

Luis Renato Chiarelli

Caracterização estática e dinâmica de um banco experimental para estudo dos coeficientes dinâmicos de um mancal radial aerostático cerâmico poroso

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Projeto Mecânico

Orientadora: Prof. Dr. Zilda de Castro Silveira

ESTE EXEMPLAR TRATA-SE DA
VERSAO CORRIGIDA.
A VERSÃO ORIGINAL ENCONTRA-
SE DISPONÍVEL JUNTO AO
DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECANICA DA
EESC-USP.

São Carlos

2014

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

C953c Chiarelli, Luis Renato
Caracterização estática e dinâmica de um banco experimental para estudo dos coeficientes dinâmicos de um mancal radial aerostático cerâmico poroso / Luis Renato Chiarelli; orientadora Zilda de Castro Silveira. São Carlos, 2014.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e Área de Concentração em Projeto Mecânico -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2014.

1. mancais aerostáticos cerâmicos porosos . 2. elementos finitos. 3. análise dinâmica. 4. máquinas de ultraprecisão. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **LUIS RENATO CHIARELLI**.

Título da dissertação: "Caracterização estática e dinâmica de um banco experimental para estudo dos coeficientes dinâmicos de um mancal radical aerostático cerâmico poroso".

Data da defesa: 28/05/2014

Comissão Julgadora:

Profa. Dra. **Zilda de Castro Silveira (Orientadora)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Dr. **Gregory Bregion Daniel**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

Prof. Dr. **Paulo Alberto Silveira Wrege**
(Escola de Engenharia de Piracicaba/EEP)

Resultado:

Aprovado

Aprovado

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica:
Prof. Associado **Marcelo Areias Trindade**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

Dedico este trabalho a todas as pessoas que me apoiaram e acreditaram na qualidade do meu trabalho.

Agradeço à minha orientadora Prof. Dr. Zilda de Castro Silveira que acreditou e investiu em meu potencial para me iniciar na pesquisa. acadêmica..

Aos professores do Departamento de Engenharia Mecânica da EESC/USP, em especial o Prof. Dr. Rodrigo Nicoletti que forneceu o programa computacional para que as análises dinâmicas do mancal aerostático cerâmico poroso, em um trabalho conjunto com a professora Zilda de Castro Silveira.

Aos meus familiares, amigos e namorada que me apoiaram durante a elaboração deste trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq pela bolsa de estudos fornecida para a pesquisa.

“As maiores loucuras são as mais sensatas alegrias, pois tudo que fizermos hoje ficará na memória daqueles que um dia sonharão em ser como nós: Loucos, porém felizes.”

Kurt Donald Cobain (1967-1994)

RESUMO

CHIARELLI, L.R. **Caracterização estática e dinâmica de um banco experimental para estudo dos coeficientes dinâmicos de um mancal radial aerostático cerâmico poroso.** Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

Este trabalho apresenta o modelo numérico de um banco experimental onde foi feita uma avaliação sobre as características estáticas do eixo e a identificação das características dinâmicas de um mancal aerostático cerâmico poroso. Nos últimos anos, o uso da cerâmica estrutural tem crescido significativamente para a concepção e fabricação de peças mecânicas. O uso da cerâmica porosa como restritor em mancais aerostáticos pode melhorar o seu desempenho relacionado com o desgaste, a estabilidade térmica, a rigidez e capacidade de carga, permitindo que eixos trabalhem com precisão a uma velocidade acima de 20.000 rpm, com pequenas folgas (40 microns). A fim de investigar este tipo de mancal foram desenvolvidas análises estáticas para obter a rigidez do eixo de suporte, assim como do mancal aerostático cerâmico poroso e identificação dinâmica para o banco experimental. As análises estáticas indicaram a rigidez do eixo e do mancal aerostático de 20,1 kN / mm e 2,6 kN / mm, respectivamente. As análises dinâmicas indicaram que a primeira frequência natural do rotor está próximo de 1365,9 Hz, o que é muito mais elevada do que a primeira frequência natural do mancal aerostático cerâmico poroso cujo valor é 775,0 Hz. Pode-se concluir que a configuração geométrica e condições de suporte escolhidos permitem uma condição robusta para prosseguir com os testes experimentais para obter as características dinâmicas do mancal poroso.

Palavras-chave: mancal aerostático cerâmico poroso; configuração de banco experimental; elementos finitos; análises estáticas e dinâmicas; máquinas de ultraprecisão.

ABSTRACT

CHIARELLI, L.R. **Static and dynamic characterization of an experimental setup to study the dynamic coefficients of an aerostatic radial bearing porous ceramic.** Master's dissertation (Engenharia Mecânica) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

This work presents the numerical model of an experimental set-up where it was made an evaluation on the static characteristics of the shaft and the identification of the dynamic characteristics for an aerostatic radial porous bearing. In recent years, the use of the structural ceramic has grown significantly for design and manufacturing of mechanical parts. The use of ceramic porous as restrictor in aerostatic bearings can improve its perform related to the wear, thermal stability, stiffness and load capacity allowing that spindles work with precision at speed above 20.000 rpm with small clearances (40 microns). In order to investigate this kind of bearing were developed static analyses to obtain the stiffness of the support shaft, as well as aerostatic porous bearing and dynamic identification for experimental set-up. The static analysis indicated stiffness of shaft and aerostatic porous bearing of 20.1 kN/mm and 2.6 kN/mm, respectively. The dynamic analysis indicated that the first natural frequency of the rotor is close to 1365.9 Hz, which is much higher than the first natural frequency of the aerostatic ceramic porous bearing whose value is 775.0 Hz. One can conclude that geometrical configuration and support conditions choosen allow a robust condition to proceed in experimental tests to obtain dynamic characteristics of the porous bearing.

Keywords: aerostatic ceramic porous bearings; experimental set up configuration; finite element; dynamic and static analyses; ultraprecision machines.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Características gerais de máquinas de ultraprecisão (Zong,2010).	3
Figura 2.2: Mancais amplamente utilizados (Panzera, 2007)	6
Figura 2.3: Exemplo de mancal radial de esferas (Nonato, 2009).....	9
Figura 2.4: Rolamento de esferas de quatro pontos de contato (a) ; rolamento de esferas de uma carreira e contato angular (b) (Catálogo da SKF, 2013).....	9
Figura 2.5: Regime de escoamento de operação dos mancais pressurizados externamente (Purquério, 1990).....	10
Figura 2.6: Diagrama de carga (w) X folga (h) (a) ; orifício de alimentação (b) (Purquerio,1990).	11
Figura 2.7: Restritores utilizados em mancais aerostáticos (Panzera, 2007).....	13
Figura 2.8: Amostra porosa em meio aquoso (New Way,2013).	15
Figura 2.9: Imagem da forma construtiva de mancal radial aerostático poroso (Miyatake, 2006)	16
Figura 2.10: Banco experimental utilizado em Cranfield (Kwan, 1996).	19
Figura 2.11: Desempenho estático do mancal aerostático poroso axial sob vários carregamentos e pressões de alimentação diferentes (Kwan, 1996).	19
Figura 2.12: Esquema de experimento para obtenção de características de mancais aerostáticos parcialmente porosos (Fujii, 2008).	20
Figura 2.13: Rigidez adimensional calculada subtraindo a folga mínima da carga aplicada; espessura do corpo de prova (a) 3,5mm e (b) 4,5mm (Fujii, 2008).	21
Figura 2.14: Aparatos experimentais; (a) com cargas simétricas e (b) com cargas cruzadas (Yoshimoto, 2003)	22
Figura 2.15: Relação entre carga e razão de excentricidade (Yoshimoto,2003).....	22
Figura 2.16: Aparato experimental para teste de instabilidade de mancais radiais aerostáticos de matriz metálica (Miyatake, 2006).	23
Figura 2.17: Método utilizado para estimar a rigidez do banco de ensaio de mancal aerostático poroso (Friedel, 2011).	24
Figura 3.1: Exemplo de rotor de Jeffcott - eixo flexível e mancais rígidos (Yoon,2012).....	28
Figura 3.2: Elemento de eixo e seus respectivos graus de liberdade.	32
Figura 3.3: Exemplo de eixo dividido em três elementos e apoiado sobre mancais em suas extremidades.	40
Figura 3.4: Distribuição de velocidades entre placas (Powell, 1970).	45
Figura 3.5: Representação esquemática do meio poroso com área de seção transversal e espessura constante (Silveira, 2008).....	49
Figura 3.6: Esquema de mancal aerostático poroso (Silveira, 2008).	49
Figura 3.7: Cinemática do fluxo de fluido, perfis de velocidade (Nicoletti, 2008).	50
Figura 4.1: Estrutura da linha de pesquisa do mancal aerostático cerâmico poroso.	53
Figura 4.2: (A) desenho técnico do mancal; (B) mancal fabricado.....	54

Figura 4.3: esquema do banco experimental (Friedel, 2011).	54
Figura 5.1: Propostas de modelos do banco de ensaio; Os anéis internos dos mancais são marcados com a letra “M” e o disco de turbina com a letra “T”.	57
Figura 5.2: Condições de contorno aplicadas ao subconjunto do eixo dos <i>Modelos A e B</i> utilizando o software ANSYS®.	58
Figura 5.3: Condições de contorno aplicadas ao subconjunto do eixo do <i>Modelos A</i> utilizando o software Autodesk Simulator®.	59
Figura 5.4: Modelamento da turbina do <i>Modelo C</i> em ANSYS®.	59
Figura 5.5: Malha tetraédrica (a) e malha hexaédrica (b) – ANSYS®.	60
Figura 5.6: Malha tetraédrica em Autodesk Simulator®.	60
Figura 5.7: Malha composta de elementos unidimensionais em ANSYS®.	61
Figura 5.8: Malhas unidimensionais geradas em MATLAB®	62
Figura 5.9: Relação entre a malha hexaédrica (A) e tetraédrica (B) X <i>aspect ratio</i>	63
Figura 5.10: Relação entre a malha hexaédrica (A) e tetraédrica (B) X <i>skewness</i>	64
Figura 5.11: Relação entre a malha hexaédrica (A) e tetraédrica (B) X <i>Jacobian Ratio</i>	65
Figura 5.12: Estratégia adotada para a avaliação dos modelos numéricos.	67
Figura 5.13: Perfil das deformações do <i>Modelo A</i>	69
Figura 5.14: Perfil das deformações do <i>Modelo B</i>	70
Figura 5.15: Perfil das deformações do <i>Modelo C</i>	71
Figura 6.1: Modelos com malhas hexaédrica e tetraédrica respectivamente.	73
Figura 6.2: <i>Modelo D</i> e a malha gerada em MATLAB®.	74
Figura 6.3: Comparação entre frequências naturais através dos diferentes métodos.	75
Figura 6.4: Primeira frequência natural em função do <i>índice de esbeltez</i> através métodos variados (A) ; Diferença percentual entre os FEM com relação ao analítico (B)	76
Figura 6.5: Modelos e malhas geradas em ambiente MATLAB®.	77
Figura 6.6: Estratégia usada nas análises dinâmicas do conjunto rotativo.	78
Figura 6.7: Comparação entre os resultados do Quadro 6.3.	79
Figura 6.8: Respostas em frequência obtidas através de FEM; Teoria de Euler – Bernoulli (A) ; Teoria de Timoshenko (B)	80
Figura 6.9: Comparação entre os resultados do Quadro 6.4.	81
Figura 6.10: Respostas em frequência obtidas através de FEM; Teoria de Euler – Bernoulli (A) ; Teoria de Timoshenko (B)	82
Figura 6.11: Comparação entre os resultados do Quadro 6.5.	83
Figura 6.12: Respostas em frequência obtidas através de FEM; Teoria de Euler – Bernoulli (A) ; Teoria de Timoshenko (B)	84
Figura 6.13: Malha utilizada na modelagem pelo método de diferenças finitas.	85
Figura 6.14: Esquema do mancal aerostático cerâmico poroso (Silveira <i>et al.</i> , 2010).	86
Figura 6.15: Algoritmo básico utilizado na obtenção dos coeficientes dinâmicos do mancal aerostático cerâmico poroso.	87

Figura 6.16: Coeficientes de rigidez normal (a) ; Coeficientes de rigidez cruzada (b) ; Coeficientes de amortecimento normal (c) ; Coeficientes de amortecimento cruzado (d)	88
Figura 6.17: Variação das rigidezes adimensionais em função da rotação do eixo; $K_{yy}^*(\mathbf{A})$; $K_{zz}^*(\mathbf{B})$	89
Figura 6.18: Variação das rigidezes adimensionais em função da rotação do eixo; $K_{yz}^*(\mathbf{A})$; $K_{zy}^*(\mathbf{B})$	90
Figura 6.19: Variação dos amortecimentos em função da rotação do eixo; $D_{yy}(\mathbf{A})$; $D_{zz}(\mathbf{B})$	91
Figura 6.20: Variação dos amortecimentos em função da rotação do eixo; $D_{yz}(\mathbf{A})$; $D_{zy}(\mathbf{B})$	92
Figura 6.21: Comparação entre amplitudes com amortecimento (à esquerda) e não amortecidas (à direita) do <i>Modelo A</i> ; mancais de elementos rolantes de contato angular (a) ; uma carreira de esferas (b) ; rígidos (c) ; $P_s/P_a = 5$ (-), $P_s/P_a = 10$ (--), $P_s/P_a = 15$ (- -) e $P_s/P_a = 20$ (--).	94
Figura 6.22: Comparação entre amplitudes com amortecimento (à esquerda) e não amortecidas (à direita) do <i>Modelo B</i> ; mancais de elementos rolantes de contato angular (a) ; uma carreira de esferas (b) ; rígidos (c) ; $P_s/P_a = 5$ (-), $P_s/P_a = 10$ (--), $P_s/P_a = 15$ (- -) e $P_s/P_a = 20$ (--).	95
Figura 6.23: Comparação entre amplitudes com amortecimento (à esquerda) e não amortecidas (à direita) do <i>Modelo C</i> ; mancais de elementos rolantes de contato angular (a) ; uma carreira de esferas (b) ; rígidos (c) ; $P_s/P_a = 5$ (-), $P_s/P_a = 10$ (--), $P_s/P_a = 15$ (- -) e $P_s/P_a = 20$ (--).	96
Figura 6.24: Diagrama de Campbell do <i>Modelo A</i>	97
Figura 6.25: Diagrama de Campbell do <i>Modelo B</i>	97
Figura 6.26: Diagrama de Campbell do <i>Modelo C</i>	98
Figura 6.27: FRFs não amortecidas do eixo apoiado sobre mancais aerostáticos cerâmicos porosos; $P_s/P_a = 5$ (-), $P_s/P_a = 10$ (--), $P_s/P_a = 15$ (- -) e $P_s/P_a = 20$ (--).	99
Figura 6.28: FRFs amortecidas do eixo apoiado sobre mancais aerostáticos cerâmicos porosos – <i>Modelo A</i>	100
Figura 6.29: FRFs amortecidas do eixo apoiado sobre mancais aerostáticos cerâmicos porosos – <i>Modelo B</i>	100
Figura 6.30: FRFs amortecidas do eixo apoiado sobre mancais aerostáticos cerâmicos porosos – <i>Modelo C</i>	101

LISTA DE QUADROS

Quadro 3.1: Exemplo de montagem de parte da matriz global massa translacional.	40
Quadro 3.2: Exemplo de verificação da matriz de resposta em frequência $\{H\}_{jk}$	44
Quadro 3.3: Definição dos termos utilizados na equação de Reynolds.	52
Quadro 5.1: Rigidez estática obtida por métodos diferentes.	65
Quadro 5.2: Resultados e comparações no projeto inicial com mancais rígidos de elementos rolantes.	67
Quadro 5.3: Resultados do <i>Modelo A</i> considerando as rigidezes dos mancais.....	68
Quadro 5.4: Rigidezes do <i>Modelo B</i> com variações nos mancais de elementos rolantes.	69
Quadro 5.5: Rigidezes do <i>Modelo C</i> com variações nos mancais de apoio.	70
Quadro 6.1: Primeiras frequências naturais do eixo detalhado em diferentes malhas.	73
Quadro 6.2: Frequências naturais do <i>Modelo D</i> obtidas através de diferentes teorias.	73
Quadro 6.3: Frequências naturais do <i>Modelo A</i> obtidos através de diferentes teorias.	78
Quadro 6.4: Frequências naturais do <i>Modelo B</i> obtidos através de diferentes teorias.	80
Quadro 6.5: Frequências naturais do <i>Modelo C</i> obtidos através de diferentes teorias.	82
Quadro 6.6: Coeficientes de rigidez obtidos em diferentes pressões de suprimento.....	86
Quadro 6.7: Coeficientes de amortecimento obtidos em diferentes pressões de suprimento.	86
Quadro 6.8: Frequências naturais do mancal em função da pressão de suprimento.	92
Quadro 6.9: Primeira frequência natural do conjunto com todos os mancais.	92
Quadro 6.10: Frequências naturais não amortecidas do eixo suportado por mancais aerostáticos cerâmico porosos.	97

NOMENCLATURA

\bar{h} = folga adimensional

\bar{K} = rigidez adimensional

\bar{a} = dimensão perpendicular à folga e ao comprimento do mancal aerostático [m]

\dot{m} , Q_m = vazão mássica [kg/s]

\bar{p} = pressão adimensional

\bar{x} , \bar{y} = coordenadas adimensionais

$[D_b^n]$ = matriz de rigidez de mancal de elementos rolantes

$[G]$ = matriz giroscópica do eixo

$[G_0]$, $[G_1]$, $[G_2]$ = matrizes giroscópicas componentes da teoria de Timoshenko

$[G_d]$ = matriz giroscópica de disco

$[K]$ = matriz de rigidez do eixo

$[K_0]$, $[K_1]$ = matrizes de rigidez componentes da teoria de Timoshenko

$[K_b^n]$ = matriz de rigidez de mancal de elementos rolantes

$[M]$ = matriz de massa translacional do eixo

$[M_0]$, $[M_1]$, $[M_2]$ = matrizes de massa translacional componentes da teoria de Timoshenko

$[M_d]$ = matriz de massa translacional de disco

$[N]$ = matriz de massa rotacional do eixo

$[N_0]$, $[N_1]$, $[N_2]$ = matrizes de massa rotacional componentes da teoria de Timoshenko

$[N_d]$ = matriz de massa rotacional de disco

$[q]$ = vetor deslocamento

$[\varphi]$ = matriz de funções de forma de rotação

$[\psi]$ = matriz de funções de forma do elemento de eixo

$\{F\}$ = vetor força

$\{H\}$ = matriz função resposta em frequência

A = área da secção de fluxo da superfície porosa [m²]

A_1 = constante de integração

A_e = área do elemento de eixo [m²]

A_x , A_y = constantes obtidas a partir das condições iniciais do disco do rotor

B = constante de integração

c = folga de montagem [m]

C_g = matriz de amortecimento global

c_s = coeficiente de amortecimento do eixo [N/m]

D_g = matriz constituída por C_g e G_g

dw = derivada da função de carga para obtenção de rigidez simplificada em mancais aerostáticos [N]

E = módulo de Young [Pa]

e_u = distância do desbalanço [m]

G = módulo de elasticidade transversal [Pa]

G_g = matriz giroscópica global

H = espessura da matriz porosa [m]

h = folga do mancal aerostáticos [m]

I = momento de inércia [m^4]

I_d = momento de inércia diametral [$kg.m^2$]

I_g = matriz identidade

I_p = momento de inércia polar [$kg.m^2$]

k = fator de forma

K = rigidez simplificada para mancais aerostáticos [N/m]

K_1 = coeficiente de permeabilidade viscoso [m^2]

K_g = matriz de rigidez global

K_s = coeficiente de rigidez à flexão lateral no centro axial do eixo [N/m]

L, l = comprimento [m]

L_t = perímetro do mancal [m]

m = massa [kg]

M_g = matriz de massa global

P, p = pressão do gás em qualquer ponto [Pa]

P_s = pressão de suprimento [Pa]

R = constante dos gases [J/kg.K]

r = raio [m]

r_o = raio externo [m]

R_g = matriz de modelo de estado

r_i = raio interno [m]

S = constante complexa [rad/s]

s = dimensão [m]

S_g = matriz de modelo de estado

T = temperatura absoluta do gás [K]

t = tempo [s]

U = velocidade linear da superfície do rotor [m/s]

u, v, w = perfis de velocidades do gás [m/s]

u_C = distância da distância do centro geométrico do disco em coordenadas polares [m]

u_{xc}, u_{yc} = distâncias do centro geométrico do disco [m]

u_{xG}, u_{yG} = distâncias do ponto de massa desbalanceada do disco [m]

V = velocidade de translação do rotor na folga [m/s]

V_{inj} = velocidade de injeção do ar [m/s]

x, y, z = eixos cartesianos [m]

X, Y, Z = eixos cartesianos [m]

Y_1, Y_2 = graus de liberdade de deslocamento no eixo Y

Z_1, Z_2 = graus de liberdade de deslocamento no eixo Z

α_1, α_2 = graus de liberdade de rotação no eixo Z

β_1, β_2 = graus de liberdade de rotação no eixo Y

Γ = parâmetro da matriz porosa adimensional

η = viscosidade dinâmica do gás [N.s/m²]

θ = ângulo da distância do centro geométrico do disco em coordenadas polares [°]

λ = matriz de autovalores

Λ = parâmetro de velocidade adimensional

μ = massa do elemento por unidade de comprimento [kg/m]

ρ = densidade [kg/m³]

Φ = coeficiente utilizado na teoria de Timoshenko devido ao cisalhamento transversal

Ψ = parâmetro de excitação adimensional

$\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$ = funções de forma do elemento de eixo

ω = velocidade angular do eixo com disco com massa desbalanceada [rad/s]

Ω = velocidade angular do elemento de eixo [rad/s]

ω_{cr} = velocidade crítica do eixo [rad/s]

ω_n = frequência natural não amortecida do eixo [rad/s]

τ = tempo adimensional

SUMÁRIO

RESUMO	ix
ABSTRACT	xi
LISTA DE FIGURAS	xiii
LISTA DE QUADROS	xvi
NOMENCLATURA	xvii
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Objetivo	2
2. REVISÃO DA LITERATURA	3
2.1. Considerações sobre máquinas de ultraprecisão.....	3
2.2. Definição e tipos de mancais	4
2.2.1. Mancais de elementos rolantes	8
2.2.2. Mancais aerostáticos	10
2.2.3. Tipos construtivos de mancais aerostáticos e restritores de vazão	12
2.2.4. Mancais aerostáticos de materiais porosos	14
2.2.4.1. Desenvolvimento e estrutura de mancais aerostáticos porosos	15
3. EMBASAMENTO TEÓRICO	26
3.1. Considerações sobre dinâmica de rotores	26
3.1.1. Precessões, movimento síncrono e assíncrono	28
3.1.2. Modelagem básica em dinâmica de rotores	29
3.1.3. Vibrações livres não amortecidas	29
3.1.4. O método dos elementos finitos.....	31
3.1.4.1. Teoria de Euler-Bernoulli	31
3.1.4.2. Teoria de Timoshenko	34
3.1.4.3. Matrizes de mancais de elementos rolantes.....	38
3.1.4.4. Matrizes de discos	38
3.1.4.5. Montagem das matrizes do sistema (Matrizes Globais)	39
3.1.4.6. Autovalores e autovetores	41
3.1.4.7. Resposta em frequência	43
3.2. Teoria da lubrificação aerostática	44

3.2.1. Teoria do fluxo de massa através de meio poroso	48
3.2.2. Equação de Reynolds modificada.....	49
4. ESTUDO DE CASO	53
5. ANÁLISES ESTÁTICAS	55
5.1. Modelos do banco experimental	55
5.2. Modelagem em elementos finitos	57
5.2.1. Condições de contorno	57
5.2.2. Geração e qualidade da malha	59
5.3. Rigidez do mancal aerostático.....	65
5.4. Estrutura e procedimentos das análises estáticas	65
5.5. Resultados das análises estáticas.....	66
5.5.1. Análises estáticas do <i>Modelo A</i>	67
5.5.2. Análises estáticas do <i>Modelo B</i>	69
5.5.3. Análises estáticas do <i>Modelo C</i>	70
6. ANÁLISES DINÂMICAS	72
6.1. Análise modal do eixo livre	72
6.2. Análises do comportamento dinâmico do conjunto rotativo	76
6.2.1. Análises dinâmicas do conjunto rotativo – <i>Modelo A</i>	78
6.2.2. Análises dinâmicas do conjunto rotativo – <i>Modelo B</i>	80
6.2.3. Análises dinâmicas do conjunto rotativo – <i>Modelo C</i>	82
6.3. Análises do comportamento dinâmico do mancal aerostático radial cerâmico poroso.....	84
6.3.1. Coeficientes dinâmicos e frequência natural do mancal poroso	84
6.4. Análises dinâmicas do conjunto rotativo contendo o mancal aerostático radial cerâmico poroso	92
6.5. Eixo suportado por mancais aerostáticos radiais cerâmicos porosos.....	97
7. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	101
REFERÊNCIAS	103

1. INTRODUÇÃO

A constante demanda de dispositivos e máquinas para a fabricação de produtos destinados às áreas de tecnologia, como microeletrônica, automação industrial e até mesmo bens de consumo, promovem a melhoria do projeto de máquinas. Os requisitos técnicos para essas máquinas incluem a escolha de geometrias e materiais para seus elementos mecânicos e estruturais, dispositivos de monitoramento e controle de velocidade e posição, que assegurem repetibilidade em obter dimensões finais em escalas micro e nanométrica. As precisões linear e rotacional, bem como as rigidezes e capacidade de carga dos mancais, principalmente dos cabeçotes (*spindles*) são requisitos essenciais de projeto de máquina de ultraprecisão. Essas características estão diretamente associadas ao par tribológico eixo-mancais, que deve garantir a estabilidade funcional durante o processo de fabricação. Slocum (1992) apresenta um breve histórico sobre os primeiros estudos realizados, para a investigação e aplicações de diferentes tipos de mancais em máquinas operatrizes. Características técnicas de projeto e operação, como capacidade de produzir movimentos repetitivos, rigidez dinâmica adequada para elevadas velocidades de rotação, baixa geração de atrito e calor, devido ao não contato entre superfícies indicam que a escolha de mancais aerostáticos é adequada para uso em máquinas de ultraprecisão. Os mancais aerostáticos são a escolha de projeto, para construção dos cabeçotes de ultraprecisão (*spindle*), exemplificados por máquinas para usinagem com diamante, mesas de máquinas-ferramentas, litografia com seus cortadores ópticos, brocas dentárias, dispositivos geradores de superfícies ópticas, mesas de máquinas-ferramentas, centrais nucleares e dispositivos de metrologia, como medidores de forma. Em Silveira, *et al.* (2006) e Silveira, *et al.* (2010) foram estudados em um primeiro momento a porosidade e manufatura do material cerâmico (óxido de alumínio - Al_2O_3), para obtenção de uma estrutura com permeabilidade para aplicação em mancais radiais aerostáticos, bem como uma investigação estatística sobre a dispersão dos coeficientes de permeabilidade viscosa e inercial, para conjunto de amostras manufaturadas com a mesma concentração de agente poroso. As equações de permeabilidade (Darcy e Forchheimer) foram inseridas na equação de Reynolds obtendo-se um equacionamento adimensional, para obtenção de fatores

relacionados com a matriz porosa, rigidez e amortecimento em condições de estabilidade operacional (Nicoletti *et al*, 2008). Esse trabalho se insere em uma linha de pesquisa voltada para a manufatura e o estudo teórico-experimental de mancais aerostáticos cerâmicos porosos.

1.1. Justificativa e objetivo

Com a intenção de se investigar o comportamento estático e dinâmico do mancal aerostático radial cerâmico poroso desenvolvido por Silveira *et.al.* (2006) e modelado por Nicoletti *et.al.* (2008), foi projetado um banco experimental constituído de um eixo sustentado por mancais de elementos rolantes e acionado por uma turbina movida a ar (Friedel, 2011). O presente trabalho pretende desenvolver modelos utilizando o método dos elementos finitos e método das diferenças finitas (Nicoletti *et.al.*, 2008) para estimar as características estáticas e dinâmicas do banco experimental e do mancal aerostático respectivamente, a fim de compará-las e analisar a possibilidade de construção e utilização do banco projetado.

A comparação entre as rigidezes do eixo e do mancal será feita com o objetivo de estudar a possibilidade da configuração do banco experimental para estudo da rigidez estática do mancal aerostático. As estimativas das FRFs (funções resposta em frequência) do banco experimental serão feitas a fim de verificar se haverá sobreposição das vibrações do banco no estudo das características dinâmicas do mancal aerostático.

2. REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo é apresentada uma revisão da literatura sobre o desenvolvimento de pesquisas com mancais lubrificados e mancais de elementos rolantes nas áreas de dinâmicas de rotores e projetos de máquinas.

2.1. Considerações sobre máquinas de precisão e ultraprecisão

As demandas atuais para componentes em escalas micro e nanométricas, implicam em máquinas de usinagem de precisão, cada vez mais robustas e adaptação e reprojeto de sua estrutura.

As máquinas de usinagem de precisão normalmente atendem a uma condição de trabalho, na qual há a necessidade de elevadas rotações e cargas relativamente pequenas. Essa necessidade reflete diretamente na escolha dos mancais, que desempenham importante influência sobre a qualidade e precisão da peça final obtida. A figura 2.1 apresenta um desenho esquemático de um torno de ultraprecisão destacando algumas das características gerais destas máquinas.

