

Class.	
Out.	
Aut.	

CONTROLE OPERACIONAL OTIMIZADO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA USANDO A TEORIA DO REGULADOR QUADRÁTICO LINEAR

Robert Schiaveto de Souza

DEDALUS - Acervo - EESC



31100013599

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Hidráulica e Saneamento.



ORIENTADOR: Prof. Dr. Fazal Hussain Chaudhry

São Carlos
1998

Class.	TESE/EESC
Cutt.	5789
Tombo	T245/98

31100013599

st 0993933

**Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC-USP**

S729c

Souza, Robert Schiaveto de
Controle operacional otimizado de redes de
distribuição de água usando a teoria do
regulador quadrático linear / Robert Schiaveto
de Souza. -- São Carlos, 1998.

Tese (Doutorado) -- Escola de Engenharia de São
Carlos-Universidade de São Paulo, 1998.

Área: Hidráulica e Saneamento.

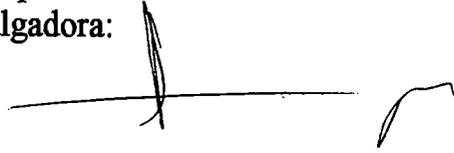
Orientador: Prof. Dr. Fazal Hussain Chaudhry.

1. Sistemas de distribuição de água.
2. Redes hidráulicas.
3. Transientes hidráulicos.
4. Controle automático.
5. Controle ótimo.
6. Regulador quadrático linear. I. Título.

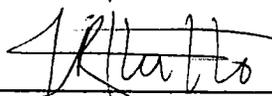
FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidato: Engenheiro **ROBERT SCHIAVETO DE SOUZA**

Tese defendida e aprovada em 21.08.1998
pela Comissão Julgadora:



Prof. Tit. **FAZAL HUSSAIN CHAUDHRY (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



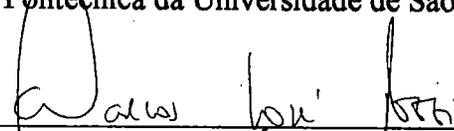
Prof. Assoc. **ANTONIO MAROZZI RIGHETTO**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



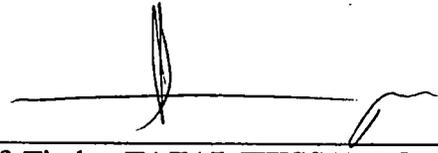
Prof. Dra. **LUISA FERNANDA RIBEIRO REIS**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)



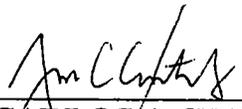
Prof. Tit. **EDMUNDO KOELLE**
(Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - EPUSP)



Prof. Adj. **MARCOS JOSÉ TOZZI**
(Universidade Federal do Paraná - UFPR)



Prof. Titular **FAZAL HUSSAIN CHAUDHRY**
Coordenador da Área de Hidráulica e Saneamento



JOSÉ CARLOS A CINTRA
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

AO CRIADOR

*" Ao Grande Projetista do Universo,
ao Engenheiro Maior, que nos deu a vida,
o amor e a necessária coragem para atingirmos os objetivos,
nossa eterna gratidão. "*

DEDICATÓRIA

*À minha querida esposa Kênia, e aos meus
filhos Karime e Kelvin, estimuladores supremos
na realização deste trabalho.*

AGRADECIMENTOS

À Deus, pela vida, pelo amor, pela fé e sabedoria.

À Universidade Federal de Mato Grosso do Sul pela licença concedida e pelo irrestrito apoio oferecido.

À Universidade de São Paulo pela oportunidade concedida.

Ao Prof. Dr. Fazal Hussain Chaudhry, orientador e amigo, pela competência, dedicação e compreensão dispensada durante o desenvolvimento deste trabalho.

À todos os professores, funcionários e alunos do Departamento de Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos - USP pela receptividade e atenção recebida.

À todos os professores e amigos do Departamento de Hidráulica e Transportes da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul que sempre nos estimularam com palavras de incentivo.

Aos nossos alunos do curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, a nossa grande motivação.

À CAPES - Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pela concessão de bolsa de estudos.

Aos meus pais que ensinaram o verdadeiro sentido da vida e sempre me apoiaram e incentivaram.

À minha esposa, que tanto amo e admiro, pelo incentivo, compreensão e amor.

À todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	i
LISTA DE TABELAS.....	xix
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xx
RESUMO.....	xxiv
<i>ABSTRACT</i>	xxv
I. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Escoamento Transiente em Sistemas de Distribuição de Água.....	1
1.2 Controle Ótimo em Redes de Distribuição de Água.....	2
1.3 Observações.....	4
1.4 Objetivos.....	5
1.5 Resumo dos Capítulos.....	6
II. PESQUISA BIBLIOGRÁFICA.....	7
2.1 Introdução.....	7
2.2 Análise de Redes em Regime Permanente.....	7
2.3 Análise de Redes em Regime Não Permanente.....	10
2.4 Controle Ótimo de Sistemas Hidráulicos.....	24
III. CONTROLE ÓTIMO.....	36
3.1 Introdução.....	36
3.2 Análise de Sistemas Lineares na Representação Espaço de Estado.....	41
3.3 Estabilidade, Controlabilidade e Observabilidade do Sistema.	46
3.3.1 Estabilidade.....	47
3.3.2 Controlabilidade.....	48
3.3.3 Observabilidade.....	48
3.4 Sistemas de Controle Ótimo.....	49
3.5 O Regulador Quadrático Linear.....	51
3.6 Distúrbios Externos e Controle Integral.....	57
3.7 Estimadores de Estado.....	62
3.7.1 Construção do Estimador de Estado.....	63
3.7.2 O Problema do Estimador Ótimo.....	68
3.8 Conclusões e Análise.....	70

IV. MODELO HIDRÁULICO.....	72
4.1 Introdução.....	72
4.2 Escoamento Transiente em Tubulações.....	72
4.3 Modelo da Coluna Rígida.....	75
4.3.1 Definição das Matrizes e Vetores.....	79
4.3.2 Contornos.....	80
4.3.3 Equações Básicas do Método de Incidência.....	81
4.3.4 Sistema de Equações.....	82
4.3.5 Variáveis de Estado e Equações de Estado.....	83
4.3.6 Modelo Linearizado.....	85
4.4 Modelo da Coluna Elástica.....	94
4.4.1 Equações Básicas do Método das Características.....	95
4.4.2 Equações Perturbadas.....	99
4.4.3 Condições de Contorno.....	101
4.4.4 Discretização Espacial.....	110
4.5 Considerações Finais.....	111
V. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	112
5.1 Introdução.....	112
5.2 Abordagem da Pesquisa.....	112
5.3 Programas Computacionais.....	113
5.4 Modelo da coluna Rígida - Método da Incidência.....	114
5.4.1 Rede Exemplo - Modelo da Coluna Rígida.....	114
5.4.2 Sistema de Controle Linear Contínuo no Tempo.....	116
5.4.3 Sistema de Controle Linear Discreto no Tempo.....	145
5.4.4 Sistema de Controle Não Linear Discreto no Tempo.....	156
5.5 Modelo da Coluna Elástica - Método das Características.....	168
5.5.1 Sistemas Hidráulicos Simples.....	168
5.5.2 Rede Exemplo - Modelo da Coluna Elástica.....	190
5.6 Implementação de um Esquema de Controle para Sistemas de Distribuição de Água.....	204
5.6.1 Objetivos do Controle Ótimo.....	205
5.6.2 Avaliação do Sistema de Controle.....	205
5.6.3 Gerenciamento dos Dados de Telemetria.....	206
5.6.4 Módulos Computacionais.....	207
5.6.5 Implementação do Projeto de Controle.....	208
VI. CONCLUSÕES.....	212
ANEXO A.....	215
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	239

LISTA DE FIGURAS

2.1	Malha de discretização do método das características.....	20
2.2	Nó geral com uma vazão externa.....	21
3.1	Diagrama esquemático de um sistema não realimentado.....	37
3.2	Diagrama esquemático de um sistema realimentado.....	38
3.3	Diagrama de blocos para um sistema contínuo realimentado.....	53
3.4	Diagrama de blocos para um sistema discreto não realimentado.....	54
3.5	Diagrama de blocos para um sistema discreto realimentado.....	56
3.6	Diagrama de blocos para um sistema contínuo realimentado com distúrbios externos e ação integral.....	59
3.7	Diagrama de blocos para um sistema discreto realimentado com distúrbios externos e ação integral.....	61
3.8	Diagrama esquemático do estimador de estado.....	63
3.9	Diagrama esquemático de um sistema discreto realimentado com estimador.....	63
3.10	Diagrama de blocos para um sistema discreto realimentado com estimador de estado.....	65
3.11	Diagrama de blocos para um sistema discreto realimentado com estimador de estado, distúrbios externos e ação integral.....	70
4.1	Elemento de fluido dentro de um conduto sujeito às várias forças na direção axial.....	75
4.2	Linhas características no plano x-t.....	97
4.3	Sistema hidráulico simples.....	97
4.4	Regiões de validade para um sistema hidráulico simples.....	97

4.5	Excitação no nó de jusante.....	98
4.6	Excitação nos nós a montante e jusante.....	98
4.7	Malha temporal para análise do método das características.....	100
4.8	Esquema de uma seção genérica s de uma tubulação i	102
4.9	Esquema de um reservatório de nível constante localizado a montante de uma tubulação genérica i	103
4.10	Esquema de um reservatório de nível constante localizado a jusante de uma tubulação genérica i	103
4.11	Esquema de uma válvula redutora de pressão localizada em um nó V entre duas tubulações genéricas i e j	104
4.12	Esquema de um nó de consumo genérico M	107
4.13	Esquema de um reservatório de nível variável localizado a jusante de uma tubulação genérica i	108
5.1	Organograma das simulações realizadas.....	112
5.2	Rede exemplo - Modelo da coluna rígida.....	114
5.3	Autovalores do sistema não realimentado.....	117
5.4	Desvios das variáveis de estado para a simulação do sistema não realimentado devido à uma entrada pulso.....	118
5.5	Desvios das variáveis de estado para a simulação do sistema não realimentado devido à uma entrada degrau.....	119
5.6	Desvios das variáveis de estado para a simulação do sistema realimentado devido à uma entrada pulso com pólos em -0.04 no plano complexo.....	121
5.7	Desvios das variáveis de estado para a simulação do sistema realimentado devido à uma entrada pulso com pólos em -0.1 no plano complexo.....	121
5.8	Desvios das variáveis de estado para a simulação do sistema realimentado devido à uma entrada pulso com pólos em -0.25 no plano complexo.....	121

5.9	Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 1 devido à uma entrada pulso para a simulação do sistema realimentado com pólos em -0.1 no plano complexo.....	122
5.10	Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 2 devido à uma entrada pulso para a simulação do sistema realimentado com pólos em -0.1 no plano complexo.....	123
5.11	Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 3 devido à uma entrada pulso para a simulação do sistema realimentado com pólos em -0.1 no plano complexo.....	123
5.12	Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 4 devido à uma entrada pulso para a simulação do sistema realimentado com pólos em -0.1 no plano complexo.....	123
5.13	Simulação do sistema não realimentado para os desvios das variáveis de estado devido às condições de fluxo iniciais diferentes das condições de fluxo nominais.....	126
5.14	Simulação do sistema realimentado para os desvios das variáveis de estado devido às condições de fluxo iniciais diferentes das condições de fluxo nominais com pólos em -0.05 no plano complexo.....	126
5.15	Coeficiente de atrito da válvula 1 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais diferentes das condições de fluxo nominais com pólos em -0.05 no plano complexo.....	127
5.16	Coeficiente de atrito da válvula 2 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais diferentes das condições de fluxo nominais com pólos em -0.05 no plano complexo.....	128
5.17	Coeficiente de atrito da válvula 3 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais diferentes das condições de fluxo nominais com pólos em -0.05 no plano complexo.....	128
5.18	Coeficiente atrito da válvula 4 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais diferentes das condições de fluxo nominais com pólos em -0.05 no plano complexo.....	128

5.19	Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável $x_1(q_2)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.....	134
5.20	Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável $x_2(q_4)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.....	134
5.21	Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável $x_3(q_5)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.....	134
5.22	Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável $x_4(h_1)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.....	135
5.23	Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável $x_5(h_2)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.....	135
5.24	Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_1(q_2)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.....	136
5.25	Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_2(q_4)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.....	136
5.26	Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_3(q_5)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.....	137
5.27	Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_4(h_1)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.....	137

5.28	Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_5 (h_2)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.....	137
5.29	Coefficiente de atrito da válvula 1 usando estados estimados e estados reais (com e sem estimador) devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.....	138
5.30	Coefficiente de atrito da válvula 2 usando estados estimados e estados reais (com e sem estimador) devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.....	138
5.31	Coefficiente de atrito da válvula 3 usando estados estimados e estados reais (com e sem estimador) devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.....	139
5.32	Coefficiente de atrito da válvula 4 usando estados estimados e estados reais (com e sem estimador) devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.....	139
5.33	Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável $x_1 (q_2)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.....	140
5.34	Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável $x_2 (q_4)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.....	140
5.35	Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável $x_3 (q_5)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.....	140
5.36	Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável $x_4 (h_1)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.....	141

5.37	Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável $x_5 (h_2)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.....	141
5.38	Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_1 (q_2)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.....	142
5.39	Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_2 (q_4)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.....	142
5.40	Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_3 (q_5)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.....	142
5.41	Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_4 (h_1)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.....	143
5.42	Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_5 (h_2)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.....	143
5.43	Coefficiente de atrito da válvula 1 usando estados estimados e estados reais (com e sem estimador) devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.....	144
5.44	Coefficiente de atrito da válvula 2 usando estados estimados e estados reais (com e sem estimador) devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.....	144
5.45	Coefficiente de atrito da válvula 3 usando estados estimados e estados reais (com e sem estimador) devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.....	144

5.46	Coeficiente de atrito da válvula 4 usando estados estimados e estados reais (com e sem estimador) devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.....	145
5.47	Distúrbios externos considerados no estudo: a) $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$; b) $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$; c) $w = -0.06 \text{ m}^3 / \text{s}$	147
5.48	Simulação do sistema realimentado para os desvios das variáveis de estado com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.92$ e $r = 0.05$).....	148
5.49	Coeficientes de atrito das válvulas redutoras de pressão para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.92$ e $r = 0.05$).....	148
5.50	Simulação do sistema realimentado para os desvios das variáveis de estado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.92$ e $r = 0.05$).....	149
5.51	Coeficientes de atrito das válvulas redutoras de pressão para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.92$ e $r = 0.05$).....	149
5.52	Simulação do sistema realimentado para os desvios das variáveis de estado com distúrbios externos de $w = -0.06 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.92$ e $r = 0.05$).....	150
5.53	Coeficientes de atrito das válvulas redutoras de pressão para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.06 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.92$ e $r = 0.05$).....	150
5.54	Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 1 para a simulação com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	152
5.55	Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 2 para a simulação com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	153

5.56	Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 3 para a simulação com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	153
5.57	Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 4 para a simulação com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	153
5.58	Desvio da variável de estado x_1 (q_2) para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	154
5.59	Desvio da variável de estado x_2 (q_4) para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	154
5.60	Desvio da variável de estado x_3 (q_5) para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	155
5.61	Desvio da variável de estado x_4 (h_1) para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	155
5.62	Desvio da variável de estado x_5 (h_2) para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	155
5.63	Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 1 para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$)	157
5.64	Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 2 para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$)	158

5.65	Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 3 para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$)	158
5.66	Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 4 para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$)	158
5.67	Desvio da variável de estado $x_1 (q_2)$ para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$)	159
5.68	Desvio da variável de estado $x_2 (q_4)$ para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$)	159
5.69	Desvio da variável de estado $x_3 (q_5)$ para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$)	159
5.70	Desvio da variável de estado $x_4 (h_1)$ para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$)	160
5.71	Desvio da variável de estado $x_5 (h_2)$ para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$)	160
5.72	Coeficiente de atrito da válvula 1 para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	161
5.73	Coeficiente de atrito da válvula 2 para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	161
5.74	Coeficiente de atrito da válvula 3 para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	162

- 5.75** Coeficiente de atrito da válvula 4 para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente..... 162
- 5.76** Desvio da variável de estado $x_1 (q_2)$ para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente..... 162
- 5.77** Desvio da variável de estado $x_2 (q_4)$ para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente..... 163
- 5.78** Desvio da variável de estado $x_3 (q_5)$ para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente..... 163
- 5.79** Desvio da variável de estado $x_4 (h_1)$ para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente..... 163
- 5.80** Desvio da variável de estado $x_5 (h_2)$ para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente..... 164
- 5.81** Coeficiente de atrito da válvula 1 para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente..... 164
- 5.82** Coeficiente de atrito da válvula 2 para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente..... 165

5.83	Coeficiente de atrito da válvula 3 para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	165
5.84	Coeficiente de atrito da válvula 4 para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	165
5.85	Desvio da variável de estado $x_1 (q_2)$ para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	166
5.86	Desvio da variável de estado $x_2 (q_4)$ para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	166
5.87	Desvio da variável de estado $x_3 (q_5)$ para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	166
5.88	Desvio da variável de estado $x_4 (h_1)$ para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	167
5.89	Desvio da variável de estado $x_5 (h_2)$ para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.....	167
5.90	Sistema hidráulico 1.....	168
5.91	Energia na seção 2 para a simulação do sistema não realimentado devido a distúrbios externos.....	170
5.92	Vazão na seção 1 para a simulação do sistema não realimentado devido a distúrbios externos.....	170

5.93	Energia na seção 2 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).....	170
5.94	Vazão na seção 1 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).....	171
5.95	Controle de vazão na seção 2 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$)...	171
5.96	Energia na seção 2 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.10$ e $r = 0.05$).....	171
5.97	Vazão na seção 1 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.10$ e $r = 0.05$).....	172
5.98	Controle de vazão na seção 2 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.10$ e $r = 0.05$)....	172
5.99	Sistema hidráulico 2.....	172
5.100	Linhas características no plano x-k.....	173
5.101	Vazão na seção 31 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).....	176
5.102	Vazão na seção 11 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).....	176
5.103	Vazão na seção 32 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).....	176
5.104	Vazão na seção 21 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).....	177
5.105	Energia na seção 31 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).....	177
5.106	Energia na seção 32 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).....	177
5.107	Controle no nó 1 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).....	178

5.108	Controle no nó 2 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).....	178
5.109	Vazão na seção 31 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.50$ e $r = 0.05$).....	178
5.110	Vazão na seção 11 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.50$ e $r = 0.05$).....	179
5.111	Vazão na seção 32 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.50$ e $r = 0.05$).....	179
5.112	Vazão na seção 21 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.50$ e $r = 0.05$).....	179
5.113	Energia na seção 31 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.50$ e $r = 0.05$).....	180
5.114	Energia na seção 32 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.50$ e $r = 0.05$).....	180
5.115	Controle no nó 1 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.50$ e $r = 0.05$).....	180
5.116	Controle no nó 2 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.50$ e $r = 0.05$).....	181
5.117	Sistema hidráulico 3.....	181
5.118	Posição dos pólos do sistema não realimentado e do sistema realimentado.....	185
5.119	Desvio de vazão na seção 11 para a simulação do sistema realimentado devido a uma entrada pulso ($c = 0.00$ e $r = 0.50$)....	185
5.120	Desvio de vazão na seção 12 para a simulação do sistema realimentado devido a uma entrada pulso ($c = 0.00$ e $r = 0.50$)....	186
5.121	Desvio de vazão na seção 22 para a simulação do sistema realimentado devido a uma entrada pulso ($c = 0.00$ e $r = 0.50$)....	186
5.122	Desvio de energia na seção 12 para a simulação do sistema realimentado devido a uma entrada pulso ($c = 0.00$ e $r = 0.50$)....	186
5.123	Desvio de energia na seção 21 para a simulação do sistema realimentado devido a uma entrada pulso ($c = 0.00$ e $r = 0.50$)....	187

5.124	Coeficiente de atrito da válvula para a simulação do sistema realimentado devido a uma entrada pulso ($c = 0.00$ e $r = 0.50$)....	187
5.125	Desvio de vazão na seção 11 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).....	188
5.126	Desvio de vazão na seção 12 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).....	188
5.127	Desvio de vazão na seção 22 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).....	188
5.128	Desvio de energia na seção 12 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).....	189
5.129	Desvio de energia na seção 21 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).....	189
5.130	Coeficiente de atrito da válvula para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).....	189
5.131	Rede exemplo - Modelo da coluna elástica.....	190
5.132	Posição dos pólos do sistema não realimentado e realimentado.....	193
5.133	Desvio de vazão na seção 11 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	195
5.134	Desvio de vazão na seção 21 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	195
5.135	Desvio de vazão na seção 22 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	195

- 5.136** Desvio de vazão na seção 61 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente..... 196
- 5.137** Desvio de vazão na seção 32 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente..... 196
- 5.138** Desvio de vazão na seção 81 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente..... 196
- 5.139** Desvio de vazão na seção 51 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente..... 197
- 5.140** Desvio de vazão na seção 52 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente..... 197
- 5.141** Desvio de vazão na seção 71 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente..... 197
- 5.142** Desvio de vazão na seção 72 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente..... 198
- 5.143** Desvio de vazão na seção 91 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente..... 198
- 5.144** Desvio de vazão na seção 92 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente..... 198

5.145	Desvio de energia na seção 12 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	199
5.146	Desvio de energia na seção 21 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	199
5.147	Desvio de energia na seção 61 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	199
5.148	Desvio de energia na seção 81 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	200
5.149	Desvio de energia na seção 42 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	200
5.150	Desvio de energia na seção 51 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	200
5.151	Desvio de energia na seção 62 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	201
5.152	Desvio de energia na seção 71 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	201

5.153	Desvio de energia na seção 72 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	201
5.154	Desvio de energia na seção 82 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	202
5.155	Desvio de energia na seção 91 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	202
5.156	Desvio de energia na seção 92 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	202
5.157	Controle da válvula 1 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	203
5.158	Controle da válvula 2 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	203
5.159	Controle da válvula 3 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	203
5.160	Controle da válvula 4 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.....	204
5.161	Sistema de controle global.....	206

a.1	Efeitos das posições dos pólos em sistemas de primeira e segunda ordem.....	217
a.2	Região hiperbólica de estabilidade.....	224
a.3	Disco D no plano complexo esquerdo.....	225
a.4	Disco D no disco unitário com o centro na origem.....	225
a.5	Região de interesse para o setor de ângulo menor que $\pi / 2$	226
a.6	Região de interesse para o setor entre $\pi / 2$ e π	227

LISTA DE TABELAS

3.1	Dualidade do regulador ótimo e estimador ótimo.....	69
5.1	Características das tubulações - Modelo da coluna rígida	115
5.2	Características dos nós 1 e 2 (Tipo 1)	115
5.3	Características dos nós 5 e 6 (Tipo 3)	115
5.4	Vazões nos trechos e coeficientes de perda das válvulas nominais - Modelo da coluna rígida.....	115
5.5	Energias nominais nos nós.....	116
5.6	Autovalores da matriz do sistema A.....	117
5.7	Vazões nos trechos e coeficientes de perda das válvulas iniciais....	125
5.8	Energias iniciais nos nós.....	125
5.9	Razão relativa da observabilidade gramiana quando o número de variáveis de estado medidas é reduzido.....	131
5.10	Características das tubulações - Modelo da coluna elástica	191
5.11	Vazões nos trechos e coeficientes de perda das válvulas nominais - Modelo da coluna elástica.....	191
5.12	Resumo da memória e tempo computacional requeridos.....	211

LISTA DE SÍMBOLOS

A	matriz de incidência ou matriz de estado do sistema contínuo
\hat{A}	matriz auxiliar
a	celeridade da onda de pressão
a_t	área transversal da tubulação
a_1, a_2, a_3	constantes da equação da bomba
B	matriz de distribuição de controle contínuo ou variável auxiliar
B	variável auxiliar
\hat{B}	matriz auxiliar
B_C, B_M	variáveis auxiliares
B_P	variáveis auxiliares
C	matriz auxiliar ou matriz de saída do sistema
C_j	coeficiente de descarga
C_{stj}	área do reservatório
C_C, C_M	variáveis auxiliares
C_P	variáveis auxiliares
C^+	característica positiva ou matriz auxiliar
C^-	característica negativa
c	centro
D	matriz de distribuição dos distúrbios do sistema contínuo
D_V	taxa de dissipação viscosa
d	diâmetro da tubulação ou notação de derivada
det	notação de determinante
E	energia mecânica
E_Y, E_I	matrizes auxiliares
e	número neperiano ou vetor erro
e_1, e_2, e_3	variáveis auxiliares
F	matriz de Ricatti para o observador ou fator de atrito
F', F_D, F'_V	matrizes auxiliares
\vec{F}_R	vetor força resultante
f	coeficiente de atrito da tubulação
f	desvio do coeficiente de atrito da tubulação
$f(\cdot), f_1(\cdot)$	operadores não lineares
f_1, f_2	funções auxiliares
G	matriz de estado do sistema discreto
G_c	matriz de controlabilidade
G_o	matriz de observabilidade
g	aceleração da gravidade
H	vetor de perda de carga ou matriz de controle discreto

\hat{H}	matriz auxiliar
h	vetor de energia nos nós ou variável auxiliar
h	vetor desvio das energias
h_b	energia fornecida pela bomba
h_{crj}	nível da crista do vertedouro
h_1, h_2	variáveis auxiliares
I	matriz identidade
Im	eixo imaginário do plano complexo
J	função erro ou custo generalizada ou índice de desempenho
J'	perda de carga unitária
K	matriz de realimentação ou de controle
K'	constante positiva
\hat{K}	matriz auxiliar
K^*	matriz de realimentação total
k	intervalo de amostragem discreta ou iteração
L	matriz auxiliar ou matriz do estimador, variável ou função
LQR	regulador quadrático linear
L_1, L_2	funções auxiliares
l	comprimento da tubulação
\ln	logaritmo neperiano
M	variável auxiliar ou matriz modal
MOC	método das características
m	massa, constante ou número de distúrbios externos
N	número de intervalos de amostragem ou de seções
N_1	conjunto de tubulações que tem fluxo para o nó
N_2	conjunto de tubulações que tem fluxo saindo do nó
n	número de variáveis ou número de nós
nn	número de nós
nt	número de trechos ou tubulações
n_{sec}	número de seções internas de um trecho
n_{ti}	número de tubulações conectadas a um nó de consumo
P, \hat{P}, \tilde{P}	matrizes não singulares ou matrizes de Ricatti
PID	controle proporcional integral derivativo
P_v	matriz auxiliar
\hat{P}^-	matriz de Ricatti negativa definida
p	número de variáveis de saída ou pressão
Q	matriz positiva-definida ou positiva semi-definida ou consumo
Q_{ext}	vetor de vazão externa ou de consumo
\hat{Q}, \tilde{Q}, Q_d	matrizes auxiliares
\hat{Q}_d, Q_T, Q'_1	matrizes auxiliares
q, q'	vetores de vazão ou variáveis auxiliares
q	vetor desvio das vazões
R	matriz auxiliar ou matriz positiva-definida
Re	eixo real do plano complexo
Rey	número de Reynolds

R_0, R_1, R_2	variáveis auxiliares
r	número de entradas de controle, raio ou variável auxiliar
S	matriz, variável auxiliar ou função auxiliar
S_j	elemento incluído na matriz A
s	variável complexa
sen	seno de um ângulo
T	período de amostragem ou variável auxiliar
T'	energia cinética
t	tempo contínuo
\tan	tangente de um ângulo
tr	trace de uma matriz
U	variável de controle atual
U'	energia potencial
u, u'	vetores desvios das variáveis de controle
V	matriz de distribuição discreta dos distúrbios ou variável auxiliar
V_L	função de Liapunov
V_1, V_2	matrizes peso da função erro do observador
v	velocidade
X	vetor das variáveis de estado
x	comprimento, distância ou incógnita
x, \tilde{x}	vetores desvios das variáveis de estado
W	matriz auxiliar ou vetor dos distúrbios externos
W'	taxa de trabalho externo
w	vetor desvio dos distúrbios externos
y	vetor das variáveis de saída ou incógnita
Z	matriz auxiliar
z	variável transformada ou cota
α	centro, ângulo ou parte real de um número complexo
β	parte imaginária de um número complexo
β_1, β_2	variáveis auxiliares
γ	parte imaginária complexa ou peso específico do fluido
Δ	índice variacional
δ	variável auxiliar
∂	diferenciação
ε	constante de linearização, rugosidade ou variável auxiliar
θ	ângulo
λ	multiplicador
$\lambda_0, \lambda_d, \lambda_c, \lambda_i$	autovalores
μ	autovalor real
ν	autovalor real
π	pi
ρ	massa específica
σ	parte real de um número complexo
τ, τ'	variáveis de tempo auxiliares
τ_0	tensão de cisalhamento
ϕ	índice de compressibilidade ou função auxiliar
φ	autovalor real

∞	infinito
∇	volume
$ $	módulo
$ $	norma de vetor

Subescritos

A,B,C	seções de um trecho ou tubulação
D	dependente
f	regime permanente final ou desejado
I	a montante, integral ou independente
i	nó, tubulação, iteração ou inicial
J	a jusante
j	nó ou tubulação
ℓ	ordem de matriz
M	localizada ou nó de consumo
m,max,min	índices
N,P,s	seções de uma tubulação
t	derivada em relação ao tempo
V	válvula
x	derivada em relação ao comprimento ou variável de estado
W	parede da tubulação
0	estado inicial ou de equilíbrio
1	nós de contorno livre ou seção
2	nós de contorno de vazões ou seção
3	nós de contorno de energias

Sobrescritos

t	transposta de uma matriz ou vetor
.	derivada primeira de uma variável em relação ao tempo
..	derivada segunda de uma variável em relação ao tempo
-	estendido
^	estimado

RESUMO

SOUZA, R. S. (1998). *Controle operacional otimizado de redes de distribuição de água usando a teoria do regulador quadrático linear*. São Carlos, 1998. 248p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

A análise e o controle de sistemas de distribuição de água é um problema de grande importância na engenharia hidráulica. Requer atenção particular o problema de transientes hidráulicos na busca de esquemas de otimização para a obtenção da solução ótima de operação. O problema operacional de redes de distribuição de água foi formulado como um problema de controle ótimo em tempo contínuo e discreto, usando a teoria do regulador quadrático linear. Dois modelos hidráulicos da rede foram desenvolvidos. O modelo da coluna rígida e o modelo da coluna elástica utilizando os métodos de incidência e das características respectivamente. As equações hidrodinâmicas diferenciais parciais não lineares foram discretizadas, linearizadas sob as condições de equilíbrio e então rearranjadas para formar um conjunto de equações escritas em uma forma própria para análise de controle. A teoria do regulador quadrático linear é aplicada para derivar uma expressão para a abertura ótima de uma válvula redutora de pressão, com o objetivo de conduzir o sistema à uma condição desejada de equilíbrio na presença de distúrbios internos e externos. Esta lei de controle requer todas as variáveis de estado para a realimentação. Um estimador foi então construído baseado em apenas algumas medidas das variáveis de estado. A eficácia dessa técnica foi demonstrada através de sua aplicação em uma rede exemplo com válvulas de controle. Diversos cenários de operação foram considerados. Com o propósito de avaliar as equações do controlador e estimador derivados do modelo linearizado, foram feitas simulações em um modelo não linear de fluxo. Uma discussão da implementação em campo do controle de redes reais de distribuição de água é realizada e sugestões são também apresentadas para estudos adicionais e futuros.

Palavras-chave: *sistemas de distribuição de água; redes hidráulicas; transientes hidráulicos; controle automático; controle ótimo; regulador quadrático linear.*

ABSTRACT

SOUZA, R. S. (1998). *Optimal control of water distribution networks using linear quadratic regulator theory*. São Carlos, 1998. 248p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

The problem of operation of a water distribution system is formulated in the framework of discrete and continuous optimal control employing the theory of linear quadratic regulator. Two hydraulic models of the distribution network are considered, namely, the rigid and elastic water-column models developed using incidence matrix and characteristics methods respectively. The hydrodynamic nonlinear partial differential equations were discretized, linearized around the equilibrium conditions and later rearranged to obtain a system of equations in a form appropriate for optimal control. The theory of linear quadratic regulator is applied to deduce an expression for optimal opening of pressure reducing valves to lead the system to the desired equilibrium condition after the application of internal and external disturbances. This law of control requires that all the state variables be known for feedback. An estimator was then constructed based on observations of some of the state variables. An example network was chosen to demonstrate the efficiency of the method. Various operation scenarios were considered. In order to evaluate the equations of the controller and estimator deduced from the linearized model, some simulations were performed on the nonlinear hydrodynamic model. A discussion of the implementation of the techniques developed here for the control of the real water distribution networks is presented. It is hoped that these methods shall provide an efficient and safe operation of the pipe networks.

Keywords: *water distribution systems; water networks; hydraulics transients; automatic control; optimal control; linear quadratic regulator.*

I - INTRODUÇÃO

Com a crescente demanda de água devido ao aumento populacional, há uma urgente necessidade de um eficiente gerenciamento dos recursos hidráulicos, particularmente quando a exploração de novas fontes é muito dispendiosa. Um sistema de distribuição de água eficiente pode reduzir os custos de operação, tornar o sistema mais seguro e confiável, e diminuir as perdas de água por vazamento. Além dos problemas sociais e políticos, uma das principais causas da ineficiência dos sistemas de distribuição de água é de natureza técnica. Este fato é observado principalmente em grandes redes hidráulicas. A confiabilidade e eficiência na distribuição de água pode ser obtida através do aperfeiçoamento da operação de válvulas redutoras de pressão presentes na rede. Este aperfeiçoamento na operação pode ser realizado pela automação completa ou parcial do sistema. Ao longo dos anos, diversos modelos matemáticos foram desenvolvidos para operar redes hidráulicas, resultando na relação entre os desvios das variáveis do sistema (vazões e energias) e os desvios nas aberturas das válvulas redutoras de pressão. Esses esquemas além de complexos, requereram uma solução baseada na tentativa e erro, e os coeficientes do algoritmo de controle foram determinados através de soluções múltiplas extensivas das equações de fluxo.

A técnica usada neste trabalho possui características desejáveis para o projeto de controladores automáticos para redes hidráulicas. Ela tem a vantagem de ser capaz de operar uma rede de maneira ótima usando uma realimentação global. Isto envolve a necessidade de usar os desvios de todas as variáveis de estado (vazões e energias). No entanto, é importante observar que nem todas essas variáveis de estado precisam ser medidas fisicamente.

1.1 - Escoamento Transiente em Sistemas de Distribuição de Água

Um sistema de distribuição de água é definido como qualquer arranjo de tubulações com o propósito de transportar água ao consumidor. Esse sistema é considerado como uma coleção de vários tipos de componentes interligados de forma pré-determinada.

A solução para os problemas de redes em regime permanente é obtida quando as vazões satisfazem as equações da continuidade em cada nó e as equações de energia em cada canalização. Métodos para resolver os problemas de redes passam sempre por revisões e aperfeiçoamentos. Existem diversos modelos para a análise de redes em regime permanente e comparações tem sido realizadas entre estes modelos. As comparações são geralmente em relação a facilidade e flexibilidade de uso, a generalização dos modelos incluindo os mais variados componentes hidráulicos do sistema, o número de iterações, e o tempo e a memória computacional necessários para a convergência do problema.

Atualmente, com a maior disponibilidade de computadores digitais e o desenvolvimento de inúmeras técnicas numéricas, a análise hidráulica de redes tem sido bastante aperfeiçoada. Recentemente, formulações matemáticas aplicando a teoria dos grafos e métodos numéricos eficientes, acoplados com técnicas de matrizes esparsas, tem facilitado grandemente a análise em regime permanente de grandes redes. Tem sido observado no entanto, que as pesquisas sobre a hidráulica de redes concentraram-se na busca de algoritmos eficientes para o cálculo dos escoamentos em condições permanentes, resultando, para a grande maioria dos métodos propostos, na resolução de um sistema algébrico de equações lineares ou não lineares. Apenas recentemente tem sido estudado o problema de transientes na busca de esquemas de otimização, com o objetivo de se obter uma solução ótima para as dimensões das canalizações e operações de bombas, reservatórios e válvulas.

O regime transiente é definido como a situação de fluxo não permanente quando o fluxo varia de um estado permanente para outra situação de estado permanente. A análise transiente de redes hidráulicas tem sido realizada principalmente de duas maneiras :

- predição de transientes rápidos com altas frequências, usando modelos de coluna elástica.

- predição de transientes lentos com baixas frequências, usando modelos de coluna rígida.

Ambos os modelos podem levar a uma aplicação da teoria de controle para a análise transiente de sistemas de distribuição de água. A tendência atual em sistemas de engenharia é enfrentarmos sistemas complexos com múltiplas entradas e múltiplas saídas variantes no tempo. Em virtude da necessidade de satisfazer especificações cada vez mais rigorosas no desempenho dos sistemas hidráulicos e do fácil acesso aos computadores, a teoria de controle moderno, é uma nova abordagem na análise e projeto de sistemas de controle baseada no conceito de estado. Pode-se dizer que os desenvolvimentos mais recentes na teoria de controle moderno estão na direção do controle ótimo tanto de sistemas determinísticos como estocásticos.

1.2 - Controle Ótimo em Redes de Distribuição de Água

A distribuição de água em projetos de abastecimento urbano, de irrigação e outros usos através de redes hidráulicas tem sido uma prática antiga e comum. No entanto, as técnicas de operação da grande maioria desses sistemas de distribuição de água não tem usado tecnologias modernas disponíveis para tornar as operações mais flexíveis. Tem havido esforços recentes para controlar e operar automaticamente redes hidráulicas, ou seja, fazer com que o sistema de distribuição de água responda automaticamente de acordo com a demanda. Infelizmente, uma análise adequada no ambiente desta nova tecnologia de controle é ainda pouco explorada. Com o objetivo de se obter os benefícios do uso de qualquer técnica de controle, deve haver, no entanto, uma cuidadosa e adequada análise e síntese da dinâmica completa do sistema.

O controle automático realimentado pode aperfeiçoar a eficiência da operação de distribuição de água e aumentar os benefícios associados com o seu uso. No entanto, há muitos problemas inerentes ao controle desses sistemas dinâmicos. Por exemplo, controladores automáticos para válvulas redutoras de pressão e outros mecanismos de controle em alguns sistemas de distribuição de água tem sido empregados, mas algumas vezes, problemas são observados principalmente no que se refere às condições hidraulicamente instáveis, e em certos casos, resultando em pressões excessivas e possivelmente em colapso da tubulação. Conseqüentemente, controladores automáticos não são muito comumente usados. Mesmo em alguns casos onde eles são usados, uma adequada análise não tem sido feita para descobrir as condições nas quais esses controladores causarão problemas. Contudo, a necessidade de gerenciamento de água não pode ser ignorada, pois a água está se tornando cada vez mais onerosa e os recursos naturais de água cada vez mais escassos. Portanto, o uso de técnicas ótimas de operação de redes simplificam e flexibilizam a distribuição de água reduzindo consideravelmente as perdas de água e os custos de operação.

A maioria das redes hidráulicas são operadas usando procedimentos manuais. Por outro lado, a regulação do fluxo por controladores automáticos devidamente projetados, é um método muito mais desejável do que a operação manual. Com controladores automáticos, um sistema de distribuição de água pode tornar-se auto regulador com mais flexibilidade, confiabilidade e segurança. Se esses controladores trabalharem adequadamente, eles podem aperfeiçoar a eficiência global da operação, bem como minimizar o desperdício e as perdas de água por vazamento, e ainda reduzir o custo de operação quando comparado com a operação manual.

Um sistema com controladores automáticos adequadamente projetados possui a vantagem de reduzir os danos causados pelas pressões excessivas provenientes por exemplo das variações rápidas de consumo nos nós da rede, além de minimizar o esforço e o tempo do operador, liberando-o a fazer ou cumprir outras tarefas. O resultado final é um sistema operado eficientemente e usuários do sistema com maior satisfação.

Correntemente, nenhum procedimento efetivo existe para a análise, projeto, e síntese de controle automático realimentado para sistemas de distribuição de água utilizando técnicas da teoria de controle moderno. Do ponto de vista da teoria de controle, qualquer sistema com automação realimentada possui faixas de operação estável e instável. O propósito do controle entre outras razões é o de manter o sistema na faixa estável. Técnicas de projeto com controles realimentados para sistemas dinâmicos existem e podem ser encontradas na literatura. A escolha dos métodos dependem principalmente do tipo do sistema aplicado na engenharia. No caso de uma rede de distribuição de água, a complexidade do sistema (planta) modelado torna a análise mais difícil matematicamente do que um sistema com uma simples tubulação. A natureza específica desse problema e a necessidade de um eficiente método operacional é a motivação para obter uma adequada e apropriada resposta para um controle ótimo em tempo real de redes hidráulicas. Um planejamento de distribuição e transporte de água é o primeiro passo importante na obtenção de um sistema eficiente. O conhecimento existente da teoria de controle ótimo pode ser útil na análise, projeto, e construção de um sistema ótimo de distribuição de água.

Pouca atenção tem sido dada para formular estratégias ótimas de controle em sistemas de distribuição de água. Embora alguns trabalhos de controle envolvam o uso de modelos hidráulicos detalhados, não levam em consideração as propriedades dinâmicas de todo o sistema, e conseqüentemente resultam em um controle não satisfatório e instável. A maioria desses controles são remotos e não realmente automáticos. A abordagem utilizada nesta pesquisa é conhecida como “controle moderno” ou “controle ótimo em tempo real” ou “controle na representação espaço de estado”. Esta técnica foi escolhida ao invés de métodos convencionais, porque o sistema em estudo é um sistema de parâmetro distribuído multivariável de grande dimensão. Os métodos clássicos (técnicas no domínio da frequência, Nyquist, diagramas de Bode, ou quaisquer outras técnicas) não são apropriados, pois essas técnicas são melhores utilizadas para sistemas com simples entrada e simples saída, o que não é o caso deste trabalho. Além disso, a necessidade de se conhecer a forma das funções de transferência do sistema antes de se usar quaisquer dessas técnicas, apresenta um problema adicional. No entanto, técnicas na representação espaço de estado são particularmente desejáveis, pois as equações são utilizadas em sua forma original sem qualquer transformação.

BALOGUN (1985), BALOGUN, HUBBARD e DE VRIES (1988), REDDY (1990) e REDDY, DIA e OUSSOU (1992) aplicaram os conceitos da teoria de controle ótimo para a operação de canais de irrigação. BALOGUN (1985) e BALOGUN, HUBBARD e DE VRIES (1988) aplicaram a teoria do regulador quadrático linear em tempo contínuo para derivar um esquema de controle centralizado para operar canais de irrigação. Eles não consideraram o problema de distúrbios externos agindo explicitamente sobre o sistema. REDDY (1990) apresentou uma técnica de controle ótimo em tempo discreto para operação de canais de irrigação na presença de distúrbios externos. O algoritmo de controle foi desenvolvido assumindo que todas as variáveis fossem medidas e realimentadas ao sistema. Este procedimento é muito dispendioso, principalmente quando o número de variáveis é grande e se vazões e energias precisam ser medidas. Sob essas circunstâncias, um estimador ou observador foi usado por REDDY, DIA e OUSSOU (1992) para estimar os valores para todas as variáveis a partir de poucas variáveis de estado conhecidas ou medidas. Estes valores estimados podem então serem usados na realimentação do sistema.

Esses esquemas de controle são baseados na dinâmica do sistema e podem ser aplicados em operação de redes de distribuição de água. As respostas dinâmicas de um sistema de distribuição de água sob diferentes condições de operação podem ser modeladas com sucesso com o auxílio de computadores digitais usando estes conceitos de controle ótimo. Através da teoria do regulador quadrático linear, uma análise de controle ótimo multivariável de um sistema de distribuição de água foi realizada neste trabalho. Um tratamento geral é proposto e as teorias desenvolvidas são aplicáveis para redes com qualquer configuração.

1.3 - Observações

A análise descrita aqui é restrita aos sistemas de distribuição de água. Assume-se que as variações de fluxo são pequenas e que o modelo da coluna rígida e elástica

podem ser utilizados. Válvulas redutoras de pressão presentes na rede controlam o fluxo do sistema. Esforço não foi feito para analisar redes com alguma configuração específica, pois o objetivo da pesquisa foi desenvolver um controle ótimo para sistemas gerais de distribuição de água. A rede usada como exemplo é relativamente simples, mas redes mais complexas também podem ser estudadas. Os distúrbios considerados foram as variações na demanda ou consumo nos nós da rede. Outros distúrbios como por exemplo, a variação da rotação de bombas, a variação do nível de reservatórios, a variação das características das tubulações, etc., não foram considerados, mas podem ser incluídos na análise. Com o propósito de satisfazer as suposições básicas e limitações do modelo linearizado desenvolvido nos capítulos posteriores, os distúrbios foram limitados no máximo em 20% do fluxo nominal ou de equilíbrio da rede.

Como mencionado anteriormente, os sistemas de distribuição de água são sistemas de parâmetros distribuídos não lineares. No entanto, sob certas suposições, eles podem ser aproximados usando a teoria de controle linear. As equações diferenciais parciais não lineares do sistema foram transformadas em equações ordinárias não lineares e então linearizadas em torno de um estado de equilíbrio ou estado nominal. O estado de equilíbrio foi calculado fazendo uma análise da rede hidráulica em regime permanente. O programa computacional utilizado foi o desenvolvido por SOUZA (1994).

As equações linearizadas resultantes foram então colocadas em uma forma apropriada para a análise na representação espaço de estado. Foram desenvolvidos algoritmos para projeto e análise de sistemas de controle linear.

Finalmente, deve ser observado que somente um modelo determinístico foi considerado neste estágio. Futuros desenvolvimentos podem envolver a consideração de modelos estocásticos.

1.4 - Objetivos

É finalidade deste trabalho, estudar a resolução de problemas transientes associados às redes de distribuição de água incluindo diversos elementos hidráulicos e empregando a teoria dos grafos, a representação de espaço de estado e a teoria de controle ótimo de sistemas dinâmicos.

O problema de operação de sistemas de distribuição de água será formulado como um problema de controle ótimo linear em tempo contínuo e discreto usando a teoria do regulador quadrático linear (LQR). O conjunto apropriado de leis de controle para a regulação de válvulas redutoras de pressão quando mudanças ou variações da demanda ou consumo ocorrem, será determinado a partir de um índice de desempenho e possivelmente de restrições nas variáveis de controle com o objetivo de conduzir o sistema à uma condição de equilíbrio desejada. Estas leis de controle requerem que todas as variáveis de estado estejam disponíveis para a realimentação. Um estimador ou observador será então projetado ou construído baseado em apenas algumas medidas das variáveis de estado para minimizar os custos de medição. No entanto, como a dinâmica do sistema real é não linear, o desempenho do controlador e do estimador não podem ser avaliados apenas através da dinâmica do sistema linear.

Neste trabalho, um modelo não linear será usado para testar o desempenho do controlador e estimador projetado a partir do modelo linear.

Portanto, o objetivo principal deste trabalho é apresentar uma técnica de projeto usando a teoria do regulador quadrático linear para controle e operação, em tempo contínuo e discreto, de sistemas de distribuição de água na presença de distúrbios internos e externos arbitrários através do sistema combinado controlador-estimador, e avaliar o desempenho do algoritmo usando um modelo não linear de fluxo em redes.

O trabalho é um passo preliminar para a implementação em campo do conceito de controle ótimo em uma rede real. Espera-se que as técnicas de controle desenvolvidas nesta pesquisa sejam aplicadas em uma próxima fase do projeto. Uma vantagem destas técnicas é que elas podem ser modificadas para incluir outros objetivos como por exemplo considerações econômicas e critérios de projeto. Um desenvolvimento teórico adequado e simulações usando um computador digital é portanto muito importante para uma implementação com sucesso deste próximo estágio. Este trabalho é o primeiro passo levando a esse objetivo de implementação.

1.5 - Resumo dos Capítulos

O capítulo 2 contém uma revisão bibliográfica da literatura sobre a análise e o controle de sistemas de distribuição de água.

O capítulo 3 fornece uma visão geral sobre a teoria do controle ótimo linear invariante no tempo para o propósito de aplicar o uso dessa teoria nos capítulos posteriores.

O capítulo 4 fornece as equações básicas do escoamento transiente em tubulações e apresenta os modelos hidráulicos utilizados para a análise de sistemas de distribuição de água.

O capítulo 5 é uma aplicação do conteúdo apresentado nos capítulos anteriores para uma rede exemplo. Resultados de simulações são apresentados para diferentes casos de operação incluindo os estimadores de estado. Discussões dos resultados indicando a eficiência e as vantagens da técnica utilizada são também apresentadas.

O capítulo 6 contém um resumo e as conclusões desta pesquisa, e também sugestões para estudos futuros.

II - PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

2.1 - Introdução

Vários modelos matemáticos tem sido desenvolvidos para a análise e controle de sistemas de distribuição de água. A disponibilidade de computadores digitais tem levado a um desenvolvimento de métodos mais eficientes, e existem muitos algoritmos para resolver tais problemas. Vários modelos são apresentados na literatura para a análise de redes em regime permanente e não permanente, e recentemente diversos trabalhos sobre o problema de controle ótimo de sistemas de abastecimento e distribuição de água, tem sido apresentados.

2.2 - Análise de Redes em Regime Permanente

Os modelos para a análise de redes em regime permanente se baseiam em técnicas numéricas iterativas e incluem desde a analogia elétrica até as aplicações gráficas. São largamente difundidos os métodos de Hardy-Cross, Newton-Raphson e teoria linear.

O método da analogia elétrica foi um dos primeiros métodos a serem utilizados para a análise de redes. Este método de análise baseia-se na analogia entre um circuito elétrico e um sistema de distribuição de água. Os principais pesquisadores que utilizaram este método foram McILROY (1950), SURYAPRAKASAN, REID e GEYER (1950).

Outro método clássico para a solução hidráulica de redes, ainda comumente usado, é o método de Hardy-Cross. Esse método é preferido para solução manual e facilmente adaptado aos microcomputadores. Antes do desenvolvimento da técnica de relaxação por Hardy-Cross, os problemas de redes eram resolvidos apenas por um processo de erros e tentativas consumindo muito tempo para satisfazer os dois princípios da hidráulica (continuidade e "momentum"). A técnica de relaxação de Hardy-Cross é um processo iterativo que envolve a aplicação sucessiva de correções ótimas para as vazões em cada linha de circuito fechado ou para as energias em cada nó. Nesta técnica, os valores iniciais das vazões ou das energias são assumidos. Vários aperfeiçoamentos do método de Hardy-Cross foram feitos por HOAG e WEINBERG (1957), VOYLES e WILKE (1962), DILLINGHAM (1967), WILLIAMS (1973), CHARLES (1974) e FIETZ (1974).

Um método de relaxação muito similar ao método de Hardy-Cross é o método do comprimento equivalente para a análise e projeto de redes. Este método foi estudado por TONG, O'CONNOR, STEARNS e LYNCH (1961), RAMAN e RAMAN (1966), e DEB e SARKAR (1971). O método do comprimento equivalente permite a determinação dos diâmetros econômicos por um processo de relaxação através de um fator de correção.

McPHERSON (1960) descreveu um método matemático no qual as condições de pressão em um sistema de distribuição de água podem ser obtidas facilmente. As perdas de carga sobre um largo intervalo de demanda ou consumo do sistema, e as taxas de armazenamento, podem ser calculadas diretamente em apenas duas ou três análises completas da rede. É suposto que cada demanda local flutua na direção proporcional à demanda total do sistema. Isso geralmente é válido para sistemas predominantemente residenciais e não recomendável em sistemas onde há grande concentração de atividades industriais e comerciais. O balanço de perda de carga será obtido quando a vazão em cada tubulação é fixa e proporcional à demanda total.

No método Hardy-Cross e nos descritos anteriormente, os ajustes das variáveis incógnitas são calculados independentemente, e problemas de convergência são freqüentemente encontrados. Procedimentos para calcular simultaneamente os ajustes de correção da variável desconhecida tem aperfeiçoado muito a convergência, e formam uma base para aplicações mais gerais, onde bombas, válvulas, reservatórios e outros componentes hidráulicos estão presentes na rede. Conseqüentemente, a memória computacional exigida aumenta significativamente.

MARLON, HARDISON, JACOBSON e BIGGS (1966) foram os pesquisadores pioneiros a utilizarem o método da teoria linear usando o cálculo simultâneo das energias e a técnica de Gauss-Seidel em um programa para análise de redes.

Segundo SHAMIR e HOWARD (1968), os primeiros trabalhos aplicando a técnica de Newton-Raphson foram desenvolvidos por diversos pesquisadores como Warga, Martin e Peters, Shamir, Lemieux e Smith, Giudice e Pitchai. SHAMIR e HOWARD (1968) apresentaram um trabalho que explora as combinações de incógnitas, que podem ser energias e demandas nos nós ou resistências nos elementos. O método incorpora bombas, válvulas e outros elementos hidráulicos. Eles argumentam que em algumas aplicações, pode ser interessante incorporar uma análise de sensibilidade, com a finalidade de investigar a influência dos parâmetros de resistência, demanda e energia quando muitas variáveis são alteradas simultaneamente.

Um programa eficiente para a solução em regime permanente de redes usando o método de ajustes simultâneos de vazões foi desenvolvido por EPP e FOWLER (1970). Eles incluíram um método automático para a estimativa das vazões iniciais, e introduziram um algoritmo para numeração automática dos circuitos com o objetivo de produzir uma matriz simétrica e diagonal mínima com conseqüente redução de memória computacional necessária.

LEMIEUX (1972) desenvolveu um programa eficiente para a resolução de redes usando o método de ajustes simultâneos das energias. A dificuldade de convergência do método de Newton-Raphson foi superada pela modificação do método, assegurando convergência independentemente da suposição inicial e reduzindo o número de iterações. O método de Newton modificado usa os fatores de correção levando em conta o tamanho do passo ótimo para a minimização da função em cada direção. Uma combinação do método de Newton modificado e um algoritmo especial de eliminação gaussiana para uma matriz banda simétrica permitiu o desenvolvimento de um eficiente programa para o cálculo de redes.

Uma técnica utilizando a teoria dos grafos foi proposta por LAM e WOLLA (1972). A formulação do sistema de equações reduziu o número de avaliações e o

número de operações. DONACHIE (1974) escreveu um programa computacional para uma análise rápida e eficiente de redes, utilizando a técnica de Newton-Raphson modificado. O programa incorpora uma rotina automática de calibração do sistema de distribuição de água, reduzindo grandemente o esforço de engenheiros em calibrar seus modelos com a resposta observada do sistema real. Essa mesma rotina pode também ser usada para obter tamanhos de tubulações de reforço para atender demandas futuras. O método do ajuste simultâneo das energias foi escolhido embora não seja mais econômico (em termos de memória) do que o método do ajuste simultâneo das vazões, mas por outro lado, tem-se a facilidade de estimar os valores iniciais das energias, não requerendo a seleção de circuitos e a inicialização de vazões.

Os conceitos de esparsidade foram explorados inicialmente por CHANDRASHEKAR e STEWART (1975) em um novo método. A esparsidade foi definida como a relação entre o número de elementos iguais a zero e o número total de elementos da matriz Jacobiana.

JEPPSON e TAVALLALE (1975) adicionaram bombas e reservatórios na análise de redes para estudar o comportamento da convergência pelo método da teoria linear. Eles propuseram uma formulação transformando as variáveis de movimento da bomba.

Válvulas redutoras de pressão em redes foram estudados por JEPPSON e DAVIS (1976). Um método foi proposto para analisar a presença de válvulas redutoras de pressão em redes para diversas situações e formulações. Em adição, um algoritmo foi descrito para tornar a matriz Jacobiana em uma matriz banda mínima, aumentando a eficiência de cálculo. Esse algoritmo é uma alternativa do apresentado por EPP e FOWLER (1970).

Com o propósito de acelerar a convergência do processo iterativo do método linear, RIGHETTO (1977) propôs uma linearização menos restritiva da relação entre a perda de carga e a vazão. Esta técnica de linearização dentro do algoritmo proposto pelo pesquisador, faz com que, por aproximações sucessivas, se tenda a uma reta quase tangente à curva de perda de carga real aplicada em cada trecho, no ponto de trabalho.

DODGE, HOELLEIN e TETMAJER (1978) escreveram um programa computacional usando o método de ajustes simultâneos das energias e a técnica de Newton-Raphson para a análise de grandes redes com bombas, reservatórios, válvulas de retenção, válvulas redutoras de pressão e outros elementos hidráulicos. Foram empregados algoritmos de reordenação dos nós e de matriz esparsa para diminuir a quantidade de cálculos e reduzir a memória requerida. Um novo algoritmo para o cálculo simultâneo das energias baseado na teoria linear foi desenvolvido por ISAACS e MILLS (1980).

GOFMAN e RODEH (1981) descreveram um método para incorporar como incógnitas as características das tubulações resolvendo as equações de circuito em termos de geradores de energia. Um gerador de energia foi definido como uma resistência negativa ou positiva para encontrar alguma condição requerida. Se a resistência é positiva, significa que a resistência da tubulação deve ser aumentada para causar o efeito desejado. Se a resistência é negativa, uma bomba deve ser instalada. Resolvendo as equações de circuito, eles aplicaram o método de ajuste simultâneo das vazões através de fatores de correção em cada circuito (e falsos circuitos). No

entanto, os parâmetros de projeto, como diâmetros das tubulações, não foram determinados explicitamente.

Com vistas à solução correta dos parâmetros de projeto, ORMSBEE e WOOD (1986) desenvolveram um método para obter um conjunto de vazões e outros parâmetros de projeto para cada tubulação do sistema. Duas formulações foram apresentadas: a primeira em termos dos diâmetros, com velocidades das tubulações especificadas, e a segunda, em termos dos diâmetros e de uma velocidade global das tubulações.

Um algoritmo para a determinação direta de uma variedade de parâmetros de projeto, operação e calibração de redes foi generalizado por BOULOS e WOOD (1990). A aplicação oferece uma base para a determinação dos valores ótimos para os parâmetros de projeto, operação e calibração, no sentido de que os parâmetros podem ser calculados exatamente para as restrições de pressão e vazão do sistema.

NIELSEN (1989) propôs uma nova formulação baseada na teoria dos grafos para resolver os problemas de redes pelos métodos linear e não linear. O método proposto é uma generalização e um aperfeiçoamento dos métodos apresentados por LAM e WOLLA (1972) e CHANDRASHEKAR e STEWART (1975). O comportamento de alguns métodos iterativos são comparados, e um modelo é sugerido onde os métodos da teoria linear e Newton-Raphson são combinados. Observa-se que tal hibridização está implícita na operacionalização proposta por RIGHETTO (1977).

Redes de distribuição de água são projetadas para que a água seja distribuída para cada nó do sistema em quantidade adequada e com suficiente pressão para todas as demandas de projeto. Se o sistema por qualquer motivo é danificado, a análise da rede é alterada drasticamente. Pressões negativas na rede tendem a ocorrer e são impedidas pela admissão de ar se as tubulações não resistirem a essas pressões. AYALA e LIGGET (1991) apresentaram um algoritmo aproximado para eliminar as pressões negativas medidas nos nós durante a análise da rede.

Concluindo esta revisão sobre a análise de redes em regime permanente, SOUZA (1994), estudando os aspectos computacionais da análise de redes de distribuição de água com componentes hidráulicos em regime permanente, realizou uma revisão e um reexame dos modelos teóricos existentes na literatura, e desenvolveu uma generalização e um aperfeiçoamento do modelo baseado na teoria dos grafos apresentado por NIELSEN (1989). O modelo proposto empregou técnicas de matrizes esparsas, reduzindo a memória e o tempo computacional requeridos na análise, possibilitando o estudo de redes de maiores dimensões em microcomputadores, e aumentando a eficiência computacional, principalmente em problemas de avaliações múltiplas da distribuição na rede.

2.3 - Análise de Redes em Regime Não Permanente

Da revisão realizada na seção anterior para a análise de redes em regime permanente, observa-se claramente que as pesquisas sobre a hidráulica de redes se concentraram na busca de algoritmos eficientes para o cálculo dos escoamentos em condições estabelecidas, resultando para a grande maioria dos métodos propostos, na resolução de um sistema algébrico de equações lineares ou não lineares. É recente o

interesse pelo estudo do problema de transientes na busca de esquemas de otimização para a obtenção da solução ótima para as dimensões das canalizações e estudos operacionais de sistemas, considerando a variabilidade da distribuição dos consumos e a dinâmica de funcionamento de bombas, reservatórios, válvulas, etc.

DRIELS (1975) implementou um servo-sistema para o controle de pressão em uma tubulação com um reservatório a montante e uma válvula a jusante. A resposta do controle foi estimada e comparada com dados experimentais. O sistema de controle de pressão projetado, está baseado em um mecanismo servo-eletró-hidráulico realimentado, onde a pressão do fluido adjacente à válvula é medida e comparada com a pressão requerida. A diferença ou o erro na pressão é usado para manipular a válvula, e portanto, ajustar a pressão do fluido para que o erro seja reduzido.

Dois novas técnicas numéricas para o cálculo de transientes em tubulações, com base em modelos de segunda ordem, foram propostos por SHIMADA e OKUSHIMA (1984). Estes modelos apresentaram uma melhor precisão do que os de primeira ordem, mas um erro no cálculo do regime permanente foi observado. Maneiras para remover ou reduzir este erro foram propostas.

Estudando o comportamento transiente em um sistema simples, GOLDBERG e KARR (1987) propuseram uma técnica de síntese operacional de uma válvula numa tubulação conectada por dois reservatórios. A técnica requer um tempo mínimo de operação da válvula, e pode ser aplicada em vários exemplos simples.

ONIZUKA (1986), apresentou um método de análise de redes baseado na teoria da coluna rígida e na teoria dos grafos para transientes lentos e fluxo em regime permanente. O método não necessita de nenhum procedimento iterativo, reduzindo o cálculo do fluxo em estado transiente à integração de um sistema de equações ordinárias de primeira ordem que requer somente as vazões e energias independentes de uma rede hidráulica. A integração temporal foi realizada diretamente e simplesmente pelo uso do método de Range-Kutta de quarta ordem, sem envolver qualquer processo iterativo. O modelo proposto por ONIZUKA (1986) é na verdade, um desenvolvimento natural do método de circuitos para a análise em regime permanente, e é equivalente ao método de espaço de estados na análise de transientes de redes elétricas não lineares. Segundo o pesquisador, entre muitas outras vantagens, o método fornece para cada rede, uma função quadrática de Liapunov para provar ou garantir a estabilidade assintótica de uma rede sem qualquer conhecimento da solução. Além disso, essa função fornece um critério único e preciso para se atingir o estado permanente. Isto se constitui uma característica desejável da análise. Simulações de transientes lentos e processos de relaxação dinâmica para resolver o problema de fluxo permanente foram realizados, e o método demonstrou ser eficiente para pequenas redes.

A aproximação "time-marching" (TMA) para a determinação do fluxo em estado permanente como um limite assintótico do fluxo transiente em tubulações, foi aperfeiçoada por SHIMADA (1988). Ele mostrou que a taxa de convergência para o estado permanente aumenta com a redução do raio espectral de uma matriz de coeficientes da equação de estado, que é composta de equações básicas e condições de contorno linearizadas sob as condições permanentes. Formulou ainda uma teoria generalizada da aproximação TMA utilizando o método das características, onde o raio espectral foi minimizado alterando-se os parâmetros do sistema para parâmetros

ficções. Um método para a análise de transientes lentos, baseado nas matrizes de incidência, denominado método de incidência, foi desenvolvido por SHIMADA (1989). O método demonstrou ser mais prático e eficiente do que o método de circuitos proposto por ONIZUKA (1986), principalmente em problemas que tratam do fechamento ou da abertura de válvulas ou outros mecanismos de controle. Estudando e desenvolvendo uma discussão dos métodos numéricos para resolver as equações diferenciais ordinárias de difícil integração, constatou que quanto menor a abertura de uma válvula, maior a dificuldade de resolver as equações diferenciais ordinárias. Conseqüentemente, instabilidades numéricas foram observadas, requerendo, portanto, métodos numéricos mais estáveis do que o método de quarta ordem de Range-Kutta. Além disso, propôs uma técnica para ajustar ou balancear as vazões nas tubulações, de forma a garantir a continuidade nos nós, uma vez que as vazões são arbitrariamente reduzidas a zero quando o movimento transiente através de uma válvula diminui para um valor pequeno, próximo de zero. Resultados numéricos foram comparados para transientes lentos utilizando o modelo de coluna rígida e para transientes rápidos em modelos elásticos. A seguir reproduz-se a descrição do modelo proposto por SHIMADA (1989).

A matriz de incidência A é definida como:

$$A = (a_{ij}) = +S_j \quad \text{se o escoamento no trecho } j \text{ deixa o nó } i \quad (2.1)$$

$$A = (a_{ij}) = -S_j \quad \text{se o escoamento no trecho } j \text{ chega no nó } i \quad (2.2)$$

$$A = (a_{ij}) = 0 \quad \text{se o trecho } j \text{ não contém o nó } i \quad (2.3)$$

Para uma rede com nn nós e nt trechos, a_{ij} é o elemento (i,j) de A com $i = 1,2,\dots,nn$ e $j = 1,2,\dots,nt$; e S_j é igual a 1 se a válvula no trecho j está aberta, e igual a 0, se a válvula no trecho j está fechada.

Os vetores de energia, de demanda, de perda de carga e de vazões são dados respectivamente por:

$$h = (h_i) \quad \text{com } i = 1,2,\dots,nn \quad (2.4)$$

$$Q = (Q_i) \quad \text{com } i = 1,2,\dots,nn \quad (2.5)$$

$$H = (H_j) \quad \text{com } j = 1,2,\dots,nt \quad (2.6)$$

$$q = (q_j) \quad \text{com } j = 1,2,\dots,nt \quad (2.7)$$

onde h_i é a energia no i -ésimo nó medida em relação ao plano de referência; Q_i é a demanda ou consumo do i -ésimo nó; H_j é a diferença de energias entre os nós terminais de montante e de jusante do trecho j e q_j é a vazão no j -ésimo trecho. Note que:

$$H = A^t h \quad (2.8)$$

onde A^t representa a transposta de A .

A formulação baseada na teoria dos grafos depende das possíveis condições de contorno. Basicamente, SHIMADA (1989) apresentou três categorias de contorno:

- nós de contorno livre (tipo 1): são aqueles que possuem um vetor de energia desconhecido h_1 e um vetor de demanda desconhecido Q_1 . Estes nós correspondem aos reservatórios de nível variável, onde os níveis de água são desconhecidos e variam de acordo com a continuidade de massa.

- nós de contorno de vazões (tipo 2): são aqueles que possuem um vetor consumo especificado com o tempo Q_2 , e um vetor de energia desconhecido h_2 .

- nós de contorno de energias (tipo 3): são aqueles que possuem um vetor de energia especificado com o tempo h_3 e um vetor desconhecido de consumo Q_3 .

Os números de nós pertencendo aos tipos 1, 2 ou 3 são definidos por n_1, n_2, n_3 respectivamente. Os nós são enumerados na seqüência dos tipos, ou seja, $(1, \dots, n_1)$ para o tipo 1, $(n_1 + 1, \dots, n_1 + n_2)$ para o tipo 2, e $(n_1 + n_2 + 1, \dots, nn)$ para o tipo 3. Conseqüentemente, $nn = n_1 + n_2 + n_3$.

Em correspondência aos três tipos de nós, a matriz de incidência A , o vetor de energia h e o vetor consumo Q são também separados simbolicamente em três partes:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$h = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Então das equações (2.8), (2.9) e (2.10) obtém-se:

$$H = A^t h = A_1^t h_1 + A_2^t h_2 + A_3^t h_3 \quad (2.12)$$

De acordo com os três tipos de nós, as equações da continuidade na forma matricial são:

$$C \frac{dh_1}{dt} = -A_1 q - Q_1(t) \quad \text{para o tipo 1} \quad (2.13)$$

$$A_2 q = -Q_2(t) \quad \text{para o tipo 2} \quad (2.14)$$

$$A_3 q = -Q_3(t) \quad \text{para o tipo 3} \quad (2.15)$$

onde q é o vetor de vazão com componente q_j ($j=1, \dots, n_t$) e C é a matriz diagonal cujo i -ésimo elemento diagonal $C_{i,i}$ ($i=1, \dots, n_1$) corresponde a área da superfície livre assumida para o tanque de flutuação no i -ésimo nó.

A equação da quantidade de movimento para uma tubulação de diâmetro constante com uma válvula é dada por:

$$\frac{\ell}{ga_t} \frac{dq}{dt} = -(F_w + F_M + F_V)q|q| + h_I - h_J \quad (2.16)$$

onde ℓ é o comprimento da tubulação; g é a aceleração da gravidade; q é a vazão na tubulação; a_t é a área transversal da tubulação; F_w, F_M e F_V são os fatores de atrito para perdas de atrito na parede, perdas localizadas e perdas em válvulas, respectivamente; t é o tempo; h_I e h_J são as energias a montante e a jusante nos nós terminais da tubulação, respectivamente.

A equação matricial do movimento torna-se:

$$L \frac{dq}{dt} = -f(q) + H \quad (2.17)$$

onde L é a matriz diagonal com $L_{ij} = \ell_j / (ga_{ij})$ e $f(q)$ é o vetor de perda de carga.

O vetor de perda de carga é um vetor de funções não lineares em q , ou seja, é a soma de todas as perdas de atrito na parede, perdas localizadas e perdas dissipadas nos mecanismos de controle. O j -ésimo elemento de $f(q)$ é dado por:

$$f(q_j) = S_j(F_{jw} + F_{jM} + F_{jv})q_j|q_j| \quad (2.18)$$

onde:

$$F_{jw} = \frac{f_j \ell_j}{2gd_j a_{ij}^2} \quad (2.19)$$

$$F_{jM} = \frac{f_{jM}}{2ga_{ij}^2} \quad (2.20)$$

$$F_{jv} = \frac{f_{jv}}{2ga_{ij}^2} \quad (2.21)$$

e S_j é o elemento incluído na matriz A ; d_j é o diâmetro da tubulação; f_j é o fator de atrito de Darcy-Weisbach; f_{jM} e f_{jv} são os coeficientes de perda de carga.

Se a j -ésima tubulação inclui uma bomba, então a equação (2.18) é modificada para:

$$f(q_j) = S_j [F_j q_j |q_j| - h_b(q_j)] \quad (2.22)$$

onde $F_j = F_{jw} + F_{jM} + F_{jV}$ e $h_b(q_j)$ é a energia fornecida pela bomba.

O coeficiente de atrito não permanente f_j para transientes lentos de baixa frequência é geralmente estimado com base na análise de regime permanente. Então, a fórmula obtida por Churchill em 1977 (SHIMADA 1989) pode ser usada para determinar f_j para as regiões laminar, transição e turbulenta:

$$f_j = 8 \left[\left(\frac{8}{\text{Rey}} \right)^{12} + (\beta_1 + \beta_2)^{-3/2} \right]^{-1/12} \quad (2.23)$$

$$\beta_1 = -2.457 \ln \left[\left(\frac{7}{\text{Rey}} \right)^{0.9} + 0.27 \frac{\varepsilon_j}{d_j} \right]^{16} \quad (2.24)$$

$$\beta_2 = \left(\frac{37.530}{\text{Rey}} \right)^{16} \quad (2.25)$$

onde Rey é o número de Reynolds e ε_j é a rugosidade da parede.

A curva característica da bomba incorporada por SHIMADA (1989) no modelo da coluna rígida é:

$$h_b(q_j) = a_1 q_j^2 + a_2 q_j + a_3 \quad (2.26)$$

onde a_1, a_2, a_3 são constantes.

Das equações (2.12) e (2.17):

$$\frac{dq}{dt} = L^{-1} [-f(q) + A_1^t h_1 + A_2^t h_2 + A_3^t h_3] \quad (2.27)$$

A derivada em relação ao tempo da equação (2.14) é:

$$A_2 \frac{dq}{dt} = - \frac{dQ_2(t)}{dt} \quad (2.28)$$

Substituindo a equação (2.27) na equação (2.28) e resolvendo para h_2 , tem-se:

$$h_2 = R^{-1} \left\{ - \frac{dQ_2(t)}{dt} - A_2 L^{-1} [-f(q) + A_1^t h_1 + A_3^t h_3] \right\} \quad (2.29)$$

onde $R = A_2 L^{-1} A_2^t$. Substituindo a equação (2.29) na equação (2.27) e resolvendo para dq/dt :

$$\frac{dq}{dt} = W[-f(q) + A_1^t h_1 + A_3^t h_3] - L^{-1} A_2^t R^{-1} \frac{dQ_2}{dt} \quad (2.30)$$

onde $W = L^{-1}(I - S)$; I é a matriz identidade e $S = A_2^t R^{-1} A_2 L^{-1}$.

Como $Q_2(t)$ e $h_3(t)$ são conhecidos, o par de equações (2.13) e (2.30) constitui o sistema de equações em relação a q e h_1 :

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -Wf(\cdot) & WA_1^t \\ -C^{-1}A_1 & -C^{-1}f_1(\cdot) \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} WA_3^t h_3 - L^{-1} A_2^t R^{-1} \frac{dQ_2(t)}{dt} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

onde $x^t = (q^t, h_1^t)$; $f(\cdot) = f(q)/q$ e $f_1(\cdot) = Q_1(h_1)/h_1$ são operadores não lineares agindo em q e h_1 respectivamente.

Os valores de q e h_1 podem ser resolvidos numericamente integrando a equação (2.31), se as condições iniciais e as condições de contorno são bem definidas. $Q_3(t)$ e $h_2(t)$ são determinados das equações (2.15) e (2.29), respectivamente. Note que a equação (2.31) é uma equação híbrida em relação a q e h_1 , enquanto que na análise permanente do modelo dos nós, as variáveis são as energias. Na teoria de espaço de estado, as variáveis de estado são definidas como as variáveis suficientes capazes de descreverem o comportamento do sistema. As variáveis utilizadas na análise dos circuitos, são equivalentes às variáveis de estado. Nota-se, no entanto, que o vetor x da equação (2.31) não é equivalente às variáveis de estado, pois alguns elementos de q são linearmente dependentes. Isto é deduzido do resultado que o determinante da matriz W é zero:

$$\det(W) = |W| = 0 \quad (2.32)$$

Como dq/dt na equação (2.27) deve ser zero no estado permanente, a equação (2.27) torna-se:

$$-f(q) + A_1^t h_1 + A_2^t h_2 + A_3^t h_3 = 0 \quad (2.33)$$

Por outro lado, a equação (2.30) torna-se:

$$W[-f(q) + A_1^t h_1 + A_3^t h_3] = 0 \quad (2.34)$$

A equação (2.34) é equivalente a:

$$-f(q) + A_1^t h_1 + A_3^t h_3 = 0 \quad (2.35)$$

ou

$$|W| = 0 \quad (2.36)$$

pois comparando-se a equação (2.33) com a equação (2.35), a equação (2.36) deve ser satisfeita.

SHIMADA (1989), também propôs para o modelo apresentado por ele, uma função de Liapunov e de energia mecânica que podem ser usadas para estimar o comportamento macroscópico de um fluxo de fluido cujo comportamento é descrito por um conjunto de equações diferenciais ordinárias não lineares. Primeiramente, a função de Liapunov é obtida para o sistema de equações, com a finalidade de avaliar a estabilidade assintótica de um sistema que é hidráulicamente controlado por mecanismos mecânicos como as válvulas.

Da equação (2.13), pode-se escrever que:

$$[\dot{h}_1, \dot{C}\ddot{h}_1] = -[A^t \dot{h}, \dot{q}] - [\dot{h}_1, \dot{f}_1(h_1)] - [\dot{h}_2, \dot{Q}_2] - [\dot{h}_3, \dot{Q}_3] \quad (2.37)$$

Da equação (2.16):

$$[\dot{q}, L\ddot{q}] = [\dot{q}, \dot{H}] - [\dot{q}, \dot{f}(q)] \quad (2.38)$$

onde $[x, y] = xy^t$ é o produto interno entre quaisquer dois vetores e o sobrescrito denota derivadas em relação ao tempo.

Somando as equações (2.37) e (2.38), o resultado é:

$$[\dot{q}, L\ddot{q}] + [\dot{h}_1, \dot{C}\ddot{h}_1] = \dot{V}_L = -[\dot{q}, \dot{f}(q)] - [\dot{h}_1, \dot{f}_1(h_1)] - [\dot{h}_2, \dot{Q}_2] - [\dot{h}_3, \dot{Q}_3] \quad (2.39)$$

e

$$V_L = \frac{[\dot{q}, L\dot{q}]}{2} + \frac{[\dot{h}_1, \dot{C}\dot{h}_1]}{2}; \quad V_L \geq 0 \quad (2.40)$$

O primeiro e o segundo produto em colchete do lado direito da equação (2.39) são negativos para condições de contorno constantes. Além disso, o terceiro e o quarto produto em colchetes devem ser iguais a zero. Então, desde que a desigualdade \dot{V}_L seja satisfeita, V_L deve se aproximar de zero com o passar do tempo. A função V_L é chamada de função de Liapunov.

As equações que descrevem as relações de energia são:

$$[q, L\dot{q}] + [h_1, \dot{C}h_1] = \dot{E} = -[q, f(q)] - [h, Q] \quad (2.41)$$

$$E = T' + U' = \frac{[q, Lq]}{2} + \frac{[h_1, Ch_1]}{2} \quad (2.42)$$

onde E é a energia mecânica, definida como a soma da energia cinética (T') armazenada nas tubulações e a energia potencial (U') disponível no reservatório. A derivada de E no tempo, é a soma da energia de fluxo $-[h, Q]$ e a energia dissipada $-[q, f(q)]$.

Outro problema importante é o da operação eficiente das estações elevatórias de um sistema de distribuição. A metodologia empregada por ORMSBEE, WALSKI, CHASE e SHARP (1989), para a otimização de operação de bombas, envolve o desenvolvimento de uma trajetória ótima para os níveis de água dos reservatórios e o desenvolvimento de um esquema de operação ótima das bombas para se alcançar as trajetórias ótimas dos níveis de água. A trajetória ótima é determinada por meio de uma programação dinâmica, enquanto que a operação ótima das bombas é determinada por um esquema de enumeração explícita.

Com a finalidade de se reduzir as altas pressões transientes produzidas durante a partida e a parada de bombas, GUEVARA e CARMONA (1990) usando um modelo de instalação simples de bombeamento, propuseram um esquema de controle proporcional integral derivativo (PID) para determinar uma variação gradual da velocidade rotacional da bomba. Com o comportamento do fluxo representado pelas equações características, pelas condições de contorno e a descrição matemática da bomba, um procedimento computacional foi desenvolvido para simular a partida, a parada e a operação do fluxo permanente do sistema adotado.

Segundo KARNEY e McINNIS (1990), as pressões geradas pelas condições transientes em um sistema de distribuição de água são freqüentemente três ou mais vezes maiores do que as pressões normais de operação. Além disso, eles afirmam e comprovam que a pressão transiente máxima em alguns trechos de uma rede hidráulica pode exceder a pressão correspondente em um sistema simples. Esta observação implica na necessidade de uma análise transiente em sistemas de abastecimento de água confiável, investigando as diversas condições de fluxo, operação e combinações de mecanismos e componentes de controle do sistema.

Quando o fluxo em um conduto forçado é alterado, ocorrem freqüentemente conversões em grande escala de energia, particularmente se a tubulação está transportando água ou algum outro fluido ligeiramente compressível. As expressões matemáticas que descrevem essas transformações de energia transiente são motivadas pelos princípios da continuidade e "momentum". Uma interpretação alternativa das condições transientes em uma tubulação através de uma expressão de energia integrada que resume a resposta transiente, foi realizada por KARNEY (1990). Se v é a velocidade do fluido, ρ a massa específica do fluido e dx um comprimento infinitesimal, a equação de energia dada por:

$$\frac{\rho a_t}{2} \left(\frac{g}{a} \right)^2 \frac{d}{dt} \int h^2 dx + \frac{\rho a_t}{2} \frac{d}{dt} \int v^2 dx + \frac{f \rho a_t}{2d} \int |v|^3 dx + \rho g a_t v(\ell, t) h(\ell, t) - \rho g a_t v(0, t) h(0, t) = 0 \quad (2.43)$$

provê uma interpretação natural das condições transientes, e permite a distinção entre a análise da teoria da coluna rígida, (onde os efeitos de elasticidade da água e da tubulação são ignorados), e a análise da teoria elástica, (onde estes efeitos são incluídos). A equação de energia numa forma mais compacta é escrita como:

$$\frac{dU'}{dt} + \frac{dT'}{dt} + D_v + W' = 0 \quad (2.44)$$

onde T' é a energia cinética total; U' é a energia interna; D_v é a taxa de dissipação viscosa e W' é a taxa de trabalho externo. KARNEY (1990) definiu um índice de compressibilidade ϕ , que relaciona a variação de energia interna total com a variação de energia cinética total:

$$\phi = \frac{|\Delta U'|_{\max}}{|\Delta T'|_{\max}} \quad (2.45)$$

e concluiu que se o valor de ϕ é grande ($\phi > 0.1$), os efeitos de compressibilidade são importantes. Se o valor de ϕ é pequeno ($\phi < 0.01$), os efeitos de compressibilidade tornam-se menos importantes e o modelo da coluna rígida é uma melhor aproximação da resposta transiente da tubulação. Valores de ϕ entre 0.01 e 0.1, indicam que a compressibilidade é moderadamente importante e desprezível quando se pode ter alguma perda de acurácia.

SIBETHEROS, HOLLEY e BRANSKI (1991) investigaram o método das características (MOC) com interpolações polinomiais na análise transiente de uma tubulação horizontal sem atrito. Avaliaram ainda a performance de três diferentes funções polinomiais pela comparação com outros esquemas numéricos. Concluíram que a precisão total do método com este tipo de interpolação foi significativamente aperfeiçoada quando comparada com o método das características tradicional ou técnicas explícitas de diferenças finitas, embora com um maior consumo de tempo computacional.

KARNEY e McINNIS (1992) adotaram um modelo que é uma extensão do método das características convencional para redes. Embora uma relação similar seja disponível em WYLIE e STREETER (1978) e CHAUDHRY (1979), o equacionamento desenvolvido é algebricamente mais simples e mais flexível, particularmente em relação à linearização do termo de atrito. Os autores afirmam que as redes convencionais de distribuição de água, em geral, prescindem de estudos de transitórios, desde que inexistam mecanismos automáticos de controle de vazões e pressões na rede. Duas equações, uma equação de "momentum" e uma equação de conservação da massa, são utilizadas no modelo transiente em condutos forçados. Se x é a distância ao longo da linha central da tubulação, t o tempo, e as derivadas parciais representadas pelos subscritos, essas equações podem ser escritas como:

$$v_t + gh_x + \frac{f|v|v}{2d} = 0 \quad (2.46)$$

$$h_t + \frac{a^2}{g} v_x = 0 \quad (2.47)$$

onde $h = h(x, t)$ é a energia piezométrica; $v = v(x, t)$ é a velocidade do fluido; d é o diâmetro interno da tubulação; f é o fator de atrito de Darcy-Weisbach; a é a celeridade da onda de pressão e g a aceleração da gravidade.

As equações (2.46) e (2.47) são válidas se o fluxo é unidimensional, se as propriedades do conduto (diâmetro, celeridade, temperatura, etc.) são constantes, se

os termos de declividade e convectivo são pequenos e se a força de atrito pode ser aproximada pela fórmula de Darcy-Weisbach para regime permanente. Geralmente é suposto também que o fator de atrito é constante ou depende pouco do número de Reynolds.

O popular método das características (MOC) é um modelo simples e numericamente eficiente para resolver as equações de fluxo transiente. Fundamentalmente, o método combina as expressões de "momentum" e continuidade em função da vazão q e energia h :

$$dh \pm Bdq \pm \frac{M}{\Delta x} q|q|dx = 0 \quad (2.48)$$

$$\frac{dx}{dt} = \pm a \quad (2.49)$$

onde:

$$B = \frac{a}{ga_t} \quad (2.50)$$

e

$$M = \frac{f \Delta x}{2gda_t^2} \quad (2.51)$$

A equação (2.48) é válida somente ao longo das características C^+ e C^- , definidas pela equação (2.49). Para satisfazer essas relações características, a malha $x-t$ é escolhida de tal forma a assegurar $\Delta x = \pm a\Delta t$ (fig. 2.1).

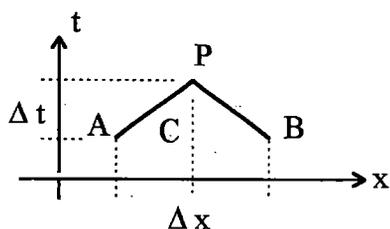


Fig. 2.1 - Malha de discretização do método das características.

Uma vez especificadas as condições iniciais da malha, a equação (2.48) pode ser integrada ao longo de AP e BP na figura (2.1). Embora os dois primeiros termos desta equação sejam facilmente avaliados, a terceira integral requer que a variação de q com x seja conhecida. Na prática, tem-se aproximado ou por $q_A|q_A|$ ou $q_P|q_A|$. Ambas formas podem ser resumidas em uma equação simples como:

$$\int_A^P q|q|dx = [q_A + \epsilon(q_P - q_A)] |q_A| \Delta x \quad (2.52)$$

onde ε é uma constante de linearização. A forma desta integração é motivada pelo teorema do valor médio de integrais, que requer um valor de ε entre 0 e 1. Note que a equação (2.52) se reduz à linearização tradicional $q_A|q_A|$ se $\varepsilon=0$, enquanto produz a forma incondicionalmente estável para $\varepsilon=1$. Indicações preliminares revelam que valores de ε próximos de 0.85 são quase ótimos para a maioria das aplicações.

