

✓

# OTIMIZAÇÃO DE PARÂMETROS DE ATRASO PARA DETERMINAÇÃO DE *FLUTTER*

Eng<sup>a</sup>. MARIA AMÉLIA LIMA RODRIGUES

DEDALUS - Acervo - EESC



31100016639

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Eduardo Morgado Belo

São Carlos

- 1998 -



Class. T656-EESC  
Cutt. P.4933  
Tombo T0072/98

31100016639

at 0944300

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento  
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC-USP

R6960 Rodrigues, Maria Amélia Lima  
Otimização de parâmetros de atraso para  
determinação de *flutter* / Maria Amélia Lima  
Rodrigues. -- São Carlos, 1998.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia  
de São Carlos-Universidade de São Paulo, 1998.  
Área: Engenharia Mecânica.  
Orientador: Prof. Dr. Eduardo Morgado Belo.

1. Flutter. 2. Otimização. 3. Simplex.  
4. Annealing. 5. Parâmetros de atraso. 6. Função  
racional. I. Título.

**FOLHA DE APROVAÇÃO**

Candidata: Engenheira **MARIA AMÉLIA LIMA RODRIGUES**

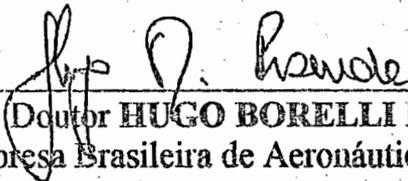
Dissertação defendida e aprovada em 17-02-1998  
pela Comissão Julgadora:



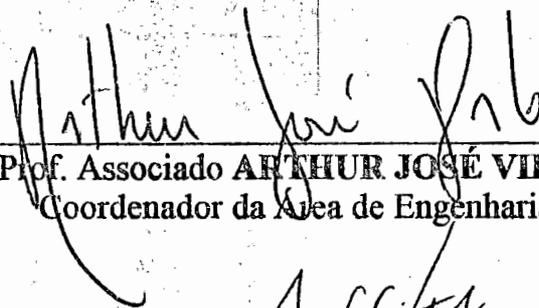
Prof. Doutor **EDUARDO MORGADO BELO** (Orientador)  
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



Prof. Doutor **PAULO SERGIO VAROTO**  
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



Prof. Doutor **HUGO BORELLI RESENDE**  
(Empresa Brasileira de Aeronáutica - EMBRAER)



Prof. Associado **ARTHUR JOSÉ VIEIRA PORTO**  
Coordenador da Área de Engenharia Mecânica



**JOSÉ CARLOS A. CINTRA**  
Presidente da Comissão de Pós-Graduação da EESC

*“Nada pode ser considerado totalmente concluído;  
se não foi tentado de todos os modos possíveis  
melhorá-lo.”*

*(Philippe Sidney)*

## **DEDICATÓRIA**

*A minha mãe, por tudo que fez,  
faz e continuará a fazer por mim.*

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador, Eduardo Morgado Belo, que aceitou me orientar e permitiu que eu chegasse até aqui. Aos meus professores Maria Angela Vaz dos Santos, Paulo Renato Perez dos Santos e Humberto de Camargo Piccoli, por terem me incentivado.

Às amigas Márcia de Mello Luvielmo, Susana da Matta Ramos e Terezinha de Fátima Cardoso, obrigado pela confiança, carinho e apoio.

Agradecimentos às pessoas que colaboraram com este trabalho com sugestões, em especial: Hugo Boreli Resende, Roberto Gil Annes da Silva, Fernando Garcia Santoro, Flávio Donizeti Marques e Helder Barbieri Lacerda.

À Secretaria de Graduação e Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Mecânica, em especial: Ana Paula B. Bardelotti, Elizabeth M. A. Alexandre e Cristina de C. Cavaliere.

Ao CNPq, pela bolsa que permitiu este trabalho.

Agradecimentos especiais aos colegas que participaram da minha vida neste período: Sílvia e Marcos Iombriller, Denise Vieira Sato, Roberto Hideaki Tsunaki, Vagner de Souza, Alessandro Marques, Renata Beluzzo Zironi, Rosenda Valdes Arencibia, Fabrício Flores, Antônio Almeida, Tânia Margareth da Silva, Jaqueline Barbosa do Nascimento. Um agradecimento especial a Luiza Yoko Taneguti.

Um profundo agradecimento a minha família, minha mãe Carmen, minha irmã Rita e meu cunhado César, que mesmo à distância sempre estiveram presentes e jamais deixaram de pensar em mim com amor e carinho.

# SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	iii
LISTA DE TABELAS	v
LISTA DE SÍMBOLOS	vi
RESUMO	xi
<i>ABSTRACT</i>	xii
INTRODUÇÃO	01
1.1. <i>Flutter</i>	01
1.2. Aproximações aerodinâmicas	02
1.3. Objetivo	04
1.4. Descrição dos capítulos	04
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	06
2.1. Histórico da investigação de <i>flutter</i>	06
2.1.1. Os primeiros anos de voo	07
2.1.2. Os primeiros estudos de <i>flutter</i>	08
2.1.3. Desenvolvimento dos estudos em <i>flutter</i>	10

2.2. Análise de <i>flutter</i> -----	11
2.3. Representação do sistema aeroelástico -----	12
2.4. Otimização dos parâmetros de atraso -----	13
DESCRIÇÃO DO PROGRAMA -----	17
3.1. Programa SSAER -----	19
3.1.1. Arquivos de entrada e saída -----	18
3.2. Subrotinas principais -----	19
3.3. Subrotina OTIMIZA -----	26
3.4. Subrotina SA -----	28
OTIMIZAÇÃO -----	30
4.1. Algoritmo do método simplex -----	30
4.2. Algoritmo do método de simulação <i>annealing</i> -----	32
4.3. Vantagens e desvantagens dos métodos de otimização -----	37
4.4. Procedimento para criação do algoritmo -----	38
MODELO DE SIMULAÇÃO -----	39
5.1. Equacionamento do sistema aerodinâmico -----	40
5.2. Características do modelo de simulação -----	49
RESULTADOS -----	54
6.1. Comparação dos parâmetros de atraso -----	55
6.2. Comparação dos valores de norma -----	65
6.3. Comparação das evoluções aeroelásticas -----	69
6.4. Aproximação da função racional -----	86
CONCLUSÕES -----	88
BIBLIOGRAFIA -----	90
APÊNDICE A - Métodos de determinação de <i>flutter</i> -----	95
APÊNDICE B - Método simplex de Nelder & Mead -----	101

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Diagrama de Collar-----	02
Figura 2.1 – Evoluções aeroelásticas - Gráfico V-g-f-----	12
Figura 3.1 – Fluxograma do programa SSAER-----	21
Figura 3.2 – Fluxograma da montagem da matriz aerodinâmica no espaço de estados com otimização -----	22
Figura 3.3 – Fluxograma da subrotina FUNCRAC -----	23
Figura 3.4 – Fluxograma da subrotina AERO -----	24
Figura 3.5 – Fluxograma da subrotina ASSMBL -----	25
Figura 3.6 – Fluxograma da subrotina OTIMIZA -----	27
Figura 3.7 – Fluxograma da subrotina SA-----	29
Figura 4.1 – Passos de busca do simplex -----	32
Figura 4.2 – Fluxograma da simulação <i>annealing</i> -----	36
Figura 5.1 – Fluxograma da otimização antes da generalização da matriz aerodinâmica -----	49
Figura 5.2 – Asa discretizada em faixas -----	50
Figura 5.3 – Seção típica-----	53
Figura 6.1 – Comportamento dos parâmetros de atraso em relação à otimização - Simplex -----	58
Figura 6.2 – Comportamento dos parâmetros de atraso em relação à otimização - <i>Annealing</i> -----	59

Figura 6.3 – Convergência do parâmetro de atraso 1 - Simplex -----	60
Figura 6.4 – Convergência do parâmetro de atraso 1 - <i>Annealing</i> -----	60
Figura 6.5 – Convergência do parâmetro de atraso 2 - Simplex -----	61
Figura 6.6 – Convergência do parâmetro de atraso 2 - <i>Annealing</i> -----	61
Figura 6.7 – Convergência do parâmetro de atraso 3 - Simplex -----	62
Figura 6.8 – Convergência do parâmetro de atraso 3 - <i>Annealing</i> -----	62
Figura 6.9 – Curva de erro do parâmetro de atraso 1 -----	63
Figura 6.10 – Curva de erro do parâmetro de atraso 2 -----	64
Figura 6.11 – Curva de erro do parâmetro de atraso 3 -----	64
Figura 6.12 – Comportamento da norma em relação à otimização - Simplex -----	66
Figura 6.13 – Comportamento da norma em relação à otimização - <i>Annealing</i> -----	67
Figura 6.14 – Convergência do valor da norma - Simplex -----	68
Figura 6.15 – Convergência do valor da norma - <i>Annealing</i> -----	68
Figura 6.16 – Convergência do valor da norma (escala logarítmica) -----	69
Figura 6.17 – Evolução aeroelástica - amortecimento -----	70
Figura 6.18 – Evolução aeroelástica - frequência -----	77
Figura 6.19 – Velocidades e frequências de <i>flutter</i> -----	85
Figura 6.20 – Ajuste dos coeficientes de influência real e imaginário -----	87
Figura 6.21– Curva de ajuste da norma em relação ao número de parâmetros de atraso -----	87
Figura B.1 – Projeção do algoritmo simplex -----	102
Figura B.2 – Fluxograma de otimização do método simplex -----	105

# LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Parâmetros de atraso de inicialização -----	51
Tabela 5.2 – Conjunto de parâmetros de atraso utilizados na simulação -----	51
Tabela 5.3 – Descrição dos modos elásticos do modelo EMB-110-----	52
Tabela 5.4 – Propriedades da seção típica -----	53
Tabela 6.1 – Parâmetros de atraso otimizados-----	55
Tabela 6.2 – Conjunto de parâmetros de atraso otimizados -----	56
Tabela 6.3 – Norma para os conjuntos de parâmetros de atraso simulados-----	65
Tabela 6.4 – Velocidades e frequências de <i>flutter</i> do modelo EMB-110 ----	84

# LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	- Posição do eixo elástico
$a_{ap}^{(i,j)}(ik)$	- Polinômio de Padé avaliado em $(i,j)$
$a_n^{(i,j)}(ik)$	- Coeficientes escalares do polinômio de Padé
$a_t^{(i,j)}(ik)$	- Valores tabelados avaliados em $(i,j)$
$A(k)$	- Matriz de coeficientes de influência transformada
$A_{ap}(k)$	- Polinômio de Padé
$A_n$	- Matrizes dos coeficientes do polinômio de Padé
$\mathcal{A}$	- Matriz do sistema aeroelástico aerodinamicamente aumentado
$b$	- Semi corda do perfil
$b_e$	- Matriz de amortecimento generalizado
$b_{ref}$	- Semi corda de referência do perfil
$[B]$	- Matriz de amortecimento da seção típica
$[B_e]$	- Matriz de amortecimento da estrutura
$c$	- Posição do bordo de fuga da seção principal
$C(k)$	- Função de Theodorsen
$d$	- Posição do bordo de fuga a superfície de controle primária

$e$	- Posição do eixo de articulação da superfície de controle primária
$f$	- Posição do eixo de articulação do compensador
$g$	- Amortecimento de um modo aeroelástico
$g_0$	- Amortecimento modal estrutural
$G_0$	- Matriz de amortecimentos modais estruturais
$G_s$	- Matriz de transformação
$h^*$	- Deslocamento em translação vertical do perfil adimensional
$i$	- Argumento complexo
$k$	- Frequência reduzida
$k$	- Constante de Boltzmann
$k_e$	- Matriz de rigidez generalizada
$[K]$	- Matriz de rigidez da seção típica
$[K_e]$	- Matriz de rigidez da estrutura
$L_a(t)$	- Vetor do carregamento aerodinâmico sobre pontos aerodinâmicos
$L_e(t)$	- Vetor do carregamento aerodinâmico sobre pontos estruturais
$\mathcal{L}$	- Transformada de Laplace
$m_e$	- Matriz de massa generalizada
$m_k$	- Número de frequência reduzida
$[M]$	- Matriz de massa da seção típica
$[M_e]$	- Matriz de massa da estrutura
$n$	- Número de modos
$n_{lag}$	- Número de parâmetros de atraso
$N$	- Norma do erro
$p$	- Autovalor dos problemas associados ao método $p$ e $p-k$
$p_a$	- probabilidade de aceitação da simulação <i>annealing</i>
$P(ikm)$	- Vetor das variáveis frequências do polinômio de Padé

$P_C$	- Ponto de contração do simplex
$P_E$	- Ponto de expansão do simplex
$P_h$	- Ponto $P_i$ de valor máximo do simplex
$P_i$	- I-ésimo vértice do simplex
$P_l$	- Ponto $P_i$ de valor mínimo do simplex
$P_N$	- Ponto N-dimensional do simplex
$P_R$	- Ponto de reflexão do simplex
$\bar{P}$	- Centróide dos pontos $P_i$ do simplex
$q_d$	- Pressão dinâmica
$Q(k)$	- Matriz de coeficientes de influência aerodinâmicos da seção típica
$Q_{tot}(k)$	- Matriz de coeficientes de influência aerodinâmicos total
$r_\alpha$	- Raio de giração do perfil
$r_\beta$	- Raio de giração reduzido da superfície de controle primária
$r_\gamma$	- Raio de giração reduzido do compensador
$s$	- Variável de Laplace
$S_f$	- Área da faixa
$t$	- Tempo
$T$	- Parâmetro de controle da simulação <i>annealing</i>
$U_\infty$	- Velocidade do escoamento livre não perturbado
$x_a(t)$	- Vetor dos deslocamentos estruturais em pontos aerodinâmicos
$x_e(t)$	- Vetor dos deslocamentos estruturais
$x_\alpha$	- Posição do centro de gravidade do perfil
$x_\beta$	- Posição do centro de gravidade da superfície de controle primária
$x_\gamma$	- Posição do centro de gravidade do compensador
$y_C$	- Valor da função contraída do simplex

$y_E$	- Valor da função expandida do simplex
$y_h$	- Valor máximo da função $y_i$ do simplex
$y_i$	- Valor da função no ponto $P_i$ do simplex
$y_l$	- Valor mínimo da função $y_i$ do simplex
$y_R$	- Valor da função refletida do simplex
$\alpha$	- Ângulo de ataque
$\alpha_s$	- Coeficiente de reflexão do simplex
$\beta$	- Ângulo de rotação da superfície de controle
$\beta_s$	- Coeficiente de contração do simplex
$\beta_n$	- Parâmetros de atraso do polinômio aproximador
$\Delta E$	- Função custo da simulação <i>annealing</i>
$\varepsilon(i, j)$	- Erro entre os valores tabelados e os calculados pelo polinômio
$\phi_{ae}$	- Vetor de coordenadas modais aeroelásticas
$\Phi_a$	- Matriz modal definida em pontos aerodinâmicos
$\Phi_e$	- Matriz modal definida em pontos estruturais
$\gamma$	- Ângulo de rotação do compensador
$\gamma_s$	- Coeficiente de expansão do simplex
$\eta_e$	- Vetor de coordenadas generalizadas modais
$\eta_{lag}$	- Estados aerodinâmicos generalizados
$\lambda$	- Quadrado da frequência (autovalor para movimento harmônico simples)
$\rho$	- Densidade do ar
$\omega$	- Frequência de movimento harmônico simples
$\omega_h$	- Frequência de vibração de deflexão da seção principal
$\omega_\alpha$	- Frequência de vibração torcional em $\alpha$
$\omega_\beta$	- Frequência de vibração torcional em $\beta$

- $\omega_\gamma$  - Frequência de vibração torcional em  $\gamma$   
 $\xi$  - Vetor de estados

### **Subscritos**

- a - aerodinâmico  
ap - aproximado  
m - m-ésima frequência reduzida  
nm - nm-ésimo modo  
nv - nv-ésima velocidade  
tot - total

## RESUMO

RODRIGUES, M. A. L.. *Otimização de parâmetros de atraso para determinação de flutter*. São Carlos, 1998. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

O cálculo aeroelástico, para a determinação de *flutter*, utiliza teoria das faixas, subdividindo a superfície de sustentação ao longo da envergadura. O resultado obtido é o valor do carregamento aerodinâmico não estacionário para toda a superfície de sustentação, podendo ser escrito em termos de uma matriz de coeficientes de influência. Esta matriz pode ser aproximada por funções racionais que possuem termos de ordem zero a segunda ordem que representam o carregamento aerodinâmico, associados aos deslocamentos dinâmico-estruturais, e o atraso aerodinâmico, associado ao fenômeno de *flutter* através de uma série de pólos. Estes pólos são os chamados parâmetros de atraso e, na maioria das aplicações, são determinados baseando-se no julgamento do engenheiro. A otimização desses parâmetros é o objetivo principal deste trabalho, aperfeiçoando a aproximação da função racional ao carregamento aerodinâmico. São utilizados dois métodos de otimização não linear, cujas subrotinas de otimização são implementadas num programa já existente. Os métodos empregados são o método simplex, considerado um método de otimização local, e o método de simulação *annealing*, tido como um método de otimização global, para efeito de comparação. Os resultados de otimização obtidos são comparados entre si. Também são comparados os resultados não otimizados, obtidos anteriormente, com os resultados deste trabalho. A qualidade da aproximação da função racional também é analisada, avaliando-se o procedimento de otimização.

Palavras-chave: *flutter*, otimização, simplex, *annealing*, parâmetros de atraso, função racional.

## **ABSTRACT**

RODRIGUES, M. A. L.. *Lag parameters optimisation for flutter determination*. São Carlos, 1998. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

The flutter phenomenon is determined by aeroelastic calculation using the strip theory. The lifting surface is divided in strips transversely to the wing span. The obtained result is the non-stationary aerodynamic loading, which can be written in terms of an influence coefficients matrix. This matrix can be approximated using rational functions representing the aerodynamic loading and the aerodynamic lag. The former is associated with structural dynamic displacements and the latter with the flutter phenomena through a series of poles. These poles are called lag parameters and in most of the applications are determined by engineer expertise. The lag parameters optimisation is the main objective of this research, improving the approximation of the rational function to the aerodynamic loading. Two non-linear optimisation methods were implemented separately into the main program to do a comparison and evaluate the results: the simplex method, considered a local optimisation method and the annealing method, considered a global optimisation method. The results are compared each other and with non-optimal results, obtained previously. The rational function approximation quality is also analysed, allowing to evaluate the optimisation procedure effectiveness.

Keywords: flutter, optimisation, simplex, annealing, lag parameters, rational functions

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1. *Flutter*

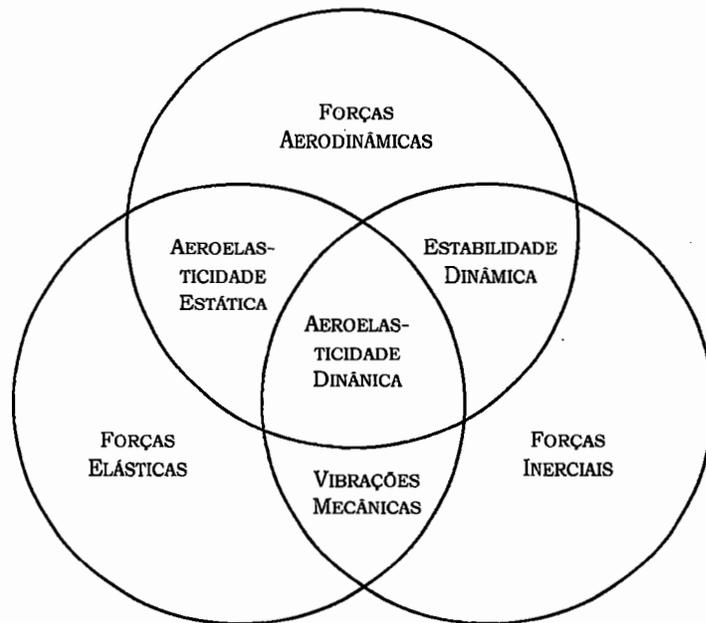
A aeroelasticidade é uma área da ciência que preocupa-se com fenômenos físicos que envolvem interação mútua de forças inerciais, elásticas e aerodinâmicas.

Devido às aeronaves possuírem uma estrutura flexível, esta deforma-se de maneira considerável sob a ação do carregamento aerodinâmico. Esta flexibilidade é responsável por vários tipos de fenômenos aeroelásticos que aparecem quando as deformações estruturais induzem forças aerodinâmicas adicionais. Tais deformações estruturais são assim responsáveis por alterações na distribuição do carregamento. Por sua vez, as forças aerodinâmicas induzidas por estas deformações produzem deformações adicionais, num processo de iteração realimentado, gerando um comportamento de oscilação auto-excitada que pode conduzir a superfície de sustentação à condição de *flutter*.

O *flutter* é um fenômeno complexo, associado a oscilação geralmente causada pela interação de forças aerodinâmicas e frequências

naturais das superfícies de controle e da estrutura da aeronave. Em geral, a sua ocorrência dentro do envelope de vôo deve ser eliminada completamente na fase de projeto.

Este fenômeno está incluído no extenso termo aeroelasticidade, demonstrado graficamente por Collar em 1947, quando formulou o conceito de triângulo aeroelástico e a complexidade dos aspectos que envolve (DOWELL, 1978). Esta diversidade de assuntos pode ser observada, esquematicamente, no diagrama de Collar, Figura 1.1, o qual mostra as ciências que englobam a aeroelasticidade.



**Figura 1.1 - Diagrama de Collar**

## **1.2. Aproximações aerodinâmicas**

A avaliação de *flutter* para sistemas dinâmicos não lineares foi impedida durante algum tempo por limitações relacionadas aos métodos analíticos.

As equações de movimento de uma aeronave contêm termos aerodinâmicos não estacionários que podem somente ser aproximados por

formas algébricas. Um dos primeiros estudos foi realizado por THEODORSEN(1934) e diversas extensões a este trabalho foram implementadas.

EDWARDS(1977) propôs o uso de modelo racional para aproximar o carregamento aerodinâmico não estacionário para movimentos arbitrários. A forma mais comum de aproximação envolve funções racionais, muitas vezes referindo-se às funções de Padé.

A representação de Padé para as forças aerodinâmicas faz parte das formas de representação propostas para poder-se reduzir a ordem do sistema de controle e as tentativas de obter uma boa aproximação aerodinâmica com um número mínimo de estados aerodinâmicos aumentados (NISSIM, 1991).

As constantes de tempo das frações parciais que compõem as funções racionais acima referidas são comumente chamadas de parâmetros de atraso porque cada uma das frações parciais pode ser considerada como representando uma função transferência cuja saída é atrasada com relação à entrada e permite uma aproximação ao tempo de atraso inerente na aerodinâmica não estacionária (ABEL, 1979).

Alguns métodos têm sido desenvolvidos para melhorar estas aproximações de funções racionais por seleção ótima de certos coeficientes não lineares via técnicas de programação não linear.

Na maioria das aplicações de aproximações aerodinâmicas na literatura, os coeficientes do denominador, i. é, os parâmetros de atraso, têm sido especificados à priori sobre o limite de frequência reduzida desejada, baseada no julgamento do engenheiro. Uma aproximação alternativa é otimizar estes parâmetros não lineares para melhorar as aproximações aperfeiçoando esta seleção. A otimização destes parâmetros fez parte dos estudos de DUNN(1980), TIFFANY & ADAMS(1988), KARPEL(1990) e EVERSMAAN & TEWARI(1991a, b).

### 1.3. Objetivo

Baseado no que foi exposto até o momento, o objetivo principal deste trabalho é desenvolver uma forma de otimizar os parâmetros de atraso utilizados na função de aproximação, através do uso de técnicas de otimização. Esta otimização será implantada no programa SSAER, desenvolvido na EMBRAER por RESENDE(1992) \*, aperfeiçoando a acuracidade da aproximação da função racional à matriz de coeficientes aerodinâmicos.

### 1.4. Descrição dos capítulos

Este trabalho apresenta portanto, o procedimento de otimização dos parâmetros de atraso utilizados nas funções racionais. Estas funções racionais, representadas por polinômios de Padé, são responsáveis por aproximar os coeficientes de influência associados a um carregamento aerodinâmico obtido no domínio da frequência.

Um modelo aeroelástico no espaço de estados é analisado comparando os resultados obtidos com parâmetros de atraso não otimizados com os obtidos usando valores otimizados.

Desta forma o trabalho é dividido em capítulos, os quais são descritos a seguir de forma resumida.

No Capítulo 1, é introduzido o tema *flutter*, realizada uma associação do carregamento aerodinâmico às funções de aproximação racional bem como a localização do termo parâmetros de atraso no contexto. Baseado no exposto, também são apresentados os objetivos do trabalho.

---

\* RESENDE, H. B.. Programa SSAER. TEE/EAC. EMBRAER. outubro de 1992.

O Capítulo 2 está relacionado à Revisão Bibliográfica, onde está exposto um breve histórico da investigação de *flutter* e seu desenvolvimento. É exposto também um direcionamento do problema à otimização dos parâmetros de atraso, bem como as técnicas existentes para sua solução.

O programa utilizado para a implementação da subrotina de otimização é descrito no Capítulo 3, juntamente com os fluxogramas das subrotinas principais.

Os métodos de otimização (Simplex e *Annealing*) utilizados são descritos no Capítulo 4, assim como o procedimento para criação do algoritmo de otimização.

O modelo utilizado para a simulação é apresentado no Capítulo 5, juntamente com os parâmetros utilizados para tal simulação. A teoria para a montagem final do sistema aeroelástico também é apresentada neste capítulo.

No Capítulo 6, são apresentados os resultados obtidos da otimização dos parâmetros de atraso para ambos os métodos utilizados e suas comparações. A apresentação dos resultados aeroelásticos também fazem parte deste capítulo, bem como a avaliação da qualidade da aproximação da função racional.

As conclusões obtidas deste trabalho são apresentadas no Capítulo 7. Em função destas conclusões são relacionados a contribuição do trabalho exposto bem como as propostas para trabalhos futuros.

O Apêndice A refere-se a uma descrição mais detalhada dos métodos de determinação de *flutter*. No Apêndice B é realizada uma descrição detalhada do método de otimização simplex de Nelder & Mead, utilizado para a otimização dos parâmetros de atraso.

# **CAPÍTULO 2**

## **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1. Histórico da investigação de *flutter***

A aeroelasticidade, e em particular o *flutter*, tem influenciado a evolução das aeronaves desde os primeiros dias de vôo. Em função disso, pesquisas sobre *flutter* foram propostas em muitos países e, como em todos os campos de pesquisa, novas idéias e desenvolvimentos ocorreram de maneira similar e quase que simultaneamente em diversos lugares do mundo. Portanto, fazer uma designação exata das prioridades que foram estudadas durante estes anos torna-se quase impossível. Além disso, segundo concluíram GARRICK & REED(1981), um relato histórico e definitivo exigiria muitos volumes, uma vez que estudou-se muito nesse campo. A idéia de fazer um apanhado geral desde os primeiros dias de vôo até às contribuições atuais que colaboram com a investigação do fenômeno de *flutter* parece ser uma alternativa correta.

GARRICK & REED(1981), realizaram um levantamento histórico sobre o fenômeno de *flutter*. Muitas das suas colocações são

expostas nesta revisão por se tratar de um dos mais completos relatos sobre o tema.

### 2.1.1. Os primeiros anos de vôo

Em 1903, em seu vôo histórico, Orville e Wilbur Wright fizeram uso dos efeitos aeroelásticos de maneira benéfica. Segundo GARRICK & REED(1981), a utilização destes efeitos aeroelásticos foi para controlar o movimento de *roll* do biplano usado por eles devido ao fato de utilizarem asa empenada no lugar de ailerons.

Nove dias antes dos irmãos Wright em 1903 voarem em Kitty Hawk, o professor Langley do *Smithsonian Institute* fracassou em sua segunda tentativa de vôo. Supõe-se que a aeroelasticidade representou um papel importante na causa da falha do segundo vôo, que envolveu colapso da asa traseira e da cauda.

HILL (GARRICK & REED, 1981) sugeriu que a falha foi devido à rigidez insuficiente na ponta da asa resultando em uma divergência torsional na mesma. Esta divergência seria uma instabilidade aeroelástica que pode ser considerada como *flutter* a frequência zero. O argumento de Hill é reforçado por uma discussão realizada por Brewer em 1913 sobre o colapso de asas de monoplanos.

O professor Collar em dois de seus artigos declarou que parte da especulação sobre o desastre da aeronave de Langley é baseado nas circunstâncias de que muitos anos após Langley morrer, a máquina original foi removida do *Smithsonian National Museum*, modificada, voando com êxito em Hammondsport, N.Y..

Estas modificações, as quais envolveram alterações substanciais na estrutura da asa e treliçamento, reforçando e enrijecendo a estrutura original, reduziram significativamente a probabilidade de falha aeroelástica. Isto conduziu, anos mais tarde, a uma longa controvérsia sobre se a aeronave original teria sido capaz de voar dessa maneira, precedendo os irmãos Wright neste aspecto.

Após o teste em Hammondsport, a máquina foi reconstruída com componentes remanescentes da configuração original e retornada ao *Smithsonian Institute*, em Washington.

O sucesso do biplano dos irmãos Wright e a falha do monoplano de Langley pode ter influenciado os primeiros projetos de aeronaves, o que gerou, na época, uma certa preferência para os biplanos.

### **2.1.2. Os primeiros estudos de *flutter***

O primeiro desenvolvimento importante em *flutter* foi acompanhado pelo engenheiro e cientista inglês Lanchester em 1916 durante a I Guerra Mundial com o bombardeiro biplano Handley Page 0/400, que experimentou uma violenta oscilação assimétrica na fuselagem e na cauda.

Segundo GARRICK & REED(1981), Bairston forneceu suporte analítico na investigação da aeronave Handley Page, realizada por Lanchester. O resultado foi um artigo desenvolvido por Bairstow e Page em 1916, fruto desta investigação, e é provavelmente a primeira análise teórica de *flutter* existente. A investigação confirmou completamente as conclusões de Lanchester, e embutiu um padrão para os vastos trabalhos ingleses que seriam desenvolvidos em décadas posteriores.

No lado da Alemanha, na I Guerra Mundial, as muitas falhas estruturais fatais que ocorreram nos dois projetos de aeronaves de combate foi atribuído a problemas aeroelásticos de divergência estática.

Próximo ao fim da guerra, Fokker introduziu o Fokker D-VIII, cuja produção foi acelerada por causa da sua *performance* superior. Quase que imediatamente, sérios problemas foram encontrados, como os descritos por BISPLINGHOFF et al. (1955).

Após a I Guerra Mundial um estudo sistemático de *flutter* foi experimentado na Holanda mostrando diversos problemas de *flutter* em aileron de um monoplano Van Berkel W. B..

Uma investigação teórica e experimental iniciada em 1923 por BAUMHAUER & KONING (GARRICK & REED, 1981) teve como resultado mais significativo o reconhecimento de que o balanço de massa do aileron, ou até mesmo o balanço parcial de massa, pode eliminar o problema de *flutter*. Deste modo, o conceito de desacoplamento de interação de modos para prevenir *flutter* foi enfatizado.

Esta investigação já continha características de uma investigação moderna de *flutter*, tais como: 1) análise do fenômeno observado; 2) obtenção das equações de movimento; 3) determinação das propriedades de massa e rigidez; 4) medidas das derivadas aerodinâmicas; 5) cálculos de estabilidade; 6) medidas de *flutter* em túnel de vento; 7) comparação de resultados de *flutter* teórico e experimental; 8) o conceito de balanceamento de massa; 9) verificação de experimentos em túnel de vento e testes de vôo. Esta contribuição pode ser somada à tradição dos trabalhos de pequenos grupos holandeses que foi produtiva na pesquisa de *flutter*.

Quanto ao trabalho dos ingleses, uma das primeiras publicações do *Aeronautical Research Committee (ARC)*, descreveu em 1925 cinco incidentes em dois projetos de biplanos similares, o *Gloster Grebe* e o *Gloster Gamecock*. Após três anos de trabalho intenso, descritos principalmente em documentos não publicados, um estudo de Frazer e Duncan foi publicado em 1929, referindo-se muitas vezes aos trabalhos dos ingleses como "*The Flutter Bible*" (GARRICK & REED, 1981). Junto com os trabalhos de Frazer e Duncan, uma publicação de Perring em 1928 iniciou o uso de modelos em escala para determinar a velocidade crítica de *flutter* de uma aeronave protótipo. Este estudo foi o primeiro a demonstrar a eficácia de modelos aeroelásticos, em escala, em túnel de vento como um meio para prever velocidades de *flutter* críticas de um protótipo em escala natural.

Nos Estados Unidos, uma das primeiras investigações de *flutter* ocorreu em 1927, devido a uma oscilação horizontal da cauda da aeronave Navy MO-1. Após eliminar a esteira na asa principal como a

causa da excitação, ZAHM & BEAR(1926) fizeram uma análise de *flutter* que demonstrou estar de acordo com os métodos usados na Holanda e Inglaterra.

Em 1927, alguns trabalhos em *flutter* foram iniciados no *Massachusetts Institute of Technology (MIT)*. Um destes estudos estava relacionado ao uso de modelos em túnel de vento.

Já os anos 30 foi a década de considerável fermentação e progresso em aeroelasticidade, especialmente na teoria. Nos Estados Unidos, Theodorsen atacou o problema em 1934 (THEODORSEN, 1934), o qual tem representado um grande papel nos métodos de estabelecimento de análise de *flutter*, no uso da teoria das faixas para asas e em diversos outros procedimentos de aproximação.

### **2.1.3. Desenvolvimento dos estudos em *flutter***

Durante a II Guerra Mundial, rápidas alterações ocuparam lugar no desenvolvimento de aeronaves. Os problemas de *flutter* ocorreram no campo devido a danos em combate, que causaram perda de massa de balanceamento ou redução de rigidez.