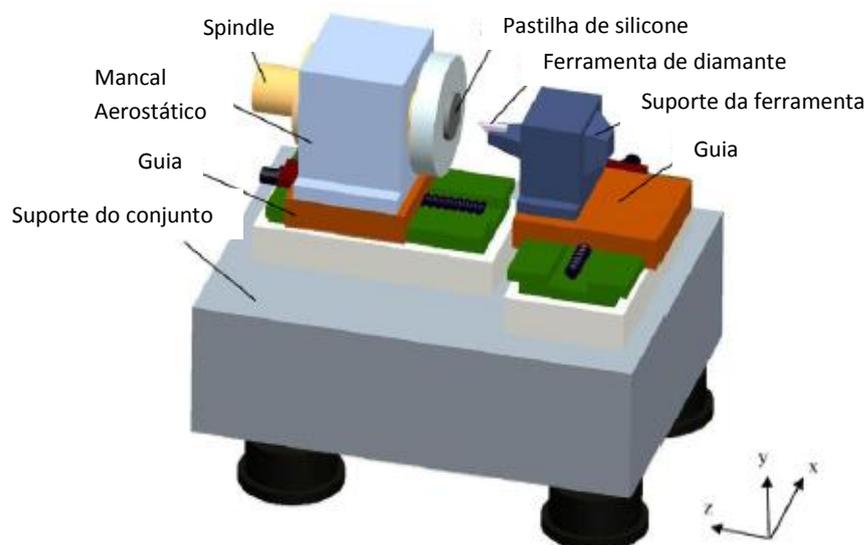


Figura 2.1: Características gerais de máquinas de ultraprecisão (Zong,2010).

Os equipamentos de ultraprecisão frequentemente utilizam mancais lubrificados a ar (aerostáticos) cujas principais características são: baixo atrito, desgaste mínimo e elevada precisão devido a baixa amplitude de vibração (10 nm ou menos) como afirma Ikawa e Shimada (1986).

Os fatores que diferenciam esses mancais em termos de rigidez e amortecimento são principalmente, a pressão do filme de ar e os restritores de vazão, sendo frequentemente utilizados restritores porosos que limitam e distribuem a vazão de ar.

2.2. Definição e tipos de mancais

O termo mancal pode ser usado para definir duas superfícies em contato quando em movimento relativo entre si. Segundo Norton (2012), a lubrificação é necessária em qualquer mancal para se reduzir o atrito e remover o calor. Os mancais possuem movimento de rolamento, escorregamento ou ambos os movimentos. Em função desses movimentos e aplicações em engenharia, os mancais podem ser classificados de acordo com a forma que ocorre esse contato.

Nos mancais de rolamento, os elementos rolantes (esferas, rolos, agulhas) são mantidos entre pistas ou entre as superfícies de contato. Esse tipo de mancal oferece atrito de contato muito reduzido e podem suportar cargas radiais, axiais e combinadas.

Um mancal plano ou de deslizamento é formado por dois materiais que deslizam entre si, como um cilindro ao redor de um eixo ou uma superfície plana sob uma parte que desliza. Para mancais planos, uma das partes é móvel fabricada em aço, ferro fundido ou algum material que tenha resistência mecânica e dureza adequadas. As partes de apoio dos mancais planos são feitas com material mais dúctil como bronze, *babbitt*¹ ou polímero (Norton, 2012). Um mancal radial geralmente tem uma geometria cilíndrica montada sobre o eixo (*journal*). Os mancais de deslizamentos podem ser de atrito seco nos quais as superfícies sólidas ficam em

¹ *Babbitt* é uma liga de baixo ponto de fusão fabricada com estanho, antimônio, cobre e algumas vezes também inclui-se chumbo.

contato direto entre si, geralmente essas superfícies são revestidas uma camada de bronze sinterizado. Esta camada pode ser lubrificada por algum tipo de polímero, sendo comum o uso de uma camada de Teflon® (Purquerio,1990). Outra variação dos mancais de deslizamento são os mancais com filme de fluido. Esses mancais não possuem mecanismo de pressurização do fluido, sendo que este trabalha a pressão ambiente.

O tipo de lubrificação que pode ocorrer em um mancal pode ser de: filme completo, filme misto e lubrificação de contorno (Norton, 2012). Esses três tipos de lubrificações são determinados pela relação entre o atrito e a velocidade relativa das superfícies do mancal. Três mecanismos podem criar a lubrificação de filme completo: lubrificação hidrostática, hidrodinâmica e elastohidrodinâmica.

Nos mancais pressurizados, denominados mancais hidrostáticos (óleo) e aerostáticos (ar ou gás) ocorre o tipo de lubrificação hidrostática, caracterizada pelo suprimento contínuo de um fluxo de lubrificante. Normalmente, há um conjunto de dispositivos externos, como bombas e reservatórios para manter a pressão no filme de fluido. Com a manutenção do filme de fluido, o atrito é muito baixo (em torno de 0,002 a 0,010).

Ainda, nos mancais de filme de fluido denominados mancais hidrodinâmicos (óleo) ou aerodinâmicos (ar), a lubrificação é denominada hidrodinâmica. Neste caso, há apenas o suprimento de fluido suficiente à interface de deslizamento, para permitir que a velocidade relativa das superfícies bombeie o lubrificante para dentro da folga do mancal e se torne um filme dinâmico de fluido entre as superfícies.

Na lubrificação elastohidrodinâmica as superfícies de contato são não conformantes, como as superfícies descritas pelos dentes de engrenagens, came e mancais de rolamento. A formação de um filme de fluido completo é dificultada e o fluido tende a ser expulso do contato, quando deveria estar confinado. Com velocidades baixas, o tipo de lubrificação é a de contorno, que pode resultar em altas taxas de desgaste. Com isso, a carga cria uma área de contato pelas deflexões elásticas na superfície, e essa pequena área de contato pode prover um tamanho suficiente de superfície plana para permitir a formação de um filme hidrodinâmico

completo, se a velocidade de escorregamento for elevada. Essa condição promove a lubrificação elastohidrodinâmica (EHD), porque depende das deflexões elásticas das superfícies e devido às pressões localizadas elevadas dentro da zona de contato aumentam muito a viscosidade do fluido.

A figura 2.2 mostra o esquema de funcionamento de alguns dos principais tipos de mancais.

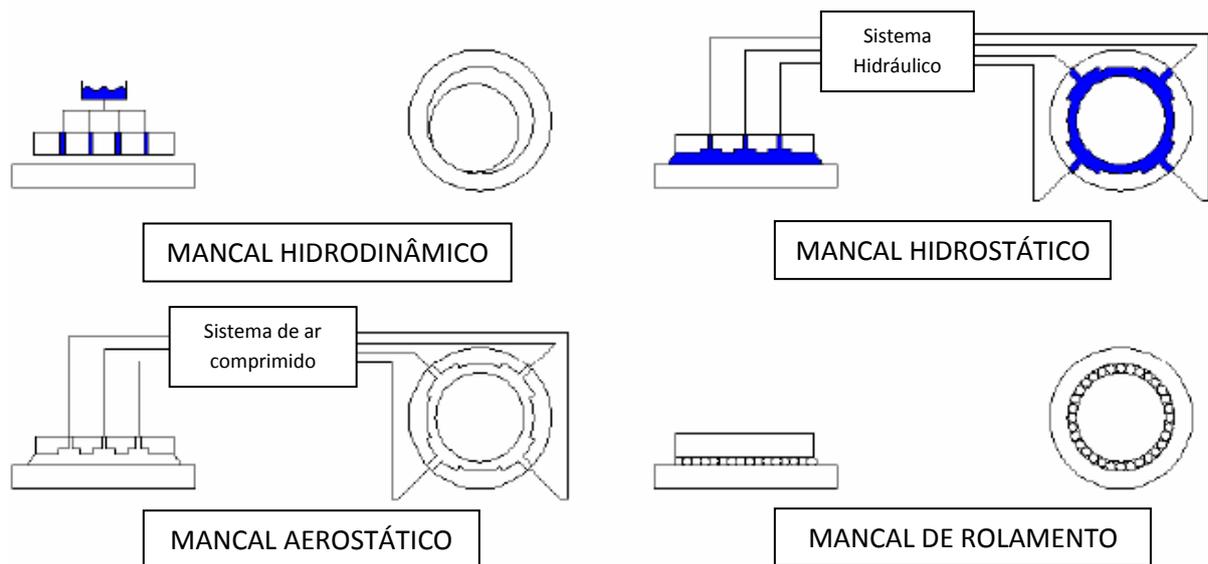


Figura 2.2: Mancais amplamente utilizados (Panzera, 2007)

As comparações entre as diferentes configurações de mancais são exemplificadas no quadro 2.1.

Tipos de Mancais	Elementos Rolantes	Atrito Seco	Metal Poroso	Princípios Hidrodinâmicos		Pressurizados Externamente	
				Líquidos	Aerodinâmicos	Aerostáticos	Hidroestáticos
Fatores Operacionais							
Alta Temp.	**	***	x	x	****	****	x
Baixa Temp.	**	***	x	x	****	****	**
Vibrações	x	**	**	***	**	****	****
Espaço	****	****	***	***	**	x	**
Sujeira/Poeira	x	**	x	***	x	****	***
Condições de Umidade	x	**	***	****	***	***	****
Custos Operacionais	***	***	***	**	****	**	x
Custos de Produção	***	****	***	**	**	x	x
Precisão de Mov. Radial	**	x	**	***	***	****	****
Rigidez/Tamanho	***	**	x	***	**	***	****
Cap. de Carga/Taman.	***	**	x	***	**	***	****
Amortecimento	x	**	**	***	x	***	****
Alta Velocidade	***	x	x	**	****	****	****
Controle central	**	x	x	**	***	****	****
Aumento de Temp.	**	x	**	**	****	****	***
Durabilidade	***	**	**	***	**	****	****
Manutenção	***	****	***	**	**	x	x
Torque de Partida	***	x	**	**	**	****	****
Torque de Operação	***	x	**	**	****	****	**
Ruído	x	**	****	****	****	***	**
Partidas Paradas	****	****	***	**	x	****	****
Dimensões Externas	****	****	****	**	***	x	**
Facilidade de Projeto	**	****	***	x	x	**	***
Facilidade de Fabricação	***	****	***	x	x	x	**
Disponibilidade de Peças Normalizadas	****	**	***	x	--	--	--
Contaminação do Meio/Prod.	**	**	**	x	****	****	x
Vácuo	x	****	x	x	--	--	x
Variações do Sentido de Rotação	****	****	**	**	x	****	****
Lubrificação	***	****	****	x	****	***	**
Radiação	**	***	x	x	****	****	x

Os asteriscos (*) têm como objetivo classificar o desempenho dos diferentes tipos de mancais em função dos fatores operacionais apresentados, permitindo a comparação entre eles.

Quadro 2.1: Comparação entre os mancais (Panzer, 2007).

Para aplicações em máquinas de precisão e ultraprecisão os mancais mais utilizados são:

- Mancais com contato mecânico entre os elementos (elementos rolantes);
- Mancais sem contato mecânico entre os elementos, com ou sem pressão externa (aerodinâmicos ou aerostáticos).

Esses tipos de mancais oferecem capacidade de repetibilidade de movimento, acuracidade e elevadas velocidades de rotações, com baixo atrito e geração de calor.

2.2.1. Mancais de elementos rolantes

Segundo Norton (2012), o uso de rolos para movimentação de objetos é comum desde os tempos ancestrais, sendo que existem evidências da utilização de mancais de esferas no século I A.C. O desenvolvimento de novas ligas, as novas descobertas de materiais e o aumento da tecnologia de manufatura permitiram a produção de mancais precisos de elementos rolantes. É importante destacar que os mancais de esferas e rolos são normalizados mundialmente sendo tamanhos métricos (Sistema Internacional) ou polegadas (Sistema Unificado).

Os mancais de elementos rolantes são normalmente utilizados como elementos de ligação entre carcaças e eixos em várias aplicações industriais e automotivas. Alguns exemplos de aplicação automotivas são as caixas de marchas, trens de força e caixas diferenciais (Nonato, 2009).

Os mancais devem ser selados, protegidos e lubrificados pois a precisão de operação destes mancais depende da qualidade de suas superfícies. Eliminando as causas de defeitos externos, a vida dos rolamentos depende apenas da fadiga do material originada pelas tensões e rotações do mancal (Panzer, 2007).

A figura 2.3 ilustra um mancal de rolamento de esferas.

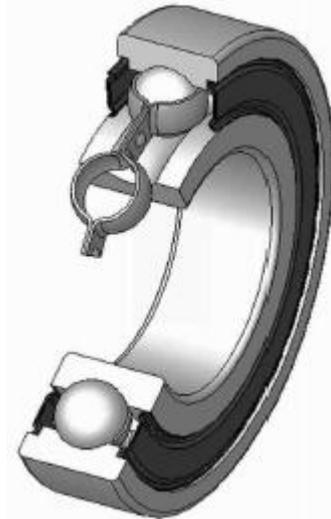


Figura 2.3: Exemplo de mancal radial de esferas (Nonato, 2009).

Rolamentos radiais de esferas são mais comuns em máquinas de precisão do que mancais de rolos, exceto quando há a necessidade de cargas elevadas, quando utilizam-se mancais de rolos. A amplitude total radial de erro em mancais de contato radial pode ser da ordem de 0,025 a 0,5 μm para máquinas de usinagem de alta precisão (Slocum, 1992).

Em aplicações que requerem elevada precisão e velocidades igualmente elevadas, os mancais de contato angular são uma opção de projeto (Slocum, 1992). Mancais de esferas de contato angular possuem pistas condutoras deslocadas uma em relação a outra na direção do eixo de rolamento. Este tipo de mancal acomoda cargas axiais e radiais atuando simultaneamente. A capacidade de carga axial aumenta a medida que o ângulo de contato se torna maior (SKF, 2013). A figura 2.4 apresenta configurações de mancais de contato angular.



Figura 2.4: Rolamento de esferas de quatro pontos de contato **(a)**; rolamento de esferas de uma carreira e contato angular **(b)** (Catálogo da SKF, 2013).

2.2.2. Mancais Aerostáticos

De acordo com Purquerio (1990), os mancais aerostáticos possuem entre as superfícies, uma película de gás (ar) pressurizado proveniente de uma fonte externa de suprimento. Este tipo de mancal tem a vantagem de suportar cargas mesmo quando parados. Há basicamente dois tipos de mancais: pressurizados externamente que operam na faixa de escoamento viscoso e o mancal de “Beams” que opera na zona de impacto como mostra a figura 2.5. Os mancais “Beams” são utilizados em máquinas de rotação muito altas como ultracentrifugadoras.

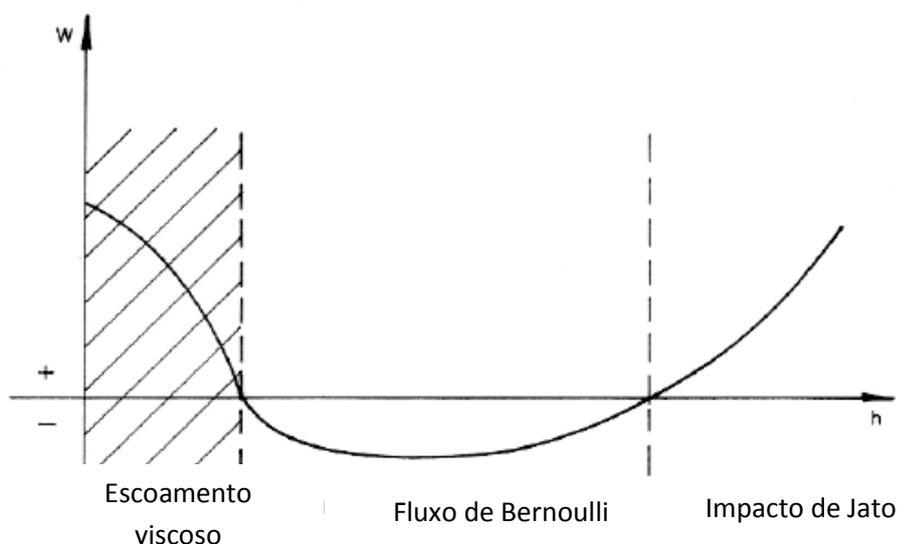


Figura 2.5: Regime de escoamento de operação dos mancais pressurizados externamente (Purquerio, 1990).

Mancais aerostáticos podem ser escolhidos de acordo com os seguintes requisitos técnicos (Tsukamoto, 2003):

- Atrito de partida nulo e atrito viscoso muito pequeno;
- Geração de calor desprezível mesmo em altas velocidades;
- Ausência de desgaste, pois não há contato entre as partes;
- Pequeno erro médio de giro do mancal (excentricidade) devido à pequena espessura do filme de ar

- Relativa independência da operação do mancal em relação à temperatura ambiente, pois a variação da viscosidade do ar é muito pequena com a temperatura;
- Livre de vibrações quando comparado com outros mancais;
- Pode ser usado onde a contaminação dos materiais deve ser evitada;
- Não há necessidade de equipamentos para coleta e retorno para uso posterior.

O princípio de funcionamento de mancais aerostáticos é a utilização da viscosidade do fluido que se escoa entre as suas superfícies. O controle da rigidez da película de ar é feito por *restritores de vazão* colocados entre a fonte de alimentação externa (a pressão constante) e a folga do mancal, ou seja, se não houver a restrição do escoamento a pressão do mancal é constante, como mostra a figura 2.6 (Purquério,1990).

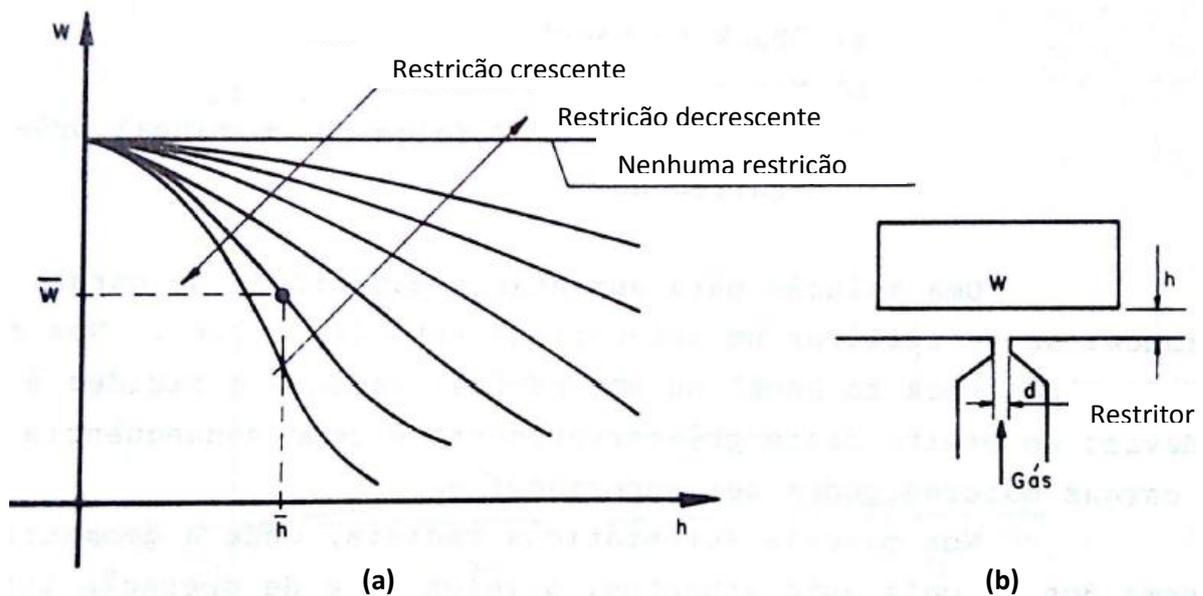


Figura 2.6: Diagrama de carga (w) X folga (h) **(a)**; orifício de alimentação **(b)**
(Purquerio,1990).

Uma estimativa bastante simplificada da rigidez do mancal aerostático pode ser obtida derivando a função da capacidade de carga estimada (w) com relação a folga do mancal (h) como mostra a equação (2.1).

$$K = \frac{dw}{dh} \quad (2.1)$$

As maiores diferenças no desempenho estão relacionadas aos efeitos de compressibilidade do filme de ar. Mancais aerostáticos são menores que hidrostáticos, porém sua qualidade na produção de suas superfícies e as tolerâncias envolvidas devem ser rigorosamente controladas.

2.2.3. Tipos construtivos de mancais aerostáticos e restritores de vazão

Munday (1971), classifica os mancais aerostáticos em cinco tipos básicos:

- Cilíndricos;
- Axial com movimentos circulares;
- Axial com movimentos lineares;
- Esféricos;
- Cônicos.

Independentemente do tipo e forma, o princípio básico de operação dos mancais aerostáticos continua sendo o mesmo. O filme de ar é pressurizado através de uma fonte de alimentação externa, usualmente um compressor. O ar proveniente da fonte externa passa pelos *restritores de vazão* que distribuem este ar pressurizado ao longo das superfícies do mancal. Após a distribuição, o ar flui para a atmosfera, através das bordas externas do mancal (Powell, 1970).

A figura 2.7 mostra os tipos de restritores sendo suas características principais e efeitos sobre o sistema mecânico segundo Munday (1971) e Balestrero (1997):

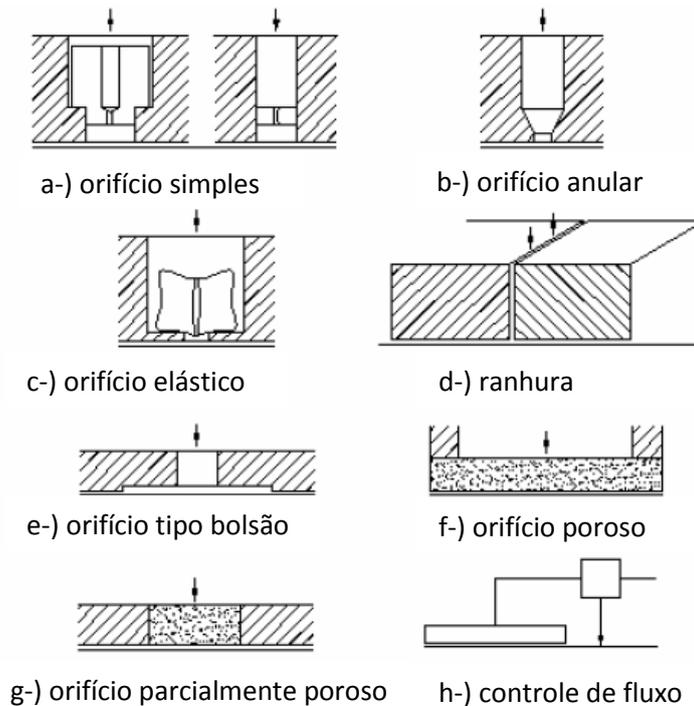


Figura 2.7: Restritores utilizados em mancais aerostáticos (Panzera, 2007).

- (a) Orifício simples: extremamente comum, proporciona grande rigidez. Sua maior desvantagem é a tendência de apresentar instabilidade estática ou instabilidade de martelo pneumático (discutido a seguir).
- (b) Orifício anular: forma simples de construção. Possui baixa tendência à instabilidade.
- (c) Orifício elástico: tentativa de aprimoramento da relação entre a vazão e pressão do ar.
- (d) Ranhura: oferece dificuldade de fabricação, porém fornece maior rigidez e capacidade de carga se comparada aos restritores de orifício, tendo uma melhor distribuição da pressão na folga do mancal.
- (e) Orifício tipo bolsão: apresenta baixa rigidez. Possui grande facilidade de fabricação.
- (f) Orifício poroso: proporciona grande uniformidade na distribuição do ar que alimenta a folga, fornecendo grande rigidez e capacidade de carga.
- (g) Orifício parcialmente poroso: parte do mancal é constituído de material poroso. Apresenta menos eficiência que o mancal poroso em termos de capacidade de carga e rigidez.

- (h) Controle de fluxo externo: consiste no monitoramento da espessura do filme de ar através de sensores. Não apresenta melhorias em sistemas dinâmicos.

Slocum (1992), afirma que o fenômeno da instabilidade do martelo pneumático é causado pela compressibilidade dos gases e o atraso consequente entre as mudanças na folga do mancal e a resposta a essa mudança através de variações na pressão no orifício ou bolsão. Se o volume do bolsão é muito grande e o tempo de resposta é muito longo, a pressão resultante no bolsão pode aumentar excessivamente. Isto causa um aumento na folga entre as superfícies do mancal. O aumento na folga reduz a pressão no bolsão e a folga entre as superfícies diminui novamente.

A redução na folga entre as duas superfícies aumenta a resistência ao fluxo de gás, aumentando assim a pressão no gás. Como consequência do aumento na pressão ocorre o aumento na folga entre as duas superfícies e o ciclo acima se repete. A instabilidade que ocorre é devido ao muito baixo amortecimento em um fluido compressível e é chamado de *instabilidade de martelo pneumático* ou apenas *martelo pneumático*. Martelo pneumático é freqüentemente encontrado em associação com faces axiais. Existem duas formas de superação deste problema: uma é reduzir a profundidade e diâmetro que reduz o volume total do orifício ou bolsão. O segundo método é a utilização de orifícios compensados e aceitar a perda na capacidade de carga.

2.2.4. Mancais aerostáticos de materiais porosos

O projeto ideal de mancal aerostático procura suprir uniformemente toda a superfície com ar e isto pode ser alcançado com o uso de um meio poroso. Mancais aerostáticos de restrição porosa ou mancais aerostáticos porosos podem ter maior rigidez e capacidade de carga do que os outros tipos de mancais aerostáticos. Em adição a isto, este tipo de mancal geralmente não possui instabilidade pneumática e as matrizes porosas como o grafite possuem alta resistência mecânica (Slocum, 1992). A figura 2.8 apresenta uma amostra de materiais porosos



Figura 2.8: Amostra porosa em meio aquoso (New Way,2013).

2.2.4.1. Desenvolvimento e estrutura de mancais aerostáticos porosos

Os primeiros relatos de mancais radiais porosos foram apresentados por Montgomery e Sterry (1955), cujo eixo girava a 258 000 rpm.

Sneck e Yen (1964) analisaram as características e estabilidade de mancais radiais externamente pressurizados. Na análise foi considerado apenas o escoamento radial de ar e então calculadas as características dinâmicas, através de perturbação. Os resultados foram comparados com os resultados experimentais de Mori *et.al.* (1965) que investigaram teórica e experimentalmente as características de mancais radiais porosos. Em adição, Mori *et.al.* (1965) calcularam as características estáticas em grandes excentricidades considerando um fluxo circunferencial de ar no material poroso.

Sun (1975), também analisou as características estáticas e estabilidade de mancais radiais lubrificados a gás. Foram discutidas as instabilidades de rotação e de martelo pneumático em mancais radiais aerostáticos levando em conta os efeitos da razão de excentricidade, permeabilidade do material e pressão de alimentação.

Gargiulio (1979) investigou as características dinâmicas de mancais lubrificados a gás de paredes porosas. Os resultados foram comparados com resultados experimentais de características estáticas e dinâmicas que incluíam instabilidade do rotor.

Miyatake, Yoshimoto e Sato (2005) afirmam que o mancal poroso causa instabilidade (martelo pneumático) e que a redução da permeabilidade utilizando uma camada de restrição sobre a superfície porosa é uma forma de evitar a instabilidade.

Mori e Yabe (1973) obtiveram características estáticas de um mancal com superfície porosa metálica restrita. O modelo de folga equivalente foi modificado para considerar o efeito da camada de restrição e comparados os resultados teóricos com os resultados experimentais (foi usado bronze sinterizado poroso). A figura 2.9 exibe a imagem de um mancal radial de restrição porosa.



Figura 2.9: Imagem da forma construtiva de mancal radial aerostático poroso (Miyatake *et al*, 2006)

A permeabilidade (facilidade que o ar encontra em atravessar um meio poroso) é fortemente relacionada à porosidade ou ao tamanho médio dos poros do material. A dificuldade de controle desses parâmetros é extremamente alta e acaba por ser um problema originário da produção e processamento dos materiais porosos. O entupimento dos poros durante o processo de usinagem, em casos de materiais dúcteis resulta no fechamento parcial ou total dos poros na superfície. Isto influencia drasticamente o comportamento de restrição de fluxo do meio poroso. Com isso, os

materiais cerâmicos de comportamento frágil são indicados para este tipo de aplicação (Polone e Gorez, 1980).

A alta taxa de amortecimento e simplicidade de construção fazem dos mancais porosos, justificativa para a pesquisa e desenvolvimento de novos materiais porosos tais como cerâmicas (Tsukamoto, 2003).

Kwan (1996), desenvolveu uma viga circular porosa com partículas de alumina prensadas a quente (1750°C) sob uma pressão de 100MPa durante o intervalo de 1 hora. As partículas sinterizadas possuíam uma variação de 7 a $400\mu\text{m}$ e o coeficiente de permeabilidade viscoso medido foi de $4,75 \times 10E-15\text{m}^2$.

Panzer (2007), desenvolveu um material compósito cerâmico de cimento Portland e micropartículas de sílica para aplicação como mancal axial poroso, visando um baixo custo de produção. O compósito foi fabricado com partículas angulares e pressão de compactação de 10Mpa .

Silveira *et.al.* (2010), desenvolveram uma matriz de alumina utilizando sacarose como agente formador de poros. Uma série de amostras de estruturas cerâmicas foi obtida utilizando diferentes concentrações de agente formador de poros (sacarose). Houve homogeneidade na distribuição dos poros cujo valor médio foi de $0,14\text{ mm}$, com porosidade em torno de 28%, apresentando um pequeno desvio-padrão.

Existe grande dificuldade no controle dos poros tanto nos mancais aerostáticos metálicos como nos cerâmicos, limitando o desempenho e estudos destes elementos sendo que Kawashima *et al* (1990) estudou as características estáticas de mancais aerostáticos cerâmicos.

Kwan (1996) estudou o comportamento do escoamento de fluídos em alumina porosa processada em alta temperatura e pressão isostática para aplicação em mancais axiais aerostáticos porosos.