Se a equação (2.48) é integrada ao longo de AP e BP, duas equações podem ser escritas com incógnitas em P:

$$h_P = C_P - B_P q_P \quad (2.53)$$

$$h_P = C_M + B_M q_P \quad (2.54)$$

onde as constantes de integração são:

$$C_P = h_A + q_A [B - M|q_A|(1 - \varepsilon)] \quad (2.55)$$

$$B_P = B + \varepsilon M|q_A| \quad (2.56)$$

$$C_M = h_B - q_B [B - M|q_B|(1 - \varepsilon)] \quad (2.57)$$

$$B_M = B + \varepsilon M|q_B| \quad (2.58)$$

Exceto pela inclusão de ε , essas equações são idênticas às apresentadas por WYLIE e STREETER (1978) e CHAUDHRY (1979). Para avaliar as constantes características, devem ser conhecidas as condições iniciais nos pontos A e B.

Em um ponto P, h_P pode ser eliminada das equações (2.53) e (2.54) para se obter q_P :

$$q_P = \frac{C_P - C_M}{B_P + B_M} \quad (2.59)$$

A figura (2.2) mostra uma junção sem atrito com um número qualquer de tubulações conectadas a um nó geral. N_1 é o conjunto de tubulações que tem direção de escoamento para o nó, e N_2 o conjunto de tubulações que tem fluxo saindo do nó. h_P é a energia no nó, e Q_{ext} é uma vazão externa ou de consumo. As vazões são assumidas positivas na direção para o nó.

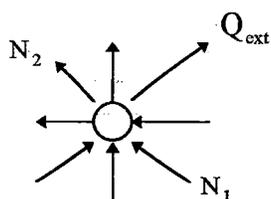


Fig. 2.2 - Nó geral com uma vazão externa.

A equação (2.53) é aplicada às tubulações do conjunto N_1 , enquanto que as tubulações pertencentes a N_2 são governadas pela equação (2.54). Rearranjando ambas as equações:

$$q_{Pi} = -\frac{h_p}{B_{Pi}} + \frac{C_{Pi}}{B_{Pi}} \quad i \in N_1 \quad (2.60)$$

$$-q_{Pj} = -\frac{h_p}{B_{Mj}} + \frac{C_{Mj}}{B_{Mj}} \quad j \in N_2 \quad (2.61)$$

A equação de continuidade para a junção requer que o fluxo total que entra seja igual ao fluxo que deixa o nó:

$$\sum_{i \in N_1} q_{Pi} - \sum_{j \in N_2} q_{Pj} - Q_{ext} = 0 \quad (2.62)$$

As equações (2.60) e (2.61) podem ser substituídas na equação (2.62) para produzir uma expressão para h_p :

$$h_p = C_c - B_c Q_{ext} \quad (2.63)$$

$$\text{onde: } B_c = \left(\sum_{i \in N_1} \frac{1}{B_{Pi}} + \sum_{j \in N_2} \frac{1}{B_{Mj}} \right)^{-1} \quad (2.64)$$

$$C_c = B_c \left(\sum_{i \in N_1} \frac{C_{Pi}}{B_{Pi}} + \sum_{j \in N_2} \frac{C_{Mj}}{B_{Mj}} \right) \quad (2.65)$$

A equação (2.63) representa uma relação simples entre a energia no nó h_p e a vazão Q_{ext} em uma junção sem atrito.

Em um outro trabalho, McINNIS e KARNEY (1995) propuseram uma formulação para a análise de redes, onde os sistemas de demanda são representados por um fluxo distribuído na tubulação. Essa aproximação foi comparada com a técnica de orifício equivalente (ou consumo agregado) e com a técnica de conjunto discreto de consumos constantes. Os resultados obtidos pelas três diferentes representações do sistema de demanda foram semelhantes, e forneceram uma boa concordância com os resultados observados experimentalmente.

O controle de vazamentos no sistema de distribuição é um outro importante problema de operação e de manutenção da rede. É um problema de grande relevância econômica quando se considera a escassez e os custos dos recursos hídricos. Estudos de planejamento e de simulação do funcionamento hidráulico do sistema de distribuição possibilitam o entendimento e a quantificação da distribuição das demandas, e fornecem diretrizes para, dentro de faixas de probabilidades, a determinação de possíveis locais onde ocorrem perdas de água por vazamento.

Dentro dessa linha de modelagem, PUDAR e LIGGET (1992) abordaram o problema de perdas e desenvolveram um algoritmo para a determinação de possíveis nós sujeitos a vazamentos. O problema é de grande complexidade, pois a priori, não se conhece com precisão desejável os coeficientes de atrito das tubulações e tão pouco, os reais valores das vazões de consumo nos nós.

ALMEIDA e KOELLE (1993) apresentaram um tratado sobre transientes hidráulicos em redes, onde é desenvolvido um equacionamento geral para a análise de sistemas complexos. Com relação à solução permanente, comentaram sobre a conveniência de ser utilizada a formulação do transitório, principalmente para facilitar a entrada de dados na análise transiente. Eles forneceram alguns aspectos práticos importantes para o cálculo hidráulico, particularmente o uso de uma celeridade fictícia para os trechos da rede.

Um modelo transitório baseado no método das características para redes sujeitas a pressões negativas e à variação de demanda foi desenvolvido por RIGHETTO (1994). O modelo permite a calibração dos coeficientes de atrito das tubulações e operação de sistemas contendo estações elevatórias, reservatórios de ponta, válvulas e booster. O modelo transitório foi comparado com o método de ajuste simultâneo das energias para a obtenção da solução permanente, e demonstrou ser mais eficiente tanto em relação a versatilidade e aplicação do método quanto ao tempo de processamento.

LIGGETT e CHEN (1994) analisaram os sistemas de distribuição de água em regime transiente para o problema inverso, calibrando o sistema simultaneamente com a determinação de vazamentos ou usos não autorizados de água. O modelo faz uso do método das características e demonstrou ser útil em problemas de monitoramento, calibração e detecção de vazamentos. Condições necessárias e suficientes para o cálculo de redes através do problema inverso, onde as características das tubulações são tratadas como variáveis e determinadas para atender as especificações de fluxo e pressão, foram desenvolvidas por ALTMAN e BOULOS (1995). Estas condições são obtidas analiticamente dos resultados da álgebra linear e teoria dos grafos. O estudo é desenvolvido através de uma reformulação das equações básicas de regime permanente.

Utilizando o método das características e a teoria da coluna elástica, LUVIZOTTO (1995), desenvolveu um programa computacional para a análise permanente a partir da formulação do transitório. O programa pode ser utilizado com as finalidades de planejamento, operação e controle de sistemas de abastecimento de água, e explora os recursos do ambiente windows, facilitando a edição de dados de entrada e a geração de resultados em forma de tabelas e gráficos.

Um algoritmo não linear para a simulação de válvulas de controle em grandes redes hidráulicas durante transientes rápidos foi proposto por POOL e KOELLE (1998)*. O sistema de controle automático, composto por válvulas e tubos, é representado pelas equações hidráulicas do sistema de controle. Um modelo, baseado

* POOL e KOELLE (1998). **Dynamic control valve behavior analysis by coupled non linear hydraulic and network equations.** /Manuscrito não publicado/ Comunicação pessoal pelo segundo autor.

no método das características, foi usado para simular a rede hidráulica. Combinando as equações do modelo da rede com as equações não lineares do sistema de controle das válvulas, uma solução única para a resposta dinâmica do sistema foi obtida. Pela união dessas equações, a operação da válvula é diretamente relacionada com as características da rede, permitindo um estudo completo da resposta dinâmica do sistema global. Segundo os pesquisadores, o conhecimento operacional da válvula em campo é a garantia de uma instalação e regulação adequada da válvula. Um módulo executivo para redes hidráulicas, que contém válvulas automáticas de controle, foi também apresentado para simular em tempo real a rede e auxiliar a identificar os limites de resposta das válvulas de controle durante algumas manobras críticas da rede. Uma aplicação exemplo foi apresentada para mostrar as qualidades e potencialidades do modelo. Embora os resultados apresentados pelos pesquisadores para uma rede exemplo foram consistentes e razoáveis, eles afirmam que nem sempre uma válvula de controle pode responder satisfatoriamente aos transientes. No entanto, o modelo proposto pode ser uma ferramenta útil para resolver o problema de controle operacional global em redes hidráulicas.

2.4 - Controle Ótimo de Sistemas Hidráulicos

Devido ao crescente nível de urbanização e de demanda, as operações dos sistemas de abastecimento e distribuição de água tem-se tornado cada vez mais complexas. As complexidades inerentes das redes hidráulicas, juntamente com suas características não lineares, tem até recentemente, restringido o uso de técnicas numéricas para simular o desempenho hidráulico dos sistemas de água. Com o advento de poderosos computadores, técnicas de modelação matemática estão sendo continuamente refinadas, permitindo modelar, planejar, projetar, operar, controlar e monitorar redes complexas com grande precisão.

As características operacionais de tais sistemas devem satisfazer as restrições de consumo com um custo operacional mínimo mantendo um nível aceitável de serviço. Em sistemas convencionais de abastecimento de água, o custo da energia elétrica para o bombeamento da água tratada corresponde a principal fração do custo total. Por esta razão, a maioria das estratégias de controle ótimo para sistemas de abastecimento de água tem procurado minimizar tais custos. Em sistemas de distribuição de água, as válvulas redutoras de pressão constituem em mecanismos importantes na regulação das pressões e vazões, reduzindo as perdas de água por vazamento e conseqüentemente os custos operacionais. Portanto, o desenvolvimento de técnicas de controle ótimo tem como objetivo reduzir os custos de operação do abastecimento e distribuição de água para um dado conjunto de condições limites e de restrições. As características específicas e únicas dos sistemas de distribuição e abastecimento de água e a complexidade das tarefas de controle e modelação, tem motivado a atenção de pesquisadores ao longo dos anos. Como resultado desta motivação, um grande número de algoritmos, procedimentos e técnicas tem sido desenvolvidos para propósitos de modelação dinâmica e controle otimizado.

Sistemas típicos consistem de redes com reservatórios, tubulações, bombas e válvulas para fornecerem demandas variáveis de água. A necessidade de operar o sistema de uma maneira eficiente satisfazendo as demandas de consumo, torna

complexos os problemas de controle otimizado e a modelagem dinâmica. Do ponto de vista teórico, esses sistemas são de grande escala, não lineares e altamente interativos. A otimização deve permitir o uso de variáveis de controle contínuas e discretas com restrições de controle e de estado. O sucesso dos métodos de otimização dependem significativamente da formulação do modelo dinâmico simplificado para rápida e repetida avaliação dos efeitos da estratégia de controle sobre a operação da rede. Em adição, um esquema de previsão de demanda é requerido para o período de controle. É essencial assegurar que os desenvolvimentos teóricos sejam aplicáveis aos sistemas reais e reúnem todas as restrições operacionais. Portanto, para evitar uma manipulação experimental desnecessária de sistemas operacionais, a análise de sistemas e a validação inicial dos resultados devem contar com métodos de simulação acurados.

Muitos dos métodos formais de otimização foram desenvolvidos durante a segunda guerra mundial, e tornaram-se populares, particularmente, nas indústrias químicas, de óleo e outras. Os métodos foram estabelecidos na indústria de água no final da década de 60 e início da década de 70. Muitos dos trabalhos daquele tempo foram direcionados às bacias e estudos regionais. Durante esse tempo até o final da década de 70, algumas investigações foram realizadas para otimizar o uso de diversas fontes pequenas. Com a redução dos custos computacionais e o aperfeiçoamento dos métodos de otimização, particularmente os métodos de programação linear, ocorreu um aumento na dimensão e na complexidade dos modelos gerados. Recentemente, diversos trabalhos sobre o controle de sistemas de abastecimento e distribuição de água tem sido encontrados na literatura, e são descritos a seguir.

O problema de controle ótimo de uma rede de distribuição de água, incluindo bombas e reservatórios, com o objetivo de fornecer água a um custo mínimo, foi formulado por JOALLAND e COHEN (1980). Devido as características particulares do problema, como restrições de estado, controles discretos e modelos implícitos, eles utilizaram o método da programação dinâmica discreta. No entanto, a dimensão global do sistema impede de usá-lo de maneira geral. Duas aplicações foram consideradas. A primeira, consiste em dividir a rede em diversas subredes e usar um algoritmo baseado na teoria da coordenação e decomposição, e a segunda aplicação, usa uma abordagem de agregação e desagregação iterativa. O objetivo da pesquisa foi produzir um programa computacional para o cálculo automático de um esquema de bombeamento diário e estudar um modelo de previsão de consumo usando os registros de dados existentes. No entanto, nenhum dos dois métodos tem sido suficientemente testado para predizer o comportamento em todos os casos. Os dois métodos devem ser considerados como protótipos de técnicas que devem auxiliar a resolução de problemas de controle ótimo para grandes redes de distribuição ou outros sistemas de água.

RIBEIRO (1985) sistematizou o equacionamento de uma rede hidráulica genérica, de tal forma a descrever o seu comportamento dinâmico por um sistema de equações diferenciais não lineares de primeira ordem. Este sistema englobou as características físicas e morfológicas da rede, as vazões de água tratada que alimentam o sistema, a demanda populacional, e as vazões e pressões operacionais. Numa segunda parte do seu trabalho, definiu e apresentou uma solução simplificada para um problema de controle ótimo minimizando uma determinada função objetivo. O modelo otimizado consistiu basicamente em simular a operação de um sistema de

distribuição de água, para compatibilizar, a cada instante, o esquema de produção, definido pelas características das estações de tratamento de água, com as operações das estruturas de controle e das estações de bombeamento, de maneira a atender o consumo populacional durante um dado período, evitando-se o extravasamento ou esgotamento dos reservatórios.

Uma técnica de modelação e otimização, juntamente com o programa computacional associado ao controle de um sistema de distribuição de água, é descrita por JOWITT, GARRET, COOK e GERMANOPOULOS (1988). Um esquema de operação para bombas foi obtido pelo método da programação linear, otimizando os custos de energia elétrica para a operação de redes de distribuição de água. Os problemas de análise e simulação da rede, previsão de demandas, controle de perdas e controle de pressões, são também estudados. Um centro de controle recebe informações detalhadas que são usadas pelo preditor de demanda para prever o consumo do próximo período de controle. Com a previsão de consumo e dados da rede obtidos em tempo real, o modelo de otimização determina o sistema operacional mais econômico. O desempenho do modelo pode ser determinado por uma retrospectiva da operação ótima das bombas e válvulas, baseada nas demandas experimentadas pela rede com subsequente comparação dos custos ótimos e os custos reais ocorridos. No exemplo testado, as previsões dos custos, das vazões e dos níveis de reservatórios, foram próximas daquelas obtidas pelo simulador no período de análise, confirmando a calibração do modelo de otimização e a validade das suposições inerentes na formulação do problema de programação linear aplicada à rede exemplo.

A flexibilidade da telemetria moderna e dos sistemas de controle, permitindo um maior gerenciamento dos recursos de água e sistemas de distribuição, tem aumentado a busca de uma otimização on-line. Os benefícios da aplicação dos métodos de otimização on-line na operação dos recursos hidráulicos e sistemas de distribuição são claros, pois eles permitem um controle preciso de bombas e válvulas para manter um perfil de pressão adequado no sistema, e asseguram que os reservatórios sejam mantidos em níveis suficientes para satisfazer as demandas futuras. Antes que um modelo e um método de otimização seja desenvolvido, é importante entender como o modelo será usado e os tipos de decisões a serem tomadas da análise do modelo. Uma descrição acurada do sistema de distribuição deve ser incluída no modelo. Numa situação complexa, o objetivo é controlar diversas bombas e válvulas em função do volume do reservatório receptor, das pressões de distribuição e também dos custos.

Um problema de otimização e simulação relacionado com o gerenciamento e controle de sistemas de distribuição de água foi formulado por MOSS e HOWARD (1988). O trabalho foi desenvolvido em duas fases e representa uma das tentativas de aplicar os métodos de otimização à operação de um sistema de distribuição. A primeira fase inclui a simulação e a determinação dos pontos críticos do sistema, enquanto que a segunda fase está relacionada com o desenvolvimento do método de otimização e a sua ligação on-line com o sistema de telemetria. A primeira fase iniciou-se com uma inspeção dos dados históricos de demanda, pressão, vazão e nível de reservatório das áreas de distribuição. Dessa análise preliminar, os pontos críticos foram determinados, e inúmeras simulações da rede foram realizadas para investigar a variação dos pontos críticos sob uma faixa de diferentes demandas e estados de

controle. Diferentes técnicas foram usadas e avaliadas antes que as respostas desejadas fossem obtidas. Testes de campo adicionais mostraram que o resultados entre os dados observados e as funções de respostas foram comparativamente muito próximos. A simulação do sistema requereu uma predição da demanda para o período estudado e diversas opções foram consideradas. Na segunda fase, desenvolveu-se um método de otimização adequado para alterar os valores das variáveis de controle (estados das válvulas e bombas) tal que os custos operacionais simulados fossem mínimos, assegurando ao mesmo tempo que os volumes dos reservatórios e a distribuição das pressões estivessem dentro de limites especificados. Os pesquisadores notaram que restrições muito rígidas incorporadas na simulação resultaram num problema de otimização mais complexo, aumentando drasticamente o tempo de processamento. Dependendo da implementação, ao completar o processo de otimização, os esquemas operacionais revisados podem ser transmitidos ao sistema de telemetria para um controle completamente automático.

Como mencionado anteriormente, recentes desenvolvimentos em telemetria e telecontrole tem tornado o controle computacional de certas classes de sistemas distribuídos ou remotos uma proposta realística. Uma destas classes trata de redes de distribuição de água. Tipicamente, as redes hidráulicas abrangem grandes áreas, o que significa que a comunicação entre a sala de controle e as estações de controle ou partes monitoradas da rede seja geralmente de longo alcance, resultando num problema para a coleta de dados e a transmissão das mensagens de controle. No entanto, esses sistemas podem ser beneficiados com os equipamentos de telemetria. Para uma rede hidráulica, o sistema de telemetria consiste de um conjunto de medidores e mecanismos de monitoramento que transmite informações de vazões e pressões de alguns pontos discretos da rede de distribuição. No entanto, tal coleta de telemetrias é de utilidade limitada pois dá uma visão local dos parâmetros operacionais do sistema. Para se obter uma visão global do sistema, os dados de telemetria precisam ser combinados com o modelo matemático da rede hidráulica para que todas as variáveis de interesse que não são diretamente medidas possam ser calculadas. Esse processo é conhecido como estimação de estado e tem sido usado na indústria de água já a alguns anos. Geralmente o número de telemetrias que são disponíveis ao estimador de estado é restrito devido ao custo de instalação de medidores e da montagem da comunicação exigida, tornando anti-econômico medir todas as variáveis do sistema. Se os estados estimados forem usados para propósitos de controle, é importante que o nível de incertezas presentes nestes estados possa ser quantificado. Portanto, há uma necessidade de se quantificar o grau de incerteza nas medidas por telemetria de sistemas de distribuição de água para definir uma estratégia de controle eficiente, assegurando a confiabilidade das decisões de controle e do projeto de otimização do sistema. O processo que calcula a incerteza associada com os estados estimados é denominado de análise de confiança limite.

BARGIELA e HAINSWORTH (1988a) tratam o problema da interrelação entre a qualidade dos dados de entrada e a qualidade dos resultados, e apresentam dois algoritmos para a análise de confiança limite. Esses algoritmos levam em conta a imprecisão das medições e calculam os erros limites sobre os estados estimados. O primeiro algoritmo usa um método de otimização, e o segundo faz uso da análise de sensibilidade. O desempenho desses algoritmos é avaliado em termos de suas vantagens para o controle em tempo real ou uso no estágio de projeto. Há muitos

fatores envolvidos na interdependência entre a acurácia do estado medido e do estado estimado. Esses fatores incluem o número de medidores usados no sistema, a distribuição desses medidores, a topologia da rede e o estado operacional do sistema de distribuição. Esses fatores são complexos e interagem entre si. Conseqüentemente, na análise de confiança limite, as vazões e pressões não são calculadas como simples valores numéricos, mas como faixas de estados possíveis. O trabalho discute ainda os conceitos do cálculo da confiança limite, fornece uma avaliação de estimação de estado determinística, descreve uma técnica de simulação analisando os resultados produzidos em uma rede de distribuição de água de médio porte, e finalmente introduz novos algoritmos de análise de confiança limite baseados numa aproximação linear do modelo da rede.

Num outro trabalho, com o objetivo de se tomar decisões de controle adequadas, BARGIELA e HAINSWORTH (1988b) desenvolveram um programa interativo para ser utilizado como suporte de decisão e como uma ferramenta para o projeto de um sistema de telemetria. O programa computacional permite a seleção correta do número, posição e acurácia dos medidores empregados para monitorar a rede, assegurando que os medidores sejam usados de forma a reduzir a incerteza do sistema. Adicionalmente, a operação do sistema é representado por uma faixa de valores possíveis de vazão e pressão em uma dada parte da rede, que podem ser atingidos pelas variações aleatórias das estimativas de consumo (estimativas obtidas através de fatores secundários como a distribuição da população e o tipo de uso industrial). Desta forma, o programa desenvolvido pode ser usado por um operador para monitorar a incerteza do estado estimado. A acurácia de cada variável medida foi avaliada independentemente, pois uma particular configuração de medidores poderá resultar em algumas variáveis calculadas acuradamente e outras inacuradamente. Os fatores principais que afetam o grau de incerteza são: os parâmetros topológicos do sistema (como por exemplo a conectividade da rede), os parâmetros físicos das conexões, o posicionamento dos medidores, a acurácia e valores das variáveis medidas, as estimativas dos consumos nodais, e o estado operacional da rede. Segundo os pesquisadores, o programa desenvolvido é flexível e permite simular várias situações para encontrar de forma rápida, simples e precisa, a configuração de medidores ótima.

Os resultados de um projeto para fornecer um esquema automático de bombas satisfazendo as demandas de consumo com um custo mínimo foram apresentados por FALLSIDE (1988). O projeto produziu um esquema de controle otimizado, onde os consumos foram preditos e um esquema de bombeamento de mínimo custo foi calculado para essas predições. O trabalho descreve um sistema mínimo que reduz o número de medidas necessárias. Várias conclusões foram obtidas, particularmente a necessidade de uma análise compreensiva da rede.

Em muitos sistemas de controle, falhas podem ocorrer por causa de uma demanda não determinística. Em tais sistemas, uma aproximação estocástica é necessária na consideração do problema. Este tipo de problema ocorre em sistemas de abastecimento de água. Nestes sistemas, a demanda e o abastecimento são de natureza estocástica. Em muitos casos, a demanda e o abastecimento esperados são conhecidos ao longo do tempo, mas muito pouco se sabe sobre a distribuição do abastecimento. BOGATAJ e BOGATAJ (1988) consideraram os custos que podem aparecer se a demanda exceder alguma demanda crítica determinada por

probabilidade. Como o desvio dessa demanda crítica não é conhecido exatamente, somente valores dentro de algum intervalo foram avaliados. O mesmo pode acontecer também com o abastecimento de água. Foi considerada a questão de quão grande é a diferença entre os custos determinados sobre o limite superior e o limite inferior do valor de demanda ou de abastecimento, ou seja, quão grande pode ser o máximo erro na estimativa dos custos ao longo do tempo devido a informação insuficiente sobre a distribuição de demanda ou de abastecimento. O estudo do problema consistiu em estimar a influência de um desvio desconhecido da distribuição da demanda e do abastecimento sobre a função custo no gerenciamento de sistemas de abastecimento de água.

ALLA e JARRIGE (1988) mostraram um conjunto de métodos relacionados com a operação de redes complexas de abastecimento de água. Segundo os pesquisadores, a rede de abastecimento de água da área oeste parisiense tem sido operada de maneira ótima com o auxílio de um programa computacional resultante desses métodos. O algoritmo usa os métodos da coordenação, decomposição, agregação, desagregação e dualização para calcular o controle ótimo com relação ao critério econômico das instalações da rede, como bombas e válvulas. O processo é dividido em dois estágios, um off-line, que calcula as interações entre as redes secundárias, e um on-line, que usa esses cálculos e os níveis de reservatórios reais para a realimentação. O comportamento teórico do modelo é restrito a apenas algumas restrições de gerenciamento. Um modelo estatístico para a previsão de consumo foi desenvolvido.

COULBECK (1988) realizou uma revisão das metodologias para modelação e controle de sistemas de abastecimento de água. O trabalho introduziu alguns métodos específicos de modelação e controle de sistemas de distribuição e de abastecimento de água, e mostrou a relevância desses métodos nas operações de mínimo custo. Com os modelos dinâmicos linear e não linear, o modelo de custo operacional para controle ótimo, e as restrições sobre os estados e os controles, foi possível analisar diversos tipos de sistemas dinâmicos multivariáveis discretos no tempo. Esse tipo de problema é idealmente desejável para a otimização por programação dinâmica, que em princípio, pode tratar as complexidades e obter uma solução global pela avaliação e comparação do custo dos controles possíveis. Na prática, o procedimento de programação dinâmica é restrito aos problemas de pequena dimensão, e modificações ao procedimento padrão juntamente com métodos alternativos, foram explorados para permitir a solução de sistemas de maior ordem. O controle otimizado, com a previsão das demandas, requereu o cálculo das operações de bombas e válvulas com o objetivo de minimizar os custos globais e satisfazer as restrições do sistema. Isto envolveu a definição do sistema apropriado e as equações de custo que foram usadas em conjunção com as restrições e as condições iniciais para produzir uma solução de controle ótimo.

Uma visão geral e a descrição de algumas aplicações de projetos e procedimentos relativos a modelagem e controle de sistemas de abastecimento e distribuição de água, foram fornecidos por COULBECK e ORR (1988). O trabalho resultou no desenvolvimento de uma série de programas computacionais abrangendo simulações dinâmicas e otimização. Estes programas são brevemente descritos em função de sua relevância para propósitos de análise, projeto e controle. Contudo, a parte principal do trabalho envolveu a aplicação dos métodos para diversos sistemas

práticos. O principal objetivo do estudo foi a aplicação do computador e técnicas de engenharia de controle para reduzir os custos operacionais no abastecimento e distribuição de água potável. Os sistemas sob consideração consistiram tipicamente de redes de distribuição compostas por tubulações, bombas, válvulas e reservatórios. Os custos de operação foram devido principalmente à energia elétrica consumida no bombeamento, e secundariamente ao tratamento químico da água. Os requisitos importantes para a modelação e o controle, incluíram a avaliação da operação da rede, uma predição futura de demanda de água, e a seleção de bombas para atender essa demanda. O grande interesse foi o conceito de otimização de operação para obter os menores custos de operação fornecendo ao mesmo tempo um serviço satisfatório aos consumidores.

ORR, COULBECK, BRDYS e PARKAR (1988) se propuseram também em estudar os requisitos necessários para se obter um esquema de controle ótimo em tempo real de sistemas de água. As características, requisitos e os objetivos gerais do controle de sistemas de água foram apresentados, e uma avaliação dos objetivos de controle e suas limitações foi realizada. Os pesquisadores apresentaram também uma revisão das metodologias e técnicas disponíveis para a simulação, otimização e predição de demanda de sistemas complexos de água. O problema de análise e manejo dos dados foi discutido considerando os dados de telemetria correspondentes. O conceito de inteligência artificial e sua aplicação em controle de sistemas de água também foi investigado. Finalmente, os algoritmos e programas requeridos no projeto e na implementação de um esquema de controle ótimo para sistemas de abastecimento e distribuição de água foram descritos e detalhados.

O projeto de válvulas de controle em uma rede de distribuição de água, satisfazendo as especificações de estabilidade e de tempo de resposta, é um elemento chave na regulação de água entre diferentes zonas da rede com o objetivo de assegurar que as condições de pressão e vazão forneçam um bom serviço aos consumidores com um custo mínimo. QUEVEDO, CEMBRANO, MONTOLIU e CASANOVA (1988) descreveram um projeto e uma análise de diferentes algoritmos de controle digital de válvulas para uma operação satisfatória de uma rede de distribuição de água. Quatro algoritmos de controle são estudados e descritos, e uma análise comparativa de seus desempenhos foi realizada com base nos resultados de simulação do comportamento das válvulas. O comando centralizado de um sistema de distribuição de água é organizado por um computador central que determina as estratégias de operação para todas as válvulas automáticas na rede. A estação de comando de cada válvula contém um microcomputador que controla as válvulas de acordo com o algoritmo de controle. Todas as válvulas automáticas da rede estudada, independentemente do seu tamanho e função, possuem um dispositivo comum chamado de atuador de posição de válvula. Esse sistema pode realizar somente três ações: abrir, parar e fechar com velocidade fixa. Os elementos de medida são diferentes tipos de sensores (pressão, perda de carga ou pressão diferencial) conforme as variáveis a serem controladas (pressão de jusante, perda de carga ou vazão respectivamente).

Diversas técnicas foram aplicadas para o controle das válvulas. Nos estudos de QUEVEDO et al. (1988), um primeiro algoritmo não linear consistiu basicamente num interruptor de acionamento para abrir ou fechar a válvula sempre que o erro de controle (ou seja, a diferença entre o valor real observado e o valor desejado da

variável controlada) fosse maior ou menor do que um limite pré definido. Nesse algoritmo, a válvula continua a abrir ou a fechar até que o erro seja zero. Esse tipo de algoritmo de controle teve algumas vantagens. Por um lado, nenhum modelo específico de cada válvula foi necessário, e de outro lado, foi relativamente simples para qualquer operador entender a operação da válvula e portanto verificar a ação de controle e ajustar os parâmetros e limites associados. No entanto, uma importante desvantagem resultou do fato que quando há constantes temporais relativamente longas associadas com o processo controlado, surgem oscilações. Este fenômeno foi evitado num segundo algoritmo, fazendo com que a ação de abertura ou fechamento fosse desligada antes que a variável atingisse o valor desejado. Essa ação de controle apresentou a desvantagem de envolver em alguns casos, muitas ações de liga e desliga, mas resolveu bem o problema de oscilação das válvulas para constantes de tempo relativamente grandes. Uma estratégia alternativa de controle tentou superar a inconveniência de se ter somente três ações de controle (abrir, parar e fechar) através de uma ação realizada com uma velocidade constante. A ação da válvula neste caso foi representada por uma fração da abertura ou fechamento em relação ao período definido. A vantagem desta estratégia de controle é que ela aparentemente trabalha como um controlador linear e elimina as oscilações das válvulas. No entanto, não considera os desvios instantâneos da variável de saída ao longo do período. Outra opção para aperfeiçoar os problemas de estabilidade associados com a primeira estratégia de controle, foi manter o módulo não linear, mas considerar não somente o erro da variável mas também sua derivada. Na prática, essa estratégia supera o problema das oscilações, pois ela desliga a ação da válvula antes dos erros desaparecerem. Do ponto de vista teórico, esse fato é confirmado pela análise da resposta transiente. A principal desvantagem desta estratégia de controle encontra-se na ação amplificadora que ela produz no nível de ruído da variável de saída, devido a ação derivativa. Para superar esse efeito, foi necessário filtrar continuamente a variável medida ou os erros das variáveis.

Os resultados das simulações com as quatro estratégias de controle foram apresentados (QUEVEDO et al. 1988). Todas as estratégias foram simuladas com a mesma válvula e com as mesmas condições de operação. Dos resultados obtidos, observou-se que os melhores controles foram a segunda e a terceira alternativa, pois estes controles forneceram uma melhor resposta da válvula em termos de estabilidade e precisão, e não envolveram um grande número de operações.

Enquanto considerável esforço tem sido investido ao longo da última década no desenvolvimento de técnicas de otimização para tratar o problema de otimização de custos na operação de bombas, o problema do controle de perdas de água tem recebido relativamente menor atenção. A perda de água em uma rede de abastecimento pode representar uma grande porcentagem da quantidade total de água fornecida, e conseqüentemente uma significativa perda de economia. A perda de água não somente envolve custos de bombeamento e tratamento, mas também investimentos prematuros em novas fontes ou na expansão da capacidade do sistema a medida que a demanda aumenta. Reduções das perdas, resultará portanto em custos operacionais anuais mais baixos e um retardamento nas despesas relacionadas com o aumento da demanda. Os benefícios potenciais da economia total líquida proveniente da implementação de uma estratégia de controle apropriada das perdas são significantes. Diversos fatores tais como, o estado e a qualidade das tubulações, a

colocação das tubulações e as características do solo onde as tubulações são instaladas, afetam as perdas de água por vazamento. Por outro lado, as perdas de água de uma rede de distribuição e abastecimento são diretamente relacionadas às pressões de serviço do sistema. A perda aumenta proporcionalmente com o aumento da pressão média de serviço. Portanto, a redução das pressões de serviço resultarão em considerável redução das perdas. Um benefício adicional que resulta da regulação de pressão é a redução na frequência e conseqüentemente dos custos de reparo, dos rompimentos de tubulações induzidas pela alta pressão. Do ponto de vista econômico, é portanto desejável regular as pressões excessivas de serviço a níveis aceitáveis, principalmente quando a pressão é o único fator entre os demais fatores que pode ser facilmente controlado em uma rede existente. No entanto, é raro o controle de válvulas integrado a um controle operacional e a um sistema de telemetria. Como as redes de abastecimento de água são planejadas e projetadas para as demandas futuras, é inevitável que pressões excessivas existirão e freqüentemente ocorrerão. Enquanto adequada pressão é essencial para manter um satisfatório serviço, os excessos de pressão são indesejáveis por que elas levam a significantes níveis de perdas. Para aumentar a eficiência em termos de economia, perdas devem ser reduzidas a níveis apropriados. A redução de pressão pode ser obtida de várias maneiras, desde a redução da energia de bombeamento, o estabelecimento de zonas de pressão através do uso de uma variedade de válvulas redutoras de pressão, até a instalação de reservatórios de equilíbrio. Com o aumento no uso de sistemas de controle computadorizados e sistemas de telemetria associados, o uso de válvulas controladas remotamente pode oferecer uma forma efetiva de controle das pressões e redução das perdas.

O trabalho descrito por JOWITT e XU (1990) aborda um método de minimização de perdas através do controle ótimo de válvulas. O esquema de controle para minimização de perdas pode ser implementado sozinho ou em conjunção com outros métodos de detecção e controle de perdas. Esse trabalho apresenta um algoritmo que procura minimizar as perdas do sistema diretamente, ao invés de simplesmente minimizar as sobre pressões do sistema. Os potenciais benefícios econômicos de tal esquema de controle são avaliados pela comparação dos volumes de perdas resultantes para os casos controlados e não controlados. As equações não lineares da rede, descrevendo a relação entre as energias nodais e as vazões nas tubulações, são complementadas por equações explícitas que relacionam as pressões e as perdas e por equações que modelam os efeitos das ações das válvulas. Sucessivas linearizações dessas equações usando o método da teoria linear permite formular e resolver um programa linear de mínima perda. O desempenho do método foi demonstrado pela aplicação numa rede exemplo.

ORR, PARKAR e TENNANT (1990) desenvolveram e implementaram um projeto de controle on-line parcialmente automatizado para um grande sistema urbano de abastecimento e distribuição de água existente. Este projeto representou a principal parte de um programa de modernização para o abastecimento e a distribuição de água urbana com o objetivo de modernizar as estações de bombeamento e centralizar todas as operações ao centro de controle. Os fatores importantes do programa de modernização foram relacionados com a substituição das bombas velhas por bombas novas e modernas, operadas através de um controle central, e com a instalação de um sistema de telemetria moderno para facilitar a filosofia básica do controle on-line. O

trabalho dos pesquisadores descreveu as considerações de projeto, os aspectos de desenvolvimento, e os estágios de implementação de um sistema de controle ótimo para uma rede de abastecimento de água, destacando os objetivos para o controle de sistemas de água, e provendo uma avaliação da metodologia de controle. As características relevantes do esquema de controle foram detalhadas pelo gerenciamento dos dados de telemetria em seções, pela criação de módulos hidráulicos, e pela filosofia executiva do controle. Preliminarmente, os resultados da implementação foram animadores. O esquema foi aplicado em várias partes de um sistema de abastecimento urbano e pode ser estendido ao sistema inteiro. Segundo os pesquisadores, os custos de desenvolvimento de tal esquema são compensados pela eficiência e a economia obtida.

Uma descrição da estrutura de um sistema de controle de reservatórios em tempo real e as diversas formas de controle existentes, mostrando a necessidade de otimização e automatização do controle, foi realizada por ZAHED (1990). O pesquisador apresenta o sistema adutor metropolitano de São Paulo e descreve o seu sistema de controle operacional. Dois modelos alternativos propostos para a previsão de consumos em tempo real, baseados em ajustes polinomiais e harmônicos das séries de dados são discutidos, e os resultados de aplicação prática destes modelos quanto a precisão de resultados e a confiabilidade de operação são analisados.

Outro trabalho que enfoca o controle de pressão para a minimização de perdas em redes de abastecimento de água foi apresentado por HINDI e HAMAN (1991). O objetivo do trabalho foi desenvolver modelos matemáticos e técnicas computacionais para determinar o uso de válvulas redutoras de pressão com o objetivo de minimizar as perdas mantendo a garantia de abastecimento. Na primeira parte do trabalho, o problema é investigado quando um conjunto de demandas e pressões nos reservatórios é conhecido. Na segunda parte, um modelo é desenvolvido para minimizar as perdas quando mais do que um conjunto de demandas são conhecidos. Como os problemas de otimização de redes de abastecimento de água são complexos, as dimensões das redes envolvidas e a natureza não linear e não convexa das relações entre a pressão e a vazão, foram as principais dificuldades observadas. O problema de minimização de perdas em redes de abastecimento de água através de um controle apropriado das válvulas redutoras de pressão foi considerado. O assunto é primeiramente formulado como um problema não linear. As limitações da linearização iterativa foram discutidas. O esforço para resolver tais problemas através da linearização iterativa apresentou limitações de convergência. Modelos com linearizações alternativas foram apresentados e resultados dos estudos de casos para avaliar a eficácia e eficiência computacional dos modelos propostos foram apresentados e discutidos. No trabalho apresentado pelos pesquisadores, os dois modelos desenvolvidos com linearizações alternativas foram implementados computacionalmente para a análise de diversos casos de estudo e demonstraram ser eficientes.

ORR, ULANICKI e RANCE (1992) descreveram uma tecnologia de controle para sistemas de abastecimento e distribuição de água. O controle é usado para fornecer diretrizes operacionais desejáveis. A aplicação é baseada em um simulador de propósito geral e um modelo da rede, fornecendo um desempenho de custos. O simulador é interligado a um sistema de gerenciamento on-line através de uma base de dados para que o modelo da rede seja mantido atualizado. Na metodologia do

controle global, o simulador é usado para diferentes tarefas funcionais, sendo o programa de otimização uma delas. O programa de otimização fornece um controle hidráulico prático de redes complexas e gera uma economia nos custos operacionais. A metodologia adotada é dependente do modelo e do controlador da rede, e inclui uma base de dados, um preditor de demanda e um otimizador. Um simulador foi então desenvolvido para planejamento, projeto, controle e operação do sistema. O controlador forneceu os esquemas de controle e os perfis de referência a partir das condições de operação, que incluíram as trajetórias dos reservatórios, as pressões, vazões e etc. Um conjunto de esquemas ótimos foi estabelecido considerando as restrições do sistema e uma função custo com base nas características da rede, e resolvida usando uma técnica de otimização. Variáveis de decisão típicas incluíram as rotinas de bombeamento, as velocidades das bombas, as aberturas das válvulas de controle e um conjunto de pontos das fontes. Com todas as restrições operacionais do sistema, um problema de controle ótimo foi formulado. O objetivo global foi minimizar o valor médio total dos custos de operação ao longo de todo o período de controle e sujeito a todas restrições. Testes foram realizados para avaliar o desempenho do modelo, e os resultados mostraram que os fatores hidráulicos foram considerados e que os custos operacionais foram menores do que aqueles determinados nos testes de campo.

Como descrito anteriormente, as complexidades inerentes dos sistemas de água, acoplados com suas propriedades não lineares, tem até recentemente impedido o uso de técnicas matemáticas mais avançadas para analisar o desempenho global do sistema. Com o advento de modernas tecnologias computacionais, técnicas de modelação e controle de sistemas tem sido exploradas e aplicadas em sistemas de abastecimento de água. Como resultado, tem ocorrido um aperfeiçoamento não somente no projeto e planejamento, mas também um aperfeiçoamento do monitoramento e controle das operações do sistema. Esses métodos estão sendo continuamente refinados em relação a sua robustez, viabilidade, precisão e confiabilidade. Um primeiro passo essencial no processo de obter robustez e confiabilidade destas técnicas foi dado por COULBECK e ORR (1993). De forma global, o trabalho apresenta uma perspectiva da confiabilidade dos sistemas de controle de redes de distribuição de água. Uma descrição dos objetivos, tipos e faixas de controle com suas respectivas funções foi inicialmente realizada mostrando a forma pela qual os computadores estão sendo usados para propósitos de controle. Adicionalmente, uma análise das características de confiabilidade do sistema de controle, do sistema de telemetria, e do sistema de água foi apresentada. Uma descrição das bases matemáticas dos vários modelos foi realizada e uma avaliação da confiabilidade numérica dos módulos de controle, dos dados transferidos por telemetria, e da confiabilidade operacional dos sistemas individuais e dos componentes foi efetuada. Os comentários e conclusões apresentados foram em parte baseados no projeto e na implementação de um esquema de controle on-line para uma rede de distribuição de cidade no Reino Unido.

Uma revisão do estado da arte das metodologias e algoritmos de controle ótimo para sistemas de abastecimento de água foi realizada por ORMSBEE e LANSEY (1994). Esta revisão foi precedida por uma avaliação dos componentes de um sistema de controle típico. Os algoritmos de controle foram examinados e categorizados em termos de sua aplicabilidade aos sistemas de diferentes

características. As metodologias examinadas foram classificadas com base no tipo de sistema que a metodologia pode ser aplicada (única fonte ou múltiplas fontes), no tipo do modelo hidráulico (balanço de massa, regressão, ou simulação hidráulica), no tipo de modelo de demanda (distribuído ou proporcional), no tipo do método de otimização (programação linear, programação dinâmica, ou programação não linear), e na natureza do controle resultante (implícito ou explícito). As vantagens e desvantagens de cada metodologia foram apresentadas, com as respectivas recomendações para futuras pesquisas.

CIPPARRONE (1995) apresentou um método de modelagem matemática para a simulação e controle de sistemas hidráulicos complexos e genéricos, compostos de reservatórios, tubulações, válvulas e bombas. Devido à complexidade do problema abordado, métodos e técnicas de otimização apropriados aplicados ao controle operacional de tais sistemas foram apresentados.

Aperfeiçoar a confiabilidade dos sistemas de distribuição é uma importante e indispensável tarefa não somente para assegurar um abastecimento de água seguro e estável mas também para expandir os serviços de água com níveis de pressões adequados. Um estudo desenvolvido por MUGURUMA (1995) descreve algumas medidas para aumentar a estabilidade do sistema de abastecimento e distribuição de água pelo desenvolvimento de um programa de previsão de demanda preciso e planos de operação mais flexíveis. O autor propõe a construção e o aperfeiçoamento das instalações, e um rearranjo das áreas de distribuição e transmissão para a operação e o monitoramento de sistemas de abastecimento de água. A introdução de um sistema de controle e monitoramento tem resultado no desenvolvimento do gerenciamento de informações e dos sistemas de apoio de decisão, aperfeiçoando a eficiência global da operação de redes de distribuição de água. GWYNNE e WALTON (1997) descrevendo o conceito, a prática e a utilização de um gerenciamento operacional de sistemas de distribuição de água, estudaram o desenvolvimento e a implementação de um sistema unificado de telemetria de uma grande área com o objetivo de superar muitos dos problemas associados com os diferentes esquemas de telemetria existentes.

Desprende-se desta revisão bibliográfica, que o estado da arte continua avançando e que vários modelos matemáticos tem sido desenvolvidos para a análise e controle de sistemas de abastecimento e distribuição de água, e que um número significativo de aperfeiçoamentos tem sido feito nos anos recentes. O problema do controle ótimo apenas recentemente tem merecido atenção especial, embora existam muitos algoritmos e técnicas já largamente usadas. Este trabalho focaliza sua atenção no desenvolvimento dos conceitos e técnicas computacionais requeridos na operação e implementação de um eficiente esquema de controle ótimo de válvulas redutoras de pressão para sistemas de distribuição de água. Nos capítulos 3 e 4, desenvolver-se-á a metodologia a ser utilizada neste estudo, que explora a teoria de controle linear na representação espaço de estado para a análise e o controle de transientes em redes de distribuição de água.

CAPÍTULO III - CONTROLE ÓTIMO

3.1 - Introdução

Aplicações de controle em sistemas de distribuição de água são muito recentes quando comparado com outros campos da engenharia, onde o uso pode ser datado antes de 1778. A seguir, uma breve revisão bibliográfica descrevendo a história do controle automático apresentada por BALOGUN (1985) é reproduzida com a finalidade de introduzir o problema de controle em sistemas de distribuição de água.

James Watt em 1778 foi o pioneiro a usar a realimentação automática. Ele decidiu que o controle de abertura e fechamento de uma válvula a vapor realizado por uma pessoa não era a melhor maneira de manter a velocidade constante de uma máquina a vapor. Usando a força centrífuga da rotação de bolas como um controlador de velocidade, o controlador Watt foi inventado. Quando a velocidade da máquina aumentava, o fornecimento de vapor cessava automaticamente, e quando a velocidade da máquina diminuía, o fornecimento de vapor aumentava.

O controle realimentado foi tratado teoricamente em 1868. Um esforço realizado por Maxwell foi dirigido para a análise e pesquisa em uma máquina à vapor e pilotagem de navio. Outras contribuições em controle realimentado foram realizadas por Hurwitz em 1875, Routh em 1884, e Liapunov em 1892, juntamente com trabalhos fundamentais de matemáticos como Laplace, Fourier e Cauchy, no qual as bases dos métodos de análise de engenharia moderna estão fundamentados.

O aumento inicial no uso do controle automático em outros campos (por exemplo, elétrico, mecânico, etc.) foi lento. No entanto, com o advento da eletrônica, a aplicação e o entendimento teórico de técnicas de controle realimentado aumentou rapidamente. Uma significativa contribuição foi dada por Nyquist em 1932. Ele realizou uma análise de estabilidade usando uma resposta de frequência em um sistema não realimentado. Heaviside em 1920 deu também uma contribuição significativa, conduzindo a um melhor entendimento da aplicação das transformadas de Laplace e Fourier. Hazen em 1934 apresentou a primeira aproximação analítica para o projeto de sistemas de controle realimentado. Devido a necessidade de melhores e mais precisos sistemas de controle realimentado durante a segunda guerra mundial, houve rápidos desenvolvimentos. Destacam-se as técnicas de resposta de frequência de Bode e Nichols, a síntese de redes de Guillemin, o método do lugar das raízes desenvolvido por Evans, a abordagem estatística de Wiener e Phillips, e os trabalhos em sistemas não lineares e utilização de computadores digitais de Tustin, Kochenburger, Lure, Ragazzini, Zadeh, Shannon e Bellman.

As desvantagens inerentes das técnicas convencionais para o controle realimentado, devido a alta dependência dos procedimentos de tentativa e erro, demandaram uma abordagem mais moderna. Na década recente de 1940, o conceito de controle ótimo ou moderno foi introduzido por Wiener. Essa técnica foi baseada na otimização de um dado critério de desempenho. McDonald aplicou primeiramente esse conceito em 1950. Seu objetivo foi minimizar a resposta transiente de um sistema

de controle realimentado para entradas em degrau. Em 1951, Draper e Li escreveram um artigo discutindo os conceitos teóricos do controle ótimo para uma máquina de combustão interna. Seu sistema tentou otimizar o consumo de combustível. Desde então, muitos trabalhos tem sido escritos sobre sistemas de controle. Entre os mais importantes se destacam os trabalhos de Bellman, que desenvolveu o conceito de programação dinâmica, e de Pontryagin, Boltyanski e Gamkrelidze, que desenvolveram o princípio de máximo.

Com base nesta breve revisão cronológica sobre a abordagem do controle automático realizada por BALOGUN (1985) e a revisão bibliográfica realizada neste trabalho no capítulo 2 sobre o controle de sistemas hidráulicos, pode-se dizer que a aplicação do controle automático realimentado em sistemas de distribuição de água é uma prática recente. O progresso no desenvolvimento das técnicas de controle e operação de redes pode ser classificado em quatro categorias principais:

- controle manual.
- controle local não realimentado.
- controle remoto auxiliado por computador.
- controle realimentado.

O controle manual é a forma mais comum em sistemas de distribuição de água. Não há um método padrão de operação. Qualquer alteração do fluxo deve ser acompanhada por um desvio no grau de abertura das válvulas ou outros mecanismos de controle, com o objetivo de manter constantemente as condições desejadas de fluxo de regime permanente. A condição de fluxo na rede está sempre acima ou abaixo da condição de equilíbrio, pois é impossível prever precisamente os desvios que deverão ocorrer nos dispositivos de controle. Sistemas controlados manualmente são portanto muito trabalhosos e inflexíveis.

O controle local não realimentado representa a forma mais simples e menos complexa de um controle automático. Num controle não realimentado, a ação de controle é independente da saída. Não há comparação por realimentação. Este tipo de controle tem a vantagem de ser simples e menos complicado de se projetar do que o controle de sistemas realimentados. A figura (3.1) mostra o diagrama esquemático de um sistema não realimentado. Alguns dos dispositivos ou mecanismos utilizados para esse tipo de controle em redes hidráulicas tem sido desenvolvidos pelos próprios operadores para aperfeiçoar e facilitar suas tarefas. Esses mecanismos incluem por exemplo, válvulas redutoras de pressão que reduzem a pressão num valor constante quando a pressão imediatamente a montante é maior do que um certo limite especificado.

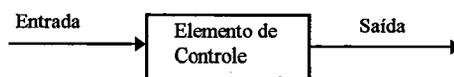


Fig. 3.1 - Diagrama esquemático de um sistema não realimentado.

Da revisão bibliográfica realizada no capítulo 2, ao apresentar os trabalhos encontrados na literatura sobre o controle de sistemas hidráulicos (seção 2.4), nota-se claramente que com o advento de computadores digitais, tem havido um grande progresso na operação de sistemas de distribuição de água, especialmente usando técnicas de controle remoto. Esta forma de controle é essencialmente diferente da automação realimentada. O controle realimentado requer o conhecimento dos estados do sistema para formular os controles, enquanto que as técnicas de controle remoto não. No controle remoto, a automação é usualmente centralizada e o controle é realizado por operadores treinados para monitorar todo o sistema. Os operadores realizam as mudanças no sistema para igualar as demandas por toques de botões. A disponibilidade dos computadores digitais tem também estimulado um grande interesse no desenvolvimento de modelos matemáticos para a análise e o controle de sistemas de distribuição de água. Alguns desses programas computacionais são desenvolvidos com o propósito de simular as operações da rede com o objetivo de ilustrar o que deve ocorrer na prática, enquanto outros programas são desenvolvidos para controlar a rede em tempo real a partir de procedimentos de tentativa e erro. A maioria das contribuições para a operação e controle de redes estão na direção de aperfeiçoar o controle remoto ou o controle lógico local automático.

Em contraste ao controle não realimentado e os controles descritos anteriormente, o controle realimentado utiliza medidas de saídas reais com o objetivo de comparar estas saídas com as saídas desejadas. No controle realimentado o sinal erro é realimentado no próprio sistema. A figura (3.2) mostra o diagrama esquemático de um sistema de controle realimentado

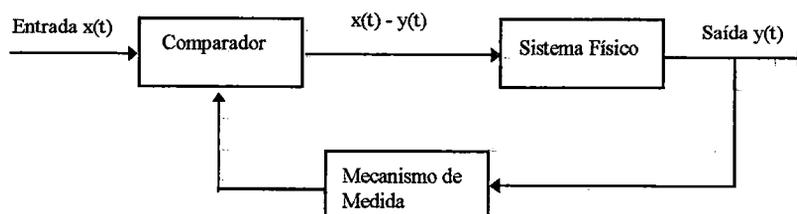


Fig. 3.2 - Diagrama esquemático de um sistema realimentado.

Tendo em vista a limitação atual dos recursos de água, tem se tornado cada vez mais importante a necessidade de um gerenciamento e controle dos sistemas de distribuição de água. Por outro lado, uma porção significativa da água desperdiçada é atribuída à operação ineficiente do sistema. O objetivo da análise, operação e controle de sistemas de abastecimento e distribuição de água é o atendimento das necessidades de consumo sem riscos e com a minimização dos custos operacionais, tais como os de consumo de energia, manutenção e perdas de água por vazamento. Em termos simples, pode-se dizer que a operação e o controle de um sistema é a seqüência de manobras exercidas sobre os elementos ativos deste sistema, tais como válvulas, bombas e outros componentes hidráulicos, de forma a atender aos objetivos especificados. Esta seqüência de manobras (regras de operação) é definida

conhecendo-se os dados relativos ao sistema, o seu estado atual e os estados provisionais embasados em cadastros de consumo. O modo de operação dos vários acessórios e mecanismos de controle que resultam em respostas desejadas do sistema, é chamado de controle de fluxo ótimo.

O controle automático realimentado pode grandemente aumentar a eficiência operacional da distribuição de água em redes, e aumentar os benefícios associados com o seu uso. Com os controladores automáticos, os sistemas de distribuição de água, podem ter maior flexibilidade, confiabilidade e segurança, bem como, minimizar o desperdício de água e reduzir os custos de operação quando comparados com a operação manual.

Recentemente, a teoria do regulador quadrático linear tem sido empregada em diversas áreas para obter um esquema de controle ótimo. Como exemplo, pode-se citar os trabalhos de BALOGUN (1985), BALOGUN, HUBBARD e DE VRIES (1988), REDDY (1990) e REDDY, DIA e OUSSOU (1992) que aplicaram esta teoria de controle ótimo em canais de irrigação. Este esquema de controle é baseado nos sistemas dinâmicos, e pode ser aplicado no monitoramento, planejamento e gerenciamento de redes de distribuição, e oferece um potencial significativo para desenvolvimentos futuros. Correntemente, nenhum procedimento existe para a análise, projeto e síntese do controle automático realimentado em sistemas de distribuição de água usando o regulador quadrático linear.

Neste trabalho, o controle automático realimentado para uma rede hidráulica é investigado usando a teoria do regulador quadrático linear. Atenção foi dada para o controle automático de válvulas redutoras de pressão. O projeto é baseado em um modelo dinâmico da rede, no sentido que a lei de controle resultante das válvulas redutoras de pressão usa uma realimentação global pela consideração dos desvios nas variáveis de estado. O modelo hidrodinâmico é desenvolvido das equações não lineares que descrevem a dinâmica do escoamento para fluxo em condutos sob pressão, com o controle introduzido pela equação de perda de carga nas válvulas. Somente em casos muitos especiais, as soluções analíticas são possíveis. Geralmente é necessário aproximar a solução fazendo algumas simplificações. O resultado da simplificação é a troca das equações diferenciais parciais em equações diferenciais ordinárias não lineares. Com o objetivo de explorar as técnicas de controle moderno em sistemas dinâmicos multivariáveis, uma aproximação deve ser empregada para obter um conjunto de equações ordinárias lineares cuja solução está próxima à vizinhança de um equilíbrio. Isto é feito linearizando estas equações ordinárias não lineares em torno das condições de equilíbrio definidas como as condições desejadas de estado permanente que o sistema eventualmente atingirá depois das mudanças operacionais. A resposta desejada do sistema pode ser:

- eliminar ou reduzir os efeitos transientes como as oscilações de fluxo limitando as pressões máximas e mínimas.
- manter as condições de equilíbrio ou as condições nominais desejadas na presença de distúrbios de fluxo.
- assegurar o estado permanente final do sistema ao completar o processo de operação.
- mudar as condições de fluxo de um estado permanente para outro estado permanente em um tempo mínimo.

Portanto, a aplicação prática investigada neste estudo do controle de fluxo ótimo em regime transiente de redes de distribuição de água, é o controle de válvulas redutoras de pressão com a finalidade de manter, em um tempo mínimo coerente com uma quantidade razoável de esforço de controle da válvula e sem violar os limites máximos e mínimos de pressão, um estado desejado de equilíbrio do sistema dinâmico após um distúrbio qualquer da condição de fluxo. O ideal é que o comportamento do controle de fluxo seja rápido, estável e que as magnitudes das perturbações sejam minimizadas ao se aproximar das condições de equilíbrio.

Desta forma, controladores automáticos para válvulas redutoras de pressão podem ser empregados com sucesso em redes hidráulicas. Por exemplo, a abertura de válvulas existentes na rede pode ser regulada adequadamente para fornecer vazões e energias desejadas face a variação das vazões de consumo ou de demanda, para que as pressões não excedam um limite especificado, e que os fluxos transientes nas tubulações desapareçam após um período de tempo determinado. Tal operação é denominada de ótima. O controle de fluxo ótimo é um projeto ou síntese em que as variações das condições de contorno são determinadas para se obter uma resposta desejada do sistema. Esta aplicação é diferente das análises usuais no sentido em que as variações das condições de contorno são especificadas e a resposta do sistema é calculada.

No problema proposto, as energias nos nós e as vazões nas tubulações são as variáveis internas ou de estado, e a variação das vazões de consumo ou de demanda representam os distúrbios. Estes distúrbios causam desvios do fluxo planejado e motivam o emprego do controle realimentado na operação e controle das redes hidráulicas. Outras variáveis de estado e outros distúrbios podem ser considerados. A equação de estado discreta no tempo descreve a condição ou a evolução das variáveis internas básicas do sistema. Se o sistema está em equilíbrio, e não há distúrbios, o sistema continuará em equilíbrio, e não há a necessidade de qualquer ação de controle. Inversamente, na presença de distúrbios, o sistema se desviará da condição desejada de equilíbrio. A condição atual do sistema pode estar ou acima ou abaixo da condição de equilíbrio, dependendo do sinal e da magnitude dos distúrbios. Se o sistema desvia significativamente da condição desejada de equilíbrio, as variáveis de estado serão diferentes dos valores desejados. O principal objetivo será manter esses desvios os menores possíveis. Isso pode ser feito, selecionando um controle apropriado do sinal de entrada (abertura ou fechamento das válvulas) para compensar as mudanças nas vazões de demanda ou consumo (distúrbios). Geralmente esse é um procedimento de tentativa e erro. Os conceitos da teoria de controle, mais especificamente, do regulador quadrático linear, podem ser aplicados para eliminar esse procedimento de tentativa e erro e resolver diretamente para encontrar a abertura ou fechamento ótimo das válvulas, que neutralizará os efeitos dos distúrbios. O objetivo básico é forçar o sistema dinâmico (rede de distribuição de água) a satisfazer um dado conjunto de restrições de desempenho (mínimo esforço de controle da válvula, tempo mínimo de aproximação do estado de equilíbrio, limites de pressões, etc.). Na operação de redes de distribuição de água, o modelo deve satisfazer o critério de estabilidade, controlabilidade e observabilidade. Distúrbios induzidos através de mudanças operacionais nas condições de fluxo devem ser próximos do equilíbrio para validade do modelo linearizado. Embora as perturbações devam estar

próximas do estado de equilíbrio, modelos alternativos devem ser estudados, de tal forma a permitir a aplicação em sistemas dinâmicos que possuem relativamente grandes excursões, fora do intervalo linear da solução linearizada. A implementação de válvulas redutoras de pressão para a regulação do sistema hidráulico é realizada de forma a minimizar os desvios das condições nominais. Decisões em relação a abertura de válvulas redutoras de pressão para variações arbitrárias nos consumos ou demandas nos nós são requeridas para manter as vazões e/ou energias em valores desejados. Esse problema é similar ao problema de controle de processo, onde o estado do sistema é mantido próximo ao valor desejado usando o controle realimentado em tempo real. Desde que estes procedimentos limitem ou restrinjam o comportamento transiente de um sistema de distribuição de água, eles são considerados ótimos.

Resumindo, o objetivo deste trabalho, é apresentar um esquema de controle ótimo para operação de sistemas de distribuição de água sob condições de distribuição planejada. O modelo linear permite controlar a magnitude das ondas transientes a partir de um índice de desempenho e a geração de entradas de referência. Os modelos usados para desenvolver o algoritmo de regulação são uma aproximação das equações hidrodinâmicas. O propósito é demonstrar a praticabilidade do regulador quadrático linear ótimo e investigar a performance do modelo.

Neste capítulo é apresentada uma breve introdução dos conceitos da teoria de controle ótimo quadrático linear. Essa é a técnica utilizada na análise e síntese do problema regulador discutido neste estudo. Com o objetivo de entender completamente alguns dos desenvolvimentos teóricos discutidos posteriormente, é necessário iniciar com algumas definições fundamentais dos termos e conceitos em controle ótimo linear.

3.2 - Análise de Sistemas Lineares na Representação Espaço de Estado

Devido a disponibilidade de computadores digitais adequados, o uso da teoria de controle constitui atualmente uma prática comum. Pode-se dizer que os desenvolvimentos mais recentes na teoria de controle moderno estão na direção do controle ótimo tanto de sistemas determinísticos como estocásticos.

A tendência atual em estudos de engenharia é analisar sistemas cada vez mais complexos. Sistemas complexos podem ter múltiplas entradas e múltiplas saídas e podem ser variantes no tempo. Em virtude da necessidade de satisfazer especificações mais rigorosas no desempenho de sistemas de controle, e devido ao aumento da complexidade do sistema e no pronto acesso a computadores, a teoria de controle moderno, que é uma nova abordagem na análise e projeto de sistemas de controle complexos, foi desenvolvido em torno de 1960. Esta nova abordagem é baseada no conceito de estado.

Num sistema linear, o tempo é a variável independente, e cada termo das equações diferenciais que descrevem o sistema físico contém quando muito, somente a primeira potência da variável dependente ou de suas derivadas; e não contém nenhum termo de produto entre essas variáveis. Se essas equações diferenciais são não lineares, então o sistema é chamado de não linear.

Sistemas lineares por sua vez podem ser divididos em sistemas lineares invariantes no tempo e sistemas lineares variantes no tempo. Um sistema é invariante no tempo se suas características não variam com o tempo. A maioria dos sistemas físicos são variantes no tempo. Se as variações nas características do sistema são muito lentas em comparação com as variações na entrada, um sistema linear variante no tempo é aproximado com suficiente precisão por um sistema linear invariante no tempo. O sistema em estudo nesta pesquisa é assumido ser invariante no tempo e nossa discussão será restrita a esse tipo de sistema.

A teoria de controle moderno se baseia na descrição das equações do sistema em termos de n equações diferenciais de primeira ordem, que podem ser combinadas em uma equação diferencial vetorial matricial de primeira ordem. O uso da notação vetor-matriz simplifica muito a representação matemática do sistema de equações. O aumento no número de variáveis de estado, de entradas, ou de saídas não aumenta a complexidade das equações.

Do ponto de vista computacional, os métodos que empregam a representação espaço de estado são particularmente adequados para computações digitais por causa da abordagem no domínio do tempo. Um sistema dinâmico que consiste de um número finito de elementos concentrados pode ser descrito por equações diferenciais ordinárias em que o tempo é a variável independente. Usando-se a notação matricial, uma equação diferencial de ordem n pode ser representada por uma equação matricial diferencial de primeira ordem. Se n elementos do vetor formam um conjunto de variáveis de estado, então a equação matricial diferencial é chamada de uma equação de estado. Um conjunto de variáveis de estado não é único para um dado sistema. Se x é um vetor de estado, então $\tilde{x} = Px$ também é um vetor de estado, contanto que P seja não singular. Diferentes vetores de estado fornecem a mesma informação sobre o comportamento do sistema. Para a representação de espaço de estados de um sistema de equações diferenciais de ordem n com r funções de excitação e p funções de saída, considere o sistema de múltiplas entradas e saídas (eqs. 3.1 e 3.2). Nesse sistema, x_1, x_2, \dots, x_n representam as variáveis de estado; u_1, u_2, \dots, u_r representam as variáveis de entrada; e y_1, y_2, \dots, y_p são as variáveis de saída.

As propriedades e soluções de sistemas dinâmicos invariantes no tempo são bem conhecidas (OGATA 1982). Tais sistemas são descritos por equações diferenciais ordinárias na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, u_1, u_2, u_3, \dots, u_r] \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, u_1, u_2, u_3, \dots, u_r] \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= f_n[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, u_1, u_2, u_3, \dots, u_r] \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$y = f[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n] \quad (3.2)$$

No caso especial linear, as equações (3.1) e (3.2) podem ser escritas em uma forma expandida como segue:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n + b_{11}u_1 + \dots + b_{1r}u_r \\ \dot{x}_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n + b_{21}u_1 + \dots + b_{2r}u_r \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n + b_{n1}u_1 + \dots + b_{nr}u_r \end{aligned} \quad (3.3)$$

e

$$\begin{aligned} y_1 &= c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + c_{13}x_3 + \dots + c_{1n}x_n \\ &\vdots \\ y_p &= c_{p1}x_1 + c_{p2}x_2 + c_{p3}x_3 + \dots + c_{pn}x_n \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} \quad (3.5)$$

e a_{ij} , b_{ij} e c_{ij} são constantes. As variáveis de estado x são as variáveis que determinam o comportamento futuro de um sistema quando seus valores presentes e os sinais de entrada são conhecidos. O conjunto de equações simultâneas (3.3) e (3.4) pode ser colocado na forma matricial para simplificação:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & \dots & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & \dots & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & \dots & \dots & \dots & a_{3n} \\ \vdots & & & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & \dots & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & \dots & \dots & b_{1r} \\ b_{21} & \dots & \dots & \dots & b_{2r} \\ b_{31} & \dots & \dots & \dots & b_{3r} \\ \vdots & & & & \vdots \\ b_{n1} & \dots & \dots & \dots & b_{nr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_r \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & \dots & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & \dots & \dots & \dots & c_{2n} \\ c_{31} & \dots & \dots & \dots & c_{3n} \\ \vdots & & & & \vdots \\ c_{p1} & \dots & \dots & \dots & c_{pn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_p \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

(3.7)

Escritas em uma forma compacta, essas equações matriciais podem ser expressas como:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{3.8}$$

$$y(t) = Cx(t) \tag{3.9}$$

onde $x(t)$ é o vetor de estado $n \times 1$; $u(t)$ é o vetor de controle $r \times 1$; $y(t)$ é o vetor saída (ou medido) $p \times 1$; A é a matriz de estado do sistema $n \times n$; B é a matriz de distribuição de controle $n \times r$; e C é a matriz de saída $p \times n$. Note que em geral $p < n$.

A equação (3.8) que descreve o sistema físico ou a planta é denominada de equação dinâmica de estado. Ela é geralmente deduzida matematicamente das leis físicas que governam o sistema. Frequentemente, na sua forma original, essas equações podem ser equações diferenciais parciais não lineares que são transformadas por equações diferenciais ordinárias lineares, como será feito subsequente neste trabalho no capítulo seguinte. A equação (3.9) representa um conjunto de p equações algébricas lineares denominadas de equações de saída. As equações (3.8) e (3.9) são denominadas como equações de representação do sistema S :

$$S = [A, B, C] \tag{3.10}$$

e as matrizes A , B e C caracterizam completamente a dinâmica do sistema.

Escrevendo a equação (3.8) como:

$$\dot{x}(t) - Ax(t) = Bu(t) \tag{3.11}$$

e pré-multiplicando ambos os lados desta equação por e^{-At} , obtemos:

$$e^{-At}[\dot{x}(t) - Ax(t)] = \frac{d}{dt}[e^{-At}x(t)] = e^{-At}Bu(t) \quad (3.12)$$

Integrando a equação anterior entre 0 e t, resulta:

$$e^{-At}x(t) = x(0) + \int_0^t e^{-A\tau}Bu(\tau)d\tau \quad (3.13)$$

ou:

$$x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \quad (3.14)$$

A equação (3.14) pode também ser escrita como:

$$x(t) = \phi(t)x(0) + \int_0^t \phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau \quad (3.15)$$

onde $\phi(t) = e^{At}$.

A equação (3.14) ou a equação (3.15) é a solução da equação (3.8). A solução $x(t)$ é claramente a soma de um termo que consiste na transição do estado inicial e um termo proveniente do vetor de entrada.

A abordagem de espaço de estados para a análise de sistemas dinâmicos pode ser estendida para o caso de tempo discreto. A forma discreta da representação de espaço de estados é bastante análoga à forma contínua. A representação geral de espaço de estados para sistemas lineares de tempo discreto é:

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) \quad (3.16)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (3.17)$$

onde $x(k)$ é o vetor de estados, $u(k)$ é o vetor de entrada, e $y(k)$ é o vetor de saída, cada um especificado em $t = kT$, $k=0,1,2,\dots$; e T é o período de amostragem. Usar-se-á a notação $x(k) = x(t)$, em $t = kT$.

Se desejarmos computar o estado $x(t)$ usando um computador digital, devemos converter uma equação de estado de tempo contínuo para uma equação de estado de tempo discreto. Supomos que o vetor de entrada $u(t)$ varia apenas nos instantes de amostragem igualmente espaçados.

Considere a equação de estado de tempo contínuo (3.8). A seguir, para tornar a análise mais clara, usaremos a notação kT e $(k+1)T$ em vez de k e $k+1$. A representação de tempo discreto da equação (3.8) tomará a forma:

$$x((k+1)T) = G(T)x(kT) + H(T)u(kT) \quad (3.18)$$

conforme demonstra-se a seguir.

Note que as matrizes G e H dependem do período de amostragem T (uma vez que este período é fixado, G e H são matrizes constantes). Para determinar G(T) e H(T), usamos a equação (3.13) que é a solução da equação (3.8). Supomos que todos os componentes de u(t) são constantes no intervalo entre quaisquer dois instantes sucessivos de amostragem, ou u(t)=u(kT) para o k-ésimo período de amostragem. Como:

$$x((k+1)T) = e^{A(k+1)T}x(0) + e^{A(k+1)T} \int_0^{(k+1)T} e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau \quad (3.19)$$

e

$$x(kT) = e^{AkT}x(0) + e^{AkT} \int_0^{kT} e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau \quad (3.20)$$

então multiplicando a equação (3.20) por e^{AT} e subtraindo da equação (3.19), obtemos ;

$$x((k+1)T) = e^{AT}x(kT) + \int_0^T e^{A\tau'} Bu(kT) d\tau' \quad (3.21)$$

onde $\tau' = T - t$. Se expressarmos:

$$G(T) = e^{AT} = I + \sum_{v=0}^n \frac{(AT)^{v+1}}{(v+1)!} \quad (3.22)$$

$$H(T) = \left(\int_0^T e^{AT} dt \right) B = T \sum_{v=0}^n \frac{(AT)^v}{(v+1)!} B \quad (3.23)$$

então a equação (3.21) se torna:

$$x((k+1)T) = G(T)x(kT) + H(T)u(kT) \quad (3.24)$$

que é a equação (3.18). Portanto as equações (3.22) e (3.23) fornecem as matrizes G(T) e H(T) desejadas.

3.3 - Estabilidade, Controlabilidade e Observabilidade do Sistema

Os conceitos de estabilidade, controlabilidade e observabilidade são muito importantes no projeto de sistemas de controle realimentado quando a técnica espaço de estado é usada. A determinação do grau de estabilidade, controlabilidade e observabilidade de um sistema é necessária e importante para que o sistema projetado seja realizável.

A estabilidade se refere à resposta do sistema em função do tempo. No estudo de sistemas dinâmicos, dois tipos de estabilidade são encontrados: a estabilidade externa e a estabilidade interna.

A controlabilidade é uma propriedade inerente de um sistema. A resposta não realimentada e a taxa de amortecimento de alguns sistemas não tem, muitas vezes o comportamento desejado. É possível, no entanto, aperfeiçoar a velocidade de resposta e a taxa de amortecimento para cada modo do sistema, se e somente se, o sistema for controlável. O conhecimento da controlabilidade é crucial para a realimentação subsequente das variáveis de estado. Sem controlabilidade, nem todos os estados permitem ser dirigidos ou conduzidos na direção desejada pela manipulação da entrada. A controlabilidade implica que os pólos (autovalores) de um sistema podem ser colocados arbitrariamente no plano complexo s ou no plano z (onde $z = e^{Ts}$; s é uma variável complexa e T é o período de amostragem). Um sistema não controlável resulta quando há estados que são completamente independentes da entrada. A solução para um problema de controle ótimo pode não existir se o sistema considerado não for controlável.

Na simulação de sistemas dinâmicos, os valores para as variáveis de estado devem ser disponíveis. Se esses valores não são disponíveis, eles podem ser deduzidos da entrada e saída do sistema. A observabilidade de um sistema permite a determinação adequada de estados não medidos a partir de alguns estados medidos ou todos os estados do sistema. Na prática, é geralmente inviável medir todos os estados de um sistema. Mas todos os estados são requeridos para a determinação da lei de controle realimentada, como será discutido na seção 3.5. Se alguns desses estados são medidos, então os outros estados restantes podem ser estimados pela construção de um estimador ou observador para o sistema. Esses estados estimados aproximam-se assintoticamente aos estados reais quando o tempo tende ao infinito. Mas só podemos construir estimadores se o sistema em questão é observável. Isto, portanto enfatiza a importância de ter um sistema observável.

Os conceitos de estabilidade, controlabilidade e observabilidade foram introduzidos por Kalman e eles desempenham um importante papel no controle ótimo de sistemas multivariáveis. As condições de estabilidade, controlabilidade e observabilidade governam a existência de uma solução completa para o problema de controle ótimo.

3.3.1 - Estabilidade

Um sistema contínuo no tempo é dito ser externamente estável se uma entrada finita $\partial u(t)$ produz uma saída finita $y(t)$. Para um sistema ser internamente estável, todos os autovalores λ_i da matriz do sistema A devem estar localizados no plano complexo esquerdo, ou seja, devem satisfazer a seguinte condição:

$$\lambda_i(A) < 0 \tag{3.25}$$

Se $\lambda_i(A) > 0$, oscilações podem ocorrer na resposta de saída.

Um sistema discreto no tempo é dito ser externamente estável se uma entrada finita $\partial u(k)$ produz uma saída finita $y(k)$. Para um sistema ser internamente estável, todos os autovalores λ_i da matriz do sistema G devem satisfazer a seguinte condição:

$$|\lambda_i(G)| < 1 \quad (3.26)$$

3.3.2 - Controlabilidade

Um sistema contínuo no tempo é dito ser de estado completamente controlável no tempo t_0 , se é possível, por meio de um vetor de controle de entrada não finito $u(t_0)$, transferir o sistema de qualquer estado inicial $x(t_0)$ para qualquer outro estado $x(t_s)$ em um tempo finito, $t_s - t_0$.

Um teste usado na prática na determinação da controlabilidade requer que a matriz $n \times (n \times r)$ de controlabilidade G_c :

$$G_c = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

tenha rank n .

Um sistema discreto no tempo n dimensional é controlável se o rank da matriz de controlabilidade G_c é igual à dimensão do sistema, ou seja, $\text{rank}[G_c] = n$, onde:

$$G_c = \begin{bmatrix} H & GH & G^2H & \dots & G^{n-1}H \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

3.3.3 - Observabilidade

Um sistema contínuo no tempo é dito ser completamente observável se cada estado inicial $x(t_0)$ pode ser exatamente determinado das medições de saída $y(t)$ em um intervalo finito de tempo $t_0 < t < t_f$.

Um teste similar usado na prática na determinação da observabilidade requer que a matriz $n \times (n \times p)$ de observabilidade G_o :

$$G_o = \begin{bmatrix} C^t & A^t C^t & A^{t^2} C^t & \dots & A^{t(n-1)} C^t \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

tenha rank n .

Um sistema dinâmico discreto no tempo é observável se o rank da matriz de observabilidade G_o é igual à dimensão do sistema, ou seja, $\text{rank}[G_o] = n$, onde:

$$G_o = \begin{bmatrix} C \\ C|CG \\ C|CG^2 \\ \dots \\ C|CG^{n-1} \end{bmatrix}^t \quad (3.30)$$

3.4 - Sistemas de Controle Ótimo

A teoria de controle moderno desempenha um importante papel em projetos de sistemas de controle ótimo para processos complexos e processos multivariáveis. Problemas de controle ótimo tem recebido grande atenção dos engenheiros de controle recentemente. Um sistema de controle ótimo é um sistema que otimiza (maximiza ou minimiza) o valor de uma função escolhida, definida como índice de desempenho.

Ao se projetar um sistema de controle ótimo ou um sistema regulador ótimo, é necessário encontrar uma regra para determinar a decisão de controle sujeita a certas restrições, tal como minimizar algum desvio de um comportamento ideal. Geralmente isto é feito através da escolha de um índice de desempenho, que é uma função que indica quão bem o desempenho atual do sistema se aproxima do desempenho desejado. Na maioria dos casos, o comportamento de um sistema é otimizado escolhendo-se o vetor de controle $u(t)$ de forma que o índice de desempenho seja minimizado ou maximizado. Neste trabalho, o vetor de controle é representado pelas regras de operação (coeficientes de atrito) das válvulas redutoras de pressão presentes numa rede hidráulica. A seleção de um índice de desempenho apropriado é importante porque ele determina a natureza do sistema de controle ótimo resultante. O sistema de controle ótimo será linear, não linear, estacionário ou variante no tempo dependendo da forma do índice de desempenho. No entanto, os requisitos de projeto não incluem somente especificações de desempenho, mas também restrições na forma de controle, para assegurar realizabilidade física.

O processo de otimização não somente fornece leis de controle ótimo, mas também prediz quando leis de controle não ótimas são aplicadas. Escolher o índice de desempenho mais apropriado para um dado problema é muito difícil, especialmente em sistemas complexos. Geralmente a escolha de um índice de desempenho envolve um compromisso entre uma avaliação do desempenho do sistema e a tratabilidade matemática do problema. As quantidades que aparecem em problemas de otimização de sistemas de controle são as variáveis de estado, as variáveis de controle e os parâmetros do sistema.

O problema de otimização de um sistema de controle, pode ser formulado se as seguintes informações são dadas:

- sistema de equações
- vetores de controle permitidos
- restrições do problema
- índice de desempenho
- parâmetros do sistema

A solução de um problema de controle ótimo, é determinar o vetor de controle ótimo $u(t)$ dentro da classe de vetores permitidos. Esse vetor $u(t)$ depende da:

- natureza do índice de desempenho
- natureza das restrições
- estado inicial ou saída inicial
- estado desejado ou saída desejada

Exceto para casos especiais, o problema de controle ótimo pode ser tão complicado para se obter uma solução analítica que uma solução computacional deve ser obtida. Em alguns casos, uma combinação particular do sistema, do estado desejado, do índice de desempenho e das restrições, pode levar a um controle ótimo impossível. Questões que se referem à existência de um vetor de controle ótimo são importantes, pois servem para informar ao projetista se o controle ótimo é possível ou não para um dado sistema e conjunto de restrições. É de fundamental importância que um sistema dinâmico representado na forma espaço de estado possa ser controlado a partir de um estado inicial para um dado estado final, e que seja possível determinar as variáveis de estado a partir das medidas de entrada e saída, ou seja, que o sistema seja controlável e observável.

O sistema cujo projeto de controle minimiza ou maximiza o índice de desempenho selecionado, por definição é ótimo. No entanto, é importante ressaltar que um sistema de controle que é ótimo sob um índice de desempenho, em geral, não é ótimo sob outro índice de desempenho. Índices de desempenho quadráticos tem sido muito usados frequentemente em sistemas de controle práticos, e não há dúvida que a função custo quadrática é uma das mais importantes ferramentas matemáticas do controle automático. É, portanto, bastante natural que considerável atenção tenha sido dada a estas funções custo na síntese de processos, empregando a notação espaço de estados.

Em muitos sistemas de controle, na prática, quer-se minimizar alguma função do sinal erro. Por exemplo, dado o sistema contínuo no tempo (eq. 3.8), podemos desejar minimizar uma função erro generalizada, tal como:

$$J = \int_0^{t_f} [x_f(t) - x(t)]^T Q [x_f(t) - x(t)] dt \quad (3.31)$$

onde $x_f(t)$ representa o estado desejado, $x(t)$ o estado atual (portanto, $x_f(t) - x(t)$ é o vetor de erro), Q uma matriz positiva definida (ou positiva semi definida), e o intervalo de tempo $0 \leq t \leq t_f$ ou é finito ou infinito. Neste estudo, as variáveis de estado de um sistema de distribuição são as vazões nas tubulações e as energias nos nós.

Além de considerar erros como uma medida do desempenho do sistema, entretanto, devemos normalmente dar atenção à energia requerida para a ação de controle $u(t)$. Como neste trabalho, o vetor $u(t)$ representa as leis de fechamento ou abertura das válvulas redutoras de pressão (dimensões de força ou torque), a energia de controle é proporcional à integral de $[u(t)]^2$. Se os erros são minimizados sem levar em conta a energia de controle requerida, um projeto não desejado que requer

valores repetidos e extremamente grandes de $u(t)$ pode ser obtido causando instabilidades, fadiga das tubulações e diminuição da vida útil das válvulas. Portanto, considerações práticas impõem uma restrição ao vetor de controle, como por exemplo:

$$K' = \int_0^{t_f} u^t(t) R u(t) dt = 0 \quad (3.32)$$

onde R é uma matriz positiva-definida e K' é uma constante positiva.

O índice de desempenho de um sistema de controle no intervalo de tempo $0 \leq t \leq t_f$, pode ser escrito usando-se um multiplicador de Lagrange λ e as equações (3.31) e (3.32), como segue:

$$J = \int_0^{t_f} [x_f(t) - x(t)]^t Q [x_f(t) - x(t)] dt + \lambda \int_0^{t_f} u^t(t) R u(t) dt \quad (3.33)$$

O multiplicador de Lagrange λ é uma constante positiva indicando o peso do custo de controle com relação aos erros minimizantes. Se os limites da integração são entre 0 e ∞ , o índice de desempenho quadrático pode ter a forma simplificada:

$$J = \int_0^{\infty} L(x, u, t) dt \quad (3.34)$$

onde L é uma função não linear de x , u e t . A determinação da lei de controle ótimo para o sistema dado pela equação (3.8) sujeita ao índice de desempenho dado pela equação (3.33), possui um significado prático de que o sistema resultante estabelece um compromisso entre a minimização do erro integral e a minimização da energia de controle. Isto equivale a dizer, que os desvios das variáveis de estado (vazões e energias) são minimizados concomitantemente com os desvios operacionais das válvulas. A função objetivo (3.33) previne-se contra as grandes oscilações de vazões e pressões (variáveis de estado), ao mesmo tempo que busca limitar as grandes e repetidas oscilações do acionamento das válvulas, controlando desta forma as instabilidades geradas pelas perturbações internas ou externas presentes no sistema. Ao projetar sistemas de controle, é interessante escolher um vetor de controle $u(t)$ de tal forma que índice de desempenho semelhante seja minimizado.

3.5 - O Regulador Quadrático Linear

Na teoria de controle clássico, atenção é focalizada sobre os sistemas de estabilidade absoluta, desempenho transiente (tais como tempo de atraso, tempo de subida, instante de pico, sobre-sinal máximo, tempo de acomodação), e acurácia de regime permanente. Um problema normal de projeto é: qual é a lei de controle (ou conjunto de ganhos de realimentação) que satisfaz as especificações de projeto? O controle quadrático linear, ao invés de tentar obter uma resposta transiente específica

como nos métodos clássicos, minimiza a energia de controle requerida para manter o erro quadrático médio da resposta do sistema tão pequeno quanto possível. Os parâmetros de projeto são os pesos ou as penalidades sobre os desvios dos estados e controles (matrizes Q e R), e a escolha dos estados e controles (x e u).

Usando o método do regulador quadrático linear (LQR), a resposta transiente desejada do sistema é obtida indiretamente. Para sistemas dinâmicos lineares, a função custo ou índice de desempenho que é geralmente minimizado tem a seguinte forma:

$$J(u) = S[x(t_f), t_f] + \int_0^{\infty} L[x(t), u(t), t] dt \quad (3.35)$$

onde S representa o custo do erro dos estados terminais e L representa o custo dos erros de estado e esforço de controle ao longo da trajetória.

Uma escolha específica para a função custo que incorpora as características acima, tem freqüentemente a seguinte forma quadrática:

$$J(u) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [x'(t)Qx(t) + u'(t)Ru(t)] dt \quad (3.36)$$

onde a matriz peso Q, n x n, é denominada de matriz custo de estado, e a matriz peso R, r x r, é chamada de matriz custo de controle. O custo de desempenho é significativo somente quando ele aumenta monotonicamente com o tempo. Isto é assegurado somente se as matrizes custos Q e R são matrizes semi-definida positiva e definida positiva respectivamente.

Em resumo, dado um sistema controlável e observável definido pelas equações (3.8) e (3.9), e um índice de desempenho quadrático dado pela equação (3.36), com as matrizes peso Q e R definida semi-positiva e definida positiva respectivamente, então o objetivo do problema regulador linear é encontrar uma lei de controle realimentado que minimiza o índice de desempenho. Pode ser mostrado (KWARKERNAAK e SIVAN 1972 ou STREJC 1981) que essa lei de realimentação tem a estrutura simples dada por:

$$u(t) = -Kx(t) \quad (3.37)$$

ou

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_r \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ k_{r1} & k_{r2} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{rn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Em um sistema com entrada simples e saída simples (SISO), os elementos da matriz K podem ser obtidos através de uma técnica de colocação de pólo. Mas no caso de um sistema com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO), algum procedimento sistemático para a seleção dos elementos da matriz K é requerido, pois os ganhos não são unicamente determinados. Na teoria de controle, este procedimento é obtido formulando o problema como um problema de otimização. A matriz de realimentação constante K é dada por:

$$K = R^{-1}B^T P \quad (3.39)$$

e P é a solução da equação algébrica de Ricatti associada:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (3.40)$$

É difícil obter a solução analítica dessa equação para P , exceto para sistemas de baixa ordem ($n < 3$). Geralmente, uma solução numérica para P é obtida com o auxílio de um computador digital. A solução de P da equação (3.40) minimiza o índice de desempenho dado pela equação (3.36). Métodos para a solução de estado permanente da equação algébrica de Ricatti são apresentados por KWAKERNAAK e SIVAN (1972) e ANDERSON e MOORE (1971). A lei de controle ótimo (3.37) indica que todos os estados devem ser realimentados. O sistema realimentado resultante é finalmente dado por:

$$\dot{x}(t) = [A - BK]x(t) \quad (3.41)$$

que é sempre estável, desde que os autovalores do sistema realimentado (raízes da equação característica $\det[sI - A + BK] = 0$, onde s é uma variável complexa e I uma matriz identidade de ordem n) tenham partes reais negativas. A figura (3.3) mostra o diagrama de blocos para sistemas contínuos realimentados.