A gravidade dos problemas de *flutter* durante o período de 1947-1956 conduziram os estudos de *flutter* desenvolvidos pela *NACA Subcommittee on Vibration and Flutter*.

Após a guerra, o desenvolvimento dos computadores revolucionaram a análise de *flutter*. Os métodos matemáticos, que até então eram considerados acadêmicos, necessitando de muitos homens/anos de cálculos pelos métodos anteriores, hoje tornam-se viáveis.

Cálculos rápidos com modelos matemáticos extremamente simplificados permitem ao projetista saber se está ou não nas proximidades do *flutter*. Modelos matemáticos mais complexos, com diversos graus de liberdade, permitem previsão mais acurada. A previsão do *flutter* tem sido então realizada através da análise de modelos

matemáticos por computadores, de modelos em escala no túnel de vento, e em ensaios em voo.

## 2.2. Análise de *flutter*

As análises de *flutter* baseiam-se na obtenção dos autovalores de um determinado sistema aeroelástico que depende de um valor de parâmetro variante (velocidade, pressão dinâmica ou número de Mach), dos quais pode-se obter a frequência e o amortecimento. Com estes valores, pode-se traçar os diagramas  $V-g-f$  (velocidade ( $V$ ), frequência ( $f$ ) e amortecimento ( $g$ )). Estes diagramas, também conhecidos como evoluções modais, mostram o comportamento da frequência e amortecimento dos modos aeroelásticos em função do parâmetro variante, no caso a velocidade ( $V$ ).

Os valores de frequência e amortecimento podem ser obtidos a partir dos autovalores resultantes das extrações empregadas num determinado método de análise aeroelástica (método  $k$ , método  $p-k$  ou método  $p$ ) descritos em detalhes no Apêndice A. Uma vez que tais extrações são normalmente feitas para cada valor de velocidade, é possível então obter a velocidade de *flutter*.

A velocidade de *flutter* é definida então como a velocidade na qual o valor do amortecimento de um certo modo aeroelástico torna-se zero. Este fato pode ser constatado na Figura 2.1, ao observar-se a troca de sinal do amortecimento, i. é, quando a curva de amortecimento cruza o eixo de velocidades com  $g = 0$ .

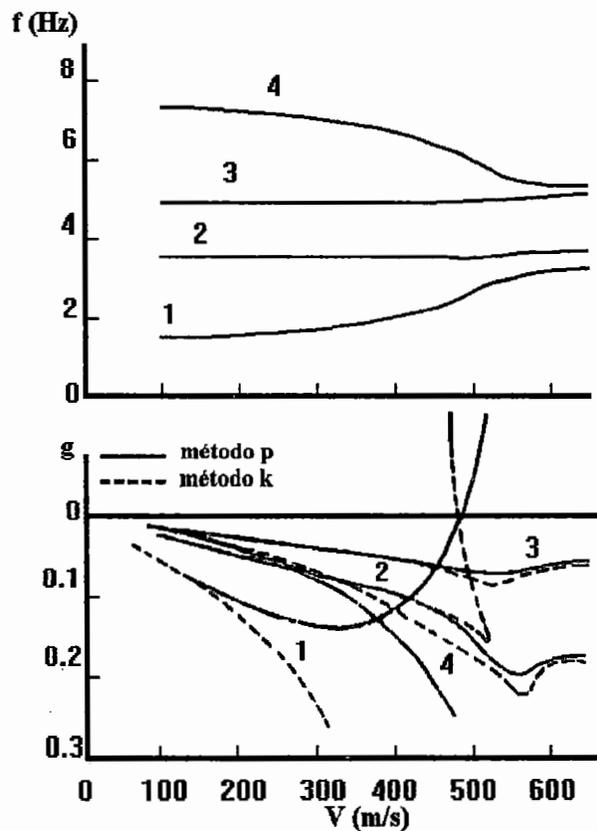


Figura 2.1 - Evoluções aeroelásticas - Gráfico V-g-f

### 2.3. Representação do sistema aeroelástico

A principal dificuldade em modelagem de sistemas aeroelásticos está na representação do carregamento aerodinâmico não estacionário.

A aproximação clássica para análise de *flutter*, segundo BISPLINGHOFF(1955), é baseada em matrizes de coeficientes de influência aerodinâmicos calculados para movimentos harmônicos simples em valores discretos de frequência reduzida (definida no Capítulo 6).

O conceito de energia de NISSIM (NISSIM & ABEL, 1978) para projetos de sistemas de supressão de *flutter* é baseado na mesma aproximação. Esta formulação foi utilizada com êxito para muitos sistemas experimentais. No entanto, análises de controle moderno, que exigem a

representação do carregamento aerodinâmico no domínio de Laplace e, posteriormente, no domínio do tempo (espaço de estados) não é apropriado para essa formulação.

Desenvolvimentos no cálculo de carregamento aerodinâmico para movimentos arbitrários mostraram que para obter um sistema aeroelástico na forma de estados finitos, os coeficientes aerodinâmicos devem ser aproximados por funções racionais (KARPEL, 1982).

Estes estudos relacionaram a qualidade da solução do sistema, i. é, a evolução dos modos aeroelásticos, em função da variação dos valores e número de parâmetros de atraso empregados nas funções aproximadoras.

Os parâmetros de atraso, conforme descrito no Capítulo 1, são constantes de tempo que compõem as funções racionais.

## **2.4. Otimização dos parâmetros de atraso**

Vários pesquisadores como VEPA(1977), ROGER(1977), DUNN(1980), MUKHOPADHYAY(1982) e KARPEL(1981,1991), desenvolveram diversas pesquisas para obter aproximações da função racional para forças aerodinâmicas de movimentos arbitrários.

Usualmente são três as formulações básicas usadas nestas referências para aproximar forças aerodinâmicas: 1) mínimos quadrados; 2) matriz de Padé modificada e 3) estados mínimos.

A aproximação dos coeficientes do polinômio da função aproximadora se dá através do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). Já os parâmetros de atraso podem ser obtidos a partir de processos de otimização usando técnicas de programação não linear de acordo com TIFFANY & KARPEL(1991), EVERSMAN & TEWARI(1991a) e EVERSMAN & TEWARI(1991b) ou atribuídos de acordo com a experiência do analista conforme estudos de ABEL(1979) e KARPEL(1981).

Os métodos para obtenção de parâmetros de atraso geralmente são computacionalmente muito caros. Porém, a acuracidade de uma aproximação depende crucialmente destes parâmetros. A otimização dos parâmetros não lineares tem sido utilizada para obter melhores aproximações. O processo de otimização destes parâmetros é considerada como um segundo nível de otimização, pois necessita de um método iterativo o qual emprega um algoritmo para seleção ótima de parâmetros não lineares.

DUNN(1980) propôs em seu trabalho um método para garantir que os autovalores da matriz relacionada aos parâmetros de atraso pertencessem ao semi-plano esquerdo, levando a uma boa aproximação.

KARPEL(1981) baseado em métodos de Padé matriciais utilizou um procedimento para a escolha dos parâmetros de atraso adequado à representação da aproximação pelo menor número possível desses valores.

PETERSON & CRAWLEY(1988) mostraram que, quando estes parâmetros são otimizados, eles fornecem um erro quadrado mínimo entre o valor aproximado e o valor exato da função de transferência e que a acuracidade da aproximação é grandemente aumentada.

No trabalho de TIFFANY & ADAMS(1988) foi utilizado um método de Padé modificado com técnicas de programação não-linear para obtenção dos parâmetros de atraso. A técnica empregada por Tiffany e Adams para otimizar estes parâmetros é um método não gradiente, chamado simplex sequencial, desenvolvido por NELDER & MEAD(1965). Este método tem sido usado em projetos de sistemas de controle para aeronaves flexíveis com controle ativo, junto com métodos gradientes tais como o método de direção viável CONMIN, a variável métrica de Davidon-Fletcher-Powell e o método de ótimo condicionado de Davidon (TIFFANY & ADAMS, 1988).

PETERSON & CRAWLEY(1988) utilizaram técnicas de otimização para a determinação dos parâmetros de atraso associados a séries de exponenciais. Para otimizar as constantes do numerador e do

denominador do polinômio da função aproximadora eles utilizaram o otimizador *gradient-based* de Newton-Raphson.

EVERSMAN & TEWARI(1991b) consideraram somente o coeficiente do parâmetro de atraso como parâmetro livre para otimizar e utilizaram como otimizador o *simplex* não gradiente, proposto por NELDER & MEAD(1965). Eversman e Tewari consideraram este algoritmo *simplex* de confiança e eficiente.

O método é simples para uso e robusto na habilidade de impulsionar o problema de otimização não linear nos problemas em que tem sido aplicado. Este método de otimização é utilizado para acelerar a convergência das variáveis de projeto, no caso, os parâmetros de atraso. A vantagem deste método sobre o método *gradient-based* tem sido verificada por várias aplicações em diversos campos e tal método foi usado por TIFFANY & ADAMS(1988) no campo da aeroelasticidade.

No entanto, com o aumento da complexidade dos problemas de engenharia, o trabalho de otimização tornou-se mais desafiante. A questão agora volta-se para determinar a melhor configuração que pode operar eficientemente sobre extensas condições de operação.

Em geral, cada problema de engenharia pode ser descrito por diferentes subconjuntos de problemas. Para o método de otimização produzir bons resultados, a forma dos parâmetros livres e a função objetivo é da maior importância. Quando o espaço de busca é conhecido como não sendo convexo, o ótimo não pode ser aproximado pelos tradicionais métodos *gradient-based*. Em vez disso, a busca pode começar de diferentes pontos iniciais e prosseguir de acordo com o mesmo procedimento heurístico.

Na tentativa de superar a complexidade dos problemas de larga escala, muitos mecanismos de busca heurísticos têm sido desenvolvidos. Entre estes métodos incluem o *Downhill Simplex Method* (Método Simplex Downhill), *Genetic Algorithm* (Algoritmos Genéticos), *Simulated Annealing* (Algoritmo de Simulação *Annealing*) e *Expert Systems* (Sistemas Espertos), junto com outros métodos.

Hoje em dia, diversos métodos e códigos computacionais estão disponíveis e, podem ser usados como caixas pretas para serem utilizados em diferentes problemas.

O problema em questão neste trabalho, como já mencionado, relaciona-se à otimização de parâmetros de atraso utilizando métodos de programação não linear. Dentre os métodos de otimização existentes foram utilizados o Método Simplex e o Algoritmo de Simulação *Annealing*.

# **CAPÍTULO 3**

## **DESCRIÇÃO DO PROGRAMA**

Este capítulo é dedicado à descrição do programa utilizado para a implementação das subrotinas de otimização. O programa SSAER foi desenvolvido na EMBRAER e é composto por diversas subrotinas. Os arquivos de entrada e saída são apresentados, bem como os fluxogramas das subrotinas principais, juntamente com as subrotinas de otimização implementadas.

### **3.1. Programa SSAER**

O programa SSAER faz cálculo aeroelástico usando teoria de faixas. Esta teoria é fundamentada na idéia de representar escoamentos aerodinâmicos tridimensionais através de formulações bidimensionais, como o desenvolvimento de THEODORSEN(1934). A superfície de sustentação é subdividida em faixas ao longo da envergadura, onde se aplica a solução bidimensional. Trata-se o problema calculando a força aerodinâmica e os momentos aerodinâmicos para cada faixa, associados

aos graus de liberdade definidos na formulação bidimensional. A soma destas forças, calculadas para cada faixa, resulta no valor do carregamento aerodinâmico não-estacionário para toda a superfície de sustentação.

O vetor do carregamento para cada faixa pode ser escrito em termos de uma matriz de coeficientes de influência. Esta matriz pode ser escrita apenas em função das coordenadas de deslocamento do sistema. Este tipo de representação é adequada para resolver-se o problema de *flutter*, considerando a aerodinâmica apenas definida para movimentos harmônicos simples.

Este programa destina-se a ser utilizado como um pós-processador do programa NASTRAN, onde os *grids* de controle de cada faixa são definidos previamente ao cálculo dinâmico: um *grid* no eixo elástico, um *grid* na linha de articulação da superfície de controle, se existir, e um *grid* na linha de articulação do *tab*, também se existir. O programa foi compilado e processado no Microsoft Fortran Powerstation, mas pode ser compilado e processado em qualquer plataforma tal como os UNIX ou VMS, ou outros. A estrutura do programa está demonstrada no fluxograma da Figura 3.1 e Figura 3.2, apresentada adiante.

Com modos selecionados da análise dinâmica do NASTRAN, o programa faz superposição modal e utiliza o método *p* para fazer a análise de *flutter*. Neste método as matrizes aerodinâmicas calculadas através da teoria das faixas, para cada valor de frequência reduzida, são aproximadas pelo polinômio de Padé. Este polinômio é capaz de representar os efeitos aerodinâmicos de primeira, segunda e ordem zero, mais o atraso aerodinâmico, que é característico dos fenômenos aeroelásticos e computado pelas funções  $C(k)$  na formulação de Theodorsen (THEODORSEN, 1934).

Os modos aeroelásticos são portanto definidos pela frequência, amortecimento modal e, opcionalmente, pelo vetor de amplitudes e fases.

### **3.1.1. Arquivos de entrada e saída**

Os arquivos de entrada do código computacional possuem as formas modais, a massa, a rigidez e o amortecimento generalizados caracterizando um modelo estrutural na forma modal. Possuem ainda as informações para o cálculo aeroelástico, bem como os modos a serem empregados para a análise aeroelástica, características geométricas das faixas que discretizam a asa, valores de velocidade para cálculos das frequências e amortecimentos para a construção da evolução modal, e valores dos estados de atraso de estimativa inicial para o emprego da aproximação por polinômios de Padé.

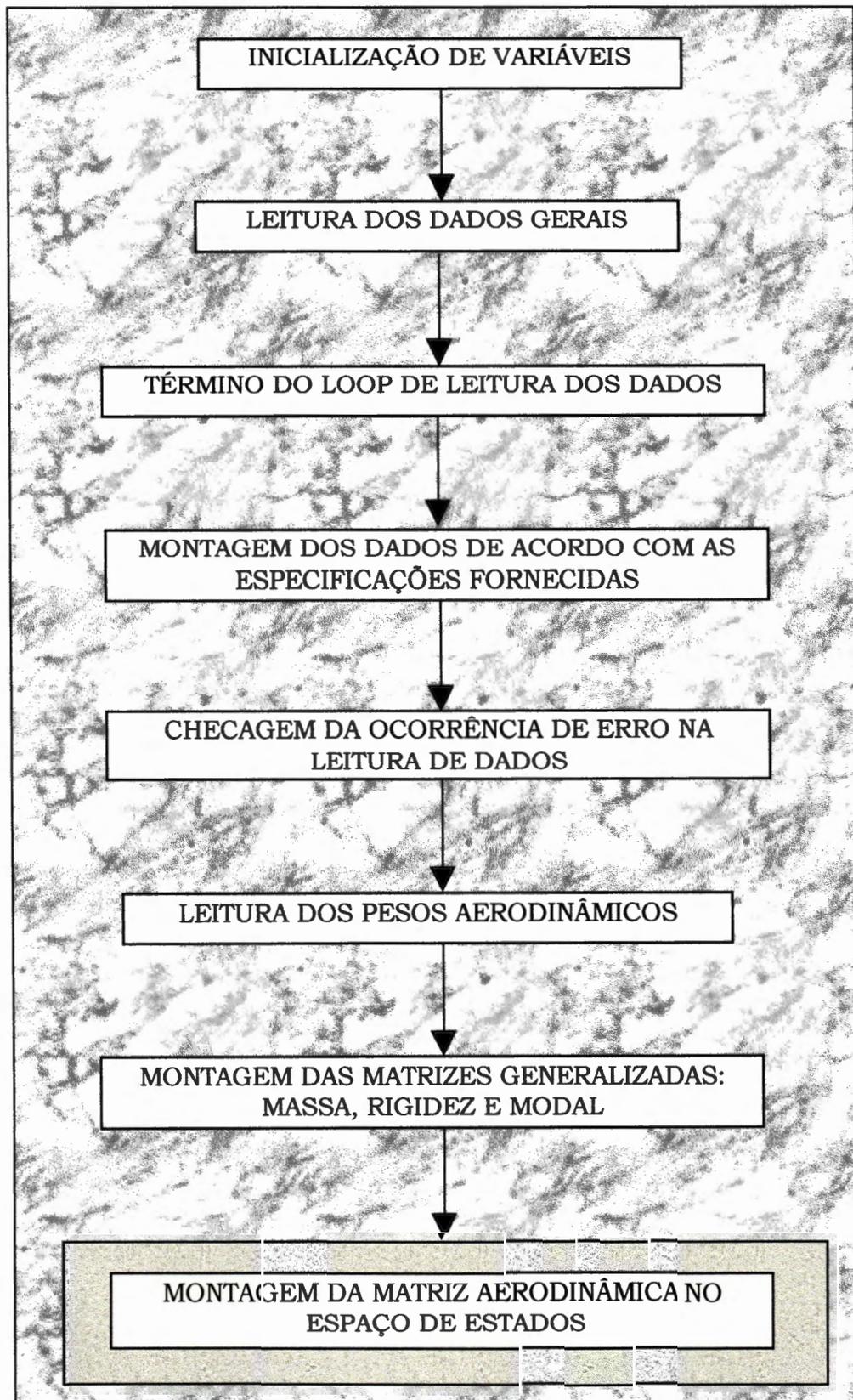
Os arquivos de saída fornecem os autovalores da matriz aerodinâmica total calculados para cada velocidade e principalmente as evoluções modais oriundas do cálculo aeroelástico. Este é o resultado principal do código que já se encontra num formato adequado para o pós-processamento das curvas de evolução modal através do MATLAB®.

## **3.2. Subrotinas principais**

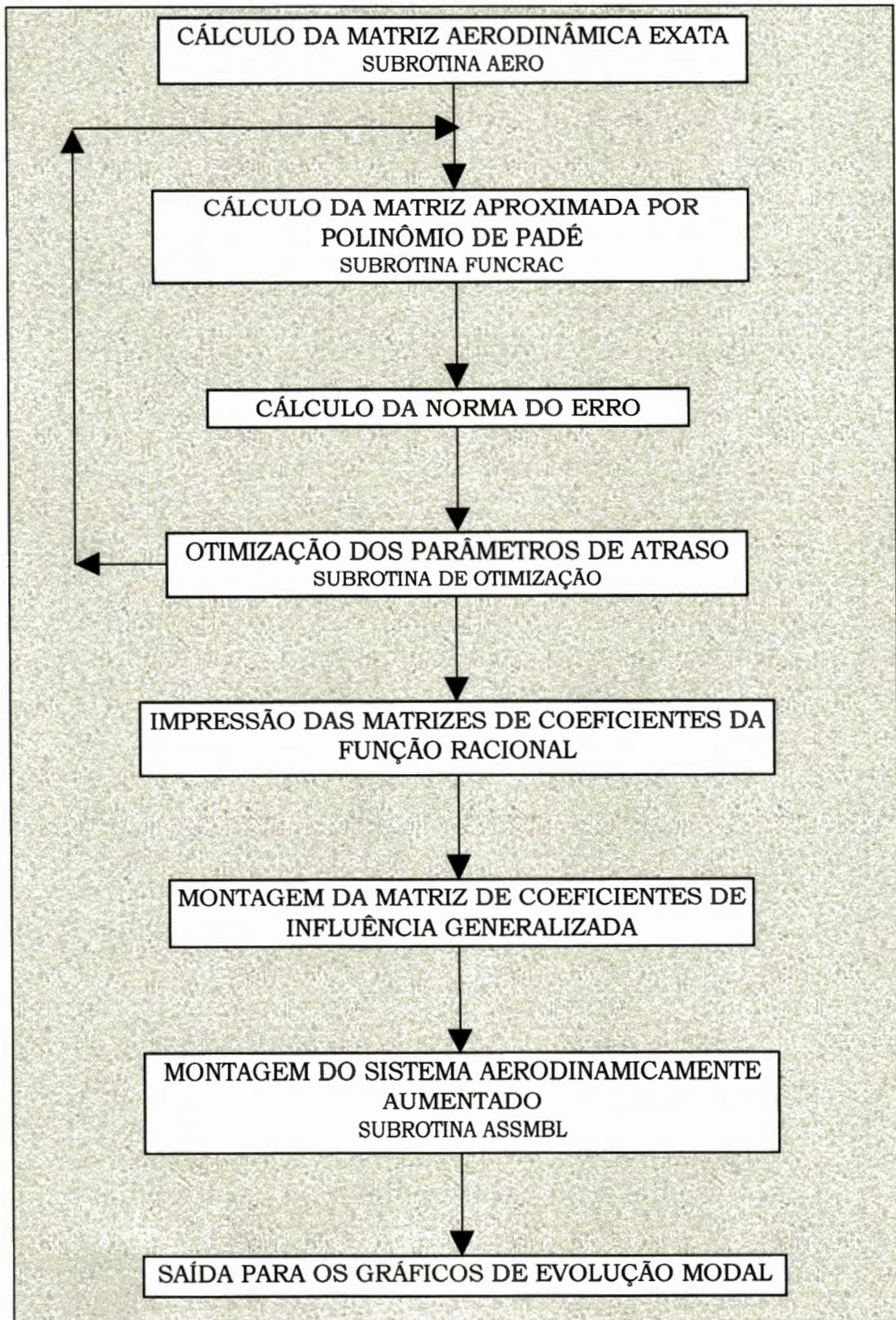
A montagem da matriz aerodinâmica no espaço de estados utiliza diversas subrotinas para os cálculos intermediários. Dentre estas subrotinas encontram-se: 1) subrotina FUNCRAC, responsável pelo cálculo do polinômio aproximador para o conjunto de matrizes aerodinâmicas no domínio da frequência reduzida; 2) subrotina AERO, responsável pelo cálculo da matriz aerodinâmica local (matriz aerodinâmica para cada faixa considerada); 3) subrotina ASSMBL, responsável pela montagem do sistema aeroelástico aerodinamicamente aumentado (sistema aumentado por estados adicionais gerado pela representação do atraso aerodinâmico por uma série de pólos). Todos os cálculos envolvidos nas subrotinas acima citadas são realizados segundo o modelamento matemático apresentado no Capítulo 5.

Além das subrotinas citadas, a montagem da matriz aerodinâmica no espaço de estados (Figura 3.2), inclui ainda a saída para os diagramas *V-g-f*, cujas curvas de evolução modal são pós-processadas no MATLAB®.

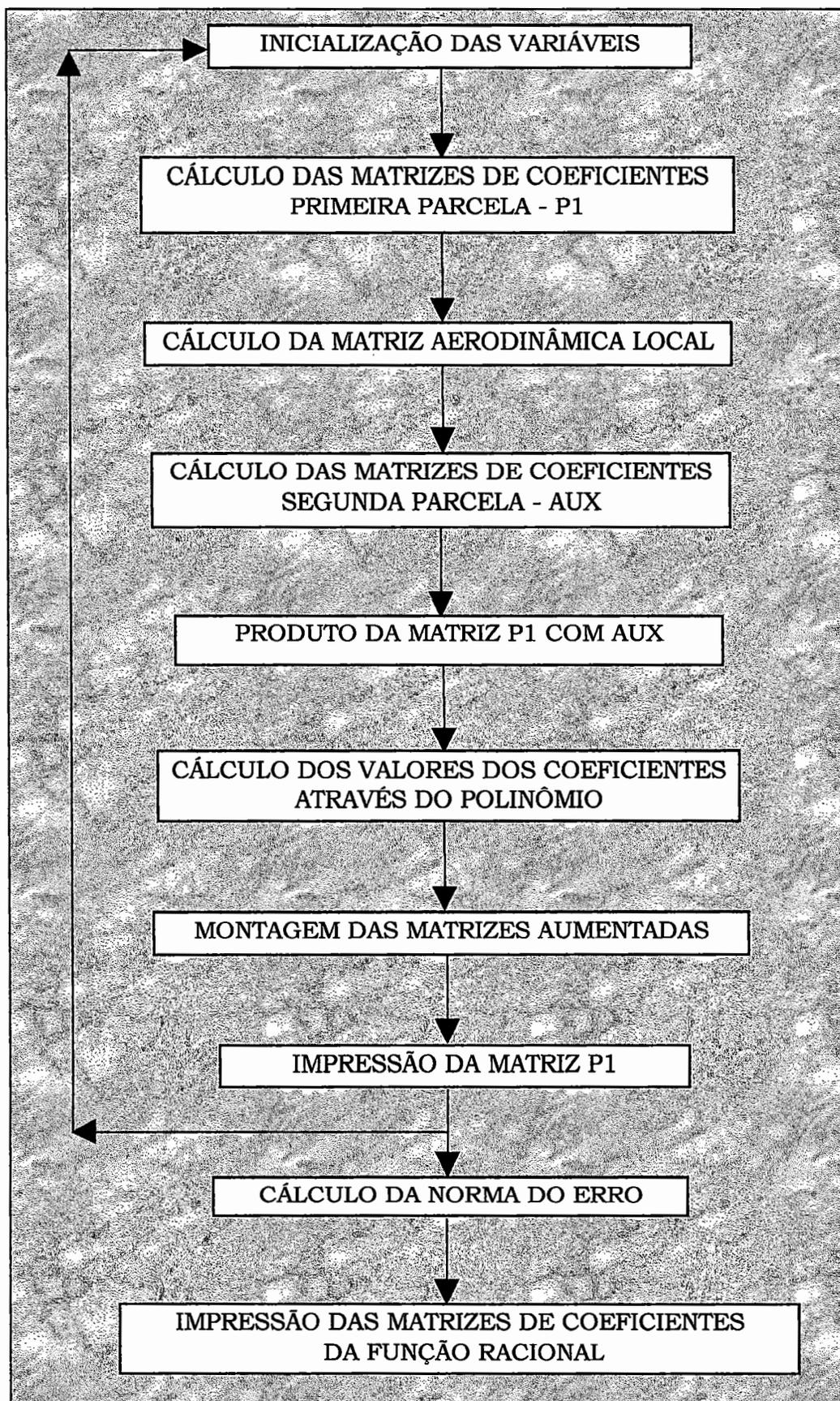
Como o objetivo principal deste trabalho é a implantação da otimização dos parâmetros de atraso no programa SSAER, foram incluídas as subrotinas de otimização de acordo com o método escolhido para esta otimização, i. é, no caso 1) a subrotina OTIMIZA, responsável pela otimização dos parâmetros de atraso através do método simplex; 2) a subrotina SA, otimização utilizando o método de simulação *annealing*.



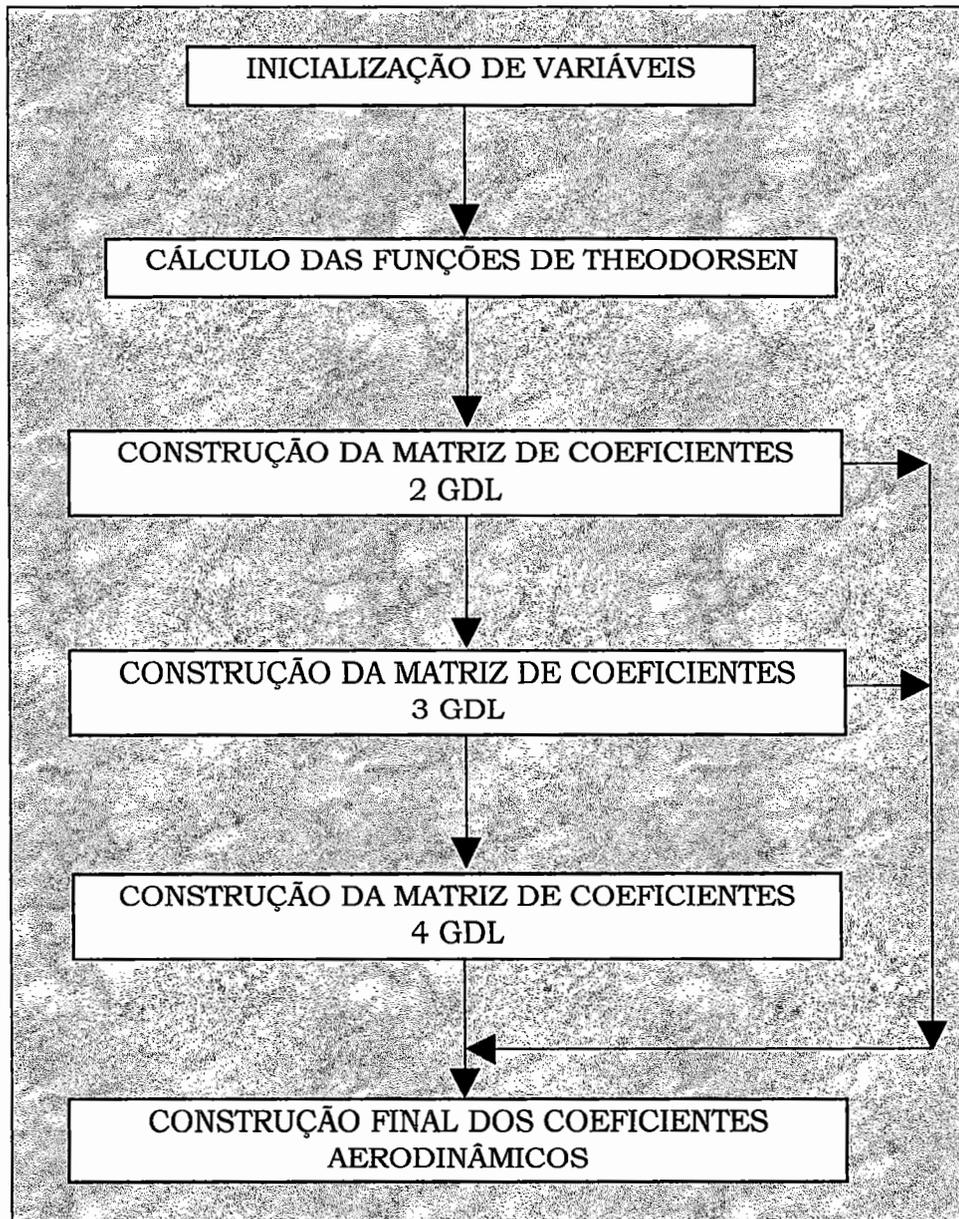
**Figura 3.1 - Fluxograma do Programa SSAER**



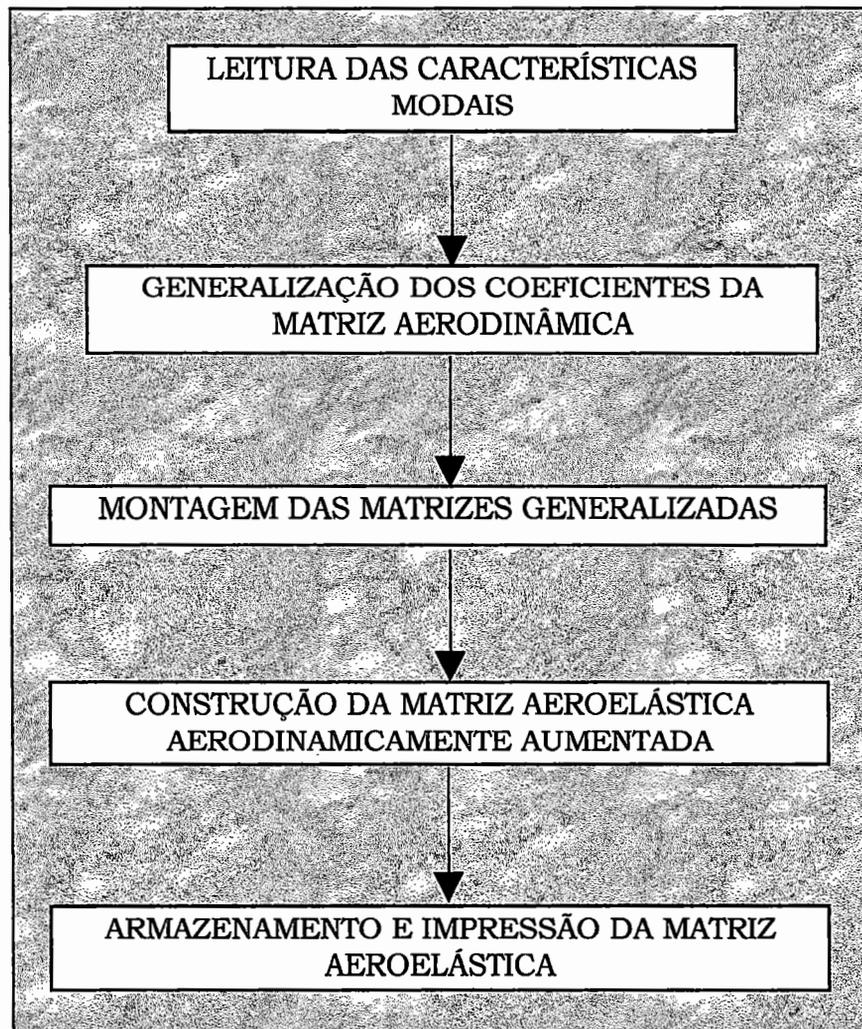
**Figura 3.2 - Fluxograma de montagem da matriz aerodinâmica no espaço de estados com otimização**



**Figura 3.3 - Fluxograma da subrotina FUNCRAC**



**Figura 3.4 - Fluxograma da subrotina AERO**



**Figura 3.5 - Fluxograma da subrotina ASSMBL**

### 3.3. Subrotina OTIMIZA

A subrotina OTIMIZA foi implantada no programa SSAER com o objetivo de otimizar os valores dos parâmetros de atraso utilizados no cálculo da matriz dos coeficientes de influência aproximada por função racional. Esta subrotina foi criada em linguagem de programação FORTRAN e compilada no Software Microsoft FORTRAN PowerStation® 4.0 e ajusta o mínimo de uma função de diversas variáveis partindo de uma estimativa inicial. A subrotina é uma implementação do algoritmo simplex de NELDER & MEAD(1965), que é um método de busca direto para ajustar o mínimo de uma função.