Mancais aerostáticos nos quais a restrição é uma superfície porosa de grafite foram estudados teoricamente e experimentalmente por Yoshimoto (2003) e Miyatake (2006) onde foi concluído que tal restrição aumenta a rigidez estática e estabilidade do rotor em altas velocidades devido à baixa permeabilidade da superfície porosa.

Nicolletti *et.al.* (2008) apresentam uma modelagem adimensional utilizando a equação de Reynolds modificada considerando a equação de Forchheimer, para meios porosos com regime turbulento.

Mancais axiais cerâmicos parcialmente porosos foram estudados considerando até mesmo a deflexão do material cerâmico que apesar de pequena, tem influência na rigidez estática do mancal de acordo com Fujii (2008).

A literatura sobre teoria de superfícies porosas para uso em mancais ganha destaque significativo no final dos anos 70. Exemplos notáveis foram publicados por Rao e Majumdar (1978). Estudos teóricos e experimentais realizados no Japão em mancais retangulares, foram discutidos por Shih e Yang (1990), Yoshimoto (1996), Nakamura e Yoshimoto (1996) e Yoshimoto *et al.* (1999). Aspectos como capacidade de carga, movimento linear, anisotropia de permeabilidade e velocidade de escorregamento foram investigados.

Kwan (1996), após a sinterização de uma viga circular porosa com partículas de alumina prensadas a quente, usinou a pastilha e testou em uma bancada de testes para mancais porosos. Seus testes mostraram que duas regiões de operação exibiram maior estabilidade pneumática: filme de ar trabalhando abaixo de 5 μ m ou carga de trabalho abaixo de 25N. Sob pressões de ar trabalhando abaixo de 1,5bar não foi observada instabilidade pneumática. O projeto do banco experimental e o desempenho estático do mancal poroso sobre diversos carregamentos e pressões de ar podem ser visualizados nas figuras 2.10 e 2.11 respectivamente.

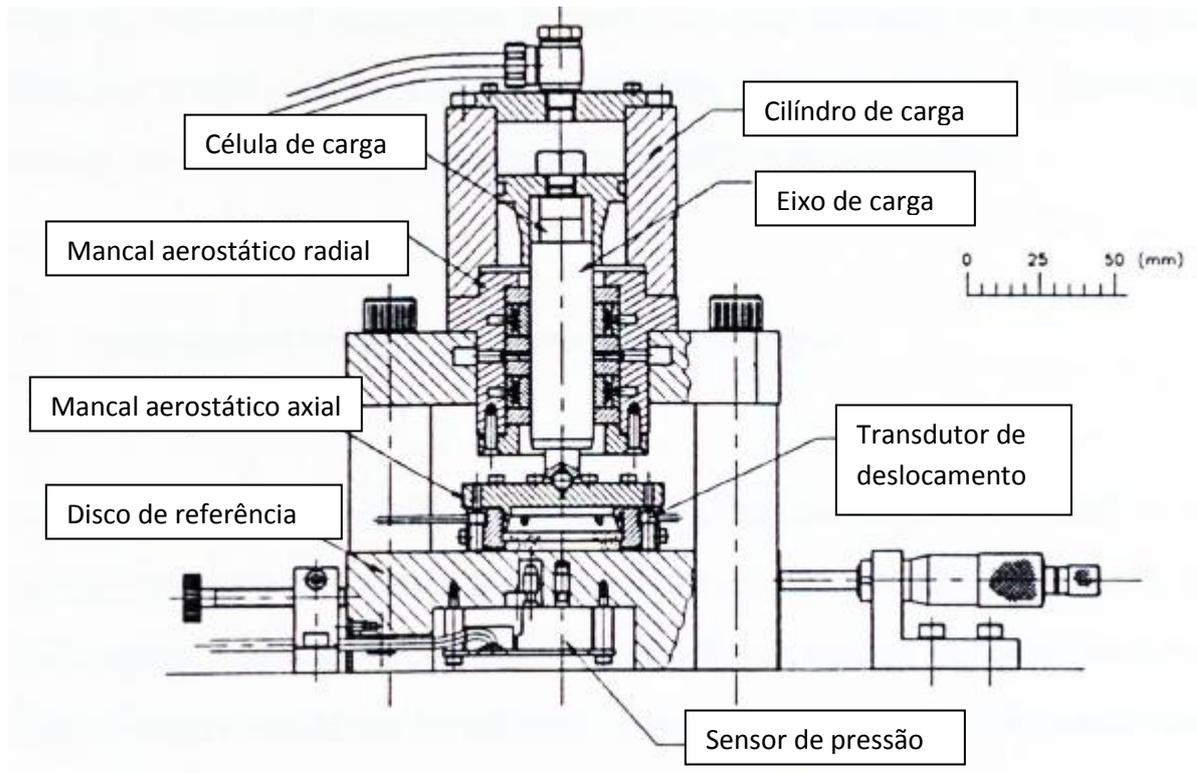


Figura 2.10: Banco experimental utilizado em Cranfield (Kwan, 1996).

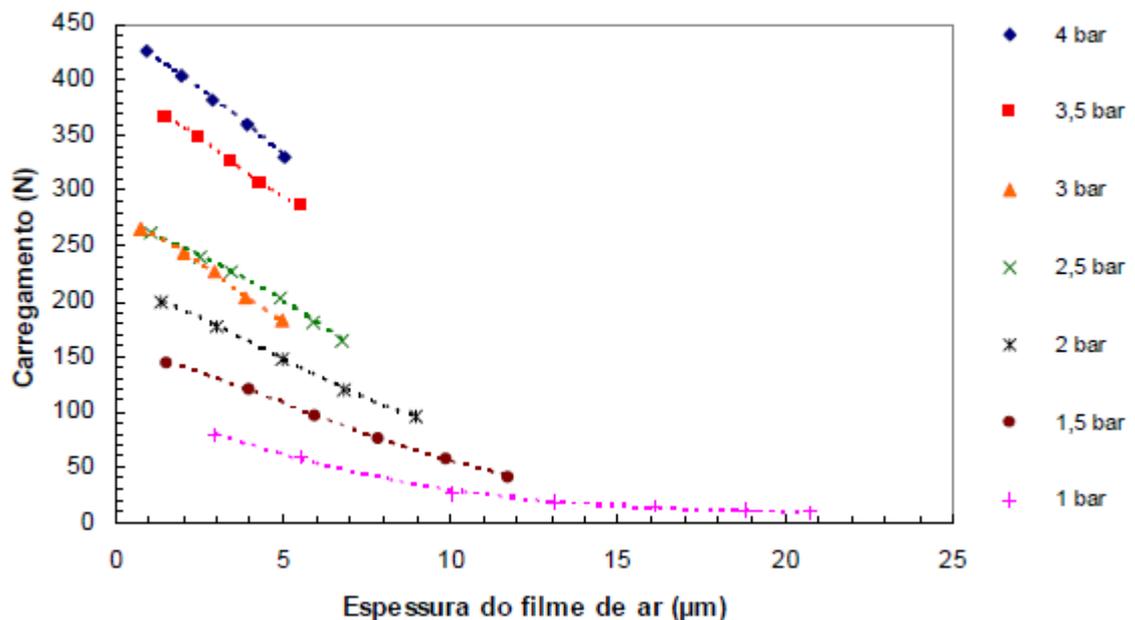


Figura 2.11: Desempenho estático do mancal aerostático poroso axial sob vários carregamentos e pressões de alimentação diferentes (Kwan, 1996).

Mancais axiais parcialmente porosos possuem algumas propriedades e características semelhantes aos mancais porosos. Fujii *et al.* (2008), desenvolveram

um dispositivo para análise das características estáticas fundamentais de mancais axiais cerâmicos parcialmente porosos, levando em consideração o tamanho dos poros, a vazão e deflexão do mancal. O experimento consistiu em um pistão de 30 mm instalado sobre o corpo cerâmico testado. O pistão é apoiado por um guia para evitar deslocamentos radiais. O ar comprimido chega à superfície inferior do pistão através do corpo cerâmico. A pressão de fornecimento de ar permanece constante enquanto a relação entre a carga aplicada e a folga é medida. A folga designa a média das folgas medidas com os deslocamentos dos sensores 1 e 2 para corrigir a inclinação gerada pelo desbalanceamento da carga aplicada. Os corpos de prova constituíram em cerâmicas não tratadas (non-plated) e cerâmicas tratadas (plated) através de banhos de revestimento químico. As figuras 2.12 e 2.13 mostram o esquema do experimento e os dados obtidos das rigidezes (adimensionais).

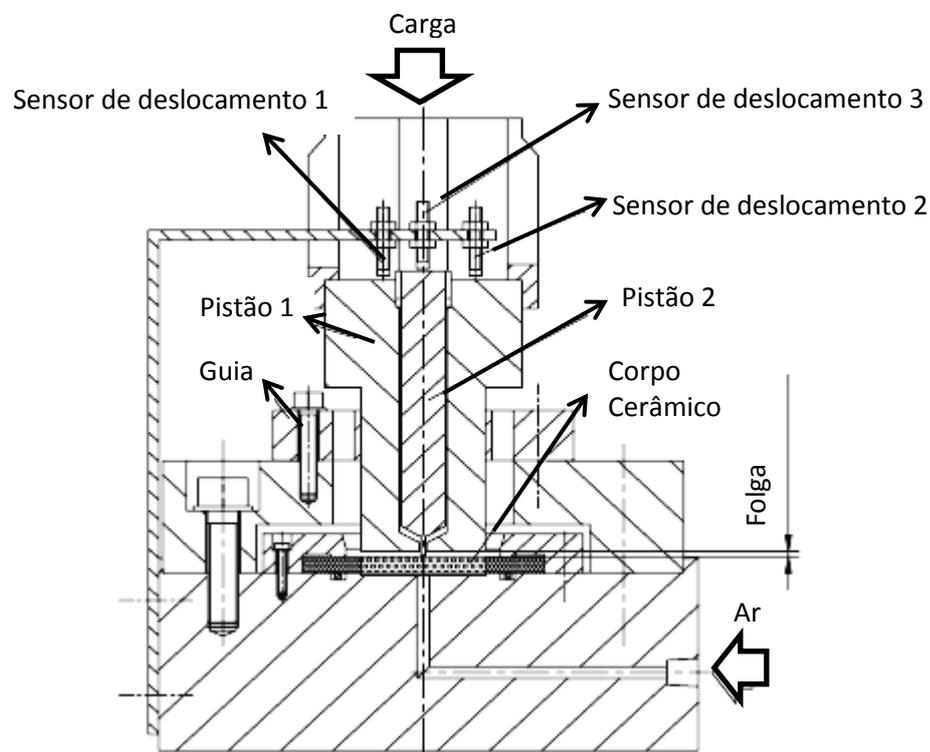


Figura 2.12: Esquema de experimento para obtenção de características de mancais aerostáticos parcialmente porosos (Fujii, 2008).

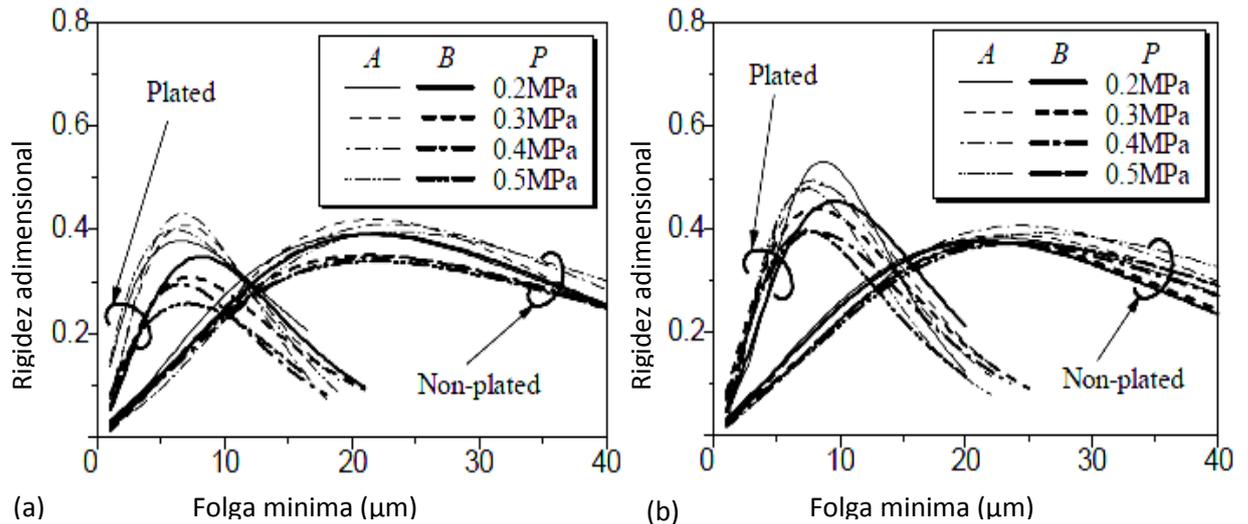


Figura 2.13: Rigidez adimensional calculada subtraindo a folga mínima da carga aplicada; espessura do corpo de prova (a) 3,5mm e (b) 4,5mm (Fujii, 2008).

Yoshimoto (2003), aplicou uma camada de restrição formada por epóxi na superfície de um mancal aerostático poroso radial de matriz de grafite. No experimento, as características estáticas para dois tipos de cargas impostas foram medidos. A figura 2.14 mostra o aparato experimental para cargas simétricas e cruzadas. O eixo mostra o deslocamento paralelo para cargas simétricas e o deslocamento angular para cargas cruzadas. O eixo foi suspenso por uma corda fina, conectada no centro de gravidade da haste. Os deslocamentos do eixo foram medidos por duas sondas sem contato localizadas na parte superior e inferior do eixo. A figura 2.15 exhibe os resultados da capacidade de carga (adimensional) em função da razão de excentricidade (relação entre o comprimento do mancal, deslocamento do eixo e folga média entre as superfícies do mancal).

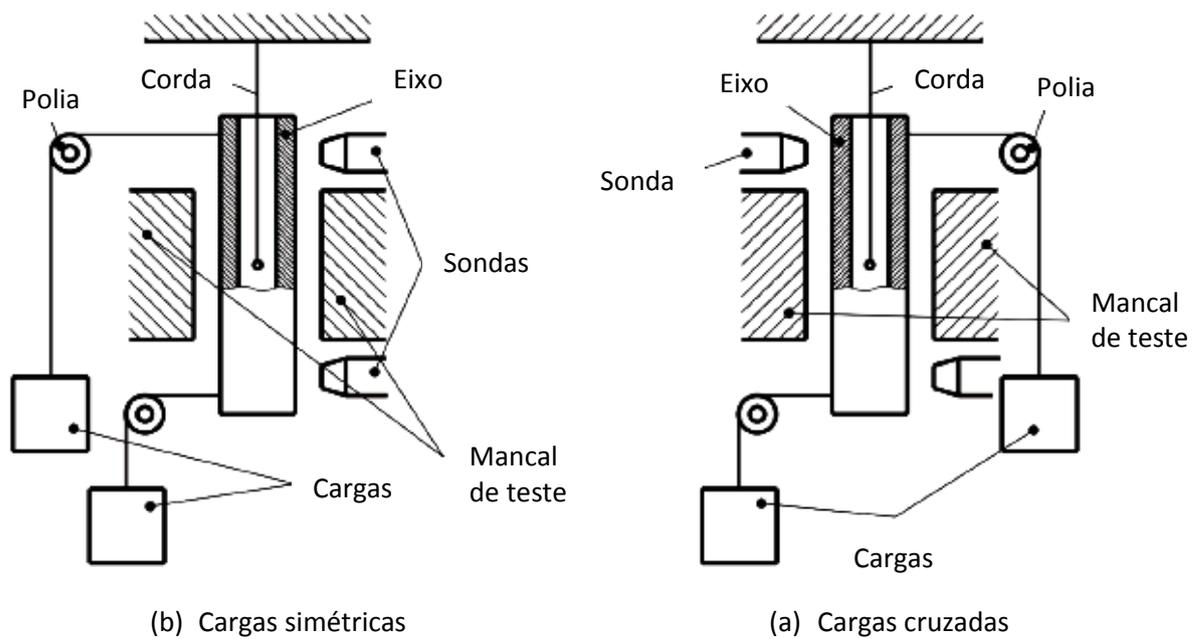


Figura 2.14: Aparatos experimentais; (a) com cargas simétricas e (b) com cargas cruzadas (Yoshimoto, 2003)

A capacidade de carga máxima foi obtida na folga do mancal de $8 \mu\text{m}$ e atingiu valor adimensional de 0,6. Os resultados experimentais para as folgas de $11 \mu\text{m}$ e $14 \mu\text{m}$ mostraram boa concordância com as previsões teóricas, mas uma discrepância para a folga do mancal de $8 \mu\text{m}$ foi observada. A causa desta discrepância não é clara, mas imprecisão geométrica e não uniformidade da permeabilidade do material poroso podem ter influência na capacidade de carga.

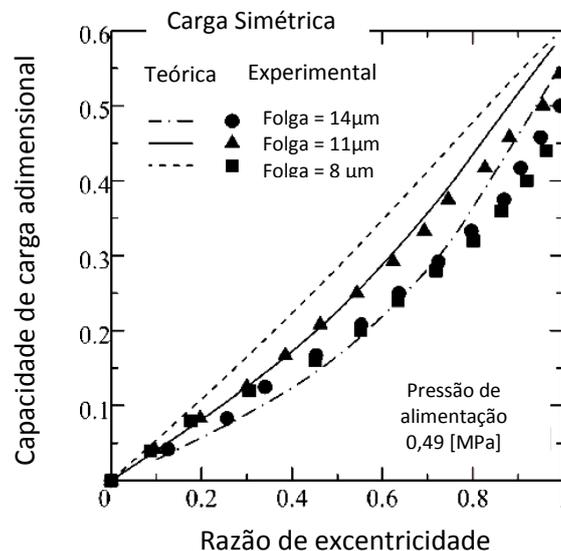


Figura 2.15: Relação entre carga e razão de excentricidade (Yoshimoto, 2003).

Miyatake (2006) desenvolveu um banco experimental para avaliação da instabilidade de giro de um rotor apoiado por um mancal aerostático radial de matriz metálica com superfície restrita. No experimento, um rotor foi apoiado por dois mancais aerostáticos radiais com razões de restrição de superfície quase iguais. O peso do rotor foi apoiado por um mancal aerostático axial. O rotor foi impulsionado por jatos de ar nas caixas de turbina localizadas na parte superior e inferior do rotor. A amplitude do rotor foi medida por duas sondas de deslocamento instaladas em direções perpendiculares entre si como mostra a figura 2.16.

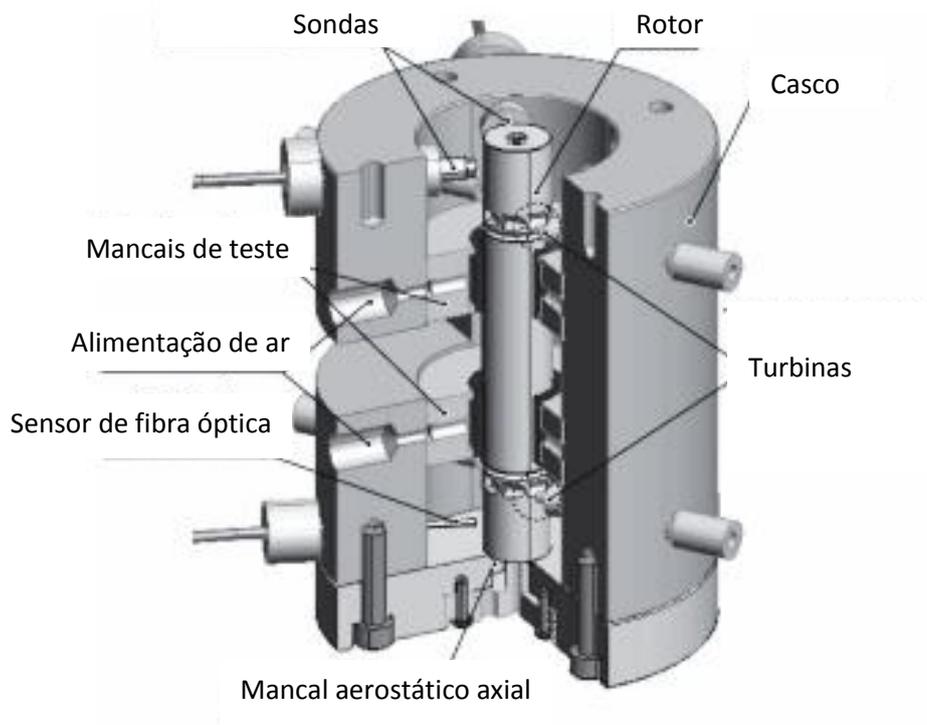


Figura 2.16: Aparato experimental para teste de instabilidade de mancais radiais aerostáticos de matriz metálica (Miyatake, 2006).

A velocidade crítica do rotor tem a folga ótima e alcança em torno de 150000 rpm a uma pressão de alimentação de $0,39 \text{ MPa}$.

Friedel (2011) fornece uma proposta de modelo de banco experimental para ensaio do mancal cerâmico aerostático poroso elaborado por Silveira et. al. (2010), no trabalho foi estimada a rigidez do eixo utilizando o princípio da superposição para se obter a deflexão deste como mostra a figura 2.17:

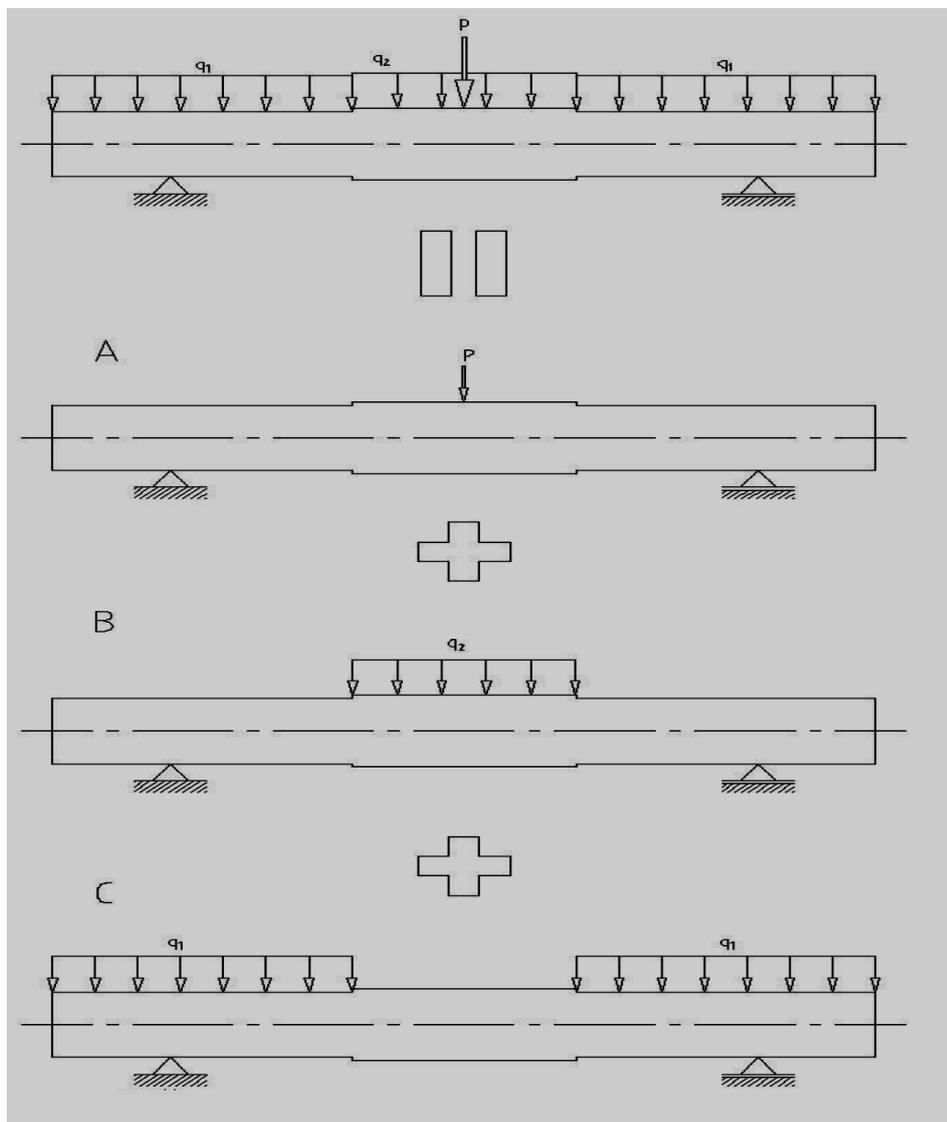
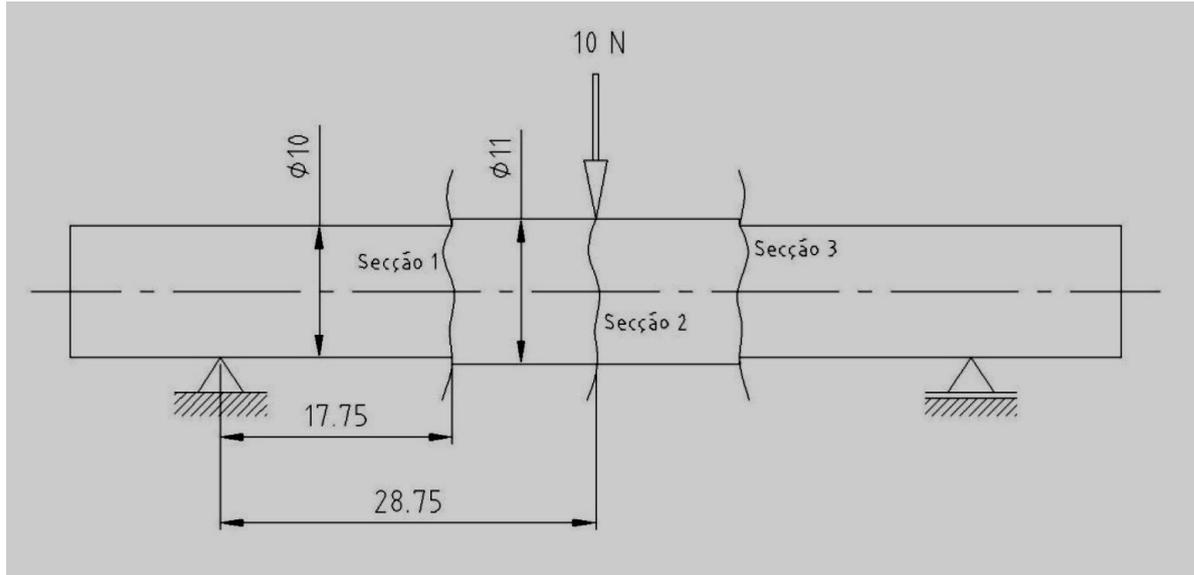


Figura 2.17: Método utilizado para estimar a rigidez do banco de ensaio de mancal aerostático poroso (Friedel, 2011).

O resultado da rigidez do eixo foi de 37,9 N/ μ m.

Friedel (2011) utiliza o Modelo de Ocvirck para estimar a rigidez do mancal aerostático poroso. O modelo é bem simplificado e não leva em consideração a pressão de alimentação do mancal e a compressibilidade do fluido. A rigidez estimada do mancal aerostático poroso foi de aproximadamente 7,8 N/ μ m.

As vantagens deste tipo de mancal são muitas, porém sua fabricação, manutenção e operação requerem alto custo financeiro, fazendo-se necessário o estudo do comportamento estático e dinâmico destes mancais. Os conceitos e equacionamentos da dinâmica de eixos rotativos e mancais aerostáticos serão apresentados com detalhes no capítulo 3.

3. EMBASAMENTO TEÓRICO

O propósito deste capítulo é mostrar as teorias nas quais o trabalho foi baseado, através de conceitos básicos e modelos analíticos e numéricos para rotores.

3.1. Considerações sobre dinâmica de rotores

Conforme Pereira (2003), as mais comuns máquinas rotativas, também denominadas de rotores, podem ser dos mais variados tipos sendo, por exemplo: turbo-compressores, turbinas de aviões, turbinas à vapor para a produção de energia elétrica, etc.

Os rotores são submetidos a cargas devido à inércia de seus componentes e potenciais problemas de vibração e instabilidade. A previsão do comportamento de rotores através de modelos matemáticos é relativamente bem sucedida quando comparado com medições experimentais. Em análises do comportamento dinâmico de rotores, os estudos mais freqüentemente realizados são:

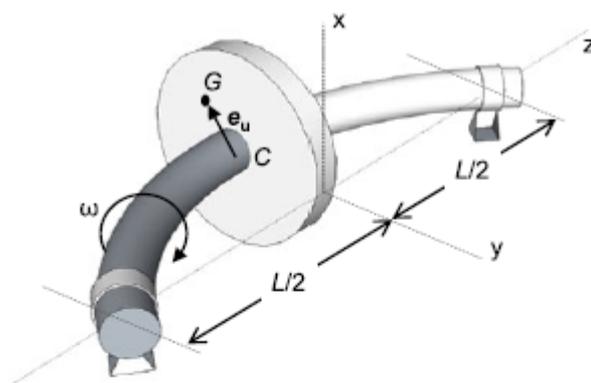
- Previsão das velocidades críticas: Velocidades nas quais a vibração devido ao desbalanceamento do rotor é máxima;
- Modificações de projeto de forma a alterar as velocidades críticas: Quando é necessário alterar a velocidade de operação do rotor, modificações no projeto do rotor são necessárias para alterar as velocidades críticas;
- Prever as frequências naturais das vibrações torsionais: Quando vários eixos estão acoplados (por exemplo, caixa de engrenagens) e estes eixos são excitados pelas pulsações do motor durante o *start-up*;
- Calcular as massas de correção e suas localizações a partir de dados de vibração: Balanceamento de rotores;
- Prever as amplitudes de vibração causadas pelo desbalanceamento do rotor;

- Prever as frequências de vibração nas instabilidades dinâmicas: Nem sempre simples de ser alcançado, haja vista que nem todas as forças desestabilizadoras são conhecidas;
- Modificações de projeto para eliminar instabilidades dinâmicas.