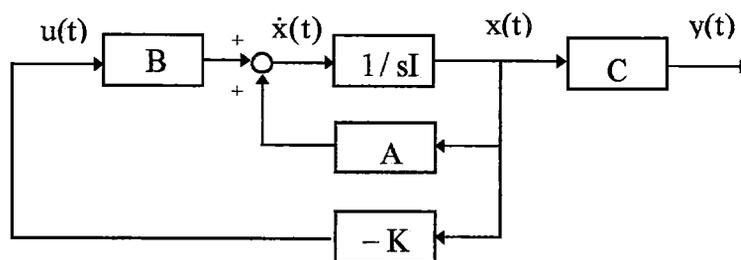


Fig. 3.3 - Diagrama de blocos para um sistema contínuo realimentado.

Portanto, o projeto de sistemas de controle ótimo baseado em tais índices de desempenho quadrático se resume na determinação dos elementos da matriz K . Uma grande ação de controle pode requerer alta energia de entrada, enquanto que para uma pequena ação de controle, o sistema pode ser conduzido à uma condição desejada de equilíbrio muito lentamente. Então, há uma ponderação ótima entre a taxa com que a condição desejada de equilíbrio é alcançada e o alto custo de energia de entrada ao sistema.

No problema de controle ótimo quadrático discreto no tempo, deseja-se determinar uma lei para o vetor de controle $u(k)$ tal que um dado índice de desempenho quadrático seja minimizado. Considere a equação de estado discreta no tempo do processo da figura (3.4) definida por:

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) \quad (3.42)$$

onde $x(k)$ é o vetor de estado n dimensional, $u(k)$ é o vetor de controle r dimensional, G é uma matriz $n \times n$ e H uma matriz $n \times r$. Por definição, $z = e^{Ts}$, onde T é o período de amostragem.

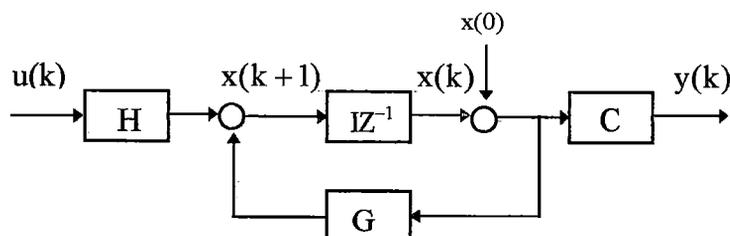


Fig. 3.4 - Diagrama de blocos para um sistema discreto não realimentado.

Um índice de desempenho quadrático, que em princípio pode ser adaptado em problemas específicos, pode ser representado como:

$$J = \frac{1}{2} x^t(N) S x(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [x^t(k) Q x(k) + u^t(k) R u(k)] \quad (3.43)$$

onde as matrizes S e Q são matrizes definida positiva ou semi-definida positiva respectivamente, R é uma matriz positiva definida, e N é o número de intervalos de amostragem considerado para obter o controlador de estado permanente. O primeiro termo do lado esquerdo da expressão leva em conta a importância do estado final. O primeiro termo da somatória em colchetes considera a importância relativa do erro das variáveis de estado durante o controle do processo, e o segundo termo da somatória leva em conta o consumo de energia dos sinais de controle. Assume-se que o vetor de controle $u(k)$ não tenha nenhuma restrição. Portanto as variáveis de estado e as variáveis de controle podem ser ponderadas separadamente pelas matrizes R e Q . Para uma primeira estimativa, a matriz R pode ser tomada como uma matriz diagonal:

$$R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & r_2 & & & \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & r_r \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

onde os elementos r_i devem ser positivos para todo $i = 1, 2, \dots, r$.

Variáveis de estado individuais podem também ser ponderadas em geral por uma matriz diagonal Q:

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & q_2 & & & & \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & q_n \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

onde os elementos q_i devem ser positivos para todo $i = 1, 2, \dots, n$. É importante ressaltar, que pode ser possível ajustar os fatores de peso em diferentes quantidades e ainda se ter a mesma trajetória de controle ótimo.

No problema de otimização, deseja-se minimizar a função J da equação (3.43) que envolve uma função de diversas variáveis, sujeita à equação do processo (3.42), onde a condição inicial do vetor de estado é especificada. Empregando um método de minimização convencional (OGATA 1987), a solução é dada por:

$$u(k) = -K(k)x(k) \quad (3.46)$$

onde:

$$K(k) = [R + H^t P(k+1)H]^{-1} H^t P(k+1)G \quad (3.47)$$

e

$$P(k) = Q + G^t P(k+1)G - G^t P(k+1)H [R + H^t P(k+1)H]^{-1} H^t P(k+1)G \quad (3.48)$$

com

$$P(N) = S \quad (3.49)$$

onde S é uma matriz peso terminal. Se $N = \infty$, então a matriz $r \times n$ variante no tempo $K(k)$ torna-se uma matriz constante $r \times n$. O projeto de sistemas de controle ótimo baseado em índices de desempenho quadrático reduz-se à determinação da matriz $K(k)$. A principal característica da lei de controle ótimo baseado em um índice quadrático, é que ela é uma função linear do vetor de estado $x(k)$, e que o sistema será assintoticamente estável. Há muitas aproximações diferentes para a solução de problemas de controle ótimo quadrático. Algumas vezes uma compensação específica para efeitos de distúrbios e ruídos pode ser necessária. As equações indicam claramente que a lei de controle ótimo requer a realimentação do vetor de estado com o ganho variante no tempo $K(k)$. A figura (3.5) mostra o esquema de controle ótimo do sistema regulador discreto baseado no índice de desempenho quadrático.

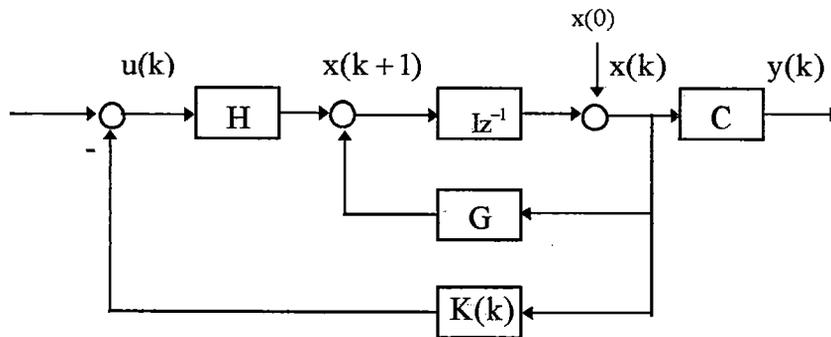


Fig. 3.5 - Diagrama de blocos para um sistema discreto realimentado.

É importante observar que um ganho variante no tempo $K(k)$ pode ser calculado antes do processo começar, uma vez que a matriz de estado do sistema G , a matriz de controle H , e as matrizes de ponderação Q , R e S são dadas. Note que o estado inicial $x(0)$ não entra no cálculo de $K(k)$. O vetor de controle ótimo $u(k)$ em cada estágio (eq. 3.46) pode ser determinado pré-multiplicando o vetor de estado por $-K(k)$.

O valor mínimo do índice de desempenho J é uma função de $P(0)$ e o estado inicial $x(0)$:

$$J_{\min} = \frac{1}{2} x^t(0) P(0) x(0) \quad (3.50)$$

Quando N aproxima-se do infinito, a solução do controle ótimo torna-se uma solução de estado permanente, e a matriz ganho variante no tempo $K(k)$ torna-se uma matriz ganho constante K .

Para um controle quadrático invariante no tempo de um sistema regulador, ou seja, $N = \infty$, o índice de desempenho (eq. 3.43) pode ser modificado para:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [x^t(k) Q x(k) + u^t(k) R u(k)] \quad (3.51)$$

O termo $\frac{1}{2} x^t(N) S x(N)$ não é incluído nessa representação de J , pois se o sistema regulador ótimo é estável, tal que o valor de J converge para uma constante, $x(\infty)$ torna-se zero, e portanto $\frac{1}{2} x^t(N) S x(N) = 0$.

Definindo a matriz de estado permanente $P(k)$ como simplesmente P , a solução do problema de otimização (eq. 3.46) é dada por:

$$u(k) = -Kx(k) \quad (3.52)$$

onde:

$$K = [R + H^t P H]^{-1} H^t P G \quad (3.53)$$

e

$$P = Q + G^t P G - G^t P H [R + H^t P H]^{-1} H^t P G \quad (3.54)$$

O índice de desempenho J mínimo associado com a lei de controle ótimo de estado permanente pode ser obtido substituindo-se $P(0)$ por P na equação (3.50):

$$J_{\min} = \frac{1}{2} x^t(0) P x(0) \quad (3.55)$$

onde a matriz P é calculada por meio de um método numérico iterativo conveniente.

Em muitos sistemas práticos, ao invés de se usar uma matriz ganho variante no tempo $K(k)$, aproxima-se por uma matriz ganho constante K . Desvios do desempenho ótimo devido a esta aproximação aparecerão somente próximo do fim do processo controlado. Os pesos relativos das matrizes Q e R influenciam a magnitude dos coeficientes da matriz ganho de controle K . Pesquisadores tem considerado as matrizes Q e R diagonais, e seus elementos tem sido determinados por tentativa e erro. Neste trabalho, métodos para a determinação destas matrizes peso de forma sistemática e direta são utilizados (anexo A).

3.6 - Distúrbios Externos e Controle Integral

A lei de controle definida pela equação (3.52) conduz um sistema inicialmente perturbado à condição de equilíbrio na ausência de distúrbios externos agindo no sistema. Note que até agora a influência das variáveis de distúrbios externos foi ignorada. Distúrbios externos periódicos, conhecidos ou aleatórios sempre agem sobre o sistema. Para o modelo em estudo, os distúrbios externos do sistema de distribuição de água considerados foram as variações de consumo ou de demanda. Se o controle representado pela equação (3.52) é usado para regular o sistema, então a presença desses distúrbios produzirá um desvio no estado permanente desejado diferente de zero para as variáveis de estado (vazões e energias), e o sistema não poderá ser conduzido à condição de equilíbrio desejada (estado permanente ou nominal). A propriedade do sistema controlado que elimina este desvio de aproximação ao estado de regime permanente para entradas em degrau ou distúrbios presentes no processo, é denominada de integrador ou ação integral, denotada por x_1 . Geralmente, requer-se que o sistema tenha um ou mais integradores no modelo realimentado, a menos que o sistema controlado já tenha esta propriedade. O efeito desses distúrbios pode então ser freqüentemente eliminado usando a conhecida realimentação integral, onde o desvio acumulado (integrado) de uma variável de saída selecionada (y) é usado no controle realimentado.

Em um sistema dinâmico contínuo no tempo, o conjunto de equações lineares com distúrbios externos pode ser apresentado na forma compacta mostrada a seguir:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) + Dw(t) \quad (3.56)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (3.57)$$

onde $x(t)$ é o vetor de estado $n \times 1$; $u(t)$ é o vetor de controle $r \times 1$; A é a matriz de realimentação do sistema $n \times n$; B é a matriz de distribuição de controle $n \times r$; D é a matriz de distribuição de distúrbio $n \times m$; $w(t)$ é a matriz $m \times 1$ que representa os distúrbios externos (desvio da demanda ou consumo) agindo sobre o sistema; $y(t)$ é o vetor das variáveis de saída (variáveis medidas) $p \times 1$; C é a matriz de saída $p \times n$; n é o número de variáveis dependentes no sistema; r é o número de controles; m é o número de distúrbios agindo sobre o sistema; e p é o número de saídas. Os elementos das matrizes A , B e C dependem da condição inicial ou nominal.

A realimentação integral amplia o número de variáveis de estado do sistema com o estado integral adicional x_I que obedece a seguinte equação diferencial:

$$\dot{x}_I = y = Cx(t) \quad (3.58)$$

Portanto:

$$x_I = \int_0^t Cx(t)dt \quad (3.59)$$

O modelo estendido torna-se (fig. 3.6):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_I(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_I(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} w(t) \quad (3.60)$$

ou

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u(t) + \bar{D}w(t) \quad (3.61)$$

onde:

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x_I(t) \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

e a equação de saída torna-se:

$$y(t) = [C \ 0] \begin{bmatrix} x(t) \\ x_I(t) \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

ou

$$y(t) = \bar{C}\bar{x}(t) \quad (3.67)$$

onde:

$$\bar{C} = [C \ 0] \quad (3.68)$$

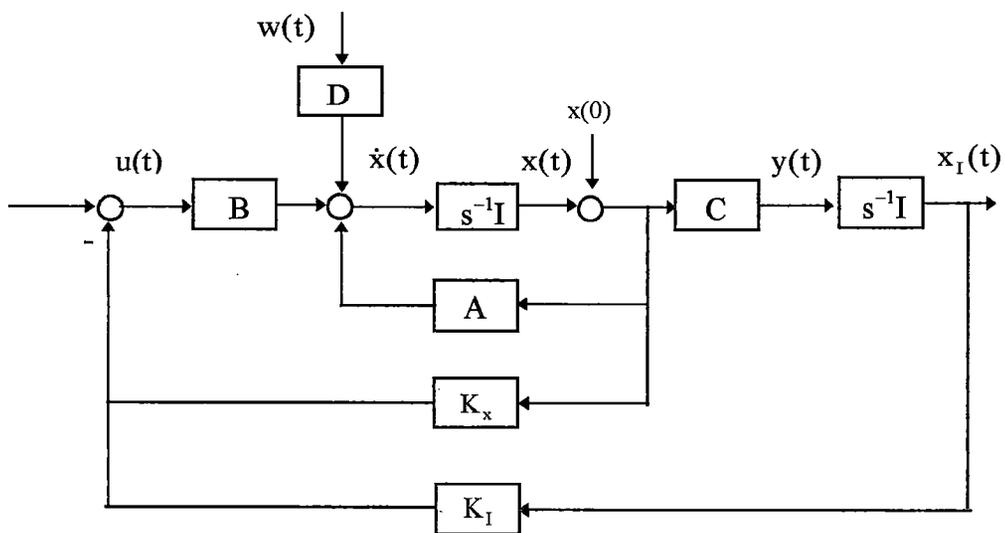


Fig. 3.6 - Diagrama de blocos para um sistema contínuo realimentado com distúrbios externos e ação integral.

A influência das variáveis $w(t)$ é considerada um distúrbio de estado que será desprezado para o projeto do controlador. Portanto uma nova lei de controle é produzida:

$$u(t) = -\bar{K}\bar{x}(t) = -\begin{bmatrix} K_x & K_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_I(t) \end{bmatrix} = -K_x x(t) - K_I x_I(t) \quad (3.69)$$

Para determinar o vetor de estado $x(t)$ e o sinal $x_I(t)$, utilizamos as equações (3.56), (3.57), (3.58), e (3.69):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_I(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_x & -BK_I \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_I(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} w(t) \quad (3.70)$$

Para um sistema dinâmico discreto no tempo, o conjunto de equações lineares com distúrbios externos pode ser apresentado na forma compacta mostrada a seguir:

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) + Vw(k) \quad (3.71)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (3.72)$$

A realimentação integral que aumenta o estado do sistema obedece a seguinte equação diferencial (ISERMANN 1981):

$$x_I(k+1) = y(k) + x_I(k) = Cx(k) + x_I(k) \quad (3.73)$$

Então o modelo estendido por uma ação integral com distúrbio mostrado na figura (3.7) é dado por:

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ x_I(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & 0 \\ C & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_I(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} V \\ 0 \end{bmatrix} w(k) \quad (3.74)$$

ou

$$\dot{\bar{x}}(k+1) = \bar{G}\bar{x}(k) + \bar{H}u(k) + \bar{V}w(k) \quad (3.75)$$

onde:

$$\bar{x}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ x_I(k) \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} G & 0 \\ C & I \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} H \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

$$\bar{V} = \begin{bmatrix} V \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

e a equação de saída torna-se:

$$y(k) = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_I(k) \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

ou

$$y(k) = \bar{C}\bar{x}(k) \quad (3.81)$$

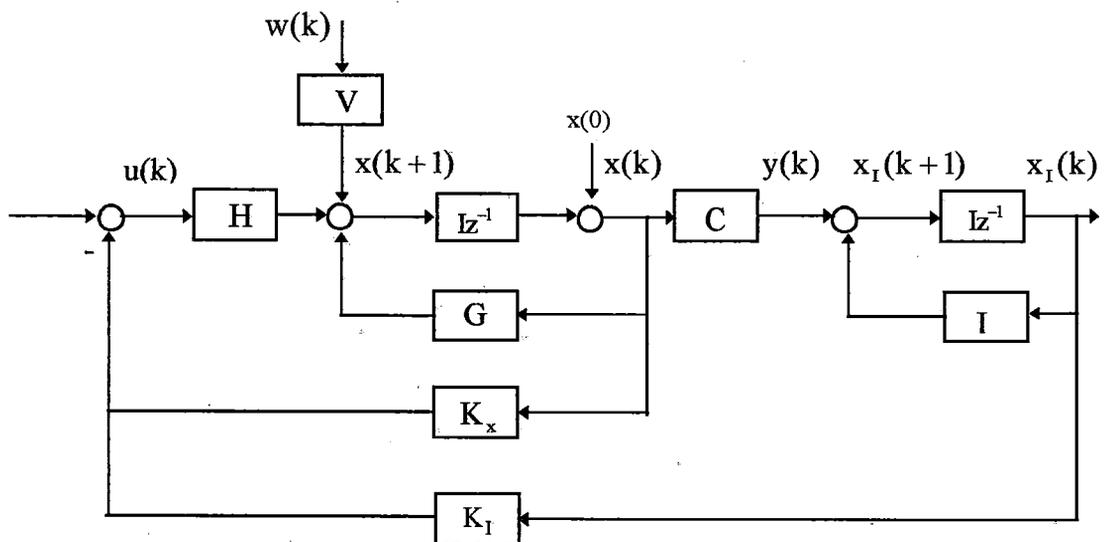


Fig. 3.7 - Diagrama de blocos para um sistema discreto realimentado com distúrbios externos e ação integral.

onde G, H e V são as versões discretas no tempo das matrizes A, B, e C; k é o intervalo de amostragem, e x_I são as variáveis integrais adicionais. Na ausência de distúrbios externos, a realimentação (K_I) mais externa do circuito não será necessária para conduzir o sistema à condição desejada de equilíbrio.

A influência das variáveis $w(k)$ é considerada um distúrbio de estado que será desprezado para o projeto do controlador. Portanto uma nova lei de controle é produzida:

$$u(k) = -\bar{K}\bar{x}(k) = -\begin{bmatrix} K_x & K_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_I(k) \end{bmatrix} = -K_x x(k) - K_I x_I(k) \quad (3.82)$$

O primeiro termo na equação (3.82) leva em conta os distúrbios iniciais, e o segundo termo considera os distúrbios externos. Uma vez que os pólos (raízes da equação característica) do sistema realimentado são especificados, a matriz \bar{K} pode ser determinada pela técnica de colocação ótima de pólo e conseqüentemente as matrizes K_x e K_I são determinadas. Nota-se que muitos dos cálculos requeridos podem ser feitos a parte em um computador, como por exemplo, o cálculo das matrizes do sistema G , H e V , e a matriz ganho do controlador \bar{K} . Portanto, somente o cálculo da lei de controle (eq. 3.82) necessita ser feito em tempo real, minimizando assim custos adicionais de equipamento requeridos.

Para determinar o vetor de estado $x(k)$ e o sinal $x_I(k)$, utilizamos as equações (3.71), (3.72), (3.73), (3.82):

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ x_I(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G - HK_x & -HK_I \\ C & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_I(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V \\ 0 \end{bmatrix} w(k) \quad (3.83)$$

3.7 - Estimadores de Estado

Nesta seção discutimos o projeto de estimadores ou observadores de estado. A observabilidade do sistema é um conceito importante para o projeto de estimadores de estado. Até aqui, todas as variáveis de estado foram supostas serem medidas e disponíveis para a realimentação. No entanto, em sistemas práticos de controle, a medição de todas as variáveis de estado pode não ser possível, e portanto, nem sempre todas as variáveis de estado estarão disponíveis para a realimentação. O custo dos sensores requeridos pode ser proibitivo, ou pode ser fisicamente impossível medir todas as variáveis de estado de um sistema. Para implementar um projeto baseado na realimentação de estado, torna-se necessário estimar as variáveis de estado não medidas. Tal estimativa pode ser feita com o uso de estimadores de estado.

O projeto do regulador quadrático linear pode ser separado em duas fases. Na primeira fase, projeta-se o sistema de controle assumindo que todas as variáveis de estado estão disponíveis para a realimentação. Na segunda fase, projeta-se o estimador de estado que estima todas as variáveis de estado (ou somente aquelas que não são diretamente medidas) que são requeridas para a realimentação. Esta é uma fase muito importante do projeto de controle na representação de espaço de estado.

O procedimento para determinar a lei de controle ótimo consiste, primeiramente, em selecionar as posições desejadas para todos os pólos do sistema realimentado, e então, determinar a matriz ganho de realimentação de estado que produz os pólos especificados, tal que os erros devidos aos distúrbios ou comandos de entrada possam ser reduzidos a zero com suficiente rapidez. Na parte final do projeto, a realimentação de estado é estabelecida pelo uso das variáveis estimadas de estado ao invés das variáveis de estado reais que não são provavelmente disponíveis por medição direta. Se algumas das variáveis de estado são medidas, pode-se usá-las e estimar somente as demais variáveis que não são medidas.

3.7.1 - Construção do Estimador de Estado

Em muitos casos práticos, somente algumas variáveis de estado de um dado sistema são medidas. Por exemplo, pode ser que somente as variáveis de saída são avaliadas. Portanto se faz necessário estimar as variáveis de estado que não são avaliadas diretamente. Tal estimativa é comumente chamada de “estimação” ou “observação”. Em um sistema prático é necessário estimar ou observar as variáveis de estado não medidas a partir das variáveis de saída e de controle.

Um estimador de estado, também chamado de um observador de estado, é um subsistema do sistema de controle que realiza uma estimativa das variáveis de estado baseada nas medidas das variáveis de saída e de controle. O conceito de observabilidade é muito importante. Se o sistema juntamente com o conjunto de dados medidos é observável, ou seja, se há suficiente informação nas variáveis medidas para estimar cada elemento do estado, então é possível projetar um estimador de estado. Estimadores de estado podem ser projetados, se e somente se, a condição de observabilidade for satisfeita. Em muitos casos o vetor de estado estimado é usado na realimentação de estado para gerar o vetor de controle ótimo. A figura (3.8) mostra um diagrama esquemático de um estimador de estado. O estimador de estado tem $y(k)$ e $u(k)$ como entrada e $\hat{x}(k)$ como saída.

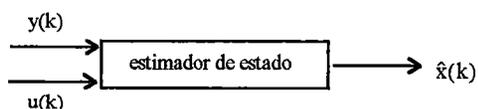


Fig. 3.8 - Diagrama esquemático do estimador de estado

O estimador de estado de ordem completa é definido como o estimador que estima todas as variáveis de estado independentemente se algumas variáveis de estado são disponíveis por medição direta. A estimação somente das variáveis de estado não medidas é denominada de “estimação de estado de ordem mínima”. A estimação de todas as variáveis de estado não medidas mais algumas (nem todas) das variáveis de estado medidas, é denominada de “estimação de estado de ordem reduzida”.

A figura (3.9) mostra um sistema regulador com um estimador de estado.

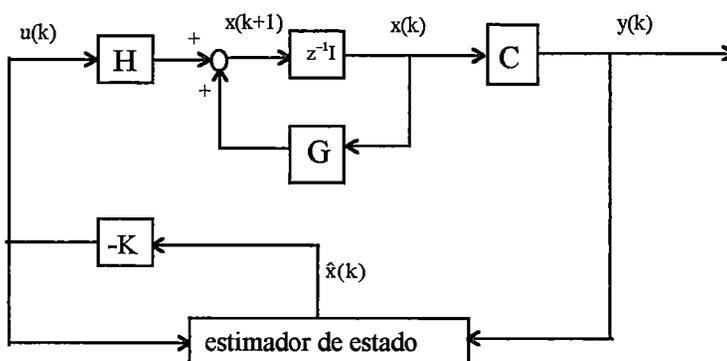


Fig. 3.9 - Diagrama esquemático de um sistema discreto realimentado com estimador.

Da figura (3.9) obtemos as equações de estado e de saída:

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) \quad (3.84)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (3.85)$$

onde $x(k)$ é o vetor de estado n -dimensional, $u(k)$ é o vetor de controle r -dimensional, $y(k)$ é o vetor de saída p -dimensional, G é uma matriz $n \times n$ não singular, H é uma matriz $n \times r$, e C é uma matriz $p \times n$.

Vamos assumir que o estado $x(k)$ é aproximado pelo estado estimado $\hat{x}(k)$ do modelo dinâmico:

$$\hat{x}(k+1) = G\hat{x}(k) + Hu(k) \quad (3.86)$$

$$\hat{y}(k) = C\hat{x}(k) \quad (3.87)$$

onde as matrizes G , H e C são as mesmas do sistema original. Também vamos assumir que o modelo dinâmico está sujeito ao mesmo sinal de controle $u(k)$ como no sistema original. Se as condições iniciais para o sistema definido pelas equações (3.84) e (3.85) e para o modelo dinâmico definido pelas equações (3.86) e (3.87) são as mesmas, então o estado $\hat{x}(k)$ e o estado $x(k)$ serão os mesmos. Se as condições iniciais são diferentes, então o estado $\hat{x}(k)$ e o estado $x(k)$ serão diferentes. Se a matriz G é uma matriz estável, $\hat{x}(k)$ aproximará de $x(k)$ independentemente das condições iniciais serem diferentes.

Definindo o erro $e(k)$ como a diferença entre $x(k)$ e $\hat{x}(k)$:

$$e(k) = x(k) - \hat{x}(k) \quad (3.88)$$

e subtraindo a equação (3.86) da equação (3.84):

$$x(k+1) - \hat{x}(k+1) = G[x(k) - \hat{x}(k)] \quad (3.89)$$

ou

$$e(k+1) = Ge(k) \quad (3.90)$$

Se a matriz G é uma matriz estável, então $e(k)$ se aproximará de zero e $\hat{x}(k)$ se aproximará de $x(k)$, mas não se tem a capacidade de influenciar a taxa com a qual o estado estimado converge ao estado verdadeiro. Portanto, o comportamento do vetor erro que depende somente da matriz G pode não ser aceitável. Se a matriz G não é uma matriz estável, então o erro $e(k)$ não se aproximará de zero, e há então a necessidade de modificar o modelo dinâmico definido pelas equações (3.86) e (3.87). Para problemas desse tipo, pode-se fazer uso da realimentação. Nota-se que embora o estado $x(k)$ não possa ser medido, a saída $y(k)$ é medida. O modelo dinâmico definido pelas equações (3.86) e (3.87) não faz uso da medida de saída $y(k)$.

O desempenho do modelo dinâmico pode ser aperfeiçoado se a diferença entre a saída medida $y(k)$ e a saída estimada $C\hat{x}(k)$ é usada para monitorar o estado $\hat{x}(k)$. O estimador é dirigido pelo erro entre os valores medidos e preditos das variáveis de estado selecionadas no sistema. O modelo dinâmico da equação (3.86) é então modificado para a seguinte forma:

$$\hat{x}(k+1) = G\hat{x}(k) + Hu(k) + L[y(k) - C\hat{x}(k)] \quad (3.91)$$

onde a matriz L serve como uma matriz peso. O comportamento dinâmico do estimador de estado da figura (3.9) é dado por essa equação (3.91). Na presença de discrepâncias entre as respostas obtidas do modelo (representado pelas matrizes G e H) e as respostas medidas, a adição da diferença entre a saída medida e a saída estimada auxiliará a reduzir as diferenças entre as respostas do modelo dinâmico e do sistema observado.

Na seguinte análise assumimos que o estado real $x(k)$ não pode ser medido diretamente. Se o estado $x(k)$ é estimado, torna-se desejável que o estado estimado $\hat{x}(k)$ seja tão próximo quanto possível do estado real $x(k)$. Embora não seja necessário, é conveniente que o estado estimado tenha as mesmas matrizes G e H do sistema original. É importante notar que na presente análise, o estado $x(k)$ não é disponível por medição direta, e conseqüentemente, o estado estimado $\hat{x}(k)$ não pode ser comparado com o estado real $x(k)$. Como a saída $y(k) = Cx(k)$ pode ser medida, é possível comparar $\hat{y}(k) = C\hat{x}(k)$ com $y(k)$.

A figura (3.10) mostra um estimador de estado incorporado a um sistema de controle realimentado.

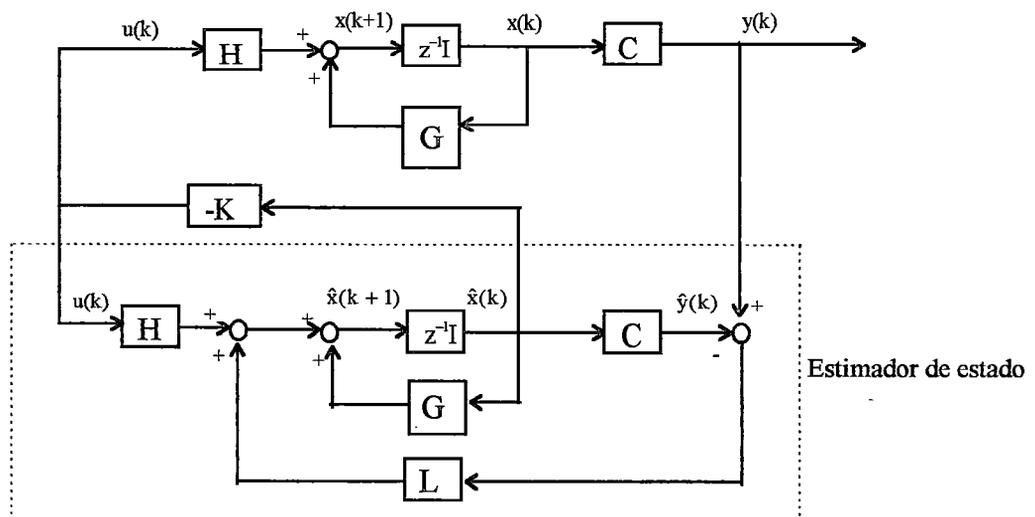


Fig. 3.10 - Diagrama de blocos para um sistema discreto realimentado com estimador de estado.

O estimador de estado $\hat{x}(k)$ é usado para compor o vetor de controle $u(k)$:

$$u(k) = -K\hat{x}(k) \quad (3.92)$$

Da figura (3.10), temos que:

$$\hat{x}(k+1) = G\hat{x}(k) + Hu(k) + L[y(k) - \hat{y}(k)] \quad (3.93)$$

onde L é a matriz ganho de realimentação $n \times p$ do estimador. A equação (3.93) pode ser modificada para:

$$\hat{x}(k+1) = (G - LC)\hat{x}(k) + Hu(k) + Ly(k) \quad (3.94)$$

Os autovalores de $(G - LC)$ são comumente chamados de pólos do estimador. Note que se $\hat{x}(k) = x(k)$, a equação (3.94) torna-se:

$$\hat{x}(k+1) = G\hat{x}(k) + Hu(k) \quad (3.95)$$

que é idêntica à equação de estado do sistema. Portanto se $\hat{x}(k) = x(k)$ então a resposta do estimador de estado é idêntica à resposta do sistema original.

O estado completo do sistema de controle realimentado é obtido das equações (3.84), (3.85), (3.92) e (3.94):

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ \hat{x}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & -HK \\ LC & G - HK - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ \hat{x}(k) \end{bmatrix} \quad (3.96)$$

Para obter a equação erro do estimador, usamos a equação (3.88) e subtraímos a equação (3.94) da equação (3.84), obtendo-se:

$$e(k+1) = (G - LC)e(k) \quad (3.97)$$

Da equação (3.97), vemos que o comportamento dinâmico do sinal erro é determinado pelos autovalores de $(G - LC)$. Se a matriz $(G - LC)$ é uma matriz estável, o vetor erro convergirá a zero para qualquer erro inicial $e(0)$, ou seja, $\hat{x}(k)$ convergirá a $x(k)$ independentemente dos valores de $x(0)$ e $\hat{x}(0)$. Se os autovalores de $(G - LC)$ são localizados em posições desejadas, o comportamento dinâmico do vetor erro é adequadamente rápido e o erro tenderá a zero com uma velocidade apropriada. Portanto, a medida total do vetor de estado pode ser evitada tolerando-se um erro inicial no estado estimado por um curto período de tempo. A seleção de L pode ser realizada exatamente da mesma forma que de K no projeto da lei de controle.

Vamos agora investigar os efeitos do uso do estimador de estado. Substituindo a equação de controle (3.92) na equação do sistema (3.84), temos que:

$$x(k+1) = Gx(k) - HK\hat{x}(k) = (G - HK)x(k) + HK[x(k) - \hat{x}(k)] \quad (3.98)$$

ou usando a definição do vetor erro dado pela equação (3.88):

$$x(k+1) = (G - HK)x(k) + HKe(k) \quad (3.99)$$

Combinando as equações (3.99) e (3.97):

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G - HK & HK \\ 0 & G - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ e(k) \end{bmatrix} \quad (3.100)$$

e

$$y(k) = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ e(k) \end{bmatrix} \quad (3.101)$$

As equações (3.100) e (3.101) descrevem a dinâmica do sistema de controle realimentado de estado estimado. A equação característica para o sistema é:

$$\begin{vmatrix} zI - G + HK & -HK \\ 0 & zI - G + LC \end{vmatrix} = |zI - G + HK| |zI - G + LC| = 0 \quad (3.102)$$

Note que os pólos (raízes da equação característica) do sistema de controle realimentado de estado estimado consistem dos pólos do controle realimentado mais os pólos devido ao projeto do estimador. Isso significa que o projeto do controlador e o projeto do estimador são independentes entre si. Eles podem ser projetados separadamente e combinados para formar o sistema de controle realimentado de estado estimado.

Os pólos desejados do sistema realimentado são gerados pela realimentação do estado para satisfazer o desempenho requerido, e os pólos do estimador são geralmente escolhidos para que a resposta do estimador seja muito mais rápida do que a resposta do sistema. Como uma regra geral, a velocidade de resposta dos pólos do estimador pode ser escolhida ser mais rápida do que a velocidade de resposta dos pólos do controlador por um fator de 2 a 6 (KWAKERNAAK e SIVAN 1972). Essa regra assegura um decaimento mais rápido dos erros do estimador quando comparado com a dinâmica desejada, permitindo assim que os pólos do controlador sejam dominantes na resposta total. Se o ruído do sensor é grande o suficiente, pode-se escolher os pólos do estimador sendo menor do que duas vezes os pólos do controlador. No entanto, a expectativa da resposta total do sistema nesse caso é de ser fortemente influenciada pela localização dos pólos do estimador. Se os pólos do estimador fornecem respostas mais lentas do que os pólos do controlador, a expectativa da resposta do sistema para os distúrbios é de ser dominada pelas

características dinâmicas do estimador ao invés das características dinâmicas selecionadas pela lei de controle.

É importante enfatizar que a natureza do controlador e do estimador são diferentes. Enquanto o controlador tem natureza física, o estimador representa uma unidade eletrônica de cálculo. Em comparação com a seleção dos pólos do controlador, a seleção dos pólos do estimador requer uma relação diferente com o esforço de controle. No controlador, o aumento da velocidade de resposta aumenta o esforço de controle e isso implica no uso de um grande mecanismo de controle, que por sua vez aumenta o tamanho, o peso e o custo. Como no controlador, há um termo de realimentação no estimador que cresce em magnitude com a solicitação de uma velocidade mais rápida. No entanto, como essa realimentação é na forma de um sinal eletrônico ou uma palavra digital em um computador, é possível aumentar a velocidade de resposta tal que o estado estimado rapidamente convirja para o estado verdadeiro. A máxima velocidade de resposta do estimador é geralmente limitada somente por problemas de ruído e sensibilidade envolvidos no sistema de controle.

3.7.2 - O Problema do Estimador Ótimo

Pode ser mostrado que as equações que representam o estimador para a análise contínua no tempo são similares àquelas obtidas na seção anterior através de uma análise discreta no tempo. Portanto, as equações do estimador (3.93) e (3.94) podem ser escritas no tempo contínuo como:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L[y(t) - \hat{y}(t)] \quad (3.103)$$

ou

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - LC)\hat{x}(t) + Bu(t) + Ly(t) \quad (3.104)$$

e a reconstrução do erro (eq. 3.97) como:

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) \quad (3.105)$$

O projeto do estimador envolve a determinação da matriz ganho L de forma que a equação de reconstrução do erro seja assintoticamente estável. Para obter uma convergência rápida da reconstrução do erro a zero, a matriz L deve ser escolhida tal que os pólos do estimador (autovalores) estejam localizados bem a esquerda do plano complexo. KWAKERNAAK e SIVAN (1972) mostraram que a determinação da matriz ganho do estimador L é um problema dual com o cálculo da matriz ganho de realimentação K do problema regulador. A equação algébrica de Ricatti para o estimador:

$$AF + FA^t + V_1 - FC^tV_2CF = 0 \quad (3.106)$$

é resolvida para F , dada as matrizes de ponderação V_1 e V_2 , e então a matriz ganho ótima do estimador em estado permanente é dada por:

$$L = FC^tV_2 \quad (3.107)$$

As equações (3.106) e (3.107) são semelhantes às equações (3.40) e (3.39) respectivamente. O estimador ótimo provê um compromisso entre a velocidade de reconstrução de estado e a imunidade ao ruído do estimador. O balanço entre essas duas propriedades é determinada pelas magnitudes das matrizes V_1 e V_2 e a otimização.

A determinação da matriz ganho do estimador é baseada na propriedade da dualidade existente entre o problema do estimador ótimo e o problema do regulador ótimo. Esta característica permite usar o mesmo programa computacional desenvolvido para o problema regulador e resolver o problema do estimador e vice versa. A tabela (3.1) mostra a correspondência das matrizes do problema dual.

Tabela 3.1 - Dualidade do regulador ótimo e estimador ótimo.

Regulador Ótimo	Estimador Ótimo
A	A^t
B	C^t
Q	V_1
R	V_2
K	L

3.7.3 - Distúrbios Externos e Controle Integral

Finalmente, o sistema controlador-estimador com distúrbios externos e controle integral é formulado. O modelo dinâmico da equação (3.93) é então modificada para a seguinte forma:

$$\hat{x}(k+1) = G\hat{x}(k) + Hu(k) + L[y(k) - C\hat{x}(k)] + Vw(k) \quad (3.108)$$

O vetor de controle $u(k)$, quando os valores estimados das variáveis de estado são usados na realimentação e o estado integral é adicionado, é dado por:

$$u(k) = -K_x \hat{x}(k) - K_I x_I(k) \quad (3.109)$$

Portanto, o estado completo de controle realimentado é obtido das equações (3.71), (3.72), (3.73), (3.108) e (3.109):

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ \hat{x}(k+1) \\ x_I(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & -HK_x & -HK_I \\ LC & G - LC - HK_x & -HK_I \\ C & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ \hat{x}(k) \\ x_I(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V \\ V \\ 0 \end{bmatrix} w(k) \quad (3.110)$$

A figura (3.11) mostra um diagrama de blocos para o sistema servo com realimentação de estado, distúrbios externos e controle integral, onde o estado estimado é usado no lugar do estado real.

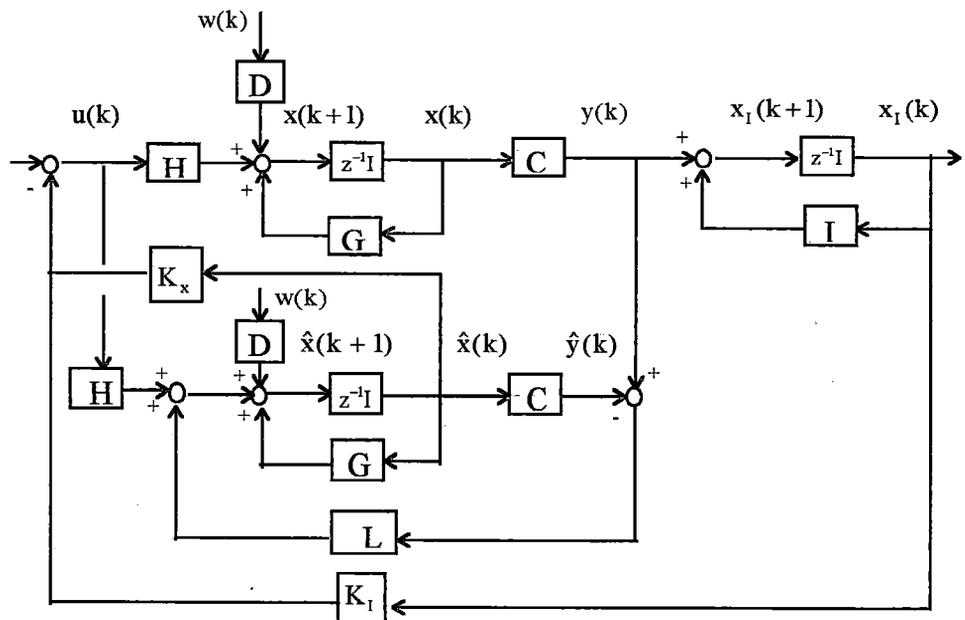


Fig. 3.11 - Diagrama de blocos para um sistema discreto realimentado com estimador de estado, distúrbios externos e ação integral.

3.8 - Conclusões e Análise

O sistema de controle global após a construção de um estimador para o sistema original é uma combinação do estimador, onde os estados do sistema são reconstruídos, e uma lei de controle linear realimentada, o qual é uma função linear dos estados reconstruídos.

As equações de projeto para os controladores do sistema não são afetados pelo fato de os estados aproximados (estimados) serem utilizados ao invés dos estados verdadeiros. A configuração global estimador-controlador tem estabilidade interna garantida. No entanto, o uso dos estados estimados em vez dos estados verdadeiros para a realimentação pode conduzir a uma deterioração inicial da resposta transiente.

Uma das características atraentes do projeto de controle ótimo na representação espaço de estado, é que ele consiste de uma seqüência de passos independentes. O primeiro passo, consiste na determinação do controle ótimo. O propósito da lei ótima de controle é permitir-nos fixar de maneira ótima um conjunto de pólos em posições desejadas para que o sistema realimentado tenha uma resposta dinâmica satisfatória. O segundo passo (necessário se todo o estado não é disponível)

consiste em projetar um estimador que calcula uma estimativa do estado ou vetor de estado através das medidas de saída do sistema. O terceiro passo é combinar a lei de controle e o estimador. Neste estágio, os cálculos da lei de controle estão baseados no estado estimado e não no estado real.

Um modelo de simulação será usado para avaliar o desempenho do controlador e estimador. Os distúrbios externos (vazões de consumo ou de demanda) serão restritos a no máximo 20% das condições iniciais para obedecer as suposições feitas durante a linearização (pequenos desvios em torno da condição inicial). No entanto, grandes desvios excedendo a 20% não são incomuns. Nesse caso, estudos devem ser desenvolvidos para permitir a presença de grandes distúrbios (maiores do que 20% da condição inicial).

Uma vez que as equações do controlador e do estimador são obtidas, e os valores medidos para uma ou mais variáveis de estado (vazões ou energias) estão disponíveis, a dinâmica do sistema linear pode ser simulada para quaisquer valores arbitrários de distúrbios externos. O desempenho do controlador e estimador projetado do modelo linear pode ser julgado através da dinâmica de um sistema não linear substituindo as medidas observadas, quando estas não estão disponíveis.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma técnica de projeto combinando o controlador e o estimador para a operação de redes de distribuição de água na presença de distúrbios externos, e avaliar o desempenho do algoritmo usando um modelo não linear de fluxo em redes hidráulicas. Uma rede exemplo simples é escolhida para demonstrar a eficiência da técnica de projeto do regulador quadrático ótimo. O trabalho é um passo preliminar para a aplicação real do conceito do controle ótimo. Espera-se que as técnicas de controle desenvolvidas sejam aplicadas em uma rede real numa próxima fase do projeto.

CAPÍTULO IV - MODELO HIDRÁULICO

4.1 - Introdução

A maioria dos sistemas dinâmicos, sejam mecânicos, elétricos ou hidráulicos, podem ser descritos por equações diferenciais. A resposta de um sistema dinâmico a uma dada entrada (ou função de excitação) pode ser obtida se estas equações diferenciais são resolvidas. Podem-se obter as equações utilizando as leis físicas que governam um sistema particular. A descrição matemática das características dinâmicas de um sistema é denominada modelo matemático. O primeiro passo na análise de um sistema dinâmico é obter o seu modelo. Uma vez obtido o modelo matemático de um sistema, ferramentas analíticas ou numéricas podem ser utilizadas para fins de análise. Na obtenção de um modelo, devemos estabelecer um compromisso entre a simplicidade do mesmo e a precisão dos resultados da análise. Na dedução de tal modelo simplificado, freqüentemente torna-se necessário ignorar certas propriedades físicas inerentes ao sistema, se estas propriedades pouco influenciam na resposta. Em geral, na solução de um novo problema, verificamos ser desejável inicialmente construir um modelo simplificado para posteriormente torná-lo mais complexo numa análise mais rigorosa. Devemos estar cientes do fato de que um modelo linear com parâmetros concentrados (modelo empregando equações diferenciais ordinárias), que pode ser válido em operações de baixa freqüência, poderá não ser válido em freqüências suficientemente altas se as propriedades desprezadas dos parâmetros distribuídos tornam-se um fator importante no comportamento dinâmico do sistema.

Os sistemas hidráulicos envolvem relações não lineares entre as variáveis. Os procedimentos para determinar as soluções de problemas não lineares, em geral, são extremamente complicados. Devido a esta dificuldade matemática inerente aos sistemas não lineares, normalmente é necessário representá-los por sistemas lineares equivalentes. Estes sistemas lineares equivalentes somente são válidos dentro de uma faixa limitada de operação. Uma vez que um sistema não linear é aproximado por um modelo matemático linear, várias ferramentas lineares podem ser aplicadas.

Este capítulo apresenta os modelos hidráulicos adotados para a análise e controle de sistemas de distribuição de água, e coloca a formulação do problema. As equações parciais diferenciais não lineares do fluxo hidrodinâmico são transformadas em equações diferenciais ordinárias, linearizadas, e rearranjadas numa forma desejável para aplicar a teoria de controle linear.

4.2 - Escoamento Transiente em Tubulações

Um movimento transiente é definido como a situação de fluxo não permanente quando o fluxo varia de um estado permanente para outra situação de estado permanente. Uma alteração do fluxo permanente em um sistema de tubulações ocorre por causa de uma mudança ou variação nas condições de contorno (distúrbios). Há muitos tipos de condições de contorno que podem introduzir transientes. Os mais comuns, que freqüentemente requerem análise, são:

- mudanças no ajuste de válvulas, acidental ou planejada.
- partida ou interrupção de bombas.
- variação nas demandas ou consumos.
- alteração da elevação de um reservatório.

O estudo do fluxo transiente geralmente envolve análises de problemas de sistemas de tubulações, tendo uma ou mais dessas condições de contorno. Nesta pesquisa, atenção é dada aos controles de fluxo em um sistema de distribuição de água, através do ajuste do grau de abertura de uma ou mais válvulas. As válvulas, pela introdução de perdas em um sistema, controlam a taxa de fluxo. Fazendo um ajuste das válvulas, elas podem manter a pressão transiente sob controle.

Analisar e interpretar os fenômenos transientes ou não permanentes em uma tubulação não é simples. As equações que governam o fenômeno são equações diferenciais parciais que admitem ser resolvidas apenas numericamente. Além disso, o comportamento dos componentes ou mecanismos hidráulicos é complexo, e os sistemas de tubulações estão sujeitos a uma larga variedade de condições de operações e restrições. Quando as condições de fluxo variam suavemente, as variações de pressões resultantes são pequenas e não comprometem o sistema. Por outro lado, quando as condições de fluxo variam rapidamente, grandes pressões podem ser geradas, freqüentemente de magnitudes para romper tubulações e destruir ou ocasionar danos aos equipamentos.

Distúrbios de fluxo são comuns. Parada e partida de bombas, ação rápida de válvulas, operação de sistemas de controle automático, e a influência de eventos acidentais, são capazes de gerar ondas de alta pressão em sistemas de abastecimento e distribuição de água. É importante observar que as condições transientes podem não só romper uma tubulação diretamente através de uma pressão excessiva, mas podem também explorar um ponto fraco da rede causando danos nas tubulações indiretamente. Portanto, é essencial na análise transiente, que as tubulações sejam racionalmente dimensionadas, equipamentos atenuadores de pressão previstos, ou regras de operação do sistema sejam inteligentemente especificadas. Embora as pressões geradas durante as condições transientes sejam consideradas importantes nos projetos de sistemas de tubulações simples, é de opinião difundida que as condições transientes são intrinsecamente menos severas em aplicações de redes. Na realidade, a pressão transiente máxima em alguns trechos de uma rede pode exceder a pressão correspondente em um sistema simples, e as pressões geradas por condições transientes em sistemas de distribuição de água são freqüentemente três ou mais vezes maior do que as pressões normais de operação. Na prática, no entanto, analistas freqüentemente desprezam as condições transientes, particularmente em sistemas complexos como redes de distribuição. A complexidade do fenômeno transiente tem-se portanto muitas vezes induzido à adoção de procedimentos de projetos simplificados, e isto pode ter implicações significantes. Até um pequeno ou secundário evento pode produzir uma resposta previsível de pressões máximas e mínimas. Portanto, condições transientes desempenham uma função essencial na operação de sistemas de distribuição de água, e uma análise transiente confiável implica em investigar uma larga variedade de condições de fluxo, operações e combinações de mecanismos e componentes do sistema. Transientes não devem ser casualmente excluídos do projeto e aspectos computacionais de uma rede hidráulica.

Os benefícios potenciais de tal metodologia proporciona um modelo aperfeiçoado do sistema, uma operação mais econômica e possivelmente um custo mais baixo.

Com as modernas técnicas computacionais, é possível analisar os sistemas de distribuição de água sob uma larga variedade de condições de fluxo e com um número relativamente pequeno de restrições. Muitos refinamentos e aperfeiçoamentos tem sido realizados recentemente na análise transiente em termos de precisão e eficiência dos modelos. No entanto, pouco tem sido considerado sobre a interação entre os mecanismos de controle automático e os problemas transientes. Dois modelos inerciais tem sido considerados. Os modelos rígidos, que não levam em consideração os efeitos elásticos da água e da tubulação, e os modelos elásticos, quando são considerados estes efeitos. Os modelos rígidos são empregados usualmente para descrever os fenômenos de oscilação de massa, e os elásticos na análise do golpe de aríete. Como condições transientes ocorrem em condutos forçados em resultado de ações de controle de válvulas, bombas e outros componentes hidráulicos, fluxos não permanentes são uma consequência inevitável do ajuste qualquer de um fluxo local provocando um distúrbio do regime permanente. Sendo a água ligeiramente compressível, um pequeno desequilíbrio de fluxo, pode produzir grandes variações de pressões e permitir que uma quantidade considerável de energia seja armazenada. Condutos sob pressão transportam grandes quantidades de "momentum" e energia cinética. Somente quando mudanças no fluxo são graduais, tal que os desequilíbrios de energia e massa nas tubulações sejam sempre pequenos, é possível alterar suavemente o regime de escoamento de uma condição permanente para outra. Em tais aplicações, pode ser justificável desprezar os efeitos da compressibilidade e usar o modelo de coluna rígida. No entanto, rápidas mudanças, causadas por procedimentos padrões de operação ou eventos acidentais, podem criar grandes pulsos de pressão capazes de romper ou prejudicar as linhas de tubulações. Deve-se selecionar um conjunto de políticas e regras de controle que garantam segurança e confiabilidade ao sistema, e ao mesmo tempo, modelos eficientes para prever o comportamento da rede hidráulica sob um conjunto de condições hipotéticas e/ou reais.

O fluxo transiente em um conduto sob-pressão é governado por equações parciais diferenciais não lineares:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{fv|v|}{2d} = 0 \quad (4.2)$$

onde x é a distância; t o tempo; $h = h(x, t)$ é a energia piezométrica; $v = v(x, t)$ é a velocidade do fluido; d é o diâmetro interno da tubulação; f é o fator de atrito de Darcy-Weissbach; a é a celeridade da onda de pressão; e g a aceleração da gravidade.

As equações hidrodinâmicas do fluxo transiente em tubulações são dadas pelas equações (4.1) e (4.2). A equação (4.1) representa a conservação de massa, enquanto que a equação (4.2) representa a conservação de "momentum". Em geral não há uma solução analítica simples para esse conjunto de equações. A única forma de solução é por meio de métodos numéricos, e vários esquemas tem sido empregados para esse

propósito. Como mencionado anteriormente, essas equações são equações diferenciais parciais não lineares e portanto devem ser reformuladas ou transformadas em equações diferenciais ordinárias lineares antes de usá-las no problema regulador linear. Neste capítulo, utiliza-se do modelo da coluna rígida através do método de incidência, e do modelo da coluna elástica através do método das características.

4.3 - Modelo da Coluna Rígida

O modelo da coluna rígida é particularmente eficiente para simular o escoamento em uma rede quando sujeita a pequenas perturbações, como é o caso das variações de consumo ou operação lenta de uma válvula. Este método modela o transitório admitindo que a velocidade de propagação das perturbações seja infinita, ou seja, todo o sistema reage instantaneamente a uma perturbação qualquer. Com essa hipótese, cada trecho de tubulação é equacionado a partir da equação de oscilação de massa. O sistema de equações da rede é obtido por meio da aplicação do balanço de vazões para os nós da rede.

A figura (4.1) mostra um elemento de fluido dentro de um conduto sujeito às várias forças que tendem a movê-lo em uma direção axial. As forças, como mostra a equação (4.4), são respectivamente, a força de pressão sobre a área seccional do lado esquerdo, a força de pressão sobre a área seccional do lado direito, a força de atrito cisalhante na parede tendendo a resistir ao movimento, e a componente de peso do elemento na direção x.

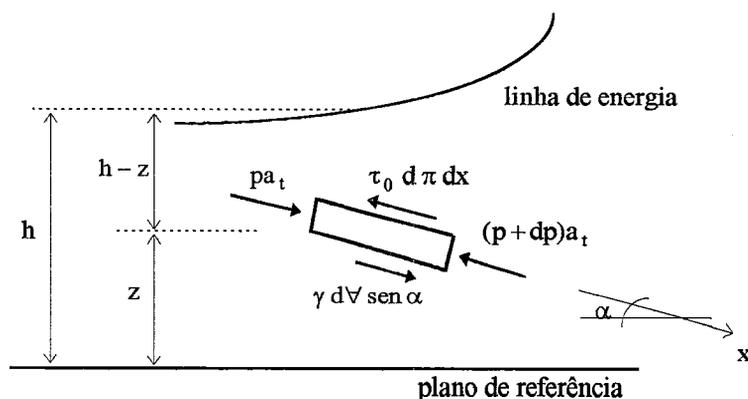


Fig. 4.1 - Elemento de fluido dentro de um conduto sujeito às várias forças na direção axial.

$$\sum \vec{F}_R = dm \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4.3)$$

ou

$$\rho a_t - \left[\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) a_t \right] - \tau_0 \pi d dx + \gamma d \nabla \sin \alpha = dm \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4.4)$$

onde m é a massa; t o tempo; v é a velocidade; \vec{F}_R é o vetor força resultante; τ_0 é a tensão de cisalhamento na parede; d é o diâmetro da tubulação; p é a pressão; ∇ é o volume; γ é o peso específico, e a_t é a área transversal da tubulação.

Como $d\nabla = a_t dx$, $dm = \rho d\nabla$ e $\gamma = \rho g$:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx a_t - \tau_0 \pi d dx + \rho g a_t dx \sin \alpha = \rho a_t dx \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4.5)$$

onde ρ é a massa específica e g a aceleração da gravidade.

Dividindo a equação (4.5) por $\rho a_t dx$:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\tau_0 \pi d}{\rho a_t} + g \sin \alpha = \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4.6)$$

Como para uma tubulação circular $a_t = \frac{\pi d^2}{4}$:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{4\tau_0}{\rho d} - g \sin \alpha + \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (4.7)$$

Observando da figura (4.1) que:

$$p = \rho g(h - z) \quad (4.8)$$

então:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \left(\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} \right) \quad (4.9)$$

e como:

$$\sin \alpha = -\frac{\partial z}{\partial x} \quad (4.10)$$

e

$$-\frac{\partial h}{\partial x} = J' = \text{perda de carga unitária} \quad (4.11)$$

então, substituindo-se as equações (4.8) e (4.9) na equação (4.7):

$$-gJ' + \frac{4\tau_0}{\rho d} + \frac{dv}{dt} = 0 \quad (4.12)$$

Em cálculos de fluxo transiente, a tensão de atrito τ_0 é considerada a mesma como se a velocidade fosse permanente. Então, em termos do coeficiente de atrito f de Darcy-Weisbach:

$$\tau_0 = \frac{\rho f v^2}{8} = \frac{\rho f q^2}{8a_t^2} \quad (4.13)$$

onde q é a vazão na tubulação.

Substituindo-se a equação (4.13) na equação (4.12) e multiplicando-se por ℓ/g :

$$-H + \frac{f\ell q^2}{2gda_t^2} + \frac{\ell}{ga_t} \frac{dq}{dt} = 0 \quad (4.14)$$

onde:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dq}{a_t dt} \quad (4.15)$$

e ℓ é o comprimento da tubulação. $H = J'\ell$ é a perda de carga no trecho com comprimento ℓ . Chamando:

$$L = \frac{\ell}{ga_t} \quad (4.16)$$

e

$$F_w = \frac{f\ell}{2gda_t^2} \quad (4.17)$$

finalmente:

$$L \frac{dq}{dt} = H - F_w q |q| \quad (4.18)$$

que é a equação diferencial não linear de movimento em uma das suas formas. No termo de resistência, o sinal do valor absoluto é introduzido uma vez que a força de atrito é oposta à direção da velocidade. A equação (4.18) juntamente com a equação da continuidade e das equações de contorno descrevem a dinâmica do fluxo transiente pelo modelo da coluna rígida.

As principais vantagens do uso do modelo da coluna rígida são a facilidade de caracterização do sistema e o equacionamento explícito das energias nos nós e das vazões nos trechos da rede. Nesta seção, o modelo da coluna rígida será utilizado

com a finalidade de avaliar o seu desempenho e a sua aplicabilidade em problemas de operação de redes através de válvulas redutoras de pressão explorando a teoria de controle linear.

A formulação baseada na teoria dos grafos usando matrizes de incidência, é útil para um modelo de coluna rígida para a análise de transientes em sistemas de distribuição de água e controle automático. Esse método é realçado pela notação de espaço de estados, pela teoria de controle e teoria dos grafos, levando a uma análise mais abrangente do fluxo transiente. O método de incidência requer um número de variáveis mínimo, ou seja, as variáveis de estado que descrevem o comportamento do sistema. Para determinar a utilidade e eficiência do modelo da coluna rígida, adequada operação de válvulas é determinada para transientes suavemente controlados, associando a teoria de controle ótimo.

O modelo da coluna rígida para analisar transientes lentos, os seja, com baixas frequências em sistemas de distribuição de água, é uma aproximação do modelo de coluna elástica. Dois principais métodos baseados no modelo de coluna rígida tem sido desenvolvidos: o método de circuitos proposto por ONIZUKA (1986) e o método de incidência apresentado por SHIMADA (1989). Ambos os métodos foram formulados em termos de uma estrutura baseada na teoria dos grafos para proporcionar uma forma mais compacta das equações básicas não lineares associadas com as redes hidráulicas, e para facilitar a implementação destas equações em computadores digitais. A idéia é combinar estas vantagens formulacionais com a teoria de espaços de estados e teoria de controle ótimo para estudar o fluxo transiente em redes de distribuição de água.

Com a finalidade de proporcionar uma formulação conveniente para a aplicação da teoria de controle em problemas hidraulicamente complexos, o modelo da coluna rígida requer a notação de espaço de estados, o que significa, a necessidade de se utilizar as variáveis de estado. É importante reafirmar que as variáveis de estado formam o menor conjunto de variáveis necessárias para descrever o comportamento de um sistema, e que as equações e os métodos baseados nas variáveis de estado são denominadas de equações de estado e de métodos de espaço de estados respectivamente.

Embora o método de circuitos proposto por ONIZUKA (1986) seja equivalente ao método de espaço de estados, ele requer técnicas artificiais usando falsos-circuitos e fluxos fictícios. Neste caso, são necessárias mudanças na topologia ou geometria da rede, causada por exemplo, pela operação de válvulas, dificultando obter as respectivas variáveis de estado.

SHIMADA (1989), propôs o método de incidência, que é formulado através da teoria dos grafos, usando matrizes de incidência. O método pode ser aplicado para redes hidráulicas com qualquer configuração. No entanto, o método de incidência proposto, utiliza variáveis redundantes. Esta redundância diminui a eficiência computacional. Além disso, o uso de muitas variáveis causam singularidade nos cálculos matriciais, resultando em dificuldades matemáticas. O problema em se usar variáveis redundantes é comum na análise de redes em regime permanente. O método do nó, por exemplo, usa geralmente maior número de variáveis do que o método de circuitos. Na teoria desenvolvida no presente trabalho, as variáveis são as variáveis de estado. Uma estrutura teórica do método de incidência foi apresentada por

SHIMADA (1992). A seguir o procedimento é descrito para obter as variáveis e as equações de estado.

Uma rede hidráulica é composta de elementos simples, tais como, tubulações, válvulas, bombas, reservatórios com energias especificadas com o tempo, reservatórios de nível variável com energias desconhecidas, etc. A inclusão destes elementos na análise de um sistema de distribuição de água é importante, pois permite avaliar o seu comportamento real. Uma válvula ou uma bomba por exemplo, deve ser incorporada em uma tubulação, onde a energia é suposta ser perdida através da válvula ou adicionada através da bomba. A frequência básica da resposta transiente de uma rede hidráulica é diminuída por reservatórios de nível variável, onde os níveis de água variam. Portanto, o modelo da coluna rígida é útil principalmente para analisar transientes em sistemas que incluem tais reservatórios. O sistema é modelado por um grafo direcionado, onde cada tubulação tem uma direção e um índice arbitrariamente definido. Um grafo direcionado tem nt trechos e nn nós.

Nos itens seguintes, rerepresentam-se as definições das variáveis da análise de redes hidráulicas em termos da teoria dos grafos em parte já introduzidas no capítulo 2 com a finalidade de tornar a leitura da metodologia mais direta.

4.3.1 - Definição das Matrizes e Vetores

- Matriz de Incidência A

$$A = (a_{ij}) = +S_j \quad \text{se o escoamento no trecho } j \text{ deixa o nó } i \quad (4.19)$$

$$A = (a_{ij}) = -S_j \quad \text{se o escoamento no trecho } j \text{ chega no nó } i \quad (4.20)$$

$$A = (a_{ij}) = 0 \quad \text{se o trecho } j \text{ não contém o nó } i \quad (4.21)$$

onde $i = 1, 2, \dots, nn$; $j = 1, 2, \dots, nt$; a_{ij} = elemento (i, j) de A; $S_j = 1$ se a válvula no trecho j está aberta e $S_j = 0$ se a válvula no trecho j está fechada. Embora S_j possa descrever a mudança na topologia de um grafo causada pela operação de válvulas, é suposto que todas as válvulas estão abertas, ou seja, o valor de S_j é igual a um. Tal suposição se deve ao fato de que a operação das válvulas será considerada posteriormente na equação da quantidade de movimento, representada pelo coeficiente de perda de carga na válvula.

- Vetor de Energia h

$$h = (h_i) \quad \text{com } i = 1, 2, \dots, nn \quad (4.22)$$

onde h_i é a energia no i -ésimo nó medida em relação ao plano de referência.

- Vetor Demanda ou Consumo Q

$$Q = (Q_i) \text{ com } i = 1, 2, \dots, mn \quad (4.23)$$

onde Q_i é o consumo do i -ésimo nó.

- Vetor Perda de Carga H

$$H = (H_j) \text{ com } j = 1, 2, \dots, nt \quad (4.24)$$

onde H_j é a diferença de energias entre os nós terminais de montante e de jusante do trecho j . Note que $H = A^t h$.

4.3.2 - Contornos

A formulação baseada na teoria dos grafos pode variar dependendo das possíveis condições de contorno. Basicamente, existem três categorias de contorno (SHIMADA 1992):

- **nós de contorno livre (tipo 1):** são aqueles que possuem um vetor de energia desconhecido h_1 e um vetor de demanda desconhecido Q_1 . Estes nós correspondem aos reservatórios de nível variável, onde os níveis de água são desconhecidos e variam de acordo com a continuidade de massa. Q_1 pode ser suposto, por exemplo, como a vazão de saída na crista de barragens, por um vetor não linear função de h_1 , ou seja, $Q_1(h_1)$.

- **nós de contorno de vazões (tipo 2):** são aqueles que possuem um vetor consumo especificado com o tempo $Q_2(t)$, e um vetor de energia desconhecido h_2 . Uma equação da continuidade para cada nó pertencendo a esta categoria é escrita, obtendo-se uma combinação linear entre as vazões desconhecidas nas tubulações incidentes aos nós e o vetor consumo Q_2 .

- **nós de contorno de energias (tipo 3):** são aqueles que possuem um vetor de energia especificado com o tempo $h_3(t)$, e um vetor desconhecido de consumo $Q_3(t)$. Estes nós correspondem aos reservatórios relativamente grandes, onde a variação do nível de água é suposto ser conhecido com o tempo.

Esta classificação teórica dos contornos, difere do tratamento feito na análise para regime permanente em dois aspectos:

- na análise transiente, são adicionados os contornos livres que correspondem aos reservatórios de nível variável.

- os nós com energia ou consumo constante do regime permanente são substituídos por nós tendo energia ou consumo variáveis com o tempo na análise transiente.

Os números de nós pertencendo aos tipos 1, 2 ou 3 são definidos por n_1, n_2, n_3 respectivamente. Os nós são enumerados na seqüência dos tipos, ou seja, $(1, \dots, n_1)$ para o tipo 1, $(n_1 + 1, \dots, n_1 + n_2)$ para o tipo 2, e $(n_1 + n_2 + 1, \dots, nn)$ para o tipo 3. Conseqüentemente, $nn = n_1 + n_2 + n_3$.

Em correspondência aos três tipos de nós, a matriz de incidência A, o vetor de energia h e o vetor consumo Q são também separados simbolicamente em três partes:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$h = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

4.3.3 - Equações Básicas do Método de Incidência

- Equação da Continuidade

A lei da conservação de massa em um nó em uma forma vetorizada, é descrita como:

$$C \frac{dh_1}{dt} = -(A_1 q + Q_1) \quad \text{para o tipo 1} \quad (4.28)$$

$$A_2 q = -Q_2 \quad \text{para o tipo 2} \quad (4.29)$$

$$A_3 q = -Q_3 \quad \text{para o tipo 3} \quad (4.30)$$

onde q é o vetor de vazão com componente q_j ($j=1, \dots, nt$) e C é a matriz diagonal cujo i -ésimo elemento diagonal $C_{i,i}$ ($i=1, \dots, n_1$) corresponde a área da superfície livre suposta para o reservatório de nível variável no i -ésimo nó.

- Equação da Quantidade de Movimento

A equação da quantidade de movimento para os trechos, é dada por:

$$L \frac{dq}{dt} = [-f(q) + A_1^t h_1 + A_2^t h_2 + A_3^t h_3] \quad (4.31)$$

onde L é a matriz diagonal cujo j-ésimo elemento L_{jj} é dado por $\ell_j / (g a_{ij})$ $j=1, \dots, nt$; ℓ_j é o comprimento da tubulação j; g é a aceleração da gravidade; a_{ij} é a área transversal da tubulação j; $f(q)$ é o vetor perda de carga, cujo j-ésimo elemento é dado por $F_j q_j |q_j|$; F_j é um coeficiente geral de perda de carga que pode ser escrito como:

$$F_j = \frac{f_j \ell_j}{2g d_j a_{ij}^2} + \frac{f_{vj}}{2g a_{ij}^2} \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, nt \quad (4.32)$$

onde f_j é o fator de atrito de Darcy-Weisbach; f_{vj} é o coeficiente de perda de carga da válvula e d_j é o diâmetro da tubulação j. Se a j-ésima tubulação inclui uma bomba, então $f(q) = F_j q_j |q_j| - h_b(q_j)$, onde $h_b(q_j)$ é a energia fornecida pela bomba. O primeiro e o segundo termo no lado direito da equação (4.32), correspondem ao atrito da parede e a perda na válvula respectivamente. Se nenhuma válvula é incluída na j-ésima tubulação, f_{vj} é igual a zero.

4.3.4 - Sistema de Equações

Eliminando-se h_2 das equações (4.29) e (4.31):

$$\frac{dq}{dt} = W[-f(q) + A_1^t h_1 + A_3^t h_3] + L^{-1} A_2^t R^{-1} \frac{dQ_2}{dt} \quad (4.33)$$

Arranjando a equação (4.28):

$$\frac{dh_1}{dt} = -C^{-1} [A_1 q + Q_1(h_1)] \quad (4.34)$$

onde $W = L^{-1}(I - S)$; $S = A_2^t R^{-1} A_2 L^{-1}$; $R = A_2 L^{-1} A_2^t$ e I é a matriz identidade.

As equações (4.33) e (4.34) formam o sistema de equações, onde (q^t, h_1^t) são numericamente integráveis em função do tempo. Uma vez que q e h_1 são conhecidos, Q_3 ou h_2 podem ser calculados através das equações (4.30) ou (4.35) respectivamente.

$$h_2 = -R^{-1} \left\{ \frac{dQ_2}{dt} + A_2 L^{-1} [-f(q) + A_1^t h_1 + A_3^t h_3] \right\} \quad (4.35)$$

4.3.5 - Variáveis de Estado e Equações de Estado

Em geral, as variáveis de estado são compostas pelo vetor h_1 e pelos componentes linearmente independentes de q . Um procedimento para selecionar as vazões linearmente independentes, removendo os componentes dependentes de q baseado na submatriz de incidência A_2 foi proposto por SHIMADA (1992). A equação do movimento em termos da parte linearmente independente de q é então formulada em uma estrutura baseada na teoria dos grafos.

- Separação das Vazões Linearmente Independentes

O número de vazões dependentes é equivalente a n_2 , ou seja, ao número de equações lineares oriundas das equações de continuidade das vazões nos n_2 nós pertencendo ao tipo 2. A idéia básica para a separação de q em vazões dependentes e independentes é que para um nó arbitrário pertencendo ao tipo 2, somente uma das vazões através dos trechos conectados a este nó pode ser dependente. Se uma vazão de um trecho para cada nó é selecionada como uma vazão dependente, então o número n_2 de vazões dependentes pode ser fixado. Com a remoção destas vazões dependentes de q , obtém-se as vazões independentes. Observe que um conjunto de vazões dependentes e independentes não é único, uma vez que a seleção de vazões independentes pode ser feita arbitrariamente.

- Equação do Movimento Relacionada com as Vazões Independentes e Equações de Estado

A equação do movimento em termos das vazões independentes compõem a principal parte das equações de estado. Para obter estas equações, vazões independentes devem ser expressas matematicamente, usando as vazões dependentes, que podem ser determinadas com o procedimento proposto por SHIMADA (1992). Da equação (4.29), as vazões dependentes podem ser explicitadas como uma função linear das vazões independentes. As equações de estado serão obtidas, se as vazões dependentes são eliminadas do sistema de equações, baseando-se nas relações entre as vazões dependentes e as vazões independentes. Chamando-se as vazões independentes e dependentes por q_I e q_D respectivamente, cujos trechos são colocados na ordem crescente, e chamando n_I e n_D como as dimensões de q_I e q_D respectivamente, onde $n_D = n_2$ e $n_I = nt - n_2$, então, um vetor de vazões q' é definido como:

$$q' = \begin{bmatrix} q_I \\ q_D \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

ou

$$q' = Pq \quad (4.37)$$

onde a transformação linear P satisfaz a relação:

$$P(k, m) = 1 \quad (4.38)$$

e

$$P(k, j) = 0 \quad \text{com } j \neq m \text{ e } j = 1, \dots, nt \quad (4.39)$$

se o k-ésimo elemento de q' é suposto ser q_m e:

$$P^{-1} = P^t \quad (4.40)$$

Usando as equações (4.29), (4.36) e (4.37), q_I e q_D podem ser separadas:

$$A_2 q = (A_2 P^{-1})(Pq) = (A_2 P^{-1})q' = -Q_2 \quad (4.41)$$

A equação (4.41) é reescrita como:

$$A_{2I} q_I + A_{2D} q_D = -Q_2 \quad (4.42)$$

usando as submatrizes $A_{2I}(n_2, n_1)$, $A_{2D}(n_2, n_2)$ definidas por:

$$A_2 P^{-1} = (A_{2I} A_{2D}) \quad (4.43)$$

onde $A_{2I}(n_2, n_1)$ denota uma matriz de n_2 linhas e n_1 colunas e $A_{2D}(n_2, n_2)$ denota uma matriz de n_2 linhas e n_2 colunas. Como o determinante de A_{2D} não é igual a zero, a equação (4.42) fornece as vazões dependentes:

$$q_D = -A_{2D}^{-1}(A_{2I} q_I + Q_2) \quad (4.44)$$

Multiplicando a equação (4.33) por P e transformando o resultado, tem-se:

$$P \frac{dq}{dt} = PWP^{-1}P[-f(q) + A_1^t h_1 + A_3^t h_3] + PL^{-1}A_2^t R^{-1} \frac{dQ_2}{dt} \quad (4.45)$$

Os primeiros n_1 -ésimos componentes na equação vetorizada (4.45) constituem as equações diferenciais de primeira ordem em termos das variáveis independentes q_I , ou seja:

$$\frac{dq_I}{dt} = W_I E_Y + P_I Q_T \quad (4.46)$$

onde $W_I(n_I, nt)$ e $W_D(n_D, nt)$ são submatrizes definidas por:

$$PWP^{-1} = \begin{bmatrix} W_I \\ W_D \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

e $P_I(n_I, nt)$ e $P_D(n_D, nt)$ são submatrizes definidas por:

$$P = \begin{bmatrix} P_I \\ P_D \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

com:

$$E_Y = P[-f(q) + A_1^t h_1 + A_3^t h_3] \quad (4.49)$$

e

$$Q_T = L^{-1} A_2^t R^{-1} \frac{dQ_2}{dt} \quad (4.50)$$

Finalmente, as equações de estado em termos de q_I e h_1 podem ser obtidas pela substituição da equação (4.44) nas equações (4.34) e (4.46) e eliminando q_D por não fazer parte do vetor de estado.

4.3.6 - Modelo Linearizado

A análise de espaço de estados com o modelo da coluna rígida conduz a um sistema aproximado para o controle de transientes em redes hidráulicas incluindo os mais diversos componentes hidráulicos tais como bombas e válvulas de controle. Neste trabalho, o problema de operação de válvulas redutoras de pressão em redes de distribuição de água são analisados aplicando a teoria de controle linear.

O modelo linearizado foi derivado em torno de uma condição de estado permanente, usando a série de Taylor em torno do ponto médio de operação, e truncando os termos maiores do que os termos de primeira ordem.

- Linearização das Equações de Estado

As equações diferenciais ordinárias não lineares de estado (eqs. 4.34 e 4.46) são linearizadas em torno dos estados de equilíbrio. As equações diferenciais ordinárias lineares do modelo hidrodinâmico são convenientes para a simulação das respostas dinâmicas do sistema hidráulico nos casos quando as demandas ou consumos nos nós e a taxa de abertura ou fechamento das válvulas redutoras de pressão são especificadas em função do tempo. Quando as demandas (distúrbios) e as aberturas das válvulas (controles) são constantes após algum tempo, os estados do

sistema (vazões e energias) aproximam assintoticamente das condições de equilíbrio. Estas condições de estado permanente ou de equilíbrio são uma função da demanda e do grau de abertura das válvulas no regime permanente.

O vetor de estado nominal ou de equilíbrio pode ser calculado usando-se um método de cálculo para condições de regime permanente. Este cálculo envolve a determinação das vazões em todos os trechos e as energias em todos os nós da rede de distribuição de água para as condições de contorno e de operação de estado permanente. As equações não lineares são então linearizadas em torno destas condições nominais. O objetivo do regulador quadrático linear será manter o sistema na condição de equilíbrio desejado com o mínimo esforço possível, ou seja, limitando as grandes e repetidas oscilações tanto das vazões e pressões como do acionamento das válvulas.

Considere X_f e U_f como sendo as variáveis de estado e as variáveis de controle respectivamente na condição de equilíbrio e, X e U como sendo as mesmas variáveis na condição atual ou presente. Então os desvios ou diferenças x e u entre as condições atuais e as condições nominais das variáveis de estado são dadas por:

$$x = X - X_f \quad (4.51)$$

$$u = U - U_f \quad (4.52)$$

onde x e u são os erros ou as perturbações respectivamente dos estados e dos controles desejados de equilíbrio, e f é um subscrito que denota o regime permanente final. As perturbações são assumidas ser pequenas comparadas com as condições nominais. A linearização é realizada aplicando-se uma expansão da série de Taylor em cada termo das equações não lineares em torno dos pontos de equilíbrio ou pontos nominais e truncando os termos de segunda ou maior ordem com a finalidade de manter somente os termos lineares correspondentes. As equações diferenciais linearizadas são escritas em função das variáveis perturbadas com o auxílio das equações (4.51) e (4.52), e a substituição destas equações nas equações diferenciais ordinárias não lineares de fluxo resultam em um conjunto de equações lineares. Portanto, as equações não lineares na forma:

$$\dot{X}(t) = f[X(t), U(t)] \quad (4.53)$$

são linearizadas resultando numa equação matricial linear na forma:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (4.54)$$

onde f é uma função vetorial não linear; $U(t)$ o vetor de entrada do mecanismo de controle (f_{vj}), e $X(t)$ um vetor de estado composto das variáveis de estado:

$$X = \begin{bmatrix} q_1 \\ h_1 \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

As matrizes A ($n \times n$) e B ($n \times r$) são as matrizes Jacobianas $\frac{\partial f}{\partial X}$ e $\frac{\partial f}{\partial U}$ respectivamente, avaliadas nas condições de equilíbrio X_f e U_f :

$$f(X_f, U_f, t) = 0 \quad (4.56)$$

e

$$A = \left. \frac{\partial f(X, U, t)}{\partial X} \right|_{X_f, U_f} \quad (4.57)$$

$$B = \left. \frac{\partial f(X, U, t)}{\partial U} \right|_{X_f, U_f} \quad (4.58)$$

e $x(t)$ e $u(t)$ representam as perturbações em relação aos estados nominais X_f e U_f . As equações (4.57) e (4.58) representam as derivadas de cada termo das equações dinâmicas do sistema hidráulico com relação a todas as variáveis incógnitas, e a variação total com relação a uma dada variável é dada pela soma das variações ou contribuições de cada termo das equações.

Note que as restrições $\|x\| < \|X_f\|$ e $\|u\| < \|U_f\|$ devem ser satisfeitas, onde $\|\cdot\|$ denota uma dada norma de vetor. A aplicação dessa técnica de linearização nas equações diferenciais ordinárias não lineares, resulta nas equações linearizadas.

Quando a perturbação de controle u tende a zero, então as perturbações das variáveis de estado se aproximam de zero, mas em geral não com uma velocidade desejada ou suficientemente rápida, pois a taxa desse decaimento exponencial é determinada pelos autovalores do sistema da matriz A . O objetivo ao se projetar um controle ótimo é calcular um conjunto de valores de u para aumentar a velocidade desta aproximação assintótica para as condições desejadas de equilíbrio e ao mesmo tempo limitar as grandes e repetidas oscilações dos mecanismos de controle.

Na presença de distúrbios externos, a equação linearizada pode ser escrita como:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) + Dw(t) \quad (4.59)$$

onde $w(t)$ é o vetor ($m \times 1$) da variação da demanda (ou distúrbio externo) nos nós, e D é a matriz de demanda ou de distúrbio ($n \times m$). Os elementos da matriz D foram calculados baseados nos valores de equilíbrio, ou seja, a matriz D é a matriz Jacobianas $\frac{\partial f}{\partial w}$, avaliada na condição de equilíbrio.

Para um esquema de controle ótimo discreto no tempo, a equação de estado contínua no tempo (4.59) é convertida para uma base em tempo discreto:

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) + Vw(k) \quad (4.60)$$

onde F , G , e V são versões discretas no tempo das matrizes A , B , e D respectivamente. A equação (4.60) é obtida supondo que o vetor de entrada $u = u(k)$ é constante dentro de um mesmo intervalo de tempo.

- Determinação das Matrizes A, B e D

As equações (4.46) e (4.34) do modelo hidráulico proposto por SHIMADA (1992) formam o sistema de equações, onde os vetores de estado q_1 e h_1 são numericamente integráveis em função do tempo:

$$f_1 = \frac{dq_1}{dt} = W_I E_Y + P_I Q_T \quad (4.61)$$

$$f_2 = \frac{dh_1}{dt} = -C^{-1}[A_1 q + Q_1(h_1)] \quad (4.62)$$

As demais matrizes, vetores e variáveis foram já definidas anteriormente.

As equações de estado (4.61) e (4.62) não lineares do sistema contínuo podem ser arranjadas em um vetor na forma:

$$\frac{dX}{dt} = f(X, U, W, t) \quad (4.63)$$

onde f é uma função vetorial não linear, U é o vetor de entrada do mecanismo de controle, X é um vetor de estado composto das variáveis de estado, e W é um vetor composto das variáveis de distúrbio:

$$U = [f_v] \quad (4.64)$$

$$X = \begin{bmatrix} q_1 \\ h_1 \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

$$W = [Q_2] \quad (4.66)$$

Para analisar os transientes próximos a um estado final permanente, a equação de estado linearizada (4.67):

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Dw \quad (4.67)$$

é obtida usando as seguintes perturbações:

$$X = x + X_f \quad (4.68)$$

$$U = u + U_f \quad (4.69)$$

$$W = w + W_f \quad (4.70)$$

onde x é o vetor de estado perturbado, u é o vetor de entrada perturbado (valores dos desvios dos coeficientes de perda de carga das válvulas), w é o vetor de distúrbio perturbado, e f é um subscrito que denota o regime permanente final. X_f , U_f e W_f satisfazem a relação:

$$f(X_f, U_f, W_f, t) = 0 \quad (4.71)$$

e

$$A = \left. \frac{\partial f(X, U, W, t)}{\partial X} \right|_{X_f, U_f, W_f} \quad (4.72)$$

$$B = \left. \frac{\partial f(X, U, W, t)}{\partial U} \right|_{X_f, U_f, W_f} \quad (4.73)$$

$$V = \left. \frac{\partial f(X, U, W, t)}{\partial W} \right|_{X_f, U_f, W_f} \quad (4.74)$$

Note que as restrições $\|x\| < \|X_f\|$; $\|u\| < \|U_f\|$ e $\|w\| < \|W_f\|$ devem ser satisfeitas, onde $\|\cdot\|$ denota uma dada norma de vetor.

a) Determinação da Matriz de Estado A

De acordo com a equação (4.72), a matriz de estado A pode ser escrita como:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial h_1} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial h_1} \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

onde

$\frac{\partial f_1}{\partial q_1}$ = matriz derivada da equação (4.61) em relação ao vetor q_1 de ordem $(n_1 \times n_1)$.

$\frac{\partial f_1}{\partial h_1}$ = matriz derivada da equação (4.61) em relação ao vetor h_1 de ordem $(n_1 \times n_1)$.

$\frac{\partial f_2}{\partial q_I}$ = matriz derivada da equação (4.62) em relação ao vetor q_I de ordem $(n_I \times n_I)$.

$\frac{\partial f_2}{\partial h_1}$ = matriz derivada da equação (4.62) em relação ao vetor h_1 de ordem $(n_I \times n_I)$.

Portanto A é uma matriz quadrada de ordem $(n_I + n_I) \times (n_I + n_I)$.

- Cálculo da matriz $\frac{\partial f_1}{\partial q_I}$

Substituindo a equação (4.49) e (4.44) na equação (4.61) e derivando a equação resultante em relação ao vetor q_I , obtemos:

$$\frac{\partial f_1}{\partial q_I} = \frac{\partial}{\partial q_I} (W_I E_Y + P_I Q_T) = W_I \frac{\partial}{\partial q_I} \{ P[-f(q) + A_1^t h_1 + A_3^t h_3] \} \quad (4.76)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial q_I} = -W_I \frac{\partial}{\partial q_I} [Pf(q)] = -W_I \frac{\partial}{\partial q_I} \begin{bmatrix} f_I(q_I) \\ f_D(q_D) \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial q_I} = W_I P F' P^t \begin{bmatrix} -I \\ A_{2D}^{-1} A_{2I} \end{bmatrix} = W_I P F' P^t Z \quad (4.78)$$

onde:

$$Z = \begin{bmatrix} -I \\ A_{2D}^{-1} A_{2I} \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

$$Pf(q) = \begin{bmatrix} f_I(q_I) \\ f_D(q_D) \end{bmatrix} \quad (4.80)$$

e $f_I(q_I)$ e $f_D(q_D)$ são os vetores $f(q)$ das vazões independentes e dependentes respectivamente; F' é a matriz diagonal $(n_I \times n_I)$ com os elementos diagonais iguais à derivada $\frac{\partial f(q)}{\partial q_I}$, ou seja, $\text{diag}[2F_1 q_1, \dots, 2F_{n_I} q_{n_I}]$, e I é a matriz identidade de ordem $(n_I \times n_I)$.