O simplex nada mais é do que uma figura geométrica, no espaço dimensional, de  $N+1$  pontos, ou vértices, e todos eles unindo segmentos de linhas e faces poligonais. O método baseia-se na comparação dos valores da função objetivo em  $N+1$  vértices de um simplex geral e na movimentação deste simplex em direção a um ponto ótimo.

A subrotina OTIMIZA é responsável por montar este simplex próximo à estimativa inicial. Com os valores iniciais no simplex, o valor da função para cada ponto inicial é calculado e a iteração é realizada até que o diâmetro do simplex seja menor do que a tolerância estipulada.

Em cada estágio, no processo de otimização, o ponto analisado é substituído por um novo ponto. Para essa finalidade, três operações são usadas: reflexão, contração e expansão, de acordo com o fluxograma da Figura 3.6.

A reflexão ocorre quando o vértice correspondente ao valor superior da função objetivo é substituído pelo valor refletido. A expansão se dá quando o valor refletido é expandido, esperando-se um melhoramento futuro do valor da função. Já a contração ocorre quando o simplex inicial é contraído.

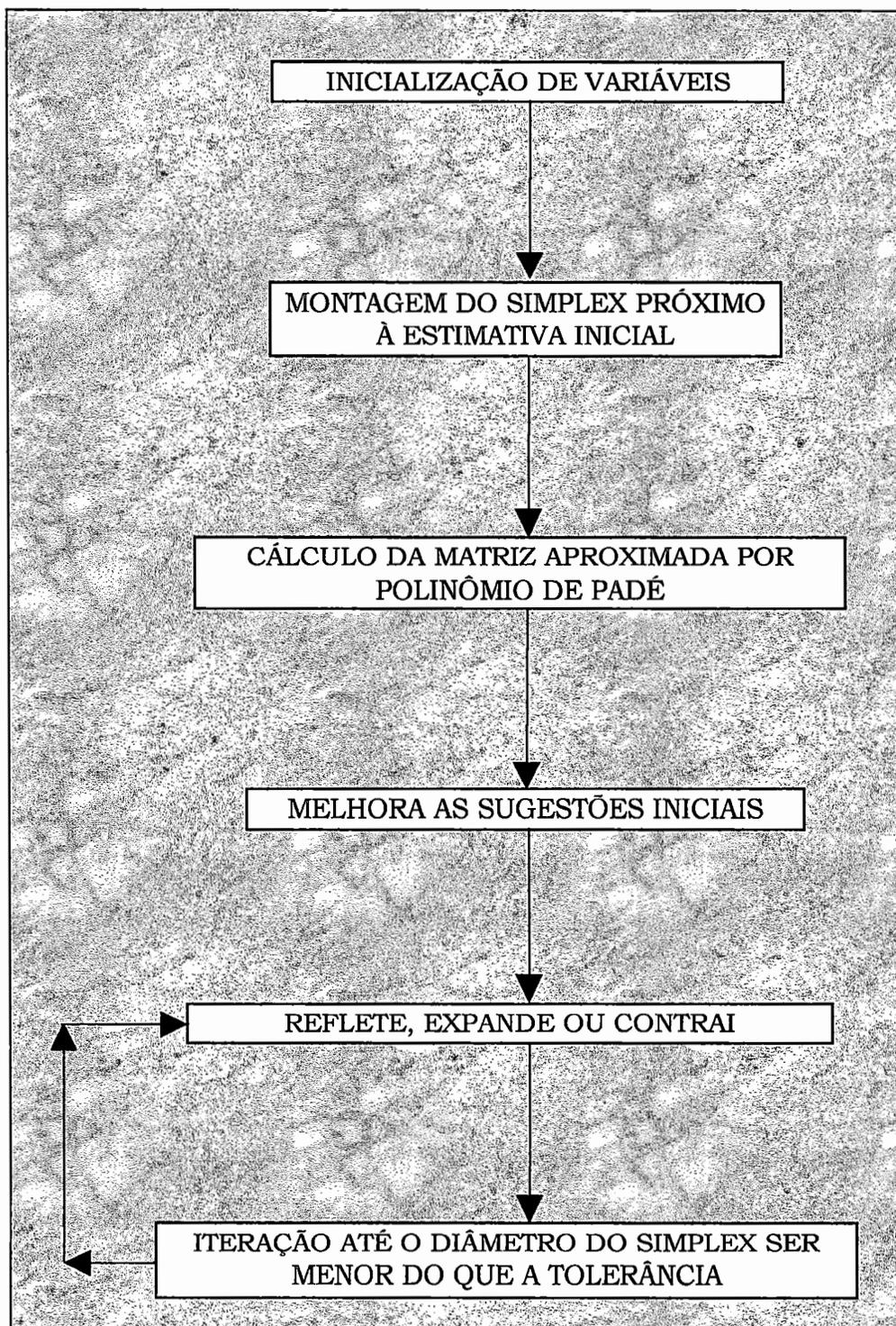


Figura 3.6 - Fluxograma da subrotina de otimização OTIMIZA

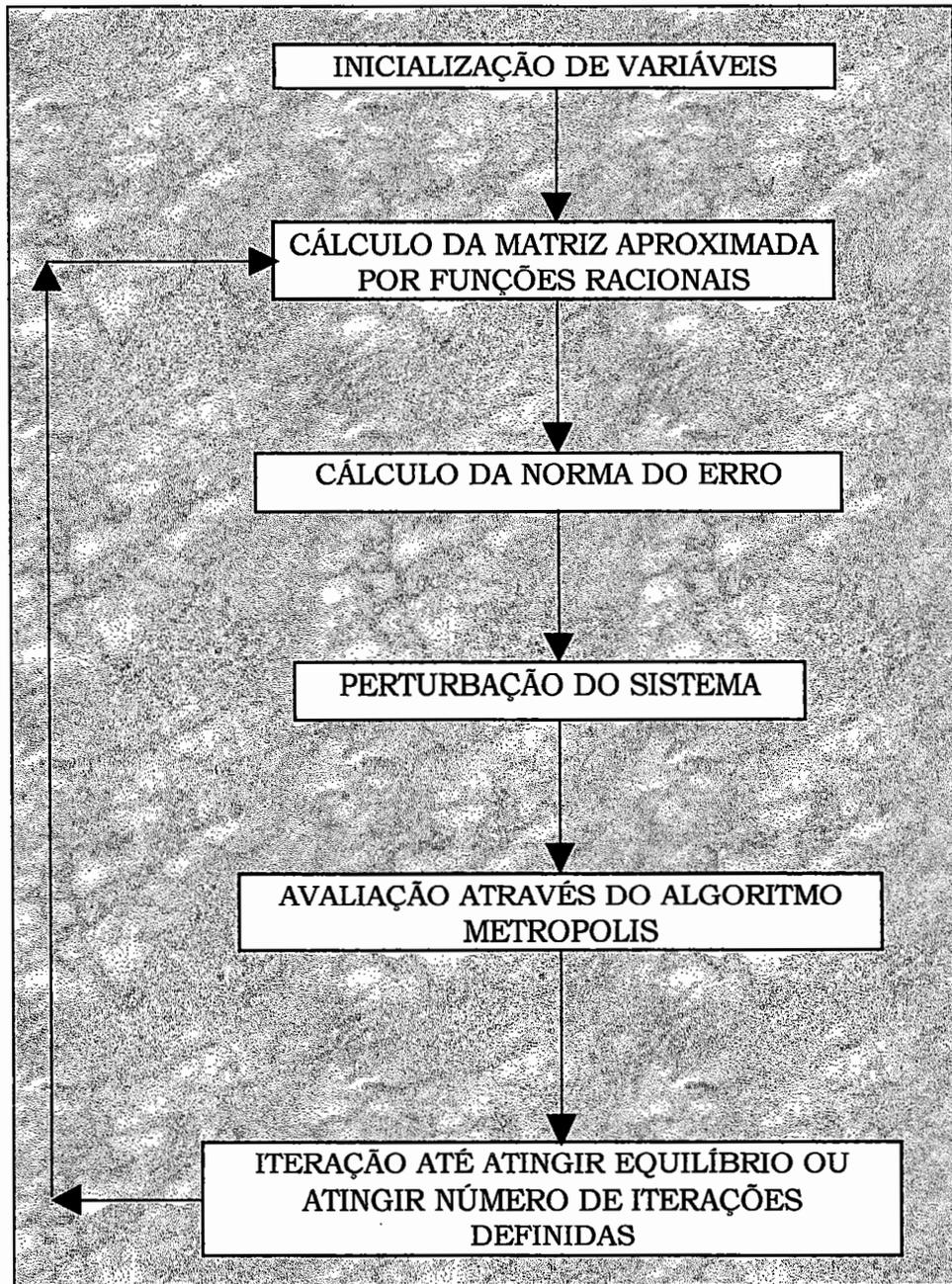
### 3.4. Subrotina SA

A subrotina SA é uma implementação do algoritmo de simulação *annealing*. O termo simulação *annealing* deriva da idéia análoga do processo físico de aquecimento e em seguida resfriamento lento de uma substância para obter uma estrutura cristalina sólida.

O processo de simulação *annealing* reduz a temperatura por estágios lentos até o sistema esfriar e não mais ocorrerem alterações. Em cada temperatura a simulação deve ocorrer por longo tempo o suficiente para o sistema encontrar um estado estável ou de equilíbrio.

Para aplicar a simulação *annealing* o sistema é inicializado com uma configuração particular. Uma nova configuração é construída por imposição de um deslocamento aleatório. Se a energia deste novo estado é inferior à energia do estado anterior, a alteração é aceita incondicionalmente e o sistema é atualizado. Se a energia é maior, a nova configuração é aceita com uma probabilidade.

Este procedimento permite o sistema mover-se consistentemente para estados de energia inferiores, até pular fora do mínimo local devido à aceitação probabilística de alguns movimentos ascendentes. Se a temperatura é decrescida logaritmicamente, a simulação *annealing* garante uma solução ótima. Por este motivo, este método é considerado um método de otimização global e, utilizado neste trabalho como comparação ao método simplex.



**Figura 3.7 - Fluxograma da subrotina de otimização SA**

# **CAPÍTULO 4**

## **OTIMIZAÇÃO**

Um algoritmo é um processo iterativo no qual a partir de um ponto inicial calcula-se, de acordo com determinadas regras, um novo ponto e, a partir desse ponto, seguindo as mesmas regras, o ponto seguinte. A diferença dos algoritmos existentes está justamente nestas regras que determinam o ponto seguinte. Desta maneira, são apresentados neste capítulo os métodos utilizados para a realização deste trabalho, sendo eles o método simplex e o método de simulação *annealing*.

### **4.1. Algoritmo do método simplex**

O algoritmo de otimização de Nelder e Mead ( simplex ) é melhor descrito algebricamente (NELDER & MEAD, 1965). Este método baseia-se numa figura geométrica (simplex) e busca substituir repetidamente o ponto que possui o maior valor da função em um simplex com pontos adicionais.

Para  $N$  variáveis, primeiro são gerados  $N$  pontos iniciais para a formação de um simplex  $N$ -dimensional. A figura do simplex consiste de  $N + 1$  pontos (ou vértices) que são interligados por segmentos de linhas. O ponto inicial  $N$  é gerado para alimentar o ponto inicial dado pelo usuário como uma base e para alterar cada variável em um tempo aleatório.

Após o simplex inicial ter sido gerado, o algoritmo leva a uma série de passos. Muitos desses passos movem o ponto do simplex onde a função possui o maior valor  $P_h$  (ponto superior) através da face oposta do simplex para um ponto inferior. Esses passos são chamados reflexões e são construídos de acordo com a Figura 4.1(a), gerando o ponto  $P_R$ .

O tamanho desse passo é determinado pelo argumento alfa ( $\alpha_s$ ). Quando é possível fazer esta operação, i. é, a solução obtida é melhor do que a anterior, o método expande o simplex na mesma direção através de um fator gama ( $\gamma_s$ ), para levar a passos maiores, como mostra a Figura 4.1(b), gerando o ponto  $P_E$ .

Quando esta operação atinge um ponto inferior o qual caracteriza o fundo de um vale, i. é, não há melhorias na solução obtida após um número de passos, o método contrai sozinho na direção oposta. Esta contração é realizada em uma direção, através de um fator beta ( $\beta_s$ ), Figura 4.1(c), gerando o ponto  $P_C$  ou em todas as direções, conforme a Figura 4.1(d), gerando o ponto  $P_1$ . Esta solução é realizada na tentativa de escoar para fora deste vale recomeçando novamente o processo.

Este processo de otimização termina somente quando o critério de parada adotado pelo método for atingido. Uma sequência apropriada destes passos quer sempre conduzir a um mínimo. Assim, melhores resultados são obtidos quando passos maiores são tentados. Estas operações estão demonstradas na Figura 4.1 e o método descrito em detalhes no Apêndice B.

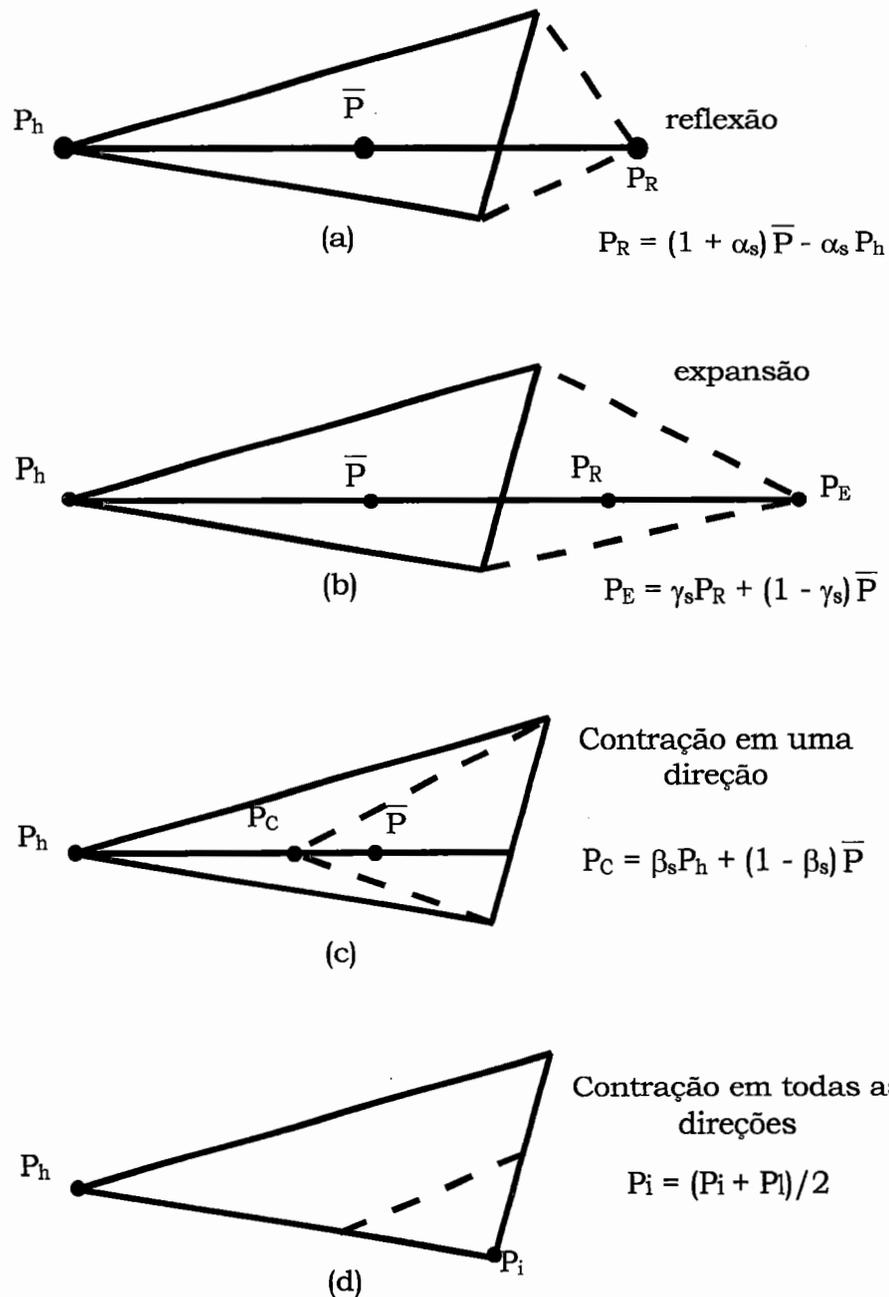


Figura 4.1 - Passos de busca do simplex

## 4.2. Algoritmo do método de simulação *annealing*

METROPOLIS et al. (1953) criaram um algoritmo simples para simular o comportamento de um conjunto de átomos em equilíbrio a uma

temperatura particular e ficou conhecido como procedimento Metropolis. Alguns trabalhos foram realizados utilizando como base este algoritmo. Os trabalhos desenvolvidos por KIRKPATRICK et al. (1983) conduziram a um procedimento chamado simulação *annealing*.

A simulação *annealing* é uma técnica usada para aproximar a solução de muitos problemas de otimização combinatória (KIRKPATRICK et al., 1983), tais como funções de minimização de muitas variáveis.

O algoritmo pode ser formulado como mostrado no fluxograma da Figura 4.2. Partindo de uma configuração inicial, uma sequência de iterações é construída. Cada iteração consiste da seleção aleatória de uma configuração próxima à configuração atual e o cálculo da correspondente alteração na função custo. O sistema é perturbado para obter uma nova configuração e o nível de energia é comparado.

Se a alteração na função custo é negativa, i. é, o valor da função custo diminui, a transição é incondicionalmente aceita. Se a função custo aumenta, a transição é aceita com uma probabilidade, baseada na distribuição de Boltzmann,  $\exp(\Delta E/kT)$ , onde  $\Delta E$  é a energia do sistema,  $k$  é a constante de Boltzmann e  $T$  a temperatura.

Para problemas de otimização numérica, a função objetivo substitui o termo relativo à energia. O conceito de temperatura é mantido e passa a funcionar como um parâmetro de controle.

A probabilidade de aceitação de um passo que venha a aumentar a função objetivo é governada pela expressão  $p_a = \exp\left(\frac{\|N\|}{T}\right)$ , onde  $\|N\|$  é a função objetivo, que corresponde a norma do erro definido no Capítulo 5.

Uma nova configuração é construída através de um deslocamento aleatório. Um número randômico é gerado de uma distribuição uniforme. Se este número for maior do que a probabilidade de aceitação  $p_a$ , o passo é rejeitado. Caso contrário, o passo é aceito e, uma

nova configuração substitui a anterior. Este é o chamado passo Metropolis, o procedimento fundamental da simulação *annealing*.

O fato de aceitar passos que fazem a função objetivo aumentar permite que o algoritmo distancie-se, de maneira lenta, do ponto de ótimo local. A temperatura é gradualmente rebaixada por todo o algoritmo de um valor suficientemente maior do que o valor inicial, fazendo com que a probabilidade de aceitação desses passos diminuam com o tempo.

Na prática, a temperatura é decrescida em estágios, e em cada estágio a temperatura é mantida constante até quase encontrar um equilíbrio térmico. O conjunto de parâmetros de determinação do decréscimo da temperatura (temperatura inicial, critério de parada, decréscimo de temperatura entre estágios sucessivos, número de transições para cada valor de temperatura) é chamado relação de resfriamento.

A temperatura inicial pode ser escolhida desde que aproximadamente 80% de todas as transições que aumentem a função custo sejam aceitas (LAARHOVEN, 1987). Muitos autores sugerem um método de tentativa e erro para determinar esta temperatura inicial. Isto pode ser feito, por exemplo, rodando o algoritmo rapidamente para um valor de temperatura, calculando a correspondente razão de aceitação e ajustando de acordo com o valor da temperatura até uma razão de aproximadamente 80% ser atingida.

O decréscimo da temperatura é feita pela multiplicação de um fator constante. Geralmente é uma relação entre o decréscimo da temperatura entre estágios e o número de iterações por estágio. Por exemplo, quando a temperatura é mantida constante por longo tempo, o suficiente para o equilíbrio ser atingido, grandes decréscimos são permitidos. O melhor valor para o fator de multiplicação está entre 0.80 e 0.98(LAARHOVEN, 1987).

Para o número de iterações por estágio, frequentemente o critério usado é um número constante de iterações, ou iterar até um número constante de transições ser aceito. Experimentos mostram que

resultados melhores são encontrados por considerar o conhecimento físico da simulação *annealing* e o conceito de quase equilíbrio térmico. Isto significa manter a temperatura constante até a função custo atingir um valor constante (ou estar oscilando em torno desse valor constante).

Quando o valor de equilíbrio da função custo para estágios sucessivos é constantemente o mesmo, o processo iterativo pode ser parado ou parar se um certo número de iterações tenha sido realizado.

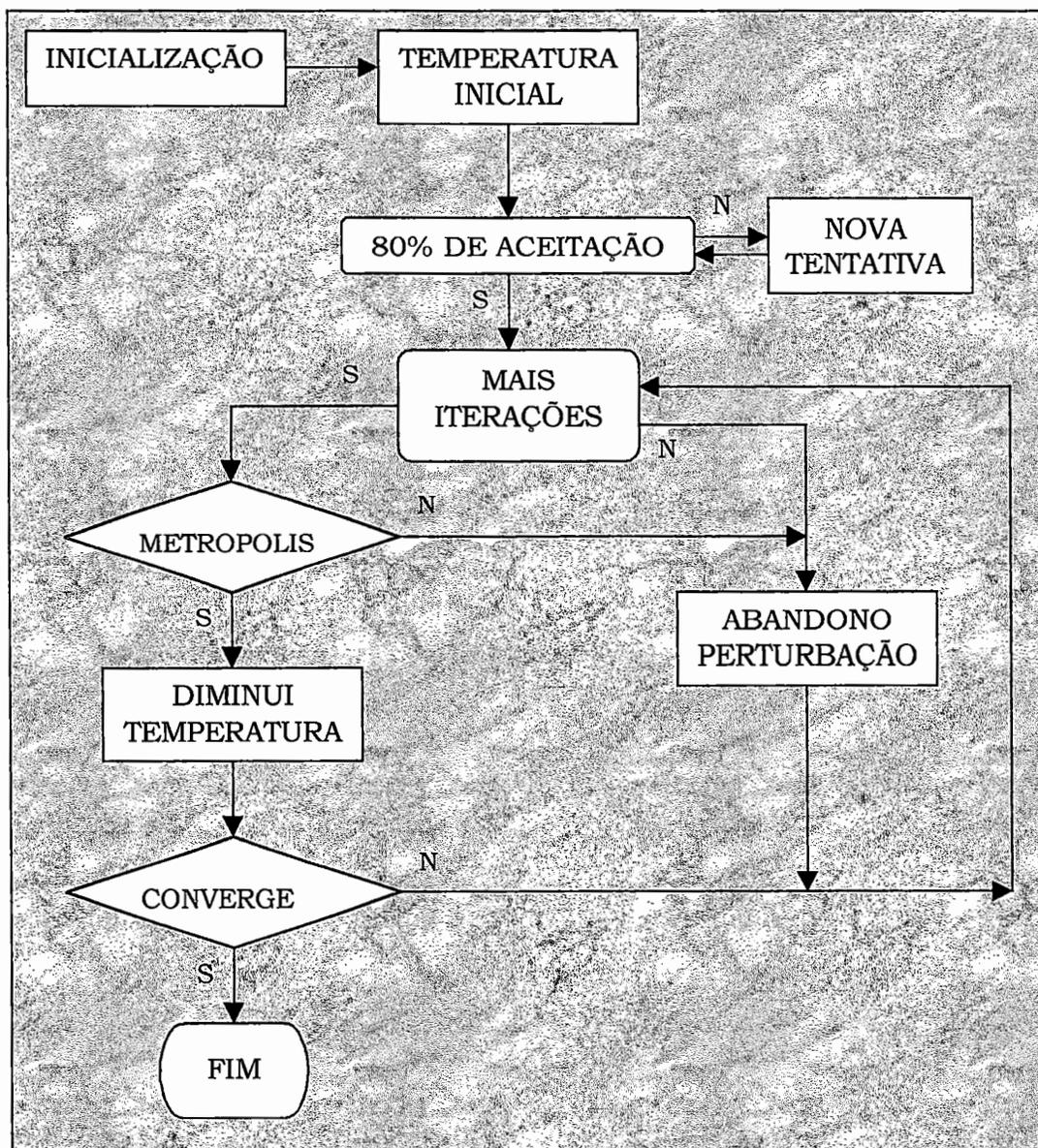


Figura 4.2 - Fluxograma da simulação *annealing*

### 4.3. Vantagens e desvantagens dos métodos de otimização

A primeira desvantagem do método de otimização simplex é a falta de habilidade para mover-se de um ponto de ótimo local que possa vir a ocorrer na superfície de resposta. Nestes casos, contrações sucessivas levam os vértices do simplex a convergirem em direção ao mesmo local evitando melhores movimentos. Dessa maneira, a habilidade do simplex para atingir o ponto de ótimo global não é garantida.

Para muitas buscas de superfície de resposta, que contém mais de um ótimo local, dependendo do ponto em que o simplex será iniciado, poderá levar a encontrar locais diferentes como o ótimo global. Entretanto, para muitas superfícies de respostas, a otimização simplex pode geralmente encontrar a região de ótimo rapidamente devido à robustez da busca heurística.

A vantagem deste método é ser de fácil aplicação e possuir robustez na busca de otimização.

Já na simulação *annealing*, a principal vantagem, ao contrário do método simplex, está na habilidade de conseguir mover-se de um ponto de ótimo local. A simulação *annealing* também é muito simples para implementação.

A desvantagem principal está na natureza subjetiva da escolha dos parâmetros de configuração, tais como a temperatura e o tamanho do passo. Uma outra desvantagem é necessitar de um número maior de funções objetivo a serem avaliadas.

#### 4.4. Procedimento para criação do algoritmo de otimização

Para a realização de um modelo aerodinâmico no espaço de estados, adota-se o procedimento de aproximação do carregamento aerodinâmico não estacionário por funções racionais cujo domínio pertence ao plano complexo. A aproximação realizada por SILVA(1994), utilizou-se da subrotina FUNCRCAC, que faz parte do programa SSAER, desenvolvido na EMBRAER por RESENDE(1992)\* e complementado por SILVA(1993)\*\*. Esta subrotina é responsável pelo procedimento de obtenção dos coeficientes de influência aerodinâmicos por polinômios de Padé. O programa ainda possui um conjunto de subrotinas EISPACK, para solução de problemas de autovalor, que é utilizada para obter a solução do problema de *flutter* através do método *p*.

A otimização dos parâmetros de atraso é efetuada considerando a diferença existente na comparação entre o cálculo da matriz aerodinâmica exata e a matriz aproximada por polinômios de Padé. Os resultados relativos à obtenção dos coeficientes de influência exatos são obtidos pela subrotina AERO, que também faz parte do programa SSAER.

Partindo da utilização de valores de parâmetros de atraso tabelados, a determinação da norma que rege o erro entre os valores obtidos das matrizes aerodinâmicas exata e aproximada e, sua comparação a um valor considerado mínimo, indicará a necessidade ou não da otimização.

A implementação da subrotina de otimização foi realizada dentro do bloco que faz a montagem da matriz aerodinâmica no espaço de estados. Este bloco é composto por algumas subrotinas responsáveis por cálculos intermediários, como dito anteriormente.

O processo de otimização é descrito no Capítulo 5, referente à simulação.

---

\* RESENDE, H. B.. Programa SSAER. TEE/EAC. EMBRAER. outubro de 1992.

\*\* SILVA, R. G. A.. Programa SSAER (complemento). EESC/USP. dezembro de 1993.

# CAPÍTULO 5

## MODELO DE SIMULAÇÃO

Para um melhor entendimento do que está sendo realizado no programa SSAER, é descrito neste capítulo a teoria utilizada desde a obtenção das equações de movimento do sistema aerodinâmico até a montagem final do sistema aeroelástico, bem como a inclusão do procedimento de otimização.

A otimização dos parâmetros de atraso é realizada considerando-se a otimização antes da generalização do sistema aeroelástico, conforme o fluxograma da Figura 5.1 apresentado após o equacionamento do sistema. Para tal procedimento foram considerados, conforme dito anteriormente, dois métodos de otimização:

- 1) Otimização através do método simplex;
- 2) Otimização através do algoritmo de simulação *annealing*.

## 5.1. Equacionamento do sistema aerodinâmico

A otimização antes da generalização consiste no cálculo da matriz aerodinâmica exata, através da formulação de Theodorsen, na aproximação desta matriz por funções racionais, utilizando o polinômio de Padé e posteriormente a otimização dos parâmetros de atraso utilizados na aproximação da função racional. Após a otimização, o sistema é generalizado para a construção do sistema aeroelástico aerodinamicamente aumentado.

As equações de movimento do sistema aerodinâmico podem ser apresentadas de acordo com uma formulação em elementos finitos, conforme a equação (5.1). Nesta equação, as matrizes  $[M_e]$ ,  $[B_e]$  e  $[K_e]$  são matrizes simétricas e quadradas de ordem  $n$ .

$$[M_e] \{\ddot{x}_e(t)\} + [B_e] \{\dot{x}_e(t)\} + [K_e] \{x_e(t)\} = \{L_e(t)\} \quad (5.1)$$

onde:  $[M_e]$  - matriz de massa;

$[B_e]$  - matriz de amortecimento;

$[K_e]$  - matriz de rigidez;

$\{x_e(t)\}$  - vetor dos deslocamentos físicos representados em coordenadas estruturais;

$\{L_e(t)\}$  - vetor do carregamento aerodinâmico sobre pontos estruturais (em coordenadas estruturais).

A partir da obtenção das matrizes com as propriedades elastodinâmicas do sistema, representadas no sistema de coordenadas físicas estruturais, é possível fazer-se a análise dinâmica para obter as características modais do sistema, i. é, frequências e amortecimentos dos modos naturais de vibrar. Dessa maneira, transforma-se o sistema de

equações inicial, normalmente acoplado, num sistema de equações independentes expresso em termos de coordenadas generalizadas.

A transformação das propriedades elastodinâmicas para o sistema de coordenadas generalizadas se dá através de matrizes de transformação conhecidas como matrizes modais.

Passando a equação (5.1) para a forma modal introduzindo a expressão  $\{x_e(t)\} = [\Phi_e] \{\eta_e(t)\}$ , pré multiplicando-se toda a equação pela matriz modal transposta  $[\Phi_e]^T$  e sabendo-se que  $[\Phi_e]$  é constante, obtém-se:

$$[\Phi_e]^T [M_e] [\Phi_e] \{\ddot{\eta}_e(t)\} + [\Phi_e]^T [B_e] [\Phi_e] \{\dot{\eta}_e(t)\} + [\Phi_e]^T [K_e] [\Phi_e] \{\eta_e(t)\} = [\Phi_e]^T \{L_e(t)\} \quad (5.3)$$

onde a matriz de amortecimento  $[B_e]$  é diagonalizada pela matriz  $[\Phi_e]$ . Dessa maneira, as matrizes coeficientes da equação (5.3) resumem-se a matrizes diagonais definidas como:

$$\begin{aligned} [\Phi_e]^T [M_e] [\Phi_e] &= [m_e]; \\ [\Phi_e]^T [B_e] [\Phi_e] &= [b_e]; \\ [\Phi_e]^T [K_e] [\Phi_e] &= [k_e]. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Ficando a equação de movimento do sistema com a seguinte forma:

$$[m_e] \{\ddot{\eta}_e(t)\} + [b_e] \{\dot{\eta}_e(t)\} + [k_e] \{\eta_e(t)\} = [\Phi_e]^T \{L_e(t)\} \quad (5.5)$$

onde  $[m_e]$  - matriz de massa generalizada;

$[b_e]$  - matriz de amortecimento generalizada;

$[k_e]$  - matriz de rigidez generalizada.

A força aerodinâmica generalizada definida no sistema de coordenadas estruturais pode ser associada à força generalizada definida no sistema de coordenadas aerodinâmicas através da relação  $\{\Phi_a\} = [G_s] \{\Phi_e\}$  e  $\{L_e\} = [G_s]^T \{L_a\}$ , onde  $[G_s]$  é uma matriz de transformação, caracterizada pela transformação por *splines* de superfície. Esta transformação associa os carregamentos aerodinâmicos representados em coordenadas aerodinâmicas com os mesmos representados em coordenadas estruturais.

Assim sendo, pode-se dizer que  $[\Phi_e]^T = [G_s]^T [\Phi_a]^T$  e então  $[\Phi_a] = [G_s][\Phi_e]$ .

A equação (5.5) pode ser reescrita como:

$$[m_e]\{\ddot{\eta}_e(t)\} + [b_e]\{\dot{\eta}_e(t)\} + [k_e]\{\eta_e(t)\} = [\Phi_a]^T \{L_a(t)\} \quad (5.6)$$

onde:  $\{L_a(t)\}$  - vetor de carregamento aerodinâmico sobre pontos aerodinâmicos.

Após a aplicação da transformação de Laplace a  $\{L_a(t)\}$ , o vetor de carregamento aerodinâmico pode ser escrito como:

$$\{L_a(s)\} = -\pi\rho S_f \omega^2 b^4 [Q_{tot}(s)] \{x_a(s)\} \quad (5.7)$$

Introduzindo as variáveis frequência reduzida,  $k = \frac{\omega b}{U_\infty}$ , que é definida como a frequência de oscilação do aerofólio adimensionalizada pelo valor da velocidade do escoamento e pelo valor da sua semi-corda, e a pressão dinâmica,  $q_d = \frac{1}{2}\rho U_\infty^2$ , e substituindo-as na expressão do carregamento aerodinâmico, obtém-se:

$$\{L_a(s)\} = -2\pi q_d S_f k^2 b^2 [Q_{tot}(s)] \{x_a(s)\} \quad (5.8)$$

Então, a matriz de coeficientes de influência aerodinâmicos resulta em:

$$-2\pi q_d S_f k^2 b^2 [Q_{tot}(k)] = q_d [A_{tot}(k)] \quad (5.9)$$

Onde a matriz  $[A_{tot}(k)]$  é uma matriz de coeficientes de influência que associa o carregamento aerodinâmico aos deslocamentos da superfície juntamente com a pressão dinâmica.

