

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

BIOMIMÉTICA APLICADA À ENGENHARIA AERONÁUTICA

DEDALUS - Acervo - EESC



31100006857



Eng<sup>o</sup> MARCELO ULLER

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica

ORIENTADOR: Prof. Dr. Michael G. Maunsell

São Carlos

1999

|        |           |
|--------|-----------|
| Class. | TESE-EESC |
| Cott.  | 6358      |
| Tombo  | 0083/99   |

31100006857

S/S 1032222

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento da  
Informação do Serviço de Biblioteca - EESC/USP

U41b Uller, Marcelo  
Biomimética aplicada à engenharia aeronáutica /  
Marcelo Uller. -- São Carlos, 1999.

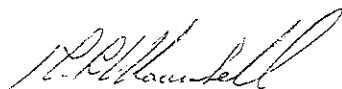
Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de  
São Carlos-Universidade de São Paulo, 1999.  
Área: Engenharia Mecânica.  
Orientador: Prof. Dr. Michael G. Maunsell.

1. Biomimética. 2. Eficiência estrutural.  
3. Seleção de materiais. I. Título.

## FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidato: Engenheiro **MARCELO ULLER**

Dissertação defendida e aprovada em 22.03.1999  
pela Comissão Julgadora:



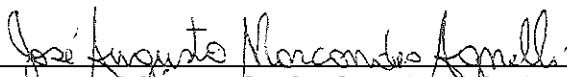
---

Prof. Doutor **MICHAEL GEORGE MAUNSELL (Orientador)**  
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



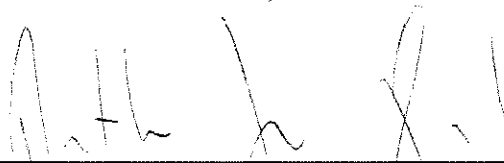
---

Prof. Doutor **JONAS DE CARVALHO**  
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



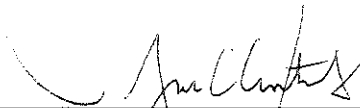
---

Prof. Doutor **JOSÉ AUGUSTO MARCONDES AGNELLI**  
(Universidade Federal de São Carlos - UFSCar)



---

Prof. Associado **ARTHUR JOSÉ VIEIRA PORTO**  
Coordenador da Área de Engenharia Mecânica



---

**JOSÉ CARLOS A. CINTRA**  
Presidente da Comissão de Pós-Graduação da EESC

A Lauro (in memoria) e Marilena

## AGRADECIMENTOS

Ao professor e orientador Michael “Mike” G. Maunsell pela orientação, confiança no meu trabalho e amizade.

Ao CNPq pelo financiamento, sem o qual não seria possível a realização deste trabalho.

Aos amigos José Elias de Mello Neto e Libânio Carlos de Souza, pela confiança e suporte.

Aos professores Dr. Geraldo Lombardi (EESC), Dr. João Luís F. de Azevedo (ITA), Dr. José Augusto Marcondes Agnelli (UFSCar) e Dr. Nehemias L. Lacerda (ITA) pelo exemplo de profissionalismo.

Aos professores do Departamento de Engenharia Mecânica pelos conhecimentos transmitidos.

Ao professor Dr. Fernando Martini Catalano pelo acesso ao Laboratório de Aeronaves; aos professores Dr. João Lirani e Dr. Jonas de Carvalho pelo acesso ao Laboratório de CAD.

Às bibliotecárias da EESC, principalmente as do atendimento ao usuário – Denise, Elenise, Fabiana, Gertrud (“Trudi”) e Heleninha – pela competência, cordialidade e infinita paciência; o agradecimento é extensivo às bibliotecárias dos Institutos de Química (IQSC); Física (IFSC); e da UFSCar, Maristela e Teresa.

À secretária Regina, do SMT, pela ajuda na digitação.

À Cássia.

## SUMÁRIO

|  |     |
|--|-----|
| LISTA DE FIGURAS .....   | i   |
| LISTA DE TABELAS .....   | iii |
| LISTA DE SÍMBOLOS .....  | v   |
| RESUMO .....   | ix  |
| ABSTRACT .....   | x   |
| INTRODUÇÃO .....   | 1   |
| 1 PREÂMBULO .....  | 4   |
| 2 MATERIAIS BIOLÓGICOS .....   | 24  |
| 2.1 Madeiras .....   | 27  |
| 2.2 Exoesqueleto .....   | 35  |
| 2.3 Osso .....   | 39  |
| 2.4 Conchas .....  | 43  |
| 3 ESTRUTURAS BIOLÓGICAS .....  | 48  |
| 3.1 A flambagem .....  | 48  |
| 3.2 Estruturas biológicas: dimensões e efeitos de escala .....             | 54  |
| 3.3 Algumas estratégias estruturais .....                                  | 61  |
| 3.3.1 Elytras .....  | 61  |
| 3.3.2 Estruturas sanduíche .....   | 62  |
| 3.3.3 Septos nodais .....  | 64  |
| 3.3.4 Reforços helicoidais .....   | 65  |
| 3.3.5 Estado homogêneo de tensões .....                                    | 66  |
| 3.3.6 Otimização interna e gradiente de funcionalidade .....               | 67  |
| 3.3.7 Corrugados .....   | 68  |
| 3.4 Modelamento de estruturas biológicas .....                             | 68  |
| 3.4.1 A estrutura celular .....  | 68  |
| 3.4.2 O gradiente da fração do reforço .....                               | 70  |
| 3.4.3 A razão (dimensão da unidade celular)/(dimensão da seção reta) ..... | 71  |

|  |     |
|--|-----|
| 4 SELEÇÃO DE MATERIAIS .....   | 72  |
| 4.1 Cartas de seleção .....  | 72  |
| 4.1.1 A carta módulo $\times$ densidade .....                          | 77  |
| 4.1.2 A carta resistência $\times$ densidade .....                     | 78  |
| 4.1.3 A carta tenacidade $\times$ densidade .....                      | 79  |
| 4.1.4 A carta módulo $\times$ resistência .....                        | 80  |
| 4.1.5 A carta rigidez específica $\times$ resistência específica ..... | 81  |
| 4.2 Índices de performance dos materiais biológicos .....              | 83  |
| 4.3 Exemplos de aplicação .....  | 85  |
| 4.3.1 Remos .....  | 85  |
| 4.3.2 Arcos .....  | 86  |
| 4.3.3 Espelho para telescópio .....                                    | 87  |
| 4.3.4 Vasos de pressão .....   | 88  |
| 4.4 Seleção de materiais para cargas cíclicas .....                    | 91  |
| 4.5 Seleção de materiais para absorção de energia .....                | 91  |
| 4.6 Seleção dos materiais componentes de compósitos .....              | 92  |
| 4.7 Seleção de materiais para mínimo impacto ambiental .....           | 93  |
| 5 SELEÇÃO DE MATERIAL E GEOMETRIA DA SEÇÃO .....                       | 96  |
| 5.1 Exemplo inicial .....  | 96  |
| 5.2 Os fatores de forma .....  | 98  |
| 5.2.1 Flexão com rigidez prescrita .....                               | 98  |
| 5.2.2 Flexão com resistência prescrita .....                           | 99  |
| 5.2.3 Torção com rigidez prescrita .....                               | 100 |
| 5.2.4 Torção com resistência prescrita .....                           | 100 |
| 5.3 Índices de performance considerando os fatores de forma .....      | 101 |
| 5.4 Fator de forma microscópico .....                                  | 104 |
| 5.5 Limites para os fatores de forma .....                             | 106 |
| 5.6 Exemplos de seleção (material + forma) .....                       | 112 |
| 5.6.1 (Material + forma) para longarinas .....                         | 112 |
| 5.6.2 (Material + forma) para garfo de bicicleta .....                 | 113 |
| 5.6.3 (Material + forma) para molas .....                              | 115 |

|   |     |
|---|-----|
| 6 APLICAÇÕES .....  | 116 |
| 6.1 Metais celulares .....                                | 123 |
| 6.2 Materiais funcionalmente gradientes (MFGs) .....      | 125 |
| 6.3 Laminados fibra/metal .....                           | 126 |
| 6.4 Otimização estrutural via crescimento biológico ..... | 130 |
| 6.5 Algoritmos genéticos .....                            | 135 |
| 6.6 Manufatura rápida e nanocompósitos .....              | 138 |
| CONCLUSÕES E SUGESTÕES .....                              | 142 |
| Sugestões para pesquisas futuras .....                    | 143 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....                          | 144 |



## LISTA DE FIGURAS

|             |   |     |
|-------------|---|-----|
| FIGURA 1.1  | Tensão de ruptura vs. diâmetro para fibras de vidro .....   | 6   |
| FIGURA 1.2  | O desvio de trincas pelo mecanismo de Cook-Gordon .....   | 11  |
| FIGURA 1.3  | A concentração de tensões em torno das fibras num compósito carregado transversalmente .....          | 15  |
| FIGURA 1.4  | A variação do módulo de Young em função de $\theta$ num compósito unidirecional .....                 | 16  |
| FIGURA 2.1  | Propagação de trinca na madeira por ruptura (A) ou separação (B) de células .....                     | 31  |
| FIGURA 2.2  | Aprisionamento de trinca num canal da madeira .....   | 32  |
| FIGURA 2.3  | Orientação das fibras no exoesqueleto de um besouro .....   | 36  |
| FIGURA 2.4  | Superfícies de fratura em ossos de baixa (A) e alta (B) fração mineral .....                          | 40  |
| FIGURA 2.5  | Tensão-deformação do fêmur bovino (A,B) e galhada (C,D) antes e depois de sofrerem dano parcial ..... | 41  |
| FIGURA 2.6  | As cinco possíveis estruturas de conchas de moluscos .....  | 43  |
| FIGURA 2.7  | A superfície de fratura transversalmente às placas .....  | 45  |
| FIGURA 2.8  | A superfície de fratura ao longo das placas.....  | 45  |
| FIGURA 2.9  | A superfície de fratura ao longo das placas .....   | 46  |
| FIGURA 2.10 | A estrutura lamelar cruzada .....   | 46  |
| FIGURA 2.11 | A superfície de fratura da estrutura lamelar cruzada .....  | 47  |
| FIGURA 4.1  | Carta de seleção .....  | 72  |
| FIGURA 4.2  | Os índices de performance nas cartas .....  | 76  |
| FIGURA 4.3  | A carta módulo vs. densidade .....  | 77  |
| FIGURA 4.4  | A carta resistência vs. densidade .....   | 78  |
| FIGURA 4.5  | A carta tenacidade vs. densidade .....  | 79  |
| FIGURA 4.6  | A carta módulo vs. resistência .....  | 80  |
| FIGURA 4.7  | A carta rigidez específica vs. resistência específica .....   | 82  |
| FIGURA 4.8  | Seleção de materiais para vasos de pressão .....  | 90  |
| FIGURA 5.1  | Os fatores de forma nas cartas de seleção .....   | 103 |
| FIGURA 5.2  | Materiais e "shapes" para longarinas .....  | 113 |

|            |   |     |
|------------|---|-----|
| FIGURA 5.3 | Materiais e "shapes" para garfos de bicicleta.....                              | 114 |
| FIGURA 6.1 | Topologias distintas geradas pelo método SKO .....                              | 132 |
| FIGURA 6.2 | Aplicação do método CAO a uma placa engastada .....                             | 134 |
| FIGURA 6.3 | O contorno do elemento de máquina antes (A) e depois (B) da<br>otimização ..... | 135 |

## LISTA DE TABELAS

|            |   |    |
|------------|---|----|
| TABELA 1.1 | Propriedades de materiais na forma monolítica e na forma de fibras .....  | 7  |
| TABELA 1.2 | Propriedades das fibras e resinas mais usadas em compósitos .....   | 9  |
| TABELA 1.3 | Propriedades das fibras sintéticas mais comuns .....  | 12 |
| TABELA 1.4 | A eficiência de fibras curtas em função do comprimento .....  | 14 |
| TABELA 1.5 | Comprimentos e alongamentos críticos para algumas matrizes e fibras .....   | 18 |
| TABELA 1.6 | Propriedades de compósitos com o mesmo reforço e resinas (termofixas) distintas .....   | 21 |
| TABELA 1.7 | A influência do reforço na resistência à fadiga de compósitos de matriz metálica .....  | 22 |
| TABELA 2.1 | Propriedades da fibra de madeira em função do ângulo da helicóide .....   | 27 |
| TABELA 2.2 | Propriedades mecânicas de cascas de nozes .....   | 30 |
| TABELA 2.3 | Comprimentos, diâmetros e alongamentos de algumas fibras vegetais .....   | 34 |
| TABELA 2.4 | Propriedades mecânicas de macrofibras vs. microfibras .....   | 35 |
| TABELA 2.5 | Propriedades específicas da madeira, exoesqueleto e 3 materiais de engenharia.....  | 38 |
| TABELA 2.6 | Propriedades de alguns ossos em função da fração mineral .....  | 39 |
| TABELA 2.7 | Propriedades dos diferentes tipos de conchas .....  | 44 |
| TABELA 2.8 | Propriedades específicas de cerâmicas biológicas, cerâmicas de engenharia e aço .....   | 47 |
| TABELA 3.1 | Parâmetro $R_0/t$ de ossos de mamíferos e pássaros de 1kg .....   | 56 |
| TABELA 3.2 | Expoente de escalagem de $R_0/t$ com a massa de pássaros e mamíferos .....  | 57 |
| TABELA 3.3 | Expoentes de escalagem $\alpha$ relacionando diâmetro $d$ , comprimento $L$ e massa $m$ de uma estrutura biológica segundo os 3 modelos de similaridade ..... | 58 |
| TABELA 3.4 | Expoentes de escalagem do diâmetro e comprimento dos ossos longos de alguns mamíferos .....   | 58 |
| TABELA 4.1 | Índices de performance para diversos elementos estruturais .....  | 75 |
| TABELA 4.2 | Índices de performance para materiais frágeis .....   | 75 |

|  |     |
|--|-----|
| TABELA 4.3 Índices de performance $E^n/\rho$ de materiais biológicos e de engenharia .....                 | 83  |
| TABELA 4.4 Índices de performance $\sigma^n/\rho$ de materiais biológicos e de engenharia .....            | 84  |
| TABELA 4.5 Parâmetros relativos à tenacidade de materiais biológicos e de engenharia .....                 | 85  |
| TABELA 4.6 Conteúdo energético dos materiais de engenharia .....   | 94  |
| TABELA 5.1 Tubos de materiais distintos e mesma rigidez, L e r/t ( $E_{\text{carbono}} = 310$ GPa) .....   | 97  |
| TABELA 5.2 Análoga à anterior, $E_{\text{carbono}} = 120$ GPa .....  | 97  |
| TABELA 5.3 Parâmetro de rigidez para vigas de materiais distintos com mesmo peso .....                     | 105 |
| TABELA 5.4 Materiais para longarinas .....   | 112 |
| TABELA 5.5 Materiais para garfos de bicicleta .....  | 114 |
| TABELA 6.1 Comparação dos plásticos reforçados com o aço (valores normalizados relativamente ao aço) ..... | 119 |
| TABELA 6.2 Propriedades da espuma de alumínio em função da massa específica .....                          | 125 |
| TABELA 6.3 Propriedades do alumínio, compósitos e laminados metálicos .....                                | 127 |
| TABELA 6.4 Propriedades de laminados metálicos com reforço de fibras de carbono, Kevlar e de vidro .....   | 130 |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                   |   |
|-------------------|---|
| A                 | - área  |
| a                 | - semieixo maior da elipse; meio comprimento da trinca                    |
| $A_s$             | - área sólida   |
| AR                | - alongamento (razão de aspecto)  |
| AR*               | - alongamento crítico (razão de aspecto crítico)                          |
| b                 | - semieixo menor da elipse  |
| b, c              | - lados da seção retangular   |
| C                 | - custo por kg  |
| C, $C_1, \dots$   | - constantes  |
| c, $c_1, \dots$   | - constantes  |
| K, k, $k_1 \dots$ | - constantes  |
| d                 | - densidade   |
| d, D              | - diâmetro  |
| E                 | - módulo de Young   |
| $E_\theta$        | -módulo de Young na direção a $\theta$ graus com a direção das fibras     |
| $E_A, E_{11}$     | - módulo de Young longitudinal  |
| $E_c$             | - módulo de Young do compósito ou do "core" da estrutura sanduíche        |
| $E_f$             | - módulo de Young da fibra ou das faces da estrutura sanduíche            |
| $E_m$             | - módulo de Young da matriz   |
| $E_R$             | - módulo de Young radial  |
| $E_s$             | - módulo de Young do sólido constituinte                                  |
| $E_t$             | - módulo tangente   |
| $E_T, E_{22}$     | - módulo de Young transversal   |
| f                 | - fração em volume do reforço no compósito                                |
| F, P              | - Força   |
| G                 | - energia de superfície   |
| $G(\sigma)$       | - probabilidade de ruptura de uma fibra segundo a distribuição de Weibull |
| G, $G_{12}$       | - módulo de cisalhamento  |

|             |   |
|-------------|---|
| $G_m$       | - módulo de cisalhamento da matriz                            |
| $h$         | - altura da seção retangular                                  |
| $I$         | -segundo momento de área                                      |
| $J$         | - momento polar de área; tenacidade                           |
| $k$         | - razão entre os raios interno e externo da seção circular    |
| $K$         | - momento torsional da área                                   |
| $K_{IC}$    | -tenacidade à fratura (modo I)                                |
| $K_{Ica}$   | -tenacidade à fratura paralelamente às fibras                 |
| $K_{Icn}$   | -tenacidade à fratura transversalmente às fibras              |
| $L, l, x$   | - comprimento   |
| $L_c$       | - comprimento crítico   |
| $L_G$       | - comprimento crítico de Griffith                             |
| $m$         | - momento fletor normalizado                                  |
| $m$         | - módulo de Weibull   |
| $M$         | - momento fletor  |
| $M, m$      | - massa   |
| $M_1...M_4$ | - índices de performance                                      |
| $M_b$       | - momento fletor que provoca flambagem local                  |
| $M_{cr}$    | - momento fletor crítico                                      |
| $M_e$       | - momento fletor que provoca flambagem de Euler               |
| $M_y$       | - momento fletor que provoca escoamento                       |
| $n$         | - constante ou expoente                                       |
| $p$         | - pressão   |
| $P_{cr}$    | - carga crítica   |
| $q$         | - conteúdo energético do material (por kg)                    |
| $R$         | - razão entre tensões mínima e máxima em carregamento cíclico |
| $r$         | - raio; raio médio  |
| $r_i$       | - raio interno  |
| $R_o$       | - raio externo  |
| $2R$        | - distância centro a centro entre 2 fibras adjacentes         |
| $s$         | - espessura da matriz entre 2 fibras adjacentes               |
| $S$         | - rigidez   |

|                  |  |
|------------------|--|
| $S_f$            | - fator segurança  |
| $S_B$            | - rigidez à flexão   |
| $S_T$            | - rigidez à torção   |
| $t$              | - espessura; tempo   |
| $U, W$           | - energia  |
| $W_D$            | - energia de descolamento  |
| $W_p$            | - energia de "pull-out"  |
| $V_f, v_f$       | - fração em volume do reforço (fibras)                             |
| $V_m, v_m$       | - fração em volume da matriz                                       |
| $\alpha, \theta$ | - ângulo   |
| $\delta$         | - distância interatômica; deflexão                                 |
| $\varepsilon$    | - deformação   |
| $\varepsilon_m$  | - deformação da matriz   |
| $\Phi$           | - fator de forma   |
| $\Phi_B^e$       | - fator de forma para flexão elástica (deflexão linear prescrita)  |
| $\Phi_B^f$       | - fator de forma para flexão com carga prescrita                   |
| $\Phi_T^e$       | - fator de forma para torção elástica (deflexão angular prescrita) |
| $\Phi_T^f$       | - fator de forma para torção com torque prescrito                  |
| $\nu$            | - coeficiente de Poisson   |
| $\rho$           | - raio de curvatura; raio de giração; massa específica             |
| $\rho_s$         | - massa específica do sólido constituinte                          |
| $\sigma$         | - tensão normal  |
| $\sigma_1$       | - tensão normal paralelamente às fibras                            |
| $\sigma_2$       | - tensão normal perpendicularmente às fibras                       |
| $\sigma_b$       | - tensão de flambagem local  |
| $\sigma_C$       | - tensão normal na direção circunferencial                         |
| $\sigma_{cr}$    | - tensão crítica   |
| $\sigma_e$       | - tensão de flambagem de Euler; limite de resistência à fadiga     |
| $\sigma_f$       | - tensão de falha  |
| $\sigma_L$       | - tensão normal na direção longitudinal                            |

|                |   |
|----------------|---|
| $\sigma_{MOR}$ | - módulo de ruptura                         |
| $\sigma_T$     | - tensão de ruptura                         |
| $\sigma_{Tf}$  | - tensão de ruptura da fibra                |
| $\sigma_y$     | - tensão normal de escoamento               |
| $\sigma_{ym}$  | - tensão normal de escoamento da matriz     |
| $\tau$         | - tensão de cisalhamento                    |
| $\tau_y$       | - tensão cisalhante de escoamento           |
| $\tau_{ym}$    | - tensão cisalhante de escoamento da matriz |
| $\omega$       | - parâmetro na distribuição de Weibull      |
| $\psi$         | - fator de forma microscópico               |



## RESUMO

ULLER, M. *Biomimética Aplicada à Engenharia Aeronáutica*. São Carlos, 1999. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

A evolução das espécies é um contínuo processo de otimização ao longo de milênios cujo resultado é a sobrevivência de organismos de notável eficiência a um custo metabólico mínimo, às vezes sob exigências conflitantes (rigidez vs. tenacidade, por exemplo). Em sua luta pela sobrevivência, animais e vegetais desenvolveram soluções para os mesmos tipos de problemas com os quais cientistas e engenheiros confrontam-se atualmente. O estudo e a compreensão do modo como a natureza otimiza materiais e estruturas para atingir, simultaneamente, elevadas rigidez, resistência e tenacidade, bem como eficiência estrutural, é um caminho para se obter significativos avanços em engenharia. A percepção de que eficiência e otimização são forças motrizes tanto em biologia quanto em engenharia leva à chamada “abordagem biomimética”: o estudo, compreensão e aplicação das soluções da Natureza à engenharia. São três os objetivos deste trabalho: apresentar a abordagem biomimética, descrevendo alguns dos mais notáveis materiais e estruturas biológicos; fazer uma revisão das metodologias de avaliação e seleção de materiais com critérios prescritos, observando que alguns materiais biológicos se destacam quando comparados com os materiais de engenharia, particularmente no que diz respeito à tenacidade; e apresentar avanços tecnológicos recentes, sobretudo em engenharia aeroespacial, mostrando a inegável “inspiração” biomimética dos mesmos.

Palavras-chaves: biomimética, eficiência estrutural, seleção de materiais

## ABSTRACT

ULLER, M. A biomimetic approach to aeronautical engineering. São Carlos, 1999. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Biological evolution is a continuous process of optimization over milenia, the outcome of which is the survival of organisms of remarkable overall efficiency at minimal metabolic cost, every so often under conflicting requirements (e.g. stiffness vs. toughness). In their struggle to survive, plants and animals have evolved solutions to the same kinds of problems that scientists and engineers confront today. The study and understanding of the way Nature optimizes materials and structures to achieve simultaneous high stiffness, strength and toughness as well as structural efficiency provide a means of making significant improvements in engineering practice. The realization that increasing efficiency and optimization are common driving forces in both biology and engineering leads to the so called biomimetic approach: the study, understanding and application of Nature's solutions to engineering. The objectives of this work are threefold: to present the biomimetic approach, describing Nature's most outstanding materials and structures; to review design tools for the assesment and selection of enginering materials and shapes with prescribed criteria, showing that some biological materials in fact stand out when compared to engineering materials, particularly with regard to toughness; and to present recent technological breakthroughs, mainly in aerospace engineering, pointing out their unequivocal biomimetic inspiration.

Keywords: biomimetics, structural efficiency, materials selection

## INTRODUÇÃO

*“Biological evolution proceeds by a grand, inexorable process of trial and error – and without the errors, the trials wouldn’t accomplish anything. This is true wherever there is a design process, no matter how clever or stupid the designer. Whatever the question or design problem is, if you don’t already know the answer (because someone else figured it out and you peeked, or because God told you), the only way to come up with the answer is to take some creative leaps in the dark and be informed by the results. You, who know a lot – but just not the answer to the question at hand – can take leaps somewhat guided from the outset by what you already know; you may not be just guessing at random. For evolution, which knows nothing, the leaps into novelty are blindly taken by mutations, which are copying errors in the DNA” (DENNETT, 1995).*

Avanços tecnológicos têm-se mostrado cada vez mais dependentes da capacidade de projetar e produzir materiais e estruturas com propriedades termomecânicas pré-estabelecidas e, não raro, sem precedentes. A consecução desses avanços requer, de cientistas e engenheiros, pensamento criativo e quebra de paradigmas, o que leva ao dilema mencionado acima: recorrer ao processo de tentativa e erro ou copiar soluções para problemas análogos?

A evolução das espécies, considerada um contínuo processo de otimização ao longo de milênios cujo objetivo é a sobrevivência de organismos a um custo (metabólico) mínimo e sob exigências às vezes conflitantes (rigidez versus tenacidade, por exemplo), produziu um repertório de soluções otimizadas que, se corretamente analisadas e entendidas, podem proporcionar uma fonte inesgotável de idéias.

A perspectiva de produzir materiais e estruturas com a sofisticação daqueles encontrados na natureza foi, até recentemente, considerada cenário de um futuro distante. No entanto, a capacidade de examinar, projetar e produzir materiais em escala atômica já é uma realidade. Tal fato permite, se não reproduzir, ao menos antever os potenciais benefícios obtidos a partir do estudo, compreensão e imitação dos materiais biológicos.

A possibilidade de obter avanços tecnológicos a partir dos materiais e estruturas biológicos atraiu a atenção da Força Aérea Norte Americana em meados

da década de 80. O relatório “Potential Applications of Biotechnology to Aerospace Materials” foi publicado pelo Laboratório Wright e, em 1991, uma linha de pesquisa era aprovada pelo “Air Force Office of Scientific Research” com o nome “biomimética”. Em 1994 foi publicado outro relatório: “Hierarchical Structures in Biology as a Guide for New Materials Technology” pelo “National Materials Advisory Board”, também nos EUA. Na Europa, iniciativas semelhantes ocorreram na Alemanha, França e Inglaterra.

A biomimética tem por objetivo investigar, compreender e, tanto quanto possível, reproduzir “designs”, materiais e sistemas biológicos a fim de produzir soluções igualmente engenhosas, confiáveis, duráveis e custo-efetivas. É claro que as soluções obtidas pela natureza devem ser analisadas com cautela; VINCENT e SRINIVASAN (1992) advertem que “... the greatness lies in realizing that an idea is worth stealing. Just as we need to know what ideas are available to be stolen from nature ... we need to be sure that they are worth stealing ...”.

Numa era de extrema (e crescente) especialização, a biomimética procura abordar os atuais desafios tecnológicos de forma multidisciplinar, integrando áreas de conhecimento tradicionalmente “não-comunicantes” como biologia e engenharia. A crescente popularidade dos algoritmos genéticos (originalmente usados por biólogos na simulação da evolução de espécies) em aplicações de engenharia é um forte argumento a favor dessa multidisciplinaridade.

Esse trabalho tem por objetivos:

- apresentar o conceito de biomimética mostrando algumas das soluções biológicas mais notáveis;
- descrever as metodologias para a avaliação de materiais segundo critérios pré-estabelecidos, mostrando como os materiais biológicos se situam numa comparação com os materiais de engenharia;
- apresentar avanços tecnológicos recentes que exibem evidentes analogias com materiais biológicos, reforçando a importância da abordagem biomimética na prática da engenharia.

A ênfase do trabalho recai sobre materiais e estruturas, mas deve-se ter em mente que, essencialmente, todas as áreas de engenharia podem tirar lições do estudo de organismos “análogos”.

No capítulo 1 são apresentados os conceitos fundamentais dos materiais compósitos. Nos capítulos 2 e 3 são descritos os principais materiais e estruturas biológicos e suas propriedades mecânicas, procurando-se estabelecer a relação entre micro e macroestrutura e as propriedades. No bambu, por exemplo, a otimização macroestrutural diz respeito à variação, ao longo do comprimento, do diâmetro externo, espessura da parede e espaçamento entre os nós, enquanto que a otimização microestrutural diz respeito ao gradiente de reforço através da espessura numa dada seção transversal. A resposta da estrutura a cargas mecânicas é função das características micro e macroestruturais.

Nos capítulos 4 e 5 são discutidos alguns recursos (cartas de seleção, índices de performance, fatores de forma) que constituem, para o projetista, as ferramentas básicas (mas em muitos casos suficientes) com as quais são avaliados, comparados e selecionados diferentes materiais e elementos estruturais. Essas ferramentas são usadas em vários exemplos de aplicação, e também na confirmação das notáveis propriedades dos materiais biológicos (comparados com os de engenharia).

O capítulo 6 apresenta alguns avanços tecnológicos que ocorreram nas últimas décadas, sobretudo em engenharia aeronáutica, estabelecendo o paralelo entre esses avanços e a biomimética.

## CAPÍTULO 1: PREÂMBULO

*“Part of the trouble about the Comet accidents was that the fatigue cracks which must have existed were never spotted by an inspector, perhaps because he was not expecting to find them, but more probably because they were too short to be seen easily. Nowadays aircraft fuselages are designed to contain with safety cracks up to about two feet long, and one would think that so long a crack could hardly fail to be seen in good time. There is, however, the story about the two cleaners at London Airport. These ladies finished sweeping out the cabins of an empty airliner late one night. They shut the door and went down the steps on to the tarmac.*

*‘You’ve forgotten to switch off the light in the toilet, Mary.’*

*‘How do you know?’*

*‘Can’t you see it shining through the crack in the fuselage?’”*  
(Gordon 1991).

O Comet foi o primeiro avião (turbojato) de passageiros pressurizado. A fuselagem de um avião pressurizado nada mais é que um vaso de pressão que será submetido, a cada voo, a um ciclo de carga (pressuriza/despressuriza), e seu projeto tem ainda dois agravantes:

- o material é alumínio, cuja resposta a carregamento cíclico (vida em fadiga) é sabidamente insatisfatória;
- a presença de inúmeros furos que poderiam, por concentração de tensões, dar início a uma trinca cuja propagação poderia levar à explosão da aeronave em voo (como de fato ocorreu, em dois trágicos acidentes, em janeiro e abril de 1954).

A explicação para os acidentes com os Comet reside na mecânica da fratura, e como será exposto a seguir, um metal dúctil como o alumínio pode sofrer ruptura catastrófica da mesma forma que uma placa de vidro. Curiosamente, esse mesmo material (vidro), apesar do seu caráter frágil, pode ser transformado em fibras com tensão de ruptura cerca de 40 vezes superior à da placa do mesmo material; a mesma teoria explica o porquê desse aumento. A combinação adequada dessas fibras com

um plástico dá origem a um material conjugado ou compósito (formado por dois componentes). Esses materiais em geral combinam um material frágil (fibras, “whiskers” ou partículas) que constitui o reforço; e um material dúctil (em geral um polímero ou metal) que constitui a matriz. O compósito resultante exibe as vantagens dos componentes; suas desvantagens são minimizadas.

Como os materiais encontrados nos organismos biológicos são compósitos, é provável que tal fato explique as notáveis propriedades desses materiais. É uma vez que os dois próximos capítulos se propõem a apresentar os materiais e estruturas biológicos, suas propriedades e características, nada mais oportuno que começar com uma breve revisão dos conceitos fundamentais dos materiais compósitos.

A investigação a respeito da máxima resistência (teórica) dos materiais levou A. A. Griffith ao estudo da fratura como um processo de troca de energia. Quando o material quebra (ou quando uma trinca se propaga), duas novas superfícies são criadas. Griffith procurou estabelecer a relação entre a energia das superfícies recém-criadas e a energia de deformação do material antes da ruptura (ou propagação da trinca) (GRIFFITH, 1921).

A energia de deformação por unidade de volume de um sólido submetido à tensão  $\sigma$  e deformação  $\varepsilon$  é dada por  $(1/2)\sigma\varepsilon$  ou  $\sigma^2/2E$ . No nível atômico a ruptura do material corresponde à separação de duas “camadas” adjacentes de átomos; supondo que  $\delta$  seja a distância entre estas camadas, a energia de deformação, agora dada por unidade de área, é  $\sigma^2\delta/2E$ . Se  $G$  é a energia de superfície (por  $m^2$ ) do sólido, a resistência teórica é obtida supondo-se que toda a energia de deformação é convertida em energia de superfície:  $\sigma^2\delta/2E = 2G$ . Segue-se que a tensão teórica de ruptura é da ordem de  $(GE/\delta)^{1/2}$ . Valores típicos para o aço são:

- energia de superfície  $G = 1\text{J/m}^2$  ;
- módulo de Young  $E = 2 \times 10^{11} \text{ Pa}$ ;
- distância interatômica  $\delta = 2 \text{ Angstroms} = 2 \times 10^{-10} \text{ m}$ ,

fornecendo uma resistência teórica de  $3 \times 10^4 \text{ MPa}$ ; no entanto os aços apresentam tensão de ruptura máxima da ordem de  $3 \times 10^3 \text{ MPa}$ .

Griffith, em busca de uma explicação para a diferença entre os valores teórico e experimental, teve a idéia de trabalhar com varetas de vidro: uma vez aquecida e “esticada”, cada vareta tinha a sua região central reduzida a uma fibra de vidro. Em

ensaio de tração essas fibras exibiram resistência inversamente proporcional ao diâmetro; as varetas não deformadas, de diâmetro de 1mm, apresentavam resistência da ordem de 100 MPa; reduzidas a fibras de 2.5 $\mu$ m, apresentavam resistência de 6x10<sup>3</sup> MPa. O gráfico da resistência vs. diâmetro é mostrado na figura abaixo.

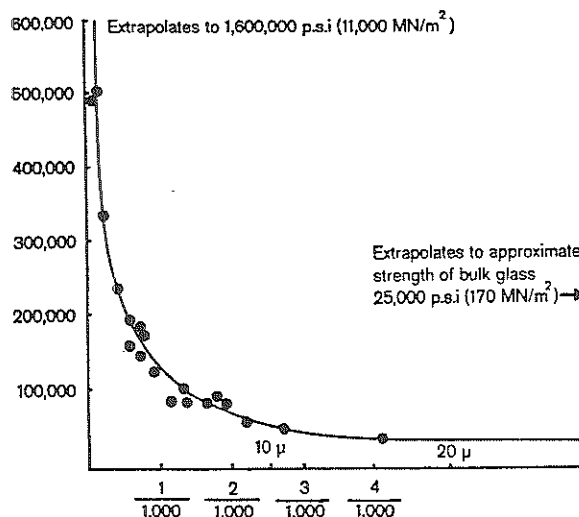


FIGURA 1.1 Tensão de ruptura vs. diâmetro para fibras de vidro. GORDON (1980)

GRIFFITH havia estimado a resistência teórica do vidro em 14 GPa; ainda que não pudesse obter fibras com diâmetro inferior a 2.5  $\mu$ m, podia, por extrapolação da curva obtida, prever resistências de 11 GPa. Posteriormente, pesquisadores obtiveram resistências da ordem de 14 GPa para fibras de vidro com alta porcentagem de sílica.

Tornava-se cada vez mais claro para Griffith que os materiais apresentavam um mecanismo de “enfraquecimento” (weakening mechanism) que reduzia a resistência teórica aos valores usualmente encontrados. Griffith teve a idéia de aplicar o modelo que Inglis havia formulado para tentar explicar o fenômeno que, naquela época, levava cascos de navios a se partirem transversalmente.

O resultado obtido por Inglis para a amplificação de tensão no “vértice” de um furo elíptico (o furo elíptico é uma idealização da trinca; dependendo de ser interna ou superficial, a trinca será modelada segundo uma elipse inteira, de eixo maior = 2a, ou meia elipse, de semieixo maior = a; por “vértice” entenda-se a extremidade do eixo maior, correspondente ao menor raio de curvatura da elipse,  $\rho_{\min}$ ) é expresso por :



$$\sigma_{\max} = 2\sigma \sqrt{a/\rho_{\min}},$$

onde  $\sigma$  é a tensão longe da trinca (ANDERSON et al. 1990). Esse resultado mostra que  $\sigma_{\max}$  depende tanto do tamanho da trinca quanto do raio de curvatura de seu vértice. Baseando-se nesse resultado, Griffith concluiu que trincas invisíveis no microscópio óptico poderiam, desde que o raio  $\rho$  fosse suficientemente pequeno, gerar concentração de tensões suficiente para reduzir o valor teórico (~14 GPa) aos valores comumente obtidos (~100 MPa). De fato, falhas superficiais possuem profundidade típica de 1  $\mu\text{m}$  (a operação de polimento reduz a rugosidade superficial de metais à ordem de 0.1  $\mu\text{m}$ ; veja KALPAKJIAN, 1995); se o raio de curvatura for da ordem de 0.1 nm, tem-se  $a/\rho \sim 10^4$  e portanto  $\sigma_{\max}/\sigma \sim 200$ .

No entanto, a tensão no vértice da trinca,  $\sigma_{\max}$ , pode ser atenuada diminuindo-se seu comprimento. Griffith então concluiu que a maior trinca existente nas varetas de vidro tornava-se progressivamente menor à medida que o diâmetro era reduzido; por isso as fibras de vidro apresentavam resistência inversamente proporcional ao diâmetro. A tabela abaixo (MATTHEWS e RAWLINGS, 1995) mostra o ganho em propriedades mecânicas obtido quando o material tem suas dimensões reduzidas à ordem  $10^{-6}$  m.

**TABELA 1.1 – Propriedades de materiais na forma monolítica e na forma de fibras** Fonte: RAWLINGS (1995) p.10

| Material              | Módulo E (GPa) | Resistência (MPa)* |
|-----------------------|----------------|--------------------|
| Vidro: monolítico     | 76             | 100                |
| Fibra                 | 76             | 1400~4600          |
| Carbono: monolít.     | 10             | 20                 |
| Fibra                 | 290            | 3100               |
| Polietileno: monolít. | 0.4            | 26                 |
| Fibra                 | 172            | 2964               |
| Alumina: monolít.     | 382            | 332                |
| Fibra                 | 300            | 2000               |

\* resistência à tração para as fibras e à flexão (módulo de ruptura) para os materiais na forma monolítica.

Griffith continuou a investigar a propagação de trincas em termos termodinâmicos. Com relação à liberação de energia de deformação (por relaxação do material imediatamente atrás da trinca), concluiu que essa energia (por unidade de espessura do material) é dada por  $(\sigma^2/E)\pi a^2$  (o comprimento da trinca é  $2a$ ). Com relação à energia necessária à propagação da trinca (equivalente à criação de duas novas superfícies), concluiu que essa energia é dada por  $4G_a$ , onde  $G$  é a energia de superfície por unidade de área ( $J/m^2$ ). Deve-se reparar que as energias são respectivamente proporcionais a  $a^2$  e  $a^1$ . Assim, se a trinca é muito pequena a energia necessária à sua propagação é maior que a energia liberada. À medida que a trinca aumenta essas energias vão se equiparando. Quando a trinca atinge um comprimento crítico  $L_G$  (“critical Griffith crack length”), a energia total atinge seu máximo; segue-se que, a partir de  $L_G$ , a propagação da trinca é favorável porque reduz a energia total; se a carga externa for mantida, a propagação será instável (em  $L_G$  as taxas de variação - derivadas com relação ao comprimento da trinca - das energias têm mesmo módulo e sinais opostos; portanto, a partir de  $L_G$ , a variação de energia liberada por unidade de variação do comprimento da trinca excede a variação de energia necessária à propagação, e a trinca se torna instável). Dito de outra forma, a partir de  $L_G$  a propagação da trinca exige tensões gradualmente menores.

A energia total é dada por  $U = 4G_a - (\sigma^2/E)\pi a^2$ ; o ponto de máximo é obtido fazendo-se  $dU/da = 0$ , o que resulta em  $\sigma^2 = (2GE)/(\pi a)$ .

O comprimento crítico de Griffith, portanto, é dado por

$$L_G = 2GE/(\pi\sigma^2),$$

onde  $G$  é o trabalho de fratura ( $J/m^2$ ) do material. O resultado acima aplica-se a uma trinca que se propaga numa placa fina, configurando o que se chama de tensão plana (“plane stress”); se as condições forem de deformação plana (“plane strain”), tem-se

$$L_G = 2GE/\pi\sigma^2(1 - \nu^2),$$

onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson. Segue-se que  $L_G$  depende de características do material e da tensão imposta. A tentativa de obter a máxima resistência teórica do material implica em comprimentos críticos extremamente pequenos (ou, no caso extremo, numa estrutura sem trincas). Um corpo de prova (de um material genérico) cuja seção transversal tenha dimensões superiores ao  $L_G$  mínimo sofrerá ruptura antes de a tensão atingir o máximo valor teórico.

Esse é um dos conceitos fundamentais dos materiais compósitos: à medida que se diminui o diâmetro da unidade estrutural (fibra ou “whisker”), diminui-se o comprimento da maior trinca presente e aumenta-se a tensão na qual essa trinca será crítica. Uma fibra (hipotética) de diâmetro menor que o mínimo  $L_G$  exibiria tensão de ruptura igual ao máximo valor teórico. A tabela abaixo (ASHBEE, 1993) lista alguns materiais tipicamente usados na fabricação de compósitos e o comprimento crítico de Griffith correspondente à tensão de ruptura dos mesmos. Deve-se observar que os valores de  $L_G$  são da ordem de  $10^{-3} \sim 10^{-6} \mu\text{m}$  enquanto que os diâmetros das fibras são da ordem de  $1 \mu\text{m}$ .

**TABELA 1.2 – Propriedades das fibras e resinas mais usadas em compósitos**

| Material         | Módulo E (GPa) | Energia de Superfície de Fratura $\gamma$ (J/m <sup>2</sup> ) | Tensão de ruptura (MPa) | Comprimento Crítico (m) |
|------------------|----------------|---|-------------------------|-------------------------|
| Resina poliéster | 2~4.5          | 50~500  | 40~90                   | $(0.2\sim4)10^{-7}$     |
| Resina epóxi     | 3~6            | 50~500  | 35~100                  | $(0.2\sim7)10^{-7}$     |
| Fibra de vidro E | 68~76          | 0.5~5   | $3.5 \times 10^3$       | $(2\sim17)10^{-12}$     |
| Fibra de carbono | 390            | 41~49   | $2.2 \times 10^3$       | $(2.1\sim2.5)10^{-9}$   |
| Fibra de Kevlar  | 130            | 50  | $3.6 \times 10^3$       | $(3.2)10^{-10}$         |

Fonte: ASHBEE (1993) p.238

Deve-se ressaltar que a resistência de fibras apresenta considerável variação, uma vez que cada fibra contém uma falha cujo comprimento e orientação a tornam crítica; portanto, fibras distintas terão resistências distintas. Essa abordagem conduz ao tratamento estatístico da fratura de compósitos. Embora a teoria estatística da fratura esteja além do escopo deste trabalho, convém mencionar o modelo mais simples.

Supondo que a resistência das fibras de determinado material tenha limites inferior e superior dados por  $\sigma_{\min}$  e  $\sigma_{\max}$ , e assumindo que a resistência seja descrita pela distribuição de Weibull, o modelo estabelece que a probabilidade de falha segue a distribuição cumulativa dada por

$$G(\sigma) = 1 - [1 - (\sigma - \sigma_{\min})^m / (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})^m]^\omega,$$

onde  $G(\sigma)$  é a probabilidade de ruptura da uma fibra sob tensão menor ou igual a  $\sigma$ ,  $\omega$  é um parâmetro relacionado com as dimensões (para fibras de diâmetro constante e igual a  $2r$  e comprimento  $L$ ,  $\omega = L/2r$ ) e  $m$  (módulo de Weibull) é inversamente proporcional ao coeficiente de variação. Se as resistências das fibras num feixe (sem a presença da matriz) seguirem a distribuição acima, a resistência do feixe (“bundle”) será

$$\sigma_b = \sigma_0 [m(L/2r)]^{-1/m} \exp(-1/m);$$

esse resultado revela que a resistência de um feixe de fibras soltas (sem matriz) é consideravelmente inferior à resistência média das fibras. Fibras de material muito frágil exibem  $\sigma_b$  entre 50% e 65% do valor médio da tensão de ruptura das fibras individuais; um feixe de fibras de vidro exhibe  $\sigma_b$  entre 65% e 80% do valor médio. O valor  $\sigma_b$  obtido acima, portanto, subestima a resistência do compósito e mostra a importância da matriz na redistribuição de carga quando da ruptura de uma fibra (cujas “metades” não ficarão sob tensão nula). A transferência de carga entre matriz e fibra será abordada mais adiante.

Ainda no âmbito de propagação de trincas, os compósitos exibem um mecanismo para “aprisionamento” ou desvio de trincas na interface fibra-matriz. Esse fenômeno foi identificado por COOK e GORDON (1964) e é conhecido por mecanismo de Cook-Gordon. Trata-se do surgimento de um campo de tensões paralelo ao plano da trinca em que a máxima tensão está um pouco à frente da trinca propriamente dita; e mais: a razão entre essa máxima tensão  $\sigma_2$  paralelamente ao plano da trinca (ou seja, a  $90^\circ$  com a força aplicada) e a máxima tensão  $\sigma_1$  perpendicularmente ao plano da trinca (ou seja, a  $0^\circ$  com a força aplicada) é essencialmente constante e igual a 1:5. Assim, se a resistência adesiva da interface for menor que um quinto da resistência da fibra, a interface sofrerá ruptura (antes que a trinca a alcance) e a fibra não; a trinca será aprisionada ou desviada de  $90^\circ$ , como mostrado na figura a seguir.