- *Cálculo da matriz* $\frac{\partial f_1}{\partial h_1}$

Substituindo a equação (4.49) na equação (4.61) e derivando a equação resultante em relação ao vetor h_1 obtemos:

$$\frac{\partial f_1}{\partial h_1} = \frac{\partial}{\partial h_1} (W_I E_Y + P_I Q_T) = W_I \frac{\partial}{\partial h_1} E_Y \quad (4.81)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial h_1} = W_I \frac{\partial}{\partial h_1} \{P[-f(q) + A_1^t h_1 + A_3^t h_3]\} = W_I P A_1^t \quad (4.82)$$

- *Cálculo da matriz* $\frac{\partial f_2}{\partial q_I}$

Diferenciando a equação (4.62) em relação ao vetor q_I e usando a equação (4.50), obtemos:

$$\frac{\partial f_2}{\partial q_I} = \frac{\partial}{\partial q_I} \{-C^{-1}[A_1 q + Q_1(h_1)]\} = -C^{-1} \frac{\partial}{\partial q_I} (A_1 q) \quad (4.83)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial q_I} = -C^{-1} A_1 \frac{\partial}{\partial q_I} P^t q' = C^{-1} A_1 P^t \begin{bmatrix} -I \\ A_{2D}^{-1} A_{2I} \end{bmatrix} = C^{-1} A_1 P^t Z \quad (4.84)$$

onde:

$$q' = \begin{bmatrix} q_I \\ q_D \end{bmatrix} = P q \quad (4.85)$$

- *Cálculo da matriz* $\frac{\partial f_2}{\partial h_1}$

Diferenciando a equação (4.62) em relação ao vetor h_1 :

$$\frac{\partial f_2}{\partial h_1} = \frac{\partial}{\partial h_1} \{-C^{-1}[A_1 q + Q_1(h_1)]\} = -C^{-1} \frac{\partial}{\partial h_1} Q_1(h_1) = -C^{-1} Q_1' \quad (4.86)$$

onde Q'_1 é a matriz diagonal $(n_1 \times n_1)$ com elementos diagonais iguais às derivadas $\frac{\partial Q_1(h_1)}{\partial h_1}$, ou seja, $\text{diag}\left[\frac{\partial Q_1(h_1)}{\partial h_1}, \dots, \frac{\partial Q_{n_1}(h_1)}{\partial h_1}\right]$.

b) Determinação da Matriz de Controle B

De acordo com a equação (4.73), a matriz de controle B pode ser escrita como:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial f_v} \\ \frac{\partial f_2}{\partial f_v} \end{bmatrix} \quad (4.87)$$

onde:

$\frac{\partial f_1}{\partial f_v}$ = matriz derivada da equação (4.61) em relação ao vetor f_v de ordem $(n_1 \times n_u)$.

$\frac{\partial f_2}{\partial f_v}$ = matriz derivada da equação (4.62) em relação ao vetor f_v de ordem $(n_1 \times n_u)$.

Portanto B é uma matriz de ordem $(n_1 + n_1) \times (n_u)$.

- Cálculo da matriz $\frac{\partial f_1}{\partial f_v}$

Substituindo a equação (4.49) na equação (4.61) e derivando a equação resultante em relação ao vetor f_v , obtemos:

$$\frac{\partial f_1}{\partial f_v} = \frac{\partial}{\partial f_v} [W_1 E_Y + P_1 Q_T] = W_1 \frac{\partial}{\partial f_v} E_Y \quad (4.88)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial f_v} = W_1 \frac{\partial}{\partial f_v} \{P[-f(q) + A_1^t h_1 + A_3^t h_3]\} \quad (4.89)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial f_v} = -W_I P \frac{\partial}{\partial f_v} [f(q)] = -W_I P F'_V P_V \quad (4.90)$$

onde F'_V é a matriz diagonal de ordem $(n_t \times n_t)$ com elementos diagonais iguais à derivada $\frac{\partial f(q)}{\partial f_v}$, ou seja, $\text{diag} \left[\frac{q_1^2}{2ga_1^2}, \dots, \frac{q_{n_t}^2}{2ga_{n_t}^2} \right]$ e P_V é a matriz de ordem $(n_t \times n_v)$ composta de 1 e 0, ou seja, $P_V(i, j) = 1$ se a barra i contém a válvula j e $P_V(i, j) = 0$ se qualquer outra situação.

- *Cálculo da matriz* $\frac{\partial f_2}{\partial f_v}$

Diferenciando a equação (4.62) em relação ao vetor f_v obtemos:

$$\frac{\partial f_2}{\partial f_v} = \frac{\partial}{\partial f_v} \left\{ -C^{-1} [A_1 q + Q_1(h_1)] \right\} = [0] \quad (4.91)$$

onde $[0]$ é uma matriz nula de ordem $(n_1 \times n_v)$.

c) Determinação da Matriz de Distúrbio D

De acordo com a equação (4.74), a matriz de distúrbio D pode ser escrita como:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial Q_2} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial f_2} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial Q_2} \end{bmatrix} \quad (4.92)$$

onde:

$\frac{\partial f_1}{\partial Q_2}$ = matriz derivada da equação (4.61) em relação ao vetor Q_2 de ordem $(n_1 \times n_D)$.

$\frac{\partial f_2}{\partial Q_2}$ = matriz derivada da equação (4.62) em relação ao vetor Q_2 de ordem $(n_1 \times n_D)$.

Portanto D é uma matriz de ordem $(n_I + n_1) \times (n_D)$.

- *Cálculo da matriz* $\frac{\partial f_1}{\partial Q_2}$

Substituindo a equação (4.49) e (4.44) na equação (4.61) e derivando a equação resultante em relação ao vetor Q_2 (variação linear com o tempo), obtemos:

$$\frac{\partial f_1}{\partial Q_2} = \frac{\partial}{\partial Q_2} (W_I E_Y + P_I Q_T) = W_I \frac{\partial}{\partial Q_2} \left\{ P \left[-f(q) + A_1^t h_1 + A_3^t h_3 \right] \right\} \quad (4.93)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial Q_2} = -W_I P \frac{\partial}{\partial Q_2} [f(q)] = -W_I \frac{\partial}{\partial Q_2} \begin{bmatrix} f_I(q_I) \\ f_D(q_D) \end{bmatrix} = -W_I \begin{bmatrix} 0 \\ F_D A_{2D}^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.94)$$

onde F_D é a matriz diagonal $(n_D \times n_D)$ com os elementos diagonais iguais a $\frac{\partial f_D(q_D)}{\partial Q_2}$, ou seja, $\text{diag}[2F_{D1}q_{D1}, \dots, 2F_{Dn_D}q_{Dn_D}]$.

- *Cálculo da matriz* $\frac{\partial f_2}{\partial Q_2}$

Diferenciando a equação (4.62) em relação ao vetor Q_2 e usando a equação (4.44) obtemos:

$$\frac{\partial f_2}{\partial Q_2} = \frac{\partial}{\partial Q_2} \left\{ -C^{-1} [A_1 q + Q_1(h_1)] \right\} = -C^{-1} A_1 \frac{\partial}{\partial Q_2} [f(q)] \quad (4.95)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial Q_2} = -C^{-1} A_1 P^t \frac{\partial}{\partial Q_2} \begin{bmatrix} q_I \\ q_D \end{bmatrix} = -C^{-1} A_1 P^t \begin{bmatrix} 0 \\ -A_{2D}^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.96)$$

4.4 - Modelo da Coluna Elástica

Esta seção apresenta o modelo elástico para um sistema de distribuição de água e a formulação do problema de controle. As equações diferenciais parciais não-lineares (4.1) e (4.2) são discretizadas, linearizadas e reorganizadas na forma da equação (3.71). O método das características e a teoria do regulador quadrático linear são explorados.

4.4.1 - Equações Básicas do Método das Características

O fluxo em redes de distribuição de água é descrito pelas bem conhecidas equações (4.1) e (4.2) de fluxo não permanente com a suposição de que a velocidade da água em cada tubulação é muito menor do que a celeridade. Há muitas referências (CHAUDHRY 1979 e WYLIE e STREETER 1978) que fornecem as deduções destas equações e ilustram o uso delas em simulações com fluxo de redes hidráulicas, assim que nenhum esforço será realizado neste sentido.

Em geral, não há nenhuma solução analítica simples para este conjunto de equações. A única forma de solução é através de métodos numéricos. Para resolver estas equações, as condições de contorno do sistema necessitam ser especificadas. Também, devem ser especificados os valores iniciais das variáveis de estado em cada seção do sistema.

Como mencionado na seção 4.2, estas equações são equações diferenciais parciais não lineares e possuem uma solução contínua em $v(x,t)$ e $h(x,t)$ para todo o x e t . É necessário transformá-las em equações diferenciais ordinárias lineares antes que elas possam ser usadas no problema regulador linear. Para realizar isto, foi escolhido o método das características para discretizar os termos diferenciais das equações. Esta discretização implica que as equações diferenciais ordinárias em $v(x)$ e $h(x)$ são escritas para um número finito de seções. Estas equações são então aproximações das equações diferenciais parciais originais. As soluções obtidas só se aplicam às seções discretas ao invés de todos os valores de x .

Para facilitar a discussão, reescrevemos as equações hidrodinâmicas (4.1) e (4.2):

$$L_1 = \frac{\partial q}{\partial t} + ga_t \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{f}{2da_t} q|q| = 0 \quad (4.97)$$

$$L_2 = a^2 \frac{\partial q}{\partial x} + ga_t \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (4.98)$$

onde q é a vazão e a_t a área transversal da tubulação.

Consideremos a combinação linear das equações (4.97) e (4.98):

$$L = L_1 + \lambda L_2 = 0 \quad (4.99)$$

ou

$$\frac{\partial q}{\partial t} + ga_t \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{f}{2da_t} q|q| + \lambda a^2 \frac{\partial q}{\partial x} + \lambda ga_t \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (4.100)$$

ou

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \lambda a^2 \frac{\partial q}{\partial x} + \lambda g a_t \left(\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{f}{2da_t} q|q| = 0 \quad (4.101)$$

Se $h = h(x, t)$ e $q = q(x, t)$ são soluções das equações (4.97) e (4.98), então as derivadas totais podem ser escritas como:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (4.102)$$

e

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (4.103)$$

Definindo o multiplicador λ como:

$$\lambda a^2 = \frac{1}{\lambda} = \frac{dx}{dt} \quad (4.104)$$

e utilizando as equações (4.102), (4.103) e (4.104), as equações características tornam-se:

$$\frac{dq}{dt} + \frac{g a_t}{a} \frac{dh}{dt} + \frac{f}{2da_t} q|q| = 0 \quad \text{se} \quad \frac{dx}{dt} = a \quad (4.105)$$

e

$$\frac{dq}{dt} - \frac{g a_t}{a} \frac{dh}{dt} + \frac{f}{2da_t} q|q| = 0 \quad \text{se} \quad \frac{dx}{dt} = -a \quad (4.106)$$

Note que a equação (4.105) é válida para $dx/dt = a$, e que a equação (4.106) é válida se $dx/dt = -a$ for satisfeita. Em outras palavras, impondo as relações dadas por $dx/dt = a$ e $dx/dt = -a$, temos convertido as equações diferenciais parciais (4.97) e (4.98) em equações diferenciais ordinárias na variável independente t . No plano $x-t$ estas relações representam duas linhas retas tendo declividades $\pm 1/a$. Essas linhas são chamadas de linhas características. Matematicamente, essas linhas dividem o plano $x-t$ em duas regiões. Por exemplo, um distúrbio no ponto A (fig. 4.2) em t_0 alcançaria o ponto P depois de um intervalo de tempo Δt .

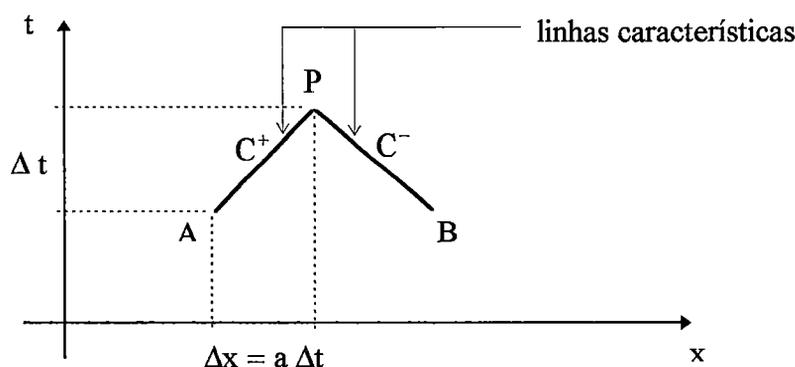


Fig.4.2 - Linhas características no plano x-t.

Para apresentar um procedimento de resolução das equações (4.105) e (4.106), vamos primeiramente discutir o significado físico das linhas características no plano x-t. Para facilitar a discussão, vamos considerar um sistema hidráulico simples composto de uma tubulação entre um reservatório de nível constante e uma válvula (fig. 4.3).

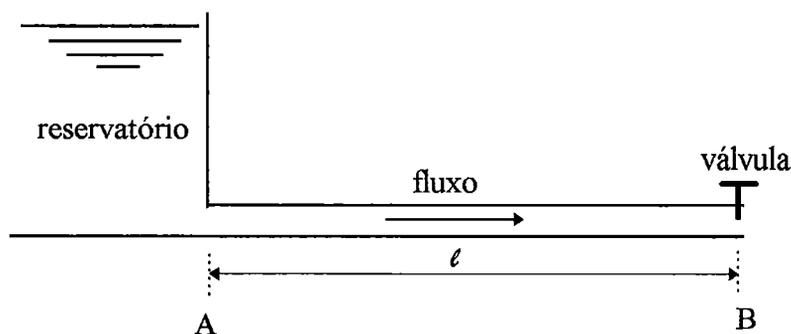


Fig. 4.3 - Sistema hidráulico simples.

As equações (4.105) e (4.106) de compatibilidade são válidas ao longo do comprimento da tubulação $0 < x < \ell$, e condições de contorno especiais são requeridas nos nós terminais $x = 0$ e em $x = \ell$ (fig. 4.4).

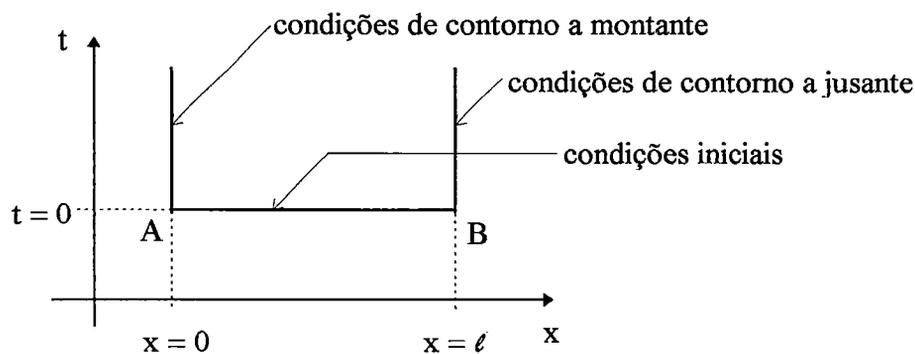


Fig. 4.4 - Regiões de validade para um sistema hidráulico simples.

No exemplo sob consideração, há um reservatório de nível constante no nó a montante ($x = 0$) e uma válvula no nó a jusante ($x = \ell$), e as condições transientes são produzidas pela válvula. Vamos assumir que há um fluxo inicial ($t = 0$) permanente na tubulação quando a válvula é instantaneamente fechada. Isso reduz o fluxo através da válvula a zero e resulta em uma elevação da pressão na válvula. Por causa desta elevação de pressão, uma onda de pressão se propaga para a montante. Se o caminho dessa onda é plotada no plano $x-t$, ele será representado pela linha BC como mostrado na figura (4.5). É claro da figura que, as condições na região I dependem somente das condições iniciais, pois as condições de contorno a montante não mudam, enquanto que, na região II, elas dependem das condições impostas pelo contorno a jusante.

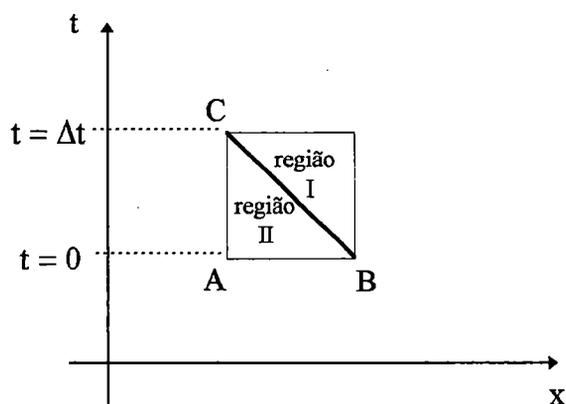


Fig. 4.5 - Excitação no nó de jusante.

Portanto, a linha característica BC separa os dois tipos de soluções. Se excitações são impostas simultaneamente nos pontos A e B, então a região influenciada pelas condições iniciais é conforme mostrado na figura (4.6).

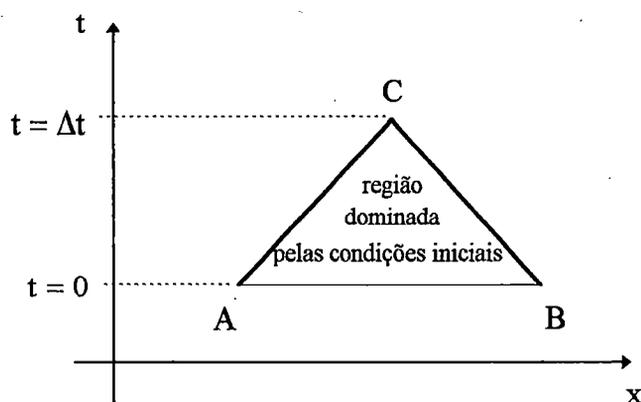


Fig. 4.6 - Excitação nos nós a montante e jusante.

A linha característica AC separa as regiões influenciadas pelo contorno a montante e as condições iniciais, e a linha BC separa as regiões influenciadas pelo contorno de jusante e as condições iniciais. Em outras palavras, as linhas características no plano x-t representam o caminho de propagação das perturbações em vários pontos do sistema.

Para resolver as equações (4.105) e (4.106), um número de esquemas de diferenças finitas tem sido propostos. Segundo CHAUDHRY (1979), Streeter e Wylie em 1967 usaram uma técnica de diferença finita de primeira ordem, Evangelisti em 1969 sugeriram um método corretor-preditor, e Lister em 1960 empregaram ambos os esquemas de primeira e segunda ordem. Como os intervalos de tempo usados para resolver essas equações em problemas práticos são usualmente pequenos, uma técnica de primeira ordem sugerida por Streeter e Wylie é suficientemente acurada e portanto é discutida nesta seção. No entanto, se as perdas por atrito forem grandes, então uma aproximação de primeira ordem pode produzir resultados instáveis. Para tais casos, um método preditor-corretor ou uma aproximação de segunda ordem deve ser usada para evitar instabilidade do esquema de diferenças finitas.

As condições em $t = 0$ são conhecidas e são as condições de estado permanente inicial ou as calculadas previamente no tempo. Desejamos calcular as condições desconhecidas em $t_0 + \Delta t$.

Rearranjando as equações (4.105) e (4.106), as equações características tornam-se:

$$C^+: \frac{dx}{dt} = a; \quad dh + Bdq + R_0q|q|dt = 0 \quad (4.107)$$

$$C^-: \frac{dx}{dt} = -a; \quad -dh + Bdq + R_0q|q|dt = 0 \quad (4.108)$$

onde: $B = \frac{a}{ga_t} \quad (4.109)$

$$R_0 = \frac{fa}{2gda_t^2} \quad (4.110)$$

Assume-se que o fator de atrito f seja constante. Posteriormente, pode-se usar a equação de Colebrook-White para fixar um valor mais acurado de f .

4.4.2 - Equações Perturbadas

A figura (4.7) mostra a malha temporal que será usada para cálculos baseados no método das características (MOC).

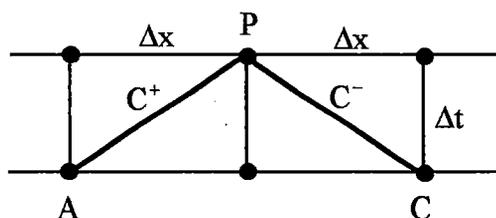


Fig. 4.7 - Malha temporal para análise do método das características.

Para analisar as flutuações pseudo-transientes próximas ao estado permanente, equações perturbadas são também derivadas usando:

$$q = q_0 + q \quad (4.111)$$

$$h = h_0 + h \quad (4.112)$$

onde q_0 e h_0 são partes do estado permanente de q e h respectivamente; q e h são a vazão e a energia potencial perturbada sobre o estado permanente respectivamente, com $|q_0| > |q|$ e $|h_0| > |h|$.

Sendo q_0 e h_0 valores correspondentes ao estado permanente, pode-se escrever:

$$C^+: dh_0 + Bdq_0 + R_0q_0|q_0|dt = 0 \quad (4.113)$$

$$C^-: -dh_0 + Bdq_0 + R_0q_0|q_0|dt = 0 \quad (4.114)$$

Substituindo as equações (4.111) e (4.112) nas equações (4.107) e (4.108) e omitindo os termos de segunda ordem de q :

$$C^+: (dh_0 + Bdq_0 + R_0q_0|q_0|dt) + (dh + Bdq + 2R_0q|q_0|dt) = 0 \quad (4.115)$$

$$C^-: (-dh_0 + Bdq_0 + R_0q_0|q_0|dt) + (-dh + Bdq + 2R_0q|q_0|dt) = 0 \quad (4.116)$$

Subtraindo as equações (4.113) e (4.114) das equações (4.115) e (4.116):

$$C^+: dh + Bdq + 2R_1qdt = 0 \quad (4.117)$$

$$C^-: -dh + Bdq + 2R_1qdt = 0 \quad (4.118)$$

onde:

$$R_1 = R_0|q_0| \quad (4.119)$$

Integrando as equações (4.117) e (4.118) ao longo de AP e CP respectivamente (fig. 4.7):



$$C^+: \int_A^P dh + B \int_A^P dq + 2R_1 \int_A^P q dt = 0 \quad (4.120)$$

$$C^{\ominus}: - \int_C^P dh + B \int_C^P dq + 2R_1 \int_C^P q dt = 0 \quad (4.121)$$

as equações características discretizadas pelo método explícito de diferenças finitas das equações (4.120) e (4.121) tornam-se:

$$C^+: (h_p - h_A) + B(q_p - q_A) + 2R_2 q_A = 0 \quad (4.122)$$

$$C^-: -(h_p - h_C) + B(q_p - q_C) + 2R_2 q_C = 0 \quad (4.123)$$

com a aproximação do termo de atrito $\int_A^P q dt \cong q_A \Delta t$ para C^+ e $\int_C^P q dt \cong q_C \Delta t$ para C^- .

Analogamente, as equações características discretizadas segundo o método implícito de diferenças finitas tornam-se:

$$C^+: (h_p - h_A) + B(q_p - q_A) + R_2 (q_p + q_A) = 0 \quad (4.124)$$

$$C^-: -(h_p - h_C) + B(q_p - q_C) + R_2 (q_p + q_C) = 0 \quad (4.125)$$

com $\int_A^P q dt \cong \frac{(q_A + q_P)}{2} \Delta t$ para C^+ e $\int_C^P q dt \cong \frac{(q_C + q_P)}{2} \Delta t$ para C^-

onde:

$$R_2 = R_1 \Delta t \quad (4.126)$$

A teoria desenvolvida será válida se o fluxo transiente não flutuar muito distante do estado permanente por um longo período de tempo.

4.4.3 - Condições de Contorno

Cada trecho é dividido em $N-1$ segmentos de comprimento Δx com N seções. No início de cada trecho (primeira seção) e ao término do trecho (última seção) uma equação de contorno e uma equação característica são necessárias. Nos nós interiores ($1 < j < N$), ambas as equações características são empregadas. Aplicando este esquema de discretização, resulta nas equações seguintes:

- Seção Interna

Considere uma seção genérica s interna a um trecho i da tubulação. A figura (4.8) apresenta a linha característica positiva e negativa no plano $x-t$.

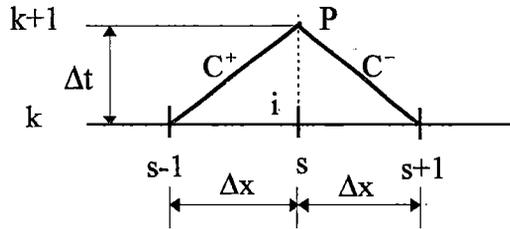


Fig. 4.8 - Esquema de uma seção genérica s de uma tubulação i .

As equações características são dadas por:

$$C^+: [h_{i,s}(k+1) - h_{i,s-1}(k)] + B_i [q_{i,s}(k+1) - q_{i,s-1}(k)] + 2R_{2,i} q_{i,s-1}(k) = 0 \quad (4.127)$$

$$C^-: -[h_{i,s}(k+1) - h_{i,s+1}(k)] + B_i [q_{i,s}(k+1) - q_{i,s+1}(k)] + 2R_{2,i} q_{i,s+1}(k) = 0 \quad (4.128)$$

Das equações (4.127) e (4.128):

$$q_{i,s}(k+1) = \frac{h_{i,s-1}(k)}{2B_i} - \frac{h_{i,s+1}(k)}{2B_i} + \frac{(B_i - 2R_{2,i})}{2B_i} q_{i,s-1}(k) + \frac{(B_i - 2R_{2,i})}{2B_i} q_{i,s+1}(k) \quad (4.129)$$

$$h_{i,s}(k+1) = \frac{h_{i,s-1}(k)}{2} + \frac{h_{i,s+1}(k)}{2} + \frac{(B_i - 2R_{2,i})}{2} q_{i,s-1}(k) - \frac{(B_i - 2R_{2,i})}{2} q_{i,s+1}(k) \quad (4.130)$$

- Reservatório com Nível Constante a Montante

Considere uma reservatório de nível constante localizado a montante de uma tubulação genérica i (fig. 4.9).

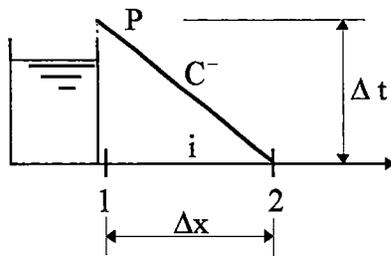


Fig. 4.9 - Esquema de um reservatório de nível constante localizado a montante de uma tubulação genérica i.

A equação característica negativa é dada por:

$$C^-: -[h_{i,1}(k+1) - h_{i,2}(k)] + B_i[q_{i,1}(k+1) - q_{i,2}(k)] + 2R_{2,i}q_{i,2}(k) = 0 \quad (4.131)$$

Contorno:

$$h_{i,1}(k+1) = 0 \quad (4.132)$$

Das equações (4.131) e (4.132):

$$q_{i,1}(k+1) = -\frac{h_{i,2}(k)}{B_i} + \frac{(B_i - 2R_{2,i})}{B_i} q_{i,2}(k) \quad (4.133)$$

- Reservatório com Nível Constante a Jusante

Considere uma reservatório de nível constante localizado a jusante de uma tubulação genérica i (fig. 4.10).

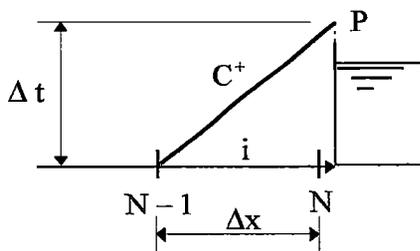


Fig. 4.10 - Esquema de um reservatório de nível constante localizado a jusante de uma tubulação genérica i.

A equação característica positiva é dada por:

$$C^+: \left[h_{i,N}(k+1) - h_{i,N-1}(k) \right] + B_i \left[q_{i,N}(k+1) - q_{i,N-1}(k) \right] + 2R_{2,i} q_{i,N-1}(k) = 0 \quad (4.134)$$

Contorno:

$$h_{i,N}(k+1) = 0 \quad (4.135)$$

Das equações (4.134) e (4.135):

$$q_{i,N}(k+1) = \frac{h_{i,N-1}(k)}{B_i} + \frac{(B_i - 2R_{2,i})}{B_i} q_{i,N-1}(k) \quad (4.136)$$

- Válvula Redutora de Pressão

Considere uma válvula redutora de pressão localizada em um nó V entre duas tubulações genéricas i e j (fig. 4.11).

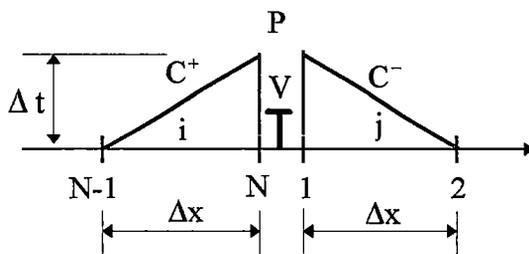


Fig. 4.11 - Esquema de uma válvula redutora de pressão localizada em um nó V entre duas tubulações genéricas i e j.

As equações características são dadas por:

$$C^+: \left[h_{i,N}(k+1) - h_{i,N-1}(k) \right] + B_i \left[q_{i,N}(k+1) - q_{i,N-1}(k) \right] + 2R_{2,i} q_{i,N-1}(k) = 0 \quad (4.137)$$

$$C^-: - \left[h_{j,1}(k+1) - h_{j,2}(k) \right] + B_j \left[q_{j,1}(k+1) - q_{j,2}(k) \right] + 2R_{2,j} q_{j,2}(k) = 0 \quad (4.138)$$

Contorno:

$$q_{i,N}(k+1) = q_{j,1}(k+1) \quad (4.139)$$

$$h_{i,N} - h_{j,1} = f_v \frac{v_{i,N}^2}{2g} = \frac{f_v}{2ga_{t,i}^2} q_{i,N} |q_{i,N}| \quad (4.140)$$

onde f_v é o coeficiente de atrito da válvula.

A equação (4.140) é uma equação não linear que necessita ser linearizada. A equação de contorno da válvula dada pela função:

$$f_1 = h_{i,N} - h_{j,1} - \frac{f_v}{2ga_{t,i}^2} q_{i,N} |q_{i,N}| = 0 \quad (4.141)$$

pode ser linearizada pela expansão de primeira ordem da série de Taylor:

$$\begin{aligned} f_1 \cong h_{i,N,0} - h_{j,1,0} - \frac{f_{v0}}{2ga_{t,i}^2} q_{i,N,0} |q_{i,N,0}| + h_{i,N}(k+1) - h_{j,1}(k+1) - \\ - 2 \frac{f_{v0} q_{i,N,0}}{2ga_{t,i}^2} q_{i,N}(k+1) - \frac{q_{i,N,0} |q_{i,N,0}|}{2ga_{t,i}^2} u_v(k) = 0 \end{aligned} \quad (4.142)$$

como:

$$h_{i,N,0} - h_{j,1,0} - \frac{f_{v0}}{2ga_{t,i}^2} q_{i,N,0} |q_{i,N,0}| = 0 \quad (4.143)$$

e chamando:

$$S_v = \frac{f_{v0} q_{i,N,0}}{ga_{t,i}^2} \quad (4.144)$$

$$T_v = \frac{q_{i,N,0}^2}{2ga_{t,i}^2} \quad (4.145)$$

A equação linearizada se torna:

$$h_{i,N}(k+1) - h_{j,1}(k+1) - S_v q_{i,N}(k+1) - T_v u_v(k) = 0 \quad (4.146)$$

Das equações (4.137), (4.138), (4.139) e (4.146):

$$h_{i,N}(k+1) = \left[1 - \frac{B_i}{(B_i + B_j + S_v)} \right] h_{i,N-1}(k) + \frac{B_i}{(B_i + B_j + S_v)} h_{j,2}(k) +$$

$$\left[(B_i - 2R_{2,i}) - \frac{B_i(B_i - 2R_{2,i})}{(B_i + B_j + S_v)} \right] q_{i,N-1}(k) - \frac{B_i(B_j - 2R_{2,j})}{(B_i + B_j + S_v)} q_{j,2}(k) +$$

$$+ \frac{B_i T_v}{(B_i + B_j + S_v)} u_v(k)$$

(4.147)

$$h_{j,1}(k+1) = \left[1 - \frac{B_j}{(B_i + B_j + S_v)} \right] h_{j,2}(k) + \frac{B_j}{(B_i + B_j + S_v)} h_{i,N-1}(k) +$$

$$\left[-(B_j - 2R_{2,j}) + \frac{B_j(B_j - 2R_{2,j})}{(B_i + B_j + S_v)} \right] q_{j,2}(k) + \frac{B_j(B_i - 2R_{2,i})}{(B_i + B_j + S_v)} q_{i,N-1}(k) -$$

$$- \frac{B_j T_v}{(B_i + B_j + S_v)} u_v(k)$$

(4.148)

$$q_{i,N}(k+1) = -\frac{h_{j,2}(k)}{(B_i + B_j + S_v)} + \frac{h_{i,N-1}(k)}{(B_i + B_j + S_v)} + \frac{(B_j - 2R_{2,j})}{(B_i + B_j + S_v)} q_{j,2}(k) +$$

$$+ \frac{(B_i - 2R_{2,i})}{(B_i + B_j + S_v)} q_{i,N-1}(k) - \frac{T_v}{(B_i + B_j + S_v)} u_v(k)$$

(4.149)

- Nó de Consumo ou Demanda

Considere um nó de consumo genérico M com vazão de demanda igual a $Q_{EXT,M}$ e duas tubulações i e j representando as tubulações que chegam (N_1) e as tubulações que saem (N_2) do nó M respectivamente (fig. 4.12).

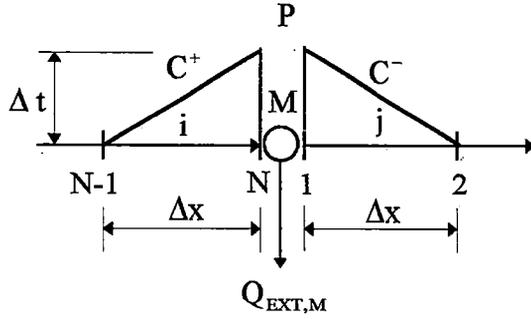


Fig. 4.12 - Esquema de um nó de consumo genérico M.

As equações características são dadas por:

$$C^+: [h_{i,N}(k+1) - h_{i,N-1}(k)] + B_i [q_{i,N}(k+1) - q_{i,N-1}(k)] + 2R_{2,i} q_{i,N-1}(k) = 0 \quad (4.150)$$

$$C^-: -[h_{j,1}(k+1) - h_{j,2}(k)] + B_j [q_{j,1}(k+1) - q_{j,2}(k)] + 2R_{2,j} q_{j,2}(k) = 0 \quad (4.151)$$

Contorno:

$$\sum_{i \in N_1} q_{i,N}(k+1) - \sum_{j \in N_2} q_{j,1}(k+1) - Q_{EXT,M} = 0 \quad (4.152)$$

$$h_{i,N}(k+1) = h_{j,1}(k+1) = h_M(k+1) \quad (4.153)$$

Das equações (4.150) e (4.151):

$$q_{i,N}(k+1) = -\frac{h_{i,N}(k+1)}{B_i} + \frac{h_{i,N-1}(k)}{B_i} + \frac{(B_i - 2R_{2,i})}{B_i} q_{i,N-1}(k) \quad (4.154)$$

$$q_{j,1}(k+1) = \frac{h_{j,1}(k+1)}{B_j} - \frac{h_{j,2}(k)}{B_j} + \frac{(B_j - 2R_{2,j})}{B_j} q_{j,2}(k) \quad (4.155)$$

Substituindo as equações (4.154) e (4.155) na equação (4.152) e usando a equação (4.153):

$$h_M(k+1) = \frac{B_M \sum_{i \in N_1} h_{i,N-1}(k)}{B_i} + \frac{B_M \sum_{j \in N_2} h_{j,2}(k)}{B_j} + \frac{B_M \sum_{i \in N_1} (B_i - 2R_{2,i})}{B_i} q_{i,N-1}(k) -$$

$$-\frac{B_M \sum_{j \in N_2} (B_j - 2R_{2,j})}{B_j} q_{j,2}(k) - B_M Q_{EXT,M} \quad (4.156)$$

onde:

$$B_M = \left[\sum_{i \in N_1} \frac{1}{B_i} + \sum_{j \in N_2} \frac{1}{B_j} \right]^{-1} \quad (4.157)$$

- Reservatório com Nível Variável a Jusante

Considere uma reservatório de nível variável localizado a jusante de uma tubulação genérica i (fig. 4.13).

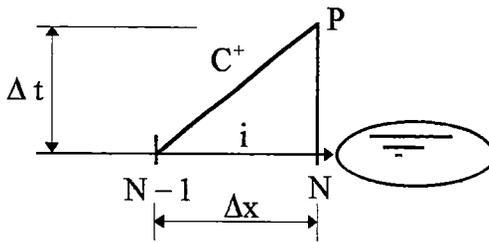


Fig. 4.13 - Esquema de um reservatório de nível variável localizado a jusante de uma tubulação genérica i .

A equação característica positiva é dada por:

$$C^+: [h_{i,N}(k+1) - h_{i,N-1}(k)] + B_i [q_{i,N}(k+1) - q_{i,N-1}(k)] + 2R_{2,i} q_{i,N-1}(k) = 0 \quad (4.158)$$

Contorno:

$$C_{stj} \frac{dh_{i,N}(k+1)}{dt} = q_{i,N}(k+1) - C_j [h_{i,N}(k+1) - h_{cj}]^{3/2} \quad (4.159)$$

onde C_{stj} é a área da superfície livre suposta para o reservatório de nível variável e C_j é o coeficiente de descarga do vertedouro do reservatório com nível da crista igual a h_{cj} .

A equação (4.159) é uma equação diferencial ordinária não linear que necessita ser discretizada e linearizada. A equação de continuidade do reservatório dada pela função:

$$f_2 = C_{stj} \frac{dh_{i,N}(k+1)}{dt} - q_{i,N}(k+1) + C_j [h_{i,N}(k+1) - h_{cj}]^{3/2} = 0 \quad (4.160)$$

pode ser discretizada por diferenças finitas e linearizada pela expansão de primeira ordem da série de Taylor:

$$f_2 \cong \frac{C_{stj} [h_{i,N}(k+1) - h_{i,N}(k)]}{\Delta t} - q_{i,N}(k+1) + C_j (h_{i,N,0} - h_{cj})^{3/2} + \frac{3}{2} C_j [h_{i,N,0} - h_{cj}]^{1/2} h_{i,N}(k+1) = 0 \quad (4.161)$$

Como $h_{i,N}$ e $q_{i,N}$ são os desvios ou perturbações dos estados de equilíbrio:

$$h_{i,N} = h_{i,N} - h_{i,N,0} \quad (4.162)$$

$$q_{i,N} = q_{i,N} - q_{i,N,0} \quad (4.163)$$

Substituindo as equações (4.162) e (4.163) na equação (4.161) e lembrando que $q_{i,N,0} - C_j (h_{i,N,0} - h_{cj})^{3/2} = 0$, então:

$$\left[\frac{C_{stj}}{\Delta t} + \frac{3}{2} C_j (h_{i,N,0} - h_{cj})^{1/2} \right] h_{i,N}(k+1) - q_{i,N}(k+1) = \frac{C_{stj} h_{i,N}(k)}{\Delta t} \quad (4.164)$$

Chamando:

$$V_{i,N} = \frac{C_{stj}}{\Delta t} + \frac{3}{2} C_j (h_{i,N,0} - h_{cj})^{1/2} \quad (4.165)$$

A equação linearizada se torna:

$$V_{i,N} h_{i,N}(k+1) - q_{i,N}(k+1) = \frac{C_{stj} h_{i,N}(k)}{\Delta t} \quad (4.166)$$

Das equações (4.158) e (4.166):

$$h_{i,N}(k+1) = \frac{h_{i,N-1}(k)}{(1 + B_i V_{i,N})} + \frac{(B_i - 2R_{2,i})}{(1 + B_i V_{i,N})} q_{i,N-1}(k) + \frac{C_{stj} B_i h_{i,N}(k)}{\Delta t (1 + B_i V_{i,N})} \quad (4.167)$$

$$q_{i,N}(k+1) = \frac{V_{i,N}h_{i,N-1}(k)}{(1+B_iV_{i,N})} + \frac{V_{i,N}(B_i - 2R_{2,i})}{(1+B_iV_{i,N})}q_{i,N-1}(k) - \frac{C_{stj}h_{i,N}(k)}{\Delta t(1+B_iV_{i,N})} \quad (4.168)$$

4.4.4 - Discretização Espacial

As expressões da seção anterior constituem as equações básicas do método das características nas quais o modelo elástico para o problema regulador está baseado. As equações discretizadas representam o modelo hidráulico e são convenientes para simular a resposta dinâmica para os casos quando as variáveis de estado escolhidas são os desvios de energias h e desvios de vazões q . As variáveis de controle u são os desvios dos coeficientes de atrito das válvulas de controle, e as demandas ou consumos são os distúrbios externos. O estado nominal ou estado de equilíbrio calculado inclui as energias h e as vazões q nas seções especificadas.

O número de variáveis de estado é igual a n , ou seja:

$$n = 2n_{sec} + 2n_1 + n_3 + 3r + \sum_{i=1}^{n_2} (n_{ti}) \quad (4.169)$$

onde n_{sec} é igual ao número de seções internas dos trechos, n_1 é igual ao número de reservatórios de nível variável, n_3 é o número de reservatórios de nível constante, r é o número de válvulas redutoras de pressão, n_2 é igual ao número de nós de consumo, e n_{ti} é o número de tubulações conectados ao nó de consumo i . Note que para cada seção interna de um trecho, a vazão e a energia na seção são variáveis de estado. Para um reservatório de nível constante, apenas a vazão de saída ou entrada do reservatório é uma variável de estado, pois a energia é conhecida. Por outro lado, para um reservatório de nível variável, tanto a vazão como a energia de entrada são variáveis de estado. Numa seção que contém uma válvula redutora de pressão, as energias imediatamente a montante e a jusante são variáveis de estado, juntamente com a vazão de fluxo através da válvula. Finalmente, para cada nó de consumo, a energia no nó é uma variável de estado, acrescido das vazões das tubulações conectadas ao nó. Exceto, a vazão de uma das tubulações conectadas ao nó de consumo, que é obtida através da equação de continuidade.

Para determinar as condições de equilíbrio ou a condição nominal do sistema de distribuição de água, e também para formular o problema regulador, é necessário dividir cada trecho da rede em segmentos. Não é obrigatório que os comprimentos dos segmentos sejam iguais. Eles podem ser assumidos iguais por conveniência. O número de segmentos em um trecho é determinado pela acurácia desejada das equações do sistema linearizado. Para resultados acurados nos cálculos numéricos, os segmentos devem ser suficientemente pequenos. Um outro importante fator que limita o número de segmentos ou seções é o aumento do número de variáveis de estado gerado quando o número de segmentos aumenta. Observa-se da equação (4.169), que n_{sec} é igual ao número de seções internas dos trechos, portanto cada seção adicional

em um trecho da rede adiciona 2 variáveis de estado ao número de variáveis total. Portanto, verifica-se que para um sistema muito grande, o número resultante de estados torna-se enorme. O número desses estados determina o tamanho das matrizes G e H, e conseqüentemente quão rápida a solução para o problema regulador pode ser obtida. Desta forma, deve haver um compromisso entre a acurácia do modelo e o número de estados.

4.5 - Considerações Finais

A notação espaço de estado pode ser incorporada no método de incidência e no método das características para analisar respectivamente transientes lentos e rápidos em sistemas de distribuição de água. O método de incidência é uma das aplicações baseadas na teoria dos grafos para o modelo de coluna rígida, enquanto que o método das características é uma das aplicações para o modelo de coluna elástica. Ambos os modelos conduzem a uma análise abrangente dos mecanismos de operação requeridos para controle de transientes, através da aplicação da teoria de controle ótimo.

Os modelos propostos, mostram que o cálculo do transitório hidráulico em uma rede é facilmente realizado por meio de equações explícitas, que fornecem diretamente os valores das energias nos nós e vazões nas tubulações da rede em cada passo de tempo em função dos respectivos valores no passo de tempo anterior.

No equacionamento dos modelos apresentados para o controle de válvulas redutoras de pressão, é de se prever que as operações de bombas e outros mecanismos de controle, podem ser equacionadas com simplicidade, sem causar dificuldades na modelagem e nas simulações para as condições de regime permanente e não permanente, de interesse prático.

V - RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 - Introdução

Neste capítulo, os procedimentos desenvolvidos nos capítulos 3 e 4 são empregados no projeto, análise e síntese de um regulador quadrático linear (LQR) para um sistema de distribuição de água. A figura (5.1) apresenta um organograma das simulações realizadas neste trabalho, e a cada passo do estudo, resultados das simulações são apresentados e discutidos. Os resultados das simulações para o controle ótimo de válvulas redutoras de pressão, aplicando o regulador quadrático linear nos modelos hidráulicos da coluna rígida e da coluna elástica através do método da incidência e do método das características respectivamente, são apresentados. O capítulo conclui com uma discussão da implementação do esquema de controle em sistemas de distribuição de água.

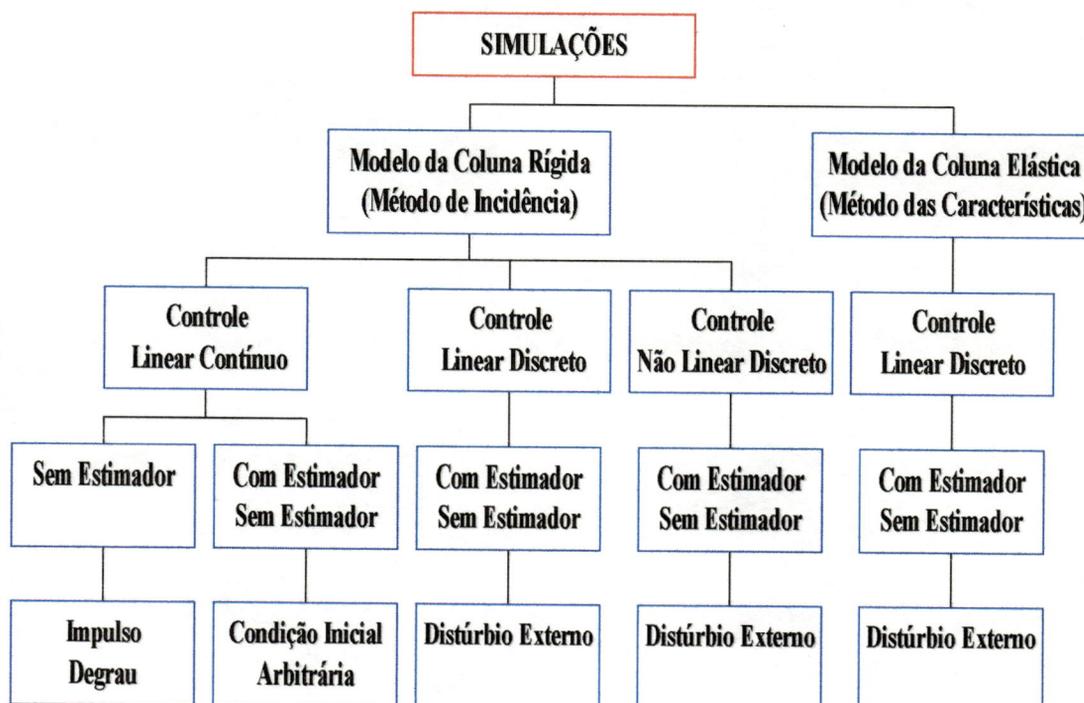


Fig. 5.1 - Organograma das simulações realizadas.

5.2 - Abordagem da Pesquisa

Algumas tentativas anteriores de projetar esquemas de controle realimentado para sistemas de distribuição de água através da teoria de controle não tem alcançado os objetivos de projeto. Os estudos existentes empregando a teoria clássica de controle são complicados e requerem muitos parâmetros de projeto, dos quais a

maioria deles é escolhida por um processo de tentativa e erro. Embora algumas dessas técnicas forneçam resultados aceitáveis para pequenos sistemas, à medida que a complexidade do sistema aumenta, problemas de estabilidade são geralmente observados. A principal razão para essa falta de eficiência se deve à realimentação local ao invés de uma realimentação global. A realimentação local não utiliza todos os estados do sistema para o ajuste das válvulas de controle, enquanto que a realimentação global não despreza os efeitos dinâmicos de nenhuma das variáveis de estado para a determinação das entradas de controle.

A técnica do regulador quadrático linear (LQR) utilizada neste estudo é baseada na teoria de controle moderno com uma realimentação global, reduzindo as dificuldades mencionadas acima. Todos os estados do sistema (vazões nas tubulações e energias nos nós) são usados na formulação da lei de controle realimentado que regula cada uma das válvulas redutoras de pressão. Algumas outras vantagens adicionais desta técnica ainda podem ser mencionadas:

- facilidade relativa de selecionar o critério de desempenho ou função custo quadrática. Somente as matrizes peso Q e R (ou matriz de realimentação de controle K) precisam ser especificadas para definir o índice de desempenho J e alcançar os objetivos de projeto requeridos. Esta característica fornece uma maior flexibilidade no projeto e na análise do controle.

- a técnica LQR garante a estabilidade do sistema realimentado desde que o sistema não realimentado seja controlável.

- relativamente poucas variáveis de estado precisam ser medidas, embora todas sejam requeridas para a obtenção da lei de controle. Usando somente algumas variáveis de estado medidas, um estimador para o sistema pode ser construído para gerar estimativas dos estados não medidos, desde que o sistema seja observável. Essa é uma vantagem muito importante e desejável para a implementação prática do controle em sistemas reais de distribuição de água. Sem essa característica seria talvez impossível ou impraticável realizar esse esquema de controle.

- a técnica é facilmente adaptável para qualquer tipo de operação de um sistema de distribuição de água.

5.3 - Programas Computacionais

Todos os cálculos deste estudo foram realizados em um micro computador Pentium 200 MMX. Dois programas computacionais foram desenvolvidos. O primeiro programa foi desenvolvido para o cálculo das condições nominais ou de equilíbrio dos estados (vazões e energias) e dos controles (coeficientes de perda de carga das válvulas redutoras de pressão). O segundo programa foi desenvolvido para a análise e projeto do sistema de controle linear. Este programa tem a capacidade de determinar a matriz ganho de realimentação do controlador e do estimador e pode ser usado para realizar as simulações de redes com qualquer configuração geométrica. Finalmente, ele tem ainda a capacidade de plotar gráficos dos resultados de simulação.

5.4- Modelo da Coluna Rígida - Método da Incidência

Nesta seção, aplicações do regulador quadrático linear e os resultados das simulações do sistema usando o modelo da coluna rígida combinado com o método da incidência são apresentados e discutidos. Diversos cenários de operação foram considerados. Simulações de controle linear contínuo e discreto no tempo, com e sem estimador, e com diversas funções de excitação como, entrada impulso, entrada degrau, condições iniciais arbitrárias e distúrbios externos foram realizadas. Finalmente, as equações do controlador e estimador obtidas do modelo linearizado apresentado na seção 4.3.6 foram avaliadas por um modelo não linear de fluxo.

5.4.1 - Rede Exemplo - Modelo da Coluna Rígida

A rede hidráulica proposta por SHIMADA (1992) é selecionada para implementar o controle quadrático linear realimentado. Segundo ele, a rede é simples, mas realística. Como um dos objetivos deste estudo foi demonstrar a aplicação de técnicas da teoria do controle moderno na automação de sistemas de distribuição de água, não foi considerada neste trabalho a necessidade de se obter dados de campo de uma rede específica qualquer. No entanto, a rede hidráulica selecionada representa uma situação real. Além disso, o sucesso da aplicação desta técnica é independente do tamanho do sistema. Idealmente, a técnica pode ser aplicada em qualquer sistema, desde que as suposições da teoria linear na qual ela está baseada não sejam violadas.

A figura (5.2) mostra a rede exemplo selecionada. A rede possui 5 tubulações, 2 reservatórios de nível variável com extravasores (nós 1 e 2), 2 nós de consumo (nós 3 e 4), 2 reservatórios de nível constante (nós 5 e 6) e 4 válvulas redutoras de pressão (tubulações 1, 3, 4, e 5).

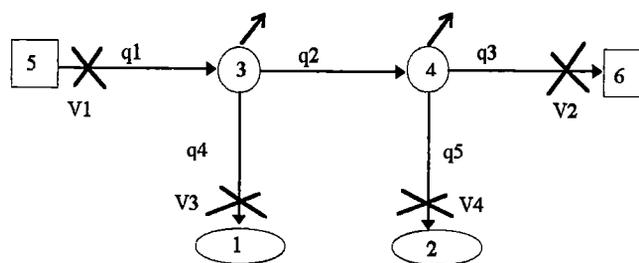


Fig. 5.2 - Rede exemplo - Modelo da coluna rígida

As características das tubulações e dos nós são dadas nas tabelas (5.1), (5.2) e (5.3). E nas tabelas (5.4) e (5.5) encontram-se as condições de equilíbrio de fluxo.

Tabela 5.1 - Características das tubulações- Modelo da coluna rígida.

Tubulação	Comprimento (m)	Diâmetro (m)	Fator de Atrito
i	l_i	d_i	f_i
1	4000	1.5	0.02026
2	3500	1.2	0.02520
3	2200	1.0	0.02720
4	1500	1.0	0.02840
5	1300	0.8	0.02820

Tabela 5.2 - Características dos nós 1 e 2 (Tipo 1).

Número do Nó	Nível da Crista (m)	Área (m ²)	Coefficiente de Descarga
j	h_{crj}	C_{stj}	C_j
1	24	10	2.71
2	18	10	2.71

onde $Q_j(t) = C_j(h_j - h_{crj})^{3/2}$ se $h_j \geq h_{crj}$ ($j = 1,2$) e $Q_j(t) = 0$ se $h_j < h_{crj}$.

Tabela 5.3 - Características dos nós 5 e 6 (Tipo 3).

Número do Nó	Energia do Reservatório (m)
j	h_j
5	30
6	18

Tabela 5.4 - Vazões nos trechos e coeficientes de perda das válvulas nominais- Modelo da coluna rígida.

Tubulação	Vazão (m ³ / s)	Fator de Atrito da Válvula
i	q_i	f_i
1	1.80	20.00
2	1.20	-
3	0.60	70.07
4	0.60	15.14
5	0.60	02.35

Tabela 5.5 - Energias nominais nos nós.

Número do Nó	Energia (m)
j	h_j
1	24.366
2	18.366
3	26.080
4	21.860
5	30.000
6	18.000

As condições nominais de fluxo são as condições de equilíbrio de operação da rede. As vazões de consumo ou de demanda nos nós 3 e 4 são assumidas ser inicialmente iguais a zero.

5.4.2 - Sistema de Controle Linear Contínuo no Tempo

As condições nominais foram usadas para calcular a matriz dinâmica A do sistema e a matriz de distribuição de controle B. Estas matrizes são necessárias para o problema regulador. As dimensões das matrizes A e B dependem do número de variáveis de estado do sistema, ou seja, da dimensão da rede. Para a rede exemplo, A é uma matriz 5 x 5 e B uma matriz 5 x 4, e foram obtidas pela formulação apresentada e deduzida na seção 4.3.6:

$$A = 10^{-3} \begin{bmatrix} -27.2394 & 1.9971 & 0.2153 & 0.9708 & -0.9306 \\ 4.5498 & -24.7646 & -0.1168 & -2.8747 & 0.5047 \\ 9.2921 & 1.0384 & -44.5782 & 0.5047 & -2.3029 \\ 0.0000 & 100.0000 & 0.0000 & -245.9241 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 100.0000 & 0.0000 & -245.9241 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

$$B = 10^{-3} \begin{bmatrix} -0.0434 & -0.0256 & 0.0289 & -0.0677 \\ -0.1008 & 0.0139 & -0.0856 & 0.0367 \\ -0.0225 & 0.0409 & 0.0150 & -0.1674 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

onde os desvios das vazões nas tubulações 2, 4 e 5, e os desvios de energias nos nós 1 e 2, são as variáveis de estado selecionadas x_1, x_2, x_3, x_4 e x_5 respectivamente.

- Aplicação do Regulador Quadrático Linear ao Caso de Entradas em Impulso e Degrau Sem Estimador

a) Simulações do Sistema Não Realimentado

Para determinar as características do sistema hidráulico, foi necessário avaliar os autovalores e os correspondentes autovetores do sistema não realimentado (autovalores da matriz A). Foi então desenvolvida uma sub-rotina para o cálculo de autovalores e autovetores de uma matriz qualquer. A estabilidade do sistema não realimentado foi verificada, ou seja, todos os autovalores da matriz A possuem partes reais negativas (ver tabela 5.6). Este resultado já era esperado, pois o sistema é inerentemente estável hidraulicamente. No entanto, a composição dos autovalores mostra que alguns dos modos são lentos, ou seja, alguns autovalores são pequenos ou próximos do eixo imaginário do plano complexo.

Tabela 5.6 - Autovalores da matriz do sistema A.

Número	Autovalor
1	-0.0233
2	-0.0301
3	-0.0456
4	-0.2450
5	-0.2444

O autovalor mais distante do eixo imaginário é -0.245, enquanto que o mais próximo é -0.0233. Autovalores muito próximos do eixo imaginário podem tornar o controle do sistema difícil ou muito lento. Um dos propósitos do projeto realimentado é exatamente recolocar esses autovalores (pólos) em posições mais distantes do eixo imaginário. A figura (5.3) mostra os autovalores (pólos) do sistema não realimentado plotados no plano complexo.

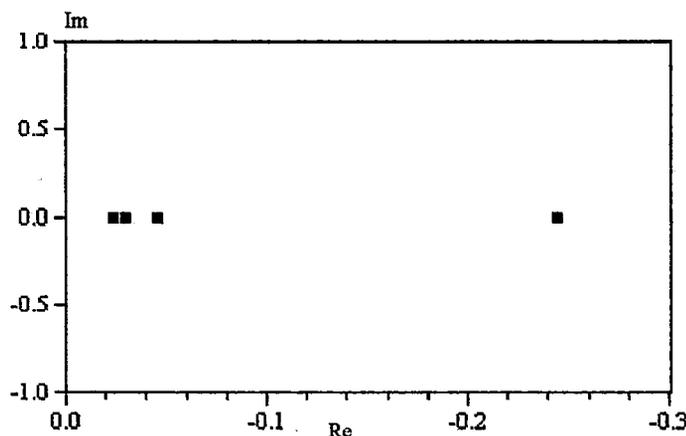


Fig. 5.3 - Autovalores do sistema não realimentado.

Com o objetivo de validar a acurácia do modelo linearizado para sistemas de distribuição de água deduzido na seção 4.3.6, simulações foram realizadas para o sistema não realimentado ($\dot{x} = Ax$). Duas formas de excitação foram consideradas. Uma excitação pulso de duração igual a 1 segundo e uma excitação degrau de duração igual ao da simulação, ambas criadas pelo fechamento das quatro válvulas redutoras de pressão em 20% em relação aos valores de equilíbrio (tab. 5.4), ou seja, $f_v = u = [4.00 \ 14.01 \ 3.03 \ 0.47]$. Este vetor representa o desvio dos coeficientes de atrito das quatro válvulas em relação aos respectivos valores de equilíbrio. As mudanças operacionais de fluxo foram limitadas em 20% das condições de equilíbrio com o objetivo de satisfazer a validade do modelo linearizado. Todas as simulações foram realizadas usando um incremento de tempo integral de 0.5 segundo. A figura (5.4) mostra os resultados obtidos para o primeiro caso (excitação pulso).

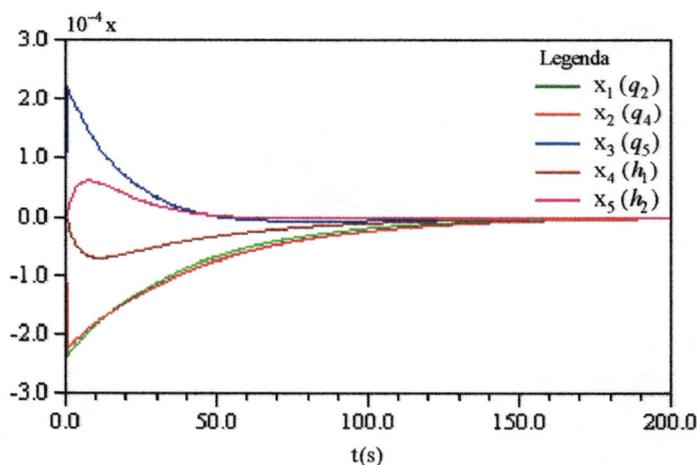


Fig. 5.4 - Desvios das variáveis de estado para a simulação do sistema não realimentado devido à uma entrada pulso.

Os estados $x_1, x_2, e x_3$ são os desvios das vazões independentes nas tubulações 2, 4 e 5 respectivamente, e os estados $x_4 e x_5$ são respectivamente os desvios de energia nos nós do tipo 1, ou seja, nos nós 1 e 2. Os desvios das vazões nos trechos 2 e 4 ($x_1 e x_2$) diminuem instantaneamente, e em seguida se aproximam da condição de equilíbrio como esperado. O desvio da vazão no trecho 5 (x_3), por sua vez, aumenta no instante da excitação. Este aumento é justificado pelo fechamento da válvula 2 na tubulação 3. Estes resultados das vazões confirmam o comportamento das energias nos nós 1 e 2. O desvio de energia no nó 1 (x_4) diminui inicialmente e logo em seguida se aproxima de zero, e o desvio de energia no nó 2 (x_5) tem um comportamento oposto devido ao aumento da vazão no trecho 5 (x_3), mas também tende ao valor de equilíbrio. Embora os desvios máximos das variáveis de estado sejam diferentes e em tempos distintos, eles se aproximam de zero aproximadamente após 150 segundos. Este tempo de aproximação ou de acomodação não pode ser reduzido ou aumentado no sistema não realimentado. Esta é uma das desvantagens do controle de um sistema não realimentado. Os efeitos de autovalores com respostas lentas ou rápidas do sistema não realimentado não podem ser modificados.

A segunda simulação (excitação degrau) também se comportou como esperado. A figura (5.5) mostra os resultados para este caso.

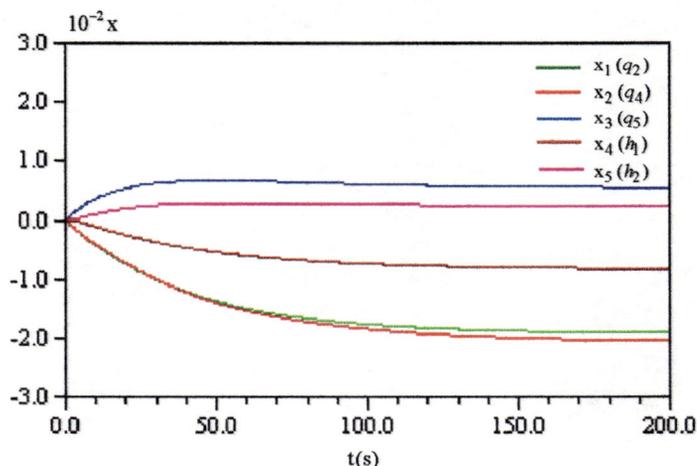


Fig. 5.5 - Desvios das variáveis de estado para a simulação do sistema não realimentado devido à uma entrada degrau.

A tendência do desvio das variáveis de estado do caso anterior imediatamente após a excitação impulso foi confirmada nesta simulação com a excitação degrau. As vazões nos trechos 2 e 4 (x_1 e x_2) diminuíram, e a vazão no trecho 5 (x_3) aumentou, e gradativamente atingiram as novas condições de equilíbrio. Desvios positivos indicam um aumento na quantidade perturbada do equilíbrio, enquanto que desvios negativos indicam uma diminuição. Note que também após 150 segundos aproximadamente, todas as variáveis de estado tornam-se paralelas, indicando o atendimento das novas condições de equilíbrio. Este tempo de aproximação ou de acomodação pode ser considerado como o tempo característico de resposta do sistema às perturbações.

b) Simulações do Sistema Realimentado

Como discutido na seção 3.3, a determinação da controlabilidade do sistema é essencial para o projeto e a análise de um controle quadrático linear. Portanto, antes de qualquer especificação de projeto pelo reposicionamento dos pólos do sistema realimentado, deve-se verificar a controlabilidade do sistema. Uma inspeção do critério de controlabilidade (eq. 3.27) foi realizada. A matriz de controlabilidade:

$$G_c = 10^{-3} \begin{bmatrix} -0.0434 & -0.0256 & 0.0289 & -0.0677 & 0.0010 & 0.0007 & -0.0010 & 0.0019 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.1008 & 0.0139 & -0.0856 & 0.0367 & 0.0023 & -0.0005 & 0.0022 & -0.0012 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0225 & 0.0409 & 0.0150 & -0.1674 & 0.0005 & -0.0020 & -0.0005 & 0.0069 & 0.0000 & 0.0001 & 0.0000 & -0.0002 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.0101 & 0.0014 & -0.0086 & 0.0037 & 0.0027 & -0.0004 & 0.0023 & -0.0010 & -0.0007 & 0.0001 & -0.0006 & 0.0003 & 0.0002 & 0.0000 & 0.0001 & -0.0001 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.0022 & 0.0041 & 0.0015 & -0.0167 & 0.0006 & -0.0012 & -0.0004 & 0.0048 & -0.0001 & 0.0003 & 0.0001 & -0.0012 & 0.0000 & -0.0001 & 0.0000 & 0.0003 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

tem rank igual a 5 e portanto o sistema é completamente controlável.

Uma outra opção para testar a controlabilidade é a avaliação da controlabilidade gramiana definida por:

$$G_c = \int_0^{t_c} (e^{tA} B B^t e^{tA}) dt \quad (5.4)$$

Uma condição necessária e suficiente para a controlabilidade, é que essa controlabilidade gramiana seja não singular. A matriz de controlabilidade gramiana para a rede exemplo foi calculada e é apresentada abaixo:

$$G_c = 10^{-6} \begin{bmatrix} 0.1463 & 0.0115 & 0.1779 & 0.0054 & 0.0649 \\ 0.0115 & 0.3704 & -0.0450 & 0.1363 & -0.0154 \\ 0.1779 & -0.0450 & 0.3705 & -0.0147 & 0.1291 \\ 0.0054 & 0.1363 & -0.0147 & 0.0554 & -0.0061 \\ 0.0649 & -0.0154 & 0.1291 & -0.0061 & 0.0525 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

A avaliação desta controlabilidade pode ser realizada através do cálculo da decomposição do valor singular (svd) de G_c :

$$\text{svd}(G_c) = 10^{-6} \begin{bmatrix} 0.5282 \\ 0.4100 \\ 0.0456 \\ 0.0070 \\ 0.0042 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

A razão entre o maior valor singular e o menor valor singular da controlabilidade gramiana G_c foi de 125,76. Este número indica que o sistema é controlável, e está associado aos cálculos da matriz ganho de controle K. A matriz ganho de controle K usada para calcular a lei de controle realimentado da equação (3.37) foi obtida através da solução da equação de Riccati (3.40) e a equação (3.39). Essa matriz de controle é facilmente obtida através da especificação das matrizes peso Q e R, juntamente com a matriz do sistema dinâmico A e a matriz de distribuição de controle B. Para a rede exemplo, a matriz K tem ordem (4 x 5), lembrando que a rede possui 4 válvulas redutoras de pressão e 5 variáveis de estado.

A escolha dos elementos das matrizes Q e R (ou matriz K) é ditada pela resposta desejada do sistema realimentado. A escolha dos elementos destas matrizes (eqs. 5.7 a 5.9) foi baseada no método apresentado por SAIF (1989) discutido no anexo A. Este método determina uma lei de realimentação de estado para que o sistema tenha um conjunto de autovalores pré-definidos. A seguir, três simulações são realizadas para três conjuntos de autovalores especificados. Uma sub-rotina foi desenvolvida para este fim.

Três simulações do sistema realimentado para a excitação pulso descrita anteriormente foram realizadas com três matrizes de controle K (ou matrizes Q e R) diferentes. A primeira simulação, utiliza uma matriz K que coloca todos os pólos do sistema realimentado na posição -0.04 do plano complexo. Na segunda simulação, a matriz de controle K é calculada para se obter todos os pólos iguais a -0.1. E finalmente, a terceira simulação utiliza uma matriz K que coloca todos os pólos na posição -0.25 do plano complexo. Os resultados obtidos das simulações do sistema realimentado mostram um significativo aperfeiçoamento nas características de resposta quando comparado com as simulações do sistema não realimentado, pois permite obter uma flexibilidade na resposta transiente através do posicionamento dos pólos do sistema (eq. 3.41). Este aperfeiçoamento não é possível pela simulação do

sistema não realimentado cuja resposta transiente é dependente somente da matriz do sistema A e seus respectivos autovalores. As figuras (5.6), (5.7) e (5.8) mostram o resultados das três simulações realizadas.

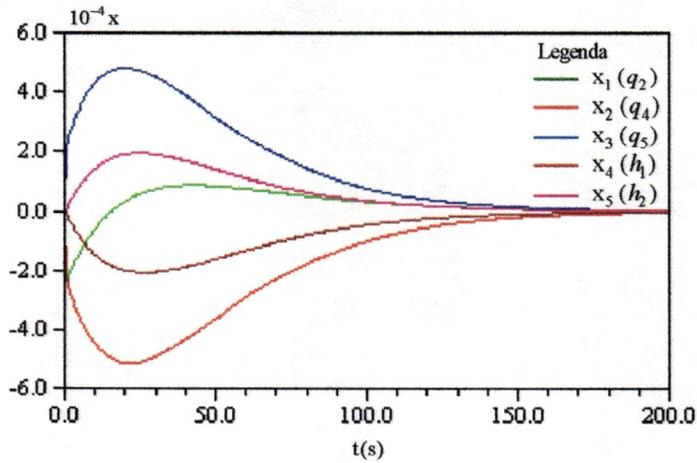


Fig. 5.6 - Desvios das variáveis de estado para a simulação do sistema realimentado devido à uma entrada pulso com pólos em -0.04 no plano complexo.

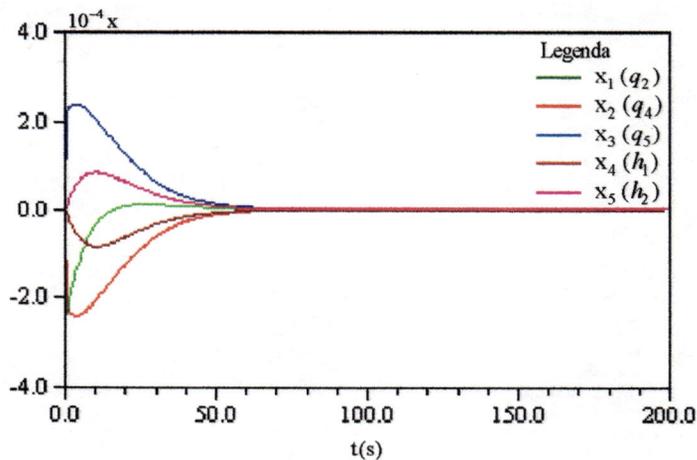


Fig. 5.7 - Desvios das variáveis de estado para a simulação do sistema realimentado devido à uma entrada pulso com pólos em -0.1 no plano complexo.

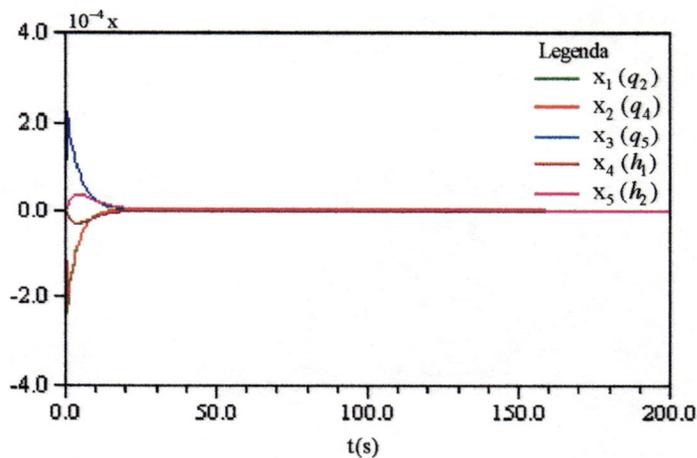


Fig. 5.8 - Desvios das variáveis de estado para a simulação do sistema realimentado devido à uma entrada pulso com pólos em -0.25 no plano complexo.

Pode-se notar que as condições de equilíbrio são atingidas mais rapidamente quando os pólos do sistema realimentado se situam mais à esquerda do plano complexo. O tempo de acomodação é consideravelmente mais curto para a terceira simulação onde os pólos estão bem mais à esquerda no plano complexo em relação as duas primeiras simulações. Conseqüentemente, o tempo de acomodação da segunda simulação é menor do que o da primeira simulação. Esta característica do controle realimentado em possibilitar uma escolha desejada do comportamento da resposta transiente através da colocação dos pólos do sistema realimentado em posições adequadas, aperfeiçoa dramaticamente a eficiência do controle quando comparado ao caso de controle não realimentado.

Quando se tem suficiente energia de controle, os pólos do sistema realimentado podem ser virtualmente colocados em qualquer lugar no plano esquerdo complexo. Mas na seleção das posições dos pólos, é importante ter em mente que o esforço de controle requerido está relacionado com quão longe os pólos do sistema não realimentado são movidos pela realimentação. Em situações práticas, o controle u deve ser menor do que a máxima abertura possível e maior do que a mínima abertura possível da válvula redutora de pressão. Idealmente, estas variações devem ser menores do que 20%, para as equações linearizadas serem válidas. As figuras (5.9) a (5.12) mostram os coeficientes de atrito das válvulas redutoras de pressão (entradas de controle U) para a segunda simulação (pólos do sistema realimentado em -0.10 no plano complexo).

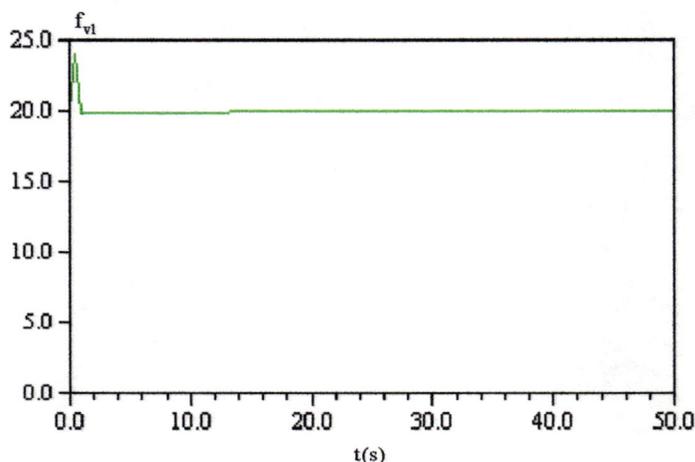


Fig. 5.9 - Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 1 devido à uma entrada pulso para a simulação do sistema realimentado com pólos em -0.1 no plano complexo.

A lei de controle para cada válvula redutora de pressão foi calculada através da equação (3.37). As válvulas reagem instantaneamente para contraporem-se aos efeitos da excitação pulso e posteriormente se aproximam das condições originais de equilíbrio. No entanto, os movimentos das válvulas encontram-se dentro de uma faixa admissível, uma vez que os esforços máximos de controle foram as entradas impulsos iniciais limitadas em 20% dos valores de equilíbrio.

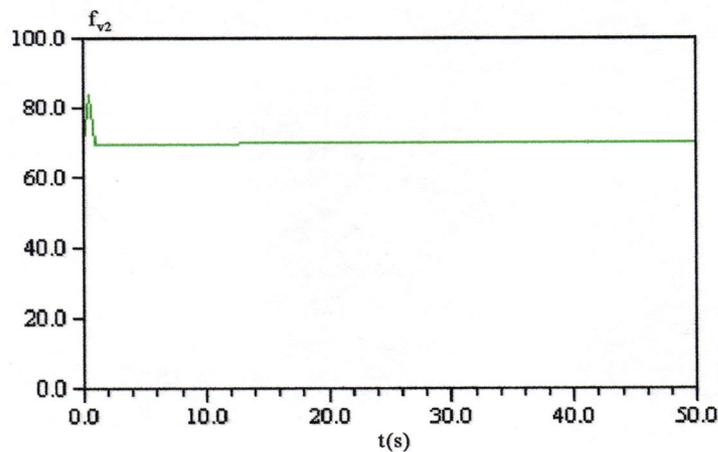


Fig. 5.10 - Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 2 devido à uma entrada pulso para a simulação do sistema realimentado com pólos em -0.1 no plano complexo.

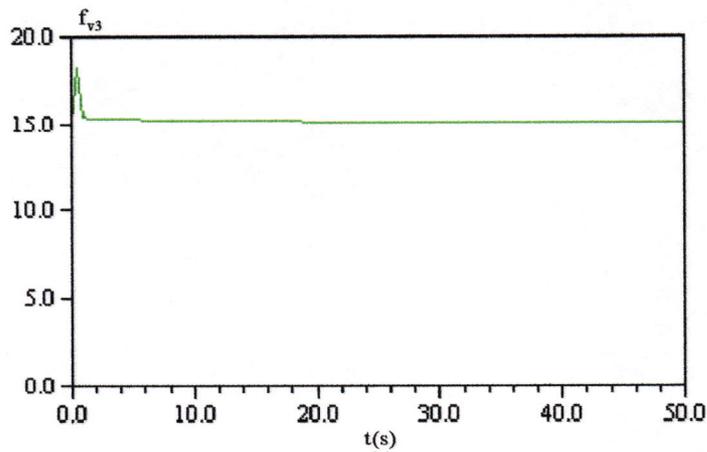


Fig. 5.11 - Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 3 devido à uma entrada pulso para a simulação do sistema realimentado com pólos em -0.1 no plano complexo.

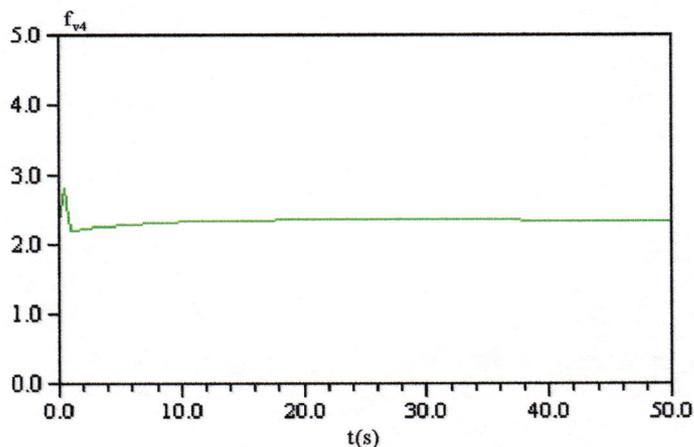


Fig. 5.12 - Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 4 devido à uma entrada pulso para a simulação do sistema realimentado com pólos em -0.1 no plano complexo.

Embora as leis de controle resultantes dessas válvulas não tenham uma taxa constante de abertura ou fechamento, este problema pode ser superado através de uma análise discreta ao invés de uma análise contínua no tempo. As matrizes de realimentação do regulador ótimo para as três simulações com pólos em -0.04, -0.10 e -0.25 respectivamente no plano complexo são fornecidas abaixo:

$$K_{-0.04} = \begin{bmatrix} -92.827 & 1076.656 & 334.091 & -2406.632 & -669.218 \\ -53.806 & -217.558 & -297.509 & 450.370 & 597.992 \\ 23.820 & 875.157 & 25.968 & -1911.344 & -54.286 \\ -54.271 & -126.904 & 1121.746 & 261.826 & -2246.438 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$K_{-0.10} = \begin{bmatrix} -686.544 & 423.611 & 389.139 & -1207.508 & -386.819 \\ -891.137 & -51.760 & 200.099 & 226.118 & 262.508 \\ 556.030 & 305.031 & -203.811 & -950.842 & 4.297 \\ -124.694 & -36.598 & 543.464 & 111.083 & -1182.594 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$K_{-0.25} = \begin{bmatrix} -2047.868 & -1224.272 & 434.345 & 5.567 & 2.187 \\ -2684.586 & 334.365 & 1310.658 & -14.319 & -1.738 \\ 1711.788 & -1103.573 & -670.881 & 19.788 & -2.181 \\ -437.325 & 196.666 & -965.474 & -5.705 & 12.573 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

O i -ésimo elemento da matriz K , K_{ij} , é o coeficiente pelo qual o estado j é multiplicado (como expresso na equação 3.37), e que contribui para o controle da válvula i . K é uma matriz não esparsa, ou seja, cada estado afeta no controle (abertura ou fechamento) de cada válvula. No entanto, é intuitivo que os estados não adjacentes às válvulas tenham menos influência no controle das válvulas do que os estados adjacentes às válvulas. Isto pode ser evidente observando se há uma diminuição da magnitude dos elementos na linha i para uma dada válvula, dos estados correspondentes na coluna j que não são adjacentes à respectiva válvula. Por exemplo, na segunda simulação (pólos em -0.1), o elemento de menor valor está na terceira linha e quinta coluna da matriz de realimentação K , e é igual a 4.297. O que significa que o controle da terceira válvula redutora de pressão é pouco influenciado pela quinta variável de estado, que no caso em estudo, é a energia no nó 2. Essa conclusão mostra a importância de uma adequada análise e entendimento do problema envolvendo sistemas de distribuição de água. As dimensões relativamente pequenas de alguns elementos da matriz ganho de controle sugere um controlador sub-ótimo que utiliza somente poucos estados, desprezando (considerando igual a zero) aqueles ganhos que são próximo de zero, ou seja, os ganhos referentes aos estados não adjacentes à uma dada válvula de controle. Essa aproximação não foi investigada neste estágio do trabalho, mas pode ser um tópico de futuras pesquisas. Esta conclusão poderá talvez permitir a utilização de técnicas de matrizes esparsas para a resolução do problema.

- Aplicação do Regulador Quadrático Linear ao Caso de Condições Iniciais Arbitrárias Sem Estimador

Um dos principais objetivos do emprego de controladores automáticos em um sistema de distribuição de água é ter um sistema que responda automaticamente às variações iniciais arbitrárias. Quando essas variações ocorrem, elas criam novas condições de equilíbrio. Para determinar a eficiência do controle quadrático linear em tratar destas situações práticas, diversos casos foram estudados pela especificação de condições iniciais arbitrárias. Estas condições iniciais representam novas condições de equilíbrio ou de regime permanente do sistema devido às variações operacionais.

O critério de eficiência do sistema de controle é baseado na capacidade do sistema eliminar o distúrbio, ou seja, voltar às condições de equilíbrio originais num intervalo de tempo desejado. Outro critério inclui o retorno do sistema de qualquer condição inicial especificada à condição de equilíbrio, com o mínimo de oscilação possível, adequado amortecimento, e com moderado esforço de controle u.

Nesta seção, condições iniciais arbitrárias foram adotadas para as variáveis de estado. As vazões independentes nos trechos 2, 4, e 5 (variáveis de estado x_1, x_2 , e x_3 respectivamente) foram fixadas em 5% menores do que os respectivos valores de equilíbrio. As tabelas (5.7) e (5.8) fornecem as condições iniciais perturbadas de fluxo da rede adotadas.

Tabela 5.7 - Vazões nos trechos e coeficientes de perda das válvulas iniciais.

Tubulação	Vazão (m^3 / s)	Fator de Atrito da Válvula
i	q_i	f_i
1	1.71	36.75
2	1.14	-
3	0.57	83.42
4	0.57	06.09
5	0.57	07.50

Tabela 5.8 - Energias iniciais nos nós.

Número do Nó	Energia (m)
j	h_j
1	24.354
2	18.354
3	25.662
4	21.852
5	30.000
6	18.000

O objetivo da simulação é conduzir o sistema do estado inicial arbitrário ao estado original de equilíbrio através do controle realimentado. Note que as condições de fluxo iniciais são diferentes (vazões 5% menores) das condições de fluxo nominais.

Esta diferença significa que água deve ser adicionada através do reservatório de nível constante (nó 5) à rede, pela ação de controle das válvulas, para atingir a condição de equilíbrio. A figura (5.13) mostra primeiramente os desvios das variáveis de estado para o sistema não realimentado, enquanto que a figura (5.14) mostra os respectivos desvios para o sistema realimentado com pólos em -0.05 .

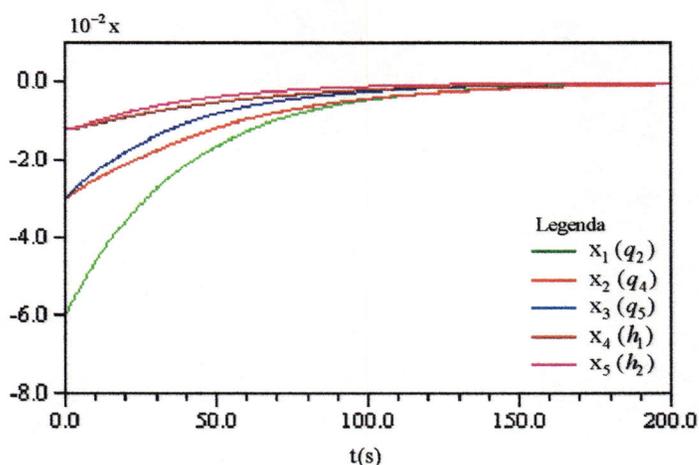


Fig. 5.13 - Simulação do sistema não realimentado para os desvios das variáveis de estado devido às condições de fluxo iniciais diferentes das condições de fluxo nominais.