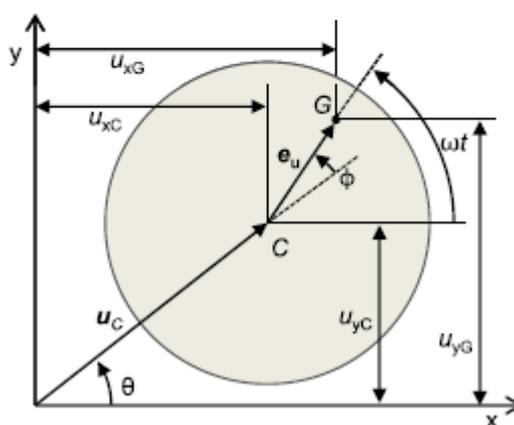
De acordo com Nelson (2007), o primeiro modelo de rotor foi proposto por Föppl (1895) e consistia de um único disco localizado no centro de um eixo circular, sem amortecimento. Foi demonstrado que a operação em regime supercrítico era estável. Infelizmente, Föppl (1985) publicou seu trabalho em uma revista científica alemã de engenharia civil pouco lido pela comunidade de dinâmica de rotores na época.

Jeffcott (1919) concebeu o mesmo modelo considerando amortecimento e publicou seu trabalho em uma revista científica inglesa lida com grande frequência. Como resultado, no Reino Unido e EUA um rotor com único disco é chamado um rotor Jeffcott (figura 3.1). Ao longo do tempo muitas variações do rotor Jeffcott (1919) foram estudadas, mas a sua mais frequente construção é com um único disco rígido montado sobre um eixo flexível, que é suportado por mancais em cada extremidade.

A dinâmica de um rotor não é exatamente a mesma dinâmica de um sistema de massa-mola. A referência do sistema massa-mola é estacionária, enquanto que do rotor a referência é rotacional. No entanto, eles compartilham as mesmas frequências e modos de vibração naturais.



a-) Rotor de Jeffcott



b-) Sistema de coordenadas

Figura 3.1: Exemplo de rotor de Jeffcott - eixo flexível e mancais rígidos (Yoon,2012).

O modelo de Jeffcott apresentado na figura 3.1 considera a deformação do eixo devido à flexão causada pela massa desbalanceada representada no ponto G da figura 3.1. Este modelo desconsidera a rigidez elástica dos mancais, e nele a órbita C do eixo é circular. Mais detalhes sobre considerações, hipóteses sobre mancais, eixos e efeitos de rotação e inércia serão discutidas nos capítulos a seguir.

3.1.1. Precessões, movimento síncrono e assíncrono

O movimento de precessão, também conhecido como rotação secundária ou “whirling” é definido como a rotação da linha de centro do eixo rotativo, em relação a linha que une os mancais. Este fenômeno deve-se, principalmente, ao desbalanceamento de massa, contudo, outros fatores contribuem para este efeito, tais como: forças giroscópicas, etc. O movimento de precessão pode ocorrer na

mesma direção da velocidade de rotação, sendo então denominada de precessão direta (*forward whirl*), ou pode ocorrer na direção contrária à velocidade de rotação, então denominada de precessão retrógrada ou reversa (*backward whirl*). A velocidade de rotação precessional pode ser igual à velocidade de rotação do eixo, desta forma chamada de velocidade de precessão síncrona; caso contrário, a velocidade de precessão é assíncrona (Mesquita, 2004).

3.1.2. Modelagem básica em dinâmica de rotores

As equações dinâmicas para rotores são obtidas através da aplicação da lei de Newton para o movimento do disco. Com o pressuposto de que o eixo é desprovido de massa, as forças que atuam sobre o disco são: a força de inércia, forças de rigidez e amortecimento gerados pela deformação lateral do eixo. As equações do movimento lateral nos eixos x e y são:

$$m \cdot \ddot{u}_{xG} = -k_s \cdot u_{xC} - c_s \cdot \dot{u}_{xC} \quad (3.1a)$$

$$m \cdot \ddot{u}_{yG} = -k_s \cdot u_{yC} - c_s \cdot \dot{u}_{yC} \quad (3.1b)$$

O coeficiente de rigidez à flexão lateral no centro axial de um eixo uniforme é representado por k_s . Adicionalmente é assumida a hipótese de que existe um amortecimento (cujo coeficiente é dado por c_s) muito pequeno devido à combinação do amortecimento estrutural do eixo, amortecimento devido ao escoamento em máquinas e o amortecimento originário dos mancais (Yoon, 2012).

3.1.3. Vibrações livres não amortecidas

Como afirma Yoon (2012), a análise da vibração livre não amortecida lida com a vibração do rotor, no caso em que se despreza o desbalanço ($e_u=0$) e amortecimento ($c_s=0$). As equações de movimento (3.1a), (3.1b) são simplificadas para:

$$m \cdot \ddot{u}_{xC} + k_s \cdot u_{xC} = 0 \quad (3.2a)$$

$$m \cdot \ddot{u}_{yC} + k_s \cdot u_{yC} = 0 \quad (3.2b)$$

A solução para este sistema homogêneo de segunda ordem toma a forma de:

$$u_{xC} = A_x e^{St} \quad (3.3a)$$

$$u_{yC} = A_y e^{St} \quad (3.3b)$$

Para algum s constante complexa. Os valores das constantes de A_x e A_y são obtidos a partir das condições iniciais do disco do rotor. Substituindo a solução das equações (3.3a), (3.3b) nas equações (3.2a), (3.2b) obtém-se:

$$mS^2 A_x e^{St} + k_s A_x e^{St} = A_x e^{St} (mS^2 + k_s) = 0 \quad (3.4a)$$

$$mS^2 A_y e^{St} + k_s A_y e^{St} = A_y e^{St} (mS^2 + k_s) = 0 \quad (3.4b)$$

As equações acima são verdadeiras para qualquer valor de A_x e A_y se a característica não amortecida for assumida.

$$mS^2 + k_s = 0 \quad (3.5)$$

Resolvendo a equação (3.5) com a solução dada pela equação (3.6) e considerando S como constante complexa conclui-se:

$$S_{1,2} = \pm j\omega_n \quad (3.6)$$

Na qual, ω_n é a frequência natural não amortecida do eixo definido como:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_s}{m}} \quad (3.7)$$

Assim, as soluções são funções oscilatórias não amortecidas com frequência $\pm\omega_n$. A velocidade crítica não amortecida do sistema é definida através da igualdade (3.8):

$$\omega_{cr} = \pm \omega_n \quad (3.8)$$

Em que a componente positiva $+\omega_n$ corresponde à precessão direta (*forward whirl*) e a componente negativa $-\omega_n$ corresponde à precessão retrógrada ou reversa (*backward whirl*).

3.1.4. O Método de Elementos Finitos (MEF)

Todos os sistemas físicos são contínuos por natureza. Os modelos matemáticos de sistemas contínuos resultam em equações diferenciais parciais normalmente, descritas por variáveis dependentes do tempo e espaço sobre um domínio específico e condições de contorno. As soluções analíticas nem sempre são possíveis ou não são viáveis em muitos problemas de engenharia. A discretização de um sistema contínuo implica em um conjunto de aproximações, sendo utilizado em um primeiro momento o método dos elementos finitos para converter um modelo contínuo dentro de um modelo discreto.

Como resultado dessas aproximações e discretização, um modelo físico representado por equações diferenciais parciais é transformado dentro de um modelo matemático dirigido por um conjunto de equações diferenciais ordinárias descritas por variáveis, as quais são funções do tempo (Fish, 2009).

3.1.4.1. Teoria de Euler-Bernoulli

Em dinâmica de rotores, os problemas podem ser abordados de diferentes maneiras como o uso de fórmulas físicas clássicas ou MEF. Apesar de ser mais difícil de definir, o MEF é um método muito efetivo para solucionar problemas de dinâmica (Nassis, 2010).

O desenvolvimento do modelo foi baseado em Nelson (1976) que se fundamenta na teoria de vigas de Euler-Bernoulli que por sua vez, considera que a linha neutra de tensões normais passa pelo centro geométrico do eixo (tensão de cisalhamento constante ao longo do eixo) e desconsidera os efeitos de amortecimento gerado pela deformação do eixo. Esta teoria é adequada quando o *índice de esbeltez* (relação entre comprimento e diâmetro) for maior que 10. O modelo de elemento de eixo pode ser observado na figura 3.2.

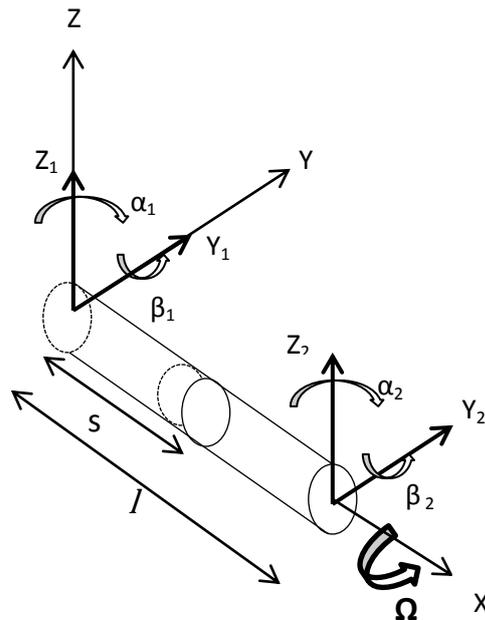


Figura 3.2: Elemento de eixo e seus respectivos graus de liberdade.

Onde s é a posição axial no elemento. De acordo com Nelson (1976) o vetor contendo os deslocamentos é:

$$[q] = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Z_1 \\ \beta_1 \\ \alpha_1 \\ Y_2 \\ Z_2 \\ \beta_2 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

A matriz que contém as funções de deslocamento é dada por:

$$[\psi] = \begin{bmatrix} \psi_1 & 0 & 0 & \psi_2 & \psi_3 & 0 & 0 & \psi_4 \\ 0 & \psi_1 & -\psi_2 & 0 & 0 & \psi_3 & -\psi_4 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Neste caso, as funções individuais representam os modos de deslocamento estático de um ponto de coordenadas com todos os outros reduzidos a zero. Estas funções são:

$$\psi_1 = 1 - 3\left(\frac{s}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{s}{l}\right)^3 \quad (3.11a)$$

$$\psi_2 = s \left[1 - 2\left(\frac{s}{l}\right) + \left(\frac{s}{l}\right)^2 \right] \quad (3.11b)$$

$$\psi_3 = 3\left(\frac{s}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{s}{l}\right)^3 \quad (3.11c)$$

$$\psi_4 = l \left[-\left(\frac{s}{l}\right)^2 + \left(\frac{s}{l}\right)^3 \right] \quad (3.11d)$$

A matriz de funções de forma de rotação é composta pelas derivadas das funções acima com relação a s .

$$[\varphi] = \begin{bmatrix} 0 & -\psi_1' & \psi_2' & 0 & 0 & -\psi_3' & \psi_4' & 0 \\ \psi_1' & 0 & 0 & \psi_2' & \psi_3' & 0 & 0 & \psi_4' \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

As matrizes de massa translacional $[M]$, massa rotacional $[N]$ e de rigidez devido à flexão $[K]$ são:

$$[M] = \int_0^l \mu [\psi]^T [\psi] ds = \frac{\mu l}{420} \begin{bmatrix} 156 & & & & & & & & \\ 0 & 156 & & & & & & & \\ 0 & -22l & 4l^2 & & & & & & \\ 22l & 0 & 0 & 4l^2 & & & & & \\ 54 & 0 & 0 & 13l & 156 & & & & \\ 0 & 54 & -13l & 0 & 0 & 156 & & & \\ 0 & 13l & -3l^2 & 0 & 0 & 22l & 4l^2 & & \\ -13l & 0 & 0 & -3l^2 & -22l & 0 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Onde μ é a massa por unidade de comprimento do elemento e a abreviação SYM , indica simetria da matriz.

$$[N] = \int_0^l I_d [\varphi]^T [\varphi] ds = \frac{\mu r^2}{120l} \begin{bmatrix} 36 & & & & & & & & \\ 0 & 36 & & & & & & & \\ 0 & -3l & 4l^2 & & & & & & \\ 3l & 0 & 0 & 4l^2 & & & & & \\ -36 & 0 & 0 & -3l & 36 & & & & \\ 0 & -36 & 3l & 0 & 0 & 36 & & & \\ 0 & -3l & -l^2 & 0 & 0 & 3l & 4l^2 & & \\ 3l & 0 & 0 & -l^2 & -3l & 0 & 0 & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Onde I_d corresponde à inércia diametral do elemento.

$$[K] = \int_0^l EI[\psi'']^T[\psi'']ds = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & & & & & & & & \\ 0 & 12 & & & & & & & \\ 0 & -6l & 4l^2 & & & & & & \\ 6l & 0 & 0 & 4l^2 & & & & & \\ -12 & 0 & 0 & -6l & 12 & & & & \\ 0 & -12 & 6l & 0 & 0 & 12 & & & \\ 0 & -6l & 2l^2 & 0 & 0 & 6l & 4l^2 & & \\ 6l & 0 & 0 & 2l^2 & -6l & 0 & 0 & 4l^2 & \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Onde E é o Módulo de Young e I é o momento de inércia da secção transversal do eixo. A matriz giroscópica $[G]$ por sua vez, é antissimétrica (SKEW SYM):

$$[G] = \frac{\mu r^2}{120l} \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & \\ 36 & 0 & & & & & & & \\ -3l & 0 & 0 & & & & & & \\ 0 & -3l & 4l^2 & 0 & & & & & \\ 0 & 36 & -3l & 0 & 0 & & & & \\ -36 & 0 & 0 & -3l & 36 & 0 & & & \\ -3l & 0 & 0 & l^2 & 3l & 0 & 0 & & \\ 0 & -3l & -l^2 & 0 & 0 & 3l & 4l^2 & 0 & \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Na montagem das matrizes do sistema (matrizes globais), as matrizes de massa translacional $[M]$ e rotacional $[N]$ devem ser somadas.

3.1.4.2. Teoria de Timoshenko

O conteúdo deste capítulo foi baseado em Nelson (1980) e Rao (1996). A teoria de Timoshenko considera os efeitos do cisalhamento transversal Φ e as matrizes dos elementos são inversamente proporcionais ao termo $(1 + \Phi)^2$. As matrizes e o termo que compõe esta teoria são descritos:

$$\Phi = \frac{12EI}{kA_e G l^2} \quad (3.17)$$

Onde A_e é a área da secção transversal do elemento.

A matriz de rigidez $[K]$, assim como todas as outras matrizes (massa e giroscópica) é composta por uma soma de “submatrizes” tais como:

$$[K_0] = \frac{EI}{l^3(1 + \phi)} \begin{bmatrix} 12 & & & & & & & & \\ 0 & 12 & & & & & & & \\ 0 & -6l & 4l^2 & & & & & & \\ 6l & 0 & 0 & 4l^2 & & & & & \\ -12 & 0 & 0 & -6l & 12 & & & & \\ 0 & -12 & 6l & 0 & 0 & 12 & & & \\ 0 & -6l & 2l^2 & 0 & 0 & 6l & 4l^2 & & \\ 6l & 0 & 0 & 2l^2 & -6l & 0 & 0 & 4l^2 & \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$[K_1] = \frac{EI}{l^3(1 + \phi)} \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & & & \\ 0 & 0 & l^2 & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & l^2 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & -l^2 & 0 & 0 & 0 & l^2 & & \\ 0 & 0 & 0 & -l^2 & 0 & 0 & 0 & l^2 & \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$[K] = [K_0] + \phi[K_1] \quad (3.20)$$

A matriz $[K]$ é a matriz de rigidez a ser utilizada na montagem da matriz global. As matrizes de massa translacional $[M]$ e rotacional $[N]$ são:

$$[M_0] = \frac{\mu l}{420(1 + \phi)^2} \begin{bmatrix} 156 & & & & & & & & \\ 0 & 156 & & & & & & & \\ 0 & -22l & 4l^2 & & & & & & \\ 22l & 0 & 0 & 4l^2 & & & & & \\ 54 & 0 & 0 & 13l & 156 & & & & \\ 0 & 54 & -13l & 0 & 0 & 156 & & & \\ 0 & 13l & -3l^2 & 0 & 0 & 22l & 4l^2 & & \\ -13l & 0 & 0 & -3l^2 & -22l & 0 & 0 & 4l^2 & \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$[M_1] = \frac{\mu l}{420(1 + \Phi)^2} \begin{bmatrix} 294 & & & & & & & & \\ 0 & 294 & & & & & & & SYM \\ 0 & -38.5l & 7l^2 & & & & & & \\ 38.5l & 0 & 0 & 7l^2 & & & & & \\ 126 & 0 & 0 & 31.5l & 294 & & & & \\ 0 & 126 & -31.5l & 0 & 0 & 294 & & & \\ 0 & 31.5l & -7l^2 & 0 & 0 & 38.5l & 7l^2 & & \\ -31.5l & 0 & 0 & -7l^2 & -38.5l & 0 & 0 & 7l^2 & \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$[M_2] = \frac{\mu l}{420(1 + \Phi)^2} \begin{bmatrix} 140 & & & & & & & & \\ 0 & 140 & & & & & & & SYM \\ 0 & -17.5l & 3.5l^2 & & & & & & \\ 17.5l & 0 & 0 & 3.5l^2 & & & & & \\ 70 & 0 & 0 & 17.5l & 140 & & & & \\ 0 & 70 & -17.5l & 0 & 0 & 140 & & & \\ 0 & 17.5l & -3.5l^2 & 0 & 0 & 17.5l & 3.5l^2 & & \\ -17.5l & 0 & 0 & -3.5l^2 & -17.5l & 0 & 0 & 3.5l^2 & \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$[M] = [M_0] + \Phi[M_1] + \Phi^2[M_2] \quad (3.24)$$

$$[N_0] = \frac{\mu r^2}{120l(1 + \Phi)^2} \begin{bmatrix} 36 & & & & & & & & \\ 0 & 36 & & & & & & & SYM \\ 0 & -3l & 4l^2 & & & & & & \\ 3l & 0 & 0 & 4l^2 & & & & & \\ -36 & 0 & 0 & -3l & 36 & & & & \\ 0 & -36 & 3l & 0 & 0 & 36 & & & \\ 0 & -3l & -l^2 & 0 & 0 & 3l & 4l^2 & & \\ 3l & 0 & 0 & -l^2 & -3l & 0 & 0 & 4l^2 & \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$[N_1] = \frac{\mu r^2}{120l(1 + \Phi)^2} \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & & & SYM \\ 0 & 15l & 5l^2 & & & & & & \\ -15l & 0 & 0 & 5l^2 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 15l & 0 & & & & \\ 0 & 0 & -15l & 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 15l & -5l^2 & 0 & 0 & -15l & 5l^2 & & \\ -15l & 0 & 0 & -5l^2 & 15l & 0 & 0 & 5l^2 & \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$[G] = [G_0] + \Phi[G_1] + \Phi^2[G_2] \quad (3.32)$$

3.1.4.3. Matrizes de mancais de elementos rolantes

Se as condições de contorno nas extremidades de um rotor são flexíveis, então os coeficientes dinâmicos do mancal de elementos rolantes são adicionados aos nós correspondentes aos apoios do rotor (Nassis, 2010). A matriz nodal de rigidez do mancal $[K_b^n]$ é:

$$[K_b^n] = \begin{bmatrix} K_{yy} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{\beta\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{\alpha\alpha} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Os termos cruzados (fora da diagonal principal) são admitidos desprezíveis e o índice superior n indica que a matriz é nodal. A matriz de amortecimento é descrita da seguinte forma:

$$[D_b^n] = \begin{bmatrix} D_{yy} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_{\beta\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{\alpha\alpha} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

A inclusão das matrizes do mancal no modelo irá diminuir as frequências naturais obtidas.

3.1.4.4. Matrizes de discos

Um método de representar elementos acoplados ao rotor (engrenagens, pás de turbinas, polias, etc.), é a utilização de discos rígidos que adicionam inércia aos respectivos nós em que se encontram posicionados. As matrizes de inércia translacional $[M_d]$, inércia rotacional $[N_d]$ e giroscópica $[G_d]$ são descritas:

$$[M_d] = \begin{bmatrix} m_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Onde m_d é a massa do disco.

$$[N_d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_d \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

I_d é a inércia diametral do disco.

$$[G_d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_p \\ 0 & 0 & I_p & 0 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Em que I_p é a inércia polar do disco. Para espessura constante $I_p = 2 I_d$.

3.1.4.5. Montagem das matrizes do sistema (Matrizes Globais)

De acordo com o Método de Elementos Finitos, um eixo ou um rotor é considerado um sistema que pode facilmente ser descrito com um ou mais elementos. O conjunto do sistema de matrizes pode ser desenvolvido com elementos que se sobrepõem uns aos outros nos nós comuns, tal como indicado na figura 3.3. O eixo pode ser dividido em vários elementos de eixo (não existe necessidade de igualdade entre comprimentos e raios destes elementos) que conecta dois nós (Nassis, 2010).

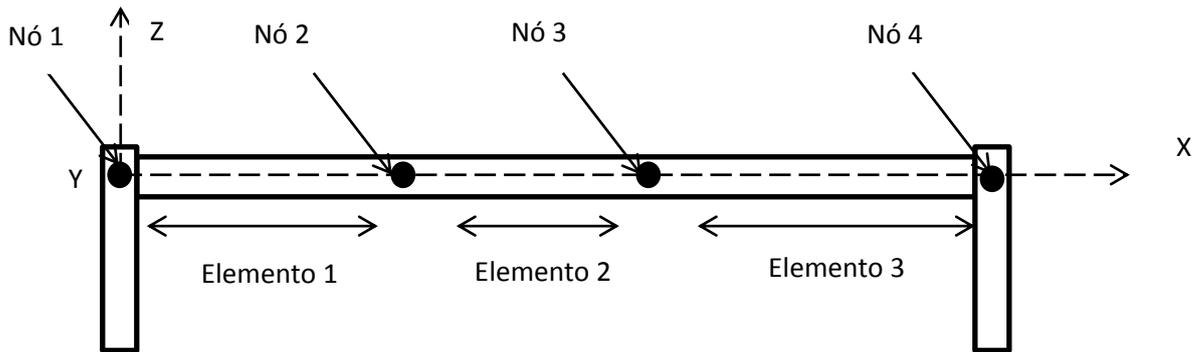


Figura 3.3: Exemplo de eixo dividido em três elementos e apoiado sobre mancais em suas extremidades.

As matrizes dos elementos devem ser posicionadas de acordo com os nós em que se encontram. Por exemplo: a matriz de massa translacional $[Me]$ do elemento 1 deve ser posicionada nas linhas e colunas correspondentes aos graus de liberdade de índice 1 e 2, e a matriz de massa translacional $[Md]$ do elemento 2 deve ser posicionada nas linhas e colunas correspondentes aos graus de liberdade de índice 2 e 3. Assim, os termos localizados nos graus de índice 2 devem ser somados entre si. Para deixar mais claro ao leitor é mostrado o quadro 3.1 a seguir, que contém alguns dos termos das matrizes de translacional $Me(i,j)$ e $Md(i,j)$ dos elementos de eixo 1 e 2 respectivamente.

	Y_1	Z_1	β_1	α_1	Y_2	Z_2	β_2	α_2
Y_1	$Me(1,1)$	$Me(1,2)$	$Me(1,3)$	$Me(1,4)$	$Me(1,5)$	$Me(1,6)$	$Me(1,7)$	$Me(1,8)$
Z_1	$Me(2,1)$	$Me(2,2)$	$Me(2,3)$	$Me(2,4)$	$Me(2,5)$	$Me(2,6)$	$Me(2,7)$	$Me(2,8)$
β_1	$Me(3,1)$	$Me(3,2)$	$Me(3,3)$	$Me(3,4)$	$Me(3,5)$	$Me(3,6)$	$Me(3,7)$	$Me(3,8)$
α_1	$Me(4,1)$	$Me(4,2)$	$Me(4,3)$	$Me(4,4)$	$Me(4,5)$	$Me(4,6)$	$Me(4,7)$	$Me(4,8)$
Y_2	$Me(5,1)$	$Me(5,2)$	$Me(5,3)$	$Me(5,4)$	$Me(5,5)+Md(1,1)$	$Me(5,6)+Md(1,2)$	$Me(5,7)+Md(1,3)$	$Me(5,8)+Md(1,4)$
Z_2	$Me(6,1)$	$Me(6,2)$	$Me(6,3)$	$Me(6,4)$	$Me(6,5)+Md(2,1)$	$Me(6,6)+Md(2,2)$	$Me(6,7)+Md(2,3)$	$Me(6,8)+Md(2,4)$
β_2	$Me(7,1)$	$Me(7,2)$	$Me(7,3)$	$Me(7,4)$	$Me(7,5)+Md(3,1)$	$Me(7,6)+Md(3,2)$	$Me(7,7)+Md(3,3)$	$Me(7,8)+Md(3,4)$
α_2	$Me(8,1)$	$Me(8,2)$	$Me(8,3)$	$Me(8,4)$	$Me(8,5)+Md(4,1)$	$Me(8,6)+Md(4,2)$	$Me(8,7)+Md(4,3)$	$Me(8,8)+Md(4,4)$

Quadro 3.1: Exemplo de montagem de parte da matriz global massa translacional.

3.1.4.6. Autovalores e autovetores

De acordo com Tisseur (2001), todo sistema dinâmico pode ser descrito de acordo com a segunda lei de Newton:

$$M_g \ddot{x} + D_g \dot{x} + K_g x = 0 \quad (3.38)$$

Em que M_g é a matriz de massa global, K_g a matriz de rigidez global e \ddot{x}, \dot{x}, x são os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento respectivamente. D_g é uma matriz constituída:

$$D_g = C_g + \Omega G_g \quad (3.39)$$

Onde C_g é a matriz de amortecimento global e G_g é a matriz global que representa o efeito giroscópico.

Depois de encontrada a equação global, pode-se observar que existe um problema envolvendo matrizes e equações diferenciais e para facilitar a obtenção de resultados, a equação diferencial de segunda ordem é reduzida para uma equação de primeiro grau através da modelagem de estado.

$$\begin{bmatrix} -K_g & 0 \\ 0 & M_g \end{bmatrix} \dot{y} + \begin{bmatrix} 0 & K_g \\ K_g & D_g \end{bmatrix} y = 0 \quad (3.40)$$

Onde:

$$\dot{y} = \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \dot{x} \end{Bmatrix} \quad (3.41a)$$

$$y = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ x \end{Bmatrix} \quad (3.41b)$$

A equação (3.24) pode ser representada também como:

$$\begin{bmatrix} -I_g & 0 \\ 0 & M_g \end{bmatrix} \dot{y} + \begin{bmatrix} 0 & I_g \\ K_g & D_g \end{bmatrix} y = 0 \quad (3.42)$$

Onde I_g é uma matriz identidade e 0 é uma matriz composta de zeros. Assumindo a primeira matriz como $-F$ e a segunda como V , a equação (3.26) pode ser reescrita como:

$$-S_g \dot{y} + R_g y = 0 \quad (3.43)$$

Admitindo como solução para a equação (3.27) seja:

$$y = Y e^{-i\omega t} \quad (3.44a)$$

$$y = Y e^{\lambda t} \quad (3.44b)$$

O problema se torna um problema de autovalor e a equação (3.27) se torna:

$$|R_g - \lambda S_g| Y = 0 \quad (3.45a)$$

$$|A_g - \lambda I_g| Y = 0 \quad (3.45b)$$

$$\left| R_g^{-1} S_g - \frac{1}{\lambda} I_g \right| Y = 0 \quad (3.45c)$$

A matriz de autovalores λ contém as frequências naturais em *rad/s* e pode ser extraída diretamente da matriz A , desde que:

$$A_g = S_g^{-1} R_g \quad (3.46)$$

Considerando que as matrizes globais sejam de dimensões $n \times n$, a redução de uma ordem da equação (3.22) da origem a matriz de autovetores de dimensões $2n \times 2n$, sendo que as n primeiras linhas correspondem aos deslocamentos dos respectivos graus de liberdade e as últimas n linhas correspondem às velocidades. A matriz de autovalores também é de ordem $2n \times 2n$ e os autovalores são duplicados, porém um com o sinal negativo. Isto se deve ao fato de que os autovalores são complexos conjugados e sempre possuem um valor igual e negativo.

3.1.4.7. Resposta em frequência

Tanto nos rotores utilizados na indústria como nos rotores utilizados para fins acadêmicos, é comum a existência de elementos excitadores como engrenagens de contato, engrenagens de correntes, shakers, etc. Esses elementos produzem forças que podem ser decompostas e representadas nas direções e sentidos correspondentes aos graus de liberdade do sistema. Este capítulo tem como objetivo mostrar como funciona a avaliação das respostas dos vários graus de liberdade nas mais variadas excitações baseando-se em Ewins (1984) e Nicoletti(2012).

