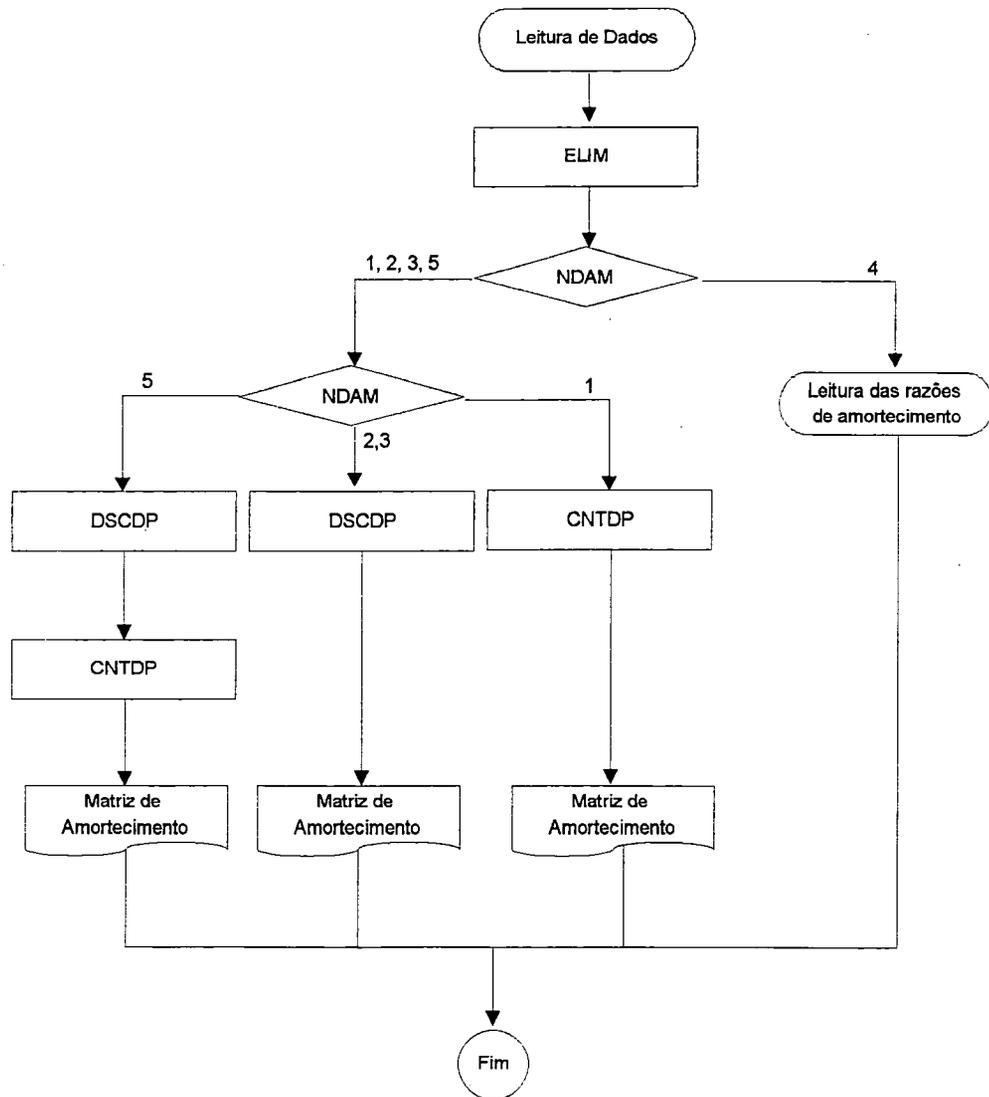
XDY(I) - Parte imaginária da receptância.

XMOD - Módulo da receptância.

ARG - Ângulo de fase da receptância.