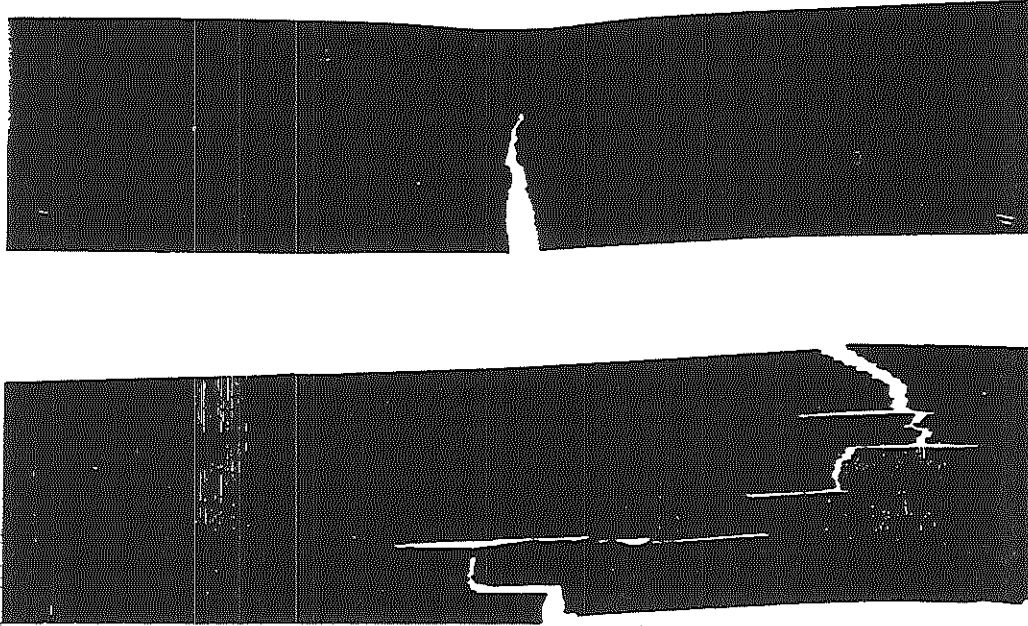


FIGURA 1.2 O desvio de trincas pelo mecanismo de Cook-Gordon.  
GORDON (1990)

Deve-se observar que, na relação  $\sigma_2 \approx \sigma_1/5$  descrita acima,  $\sigma_2$  é a tensão perpendicular à interface fibra/matriz; portanto o que está em jogo é a resistência da interface não ao cisalhamento, mas sim à tensão normal. A resistência da interface à tensão normal vai resultar em maior ou menor separação (descolamento) entre fibra e matriz. Um compósito como carbono/epóxi, por exemplo, tem interface forte e a superfície da fratura é relativamente lisa. Em contraste, no compósito fibra de vidro/poliéster a interface é fraca e a superfície da fratura revela substancial descolamento seguido de “pull-out” de fibras; esse último é o fator mais importante (devido à força de cisalhamento em jogo) no que diz respeito à tenacidade à fratura de um compósito (HULL, 1995).

Os materiais mais indicados para a função de reforço nos compósitos são aqueles que apresentam ligações covalentes ou mistas (covalente/iônica). Dentre eles, destacam-se o carbono, o boro e o silício; ou compostos dos mesmos, como  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{SiC}$ ,  $\text{BC}$ ,  $\text{Si}_3\text{N}_4$ . São sólidos frágeis e de pouca valia (estruturalmente falando) quando em dimensões macroscópicas; mas quando convertidos em fibras com diâmetros da ordem de  $10^{-6}$  m proporcionam, pelas razões descritas no início desse capítulo, resistências próximas do limite teórico.

A combinação dessas fibras (que a princípio só teriam uso em solicitação de tração) com um material “conformável” (plástico, metálico ou cerâmico) resulta em estruturas que podem ser submetidas a qualquer tipo de carregamento. Esse material

conformável, a matriz, é o agente por intermédio do qual o carregamento externo é transferido (em geral, por cisalhamento) para as fibras. Se uma fibra sofre ruptura os dois fragmentos não ficam sob tensão nula (como ficariam se estivessem num feixe de fibras sem matriz) por causa do cisalhamento na interface matriz/fibra (a transferência de tensão entre matriz e fibra pode ser modelada segundo um modelo linear ou segundo o modelo de shear-lag; ambos serão discutidos posteriormente). Além disso, a ruptura de uma fibra é um evento isolado e não implica necessariamente na ruptura das fibras adjacentes: a trinca deverá percorrer um determinado volume da matriz (que muitas vezes apresenta alta tenacidade) até atingir outra fibra, podendo ainda ser desviada de 90° (ou aprisionada) pelo descolamento entre fibra e matriz (ruptura da interface segundo o mecanismo de Cook-Gordon) anteriormente descrito. Quando o reforço é frágil, a matriz é a responsável pela tenacidade à fratura do compósito.

Dentre as fibras mais usadas em engenharia podem ser citadas as de vidro, carbono e boro (todas frágeis) e as fibras “poliméricas”: aramida, mais conhecida como Kevlar (marca registrada da Du Pont), e polietileno de densidade ultra-alta, “UHDPE” (Spectra, marca registrada da Allied Signal), ambas de alta tenacidade. A tabela abaixo (MATTHEWS e RAWLINGS, 1995) mostra valores típicos das propriedades mecânicas dessas fibras.

**TABELA 1.3 – Propriedades das fibras sintéticas mais comuns**

| Fibra   | Densidade<br>(-) | Módulo E<br>(GPa) | Tensão de<br>Ruptura<br>(MPa) | E/d<br>(GPa) | $E^{1/2}/d$<br>(GPa) <sup>1/2</sup> | $\sigma/d$<br>(MPa) |
|---------|------------------|-------------------|-------------------------------|--------------|-------------------------------------|---------------------|
| Vidro   | 2.54             | 70                | 2200                          | 27.6         | 3.29                                | 866                 |
| Boro    | 2.65             | 420               | 3500                          | 158.5        | 7.73                                | 1321                |
| Carbono | 1.86             | 380               | 2700                          | 204.3        | 10.5                                | 1452                |
| Kevlar  | 1.45             | 130               | 2900                          | 89.7         | 7.86                                | 2000                |
| Spectra | 0.97             | 172               | 2964                          | 177.3        | 13.5                                | 3056                |

Fonte: MATTHEWS, F.L.; RAWLINGS, R.D. (1995)

Dentre os materiais biológicos as fibras de maior destaque são, dentre os animais, o colágeno (tendão, pele, osso) e a quitina (exoesqueleto de artrópodes); e

dentre os vegetais, a celulose. Os biomateriais são apresentados no próximo capítulo.

As propriedades mecânicas dos compósitos podem ser teoricamente obtidas a partir de modelos do material. Dois desses modelos são:

i – camadas alternadas de matriz e reforço são submetidas a carregamento com continuidade de deformação; o modelo pode ser tratado como um arranjo de molas em paralelo e fornece a equação para o módulo de Young do compósito (estimativa de Voigt ou regra das misturas):

$$E_c = E_f V_f + E_m V_m$$

onde os subscritos c, f e m referem-se ao compósito, fibra e matriz;  $V_f$  e  $V_m$  são as frações em volume dos componentes:  $V_f + V_m = 1$ . O módulo dado pela equação acima (conhecida pôr regra das misturas) equivale ao módulo longitudinal de um compósito reforçado com fibras contínuas orientadas unidirecionalmente.

ii – camadas alternadas de matriz e reforço são submetidas a carregamento com continuidade de tensão; o modelo pode ser tratado como um arranjo de molas em série e fornece, para  $E_c$  (estimativa de Reuss);

$$1/E_c = (V_f/E_f) + (V_m/E_m)$$

O módulo dado pela equação acima equivale ao módulo transversal do compósito reforçado com fibras contínuas unidirecionais.

Para compósitos em que o reforço consiste de partículas ou fibras descontínuas, o módulo de Young assume valores situados entre os limites estabelecidos pelas estimativas acima. Se as fibras descontínuas (de raio  $r$  e comprimento  $L$ ) estiverem perfeitamente alinhadas com a direção do carregamento, a regra das misturas pode ser modificada pela inclusão de um fator de correção  $\eta$  (HULL 1995 p.93 – 95):

$$E_A = \eta E_f V_f + E_m(1 - V_f) ,$$

onde  $\eta = 1 - (\tanh\beta L/2)/(\beta L/2)$ ,

$\beta = [2G_m / (E_f r^2 \ln R/r)]^{1/2}$ , e

$2R$  é a distância centro a centro entre fibras.

Já foi experimentalmente comprovado que fibras curtas com comprimento de 10mm, desde que alinhadas, proporcionam ao compósito eficiência (definida como  $E_{\text{fibra curta}} / E_{\text{fibra contínua}}$ ) de 99%, como mostram os valores tabelados abaixo.

**TABELA 1.4 – A eficiência de fibras curtas em função do comprimento**

| Compósito         | Comprimento L (mm) | Diâmetro ( $\mu\text{m}$ ) | Fração $V_f$ | $\eta$ |
|-------------------|--------------------|----------------------------|--------------|--------|
| Carbono/<br>Epóxi | 0.1                | 8                          | 0.3          | 0.20   |
|                   | 1.0                | 8                          | 0.3          | 0.89   |
|                   | 10.0               | 8                          | 0.3          | 0.99   |
| Vidro/<br>Nylon   | 0.1                | 11                         | 0.3          | 0.21   |
|                   | 1.0                | 11                         | 0.3          | 0.89   |
|                   | 10.0               | 11                         | 0.3          | 0.99   |

Fonte: MATTHEWS, F.L.; RAWLINGS, R.D. (1995)

Se as fibras descontínuas tiverem sua orientação progressivamente randomizada, as propriedades na direção do carregamento serão gradualmente menores, convergindo para um valor em que o compósito apresentará isotropia devido à orientação randômica das fibras. Esse valor é dado por

$$E_A = E_T = (3/8) \eta E_f V_f + E_m(1 - V_f)$$

Vale ressaltar que o primeiro modelo (molas em paralelo) supõe que reforço e matriz apresentam coeficientes de Poisson iguais; se tal fato não se verifica, a regra das misturas passa a ser um limite inferior para o módulo de um compósito unidirecional:  $E_c > E_f V_f + E_m (1 - V_f)$ .

Para o cálculo do máximo valor da fração (volume) de fibras  $V_f$ , dois modelos são considerados:

i – as fibras (contínuas e unidirecionalmente alinhadas) são posicionadas de modo tal que os centros de quatro fibras adjacentes formem um quadrado. Nesse caso, a fração (em volume) de reforço é

$$V_f = (\pi/4)(r/R)^2$$



onde  $2r$  é o diâmetro das fibras e  $2R$  é a distância (centro a centro) entre duas fibras adjacentes;

ii – as fibras assumem arranjo hexagonal (com uma fibra no centro do hexágono).

Nesse caso,  $V_f$  é dado por

$$V_f = [\pi / (2\sqrt{3})] (r/R)^2,$$

de modo que os máximos valores são:

$$V_{f \max} = 0.907 \text{ para o arranjo hexagonal;}$$

$$V_{f \max} = 0.785 \text{ para o arranjo quadrado.}$$

Esse modelamento do arranjo (quadrado ou hexagonal) das fibras proporciona algo mais que os limites de  $V_f$ , como se pode constatar na figura abaixo.

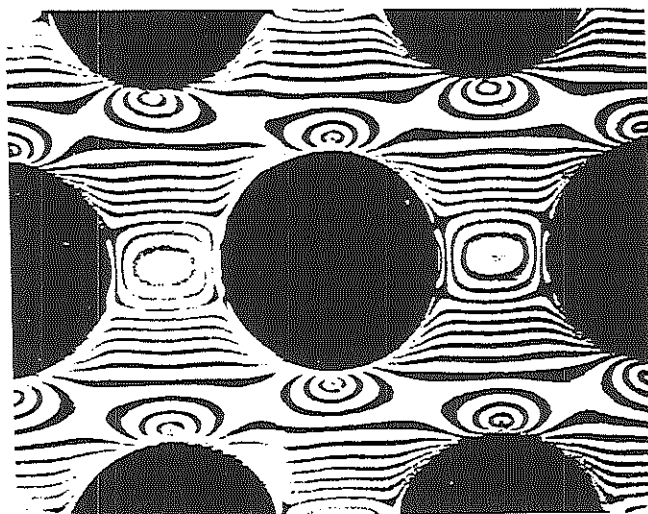


FIGURA 1.3 A concentração de tensões em torno das fibras num compósito carregado transversalmente. HULL (1995)

A distribuição de deformação (e portanto tensão) na matriz, não sendo uniforme, promove concentração de tensões que podem resultar em ruptura da matriz sem ruptura do reforço (algo definitivamente indesejável). Para o arranjo quadrado submetido à deformação (transversalmente às fibras)  $\epsilon_{med}$ , a concentração de tensões ao longo da linha que une os centros de 2 fibras (HULL 1995) é dada por

$$\epsilon/\epsilon_{med} = (2 + s/r) / [2 (E_m/E_f) + s/r]$$

onde  $s = 2R - 2r$  é a espessura de matriz entre duas fibras adjacentes. Portanto, para  $s = 0$  (máxima fração de reforço no arranjo quadrado,  $V_f = 0.785$ ), obtém-se  $\epsilon/\epsilon_{med} = E_f/E_m$ . Essa razão assume valores baixos ( $E_{vidro}/E_{epoxy} = 76/4 \approx 20$ ) ou relativamente

altos ( $E_{\text{carbono}}/E_{\text{epoxy}}=390/4 \approx 100$ ). Segue-se que altos valores de  $V_f$ , embora desejáveis sob o ponto de vista das propriedades mecânicas do compósito, podem ter conseqüências adversas quando o compósito é carregado transversalmente às fibras.

O módulo de cisalhamento “in-plane”  $G_{12}$  (num plano paralelo a uma camada de fibras), é dado pôr equação análoga àquela do módulo de Young transversal,  $E_{22}$  :

$$1/G_{12} = V_f/G_f + V_m/G_m ,$$

e portanto, a exemplo do que ocorre com  $E_{22}$ ,  $G_{12}$  é fortemente influenciado pelo módulo de cisalhamento da matriz,  $G_m$ .

O compósito que apresenta maior anisotropia (definida como a razão entre os módulos paralela e perpendicularmente às fibras) é aquele formado por uma ou mais camadas de fibras contínuas unidirecionais; o módulo  $E_\theta$  ( $\theta$  é o ângulo entre a direção das fibras e a direção correspondente a  $E_\theta$ ) é dado por

$$\frac{1}{E_\theta} = \frac{\cos^4 \theta}{E_{11}} + \frac{\sin^4 \theta}{E_{22}} + \left[ \frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_{11}} \right] \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

segue-se que o maior valor corresponde a  $\theta = 0^\circ$  ( $E = E_{11}$ ) e o menor valor corresponde a  $\theta = 90^\circ$  ( $E = E_{22}$ ); a função  $E(\theta)$  é mostrada na figura abaixo.

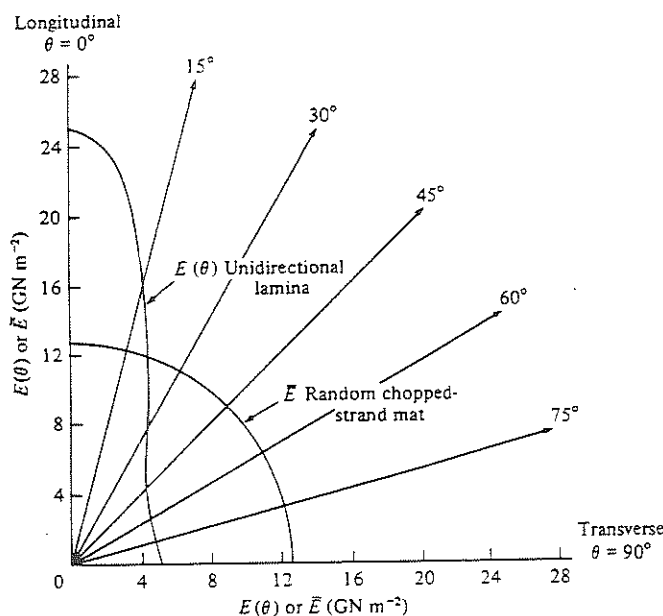


FIGURA 1.4 A variação do módulo de Young em função de  $\theta$  num compósito unidirecional. HULL (1995)

Essa elevada anisotropia pode ou não ser desejada; caso não seja, pode ser controlada laminando-se camadas (unidirecionais) com orientações diferentes, a exemplo das madeiras “compensadas” (ou do exoesqueleto de besouros, como será visto no próximo capítulo); ou pode-se usar fibras curtas randomicamente orientadas.

Nos compósitos reforçados com fibras curtas cabe à matriz transferir (via tensão de cisalhamento na interface) carga às fibras. Segue-se que numa fibra curta a tensão ao longo do seu comprimento não é uniforme: a cada extremidade da fibra corresponde uma região de transferência entre tensão de cisalhamento (valor máximo nas extremidades e quase nulo no meio da fibra) e tensão normal (valor máximo no meio e nulo nas extremidades). A tensão normal, portanto, cresce desde zero até um valor máximo. Dependendo do comprimento da fibra, esse valor máximo pode ou não igualar-se (aumentando-se a carga externa) à tensão de ruptura da fibra: caso não se iguale, a fibra não sofre ruptura – mas também não recebe a máxima carga que poderia suportar. Seja:

- $\sigma_{Ym}$  a tensão normal de escoamento da matriz;
- $\tau_{Ym} = (1/2)\sigma_{Ym}$  a tensão cisalhante de escoamento, também da matriz.

O diferencial de força  $dF$  transmitido por cisalhamento (atuando num diferencial de comprimento  $dx$ ) à fibra de diâmetro  $2r$  é

$$dF = (2\pi r) \tau_{Ym} dx,$$

e portanto  $F(x) = (2\pi r) \tau_{Ym}x$  a uma distância  $x$  da extremidade da fibra. Se a tensão de ruptura da fibra é  $\sigma_{Tf}$ , a força de ruptura correspondente é

$$F = (\pi r^2)\sigma_{Tf};$$

igualando as duas forças obtém-se a distância  $x$  (a partir da extremidade) em que a força de cisalhamento será suficiente para provocar ruptura da fibra:

$$x = (\sigma_{Tf}/2\tau_{Ym})r,$$

e como a tensão de cisalhamento usada foi a máxima, o comprimento acima é metade do comprimento mínimo da fibra:

$$L_c = 2x = (\sigma_{Tf}/2\tau_{Ym})d,$$

e o alongamento (ou razão de aspecto, “aspect ratio”) crítico será

$$AR^* = L_c/d = \sigma_{Tf}/2\tau_{Ym}.$$

Como  $2\tau_{Ym} = \sigma_{Ym}$ , pode-se rescrever  $AR^*$  da forma

$$AR^* = \sigma_{Tf} / \sigma_{Ym}.$$

Valores típicos de  $L_c$  e  $AR^*$  são dados na tabela abaixo (MATTHEWS e RAWLINGS, 1995).

**TABELA 1.5 - Comprimentos e alongamentos críticos para algumas matrizes e fibras**

| Matriz        | Fibra   | $L_c$ (mm) | $L_c/d = AR^*$ |
|---------------|---------|------------|----------------|
| Alumínio      | Boro    | 1.8        | 20             |
| Epóxi         | Boro    | 3.5        | 35             |
| Epóxi         | Carbono | 0.2        | 35             |
| Polycarbonato | Carbono | 0.7        | 105            |
| Poliéster     | Vidro   | 0.5        | 40             |
| Polipropileno | Vidro   | 1.8        | 140            |

Fonte: MATTHEWS, F.L.; RAWLINGS, R.D. (1995)

Como os diâmetros das fibras são da ordem de  $10^{-6} \sim 10^{-5}$  m, vê-se que os alongamentos críticos resultam em comprimentos críticos (teóricos) da ordem de 1.0mm.

Há um segundo modelo para o intercâmbio entre cisalhamento e tensão normal numa fibra curta. Esse modelo é conhecido como shear-lag e estabelece que a tensão normal ao longo do comprimento da fibra é dada por

$$\sigma = E_f \varepsilon_m [1 - \cosh\beta(0.5L - x)] / \cosh(0.5\beta L),$$

onde  $\beta = [2G_m / (E_f r^2 \ln R/r)]^{1/2}$  ( $2R$  é a distância centro a centro entre fibras adjacentes), enquanto que a tensão de cisalhamento é dada por

$$\tau = E_f \varepsilon_m [G_m / (2E_f \ln R/r)]^{1/2} [\sinh\beta(0.5L - x)] / \cosh(0.5\beta L)$$

Conceitualmente, o importante é distinguir os 2 casos:

- $L < L_c$ : a distribuição de tensão normal ao longo da fibra será triangular e a máxima tensão, no centro da fibra curta, não atingirá o valor da tensão de ruptura; portanto a falha do compósito será regida pela matriz;

-  $L > L_c$ : a distribuição de tensão normal será trapezoidal; a região central da fibra percebe um patamar de tensão que pode atingir o valor de  $\sigma_{TF}$  e portanto haverá ruptura de fibras. A tensão média percebida pela fibra é

$$\bar{\sigma} = [1 - (L_c/2L)]\sigma_{TF}$$

e portanto a tensão média na fibra curta será tão mais próxima da tensão de ruptura quanto maior for seu comprimento: para  $L = 5L_c$ ,  $\bar{\sigma} = 0.9 \sigma_{TF}$ . Reciprocamente, quanto menor o comprimento da fibra, menor a tensão média a que ela estará submetida; e portanto, menor a eficiência do reforço (MATTHEWS e RAWLINGS, 1995).

No que diz respeito à tenacidade à fratura, a propagação de trincas nos compósitos é dificultada pela presença de interfaces que podem ser identificadas em dois níveis:

- i – no nível microscópico existe a interface entre fibra e matriz;
- ii – no nível macroscópico existe a interface entre camadas.

Os mecanismos de absorção de energia encontrados em plásticos reforçados são (MATTHEWS and RAWLINGS, 1995):

- descolamento:

As tensões à frente a trinca, num plano perpendicular à carga (e às fibras) podem resultar em descolamento entre fibra e matriz (falha adesiva da interface) de acordo com o mecanismo de Cook e Gordon. A energia de descolamento por fibra,  $W_D$ , pode ser calculada igualando-a à energia de deformação liberada (por relaxação) quando do descolamento. Nesse caso,  $W_D = W \times (\text{volume descolado})$ , onde  $W$  é a energia de deformação por unidade de volume da fibra;  $W$  pode ser expressa por  $\sigma^2/2E_f$ . Supondo que o descolamento estende-se por um comprimento  $l$  da fibra de diâmetro  $D$ , tem-se

$$W_D = \pi D^2/8E_f \int_0^l [\sigma - (4\tau l^2/D)] dl ;$$

o máximo trabalho ocorre se a tensão  $\sigma$  atinge o valor máximo,  $\sigma_{TF}$ , o que ocorrerá se o comprimento  $l$  for metade do comprimento crítico  $L_c$ :  $l = L_c/2 = \sigma_{TF}D/4\tau$ . Segue-se que

$$(W_D)_{\max} = \pi D^2(\sigma_{TF})^2 L_c/48E_f \quad (\text{por fibra}).$$

Para um compósito com fibras alinhadas,

$$(W_D)_{\max} = (\sigma_{Tf})^2 L_c V_f / 12 E_f$$

(por unidade de área de seção transversal), onde  $V_f$  é a fração em volume do reforço. Para obter alta energia de descolamento é preciso ter alta fração de fibras com baixo módulo e alta resistência (carbono HT, por exemplo) e com interface fraca, visto que  $L_c$  é inversamente proporcional a  $\tau$ .

- “pull-out”

Para haver “pull-out” de uma fibra é preciso haver descolamento e, em caso de fibra contínua, ruptura da mesma num ponto que não esteja entre as superfícies da trinca. Como resultado haverá uma fibra curta fazendo “ligação” da trinca (“crack bridging”); para que a trinca se propague essa fibra deverá ser puxada. O atrito envolvido nesse processo dá origem ao trabalho de “pull-out”, dado por

$$W_P = (\text{força média}) \times (\text{distância}) = (\pi D l \tau / 2) l = \pi D \tau l^2 / 2 .$$

O máximo comprimento de fibra que pode ser puxado é  $L_c/2$  (acima do qual haverá ruptura da fibra), e portanto o máximo trabalho de “pull-out” é

$$(W_P)_{\max} = \pi D \tau (L_c)^2 / 8 = \pi D^2 \sigma_{Tf} L_c / 16 \quad (\text{por fibra});$$

de novo é conveniente ter fibras de alta resistência e interface fraca. A razão entre os máximos trabalhos de “pull-out” e descolamento é:

$$W_{\text{pull-out}} / W_{\text{descolamento}} = 3 E_f / \sigma_{Tf} ,$$

que para fibras de carbono pode chegar a 740; então o mecanismo de “pull-out” é muito mais significativo que o de descolamento. No entanto, deve-se ressaltar que para haver “pull-out” de uma fibra é necessário que haja descolamento; não havendo, a ruptura de uma fibra que esteja fazendo “crack bridging” ocorrerá exatamente na trinca (e não haverá “pull-out”).

A tenacidade de um compósito pode ser melhorada aumentando-se a fração de reforço ou usando-se fibras mais resistentes; aumentando-se a resistência da interface, no entanto, reduz-se o descolamento e o “pull-out” de fibras, provocando redução na tenacidade. Um compósito formado por lâminas distintas exibe ainda o mecanismo de delaminação, que contribui para o aumento da tenacidade

Como já foi dito, a distância entre fibras adjacentes pode dar origem a elevada concentração de tensões. No que diz respeito a carregamento cíclico, qualquer região onde haja tensão concentrada pode levar ao surgimento de trincas que, devido à natureza do carregamento, provocarão falha da estrutura a tensões inferiores àquelas que provocariam falha em carregamento estático. Uma vez que as fibras propriamente ditas não sofrem fadiga (com exceção das fibras de aramida, que podem desfibrilar), as trincas surgem na matriz ou na interface, levando ao descolamento entre fibra e matriz. Esse descolamento corresponde a uma microtrinca na matriz e pode ocorrer, inicialmente, em pontos distintos do material; com o decorrer do tempo essas microtrincas se multiplicam – e deve-se observar que o surgimento de cada nova microtrinca é um evento isolado e independente das trincas presentes. Esse fato é comprovado, num ensaio de fadiga, pelo “branqueamento” progressivo do corpo de prova. É claro que num determinado estágio a densidade de microtrincas será tal que haverá coalescência e formação de uma macrotrinca que resultará na ruptura do material (HULL 1995 , p.225).

A matriz tem influência significativa sobre as propriedades (estáticas e dinâmicas) dos compósitos. A tabela abaixo lista valores para as propriedades de compósitos com o mesmo reforço (fibras de vidro), mesma fração e resinas distintas.

**TABELA 1.6 – Propriedades de compósitos com o mesmo reforço e matrizes (resinas termofixas) distintas**

| Propriedade                    | Epóxi     | Poliéster |
|--------------------------------|-----------|-----------|
| Densidade (Mg/m <sup>3</sup> ) | 1.6~2.0   | 1.6~2.0   |
| Módulo E (GPa)                 | 30~55     | 12~40     |
| Resistência à tração (MPa)     | 600~1165  | 140~690   |
| Resistência à flexão (MPa)     | 1000~1500 | 205~690   |
| Resist. Compressão (MPa)       | 150~825   | 140~410   |

Fonte: MATTHEWS, F.L.; RAWLINGS, R.D. (1995)

A matriz também tem forte influência sobre a vida em fadiga de compósitos; resinas epóxi modificadas com o objetivo de melhorar sua tenacidade apresentam limite de resistência inferior ao do epóxi não modificado.

Via de regra, os compósitos apresentam limite de resistência à fadiga superior ao da matriz sem o reforço; a tabela a seguir lista alguns compósitos de matriz metálica e o ganho percentual sobre o metal monolítico.

**TABELA 1.7 – A influência do reforço na resistência à fadiga de compósitos de matriz metálica**

| Compósito                     | Aumento (%) no limite de resistência à fadiga |
|-------------------------------|---|
| Al-12Si-1Cu-1Ni + 20% Alumina | 30  |
| 6061-T6 + 20% SiC (“whisker”) | 91  |
| Mg + 16% Alumina              | 46  |
| Mg + 25% Alumina              | 106   |

Fonte: MATTHEWS, F.L.; RAWLINGS, R.D. (1995)

Além da matriz, a interface também é de grande importância para as propriedades mecânicas dos compósitos. Fibras de carbono de diferentes resistências reforçando a mesma matriz (epóxi) resultam essencialmente na mesma resistência à fadiga, o que mostra que a interface, mais que a fibra, é quem rege a resposta do material ao carregamento cíclico.

O tratamento de muitos dos materiais de engenharia (e da maioria dos materiais biológicos) como sendo perfeitamente elásticos é uma idealização, uma vez que esses materiais são viscoelásticos. Nesse caso, novas variáveis entram em cena, duas das quais são tempo e temperatura.

Os fenômenos de fluência (“creep”) e relaxação de tensões (“stress relaxation”) descrevem o comportamento “elástico-dependente-do-tempo” dos materiais.

A fluência é a resposta do material quando submetido a uma carga constante; a deformação é função do tempo,  $\varepsilon(t)$ , e com isso o módulo será

$$E_f(t) = \sigma_0 / \varepsilon(t).$$

A relaxação de tensão é a resposta do material quando submetido a deformação constante; a tensão é função do tempo,  $\sigma(t)$ , e o módulo será

$$E_r(t) = \sigma(t) / \varepsilon_0.$$



Na prática pode-se considerar que os módulos  $E_f(t)$  e  $E_r(t)$  são iguais (a rigor eles são diferentes). Além disso, se dois ensaios de fluência distintos resultam em

$$E_1(t) = \sigma_1/\varepsilon_1(t)$$

$$E_2(t) = \sigma_2/\varepsilon_2(t)$$

tais que:

- $E_1(t) = E_2(t)$ , o material é dito viscoelástico linear e o módulo  $E(t)$  não depende da tensão  $\sigma$  aplicada;
- $E_1(t) \neq E_2(t)$ , o material é dito viscoelástico não-linear e o módulo  $E(t)$  depende da tensão aplicada.

Deve-se ressaltar que a resposta do material viscoelástico depende ainda de fatores como temperatura e umidade absorvida (“water content”).

Ensaio mecânicos em geral são realizados de forma tal que a tensão é função do tempo e a velocidade da travessa é constante =  $k_1$ . Segue-se que o deslocamento é  $\Delta l = k_1 t$ , e portanto a deformação também é função do tempo,  $\varepsilon = (k_1/L_0)t$ . Por esse motivo os ensaios convencionais podem encobrir o comportamento viscoelástico dos materiais, a menos que se conduzam vários ensaios com diferentes velocidades da travessa: esses ensaios revelarão o caráter viscoelástico do material a partir dos diferentes valores obtidos para o módulo de Young. Assim é que o osso do tipo compacto (que será descrito no próximo capítulo), tem módulo de Young dado pôr

$$E = f((d\varepsilon/dt)^a, \rho^b).$$

Um tratamento rigoroso do fenômeno de fluência (em metais) é feito por ASHBY e JONES (1980).

## CAPÍTULO 2 MATERIAIS BIOLÓGICOS

*“Although human genius through various inventions makes instruments corresponding to the same ends, it will never discover an invention more beautiful nor more ready nor more economical than does nature, because in her inventions nothing is lacking and nothing is superfluous”* (Leonardo da Vinci, citado por THOMPSON, 1996).

A teoria da optimalidade na evolução das espécies (segundo a qual a seleção natural produz soluções ótimas) é objeto de debate (PARKER e SMITH, 1990) e está muito além do escopo desse trabalho. Quanto ao fato de que a evolução das espécies seja um contínuo processo de tentativa e erro (a esse respeito parece haver um consenso), convém ilustrar, com um exemplo, a ordem de grandeza desse processo. Tome-se o surgimento de tecido calcificado, que ocorreu, de acordo com evidências fósseis, há  $5 \times 10^8$  anos. Considerando:

1. que o número médio de espécies vivas é da ordem de  $10^6$  (atualmente existem  $2 \times 10^6$  espécies vivas);
2. que o número de adultos em cada espécie (por geração) é da ordem de  $10^9$  (uma estimativa conservadora);
3. que cada adulto gera 100 descendentes;
4. que cada geração dura 1 ano (tempo médio para todas as espécies),

conclui-se que, ao longo dos  $5 \times 10^8$  anos decorridos desde o surgimento do tecido calcificado, o processo de seleção natural terá atuado em cerca de  $10^{25}$  organismos. Lembrando que são somente  $10^6$  espécies, tem-se  $10^{19}$  indivíduos por espécie (CURREY, 1983). Soluções “quasi-ótimas”, talvez.

O mais notável, contudo, é que essa diversidade foi construída a partir de cinco matérias primas básicas, a saber:

1. minerais: compostos inorgânicos são amplamente usados, mesmo em animais sem esqueletos como os anelídeos. Os principais são: carbonato de cálcio em diferentes estruturas cristalinas, como calcita e aragonita; fosfato de cálcio ou derivado, como a hidroxiapatita, usada nos ossos; e sílica, encontrada principalmente em vegetais.
2. Polissacarídeos: são açúcares de alto peso molecular formados por açúcares simples, como glucose e sucrose. Os polissacarídeos são usados, na forma de fibra, como reforço; os mais importantes são a celulose e a quitina.
3. Proteínas: são polímeros formados por combinações de aminoácidos. As proteínas mais importantes são o colágeno (ossos), a lignina (madeiras) e a queratina (pêlos, garras, chifres, etc.). Podem se apresentar na forma de fibras (queratina) ou em estado amorfo (lignina).
4. Graxas/lipídios: estão presentes em quase todos os organismos; sua principal função é regular a perda de água.
5. Água.

A fim de compensar a pequena lista de materiais à sua disposição, a natureza foi obrigada a otimizar os projetos. Características como:

- auto-reparo e adaptabilidade (por exemplo, reorientação das fibras em resposta a um novo carregamento);
- gradiente e controle de propriedades – como a rigidez da pele de um tubarão, que aumenta 13 vezes em nado rápido (WAINWRIGHT et al. 1978);
- interfaces “moles” que elevam a tenacidade – conchas de moluscos apresentam interface de proteína entre as “camadas” cerâmicas e a tenacidade à fratura do material ( $K_{IC} \sim 10 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ ) é cerca de 20 vezes superior à do  $\text{CaCO}_3$  monolítico, e 2 vezes superior à da típica cerâmica de engenharia (alumina,  $K_{IC} \sim 4 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ ) (SARIKAYA et al. 1994);
- resistência à fadiga (um corredor que treina 16 km por dia submete seus tendões de Aquiles a  $6 \times 10^6$  ciclos/ano sem danos),

estão sendo investigadas; mas para todos os efeitos pode-se dizer que as atuais estruturas de engenharia não apresentam tais características.

Sob a óptica do engenheiro de estruturas ou de materiais, a mais notável característica dos materiais biológicos é o que se convencionou chamar de organização hierárquica ou hierarquização estrutural: significa que o material apresenta níveis microestruturais discretos e bem definidos correspondendo a escalas de comprimento que começam no nível molecular e terminam no macroscópico. Dois exemplos clássicos, ambos apresentando seis níveis hierárquicos, são a madeira e o tendão (BAER et al. 1992).

Esse capítulo enfoca a estrutura de quatro materiais biológicos: madeiras; exoesqueleto de artrópodes (insetos, crustáceos, etc.); ossos e galhadas (“galhada” pode não ser a melhor tradução para “*antler*”, mas seria incorreto usar o termo “chifre”, do inglês “*horn*”, porque este consiste de tecido queratinoso e aquele, de tecido ósseo); e conchas de moluscos.

Madeira (celulose) e exoesqueleto (quitina) são os análogos vegetal e animal dos compósitos de matriz polimérica (plásticos reforçados); ossos e galhadas são análogos a compósitos em que o reforço consiste de partículas cerâmicas; e as conchas de moluscos podem ser consideradas análogas a nanocompósitos cerâmicos – muito embora as conchas apresentem uma fase orgânica (cuja fração é menor que 5% em peso) de importância crítica para a tenacidade do material.

São apresentados os materiais constituintes, os diferentes níveis hierárquicos das estruturas e as propriedades mecânicas, incluindo, sempre que possível, uma discussão sobre a fratura dessas estruturas a fim de ressaltar sua notável capacidade de acumular danos, capacidade esta decorrente dos múltiplos níveis estruturais.

Os materiais abordados são uma pequena amostra do extenso repertório de que a natureza dispõe, mesmo porque a ênfase recai sobre materiais rígidos; materiais flexíveis, como o fio de seda das aranhas, apresentam propriedades não menos notáveis (KITAGAWA e KITAYAMA, 1997), mas foram excluídos por uma questão de escopo.

## 2.1 - Madeiras

Os materiais constituintes da madeira são:

- celulose cristalina, que forma as fibras;
- lignina e hemicelulose amorfa, que formam a matriz.

A celulose é o material biológico mais encontrado. Segundo MARTIN (1996), trata-se de um polímero cujo módulo de Young vale 80 GPa, inferior somente a alguns biomateriais cerâmicos (calcita); e cuja resistência à tração,  $\sigma = 1$  GPa, é superior à do osso (150 MPa) e à da seda (400 GPa).

As microfibras de celulose, de diâmetro 10 a 25 nm, são orientadas helicoidalmente e estruturadas em camadas concêntricas para formar as células, que por sua vez apresentam diâmetro da ordem de 10 $\mu$ m. As camadas são a primária e a secundária, sendo que esta última é subdividida em:

- S1: 10 ~ 22% da espessura da parede; ângulo da helicóide: 50° ~ 70° com a direção axial;
- S2: 70 ~ 90% da espessura da parede; ângulo de 10° ~ 30° ;
- S3: 2 ~ 8% da espessura; ângulo de 60° ~ 90°.

Em algumas fibras vegetais o ângulo da helicóide com o eixo da célula pode ser da ordem de 1° (bambu: 5°; cânhamo: 2.3°); a variação desse ângulo tem efeito pronunciado sobre as propriedades mecânicas das fibras, como se pode constatar pelos dados tabelados abaixo(WAINWRIGHT, 1976):

**TABELA 2.1 Propriedades da fibra de madeira em função do ângulo da helicóide**

| Ângulo da helicóide           | 50° | 10° |
|-------------------------------|-----|-----|
| Tensão de ruptura (MPa)       | 83  | 500 |
| Módulo de Young (GPa)         | 3   | 100 |
| Alongamento até a ruptura (%) | 15  | 2   |

Fonte: WAINWRIGHT (1976)

Presume-se que o ângulo da helicóide varie de modo a proporcionar um compromisso entre rigidez à flexão e resistência à flambagem localizada.

As células têm diâmetro médio de 50  $\mu\text{m}$  e comprimento médio de 2 mm; e portanto apresentam alongamento (ou razão de aspecto) médio de 40. Como exposto no capítulo anterior, o alongamento das fibras tem grande importância no desempenho de compósitos de fibras curtas. É importante ressaltar que algumas fibras vegetais apresentam alongamento ( $L/d$ ) bem superior ao valor médio, chegando a 1500 (algumas fibras e seus respectivos alongamentos  $L/d$  estão listados no fim desta seção).

No que diz respeito à geometria, a seção pode variar do quadrado ao círculo, passando pelo hexágono e oval. As células são estabilizadas pela matriz (lignina e hemicelulose).

No que diz respeito à organização estrutural, tem-se uma hierarquia estrutural cujos três últimos níveis (na escala macroscópica) são:

- (1) macrofibras de celulose em matriz hemicelulose – lignina;
- (2) células formadas por camadas concêntricas do compósito (1);
- (3) a madeira propriamente dita, formada pelo crescimento das células.

Embora a celulose e a lignina tenham densidade essencialmente constante (a massa específica da parede da célula gira em torno de 1500  $\text{kg/m}^3$  e praticamente independe do tipo de madeira), os diversos tipos de madeiras apresentam densidades que variam desde 0.04 (madeira balsa de baixa densidade) até 1.30 (cascas de nozes). A célula da madeira tem geometria satisfatoriamente bem representada por um prisma de base hexagonal. A densidade global da madeira,  $\rho$ , segundo um modelo de prismas hexagonais adjacentes (GIBSON et al. 1982), é dada por

$$\rho/\rho_s = (2/\sqrt{3})(t/L),$$

onde  $\rho_s$  é a densidade do material sólido (que forma os prismas),  $t$  é a espessura da parede e  $L$  é o lado da base hexagonal. A espessura relativa  $t/L$ , portanto, é quem rege a densidade global da madeira e, conseqüentemente, suas propriedades mecânicas, que são funções de  $(\rho/\rho_s)^n$ : os módulos de Young transversais ( $E_T$ ,

tangencial;  $E_R$ , radial) são proporcionais a  $(\rho/\rho_s)^3$ , enquanto que o módulo na direção axial  $E_A$  é proporcional a  $(\rho/\rho_s)$ .

Esse modelo de prismas hexagonais adjacentes, portanto, deixa bem clara a anisotropia da madeira (anisotropia definida como a razão entre os módulos correspondentes a direções ortogonais). Para a madeira balsa, por exemplo, o módulo de Young assume os valores 13, 53 e 903 MN/m<sup>2</sup> correspondentes às direções tangencial, radial e axial (balsa de baixa densidade, com massa específica de 78 kg/m<sup>3</sup>); para uma balsa de alta densidade (218 kg/m<sup>3</sup>), os valores sobem para 59, 172 e 5900 MN/m<sup>2</sup> (EASTERLING et al. 1982).

A resistência à compressão transversalmente às fibras é proporcional a  $(\rho/\rho_s)^2$  e o colapso é governado por flexão das paredes e subsequente amassamento (“crushing”) das células. Paralelamente às fibras, a resistência é proporcional a  $(\rho/\rho_s)$  e o colapso se dá por um tipo de escoamento. Novamente a anisotropia aumenta à medida que a densidade diminui.

É interessante observar que a anisotropia da madeira tem duas causas: a parede das células apresenta anisotropia ( $E_A/E_T \approx 3$ ) decorrente da orientação helicoidal das fibras de celulose; e as células apresentam anisotropia devido ao alongamento médio de 40. A madeira balsa tem células prismáticas (de base hexagonal) com alongamento 16:1 e sua anisotropia pode chegar a  $E_A/E_T=100$ . A cortiça, com células (também prismáticas de base hexagonal) de alongamento 2:1, possui anisotropia bem menos pronunciada:

direção radial:  $E_R = 20$  MPa

direções axial e tangencial:  $E_A = E_T = 13$  MPa,

e portanto, no plano definido pelos eixos axial e tangencial, a cortiça é isotrópica. Este fato tem aplicação em rolhas: quando do fechamento da garrafa, a rolha é comprimida (radialmente) no plano em que é isotrópica, exercendo então pressão uniforme na parede interna da garrafa. A cortiça tem desempenho particularmente bom na absorção de energia, com comportamento elástico até aproximadamente 7% de deformação; a partir deste ponto as células vão progressivamente colapsando até cerca de 70% de deformação, proporcionando grande absorção de energia a um nível de tensão baixo e quase constante (o colapso elástico das células dá origem a um platô na curva  $\sigma \times \epsilon$ ) (GIBSON et al. 1981).

A exemplo da cortiça (que apresenta um plano de isotropia), as cascas de nozes comportam-se de forma essencialmente isotrópica, o que é de se esperar quando se observa sua microestrutura, mais semelhante à dos metais (grãos) que à das madeiras (fibras). Valores típicos para as propriedades mecânicas de algumas “nutshells” são dados na tabela seguinte. A variação dessas propriedades com posição e direção não são estatisticamente relevantes. Além disso, não são observados:

1. *pull-out* de fibras;
  2. direção preferencial de falha,
- tipicamente observados em compósitos anisotrópicos (VINCENT, 1993).

**TABELA 2.2 Propriedades mecânicas de cascas de nozes**

|  | “hazel nut” | “walnut” | “macadamia nut” |
|--|-------------|----------|-----------------|
| Módulo de Young (GPa)                    | 1.46        | 2.85     | 4.185           |
| Trabalho de fratura (kJ/m <sup>2</sup> ) | 1.61        | 2.97     | 5.65            |
| Tensão de ruptura (MPa)                  | 147         | 221      | 338             |

Fonte: VINCENT (1993)

A mais notável das propriedades da madeira, contudo, é a sua tenacidade à fratura, 10 vezes superior ao valor teórico – que assume que a energia dissipada por atrito no *pull-out* de fibras seja o principal mecanismo (para plásticos reforçados) responsável pela tenacidade à fratura.

A elevada tenacidade da madeira surge graças a uma série de mecanismos que têm início nas fibras de celulose que constituem as paredes das células. O ensaio (tração) de uma célula de madeira revela um comportamento pseudo-plástico semelhante ao de um metal dúctil – incluindo um ponto de “escoamento” na curva tensão × deformação. Além disso, a célula ensaiada exibe alongamento de até 20%, embora as fibras de celulose propriamente ditas não ultrapassem 3% de alongamento.

