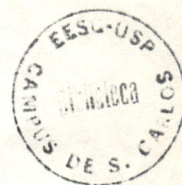


UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

ESTUDO DE REVISÃO, IMPLEMENTAÇÃO E
APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE PAINÉIS
EM AERODINÂMICA



ANDRÉ LUIZ MARTINS

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Fernando Martini Catalano

31100044819



DEDALUS - Acervo - EESC

São Carlos

1997

Class. TESC - EESC

Cutt. 3407

311 000 448 19

Tombo T0005198

SYS 942.856

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC-USP

M386e Martins, André Luiz
Estudo de revisão, implementação e aplicação de
métodos de painéis em aerodinâmica / André Luiz
Martins. -- São Carlos, 1997.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia
de São Carlos-Universidade de São Paulo, 1997.
Área: Engenharia Mecânica
Orientador: Prof. Dr. Fernando Martini Catalano

1. Aerodinâmica. 2. Métodos de painéis.
3. Métodos de elementos de contorno.
4. Aeronáutica. 5. Mecânica dos fluidos.
- I. Título.

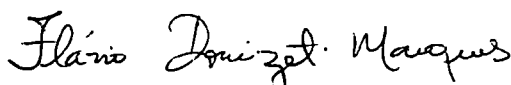
FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidato: Engenheiro **ANDRÉ LUIZ MARTINS**

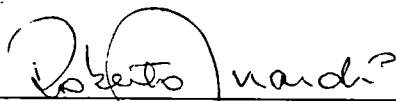
Dissertação defendida e aprovada em 09-10-1997
pela Comissão Julgadora:



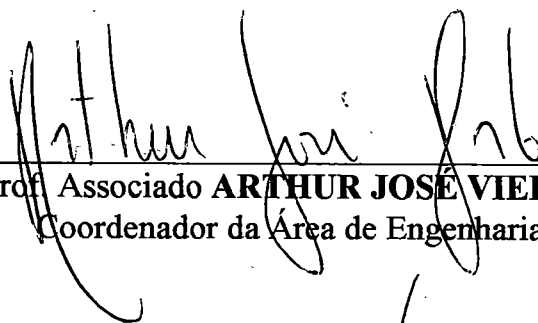
Prof. Doutor **FERNANDO MARTINI CATALANO (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)




Doutor **FLÁVIO DONIZETI MARQUES**
(Pesquisador/CNPq - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



Prof. Doutor **ROBERTO DA MOTA GIRARDI**
(Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA)



Prof. Associado **ARTHUR JOSÉ VIEIRA PORTO**
Coordenador da Área de Engenharia Mecânica



JOSÉ CARLOS A CINTRA
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

*Aos meus pais Celso e Vera,
meus primeiros orientadores, na escola da vida.*

Os teoremas mecânicos aparentemente mais simples são, na verdade, os de natureza real mais complexa. Estes são baseados em experiências incompletas, ou mesmo em experiências que jamais poderiam ser realizadas. Em vista da relativa estabilidade do meio em que vivemos, estes teoremas são seguros para servirem como uma base para a dedução matemática. No entanto, devemos ter em mente que eles não são, de maneira alguma, verdades estabelecidas, mas somente teoremas, que não apenas admitem o controle da experiência prática, mas na verdade o requerem constantemente.

Ernst Mach

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Fernando Martini Catalano, pela amizade e pelo constante apoio e disponibilidade na orientação deste trabalho.

Aos Professores e amigos Michael Maunsell e Paulo Greco Jr., pela constante disposição em ajudar, fosse na forma de material ou de aconselhamento paralelo.

A todos os colegas e funcionários do Laboratório de Aeronaves e do Departamento de Engenharia Mecânica da EESC/USP, pelo companheirismo diário e colaboração.

Ao Conselho Nacional de Pesquisa- CNPq, pela bolsa de estudo concedida.

Às Professoras Rosane Minghim e Cristina Ferreira Oliveira, do ICMSC, pela amizade e parceria nos estudos de Visualização Científica, cujos resultados contribuíram grandemente para este trabalho.

Aos amigos André Reynier e Marcelo Camargo, da EDRA Helicentro, pela colaboração no estudo de aplicação prática apresentado.

Ao Cap. Breno Moura Castro, do CTA, pela forte ajuda e por fornecer importante intercâmbio com um pesquisador da mesma área.

Ao Eng. Renato Silva Ribeiro, cuja orientação na EMBRAER forneceu os primeiros subsídios e motivações para a realização deste trabalho.

Finalmente, agradeço minha querida namorada e companheira Adriana Aguiar, pela sua constante presença, paciência e ajuda na realização deste trabalho, sempre acompanhados de muito carinho e compreensão.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	iii
LISTA DE TABELAS.....	ix
LISTA DE SÍMBOLOS.....	x
RESUMO.....	xiii
ABSTRACT.....	xiv
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 ESCOPO E OBJETIVOS DO TRABALHO.....	3
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	6
2.1 FUNDAMENTOS DO ESCOAMENTO POTENCIAL	6
2.1.1 <i>Representação do Potencial por Singularidades Superficiais.....</i>	<i>11</i>
2.2 CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS MÉTODOS DE PAINÉIS.....	19
2.3 APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE PAINÉIS EM CONFIGURAÇÕES AERONÁUTICAS.....	28
2.4 ORIGENS E EVOLUÇÃO DOS MÉTODOS DE PAINÉIS	33
2.4.1 <i>Primeira Geração: Métodos de Ordem Reduzida</i>	<i>34</i>
2.4.2 <i>Segunda Geração: Métodos de Ordem Elevada.....</i>	<i>37</i>
2.4.3 <i>Terceira Geração: Expansão da Utilização.....</i>	<i>39</i>
2.5 ASPECTOS PARTICULARES AOS MÉTODOS DE PAINÉIS	42
2.5.1 <i>Condições de Contorno</i>	<i>42</i>
2.5.1.1 <i>Condição de Neumann.....</i>	<i>43</i>
2.5.1.2 <i>Condição de Dirichlet</i>	<i>43</i>
2.5.2 <i>Formulação do Método</i>	<i>47</i>
2.5.2.1 <i>Categoria 1: Fontes Superficiais</i>	<i>48</i>
2.5.2.2 <i>Categoria 2: Dipólos Sob Condição de Dirichlet</i>	<i>53</i>
2.5.2.3 <i>Categoria 3: Dipólos Sob Condição de Neumann.....</i>	<i>55</i>
2.5.3 <i>Sofisticação da Discretização Geométrica e de Singularidades.</i>	<i>57</i>
2.5.4 <i>Condição de Kutta</i>	<i>61</i>
2.5.5 <i>Modelagem de Esteiras de Vorticidade</i>	<i>70</i>
2.5.6 <i>Escoamento ao Redor de Corpos de Forma Genérica.....</i>	<i>73</i>
2.5.7 <i>Escoamento ao Redor de Configurações Asa-Fuselagem.....</i>	<i>76</i>
2.5.8 <i>Cálculo de Forças de Sustentação e Arrasto Induzido</i>	<i>79</i>
2.5.8.1 <i>Métodos de Cálculo de Forças em Configurações Aeronáuticas.....</i>	<i>81</i>
2.5.9 <i>Correções para Compressibilidade e Viscosidade.</i>	<i>86</i>
2.5.10 <i>Eficiência Numérica</i>	<i>91</i>

2.6	APLICAÇÕES DE MÉTODOS DE PAINÉIS	94
2.6.1	<i>Aplicações na Indústria Aeronáutica</i>	94
2.6.2	<i>Aplicações em Pesquisa Aeronáutica</i>	96
2.6.3	<i>Aplicações Não Aeronáuticas</i>	99
2.6.4	<i>Considerações Sobre a Aplicabilidade dos Métodos de Painéis</i>	100
3	IMPLEMENTAÇÃO DE UM MÉTODO DE PAINÉIS	104
3.1	CARACTERÍSTICAS GERAIS DO MÉTODO IMPLEMENTADO.....	105
3.2	FILOSOFIA DE IMPLEMENTAÇÃO.....	117
4	VALIDAÇÃO DO MÉTODO IMPLEMENTADO	120
4.1	NATUREZA E DIVISÃO DOS TESTES DE VALIDAÇÃO.....	121
4.2	TESTES DE VALIDAÇÃO, CIRCULAÇÃO NULA.....	124
4.2.1	<i>Esfera</i>	124
4.2.2	<i>Elipsóide com três eixos de dimensões distintas</i>	128
4.2.3	<i>Elipsóide de Revolução</i>	132
4.2.4	<i>Conjunto Ogiva-Cilindro</i>	136
4.3	TESTES DE VALIDAÇÃO, CIRCULAÇÃO NÃO NULA.....	138
4.3.1	<i>Asa RAE Modelo Wing A, $t/c = 0.15$</i>	138
4.3.2	<i>Asa RAE Modelo Wing A, $t/c = 0.05$</i>	142
4.3.3	<i>Asa em Duplo Delta</i>	147
4.3.4	<i>Asas Anulares</i>	154
4.3.5	<i>Forças Sobre Asas Trapezoidal, Enflechada e Delta</i>	158
4.3.6	<i>Variação de Forças com o Refinamento da discretização</i>	163
4.3.7	<i>Variação de Forças com o Ângulo de Ataque α</i>	165
4.4	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DE VALIDAÇÃO	168
4.4.1	<i>Testes Com Circulação Nula</i>	168
4.4.2	<i>Testes Com Circulação Não Nula</i>	172
5	ESTUDO DE APLICAÇÃO: MODIFICAÇÃO DE UMA AERONAVE LEVE ANFÍBIA 179	
5.1	ESTUDO DA FUSELAGEM DA AERONAVE ORIGINAL.....	183
5.2	COMPARAÇÃO ENTRE AS FUSELAGENS ORIGINAL E MODIFICADA.....	191
5.3	ESTUDO DAS CONFIGURAÇÕES ASA-FUSELAGEM.....	197
5.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O ESTUDO DE APLICAÇÃO	209
6	CONCLUSÃO	210
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	214

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Organização da dissertação.	5
FIGURA 2 - Corpo em escoamento potencial	14
FIGURA 3 - Elemento quadrilateral de superfície, com μ constante.....	18
FIGURA 4 - Discretização da superfície de um corpo: (A) superfície real;.....	21
FIGURA 5 - Ponto de controle e versor normal sobre um painel quadrilateral.....	24
FIGURA 6 - Escoamento idealizado em torno de um aerofólio típico.	30
FIGURA 7 - Modelo de esteira para de dipólos/vórtices para uma asa.	31
FIGURA 8 - Vórtice equivalente no bordo de fuga.....	49
FIGURA 9 - Superfície com painéis de dipólos internos.....	50
FIGURA 10 - Escoamento interno, comparação em C_p ,.....	61
FIGURA 11 - Condição de Kutta (HESS, 1975): (a) Escoamento sem circulação. ..	62
FIGURA 12 - Esteira na direção da reta bissectora do bordo de fuga.....	64
FIGURA 13 - Condição de Kutta, Tipo 1. Região do bordo de fuga.....	65
FIGURA 14 - Condição de Kutta, Tipo 2. Região do bordo de fuga.....	67
FIGURA 15 - Comparação de formas da condição de Kutta (HESS, 1990).....	69
FIGURA 16 - Relaxamento de esteira.....	72
FIGURA 17 - Representação de configuração asa-fuselagem (TINOCO et al, 1985).	78
FIGURA 18 - Superfície sustentadora num volume de controle.....	82
FIGURA 19 - Técnica de MORTARA & MAUGHMER (1993) aplicada a uma asa enflechada num Método de Malhas de Vórtices (MARTINS, 1993):.....	85
FIGURA 20 - Elementos de uma esteira de dipólos, associada a uma asa genérica.	109
FIGURA 21 - Geometria e singularidades para os Modelos A1 e A2, numa.....	110
FIGURA 22 - Formato da função τ utilizada para os Modelos A2 e A3,	111
FIGURA 23 - Geometria e singularidades para o Modelos A3, numa.....	112
FIGURA 24 - Projeção do bordo de fuga na direção de U_∞ (MARTINS, 1993).....	114
FIGURA 25 - Características gerais do método implementado.....	116

FIGURA 26 - Acoplamento entre o programa principal e um programa de interface, para o caso particular de análise de configurações aeronáuticas.	118
FIGURA 27 - Geometria típica da região de um bordo de fuga de espessura finita, Modelos A1 e A2.	123
FIGURA 28 - Geometria típica da região de um bordo de fuga de espessura finita, Modelo A3.	124
FIGURA 29 - Lugar geométrico de um ponto p na esfera.	125
FIGURA 30 - Esfera em duas discretizações de painéis.	126
FIGURA 31 - Razão v/U_∞ sobre esfera, Modelo A, discretizações de	127
FIGURA 32 - Razão v/U_∞ sobre esfera, Modelo B, $\eta = \{0.0, 0.5, 1.0\}$,	127
FIGURA 33 - Razão v/U_∞ sobre esfera, Modelo B, $\eta = \{0.0, 1.0\}$,	128
FIGURA 34 - Elipsóide de três eixos distintos, duas discretizações.	129
FIGURA 35 - Razão v/U_∞ sobre elipsóide de semi-eixos $a:b:c = 2:1:0.5$	130
FIGURA 36 - Razão v/U_∞ sobre elipsóide de semi-eixos $a:b:c = 2:1:0.5$	130
FIGURA 37 - Razão v/U_∞ sobre elipsóide de semi-eixos $a:b:c = 2:1:0.5$	131
FIGURA 38 - Razão v/U_∞ sobre elipsóide de semi-eixos $a:b:c = 2:1:0.5$	131
FIGURA 39 - Elipsóide de revolução, $(2a)/(2b) = 5$, discretização em 30×9 painéis.	132
FIGURA 40 - Razão v/U_∞ sobre elipsóide de revolução com $(2a)/(2b) = 5$, $\alpha = 0^\circ$, Modelo A.	133
FIGURA 41 - Razão v/U_∞ sobre elipsóide de revolução com $(2a)/(2b) = 5$, $\alpha = 0^\circ$	133
FIGURA 42 - Razão v/U_∞ sobre elipsóide de revolução com $(2a)/(2b) = 5$, $\alpha = 30^\circ$, Modelo A.	134
FIGURA 43 - Razão v/U_∞ sobre elipsóide de revolução com $(2a)/(2b) = 5$, $\alpha = 30^\circ$	134
FIGURA 44 - Razão v/U_∞ sobre elipsóide de revolução com $(2a)/(2b) = 5$, $\alpha = 30^\circ$	135
FIGURA 45 - Razão v/U_∞ sobre elipsóide de revolução com $(2a)/(2b) = 5$, $\alpha = 30^\circ$	135
FIGURA 46 - Conjunto Ogiva-Cilindro, discretização em painéis.	136

FIGURA 47 - Distribuição longitudinal de coeficiente de pressão C_p , conjunto	137
FIGURA 48 - Asa Wing A, geometria da forma em planta (semi-asa).	139
FIGURA 49 - Asa Wing A, duas discretizações em painéis.....	139
FIGURA 50 - Distribuição de C_p , asa Wing A, $t/c = 0.15$, $y/(b/2) = 0.549$, $\alpha = 0^\circ$.	140
FIGURA 51 - Distribuição de C_p , asa Wing A, $t/c = 0.15$, $y/(b/2) = 0.549$, $\alpha = 5^\circ$.	140
FIGURA 52 - Distribuição de C_p , asa Wing A, $t/c = 0.15$, $y/(b/2) = 0.549$, $\alpha = 5^\circ$.	141
FIGURA 53 - Distribuição de circulação, asa Wing A, $t/c = 0.15$	141
FIGURA 54 - Comparação entre as formas dos aerofólios NACA 0015 e 0005.	142
FIGURA 55 - Distribuição de C_p , asa Wing A, $t/c = 0.05$, $y/(b/2) = 0.549$, $\alpha = 5^\circ$, discretização em 30x12 painéis.	143
FIGURA 56 - Distribuição de C_p , asa Wing A, $t/c = 0.05$, $y/(b/2) = 0.549$, $\alpha = 5^\circ$, discretização em 60x12 painéis.	143
FIGURA 57 - Distribuição de V_y/U_∞ , asa Wing A, $t/c = 0.05$, $y/(b/2) = 0.549$, $\alpha = 5^\circ$, discretização em 30x12 painéis.	144
FIGURA 58 - Distribuição de V_y/U_∞ , asa Wing A, $t/c = 0.05$, $y/(b/2) = 0.549$, $\alpha = 5^\circ$, discretização em 60x12 painéis.	144
FIGURA 59 - Distribuição de C_p sobre asa Wing A, $t/c = 0.05$. Comparação qualitativa entre o Modelo A1 (cruzes) e SYSTMA et al, 1978 (linha cheia).	145
FIGURA 60 - Mapa de cores para a distribuição de C_p e linhas de corrente superficiais sobre a asa Wing A, $t/c = 0.05$, Modelo A3.	146
FIGURA 61 - Asa em duplo delta, geometria da forma em planta (semi-asa).....	148
FIGURA 62 - Asa em duplo delta, duas discretizações em painéis.	148
FIGURA 63 - Asa em duplo delta, discretização em 60x36 painéis, vista em perspectiva (semi-asa).	149
FIGURA 64 - Distribuição de C_p ao longo da corda, asa em duplo delta, posição $y/(b/2) = 0.219$, discretização em 30x12 painéis.	149
FIGURA 65 - Distribuição de C_p ao longo da corda, asa em duplo delta, posição $y/(b/2) = 0.219$, discretização em 60x12 painéis.	150
FIGURA 66 - Distribuição de C_p ao longo da corda, asa em duplo delta, posição $y/(b/2) = 0.280$, discretização em 30x12 painéis.	150
FIGURA 67 - Distribuição de C_p ao longo da corda, asa em duplo delta, posição $y/(b/2) = 0.280$, discretização em 60x12 painéis.	151

FIGURA 68 - Distribuição de V_y/U_∞ ao longo da corda, asa em duplo delta, posição $y/(b/2) = 0.219$, Modelo A3.....	151
FIGURA 69 - Distribuição de V_y/U_∞ ao longo da corda, asa em duplo delta, posição $y/(b/2) = 0.280$, Modelo A3.....	152
FIGURA 70 - Distribuição de circulação Γ na semi-envergadura, asa em duplo delta.	152
FIGURA 71 - Distribuição de C_p sobre asa em duplo delta. Comparação qualitativa entre o Modelo A1 (cruzes, 60x12 painéis) e SYSTMA et al, 1978 (linha cheia).....	153
FIGURA 72 - Comparação entre as distribuições de pressão e linhas de corrente superficiais na face superior da asa ($Z>0$) com as discretização de 60x12 e 60x36 painéis, Modelo A3.	154
FIGURA 73 - Geometria da asa anular.	155
FIGURA 74 - Geometria de painéis para duas asas anulares, em duas discretizações.	155
FIGURA 75 - Valores de C_p ao longo da corda, asa anular com $C/De = 1.0$,.....	156
FIGURA 76 - Valores de C_p ao longo da corda, asa anular com $C/De = 1.0$,.....	157
FIGURA 77 - Valores de C_p ao longo da corda, asa anular com $C/De = 3.0$,.....	157
FIGURA 78 - Valores de C_p ao longo da corda, asa anular com $C/De = 3.0$,.....	158
FIGURA 79 - Geometria da forma em planta (plano XY) das asas trapezoidal, enflechada e delta.....	159
FIGURA 80 - Comparação entre os aerofólios de Van de Vooren com $t/c = 0.12$ e NACA 0012.....	159
FIGURA 81 - Asas trapezoidal, enflechada e delta, discretização em 40x12 painéis (semi-asas).....	160
FIGURA 82 - Variação percentual da derivada $dC_L/d\alpha$ com relação à teoria de superfície sustentadora.....	162
FIGURA 83 - Variação percentual do coeficiente de Oswald e com relação à teoria de superfície sustentadora. Avaliação no plano de Trefftz.	162
FIGURA 84 - Variação percentual do coeficiente de Oswald e com relação à teoria de superfície sustentadora. Avaliação por integração de pressões.	163

FIGURA 85 - Valores da derivada $dC_L/d\alpha$, asa enflechada, Modelo A1, várias discretizações de refinamento crescente.	164
FIGURA 86 - Valores do coeficiente de Oswald e , asa enflechada, Modelo A1, várias discretizações de refinamento crescente. Avaliação no plano de Trefftz.	164
FIGURA 87 - Valores do coeficiente de Oswald e , asa enflechada, Modelo A1, várias discretizações de refinamento crescente. Avaliação por integração de pressões.	165
FIGURA 88 - Valores da derivada $dC_L/d\alpha$, asa enflechada, Modelo A1, ângulos de ataque no intervalo $0^\circ < \alpha < 10^\circ$	166
FIGURA 89 - Valores do coeficiente de Oswald e , asa enflechada, Modelo A1, ângulos de ataque no intervalo $0^\circ < \alpha < 10^\circ$	166
FIGURA 90 - Coeficiente de sustentação C_L em função do ângulo de ataque α , Modelo A1.	167
FIGURA 91 - Coeficiente de arrasto induzido C_{Di} em função de C_L , Modelo A1. .	167
FIGURA 92 - Aeronave original "Petrel". Representação em três vistas	181
FIGURA 93- Aeronave modificada "Paturi". Representação em três vistas.....	182
FIGURA 94 - Geometria discretizada para a fuselagem da aeronave original.....	186
FIGURA 95 - Configuração dos painéis internos e esteiras de vorticidade, fuselagem original.	186
FIGURA 96 - Curvas $C_L \times \alpha$ para a fuselagem original,.....	187
FIGURA 97 - Curvas $C_M \times \alpha$ para a fuselagem original,.....	188
FIGURA 98 - Curvas $C_M \times C_L$ para a fuselagem original,	188
FIGURA 100 - Comparação entre as discretizações de painéis para as fuselagens.	191
FIGURA 101 - Curvas $C_L \times \alpha$ estimadas, fuselagens original e modificada.	192
FIGURA 102 - Curvas $C_M \times \alpha$ estimadas, fuselagens original e modificada.....	193
FIGURA 103 - Curvas $C_M \times C_L$ estimadas, fuselagens original e modificada.	193
FIGURA 104 - Comparação entre os perfis das fuselagens original e modificada, com as posições dos centros aerodinâmicos indicadas. Distribuições de v/U_∞ , painéis adjacentes ao plano XZ.	194
FIGURA 105 - Mapas de cores para as distribuições de C_p sobre as fuselagens original e modificada, com linhas de corrente superficiais estimadas.....	195

FIGURA 106 - Modelos de painéis para os conjuntos asa-fuselagem, aeronaves original e modificada.	198
FIGURA 107 - Extensão interna do sistema de painéis de dipólos e esteiras, a partir da junção asa-fuselagem. Vista interna (metade com relação ao plano XZ). ..	200
FIGURA 108 - Curvas $C_L \times \alpha$, configurações asa-fuselagem original e modificada.	202
FIGURA 109 - Curvas $C_M \times C_L$, configurações asa-fuselagem original e modificada (momento com relação à origem do sistema de coordenadas).	202
FIGURA 110 - Distribuições adimensionais de sustentação, asas da aeronave original.	203
FIGURA 111 - Distribuições adimensionais de sustentação,	203
FIGURA 112 - Distribuições de C_p na parte superior da fuselagem da aeronave original, isolada e na presença das asas (valores para os painéis adjacentes a XZ).	204
FIGURA 113 - Distribuições de C_p na parte superior da fuselagem da aeronave modificada, isolada e na presença das asas (valores para os painéis adjacentes a XZ).	204
FIGURA 114 - Mapa de cores para a distribuição de C_p sobre o conjunto asa-fuselagem da aeronave original, com linhas de corrente superficiais estimadas	205
FIGURA 115 - Mapa de cores para a distribuição de C_p sobre o conjunto asa-fuselagem da aeronave modificada, com linhas de corrente superficiais estimadas	206

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - métodos de painéis e características (KATZ & PLOTKIN, 1991).	41
TABELA 2 - Categorias de formulações de métodos de painéis.....	48
TABELA 3 - Comparação entre métodos de painéis de ordens elevada e reduzida (KATZ & PLOTKIN, 1991)	60
TABELA 4 - Valores comparativos de $dC_L/d\alpha$ (em 1/rad) para as três asas.	161
TABELA 5 - Valores comparativos de e para as três asas, calculados por integração no plano de Trefftz.....	161
TABELA 6 - Valores comparativos de e para as três asas, calculados por integração de pressões superficiais.	161
TABELA 7 - Valores de η para resultados satisfatórios com o Modelo B.	169
TABELA 8 - Valores estimados de dC_M/dC_L e X_{ac} , duas versões da fuselagem....	194

LISTA DE SÍMBOLOS

a	velocidade do som, (m/s).
g	aceleração da gravidade, = 9.81 m/s^2 .
p	pressão estática (N/m^2).
ρ	densidade do fluido (kg/m^3).
ν	viscosidade cinemática do fluido (m^2/s).
Re	número de Reynolds, = $U_\infty C_{ref}/\nu$.
M	número de Mach, = U_∞/a
X, Y, Z	eixos coordenados cartesianos.
x, y, z	coordenadas cartesianas.
r, θ, φ	coordenadas esféricas.
∇	operador nabla.
Φ	potencial de velocidade.
\vec{V}, \mathbf{V}	velocidade.
V_x, V_y, V_z	componentes cartesianas do vetor velocidade.
\vec{U}_∞	velocidade do escoamento livre.
ϕ	potencial (de velocidade) de perturbação.
u, v, w	componentes cartesianas da velocidade de perturbação.
V_N	componente de velocidade normal à superfície.
\vec{r}	vetor posição.
r	distância, posição (m).
c, C	corda local.
S	área superficial
\hat{n}, \mathbf{n}	versor normal à superfície.
σ	intensidade local da distribuição de fontes.
μ	intensidade local da distribuição de dipólos.
$\vec{\gamma}$	vetor vorticidade.
ξ	intensidade de vorticidade, = $ \vec{\gamma} $.
Γ	intensidade de circulação (m^2/s^2).

\bar{F}	força resultante.
F_x, F_y, F_z	componentes cartesianas da força resultante (N).
D	componente de força de arrasto (N).
D_i	componente de arrasto induzido (N).
L	componente de força de sustentação (N).
\bar{M}	momento resultante (Nm).
M_x, M_y, M_z	componentes cartesianas do momento resultante (Nm).
C_p	coeficiente de pressão, $= \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2}$
C_L	coeficiente de sustentação, $= L / \left(\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S_{ref} \right)$
C_{D_i}	coeficiente de arrasto induzido $= D_i / \left(\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S_{ref} \right)$
C_M	coeficiente de momento ao redor do eixo Y, $= M_y / \left(\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S_{ref} C_{ref} \right)$.
b	envergadura da asa (m)
C_t	corda na ponta da asa (m).
C_r	corda na raiz da asa (m).
A	alongamento da asa, $= b^2/S$.
e	coeficiente de eficiência de Oswald.
N	número total de painéis.
t/c	espessura máxima relativa do aerofólio.
x/c	coordenada relativa ao longo da corda do aerofólio.
τ	coeficiente de proporcionalidade para μ , ao longo da corda.
a, b, c	semi eixos do elipsóide nas direções cartesianas (m).
α	ângulo de ataque com relação a X (graus).
δ	distância do ponto de Kutta ao bordo de fuga (m).
η	coeficiente de controle da intensidade de fontes ($0 < \eta < 1$).

SUBSCRITOS

∞	do escoamento livre.
ref	de referência.
i, j	índices.
BF	do bordo de fuga.
W	da esteira.
F	de fontes.
D	de dipólos.
1	unitário.
U	superior
L	inferior.
ac	do centro aerodinâmico.
N	normal.

RESUMO

MARTINS, A. L. (1997). *Estudo de revisão, implementação e aplicação de métodos de painéis em aerodinâmica*. São Carlos, 1997. 224p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Realizou-se um estudo sobre a utilização de métodos de painéis em aerodinâmica. Esses métodos numéricos são utilizados para estimar características do escoamento potencial, de fluidos ideais, ao redor de corpos de geometria arbitrária, tendo sido utilizados em inúmeras aplicações na indústria aeronáutica e em pesquisa, ao longo das últimas três décadas. Limitando-se a escoamentos tridimensionais, subsônicos e estacionários, a proposta central deste trabalho é estudar o assunto em três etapas distintas, porém interligadas: uma revisão bibliográfica extensa, a implementação de um método de painéis na forma de programas de computador e, por fim, sua aplicação a um estudo de caso prático, de avaliação de modificações aerodinâmicas introduzidas numa aeronave leve. Essa divisão em três etapas distintas permitiu uma visão geral e unificada do tema, tanto do ponto de vista teórico quanto da utilização em aplicações reais. Os testes e o estudo de caso realizados delinearão nitidamente as capacidades inerentes dos métodos de painéis, estabelecendo diversos paralelos e alguns contrastes com as observações de outros autores, revisados na bibliografia.

Palavras-Chave: aerodinâmica; métodos de painéis, métodos de elementos de contorno; aeronáutica; mecânica dos fluidos.

ABSTRACT

MARTINS, A. L. (1997). *Review, implementation and application study of panel methods in aerodynamics*. São Carlos, 1997. 224p. M.S. Thesis. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

A study was performed on the utilization of panel methods in aerodynamics. Those numerical methods are used to estimate characteristics of the potential flow of ideal fluids, around bodies of arbitrary geometry, which have been used in a large number of applications in the aeronautical industry and research community, for the last three decades. Limited to the scope of subsonic, steady three-dimensional flows, the main proposal of this work is to study the subject along three distinct but related phases: an extensive bibliographic review, the implementation of a panel method in the form of computer programs and its final application in a real case study, that is, the evaluation of aerodynamic modifications introduced in the layout of a light aircraft. This three-phase pattern allowed an unified vision of the subject, from both theoretical and practical points of view. The tests and the case study performed clearly defined the inherent capabilities of panel methods, establishing several connections and some contrasts in relation to other authors' reviewed observations.

Keywords: aerodynamics; panel methods; boundary element methods; aeronautics; fluid mechanics.

1 INTRODUÇÃO

A natureza do movimento dos fluidos, na maioria das situações, é intangível aos sentidos naturais do ser humano. A simples observação casual é capaz de nos fornecer apenas indicações indiretas, mas ainda assim permite perceber a complexidade dos fenômenos envolvidos. Por isso, o estudo da Mecânica dos Fluidos sempre envolveu, desde seus primórdios, o desafio de procurar “ver o invisível”, tanto do ponto de vista teórico quanto experimental.

Esforços no sentido de obter previsões teóricas exatas sobre escoamentos de fluidos sempre foram estimulados pela elegância das formulações obtidas por Euler e D’Alambert (ANDERSON, 1985). No entanto, a complexidade real dos escoamentos sempre surpreendeu e frustrou os esforços de muitos estudiosos. Essas dificuldades acabaram por ser confirmadas com a expressão completa das equações de movimento de Navier-Stokes, obtida na primeira metade do século XIX.

Os grandes avanços da engenharia neste século trouxeram o estudo da Mecânica dos Fluidos à realidade da necessidade prática. Em especial, o advento da aeronáutica e da Aerodinâmica passaram a impor novos desafios, com muitos problemas que demandariam soluções eficientes. Assim, várias formas de aproximação teórica (THWAITES, 1960) passaram a tornar-se úteis, mesmo que inexatas, uma vez que estabeleceu-se uma associação complementar entre métodos teóricos e experimentais. Este tipo de abordagem permitiu o grande desenvolvimento da aviação como meio de transporte viável e eficiente.

O desenvolvimento de computadores digitais de alta velocidade, nas últimas três décadas, abriu a possibilidade, pelo menos hipotética, de solucionar as equações completas de movimento de um fluido através de métodos numéricos. No entanto, mesmo trabalhos recentes tais como o de HOLST et al (1990) indicam que, para aplicações aerodinâmicas práticas, a solução das equações de Navier-Stokes impõe dificuldades de ordem prática, ainda por serem resolvidas no futuro. Embora esta seja uma importante e imprescindível frente de pesquisa, as necessidades da indústria e da pesquisa aplicada em aerodinâmica colocam desafios que demandam soluções mais rápidas e eficientes.

Este tipo de necessidade levou à elaboração de métodos numéricos intermediários, cuja capacidade se localiza entre a solução das equações completas de Navier-Stokes e as aproximações simplificadas utilizadas antes da existência de computadores digitais. Estes métodos, embora ainda submetidos a hipóteses restritivas, aumentaram grandemente a generalidade das aplicações e a complementação dos métodos experimentais. JAMESON (1983) apresentou uma revisão sobre as possíveis aproximações intermediárias desse tipo.

O estudo deste trabalho refere-se um dos primeiros destes métodos numéricos intermediários, que parte das hipóteses do escoamento potencial incompressível. Implementado e utilizado pela primeira vez em meados da década de 1950, este tipo de método foi desenvolvido em diversas formas e variações ao longo das três últimas décadas. Foi utilizado com sucesso em inúmeras aplicações industriais e de pesquisa, a maioria delas em aerodinâmica e em aeronáutica. Esta técnica tornou-se conhecida pelo nome genérico de *método de painéis*.

Métodos de painéis possuem a capacidade inerente de prever velocidades e forças atuantes sobre corpos de geometria qualquer, imersos em escoamentos ideais (inviscosos e incompressíveis). Estas hipóteses podem ser satisfatórias para vários tipos de escoamentos reais, para os quais o número de Reynolds esteja acima de um certo limite mínimo e as camadas limite envolvidas não apresentem separação ou espessamento apreciável. Este tipo de condição é bastante freqüente em aplicações aeronáuticas, as quais muitas vezes também aceitam correções para efeitos de compressibilidade e viscosidade.

Apesar de serem considerados por alguns como uma técnica "antiga", os métodos de painéis são amplamente utilizados até os dias de hoje, nos mais variados tipos de aplicação. Mesmo com o surgimento recente de métodos mais avançados, com hipóteses mais abrangentes, o baixo custo, a flexibilidade e a exatidão relativa dos métodos de painéis os torna a escolha mais adequada para muitas aplicações aeronáuticas, sob escoamentos subsônicos e subcríticos. Dessa forma, a técnica tem encontrado utilidade no projeto aerodinâmico de novas aeronaves, modificações e também pesquisas sobre propostas inovadoras. Recentemente, estes métodos também têm apresentado potencial para outros tipos de aplicação, tal como veículos terrestres e marítimos.

Todos estes fatores definem a importância e a atualidade dos métodos de painéis, justificando este estudo na área.

1.1 Escopo e Objetivos do Trabalho

Embora tenha-se conhecimento de que os métodos de painéis foram amplamente estudados por vários pesquisadores, uma revisão inicial da bibliografia não foi capaz de identificar um trabalho que reunisse as diversas propostas existentes na área, com clareza e detalhamento, numa única revisão bibliográfica. Considerou-se também que um trabalho desse tipo se beneficiaria de estudos práticos paralelos, que pudessem ser diretamente correlacionados com as tendências observadas na revisão.

Estas possibilidades formaram as principais motivações deste trabalho. Assim, considerou-se que sua maior contribuição seria justamente a realização simultânea de uma revisão bibliográfica, a implementação de um método de painéis e sua aplicação a um estudo de caso prático. A realização das três etapas sob um ponto de vista unificado permitiria conclusões mais abrangentes.

Por outro lado, decidiu-se limitar o escopo deste trabalho *a métodos de painéis para escoamentos tridimensionais, em regime de escoamento estacionário, subsônico e subcrítico* (ou seja, sem ondas de choque), principalmente para aplicações relacionadas à engenharia de mobilidade (aeronáutica, automobilística, etc.). Considerou-se que os métodos para escoamentos bidimensionais poderiam sempre ser tratados como casos particulares dos primeiros, não sendo necessário abordá-los especificamente. No entanto, o tratamento simultâneo de métodos para escoamentos transientes e/ou supersônicos exigiria uma abordagem julgada ampla demais para as limitações desse trabalho.

Finalmente, com base em todos estes fatores e na confirmada importância dos métodos de painéis, estabeleceu-se os seguintes objetivos para este trabalho:

- 1. Realizar uma revisão bibliográfica sobre métodos de painéis para escoamentos tridimensionais e subsônicos**, que fosse o mais completa possível, dentro das limitações de tempo e recursos previstas para este trabalho. Esta revisão também deveria ser o mais genérica possível, procurando reunir e relacionar as diferentes linhas de pensamento propostas por diversos autores na área, sem defender nenhuma delas especificamente.

- 2. Implementar um método de painéis para escoamentos tridimensionais e subsônicos**, na forma de programas de computador. As características consideradas mais adequadas para este método foram escolhidas com base nos conhecimentos obtidos na revisão bibliográfica. Como filosofia geral, decidiu-se produzir um método com características genéricas e modulares, que não fosse voltado unicamente para um certo tipo de aplicação aerodinâmica, tal como em aeronáutica. Dessa maneira, o método resultante deveria ser facilmente conversível para diferentes tipos de aplicação (automobilística, náutica, etc.) sem excessivo esforço de programação, facilitando estudos futuros.

- 3. Validar o método implementado, através de diversos testes comparativos.**
Estes testes serviriam a três propósitos principais:
 - (a) Validar o método implementado, por comparação a outros resultados considerados "exatos", dentro das hipóteses do escoamento potencial;
 - (b) Verificar de que maneira os resultados obtidos se relacionariam com as observações feitas por outros autores, revisadas na bibliografia;
 - (c) Verificar, para alguns casos, até que ponto as hipóteses do escoamento potencial são suficientes para produzir resultados úteis em situações reais.

- 4. Aplicar o método implementado, num estudo de caso prático.** O estudo escolhido foi a avaliação preliminar de modificações geométricas realizadas numa aeronave leve, de capacidade anfíbia. Certas conseqüências aerodinâmicas das modificações deveriam ser analisadas, através da comparação dos resultados obtidos para as versões original e modificada da aeronave. O processo permitiria

conclusões próprias sobre a viabilidade do uso de métodos de painéis numa situação de aplicação real.

Com base nestes objetivos bastante claros, esta dissertação foi organizada em torno de quatro capítulos principais, referentes aos itens 1 a 4 colocados acima. A organização do texto é ilustrada na Fig. 1, onde os capítulos principais aparecem associados a alguns dos tópicos mais importantes abordados em cada um.

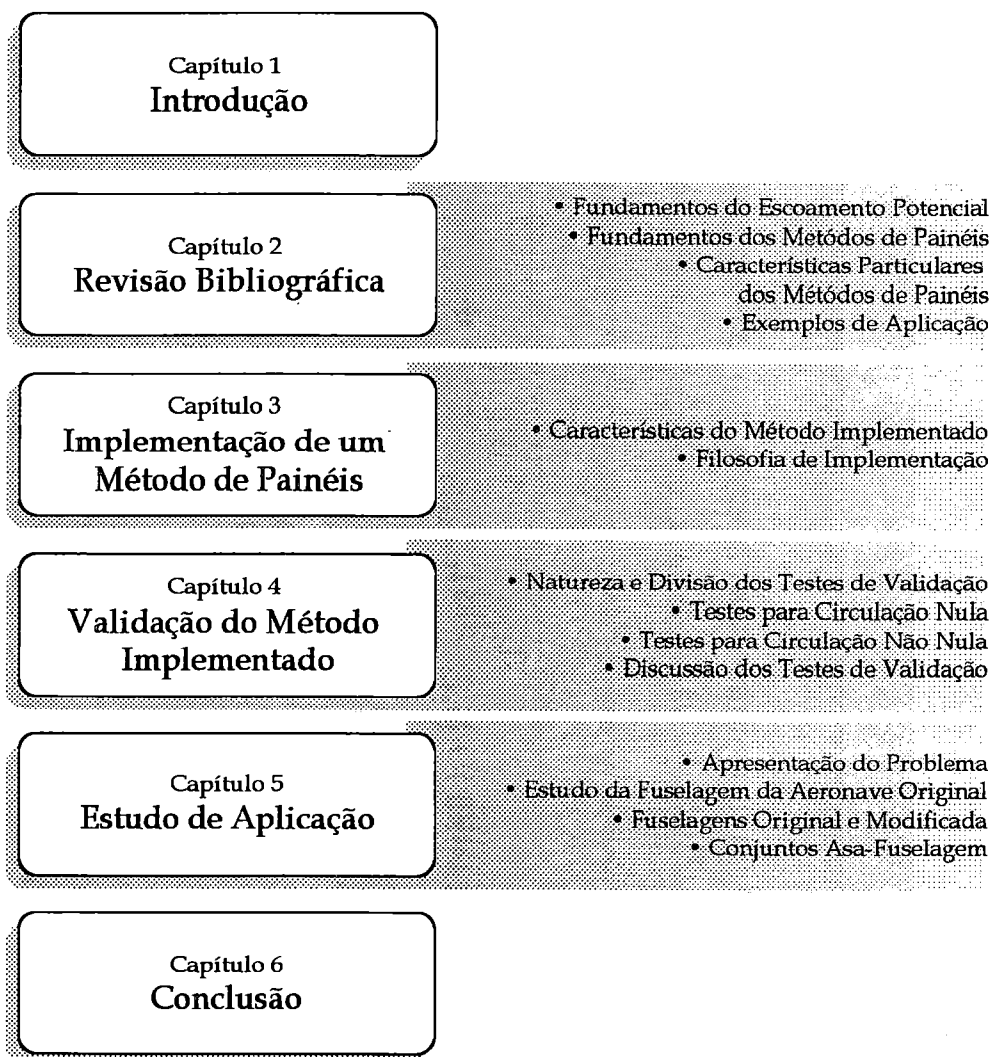


FIGURA 1 - Organização da dissertação.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.

Este capítulo apresenta os principais resultados obtidos com a revisão bibliográfica realizada neste trabalho.

A revisão pode ser dividida em duas etapas principais. Na primeira, estudou-se os princípios básicos dos métodos de painéis e as hipóteses que definem suas possibilidades de aplicação em Aerodinâmica, dentro da ciência geral da Mecânica dos Fluidos. Com base nisto, uma segunda etapa consistiu em identificar os principais trabalhos na área, suas propostas e suas tendências ao longo do desenvolvimento histórico dos métodos.

De acordo com as etapas assim colocadas, este capítulo inicia-se com uma apresentação das hipóteses para a representação potencial de um escoamento, seguida de uma descrição de um método de painéis típico e sua relação com essas hipóteses. A partir disto, delinea-se em termos gerais o desenvolvimento histórico desses métodos desde seu surgimento. Aspectos particulares importantes dos métodos de painéis são então enfocados, sendo colocadas as diferentes propostas apresentadas por diversos autores com respeito a esses aspectos, assim como suas eventuais divergências. Finalmente, estudos de aplicação são apresentados, como exemplos das capacidades e limitações desses métodos.

2.1 Fundamentos do Escoamento Potencial

“Método de painéis” é uma designação genérica dada a certas técnicas numéricas utilizadas para estimar características do escoamento de um fluido ao redor de um ou mais corpos, sob a hipótese de que o escoamento seja potencial.

O ponto de partida para a representação de um escoamento potencial são as equações de movimento desenvolvidas por Euler (LANDAU & LIFSHITZ, 1959), que podem ser interpretadas como formas reduzidas das equações de Navier-Stokes, particularizadas para o movimento de um fluido sem viscosidade.

Conforme apresentado por MORINO (1985) e KATZ & PLOTKIN (1991), as condições que definem um escoamento potencial podem ser estabelecidas a partir das seguintes hipóteses restritivas:

- a) O fluido não possui viscosidade, sendo portanto *inviscido* ou *ideal*, (alternativamente, $Re \rightarrow \infty$).
- b) O escoamento não apresenta ondas de choque que representem discontinuidades em pressão e velocidade, sendo portanto *subcrítico*.
- c) O escoamento é *inicialmente irrotacional*, ou seja, $\xi(t=0) = 0$.

Sob as hipóteses (a) e (b), o Teorema de Kelvin demonstra que a vorticidade num escoamento é constante no tempo, ou seja, $\partial\xi/\partial t = 0$; sendo assim, considerando-se (c), conclui-se que o campo de velocidades do escoamento seria irrotacional em qualquer instante de tempo considerado, ou seja, $\xi(t) = 0$.

Conforme pode ser concluído pela aplicação do operador rotacional ($\nabla \times$) do Cálculo Vetorial, o gradiente de um campo escalar s é sempre irrotacional, ou seja, $\nabla \times (\nabla s) = 0$. Inversamente, *um campo vetorial irrotacional pode ser representado pelo gradiente de um campo escalar*. Sendo assim, um escoamento que satisfaça as hipóteses (a), (b) e (c) acima pode ter seu campo de velocidades representado pelo gradiente de uma função escalar Φ , denominada *potencial de velocidade*. Em notação vetorial, o campo de velocidades é expresso por:

$$\vec{V} = \nabla\Phi \quad (1)$$

Particularmente para coordenadas cartesianas no R^3 , escreve-se:

$$\vec{V} = \frac{\partial\Phi}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial\Phi}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial\Phi}{\partial z} \hat{k} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k} \quad (1a)$$

A equação de conservação de massa para o escoamento de um fluido newtoniano pode ser escrita na forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] = 0 \quad (2)$$

A partir deste ponto, considera-se duas hipóteses adicionais, particulares ao escopo deste trabalho:

- d) O escoamento é invariante com o tempo, ou seja, *estacionário*.
- e) O escoamento é incompressível, ou seja, $M = 0$.

Aplicando-se diretamente a hipótese (e), a Eq. 2 pode ser rescrita na forma:

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

Substituindo-se (1) em (3), representa-se a conservação de massa em termos do potencial Φ , como:

$$\nabla \cdot (\nabla \Phi) = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

ou:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (4)$$

A forma da Eq. 4 é conhecida como equação de Laplace. A solução desta equação diferencial *linear* permite obter Φ e conseqüentemente o vetor velocidade em qualquer ponto do escoamento.

Considere-se o potencial Φ definido num domínio tridimensional Ω , delimitado por uma superfície S_Ω . HUNT (1978) apresenta o teorema de unicidade que garante que o potencial Φ sobre o domínio Ω será *único* se uma das seguintes *condições de contorno* for verdadeira:

- f) os valores de Φ são definidos em toda a superfície S_Ω , determinando a *condição de contorno de Dirichlet*.
- g) os valores de $\nabla\Phi$ são definidos em toda a superfície S_Ω , determinando a *condição de contorno de Neumann*.

Conclui-se que, se uma solução for obtida para Φ na Eq. 4 garantindo-se que (f) ou (g) sejam satisfeitas, essa solução será única. Observa-se que, no caso da condição (g), duas soluções Φ_a e Φ_b da Eq. 4 podem ser diferentes *apenas por uma parcela constante*, uma vez que nesse caso o valor do gradiente seria o mesmo para as duas soluções. Para a obtenção do campo de velocidades $\nabla\Phi$, no entanto, este fato em princípio não é prejudicial. Além disso, as duas condições de contorno podem ser encontradas em combinação num mesmo problema, formando a chamada *condição de Poincaré*.

A partir desse ponto, definem-se então quais seriam as motivações físicas para estabelecer as condições de contorno. Nos escoamentos de interesse para este trabalho, S_Ω pode ser considerada como a superfície S dos corpos, juntamente com uma superfície S_∞ , envolvendo todo o escoamento, de modo que $S_\Omega = \{S \cup S_\infty\}$ (Fig. 2). No caso de um escoamento não limitado, S_∞ é uma superfície fictícia, a uma distância infinita desses corpos.

A condição de contorno na superfície S dos corpos envolvidos é a de que a componente da velocidade na direção normal a S tem uma distribuição conhecida V_N . Esta condição pode ser expressa como a seguinte condição de Neumann:

$$\vec{V} \cdot \hat{n} = \nabla\Phi \cdot \hat{n} = V_N \quad (5)$$

Onde \hat{n} é o versor normal à superfície do corpo, apontando em direção ao domínio do escoamento. Em geral, os corpos representados possuem superfícies sólidas impermeáveis, de maneira que $V_N = 0$ sobre todos os seus pontos, definindo assim a condição de *não penetração do escoamento*. Por outro lado, S pode ter uma permeabilidade definida por outros fatores, como por exemplo a representação da vazão através de uma entrada de ar numa aeronave, pré definida pelo sistema de propulsão. Nesse caso, poderia ser imposta uma distribuição $V_N \neq 0$.

Para a superfície S_∞ , se ela for uma fronteira real e sólida, a mesma condição da Eq. 5 é aplicada. No caso de escoamentos não limitados, no entanto, S_∞ é fictícia e infinitamente distante dos corpos. Para definir então a condição de contorno, é interessante lembrar a *linearidade* da Eq. 4. Devido a isso, uma combinação linear de duas soluções também é uma solução da equação. Com base nessa observação, conclui-se que é possível expressar o potencial de um escoamento como a soma de duas parcelas distintas:

- A primeira, ϕ , devido a presença do(s) corpo(s) envolvido(s) no escoamento, ou potencial de *perturbação*;
- A segunda, Φ_∞ , independente dessa presença, ou potencial do *escoamento livre*.

Dessa maneira, escreve-se :

$$\Phi = \phi + \Phi_\infty \quad (6)$$

Observa-se experimentalmente que a velocidade induzida num certo ponto do domínio, pela presença do corpo, diminui à medida que este ponto distancia-se do corpo, tendendo a zero a uma distância infinita (condição de radiação). Com base na Eq. 6, conclui-se que a condição de contorno sobre S_∞ , ou seja, a uma distância infinita do corpo, pode ser expressa pela seguinte condição de Neumann:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (\nabla \phi) = \vec{0} \quad (7)$$

Onde r é a distância entre o ponto considerado e qualquer ponto da superfície dos corpos.

Conclui-se então que o problema da obtenção do potencial de velocidade Φ para um escoamento ao redor de corpos limitados por superfícies sólidas, consiste em resolver a Eq. 4 submetida às condições de contorno expressas pelas Eq. 5 e 7.

Uma vez obtido o potencial Φ , o campo de velocidades do escoamento pode ser obtido da Eq. 1. O campo de pressões correspondente pode ser calculado a partir da Equação de Euler, de conservação de quantidade de movimento, restrita às hipóteses do escoamento potencial estacionário, que resulta na Equação de Bernoulli:

$$\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} V^2 + gZ \right) = \vec{0} \quad (8)$$

Finalmente, é conveniente lembrar que este trabalho limita-se ao estudo de escoamentos permanentes, ou seja, invariantes com o tempo.

2.1.1 Representação do Potencial por Singularidades Superficiais

Esta seção apresenta uma forma de representação do potencial de um escoamento, útil para vários tipos de soluções da Eq. 4, e que forma a base dos métodos de painéis.

O procedimento básico consiste em relacionar o valor do potencial, num ponto genérico do espaço, àqueles de Φ e $\nabla\Phi$ sobre a superfície dos corpos envolvidos. KELLOGG (1929), em seu tratado sobre fundamentos da teoria potencial, apresenta em detalhe o processo, descrito a seguir.

Dado um campo vetorial \vec{q} , definido num domínio tridimensional Ω delimitado por uma superfície S_Ω , o Teorema da Divergência estabelece a seguinte identidade:

$$\iiint_{\Omega} (\nabla \cdot \vec{q}) d\Omega = \iint_{S_\Omega} (\vec{q} \cdot \hat{n}) dS_\Omega \quad (9)$$

Onde \hat{n} é o versor normal à superfície S_Ω , apontando *para o lado interno* do domínio Ω . O Segundo Teorema de Green (HUNT, 1978) é obtido substituindo-se \vec{q} da Eq. 9 pelo vetor:

$$\vec{G} = A\nabla B - B\nabla A$$

Onde A e B são funções escalares contínuas definidas sobre o domínio Ω . A substituição resulta na identidade:

$$\iiint_{\Omega} (A \nabla^2 B - B \nabla^2 A) d\Omega = \iint_{S_{\Omega}} (A \nabla B - B \nabla A) \cdot \hat{n} dS_{\Omega} \quad (10)$$

Suponha-se que a função A assuma arbitrariamente o valor $A = \Phi$, onde Φ é o potencial de velocidade sobre Ω . Assume-se ainda a hipótese de que esse potencial seja uma solução da Equação de Laplace no domínio Ω , ou seja, $\nabla^2 \Phi = 0$.

Dado um ponto fixo P no espaço, assume-se também arbitrariamente que $B = (1/r)$, onde r é a distância entre P e um ponto $Q \in \Omega$, centrado no elemento de volume $d\Omega$ da Eq. 10 e portanto variável na integração.

A substituição de A e B assim definidos na Eq. 10 resulta em:

$$\iiint_{\Omega} \Phi \nabla^2 \left(\frac{1}{r} \right) d\Omega = \iint_{S_{\Omega}} \left(\Phi \nabla \left(\frac{1}{r} \right) - \left(\frac{1}{r} \right) \nabla \Phi \right) \cdot \hat{n} dS_{\Omega} \quad (11)$$

Observa-se que, se $P \rightarrow Q$, então $(1/r) \rightarrow \infty$. Neste caso as integrais da Eq. 11 devem ser efetuadas excluindo-se o ponto P do domínio de integração. Considera-se então os seguintes casos:

- **1º Caso: P exterior ao domínio Ω ($P \notin \Omega$).** Neste caso P e Q nunca serão coincidentes, uma vez que $Q \in \Omega$. Assim, sabe-se que $\nabla^2(1/r) = 0$ sem exceção, anulando o lado esquerdo da Eq. 11, o que resulta em:

$$0 = \iint_{S_{\Omega}} \left(\Phi \nabla \left(\frac{1}{r} \right) - \left(\frac{1}{r} \right) \nabla \Phi \right) \cdot \hat{n} dS_{\Omega} \quad (12)$$

- **2º Caso: P interior ao domínio Ω ($P \in \Omega$) ou sobre a superfície S_{Ω} .** Nestes casos, P e Q serão coincidentes em um ponto do domínio de integração. Assim,

sabendo-se que $\nabla^2(1/r) = 0$ à exceção do ponto P , a integral da Eq. 11 deve ser avaliada excluindo-se P . Isso pode ser feito excluindo-se da integração uma região esférica centrada em P , levando-se então o raio ε dessa esfera ao limite zero ($\varepsilon \rightarrow 0$). Segundo HUNT (1978), esse processo resulta em:

$$4\pi T\Phi(P) = \iint_{S_\Omega} \left(\Phi \nabla \left(\frac{1}{r} \right) - \left(\frac{1}{r} \right) \nabla \Phi \right) \cdot \hat{n} dS_\Omega \quad (13)$$

Onde:

$\Phi(P)$ valor do potencial no ponto P .

T variável de controle, que assume os valores:

– $T = 1.0$, se $P \notin S_\Omega$;

– $T = 0.5$, se $P \in S_\Omega$ (numa região contínua)¹, caso no qual a integração em S_Ω também deve excluir P .

Observa-se então que a Eq. 13 expressa o valor do potencial $\Phi(P)$, em um ponto arbitrário $P \in \Omega$, em função dos valores de Φ e $\nabla\Phi$ na superfície S_Ω . Conclui-se paralelamente que, de acordo com o teorema de unicidade apresentado anteriormente, uma solução obtida para Φ e/ou $\nabla\Phi$ na superfície garante que o potencial será único sobre o domínio Ω .

A partir desse ponto, considera-se a particularização desse procedimento para os casos de maior interesse nesse trabalho, ou seja, o escoamento ao redor de corpos. Para isso, pode-se analisar o exemplo de um único corpo, sem perda de generalidade, ilustrado na Fig. 2.

¹ O valor de T para um ponto no qual há uma descontinuidade geométrica em S_Ω é considerado por HUNT (1978), porém não apresenta interesse imediato neste trabalho.

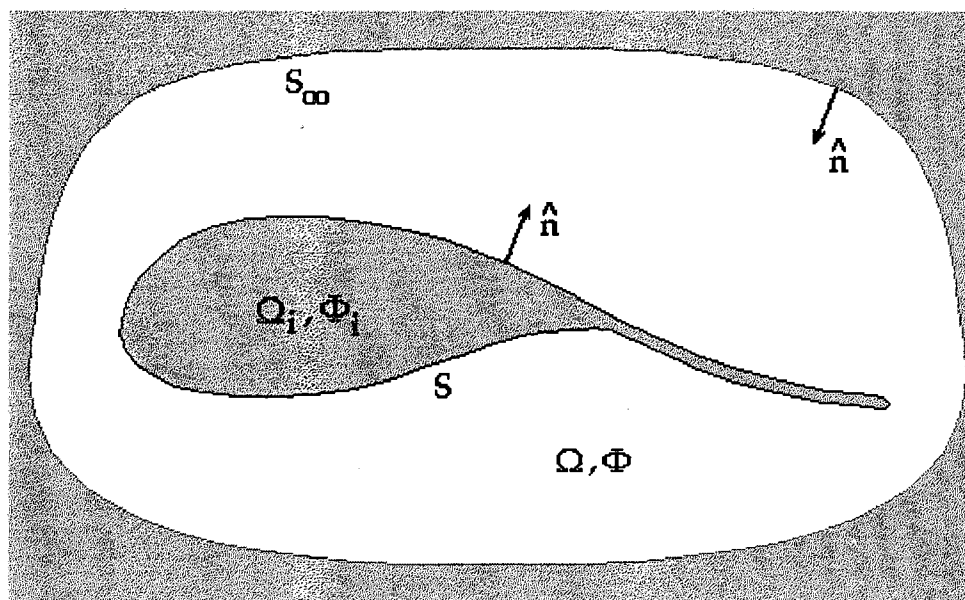


FIGURA 2 - Corpo em escoamento potencial

No presente caso, é possível e interessante definir um potencial Φ_i na região interna ao corpo Ω_i (Fig. 2). Uma vez que esta não refere-se à região de interesse, esta adoção pode ser considerada apenas um recurso de modelagem, que pode ser usado sem detrimento da solução Φ na região de interesse Ω .

Considera-se então duas situações distintas para a localização do ponto P, onde avalia-se o valor do potencial:

A) Ponto P fora da superfície do corpo. Neste caso, o ponto P é interno a Ω e portanto *externo* a Ω_i . Assim, a Eq. 12 pode ser escrita para Φ_i , invertendo-se porém o sinal devido ao sentido contrário do vetor normal:

$$0 = -\iint_{S_\Omega} \left(\Phi_i \nabla \left(\frac{1}{r} \right) - \left(\frac{1}{r} \right) \nabla \Phi_i \right) \cdot \hat{n} dS_\Omega \quad (14)$$

Tomando-se a Eq. 13 com o valor $T = 1.0$, correspondente a um ponto fora de S_Ω , e somando-se a Eq. 14 membro a membro, obtém-se:

$$4\pi\Phi(P) = \iint_{S_\infty} \left[(\Phi - \Phi_i) \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \hat{n} - \left(\frac{1}{r} \right) (\nabla\Phi - \nabla\Phi_i) \cdot \hat{n} \right] dS_\Omega \quad (15)$$

No caso de um escoamento não limitado, S_∞ é uma superfície fictícia a uma distância infinita do corpo. Segundo HUNT (1978) e KATZ & PLOTKIN (1991), a parcela da Eq. 15 relativa a S_∞ deve corresponder àquela do escoamento livre da influência do corpo, Φ_∞ (Eq. 6). Dessa forma, a Eq. 15 pode ser rescrita com a integração apenas sobre a superfície do corpo S , na forma:

$$4\pi\Phi(P) = \iint_S \left[(\Phi - \Phi_i) \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \hat{n} - \left(\frac{1}{r} \right) (\nabla\Phi - \nabla\Phi_i) \cdot \hat{n} \right] dS + 4\pi\Phi_\infty \quad (16)$$

B) Ponto P sobre a superfície externa do corpo. Neste caso, escreve-se a Eq. 13 com $T = 0.5$, correspondente ao ponto P sobre a superfície S_Ω :

$$2\pi\Phi(P) = 4\pi\Phi(P) - 2\pi\Phi(P) = \iint_{S_{\Omega-P}} \left(\Phi \nabla \left(\frac{1}{r} \right) - \left(\frac{1}{r} \right) \nabla\Phi \right) \cdot \hat{n} dS_\Omega \quad (17)$$

A Eq. 13 também pode ser escrita para o potencial interno Φ_i , tomando-se $T = 0.5$, porém considerando-se a inversão de sinal devido ao sentido contrário do versor normal:

$$2\pi\Phi_i(P) = - \iint_{S_{\Omega-P}} \left(\Phi_i \nabla \left(\frac{1}{r} \right) - \left(\frac{1}{r} \right) \nabla\Phi_i \right) \cdot \hat{n} dS_\Omega \quad (18)$$

Somando-se as equações 17 e 18, membro a membro, e com as mesmas considerações sobre o potencial Φ_∞ feitas anteriormente, obtém-se a expressão:

$$4\pi\Phi(P) = \iint_{S-P} \left[(\Phi - \Phi_i) \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \hat{n} - \left(\frac{1}{r} \right) (\nabla\Phi - \nabla\Phi_i) \cdot \hat{n} \right] dS + 2\pi(\Phi(P) - \Phi_i(P)) + 4\pi\Phi_\infty \quad (19)$$

A notação S-P no domínio de integração indica que esta deve ser feita sobre a superfície S, porém excluindo-se o ponto P, devido à singularidade da integral nesse ponto.

Finalmente observa-se que as Equações 16 e 19 expressam o potencial no ponto P não mais como função direta de seu valor na superfície (Eq. 13), mas sim dos *saltos de valor* das intensidades escalares Φ e $(\nabla\Phi \cdot \mathbf{n})$ através da superfície S do corpo, dado um potencial interno fictício Φ_i . Conforme mostrado por KATZ & PLOTKIN (1991), as intensidades desses saltos são usualmente expressas com a notação:

$$\mu = \Phi - \Phi_i \quad (20a)$$

$$\sigma = (\nabla\Phi - \nabla\Phi_i) \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad (20b)$$

Assim, as Equações 16 e 19 podem ser sintetizadas numa única expressão, na forma:

$$\Phi(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_I} \left[-\sigma \left(\frac{1}{r} \right) + \mu \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \hat{\mathbf{n}} \right] dS + \mu_P + \Phi_\infty \quad (21)$$

Onde:

S_I superfície de integração, onde:

$S_I = S$, se P não pertence à superfície;

$S_I = S-P$ (S excluindo-se P), se P pertence à superfície.

μ_P contribuição do ponto P sobre a superfície, onde:

$\mu_P = 0$, se P não pertence à superfície;

$\mu_P = (\Phi(P) - \Phi_i(P))/2 = \mu(P)/2$, se P pertence à superfície.

S área superficial do corpo.

r distância de P a um ponto centrado em no elemento dS.

Nota-se que as duas parcelas do integrando da Eq. 21 podem ser escritas como:

$$\phi_F = -\sigma \frac{1}{4\pi r} ; \quad \phi_D = \mu \frac{1}{4\pi} \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \hat{n} = \mu \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \quad (22)$$

Conforme pode ser verificado ao longo da dedução da Eq. 21, as duas parcelas ϕ_F e ϕ_D são soluções da Equação de Laplace (Eq. 4). Observa-se que ambas estão associadas aos pontos da superfície sobre a qual são integradas, sendo portando soluções *puntuais*. A solução ϕ_F é denominada *fonte*, enquanto a solução ϕ_D é o *dipólo*. Ambas são singulares para $r \rightarrow 0$, motivo pelo qual são denominadas *singularidades potenciais*.

Também é interessante destacar que a Eq. 21 exprime o potencial como uma *combinação linear* de soluções da Eq. 4, conforme previsto pelo teorema de superposição de soluções, válido para uma equação diferencial linear.

Algumas observações importantes sobre as singularidades potenciais podem ser tecidas, com base em KATZ & PLOTKIN (1991):

- As funções multiplicativas σ e μ , que correspondem aos saltos de valor de Φ e $(\nabla\Phi \cdot \mathbf{n})$ através da superfície S do corpo (Eq. 20a e 20b), definem as *intensidades* das singularidades. Observa-se que, para valores idênticos destes fatores, o potencial do dipólo ϕ_D corresponde à derivada direcional do potencial da fonte ϕ_F , na direção do versor normal à superfície do corpo. Assim, o potencial do dipólo resulta num campo de velocidades orientado com relação ao versor \hat{n} . Diz-se que os dipólos integrados na superfície são *orientados* na direção do versor normal.
- O integrando da Eq. 21, juntamente com μ_p , corresponde à parcela do potencial induzida pelo corpo ϕ (Eq. 6). Pelas características de ϕ_F e ϕ_D , constata-se imediatamente que ϕ satisfaz automaticamente a condição de contorno definida pela Eq. 5, com intensidade decaindo para $r \rightarrow \infty$. Sendo assim, na obtenção de uma solução para Φ na Eq. 21, as intensidades σ e μ podem ser resolvidas para satisfazer a condição da Eq. 5, que define a velocidade normal à superfície do corpo.

- Uma terceira singularidade pode ser derivada a partir da solução dipólo. Esta terceira solução é o *vórtice*, tratado em grande detalhe por KARAMCHETI (1966). É possível provar que toda distribuição superficial de dipólos tem um campo de velocidades equivalente ao de uma distribuição de vórtices inferior em uma ordem. O vetor vorticidade que induz um campo equivalente ao de uma distribuição contínua de dipólos sobre uma superfície pode ser expresso por:

$$\vec{\gamma} = \nabla\mu \times \hat{n} \quad (22a)$$

No caso da superfície não ser fechada, a velocidade induzida pelas bordas da mesma é idêntica à de um filamento de vórtice, com a forma dessa borda e com intensidade local $\Gamma = \mu$.

Um exemplo de interesse especial nesse trabalho é o de uma distribuição *constante* de dipólos sobre um elemento de superfície ΔS , delimitado pela curva fechada C . Devido à Eq. 22a, esta induz apenas a velocidade de um filamento de vórtice com a forma da curva C , e intensidade de circulação $\Gamma = \mu$. Além disso, o fluxo de vorticidade nesse filamento é orientado segundo a regra da mão direita com relação ao versor normal assumido sobre ΔS . Essa equivalência é ilustrada na Fig. 3, para um elemento quadrilateral de superfície.

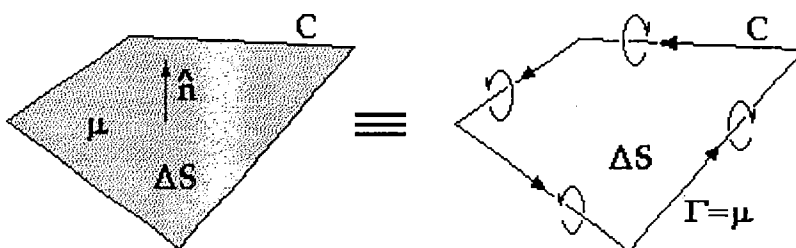


FIGURA 3 - Elemento quadrilateral de superfície, com μ constante.

Equivalência a anel de vórtice.

Uma das características mais importantes da Eq. 21 é o fato de que as incógnitas σ e μ são associadas apenas à superfície do corpo. Portanto, qualquer método de solução para esses valores deverá atuar apenas sobre essa superfície, não sendo necessário resolver o valor de Φ em todo o campo de escoamento. Conforme mencionado por HESS (1985), isto representa uma redução de *uma dimensão* no domínio de solução e, portanto, a possibilidade de redução considerável em trabalho computacional.

Soluções baseadas em combinações lineares de fontes, dipólos e vórtices constituem a base de grande parte dos métodos utilizados em Aerodinâmica potencial clássica. Os métodos são de grande variedade em formas de representação, definindo diferentes maneiras de combinar ϕ_F e ϕ_D sobre pontos, ou de integrá-las ao longo de linhas ou superfícies. Uma quantidade considerável de métodos deste tipo, foi reunida por DURAND (1934) e THWAITES (1960).

2.2 Características Gerais dos Métodos de Painéis

Sintetizando a descrição geral de HESS (1990), métodos de painéis são métodos de elementos de contorno para resolver numericamente a Equação de Laplace (Eq. 4) para escoamentos potenciais incompressíveis ao redor de corpos. Para tanto, esses métodos se utilizam da representação do potencial por singularidades superficiais, usualmente na forma da Eq. 21.

Soluções para as distribuições de intensidades de singularidades σ e μ , da Eq. 21, sob a condição de contorno de velocidade normal à superfície (Eq. 5), não podem em geral ser obtidas em forma analítica fechada, a não ser para alguns casos de geometrias simples. Sendo assim, para geometrias arbitrárias, a equação integral pode, em geral, apenas ser resolvida numericamente.

Num método de painéis, a geometria da superfície do corpo e as funções de distribuição de singularidades σ e μ^2 da Eq. 21 são *discretizadas*. Para isso, a

² Por praticidade, as intensidades de singularidades σ e μ podem eventualmente serem referenciadas apenas como *singularidades*. Esta simplificação é adotada por muitos autores.

superfície do corpo é aproximada por elementos, que a subdividem. A geometria de cada elemento é descrita por uma função aproximadora, com base nos pontos conhecidos da superfície do corpo. Sobre a superfície de cada elemento, as distribuições de singularidades σ e μ são aproximadas por funções de forma determinada, onde as intensidades locais são expressas como uma combinação linear de um certo número de parâmetros.

Neste ponto surge a questão sobre que tipo de função seria adequada à representação da geometria e das distribuições de σ e μ . Este é um assunto bastante discutido e estudado por muitos autores ao longo do desenvolvimento dos métodos. Basicamente, existem métodos que utilizam representações mais simplificadas, ou *de ordem reduzida*, e outros com representações são mais complexas, ou *de ordem elevada*. Essa nomenclatura é utilizada informalmente por HESS (1985), juntamente com a maioria dos autores pesquisados. Os méritos relativos de cada uma das formas de representação foram bastante estudados em vários trabalhos, entre os quais destaca-se MASKEW (1982). Uma discussão mais detalhada é apresentada na Seção 2.5.3.

Para a apresentação inicial pertinente a esta seção, é desejável prosseguir com a descrição de um método de ordem reduzida. Isso pode ser feito sem qualquer perda de generalidade, uma vez que tal forma não deixa de apresentar todas as etapas básicas presentes em qualquer método de painéis. Dessa maneira, assume-se um método com as seguintes características:

- a) A superfície do corpo é aproximada por elementos quadrilaterais planos, ou *painéis*. Os quatro vértices de cada painel são pontos pertencentes à superfície.
- b) Sobre cada painel, assume-se que as singularidades são distribuídas com intensidade σ ou μ constantes sobre a superfície.

A Fig. 4 apresenta uma discretização típica de um método desse tipo, para uma configuração de asa-fuselagem genérica.

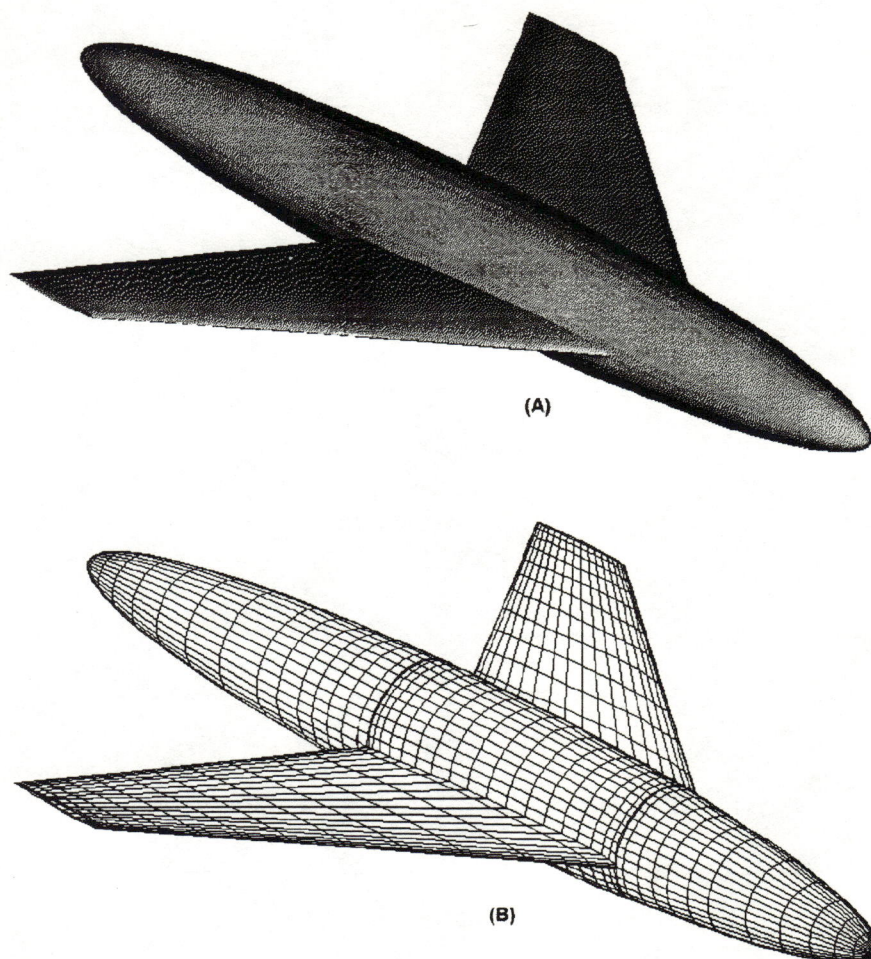


FIGURA 4 - Discretização da superfície de um corpo: (A) superfície real;
(B) superfície discretizada em elementos quadrilaterais.