APÊNDICE C

ESTRUTURA DO PROGRAMA AMORT



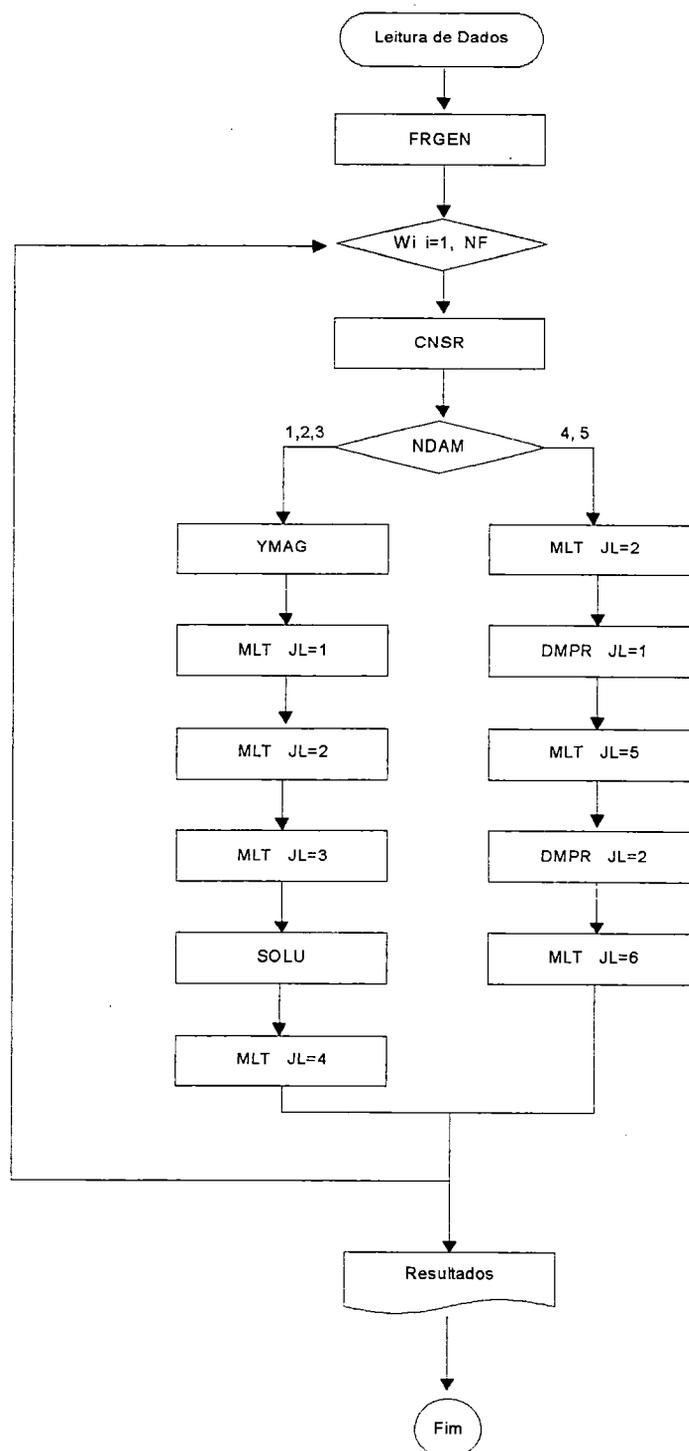
Subrotina ELIM: Elimina graus de liberdade quando a análise não trata de estado geral de tensão.

Subrotina CNTDP: Calcula a matriz de amortecimento para o caso de amortecimento distribuído.

Subrotina DSCDP: Calcula a matriz de amortecimento para o caso de amortecimento discreto.

APÊNDICE D

ESTRUTURA DO PROGRAMA RECEP



Subrotina FRGEN: Determina as frequências para as quais será calculada a resposta.

Subrotina CNSR: Calcula a matriz de receptância $[B]$, utilizando os NR modos especificados no arquivo dampin.dat:

$$[B] = \sum_{i=1}^{NR} \frac{1}{\omega_i^2 + \omega^2} [\mathbf{u}]_i^T \cdot [\mathbf{u}]_i$$

Subrotina YMAG: Prepara a matriz de amortecimento. Se o amortecimento for viscoso (NTYPD=2 ou 4), haverá a multiplicação da matriz de amortecimento por ω , (frequência em que está sendo feito o cálculo da resposta). Se o amortecimento for hysterético (NTYPD= 1 ou 3) haverá somente a leitura da matriz de amortecimento.