A explicação é que cada célula é um tubo oco, cuja parede é formada por camadas distintas. Estruturalmente, a mais importante é a subcamada S2, que apresenta, como já descrito, fibras de celulose orientadas helicoidalmente num ângulo entre 10 e 30°. Ocorre que um tubo formado por fibras elásticas



helicoidalmente orientadas é uma estrutura elasticamente instável: quando submetida a carregamento axial, mesmo sendo de tração, está sujeita a uma pseudo-flambagem causada por tensões de cisalhamento. Esse modo de falha, no caso de tracionamento, consiste de “destrançamento” (*untwisting*) das fibras de celulose (que originalmente descreviam uma helicóide), seguido de afinamento local da célula (*local necking*); a propagação longitudinal desse afinamento, aliado ao *untwisting*, permite o alongamento de até 20% da célula.

Outros mecanismos de absorção de energia presentes nos diferentes níveis da hierarquia estrutural da madeira são: trincamento da matriz; *pull-out* e/ou ruptura das fibras de celulose; colapso (*necking* + *untwisting*) e/ou delaminação e/ou ruptura da parede das células; e delaminação e/ou *pull-out* das células (GORDON e JERONIMIDIS, 1980).

É importante observar que a tenacidade à fratura, quando a trinca se propaga perpendicularmente às fibras, é aproximadamente 10 vezes superior à tenacidade quando a trinca se propaga paralelamente às fibras. O avanço da trinca, por sua vez, pode ocorrer por ruptura da parede da célula (observado com maior frequência em madeiras de baixa densidade) ou por separação (*splitting*) entre células (observado em madeiras de densidade relativa superior a 0.3), conforme mostrado na figura 2.1. Além disso, a trinca é muitas vezes “aprisionada” em canais existentes na madeira (*sap channels*) quando sua propagação é perpendicular às fibras (figura 2.2).

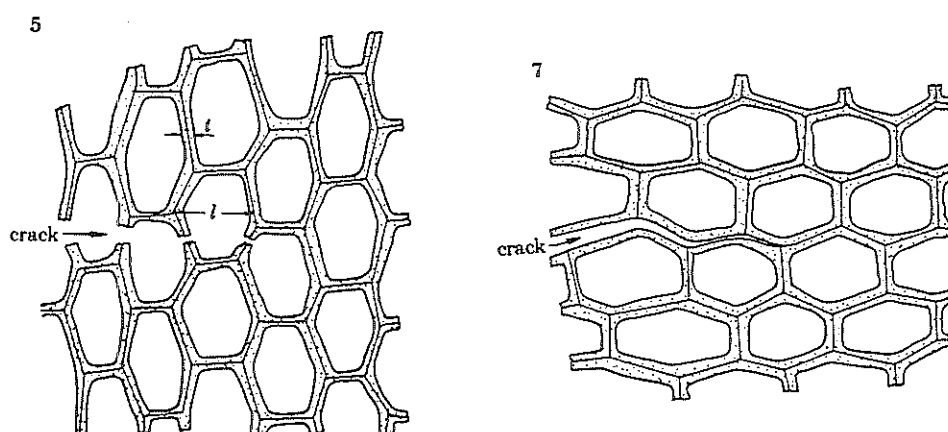


FIGURA 2.1 Propagação de trinca na madeira por ruptura (A) ou separação (B) de células (ASHBY et al. 1985)

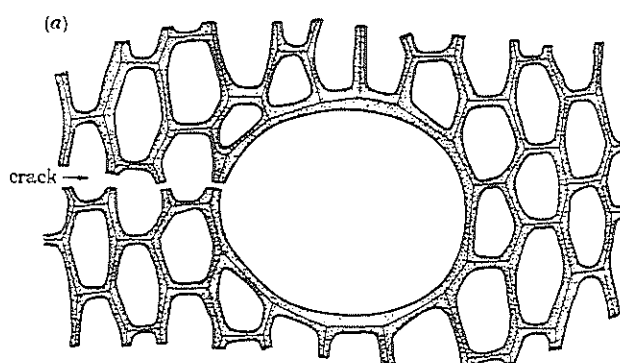


FIGURA 2.2 Aprisionamento de trinca num canal da madeira (ASHBY et al. 1985)

A propagação de trinca (modo I) em madeiras depende, numa primeira aproximação, da densidade. Quando a trinca se propaga paralelamente às fibras (direção axial), a curva carga  $\times$  deflexão é linear até a falha (que se dá de forma rápida e instável). A tenacidade à fratura, nesse caso, é dada por :

$$K_{ICa} \approx 0.0018(\rho/\rho_s)^{1.5} \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

Quando a trinca se propaga num plano perpendicular às fibras, a curva carga-deflexão é linear até o começo da propagação da trinca inicial (*starter crack*); inicialmente a propagação se dá num plano paralelo às fibras (ou seja, perpendicularmente à “*starter crack*”) devido ao mecanismo de Cook-Gordon. A trinca avança estavelmente, e a curva passa por um máximo. A tenacidade  $K_{ICn}$  (normal às fibras) corresponde à carga em que tem início a propagação e é dada por

$$K_{ICn} \approx 0.020(\rho/\rho_s)^{1.5} \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

onde  $\rho$  é a densidade da madeira e  $\rho_s = 1500 \text{ kg/m}^3$  é a densidade do material da parede da célula (ASHBY et al. 1985).

O uso da madeira em estruturas submetidas a carregamento cíclico foi feito (no âmbito da engenharia aeronáutica), até a Segunda Guerra – com tal sucesso que um renomado projetista de aviões, o Dr. Fokker, afirmou que “não se conhece fadiga em madeira devidamente sasonada”.

Nas últimas décadas, porém, o uso de geradores eólicos de eixo horizontal (que tipicamente possuem três pás de madeira) fez renascer o interesse no estudo da fadiga em madeiras. PLATTS (1989) observa que cada pá de um gerador terá sido submetida a mais de  $10^8$  ciclos ao fim de 20 anos, e portanto o limite de resistência à fadiga, juntamente com o custo do material, são os principais critérios adotados no projeto das pás. O mesmo autor afirma que pás fabricadas por laminação de chapas de madeira coladas com epóxi exibem valores do parâmetro performance/custo superiores a qualquer outro material.

Devido a seu caráter viscoelástico, a madeira exhibe fluência (“creep”) se a carga for constante; ou relaxação de tensões (“stress relaxation”) se a deformação for mantida constante (tanto a fluência quanto a relaxação decorrem da redução do módulo de Young com o tempo). Ensaio de fadiga com deflexão constante exibem relaxação de tensão, ou seja, a tensão máxima decresce com o tempo. Esses ensaios, portanto, não produzem resultados confiáveis (além de não simularem a situação real percebida pelas pás de um gerador). TSAI e ANSELL (1990) conduziram testes de fadiga (flexão) com carga constante e concluíram que:

- normalizada pela tensão de ruptura (estática), a tensão para a qual a madeira tem vida infinita ( $10^7$  ciclos) é essencialmente independente da espécie;
- a umidade é prejudicial, estática e dinamicamente falando;
- a vida em fadiga é menor quando a carga é do tipo flexão reversa ( $R = -1$ );
- falhas em compressão (“kinks”) a nível celular podem surgir a partir de 500 ciclos, progredindo e assumindo proporções macroscópicas em  $10^5$  ciclos.

Não se pode descrever as qualidades das madeiras sem mencionar as fibras naturais. São, em geral, tubulares, com alongamento  $L/d$  bem superior à média (40), como se constata pelos valores tabelados a seguir (LEÃO et al. 1997):

**TABELA 2.3 Comprimento, diâmetro e alongamento (razão de aspecto) de algumas fibras vegetais**

|              | Comprimento (mm) | Diâmetro ( $\mu\text{m}$ ) | L/d  |
|--------------|------------------|----------------------------|------|
| Bagasse      | 1.2              | 15                         | 80   |
| Bambu        | 2.4              | 20                         | 120  |
| Juta         | 2.5              | 20                         | 125  |
| Sisal        | 3.0              | 20                         | 150  |
| Abaca        | 5.0              | 20                         | 250  |
| Rami         | 75.0             | 50                         | 1500 |
| Linho (Flax) | 30.0             | 20                         | 1500 |

Fonte: LEÃO et al. (1997)

Em teor de celulose as fibras vegetais apresentam valores mais uma vez superiores – 60% (sisal, juta, linho) até 69% (rami) – quando comparadas com as madeiras (45%).

As fibras naturais podem ser divididas em:

- fibras de caules (“bast fibers”): linho, cânhamo (hemp), juta, taboa (kenaf), rami;
- fibras de folhas (“leaf fibers”): sisal, banana, abacaxi;
- fibras de sementes (“seed fibers”): algodão, kapok;
- fibras de frutas: cocos;
- fibras de madeira.

As propriedades mecânicas das fibras devem ser observadas com cautela; se microfibras elementares são ensaiadas, os resultados são bem superiores aos obtidos com feixes de fibras (“fiber bundles”) normalmente utilizados nos processos de fabricação. SCHUH e GAYER (1997) relatam a experiência acumulada pela Mercedes Benz em compósitos de fibras naturais; a tabela a seguir lista as propriedades relevantes por eles obtidas com feixes de fibras (ou macrofibras, com propriedades referidas por  $\sigma_1$ ,  $E_1$ ); valores fornecidos pela literatura ( $\sigma_{lit}$ ,  $E_{lit}$ ) são listados para efeito de comparação.

**TABELA 2.4 Propriedades mecânicas de macrofibras ( $\sigma_1$ ,  $E_1$ ) vs. microfibras ( $\sigma_{lit}$ ,  $E_{lit}$ )**

|        | $\sigma_1$ (MPa) | $E_1$ (GPa) | $\sigma_{lit}$ (MPa) | $E_{lit}$ (GPa) |
|--------|------------------|-------------|----------------------|-----------------|
| Flax   | 195              | 22.3        | 390                  | 26              |
| Sisal  | 126              | 3.8         | 835                  | 37              |
| Rami   | 393              | 7.3         | 900                  | 24              |
| Banana | 74               | 2.2         | 914                  | 32              |

Fonte: LEÃO et al. (1997)

Os autores ressaltam que as fibras naturais apresentam vantagens não só em termos econômicos ou ambientais; uma vez que resistência (ou rigidez) por unidade de peso assume importância cada vez maior na indústria automobilística, as fibras naturais (de densidade em torno de 1.3) se apresentam como uma alternativa de grande potencial (o padrão de referência é 2.5, densidade das fibras de vidro). E relatam o uso de compósitos de fibras vegetais nos painéis internos das portas do Mercedes Classe E: trata-se de um polímero reforçado com linho/sisal que proporcionou redução de 20% em peso; além disso, normas de segurança impõem que o material não “solte farpas” (“non-splintering”), requisito plenamente cumprido por polímeros reforçados com fibras naturais.

As limitações dessas fibras são:

- baixas temperaturas de processamento (máxima em torno de 200° C);
- alta absorção de umidade;
- variação de propriedades em função de condições do cultivo.

## 2.2 - Exoesqueleto

Os artrópodes (insetos, crustáceos, aracnídeos, etc.) são animais muito bem sucedidos, provavelmente por causa do seu exoesqueleto. Cobrindo quase completamente o corpo do animal, o exoesqueleto (também referido por cutícula), consiste de um compósito rígido que apresenta, junto às articulações, regiões membranosas que permitem o movimento do animal.

O principal componente fibroso no exoesqueleto é a quitina, um polissacarídeo com módulo  $E = 45 \text{ GPa}$  e tensão de ruptura  $\sigma = 50 \text{ MPa}$ ; e a matriz é composta de proteínas. As fibras de quitina apresentam considerável variação de diâmetro, desde  $3 \text{ nm}$  até  $7 \text{ }\mu\text{m}$ ; apresentam também variação da seção reta, que pode passar de circular a elíptica (variação através da espessura). O exoesqueleto é um compósito formado pela superposição de camadas unidirecionais, cada camada com somente um nível de fibras alinhadas. A orientação das camadas pode ser constante e resultar num compósito unidirecional, ou pode variar e resultar num compósito quasi-isotrópico. GUNDERSON e SCHIAVONE (1995) investigaram a sequência de camadas do exoesqueleto de determinado besouro e descobriram uma “laminação” que chamaram de “duplo helicóide”, cuja resposta a cargas mecânicas é essencialmente isotrópica. A figura 2.3 ilustra um exoesqueleto fraturado em que fica clara a variação do ângulo das fibras entre camadas sucessivas.

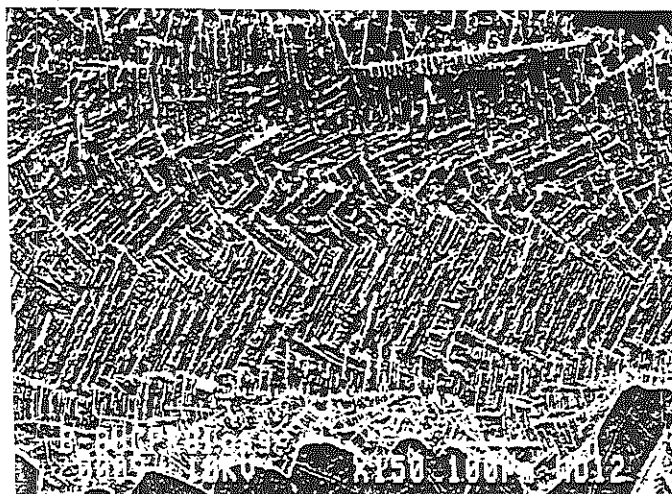


FIGURA 2.3 Orientação das fibras no exoesqueleto de um besouro GUNDERSON e SCHIAVONE (1991)

A matriz (formada por proteínas) do exoesqueleto passa por um processo de “cura” (cross-linking) conhecido por esclerotização. Embora o processo ainda seja objeto de estudo, há um consenso quanto à irreversibilidade do mesmo (analogamente à cura de resinas termofixas). Esse processo confere à matriz maior dureza, rigidez e impermeabilidade e pode obedecer a um gradiente através da espessura: a camada externa (exocutícula), nesse caso, apresenta maior grau de “cross-linking” que as internas, dando origem a um compósito com gradiente de

propriedades mecânicas. O gradiente de esclerotização através da espessura do exoesqueleto proporciona ao animal, graças à superfície externa mais esclerotizada, um escudo contra ataques mecânicos ou químicos (degradação por enzimas) e contra a perda de água; e graças à região menos esclerotizada, o exoesqueleto apresenta melhor absorção de energia e tenacidade à fratura (CURREY, 1983).

Um estudo comparativo entre o exoesqueleto de indivíduos normais e o de indivíduos mutantes (cujo exoesqueleto não apresentava a endocutícula, camada interna com baixa esclerotização) de uma espécie de mariposa concluiu que a endocutícula, por ser menos rígida, tolera grandes deformações e permite raios de curvatura menores; enquanto o exoesqueleto dos indivíduos mutantes trincava, o dos indivíduos normais (submetidos ao mesmo carregamento) voltava à configuração inicial. Isso ocorre porque a máxima deformação tolerada pela endocutícula (5.5%) é praticamente o dobro da tolerada pela exocutícula. O mesmo pode ser dito com relação à absorção de energia: o exoesqueleto com gradiente de rigidez (através da espessura) pode armazenar, por unidade de volume, mais que o dobro da energia que armazenaria se fosse 100% esclerotizado. O material, desse modo, minimiza a possibilidade de falha catastrófica (VINCENT, 1980).

Enquanto o exoesqueleto de insetos é um composto de proteína e quitina na proporção (em peso) 40:60, o exoesqueleto de crustáceos (siris, lagostas, etc.) é um composto de três componentes, carbonato de cálcio, proteína e quitina, na proporção 60:10:30. Devido à fase mineral, o material é mais pesado (que o do exoesqueleto dos insetos), o que não surpreende em se tratando de animais que evoluíram tendo o empuxo hidrostático a seu favor (um exoesqueleto como o dos insetos, de densidade mais baixa, poderia ser fatal para um sirí, por exemplo). O mais importante é que o custo metabólico da cutícula dos crustáceos é menor: tomando por base o custo (em ATP) da síntese dos materiais, estima-se que a quitina custe o dobro e que proteína custe quatro vezes o “preço” do carbonato de cálcio. Um grama de cutícula de inseto custa 1.8 vezes o grama de cutícula de crustáceo (trata-se de uma estimativa conservadora; se o mineral for considerado “grátis”, a proporção 1.8:1 sobe para 3.4:1). Perfeitamente compreensível se for levado em conta que os insetos, em geral, voam, e portanto o peso da estrutura tem maior relevância que o custo da mesma.

No que diz respeito às propriedades mecânicas, CURREY (1983) lista valores para o módulo de Young abrangendo sete ordens de magnitude, desde 1 kPa (região membranosas) até 18 GPa. Para tensão de ruptura, os valores estendem-se de 32 MPa até 600 MPa.

A tabela abaixo mostra valores específicos de módulo de Young ( $E/d$ ), tensão de ruptura ( $\sigma/d$ ) e trabalho de fratura ( $W/d$ ) para aço, compósitos, madeira e cutícula.

**TABELA 2.5 Propriedades específicas da madeira, exoesqueleto e 3 materiais de engenharia**

|                              | Densidade<br>(-) | $E/d$<br>(GPa) | $\sigma/d$<br>(MPa) | $W/d$<br>(kJ/m <sup>2</sup> ) |
|------------------------------|------------------|----------------|---------------------|-------------------------------|
| Aço (baixo C)                | 7.9              | 25             | 38~51               | 13~128                        |
| Compósito (vidro/plástico)   | 2.0              | 17~22          | 500~600             | 15~25                         |
| Compósito (carbono/plástico) | 1.5              | 87~135         | 670~800             | 7~20                          |
| Madeira                      | 0.5              | 25~30          | 170~220             | 13~50                         |
| Exoesqueleto                 | 1.2              | $10^{-6}$ ~14  | 60~125              | 0.2~1.8                       |

Fonte: SRINIVASAN et al. (1991)

Vale observar que, em módulo específico, o exoesqueleto atinge valores comparáveis aos do plástico reforçado com fibra de vidro (que, por sua vez, é inferior à madeira); em resistência específica, o exoesqueleto é superior ao aço.

O estudo qualitativo da fratura do exoesqueleto mostra uma variedade de mecanismos de absorção de energia, presentes nos diferentes níveis da hierarquia estrutural. Um dos mais interessantes, o mecanismo de “crack-bridging”, é possível graças às inúmeras microfibras que, ligando fibras e camadas adjacentes, aumentam a resistência ao cisalhamento, a área de colagem com a matriz e a energia necessária à delaminação.

A literatura pesquisada não explicita os valores do módulo de Young para a proteína que constitui a matriz do exoesqueleto de insetos. Mas a elevada anisotropia (11 GPa paralelamente às fibras e 150 MPa transversalmente) observada numa particular região (essencialmente unidirecional) da perna de um inseto revela a diferença de rigidez dos materiais componentes.



### 2.3 - Osso

O osso compacto é um compósito constituído por uma fase mineral, uma fase orgânica e água (14% em média). A fase mineral consiste de cristais de hidroxiapatita (um fosfato de cálcio representado pela fórmula  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$ ) e sua fração (volume) varia entre 28% e 56%. A fase orgânica consiste de proteína (colágeno). A hidroxiapatita tem módulo de Young  $E = 114\text{GPa}$ ; o colágeno apresenta  $E = 1.3\text{ GPa}$  e  $\sigma = 75\text{ MPa}$ ; e o osso (do tipo compacto ou cortical) apresenta módulo em torno de  $20\text{ GPa}$  e tensão de ruptura em torno de  $150\text{ MPa}$ . A deformação máxima (“failure strain” ou “ultimate strain”) do osso gira em torno de 1.5%, 7.5 vezes a máxima deformação medida em animais em atividade. Os ossos são classificados, conforme sua porosidade, em dois grupos: osso compacto (90% tecido ósseo sólido) ou osso esponjoso (80~90% de porosidade) (MARTIN, 1996). A tabela abaixo lista módulo, tensão de ruptura e deformação final para ossos com fração mineral entre 30 e 56% (CURREY et al. 1990).

**TABELA 2.6 Propriedades de alguns ossos em função da fração mineral**

|                  | Fração mineral (%) | E (GPa) | $\sigma$ (MPa) | $\epsilon$ |
|------------------|--------------------|---------|----------------|------------|
| Galhada          | 30                 | 8.1     | 95             | 0.051      |
| Fêmur humano     | 36.2               | 16.7    | 166            | 0.029      |
| Fêmur (bovino)   | 41.0               | 26.1    | 148            | 0.004      |
| Úmero (pinguim)  | 45.3               | 22.8    | 175            | 0.008      |
| “bulla” (baleia) | 56.0               | 34.1    | 27             | 0.002      |

Fonte: CURREY et al. (1990)

A unidade estrutural (osteon) é do tipo tubular e apresenta em sua parede um arranjo helicoidal de fibras de colágeno e plaquetas de hidroxiapatita. Essa unidade estrutural, além de sustentar cargas de compressão e flexão sem flambar, presta-se ao transporte de sangue. Uma vez que o osso se desenvolve sob carregamento, a orientação das “fibras” é ditada pelas linhas de tensão principal. As propriedades mecânicas, portanto, variam de acordo com a função para a qual o osso foi

“projetado”. Como consequência, o osso pode apresentar anisotropia (de fator máximo = 10) ou pode ser praticamente isotrópico. Um osso do sistema auditivo (“tympanic bulla”) deve apresentar elevada rigidez (por razões acústicas); a galhada (“antler”) de veados, renas, etc., deve, em contrapartida, ser capaz de sustentar severo carregamento de impacto (quando esses animais se confrontam) sem quebrar: elevada rigidez, portanto, não é desejável.

A figura 2.4 (CURREY, 1983) mostra a superfície da fratura do osso do tipo galhada, de baixa fração mineral (A) e, para comparação, a superfície da fratura do osso do tipo “bulla” (osso timpânico), de alta fração mineral (B). Na foto (A) percebe-se que a superfície está “crespa”, indicando extenso “pull-out” de fibras, enquanto que na foto (B) a superfície “lisa” indica fratura frágil (o que é previsível em se tratando de um osso de alta fração mineral).

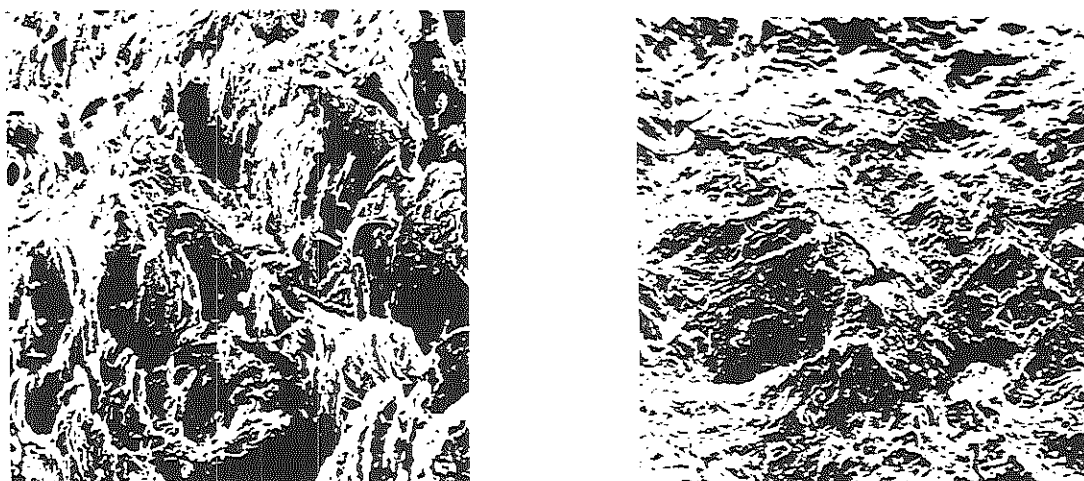


FIGURA 2.4 Superfícies de fratura em ossos de baixa (A) e alta (B) fração Mineral. CURREY (1983)

Em geral existe uma boa correspondência entre as propriedades mecânicas dos ossos e sua fração mineral. Elevada calcificação está associada a alto módulo de Young, altas tensões de escoamento e ruptura e baixa deformação final. Por escoamento entende-se a produção de dano sob a forma de micro-trincas, o que resulta num comportamento “plástico” do material. Características microestruturais como porosidade e orientação também influenciam o módulo, mas afetam mais a tensão de ruptura. CURREY (1990) obtém as curvas de tensão-deformação para o fêmur bovino (fração mineral de 41% em volume) e galhada (fração mineral de 28%)

e conclui que a menor fração mineral permite à galhada um substancial incremento em tensão (bem como em deformação) após o escoamento. Pode-se afirmar que a habilidade de dispersar e acumular as microtrincas é a chave para entender comportamentos tão diferentes.

Os mesmos ossos citados acima foram submetidos a ensaio de tração após terem sido parcialmente danificados em ensaio de flexão 3 pontos (os corpos de prova foram fletidos ciclicamente até que se observasse um decréscimo no módulo secante, decréscimo esse indicativo de “*compliance*” do material). A figura 2.5 mostra as curvas tensão-deformação para o fêmur bovino antes (A) e depois (B) de danificado, e para a galhada antes (C) e depois (D) de danificada. Pode-se observar uma degradação da tensão (e deformação) de ruptura no fêmur bovino, mas não há sinal de degradação no osso do tipo galhada.

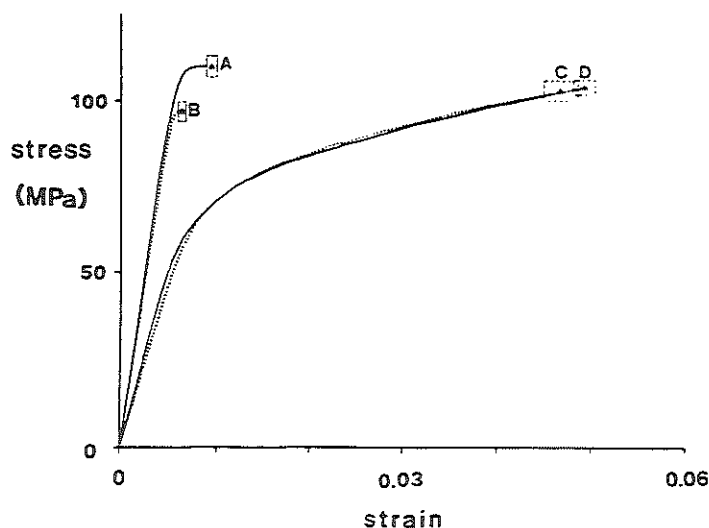


FIGURA 2.5 Tensão-deformação do fêmur bovino (A,B) e galhada (C,D) antes e depois de sofrerem dano parcial. CURREY (1990)

Algumas hipóteses podem ser formuladas a fim de entender a notável capacidade dos tecidos ósseos (de média e baixa fração mineral) de produzir e acumular dano na forma de microtrincas. Essas hipóteses são baseadas em:

1. mudanças ópticas (“branqueamento” do corpo de prova) são percebidas quando, num ensaio de tração, o material começa a “escoar”; supondo que esse branqueamento indique o surgimento de microtrincas, presume-se que a presença de microtrincas não induza a formação de uma macrotrinca, uma vez que o

branqueamento progride gradualmente até cobrir praticamente todo o corpo de prova;

2. ciclos de carregamento (até o escoamento) seguido de descarregamento mostram que as deformações residuais (ao fim de cada ciclo) são essencialmente iguais, o mesmo valendo para a tensão de escoamento em cada ciclo; presume-se que as microtrincas sejam orientadas paralelamente ao carregamento, resultando em deformações residuais aditivas;

3. ainda em relação ao carregamento cíclico descrito acima, presume-se que cada microtrinca atinja um comprimento máximo; se o carregamento prosseguir, a “frente” de microtrincas (em referência ao branqueamento do corpo de prova) caminha até cobrir todo o corpo de prova. A ruptura só ocorre depois que o material estiver completamente microtrincado.

O osso é um material reconhecidamente viscoelástico; uma relação empírica entre o módulo (compressão, dado em MPa), a taxa de deformação (“strain rate”, em  $s^{-1}$ ) e a densidade ( $g/cm^3$ ) foi obtida por CARTER e HAYES (1977) e estabelece que:

$$E = 3790(d\varepsilon/dt)^{0.06}\rho^3.$$

A maioria dos ossos são estruturas sanduíche: externamente consistem de osso compacto, que foi o tipo de osso descrito até aqui; internamente, consistem de osso esponjoso, que é um material cujo comportamento em compressão apresenta os três regimes característicos dos materiais celulares:

- regime elástico correspondente à flexão das células;
- regime de tensão constante (platô) correspondente ao colapso progressivo das células;
- regime de compressão do material não mais celular (densificação).

As paredes das células do osso esponjoso apresentam a mesma composição e densidade do osso compacto. A estrutura pode ser idealizada segundo modelos distintos, dependendo da densidade relativa  $\rho/\rho_s$ . Os ossos de densidade mais baixa são melhor representados por células abertas. Nesse caso o osso é essencialmente isotrópico, e as propriedades relevantes são

$$E/E_s = c_1(\rho/\rho_s)^2;$$

$$\sigma/E_s = c_2(\rho/\rho_s)^2.$$

Os ossos de densidade mais alta em geral apresentam anisotropia e podem ser representados pelo modelo de células prismáticas de base hexagonal, fornecendo:

$$E_A/E_s = c_3(\rho/\rho_s) ; \sigma/\sigma_{ys} = c_4(\rho/\rho_s) \quad (\text{carregamento axial});$$

$$E_T/E_s = c_5(\rho/\rho_s)^3 ; \sigma/\sigma_{ys} = c_6(\rho/\rho_s)^2 \quad (\text{transversal}),$$

onde  $\rho$  é a densidade global do osso e  $\rho_s$ , a do material sólido constituinte.

## 2.4 - Conchas

As conchas consistem de uma ou mais fases cerâmicas em matriz de proteína (que varia entre 0.1 e 5% em peso). A fase mineral geralmente é uma forma cristalina de carbonato de cálcio, que se desenvolve segundo uma dentre as cinco morfologias:

- placas (nacre ou madrepérola)
- lamelar cruzada (semelhante a madeira compensada)
- folhada (cristais semelhantes a “tábuas” dispostos em camadas)
- prismática (colunas de seção poligonal)
- homogênea

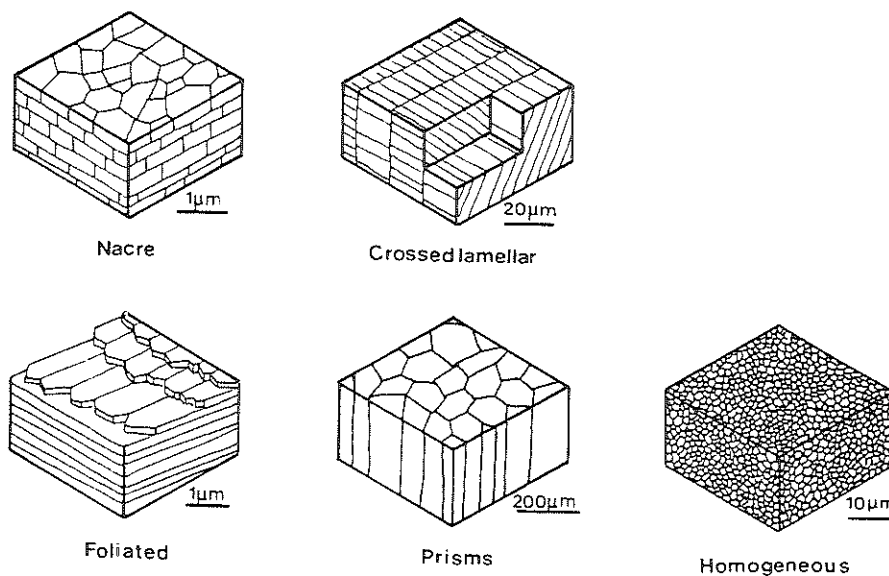


FIGURA 2.6 As cinco microestruturas de conchas de moluscos CURREY (1983)

A fase mineral é aragonita ou calcita (diferentes estruturas cristalinas do mesmo material, carbonato de cálcio) e as diferentes unidades microestruturais (placas, prismas, grãos, etc.) são responsáveis pela considerável variação das propriedades mecânicas, listadas na tabela abaixo.

**TABELA 2.7 Propriedades dos diferentes tipos de conchas**

|                 | $\sigma_t$<br>MPa | $\sigma_c$<br>MPa | $\sigma_{MOR}$<br>MPa | E<br>GPa |
|-----------------|-------------------|-------------------|-----------------------|----------|
| Nacre           | 83                | 365               | 196                   | 46       |
| Lamelar cruzada | 40                | 271               | 85                    | 52       |
| Prismática      | 61                | 252               | 139                   | 26       |
| Foliada         | 40                | 104               | 102                   | 32       |
| Homogênea       | 30                | 248               | 60                    | 60       |

Fonte: CURREY (1983)

Vê-se que o nacre apresenta as melhores propriedades, exceto o módulo de Young. Comparado com aragonita monolítica, o nacre é superior em resistência específica por um fator 3.7, e em trabalho de fratura por um fator 3000 (fratura transversal às placas) (SRINIVASAN et al. 1991).

A figura 2.7 mostra a superfície de fratura em que a trinca se propagou transversalmente às placas de aragonita. A superfície “crespa” sugere que a trinca contorna as placas e as separa ao invés de quebrá-las (portanto, um mecanismo do tipo *pull-out*). A trajetória da trinca é substancialmente aumentada, e o trabalho de fratura transversalmente às placas (cerca de  $1.6 \times 10^3 \text{ J/m}^2$ ) é dez vezes superior àquele ao longo das placas (curiosamente é o mesmo fator segundo o qual a tenacidade da madeira transversalmente às fibras excede a tenacidade paralelamente às fibras).

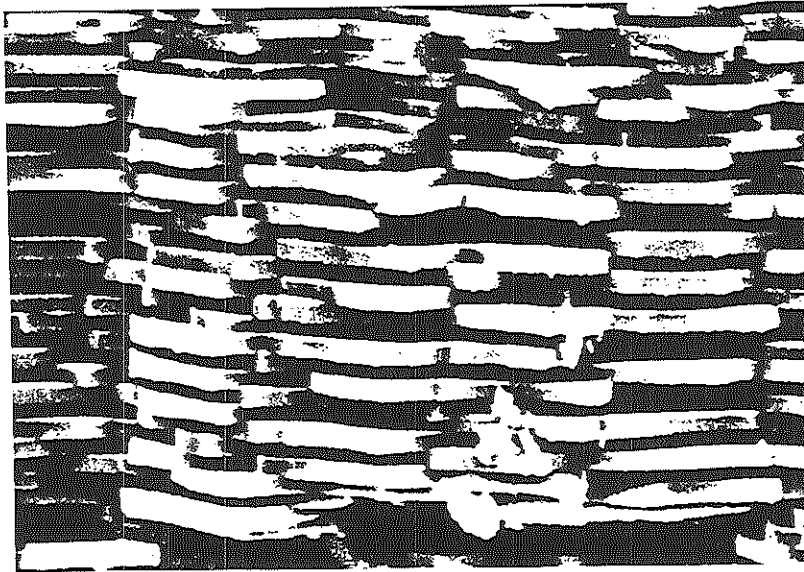


FIGURA 2.7 A superfície de fratura transversalmente às placas  
CURREY (1983)

Presume-se que a matriz orgânica (que envolve as placas) desempenhe um papel de fundamental importância na fratura do nacre. A figura 2.8 mostra uma superfície de fratura ao longo das placas. A camada de matriz orgânica é visível na forma de glóbulos uniformemente dispersos sobre as placas. Apesar de a fratura ser no plano das placas, claramente ocorre a quebra de muitas delas, dando origem a uma superfície com patamares, conforme ilustrado pela figura 2.9. (JACKSON et al. 1986).

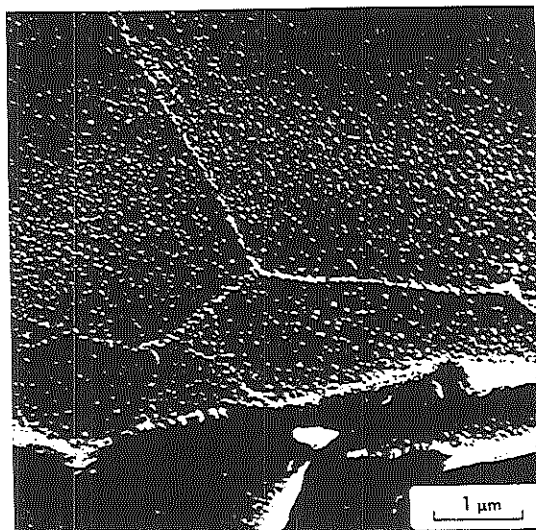


FIGURA 2.8 A superfície de fratura ao longo das placas; os glóbulos são resquícios da matriz orgânica. JACKSON et al. (1986)

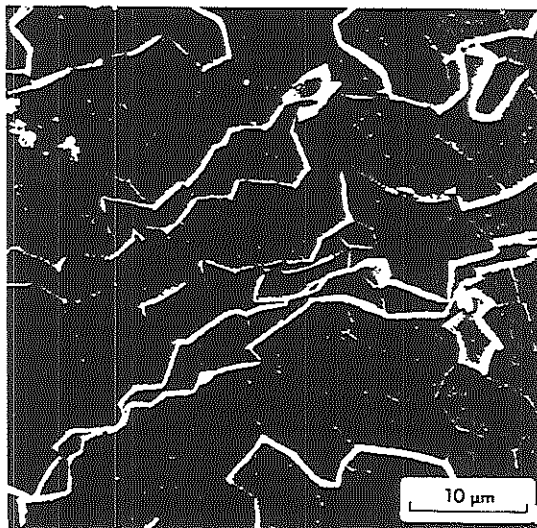


FIGURA 2.9 A superfície de fratura ao longo das placas JACKSON et al. (1986)

É provavelmente a presença da matriz orgânica (que sustenta deformações de até 1000%) que leva à quebra de placas (exigindo mais energia para a propagação da trinca). Outra função digna de nota da matriz é na “colagem” do contorno de placas adjacentes. A separação de duas placas (num mesmo plano) exige o rompimento das microfibras orgânicas que fazem a ligação (*bridging*) dessas placas. Existem, portanto, múltiplos mecanismos de tenacificação proporcionados pela estrutura do nacre.

Embora a estrutura do nacre seja a de melhor desempenho, a mais encontrada em moluscos é a estrutura lamelar cruzada, representada na figura 2.10. Note-se a hierarquização estrutural, onde a unidade é um cristal de  $\text{CaCO}_3$  com espessura de 50 Angstroms; esses cristais formam a unidade do nível estrutural seguinte, em forma de “tábua” de 50 $\mu\text{m}$  de largura e 10  $\mu\text{m}$  de espessura (valores máximos); essas, por sua vez, formam as “tábuas” que compõem a camada intermediária (2 mm de espessura) da concha.

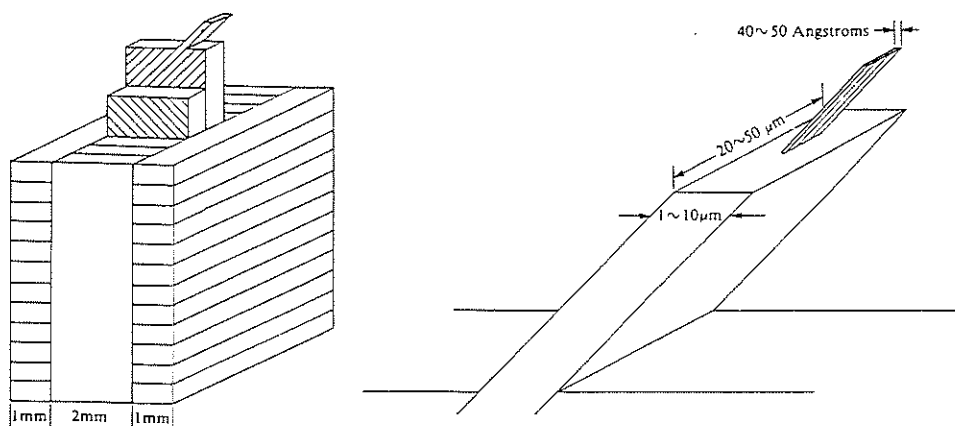


FIGURA 2.10 A estrutura lamelar cruzada. SRINIVASAN et al. (1991)



A figura 2.11 mostra a superfície de fratura dessa concha. A trinca se propagou do exterior (lado direito: propagação entre “tábuas”) para o interior (lado esquerdo), onde encontrou a camada intermediária. Uma observação cuidadosa do lado esquerdo da foto revela a mudança (cerca de 90 graus) na orientação dos cristais em camadas sucessivas. Ao atingir a camada intermediária a trinca, em geral, tem sua propagação interrompida (“crack arrest”) ou ramificada (“crack branching”).



FIGURA 2.11 A superfície de fratura da estrutura lamelar cruzada CURREY (1983)

A tabela abaixo mostra que o desempenho das conchas é comparável ao do aço baixa liga (exceto em trabalho de fratura) e que a melhor cerâmica de engenharia tem tenacidade menor que a das conchas mais frágeis.

**TABELA 2.8 Propriedades específicas de cerâmicas biológicas, cerâmicas de engenharia e aço**

|                         | Densidade | E/d    | $\sigma/d$ | W/d                      |
|-------------------------|-----------|--------|------------|--------------------------|
| Aço                     | 7.9       | 25     | 38~51      | 13~128                   |
| Cerâmicas de Engenharia | 23~30     | 50~170 | 67~220     | $3 \times 10^{-4}$ ~0.04 |
| Cerâmicas “exemplares”  | 29~3.8    | 75~130 | N/d        | 2~6                      |
| Osso/galhada            | 2.0       | 7.5~10 | 60~80      | 2~7                      |
| Conchas                 | 2.8       | 21~25  | 36~96      | 0.07~0.6                 |

Fonte: SRINIVASAN et al. (1991)

## CAPÍTULO 3: ESTRUTURAS BIOLÓGICAS

*“...the mechanical problems of plants and animals are not trivial; they are of quite extraordinary difficulty and complexity. But, almost invariably, living things are so successful in solving these structural problems that we do not notice how they do it. For nothing attracts less curiosity than total success.” (Gordon, 1980)*

O conceito de eficiência traz implícito o conceito de otimização – o cumprimento de determinados requisitos de performance com mínimo custo (peso, arrasto aerodinâmico, tempo, mão-de-obra, etc).

No contexto estrutural, a otimização via de regra implica em mínimo peso, e o caso de falha estrutural a ser considerado é o de flambagem, que será brevemente revisto.

### 3.1 – A flambagem

A rigor a flambagem deve ser estudada para cada um dos três casos de carregamento que induzem a sua ocorrência (compressão, flexão e torção). Em vista da analogia entre os casos de flexão e torção, serão abordados somente os casos de compressão e flexão.

A falha sob carga axial (compressão) pode ocorrer por:

- flambagem elástica global, mais conhecida como flambagem de Euler; ocorre em estruturas esbeltas, ou seja, de alta razão  $L/r$ ;
- flambagem elástica axissimétrica; ocorre em estruturas do tipo casca, para as quais  $r/t$  é da ordem de  $10^2$ ;
- flambagem inelástica; ocorre de forma axissimétrica (com a formação de dobradiças plásticas à semelhança de uma “sanfona”) quando  $L/r$  e/ou  $r/t$  forem

baixos a ponto de a tensão de escoamento do material ser menor que as tensões críticas de flambagem elástica).

A falha sob carga de flexão pode se dar por flambagem elástica (Brazier) ou por falha inelástica.

O tratamento analítico da flambagem é encontrado em trabalhos clássicos, dentre os quais destacam-se TIMOSHENKO e GERE (1961), CALLADINE (1983) e ALLEN e BULSON (1980). A seguir serão revisados os resultados mais importantes, não sem antes observar que o equacionamento pressupõe que o material seja isotrópico e que o elemento estrutural não apresente qualquer tipo de variação (diâmetro, espessura de parede ou propriedades mecânicas) ao longo do comprimento.

A flambagem (sob carregamento genérico) será elástica se o limite de proporcionalidade do material (considerado igual à tensão de escoamento, normalmente tomada como a tensão que provoca uma determinada deformação plástica; por exemplo,  $\sigma_{0.2\%}$ ) não for excedido. Como não há deformação permanente, se a carga for retirada imediatamente após a flambagem, a estrutura retorna à configuração inicial. Os casos de flambagem são regidos (para um determinado material) pela geometria da estrutura e, como será visto, para cada um dos três elementos estruturais básicos, uma das variáveis ( $L$ ,  $r$ ,  $t$ ) está ausente na equação da tensão crítica correspondente.

Esses três elementos estruturais são:

- elemento estrutural do tipo coluna: as variáveis “dominantes” são  $L$  e o raio de giração da seção reta,  $\rho$  (dado pela equação  $I = A\rho^2$ ). A seção pode ser sólida ou não; o fato é que se a coluna for esbelta (alto valor de  $L/\rho$ ) a flambagem ocorrerá numa tensão regida por  $L$  e  $\rho$ ;
- elemento estrutural do tipo casca (variáveis dominantes:  $r$ ,  $t$ );
- elemento estrutural do tipo placa (variáveis dominantes:  $L$ ,  $t$ ).

A deflexão lateral da estrutura (modo de flambagem) pode assumir diferentes configurações, dependendo da vinculação nas extremidades da mesma: um osso com alto índice de esbeltez flambará assumindo a forma de um “C”, uma vez que as vinculações em ambas as extremidades permitem giro; uma estrutura vegetal, por outro lado, assumirá a forma de “meio C” devido à extremidade engastada no solo.