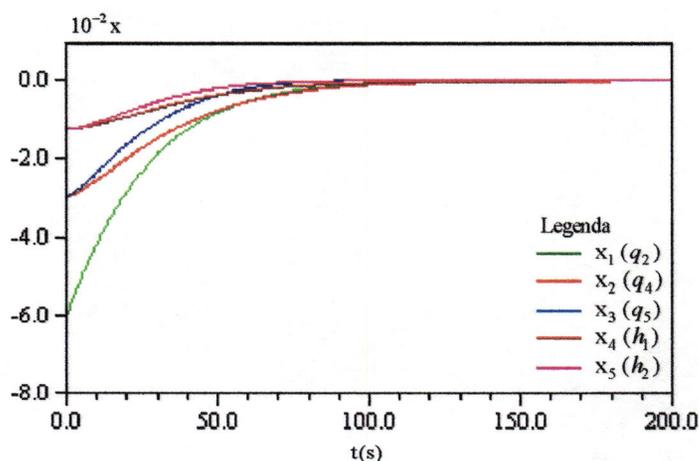


Fig. 5.14 - Simulação do sistema realimentado para os desvios das variáveis de estado devido às condições de fluxo iniciais diferentes das condições de fluxo nominais com pólos em -0.05 no plano complexo.

Note que embora os estados $x_2(q_4)$ e $x_3(q_5)$ tenham os mesmos valores iniciais especificados, eles não possuem a mesma taxa de aproximação das condições originais de equilíbrio. O tempo de acomodação (tempo necessário para a resposta transiente alcançar e permanecer em uma faixa em torno do valor final) para o sistema não realimentado é de aproximadamente 150 segundos (fig. 5.13), enquanto que para o sistema realimentado é de aproximadamente 100 segundos (fig. 5.14). A matriz de

realimentação K que move os pólos do sistema para -0.05 no plano complexo é dada por:

$$K_{-0.05} = \begin{bmatrix} -132.6201 & 966.2176 & 315.3171 & -2187.1462 & -630.0976 \\ -103.5623 & -195.4598 & -243.7585 & 401.2027 & 491.2978 \\ 57.5906 & 783.1300 & 16.6455 & -1723.5318 & -36.8428 \\ -69.8904 & -107.8439 & 987.4971 & 224.7543 & -1974.8168 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

As figuras (5.15) a (5.18) mostram as leis de controle dos coeficientes de perda de carga das válvulas obtidas dos seus respectivos desvios. Os controles para este caso foram consideravelmente maiores do que as simulações com entrada impulso, pois esforços adicionais são necessários para rearranjar as condições de equilíbrio iniciais às condições de equilíbrio originais. As válvulas 1, 2 e 4 abrem-se instantaneamente (desvios dos coeficientes de perda de carga negativos) antes de retornarem aos níveis de abertura de equilíbrio, enquanto que a válvula 3 se fecha instantaneamente e então também retorna à abertura de equilíbrio. Note que os níveis de abertura das válvulas ultrapassam instantaneamente os valores de equilíbrio antes de retornarem em definitivo a estes valores. A justificativa destas ações resultantes de controle, é que o sistema responde preventivamente às vazões iniciais abaixo dos valores de equilíbrio (variação negativa de 5%), abrindo as válvulas 1, 2 e 4, ao mesmo tempo que o excesso de água liberado ao sistema pelo reservatório 5, faz com que a válvula 3 se feche instantaneamente. O fato da válvula 3 se fechar e a válvula 4 se abrir para as mesmas condições iniciais de fluxo, sugere uma diferença da quantidade de fluxo de água permitida na tubulação 4 e na tubulação 5.

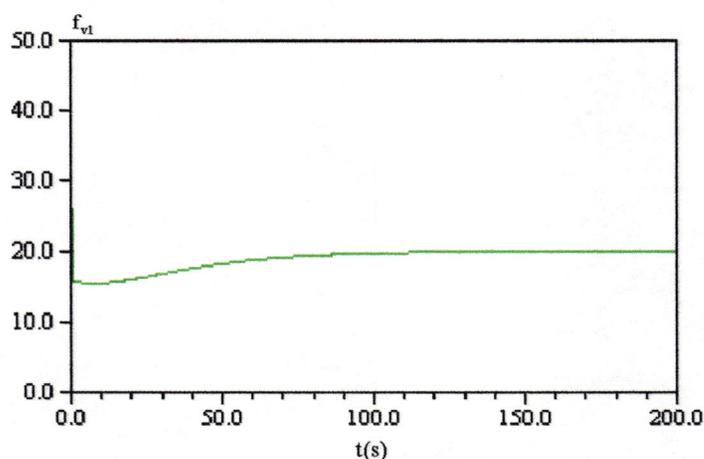


Fig. 5.15 - Coeficiente de atrito da válvula 1 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais diferentes das condições de fluxo nominais com pólos em -0.05 no plano complexo.

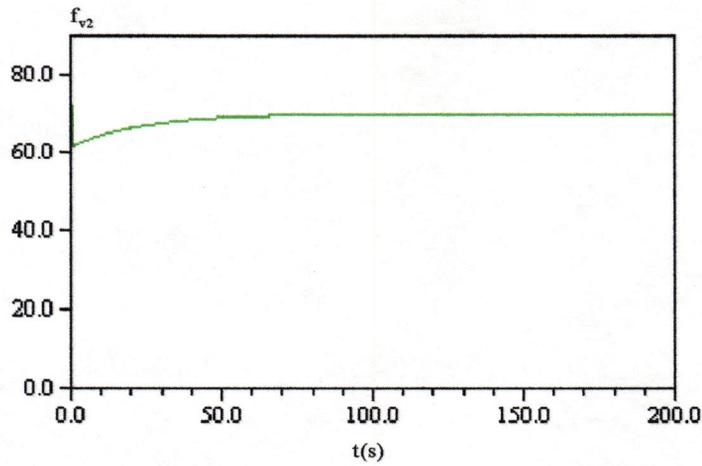


Fig. 5.16 - Coeficiente de atrito da válvula 2 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais diferentes das condições de fluxo nominais com pólos em -0.05 no plano complexo.

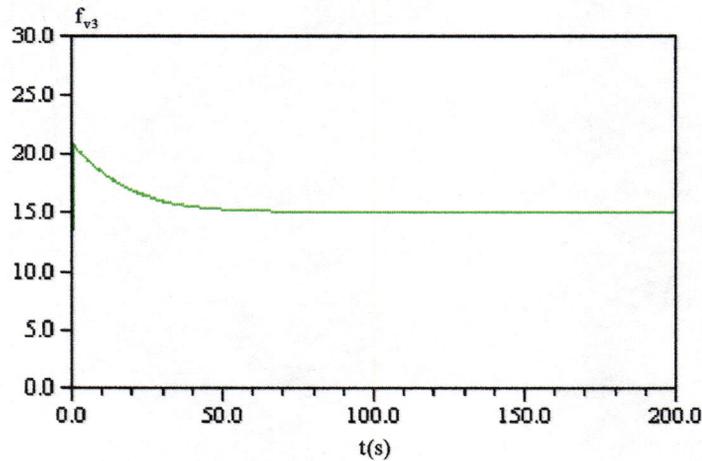


Fig. 5.17 - Coeficiente de atrito da válvula 3 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais diferentes das condições de fluxo nominais com pólos em -0.05 no plano complexo.

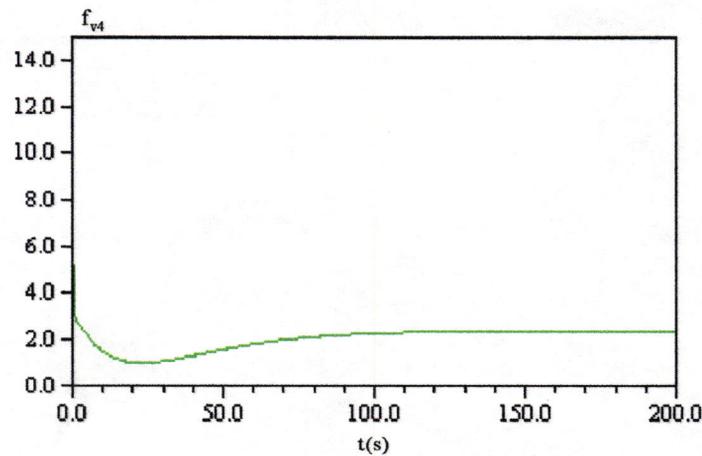


Fig. 5.18 - Coeficiente atrito da válvula 4 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais diferentes das condições de fluxo nominais com pólos em -0.05 no plano complexo.

Segundo SHIMADA (1992), os ângulos de abertura das válvulas são restritos hidraulicamente ao intervalo $15^{\circ} \leq \theta \leq 70^{\circ}$, onde $f_v = 1430 \exp(-0.105\theta)$. Observa-se claramente que todos os coeficientes de atrito (controles de entrada) das válvulas foram razoáveis e se encontram dentro desta faixa aceitável. O menor esforço de controle obtido da simulação ocorreu na válvula 4 após aproximadamente 25 segundos do início da simulação, e foi igual a $f_v = 1.25$ ou $\theta = 67^{\circ}$, onde θ é o ângulo de abertura. O maior esforço de controle, por sua vez, foi a condição inicial da válvula 2, igual a $f_v = 83.42$ ou $\theta = 27^{\circ}$.

Finalmente, salienta-se outra vez a vantagem de se ter um sistema de controle realimentado (sistema de controle em malha fechada) ao invés de um sistema de controle não realimentado (sistema de controle em malha aberta). Na análise transiente de sistemas de distribuição de água, o tempo de retorno às condições nominais ou de equilíbrio é de fundamental importância para a eficiência do controle. No sistema realimentado, este tempo de retorno pode ser adequadamente satisfeito pelo cálculo da matriz de realimentação K de forma a obter os autovalores do sistema (pólos) em posições previamente especificadas. Deste modo, o controle é capaz de conduzir o sistema a partir de quaisquer condições iniciais para as condições de equilíbrio desejadas em um intervalo de tempo desejado, eliminando assim o distúrbio introduzido ao sistema.

Em todos os casos simulados, as respostas do sistema realimentado foram razoáveis. Todos os estados se aproximaram rapidamente para os valores de equilíbrio. Os coeficientes de atrito (controles u) das válvulas não foram excessivos e estiveram dentro de uma faixa hidraulicamente aceitável. A complexidade das trajetórias obtidas dos controles através de válvulas demonstraram a importância do estudo do problema usando a teoria do regulador quadrático linear. De outra forma, seria impossível estabelecer o esquema de controle ótimo simultâneo para as diversas válvulas. As simulações demonstraram a capacidade da técnica do regulador quadrático linear projetar controladores que conduzam o sistema às condições de equilíbrio na presença de excitações pulsos, degraus e condições iniciais arbitrárias.

- Aplicação do Regulador Quadrático Linear ao Caso de Condições Iniciais Arbitrárias Com Estimador

Como mencionado na seção 3.3, a determinação da observabilidade do sistema é tão importante quanto a determinação da controlabilidade do sistema. É fundamental investigar a observabilidade do sistema para o menor número possível de estados medidos, uma vez que é impraticável e dispendioso medir todos os estados. Com este objetivo, foram considerados para o exemplo todas as alternativas possíveis para a escolha dos estados a serem medidos. Estas alternativas incluem desde uma medição completa dos estados, como o caso assumido anteriormente, até uma medição parcial dos estados, medindo apenas uma variável de estado da rede. O caso de uma medição completa dos estados resulta num esquema extremamente difícil e dispendioso na prática. No entanto, se isso for possível, o sistema por definição será observável. Por isso, os resultados obtidos desta forma foram utilizados como base para comparação dos outros esquemas com relação à sua conveniência. Note que neste caso a matriz de saída C será uma matriz

identidade 5×5 . Para o caso de medição parcial dos estados, assume-se medições somente de algumas variáveis de estado do sistema, onde a matriz C é uma matriz que possui um número de linhas igual ao número de estados medidos. Por exemplo, uma medição parcial dos estados, medindo-se apenas as energias nos nós do tipo 1, a matriz C é uma matriz 2×5 . Se são medidas apenas as vazões independentes, a matriz C é uma matriz 3×5 . No caso em estudo, o estado do sistema é formado pelas energias nos dois nós (nós 1 e 2) do tipo 1 e pelas três vazões independentes nos trechos 2, 4 e 5 respectivamente. Para determinar a observabilidade para as várias alternativas listadas acima, foi empregado um procedimento similar ao usado para determinar a controlabilidade, ou seja, a observabilidade gramiana. A observabilidade gramiana para o sistema foi calculada usando a matriz A e as matrizes correspondentes C para cada caso. A observabilidade gramiana é definida através de uma expressão similar à da controlabilidade gramiana, substituindo apenas a matriz B pela matriz C na equação (5.4).

$$G_o = \int_0^{t_0} (e^{tA} C C^t e^{tA}) dt \quad (5.11)$$

A razão entre o maior e o menor valor singular da observabilidade gramiana foi calculada para todas as situações possíveis de seleção das variáveis a serem supostamente medidas. Essas razões foram então normalizadas em relação ao primeiro caso (medição completa dos estados) com o objetivo de mostrar a deterioração da observabilidade relativa em função da diminuição do número de medidas das variáveis de estado. A tabela (5.9) mostra essas razões normalizadas para cada caso de seleção das variáveis de estado medidas. O aumento significativo das razões normalizadas mostra que houve uma deterioração da capacidade de observabilidade do sistema com a diminuição do número de estados medidos. As razões normalizadas para os casos 1, 4, 5, 11, 14, 15 e 25 são respectivamente 1.00, 1.87, 3.79, 1.45, 9.86, 3.01 e 4.83. Estas são as alternativas que apresentam melhor observabilidade. Note que estes casos são aqueles em que as variáveis de estado $X_4 (h_1)$ e $X_5 (h_2)$ são selecionadas concomitantemente, e suas razões normalizadas não são significativamente diferentes. Este fato sugere para este exemplo, a escolha das variáveis $X_4 (h_1)$ e $X_5 (h_2)$ como as variáveis de estado a serem medidas. Estas variáveis são exatamente as energias nos nós do tipo 1. Esta conclusão é ideal para efeitos práticos em sistemas modernos de distribuição de água pela facilidade de obtenção dessas medidas e pelo baixo número de reservatórios de nível variável com extravasores. Um procedimento semelhante ao descrito nesta seção pode ser utilizado para a seleção das variáveis de estado a serem medidas em campo para redes reais e com quaisquer geometria e dimensões. Na definição destas variáveis, deve-se tentar selecionar um conjunto de variáveis que apresentem uma observabilidade razoável e ao mesmo tempo de simples medição prática. Outro aspecto importante que deve ser levado em consideração, consiste em selecionar as variáveis com medidas já disponíveis em redes de distribuição de água existentes ou construídas.

Tabela 5.9 - Razão relativa da observabilidade gramiana quando o número de variáveis de estado medidas é reduzido.

Caso	Seleção das Variáveis	Razão	Razão Normalizada
1	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	12.23	1.00
2	X_1, X_2, X_3, X_4	1.53×10^5	1.25×10^4
3	X_1, X_2, X_3, X_5	8.67×10^4	7.09×10^3
4	X_1, X_2, X_4, X_5	22.87	1.87
5	X_2, X_3, X_4, X_5	46.35	3.79
6	X_1, X_2, X_3	2.14×10^5	1.75×10^4
7	X_1, X_2, X_4	1.35×10^6	1.10×10^5
8	X_1, X_2, X_5	8.69×10^4	7.11×10^3
9	X_1, X_3, X_4	1.27×10^5	1.04×10^4
10	X_1, X_3, X_5	8.34×10^5	6.82×10^4
11	X_1, X_4, X_5	17.73	1.45
12	X_2, X_3, X_4	2.03×10^5	1.66×10^4
13	X_2, X_3, X_5	8.88×10^4	7.26×10^3
14	X_2, X_4, X_5	120.58	9.86
15	X_3, X_4, X_5	36.81	3.01
16	X_1, X_2	2.04×10^6	1.67×10^5
17	X_1, X_3	1.90×10^6	1.55×10^5
18	X_1, X_4	1.33×10^6	1.09×10^5
19	X_1, X_5	1.01×10^6	8.26×10^4
20	X_2, X_3	3.11×10^5	2.54×10^4
21	X_2, X_4	8.93×10^6	7.30×10^5
22	X_2, X_5	1.16×10^5	9.48×10^3
23	X_3, X_4	1.35×10^5	1.10×10^4
24	X_3, X_5	5.43×10^6	4.44×10^5
25	X_4, X_5	59.07	4.83
26	X_1	4.78×10^{13}	3.91×10^{12}
27	X_2	1.79×10^{12}	1.46×10^{11}
28	X_3	7.66×10^{11}	6.26×10^{10}
29	X_4	2.76×10^7	2.26×10^6
30	X_5	2.70×10^7	2.21×10^6

A propriedade de dualidade entre o problema regulador e o problema do estimador discutido na seção 3.7.2, foi utilizada para o cálculo da matriz ganho de realimentação L do estimador. A similaridade no procedimento computacional entre o problema do regulador ótimo e do estimador ótimo permitiu obter os ganhos do estimador da mesma maneira que foi realizado para o problema regulador. Para isso, as matrizes correspondentes, como descritas na tabela 3.1, foram usadas. A matriz transposta A^t do sistema dinâmico, a matriz transposta C^t de saída, e as matrizes peso V_1 e V_2 especificadas para o problema do estimador correspondem respectivamente às matrizes A , B , Q e R especificadas para o problema regulador. Note que as matrizes A^t e C^t serão agora 5×5 e 5×2 respectivamente, enquanto que as matrizes V_1 e V_2 são 5×5 e 2×2 respectivamente. A matriz ganho resultante da solução da equação de Riccati é uma matriz 2×5 . A real matriz ganho do estimador L é a transposta dessa matriz resultante. Valores apropriados para as duas matrizes peso foram selecionados para satisfazer às posições desejadas dos pólos do estimador. Como discutido na seção 3.7.1, geralmente o estimador é escolhido ser mais rápido do que o controlador, ou seja, o decaimento do erro nos estados estimados é em geral mais rápido do que o decaimento dos estados no sistema real. Isto é possível relocando os pólos do estimador mais à esquerda do eixo imaginário no plano complexo.

Um estimador construído com as medidas das energias nos nós do tipo 1 foi então testado. Estas variáveis medidas foram selecionadas em função da conclusão das investigações do grau de observabilidade realizadas. Considerando as posições dos pólos do controlador em -0.05 no plano complexo, duas situações foram consideradas: um estimador duas vezes mais rápido e um estimador seis vezes mais rápido do que o controlador. Na primeira simulação, os pólos do estimador foram posicionados em -0.1 no plano complexo esquerdo, e na segunda simulação, a matriz ganho do estimador foi calculada para se obter os pólos do estimador em -0.3 .

As matrizes ganho do erro do estimador, resultante da solução ótima para pólos desejados localizados em -0.1 e -0.3 no plano complexo, são mostradas abaixo:

$$L_{-0.1} = \begin{bmatrix} 0.1341 & 0.3481 \\ 0.0724 & 0.0435 \\ 0.0340 & 0.1058 \\ -0.0568 & 0.0284 \\ 0.0284 & -0.0317 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

$$L_{-0.3} = \begin{bmatrix} 8.1271 & 17.8770 \\ 1.0352 & 0.5958 \\ 0.5568 & 1.8226 \\ 0.3821 & 0.1081 \\ 0.1081 & 0.5297 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Nestas matrizes, cada coluna é associada com um estado medido. O ij -ésimo elemento da matriz ganho do estimador L , L_{ij} , é o coeficiente pelo qual o erro na j -ésima medida é multiplicado (como dado na equação 3.103), e que contribui para a modificação da estimativa da i -ésima variável de estado. Analogamente à estrutura da matriz ganho de realimentação do regulador K , as magnitudes dos elementos em uma coluna de L difere grandemente e de forma muito regular. Os coeficientes da coluna de L correspondentes às variáveis de estado que não são estimadas, são pequenos, enquanto que a magnitude dos coeficientes nas colunas de L correspondentes às medidas de estado que são estimadas, são relativamente maiores. Por exemplo, os maiores elementos das matrizes do estimador (5.12) e (5.13) são respectivamente 0.3481 e 17.877. Ambos relacionados com a variável de estado estimada X_1 (q_2), enquanto que os menores elementos das referidas matrizes são 0.0284 e 0.1081, e estão relacionadas com a variável medida X_5 (h_2). O argumento expresso acima sugere a construção de um possível estimador sub-ótimo onde os ganhos menores não são considerados. Isto resultaria em um projeto de um estimador mais simples e menos dispendioso. Esta conclusão poderá talvez permitir a utilização de técnicas de matrizes esparsas para a resolução do problema. No entanto esta situação não foi investigada neste estágio, mas certamente requer estudos adicionais.

Para testar a validade do estimador, foi realizada uma simulação do sistema completo controlador-estimador representado pela versão contínua da equação discreta (3.96). A dimensão deste conjunto de equações simultâneas consiste de 10 equações de estado que representam os estados reais e os estados estimados. Todos os coeficientes das matrizes necessários para a simulação já foram apresentados. As matrizes A , B e K são dadas pelas equações (5.1), (5.2) e (5.10) respectivamente, e a simulação especifica condições iniciais arbitrárias para as vazões independentes nos trechos 2, 4, e 5 (variáveis de estado x_1, x_2 , e x_3) em 5% menores do que os respectivos valores de equilíbrio. As tabelas (5.7) e (5.8) fornecem as condições iniciais perturbadas de fluxo da rede. As condições iniciais para os estados estimados foram assumidos iguais a zero. O período de simulação foi de 200 segundos com um incremento de tempo de integração de 0.5 segundo.

Os resultados da simulação do controlador-estimador para o caso onde os pólos do controlador e do estimador estão respectivamente em -0.05 e -0.1 no plano complexo esquerdo são mostrados nas figuras (5.19) a (5.32). As figuras (5.19) a (5.23) mostram os erros entre os estados reais (sem e com estimador) e os estados estimados. O estados reais sem o estimador são aqueles obtidos com a realimentação completa dos estados medidos sem a presença da dinâmica do estimador, ou seja, obtidos através das equações (3.8) e (3.37) ou da equação do sistema realimentado (3.41). Enquanto que os estados reais com estimador são aqueles obtidos com a realimentação completa dos estados medidos com a presença da dinâmica do estimador, ou seja, através da equação do sistema combinado controlador-estimador (3.96).

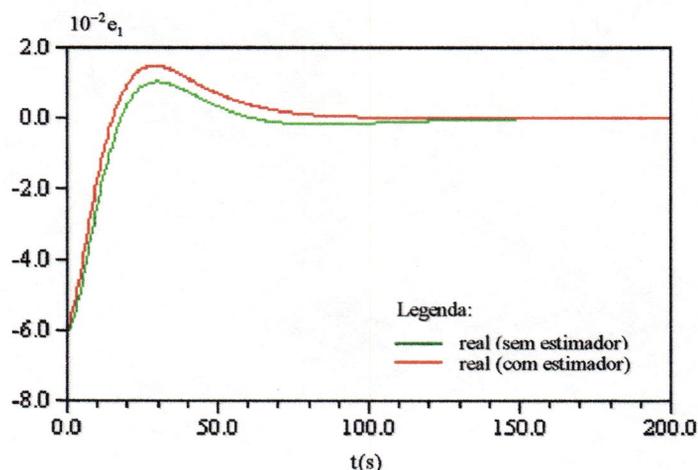


Fig. 5.19 - Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável $x_1 (q_2)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1 .

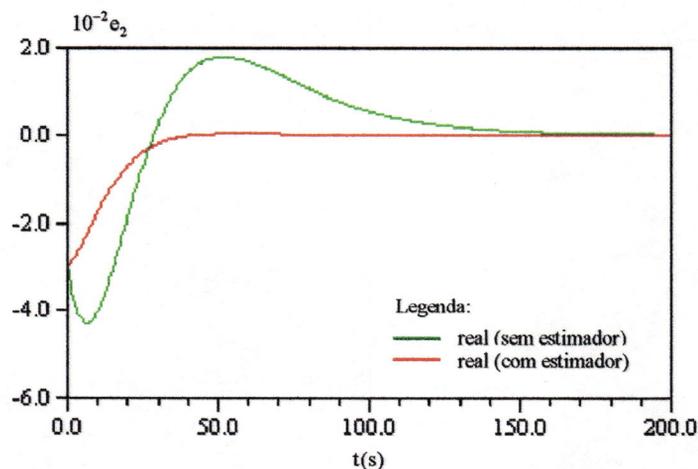


Fig. 5.20 - Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável $x_2 (q_4)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1 .

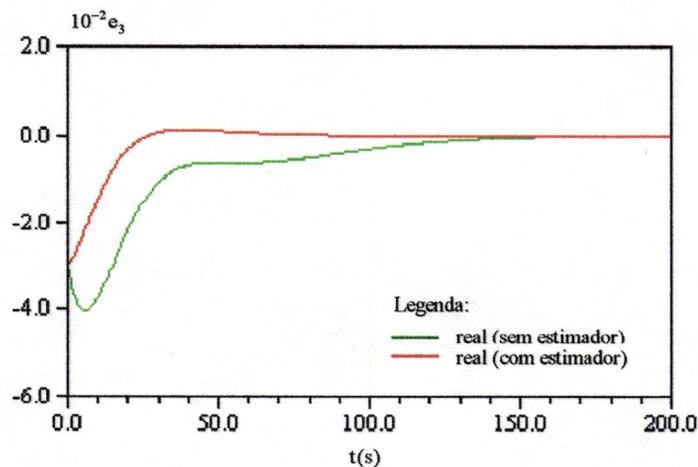


Fig. 5.21 - Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável $x_3 (q_5)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1 .

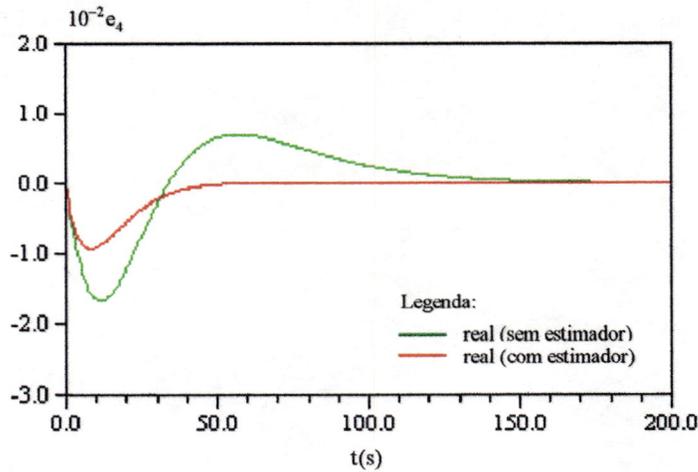


Fig. 5.22 - Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável x_4 (h_1) para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.

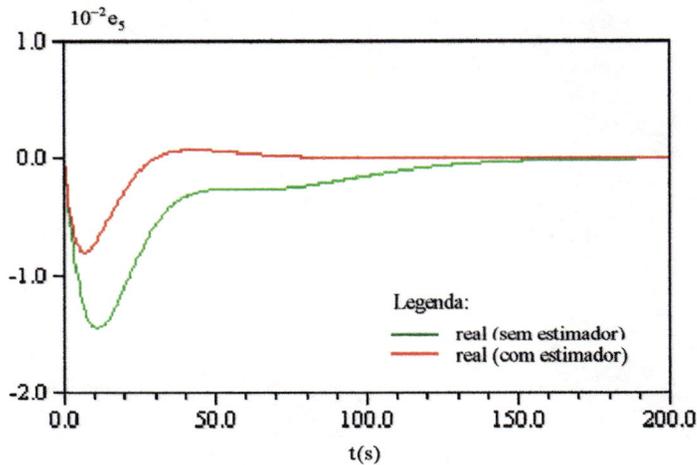


Fig. 5.23 - Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável x_5 (h_2) para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.

Por causa de um pequeno atraso de tempo introduzido pela dinâmica do estimador, a resposta é ligeiramente diferente do sistema com estimador e sem estimador. No entanto, para ambos os casos, os erros aproximam-se assintoticamente de zero em cada estado considerado. Os erros nos estados que são assumidos ser medidos, x_4 (h_1) e x_5 (h_2), são relativamente menores e tornam-se zero rapidamente, indicando que não há diferença significativa entre os estados medidos e os estados estimados. Esta característica é importante, pois erros nos estados medidos afetarão a acurácia global na determinação dos demais estados. Note também, que os erros nos estados medidos (figs. 5.22 e 5.23) são iguais a zero no início da simulação ($t = 0$), devido às condições iniciais para ambos os estados reais e estimados serem iguais.

Para os demais estados, os erros iniciais são diferentes de zero, pois as condições iniciais dos estados reais não são iguais às condições iniciais dos estados estimados.

Os resultados discutidos para os erros representam um primeiro passo para garantir que o sistema controlador-estimador seja capaz de cumprir a sua função (eliminação do erro entre o estado real e o estado estimado). Os demais testes demonstram sua capacidade de produzir um desempenho desejado do controlador quando comparado às situações onde todos os estados são medidos. As figuras (5.24) a (5.28) mostram as respostas dos estados reais (sem e com estimador) e dos estados estimados.

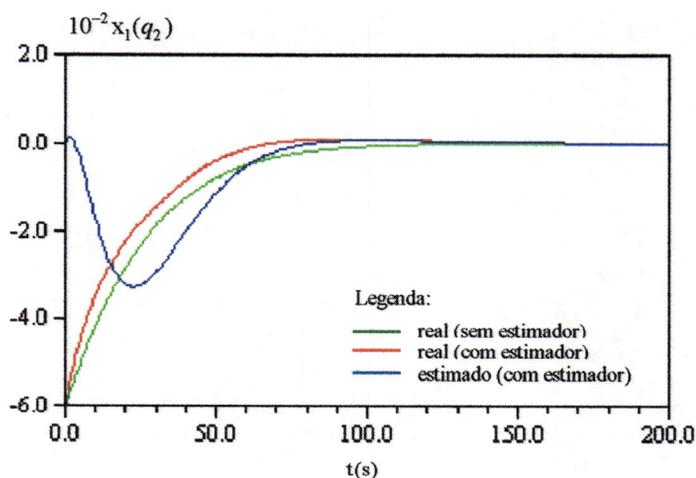


Fig. 5.24 - Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_1(q_2)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1 .

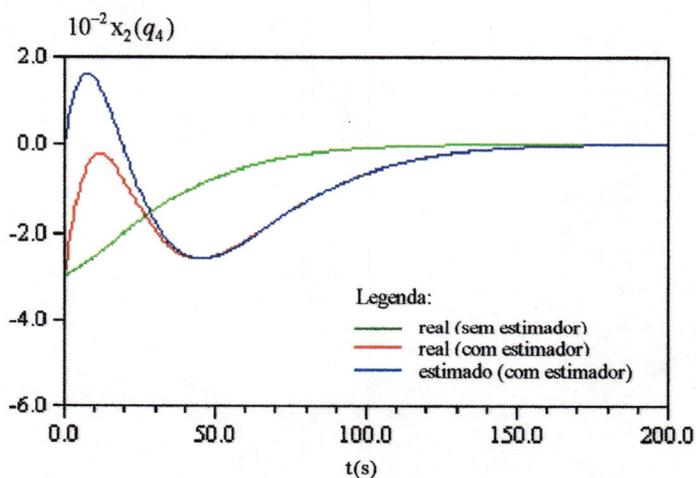


Fig. 5.25 - Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_2(q_4)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1 .

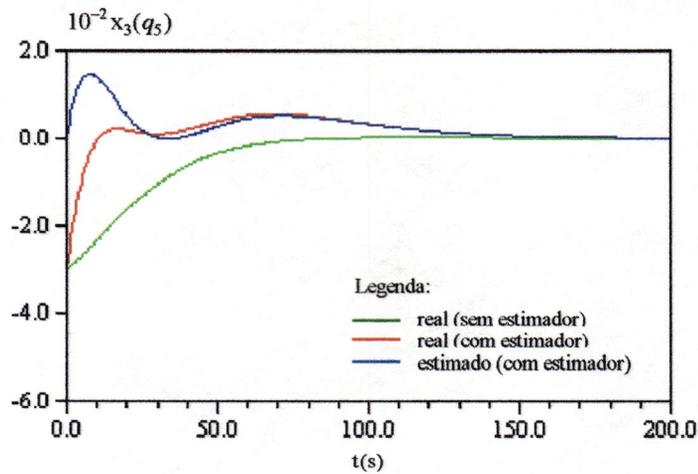


Fig. 5.26 - Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_3(q_5)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.

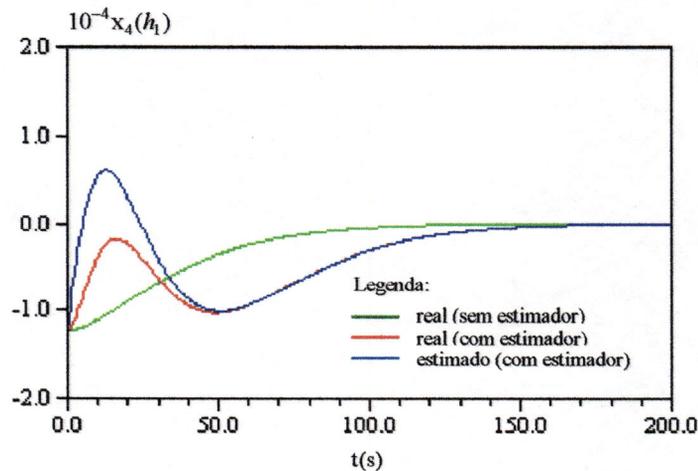


Fig. 5.27 - Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_4(h_1)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.

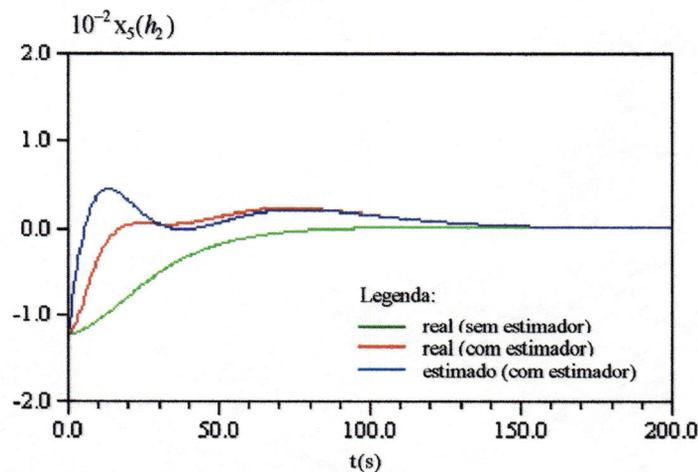


Fig. 5.28 - Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_5(h_2)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.

Por causa do pequeno atraso de tempo introduzido pela dinâmica do estimador, a resposta do estado real com estimador e sem estimador é ligeiramente diferente. A resposta do estado sem estimador é idêntica àquela obtida na figura (5.14), onde todos os estados foram supostos ser medidos ao invés de estimados. Todos os estados aproximam-se assintoticamente aos valores de equilíbrio. Observa-se que todos os estados estimados tendem aos estados medidos (com estimador) rapidamente e após aproximadamente 50 segundos. O tempo de decaimento é aproximadamente 150 segundos para os estados não medidos (x_1, x_2, x_3), e um pouco menor para os estados medidos (x_4, x_5), embora os erros nos estados medidos sejam desprezíveis quando comparados com os estados estimados que não foram medidos. Este fato se deve porque os estados estimados são realimentados ao invés dos estados exatos.

As figuras (5.29) a (5.32) retratam os controles nas válvulas redutoras de pressão usando os estados estimados na realimentação e os respectivos estados reais (sem estimador e com estimador).

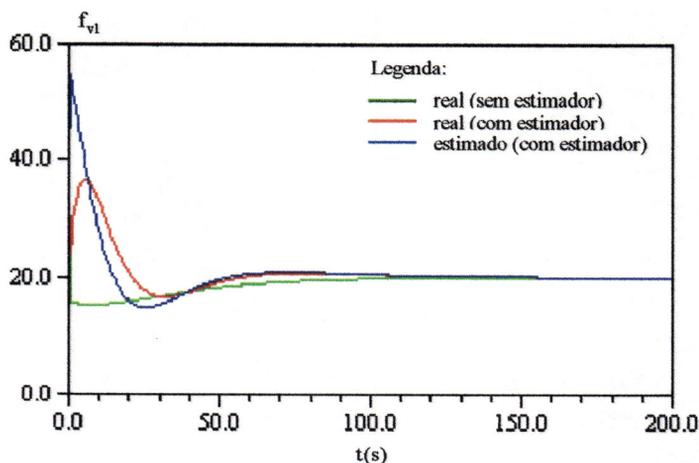


Fig. 5.29 - Coeficiente de atrito da válvula 1 usando estados estimados e estados reais (com e sem estimador) devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.

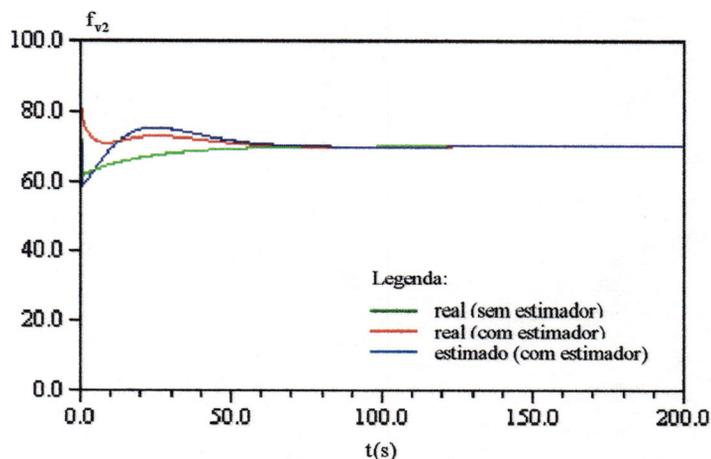


Fig. 5.30 - Coeficiente de atrito da válvula 2 usando estados estimados e estados reais (com e sem estimador) devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1.

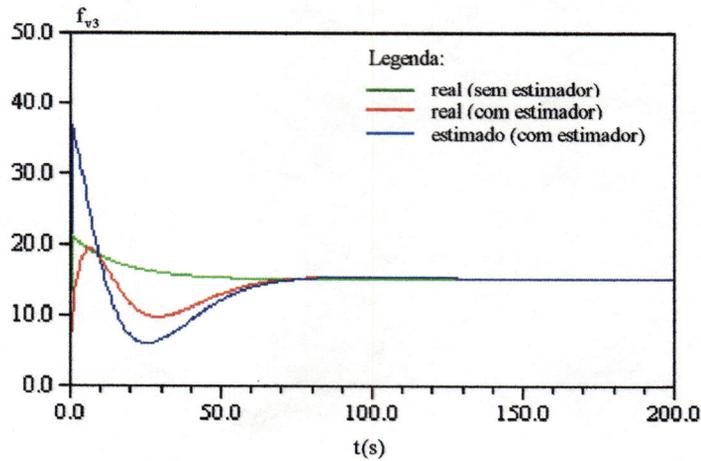


Fig. 5.31 - Coeficiente de atrito da válvula 3 usando estados estimados e estados reais (com e sem estimador) devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1 .

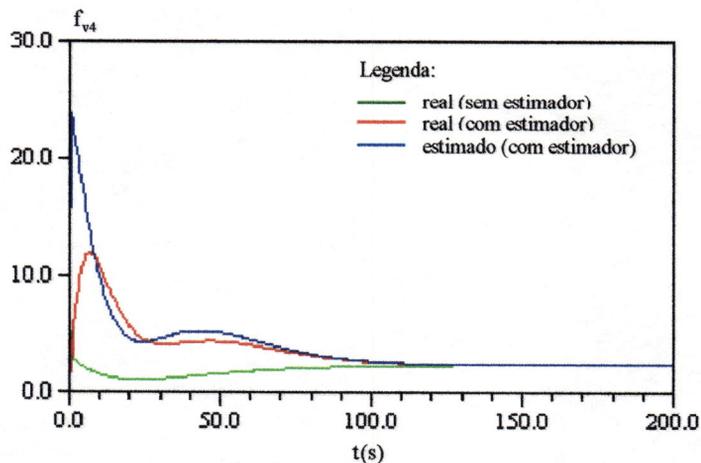


Fig. 5.32 - Coeficiente de atrito da válvula 4 usando estados estimados e estados reais (com e sem estimador) devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.1 .

Note outra vez que por causa de um pequeno atraso de tempo introduzido pela dinâmica do estimador, os controles realimentados com os estados reais (com e sem estimador) são ligeiramente diferentes. Em relação aos coeficientes de atrito das válvulas (entrada de controle) usando os estados estimados, observa-se claramente que eles são maiores. No entanto, os controles são razoáveis e estão dentro da faixa de operação aceitável.

Semelhantemente ao projeto do controlador, é possível projetar um estimador de estado que tenha características de respostas desejadas (seção 3.7). Para verificar essa possibilidade, simulações foram então realizadas para um estimador com pólos situados mais à esquerda no plano complexo. Os resultados da simulação do controlador-estimador para o caso onde os pólos do controlador e do estimador estão respectivamente em -0.05 e -0.3 no plano complexo esquerdo são mostrados nas figuras (5.33) a (5.46). As figuras (5.33) a (5.37) mostram os erros entre os estados reais (sem e com estimador) e os estados estimados.

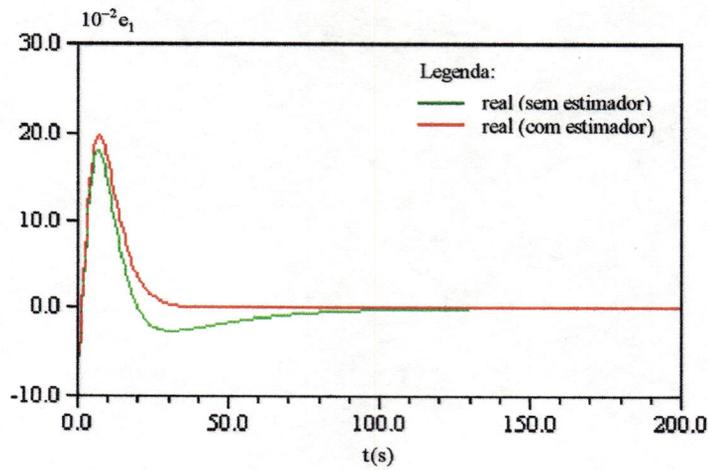


Fig. 5.33 - Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável x_1 (q_2) para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.

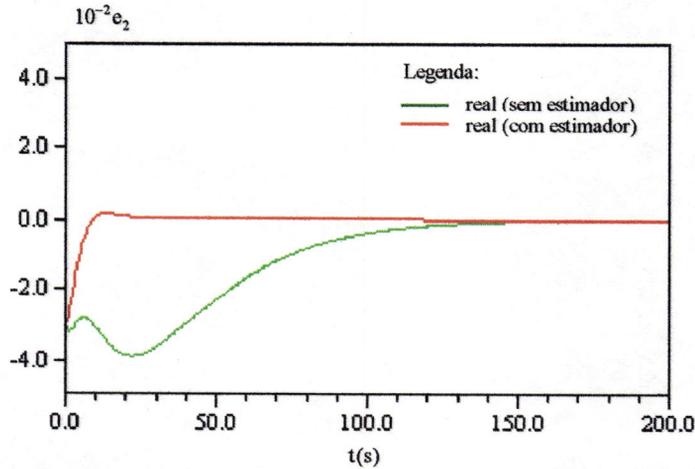


Fig. 5.34 - Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável x_2 (q_4) para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.

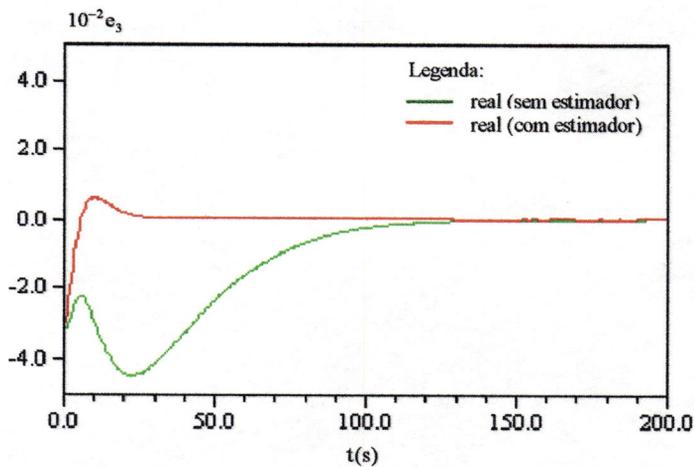


Fig. 5.35 - Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável x_3 (q_5) para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.

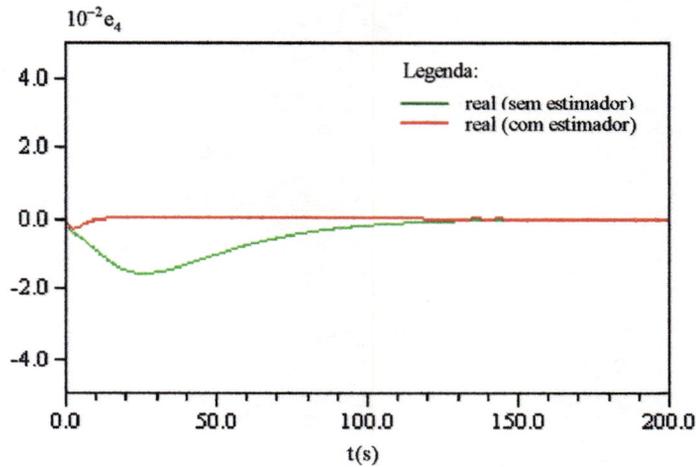


Fig. 5.36 - Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável x_4 (h_1) para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3 .

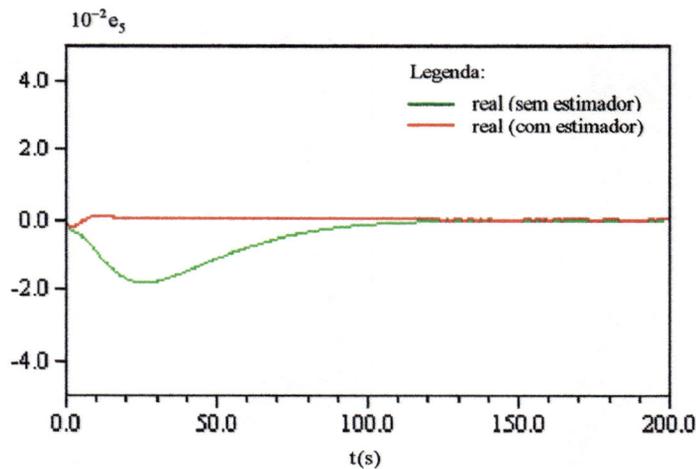


Fig. 5.37 - Erro entre o estado real (com e sem estimador) e o estado estimado da variável x_5 (h_2) para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3 .

Nota-se que os erros se aproximam assintoticamente de zero em cada estado considerado em um tempo menor quando comparado com o estimador projetado com pólos com respostas mais lentas (figs. 5.19 a 5.23), indicando que os estados estimados são aproximados mais rapidamente aos valores dos estados reais. De maneira similar ao caso anterior, os erros nos estados que são assumidos ser medidos, x_4 (h_1) e x_5 (h_2), são relativamente bem menores e tornam-se zero mais rapidamente, indicando que não há diferença significativa entre os estados medidos e os estados estimados. Note também que os erros nos estados medidos (figuras 5.36 e 5.37) são zeros no início da simulação ($t = 0$) por causa das condições iniciais para ambos os estados reais e estimados serem iguais. Para os demais estados, os erros iniciais são diferentes de zero. As figuras (5.38) a (5.42) mostram as respostas dos estados reais (sem e com estimador) e dos estados estimados para o estimador com pólos em -0.3 no plano complexo esquerdo.

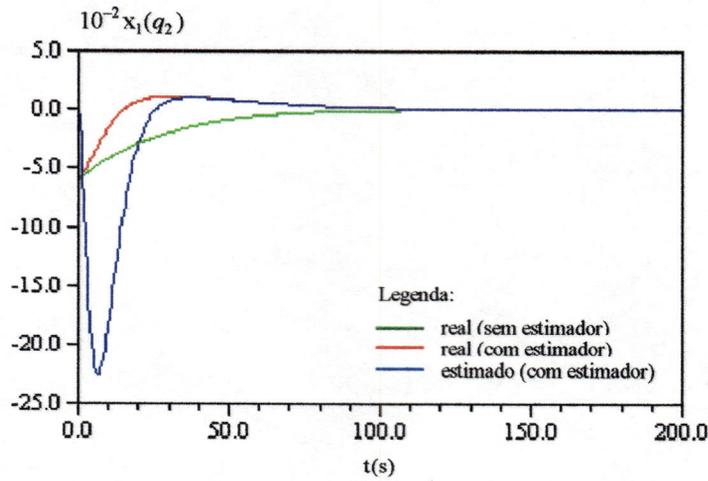


Fig. 5.38 - Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_1(q_2)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.

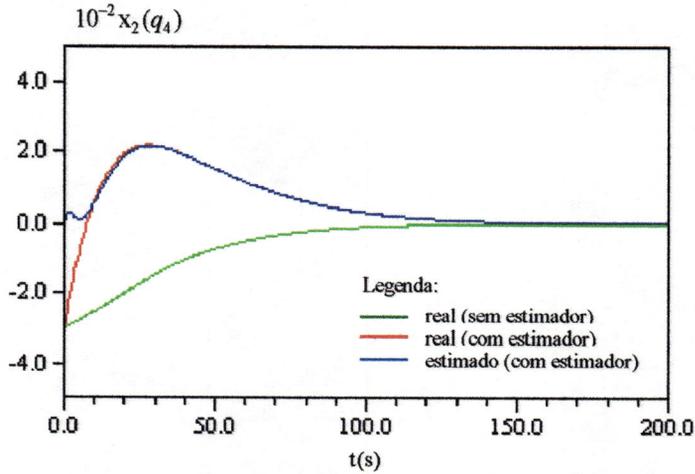


Fig. 5.39 - Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_2(q_4)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.

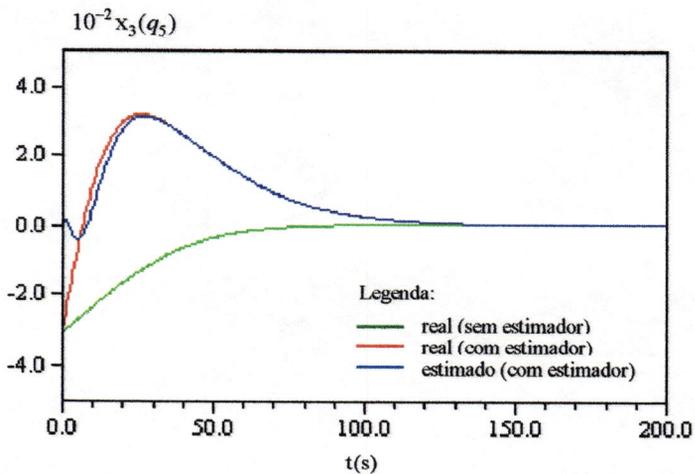


Fig. 5.40 - Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_3(q_5)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.

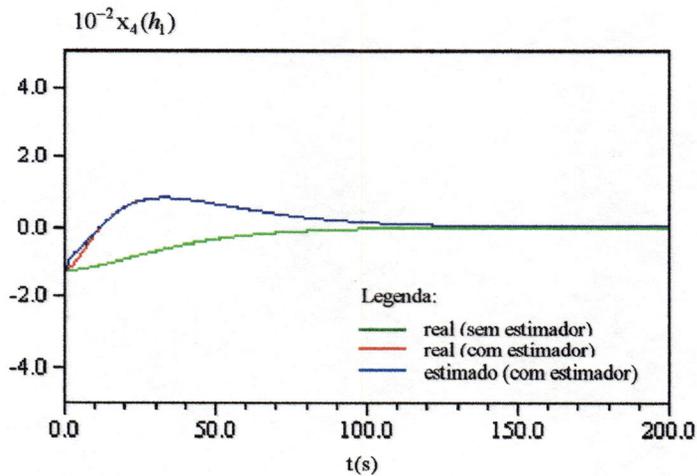


Fig. 5.41 - Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_4(h_1)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.

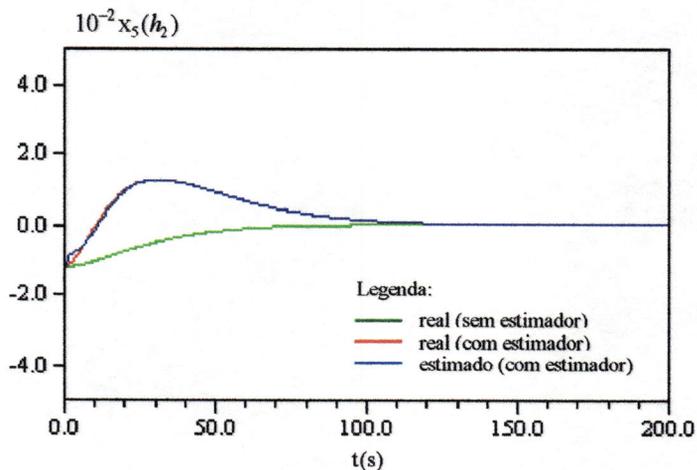


Fig. 5.42 - Desvios do estado real (com e sem estimador) e estado estimado da variável $x_5(h_2)$ para a simulação devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.

Todos os estados aproximam-se assintoticamente aos valores de equilíbrio como para o caso anterior com pólos com respostas mais lentas (figs. 5.24 a 5.28), todavia os estados estimados tendem aos valores dos estados reais (com estimador) de forma muito mais rápida. O tempo de decaimento é aproximadamente 150 segundos para os estados não medidos (x_1, x_2, x_3), e um pouco menor para os estados medidos (x_4, x_5), embora os erros nos estados medidos sejam desprezíveis quando comparados com os estados estimados que não foram medidos. Este fato se deve porque os estados estimados são realimentados ao invés dos estados exatos.

As figuras (5.43) a (5.46) retratam os respectivos controles nas válvulas redutoras de pressão usando os estados estimados na realimentação e os respectivos estados reais (sem estimador e com estimador).

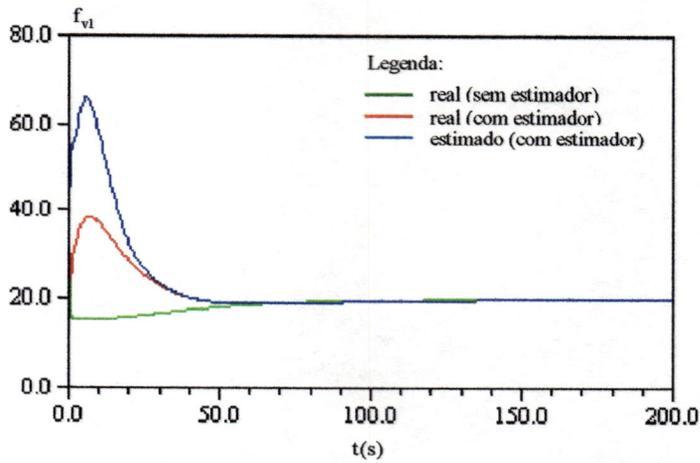


Fig. 5.43 - Coeficiente de atrito da válvula 1 usando estados estimados e estados reais (com e sem estimador) devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.

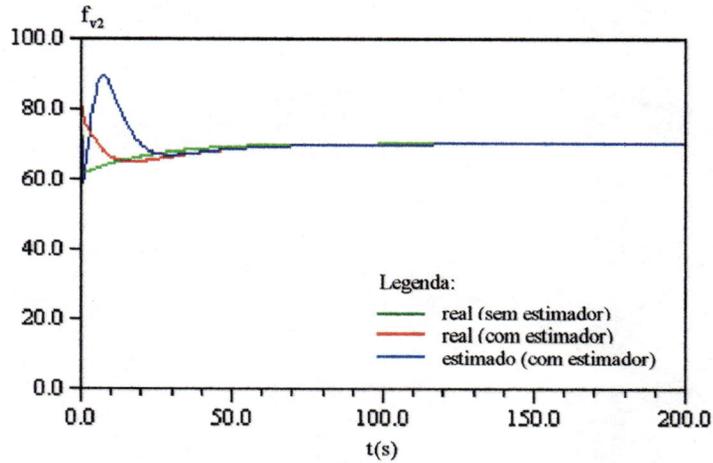


Fig. 5.44 - Coeficiente de atrito da válvula 2 usando estados estimados e estados reais (com e sem estimador) devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.

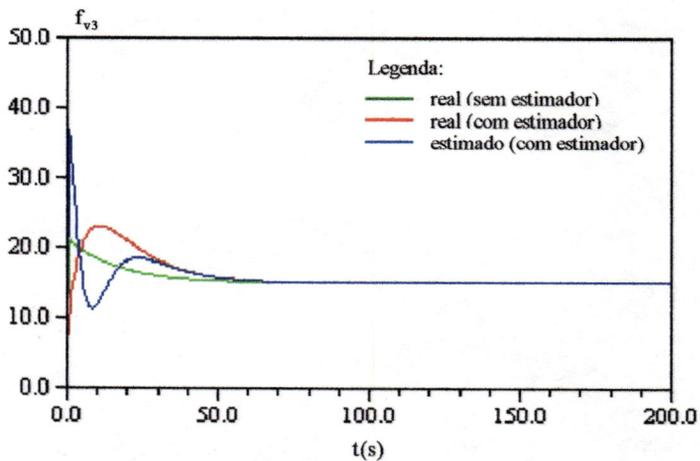


Fig. 5.45 - Coeficiente de atrito da válvula 3 usando estados estimados e estados reais (com e sem estimador) devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3.

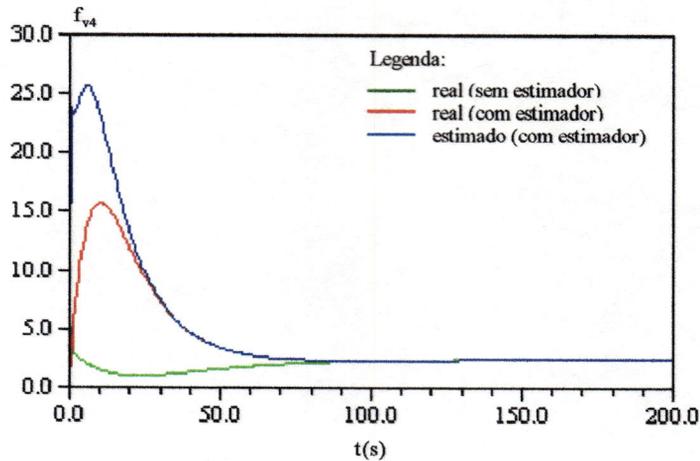


Fig. 5.46 - Coeficiente de atrito da válvula 4 usando estados estimados e estados reais (com e sem estimador) devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias com pólos do controlador e estimador respectivamente em -0.05 e -0.3 .

Para este caso de controle com os pólos do estimador em -0.3 no plano complexo esquerdo, as entradas de controle (coeficientes de atrito das válvulas) usando os estados estimados, são claramente maiores do que aquelas requeridas para o caso das figuras (5.29) a (5.32) onde os pólos do estimador estão situados no plano complexo esquerdo em -0.1 . Estas entradas de controle podem não ser razoáveis e estarem fora da faixa de operação aceitável. No entanto, a técnica permite uma grande flexibilidade para a obtenção de uma resposta ótima através da colocação dos pólos do sistema controlador-estimador em posições desejadas.

Finalmente, duas conclusões gerais podem ser obtidas dos resultados de simulação do sistema controlador-estimador:

- é possível construir um sistema controlador-estimador usando somente algumas medidas das variáveis de estado do sistema.

- o controlador obtido através da realimentação dos estados estimados trabalha quase tão bem quanto o controlador realimentado pelos estados medidos.

5.4.3 - Sistema de Controle Linear Discreto no Tempo

Para adequar as leis de controle resultantes das válvulas redutoras de pressão na prática, uma análise discreta ao invés de uma análise contínua no tempo deve ser realizada. As matrizes A e B são as mesmas usadas na seção anterior (eqs. 5.1 e 5.2), e as matrizes G e H foram obtidas de A e B através das equações (3.22) e (3.23) usando um intervalo de amostragem de 0.5 segundo. Os elementos dessas matrizes são mostrados abaixo:

$$G = 10^{-3} \begin{bmatrix} 986.4740 & 0.9972 & 0.0947 & 0.4529 & -0.4347 \\ 2.2454 & 987.6609 & -0.0513 & -1.3435 & 0.2355 \\ 4.5639 & 0.5185 & 977.9305 & 0.2355 & -1.0722 \\ 0.0541 & 46.7516 & -0.0013 & 884.2642 & 0.0058 \\ 0.1102 & 0.0125 & 46.5166 & 0.0058 & 884.2709 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$H = 10^{-3} \begin{bmatrix} -0.0216 & -0.0127 & 0.0143 & -0.0336 \\ -0.0501 & 0.0069 & -0.0425 & 0.0182 \\ -0.0112 & 0.0202 & 0.0075 & -0.0829 \\ -0.0012 & 0.0002 & -0.0010 & 0.0004 \\ -0.0003 & 0.0005 & 0.0002 & -0.0020 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

- Aplicação do Regulador Quadrático Linear ao Caso de Distúrbios Externos Sem Estimador

A matriz D da equação (3.56) é obtida de forma similar às matrizes A e B, e é dada por:

$$D = 10^{-3} \begin{bmatrix} 3.5664 & -11.0791 \\ 8.2898 & 6.0090 \\ 1.8543 & 17.6945 \\ 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

e a matriz V foi obtida da matriz D usando um intervalo de amostragem de 0.5 segundo:

$$V = 10^{-3} \begin{bmatrix} 1.7732 & -5.5001 \\ 4.1213 & 2.9795 \\ 0.9221 & 8.7374 \\ 0.0991 & 0.0717 \\ 0.0222 & 0.2106 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

A análise foi iniciada avaliando-se a estabilidade do sistema. Todos os autovalores da matriz do sistema G foram positivos e menores do que 1, satisfazendo o critério de estabilidade da equação (3.26). O sistema foi também verificado ser controlável e observável (eqs. 3.28 e 3.30).

No cálculo da matriz ganho de realimentação K, as matrizes peso Q e R foram determinadas em função da posição desejável dos pólos do sistema realimentado pelo método apresentado por FURUTA E KIM (1987) para sistemas discretos (ver anexo A). O algoritmo fixa todos os pólos do sistema realimentado

num disco especificado no plano z. Inicialmente, na simulação do sistema, adotou-se um disco com centro localizado em 0.92 e raio igual a 0.05. É importante notar que apesar de ser uma prática comum a determinação das matrizes pesos Q e R por tentativa e erro, aqui utilizou-se um procedimento bem definido para a seleção dos elementos dessas matrizes.

Diferentes combinações de distúrbios foram consideradas nesta seção. Para neutralizar o efeito destes distúrbios, uma realimentação do erro integral da forma dada pela equação (3.73) foi anexada ao conjunto original de equações de estado (eq. 3.71), e uma matriz ganho K foi então calculada através das equações (3.54) e (3.53). Os elementos das matrizes K_x e K_I (eq. 3.82) que compõem a matriz K são apresentados abaixo:

$$K_x = \begin{bmatrix} 1218.2356 & 820.0668 & -192.6570 & 1599.4524 & 153.7347 \\ 1423.9328 & -185.4181 & -664.8354 & -245.8493 & -793.6827 \\ -902.7106 & 685.6438 & 341.0964 & 1341.3119 & 224.3308 \\ 400.4768 & -95.0637 & 525.8043 & -477.9557 & 1601.1418 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

$$K_I = \begin{bmatrix} 28.6425 & -53.1746 & -11.6853 & 185.6014 & 17.8878 \\ 29.8414 & 7.3078 & 20.5326 & -29.1467 & -91.9145 \\ -19.2907 & -45.1794 & -2.1292 & 156.3588 & 25.7950 \\ 13.5760 & 19.4360 & -60.9777 & -55.6917 & 185.9898 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

onde $K = [K_x | K_I]$. Estes valores foram usados na simulação do sistema para diferentes distúrbios externos (fig. 5.47). Nas simulações, foi assumido que todos os estados foram medidos, e que o sistema estava inicialmente em equilíbrio (tabs. 5.4 e 5.5).

Três diferentes variações nos consumos foram considerados (fig. 5.47):

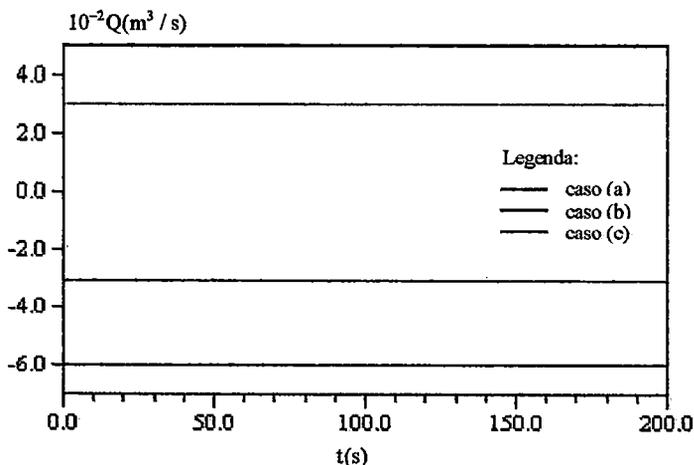


Fig. 5.47 - Distúrbios externos considerados no estudo: a) $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$; b) $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$; c) $w = -0.06 \text{ m}^3 / \text{s}$.

Caso (a): para uma demanda nos nós interiores (nós do tipo 2) de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$, a vazão no trecho 2 (x_1) aumenta rapidamente até um valor de desvio máximo, em aproximadamente 12 segundos após o início do período com distúrbio (fig. 5.48). A diminuição subsequente de x_1 se deve aos ajustes das válvulas redutoras de pressão (fig. 5.49) para manter ou retornar o estado do sistema no equilíbrio original.

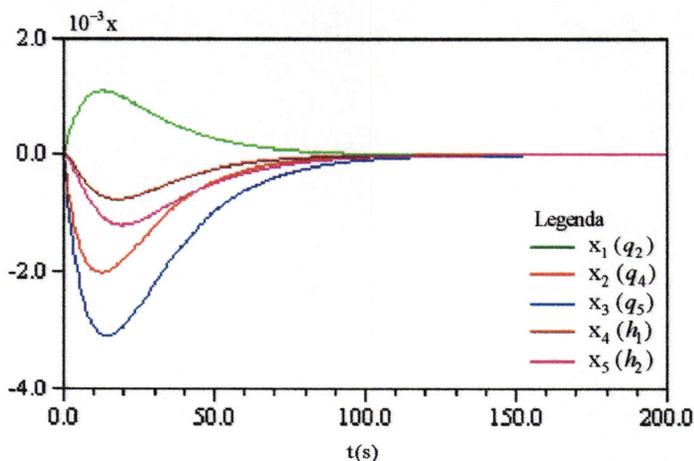


Fig. 5.48 - Simulação do sistema realimentado para os desvios das variáveis de estado com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.92$ e $r = 0.05$).

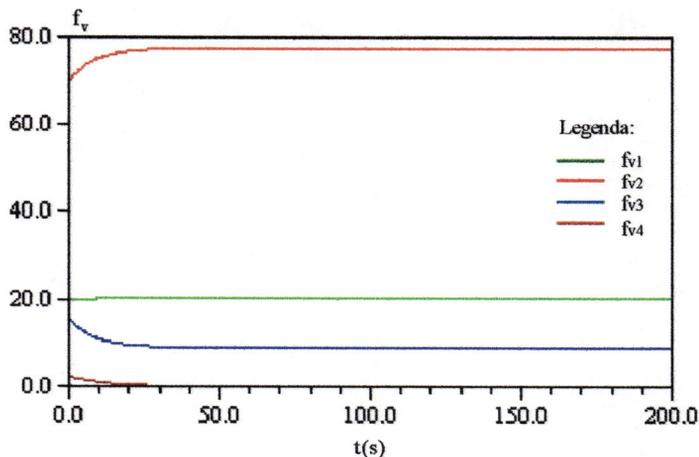


Fig. 5.49 - Coeficientes de atrito das válvulas redutoras de pressão para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.92$ e $r = 0.05$).

As vazões nos trechos 4 e 5 (x_2 e x_3 respectivamente) diminuem rapidamente até um valor de desvio máximo, e em seguida se aproximam das condições de equilíbrio devido à ação de controle das válvulas redutoras de pressão. A diminuição inicial de x_2 e x_3 se deve ao aumento de consumo nos nós 3 e 4. O mesmo ocorre com as variáveis de estado x_4 e x_5 (energias nos nós 1 e 2 respectivamente). O sistema retorna à condição de equilíbrio original após aproximadamente 100 segundos. As leis de aberturas e/ou fechamentos das válvulas redutoras de pressão são mostradas na figura (5.49). As válvulas 1 e 2 se fecham, e conseqüentemente, as

válvulas 3 e 4 se abrem, e tendem a um valor constante indicando que uma nova condição de equilíbrio foi alcançada.

Caso (b): no segundo caso, o sistema foi simulado para um distúrbio de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$. O sinal negativo indica uma entrada de água ao sistema nos nós do tipo 2 (nós 3 e 4). Como esperado, a resposta do sistema (figs. 5.50 e 5.51) é a imagem inversa da resposta para o caso (a).

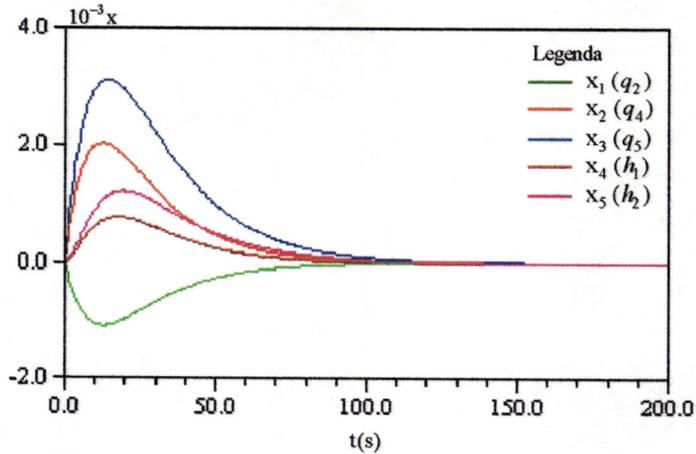


Fig. 5.50 - Simulação do sistema realimentado para os desvios das variáveis de estado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.92$ e $r = 0.05$).

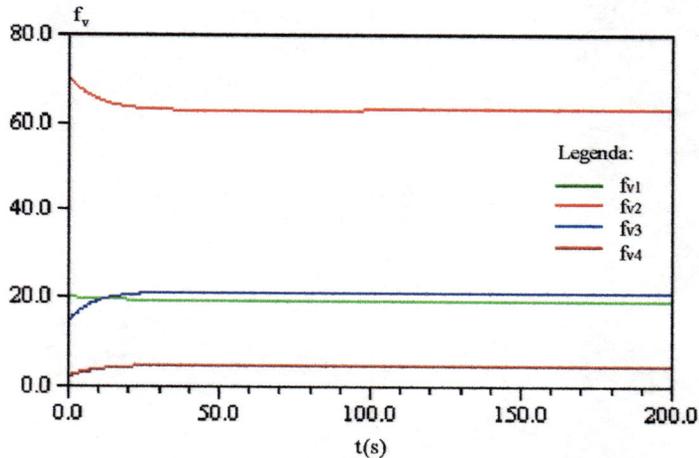


Fig. 5.51 - Coeficientes de atrito das válvulas redutoras de pressão para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.92$ e $r = 0.05$).

Caso (c): um distúrbio de $w = -0.06 \text{ m}^3 / \text{s}$ foi usado para este caso. Nota-se claramente (fig. 5.52) que os desvios das variáveis de estado possuem magnitudes duas vezes maiores do que o caso (b). Este fato já era esperado, uma vez que quanto maior a ordem de grandeza do distúrbio externo agindo no sistema, maiores desvios do equilíbrio inicial ocorrem.

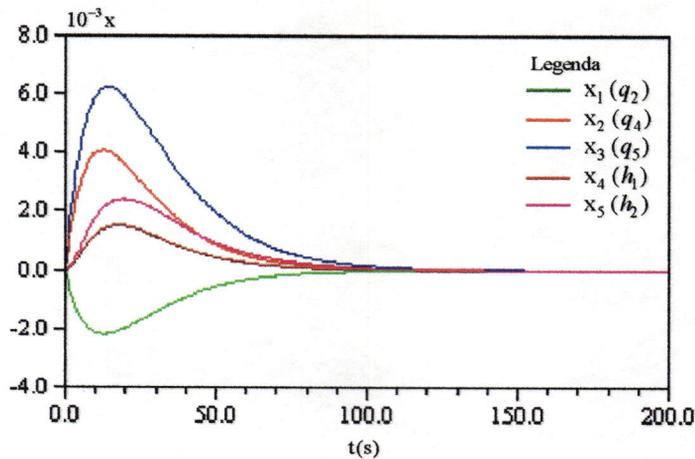


Fig. 5.52 - Simulação do sistema realimentado para os desvios das variáveis de estado com distúrbios externos de $w = -0.06 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.92$ e $r = 0.05$).

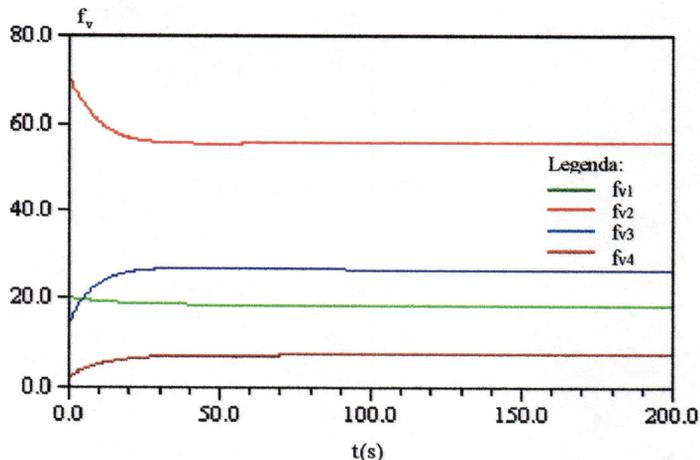


Fig. 5.53 - Coeficientes de atrito das válvulas redutoras de pressão para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.06 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.92$ e $r = 0.05$).

- Aplicação do Regulador Quadrático Linear ao Caso de Distúrbios Externos Com Estimador

A análise de sistemas usando a realimentação de estado assume que todos os estados, x , são disponíveis ao longo do tempo para a realimentação. No entanto, mesmo quando isto não é impossível, é certamente muito dispendioso. Para superar este problema, um estimador (ou um observador assintótico) foi projetado para estimar os estados para a realimentação de controle.

As matrizes A , B e D são as mesmas usadas na seção anterior e as respectivas versões em tempo discreto G , H e V para um intervalo de amostragem de 0.5 segundo. A matriz ganho de realimentação K do controlador e a matriz ganho do estimador L foram determinadas em função da posição desejável dos pólos do sistema realimentado pelo método apresentado por FURUTA E KIM (1987) para

sistemas discretos (ver anexo A). Na simulação do sistema, adotou-se para a determinação da matriz de controle K , um disco com centro igual a 0.95 e raio igual a 0.03, e na determinação da matriz ganho do estimador L , um disco com centro igual a 0.90 e raio igual a 0.03. Portanto, os pólos do estimador foram selecionados para ter respostas mais rápidas do que os pólos do controlador. É importante salientar que apesar de ser uma prática comum a determinação das matrizes K e L por tentativa e erro, aqui um procedimento racional para a seleção dos elementos dessas matrizes foi utilizado, seguindo a proposta de FURUTA E KIM (1987).

Para os distúrbios externos, foram considerados nesta simulação consumos nos nós iguais a $w = 0.03\text{m}^3 / \text{s}$. Para neutralizar o efeito destes distúrbios, uma realimentação do erro integral da forma dada pela equação (3.73), foi anexada ao conjunto original de equações de estado (eq. 3.71), e uma matriz ganho K foi então calculada através das equações (3.54) e (3.53). Os elementos das matrizes K_x e K_I (eq. 3.82) que compõem a matriz K e que fixam as raízes da equação característica do controlador $(G - HK)$ num disco de centro 0.95 e raio 0.03 no plano z são apresentados abaixo:

$$K_x = \begin{bmatrix} 728.7113 & -84.1042 & -255.6762 & 923.0364 & 688.6744 \\ 896.0710 & 66.0104 & -214.9411 & -258.1090 & -80.6094 \\ -555.5582 & -125.8940 & 164.3280 & 824.4356 & -4.3546 \\ 169.4026 & 30.7006 & -227.5508 & -115.0358 & 1153.1819 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

$$K_I = \begin{bmatrix} 12.6455 & -27.6268 & 11.9193 & 59.2445 \\ 16.0770 & -18.8131 & -2.1295 & 26.0889 \\ -10.0824 & 8.3764 & 9.2271 & -9.5083 \\ 2.7307 & -12.4595 & -0.9594 & 40.8799 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

onde $K = [K_x | K_I]$.

Quando consideramos a questão, se o valor de u existe ou não tal que x tenda a zero, três condições são consideradas:

- dimensão de y maior que a de u : esse caso representa mais equações do que variáveis, o que significa que em geral nenhuma solução existe. O número de graus de liberdade é tão pequeno que o erro de estado permanente em y não pode ser eliminado.

- dimensão de y igual a de u : nesse caso uma solução existe.

- dimensão de y menor que a de u : nesse caso, há muitos graus de liberdade, mas a dimensão de y pode ser aumentada pela adição de componentes à variável controlada.

Com base nestas considerações, restringimos ao caso onde a dimensão de y é igual a dimensão de u . No problema exemplo, o número de variáveis de estado é igual a 5 e o número de variáveis de controle é igual a 4. Portanto, assume-se que a dimensão de y seja igual a 4. Selecionando as variáveis de estado x_1, x_3, x_4 e x_5 , como sendo as variáveis medidas, ou seja:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

a matriz ganho do estimador que fixa as raízes da equação característica do estimador $(G - LC)$ num disco de centro 0.90 e raio 0.03 no plano z é dada por:

$$L = 10^{-3} \begin{bmatrix} -86.4331 & -0.1134 & -2.1564 & 0.4340 \\ -5.4310 & -1.5996 & -148.2709 & -0.2692 \\ -4.5788 & -77.8706 & -1.1213 & 1.0709 \\ -1.7540 & -0.8791 & -64.2135 & -0.0238 \\ -0.1106 & -46.4791 & -0.0275 & 15.5663 \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

A seguir, simulações do modelo foram realizadas para avaliar o desempenho do controlador e do estimador. Primeiramente as equações (3.71), (3.72), e (3.82) foram usadas na simulação assumindo que os valores para todas as variáveis de estado foram disponíveis para a realimentação. As leis de controle dos coeficientes de perda de carga das quatro válvulas redutoras de pressão são apresentadas nas figuras (5.54) a (5.57) obtidos dos seus respectivos desvios. Note que todos os coeficientes de atrito resultantes das válvulas foram razoáveis e se encontram dentro da faixa aceitável de operação.

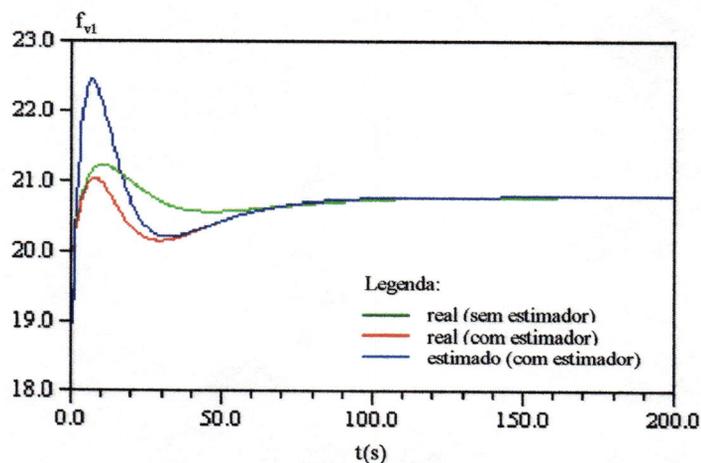


Fig. 5.54 - Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 1 para a simulação com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

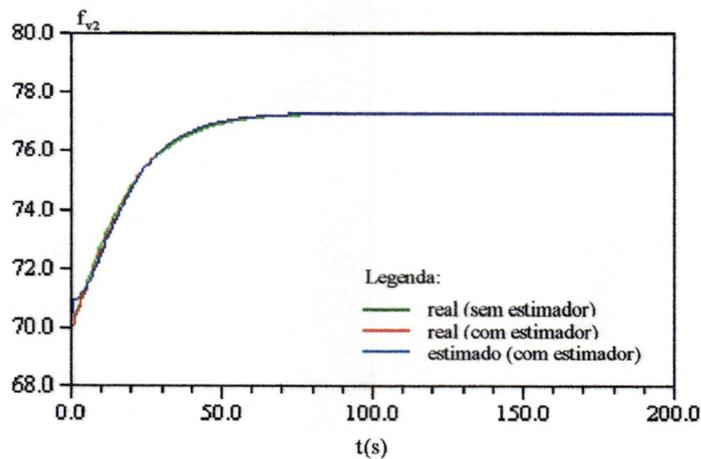


Fig. 5.55 - Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 2 para a simulação com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

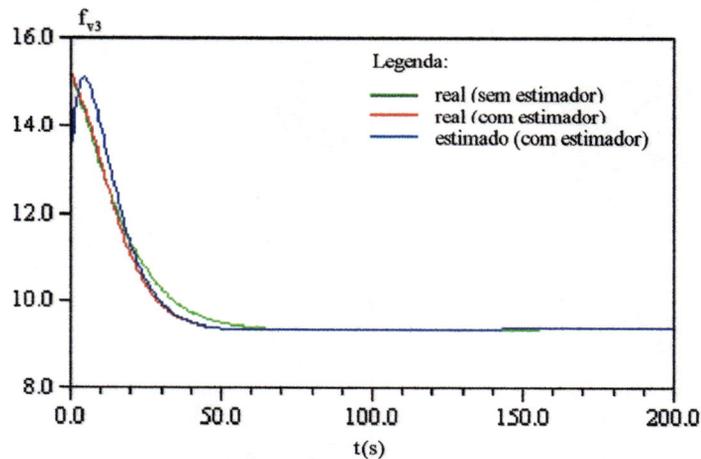


Fig. 5.56 - Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 3 para a simulação com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

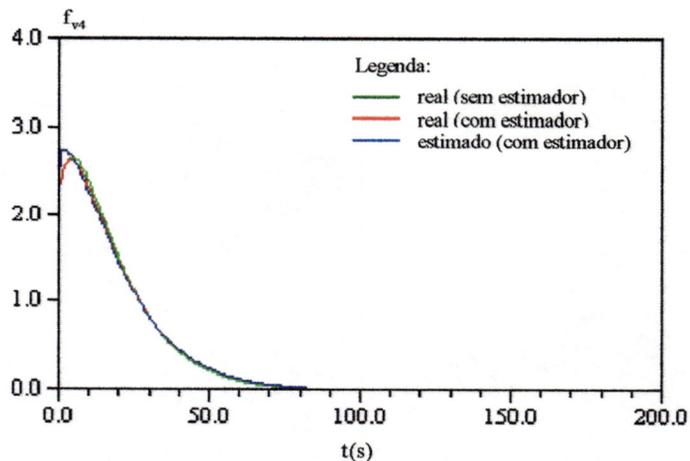


Fig. 5.57 - Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 4 para a simulação com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

Os coeficientes de atrito das válvulas redutoras de pressão, em resposta aos distúrbios externos, aumentam rapidamente no início da simulação e posteriormente atingem um valor final (figs. 5.54 a 5.57).

Nas figuras (5.58) a (5.62) estão plotados os desvios das variáveis de estado devido a presença dos distúrbios.

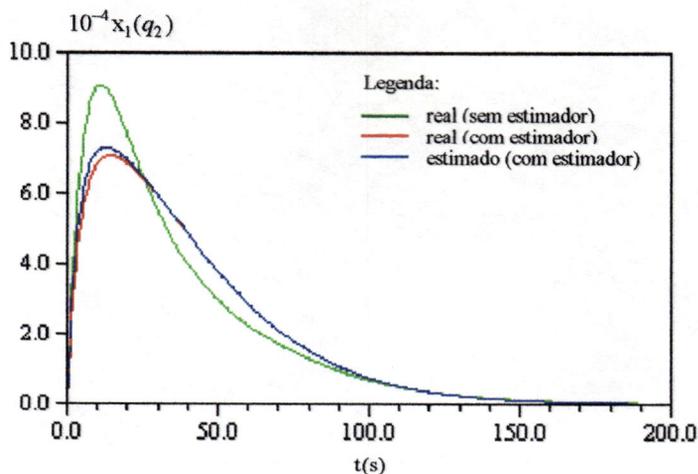


Fig. 5.58 - Desvio da variável de estado $x_1(q_2)$ para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

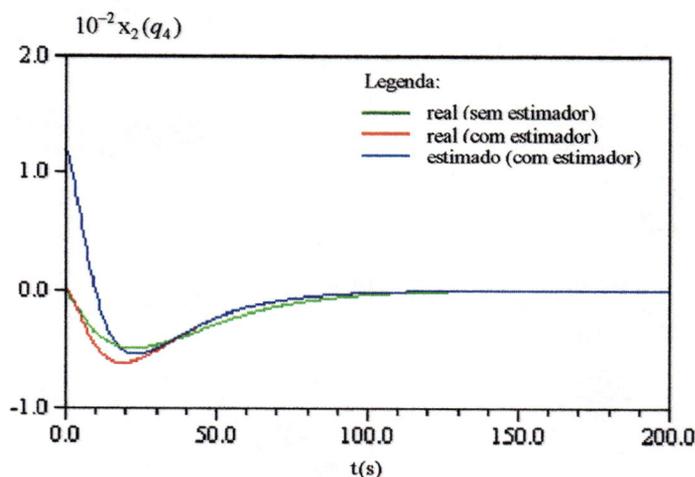


Fig. 5.59 - Desvio da variável de estado $x_2(q_4)$ para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

O desvio da vazão no trecho 2 (x_1) gradualmente aumenta no início do período do distúrbio, devido ao aumento do consumo ou da demanda nos nós 3 e 4, atinge um valor máximo e com a regulação do fluxo pelas válvulas redutoras de pressão, gradualmente retorna ao valor de equilíbrio original.