Subrotina MLT: Faz multiplicação de matrizes, dependendo do valor de JL:

$$\begin{array}{ll} \text{JL} = 1 & [B][J] = [V] \\ \text{JL} = 2 & [B]\{P\} = \{q_c\} \\ \text{JL} = 3 & [V][V] + [I] \\ \text{JL} = 4 & [V]\{q_r\} \\ \text{JL} = 5 & [RR]\{P\} = \{q_r\} \\ \text{JL} = 6 & [RI]\{P\} = \{q_i\} \end{array}$$

Subrotina SOLU: Resolve o sistema linear representado por:

$$([I] + [V]^2)\{q_r\} = \{q_c\}$$

Subrotina DMPR: Calcula a parte real (JL=1) e imaginária (JL=2) da resposta para amortecimento distribuído proporcional

$$\begin{array}{ll} \text{JL} = 1 & [RR] = \sum_{i=1}^{NR} \frac{\omega_i^2 - \omega^2}{(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + \delta_{ii}^2} [U]_i^T [U]_i \\ \text{JL} = 2 & [RI] = \sum_{i=1}^{NR} \frac{\delta_{ii}}{(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + \delta_{ii}^2} [U]_i^T [U]_i \end{array}$$

APÊNDICE E

MODELO DA FURADEIRA RADIAL

E.1. Arquivo *entdad.dat*

furc

furc

1 3 2 13

1 .220E+12 .300E+00 .785E+04

2 .390E+11 .300E+00 .385E+05

1 .0000E+00 .0000E+00 .0000E+00

2 .0000E+00 .9000E+00 .0000E+00

3 .0000E+00 .1200E+01 .0000E+00

4 .0000E+00 .1400E+01 .0000E+00

5 .3000E+00 .1200E+01 .0000E+00

6 .6000E+00 .1200E+01 .0000E+00

7 .9000E+00 .1200E+01 .0000E+00

8 .9000E+00 .0000E+00 .0000E+00

9 .3000E+00 .9000E+00 .0000E+00

10 .2000E+00 .1200E+01 .0000E+00

11 .0000E+00 .1500E+01 .0000E+00

12 .3000E+00 .1500E+01 .0000E+00

13 .6000E+00 .1500E+01 .0000E+00

1 1 .000 3 1 2 8

.689E-01 .100E+01 .100E+01 .737E-04 .737E-03 .805E-01 .100E-01 .100E-01

1 1 .000 3 2 3 9

.689E-01 .100E+01 .100E+01 .737E-03 .737E-03 .147E-01 .100E-01 .100E-01

1 1 .000 3 3 4 10

.689E-01 .100E+01 .100E+01 .737E-03 .737E-03 .147E-01 .100E-01 .100E-01

1 1 .000 3 3 5 11

.140E+00 .100E+01 .100E+01 .183E-04 .458E-02 .458E-02 .100E-01 .100E-01

1 1 .000 3 5 6 12

.140E+00 .100E+01 .100E+01 .113E-03 .458E-02 .469E-02 .100E-01 .100E-01

1 2 .000 3 6 7 13

.140E+00 .100E+01 .100E+01 .113E-03 .458E-02 .469E-02 .100E-01 .100E-01

0

1 0 0 0 0 0

0

1 1

6 1 .00000 1.00000 .00000 .00000 .00000 .00000

10 10 50 1 .100E-02

APÊNDICE F

MODELO DA FRESADORA HORIZONTAL

F.1. Arquivo *entdad.dat*

fresadora horizontal de porte medio
/u/caeds/user/elfin/mod/fresadora/fresadora

```
1 3 2 53
1 .157E+12 .270E+00 .715E+04
2 .200E+12 .300E+00 .785E+04
1 .120E+01 .100E+01 .1002E+01
2 .120E+01 .750E+00 .1002E+01
3 .120E+01 .750E+00 .1102E+01
4 .120E+01 .100E+01 .1102E+01
5 .800E+00 .100E+01 .1002E+01
6 .800E+00 .750E+00 .1002E+01
7 .800E+00 .750E+00 .1102E+01
8 .800E+00 .100E+01 .1102E+01
9 .400E+00 .100E+01 .1002E+01
10 .400E+00 .750E+00 .1002E+01
11 .000E+00 .100E+01 .1002E+01
12 .000E+00 .750E+00 .1002E+01
13 .000E+00 .750E+00 .1102E+01
14 .000E+00 .100E+01 .1102E+01
15 .400E+00 .100E+01 .1102E+01
16 .400E+00 .750E+00 .1102E+01
17 .800E+00 .100E+01 .100E+01
18 .800E+00 .750E+00 .100E+01
19 .400E+00 .100E+01 .100E+01
20 .400E+00 .750E+00 .100E+01
21 .800E+00 .100E+01 .800E+00
22 .400E+00 .100E+01 .800E+00
23 .800E+00 .500E+00 .500E+00
24 .400E+00 .500E+00 .500E+00