A condição de contorno de componente normal de velocidade V_N definida na superfície do corpo é expressa como uma condição de Neumann, conforme indica a Eq. 5. Embora existam métodos que não apliquem esta condição diretamente (condição de Dirichlet, Seção 2.5.1), isto é feito para o método exemplo desta apresentação, ainda sem perda de generalidade. Assim, adota-se a *aplicação da condição de Neumann explicitamente*, inserindo-se o potencial expresso pela Eq. 21 para um ponto sobre a superfície diretamente na Eq. 5, o que resulta no seguinte processo:

$$\vec{V} \cdot \hat{n} = \nabla\Phi(P) \cdot \hat{n} = V_N \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \nabla \left[\frac{1}{4\pi} \iint_{S-P} -\sigma \left(\frac{1}{r} \right) dS \right] \cdot \hat{n} + \nabla \left[\frac{1}{4\pi} \iint_{S-P} \mu \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \right] \cdot \hat{n} + \\ &\quad + \frac{[\nabla\Phi(P) - \nabla\Phi_i(P)] \cdot \hat{n}}{2} + (\nabla\Phi_\infty \cdot \hat{n}) = V_N \Rightarrow \\ &\Rightarrow \nabla \left[\frac{1}{4\pi} \iint_{S-P} -\sigma \left(\frac{1}{r} \right) dS \right] \cdot \hat{n} + \nabla \left[\frac{1}{4\pi} \iint_{S-P} \mu \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \right] \cdot \hat{n} + \frac{\sigma(P)}{2} + (\nabla\Phi_\infty \cdot \hat{n}) = V_N \quad (23) \end{aligned}$$

Em prol de uma melhor percepção física do problema, toma-se a partir deste ponto o caso de análise mais comum, de corpos impermeáveis ao escoamento, ou seja, $V_N = 0$. Considerando essa condição de contorno e a discretização assumida nas hipóteses (a) e (b) acima, as integrais na superfície da Eq. 23 podem ser expressas aproximadamente em forma discretizada, através da equação:

$$\sum_{\substack{f=1 \\ f \neq k}}^{Nf-1} \sigma_f \nabla \left[\frac{1}{4\pi} \iint_{S_f} -\left(\frac{1}{r} \right) dS \right] \cdot \hat{n} + \sum_{d=1}^{Nd} \mu_d \nabla \left[\frac{1}{4\pi} \iint_{S_d} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \right] \cdot \hat{n} + \frac{\sigma_k(P)}{2} + (\nabla\Phi_\infty \cdot \hat{n}) = 0 \quad (24)$$

Onde:

- f índice dos painéis com distribuição de fontes.
- d índice dos painéis com distribuição de dipólos.
- k índice do painel que contém o ponto P.
- NF número de painéis com distribuição de fontes.
- ND número de painéis com distribuição de dipólos.
- σ_f intensidade constante de fontes sobre o painel f.
- μ_d intensidade constante de dipólos sobre o painel d.
- S_f área superficial do painel f.
- S_d área superficial do painel d.
- r distância entre o ponto P e um ponto centrado no elemento dS.

Observa-se que as integrais originais foram aproximadas por duas somatórias, onde cada parcela corresponde a um painel. A somatória em f corresponde aos painéis de fontes σ e a outra, aos painéis de dipólos μ . Uma vez que as intensidades σ e μ são constantes, seu valor não é integrado, portanto as integrais dependem apenas da geometria de cada painel e da distância r . Sendo a geometria conhecida, a distribuição de singularidades passa a ser controlada por apenas um parâmetro para cada painel, ou seja, suas intensidades constantes σ_f e/ou μ_d . Observa-se que a somatória dos painéis de fontes não inclui aquela do painel k , que contém o ponto P . No entanto, é possível escrever a Eq.24 na seguinte forma generalizada:

$$\sum_{f=1}^{NF} \sigma_f (\nabla \Phi_{1f} \cdot \hat{n}) + \sum_{d=1}^{ND} \mu_d (\nabla \Phi_{1d} \cdot \hat{n}) = -(\nabla \Phi_{\infty} \cdot \hat{n}) \quad (25)$$

Onde:

$$\text{Para } f \neq k, \quad \nabla \Phi_{1f} \cdot \hat{n} = \nabla \left[-\frac{1}{4\pi} \iint_{S_f} \frac{1}{r} dS \right] \cdot \hat{n}.$$

$$\text{Para } f = k, \quad \nabla \Phi_{1f} \cdot \hat{n} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Para } d, \quad \nabla \Phi_{1d} \cdot \hat{n} = \nabla \left[\frac{1}{4\pi} \iint_{S_d} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \right] \cdot \hat{n}$$

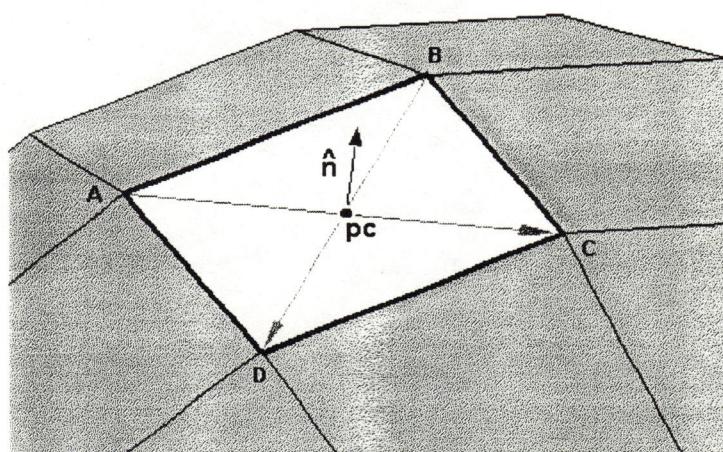
As integrais Φ_{1f} e Φ_{1d} (para $f \neq k$) são os potenciais devido a cada painel de fontes e dipólos, para intensidades σ e μ unitárias. Seus gradientes $\nabla \Phi_{1f}$ e $\nabla \Phi_{1d}$ são as respectivas *velocidades induzidas*. Para o caso particular do painel k , sobre o qual encontra-se o ponto P , a componente normal de $\nabla \Phi_{1f}$ assume o valor $1/2$ ³. Assim Eq. 25 pode ser interpretada fisicamente da seguinte forma: para que a superfície seja impermeável ao escoamento no ponto P , a componente normal da velocidade induzida pelos painéis nesse ponto deve anular a do escoamento livre $\nabla \Phi_{\infty}$.

³ Tal adoção não é arbitrária, uma vez que pode ser verificada num processo limite aplicado à Eq. 21, para um ponto fora do corpo, cuja distância à superfície tende a zero.

Para painéis planos, as integrais Φ_{1f} e Φ_{1d} sobre cada painel podem ser obtidas por via analítica, em forma fechada. O processo de dedução dessas expressões é descrito em detalhe por HESS & SMITH (1964), e as funções resultantes também são apresentadas em KATZ & PLOTKIN (1991).

Uma vez de posse das expressões para Φ_{1f} e Φ_{1d} , o problema numérico reduz-se a calcular os valores de σ_f e μ_d que satisfaçam a Eq. 25, que exprime a condição de não penetração do escoamento em forma discretizada. Em teoria, essa condição deveria ser satisfeita sobre todos os pontos da superfície do corpo. Obviamente isso não seria possível, nem desejável, num método numérico. Portanto, um certo número de pontos da superfície deve ser selecionado, nos quais a Eq. 25 deve ser satisfeita, denominados *pontos de controle*.

O procedimento usual para este tipo de método é selecionar um ponto da superfície de cada painel como ponto de controle. Normalmente, o ponto selecionado é aproximado como sendo o centróide dos quatro cantos de cada painel⁴. O versor normal à superfície \hat{n} é aproximado pelo versor na direção do produto vetorial entre os vetores diagonais do painel. Estas entidades geométricas são ilustradas na Fig. 5. Observa-se que a orientação dos pontos deve ser tal que os vetores diagonais produzam um versor apontado na direção do escoamento (externo ao corpo).



$$\hat{n} = (\overline{BD} \times \overline{AC}) / |\overline{BD} \times \overline{AC}|$$

pc = ponto de controle:
centróide de ABCD

FIGURA 5 - Ponto de controle e versor normal sobre um painel quadrilateral.

⁴ Entre os motivos dessa escolha, está o fato de que a velocidade induzida pelos painéis é singular nas arestas do mesmo (tendendo ao infinito), o que pode causar problemas numéricos.

A partir disso estabelece-se que, embora cada painel possa eventualmente possuir distribuições de ambas as singularidades σ e μ , apenas uma delas participa da solução, sendo a outra de valor arbitrário ou linearmente dependente da primeira. Sendo assim, haverão painéis de fontes *ou* dipólos de valor independente, e portanto NF e ND da Eq. 25 satisfazem a seguinte igualdade:

$$NF + ND = N \quad (26)$$

Onde N é o número total de painéis que discretiza o corpo.

Dessa maneira, para a superfície completa, têm-se N equações lineares da forma da Eq. 25, uma para cada ponto de controle, cada uma delas escrita em termos das N intensidades de singularidades σ_f e μ_d . Tem-se portanto um *sistema linear* de N x N equações, que pode ser expresso por:

$$\sum_{j=1}^{NF} \sigma_j a_{ij} + \sum_{j=NF+1}^N \mu_j b_{ij} = -(\bar{U}_\infty \cdot \hat{n}_i) \quad (27)$$

Onde:

$$i, j = 1, 2, \dots, N;$$

$a_{ij} = (\nabla \Phi_{1f(i,j)} \cdot \hat{n}_i)$ componente normal de velocidade induzida pelo painel de fontes j, para $\sigma = 1.0$, sobre o ponto de controle do painel i;

$b_{ij} = (\nabla \Phi_{1d(i,j)} \cdot \hat{n}_i)$ componente normal de velocidade induzida pelo painel de dipólos j, para $\mu = 1.0$, sobre o ponto de controle do painel i.

$\bar{U}_\infty = \nabla \Phi_\infty$ velocidade do escoamento livre.

Em forma matricial, o sistema pode ser escrito como:

$$[A]X=B \quad (28)$$

Onde:

$$X = \left[\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \dots \quad \sigma_{NF} \quad \mu_{NF+1} \quad \mu_{NF+2} \quad \dots \quad \mu_N \right]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1(NF)} & b_{1(NF+1)} & b_{1(NF+2)} & \dots & b_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2(NF)} & b_{2(NF+1)} & b_{2(NF+2)} & \dots & b_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{N(NF)} & b_{N(NF+1)} & b_{N(NF+2)} & \dots & b_{NN} \end{bmatrix}$$

$$B = - \left[(\bar{U}_\infty \cdot \hat{n}_1) \quad (\bar{U}_\infty \cdot \hat{n}_2) \quad \dots \quad (\bar{U}_\infty \cdot \hat{n}_N) \right]^T$$

Os coeficientes a_{ij} e b_{ij} são usualmente chamados *coeficientes de influência*. Uma vez calculados, o sistema linear pode ser montado e resolvido por algoritmos adequados, resultando nos valores de intensidade de fontes e dipólos σ_i e μ_i . As velocidades sobre cada ponto de controle i serão tangenciais à superfície, e podem ser calculadas por:

$$\vec{V}_i = \sum_{j=1}^{NF} \sigma_j \nabla \Phi_{lf(i,j)} + \sum_{j=NF+1}^N \mu_j \nabla \Phi_{ld(i,j)} + \bar{U}_\infty \quad (29)$$

De posse das velocidades locais, pressões podem ser calculadas a partir da Equação de Bernoulli (Eq. 8). Usualmente, as pressões locais p são expressas em termos de sua diferença em relação à pressão do escoamento livre, p_∞ , através do coeficiente adimensional de pressão C_p :

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} = 1 - \left(\frac{\|\vec{V}_i - \bar{U}_\infty\|}{U_\infty} \right)^2 \quad (30)$$

As forças resultantes sobre o corpo podem ser calculadas por integração numérica dessas pressões na superfície, ou por avaliação das velocidades induzidas pelo corpo nas faces de um volume de controle que o envolve. Maiores detalhes sobre diversas formas de cálculo de forças são abordados na Seção 2.5.8.

Finalmente, observa-se que a descrição acima deixou deliberadamente vaga a questão sobre que tipo de combinação de singularidades σ e μ pode ser mais eficiente para a representação de um dado escoamento. Uma vez que ambas as funções ϕ_F e ϕ_D são, independentemente, soluções da Equação de Laplace, teoricamente apenas uma delas poderia ser utilizada para modelar um escoamento. As razões pelas quais tal procedimento não é normalmente utilizado são relacionadas aos processos físicos que devem ser simulados, relativos ao tipo de aplicação desejada para o método. Além disso, leva-se em conta o melhor condicionamento numérico que uma combinação de singularidades pode eventualmente proporcionar a essa aplicação. Estes pontos são discutidos na próxima seção, especificamente para aplicações aeronáuticas.

2.3 Aplicação de Métodos de Painéis em Configurações Aeronáuticas

Os objetivos do estudo da Aerodinâmica aeronáutica, bem como de outros tipos de veículos, estão relacionados não apenas ao comportamento do escoamento ao redor de corpos, mas também às forças resultantes que estes corpos sofrem, as quais geralmente definem a eficiência aerodinâmica de um veículo. Cabe aqui uma discussão geral sobre os processos físicos envolvidos na geração dessas forças, para o caso de escoamentos subsônicos em condições subcríticas (sem ondas de choque).

Conforme mencionado nas notas históricas de ANDERSON (1985), Prandtl publicou pela primeira vez, em 1904, a proposta do conceito de *camada limite* aplicável a muitos escoamentos externos ou internos a fronteiras sólidas. Segundo este conceito, a viscosidade de um fluido possibilita que camadas adjacentes de fluido, definidas por superfícies de corrente, troquem quantidade de movimento por

difusão. Sobre superfícies sólidas, é possível constatar experimentalmente que a velocidade tangencial é nula. Combinando-se os dois efeitos, a presença da fronteira sólida promove uma redução da quantidade de movimento do fluido em uma região próxima, a medida que o fluido se movimenta ao redor da superfície. Segundo Prandtl, em muitos escoamentos este efeito limita-se a uma região bem definida, a camada limite, sendo que na região externa a essa camada o escoamento não sofre efeitos apreciáveis da viscosidade e pode ter seu movimento descrito pelas equações de Euler.

Conforme apresentado por THWAITES (1960), a taxa de deformação do fluido associada à camada limite corresponde a uma tensão tangencial aplicada à superfície, que resulta em uma força de *arrasto*, no sentido do escoamento livre, aplicada sobre o corpo. A medida que se desenvolve a jzante, a camada limite pode também sofrer separação sob gradientes adversos de pressão, o que promove regiões turbulentas de grande perda de energia e baixa pressão, que contribuem para o aumento dessa força de arrasto. YOUNG (1989) apresenta os principais conceitos envolvidos nesses processos.

O gradiente de velocidades característico da camada limite introduz vorticidade no escoamento, tornando possível a existência de circulação não nula ao redor dos corpos envolvidos. Observa-se experimentalmente que, para corpos com certas geometrias particulares, tais como os aerofólios de superfícies sustentadoras de aeronaves (asas, estabilizadores e auxiliares), essa vorticidade pode induzir a condição de Kutta, (HESS, 1975). Sob essa condição, o escoamento, quando não separado, flui continuamente a partir do bordo de fuga agudo do aerofólio (Fig. 6), introduzindo circulação no escoamento⁵. Segundo a lei de Kutta-Joukowski (KATZ & PLOTKIN, 1991), a circulação provoca uma taxa de variação de quantidade de movimento na direção transversal ao escoamento livre, que se reflete em uma força resultante aplicada sobre o corpo nesta direção. Esta força é usualmente denominada *de sustentação*, e constitui a base da capacidade de vôo da maioria das aeronaves (não aerostáticas) utilizadas hoje.

⁵ Embora outros tipos de corpos também possam causar fenômeno semelhante, em geral os aerofólios produzem circulação de escoamento da maneira mais eficiente e previsível.

Conclui-se então que, num escoamento subcrítico, quaisquer forças sofridas por um corpo serão sempre causadas pelos efeitos da viscosidade do fluido e consequentemente da vorticidade do campo de velocidades a ela associada ($\xi \neq 0$). No entanto, conforme apresentado na Seção 2.1, uma das hipóteses para a representação potencial do escoamento consiste justamente na suposição de um fluido invíscido, ou seja, incapaz de gerar vorticidade ($\xi = 0$). Sendo assim, as considerações sobre métodos de painéis feitas na Seção 2.2 não incluem, a priori, qualquer possibilidade de simulação de efeitos de viscosidade e portanto quaisquer forças resultantes calculadas seriam sempre nulas (tanto de arrasto quanto de sustentação).

Torna-se necessário, então, considerar qual a aplicação desejada para o método em questão e de que maneira fenômenos particulares a esta aplicação podem ou não ser levados em conta através de uma modelagem particular.

Por um lado, o escoamento real ao redor de corpos de geometria arbitrária pode ser bastante complexo, com regiões de separação de grande perda de energia. Embora alguns sucessos tenham sido reportados para casos particulares (vide Seção 2.5.3), tais fenômenos não podem, em geral, ser levados em conta através de uma modelagem adequada, imposta sobre a solução do escoamento potencial.

No entanto, o mesmo não ocorre para as superfícies sustentadoras com perfis de aerofólio, em condições onde a camada limite se encontre aderida à superfície. Conforme descrito por HUNT (1978), a vorticidade gerada pela camada limite das superfícies sustentadoras é emitida pelo bordo de fuga, através de uma *esteira*, que se estende “infinitamente” à juzante do escoamento (Fig. 6). Pela condição de Kutta, a esteira deixa a superfície com uma velocidade contínua e não infinita, ou seja, o escoamento não contorna o bordo de fuga agudo. Para o caso de $Re \rightarrow \infty$ (ou $\nu \rightarrow 0$), as camadas limite seriam de espessura infinitesimal, o mesmo ocorrendo com a esteira de vorticidade emitida. Tal condição idealizada é ilustrada para a forma típica de um aerofólio na Fig. 6.

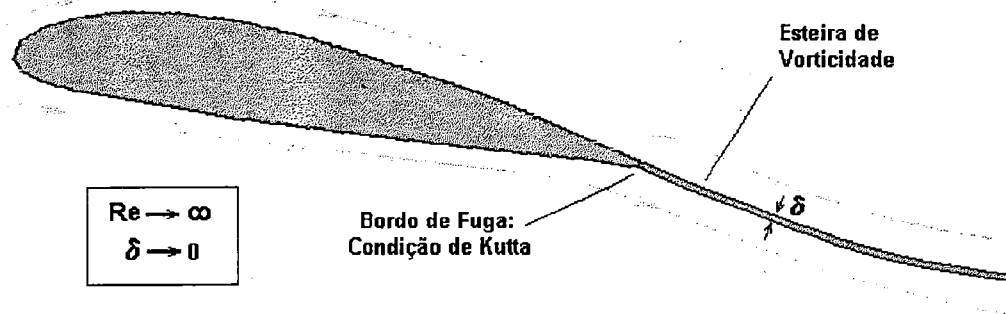


FIGURA 6 - Escoamento idealizado em torno de um aerofólio típico.

HUNT (1978) demonstra com clareza o tratamento que pode ser dado à esteira, dentro de uma modelagem potencial. Uma vez que contém vorticidade, a esteira deve ser modelada como uma região que não faz parte do domínio do escoamento potencial, e tem espessura δ infinitesimal. No entanto, a esteira não é um corpo sólido, mas sim uma superfície de escoamento, que portanto deve ser tangente à velocidade local em todos os seus pontos. Sendo assim, a velocidade normal à esteira é nula e, de acordo com a Eq. 9a, $\sigma = 0$ sobre sua superfície. Por outro lado, pode existir uma diferença de potencial entre as duas superfícies da esteira. Assim, através da Eq. 9b, conclui-se que esta pode ser modelada como uma superfície de dipólos, orientados na direção normal à mesma. Finalmente observa-se que, uma vez que a esteira deve ser livre de forças, num escoamento estacionário (não acelerado), pela lei de Kutta-Joukowski conclui-se que a vorticidade perpendicular à direção local do escoamento deve ser nula ou seja:

$$\vec{\gamma}_w \cdot \hat{t} = (\nabla \mu_w \times \hat{n}) \cdot \hat{t} = 0 \quad (31)$$

Onde μ_w é a intensidade de distribuição de dipólos da esteira e \hat{t} é o versor tangente à esteira e perpendicular à velocidade local do escoamento. Isso significa que, num escoamento permanente, μ_w pode variar apenas na direção perpendicular ao escoamento local.

Conclui-se que escoamentos com superfícies que geram sustentação devem ser modelados com esteiras de dipólos que partem de seus bordos de fuga, e a

condição de Kutta deve ser imposta para garantir que o escoamento deixe a superfície através desses bordos com uma velocidade contínua e não infinita.

Num método de painéis típico, de ordem reduzida, como aquele descrito na Seção 2.2, a esteira de dipólos é normalmente simulada associando-se faixas semi-infinitas, de intensidade constante de dipólos μ , aos bordos de fuga das superfícies sustentadoras. Essas faixas podem ser modeladas segundo uma geometria julgada adequada para a esteira, ou obtida através de um método de relaxamento iterativo (vide Seção 2.5). Cada faixa é exatamente equivalente a um vórtice linear “em ferradura”, de intensidade $\Gamma = \mu$, sendo que assim as leis de Hemholtz de conservação da vorticidade são mantidas (KARAMCHETI, 1966). Os valores de Γ são fixados pela imposição da condição de Kutta aos bordos de fuga, dentro do processo de montagem e solução do sistema linear (Seção 2.2), o que pode ser feito de diversas maneiras. A Fig. 7 apresenta uma configuração de painéis com a representação de uma esteira de vorticidade na direção de U_∞ , para uma superfície sustentadora discretizada em painéis.

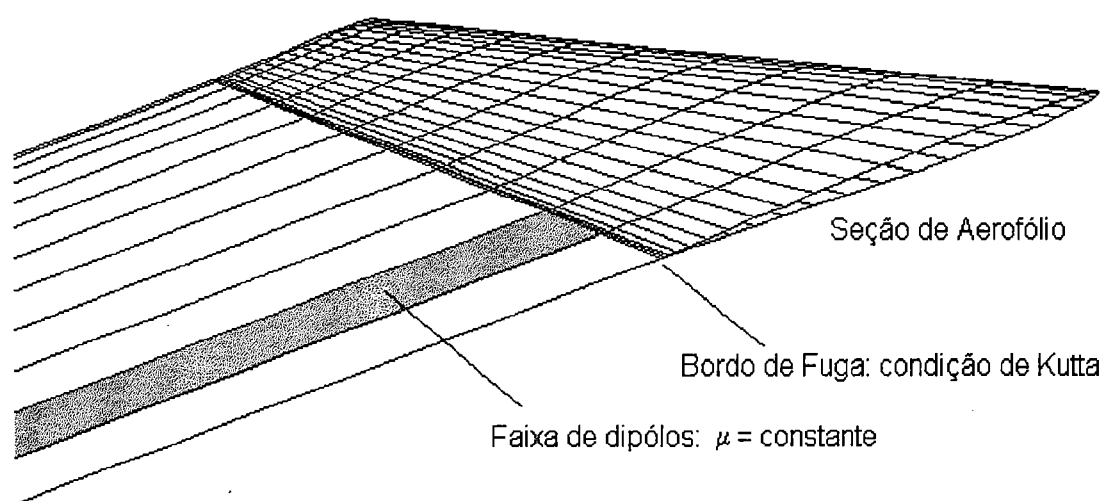


FIGURA 7 - Modelo de esteira para de dipólos/vórtices para uma asa.

Embora a utilização de um modelo de esteira seja necessário, este pode ser insuficiente num método numérico. Em geral, painéis de dipólos devem ser distribuídos também nas superfícies sustentadoras, para minimizar erros numéricos, decorrentes de variações bruscas do gradiente causados pela discretização. Muitos

autores propuseram diversas modelagens diferentes, assim como diferentes maneiras de impor a condição de Kutta. Várias dessas propostas são comentadas em maior detalhe nas Seções 2.5.2 e 2.5.4.

Finalmente, é importante destacar que adoção dessa modelagem, para $Re \rightarrow \infty$, é apenas artifício que aproxima um escoamento real, que apresenta esteiras e camadas limite de espessura finita. HESS (1975) lembra que esse fato sempre deve ser lembrado em estudos de aplicação.

Por fim, definir até que ponto um método de painéis pode produzir resultados úteis na simulação do escoamento real é um processo bastante dependente do caso estudado. Em geral, para configurações aeronáuticas, para as quais freqüentemente o número de Reynolds é elevado, bons resultados podem ser obtidos, conforme constatado por muitos autores. Além disso, um método de painéis forma uma base sólida para a aplicação de algoritmos para simulação de efeitos de viscosidade (Seção 2.5.9) e modelagem iterativa das esteiras (Seção 2.5.5), quando necessário. Enfim, a aplicabilidade dos métodos de painéis pode ser melhor apreciada à luz dos estudos de caso que foram encontrados na literatura (Seção 2.6).

2.4 Origens e Evolução dos Métodos de Painéis

A proposta desta seção é apresentar uma visão geral do processo de desenvolvimento dos métodos de painéis desde seu surgimento, em meados da década de 1950. Para isso, tomou-se como base os trabalhos pesquisados que eram referentes a propostas de novos métodos, em suas respectivas épocas. Além disso, analisou-se também outros trabalhos de revisão bibliográfica, propostos anteriormente.

KRAUS (1978) foi um dos primeiros autores, entre os pesquisados aqui, a estabelecer um discernimento entre os tipos de métodos de painéis até então existentes, de maneira concisa e relativamente completa. Posteriormente, HESS (1985, 1990) também apresentou revisões desse tipo. KATZ & PLOTKIN (1991) apresentam uma revisão histórica resumida, colocando os trabalhos de

desenvolvimento de métodos de painéis numa seqüência cronológica, dividida em *três gerações* de desenvolvimento.

Na presente revisão, verificou-se que os trabalhos pesquisados poderiam ser localizados dentro dessas três gerações. Por outro lado, seria adequado que a ordem cronológica não fosse necessariamente respeitada, em prol de uma melhor associação entre trabalhos com características semelhantes.

As três gerações do desenvolvimento dos métodos de painéis teriam as seguintes características principais:

- **1ª Geração:** surgimento dos métodos de painéis. Propostas de métodos de ordem reduzida, tais como aquele descrito na Seção 2.2, que se utilizam de painéis planos associados a distribuições constantes de singularidades. Maior utilização da condição de contorno de Neumann⁶.
- **2ª Geração:** caracterizada por um aumento da sofisticação dos modelos empregados, com o surgimento de métodos de ordem elevada, na busca por um suposto incremento de exatidão da solução. Utilização ampla de ambas as formas de condição de contorno (Neumann e Dirichlet).
- **3ª Geração:** caracterizada por um retorno a formas de modelagem mais simples, típicas da primeira geração. Aumento da utilização da condição de contorno de Dirichlet. Maior acesso aos métodos de painéis por parte de entidades e empresas menores, devido à maior disponibilidade de equipamento computacional de capacidade suficiente.

Nas seções seguintes, estas três gerações serão apresentadas em maior detalhe. Dentro de cada uma, as várias propostas de métodos de painéis pesquisadas serão localizadas e relacionadas entre si, ao longo do processo desenvolvimento da técnica.

2.4.1 Primeira Geração: Métodos de Ordem Reduzida.

Parece ser consenso geral entre a maioria dos autores que as bases dos primeiros métodos de painéis conhecidos foram lançadas em meados da década de 1950, por SMITH & PIERCE⁷ apud SMITH (1990), associados à Companhia Douglas de Aviação, nos Estados Unidos. Segundo SMITH (1990), que apresenta uma interessante retrospectiva sobre esses primórdios, a motivação inicial para as primeiras propostas teve origem na necessidade analisar escoamentos eixo-simétricos, ao redor de corpos de revolução de perfil genérico. Estes estavam associados à então recente proposta de Whitcomb para redução do arrasto de onda, conhecida como Regra da Área. Embora escoamentos eixo-simétricos não sejam realmente tridimensionais, uma vez que podem ser expressos em duas coordenadas, os algoritmos desses primeiros métodos continham todos os elementos característicos de um método tridimensional. Esses primeiros autores recorreram apenas ao uso de fontes, submetidas à condição de contorno de Neumann.

O primeiro método de painéis realmente tridimensional foi implementado por HESS & SMITH⁸ apud HESS & SMITH (1964). Ainda utilizando a condição de Neumann, esse método de ordem reduzida empregava elementos quadrilaterais planos para aproximar as superfícies, cada um com uma distribuição de fontes de intensidade constante. Embora o algoritmo não pudesse analisar escoamentos com sustentação, sua robustez geral e verdadeira capacidade tridimensional foram comprovadas em muitos testes de validação. O método e sua forma de modelagem serviram como base para muitos métodos de primeira geração, tendo provavelmente introduzido o uso do jargão “painéis” pela primeira vez. HESS (1985) utiliza a

⁶ As condições de contorno de Neumann e Dirichlet foram definidas em termos gerais na Seção 2.1. Maiores detalhes na Seção 2.5.1.

⁷ SMITH, A.M.O.; PIERCE, J. (1958). *Exact solution of the Neumann problem. Calculation of non-circulatory plane and axially-symmetric flows about or within arbitrary boundaries*. Long Beach, Douglas Aircraft Co., Rept. E.S. 26988.

⁸ HESS, J. L.; SMITH, A. M. O. (1962). *Calculation of the non-lifting potential flow about arbitrary three dimensional bodies*. Long Beach, Douglas Aircraft Co., Rept. ES 40622.

denominação *método de fontes superficiais* (“*surface source method*”) como referência.

O primeiro método de painéis tridimensional capaz de levar em conta efeitos de circulação/sustentação foi proposto por RUBBERT & SAARIS (1969). Em adição ao modelo básico de HESS & SMITH (1964), o método introduzia a representação de esteiras de vorticidade com painéis de dipólos de intensidade constante, associados às superfícies sustentadoras (Seção 2.3). A condição de Kutta era imposta introduzindo-se pontos de controle adicionais junto ao bordo de fuga, sobre os quais era forçada a condição de velocidade normal nula. Painéis de dipólos eram dispostos na superfície média dos aerofólios, associados a esteiras e assumindo distribuições de intensidades pré-definidas ao longo da corda. KRAUS (1978) apresenta um método idêntico, implementado na empresa MBB em 1969. Uma série de casos de aplicação em projeto são apresentados, com resultados satisfatórios em sua maior parte.

WOODWARD (1968) propôs um método com capacidade para analisar escoamentos subsônicos e supersônicos com circulação/sustentação. O tipo de modelagem geométrica, no entanto, considerava certas aproximações. Superfícies sustentadoras eram modeladas como elementos planares de espessura infinitesimal, discretizados em painéis de fontes e dipólos. Efeitos de espessura e arqueamento dos aerofólios eram levados em conta como perturbações lineares, tal como em muitos métodos de malha de vórtice (LANDAHL & STARK, 1974). Fuselagens eram modeladas com poucos painéis de fontes em regiões de interferência, complementados por segmentos lineares de fontes, ao longo de uma linha central longitudinal. Para configurações que aceitassem tais restrições geométricas, bons resultados foram obtidos.

Posteriormente, este método serviu como base para uma versão mais geral, apresentada por WOODWARD (1973). Nesse novo método, a geometria era levada em conta efetivamente, com painéis planos distribuídos sobre toda a superfície real dos corpos. À semelhança do método de HESS & SMITH (1964), corpos sem sustentação eram representados com painéis de fontes. Superfícies sustentadoras, no entanto, eram modeladas com painéis com distribuições lineares de vorticidade ao longo da direção da corda.

Também nessa época HESS⁹ apud HESS (1975) apresentou sua versão de método de fontes superficiais com capacidade de simulação de circulação/sustentação. Seu modelo considerava que os painéis das superfícies sustentadoras tivessem uma distribuição adicional de dipólos, cuja intensidade era controlada pela imposição da condição de Kutta. Esta última era forçada impondo-se que as pressões finais obtidas ao redor do aerofólio fossem coincidentes no bordo de fuga. HESS (1975) apresenta inúmeros exemplos de aplicação de sucesso.

MORINO & KUO (1974) propuseram uma teoria geral que fugia da tendência dos métodos de fontes superficiais. Baseando-se na Eq. 13, na aplicação do teorema de Green, os autores propuseram uma modelagem através de dipólos, baseada nos valores do potencial sobre os pontos de controle, ou seja, aplicando a condição de Dirichlet. Utilizando painéis planos, o método básico impunha a condição de Kutta estabelecendo vorticidade nula nos bordos de fuga. Casos de escoamento transiente oscilatório também eram previstos. Os testes preliminares então apresentados demonstraram bons resultados.

HUNT (1978) propôs um típico método de fontes superficiais, com algumas características inovadoras. Utilizando a condição de Neumann, o método aplicava painéis auxiliares de dipólos na superfície média dos aerofólios, a exemplo de RUBBERT & SAARIS (1969). No entanto, propunha-se uma segunda opção de modelagem, na qual a distribuição de dipólos tivesse variação linear sobre cada painel. Isso resolvia parcialmente alguns problemas que modelos desse tipo enfrentavam com aerofólios finos. O autor apresenta uma série extensa de casos de validação, acompanhada de uma revisão bastante geral e detalhada sobre métodos de painéis.

Finalmente, foram identificadas algumas propostas relativamente recentes que, no entanto, podem ser classificadas como típicas da primeira geração. Coincidentemente, todas possuem parentesco com Métodos de Malha de Vórtice, tais como os revisados por LANDAHL & STARK (1974) e utilizados universalmente em inúmeros estudos de caso. Os trabalhos propõem a utilização de painéis de dipólos, submetidos à condição de Neumann, eventualmente associados a distribuições

⁹ HESS, J.L. (1972). *Calculation of potential flow about arbitrary three-dimensional lifting bodies, final technical report*. McDonell Douglas Report No. MDC J5679-01, EUA, Outubro.

auxiliares de fontes. Entre as propostas desse gênero, destacam-se ASFAR et al (1979), ALMOSNINO & ROM (1983), ALMOSNINO (1985) e SRIVASTAVA & MOOK (1994). As características gerais desses trabalhos são apresentadas em maior detalhe na Seção 2.5.2.3.

2.4.2 Segunda Geração: Métodos de Ordem Elevada

A segunda geração caracterizou-se por uma busca pelo aumento de exatidão. Para isso, procurou-se utilizar formas de representação mais sofisticadas para a geometria dos painéis e distribuições de singularidade associadas. Alguns autores defendiam que essas representações de *ordem elevada* poderiam diminuir a quantidade de painéis necessários para um dado caso de análise. Além disso, os resultados seriam menos sensíveis à forma utilizada na geração da discretização, aumentando a praticidade dos métodos.

A primeira proposta real de um método de ordem elevada foi feita por ROBERTS & RUNDLE (1972). Este método é citado por HESS (1985) como sendo um dos mais complexos entre os propostos até então. Utilizando um modelo de fontes superficiais, o método representava tanto a geometria dos painéis quanto as distribuições de singularidades através de funções "spline". As integrações sobre cada painel eram feitas por quadraturas numéricas. Embora bastante exato, o método não é considerado prático para uso constante, devido principalmente ao seu elevado custo de execução.

O método de MORINO et al (1975) derivou-se da proposta de ordem reduzida de MORINO & KUO (1974), citada na seção anterior. Utilizava uma aproximação para levar em conta uma curvatura hiperbolóide dos painéis, na intenção de manter continuidade geométrica, sendo que as demais características do modelo permaneciam as mesmas. Segundo KATZ & PLOTKIN (1991), esse trabalho preliminar evoluiu para um programa de computador completo, o SOUSSA, lançado em 1980, que utilizava painéis parabólicos com distribuições constantes de singularidades.

JOHNSON & RUBBERT (1975) apresentaram um método generalizado que utilizava painéis de geometria parabólica, associados a distribuições lineares para fontes e quadráticas para dipólos. Várias formas alternativas de modelagem eram apresentadas como opcionais, sendo comparadas entre si. Ambas as condições de Neumann e Dirichlet eram colocadas como alternativas, podendo também ser combinadas numa mesma análise. Vários testes de validação foram apresentados, com ótimos resultados. Este método é descrito em maiores detalhes no relatório de JOHNSON (1980).

HESS & FRIEDMAN¹⁰ apud KATZ & PLOTKIN (1991) propuseram uma modificação do método original de fontes superficiais para uma versão de ordem elevada, utilizando painéis de geometria parabólica, com distribuições quadráticas de dipólos e lineares de fontes. No entanto, a filosofia geral do método original foi mantida, com o uso apenas de condições de Neumann. Por outro lado, BRISTOW & GROSE (1978) propuseram uma modificação mais profunda, na qual distribuições semelhantes de singularidades satisfaziam condições de contorno na forma de Dirichlet (vide Seção 2.5.1.2).

Talvez o ponto culminante da segunda geração dos métodos de painéis tenha sido o desenvolvimento do programa PAN AIR, num acordo conjunto entre a NASA e a Companhia Boeing de Aviação. Descrito em detalhe por TINOCO & RUBBERT (1985), o método é generalizado em todos os sentidos, permitindo praticamente todas as combinações possíveis de singularidades e condições de contorno, para análise em regime subsônico ou supersônico. Utiliza painéis de geometria composta, constituídos por cinco sub-elementos planos, entre os quais condições especiais são impostas para compatibilizar as distribuições locais de singularidades, descritas por funções lineares ou quadráticas. Inúmeros casos de modelagem e aplicação são apresentados, com ótimos resultados.

¹⁰ HESS, J. L.; FRIEDMAN, D. M. (1981). *An improved high-order panel method for three-dimensional lifting flows*. Douglas Aircraft Co., Rept. No. NADC-79277-60.

2.4.3 Terceira Geração: Expansão da Utilização.

Segundo KATZ & PLOTKIN (1991), a terceira geração de desenvolvimento caracterizou-se por uma expansão do uso dos métodos de painéis, devido à maior disponibilidade de equipamento computacional adequado.

Nesse cenário, MASKEW (1982) colocou algumas idéias que aparentemente estabeleceram a filosofia geral dos métodos da terceira geração. Em primeiro lugar, o autor defende a tese de que, para escoamentos subsônicos, métodos de ordem reduzida não são menos eficientes do que os de ordem elevada. Apresentando indicações desse fato, o autor concluiu que a maior complexidade e custo dos métodos de ordem elevada não se justificavam nesses casos. Por outro lado, afirmava que o uso da condição de contorno de Dirichlet resolveria o problema da sensibilidade dos resultados à forma de discretização, apresentando comprovações dessa proposta. Com base nessas conclusões, o autor propôs um método semelhante ao de MORINO & KUO (1974), baseado em dipólos e com fontes auxiliares. Posteriormente essa proposta evoluiu, resultando no programa VSAERO, o primeiro a tornar-se comercialmente disponível para instituições de menor porte. Tendo sido utilizado com sucesso nos mais diversos tipos de aplicações, esse método alcançou ampla aceitação.

Segundo KATZ & PLOTKIN (1991), baseado no sucesso da proposta do VSAERO, outros programas semelhantes foram implementados, tais como o QUADPAN, lançado 1983, na empresa Lockheed, e o PMARC, lançado em 1987, no Centro de Pesquisa Ames, da NASA. Recentemente, ROGGERO & LARGUIER (1990) apresentaram mais um método desse tipo, o ECOPAN, juntamente com exemplos de aplicação a aeronaves de transporte e foguetes lançadores de satélite.

A partir deste ponto, o desenvolvimento da teoria dos métodos de painéis parece ter atingido uma certa maturidade, e a maior parte dos esforços passou a ser concentrada em problemas relativos à utilização, tais como: melhores formas de entrada de dados, geração automática de discretizações associada a CAD e visualização gráfica de resultados (MARTINS et al, 1997). Outras questões paralelas, relativas ao aumento da capacidade dos métodos, foram também atacadas, tais como: obtenção de geometrias de esteira por relaxamento iterativo, acoplamento com

métodos de camada limite e representação de escoamentos oscilatórios (KATZ & MASKEW, 1988). Observou-se também um aumento do uso de técnicas de projeto interativo e otimização direta (DULIKRAVITCH, 1992), muitas das quais acopladas a métodos de painéis, cujo baixo custo computacional favorece esse tipo de aplicação.

Finalmente, esta revisão identificou dois trabalhos publicados recentemente, que apresentam um certo grau de inovação. MRACEK et al (1992) propõem um método utilizando painéis triangulares, associados a distribuições lineares de vorticidade. Uma vez que tais distribuições não satisfazem automaticamente as leis de Hemholtz, o cumprimento destas torna-se mais uma condição de contorno a ser satisfeita. Apesar desta complicação adicional, os resultados apresentados indicam que o método pode ser bastante robusto. VASSBERG (1997), com base em uma pesquisa sobre aplicações de métodos de elementos de contorno em outras áreas, propôs um método de fontes superficiais, de ordem reduzida, capaz de trabalhar com discretizações da ordem de milhões de painéis. Essa capacidade é baseada na aceleração da obtenção de influências através de expansões multipólo, processo no qual vários painéis, a partir de uma certa distância de influência, são tomados como um só, mediante certas medidas de conversão.

Para encerrar esta revisão histórica, considerou-se de interesse apresentar uma lista cronológica de diversos métodos de painéis implementados até recentemente, sintetizando sua ordem de representação, formulação utilizada (singularidades) e condições de contorno possíveis. Essa lista, extraída da revisão de KATZ & PLOTKIN (1991), é apresentada na Tabela 1, acrescida de algumas referências relacionadas do presente trabalho.

Método	Ano	Geometria do painel	Singularidades	Condições de Contorno	Referência
Douglas-Neumann	1962	Plano	Fontes, constante.	Neumann	HESS & SMITH (1964)
Woodward I	1966	Plano	Fontes, constante. Vórtices, linear.	Neumann	WOODWARD (1968)
Hess I	1972	Plano	Fontes, constante. Dipólos, constante.	Neumann	HESS (1975)
USSAERO	1973	Plano	Fontes, linear. Vórtices, linear.	Neumann	-----
MCAIR	1980	Plano	Fontes, constante. Dipólos, quadrático.	Dirichlet	-----
SOUSSA	1980	Parabólico.	Fontes, constante. Dipólos, constante.	Dirichlet	-----
Hess II	1981	Parabólico	Fontes, linear. Dipólos, quadrático.	Neumann	HESS (1985)
PAN AIR	1981	Cinco faces planas	Fontes, linear. Dipólos, quadrático.	Neumann e Dirichlet	TINOCO & RUBBERT (1985)
VSAERO	1982	Plano	Fontes, constante. Dipólos, constante.	Neumann e Dirichlet	MASKEW (1982)
QUADPAN	1983	Plano	Fontes, constante. Dipólos, constante.	Dirichlet	-----
PMARC	1987	Plano	Fontes, constante. Dipólos, constante.	Neumann e Dirichlet	-----

TABELA 1 - métodos de painéis e características (KATZ & PLOTKIN, 1991).

2.5 Aspectos Particulares aos Métodos de Painéis

Partindo-se dos conceitos básicos de métodos de painéis, apresentados nas seções anteriores, o objetivo desta seção é abordar certos aspectos particulares em maior detalhe, à luz das diversas propostas encontradas nos trabalhos pesquisados.

Muitos desses aspectos são fonte de divergências entre os diversos autores revisados, gerando debates quanto à forma eventualmente mais adequada de tratá-los. Os assuntos variam desde a sofisticação necessária aos modelos utilizados na representação de geometria e singularidades (ordem de representação) até os méritos relativos entre as condições de contorno de Neumann e Dirichlet, chegando a pontos relativos a praticidade, tais como eficiência numérica e custo computacional.

As seções seguintes detalham esses aspectos, relatando as opiniões defendidas pelos diversos autores.

2.5.1 Condições de Contorno

HESS (1990) classifica as condições de contorno encontráveis num problema de método de painéis em três tipos:

- (a) Condição de velocidade normal V_N definida sobre as superfícies dos corpos envolvidos (Eq. 5), nas formas de Neumann e/ou de Dirichlet (Seção 2.1.1).
- (b) Condição de Kutta, para definir a circulação líquida em torno dos corpos, devido à presença de superfícies com bordos de fuga (Seção 2.2).
- (c) Condição de esteiras de vorticidade como superfícies de escoamento, ou seja, livres de forças (Seção 2.3).

Esta seção trata da condição de velocidade normal V_N definida sobre as superfícies dos corpos, com especial atenção para a condição de impermeabilidade ($V_N = 0$), que pode ser considerada a condição de contorno fundamental para a

maioria dos problemas. As condições de Kutta e da esteira são analisadas em seções posteriores, por serem considerados problemas suficientemente distintos do primeiro.

2.5.1.1 Condição de Neumann

Conforme pode ser observado na forma da Eq. 5, a condição de contorno para a velocidade normal às superfícies é expressa em termos da velocidade local do escoamento, cuja componente na direção normal às superfícies deve ser nula. Uma vez que a velocidade corresponde ao gradiente do potencial $\nabla\Phi$, essa é uma condição de Neumann, conforme apresentado na Seção 2.1.

Dessa maneira, seria de se esperar que as primeiras formas de métodos de painéis utilizassem a condição para V_N diretamente na forma de Neumann, ou seja, inserindo-se a expressão de Φ da Eq. 21, para um ponto na superfície, na Eq. 5, o que resulta numa equação integral. Esse procedimento é exemplificado para o método genérico apresentado na Seção 2.2 (Eq. 23). HUNT (1978) chama esta condição de *Neumann na superfície externa*, uma vez que lida diretamente com os valores do potencial Φ , externo ao corpo.

Realmente, o uso da condição de Neumann nessa forma explícita predominou durante a primeira geração de métodos (Seção 2.4.1). Aparentemente, outra causa para essa dominância foi a grande aceitação do método de fontes superficiais de HESS & SMITH (1964), o qual, devido a sua relativa robustez numérica, incentivou a implementação de outros métodos semelhantes. Além disso, os Métodos de Malha de Vórtices também eram largamente utilizados (LANDAHL & STARK, 1968), aplicando a mesma forma de condição de contorno.

2.5.1.2 Condição de Dirichlet

Uma vez que a Eq. 5 representa uma condição de Neumann, utilizar a condição de Dirichlet para garantir o valor de V_N sobre as superfícies é obviamente uma medida indireta. Assim, um método com condição de Dirichlet deve trabalhar com valores de Φ na superfície do corpo de maneira que, indiretamente, a Eq. 5 em termos de $\nabla\Phi$ seja satisfeita.

O primeiro método encontrado com uso da condição de Dirichlet foi aquele proposto por MORINO & KUO (1974). Outras formas dessa condição também foram colocadas por JOHNSON & RUBBERT (1975) e BRISTOW & GROSE (1978). No entanto, MASKEW (1982) reapresentou essas propostas de maneira unificada mostrando que, apesar da aparente variedade, todas podem ser interpretadas como casos particulares da aplicação de um único tipo de hipótese: a especificação do potencial interior Φ_i . Exemplos de aplicação dessa hipótese, que HUNT (1978) denomina *condição de Dirichlet na superfície interna*, são apresentados a seguir.

A Eq. 19 pode ser escrita exatamente da mesma forma para o potencial Φ_i interno ao corpo, para um ponto P na superfície. A parcela $\mu_P = 2\pi[\Phi(P) - \Phi_i(P)]$, no entanto, aparece com sinal oposto, devido à inversão de domínios:

$$4\pi\Phi_i(P) = \iint_{S-P} (\Phi - \Phi_i) \nabla\left(\frac{1}{r}\right) \cdot \hat{n} dS - 2\pi(\Phi(P) - \Phi_i(P)) - \iint_S \left(\frac{1}{r}\right) (\nabla\Phi - \nabla\Phi_i) \cdot \hat{n} dS + 4\pi\Phi_\infty \quad (32)$$

Observa-se mais uma vez que a adoção de um potencial interno ao corpo Φ_i é uma medida arbitrária, uma vez que não corresponde ao escoamento de interesse. Assim sendo, seu valor pode ser definido livremente, levando a diferentes equações integrais em Φ . Por exemplo, suponha-se que o valor $\Phi_i = 0$ seja adotado dentro de todo o domínio Ω_i (Fig. 2). Dessa forma, a substituição na Eq. 32 resulta em:

$$0 = \iint_{S-P} \Phi \nabla\left(\frac{1}{r}\right) \cdot \hat{n} dS - 2\pi\Phi(P) - \iint_S \left(\frac{1}{r}\right) \nabla\Phi \cdot \hat{n} dS + 4\pi\Phi_\infty \quad (33)$$

A condição de Neumann para a velocidade normal dada pela Eq. 5 *estabelece os valores da componente normal de $\nabla\Phi$, com os quais a segunda integral pode ser avaliada*, resultando em:

$$2\pi\Phi(P) = \iint_{S-P} \Phi \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \hat{n} dS - \iint_S \left(\frac{1}{r} \right) V_N dS + 4\pi\Phi_\infty \quad (34)$$

A Eq. 34 é uma equação integral em função dos valores de Φ sobre a superfície do corpo, definindo portanto uma condição de Dirichlet.

Lembra-se que, para corpos impermeáveis, $V_N = 0$, anulando a segunda integral. Nessa forma, a condição de contorno pode ser fisicamente interpretada como a imposição de que o domínio interior Ω_i (Fig. 2) esteja em estagnação ($\Phi_i = 0 \Rightarrow \nabla\Phi_i = 0$), equivalendo portanto a um corpo sólido impermeável.

Por outro lado, nada impede que o valor de Φ_i seja arbitrado como não constante, segundo uma função considerada adequada. Assim, outra opção de interesse é adotar $\Phi_i = \Phi_\infty$ na Eq. 32, resultando em:

$$0 = \iint_{S-P} (\Phi - \Phi_\infty) \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \hat{n} dS - \iint_S \left(\frac{1}{r} \right) (\nabla\Phi - \nabla\Phi_\infty) \cdot \hat{n} dS - 2\pi(\Phi(P) - \Phi_\infty) \quad (35)$$

Levando-se em conta a Eq. 6, observa-se que o potencial de perturbação é expresso por $\phi = \Phi - \Phi_\infty$. Substituindo-se na Eq. 35 e impondo-se a condição da Eq. 5 na segunda integral, obtém-se:

$$2\pi\phi(P) = \iint_{S-P} \phi \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \hat{n} dS - \iint_S \left(\frac{1}{r} \right) (V_N - \nabla\Phi_\infty) \cdot \hat{n} dS \quad (36)$$

Novamente, obteve-se uma equação integral, desta vez em função do potencial de perturbação ϕ sobre a superfície do corpo. Embora sendo obtida por um processo distinto, esta é exatamente a equação proposta por MORINO & KUO (1973) para o caso de escoamento permanente. Comparando-se as integrais da Eq. 36 com as parcelas do integrando da Eq. 21, verifica-se que a primeira pode ser escrita também na forma de uma combinação de singularidades, adotada por MASKEW (1982) e na implementação do programa VSAERO:

$$2\pi\mu(P) = \iint_{S-P} \mu \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \hat{n} dS - \iint_S \left(\frac{1}{r} \right) \sigma dS, \quad \sigma = V_N - \nabla \Phi_\infty \cdot \hat{n} \quad (37)$$

Conclui-se que o problema também pode ser expresso como a obtenção de uma distribuição incógnita de dipólos μ , submetida a uma distribuição de fontes fixa. Para superfícies impermeáveis, $V_N = 0$, resultando em $\sigma = -\nabla \Phi_\infty \cdot \hat{n}$.

A solução das Equações 34, 36 ou 37 pode ser feita por discretização numérica, num processo análogo ao apresentado para um método genérico na Seção 2.2. Para um método que utiliza a Eq. 36, um exemplo de discretização é apresentado por MORINO & KUO (1973). Outro exemplo, com a forma da Eq. 37, é apresentado por KATZ & PLOTKIN (1991). Como exemplo geral, cita-se o programa PAN AIR, apresentado por TINOCO & RUBBERT (1985), capaz de grande generalidade na formulação dos problemas, oferecendo opções para uso de qualquer das formas de Dirichlet citadas aqui, além da condição de Neumann explícita e uma condição especial, na qual ambas as formas podem ser usadas simultaneamente.

Conforme observado por HUNT (1978), todas as formas de imposição da condição de contorno para velocidade normal à superfície V_N mencionadas aqui são teoricamente equivalentes. Suas vantagens relativas apenas se manifestam através de seu maior ou menor grau de adequação numa solução *numérica*, o que implica não apenas em exatidão, mas também na praticidade de uso em engenharia.

Finalmente, a maior ou menor adequação de uma forma de condição de contorno depende também da *formulação* adotada para o problema em questão, ou seja, a combinação de singularidades a ser utilizada. Dessa maneira, a discussão sobre as eventuais vantagens ou desvantagens da condição de Neumann sobre a de Dirichlet faz maior sentido dentro do contexto das formulações possíveis para um método, as quais são discutidas na Seção 2.5.2.

2.5.2 Formulação do Método

Por *formulação* entende-se aqui a forma utilizada para combinar singularidades potenciais num método de painéis. Dadas as condições de contorno, as possibilidades dessa combinação podem oferecer maior ou menor vantagem em termos de exatidão, custo computacional e praticidade de utilização. Além disso, certas combinações podem ser necessárias na representação de escoamentos com sustentação.

HUNT (1978) apresenta uma abordagem às possíveis formulações num método de painéis, cobrindo muitas possibilidades de combinações entre fontes e dipólos, com condições de contorno de Neumann ou Dirichlet, aplicadas aos potenciais internos ou externos aos corpos em análise. Essa abordagem extremamente generalizada foi considerada fora do escopo deste trabalho, uma vez que inclui muitas possibilidades de pouco interesse prático. No entanto, o autor apresenta duas conclusões consideradas essenciais. Tomando-se como exemplo o corpo da Fig. 2, observa-se que é possível provar as seguintes afirmativas:

- (a) Não existe uma *única* distribuição de fontes σ , sobre a superfície S do corpo, que produz uma dada distribuição de velocidade normal $\nabla\Phi_i \cdot \hat{n}$ no domínio Ω_i *interno* ao corpo. No domínio *externo*, ao contrário, garante-se que existe uma *única* distribuição de σ para a mesma condição.
- (b) Não existe uma *única* distribuição de dipólos μ , sobre a superfície S do corpo (orientados segundo o versor normal \hat{n}), que produz uma dada distribuição de potencial Φ no domínio Ω *externo* ao corpo. No domínio interno, ao contrário, garante-se que existe uma *única* distribuição de μ para a mesma condição.

As conclusões (a) e (b) são válidas para uma representação contínua. Em uma representação discretizada, elas indicariam que métodos sob tais condições de não unicidade apresentariam matrizes A (Eq. 28) quase singulares. Embora os sistemas lineares resultantes pudessem ser eventualmente solúveis, estes não seriam bem

condicionados, favorecendo erros numéricos. Essas conclusões aparentemente explicam porque não foram encontrados métodos dentro das condições (a) e (b) acima. Por outro lado, inúmeros exemplos de sucesso foram encontrados com outras características; estes formam o escopo principal desta pesquisa.

HESS (1990) afirma que, entre as muitas formulações que já foram propostas, aquelas que floresceram como métodos de uso corrente na indústria podem ser classificadas em duas categorias principais. Além destas, a presente revisão identificou uma categoria adicional, que também foi considerada de importância. Dessa forma, tendo em vista a objetividade desejada neste trabalho, as formulações revisadas foram divididas em três categorias, cujas principais características são apresentadas na Tabela 2.

TABELA 2 - Categorias de formulações de métodos de painéis

Categoria	Singularidade Principal	Singularidade Auxiliar	Condição de Contorno
1	Fonte	Dipólo	Neumann Externa
2	Dipólo	Fonte	Dirichlet Interna
3	Dipólo	Fonte	Neumann Externa

Por *singularidade principal* entende-se aquela que participa da equação integral para satisfação da condição de contorno na superfície do corpo (Eq. 5). A *singularidade auxiliar* teria sua intensidade fixada previamente, segundo outras considerações.

Os métodos pesquisados e sua localização nessas três categorias são comentados nas seções seguintes.

2.5.2.1 Categoria 1: Fontes Superficiais

Conforme mencionado na Seção 2.4, os métodos conhecidos *como de fontes superficiais* (HESS, 1985) formaram a maior parte das propostas observadas na primeira geração. A maioria é baseada no método original de HESS & SMITH (1964), que se utilizava apenas de painéis de fontes, submetidos à condição de Neumann explícita na superfície externa.

Segundo SMITH (1990), a razão do uso de fontes baseava-se simplesmente no interesse inicial por escoamentos sem circulação/sustentação, causada por vorticidade, a qual era usualmente associada a dipólos/vórtices. Provavelmente, a utilização prévia de distribuições de fontes em métodos analíticos, tais como o de Von Kármán (THWAITES, 1960), também influenciou essa escolha.

Aparentemente, esses primeiros métodos de painéis geraram bastante interesse devido às soluções praticamente exatas que eram capazes de fornecer para muitos casos sem sustentação. Nesse âmbito, o método de RUBBERT & SAARIS (1968) pode ser considerado uma extensão da proposta de HESS & SMITH (1964) para representar escoamentos com circulação, associando esteiras de dipólos aos bordos de fuga agudos dos aerofólios (Fig. 7), conforme mencionado na Seção 2.3. A intensidade local de dipólos da esteira μ_w , discretizada em faixas, é determinada pela satisfação da condição de Kutta no bordo de fuga do aerofólio (Seção 2.5.4).

De acordo com a equivalência entre dipólos e vórtices mencionada na Seção 2.2, a linha de contato entre o bordo de fuga e a esteira de dipólos induz exatamente o mesmo campo de velocidades de um filamento de vórtice de intensidade local $\Gamma = \mu_w$. Essa velocidade tende ao infinito sobre a linha de contato; o fenômeno é ilustrado na Fig. 8 para uma seção de aerofólio típica, cuja superfície é representada com uma distribuição de fontes.

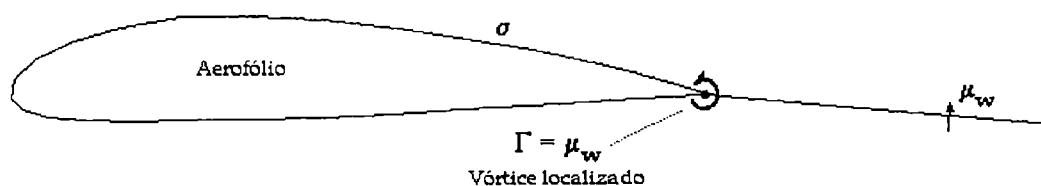


FIGURA 8 - Vórtice equivalente no bordo de fuga.

De acordo com RUBBERT & SAARIS (1968) e também HUNT (1978), a compensação da velocidade desse vórtice localizado exigiria $\sigma \rightarrow \infty$ na região do bordo de fuga. Embora esse fato não represente um problema fundamental numa solução contínua, numa representação discretizada isso é praticamente inadmissível, pois grandes erros numéricos resultam na maioria dos casos. Uma solução para o

problema é estender a distribuição de dipólos sobre ou internamente à superfície do corpo, de maneira a manter a continuidade da distribuição de μ , eliminando então o vórtice localizado.

Assim, RUBBERT & SAARIS (1968) propuseram que a esteira de dipólos fosse estendida internamente ao corpo, acompanhando a superfície média do aerofólio, que é o caso ilustrado na Fig. 9. Essa superfície interna é subdividida em painéis de dipólos, e a intensidade μ de cada um é imposta como uma fração da intensidade local μ_w da esteira, ou seja, $\mu = \tau\mu_w$. A função τ ao longo da corda deve assumir o valor $\tau = 1$ para o painel junto ao bordo de fuga, eliminando assim o vórtice localizado. Essa abordagem foi adotada em muitos métodos semelhantes, tais como aqueles apresentados por KRAUS (1978), RUBBERT & SAARIS (1972) e HUNT (1978).

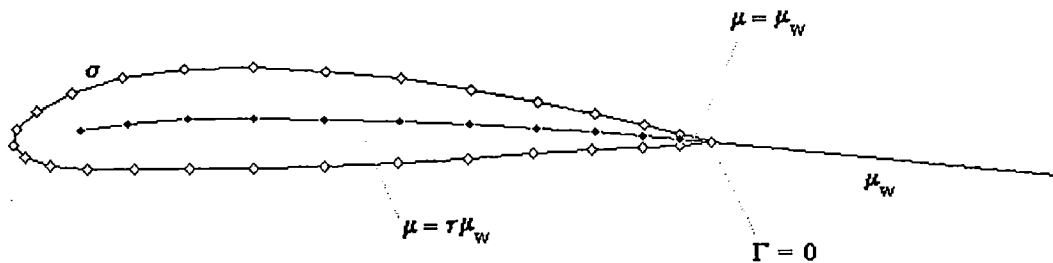


FIGURA 9 - Superfície com painéis de dipólos internos.

Um aspecto importante desta formulação é a forma a ser adotada para a função τ ao longo da corda. Embora, em princípio, a condição de Neumann sobre a superfície garanta a solução independentemente de τ , diferentes formas de sua distribuição causam diferentes valores finais de σ nos painéis de fontes. Segundo RUBBERT & SAARIS (1972), variações erráticas em σ provocam erros numéricos na solução final, de modo que os valores de τ devem ser escolhidos para manter essas distribuições com gradientes suaves.

HUNT (1978) estudou esse problema, propondo um esquema de otimização da distribuição de τ baseado em soluções previamente obtidas. BUTTER (1977) testou algumas distribuições de τ no método MBB (KRAUS, 1978), obtendo os

melhores resultados ao utilizar a distribuição de μ com a forma observada na solução analítica para uma placa plana bidimensional.

RUBBERT & SAARIS (1972) propuseram uma extensão natural da formulação com dipólos internos. Ao invés de fixar-se a distribuição de τ , os painéis internos também seriam submetidos à condição de impermeabilidade, com pontos de controle sobre os centróides, exatamente como naqueles da superfície externa. Segundo os autores, esse grau de liberdade adicional para os painéis internos garantiria automaticamente a solução mais adequada. Fisicamente, a imposição de que o escoamento fictício interno ao corpo seja tangente à linha média do aerofólio alivia a velocidade normal sobre os painéis de fontes, cujas intensidades passam a representar praticamente apenas o efeito de deslocamento (espessura). Essa idéia pode ser considerada uma extensão de métodos analíticos mais antigos (THWAITES, 1960), nos quais os efeitos de circulação e espessura do aerofólio eram considerados linearmente separados. Um ponto negativo da proposta é o evidente aumento de incógnitas, gerando um sistema linear bem maior, o que aumenta o custo computacional. No entanto, conforme observado pelos próprios autores, esse recurso seria necessário apenas para configurações mais complexas, tais como aerofólios de arqueamento elevado ou configurações "high-lift".

HUNT (1978) verificou que a formulação com dipólos internos, quando implementada em ordem reduzida (σ e μ constantes), apresenta erros numéricos para aerofólios de pequena espessura. O autor exemplifica a razão deste problema utilizando uma distribuição linear de dipólos sobre um plano, demonstrando a diferença de velocidade induzida que existe entre as representações discretizada e contínua, para pontos muito próximos ao plano.

O autor propõe então que as intensidades μ sejam representadas com distribuições *lineares* (não mais constantes) sobre os painéis internos. Para os casos de teste apresentados, essa adoção resolveu o problema em grande parte, implicando também em maior custo computacional. BUTTER (1977) havia tentado uma abordagem mais prática, simplesmente aumentando a quantidade de painéis internos. Embora resultados em termos de distribuição de pressão fossem satisfatórios, a direção das velocidades superficiais ainda apresentava grandes erros. Provavelmente

isso ocorreu devido à forma de refinamento dos painéis, feito apenas na direção da corda do aerofólio.

HESS¹¹ apud HESS (1975) propôs uma abordagem um pouco diferente para eliminar o vórtice localizado do bordo de fuga (Fig. 8). Ao invés de adicionar painéis internos, as distribuições de dipólos seriam colocadas exatamente sobre os painéis da superfície, juntamente com as de fontes. Da mesma forma, a intensidade de dipólos μ seria imposta como uma fração da intensidade da esteira, segundo uma distribuição τ considerada adequada ao longo da corda. Uma diferença fundamental com relação a abordagem anterior é a maior robustez no tratamento de aerofólios finos. Isso ocorre porque neste caso, em que os dipólos encontram-se exatamente sobre a superfície, a diferença de velocidade tangencial que ocorre entre as distribuições de dipólos contínua e discretizada pode ser facilmente estimada. Segundo KATZ & PLOTKIN (1991), essa variação de velocidade tem intensidade de metade do valor da vorticidade local e portanto, com base na Eq. 22, é dada por:

$$\Delta \vec{v} = -\frac{1}{2} \nabla \mu \quad (38)$$

Uma vez que é um vetor tangencial à superfície, o gradiente $\nabla \mu$ não contribui para a componente normal de velocidade, na formação da matriz A (Eq. 28). Portanto pode ser estimado numericamente com base nos valores finais de intensidade μ , obtidos após a solução do sistema linear.

O método de WOODWARD (1973) também utilizava painéis de fontes na representação de corpos sem sustentação. As superfícies sustentadoras, no entanto, eram representadas com painéis com distribuições lineares de vorticidade. O método assumia que haveria uma direção principal (longitudinal) do escoamento, para configurações aeronáuticas. Assim, a variação linear era imposta apenas nessa direção, que coincidia com a corda do aerofólio. Assumia-se que cada painel emitisse um par de vórtices contra-rotativos, que se somavam no bordo de fuga dos aerofólios, mantendo a validade dos teoremas de Hemmholtz. Embora possa ser

considerada uma formulação mais robusta, torna-se difícil verificar essa qualidade, uma vez que o método original pressupunha certas restrições geométricas que reduziam sua generalidade, tais como a necessidade do uso de painéis trapezoidais (ou seja, com duas arestas necessariamente paralelas).

Finalmente, é interessante observar que o programa PAN AIR, em sua generalidade, também previa uma opção de modelagem típica de fontes superficiais, com dipólos internos às superfícies sustentadoras e todos os painéis submetidos à condição de Neumann. Em sua apresentação, TINOCO & RUBBERT (1985) citam que essa modelagem pode oferecer uma opção prática na representação de ordem elevada, uma vez que evita dificuldades geométricas na concordância de superfícies.

2.5.2.2 Categoria 2: Dipólos Sob Condição de Dirichlet

A Seção 2.5.1 apresenta algumas formulações derivadas da aplicação da condição de contorno de Dirichlet, que foram encontradas nesta revisão. Uma característica comum a todas elas é a definição do valor $\nabla\Phi \cdot \hat{n}$ como conhecido a partir da condição de velocidade normal (Eq. 5), o que resulta em equações integrais em função de Φ . Assim como no caso da Eq. 37, todas essas formulações podem ser interpretadas como equivalentes à utilização de dipólos (saltos em Φ) como incógnitas, sendo as fontes (saltos em $\nabla\Phi \cdot \hat{n}$) de intensidade definida pela condição de contorno para V_N . Devido a isso, todos os métodos com condição de Dirichlet pesquisados (Seção 2.5.1) podem ser incluídos na presente categoria.

Uma primeira vantagem a ser destacada sobre essa de formulação é o menor custo computacional. Uma vez que utiliza a condição de Dirichlet, um método desse tipo trabalha com *uma grandeza escalar*, o potencial, associada a cada ponto de controle. Um método com condição explícita de Neumann deve trabalhar com o valor efetivo da velocidade local, que é uma grandeza vetorial, representada por *três componentes escalares* em cada ponto. Dessa forma, a grosso modo, a segunda opção exigiria três vezes mais operações de mesma complexidade na montagem da matriz A (Eq. 28) e obviamente maior custo computacional.

¹¹ HESS, J.L. (1972) *Calculation of potential flow about arbitrary three-dimensional lifting bodies*, final technical report. McDonnell Douglas Report No. MDC J5679-01, EUA, Oct..

Outro ponto positivo é a pouca sensibilidade dos resultados finais com relação à forma de discretização da superfície. Na apresentação de resultados de um método de fontes superficiais de ordem reduzida, RUBBERT & SAARIS (1972) destacam que um dos obstáculos à aplicação prática de métodos com condição de Neumann é a variação dos resultados obtida entre diferentes arranjos de painéis. Essa variação exige do usuário um nível elevado de experiência prévia de utilização do método, para julgar qual discretização é mais adequada, além de uma certa quantidade de etapas intermediárias de refinamento da geometria. Em contrapartida, MASKEW (1982) demonstra que, num método de dipólos/Dirichlet de mesma ordem, esse problema é grandemente reduzido. Como exemplo, o autor apresenta a análise de um aerofólio bidimensional, cujos resultados se modificam muito pouco ao utilizar-se uma discretização extremamente assimétrica entre as superfícies inferior e superior. Certamente, essa característica muito desejável em termos de praticidade contribuiu para a ampla aceitação de programas tais como o VSAERO.

Em oposição a essas vantagens, HESS (1990) afirma que a exatidão de um método de dipólos/Dirichlet pode ser prejudicada para casos de análise com geometria mais complexa e/ou fortes interações entre corpos. Para exemplificar a afirmação, autor cita o trabalho de TINOCO et al (1987), no qual a análise de uma aeronave em configuração de alta sustentação ("high lift") exige a aplicação de *ambas* as condições de contorno simultaneamente (através da opção prevista para isto no programa PAN AIR), invalidando portanto o custo mais baixo da condição de Dirichlet neste caso. Outro ponto aparentemente negativo do uso da condição de Dirichlet é o fato de que a solução do sistema linear resulta em valores do potencial Φ na superfície do corpo. Assim, a obtenção da velocidade local em qualquer ponto exige uma operação adicional, onde $\nabla\Phi$ deve ser obtido por diferenciação numérica, a qual em princípio pode também introduzir um erro numérico adicional. No entanto, MASKEW (1982) afirma que o tratamento de tais desvantagens é largamente compensado pelo menor custo de obtenção do sistema linear.

Finalmente, um ponto importante a ser confrontado entre os métodos de fontes superficiais com condição de Neumann e os de dipólos com condição de Dirichlet é a ausência, neste último, do problema da junção da esteira de dipólos a

uma superfície sustentadora (Fig. 8), devido à continuidade inerente na distribuição de dipólos.

2.5.2.3 Categoria 3: Dipólos Sob Condição de Neumann

Segundo apresentado por HUNT (1978), é bastante simples verificar que uma distribuição de dipólos de intensidade constante μ , sobre a superfície *fechada* de um corpo, induz velocidade nula em qualquer ponto do espaço. Isso significa que, dada uma distribuição de dipólos que satisfaça a condição de Neumann, qualquer distribuição de intensidade constante μ pode ser adicionada a ela, sem alterar sua validade como solução.

Em outras palavras, a solução para uma distribuição de dipólos seria indeterminada quando aplicada a condição de Neumann na superfície externa. Num método de painéis, isso significaria que a matriz A (Eq. 28) seria, em geral, quase singular. Embora mal condicionado, o sistema linear pode ser solúvel com erros numéricos aceitáveis.

Para o caso de uma superfície *aberta*, delimitada no espaço por uma curva C, não ocorre o mesmo problema. Isso pode ser verificado observando-se o elemento da Fig. 3, onde diferentes valores constantes de μ corresponderiam a diferentes intensidades do vórtice sobre a curva C, eliminando a indeterminação. Este é frequentemente o caso de análise em Métodos de Malhas de Vórtices, revisados por LANDAHL & STARK (1968) e utilizados com sucesso na análise de superfícies sustentadoras de espessura infinitesimal.

Apesar do problema teórico da indeterminação para corpos fechados, alguns métodos de painéis com essa formulação foram propostos, com bons resultados finais. Devido à equivalência da Fig. 3, tal modelo pode ser interpretado como malhas de vórtices representando corpos tridimensionais. Aparentemente, esses trabalhos foram influenciados pelo sucesso e ampla utilização dessa representação para superfícies sustentadoras. Outro motivo aparente é o baixo custo computacional, uma vez que a avaliação dos quatro segmentos de vórtice, equivalentes a um painel de dipólos (Fig. 3) envolve muito menos operações que o caso de um painel de fontes.