A matriz de coeficientes de influência  $[Q_{tot}(k)]$  é obtida através da subrotina AERO, que fornece o cálculo da matriz aerodinâmica na forma exata, através da formulação de Theodorsen.

Aplicando-se a transformada de Laplace na equação (5.8), considerando condições iniciais nulas, e reescrevendo-se na forma simplificada da equação (5.9), obtemos:

$$\{L_a(s)\} = q_d [A_{tot}(s)] \{x_a(s)\} \quad (5.10)$$

Esta forma de representação permite que a matriz de coeficientes de influência  $[A_{tot}(s)]$  possa ser aproximada por uma função racional, de acordo com a equação abaixo.

$$[A_{tot}(s)] \approx [A_{ap}(s)] = \left( [A_0] + [A_1]s \left(\frac{b_{ref}}{U_\infty}\right) + [A_2]s^2 \left(\frac{b_{ref}}{U_\infty}\right)^2 + \sum_{n=1}^{n_{lag}} \frac{s [A_{n+2}]}{s + \left(\frac{U_\infty}{b_{ref}}\right) \beta_n} \right) \quad (5.11)$$

Esta aproximação utiliza polinômios de Padé e é realizada a partir de coeficientes de influência calculados para um conjunto de

frequências reduzidas. Considerando-se a hipótese do carregamento aerodinâmico não estacionário ser obtido apenas em valores imaginários

puros, i. é,  $s = i\omega$ , e que  $k = \frac{\omega b_{ref}}{U_\infty}$ , tem-se que  $ik = \frac{sb_{ref}}{U_\infty}$ .

Portanto, o polinômio acima pode ser escrito da seguinte forma:

$$[A_{ap}(ik)] = \left( [A_0] + [A_1] ik + [A_2] (ik)^2 + \sum_{n=1}^{n_{lag}} \frac{ik [A_{n+2}]}{ik + \beta_n} \right) \quad (5.12)$$

No Programa SSAER este polinômio é obtido através da subrotina FUNCRAC, e os parâmetros de atraso  $\beta_n$  ( as constantes de tempo de cada fração parcial) são obtidos através do processo de otimização, de acordo com a subrotina OTIMIZA (que utiliza o método simplex) ou de acordo com a subrotina SA (que utiliza simulação *annealing*).

A cada passo no processo de otimização, os parâmetros de atraso são atualizados na subrotina FUNCRAC para o cálculo da matriz de coeficientes aerodinâmicos.

A equação (5.12), pode ainda ser escrita como um polinômio de coeficientes escalares, e em função de uma m-ésima frequência reduzida pertencente a um conjunto discreto, dado por:

$$a_{ap}^{(i,j)}(ik_m) = \left( a_0^{(i,j)} + a_1^{(i,j)}(ik_m) + a_2^{(i,j)}(ik_m)^2 + \sum_{n=1}^{n_{lag}} \frac{ik_m a_{n+2}^{(i,j)}}{(ik_m) + \beta_n} \right) \quad (5.13)$$

Ao adotar uma notação vetorial para a equação (5.13), pode-se escrever que:

$$a_{ap}^{(i,j)}(ik_m) = [P(ik_m)] \{a^{(i,j)}\} \quad (5.14)$$

onde:

$$\{a^{(i,j)}\} = \left\{ a_0^{(i,j)} \quad a_1^{(i,j)} \quad a_2^{(i,j)} \quad \dots \quad a_{n_{lag}+2}^{(i,j)} \right\}^T \quad (5.15)$$

e

$$[P(ik_m)] = \left\{ 1 \quad ik_m \quad -k_m^2 \quad \frac{ik_m}{ik_m + \beta_1} \quad \dots \quad \frac{ik_m}{ik_m + \beta_{n_{lag}}} \right\} \quad (5.16)$$

Para representar o erro  $\varepsilon(i, j)$  entre os valores tabelados  $a_t^{(i,j)}(ik_m)$  (elementos de  $[A_{tot}(k)]$ ) e os valores aproximados  $a_{ap}^{(i,j)}(ik_m)$ , considerados para a determinação da otimização, utiliza-se a somatória para os  $m_k$  valores de frequência reduzida associados aos coeficientes tabelados.

$$\varepsilon(i, j) = \sum_{m=1}^{m_k} \left| a_{ap}^{(i,j)}(ik_m) - a_t^{(i,j)}(ik_m) \right|^2 \quad (5.17)$$

Como são utilizados números complexos, o quadrado do módulo da diferença pode ser escrito como a multiplicação do número complexo pelo seu conjugado.

$$\varepsilon(i, j) = \sum_{m=1}^{m_k} \left[ a_{ap}^{(i,j)}(ik_m) - a_t^{(i,j)}(ik_m) \right] \left[ \bar{a}_{ap}^{(i,j)}(ik_m) - \bar{a}_t^{(i,j)}(ik_m) \right] \quad (5.18)$$

A otimização é então realizada de acordo com o valor obtido pela norma da equação 5.9, que rege o erro definido acima, em comparação a um valor considerado mínimo.

$$\|N\| = \sqrt{\varepsilon(i, j)} \quad (5.19)$$

Após a otimização, obtém-se o carregamento generalizado através da subrotina ASSMBL. Esta subrotina calcula a matriz de coeficientes de influência aerodinâmicos na forma generalizada, de acordo com a equação a seguir.

$$[\Phi_a]^T [A_{tot}(s)] [\Phi_a] = [A_{tot}^*(s)] \quad (5.20)$$

Para a montagem do sistema completo, tendo os modelos aerodinâmico e estrutural, é necessário portanto associar os fenômenos distintos correspondentes em um sistema de coordenadas representativo final.

Partindo-se da equação de movimento (5.6), e escrevendo o carregamento aerodinâmico em função das coordenadas físicas definidas no sistema de coordenadas aerodinâmicas, tem-se que:

$$[m_e] \{\ddot{\eta}_e(t)\} + [b_e] \{\dot{\eta}_e(t)\} + [k_e] \{\eta_e(t)\} \cong q_d [\Phi_a]^T [A_{ap}] \{x_a(t)\} \quad (5.21)$$

Utilizando-se as relações  $\{x_a\} = [G_s] \{x_e\}$  e  $[\Phi_a] = [G_s] [\Phi_e]$  e substituindo o polinômio de Padé, obtém-se a equação de movimento do sistema para a representação em espaço de estados, onde:

$$[m_e] \{\ddot{\eta}_e(t)\} + [b_e] \{\dot{\eta}_e(t)\} + [k_e] \{\eta_e(t)\} = q_d \left[ [A_0] \{\eta_e(t)\} + [A_1] \{\dot{\eta}_e(t)\} \left( \frac{b_{ref}}{U_\infty} \right) + [A_2] \{\ddot{\eta}_e(t)\} \left( \frac{b_{ref}}{U_\infty} \right)^2 \right] + q_d \left[ \sum_{n=1}^{n_{lag}} [A_{n+2}] \{\eta_{lag}(t)\}_n \right] \quad (5.22)$$

Os estados de atraso, ou estados aumentados, definidos como os termos  $\{\eta_{lag}(t)\}_n$ , são obtidos através da aplicação do teorema da convolução ao produto da seguinte função:

$$\frac{[A_{n+2}]}{s + \left(\frac{U_\infty}{b_{\text{ref}}}\right) \beta_n} s \{ \eta_e(s) \} \quad (5.23)$$

onde a transformada de Laplace inversa é dada por:

$$\mathcal{L}^{-1} \left[ s \{ \eta_e(s) \} \right] = \{ \dot{\eta}_e(t) \} \quad (5.24)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{[A_{n+2}]}{s + \left(\frac{U_\infty}{b_{\text{ref}}}\right) \beta_n} \right] = [A_{n+2}] e^{-\left(\frac{U_\infty}{b_{\text{ref}}}\right) \beta_n t} \quad (5.25)$$

Assim tem-se que:

$$\{ \eta_{\text{lag}}(t) \}_n = \int_0^t \{ \dot{\eta}_e(\tau) \} e^{-\left(\frac{U_\infty}{b_{\text{ref}}}\right) \beta_n (t-\tau)} d\tau \quad (5.26)$$

e obtém-se então as equações diferenciais para os estados de atraso aerodinâmicos diferenciando a equação (5.26), que resulta em:

$$\{ \dot{\eta}_{\text{lag}}(t) \}_n = \{ \dot{\eta}_e(t) \} - \frac{b_{\text{ref}}}{U_\infty} \beta_n \{ \eta_{\text{lag}}(t) \}_n \quad (5.27)$$

Definindo o vetor de estados  $\{ \xi(t) \}$  composto pelas coordenadas generalizadas estruturais e pelas coordenadas generalizadas associadas aos estados de atraso, pode-se escrever o sistema aeroelástico aerodinamicamente aumentado através de uma única matriz  $[A]$ , sendo:

$$\{\xi(t)\} = \left[ \{\dot{\eta}_e\}^T \quad \{\eta_e\}^T \quad \{\eta_{lag}\}_1^T \quad \dots \quad \{\eta_{lag}\}_{n_{lag}}^T \right]^T \quad (5.28)$$

e

$$[\mathcal{A}] = \begin{bmatrix} -[\overline{M}]^{-1}[\overline{B}] & -[\overline{M}]^{-1}[\overline{K}] & [\overline{M}]^{-1}[A_3^*] & \dots & [\overline{M}]^{-1}[A_{n_{lag}+2}^*] \\ [I] & [0] & [0] & \dots & [0] \\ [I] & [0] & -\left(\frac{U_\infty}{b_{ref}}\right)\beta_1[I] & \dots & [0] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [I] & [0] & [0] & \dots & -\left(\frac{U_\infty}{b_{ref}}\right)\beta_{n_{lag}}[I] \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

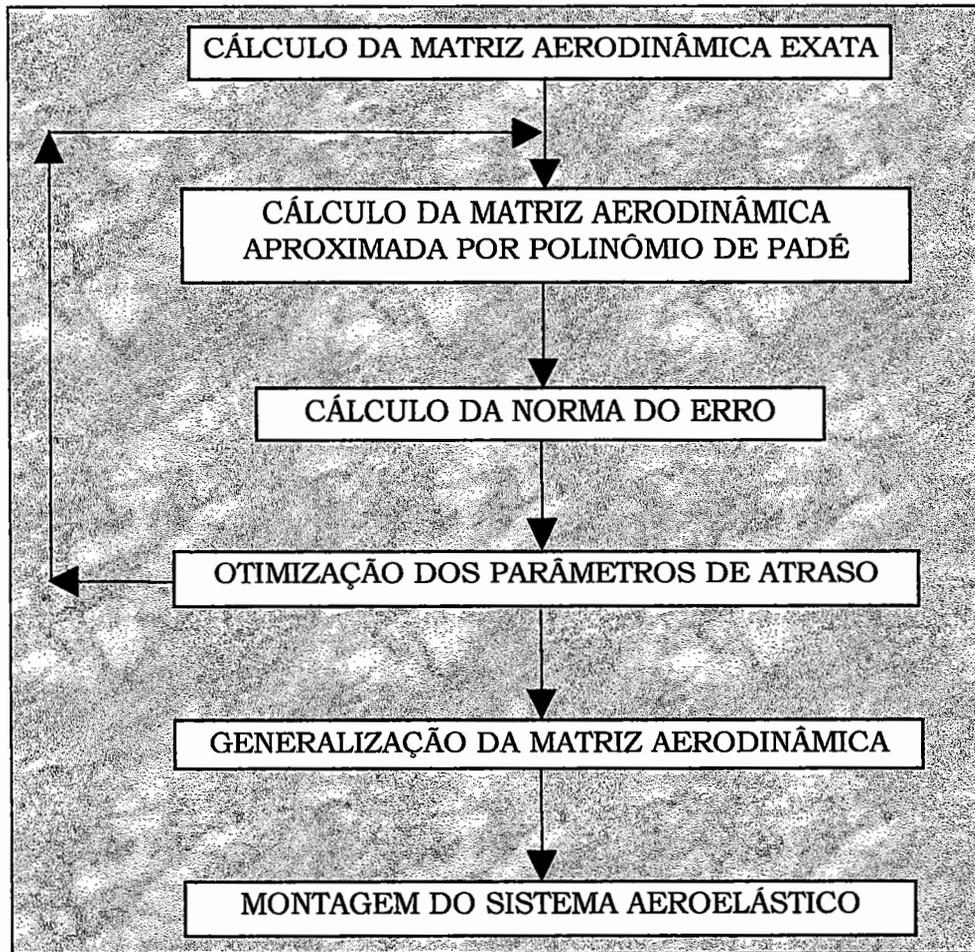
As matrizes barras são definidas como:

$$\begin{aligned} [\overline{M}] &= [m_e] - q_d \left(\frac{b_{ref}}{U_\infty}\right)^2 [A_3^*], \\ [\overline{B}] &= [b_e] - q_d \left(\frac{b_{ref}}{U_\infty}\right) [A_1^*], \\ [\overline{K}] &= [k_e] - q_d [A_0^*], \\ [\overline{A}_{n+2}^*] &= q_d [A_{n+2}^*]. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Portanto o sistema aeroelástico pode ser escrito como:

$$\{\dot{\xi}(t)\} = [\mathcal{A}] \{\xi(t)\} \quad (5.31)$$

O fluxograma da Figura 5.1 mostra o esquema da otimização antes da generalização do sistema, desenvolvido nas equações acima.



**Figura 5.1 - Fluxograma da otimização antes da generalização da matriz aerodinâmica**

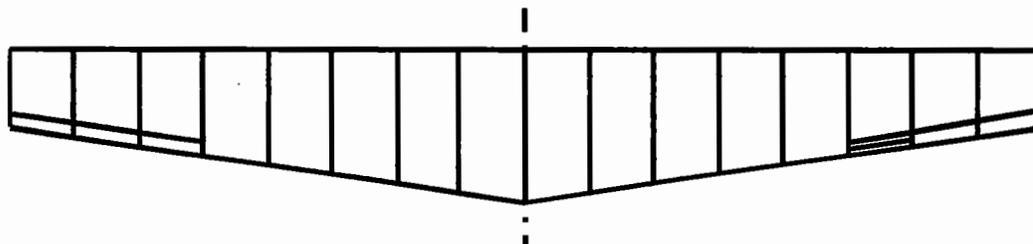
## 5.2. Características do modelo de simulação

Como já foi dito, o programa utilizado para a simulação foi o programa SSAER, desenvolvido por RESENDE(1992)\*, na EMBRAER, modificado por SILVA(1993 e 1996)\*\*. Os dados do modelo utilizado são da aeronave EMB-110, tendo sido fornecidos as formas modais, as frequências naturais e os valores de massa e rigidez generalizadas.

\* RESENDE, H. B.. Programa SSAER. TEE/EAC. EMBRAER. outubro de 1992.

\*\* SILVA, R. G. A.. Programa SSAER (complemento). EESC/USP. dezembro de 1993. Última alteração. IAE/ASA-L. outubro de 1996.

Para aplicação da teoria das faixas, a superfície de sustentação da aeronave está subdividida em 16 faixas ao longo da envergadura. Esta discretização é observada na Figura 5.2, onde as faixas possuem dois, três e quatro graus de liberdade.



**Figura 5.2 - Asa discretizada em faixas**

A faixa dividida em três partes está relacionada a localização do compensador, apresentando quatro graus de liberdade. As faixas divididas em duas partes correspondem a superfície de controle e apresentam três graus de liberdade. As demais faixas apresentam dois graus de liberdade.

Para a simulação da otimização foram utilizados 2, 3 e 4 parâmetros de atraso, para o caso de três graus de liberdade. Os valores utilizados partiram de valores tabelados\* conforme Tabela 5.1 sendo empregados igualmente para o método simplex, bem como para o método de simulação *annealing*.

\* EVERSMAN, W.; TEWARI, A. Consistent rational-function approximation for unsteady aerodynamics. *Journal of Aircraft*. v. 28, n. 9, p. 545-552, set 1991.



**Tabela 5.1- Parâmetros de atraso de inicialização**

Parâmetros de atraso de inicialização ( $\beta_n$ )			
dois atrasos	0.31700	0.06700	
três atrasos	0.46400	0.13600	0.02700
quatro atrasos	1.00000	0.30000	0.10000 0.01000

A verificação da convergência dos métodos foi realizada para seis conjuntos de parâmetros de atraso, para o caso de três atrasos, e escolhidos de maneira aleatória, conforme Tabela 5.2.

A seleção destes parâmetros inclui valores tabelados, otimizados, uma faixa dentro dos valores tabelados e valores extrapolados. Estes valores extrapolados estão fora do padrão de valores tabelados, considerados numericamente inadequados para a solução do problema, uma vez que os parâmetros de atraso não atingem fisicamente tais valores e foram considerados apenas para analisar a convergência e a robustez do sistema de otimização.

**Tabela 5.2- Conjunto de parâmetros de atraso utilizados na simulação**

Conjunto de parâmetros de atraso ( $\beta_n$ )					
1	2	3	4	5	6
0.46400	3.00000	0.72834	0.04000	0.00900	20.00000
0.13600	2.00000	0.22956	0.06000	0.00800	10.00000
0.02700	1.00000	0.06816	0.07000	0.00700	0.50000

Para a análise aeroelástica foram utilizados 26 modos elásticos. Estes modos estão referenciados a determinadas partes da aeronave, de acordo com a Tabela 5.3 (SILVA, 1994).

**Tabela 5.3 - Descrição dos modos elásticos do modelo EMB-110**

Modo	Descrição do modo	Freq (Hz)
1	Rotação da interconexão do aileron-leme	0.394
2	Rotação simétrica do profundor	2.584
3	Torção do cone de cauda	6.002
4	Rotação da interconexão do aileron-leme	6.056
5	Movimento de arfagem do motor (nacele)	6.555
6	Movimento de guinada do motor (nacele)	6.703
7	Movimento de guinada do motor (nacele)	7.099
8	Movimento de arfagem do motor (nacele)	7.224
9	Flexão da asa	8.333
10	Flexão do estabilizador horizontal	8.879
11	Flexão do estabilizador vertical	10.649
12	Flexão do estabilizador horizontal	11.138
13	Rotação simétrica do aileron	13.055
14	Flexão lateral da fuselagem	13.287
15	Flexão da asa	14.777
16	Flexão lateral da fuselagem	15.172
17	Torção do tubo de torque do profundor	15.741
18	Flexão do estabilizador + torção do profundor	20.601
19	Flexão lateral da fuselagem	22.074
20	Flexão da asa no seu plano	25.847
21	Torção da fuselagem traseira	26.215
22	Flexão lateral da fuselagem	26.434
23	Flexão e torção do estabilizador horizontal	29.349
24	Profundor + estabilizador vertical	31.115
25	Flexão da asa	32.192
26	Rotação do compensador	44.800

Para analisar a qualidade da aproximação da função racional, utilizou-se uma seção típica, que representa o modelo mais simples utilizado para estudos aeroelásticos. Esta seção típica consiste de uma

placa plana rígida, com pelo menos um grau de liberdade, fixa por uma mola de torção à parede de um túnel de vento.

Considerando outros graus de liberdade, tais como deslocamento vertical e movimentos de superfície de controle, THEODORSEN & GARRICK(1942) sugeriram que a seção típica poderia simular as características aeroelásticas de uma asa real.

A seção típica está representada na Figura 5.3 com as características descritas na Tabela 5.4 e sujeita a um escoamento uniforme de velocidade  $U_\infty$ .

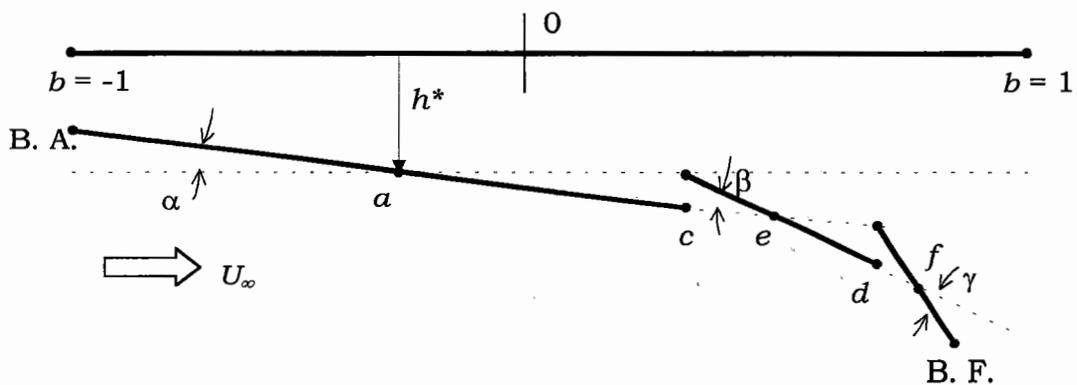


Figura 5.3 – Seção típica

Tabela 5.4- Propriedades da seção típica

$\omega_\alpha = 100.0 \text{ rad/s}$	$b_{ref} = 1.0$
$\omega_\beta = 500.0 \text{ rad/s}$	$c = 0.6$
$\omega_\gamma = 500.0 \text{ rad/s}$	$x_\alpha = 0.20$
$\omega_h = 50.0 \text{ rad/s}$	$x_\beta = x_\gamma = 0.0125$
$\mu = 40.0$	$r_\alpha^2 = 0.25$
$a = -0.4$	$r_\beta^2 = r_\gamma^2 = 0.00625$

A otimização dos parâmetros de atraso foi realizada através das subrotinas OTIMIZA e SA, conforme descrito em capítulos anteriores.

# CAPÍTULO 6

## RESULTADOS

Os resultados obtidos da simulação, considerando os dois métodos de otimização, são apresentados neste capítulo. Estes resultados incluem a comparação dos valores de parâmetros de atraso otimizados obtidos por cada método, o comportamento destes parâmetros durante a otimização, a comparação dos valores de norma obtidos e o comportamento desta norma para cada método.

Com a análise destes resultados e os parâmetros utilizados para a otimização, é possível fazer uma comparação entre os dois métodos utilizados.

Com os dados gerados pelo programa SSAER original, i. é, sem a subrotina de otimização, é possível também comparar os resultados obtidos das evoluções aeroelásticas com e sem a otimização dos parâmetros de atraso.

São apresentados ainda a comparação da matriz de coeficientes aerodinâmicos em relação à aproximação da função racional. Esta aproximação é feita comparando-se os valores obtidos com o valor exato, calculado através da função de Theodorsen (THEODORSEN, 1934), de acordo com a teoria apresentada.

## 6.1. Comparação dos parâmetros de atraso

Os valores de parâmetros de atraso obtidos após o processo de otimização para os métodos *simplex* e *annealing* são apresentados na Tabela 6.1. Estes resultados são apresentados para os casos de 2, 3 e 4 parâmetros de atraso e são comparados a valores tabelados (EVERSMAN & TEWARI, 1991a).

**Tabela 6.1 - Parâmetros de atraso otimizados**

Parâmetros de inicialização ( $\beta_n$ tabelados)	Simplex	<i>Annealing</i>
Dois atrasos		
0.31700	0.39385	0.39654
0.06700	0.10794	0.10860
Três atrasos		
0.46400	0.72834	0.72553
0.13600	0.22956	0.22878
0.02700	0.06816	0.06793
Quatro atrasos		
1.00000	0.95923	0.93702
0.30000	0.33779	0.32828
0.10000	0.13480	0.12991
0.01000	0.04139	0.03922

Para verificar a robustez e convergência dos métodos de otimização foram utilizados seis conjuntos de parâmetros de atraso para simular os valores de entrada do programa SSAER. Estes valores foram testados apenas para o caso de três parâmetros de atraso. Os valores ótimos obtidos após o processo de otimização estão representados na Tabela 6.2.

**Tabela 6.2 - Conjunto de parâmetros de atraso otimizados**

Parâmetros de inicialização ( $\beta_n$ )	Simplex	<i>Annealing</i>
Conjunto 1		
0.46400	0.72834	0.72553
0.13600	0.22956	0.22878
0.02700	0.06816	0.06793
Conjunto 2		
3.00000	0.72834	0.74243
2.00000	0.22956	0.23411
1.00000	0.06816	0.06896
Conjunto 3		
0.72834	0.72834	0.72883
0.22956	0.22956	0.22965
0.06816	0.06816	0.06819
Conjunto 4		
0.04000	0.72834	0.72232
0.06000	0.22956	0.22769
0.07000	0.06816	0.06735
Conjunto 5		
0.00900	0.72834	0.71980
0.00800	0.22956	0.24509
0.00700	0.06816	0.06730
Conjunto 6		
20.00000	0.72834	0.70686
10.00000	0.22956	0.22269
0.50000	0.06816	0.06522

O comportamento destes conjuntos de parâmetros de atraso em relação aos passos de otimização pode ser visto nos gráficos da Figura 6.1 para o método simplex e para os três parâmetros de atraso denominados atraso1, atraso2 e atraso3. Esta análise também foi realizada

para o método de simulação *annealing*, e os valores de parâmetros de atraso obtidos estão demonstrados nos gráficos da Figuras 6.2.

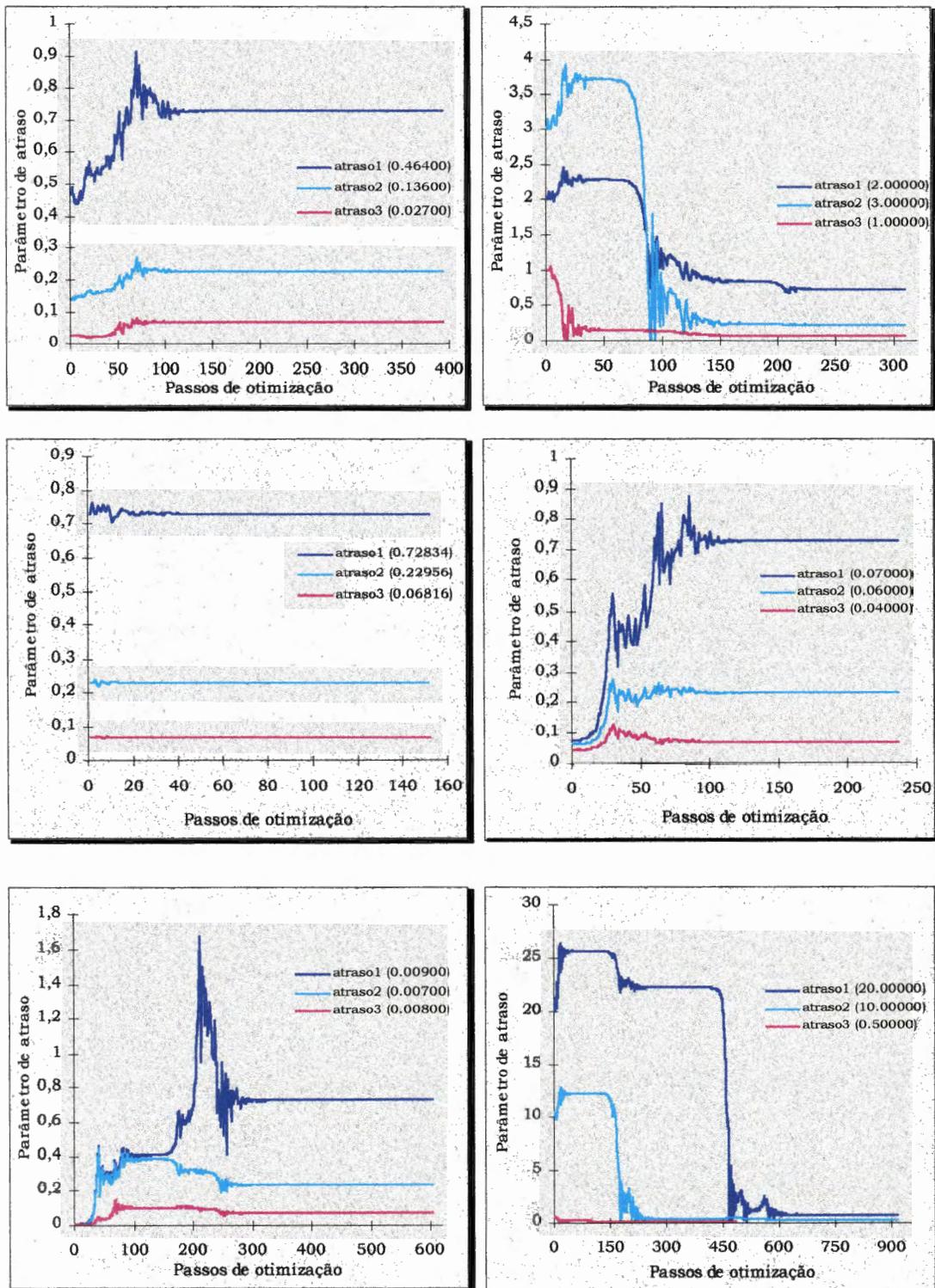
Analisando a Tabela 6.2, observamos que os parâmetros de atraso otimizados, resultantes do processo de otimização, dos seis conjuntos de parâmetros utilizados para a inicialização, convergiram em ambos os métodos. Para o método *simplex*, os valores otimizados convergiram para um único valor de ótimo. No entanto, para a simulação *annealing*, para os mesmos conjuntos de parâmetros de atraso de inicialização, os valores otimizados convergiram para uma região próxima ao valor de ótimo.

A verificação da convergência desses mesmos valores até um ponto ótimo está demonstrado nos gráficos das Figuras 6.3, 6.5 e 6.7, para o método *simplex*, e nas Figuras 6.4, 6.6 e 6.8 para a simulação *annealing*.

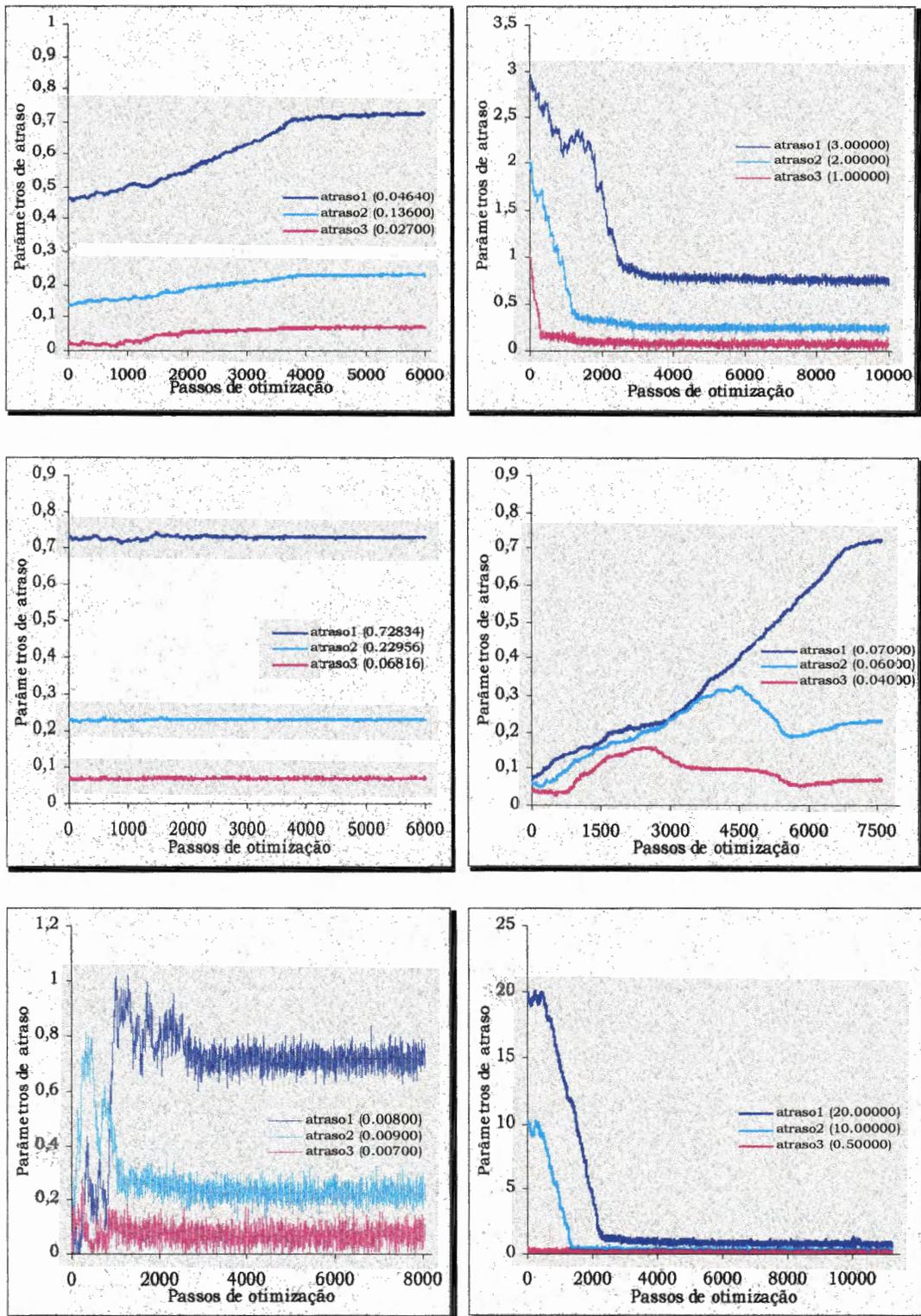
Para o caso da simulação *annealing*, a determinação do valor otimizado foi obtido através do cálculo da média aritmética dos últimos 100 pontos após o método ficar oscilando em torno de um valor constante.