25 .800E+00 .000E+00 .500E+00
26 .400E+00 .000E+00 .500E+00
27 .800E+00 .500E+00 .100E+01
28 .400E+00 .500E+00 .100E+01
29 .600E+00 .750E+00 .120E+01
30 .800E+00 .000E+00 .100E+01
31 .400E+00 .000E+00 .100E+01
32 .800E+00 .500E+00 .120E+01
33 .400E+00 .500E+00 .120E+01
34 .800E+00 .000E+00 .120E+01
35 .400E+00 .000E+00 .120E+01
36 .600E+00 .500E+00 .120E+01
37 .600E+00 .100E+01 .120E+01
38 .700E+00 .500E+00 .130E+01
39 .500E+00 .500E+00 .130E+01
40 .700E+00 .000E+00 .130E+01
41 .500E+00 .000E+00 .130E+01
```

42	.700E+00	.100E+01	.130E+01
43	.500E+00	.100E+01	.130E+01
44	.700E+00	.100E+01	.150E+01
45	.500E+00	.100E+01	.150E+01
46	.700E+00	.500E+00	.150E+01
47	.500E+00	.500E+00	.150E+01
48	.700E+00	.000E+00	.150E+01
49	.500E+00	.000E+00	.150E+01
50	.400E+00	.500E+00	.000E+00
51	.400E+00	.000E+00	.000E+00
52	.800E+00	.000E+00	.000E+00
53	.800E+00	.500E+00	.000E+00
6	1	.010	4 50 51 26 24
6	1	.010	4 24 26 31 28
6	1	.010	4 53 52 25 23
6	1	.010	4 23 25 30 27
6	1	.010	4 28 31 35 33
6	1	.010	4 27 30 34 32
6	1	.010	4 33 35 41 39
6	1	.010	4 32 34 40 38
6	1	.010	4 38 39 41 40
6	1	.010	4 24 23 53 50
6	1	.010	4 25 26 51 52
6	1	.010	4 23 24 28 27
6	1	.010	4 25 26 31 30
6	1	.010	4 27 28 31 30
6	1	.010	4 30 31 35 34
6	1	.010	4 34 35 41 40
3	1	.010	3 27 28 36
3	1	.010	3 28 33 36
3	1	.010	3 33 39 36
3	1	.010	3 39 38 36
3	1	.010	3 38 32 36
3	1	.010	3 32 27 36
3	1	.015	3 24 20 28
3	1	.015	3 23 18 27
6	1	.015	4 22 19 20 24
6	1	.015	4 21 17 18 23
6	1	.015	4 24 22 21 23
6	1	.015	4 22 21 17 19
6	1	.015	4 19 17 18 20
6	1	.015	4 20 18 27 28
6	1	.015	4 9 10 12 11
6	1	.015	4 15 16 13 14
6	1	.015	4 5 6 10 9
6	1	.015	4 8 7 16 15
6	1	.015	4 1 2 6 5
6	1	.015	4 4 3 7 8
6	1	.015	4 9 15 14 11
6	1	.015	4 10 16 13 12
6	1	.015	4 5 8 15 9
6	1	.015	4 6 7 16 10
6	1	.015	4 1 4 8 5
6	1	.015	4 2 3 7 6
6	1	.015	4 11 14 13 12

```

6 1 .015 4 9 15 16 10
6 1 .015 4 5 8 7 6
6 1 .015 4 1 4 3 2
6 1 .010 4 42 44 45 43
6 1 .010 4 38 46 47 39
6 1 .010 4 40 48 49 41
6 1 .010 4 43 45 47 39
6 1 .010 4 42 44 46 38
6 1 .010 4 39 47 49 41
6 1 .010 4 38 46 48 40
6 1 .010 4 44 46 47 45
6 1 .010 4 42 38 39 43
6 1 .010 4 46 48 49 47
3 1 .010 3 42 43 37
1 2 .000 3 37 29 27
.707E-03 .110E+01 .110E+01 .397E-07 .397E-07 .795E-07
1 2 .000 3 29 36 27
.707E-03 .110E+01 .110E+01 .397E-07 .397E-07 .795E-07
1 2 .000 3 5 17 1
.640E-05 .110E+01 .110E+01 .100E-02 .100E-07 .100E-02
1 2 .000 3 9 19 1
.640E-05 .110E+01 .110E+01 .100E-02 .100E-07 .100E-02
1 2 .000 3 6 18 2
.640E-05 .110E+01 .110E+01 .100E-02 .100E-07 .100E-02
1 2 .000 3 10 20 2
.640E-05 .110E+01 .110E+01 .100E-02 .100E-07 .100E-02
1 2 .000 3 17 9 10
.491E-03 .110E+01 .110E+01 .100E-07 .100E-07 .200E-07
1 2 .000 3 18 10 9
.491E-03 .110E+01 .110E+01 .100E-07 .100E-07 .200E-07
0
50 0 0 0 0 0 0
51 0 0 0 0 0 0
52 0 0 0 0 0 0
53 0 0 0 0 0 0
0
4 5
29 1 1.00000 .00000 .00000 .00000 .00000 .00000
29 2 .00000 1.00000 .00000 .00000 .00000 .00000
29 3 .00000 .00000 1.00000 .00000 .00000 .00000
16 4 -.86600 .00000 -.50000 .00000 .00000 .00000
29 4 .86600 .00000 .50000 .00000 .00000 .00000
10 20 100 1 .100E-01