De início será assumido que a equação (3.22) seja diferente de zero e quando expressada na notação matricial se torna:

$$[M_g]\{\ddot{x}\} + [D_g]\{\dot{x}\} + [K_g]\{x\} = \{f\} \quad (3.47)$$

Onde f é o vetor contendo as forças de excitação. Supondo que a excitação ocorra em determinada frequência, o vetor f e a proposta de solução para o vetor deslocamento x são respectivamente:

$$\{f\} = \{F\}.e^{i\omega t} \quad (3.48a)$$

$$\{x\} = \{X\}.e^{i\omega t} \quad (3.48b)$$

Substituindo a função de excitação da equação (3.32a), a função de deslocamento da equação (3.32b) e suas respectivas derivadas na equação (3.31) obtém-se:

$$-\omega^2[M_g]\{X\} + i\omega[D_g]\{X\} + [K_g]\{X\} = \{F\} \quad (3.49)$$

Isolando a equação acima em função das amplitudes de deslocamento $\{X\}$:

$$\{X\} = \left[-\omega^2[M_g]\{X\} + i\omega[D_g]\{X\} + [K_g] \right]^{-1} \{F\} \quad (3.50)$$

Admitindo-se que as amplitudes de força $\{F\}$ são unitárias, as amplitudes das respostas são obtidas por unidade de força e são:

$$\{H\} = \left[-\omega^2 [M_g] \{X\} + i\omega [D_g] \{X\} + [K_g] \right]^{-1} \quad (3.51)$$

Em que a matriz $\{H\}_{jk}$ contém a resposta no “jotaésimo” grau de liberdade a uma excitação no “kaésimo” grau. Como exemplo tem-se o quadro 3.2 que mostra a resposta na vertical do nó 1 (Z_1) a uma excitação na horizontal no nó 2 (Y_2) pode ser obtida através da coordenada (j,k) que corresponde aos graus indicados.

	Y_1	Z_1	β_1	α_1	Y_2	...
Y_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	H_{14}	H_{15}	H_{1k}
Z_1	H_{21}	H_{22}	H_{23}	H_{24}	H_{25}	H_{2k}
β_1	H_{31}	H_{32}	H_{33}	H_{34}	H_{35}	H_{3k}
α_1	H_{41}	H_{42}	H_{43}	H_{44}	H_{45}	H_{4k}
...	H_{j1}	H_{j2}	H_{j3}	H_{j4}	H_{j5}	H_{jk}

Quadro 3.2: Exemplo de verificação da matriz de resposta em frequência $\{H\}_{jk}$.

3.2. Teoria da lubrificação aerostática

Em sua maioria, os casos de escoamento na folga do mancal são laminares e as perdas de pressão ocorrem devido ao cisalhamento viscoso no filme de gás. Este motivo torna o entendimento do escoamento laminar de gases entre placas de grande importância e algumas suposições devem ser feitas (Powell, 1970):

i. A força de inércia devido à aceleração pode ser desprezada quando comparada com a força de atrito devido ao cisalhamento viscoso;

ii. As condições de escoamento laminar existem para todos os pontos do filme de gás;

iii. A pressão é constante em qualquer seção normal à direção do escoamento;

iv. Não há deslizamento nos contornos (fronteiras) entre o fluido e as placas.

A figura 3.4 mostra o escoamento na direção de x pelo fato da pressão P_1 ser maior que P_2 . A distribuição de velocidade ao longo da direção y segue uma curva e no contato com as superfícies é estacionário. A velocidade e a pressão do gás em qualquer ponto são dadas por u e P respectivamente, e a viscosidade do gás é η .

Utilizando a nomenclatura definida anteriormente e aplicando as condições de contorno para as bem conhecidas equações de Navier Stokes a expressão resultante é:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3.52)$$

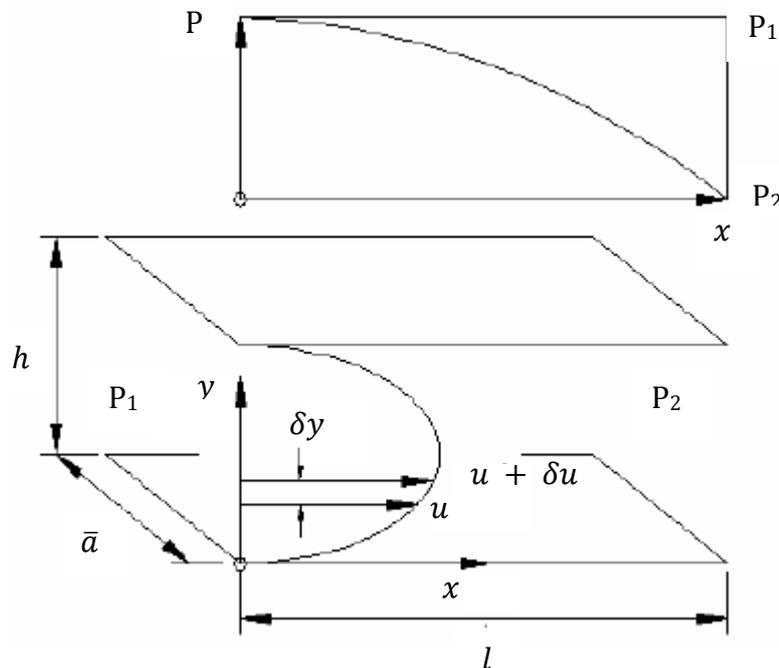


Figura 3.4: Distribuição de velocidades entre placas (Powell, 1970).

Integrando a equação (3.52) obtém-se:

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\eta} \frac{dP}{dx} y + A_1 \quad (3.53)$$

Onde A_1 é a constante de integração; integrando-se novamente os lados da equação (3.53):

$$u = \frac{1}{\eta} \frac{dP}{dx} \frac{y^2}{2} + A_1 y + B \quad (3.54)$$

Considerando que h seja a folga entre as placas e lembrando que no contato com as superfícies o gás é estacionário, então as condições de contorno podem ser admitidas como $u = 0$ em $y = 0$ e em $y = h$. Substituindo na equação (3.54) obtêm-se os seguintes resultados:

$$B = 0 \quad (3.55)$$

$$A_1 = -\frac{1}{2\eta} \frac{dP}{dx} h \quad (3.56)$$

Através da substituição de A_1 e B na equação (3.54) pode-se concluir que:

$$u = \frac{1}{2\eta} \frac{dP}{dx} y(y - h) \quad (3.57)$$

A equação (3.57) fornece a velocidade do gás em qualquer posição da seção do filme e pode-se notar que a distribuição de velocidade é parabólica. A velocidade no centro da folga é máxima e determinada quando $y = h / 2$. A vazão entre as placas pode ser obtida por:

$$\dot{m} = \bar{a} \rho \int_0^h u \, dy \quad (3.58)$$

Onde \dot{m} e ρ são a vazão mássica e a densidade do gás respectivamente. A representação da distância ao longo do eixo z é dada por \bar{a} como mostrado na figura 3.4. Substituindo (3.57) na equação (3.58) ela se torna:

$$\dot{m} = \bar{a} \frac{\rho}{2\eta} \frac{dP}{dx} \int_0^h (y^2 - yh) \, dy \quad (3.59)$$

Integrando o termo e rearranjando obtém-se:

$$\dot{m} = -\frac{\bar{a}h^3\rho}{12\eta} \frac{dP}{dx} \quad (3.60)$$

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{12\eta\dot{m}}{\bar{a}\rho h^3} \quad (3.61)$$

A equação (3.61) mostra a relação entre a razão de fluxo de massa e o gradiente de pressão entre as placas na direção do escoamento. A densidade ρ é até o momento, assumida como constante na direção y e a equação (3.61) é válida para líquidos e gases. No entanto, a densidade de um gás depende da pressão e como a esta varia na direção x , a equação (3.61) não pode ser integrada para fornecer a distribuição de pressão na direção x até que alguma relação entre a densidade e a pressão seja estabelecida.

Pode-se assumir que o comportamento do gás é isotérmico desde que o calor gerado no filme de gás seja pequeno e as paredes do mancal sejam de metal contendo alta condutividade térmica. Considerando condições isotérmicas, tem-se:

$$\frac{P}{\rho} = RT \quad (3.62)$$

Onde R e T são a constante do gás e a temperatura absoluta respectivamente. Isolando a densidade ρ na equação (3.61) e integrando os dois lados da equação obtém-se:

$$P dP = -\frac{12\eta\dot{m} RT}{\bar{a} h^3} dx \quad (3.63)$$

$$P_1^2 - P_2^2 = \frac{24\eta\dot{m} RTl}{\bar{a} h^3} \quad (3.64)$$

A equação (3.64) expressa a queda de pressão ao longo do mancal aerostático em termos da vazão, propriedades dos gases e dimensões.

3.2.1. Teoria do fluxo de massa através de meio poroso

O estudo apresentado neste item está baseado em Nicoletti *et. al.* (2008), a permeabilidade é uma propriedade física fundamental no desenvolvimento e projeto de mancais aerostáticos, pois esta representa a capacidade de um fluido para atravessar um meio poroso. Da equação de Darcy (1856) tem-se que:

$$-\frac{dp}{ds} = \frac{\eta}{k_1} v \quad (3.65)$$

Onde v representa a velocidade média do fluido através do meio poroso ao longo da dimensão s (espessura da matriz porosa), η é a viscosidade dinâmica do fluido, k_1 é conhecido como coeficiente de permeabilidade viscoso ou coeficiente Darciano e dp/ds é variação da pressão ao longo da dimensão s .

$$v = \frac{Q_m}{A\rho} \quad (3.66)$$

Assumindo que o fluido (ar) é um gás ideal, que é geralmente aceitável sob pressões inferiores a 10^6 N/m^2 como coloca Cieslicki (1994), e o fluido é sob condições isotérmicas, é possível considerar que a densidade do fluido no meio poroso é a densidade média entre a entrada e saída, como se segue:

$$\rho = \frac{P_s - p}{2RT} \quad (3.67)$$

A pressão de suprimento é representada por P_s e a pressão do filme de ar pela letra p . Substituindo as equações (3.66) e (3.67) na equação (3.65), obtém-se após a integração:

$$\frac{P_s - p}{H} = \frac{2RT\eta}{k_1 A (P_s + p)} Q_m \quad (3.68)$$

A figura 3.5 mostra o esquema para melhor visualização e entendimento das equações citadas acima.

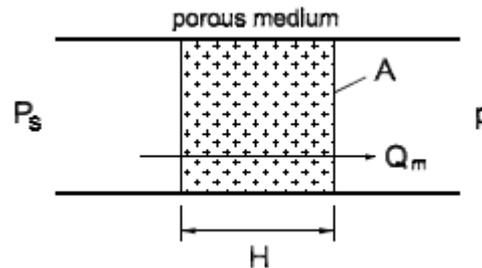


Figura 3.5: Representação esquemática do meio poroso com área de seção transversal e espessura constante (Silveira, 2008).

A equação (3.69) pode ser manipulada para obtenção da taxa de fluxo de massa através da hipótese de Darcy (1856), sendo assim:

$$Q_m = \frac{k_1 A (P_s^2 - p^2)}{2RTH\eta} \quad (3.69)$$

3.2.2. Equação de Reynolds modificada

O ar pressurizado à pressão P_s é injetado na folga h do mancal através da matriz porosa que compõe o mancal aerostático, formando assim uma distribuição de pressão ao longo do mancal. Para se calcular a distribuição de pressão na folga do mancal assume-se que o fluido é Newtoniano, compressível e opera em escoamento laminar (Nicoletti *et.al.*, 2008).

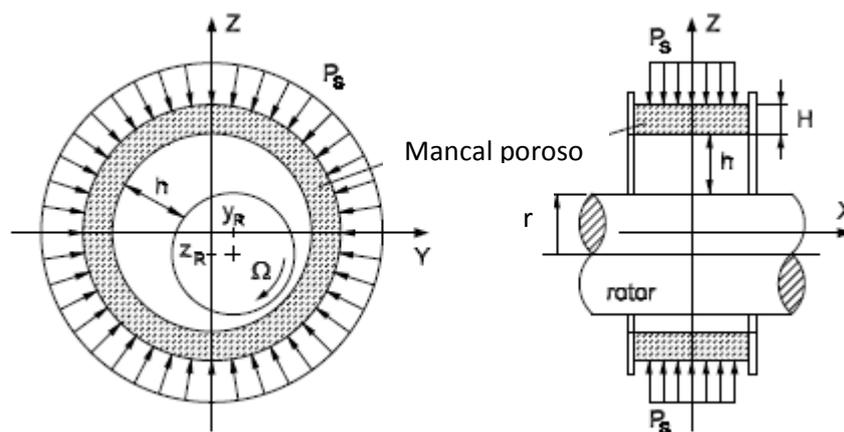


Figura 3.6: Esquema de mancal aerostático poroso (Silveira, 2008).

Simplificando as equações de Navier-Stokes, reescrevendo-a no eixo de referência (x, y, z) , fixado na superfície de deslizamento do mancal e admitindo o fluxo de fluido nulo nas superfícies do mancal e do eixo rotor, as condições de contorno são representadas na figura 3.5 e na equação (3.70):

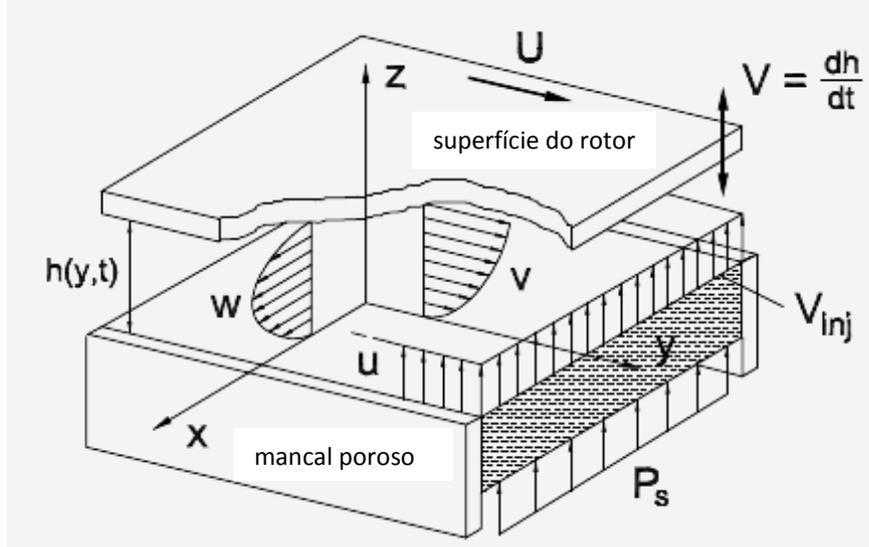


Figura 3.7: Cinemática do fluxo de fluido, perfis de velocidade (Nicoletti, 2008).

$$\begin{aligned}
 u(x, y, 0) &= V_{inj} & v(x, y, 0) &= 0 & w(x, y, 0) &= 0 \\
 u(x, y, h) &= \frac{\partial h}{\partial t} & v(x, y, h) &= U = r\Omega & w(x, y, h) &= 0
 \end{aligned} \tag{3.70}$$

Onde V_{inj} é a velocidade de injeção do ar, r o raio do rotor, (w, v, u) são as velocidades nas direções de (x, y, z) respectivamente, t é o tempo, U é a velocidade da superfície do rotor e V é a velocidade de translação do rotor na folga. Integrando as equações de Navier-Stokes sujeitas às condições de contorno mostradas na equação (3.22), obtêm-se as expressões para os perfis de velocidade do fluido:

$$u(z) = \frac{z}{h} \frac{\partial h}{\partial t} + \left(\frac{h-z}{h} \right) V_{inj} \tag{3.71a}$$

$$v(z) = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} + (z^2 - hz) + \frac{U}{h} z \tag{3.71b}$$

$$w(z) = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial y} + (z^2 - hz) \tag{3.71c}$$

Inserindo as expressões para os perfis de velocidade do fluido (equações(3.71)) na equação de continuidade, integrando entre os limites $[0, h]$ e considerando o fluido sob condições isotérmicas, obtém-se:

$$\left(\frac{2L_t}{L}\right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{p} \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{p} \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} \right) = \Lambda \frac{\partial(\bar{p}\bar{h})}{\partial \bar{y}} + \psi \frac{\partial(\bar{p}\bar{h})}{\partial \tau} + \Gamma \bar{p}(\bar{p} - 1) \quad (3.72)$$

A equação (3.72) corresponde à forma adimensional da equação de Reynolds modificada para mancais aerostáticos porosos como uma função da velocidade de injeção V_{inj} na superfície do mancal. O quadro 3.3 e as equações (3.73) a seguir definem os termos utilizados e suas correspondentes funções para melhor entendimento do leitor.

$$\Lambda = \frac{6\eta UL_t}{c^2 P_s} \quad (3.73a)$$

$$\psi = \frac{12\eta\omega L_t^2}{c^2 P_s} \quad (3.73b)$$

$$\Gamma = \frac{12k_1 L_t^2}{c^3 r_i \ln\left(\frac{r_0}{r_i}\right)} \quad (3.73c)$$

Termo	Definição	Equivalência
Λ	Parâmetro de velocidade adimensional	Eq. 3.73a
ψ	Parâmetro de excitação adimensional	Eq. 3.73b
Γ	Parâmetro adimensional da matriz porosa	Eq. 3.73c
\bar{x}	Coordenada adimensional	$\frac{2x}{L}$
\bar{y}	Coordenada adimensional	$\frac{y}{L_t}$
\bar{p}	Pressão adimensional	$\frac{p}{P_s}$
\bar{h}	Folga adimensional	$\frac{h}{c}$
τ	Tempo adimensional	ωt
c	Folga de montagem	-
ω	Frequência de excitação	-
L	Comprimento do mancal	-
L_t	Perímetro do mancal	$2\pi r_i$
r_i	Raio interno do mancal	-
r_0	Raio externo do mancal	-
\bar{K}	Rigidez adimensional	$2cK/L_tLP_s$
K	Rigidez	-

Quadro 3.3: Definição dos termos utilizados na equação de Reynolds.

A equação (3.72) é uma equação diferencial parcial e pode ser solucionada através de métodos numéricos tais como o Método das Diferenças Finitas ou o Método dos Elementos Finitos.

Os capítulos 4 e 5 apresentam detalhes sobre o estudo de caso, o modelamento e resultados obtidos de um banco de ensaio de mancal aerostático cerâmico poroso utilizando as teorias descritas neste capítulo.

4. ESTUDO DE CASO

Neste trabalho é proposta a análise estática e dinâmica do conjunto eixo, mancais de elementos rolantes e turbina de acionamento, para investigação do comportamento estático e dinâmico de um mancal aerostático cerâmico poroso. Em Friedel (2011) foi feito o pré-dimensionamento do eixo e da geometria do mancal aerostático cerâmico poroso de forma simplificada, baseada no modelo de mancais curtos Ocvirck (Norton, 2012). Uma primeira configuração geométrica foi também proposta, para se obter os parâmetros citados. O cálculo da deflexão do eixo é uma etapa inicial e fundamental, para ser incluída na análise dinâmica do sistema. Conforme Norton (2012), a rigidez do eixo deve ser significativamente (10 vezes) superior à rigidez do mancal, para evitar futuras sobreposições de respostas, como amplitudes de vibração e FRF's (Função de Resposta em Frequência). A figura 4.1 apresenta as etapas desenvolvidas para a pesquisa com mancais aerostáticos cerâmicos porosos, iniciada em 2006 no Laboratório de Tribologia, do Departamento de Engenharia Mecânica da EESC-USP.

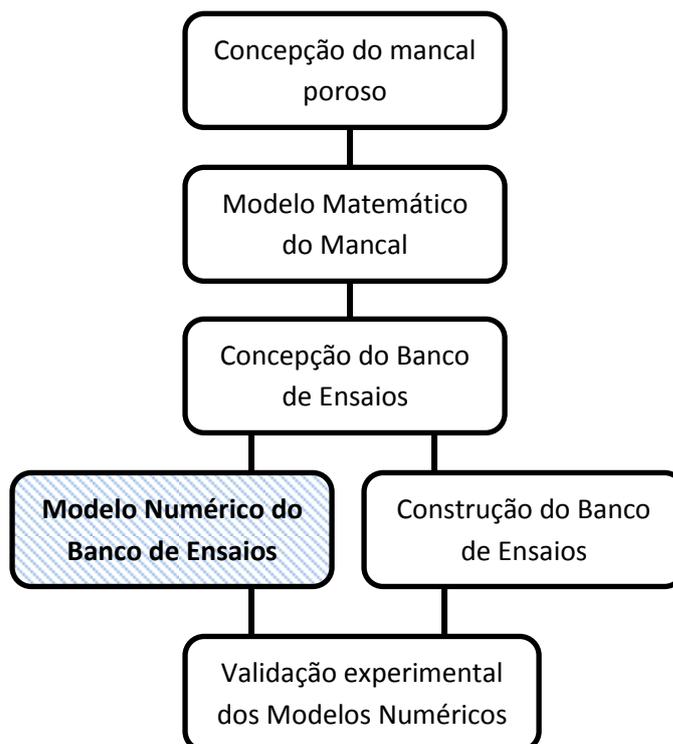


Figura 4.1: Estrutura da linha de pesquisa do mancal aerostático cerâmico poroso.

O mancal é constituído por uma bucha cerâmica unida a uma camisa metálica através de cola adesiva. O ar entra na camisa metálica através de um tubo de alimentação e penetra entre os poros da cerâmica atuando como lubrificante entre o eixo e o mancal. A folga diametral entre o mancal e o eixo é de 16 μm . A figura 4.2 ilustra claramente o projeto e a construção do mancal a ser estudado.

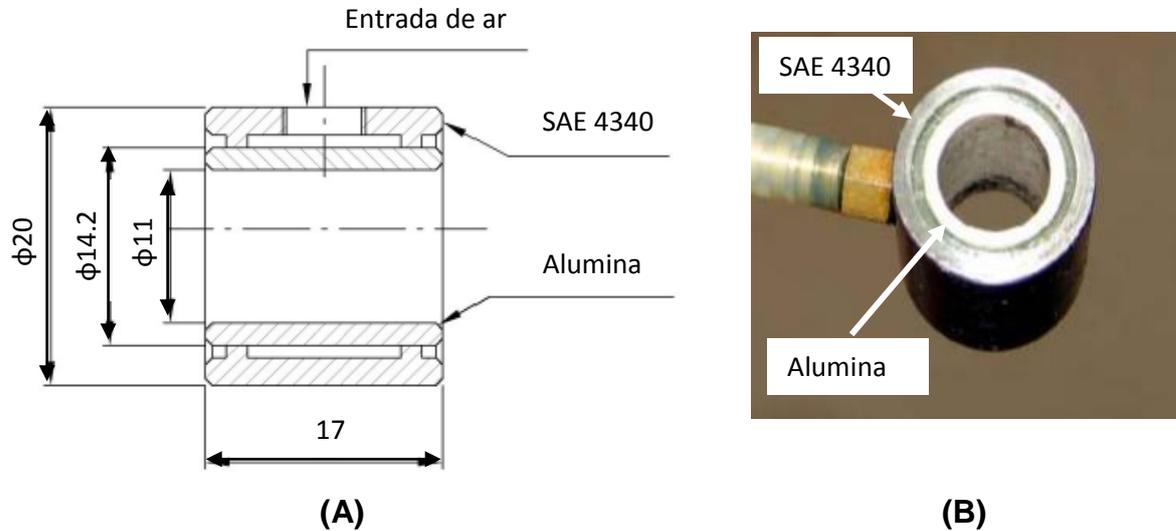


Figura 4.2: **(A)** desenho detalhado do mancal; **(B)** mancal cerâmico poroso.

A concepção do banco experimental foi elaborada por Friedel (2011) e baseada em Carter (2009), que propôs uma montagem para investigação estática e dinâmica de um mancal segmentado. O esquema do banco é exibido na figura 4.3:

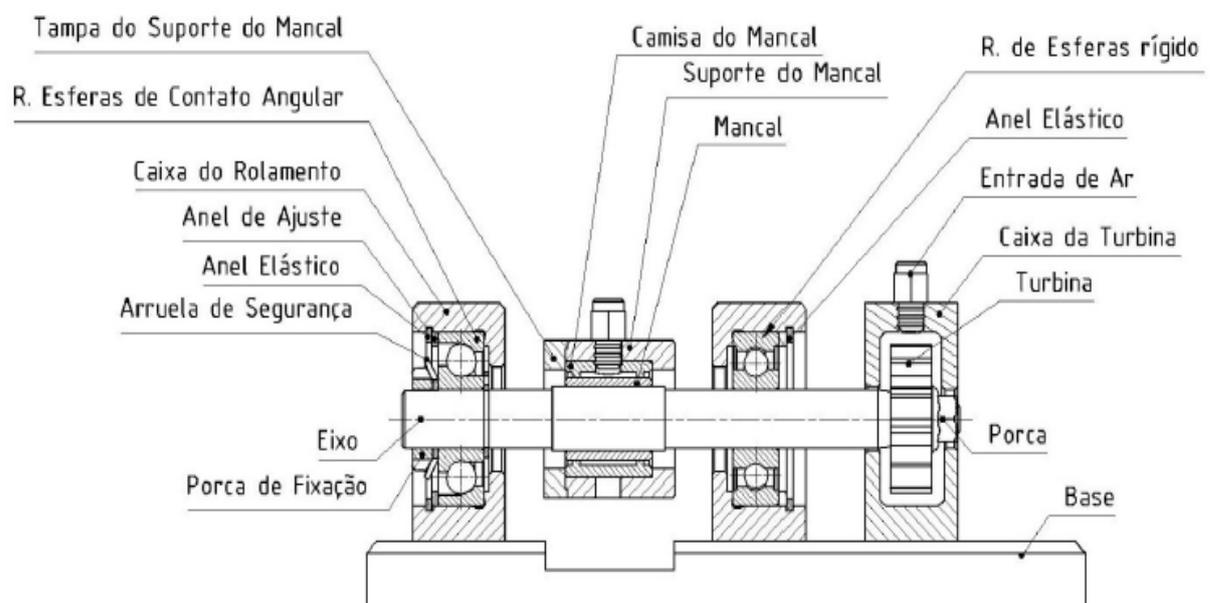


Figura 4.3: Esquema do banco experimental (Friedel, 2011).

O eixo será acionado pela turbina movida a ar e o mancal aerostático será posicionado entre os mancais de rolamento, que por sua vez aumentarão a rigidez do eixo. Os parâmetros de projeto tais como dimensões, materiais dos mancais e dimensões dos mancais foram definidos em Friedel (2011). O intervalo de rotações de operação do banco será definido em função da estimativa das frequências naturais do mancal aerostático. A capacidade de carga máxima suportada pelo mancal será adotada em 1kg ou 10N.

No projeto, os experimentos elaborados para análises estáticas serão realizados aplicando-se cargas verticais (até 10N ou 1kg) sobre a caixa do mancal aerostático. A obtenção da rigidez do eixo será obtida dividindo-se a carga aplicada pela folga do mancal após a aplicação da carga. Para que não haja interferência do banco experimental na obtenção da rigidez estática do mancal aerostático, as rigidezes estáticas do eixo e do mancal devem ser estimadas para que se avalie a viabilidade do banco (capítulo 5).

Os experimentos dinâmicos serão conduzidos utilizando-se um excitador (shaker) colocado na caixa do mancal aerostático de forma que este aplique uma carga vertical em função do tempo com objetivo de se obter os coeficientes dinâmicos do mancal. Para se estimar as frequências naturais do conjunto rotativo, serão utilizadas funções resposta em frequência que serão obtidas simulando através do método dos elementos finitos, uma carga vertical variando com o tempo sobre o nó em que se encontra o mancal e analisando as amplitudes de vibração no mesmo nó e mesma direção da carga (capítulo 6). Deve-se garantir que as frequências naturais do eixo não coincidam com as frequências naturais do mancal aerostático para que não haja interferência do banco na obtenção dos coeficientes dinâmicos do mancal.

5. ANÁLISES ESTÁTICAS

Este capítulo apresenta a análise estática de uma configuração preliminar para um banco de ensaios experimentais de um mancal aerostático cerâmico poroso. O uso de material cerâmico como restritor pode incrementar ao mancal melhor desempenho quanto à resistência ao desgaste, boa estabilidade térmica e rigidez adequada, para condições que requerem elevadas velocidades de rotação (acima de 10.000rpm), bem como pequenas folgas radiais nos mancais (40 μm). Essas características de projeto são requeridas para cabeçotes de máquinas de ultra precisão. Dessa forma, foram feitos dois procedimentos de verificação para a configuração proposta, sendo um deles o dimensionamento estático do eixo, para as estimativas da rigidez do eixo e estimativa da deflexão do eixo, bem como as estimativas da geometria, rigidez e esforços no mancal cerâmico poroso; o outro procedimento é o desenvolvimento de um modelo em elementos finitos de todo o banco experimental, considerando diferentes valores de rigidez baseadas na literatura para os mancais de rolamento e a rigidez do mancal cerâmico poroso, baseada em sua matriz de permeabilidade.

5.1. Modelos do banco experimental

No presente trabalho foram propostos modelos diferentes do banco de ensaio. O motivo desta ação é fornecer propostas alternativas de modelos e compará-las. O *Modelo A* consiste em limitar a análise do eixo entre os mancais de rolamento. O *Modelo B* considera a extensão do eixo que se liga na turbina, porém não considera qualquer efeito da turbina sobre o sistema. O *Modelo C* considera os efeitos da turbina (T) na extremidade do eixo, sendo que esta é modelada através de um disco. A figura 5.1 exhibe os modelos descritos.

Os mancais (M) são representados apenas pelos seus diâmetros internos e suas rigidezes são aplicadas nas respectivas posições em que se encontram localizados mancais no eixo rotor. A força (F) passa pelo centro da secção mais espessa do eixo, onde será posicionado o mancal aerostático.