A cada modo de flambagem corresponde uma carga de compressão (a menor) que leva à perda de estabilidade da coluna: é a carga crítica,  $P_{cr}$ . Enquanto  $P_{cr}$  não for alcançada a coluna permanecerá reta e estável: se um pequeno deslocamento lateral for aplicado, não haverá flambagem e a coluna voltará à forma original quando o deslocamento (lateral) for retirado. A carga crítica é a menor carga axial que torna a coluna instável: o deslocamento lateral leva ao colapso ou a uma nova configuração de equilíbrio (se a estrutura não colapsar, ou seja, se houver um novo equilíbrio após a flambagem, a configuração inicial será restabelecida após a retirada da força axial). A carga crítica é dada por

$$P_{cr} = n\pi^2 EI/L^2,$$

onde  $n$  é o parâmetro que depende da vinculação nas extremidades da coluna. Se uma extremidade estiver engastada e a outra, livre,  $n = 1/4$  e  $P_{cr} = \pi^2 EI/4L^2$ .

As restrições que garantem a validade da fórmula acima são:

- a coluna deve ser perfeitamente reta e deve ter segundo momento de área  $I = \text{cte}$ ;
- o peso da coluna deve ser insignificante diante da carga crítica;
- a carga axial deve passar pelo centróide da seção transversal;
- a tensão não deve exceder o limite de proporcionalidade (o material deve permanecer elástico).

Percebe-se que são restrições aceitáveis para estruturas convencionais de engenharia, mas relativamente fortes para estruturas com qualquer tipo de variação ao longo do comprimento. Estruturas biológicas, que em geral apresentam variação de diâmetro, espessura (quando tubulares) e propriedades mecânicas ao longo do comprimento, serão modeladas de forma definitivamente simplista pela aplicação daquela equação.

A tensão crítica é dada por

$$\sigma_{cr} = P_{cr}/A,$$

que para uma coluna de seção circular sólida com uma extremidade engastada e a outra livre ( $n = 1/4$ ) resulta em

$$\sigma_{cr} = (\pi^2/16)E / (L/r)^2,$$

e para uma coluna genérica (usando  $I/A = \rho^2$  onde  $\rho$  é o raio de giração) resulta em

$$\sigma_{cr} = (\pi^2/4)E / (L/\rho)^2.$$



As equações acima fornecem, para um dado material (fazendo  $\sigma_{cr}$  = tensão de escoamento), o mínimo índice de esbeltez  $(L/\rho)_{min}$  que valida a aplicação da fórmula: para colunas com esbeltez menor que  $(L/\rho)_{min}$  ocorre escoamento do material antes que a tensão crítica de flambagem seja atingida.

Para cascas cilíndricas ( $r \gg t$ ) submetidas a carga axial, a tensão crítica é dada pela equação

$$\sigma_{cr} = (1/c)Et/r \quad (1)$$

onde  $c = \sqrt{3(1-\nu^2)}$  e portanto  $\sigma_{cr} \approx 0.6 Et/r$  para  $\nu = 0.3$ . Esse resultado vale para diferentes modos de flambagem (do tipo “ring”, “chessboard” ou “diamond”) (ALLEN, 1980).

Levando os valores do módulo e tensão de escoamento de um aço de alto desempenho (Reynolds 853:  $E = 204 \text{ GPa}$ ,  $\sigma_{0.2\%} = 1055 \text{ MPa}$ ), em  $E$  e  $\sigma_{cr}$  na equação acima, conclui-se que para este metal a equação é válida quando  $(r/t) > 116$ . Para o alumínio 6061 T6 com  $\sigma_y = 240 \text{ MPa}$ ,  $(r/t)_{min} = 175$ . Cascas com razão  $r/t$  dessa magnitude, quando são utilizadas em engenharia, são reforçadas por “cavernas” (bulkheads) e/ou reforçadores (stiffeners). É interessante observar que a equação independe do comprimento do cilindro, indicando que não deve ser aplicada para altos valores de  $L/r$  (condição em que poderia ocorrer flambagem de Euler). A equação aplica-se a cascas cilíndricas que não sejam suficientemente esbeltas a ponto de sofrerem flambagem global.

Pode-se então identificar três faixas de comprimento em que as cascas sofrerão flambagem segundo modos distintos. Se a casca for curta a ponto de satisfazer  $L^2 < \pi^2 rt/(2c)$  onde  $c = \sqrt{3(1-\nu^2)}$ , as deformações radiais (axissimétricas) ao longo do comprimento levam cada geratriz a assumir a configuração de meio comprimento de onda e a tensão crítica é dada por

$$\sigma_{cr} = (\pi^2/4c^2)E(t/L)^2,$$

que é a tensão crítica de um elemento de faixa (elemental strip) (TIMOSHENKO e GERE, 1961); deve-se reparar que, nesse caso, a tensão independe do raio.

Cascas cilíndricas de comprimento “intermediário” apresentam tensão crítica dada pela equação (1), que independe de  $L$ ; e cascas “longas” apresentam tensão

crítica dada por  $\sigma_{cr} = n\pi^2 E r^2 / 2L^2$ , que é a tensão de flambagem de Euler para uma coluna de parede fina ( $I/A = \pi r^3 t / 2\pi r t = r^2/2$ ); agora a tensão independe de  $t$ .

Timoshenko e Gere, contudo, não especificam qual condição (envolvendo  $L$ ,  $r$ ,  $t$ ) deve ser cumprida para a distinção entre cascas de comprimento intermediário e cascas longas. Pode-se argumentar que, na transição de casca para coluna, vale a equação:

$$0.6Et/r = n\pi^2 E r^2 / 2L^2,$$

que fornece  $(L_{cr})^2 = (n\pi^2/1.2)r^3/t$  como sendo o comprimento a partir do qual a estrutura passa a flambar como coluna (Euler).

Os mesmos autores sugerem o uso de  $\sqrt{EE_t}$  ( $E_t$  é o módulo tangente) no lugar de  $E$  quando a flambagem ocorrer sob tensão superior à tensão de escoamento (devido ao fenômeno de encruamento, “strain hardening”).

Allen (1980) adverte que o valor da tensão crítica dado pela equação (1) superestima os valores experimentalmente obtidos; e observa que os efeitos de borda nas extremidades podem introduzir carga de flexão e alterar substancialmente o resultado obtido para carregamento axial.

Mais comum, tanto na natureza quanto na engenharia aeronáutica, é o caso de falha de estruturas de paredes finas sob carregamento de flexão. Esse caso é exemplificado pela flexão de um canudo de refrigerante; se o raio de curvatura for progressivamente diminuído, pode-se verificar que a seção reta na região central do canudo sofre ovalização, e o momento de inércia da seção (que contribui para a rigidez à flexão  $EI$ ) é reduzido até um ponto em que a estrutura não resiste ao momento aplicado e colapsa: forma-se um vinco na seção crítica. Esse fenômeno foi primeiramente abordado por BRAZIER (1927), que percebeu que o momento fletor deixa de ser uma função linear da curvatura do tubo e passa a ser uma função com derivada decrescente e que, portanto, passa por um máximo. Brazier investigou tubos longos: a vinculação nas extremidades não tinham efeito sobre a seção crítica (a de maior ovalização) na região intermediária do tubo. Esse tipo de flambagem, devido à significativa ovalização da seção, é um caso típico de não linearidade geométrica (pode ou não haver não linearidade do material, ou seja, deformações plásticas, dependendo da razão  $r/t$ ).

Se a ovalização for evitada - por reforçadores circunferenciais ou por uma base elástica proporcionada por um “core” - a estrutura (sob flexão) sofrerá flambagem quando a tensão de compressão máxima (na seção crítica) atingir o valor da tensão de flambagem obtida anteriormente para cascas cilíndricas submetidas a compressão pura. Essa tensão, como já foi visto, é  $\sigma_{cr} = (1/c)Et/r$  com  $c = \sqrt{3(1-\nu^2)}$  e o momento fletor teórico (supondo que não ocorra ovalização da seção), obtido a partir  $\sigma_{max} = My_{max}/I$ , é

$$M_{cr} = (\pi/c)Ert^2;$$

na prática (considerando-se a ovalização), o momento fletor máximo é menor; esse momento, normalizado por  $M_{cr}$ , tem valor máximo dado por

$$m_{max} = M_{max}/M_{cr} = 0.544,$$

indicando que a ovalização leva o tubo a suportar um momento fletor cujo valor máximo é cerca de 50% do valor máximo teórico. A tensão máxima é obtida trocando-se, na equação (1), o raio do tubo não deformado,  $r$ , pelo maior raio da seção crítica (máxima ovalização) do tubo no momento da flambagem,  $\rho$  (dito de outra forma,  $\rho$  é o raio correspondente ao ponto de máxima tensão de compressão); tem-se então

$$\sigma_{cr} = (1/c)Et/\rho. \quad (2)$$

Os resultados apresentados acima são demonstrados por CALLADINE (1983), que conclui mostrando que o máximo momento de Brazier ( $m = 0.544$ ) na verdade não é atingido porque, antes disso, as condições para flambagem local são satisfeitas. De fato, a tensão de compressão crítica, dada pela equação (2), tem seu valor reduzido à medida que a ovalização (e portanto o raio local,  $\rho$ ) aumenta; a flambagem local ocorre para um valor de momento fletor um pouco menor que o obtido por Brazier.

A bibliografia pesquisada trata a flambagem de Brazier pressupondo que o material seja isotrópico e solicitado no regime elástico. Embora essas hipóteses sejam satisfeitas por estruturas metálicas, certamente não o são para as estruturas de materiais compósitos (incluindo as estruturas biológicas).

Ainda assim, o equacionamento apresentado revela um fato interessante envolvendo a razão  $r/t$ , que será nessa discussão referida por  $\Phi$ , e os dois modos de

falha: escoamento ou flambagem local. Os momentos fletores que provocam as tensões críticas  $\sigma_y$  (escoamento) e  $\sigma_{cr} = (1/c)Et/r$  (flambagem) são

$$M_y = \sigma_y \pi r^2 t \quad (\text{escoamento}),$$

$$M_{cr} = (\pi/c)Et r^2 \quad (\text{flambagem}).$$

Usando  $\Phi = r/t$  e  $A = 2\pi r t$ , obtém-se  $r^2 = A\Phi/2\pi$  e  $t^2 = A/2\pi\Phi$ ; logo,

$$M_y = (1/2\sqrt{2\pi})\sigma_y A^{3/2} \Phi^{1/2} \quad (\text{ou seja: } M_y \propto A^{3/2} \Phi^{1/2}),$$

$$M_{cr} = (1/2\sqrt{2\pi})(E/c)A^{3/2} \Phi^{-1/2} \quad (\text{ou seja: } M_{cr} \propto A^{3/2} \Phi^{-1/2}).$$

Segue-se que para um determinado momento fletor aplicado a um tubo de parede fina, a área de seção necessária para evitar escoamento é proporcional a  $\Phi^{-1/3}$ , enquanto que a área necessária para evitar flambagem é proporcional a  $\Phi^{1/3}$ . Visto que o segundo momento de área do tubo de parede fina é  $I = \pi r^3 t = A^2 \Phi / 4\pi$ , a variação de  $I$  pode ser:

- proporcional a  $(\Phi^{-1/3})^2 \Phi$  e portanto  $I \propto \Phi^{1/3}$  na condição de escoamento;
- proporcional a  $(\Phi^{1/3})^2 \Phi$  e portanto  $I \propto \Phi^{5/3}$  na condição de flambagem.

Portanto, partindo de um tubo de parede espessa – cuja falha será por escoamento – o aumento de  $\Phi$  é duplamente favorável: a área de seção diminui (e portanto o tubo fica mais leve) e o segundo momento de área aumenta (e portanto o tubo fica mais rígido). Uma vez que  $\Phi$  seja alto o suficiente para que a falha se dê por flambagem, qualquer incremento adicional de  $\Phi$  será desfavorável porque provocará aumento da área de seção e, portanto, do peso do tubo.

### 3.2 – Estruturas biológicas: dimensões e efeitos de escala

ALEXANDER (1968) usa o parâmetro  $k = r_i/R_o$ , onde  $r_i$  e  $R_o$  são os raios interno e externo da seção circular de um osso (tubular), para expressar a área da seção em função do momento fletor  $M_f$  e da tensão de falha do osso,  $\sigma_y$ . A área é dada por

$$A_{\text{osso}} = [\pi(1 - k^2)/(1 + k^2)^2]^{1/3} (4M_f/\sigma_y)^{2/3},$$

enquanto que a área do osso de seção sólida é dada por

$$A_{\text{sólido}} = \pi^{1/3} (4M_f/\sigma_y)^{2/3};$$



segue-se que um osso com  $k = 0.5$  (como o fêmur humano) tem área de seção equivalente a 78% da área de seção do osso sólido (ambos submetidos ao mesmo momento fletor e ambos na iminência de falhar por escoamento). Se  $r/R = k = 0.9$ , a área de seção do osso oco equivale a 39% da área de seção sólida. A proporção das massas segue a proporção das áreas de seção, e portanto os ossos ocos são mais leves. E são também mais rígidos. Partindo da equação

$$M = \sigma_y(I/R),$$

chega-se em

$$R_{\text{sólido}} = (4M/\pi\sigma_y)^{1/3};$$

$$R_{\text{oco}} = [4M/\pi\sigma_y(1 - k^4)]^{1/3},$$

com os quais podem ser calculados os ganhos de 2% ( $k = 0.5$ ) e de 43% ( $k = 0.9$ ) em rigidez (segundo momento de área).

CURREY e ALEXANDER (1985) estudam os valores do parâmetro  $R_o/t$  que minimizam a massa dos ossos longos para diferentes critérios. Se o osso tiver tensão de ruptura prescrita, o valor ótimo é  $R_o/t = 2.2$ ; se tiver tensão de escoamento prescrita,  $R_o/t = 3.0$ ; e se tiver rigidez prescrita,  $R_o/t = 4.0$  (osso cujo interior é preenchido com osso esponjoso). O ótimo teórico para um osso cujo interior tem ar, como alguns ossos de pássaros, é  $R_o/t = 14$  com resistência prescrita. No mesmo trabalho, aqueles autores examinam os ossos de 56 espécies, concluindo que o valor médio de  $R_o/t$  para mamíferos terrestres é 2.0, enquanto que ossos de pássaros exibem  $R_o/t = 3.5$  (preenchidos com osso esponjoso) e  $R_o/t = 7.1$  (preenchidos com ar); fósseis de répteis voadores extintos (pteranodon) revelam ossos de parede notavelmente fina,  $R_o/t = 20$  (úmero e ulna) e  $R_o/t = 10$  (radio).

Uma vez que o fator de segurança (definido como a tensão de ruptura do osso dividida pela máxima tensão percebida em uso) dos ossos dos pássaros gira em torno de 6.6 (valor máximo: 10.8) (KIRKPATRICK, 1994), portanto bem superior ao dos ossos dos mamíferos (1.0 ~ 5.0), (ALEXANDER, 1981), é compreensível que o valor teórico para os pássaros,  $R_o/t = 14$ , não seja atingido.

A tabela a seguir lista valores de  $R_o/t$  para 3 ossos longos de pássaros de 1 kg e os valores correspondentes para mamíferos também de 1kg.

**TABELA 3.1 - Parâmetro  $R_o/t$  de ossos de mamíferos e pássaros de 1kg**

|       | Mamífero (1kg) | pássaro (1kg) |
|-------|----------------|---------------|
| Fêmur | 2.98           | 5.04          |
| Tíbia | 2.15           | 3.46          |
| Úmero | 2.40           | 4.45          |

Fonte: CURREY e ALEXANDER (1985)

Os pássaros portanto possuem ossos de seção mais esbelta que os mamíferos, indicando que sua evolução se deu sob pressões seletivas (no sentido de minimizar peso) maiores.

Como já foi discutido anteriormente, o aumento de  $R_o/t = \Phi$  deve ser analisado considerando-se dois distintos modos de falha: escoamento ou flambagem local. Para ossos de baixo  $R_o/t$  (cuja falha ocorrerá por escoamento), a área de seção é proporcional a  $\Phi^{-1/3}$ , e visto que  $I = (A^2/4\pi)\Phi$ , fica clara a vantagem em aumentar  $\Phi$ : o osso fica mais leve e mais rígido. Em contrapartida, para ossos de alto  $R_o/t$  (cuja falha ocorrerá por flambagem local), a área de seção é proporcional a  $\Phi^{1/3}$ , e portanto o aumento de  $\Phi$  implicará num tubo mais rígido, porém mais pesado. A evolução presumivelmente partiu de ossos maciços (animais aquáticos) e promoveu o aumento de  $\Phi$ , ocasionalmente “exagerando” na otimização e produzindo ossos com fatores de segurança insuficientes. Fica-se a especular sobre os fatores de segurança dos répteis voadores.

Neste ponto surge a questão a respeito dos efeitos de escala, ou seja, qual o comportamento de  $R_o/t$  à medida que a estrutura tem suas dimensões aumentadas. Para os três ossos listados na tabela anterior, os valores de  $R_o/t$  para um mamífero de 20kg são, respectivamente, 2.64, 2.02 e 2.32, indicando que à medida que a massa do animal aumenta, seus ossos tornam-se mais robustos. Mas não é sempre assim.

O estudo das conseqüências estruturais (ou funcionais) decorrentes da variação de tamanho (escala) em organismos é um ramo da biologia (e da engenharia) que será a partir daqui referido por escalagem (scaling) e que tem por objetivo estabelecer equações da forma

$$Y = ax^b ,$$

onde  $x$ , em geral, é a massa do organismo.

Suponha, por exemplo, que  $y$  seja o parâmetro  $R_o/t$  do osso e  $x$ , a massa total  $M$  do organismo (kg); segundo CURREY e ALEXANDER (1985),  $R_o/t$  para mamíferos terrestres e pássaros segue a equação  $R_o/t = aM^b$ , onde o expoente é dado na tabela abaixo.

**TABELA 3.2- Expoente de escalagem de  $R_o/t$  com a massa de pássaros e mamíferos**

|       | Mamífero | Pássaro |
|-------|----------|---------|
| Fêmur | - 0.56   | - 0.050 |
| Tíbia | - 0.32   | - 0.22  |
| Úmero | - 0.13   | 0.05    |

Fonte: CURREY e ALEXANDER (1985)

É oportuno ressaltar que o esqueleto de um pássaro é mais pesado que o de um mamífero terrestre de mesmo peso, o que não surpreende quando se considera que o fator de segurança do pássaro é maior. A comparação da massa óssea dos pássaros com a dos mamíferos é feita por SCHMIDT-NIELSEN(1984):

$$\text{pássaros: } m_{\text{oss}} = 0.0649 M^{1.068}$$

$$\text{mamíferos: } m_{\text{oss}} = 0.0608 M^{1.083}$$

e mostra que o esqueleto de um pássaro de massa 1kg tem 65g, enquanto que o esqueleto de um mamífero de 1kg tem 61g. Pode-se inferir que, na natureza, otimização não é feita às custas de segurança.

Os peixes, em contrapartida, evoluíram sob gravidade atenuada (pelo empuxo hidrostático) e sem cargas de impacto. A massa do esqueleto de peixes (de massa total variando entre 3 e 1200g) é dada por  $m_{\text{oss}} = 0.033 M^{1.03}$ , e portanto o peixe de 1000g tem esqueleto de 41g.

Os três modelos de similaridade são (Mc MAHON, 1975):

1- similaridade geométrica, segundo a qual diâmetro e comprimento são escalados proporcionalmente:  $d_2/d_1 = L_2/L_1$

2- similaridade de tensão, segundo a qual uma determinada tensão (tensão média, por exemplo) é mantida constante, independentemente do tamanho da estrutura; isto requer que  $d_2/d_1 = (L_2/L_1)^2$ ;

3- similaridade elástica, que assume que determinada deflexão relativa permaneça constante ( $\delta_2/L_2 = \delta_1/L_1$ ); isto requer que  $(d_2/d_1) = (L_2/L_1)^{3/2}$ .

Como a massa da estrutura é proporcional a ( $d^2L$ ), pode-se obter os expoentes  $\alpha$  de escalagem ( $L \propto m^\alpha$ ;  $d \propto m^\alpha$ ) para os três modelos de similaridade, conforme a tabela abaixo (NIKLAS, 1993).

**TABELA 3.3 - Expoentes de escalagem  $\alpha$  relacionando diâmetro  $d$ , comprimento  $L$  e massa  $m$  de uma estrutura biológica segundo os 3 modelos de similaridade**

|                      | Similaridade de Tensão | Similaridade Elástica | Similaridade Geométrica |
|----------------------|------------------------|-----------------------|-------------------------|
| $L \propto d^\alpha$ | 0.500                  | 0.667                 | 1.00                    |
| $L \propto m^\alpha$ | 0.200                  | 0.250                 | 0.333                   |
| $d \propto m^\alpha$ | 0.400                  | 0.375                 | 0.333                   |

Fonte: NIKLAS (1993)

ALEXANDER et al. (1979) examinaram os ossos longos (fêmur, tíbia, úmero e rádio) de 36 espécies de mamíferos com massa total variando entre 3g e 2500kg com o objetivo de se obter as leis de escalagem dos diâmetros,  $d = aM^b$  e comprimentos,  $L = cM^d$ . A tabela 3.4 mostra os resultados obtidos.

**TABELA 3.4 - Expoentes de escalagem do diâmetro e comprimento dos ossos longos de alguns mamíferos**

|                    | Comprimento | Diâmetro |
|--------------------|-------------|----------|
| insetívoros        | 0.38        | 0.39     |
| roedores           | 0.33        | 0.40     |
| primatas           | 0.34        | 0.39     |
| todos os mamíferos | 0.35        | 0.36     |

Fonte: ALEX et al. (1979)

Vê-se que os diâmetros seguem com boa aproximação tanto a similaridade elástica (0.375) quanto a de tensão (0.40), mas não a geométrica (0.333); já os comprimentos seguem razoavelmente bem a similaridade geométrica (0.333).

É interessante notar que a massa do osso é proporcional a  $d^2L$  e que, nos três modelos de similaridade,  $d^2L$  é proporcional a  $M^{1.00}$ ; no entanto, a massa óssea dos mamíferos é  $m_{\text{oss}} = 0.061 M^{1.083}$  (SCHMIDT-NIELSEN, 1984). Coincidência ou não, se  $d \propto m^{0.375}$  (similaridade elástica) e  $L \propto m^{0.333}$  (similaridade geométrica), então  $d^2L \propto m^{1.083}$ .

Outro exemplo interessante do ponto de vista estrutural é o dos ovos. Deseja-se saber como a máxima força  $F$  que um ovo (na vertical) sustenta é escalada. A teoria de cascas sugere que  $F \propto \sigma t^3/L$ , onde  $\sigma$  é a máxima tensão suportada pelo material,  $t$  é a espessura da casca e  $L$  é o comprimento do ovo. Uma equação apropriada seria dada por  $F = k_1 \sigma t^3/L$  e, supondo que  $M \propto L^3$  e que a tensão máxima  $\sigma$  independe de escala, obtém-se  $F = k_2 t^3 M^{-1/3}$ ; supondo agora que a máxima força  $F$  seja proporcional ao peso do ovo:  $F = k_3 M$  (PRITCHARD, 1993), obtém-se

$$k_3 M = k_2 t^3 M^{-1/3},$$

e portanto:

$$t = KM^{4/9},$$

que está de acordo com a equação empírica obtida por AR et al. (1979) (para ovos de 3434 espécies), dada por

$$t = KM^{0.448}.$$

Empiricamente obteve-se ainda que

$$F \propto M^\alpha$$

em que o expoente  $\alpha$ , com desvio padrão, é  $\alpha = 0,915 \pm 0.22$ , e portanto a hipótese segundo a qual  $F = KM$  é cabível.

Deve-se notar que o bom acordo do expoente teórico  $4/9$  com o experimental (0.448) valida também a hipótese  $M \propto L^3$ , e com isso conclui-se que  $t \propto L^{4/3}$ . Segue-se que ovos maiores serão mais robustos, a exemplo do que ocorre nos ossos longos dos mamíferos terrestres.

Essa discussão sobre os efeitos de escala não pode passar sem menção à tentativa de voar imitando os pássaros, um capítulo interessante na história da aviação. Hoje sabe-se que a força de sustentação aerodinâmica gerada por insetos, pássaros e morcegos (cobrindo 5 ordens de grandeza, desde 18mg até 920g) é uma função praticamente constante da massa muscular especificamente dedicada ao vôo; a sustentação varia entre 54 e 86N por quilograma de massa muscular (peitoral)

(MARDEN, 1994). Prevalendo essa lei de formação, um homem de massa total 86kg (incluindo as hipotéticas asas) deveria ter no mínimo 10kg de musculatura peitoral. Essa informação talvez tivesse poupado algum trabalho aos pioneiros da aviação. (Foi usado o valor máximo de 86N/kg e portanto os 10kg de massa muscular de vôo resultam de uma estimativa otimista; nos pássaros, a massa muscular de vôo é dada por  $0.171 M^{1.0}$  (SCHMIDT-NIELSEN, 1984) e portanto o “homem pássaro” de 86kg deveria ter cerca de 14.7kg de musculatura peitoral, um fato de ocorrência pouco provável).

O estudo dos efeitos de escala procura obter leis de escalagem que, uma vez validadas (estatisticamente falando), podem ser usadas pelo engenheiro em “engenharia reversa”. Indicadores de performance tais como fatores de segurança e o custo energético da locomoção dos animais podem, eventualmente, ser usados como “benchmarks”.

Na engenharia, a escalagem recebe o nome de teoria da similitude e é bem conhecida em aerodinâmica. Em projeto estrutural, o ensaio de modelos em escala também requer que os efeitos associados à escala sejam identificados para que se possa fazer a correlação entre o modelo e a estrutura real. Esses efeitos são particularmente importantes em compósitos, uma vez que determinados parâmetros (diâmetro das fibras e espessura das interfaces: fibra/matriz e interlaminar) não são escalados. O modelo em escala 1:2 de um elemento estrutural deve ter metade das dimensões; se o número de camadas for a metade (resultando em metade da espessura), a resposta do modelo ensaiado não será confiável porque a progressão de danos, modo de falha e cargas de ruptura são influenciados pelo número de camadas; se o número de camadas for mantido (cada camada com metade da espessura), surge a influência da espessura das camadas.

KELLAS e MORTON (1992) reportam diferenças de até 85% entre a resistência de um corpo de prova (escala 1:4) e a estrutura 1:1. MORTON (1988) reporta que os corpos de prova menores terão resistência à tração superior à de corpos de prova maiores; seus resultados sugerem que modelos em escala (reduzida) serão, via de regra, mais robustos que a estrutura 1:1.

HAMADA e RAMAKRISHNA (1995) estudam os efeitos da variação de  $t$ ,  $D$  e  $t/D$  na capacidade de absorver energia de elementos tubulares. A pergunta que

motivou a investigação, “se as dimensões do tubo forem multiplicadas por 2, será que a energia absorvida será multiplicada por 8, a fim de que a energia absorvida por unidade de peso do tubo se mantenha constante?” mostra que o objetivo foi estabelecer uma relação entre a energia absorvida (por unidade de peso) e as dimensões do tubo – ou seja, a obtenção de leis de escalagem.

### 3.3- Algumas estratégias estruturais

#### 3.3.1- Elytras

As “elytras” são estruturas sanduíche que protegem as asas de besouros. O “core” da estrutura é do tipo colméia, e as faces são compósitos (fibras de quitina reforçando matriz de queratina) que apresentam conceitos interessantes, dois dos quais são:

- fibras de seção não-circular: a elytra apresenta fibras de seção variável através da espessura, e quando a seção assume outra geometria que não a circular, o eixo maior está orientado perpendicularmente à estrutura. Análise de tensões via elementos finitos foi usada para investigar a rigidez de uma camada e a concentração de tensões na interface fibra/matriz; a fibra tem seção elíptica com semi-eixos  $a$  (perpendicular ao plano da camada) e  $b$ . A razão  $a/b$  foi o parâmetro estudado e os resultados mostram que  $a/b > 1$  (semi-eixo maior perpendicular à camada) proporciona maior rigidez e menor concentração de tensões na interface.

- laminação (“layup”) duplo helicóide: o “layup” das camadas consiste (no que diz respeito à orientação das fibras) de duas direções ortogonais que são rotacionadas de um ângulo (aproximadamente constante) através da espessura. Supondo esse ângulo igual a  $22.5^\circ$ , as camadas pares (2 até 18) teriam orientação:  $90^\circ, 67.5^\circ, \dots, -90^\circ$  e as ímpares (1 até 17) teriam orientação:  $0, -22.5^\circ, -45^\circ, \dots, -180^\circ$ . A representação desse laminado seria (ângulos em graus):

$$[0/90/-22.5/67.5/-45/45/-67.5/22.5/-90/0/67.5/-22.5/45/-45/22.5/-67.5/0/-90]$$

A análise teórica (elementos finitos) indica que esse “layup” apresenta tensões residuais um pouco maiores que o “layup” quasi-isotrópico

$$[0^\circ/45^\circ/-45^\circ/90^\circ/0^\circ/45^\circ/-45^\circ/90^\circ]_s.$$

Ensaio comparativos mostram que o “layup” duplo helicóide tem módulos de Young (em direções ortogonais) de 52.0 e 53.7 GPa; para o “layup” quasi-

isotrópico, esses valores são 33.3 e 59.9 GPa, indicando anisotropia de fator próximo a 2. Em ensaio de impacto (baixa velocidade), o “layup” helicoidal novamente mostrou-se superior ao quasi-isotrópico; embora não seja simétrico (e possivelmente apresente empenamento se curado a quente) este “layup” tem potencial para aplicações de engenharia em que se deseje quasi-isotropia na laminação; GUNDERSON e SCHIAVONE (1992) observam que o número de ensaios realizados não garante resultados estatisticamente conclusivos quanto à superioridade do “layup” duplo helicóide em tolerância a danos (“crashworthiness”).

As elytras dos besouros apresentam também gradiente de “cross-linking” na matriz; e furos moldados “in situ”, cujas vantagens (manter a continuidade das fibras, aumentar a fração de fibra/resina ao redor do furo e, de modo geral, obter estruturas com melhor desempenho) já foram identificadas há bastante tempo.

### 3.3.2 Estruturas sanduíche

Micrografias da seção transversal de determinadas folhas revelam uma estrutura do tipo sanduíche, onde se pode distinguir 2 faces (reforçadas) e o “core” que as separa. O core, formado por células de baixa densidade, tem a função de afastar as faces, aumentando o momento de área da seção e com isso a rigidez da viga. A folha pode ser modelada como viga engastada que, submetida a carga concentrada no extremo livre, sofrerá deflexão dada por

$$\delta = PL^3/3(EI)_{eq} + PL/AG_c = PL^3/3(EI)_{eq} + PL/bcG_c$$

onde L e b são comprimento e largura da viga, c é a altura do “core”,  $G_c$  é o módulo de cisalhamento do “core” e  $(EI)_{eq}$  é a rigidez equivalente da viga, dada por (ALLEN, 1969)

$$D = \frac{E_f bt^3}{6} + \frac{E_f bc(c+t)^2}{2} + \frac{E_c bc^3}{12}$$

onde  $E_f$ ,  $E_c$  são os módulos de Young da face e do core e t é a espessura das faces. GIBSON et al. (1988) fazem o modelamento de uma espécie de folha (“iris leaf”) e obtêm resultados suficientemente bons na comparação de  $P/\delta$  teórico com os valores experimentais.

Análise semelhante pode ser aplicada a tubos com construção sanduíche. A rigidez equivalente do tubo será dada por



$$EI = \frac{\pi}{4} \left[ E_f (R_o^4 - r_i^4) + E_c r_i^4 \right]$$

onde  $R_o$  é o raio externo e  $r_i$  o raio da interface entre o core e a face. NIKLAS (1991) aplica a análise acima em caules do tipo casca/core e compara os valores teóricos de  $P/\delta$  com os valores experimentais. Os resultados validam o modelo e indicam que os parâmetros  $r_i / R_o$  (a razão dos raios) e  $E_c/E_f$  (a razão dos módulos) são importantes para se conseguir a rigidez sem flambagem local (Brazier buckling).

KARAM e GIBSON (1995) analisam tubos de parede fina com “core” elástico e comparam o momento fletor máximo suportado por este tubo com aquele correspondente a um tubo sem core de mesma massa (e mesmo raio). Os resultados mostram que a presença do “core” resulta em tubos até 4 vezes mais resistentes à flambagem local, e que o core do tipo colméia (honeycomb) é superior ao core do tipo espuma.

É prática comum, na engenharia, o uso de reforçadores longitudinais (stringers) ou circunferenciais (rings), que subdividem a casca cilíndrica em painéis. Contudo, se o carregamento for axial, esse tipo de reforço promove ganho marginal (tomando como referência a carga de flambagem do cilindro não reforçado de mesmo peso) (CALLADINE, 1983). A eficiência dos reforçadores é proporcional ao segundo momento de área dos mesmos, de modo que convém diminuir sua espessura (e/ou aumentar a altura), o que pode ser feito até que o reforço sofra flambagem junto com a casca. Para evitar que isto aconteça, pode-se pensar num reforçamento com “stringers” e “rings” suficientemente próximos, de modo a se estabilizarem mutuamente. Diminuindo a espessura e o espaçamento dos reforçadores, chega-se a um ponto em que, ao invés de reforços ortogonais, ter-se-á uma fundação elástica formada por células – ou seja, um “core” do tipo colméia que estabiliza a parede do tubo. Esse conceito é encontrado no porco espinho *Erinaceus Europaeus*. O “core” (do tipo colméia) presente nos espinhos desses animais atenua a ovalização da seção (quando o espinho é submetido a flexão) de tal forma que o momento fletor máximo é quatro vezes superior àquele do tubo equivalente (sem “core”, mesmo raio, mesma massa). Considerando que os espinhos representam cerca de 10% do peso total desses animais, não surpreende que sejam estruturas de alta eficiência.

Uma vez que o “core” do tipo colméia só é encontrado nos espinhos de duas espécies de animais e não é encontrado em vegetais, presume-se que seja um

material de elevado custo biológico. Vegetais com caules sujeitos a flambagem local fazem uso de septos nodais, descritos a seguir.

### 3.3.3 – Septos nodais

Septos nodais (diafragmas transversais encontrados, por exemplo, no bambu) funcionam como reforçadores circunferenciais (“ring stiffeners”) atenuando a ovalização da seção. NIKLAS (1989) remove os septos de uma espécie de bambu e verifica a perda de até 32% em rigidez; o autor observa que os septos correspondem a 2% do peso da estrutura. AMADA et al. (1996) ressaltam a importância dos nós e septos do bambu tanto para a estabilidade quanto para o aprisionamento de trincas (“crack arresters”). LI et al. (1994) comparam os momentos críticos em função de  $r/t$  (os tubos têm área constante,  $r$  e  $t$  variáveis), variando os parâmetros  $L$  = distância entre os nós e  $E_1/E_2$  = razão entre módulos de Young nas direções longitudinal e transversal (que define a anisotropia do material). Os resultados mostram que o espaçamento entre os septos é um parâmetro de grande importância, podendo implicar num aumento do momento fletor crítico por um fator superior a 10 (tubos de mesmo raio e espessura). O parâmetro de anisotropia  $E_1/E_2$  tem influência direta na ovalização da seção; se o tubo for construído de modo que  $E_2$  (transversal) seja maior que  $E_1$  (longitudinal), pode-se conseguir momento crítico superior àquele suportado por um tubo de material isotrópico ( $r$ ,  $t$  constantes). É oportuno lembrar que estão em jogo dois distintos modos de falha, a saber:

- a flambagem local, que decorre da ovalização da seção (não linearidade geométrica) e subsequente perda de estabilidade do elemento estrutural. Essa flambagem ocorre em elementos estruturais de alta razão  $r/t$  ;
- escoamento (não linearidade) do material, ocorre em elementos estruturais com baixos valores de  $r/t$ .

O úmero nas asas dos pássaros, é um tubo (cheio de ar) de parede fina reforçado por septos. KIRKPATRICK (1994) fez uma estimativa da distribuição de sustentação nas asas de pássaros em voo planado (“gliding”) e voo pairado (“hovering”), e concluiu, após ensaiar alguns exemplares daquele osso, que o fator de carga chega a 10.8 e 3.3 (valores máximos em flexão) para as duas modalidades de voo (valores médios: 6.6 e 2.2); nenhum dos mamíferos terrestres apresenta fator de

segurança tão alto (considere-se ainda que o úmero dos pássaros apresenta alto  $r/t$ , como já visto neste capítulo).

Septos também são encontrados nas “longarinas” das penas primárias de alguns pássaros; nesse caso o septo é longitudinal (ao invés de transversal). Orientado perpendicularmente ao plano da pena, o septo contribui para a rigidez da pena de forma tal que, após sua remoção, a pena perde 16% em rigidez (PURSLOW and VINCENT, 1978). As penas possuem septo ou “core” do tipo espuma (queratina esponjosa) no interior da longarina (um tubo de queratina compacta); em ambos os casos o objetivo é impedir a falha da estrutura, que será invariavelmente por flambagem local na face que percebe compressão (CRENSHAW, 1980).

### 3.3.4 Reforços helicoidais

Diversos animais de formato cilíndrico apresentam reforços helicoidais. Um modelo simplificado de cilindro em que a fibra percorre (helicoidalmente) o cilindro em exatamente uma volta ( $360^\circ$ ) mostra que o volume subentendido pode ser expresso por  $V = (d^2/4\pi) \text{sen}^2\alpha \text{cos}\alpha$ , onde  $d$  é o comprimento da helicóide. Mantendo  $d$  constante, pode-se variar o comprimento e o diâmetro do cilindro variando-se o ângulo da helicóide com o eixo do cilindro. Mostra-se que o volume será máximo para  $\alpha = \text{arc tg } \sqrt{2}$ .

Se esse cilindro for internamente pressurizado, a tensão normal (na direção longitudinal) numa seção transversal será  $\sigma_L = pR/2t$ , e a tensão normal (na direção circunferencial) numa seção meridiana do cilindro será  $\sigma_C = pR/t$ , (onde  $t$  é a espessura da parede) e portanto  $\sigma_C/\sigma_L = 2$ . Expressando agora  $\sigma_L$  e  $\sigma_C$  em termos de  $\sigma_0$  (a tensão ao longo da fibra, cujo ângulo com o eixo do cilindro é  $\alpha$ ), obtém-se:

$$\sigma_L = \sigma_0 \cos^2\alpha, \quad \sigma_C = \sigma_0 \text{sen}^2\alpha;$$

segue-se que  $\sigma_C/\sigma_L = \text{tg}^2\alpha = 2$ , e portanto (novamente)  $\alpha = \text{arc tg } \sqrt{2}$  ( $54^\circ 44'$ ). ALEXANDER (1986) investiga animais de geometria cilíndrica reforçados helicoidalmente e conclui que para  $\alpha = 60^\circ$  as fibras não sofrem deformação quando o cilindro é flexionado; para  $\alpha > 60^\circ$ , as fibras sofrem deformação e dão origem a um momento restaurador.

### 3.3.5 Estado homogêneo de tensões

Elementos estruturais biológicos evoluíram sob pressões seletivas que favorecem o melhor desempenho com menor consumo de material. O axioma do estado homogêneo de tensões (MATTHECK e BURKHARDT, 1990) parte da premissa segundo a qual as tensões “percebidas” na superfície da estrutura são (numa média temporal) constantes; se não o fossem, haveria regiões superdimensionadas e outras subdimensionadas, e o crescimento biológico, por ser adaptativo, corrigiria essa “anomalia”. Esse crescimento adaptativo refere-se

- à deposição de material na região que percebeu o incremento de tensão (sem alteração nas propriedades do material);
- à modificação do material (densificação, por ex.), que tem suas propriedades mecânicas localmente melhoradas (sem alteração na geometria da estrutura);
- à combinação das duas possibilidades anteriores.

Um exemplo clássico de estrutura em cujo contorno o estado de tensões é homogêneo é a ramificação de galhos. Simulação por elementos finitos mostra que o contorno interno de uma ramificação corresponde a uma linha de tensão (von Mises) constante; o contorno, portanto, não percebe concentração de tensões e a estrutura pode ser considerada otimizada para carregamento cíclico (fadiga).

O axioma de tensão constante foi verificado também em garras de tigres e ursos. O contorno interno da garra é praticamente paralelo a uma linha de tensão constante. Os contornos (externo e interno) da garra são muito bem aproximados por espirais logarítmicas, dadas por  $r = ae^{\cot\theta\alpha}$ ; diferentes espirais resultam em pequenas variações do estado de tensões, mas a homogeneidade é superior àquela de uma garra cujos contornos são arcos de círculo. (MATTHECK e REUSS, 1991).

Os ossos em geral apresentam variação de propriedades ao longo do comprimento. BONSER (1995) investigou a variação de dureza (Vickers) ao longo do comprimento do úmero de pássaros e verificou que a região central desses ossos apresenta maior grau de calcificação (indicado pelos maiores valores de dureza) que as extremidades; as propriedades mecânicas, sendo proporcionais ao grau de calcificação, apresentam gradiente similar. Como os ossos longos apresentam variação de diâmetro e espessura (a região central é mais fina), o gradiente de

propriedades visa a compensar a variação de seção, mantendo constante a tensão ao longo do osso.

### 3.3.6 – Otimização interna e gradiente de funcionalidade

As palmeiras são árvores cujos troncos não crescem radialmente por divisão celular. Para satisfazer às exigências decorrentes do crescimento longitudinal, o tronco promove (internamente) um gradiente de densidade. Assim, tanto densidade quanto rigidez (módulo de Young) e resistência (módulo de ruptura) têm valores que crescem longitudinalmente (do topo para a base) e radialmente (do centro para a periferia) (RICH, 1987). MATTHECK (1995) investiga a importância dos raios (“wood rays”), das variações da morfologia das células quando a árvore é submetida a flexão (“reaction wood”) e da ocorrência de tensões tangenciais que atenuam o risco de clivagem longitudinal, concluindo que essas características promovem a otimização interna das árvores. Como resultado dessa otimização interna, as árvores exibem fator de segurança de aproximadamente 4.5 (MATTHECK et al, 1993).

O bambu é um bom exemplo de estrutura com gradiente - no caso, gradiente da fração de reforço, que varia de 10% (parede interna) até 60% (parede externa). As fibras exibem gradiente de diâmetro: tornam-se gradualmente mais finas e mais próximas entre si à medida que se aproximam da parede externa. Densidade e propriedades mecânicas, por conseguinte, crescem linearmente do centro para a periferia, seguindo com boa aproximação a regra das misturas (LI et al. 1994; AMADA et al. 1996).

### 3.3.7 Corrugados

Estruturas do tipo placa ou lâmina apresentam dobras a fim de evitar a planificação (“flattening”) que levaria à flambagem local. No caso de folhas a área exposta ao sol deve ser maximizada, e por isso muitas folhas apresentam uma “quilha” central (que percorre o comprimento da folha) permitindo que a lâmina se mantenha essencialmente plana (KING e VINCENT, 1996).

Nas asas de insetos, o corrugado não somente proporciona melhor rigidez estrutural como também corresponde (se “envelopado”) a um perfil aerodinâmico superior à placa plana (REES, 1975).

### 3.4 - Modelamento de estruturas biológicas

#### 3.4.1 - A estrutura celular

Índices de performance medem a eficiência mecânica de um elemento estrutural: quanto maior o índice, maior a rigidez do elemento estrutural para um determinado requisito (rigidez prescrita, por exemplo). Os índices de performance serão descritos no próximo capítulo; por hora, serão usados:

- o índice relativo à flexão de vigas com deflexão prescrita  $M_1 = E^{1/2}/\rho$ : o material com o maior valor de  $M_1$  fornece a viga de maior rigidez (m e L fixos);
- o índice relativo à flexão de placas com deflexão prescrita  $M_2 = E^{1/3}/\rho$ : o material com o maior valor de  $M_2$  fornece a placa de maior rigidez.

O modelamento das células de madeira segundo prismas de base hexagonal (descrito anteriormente) leva, para carregamento ao longo das células, à equação:

$$E/E_s = \rho/\rho_s \quad (2)$$

onde  $E$ ,  $\rho$  são módulo (ao longo das fibras) e densidade da madeira e  $E_s$ ,  $\rho_s$  são módulo e densidade do material sólido de que são feitas as paredes das células. Como visto,  $E_s$  e  $\rho_s$  são praticamente constantes:  $E_s = 35\text{GPa}$ ,  $\rho_s = 1.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

A equação (2) pode ser rescrita da forma

$$E^{1/2}/\rho = (E_s^{1/2}/\rho_s) (\rho_s/\rho)^{1/2}$$

e portanto o índice  $E^{1/2}/\rho$  para a madeira excede o mesmo índice correspondente ao material sólido por um fator  $(\rho_s/\rho)^{1/2}$ . Quanto menor a densidade da madeira, mais alto seu índice: para a balsa de  $100 \text{ kg/m}^3$ ,  $E^{1/2}/\rho = 3.87(E_s^{1/2}/\rho_s)$ . É importante ressaltar que as células estão alinhadas com o eixo longitudinal da viga.

A equação (2) pode ainda ser rescrita da forma

$$E^{1/3}/\rho = (E_s^{1/3}/\rho_s) (\rho_s/\rho)^{2/3};$$

essa equação, contudo, diz respeito ao módulo de Young axial (ao longo das células), e portanto superestima a rigidez da placa. Devido à anisotropia, a madeira apresenta módulo  $E_1$  (paralelo às células) dada pela equação  $E_1 = (\rho/\rho_s)E_s$ , mas  $E_2$  (transversalmente às células) dado por  $E_2 = 1.5(\rho/\rho_s)^3E_s$ . Segue-se que uma placa ortotrópica feita de camadas orientadas a  $0^\circ$  e  $90^\circ$  (à semelhança de madeiras

compensadas) terá módulo  $E_{eq} = 0.5(\rho/\rho_s)E_s + 0.75(\rho/\rho_s)^3E_s$  e seu índice de performance será dado por

$$E^{1/3}/\rho = [0.5(\rho_s/\rho)^2 + 0.75]^{1/3} (E_s^{1/3}/\rho_s) \quad (3)$$

Para a balsa de  $100\text{kg/m}^3$ ,  $E^{1/3}/\rho = 4.84E_s^{1/3}/\rho_s$ .