A primeira proposta deste tipo encontrada foi a de ASFAR et al (1979). Além dos dipólos com μ constante, distribuições auxiliares de fontes eram atribuídas aos painéis. Sua intensidade constante σ era arbitrariamente fixada para anular localmente uma parcela da componente do escoamento livre normal à superfície. Tendo em vista o valor de velocidade auto induzida por um painel de fontes (Eq.25), o valor de σ era então definido por:

$$\sigma = -2\eta(\vec{U}_\infty \cdot \hat{n}) \quad (39)$$

Onde η é o coeficiente arbitrário de controle ($0 \leq \eta \leq 1$).

Os autores destacam a sensibilidade do método ao posicionamento dos pontos de controle, devido à natureza singular dos vórtices nas bordas dos painéis. Afirmam que os melhores resultados foram obtidos quando estes pontos sofriam a menor velocidade auto-induzida pelos respectivos painéis. Assim, seu posicionamento ideal sobre o painel tinha que ser determinado por um método numérico iterativo. Apesar dessa complicação adicional, demonstrava-se que o método podia ser mais robusto que o de fontes superficiais para corpos não alongados ("bluff bodies"). Também importante era o fato de que a variação de η causava, em geral, pouca alteração nos resultados. Os autores não fizeram nenhuma menção ao problema de indeterminação para corpos fechados, citado anteriormente.

ALMOSNINO & ROM (1983) propuseram um método semelhante, porém especialmente voltado para a análise de corpos alongados, tais como mísseis. Apesar de não utilizadas sobre os painéis, fontes eram distribuídas em segmentos auxiliares, dispostos ao longo de uma linha longitudinal central do corpo. Segmentos de vórtice eram utilizados para simular esteiras de separação, relaxadas iterativamente (Seção 2.5.5). Os resultados apresentaram ótima correlação com experimentos. Posteriormente, o método foi estendido por ALMOSNINO (1985) para analisar esteiras de separação assimétricas. Novamente, não cita-se o problema da indeterminação para corpos fechados, uma vez que aparentemente as geometrias analisadas possuíam regiões posteriores abertas.

SRIVASTAVA & MOOK (1994) propuseram um método semelhante ao de ASFAR et al (1979), porém sem o uso de fontes auxiliares, nem de qualquer

tratamento especial para os pontos de controle, os quais eram simplesmente posicionados nos centróides dos painéis. Os autores confirmam que uma das vantagens do método é o baixo custo computacional envolvido no cálculo de influências dos dipólos/vórtices. Ao contrário dos outros trabalhos, este aborda especialmente o problema da indeterminação para corpos fechados, propondo como solução a fixação arbitrária da intensidade de um dos painéis. Apesar de declararem que o método possui boa exatidão, os autores apresentam apenas um caso de comparação, para o escoamento ao redor de uma esfera, com resultados satisfatórios.

Finalmente, é importante destacar que todos os métodos citados nesta seção exigiam a avaliação da contribuição de velocidade tangencial, dada pela Eq. 38, obviamente devido à representação superficial com dipólos.

2.5.3 Sofisticação da Discretização Geométrica e de Singularidades.

Conforme comentado na Seção 2.4.2, a segunda geração no desenvolvimento dos métodos de painéis caracterizou-se por propostas para melhorar sua eficiência através de formas de representação mais sofisticadas para a geometria dos corpos e para as distribuições de singularidades σ e μ . Assim, tais representações seriam de *ordem mais elevada* que as utilizadas anteriormente, levando em conta a curvatura dos painéis e/ou distribuições não constantes de singularidades sobre cada elemento.

Algumas das vantagens inicialmente vislumbradas com esse tipo de modelagem, tais como comentadas por RUBBERT & SAARIS (1972) e JOHNSON & RUBBERT (1975), seriam:

- (a) Aumento da exatidão para um certo número de painéis.
- (b) Diminuição da quantidade de painéis para uma certa exatidão, com uma possível diminuição de custo computacional.
- (c) Redução da sensibilidade à forma de discretização, apresentada pelos métodos de ordem reduzida de primeira geração, devido à melhor representação de gradientes locais.

A maioria dos métodos de segunda geração, como aqueles apresentados na Seção 2.4.2, foram propostos com base nessas possibilidades.

Segundo HESS (1985), existe alguma confusão sobre a real definição do que seria um método de “ordem elevada”. Uma vez que a integração analítica das distribuições de singularidades só é possível sobre painéis planos, alguns autores continuaram usando esse tipo de elemento, apenas adotando variações mais sofisticadas de singularidades (lineares ou quadráticas) e referindo-se aos métodos resultantes como de ordem elevada. No entanto, segundo HESS (1990), resultados de análise indicam que, em princípio, não faz sentido aumentar a sofisticação de σ e μ sem levar em conta a curvatura dos painéis, pois essas variações têm mesma ordem de grandeza.

Consequentemente, este último autor afirma que o único método que realmente merece a designação de “ordem elevada” é o de ROBERTS & RUNDLE (1972), o qual representa tanto a curvatura dos painéis quanto a variação de singularidades por funções paramétricas “spline”. No entanto, integrações por quadraturas numéricas são necessárias sobre cada painel, aumentando o custo computacional do algoritmo a uma nível proibitivo e introduzindo inúmeras complicações adicionais. HESS (1985) afirma que o método, embora não prático, é útil para fornecer dados de elevada exatidão para validar outros métodos, como ocorre por exemplo no trabalho de SYSTMA et al (1978).

Aparentemente, à medida que mais testes e resultados tornaram-se disponíveis, vários autores passaram a concluir que, dependendo do tipo de escoamento em estudo, muitas das vantagens previstas para métodos de ordem elevada não se realizavam efetivamente. Muitas dessas conclusões foram sintetizadas no importante trabalho de MASKEW (1982), que pode considerado o marco inicial da terceira geração de métodos de painéis (Seção 2.4.3). O autor afirma que, para escoamentos tridimensionais *subsônicos*, nenhuma vantagem real em termos de relação entre exatidão e custo computacional havia sido verificada até aquela data (itens (a) e (b) acima), ilustrando esta tese para um caso bidimensional de interação vórtice/superfície.

Além disso, o autor propõe um método de ordem reduzida utilizando dipólos sob condição de Dirichlet (Seção 2.5.2.3), propondo que essa formulação resolveria o

problema da sensibilidade à discretização observada nos primeiros métodos com fontes/Neumann (item (c) acima). Adicionalmente, afirma que o método proposto apresentava bons resultados mesmo em escoamentos com fortes interações de circulação (tal como em asas com flapes e naceles).

HESS (1990) concorda em parte com essas afirmações, verificando a não necessidade de representações de ordem elevada para certos escoamentos subsônicos *externos* e afirmando que, na maioria dos casos, a maior complexidade desses métodos torna o custo computacional maior para uma certa exatidão. No entanto afirma que, em certos problemas com forte interação de circulação e principalmente escoamentos internos (tais como em dutos), pode ser necessária uma representação mais sofisticada. O autor demonstra este ponto para um duto estreito, gerado pela rotação de um aerofólio, em escoamento eixo-simétrico, comparando resultados entre métodos de ordem reduzida, um método de ordem elevada e a solução exata. Estes resultados, em termos de C_p na parede interna ao duto, são apresentados na Fig. 10. A maior exatidão do método de ordem elevada é evidente. Resultados semelhantes também foram obtidos nos testes efetuados por SYSTMA et al (1978).

A maioria dos autores pesquisados concorda que representações de ordem elevada são estritamente necessárias apenas para escoamentos supersônicos. Segundo HESS (1985), a representação descontínua de ordem reduzida provoca erros associados às arestas dos painéis que são, num escoamento supersônico, propagados à jusante dentro de cones de Mach, eventualmente provocando grandes erros. Exemplos desse tipo de problema são apresentados por TINOCO & RUBBERT (1985), que demonstram a maior robustez do método de ordem elevada PAN AIR em escoamentos supersônicos, em relação a métodos mais simples.

Finalmente, uma comparação geral entre características de métodos de painéis de ordem reduzida e elevada foi proposta por KATZ & PLOTKIN (1991). Essa comparação é reproduzida aqui na Tabela 3.

	Ordem Reduzida	Ordem Elevada
Derivação dos coeficientes de influência	Simple	Mais complexa
Programação	Simple	Complexa (mais detalhes)
Tamanho do programa	Pequeno: mini ou microcomputadores.	Grande: máquinas de maior porte.
Custo computacional	Baixo	Mais alto
Exatidão para um numero fixo de painéis	Menor	Maior
Exatidão para um tempo fixo de execução	Maior	Menor
Sensibilidade a falhas na discretização	Pouco sensível	Falhas não são toleradas
Extensão para o regime supersônico	Possível	Simple

TABELA 3 - Comparação entre métodos de painéis de ordens elevada e reduzida
(KATZ & PLOTKIN, 1991)

Verificou-se na presente revisão que, embora tenham sido relegados a um segundo plano na representação de escoamentos subsônicos, devido ao custo e complexidade elevados, métodos de ordem elevada têm sido aplicados com sucesso em situações com interação intensa entre corpos, tais como na integração entre asas e sistemas de propulsão (CHEN & TINOCO, 1984) e em aeronaves configuradas para sustentação elevada (TINOCO et al 1987). Além disso, métodos desse tipo também têm sido aplicados em situações de pesquisa nas quais a exatidão é muito importante, a despeito do custo computacional, tal como nas avaliações de arrasto induzido realizadas por KROO & SMITH (1990) e no estudo para asas em forma de crescente realizado por SMITH & KROO (1993).

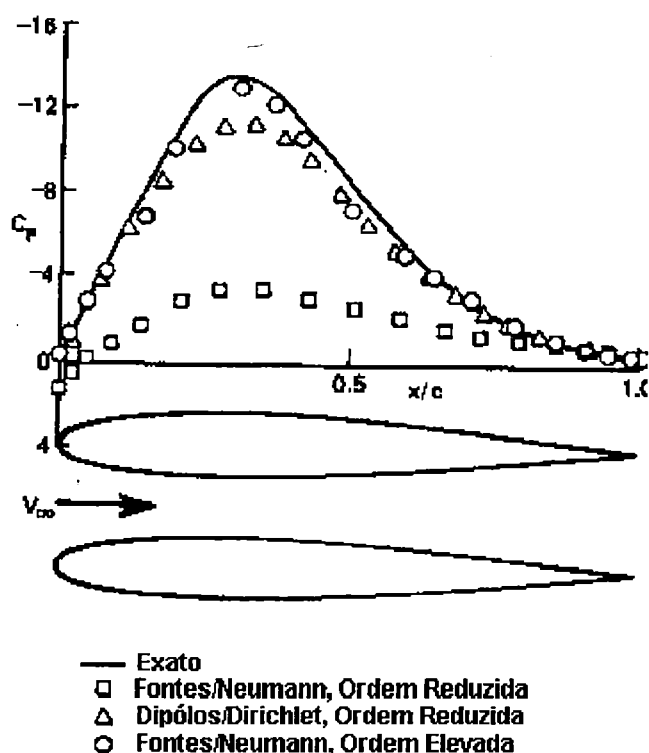


FIGURA 10 - Escoamento interno, comparação em C_p , métodos de ordem reduzida e elevada (HESS, 1990).

2.5.4 Condição de Kutta.

Conforme apresentado na Seção 2.3, a condição de Kutta para uma superfície sustentadora com perfil de aerofólio consiste no fenômeno físico, relacionado à viscosidade do fluido, pelo qual o escoamento aderido à superfície não contorna o bordo de fuga agudo do aerofólio. Ao contrário, o escoamento deixa o bordo de fuga com velocidade contínua e finita. Esse fenômeno introduz uma circulação no escoamento, responsável pela taxa de variação de quantidade de movimento na direção transversal ao escoamento livre, que resulta em forças de sustentação.

A Fig. 11 traz uma representação do fenômeno num escoamento invíscido hipotético ao redor de um aerofólio típico (HESS, 1975). Conforme pode ser observado, o escoamento sob condição de Kutta (c) pode ser interpretado como um escoamento básico sem circulação (a), sobreposto a um campo de velocidades

circulatório (b). Observa-se que, no escoamento sem circulação (a), a velocidade do escoamento tende ao infinito ao redor do bordo de fuga, devido ao raio nulo nesse ponto.

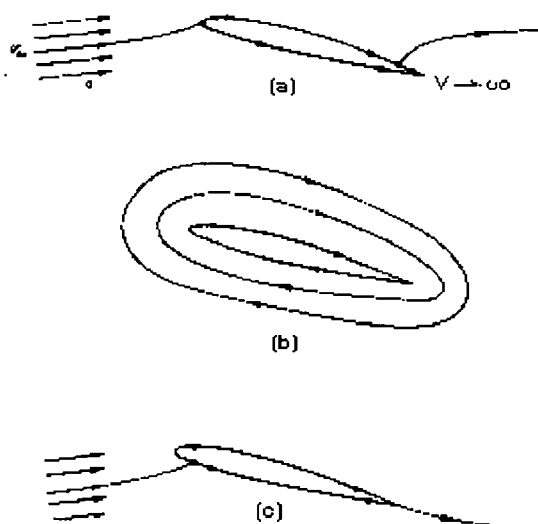


FIGURA 11 - Condição de Kutta (HESS, 1975): (a) Escoamento sem circulação. (b) Escoamento circulatório. (c) Escoamento resultante.

Conforme comentado na Seção 2.3, a hipótese de escoamento invíscido não permite a simulação inerente desse fenômeno, de modo que num método de painéis a condição de Kutta deve ser imposta de alguma forma, como condição de contorno, associada às esteiras de vorticidade/dipólos sendo emitidas pelas superfícies sustentadoras. HESS (1990) afirma que esta é a condição de contorno mais importante a ser considerada em aplicações aeronáuticas, não apenas pelo fato de determinar a intensidade de forças sustentação, mas também porque a distribuição de circulação em geral determina as características globais do escoamento.

Inicialmente, é importante destacar que, como qualquer representação aproximada de um efeito viscoso sobre o escoamento potencial (Seção 2.3), a imposição da condição de Kutta num Método dos Painéis não passa de um artifício de modelagem, considerando $Re \rightarrow \infty$. Segundo HESS (1975), essa modelagem, embora amplamente aceita, não é estritamente correta para corpos sem bordo de fuga definido e, mesmo para aerofólios, pode acarretar em erros de até 20% em força

resultante, com relação ao escoamento real. Assim sendo, sua aplicação deve ser consciente e cuidadosa.

Observa-se também que, até este ponto, considerou-se que o aerofólio da superfície em questão teria um bordo de fuga de espessura nula, ou seja, definido por apenas um ponto. No entanto, em muitas situações práticas, o aerofólio possui uma certa espessura no bordo de fuga que não pode ser desprezada. Mesmo que essa característica eventualmente faça pouca diferença, é necessário estar ciente de que o escoamento real teria padrões diferentes daquele ao redor de um bordo de fuga perfeitamente agudo. De qualquer maneira, nenhuma das duas situações seria reproduzível num método de painéis, de maneira que um modelo adequado deveria ser arbitrado também para a situação com bordo de fuga espesso, procurando-se produzir o resultado mais útil possível.

Segundo HESS (1990), é na forma de imposição da condição de Kutta que os métodos de painéis apresentam sua maior variedade. Colocando pequenas diferenças à parte, a revisão permitiu classificar as formas dessa condição em três tipos básicos:

Tipo 1: Direção pré-definida de emanção da esteira. Esta forma é utilizada em vários métodos de ordem reduzida, principalmente os do tipo “fontes superficiais”. Tendo sido introduzida por RUBBERT & SAARIS (1969), foi utilizada e estendida também no método MBB (KRAUS, 1978) e por HUNT (1978), entre outros.

A proposta é baseada na premissa de que, devido à condição de Kutta, a esteira de vorticidade que deixa o aerofólio o faz aproximadamente na direção da reta bissectora do ângulo do bordo de fuga, tangente à linha média entre as superfícies superior e inferior (linha de arqueamento). Isso corresponde a dizer que a velocidade na direção normal a essa reta bissectora deve ser nula no bordo de fuga. A geometria desse problema é ilustrada esquematicamente na Fig. 12, para um aerofólio típico, com bordo de fuga agudo.

Portanto, num método de painéis é possível, em princípio, colocar *pontos de controle adicionais* ou *pontos de Kutta* sobre o bordo de fuga e impor que sobre estes a velocidade seja nula na direção normal à reta bissectora do aerofólio ($V_N = 0$). No caso tridimensional, a reta bissectora pode ser substituída por um plano médio local.

Este pode ser considerado uma extensão da superfície média definida pelos aerofólios, ou superfície de arqueamento.

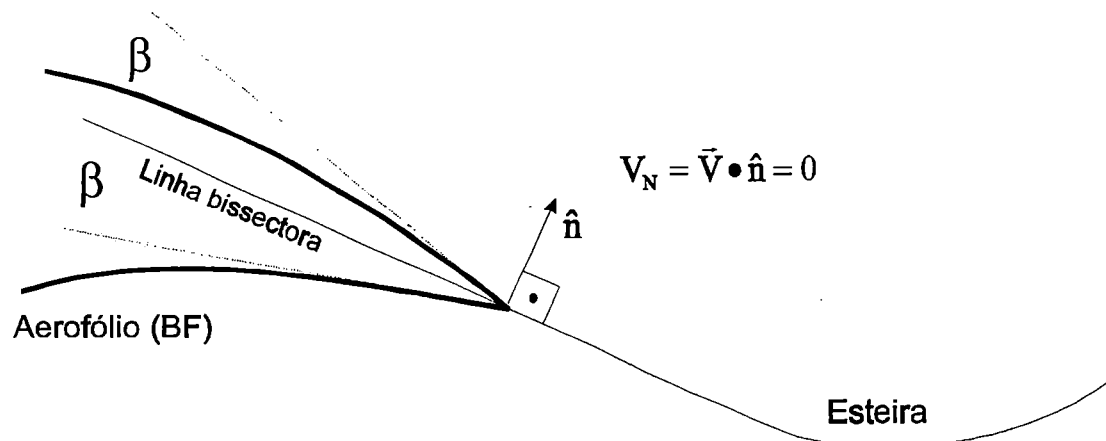


FIGURA 12 - Esteira na direção da reta bissectora do bordo de fuga.

No entanto, na maioria dos métodos de painéis de ordem reduzida, a linha do bordo de fuga é ocupada pelas arestas de painéis adjacentes, as quais em geral induzem velocidades singulares, tendendo ao infinito. Assim, localizar os pontos de Kutta exatamente sobre o bordo de fuga acarretaria grandes erros numéricos. A solução adotada por muitos autores é colocar os pontos a uma pequena distância δ atrás do bordo de fuga, sobre o plano médio entre as superfícies inferior e superior. A geometria resultante é ilustrada na Fig. 13. HUNT (1978) recomenda valores de δ entre 0.2% e 0.5% da corda local da superfície sustentadora.

Os pontos de Kutta são então tratados como quaisquer outros pontos de controle, pertencentes aos painéis da superfície. Uma vez que, num método de ordem reduzida como aquele descrito na seção 2.2, cada ponto de controle deve corresponder a uma intensidade incógnita de singularidade, cada ponto de Kutta pode ser associado à intensidade μ_w de uma faixa de dipólos da esteira (Fig. 13). Além disso, a maioria dos autores associa geometricamente cada faixa de dipólos da esteira a uma coluna de painéis ao longo da corda da superfície sustentadora (Fig. 7 e Fig. 13), para minimizar erros numéricos.

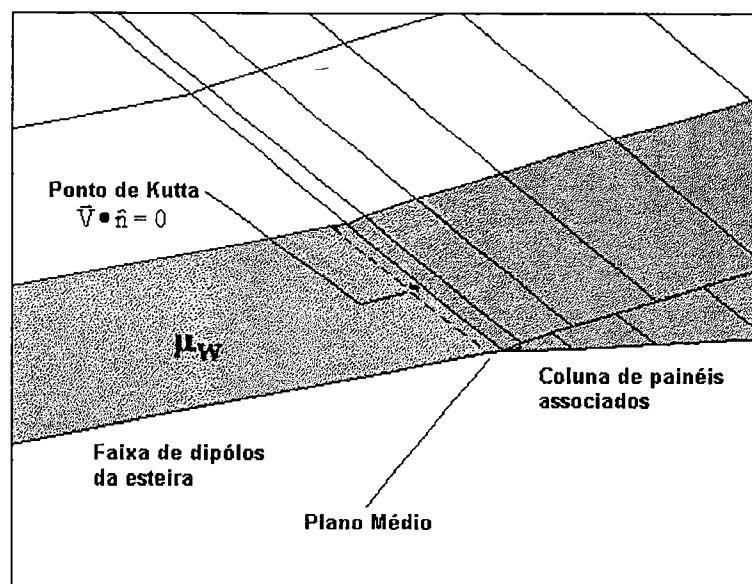


FIGURA 13 - Condição de Kutta, Tipo 1. Região do bordo de fuga.

Essa abordagem apresenta pequenas diferenças entre alguns autores, mencionadas por SYSTMA et al (1978). HUNT (1978), por exemplo, aborda o problema de que os pontos de Kutta não se localizam exatamente sobre o bordo de fuga, mas sim deslocados da distância δ , portanto o valor da componente normal V_N poderia não ser zero. Para reduzir esse problema, o autor propõe que a velocidade normal imposta assuma um valor extraído de soluções analíticas bidimensionais para uma certa família de aerofólios, caracterizados pelo comprimento de corda C e ângulo de abertura do bordo de fuga ε . O valor analítico seria dado por:

$$V_N = \frac{\Gamma}{\pi C} \left(\frac{\delta}{C} \right)^p, \text{ com } p = \frac{\pi + \varepsilon}{2\pi - \varepsilon} \quad (40)$$

Onde:

- Γ intensidade de circulação local
- C corda local da superfície sustentadora
- δ deslocamento do ponto de Kutta
- ε ângulo de abertura do bordo de fuga do aerofólio

Embora coloque a proposta, o autor não oferece provas diretas de que a mesma produza melhores resultados do que o valor $V_N = 0$.

Para o caso de aerofólios espessos, encontraram-se algumas formas particulares a certas formulações. Para métodos de fontes superficiais (Categoria 1, Seção 2.5.2.1) utilizando dipólos internos, tais como o método NLR citado por SYSTMA et al (1978), a esteira pode ser considerada emitida a partir a linha média do aerofólio, ou seja, de meia espessura do bordo de fuga, fornecendo bons resultados. Com o uso de dipólos na superfície, no entanto, essa medida não é possível devido à necessidade de manter continuidade de dipólos no bordo de fuga. Apesar disso, os resultados de SYSTMA et al (1978) indicam que, muitas vezes, uma solução paliativa adequada pode ser modificar o aerofólio ligeiramente, para que apresente um bordo de fuga agudo. Essa modificação poderia feita alterando-se a declividade local do aerofólio ou estendendo-se as superfícies superior e inferior até um comprimento de corda ligeiramente maior.

Segundo HESS (1990), o principal ponto negativo deste tipo de condição de Kutta é a arbitrariedade da adoção da direção inicial da esteira como sendo a da reta bissectora do aerofólio. Conforme mencionado por MANGLER & SMITH (1970), num escoamento real essa direção pode depender de condições ligadas à viscosidade. No entanto, tendo em vista que existem vários exemplos de sucesso de utilização desta forma de condição de Kutta, como por exemplo em SYSTMA et al (1978), não existe razão para acreditar que esta modelagem seja mais errônea que qualquer outra, dentro de uma aproximação potencial.

Tipo 2: Equalização de intensidades de dipólos no bordo de fuga. Esta forma é utilizada em métodos que utilizam distribuições de dipólos na superfície, seja sob condição de contorno de Neumann ou de Dirichlet (Seções 2.5.2.2 e 2.5.2.3)

A proposta, descrita em detalhe por KATZ & PLOTKIN (1991), é baseada no seguinte fato: se o escoamento não contorna o bordo de fuga, então a vorticidade localizada $\vec{\gamma}_{TE}$ ao longo do mesmo deve ser nula. Baseado na Eq. 22, conclui-se a seguinte relação:

$$\vec{\gamma}_{TE} = \nabla\mu \times \hat{n} = 0 \Rightarrow \mu = \text{constante} \quad (41)$$

A Eq. 41 indica que, para que a condição de Kutta se satisfaça, a intensidade total de dipólos observada ao passar-se da superfície para a esteira deve permanecer constante. Portanto, considerando-se a normal orientada externamente aos corpos e um aerofólio com bordo de fuga puntual, a esteira deve manter a intensidade de dipólos μ_w do bordo de fuga, constituída das parcelas μ_U da superfície superior e μ_L da inferior, resultando em:

$$\mu_w = \mu_U - \mu_L \quad (42)$$

Assim, sob essas hipóteses, a condição de Kutta poderia ser imposta considerando a esteira com intensidade local de dipólos igual à intensidade total no seu ponto de contato no bordo de fuga. Em métodos de painéis de primeira ordem, tais como aquele proposto por MASKEW (1982), é usual adotar-se os valores μ_U e μ_L como aqueles dos painéis imediatamente adjacentes, conforme indicado na Fig. 14.

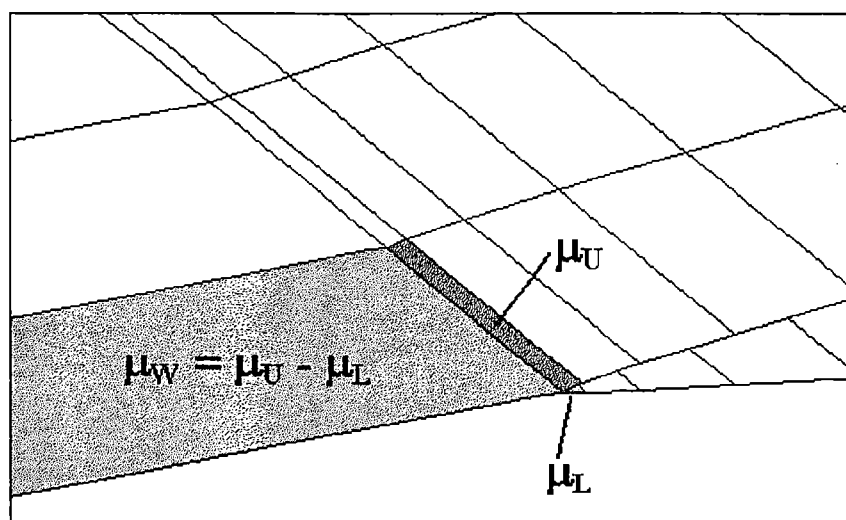


FIGURA 14 - Condição de Kutta, Tipo 2. Região do bordo de fuga.

Esta forma da condição de Kutta, também adotada em muitos Métodos de Malhas de Vórtices (MARTINS, 1993), tem sua principal vantagem no baixo custo computacional, uma vez que cada faixa da esteira tem sua intensidade em função dos painéis adjacentes ao bordo de fuga, não contribuindo para o aumento da ordem do

sistema linear da Eq. 28. MASKEW (1982) e KATZ & PLOTKIN (1991) apresentam vários exemplos de aplicação de sucesso dessa modelagem. Por outro lado, HESS (1990) afirma e exemplifica que esta forma da condição de Kutta pode não ser suficiente para escoamentos mais rigorosos, sobre geometrias mais complexas ou sob fortes interações de circulação.

Para o caso de aerofólios com bordo de fuga não puntual, encontrou-se apenas uma proposta de modelagem semelhante, utilizada no método de ordem elevada PAN AIR com a formulação dipólos/Dirichlet (Categoria 2, Seção 2.5.2.2) e descrita por TINOCO & RUBBERT (1985). Basicamente, duas esteiras são utilizadas, uma para a superfície superior e outra para a inferior do aerofólio. Para cada uma, aplica-se a equalização da intensidade μ . Finalmente, painéis são colocados na base do aerofólio, com condições de contorno locais para garantir, nas palavras dos autores, “escoamento contínuo”.

Tipo 3: Equalização de pressões no bordo de fuga. Utilizada anteriormente em casos bidimensionais e proposta para o uso em três dimensões por HESS (1975), foi aplicada por este último em diversos estudos de caso.

A proposta é baseada na seguinte verificação física: se o escoamento ao redor de um aerofólio não contorna o bordo de fuga (Fig. 11), então a pressão estática do escoamento na região superior do aerofólio adjacente ao bordo de fuga deve ser igual àquela na região inferior, caso contrário a diferença de pressão provocaria uma componente na direção normal ao bordo de fuga. Assim sendo, a condição de Kutta pode ser imposta forçando-se a condição de *pressão coincidente* entre as superfícies superior e inferior, no bordo de fuga.

Segundo HESS (1975), as pressões no bordo de fuga podem ser assumidas como aquelas dos painéis adjacentes, ou como uma extrapolação com base em mais painéis vizinhos. A equalização dessas pressões gera, para cada ponto considerado do bordo de fuga, uma equação adicional, e a indeterminação do sistema da Eq. 28 é evitada assumindo-se valores independentes μ_w para as faixas das esteiras de dipólos (Fig. 7).

A principal dificuldade neste tipo de modelagem é o fato de que as pressões são proporcionais ao quadrado das velocidades locais. Assim sendo, a equação

relativa a cada ponto de Kutta é *quadrática*, em função das intensidades μ^2 e σ^2 , e o sistema da Eq. 28 deixa de ser linear. No entanto, segundo HESS (1975), essa dificuldade pode ser contornada com métodos de solução modificados sem grande esforço, devido à relativamente pequena quantidade de equações não lineares. Um exemplo é o método proposto por CLARK¹² apud HESS (1990), no qual um procedimento de solução iterativa do sistema linear leva em conta, para cada iteração, uma forma linearizada das equações quadráticas decorrentes da condição de Kutta.

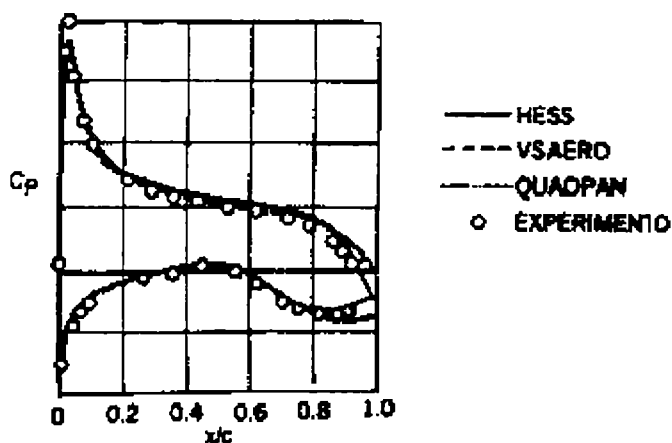


FIGURA 15 - Comparação de formas da condição de Kutta (HESS, 1990).

Em contrapartida a essa dificuldade, HESS (1990) afirma que esta forma da condição de Kutta é mais robusta que outras, por estar diretamente relacionada com a motivação física do fenômeno, não sendo necessárias hipóteses especiais. Para exemplificar essa tese, o autor apresenta resultados comparativos entre um método com esta condição de Kutta e outros dois métodos (VSAERO, QUADPAN) com condições do Tipo 2 (de equalização de intensidades de dipólos), para coeficientes C_p ao redor de uma asa. Esses resultados são reproduzidos na Fig. 15. Observa-se claramente que, para este caso, os métodos utilizando a condição de Kutta do Tipo 2

¹² CLARK, R. W. (1985) *A new iterative matrix solution procedure for three-dimensional panel methods*. AIAA Paper 85-0176.

apresentam diferenças de pressão na região do bordo de fuga da ordem de 50% da pressão dinâmica do escoamento livre.

Finalmente, não foi encontrada nenhuma proposta de utilização dessa forma da condição de Kutta para o caso de aerofólios com bordo de fuga espesso ou não puntual.

2.5.5 Modelagem de Esteiras de Vorticidade

Conforme apresentado na Seção 2.3, para escoamentos com sustentação gerada por superfícies submetidas à condição de Kutta, modelos de métodos de painéis devem incluir esteiras de dipólos associadas aos bordos de fuga dos aerofólios, representando a propagação de vorticidade à juzante que satisfaz as leis de Helmholtz (ANDERSON, 1985).

Concluiu-se também que, para uma representação estritamente correta, as esteiras de vorticidade deveriam ser superfícies de corrente livres de forças, uma vez que são constituídas de elementos de fluido em escoamento permanente. No entanto, este requerimento introduz uma não-linearidade na solução do problema. Isso ocorre porque a forma das esteiras depende das velocidades locais do escoamento, que são resultados da solução final que, por sua vez, é afetada pela geometria das esteiras.

HESS (1990) afirma que a forma da esteira é pouco importante em muitos casos de aplicação prática em aeronáutica, nos quais a mesma não se aproxima de alguma parte da configuração à juzante da superfície sustentadora que a emite. Dessa forma, a esteira poderia ser considerada com uma geometria previamente assumida como adequada. Observa-se, no entanto, que o caráter subjetivo desta afirmação indica que a aplicação desse critério é bastante dependente do conhecimento prévio do problema, além do tipo de análise desejada.

Uma forma de esteira adotada muitas vezes, como aproximação de primeira ordem, é aquela orientada na direção do escoamento livre (HESS, 1985). Uma vez que esse escoamento é uniforme em muitas aplicações aeronáuticas, nestes casos a esteira torna-se uma superfície gerada por uma reta semi-infinita. Outra alternativa semelhante seria a orientação segundo uma direção geométrica preferencial da

configuração (Fig. 7). Estas duas formas simplificadas demonstram serem válidas e muitas vezes equivalentes, ao menos para casos onde pequenas perturbações de velocidade podem ser assumidas, tais como nos métodos clássicos revisados por THWAITES (1960) para asas com aerofólios de pequena espessura. Além disso, existem vários exemplos de sucesso da aplicação dessas formas de esteira para asas isoladas, tais como por HESS (1975), KRAUS (1978) e HUNT (1978).

No entanto, quando o estudo de interesse relaciona-se justamente com a interferência das esteiras sobre componentes colocados à juzante, tal como no caso posto por RIBEIRO & RESENDE (1993), a geometria das esteiras passa a ser importante. Neste caso, KATZ & PLOTKIN (1991) afirmam que uma boa aproximação para a colocação da esteira seria com base em resultados de visualização experimental. Essa medida foi adotada, por exemplo, por KATZ (1989).

Por outro lado, quando resultados experimentais não são disponíveis, a forma da esteira pode ser calculada aproximadamente com base no próprio método de painéis, porém a um custo computacional mais elevado do que a solução com esteira fixa. O princípio consiste em levar em conta a não-linearidade citada acima, que pode ser incluída na solução através de um processo iterativo, que exige várias avaliações intermediárias do método de painéis básico.

Duas formas desse tipo de proposta são apresentadas por KATZ & PLOTKIN (1991), e podem ser consideradas básicas. A primeira forma, conhecida como *relaxamento de esteira* ("wake relaxing"), parte da adoção de uma geometria inicial para a esteira (por exemplo, orientada na direção do escoamento livre), com a qual o método de painéis básico é executado. O resultado fornece componentes de velocidade atuantes sobre a esteira, cuja geometria é então modificada para orientar-se tangencialmente a essas velocidades locais. Essa modificação é feita em alguns pontos selecionados das faixas de dipólos, usualmente sobre planos perpendiculares ao escoamento livre, que definem uma discretização das faixas de dipólos da esteira (Fig. 16). Com a geometria modificada, o método de painéis é executado novamente, definindo novas componentes de velocidade local. O processo pode ser então repetido até que um critério de convergência seja satisfeito. A Fig. 16 ilustra o processo, representando a geometria da esteira de uma asa reta em algum passo do processo iterativo.

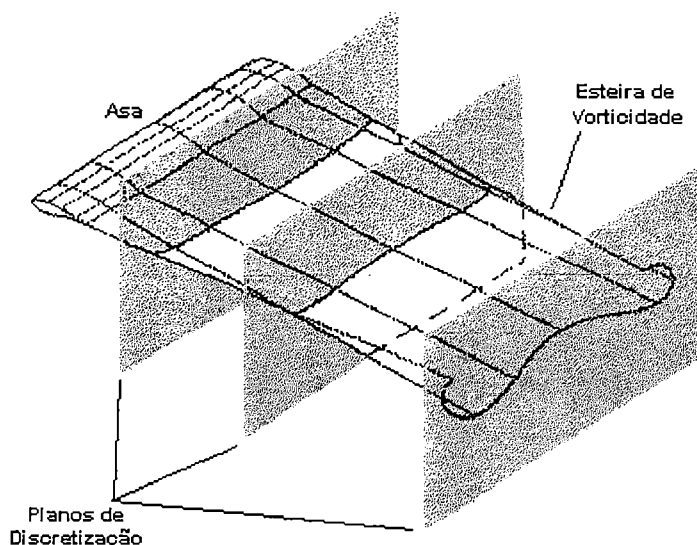


FIGURA 16 - Relaxamento de esteira.

Outro método iterativo semelhante é a chamada aproximação transiente ou “time stepping”. Neste processo, reproduz-se aproximadamente o processo transiente pelo qual a superfície sustentadora inicia a geração de circulação. Inicialmente, considera-se a superfície com uma esteira de dipólos curta, que inclui o efeito do chamado vórtice de partida (ANDERSON, 1985). Dado um intervalo de tempo, durante o qual considera-se que a esteira seria propagada a partir dos bordos de fuga, avalia-se a direção que esta assumiria devido às velocidades locais induzidas. O processo é repetido sucessivamente, e em cada iteração o método de painéis é avaliado com uma esteira de forma diferente e dimensão aumentada devido à inserção de novos pontos e à propagação dos pontos antigos à juzante do escoamento. Uma das vantagens em potencial desse método é o fato de que nem todos os pontos da esteira são considerados de início, o que reduz a quantidade necessária de avaliações das velocidades locais e portanto o custo computacional.

A obtenção da forma aproximada das esteiras de vorticidade pode ser considerada uma área de estudo em separado do tema métodos de painéis, embora muitas vezes relacionada ao último. Dessa maneira, o problema possui suas características e dificuldades particulares, tais como a convergência da geometria da esteira e as relações reais do fenômeno com a viscosidade do fluido. Devido a isso, um aprofundamento maior no assunto é considerado fora do escopo do presente

trabalho, recomendando-se as extensas revisões de SARPKEYA (1989) e RIBEIRO (1992) como referências sobre o estado da arte na área. Outras referências relacionadas e consideradas de interesse geral foram encontradas, tais como os trabalhos de ALMOSNINO & ROM (1983), ALMOSNINO (1985), KRASNY (1987), LAMARRE & PARASCHIVOIU (1992) e BLOY & JOUMA'A (1995). O trabalho de RIBEIRO & RESENDE (1993) é um exemplo de aplicação de uma técnica avançada de relaxamento de esteiras, acoplada a um método de painéis, no estudo da influência da propagação de vorticidade sobre uma aeronave completa.

2.5.6 Escoamento ao Redor de Corpos de Forma Genérica

A Seção 2.3 estabelece as condições gerais para justificar a aproximação, numa modelagem invíscida, da ocorrência da condição de Kutta em superfícies sustentadoras com perfil de aerofólio, associada a esteiras de vorticidade/dipólos. Os aspectos desse tipo de modelagem foram mais detalhados nas Seções 2.5.4 e 2.5.5.

Escoamentos ao redor de corpos de geometria qualquer também podem apresentar circulação líquida, resultando em forças de sustentação. No entanto, condições simplificadas como aquelas aplicáveis à forma do aerofólio não podem, em geral, ser usadas para prever esses efeitos. O objetivo desta seção é revisar alguns dos motivos físicos para isso, além de alguns trabalhos nos quais procurou-se utilizar uma modelagem simplificada para o escoamento ao redor de corpos genéricos.

HOERNER (1975) revisa os fenômenos físicos envolvidos para escoamentos ao redor de geometrias variadas, com especial atenção para corpos alongados tais como fuselagens e naceles de aeronaves. O trabalho de DÉLERY (1992) pode ser considerado um estudo generalizado sobre os princípios dos escoamentos ao redor de corpos genéricos.

Com base nesses trabalhos, é possível concluir que a maioria desses escoamentos apresenta o fenômeno da *separação* da camada limite. Este consiste basicamente na emissão dessa camada na forma de uma esteira de vorticidade ("shear layer"), a partir da superfície do corpo. Dentro desta, a vorticidade é propagada à juzante, respeitando a lei de Kelvin (ANDERSON, 1985) e continuando

a desenvolver-se no espaço, devido à difusão promovida pela viscosidade do fluido. Segundo HOERNER (1975), a separação e a emissão dessa esteira ocorre preferencialmente ao longo de linhas de descontinuidade geométrica do corpo, tais como arestas agudas.

Com base nesses fatos, é possível visualizar uma superfície sustentadora com perfil de aerofólio como um caso particular de corpo no qual ocorre uma “separação controlada” a partir da linha do bordo de fuga agudo, com a consequente emissão da esteira que propaga a vorticidade à juzante (DÉLERY, 1992). A diferença reside no fato de que a emissão de vorticidade ocorre com a menor perda de energia possível, de maneira a maximizar a circulação introduzida no escoamento. Esse rendimento energético permite que a máxima sustentação seja produzida com o menor arrasto possível.

Assim, tendo em vista essa analogia entre os escoamentos que ocorrem no aerofólio e num corpo qualquer, é possível imaginar que o escoamento ao redor de corpos genéricos também poderia ser representado modelando-se a esteira de vorticidade com uma esteira de dipólos. Esta seria propagada ao longo das linhas de separação, sobre as quais o escoamento respeitaria alguma forma da condição de Kutta. No entanto, conforme observado nos trabalhos revisados buscando esse tipo de modelagem, aparentemente isso é possível apenas para certos casos particulares de geometrias e escoamentos. Sem pretensão de apresentar uma abordagem completa sobre um assunto tão abrangente, a presente revisão identificou quatro fatores físicos que dificultam a generalização de uma modelagem simplificada para corpos de qualquer geometria, com base em conclusões e observações publicadas por LANDAU & LIFSHITZ (1959), HOERNER (1975), SARPKEYA (1989), KATZ & PLOTKIN (1991), e DÉLERY (1992):

- (a) Não é possível definir as linhas a partir das quais a separação da camada limite ocorre, sem levar em conta os efeitos reais da viscosidade. Além disso, conforme observado nos estudos de caso de DÉLERY (1992), o formato dessas linhas pode ser bastante complexo, podendo também envolver linhas de readesão (“reattachment”) das esteiras de vorticidade.

- (b) Conforme observado na Seção 2.3, a hipótese da esteira como uma superfície de dipólos de espessura infinitesimal é válida considerando-se $Re \rightarrow \infty$. Embora esta aproximação possa ser admissível para superfícies sustentadoras com camadas limites finas, a esteira de vorticidade que se desprende de um corpo de geometria genérica pode ter uma espessura não desprezível. Além disso, essa espessura pode desenvolver-se significativamente em regiões próximas ao corpo, processo que também é afetado pelo estado local do escoamento, que pode ser laminar ou turbulento. A forte influência da viscosidade nesses processos pode ser observada mesmo num estudo simplificado como o de KRASNY (1987).
- (c) Em muitos casos, o processo de separação da camada limite é variante com o tempo (transiente). Mesmo que uma representação média seja possível, esta pode não ser representativa.

Na presente revisão, observou-se que vários autores sugerem que essas dificuldades podem ser contornadas em muitas situações de aplicação prática de métodos de painéis. Por exemplo, HESS (1990) afirma que, em aplicações aeronáuticas, a maioria dos casos de interesse ocorre para corpos alongados (tais como fuselagens e naceles), em pequenos ângulos de ataque. Assim, ocorrem pequenas regiões de separação que podem ser ignoradas, desprezando-se a circulação associada. TINOCO & RUBBERT (1985) sugerem que a região de separação na região traseira de uma fuselagem, quando pequena, pode ser modelada aproximadamente, supondo-se uma esteira de dipólos propagando-se a partir de uma curva fechada de separação, com posição determinada empiricamente sobre a superfície, na qual satisfaz uma forma da condição de Kutta.

Propostas de modelagens mais complexas foram extensamente revisadas por SARPKEYA (1989), tendo apresentado diferentes graus de sucesso. A maioria delas envolve aproximações utilizando vórtices/dipólos para modelar esteiras, além de alguma forma modificada de condição de Kutta.

Um exemplo de sucesso para corpos alongados é o trabalho de ALMOSNINO & ROM (1983). Conhecendo de antemão o comportamento geral do escoamento não transiente ao redor de um míssil eixo-simétrico em ângulo de ataque,

os autores definem as linhas de separação da esteira com base em visualizações experimentais ou análises aproximadas de camada limite. Supondo-se a condição de Kutta do Tipo 2 sobre as linhas de separação, esteiras de dipólos são assumidas, cuja forma é estimada por relaxamento iterativo (Seção 2.5.5). Utilizando esta aproximação associada ao método de painéis do tipo dipólos/Neumann (Categoria 3, Seção 2.5.2.3), os autores conseguiram boas correlações com dados experimentais. O trabalho foi posteriormente estendido por ALMOSNINO (1985), para simulação de esteiras assimétricas.

Um caso de grande interesse geral que pode ser incluído na presente seção é o de asas em delta com bordos de ataque agudos. O fenômeno de emanação de esteiras exatamente a partir desses bordos de ataque é bem conhecido (ANDERSON, 1985), e eventualmente uma modelagem satisfatória pode ser conseguida com certas formas da condição de Kutta associadas a métodos de relaxamento iterativo das esteiras de dipólos. Vários trabalhos desse tipo foram encontrados, tais como ALMOSNINO et al (1983) e BANDYOPADHYAY (1991).

2.5.7 Escoamento ao Redor de Configurações Asa-Fuselagem

Um tipo de geometria de interesse especial em aplicações aeronáuticas é a chamada configuração asa-fuselagem, na qual uma superfície sustentadora (asa) forma uma interseção com um corpo, geralmente alongado e aproximadamente alinhado ao escoamento livre uniforme (fuselagem). Combinações desse tipo são encontradas na maioria das aeronaves (Fig. 4).

THWAITES (1960) e HOERNER (1975) descrevem qualitativamente alguns dos fenômenos envolvidos em escoamentos ao redor de geometrias desse tipo, em ângulo de ataque. Basicamente, a componente de velocidade transversal à fuselagem é geralmente aumentada com relação ao escoamento livre, aumentando portanto o ângulo de ataque (efeito 2α) e a sustentação local da asa na região da interseção (raiz). A asa, por sua vez, induz uma circulação ao redor da fuselagem na região da raiz. Assim, mesmo que a fuselagem isolada não gerasse circulação, a presença da asa faz com que o corpo gere uma parcela de sustentação por indução. Essa

circulação induzida em geral varia na direção transversal ao escoamento, portanto uma esteira de vorticidade deve ser emitida de alguma região da fuselagem, preservando as leis de Helmholtz. Finalmente, esses fenômenos ocorrem em combinação à contribuição da própria fuselagem para a circulação.

A simulação desse tipo de escoamento poderia ser interpretada como à daquele ao redor de um corpo genérico, a fuselagem, afetado pela introdução da asa. No entanto, conforme observado na Seção 2.5.6, a representação do escoamento real ao redor de um corpo genérico com um modelo invíscido não é possível num caso geral. Assim, em primeira análise, essa dificuldade se transmite ao problema da geometria asa-fuselagem.

Observou-se, na presente revisão, que a maioria dos trabalhos pesquisados transmite a idéia de que os métodos de painéis são inerentemente capazes de representar escoamentos ao redor de combinações asa-fuselagem. Conclui-se que essa idéia é, a rigor, errônea, devido as dificuldades enumeradas na Seção 2.5.6. Outra observação importante: também não foi encontrado nenhum trabalho que definisse uma forma de modelagem com total clareza e definição, completamente baseada em princípios físicos. Aparentemente, certas modelagens simplificadas e muitas vezes completamente arbitrárias são consideradas satisfatórias, dependendo do tipo de resultado que se deseja obter.

Aparentemente, a influência da fuselagem sobre a asa pode ser simulada satisfatoriamente, tal como no trabalho de GIESING (1968) com um método de malhas de vórtices. Em muitos métodos, no entanto, o problema reside em estimar o efeito da circulação induzida pela asa sobre a fuselagem. Segundo HESS (1990), em métodos do tipo "fontes superficiais" (Categoria 1, Seção 2.5.2) de ordem reduzida, o uso de dipólos auxiliares apenas na asa acarreta erros numéricos. Propõe então, assim como outros autores, que esses painéis de dipólos sejam estendidos interiormente à fuselagem.

Partindo da hipótese de que a fuselagem não emite esteira de vorticidade, RUBBERT & SAARIS (1972) sugerem que esses dipólos internos transmitam a intensidade da raiz da asa continuamente através da fuselagem, mantendo a circulação constante. HUNT (1978) afirma que, embora satisfatória para certas configurações, essa hipótese é inadequada para outras, sendo que uma distribuição

empírica de circulação pode ser adotada, associada a uma esteira interna de dipólos que compense sua variação. A maneira como essa “esteira interna” deixaria o corpo e afetaria as velocidades na superfície da fuselagem não é esclarecida.

TINOCO & RUBBERT (1985) apresentaram uma proposta melhor definida, na qual a esteira de dipólos/vorticidade seria integrada a uma esteira da fuselagem, esta última simulando uma região de separação e submetida a uma forma de condição de Kutta. Uma malha de painéis de dipólos de intensidade constante faria a interligação entre as esteiras. Uma vez que a proposta é feita para uma formulação de dipólos/Dirichlet (Categoria 2, Seção 2.5.2), conclui-se que não ocorrem problemas de descontinuidade de dipólos na junção entre a esteira e a fuselagem traseira. Uma modelagem semelhante foi adotada por ROGGERO & LARGUIER (1990). Esse tipo de modelo é exemplificado na Fig. 17, para a configuração de uma aeronave de transporte.

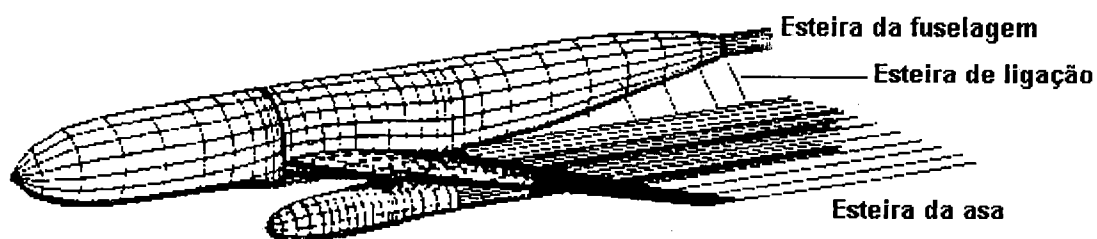


FIGURA 17 - Representação de configuração asa-fuselagem (TINOCO et al, 1985).

Essa proposta introduz com clareza uma postura física quanto ao posicionamento da esteira da asa com relação à fuselagem, representando também o fato de que esta contribui em parte para a circulação total. No entanto, observa-se que a geometria adotada para a esteira e a posição da região de separação ainda são completamente arbitrárias.

Finalmente, observou-se na literatura pesquisada uma certa carência de resultados completos de validação que permitissem avaliar a real capacidade das propostas de modelagem de sistemas asa-fuselagem.

2.5.8 Cálculo de Forças de Sustentação e Arrasto Induzido

Considere-se um escoamento livre e uniforme, incidente sobre um corpo qualquer. A presença de circulação no escoamento produz uma taxa de variação na direção transversal ao escoamento livre. Conforme observado por ANDERSON (1985) e em outros textos básicos, num escoamento bidimensional, essa variação resulta em forças sobre o corpo que são sempre perpendiculares ao escoamento livre, ou-seja, apenas forças de sustentação L resultam do fenômeno.

Por outro lado, num escoamento tridimensional, tal como ao redor de uma aeronave, escoamentos com circulação implicam que esteiras de vorticidade são emitidas pelo corpo, satisfazendo a conservação imposta pelas leis de Hemmholtz. Essas esteiras tridimensionais induzem velocidades que deformam o escoamento local, de tal maneira que uma componente D_i da força resultante se manifesta na direção do escoamento livre uniforme. O trabalho dessa força, oposta ao movimento relativo entre o corpo e o fluido, corresponde exatamente à energia cinética deixada na esteira de vorticidade, por unidade de tempo. Essa componente de força é o chamado *arrasto induzido*.

A sustentação e o arrasto induzido, que são componentes de força decorrentes da distribuição de circulação ao redor do corpo, se manifestam como forças de pressão, ou seja, decorrentes de tensões normais à superfície. Tensões tangenciais, que seriam causadas pela presença de uma camada limite sobre o corpo, não podem ser simuladas sob a hipótese do escoamento invíscido (Seção 2.3). Assim, sem aproximações adequadas (Seções 2.5.6 e 2.5.9), um método de painéis não é capaz de levar seus efeitos em conta, os quais incluem forças de arrasto devido à fricção superficial e forças de pressão adicionais devido à eventual emissão/separação da camada limite.

Por outro lado, supondo-se que a imposição aproximada da condição de Kutta e a colocação de esteiras de vorticidade/dipólos (Seção 2.3) fossem suficientes para reproduzir a *distribuição de circulação* do escoamento real, conclui-se que um método de painéis seria, em princípio, capaz de reproduzir exatamente as forças de sustentação e arrasto induzido, sob condições onde a camada limite encontre-se

aderida à superfície. Em problemas aeronáuticos, tais condições são típicas de baixos ângulos de ataque, com números de Reynolds acima de um certo limite mínimo.

O que verifica-se na realidade, conforme concluído a partir de KATZ & PLOTKIN (1991), é que essa modelagem é capaz de *apenas aproximar* a distribuição de circulação. Isso ocorre porque a presença da camada limite altera a forma efetiva do corpo com uma espessura de deslocamento (YOUNG, 1989), e a condição de Kutta no escoamento real não ocorre exatamente como no modelo suposto. O principal tipo de erro resultante em sustentação é a maior força de sustentação teórica, representada pelo coeficiente C_L , para um dado ângulo de ataque α , resultando num valor excessivo da derivada $dC_L/d\alpha$.

Mesmo assim, para várias configurações de interesse, a aproximação básica de um método de painéis pode ser suficiente para muitas aplicações práticas. Esse ponto de vista pode ser verificado em inúmeros resultados de método de painéis apresentados por HESS (1975) e KATZ & PLOTKIN (1991), em comparação a resultados experimentais, onde observam-se correlações consideradas suficientes em vários casos. Além disso, estes autores demonstram que a distribuição de circulação pode muitas vezes ser ajustada introduzindo-se correções de viscosidade para uma camada limite aderida à superfície (Seção 2.5.9), melhorando significativamente os resultados em forças resultantes.

Verifica-se também que, em problemas aeronáuticos, se a sustentação C_L é prevista com exatidão satisfatória, o arrasto induzido, representado por C_{Di} , também apresenta boa correlação com o valor real, se as esteiras utilizadas forem modeladas adequadamente (KROO & SMITH, 1990). Essa capacidade é confirmada para os métodos de painéis por JOBE (1985), em sua revisão sobre os métodos de estimativa de forças de arrasto mais utilizados na indústria aeronáutica. Segundo o autor, embora correções de viscosidade não sejam capazes de reproduzir o arrasto de separação e atrito com confiabilidade, a parcela de arrasto induzido pode ser estimada satisfatoriamente.

2.5.8.1 Métodos de Cálculo de Forças em Configurações Aeronáuticas.

Embora a maioria das formulações de métodos de painéis sejam inerentemente capazes de estimar forças de sustentação e arrasto induzido com boa exatidão, essa capacidade pode ser limitada pelo método utilizado para calcular essas forças, o qual pode introduzir erros numéricos prejudiciais.

Conforme citado acima, essas forças são decorrentes da distribuição de pressões sobre a superfície. Numa análise, essas pressões podem ser calculadas diretamente das velocidades locais induzidas pelos painéis, através da equação de Bernoulli. Assim sendo, uma forma de estimativa de forças aparentemente óbvia seria integrar a distribuição de pressões sobre a superfície do corpo, através de um método numérico adequado. Essa integração pode ser efetuada utilizando-se a própria discretização de painéis, resultando na força resultante atuante na superfície completa, que pode ser decomposta em arrasto, sustentação e forças laterais.

Esse método de cálculo de forças tem sido adotado em inúmeros métodos de painéis, tais como aqueles descritos por HESS (1975), HUNT (1978) e MASKEW (1982). Segundo LETCHER (1989), a técnica mostra-se em geral adequada para estimar as componente de sustentação e forças laterais sobre configurações aeronáuticas.

No entanto, os resultados deste e de outros trabalhos recentes têm indicado que a integração de pressões *pode introduzir grandes erros no cálculo de arrasto induzido*. Isso ocorre principalmente devido ao caráter geométrico da maioria das configurações de interesse em aeronáutica, onde a dimensão longitudinal predominante alinha-se aproximadamente com o escoamento livre e uniforme. Nesses casos, a componente da área de um painel na direção do escoamento é geralmente pequena, com uma ordem de grandeza que pode se aproximar do erro de arredondamento da máquina. Esse erro, somado para muitos painéis no processo de integração numérica, torna-se significativo no resultado final. Resultados divulgados por LETCHER (1989) e SMITH & KROO (1993) indicam ainda que o valor final calculado pode ser extremamente variante com a discretização adotada e com o ângulo de ataque, apresentando pouca ou nenhuma convergência com o aumento do número de painéis (vide Seção 4.4.2).

Essa deficiência vem de encontro à recente demanda por estimativas precisas de arrasto induzido. Segundo JOBE (1985), para aeronaves de transporte em vôo de cruzeiro, o arrasto induzido corresponde em média a 31% da força de arrasto total. De acordo com o trabalho revisivo de HENDERSON & HOLMES (1989), essa parcela pode chegar a uma média de 50% ao longo de toda a missão da aeronave, e tais porcentagens elevadas motivaram várias pesquisas em direção à redução de arrasto induzido na década de 1980.

A presente revisão verificou que vários estudos foram feitos para avaliar a capacidade inerente dos métodos de painéis neste sentido. Alguns destes trabalhos identificaram a deficiência básica da integração de pressões como método de estimativa, propondo outros métodos para avaliar o arrasto induzido. Algumas destas propostas serão analisadas a seguir.

Métodos Clássicos para Estimar Arrasto Induzido. Acredita-se que a avaliação de métodos para calcular o arrasto induzido deva partir dos métodos da aerodinâmica clássica. Considere-se inicialmente uma superfície sustentadora isolada, emitindo uma esteira de vorticidade, sob escoamento uniforme orientado na direção do eixo x ; considere-se ainda um volume de controle envolvendo a superfície. O problema completo é ilustrado na Fig. 18.

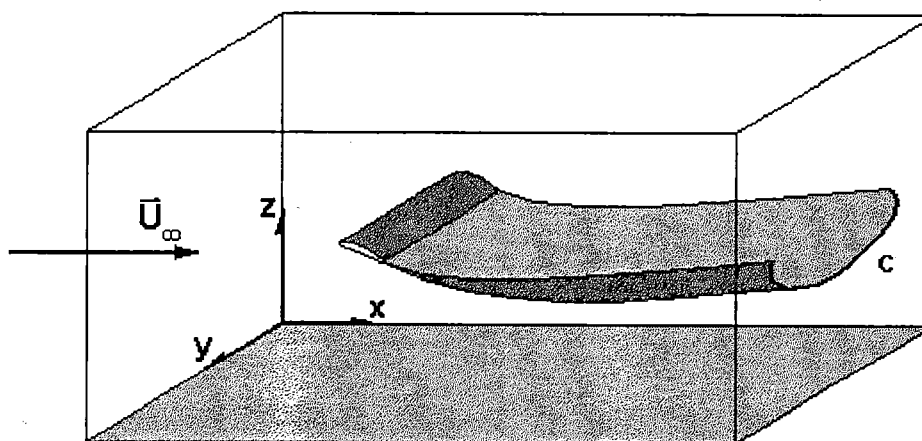


FIGURA 18 - Superfície sustentadora num volume de controle.

Conforme lembrado por LANDAU & LIFSHITZ (1959), qualquer força resultante sobre a superfície pode ser avaliada pelo fluxo de quantidade de movimento do fluido através das faces do volume de controle.

Segundo o método clássico de linha sustentadora, idealizado por Prandtl e implementado matematicamente por Munk (ANDERSON, 1985), uma superfície sustentadora de alongamento elevado pode ser representada por um segmento de vórtice linear ao longo da envergadura, associado a uma esteira semi-infinita de vorticidade, na direção do escoamento livre U_∞ e definida num plano. Avaliando-se a conservação da quantidade de movimento no volume da Fig. 18 sob estas hipóteses e considerando-se esse volume como infinitamente grande, o arrasto induzido pode ser expresso por uma integral ao longo da curva C (neste caso, um segmento de reta), dada pela interseção da esteira com o plano infinitamente à juzante, ou plano de Trefftz:

$$D_i = \frac{\rho}{2} \int_C \Gamma V_n dl \quad (42)$$

Onde

Γ intensidade local de vorticidade na esteira, $= d\mu_w/dl$.

V_n componente de velocidade normal a esteira.

Essa expressão leva à equação clássica para a intensidade do arrasto induzido sob a forma de coeficiente (ANDERSON, 1985):

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi A e} \quad (43)$$

JOBE (1985) observa que a função parabólica da Eq. 43 é válida em muitos casos práticos, mesmo para configurações complexas, definindo a dominância dessa forma de função para a dependência entre arrasto e sustentação. O problema geral reduz-se a definir o valor real do coeficiente de Oswald e para geometrias de aeronaves completas.

Propostas Recentes para Estimar o Arrasto Induzido. LETCHER (1989) recomenda o uso da avaliação do fluxo de quantidade de movimento num volume de controle finito que envolve a configuração, tal como na Fig. 18.

Numa abordagem generalizada, KROO & SMITH (1990) avaliam a técnica para um volume de controle infinito, considerando vários termos desprezados na abordagem clássica linearizada de Munk mencionada anteriormente, para levar em conta a possibilidade/necessidade de uma reproduzir a esteira real (não planar).

Com base nessa análise, os autores provam que, *para efeito de cálculo de arrasto induzido de uma superfície isolada*, utilizar uma esteira apenas orientada na direção do escoamento livre e efetuar o cálculo no plano de Trefftz (Eq. 42) seria um processo fundamentalmente correto, não sendo necessário considerar a deformação real da esteira (Seção 2.5.5). Isso ocorre porque, no plano de Trefftz, a uma distância infinita da superfície, as velocidades de perturbação na direção x são nulas, restando apenas a componente U_∞ . Por outro lado, os autores alertam para o fato de que esta conclusão é estritamente válida *apenas para superfícies sustentadoras isoladas*, sendo que para configurações mais complexas, erros de primeira ordem podem ser introduzidos ao não levar-se em conta a deformação real das esteiras de vorticidade.

Independente de quaisquer erros introduzidos, uma grande vantagem da avaliação do arrasto induzido no plano de Trefftz é a baixa sensibilidade dos resultados à discretização em painéis adotada. Essa qualidade é atestada novamente por LETCHER (1989) para o programa VSAERO, de ordem reduzida, e por SMITH & KROO (1993) para o programa PAN AIR, de ordem elevada. A insensibilidade dos resultados certamente permite estudos comparativos mais seguros.

MORTARA & MAUGHMER (1993) propuseram uma forma alternativa de cálculo de arrasto induzido. Nesta, a intensidade de vorticidade de cada faixa da esteira seria associada ao segmento do bordo de fuga do qual a faixa é emitida (Fig. 7 e 19). Considerando-se cada segmento com essa vorticidade concentrada, a Lei de Kutta-Joukowski (ANDERSON, 1985) seria aplicada a cada um deles, utilizando-se as velocidades induzidas pela esteira; a força total obtida seria o arrasto induzido. Os autores afirmam que a técnica apresenta um custo computacional mais baixo que a avaliação no plano de Trefftz com a forma real de esteira, e que também leva em

conta os efeitos da forma em planta da superfície e de esteiras deformadas. Embora aparentemente apresentem bons resultados, os autores não colocam uma justificativa física clara para o método. Resultados obtidos por MARTINS (1993) com a técnica aplicada a um Método de Malhas de Vórtices (Fig. 19) não indicam quaisquer vantagens especiais sobre a avaliação no plano de Trefftz, quando se utilizam esteiras na direção do escoamento livre.

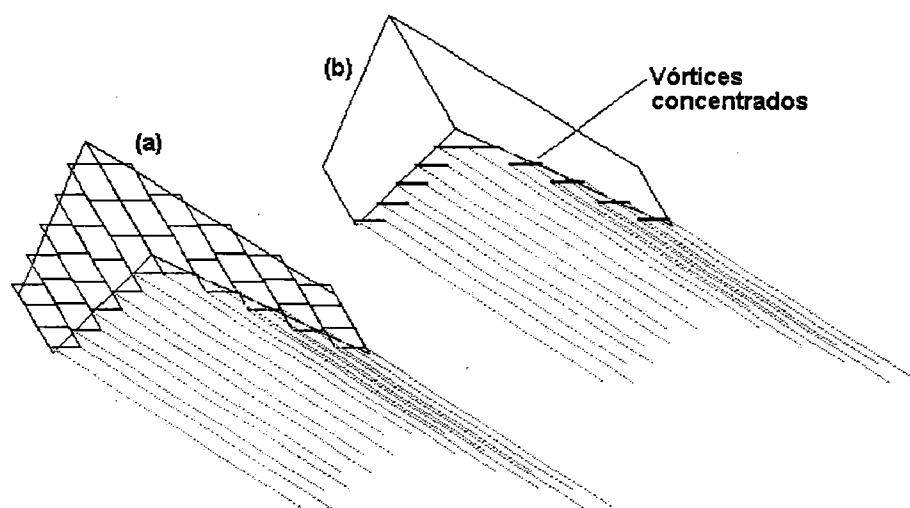


FIGURA 19 - Técnica de MORTARA & MAUGHMER (1993) aplicada a uma asa enflechada num Método de Malhas de Vórtices (MARTINS, 1993):

(a) Configuração de painéis;

(b) Vórtices concentrados no bordo de fuga.

Finalmente, a importância desse assunto é destacada exemplificando-se um estudo de caso, no qual a avaliação incorreta do arrasto induzido possivelmente indicou uma tendência falsa. Procurando avaliar as eventuais vantagens do uso de asas em forma de “lua crescente”, VAN DAM (1987) encontrou resultados que indicavam eficiências em arrasto induzido com $e > 1.0$, ou seja, superiores ao máximo teórico, previsto para uma distribuição elíptica de sustentação. No entanto, SMITH & KROO (1993) repetiram tais análises, utilizando um método de ordem elevada com discretizações extremamente refinadas. O arrasto induzido foi avaliado por integração de pressões e também no plano de Trefftz. A validade e estabilidade dos

resultados desta última técnica indicou que possivelmente os resultados observados anteriormente foram decorrentes de erros de integração numérica de pressões.

2.5.9 Correções para Compressibilidade e Viscosidade.

As Seções 2.1 a 2.3 enfatizam que os métodos de painéis abordados no presente trabalho são, por hipótese, capazes de representar apenas escoamentos de fluidos invíscidos e incompressíveis. A imposição dessas hipóteses é justamente o recurso necessário para representar um escoamento através de equações *lineares* (Seção 2.1), que podem ser resolvidas com um método de elementos de contorno (Seção 2.2), com relativa facilidade. No entanto, estas hipóteses limitam, a rigor, a aplicabilidade dos métodos.

Apesar disso, é possível introduzir correções para levar em conta certos efeitos de compressibilidade e viscosidade do fluido, aumentando significativamente a variedade de casos que podem ser tratados com um método de painéis básico. Os princípios dessas correções, assim como suas limitações, são comentadas nos parágrafos seguintes.

Correções de Compressibilidade. A maioria dos métodos de painéis se utiliza de correções de compressibilidade linearizadas, capazes de levar em conta tais efeitos dentro de uma certa faixa de variação de número de Mach, em regime subcrítico. Teoricamente, este tipo de correção é eficiente apenas para escoamentos que aceitem a hipótese de *pequenas perturbações* de velocidade, ou seja, as modificações de velocidade introduzidas pela presença do corpo são de pequena grandeza quando comparadas à velocidade do escoamento livre. Este é o caso de muitas aplicações aeronáuticas, nas quais corpos delgados encontram-se praticamente alinhados a um escoamento uniforme.

A correção mais conhecida deste tipo é a de *Prandtl-Glauert*, descrita em detalhe por LANDAU & LIFSHITZ (1959) e também por SCHLICHTING & TRUCKENBRODT (1979). A equação completa para o potencial de um escoamento

compressível, sob a hipótese de pequenas perturbações e escoamento livre uniforme orientado na direção x , pode ser rescrita na forma:

$$(1 - M^2) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (44)$$

A Eq. 44 é conhecida como equação de Prandtl-Glauert. Considere-se então a transformação de coordenadas para um sistema M , dada por:

$$x_M = \frac{x}{\sqrt{1 - M_\infty^2}}; \quad y_M = y; \quad z_M = z \quad (45)$$

Aplicando-se a Regra da Cadeia do Cálculo Diferencial, é simples representar a Eq. 44 no sistema de coordenadas M , o que resulta na Equação de Laplace para o potencial nesse sistema:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_M^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y_M^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z_M^2} = 0 \quad (46)$$

Conclui-se então que o problema em regime compressível definido pela Eq. 44 pode ser solucionado resolvendo-se a equação de Laplace (Eq. 46) para os corpos com geometria modificada pela transformação M , ou seja, com dimensões alongadas na direção x pelo fator $1/\sqrt{1-M^2}$. A partir dessa solução, é possível provar que, *sob a hipótese de pequenas perturbações*, as seguintes relações são válidas (KATZ & PLOTKIN, 1991):

$$u = \frac{u_M}{\sqrt{1 - M_\infty^2}}; \quad C_p = -2 \frac{u}{U_\infty} = \frac{C_{p,M}}{\sqrt{1 - M_\infty^2}} \quad (47)$$

Onde

u_M velocidade de perturbação em x , na solução transformada.

$C_{p,M}$ coeficiente de pressão na solução transformada.

Observa-se que o resultado em C_p é indicado em forma linearizada, pela hipótese de pequenas perturbações. Num método de painéis generalizado esta aproximação introduz uma discrepância, pois o cálculo de C_p diretamente pela Eq. 30 resultaria errôneo para um escoamento ao redor de um corpo não alongado. Além disso, é importante observar que o processo, embora possa fornecer bons resultados em C_p , não garante que a condição de contorno de velocidade normal (Eq. 5) seja satisfeita na superfície do corpo não transformado.

Fatos como esses, além dos erros inerentes às hipóteses, motivaram algumas formas modificadas de correção de compressibilidade, baseadas no método básico de de Prantl-Glauert, várias delas citadas por ANDERSON (1985). LAN (1988) também apresenta vários métodos de correção, assim como exemplos de falhas e sucessos em diferentes aplicações.

KRAUS (1978) apresenta um método de correção especificamente voltado para um método de painéis. Neste, as velocidades induzidas por cada elemento são calculadas no espaço transformado dado pela Eq. 45, porém a condição de contorno é satisfeita sobre os pontos de controle na superfície não transformada, não sendo necessário corrigir as velocidades finais resultantes. Embora essa medida garanta a satisfação da condição de contorno da Eq. 5 na superfície real do corpo, o autor não apresenta maiores justificativas físicas para a validade da correção. Apesar disso, casos de aplicação de sucesso são apresentados.

Finalmente, um exemplo que ilustra a capacidade geral desse tipo de correção é o trabalho de LEDNICER et al (1994). Ao estudar o problema da integração aerodinâmica entre as naceles dos motores e as asas de uma aeronave de transporte, os autores utilizaram e compararam os resultados entre um método de painéis (VSAERO, com correção de Prandtl-Glauert ou de Karman-Tsien), e um método para solução das equações de Euler no regime compressível (MGAERO). Para escoamentos com números de Mach que alcançavam o regime transônico, o método de painéis foi capaz de reproduzir os resultados do outro método mais geral, dentro do regime subcrítico, a um custo muito mais baixo, falhando apenas quando surgiam ondas de choque na superfície. É interessante observar também que o complexo escoamento em estudo dificilmente poderia ser considerado com pequenas perturbações de velocidade.