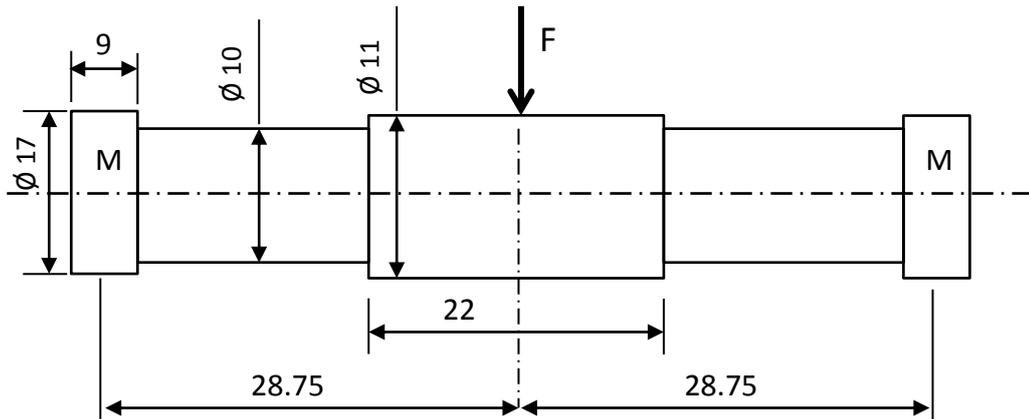
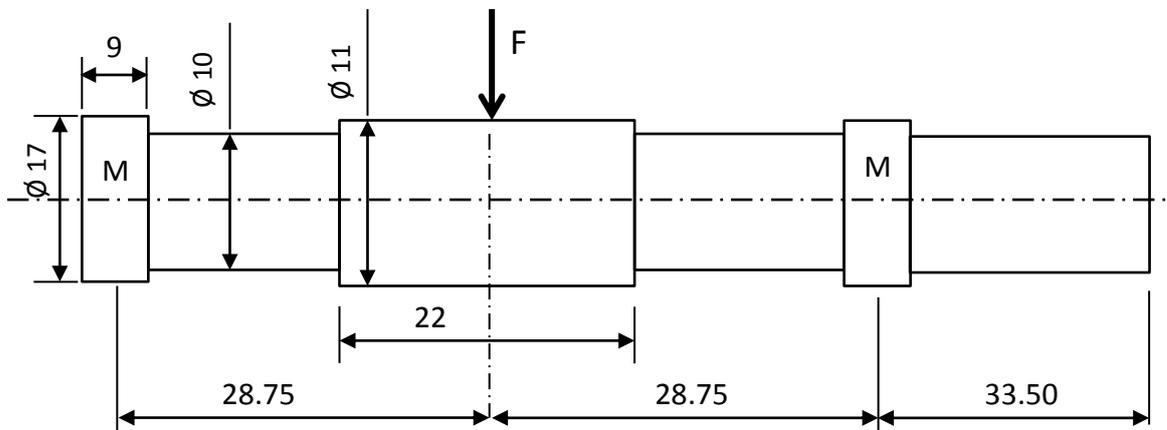
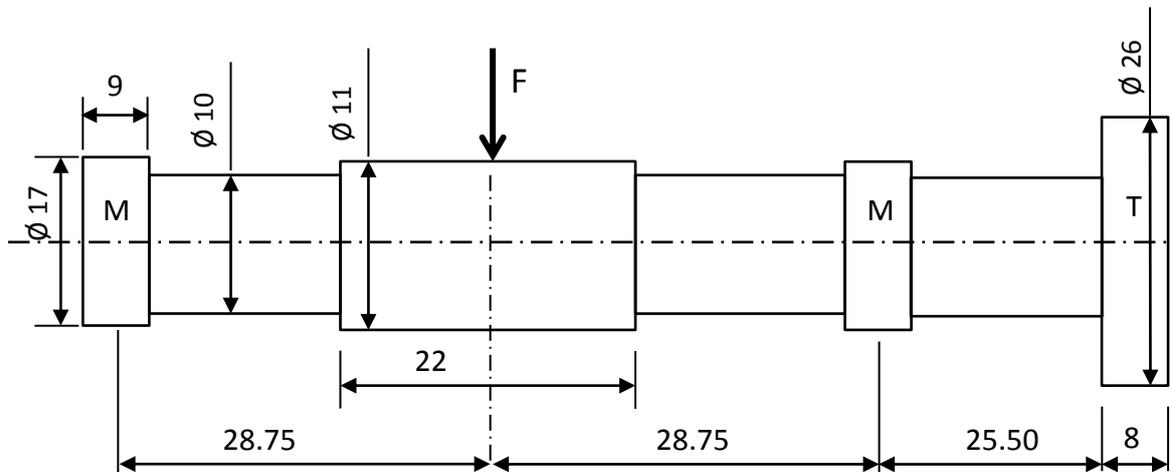
Modelo AModelo BModelo C

Figura 5.1: Propostas de modelos do banco de ensaio; Os diâmetros internos dos mancais são marcados com a letra "M" e o disco de turbina com a letra "T".

5.2. Modelagem em elementos finitos

Os modelos do banco de ensaio em elementos finitos foram desenvolvidos nos softwares ANSYS®, Autodesk Simulator® e MATLAB®. As simulações foram feitas sem o mancal aerostático com o objetivo de se obter a rigidez dos componentes do banco experimental e compará-la com a rigidez do mancal aerostático cerâmico poroso.

5.2.1. Condições de contorno

As rigidezes dos mancais de rolamento foram extraídas de Yi Guo (2012) para mancais de uma carreira de esferas (57×10^6 N/m) e, Hagiu (1997) para mancais de contato angular (50×10^6 N/m). Também foram considerados de alta rigidez de (10×10^{10} N/m). As condições de contorno que representam os mancais são indicadas na figura 5.2:

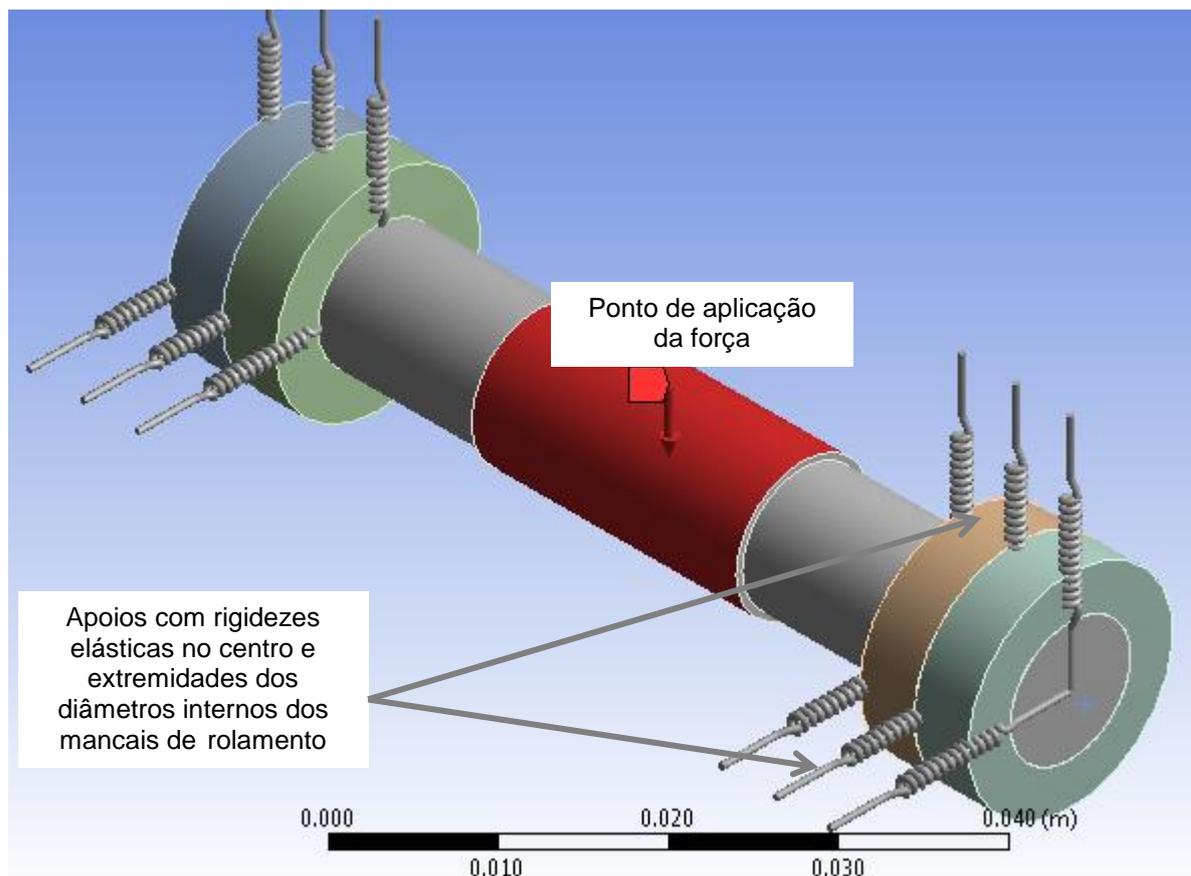


Figura 5.2: Condições de contorno aplicadas ao subconjunto do eixo dos Modelos A e B utilizando o software ANSYS®.

Tanto no software ANSYS® como no Autodesk Simulator®, os apoios elásticos imprimem rigidezes aos deslocamentos translacionais ao longo dos três eixos (x,y,z).

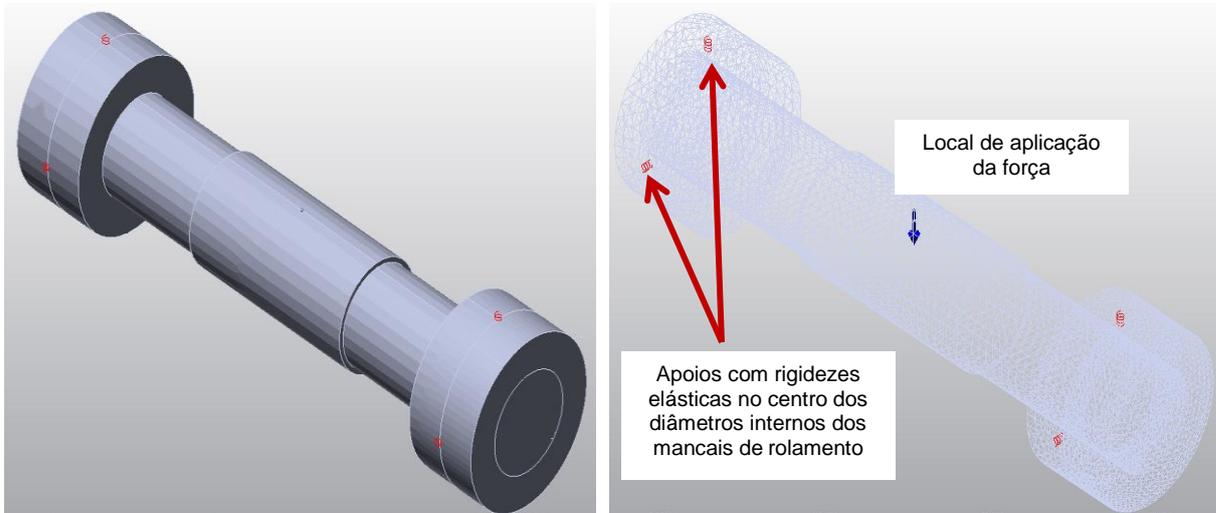


Figura 5.3: Condições de contorno aplicadas ao subconjunto do eixo do *Modelos A* utilizando o software Autodesk Simulator®.

A turbina, representada por um disco na extremidade do eixo, tem seu peso modelado como uma força aplicada no centro do disco em ANSYS®.

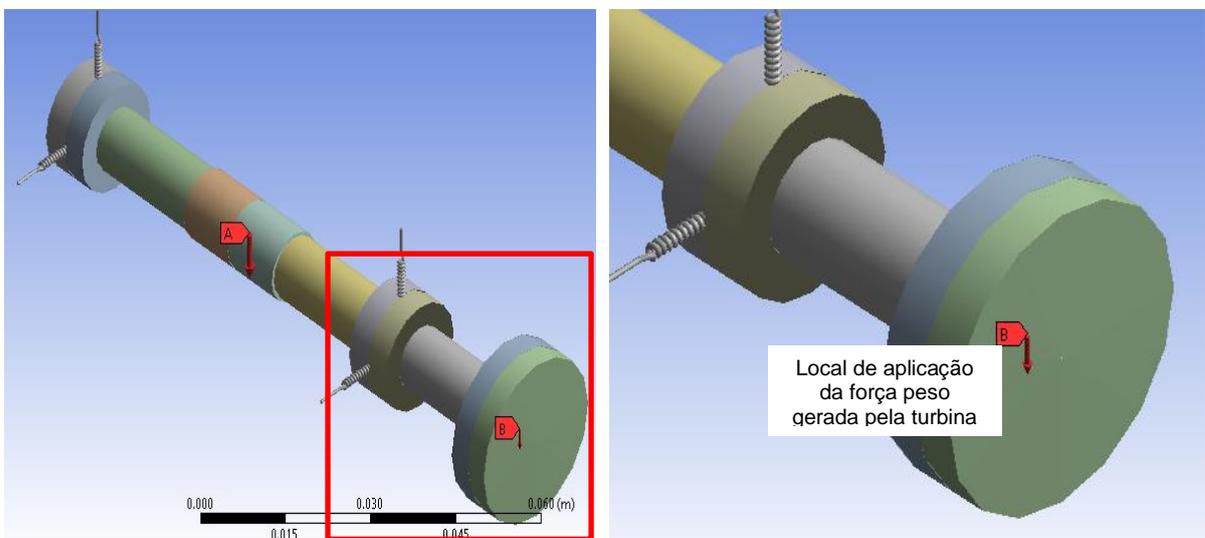


Figura 5.4: Modelamento da turbina do *Modelo C* em ANSYS®.

Em MATLAB®, os efeitos da massa da turbina são modelados através do momento de inércia conforme a teoria do capítulo 3.1.4.4.

5.2.2. Geração e qualidade da malha

São geradas malhas com elementos tridimensionais do tipo tetraedros em Autodesk Simulator®, hexaedros e tetraedros em ANSYS®.

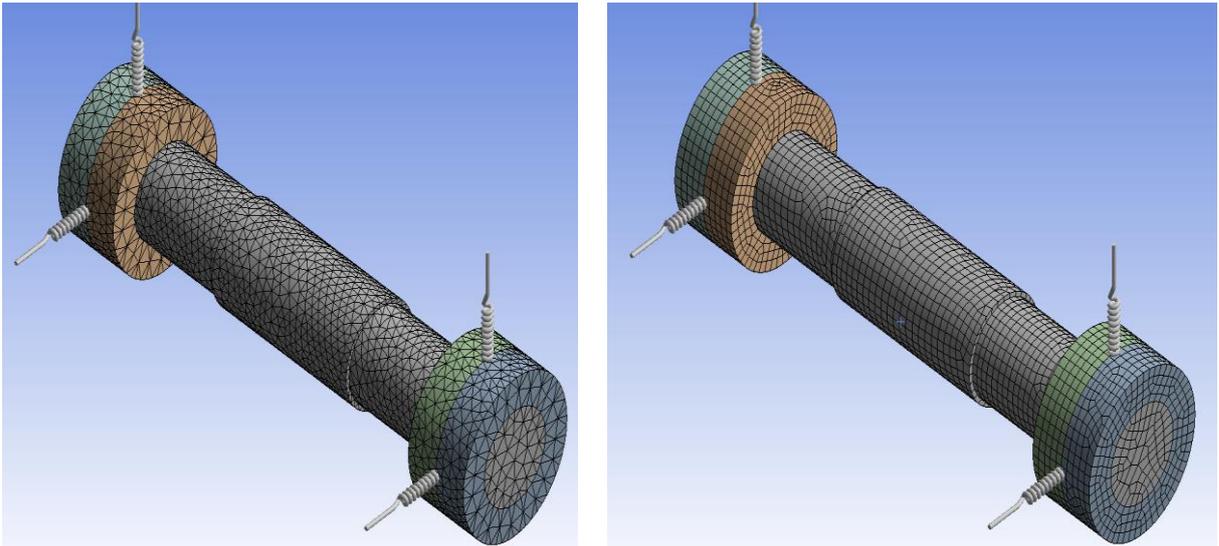


Figura 5.5: Malha tetraédrica **(a)** e malha hexaédrica **(b)** – ANSYS®.

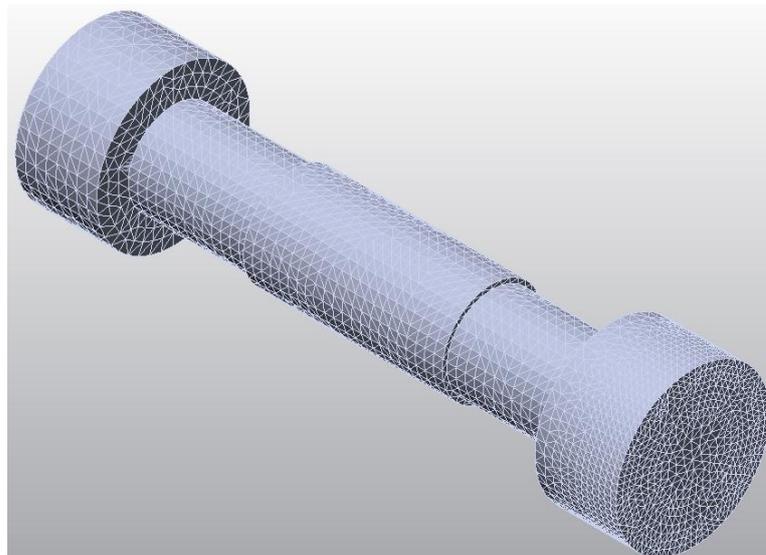


Figura 5.6: Malha tetraédrica em Autodesk Simulator®.

Foram geradas também, malhas contendo elementos unidimensionais em ANSYS® e MATLAB® como mostram as figuras 5.7 e 5.8.

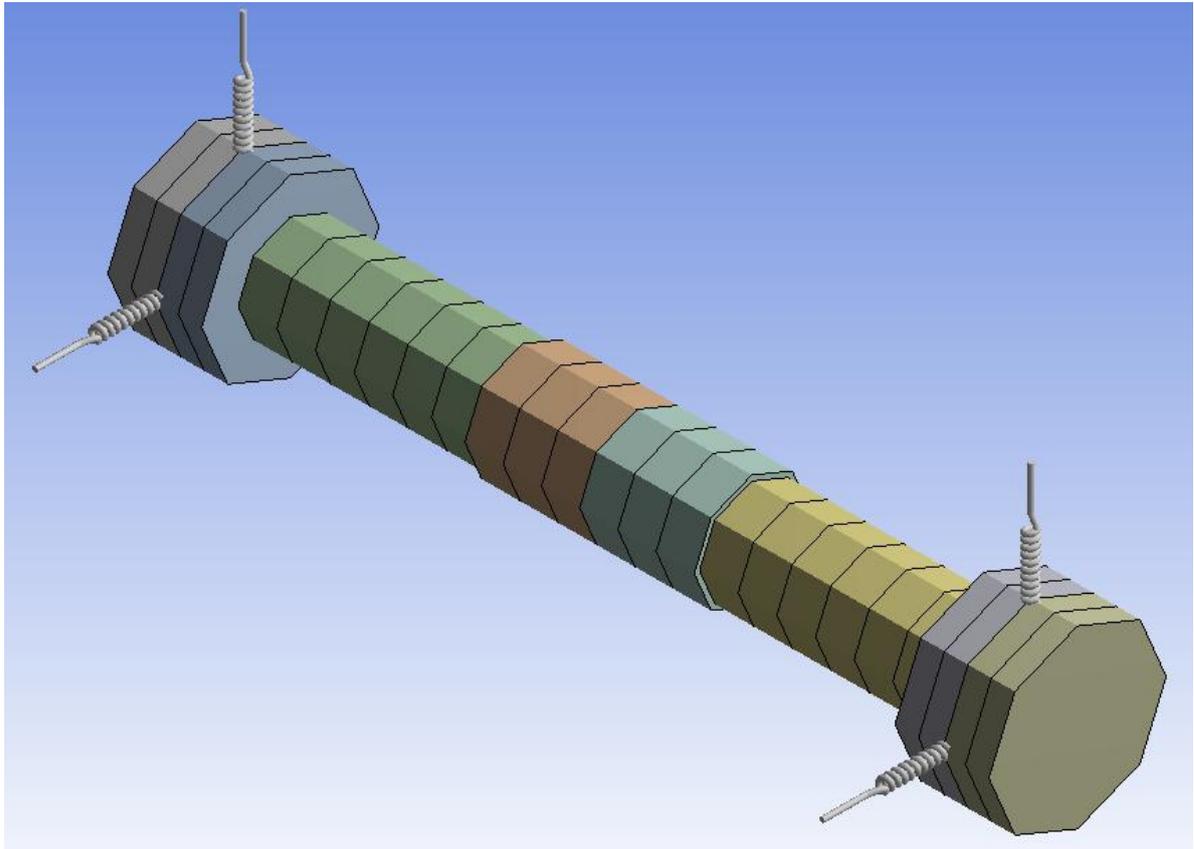
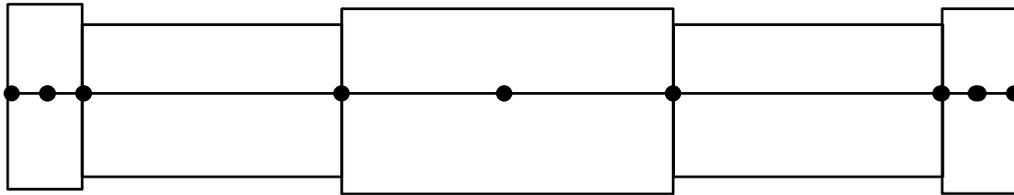
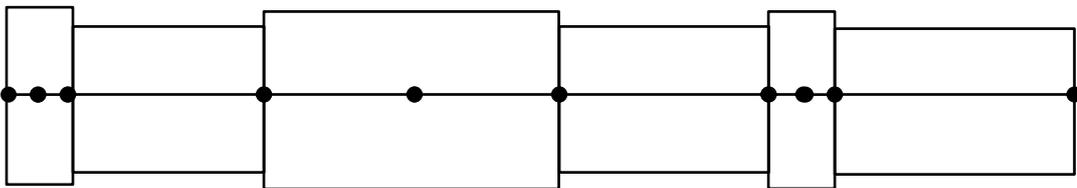


Figura 5.7: Malha composta de elementos unidimensionais em ANSYS®.

Malha gerada no Modelo A



Malha gerada no Modelo B



Malha gerada no Modelo C

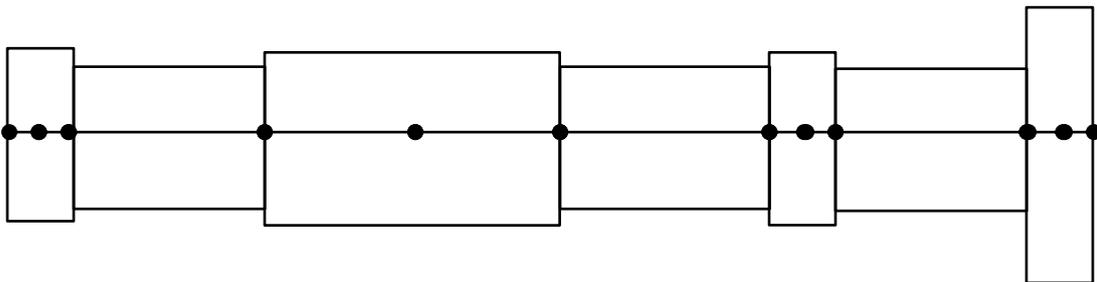


Figura 5.8: Malhas unidimensionais geradas em MATLAB®

Existem várias formas de controle de qualidade de malha que podem ser avaliados (Bakker, 2002; MIDAS, 2013). Alguns destes critérios de qualidade de malha foram aplicados nas malhas com elementos tridimensionais do tipo hexaédros e tetraédros, no ambiente do programa ANSYS®. A seguir são descritos e analisados três abordagens para verificação da qualidade da malha gerada:

➤ Aspect Ratio: é definido como a razão entre as arestas de maior e de menor comprimento. Utilizando a recomendação do ANSYS® foram considerados *aspect ratios* menores que 500.

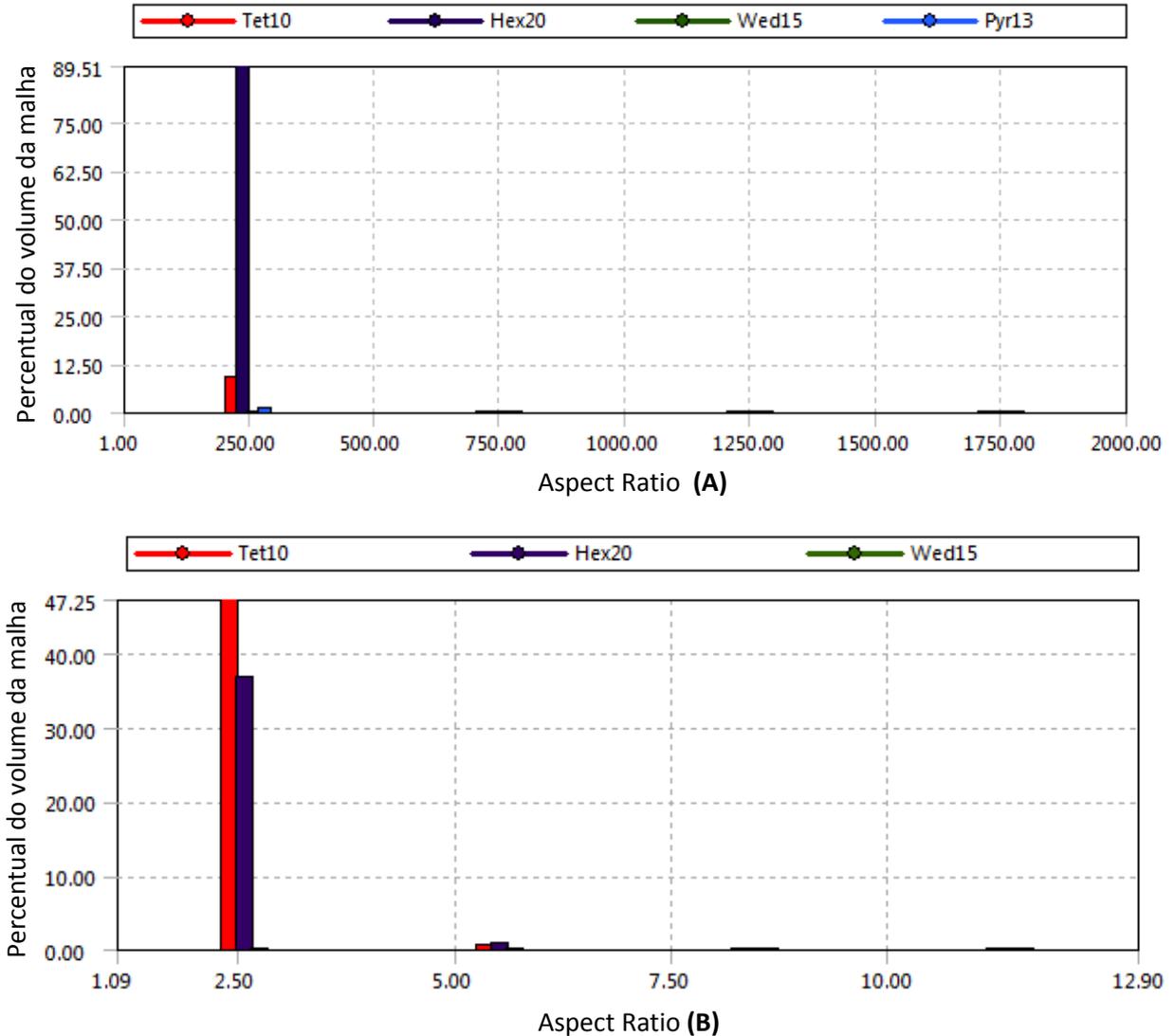


Figura 5.9: Relação entre a malha hexaédrica **(A)** e tetraédrica **(B)** X *aspect ratio*

Pode-se observar que os valores obtidos de *Aspect Ratio* estão bem abaixo dos limites máximos admissíveis, nas malha com elementos tridimensionais do tipo hexaedros e tetraedros.

➤ Skewness: é um indicador de simetria que pode ser medido de várias formas sendo que a mais comum é mostrada na equação (5.1):

$$Skewness = \frac{\text{tamanho ótimo do elemento} - \text{tamanho do elemento}}{\text{tamanho ótimo do elemento}} \quad (5.1)$$

Os valores de *skewness* variam entre 0 (mínimo) e 1 (máximo), sendo que a qualidade do elemento aumenta conforme o valor do *skewness* se aproxima de zero. Como exemplo de *skewness* 0 tem-se o quadrado, paralelamente o retângulo possui *skewness* maior que 0.