```

APÊNDICE G

ARQUIVO *dampin.dat* PARA AMORTECIMENTO COMBINADO NA FRESADORA HORIZONTAL

```

53 5 1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32
33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48
49 50 51 52 53
8
5 17 6 0. 0. 0.990E9 0. 0. 0.
9 19 6 0. 0. 0.990E9 0. 0. 0.
6 18 6 0. 0. 0.990E9 0. 0. 0.
10 20 6 0. 0. 0.990E9 0. 0. 0.
17 9 6 .375E9 0. 0. 0. 0. 0.
18 10 6 .375E9 0. 0. 0. 0. 0.
53 52 6 .000E06 0. 0. 0. 0. 0.
36 33 6 .150E09 .150E09 0.150E09 0. 0. 0.
0
.006 .006
0
1 1.010 4 50 51 26 24
.400E+00 .500E+00 .000E+00 .400E+00 .000E+00 .000E+00 .400E+00 .000E+00 .500E+00
.400E+00 .500E+00 .500E+00
1 1.010 4 24 26 31 28
.400E+00 .500E+00 .500E+00 .400E+00 .000E+00 .500E+00 .400E+00 .000E+00 .100E+01
.400E+00 .500E+00 .100E+01
1 1.010 4 29 16 25 23
.800E+00 .500E+00 .000E+00 .800E+00 .000E+00 .000E+00 .800E+00 .000E+00 .500E+00
.800E+00 .500E+00 .500E+00
1 1.010 4 23 25 30 27
.800E+00 .500E+00 .500E+00 .800E+00 .000E+00 .500E+00 .800E+00 .000E+00 .100E+01
.800E+00 .500E+00 .100E+01
1 1.010 4 28 31 35 33
.400E+00 .500E+00 .100E+01 .400E+00 .000E+00 .100E+01 .400E+00 .000E+00 .120E+01
.400E+00 .500E+00 .120E+01
1 1.010 4 27 30 34 32
.800E+00 .500E+00 .100E+01 .800E+00 .000E+00 .100E+01 .800E+00 .000E+00 .120E+01
.800E+00 .500E+00 .120E+01
1 1.010 4 33 35 41 39
.400E+00 .500E+00 .120E+01 .400E+00 .000E+00 .120E+01 .500E+00 .000E+00 .130E+01
.500E+00 .500E+00 .130E+01
1 1.010 4 32 34 40 38
.800E+00 .500E+00 .120E+01 .800E+00 .000E+00 .120E+01 .700E+00 .000E+00 .130E+01
.700E+00 .500E+00 .130E+01
1 1.010 4 38 39 41 40
.700E+00 .500E+00 .130E+01 .500E+00 .500E+00 .130E+01 .500E+00 .000E+00 .130E+01
.700E+00 .000E+00 .130E+01
1 1.010 4 24 23 29 50
.400E+00 .500E+00 .500E+00 .800E+00 .500E+00 .500E+00 .800E+00 .500E+00 .000E+00
.400E+00 .500E+00 .000E+00