Correções para Viscosidade. Do ponto de vista de aplicações em Aerodinâmica, os principais efeitos da viscosidade de um fluido no escoamento ao redor de corpos foram comentados nas Seções 2.3 e 2.5.6. Com base nisto e em textos básicos como YOUNG (1989) e SCHLICHTING (1979), é possível dividir simplificada e tais efeitos em quatro tipos básicos, todos relacionados à formação de *camadas limite* sobre os corpos:

- (a) A redução da quantidade de movimento por atrito na camada limite introduz componentes de velocidade normais às superfícies. Este efeito pode ser interpretado como uma espessura fictícia adicionada à superfície, que desloca o escoamento irrotacional fora da camada limite, ou seja, introduz uma *espessura de deslocamento*.
- (b) A camada limite implica numa taxa de variação de quantidade de movimento que provoca tensões tangenciais à superfície. Essas tensões produzem uma componente de força de *arrasto por fricção*.
- (c) O desenvolvimento da camada limite sob gradientes de pressão adversos eventualmente provoca a *separação* dessa camada, que introduz esteiras de vorticidade, produzindo uma componente de força de *arrasto de pressão*. Esse arrasto também manifesta-se quando a camada limite deixa o corpo em condições não separadas.
- (d) A vorticidade líquida da camada limite num escoamento sob condição de Kutta (Seção 2.3) introduz circulação no escoamento, produzindo *forças de sustentação* na direção transversal ao escoamento incidente. Além disso, desenvolve-se uma esteira de vorticidade, cuja forma e intensidades afetam a configuração do escoamento.

Conforme comentado na Seção 2.3, a aproximação da condição de Kutta em conjunto com um modelo de esteira de dipólos pode ser suficiente para levar em conta os efeitos do item (d) acima. Por outro lado, conforme comentado na Seção 2.5.6, a separação da camada limite é um processo complexo, que em geral não

aceita uma modelagem simplificada, dificultando a representação dos efeitos do item (c) num método de painéis.

No entanto, os fenômenos colocados nos itens (a) e (b) podem eventualmente ser simulados com sucesso utilizando-se modelos analíticos simplificados para a camada limite aderida à superfície, que a representem com base em um número limitado de parâmetros. Os conceitos básicos desses modelos são abordados por SCHLICHTING (1979) para camadas limite tridimensionais. COUSTEIX (1990) e GRUNDMANN (1990) apresentam algumas formas particulares de modelagem numérica.

O processo típico de acoplamento entre um modelo numérico/analítico de camada limite e um método de painéis é descrito por KATZ & PLOTKIN (1991). Em geral, a técnica baseia-se num processo iterativo de solução. Partindo-se de uma distribuição de pressão para o escoamento invíscido, calculada pelo método de painéis, os efeitos da camada limite são estimados. A espessura de deslocamento resultante é então introduzida no método de painéis, como uma mudança equivalente da forma efetiva do corpo em escoamento invíscido. A distribuição de pressões modificada é utilizada novamente para estimar a camada limite, e todo esse processo é repetido iterativamente até a convergência dos resultados.

Existem duas maneiras amplamente utilizadas para levar em conta a espessura de deslocamento num método de painéis. Na primeira, mencionada por HESS (1975), a espessura de deslocamento é introduzida modificando-se a geometria dos painéis para a nova forma efetiva do corpo. A outra maneira, comentada por KATZ & PLOTKIN (1991), consiste em modificar a condição de contorno na superfície (Eq. 5) de maneira que a componente normal V_N tenha a intensidade prescrita para simular o deslocamento normal da camada limite (velocidade de transpiração). Observa-se que a segunda forma tem um custo computacional mais baixo que a primeira, uma vez que apenas o vetor B da Eq. 28 é modificado, não requerendo que toda a matriz de influência A seja reavaliada a cada iteração do processo.

O conceito de acoplamento entre soluções invíscidas e de camada limite alcançou grande sucesso para escoamentos bidimensionais ao redor de aerofólios, tal como nos métodos revisados por DRELA (1990). Para escoamentos tridimensionais

mais gerais, no entanto, a capacidade da técnica parece ser bastante dependente da complexidade do escoamento. Esta tendência é confirmada por JOBE (1985), que afirma que resultados satisfatórios para arrasto por fricção não podem ser obtidos para geometrias complexas de aeronaves. Por outro lado, alguns exemplos de sucesso puderam ser encontrados, tais como no estudo de CEBECI et al (1989) para asas de enflechamento médio. RUBBERT & SAARIS (1972) também apresentam um exemplo de utilidade da técnica, aplicada ao estudo da integração asa-fuselagem de uma aeronave de transporte. LEDNICER (1997) apresenta resultados de análise de uma aeronave leve utilizando o programa VSAERO acoplado a um modelo de camada limite, afirmando que bons resultados podem ser obtidos para o arrasto de fricção.

WIE & HARRIS (1991) obtiveram interessantes resultados para a camada limite ao redor da região dianteira de uma aeronave genérica. No entanto, apesar de demonstrar concisão física, os resultados não foram comparados com quaisquer dados experimentais. Este estudo foi estendido posteriormente por SPALL & WIE (1993), que introduziram um modelo de estabilidade para avaliar a tendência à transição da camada limite do regime laminar para turbulento. Neste, algumas comparações de validação mostram-se satisfatórias, demonstrando o potencial da técnica nesta área.

2.5.10 Eficiência Numérica.

Esta seção trata de algumas propostas encontradas no sentido de melhorar a eficiência numérica dos métodos de painéis. Por eficiência numérica entende-se aqui a relação entre a exatidão possível com um certo método e o custo computacional exigido para isso. Este último pode ser entendido como proporcional à quantidade de operações necessárias no algoritmo do método.

Segundo HESS (1985), a maior parte das operações exigidas para realizar uma análise típica com um método de painéis concentra-se, em geral, nas seguintes etapas do algoritmo:

- a) Montagem da matriz A , do sistema linear da Eq. 28. Os elementos dessa matriz exigem que se estime as velocidades (Eq. 27) ou o potencial induzido por cada painel sobre cada ponto de controle. Num método típico, o processo exige N^2 operações que envolvem várias avaliações de expressões complexas, tais como logaritmos e arco-tangentes.
- b) Solução do sistema linear (Eq.28). Uma vez que o número de painéis pode ser bastante grande, a solução do sistema de ordem N^2 pode demandar quantidade considerável de operações.

HESS & SMITH (1964) propôs uma forma de reduzir a quantidade de operações citadas no item (a) acima que tornou-se utilizada em praticamente todos os métodos de painéis de uso corrente em aplicações práticas. Expandindo-se os integrandos das expressões do potencial induzido por fontes e dipólos, dadas na Eq. 22, numa série de Taylor (expansão multipólo), é possível provar que, a partir de uma certa distância r , certos termos de maior ordem na expansão podem ser desprezados. Assim, num método de ordem reduzida, por exemplo, a velocidade ou potencial induzidos por um painel sobre um certo ponto que encontre-se suficientemente distante pode ser substituída por aquela devido a uma singularidade puntual, de intensidade proporcional à área do painel indutor. A avaliação das expressões correspondentes para uma singularidade puntual exige muito menos operações, reduzindo grandemente o custo computacional. HESS & SMITH (1964) sugere que um painel com distribuição constante de fontes pode ser substituído pelo seu equivalente puntual sob a condição:

$$r_0/t > 4.0 \quad (48)$$

Onde:

r_0 distância do centróide do painel ao ponto sob indução.

t maior dimensão linear do painel.

KATZ & PLOTKIN (1991) apresentam testes que demonstram a validade desse tipo de aproximação, sem detrimento de exatidão, sugerindo que o mesmo critério da Eq. 48 pode ser aplicado a painéis de dipólos. HESS (1985) comenta que,

numa aplicação aeronáutica típica, 90% das avaliações de velocidades induzidas pelos painéis pode ser feita utilizando-se a aproximação puntual, afirmando que nenhum método de painéis que não aplique esse tipo de aproximação pode tornar-se prático para uso constante.

Uma proposta recente que amplia o conceito de expansões multipólo é o trabalho de VASSBERG (1997). Partindo de um método de fontes superficiais de ordem reduzida típico, o autor propõe que o custo computacional pode ser ainda mais reduzido se, a distâncias maiores, a influência de *vários* painéis sejam aproximados pelos termos mais importantes da expansão. Combinando essa proposta com a organização dos painéis em grupos lógicos, num banco de dados do tipo “árvore” (*quadtree*), o autor afirma que podem ser analisados casos com discretizações da ordem de milhões de painéis, em tempo útil.

Outra forma amplamente utilizada para reduzir custo computacional é explorar características de simetria do escoamento. Utilizada pela maioria dos autores e citada por HESS (1985), a proposta baseia-se em discretizar a geometria do corpo para apenas um lado de cada plano de simetria do escoamento, levando-se o outro lado em conta por reflexão (método de imagens, KATZ & PLOTKIN, 1991). Em aplicações aeronáuticas, esse tipo de abordagem é muito utilizada em aviões em vôo retilíneo uniforme (cruzeiro), no qual um plano vertical de simetria pode em geral ser estabelecido, reduzindo à metade o número de painéis necessários.

No que diz respeito à solução do sistema linear da Eq. 28, HESS (1990) afirma que a configuração típica da matriz A é bastante favorável à computação, sendo quase diagonalmente dominante. Assim, tanto métodos de solução direta, tais como eliminação de Gauss, quanto métodos iterativos, tal como o de Gauss-Seidel e outros derivados, podem ser utilizados na maioria dos casos sem grandes problemas. Embora a maioria dos autores não forneça detalhes sobre a forma de solução, observou-se que essa tolerância permite que características particulares de uma certa aplicação sejam exploradas para acelerar a solução, utilizando-se um método adequado. Para o caso particular onde a condição de Kutta do Tipo 3 (Seção 2.5.4)

seja imposta, CLARK¹³ apud HESS (1990) propôs um método de solução iterativa, adequado para tratar as equações quadráticas envolvidas.

2.6 Aplicações de Métodos de Painéis

O objetivo desta seção é analisar os trabalhos revisados que se referem a aplicações reais de métodos de painéis. Esta análise forneceria uma visão geral sobre a real utilidade dos métodos, permitindo verificar até que ponto as hipóteses que limitam seu escopo físico (Seções 2.1 e 2.3) também limitam a aplicabilidade de seus resultados em situações práticas, onde em geral muitas outras variáveis entram em consideração.

2.6.1 Aplicações na Indústria Aeronáutica

Entre os trabalhos pesquisados, a maior quantidade de exemplos de aplicação se refere à utilização na indústria aeronáutica, para auxiliar na determinação das características aerodinâmicas de novas aeronaves, ou de modificações de outras já existentes.

HESS (1975), KRAUS (1978), TINOCO & RUBBERT (1985), TINOCO (1990) e ROGGERO & LARGUIER (1990) apresentaram exemplos e revisões que, reunidos, formam uma extensa coleção de casos de aplicações industriais aeronáuticas, com inúmeros exemplos sobre os mais diversos tipos de problemas. Entre estes, é possível enumerar os mais frequentes:

- Análise comparativa entre diferentes configurações de aeronaves.
- Predição de forças de sustentação e arrasto induzido, com métodos acoplados a representações de camada limite ou não (Seção 2.5.9).

¹³ CLARK, R. W. (1985) *A new iterative matrix solution procedure for three-dimensional panel methods*. AIAA Paper 85-0176.

- Predição de características de estabilidade longitudinal de aeronaves e suas variações devido a alterações geométricas em superfícies auxiliares (estabilizadores, “canards”, etc.).
- Avaliação qualitativa de distribuições de pressão e velocidades e sua alteração devido a modificações geométricas. Localização de características inadequadas, permitindo sua correção.
- Predição de distribuições de sustentação sobre asas, necessárias para estimar as cargas estruturais a serem resistidas.
- Interferência entre esteiras de vorticidade as partes de aeronaves, através de métodos de previsão da geometria dessas esteiras (Seção 2.5.5).
- Auxílio na integração aerodinâmica de sistemas propulsivos em aeronaves de transporte, buscando reduzir perdas de energia.
- Predição de características gerais de configurações para sustentação elevada, envolvendo flapes, “slats” e outras estruturas geometricamente complexas.

GREFF (1990) apresentou uma proposta geral para o projeto aerodinâmico de uma nova aeronave de transporte regional, localizando a importância dos métodos de painéis dentro do processo. Dessa maneira, o autor fornece interessantes exemplos de relações destes com outros tipos de métodos, alternativos ou necessários.

PFEIFFER (1990) apresentou um exemplo típico de aplicação de um método de painéis ao projeto aerodinâmico de um novo tipo de aeronave. Neste caso, a configuração “canard” não convencional da aeronave executiva impunha alguns problemas específicos de modelagem. No entanto, resultados concisos foram obtidos, permitindo identificar as tendências gerais do escoamento.

CHANDRASEKHARAN et al (1985) apresentaram um exemplo de aplicação a modificações geométricas em uma aeronave executiva, que envolviam a interferência prejudicial de novos motores sobre a sustentação da asa. Utilizando o programa VSAERO para planejar modificações, os autores conseguiram chegar a um compromisso viável de projeto, confirmando a solução do problema com ensaios em túnel de vento.

TINOCO et al (1987), apresentaram uma aplicação do programa PAN AIR como auxiliar no processo de ensaio experimental e certificação de um sistema de

sustentação elevada (“high-lift”), para uma versão modificada de uma aeronave de transporte, na Companhia Boeing de Aviação. Apesar das limitações da modelagem invíscida, a aplicação racional do método resultou em distribuições de forças e pressões surpreendentemente satisfatórias. A maioria dos resultados podia ser correlacionada com valores experimentais através de pequenas variações de ângulo de ataque.

Num trabalho semelhante, CHEN & TINOCO (1984) demonstraram a extrema utilidade do programa PAN AIR na integração aerodinâmica de motores “turbofan” de grande diâmetro em asas de aeronaves de transporte. Apesar de ser um problema extremamente complexo, as hipóteses do método de painéis mostraram-se suficientes em várias situações. Em outras, correções adequadas foram facilmente introduzidas com modelos de camada limite. Na simulação dos jatos não isentrópicos dos motores, a associação com um método para solução das equações de Navier-Stokes para geometrias simplificadas mostrou-se muito adequada.

LEDNICER et al (1994) também apresentaram um estudo de integração de motores, no qual comparam os resultados de um método de painéis (VSAERO) àqueles de um método para solução das equações de Euler (MGAERO). Dentro da faixa de números de Mach que não apresentavam ondas de choque localizadas, o método de painéis forneceu resultados equivalentes aos do método mais geral, por um custo computacional muito inferior.

2.6.2 Aplicações em Pesquisa Aeronáutica

Outros exemplos de aplicação foram encontrados em trabalhos de pesquisa em aeronáutica. A maioria destes envolvia a avaliação de novas propostas, buscando explorar novas geometrias e fenômenos aerodinâmicos que pudessem ser úteis para futuras aplicações em aeronaves.

Dentro do escopo delimitado por HENDERSON & HOLMES (1989), um grupo bem definido desses trabalhos refere-se a pesquisas para a redução do arrasto induzido gerado por aeronaves (Seção 2.5.8). Estas propostas estão ligadas à

possibilidade de explorar geometrias não planares para as esteiras de vorticidade, modificando-se para isto a forma das asas que as produzem.

Neste sentido, VAN DAM (1987) procurou avaliar os efeitos conseguidos com asas de geometria em “lua crescente”, utilizando o método de painéis VSAERO acoplado a um algoritmo para determinar a forma das esteiras de vorticidade. Os resultados obtidos indicaram a possibilidade de reduções de arrasto induzido que elevariam o coeficiente de eficiência de Oswald (Eq. 43) a valores maiores que a unidade ($e > 1.0$), ou seja, acima do máximo teórico previsto pela teoria de linha sustentadora (distribuição elíptica de sustentação). Um trabalho semelhante foi realizado por BURKETT (1990).

Reavaliando o problema, SMITH & KROO (1993) procuraram reproduzir o estudo de VAN DAM (1987), utilizando no entanto o método de ordem elevada PAN AIR, com discretizações muito refinadas. Avaliações adicionais de arrasto induzido no plano de Trefftz (Seção 2.5.8) foram realizadas. Seus resultados indicaram que os valores de $e > 1.0$ observados anteriormente foram, na verdade, ocasionados por erros numéricos, devido à avaliação inadequada de arrasto por integração de pressões superficiais (vide Seções 2.5.8 e 4.4.2).

Por outro lado, VIJGEN et al (1989) avaliaram, em túnel de vento, um outro tipo de asa, de geometria trapezoidal e com pontas de grande enflechamento (“sheared wing-tip”). Os autores utilizaram o programa VSAERO para guiar e auxiliar os testes. Os resultados em arrasto induzido teóricos e experimentais apresentaram ótima correlação, indicando uma redução máxima de 3.3%. No entanto, nenhuma indicação clara é fornecida a respeito da variação em valor de e correspondente.

Outro tipo de aplicação em pesquisa está ligado ao estudo de configurações não convencionais para aeronaves, geralmente favorecida pela extrema generalidade de representação geométrica dos métodos de painéis. Um exemplo é o trabalho de HASHIMOTO et al (1990), que estudaram a configuração conhecida como “de asa unida” (“joined wing”), utilizando um método de painéis para complementar testes em túnel de vento. LEDNICER (1988) analisou diversas geometrias de aeronaves com a configuração em “canard”, realizando um estudo comparativo das características e méritos relativos de cada uma.

KATZ (1989) apresentou um interessante estudo no qual analisa uma asa de alongamento reduzido ($A = 1.5$), equipada com dispositivos para sustentação elevada (flape e "slat") com deflexões que chegavam a 50° . O autor obteve a forma deformada da esteira de vorticidade a partir de visualizações experimentais. Mesmo sob estas condições extremamente adversas para a hipótese do escoamento invíscido, o autor obteve boas correlações dos resultados do programa VSAERO com valores experimentais de C_p . Concluiu que, para aquele caso, a maior parte do campo local de velocidades era gerada pela esteira, cujo forte desenvolvimento reduzia a separação da camada limite esperada sobre a asa.

DODBELE et al (1987) apresentaram um estudo das possibilidades de obter-se grandes extensões de escoamento laminar sobre formas de fuselagens não convencionais. Para tanto, os autores utilizaram o método de painéis VSAERO, acoplado a um modelo de camada limite (Seção 2.5.9). Para validar o método, os autores compararam seus resultados com valores experimentais, para certos casos padronizados, obtendo correlações satisfatórias. Concluiu-se no entanto que, para obter-se resultados realmente úteis, melhores modelos para representar a transição da camada limite deveriam ser estudados.

Finalmente, existe um tipo de aplicação de métodos de painéis muito importante no apoio à pesquisa e também à indústria: a correção de resultados de ensaios em túnel de vento. Estes são geralmente afetados pelos efeitos de interferência das paredes próximas aos modelos em teste. Partindo-se do princípio que as camadas limites tenham espessura suficientemente pequena com relação às dimensões dos modelos, a maior parte destes efeitos pode ser estimada sem considerar a viscosidade do fluido.

BROWNE & KATZ (1990) apresentaram um exemplo típico de aplicação de métodos de painéis ao problema, na qual as paredes do túnel são discretizadas juntamente com o modelo que envolvem. Embora esta seja uma representação fundamentalmente correta, a observação dos resultados daqueles e de outros autores (GAYDON & FIDDES, 1994) sugere que haveria uma certa dose de erros numéricos inerentes. Isso poderia ocorrer devido à presença próxima do modelo provocando intensos gradientes locais de singularidades, sobre os painéis das paredes, causando erros de "vazamento" (*leakage*). Neste caso em particular, poderia também ocorrer o

agravante da utilização da condição de Dirichlet, cuja menor robustez é afirmada por HESS (1990) para escoamentos com interferências intensas (Seção 2.5.2.2).

Nesse contexto, GAYDON & FIDDES (1994) propuseram uma forma de modelagem para minimizar esse tipo de erro. Em adição à representação básica, são colocadas imagens do modelo de teste, refletidas com relação às paredes, eliminando uma grande percentagem das velocidades normais por reflexão. Segundo os autores, essa medida minimiza os gradientes locais, produzindo melhores resultados gerais. Em adição a essa correção, os autores determinavam iterativamente as formas das esteiras de vorticidade do modelo, muitas vezes importantes em ensaios experimentais. Os resultados apresentados são aparentemente satisfatórios e concisos.

2.6.3 Aplicações Não Aeronáuticas

Relativamente, poucos exemplos de aplicações de métodos de painéis a problemas não aeronáuticos foram encontrados.

Acredita-se que a extensão do uso de métodos de painéis para problemas de veículos subaquáticos seja bastante natural, desde que não ocorra cavitação do fluido. Um exemplo foi apresentado por HESS & SMITH (1964), que descreve a aplicação do método de fontes superficiais ao casco de um navio de transporte de grande porte. No entanto, não foram apresentadas comparações com resultados experimentais ou outros tipos de métodos. HESS (1975) apresentou um exemplo de modelagem um hidrofólio, afetado pela proximidade de uma superfície livre. TINOCO (1985) sugeriu a possibilidade de aplicação do programa PAN AIR à configuração de submarinos. VASSBERG (1997) apresentou alguns resultados para a quilha submersa de um veleiro de competição, porém sem apresentar correlações com dados experimentais.

Alguns exemplos de aplicação de métodos de painéis em aerodinâmica de veículos terrestres foram apresentados por AHMED (1987). Os casos abrangem desde análises simplificadas, chegando ao acoplamento com modelos de camada limite (Seção 2.5.9) e à simulação de esteiras de separação por relaxamento, para



delimitar regiões de separação (Seção 2.5.6). Basicamente, boas correlações foram apresentadas para geometrias “aerodinâmicas” (*streamlined*), para as quais ocorreriam pequenas regiões de separação, tal como em problemas aeronáuticos. No entanto o autor destaca que, à exceção de veículos esportivos, a maioria dos automóveis e viaturas apresenta geometrias não afiladas, que dificilmente se enquadram nas hipóteses do escoamento potencial devido às grandes regiões de separação associadas.

Ainda assim, vários resultados sugerem que indicações e elementos de comparação podem ser obtidos em muitos casos, mesmo que ocorram valores absolutos errôneos. Esse tipo de capacidade é exemplificada pelo trabalho de KATZ e DYKSTRA (1992), no qual o uso de um método de painéis permitiu uma maior introspecção sobre os efeitos de interferência sofridos pelos aerofólios de automóveis de competição, reduzindo assim o esforço experimental necessário. Aparentemente, KATZ¹⁴ apud KATZ & PLOTKIN (1991) também obteve bons resultados na correção de resultados de túnel de vento, para um automóvel de competição genérico.

Finalmente, a empresa ANALYTICAL METHODS INC. (1997) apresenta, através de seu sítio Internet, exemplos de análises de automóveis, submarinos e outros problemas genéricos de fluidodinâmica utilizando métodos de painéis, sem no entanto fornecer qualquer indicação concreta sobre os resultados reais obtidos.

2.6.4 Considerações Sobre a Aplicabilidade dos Métodos de Painéis

Esta seção final apresenta algumas considerações a respeito da aplicabilidade dos métodos de painéis em situações práticas, baseadas na observação dos exemplos de aplicação comentados acima e levando-se em consideração as opiniões de outros autores.

Durante o processo de revisão bibliográfica, tomou-se conhecimento de uma quantidade de casos de aplicação muito maior que aquela apresentada aqui.

¹⁴ KATZ, J. (1989) *Integration of computational methods into automotive wind tunnel testing*. SAE Paper n. 890601.

Concluiu-se rapidamente que não seria possível, nem desejável, procurar e examinar cada uma dessas publicações. Isto estaria fora do escopo deste trabalho.

No entanto, a existência de tantos exemplos de aplicação levantou a seguinte questão: tendo em vista as limitações impostas pelo escoamento potencial incompressível (Seções 2.1 e 2.3), por que os métodos de painéis ainda assim encontraram tanta aceitação para uma gama tão diversa de utilizações?

Procurou-se reunir algumas respostas para esta pergunta, através de conclusões próprias e também de outros autores:

- Conforme comentado na Seção 2.5.8, os métodos de painéis possuem boa capacidade de previsão de forças de sustentação e arrasto induzido, pelo menos para situações onde as camadas limite encontrem-se aderidas.
- Muitos resultados podem tornar-se satisfatórios com correções adequadas, tais como modelos de camada limite e métodos para determinação da forma de esteiras.
- Em muitas aplicações práticas, não espera-se a exatidão absoluta de resultados, uma vez que os métodos são utilizados em combinação a outras técnicas, tais como testes experimentais. A utilização de vários tipos de métodos permite a compensação das deficiências de cada um, tal como exemplificado por CHEN & TINOCO (1984).
- Na maioria dos casos, a condição idealizada representada pelo escoamento potencial também representa uma máxima “eficiência” teórica, que seria atingida para $Re \rightarrow \infty$. Dessa maneira, muitos resultados definem limites para as possíveis características do escoamento real, garantindo que este “nunca será melhor” que o resultado ideal.
- Apesar de suas capacidades limitadas, em muitas situações os métodos de painéis podem ser mais exatos *dentro de suas próprias hipóteses* do que outros métodos com hipóteses mais abrangentes, como por exemplo, soluções numéricas das

equações de Euler e Navier-Stokes. Dessa maneira, é possível afirmar que os métodos de painéis são *relativamente* mais exatos, gerando confiabilidade em seus resultados. Exemplos disso são demonstrados nos vários casos apresentados por TINOCO (1990), que se utilizam de vários métodos de diferentes tipos.

- A confiabilidade dos métodos de painéis, ainda que dentro de suas hipóteses, garante estudos comparativos concisos. Por exemplo: se dois casos de geometrias diferentes devem ser comparados, existe grande certeza de que as diferenças nos resultados refletirão as diferenças geométricas entre os casos, com os níveis relativos de importância física (aerodinâmica) de cada uma devidamente representados.
- As hipóteses básicas dos métodos de painéis em geral não pressupõem quaisquer restrições quanto à geometria que pode ser analisada, o que não é o caso de outros métodos com hipóteses de escoamento mais abrangentes. Este ponto é destacado, por exemplo, por CHEN & TINOCO (1984) e TINOCO et al (1987).
- Em muitas aplicações práticas, o discernimento e a experiência do analista no julgamento do resultado têm importante papel, definindo que valores podem ser úteis ou não. Este fato pode tornar úteis resultados que, a rigor, não reproduzem a realidade.
- Em termos de utilização prática, a maioria dos autores afirma que as maiores vantagens dos métodos de painéis são: (1) custo computacional mais baixo que outros métodos de hipóteses mais abrangentes, (2) maior facilidade na preparação da discretização geométrica, uma vez que não é necessário gerar uma complexa malha volumétrica e (3) absoluta generalidade quanto à geometria que pode ser analisada. Estas vantagens combinadas permitem que, em aplicações industriais, vários testes e modificações de um certo caso de interesse possam ser analisadas em tempo reduzido. No projeto de aeronaves, por exemplo, isto permite baixos custos de análise e agilidade na elaboração de modificações iterativas.

Para encerrar esta seção, considerou-se interessante citar diretamente as palavras de HESS (1975) a respeito da utilidade dos métodos de painéis na indústria. Segundo aquele autor, se os resultados de quaisquer outros tipos de métodos não são possíveis ou não estão disponíveis, a utilização dos métodos de painéis ainda se justifica, mesmo que no limiar de suas capacidades, uma vez que "... freqüentemente, em trabalhos de projeto, prevalece o senso de que qualquer resultado é melhor do que nenhum, e o cálculo resultante mostra-se útil para orientar o raciocínio do analista".

3 IMPLEMENTAÇÃO DE UM MÉTODO DE PAINÉIS

Este capítulo trata da segunda etapa proposta para este trabalho, ou seja, a implementação experimental de um método de painéis na forma de um programa computacional.

Estendendo-se a introdução feita no Capítulo 1, a realização de um estudo de implementação foi considerada de interesse devido aos seguintes fatores:

- a) Interação com a revisão bibliográfica realizada (Capítulo 2), ou seja, a implementação de um método seria baseada nas informações colhidas. Além disso, seria possível verificar algumas das tendências indicadas pelos vários autores numa situação real.
- b) Apreciação do processo de implementação permitiria um melhor entendimento das possibilidades e limitações dos métodos de painéis na prática.

Com base nesses fatores de motivação, estabeleceu-se os seguintes objetivos principais para esta etapa do trabalho:

- a) Escolher as características do futuro método com base em propostas de outros autores, obtidas na revisão bibliográfica. Dentro do escopo de um trabalho de Mestrado, não procurou-se elaborar nenhuma proposta inovadora neste aspecto.
- b) Implementar o método em si, na forma de programas computacionais, objetivando-se a maior generalidade possível, ou seja, os programas do método básico não seriam inerentemente restritos a nenhum tipo particular de aplicação aerodinâmica (aeronáutica, automobilística, etc).

3.1 Características Gerais do Método Implementado

As características do método de painéis implementado foram escolhidas observando-se as propostas e resultados obtidos na revisão bibliográfica.

Essa escolha também foi feita tendo-se em mente os limites de tempo e recursos disponíveis para o presente trabalho, de maneira que um resultado útil pudesse ser obtido sem detrimento das outras fases do processo. Além disso, dentro do escopo de um programa de Mestrado, não procurou-se defender nenhuma proposta inovadora que exigisse um processo demasiadamente extenso de prova e validação para o novo método.

Dessa maneira, decidiu-se que o método teria as seguintes características principais:

a) Representação geométrica e de singularidades de ordem reduzida, usando painéis planos com distribuições constantes de σ e μ . A utilização de uma representação desse tipo permitiria a implementação em tempo admissível, devido à maior simplicidade das operações envolvidas. Além disso, a generalidade do estudo não seria prejudicada, uma vez que todos os elementos de um método típico estariam presentes. Essa decisão também foi influenciada pelas observações feitas por MASKEW (1982) e HESS (1990) sobre a adequação desse tipo de representação para escoamentos subsônicos externos (vide Seção 2.5.3).

b) Condição de contorno de Neumann para a velocidade normal à superfície V_N .

Os pontos de vista de alguns dos autores pesquisados a respeito das vantagens relativas do uso da condição na forma de Neumann ou de Dirichlet foram discutidos Seção 2.5.1. No entanto, sem entrar no mérito dessa questão, a escolha da forma explícita de Neumann foi baseada principalmente em motivos práticos. Isso ocorreu devido à maior experiência do autor com métodos de malha de vórtices, que aplicam essa condição (MARTINS, 1993), e à disponibilidade de material previamente elaborado, o que facilitaria o processo de implementação.

Nota-se que um método com estas características globais tem seu equacionamento numérico exatamente como aquele descrito na Seção 2.2, com base em informações da revisão bibliográfica.

c) **Dois modelos de formulação alternativos.** A partir deste ponto verificou-se que, sob a condição de Neumann, haveriam duas possibilidades viáveis para a combinação de singularidades (formulação) a ser utilizada. Estas correspondem às Categorias 1 e 3 mencionadas na Seção 2.5.2 (vide Tab. 1), formando dois *modelos* de singularidades possíveis:

- **Modelo A:** painéis de *fontes* descrevem a superfície dos corpos e assumem o papel principal de garantir a condição de contorno para V_N (Eq. 5), enquanto as intensidades de painéis de dipólos permitem introduzir circulação no escoamento. Este modelo corresponde à formulação dos métodos da Categoria 1, mencionada na Seção 2.5.2.1, ou seja, é o consagrado “método de fontes superficiais”, extensamente discutido por HESS (1975), entre outros autores revisados.
- **Modelo B:** painéis de *dipólos* descrevem a superfície dos corpos e assumem o papel principal de garantir a condição de contorno para V_N (Eq. 5), correspondendo ao tipo de proposta da Categoria 3, Seção 2.5.2.3. No método implementado, decidiu-se adotar exatamente a formulação proposta por ASFAR et al (1979), na qual os painéis da superfície também possuiriam distribuições adicionais de fontes. As intensidades σ seriam ajustadas arbitrariamente por um fator η para cancelar uma parcela da componente normal da velocidade do escoamento livre sobre o ponto de controle do respectivo painel. Assim, dado um painel i , a intensidade de fontes σ_i correspondente seria expressa por:

$$\sigma_i = -2\eta(\bar{U}_\infty \cdot \hat{n}_i) \quad (48)$$

Onde

\mathbf{n}_i versor normal ao painel i .

η coeficiente arbitrário que regula a intensidade σ_i ($0 < \eta < 1$).

Na proposta de ASFAR et al (1979), mencionada na Seção 2.5.2.3, o posicionamento dos pontos de controle sobre cada painel recebia um tratamento especial, de maneira que o ponto correspondesse ao de menor velocidade auto-induzida pelo próprio painel. Esse tratamento exigia um procedimento numérico iterativo, que aumentava a complexidade de utilização. No presente trabalho, decidiu-se não utilizar esta técnica, assumindo-se os pontos de controle simplesmente sobre os centróides dos painéis, segundo a proposta de SRIVASTAVA & MOOK (1994).

A decisão por implementar e testar esses dois modelos de formulações diferentes foi baseada em vários fatores motivantes, tais como:

- Ambos os Modelos A e B empregariam, em termos de implementação, exatamente os mesmos algoritmos e procedimentos para descrever a geometria e velocidades induzidas pelos painéis, tanto de fontes quanto de dipólos. A opção pela utilização de um ou outro modelo poderia ser feita apenas adotando-se uma seqüência lógica diferente, não representando trabalho adicional excessivo na implementação.
- O Modelo A corresponde a uma formulação consagrada e extensamente empregada na indústria (HESS, 1975). Por outro lado, o Modelo B é menos empregado, ou mesmo considerado inadequado para aplicações práticas por alguns autores, tais como HUNT (1978) e SARPKAYA (1989) (vide Seção 2.5.2.3). No entanto, alguns bons resultados previamente obtidos com o Modelo B, além de algumas vantagens em potencial em termos de aplicação prática (não necessidade de utilização de painéis internos ou distribuições de μ de forma pré fixada) motivaram a comparação deste com o Modelo A, mais conhecido. A facilidade de implementação simultânea dos dois modelos, citada acima, colaborou para essa idéia.

Para completar a definição do método de painéis, restaria decidir que tipos de representações especiais seriam adotadas para escoamentos com circulação ao redor de superfícies sustentadoras. Para isto, seria necessário definir uma forma para impor a condição Kutta, associada à representação de esteiras de vorticidade com superfícies de dipólos, tal como mencionado na Seção 2.3. As seguintes opções foram escolhidas:

d) Condição de Kutta do Tipo 1 (Seção 2.5.4). Nessa forma, a condição seria imposta colocando-se pontos de controle adicionais, ou pontos de Kutta, para cada faixa da esteira de dipólos discretizada, a uma pequena distância δ do bordo de fuga da superfície, sobre uma extensão da superfície média do aerofólio (vide Fig. 12). Embora pressuponha que a esteira deixe a superfície na direção dessa superfície média, o que não é necessariamente uma realidade, inúmeros exemplos de sucesso de aplicação dessa condição foram encontrados, tal como em HUNT (1978) e SYSTMA et al (1978). Além disso, as outras formas descritas na Seção 2.5.4 exigiriam a consideração de exceções e casos particulares na lógica do método, prejudicando a generalidade. O Tipo 2, por exemplo, exigiria que a associação entre as intensidades de μ na esteira e na superfície fosse declarada como dado de entrada, prejudicando a automatização da utilização. Já o Tipo 3 exigiria um procedimento especial para tratar o sistema final de equações, que apresentaria equações quadráticas para os pontos de Kutta considerados.

e) Esteiras de dipólos independentes. Partindo-se da idéia de que a condição de Kutta num aerofólio é uma forma “controlada” de separação do escoamento, discutiu-se, na Seção 2.5.6, a possibilidade de simular regiões de separação sobre corpos genéricos utilizando-se esteiras de dipólos, tal como no trabalho de ALMOSNINO & ROM (1983). Procurando-se estender essa possibilidade para o presente trabalho e, tendo em vista a generalidade desejada, decidiu-se que as esteiras de dipólos seriam definidas como malhas de painéis independentes, ou seja, não necessariamente associadas às superfícies sustentadoras. Além disso, esta modelagem seria utilizada para ambos os Modelos A e B. Estas malhas teriam as seguintes características, sintetizadas na Fig. 20:

- *Topologia retangular*, ou seja, a posição de um certo painel poderia ser definida por dois índices (i,j), tal como um elemento de uma matriz. Ao longo de um dos índices, cada coluna de painéis da malha manteria intensidade constante de dipólos μ_w , definindo faixas de dipólos equivalentes a vórtices “em ferradura”. As posições dos vértices, no entanto, poderiam ser arbitradas conforme julgado adequado.
- A intensidade μ_w associada a cada coluna seria obtida da solução do sistema linear. Apenas o primeiro painel de cada coluna teria um ponto de controle, a ser usado como ponto de Kutta, ou seja, seria um *painel de Kutta*. A geometria deste primeiro painel poderia ser ajustada para satisfazer as restrições da distância δ entre os pontos de Kutta e o bordo de fuga de uma asa.
- Faixas semi-infinitas de dipólos seriam definidas por semi-retas alinhadas às arestas dos últimos painéis de cada coluna, os *painéis direcionadores*. Novamente, a geometria destes painéis deve ser ajustada para produzir a geometria considerada mais adequada.

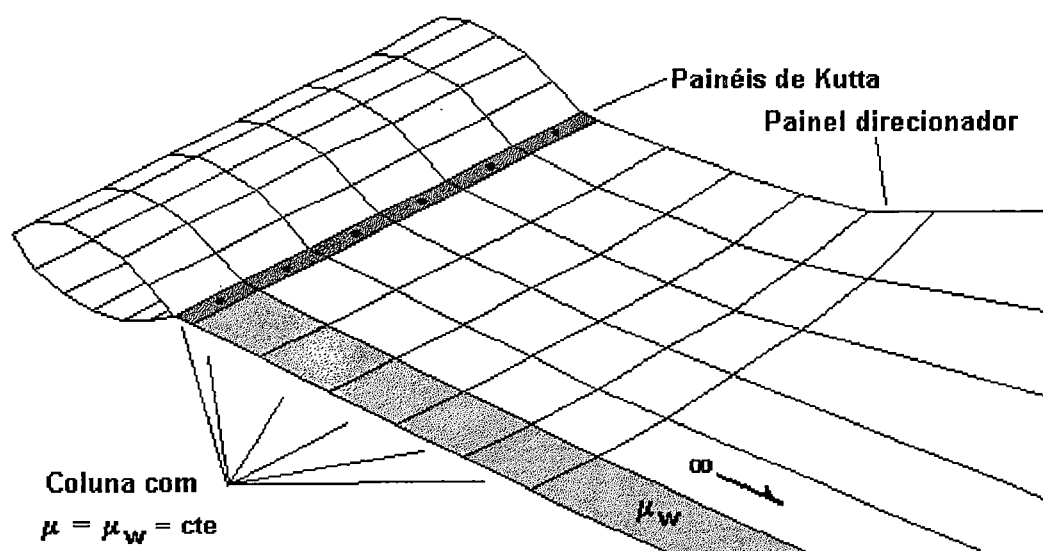


FIGURA 20 - Elementos de uma esteira de dipólos, associada a uma asa genérica.

- f) Três opções de modelagem de superfícies sustentadoras no Modelo A. Para o Modelo A, haveria a necessidade de promover a continuidade de dipólos na

junção da esteira com o bordo de fuga (Seção 2.5.2.1), para evitar uma singularidade local (vide Fig. 8). Decidiu-se então que três das formas descritas na Seção 2.5.2.1 para resolver esse problema seriam utilizadas, formando três variações em separado para o Modelo A:

- **Modelo A1:** colocação de painéis de dipólos na superfície média do aerofólio (*mean camber surface*), vide Fig. 21. Cada um desses painéis internos seria submetido à condição de $V_N = 0$ (Eq. 5) sobre seu ponto de controle, tal como para os painéis de fontes da superfície externa. Essa proposta foi baseada no trabalho de RUBBERT & SAARIS (1975).

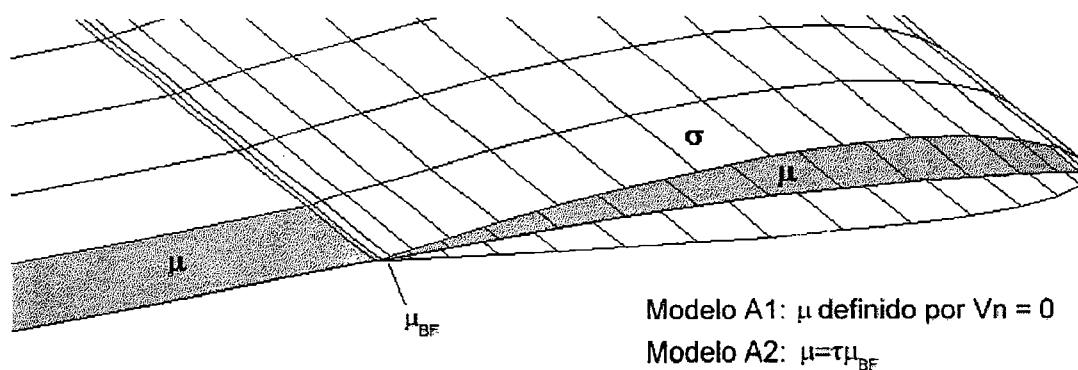


FIGURA 21 - Geometria e singularidades para os Modelos A1 e A2, numa superfície sustentadora típica.

- **Modelo A2:** da mesma forma que no Modelo A1, painéis de dipólos seriam dispostos internamente na superfície média do aerofólio (Fig. 21). A condição de $V_N = 0$, no entanto, seria imposta apenas no painel interno adjacente ao bordo de fuga, sendo a intensidade μ dos demais determinada por um fator de proporção τ com relação à do primeiro μ_{BF} , ou seja, $\mu = \tau \mu_{BF}$. O fator τ seria distribuído ao longo da corda do aerofólio segundo uma função considerada adequada. Esta proposta foi utilizada por vários autores, entre eles HUNT (1978). No presente trabalho adotou-se a proposta feita por BUTTER (1977) para a distribuição do fator τ , que seria dada com base na distribuição de vorticidade observada na

solução analítica para uma placa plana bidimensional, resultando na expressão (vide Fig. 22):

$$\tau = \frac{1}{\pi} \left[\sqrt{\frac{x}{c} \left(1 - \frac{x}{c} \right)} + \arcsen \sqrt{\frac{x}{c}} \right] \quad (49)$$

Onde:

x/c coordenada relativa do centróide do painel interno, ao longo da corda do aerofólio ($0 < x/c < 1$).

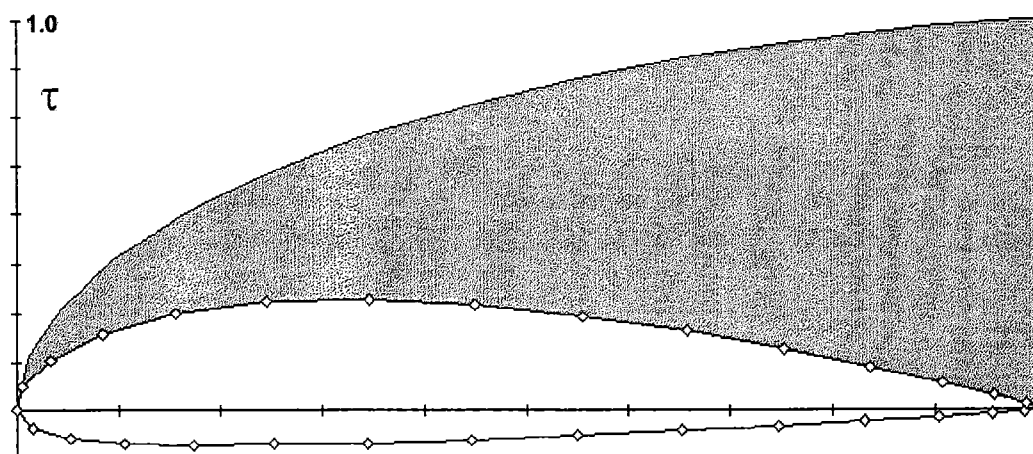


FIGURA 22 - Formato da função τ utilizada para os Modelos A2 e A3, ao longo da corda de um aerofólio típico.

- **Modelo A3:** a cada painel da superfície, é atribuída uma distribuição de dipólos, adicional à de fontes (Fig. 23). De maneira idêntica ao Modelo A2, a intensidade μ associada a cada painel é considerada como proporcional, segundo a função τ (Eq. 49), àquela de um painel independente, sobre o qual impõe-se $V_N = 0$. No presente trabalho, esse painel independente é colocado internamente, na superfície média do aerofólio, junto ao bordo de fuga. Além disso, é importante lembrar que, devido à inversão relativa de orientação do versor normal, os painéis da superfície inferior têm o valor de μ de sinal invertido. Esta proposta foi baseada naquela descrita por HESS (1975).

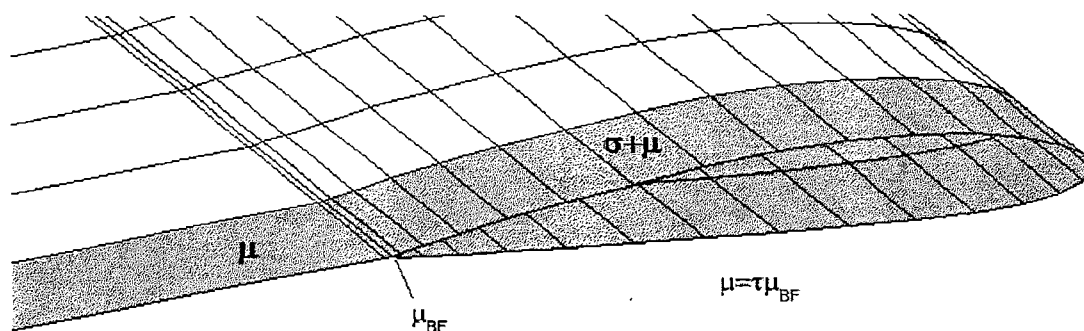


FIGURA 23 - Geometria e singularidades para o Modelos A3, numa superfície sustentadora típica.

Lembra-se que a consideração de dipólos colocados na superfície externa exige a estimativa aproximada do salto de velocidade tangencial que seria observado numa distribuição contínua, dada pela Eq. 38:

$$\Delta \vec{v} = -\frac{1}{2} \nabla \mu \quad (38)$$

Obviamente, a estimativa do gradiente $\nabla \mu$ numa superfície discretizada exige um método numérico adequado. No presente trabalho, essa estimativa foi feita com base num processo de interpolação (por funções cúbicas paramétricas do tipo *spline*) das intensidades μ de painéis adjacentes.

g) Cálculo de forças resultantes por integração e pressões e no plano de Trefftz.

A Seção 2.5.8 trata de vários aspectos relativos ao cálculo de forças resultantes, observados na revisão bibliográfica. Com base naqueles resultados, decidiu-se que o método implementado cobriria as seguintes possibilidades:

- As componentes de força perpendiculares ao escoamento livre U_∞ , ou seja, sustentação L e força lateral F_y , seriam calculadas por integração de pressões superficiais, o mesmo ocorrendo para as três componentes do momento de rotação ao redor de um ponto de referência dado.

- A componente na direção de U_∞ , ou seja, o arrasto induzido D_i , seria calculado por integração de pressões ou, opcionalmente, de saltos de velocidade no plano de Trefftz (Seção 2.5.8).

Em termos de integração de pressões na superfície, a força resultante sobre os corpos pode ser expressa por:

$$\frac{\vec{F}}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 S_{\text{ref}}} = \frac{1}{S_{\text{ref}}} \iint_S -C_p \hat{n} dS \quad (50)$$

Como na maioria dos métodos de painéis, a integração de pressões foi aproximada numericamente aproveitando-se a mesma discretização da superfície em elementos, colocando a equação na forma:

$$\frac{\vec{F}}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 S_{\text{ref}}} = \frac{1}{S_{\text{ref}}} \sum_{i=1}^{N_s} -C_{P_i} \hat{n}_i S_i \quad (51)$$

Onde:

S área superficial dos corpos.

S_{ref} área de referência arbitrária.

N_s número de painéis que definem a *superfície* dos corpos (não internos).

C_{P_i} coeficiente de pressão associado ao painel i .

S_i área superficial do painel i .

\mathbf{n}_i versor normal ao painel i .

O momento resultante \mathbf{M} com relação a um dado ponto de referência é calculado de maneira semelhante, porém envolve a contribuição de cada painel na forma de produtos vetoriais. Uma vez obtidos \mathbf{F} e \mathbf{M} , suas componentes podem ser representadas em quaisquer direções. No caso de escoamento livre uniforme, de maior interesse neste trabalho, define-se um sistema orientado pelo escoamento e

portanto as componentes na forma de coeficiente C_L , C_{Di} e C_Y para a força e C_{MX} , C_{MY} e C_{MZ} para o momento.

A alternativa de integração no plano de Trefftz para calcular C_{Di} tem seus fundamentos explicados na Seção 2.5.8. Neste trabalho adotou-se as conclusões de SMITH & KROO (1993), segundo as quais a consideração da esteira de dipólos como orientada na direção de U_∞ é teoricamente capaz de fornecer resultados exatos para C_{Di} , pelo menos para superfícies sustentadoras isoladas. Assim, para o presente trabalho, adotou-se a hipótese provisória de que a interseção da esteira com plano de Trefftz (vide Fig. 18) seria representada pela projeção da linha do bordo de fuga da asa na direção de U_∞ . Esta aproximação foi assumida mesmo quando a esteira não tinha aquela orientação, o que pode ser considerado válido para superfícies isoladas em baixos ângulos de ataque¹⁵. Essa forma de projeção da linha do bordo de fuga é demonstrada na Fig. 24 para a discretização simplificada de uma asa enflechada num método de malhas de vórtice.

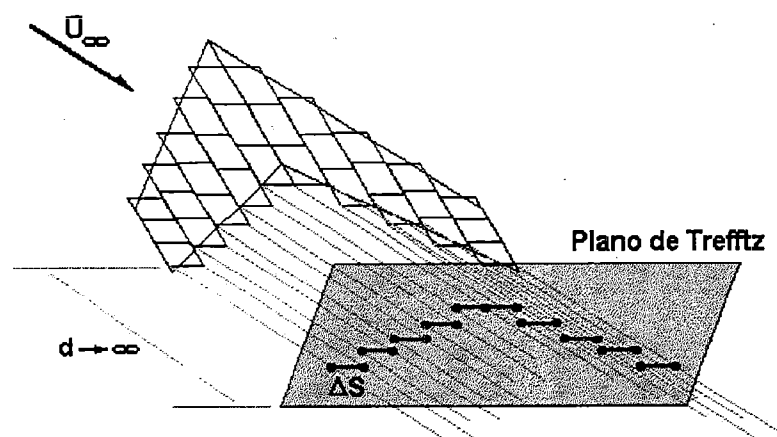


FIGURA 24 - Projeção do bordo de fuga na direção de U_∞ (MARTINS, 1993).

A projeção das colunas de painéis da superfície sobre o plano de Trefftz define uma discretização da linha de interseção em segmentos ΔS (Fig. 24). Associando-se cada segmento à intensidade de circulação Γ_k na posição

¹⁵ Os resultados apresentados na Seção 4.3.7 sugerem que essa hipótese é admissível para superfícies sustentadoras isoladas com esteiras planares paralelas ao plano XY.

correspondente da superfície, pode-se expressar a Eq. 42 na seguinte forma discretizada:

$$D_i = \sum_{k=1}^{N_{st}} \Gamma_k (\vec{V}_k \cdot \hat{n}_k) \Delta S \quad (52)$$

Onde:

N_{st} número de segmentos projetados.

\vec{V}_k velocidade sobre o centro de cada segmento.

\mathbf{n}_k versor normal a cada segmento.

Finalmente, é interessante lembrar que os vetores \vec{V}_k e \mathbf{n}_k são paralelos ao plano de Trefftz, devido ao caráter bidimensional do escoamento à uma distância infinita à juzante dos corpos.

As principais características do método implementado foram sintetizadas globalmente na Fig. 25. Observa-se a subdivisão do Modelo A nas formas A1, A2 e A3, descritas acima, como opções para representar escoamentos com circulação ao redor de superfícies sustentadoras.

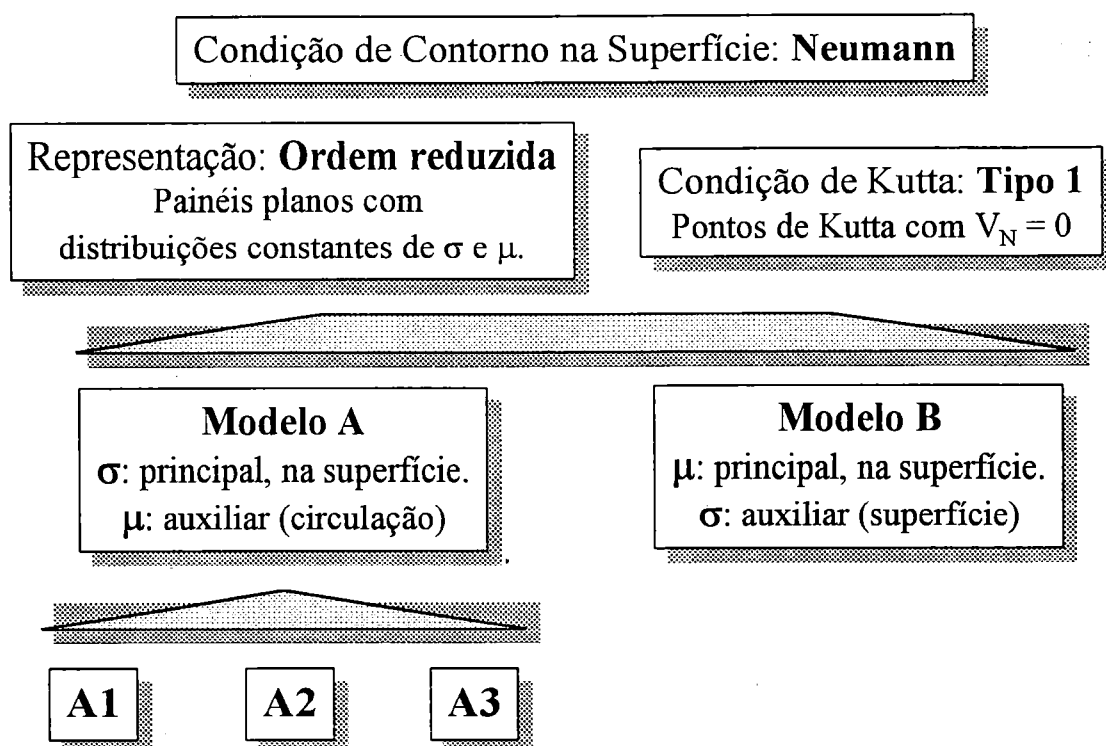


FIGURA 25 - Características gerais do método implementado.

Outras características importantes do método implementado são:

- Os painéis são organizados em *malhas* independentes. Cada malha é associada a um identificador que define seu tipo (de fontes, dipólos, esteira, etc). Todas possuem *topologia retangular*, ou seja, a posição de qualquer painel pode ser definida por um par de índices (i,j).
- Duas formas opcionais de correção de compressibilidade, ambas descritas na Seção 2.5.9:
 - Prandtl-Glauert.
 - Prandtl-Glauert modificada, segundo a proposta de KRAUS (1978).
- Tratamento de escoamentos simétricos por reflexão com relação ao plano XZ e/ou ao plano XY do sistema de coordenadas, para reduzir custo computacional (vide, Seção 2.5.10).

- Utilização de expansões multipólo (singularidades puntuais) para as expressões das velocidades induzidas pelos painéis sobre pontos a maiores distâncias, para reduzir custo computacional, segundo a descrição da Seção 2.5.10.

3.2 Filosofia de Implementação

A idéia central por trás do estudo de implementação foi a de que, dentro das limitações deste trabalho, o método resultante fosse o mais genérico possível, ou seja, não fosse voltado para nenhuma aplicação específica dentro do contexto da aerodinâmica. Dessa maneira, o método básico não deveria ser voltado apenas para configurações de aeronaves, por exemplo.

Na busca por essa generalidade, concluiu-se que o método em si deveria ser o mais simples possível, sem o encargo do pós e do pré-processamento necessários a um certo tipo de aplicação. Assim, por exemplo, o algoritmo principal deveria receber como entrada a geometria *dos painéis* da configuração a ser analisada, e não as coordenadas do aerofólio de uma asa para a geração da geometria correspondente. Assim sendo, quaisquer informações pertinentes a uma aplicação específica deveriam ser pré-processadas num programa de interface especialmente projetado para aquela aplicação.

De maneira semelhante, a saída de dados deveria ser pós-processada para a aplicação em particular. Por exemplo, a extração de valores de circulação ao longo da envergadura de uma asa é um processo que faz sentido apenas para aplicações aeronáuticas. Assim sendo, esse processamento deve ser feito externamente ao programa principal.

Na prática, nada impede que ambas as etapas de pós e pré-processamento sejam realizadas dentro de um mesmo programa de interface. Com base nessas idéias, a implementação do método concentrou-se em duas partes:

- Implementação de um programa principal genérico, capaz de realizar a análise por painéis de uma configuração discretizada qualquer, tomada como entrada.

Conforme mencionado anteriormente, os painéis seriam organizados em malhas, cada uma associada a dados que identifiquem seu tipo e características.

- Implementação de um exemplo de programa de interface que, associado ao programa principal, realiza o pré e pós-processamento necessários para configurações de aeronaves. O programa definiria, por exemplo, que tipo de modelagem de superfícies sustentadoras seria utilizado no Modelo A (variação A1, A2 ou A3, descritas na Seção 3.1) e quais os tipos de malhas necessários para tal. Este programa foi utilizado para realizar a maioria das análises apresentadas como exemplos neste trabalho.

A associação do programa de análise principal ao programa de interface para configurações aeronáuticas é ilustrada na Fig. 26.

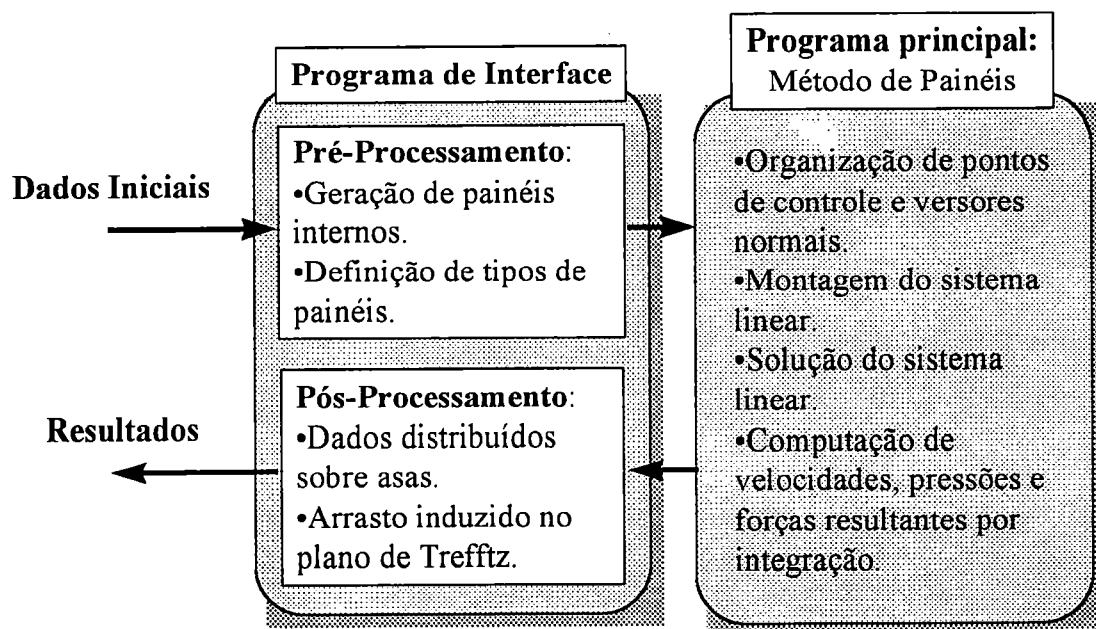


FIGURA 26 - Acoplamento entre o programa principal e um programa de interface, para o caso particular de análise de configurações aeronáuticas.

A motivação principal para essa filosofia de implementação foi colocar o programa básico de análise numa forma genérica, abrindo a possibilidade de implementar diferentes programas de interface, cada qual voltado a um tipo de problema aerodinâmico particular, utilizando no entanto o mesmo programa

principal. Embora essa filosofia modular provavelmente não produza a maior eficiência numérica e o custo computacional mais baixo, a mesma permite a ampliação das possibilidades de estudo.

4 VALIDAÇÃO DO MÉTODO IMPLEMENTADO

Este capítulo trata da validação dos resultados obtidos com o método de painéis implementado neste trabalho, descrito no Capítulo 3.

Por *validação* entende-se o processo de prova da confiabilidade dos resultados do método, *dentro de suas hipóteses*, por comparação a outros métodos reconhecidamente válidos. Tomando como exemplo as tendências observadas em vários trabalhos, tais como HESS (1975), a validação foi feita com base em dados de duas fontes diferentes: soluções analíticas exatas e resultados de outros métodos numéricos, encontrados na literatura.

Soluções analíticas exatas para escoamentos potenciais, que existem apenas para certas formas geométricas simples, podem ser encontradas em vários textos clássicos, tais como THWAITES (1960). Apesar de sua simplicidade, essas soluções são consideradas importantes, uma vez que representam o cumprimento exato das condições de contorno sobre os corpos.

Resultados de outros métodos numéricos estão disponíveis em muitos trabalhos, conforme pôde ser observado na revisão bibliográfica. Uma fonte de grande interesse para resultados desse tipo foi encontrada no trabalho de SYSTMA et al (1978). Neste, os autores propuseram uma série de casos de análise padronizados, apresentando em forma tabelada os resultados obtidos para cada um deles com dois métodos de painéis de ordem elevada. Aparentemente, esses resultados possuem exatidão suficiente para servirem como referência de comparação, a fim de julgar a exatidão de outros métodos. Alguns desses casos foram utilizados para validação no presente trabalho.

Com base na discussão de HUNT (1978), acredita-se que a comparação de resultados de um método de painéis (sem correções de viscosidade) com dados experimentais não pode, a rigor, ser considerada para avaliar a exatidão do método. Isso ocorre simplesmente porque os resultados em comparação não se refeririam a situações onde as *mesmas hipóteses* são válidas. Dessa maneira, caso ocorresse uma boa correlação entre os dados, não seria possível determinar se a causa disso seria a eventual semelhança entre os escoamentos real e potencial ou então, simplesmente,

erros numéricos. Um exemplo de uma situação desse tipo é apresentada por MASKEW (1982), onde resultados de um método de painéis apresentaram boa correlação com experimentais, numa situação onde esperava-se um grande desenvolvimento de camada limite (asa com flape, em alto ângulo de ataque). Assim sendo, conclui-se que a comparação com resultados experimentais é importante não para obter-se indicações sobre exatidão, mas sim sobre a aplicabilidade da hipótese do escoamento potencial em situações reais.

4.1 Natureza e Divisão dos Testes de Validação

HUNT (1978) colocou a questão sobre o tipo de testes necessários para validar um método de painéis por comparação. Segundo aquele autor, a boa correlação entre as distribuições de pressão observadas ao redor de um corpo, por exemplo, não garante que o mesmo sucesso ocorra para a distribuição de velocidades correspondente. Isso ocorre porque a *direção* do vetor velocidade local não está em comparação, mas sim apenas a contribuição de sua magnitude na pressão. Dessa maneira, a validação das componentes de velocidade em separado pode ser necessária, caso a direção local do escoamento seja considerada um resultado importante (como por exemplo no acoplamento com modelos de camada limite).

Por outro lado, boas correlações em distribuição de velocidades e pressões podem também não implicar no mesmo sucesso em termos de forças resultantes. Embora teoricamente isto deveria ocorrer, num método numérico a exatidão das forças pode depender estritamente do método adotado para calculá-las. Exemplos dessa dependência foram apresentados na Seção 2.5.8.

Considerando-se esses fatores, decidiu-se que o processo de validação neste trabalho deveria incluir, na medida do possível e do necessário, comparações em termos de velocidades, pressões e forças resultantes.

Decidiu-se também estabelecer uma divisão dos casos de validação em dois grupos distintos:

- a) *Casos com circulação nula ao redor do corpo*, ou seja, de superfícies que não geram sustentação. São abordados na Seção 4.2.
- b) *Casos com circulação não nula ao redor do corpo*, ou seja, que envolvem superfícies sustentadoras. Estas incluem a necessidade da imposição da condição de Kutta, representação de esteiras de dipólos e, no caso do Modelo A, painéis auxiliares de dipólos nas superfícies sustentadoras (Modelos A1, A2 e A3, Capítulo 3). São abordados na Seção 4.3.

Acredita-se que este discernimento é importante pois, conforme pode ser observado nos trabalhos de HUNT (1978) e SYSTMA et al (1978), a modelagem de escoamentos com circulação pode introduzir problemas particulares.

A menos que se observe o contrário, todos os casos de validação apresentados nas Seções 4.2 e 4.3 possuem as seguintes características comuns:

- a) O escoamento livre incidente é uniforme, ou seja, o vetor velocidade U_{∞} é constante no espaço, numa situação típica de aplicações aeronáuticas.
- b) O escoamento livre mantém um ângulo de ataque α com relação ao eixo das coordenadas X da geometria analisada, sendo o vetor U_{∞} paralelo ao plano XZ e orientado no sentido de valores crescentes de X.
- c) O escoamento é simétrico com relação ao plano XZ da geometria analisada, de maneira que apenas metade da geometria possa ser efetivamente processada, levando-se a outra metade em conta por reflexão (vide Seção 2.5.10).
- d) O escoamento é incompressível, ou seja, $M = 0$.
- e) As esteiras de dipólos associadas às superfícies sustentadoras foram consideradas planares e paralelas ao plano XY. Apenas os painéis de Kutta e direcionadores (vide Fig. 20) foram utilizados em cada esteira.

f) Os pontos de Kutta foram colocados a distância $\delta = 0.005c$ dos bordos de fuga, onde c é a corda local do aerofólio. Para tratar aerofólios com bordo de fuga “aberto” (espessura finita) nos Modelos A1, A2, A3 e B considerou-se os painéis de Kutta como extensões da superfície média dos aerofólios, resultando na geometria típica das Fig. 27 e 28. No caso dos Modelos A3 e B, as superfícies inferior e superior foram estendidas até uma linha média comum, resultando em *painéis de extensão* que garantem a continuidade local da distribuição de dipólos, conforme mostrado na Fig. 28. Estes painéis adicionais são excluídos do cálculo de forças por integração de pressões. Todas estas decisões foram baseadas em alguns testes preliminares, além das sugestões colocadas por HUNT (1978) e SYSTMA et al (1978).

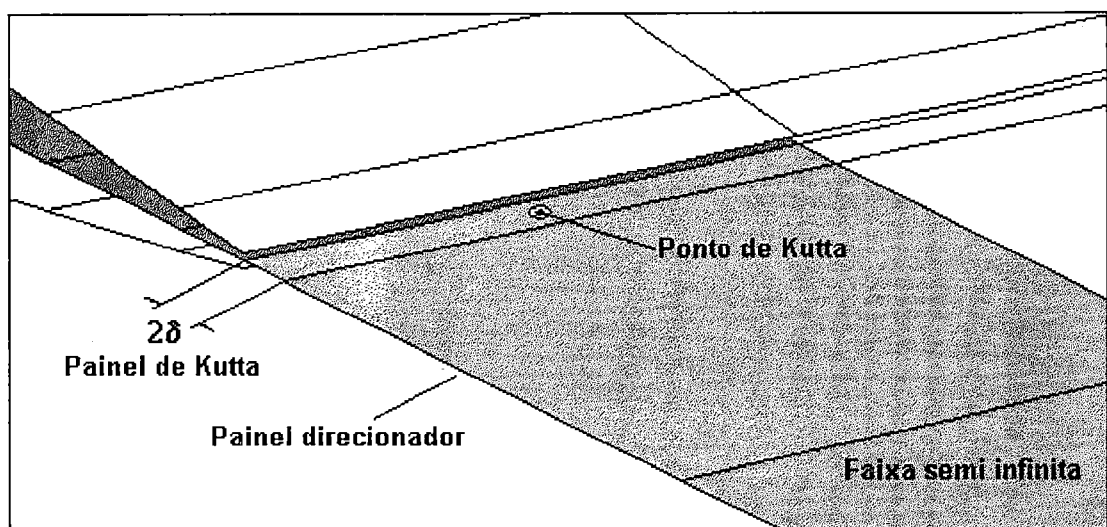


FIGURA 27 - Geometria típica da região de um bordo de fuga de espessura finita, Modelos A1 e A2.

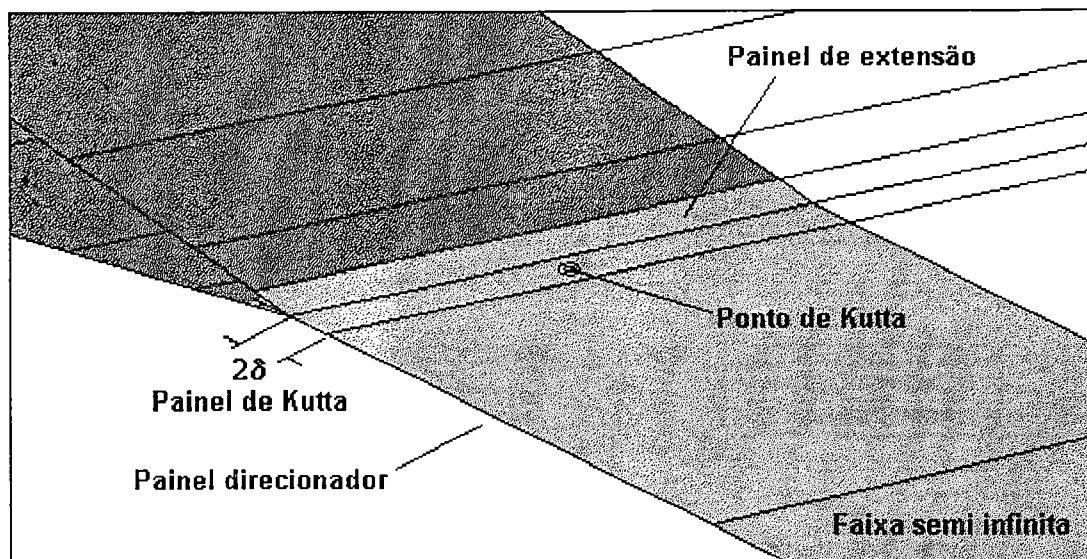


FIGURA 28 - Geometria típica da região de um bordo de fuga de espessura finita, Modelo A3.

4.2 Testes de Validação, Circulação Nula.

4.2.1 Esfera

Acredita-se que o caso de uma esfera, inserida num escoamento livre uniforme, é uma primeira etapa natural para identificar eventuais problemas inerentes a um método de painéis. Segundo mencionado por HUNT (1978), a esfera é particular no que diz respeito à compensação entre erros que ocorre em métodos de ordem reduzida para escoamentos externos. Nesses casos, ocorre a anulação parcial entre erros de discretização geométrica e de singularidades.

Segundo aquele autor, esta anulação de erros é teoricamente exata para a esfera, ou seja, os resultados numéricos devem ser os mais próximos aos resultados exatos, entre todos casos de escoamento externo. Uma vez que existe esta tendência teórica à exatidão, quaisquer grandes erros observados para o caso da esfera podem indicar defeitos inerentes do método, ao invés de problemas de discretização particulares do caso em análise.

A Fig. 30 apresenta duas discretizações em painéis geradas para uma esfera, vistas em perspectiva. Dois níveis de discretização foram estudados, para que se obtivesse uma noção inicial da convergência dos resultados. A discretização foi produzida com um arranjo em coordenadas esféricas. O lugar geométrico de um vértice p de um painel pode ser expresso pelas equações:

$$\begin{cases} x = R \cos\theta \\ y = R \sin\theta \sin\varphi \\ z = R \sin\theta \cos\varphi \end{cases} \quad (49)$$

Onde R é o raio da esfera e os ângulos θ e φ são apresentados na Fig. 29, sendo subdivididos a intervalos constantes entre cada vértice da discretização.

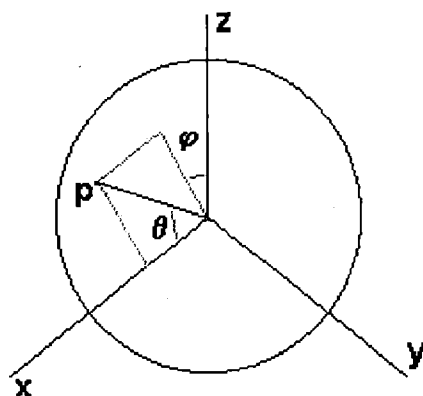


FIGURA 29 - Lugar geométrico de um ponto p na esfera.