A tenacidade à fratura da viga celular é dada por

$$K_{Ic} = (\rho/\rho_s) K_{Ics}$$

Como o índice de performance que minimiza o peso de uma viga para uma determinada carga de fratura é  $K_{Ic}^{2/3}/\rho$ , a equação pode ser rescrita da forma:

$$K_{Ic}^{2/3}/\rho = (K_{Ics}^{2/3}/\rho_s)(\rho_s/\rho)^{1/3}$$

Esses resultados foram experimentalmente comprovados por HUANG e GIBSON (1995) mediante a construção de vigas “colmeia” (furos paralelos ao eixo da viga) e placas “colmeia” ortotrópicas (camadas de furos de 0 a 90°). Ensaio de flexão confirmam as previsões:

- para as vigas celulares, o módulo obedece à equação  $E = E_s(\rho/\rho_s)$ ; o índice de performance relativo à rigidez obedece à equação  $E^{1/2}/\rho = (E_s^{1/2}/\rho_s)(\rho_s/\rho)^{1/2}$  e o índice relativo à tenacidade obedece à equação:  $K_{Ic}^{2/3}/\rho = (K_{Ics}^{2/3}/\rho_s)(\rho_s/\rho)^{1/3}$
- para a placa celular o índice relativo à rigidez segue a equação (3).

As áreas de 2 vigas de mesma rigidez, comprimento e fator de forma guardam entre si a relação:  $E_1 A_1^2 = E_2 A_2^2$ .

Segue-se que (fazendo  $E_1 = (\rho/\rho_s) E_s$ )

$$A_1 = A_2 (\rho_s/\rho)^{1/2}$$

ou seja, a viga celular tem área de seção maior que a viga sólida; a massa da viga celular é dada por

$$M_1 = M_2 (\rho/\rho_s)^{1/2}$$

e portanto, menor que a massa da viga sólida.

### 3.4.2 - O gradiente da fração do reforço

Estruturas como o bambu e o tronco das palmeiras exibem gradiente de propriedades (densidade e/ou fração de reforço) e, em decorrência, gradiente de

módulo de Young. ASHBY et al. (1995) modelaram estruturas tubulares feitas de material celular (células alinhadas com eixo longitudinal) exibindo gradiente radial

$$(\rho(r) - \rho_{\min}) / (\rho_{\max} - \rho_{\min}) = (r/R_o)^n$$

onde  $\rho(r)$  é a densidade correspondente à posição radial  $r$  e  $R_o$  é o raio externo. A fim de comparar a nova estrutura com a viga equivalente (mesma massa, seção circular sólida sem gradiente de densidade), obtém-se a densidade média:

$$\bar{\rho} / \rho_{\max} = (1/A \rho_{\max}) \int_0^{R_o} \rho(r) dA = (1/\pi R_o^2 \rho_{\max}) \int_0^{R_o} \rho(r) 2\pi r dr = \frac{2+nk}{2+n}$$

onde  $k = \rho_{\min}/\rho_{\max} = E_{\min}/E_{\max}$ .

O módulo de Young médio é dado pela mesma expressão,

$$\bar{E}/E_{\max} = (2+nk)/(2+n),$$

e portanto a rigidez da viga equivalente vale

$$(EI)_{eq} = (\pi R_o^4/4) \bar{E},$$

enquanto que para a viga com gradiente,

$$(EI) = (1/2) \int_0^{R_o} E(r) r^2 dA = (\pi R_o^4/4) \bar{E} \left[ \frac{4(1-k)}{n+4} + k \right] \left[ \frac{2+n}{2+nk} \right],$$

e portanto

$$(EI) = (EI)_{eq} \left[ \frac{4(1-k)}{n+4} + k \right] \left[ \frac{2+n}{2+nk} \right];$$

se  $k = 0.05$  e  $n = 15$ ,  $EI = 1.5(EI)_{eq}$ , um aumento de 50%.

### 3.4.3 - A razão (dimensão da unidade celular)/(dimensão da seção reta)

A maioria dos materiais biológicos são microestruturados. As dimensões das células são, em geral, muito pequenas perante as dimensões da seção da estrutura. Uma exceção interessante é a “longarina” central (“midrib”) que percorre longitudinalmente as folhas das palmeiras, em cuja seção podem ser observadas unidades de reforço (fibras) de dimensões muito maiores que as das células que



formam a matriz. Se as dimensões do reforço são pequenas (perante a área da seção) o material pode ser tratado de forma contínua.

Surge então a pergunta: qual o tamanho máximo da unidade estrutural (fibra) que permite que o material seja tratado como contínuo? ASHBY et al. (1995) construíram vigas (em resina) de seção quadrada com furos longitudinais (também quadrados) que conferiam às vigas caráter celular. As dimensões da seção ( $b \times b$ ) e a massa das vigas foram mantidas constantes e o número de células ( $n^2$ ) foi variado. Cada viga teve sua rigidez em flexão ( $EI$ ) medida experimentalmente; o resultado foi então dividido por  $I = b^4/12$  (segundo momento de área de uma seção quadrada sólida) fornecendo um módulo de Young aparente.

O estudo mostrou que, com o aumento de  $n$ , o módulo aparente converge assintoticamente para  $E_T$  (o módulo de Young obtido por ensaio das vigas em tração). Com  $n = 4$  (16 células na seção), o material pode ser considerado contínuo.

## CAPÍTULO 4 SELEÇÃO DE MATERIAIS

### 4.1 Cartas de seleção

Dada uma classe de materiais (metais, polímeros, compósitos de matriz polimérica, cerâmicas, etc.), a cada propriedade mecânica (módulo de Young, por exemplo) corresponde uma faixa de valores, um valor para cada material da classe em questão. Quando duas propriedades são plotadas em eixos coordenados, por exemplo módulo versus densidade, surge uma região (ou envelope) para cada classe de materiais. Se os eixos estiverem em escala logarítmica, o gráfico resultante terá o aspecto ilustrado na figura abaixo.

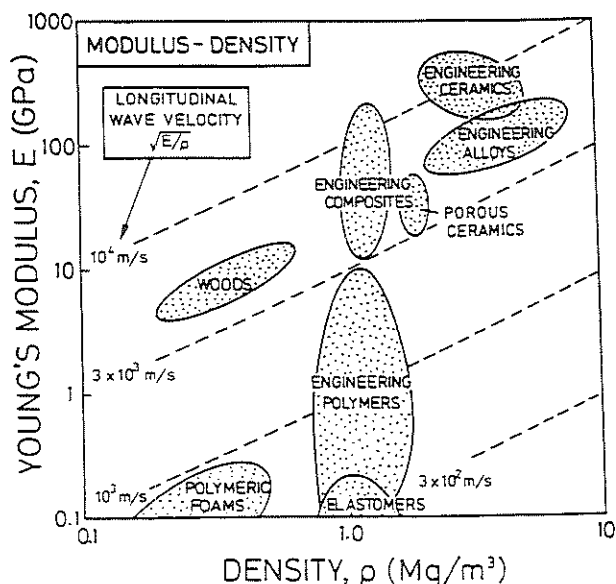


FIGURA 4.1 Carta de seleção. ASHBY (1992)

Agora suponha que se deseje escolher o material que minimize o peso de uma barra de comprimento  $L$  que será submetida à tração  $F$  com fator de segurança  $S_f$ . A massa é dada por  $M = AL\rho$ , onde  $A$  é a área da seção e  $\rho$  é a densidade do material. Além disso,

$$F/A = \sigma_f/S_f$$

onde  $\sigma_f$  é a tensão de ruptura do material. Combinando as duas equações de modo a eliminar  $A$  resulta em

$$M = S_f FL(\rho/\sigma_f)$$

Portanto, para se minimizar a massa da barra, deve-se maximizar o índice de performance  $(\sigma_f/\rho)$ .

Se à barra (ainda sob carga de tração) fosse imposta uma deformação máxima permissível  $\epsilon_{\max}$ , ela estaria sendo projetada para rigidez; nesse caso, valeria

$$F/A = E\epsilon_{\max}/S_f,$$

a equação da massa seria  $M = (S_f F/\epsilon_{\max})(L)(\rho/E)$  e o índice de performance a ser maximizado seria  $(E/\rho)$ .

Suponha agora que a barra seja submetida à carga  $F$  de compressão. A barra terá peso mínimo se, sob a carga  $F$ , estiver na iminência de flambar elasticamente:

$$F \leq F_{\text{crit}}/S_f = n\pi^2 EI/S_f L^2,$$

onde  $F_{\text{crit}}$  é a carga de flambagem elástica,

$I = \pi r^4/4 = A^2/4\pi$  é o segundo momento de área da seção e

$n =$  constante que depende da vinculação nas extremidades da barra.

Eliminando  $A$  na equação  $M = AL\rho$ , obtém-se

$$M = 2(S_f F)^{1/2} (L^4/n\pi)^{1/2} (\rho/E^{1/2}).$$

A massa da barra será minimizada pelo uso do material com o maior valor do índice de performance  $(E^{1/2}/\rho)$ .

Se o carregamento for de flexão, a rigidez da viga será

$$S = P/\delta = CEI/L^3,$$

onde  $\delta$  é a deflexão máxima da viga e  $C$  é uma constante numérica que depende das condições de contorno.

Supondo que a viga tenha seção circular sólida, o segundo momento de área será  $I = \pi r^4/4 = A^2/4\pi$ ; com isso, tira-se  $A = (4\pi L^3 S/CE)^{1/2}$ .

A massa da viga,

$$M = AL\rho = (4\pi L^5 S/C)^{1/2} (\rho^2/E)^{1/2},$$

será minimizada escolhendo-se o material com o máximo valor de  $E^{1/2}/\rho$ .

Finalmente, suponha que, ao invés de barra, o elemento estrutural seja uma placa. A máxima deflexão elástica de uma placa submetida à carga central  $F$  é

$$\delta = CL^3 F/Ebt^3,$$

onde  $t$ ,  $L$  e  $b$  são a espessura e os lados da placa e  $C$  depende das condições de contorno. Se  $L$  e  $b$  forem impostos por restrições de projeto, a única variável para se controlar a rigidez da placa será a espessura  $t = (CL^3 F/\delta Eb)^{1/3}$ . Usando essa expressão para eliminar  $t$  na equação  $M = \rho bLt$ , obtém-se

$$M = [C(F/\delta)L^6 b^2]^{1/3} (\rho/E^{1/3}).$$

Portanto, para uma placa com rigidez prescrita ( $F/\delta$ ), o mínimo peso será obtido maximizando-se o parâmetro  $(E^{1/3}/\rho)$ .

A partir dos exemplos acima, conclui-se que a função objetivo a ser minimizada – a massa do elemento estrutural – é sempre um produto em que um dos fatores é um parâmetro da forma  $E^n/\rho$ ,  $\sigma^n/\rho$ , etc. Esses parâmetros são os índices de performance por meio dos quais diferentes materiais são avaliados, comparados e selecionados.

A tabela seguinte lista vários índices de performance e um resumo do caso (carregamento e geometria) correspondente.

Quando a restrição diz respeito a rigidez (deslocamento linear ou angular prescritos), o índice é uma potência de  $E$  (flexão) ou  $G$  (torção) dividida por  $\rho$ .

Quando diz respeito a resistência (tensão de ruptura, escoamento ou módulo de ruptura prescritos), o índice é uma potência de  $\sigma_t$ ,  $\sigma_y$  ou  $\sigma_{MOR}$  dividida por  $\rho$ .

Para materiais frágeis o índice é uma potência de  $K_{IC}$  dividida por  $\rho$ .

O objetivo é mínimo peso. Se o objetivo é mínimo custo troca-se  $\rho$  por  $C\rho$ , custo/ $m^3$  ( $C$  = custo/kg).

**TABELA 4.1 Índices de performance para diversos elementos estruturais**

|  | Rigidez prescrita | Resistência prescrita |
|--|-------------------|-----------------------|
| Barra (tração, L prescrito, A livre)                   | $E/\rho$          | $\sigma/\rho$         |
| Coluna (compressão, L prescrito, A livre)              | $E^{1/2}/\rho$    | $\sigma/\rho$         |
| Barra ou tubo (torção, L prescrito, A livre)           | $G^{1/2}/\rho$    | $\sigma^{2/3}/\rho$   |
| Viga (flexão, L prescrito, A livre)                    | $E^{1/2}/\rho$    | $\sigma^{2/3}/\rho$   |
| Placa (flexão, a,b prescritos, t livre)                | $E^{1/3}/\rho$    | $\sigma^{1/2}/\rho$   |
| Placa (compressão “in-plane”, a,b prescritos, t livre) | $E^{1/3}/\rho$    | $\sigma/\rho$         |

Fonte: ASHBY (1992)

Se o material for frágil, a resistência à tração é dada por

$$\sigma_t = \alpha K_{IC} / \sqrt{\pi c},$$

onde  $\alpha$  é uma constante aproximadamente igual a 1 (em tração),  $K_{IC}$  é a tenacidade à fratura e  $2c$  é o comprimento da maior trinca. Para carregamento de compressão vale a mesma fórmula com  $\alpha \approx 15$ . Os índices de performance são dados por expressões do tipo  $(K_{IC})^n/\rho$  e estão listados na tabela abaixo. Os índices da coluna da esquerda são derivados supondo-se que o comprimento da maior trinca independa das dimensões da estrutura; os da coluna da direita são derivados supondo-se que o comprimento da maior trinca siga uma lei de escalagem com uma dimensão característica (espessura, por exemplo).

**TABELA 4.2 Índices de performance para materiais frágeis**

|  | $2c$ fixo             | $2c \propto t$        |
|--|-----------------------|-----------------------|
| Barra (tração, L prescrito, A livre)         | $K_{IC}/\rho$         | $(K_{IC})^{4/3}/\rho$ |
| Coluna (compressão, L prescrito, A livre)    | $(K_{IC})^{2/3}/\rho$ | $(K_{IC})^{4/5}/\rho$ |
| Barra ou tubo (torção, L prescrito, A livre) | $(K_{IC})^{2/3}/\rho$ | $(K_{IC})^{4/5}/\rho$ |
| Viga (flexão, L prescrito, A livre)          | $(K_{IC})^{2/3}/\rho$ | $(K_{IC})^{4/5}/\rho$ |

Fonte: ASHBY (1992)

Os índices de performance são visualizados nas cartas de seleção como linhas retas de diferentes inclinações. Considere-se, por exemplo, a equação  $E/\rho = C$ ; tomando os logaritmos (uma vez que as cartas são plotadas em escalas logarítmicas):

$$\log E = \log \rho + \log C ;$$

na carta E versus  $\rho$ , a cada valor da constante C corresponde uma equação (que é representada por uma reta); tem-se então uma família de retas, todas de inclinação unitária. Analogamente, a equação

$$E^{1/2}/\rho = C$$

é representada por uma família de retas de inclinação 2, e

$$E^{1/3}/\rho = C$$

é representada por uma família de retas de inclinação 3. Essas retas são chamadas diretrizes de projeto (“design guidelines”), e muitas vezes apenas uma reta (de cada inclinação, ou seja, uma reta para cada uma das equações acima) é traçada na carta: ela fornece a inclinação da família de retas ( $E^n/\rho = C$ ) correspondente a um determinado índice de performance ( $E^n/\rho$ ).

Conforme ilustrado na figura abaixo, todos os materiais “cortados” por uma mesma reta  $E^{1/2}/\rho = C$  terão o mesmo desempenho, ou seja, resultarão em colunas de mesmo peso. Um material sobre a reta  $E^{1/2}/\rho = 2$  vai dar origem a uma coluna com metade do peso da coluna (mesmas dimensões) obtida usando-se qualquer material sobre a reta  $E^{1/2}/\rho = 1$ .

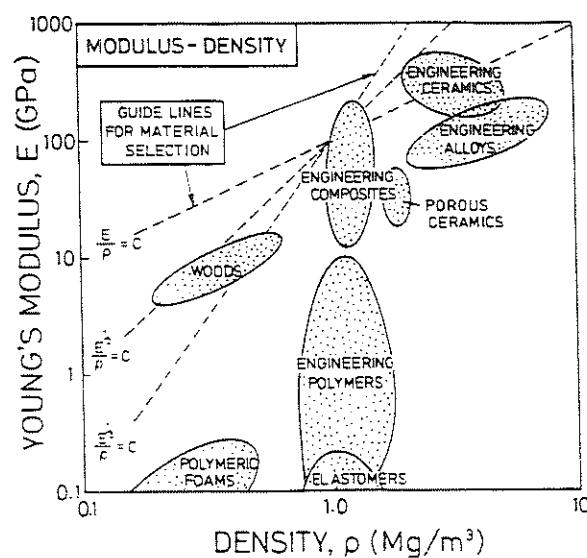


FIGURA 4.2 Os índices de performance nas cartas. ASHBY( 1992)



4.1.2 A carta resistência x densidade

A carta  $\sigma$  vs.  $\rho$  está representada na figura abaixo. Resistência é um conceito mais vago que módulo de Young. Para metais e polímeros, existem dois valores de interesse: tensão de escoamento (“yield”) e de ruptura (“ultimate”). Para cerâmicas é a “crushing strength” em compressão (em tração o valor é cerca de 15 vezes inferior). Para elastômeros, resistência significa “tear strength” (rasgo), e para compósitos de matriz polimérica é a resistência à tração (em compressão costuma ser menor, devido à flambagem das fibras). A exemplo do módulo de Young, a faixa de valores de resistência estende-se por 5 décadas. As linhas diretrizes correspondem a índices de performance dados por  $\sigma^n/\rho$  e aplicam-se ao projeto de elementos estruturais de mínimo peso com carga máxima (e não deflexão máxima) prescrita.

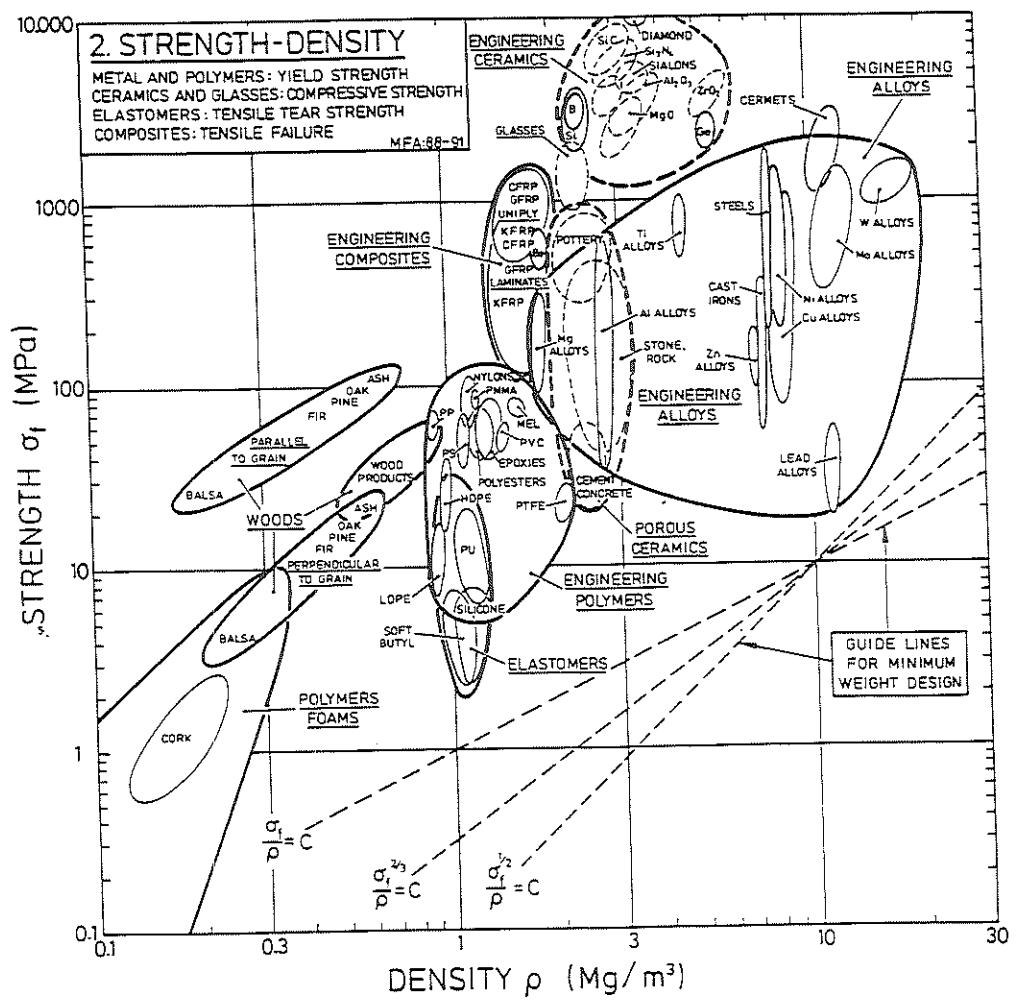


FIGURA 4.4 A carta resistência vs. densidade. ASHBY (1992)



### 4.1.3 A carta tenacidade x densidade

Está representada na figura abaixo. É importante que um componente seja capaz de deformar-se plasticamente (tanto quanto possível) ao invés de falhar catastróficamente. A resistência à propagação de trincas é medida pelo fator  $K_{IC}$ , cujos valores estendem-se desde  $0.01 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  (materiais frágeis que sob carregamento permanecem elásticos até a ruptura), até  $100 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  (materiais que suportam grandes deformações plásticas antes da ruptura). A tabela 4.2 lista os índices de performance para projeto (mínimo peso) em que a tenacidade do material é o requisito de projeto mais importante. Como já discutido, as suposições segundo as quais a maior trinca tem comprimento fixo ou dependente de uma dimensão característica levam a diferentes índices de performance.

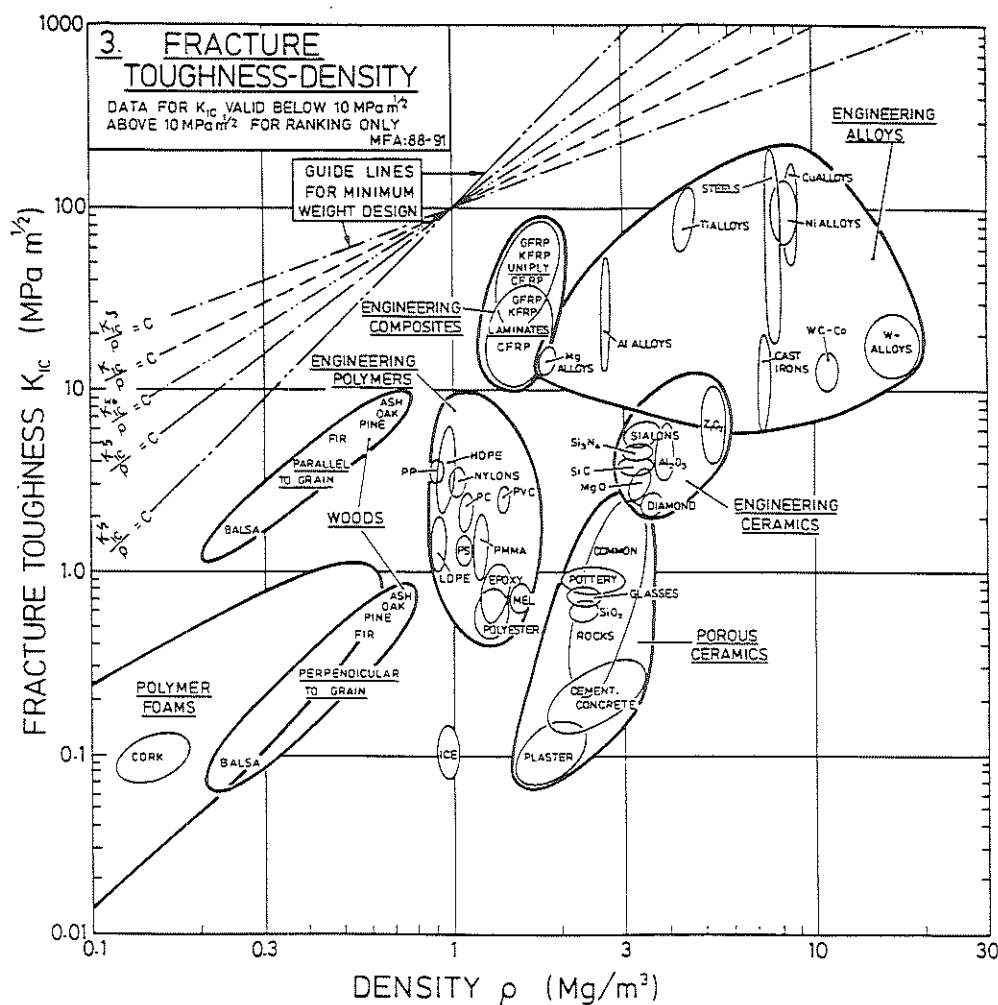


FIGURA 4.5 A carta tenacidade vs. densidade. ASHBY (1992)



Embora possa parecer contraditório que borracha seja melhor que aço mola (por unidade de peso, pode-se armazenar em borracha oito vezes a energia armazenável no melhor aço mola), o fato é que muitas outras considerações devem ser feitas na escolha do material para uma mola: uma delas diz respeito ao fator de perda (“loss factor”), alto para elastômeros e baixo para o aço mola. Equivale a dizer que borracha e elastômeros dissipam considerável energia quando vibram, o que não ocorre com o aço mola, que restitui quase toda a energia absorvida. Numa suspensão telescópica, a mola tem a função de restituir energia – por isso não pode ser de borracha (algumas suspensões de bicicleta usam elastômeros com a função de mola por causa do baixo peso). Já num estilingue, em que o carregamento é quase estático, o fator de perda não é limitante de performance, e a tira de borracha é (por peso) oito vezes superior a qualquer mola de aço.

#### **4.1.5 A carta rigidez específica x resistência específica**

Está representada na figura seguinte e é usada quando o projeto requer resistência e rigidez com mínimo peso. Quanto ao fato de cerâmicas de engenharia estarem no envelope do canto superior direito, indicando rigidez e resistência específicas excepcionais, deve-se observar que, para as cerâmicas, a resistência é em compressão: valores para resistência à tração seriam cerca de 15 vezes menores. Os compósitos, portanto, destacam-se como a classe de materiais de melhores propriedades específicas. Repare-se que o envelope correspondente a madeiras (propriedades paralelas ao grão) sobrepõe-se ao envelope de compósitos.

A carta  $(E/\rho)$  vs.  $(\sigma/\rho)$  é usada, por exemplo, no projeto de uma barra de mínimo peso submetida a tração em que duas restrições devem ser observadas: ela deve suportar uma carga  $F$ , e o deslocamento na extremidade deve ser menor que  $\delta$ . A restrição imposta por  $F$  leva à seleção pelo índice  $\sigma/\rho$  e aquela imposta por  $\delta$ , à seleção pelo índice  $E/\rho$ .

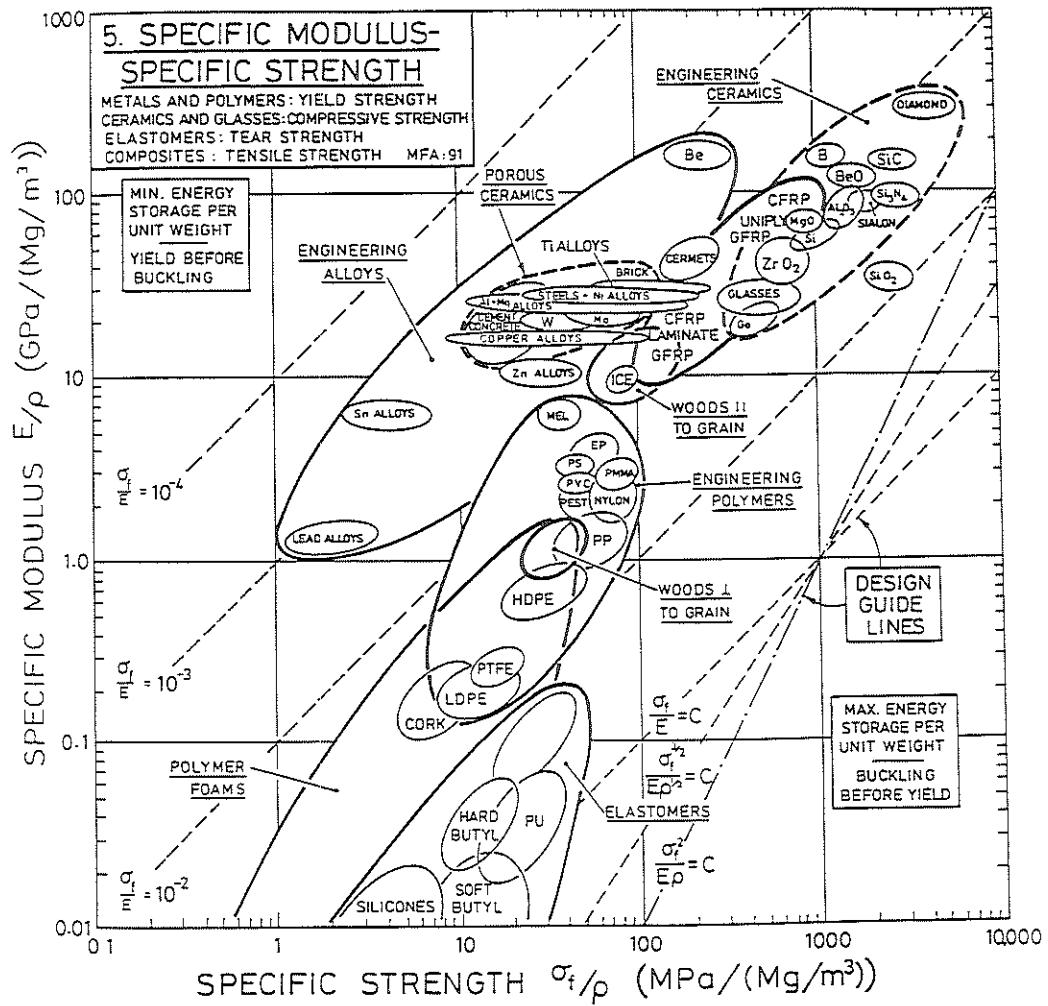


FIGURA 4.7 A carta rigidez específica vs. resistência específica. ASHBY (1992)

## 4.2 Índices de performance dos materiais biológicos

Os materiais biológicos apresentados no capítulo 2 podem ser criteriosamente avaliados e comparados aos materiais de engenharia por intermédio dos índices de performance. ASHBY et al. (1995) fazem um levantamento das propriedades dos materiais biológicos a fim de calcular seus índices de performance. A tabela abaixo lista alguns desses materiais e seus respectivos índices, juntamente com típicos materiais de engenharia para comparação. Os índices de performance são do tipo  $E^n/\rho$ , ou seja, medem rigidez com mínimo peso.

**TABELA 4.3 Índices de performance  $E^n/\rho$  de materiais biológicos e de engenharia**

|                         | E     | $\rho$ | $E/\rho$ | $E^{1/2}/\rho$ |
|-------------------------|-------|--------|----------|----------------|
| Fibra de celulose       | 100.0 | 1.5    | 67       | 6.7            |
| Célula de madeira       | 35.0  | 1.5    | 23       | 3.9            |
| Balsa (alta densidade)  | 5.5   | 0.3    | 18       | 7.8            |
| Balsa (baixa densidade) | 2.0   | 0.1    | 20       | 14.1           |
| Freijó ("spruce")       | 9.0   | 0.4    | 21       | 7.1            |
| Bambu                   | 22.5  | 0.75   | 30       | 6.3            |
| Madeira compensada      | 8.0   | 0.6    | 13       | 4.7            |
| Carbono/epóxi (1D)      | 200.0 | 1.5    | 133      | 9.4            |
| Carbono/epóxi (2D)      | 50.0  | 1.5    | 33       | 4.7            |
| Aço (baixo C)           | 210.0 | 7.9    | 27       | 1.8            |
| Alumínio                | 70.0  | 2.7    | 26       | 3.1            |

Fonte: ASHBY et al. (1995)

Deve-se observar:

- a alta eficiência em tração (medida pelo índice  $E/\rho$ ) da fibra de celulose, superior ao aço comum (mild steel) por um fator 2.5;
- a alta eficiência em tração do bambu, detentor do maior índice  $E/\rho$  dentre as madeiras;

- a alta eficiência em flexão (medida pelo índice  $E^{1/2}/\rho$ ) da balsa de baixa densidade (o eixo longitudinal da viga é suposto paralelo às fibras).

A tabela abaixo lista materiais e seus índices do tipo  $\sigma^n/\rho$  correspondentes a resistência com mínimo peso (tensão de ruptura em tração, módulo de ruptura em flexão).

**TABELA 4.4 Índices de performance  $\sigma^n/\rho$  de materiais biológicos e de engenharia**

|                         | $\sigma_f$ | $\rho$ | $\sigma/\rho$ | $\sigma^{2/3}/\rho$ |
|-------------------------|------------|--------|---------------|---------------------|
| Fibra de celulose       | 1000       | 1.5    | 667           | 66.7                |
| Fibra de seda           | 2000       | 1.3    | 1500          | 120.0               |
| Balsa (alta densidade)  | 24         | 0.3    | 80            | 27.7                |
| Balsa (baixa densidade) | 16         | 0.1    | 160           | 63.5                |
| Freijó                  | 240        | 0.42   | 571           | 92.0                |
| Bambu                   | 400        | 0.75   | 533           | 72.4                |
| Madeira compensada      | 35         | 0.6    | 58            | 17.8                |
| Carbono/epóxi (1D)      | 1200       | 1.5    | 800           | 75.3                |
| Carbono/epóxi (2D)      | 600        | 1.5    | 400           | 47.4                |
| Aço (baixo C)           | 400        | 7.9    | 51            | 6.9                 |
| Alumínio (6061 T-6)     | 240        | 2.7    | 89            | 14.3                |

Fonte: ASHBY et al. (1995)

Deve-se observar que:

- dentre os materiais biológicos, as fibras de seda e a celulose apresentam os maiores valores de  $\sigma/\rho$ ; na verdade, poucos materiais sintéticos, dentre os quais as fibras de aramida (Kevlar), exibem valores de  $\sigma/\rho$  superiores ao das sedas;
- dentre as madeiras, o freijó e o bambu apresentam os maiores índices  $\sigma/\rho$  e  $\sigma^{2/3}/\rho$  que medem eficiência em tração e flexão, respectivamente.

A tabela abaixo lista materiais e seus valores de  $K_{IC}$ , tenacidade à fratura;  $J_C$ , tenacidade ( $J_C = (K_{IC})^2/E$ ); e de  $(J_C/E)^{1/2}$ , índice que mede a capacidade do material de sofrer grandes deformações sem sofrer fratura.

**TABELA 4.5 Parâmetros relativos à tenacidade de materiais biológicos e de engenharia**

|                               | $K_{IC}$ | $J_C$ | E     | $(J_C/E)^{1/2}$ |
|-------------------------------|----------|-------|-------|-----------------|
| Célula de madeira             | 17.0     | 8.0   | 35.0  | 0.5             |
| Concha                        | 9.5      | 1.5   | 60.0  | 0.4             |
| Exoesqueleto                  | 0.5      | 1.5   | 0.04  | 6.1             |
| Aço                           | 90.0     | 40.0  | 210.0 | 0.4             |
| Alumínio                      | 30.0     | 13.0  | 70.0  | 0.4             |
| Alumina                       | 4.0      | 0.05  | 300.0 | 0.01            |
| Polietileno (baixa densidade) | 2.0      | 13.0  | 0.3   | 6.6             |

Fonte: ASHBY et al. (1995)

Deve-se observar que os metais apresentam tenacidade inigualável. As cerâmicas biológicas (conchas de moluscos), por sua vez, apresentam tenacidade uma ordem de magnitude superior à da típica cerâmica de engenharia (alumina). Estão, portanto, confirmados os fatos citados no capítulo 2 a respeito das excelentes propriedades dos materiais biológicos.

A seguir são dados alguns exemplos de aplicação das cartas aliadas aos índices de performance.

### 4.3 Exemplos de aplicação

#### 4.3.1 Remos

Os equipamentos para esportes, a exemplo das estruturas aeronáuticas, são submetidos a cargas extremas e, não obstante, devem ser estruturas de alta eficiência (desempenho com mínimo peso). Remos são estruturas submetidas a carregamento

de flexão com deflexão prescrita; tipicamente, uma carga de 10kgf aplicada na extremidade (distante 2m do apoio) deve resultar em deflexão de 30 ~ 50mm.

Tratado como um cilindro sólido de comprimento  $L$  e raio  $r$ , o remo tem massa  $m = AL\rho = \pi r^2 L\rho$ . A rigidez à flexão,  $P/\delta$ , é dada por  $S = CEI/L^3$ , onde  $I$  é o segundo momento de área ( $I = \pi r^4/4$ ). O comprimento  $L$  e a rigidez  $S = P/\delta$  são prescritos, de modo que a variável livre é o raio  $r$ . Usando as expressões de  $I$  e  $S$  para eliminar  $r$  na expressão da massa, obtém-se

$$m = 2(\pi S L^5 / C)^{1/2} (\rho / E^{1/2}) .$$

Portanto a massa do remo é minimizada escolhendo-se o material com o maior índice  $M_1 = E^{1/2} / \rho$ .

A equação  $E^{1/2}/\rho = \text{cte}$  é plotada na carta  $E$  vs.  $\rho$  segundo retas de inclinação 2. Essas retas revelam os melhores materiais: cerâmicas (carbetos de silício e boro), compósitos e madeiras. Intuitivamente as cerâmicas devem ser desconsideradas. A rigor, contudo, deve-se estabelecer um critério segundo o qual elas sejam reprovadas. A tenacidade  $J = K^2/E$  (onde  $K$  é a tenacidade à fratura, em geral  $K_{IC}$ , que corresponde ao modo de abertura;  $K_{IIC}$  e  $K_{IIIC}$  correspondem aos modos de deslizamento e rasgo) constitui um critério adequado: as madeiras e os plásticos reforçados exibem  $J > 1\text{kJ/m}^2$ , enquanto que os carbetos possuem  $J < 0.1\text{kJ/m}^2$ . Os materiais candidatos são, portanto, madeiras (freijó, “fir”, balsa e bambu) e plásticos reforçados (vidro/epóxi, carbono/epóxi). Remos de madeira, de fabricação artesanal, são maciços, pesam em torno de 4kg e custam cerca de 200 libras. Remos de carbono/epóxi são estruturas tubulares, pesam em torno de 3kg e custam cerca de 170 libras (WEGST e ASHBY, 1996).

#### 4.3.2 Arcos

Os arcos podem ser analisados como um elemento de um feixe de molas (“leaf springs”). Sua função é armazenar energia elástica quando tensionado pelo arqueiro e transferir essa energia para a flecha (na forma de energia cinética). Na verdade o arco, ao retornar à configuração original, absorve parte da energia elástica armazenada; segue-se que a eficiência do arco é medida pela energia armazenada por unidade de massa, dada por  $U = (1/6)\sigma^2/(E\rho)$ . O material sofrerá ruptura quando a



máxima tensão na superfície do arco for igual a  $\sigma_{MOR}$  (módulo de ruptura). Segue-se que a máxima energia é  $U_{max} = (1/6) \sigma_{MOR}^2 / (E\rho)$ . Surge então o índice (a ser maximizado)  $M_I = \sigma_{MOR}^2 / (E\rho)$ .

Supondo que o arco seja uma viga de espessura  $t$ , a tensão máxima na superfície (quando o arco é fletido de forma a assumir curvatura de raio  $R$ ) é dada por  $\sigma = Et/(2R)$ ; de novo, essa tensão não pode exceder o módulo de ruptura  $\sigma_{MOR}$ . Portanto, o mínimo raio de curvatura que o arco pode assumir é  $R_{min} = Et/(2\sigma_{MOR})$ . Exigindo (por considerações de ergonomia) que nessa configuração ( $R_{min}$ ) o arco subtenda um ângulo de 90 graus, tem-se  $R_{min} = 2L/\pi$ . Combinando as duas equações de  $R_{min}$ , tem-se a restrição  $\sigma_{MOR}/E \geq \pi t/(4L)$ .

A carta apropriada,  $(\sigma_{MOR}^2/\rho)$  vs.  $E$ , mostra mais uma vez a superioridade das madeiras e dos plásticos reforçados (WEGST e ASHBY, 1996).

### 4.3.3 Espelho para telescópio

O maior telescópio óptico encontra-se no Monte Semivodrike, no Cáucaso. O espelho tem 6m de diâmetro (36 polegadas maior que o espelho do maior telescópio do Ocidente, no Monte Palomar). Para ser suficientemente rígido, o espelho (de vidro) tem cerca de 1m de espessura e pesa 70 toneladas.

À primeira vista pode parecer que, duplicando-se a massa do espelho, a estrutura de suporte deveria ser igualmente escalada; mas como a estrutura deforma-se também devido ao peso próprio, na prática a massa do telescópio (menos o espelho) cresce proporcionalmente com  $m^2$  (assim como o custo). O desafio então é minimizar a massa do espelho, sem comprometer a performance do telescópio.

Basicamente, o espelho é um disco circular de diâmetro  $2a$  e espessura média  $t$  suportado ao longo da periferia. Na horizontal, o espelho deflete-se sob seu próprio peso; a distorção óptica (que altera a distância focal e introduz aberrações) não deve interferir na performance. Na prática isso quer dizer que a deflexão  $\delta$  no centro do espelho deve ser menor que o comprimento de onda da luz.

A massa (a ser minimizada) do espelho é  $m = \pi a^2 t \rho$ .

A deflexão  $\delta$  do centro do espelho é dada por

$$\delta = (3/4\pi)Mga^2/(Et^3).$$

Eliminando a variável livre  $t$ , obtém-se

$$m = (3g/4\delta)^{1/2} \pi a^4 (\rho/E^{1/3})^{3/2}$$

e portanto o espelho mais leve será aquele com o máximo valor do índice de performance  $E^{1/3}/\rho$ .

A seleção é feita por meio da carta  $E$  vs.  $\rho$ , e a linha diretriz (“guideline”) de interesse é aquela correspondente à equação  $E^{1/3}/\rho = C$ . Observando a carta  $E \times \rho$  (p. 77), pode-se dizer que o vidro (“glasses”) é um bom material (certamente melhor que o aço) mas é pior que algumas cerâmicas, plásticos reforçados e – um achado inesperado – espumas poliméricas rígidas.

O maior obstáculo ao uso de polímeros é a falta de estabilidade dimensional. Temperatura, umidade e radiação UV são fatores que provocam degradação e que teriam de ser levados em conta. Uma opção seria espuma de vidro (foamed glass), cuja densidade é pouco maior que a da espuma de poliestireno.

A título de curiosidade, vale mencionar que os radiotelescópios trabalham com comprimento de onda maior que o da luz e portanto não requerem a mesma precisão dimensional. O “espelho”, por sua vez, é muito maior (60m ao invés de 6m) e, pelos motivos citados, a escolha do material recai em CFRP (plástico reforçado com fibra de carbono) (ASHBY, 1992).

#### 4.3.4 Vasos de pressão

Pequenos vasos de pressão são projetados de modo a permitir escoamento do material antes da ruptura (“yield before break”). Grandes vasos de pressão, por sua vez, satisfazem requisitos de segurança garantindo que uma trinca que possa se propagar instavelmente (explosão do vaso) tenha comprimento maior que a espessura da parede do vaso (“leak before break”). Os dois critérios levam a índices de performance diferentes, mas essencialmente à mesma escolha de materiais.

A tensão na parede de um vaso de pressão esférico de raio  $R$  é

$$\sigma = pR/2t .$$

A espessura da parede,  $t$ , é escolhida de modo tal que, na pressão de trabalho, a tensão seja menor que  $\sigma_y$  (escoamento) do material. Um vaso de dimensões

razoáveis pode ser examinado (ultra-som, por exemplo) a fim de se garantir que ele não tenha trincas ou falhas de comprimento maior que  $2a_c$ , o comprimento crítico.

A tensão necessária à propagação da trinca é dada por  $\sigma = CK_{IC} / \sqrt{\pi a_c}$ , onde  $C \approx 1$ . Deve-se então garantir que a tensão de trabalho seja menor que essa tensão de propagação da trinca. O critério que proporciona maior segurança, contudo, estabelece que a tensão de escoamento seja menor que a tensão de propagação de trinca; assim, em caso de sobrepressão, o vaso sofrerá grandes deformações (escoamento) de forma segura. Segue-se que

$$\pi a_c \leq C^2 (K_{IC}/\sigma_f)^2$$

e portanto o máximo valor do índice  $(K_{IC}/\sigma_f)$  maximiza o comprimento tolerável da trinca.

Grandes vasos de pressão apresentam outro cenário. Mesmo que se faça um exame inicial, pode haver propagação de trinca com o tempo (corrosão, carregamento cíclico). Nesse caso, a segurança do projeto é garantida projetando-se  $t$ , a espessura da parede, de modo tal que uma trinca passante seja estável (não provoque a explosão do vaso). Isso é obtido se a tensão de trabalho for, no máximo,

$$\sigma = CK_{IC}/\sqrt{\pi t}/2.$$

A espessura  $t$  deve suportar a pressão de trabalho sem escoamento, isto é,

$$t \geq pR/2\sigma_f.$$

Combinando-se as duas equações, obtém-se

$$\pi pR/4C^2 = K_{IC}^2/\sigma_f$$

e portanto a pressão máxima é suportada pelo material com o maior valor do índice

$$K_{IC}^2/\sigma_f.$$

A carta  $K_{IC}$  versus  $\sigma_f$ , ilustrada na figura 4.8 (p. 90), mostra as linhas diretrizes (“guidelines”) correspondentes às equações  $(K_{IC}/\sigma_f) = C$  (escoamento antes da ruptura) e  $(K_{IC}^2/\sigma_f) = C$  (vazamento antes da ruptura).