A diferença existente entre os dois métodos de otimização, além da convergência dos valores otimizados obtidos, está relacionada também ao tempo utilizado por cada método para realizar a otimização. O método *simplex* utiliza em torno de 20 minutos para otimizar, enquanto a simulação *annealing*, consome no mínimo 2,5 horas para otimizar os mesmos valores. Estes valores de tempo de processamento referem-se a uma máquina tipo PC com processador Intel Pentium 133MHz e 32 MB de RAM.

Os valores entre parênteses das Figuras 6.1 à 6.8 referem-se aos valores dos parâmetros de atraso de inicialização correspondentes.



**Figura 6.1 - Comportamento dos parâmetros de atraso em relação à otimização - Simplex**



**Figura 6.2 - Comportamento dos parâmetros de atraso em relação à otimização - Annealing**

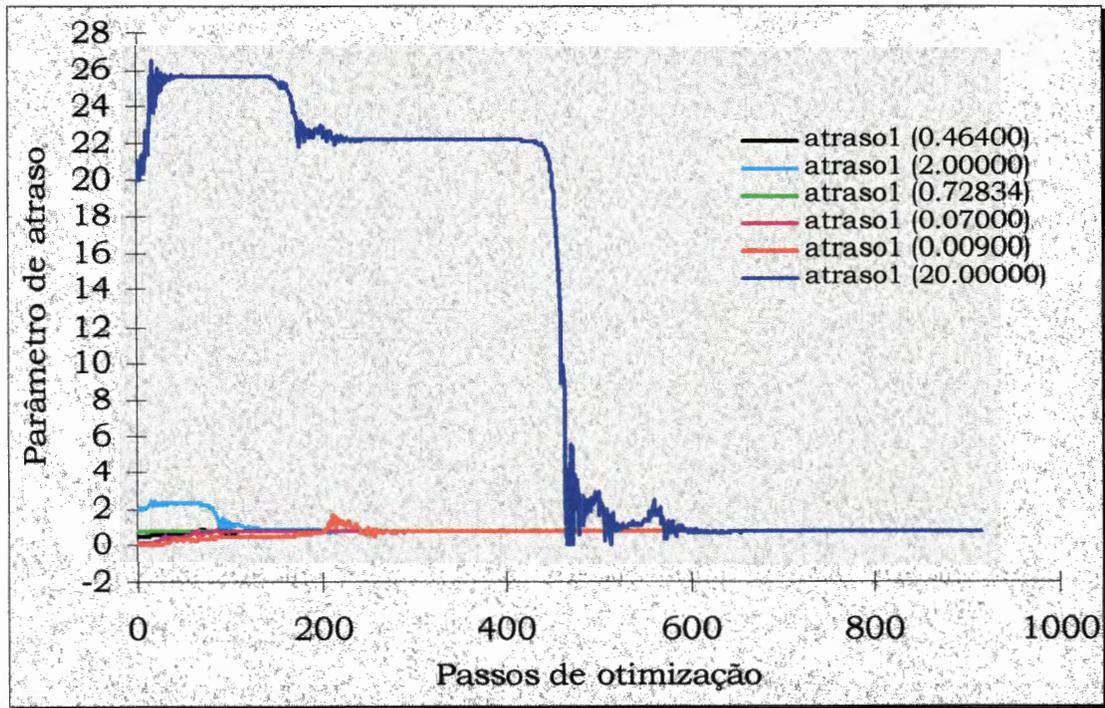


Figura 6.3 - Convergência do parâmetro de atraso 1 - Simplex

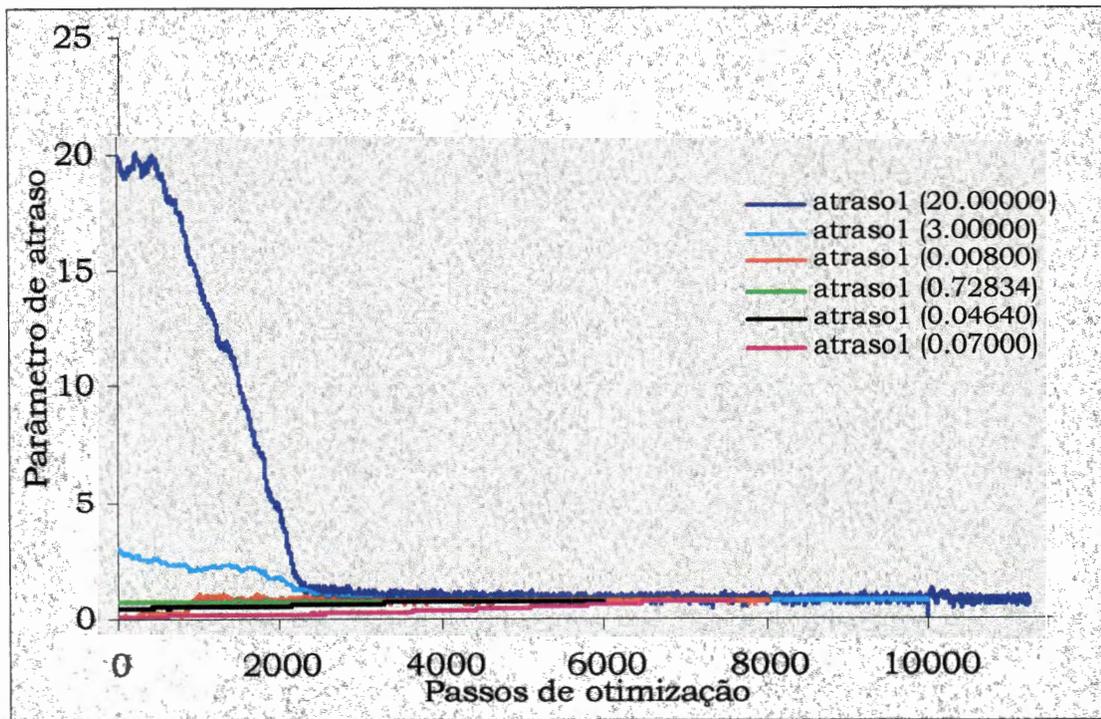


Figura 6.4 - Convergência do parâmetro de atraso 1 - Annealing

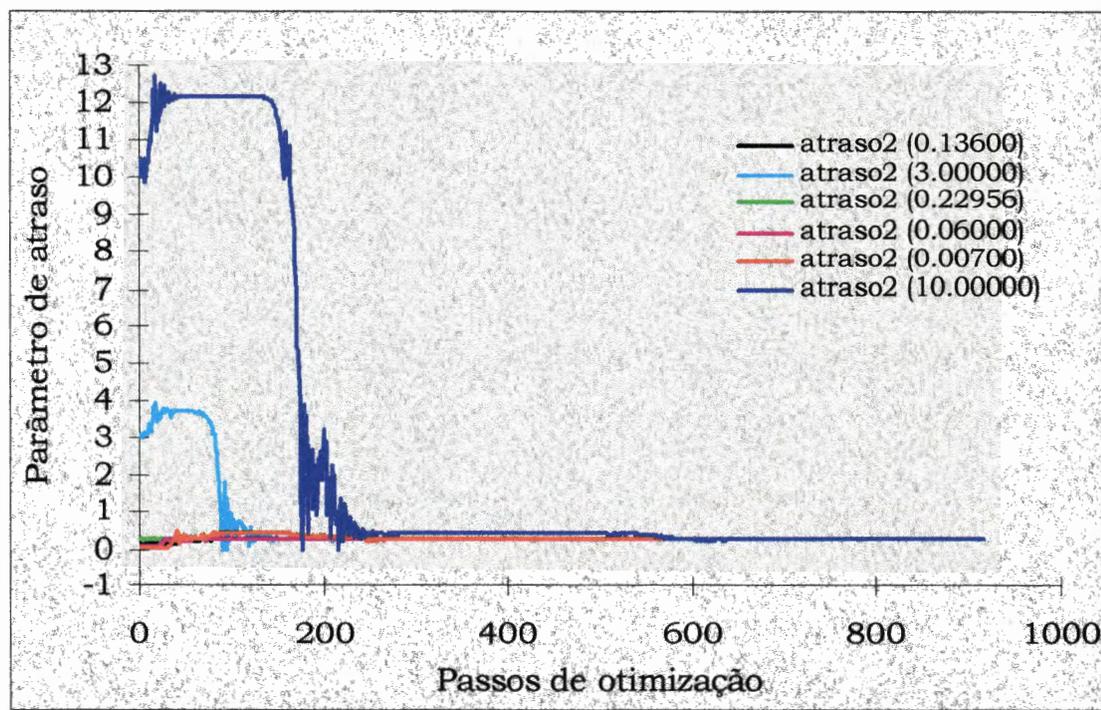


Figura 6.5 - Convergência do parâmetro de atraso 2 - Simplex

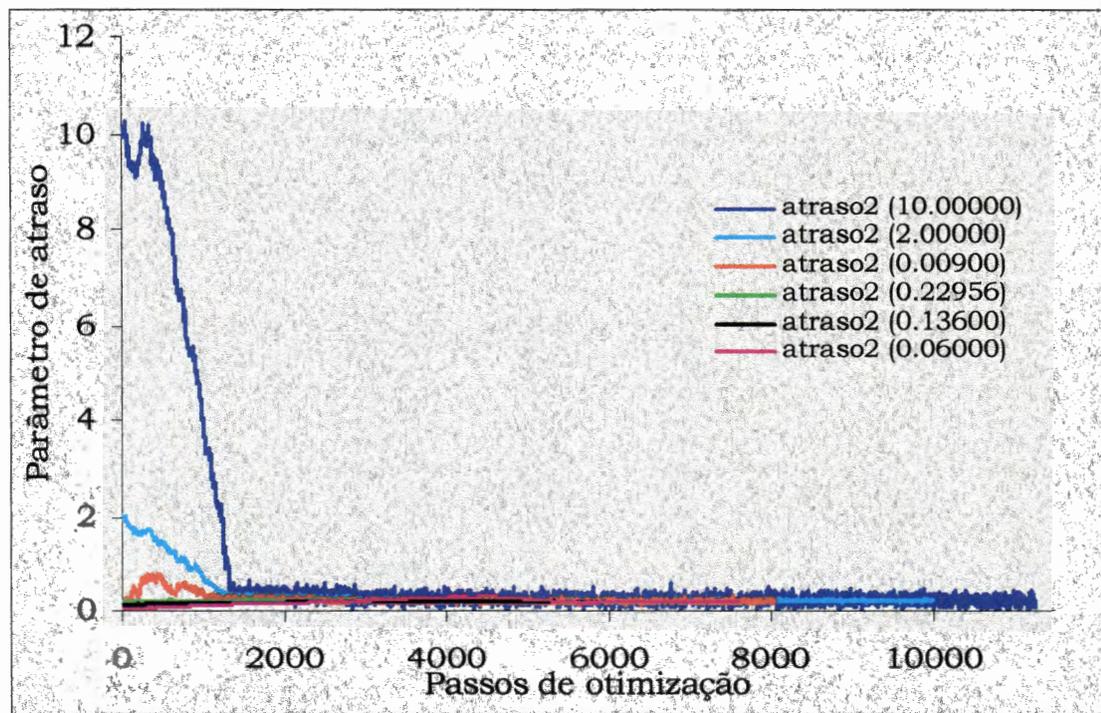


Figura 6.6 - Convergência do parâmetro de atraso 2 - Annealing

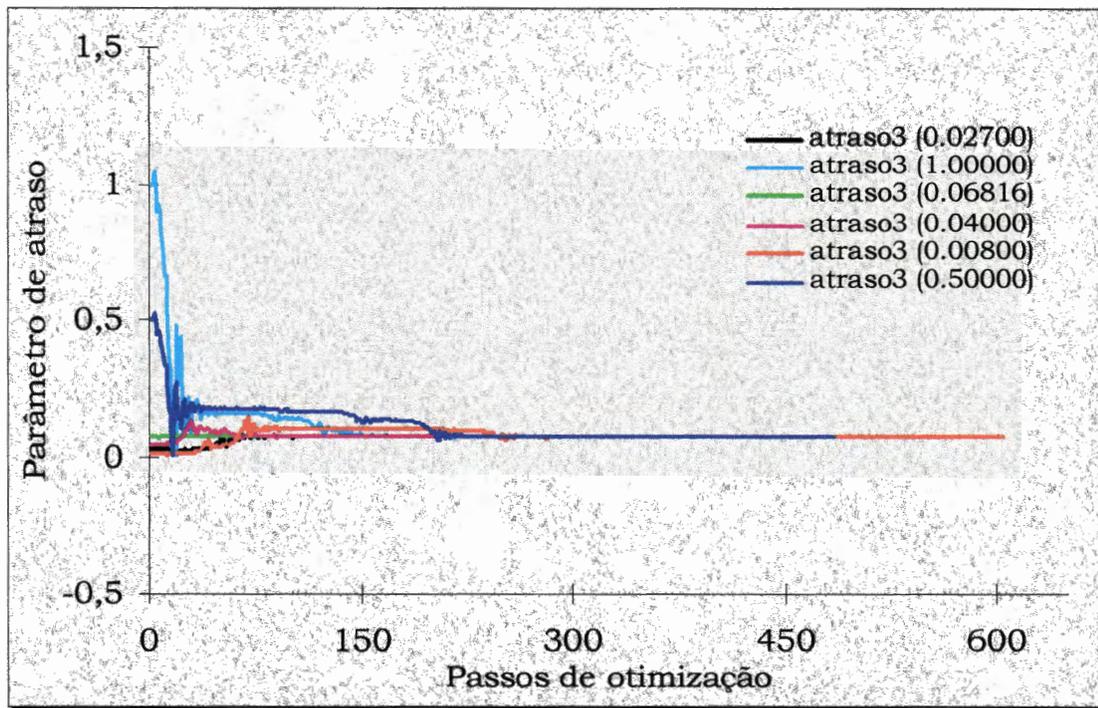


Figura 6.7 - Convergência do parâmetro de atraso 3 - Simplex

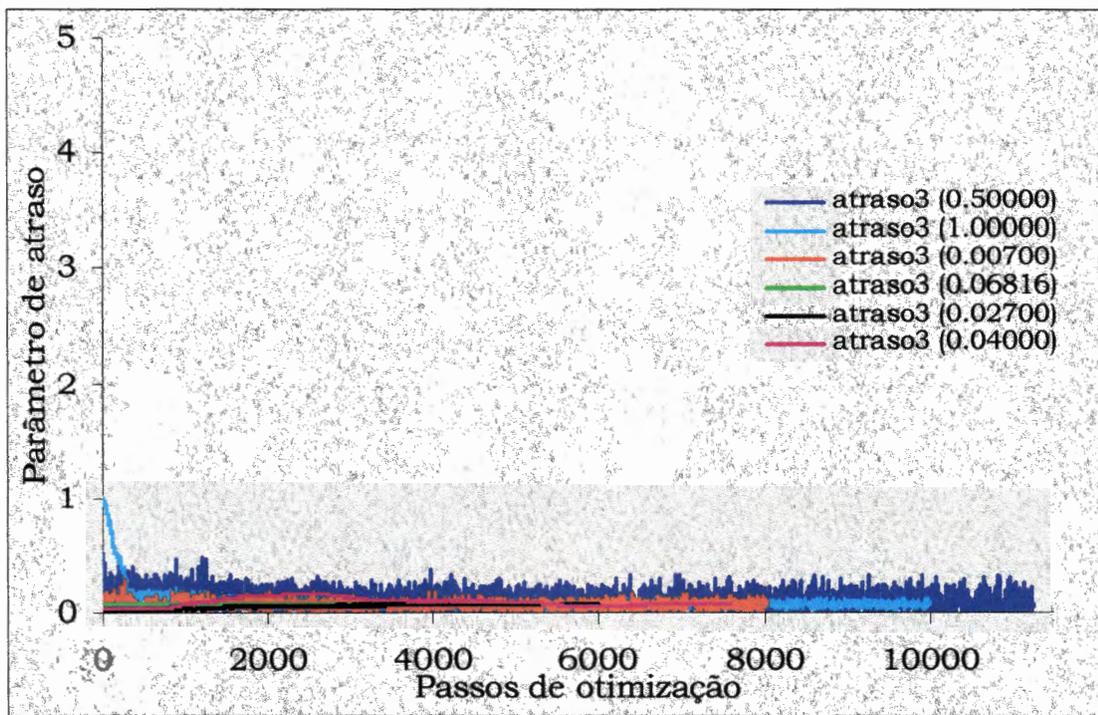


Figura 6.8 - Convergência do parâmetro de atraso 3 - Annealing

A verificação da condição de ótimo dos pontos obtidos durante o processo de otimização pode ser comprovada através do levantamento da curva de evolução do erro para estes valores. Este procedimento foi realizado mantendo dois valores de parâmetros de atraso fixos, enquanto o outro valor era variado em um intervalo grande entre os valores inicial e final. A partir de um valor mínimo, muito pequeno em relação aos valores tabelados, com incremento de 0.01 a cada passo, num total de 2000 iterações, obteve-se a curva de erro. Os valores de ponto mínimo obtidos e o comportamento da curva de erro está demonstrado na Figura 6.9, 6.10 e 6.11 para cada parâmetro de atraso. Estas curvas mostram que os valores de parâmetros de atraso ótimo, obtidos através da otimização, encontram-se próximos dos valores de ponto de mínimo de cada curva de evolução de erro. Dessa maneira, demonstra-se que os valores obtidos são valores de ponto de mínimo global.

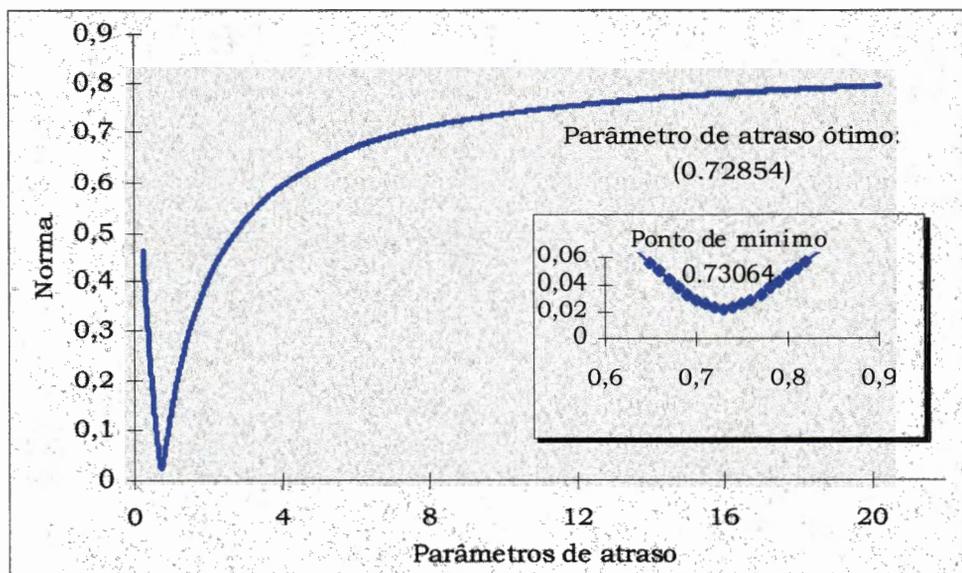


Figura 6.9 - Curva de evolução do erro do parâmetro de atraso 1

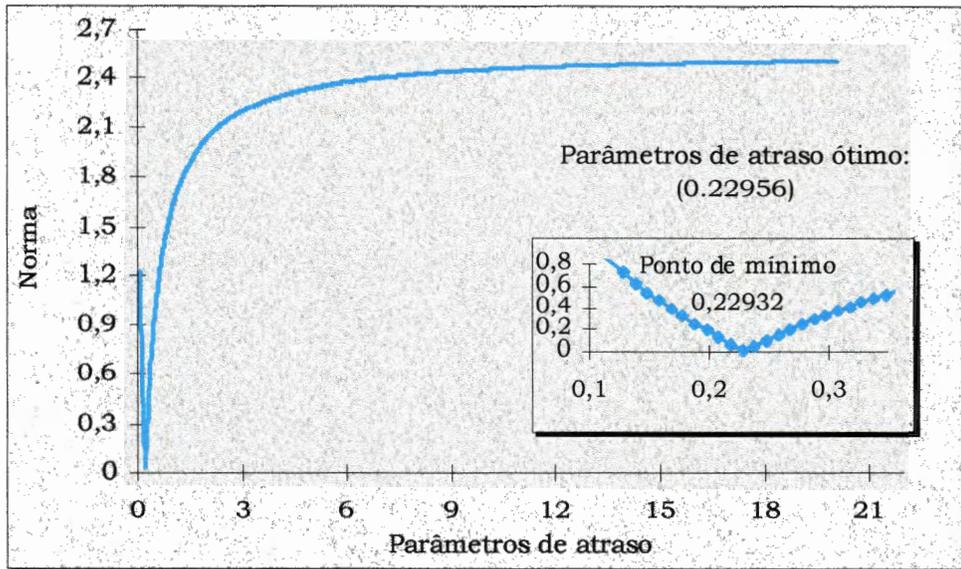


Figura 6.10 - Curva de evolução do erro do parâmetro de atraso 2

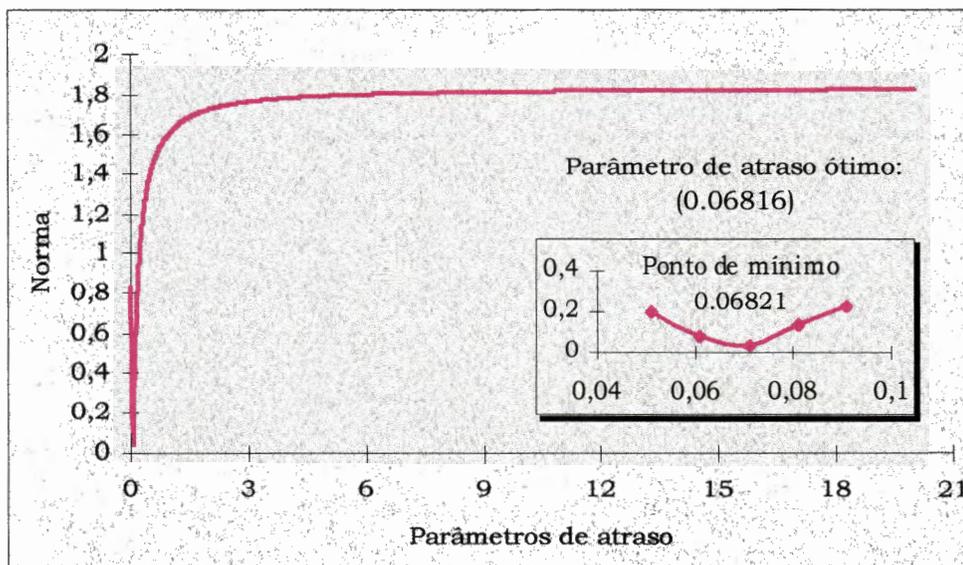


Figura 6.11 - Curva de evolução do erro do parâmetro de atraso 3

## 6.2. Comparação dos valores de norma

O valor da norma para cada conjunto de parâmetros de atraso simulado para ambos os métodos está representado na Tabela 6.3.

O comportamento da norma para estes conjuntos também é apresentado na Figura 6.12, para o caso do método simplex, e na Figura 6.13 para a simulação *annealing*. Da mesma maneira que foi demonstrado para os parâmetros de atraso, a convergência da norma para um determinado valor é exibida na Figura 6.14 e 6.15, mostrando que independente dos valores simulados todos convergem para o mesmo ponto, no caso da otimização através do método simplex.

**Tabela 6.3 - Norma para os conjuntos de parâmetros de atraso simulados**

Conjunto de parâmetros de atraso iniciais ( $\beta_n$ )	Simplex	<i>Annealing</i>
0.46400 0.13600 0.02700	2.332131E-002	2.334200E-002
3.00000 2.00000 1.00000	2.332131E-002	2.422533E-002
0.72834 0.22956 0.06816	2.332131E-002	2.334899E-002
0.04000 0.06000 0.07000	2.332131E-002	2.347463E-002
0.00900 0.00800 0.00700	2.332131E-002	2.355740E-002
20.0000 10.0000 0.50000	2.332131E-002	2.527608E-002

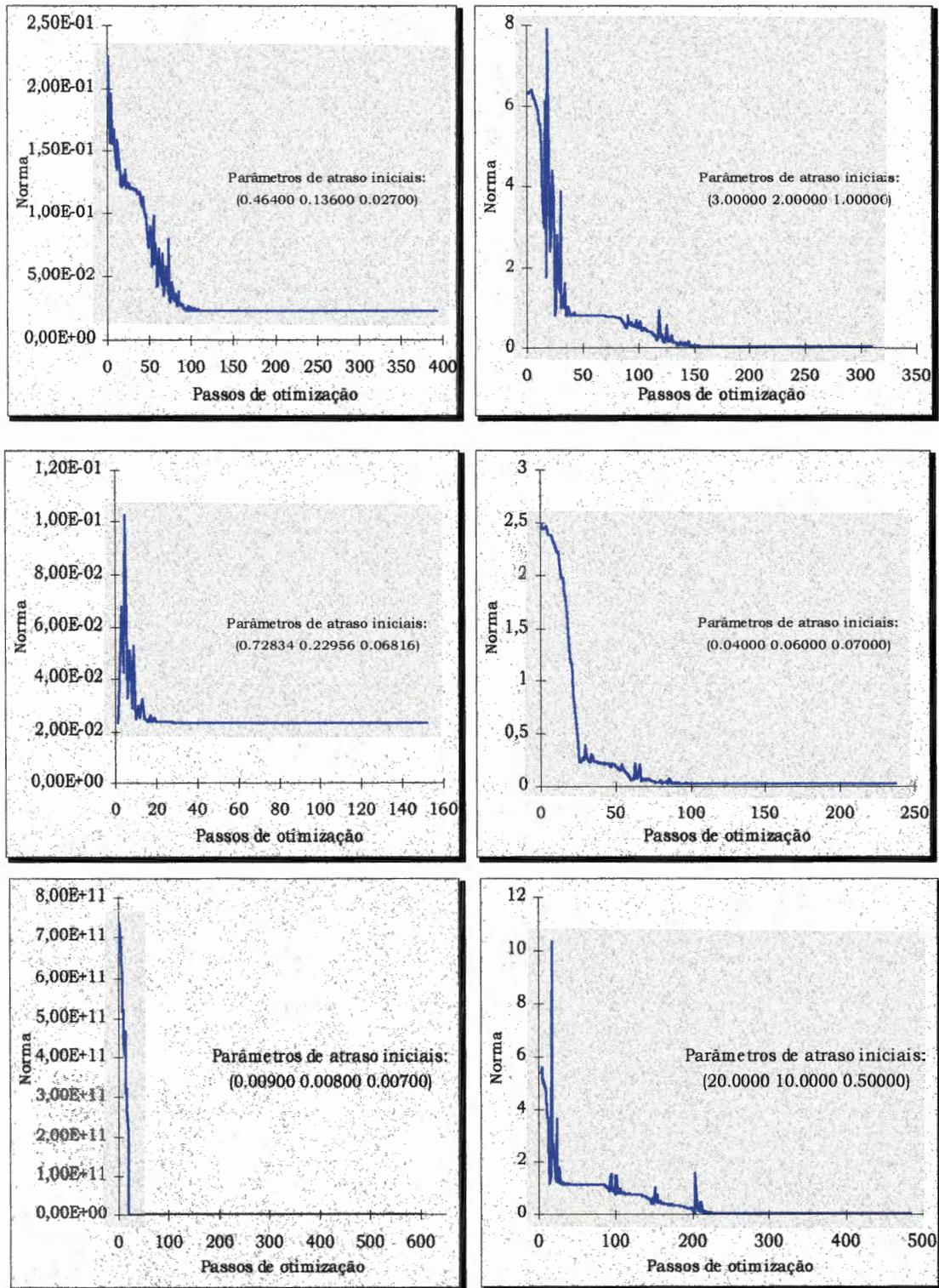


Figura 6.12 - Comportamento da norma em relação à otimização - Simplex

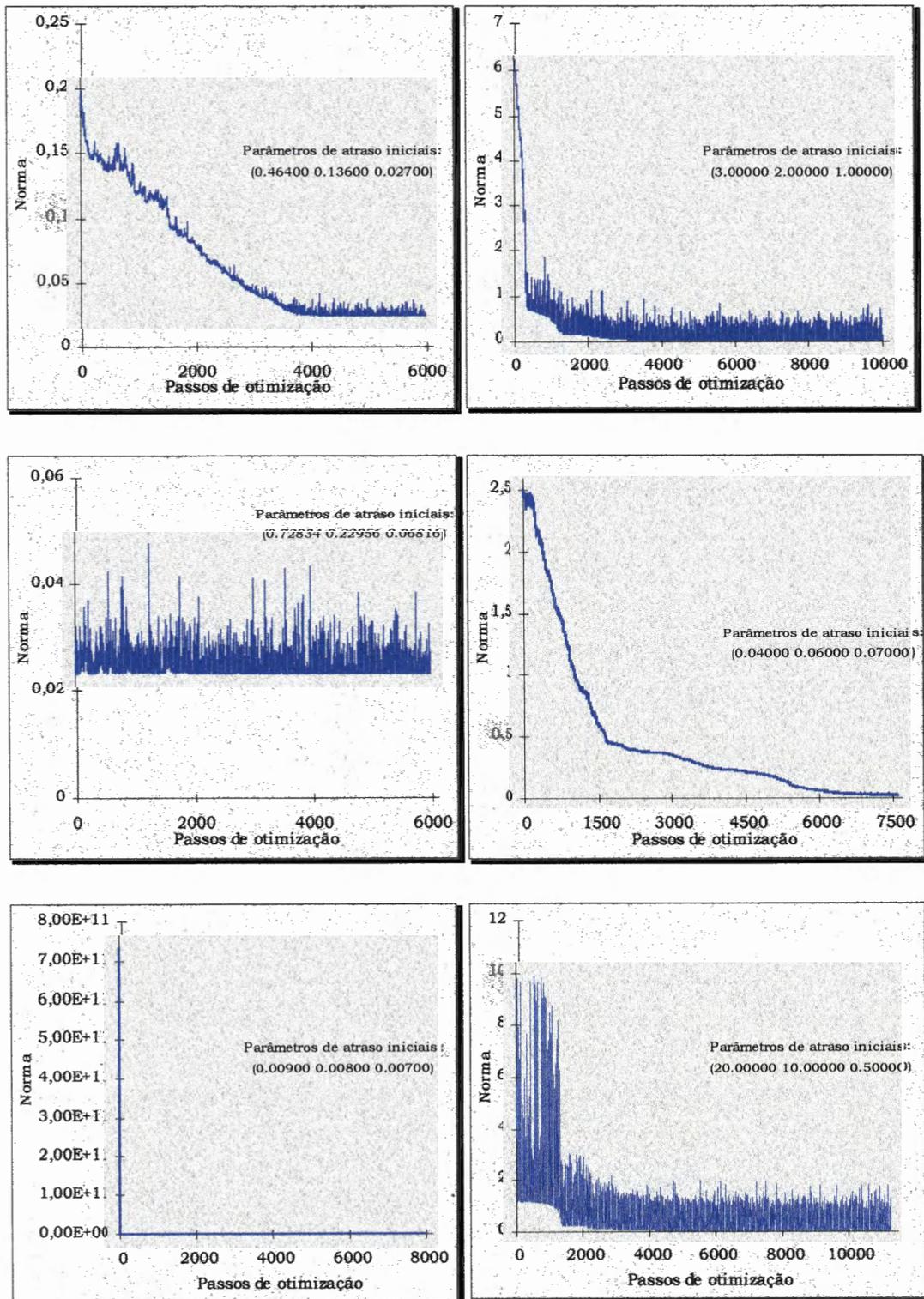
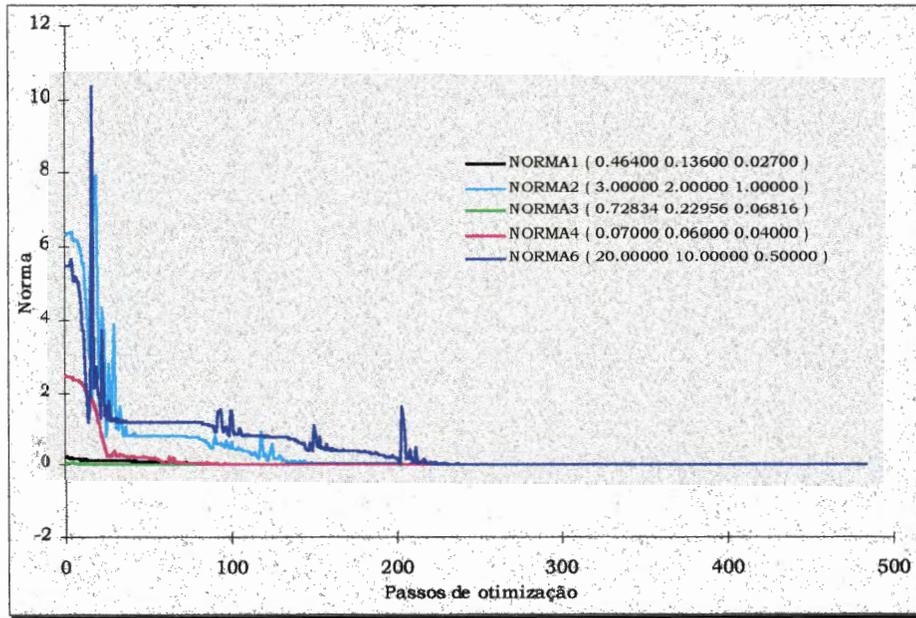
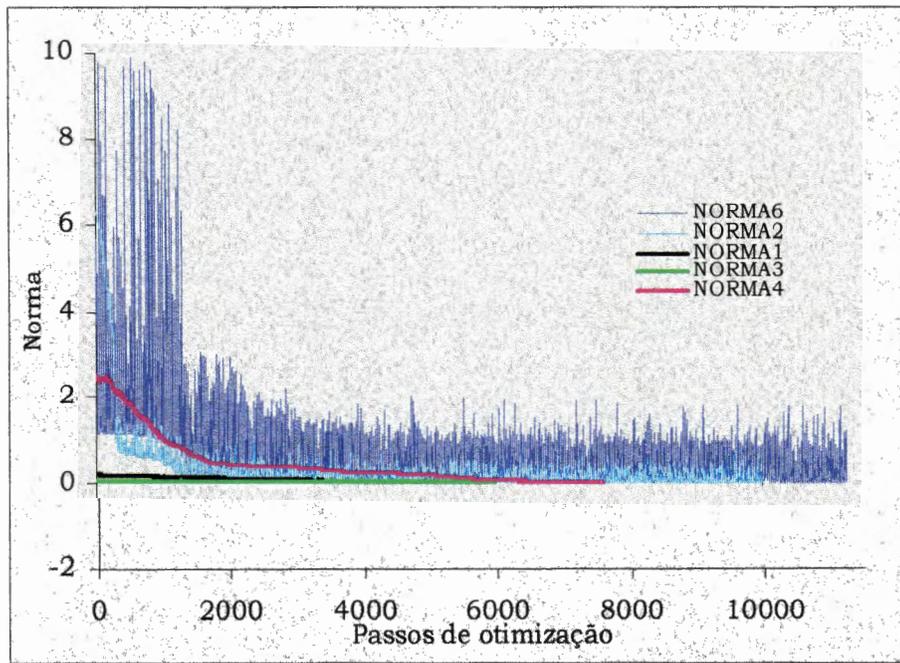


Figura 6.13 - Comportamento da norma em relação à otimização - *Annealing*



**Figura 6.14 - Convergência do valor da norma - Simplex**



**Figura 6.15 - Convergência do valor da norma - Annealing**

No gráfico da Figura 6.14 não foi apresentada a convergência da norma 5, por esta possuir um valor muito grande de partida prejudicando a visualização das outras normas no gráfico. Por este motivo, para uma melhor visualização, no gráfico da Figura 6.16 todas as normas são rerepresentadas em uma escala logarítmica.