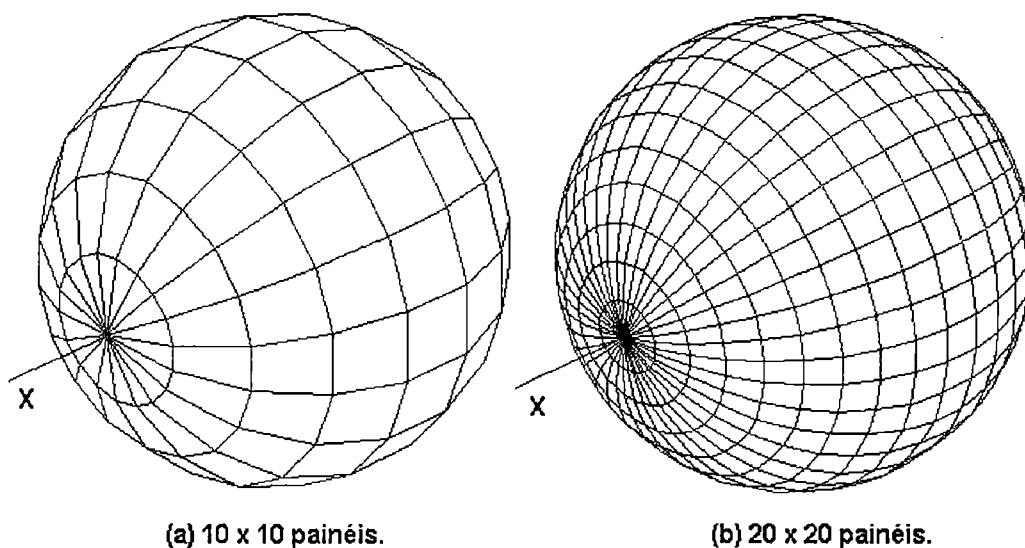


FIGURA 30 - Esfera em duas discretizações de painéis.

Resultados foram obtidos utilizando-se os Modelos A e B (Capítulo 3). O escoamento livre é considerado ao longo do eixo X ($\alpha = 0$). O coeficiente η para as intensidades de fontes no Modelo B foi considerado para valores $\eta = \{0.0, 0.5, 1.0\}$. Os resultados obtidos para os valores da razão v/U_∞ (entre a velocidade local na superfície e a do escoamento livre) são apresentados nas Fig. 31 a 33, em função do ângulo θ , em sobreposição à solução exata clássica (ANDERSON, 1985) dada por:

$$\frac{v}{U_\infty} = -\frac{3}{2} \text{sen } \theta \quad (49a)$$

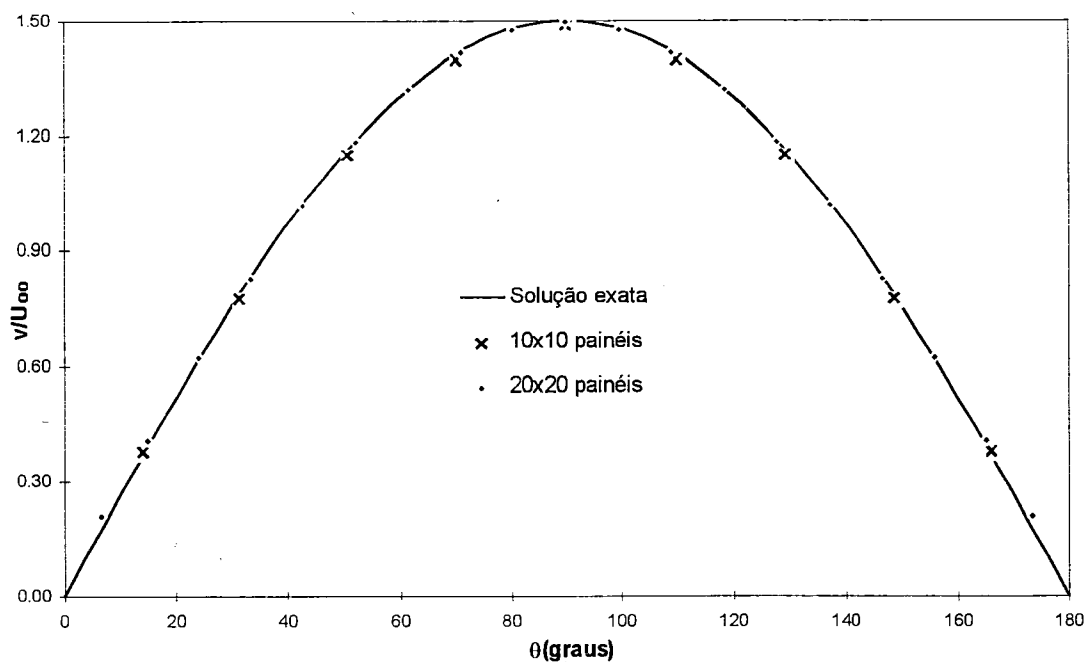


FIGURA 31 - Razão v/U_∞ sobre esfera, Modelo A, discretizações de 10x10 e 20x20 painéis.

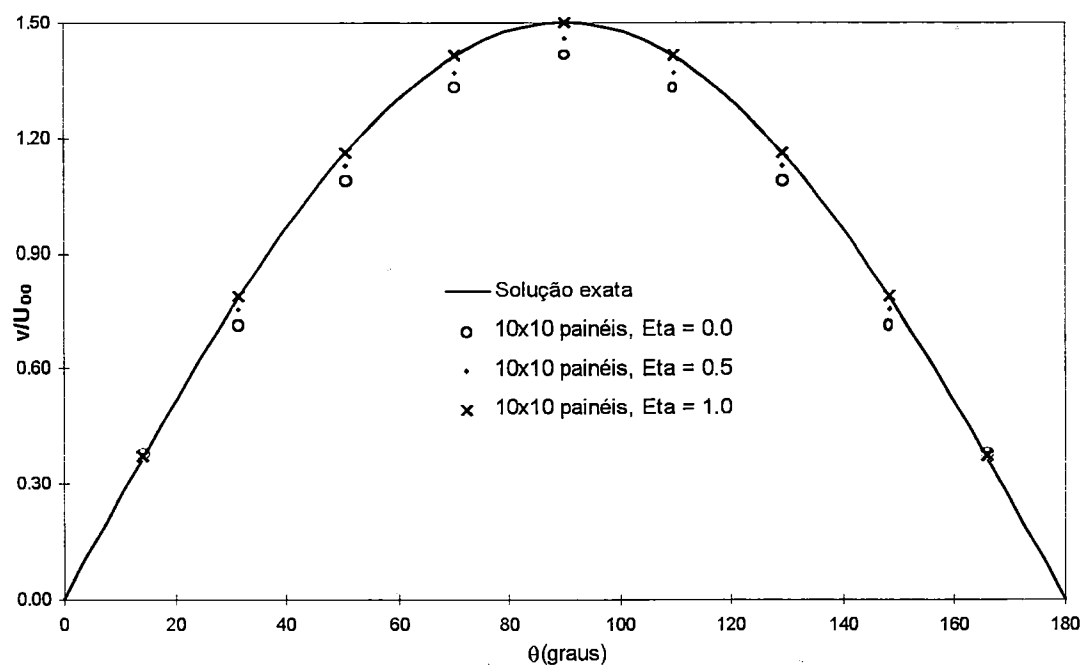


FIGURA 32 - Razão v/U_∞ sobre esfera, Modelo B, $\eta = \{0.0, 0.5, 1.0\}$, discretização de 10x10 painéis.

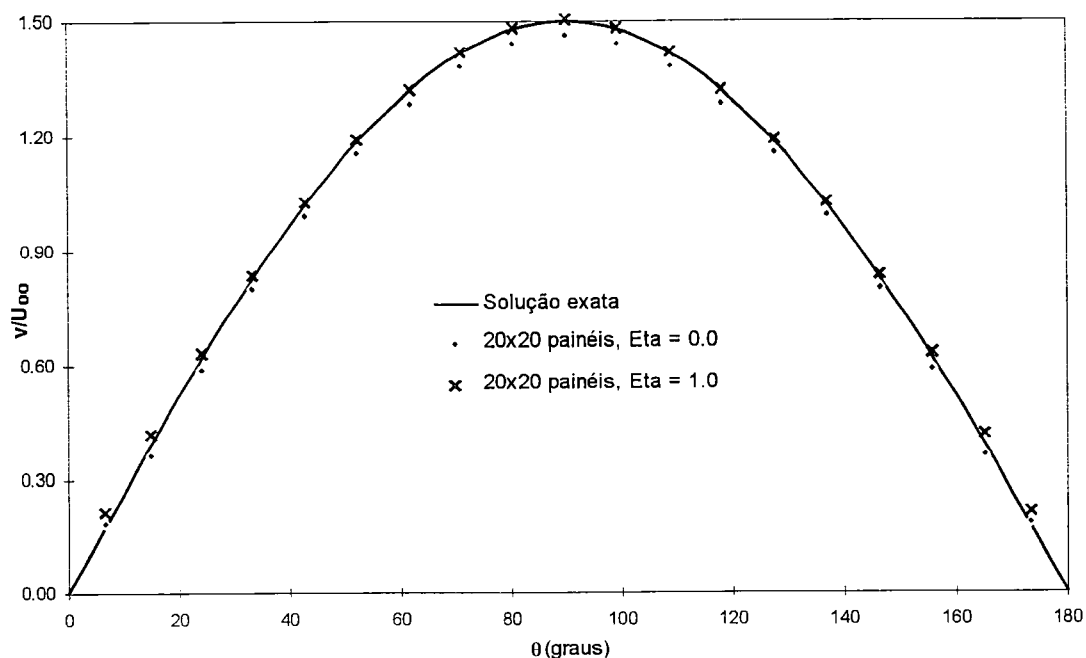


FIGURA 33 - Razão v/U_∞ sobre esfera, Modelo B, $\eta = \{0.0, 1.0\}$,
discretização de 20x20 painéis.

4.2.2 Elipsóide com três eixos de dimensões distintas

Elipsóides que possuem os três eixos principais de dimensões distintas são a única categoria de corpos realmente tridimensionais (não axisimétricos) para os quais existe solução analítica exata para escoamento potencial externo. Tal solução é abordada em detalhes por MUNK (1934b).

O elipsóide em questão (HESS, 1964) é considerado com os eixos principais orientados nas três direções coordenadas X, Y e Z, centrado na origem e possuindo a relação de dimensões $2a = 2$, $2b = 1$ e $2c = 0.5$ nestas três direções, respectivamente. Dois níveis de discretização foram testados, para que se obtivesse uma noção da convergência dos resultados, sendo apresentados na Fig. 34. As discretizações foram produzidas com um arranjo semelhante ao da esfera. O lugar geométrico de um vértice p de um painel pode ser expresso pelas Eq. 49, onde o valor R varia de acordo com a função:

$$R = \sqrt{1 - \frac{(\cos\theta)^2}{a^2} - (\sin\theta)^2 \left[\frac{(\sin\varphi)^2}{b^2} + \frac{(\cos\varphi)^2}{c^2} \right]} \quad (50)$$

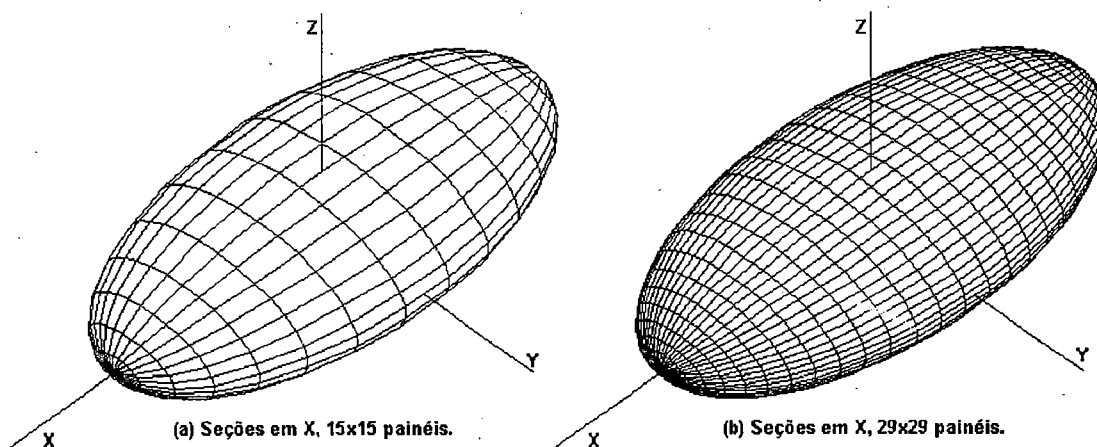


FIGURA 34 - Elipsóide de três eixos distintos, duas discretizações.

Resultados foram obtidos para ambos os Modelos A e B, com $\alpha = 0$. O coeficiente η para as intensidades de fontes no Modelo B foi considerado para valores $\eta = \{0, 0.5, 1\}$. Os resultados obtidos para os valores de v/U_∞ foram plotados em sobreposição à solução exata (MUNK, 1934b), em função da coordenada relativa $X/(2a)$ e para diferentes valores do ângulo φ , sendo apresentados nas Fig. 35 a 38. Por motivo de espaço físico, apenas os resultados para a discretização de 15x15 painéis são apresentados, uma vez que as mesmas tendências gerais foram observadas para com 29x29 painéis.

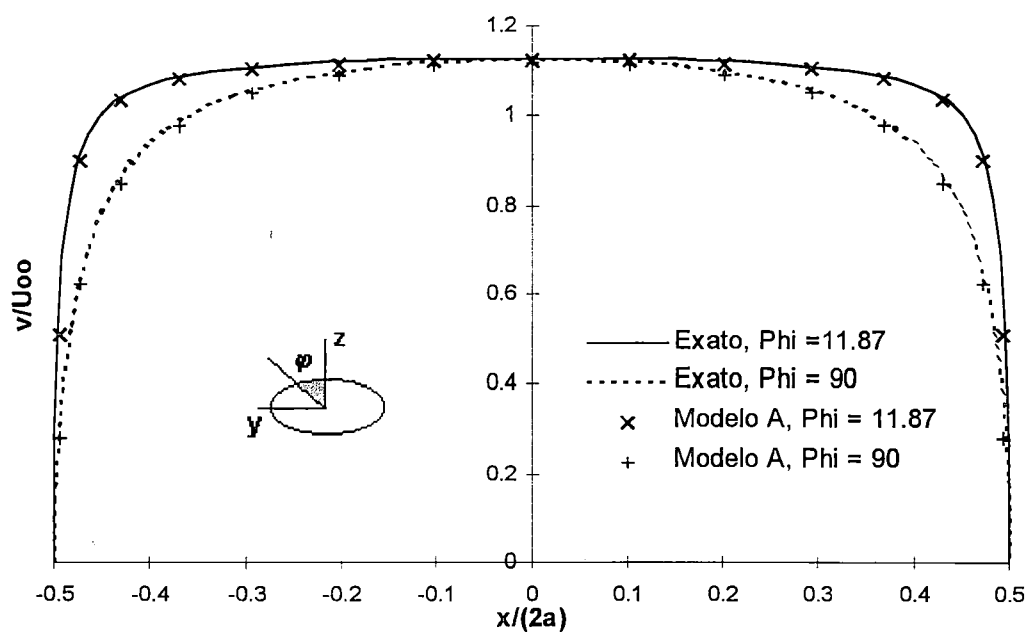


FIGURA 35 - Razão v/U_{∞} sobre elipsóide de semi-eixos $a:b:c = 2:1:0.5$.

Modelo A, discretização de 15×15 painéis.

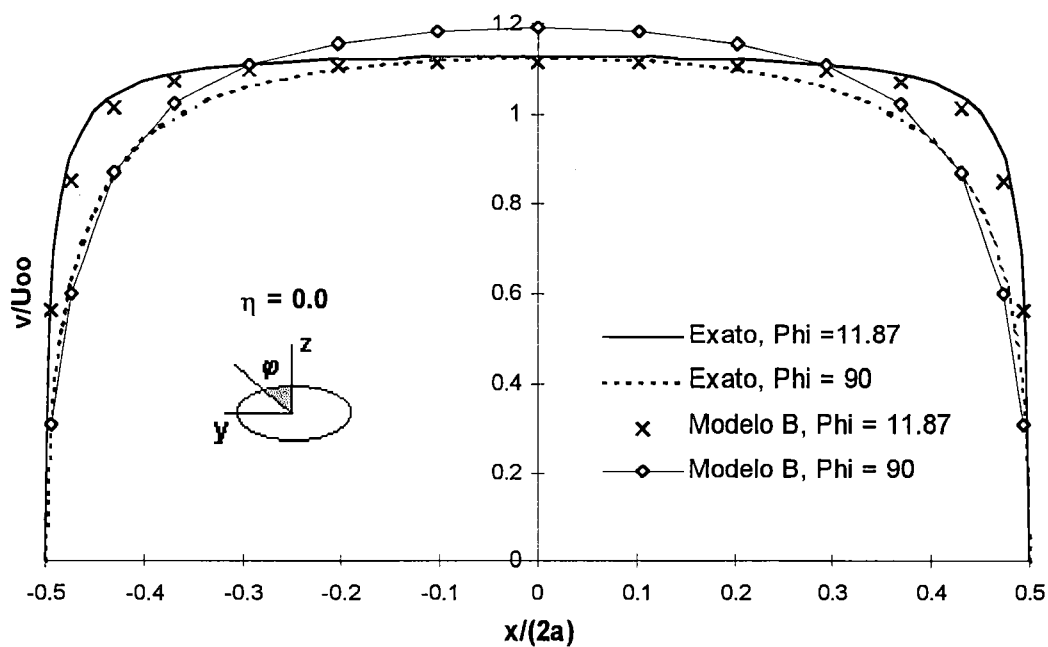


FIGURA 36 - Razão v/U_{∞} sobre elipsóide de semi-eixos $a:b:c = 2:1:0.5$.

Modelo B, $\eta = 0.0$, discretização de 15×15 painéis.

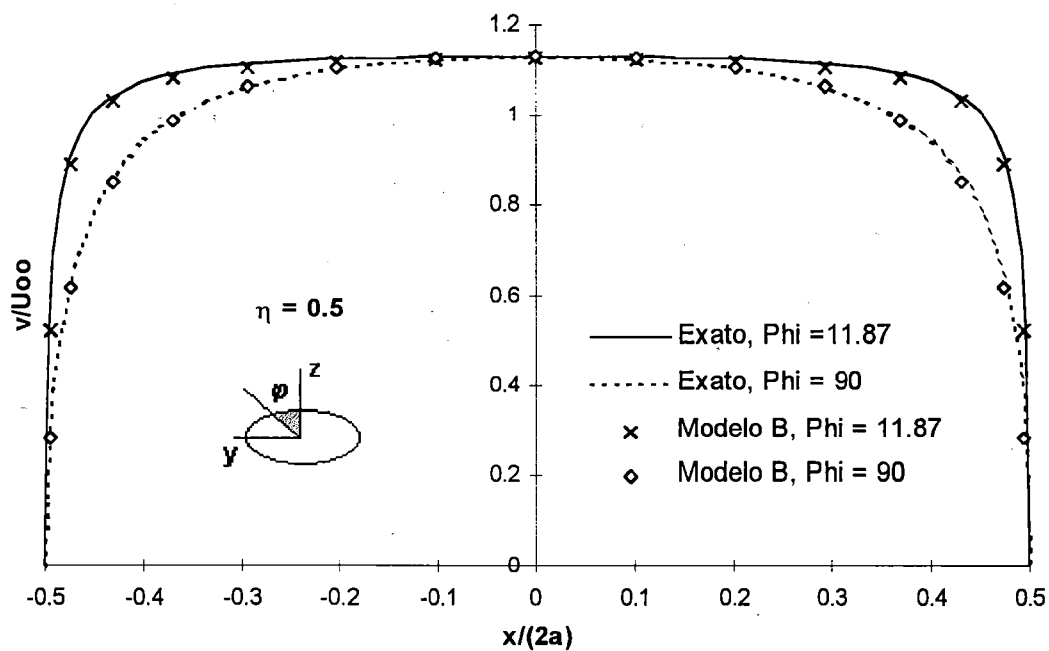


FIGURA 37 - Razão v/U_∞ sobre elipsóide de semi-eixos $a:b:c = 2:1:0.5$.

Modelo B, $\eta = 0.5$, discretização de 15×15 painéis.

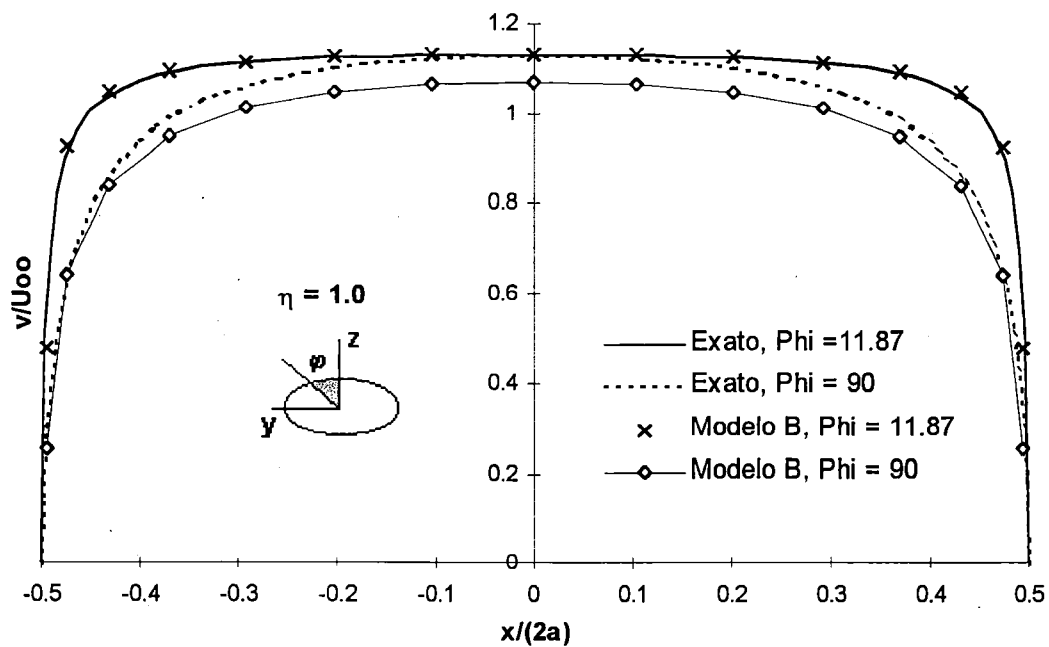


FIGURA 38 - Razão v/U_∞ sobre elipsóide de semi-eixos $a:b:c = 2:1:0.5$.

Modelo B, $\eta = 1.0$, discretização de 15×15 painéis.

4.2.3 Elipsóide de Revolução

Elipsóides de revolução podem ser considerados como representativos de corpos tipicamente encontrados em configurações aeronáuticas. A solução exata para o escoamento potencial ao redor desse tipo de corpo é abordada por MUNK (1934a).

Para este teste de validação, adotou-se um elipsóide de razão comprimento/diâmetro máximo de $(2a)/(2b) = 5$. Utilizou-se uma discretização em 30×9 painéis para representar metade do corpo, com relação ao plano XZ. A configuração discretizada é apresentada na Fig. 39.

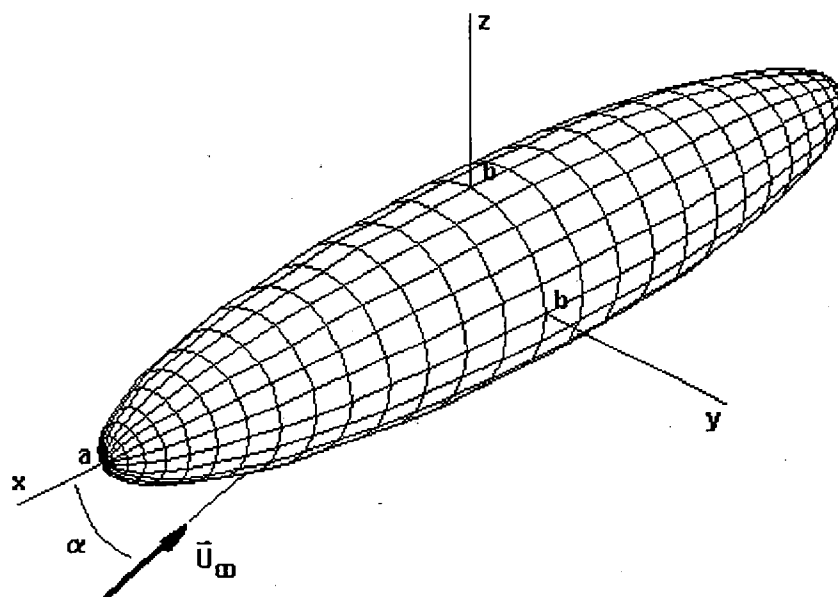


FIGURA 39 - Elipsóide de revolução, $(2a)/(2b) = 5$, discretização em 30×9 painéis.

Resultados foram obtidos para ambos os Modelos A e B, para $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 30^\circ$. O coeficiente η para as intensidades de fontes no Modelo B foi considerado para valores $\eta = \{0, 0.5, 1\}$. Os resultados obtidos para os valores de v/U_∞ foram plotados em sobreposição à solução exata (MUNK, 1934a), em função da coordenada relativa $x/(2a)$ e para diferentes valores do ângulo ϕ , sendo apresentados nas Fig. 40 a 45.

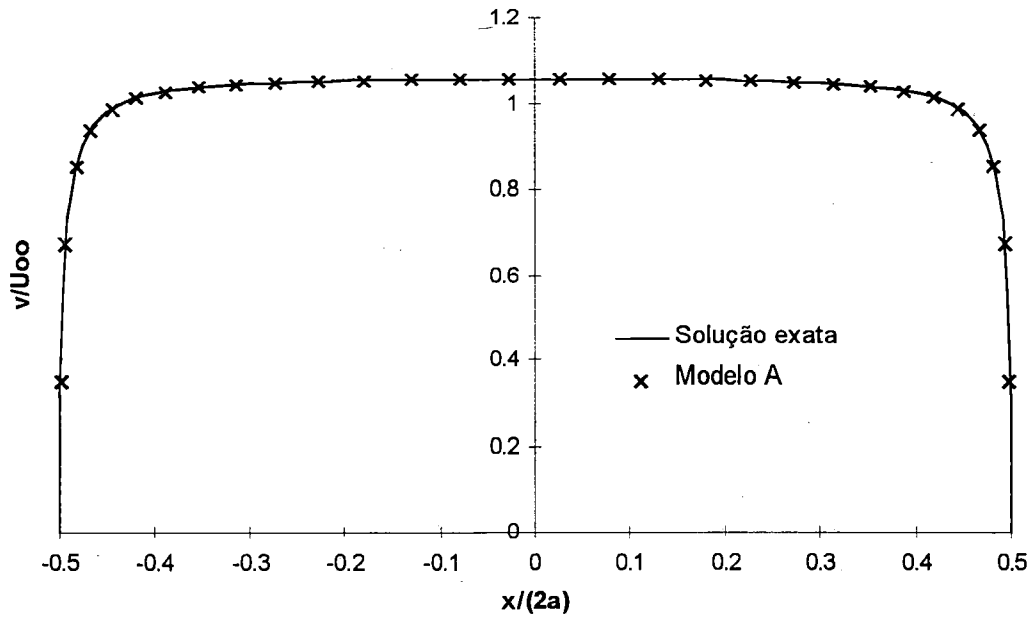


FIGURA 40 - Razão v/U_∞ sobre elipsóide de revolução com $(2a)/(2b) = 5$, $\alpha = 0^\circ$,
Modelo A.

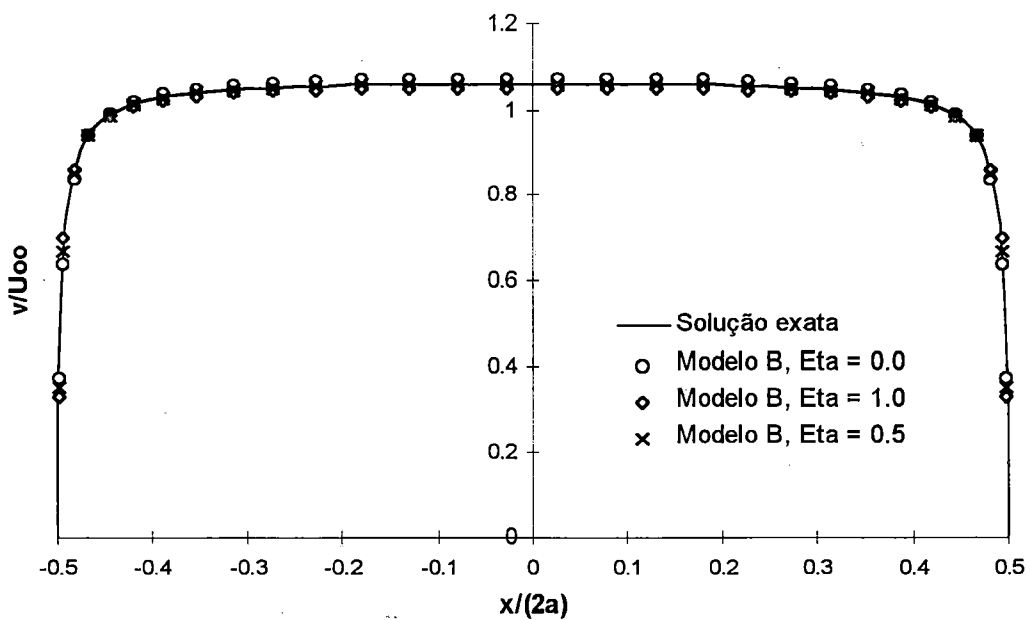


FIGURA 41 - Razão v/U_∞ sobre elipsóide de revolução com $(2a)/(2b) = 5$, $\alpha = 0^\circ$.
Modelo B, $\eta = \{0.0, 0.5, 1.0\}$.

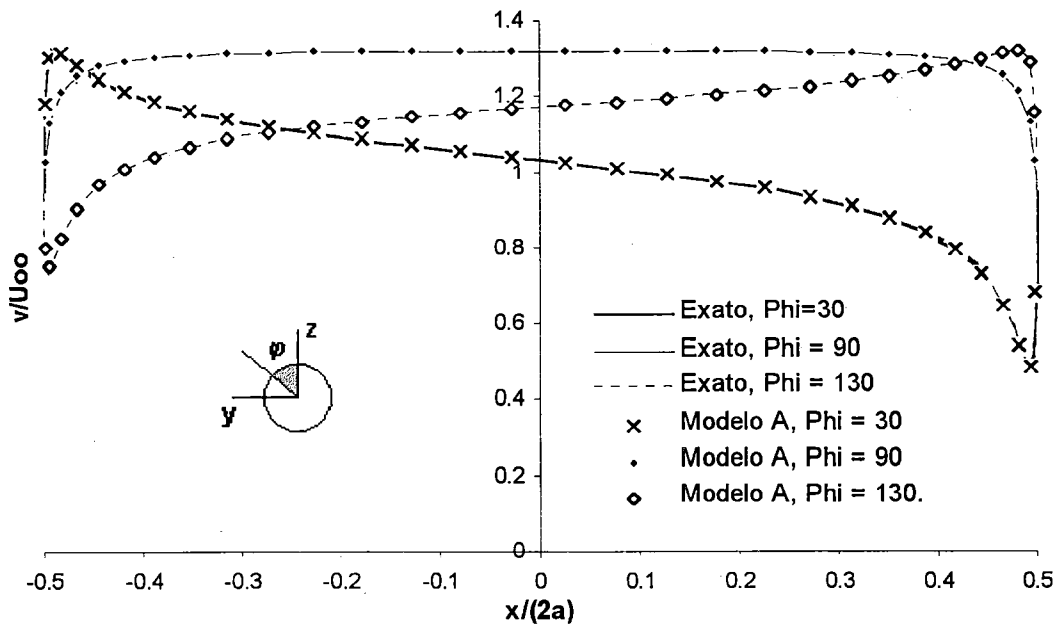


FIGURA 42 - Razão v/U_{∞} sobre elipsóide de revolução com $(2a)/(2b) = 5$, $\alpha = 30^\circ$,
Modelo A.

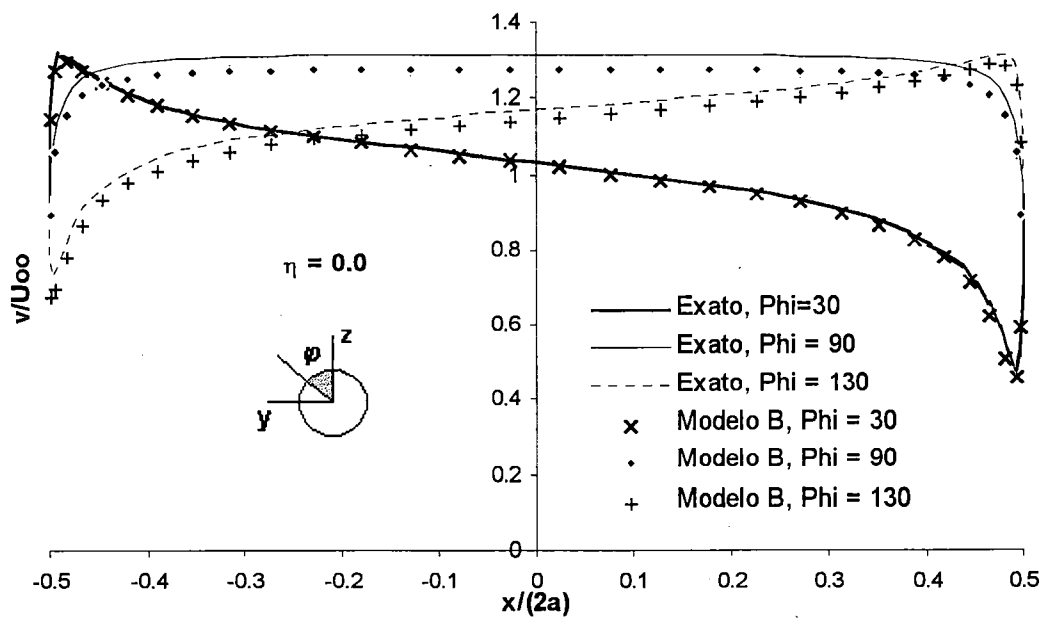


FIGURA 43 - Razão v/U_{∞} sobre elipsóide de revolução com $(2a)/(2b) = 5$, $\alpha = 30^\circ$.
Modelo B, $\eta = 0.0$.

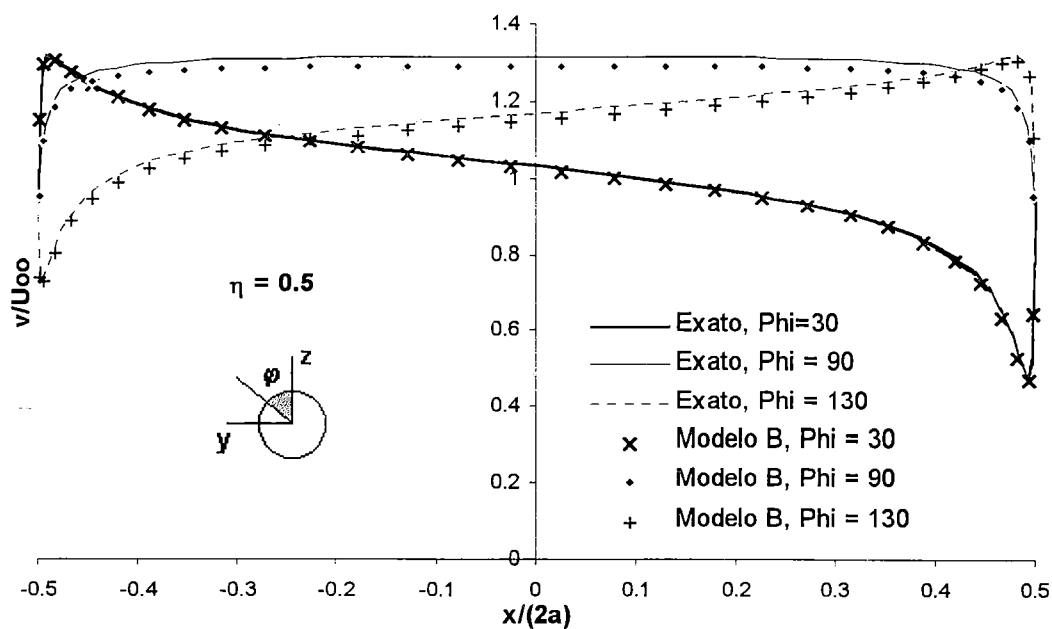


FIGURA 44 - Razão v/U_{∞} sobre elipsóide de revolução com $(2a)/(2b) = 5$, $\alpha = 30^{\circ}$.

Modelo B, $\eta = 0.5$.

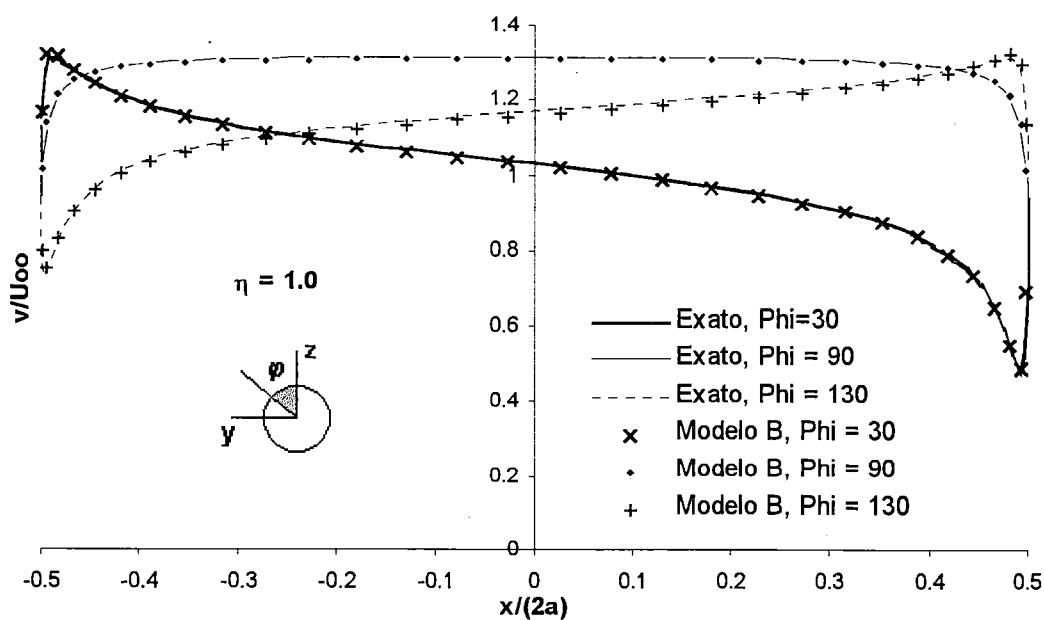


FIGURA 45 - Razão v/U_{∞} sobre elipsóide de revolução com $(2a)/(2b) = 5$, $\alpha = 30^{\circ}$.

Modelo B, $\eta = 1.0$.

4.2.4 Conjunto Ogiva-Cilindro

Este teste foi realizado com a intenção de avaliar e comparar as duas formas de correção de compressibilidade (Seção 3.1) adotadas como opcionais no método implementado.

Para fazê-lo, procurou-se adotar um caso de análise para o qual fosse considerado difícil assumir a hipótese de pequenas perturbações de velocidade. O objetivo disso seria verificar se as correções linearizadas (Seção 2.5.9) poderiam ainda assim ser utilizadas.

O caso escolhido, apresentado por WOODWARD (1973), foi o de um corpo de revolução constituído de uma seção central cilíndrica, uma seção dianteira com perfil de ogiva e um tronco de cone traseiro. A configuração em painéis adotada é apresentada na Fig. 46, sendo que o eixo de simetria do corpo coincide com o eixo coordenado X. Conforme sugerido por WOODWARD (1973), a esteira de separação que seria deixada pelo corpo num escoamento real é simulada aproximadamente com painéis adicionais, colocados numa seção cônica traseira, com abertura de 12° .

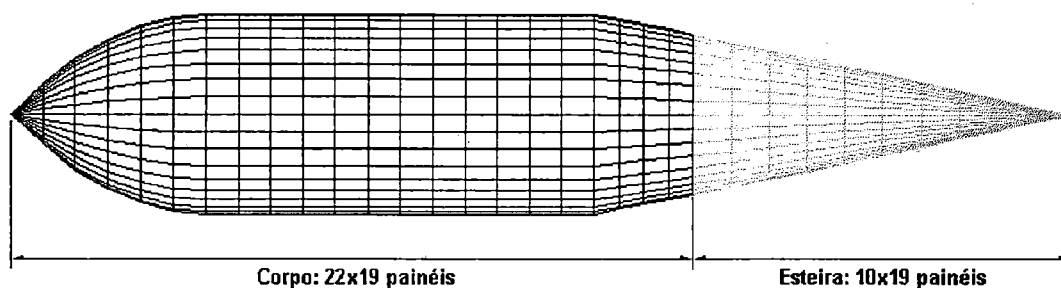


FIGURA 46 - Conjunto Ogiva-Cilindro, discretização em painéis.

Resultados de distribuição de pressão foram obtidos com o Modelo A (painéis de fontes), para $\alpha = 0$ e número de Mach $M = 0.4$, sendo comparados com os resultados do método de WOODWARD (1973) (sob correção de Prandtl-Glauert) e com os dados experimentais de FOX¹⁶ apud WOODWARD (1973). A correção de

¹⁶ FOX, C. H., Jr. (1971). *Experimental surface pressure distributions for a family of axisymmetric bodies at subsonic speeds*. NASA TM X-2439. December.

Prandtl-Glauert foi aplicada em sua forma original e na forma modificada proposta por KRAUS (1978) (Seções 2.5.9 e 3.1). Os resultados em distribuição de C_p ao longo da coordenada relativa x/L (onde L é o comprimento do corpo) são apresentados na Fig. 47.

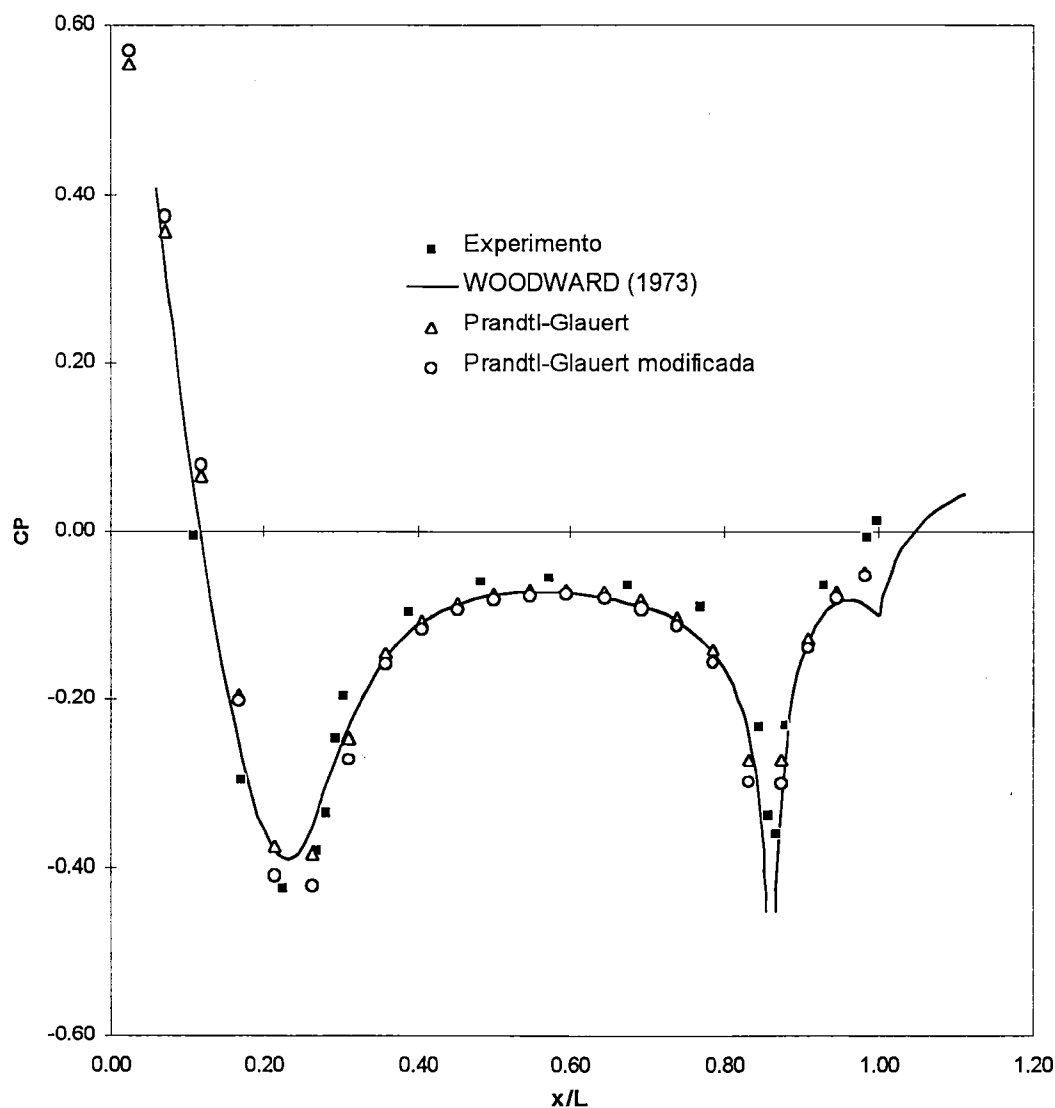


FIGURA 47 - Distribuição longitudinal de coeficiente de pressão C_p , conjunto ogiva-cilindro, $\alpha = 0^\circ$, $M = 0.4$.

4.3 Testes de Validação, Circulação Não Nula.

Observação: os resultados obtidos com o Modelo B para escoamentos com circulação nula (Seção 4.2) foram considerados *inadequados na maioria dos casos* (vide discussão da Seção 4.4.1). *Com base nesses fatos, decidiu-se não realizar testes com circulação não-nula para o Modelo B.*

4.3.1 Asa RAE Modelo Wing A, $t/c = 0.15$

Este caso de análise foi proposto por SYSTMA et al (1978). Conforme mencionado anteriormente, estes autores propuseram um conjunto padronizado de casos de validação para métodos de painéis, fornecendo resultados de referência (“datum”) obtidos para cada um deles com métodos de ordem elevada, considerados de grande exatidão.

Este primeiro caso é o de uma asa RAE modelo Wing A, cuja forma em planta é apresentada na Fig. 48 (semi-asa). O aerofólio utilizado é o NACA 0015, simétrico e com espessura máxima relativa $t/c = 0.15$. Foram analisados dois níveis de refinamento da discretização, utilizando-se exatamente as mesmas geometrias de painéis fornecidas no trabalho original de SYSTMA et al (1978), que são apresentadas simultaneamente na Fig. 49. As notações 30x12 e 60x12 painéis, significam respectivamente que 30 e 60 painéis são utilizados na direção da corda (somando-se as superfícies inferior e superior), sempre com 12 painéis na direção da envergadura.

Inicialmente considerou-se o caso para $\alpha = 0^\circ$. Devido ao aerofólio simétrico, esta é uma situação na qual a asa não produz circulação nem esteira de vorticidade não nula, e portanto ainda não é necessário o uso de dipólos auxiliares. Resultados em termos de C_p , obtidos com o Modelo A para a posição relativa na semi-envergadura $y/(b/2) = 0.549$, são apresentados em função da coordenada relativa X/c na Fig. 50, para os dois níveis de discretização. Os resultados do método de ROBERTS & RUNDLE (1972), publicados por SYSTMA et al (1978) como dados

de referência, são plotados em comparação, juntamente com a forma básica do aerofólio NACA 0015.

Em seguida considerou-se o ângulo de ataque $\alpha = 5^\circ$, para o qual analisou-se o escoamento utilizando-se as três variações do Modelo A. Em todas as situações, considerou-se a esteira contida no plano XY, além das outras condições mencionadas na Seção 4.1. Os resultados obtidos com os Modelos A1, A2 e A3 para a distribuição de C_p na posição $y/(b/2) = 0.549$ são apresentados nas Fig. 51 e 52, em comparação aos valores de referência. A Fig. 53 apresenta a distribuição de circulação local Γ obtida ao longo da semi envergadura.

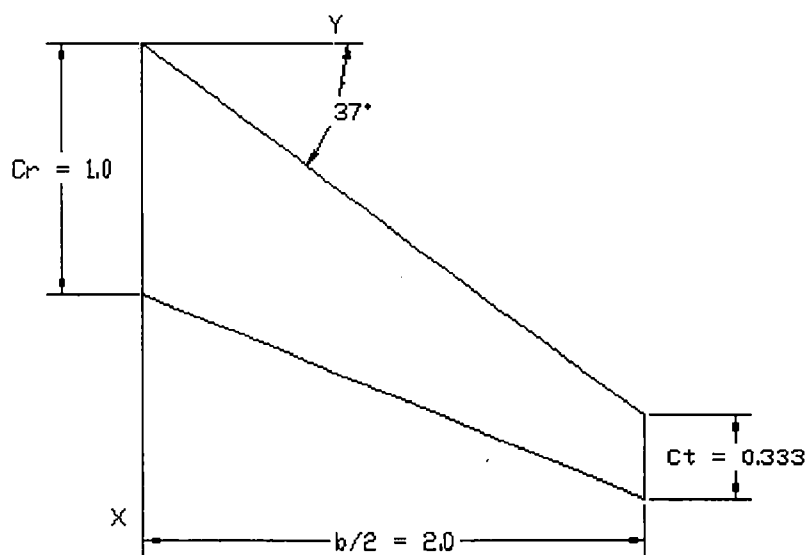


FIGURA 48 - Asa Wing A, geometria da forma em planta (semi-asa).

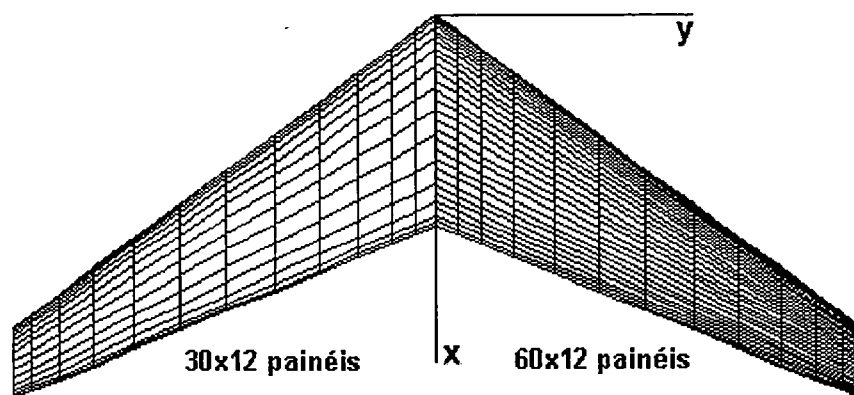


FIGURA 49 - Asa Wing A, duas discretizações em painéis.

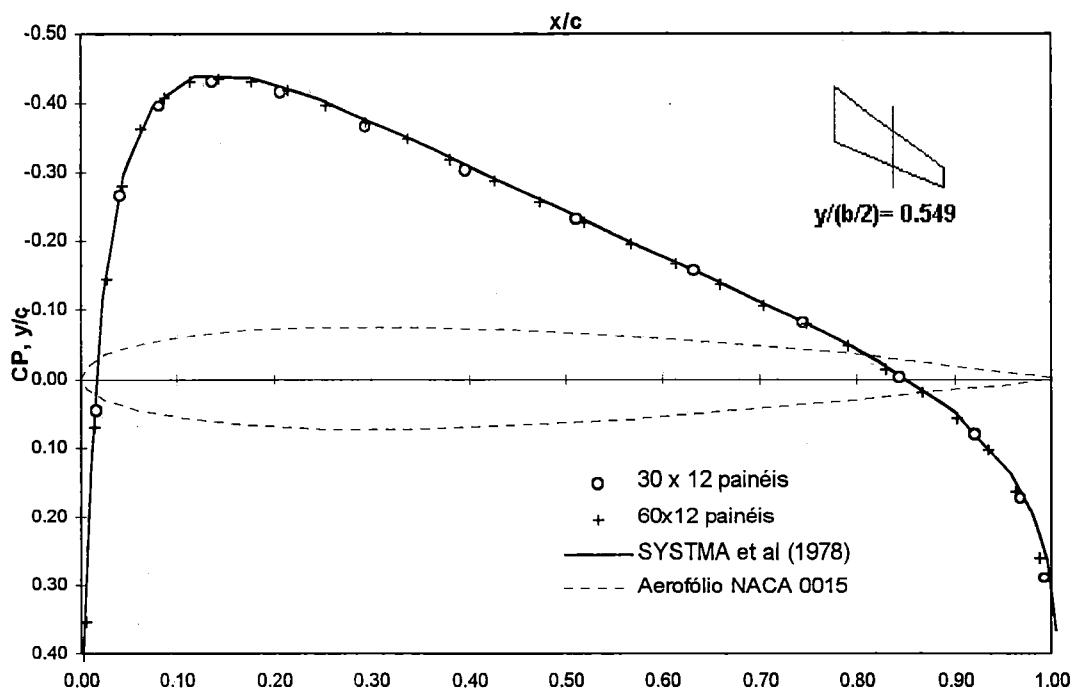


FIGURA 50 - Distribuição de C_p , asa Wing A, $t/c = 0.15$, $y/(b/2) = 0.549$, $\alpha = 0^\circ$.

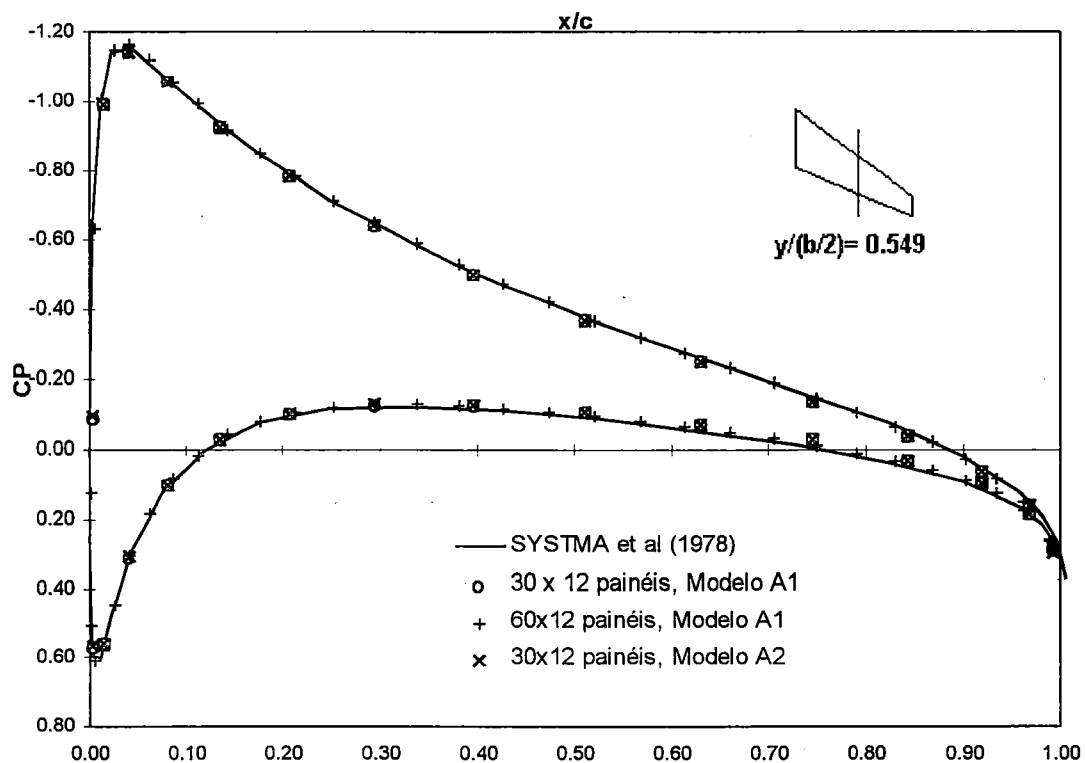


FIGURA 51 - Distribuição de C_p , asa Wing A, $t/c = 0.15$, $y/(b/2) = 0.549$, $\alpha = 5^\circ$,

Modelos A1 e A2 (dipólos em painéis internos).

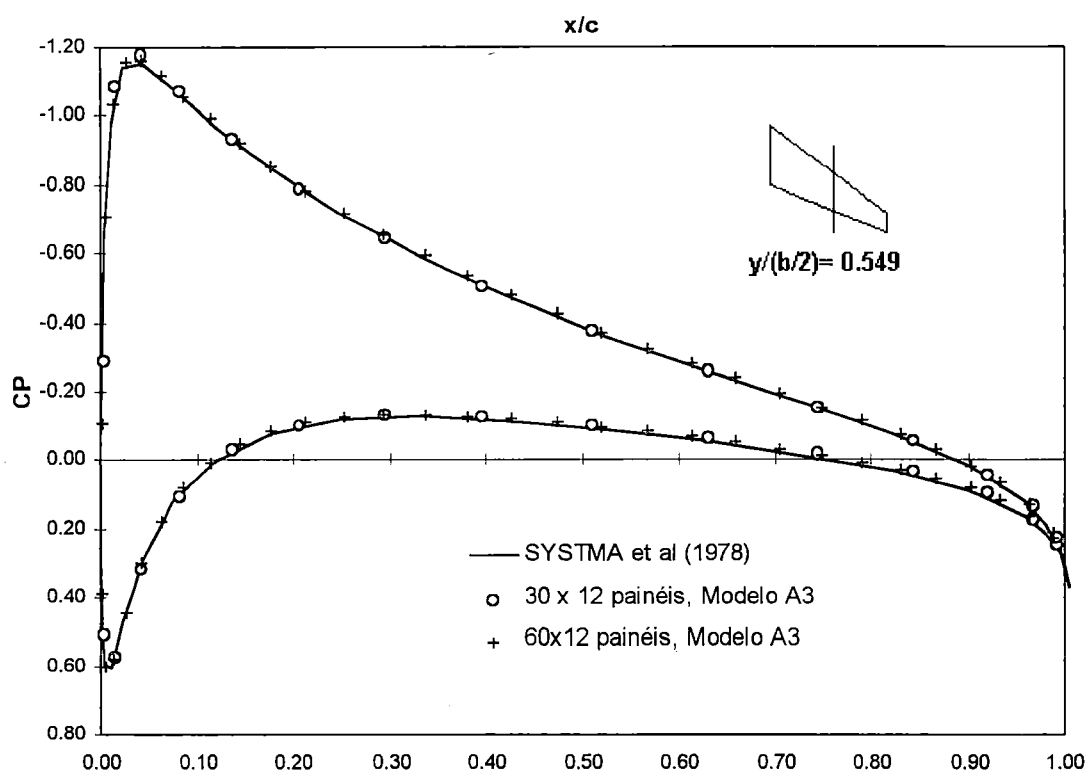


FIGURA 52 - Distribuição de C_p , asa Wing A, $t/c = 0.15$, $y/(b/2) = 0.549$, $\alpha = 5^\circ$,
Modelo A3 (dipólos nos painéis da superfície).

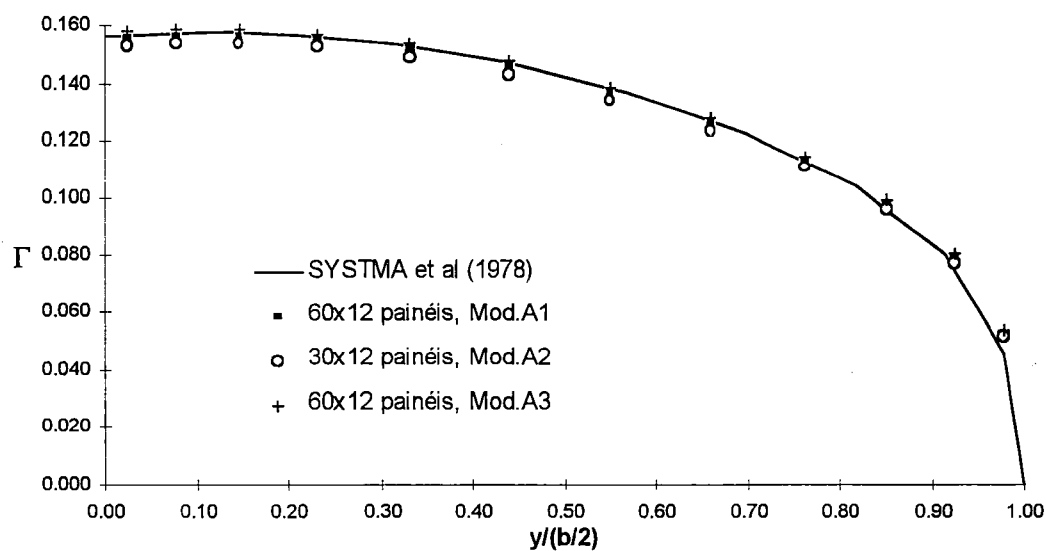


FIGURA 53 - Distribuição de circulação, asa Wing A, $t/c = 0.15$.

4.3.2 Asa RAE Modelo Wing A, $t/c = 0.05$

Neste teste, uma asa com a mesma forma em planta do caso anterior é analisada (Fig. 48), porém com o aerofólio NACA 0005, de espessura relativa $t/c = 0.05$. A Fig. 54 apresenta uma comparação da forma básica deste com o aerofólio do caso anterior, três vezes mais espesso. SYSTMA et al (1978) utilizaram vários casos de asas em ordem decrescente de valores de t/c , com o objetivo de verificar os eventuais problemas que as formulações com dipólos internos apresentariam com os aerofólios mais finos.

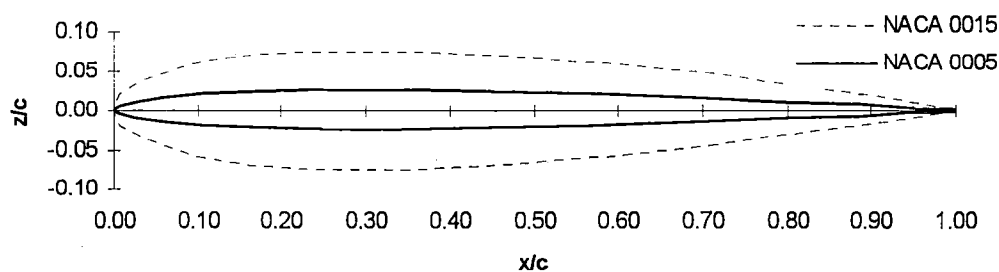


FIGURA 54 - Comparação entre as formas dos aerofólios NACA 0015 e 0005.

Foram utilizados os mesmos padrões de discretização do caso anterior, apresentados na Fig. 49. Resultados foram obtidos para $\alpha = 5^\circ$ utilizando-se os Modelos A1, A2 e A3. Os valores de C_p na posição $y/(b/2) = 0.549$ são comparados aos dados de referência de SYSTMA et al (1978) nas Fig. 55 e 56. As Fig. 57 e 58 apresentam resultados em termos da razão V_y/U_∞ naquela mesma posição da envergadura. A Fig. 59 traz uma comparação qualitativa de distribuições de pressão, obtidas com o Modelo A1, para valores $y/(b/2)$ de 0.079, 0.549 e 0.924, sobrepostas à forma em planta da asa. Finalmente, a Fig. 60 traz um mapa de cores representando valores de C_p sobre a asa, acompanhado de linhas de corrente (“streamlines”) baseadas nas velocidades superficiais, para fornecer noções qualitativas sobre as direção local do escoamento.

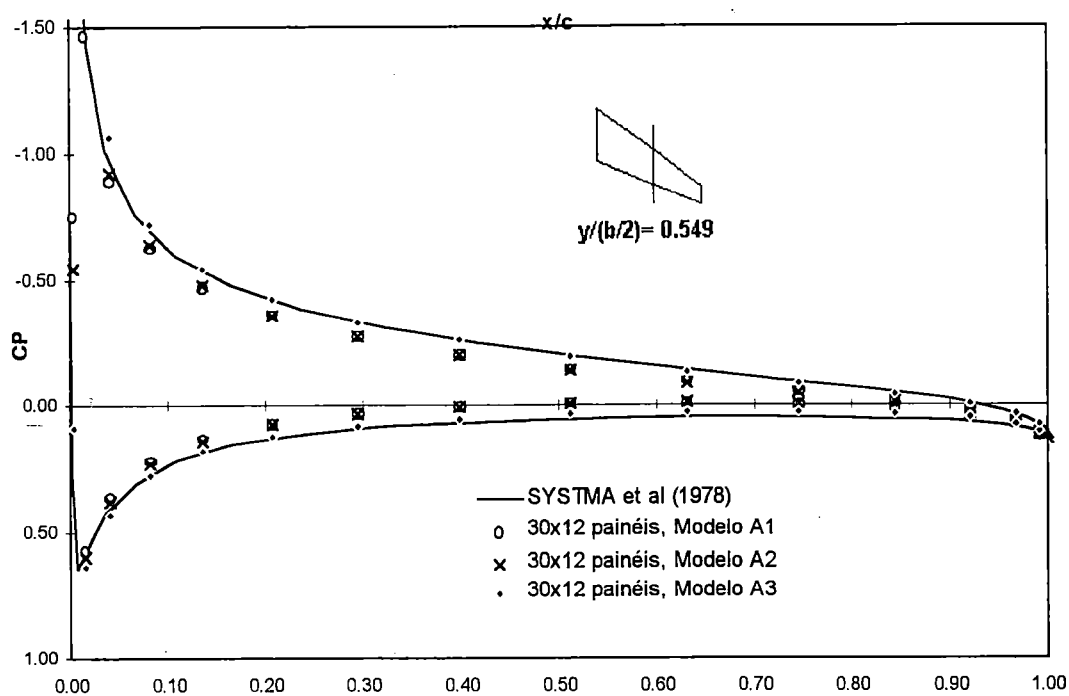


FIGURA 55 - Distribuição de C_p , asa Wing A, $t/c = 0.05$, $y/(b/2) = 0.549$, $\alpha = 5^\circ$, discretização em 30x12 painéis.

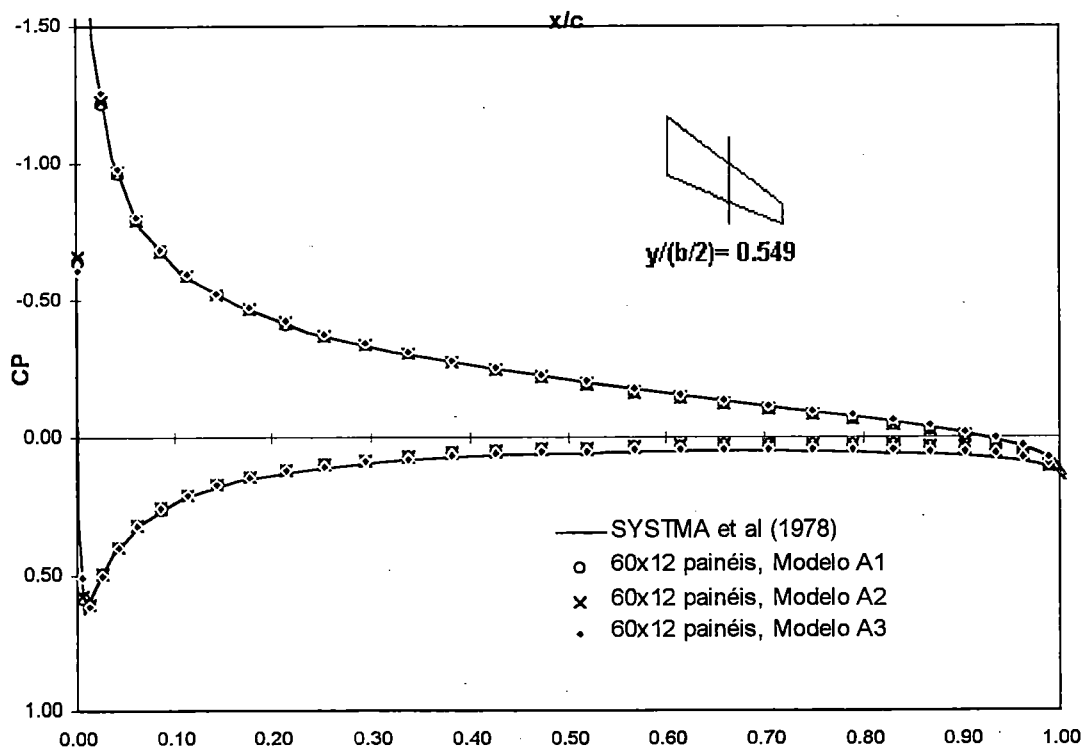


FIGURA 56 - Distribuição de C_p , asa Wing A, $t/c = 0.05$, $y/(b/2) = 0.549$, $\alpha = 5^\circ$, discretização em 60x12 painéis.

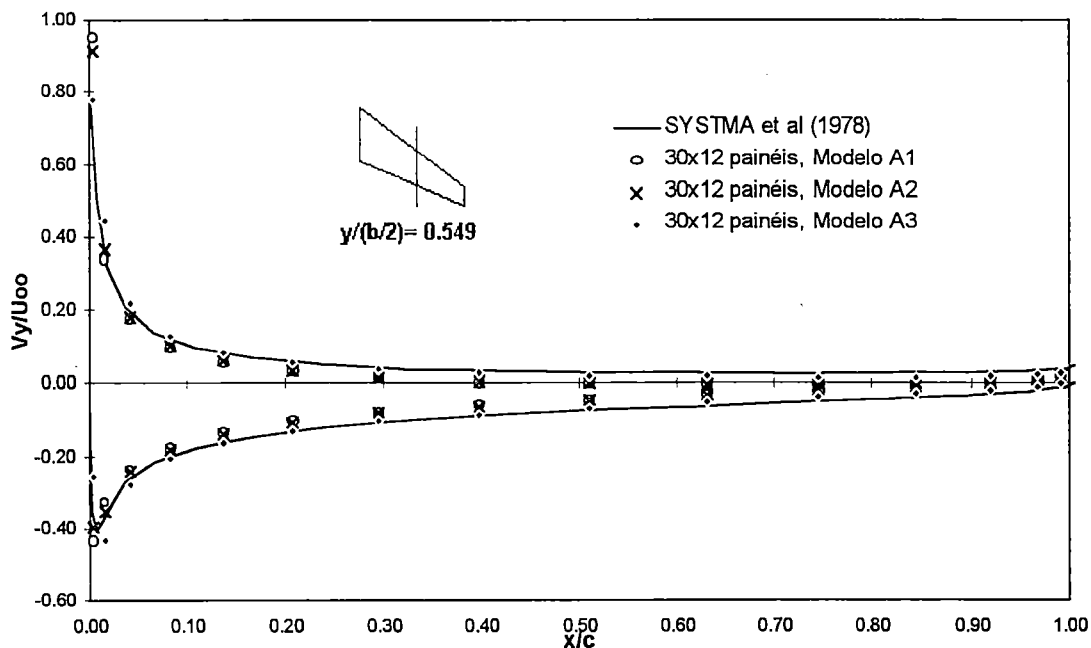


FIGURA 57 - Distribuição de V_y/U_∞ , asa Wing A, $t/c = 0.05$, $y/(b/2) = 0.549$, $\alpha = 5^\circ$, discretização em 30x12 painéis.