```

1 1.010 4 25 26 51 16
 .800E+00 .000E+00 .500E+00 .400E+00 .000E+00 .500E+00 .400E+00 .000E+00 .000E+00
 .800E+00 .000E+00 .000E+00
 1 1.010 4 23 24 28 27
 .800E+00 .500E+00 .500E+00 .400E+00 .500E+00 .500E+00 .400E+00 .500E+00 .100E+01
 .800E+00 .500E+00 .100E+01
 1 1.010 4 25 26 31 30
 .800E+00 .000E+00 .500E+00 .400E+00 .000E+00 .500E+00 .400E+00 .000E+00 .100E+01
 .800E+00 .000E+00 .100E+01
 1 1.010 4 27 28 31 30
 .800E+00 .500E+00 .100E+01 .400E+00 .500E+00 .100E+01 .400E+00 .000E+00 .100E+01
 .800E+00 .000E+00 .100E+01
 1 1.010 4 30 31 35 34
 .800E+00 .000E+00 .100E+01 .400E+00 .000E+00 .100E+01 .400E+00 .000E+00 .120E+01
 .800E+00 .000E+00 .120E+01
 1 1.010 4 34 35 41 40
 .800E+00 .000E+00 .120E+01 .400E+00 .000E+00 .120E+01 .500E+00 .000E+00 .130E+01
 .700E+00 .000E+00 .130E+01
 1 1.010 3 27 28 36
 .800E+00 .500E+00 .100E+01 .400E+00 .500E+00 .100E+01 .600E+00 .500E+00 .120E+01
 1 1.010 3 28 33 36
 .400E+00 .500E+00 .100E+01 .400E+00 .500E+00 .120E+01 .600E+00 .500E+00 .120E+01
 1 1.010 3 33 39 36
 .400E+00 .500E+00 .120E+01 .500E+00 .500E+00 .130E+01 .600E+00 .500E+00 .120E+01
 1 1.010 3 39 38 36
 .500E+00 .500E+00 .130E+01 .700E+00 .500E+00 .130E+01 .600E+00 .500E+00 .120E+01
 1 1.010 3 38 32 36
 .700E+00 .500E+00 .130E+01 .800E+00 .500E+00 .120E+01 .600E+00 .500E+00 .120E+01
 1 1.010 3 32 27 36
 .800E+00 .500E+00 .120E+01 .800E+00 .500E+00 .100E+01 .600E+00 .500E+00 .120E+01
 1 1.015 3 24 20 28
 .400E+00 .500E+00 .500E+00 .400E+00 .750E+00 .100E+01 .400E+00 .500E+00 .100E+01
 1 1.015 3 23 18 27
 .800E+00 .500E+00 .500E+00 .800E+00 .750E+00 .100E+01 .800E+00 .500E+00 .100E+01
 1 1.015 4 22 19 20 24
 .400E+00 .100E+01 .800E+00 .400E+00 .100E+01 .100E+01 .400E+00 .750E+00 .100E+01
 .400E+00 .500E+00 .500E+00
 1 1.015 4 21 17 18 23
 .800E+00 .100E+01 .800E+00 .800E+00 .100E+01 .100E+01 .800E+00 .750E+00 .100E+01
 .800E+00 .500E+00 .500E+00
 1 1.015 4 24 22 21 23
 .400E+00 .500E+00 .500E+00 .400E+00 .100E+01 .800E+00 .800E+00 .100E+01 .800E+00
 .800E+00 .500E+00 .500E+00
 1 1.015 4 22 21 17 19
 .400E+00 .100E+01 .800E+00 .800E+00 .100E+01 .800E+00 .800E+00 .100E+01 .100E+01
 .400E+00 .100E+01 .100E+01
 1 1.015 4 19 17 18 20
 .400E+00 .100E+01 .100E+01 .800E+00 .100E+01 .100E+01 .800E+00 .750E+00 .100E+01
 .400E+00 .750E+00 .100E+01
 1 1.015 4 20 18 27 28
 .400E+00 .750E+00 .100E+01 .800E+00 .750E+00 .100E+01 .800E+00 .500E+00 .100E+01
 .400E+00 .500E+00 .100E+01
 1 1.015 4 9 10 12 11
 .400E+00 .100E+01 .1002E+01 .400E+00 .750E+00 .1002E+01 .000E+00 .750E+00
 .1002E+01 .000E+00 .100E+01 .1002E+01