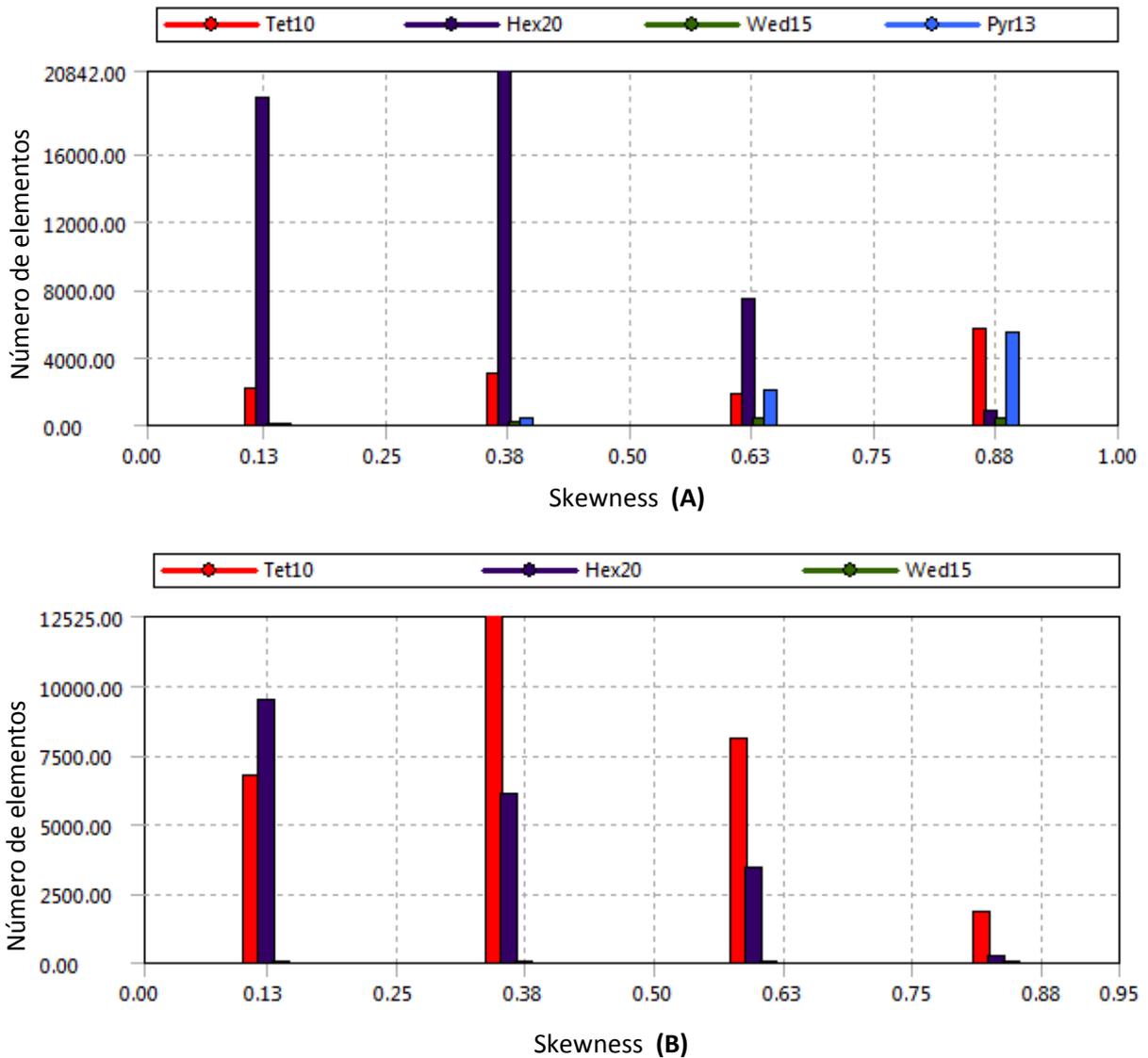


Figura 5.10: Relação entre a malha hexaédrica (A) e tetraédrica (B) X *skewness*

O número de elementos com *skewness* maior que 0,5 é pequeno com relação ao número total de elementos nas duas malhas geradas (68937 da malha com elementos hexaédricos e 48263 da malha com elementos tetraédricos).

➤ Jacobian Ratio: o cálculo deste critério é feito nos pontos de integração dos elementos comumente conhecidos como pontos de Gauss. Em cada ponto de integração é calculado um determinante jacobiano e o *Jacobian Ratio* é a razão entre o determinante máximo e mínimo dentro do elemento. Busca-se uma razão igual a -100 (MIDAS, 2013).

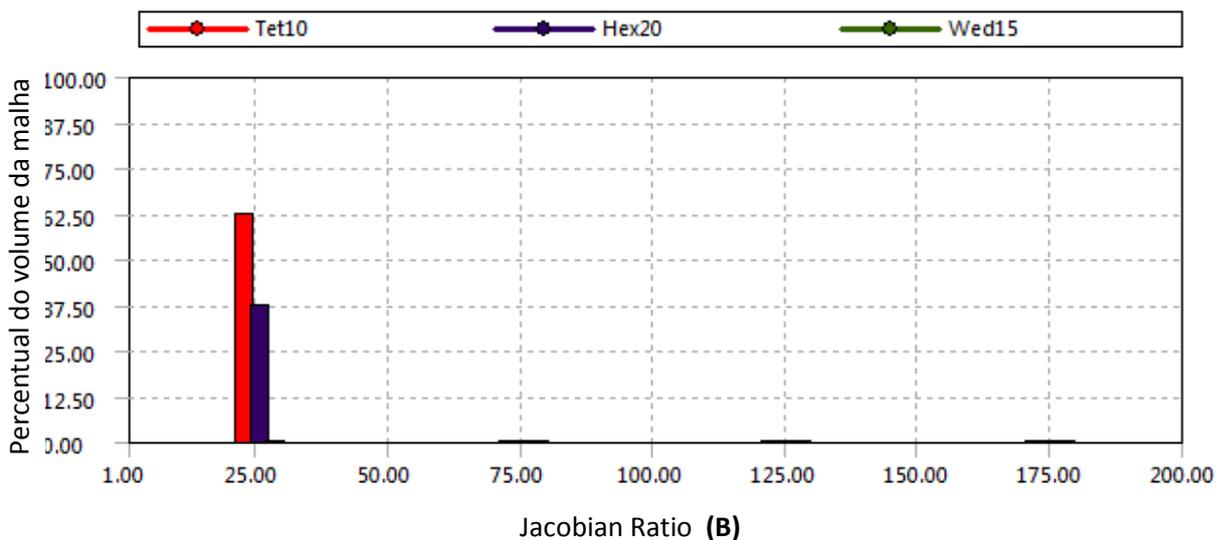
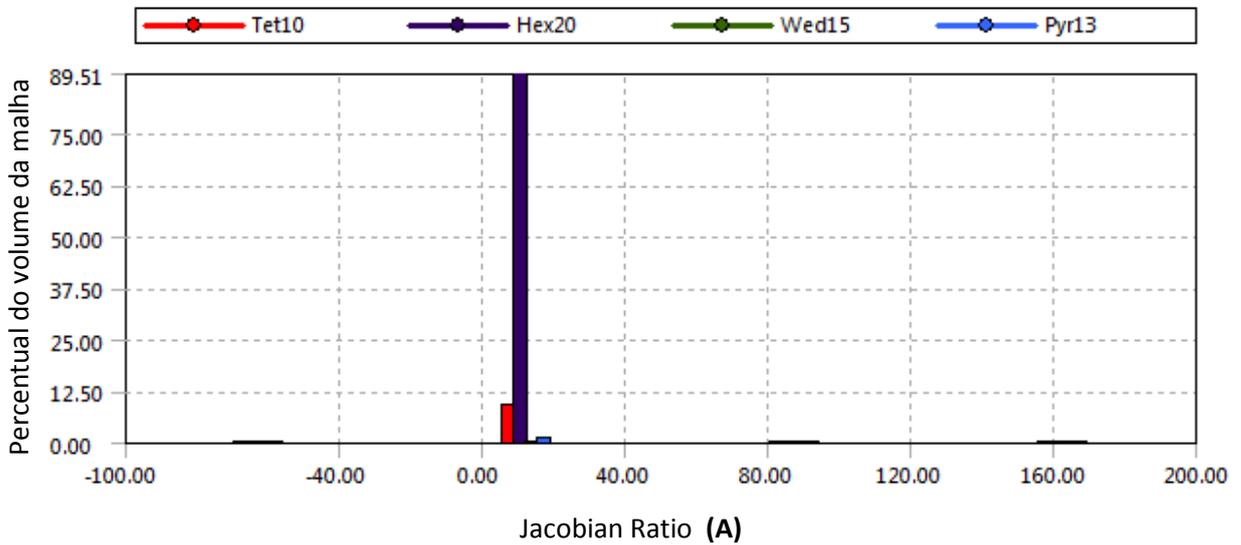


Figura 5.11: Relação entre a malha hexaédrica **(A)** e tetraédrica **(B)** X *Jacobian Ratio*

Os resultados mostram que as malhas dos modelos em ANSYS® possuem homogeneidade o suficiente para prosseguir as análises.

5.3. Rigidez do mancal aerostático

Friedel (2011) faz uma estimativa analítica da rigidez do mancal aerostático descrita no capítulo 2.2.4.1. No presente trabalho, a rigidez do mancal é estimada através do método das diferenças finitas implementado em MATLAB® por Nicoletti (2008). Os resultados obtidos através dos métodos foram:

Método	Rigidez (10^6 N/m)
Analítico	7,7903
Diferenças Finitas	2,5666

Quadro 5.1: Rigidez estática obtida por métodos diferentes.

Os coeficientes dinâmicos e estáticos do mancal serão amplamente discutidos no capítulo 6.

5.4. Estrutura e procedimentos das análises estáticas

Este trabalho propõe o estudo analítico-numérico do banco de ensaio experimental apresentado no capítulo 5. O fluxograma apresentado na figura 5.12 descreve as etapas desenvolvidas.

Os resultados dos modelos utilizando teoria de Timoshenko, não diferem significativamente dos resultados apresentados utilizando teoria de Euler-Bernoulli nas análises estáticas, não se fazendo necessário exibi-los.

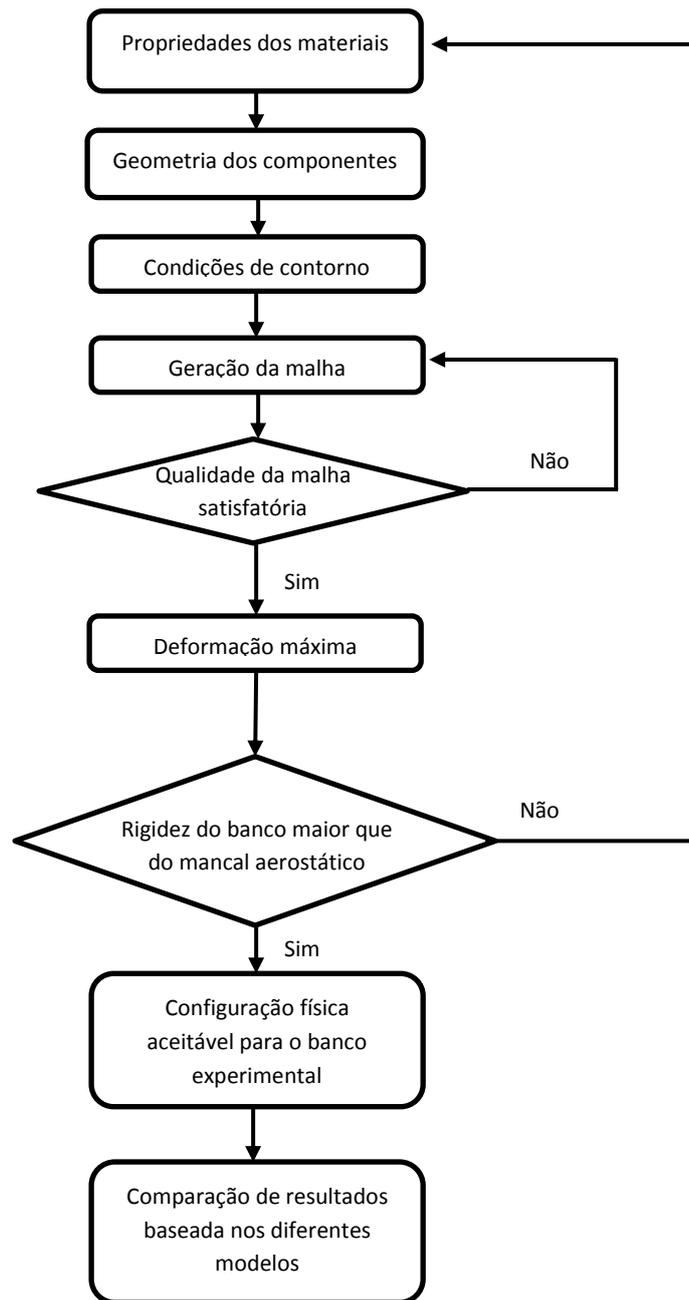


Figura 5.12: Estratégia adotada para a avaliação dos modelos numéricos.

5.5. Resultados das análises estáticas

O cálculo da deflexão do eixo é uma etapa de extrema importância para investigação do sistema. A rigidez do conjunto deve ser significativamente (10 vezes) superior à rigidez do mancal, para evitar sobreposições de respostas dinâmicas. Para o cálculo da rigidez do banco foi aplicada uma força de 10N no local

onde seria o centro geométrico do mancal aerostático, como mostra o capítulo 5.2.1 que ilustra as condições de contorno.

5.5.1. Análises estáticas do *Modelo A*

Foram realizadas análises a partir do projeto inicial do banco de ensaio. No primeiro modelo, os mancais de rolamento foram considerados apoios de rigidez extremamente alta (10^{10} N/m) e os resultados dos modelos em elementos finitos são comparados com o modelo analítico descrito no capítulo 2.2.4.1.

Geração do Modelo	Malha	Rigidez do rotor (10^6 N/m)
Analítico	-	37,93
Autodesk Simulator®	Tetraédrica	1,16
ANSYS®	Tetraédrica	88,03
	Hexaédrica	85,20
	Unidimensional	134,70
MATLAB®	Euler-Bernoulli	250,00

Quadro 5.2: Resultados e comparações no projeto inicial com mancais rígidos de elementos rolantes.

Os modelos apresentados no quadro 5.2 com mancais rígidos de elementos rolantes se mostram muito diferentes entre si, fazendo-se necessárias alterações nas condições de contorno para convergir com o modelo analítico. Isso acontece provavelmente por conta de o modelo analítico de eixo gerado por Friedel (2011) ser uma viga bi apoiada em que são retirados apenas os graus de liberdade na direção vertical e não uma viga bi engastada em que são retirados os graus de liberdade na direção vertical e de inclinação (Beer, 2012). A alta rigidez tem influência diferente sobre cada um dos modelos, fazendo-se necessário ressaltar que cada software utiliza elementos e funções de forma diferentes para diferentes graus de liberdade (Fish, 2009). Modelos considerando as rigidezes do mancal de rolamento de uma carreira de esferas (E) e mancal do rolamento de contato angular (CA) fornecem outros valores de rigidezes do *Modelo A* do banco de ensaio. Pode-se observar através do quadro 5.3 que os modelos que levam em consideração a rigidez dos mancais de rolamento apresentam valores muito próximos ao modelo analítico.

Geração do Modelo	Malha	Mancais de apoio	Rigidez do rotor (10^6 N/m)
Analítico	-	-	37,93
ANSYS	Tetraédrica	CA	33,52
		E	34,67
	Hexaédrica	CA	32,28
		E	33,48
	Unidimensional	CA	36,53
		E	38,03
MATLAB	Euler-Bernoulli	CA	42,19
		E	44,44

Quadro 5.3: Resultados do *Modelo A* considerando as rigidezes dos mancais.

Os resultados apontam que apesar de serem menores do que as rigidezes exibidas no quadro 5.2, as rigidezes obtidas ainda são muito maiores do que a rigidez do mancal aerostático cerâmico poroso.

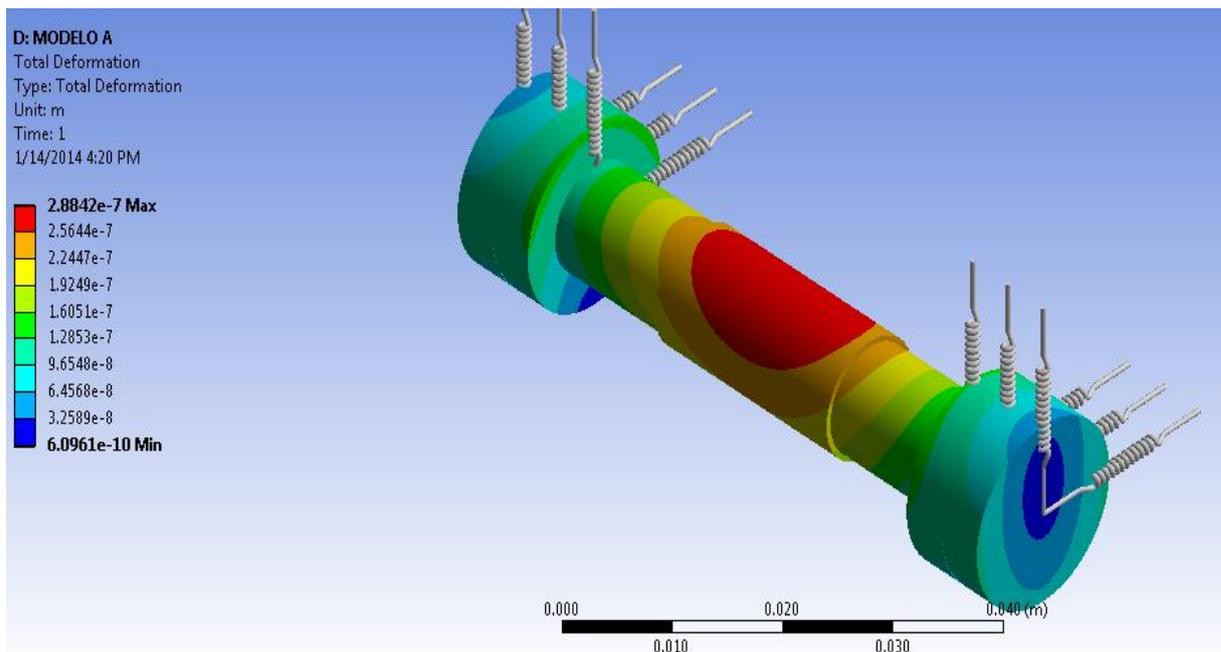


Figura 5.13: Perfil das deformações do *Modelo A*.

5.5.2. Análises estáticas do *Modelo B*

Este modelo possui uma das dimensões pouco maior do que o *Modelo A* (figura 5.1), condição que reduz um pouco a rigidez. Suas rigidezes são estimadas conforme o quadro 5.4:

Geração do Modelo	Malha	Mancais de apoio	Rigidez do rotor (10^6 N/m)
ANSYS	Tetraédrica	CA	27,71
		E	28,60
	Hexaédrica	CA	29,01
		E	29,98
	Unidimensional	CA	30,51
		E	33,83
MATLAB	Euler-Bernoulli	CA	38,47
		E	42,01

Quadro 5.4: Rigidezes do *Modelo B* com variações nos mancais de elementos rolantes.

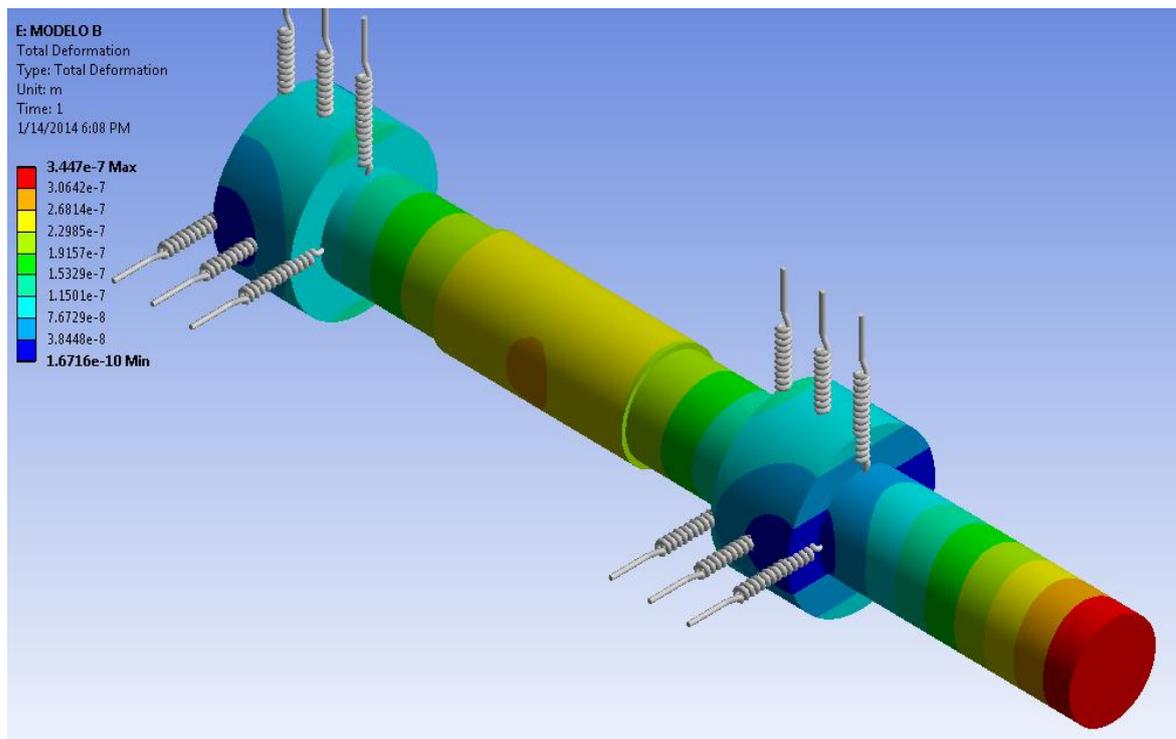


Figura 5.14: Perfil das deformações do *Modelo B*.

As análises mostram que o *Modelo B* é uma proposta a ser considerada, sabendo que o seu modelo menos rígido apresenta rigidez consideravelmente maior que a maior estimativa de rigidez do mancal aerostático cerâmico poroso.

5.5.3. Análises estáticas do *Modelo C*

Nesta configuração as dimensões e o peso da turbina interferem na deflexão do eixo e os resultados são observados no quadro 5.5:

Geração do Modelo	Malha	Mancais de apoio	Rigidez do rotor (10^6 N/m)
ANSYS	Tetraédrica	CA	21,92
		E	22,47
	Hexaédrica	CA	20,10
		E	20,65
	Unidimensional	CA	32,10
		E	33,14
MATLAB	Euler-Bernoulli	CA	38,47
		E	42,01

Quadro 5.5: Rigidezes do *Modelo C* com variações nos mancais de apoio.

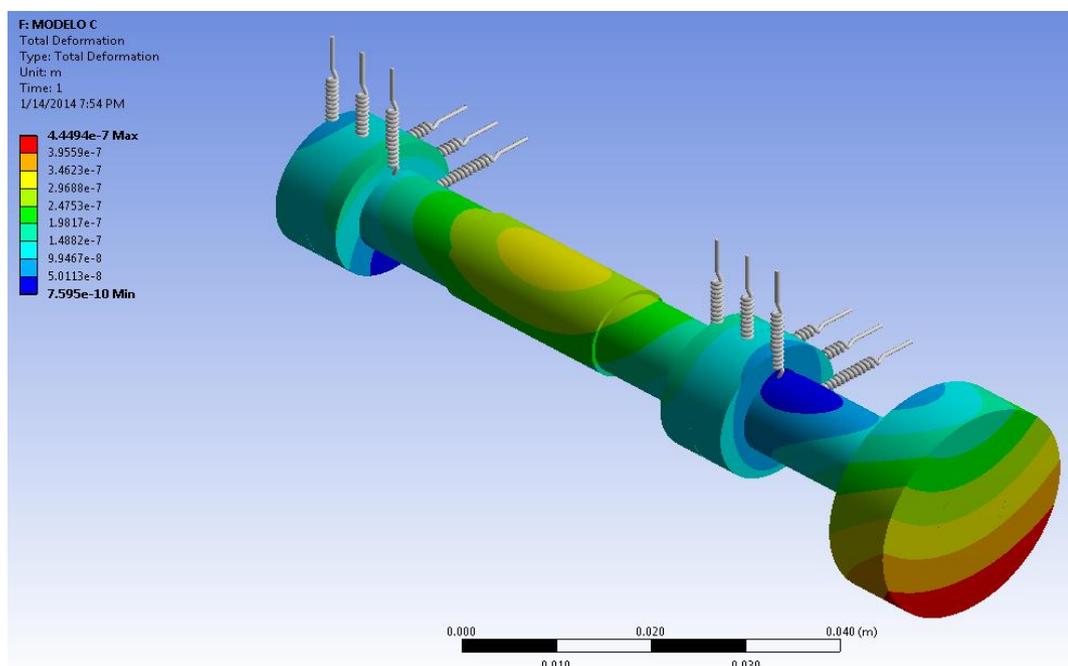


Figura 5.15: Perfil das deformações do *Modelo C*.

O *Modelo C* apresenta rigidez relativamente baixa quando comparado aos outros modelos, porém é o modelo que leva um maior número de variáveis em consideração. A figura 5.15 mostra o perfil de deformações originadas ao longo do *Modelo C* devido à carga aplicada ao mancal e força peso devido à massa da turbina.

Os modelos dinâmicos do mancal e do banco experimental são mostrados detalhadamente no capítulo 6.

6. ANÁLISES DINÂMICAS

Neste capítulo serão realizados estudos sobre o comportamento dinâmico do eixo através de modelos e teorias diferentes utilizando os conceitos e teorias descritos no capítulo 3. Também serão feitos estudos sobre as características e coeficientes dinâmicos do mancal aerostático cerâmico poroso. O levantamento das frequências naturais será feito para avaliação dos intervalos de frequências de trabalho do banco de ensaio. Comparações entre os resultados das teorias, modelos e métodos diferentes serão realizadas ao longo do capítulo.

6.1. Análise modal do eixo livre

A análise modal do eixo livre busca encontrar as frequências naturais do eixo enquanto não apoiado. Os modelos que utilizam o método dos elementos finitos (FEM) em ambiente MATLAB® são baseados nas teorias de Euler-Bernoulli e Timoshenko. O comprimento total do eixo admitido é de 110mm. A figura 6.1 mostra o projeto do eixo e os modelos elaborados em ANSYS® com malhas de elementos hexagonais e tetragonais.

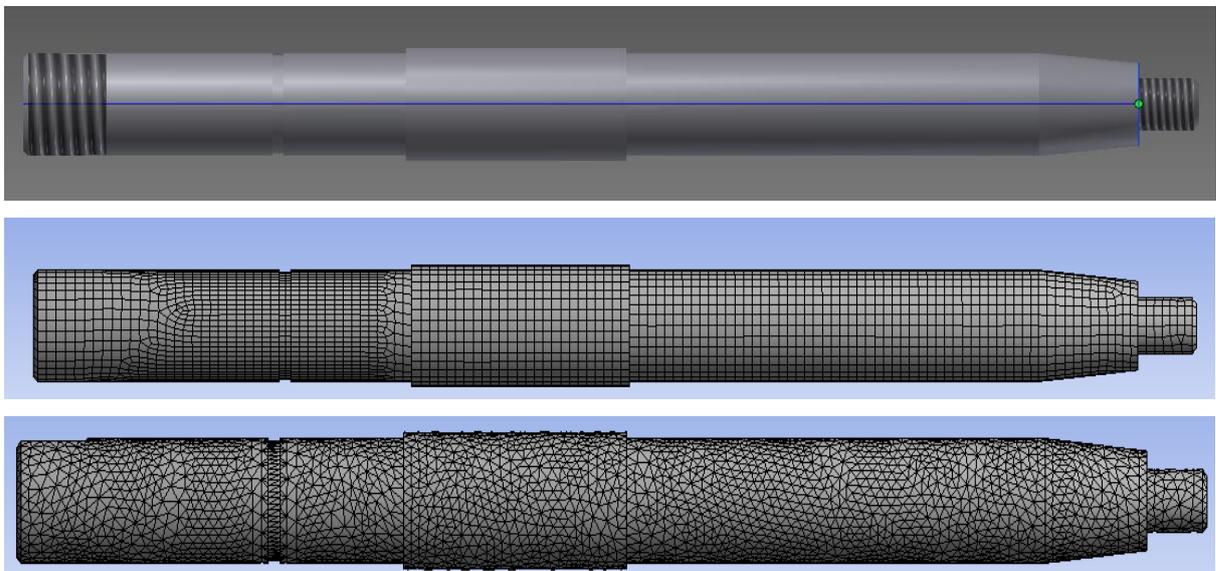


Figura 6.1: Modelos com malhas hexaédrica e tetraédrica respectivamente.

Modelo	Malha	1ª Freqüência Natural (Hz)	2ª Freqüência Natural (Hz)
ANSYS®	Tetraédrica	3708,9	9387,8
	Hexaédrica	3710,7	9391,8

Quadro 6.1: Primeiras freqüências naturais do eixo detalhado em diferentes malhas.

Os modelos exibidos na figura 6.1 levam em consideração todos os detalhes do eixo, incluindo o rasgo de chaveta e os chanfros nas extremidades. Para análise modal do eixo estes modelos são bem elaborados. Sabendo que as análises futuras irão envolver modelos mais complexos com discos e mancais, um modelo simplificado do eixo (*Modelo D*) é elaborado considerando apenas o comprimento de 110 mm e raio médio de 5mm.

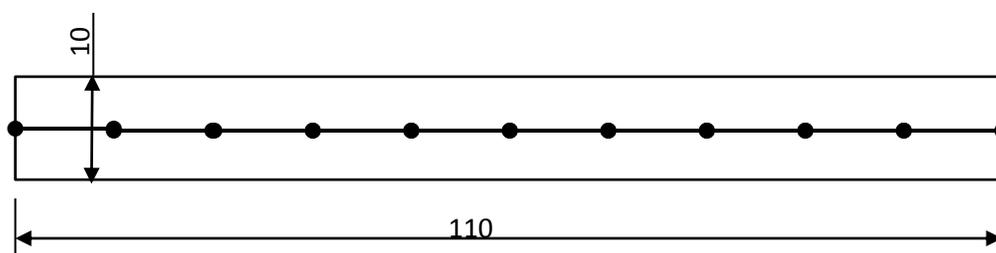


Figura 6.2: *Modelo D* e a malha gerada em MATLAB®.

A malha gerada em MATLAB® possui 11 elementos contendo 10mm cada um. Os resultados das primeiras freqüências naturais obtidos pelo *Modelo D* são:

Modelo	Malha	1ª Freqüência Natural (Hz)	2ª Freqüência Natural (Hz)
ANSYS®	Tetraédrica	3636,2	9670,4
	Hexaédrica	3619,5	9633,8
FEM	Euler/Bernoulli	3757,5	10207,3
	Timoshenko	3726,0	9918,1
Analítico	-	3809,7	10493,8

Quadro 6.2: Freqüências naturais do *Modelo D* obtidas através de diferentes teorias.