A faixa (na diagonal) que cruza a carta é paralela ao primeiro índice e indica que, para pequenos vasos de pressão, os materiais ficam restritos a ligas de cobre e aço. A faixa vertical foi traçada para eliminar materiais de baixa resistência (escoamento) e garantir que a espessura da parede seja a menor possível.



#### 4.4 Seleção de materiais para cargas cíclicas

Para elementos estruturais que serão submetidos a carregamento cíclico (projeto limitado por fadiga) aplicam-se propriedades e índices de performance distintos daqueles abordados até agora. FLECK et al. (1994) estendem a metodologia das cartas de seleção para o caso em que o carregamento é cíclico. Se o objetivo for vida infinita com mínimo peso, por exemplo, surgem dois índices de performance, a saber:

- índice do tipo  $\sigma_e^n/\rho$  (considerando-se que não há trincas no material) onde  $\sigma_e$  é o limite de resistência (“endurance limit”) para  $10^7$  ciclos e o expoente  $n$  depende do elemento estrutural e do carregamento. Para vigas em torção ou flexão,  $n = 2/3$  e o índice (a ser maximizado) é  $\sigma_e^{2/3}/\rho$ ; linhas diretrizes dadas por  $\sigma_e^n/\rho = C$  são então traçadas na carta  $\sigma_e$  vs.  $\rho$ ;
- índice do tipo  $\Delta(K_{th})^n/\rho$ , considerando-se agora que há trincas no material. O índice é análogo ao  $(K_{IC})^n/\rho$  para o caso estático; no carregamento cíclico,  $\Delta K_{th}$  é a “threshold stress intensity range” e as linhas diretrizes são dadas pelas equações  $\Delta(K_{th})^n/\rho = C$ . A carta de seleção  $\Delta K_{th}$  vs.  $\rho$  mostra que madeiras (paralelamente ao grão) constituem uma classe de materiais particularmente boa para o projeto (mínimo peso) limitado por fadiga.

#### 4.5 Seleção de materiais para absorção de energia

ZHANG e ASHBY (1994) propõem ainda diagramas de seleção de materiais celulares - espumas e colméias (honeycombs) - a serem usados na absorção de energia. As variáveis na seleção de um material celular são: o material propriamente dito, a densidade relativa e o comportamento (elástico ou plástico) do material. Prescrito um nível máximo de tensão que o objeto a ser protegido deve receber, e usando as propriedades pertinentes (tensão inicial de colapso, densidade, tensão de escoamento e módulo) do material sólido, Ashby obtém (segundo um modelo teórico) a densidade relativa ótima e a energia absorvida por unidade de volume para diferentes materiais e configurações (espuma ou colméia; resposta elástica ou

plástica). A construção dos diagramas, portanto, não requer ensaio de impacto de cada espuma ou colméia de interesse. Os diagramas mostram-se de grande utilidade na fase de escolha de alguns dentre vários materiais candidatos.

#### 4.6 Seleção dos materiais componentes de compósitos

Para o estudo de novos materiais, ASHBY (1993) propõe uma metodologia para a seleção dos materiais componentes de um compósito. O procedimento se baseia nos limites que determinada propriedade de um compósito pode assumir em função dos valores dessa mesma propriedade exibidos pelos materiais componentes. Considere-se a densidade, por exemplo. Se o compósito não apresentar vazios (voids), sua densidade será dada (de forma exata) pela regra das misturas:

$$\rho = f\rho_r + (1 - f)\rho_m$$

onde  $f$  e  $\rho_r$  são a fração (volume) e a densidade do reforço, e  $\rho_m$  a densidade da matriz. A geometria do reforço (fibra longa, curta ou partícula) não influencia a densidade do compósito; mas influencia o módulo de Young, que terá valores limites (conforme visto no preâmbulo) conhecidos como estimativas de Voigt e Reuss. O limite superior é obtido postulando-se que, sob carregamento, os dois componentes sofrem a mesma deformação. Nesse caso, o máximo módulo é

$$E_{\max} = fE_r + (1 - f)E_m .$$

O limite inferior é obtido postulando-se que, sob carregamento, os dois componentes sofrem a mesma tensão; nesse caso o mínimo módulo é

$$E_{\min} = E_m E_r / ( fE_m + (1 - f)E_r ).$$

Para ilustrar, suponha que se deseje melhorar a performance de uma viga de alumínio modificando-se o material. Pode-se misturar ao alumínio partículas de berílio ou alumina ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), ambos com módulo bem superior ao do alumínio (Be:  $E \cong 290$  GPa;  $\text{Al}_2\text{O}_3$ :  $E \cong 380$  GPa). Para cada valor da fração de reforço  $f$  (entre 0 e 1) existem os dois valores ( $E_{\max}$ ,  $E_{\min}$ ) limitantes do módulo do compósito.

Surgem então dois envelopes: um relativo ao compósito Al/Be, e o outro relativo ao compósito Al/ $\text{Al}_2\text{O}_3$ . Traçando na mesma carta o índice de performance

adequado ( $E^{1/2}/\rho$  para a viga de mínimo peso) pode-se escolher qual dos reforços, Be ou  $Al_2O_3$ , proporcionará o compósito de melhor performance.

O procedimento descrito aplica-se, de forma análoga, a propriedades como resistência, cujos limites ( $\sigma_{max}, \sigma_{min}$ ) são dados por

$$(\sigma_f)_{max} = f(\sigma_f)_r + (1 - f)(\sigma_f)_m ,$$

$$(\sigma_f)_{min} = (\sigma_f)_m [1 + (\sqrt{f} / 16(1 - \sqrt{f}))] .$$

Essas cartas de seleção de componentes para compósitos possibilitam considerar combinações pouco ortodoxas de materiais. Assim, dentre três possíveis reforços - zircônia ( $ZrO_2$ ); carbeto de silício (SiC); e fibras de polietileno de alto peso molecular - um dos quais deverá ser combinado com magnésio, o compósito magnésio/polietileno é, de longe, a melhor combinação. Os compósitos ARALL (alumínio reforçado com aramida/epoxy), GLARE (alumínio reforçado com vidro/epoxy) e CALL (alumínio reforçado com carbono/epoxy) são prova de que essas combinações pouco usuais já contam, ao menos na indústria aeroespacial, com quase 20 anos de experiência.

#### 4.7 Seleção de materiais para mínimo impacto ambiental

A seleção de materiais sob a óptica do impacto ambiental levou WEAVER et al. (1996) ao estudo do conteúdo de energia dos materiais. A premissa é que cada material possui um conteúdo de energia que corresponde a um custo ambiental.

Os índices de performance que guiam a seleção de materiais visando ao mínimo conteúdo energético são análogos aos índices já vistos. A viga (com rigidez prescrita) de mínima energia deverá ter o material selecionado de forma a maximizar  $M = E^{1/2}/(\rho q)$ , onde  $q$  é o conteúdo energético (por kg) do material. Linhas diretrizes correspondentes às equações  $E^{1/2}/(\rho q) = cte$ , traçadas em cartas  $E$  vs.  $\rho q$ , indicam que a viga mais eficiente, em termos de energia, será feita de madeira.

A tabela abaixo lista o conteúdo energético (por kg e por m<sup>3</sup>) dos materiais mais usados em engenharia.

**TABELA 4.6 Conteúdo energético dos materiais de engenharia**

| Material    | energia/peso (MJ/kg) | Energia/volume (GJ/m <sup>3</sup> ) |
|-------------|----------------------|-------------------------------------|
| Mg e ligas  | 410 – 420            | 717 – 756                           |
| Al e ligas  | 290 – 305            | 754 – 884                           |
| Cu e ligas  | 95 – 115             | 712 – 1035                          |
| Aço carbono | 50 – 60              | 390 – 468                           |
| Aço inox    | 110 – 120            | 825 – 972                           |
| Nylon 66    | 170 – 180            | 187 – 216                           |
| Polietileno | 80 – 120             | 73 – 116                            |
| PVC         | 67 – 92              | 87 – 147                            |
| Vidro       | 13 – 23              | 32 – 57                             |
| Concreto    | 3 – 6                | 7 – 15                              |
| GFRP        | 90 – 120             | 160 – 220                           |
| CFRP        | 130 – 300            | 230 – 540                           |
| Madeiras    | 1.8 – 4.0            | 1.2 – 3.6                           |

Fonte: ASHBY (1992)

O produto  $\rho q$ , conteúdo de energia por m<sup>3</sup> do material, é uma medida do impacto ambiental provocado pelo material. Talvez não seja a mais adequada, mas qualquer que seja a medida escolhida (toxicidade, biodegradabilidade, etc.) a metodologia descrita possibilita a confecção de uma carta conveniente com a qual os materiais poderão ser avaliados e criteriosamente escolhidos.

Um exemplo interessante de seleção ambientalmente correta de material é a escolha da espuma para isolamento térmico de uma geladeira. Deve-se considerar, além do conteúdo energético da espuma escolhida, a perda de energia por condução de calor através das paredes da geladeira ao longo da vida útil da mesma (quanto maior a eficiência térmica da espuma, menor essa perda de energia).



Tradicionalmente o isolamento térmico é feito com espuma de poliuretano, cujo custo corresponde a 16% do preço da geladeira. Valores típicos são:

- espuma de poliuretano (10 kg): custo \$40;
- geladeira: preço ao consumidor \$250;
- energia elétrica usada em 10 anos: custo ao consumidor \$360;
- energia economizada em 10 anos com isolamento de espuma fenólica: \$120.

Portanto o custo total (geladeira convencional + eletricidade) ao longo de 10 anos é \$610; trocando-se o isolamento por espuma fenólica economiza-se \$120 (sem considerar que o preço da geladeira diminuiria, uma vez que a espuma de fenólica tem custo menor que a de poliuretano).

## CAPÍTULO 5 SELEÇÃO DE MATERIAL E GEOMETRIA DA SEÇÃO

No que foi apresentado até agora, a geometria da seção não foi considerada como variável do processo de seleção de materiais. Nesta seção o problema é abordado em sua forma mais genérica: como escolher, dentre vários materiais e seções disponíveis, a combinação (material, seção) que maximize a performance.

Para medir a eficiência estrutural de uma determinada seção, define-se o fator de forma (shape factor)  $\Phi$ , que é adimensional e portanto não depende da escala. Os fatores de forma estão relacionados ao tipo de carregamento e condições de contorno (flexão ou torção; rigidez prescrita ou carga prescrita) e são uma medida da eficiência da seção do elemento estrutural.

### 5.1 Exemplo inicial

Suponha, por exemplo, que se deseje comparar quatro tubos de mesmo comprimento que serão engastados e submetidos à carga  $F$  na extremidade livre. Os tubos também devem apresentar, quando carregados, a mesma deflexão. Segue-se que  $\delta = FL^3/3EI$  e a rigidez é  $F/\delta = 3EI/L^3$ ; como o comprimento  $L$  é o mesmo, a condição de mesma rigidez impõe que  $(EI)$  seja o mesmo para os quatro tubos.

Definindo o fator de forma para um tubo como  $\Phi = r/t$ , onde  $r$  é o raio médio da seção e  $t$  é a espessura da parede, e usando a equação da área de seção transversal:  $A = 2\pi r t$ , obtém-se  $r, t$  em função de  $A, \Phi$ :  $r^2 = A\Phi/2\pi$ ,  $t^2 = A/2\pi\Phi$ . Levando essas expressões de  $r, t$  na expressão  $I = \pi r^3 t$  do segundo momento de área da seção, obtém-se  $I = A^2\Phi/4\pi$  e com isso a condição  $EI = C$  transforma-se em  $E\Phi A^2 = C$  para os quatro tubos.

Supondo que os quatro tubos terão a mesma relação  $r/t = \Phi$ , a condição final é  $(EA^2) = \text{cte}$ . A tabela abaixo mostra o resultado da comparação.

O tubo de referência é de compósito carbono P-75/epóxi ( $V_f=60\%$ ), material cujo módulo para uma lâmina unidirecional vale  $E_A = 310$  GPa (PILATO e MICHNO, p.116). O tubo de referência tem dimensões:  $r = 20\text{mm}$ ,  $t = 2\text{mm}$  (e portanto  $\Phi = 10$ ) e a área de seção vale  $A = 2.5133$   $\text{cm}^2$ . Módulo (GPa) e densidade para os diversos materiais são: P-75/epóxi, 310 e 1.7; aço, 210 e 7.8; alumínio, 70 e 2.7; balsa, 2.0 e 0.1. As massas são dadas por metro de tubo.

**TABELA 5.1 Tubos de materiais distintos e mesma rigidez, L e r/t ( $E_{\text{carbono}} = 310$  GPa)**

| Material | Área ( $\text{cm}^2$ ) | r (mm) | t(mm) | Massa(g/m) |
|----------|------------------------|--------|-------|------------|
| Carbono  | 2.513                  | 20.00  | 2.000 | 427        |
| Aço      | 3.054                  | 22.05  | 2.205 | 2382       |
| Alumínio | 5.289                  | 29.01  | 2.901 | 1428       |
| Balsa    | 31.29                  | 70.57  | 7.057 | 313        |

O tubo de balsa proporciona um ganho (em massa) de 27% com relação ao tubo de carbono; certamente há um preço a pagar: para ter a mesma rigidez, o tubo de balsa tem raio 3.5 vezes o raio do tubo de referência.

Na verdade o valor  $E = 310$  GPa é para uma lâmina unidirecional; valores mais realistas para o módulo (“flexural modulus”) de uma laminação carbono/epóxi giram em torno de 120 GPa (HANCOX, 1983). Com esse novo valor, os novos tubos são listados abaixo.

**TABELA 5.2 Análoga à anterior,  $E_{\text{carbono}} = 120$  GPa**

|          | Área  | r     | t     | M    |
|----------|-------|-------|-------|------|
| Aço      | 1.90  | 17.39 | 1.739 | 1482 |
| Alumínio | 3.29  | 22.89 | 2.289 | 888  |
| Balsa    | 19.47 | 55.67 | 5.567 | 195  |

O raio do tubo de aço é menor que o do tubo de carbono/epóxi porque o módulo do aço, 210 GPa, supera o novo valor usado para a laminação, 120 GPa. O tubo de balsa passa a proporcionar um ganho (em peso) de 54% com relação ao compósito.

Finalmente, suponha que se queira comparar um tubo de balsa ( $E = 2$  GPa) com  $\Phi = 20$  com o tubo de referência (carbono/epóxi,  $E = 120$  GPa) com  $\Phi = 10$ .

Fazendo

$$(E\Phi A^2)_{\text{carbono}} = (E\Phi A^2)_{\text{balsa}},$$

chega-se ao seguinte tubo de balsa:  $A = 13.8\text{cm}^2$ ;  $r = 66.2\text{mm}$ ;  $t = 3.3\text{mm}$ ;  $m = 138\text{g}$ . Portanto, o novo tubo de balsa ( $\Phi = 20$ ) é mais eficiente que o tubo de balsa anterior, proporcionando um ganho de 68%.

Esse exemplo ilustra a metodologia em que se fundamenta a seleção não somente de materiais, mas da combinação (material, forma). No que se segue serão discutidos os quatro principais fatores de forma.

## 5.2 Os Fatores de forma

### 5.2.1 Flexão com rigidez prescrita

Se o projeto especifica uma elemento estrutural que será submetido a flexão e deverá apresentar deflexão máxima prescrita, o procedimento para se obter o fator de forma é o seguinte (ASHBY, 1991):

- considera-se a rigidez à flexão (aqui definida como força por unidade de deslocamento) da viga; o máximo deslocamento é dado por  $\delta = FL^3/CEI$ , onde a constante  $C$  depende das condições de contorno. A força por unidade de deflexão, portanto, é  $F/\delta = CEI/L^3 = S$ ; tomando-se como referência uma viga de seção circular sólida de mesmo comprimento e área de seção (e portanto mesmo peso) que a viga em questão, a rigidez da viga de referência será dada por  $S_0 = CEI_0/L^3$ .

- obtém-se a razão  $S/S_0$ ; usando  $I_0 = \pi r^4/4 = A^2/4\pi$ , a razão é dada por

$$S/S_0 = I/I_0 = 4\pi I/A^2 = \Phi_B^e,$$

onde  $\Phi_B^e$  é o fator de forma para vigas em flexão quando a projeto impõe deflexão máxima (“bending”, regime elástico), ou seja, projeto com rigidez prescrita.

O fator de forma, portanto, mede o ganho de rigidez proporcionado pela forma da seção genérica (com relação à viga de referência, de seção circular sólida): uma viga com  $\Phi_B^e = 9$  é nove vezes mais rígida que a viga de seção circular sólida de mesmo comprimento e peso.

Colunas com carregamento axial têm carga crítica  $F_{crit} = n\pi^2 EI/L^2$  proporcional ao segundo momento de área e o fator de forma reduz-se a  $\Phi_B^e$ .

### 5.2.2 Flexão com resistência prescrita

Se o projeto não impuser deflexão máxima, a estrutura (em flexão) será um projeto regido por carga máxima (resistência prescrita) e levará em conta um critério de falha (por exemplo, tensão de escoamento em metais ou  $\sigma_{MOR}$  para plásticos reforçados); o fator de forma é obtido como se segue:

- a carga de falha de uma viga genérica em flexão é

$$F_{max} = C (I/y_{max})(\sigma_f/L)$$

onde C, novamente, depende das condições de contorno e  $y_{max}$  é a distância entre a linha neutra e a superfície da viga; para a viga de referência (de seção circular sólida),

$$F_0 = C (I_0/y_0)(\sigma_f/L) ;$$

- a razão  $F/F_0$ , usando  $I_0/y_0 = \pi r^3/4 = (A_0)^{3/2}/4\sqrt{\pi}$ , é dada por

$$F/F_0 = (4\sqrt{\pi}/A^{3/2})(I/y) .$$

Define-se então

$$\Phi_B^f = 16\pi I^2 / A^3 y^2$$

como sendo o fator de forma (“bending, failure”) para vigas em flexão quando o projeto tem carga máxima (ao invés de rigidez) prescrita.

Vale enfatizar que  $\sigma_f$  é uma representação genérica para a tensão de falha; para metais, entenda-se  $\sigma_y$ , tensão de escoamento; para materiais como madeiras ou plásticos reforçados, entenda-se  $\sigma_{MOR}$ , o módulo de ruptura.

O fator de forma  $\Phi_B^f$ , portanto, mede o ganho em resistência da viga de seção genérica em relação à viga (de mesmo comprimento e peso) de seção circular sólida. Uma viga com  $\Phi_B^f = 9$  será três vezes mais resistente que a viga de referência (visto que  $\Phi_B^f = (F/F_0)^2$ ).

### 5.2.3 Torção com rigidez prescrita

Vigas submetidas a torção são tratadas de maneira análoga. Se o projeto impuser deslocamento angular prescrito, tem-se a relação  $\theta = TL/KG$ , onde  $K$  é o momento torsional de área (que para seções circulares é o momento polar de área,  $J$ ). Portanto, a rigidez torsional (torque dividido pelo ângulo de torção:  $T/\theta$ ) para a viga genérica é dada por  $S = T/\theta = KG/L$ , enquanto que a rigidez da viga de seção circular sólida é dada por  $S_0 = JG/L$ ; a razão das duas é

$$S/S_0 = K/J,$$

e como  $J = \pi r^4/2 = A^2/2\pi$ , surge o fator de forma

$$\Phi_T^e = 2\pi K/A^2$$

para a torção elástica (ângulo de torção prescrito) de vigas. Esse fator mede o ganho em rigidez torsional quando a seção deixa de ser circular sólida.

A título de ilustração, considere um tubo com as seguintes dimensões:  $t = 1\text{mm}$ ,  $R_o = 50.5\text{mm}$ ,  $r_i = 49.5\text{mm}$ , (raio médio  $r = 50.0\text{mm}$ ),  $A = 100\pi$ ; essa é também a área da seção circular sólida de raio  $10\text{mm}$ . O momento torsional do tubo é  $K = 2\pi r^3 t = 2\pi 50^3$  e  $\Phi_T^e = 2\pi K/A^2 = 50$ ; segue-se que o tubo possui rigidez torsional 50 vezes superior à da barra de seção circular sólida de mesmo peso. Como  $K = 2I$  para tubos, o fator de forma para flexão  $\Phi_B^e = 4\pi I/A^2$  é equivalente ao fator  $\Phi_T^e = 2\pi K/A^2$ , de modo que o tubo do exemplo acima será 50 vezes superior à barra de referência também em rigidez à flexão.

### 5.2.4 Torção com resistência prescrita

Se não houver prescrição de deslocamento angular, o projeto será baseado em carga máxima – no caso, torque prescrito. A tensão de interesse é a de cisalhamento; para a viga de seção circular sólida vale a relação  $\tau = T_0 r / J$ , enquanto que para a viga de seção genérica a relação é  $\tau = T/Q$ , onde  $Q$ , na seção genérica, é o análogo de  $J/r$  na seção circular sólida. Segue-se que  $T/T_0 = Q/(J/r)$ , e como  $J/r = A^{3/2}/2\sqrt{\pi}$ , obtém-se

$$T/T_0 = 2Q\sqrt{\pi}/A^{3/2};$$

Define-se então

$$\Phi_T^f = 4\pi Q^2/A^3$$



como sendo o fator de forma para o projeto com torque (ao invés de rigidez torsional) prescrito. Deve-se observar que  $\Phi_T^f = (T/T_0)^2$ , e portanto uma viga de fator 9 será 3 vezes superior à viga de referência.

Tubos de seção circular possuem fatores de forma dados por  $r/t$  (rigidez prescrita, ou seja, deflexão linear ou angular máxima) ou  $2r/t$  (carga prescrita), onde  $r$  é o raio médio. Assim, para qualquer carregamento (flexão, torção ou compressão) a estrutura tubular será tanto mais otimizada quanto maior sua razão  $\Phi = r_{med}/t$ . É claro que existem limites para o aumento de  $\Phi$ ; esses limites são impostos pela ocorrência de flambagem e serão abordados mais à frente.

### 5.3 Índices de performance considerando os fatores de forma

Os fatores de forma medem quantas vezes uma dada viga de seção genérica supera (sob o mesmo carregamento e condições de contorno) a viga de referência (seção circular sólida) de mesmo comprimento e peso.

Considere, por exemplo, uma viga engastada submetida à carga  $P$  na extremidade livre e com rigidez à flexão prescrita  $S_B = P/\delta = CEI/L^3$ . Usando  $\Phi_B^e = 4\pi I/A^2$  para eliminar  $I$ , obtém-se  $S_B = (C/4\pi)(A^2/L^3)E\Phi_B^e$ ; usando esta para eliminar  $A$  na equação da massa da viga,  $M = AL\rho$ , obtém-se

$$M = [4\pi L^5 S_B / C]^{1/2} [\rho^2 / E \Phi_B^e]^{1/2}$$

o que indica que na comparação de vigas de diferentes materiais e seções a escolha deverá ser feita com base no índice (a ser maximizado):

$$M_1 = (E \Phi_B^e)^{1/2} / \rho.$$

O mesmo índice vale para a seleção de colunas com carregamento axial.

Se a viga for submetida a torque na extremidade livre com rigidez torsional  $S_T$  prescrita ( $S_T = T/\theta$ ), o índice a ser maximizado será

$$M_2 = (G \Phi_T^e)^{1/2} / \rho$$

Não havendo prescrição de deflexão máxima, as vigas serão projetadas para carga máxima.

Para vigas em flexão, a carga máxima é  $F_{max} = C(I/y_{max})(\sigma_f/L)$ .

Usando  $\Phi_B^f = 16\pi I^2/A^3 y^2$  para eliminar  $(I/y)$  obtém-se

$$F_{\max} = (C/4L\sqrt{\pi})(\Phi_B^f A^3)^{1/2} \sigma_f ;$$

usando esta para eliminar  $A$  em  $M = AL\rho$ , obtém-se

$$M = (4F_{\max} L \pi^{1/2} / C)^{2/3} L (\rho^{3/2} (\Phi_B^f)^{-1/2} (\sigma_f)^{-1})^{2/3} ;$$

portanto o índice a ser maximizado é

$$M_3 = (\Phi_B^f)^{1/3} (\sigma_f)^{2/3} / \rho .$$

Para vigas em torção, o torque máximo é

$$T_{\max} = Q\tau_f ,$$

onde  $\tau_f$  é a tensão de cisalhamento de falha do material, que será considerada igual a  $\sigma_f/2$  (critério de Tresca); com procedimento análogo, chega-se a

$$M_4 = (\Phi_T^f)^{1/3} (\sigma_f)^{2/3} / \rho$$

onde, de novo,  $\sigma_f$  representa de forma genérica a tensão de falha do material.

Se os fatores de forma  $\Phi_B^e$ ,  $\Phi_T^e$ ,  $\Phi_B^f$  ou  $\Phi_T^f$  assumem valor unitário (viga de seção circular sólida) os índices de performance  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  e  $M_4$  recaem nas expressões obtidas no capítulo anterior. Portanto, as cartas de seleção de materiais podem ser interpretadas como cartas de seleção de vigas de seção circular sólida dos diversos materiais.

Se a seção de uma viga for tal que seu fator de forma seja  $\Phi_B^e = 10$ , a combinação (material + geometria da seção) “sai” do envelope, como ilustrado na figura 5.1 (p. 103), uma vez que o índice

$$M_1 = (E\Phi_B^e)^{1/2} / \rho$$

pode ser rescrito da forma

$$M_1 = (E/\Phi_B^e)^{1/2} / (\rho/\Phi_B^e),$$

indicando que um material de módulo  $E$  e densidade  $\rho$ , quando assume um “shape”, comporta-se como um novo material de módulo

$$E^* = E/\Phi$$

e densidade

$$\rho^* = \rho/\Phi.$$



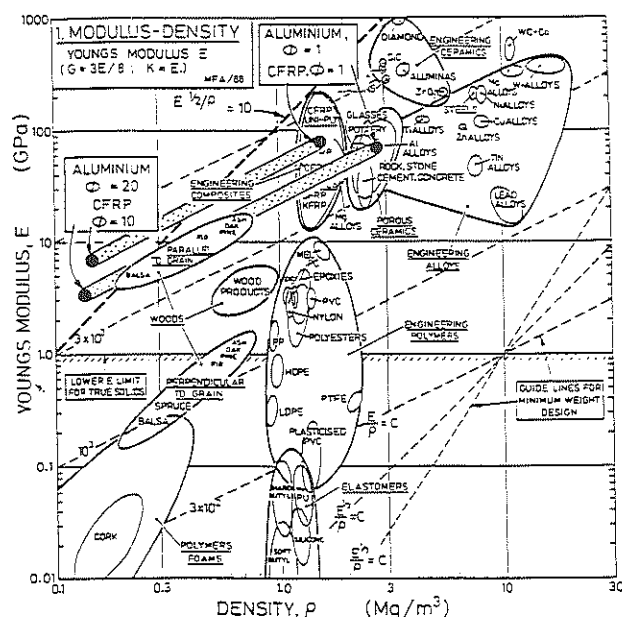


FIGURA 5.1 Os fatores de forma nas cartas de seleção. ASHBY (1992)

Na figura 5.1 vê-se uma linha diretriz  $E^{1/2}/\rho = 10$  (tracejado mais escuro) e materiais (plástico reforçado com fibra de carbono – CFRP – e alumínio; ambos inicialmente abaixo da linha  $E^{1/2}/\rho = 10$  e, portanto, rejeitados) aos quais foram conferidos “shapes”. O fator de forma  $\Phi = 1$  foi incrementado para  $\Phi = 10$  (CFRP) e  $\Phi = 20$  (alumínio), resultando em vigas com performance aceitável (superior ao padrão estabelecido pela linha diretriz).

O índice  $M_2 = (G\Phi_T^e)^{1/2}/\rho$ , rescrito da forma:  $M_2 = (G/\Phi_T^e)^{1/2}/(\rho/\Phi_T^e)$ , pode ser interpretado como um novo material de módulo  $G^* = G/\Phi$  e  $\rho^* = \rho/\Phi$ .

Se não houver prescrição de deslocamento linear ou angular (flexão ou torção elástica), a seleção de material e forma será baseada em cargas prescritas e os índices pertinentes serão  $M_3$  e  $M_4$ .

O índice relativo à falha em flexão é  $M_3 = (\Phi_B^f)^{1/3}(\sigma_f)^{2/3}/\rho$ , que pode ser rescrito da forma  $M_3 = (\sigma_f/\Phi_B^f)^{2/3}/(\rho/\Phi_B^f)$ , indicando que a adoção de um “shape” leva o material a se comportar como se possuísse  $\sigma^* = \sigma/\Phi_B^f$  e  $\rho^* = \rho/\Phi_B^f$ .

O índice  $M_4$  (torção com torque prescrito) é dado por  $M_4 = (\Phi_T^f)^{1/3}(\sigma_f)^{2/3}/\rho$  e pode ser rescrito como  $M_4 = (\sigma_f/\Phi_T^f)^{2/3}/(\rho/\Phi_T^f)$ .

#### 5.4 Fator de forma microscópico

É importante ressaltar que os fatores de forma definidos até este ponto são fatores macroscópicos. A eficiência de um elemento estrutural também pode ser melhorada se o material for “microestruturado”. A madeira, por exemplo, é microestruturada em células prismáticas; chamando de  $\rho$  a densidade global da madeira e  $\rho_s$  a densidade do composto (celulose e lignina) que forma a parede das células, o momento de área de uma viga de madeira de seção retangular ( $b \times h$ ) será dado por

$$I = (\rho/\rho_s)bh^3/12$$

O fator  $(\rho/\rho_s)$  representa a fração sólida da seção: um elemento de área  $bdy$  (do material celular) contém, do material sólido, a área  $(\rho/\rho_s)bdy$ . Segue-se que na seção, a área sólida será uma fração da área total:  $A_s = (\rho/\rho_s)A$ . O fator de forma para uma viga retangular sólida é  $\Phi_B^e = (\pi/3)(h/b)$ ; para a viga de madeira, o fator de forma é dado por

$$\Phi_B^e = 4\pi I / (A_s)^2 = (\pi/3)(h/b)(\rho_s/\rho) .$$

Pode-se então afirmar que o fator  $(\pi/3)(h/b)$  é o fator de forma macroscópico  $\Phi_B^e$  para uma viga de seção retangular ( $b \times h$ ); e pode-se afirmar também que o fator de forma de uma viga cujo material é microestruturado é dado por

$$(\Phi_B^e)_{eq} = \Phi_B^e \Psi ,$$

onde  $\Psi$  é o fator de forma microscópico.

Todos os materiais microestruturados (também conhecidos como materiais celulares) apresentam o fator de forma microscópico dado por  $\Psi = \rho_s/\rho$  .

No início dessa seção mostrou-se que um tubo de balsa é mais leve que outro de carbono/epóxi de mesma rigidez (carga,  $L$  e  $\Phi$  iguais); dito de outra forma, a viga de balsa é mais rígida que a viga de carbono/epóxi de mesmo peso e fator de forma. Lembrando que o índice de performance para flexão elástica é  $M_1 = (E\Phi_B^e)^{1/2}/\rho$  , a comparação da rigidez das duas vigas (agora com mesmo peso) é feita tomando por base o parâmetro  $(E/\rho^2)\Phi$ , ou seja:

$$(EI)_{balsa} / (EI)_{carbono} = (E/\rho^2)_{balsa} \Phi_{balsa} / (E/\rho^2)_{carbono} \Phi_{carbono}$$

e supondo  $\Phi$  igual para as vigas, o parâmetro de interesse é  $E/\rho^2$ . A tabela abaixo lista os valores desse parâmetro para os materiais usados no exemplo dos tubos.

**TABELA 5.3** Parâmetro de rigidez para vigas de materiais distintos com mesmo peso

|                  | E (GPa) | $\rho$ (Mg/m <sup>3</sup> ) | $E/\rho^2$ |
|------------------|---------|-----------------------------|------------|
| CFRP lâmina      | 310     | 1.70                        | 107        |
| CFRP laminação   | 120     | 1.70                        | 41.5       |
| Aço              | 210     | 7.8                         | 3.45       |
| Alumínio         | 70      | 2.7                         | 9.60       |
| Balsa            | 2       | 0.10                        | 200        |
| Parede da célula | 35      | 1.5                         | 15.6       |

Observando o valor de  $E/\rho^2$  do material constituinte da madeira (parede da célula: 15.6), constata-se que a viga deste material seria menos rígida que a viga de CFRP laminado (41.5); a viga de balsa, em contrapartida, exibe  $200/41.5 = 4.8$  vezes a rigidez da viga de CFRP laminado de mesmo peso. Tal fato deve-se à microestruturação da madeira.

Segundo GIBSON e ASHBY (1992), uma viga de carbono/epóxi celular – material este formado por tubos (alinhados com o eixo da viga) de carbono/epóxi – cuja fração sólida fosse 0.2 apresentaria módulo  $E = 30$  GPa,  $\rho = 0.34$  e  $E/\rho^2 = 260$ , resgatando a superioridade do compósito carbono/epóxi.

As estruturas tipo “colméia” (honeycomb) adotam a estratégia da madeira. Quanto menor a densidade da colméia, maior o valor do índice  $E/\rho^2$  e maior a eficiência do material. A questão é que, em engenharia, as colméias são usadas como “core” de estruturas do tipo “sanduíche”; a função da colméia é prover resistência a cisalhamento, fazendo o papel da alma de uma viga I. Para tanto, as células da colméia são orientadas perpendicularmente ao plano da placa ou casca. E portanto não se tira proveito dos benefícios discutidos acima (exceto para vigas de madeira).

Caso venham a ser industrializados, os novos metais “celulares”, fabricados pelo processo GASAR (descrito no próximo capítulo) darão aos projetistas a oportunidade de projetar vigas celulares com as células orientadas axialmente.

### 5.5 Limites para os fatores de forma

A constatação de que os fatores de forma macroscópicos para tubos (de seção circular) são proporcionais a  $r/t$  leva à investigação dos máximos valores desse parâmetro, considerados os possíveis modos de falha. Dentre eles, destacam-se:

- flambagem global;
- flambagem local;
- escoamento (tubos metálicos).

ASHBY (1991) investiga os limites do fator de forma  $\Phi_B^e$  para tubos submetidos a carga axial. Assumindo a carga de flambagem elástica  $F_e = \pi^2 EI/L^2$  e usando  $A = 2\pi rt$ ,  $\Phi = r/t$ , , chega-se à tensão crítica:

$$\sigma_e = (\pi/4)(E\Phi)/(L^2/A).$$

Portanto, com área de seção e comprimento prescritos, o tubo suportará carga proporcional ao fator de forma: quanto maior  $\Phi$ , maior a carga de flambagem global. Uma vez que o produto  $rt$  deve ser constante ( $= A/2\pi$ ), o aumento de  $\Phi = r/t$  leva a seções cada vez mais esbeltas ( $r$  aumenta e  $t$  diminui), o que inevitavelmente resultará em flambagem local, que ocorre quando a tensão excede

$$\sigma_b = kEt/r$$

onde  $k$  é uma constante numérica que assume valores no intervalo (0.25, 0.5). Rescrevendo  $\sigma_b$  da forma

$$\sigma_b = kE/\Phi ,$$

fica bem claro o conflito de interesses quanto ao aumento de  $\Phi$  , considerando os dois tipos de flambagem.

A falha por plastificação ocorrerá se a tensão exceder a tensão de escoamento  $\sigma_y$ . Consideradas as tensões críticas  $\sigma_e$ ,  $\sigma_b$  e  $\sigma_y$ , vê-se que, escolhido um material ( $E$ ,

$\sigma_y$ ) e o parâmetro  $L^2/A$ , existe um valor ótimo de  $\Phi$  que maximiza a tensão suportada pela coluna.

Se ao invés de axial o carregamento for de flexão, o momento fletor que leva à falha por flambagem (Brazier) será dado por

$$M_b = cErt^2 \quad (1)$$

Uma vez que o carregamento de flexão é mais comum em aeronáutica que o axial, e considerando ainda que a introdução de uma condição de contorno como rigidez prescrita (máxima deflexão) deixa o problema mais interessante, é oportuno resolver um exemplo em que fica evidente a importância de  $\Phi$  no dimensionamento da viga.

CALLADINE (1983) descreve o equacionamento de Brazier, que conduz a  $M_b = 0.987Ert^2$ ; ASHBY (1996) usa, para a tensão crítica de flambagem local, a expressão  $\sigma_b = 0.3E/\Phi$ , que fornece  $M_b = 0.3\pi Ert^2 \approx 0.94Ert^2$ ; no exemplo que se segue será usado  $M_b = 0.9Ert^2$ .

Para o projeto de uma viga com rigidez prescrita (viga engastada com carga concentrada no extremo livre) deve-se levar em conta a falha por flambagem local ( $M_b$  mencionado acima) e também a possibilidade de falha por escoamento na seção crítica; nesse caso, pode-se escrever:

$$M_y = \pi\sigma_y t r^2 \quad (2)$$

Nesse mesmo caso de carregamento, a condição de contorno (deflexão máxima) impõe

$$P/\delta = 3EI/L^3 \Rightarrow 3EI/L^3 \geq P/\delta_{\max}.$$

Deve-se então escolher ( $r$ ,  $t$ ) para um tubo de alumínio “comercial” ( $E = 69$  GPa,  $\sigma_y = 40$  MPa) de comprimento  $L = 1$  m que deverá ser engastado numa extremidade e, na outra, sustentar a carga  $P = 100$  N com deflexão máxima  $\delta_{\max} = 10$  mm. A rigidez, dada por  $P/\delta$ , deverá ser, no mínimo,  $100\text{N}/0.01$  m, ou seja,  $P/\delta \geq 10^4$  N/m.

Para a viga engastada com carga no extremo livre,  $\delta = PL^3/3EI$ , de modo que  $P/\delta = 3EI/L^3 \geq 10^4$ ; usando  $L = 1$  m,  $E = 69$  GPa,  $I = \pi r^3 t$ , obtém-se

$$r^3t \geq 1.538 \times 10^{-8} \text{ m}^4 \quad (\text{rigidez prescrita}) \quad (3)$$

A restrição de flambagem dada pela equação (1) impõe (com  $c = 0.9$ )

$$rt^2 \geq 1.610 \times 10^{-9} \text{ m}^3, \text{ fazendo } M_b = 100 \text{ Nm em (1)} \quad (4)$$

A restrição de plastificação dada pela equação (2) impõe

$$r^2t \geq 7.958 \times 10^{-7} \text{ m}^3, \text{ fazendo } M_y = 100 \text{ Nm em (2)} \quad (5)$$

Combinando as equações  $A = 2\pi r t$  e  $\Phi = r/t$ , obtém-se

$$r^2 = A\Phi/2\pi, t^2 = A/2\pi\Phi,$$

e as inequações (3), (4) e (5) podem ser rescritas da forma:

$$(3a) \quad A^2\Phi \geq 6.07 \times 10^{-7}$$

$$(4a) \quad A^{3/2}/\Phi^{1/2} \geq 2.08 \times 10^{-8}$$

$$(5a) \quad A^{3/2}\Phi^{1/2} \geq 1.25 \times 10^{-5}$$

Escolhendo  $\Phi = 25$ , as inequações anteriores impõem (a condição mais restritiva das três é a de escoamento, eq. 5a):  $A \geq 1.845 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ .

Com  $A = 1.845 \times 10^{-4} = 2\pi\Phi t^2 = 50\pi t^2$ , obtém-se  $t = 1.08 \text{ mm}$ ,  $r = 27.09 \text{ mm}$ .

O momento de área é  $I = \pi r^3 t = 6.77 \times 10^{-8} \text{ m}^4$ . Conferindo as restrições:

- deflexão:  $\delta = PL^3/3EI = 7.14 \times 10^{-3} \text{ m} = 7.14 \text{ mm} < 10 \text{ mm}$ ;

- flambagem:  $M_b = cErt^2 = 1973 \text{ Nm} > 100 \text{ Nm}$

- plastificação:  $M_y = \pi\sigma_y r t^2 = 100 \text{ Nm}$ ; portanto o tubo estará na iminência de escoar, uma vez que  $100 \text{ Nm}$  é o momento máximo que ocorre no engastamento.

Agora suponha que, além do alumínio comercial ( $\sigma_y = 40 \text{ MPa}$ ), tenha-se à disposição as ligas 6061 T6 ( $\sigma_y = 240 \text{ MPa}$ ) e 7075 T6 ( $\sigma_y = 420 \text{ MPa}$ ). Tem-se então três condições de escoamento (levando os diferentes valores de  $\sigma_y$  na eq. (2)):

- se  $\sigma_y = 40 \text{ MPa}$ ,  $r^2t \geq 7.958 \times 10^{-7}$ ;

- se  $\sigma_y = 240 \text{ MPa}$ ,  $r^2t \geq 1.326 \times 10^{-7}$ ;

- se  $\sigma_y = 420 \text{ MPa}$ ,  $r^2t \geq 7.579 \times 10^{-8}$ ;

As restrições, eliminando  $r$ ,  $t$  e tomando  $\Phi = 25$ , são rescritas da forma:

- rigidez prescrita:  $A \geq 1.558 \times 10^{-4}$ ;

- flambagem:  $A \geq 2.524 \times 10^{-5}$ ;

- escoamento,  $\sigma_y = 40$ :  $A \geq 1.845 \times 10^{-4}$ ;
- escoamento,  $\sigma_y = 240$ :  $A \geq 5.587 \times 10^{-5}$ ;
- escoamento,  $\sigma_y = 420$ :  $A \geq 3.849 \times 10^{-5}$ ;

segue-se que, dada a possibilidade de escolher o tubo de alumínio 6061 ou 7075, a restrição mais forte passa a ser aquela relativa à rigidez prescrita:  $A \geq 1.558 \times 10^{-4}$ , que fornece um tubo de espessura  $t = 0.996\text{mm}$  e raio  $r = 24.9\text{mm}$  satisfazendo  $\delta = 10\text{mm}$  com  $I = 4.83 \times 10^{-8}$ ; visto que o tubo não está na iminência de escoamento, pode-se aumentar  $\Phi$ : como discutido no capítulo anterior, o tubo fica mais leve e mais rígido.

Se ao invés de  $\Phi = 25$  toma-se  $\Phi = 40$ , as restrições passam a ser:

- rigidez prescrita:  $A \geq 1.232 \times 10^{-4}$ ;
- flambagem:  $A \geq 2.952 \times 10^{-5}$ ;
- escoamento,  $\sigma_y = 40$ :  $A \geq 1.577 \times 10^{-4}$ ;
- escoamento,  $\sigma_y = 240$ :  $A \geq 4.777 \times 10^{-5}$ ;
- escoamento,  $\sigma_y = 420$ :  $A \geq 3.291 \times 10^{-5}$ ;

de novo a restrição mais forte é aquela relativa ao escoamento ( $\sigma_y = 40$ ), que fornece  $t = 0.792\text{mm}$ ,  $r = 31.7\text{mm}$  ( $I = 7.92 \times 10^{-8}$ ); e de novo, se o alumínio escolhido for o 6061 ou o 7075, a restrição passa a ser aquela relativa à rigidez; tem-se  $t = 0.700\text{mm}$ , e  $r = 28.0\text{mm}$  ( $I = 4.83 \times 10^{-8}$ ).

Finalmente, se  $\Phi = 50$ , as restrições são:

- rigidez prescrita:  $A \geq 1.102 \times 10^{-4}$ ;
- flambagem:  $A \geq 3.180 \times 10^{-5}$ ;
- escoamento,  $\sigma_y = 40$ :  $A \geq 1.464 \times 10^{-4}$ ;
- escoamento,  $\sigma_y = 240$ :  $A \geq 4.434 \times 10^{-5}$ ;
- escoamento,  $\sigma_y = 420$ :  $A \geq 3.055 \times 10^{-5}$ ;

e agora, se não houver rigidez prescrita e o alumínio escolhido for o 7075, a restrição mais forte é aquela correspondente à flambagem:  $A \geq 3.180 \times 10^{-5}$ , que fornece  $t = 0.318\text{mm}$ ,  $r = 15.9\text{mm}$ . Isso indica que, entre  $\Phi = 40$  e  $\Phi = 50$ , o momento fletor aplicado deixa de ser crítico ao escoamento e passa a ser crítico à flambagem; de fato, fazendo  $M_b = M_y$ , tem-se

$$0.9E\pi t^2 = \pi\sigma_y r^2 t,$$

que, para o alumínio 7075 ( $\sigma_y = 420$ ), resulta em  $\Phi_{\max} = 47$ ; esse valor de  $\Phi$ , por sua vez, fornece  $A = 3.115 \times 10^{-5} \text{ m}^2$ ,  $t = 0.325 \text{ mm}$ ,  $r = 15.3 \text{ mm}$ . A validade da equação anterior, porém, é questionável: para o alumínio 6061 ( $\sigma_y = 240 \text{ MPa}$ ), resulta  $\Phi = 84$ . A literatura pesquisada recomenda  $\Phi_{\max} = 30$  para o alumínio. Em catálogos o  $\Phi_{\max}$  para o alumínio gira em torno de 22. É provável que os valores máximos dos fatores de forma de perfis comercialmente disponíveis sejam fruto de fator de segurança somado a restrições inerentes aos processos de fabricação.