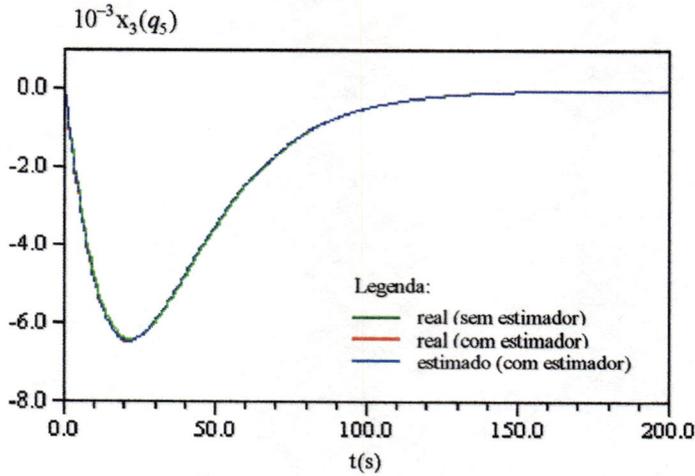


Fig. 5.60 - Desvio da variável de estado $x_3(q_s)$ para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

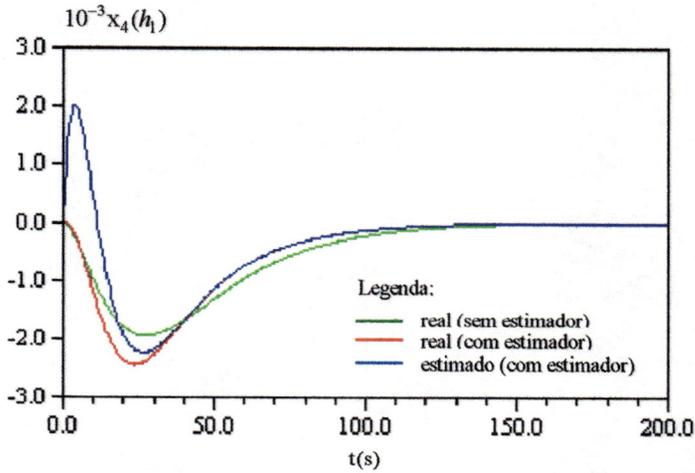


Fig. 5.61 - Desvio da variável de estado $x_4(h_1)$ para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

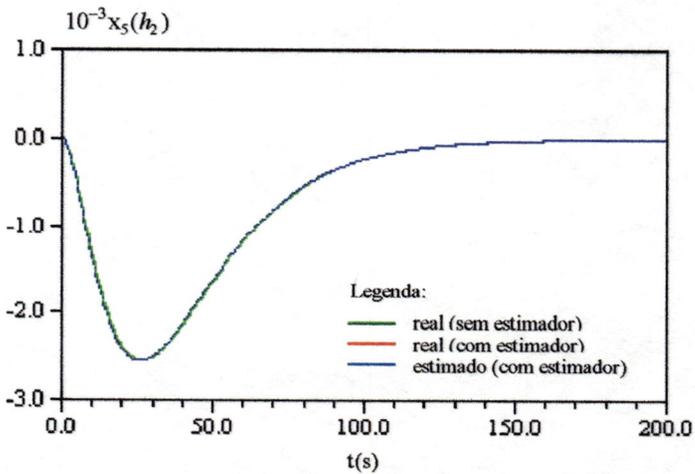


Fig. 5.62 - Desvio da variável de estado $x_5(h_2)$ para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

Com o fechamento das válvulas 3 e 4 nas tubulações 4 e 5 respectivamente, o desvio das vazões nestes trechos (x_2 e x_3) e as energias nos nós 1 e 2 (x_4 e x_5 respectivamente) diminuem inicialmente até atingir um valor mínimo e em seguida retornam ao fluxo de equilíbrio.

O controlador foi capaz de neutralizar os efeitos dos distúrbios através de uma operação ótima das válvulas fixando os pólos do sistema realimentado nas posições desejadas para que o sistema tivesse uma resposta dinâmica satisfatória. Portanto, considerando que o desempenho do controlador foi aceitável, o estimador foi usado juntamente com o controlador para simular a dinâmica do sistema. As equações (3.71), (3.108) e (3.109) foram usadas na simulação assumindo que os valores para as variáveis de estado $x_1(q_2)$, $x_3(q_5)$, $x_4(h_1)$ e $x_5(h_2)$ foram disponíveis para a realimentação e que a variável $x_2(q_4)$ foi estimada. O estimador foi dirigido pela diferença entre os valores medidos e estimados. Por causa da indisponibilidade da variável $x_2(q_4)$ que não foi medida, foi assumido que o desvio desta variável no início do período de simulação foi igual a $0.012 \text{ m}^3/\text{s}$. As demais variáveis de estado, consideradas disponíveis para a realimentação, possuem desvios iniciais nulos, pois é assumido que o sistema dinâmico está inicialmente em equilíbrio antes dos distúrbios externos aparecerem.

O comportamento do modelo na predição da abertura das válvulas redutoras de pressão e dos desvios das variáveis de estado foi ligeiramente divergente no início do período de simulação. No entanto, a medida que o tempo avança, a diferença nos resultados obtidos usando a realimentação de estado sem o estimador e os resultados obtidos usando a realimentação de saída com o estimador foi zero. (figs. 5.54 a 5.62).

Destes resultados do modelo linear, nota-se claramente que o desempenho do algoritmo combinado controlador-estimador em manter as variáveis de estado nos valores desejados, foi satisfatório. Por causa de um pequeno atraso de tempo introduzido pela dinâmica do estimador, a resposta do sistema é um pouco diferente para o estado real com e sem estimador (figs. 5.58 a 5.62). O desvio inicial da variável estimada $x_2(q_4)$ é $0.012 \text{ m}^3/\text{s}$ como suposto, enquanto que os desvios iniciais das demais variáveis são iguais a zero. Observe na figura (5.59) que mesmo para a variável estimada $x_2(q_4)$, com desvio inicial não nulo, a diferença do estado sem estimador e com estimador inexistente após um pequeno intervalo de tempo inicial. As leis de controle resultantes das válvulas redutoras de pressão (figs. 5.54 a 5.57), com exceção da primeira válvula que resultou em uma divergência inicial maior, são praticamente iguais com e sem estimador, demonstrando a eficiência do modelo.

5.4.4 - Sistema de Controle Não Linear Discreto no Tempo

Uma vez que as equações do controlador e do estimador são obtidas, e valores medidos para uma ou mais variáveis são disponíveis, a dinâmica do sistema linear pode ser simulada para quaisquer valores arbitrários de distúrbios externos. No entanto, como a dinâmica do sistema real (fluxo em redes hidráulicas) é não linear, o desempenho do controlador e do estimador não podem ser avaliados através da dinâmica apenas do sistema linear. Em vez de realizar medições numa rede de distribuição de água real, um modelo não linear da respectiva rede pode ser usado para testar o desempenho do algoritmo de controle e do estimador projetado a partir do modelo linear.

As equações não lineares de fluxo (eqs. 4.34 e 4.46) foram resolvidas usando um método de integração numérico (método Range Kutta). Esse modelo prevê a dinâmica do sistema dadas as condições iniciais e de contorno. As equações do controlador e do estimador foram adicionadas como subrotinas no programa computacional. As variáveis de estado selecionadas como variáveis medidas foram obtidas do modelo não linear e usadas pelo estimador para estimar as variáveis de estado não medidas. Estas variáveis estimadas foram então usadas na subrotina do controlador para calcular a variação na abertura das válvulas com o objetivo de conduzir o estado do sistema ao estado de equilíbrio desejado. Baseado nesta abertura das válvulas, um novo estado do sistema é obtido através do modelo não linear. As variáveis de estado consideradas como as variáveis medidas são usadas novamente para estimar as variáveis não medidas, e o processo é repetido durante todo o período de simulação.

- Aplicação do Regulador Quadrático Linear ao Caso de Distúrbios Externos Sem Estimador

Tendo em vista que a equação dinâmica do fluxo em redes de distribuição de água não é uma função linear, o desempenho do controlador e do estimador obtido de um modelo linear, foi avaliado por um modelo de fluxo transiente não linear simulando as condições reais de campo. Novamente, o desempenho do controlador foi avaliado primeiramente assumindo que os valores de todas as variáveis de estado (5 neste exemplo) foram disponíveis. O cenário de simulação é o mesmo do item anterior e conseqüentemente as matrizes G , H , V , K_x e K_I já foram obtidas e estão representadas pelas equações (5.14), (5.15), (5.17), (5.20) e (5.21) respectivamente. Para os distúrbios externos (variação das vazões de consumo) foram considerados $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$, e que o sistema dinâmico está inicialmente em equilíbrio antes dos distúrbios externos aparecerem (tabs. 5.4 e 5.5). Os coeficientes de atrito das válvulas redutoras de pressão e os desvios das variáveis de estado foram satisfatórios (figs. 5.63 a 5.71).

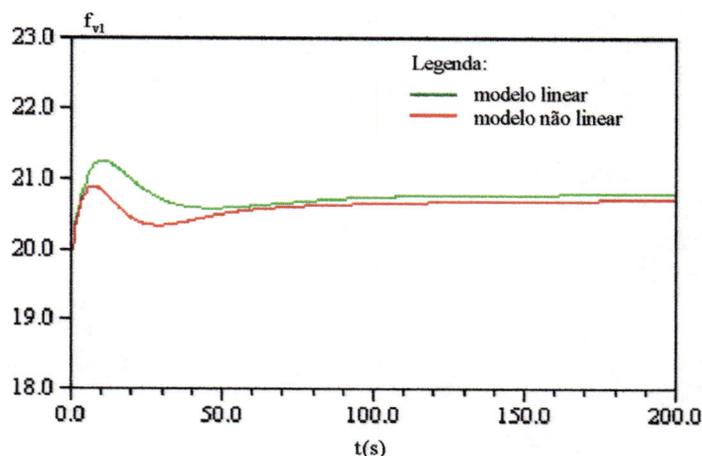


Fig. 5.63 - Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 1 para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$).

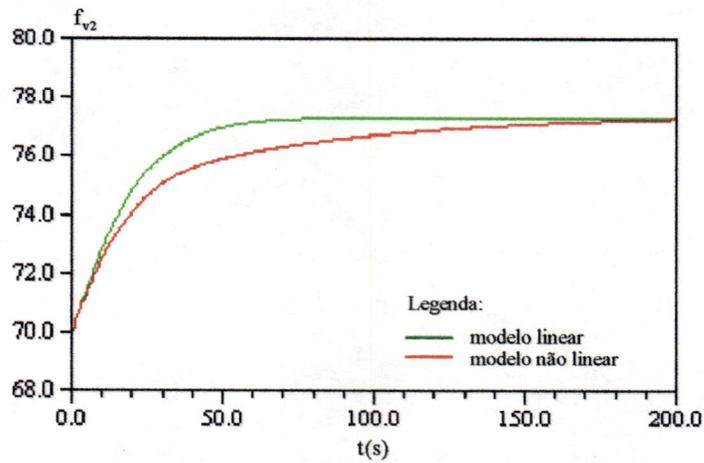


Fig. 5.64 - Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 2 para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$).

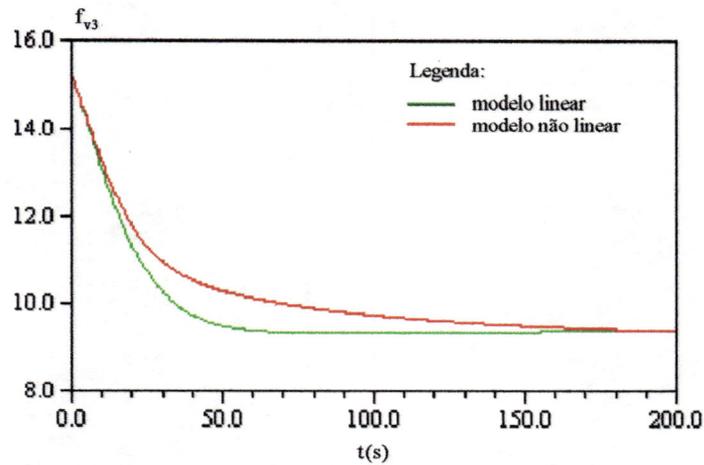


Fig. 5.65 - Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 3 para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$).

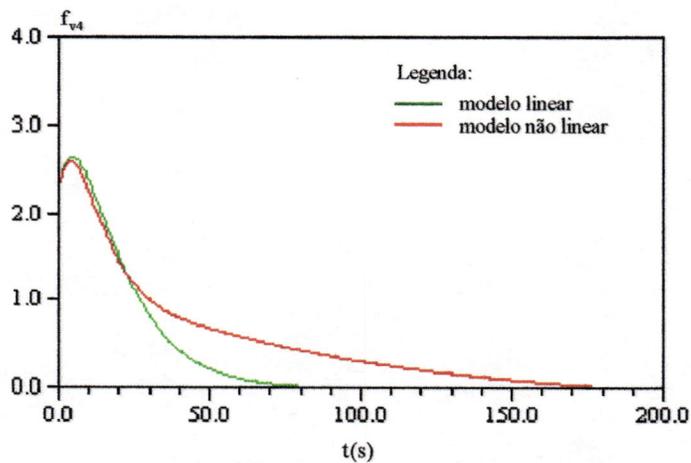


Fig. 5.66 - Coeficiente de atrito da válvula redutora de pressão 4 para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$).

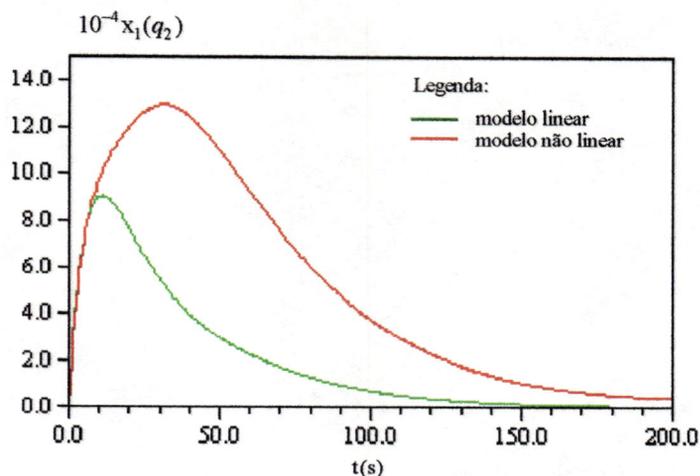


Fig. 5.67 - Desvio da variável de estado $x_1(q_2)$ para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$).

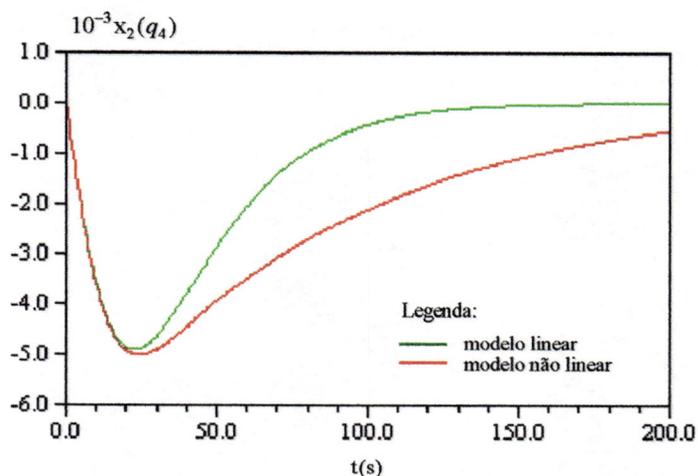


Fig. 5.68 - Desvio da variável de estado $x_2(q_4)$ para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$).

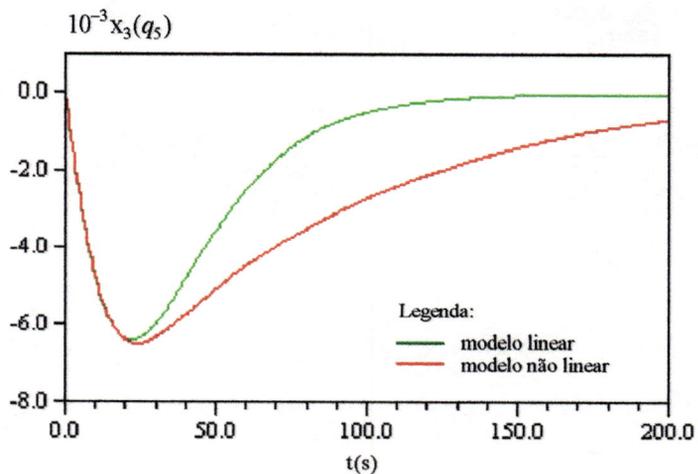


Fig. 5.69 - Desvio da variável de estado $x_3(q_5)$ para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$).

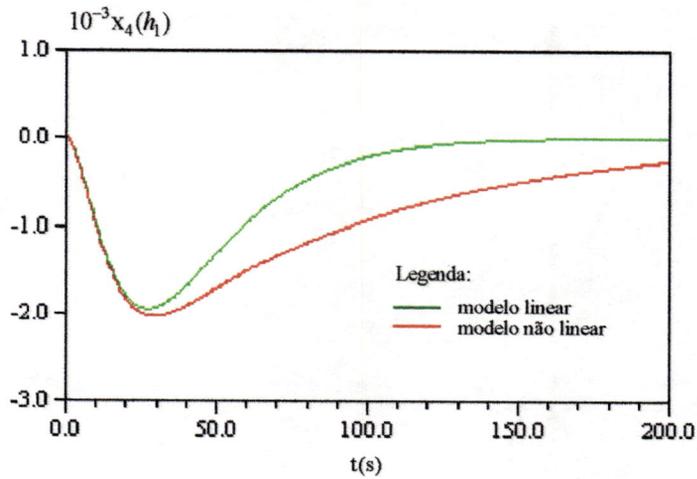


Fig. 5.70 - Desvio da variável de estado $x_4(h_1)$ para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$).

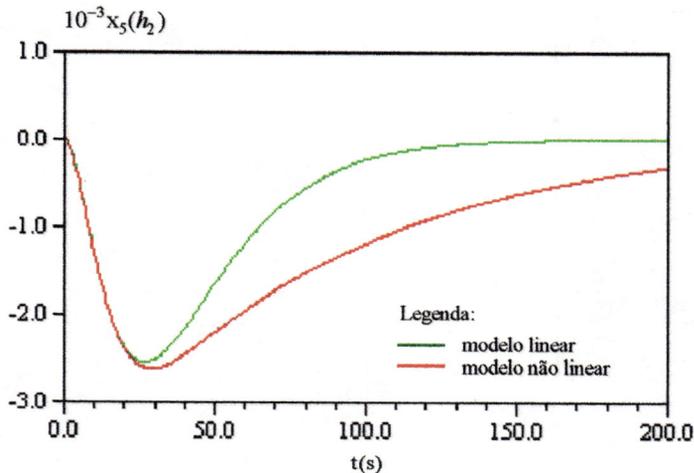


Fig. 5.71 - Desvio da variável de estado $x_5(h_2)$ para a simulação do sistema realimentado linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ ($c = 0.95$ e $r = 0.03$).

Obviamente há alguma diferença entre o modelo linear e o modelo não linear. No entanto, esta diferença foi insignificante entre os dois modelos. Ambos os modelos (linear e não linear) mantêm as variáveis de estado nas condições desejadas de equilíbrio. Como o objetivo é o de manter os valores das variáveis de estado tão próximo quanto possível aos valores desejados de equilíbrio, o desempenho da equação do controlador foi assumido ser aceitável. Deve se enfatizar que quanto maiores forem as magnitudes dos distúrbios externos, há uma tendência de haver uma maior divergência dos resultados obtidos dos modelos linear e não linear, devido ao processo de linearização ser em torno do ponto médio de equilíbrio nominal.

- Aplicação do Regulador Quadrático Linear ao Caso de Distúrbios Externos Com Estimador

O desempenho do modelo com o estimador representado pela matriz ganho L (eq. 5.23) é agora avaliado. Novamente, o desvio da variável não medida $x_2(q_4)$ no início do período de simulação foi assumido ser igual a $0.012 \text{ m}^3/\text{s}$, e as demais variáveis de estado, possuem desvios iniciais nulos.

As leis de controle previstas no grau de abertura das válvulas e nos desvios das variáveis de estado foram suavemente divergentes, mas se aproximaram aos valores constantes no final da simulação (figs. 5.72 a 5.80).

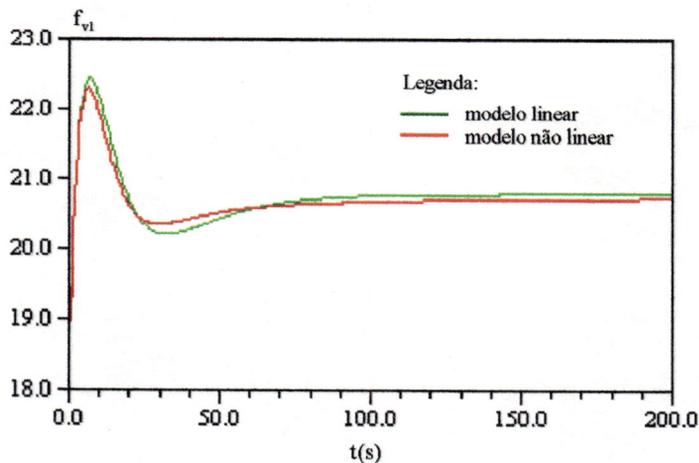


Fig. 5.72 - Coeficiente de atrito da válvula 1 para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

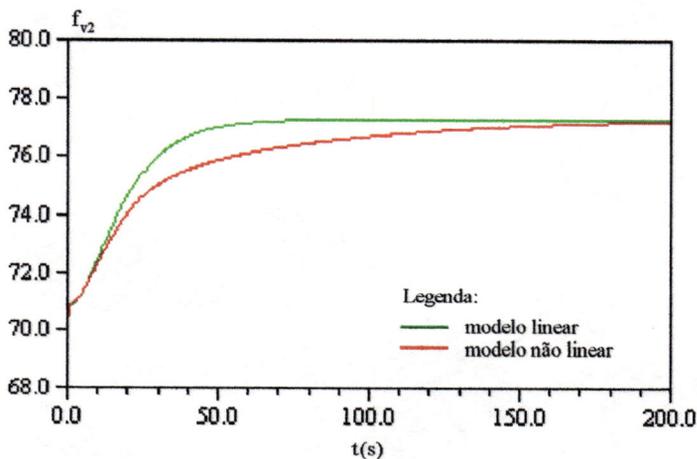


Fig. 5.73 - Coeficiente de atrito da válvula 2 para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

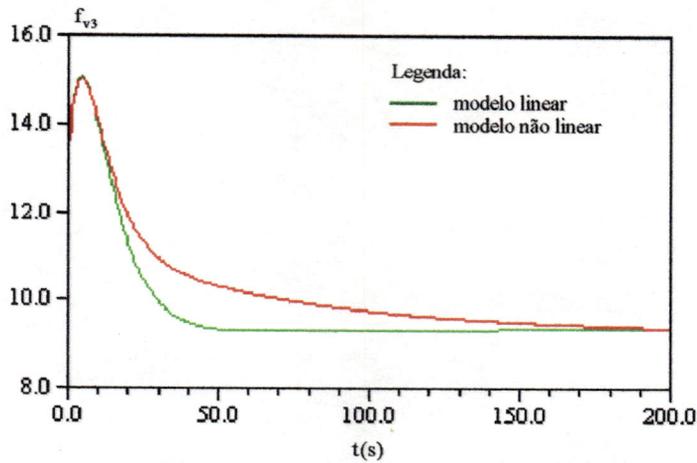


Fig. 5.74 - Coeficiente de atrito da válvula 3 para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

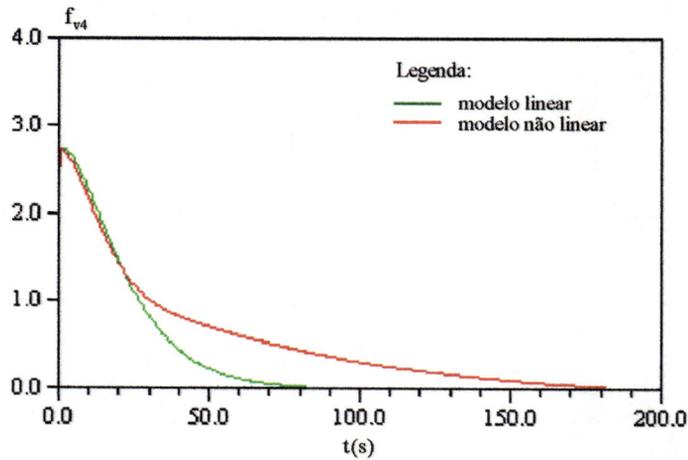


Fig. 5.75 - Coeficiente de atrito da válvula 4 para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

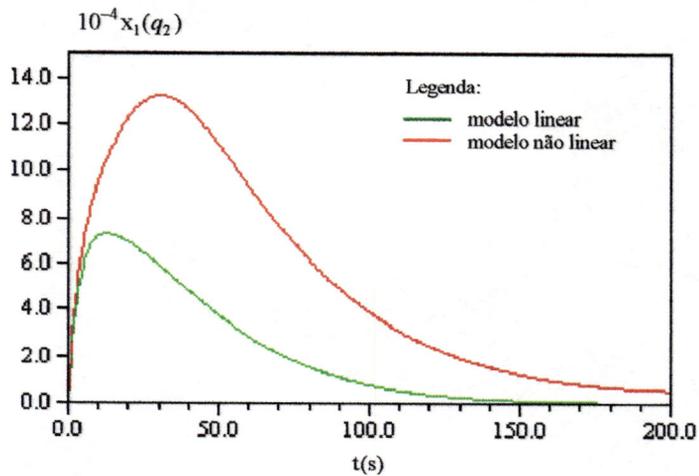


Fig. 5.76 - Desvio da variável de estado $x_1(q_2)$ para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

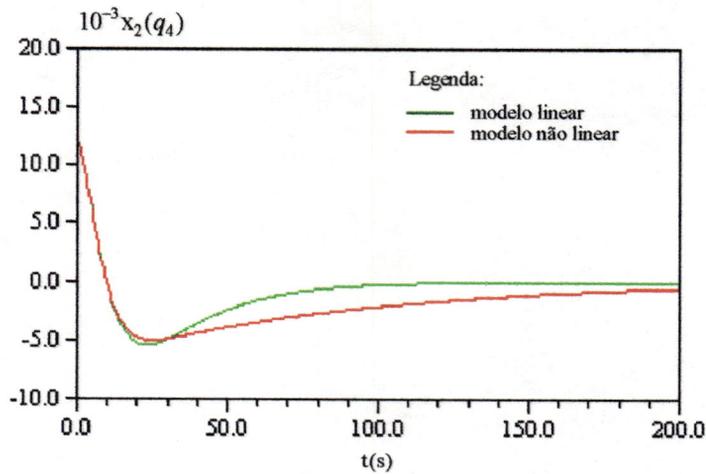


Fig. 5.77 - Desvio da variável de estado $x_2(q_4)$ para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

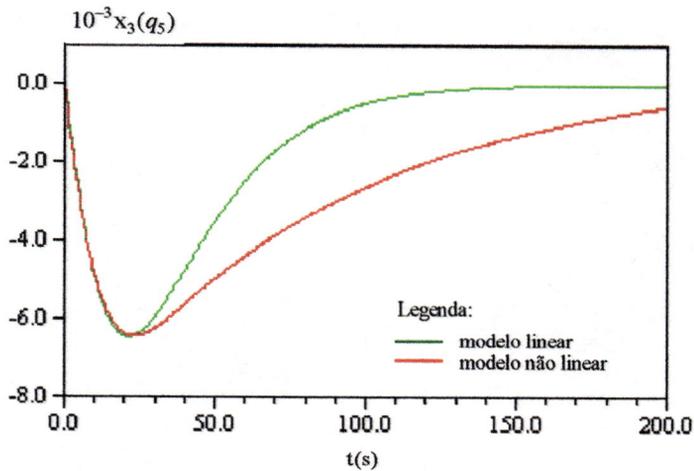


Fig. 5.78 - Desvio da variável de estado $x_3(q_5)$ para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

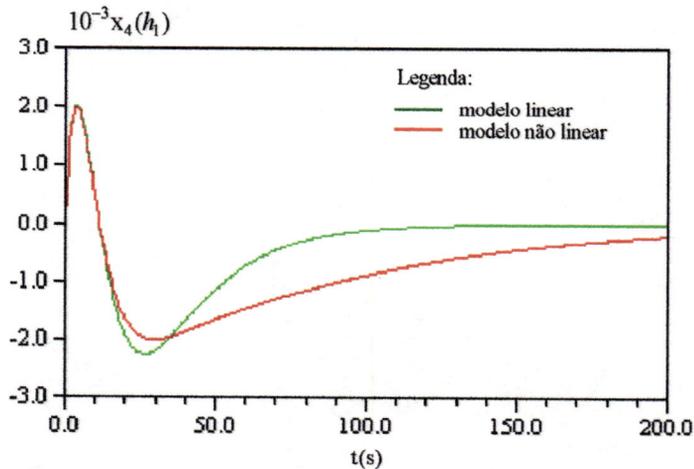


Fig. 5.79 - Desvio da variável de estado $x_4(h_1)$ para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

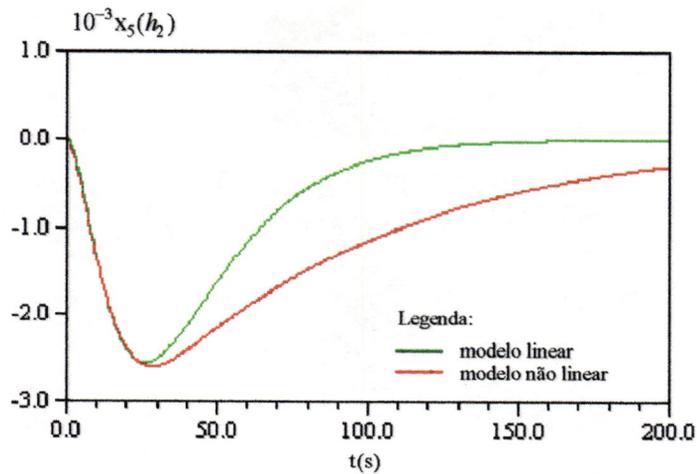


Fig. 5.80 - Desvio da variável de estado $x_5 (h_2)$ para a simulação do sistema linear e não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

Finalmente, foi analisado o comportamento do modelo não linear com e sem estimador. As leis de controle resultantes das válvulas redutoras de pressão bem como os desvios das variáveis de estado estão apresentadas nas figuras (5.81) a (5.89). Observa-se que há alguma diferença entre o modelo não linear com e sem estimador apenas nos primeiros instantes da simulação (aproximadamente nos primeiros 25 segundos). No entanto, esta diferença pode ser considerada insignificante entre os dois modelos.

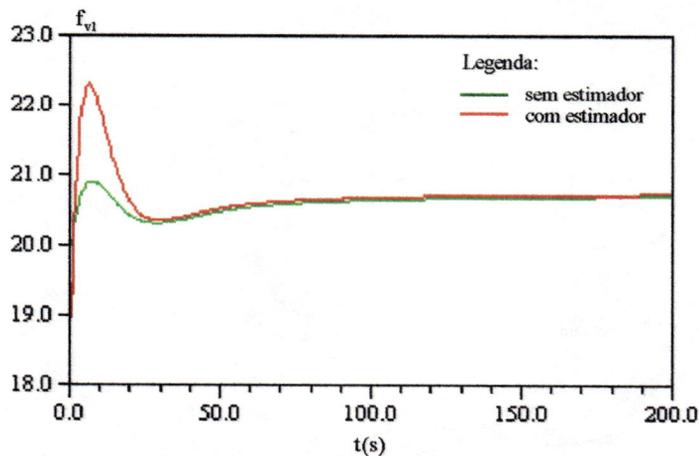


Fig. 5.81 - Coeficiente de atrito da válvula 1 para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

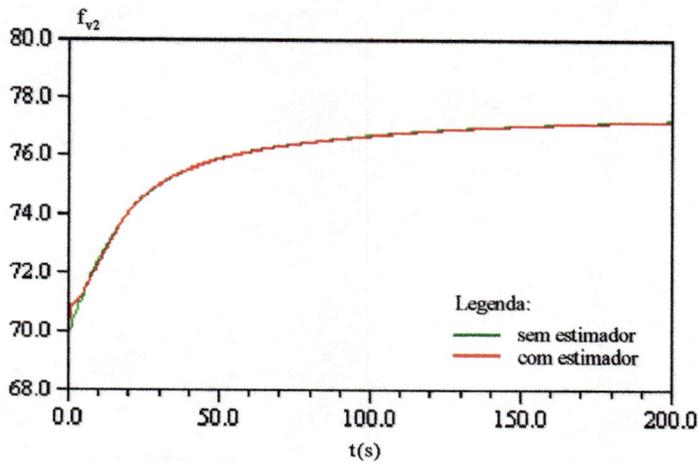


Fig. 5.82 - Coeficiente de atrito da válvula 2 para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

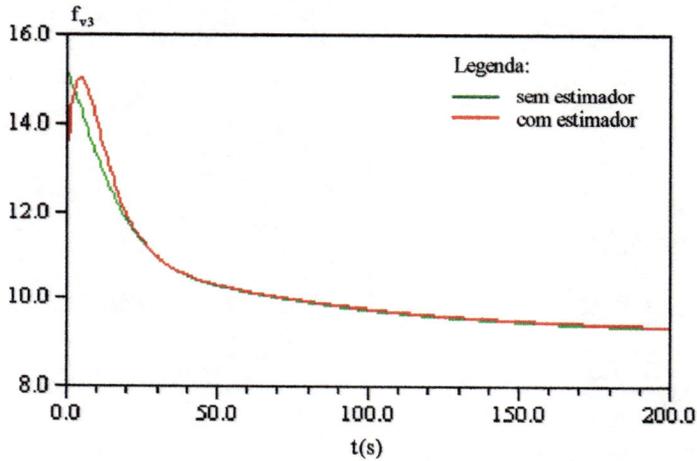


Fig. 5.83 - Coeficiente de atrito da válvula 3 para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

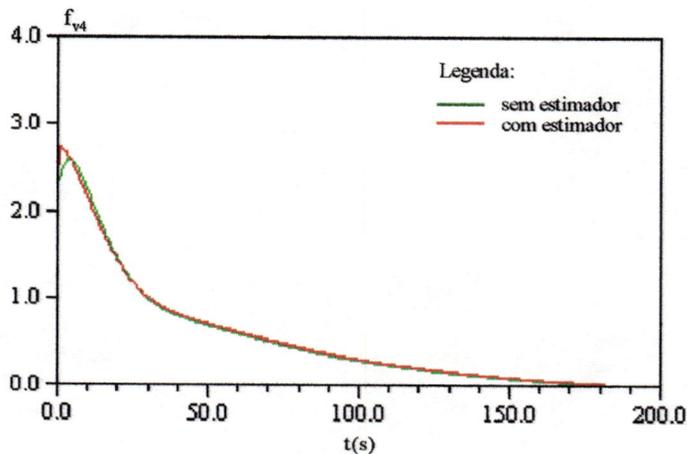


Fig. 5.84 - Coeficiente de atrito da válvula 4 para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

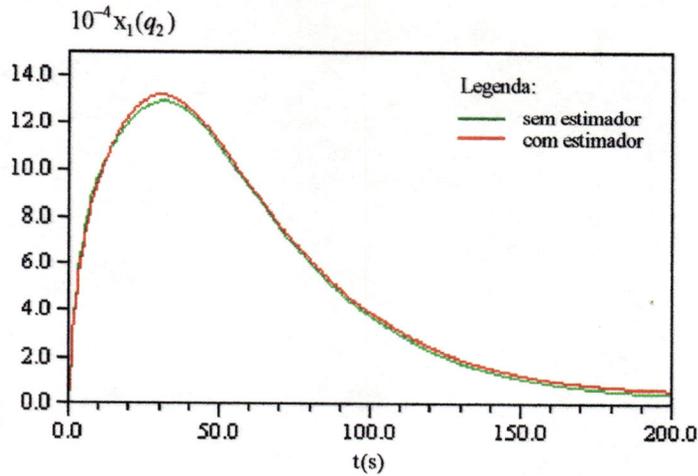


Fig. 5.85 - Desvio da variável de estado $x_1(q_2)$ para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

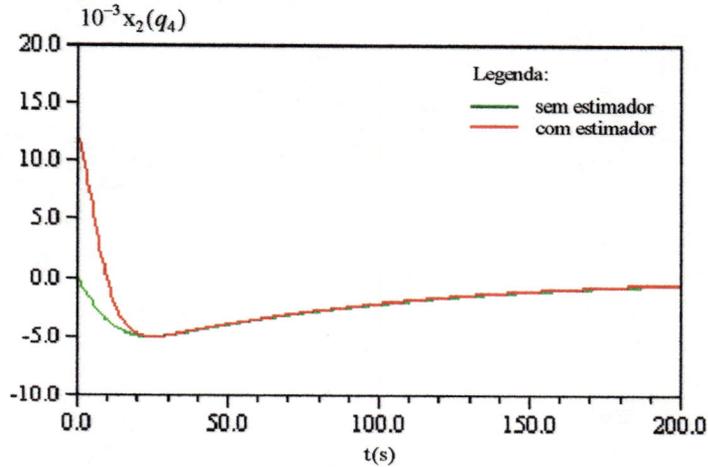


Fig. 5.86 - Desvio da variável de estado $x_2(q_4)$ para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

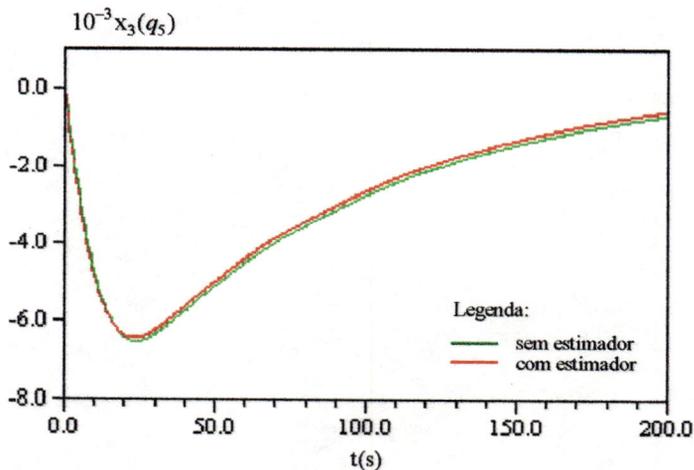


Fig. 5.87 - Desvio da variável de estado $x_3(q_5)$ para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

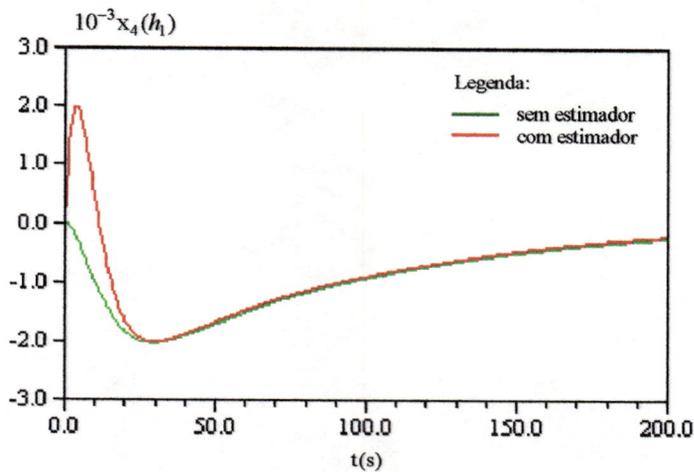


Fig. 5.88 - Desvio da variável de estado $x_4(h_1)$ para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

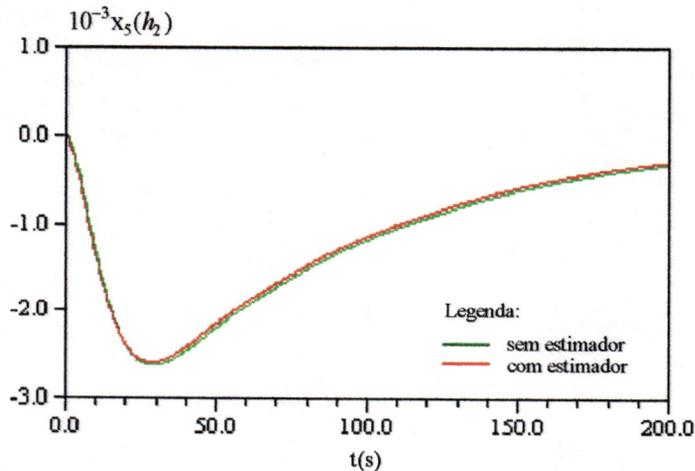


Fig. 5.89 - Desvio da variável de estado $x_5(h_2)$ para a simulação do sistema não linear com distúrbios externos de $w = 0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $c = 0.95$ e $c = 0.90$ ($r = 0.03$) respectivamente.

Observa-se das figuras (5.81) a (5.84) que as leis de controle tendem para um valor constante, indicando que a abertura das válvulas redutoras de pressão atingiram uma nova condição de equilíbrio adaptando-se às novas condições de fluxo com os distúrbios externos. Com exceção do controle da primeira válvula que resultou em uma divergência inicial maior, os demais controles são praticamente iguais com e sem estimador. Ambos os modelos não lineares (com e sem estimador) mantêm as variáveis de estado nas condições desejadas de equilíbrio (figs. 5.85 a 5.89). Nota-se que mesmo para a variável estimada $x_2(q_4)$, com desvio inicial igual a $0.012 \text{ m}^3 / \text{s}$, a diferença do estado sem estimador e com estimador inexiste após um pequeno intervalo de tempo inicial (fig. 5.86). Destes resultados do modelo não linear, nota-se claramente que o algoritmo combinado controlador-estimador resultante do modelo linear pode ser implementado também em um modelo não linear, desde que as suposições feitas durante a linearização sejam satisfeitas.

5.5 - Modelo da Coluna Elástica - Método das Características

Nesta seção, são apresentadas e discutidas aplicações do regulador quadrático linear e resultados das simulações de diversos sistemas hidráulicos simples e da rede exemplo, usando o modelo da coluna elástica combinado com o método das características apresentado na seção 4.4. Simulações de controle linear discreto no tempo, com e sem estimador, e com distúrbios externos foram realizadas.

5.5.1 - Sistemas Hidráulicos Simples

- Sistema Hidráulico 1

Para verificar o efeito numérico do uso do método das características combinado com a teoria do regulador quadrático linear no comportamento oscilatório do transitório, e conseqüentemente para a obtenção da condição permanente, será tomado um sistema hidráulico simples, constituído de um único trecho de canalização, conforme mostrado na figura (5.90).

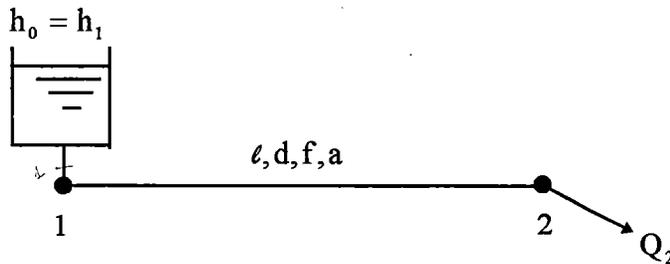


Fig. 5.90 - Sistema hidráulico 1.

No nó 1, a carga é mantida constante e igual a h_0 , e no nó 2, a partir do tempo $t > 0$, a vazão Q_2 controla o fluxo. Inicialmente, o sistema está em equilíbrio hidrostático com carga h_0 e vazão nula. Como exemplo, será considerada uma tubulação com comprimento $l = 1000$ m, diâmetro $d = 0.30$ m, coeficiente de atrito $f = 0.020$ e celeridade $a = 1000$ m/s. Nas condições iniciais, o sistema está em equilíbrio hidrostático, com carga piezométrica igual a $h_0 = 50,0$ m. A partir de um instante inicial, passa-se a ter uma vazão de demanda $Q_2 = 0.10$ m³/s constante.

Primeiramente, utilizando as equações (4.122) e (4.123), tem-se o seguinte equacionamento para a análise do transitório nesse sistema:

$$C^+ : [h_2(k+1) - h_1(k)] + B[q_2(k+1) - q_1(k)] + 2R_2 q_1(k) = 0 \quad (5.24)$$

$$C^- : -[h_1(k+1) - h_2(k)] + B[q_1(k+1) - q_2(k)] + 2R_2 q_2(k) = 0 \quad (5.25)$$

Isolando-se $h_2(k+1)$ da equação (5.24) e $q_1(k+1)$ da equação (5.25):

$$\left\{ \begin{array}{l} C^+: h_2(k+1) = [B - 2R_2]q_1(k) - Bq_2(k+1) \end{array} \right. \quad (5.26)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C^-: q_1(k+1) = -h_2(k) / B + q_2(k)(B - 2R_2) / B \end{array} \right. \quad (5.27)$$

Chamando $u(k) = q_2(k+1)$ e $u'(k+1) = u(k)$, e portanto $u'(k) = q_2(k)$, tem-se a seguinte equação de estado discreta no tempo:

$$\begin{bmatrix} h_2(k+1) \\ q_1(k+1) \\ u'(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & (B-2R_2) & 0 \\ -1/B & 0 & (B-2R_2)/B \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_2(k) \\ q_1(k) \\ u'(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -B \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) \quad (5.28)$$

Utilizando agora as equações (4.124) e (4.125):

$$C^+: [h_2(k+1) - h_1(k)] + B[q_2(k+1) - q_1(k)] + R_2[q_2(k+1) + q_1(k)] = 0 \quad (5.29)$$

$$C^-: [h_1(k+1) - h_2(k)] + B[q_1(k+1) - q_2(k)] + R_2[q_1(k+1) + q_2(k)] = 0 \quad (5.30)$$

Isolando-se $h_2(k+1)$ da equação (5.29) e $q_1(k+1)$ da equação (5.30):

$$C^+: h_2(k+1) = (B - R_2)q_1(k) - (B + R_2)q_2(k+1) \quad (5.31)$$

$$C^-: q_1(k+1) = -h_2(k) / (B + R_2) + q_2(k)(B - R_2) / (B + R_2) \quad (5.32)$$

Portanto:

$$\begin{bmatrix} h_2(k+1) \\ q_1(k+1) \\ u'(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & (B-R_2) & 0 \\ -1/(B+R_2) & 0 & (B-R_2)/(B+R_2) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_2(k) \\ q_1(k) \\ u'(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(B+R_2) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) \quad (5.33)$$

A seguir são apresentados nas figuras (5.91) a (5.98) os resultados com e sem controlador. Os resultados com controlador foram simulados para duas condições de comportamento dinâmico referentes a dois conjuntos de pólos. Note que a presença do controlador aperfeiçoa consideravelmente o comportamento da resposta transiente, e que os resultados da discretização por diferenças finitas na forma explícita (eqs. 4.122 e 4.123) e implícita (eqs. 4.124 e 4.125) são praticamente iguais, podendo ser considerada a diferença entre as duas aproximações desprezível.

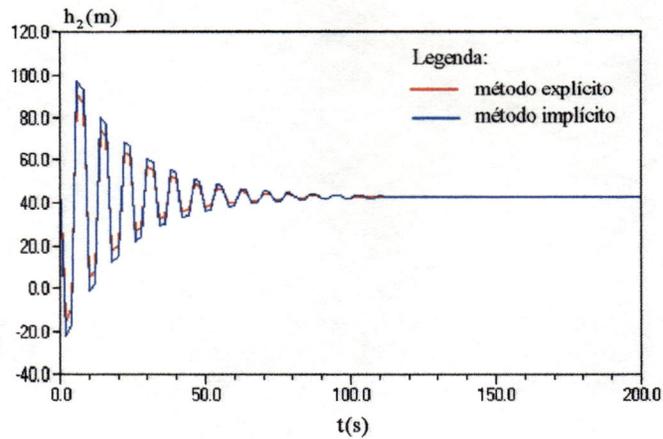


Fig. 5.91 - Energia na seção 2 para a simulação do sistema não realimentado devido a distúrbios externos.

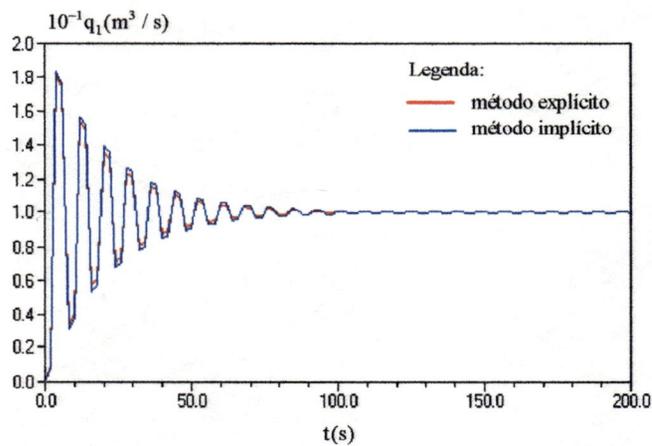


Fig. 5.92 - Vazão na seção 1 para a simulação do sistema não realimentado devido a distúrbios externos.

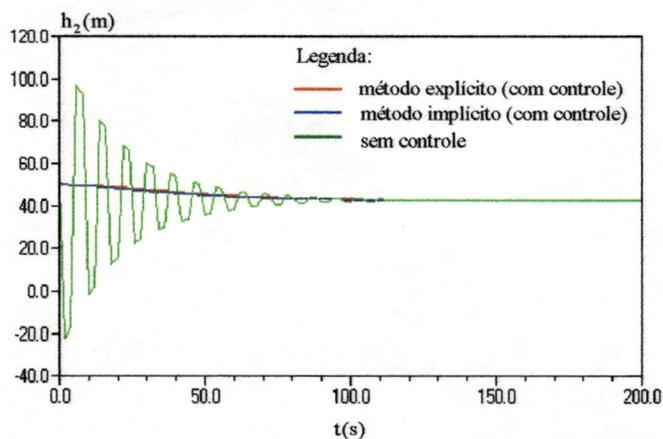


Fig. 5.93 - Energia na seção 2 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).

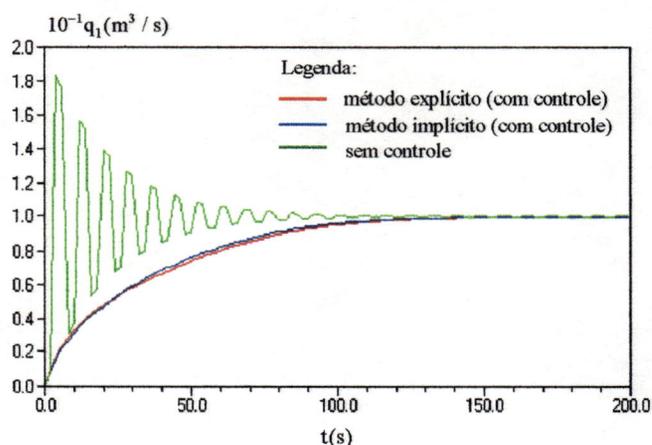


Fig. 5.94 - Vazão na seção 1 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).

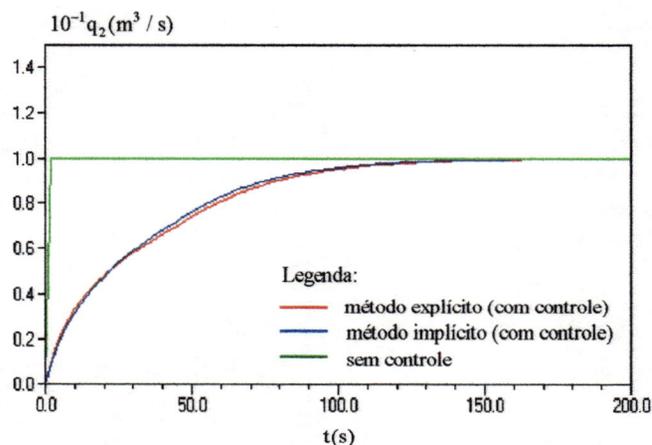


Fig. 5.95 - Controle de vazão na seção 2 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).

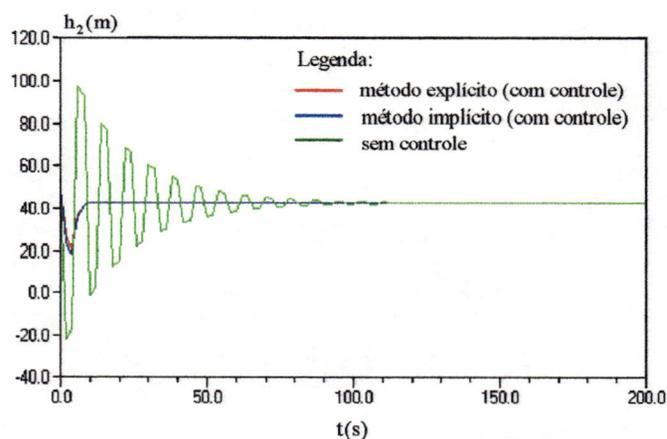


Fig. 5.96 - Energia na seção 2 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.10$ e $r = 0.05$).

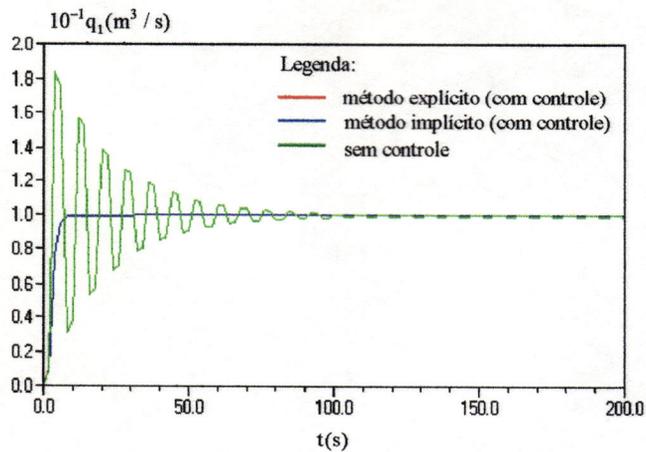


Fig. 5.97 - Vazão na seção 1 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.10$ e $r = 0.05$).

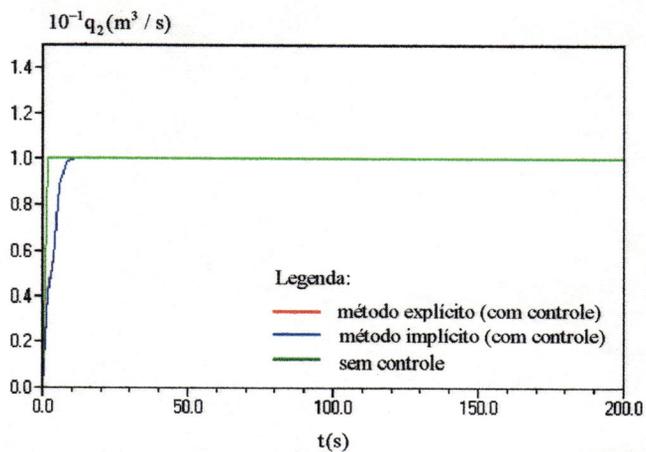


Fig. 5.98 - Controle de vazão na seção 2 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.10$ e $r = 0.05$).

- Sistema Hidráulico II

Para verificar o efeito numérico do uso do método das características combinado com a teoria do regulador quadrático linear no comportamento oscilatório do transitório em sistemas de distribuição de água, será tomada uma rede simples constituída de três trechos de canalização, dois nós de consumo e um reservatório de nível constante, conforme mostrado na figura (5.99).

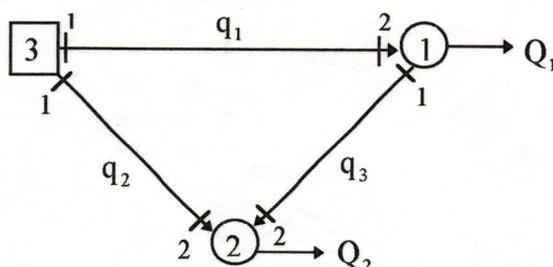


Fig. 5.99 - Sistema hidráulico 2.

Para facilitar a análise, será admitido que os trechos tem as mesmas características geométricas e hidráulicas, ou seja, mesmo comprimento ℓ , diâmetro d , coeficiente de atrito f e celeridade a . Foram considerados os seguintes dados para a rede: $\ell = 1000$ m; $d = 0.30$ m; $f = 0.020$ e $a = 1000$ m/s.

Novamente, será suposta uma condição inicial hidrostática, ou seja, que as cargas nos três nós sejam inicialmente iguais a $h_0 = 50,0$ m, e as vazões internas e externas iguais a zero. A partir de um instante inicial, passa-se a ter vazões de demanda $Q_1 = 0.15$ m³/s e $Q_2 = 0.10$ m³/s ($Q_1 > 0$ e $Q_2 > 0$) constantes. Para esta condição permanente de demanda, $q_1 = 0.126$ m³/s; $q_2 = 0.124$ m³/s; $q_3 = -0.024$ m³/s; $h_1 = 39.169$ m e $h_2 = 39.556$ m.

Para essa rede simples, o equacionamento do transitório para um trecho genérico i (fig.5.100) é dado por:

$$C^+ : [h_{12}(k+1) - h_{11}(k)] + B[q_{12}(k+1) - q_{11}(k)] + 2R_{21}q_{11}(k) = 0 \quad (5.34)$$

$$C^- : -[h_{11}(k+1) - h_{12}(k)] + B[q_{11}(k+1) - q_{12}(k)] + 2R_{21}q_{12}(k) = 0 \quad (5.35)$$

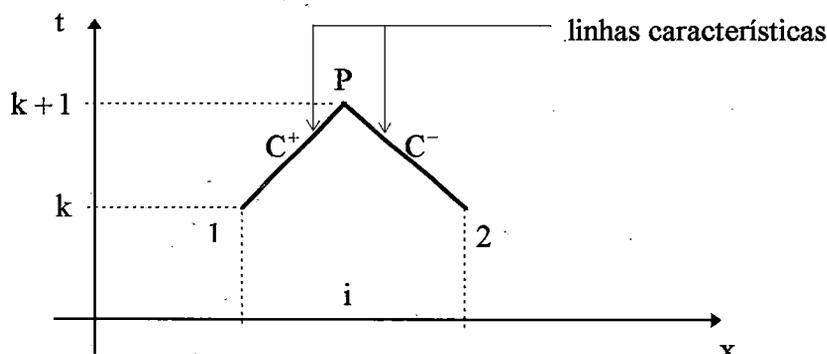


Fig. 5.100 - Linhas características no plano x-k.

As equações características dos três trechos da rede são obtidos das equações (5.34) e (5.35):

- Trecho 1 ($i = 1$)

$$C^+ : [h_{12}(k+1) - h_{11}(k)] + B[q_{12}(k+1) - q_{11}(k)] + 2R_{21}q_{11}(k) = 0 \quad (5.36)$$

$$C^- : -[h_{11}(k+1) - h_{12}(k)] + B[q_{11}(k+1) - q_{12}(k)] + 2R_{21}q_{12}(k) = 0 \quad (5.37)$$

- Trecho 2 ($i = 2$)

$$C^+ : [h_{22}(k+1) - h_{21}(k)] + B[q_{22}(k+1) - q_{21}(k)] + 2R_{22}q_{21}(k) = 0 \quad (5.38)$$

$$C^- : -[h_{21}(k+1) - h_{22}(k)] + B[q_{21}(k+1) - q_{22}(k)] + 2R_{22}q_{22}(k) = 0 \quad (5.39)$$

- Trecho 3 ($i = 3$)

$$C^+ : [h_{32}(k+1) - h_{31}(k)] + B[q_{32}(k+1) - q_{31}(k)] + 2R_{23}q_{31}(k) = 0 \quad (5.40)$$

$$C^- : -[h_{31}(k+1) - h_{32}(k)] + B[q_{31}(k+1) - q_{32}(k)] + 2R_{23}q_{32}(k) = 0 \quad (5.41)$$

Da rede exemplo (fig. 5.99) tem-se as seguintes condições de contorno:

$$h_{11} = h_{21} = 0 \quad (5.42)$$

$$h_{12} = h_{31} \quad (5.43)$$

$$h_{22} = h_{32} \quad (5.44)$$

$$q_{12} = Q_1 + q_{31} \quad (5.45)$$

$$q_{22} = Q_2 - q_{32} \quad (5.46)$$

Substituindo as condições de contorno (equações 5.42 a 5.46) nas equações características (equações 5.36 a 5.41) tem-se o seguinte conjunto de equações:

$$h_{31}(k+1) + B[Q_1 + q_{31}(k+1) - q_{11}(k)] + 2R_{21}q_{11}(k) = 0 \quad (5.47)$$

$$h_{31}(k) + B[q_{11}(k+1) - Q_1 - q_{31}(k)] + 2R_{21}[Q_1 + q_{31}(k)] = 0 \quad (5.48)$$

$$h_{32}(k+1) + B[Q_2 - q_{32}(k+1) - q_{21}(k)] + 2R_{22}q_{21}(k) = 0 \quad (5.49)$$

$$h_{32}(k) + B[q_{21}(k+1) - Q_2 + q_{32}(k)] + 2R_{22}[Q_2 - q_{32}(k)] = 0 \quad (5.50)$$

$$h_{32}(k+1) - h_{31}(k) + B[q_{32}(k+1) - q_{31}(k)] + 2R_{23}q_{31}(k) = 0 \quad (5.51)$$

$$-h_{31}(k+1) + h_{32}(k) + B[q_{31}(k+1) - q_{32}(k)] + 2R_{23}q_{32}(k) = 0 \quad (5.52)$$

Das equações (5.47) e (5.52) obtemos:

$$h_{31}(k+1) = \frac{h_{32}(k)}{2} - q_{32}(k) \frac{[B - 2R_{23}]}{2} + q_{11}(k) \frac{[B - 2R_{21}]}{2} - \frac{B}{2} Q_1 \quad (5.53)$$

$$q_{31}(k+1) = -\frac{h_{32}(k)}{2B} + q_{32}(k) \frac{[B - 2R_{23}]}{2B} + q_{11}(k) \frac{[B - 2R_{21}]}{2B} - \frac{Q_1}{2} \quad (5.54)$$

Da equação (5.48):

$$q_{11}(k+1) = -\frac{h_{31}(k)}{B} + q_{31}(k) \frac{[B - 2R_{21}]}{B} + \frac{[B - 2R_{21}]}{B} Q_1 \quad (5.55)$$

Das equações (5.49) e (5.51) obtemos:

$$h_{32}(k+1) = \frac{h_{31}(k)}{2} + q_{31}(k) \frac{[B-2R_{23}]}{2} + q_{21}(k) \frac{[B-2R_{22}]}{2} - \frac{B}{2} Q_2 \quad (5.56)$$

$$q_{32}(k+1) = \frac{h_{31}(k)}{2B} - q_{21}(k) \frac{[B-2R_{22}]}{2B} + q_{31}(k) \frac{[B-2R_{23}]}{2B} - \frac{Q_2}{2} \quad (5.57)$$

E finalmente da equação (5.50):

$$q_{21}(k+1) = -\frac{h_{32}(k)}{B} - q_{32}(k) \frac{[B-2R_{22}]}{B} + \frac{[B-2R_{23}]}{B} Q_2 \quad (5.58)$$

As equações (5.53) a (5.58) constituem as equações de estado, com seis variáveis de estado: $h_{31}, q_{31}, q_{11}, h_{32}, q_{32}$ e q_{21} . As variáveis $h_{11}, h_{21}, h_{12}, h_{22}, q_{12}$ e q_{22} são obtidas diretamente através das equações de contorno (5.42) a (5.46) respectivamente. Na forma matricial, o sistema é representado por:

$$\begin{bmatrix} h_{31}(k+1) \\ q_{31}(k+1) \\ q_{11}(k+1) \\ h_{32}(k+1) \\ q_{32}(k+1) \\ q_{21}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & (B-2R_{21})/2 & 1/2 & -(B-2R_{23})/2 & 0 \\ 0 & 0 & (B-2R_{21})/(2B) & -1/(2B) & (B-2R_{23})/(2B) & 0 \\ -1/B & (B-2R_{21})/B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & (B-2R_{23})/2 & 0 & 0 & 0 & (B-2R_{22})/2 \\ 1/(2B) & (B-2R_{23})/(2B) & 0 & 0 & 0 & -(B-2R_{22})/(2B) \\ 0 & 0 & 0 & -1/B & -(B-2R_{22})/B & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{31}(k) \\ q_{31}(k) \\ q_{11}(k) \\ h_{32}(k) \\ q_{32}(k) \\ q_{21}(k) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -B/2 & 0 \\ -1/2 & 0 \\ (B-2R_{21})/B & 0 \\ 0 & -B/2 \\ 0 & 1/2 \\ 0 & (B-2R_{22})/B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \quad (5.59)$$

Note que na equação do sistema (5.59), as vazões de demanda Q_1 e Q_2 representam os controles do sistema em consideração. Embora esta situação não represente um problema prático, ela permite verificar o aperfeiçoamento considerável no comportamento da resposta transiente quando estas vazões são controladas de maneira ótima pelo regulador quadrático linear. A seguir são apresentados nas figuras (5.101) a (5.116) os resultados com e sem controle das vazões de demanda. Os resultados foram simulados para duas condições de comportamento dinâmico referentes a dois conjuntos de pólos respectivamente.

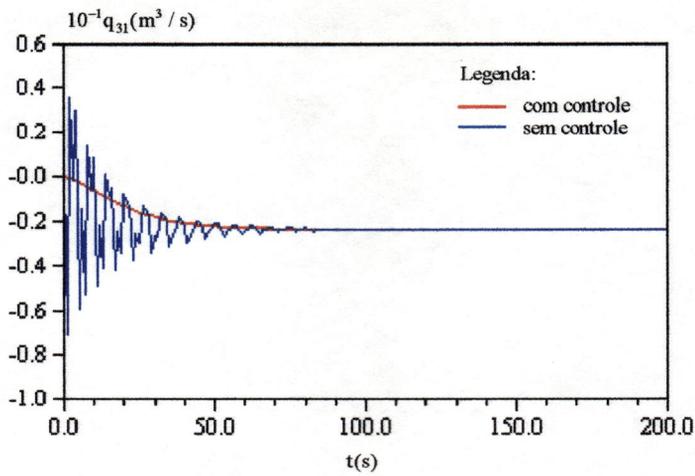


Fig. 5.101 - Vazão na seção 31 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).

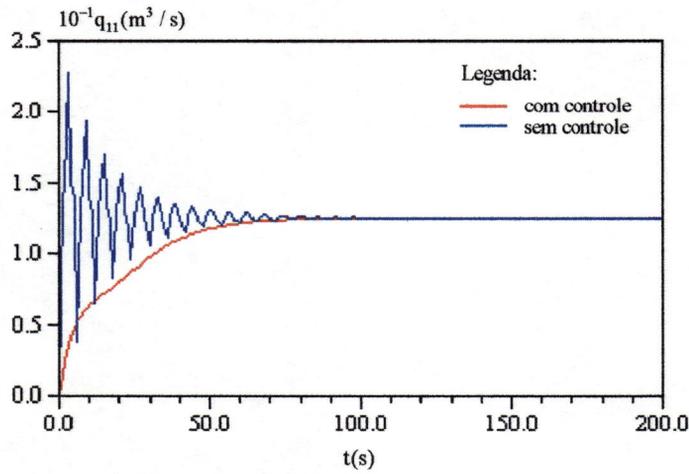


Fig. 5.102 - Vazão na seção 11 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).

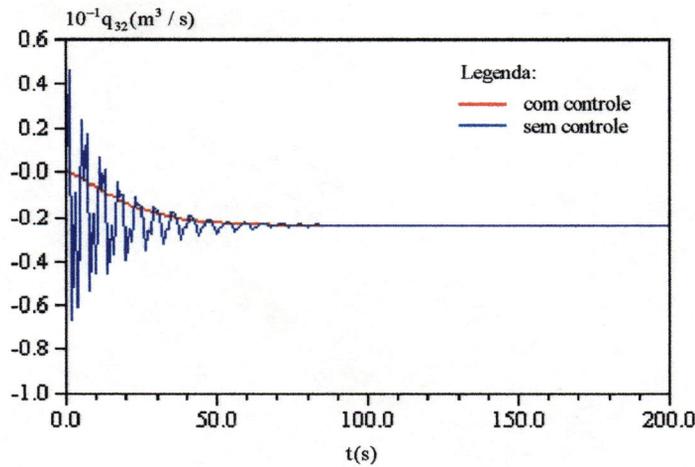


Fig. 5.103 - Vazão na seção 32 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).

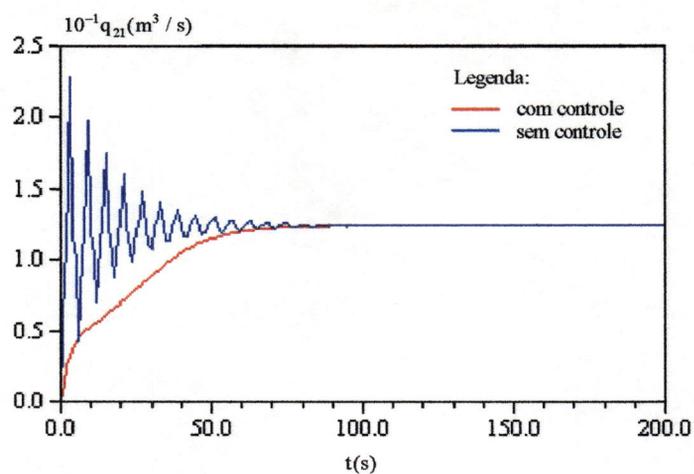


Fig. 5.104 - Vazão na seção 21 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).

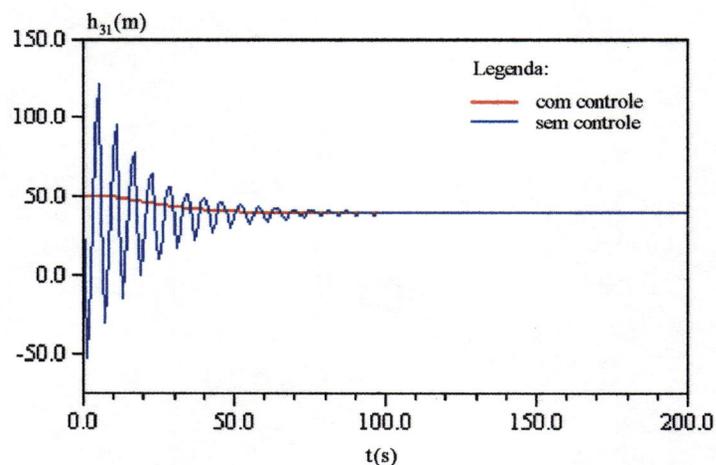


Fig. 5.105 - Energia na seção 31 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).

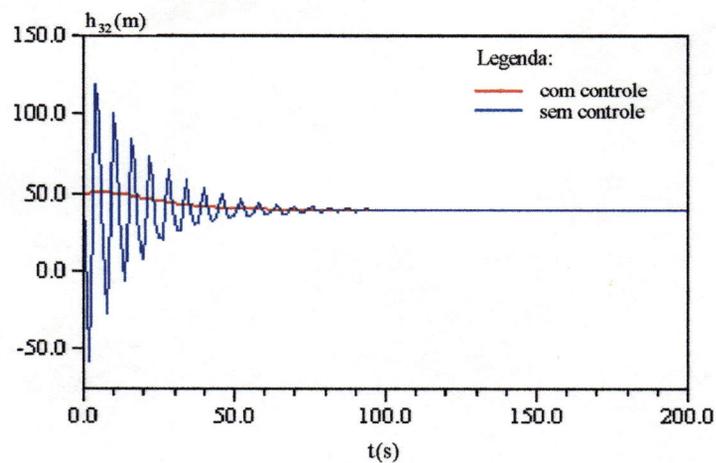


Fig. 5.106 - Energia na seção 32 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).

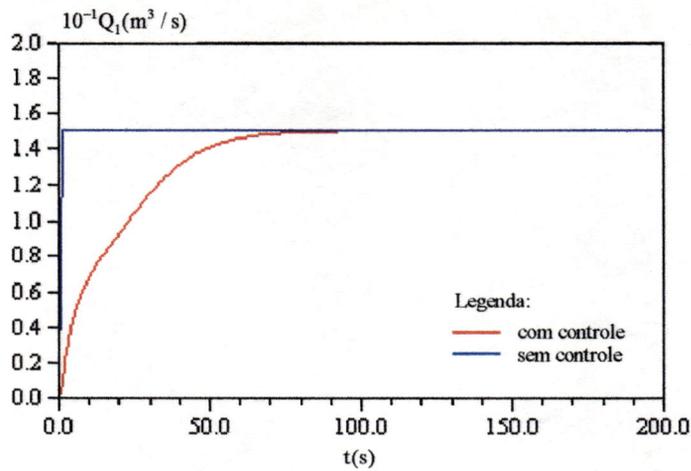


Fig. 5.107 - Controle no nó 1 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).

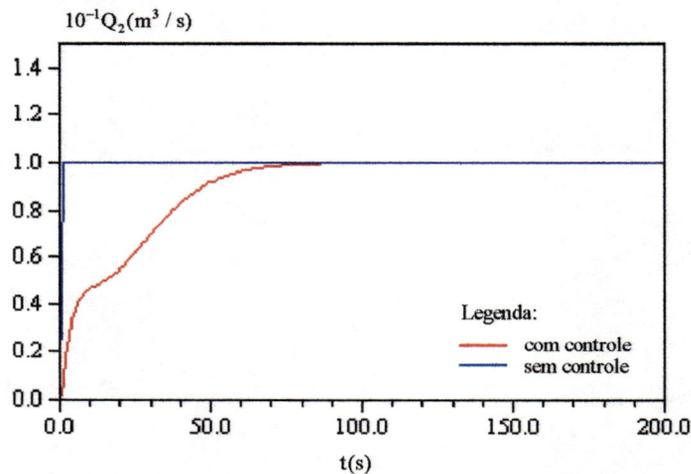


Fig. 5.108 - Controle no nó 2 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.90$ e $r = 0.05$).

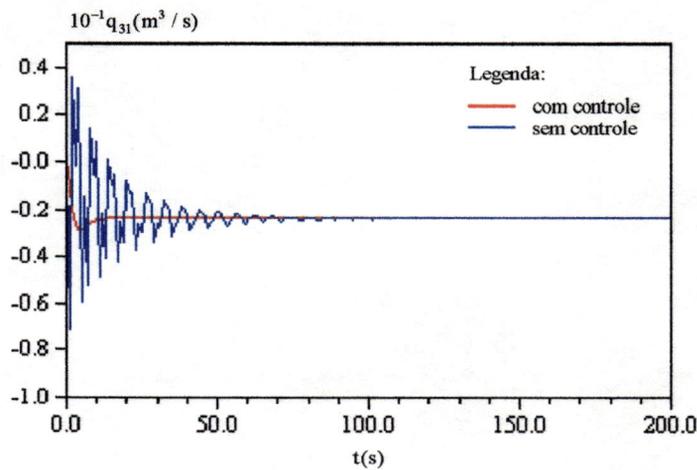


Fig. 5.109 - Vazão na seção 31 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.50$ e $r = 0.05$).

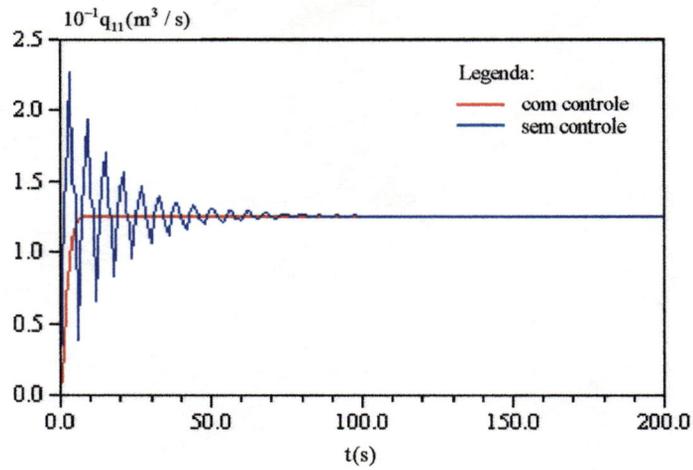


Fig. 5.110 - Vazão na seção 11 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.50$ e $r = 0.05$).

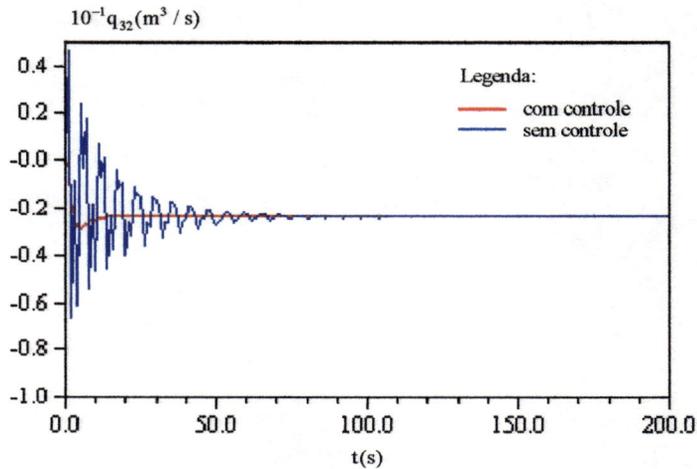


Fig. 5.111 - Vazão na seção 32 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.50$ e $r = 0.05$).

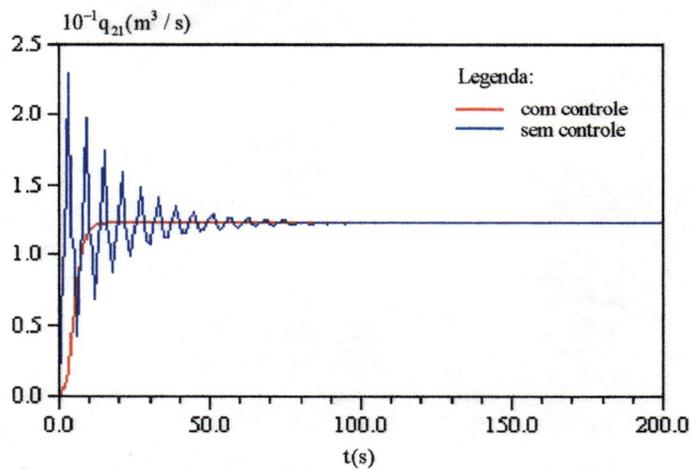


Fig. 5.112 - Vazão na seção 21 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.50$ e $r = 0.05$).

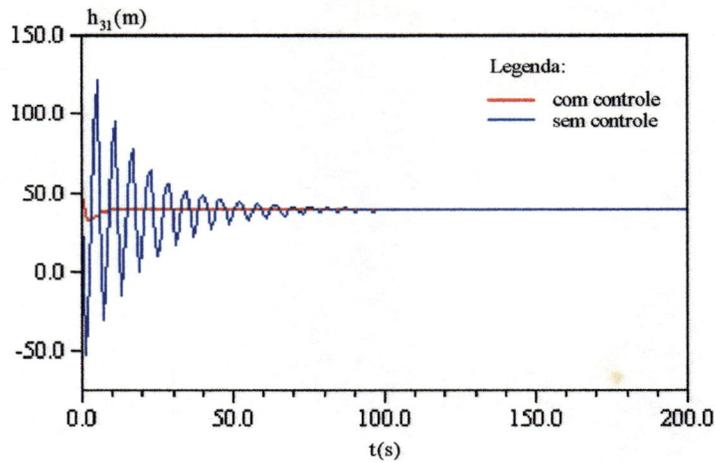


Fig. 5.113 - Energia na seção 31 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.50$ e $r = 0.05$).

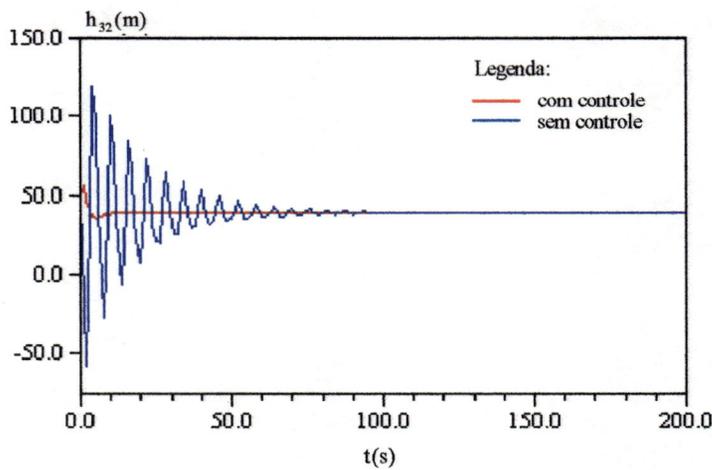


Fig. 5.114 - Energia na seção 32 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.50$ e $r = 0.05$).

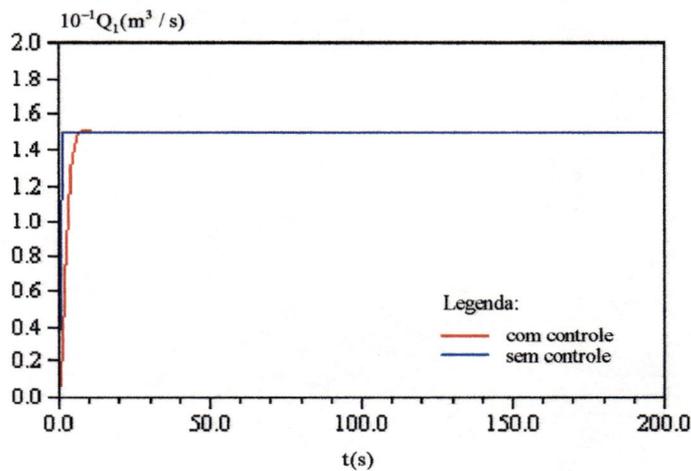


Fig. 5.115 - Controle no nó 1 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.50$ e $r = 0.05$).

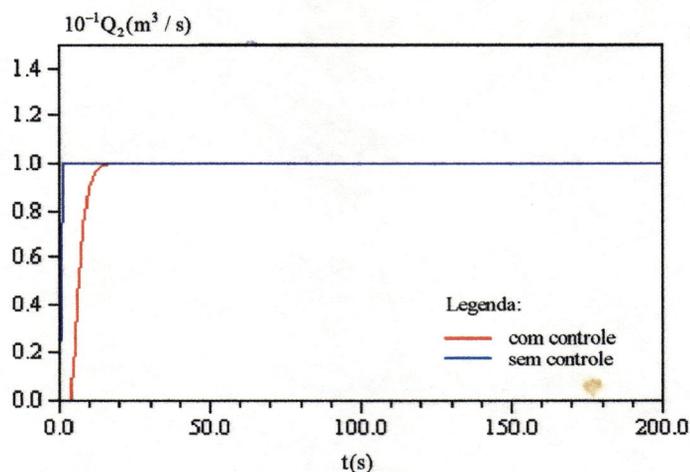


Fig. 5.116 - Controle no nó 2 para a simulação do sistema realimentado devido a distúrbios externos ($c = 0.50$ e $r = 0.05$).

- Sistema Hidráulico III

Neste exemplo (fig. 5.117), é considerado um sistema hidráulico simples, constituído de uma canalização, dois reservatórios de nível constante e uma válvula redutora de pressão no centro. O objetivo deste exemplo é incorporar na análise de controle, a válvula redutora de pressão.

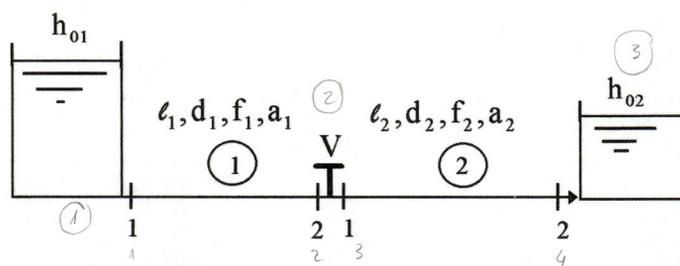


Fig. 5.117 - Sistema hidráulico 3.

Os dois reservatórios possuem carga constante e igual a $h_{01} = 100\text{m}$ e $h_{02} = 50\text{m}$. Inicialmente, o sistema está em equilíbrio, com carga igual a 90m e 60m nas seções adjacentes à válvula ($h_{12} = 90\text{m}$ e $h_{21} = 60\text{m}$) e vazão igual a $0.1714\text{ m}^3/\text{s}$, ou seja, a válvula provoca uma perda de carga igual a 30m , o que equivale a um coeficiente de atrito $f_v = 100$. As vazões externas são nulas, o que significa que o fluxo de água ocorre apenas do reservatório 1 para o reservatório 2. Assume-se que os dois trechos tem as mesmas características geométricas e hidráulicas, ou seja, $l_1 = l_2 = 500\text{m}$, $d_1 = d_2 = 0.30\text{m}$, $f_1 = f_2 = 0.020$ e $a_1 = a_2 = 1000\text{ m}^2/\text{s}$.