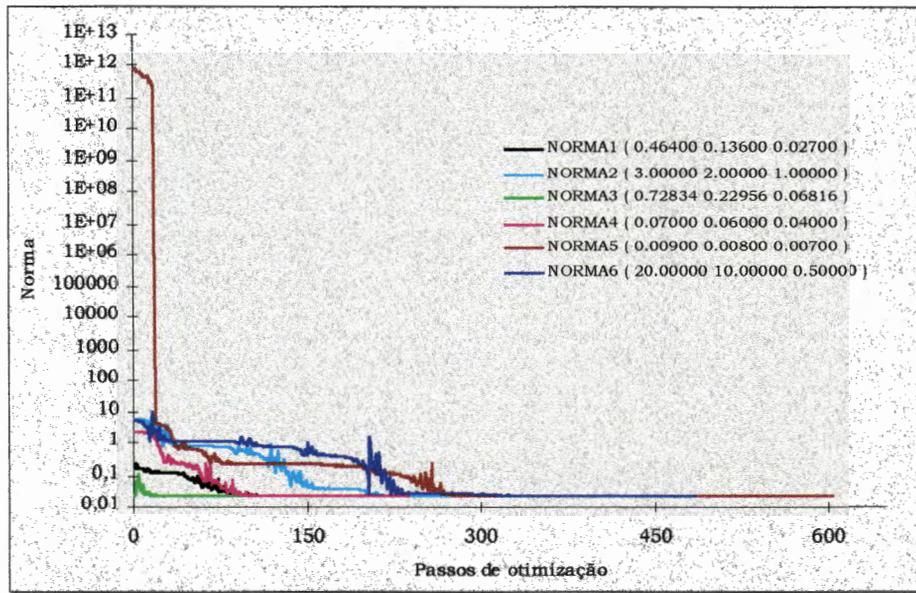


Figura 6.16 - Convergência do valor da norma (escala logarítmica)

### 6.3. Comparação das evoluções aeroelásticas

O conjunto de gráficos da Figura 6.17 mostra o comportamento do amortecimento dos 26 modos elásticos selecionados para a análise.

Os resultados das evoluções aeroelásticas, resultado final do programa SSAER, utilizando o método  $p$  de solução de *flutter* é comparado para os casos otimizado e não otimizado. Esta análise é realizada também para o método  $p-k$  de solução de *flutter* (SILVA, 1994) em comparação ao método  $p$ .

Complementando a análise aeroelástica, o conjunto de gráficos da Figura 6.18 mostra o comportamento da frequência.

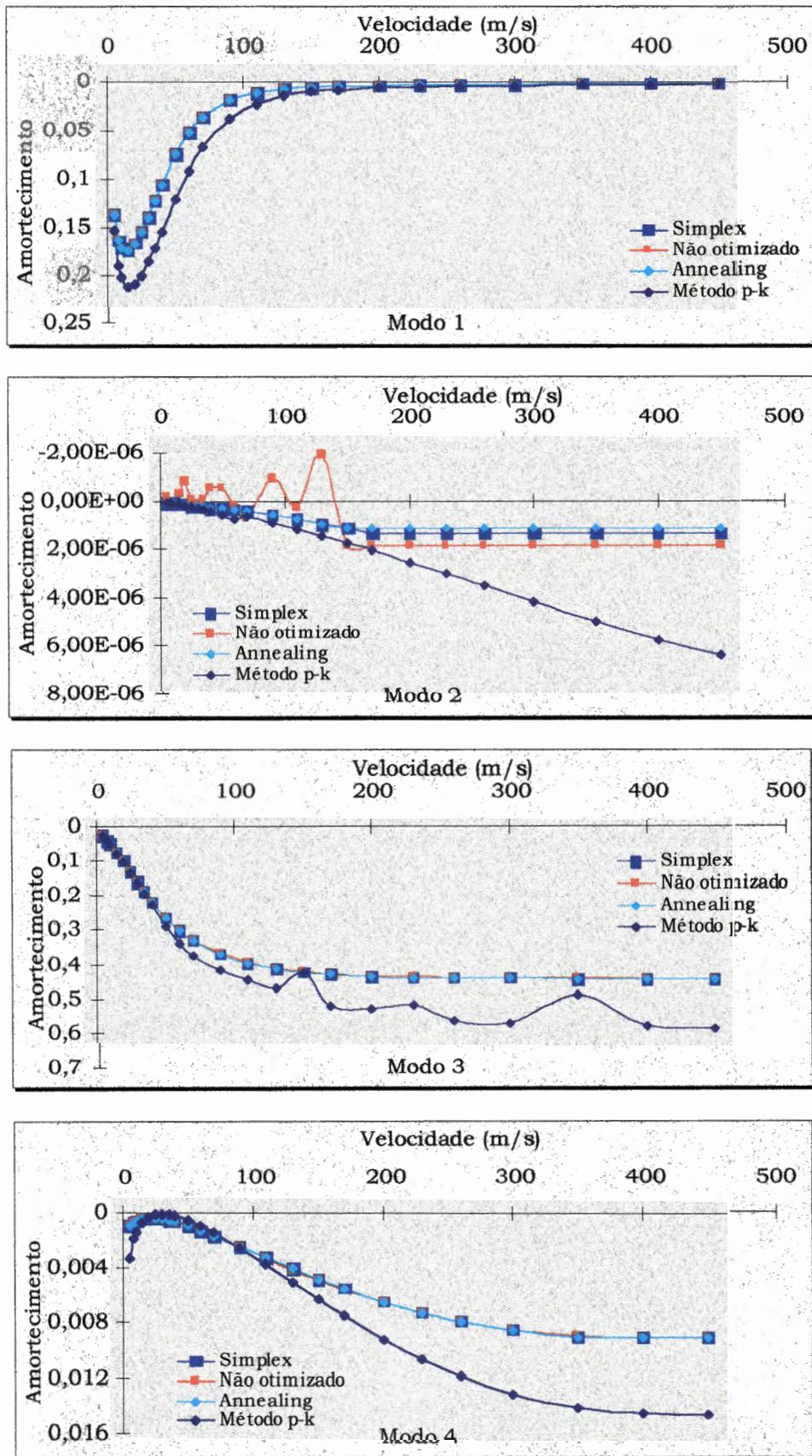


Figura 6.17 - Evolução aeroelástica -amortecimento

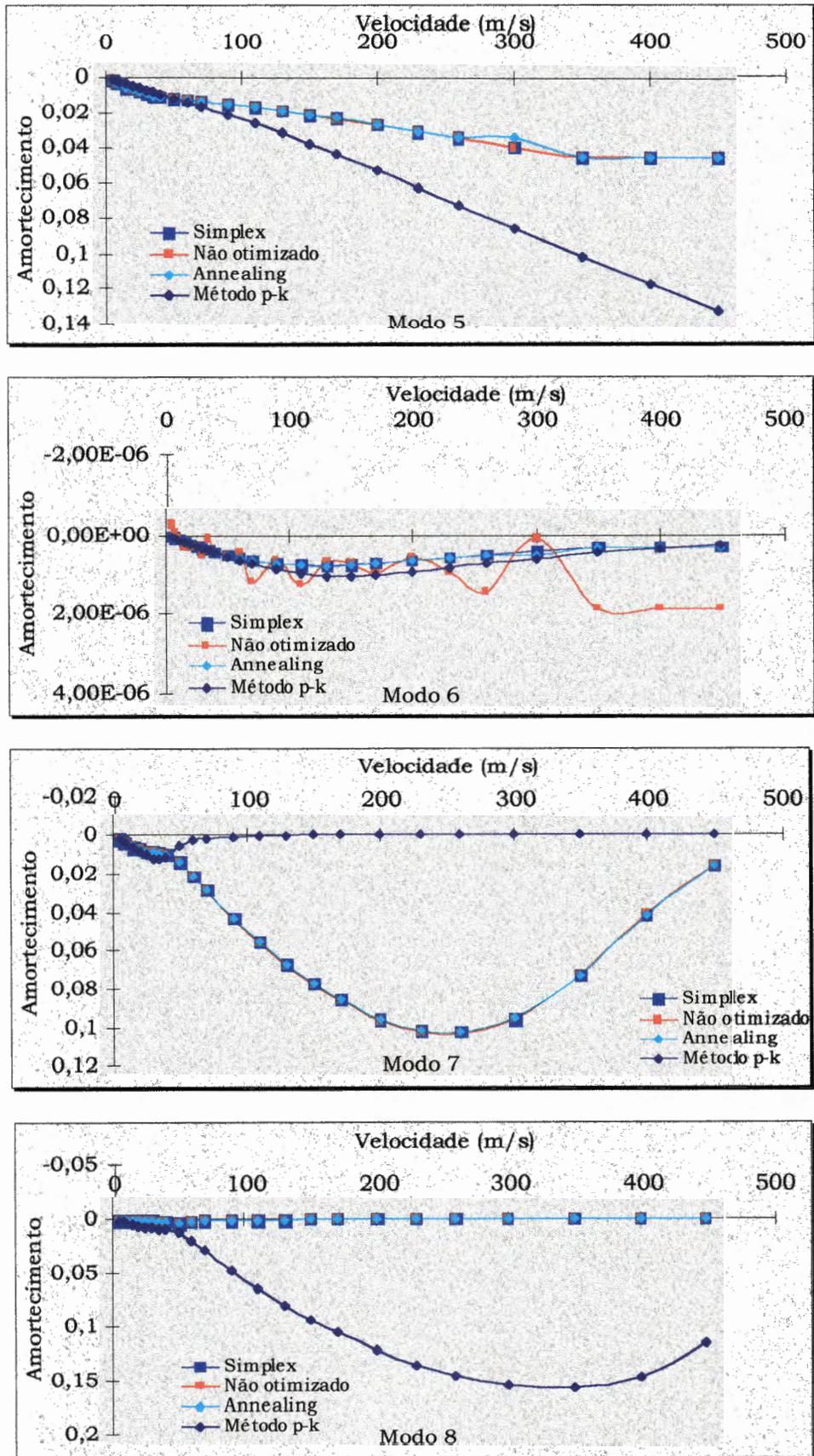


Figura 6.17 - Evolução aeroelástica -amortecimento (continuação)

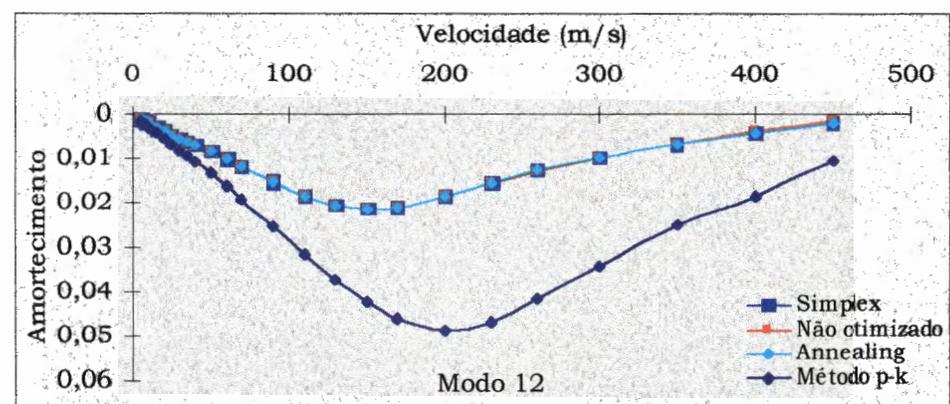
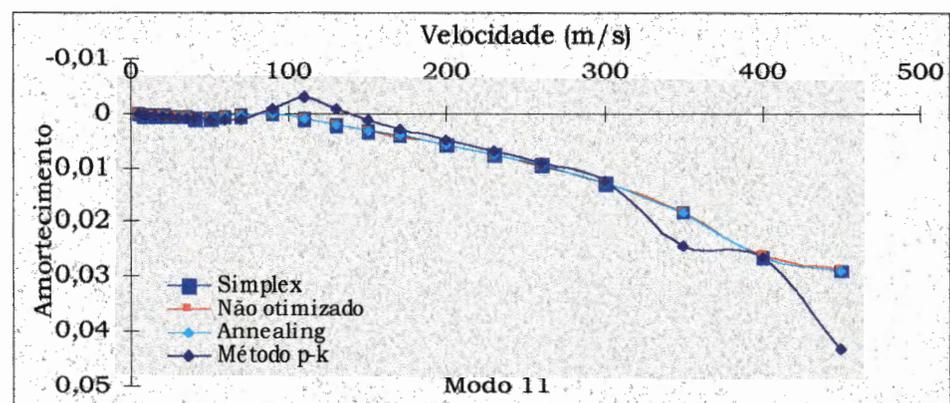
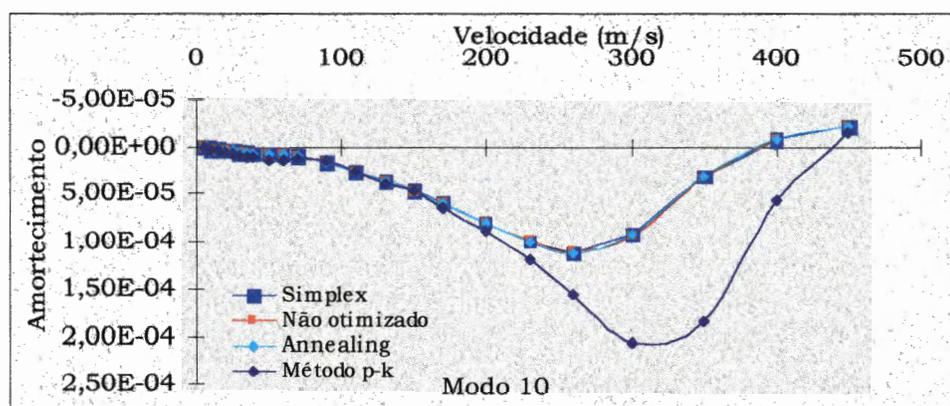
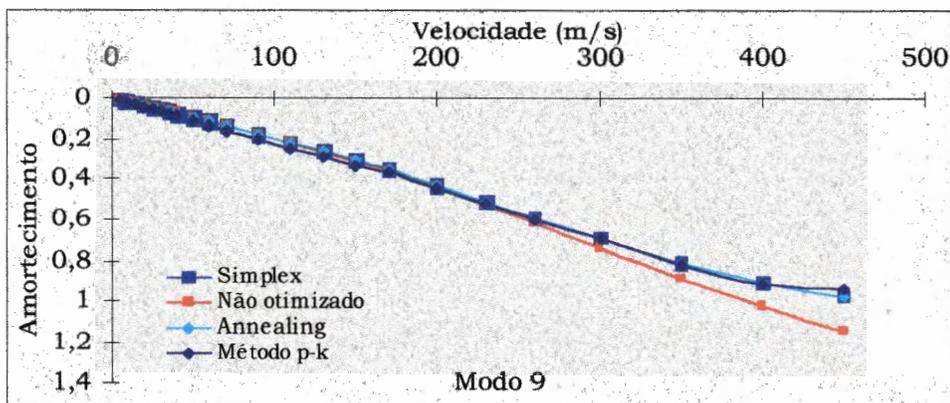


Figura 6.17 - Evolução aerolástica -amortecimento (continuação)

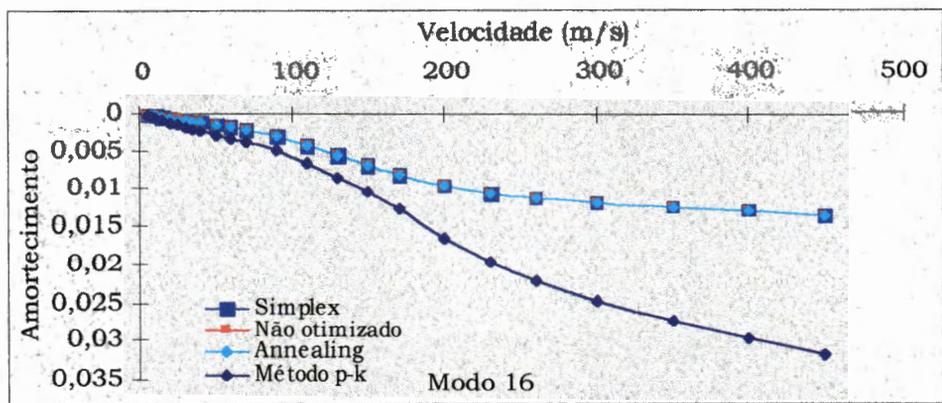
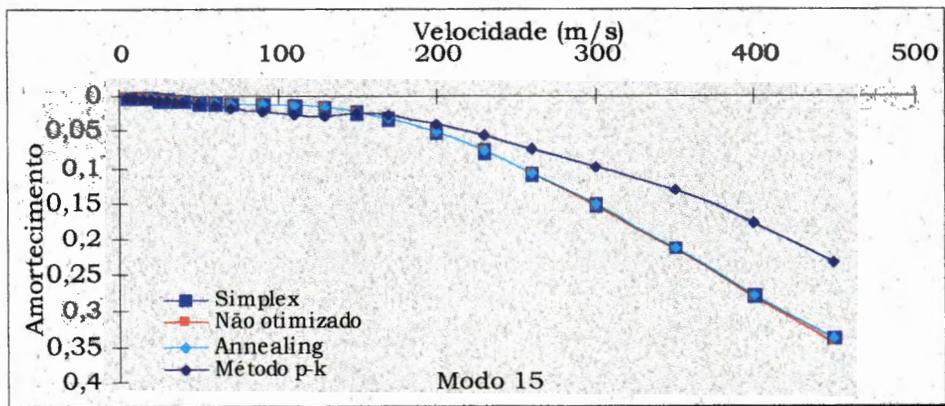
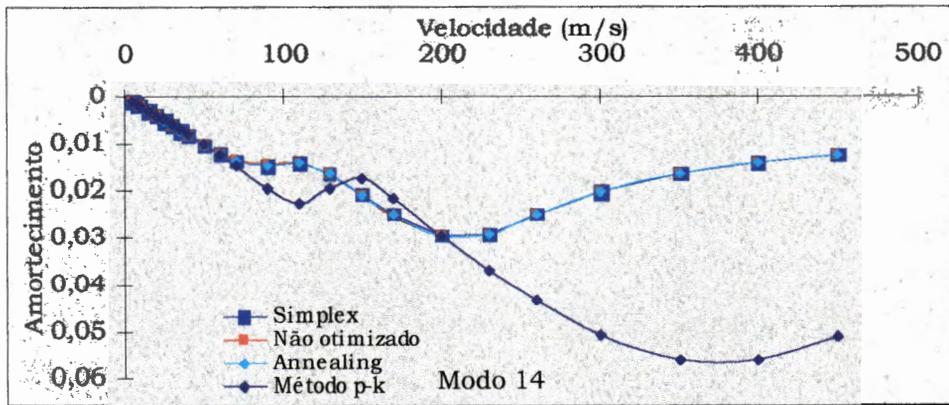
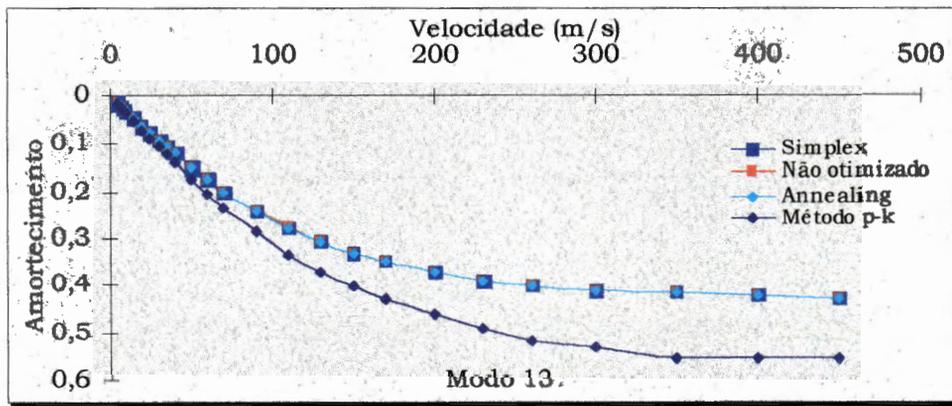


Figura 6.17 - Evolução aeroelástica - amortecimento (continuação)

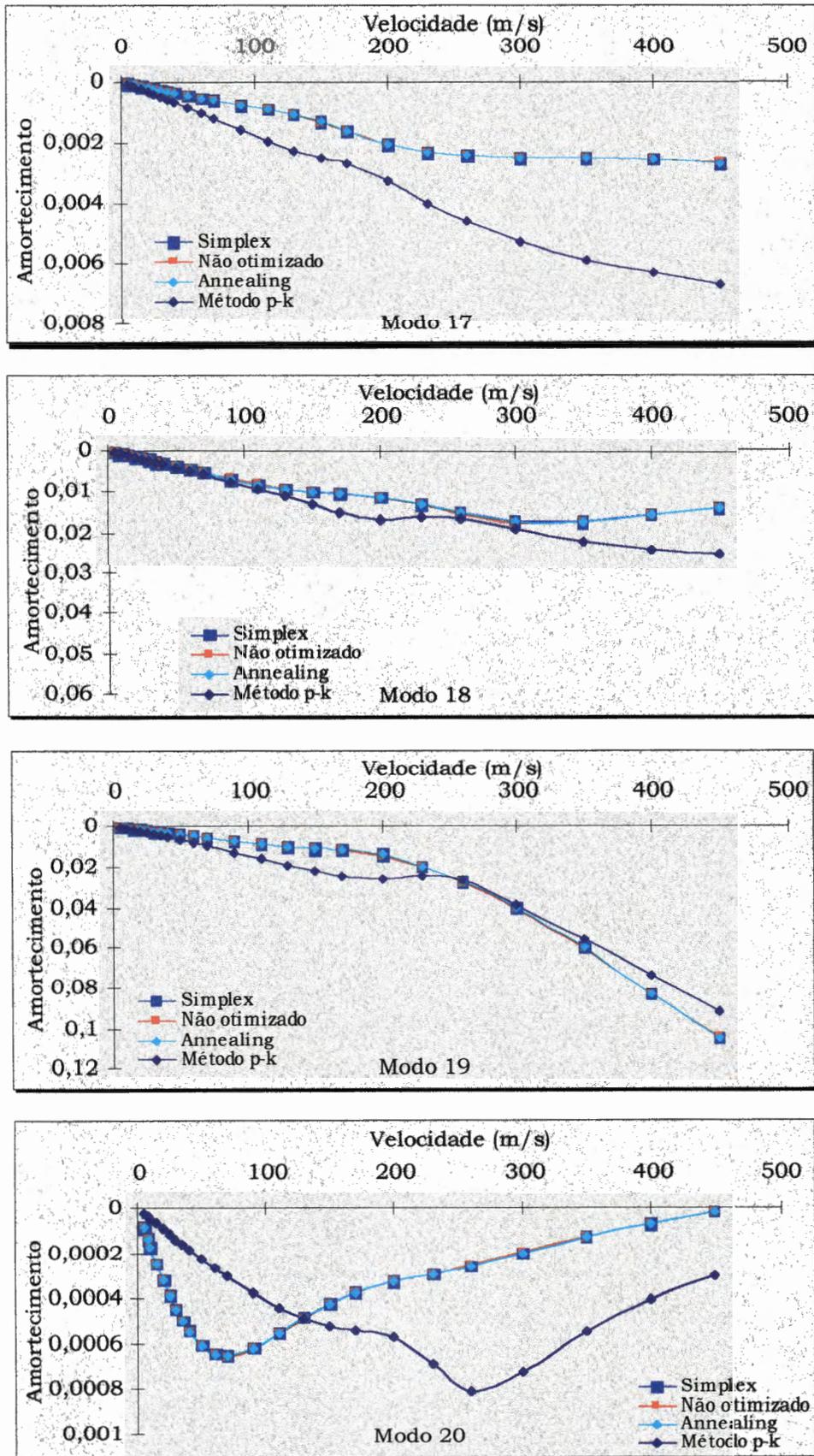


Figura 6.17 - Evolução aeroelástica -amortecimento (continuação)

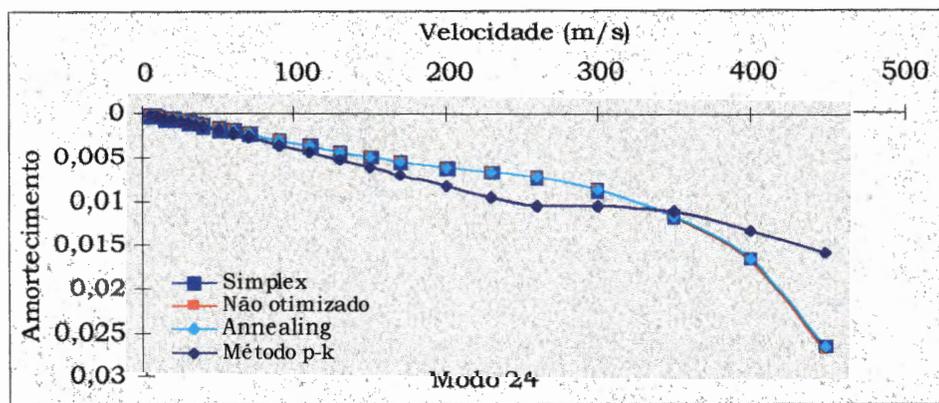
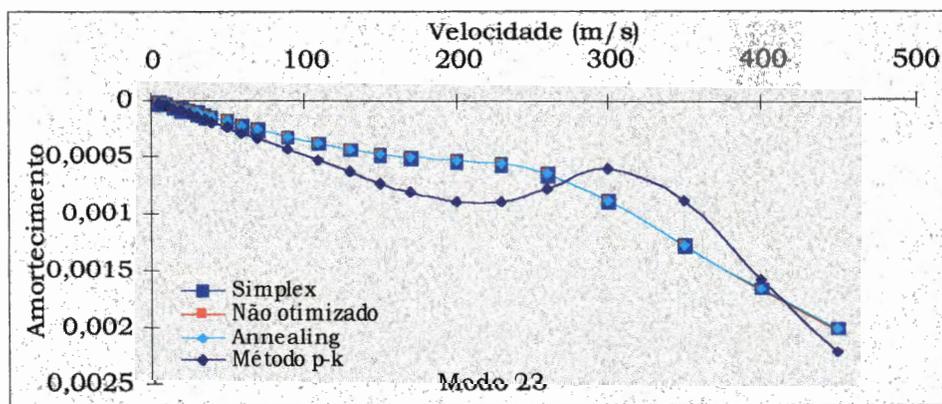
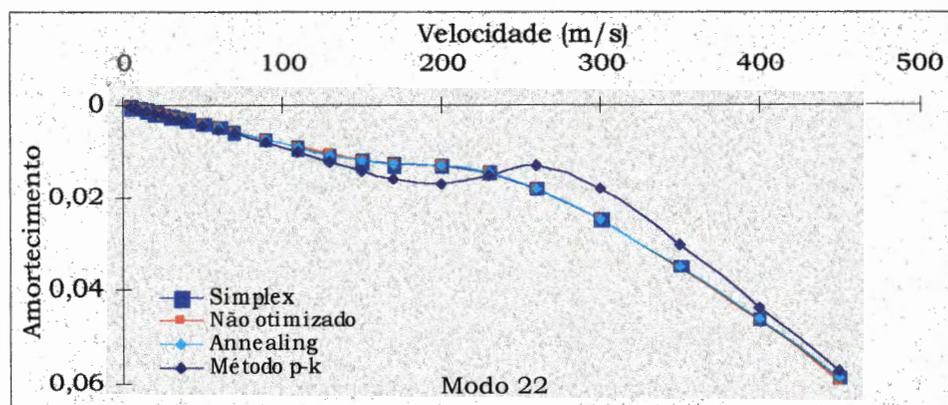
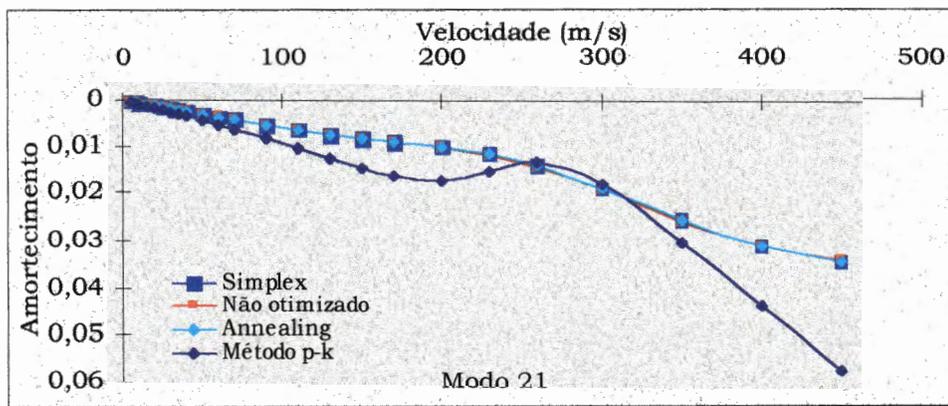
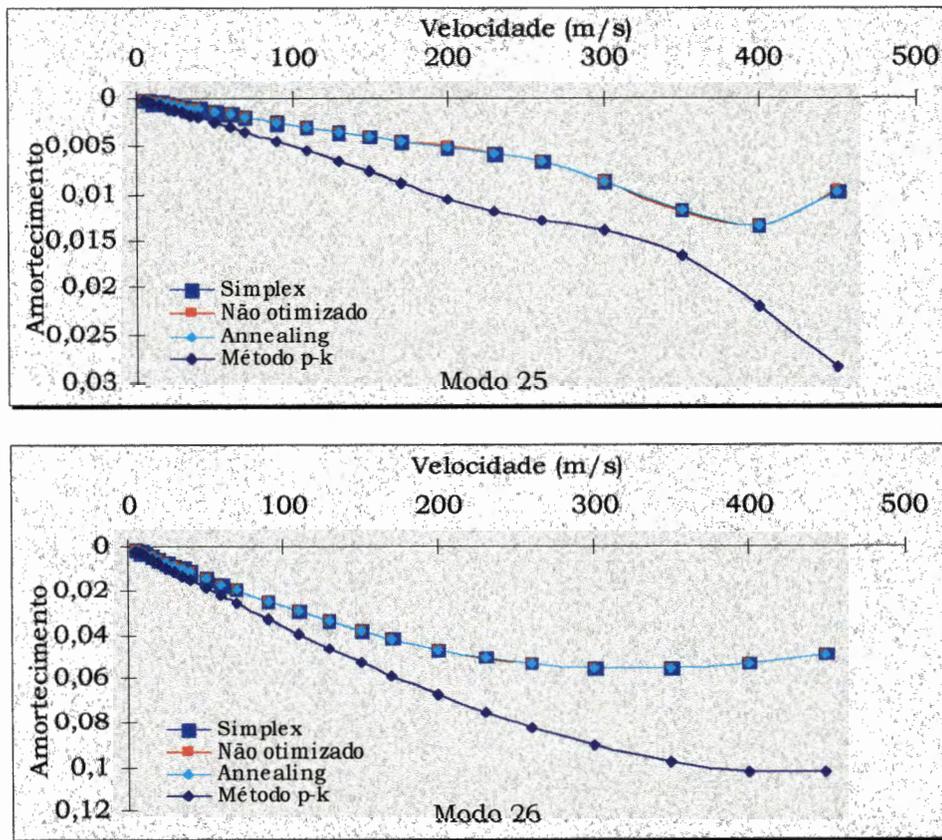


Figura 6.17 - Evolução aeroelástica -amortecimento (continuação)



**Figura 6.17 - Evolução aeroelástica -amortecimento (continuação)**

Dos 26 modos apresentados na Figura 6.17, o modo 10, em particular, é muito representativo para a condição de *flutter*. Este modo mostra o amortecimento de um determinado modo aeroelástico cruzando o eixo de velocidades, definindo claramente a velocidade de ocorrência de *flutter*, conforme demonstrado no Capítulo 2 através da Figura 2.1, relacionada à análise de *flutter*.