O exemplo acima confirma as conclusões obtidas anteriormente:

- partindo de um tubo de parede grossa, convém aumentar  $\Phi$ : a área de seção (que satisfaz às condições de rigidez prescrita e escoamento) diminui;
- atingida a condição de flambagem, não convém aumentar  $\Phi$ : a área de seção aumenta;
- para um dado  $\Phi$ , se a restrição mais forte for relativa a escoamento, convém melhorar  $\sigma_y$  (no exemplo, equivale a usar liga de alumínio mais resistente);
- o tubo ótimo é aquele em que escoamento e flambagem ocorrem (teoricamente) ao mesmo tempo; a literatura pesquisada, contudo, fornece sempre uma faixa de valores para a constante  $c$  a ser usada quando se equaciona:  $cEr^2 = \pi\sigma_y r^2 t$ .

O exemplo mostra também que, dentre as etapas a serem cumpridas no projeto de um elemento estrutural:

- análise do carregamento e condições de contorno a que o elemento será submetido;
- imposição das restrições (flambagem, plastificação, máxima deflexão);
- determinação do máximo fator de forma para os diversos materiais;
- escolha, na carta de seleção apropriada (de posse dos  $\Phi_{\max}$  para os materiais candidatos), da combinação (material,  $\Phi_{\max}$ ) que maximiza o índice de performance relativo ao caso em estudo,

a determinação de  $\Phi_{\max}$  é a etapa crítica.

HUANG e GIBSON (1993) usam as equações da rigidez  $S = P/\delta = CEI/L^3$  e do fator de forma  $\Phi_b^e = 4\pi I/A^2$  para obter

$$A^2 = (4\pi S L^3)/(CE\Phi);$$



Levando essa expressão de A em  $r^2 = A\Phi/2\pi$ ,  $t^2 = A/(2\pi\Phi)$ , obtém-se:

$$t^4 = SL^3/(\pi CE\Phi^3),$$

$$r^4 = SL^3\Phi/(\pi CE).$$

Levando r e t dados acima em  $M_b = kEr^2$ ,  $M_y = \pi\sigma r^2 t$ , obtém-se:

$$\text{Flambagem: } \Phi = 0.543E^{1/5}(S^3L^5)^{1/5} / (C^3P^4)^{1/5};$$

$$\text{Escoamento: } \Phi = \pi(\sigma_y^4/E^3)(S^3L^5)/(C^3P^4).$$

Para uma dada situação (carregamento, material, condições de contorno), o menor valor de  $\Phi$  (dentro dos dois obtidos nas expressões acima) é o  $\Phi_{\max}$  do tubo; contudo, para o tubo do exemplo anterior ( $L = 1\text{m}$ ,  $P = 100\text{N}$ ,  $\delta = 10\text{mm}$ ), se o alumínio for 6061 T6 ( $\sigma_y = 240\text{MPa}$ ), os valores de  $\Phi$  segundo as expressões acima são 261 (flambagem) e 11752 (escoamento). Mesmo que o resultado esteja correto, é pouco provável que seja de utilidade prática.

ASHBY (1991) estipula limites para fatores de forma  $\Phi_B^e$  para diferentes classes de materiais (metais, polímeros, madeiras, compósitos de matriz polimérica e cerâmicas). Contudo, não explicita a metodologia usada na abordagem. Os valores máximos de  $\Phi = r/t$  são:

- $\Phi_{\max} \approx 70$  para aço de alta resistência;
- $\Phi_{\max} \approx 30$  para alumínio de alta resistência;
- $\Phi_{\max} \approx 10$  para polímeros rígidos;
- $\Phi_{\max} \approx 5$  para elastômeros.

Esses limites, contudo, tendem para o conservadorismo. A literatura pesquisada descreve aplicações (citadas no próximo capítulo) em que são usados  $\Phi_{\max} \approx 100$ ; tubos de carbono/epoxy fabricados pela Lockheed apresentam  $\Phi_{\max} = 80$ , embora Ashby estipule  $\Phi_{\max} = 10$ . É possível que os limites que aquele autor apresenta venham de um levantamento dos valores de  $\Phi$  para seções comercialmente disponíveis.

Seja como for, é importante enfatizar que  $\Phi_{\max}$  é limitado por flambagem e que esse problema pode ser contornado com reforçadores (“stringers” longitudinais ou “rings” circunferenciais) ou com microestruturação.  $\Phi_{\max}$  é função do material e

do carregamento e é um parâmetro crítico para a escolha da melhor combinação (material, forma), conforme ilustrado nos exemplos seguintes.

## 5.6 Exemplos de seleção (material + forma)

### 5.6.1 (material + forma) para longarinas

Estruturas aeronáuticas devem ter seu peso minimizado. As longarinas são estruturas cujo projeto, por razões aerodinâmicas, obedece a deflexões prescritas (deflexão linear e angular, responsáveis pela flexão e torção das asas; nesse exemplo somente será considerada a deflexão linear).

No caso de aviões movidos a potência humana o projeto é ainda mais interessante, porque o fator custo não é levado em conta. Busca-se a combinação (material, forma) que minimiza o peso (com rigidez prescrita), e portanto deseja-se maximizar

$$M_1 = (E\Phi_B^2)^{1/2}/\rho.$$

A tabela abaixo mostra os materiais utilizados nas três primeiras gerações de aviões “human powered”: madeira, alumínio e compósito (carbono/epóxi).

**TABELA 5.4 Materiais para longarinas**

| Material      | Modulo E | Densidade | Fator de forma | $(E\Phi)^{1/2}/\rho$ |
|---------------|----------|-----------|----------------|----------------------|
| Balsa         | 5.5      | 0.3       | 1-2            | 7.8-11.1             |
| Balsa         | 2.0      | 0.1       | 1-2            | 14.1-20.0            |
| Alumínio      | 69       | 2.7       | 1-25           | 3.1-15.5             |
| Carbono/epóxi | 120      | 1.8       | 1-10           | 6.1-19.2             |

Fonte: ASHBY (1992)

Na carta E vs  $\rho$  mostrada na figura 5.2 (p.113) vê-se que dois dos materiais (ou barras sólidas desses materiais:  $\Phi = 1$ ), alumínio e carbono, estão à direita da linha que corresponde a  $E^{1/2}/\rho = 10$ . Na condição de tubos com  $\Phi = 20$  (alumínio) e  $\Phi = 10$  (carbono), os materiais “saem” dos envelopes e passam à esquerda da linha, o que indica que excedem o valor  $M_1 = 10$ .



TABELA 5.5 Materiais para garfos de bicicleta

| Material                            | $M_3 = (\Phi_B^f)^{1/3} \sigma_f^{2/3} / \rho$ |
|-------------------------------------|--|
| Alumínio 7075, $\Phi_B^f = 20$      | 55   |
| Titânio (liga), $\Phi_B^f = 15$     | 54   |
| Magnésio (liga), $\Phi_B^f = 12$    | 45   |
| Aço (Reynolds 531), $\Phi_B^f = 30$ | 39   |
| CFRP, $\Phi_B^f = 15$               | 70   |
| Madeira, $\Phi_B^f = 1$             | 45   |

Na carta  $\sigma$  vs.  $\rho$  mostrada na figura abaixo vê-se que o titânio, o alumínio e o magnésio possuem (sem forma) praticamente o mesmo valor para o índice  $\sigma^{2/3}/\rho$ . O aço está um pouco abaixo da faixa que inclui os três primeiros, e o compósito (CFRP) e as madeiras estão um pouco acima. Vale ressaltar que a madeira balsa (com  $\sigma = 20\text{MPa}$  e  $\rho = 0.20 \text{ Mg/m}^3$ ), se transformada em tubo de fator  $\Phi = 10$ , exibiria  $M_3 = 79$ , superando o tubo de carbono/epoxy ( $M_3 = 70$  com  $\Phi = 15$ ).

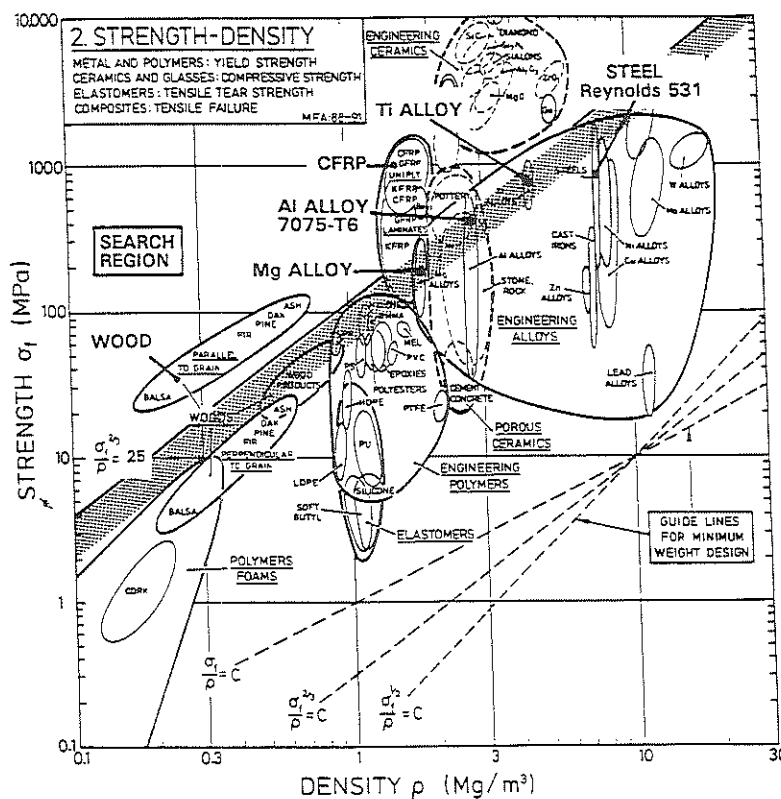


FIGURA 5.3 Materiais e “shapes” para garfos de bicicleta. ASHBY (1992)

### 5.6.3 (Material + forma) para molas

Como visto anteriormente neste capítulo, a seleção de materiais (independente de forma) para molas é feita maximizando-se o índice  $(\sigma_f)^2/E$ . A eficiência da mola pode ser aumentada maximizando-se a energia armazenada por unidade de volume, o que é feito incluindo-se a forma da seção na análise.

Considere uma lâmina individual de um feixe de molas (“leaf spring”); submetida à carga  $F$ , a lâmina armazena a energia  $U = (1/2)F^2/S_B$  onde  $S_B = P/\delta = C_1EI/L^3$  é a rigidez à flexão, que pode ser escrita (usando a expressão de  $\Phi_B^e$ ) da forma  $S_B = (C_1/4\pi)(A^2/L^3)\Phi_B^e E$ .

A carga  $F$  é limitada pela ocorrência de escoamento, e seu valor máximo (para vigas em flexão) é  $F_f = C_2(I/y_{\max})(\sigma_f/L)$ , que pode ser rescrita (usando a expressão de  $\Phi_B^f$ ) da forma  $F_f = (C_2/4L\sqrt{\pi})(\Phi_B^f A^3)^{1/2}\sigma_f$ .

Segue-se que

$$U/V = (C_2^2/8C_1)(\Phi_B^f/\Phi_B^e)(\sigma_f^2/E),$$

onde  $V = AL$  é o volume da mola; portanto a mola com máxima absorção de energia por unidade de volume terá material e forma escolhidos de acordo com o índice

$$(\Phi_B^f/\Phi_B^e)(\sigma_f^2/E).$$

Os “shapes” mais eficientes para um feixe de molas são os tubulares, com  $\Phi_B^f/\Phi_B^e = 2$  para tubos de seção circular, convergindo para 3 em seções elípticas cujo eixo maior está alinhado com o plano em que o feixe é flexionado.

Barras de torção e molas helicoidais são carregadas em torção, e procedimento análogo leva ao índice  $(\Phi_T^f/\Phi_T^e)(\sigma_f^2/E)$ .

Deve-se reparar que, para a seção circular sólida, a razão dos  $\Phi$ s nos dois índices acima vale 1, e o problema recai em maximizar  $(\sigma_f^2/E)$ . Para molas com “shape”, escolhe-se o material que maximize  $\sigma^2/E$  e depois escolhe-se a seção que maximize  $\Phi_B^f/\Phi_B^e$  ou  $\Phi_T^f/\Phi_T^e$ .

É conveniente lembrar que os elementos estruturais abordados até aqui possuem seções de geometria e dimensões constantes ao longo do comprimento. Não representam, portanto, ótimos globais.

## CAPÍTULO 6 APLICAÇÕES

*“People have known for a long time that a geodetic was a great design. During World War II, there were 10000 Wellington Bombers built with geodetic metal structures. To make such a geodetic in metal was super expensive. Nevertheless, they still thought it was worthwhile because you have such redundant load paths with that airplane, it could practically take off and fly with any kind of damage. The ease with which they could be repaired, even after the most severe punishment, made it a most outstanding plane. It was the only airplane in continuous production throughout the entire length of World War II.” (RUTAN et al, 1996).*

As vantagens decorrentes do uso de compósitos são evidenciadas por resultados objetivos, como redução de peso e do número de partes, e por características (nesse caso, intrínsecas aos compósitos de matriz polimérica) como grande flexibilidade no que diz respeito ao projeto e fabricação: atualmente a fuselagem do bombardeiro Wellington, se projetada em plástico reforçado, seria fabricada por bobinamento (filament winding), um processo controlado numericamente (e portanto muito mais custo-efetivo para o volume de  $10^4$  unidades que a produção artesanal praticada).

A pergunta que obrigatoriamente se formula quando se fala em estruturas fabricadas em compósitos diz respeito à capacidade de absorção de energia (“crashworthiness”) das mesmas; a pergunta procede, tendo em vista o caráter frágil das fibras de vidro, carbono e boro (as fibras poliméricas – aramida e polietileno – apresentam alta tenacidade e são usadas com a finalidade de absorver energia e carregamentos de impacto e tração; PILATO e MICHNO (1994) observam que mesmo a baixa afinidade com algumas resinas (termofixas) não impede o uso dessas fibras (por exemplo em proteção balística); na verdade a fraca adesão é vantajosa, uma vez que a delaminação permite que as fibras sejam solicitadas em tração; essas fibras são também bastante usadas, sem resina, em cordas e tecidos).

Em seu comentário sobre os Wellington, Rutan aponta para a redundância de trajetórias de carga das estruturas geodéticas. Essa redundância é certamente benéfica no que diz respeito à “crashworthiness” da estrutura, mas é de natureza macroestrutural; resta saber qual a influência do material na dissipação da energia. Para impactos até 150m/s, a resposta é governada pelas características de deformação e falha tanto da estrutura global quanto do material.

O colapso de um tubo metálico projetado para absorver o máximo de energia (flambagem plástica axisimétrica) segue um padrão “sanfona”, com a formação progressiva de dobradiças plásticas (“plastic hinges”) ao longo do tubo. Visto que o colapso pode ocorrer sob tensões superiores à de escoamento devido ao chamado “strain hardening” (encruamento), trata-se de um modo relativamente eficiente de absorver energia.

Em contraste, um tubo de material compósito frágil (cuja matriz é uma resina termofixa) não apresenta qualquer indício de deformação plástica; os mecanismos de absorção de energia ocorrem em âmbito intra e interlaminar (ruptura das fibras e matriz, “pull-out” das fibras e delaminação entre camadas). Embora esses mecanismos configurem um colapso catastrófico, o fato é que tubos de carbono/epoxy, devido à baixa densidade do material, exibem absorção específica de energia em torno de 50kJ/kg, duas vezes e meia o valor apresentado pelo alumínio; se a matriz for termoplástica (carbono/PEEK), o valor sobe para 90kJ/kg. A tensão média de colapso é  $\sigma_{med} = F_{med}/A$ , e a tensão média específica é  $\sigma_{med}/\rho = F_{med}/(\rho A)$ , que é igual à energia específica, dada por

$$E/m = F_{med}L/(\rho AL),$$

onde L e m são o comprimento e a massa da região colapsada.

YUAN et al. (1997) investigaram a capacidade de absorção de energia de tubos de carbono/epoxy com camadas intermediárias (“interleaves”) de termoplástico (PET). Os ensaios foram dinâmicos: a massa de impacto (96.35kg) atingia os corpos de prova a 10m/s. Os resultados mostram incrementos de 30% para os tubos “tenacificados”. Os autores observam que, dependendo da orientação das camadas, a absorção específica de energia pode variar de 33kJ/kg até 60kJ/kg. A sequência de laminação mais eficaz é a que apresenta maior número de camadas alinhadas com o tubo: 0<sub>5</sub>/90<sub>5</sub>/0<sub>5</sub> (15 camadas); a menos eficaz é a que apresenta o menor número de

camadas a  $0^\circ$ :  $0/\pm 45_7/0$  (16 camadas). Deve-se observar o considerável número de variáveis a serem combinadas para a otimização de um tubo (máxima “crashworthiness”):

- dimensões do tubo:  $L$ ,  $R$ ,  $t$ ;
- reforço: carbono, vidro, híbrido (carbono + PET, por exemplo);
- matriz: termofixa ou termoplástica;
- espessura de cada camada: com  $t$  fixa, quanto menor a espessura de cada camada, maior o número de camadas;
- seqüência de laminação.

Só no que diz respeito à seqüência de laminação, o tubo de 16 camadas (laminação simétrica e com 4 orientações possíveis,  $0^\circ$ ,  $+45^\circ$ ,  $-45^\circ$  e  $90^\circ$ ) resulta em  $4^8 = 65536$  possibilidades. A seção do tubo não deixa de ser uma variável: não se pode afirmar que a seção circular seja a mais eficiente. E existe ainda o efeito de escala: caso as dimensões do tubo sejam duplicadas, não se pode afirmar de antemão que a energia absorvida será multiplicada por 8 de forma que a energia específica seja mantida.

HAMADA e RAMAKRISHNA (1995) investigam os efeitos de escala na absorção de energia de tubos de carbono/PEEK. Os resultados mostram a influência do parâmetro  $t/D$  no modo de falha: o colapso só é progressivo para  $t/D$  no intervalo (0.015, 0.25); além disso, a absorção específica depende do valor absoluto de  $t$  (e não  $t/D$ ) e passa por um valor máximo à medida que  $t$  aumenta. A quantidade de variáveis a serem investigadas sugere que a otimização de uma estrutura para absorção de energia deve ser demorada e dispendiosa. Mais à frente será descrito o método de otimização por algoritmos genéticos, fundamentado na evolução das espécies, que se adequa muito bem a problemas de otimização combinatorial.

Uma vez que o projeto de uma estrutura de compósito contempla uma gama de combinações no que diz respeito à orientação das fibras, é pouco provável que a estrutura otimizada para rigidez à torção também o seja para “crashworthiness”, mas é bastante provável que a solução de compromisso seja mais leve que a estrutura metálica equivalente (mesma rigidez e “crashworthiness”).



É importante ressaltar a importância do aspecto macroestrutural nos valores de absorção de energia dados acima. A estrutura deve ter uma geometria que favoreça o colapso progressivo; o cone frontal (“nose cone”) de um carro F-1 é um bom exemplo de estrutura cuja absorção específica de energia deve ser a maior possível e cuja geometria adequa-se a esse objetivo.

SAVAGE (1992) descreve a experiência pioneira da McLaren com o MP4/1, o primeiro carro na história da F-1 com chassis monocoque de carbono/epóxi. O autor enfatiza a capacidade de absorção de energia dos compósitos nos níveis micro e macroestruturais, desde que o projeto promova o colapso progressivo: “the attainment of high values of specific energy absorption is dependent on the ability to initiate controlled disintegration at loads below those required to cause failure of the general structure... One possible approach is the use of structural forms which are self-triggering. Typical of such a shape would be a tapered tube which would fail at the narrow end with a crush zone moving progressively rearwards”. O autor observa que um cone frontal ensaiado em compressão estática pode falhar de um modo (flambagem global das faces; a construção é “sanduíche”) diferente do modo de falha em ensaio dinâmico; e portanto os ensaios devem ser conduzidos de modo a repetir a energia cinética da situação real.

No que diz respeito a resistência, rigidez e custo, a tabela abaixo exhibe valores para os dois compósitos mais usados (carbono/epóxi ou vidro/epóxi) relativamente ao aço.

**TABELA 6.1 Comparação dos plásticos reforçados com o aço (valores normalizados relativamente ao aço)**

|                                  | Carbono/epóxi | vidro/epóxi | Aço |
|----------------------------------|---------------|-------------|-----|
| Tensão ruptura Específica        | 4             | 4           | 1   |
| Rigidez específica               | 5             | 0.85        | 1   |
| Custo por unidade de resistência | 17.50         | 1.75        | 1   |
| Custo por unidade de rigidez     | 14.00         | 8.40        | 1   |

Fonte: WATTS (1980)

Deve-se observar que o custo listado diz respeito ao preço dos materiais; o custo relativo ao ciclo de vida do produto ou equipamento engloba também os custos de manufatura, operação e manutenção; assim sendo, a redução de peso e número de partes proporcionada pelos compósitos pode alterar (favoravelmente aos compósitos) os valores dos custos listados.

Um exemplo de aplicação é o de treliças usadas em satélites; as treliças (comprimento típico de 4m) suportam o refletor, cujo posicionamento deve permanecer tão estável quanto possível na faixa de temperatura (-160, 93°C) a que o satélite estará exposto. Os requisitos de projeto, portanto, são:

- máxima rigidez/peso;
- mínima variação dimensional (contração e dilatação).

A treliça de carbono/epóxi apresenta massa de 36.6kg e variação dimensional de 0.25mm, enquanto que uma treliça de alumínio teria massa (estimada) de 77kg (não incluído o isolamento térmico) e variação dimensional de 2.5mm.

Em carregamento de torsão a vantagem de um tubo de carbono/epóxi sobre um de aço é ainda maior. No exemplo dado por WATTS (1980), o torque a ser transmitido é de 8900 Nm e o tubo de aço (otimizado) tem diâmetro de 82.5mm, parede de 2.4mm (dimensões obtidas assumindo-se tensão admissível de 827 MPa) e massa de 4.7kg/m. Mantendo o diâmetro de 82.5mm, o tubo de carbono/epóxi terá espessura de 1.3mm e massa de 0.55kg/m, proporcionando redução de 88%. Graças à diferença em massa, a diferença em custo não é muito significativa: \$5.25/m para o tubo de aço e \$6.23 para o tubo de compósito.

Em carregamento de flexão, uma aplicação interessante é o braço manipulador remoto do sistema de “entrega e recuperação” de carga (“payload deployment and retrieval”) dos ônibus espaciais. Trata-se de uma estrutura tubular de 15m de comprimento, 330mm de diâmetro, parede de 1.27~1.90mm e massa de 37kg (considerando a espessura média de 1.59mm e densidade de 1.5g/cm<sup>3</sup>) capaz de manipular cargas de até 14500kg. Deve-se observar que o fator de forma médio (correspondente à espessura média) é  $\Phi = r/t = 104$ , portanto dez vezes superior ao valor sugerido por Ashby (WATTS,1980).

Vários conceitos de plataformas espaciais prevêm uso intensivo de treliças formadas por elementos tubulares. Considerações a respeito de rigidez específica e coeficiente de dilatação levam à escolha de carbono/epoxy para o material. A Lockheed fabricou tubos de carbono/epóxi com diâmetro variando de 100mm numa extremidade até 50mm na outra, parede de 0.635mm (0.025 polegada) e comprimento de 2.74m. A massa de cada tubo é de 625g, e os fatores de forma nas extremidades são  $\Phi_{\max} = 80$  e  $\Phi_{\min} = 40$  (VAUGHN e FRIEND, 1981).

Estima-se que a substituição de alumínio por compósitos avançados (de matriz polimérica) proporcione redução de peso de 20 a 40%: a aeronave militar americana V22 Osprey, com cerca de 50% de seu peso em plástico reforçado, percebe 20% em redução de peso e 85% em redução do número de partes. O helicóptero alemão BK 117 tem sua estrutura integralmente em compósitos, o que promove redução do número de partes de 745 para 105.

Nesse ponto, deve-se esclarecer que os tradicionais materiais metálicos não estão relegados a um segundo plano. Pesquisas dedicadas à obtenção de ligas de alumínio e titânio com propriedades superiores têm apresentado resultados surpreendentes. FIELDING e WOLF (1996) descrevem aplicações aeronáuticas das ligas alumínio-lítio, enfatizando que, para cada 1% de lítio, o alumínio percebe redução de 3% na densidade e aumento de 5% no módulo. KRAMER et al. (1997) apresentam algumas propriedades obtidas com a adição de escândio (Sc) em ligas de alumínio, dentre as quais destacam-se:

- o aumento da tensão de escoamento numa liga 7XXX com escândio, submetida a trabalho a frio e tratamento térmico, de 636 MPa para 643 MPa; a mesma liga, sem o Sc, submetida àquelas operações, exhibe redução na tensão de escoamento de 630 MPa para 605 MPa;
- substancial redução no trincamento durante soldagem (“hot cracking”).

MARDER (1997) descreve uma liga alumínio-berílio com densidade 2.1 g/cm<sup>3</sup> e módulo de Young de 200GPa, praticamente igual ao módulo dos aços.

A contínua evolução dos metais ocorre no sentido de se obter não só novas ligas mas, principalmente, novos materiais. Os compósitos de matriz metálica apresentam vantagens sobre os metais monolíticos (e certamente sobre os plásticos

reforçados) quando a aplicação requer resistência sob temperaturas elevadas (fluência) e quando as propriedades típicas dos metais (tenacidade, resistência à abrasão e aos fatores ambientais) são imprescindíveis (inviabilizando o uso de cerâmicas).

O telescópio Hubble usa uma viga de alumínio reforçado com 60% de carbono (fibras longas), proporcionando ganho em peso de 30% em relação à viga de carbono/epóxi devidamente “escudada” a fim de resistir aos efeitos de radiação.

As palhetas de turbinas são estruturas críticas nos motores aeronáuticos devido às cargas termo-mecânicas a que são submetidas. A adição de reforço (40% de SiC) à matriz de titânio proporciona aumento de 100% na rigidez e 50% na resistência do metal. Estima-se que o uso de MMC com matriz de titânio e reforço de SiC nas palhetas e espaçadores possa promover redução de peso de 75% (CLYNE e WITHERS, 1993).

As aplicações descritas ressaltam as vantagens dos compósitos sobre os materiais monolíticos. No entanto, algumas questões relativas ao projeto com compósitos permanecem parcialmente resolvidas; uma delas é a análise dessas estruturas por métodos numéricos. Após o comentário sobre a estrutura geodética dos bombardeiros Wellington, Burt Rutan cita uma de suas experiências como projetista: “Back in those early days of the Beech Starship we not only did the geodetic fuselage, but also designed a set of geodetic wings. However it didn't sell at all. One of the primary reasons was the inability of the buyer to analyze the structure. ... About four months later, we got it back with the note ‘We just don't know how to analyze this.’” (RUTAN et al. 1996).

Esse episódio leva à especulação de que, até recentemente, a análise computacional de uma estrutura que “fugisse” do convencional não oferecia confiabilidade suficiente. Some-se a isso a pouca experiência acumulada em projeto com plásticos reforçados, sobretudo no tocante a critérios de falha. Um exemplo que ilustra esse fato é narrado por RUTAN et al. (1996). O projeto em questão era o de cilindros que simulariam o casco de um submarino que seria feito de plástico reforçado. Optou-se por fabricar os cilindros pelo processo de bobinamento (“filament winding”), uma vez que a indústria americana já acumulava cerca de 50

anos de experiência na fabricação de todo tipo de vaso de pressão (incluindo motores-foguete) por aquele processo.

No entanto, os cilindros ensaiados colapsaram sob pressões da ordem de 30% da pressão prevista. O que estava em jogo era um modo de falha que não ocorre em vasos de pressão porque neles a pressão interna impõe às fibras carregamento de tensão; no submarino – e nos cilindros ensaiados – a pressão externa impõe às fibras carregamento de compressão que leva a um tipo de “enrugamento” (“fiber marcelling”) e subsequente falha sob pressões inesperadamente baixas.

Existem ainda outras questões que se apresentam como obstáculos ao projeto com plásticos reforçados são: custo de fabricação para pequenos volumes; degradação provocada por fatores ambientais (umidade, radiação UV); resistência a altas temperaturas, abrasão e impacto.

As aplicações descritas a seguir apresentam “inspiração” biomimética. São desenvolvimentos recentes na área de materiais, fabricação e estruturas que adotam conceitos como hierarquização estrutural, microestruturação (materiais celulares) ou gradiente de propriedades. São também descritos dois métodos numéricos de otimização estrutural fundamentados em processos biológicos.

## 6.1 Metais celulares

Materiais celulares sintéticos (colméias ou “honeycomb”) são usados como “core” em elementos estruturais do tipo sanduíche com o eixo longitudinal das células perpendicular às faces. Na bibliografia pesquisada não há menção a estruturas sanduíche (placa, casca ou viga) que não sejam de madeira e cujo “core” tenha as células orientadas paralelamente às faces (transversalmente ao carregamento).

Recentemente, metais com “bolhas” de  $H_2$  de geometria esférica ou cilíndrica foram fabricados por um processo denominado GASAR, em que o metal (em estado líquido) é resfriado, em atmosfera de hidrogênio, pelo ponto correspondente à composição eutética da mistura metal-hidrogênio; nessas condições, a solidificação ocorre de forma tal que o gás permanece como uma fase distinta dentro do metal, dando origem às bolhas. Diversos metais já foram usados (alumínio, magnésio, cobre e até

aços inox), produzindo metais celulares com densidades (relativas ao metal monolítico) entre 0.25 e 0.95.

As variáveis do processo – pressão, taxa de resfriamento e direção do gradiente de temperatura no resfriamento – podem ser ajustadas de modo a proporcionar diferentes densidades relativas e são também responsáveis pela geometria e orientação das células, que podem ser cilíndricas com alongamento típico  $L/d = 10$ . Se as células forem alongadas e alinhadas, o material pode ser usado na fabricação de placas ou vigas com as células orientadas longitudinalmente.

SIMONE e GIBSON (1997) investigaram a eficiência estrutural de metais GASAR e verificaram, para o índice de performance  $E^{1/2}/\rho$  (flexão de viga com rigidez prescrita), ganhos de até 100% sobre o metal na forma monolítica (cobre ou magnésio com densidade  $\rho/\rho_s = 0.25$ ).

Em compressão os metais GASAR apresentam o platô na curva  $\sigma \times \varepsilon$  (após o regime elástico) que, à semelhança do que ocorre nas madeiras, indica o colapso plástico das células. Esse colapso pode se dar por escoamento ou flambagem das paredes das células, dependendo da relação  $t/r$  da célula. Devido à não uniformidade da microestrutura, o colapso é progressivo e é seguido de encruamento (strain hardening) e densificação, evidenciados pela ascensão da curva  $\sigma \times \varepsilon$  após o platô. Grandes deformações (de até 60%) a níveis praticamente constantes de tensão sugerem que os metais celulares têm grande potencial para a fabricação de elementos de absorção de energia (SIMONE e GIBSON, 1997).

Espumas metálicas oferecem algumas vantagens sobre as tradicionais espumas poliméricas, principalmente no que diz respeito à temperatura máxima de uso, absorção de umidade e degradação.

Recentemente espumas de alumínio com massa específica entre 300 e 1000  $\text{kg/m}^3$  (portanto mais leves que a água) começaram a ser comercializadas. Os poros têm geometria esférica (diâmetro típico de 1mm) e distribuição homogênea; em decorrência o material é essencialmente isotrópico, com propriedades listadas na tabela a seguir.

**TABELA 6.2 Propriedades da espuma de alumínio em função da massa específica**

| Massa específica<br>Kg/m <sup>3</sup> | Módulo GPa | Tensão Escoamento<br>MPa | Rigidez Relativa*<br>% |
|---------------------------------------|------------|--------------------------|------------------------|
| 500                                   | 5          | 3                        | 210                    |
| 750                                   | 9          | 13                       | 170                    |
| 1000                                  | 14         | 25                       | 150                    |

Fonte: SHELLEY (1997)

\* a rigidez é relativa à chapa de alumínio monolítico de mesmo peso.

## 6.2 - Materiais funcionalmente gradientes (MFGs)

Esses materiais (functionally gradient materials) são caracterizados pela variação (com a posição) de sua composição ou microestrutura; essa variação dá origem a um correspondente gradiente de propriedades mecânicas. Os ossos longos apresentam gradiente de calcificação ao longo do comprimento (maior no centro), enquanto que bambus apresentam gradiente da fração de reforço através da espessura (maior no exterior).

Os MFGs sintéticos podem ser produzidos a partir de metais, polímeros e cerâmicas em inúmeras combinações. A pesquisa dos MFGs está voltada, principalmente, para materiais cujas superfícies serão expostas a altas temperaturas (requisito satisfeito por cerâmicas) e que devem apresentar, como um todo, boas propriedades mecânicas, sobretudo tenacidade (requisito satisfeito por metais). A demanda por materiais com essas características parte do setor aeroespacial, e aplicações típicas são o revestimento de aeronaves hipersônicas e pás de turbinas. Estima-se que a temperatura na fuselagem de uma aeronave voando a Mach 10 chegue a 2000 K, e a simples deposição de uma camada refratária em substrato metálico mostra-se insatisfatória por causa da descontinuidade (e provável falha) na interface. O material “ideal”, nesses casos, deve eliminar a interface pela transição gradual do substrato (metal ou composto de matriz metálica que resista ao

carregamento estrutural) para o revestimento (camada cerâmica que resista à carga térmica).

No âmbito da eficiência estrutural (sem carga térmica) o gradiente de propriedades é investigado por LEE et al. (1997); esses pesquisadores produziram corpos de prova de carbono/epóxi com gradiente da fração de reforço. Força centrífuga (aplicada durante a cura dos espécimes) foi usada para induzir o gradiente, que mostrou-se influenciado também por parâmetros como fração inicial do reforço, comprimento das fibras e viscosidade da resina. Para a mesma fração de reforço, a resistência à flexão (módulo de ruptura) do espécime com gradiente (através da espessura) excedeu a do espécime convencional.

### 6.3 Laminados fibra/metal

Apesar das excelentes propriedades específicas dos plásticos reforçados, as ligas de alumínio aeronáutico – tipicamente 2XXX (Cu – Mg) e 7XXX (Zn) – apresentam características imprescindíveis no projeto de estruturas aeronáuticas, tais como: elevada resistência a impacto e abrasão, durabilidade, facilidade de inspeção e baixo custo. As ligas de alumínio, contudo, deixam a desejar quando submetidas a cargas cíclicas (não possuem limites de resistência à fadiga bem definidos).

A fim de contornar ou atenuar esse problema, engenheiros da Fokker começaram a investigar, na década de 70, o desempenho de chapas laminadas, ou seja, obtidas pela colagem de duas ou mais chapas. E de fato as chapas laminadas mostraram-se superiores: uma trinca numa das camadas teria de atravessar o filme adesivo para chegar à camada adjacente, tendo sua propagação interrompida (mesmo que temporariamente).

O passo seguinte seria adicionar fibras de alta performance ao filme adesivo a fim de introduzir um novo obstáculo à propagação da trinca: o mecanismo de “crack bridging”.

A pesquisa dos laminados metálicos reforçados teve continuidade na Universidade de Delft; inicialmente, a fibra escolhida foi a de aramida e os laminados foram produzidos alternando-se camadas de alumínio (7075-T6 ou 2024-



T3, espessura  $t = 0.3\text{mm}$ ) com camadas do compósito aramida/epoxy (unidirecional, proporção 50/50 em volume,  $t = 0.2\text{mm}$ ), sendo que as camadas externas são de alumínio. Os laminados atualmente comercializados são oferecidos nas configurações 2/1, 3/2, 4/3 e 5/4 (o primeiro algarismo indica o número de camadas de alumínio). Esse material recebeu o nome de ARALL (“aramid-aluminum laminate”). Os laminados ARALL apresentam vida em fadiga (número de ciclos até a ruptura) cerca de 15 vezes superior à do alumínio monolítico (para carregamento “paralelo” às fibras); se houver tracionamento das fibras durante a cura, as camadas de alumínio (após a cura) estarão sob compressão residual (analogamente ao que ocorre com o concreto protendido), e nesse caso a vida em fadiga excede por um fator  $10^3$  a do alumínio monolítico (SHANKAR, 1994).

A tabela abaixo (LAWCOCK et al. 1995) lista algumas propriedades (estáticas, carregamento paralelo às fibras) das ligas de alumínio, fibras e dos laminados.

**TABELA 6.3 Propriedades do alumínio, compósitos e laminados metálicos**

|               | $\sigma_t$ MPa | $\sigma_{0.2\%}$ MPa | E GPa | Alongamento% |
|---------------|----------------|----------------------|-------|--------------|
| 7075-T6       | 572            | 510                  | 71    | 12           |
| 2024-T3       | 455            | 359                  | 72    | 19           |
| Aramida/Epóxi | 1400           | -                    | 63    | 2.3          |
| VidroR/Epóxi  | 2640           | -                    | 50    | 5.2          |
| Carbono/Epóxi | 1240           | -                    | 145   | 0.9          |
| ARALL1        | 800            | 641                  | 68    | 1.9          |
| ARALL2        | 717            | 359                  | 64    | 2.5          |
| GLARE1        | 1300           | 550                  | 65    | 4.6          |
| GLARE2        | 1230           | 400                  | 66    | 5.1          |
| CARE          | 1176           | -                    | 92    | 1.5          |

Fonte: LAWCOCK et al. 1995

ARALL1: 3 camadas 7075-T6  $t = 0.3\text{mm}$ , 2 camadas aramida/epóxi  $t = 0.2\text{mm}$

ARALL2: 3 camadas 2024-T3  $t = 0.3\text{mm}$ , 2 camadas aramida/epóxi  $t = 0.2\text{mm}$

GLARE1: 3 camadas 7075-T6  $t = 0.3\text{mm}$ , 2 camadas aramida/epóxi  $t = 0.25\text{mm}$

GLARE2: 3 camadas 2024-T3  $t = 0.3\text{mm}$ , 2 camadas aramida/epóxi  $t = 0.25\text{mm}$

CARE: 2 camadas 7075-T6  $t = 0.3\text{mm}$ , 1 camada IM600/epóxi  $t = 0.2\text{mm}$

Como já mencionado, o efeito de ligação da trinca (“crack bridging”) é o responsável pelo notável desempenho dos laminados metálicos sob cargas cíclicas; mas o mais interessante no que diz respeito à propagação de trincas perpendicularmente às fibras é que, à medida que a trinca se propaga, cresce o número de fibras que fazem a ligação, o que reduz a taxa de propagação até um ponto em que a trinca se encontra praticamente “aprisionada”.

A taxa de crescimento da trinca pode ser reduzida mediante:

- aumento do módulo de Young da fibra;
- redução do módulo do metal;
- redução da espessura das lâminas metálicas;
- aumento da proporção fibra/metal;
- aumento do módulo de cisalhamento da matriz (polímero);
- aumento da resistência do polímero à delaminação;
- aumento das tensões residuais de compressão sobre o metal

(LAWCOCK, G. et al. 1995).

Reconhecendo as limitações da fibra de aramida no tocante à resistência à compressão – devido à tendência das fibras de sofrerem microflambagem – e à resistência ao “descascamento” (“peel strength”) – decorrente da fraca adesão entre as fibras e a resina – o passo seguinte foi investigar o desempenho de laminados reforçados com vidro/epóxi. Esses laminados receberam o nome de GLARE: o reforço consiste de vidro/epóxi na proporção 60/40 e o laminado pode ter camadas do compósito a  $0^\circ$  e  $90^\circ$  (“cross-ply”) a fim de reduzir a anisotropia e tornar o material mais adequado às aplicações em que estará sujeito a tensões bidirecionais. Os laminados GLARE são superiores ao ARALL quando o carregamento cíclico submete a estrutura a tensões de compressão.

Os laminados CARE (camadas alternadas de carbono/epoxy e alumínio) apresentam propriedades superiores às dos laminados ARALL ou GLARE, (como se pode constatar pela Tabela) exceto pelo alongamento: algumas fibras de carbono (“ultra high modulus”) permanecem elásticas até a ruptura (alongamento desprezível); nesse caso o laminado praticamente não apresenta escoamento. Contudo, a diferença de potencial galvânico entre os dois materiais leva à questão da corrosão galvânica; talvez seja esse o motivo pelo qual os laminados metálicos reforçados com carbono ainda não tenham encontrado aplicações fora dos centros de pesquisa.

Os laminados metálicos são tipicamente usados em painéis externos da fuselagem, empenagens e intradorso das asas, bem como nas faces de painéis sanduíches. O ganho em peso proporcionado pelo uso dos laminados ARALL e GLARE gira em torno de 30%. Uma das primeiras aplicações do ARALL foi no intradorso das asas do Fokker F-27; o ganho em peso foi de 33% e, após ensaio de fadiga que simulou 270000 vôos (3 vezes a vida esperada), o intradorso suportou 1.4 vezes a carga limite. Na porta do compartimento de carga do McDonnell Douglas C-17 os laminados ARALL resultaram em redução de 72kg (27% do peso original). (SHANKAR, 1994).

Os laminados ARALL, no entanto, apresentam uma desvantagem que decorre das características da interface entre as fibras de aramida e o alumínio. A baixa resistência da interface compromete as propriedades do laminado no que diz respeito a descascamento (“peel strength”) e cisalhamento. Recentemente começou-se a investigar laminados carbono/alumínio, um passo lógico na evolução dos laminados metálicos tendo em vista as excelentes propriedades mecânicas do carbono e da interface carbono/alumínio. MAO et al. (1995) investigam um laminado com 13 camadas de alumínio ( $t = 0.2\text{mm/camada}$ ) e 12 camadas de carbono/epóxi ( $t = 0.125\text{mm/camada}$ ) submetido a flexão. Como o módulo de cisalhamento do carbono é  $G_{12} = 7\text{GPa}$  e do epóxi é  $G = 3\text{GPa}$ , o módulo de cisalhamento do carbono/epóxi situa-se entre 3 e 7GPa, bem inferior ao do alumínio,  $G = 27.7\text{GPa}$ . Por esse motivo, as deformações máximas provocadas por cisalhamento são da ordem de  $8600\mu\epsilon$  no carbono/epóxi e  $3000\mu\epsilon$  no alumínio, enquanto que as deformações normais são praticamente iguais:  $4400\mu\epsilon$  no compósito e  $4700\mu\epsilon$  no alumínio. Essa diferença

entre os dois materiais em cisalhamento explica a forma dominante de falha, a delaminação.

O uso de ligas alumínio/lítio (2090) em laminados está sendo investigada. Essas ligas apresentam um ganho em densidade ( $2.60\text{g/cm}^3$  para a liga 2090 vs.  $2.78\text{g/cm}^3$  para a liga 2024). Segundo FREISCHMIDT et al. (1994), a densidade dos laminados de Al-Li com carbono/epoxy gira em torno de  $2.19\text{g/cm}^3$ , portanto inferior à dos laminados ARALL e GLARE. O laminado ALLIC estudado por aqueles autores consiste de 2 camadas de Al-Li 2090-T3 e uma camada de carbono/epoxy, com propriedades listadas na tabela abaixo.

**TABELA 6.4 Propriedades de laminados metálicos com reforço de carbono, kevlar e vidro**

|         | E (GPa) | $\sigma_{0.2\%}$ (MPa) | Densidade ( $\text{g/cm}^3$ ) |
|---------|---------|------------------------|-------------------------------|
| ALLIC   | 76      | 497                    | 2.19                          |
| ARALL-2 | 64      | 359                    | 2.33                          |
| GLARE-2 | 65      | 400                    | 2.52                          |

Fonte: FREISCHMIDT et al. (1994)

#### 6.4 Otimização estrutural via crescimento biológico

Duas das estratégias de crescimento das estruturas biológicas são o crescimento adaptativo e o gradiente de propriedades (descritos no capítulo 2), responsáveis pela geração de “shapes” e topologias ótimas. Essas estratégias podem ser usadas como ferramentas numéricas de otimização estrutural. Quando se fala em topologia ótima deve-se entender que a estrutura tem contornos aproximadamente definidos mas não necessariamente otimizados; numa estrutura do tipo treliça, a topologia estabelece o número de barras e suas posições aproximadas, mas não suas dimensões definitivas nem a posição exata dos nós; numa estrutura do tipo placa, a topologia define o contorno externo (e possíveis contornos internos correspondentes) de forma aproximada. Quando se fala em otimização de “shape”, deve-se entender que a estrutura será dimensionada: a treliça terá as posições dos nós e as dimensões

das barras definidas, e a placa terá sua espessura e seu(s) contorno(s) precisados. A otimização de topologia consiste em obter, a partir de um domínio inicial (por exemplo, uma placa retangular), o layout da estrutura (por exemplo, uma treliça) mais leve possível; a otimização de “shape” equívale ao “ajuste fino” da topologia.

O método inspirado no gradiente de propriedades se baseia no processo de mineralização adaptativa encontrado em ossos: regiões que percebem aumento de tensão são tornadas mais rígidas mediante aumento da fração mineral (variação das propriedades mecânicas, geometria constante). O método (MATTHECK e BURKHARDT, 1990) varia o módulo de Young de cada elemento da estrutura (discretizada em elementos finitos) proporcionalmente à tensão (von Mises) a que o elemento está submetido. Desse modo a estrutura é mapeada em contornos de iso-módulo, e as regiões “moles” (ou seja, aquelas cujos módulos assumem valores menores que um valor pré-estabelecido  $E_{ref}$ ) são removidas – daí o nome “soft kill option” (SKO). O método é uma ferramenta com a qual o projetista obtém a topologia que, depois da otimização de “shape”, resultará na estrutura ótima. As etapas fundamentais são:

- especificação do domínio de “design”, ou seja, da região dentro da qual o design final estará contido; se for bidimensional, o domínio típico é uma placa de espessura e propriedades mecânicas constantes. O domínio é discretizado, submetido às condições de contorno e resolvido por elementos finitos;
- o módulo de Young é variado proporcionalmente às tensões de von Mises percebidas pelos elementos;
- a estrutura (mesma malha, mesmas condições de contorno, só que agora com gradiente de módulo) é resolvida novamente.