Tem-se então o seguinte equacionamento para a análise do transitório neste sistema:

- Na Válvula

Equações características:

$$C^+ : [h_{12}(k+1) - h_{11}(k)] + B_1[q_{12}(k+1) - q_{11}(k)] + 2R_{21}q_{11}(k) = 0 \quad (5.60)$$

$$C^- : -[h_{21}(k+1) - h_{22}(k)] + B_2[q_{21}(k+1) - q_{22}(k)] + 2R_{22}q_{22}(k) = 0 \quad (5.61)$$

Contorno:

$$q_{12} = q_{21} \quad (5.62)$$

$$h_{12}(k+1) - h_{21}(k+1) - S_{12}q_{12}(k+1) - T_{12}u(k) = 0 \quad (5.63)$$

onde: $S_{12} = \frac{f_{v0}q_{120}}{ga_t^2} \quad (5.64)$

$$T_{12} = \frac{q_{120}^2}{2ga_t^2} \quad (5.65)$$

- No Reservatório 1

Equação característica:

$$C^- : -[h_{11}(k+1) - h_{12}(k)] + B_1[q_{11}(k+1) - q_{12}(k)] + 2R_{21}q_{12}(k) = 0 \quad (5.66)$$

Contorno:

$$h_{11}(k) = h_{11}(k+1) = h_{01} - h_{01} = 0 \quad (5.67)$$

- No Reservatório 2

Equação característica:

$$C^+ : [h_{22}(k+1) - h_{21}(k)] + B_2[q_{22}(k+1) - q_{21}(k)] + 2R_{22}q_{21}(k) = 0 \quad (5.68)$$

Contorno:

$$h_{22}(k) = h_{22}(k+1) = h_{02} - h_{02} = 0 \quad (5.69)$$

- Equações de Estado

Utilizando as equações (5.62), (5.67) e (5.69), as equações de estado são formadas pelas equações (5.60), (5.61), (5.63), (5.66) e (5.68) respectivamente:

$$h_{12}(k+1) + Bq_{12}(k+1) - Bq_{11}(k) + 2R_{21}q_{11}(k) = 0 \quad (5.70)$$

$$-h_{21}(k+1) + Bq_{12}(k+1) - Bq_{22}(k) + 2R_{22}q_{22}(k) = 0 \quad (5.71)$$

$$h_{12}(k+1) - h_{21}(k+1) - S_{12}q_{12}(k+1) - T_{12}u(k) = 0 \quad (5.72)$$

$$h_{12}(k) + Bq_{11}(k+1) - Bq_{12}(k) + 2R_{21}q_{12}(k) = 0 \quad (5.73)$$

$$-h_{21}(k) + Bq_{22}(k+1) - Bq_{12}(k) + 2R_{22}q_{12}(k) = 0 \quad (5.74)$$

Tem-se um sistema de 5 equações de estado para 5 incógnitas q_{11} , q_{12} , q_{22} , h_{12} , e h_{21} , onde a variável de controle é $u(k)$.

Das equações (5.70) a (5.72) obtemos:

$$q_{12}(k+1) = \frac{[B - 2R_{21}]}{(2B + S_{12})} q_{11}(k) + \frac{[B - 2R_{22}]}{(2B + S_{12})} q_{22}(k) - \frac{T_{12}}{(2B + S_{12})} u(k) \quad (5.75)$$

$$h_{12}(k+1) = \left[-(B - 2R_{21}) - B \frac{(B - 2R_{21})}{(2B + S_{12})} \right] q_{11}(k) - \\ - B \frac{(B - 2R_{22})}{(2B + S_{12})} q_{22}(k) + B \frac{T_{12}}{(2B + S_{12})} u(k) \quad (5.76)$$

$$h_{21}(k+1) = \left[-(B - 2R_{22}) + B \frac{(B - 2R_{22})}{(2B + S_{12})} \right] q_{22}(k) + \\ + B \frac{(B - 2R_{21})}{(2B + S_{12})} q_{11}(k) - B \frac{T_{12}}{(2B + S_{12})} u(k) \quad (5.77)$$

e das equações (5.73) e (5.74):

$$q_{11}(k+1) = -\frac{h_{12}(k)}{B} + \left[1 - 2 \frac{R_{21}}{B} \right] q_{12}(k) \quad (5.78)$$

$$q_{22}(k+1) = \frac{h_{21}(k)}{B} + \left[1 - 2 \frac{R_{22}}{B} \right] q_{12}(k) \quad (5.79)$$

Portanto:

$$\begin{bmatrix} q_{11}(k+1) \\ q_{12}(k+1) \\ q_{22}(k+1) \\ h_{12}(k+1) \\ h_{21}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & (B-2R_{21})/B & 0 & -1/B & 0 \\ (B-2R_{21})/(2B+S_{12}) & 0 & (B-2R_{22})/(2B+S_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & (B-2R_{22})/B & 0 & 0 & 1/B \\ (B-2R_{21})-B(B-2R_{21})/(2B+S_{12}) & 0 & -B(B-2R_{22})/(2B+S_{12}) & 0 & 0 \\ B(B-2R_{21})/(2B+S_{12}) & 0 & -(B-2R_{22})+B(B-2R_{22})/(2B+S_{12}) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{11}(k) \\ q_{12}(k) \\ q_{22}(k) \\ h_{12}(k) \\ h_{21}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -T_{12}/(2B+S_{12}) \\ 0 \\ BT_{12}/(2B+S_{12}) \\ -BT_{12}/(2B+S_{12}) \end{bmatrix} u(k) \quad (5.80)$$

Os pólos do sistema não realimentado, ou seja da matriz G do sistema:

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) \quad (5.81)$$

são:

$$\lambda = \begin{bmatrix} -0.8088 \\ 0.8088 \\ 0.9587i \\ -0.9587i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.82)$$

Para o sistema realimentado, os pólos da matriz $(G - HK)$, foram posicionados em posições com respostas mais rápidas, e são especificados abaixo:

$$\lambda = \begin{bmatrix} -0.3020 \\ 0.3020 \\ 0.9587i \\ -0.9587i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.83)$$

A figura (5.118) mostra a posição dos pólos do sistema não realimentado e do sistema realimentado.

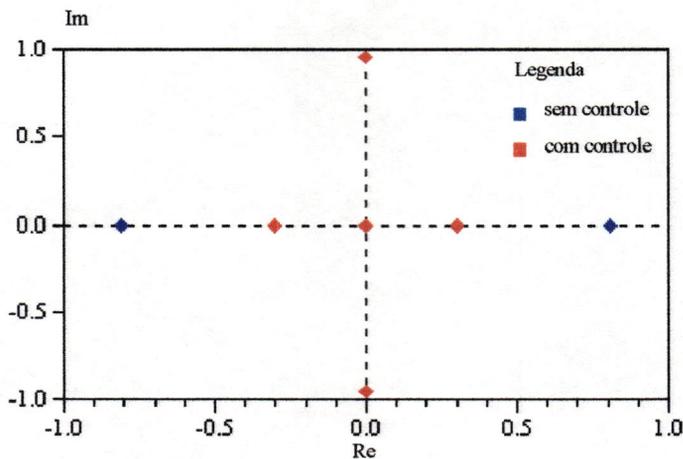


Fig. 5.118 - Posição dos pólos do sistema não realimentado e do sistema realimentado.

Foram realizadas duas simulações para o caso sem e com controle:

a) Simulação 1: numa primeira simulação, a válvula se fecha em 20% da sua abertura de equilíbrio ($f_v = 1.20 f_{vi}$) instantaneamente durante 1 s a partir de um instante inicial, e em seguida retorna à posição de abertura original. Devido a esta excitação agindo no sistema hidráulico, o controle ótimo através do regulador quadrático linear agirá no sistema pela variável de controle f_v e fará o sistema retornar ao estado nominal de equilíbrio com um comportamento dinâmico satisfatório ou desejável.

As figuras (5.119) a (5.124) mostram o resultado das simulações para a excitação pulso (simulação 1):

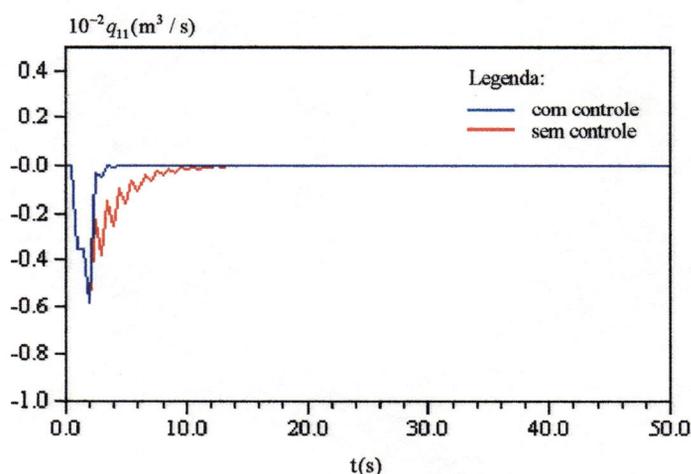


Fig. 5.119 - Desvio de vazão na seção 11 para a simulação do sistema realimentado devido a uma entrada pulso ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).

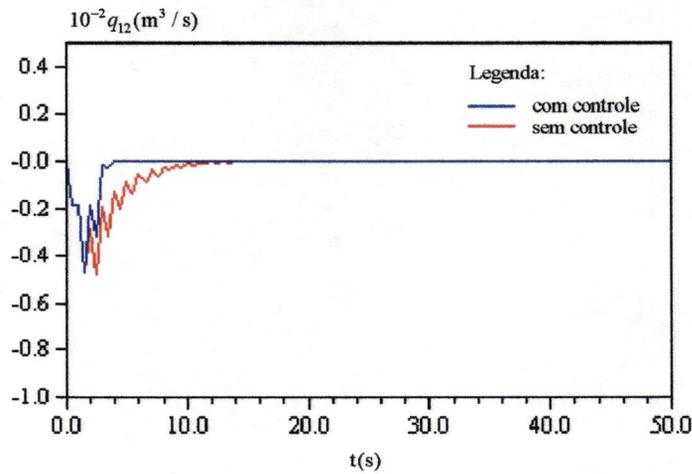


Fig. 5.120 - Desvio de vazão na seção 12 para a simulação do sistema realimentado devido a uma entrada pulso ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).

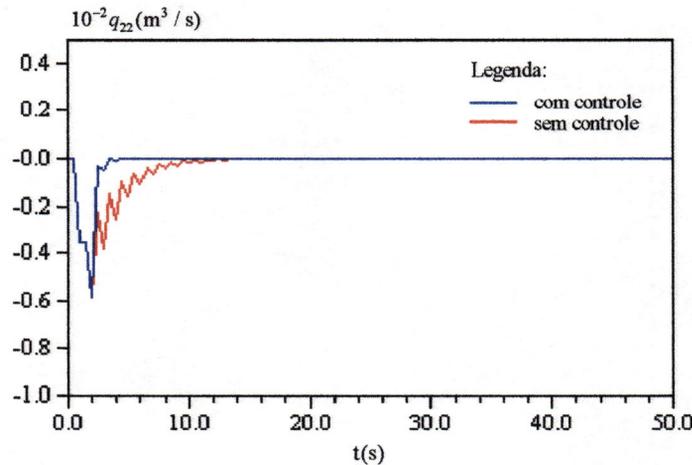


Fig. 5.121 - Desvio de vazão na seção 22 para a simulação do sistema realimentado devido a uma entrada pulso ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).

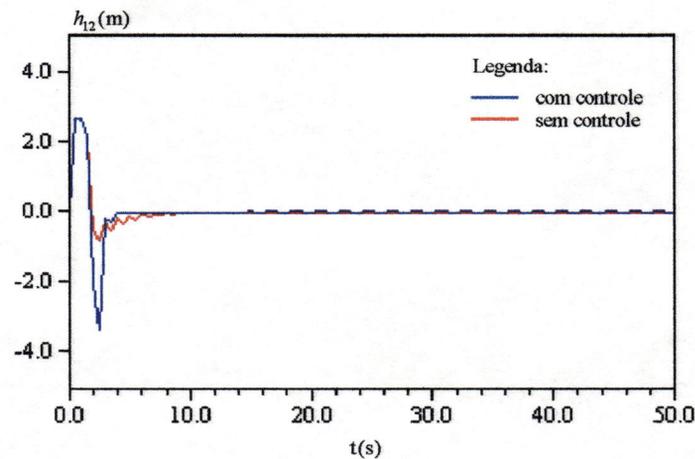


Fig. 5.122 - Desvio de energia na seção 12 para a simulação do sistema realimentado devido a uma entrada pulso ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).

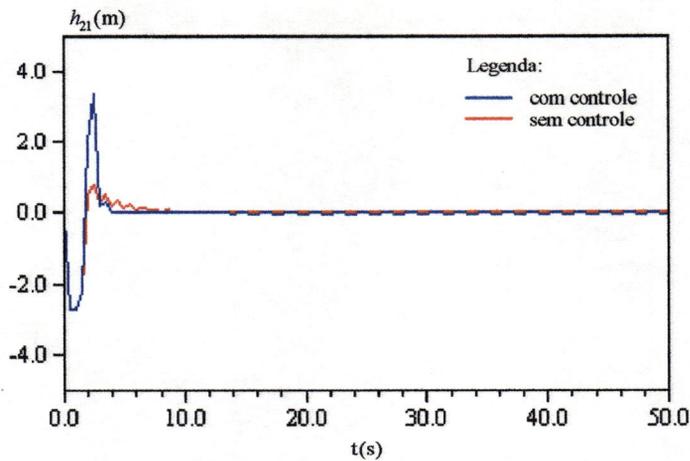


Fig. 5.123 - Desvio de energia na seção 21 para a simulação do sistema realimentado devido a uma entrada pulso ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).

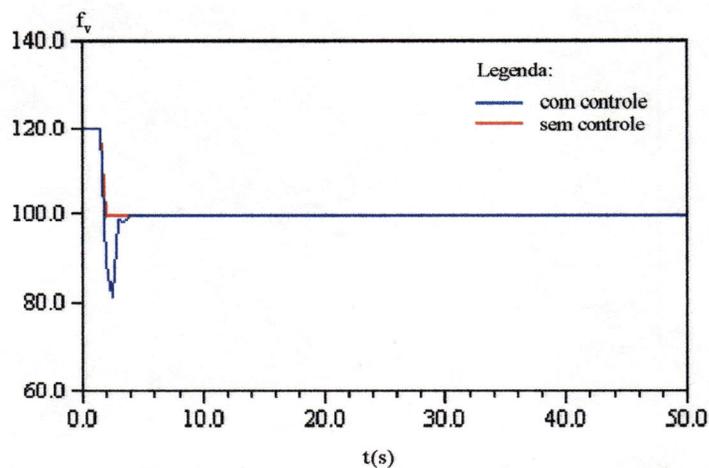


Fig. 5.124 - Coeficiente de atrito da válvula para a simulação do sistema realimentado devido a uma entrada pulso ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).

b) Simulação 2: numa segunda simulação, o sistema é levado instantaneamente para uma outra condição de regime permanente diferente do estado original de equilíbrio com vazão igual a $0.271 \text{ m}^3/\text{s}$ e com a válvula totalmente aberta ($f_v = 0$), tal que a carga no centro da tubulação seja igual a $(h_{01} + h_{02})/2$, ou 75 m. Novamente o regulador quadrático linear é utilizado para determinar a lei de controle desejável da válvula para conduzir o sistema à condição nominal de equilíbrio.

As figuras (5.125) a (5.130) mostram o resultado das simulações para uma condição inicial arbitrária.

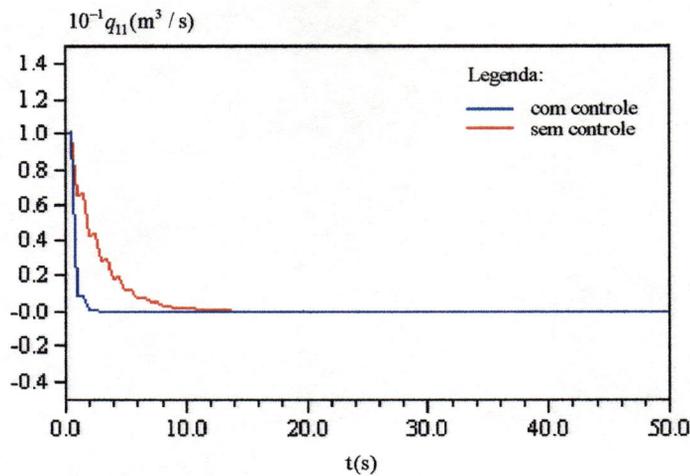


Fig. 5.125 - Desvio de vazão na seção 11 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).

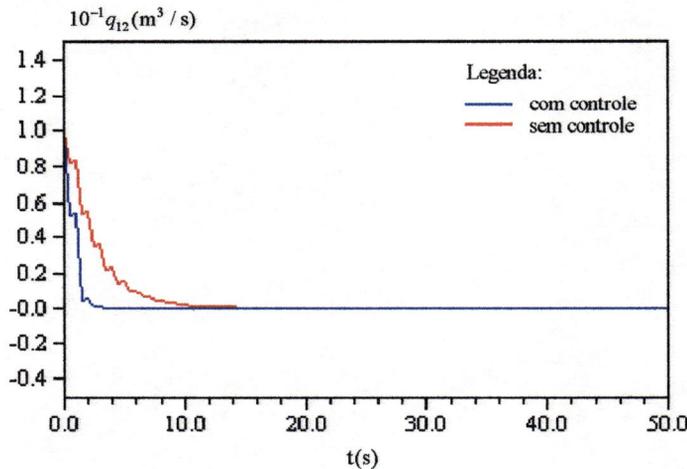


Fig. 5.126 - Desvio de vazão na seção 12 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).

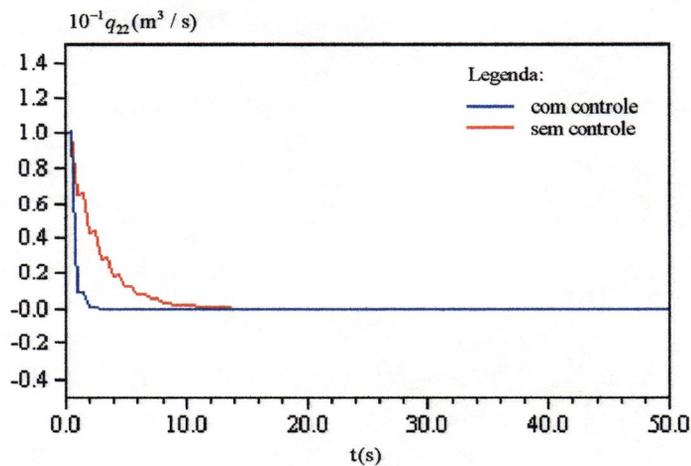


Fig. 5.127 - Desvio de vazão na seção 22 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).

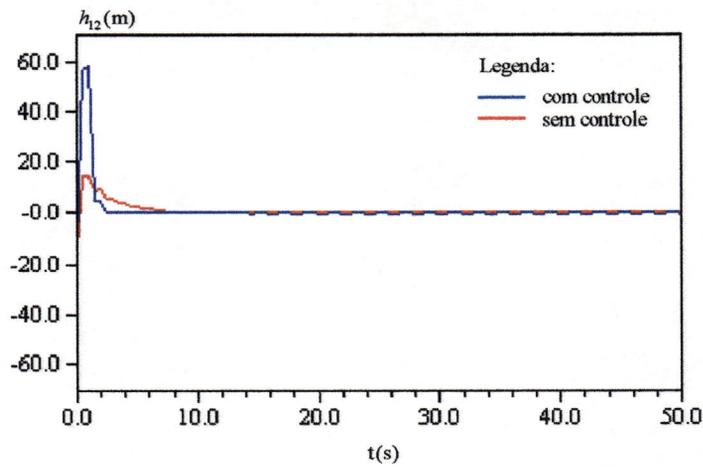


Fig. 5.128 - Desvio de energia na seção 12 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).

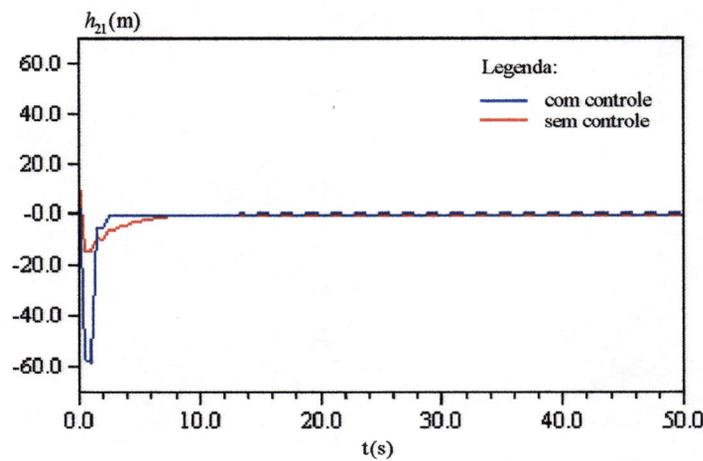


Fig. 5.129 - Desvio de energia na seção 21 para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).

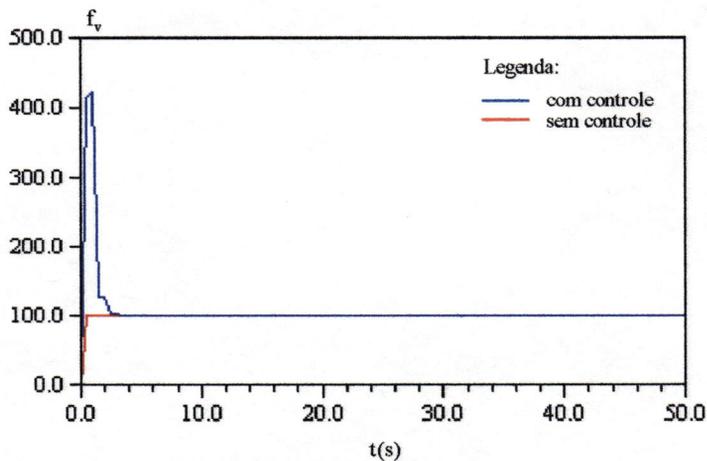


Fig. 5.130 - Coeficiente de atrito da válvula para a simulação do sistema realimentado devido às condições de fluxo iniciais arbitrárias ($c = 0.00$ e $r = 0.50$).

Observa-se que o sistema dinâmico é capaz de conduzir o sistema à condição original de equilíbrio para ambas as situações. Para o caso com controle (pólos situados em posições com respostas mais rápidas), o sistema retorna de maneira mais rápida do que o caso sem controle. Nota-se ainda que as vazões diminuem (quase que instantaneamente) após a excitação pulso e posteriormente assumem os valores originais. Na primeira simulação (figs. 5.119 a 5.124), a energia na seção 12 tem inicialmente uma sobre-pressão devido ao fechamento instantâneo da válvula, e na seção 21 ocorre o inverso, ou seja, uma sub-pressão, confirmando o comportamento esperado do sistema dinâmico transitório em tubulações. Na segunda simulação (figs. 5.125 a 5.130), a energia na seção 12 tem também inicialmente uma sobre-pressão, mas devido ao controle inicial da válvula no sentido de instantaneamente reduzir o valor da vazão no trecho à vazão de equilíbrio nominal. Conseqüentemente, a energia na seção 21 tem um comportamento dinâmico inverso.

Finalmente, é importante ressaltar que a metodologia utilizada pode ser aplicada em sistemas de tubulações satisfatoriamente, produzindo resultados desejáveis.

5.5.2 - Rede Exemplo - Modelo da Coluna Elástica

Nesta seção, é considerada a rede exemplo proposta por SHIMADA (1992). A figura (5.131) mostra a rede exemplo selecionada. É importante ressaltar que o sucesso da aplicação da técnica de controle proposta neste trabalho é independente do tamanho do sistema. Idealmente, a técnica pode ser aplicada à qualquer sistema, desde que a teoria linear na qual ela está baseada não seja violada. A rede possui 9 trechos com 2 seções em cada trecho, 2 reservatórios de nível variável com extravasores (nós 1 e 2), 2 nós de consumo (nós 3 e 4), 2 reservatórios de nível constante (nós 5 e 6) e 4 válvulas redutoras de pressão (V_1 , V_2 , V_3 e V_4).

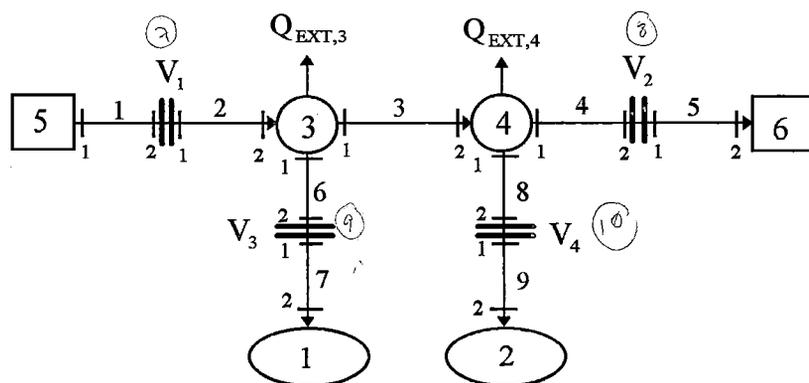


Fig. 5.131 - Rede exemplo - Modelo da coluna elástica.

As características das tubulações e dos nós são dadas nas tabelas (5.10), (5.2) e (5.3). E nas tabelas (5.11) e (5.5) encontram-se as condições de equilíbrio de fluxo.

Tabela 5.10 - Características das tubulações - Modelo da coluna elástica.

Tubulação	Comprimento (m)	Diâmetro (m)	Fator de Atrito
i	ℓ_i	d_i	f_i
1 e 2	2000	1.5	0.02026
3	3500	1.2	0.02520
4 e 5	1100	1.0	0.02720
6 e 7	750	1.0	0.02840
8 e 9	650	0.8	0.02820

Tabela 5.11 - Vazões nos trechos e coeficientes de perda das válvulas nominais - Modelo da coluna elástica.

Tubulação	Vazão (m^3 / s)	Fator de Atrito da Válvula
i	q_i	f_i
1 e 2	1.80	20.00
3	1.20	-
4 e 5	0.60	70.07
6 e 7	0.60	15.14
8 e 9	0.60	02.35

As condições nominais de fluxo são as condições de equilíbrio de operação da rede. Supõe-se que as vazões de demanda de regime permanente ou de equilíbrio $Q_{EXT,3}$ e $Q_{EXT,4}$ sejam nulas.

- Simulações

Recorrendo à equação (4.169) apresentada na seção 4.4.4, o sistema hidráulico da figura (5.131) possui 24 variáveis de estado. Seleccionando $q_{11}, q_{21}, h_{12}, h_{2,1}, q_{22}, h_{61}, q_{61}, q_{32}, h_{81}, q_{81}, q_{51}, h_{42}, h_{51}, q_{52}, q_{71}, h_{62}, h_{71}, q_{72}, h_{72}, q_{91}, h_{82}, h_{91}, q_{92}$ e h_{92} respectivamente como as variáveis de estado, as matrizes G, H, e V para um intervalo de amostragem de 2 segundos são obtidas das equações apresentadas na seção 4.4.3 e são mostradas abaixo:

A matriz ganho de realimentação K do controlador e a matriz ganho do estimador L foram determinadas em função de uma posição desejável dos pólos do sistema realimentado. Na simulação do sistema, adotou-se para a determinação da matriz de controle K um disco com centro igual a 0.0 e raio igual a 0.85, e na determinação da matriz ganho do estimador L , um disco com centro igual a 0.0 e raio igual a 0.80. Portanto, os pólos do estimador foram selecionados com respostas mais rápidas do que os pólos do controlador. É importante notar que apesar de ser uma prática comum a determinação das matrizes K e L por tentativa e erro, aqui um procedimento bem definido para a seleção dos elementos dessas matrizes foi utilizado.

Para os distúrbios externos, foram considerados nesta simulação consumos nos nós iguais a $w = -0.03\text{m}^3/\text{s}$. Para neutralizar o efeito destes distúrbios, uma realimentação do erro integral da forma dada pela equação (3.73), foi anexada ao conjunto original de equações de estado (eq. 3.71), e uma matriz ganho K foi então calculada pelas equações (3.54) e (3.53). Os elementos das matrizes K_x e K_I (eq. 3.82) que compõem a matriz K e que fixam as raízes da equação característica do controlador ($G - HK$) num disco de centro 0.0 e raio 0.85 (fig. 5.132) no plano z são apresentados abaixo:

$$K_x = \begin{bmatrix} 137,958 & 25,084 & -0,228 & 0,218 & 13,923 & -7,241 & 16,733 & 11,430 & -0,044 & -1,595 & -105,568 & 1,492 \\ 1,549 & -12,856 & -0,047 & -0,276 & 6,917 & 0,026 & -5,787 & -31,560 & 2,578 & -15,274 & 9,072 & -0,051 \\ -75,540 & 16,210 & -0,162 & 0,125 & 19,098 & 4,897 & -14,665 & 2,785 & -0,024 & 0,816 & 75,861 & -1,063 \\ 1,855 & -40,183 & -0,083 & -0,799 & 0,198 & -0,002 & 2,508 & -115,311 & 6,747 & -14,685 & -8,361 & 0,025 \\ \\ -0,048 & 3,521 & 13,541 & -0,117 & 0,172 & -119,481 & 8,429 & -104,121 & 1,666 & -0,056 & 1,648 & 0,502 \\ 0,081 & 56,863 & 14,033 & -0,307 & -0,006 & -0,149 & -0,606 & -5,414 & 0,048 & -0,040 & 56,279 & -3,678 \\ 0,044 & 0,133 & 8,521 & -0,071 & 0,111 & 92,659 & 1,594 & 74,143 & -1,184 & 0,042 & 1,126 & -0,471 \\ -0,096 & 129,83 & 42,399 & -0,890 & 0,019 & 1,327 & -1,648 & 6,949 & -0,065 & 0,049 & 160,926 & 1,657 \end{bmatrix} \quad (5.87)$$

$$K_I = \begin{bmatrix} 5,900 & 0,794 & 1,647 & 0,227 \\ 0,426 & 3,005 & -0,164 & -0,813 \\ 3,561 & -0,439 & 1,635 & -0,159 \\ 1,117 & -2,760 & -0,396 & 1,846 \end{bmatrix} \quad (5.88)$$

onde $K = [K_x | K_I]$.

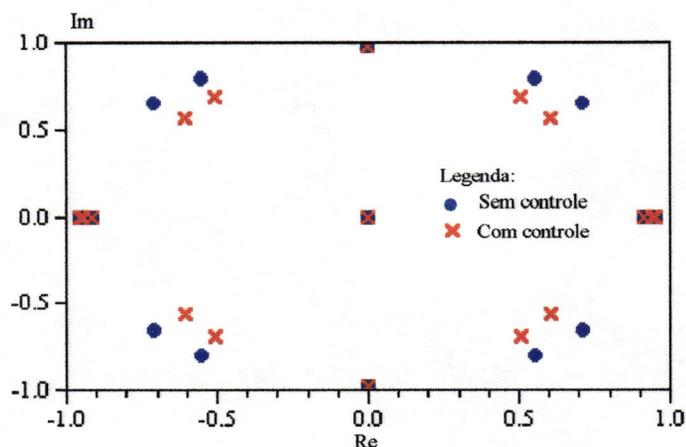


Fig. 5.132 - Posição dos pólos do sistema não realimentado e realimentado.

A análise de sistemas usando a realimentação de estado assume que todos os estados, x , são disponíveis ao longo do tempo para a realimentação. No entanto, mesmo quando isto não é impossível, é certamente muito dispendioso. Para superar este problema, um estimador (ou um observador assintótico) foi projetado para estimar os estados para a realimentação de controle. Restringimos ao caso onde a dimensão de y é igual a dimensão de u . No problema exemplo, o número de variáveis de estado é igual a 24 e o número de variáveis de controle é igual a 4. Portanto, assume-se que a dimensão de y seja igual a 4. Seleccionando as variáveis de estado q_{11} , q_{52} , h_{72} , h_{92} como sendo as variáveis medidas, a matriz ganho do estimador que fixa as raízes da equação característica do estimador ($G-LC$) num disco de centro 0.0 e raio 0.80 no plano z é dada por:

$$L = \begin{bmatrix} 0,014 & 0,031 & 0,052 & -0,382 \\ -0,442 & -0,004 & 0,080 & -0,005 \\ -29,966 & 0,250 & -4,280 & 0,254 \\ -29,445 & 0,255 & -4,375 & 0,261 \\ -0,003 & 0,071 & -0,070 & 0,009 \\ 0,212 & -4,258 & 4,115 & 0,110 \\ 0,008 & 0,109 & 0,284 & 1,615 \\ 0,022 & 0,018 & 1,699 & 0,325 \\ 3,634 & -0,117 & 10,672 & 6,244 \\ -0,032 & 0,020 & 1,592 & 0,238 \\ -0,001 & -0,413 & -0,002 & -0,174 \\ -0,155 & 35,249 & -0,251 & -13,285 \\ -0,142 & 38,122 & -0,234 & -12,071 \\ -0,054 & 0,014 & 0,597 & -0,004 \\ 0,036 & -0,018 & -2,115 & -0,344 \\ -5,036 & 0,164 & 13,468 & -0,650 \\ -5,091 & 0,192 & 16,646 & -0,131 \\ 0,009 & -0,016 & 0,365 & 1,827 \\ 0,005 & -0,001 & -0,478 & 0,246 \\ -0,010 & -0,079 & -0,334 & -1,899 \\ -0,241 & 2,802 & -1,858 & 15,551 \\ -0,235 & 2,847 & -1,668 & 16,633 \\ 0,049 & 0,018 & 1,856 & 0,340 \\ 0,005 & -0,001 & 0,250 & -0,474 \end{bmatrix} \quad (5.89)$$

A seguir, simulações do modelo foram realizadas para avaliar o desempenho do controlador e do estimador. As equações (3.71), (3.108) e (3.109) foram usadas na simulação assumindo que os valores para as variáveis de estado q_{11} , q_{52} , h_{72} , h_{92} foram disponíveis para a realimentação e que as demais variáveis foram estimadas. O estimador foi dirigido pela diferença entre os valores medidos e estimados. Por causa da indisponibilidade das variáveis não medidas, foi assumido que o desvio destas variáveis no início do período de simulação foi igual a 2% de seus valores nominais. As variáveis de estado q_{11} , q_{52} , h_{72} , h_{92} como foram consideradas disponíveis para a realimentação, possuem desvios nulos, pois é assumido que o sistema dinâmico está inicialmente em equilíbrio antes dos distúrbios externos aparecerem.

Nas figuras (5.133) a (5.156) estão plotadas os desvios das variáveis de estado devido a presença dos distúrbios.

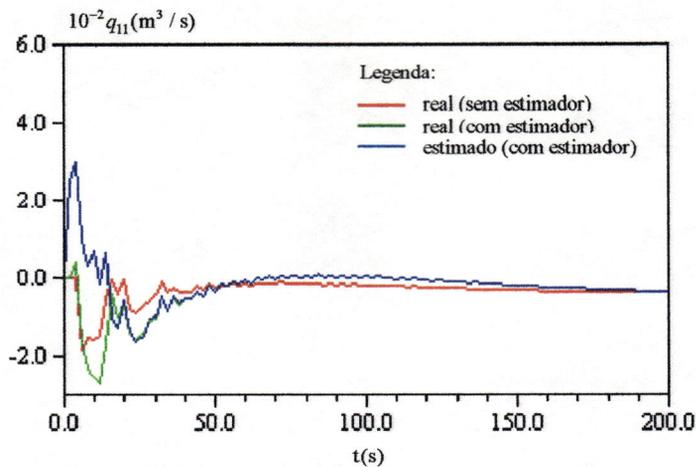


Fig. 5.133 - Desvio de vazão na seção 11 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

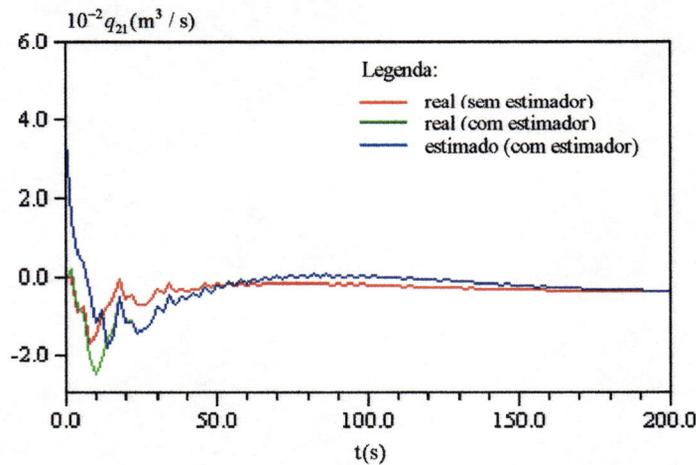


Fig. 5.134 - Desvio de vazão na seção 21 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

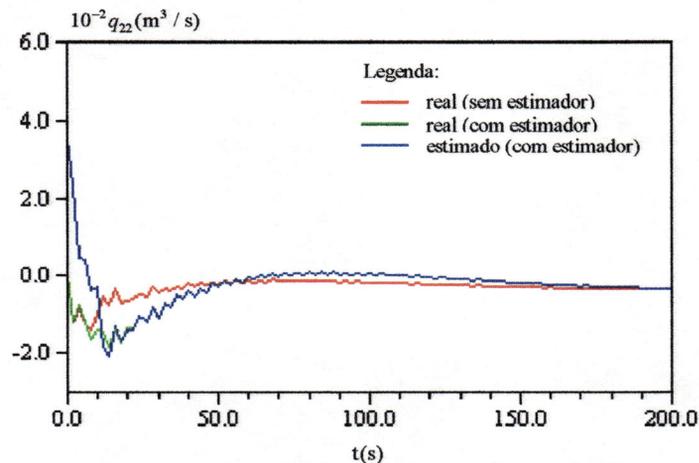


Fig. 5.135 - Desvio de vazão na seção 22 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

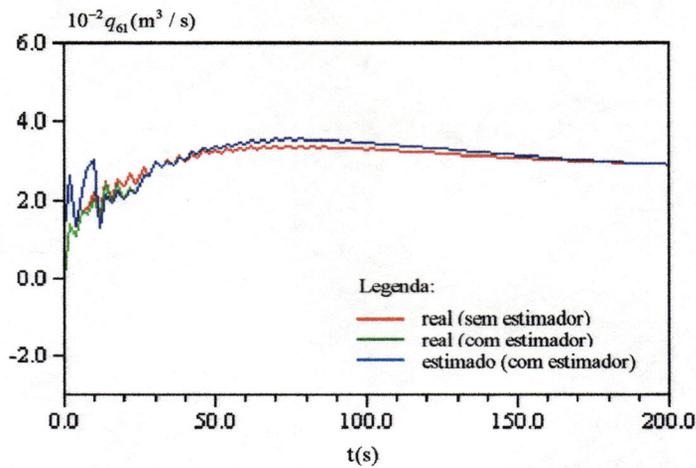


Fig. 5.136 - Desvio de vazão na seção 61 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

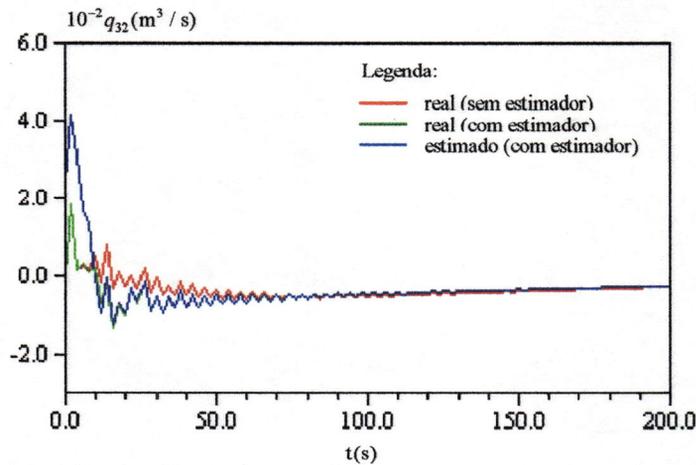


Fig. 5.137 - Desvio de vazão na seção 32 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

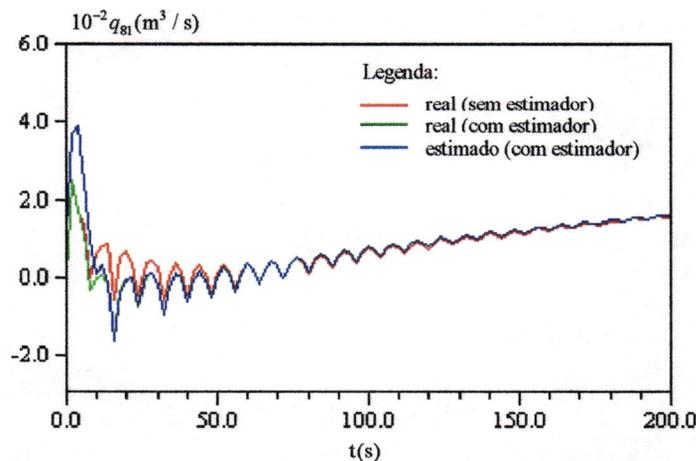


Fig. 5.138 - Desvio de vazão na seção 81 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

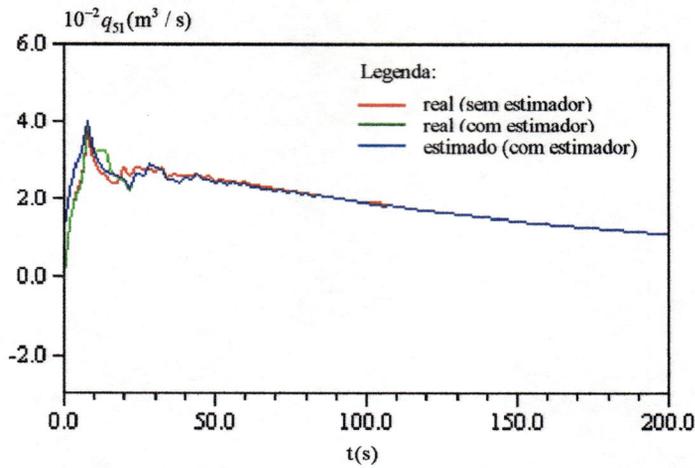


Fig. 5.139 - Desvio de vazão na seção 51 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

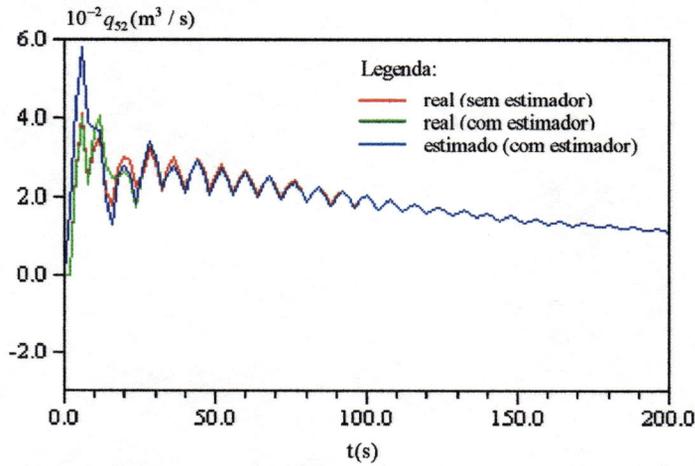


Fig. 5.140 - Desvio de vazão na seção 52 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

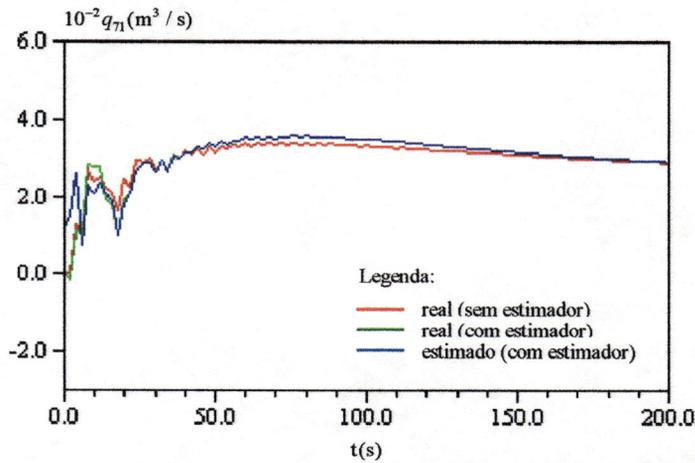


Fig. 5.141 - Desvio de vazão na seção 71 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

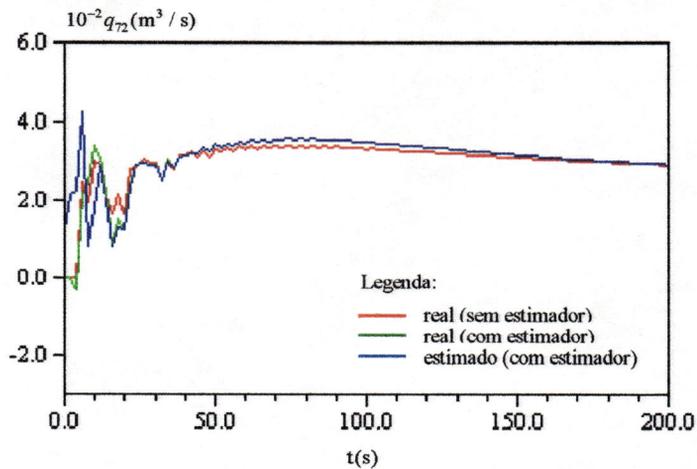


Fig. 5.142 - Desvio de vazão na seção 72 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

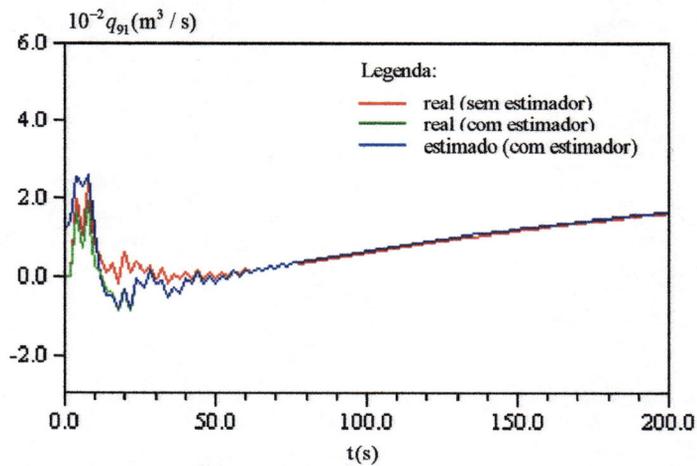


Fig. 5.143 - Desvio de vazão na seção 91 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

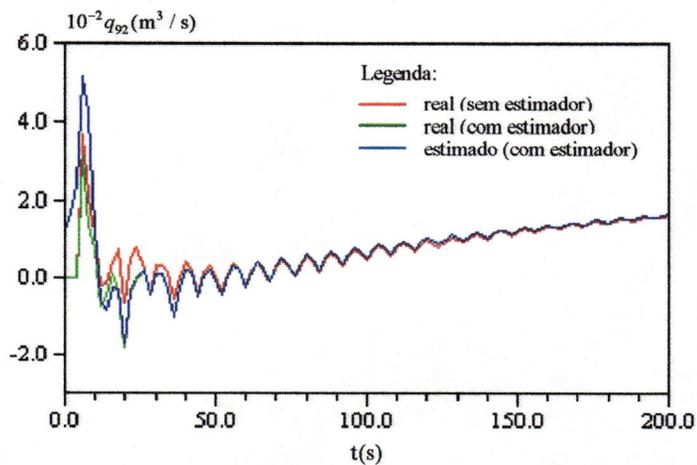


Fig. 5.144 - Desvio de vazão na seção 92 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

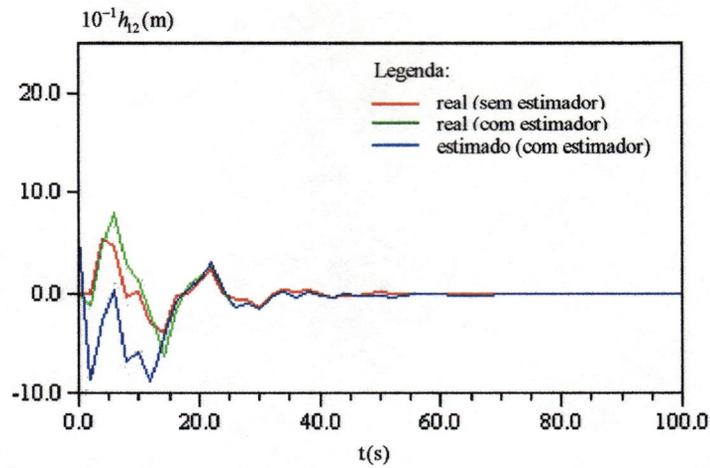


Fig. 5.145 - Desvio de energia na seção 12 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

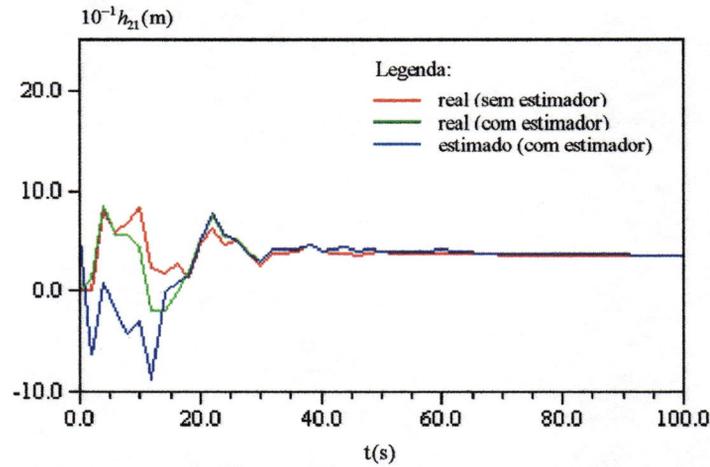


Fig. 5.146 - Desvio de energia na seção 21 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

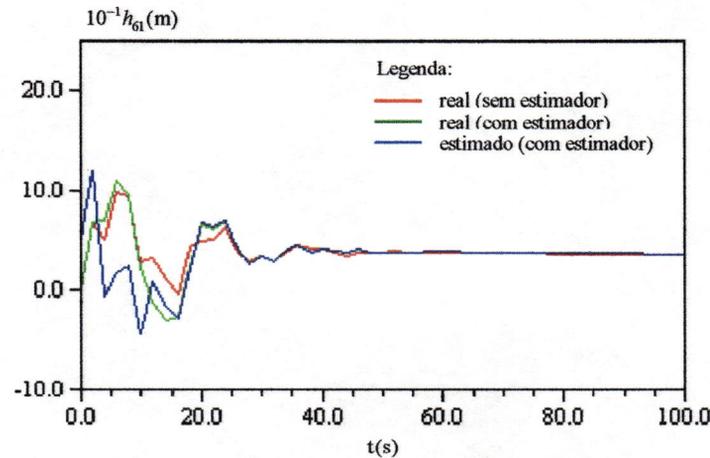


Fig. 5.147 - Desvio de energia na seção 61 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

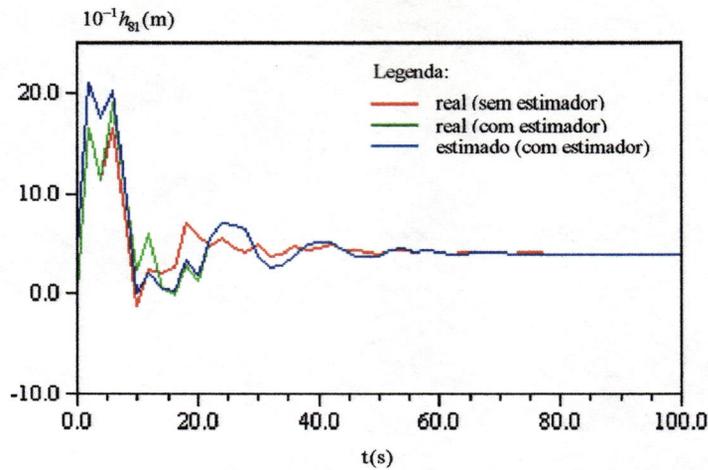


Fig. 5.148 - Desvio de energia na seção 81 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

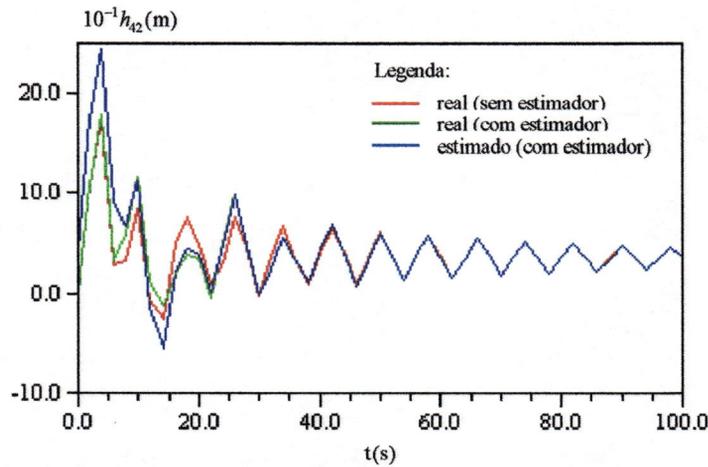


Fig. 5.149 - Desvio de energia na seção 42 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

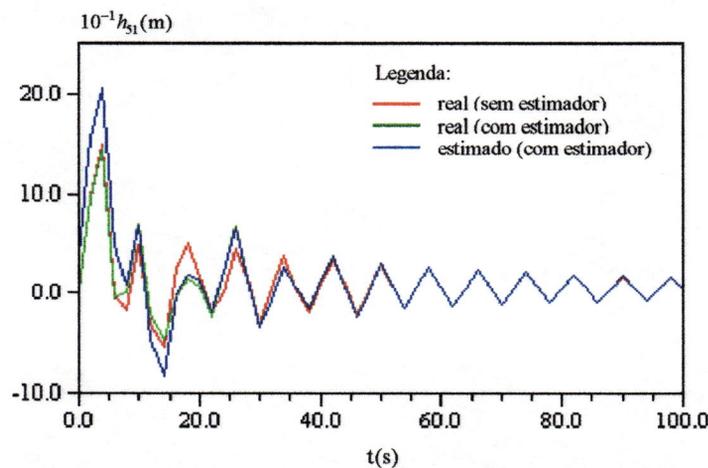


Fig. 5.150 - Desvio de energia na seção 51 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.



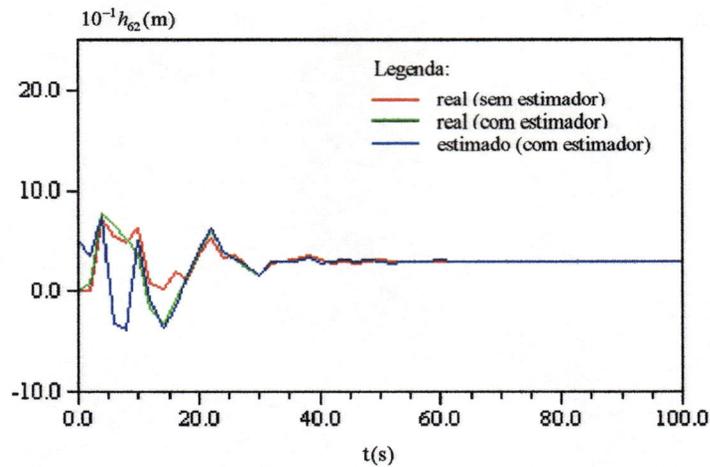


Fig. 5.151 - Desvio de energia na seção 62 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

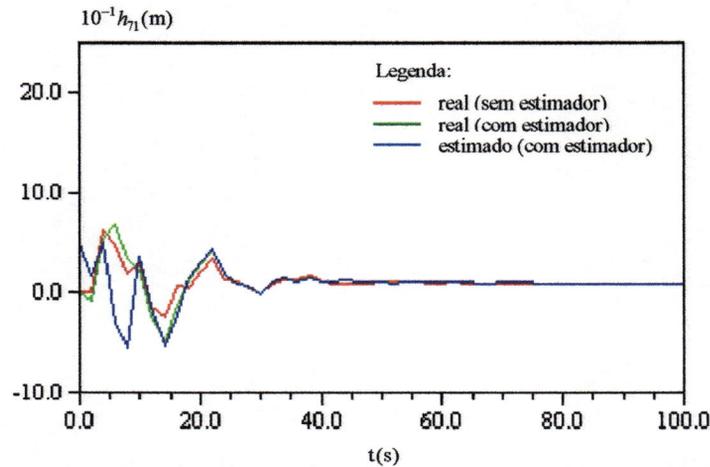


Fig. 5.152 - Desvio de energia na seção 71 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

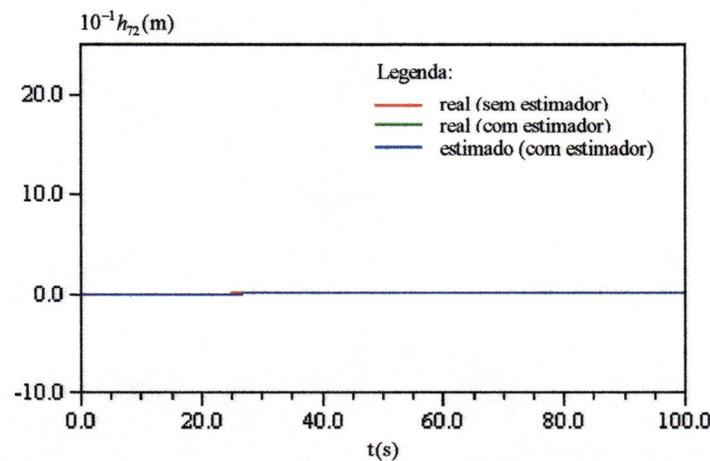


Fig. 5.153 - Desvio de energia na seção 72 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

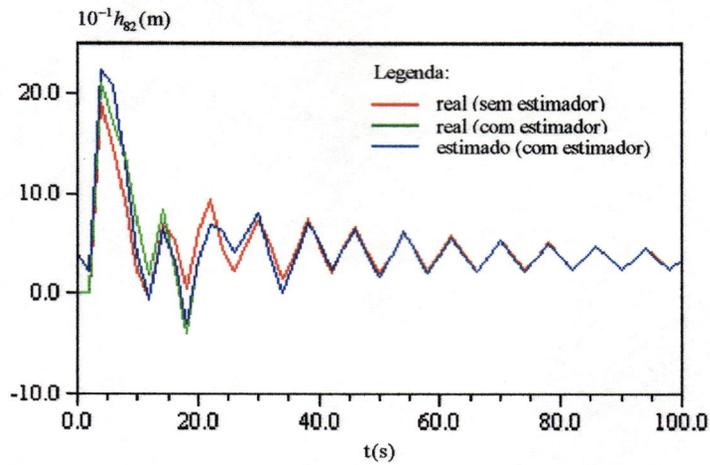


Fig. 5.154 - Desvio de energia na seção 82 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

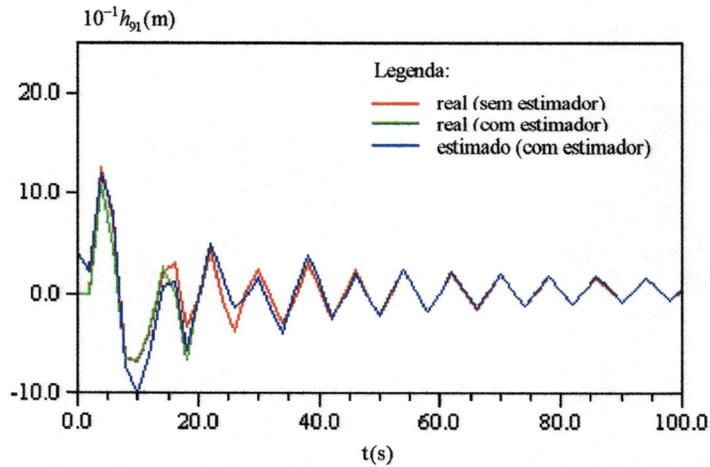


Fig. 5.155 - Desvio de energia na seção 91 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

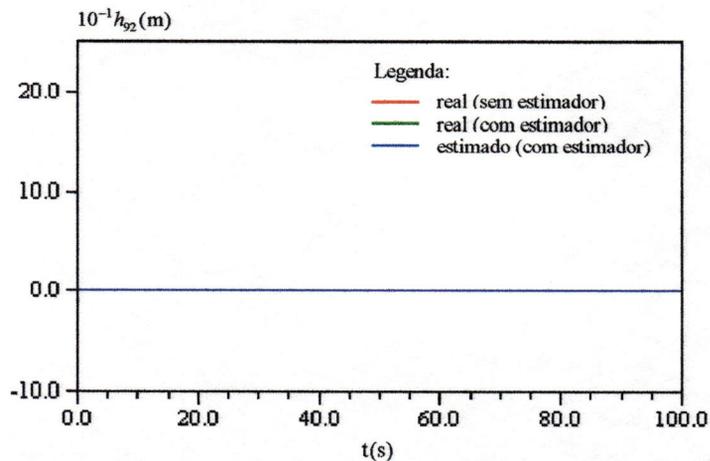


Fig. 5.156 - Desvio de energia na seção 92 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

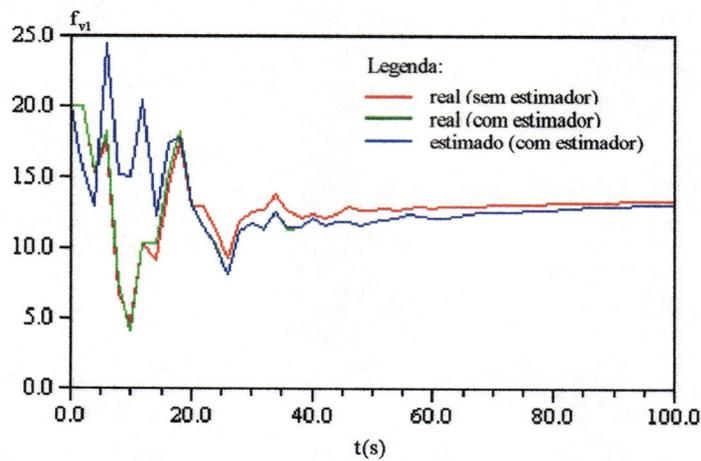


Fig. 5.157 - Controle da válvula 1 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

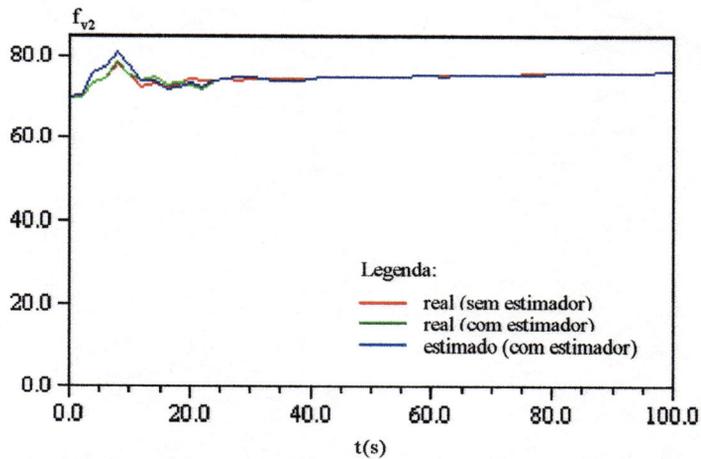


Fig. 5.158 - Controle da válvula 2 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

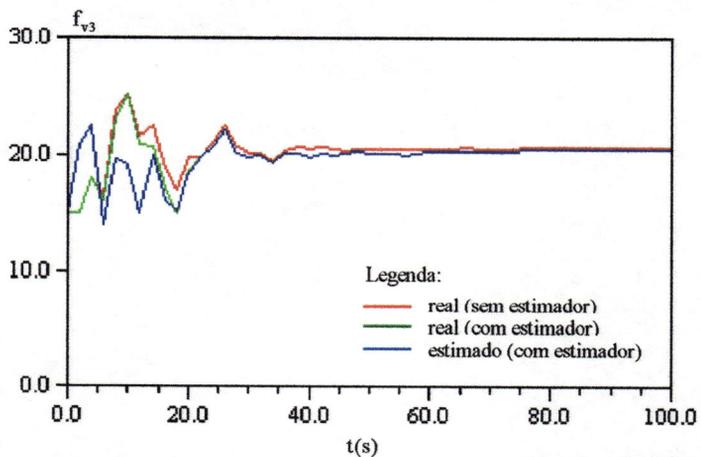


Fig. 5.159 - Controle da válvula 3 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

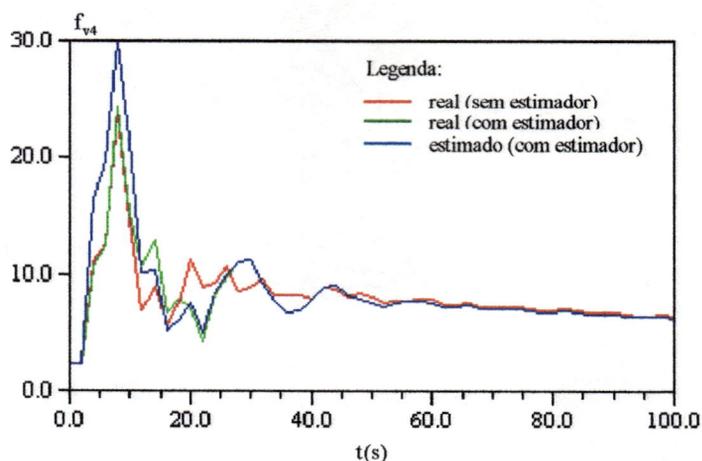


Fig. 5.160 - Controle da válvula 4 para a simulação do sistema realimentado com distúrbios externos de $w = -0.03 \text{ m}^3 / \text{s}$ e pólos do controlador e estimador em $r = 0.85$ e $r = 0.80$ ($c = 0.00$) respectivamente.

As leis de controle dos coeficientes de perda de carga das quatro válvulas redutoras de pressão são apresentadas nas figuras (5.157) a (5.160) obtidos dos seus respectivos desvios. Note que todos os controles de entrada das válvulas foram razoáveis e se encontram dentro da faixa aceitável de operação.

O comportamento do modelo na predição da abertura das válvulas redutoras de pressão e dos desvios das variáveis de estado foi ligeiramente divergente no início do período de simulação. No entanto, a medida que o tempo avança, a diferença nos resultados obtidos usando a realimentação de estado sem o estimador e os resultados obtidos usando a realimentação de saída com o estimador foi zero.

Destes resultados, nota-se claramente que o desempenho da formulação elástica para controle foi satisfatório. As leis de controle resultantes das válvulas redutoras de pressão são praticamente iguais com e sem estimador, demonstrando a eficiência do modelo.

5.6 - Implementação de um Esquema de Controle para Sistemas de Distribuição de Água

Com base na revisão bibliográfica realizada no capítulo 2 sobre a análise e o controle de sistemas de distribuição de água, e dos conceitos da teoria de controle ótimo linear e de fluxo transiente em sistemas hidráulicos apresentados nos capítulos 3 e 4 respectivamente, esta seção tem como objetivo apresentar e discutir alguns aspectos práticos para a implementação de um esquema de controle em sistemas de distribuição de água. Durante a implementação física, é essencial estabelecer expectativas realistas para o sistema de controle particular. Devem ser identificadas as exigências do sistema de controle para fornecer soluções práticas. Em particular, o grau de otimização para a solução de um esquema de controle on-line requer a consideração cuidadosa na fase de projeto. Teoricamente, é possível alcançar uma

solução ótima global às custas das exigências computacionais e do desenvolvimento de algoritmos complexos.

5.6.1 - Objetivos do Controle Ótimo

Três objetivos principais para o controle ótimo de sistemas de água são identificados:

- minimizar o custo operacional do sistema
- manter um nível aceitável de serviço para os consumidores
- obedecer as restrições do sistema

Os custos operacionais associados com os sistemas de abastecimento e distribuição de água são principalmente a energia elétrica consumida pelos mecanismos de controle como bombas e válvulas. Embora o objetivo principal do controle ótimo para sistemas de água seja minimizar os custos operacionais, o nível de serviço aos consumidores deve ser mantido em padrões aceitáveis. Estes padrões vinculam a distribuição da quantidade de água requerida em níveis de pressões aceitáveis e a manutenção dos padrões de qualidade da água. As restrições do sistema para o propósito de controle ótimo normalmente envolvem a limitação física dos componentes do sistema de água, as restrições operacionais e as leis físicas. O número disponível de bombas, a variação da velocidade das bombas, o alcance operacional das válvulas de controle, e a capacidade de armazenamento dos reservatórios são algumas restrições que devem ser obedecidas. Embora seja possível, não é um procedimento prático usar o limite máximo de operação dos componentes do sistema para obter o controle ótimo. Por isto, limites operacionais realistas normalmente são impostos sobre os componentes do sistema.

5.6.2 - Avaliação do Sistema de Controle

O vínculo entre o sistema de controle e o sistema físico é o computador de telemetria. Para esta implementação, o computador de telemetria coleta e envia dados do sistema em determinados intervalos de tempo para o computador de controle. Os dados são enviados pelo programa computacional inter-processador e são armazenados num arquivo formatado. Este arquivo contém informações relativas aos dados, como identificação, data e tempo. As leituras incluem medidas de vazões nas tubulações, velocidade de rotação das bombas, níveis de reservatórios, e pressões. Dados também podem ser enviados do computador de controle ao computador de telemetria para informar respostas previstas, ativar válvulas, bombas e outros mecanismos de controle, etc. Este vínculo de comunicação bilateral em intervalos regulares de tempo entre a rede de água física e o computador de controle via o computador de telemetria forma a base para o esquema de controle. A figura (5.161) destaca o sistema de controle global para os sistemas de abastecimento e distribuição de água.

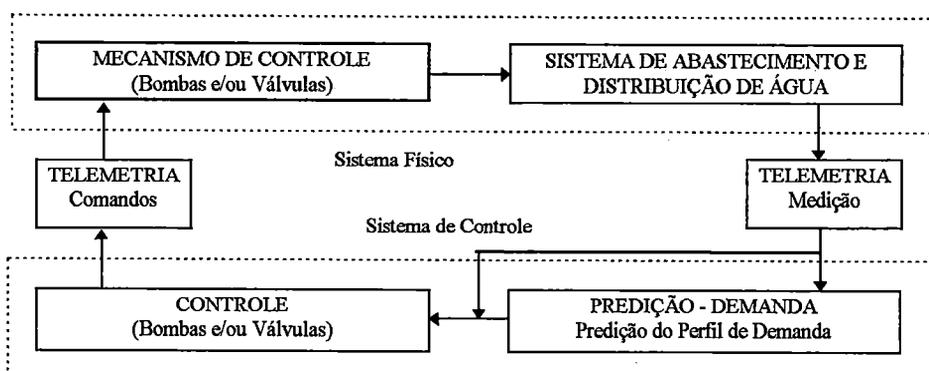


Fig. 5.161 - Sistema de controle global.

O primeiro passo do esquema de controle envolve a coleta dos dados de telemetria durante o período de controle. Os dados coletados são arquivados para recuperação subsequente. O próximo passo do esquema de controle envolve a extração de dados das várias fontes de dados para os módulos computacionais de aplicações individuais. Normalmente, este passo envolve atualização de dados para a predição de demanda e a otimização da escolha e operação dos mecanismos de controle. O programa de predição de demanda usa dados históricos de medida para prever as demandas para o período de controle operacional seguinte. Estes perfis de demanda são incluídos no modelo para fornecer as estratégias dos mecanismos de controle através do programa de otimização. As tarefas finais do esquema de controle são enviar as leis de operação das bombas e válvulas resultantes, prever as respostas do sistema pelo computador de telemetria, e ativar o monitoramento e a regulação do sistema em tempo real. O monitoramento e a regulação do sistema automaticamente calcula qualquer discrepância entre as respostas do sistema real e previstas.

5.6.3 - Gerenciamento dos Dados de Telemetria

O conjunto de dados de telemetria representa o componente principal para o sucesso da implementação de um esquema de controle on-line, pois eles fornecem a informação essencial requerida entre a rede de água física e as atividades de controle modeladas. É portanto imperativo manter um efetivo processamento e gerenciamento dos dados de telemetria para que uma eficiente e confiável operação possa ser sustentada. O gerenciamento e coordenação de todas as atividades relacionadas aos dados de telemetria não devem ser consideradas como uma simples tarefa, especialmente sob a condição de tempo real. O procedimento global para processar os dados brutos, arquivá-los e enviar a informação pelo sistema de telemetria é complexo. Um flexível e confiável gerenciamento dos dados do sistema precisa ser incorporado para administrar o grande volume de dados.

Os dados de telemetria de entrada incluem a identificação dos tipos de dados recebidos, o formato dos dados, e a interpretação requerida para o tipo particular de dados. O tipo de dados recebidos pelo sistema de telemetria geralmente são as vazões de demanda, os níveis de reservatórios, e condições de operação de bombas e

válvulas. O formato dos dados geralmente depende do sistema computacional, e a frequência de transferência dos dados pode ser especificada de acordo com a aplicação em tempo real. É importante arquivar os dados de telemetria exatamente como recebidos pelo computador de controle, incluindo os dados espúrios e valores nulos. Esse procedimento é necessário para análises estatísticas de confiabilidade dos dados, previsões de demanda baseadas em registros históricos, análises de tendências e assim por diante. Dados podem ser arquivados usando arquivos especialmente criados e formatados. A configuração exata é dependente do sistema, mas usualmente o volume de dados pode ser arquivado em uma base de dados, enquanto que os dados mais recentes ou mais usados podem ser armazenados em arquivos de rápido acesso. Depois que os dados são arquivados, eles podem então ser recuperados e processados nas aplicações específicas.

Após os cálculos de otimização serem concluídos, os dados de controle de saída são transmitidos remotamente para os mecanismos de controle da rede de água. Tipicamente, os dados de telemetria de saída consistem de conjuntos temporais de velocidade de bombeamento e leis de abertura das válvulas. Em adição, níveis de reservatórios calculados, vazões e pressões, podem ser também requeridos para completar as instruções de controle. Todos esses dados requerem a conversão em um formato aceitável para transmissão direta às estações de controle. Qualquer erro neste estágio, pode ser dispendioso e incorrer em atrasos para retificação dos erros. Portanto, a sincronização dos dados de transmissão devem ser eficientemente supervisionados, pois eles representam os comandos operacionais principais que afetam todo o sistema de água.

5.6.4 - Módulos Computacionais

Três módulos computacionais são requeridos para a implementação e operação eficiente de um esquema de controle para sistemas de água:

- o preditor de demanda
- o otimizador dos mecanismos de controle
- o simulador da rede

Os três estágios da previsão de demanda são a filtragem, o ajuste de dados e o modelo de previsão. Os dados brutos de telemetria são filtrados para remover os erros de transmissão e ajustados para remover os distúrbios secundários. Finalmente, o modelo de previsão é aplicado para obter uma previsão das demandas nodais para o período operacional de controle. Os dois primeiros estágios do processo de previsão de demanda são essencialmente estágios de preparação de dados. O estágio final é a aplicação destes dados ao modelo de previsão.

A otimização de sistemas de abastecimento e distribuição de água pode ser definida como a pesquisa de um esquema de operação (leis de controle de bombas e válvulas) para um período de controle operacional, tal que as demandas de consumo sejam satisfeitas, as restrições do sistema não sejam violadas, e que o custo de operação seja minimizado. Neste módulo computacional, ainda incluem-se as aplicações individuais para o monitoramento ótimo de reservatórios, seleção de fontes

de água, seleção de bombas e válvulas, minimização de pressões excessivas, e balanço hidráulico. Vários esquemas de otimização podem ser estudados. É também necessário considerar se uma solução ótima é ou não preferível em relação a uma solução sub-ótima que pode ser aceitável. Uma análise da robustez da solução é também importante. Portanto, a otimização de um problema global, deve abranger as questões relacionadas com as variáveis de decisão, as restrições do sistema, e a complexidade do problema.

Um acurado simulador do sistema é requerido para fornecer uma avaliação do desempenho da rede sob um conjunto de operações e demandas. Neste módulo, inclui-se a verificação dos pontos críticos de pressão, vazão e níveis de reservatórios de uma rede hidráulica para uma demanda prevista e uma operação ótima durante o período de controle. Embora os simuladores sejam largamente usados para aplicações off-line, na prática, as aplicações on-line oferecem uma segurança adicional aos operadores do sistema.

Para cada um desses módulos, diversos algoritmos alternativos para cada necessidade especial tem sido desenvolvidos. Nesta pesquisa, um primeiro passo para se obter um módulo computacional para a otimização operacional de válvulas redutoras de pressão através da teoria de controle moderno tem sido proposto. A organização global de um esquema de controle on-line é uma tarefa muito mais complexa do que a implementação simples dos vários módulos de aplicação. Um módulo de controle executivo é introduzido para coordenar as tarefas do sistema. O verdadeiro benefício de um esquema de controle on-line para sistemas de água não depende da sofisticação do programa ou algoritmos de solução, mas de quão eficientemente ele é usado. Este nível de aplicação pode fornecer um controle completamente automático da operação de todo o sistema de água com uma interação em tempo real entre o sistema de telemetria, o sistema de controle e o sistema de água.

5.6.5 - Implementação do Projeto de Controle

Esta seção considerará a implementação dos vários passos de projeto descritos neste trabalho, com o objetivo de vincular os aspectos teóricos apresentados à uma implementação prática. Uma breve descrição deste importante estágio é realizada incluindo as implicações econômicas. Os custos de implementação do projeto de controle podem ser geralmente classificados em custos de equipamentos e custos de programas computacionais.

- Equipamentos

Como custos de equipamentos, incluem-se os sistemas de comunicação, os computadores digitais, os sensores e os mecanismos de controle.

a) Sistemas de Comunicação: estes sistemas são requeridos com o propósito de transmitir os dados da rede para uma unidade de processamento onde o computador principal está localizado, e transmitir os sinais de controle da unidade de

processamento para os diferentes pontos da rede. Diferentes formas de comunicação são disponíveis, como por exemplo, os sistemas de comunicação via cabo, sistemas de rádio, ou microondas. Os custos destes sistemas de comunicação variam consideravelmente. De forma geral, o custo de um sistema de comunicação a cabo, é maior do que os custos dos sistemas de rádio e microondas.

b) Computadores Digitais: computadores digitais de alta velocidade são uma exigência básica para a implementação dos passos teóricos descritos neste trabalho, ou seja, para os cálculos das condições nominais e dos controles. Usualmente um microcomputador usado para o controle do sistema pode ser também usado para outros propósitos. A capacidade desse microcomputador será determinada pelo uso global pretendido. No entanto, ele deve ter uma velocidade de processamento rápida dos diversos passos de controle e adequada capacidade de armazenamento de dados. O computador geralmente é localizado numa unidade principal de operação. O custo do computador é determinado em função das suas características de memória e velocidade de processamento. Recentemente, com os computadores tonando-se mais sofisticados e menos caros, eles podem ser adquiridos com custos relativamente baixos.

c) Sensores: estes mecanismos são localizados nas posições de medida das variáveis de estado. São medidores de vazões e de energias localizados em alguns trechos e nós da rede respectivamente. Sinais elétricos desses medidores são enviados à central de processamento, ou seja, ao computador, onde são usados para estimar as variáveis de estado não medidas e formular os controle das válvulas. Essas medidas devem ser tão precisas quanto possíveis uma vez que a determinação do controlador de estado K e do estimador de estado L são dependentes dessas medições.

d) Mecanismos de Controle: são motores localizados nos locais das válvulas redutoras de pressão e usados para realizar as entradas de controle, ou seja, realizar a abertura ou fechamento das respectivas válvulas. Por causa das trajetórias teóricas relativamente complicadas dos movimentos de abertura e fechamento das válvulas obtidas do modelo matemático desenvolvido neste trabalho, esses mecanismos de controle devem ter a capacidade de movimentos contínuos e com velocidades múltiplas. Para redes que já possuem mecanismos de controle simples, as entradas de controle devem ser realizadas na forma discreta para aproximar o movimento contínuo. Desta forma, as válvulas possuem movimentos realizados em estágios, e passos adicionais são requeridos para o controle completo, ou seja, para conduzir a válvula numa posição de equilíbrio a uma nova posição de equilíbrio.

- Programa Computacional

Nesta seção são descritos todos os passos computacionais requeridos para um procedimento de controle. Um dos critérios para a determinação do computador digital requerido são os cálculos envolvidos no processo de controle. Estes cálculos envolvem a determinação prévia das condições nominais, o cálculo das matrizes do sistema e de controle A e B ou G e H respectivamente, a determinação das matrizes

ganho do controlador e do estimador K e L respectivamente, além da avaliação da lei de controle em tempo real u .

a) Cálculo das Condições Nominais: um programa computacional eficiente e acurado é necessário para o cálculo das condições nominais ou condições de equilíbrio, pois a eficiência e precisão do controle em tempo real dependerá de uma determinação acurada das condições de equilíbrio usadas no cálculo das matrizes A e B , e/ou conseqüentemente das matrizes G e H .

b) Cálculo das Matrizes A e B ou G e H : a determinação das matrizes A e B ou G e H é simples e rápida, e os coeficientes são obtidos das equações linearizadas avaliadas em função das condições de equilíbrio. O cálculo destas matrizes deve ser realizado toda vez que há uma mudança considerável nas condições de equilíbrio devido às operações do sistema. A variação das matrizes A e B ou G e H para pequenos desvios dos consumos da rede não é bem conhecida. Esta variação precisa ser ainda investigada, pois se essas matrizes não se alteram muito, pode-se obter uma economia de tempo computacional considerável, usando-se as mesmas matrizes. Portanto, é necessário determinar qual a mudança operacional máxima que não requer a atualização das matrizes A e B ou G e H para o cálculo da lei de controle. A memória requerida para o armazenamento dessas matrizes é proporcional ao número de variáveis de estado e de controle do sistema.

c) Cálculo da Matriz Ganho do Controlador e Estimador: o cálculo do controlador e estimador consome mais tempo do que os cálculos anteriormente descritos. O tempo computacional é proporcional ao cubo do número de estados do sistema. A memória requerida para o armazenamento dessas matrizes são proporcionais ao produto das variáveis de estado e as variáveis de controle do sistema. O primeiro passo é a determinação da matriz do controlador K e da matriz erro do estimador L . Um programa computacional, especialmente para este propósito, é requerido. As matrizes K e L devem ser atualizadas com a mesma freqüência que as matrizes A e B quando os procedimentos operacionais são sujeitos a grandes variações. Uma vez que essas matrizes são calculadas, elas permanecem constantes ao longo do período de operação. Da mesma forma como discutido para as matrizes A e B , é necessária uma investigação da possibilidade de se utilizar os mesmos valores das matrizes K e L , se A e B não variam significativamente para pequenas alterações nos consumos da rede.

d) Cálculo da Lei de Controle em Tempo Real: o último passo do procedimento de controle é o cálculo das estimativas dos estados a partir dos estados medidos em campo e a geração da lei de controle. Esse cálculo é realizado em tempo real e é menos complicado do que o cálculo das matrizes ganho do controlador e estimador. O tempo computacional para construir os estados estimados é proporcional ao número de variáveis de estado do sistema ao cubo. Com a exploração da esparsidade da matriz A ou G , esse tempo pode ser reduzido ao quadrado do número de estados. O cálculo dos controles das válvulas é obtido por simples multiplicações e adições, e portanto é relativamente rápido.

A tabela (5.12) fornece um resumo da memória e tempo computacional requeridos para os vários passos discutidos.

Tabela 5.12 - Resumo da memória e tempo computacional requeridos.

Etapa	Memória	Tempo
Nominal	$2n$	n
A e B	n^2	n
K	$n \times r$	n^3
L	$n \times p$	n^3
u	$(2n)^2$	n^2

Finalmente é importante salientar que os custos de equipamentos e programas computacionais, são apenas uma pequena porcentagem dos custos totais da construção de um sistema de distribuição de água. Além disso, os custos de investimento para a implementação do controle do sistema em tempo real quando comparados com os seus benefícios superam os investimentos iniciais. Estes benefícios podem ser estabelecidos em termos da redução do custo de água, da redução do custo de energia associados com os mecanismos de controle, e em termos de custos associados com a operação da rede.

VI - CONCLUSÕES

A notação espaço de estado pode ser incorporada no método de incidência através do modelo da coluna rígida e no método das características através do modelo da coluna elástica, para a análise e o controle de sistemas de distribuição de água. Esta representação conduz à uma análise mais abrangente dos mecanismos de operação requeridos para o controle de transientes hidráulicos, através da aplicação da teoria de controle ótimo. O modelo proposto mostra que o cálculo do transitório hidráulico em uma rede de distribuição de água é facilmente realizado por meio de equações explícitas, que fornecem diretamente os valores das energias nos nós e os valores das vazões nas tubulações, em cada passo de tempo, em função dos respectivos valores no passo de tempo anterior. No equacionamento do modelo apresentado, as operações de válvulas, reservatórios e outros componentes hidráulicos podem ser equacionadas com simplicidade, sem causar dificuldades na modelagem e nas simulações de interesse prático. O propósito deste trabalho foi mostrar que técnicas poderosas de controle ótimo em tempo discreto e contínuo podem ser aplicadas para a operação de um sistema de distribuição de água através de leis de controle de válvulas redutoras de pressão na presença de distúrbios arbitrários (excitação impulso e degrau, condições iniciais e distúrbios externos).

As equações diferenciais parciais hidrodinâmicas não lineares básicas foram transformadas em equações diferenciais ordinárias, e linearizadas em torno do estado permanente inicial ou de equilíbrio. As condições de equilíbrio foram calculadas utilizando um método de análise de redes para o estado de regime permanente. As equações linearizadas são então rearranjadas para formar um conjunto de equações, que são chamadas de equações de estado na teoria de controle. O controle é representado pelo fator de atrito das válvulas redutoras de pressão na equação de perda de carga. A matriz dinâmica do sistema e a matriz de distribuição de controle para os estados perturbados em torno das condições nominais são compostas dos coeficientes das equações linearizadas. O problema de operação de redes foi formulado como um problema de controle ótimo, e as soluções para as aberturas e/ou fechamentos de válvulas redutoras de pressão foram obtidas diretamente usando a teoria do regulador quadrático linear com o objetivo de conduzir o sistema à uma condição desejada de equilíbrio na presença de distúrbios.

Uma rede hidráulica com válvulas de controle foi usada para o projeto, síntese e demonstração da eficácia do método regulador quadrático linear. Embora uma simples rede tenha sido considerada neste trabalho para demonstrar em detalhe um procedimento para a formulação de um algoritmo de controle na presença de distúrbios, o mesmo procedimento pode ser usado para o controle de redes mais complexas, e o sucesso na aplicação da técnica independe da configuração e dimensão da rede, desde que as suposições referentes ao modelo linear não sejam violadas.