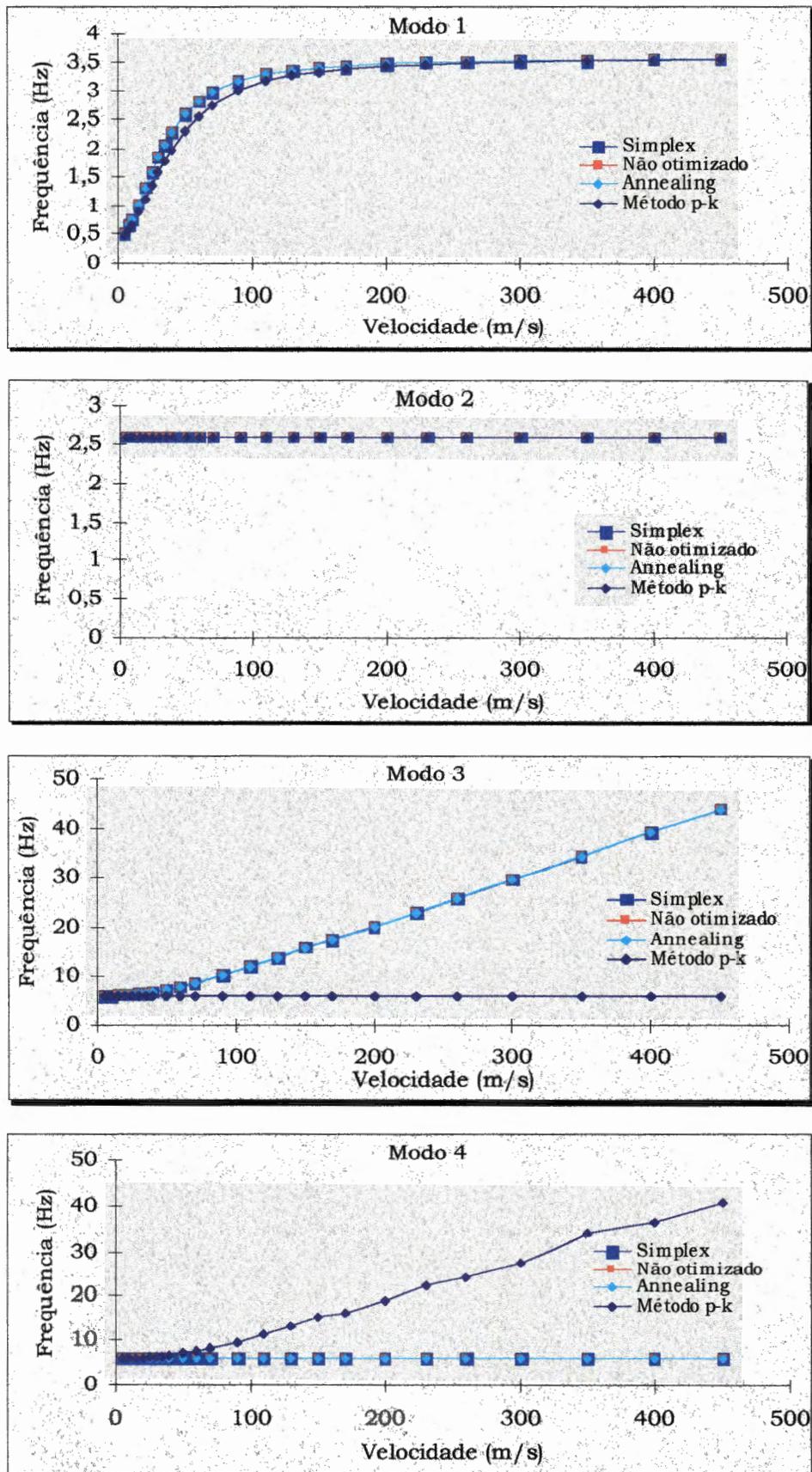


Figura 6.18 - Evolução aeroelástica - frequência

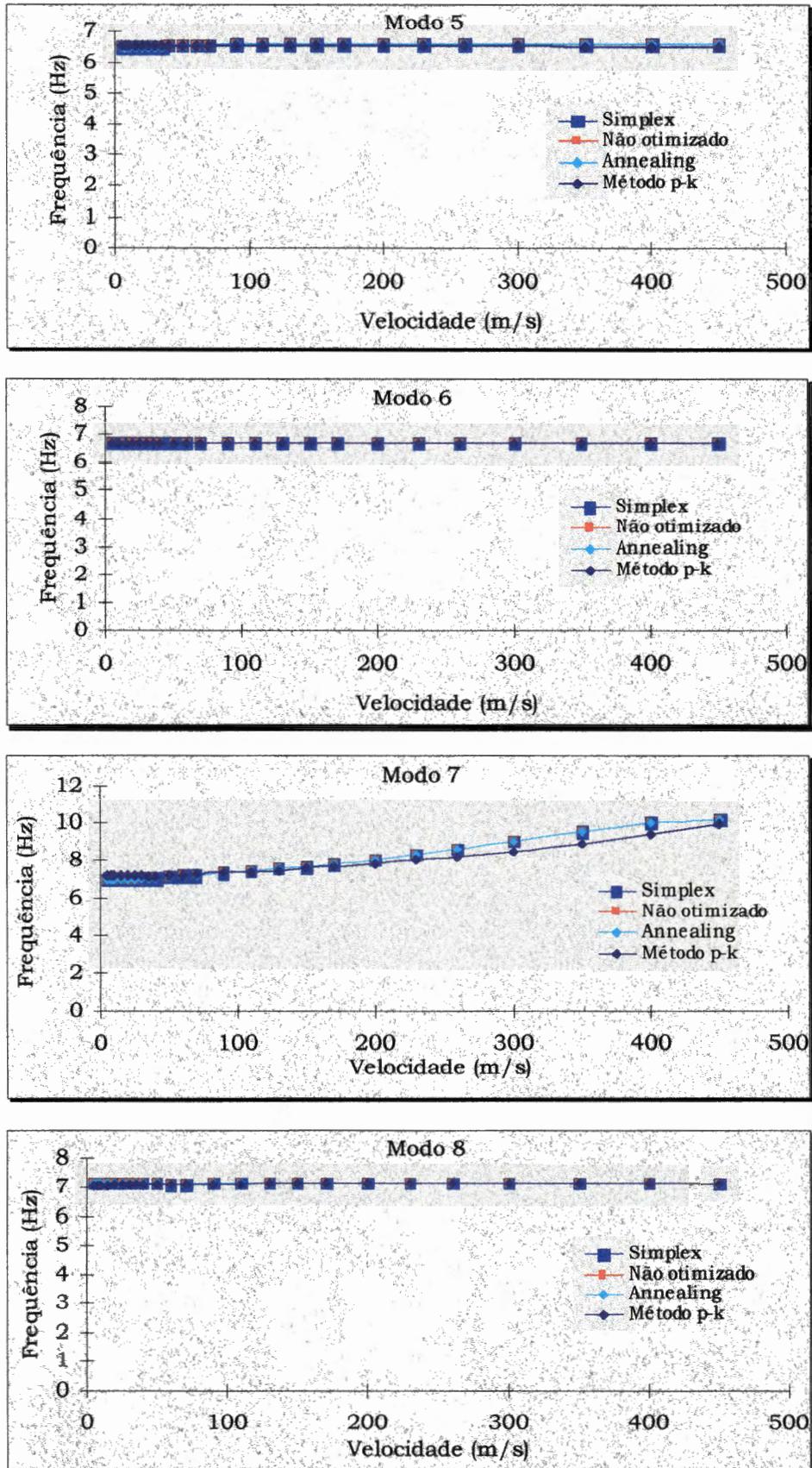


Figura 6.18 - Evolução aeroelástica -frequência (continuação)

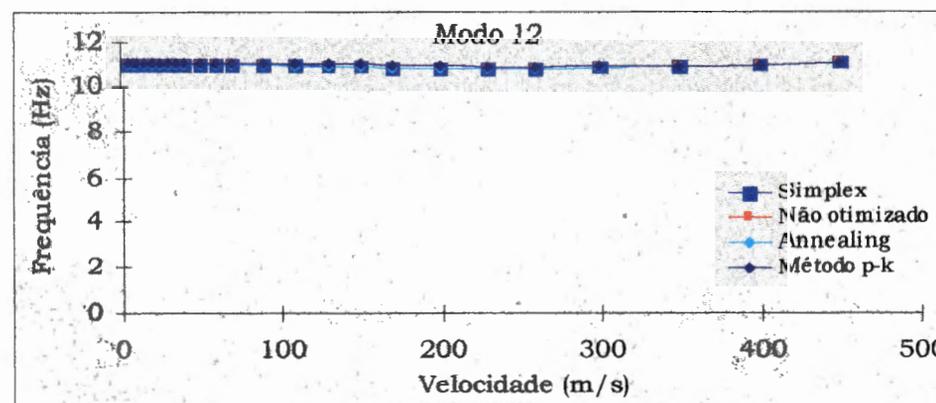
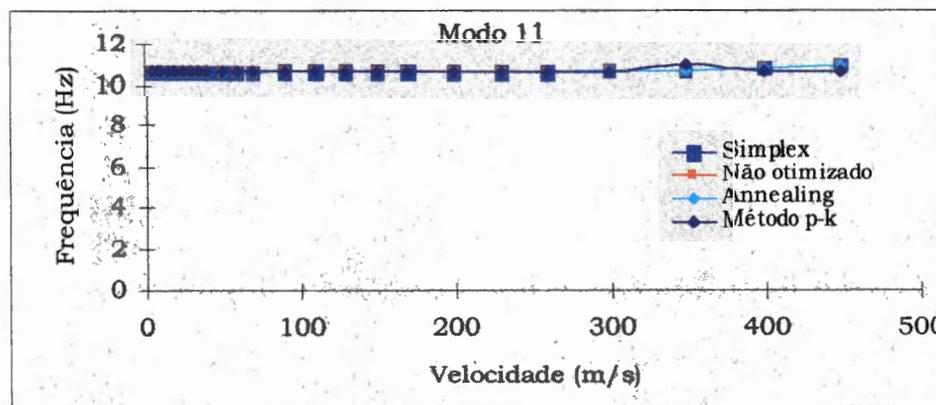
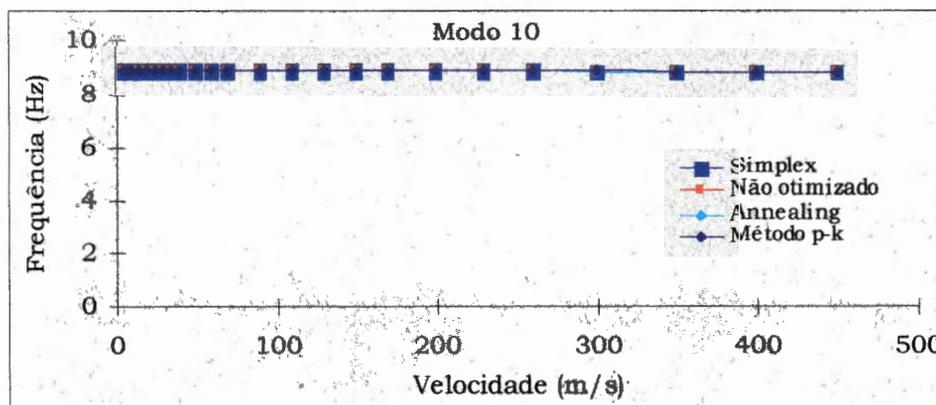
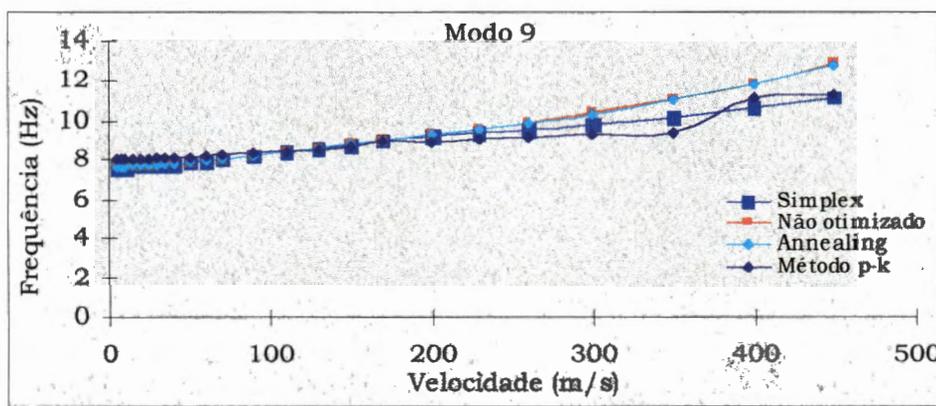


Figura 6.18 - Evolução aeroelástica -frequência (continuação)

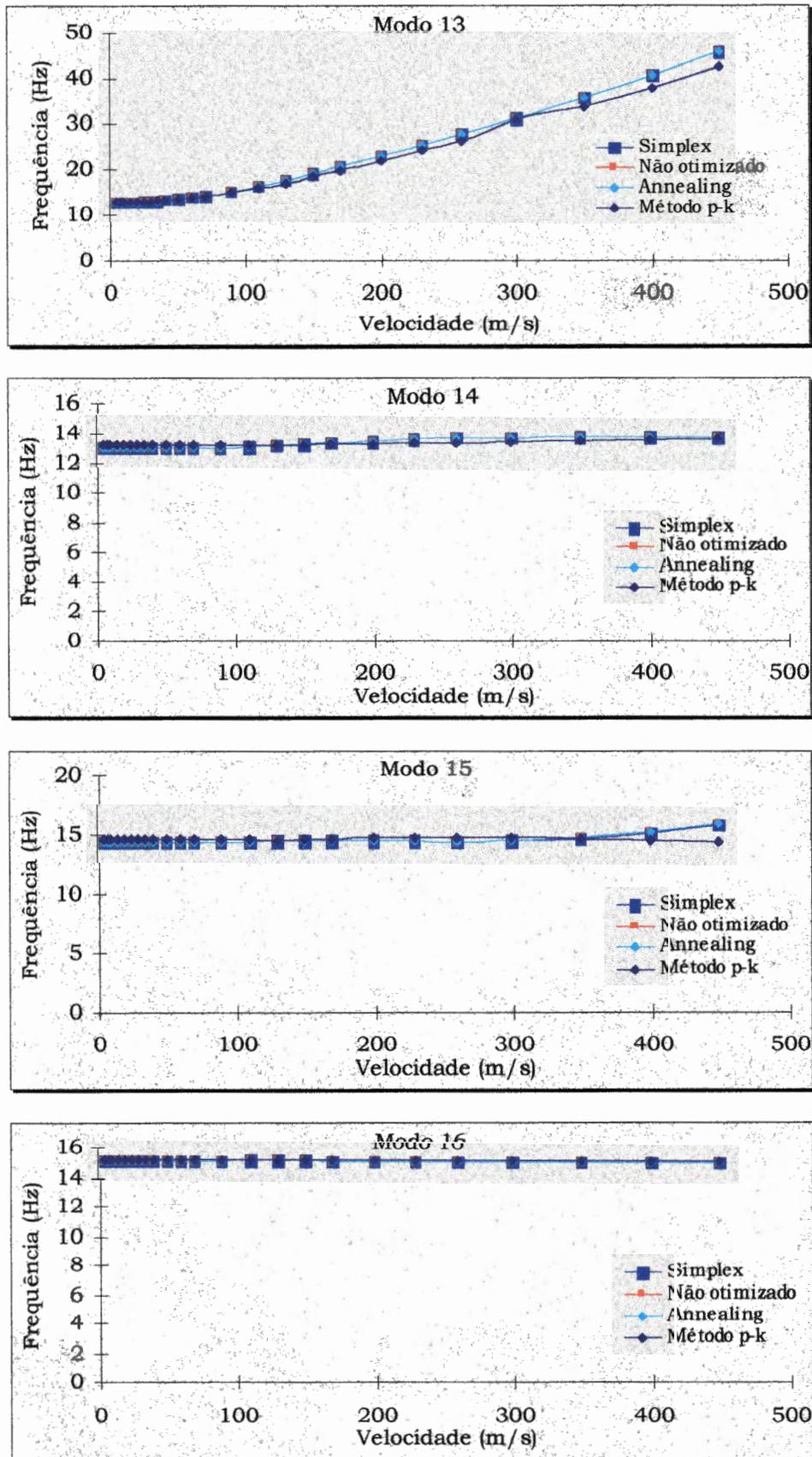


Figura 6.18 - Evolução aeroelástica - frequência (continuação)

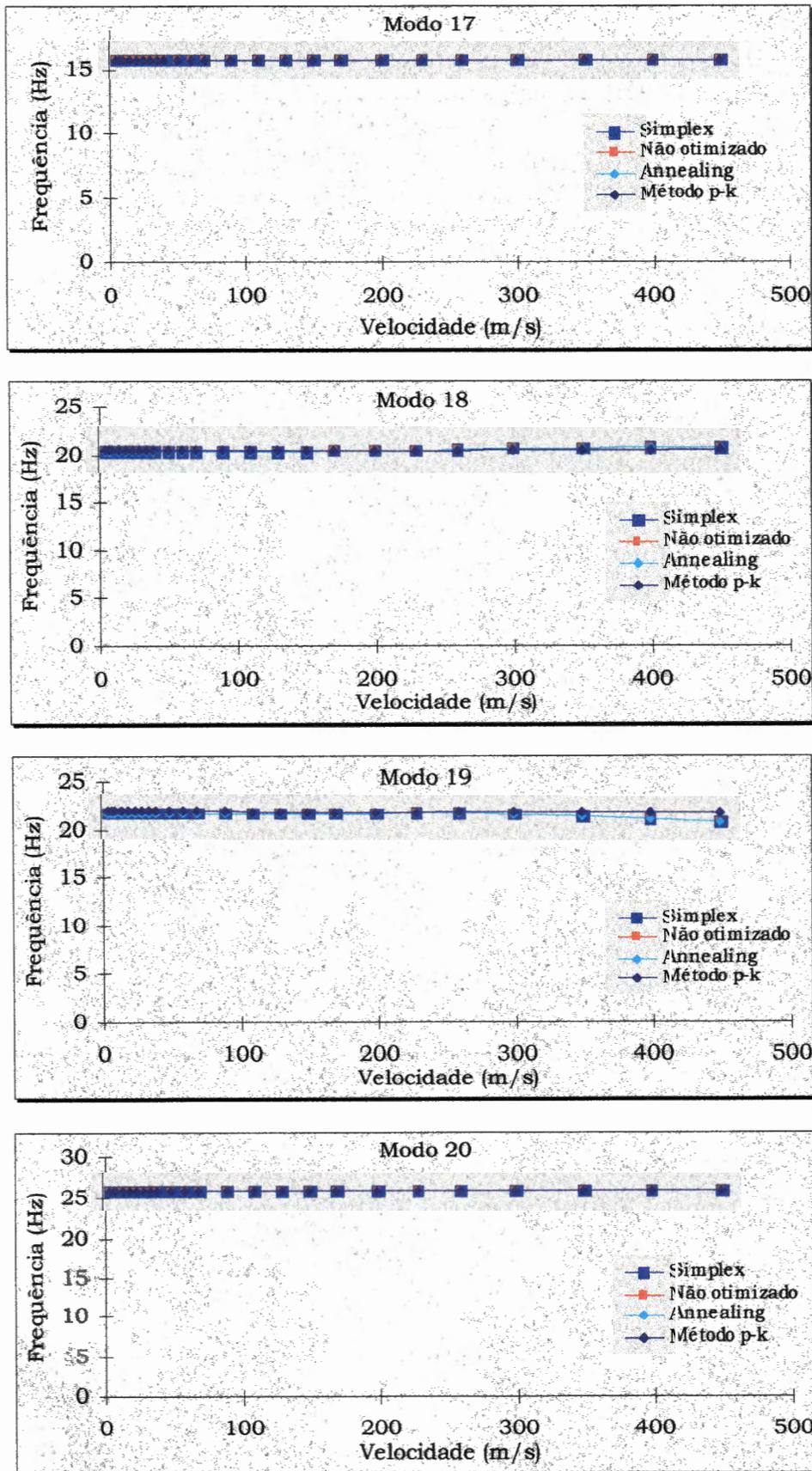


Figura 6.18 - Evolução aeroelástica - frequência (continuação)

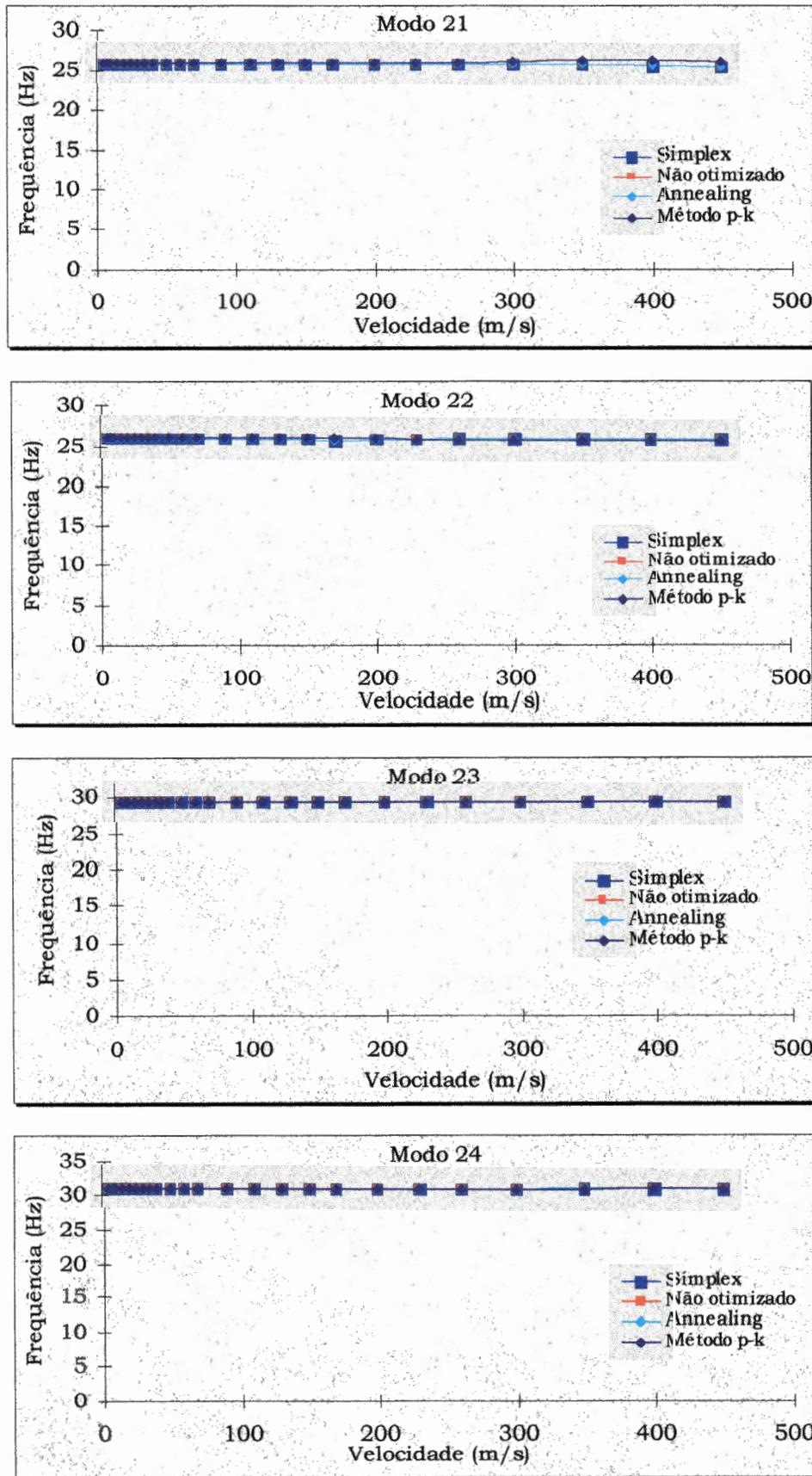
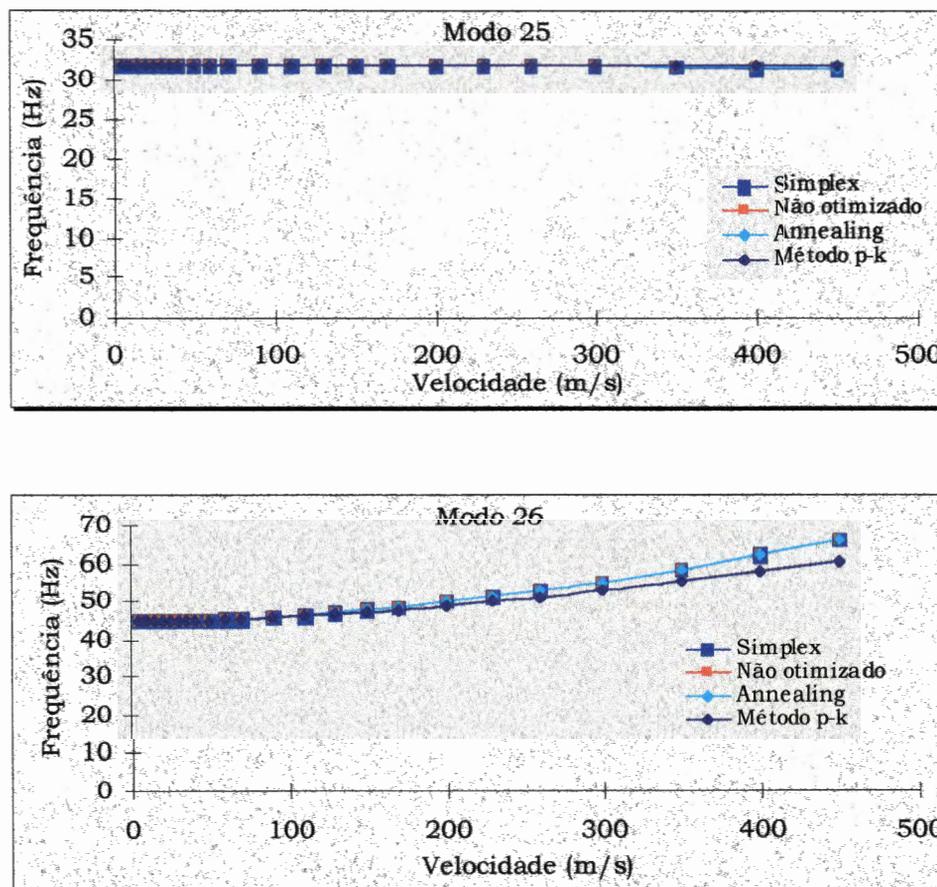


Figura 6.18 - Evolução aeroelástica - frequência (continuação)



**Figura 6.18 - Evolução aeroelástica - frequência (continuação)**

Através do conjunto de gráficos das Figuras 6.17 e 6.18 é possível notar que o amortecimento e a frequência não apresentam uma alteração muito significativa, com exceção dos modos 2 e 6, para o amortecimento dos casos não otimizados e otimizados. No entanto, esta alteração não tem significado físico, sendo apenas de natureza numérica. Este resultado está relacionado ao fato da otimização dos parâmetros de atraso eliminar a instabilidade numérica existente no método não otimizado. Este fato permite um comportamento mais estável numericamente aos resultados obtidos nos casos em que os parâmetros de atraso são otimizados.

Quando a comparação é realizada com base no método *p-k*, essa mudança é mais significativa. Esta diferença é de caráter físico e está relacionada à melhor representação dos acoplamentos estruturais.

O fato dos valores de amortecimento e frequência não apresentarem alterações significativas pode ser observado também através da velocidade e frequência de *flutter* para os casos otimizados em comparação ao não otimizado. O programa EVMODF, desenvolvido por RESENDE(1996)\*, possui uma subrotina que faz o cálculo da velocidade de *flutter* através de uma aproximação das curvas de amortecimento utilizando cônicas/cúbicas. Estas velocidades e frequências de *flutter* estão demonstradas na Tabela 6.4, e apresentadas nos gráficos da Figura 6.19 para velocidades até 500m/s.

**Tabela 6.4 - Velocidades e frequências de *flutter* do modelo EMB-110**

MODO	Velocidade de <i>flutter</i> (m/s)			Frequência de <i>flutter</i> (Hz)		
	Original	Simplex	<i>Annealing</i>	Original	Simplex	<i>Annealing</i>
6	9.202	-----	-----	6.703	-----	-----
7	480.820	481.230	481.213	10.280	10.280	10.280
8	183.044	183.157	183.142	7.122	7.122	7.122
10	387.839	388.442	388.437	8.878	8.878	8.878
12	484.629	491.118	491.056	11.277	11.293	11.293
20	468.167	469.198	469.190	25.841	25.841	25.841

\* RESENDE, H. B.. Programa EVMODF. Desenvolvido na Embraer TEE/EAD. São José dos Campos. Versão atual setembro 93.