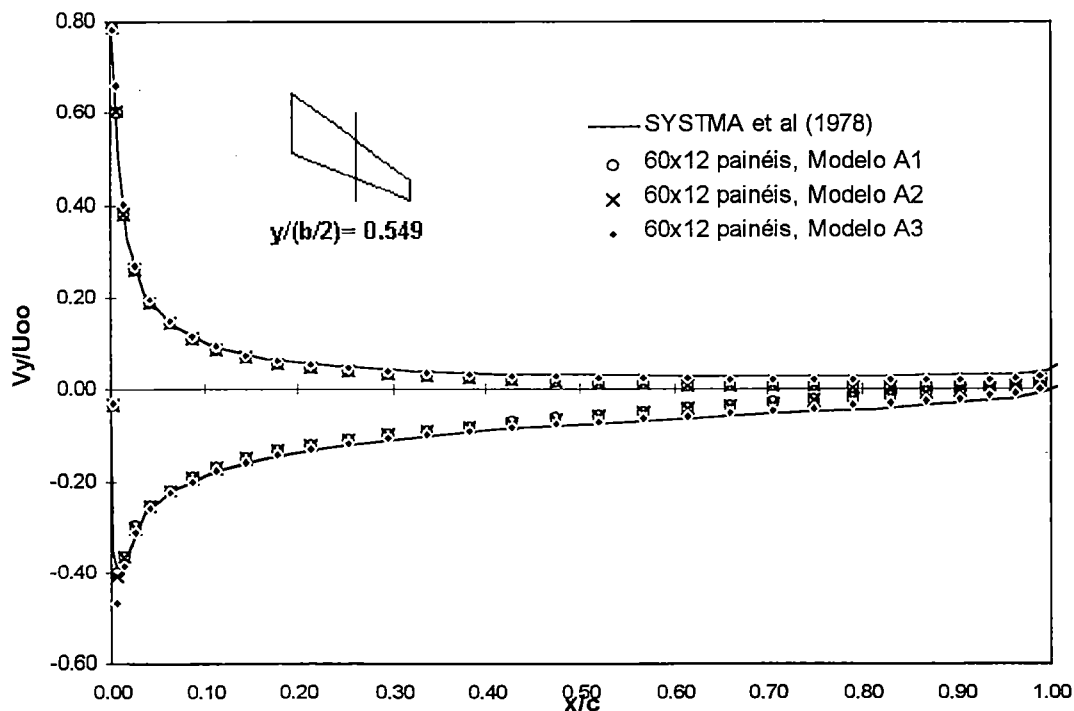


FIGURA 58 - Distribuição de V_y/U_∞ , asa Wing A, $t/c = 0.05$, $y/(b/2) = 0.549$, $\alpha = 5^\circ$, discretização em 60x12 painéis.

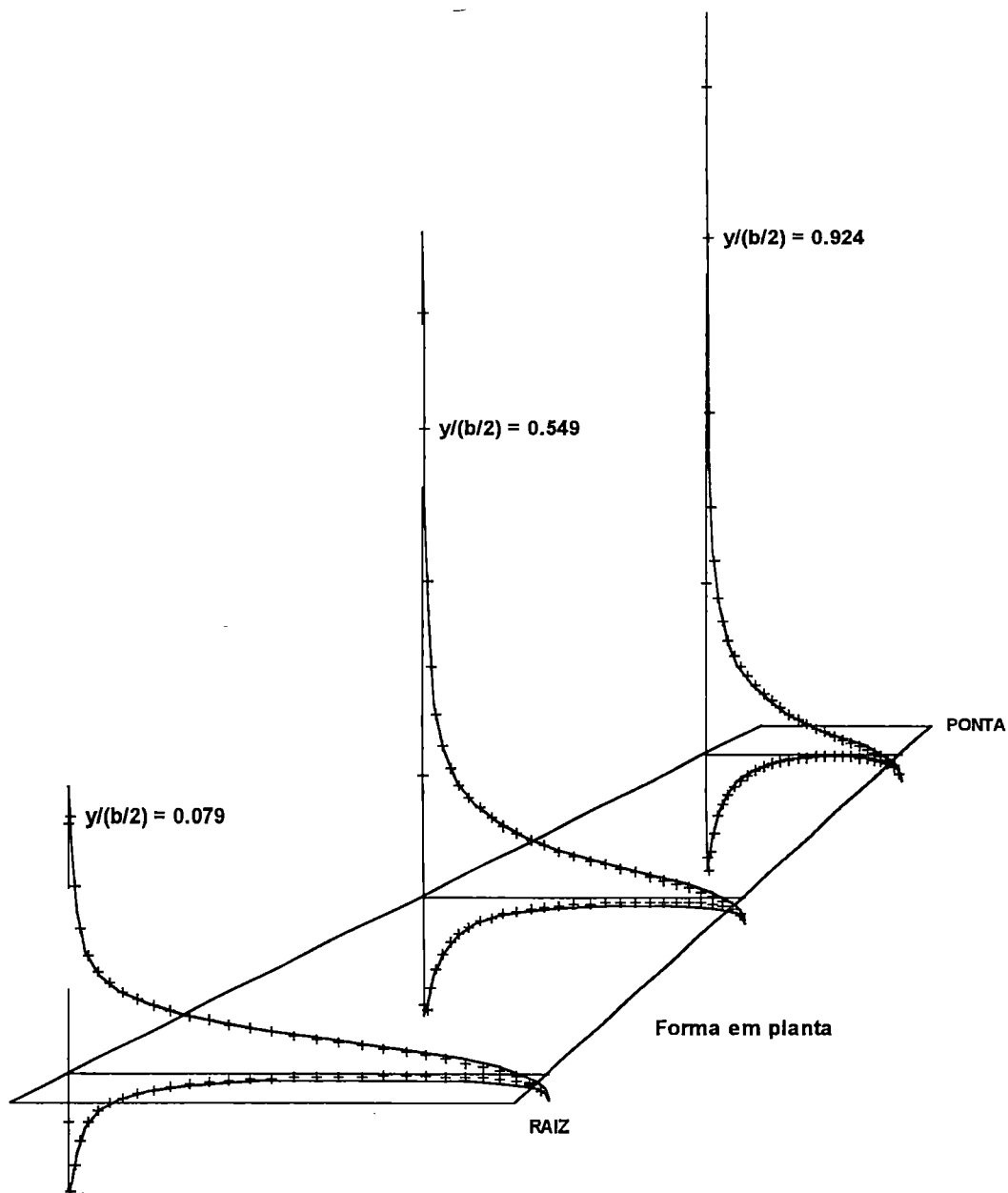


FIGURA 59 - Distribuição de C_p sobre asa Wing A, $t/c = 0.05$. Comparação qualitativa entre o Modelo A1 (cruzes) e SYSTMA et al, 1978 (linha cheia).

(Gráfico em proporção não correta).

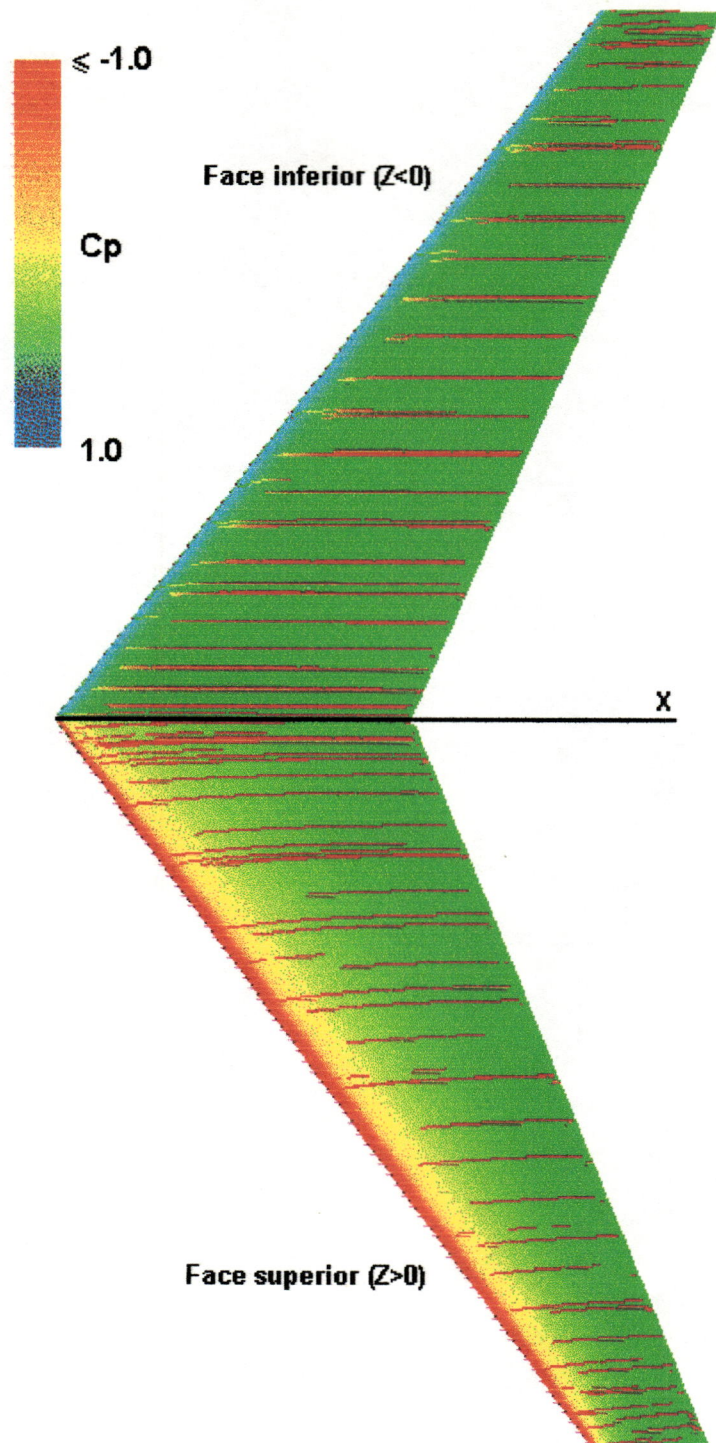


FIGURA 60 - Mapa de cores para a distribuição de C_p e linhas de corrente superficiais sobre a asa Wing A, $t/c = 0.05$, Modelo A3.

4.3.3 Asa em Duplo Delta

Este caso de análise trata de uma asa de alongamento reduzido, de configuração muitas vezes referida como em duplo delta. Esta é caracterizada por duas seções de forma em planta trapezoidal, que definem uma descontinuidade ou “quebra” numa certa posição da semi envergadura. A geometria da forma em planta da asa do presente estudo é apresentada na Fig. 61, e o aerofólio utilizado é o NACA 0005 (vide Fig. 54) em toda a envergadura.

Esta configuração foi apresentada por SYSTMA et al (1978) como sendo um caso que pode apresentar certas dificuldades de análise por métodos de painéis de ordem reduzida. Isso ocorreria devido ao caráter altamente tridimensional do escoamento ao redor da região de descontinuidade no bordo de ataque da asa, na posição $y/(b/2) = 0.25$.

Três níveis de discretização foram estudados. Os dois primeiros, apresentados na Fig. 62, são exatamente aqueles utilizados por SYSTMA et al (1978) para avaliar métodos de ordem reduzida. A terceira discretização, apresentada na Fig. 63, foi baseada naquela de 60x12 painéis, subdividindo-se cada coluna de painéis ao longo da corda em três novas seções, de largura idêntica na direção Y.

Resultados foram obtidos para o ângulo de ataque $\alpha = 5^\circ$, com os Modelos A1, A2 e A3. Valores resultantes de C_p são apresentados nas Fig. 64 a 67, para as posições da semi envergadura de $y/(b/2) = 0.219$ e 0.280 , correspondentes às colunas de painéis imediatamente adjacentes à descontinuidade do bordo de ataque. Valores da razão entre velocidades V_y/U_∞ para as mesmas posições são apresentados nas Fig. 68 e 69, para o Modelo A3. A Fig. 70 apresenta as distribuições de valores de circulação obtidas, ao longo da semi envergadura $b/2$. A Fig. 71 apresenta uma comparação qualitativa para as distribuições de C_p em três outras posições $y/(b/2)$. Todos os dados são comparados aos resultados de referência fornecidos por SYSTMA et al (1978).

Finalmente, a Fig. 72 traz uma comparação entre as distribuições de pressão e linhas de corrente superficiais obtidas com as discretizações de 60x12 e 60x36 painéis, para a face superior ($Z > 0$) da asa, com o Modelo A3.

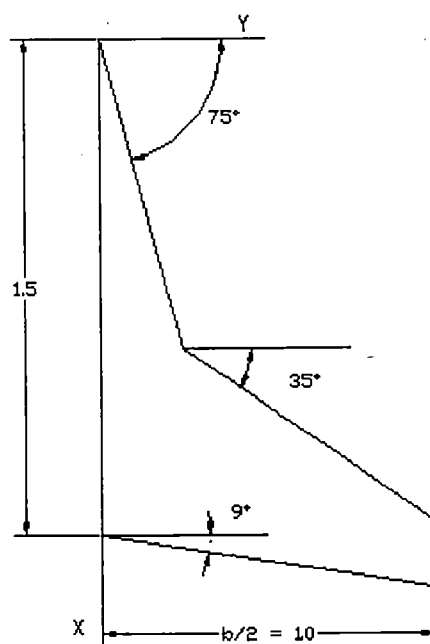


FIGURA 61 - Asa em duplo delta, geometria da forma em planta (semi-asa).

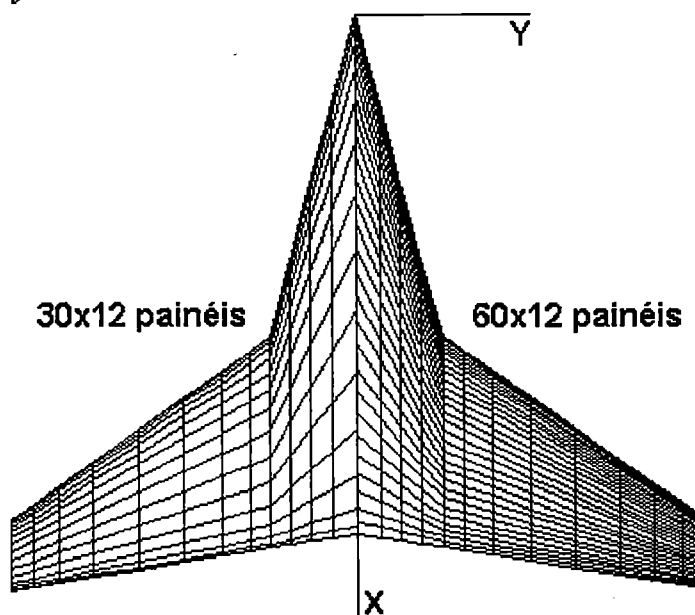


FIGURA 62 - Asa em duplo delta, duas discretizações em painéis.

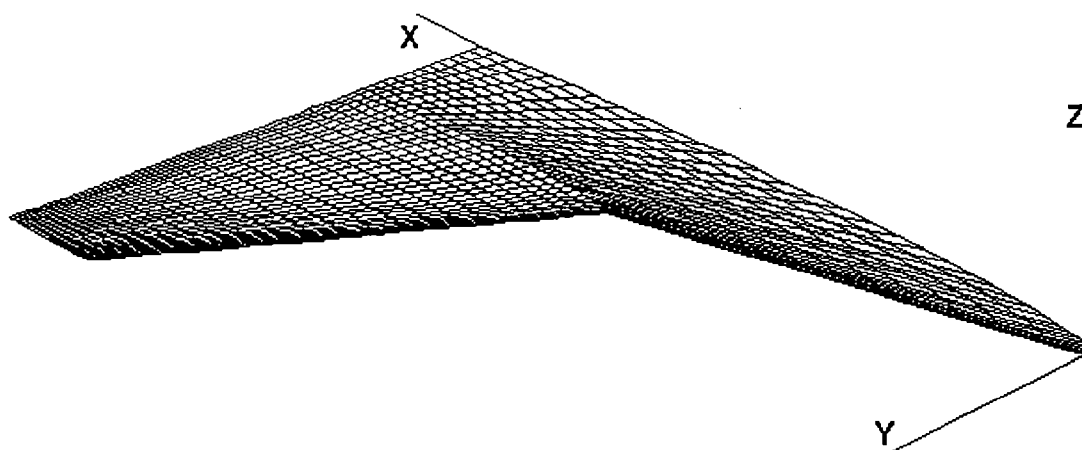


FIGURA 63 - Asa em duplo delta, discretização em 60x36 painéis, vista em perspectiva (semi-asa).

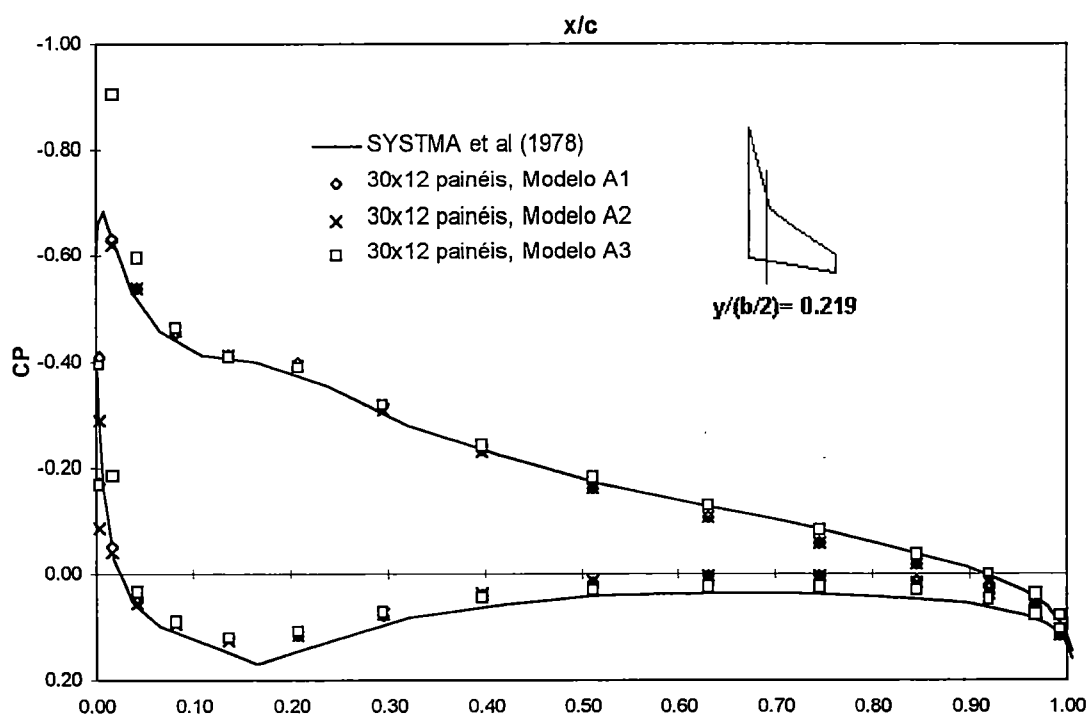


FIGURA 64 - Distribuição de C_p ao longo da corda, asa em duplo delta, posição $y/(b/2) = 0.219$, discretização em 30x12 painéis.

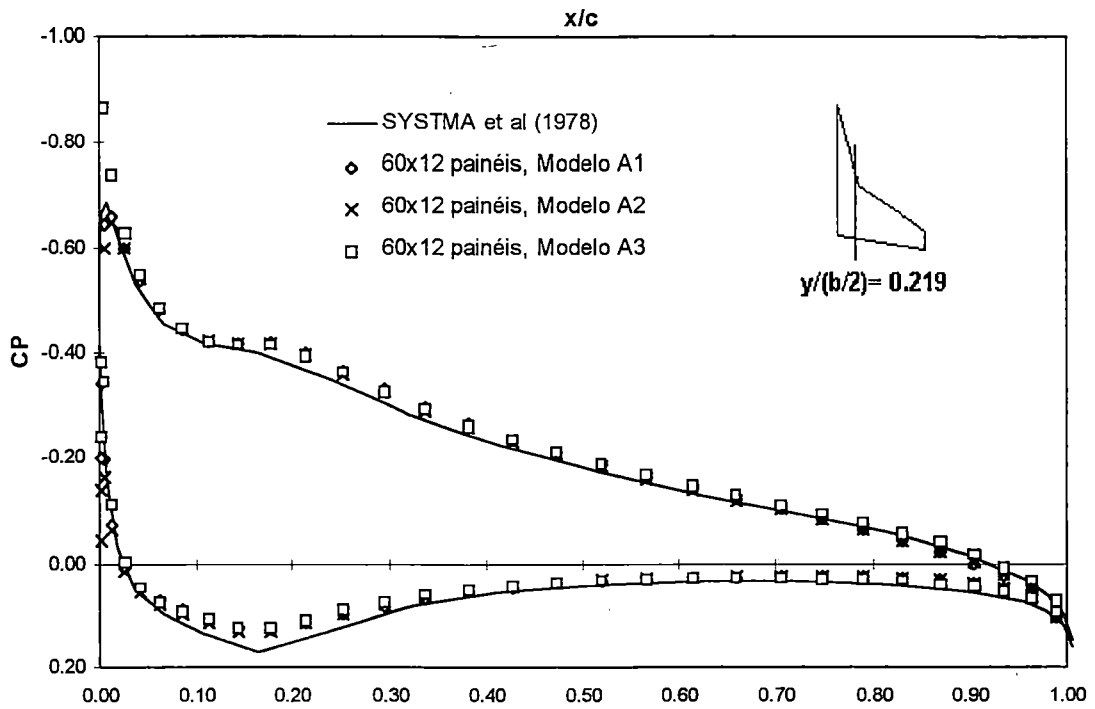


FIGURA 65 - Distribuição de C_p ao longo da corda, asa em duplo delta, posição $y/(b/2) = 0.219$, discretização em 60x12 painéis.

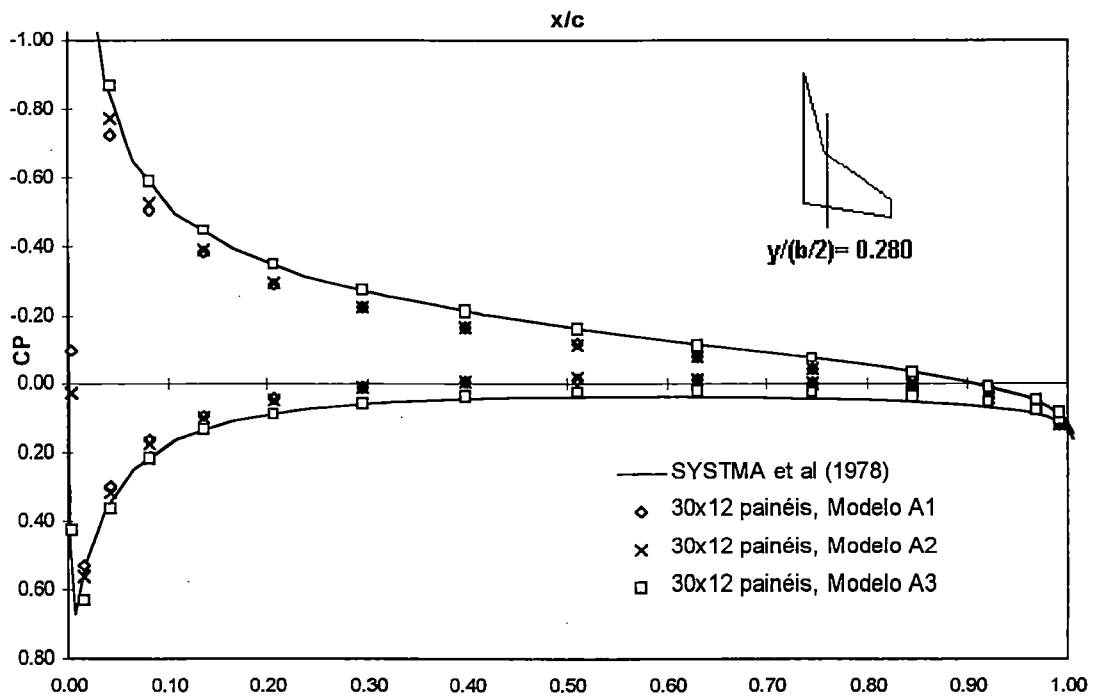


FIGURA 66 - Distribuição de C_p ao longo da corda, asa em duplo delta, posição $y/(b/2) = 0.280$, discretização em 30x12 painéis.

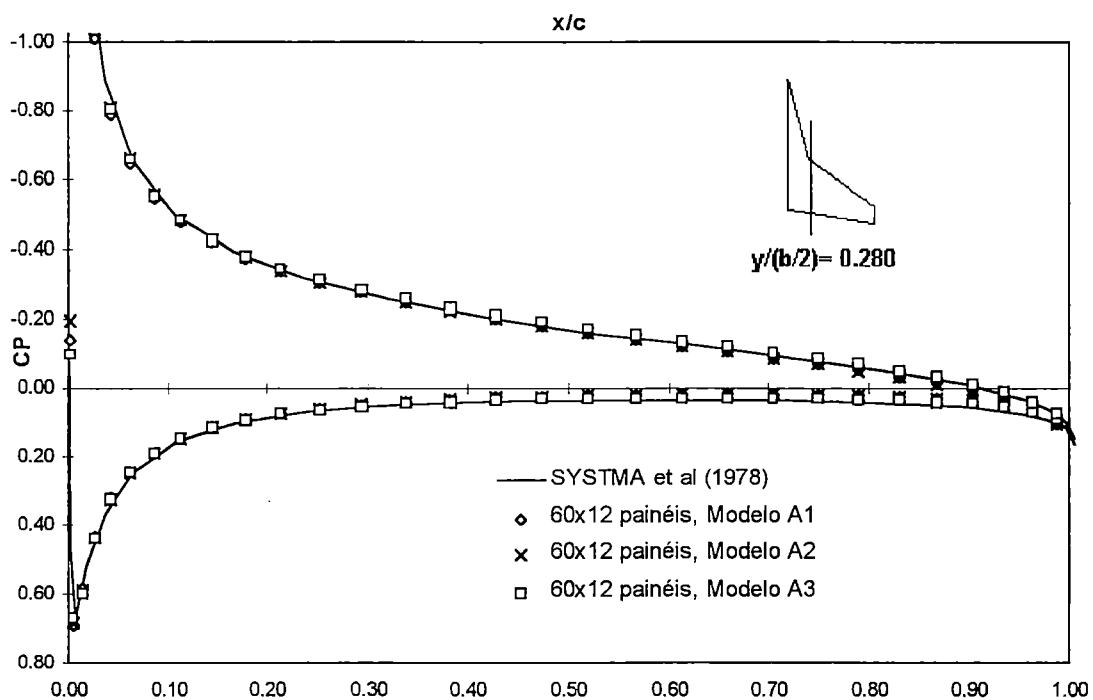


FIGURA 67 - Distribuição de C_p ao longo da corda, asa em duplo delta, posição $y/(b/2) = 0.280$, discretização em 60x12 painéis.

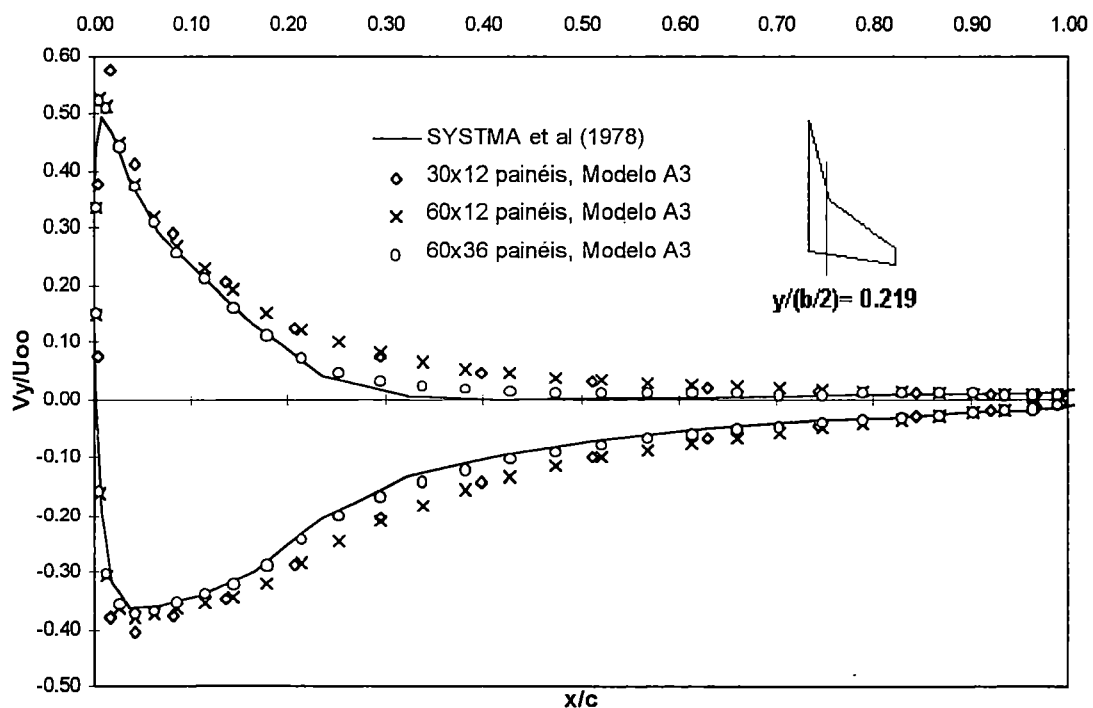


FIGURA 68 - Distribuição de V_y/U_∞ ao longo da corda, asa em duplo delta, posição $y/(b/2) = 0.219$, Modelo A3.

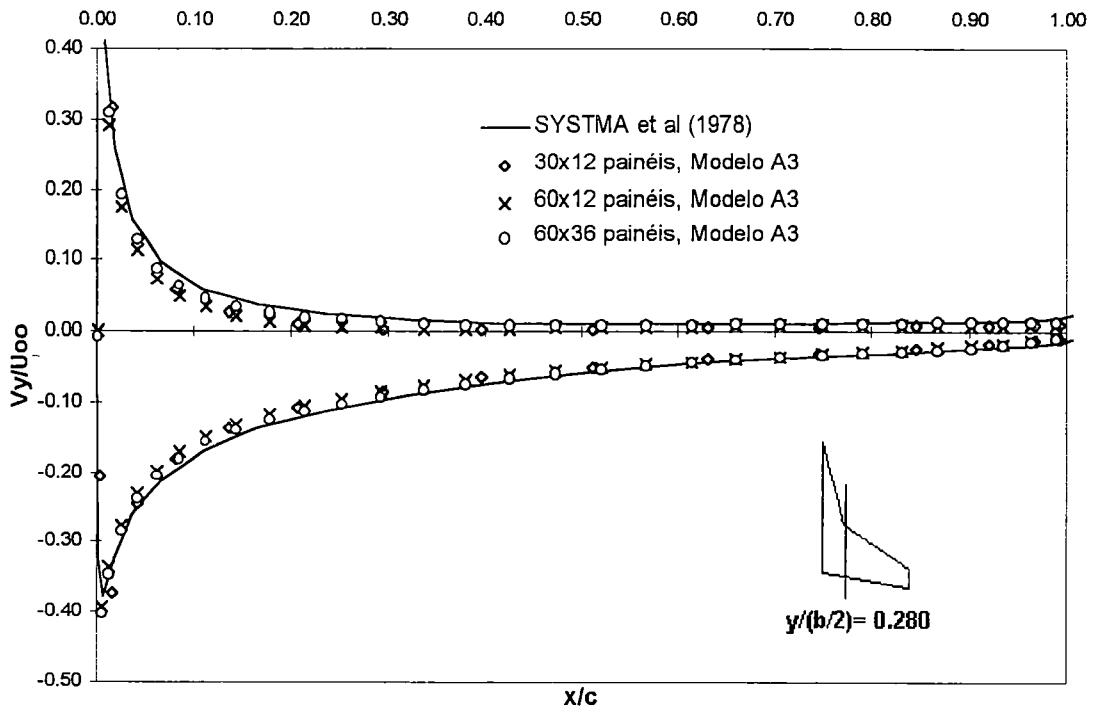


FIGURA 69 - Distribuição de V_y/U_∞ ao longo da corda, asa em duplo delta, posição $y/(b/2) = 0.280$, Modelo A3.

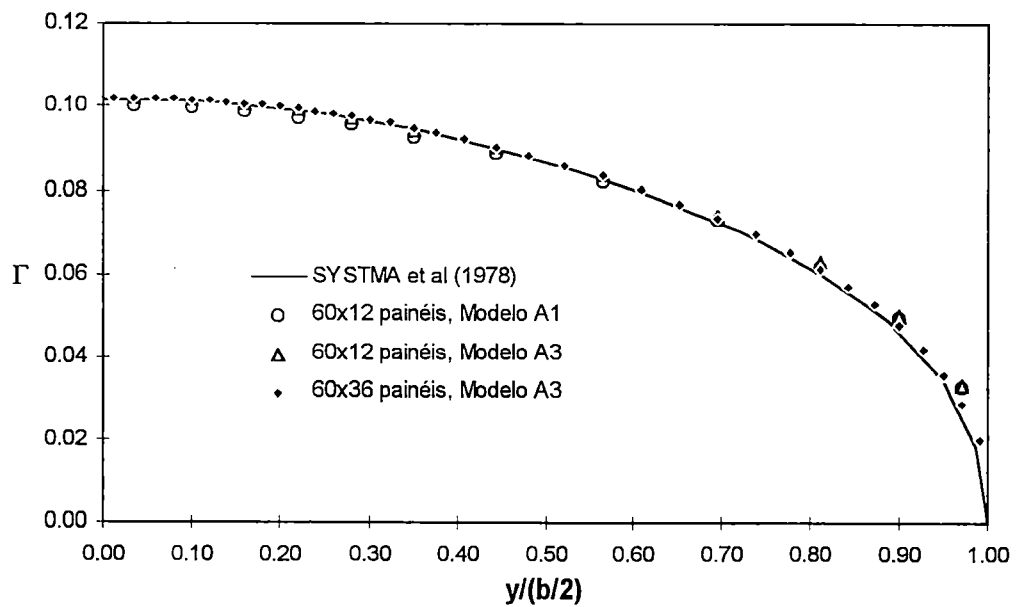


FIGURA 70 - Distribuição de circulação Γ na semi-envergadura, asa em duplo delta.

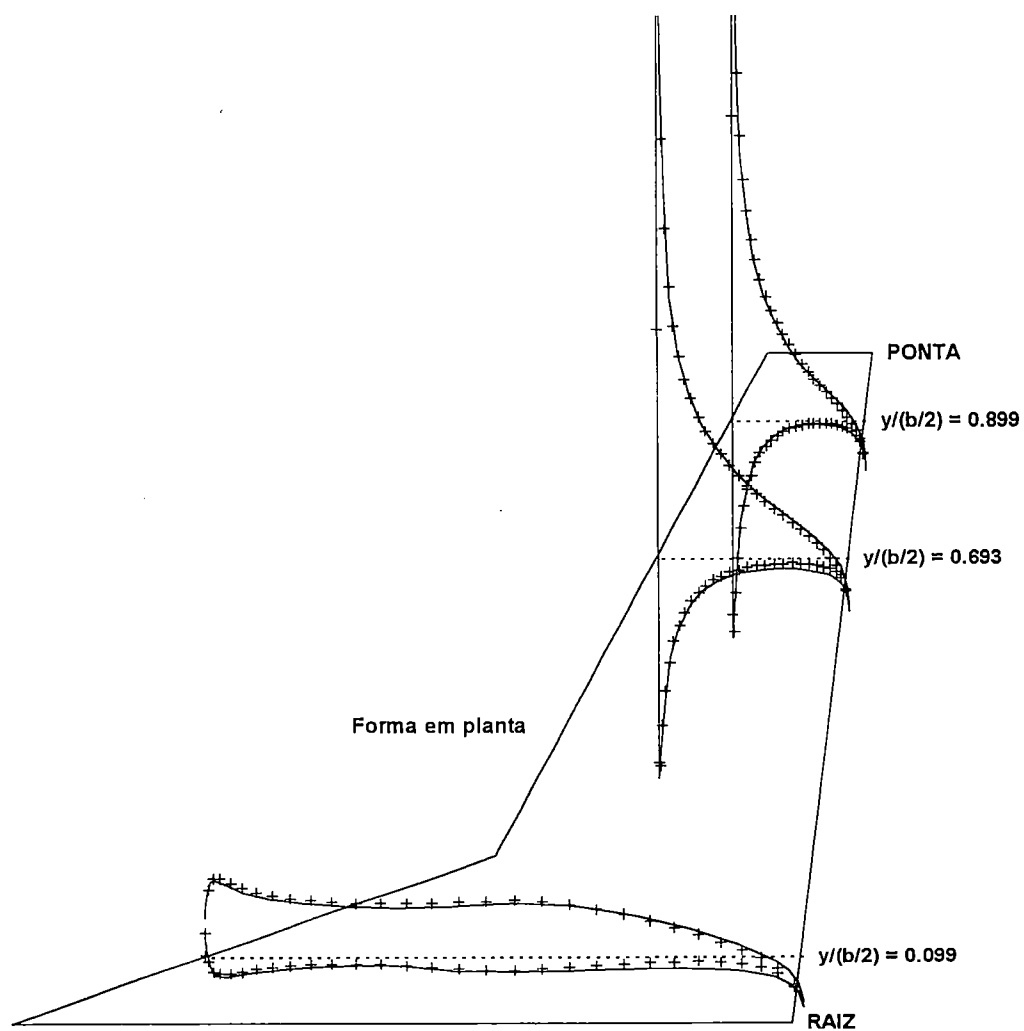


FIGURA 71 - Distribuição de C_p sobre asa em duplo delta. Comparação qualitativa entre o Modelo A1 (cruzes, 60x12 painéis) e SYSTMA et al, 1978 (linha cheia).

(Gráfico em proporção não correta).

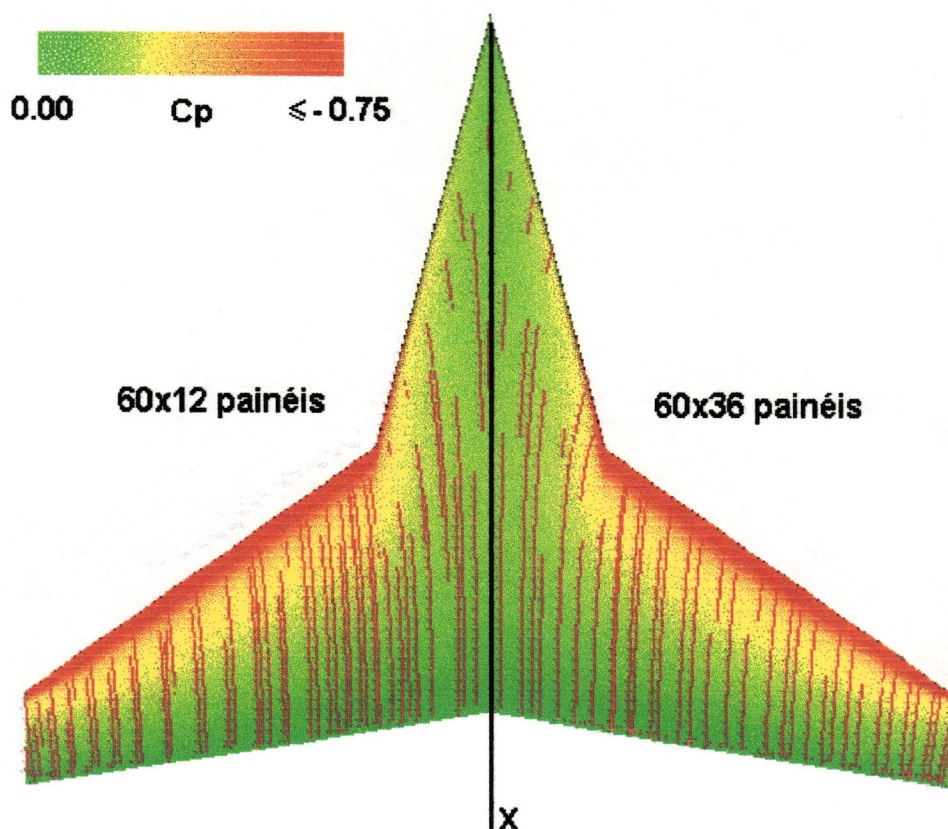


FIGURA 72 - Comparação entre as distribuições de pressão e linhas de corrente superficiais na face superior da asa ($Z > 0$) com as discretização de 60x12 e 60x36 painéis, Modelo A3.

4.3.4 Asas Anulares

Sendo mais um caso proposto por SYSTMA et al (1978), este teste analisa uma configuração que pode ser chamada de asa anular. A geometria pode ser considerada como a superfície de revolução gerada por uma seção de aerofólio, quando rotacionada com relação a um certo eixo, formando um duto. Neste caso, o aerofólio em questão é um NACA 0005 (Fig. 54), que mantém uma incidência de 5° com relação ao eixo de simetria X. As principais características geométricas são ilustradas na Fig. 73.

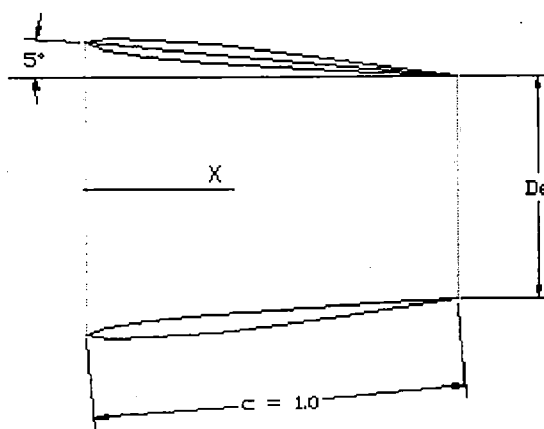
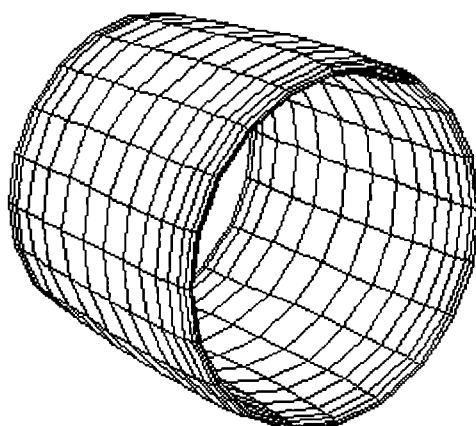


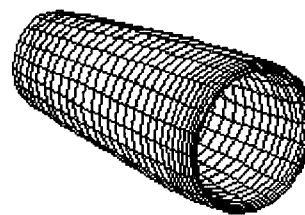
FIGURA 73 - Geometria da asa anular.

O principal interesse deste teste é avaliar a capacidade do método com relação a escoamentos internos, tendo em vista as observações de HESS (1990) a respeito da inadequação das representações de ordem reduzida para esse tipo de escoamento.

Seguindo o procedimento de SYSTMA et al (1978), duas geometrias foram estudadas, com as razões corda/diâmetro $C/De = 1.0$ e $C/De = 3.0$. Para cada uma foram geradas duas discretizações diferentes, com 30 e 60 painéis ao longo da corda (somando-se os lados externo e interno ao duto), sempre com 10 painéis radialmente distribuídos, totalizando quatro configurações de painéis. A Fig. 74 apresenta duas dessas discretizações, uma para cada razão C/De considerada.



$C/De = 1.0$, 30x10 painéis



$C/De = 3.0$, 60x10 painéis

FIGURA 74 - Geometria de painéis para duas asas anulares, em duas discretizações.

O escoamento livre uniforme é considerado alinhado ao eixo X em todos os casos, com U_∞ no sentido de valores crescentes, ou seja, $\alpha = 0$ (escoamento axisimétrico). Estudou-se cada discretização com os Modelos A1 e A3.

Observa-se que a circulação se faz presente devido à diferença entre os diâmetros de entrada e saída, a qual impõe um ângulo de ataque aos perfis de aerofólio que formam o duto, exigindo o cumprimento da condição de Kutta. Apesar disso, a simetria radial do corpo e do escoamento indicam que não haveria variação de vorticidade ao longo da circunferência do duto e da esteira emitida, resultando em forças nulas. No entanto, tendo em vista a generalidade geométrica do método implementado, associou-se uma esteira cilíndrica ao diâmetro de saída, permitindo a utilização de painéis de Kutta (Fig. 20).

Os resultados em termos de distribuições de C_p ao longo da corda para uma posição radial qualquer são apresentados nas Fig. 75 a 78, em comparação aos resultados do método axisimétrico de ordem elevada de Hess, fornecidos por SYSTMA et al (1978).

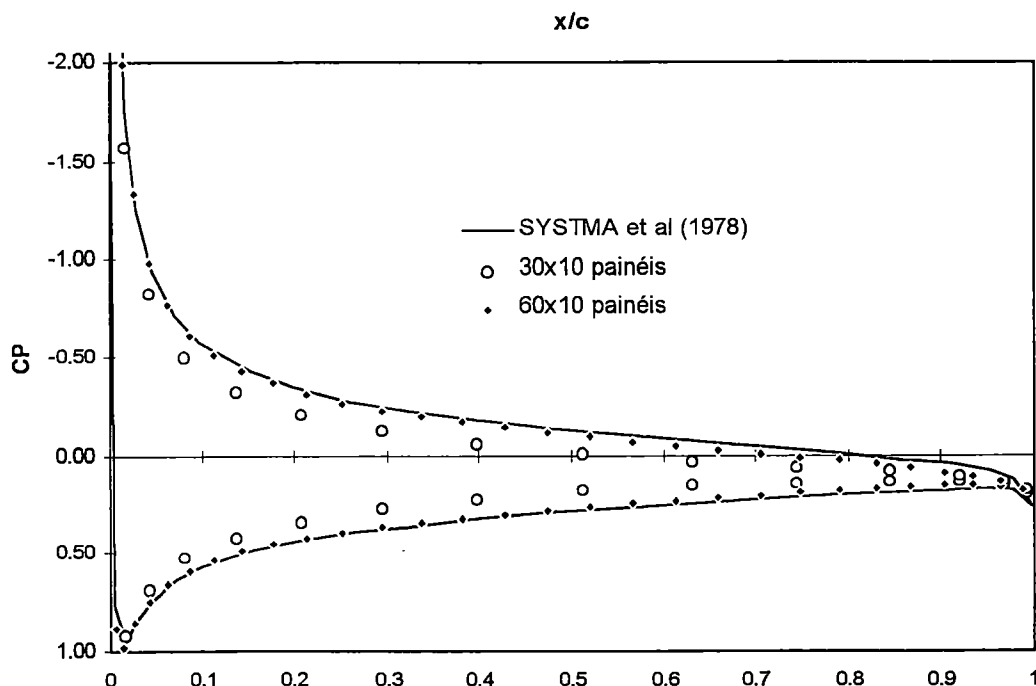


FIGURA 75 - Valores de C_p ao longo da corda, asa anular com $C/D_e = 1.0$,

Modelo A1.

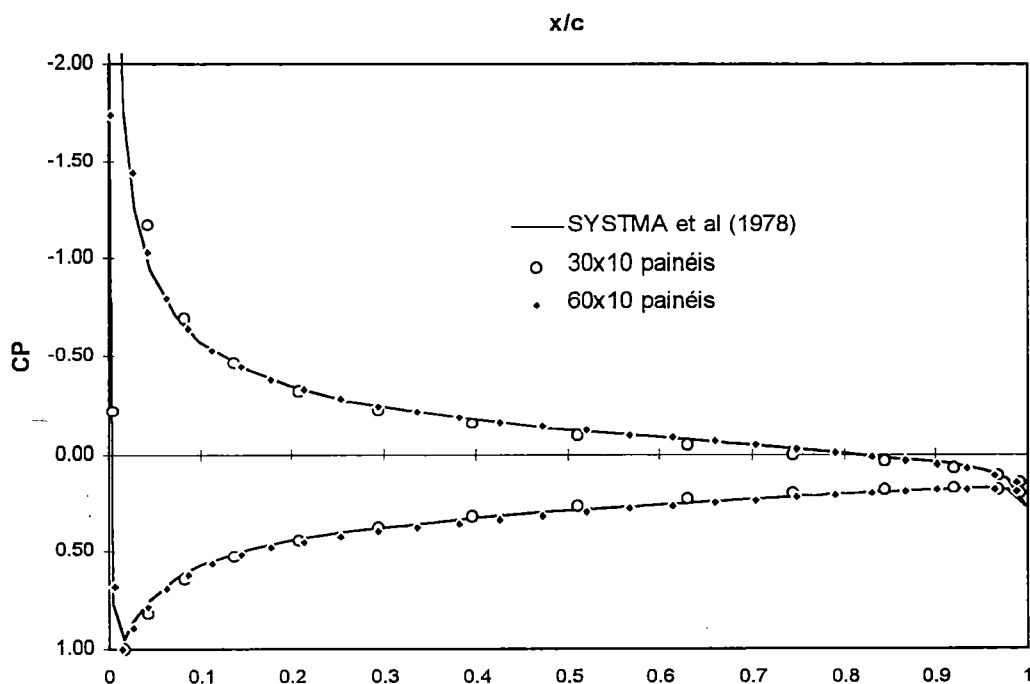


FIGURA 76 - Valores de C_p ao longo da corda, asa anular com $C/De = 1.0$,

Modelo A3.

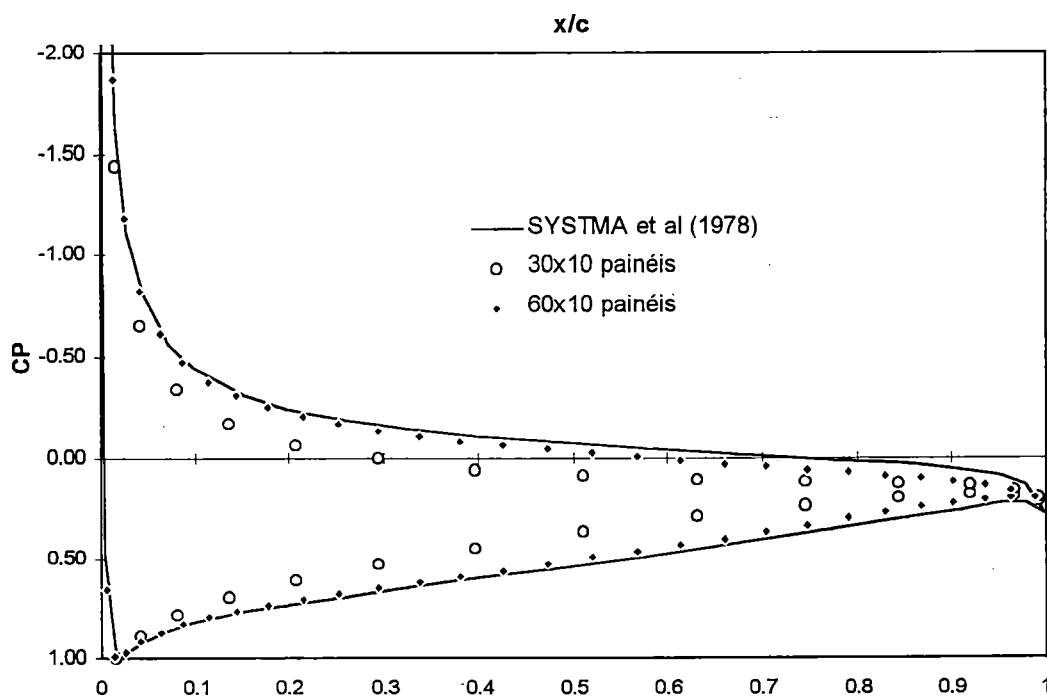


FIGURA 77 - Valores de C_p ao longo da corda, asa anular com $C/De = 3.0$,

Modelo A1.

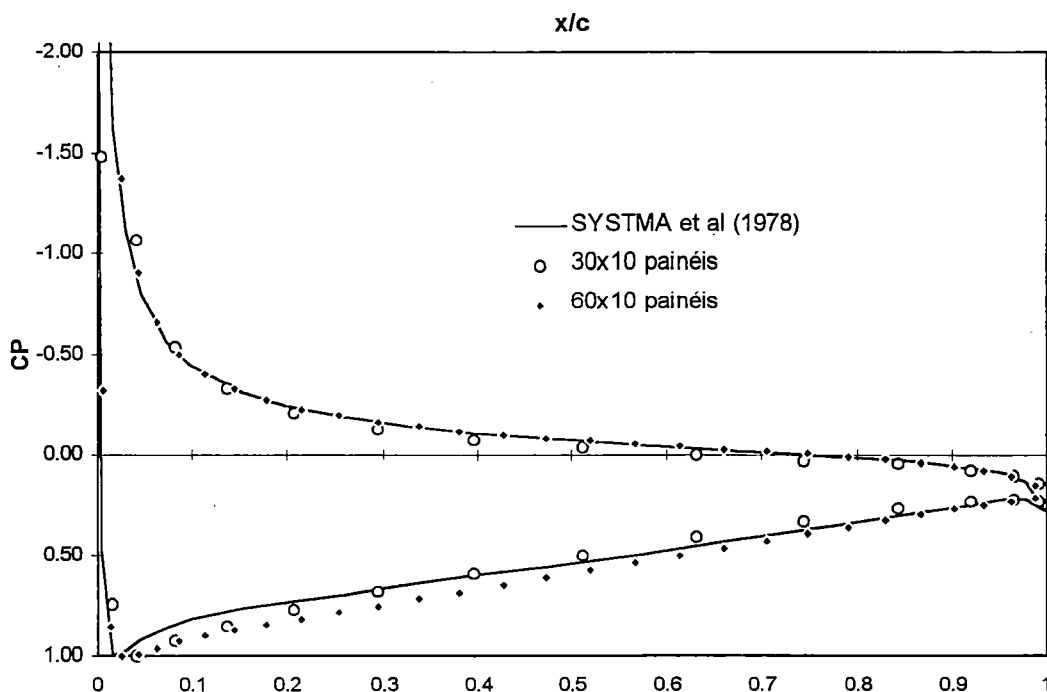


FIGURA 78 - Valores de C_p ao longo da corda, asa anular com $C/De = 3.0$,

Modelo A3.

4.3.5 Forças Sobre Asas Trapezoidal, Enflechada e Delta.

Esta seção trata da avaliação geral das capacidades do método na obtenção de forças resultantes sobre superfícies sustentadoras.

Para tanto, adotou-se três asas de diferentes geometrias, originalmente propostas por SCHLICHTING & TRUCKENBRODT (1979) e utilizadas também por MARTINS (1993). As formas em planta das asas trapezoidal, enflechada e delta são apresentadas na Fig. 79. Para todas as asas, adotou-se um aerofólio simétrico de Van de Vooren com $t/c = 0.12$ em toda a envergadura. As funções que descrevem aerofólios desse tipo foram apresentadas por KATZ & PLOTKIN (1991). A Fig. 80 compara as geometrias do aerofólio adotado e aquela de um NACA 0012, de mesma espessura relativa.

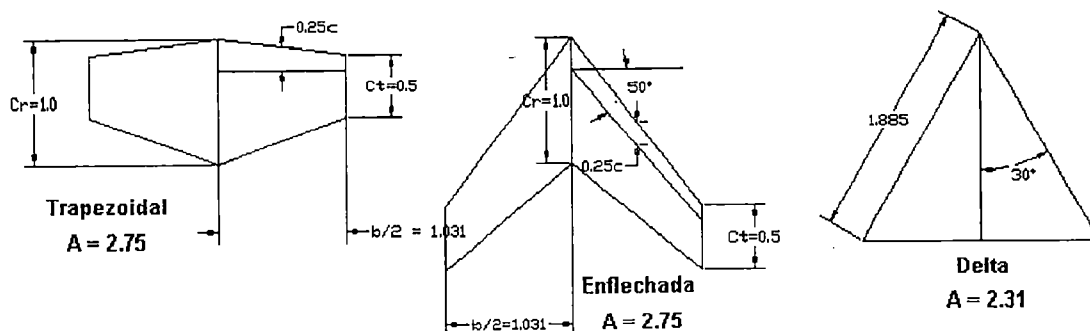


FIGURA 79 - Geometria da forma em planta (plano XY) das asas trapezoidal, enflechada e delta.

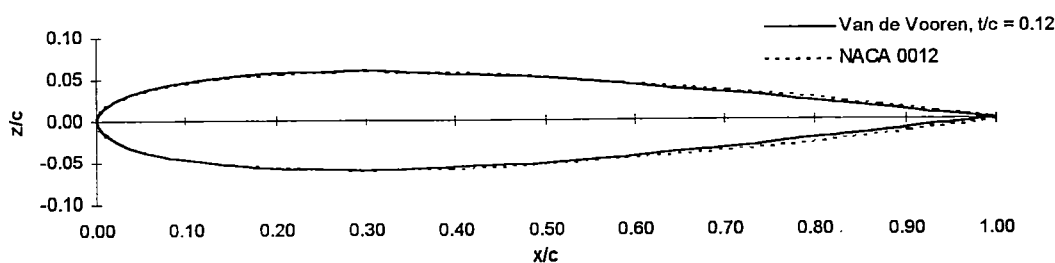


FIGURA 80 - Comparação entre os aerofólios de Van de Vooren com $t/c = 0.12$ e NACA 0012.

Comparou-se resultados obtidos para as três asas com aqueles publicados por SCHLICHTING & TRUCKENBRODT (1979), obtidos por uma teoria de superfície sustentadora de pequenas perturbações, e também com os resultados obtidos por MARTINS (1993) com o método VORLAT, de malhas de vórtice. A comparação foi feita mantendo-se uma discretização fixa de 40×12 painéis na superfície externa, a qual é apresentada para as três asas na Fig. 81. Esta discretização foi gerada mantendo-se espaçamento cossenoidal entre os vértices dos painéis, em ambas as direções da corda e da envergadura.

Os valores comparados foram os da derivada $dC_L/d\alpha$ e do fator de eficiência de Oswald e , da fórmula que define o coeficiente de arrasto induzido de superfícies sustentadoras, dada pela Eq. 43:

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi A e} \quad (43)$$

Observa-se que o valor de e é função de C_{Di} e portanto deve ser avaliado para as duas formas de cálculo de arrasto induzido implementadas, ou seja, por integração de pressões e por avaliação no plano de Trefftz, ambas descritas na Seção 3.1. Os valores da derivada $dC_L/d\alpha$ foram estimados numericamente com base nos valores de C_L obtidos para $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 2^\circ$, enquanto valor de e foi calculado com base no valor de C_L para $\alpha = 4^\circ$. Os valores necessários dos coeficientes C_L e C_{Di} foram calculados com base na área em planta de cada asa. Todos os resultados foram obtidos para os Modelos A1, A2 e A3.

A Tab. 4 apresenta os resultados obtidos em $dC_L/d\alpha$. A Tab. 5 apresenta os resultados para e utilizando avaliação no plano de Trefftz, enquanto a Tab. 6 apresenta o mesmo resultado, obtido por integração de pressões superficiais. Finalmente, as Fig. 82 a 84 apresentam as variações percentuais dos valores obtidos com relação àqueles da teoria de superfície sustentadora, dados por SCHLICHTING & TRUCKENBRODT (1979).

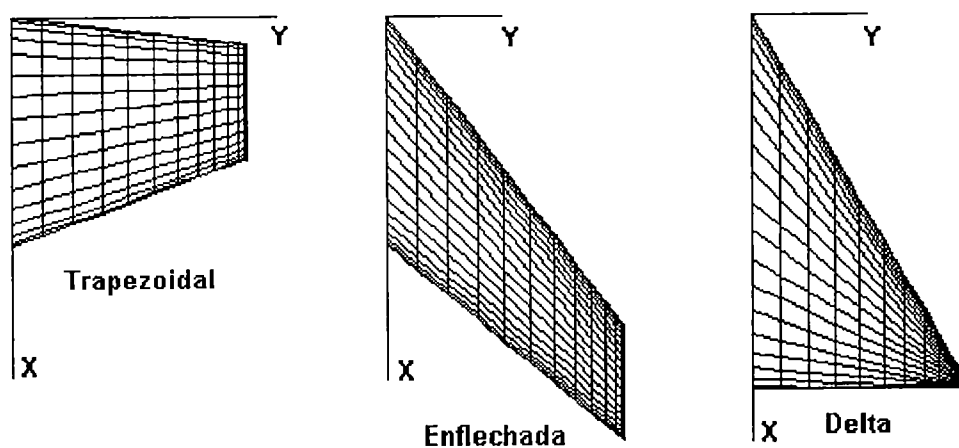


FIGURA 81 - Asas trapezoidal, enflechada e delta, discretização em 40x12 painéis (semi-asas)

TABELA 4 - Valores comparativos de $dC_L/d\alpha$ (em 1/rad) para as três asas.

MÉTODO	Trapezoidal	Enflechada	Delta
Teoria de Superfície Sustentadora	3.105	2.614	2.435
VORLAT	3.092	2.663	2.444
<i>Modelo A1</i>	3.15606	2.92062	2.55595
<i>Modelo A2</i>	3.13614	2.89387	2.53818
<i>Modelo A3</i>	3.23483	2.94791	2.59993

TABELA 5 - Valores comparativos de e para as três asas, calculados por integração no plano de Trefftz.

MÉTODO	Trapezoidal	Enflechada	Delta
Teoria de Superfície Sustentadora	1.000	0.974	0.962
VORLAT	1.000	0.995	0.998
<i>Modelo A1</i>	0.95707	0.97893	0.93625
<i>Modelo A2</i>	0.95191	0.96890	0.92548
<i>Modelo A3</i>	0.99578	0.97312	0.95390

TABELA 6 - Valores comparativos de e para as três asas, calculados por integração de pressões superficiais.

MÉTODO	Trapezoidal	Enflechada	Delta
Teoria de Superfície Sustentadora	1.000	0.974	0.962
VORLAT	1.000	0.995	0.998
<i>Modelo A1</i>	0.50180	0.76638	1.14713
<i>Modelo A2</i>	0.51221	0.78199	1.09663
<i>Modelo A3</i>	0.54594	1.00263	1.60950

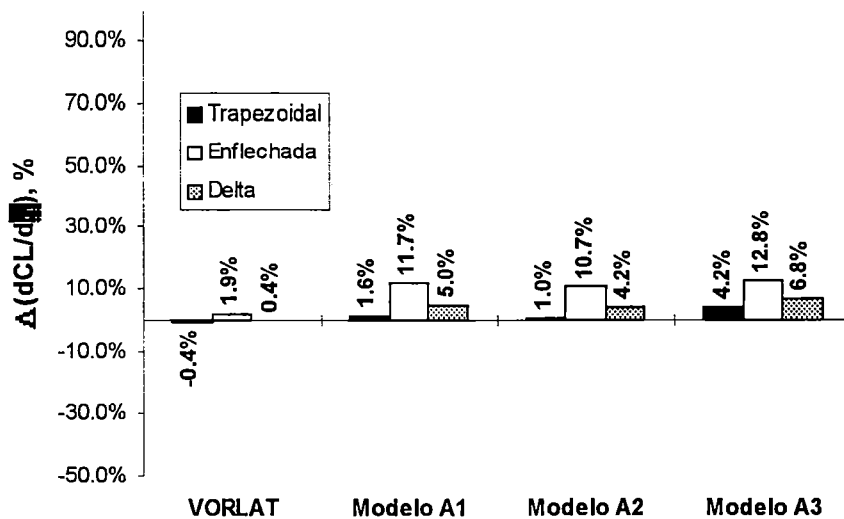


FIGURA 82 - Variação percentual da derivada $dC_L/d\alpha$ com relação à teoria de superfície sustentadora.

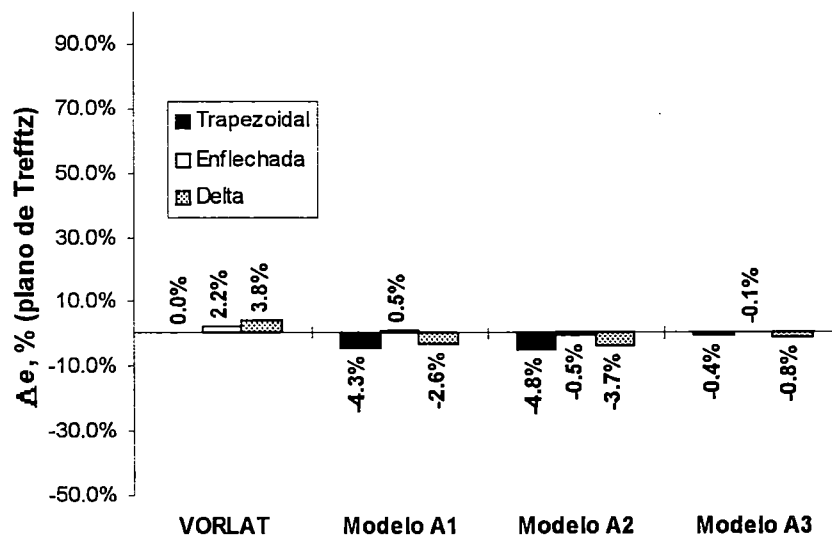


FIGURA 83 - Variação percentual do coeficiente de Oswald ϵ com relação à teoria de superfície sustentadora. Avaliação no plano de Trefftz.

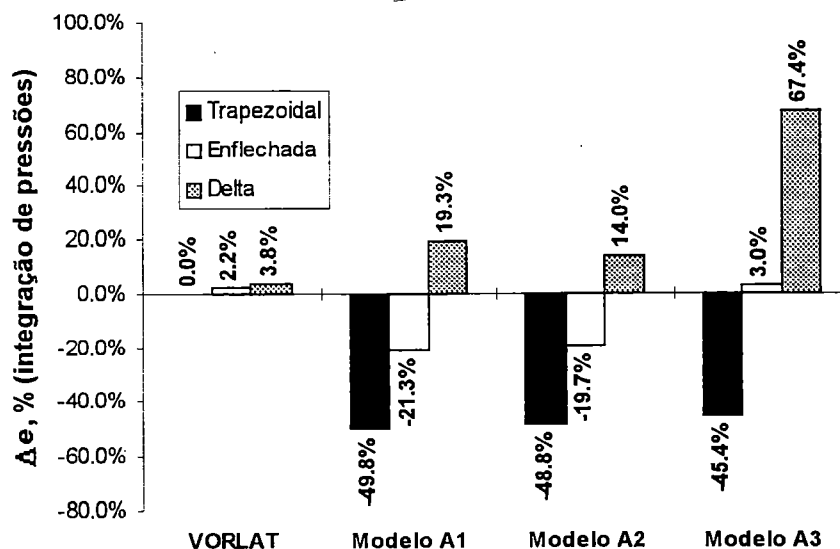


FIGURA 84 - Variação percentual do coeficiente de Oswald e com relação à teoria de superfície sustentadora. Avaliação por integração de pressões.

4.3.6 Variação de Forças com o Refinamento da discretização

Uma avaliação considerada importante foi verificar como as forças atuantes sobre uma asa modificariam-se com o aumento do refinamento da discretização. O resultado geral esperado é a convergência para valores exatos à medida que mais painéis são utilizados para representar a superfície.

Esse estudo foi feito para a mesma asa enflechada da Seção 4.2.5 anterior (Fig. 79). Inicialmente, variou-se a quantidade de painéis apenas na direção da corda, gerando-se as discretizações de 30x12, 40x12, 50x12 e 60x12 painéis. Adicionalmente, estudou-se um aumento do refinamento na direção da envergadura, com uma discretização de 60x20 painéis, mantendo-se sempre o espaçamento de forma cossenoidal entre os vértices dos painéis.

O discernimento entre variações na envergadura e na corda foi considerado de importância, tendo em vista as experiências apresentadas por MARTINS (1993) com um método de malhas de vórtices. Os resultados em termos de $dC_L/d\alpha$ e e foram obtidos com o Modelo A1 e sob as mesmas condições descritas na Seção 4.2.5. Os

dados foram plotados em função do inverso do número total de painéis utilizados $1/N$, em comparação aos valores indicados pela teoria de superfície sustentadora apresentada por SCHLICHTING & TRUCKENBRODT (1979). Os dados são apresentados nas Fig. 85 a 87.

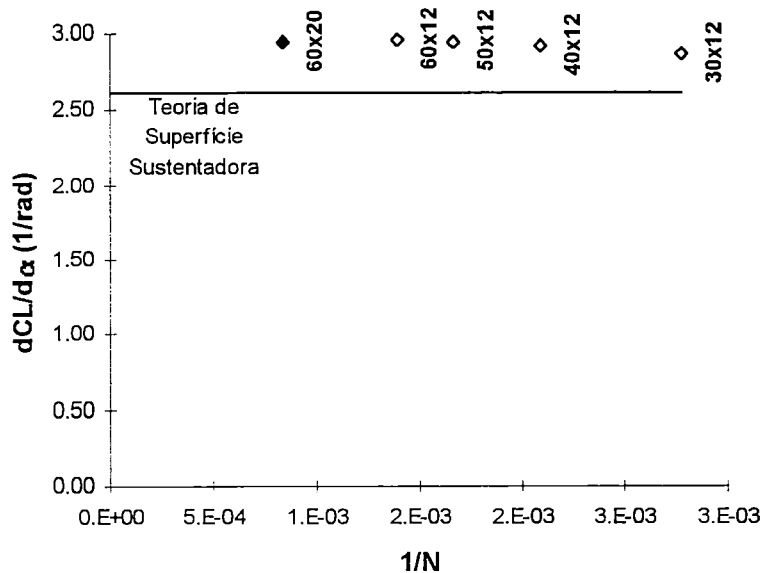


FIGURA 85 - Valores da derivada $dC_L/d\alpha$, asa enflechada, Modelo A1, várias discretizações de refinamento crescente.

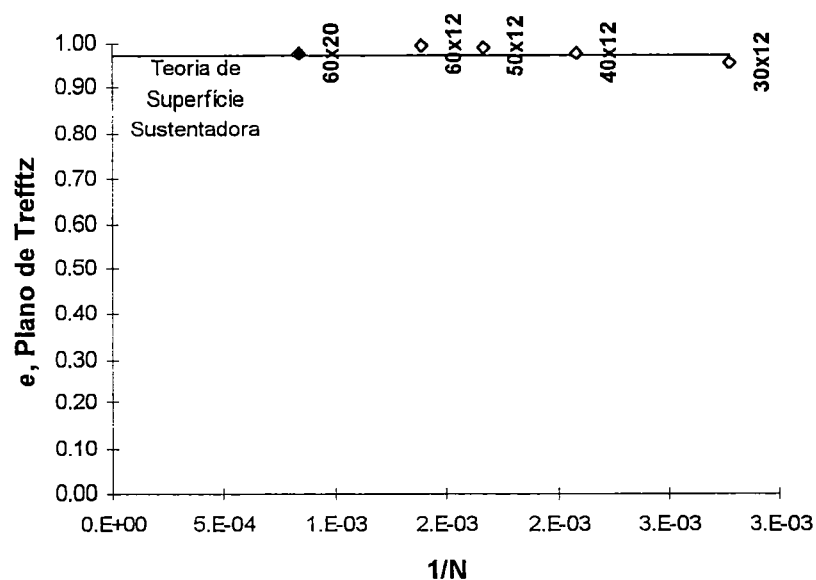


FIGURA 86 - Valores do coeficiente de Oswald e , asa enflechada, Modelo A1, várias discretizações de refinamento crescente. Avaliação no plano de Trefftz.

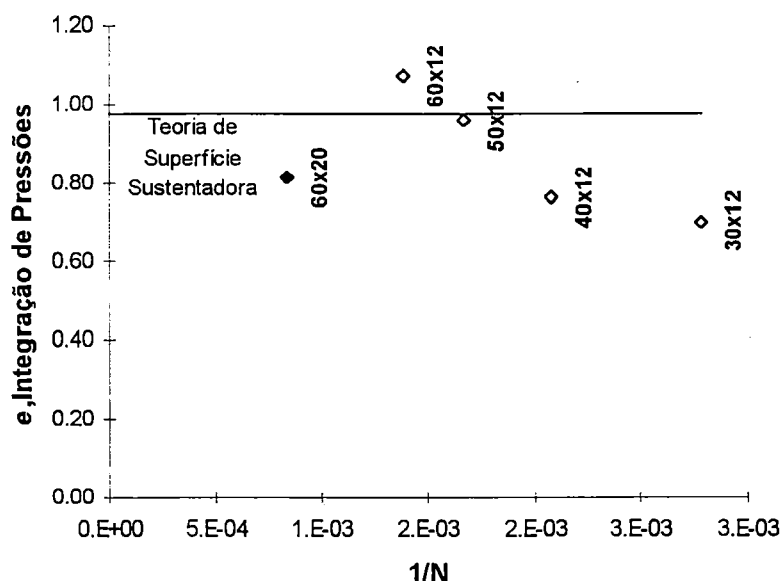


FIGURA 87 - Valores do coeficiente de Oswald e , asa enflechada, Modelo A1, várias discretizações de refinamento crescente. Avaliação por integração de pressões.

4.3.7 Variação de Forças com o Ângulo de Ataque α

Outra avaliação considerada de importância foi verificar como os valores dos coeficientes $dC_L/d\alpha$ e e de uma asa (Seção 4.2.5) variariam em função do ângulo de ataque α . Sob as condições destes testes, o resultado esperado seria a não variação desses coeficientes, prevista pelas teorias linearizadas.