1 1.015 4 15 52 13 14
 .400E+00 .100E+01 .1102E+01 .400E+00 .750E+00 .1102E+01 .000E+00 .750E+00
 .1102E+01 .000E+00 .100E+01 .1102E+01
 1 1.015 4 5 6 10 9
 .800E+00 .100E+01 .1002E+01 .800E+00 .750E+00 .1002E+01 .400E+00 .750E+00
 .1002E+01 .400E+00 .100E+01 .1002E+01
 1 1.015 4 8 7 52 15
 .800E+00 .100E+01 .1102E+01 .800E+00 .750E+00 .1102E+01 .400E+00 .750E+00
 .1102E+01 .400E+00 .100E+01 .1102E+01
 1 1.015 4 1 2 6 5
 .120E+01 .100E+01 .1002E+01 .120E+01 .750E+00 .1002E+01 .800E+00 .750E+00
 .1002E+01 .800E+00 .100E+01 .1002E+01
 1 1.015 4 4 3 7 8
 .120E+01 .100E+01 .1102E+01 .120E+01 .750E+00 .1102E+01 .800E+00 .750E+00
 .1102E+01 .800E+00 .100E+01 .1102E+01
 1 1.015 4 9 15 14 11
 .400E+00 .100E+01 .1002E+01 .400E+00 .100E+01 .1102E+01 .000E+00 .100E+01
 .1102E+01 .000E+00 .100E+01 .1002E+01
 1 1.015 4 10 52 13 12
 .400E+00 .750E+00 .1002E+01 .400E+00 .750E+00 .1102E+01 .000E+00 .750E+00
 .1102E+01 .000E+00 .750E+00 .1002E+01
 1 1.015 4 5 8 15 9
 .800E+00 .100E+01 .1002E+01 .800E+00 .100E+01 .1102E+01 .400E+00 .100E+01
 .1102E+01 .400E+00 .100E+01 .1002E+01
 1 1.015 4 6 7 52 10
 .800E+00 .750E+00 .1002E+01 .800E+00 .750E+00 .1102E+01 .400E+00 .750E+00
 .1102E+01 .400E+00 .750E+00 .1002E+01
 1 1.015 4 1 4 8 5
 .120E+01 .100E+01 .1002E+01 .120E+01 .100E+01 .1102E+01 .800E+00 .100E+01
 .1102E+01 .800E+00 .100E+01 .1002E+01
 1 1.015 4 2 3 7 6
 .120E+01 .750E+00 .1002E+01 .120E+01 .750E+00 .1102E+01 .800E+00 .750E+00
 .1102E+01 .800E+00 .750E+00 .1002E+01
 1 1.015 4 11 14 13 12
 .000E+00 .100E+01 .1002E+01 .000E+00 .100E+01 .1102E+01 .000E+00 .750E+00
 .1102E+01 .000E+00 .750E+00 .1002E+01
 1 1.015 4 9 15 52 10
 .400E+00 .100E+01 .1002E+01 .400E+00 .100E+01 .1102E+01 .400E+00 .750E+00
 .1102E+01 .400E+00 .750E+00 .1002E+01
 1 1.015 4 5 8 7 6
 .800E+00 .100E+01 .1002E+01 .800E+00 .100E+01 .1102E+01 .800E+00 .750E+00
 .1102E+01 .800E+00 .750E+00 .1002E+01
 1 1.015 4 1 4 3 2
 .120E+01 .100E+01 .1002E+01 .120E+01 .100E+01 .1102E+01 .120E+01 .750E+00
 .1102E+01 .120E+01 .750E+00 .1002E+01
 1 1.010 4 42 44 45 43
 .700E+00 .100E+01 .130E+01 .700E+00 .100E+01 .150E+01 .500E+00 .100E+01 .150E+01
 .500E+00 .100E+01 .130E+01
 1 1.010 4 38 46 47 39