Os dois últimos passos são repetidos até que um critério de convergência seja satisfeito; neste ponto, a estrutura terá regiões claramente distinguíveis como “moles” – que serão removidas.

O processo de (des)mineralização, ou seja, a variação do módulo em função da tensão, é objeto de debate. Dos três procedimentos sugeridos (BAUMGARTNER et al., 1992), aquele que mostra melhor convergência é dado por

$$E_{n+1} = E_n + k(\sigma_n - \sigma_{ref}),$$

onde  $\sigma_{ref}$  é o valor da tensão (suficientemente baixo) que indica que o elemento pode ser removido; note-se que a convergência do módulo está vinculada à convergência da tensão. Deve-se ter em mente que, para um problema específico, o método gera uma solução para cada valor dos parâmetros  $k$  e  $\sigma_{ref}$ . A figura abaixo mostra a aplicação do método SKO a uma estrutura engastada. O design inicial é uma placa retangular com engaste no lado esquerdo e carga aplicada no canto inferior direito. A tensão de referência foi variada, e os casos (a), (b) e (c) indicam a influência do parâmetro  $\sigma_{ref}$ : note-se que o método converge para topologias distintas, o que de certa forma é vantajoso.

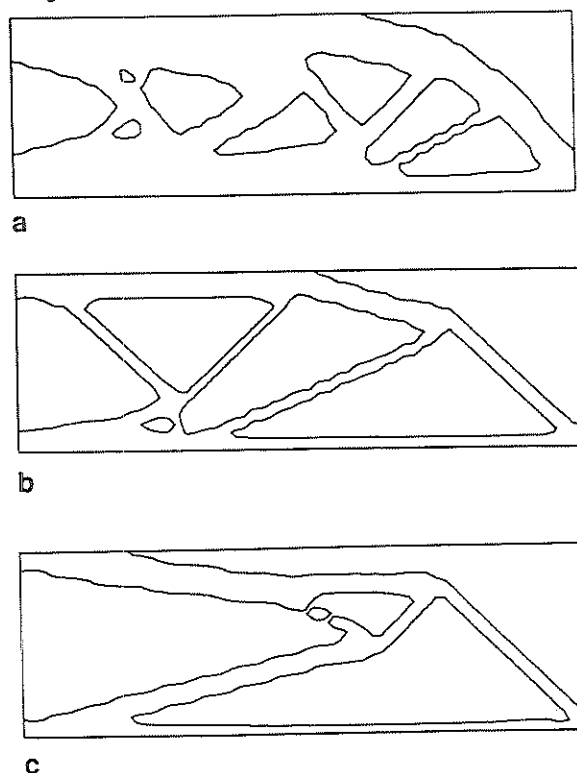


FIGURA 6.1 Topologias distintas geradas pelo método SKO  
BAUMGARTNER et al. (1992)

Como será visto na próxima seção, a robustez dos algoritmos genéticos decorre precisamente do fato de fornecerem várias soluções quasi-ótimas.

Com o método SKO, o projetista obtém topologias que deverão ainda receber o “ajuste fino” (otimização de “shape”) no sentido de satisfazer alguma condição adicional, como por exemplo deslocamento prescrito no ponto de aplicação da carga. Se a condição a ser satisfeita for a obtenção de uma distribuição homogênea de

tensões em consonância com o axioma de tensões constantes, a otimização de “shape” será fundamentada no processo de crescimento adaptativo, como descrito a seguir.

O método CAO (computer aided optimization) foi desenvolvido por MATTHECK e BURKHARDT (1990) com inspiração no crescimento adaptativo de estruturas biológicas (variação da geometria, propriedades mecânicas constantes). O método oferece ao projetista uma ferramenta com a qual será feita a otimização do “shape” da estrutura (de topologia definida) com o objetivo de homogeneizar a distribuição de tensões no(s) contorno(s), eliminando concentração de tensões e aumentando a vida em fadiga da estrutura. O mecanismo de crescimento adaptativo da superfície externa de árvores é numericamente codificado como se segue:

- uma topologia inicial é gerada (método SKO) e discretizada em elementos finitos;
- a malha é “revestida” com uma fina camada de elementos “moles”, ou seja, o módulo de Young dos elementos na superfície é significativamente inferior ao módulo do material base;
- as condições de contorno são aplicadas e a estrutura, resolvida; visto que os elementos “moles” compartilham nós com os elementos “duros”, haverá continuidade de deformação (como no modelo de Voigt para compósitos: materiais distintos ligados em paralelo apresentam a mesma deformação). Como o módulo dos elementos “moles” é menor, as tensões percebidas por eles será menor que aquelas percebidas pelos elementos do material base;
- promove-se então um “inchamento” (swelling) dos elementos da camada superficial de acordo com

$$\Delta\varepsilon = k(\sigma_{\text{Mises}} - \sigma_{\text{ref}});$$

- o inchamento é fisicamente obtido pela adição de  $\Delta\varepsilon$  (decomposto em  $\Delta\varepsilon_x$  e  $\Delta\varepsilon_y$ ) às coordenadas dos nós na superfície da camada “mole”;
- os dois últimos passos são repetidos até que o(s) contorno(s) apresente homogeneidade de tensão (teoricamente o contorno deve ser uma linha de isotensão).

O processo de “inchamento” pode ser feito atribuindo-se valores de coeficiente de dilatação nulo para o material base e positivo para a camada “mole” e

gerando-se uma carga térmica em que a distribuição de temperatura seja igual (ou proporcional) à distribuição de tensão. Deve-se ter em mente que a geometria (contornos) da estrutura será alterada e portanto novas malhas talvez precisem ser geradas.

A figura abaixo ilustra a aplicação do método numa estrutura engastada. Na topologia inicial, os furos retangulares geram concentração de tensões. Após a aplicação do método CAO, os picos de tensão ao longo do contorno dos furos são reduzidos em mais de 50% (b). No entanto verifica-se a presença de regiões muito pouco solicitadas, o que impede que essa estrutura seja otimizada (mínimo peso). Uma vez que o método CAO não remove essas regiões (esse é o objetivo do método SKO), uma nova topologia inicial é gerada (c), com furos menores nas regiões pouco solicitadas. Nova aplicação do método CAO promove deformação de todos os furos a fim de homogeneizar as tensões ao longo dos contornos.

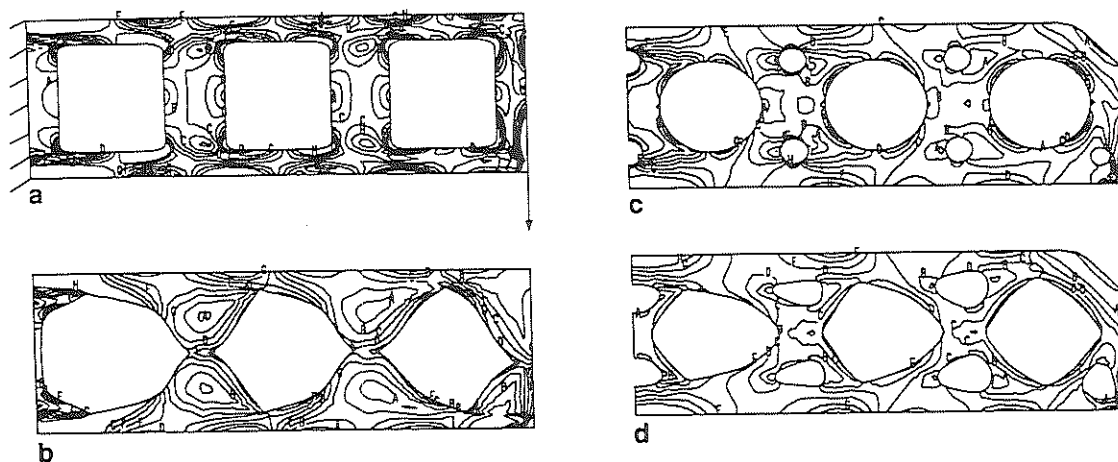


FIGURA 6.2 Aplicação do método CAO a uma placa engastada  
BAUMGARTNER et al. (1992)

Vale citar um caso de aplicação do método num elemento de máquina que era submetido a flexão rotativa (MATTHECK et al. 1992). Devido à concentração de tensões, o componente (não otimizado) tinha vida da ordem de  $2 \times 10^5$  ciclos; a falha



se dava por trincamento na região do pico de tensão, como mostrado na figura seguinte. A tensão de referência escolhida foi  $\sigma_{Mises}$  correspondente ao ponto X (figura 6.3 A). As tensões de von Mises (normalizadas com respeito à tensão de referência) são plotadas ao longo do contorno do elemento (figura 6.3 B). Percebe-se que o pico de tensão originalmente presente foi eliminado. Com isso, a vida em fadiga do componente, após a otimização pelo método CAO, superou a marca de  $8 \times 10^6$  ciclos (sem sinais visíveis de trincamento).

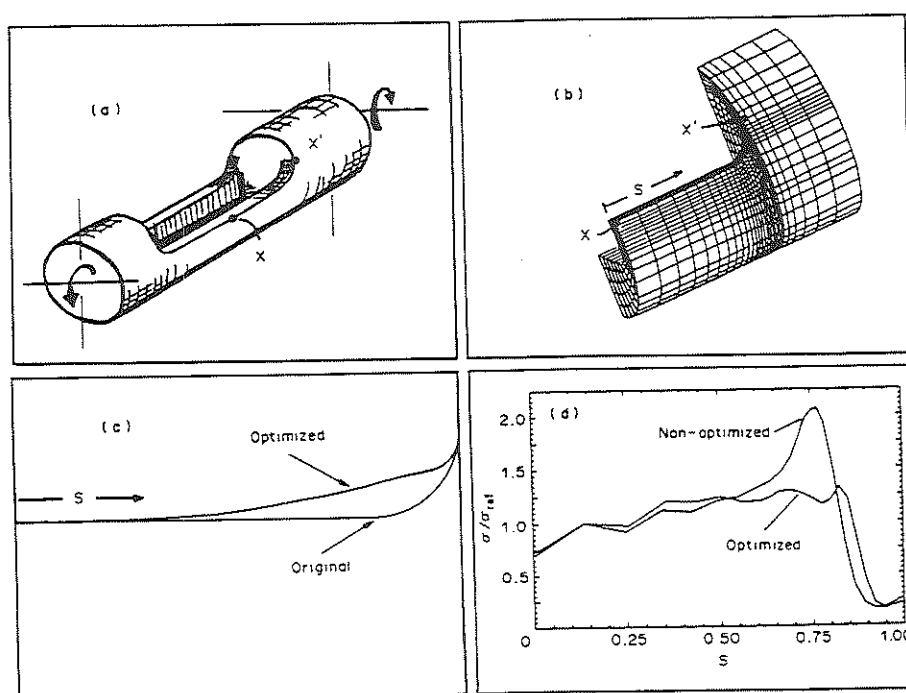


FIGURA 6.3 O contorno do elemento de máquina antes (A) e depois (B) da Otimização. MATTHECK et al. (1992).

## 6.5 Algoritmos genéticos

Algoritmos genéticos (AG's) são métodos numéricos de busca e otimização fundamentados nos mecanismos que regem a evolução das espécies; esses mecanismos são a seleção natural, a combinação de material genético (reprodução com "crossover") e a mutação. A seleção natural determina quais indivíduos têm maior probabilidade de reproduzir; a reprodução com "crossover" garante a

combinação dos genes dos pais no material genético dos descendentes, permitindo que a evolução ocorra de forma muito mais rápida que ocorreria se cada descendente fosse uma cópia exata de um dos pais, ocasionalmente modificada por mutação. A mutação é uma garantia contra a saturação – estabelecimento de uma população uniforme e incapaz de continuar evoluindo (HOLLAND, 1992).

Os AG's operam sobre uma população inicial de soluções, efetuando uma avaliação da "fitness" de cada solução em consonância com a teoria de sobrevivência do mais forte (na expressão "survival of the fittest", "fittest" na verdade é o indivíduo melhor adaptado às condições impostas pelo meio; não é necessariamente o mais forte). Após a avaliação, os indivíduos são "rankeados" e selecionados para reproduzir, gerando descendentes em número proporcional à sua posição no "ranking": quanto melhor a solução, maior o número de descendentes, ou seja, maior a probabilidade de o material genético daquela solução estar presente na geração seguinte. A reprodução se dá com "crossover", ou seja, os cromossomos dos pais são segmentados e cruzados, de modo que o cromossomo de cada descendente é formado por segmentos dos cromossomos de ambos os pais. Os descendentes são então avaliados e "rankeados", e os indivíduos mais "fracos" (ou seja, as piores soluções) são eliminados a fim de que o tamanho da população seja mantido. É interessante observar que, nessas condições, um indivíduo bem rankeado na população inicial pode estar presente nas populações seguintes e até mesmo "cruzar" com um (ou mais) descendentes. Outras características que diferenciam os AG's dos métodos tradicionais de busca são:

- enquanto os métodos tradicionais usam algoritmos baseados em derivadas, os AG's não requerem conhecimento específico do problema; um AG pode ser usado para resolver um problema de biologia, distribuição de gás ou projeto estrutural;
- os AG's operam sobre variáveis codificadas em "cromossomos artificiais" que são sequências de genes ("strings"); em geral, cada gene pode assumir o valor 0 ou 1 e portanto uma variável codificada por uma "string" de  $n$  genes pode assumir  $2^n$  valores;
- os algoritmos tradicionais operam pontualmente ("single-point approach") e podem ficar "presos" em ótimos locais; em contraste, os AG's operam sobre uma

população de soluções, o que aumenta a chance de encontrar o ótimo global (ou vários quasi-ótimos globais);

- muitas variáveis de engenharia (diâmetros, espessuras de parede) estão comercialmente disponíveis em valores discretos. Como os AG's operam com variáveis discretas, os resultados são mais adequados que os dos algoritmos tradicionais (que operam sobre variáveis contínuas) (GOLDBERG, 1989).

Os GA's operam sobre indivíduos que são representados por cromossomos, que são seqüências (strings) de genes que por sua vez assumem dois valores, 0 ou 1. Um retângulo cuja altura possa assumir qualquer um dos 32 valores inteiros desde 0cm até 31cm será representado por um cromossomo de 5 genes, visto que  $2^5 = 32$ . Assim, o retângulo de altura 0cm será representado pela "string" 00000, e o de altura 31cm, pela "string" 11111.

Agora suponha que se queira otimizar uma viga engastada num extremo e submetida a carga concentrada no outro extremo. A otimização tem por objetivo minimizar a área da vista lateral da viga. A viga é discretizada (ao longo do comprimento) em 10 retângulos, cada um dos quais pode ter desde 0 até 31cm de altura. Portanto, cada indivíduo "viga" é representado por um cromossomo de 50 genes, 5 genes para cada um dos 10 retângulos. A avaliação de "fitness" de cada viga é feita com base no peso (ou área lateral) da mesma; o algoritmo faz a seleção e reprodução de vigas, partindo de uma população inicial (que pode ser gerada aleatoriamente) e converge para a viga ótima algumas gerações mais tarde (KITA e TANIE, 1997).

O uso de algoritmos genéticos é particularmente adequado quando as variáveis devem forçosamente assumir valores discretos. Esse é o caso quando se deseja construir uma treliça com barras ou tubos comercialmente disponíveis. GALANTE (1996) aplica um AG ao projeto de treliças de 10 barras; no primeiro exemplo os nós da treliça têm posição definida e os diâmetros das barras devem ser escolhidos dentre 32 valores disponíveis. Portanto cada barra é representada por 5 genes ( $32 = 2^5$ ) e cada treliça com 10 barras é representada por um cromossomo de 50 genes. Deve-se ter em mente que o número de treliças possíveis é  $2^{50} \approx 1.12 \times 10^{15}$ . Trabalhando com uma população de 200 indivíduos, aquele autor obtém uma treliça cujo peso é inferior ao obtido por 7 outros algoritmos, incluindo

CONMIN e OPTDYN. O segundo exemplo trata da mesma treliça mas agora as posições de dois nós podem variar (no plano da treliça). Cada coordenada (x ou y) pode assumir um dentre  $1024 = 2^{10}$  valores e portanto cada treliça passa a ser representada por um cromossomo de 90 genes (perfazendo um total de  $2^{90} = 1.24 \times 10^{27}$  treliças). Nesse segundo exemplo a treliça ótima é 180kg mais leve que a do primeiro exemplo. Os resultados foram obtidos em 80s (116 gerações) no primeiro exemplo, e em 112s (160 gerações) no segundo exemplo. O autor afirma que o tempo necessário para analisar todas as possíveis treliças seria de 100 mil anos no primeiro caso e  $10^{14}$  mil anos no segundo.

GAGE et al. (1995) aplicam um AG à busca de topologias quasi-ótimas para asas com mínimo arrasto (sustentação prescrita) no regime baixo subsônico. A conhecida asa elíptica é a solução ótima para asas contidas num plano; não havendo essa restrição, a asa de mínimo arrasto tem a configuração de “caixa” (“box wing”, cujo arrasto é 21% inferior ao da asa elíptica com mesma sustentação); a “asa caixa” consiste de duas asas (4 painéis), uma sobre a outra, unidas por segmentos verticais do tipo “winglets” nas extremidades. O objetivo da investigação foi obter topologias viáveis e com desempenho não muito inferior ao da “asa caixa”. As asas obtidas, após 150 gerações, para quatro populações iniciais distintas (geradas randomicamente) apresentam valores de arrasto muito próximos, embora as geometrias sejam substancialmente diferentes. Duas das quatro geometrias sugerem que a solução de fato converge para a “box wing”; as outras duas geometrias revelam que as pontas das asas convencionais (2 painéis) podem ser modificadas de modo a proporcionar performance cerca de 5% aquém do ótimo. Essa característica dos AG’s – produzir várias soluções quasi-ótimas ao invés de uma única solução ótima – oferece ao projetista um menu de opções às vezes com diferenças significativas de custo, mas todas dentro de uma estreita faixa abaixo do ótimo.

## 6.6 Manufatura rápida e nanocompósitos

O conceito de prototipagem rápida teve origem na década de 80 e seu desenvolvimento visava à produção de modelos físicos a partir de modelos em CAD. Os modelos eram construídos em materiais como cera, resinas ou papel e seriam

melhor enquadrados na categoria de “mock-ups” que na categoria de protótipos: destinavam-se basicamente à visualização e “evolução” (decorrente de discussões entre engenheiros de projeto, produção e “marketeiros”). Ainda assim o progresso do conceito e das diferentes tecnologias foi expressivo, uma vez que os modelos (construídos em questão de horas) proporcionam redução de 40-70% do custo de desenvolvimento e de 60-90% do “time-to-market” de novos produtos (WATERMAN e DICKENS, 1994).

O passo seguinte foi utilizar os modelos como moldes em processos de fundição: não mais seria necessário esculpir artesanalmente o modelo “master”. Em seguida deu-se aos modelos repetibilidade (acuracidade dimensional, homogeneidade do material) suficiente para que pudessem prover resultados confiáveis em determinados ensaios (análise experimental de tensões por fotoelasticidade e ensaios aerodinâmicos). (CALVERT, 1994).

As tecnologias de prototipagem rápida partem de um princípio comum: “fatiar” o modelo em CAD e construir o modelo físico aditivamente, ou seja, em camadas sucessivas. A estereolitografia (SL) usa um feixe de laser (que “varre” a área correspondente a cada fatia do modelo) para promover a cura de uma resina foto-polimerizável (“UV-curable”); ao invés da resina pode-se usar uma suspensão de pó de cerâmica ( $Al_2O_3$ ,  $SiO_2$ ) em meio foto-curável, resultando em partes com até 50% em volume de cerâmica (BRADY e HALLORAN, 1997). A sinterização seletiva por laser (SLS) opera exatamente como a estereolitografia, exceto pela matéria-prima utilizada: ao invés da resina, usa-se polímero (termoplástico) em pó. Partes cerâmicas (ou metálicas) podem ser produzidas usando-se pó de cerâmica (ou metal) com revestimento termoplástico; depois de retiradas da máquina de SLS as partes recebem um tratamento térmico seguido de infiltração com cobre (DICKENS, 1995).

Finalmente, novas tecnologias apontam para a possibilidade da fabricação não de modelos ou protótipos, mas de componentes propriamente ditos; e esses componentes poderão ser compósitos. E. Sachs, professor do MIT e pioneiro do processo “3D Printing”, explica: “We are now beginning to exploit the fact that when you ink-jet print, you can actually deliver material in the droplets. ... This means that you can locally deposit different materials. It is like printing different colours into

the part except that the different colours are different materials. We can also print zirconia into alumina to make zirconia-toughened alumina on a local basis".(HULL et al. 1995).

Uma vez que a tecnologia "3D Printing" processa partículas com dimensões de fração de micron, é de se esperar que num futuro próximo a fabricação de peças cujo material é controlado na escala nanométrica seja uma realidade. As principais forças que impulsionam a pesquisa de nanocompósitos são os efeitos de escala (dimensões de partículas de reforço, espessuras de camadas) e de interface sobre a fratura e fadiga dos materiais.

ROSENSTEIN (1991) descreve os avanços em ligas de alumínio para altas temperaturas. Essas ligas são designadas por Al-Fe-X e são capazes de manter suas propriedades inalteradas até 316 °C. Em contrapartida essas ligas apresentam baixa tenacidade à fratura. Visto que a tenacidade aumenta à medida que o estado de tensões passa de triaxial (deformação plana) para biaxial (tensão plana), conclui-se que a diminuição da espessura – que leva o estado de tensões à condição biaxial – promove aumento da tenacidade do material. O que não quer dizer que a espessura da peça tenha que respeitar um determinado limite superior; se o material espesso consiste de muitas lâminas finas e sofre delaminação de forma tal que cada lâmina sofre ruptura no estado biaxial de tensões, a tenacidade do material tem seu valor aumentado. Esse efeito da espessura sobre a tenacidade recebe o nome de tenacificação por delaminação ("delamination toughening") e confere ao material (metálico) características típicas de compósitos laminados (fibras contínuas e matriz polimérica). A tenacificação por delaminação foi observada na liga Al-8Fe-1.4V-1.7Si; constatou-se que a tenacidade não foi afetada pela variação da espessura total do corpo de prova (desde 2 até 20mm).

A influência da espessura das camadas em polímeros coextrudados foi investigada por MA et al. (1990). O material consistia de camadas alternadas de policarbonato (PC) e estireno-acrilonitrila (SAN); a espessura total do coextrudado foi mantida constante em 1.2mm e número de camadas assumiu os valores 49, 194, 388 e 776. Não houve variação nos valores de módulo e tensão de escoamento; no entanto a ductilidade, medida pela deformação final, foi substancialmente alterada:

menor que 10% no coextrudado de 49 camadas, superior a 20% no de 388 camadas e da ordem de 130% no de 776 camadas.

A explicação é que, à medida que o número de camadas aumenta (e a espessura das camadas individuais diminui) ocorre uma transição de frágil para dúctil na resposta do coextrudado. Nos compósitos de 49 e 194 camadas, o comportamento de cada camada segue o comportamento característico do material monolítico: trincamento do SAN e escoamento (com bandas de cisalhamento) no PC. Nos compósitos de 388 e 776 camadas, o caráter frágil do SAN é gradualmente suprimido: as bandas de cisalhamento que surgem nas interfaces (provocadas pelas trincas das camadas de SAN) promovem concentração de tensão (cisalhante) e resultam no escoamento do SAN, o que normalmente não ocorre devido à fragilidade do mesmo. No compósito de 776 camadas, o afinamento (“necking”) se propaga por toda a extensão do corpo de prova. No que diz respeito à propagação de trincas, o compósito de 776 camadas (comparado ao de 49 camadas) exhibe maior deformação plástica à frente da trinca (um mecanismo de absorção de energia), tempo de propagação até a ruptura 2.5 vezes maior (1800 vs. 700 ciclos) e maior comprimento crítico de trinca (13.3 vs. 9.7mm), provando que a diminuição da espessura das camadas promove aumento da tenacidade.

Nanocompósitos cerâmicos (cerâmicas com inclusões nanométricas) apresentam resistência e tenacidade superiores não somente àquelas das cerâmicas monolíticas (uma fase) mas também às das cerâmicas reforçadas com uma segunda fase cuja dimensão situa-se numa escala superior à nanométrica (por exemplo, whiskers de SiC). REIMANIS (1997) faz uma revisão dos nanocompósitos cerâmicos, dando ênfase aos mecanismos de tenacificação.

## CONCLUSÕES E SUGESTÕES

*“Once one finds a good strategy for playing chess, for example, it is possible to concentrate on exploiting that strategy. But this choice carries a hidden cost because exploitation makes the discovery of truly novel strategies unlikely. Improvements come from trying new, risky things. Because many of the risks fail, exploration involves a degradation of performance. Deciding to what degree the present should be mortgaged for the future is a classic problem for all systems that adapt and learn.”*  
(HOLLAND, 1992)

O “Sojourner” – o veículo que explorou a superfície de Marte – imobilizado por causa de uma pedra e o ônibus espacial Challenger destruído por causa de um “o-ring” são episódios na história recente da tecnologia que ilustram a afirmativa de Holland segundo a qual a exploração e seus riscos intrínsecos resultam numa degradação da performance.

Uma vez que avanços tecnológicos têm algo em comum com a evolução das espécies (maus “designs” não passam impunes), parece lógico procurar na natureza soluções para os problemas que os desafios tecnológicos propõem. A busca de soluções na natureza, contudo, deve ser feita com cautela, visto que a natureza revela a solução mas não o problema.

A biomimética propõe o estudo da otimização promovida pela evolução das espécies à luz de considerações biológicas, energéticas, estruturais, aerodinâmicas. A multidisciplinaridade propicia o entendimento daquelas soluções de forma integrada e favorece a adoção da abordagem biomimética em áreas as mais diversas: desde a tecnologia de radar, sonar ou sensores infravermelhos até o projeto e fabricação de materiais desde o nível nanométrico, passando pelo projeto de estruturas inteligentes.



O objetivo deste trabalho, apresentar a biomimética sob a óptica do engenheiro de estruturas e materiais, terá sido atingido se motivar pesquisas de caráter biomimético, em áreas relacionadas ou não àquelas aqui abordadas.

### SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

No âmbito da engenharia de estruturas e de materiais são as seguintes as linhas de pesquisa sugeridas:

- elementos de absorção de energia em plástico reforçado: estudo da macroestrutura (que promova o colapso progressivo do elemento) e da microestrutura (no sentido de introduzir mais níveis hierárquicos ou mecanismos de tenacificação);
- elementos estruturais sanduíche: estudo de vigas, tubos e placas com construção sanduíche em que as células do “core” corram paralelamente às faces; o desafio reside em impedir o colapso das células por amassamento ou flambagem local;
- combinação de materiais: estudo de laminações híbridas (termofixo com termoplástico, por exemplo) a fim de obter modos de falha mixtos;
- sequências de laminação: investigação das propriedades mecânicas de laminações fora do convencional ( $0^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$ ,  $90^\circ$ );
- materiais laminados: estudo dos efeitos da espessura das camadas e gradiente de propriedades através da espessura;
- Micro e nanocompósitos: estudo dos efeitos de fases dúcteis sobre a tenacidade à fratura.

Fora do âmbito de estruturas e materiais, sugere-se o estudo dos diversos modos de locomoção terrestre, bem como dos recursos aerodinâmicos e hidrodinâmicos desenvolvidos pelos animais no sentido de aumentar a eficiência de sua locomoção.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALEXANDER, R. Mc N. (1981) Factors of safety in the structure of animals. *Sci. Prog.*, Oxf., v.67, p.109-130.
- ALEXANDER, R. Mc N. (1987) Bending of cylindrical animals with helical fibres in their skin or cuticle. *J. theor. Biol.*, v.124, p.97-110.
- ALEXANDER, R. Mc N. et al. (1979) Allometry of the limb bones of mammals from shrews (Sorex) to elephant (Loxodonta). *J. Zool.*, Lond., v.189, p.305-314.
- ALLEN, H.G. (1969) Analysis and design of structural sandwich panels. Oxford: Pergamon Press.
- ALLEN, H.G. and BULSON, P.S. (1980) Background to buckling. New York: McGraw Hill.
- AMADA, S. et al. (1996) The mechanical structures of bamboos in view point of functionally gradient and composite materials. *Journal of Composites Materials*, v.30, n.7, p.800-819.
- AR A. et al. (1979) The avian egg: mass and strength. *Condor*, v.81, p.331-337.
- ASHBEE, K.H.G. (1993) *Fundamental principles of fiber reinforced composites*. Technomic Publishing Company, Inc.
- ASHBY, M.F. (1989) On the engineering properties of materials. *Acta metall. mater.*, v.37, n.5, p.1273-1293.
- ASHBY, M.F. (1991) Materials and shape. *Acta metall. mater.*, v.39, n.6, p.1025-1039.
- ASHBY, M.F. (1992) Materials selection in mechanical design. Oxford: Pergamon Press.
- ASHBY, M.F. (1993) Criteria for selecting the components of composites. *Acta metall. mater.*, v.41, n.5, p.1313-1335.
- ASHBY, M.F. (1995) *Materials selection in mechanical design - function, material shape and process*. Pergamon Press Ltd, p.1-311.
- ASHBY, M.F. et al. (1985) The fracture and toughness of woods. *Proc. R. Soc. Lond. A*, v.398, p.261-280.
- ASHBY, M.F. et al. (1995) The mechanical properties of natural materials - I. Material property charts. *Proc. R. Soc. Lond. A*, v.450, p.123-140.

- BAER, E. et al. (1992) Biological and synthetic hierarchical composites. *Physics today*, p.60-67, October.
- BAUMGARTNER, A. et al. (1992) SKO (soft kill option): the biological way to find an optimum structure topology. *Int. J. Fatigue*, v.14, n.6, p.387-393.
- BONSER, R.H.C. (1995) Longitudinal variation in mechanical competence of bone along the avian humerus. *The Journal of Experimental Biology*, v.198, p.209-212.
- BRADY, G.A.; HALLORAN, J.W. (1997) Stereolithography of ceramic suspensions. *Rapid Prototyping Journal*, v.3, n.2, p.61-65.
- BRAZIER, L.G. (1927) On the flexure of thin cylindrical shells and other thin sections. *Proc. R. Soc. London series A* 116, p.104-114.
- CALLADINE, C.R. (1983) *Theory of shell structures*. Cambridge: Cambridge University Press
- CALVERT, G. (1994) Rapid prototyping for experimental analysis. IEE Colloquium (Digest) 077 March, p.7/1-7/6. Manufacturing Division Colloquium on Rapid Prototyping in the UK.
- CARTER, D.R.; HAYES, W.C. (1977) The compressive behaviour of bone as two-phase porous structure. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 59A, p.954-962.
- CLYNE, T.W.; WITHERS, P.J. (1993) *An introduction to metal matrix composites*. Cambridge Solid State Science Series, Cambridge University Press.
- Committee on Synthetic Hierarchical Structures (1994) Hierarchical structures in biology as a guide to new materials technology. National Materials Advisory Board Report No NMAB-464, Natl. Acad. Press, Washington DC.
- COOK, J.; GORDON, J.E. (1964) A mechanism for the control of crack propagation in all brittle systems. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 282, p.508-520.
- CRENSHAW D.G. (1980) Design and materials of feather shafts: very light, rigid structures. In *The Mechanical Properties Biological Materials*. 34<sup>th</sup> Symposium of the Society for Experimental Biology, Cambridge Univ. Press, v.34, p.95-97.
- CURREY, J.D. (1983) *Biological composites*. A. Kelly and S.T. Mileiko, ed. In *Fabrication of composites*, Elsevier, Volume 4. (Handbook of composites)
- CURREY, J.D. et al. (1995) *Microstructure - property relations in vertebrate bony hard tissues: Microdamage and toughness*. *Biomimetics: design and processing of materials*. Edited by Mehmet Sarikaya, Ilham A. Aksay, AIP Press.

- CURREY, J.D.; ALEXANDER R. Mc N. (1985) The thickness of the walls of tubular bones. *J. Zool., Lond., (A)*, v.206, p453-468.
- DICKENS, P.M. (1994) Research developments in rapid prototyping. *Proc. Instn. Mech. Engrs*, v.209, p.261-266. *Journal of Engineering Manufacture*, May, 3.
- DENNETT, D.C.(1995) *How to make mistakes* In How things are: a science tool-kit for the mind (John Brockman and Katinka Matson, editors), New York: Quill.
- EASTERLING, K.E. et al. (1982) On the mechanics of balsa other woods. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 383, p.31-41.
- FIELDING, P.S.; WOLF G.J. (1996) Aluminium-lithium for aerospace. *Advanced Materials & Process*, October, p.21-22.
- FLECK, N.A. et al. (1994) The cyclic properties of engineering materials. *Acta metall. mater.*, v.42, n.2, p.365-381.
- FREISCHMIDT, G. et al. (1994) Aluminium/lithium alloy - carbon fibre/epoxy laminated hybrid composite material - Part I Preliminary Results. *Journal of Materials Science Letter*, v.13, p.1027-1031.
- GAGE, P.J. et al. (1995) Variable - complexity genetic algorithm for topological design. *AIAA Journal*, v.33, n.11, November.
- GALANTE, M. (1996) Genetic algorithms as an approach to optimize real - world trusses. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.39, p.361-382.
- GIBSON, L.G. et al. (1998) Structure and mechanics of the iris leaf. *Journal of Materials Science*, v.23, p.3041-3048.
- GIBSON, L.J. et al. (1981) The structure and mechanics of cork. *Proc. R. Soc. Lond. A*, v.377, p.99-117.
- GIBSON, L.J. et al. (1982) The mechanics of two-dimensional cellular materials. *Proc. R. Soc. Lond. A*, v.382, p.25-42.
- GOLDBERG, D. E. (1989) Genetic algorithms in search, optimization and machine learning. Addison-Wesley Publ, Reading MA.
- GORDON, J.E.; JERONIMIDIS, G. (1980) Composites with high work of fracture. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, v.294, p.545-550.
- GUNDERSON, S.L.; SCHIAVONE, R.C. (1995) *Microstructure of an insect cuticle and applications to advanced composites*. Biomimetics: design and processing of materials. Edited by Mehmet Sarikaya, Tihan A. Aksay, AIP Press.

- GUNDERSON, S.L.; WHITNEY, J.M. (1992) A controlled unsymmetric ply orientation for improved isotropic properties. (AD-v.29) *Advances in Experimental Mechanics an Biomimetics*, v.146, p.99-109.
- HAMADA, H.; RAMAKRISNA, S. (1995) Scaling effects in the energy absorption of carbon - fiber/Peek composite tubes. *Composites Science and Techonology*, v.55, p.211-221.
- HAN, T.X.M. et al. (1995) An experimental study of the bending behaviour of call hybrid composites. *Composites Science and Technology*, v.53, p.275-279.
- HANCOX, N.L. (1983) *High performance composites with resin matrices*. A. Kelly and S.T. Mileiko, ed. In *Fabrication of composites*, Elsevier, Volume 4. (Handbook of composites)
- HOLLAND, J. (1992) *Genetic Algorithms*. Scientific American, July, p.66-72.
- HUANG, J.S.; GIBSON, L.J. (1995) Microstructural design of cellular materials - I: Honeycomb beams and plates. *Acta metall. mater.* v.43, n.4, p.1643-1650.
- HULL, C. et al. (1995) Rapid prototyping current technology and future potencial. *Rapid Prototyping Journal*, v.1, n.1, p.11-19.
- HULL, D. (1995) *An introduction to composite materials*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, p.vii-246.
- JACKSON, A.P. et al. (1986) Application of surface analytical techniques to the study of fracture surfaces of mother-of-pearl. *Journal of Materials Science Letters*, v.5, p.975-978.
- KARAM, G.N.; GIBSON, L.J. (1995) Elastic buckling of cylindrical shells with elastic cores - I. Analysis. *Int. J. Solids Structures*, v.32, n.8/9, p.1259-1283.
- KELLAS, S.; MORTON, J. (1992) Strength scaling in fiber composites. *AIAA Journal*, v.30, n.4, April.
- KING, M.J. et al. (1996) Curling and folding of leaves of monocotyledons - a strategy for structural stiffness. *New Zealand Journal of Botany*, v.34, p.411-416.
- KIRKPATRICK, S.J. (1994) Scale effects on the stresses and safety factors in the wing bones of birds and bats. *J. exp. Biol.*, v.190, p.195-215.
- KITA, E.; TANIE, H. (1997) Shape optimization of continuum structures by genetic algorithm and boundary element method. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, v.19, p.129-136.

- KITAGAWA, M.; KITAYAMA, T. (1997) Mechanical properties of dragline and capture thread for the spider *Nephila clavata*. *Journal of Materials Science*, v.32, p.2005-2012.
- KRAMER, L.S. et al. (1997) Scandium in aluminium alloys. *Advanced Materials & Processes*, October, p.23-24.
- LAHAIE, D.J. et al. (1995) Scale dependent composite design charts. *Scripta Metallurgica et Materialia*, v.32, n.1, p.133-138.
- LAWCOCK, G. et al. (1995) Novel fiber reinforced metal laminates for aerospace applications - A review. *SAMPE Journal*, v.31, n.1, January/February, p.23-31.
- LEE, N.J. et al. (1997) Characterization of functionally gradient epoxy/carbon fibre composite prepared under centrifugal force. *Journal of Materials Science*, v.32, p.2013-2020.
- LI, S. et al. (1994) Structural advantages of natural composites - bamboo. *Biomimetics*, v.2, n.1, p.15-32.
- LU, R.F. et al. (1987) Structural stability of the corn stalk. ASAE Paper 87 - 6066. *American Society of Agricultural Engineers*.
- MA, M. et al. (1990) Thickness effects in microlayer composites of polycarbonate and poly(styrene-acrylonitrile). *Journal of Materials Science*, v.25, p.2039-2046.
- MARDEN, J.H. (1994) From damselflies to pterosaurs: how burst and sustainable flight performance scale with size. *American Journal of Physiology* 266 4 Part 2 p R 1077 - R1084.
- MARDER, J.M. (1997) Aluminium - beryllium alloys. *Advanced Materials & Processes*, October, p.37-40.
- MARTIN, R.B. (1996) *Biomaterials*. In Introduction to bioengineering Berger, S.A. et al., editors. Oxford, Univ. Press, p.339-360.
- MATTHECK, C. (1995) Wood – the internal optimization of trees. *Arboricultural Journal*, v.19 p. 97-110.
- MATTHECK, C. et al (1993) Safety factors in trees. *J. theor. Biol.*, v.165, p.185-189
- MATTHECK, C. et al. (1992) Three dimensional shape optimization of a bar with a rectangular hole. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Structure*, v.15, n.4, p.347-351.
- MATTHECK, C.; BURKHARDT, S. (1990) A new method of structural shape optimization based on biological growth. *Int. J. Fatigue*, v.12, n.3, p.185-190.

- MATTHECK, C.; REUSS, S. (1991) The claw of the tiger: an assessment of its mechanical shape optimization. *J. theor. Biol.*, v.150, p.323-328.
- MATTHEWS, F.L.; RAWLINGS, R.D. (1995) *Composite materials: engineering and science*. Chapman & Hall.
- MC MAHON, T.A. (1975) Using body size to understand the structural design of animals: quadrupedal locomotion. *J. Appl. Phys.*, v.39, n.4, October.
- MORTON, J. (1988) Scaling of impact - loaded carbon-fiber composites. *AIAA Journal*, v.26, n.8, August.
- NIKLAS, K.J. (1989) Nodal septa and the rigidity of aerial shoots of equisetum hyemale. *American Journal of Botany*, v.76(4), p.521-531.
- NIKLAS, K.J. (1991) Bending stiffness of cylindrical plant organs with a 'core-rind' construction: evidence from juncus effusus leaves. *American Journal of Botany*, v.78(4), p. 561-568.
- NIKLAS, K.J. (1993) The scaling of plant height: a comparison among major plant clades and anatomical grades. *Annals of Botany*, v.72, p.165-172.
- PARKER, G.A.; SMITH, J.M. (1990) Optimality theory in evolutionary biology. *Nature*, v.348, p.27-33, November, 1.
- PILATO, L.A.; MICHNO, M.J. (1994) *Advanced composite materials*. Springer-Verlag.
- PLATTS, M.J. (1989) Wood/epoxy composites for large wind turbine blades. *Composite Technology Limited*, Totton, Southampton, p.29-34.
- PRITCHARD, W.G. (1993) Scaling in the animal kingdom. *Bulletin of Mathematical Biology*, v.55, n.1, p.111-129.
- PURSLOW, P.P.; VICENT, J.F.V. (1978) Mechanical properties of primary feathers from the Pigeon. *J. exp. Biol.*, v.72, p.251-260.
- REES, C.J.C. (1975) Form and function in corrugated insect wings. *Nature*, v.256, July, 17.
- REIMANIS, I.E. (1997) A review of issues in the fracture of interfacial ceramics and ceramic composites. *Materials Science and Engineering*, v. A 237, p.159-167.
- RICH, P.M. (1987) Mechanical structure of the stem of arborescent palms. *Bot. Gaz*, v.148(1), p.42-50.

- ROSENSTEIN, A.H. (1991) Overview of research on aerospace metallic structural materials. *Materials Science and Engineering*, v.A 143, p.31-41.
- RUTAN, B. et al. (1996) From complete chaos to clear concepts - part I. *SAMPE Journal*, v.32, n.5, September/October, p.18-23.
- RUTAN, B. et al. (1996) From complete chaos to clear concepts - part II. *SAMPE Journal*, v.32, n.6, November/December, p.11-17.
- SARIKAYA, M. et al. (1994) Nanodesigning and properties of biological composites. *Bed*, v.28, p.47-48. *Advanced in Bioengineering ASME*.
- SAVAGE, G. (1992) Safety and survivability in formula one motor racing. *Metals and Materials*, March, p.147-153.
- SCHUH, T.; GAYER, U. (1996) Automotive applications of natural fiber composites. Benefits for the environment and competitiveness with man - made materials. In *Lignocellulosic - Plastics Composites. First International Lignocellulosics - Plastics Composites*, March, 13-15, 1996. São Paulo, Brazil. Leão, A.L.; Carvalho, F.X.; Frollin, E.
- SHANKAR, K. (1994) Fiber metal laminates - matching the best in composites and metals. *Materials Technology*, v.9, n.5/6, p.114-119.
- SHELLEY, T. (1997) Metal foam delivers superlight components. *Eureka*, September, p.32-34.
- SIMONE, A.E.; GIBSON, L.J. (1997) Efficient structural components using porous metals. *Materials Science and Engineering*, v.A 229, p.55-62.
- SIMONE, A.E.; GIBSON, L.V. (1997) The compressive behavior of porous copper made by the GASAR process. *Journal of Materials Science*, v.32, p.451-457.
- SRINIVASAN, A.V. et al. (1991) Biomimetics: advancing man - made materials through guidance from nature. *Appl. Mech. Rev.*, v.44, n.11, p.463-481, November.
- THOMPSON, B.S. (1996) Biomimetic materials: was Leonardo Mistaken? - Part I. *SAMPE Journal*, v.32, n.1, January/February, p.38-43.
- TIMOSHENKO, S. e GERE, J. (1961) *Theory of elastic stability*. New York: McGraw Hill
- TSAI, K.T.; ANSELL, M.P. (1990) The fatigue properties of wood in flexure. *Journal of Materials Science*, v.25, p.865-878.





- VAUGHN, R.L.; FRIEND, C.A. (1981) The challenges of manufacturing graphite - epoxy structural columns for space platforms. 26<sup>th</sup> National SAMPE Symposium, 28-30/April, p.339-349.
- VINCENT, J.F.V. (1980) Insect cuticle: A paradigm for natural composites. In *The Mechanical Properties Biological Materials*. 34<sup>th</sup> Symposium of the Society for Experimental Biology, Cambridge Univ. Press, v.34, p.183-210.
- VINCENT, J.F.V. (1993) Nuts. *Mat. Res. Soc. Symp. Proc.*, v.292, p.35-43.
- WAINWRIGHT, S.A. et al. (1976) *Mechanical design in organisms*. Edward Arnold (Publishers) Limited, p.1-423.
- WAINWRIGHT, S.A. et al. (1978) Shark skin: function in locomotion. *Science*, v.20, p.747-749, November, 17.
- WATERMAN, N.A.; DICKENS, P. (1994) Rapid product development in the USA, Europe and Japan. *World Class Design to Manufacture*, v.1, n.3, p.27-36.
- WATTS, A.A. (1980) *Commercial opportunities for advanced composites*. ASTM. Special Technical Publication 704.
- WEAVER, P.M. et al. (1996) Selection of materials to reduce environmental impact: a case study on refrigerator insulation. *Materials & Design*, v.17, n.1, p.11-17.
- WEGST, U.G.K.; ASHBY, M.F. (1996) Materials selection for sports equipment. In: 1<sup>st</sup> International Conference on the Engineering of Sport. *Proceedings*, Sheffield/UK, 2-4 July.
- YUAN, Q. et al. (1997) Crash and energy absorption behaviour of interleaved carbon - fibre - reinforced epoxy tubes. *Journal of Materials Science Letters*, v.16, p.1793-1796.
- ZHANG, J.; ASHBY, M.F. (1994) Mechanical selection of foams and honeycombs used for packaging and energy absorption. *Journal of Materials Science*, v.29, p.157-163.