O teste foi feito para a mesma asa enflechada da Seção 4.2.5 (Fig. 79), para as discretizações em 40x12 e 60x12 painéis, com valores de α variando entre 0° e 10° e utilizando-se o Modelo A1. O mesmo teste foi repetido considerando-se a esteira da asa orientada na direção do escoamento livre uniforme U_∞ , para verificar que tipo de variação ocorreria no cálculo no plano de Trefftz (Seção 3.1). As Fig. 88 e 89 apresentam os resultados obtidos, comparados àqueles de uma teoria de superfície sustentadora, fornecidos por SCHLICHTING & TRUCKENBRODT (1979).

Finalmente, as Fig. 90 e 91 apresentam resultados diretamente em termos dos coeficientes C_L e C_{Di} . Estes foram considerados importantes para fornecer ao leitor

elementos de comparação fisicamente mais expressivos para visualizar o significado das variações observadas em $dC_L/d\alpha$ e e .

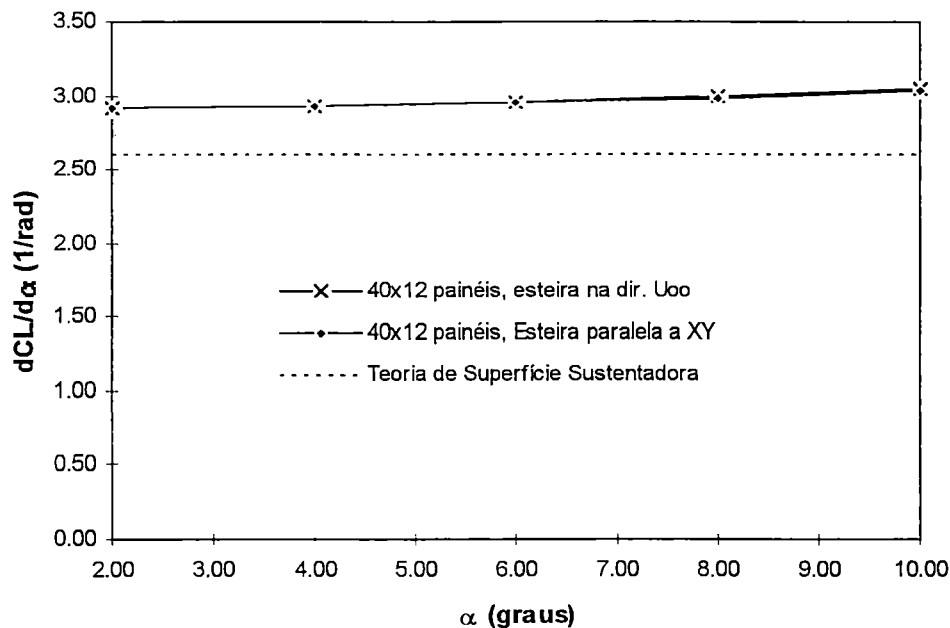


FIGURA 88 - Valores da derivada $dC_L/d\alpha$, asa enflechada, Modelo A1, ângulos de ataque no intervalo $0^\circ < \alpha < 10^\circ$.

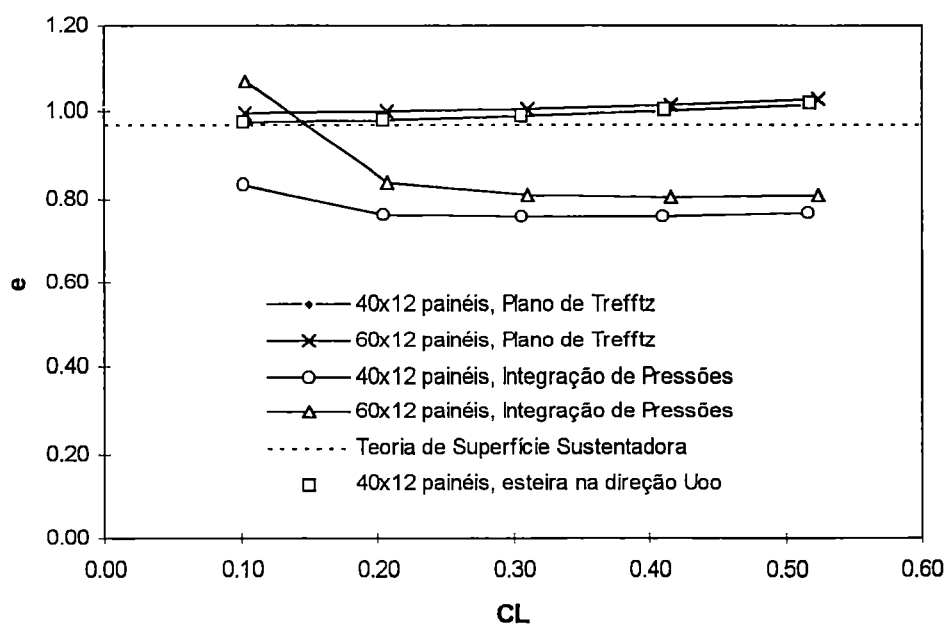


FIGURA 89 - Valores do coeficiente de Oswald e , asa enflechada, Modelo A1, ângulos de ataque no intervalo $0^\circ < \alpha < 10^\circ$.

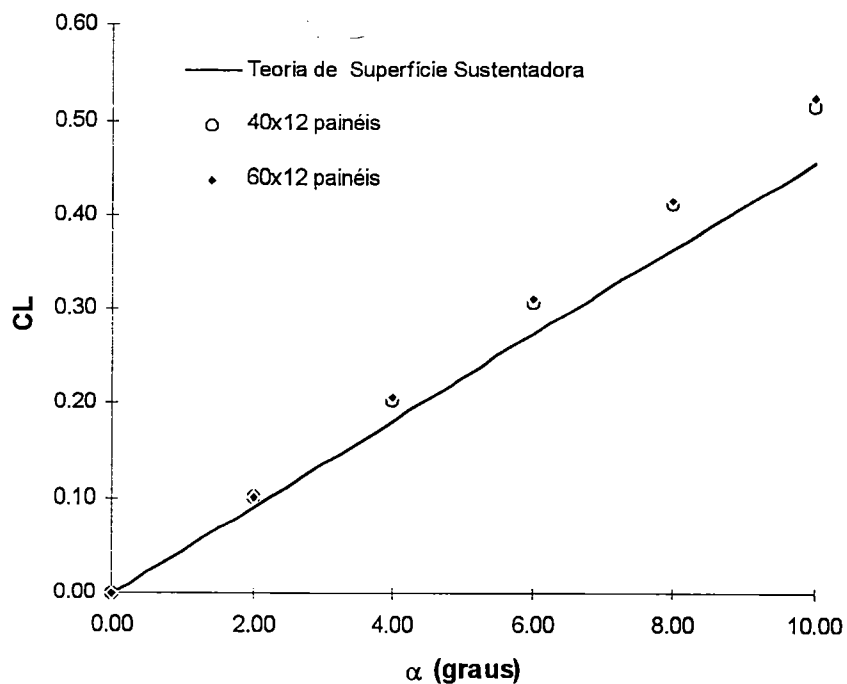


FIGURA 90 - Coeficiente de sustentação C_L em função do ângulo de ataque α , Modelo A1.

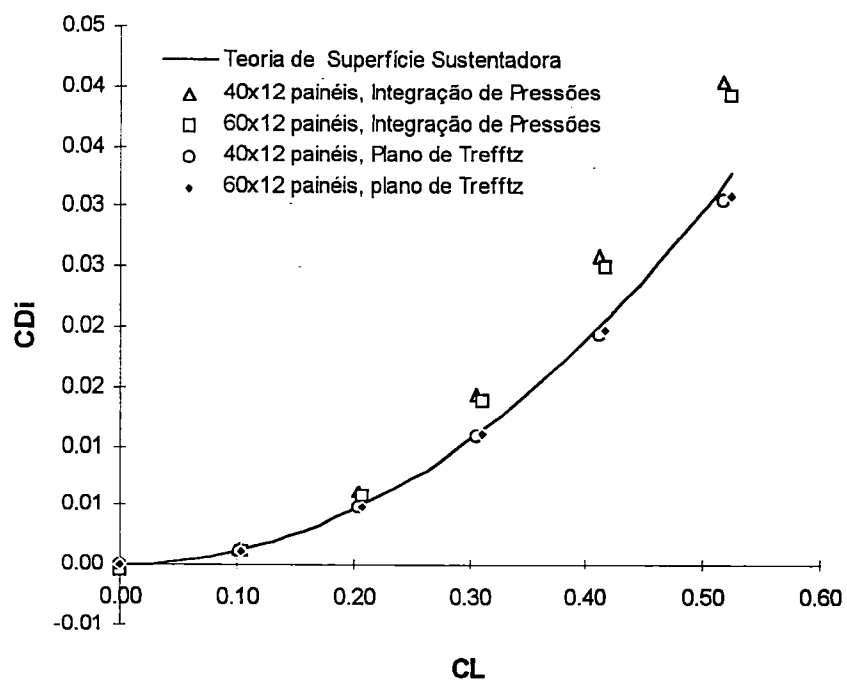


FIGURA 91 - Coeficiente de arrasto induzido C_{Di} em função de C_L , Modelo A1.

4.4 Discussão dos Resultados de Validação

4.4.1 Testes Com Circulação Nula.

As observações sobre os resultados dos testes que não envolviam circulação no escoamento podem ser sintetizadas nos seguintes tópicos:

a) Boa adequação do Modelo A em todos os casos.

Os resultados do Modelo A foram considerados adequados para todos os casos estudados, apresentando ótima correlação com os valores de referência usados para comparação. Essas observações concordam com as conclusões de HESS (1964) a respeito da ótima robustez do modelo de “fontes superficiais”, sob condição de Neumann, para escoamentos que não envolvem circulação.

a) Inadequação do Modelo B para utilização em aplicações práticas.

Para o Modelo B, observou-se uma extrema dependência dos resultados com relação ao fator arbitrário η , usado para determinar as intensidades de fontes sobre cada painel (Eq. 48). Dessa maneira, *cada teste apresentou resultados adequados apenas para um único valor de η , o qual era diferente para cada caso*. A Tab. 7 apresenta o valor de η que produziu resultados considerados satisfatórios, para cada teste envolvendo o Modelo B. As figuras onde os resultados são apresentados também são referenciadas.

TABELA 7 - Valores de η para resultados satisfatórios com o Modelo B.

Referências às figuras respectivas (Seção 4.1).

Caso de Teste	Valor Adequado de η	Figuras, Resultados Satisfatórios	Figuras, Resultados Insatisfatórios
Esfera	1.0	32, 33	32, 33
Elipsóide 3 Eixos	0.5	37	36, 38
Elipsóide de Revolução, $\alpha = 0^\circ$	0.5	41	41
Elipsóide de Revolução, $\alpha = 30^\circ$	1.0	45	43, 44

A variação do valor adequado de η entre os diferentes testes, necessária para resultados satisfatórios, foi considerada grande o suficiente para invalidar o Modelo B como uma alternativa prática para análise de geometrias arbitrárias. Isso ocorre porque, *numa situação real de aplicação, seria impossível determinar o valor do coeficiente arbitrário η que produziria o melhor resultado.*

Lembra-se ainda que os testes realizados com o Modelo B referem-se a corpos de geometrias muito simples, descritíveis por funções analíticas. Concluiu-se então que, para geometrias complexas, tais como a de uma aeronave, maiores dificuldades deveriam ser encontradas, devido à grande variação geométrica entre diferentes regiões do corpo. Em última análise, o valor ideal de η deveria ser diferente para cada painel, impossibilitando a utilização simples e generalizada.

Confrontando-se estes resultados com as observações da revisão bibliográfica, foi possível estabelecer as seguintes ligações com os resultados de outros autores:

- Os resultados obtidos aqui com o Modelo B corroboram com a afirmação de SARPKEYA (1989) sobre a inadequação geral dessa formulação.

- ASFAR et al (1979) obtiveram bons resultados com a formulação do Modelo B, para os quais a variação do fator η causava pouca ou nenhuma alteração. No entanto, aqueles autores aplicavam um tratamento especial para localizar o ponto de controle sobre o ponto de menor velocidade auto-induzida de cada painel, através de um método iterativo (vide Seção 2.5.2.3). Conclui-se que esse procedimento deve ser realmente necessário para uma formulação utilizando painéis de dipólos sob condição de Neumann, sendo mais importante que o uso de fontes auxiliares.
- SRIVASTAVA & MOOK (1994) afirmaram que a formulação sem utilização de fontes ($\eta = 0.0$) é capaz de bons resultados. Porém, o único teste que apresentaram foi o de uma esfera, com uma discretização bastante refinada, cujo resultado é bastante semelhante àquele apresentado na Fig. 33. Conclui-se que o teste da esfera não é, por si só, suficiente para fornecer indicações definitivas. Estes fatos concordam com as observações de HUNT (1978) sobre a compensação favorável de erros que ocorre para essa geometria (Seção 4.1.1).

Com base na inadequação geral confirmada para o Modelo B decidiu-se que, em prol da economia de tempo, esforços e espaço físico nesta dissertação, nenhum teste com circulação não nula seria realizado para aquela formulação, prosseguindo-se apenas com o Modelo A.

c) Resultados satisfatórios para as correções de compressibilidade.

O teste realizado com uma configuração ogiva-cilindro (Seção 4.2.4) indicou que, pelo menos em termos de distribuição de pressões, ambas as formas de correção de compressibilidade testadas (Seção 3.1) apresentaram resultados satisfatórios e com méritos semelhantes. Os seguintes pontos podem ser destacados (vide Fig. 47):

- A correção na forma de Prandtl-Glauert original apresentou boa correlação com o método de WOODWARD (1973). Embora esperava-se que os dois métodos devessem apresentar resultados idênticos, atribuiu-se as discordâncias em C_p a

pequenas diferenças em discretização e na forma do corpo, uma vez que aquele autor não as definiu exatamente.

- Observa-se que a correção de Prandtl-Glauert modificada indica valores de C_p de magnitude ligeiramente maior que a correção original nas regiões dos picos de pressão.
- A correção de Prandtl-Glauert modificada apresenta melhor correlação com os valores experimentais nas regiões de pico de pressão. No entanto, não é possível julgar se este fato torna a correção mais exata que a forma original, uma vez que os efeitos da viscosidade não são considerados. Por outro lado, a boa correlação sugere que a correção modificada não é menos utilizável (ou “mais errada”) do que a original, pelo menos para aplicações práticas com corpos semelhantes ao analisado, típico de configurações aeronáuticas.
- Lembra-se que a “vantagem” da correção modificada é a garantia de $V_N = 0$ nos pontos de controle (vide Seção 2.5.9), o que fornece um resultado fisicamente conciso. No entanto, acredita-se que apenas a validação de velocidades superficiais permitiria conclusões corretas a esse respeito.

4.4.2 Testes Com Circulação Não Nula.

A observação dos resultados dos testes que envolvem circulação do escoamento levantou diversas questões, cada uma delas em geral associada a um dos testes. Estas questões e conclusões foram agrupadas em tópicos principais, os quais são apresentados nos parágrafos a seguir.

a) Asa Wing A, $t/c = 0.15$, $\alpha = 0^\circ$ (Seção 4.3.1): resultados adequados em C_p sobre asa sem circulação.

Para este caso, a Fig. 50 indica ótima correlação em C_p para os dois níveis de refinamento de discretização. Isto indica que a robustez básica do Modelo A para escoamentos sem circulação, confirmada para corpos genéricos na Seção 4.1, estende-se para superfícies sustentadoras de aerofólios simétricos. Resultados similares, apresentados por HUNT (1978) para uma asa semelhante, com $t/c = 0.02$, indicam que essa capacidade também é válida para aerofólios de menores espessuras relativas.

b) Asa Wing A, $t/c = 0.15$, $\alpha = 5^\circ$ (Seção 4.3.1): resultados adequados para asas de espessura elevada.

A Fig. 51 e a Fig. 52 indicam que o escoamento é reproduzido com boa correlação em termos de C_p , para todas as variações do Modelo A e com ambas as discretizações de 30x12 e 60x12 painéis. Observam-se pequenas diferenças no Modelo A3 com relação aos demais apenas na região do bordo de fuga ($X/c \cong 1.0$). A distribuição correspondente de circulação Γ ao longo da semi-envergadura $b/2$ (Fig. 53) também apresenta boa correlação, a qual, acredita-se, poderia ser melhorada refinando-se a discretização na direção Y.

c) Asa Wing A, $t/c = 0.05$, $\alpha = 5^\circ$ (Seção 4.3.2): resultados com os Modelos A1 e A2 podem ser insatisfatórios para asas de espessura reduzida.

Para este caso, a Fig. 55 e a Fig. 56 indicam que resultados considerados insatisfatórios foram obtidos com os Modelos A1 e A2, em termos de valores de C_p , para ambas as discretizações testadas. Embora a discretização de 60x12 painéis apresente melhores resultados (Fig. 56), observa-se que erros são evidentes nas regiões próximas ao bordo de fuga ($0.70 < X/c < 1.0$).

Em termos da componente lateral de velocidade V_y/U_∞ , a Fig. 57 e a Fig. 58 indicam que a correlação com os valores de referência são ainda mais pobres, em qualquer das duas discretizações.

Aparentemente, as discrepâncias observadas tanto em C_p quanto em V_y/U_∞ não são influenciadas pela maior flexibilidade inerente ao Modelo A1, que apresenta resultados idênticos ao Modelo A2.

As comparações em ambos os casos são bastante semelhantes àquelas apresentadas por SYSTMA et al (1978) para o método NLR, cuja formulação é semelhante à do Modelo A2. Todos estes fatos confirmam as observações de HUNT (1978), a respeito das dificuldades na representação de asas de pequena espessura relativa em métodos de painéis de ordem reduzida com painéis de dipólos internos, conforme comentado na Seção 2.5.2.1.

d) Asa Wing A, $t/c = 0.05$, $\alpha = 5^\circ$ (Seção 4.3.2): resultados adequados podem ser obtidos com o Modelo A3 para asas de espessura reduzida.

Ao contrário dos Modelos A1 e A2, o Modelo A3 produziu bons resultados em C_p para este caso, em ambas as discretizações usadas (Fig. 55 e Fig. 56).

Em termos da razão V_y/U_∞ (Fig. 57 e Fig. 58) observou-se que, embora a correlação com os valores de referência não fosse perfeita, esta era bem mais razoável que aquelas observadas para os Modelos A1 e A2, sendo praticamente satisfatória para a discretização de 60x12 painéis. Acredita-se que um pequeno refinamento da discretização na direção da envergadura melhoraria a correlação de valores significativamente.

Segundo HUNT (1978) os problemas dos Modelos A1 e A2 ocorrem porque a velocidade tangencial induzida pela superfície interna de dipólos na forma discretizada, em regiões próximas à essa superfície, é diferente daquela que seria induzida pela distribuição teórica contínua de dipólos (Seção 2.5.2.1). No caso do

Modelo A3, no entanto, os dipólos são colocados exatamente na superfície externa, onde a estimativa dessa velocidade tangencial pode ser feita facilmente, calculando-se numericamente o valor do gradiente dado pela Eq. 38 com base nos valores de μ dos painéis vizinhos.

e) Asa em Duplo Delta (Seção 4.3.4): dificuldades gerais para reproduzir o escoamento fortemente tridimensional sobre a asa em duplo delta (Seção 4.3.3).

Para a asa em duplo delta, observou-se que a descontinuidade na forma em planta na posição $y/(b/2) = 0.25$ (Fig. 61) deve realmente produzir um escoamento fortemente tridimensional, conforme afirmado por SYSTMA et al (1978), que prejudica as previsões em C_p e V_y/U_∞ feitas por qualquer dos três Modelos A1, A2 ou A3.

Observa-se, nas Fig. 64 e 65, que os valores de C_p na posição $y/(b/2) = 0.219$, adjacente à descontinuidade, apresentam certas discrepâncias cujo formato não varia sensivelmente com a mudança da discretização. Isto indica que estas diferenças são inerentes às características do escoamento local, tendo pouca relação com a espessura reduzida do aerofólio. Apesar disso, observa-se que o Modelo A3 ainda oferece uma correlação ligeiramente melhor que os outros, nas regiões próximas ao bordo de fuga.

Curiosamente, as Fig. 66 e 67 indicam que os valores de C_p na posição $y/(b/2) = 0.280$, adjacente pelo “outro lado” da descontinuidade da asa, aparentemente apresentam apenas os erros típicos de aerofólios de pequena espessura. Assim, o Modelo A3 oferece uma correlação razoável mesmo para a discretização de 30x12 painéis.

Em termos de valores da razão V_y/U_∞ nas mesmas posições $y/(b/2) = 0.219$ (Fig. 68) e $y/(b/2) = 0.280$ (Fig. 69), observam-se grandes erros com relação aos valores de referência, para qualquer modelo utilizado. As diferenças apenas diminuem com o aumento extremo da discretização na direção Y, com a discretização de 60x36 painéis.

A Fig. 70 demonstra que a distribuição de circulação Γ ao longo da semi-envergadura $b/2$ apresenta boa exatidão, apesar dos erros observados em pressões e

velocidades. Os resultados da discretização 60x36 confirmam que um maior refinamento na direção da envergadura melhora consideravelmente a correlação.

Finalmente, a Fig. 72 foi usada para verificar-se, qualitativamente, de que maneira as diferenças em componentes de velocidade V_y/U_∞ causariam diferentes configurações de linhas de corrente sobre a superfície, ao alterar-se a discretização de 60x12 painéis para a de 60x36 painéis. Embora a visualização clara não seja muito simples, é possível observar que, próximo à descontinuidade, as componentes V_y/U_∞ excessivas previstas em 60x12 painéis (Fig. 68 e 69) causam uma curvatura maior para as linhas de corrente ao redor daquela região.

f) Asas Anulares (Seção 4.3.4): dificuldade na reprodução do escoamento interno à asa anular de maior razão corda/diâmetro.

Observou-se que, para o caso de $C/De = 1.0$, as distribuições de C_p apresentaram apenas o comportamento típico daquele observado para asas com aerofólios de pequena espessura, tal como no caso Wing A com $t/c = 0.05$ (Seção 4.3.2). Assim, a Fig. 75 indica que o Modelo A1 forneceu resultados satisfatórios apenas para a discretização de 60x10 painéis, enquanto a Fig. 76 indica que o Modelo A3 oferece correlação adequada mesmo para a discretização de 30x10 painéis.

Para o caso de $C/De = 3.0$, no entanto, observa-se nas Fig. 77 e 78 que nenhuma combinação modelo/discretização forneceu distribuições de C_p completamente satisfatórias, embora possam ser consideradas toleráveis para certas aplicações práticas. Estas observações corroboram a observação de HESS (1990) a respeito da menor adequação de métodos de ordem reduzida para escoamentos internos com forte interação de circulação (vide Seção 2.5.3, Fig. 9).

g) Forças Sobre Asas (Seções 4.3.5 a 4.3.7): capacidade satisfatória na previsão de forças de sustentação sobre asas por integração de pressões superficiais.

A Tab. 4 apresenta os valores das derivadas $dC_l/d\alpha$ para as três asas de forma em planta diferentes da Seção 4.3.5 (trapezoidal, enflechada e delta, vide Fig. 79), obtidas por integração de pressões superficiais, utilizando os Modelos A1, A2 e A3.

Observando-se na Fig. 82 as variações percentuais desses valores com relação à teoria de superfície sustentadora (SCHLICHTING & TRÜCKENBRODT, 1979), verifica-se magnitudes e tendências muito parecidas para os três modelos utilizados. O maior desvio de valor sempre ocorreu para a asa enflechada (entre +10.7% e +11.7%).

Os menores desvios percentuais foram observados para o método VORLAT (MARTINS, 1993), o que é compreensível tendo em vista que este possui hipóteses similares às do método de referência, tais como a suposição de espessura infinitesimal para as asas. Por outro lado, essas hipóteses são, obviamente, mais restritas que aquelas impostas a um método de painéis tridimensional. Assim sendo, torna-se difícil determinar até que ponto as diferenças de valor ocorrem devido a erros numéricos ou simplesmente porque as hipóteses do método de painéis aproximam a realidade com maior exatidão.

A Fig. 85 apresenta os valores de $dC_L/d\alpha$ para a asa enflechada, em função do nível de refinamento da discretização, expresso pelo inverso do número de painéis utilizados $1/N$. Novamente, os valores se apresentam em excesso com relação à referência, porém são muito estáveis com relação ao número de painéis, denotando a convergência para um valor fixo. Observou-se também, na Fig. 88, que os valores pouco variam com o ângulo de ataque e com a posição adotada para a esteira, novamente indicando a estabilidade dos resultados. O significado das variações observadas em $dC_L/d\alpha$ pode ser apreciado em valores absolutos de C_L na Fig. 90.

Comparações mais úteis poderiam ser feitas com relação a métodos considerados mais exatos, tais como aqueles apresentados por SYSTMA et al (1978), os quais infelizmente não estavam disponíveis. No entanto, as observações indicam que os resultados mantiveram-se estáveis com relação ao modelo, à discretização e ao ângulo de ataque utilizados, permitindo análises comparativas úteis. Essas conclusões concordam com os comentários de LETCHER (1989) (Seção 2.5.8).

h) Forças Sobre Asas (Seções 4.3.5 a 4.3.7): a previsão de arrasto induzido por avaliação de velocidades no plano de Trefftz (Seção 3.1) é confiável e estável para asas isoladas.

Os valores obtidos para os coeficientes de Oswald e (Eq. 43), por integração de saltos de velocidade no plano de Trefftz (Seção 3.1), são apresentados na Tab. 5 para os três tipos de asas da Seção 4.3.5.

Observa-se, na Fig. 83, que as variações percentuais com relação aos valores de referência, da teoria de superfície sustentadora, foram bastante pequenos, atingindo um valor médio absoluto de apenas 2.1%. Novamente, torna-se difícil definir a parcela de variação causada erros numéricos, uma vez que os valores de referência foram obtidos sob hipóteses mais restritas que a do método de painéis. No entanto, a estabilidade de valores demonstra-se ainda maior que no caso de $dC_L/d\alpha$.

A mesma grande estabilidade pôde ser observada na Fig. 86 para a variação do valor de e com a discretização utilizada, a qual denota a convergência do método para um valor fixo e plausível. Da mesma forma, considera-se que o coeficiente varia pouco com o ângulo de ataque α (Fig. 89).

A Fig. 89 indica também que o uso da esteira na direção de U_∞ altera os valores obtidos por uma pequena percentagem. No entanto, é importante lembrar que a variação de eficiência que ela indica pode ser significativa, por exemplo, em estudos de redução de arrasto induzido. Conclui-se que o posicionamento da esteira não deve ser desprezado nesses casos, conforme colocado por SMITH & KROO (1993).

Finalmente, o significado das variações observadas no coeficiente e calculado por integração no plano de Trefftz pode ser apreciada em valores absolutos de C_{Di} na Fig. 91.

i) Forças Sobre Asas (Seções 4.3.5 a 4.3.7): a previsão de arrasto induzido integração de pressões superficiais (Seção 3.1) é pouco confiável e instável com relação à geometria, modelo de formulação, discretização e variação de ângulo de ataque α .

Os valores obtidos para os coeficientes de Oswald e (Eq. 43), por integração de pressões superficiais (Seção 3.1), são apresentados na Tab. 5 para os três tipos de asas da Seção 4.3.5.

A variação percentual dos resultados com relação aos valores de referência, indicada pela Fig. 84, denota grandes e erráticas variações de magnitude com relação

à teoria de superfície sustentadora. As variações ocorrem entre as diferentes geometrias, assim como entre os diferentes modelos de formulação. Valores absolutos de e tão absurdos quanto 1.61 (asa delta, Modelo A3) elevam a variação percentual a 67%, violando o máximo teórico de $e = 1.00$.

A variação do coeficiente e com a discretização, apresentada na Fig. 87, indica nível semelhante de discrepância e variação instável, não denotando qualquer tendência à convergência para um valor plausível. A Fig. 89 indica variações igualmente insatisfatórias do resultado com o ângulo de ataque α . Finalmente, a Fig. 91 demonstra a inadequação da avaliação por integração de pressões em termos de valor absoluto de C_{Di} .

Conclui-se que a avaliação do arrasto induzido de asas por integração de pressões superficiais é um processo que pode levar a grandes erros numéricos. Sua instabilidade com relação à geometria, ao modelo de formulação, à discretização e ao ângulo de ataque torna o método crítico e inadequado, mesmo para avaliações qualitativas simplificadas.

5 ESTUDO DE APLICAÇÃO: MODIFICAÇÃO DE UMA AERONAVE LEVE ANFÍBIA

Este capítulo trata de um estudo de caso em aerodinâmica aeronáutica, no qual utilizou-se experimentalmente o método de painéis implementado neste trabalho (Capítulo 3). Alguns resultados preliminares e as conclusões relacionadas são apresentados, formando um exemplo prático de aplicação.

O estudo se concentra sobre a avaliação de alguns dos efeitos aerodinâmicos que seriam causados por certas modificações geométricas, introduzidas numa aeronave leve experimental, de capacidade anfíbia.

Apresentação do problema. Tendo sido objeto de estudos anteriores (MARTINS, 1995), a aeronave em questão, de nome comercial “Petrel”, é monomotora, possui configuração biplano e tem capacidade para dois ocupantes. Seu perfil de operação é voltado para a aviação desportiva e recreativa. A Fig. 92 traz uma representação em três vistas, que fornece uma noção geral da geometria da aeronave e da localização relativa de seus componentes.

Tomando por base as observações de operadores, o fabricante de aeronave identificou certas deficiências que, apesar de não representarem ameaças à segurança, foram consideradas de importância comercial. Procurando-se saná-las, foi decidido projetar uma versão modificada da aeronave.

Algumas das modificações almejadas envolveriam alterações da geometria externa, com possíveis implicações aerodinâmicas diretas. As melhorias desejadas, as modificações relacionadas e as possíveis implicações aerodinâmicas podem ser colocadas da seguinte forma:

- Desejava-se melhorar o envelope de posições possíveis para o centro de gravidade, dada sua variação com o posicionamento de ocupantes e combustível. Além disso, seria interessante modificar o formato da proa da aeronave, para melhorar seu desempenho em pousos e decolagens da superfície da água. Para

satisfazer estes requisitos, planejou-se aumentar o comprimento da fuselagem em cerca de 4%, a partir de uma seção intermediária, enquanto a modificação da forma da proa acrescentaria outros 3% a esse total. Por isso, julgou-se que seria importante *avaliar o deslocamento longitudinal do centro aerodinâmico da aeronave, causado por essas modificações*, para verificar se as vantagens conseguidas com a ampliação da fuselagem (avanço do CG) não terminariam por ser anuladas aerodinamicamente.

- Com base em análises preliminares, com um método de malhas de vórtices, estimou-se a possibilidade de que a circulação gerada pelas asas inferiores da aeronave estivesse afetando significativamente as asas superiores. A conseqüente deformação da distribuição de sustentação estaria provocando características incômodas durante a manobra de estol. O problema não poderia ser resolvido através de torção das asas, uma vez que o tipo de arranjo estrutural não permitiria tal solução. Provavelmente, uma relação inadequada entre os ângulos de incidência das asas também poderia estar colaborando para o problema. Após alguns estudos intermediários, planejou-se aumentar a envergadura da asa inferior para um valor idêntico à da superior, além de equalizar as incidências das asas, o que provavelmente alteraria favoravelmente a distribuição de circulação. Por outro lado, os efeitos das modificações sobre o arrasto total e sobre o esforço estrutural das asas também deveriam ser estimados.

Estimativas com um método de malha de vórtices, em combinação à métodos convencionais de engenharia (MARTINS, 1995) indicaram que um protótipo operacional poderia ser construído, sem detrimento da segurança de vôo. A configuração geral da versão modificada da aeronave, com o novo nome comercial "Paturi", é apresentada na Fig. 93, onde também indica-se as principais modificações geométricas efetuadas.

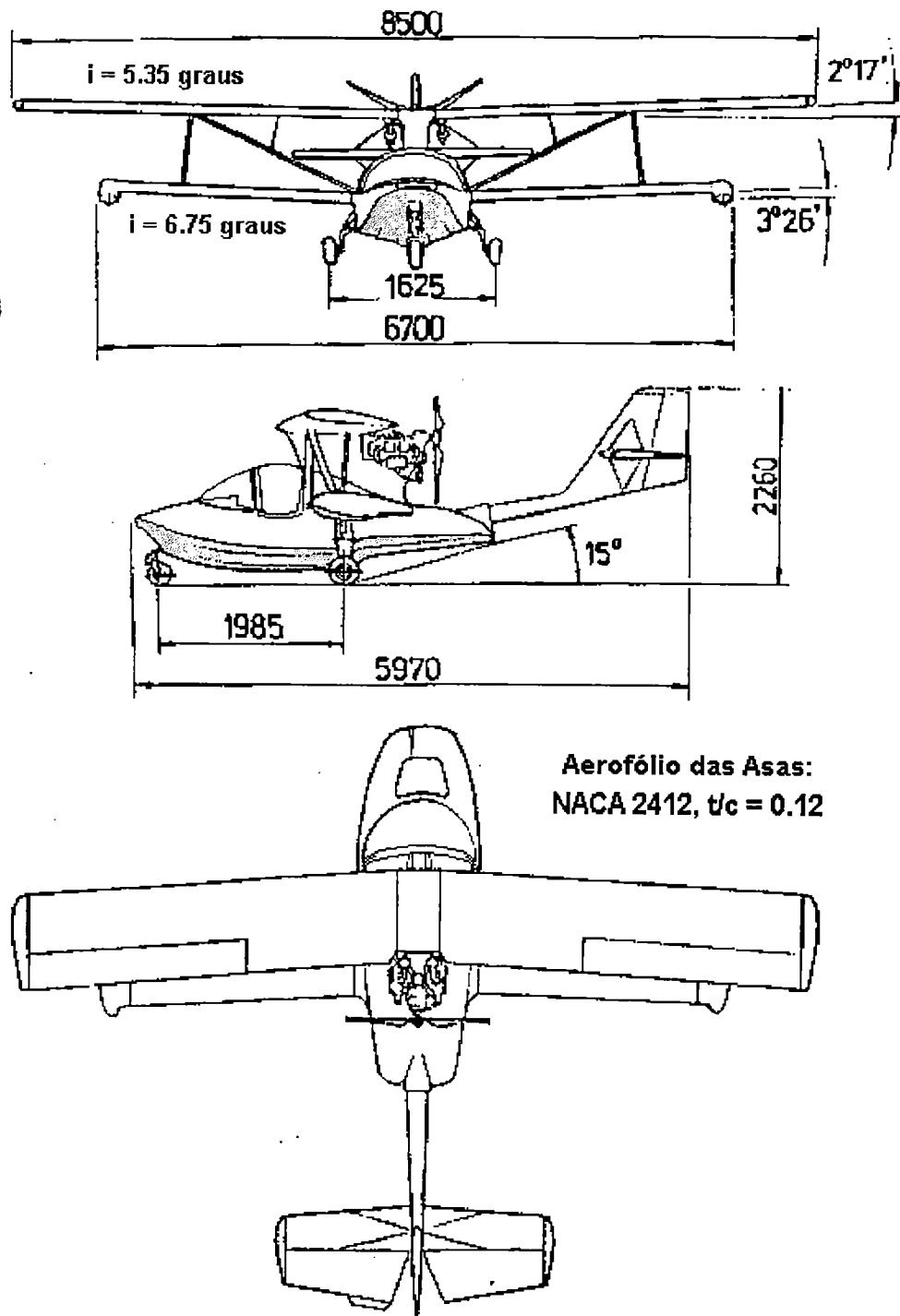


FIGURA 92 - Aeronave original "Petrel". Representação em três vistas (indicação da incidência das asas em graus, com relação à horizontal).

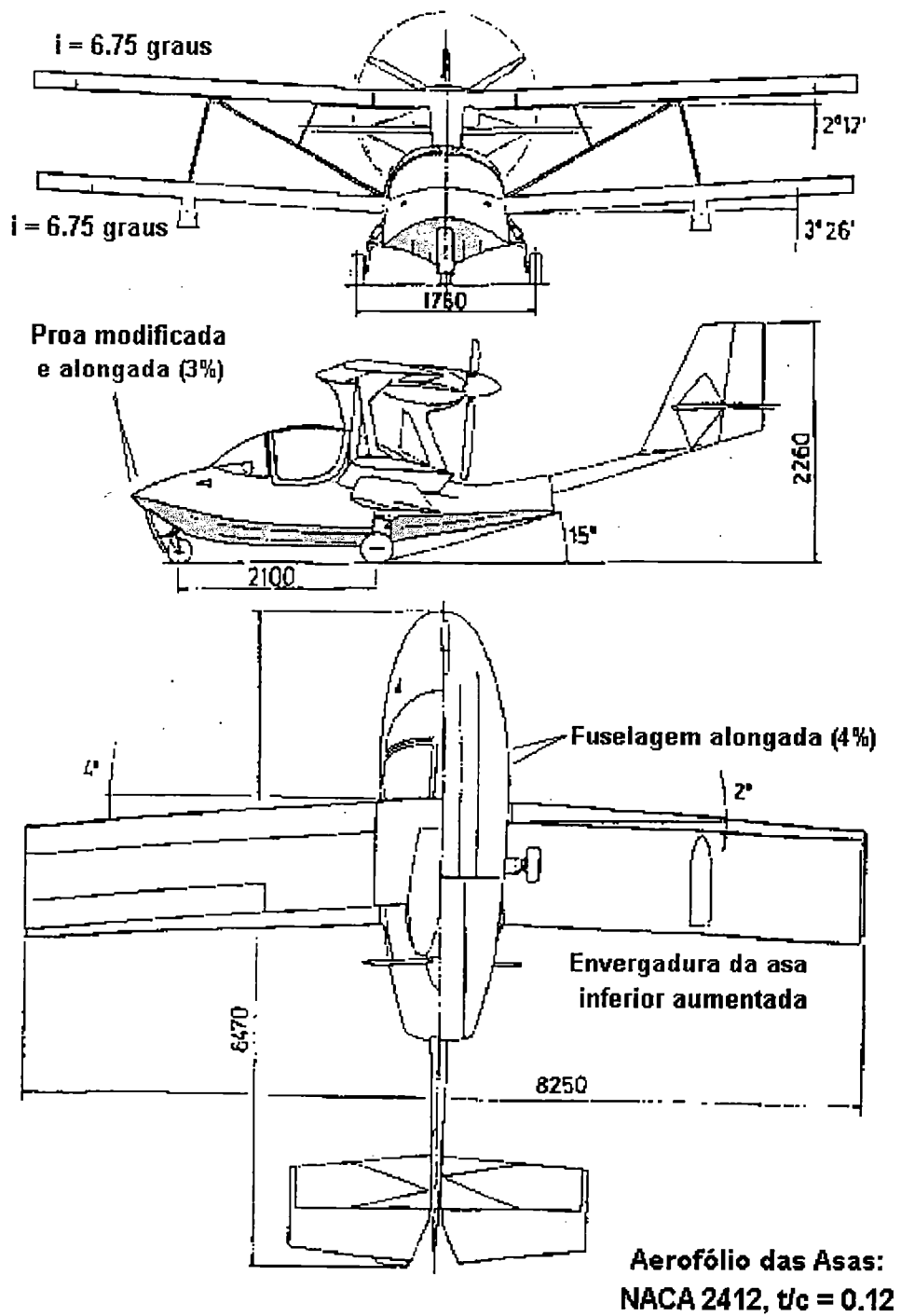


FIGURA 93- Aeronave modificada "Paturi". Representação em três vistas (indicação da incidência das asas em graus, com relação à horizontal).

A realização do presente trabalho abriu possibilidade de iniciar um processo de complementação das estimativas feitas anteriormente, utilizando a capacidade mais abrangente do método de painéis implementado. Desta forma, sem a pretensão de apresentar tal processo de maneira completa, este capítulo descreve alguns dos primeiros dados complementares obtidos, juntamente com as conclusões relacionadas.

As análises realizadas foram divididas em três etapas principais:

- (1) análise da fuselagem isolada da aeronave original, para definir-se um modelo aerodinâmico adequado para este estudo, com base na comparação com dados experimentais disponíveis;
- (2) comparação entre as fuselagens original e modificada, utilizando o mesmo modelo aerodinâmico;
- (3) comparação entre configurações asa-fuselagem simplificadas, porém representativas para cada uma das versões da aeronave.

5.1 Estudo da Fuselagem da Aeronave Original

Desde o início dos trabalhos, estimou-se que a fuselagem da aeronave representaria um problema aerodinâmico consideravelmente complexo, devido a sua configuração do tipo “barco voador” (*flying boat*).

Essa geometria, baseada no perfil operacional de pousos e decolagens a partir da água, apresenta arestas agudas laterais que se estendem por todo o comprimento da fuselagem (delimitando a região inferior, em cinza claro, na Fig. 92), formando uma descontinuidade local em sua superfície. Conforme comentado na Seção 2.5.6, HOERNER (1975) afirma que a separação da camada limite ao redor de um corpo acontece preferencialmente sobre arestas deste tipo. Caso contrário, o requerimento físico impossível de $|V| \rightarrow \infty$ deveria ser satisfeito na região, devido ao raio de curvatura (praticamente) nulo.

Dessa forma, estimou-se que o escoamento real ao redor da fuselagem poderia ter duas configurações possíveis:

- (a) separação de esteiras de vorticidade sobre as arestas e subsequente readesão da camada limite, formando “bolhas” de separação locais;
- (b) desenvolvimento das esteiras de vorticidade no espaço, de maneira semelhante ao que ocorre em asas em delta com bordos de ataque agudos (ANDERSON, 1985). Neste caso, a interferência das esteiras com outras partes da aeronave poderia ser significativa.

No caso (a), os processos envolvidos estariam intimamente relacionados à viscosidade do fluido, tornando qualquer previsão exata um caso para métodos mais avançados ou ensaios experimentais, que não se enquadrariam no escopo deste trabalho. Para o caso (b), estimou-se que poderia ser possível avaliar a forma das esteiras de vorticidade desenvolvidas, através de um método de relaxamento iterativo (Seção 2.5.5). No entanto, esta possibilidade também não seria viável, dadas as limitações de tempo para implementar a técnica.

Considerando-se estas dificuldades, procurou-se estabelecer uma aproximação que fosse a mais racional possível, dentro das limitações deste trabalho, porém sem ignorar a possível complexidade do escoamento real.

Definição dos Modelos Geométrico e Aerodinâmico. Em primeiro lugar, definiu-se uma discretização em 20×15 painéis para representar cada metade da superfície externa da fuselagem, a qual é apresentada em perspectiva na Fig. 94. O ponto de referência para o cálculo de C_M também é indicado (origem do sistema de coordenadas). À exceção de algumas pequenas diferenças, tais como a forma da linha do pára-brisa, a representação discretizada reproduz muito bem a forma real.

Em seguida, estudou-se os dados experimentais colhidos pela empresa AERODYNAMIQUE EIFFEL (1988) para um modelo em escala reduzida da fuselagem original, em termos de coeficientes de força. A observação dos resultados

indicava valores consideráveis para a razão L/D , que chegavam a 2.3 para baixos ângulos de ataque.

Concluiu-se então que, com grande probabilidade, a fuselagem gerava uma parcela considerável de sustentação por circulação. Dessa forma decidiu-se que, em adição à representação de fontes superficiais simples do Modelo A (Seção 3.1), as características do escoamento exigiam que painéis auxiliares de dipólos fossem utilizados, além das esteiras de vorticidade associadas.

Essa modelagem deveria também levar em conta a posterior integração da fuselagem às asas, além do fato de que a avaliação desejada seria apenas um estudo comparativo preliminar, sem necessidade de extrema exatidão.

Considerando-se todas estas condições, decidiu-se adotar o seguinte procedimento:

- (1) Elaborar algumas formas diferentes de modelos de esteira e dipólos internos, com base em estimativas empíricas.
- (2) Comparar os resultados obtidos, para cada modelo, com os valores experimentais (AERODYNAMIQUE EIFFEL, 1988) em termos de coeficientes de sustentação C_L e de momento C_M com relação a um ponto dado. Embora não se esperasse uma correlação exata, escolheria-se o modelo julgado de melhores características qualitativas.

Dessa forma, alguns modelos foram elaborados, testados e considerados inadequados para o problema em questão (vide Fig. 99). No entanto, após algumas experiências, chegou-se a um modelo considerado suficiente para a análise desejada. A Fig. 95 apresenta a geometria discretizada, em perspectiva, para os painéis internos e para os painéis de Kutta e direcionadores das esteiras (Seção 3.1). Em todos os testes, considerou-se os painéis de Kutta com orientação fixa, mantidos paralelos ao plano XY . Como referência, os painéis da superfície são apresentados simultaneamente (metade com relação ao plano XZ , em cinza claro).

Observa-se que a superfície interna escolhida ocupa todo o comprimento da fuselagem. Suas bordas são definidas pelas arestas agudas do "casco", e seus painéis

ocupam aproximadamente uma superfície média da fuselagem. Em prol da flexibilidade da modelagem, a condição de $V_N = 0$ foi imposta para cada painel interno, num arranjo semelhante ao do Modelo A1 (Seção 3.1). A esteira foi dividida em duas partes: traseira e lateral. Observa-se que esse arranjo é um exemplo de utilização do conceito de esteiras em malhas independentes, defendido na Seção 3.1.

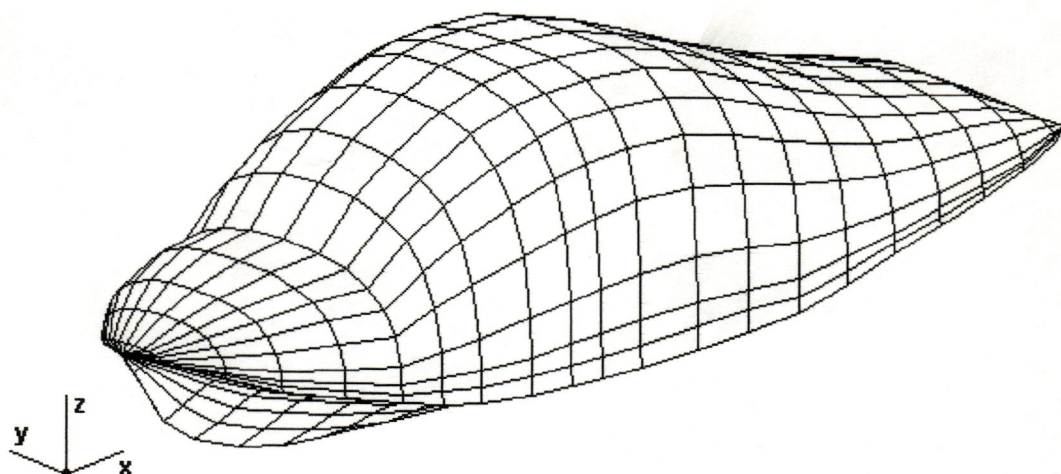


FIGURA 94 - Geometria discretizada para a fuselagem da aeronave original
(20x15 painéis por metade).

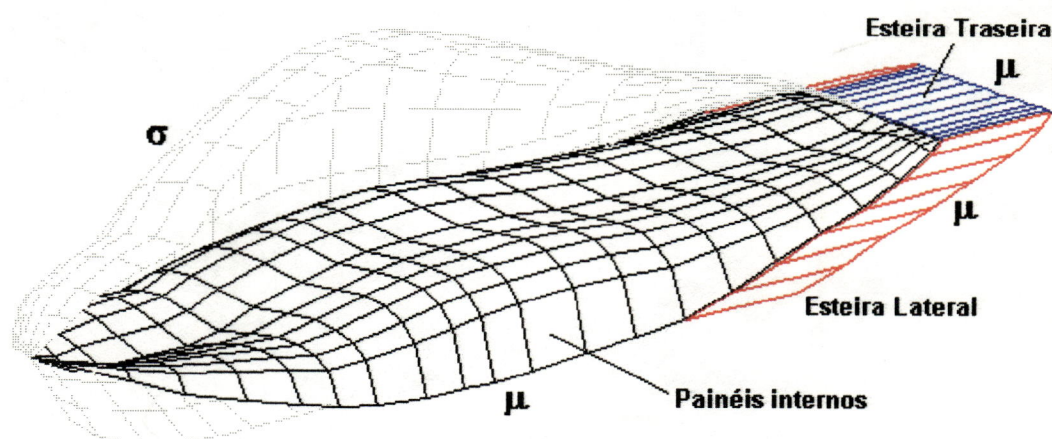


FIGURA 95 - Configuração dos painéis internos e esteiras de vorticidade, fuselagem original.

Resultados. Os melhores resultados foram obtidos sob a hipótese de que a esteira mantivesse a direção do escoamento livre uniforme, ou seja, estaria sempre alinhada com o vetor U_∞ , para qualquer ângulo de ataque α . Os valores obtidos para os coeficientes C_L e C_M (com relação à origem, Fig. 94) são apresentados nas Fig. 96 a 98, em comparação aos valores experimentais (AERODYNAMIQUE EIFFEL, 1988). Para o cálculo dos coeficientes, utilizou-se o comprimento de referência $C_{ref} = 3.85$ m (comprimento da fuselagem) e a área de referência $S_{ref} = 4.46$ m² (comprimento x largura máxima). Considerou-se que as velocidades envolvidas fossem suficientemente baixas para admitir-se $M = 0$.

Finalmente, para efeito de avaliação geral, a Fig. 99 apresenta alguns dos resultados obtidos para outros modelos de dipólos internos e esteiras testados, em termos de $C_L \times \alpha$, em comparação àquele apresentado na Fig. 95. Observa-se que diferentes orientações de esteira são indicadas (alinhada a U_∞ ou paralela ao plano XY).

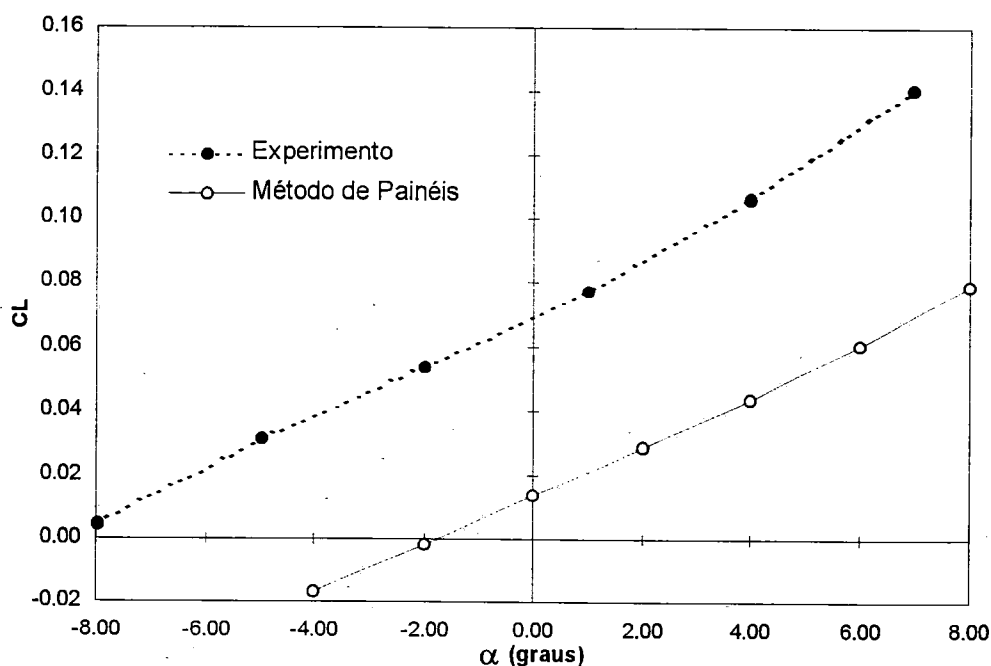


FIGURA 96 - Curvas $C_L \times \alpha$ para a fuselagem original, comparação entre experimento e método de painéis.

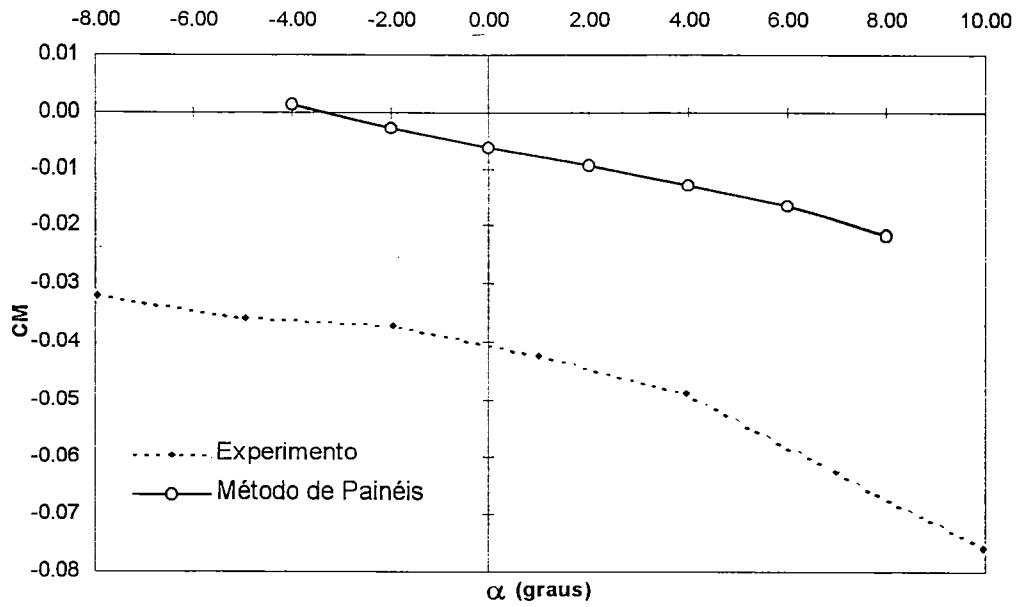


FIGURA 97 - Curvas C_M x α para a fuselagem original, comparação entre experimento e método de painéis.

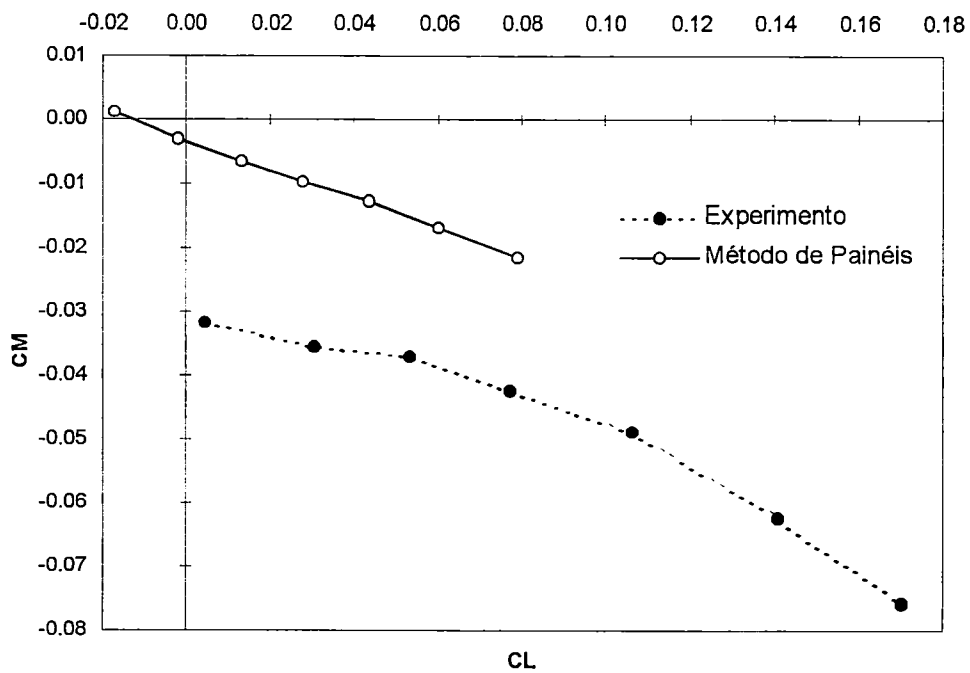


FIGURA 98 - Curvas C_M x C_L para a fuselagem original, comparação entre experimento e método de painéis.

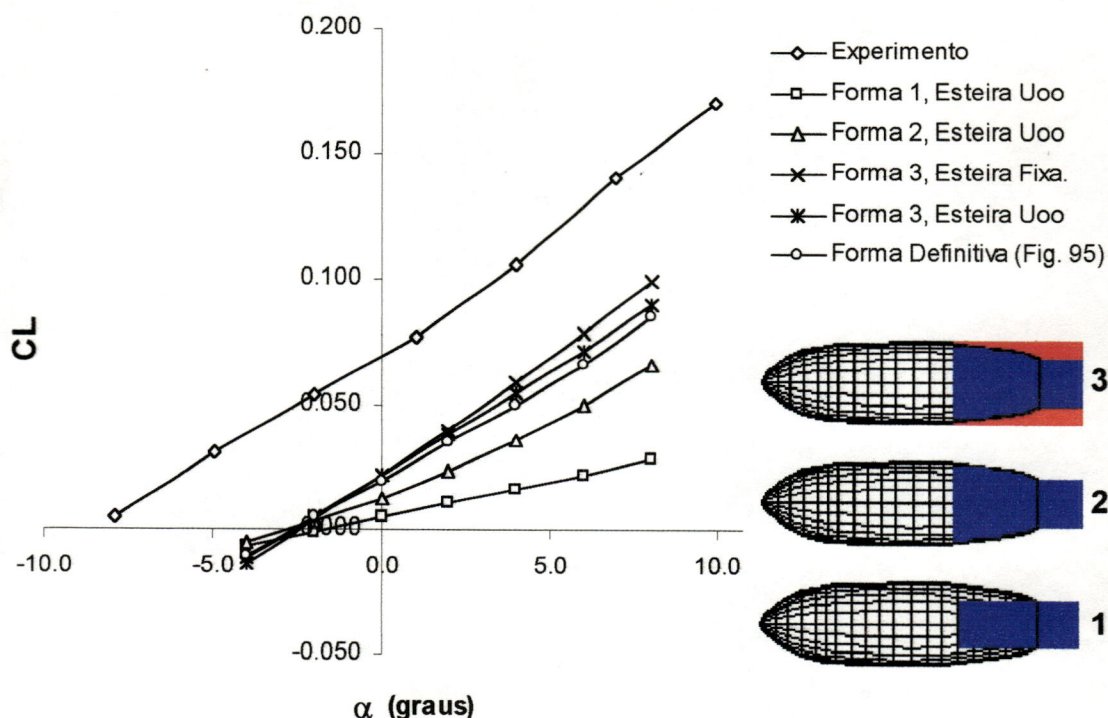


FIGURA 99 – Comparação de resultados em C_L x α para outras configurações de painéis de dipólos e esteiras testadas, em comparação à escolhida (Fig. 95).

Discussão. Observando-se os resultados apresentados nas Fig. 96 a 98, verifica-se que os valores absolutos obtidos não se correlacionam com os experimentais, conforme esperado. No entanto, verificou-se que as declividades das curvas experimentais e teóricas são muito parecidas. Esta semelhança indica que as derivadas $dC_L/d\alpha$, $dC_M/d\alpha$ e dC_M/dC_L são aproximadamente reproduzidas. Além disso, conjectura-se que a menor concordância desta última derivada deve-se à contribuição do arrasto para o momento de arfagem, a qual praticamente não é levada em conta no método de painéis.

Essas semelhanças foram consideradas suficientes para os propósitos do trabalho, uma vez que a *posição do centro aerodinâmico* era a principal variável de interesse para o estudo da modificação da fuselagem. Dessa maneira, partindo-se da hipótese de que a componente de arrasto contribui pouco para o momento resultante a baixos ângulos de ataque, é possível estabelecer a seguinte relação simples para a posição do centro aerodinâmico (SCHLICHTING & TRUCKENBRODT, 1979):

$$\frac{X_{ac} - X_{ref}}{L_{ref}} \cong -\frac{dC_M}{dC_L} = -\frac{\frac{dC_M}{d\alpha}}{\frac{dC_L}{d\alpha}} \quad (51)$$

Nessas condições, verifica-se que a boa correlação das derivadas $dC_M/d\alpha$ e $dC_L/d\alpha$ é suficiente para comparações adequadas com a versão modificada da fuselagem. Esta afirmação também é apoiada pela hipótese de que a contribuição do arrasto para o momento não se altera significativamente com as modificações. Além disso, considerando-se estes fatores e observando-se a Fig. 99, torna-se claro que a escolha do modelo definitivo (Fig. 95) baseou-se na melhor correlação de suas derivadas com os valores experimentais.

Acredita-se que o ponto fraco deste tipo de modelagem ainda reside na incerteza sobre o comportamento da provável separação nas arestas agudas da fuselagem. Se o escoamento real apresentar esteiras de vorticidade que se desenvolvem no espaço, inclusive interferindo com as asas, nenhuma afirmação completa poderia ser feita apenas com base nas hipóteses adotadas aqui. No entanto, considera-se a lógica utilizada, assim como a boa correlação obtida para as derivadas, suficiente para uma análise preliminar.

5.2 Comparação entre as Fuselagens Original e Modificada

Definição dos Modelos Geométrico e Aerodinâmico. A versão modificada apresentaria apenas um aumento de 4% do comprimento, a partir de uma posição aproximadamente à metade da fuselagem. Além disso, a proa da nova fuselagem seria mais aguda, acrescentando outros 3% à dimensão. Observando-se os desenhos das duas versões, julgou-se suficiente utilizar a mesma discretização em painéis utilizada para aeronave original (Fig. 94), apenas alterando-se a posição X de algumas seções transversais, para alcançar o comprimento e forma finais desejados. A Fig. 100 apresenta o resultado dessas modificações, comparado à geometria original.

Observa-se (Fig. 100) que a região traseira das duas versões manteve-se com forma e dimensões idênticas. Dessa maneira, a geometria das esteiras adotadas (Fig. 95) não se alterou para a versão modificada da aeronave. Apenas a malha de painéis internos sofreu um alongamento na direção X, acompanhando a alteração de comprimento e forma da região dianteira.

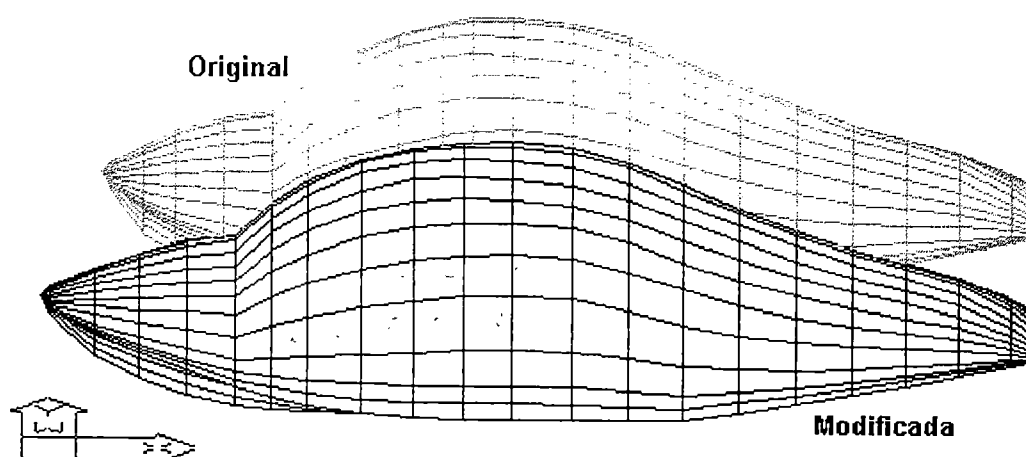


FIGURA 100 - Comparação entre as discretizações de painéis para as fuselagens original e modificada

Resultados. A fuselagem alongada da versão “Paturi” foi analisada sob as mesmas condições assumidas para a versão original, que incluíam as esteiras de vorticidade alinhadas ao escoamento livre U_∞ e o mesmo ponto de referência para cálculo de momentos, mantido na origem do sistema de coordenadas. Apesar das maiores dimensões da versão modificada, os valores de C_{ref} e S_{ref} da fuselagem original foram mantidos, uma vez que uma comparação em termos absolutos era desejada. Os resultados obtidos são apresentados nas Fig. 101 a 103.

Valores médios da derivada dC_M/dC_L foram obtidos numericamente, com base nos valores dos coeficientes C_M e C_L para os ângulos de ataque $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 4^\circ$. A Eq. 51 foi então aplicada, utilizando-se os valores de referência $X_{ref} = 0$ e $L_{ref} = 3.85$ m, permitindo obter as posições X_{ac} estimadas para o centro aerodinâmico das fuselagens. Os resultados são apresentados na Tab. 1 para as duas versões.

A Fig. 104 apresenta uma comparação entre os perfis laterais das duas fuselagens, com a posição X_{ac} indicada nos dois casos. Apresenta-se as distribuições da razão v/U_∞ obtidas para as colunas de painéis imediatamente adjacentes ao plano XZ, para ambas as faces “inferior” e “superior” das fuselagens, com $\alpha = 2^\circ$.

Finalmente, a Fig. 105 mostra representações para as distribuições de C_p , através de mapas de cores, assim como linhas de corrente superficiais estimadas, para ambas as versões da fuselagem, a um ângulo de ataque $\alpha = 8^\circ$.

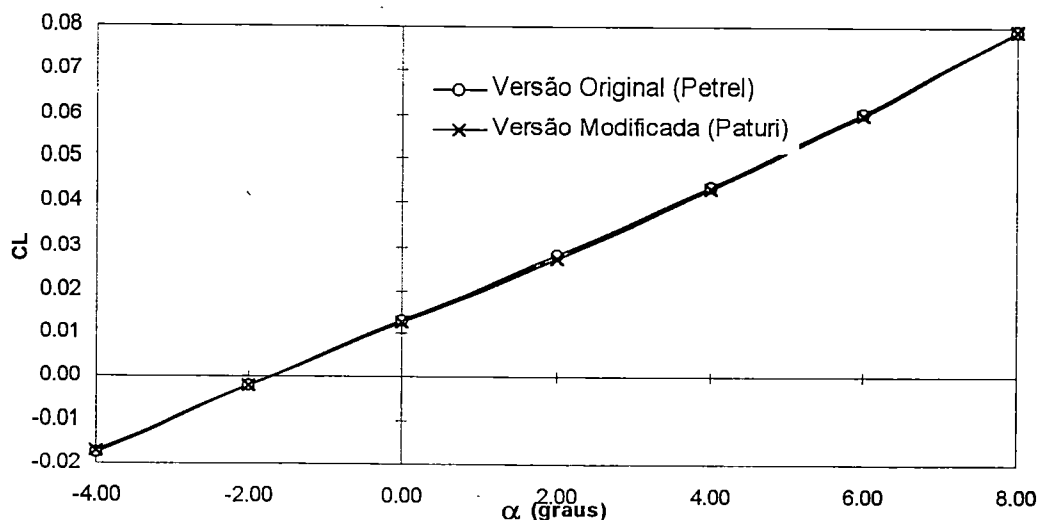


FIGURA 101 - Curvas $C_L \times \alpha$ estimadas, fuselagens original e modificada.

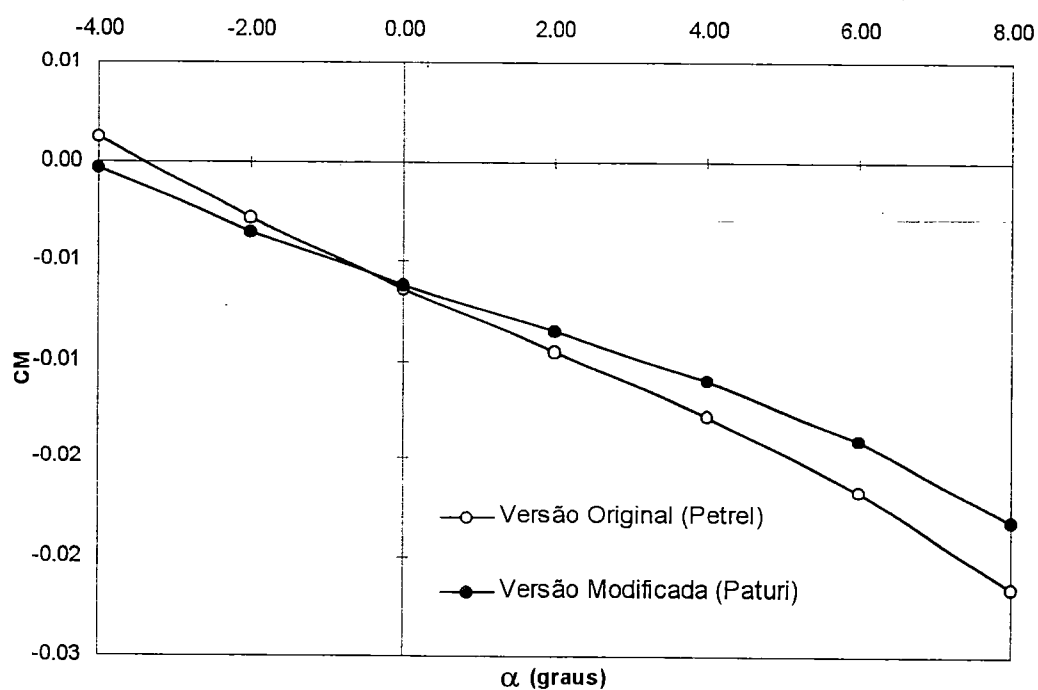


FIGURA 102 - Curvas C_M x α estimadas, fuselagens original e modificada.

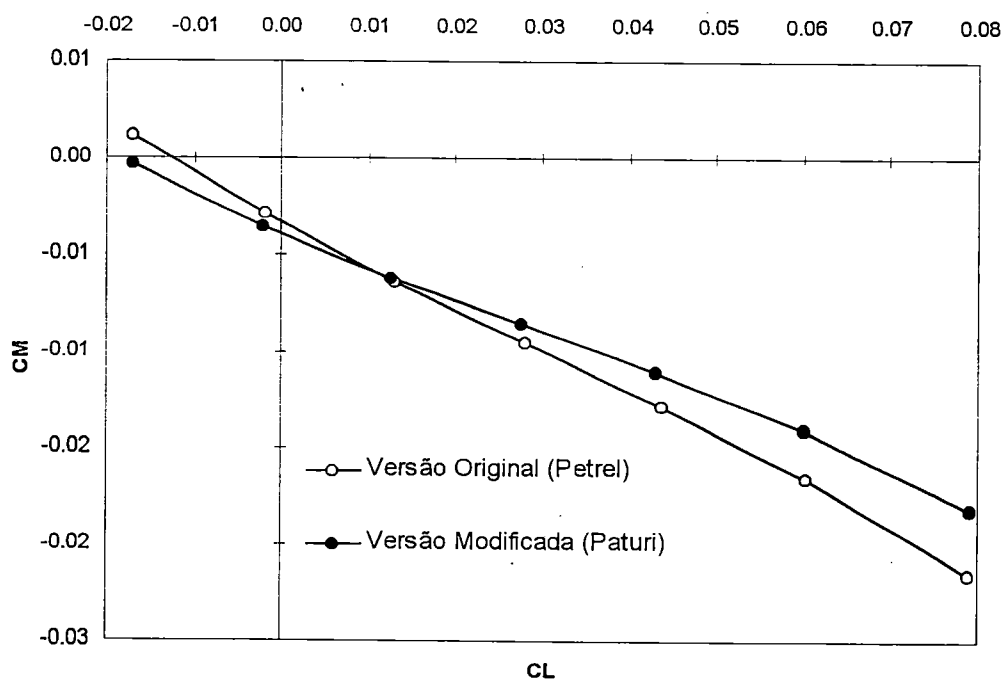


FIGURA 103 - Curvas C_M x C_L estimadas, fuselagens original e modificada.