 .700E+00 .500E+00 .130E+01 .700E+00 .500E+00 .150E+01 .500E+00 .500E+00 .150E+01
 .500E+00 .500E+00 .130E+01
 1 1.010 4 40 48 49 41
 .700E+00 .000E+00 .130E+01 .700E+00 .000E+00 .150E+01 .500E+00 .000E+00 .150E+01
 .500E+00 .000E+00 .130E+01
 1 1.010 4 43 45 47 39

```

.500E+00 .100E+01 .130E+01 .500E+00 .100E+01 .150E+01 .500E+00 .500E+00 .150E+01
.500E+00 .500E+00 .130E+01
1 1.010 4 42 44 46 38
.700E+00 .100E+01 .130E+01 .700E+00 .100E+01 .150E+01 .700E+00 .500E+00 .150E+01
.700E+00 .500E+00 .130E+01
1 1.010 4 39 47 49 41
.500E+00 .500E+00 .130E+01 .500E+00 .500E+00 .150E+01 .500E+00 .000E+00 .150E+01
.500E+00 .000E+00 .130E+01
1 1.010 4 38 46 48 40
.700E+00 .500E+00 .130E+01 .700E+00 .500E+00 .150E+01 .700E+00 .000E+00 .150E+01
.700E+00 .000E+00 .130E+01
1 1.010 4 44 46 47 45
.700E+00 .100E+01 .150E+01 .700E+00 .500E+00 .150E+01 .500E+00 .500E+00 .150E+01
.500E+00 .100E+01 .150E+01
1 1.010 4 42 38 39 43
.700E+00 .100E+01 .130E+01 .700E+00 .500E+00 .130E+01 .500E+00 .500E+00 .130E+01
.500E+00 .100E+01 .130E+01
1 1.010 4 46 48 49 47
.700E+00 .500E+00 .150E+01 .700E+00 .000E+00 .150E+01 .500E+00 .000E+00 .150E+01
.500E+00 .500E+00 .150E+01
1 1.010 3 42 43 37
.700E+00 .100E+01 .130E+01 .500E+00 .100E+01 .130E+01 .600E+00 .100E+01 .120E+01
1 2.000 2 37 53
.600E+00 .100E+01 .120E+01 .600E+00 .750E+00 .120E+01
1 2.000 2 53 36
.600E+00 .750E+00 .120E+01 .600E+00 .500E+00 .120E+01
1 2.000 2 5 17
.800E+00 .100E+01 .1002E+01 .800E+00 .100E+01 .100E+01
1 2.000 2 9 19
.400E+00 .100E+01 .1002E+01 .400E+00 .100E+01 .100E+01
1 2.000 2 6 18
.800E+00 .750E+00 .1002E+01 .800E+00 .750E+00 .100E+01
1 2.000 2 10 20
.400E+00 .750E+00 .1002E+01 .400E+00 .750E+00 .100E+01
1 2.000 2 17 9
.800E+00 .100E+01 .100E+01 .400E+00 .100E+01 .1002E+01
1 2.000 2 18 10
.800E+00 .750E+00 .100E+01 .400E+00 .750E+00 .1002E+01
0
0
10 2 2 1
0 1 1 .05
164.000 168.000 20
52 -0.866E0 0. -0.500E0 0. 0. 0.
53 0.866 0. 0.500 0. 0. 0.
1245678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890

```

APÊNDICE H**ARQUIVO *dampin.dat* PARA
AMORTECIMENTO MODAL NA
FRESADORA HORIZONTAL**

2	4	5								
52	53									
10	.03	.03	.03	.03	.03	.03	.03	.03	.03	.03
10	1	2	1							
0	1	1	.05							
85.000	105.000	100								
53	0.866E0		0.	0.500E0		0.	0.	0.		