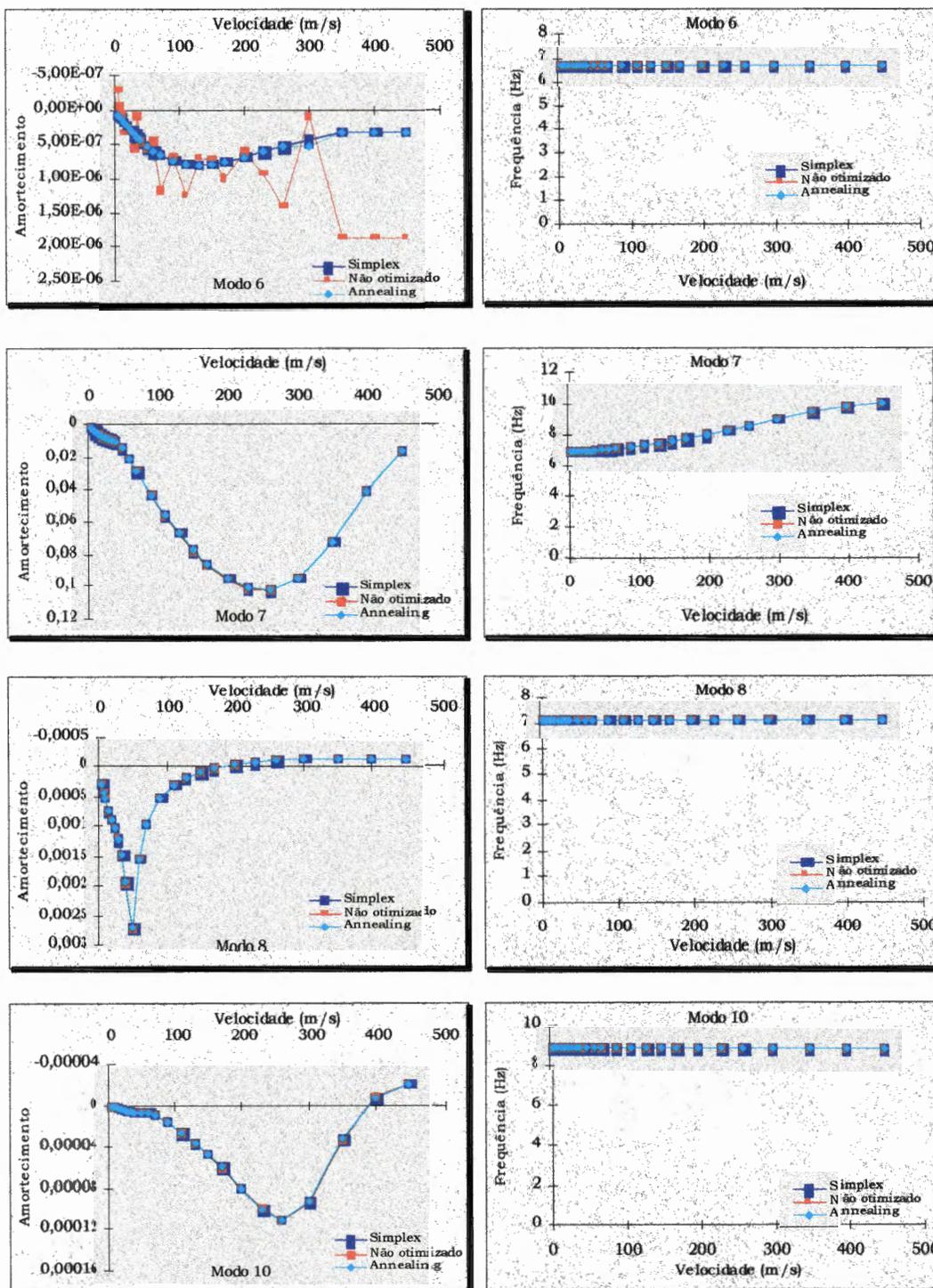


Figura 6.19 – Velocidades e frequências de flutter

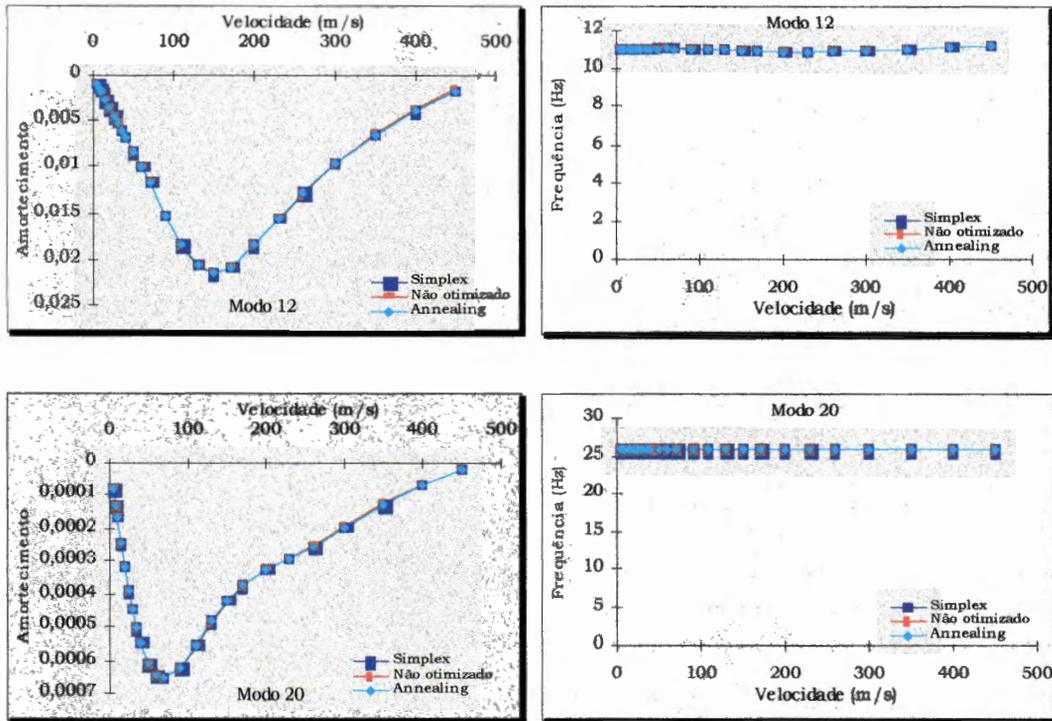
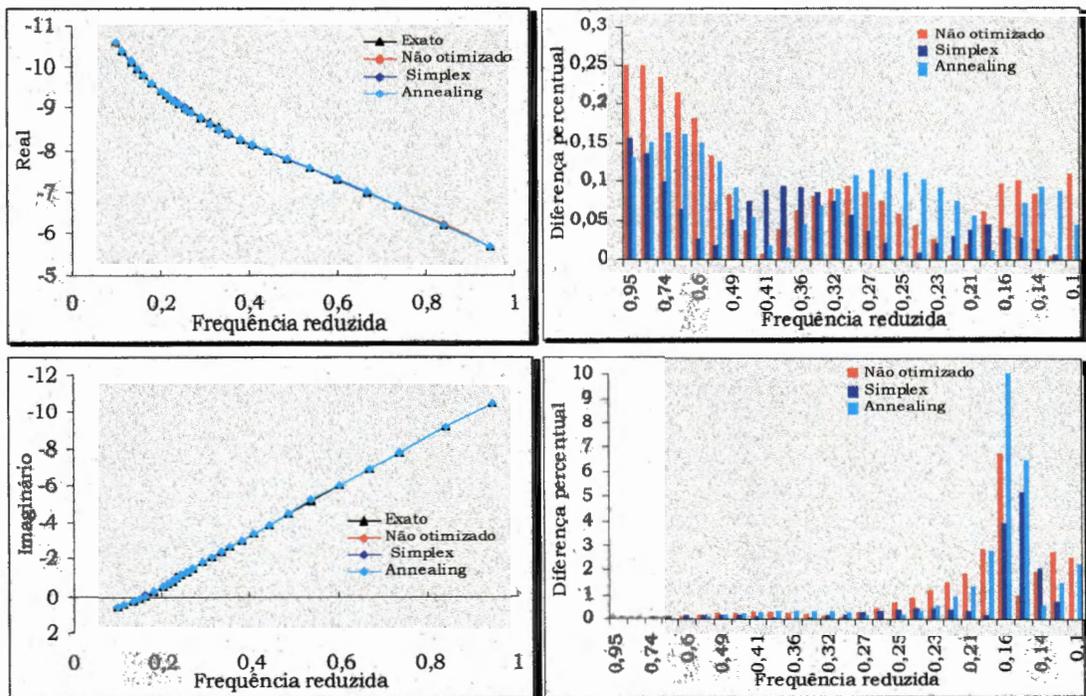


Figura 6.19 – Velocidades e frequências de flutter (continuação)

### 6.4. Aproximação da função racional

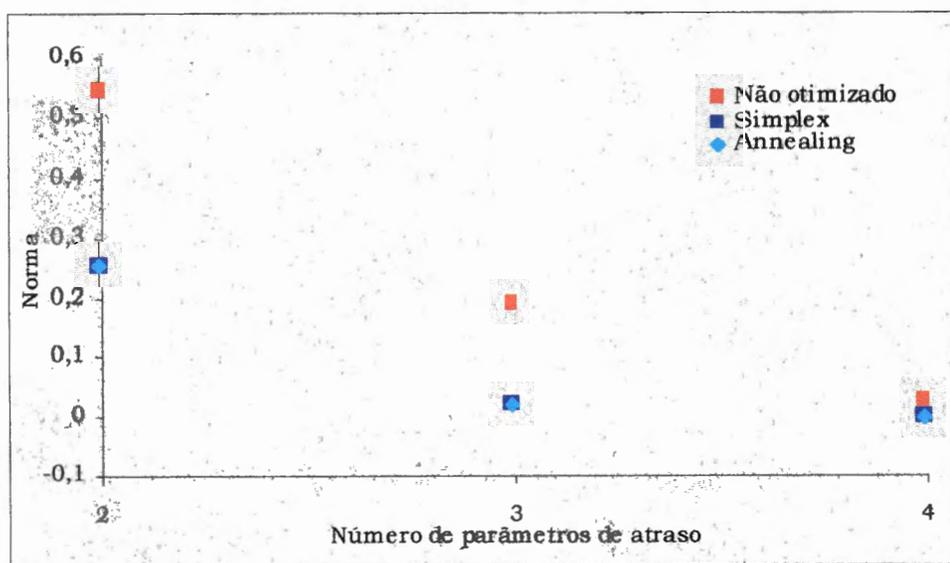
A qualidade da aproximação da função racional pode ser verificada através da matriz de coeficientes de influência aerodinâmico exato, obtida através da formulação de Theodorsen, em comparação à matriz de coeficientes de influência aerodinâmicos obtidos da aproximação por função racional, no caso, polinômios de Padé. Essa comparação é realizada para uma seção típica já descrita no Capítulo 6.

Os gráficos da Figura 6.20 mostram os ajustes das curvas dos métodos otimizados e não otimizado em relação ao exato. A comparação é demonstrada também em função do erro percentual existente entre os valores, mostrando que os valores otimizados, na maioria das vezes, aproximam-se mais do valor exato que o não otimizado.



**Figura 6.20 - Ajuste dos coeficientes de influência real e imaginário**

A qualidade da aproximação também pode ser avaliada em função do número de parâmetros de atraso utilizados. Esta análise é realizada para dois, três e quatro parâmetros de atraso em comparação com o erro de ajuste, i. é, o valor de norma atingida para cada caso, e demonstrada na Figura 6.21.



**Figura 6.21 - Ajuste da norma em relação ao número de parâmetros de atraso**

# CAPÍTULO 7

## CONCLUSÕES

- Os valores de parâmetros de atraso obtidos pelos métodos de otimização simplex e *annealing*, mostraram-se coerentes, uma vez que ambos os resultados convergiram para valores semelhantes. Estes resultados mostram que ambos os métodos atingiram a região de mínimo do sistema. Esta afirmação foi comprovada pelo levantamento da curva de erros.

- Os métodos simplex e *annealing* mostraram-se robustos quanto à aplicação quando da variação dos valores de parâmetros de atraso inicial. Para qualquer valor selecionado arbitrariamente os métodos convergiram para a região de ponto mínimo.

- O método simplex mostrou um comportamento muito mais rápido, eficaz e robusto em relação à simulação *annealing*. Isto foi comprovado pelo número de iterações necessário para o processo de otimização e pelo fato de convergir, em qualquer caso selecionado, para os mesmos valores finais.

- As evoluções aeroelásticas mostraram um comportamento sujeito a uma instabilidade numérica menor quando os parâmetros de atraso foram otimizados, em especial nos modos 2 e 6, apesar destes valores serem pequenos.

- A qualidade da aproximação do carregamento aerodinâmico foi avaliada quanto à otimização e número de parâmetros utilizados. Os resultados mostraram um melhor ajuste das curvas para os casos otimizados, aproximando-se mais ao valor exato. Verificou-se também quanto maior o número de parâmetros de atraso utilizados maior foi a qualidade da aproximação do carregamento aerodinâmico, como era esperado.

Baseado no que foi exposto e nas conclusões obtidas, podemos considerar como uma contribuição deste trabalho a implementação do método de otimização, que é o objetivo principal do trabalho.

Verificou-se que a introdução do processo de otimização, apesar de melhorar o ajuste das curvas, como dito acima, não mostrou uma diferença muito significativa no resultado final. Este fato pode estar relacionado ao fato da estrutura analisada ser pouco flexível e o efeito de otimização, neste caso, não mostrar-se significativo. Surge assim, uma proposta para trabalhos futuros que seria a utilização deste procedimento de otimização para uma estrutura com maior flexibilidade, onde os efeitos da otimização, supõem-se, poderão vir a serem mais significativos.

Uma outra proposta seria a inclusão de uma superfície de controle onde, a existência de um controle ativo, possa fazer diferença no resultado final, tornando mais significativa a influência dos parâmetros de atraso otimizados.

# BIBLIOGRAFIA

- ABEL, I.. An analytical technique for prediction the characteristics of a flexible wing equipped with an active flutter-suppression system and comparison with wind tunnel data. NASA TP - 1367, 1979.
- BISPLINGHOFF, R. L; ASHLEY, H.; HALFMAN, R. L.. *Aeroelasticity*. Addison-Wesley. Reading, Mass., 1955.
- DOWELL, E. H. et al.. *A modern course in aeroelasticity*. The Netherlands. Sijthoff & Nordhoff. Aiphen aan den Rijn. 1978.
- DUNN, H. J.. An analytical technique for approximating unsteady aerodynamics in the time domain. *NASA Technical Paper*. n. 1738, 1980.
- EDWARDS, J. W.. Unsteady aerodynamic modeling and active aeroelastic control. *NASA CR-148019*. Feb 1977.
- EVERSMAN, W.; TEWARI, A.. Consistent rational function approximation for unsteady aerodynamics. *Journal of Aircraft*. v. 29, n.9, p. 545-552, Set 1991a.

EVERSMAN, W.; TEWARI, A.. Modified exponential series approximation for the Theodorsen function. *Journal of Aircraft*. v. 28, n. 9, p. 553-557, Sep 1991b.

GARRICK, I. E.; REED, W. H., III. Historical development of aircraft flutter. *Journal of Aircraft*. v. 18, n. 11, p. 897-912, Nov 1981.

KARPEL, M.. Design for active and passive flutter suppression and gust alleviation. *NASA Contractor Report*. n. 3482, 1981.

KARPEL, M.. Design for active flutter suppression and gust alleviation using state-space aeroelastic modeling. *Journal of Aircraft*. v. 19, n. 3, p. 221-227, Mar 1982.

KARPEL, M.. Time domain aeroservoelastic modeling using weighted unsteady aerodynamics forces. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. v. 13, n. 1, p. 30-37, Jan-Feb 1990.

KARPEL, M.; TIFFANY, S. H.. Physically weighted approximations of unsteady aerodynamic forces using the minimum-state method. *NASA TP 3025*. Mar 1991.

KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D., JR.; VECCHI, M. P.. Optimization by simulated annealing. *Science*. v. 220, n. 4598, p. 671-680, May 1983.

LAARHOVEN, P. J. M., van; AARTS, E. H. L.. *Simulated annealing: theory and applications*, Kluwer Ac. Publ., Dordrecht, 1987 apud *A reconstruction algorithm based on simulated annealing*. <http://petaxp.rug.ac.be/~erik/research/research-part4.html>. 18 Mar 96.

- LUTON, J. A; MOOK, D. T.. Numerical simulations of flutter and its suppression by active control. *AIAA Journal*. v. 31, n. 12, p. 2312-2319, Dec 1993.
- METROPOLIS, N. et al.. Equation of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics*. v. 21, p. 1087-1092, 1953 apud *A reconstruction algorithm based on simulated annealing*. <http://petaxp.rug.ac.be/~erik/research/research-part4.html>. 18 Mar 96.
- MUKHOPADHYAY, V.; NEWSOM, J. R.; AND ABEL, I.. Reduced-Order Principal Feedback Control Law Synthesis for Flutter Suppression. *Journal of Guidance and Control*. v. 5, n. 4, p. 389-395, 1982 apud LUTON, J. A; MOOK, D. T.. Numerical simulations of flutter and its suppression by active control. *AIAA Journal*. v. 31, n. 12, p. 2312-2319, Dec 1993.
- NELDER, J. A.; MEAD, R.. A simplex method for function minimization. *The Computer Journal*. v. 7, n. 4, p. 308-313, 1965.
- NISSIM, E.. Flutter suppression using active controls based on the concept of aerodynamic energy. *NASA TN D-6199*. Mar 1971.
- NISSIM, E.; ABEL, I.. Development and application of an optimization procedure for flutter suppression using the aerodynamic energy concept. *NASA TP-1137*. 1978.
- NISSIM, E.. Reduction of aerodynamic augmented states in active flutter suppression systems. *Journal of Aircraft*. v. 28, n. 1, p. 82-93, Jan 1991.

PETERSON, L. D.; CRAWLEY, E. F.. Improved exponential time series approximation of unsteady aerodynamic operators. *Journal of Aircraft*. v. 25, n. 2, p. 121-127, Feb 1988.

ROGER, K. L., Airplane Math Modeling Methods for Active Control Design, AGARD-CP-228, p. 4.1-4.11, agosto 1977 apud SILVA, R. G. A. DA.. *Análise aeroelástica no espaço de estados aplicada a aeronaves de asa fixa*. São Carlos, 1994. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

SILVA, R. G. A. DA.. *Análise aeroelástica no espaço de estados aplicada a aeronaves de asa fixa*. São Carlos, 1994. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

THEODORSEN, T.. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter. *NACA REPORT N 496*. 1934.

TIFFANY, S. H.; ADAMS, W. M., JR.. Nonlinear programming extensions to rational function approximation methods for unsteady aerodynamics forces. *NASA Technical Paper*. n. 2776, July 1988.

TIFFANY, S. H.; KARPEL, M.. Application of aeroservoelastic modeling using minimum unsteady aerodynamics approximations. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. v. 14, n. 6, p. 1267-1276, Nov-Dec 1991.

VEPA, R.. Finite State Modeling of Aeroelastic Systems. *NASA CR - 2779*, Feb. 1977 apud LUTON, J. A; MOOK, D. T.. Numerical simulations of flutter and its suppression by active control. *AIAA Journal*. v. 31, n. 12, p. 2312-2319, Dec 1993.

ZAM, A. F. & BEAR, R. M.. A study of wing flutter. NACA REPORT 285, 1926 apud GARRICK, I. E.; REED, W. H., III. Historical development of aircraft flutter. *Journal of Aircraft*. v. 18, n. 11, p. 897-912, Nov 1981.

# APÊNDICE A

## Métodos de determinação de *flutter*

### A.1. Método *k*

Os autovalores de um sistema aeroelástico são calculados para cada um dos valores escolhidos de frequências reduzidas. Este método baseia-se na solução do problema de autovalor da equação abaixo:

$$[m_e] \{\ddot{\eta}_e(t)\} + [k_e] \{\eta_e(t)\} = \pi\rho\omega^2 b^4 [Q_{tot}^*(k)] \{\eta_e\} \quad (A.1)$$

Assumindo-se movimento harmônico simples, onde:

$$\eta_e(t) = \{\phi_{ae}\} e^{i\omega_{ae}t} \quad (A.2)$$

pode-se escrever a equação A.1 da seguinte maneira:

$$\left[ [m_e] \omega_{ae}^2 + [k_e] - \pi\rho\omega^2 b^4 [Q_{tot}^*(k)] \right] \{\phi_{ae}\} = 0 \quad (A.3)$$

Adotando-se uma simplificação considerando a frequência aeroelástica e a frequência de movimento simples como sendo iguais e representadas como  $\omega^2 = \lambda$ , a expressão A.3 fica igual a:

$$\left[ - \left( [m_e] + \pi \rho b^4 [Q_{tot}^*(k)] \right) \lambda + [k_e] \right] \{ \phi_{ac} \} = 0 \quad (A.4)$$

O sistema responderá na forma de um movimento harmônico simples, de acordo com a formulação da equação A.4, onde não existem os termos de amortecimento. Assume-se no entanto que o sistema tenha um amortecimento do tipo estrutural ( $g$ ) que tornaria possível a solução na forma harmônica, possuindo significado físico somente quando a parte real do autovalor anular-se, i.é,  $g = 0$ . Esta condição determina a velocidade onde pode ocorrer o *flutter* pois caracteriza uma condição de estabilidade neutra. Agora, pode-se associar esse amortecimento a um amortecimento real para um determinado modo estrutural.

O amortecimento tem a forma  $(1 + ig_0)$  e é multiplicado pela matriz de rigidez, ficando a equação A.5 igual a:

$$\left[ - \left( [m_e] + \pi \rho b^4 [Q_{tot}^*(k)] \right) \lambda + \left( [I] + i [G_0] \right) [k_e] \right] \{ \phi_{ac} \} = 0 \quad (A.5)$$

onde  $[G_0]$  é a matriz dos coeficientes de amortecimento modal e  $[I]$  é a matriz identidade, com autovalores resultantes da seguinte forma:

$$\lambda = - \frac{\omega^2}{1 + ig} = \lambda_r + i\lambda_i \quad (A.6)$$

Para valores pequenos de  $g$ , a frequência e o amortecimento modal são dados pelas relações abaixo, as quais são aproximadas.

$$\omega = \text{Im ag}(\sqrt{\lambda}) \quad (A.7)$$

$$g = 2 \frac{\text{Real}(\sqrt{\lambda})}{\text{Im ag}(\sqrt{\lambda})} \quad (\text{A.8})$$

Com estes valores é possível traçar os diagramas V-g-f onde a velocidade é obtida da expressão da frequência reduzida.

$$k = \frac{\omega b}{U_{\infty}} \quad (\text{A.9})$$

$$V = U_{\infty} = \frac{\omega b}{k} \quad (\text{A.10})$$

A vantagem deste método está na praticidade de implantação computacional e baixo custo. Por outro lado, a desvantagem está no fato de calcular a velocidade em função da frequência reduzida. Os valores de amortecimento na evolução modal não possuem significado físico, exceto na condição de estabilidade marginal (fronteira de *flutter*).

A matriz de coeficientes de influência é calculada para cada valor de frequência reduzida, integrada ao sistema aeroelástico e adicionada à matriz de massa do sistema de equações.

## A.2. Método *p-k*

Este método é uma forma mais realística de solução, com relação ao significado físico dos autovalores aeroelásticos, porém mais cara. O método consiste no cálculo dos autovalores correspondentes de cada modo para um determinado valor de velocidade ou pressão dinâmica.

Estima-se o valor de uma frequência reduzida para uma dada velocidade. Após, calcula-se a matriz de coeficientes de influência que é acrescentada às equações de movimento. Os autovalores do sistema aeroelástico são extraídos, obtendo-se um novo autovalor para o modo

investigado na velocidade determinada. Dessa maneira, pode-se obter uma nova estimativa de frequência reduzida. O processo é repetido até que satisfaça uma condição de convergência, i. é, a parte imaginária do autovalor investigado seja próxima à parte imaginária do autovalor do passo anterior.

Assim, a equação A.1 é reescrita considerando-se um amortecimento estrutural modal como segue:

$$\left[ \left( \frac{U_\infty}{b_{\text{ref}}} \right)^2 [m_e] p^2 + ([I] + i[G_0]) [k_e] - \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 [A_{\text{tot}}^*(k)] \right] \{\phi_{ae}\} = 0 \quad (\text{A.11})$$

onde:

$$p = \gamma k + ik \quad (\text{A.12})$$

O procedimento utilizado no método  $p$ - $k$  é um processo iterativo. A princípio são atribuídos como autovalores do sistema os valores de frequência natural de cada modo a ser investigado. Após escolher-se um conjunto de velocidades onde será traçado o diagrama V-g-f, calcula-se a estimativa inicial para o processo iterativo através da expressão:

$$p_{(nm,nv)}^m = \frac{i\omega_{nm} b_{\text{ref}}}{U_{\infty(nv)}} \quad (\text{A.13})$$

onde  $p_{(nm,nv)}^m$  é o autovalor e  $\omega_{nm}$  é a frequência natural do modo. Desde passo inicial obtém-se uma frequência reduzida para o cálculo da matriz aerodinâmica, montando-se o problema a ser resolvido, como representado na equação a seguir:

$$\left[ \left( \frac{U_\infty}{b_{\text{ref}}} \right)^2 [m_e] \tilde{p}^2 + ([I] + i[G_0]) [k_e] - \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 [A_{\text{tot}}^*(k)] \right] \{\phi_{ae}\} = 0 \quad (\text{A.14})$$

Os autovalores são dados pela expressão

$$P_{(nm,nv)}^{m+1} = \tilde{P}_{nm} \quad (\text{A.15})$$

Após a extração dos autovalores o procedimento é repetido até satisfazer a condição de convergência. Quando atinge-se a convergência, o último autovalor obtido no processo iterativo é assumido como sendo o valor convergido, obtendo-se a frequência e o amortecimento na velocidade e no modo investigado. O processo é repetido percorrendo todo o conjunto de velocidades escolhidas, fornecendo autovalores para cada velocidade.

A vantagem deste método está em que a evolução modal encontrada é a mais próxima da realidade, pois o amortecimento aeroelástico não é artificial como no método  $k$ . Outra vantagem é garantir o modo que realmente está encontrando o *flutter*. No método  $k$  isto não é assegurado.

Porém, a desvantagem deste método está no caráter iterativo da formulação, tornando-o computacionalmente mais caro.

### A.3. Método $p$

O método  $p$  consiste na solução do seguinte auto sistema:

$$\left[ \left( \frac{U_\infty}{b_{\text{ref}}} \right)^2 [m_e] p^2 + [k_e] - \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 [A_{ap}^*(p)] \right] \{\phi_{ae}\} = 0 \quad (\text{A.16})$$

A representação da matriz aerodinâmica  $[A_{ap}^*(p)]$  pode ser feita através de: 1) funções racionais aproximadas por polinômios de Padé; 2) funções racionais segundo Jones; 3) aproximações quasi-estacionárias (que desconsideram efeitos de atraso no modelo aerodinâmico).

A vantagem do método está na representação da evolução do amortecimento aeroelástico fisicamente correta, válido para aerodinâmica não estacionária em movimentos arbitrários.

O cálculo para obtenção dos autovalores é feito para cada um dos valores de velocidade de interesse, ou para condições do tipo número de Mach/pressão dinâmica.

Computacionalmente também é um método caro, pois os sistemas de equações envolvidos geralmente são de ordem elevada. Porém o emprego de muitos parâmetros de atraso leva a um sistema excessivamente aumentado, que pode proporcionar problemas de extração de autovalores. No entanto, a qualidade da solução depende da ordem do sistema e da confiabilidade do modelo aerodinâmico adotado. Quando uma função adequada é empregada para representar movimentos arbitrários, obtém-se amortecimentos fisicamente mais adequados que em outros métodos.



# APÊNDICE B

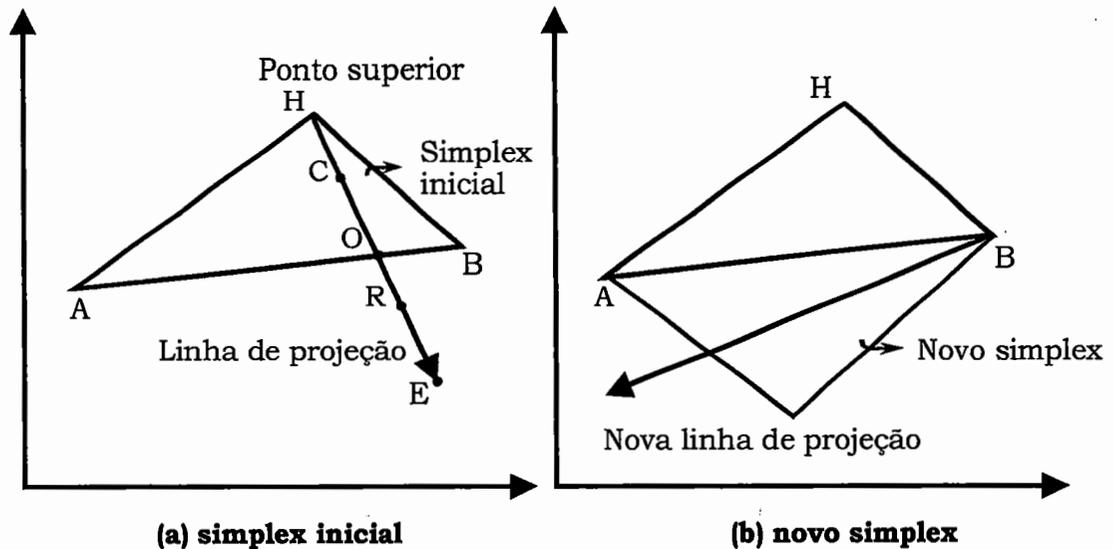
## Método simplex de Nelder & Mead

A descrição do algoritmo NELDER & MEAD começa com um simplex de pontos no espaço de projeto ( $\Delta ABH$ ), de acordo com a Figura B.1(a). Inicialmente é considerada a minimização de uma função de  $N$  variáveis, sem restrições, onde os valores de  $P_0, P_1, \dots, P_N$  são os  $(N+1)$  pontos no espaço  $N$ -dimensional que definem o simplex atual.

A função objetivo é avaliada em cada vértice do simplex e o ponto de maior valor é identificado, ponto (H) na Figura B.1, e está relacionado ao ponto  $P_h$ . A cada comparação dos valores da função objetivo o simplex é movido em direção a um ponto ótimo. Para cada ponto  $P_i$ , que são os  $(N+1)$  vértices do simplex, é calculado um valor de  $y_i$  que corresponde ao valor da função nesse ponto. Este valor da função é definido como  $y_h = \max_i(y_i)$  e  $y_l = \min_i(y_i)$ .

A linha de projeção do centróide (HO), é determinada e a função objetivo é avaliada nos pontos da projeção de acordo com as três operações básicas do método, i. é, reflexão (ponto R), expansão (ponto E) e contração (ponto C), como mostra a Figura B.1(a).

Em cada estágio do processo,  $P_h$  é substituído por um novo ponto. A função objetivo é novamente avaliada para cada ponto e um novo simplex é determinado, como mostra a Figura B.1(b).



**Figura B.1 - Projeção do algoritmo simplex**

A reflexão de  $P_h$  é denotada por  $P_R$  e as coordenadas definidas pela relação:

$$P_R = (1 + \alpha_s)\bar{P} - \alpha_s P_h \quad (\text{B.1})$$

onde  $\alpha_s$  - coeficiente de reflexão ( $\alpha_s > 0$ )

$\bar{P}$  - centróide de todos os pontos  $P_i$ , com exceção de  $i = h$ , e calculado pela expressão:

$$\bar{P} = \frac{1}{N} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq h}} P_i \quad (\text{B.2})$$

Se  $y_R$  estiver entre  $y_h$  e  $y_l$ , então o ponto  $P_h$  é substituído pelo valor de  $P_R$ , e novamente o simplex é recomeçado. Agora se  $y_R$  for menor do

que  $y_i$ , i. é, a reflexão realizada produziu um novo mínimo, então o ponto  $P_R$  é expandido para  $P_E$  pela seguinte expressão:

$$P_E = \gamma_s P_R + (1 - \gamma_s) \bar{P} \quad (\text{B.3})$$

onde  $\gamma_s$  - coeficiente de expansão  $(\gamma_s > 1)$

Se  $y_E$  for menor do que  $y_i$ , então  $P_h$  é substituído pelo valor de  $P_E$  e o processo é recommçado. No entanto, se  $y_E$  for maior do que  $y_i$ , então ocorreu uma falha na expansão, por isso o ponto  $P_h$  é substituído pelo valor de  $P_R$  antes de recommçar o processo.

Se na reflexão de  $P_h$  a  $P_R$  é observado que  $y_R$  é maior do que  $y_i$ , para todo  $i \neq h$ , i. é, ao substituir  $P_h$  por  $P_R$  o valor de  $y_R$  atingiu o valor máximo, então uma contração é realizada através da expressão:

$$P_C = \beta_s P_h + (1 - \beta_s) \bar{P} \quad (\text{B.4})$$

onde  $\beta_s$  - coeficiente de contração  $(0 < \beta_s < 1)$

Se  $y_C$  for menor do que  $y_h$ , então  $P_h$  é substituído pelo valor de  $P_C$  e o processo é recommçado. No entanto, se  $y_C$  for maior do que  $y_h$ , i. é, o ponto contraído for pior do que o melhor ponto obtido por  $P_h$  ou  $P_R$ , é sinal de que ocorreu uma falha na contração. Dessa maneira, todos os pontos  $P_i$  são substituídos por  $(P_i + P_j)/2$  e o processo então é recommçado.

Os coeficientes utilizados para as operações de reflexão, expansão e contração foram estudados por NELDER & MEAD(1965), chegando à conclusão de que os valores úteis para tais coeficientes são:

$\alpha_s = 1$ ,  $\gamma_s = 2$  e  $\beta_s = 0.5$ .

Como critério de finalização é utilizado um teste de convergência onde o processo iterativo termina se as condições abaixo forem atingidas.

$$\begin{aligned} & \text{ITER} > \text{ITMAX} \quad \text{ou} \\ & \text{TOL}_y = 2\text{ABS}(y_i - y_h) / (\text{ABS}(y_i) + \text{ABS}(y_h)) \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Todos os passos no processo de otimização estão representados no fluxograma esquemático da Figura B.2.

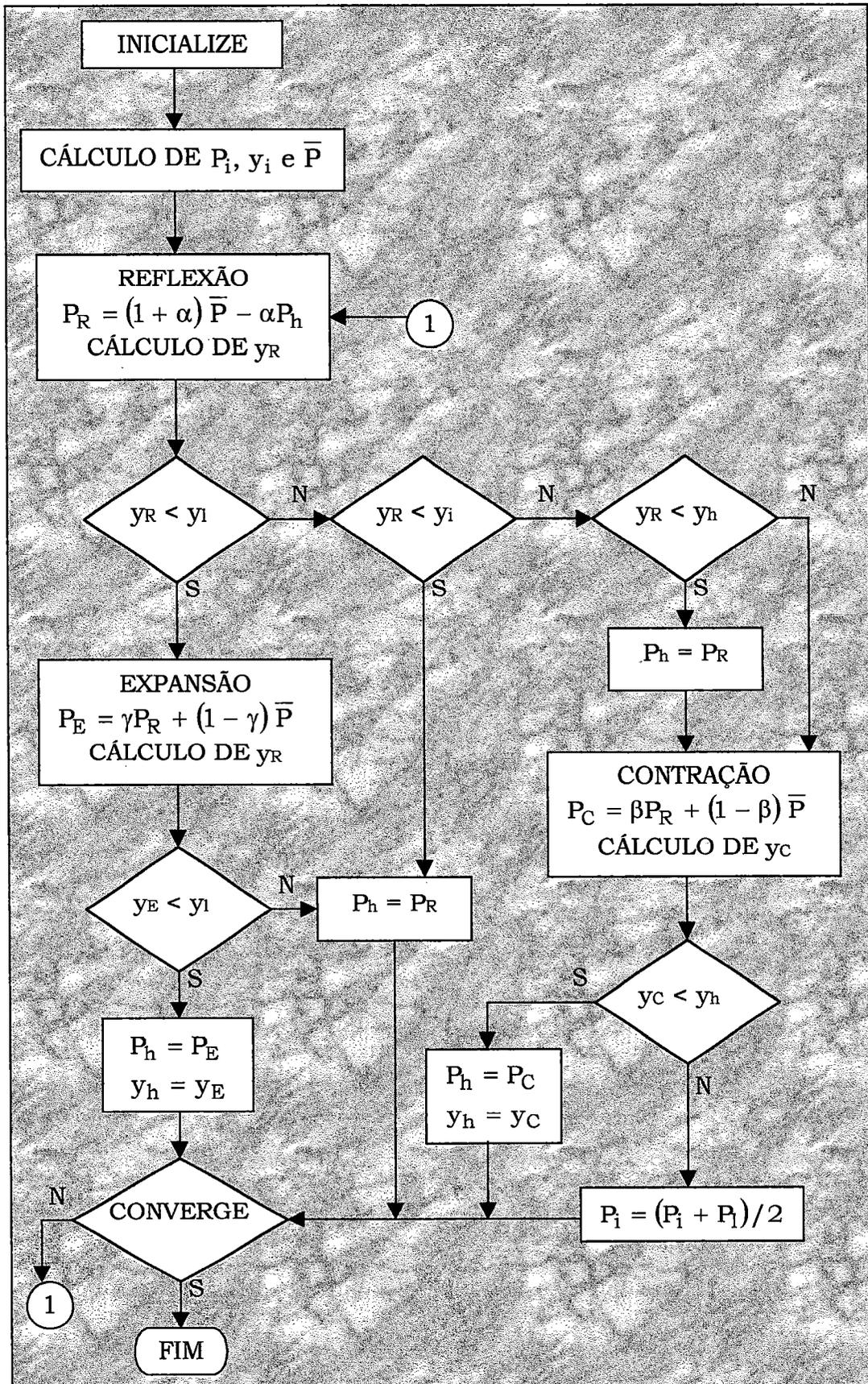


Figura B.2 - Fluxograma de otimização do método simplex