TABELA 8 - Valores estimados de dC_M/dC_L e X_{ac} , duas versões da fuselagem.

	dC_M/dC_L	X_{ac} (m)
Versão Original	-0.22307	0.85881
Versão Modificada	-0.16968	0.65327
Varição % (à original)	23.93%	-23.93%

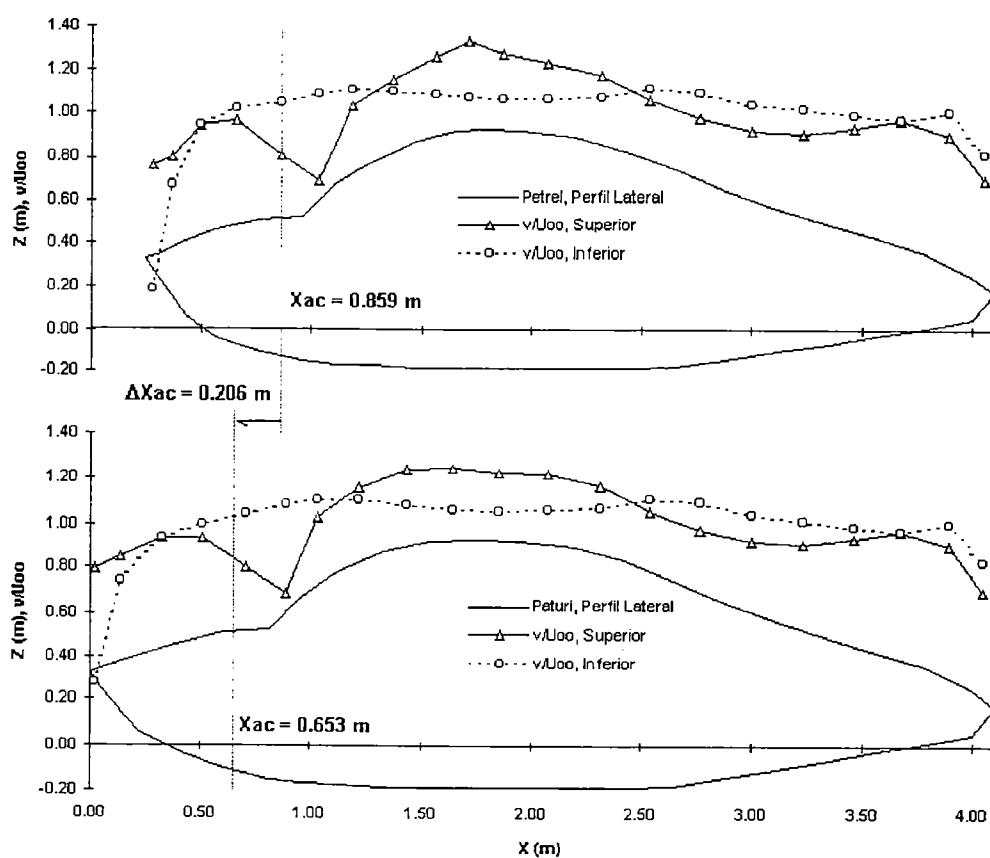


FIGURA 104 - Comparação entre os perfis das fuselagens original e modificada, com as posições dos centros aerodinâmicos indicadas. Distribuições de v/U_{∞} , painéis adjacentes ao plano XZ.

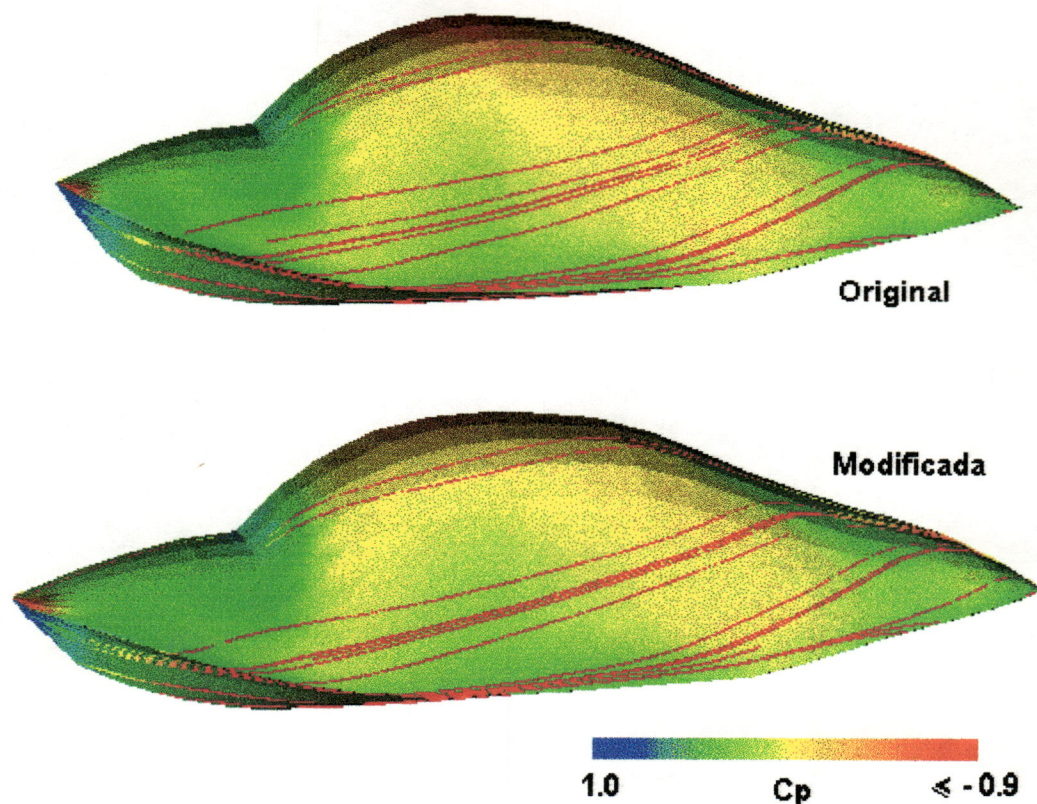


FIGURA 105 - Mapas de cores para as distribuições de C_p sobre as fuselagens original e modificada, com linhas de corrente superficiais estimadas.

Discussão. Na Fig. 101, verifica-se que não houve praticamente qualquer alteração em C_L para a fuselagem modificada, indicando que provavelmente as variações de área e forma tiveram pouca influência, pelo menos a baixos ângulos de ataque.

Por outro lado, as Fig. 102 e 103 demonstram claramente uma variação do comportamento em C_M , com uma redução em valores absolutos para a versão modificada. Na Tab. 1, verifica-se redução correspondente do módulo da derivada dC_M/dC_L , explicada pelo avanço da posição do centro aerodinâmico X_{ac} , de 23.93% de sua posição X na fuselagem original, em direção à proa.

Observando-se os mapas de cores da Fig. 105 verifica-se que as distribuições de pressão nas duas versões da fuselagem possuem características bastante semelhantes. No entanto, é evidente que a fuselagem original sofre um decréscimo de pressão mais abrupto na parte superior, denotado pela maior região avermelhada.

Esta diferença entre as fuselagens também pode ser percebida na Fig. 104, na qual nota-se o gradiente mais suave da distribuição de velocidades v/U_∞ na parte superior da nova versão. É possível que este gradiente menos adverso, causado pela menor curvatura, favoreça o desenvolvimento da camada limite e diminua a sua separação na região posterior, reduzindo o arrasto de pressão da versão modificada.

Para as linhas de corrente superficiais da Fig. 105, fazem-se necessários alguns comentários importantes. O programa de visualização utilizado para gerar estas representações (MARTINS, 1997) aplica certas formas de interpolação, entre as velocidades obtidas nos centróides dos painéis, necessárias para o processo de integração que produz as linhas. No entanto, para este caso particular, sabe-se de antemão que o comportamento do escoamento potencial deveria ser de $|V| \rightarrow \infty$ ao redor das arestas da fuselagem que *não estivessem associadas a esteiras de vorticidade* (regiões lateral e dianteira, vide Fig. 95). De fato, uma discretização progressivamente mais refinada ao redor destas arestas deveria indicar essa tendência.

Assim sendo, o traçado de linhas de corrente em regiões próximas a estas discontinuidades não faria sentido, dado o valor assintótico das velocidades locais. Conclui-se que as linhas de corrente apresentadas na Fig. 105 são, *nas regiões das arestas laterais*, baseadas em interpolações falsas.

Apesar de sua irrealidade, acredita-se que o comportamento dessas linhas forneça indicações sobre a tendência à separação do escoamento. Por exemplo: as linhas que parecem “contornar” as arestas com elevada inclinação relativa indicariam que, na verdade, uma esteira de vorticidade deveria ser emitida daquela região. Além disso, acredita-se que as linhas sejam representativas para as outras regiões da fuselagem. As tendências gerais parecem bastante concisas, indicando inclusive a curvatura do escoamento causada pela vorticidade das esteiras, nas regiões posteriores da fuselagem.

Finalmente, considera-se como conclusão mais importante o fato de que as diferenças entre a geometria da fuselagem original e de sua versão alongada provocaram variações significativas na posição do centro aerodinâmico, que avançou em direção à proa em cerca de um quarto da posição X original.

5.3 Estudo das Configurações Asa-Fuselagem

A terceira e última etapa realizada neste estudo foi a análise e comparação de configurações asa-fuselagem simplificadas, porém representativas, para as versões original e modificada da aeronave leve anfíbia.

Conforme descrito nas Seções 5.1 e 5.2, uma avaliação racional indicou que as modificações geométricas da fuselagem provocariam alterações sensíveis no escoamento ao redor deste componente, quando considerado como um corpo isolado.

Quando as asas da aeronave são incluídas, no entanto, o problema evidentemente torna-se diferente. Devido à sua forma favorável e grande área superficial, espera-se que as asas exerçam uma influência, sobre o todo, de uma ordem de grandeza muito maior que a fuselagem. Assim sendo, uma vez estabelecido um modelo adequado para representar a fuselagem, restaria avaliar a que proporção se reduziria a influência de suas modificações, quando consideradas no todo da aeronave, principalmente no que diz respeito à alteração do centro aerodinâmico.

Em segundo lugar, deveria-se avaliar o efeito das modificações previstas para a envergadura e relação de incidências entre as asas (Fig. 92 e 93). Conforme mencionado anteriormente, o processo envolveria a comparação das distribuições de pressão e circulação/sustentação ao longo da envergadura, as quais deveriam refletir as relações de interferência entre as asas. Além disso, a influência geral da junção entre a asa e a fuselagem sobre o escoamento local poderia ser analisada.

Definição do Modelo Geométrico. As Fig. 92 e 93 ilustram a complexidade geométrica das aeronaves em estudo, que pode ser considerada bastante grande. Tendo em vista a natureza preliminar deste trabalho, decidiu-se que a análise das configurações completas, com todos os detalhes geométricos, seria desnecessária. Além disso, a trabalhosa elaboração dos modelos também demandaria novas hipóteses especiais, as quais deveriam ser testadas de alguma forma. Tais dificuldades colocariam o esforço necessário fora do escopo deste trabalho inicial.

A Fig. 106 apresenta os modelos em painéis que foram gerados para as configurações simplificadas de asa-fuselagem das duas versões da aeronave. Também foram anotadas as quantidades de elementos (idênticas para as duas

versões) utilizadas para representar a metade de cada componente, com relação ao plano de simetria XZ. Comparando-se com as Fig. 92 e 93, verifica-se que o corpo do motor, o pilar de ligação entre a asa superior e a fuselagem e todo o conjunto de cauda foram eliminados, por serem considerados de importância secundária para os efeitos em estudo.

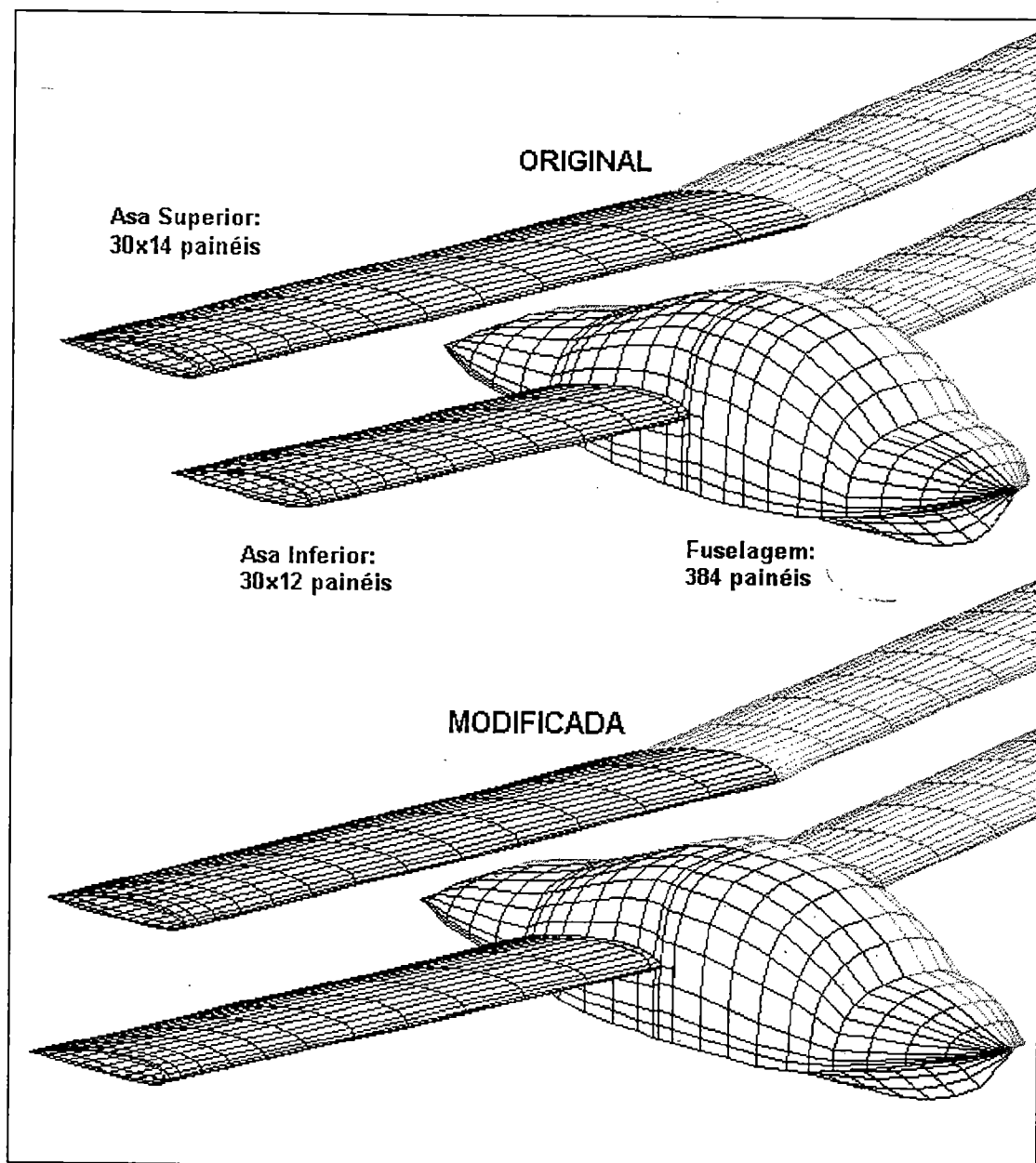


FIGURA 106 - Modelos de painéis para os conjuntos asa-fuselagem, aeronaves original e modificada.

Modelagem Aerodinâmica do Sistema Asa-Fuselagem. Para representar a fuselagem, utilizou-se os mesmos modelos de painéis internos e esteiras de vorticidade descritos na Seção 5.1 (Fig. 95). Para as asas, decidiu-se que o Modelo A3 (Seção 3.1) seria adequado, dadas suas boas características gerais, confirmadas pelos resultados de validação apresentados no Capítulo 4.

Para definir-se um modelo adequado para as junções asa-fuselagem, levou-se em conta as observações da revisão bibliográfica, colocadas na Seção 2.5.7. Uma vez que nenhuma sugestão fisicamente bem justificada foi encontrada na literatura, decidiu-se adotar um modelo que teoricamente pudesse proporcionar a maior flexibilidade possível para a variação de circulação na direção transversal à fuselagem.

Elaborou-se então um modelo semelhante àquele descrito por BUTTER (1977). Na representação resultante (Fig. 107), os painéis de dipólos do Modelo A3, distribuídos sobre as superfícies das asas (Seção 3.1, Fig. 23) foram estendidos internamente à fuselagem, até o plano de simetria XZ, a partir da junção entre as superfícies da asa e da fuselagem. Essa extensão manteria uma continuidade geométrica com a parte externa da asa, formando uma “seção fictícia” interna, subdividida num certo número de colunas de painéis. No bordo de fuga de cada coluna interna, a condição de Kutta seria imposta normalmente. Os elementos principais desse modelo são apresentados na Fig. 107 (metade com relação ao plano XZ).

A esteira da seção externa da asa também foi estendida internamente, sendo emitida através da superfície externa da fuselagem traseira. Nenhuma hipótese especial foi adotada para tratar a interseção dessa esteira interna com os painéis da superfície (Fig. 107). No entanto, alguns testes preliminares indicaram que a distribuição de circulação sobre a seção fictícia interna manteria uma continuidade com a parte externa, sem causar gradientes transversais abruptos, que fariam a esteira interna interferir erráticamente com os resultados na superfície. Esse comportamento não tornaria o modelo muito diferente daquele proposto por RUBBERT & SAARIS (1975), que pressupunha arbitrariamente que a circulação manteria-se constante através da fuselagem e que, no entanto, produziu resultados adequados para o teste

realizado por BRISTOW & GROSE (1978), com um conjunto asa-fuselagem simples.

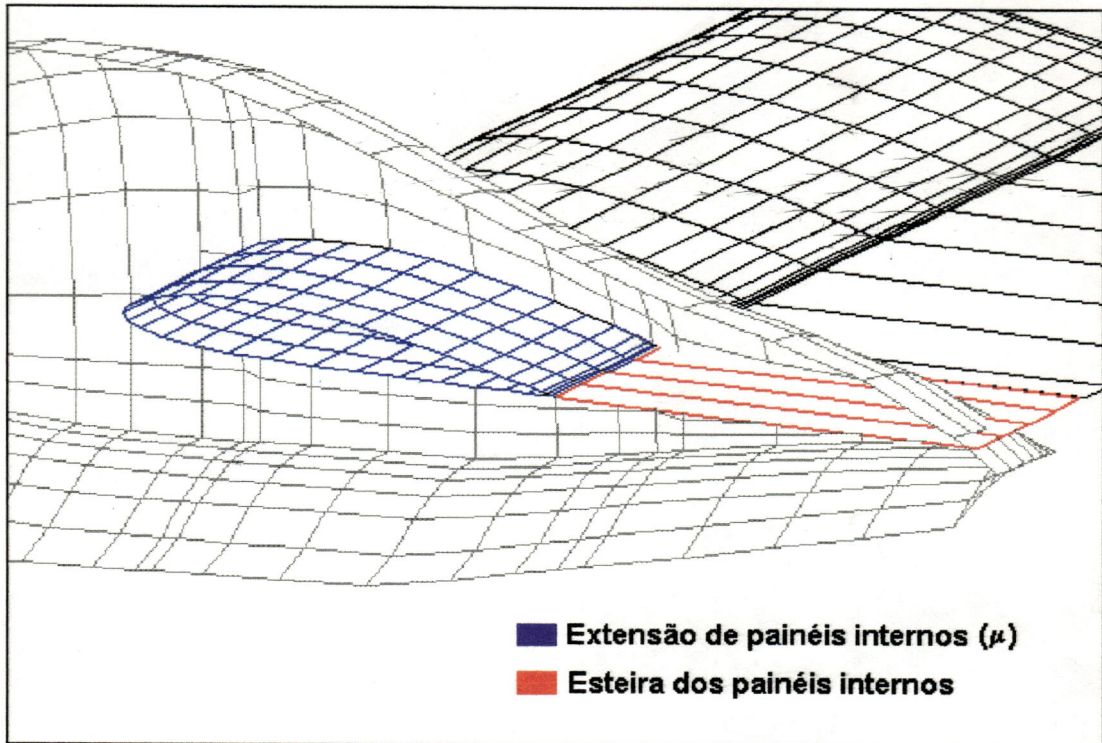


FIGURA 107 - Extensão interna do sistema de painéis de dipólos e esteiras, a partir da junção asa-fuselagem. Vista interna (metade com relação ao plano XZ).

Resultados. Valores foram obtidos para os coeficientes C_L e C_M (com relação à origem do sistema de coordenadas). Os valores são apresentados nas Fig. 108 e 109, para os ângulos de ataque $\alpha = \{-2.0, 0.0, 2.0\}$ e $M = 0$. Para o cálculo dos coeficientes, utilizou-se como área de referência a somatória das áreas em planta de ambas as asas da aeronave original, totalizando $S_{ref} = 14.82 \text{ m}^2$. Como comprimento de referência para C_M , adotou-se a corda constante na envergadura e idêntica para as duas asas, ou seja, $C_{ref} = 1.01 \text{ m}$.

Observa-se que, tal como na comparação entre as fuselagens, adotou-se os mesmos valores de S_{ref} e C_{ref} para ambas as versões da aeronave, uma vez que uma comparação em termos absolutos era desejada. Assim, assumindo-se uma referência única, haveria a certeza de que as diferenças em coeficientes que fossem observadas

entre as duas versões estariam sendo causadas por variações de pressão e/ou de área superficial, e não de referência.

As Fig. 110 e 111 apresentam as distribuições de sustentação obtidas ao longo das semi-envergaduras (direção Y) das asas das duas aeronaves, na forma da razão adimensional $[c_l(y)c(y)]/[C_L CMA]$. Os valores dos coeficientes de sustentação local $c_l(y)$ foram obtidos com base nas intensidades locais de circulação $\Gamma(y)$, para $\alpha = 2^\circ$, utilizando-se a relação apresentada por SCHLICHTING & TRUCKENBRODT (1979):

$$c_l(y)c(y) = \frac{2\Gamma(y)}{U_\infty} \quad (52)$$

Embora estritamente válida apenas para superfícies sustentadoras isoladas, em condições linearizáveis, considerou-se que os baixos ângulos de ataque e o tipo de geometria analisada suportassem essa hipótese, sugerida pelo comportamento linear das forças de sustentação (Fig. 108). Observa-se também que a corda local é invariante ao longo da envergadura, para as duas asas, ou seja, $c(y) = CMA = 1.01$ m.

As Fig. 112 e 113 apresentam valores de C_p obtidos na região superior das fuselagens, para a coluna de painéis imediatamente adjacente ao plano de simetria XZ. Comparações são feitas com os valores obtidos para as fuselagens isoladas, para os mesmos painéis correspondentes. Como referências, os perfis laterais das fuselagens foram plotados simultaneamente, assim como as seções das asas mais próximas ao plano XZ.

As Fig. 114 e 115 apresentam, na forma de mapas de cores, as distribuições de C_p obtidas sobre as configurações asa-fuselagem, para as aeronaves original e modificada. Como feito anteriormente, linhas de corrente superficiais também são ilustradas, fornecendo um panorama geral do comportamento do escoamento em cada caso.

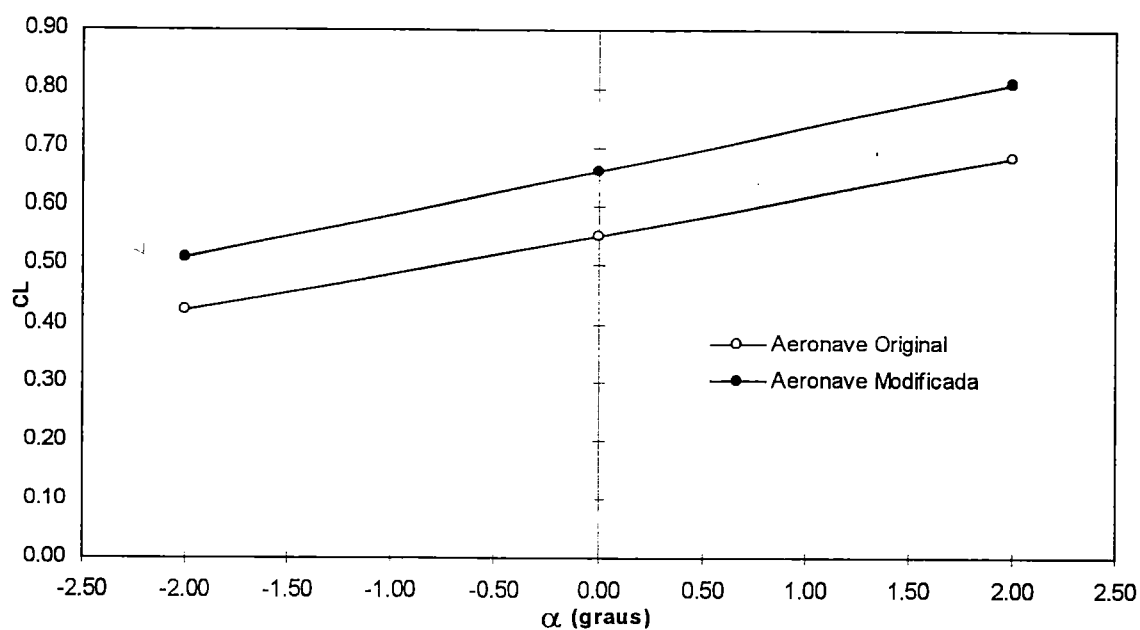


FIGURA 108 - Curvas C_L x α , configurações asa-fuselagem original e modificada.

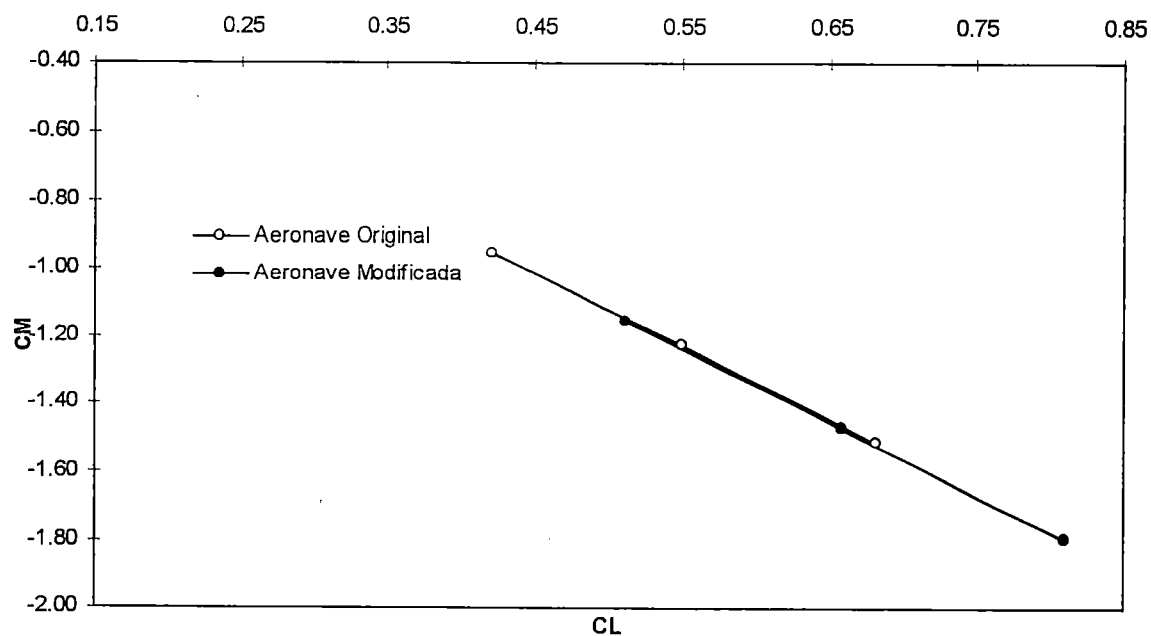


FIGURA 109 - Curvas C_M x C_L , configurações asa-fuselagem original e modificada (momento com relação à origem do sistema de coordenadas).

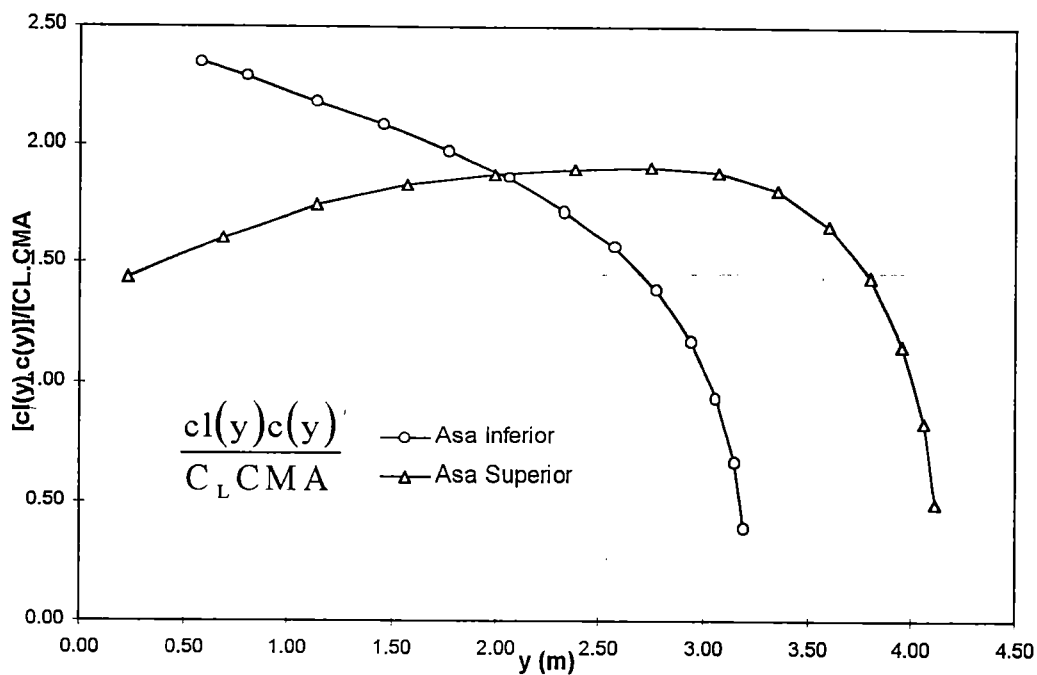


FIGURA 110 - Distribuições adimensionais de sustentação, asas da aeronave original.

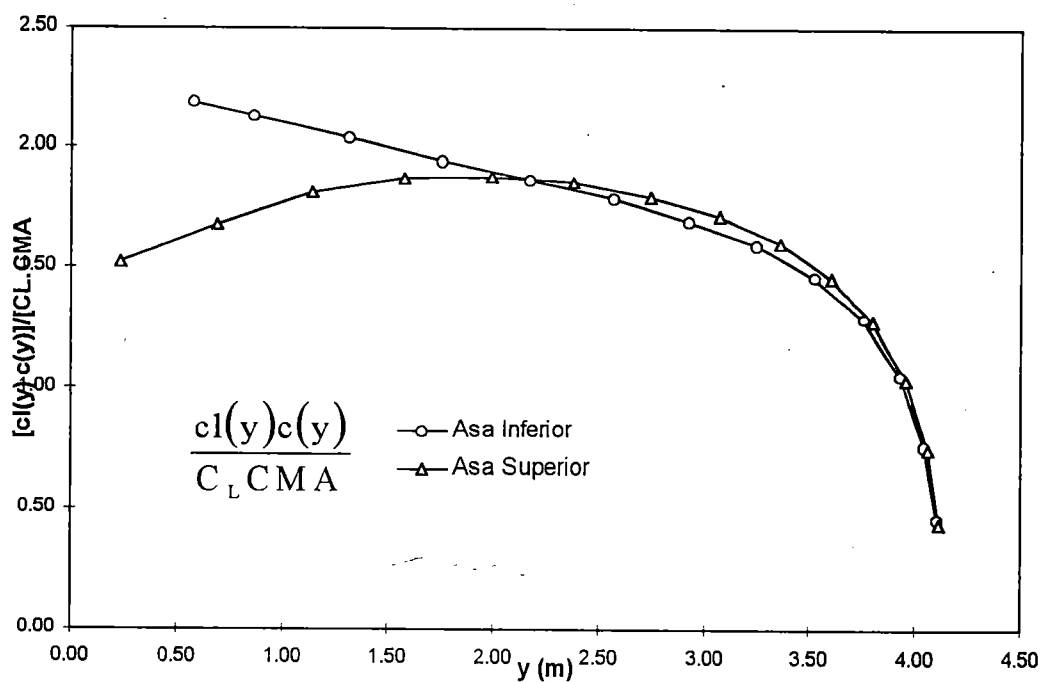


FIGURA 111 - Distribuições adimensionais de sustentação, asas da aeronave modificada.

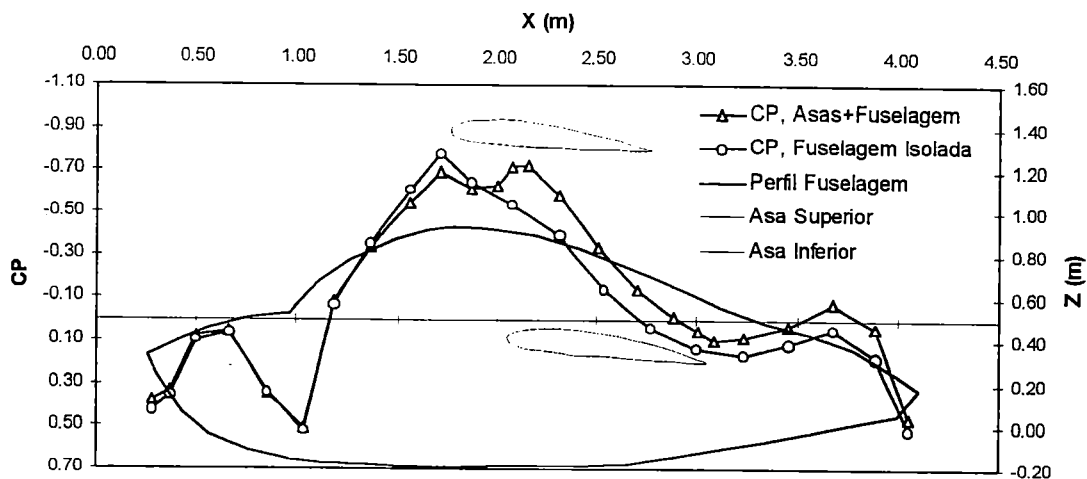


FIGURA 112 - Distribuições de C_p na parte superior da fuselagem da aeronave original, isolada e na presença das asas (valores para os painéis adjacentes a XZ).

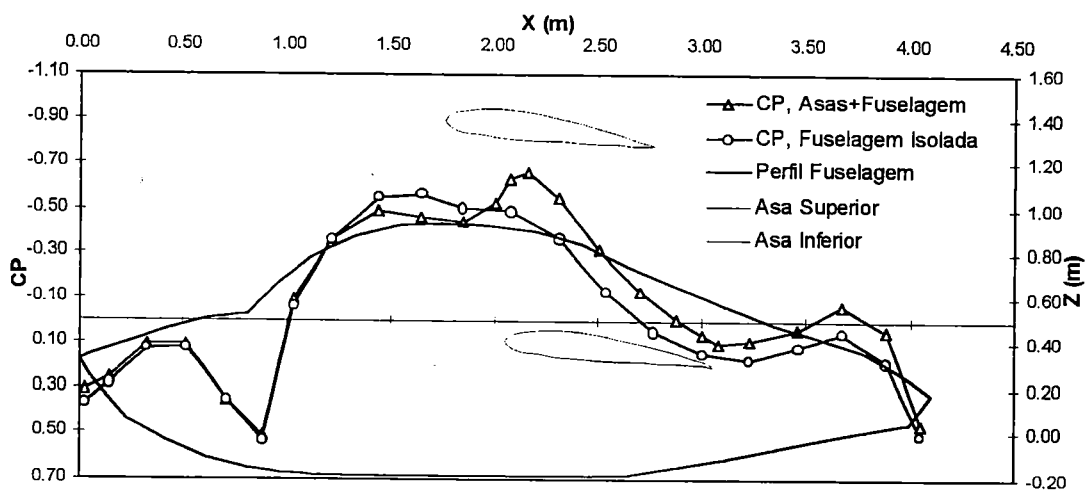


FIGURA 113 - Distribuições de C_p na parte superior da fuselagem da aeronave modificada, isolada e na presença das asas (valores para os painéis adjacentes a XZ).

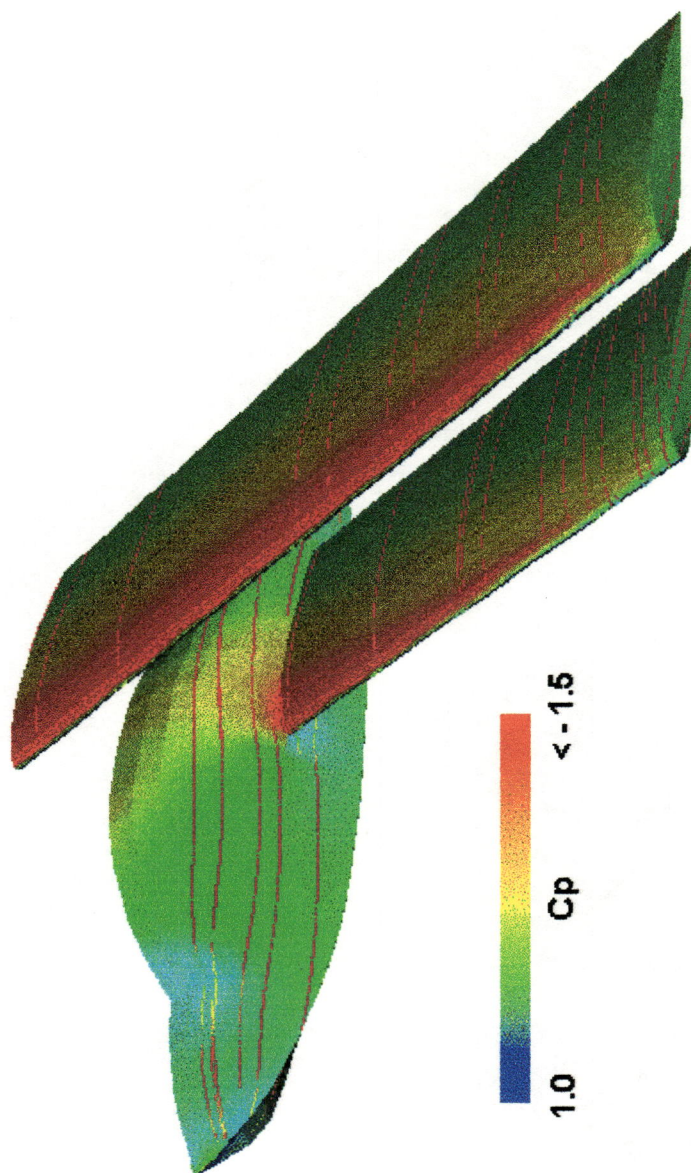


FIGURA 114 - Mapa de cores para a distribuição de C_p sobre o conjunto asa-fuselagem da aeronave original, com linhas de corrente superficiais estimadas (metade com relação ao plano XZ).

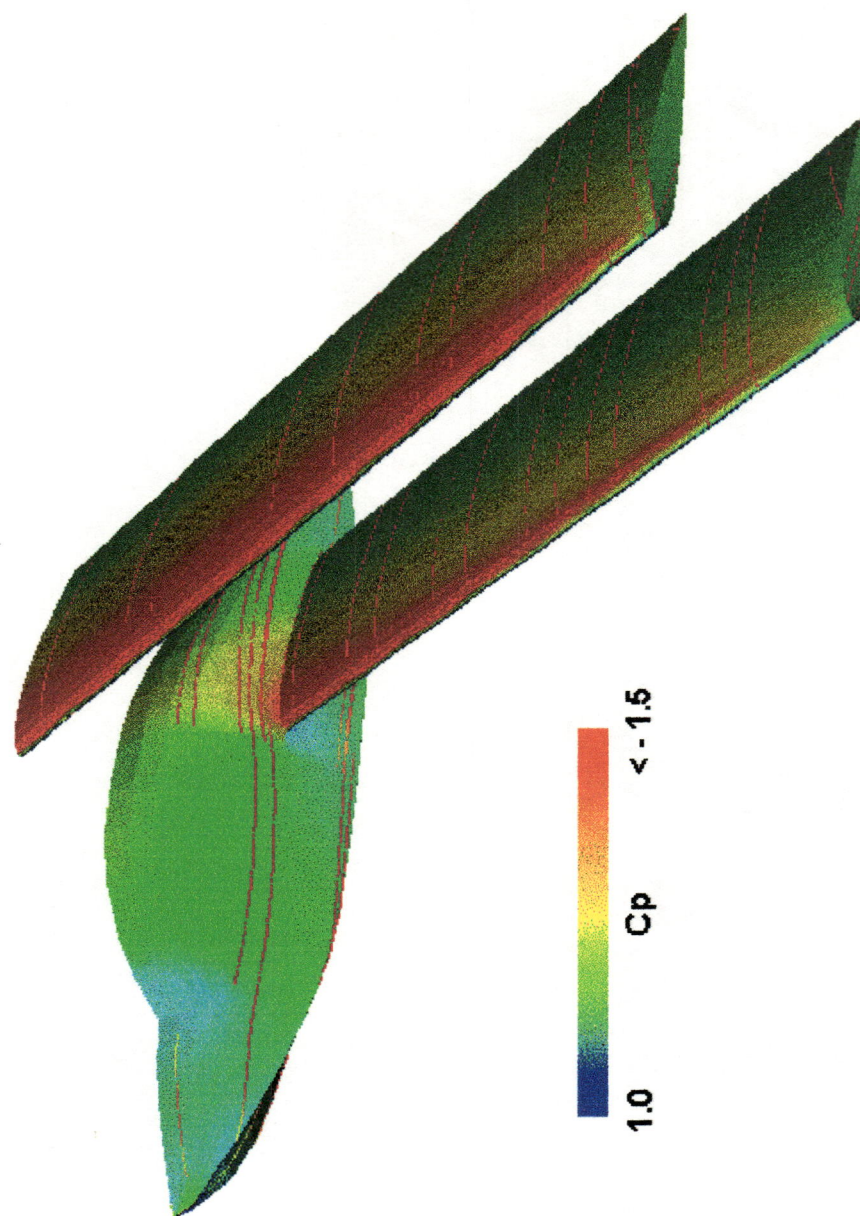


FIGURA 115 - Mapa de cores para a distribuição de C_p sobre o conjunto asa-fuselagem da aeronave modificada, com linhas de corrente superficiais estimadas (metade com relação ao plano XZ).

Discussão dos Resultados. Na Fig. 108, observa-se que maiores valores absolutos de C_L foram obtidos para a aeronave modificada. Tal resultado era esperado, uma vez que esta versão apresenta uma área alar cerca de 12% maior que a original. No entanto, nota-se que as declividades das curvas $C_L \times \alpha$ são muito semelhantes, indicando pequena variação em $dC_L/d\alpha$ entre as duas versões.

A Fig. 109 demonstra claramente que as declividades das curvas $C_M \times C_L$ são praticamente idênticas para as duas aeronaves, indicando que a derivada dC_M/dC_L é a mesma para os dois casos. Assim, com base na Eq. 51, é possível afirmar que *a posição do centro aerodinâmico não se modificou entre as duas versões da aeronave*, apesar do aumento de comprimento da fuselagem dianteira. Obviamente, a afirmação de invariância do centro aerodinâmico pode ser feita apenas para as configurações asa-fuselagem estudadas aqui, uma vez que a geometria real é muito mais complexa, com outros componentes envolvidos. No entanto, acredita-se que os resultados obtidos eliminam a possibilidade de perda de margem estática devido às modificações da fuselagem.

Na Fig. 110 observa-se que, dado um certo valor de C_L , a asa inferior da aeronave original alcança valores de sustentação bem maiores que a asa superior, nas regiões próximas à raiz da asa (menores valores de Y). Além disso, observa-se que os maiores valores de $c_l(y)$ da asa superior concentram-se numa região ao redor de $Y = 2.75$ m.

Concluiu-se que, se as relações entre as duas asas mantivessem aproximadamente essa forma para ângulos de ataque elevados (conforme sugerido por ABBOTT & VON DOENHOFF, 1959), a asa inferior provavelmente alcançaria seu limite máximo (c_{lmax}) antes da superior, sofrendo separação de camada limite. Para valores de α ainda maiores, o processo ocorreria também para a asa superior, ao redor da posição $Y = 2.75$ m, ou seja, exatamente sobre os ailerons da aeronave (vide Fig. 92). Dessa forma, a aeronave provavelmente apresentaria problemas de controle de rolamento durante a manobra de estol.

Estas estimativas, embora baseadas em algumas hipóteses não verificáveis, fornecem uma explicação lógica que coincide com o comportamento real da aeronave, observado em vôos de teste. Nas estimativas anteriores de MARTINS (1995), estas tendências gerais também foram previstas, com um método de malhas

de vórtice. No entanto, observou-se que menores valores de $c_l(y)$ foram estimados para a região da raiz da asa inferior, uma vez que o método usado não levava em conta os efeitos de deslocamento causados pela fuselagem (“efeito 2α ”, HOERNER, 1975). Este fato exemplifica a maior capacidade inerente dos métodos de painéis neste caso.

Na Fig. 111, é possível observar os efeitos causados pelas modificações sobre as distribuições de sustentação da nova versão da aeronave. Em primeiro lugar, a equalização entre as incidências das asas diminuiu os valores máximos de $c_l(y)$, junto à raiz da asa inferior. Em seguida, observa-se que a nova envergadura da asa inferior deve reposicionar e diminuir o vórtice de sua ponta. A influência diminuída alivia a distribuição da asa superior, que passa a apresentar maiores valores de $c_l(y)$ ao redor de $Y = 2.0$ m. Recentes ensaios em vôo com a nova versão da aeronave indicam que o comportamento em estol melhorou significativamente com as modificações.

As Fig. 112 e 113 denotam alguns dos efeitos causados pela presença das asas sobre a fuselagem. Observa-se que, para as duas versões da aeronave, os valores de C_p indicam uma diminuição repentina das pressões na região superior da aeronave. Estas variações devem ser causadas em parte pela circulação das asas, em parte pelo efeito “venturi” causado pela configuração biplano. Por outro lado, as variações repentinas de pressão correspondem a repetidos gradientes acentuados, que poderiam prejudicar o desenvolvimento da camada limite.

Finalmente, as Fig. 114 e 115 sugerem que a visualização de pressões por cores, sob a escala de valores escolhida, não permite verificar grandes diferenças entre as duas versões da aeronave (tais como, por exemplo, as variações indicadas nas Fig. 112 e 113). A configuração geral das distribuições nos dois casos é muito parecida, sendo fisicamente concisa com alguns comportamentos esperados, tais como as maiores pressões na região de estagnação da proa e do para brisa, e a transmissão de pressões da asa para a superfície da fuselagem, na região da junção. As linhas de corrente estimadas aparentemente representam o escoamento geral, incluindo as direções ao redor da junção asa-fuselagem.

5.4 Considerações Finais sobre o Estudo de Aplicação

A aplicação do método de painéis implementado neste trabalho indicou que resultados fisicamente concisos podem ser obtidos, numa situação de aplicação a um problema prático. Embora não houvessem dados quantitativos disponíveis para comparação, verificou-se que o método indicou a mesmas tendências previstas em estimativas anteriores (MARTINS, 1995). Além disso, verificou-se que sua capacidade de representação tridimensional nitidamente superou os métodos utilizados anteriormente em vários pontos.

A elaboração de um modelo adequado para a fuselagem da aeronave (Seção 5.1) foi um exemplo ilustrativo da complementação mútua que pode ser utilizada ao associar-se métodos experimentais e teóricos. Conforme revisado em vários exemplos, na Seção 2.6, esse tipo de técnica combinada é bastante utilizada com métodos de painéis, em aplicações industriais e em pesquisa.

Finalmente, é importante destacar novamente que o estudo apresentado apenas representa um primeiro passo para uma possível extensão da avaliação das modificações da aeronave. Vários problemas foram considerados fora do escopo deste trabalho, tais como a complexidade da aeronave completa e até mesmo avaliações de arrasto induzido. No entanto, os resultados obtidos foram considerados uma base sólida para desenvolvimentos futuros.

6 CONCLUSÃO

Acredita-se que a realização deste trabalho cumpriu os principais objetivos inicialmente estabelecidos (Capítulo 1), dentro do escopo adequado a um trabalho de Mestrado.

Os vários pontos do estudo realizado demonstraram que a proposta básica do trabalho era viável, ou seja, foi possível reunir uma revisão bibliográfica, um estudo de implementação e um estudo de aplicação prática, num único trabalho sobre métodos de painéis. Observou-se que esta abordagem permitiu uma visão unificada do assunto, uma vez que foi possível identificar e analisar as diversas interações que se estabeleceram, naturalmente, entre as diferentes etapas da pesquisa.

Para facilitar a visualização geral resultados obtidos, considerou-se adequado colocar observações em separado para as principais etapas deste trabalho.

Revisão Bibliográfica (Cap. 2). No tocante à revisão, a verificação mais evidente foi a grande extensão do assunto estudado. Embora todos os trabalhos encontrados na área tenham sido incluídos e analisados, verificou-se a existência de muitos outros títulos, aos quais não se teve acesso por diferentes motivos. De qualquer maneira, tornou-se evidente que a abordagem detalhada de todos esses trabalhos seria um esforço impossível e desnecessário para o presente escopo. No entanto, a grande extensão do assunto é um reflexo direto da importância dos métodos de painéis e de sua utilização ao longo das últimas três décadas.

O estudo do desenvolvimento histórico dos métodos de painéis indicou que, na maioria das situações, os principais fatores determinantes do sucesso de um certo método são sua flexibilidade e sua confiabilidade para utilizações práticas, cuja importância muitas vezes supera as possíveis vantagens teóricas inerentes a uma ou outra abordagem. Um exemplo deste fato foi o recente retorno às formulações de ordem reduzida (Seção 2.4.3), cujo custo computacional mais baixo e maior praticidade têm sido favorecidos, em lugar de formulações mais complexas.

A realização da revisão bibliográfica também trouxe um benefício indireto, o qual não havia sido previsto completamente de início: a localização das hipóteses dos

métodos de painéis dentro da Mecânica dos Fluidos como um todo exigiu que fossem realizados estudos sobre aspectos mais profundos dessa ciência. Por exemplo, a avaliação da capacidade desses métodos para analisar corpos genéricos (Seção 2.5.6) exigiu, antes de mais nada, um maior entendimento do tipo de escoamento real que poderia estar envolvido nesses casos. Acredita-se que esta maior abrangência tenha se tornado uma contribuição importante deste trabalho.

Implementação e Validação de um Método de Painéis (Cap. 3 e 4). O sucesso da implementação do método de painéis foi atribuído, principalmente, à visão possibilitada com a revisão bibliográfica. Dessa forma, as características do método puderam ser escolhidas não devido à limitação de opções conhecidas, mas sim tendo-se em mente muitas outras alternativas que seriam possíveis. Essa visão também possibilitou uma melhor análise dos resultados usados para validar o método, confirmando diversas tendências observadas pelos vários autores.

Dentre as formas de modelagem que foram implementadas, foi possível identificar certas vantagens e desvantagens relativas, fossem elas reais ou em potencial. A inadequação prática do Modelo B, com dipólos sob condição de Neumann (Capítulo 3), foi comprovada mesmo para escoamentos com circulação nula (Seções 4.2 e 4.4.1). Assim, concluiu-se que sua utilização em aplicações reais torna-se pouco recomendável, principalmente em face da robustez numérica apresentada pelo Modelo A, de fontes superficiais. Acredita-se que esta comparação de modelos contribuiu para responder algumas das questões, levantadas na revisão bibliográfica, a respeito dos méritos relativos dos dois modelos.

Com respeito aos “sub-modelos” para escoamentos com circulação do Modelo A (A1, A2 e A3, Capítulo 3), foram concluídos vários pontos interessantes, que, acredita-se, contribuem para a pesquisa na área. Em primeiro lugar, verificou-se que a potencialmente maior flexibilidade numérica do Modelo A1, com painéis internos de dipólos sob condição de Neumann, não representou vantagem significativa sobre os Modelos A2 e A3, com distribuição de intensidades μ pré fixada, pelo menos para os casos de teste realizados. Essa vantagem em potencial não se manifestou mesmo para um caso de escoamento fortemente tridimensional, a asa e duplo-delta (Seção 4.3.3). Outra contribuição interessante foi a realização de testes

com o Modelo A3 (HESS, 1975), em comparação àqueles com dipólos internos A1 e A2, dentro de uma seqüência padronizada de ensaios (SYSTMA et al, 1978). Estes testes demonstraram, por exemplo, a maior robustez do Modelo A3 para superfícies sustentadoras com aerofólios de espessura reduzida.

Aplicação do Método de Painéis Implementado (Cap. 5). A aplicação do método implementado num estudo de caso, em aeronáutica, ilustrou as capacidades gerais dos métodos de painéis em situações práticas. Embora o estudo apresentado nunca pudesse ter pretensões de ser completo ou definitivo, com relação ao problema em análise, observa-se que o mesmo possui vários dos elementos típicos encontrados em exemplos apresentados por outros autores. Entre estes pontos comuns, é possível citar a utilização conjunta de métodos de painéis e resultados experimentais (Seção 6.1), além da capacidade de comparação entre duas propostas em termos relativos, mesmo que os valores absolutos não fossem exatos (Seções 6.2 e 6.3).

Estes elementos similares não foram introduzidos de maneira premeditada, uma vez que ocorreram naturalmente ao longo do processo. Dessa forma, guardando-se as devidas proporções de abrangência e complexidade, acredita-se que o estudo apresentado teria todos os elementos necessários para figurar entre os exemplos de aplicação apresentados por outros autores, tais como aqueles revisados na Seção 2.6.

Com base em algumas deficiências e possibilidades verificadas no presente trabalho, foram propostas algumas alternativas e sugestões para trabalhos futuros. Estas podem ser colocadas nos seguintes tópicos:

- (a) Implementação de um método com outra(s) formulação(ões), que poderia ser validado usando-se os mesmos testes apresentados no Capítulo 4. Talvez uma opção lógica seria um método utilizando painéis de dipólos sob condição de Dirichlet (Seção 2.5.1.2), que é uma formulação que tem encontrado grande aceitação recentemente. Tendo em vista as várias divergências existentes, entre alguns autores, quanto às vantagens relativas entre essa formulação e aquelas utilizadas neste trabalho (fontes/Neumann e dipólos/Neumann), tal estudo formaria uma interessante comparação.

(b) Adoção de técnicas para aumentar a capacidade básica do método implementado, tais como correções para camada limite (Seção 2.5.9), determinação da forma de esteiras de vorticidade, através de métodos de relaxamento iterativo (Seção 2.5.5) e conversão do método básico para tratar escoamentos não estacionários. Observou-se a implementação dessas técnicas seria relativamente pouco trabalhosa, e que as mesmas poderiam ter utilização imediata, por exemplo, em estudos de aplicação, tais como aquele apresentado no Capítulo 5.

Extensão do estudo de aplicação, sobre as modificações de uma aeronave leve, de capacidade anfíbia. (Capítulo 5). Essa ampliação das análises poderia incluir, por exemplo, uma modelagem mais adequada para representar o escoamento ao redor da fuselagem da aeronave, assim como avaliações mais profundas, tais como a das variações esperadas para o arrasto induzido.

Para finalizar a apresentação deste trabalho, conclui-se que sua realização permitiu avaliar intimamente os fundamentos dos métodos de painéis, seu desenvolvimento histórico, suas variações e suas capacidades gerais. Todos esses aspectos forneceram indicações para explicar o sucesso obtido com a utilização destes métodos em uma grande diversidade de aplicações, para diversos tipos de problemas aerodinâmicos.

7 Referências Bibliográficas

ABBOTT, I.H.; VON DOENHOFF, A.E. (1959). *Theory of wing sections*. New York, Dover.

AERODYNAMIQUE EIFFEL (1988). *S.M.A.N.: Mesures des efforts aerodynamiques sur la coque de l'hydroplum*. Paris, n. Ae-88-108.

AHMED, S. R. (1987) Numerical methods for computation of flow around road vehicles. In: HUCHO, W. H. *Aerodynamics of road vehicles: from fluid mechanics to vehicle engineering*. London, Butterworths. Cap. 13, p.480-557.

ALMOSNINO, D. (1985). High angle-of-attack calculations of the subsonic vortex flow on slender bodies. *AIAA Journal*, v.23, n.8, p.1150-1156.

ALMOSNINO, D.; ROM, J. (1983). Calculation of symmetric vortex separation affecting subsonic bodies at high incidence. *AIAA Journal*, v.21, n.3, p.398-406.

ANALYTICAL METHODS INC. (1997). AMI Home Page. <http://www.am-inc.com>. (15 Jul.)

ANDERSON, J. D. (1985). *Fundamentals of aerodynamics*. New York, McGraw-Hill.

ASFAR, K. R.; MOOK, D. T.; NAYFEH, A.H. (1979). Application of the vortex-lattice technique to arbitrary bodies. *Journal of Aircraft*, v.16, n.7, p. 421-424.

BLOY, A.W.; JOUMA'A, M. (1993). Trailing vortex effects on large receiver aircraft. *Journal of Aircraft*, v.32, n.6, p. 1198-1216, Nov.-Dec..

BRISTOW, D. R.; GROSE, G. G. (1978). *Modification of the Douglas Neumann program to improve the efficiency of predicting component interference and high-lift characteristics*. NASA Contractor Report 3020, Aug.

BROWNE, L.; KATZ, J. (1990). *Application of panel methods to wind tunnel wall interference corrections*. AIAA Paper 90-0007.

BURKETT, C. W. (1990). *Analysis of crescent wings using a subsonic panel method*. In: 17TH CONGRESS OF THE INTERNATIONAL COUNCIL OF AERONAUTICAL SCIENCES - ICAS 90.

BUTTER, D. J. (1977). *Improvements to the basic MBB panel method*. Manchester, Hawker Siddeley Aviation Ltd., Report HSA-MAE-R-FDM-0006.

CEBECI, T.; SEDLOCK, D.; CHANG, K.; CLARK, R. W. (1989). Analysis of wings with flow separation. *Journal of Aircraft*, v.26, n.3, p. 214-220, Mar.

CHANDRASEKHARAN, R. M.; MURPHY, W. R.; TAVERNA, F. P.; BOPPE, C. W. (1985). Computational aerodynamic design of the Gulfstream IV wing. *Journal of Aircraft*, v.22, n.9, p. 797-801, Sep.

CHEN, A.W.; TINOCO, E. N. (1984). PAN AIR applications to aero-propulsion integration. *Journal of Aircraft*, v.21, n.3, p.161-167, Mar.

COUSTEIX, J. (1990). Calculation methods of three-dimensional boundary layers. In: MURTHY, T. K. S.; BREBBIA, C. A., ed. *Computational methods in viscous aerodynamics*. Amsterdam. Elsevier. Cap. 2, p. 43-76.

DÉLERY, J. M. (1992). Physics of vortical flows. *Journal of Aircraft*, v.29, n.5, p.856-875, Sept.-Oct..

DODBELE, S. S.; VAN DAM, C. P.; VIJGEN, P. M.; HOLMES, B. J. (1987) Shaping of airplane fuselages for minimum drag. *Journal of Aircraft*, v.24, n.5, p.298-304, May.

DRELA, M. (1990). Elements of airfoil design methodology. In: HENNE, P.A., ed. *Applied computational aerodynamics*. Washington, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc. Cap.6, p.167-190. (Progress in Astronautics and Aeronautics).

DULKRAVITCH, G.S. (1992). Aerodynamic shape design and optimization: status and trends. *Journal of Aircraft*, v.29, n.6, p.1029-1026, Nov.-Dec.

DURAND, W.F., ed. (1934). *Aerodynamic theory*. USA, Stanford University.

GAYDON, J. H.; FIDDES, S. P. (1994) *A hybrid panel/image method for calculating wall constraint effects in subsonic wind tunnels*. In: 19TH CONGRESS OF THE INTERNATIONAL COUNCIL OF AERONAUTICAL SCIENCES - ICAS 94.

GIESING, J. P. (1968). *Lifting surface theory for wing-fuselage combinations*. McDonnell Douglas Aircraft Co. Inc., Report DAC-67212, v.1.

GREFF, E. (1990) *Aerodynamic design for a new regional aircraft*. In: 17TH CONGRESS OF THE INTERNATIONAL COUNCIL OF AERONAUTICAL SCIENCES - ICAS 90.

GRUNDMANN, R. (1990). Introduction to three dimensional boundary layers. In: MURTHY, T. K. S.; BREBBIA, C. A., ed. *Computational methods in viscous aerodynamics*. Amsterdam, Elsevier. Cap. 1, p. 01-42.

HASHIMOTO, M.; ISHIKAWA, M.; HIROSE, N.; OHNUKI, T. (1990) A computational and experimental analysis of joined-wing aerodynamics. In: 17TH

CONGRESS OF THE INTERNATIONAL COUNCIL OF AERONAUTICAL SCIENCES - ICAS 90.

HENDERSON, W. P.; HOLMES, B. J. (1989). *Induced drag: historical perspective*. SAE Paper 892341.

HESS, J. L.; SMITH, A.M.O. (1964). Calculation of the non-lifting potential flow about arbitrary three-dimensional bodies. *Journal of Ship Research*, v.8, n.2, p.22-44.

HESS, J. L. (1975). Review of integral-equation techniques for solving potential-flow problems with emphasis on the surface-source method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, n.5, p.145-196.

HESS, J. L. (1985). Review of the historical development of surface source methods. In: MORINO, L., ed. *Computational methods in potential aerodynamics*. Berlin, Springer-Verlag, 1985. Cap.2, p.21-37. (Computational Mechanics Publications).

HESS, J. L. (1990). Linear potential schemes. In: HENNE, P.A., ed. *Applied computational aerodynamics*. Washington, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc. Cap. 2, p. 21-37. (Progress in Astronautics and Aeronautics).

HOERNER, S.F. (1975). *Fluid Dynamic Drag*. USA, Hoerner Fluid Dynamics.

HOLST, T. L.; FLORES, J.; KAYNAK, U.; CHADERJIAN, N. M. (1990). Navier-stokes computations about complex configurations, including a complete F-16 aircraft. In: HENNE, P.A., ed. *Applied computational aerodynamics*. Washington, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc. Cap.21, p.777-816. (Progress in Astronautics and Aeronautics).

HUNT, B. (1978). *The panel method for subsonic aerodynamic flows: a survey of mathematical formulations and numerical models and an outline of the new British*

Aerospace scheme. Belgium. Von Kármán Institute for Fluid Dynamics. (Lecture Series 1978-4).

JAMESON, A. (1983). The evolution of computational methods in aerodynamics. *ASME Journal of Fluids Engineering*. v.50, p. 1052-1070, Dec.

JOBÉ, C. E. (1985). Prediction and verification of aerodynamic drag. In: COVERT, E.E., ed. *Applied computational aerodynamics*. Washington, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc. Cap.3-4, p. 121-206. (Progress in Astronautics and Aeronautics).

JOHNSON, F. T. (1980) *A general panel method for the analysis and design of arbitrary configurations in incompressible flows*. NASA Contractor Report 3079, May.

JOHNSON, F. T.; RUBBERT, P. E. (1975). *Advanced panel-type influence coefficient methods applied to subsonic flows*. AIAA Paper n.75-050.

KARAMCHETI, K. (1966). *Principles of ideal-fluid aerodynamics*. New York, John Wiley & Sons.

KATZ, J. (1989). Aerodynamics of high-lift, low-aspect-ratio unswept wings. *Journal of Aircraft*, v.27, n.8, p.1123-1124, Aug.

KATZ, J.; DYKSTRA, L. (1992). *Effect of wing-body interaction on the aerodynamics of two generic racing cars*. SAE Paper n. 920349.

KATZ, J; MASKEW, B. (1988) Unsteady low-speed aerodynamic model for complete aircraft configurations. *Journal of Aircraft*, v.25, n.4, p.302-310, Apr.

KATZ, J; PLOTKIN, A. (1991). *Low speed aerodynamics: from wing theory to panel methods*. New York, McGraw Hill.

- KELLOG, O. D. (1929). *Foundations of potential theory*. New York, Ungar.
- KRASNY, R. (1987). Computation of vortex sheet roll-up in the Trefftz plane. *Journal of Fluid Mechanics*, v.184, p.123-155.
- KRAUS, W. (1978). Panel methods in aerodynamics. In: WIRZ, H.J., ed. *Numerical methods in fluid dynamics*. Cap.1, p.237-297. New York, McGraw Hill.
- KROO, I.; SMITH, S. (1990) *The computation of induced drag with nonplanar and deformed wakes*. SAE Paper n. 901933.
- LAMARRE, F.; PARASCHIVOIU, I. (1992). Efficient panel method for vortex sheet roll-up. *Journal of Aircraft*, v.29, n.1, p.28-33, Jan.-Feb.
- LAN, E. (1988) Applied airfoil and wing theory. China, Cheng Chung. Cap. 7, p.260-412.
- LANDAHL, M.T.; STARK, V.J.E. (1974). Numerical lifting surface theory: problems and progress. *AIAA Journal*, v.6, n.11, p.2049-2060, Nov.
- LANDAU, L.; LIFSHITZ, E. (1959). *Fluid Mechanics*. London, Pergamon Press. (Course of Theoretical Physics, 6).
- LEDNICER, D. (1988) *A VSAERO analysis of several canard configured aircraft*. SAE Paper n. 881485.
- LEDNICER, D.; TIDD, D.; BIRCH, N. (1994). *Analysis of a close coupled nacelle installation using a panel method (VSAERO) and a multigrid Euler method (MGAERO)*. In: 19TH CONGRESS OF THE INTERNATIONAL COUNCIL OF AERONAUTICAL SCIENCES - ICAS 94. *Anais*.

- LEDNICER, D. (1997) Computational fluid dynamics for sportplanes. *Sport Aviation*, v. 46, n. 4, p. 50-57, Apr.
- LETCHER, J. S. (1989). Convergence of a lift and drag predictions by a Morino panel method (VSAERO). *Journal of Aircraft*, v.27, n.8, p.1019-1020, Aug.
- MANGLER, K. W.; SMITH, J. H. B. (1970) Behaviour of the vortex sheet at the trailing edge of a lifting wing. *The Aeronautical Journal*, v. 74, p.906-908, Nov.
- MARTINS, A. L. (1993). *Otimização computacional de superfícies aerodinâmicas com um método de malha de vórtices*. Relatório (Estágio, EMBRAER). Laboratório de Aeronaves, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- MARTINS, A. L. (1995). *Estudo de modificações aerodinâmicas e estruturais da aeronave Petrel*. Relatório técnico. Ipeúna, EDRA do Brasil Ltda.
- MARTINS, A. L.; OLIVEIRA, M. C. F.; MINGHIM, R. (1997) *Visualização científica em mecânica dos fluidos*. Notas do ICMSC, n.34. Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos. Universidade de São Paulo. (Série Computação).
- MASKEW, B. (1982). Prediction of subsonic aerodynamic characteristics: a case for low-order panel methods. *Journal of Aircraft*, v.19, n.2, p.157-163.
- MORINO, L. (1985). Foundations of potential flows. In: MORINO, L., ed. *Computational methods in potential aerodynamics*. Cap.1, p.3-17. Berlin, Springer-Verlag. (Computational Mechanics Publications).
- MORINO, L.; KUO, C.C. (1974). Subsonic potential aerodynamics for complex configurations: a general theory. *AIAA Journal*, v.12, n.2, p.191-197.
- MORINO, L.; CHEN, L.T.; SUCIU, E.O. (1975). Steady and oscillatory aerodynamics around complex configurations. *AIAA Journal*, v.13, n.3, p. 368-374.

- MORTARA, K. W.; MAUGHMER, M. D. (1993). *A method for the prediction of induced drag for planar and non-planar wings*. AIAA Paper, n.93-3420-CP.—
- MRACEK, C. P.; KIM, J. M.; MOOK, D. T. (1992). Three dimensional potential flows by a vorticity-panel method. *Computers and Fluids*, v.21, n.1, p. 31-42.
- MUNK, M. M. (1929). *Fundamentals of fluid dynamics for aircraft designers*. New York, Ronald Press.
- MUNK, M. M. (1934a). Ellipsoids of revolution. In: DURAND, W. F, ed. *Aerodynamic Theory*. USA, Stanford University. Part. 2, Cap. 7.
- MUNK, M. M. (1934b). Ellipsoids with three unequal axes. In: DURAND, W. F, ed. *Aerodynamic Theory*. USA, Stanford University. Part. 2, Cap. 8.
- PFEIFFER, N. J. (1990) Computational aerodynamics applied to general aviation/business aircraft. In: HENNE, P.A., ed. *Applied computational aerodynamics*. Washington, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc. Cap. 16, p. 617-635. (Progress in Astronautics and Aeronautics).
- RIBEIRO, R. S. (1992). *Analysis of wing wake roll-up using a vortex-in-cell method*. Tese (Doutorado). USA, Stanford University.
- RIBEIRO, R. S.; RESENDE, O. C. (1993). *Computation of wake roll-up for complete aircraft configurations*. AIAA Paper, n. 93-3509.
- ROBERTS, A.; RUNDLE, K. (1972). *Computation of incompressible flows about bodies and thick wings using the spline mode system*. British Aerospace Corp., Report. No. Aero MA 19.

ROGGERO, F.; LARGUIER, R. (1990). Aerodynamic calculation of complex three-dimensional configurations. In: 18TH CONGRESS OF THE INTERNATIONAL COUNCIL OF AERONAUTICAL SCIENCES - ICAS 90. *Anais*. p.770-781.

RUBBERT, P. E.; SAARIS, G. R. (1969). A general three-dimensional potential flow method applied to V/STOL aerodynamics. *Society of Automotive Engineers Journal*, v.77, p. 44-51.

RUBBERT, P. E.; SAARIS, G. R. (1972). *Review and evaluation of a three-dimensional lifting potential flow computational method for arbitrary configurations*. AIAA Paper, n.72-188.

SARPKAYA, T. (1989). Computational methods with vortices: the 1988 Freeman scholar lecture. *ASME Journal of Fluids Engineering*. v.111, p. 5-52, Mar.

SCHLICHTING, H. (1979). *Boundary Layer Theory*. New York, McGraw Hill.

SCHLICHTING, H., TRUCKENBRODT, E. (1979). *Aerodynamics of the airplane*. New York, McGraw Hill.

SMITH, A.M.O. (1990). The panel method: its original development. In: HENNE, P.A., ed. *Applied computational aerodynamics*. Cap.1, p.3-20. Washington, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc. (Progress in Astronautics and Aeronautics).

SMITH, S. C.; KROO, I. M. (1993) Computation of induced drag for elliptical and crescent-shaped wings. *Journal of Aircraft*, v.30, n.4, p.446-452, Jul-Aug.

SPALL, R. E.; WIE, Y. (1993). Stability theory and transition prediction applied to a general aviation fuselage. *Journal of Aircraft*, v.30, n.2, p.161-167, Mar.-Apr.

SRIVASTAVA, A.; MOOK, D. T. (1994). Redundancy in the discrete-vortex method for closed bodies. *Journal of Aircraft*, v.31, n.6, p.1436-1437.

SYSTEMA, H.S.; HEWITT, B.L.; RUBBERT, P.E. (1978) *A comparison of panel methods for subsonic flow computation*. NATO AGARD-AG-241.

TINOCO, E. N. (1990). CFD applications to complex configurations: a survey. In: HENNE, P.A., ed. *Applied computational aerodynamics*. Washington, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc. Cap. 15, p. 559-615. (Progress in Astronautics and Aeronautics).

TINOCO, E. N.; RUBBERT, P. E. (1985). Panel methods: PAN AIR. In: MORINO, L., ed. *Computational methods in potential aerodynamics*. Cap. 3, p.39-92. Berlin, Springer-Verlag. (Computational Mechanics Publications).

TINOCO, E. N.; BALL, D. N.; RICE, F. A. (1987). PAN AIR analysis of a transport high-lift configuration. *Journal of Aircraft*, v.24, n.3, p.181-194, Mar.

THWAITES, B. (1960) *Incompressible aerodynamics: an account of the theory and observation of the steady flow of incompressible fluid past airfoils, wings and other bodies*. New York, Dover.

VAN DAM, C.P. (1987). Induced-drag characteristics of crescent-moon-shaped wings. *Journal of Aircraft*, v.24, n.2, p. 115-119, Feb.

VASSBERG, J. C. (1997). *A fast surface-panel method capable of solving million-element problems*. AIAA Paper, n. 97-0168.

VIJGEN, P. M.; VAN DAM, C. P.; HOLMES, B. J. (1989). Sheared wing tip aerodynamics: wind-tunnel and computational investigation. *Journal of Aircraft*, v.26, n.3, p.207-213, Mar.

WIE, Y.; HARRIS, J. E.; (1991) Numerical solution of the boundary-layer equations for a general aviation fuselage. *Journal of Aircraft*, v.28, n.12, p.861-868, Dec.

WOODWARD, F.A. (1968). Analysis and design of wing-body configurations at subsonic and supersonic speeds. *Journal of Aircraft*, v.5, n.6, pp.53-59, Nov-Dec.

WOODWARD, F.A. (1973). *An improved method for the aerodynamic analysis of wing-body-tail configurations in subsonic and supersonic flow. Part I - theory and application.* NASA CR-2228.

YOUNG, A. D. (1989) *Boundary layers.* Washington, American Institute of Aeronautics and Astronautics. (AIAA Education Series)