Diversas simulações para o sistema não realimentado e para o sistema realimentado foram realizadas para diferentes casos de operação e distúrbios. A controlabilidade do sistema foi verificada. Aperfeiçoamentos foram observados nos resultados da resposta com a introdução do controle realimentado. Resultados obtidos destas simulações indicam que a técnica do regulador quadrático linear é eficiente na compensação dos distúrbios, e que o sistema é conduzido às condições desejadas de equilíbrio. As leis de controle dos coeficientes de atrito das válvulas redutoras de pressão foram obtidas, verificando-se que as mesmas se encontraram em uma faixa aceitável. A complexidade das trajetórias obtidas dos controles demonstraram a necessidade de regular as válvulas redutoras de pressão em estágios. A obtenção destas leis de controle requerem todas as variáveis de estado para a realimentação. Como na maioria dos casos práticos somente algumas variáveis de estado são medidas, um estimador de estado foi projetado para estimar as variáveis (vazões e energias) não disponíveis a partir de alguns valores medidos. Testes de observabilidade foram realizados, e o sistema demonstrou ser observável. Resultados das simulações mostraram que os erros entre os estados reais e estimados decaem assintoticamente a zero. As entradas de controle (coeficientes de atrito das válvulas) geradas a partir dos estados estimados produziram respostas satisfatórias quando comparadas com aquelas geradas a partir dos estados reais ou medidos.

O desempenho do modelo linear foi avaliado em termos das variações das variáveis de estado e controle das válvulas. O sistema foi verificado ser estável. A resposta do sistema linearizado foi simulada na presença de distúrbios conhecidos, e foi considerada aceitável para distúrbios menores do que 20% das condições de fluxo originais (nominais) ou de equilíbrio. Com o propósito de avaliar as equações do controlador e estimador derivados do modelo linearizado, foram feitas simulações do controlador e estimador em um modelo não linear de fluxo. O desempenho do algoritmo de controle e do estimador em manter as condições desejadas de fluxo foram aceitáveis. O procedimento apresentado é muito apropriado para formular algoritmos de controle em sistemas de distribuição de água.

Baseado nos resultados obtidos neste estudo, pode-se concluir que o controle realimentado em sistemas de distribuição de água pode ser projetado usando a teoria de controle moderno através de um regulador quadrático linear. Esta conclusão está baseada na estabilidade, controlabilidade e observabilidade obtida do sistema realimentado. A existência de um critério ou índice de desempenho simples, representado pela matrizes de ponderação dos estados e controles, é um dos fatores que tornam esta técnica superior às outras aplicações anteriores, evitando o esforço de rastrear muitas variáveis de projeto para obter as especificações desejadas. Neste trabalho, procedimentos bem definidos para a seleção dos elementos destas matrizes foram utilizados. Outra característica importante da técnica é que ela permite que apenas poucos estados do sistema sejam medidos embora todos os estados sejam necessários para a geração do controle. Os estados não medidos são gerados pelo estimador de estado. Esta é uma vantagem fundamental para tornar possível e realizável o controle na prática. Os benefícios econômicos resultantes do uso desta técnica podem superar os custos de implementação deste esquema de controle.

Neste trabalho, mostrou-se que a técnica do regulador quadrático linear pode ser usada no controle ótimo de redes de distribuição de água. No entanto, os estudos realizados representam apenas um passo preliminar para uma aplicação prática da teoria do regulador quadrático linear em projetos de controle realimentado de sistemas de distribuição de água. Há ainda algumas questões a serem investigadas:

- um método mais sistemático deve ser encontrado para verificar a acurácia do modelo linearizado, possivelmente comparando os resultados de simulações com os resultados experimentais de campo ou de laboratório.

- na prática, há uma necessidade de identificar com precisão as demandas ou os consumos nos nós da rede com o objetivo de considerar as futuras condições de equilíbrio. Esta identificação pode ser obtida através da teoria moderna de filtros e deve ser considerada em futuras pesquisas.

- somente os efeitos dos distúrbios causados pela variação de demanda foram considerados neste estudo. Outros distúrbios podem ser importantes em alguns casos.

- o desempenho do modelo foi avaliado para valores pequenos de distúrbios para não violar a suposição de pequenos desvios feita durante o processo de linearização. A teoria do controle ótimo é ainda aplicável para distúrbios maiores, e métodos para acomodar estes distúrbios podem ser investigados.

- uma análise de sensibilidade deve ser realizada para observar como as matrizes de estado A e B (ou G e H), do controlador K e do observador L variam com as mudanças das condições nominais. Deve ser possível usar os mesmos valores das matrizes K e L quando pequenas mudanças nas condições nominais ocorrem.

- as dimensões relativamente pequenas de alguns elementos da matriz ganho K do controlador e da matriz ganho L do estimador sugere um controlador e estimador quase ótimo onde os ganhos menores não são considerados, permitindo a utilização de técnicas de matrizes esparsas para a resolução do problema de controle.

- atenção foi dada para o controle automático de válvulas redutoras de pressão usando a teoria do regulador quadrático linear. Outros mecanismos de controle podem ser estudados e incorporados na análise.

- finalmente, considerações de efeitos estocásticos na medida dos estados estimados devem ser incorporados no modelo.

ANEXO A

MATRIZES PESO DE UM REGULADOR QUADRÁTICO LINEAR

a.1 - Introdução

Os métodos e técnicas do controle clássico são aplicados em sistemas lineares, invariantes no tempo e com uma única entrada e saída. O principal propósito de se projetar sistemas utilizando os métodos clássicos de controle é garantir a estabilidade e secundariamente obter uma resposta transiente desejada do sistema. Os métodos de projeto são uma combinação de métodos analíticos (transformada de Laplace, teste de Routh, etc.), gráficos (gráficos de Nyquist, Nichols, etc.) e conhecimentos empíricos. Para sistemas de maior ordem com múltiplas entradas, ou sistemas que não possuem as propriedades assumidas na aplicação do controle clássico, o projetista está geralmente limitado em alcançar um projeto satisfatório.

O principal objetivo ou propósito do controle moderno, é apresentar soluções para uma classe muito maior de problemas de controle. O controle ótimo é um ramo particular do controle moderno que provê soluções analíticas para um tipo especial de problemas. O sistema resultante de um projeto ótimo não é suposto simplesmente ser estável ou satisfazer qualquer uma das restrições desejáveis associadas com o controle clássico, mas é suposto ser o melhor sistema possível de um tipo de problema particular, daí então a denominação "ótimo". O controle ótimo linear por sua vez é um tipo especial do controle ótimo. O sistema controlado é assumido ser linear, e o controlador, que é o mecanismo que gera o controle ótimo, é linear. Neste trabalho estamos interessados em estudar e relatar matematicamente o problema do regulador quadrático linear ótimo, que é um problema especial do controle ótimo linear, e analisar as propriedades da solução para o problema de rede de distribuição de água.

Na engenharia, assim como em sistemas de controle, o projeto é de interesse central. Questões relacionadas ao projeto, às aplicações práticas, e às dificuldades de formular o problema, são algumas motivações da realização deste trabalho. Este anexo tem como objetivo geral prover um conhecimento necessário, sem muito desenvolvimento matemático complexo, para a obtenção de um projeto ótimo de controle realimentado. Novas idéias estão sempre sendo introduzidas na área de controle, e novos conceitos e técnicas estão sempre sendo desenvolvidos.

Um dos tópicos fundamentais da teoria de controle é o da realimentação. O uso da realimentação é considerado um meio de modelar a resposta transiente de sistemas lineares invariantes no tempo. Os objetivos principais da realimentação na prática são:

- aperfeiçoar ou assegurar as características de estabilidade do sistema.
- reduzir a sensibilidade do sistema aos erros de modelação.
- aperfeiçoar a capacidade do sistema em rejeitar os distúrbios.
- alterar a resposta transiente do sistema.

A resposta de um sistema depende basicamente dos autovalores que determinam a taxa de crescimento ou decaimento da resposta, dos autovetores que determinam a forma da resposta, e da condição inicial que determina o grau que cada modo participa na resposta.

A fixação da estrutura modal (autovalores e autovetores), utilizando a realimentação de estado, é um dos métodos mais freqüentemente empregados em projetos de sistemas de controle. A resposta transiente depende fundamentalmente da estrutura modal e qualquer alteração desta estrutura resulta na mudança da resposta transiente do sistema. Portanto, uma resposta transiente desejada do sistema pode ser obtida pela seleção dos autovalores e autovetores através da realimentação. A relação exata entre a realimentação e a resposta transiente do sistema, tem sido um tópico de interesse por muitas décadas. No contexto da teoria de controle moderno e da formulação espaço de estado, grandes avanços tem ocorrido nos últimos anos.

Particularmente, as posições dos pólos é uma poderosa ferramenta para entender na essência como o sistema responderá. Uma vez conhecido os valores dos pólos do sistema, sabe-se as características da resposta. A figura (a.1) mostra os efeitos das posições dos pólos na resposta para sistemas de primeira e segunda ordem. Projetistas de sistemas de controle freqüentemente manipulam os parâmetros de projeto para que os pólos tenham valores que resultem em respostas aceitáveis. Métodos de tentativa e erro são freqüentemente utilizados para alterar os parâmetros que afetam as posições dos pólos. Uma vez que o projeto é obtido com os pólos nas posições preditas para fornecer respostas aceitáveis, o projetista de controle verifica se o projeto é satisfatório. Em geral, pólos mais distantes à esquerda no plano complexo estão associados com sinais que decaem mais rapidamente do que aqueles associados com pólos mais próximos do eixo imaginário. Se os pólos estão localizados com valores positivos no plano complexo direito, a resposta é uma função exponencialmente crescente e instável. Num sistema com mais de um pólo, a resposta será uma combinação das características dos pólos individuais. Geralmente as partes reais dos autovalores dominantes do sistema realimentado determinam a taxa de amortecimento das oscilações dinâmicas, e as partes imaginárias determinam a freqüência destas oscilações, sendo que o desempenho dinâmico do sistema de controle depende principalmente das partes reais dos autovalores dominantes. Portanto o primeiro passo no projeto de colocação de pólo é decidir as posições dos pólos no sistema realimentado.

Quando se tem suficiente energia de controle, os pólos do sistema realimentado podem ser virtualmente colocados em qualquer lugar no plano esquerdo complexo pelo método de controle. Mas na seleção das posições dos pólos, é importante ter em mente, que o esforço de controle requerido está relacionado com quão longe os pólos do sistema não realimentado são movidos pela realimentação. Uma filosofia de colocação de pólo é fixar somente os pólos indesejáveis do sistema não realimentado e assim evitar grandes esforços para mover todos os pólos. O controle ótimo faz um balanço entre uma resposta satisfatória do sistema e o esforço de controle. Então, entre as diversas características do controle ótimo, está a imposição de uma penalização nas variáveis de estado e entradas de controle em um índice de desempenho, com o objetivo de investigar a relação entre o desempenho do sistema e os esforços de controle.

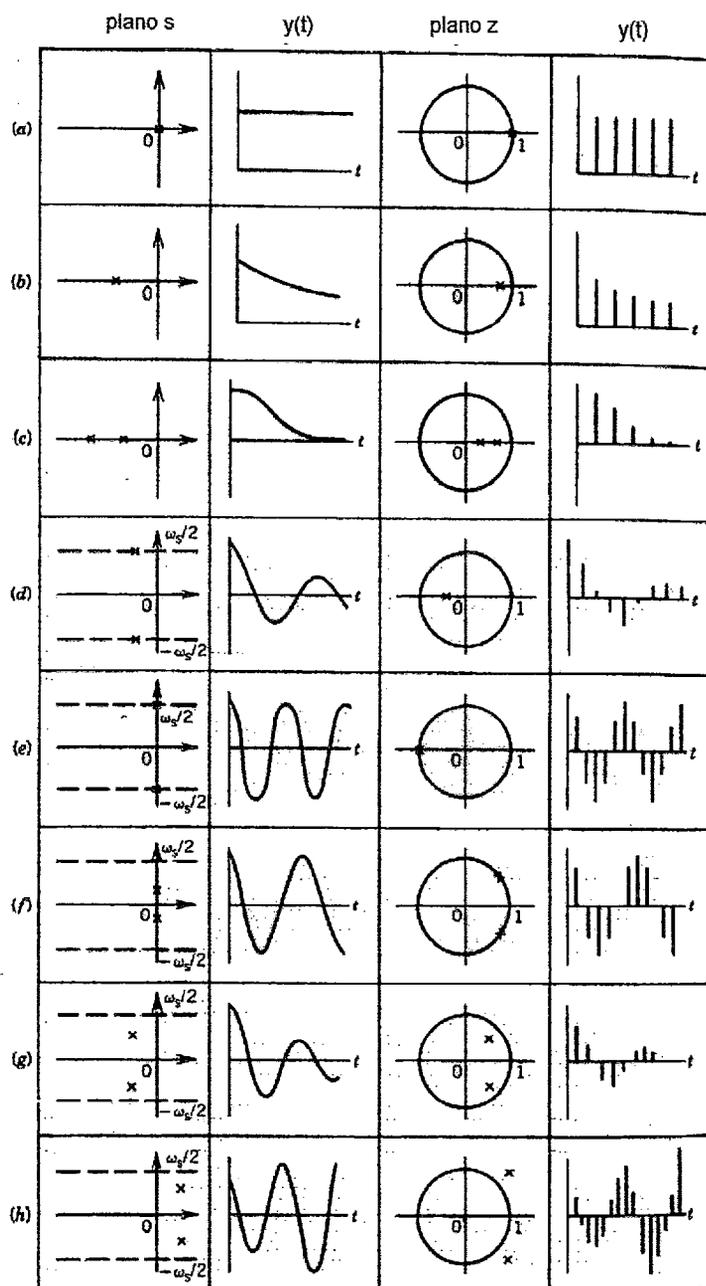


Fig. a.1 - Efeitos das posições dos pólos em sistemas de primeira e segunda ordem.

Sem a consideração deste índice de desempenho, que pode ser uma função quadrática, é difícil balancear as variáveis de controle e de estado para levar em conta a eficiência do controle. Portanto, o problema de controle ótimo invariante no tempo envolve um sistema dinâmico linear e uma função custo integral quadrática que admite diversas interpretações.

O regulador ótimo ou regulador quadrático linear (LQR) é um típico problema de projeto de controle ótimo com a representação espaço de estado. A teoria do regulador ótimo tem sido largamente usada em aplicações reais. Há um grande número de trabalhos nas duas últimas décadas aplicando a teoria do regulador quadrático linear ótimo (LQR) em sistemas determinísticos. O método LQR minimiza um índice de desempenho quadrático, onde as restrições são as equações de movimento do sistema na forma espaço de estado.

Enquanto é freqüente afirmar que o problema do regulador quadrático linear é "resolvido" do ponto de vista teórico, ainda parece haver questões não resolvidas do ponto de vista aplicativo. Apesar dos anos de pesquisa teórica e constante crescimento em aplicações práticas, a metodologia de projeto do regulador quadrático linear ainda sofre restrições matemáticas fundamentais. Para utilizar o método do regulador quadrático linear, o projetista deve reduzir as restrições de desempenho a um simples critério, que é a restrição de que os estados e os controles sejam quadráticos. Pouco se sabe sobre as relações entre tal critério específico e as especificações mais gerais de projeto, de tal forma que o projetista deve invariavelmente recorrer às iterações de tentativas e erros. Provavelmente, a área mais importante sobre a qual um melhor entendimento é necessário, é a relação entre o índice de desempenho escalar e as propriedades resultantes do regulador. Esse problema talvez seja um dos desenvolvimentos mais importantes na teoria de controle moderno. Projetos de controle quadrático linear são inerentemente robustos em relação à estabilidade na presença de grandes perturbações, não linearidades, etc. Eles asseguram que o sistema ótimo realimentado seja menos sensível às variações de parâmetros do que o sistema não realimentado. É bem conhecido que a teoria do regulador quadrático linear ótimo é uma das mais poderosas ferramentas para o projeto de sistemas de controle multivariáveis em uma variedade de aplicações. Entre várias características atraentes do problema LQR, está o fato que sob certas condições de estabilidade e observabilidade, o sistema realimentado resultante é assintoticamente estável, e tem certas propriedades inerentes desejáveis.

Para projetar um controlador ótimo quadrático linear, o modelo do sistema é primeiramente linearizado em torno de um ponto de operação. O controle linear do sistema dinâmico invariante no tempo na forma espaço de estado em tempo contínuo e discreto respectivamente é descrito como:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (a.1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (a.2)$$

e

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) \quad (a.3)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (a.4)$$

onde A e B são as matrizes do sistema contínuo, G e H são as matrizes do sistema discreto, e C é a matriz de saída do sistema. x, u, e y são os vetores das variáveis de estado, dos sinais de controle, e das variáveis de saída, respectivamente.

Para o sistema linear, contínuo e discreto no tempo respectivamente, descrito pelas equações (a.1) a (a.4), o sinal de controle ótimo u que minimiza o índice de desempenho:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^t(t)Qx(t) + u^t(t)Ru(t)) dt \quad (a.5)$$

ou

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [x^t(k)Qx(k) + u^t(k)Ru(k)] \quad (a.6)$$

é uma função linear em termos da variável de estado do sistema:

$$u(t) = Kx(t) = R^{-1}B^tPx(t) \quad (a.7)$$

ou

$$u(k) = Kx(k) = [R + H^tPH]^{-1}H^tPGx(k) \quad (a.8)$$

onde Q e R são as matrizes peso, K, é a matriz ganho de realimentação, e P é a solução da equação matricial de Riccati:

$$A^tP + PA - PBR^{-1}B^tP + Q = 0 \quad (a.9)$$

ou

$$P = Q + G^tPG - G^tPH[R + H^tPH]^{-1}H^tPG \quad (a.10)$$

A equação de Riccati é a chave para o projeto de sistemas de controle ótimo linear. Se as matrizes Q e R são conhecidas, a matriz P pode ser obtida resolvendo a equação de Riccati (eq. a.9 ou a.10), e então o sinal de controle ótimo u é calculado pela equação da lei de controle (a.7) ou (a.8).

O problema de controle linear ótimo tem sido extensivamente estudado e adequadamente resolvido na literatura quando as matrizes do sistema são conhecidas e a função custo é dada. Baseado no fato que o controle ótimo de um problema linear quadrático é dado por uma realimentação linear de estado, muitas tentativas tem sido feitas para aplicar essa teoria na síntese de um sistema de controle realimentado. Há dois passos importantes para projetar com sucesso um controlador. O primeiro, é ter um modelo matemático preciso do sistema controlado, e o segundo, é selecionar uma matriz de controle K ou matrizes peso apropriadas Q e R.

Há no mínimo duas aplicações distintas para a determinação da matriz de controle K (ou matrizes peso Q e R). A primeira, denominada "*controle ótimo*", tem como objetivo escolher K (ou matrizes peso Q e R) que minimize um índice de desempenho quadrático J (eq. a.5 ou a.6). Nesta equação, Q é uma matriz definida não negativa e R é uma matriz definida positiva. Portanto a minimização do índice de desempenho J depende da escolha das matrizes Q e R . E a segunda aplicação, denominada "*controle modal*" (ou colocação de pólo), tem como objetivo escolher K (ou matrizes peso Q e R) que resulte em um sistema realimentado:

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) \quad (a.11)$$

ou

$$x(k+1) = (G - HK)x(k) \quad (a.12)$$

com autovalores prescritos. Esta colocação de pólo também é um problema associado com a seleção apropriada das matrizes peso Q e R , quando um conjunto de autovalores desejados do sistema realimentado é especificado. Se as matrizes peso Q e R do índice de desempenho são dadas, os autovalores do sistema realimentado são unicamente determinados. No entanto, estes autovalores podem não fornecer ao sistema um grau de estabilidade desejado. Este problema tem sido estudado por muitos pesquisadores desde 1970, e muitos trabalhos tem sido publicados nesta área de pesquisa. Os métodos de colocação de pólos podem fornecer certos tipos de conexões entre os pólos (autovalores) do sistema realimentado e os ganhos de realimentação, e eles tendem a resultar em respostas transientes mais acuradas. É importante ressaltar que, usando a aplicação de controle modal, encontramos uma matriz de realimentação K (ou matrizes peso) não única que confere ao sistema os autovalores desejados.

O que se precisa é então um método que combine as duas aplicações para determinar a matriz de realimentação K ou as matrizes peso Q e R , de tal forma que forneça ao sistema os autovalores desejados e ao mesmo tempo que minimize um índice de desempenho. Este é um problema difícil por causa da falta de conhecimento sobre a relação entre a função quadrática especificada e as características dinâmicas do sistema realimentado. Todas as leis resultantes do controle ótimo dependem do peso das diversas variáveis de estado. É bastante evidente que diferentes matrizes peso resultam em diferentes ganhos de realimentação, diferentes leis de controle, diferentes custos, diferentes autovalores do sistema controlado, e diferentes desempenhos dinâmicos do sistema realimentado. É importante notar que, em geral, não há uma única solução para esse problema, podendo haver diversas matrizes peso que forneçam os mesmos autovalores do sistema realimentado e ao mesmo tempo minimize o índice de desempenho.

Esforço tem sido dedicado por projetistas neste tipo de problema há duas décadas, experimentando diversas maneiras de selecionar um bom conjunto de pesos para satisfazer as várias especificações de projeto. A maneira tradicional de selecionar as matrizes peso Q e R da função custo quadrática, é o método de tentativa e erro que usa a experiência e o entendimento físico dos problemas envolvidos para fornecer um desempenho satisfatório. Muitos estudos devem ser feitos no domínio do tempo com

diferentes matrizes peso para escolher aquelas que fornecem um desempenho desejado. Esse método consome tempo e é ineficiente. Além disso, por causa da complexidade, as matrizes Q e R são comumente escolhidas ser diagonais. Este tratamento simplista diminui o efeito das matrizes peso no controle do sistema, e muitas vezes não satisfaz as demandas específicas dos limites dos ganhos de realimentação de situações práticas comuns. Diretrizes gerais são normalmente especificadas para construir estas matrizes, mas esses métodos podem não levar a respostas satisfatórias. Para tratar do problema com estas limitações, métodos intuitivos que evitam o processo de tentativa e erro são muitas vezes idealizados para selecionar os pesos quadráticos. Essas técnicas abrangem desde a aproximação de Bryson de uma matriz inversa diagonal, até várias versões de modelos mais gerais.

Em aplicações da teoria do regulador quadrático linear ótimo (LQR) para sistemas de múltiplas entradas, não tem sido usadas um claro procedimento para selecionar de maneira ótima as matrizes peso para alcançar um conjunto desejado de autovalores do sistema. Este fato se deve principalmente por causa do mapeamento indireto e não linear entre as matrizes peso e os autovalores do sistema realimentado, sendo difícil encontrar convenientes matrizes Q e R.

Recentemente, métodos de seleção dos pesos no problema LQR tem sido considerado por diversos autores. O problema se reduz basicamente em calcular as matrizes peso de estado apropriadas, tal que a lei de controle ótimo resultante coloque a estrutura modal do sistema realimentado numa localização pré-definida. A relação entre os pólos e as matrizes peso tem sido explorada e utilizada em diferentes algoritmos.

Portanto, o objetivo específico deste anexo é identificar métodos sistemáticos para automaticamente procurar o par desejado das matrizes peso que satisfaça todas as condições pré-especificadas. Com um dado limite do ganho de realimentação e da taxa de amortecimento dos autovalores, as técnicas de otimização propostas devem automaticamente otimizar as matrizes peso para mover os autovalores tão longe quanto possível do eixo imaginário. Neste anexo uma breve revisão dos resultados e técnicas mais importantes da literatura é apresentada para encontrar convenientes matrizes Q e R, que forneçam um balanço desejável entre as respostas das variáveis de estado e os esforços de controle, satisfazendo as restrições de desempenho para a obtenção de uma resposta transiente desejada de um sistema realimentado.

a.2 - Métodos de Seleção das Matrizes Peso

Na função custo quadrática integral, há uma relação entre a especificação do desempenho desejado do sistema e os parâmetros do projeto. Para um índice de desempenho quadrático linear, estes parâmetros são as matrizes peso, e eles devem ser escolhidos para atingir o desempenho desejado do sistema.

As técnicas disponíveis para a escolha das matrizes peso, podem ser divididas em três grupos principais (GRIMBLE e JOHNSON 1988):

- técnicas heurísticas
- técnicas de fixação de uma estrutura modal ótima
- técnicas de fixação de uma estrutura modal ótima assintótica

A essência das técnicas destes três grupos é descrita neste anexo.

a.2.1 - Técnicas Heurísticas

As primeiras técnicas utilizadas para a seleção das matrizes peso da função custo quadrática foram de natureza heurística. Uma dessas técnicas, é o método "quadrático inverso" ou "método quadrático inverso de Bryson". Este método é ainda usado como uma primeira avaliação por muitos projetistas. O método quadrático inverso ainda persiste como um método largamente usado para a seleção das matrizes custo quadráticas. O conceito básico da técnica, é normalizar a contribuição dos estados (ou saídas) e dos termos de controle, na função custo quadrática. Esta normalização, é geralmente realizada usando os valores máximos dos estados e controles individuais.

Suponha que as matrizes peso $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $R \in \mathbb{R}^{r \times r}$ sejam diagonais, ou seja:

$$Q = \text{diag}[q_1, \dots, q_n] \quad (\text{a.13})$$

$$R = \text{diag}[r_1, \dots, r_r] \quad (\text{a.14})$$

O algoritmo é descrito como:

i) Determine os máximos desvios toleráveis $x_i(\text{max})$ com $i = 1, \dots, n$, e $u_j(\text{max})$ com $j = 1, \dots, r$.

ii) Calcule as matrizes peso da função custo quadrática:

$$q_i = \frac{1}{x_i^2(\text{max})} \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{a.15})$$

$$r_j = \frac{1}{u_j^2(\text{max})} \quad j = 1, \dots, r \quad (\text{a.16})$$

iii) Resolva o problema regulador quadrático, e se uma resposta não satisfatória for obtida, modifique os pesos individuais q_i ou r_j , ou seja, o balanço entre os termos de estado e de controle, até obter uma resposta satisfatória.

Embora simples, o método requer um procedimento de tentativa e erro para uma resposta satisfatória.

a.2.2 - Técnicas de Fixação de uma Estrutura Modal Ótima

As técnicas apresentadas nesta seção dependem da capacidade do projetista especificar o comportamento dinâmico desejável do sistema realimentado. Para

sistemas na representação espaço de estado, o comportamento dinâmico transiente depende da estrutura modal do sistema realimentado, ou seja, dos autovalores (ou pólos) e seus autovetores associados. Enquanto a especificação dos pólos do sistema realimentado é aceita na prática, a seleção dos seus autovetores associados é um conceito novo com poucas correlações disponíveis para a orientação em projetos de controle. Estas técnicas tem suas origens em dois métodos de seleção das matrizes peso, e estão baseadas na obtenção de um sistema realimentado com pólos exatamente prescritos ou aproximadamente prescritos. Esses métodos são chamados de “controle modal ótimo” e “projeto regulador com estabilidade prescrita” respectivamente.

O problema do controle modal ótimo utiliza a especificação dos pólos do sistema realimentado para determinar as matrizes peso Q e R apropriadas, ou seja, as matrizes Q e R são escolhidas de tal forma que o regulador coloca os pólos em posições desejadas e exatas. Em alguns casos, é suficiente obter pólos com um certo grau de estabilidade. Essa classe de técnicas é conhecida como projeto regulador com estabilidade prescrita. Envolvendo estes dois tipos de técnicas, há diversas soluções para o problema de fixação de uma estrutura modal ótima. Uma característica comum da maioria destes algoritmos, é o uso de um algoritmo de otimização não linear para obter a eventual solução.

- Projeto Regulador com Estabilidade Prescrita

Para muitos propósitos de projeto, não é necessário prescrever posições exatas de todos os pólos. Em vez disso, é freqüentemente suficiente especificar uma região no plano complexo esquerdo onde os pólos deveriam se posicionar. Tal técnica, quando baseada na metodologia de controle ótimo, é conhecida como um projeto regulador com estabilidade prescrita.

No contexto de controle ótimo, essa idéia foi primeiramente descrita por ANDERSON e MOORE (1969), onde uma simples transformação de estado foi usada para localizar todos os autovalores à esquerda de uma linha vertical paralela ao eixo imaginário no plano complexo esquerdo.

KAWASAKI e SHIMEMURA (1983) publicaram uma nota técnica para posicionar os autovalores dentro de uma região hiperbólica no plano complexo esquerdo. Este método explora as propriedades do regulador de mínima energia e da equação matricial de Riccati para construir as matrizes peso apropriadas. A teoria do algoritmo pode ser aplicada para outras regiões de estabilidade prescrita. Usando o método proposto, os pesos quadráticos são obtidos de uma forma que todos os pólos do sistema realimentado são localizados numa região desejada para a obtenção de uma boa resposta e estabilidade. O sistema construído por este método possui as características de um problema linear ótimo e de um problema de colocação de pólo, sendo portanto útil em projetos de sistemas de realimentação linear. O método permite que todos os pólos do sistema realimentado estejam localizados na região hachurada da figura (a.2).

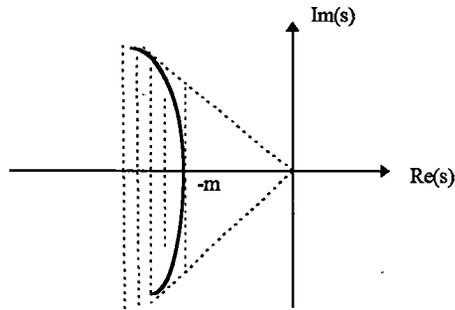


Fig. a.2 - Região hiperbólica de estabilidade.

Por experiência, sabe-se que se todos os pólos estão localizados na região da figura (a.2), as respostas convergem para o estado permanente numa velocidade apropriada e sem oscilações. Este método coloca os pólos do sistema realimentado em um número finito de no máximo n iterações. Além disso, os pólos que tem sido já localizados na região desejada, não são removidos nas iterações subsequentes do algoritmo.

JUANG e LEE (1984) propuseram um método que pode ser usado para direcionar o procedimento de colocação ótima de pólo. Uma região variável é definida para onde os novos autovalores do sistema realimentado são localizados. Segundo os pesquisadores, o procedimento proposto não exige a resolução da equação de Riccati, é flexível quanto a região onde o pólo pode ser fixado de maneira ótima, e tem diversas propriedades numéricas vantajosas, especialmente para sistemas mal condicionados ou sistemas de ordem elevada.

SHIEH, DIB e McINNIS (1986) apresentaram um método para encontrar um regulador quadrático linear que resulte em um sistema ótimo realimentado com os autovalores prescritos dentro de uma faixa vertical no plano esquerdo complexo.

O problema de colocação de todos os pólos de um sistema por realimentação de estado, dentro de um disco especificado, é considerado por FURUTA e KIM (1987) para sistemas contínuos e discretos. Uma lei de controle é determinada usando uma equação de Riccati discreta que pode ser calculada diretamente. Este tipo de problema é denominado de colocação de pólo-D, e suas propriedades e características em relação ao problema do controle ótimo são discutidos.

Considerando que a metodologia apresentada por FURUTA e KIM (1987) foi utilizada nas simulações realizadas neste trabalho, a metodologia é descrita a seguir. Supondo o par (A,B) e o par (G,H) controlável e/ou observável, o problema a ser considerado é determinar a realimentação de estado u (eqs. a.7 e a.8) tal que os pólos do sistema realimentado, ou seja, as raízes de:

$$\det[sI - (A + BK)] = 0 \quad (a.17)$$

ou

$$\det[sI - (G + HK)] = 0 \quad (a.18)$$

estejam localizados no disco D com centro $\alpha + 0j$, e raio r , como mostrado na figura (a.3) para o sistema contínuo e na figura (a.4) para o sistema discreto.

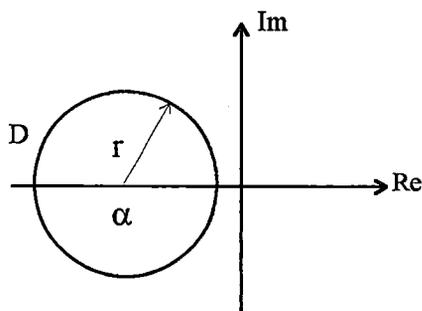


Fig. a.3 - Disco D no plano complexo esquerdo.

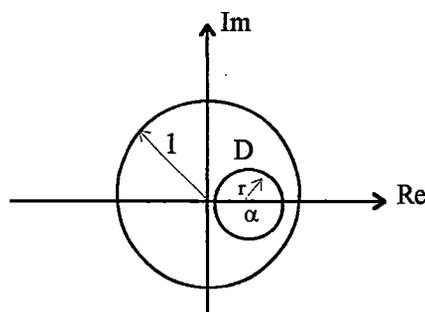


Fig. a.4 - Disco D no disco unitário com o centro na origem.

A lei de realimentação de estado que fixa os pólos de um sistema realimentado contínuo ou discreto no disco da figura (a.3) ou da figura (a.4) respectivamente, é dada por:

$$u = -(r^2 R + B^t P B)^{-1} B^t P (A - \alpha I) x = K x \quad (\text{a.19})$$

ou

$$u = -(r^2 R + H^t P H)^{-1} H^t P (G - \alpha I) x = K x \quad (\text{a.20})$$

onde P é a solução simétrica definida positiva da equação de Riccati:

$$P = \frac{(A - \alpha I)^t}{r} P \frac{(A - \alpha I)}{r} + Q - \frac{(A - \alpha I)^t}{r} P B (r^2 R + B^t P B)^{-1} B^t P \frac{(A - \alpha I)}{r} \quad (\text{a.21})$$

ou

$$P = \frac{(G - \alpha I)^t}{r} P \frac{(G - \alpha I)}{r} + Q - \frac{(G - \alpha I)^t}{r} P H (r^2 R + H^t P H)^{-1} H^t P \frac{(G - \alpha I)}{r} \quad (\text{a.22})$$

Nesta equação, $Q = Z'Z$ é uma matriz semi definida positiva, R é uma matriz arbitrária definida positiva, e Z é uma matriz tal que o par (A,Z) ou o par (G,Z) seja observável. A localização dos pólos dentro do disco especificado é somente dependente das matrizes Q e R e da equação discreta de Riccati.

Um regulador quadrático linear ótimo foi desenvolvido por SHIEH, DIB e GANESAN (1988) para colocar de maneira ótima os pólos de sistemas multivariáveis contínuos em uma região de um setor aberto (fig. a.5), limitada pelas linhas inclinadas $\pm\pi/2k$ ($k = 2$ ou 3) em relação ao eixo real negativo, e uma linha paralela ao eixo imaginário do lado esquerdo do plano complexo. A colocação de pólo ótima foi realizada sem utilizar explicitamente os autovalores do sistema não realimentado. O sistema realimentado resultante com seus autovalores na região desejada é ótimo com relação a um índice de desempenho quadrático.

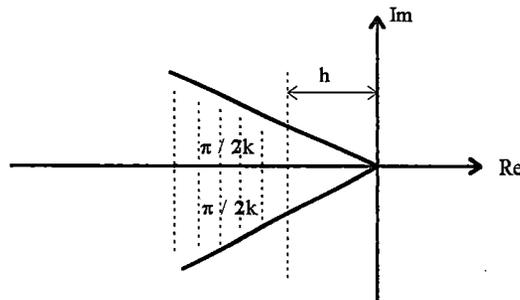


Fig. a.5 - Região de interesse para o setor de ângulo menor que $\pi/2$.

O problema de colocação ótima de pólo está baseado principalmente na solução de uma equação matricial linear de Lyapunov, enquanto que o método apresentado por KAWASAKI e SHIMEMURA (1983) é baseado na solução de uma equação matricial não linear de Riccati. Além disso, eles introduziram uma certa quantidade de arbitrariedades na avaliação das matrizes peso e ganho de realimentação, como por exemplo, a escolha arbitrária de um ganho constante. Este método coloca os autovalores do sistema não realimentado na região limitada pelas linhas $\pm\pi/2k$ em relação ao eixo real negativo para $k = 2$ ou 3 . Portanto a maior região que pode ser considerada é limitada pelas linhas inclinadas $\pm\pi/4$ (45°). Para o caso de setores que são limitados por ângulos maiores, uma técnica de transferência de setor foi usada para a colocação do pólo. O método apresentado coloca de maneira ótima os pólos de um sistema realimentado em qualquer setor geral com ângulo entre $\pi/2$ e π (fig. a.6). Embora o método apresentado coloque de forma ótima os pólos em um setor mais geral com ângulos entre $\pi/2$ e π , quando $k = 2$ ou 3 , as respostas do sistema convergem com uma velocidade apropriada e sem oscilações excessivas.

Considere a região mostrada na figura (a.6), onde o setor é limitado pelas linhas (a) e (b) inclinadas com ângulos $\pm\theta$ ($\theta > 45^\circ$) em relação ao eixo real negativo. Também considere a região limitada pelas linhas (c) e (d), e a linha vertical em $-h_1$. Os pólos do sistema realimentado devem ser colocados nesta última região.

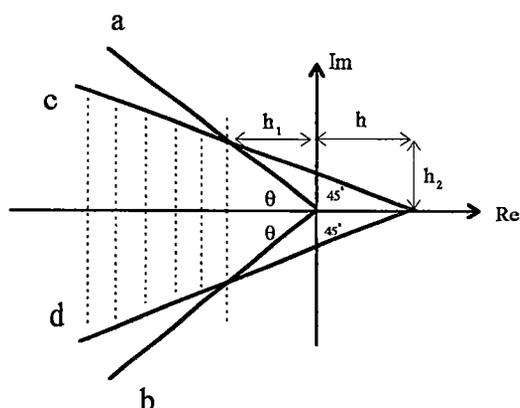


Fig. a.6 - Região de interesse para o setor entre $\pi/2$ e π .

O setor limitado pelas linhas (c) e (d) inclinadas de $\pm\pi/4$ em relação ao eixo real tem origem no eixo real positivo em $h = h_2 - h_1$, onde $h_2 = h_1 \tan(\theta)$. Portanto, o problema de colocação de pólo pode ser reduzido a um caso particular do problema visto anteriormente para $k = 2$. O procedimento de projeto apresentado não requer o conhecimento explícito dos autovalores do sistema não realimentado e uma expressão foi deduzida para uma constante de ganho que assegura que no mínimo dois autovalores adicionais se movem para o setor aberto em cada iteração. O número máximo de iterações requerido para alcançar a colocação desejada dos pólos é igual ao maior inteiro menor ou igual a $(n/2 + 2)$. Baseado nas observações acima, os procedimentos de projeto apresentados foram considerados eficientes.

- Controle Modal Ótimo

O objetivo do controle modal é determinar uma lei de realimentação de estado para que o sistema tenha um conjunto de autovalores pré-definidos. O controle modal ótimo, diferentemente do regulador com estabilidade prescrita, utiliza uma especificação exata das posições individuais dos pólos do sistema realimentado para determinar as matrizes peso Q e R apropriadas. O ganho de realimentação é então obtido do problema do regulador quadrático linear. Vários métodos podem ser encontrados na literatura: SOLHEIM (1972), GRAUPE (1972), BAR-NESS (1978), AMIN (1985), SAIF (1989), LUO e LAN (1995), OCHI e KANAI (1995).

Estas técnicas podem ser divididas em dois grupos: os métodos exatos e os métodos de perturbação.

- Métodos Exatos para Controle Modal Ótimo

Estes métodos realizam a colocação de pólos através de uma formulação explícita entre os elementos das matrizes peso e os autovalores desejados para o sistema realimentado. Os trabalhos que se destacam são: SOLHEIM (1972), AMIN (1985), SAIF (1989) e LUO e LAN (1995).

SOLHEIM (1972) desenvolveu um método que permite projetar sistemas de controle ótimo realimentado com autovalores prescritos, e permite também ser usado para transferir os autovalores de um sistema já ótimo para posições desejáveis. Um método geral e simples é desenvolvido para encontrar os elementos da matriz peso de estado para uma dada matriz de controle. O método pode ser aplicado em projetos de sistemas contínuos e discretos. Ele considerou o caso onde a matriz do sistema tem autovalores distintos reais e autovalores complexos. O método é baseado no fato que os diferentes ganhos de realimentação e as diferentes matrizes peso podem ser somados para fornecer o resultado final. A seqüência de transferência dos autovalores pode ser arbitrária, mas cada seqüência resultará em uma matriz Q diferente.

Um método para transferir as partes reais dos pólos de um sistema não realimentado para as posições desejadas, preservando as partes imaginárias é apresentado por AMIN (1985). Em cada passo da aplicação proposta, foi necessário resolver uma equação matricial linear de Lyapunov de primeira ou de segunda ordem para transferir um pólo real ou um par de pólos complexos conjugados respectivamente. Na transferência dos diversos pólos, o procedimento é realizado recursivamente. O método apresentado fornece uma solução que é ótima em relação ao índice de desempenho quadrático. O trabalho de AMIN (1985) considera o mesmo problema discutido por SOLHEIM (1972). No entanto, as partes reais dos pólos do sistema não realimentado são considerados ser transferidos para as posições desejadas, enquanto as partes imaginárias são preservadas sem alteração, permitindo assim resolver uma equação linear de Lyapunov ao invés de uma equação não linear de Riccati. O processo de transferência de pólos é obtido por uma lei de controle de realimentação ótima com relação a um índice de desempenho quadrático.

SAIF (1989) propôs um algoritmo recursivo para a seleção da matriz peso de estado Q, e conseqüentemente de um controlador ótimo para um problema regulador quadrático linear (LQR) que resulta em um conjunto de autovalores desejados no sistema realimentado. A lei de controle resultante minimiza o índice de desempenho quadrático, e ao mesmo tempo resulta em um conjunto desejado de autovalores do sistema realimentado. Um método de agregação é utilizado, para que a cada passo do processo recursivo do modelo reduzido, um pólo real ou um par de pólos complexos, sejam devidamente alocados. Isto é feito com equações matriciais de duas ou quatro dimensões respectivamente, independente da dimensionalidade do sistema. O algoritmo, ainda é capaz de colocar um par conjugado complexo em uma nova posição conjugada complexa ou em duas posições distintas reais. A técnica usa propriedades simples do sistema hamiltoniano para a transferência de pólos e cálculo das soluções estáveis e não estáveis da equação matricial de Riccati. O trabalho é basicamente uma extensão do trabalho de AMIN (1985). Especificamente, o algoritmo apresentado é superior àquele trabalho. Uma vantagem do esquema, é que a cada estágio do processo recursivo, trabalha-se com matrizes de baixa ordem (segunda ou quarta ordem) independente da dimensão do sistema.

Esta aplicação para a colocação de pólos proposta por SAIF (1989) foi utilizada nas simulações em tempo contínuo desta pesquisa e é sumariada nos passos do algoritmo abaixo:

- i) Faça $A_0 = A$, o procedimento seqüencial inicia-se no estágio $i = 0$.

a) Se um pólo real λ_0 deseja ser colocado em λ_d , obtenha \hat{A}_i e \hat{B}_i :

$$\hat{A} = CAC^+ \quad (\text{a.23})$$

$$\hat{B} = CB \quad (\text{a.24})$$

onde

$$C^+ = C^t(CC^t)^{-1} \quad (\text{a.25})$$

$$C = [I_\ell | 0]M^{-1} \quad (\text{a.26})$$

b) Se um par conjugado complexo $-\alpha \pm j\beta$ deseja ser colocado em $-\sigma \pm jy$, obtenha \hat{A}_i e \hat{B}_i :

$$\hat{A} = L^{-1}CAC^+L \quad (\text{a.27})$$

$$\hat{B} = L^{-1}CB \quad (\text{a.28})$$

onde:

$$L = \begin{bmatrix} 0.5 & +0.5j \\ 0.5 & -0.5j \end{bmatrix} \quad (\text{a.29})$$

$$C^+ = C^t(CC^t)^{-1} \quad (\text{a.30})$$

$$C = [I_\ell | 0]M^{-1} \quad (\text{a.31})$$

e C é uma matriz $\ell \times n$, M é a matriz modal de A com suas ℓ primeiras colunas tendo os autovetores correspondentes aos pólos a serem alocados ($\ell = 1$ ou $\ell = 2$ para posicionar pólos reais ou complexos respectivamente), e I_ℓ é uma matriz identidade de ordem ℓ .

c) Se um par conjugado complexo $-\alpha \pm j\beta$ deve ser colocado em duas posições reais distintas $-\nu$ e $-\mu$, obtenha \hat{A}_i e \hat{B}_i :

$$\hat{A} = L^{-1}CAC^+L \quad (\text{a.32})$$

$$\hat{B} = L^{-1}CB \quad (\text{a.33})$$

onde:

$$L = \begin{bmatrix} 0.5 & +0.5j \\ 0.5 & -0.5j \end{bmatrix} \quad (\text{a.34})$$

$$C^+ = C^t(CC^t)^{-1} \quad (\text{a.35})$$

$$C = [I_r | 0]M^{-1} \quad (\text{a.36})$$

ii) Obtenha a solução instável \hat{P}^- e os autovalores de \hat{H}_1 :

a) Para um valor de $\hat{Q}_i = 1$, construa \hat{H}_1 , obtenha a solução instável \hat{P}^- e os autovalores de $\hat{H}_1 (\pm\lambda_c)$:

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} \hat{A} & -\hat{B}R^{-1}\hat{B}^t \\ -\hat{Q} & -\hat{A}^t \end{bmatrix} \quad (\text{a.37})$$

$$\hat{P}^- \hat{A} + \hat{A}^t \hat{P}^- - \hat{P}^- \hat{B}R^{-1}\hat{B}^t \hat{P}^- + \hat{Q} = 0 \quad (\text{a.38})$$

b) Calcule o valor de q e δ para encontrar $\hat{Q} = qI$ e obtenha a solução instável \hat{P}^- :

$$q = \frac{[2(\delta^2 + \beta^2 - \gamma^2 - \alpha^2)]}{(e_1 + e_3)} \quad (\text{a.39})$$

$$(\delta^2 + \gamma^2) = q(e_1 + e_3)(\alpha^2 + \beta^2) + q^2(e_1 e_3 - e_2^2) + (\alpha^2 + \beta^2)^2 \quad (\text{a.40})$$

onde:

$$E_1 = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 \\ e_2 & e_3 \end{bmatrix} = \hat{B}R^{-1}\hat{B}^t \quad (\text{a.41})$$

$$\hat{P}^- \hat{A} + \hat{A}^t \hat{P}^- - \hat{P}^- \hat{B}R^{-1}\hat{B}^t \hat{P}^- + \hat{Q} = 0 \quad (\text{a.42})$$

c) Calcule os valores de q e ϕ para encontrar $\hat{Q} = qI$:

$$q = \frac{[(\varphi^2 + v^2) - 2(\alpha^2 - \beta^2)]}{(e_1 + e_3)} \quad (\text{a.43})$$

$$\varphi^2 v^2 = q(e_1 + e_3)(\alpha^2 + \beta^2) + q^2(e_1 e_3 - e_2^2) + (\alpha^2 + \beta^2)^2 \quad (\text{a.44})$$

onde:

$$E_1 = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 \\ e_2 & e_3 \end{bmatrix} = \hat{B}R^{-1}\hat{B}^t \quad (\text{a.45})$$

iii) Calcule o valor de ε :

$$\text{a) } \varepsilon = (|\lambda_d| - |\lambda_c|) / 2 \quad (\text{a.46})$$

$$\text{b) } \varepsilon = (|\sigma| - |\delta|) / 2 \quad (\text{a.47})$$

c) vá para o passo (v)

iv) Calcule \hat{Q}_i :

$$\text{a) } \hat{Q}_i = \hat{Q}_i - 2\varepsilon\hat{P}^- \quad (\text{a.48})$$

$$\text{b) } \hat{Q}_i = \hat{Q}_i - 2\varepsilon\hat{P}^- \quad (\text{a.49})$$

v) Encontre a solução estável \hat{P} ou \hat{P} :

$$\text{a) } \hat{P}(\hat{A} + \varepsilon I) + (\hat{A} + \varepsilon I)\hat{P} - \hat{P}\hat{B}R^{-1}\hat{B}^t\hat{P} + \hat{Q} = 0 \quad (\text{a.50})$$

$$\text{b) } \hat{P}(\hat{A} + \varepsilon I) + (\hat{A} + \varepsilon I)\hat{P} - \hat{P}\hat{B}R^{-1}\hat{B}^t\hat{P} + \hat{Q} = 0 \quad (\text{a.51})$$

$$\text{c) } \hat{P}\hat{A} + \hat{A}^t\hat{P} - \hat{P}\hat{B}R^{-1}\hat{B}^t\hat{P} + \hat{Q} = 0 \quad (\text{a.52})$$

vi) Calcule \hat{Q}_{di} e \hat{K}_i :

$$\text{a) } \hat{Q}_{di} = \hat{Q}_i + 2\varepsilon\hat{P} \quad (\text{a.53})$$

$$\hat{K}_i = R^{-1}\hat{B}^t\hat{P} \quad (\text{a.54})$$

$$b) \hat{Q}_{di} = \hat{Q}_i + 2\varepsilon \hat{P} \quad (a.55)$$

$$\hat{K}_i = R^{-1} \hat{B}_i^t \hat{P} \quad (a.56)$$

$$c) \hat{Q}_{di} = \hat{Q}_i \quad (a.57)$$

$$\hat{K}_i = R^{-1} \hat{B}_i^t \hat{P} \quad (a.58)$$

vii) Calcule Q_{di} e K_i :

$$a) Q_{di} = C^t \hat{Q}_{di} C \quad (a.59)$$

$$K_i = \hat{K}_i C \quad (a.60)$$

$$b) Q_{di} = C^t L^{-t} \hat{Q}_{di} L^{-1} C \quad (a.61)$$

$$K_i = \hat{K}_i L^{-1} C \quad (a.62)$$

$$c) Q_{di} = C^t L^{-t} \hat{Q}_{di} L^{-1} C \quad (a.63)$$

$$K_i = \hat{K}_i L^{-1} C \quad (a.64)$$

Obs.: Coloque o pólo φ real em μ real (caso a)

viii) Atualize a matriz A

$$A_{i+1} = A_i - BK_i \quad (a.65)$$

ix) Se todos os autovalores são fixados e posicionados, termine e encontre Q_d e o ganho ótimo K^* total:

$$Q_d = \sum_i Q_{di} \quad (a.66)$$

$$K^* = \sum_i K_i \quad (a.67)$$

se não, faça $i = i + 1$ e retorne ao passo (i).

Neste trabalho de SAIF (1989), a seleção ótima da matriz peso do sistema é realizada de maneira seqüencial, ou seja, em cada estágio, um pólo real ou um par conjugado complexo é transferido, e uma matriz peso apropriada e a lei de controle ótima correspondente é encontrada. A aplicação é computacionalmente simples, especialmente para grandes sistemas mal condicionados onde somente os autovalores dominantes ou instáveis precisam ser fixados, pois matrizes de grandes ordens são

evitadas em tais casos. Esta simplicidade resulta do fato que a cada estágio do processo seqüencial, o sistema é agregado para um sistema de primeira ou de segunda ordem, dependendo se um pólo real ou um par conjugado complexo é alocado. Desta forma, todos os cálculos requerem matrizes de segunda ou quarta ordem, independentemente da dimensionalidade do sistema para fixar um autovalor através da seleção da matriz peso de estado. Esta característica do algoritmo reduz o esforço computacional drasticamente, em particular quando sistemas de grande ordem são envolvidos. Esta aplicação ainda é capaz de fixar todos os autovalores para as novas posições, ou fixar apenas um subconjunto de autovalores em novas posições e manter os demais, uma vez que do ponto de vista da teoria de controle, não é aconselhável em tais sistemas, alterar o comportamento dinâmico do sistema mais do que seja necessário. Esta importante característica do algoritmo, permite que nenhum esforço de controle seja utilizado para mover os modos não dominantes do sistema. Desta forma, todo o esforço de controle será usado eficientemente para mover os modos dominantes, e portanto pode-se esperar ganhos de realimentação menores.

Resumindo, o projeto do controlador e seu desempenho são superiores às tentativas realizadas anteriormente. As vantagens oferecidas pelo uso desta aplicação são:

- a dificuldade em selecionar um conjunto apropriado de matrizes peso é completamente resolvida usando a liberdade na seleção destes pesos para fixar pólos no sistema realimentado.

- a resposta transiente desejada para o sistema pode ser atingida fixando a estrutura modal do sistema em posições apropriadas através da escolha das matrizes peso.

- o algoritmo é capaz de fixar um subconjunto de pólos do sistema, sem alterar os pólos restantes. Isto é importante no projeto de um controlador ótimo, pois somente os modos dominantes devem ser alterados evitando um alto ganho de realimentação.

- o algoritmo é computacionalmente atrativo, pois a maioria dos cálculos envolvem matrizes de baixa ordem independentemente da dimensão do sistema.

Um critério usando a análise da energia modal dominante é desenvolvido por LIAW (1991) para decidir quais pólos do sistema devem ser alterados. Somente os pólos de energia dominante do sistema não realimentado, ou os pólos de um sistema de realimentação ótima que estão localizados muito próximos do eixo imaginário, são transferidos para a região desejada. Transferindo somente os autovalores dominantes, um controlador eficiente e simples do sistema dinâmico pode ser obtido.

Um método sistemático para a determinação de matrizes peso diagonais para o problema regulador quadrático linear foi proposto e estudado recentemente por LUO e LAN (1995). O propósito do trabalho, foi apresentar um método sistemático para a determinação das matrizes peso diagonais Q e R que forneça os autovalores especificados para o sistema realimentado. O cálculo demonstrou ser eficiente em alguns casos. A matriz diagonal R é escolhida pelo método quadrático inverso. Como a matriz Q é suposta ser semi-definida positiva, um elemento com valor negativo calculado pelo método proposto, é trocado por zero, significando que a variável de estado correspondente não tem nenhuma penalização. Se vários elementos de Q

resultam negativos, a matriz peso R de controle necessitará ser ajustada, alterando por exemplo, as magnitudes máximas requeridas de cada controle de entrada. Esta é uma das principais falhas do método proposto. Como resultado das matrizes peso Q e R , a equação de Riccati é então usada para encontrar a matriz P , e conseqüentemente o controle de realimentação ótimo é determinado.

- Métodos de Perturbação para Controle Modal Ótimo

O conceito básico destes métodos é encontrar uma relação direta entre as perturbações das matrizes peso e os movimentos correspondentes das posições dos pólos do sistema realimentado ótimo. Essas relações podem ser exploradas para uma aproximação iterativa para o controle modal ótimo. Contribuições recentes tem tentado aperfeiçoar esta aplicação incorporando uma técnica de otimização (GRAUPE 1972), ou generalizando a teoria (BAR-NESS 1978). Poucos trabalhos computacionais estão disponíveis, sendo portanto difícil avaliar o sucesso da aplicação.

GRAUPE (1972) apresentou um trabalho relacionado com o problema de determinação das matrizes peso apropriadas para o índice de desempenho do regulador linear, tal que a lei de controle ótima resultante satisfizesse os autovalores requeridos. O pesquisador fornece um algoritmo para obter uma matriz peso diagonal e o ganho ótimo de acordo com os autovalores desejados. A solução emprega cálculo diferencial de matrizes e uma estratégia de minimização gradiente. Um algoritmo é apresentado para um sistema linear com uma simples entrada de realimentação. No entanto, este procedimento é complicado e não parece ser prático. Enquanto as equações diferenciais de GRAUPE (1972) são deduzidas da equação de Riccati, OCHI e KANAI (1995) deduziram estas equações da equação característica da matriz de Hamilton. Como estas equações não incluem soluções da equação de Riccati, elas são mais simples. As características do método proposto se resumem em determinar uma matriz peso diagonal que fornece os pólos do sistema realimentado em localizações exatas desejadas pela resolução das referidas equações diferenciais. No entanto, o método proposto tem as seguintes desvantagens:

- o método requer uma grande quantidade de cálculos para resolver um conjunto de equações diferenciais.
- o procedimento de projeto não garante que a matriz peso seja não definida negativa, não sendo sempre possível obter o regulador ótimo.
- a região de posicionamento dos autovalores é limitada, pela restrição da forma da matriz peso ser diagonal.
- o comportamento dos autovalores que não são fixados, não pode ser predito, ou seja, esses autovalores podem se deslocar para o plano complexo direito se a matriz peso é indefinida.
- a matriz derivada pode se tornar singular em alguns casos. Esta singularidade pode ser evitada, mas há um custo computacional exigido.

Dois métodos foram propostos por BAR-NESS (1978) para a seleção das matrizes do índice de desempenho, tal que o sistema de controle ótimo realimentado

tenha autovalores prescritos. Um método direto, que é baseado na sensibilidade dos pólos do sistema realimentado com relação as variações nas matrizes peso, e um indireto, denominado de método da matriz associada, que é baseado na sensibilidade dos autovalores de uma matriz associada em relação às variações nas matrizes peso. A vantagem mais significativa do método da matriz associada é a não necessidade de resolver a equação não linear matricial quadrática de Riccati. Embora seja necessário em ambos os métodos calcular os autovalores, no método direto, os autovalores direito e esquerdo devem ser calculados, enquanto que no método da matriz associada, é suficiente calcular os autovetores direito. Procedimentos computacionais foram sugeridos para sistemas discretos e contínuos.

- Métodos Aproximados de Fixação da Estrutura Modal Ótima

O desenvolvimento da teoria básica de sistemas lineares, afeta profundamente os tipos de algoritmos que aparecem na literatura. Por exemplo, as técnicas de controle modal ótimo pré-datam o conceito de colocação da estrutura modal do sistema realimentado. Por isso, os algoritmos de fixação da estrutura modal ótima estão ainda sendo desenvolvidos. Esta seção, é voltada para alguns exemplos deste tipo de algoritmo.

A liberdade de projeto que ocorre no problema de fixação de uma estrutura modal ótima, é somada pela não unicidade do ganho de realimentação para se obter uma estrutura modal desejada. Uma aplicação comum é explorar esta liberdade para adicionar uma restrição adicional que a matriz ganho deve satisfazer, e formular um problema de otimização para satisfazer esta condição. Este é um esquema básico das técnicas numéricas de otimização não linear. Essas técnicas tem como objetivo alcançar as posições dos pólos desejados, minimizar a sensibilidade dos pólos para uma variação de parâmetros, e conciliar o índice de desempenho ótimo. Alguns pesquisadores tem realizado uma aplicação direta para a solução deste tipo de problema.

Um exemplo recente da aplicação da otimização não linear para obter-se um controle modal ótimo é o de CHEN, MALIK, QIN e XU (1992). A escolha da matriz peso de um projeto de controle linear ótimo para obter posições pré-especificadas dos autovalores dominantes e sob restrições limites do ganho de realimentação é apresentada. Estudos mostram que, com o método proposto, pode-se obter a matriz peso desejada rapidamente e convenientemente sem o pesado fardo de ter que escolher uma matriz peso por tentativa e erro. Os autovalores dominantes do sistema realimentado tem influência direta no desempenho dinâmico. Portanto, o ponto chave do método proposto é otimizar a matriz peso sob um conjunto de restrições para mover os autovalores dominantes do sistema realimentado para posições pré-especificadas no lado esquerdo do plano complexo. O procedimento de otimização é baseado nas partes reais dos autovalores. No entanto, o modelo de otimização pode ser modificado para considerar os efeitos das partes imaginárias. Matematicamente, o objetivo de introduzir um sistema de controle ótimo, é aperfeiçoar as posições dos autovalores do sistema realimentado no plano complexo. O objetivo de otimizar as matrizes peso é mover os autovalores dominantes do sistema realimentado o máximo

à esquerda no plano complexo sem violar as restrições existentes. Esta técnica de otimização pode considerar muitos tipos de restrições.

Um outro método de otimização é apresentado por SUNAR e RAO (1993). Eles usaram um método heurístico que tem como objetivo fixar uma estrutura modal usando uma lei de realimentação ou de controle ótimo. O algoritmo procura as matrizes peso diagonais apropriadas para a lei ótima mais próxima, que alcance a estrutura modal desejada. O algoritmo requer o uso de uma técnica de otimização não linear. A metodologia foi desenvolvida para a seleção ótima das matrizes peso de estado e de controle do método regulador quadrático linear (LQR) em projetos de estruturas. Um problema de controle ótimo é colocado de tal maneira que as variáveis de projeto são os elementos diagonais de Q e R , a função objetivo é o "trace" da solução matricial da equação de Riccati do método LQR, e as restrições são impostas em relação aos autovalores do sistema realimentado para satisfazer as condições mínimas de estabilidade para o sistema de controle. O procedimento encontra as matrizes diagonais ótimas Q e R permitindo ao sistema controlado alcançar a estabilidade e os limites de desempenho pré-especificados. Além disso, as matrizes resultantes Q e R produzem um índice de desempenho mínimo possível, e assim o esforço de controle é substancialmente reduzido. Segundo os pesquisadores, o método é eficiente para sistemas de grande escala. No trabalho apresentado por eles, é mostrado que a minimização do índice de desempenho quadrático para algumas escolhas de Q e R é proporcional ao "trace" da matriz solução da equação algébrica de Riccati. Se o trace de P , $\text{tr}(P)$, é minimizado, com as variáveis de projeto sendo os elementos diagonais de Q e R , essas matrizes resultantes produzem um índice de desempenho mínimo. O objetivo do trabalho foi encontrar o índice de desempenho quadrático mínimo possível e a estabilidade pré-especificada do sistema. Esta estratégia ótima reduz o custo de controle, e simultaneamente encontra os limites de desempenho e estabilidade impostas no sistema. A aplicação é bastante geral e pode ser aplicada para qualquer sistema com limites especificados de desempenho e estabilidade.

a.2.3 - Técnicas de Fixação de uma Estrutura Modal Ótima Assintótica

Uma desvantagem das técnicas descritas até aqui, é a não consideração das direções dos autovetores do sistema realimentado. No entanto, eles são um importante fator na resposta do sistema. Técnicas que consideram toda a estrutura modal são considerados nesta seção. O conceito da estrutura modal ótima ligado a direção de vetores foi primeiramente explorado para a seleção das matrizes peso Q e R em um projeto regulador ótimo por HARVEY e STEIN (1978). Eles descreveram um procedimento para a seleção das matrizes peso em projetos de controle ótimo quadrático linear. O procedimento é baseado nas características modais assintóticas de reguladores lineares quadráticos multivariáveis quando os pesos de controle tendem a zero. São desenvolvidas as propriedades dos autovalores e autovetores para os pólos que se mantêm assintoticamente finitos e para aqueles que vão assintoticamente para o infinito. Estas propriedades são usadas para fornecer uma caracterização completa e única dos pesos quadráticos. A caracterização oferece um poderoso e novo procedimento de seleção dos pesos, e promete reduzir

substancialmente as iterações de projeto. Fórmulas simples e explícitas foram dadas para as matrizes peso de tal forma a produzir uma estrutura modal com $(n-r)$ modos distintos assintoticamente finitos, e r modos tendendo ao infinito (n e r são dimensões inteiras do estado e controle respectivamente). O projetista deve especificar os parâmetros modais (autovalores e autovetores) para todos os n modos explicitamente.

Em uma publicação mais recente, STEIN (1979) desenvolveu um procedimento mais geral de seleção dos pesos assintóticos para cobrir os casos onde menos do que $(r-n)$ modos sejam finitos, e o restante dos modos tendam ao infinito ou sejam determinados por outros objetivos de projeto secundários. O desenvolvimento do procedimento de seleção dos pesos quadráticos está baseado em certas propriedades assintóticas dos reguladores quadráticos lineares. O procedimento fornece uma estrutura modal assintótica desejada do sistema realimentado quando os pesos de controle tendem a zero. A estrutura pode consistir de $0 \leq p \leq n - r$ modos finitos, com autovalores arbitrários (estáveis), cujo autovetores associados estão restritos ao sub-espaço m dimensional. Os modos restantes tendem ao infinito ou podem ser determinados através de outras considerações secundárias de projeto. Fórmulas explícitas para as matrizes peso foram deduzidas. Essas fórmulas são simples e computacionalmente fáceis de implementar. Elas também possibilitam um entendimento adicional das relações básicas entre os parâmetros de peso e as propriedades resultantes do sistema realimentado para o problema do regulador quadrático.

a.3 - Conclusões

Durante as duas últimas décadas, tem havido considerável interesse em aplicar a teoria de controle ótimo em sistemas reais. Aplicações da teoria de controle ótimo, mais especificamente do regulador quadrático ótimo (LQR), tem sido considerado. SHIMADA (1989) foi o primeiro a aplicar a teoria de controle ótimo moderno em sistemas de distribuição de água para transientes lentos. No entanto, um procedimento de tentativa e erro para selecionar as matrizes peso diagonais da função custo quadrática foi utilizado. Possivelmente, as críticas mais frequentes nos últimos vinte anos em relação à aplicação do controle ótimo linear, tem sido esta aparente dificuldade em selecionar as matrizes peso da função custo quadrática, ou seja, a falta de técnicas para selecionar apropriados pesos do índice de desempenho quadrático para que o sistema tenha um comportamento desejável durante os períodos transientes.

As demandas por alta confiabilidade e eficiência de controle, tem direcionado nossos esforços para a aplicação de novas técnicas de controle moderno em sistemas de distribuição de água. O método é uma combinação da aplicação da colocação de pólo e a técnica de projeto via regulador quadrático linear, fornecendo as vantagens de uma resposta transiente da aplicação da colocação de pólo, e ao mesmo tempo, as vantagens das propriedades de realimentação do projeto quadrático linear. Esta união permite encontrar as matrizes pesos e a lei de controle ótima correspondente, que minimiza o índice de desempenho e ao mesmo tempo fornece uma estrutura modal desejada do sistema realimentado.

A revisão apresentada neste anexo revela uma grande variedade de técnicas disponíveis para resolver este problema. Infelizmente, está fora do escopo deste trabalho, uma avaliação mais compreensiva e sistemática dessas técnicas, no entanto, este anexo teve como objetivo classificar e apresentar os diversos métodos. Os algoritmos propostos por FURUTA e KIM (1987) e SAIF (1989) foram descritos, uma vez que eles foram utilizados neste trabalho para a seleção das matrizes peso em sistemas discretos e contínuos respectivamente.

No projeto de um controlador ótimo, a controlabilidade do sistema deve ser verificada e deve-se alterar somente um subconjunto dos pólos do sistema realimentado. Os pólos não dominantes (pólos distantes do eixo imaginário no plano complexo esquerdo) são mantidos no sistema realimentado e somente os pólos mais dominantes (pólos próximos do eixo imaginário no plano complexo esquerdo ou localizados no plano complexo direito) são alterados com a finalidade de obter-se uma resposta mais rápida com melhor margem de estabilidade e mínimo esforço de controle.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALLA, P., JARRIGE, P. A. - Optimal Control of the West Parisian Area Water Supply Network. **Computer Applications in Water Supply**, v.2, Research Studies Press, England, p. 376-391, 1988.
- ALMEIDA A. B., KOELLE E. - **Fluid Transients in Pipe Networks**. Elsevier Appl. Science, Mech. Publ., 1993. 564p. .
- ALTMAN, T., BOULOS, P. F. - Solving Flow Constrained Networks: Inverse Problem. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 121, n. 5, p. 427-431, 1995. .
- AMIN, M. H. - Optimal Pole Shifting for Continuous Multivariable Linear Systems. **International Journal of Control**, v. 41, n. 3, p. 701-707, 1985.
- ANDERSON, B. D. O., MOORE, J. B. - Linear System Optimization with Prescribed Degree of Stability. **IEE Proceedings**, v. 116, n. 12, p. 2083-2087, 1969.
- ANDERSON, B. D. O., MOORE, J. B. - **Linear Optimal Control**. New Jersey, Prentice-Hall, 1971. 399p.
- AYALA, G., LIGGETT, J. A. - Flow in Damaged Pipe Networks. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 117, n. 2, p. 230-239, 1991.
- BALOGUN, O. S. - **Design of Real-Time Feedback Control for Canal Systems Using Linear Quadratic Regulator Theory**. PHD Thesis, University of California, Davis, California, 1985.
- BALOGUN, O. S., HUBBARD, M., DE VRIES, J. J. - Automatic Control of Canal Flow Using Linear Quadratic Regulator Theory. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 114, n. 1, p. 75-101, 1988.
- BARGIELA, A., HAINSWORTH, G. D. - Telemetry System Design and On-Line Decision Support with TCLAS Software. **Computer Applications in Water Supply**, v.2, Research Studies Press, England, p. 1-11, 1988.
- BARGIELA, A., HAINSWORTH, G. D. - Confidence Limit Analysis in Water Systems. **Computer Applications in Water Supply**, v.2, Research Studies Press, England, p. 43-58, 1988.

- BAR-NESS, Y.** - Optimal Closed-Loop Poles Assignment. **International Journal of Control**, v. 27, n. 3, p. 421-430, 1978.
- BOGATAJ, M., BOGATAJ, L.** - Stochastic Control in Management of Water Supply Systems. **Engineering Costs and Production Economics**, v. 15, p. 317-321, 1988.
- BOULOS, P. F., WOOD, D. J.** - Explicit Calculation of Pipe-Network Parameters. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 116, n. 11, p. 1329-1344, 1990.
- CHANDRASHEKAR, M., STEWART, K. H.** - Sparsity Oriented Analysis of Large Pipe Networks. **Journal of the Hidraulic Division**, v. 101, n. HY4, p. 341-355, 1975.
- CHARLES, C. O. A.** - Enhancement of Convergence of Pipe Network Solutions. **Journal of the Hydraulics Division**, n. HY4, p. 619, 1974.
- CHAUDHRY, M. H.** - **Applied Hydraulic Transients**. New York, Van Nostrand Reinhold Company, 1979. 503p.
- CHEN, G. P., MALIK, O. P., QIN, Y. H., XU, G. Y.** - Optimization Technique for the Design of a Linear Optimal Power System Stabilizer. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 7, n. 3, p. 453-459, 1992.
- CIPPARRONE, F. A. M.** - **Otimização do Controle Operacional de Sistemas Hidráulicos Complexos**. São Paulo. Tese de Doutorado - Escola Politécnica da USP, Universidade de São Paulo, 1990.
- COULBECK, B.** - A Review of Methodologies for Modelling and Control of Water Supply. **Computer Applications in Water Supply**, v.2, Research Studies Press, England, p. 80-109, 1988.
- COULBECK, B., ORR, C. H.** - An Applications Review of Modelling and Control of Water Supply and Distribution Systems. **Computer Applications in Water Supply**, v.2, Research Studies Press, England, p. 165-186, 1988.
- COULBECK, B., ORR, C. H.** - Essential Considerations in the Computer Control of Water Distributions Systems. **Reliability Engineering and System**, v. 42, p. 55-64, 1993.
- DEB, A. K., SARKAR, A. K.** - Optimization in Design of Hydraulic Network. **Journal of the Sanitary Engineering Division**, v. 97, n. SA2, p. 141-159, 1971.

- DILLINGHAM, J. H.** - Computer Analysis of Water Distribution Systems. **Water & Sewage Works**, Jan/may - 1967.
- DODGE, E. R., HOELLEIN, H. R., TETMATER, L.** - The Analysis of Large Complex Water Networks With Small Computer Systems. **Journal American Water Works Association**, p. 366-370, 1978.
- DONACHIE, R. P.** - Digital Program for Water Network Analysis. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 100, n. HY3, p. 393-403, 1974.
- DRIELS, M.** - Design of Pressure Transient Control System. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 101, n. HY5, p. 437-448, 1975.
- EPP, R., FOWLER, A. G.** - Efficient Code for Steady-State Flows in Networks. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 96, n. HY1, p. 43-56, 1970.
- FALLSIDE, F.** - Computer Techniques for On-Line Control of Water Supply Networks. **Computer Applications in Water Supply**, v.2, Research Studies Press, England, p. 313-328, 1988.
- FIETZ, T. R.** - Enhancement of Convergence of Pipe Network Solutions. **Journal of the Hydraulics Division**, n. HY8, p. 1165-1167, 1974.
- FURUTA, K., KIM, S. B.** - Pole Assignment in a Specified Disk. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. AC-32, n. 5, p. 423-427, 1987.
- GOFMAN, E., RODEH, M.** - Loop Equations With Unknown Pipe Characteristics **Journal of the Hydraulics Division**, v. 107, n. HY9, p. 1047-1060, 1981.
- GOLDBERG, D. E., KARR, C. L.** - Quick Stroking: Design of Time-Optimal Valve Motions. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 113, n. 6, p. 780-795, 1987.
- GRAUPE, D.** - Derivation of Weighting Matrices Towards Satisfying Eigenvalue Requirements. **International Journal of Control**, v. 16, n. 5, p. 881-888, 1972.
- GRIMBLE, M. J., JOHNSON, M. A.** - **Optimal Control and Stochastic Estimation: Theory and Applications**. New York, John Wiley and Sons, 1988. 555p.
- GUEVARA, Y., CARMONA, R.** - Unsteady and Steady Flow Control on Pumping Systems. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 26, n. 5, p. 954-960, 1990.

- GWYNNE, M. R., WALTON, W. A.** - Utilising Severn Trent Water's Plant Monitoring and Control System to Support Operational Decision Management in Water Distribution. **Water Supply**, v. 15, n. 2, p. 149-157, 1997.
- HARVEY, C. A., STEIN, G.** - Quadratic Weights for Asymptotic Regulator Properties. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. AC-23, n. 3, p. 378-387, 1978.
- HINDI, K. S., HAMAN, Y. M.** - Pressure Control for Leakage Minimization in Water Supply Networks. Part 1: Single Period Models. **International Journal of Systems Science**, v. 22, n. 9, p. 1573-1585, 1991.
- HINDI, K. S., HAMAN, Y. M.** - Pressure Control for Leakage Minimization in Water Supply Networks. Part 2: Multi Period Models. **International Journal of Systems Science**, v. 22, n. 9, p. 1587-1598, 1991.
- HOAG, L. N., WEINBERG, G.** - Pipeline Network Analysis by Electronic Digital Computer. **Journal American Water Works Association**, p. 517-524, 1957.
- ISAACS, L. T., MILLS, K. G.** - Linear Theory Methods for Pipe Network Analysis. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 106, n. HY7, p. 1191-1201, 1980.
- ISERMANN, R.** - **Digital Control Systems**. Berlin, Springer-Verlag, 1981. 334p.
- JEPSON, R. W., DAVIS, A. L.** - Pressure Reducing Valves in Pipe Networks Analysis. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 102, n. HY7, p. 987-1001, 1976.
- JEPSON, R. W., TAVALLALE, A.** - Pumps and Reservoirs in Networks by Linear Theory. **Journal of the Hydraulics Division**, n. HY3, p. 576-580, 1975.
- JOALLAND, G., COHEN, G.** - Optimal Control of a Water Distribution Network by Two Multilevel Methods. **Automatica**, v. 16, n. 1, p. 83-88, 1980.
- JOWITT, P. W., XU, C.** - Optimal Valve Control Water Distribution Networks. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 116, n. 4, p. 455-472, 1990.

- JOWITT, P. W., GARRET, R. T., COOK, S. C. and GERMANOPOULOS, G.** - Real-Time Forecasting and Control for Water Distribution. **Computer Applications in Water Supply**, v.2, Research Studies Press, England, p. 329-355, 1988.
- JUANG, J. C., LEE, T. T.** - On Optimal Pole Assignment in a Specified Region. **International Journal of Control**, v. 40, n. 1, p. 65-79, 1984.
- KARNEY, B. W., MCINNIS, D.** - Transient Analysis of Water Distribution Systems. **Journal of the American Water Works Association**, v. 82, n. 7, p. 62-70, 1990.
- KARNEY, B. W.** - Energy Relations in Transient Closed-Conduit Flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 116, n. 10, p. 1180-1196, 1990.
- KARNEY, B. W., McINNIS, D.** - Efficient Calculation of Transient Flow in Simple Pipe Networks. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 118, n. 7, p. 1014-1030, 1992.
- KAWASAKI, N., SHIMEMURA, E.** - Determining Quadratic Weighting Matrices to Locate Poles in a Specified Region. **Automatica**, v. 19, n. 5, p. 557-560, 1983.
- KWAKERNAAK, H., SIVAN, R.** - **Linear Optimal Control Systems**. New York, John Wiley & Sons, 1972. 575p.
- LAM, C. F., WOLLA, M. L.** - Computer Analysis of Water Distribution Systems: Part I - Formulation of Equations. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 98, n. HY2, p. 335-344, 1972.
- LAM, C. F., WOLLA, M. L.** - Computer Analysis of Water Distribution Systems: Part II - Numerical Solution. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 98, n. HY3, p. 447-460, 1972.
- LEMIEUX, P. F.** - Efficient Algorithm for Distribution Networks. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 98, n. HY11, p. 1911-1920, 1972.
- LIAW, C. M.** - Optimal Controller with Prescribed Dominant Energy Eigenvalues. **IEE Proceedings D**, v. 138, n. 4, p. 405-409, 1991.
- LIGGETT, J. A., CHEN, L. C.** - Inverse Transient Analysis in Pipe Networks. **Journal of Hidraulic Engineering**, v. 120, n. 8, p. 934-955, 1994.
- LUO J., LAN C. E.** - Determination of Weighting Matrices of a Linear Quadratic Regulator. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 18, n. 6, p. 1462-1463, 1995.

- LUVIZOTTO, E. J.** - **Controle Operacional de Redes de Abastecimento de Água Auxiliado por Computador.** São Paulo. Tese de Doutorado - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1995. °
- MARLON, T. A., HARDISON, R. L., JACOBSON, H., BIGGS, G. E.** - Improved Design of Fluid Network with Computers. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 92, n. HY4, p. 43-61, 1966.
- McILROY, M. S.** - Direct-Reading Electric Analyzer for Pipeline Networks. **Journal American Water Works Association**, p. 347-365, 1950.
- McINNIS, D., KARNEY, B. W.** - Transient in Distribution Networks: Field Tests and Demand Models. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 121, n. 3, p. 218-231, 1995.
- McPHERSON, M. B.** - Generalized Distribution Network Head Loss Characteristics. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 86, n. HY1, p. 75-91, 1960.
- MOSS, E. G., HOWARD, K.** - Distribution System Management and Control Optimisation. **Computer Applications in Water Supply**, v.2, Research Studies Press, England, p. 421-433, 1988.
- MUGURUMA, K.** - Control and Management of Water Distribution Systems in Tokyo. **Water Supply**, v. 13, n. 3-4, p. 19-24, 1995.
- NIELSEN, H. B.** - Methods for Analyzing Pipe Networks. **Journal of Hydraulics Engineering**, v. 115, n.2, p. 139-157, 1989.
- OCHI, Y., KANAI, K.** - Pole Placement in Optimal Regulator by Continuous Pole-Shifting. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 18, n. 6, p. 1253-1258, 1995.
- OGATA, K.** - **Discrete-Time Control Systems.** New Jersey, Prentice Hall, 1987. 745p.
- OGATA, K.** - **Engenharia de Controle Moderno.** Rio de Janeiro, Prentice Hall do Brasil Ltda, 1982. 929p.
- ONIZUKA, K.** - System Dynamics Approach to Pipe Network Analysis. **Journal of Hydraulics Engineering**, v. 112, n. 8, p. 728-749, 1986.
- ORMSBEE, L. E., LANSEY, K. E.** - Optimal Control of Water Supply Pumping Systems. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 120, n. 2, p. 237-252, 1994.

- ORMSBEE, L. E., WALSKI, T. M., CHASE, D. V., SHARP, W. W.** - Methodology for Improving Pump Operation Efficiency. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 102, n. HY7, p. 907-1001, 1989.
- ORMSBEE, L. E., WOOD, D. J.** - Hydraulic Design Algorithm for Pipe Networks. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 112, n. 12, p. 1195-1207, 1986.
- ORR, C. H., COULBECK, B., BRDYS, M., PARKAR, M. A.** - Computer Control of Water Supply and Distribution Systems: Structures, Algorithms and Management. **Computer Applications in Water Supply**, v.2, Research Studies Press, England, p. 392-420, 1988.
- ORR, C. H., PARKAR, M. A., TENNANT, S. T.** - Implementation of On-Line Control Scheme for City Water System. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 116, n. 5, p. 708-726, 1990.
- ORR, C. H., ULANICKI, B., RANCE, J. P.** - Computer Control of Operations at a Large Distribution System. **Journal of the American Water Works Association**, v. 84, n. 7, p. 68-74, 1992.
- PUDAR, R. S., LIGGETT, J. A.** - Leaks in Pipe Networks. **Journal of Hydraulics Engineering**, v. 118, n. 7, p. 1031-1046, 1992.
- QUEVEDO, J., CEMBRANO, G., MONTOLIU, J. M., CASANOVA, F.** - Robust Digital Control of Valves in a Large Water Network. **Computer Applications in Water Supply**, v.2, Research Studies Press, England, p. 146-164, 1988.
- RAMAN, V., RAMAN, S.** -New Method of Solving Distribution System Networks Based on Equivalent Pipe Length. **Journal American Water Works Association**, p. 615-627, 1966.
- REDDY, J. M.** - Local Optimal Control of Irrigation Canals. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, v. 116, n. 5, p. 616-631, 1990.
- REDDY, J. M., DIA, A., OUSSOU, A.** - Design of Control Algorithm for Operation of Irrigation Canals. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, v. 118, n. 6, p. 852-867, 1992.
- RIBEIRO, C. R.** - **Controle de Escoamentos em Instalações de Conduitos Forçados.** São Paulo. Tese de Doutorado - Escola Politécnica da USP, Universidade de São Paulo, 1985.

- RIGHETTO, A. M. - Cálculo Hidráulico de Rede de Distribuição de Água a partir de Condições Transitórias: Adequação e Estudo de Casos.** São Carlos. Tese de Livre Docência - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1994.
- RIGHETTO, A. M. - Desenvolvimento de Modelos de Simulação para o Desenvolvimento de Redes de Distribuição de Água.** São Carlos. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1977.
- SAIF, M. - A Novel Approach for Optimal Control of a Pressurized Water Reactor.** *IEEE Transactions on Nuclear Science*, v. 36, n. 1, p. 1317-1325, 1989.
- SAIF, M. - Efficient Optimal Controller for Nuclear Power Plants.** *International Journal of Systems Science*, v. 20, n. 9, p. 1593-1610, 1989.
- SAIF, M. - Optimal Linear Regulator Pole-Placement by Weight Selection.** *International Journal of Control*, v. 50, n. 1, p. 399-414, 1989.
- SAIF, M. - Optimal Modal Controller Design by Entire Eigenstructure Assignment.** *IEE Proceedings*, v. 136, n. 6, p. 341-344, 1989.
- SAIF, M. - Suboptimal Projective Control of a Pressurized Water Reactor.** *IEEE Transactions on Nuclear Science*, v. 36, n. 6, p. 2459-2465, 1989.
- SHAMIR, U., HOWARD, C. D. D. - Water Distribution Systems Analysis.** *Journal of the Hydraulics Division*, v. 94, n. HY1, p. 219-234, 1968.
- SHIEH, L. S., DIB, H. M., GANESAN, S. - Linear Quadratic Regulators with Eigenvalue Placement in a Specified Region.** *Automatica*, v. 24, n. 6, p. 819-823, 1988.
- SHIEH, L. S., DIB, H. M., MCINNIS, B. C. - Linear Quadratic Regulators with Eigenvalue Placement in a Vertical Strip.** *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. AC-31, n. 3, p. 241-243, 1986.
- SHIMADA, M., OKUSHIMA, S. - New Numerical Model and Technique for Water Hammer.** *Journal of Hydraulics Engineering*, v. 110, n. 6, p. 736-748, 1984.
- SHIMADA, M. - Graph-Theoretical Model for Slow Transient Analysis of Pipe Networks.** *Journal of Hydraulics Engineering*, v. 115, n. 9, p. 1165-1183, 1989.

- SHIMADA, M.** - Time-Marching Approach for Pipe Steady Flows. **Journal of Hydraulics Engineering**, v. 114, n. 11, p. 1301-1320, 1988.
- SHIMADA, M.** - State-Space Analysis and Control of Slow Transients in Pipes. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 118,, n. 9, p. 1287-1304, 1992.
- SIBETHEROS, I. A., HOLLEY, E. R., BRANSKI, J. M.** - Spline Interpolations for WaterHammer Analysis. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 117, n. 10, p. 1332-1351, 1991.
- SOLHEIM, O. A.** - Design of Optimal Control Systems with Prescribed Eigenvalues. **International Journal of Control**, v. 15, n. 1, p. 143-160, 1972.
- SOUZA, R. S.** - Aspectos Computacionais da Análise de Redes de Distribuição de Água com Componentes Hidráulicos em Regime Permanente. São Carlos. Dissertação de Mestrado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1994.
- STEIN G.** - Generalized Quadratic Weights for Asymptotic Regulator Properties. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. AC-24, n. 4, p. 559-566, 1979.
- STREJC, V.** - **State Space Theory of Discrete Linear Control**. Prague, John Wiley and Sons, 1981. 426p.
- SUNAR, M., RAO, S. S.** - Optimal Selection of Weighting Matrices in Integrated Design of Structures/Controls. **American Institute of Aeronautics and Astronautics**, v. 31, n. 4, p. 714-720, 1993.
- SURYAPRAKASAM, M. V., REID, G. W., GEYER, J. C.** - Use of Alternating Current Network Calculator in Distribution Systems Design. **Journal American Water Works Association**, p. 1154-1164, 1950.
- TONG, A. L., O'CONNOR, F., STEARNS, D. E., LYNCH, W. O.** - Analysis of Distribution Networks by Balancing Equivalent Pipe Lengths. **Journal American Water Works Association**, p. 192-210, 1961.
- VOYLES, C. F., WILKE, H. R.** - Selection of Circuit Arrangements for Distribution Networks Analysis by the Hardy-Cross Method. **Journal Water Works Association**, p. 285-290, 1962.
- WILLIAMS, G. N.** - Enhancement of Convergence of Pipe Network Solution. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 99, n. HY7, p. 1057-1067, 1973.

WYLIE E. B., STREETER V. L. - Fluid Transients. New York, McGraw-Hill, 1978. 384p.

ZAHED, K. F. - Previsão de Demanda de Consumo em Tempo Real no Desenvolvimento Operacional de Sistemas de Distribuição de Água. São Paulo. Tese de Doutorado - Escola Politécnica da USP, Universidade de São Paulo, 1990.