Os resultados apresentados no quadro 6.2 se diferenciam em menos de 3% dos resultados obtidos com o modelo de eixo detalhado, mostrando que o *Modelo D* é aceitável. A comparação entre as três primeiras frequências naturais obtidas através dos modelos e métodos descritos até então é exibida na figura 6.3:

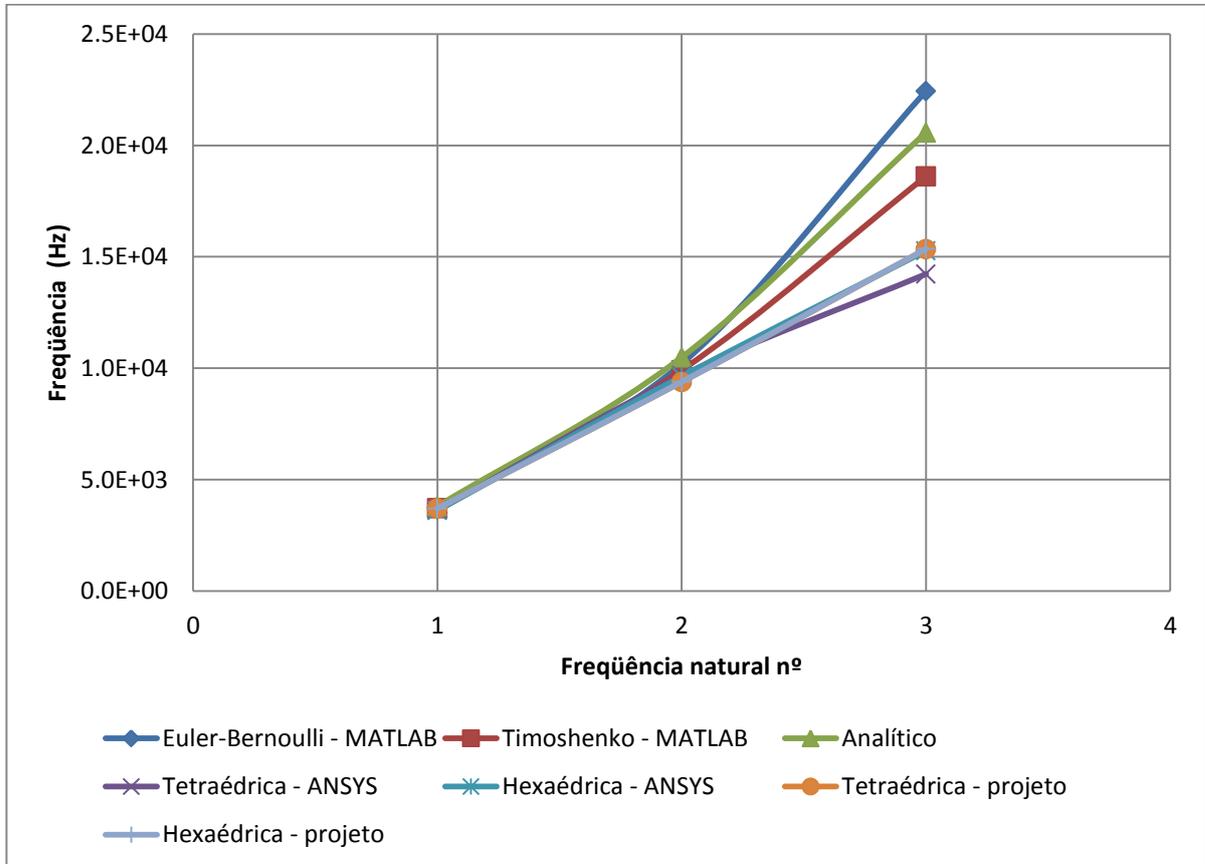
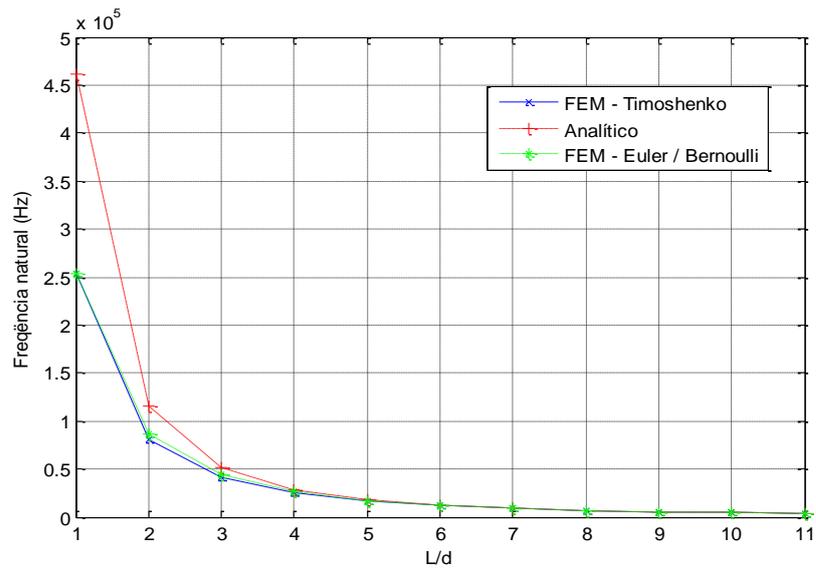
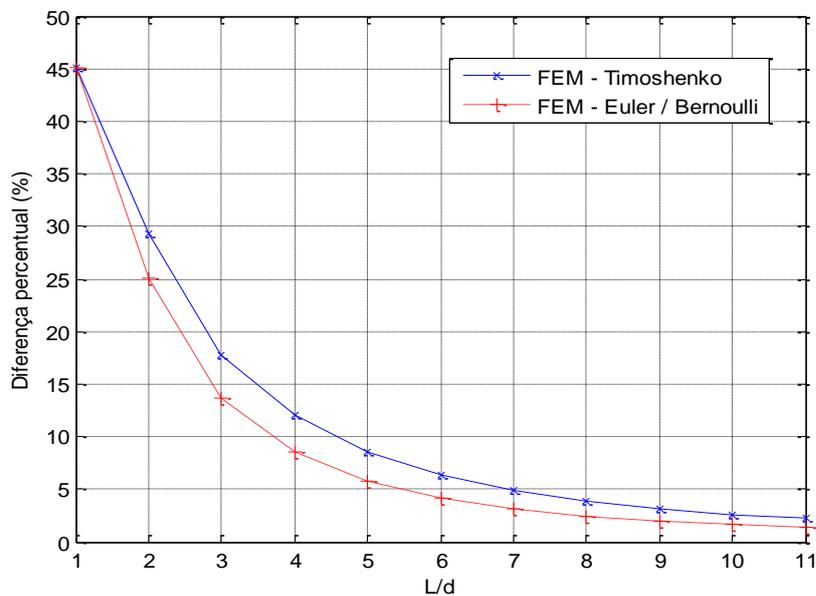


Figura 6.3: Comparação entre frequências naturais através dos diferentes métodos.

Os resultados para a primeira frequência natural são muito parecidos entre os métodos utilizados, sendo que a partir da segunda frequência estes começam a se diferenciar significativamente, principalmente entre os modelos analisados em ANSYS®. Para estudar os resultados obtidos através das teorias descritas no capítulo 3, foi feita a comparação entre o método analítico e o FEM com teorias de Euler-Bernoulli e Timoshenko em relação ao *índice de esbeltez* do eixo. Nesta comparação é simulado um aumento gradual de 10mm (correspondente a um elemento) no eixo mantendo o raio de 5mm constante para que haja variação no *índice de esbeltez*.



(A)



(B)

Figura 6.4: Primeira frequência natural em função do *índice de esbeltes* através de métodos variados (A); Diferença percentual entre os FEM com relação ao analítico(B).

O modelo numérico de viga que utiliza a teoria de Timoshenko diverge do método analítico em menos de 5% a partir de um *índice de esbeltes* igual a 7. O modelo numérico que utiliza a teoria de viga de Euler-Bernoulli atinge uma divergência equivalente, com *índice de esbeltes* igual a 5.

6.2. Análises do comportamento dinâmico do conjunto rotativo

Esta seção apresenta o procedimento numérico para identificação das frequências naturais do conjunto rotativo (eixo, mancais de elementos rolantes e turbina) para futuramente, compará-las com as frequências naturais do mancal aerostático poroso. Os modelos utilizados e suas respectivas malhas geradas utilizando o programa MATLAB® são apresentadas na figura 6.5:

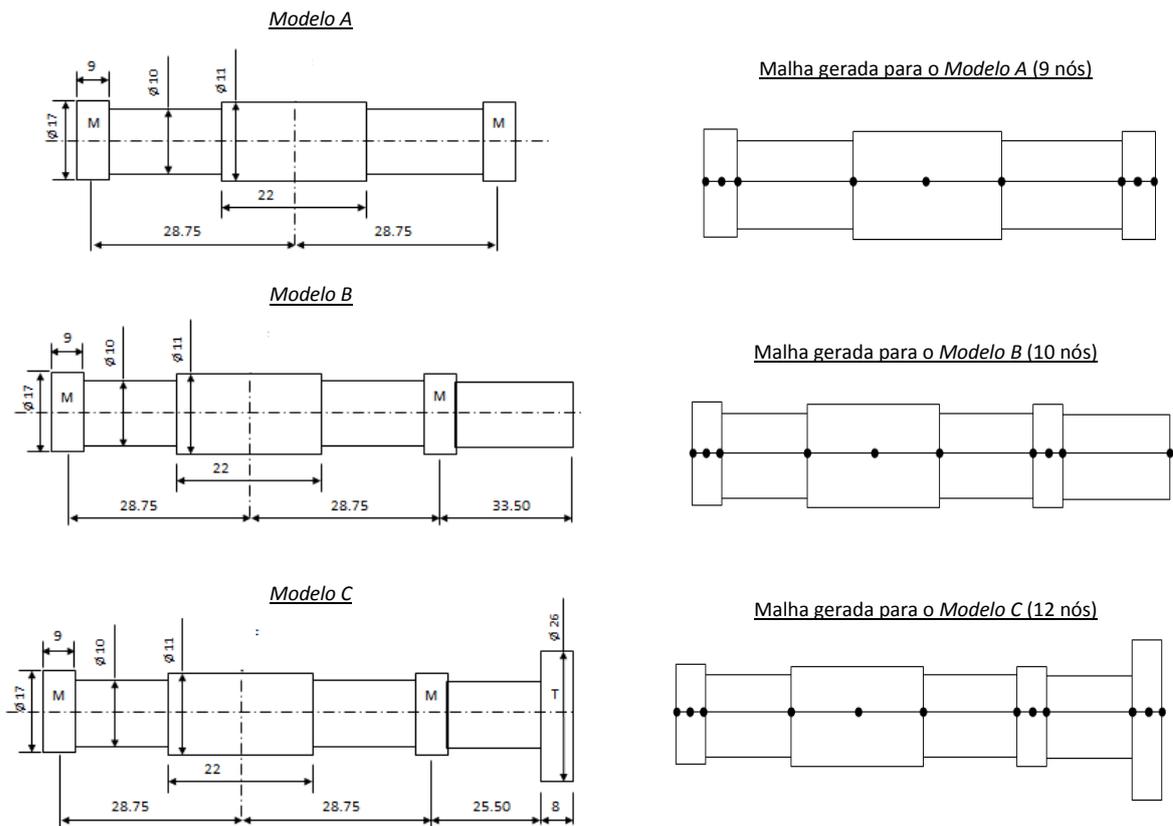


Figura 6.5: Modelos e malhas geradas.

Pode-se observar que os modelos são semelhantes àqueles apresentados no capítulo 5. A diferença ocorre porque no estudo das frequências naturais do conjunto não existe aplicação de força. Por outro lado, no estudo da função resposta em frequência (FRF), serão considerados os mesmos modelos descritos na figura 5.1 com aplicação da força de 10N a 50 rad/s (3000rpm). Nas análises dinâmicas feitas com auxílio do programa ANSYS® as malhas utilizadas são unidimensionais como

mostra a figura 5.7. O fluxograma da figura 6.6 apresenta as etapas numéricas para as análises dinâmicas dos modelos propostos para o conjunto rotativo.

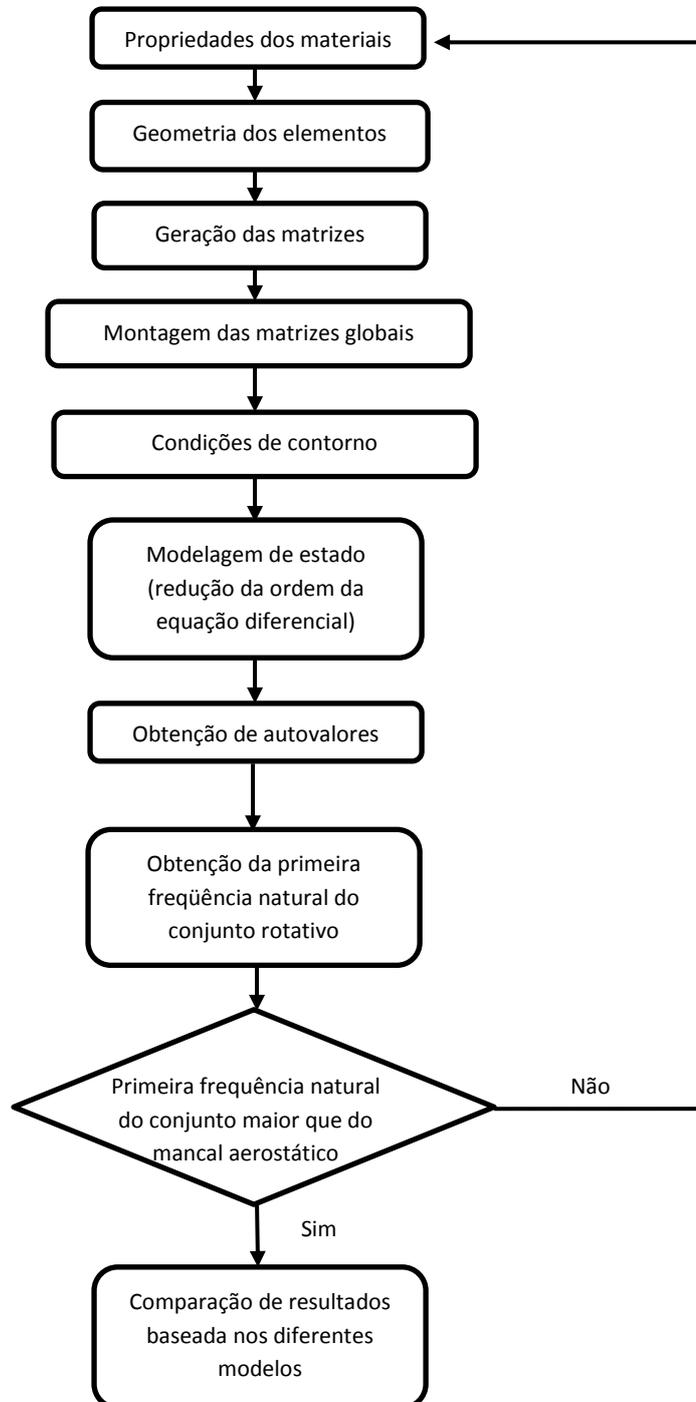


Figura 6.6: Estratégia usada nas análises dinâmicas do conjunto rotativo.

6.2.1. Análises dinâmicas do conjunto rotativo - *Modelo A*

Mais curto quando comparado aos outros. O modelo apresenta elevadas frequências naturais (devido à sua alta rigidez) por limitar o comprimento do eixo entre os mancais de elementos rolantes. O quadro 6.3, e a figura 6.7 exibem os resultados obtidos considerando mancais de elementos rolantes de contato angular (CA), mancais radiais de uma carreira de esferas (E) e considerando elevada rigidez dos mancais (conforme as condições de contorno descritas no capítulo 5.2.1.).

Configuração do eixo rotor	MATLAB - Teoria de viga de Euler / Bernoulli (E/B) - Frequências de Ressonância (Hz)			MATLAB - Teoria de viga Timoshenko (T) - Frequências de Ressonância (Hz)			ANSYS – Unidimensional (A) - Frequências de Ressonância (Hz)		
	1ª (E/B)	2ª (E/B)	3ª (E/B)	1ª (T)	2ª (T)	3ª (T)	1ª (A)	2ª (A)	3ª (A)
Modelo A - EDH (CA)	5075,3	11918,8	15302,1	4996,8	11627,2	15216,8	6311,6	12238,0	13349,0
Modelo A - EDH (E)	5217,5	12576,6	16143,2	5134,3	12224,3	16049,2	6480,7	12238,0	14156,0
Modelo A - Rígido	14721,5	42201,3	97957,1	11138,1	32692,4	70437,3	12238,0	15169,0	29431,0

Quadro 6.3: Frequências naturais do *Modelo A* obtidas.

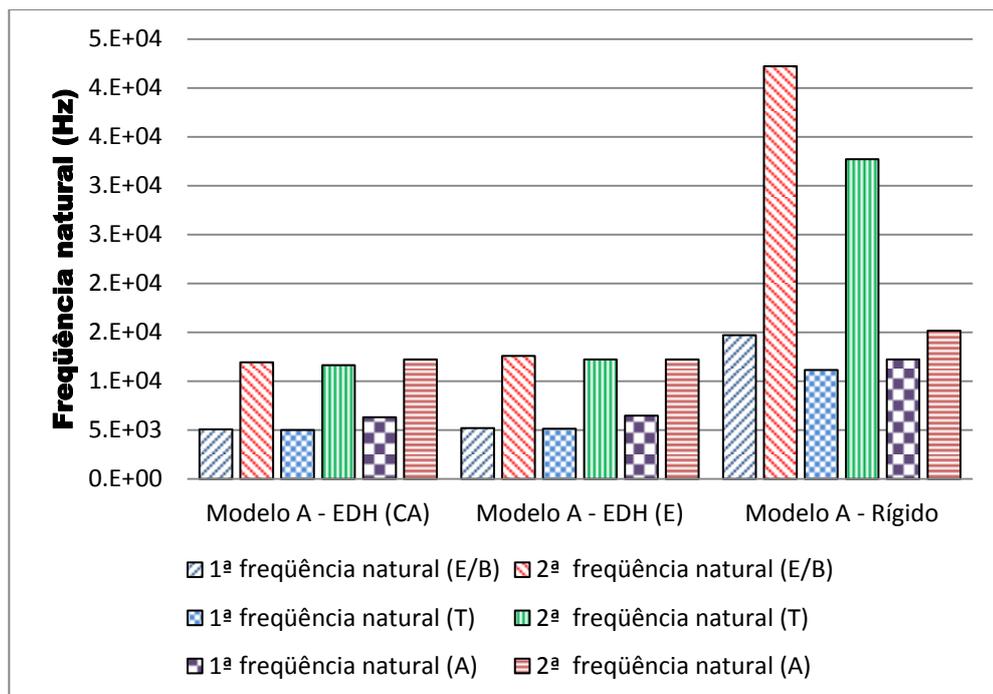
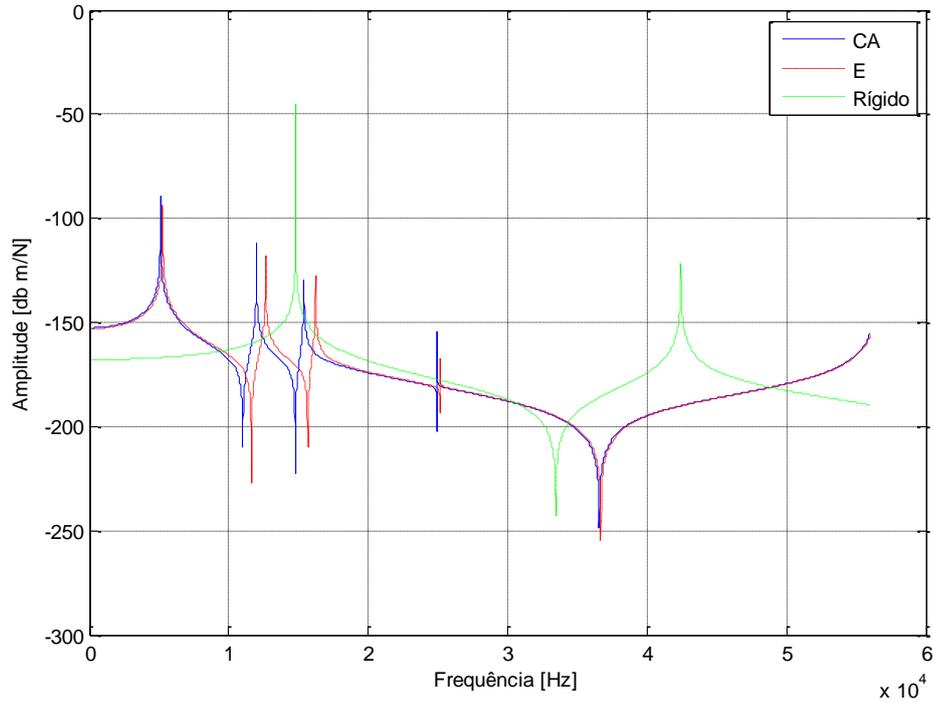
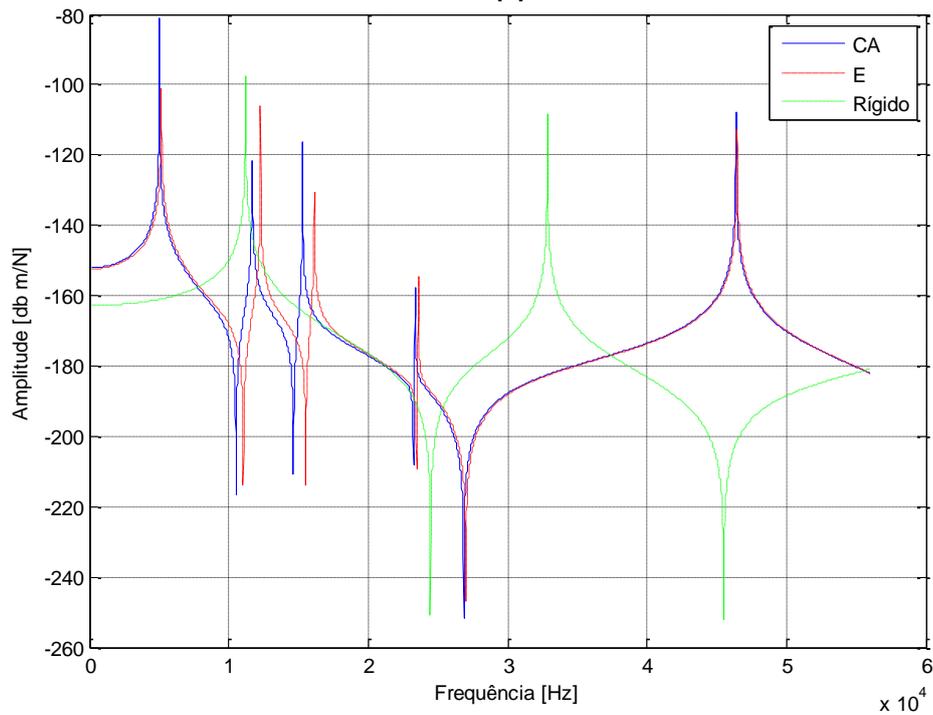


Figura 6.7: Comparação entre os resultados do Quadro 6.3.

A figura 6.8 mostra as respostas em frequência (FRFs) do conjunto rotativo obtidas do *Modelo A* através do FEM, utilizando diferentes teorias.



(a)



(b)

Figura 6.8: Respostas em frequência obtidas através de FEM; Teoria de Euler – Bernoulli (a); Teoria de Timoshenko (b).

6.2.2. Análises dinâmicas do conjunto rotativo - *Modelo B*

Este modelo possui menor rigidez do que o *Modelo A* por levar em consideração o comprimento de uma das extremidades do eixo. Assim os valores das frequências naturais do *Modelo B* são menores quando comparados aos do *Modelo A*. Os valores das frequências do conjunto rotativo obtidos através deste modelo são visualizados no quadro 6.4 e comparados na figura 6.9.

Configuração do eixo rotor	MATLAB - Teoria de viga Euler / Bernoulli (E/B) - Frequências de Ressonância (Hz)			MATLAB - Teoria de viga Timoshenko (T) - Frequências de Ressonância (Hz)			ANSYS – Unidimensional (A) - Frequências de Ressonância (Hz)		
	1 ^a (E/B)	2 ^a (E/B)	3 ^a (E/B)	1 ^a (T)	2 ^a (T)	3 ^a (T)	1 ^a (A)	2 ^a (A)	3 ^a (A)
Modelo B - EDH (CA)	4069,1	7492,9	13264,1	4016,4	7296,3	13180,8	3990,4	7258,9	11262,0
Modelo B - EDH (E)	4147,5	7802,6	13963,8	4091,8	7576,3	13867,7	4065,0	7534,2	11262,0
Modelo B - Rígido	8327,4	18805,9	50986,3	7671,8	15411,3	38809,4	7557,1	11262,0	15187,0

Quadro 6.4: Frequências naturais do *Modelo B* obtidos através de diferentes teorias.

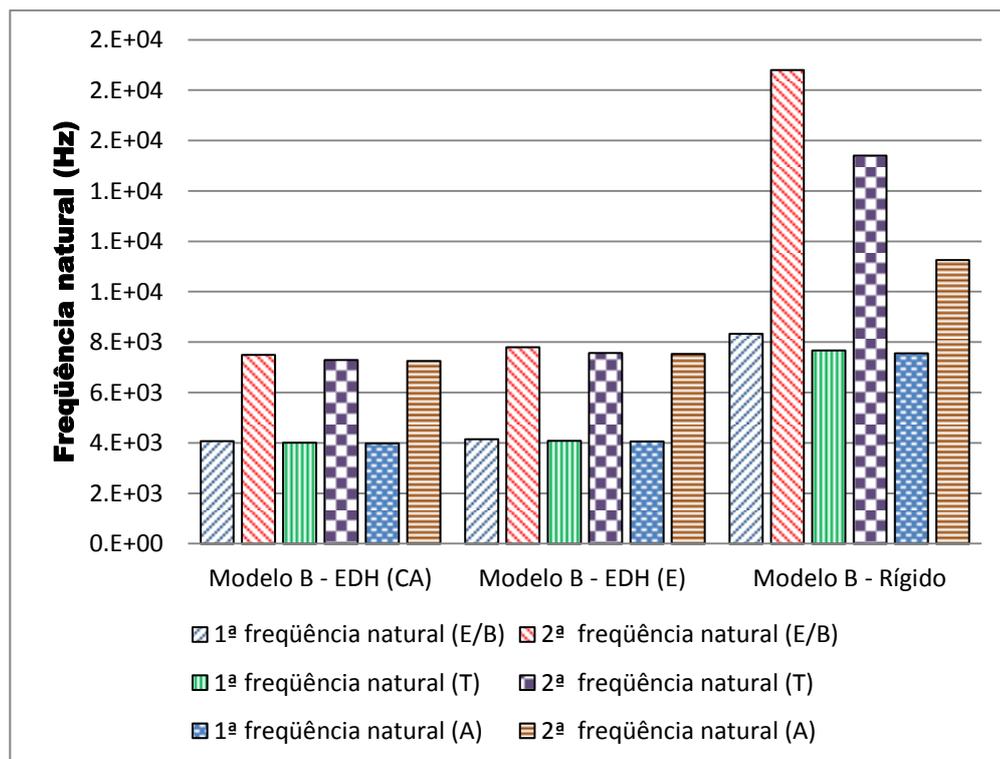
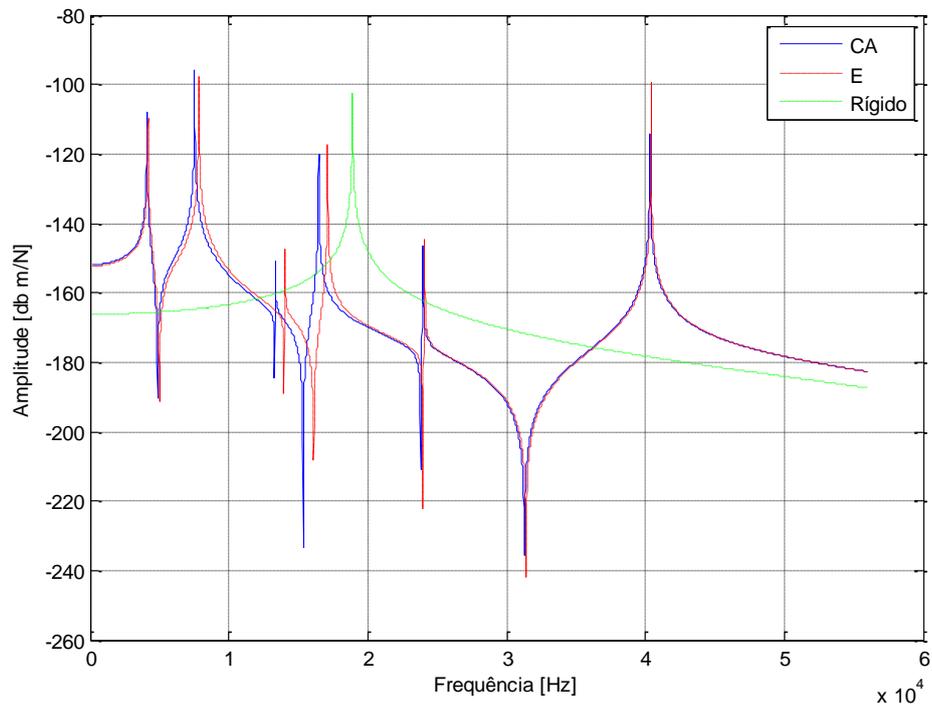
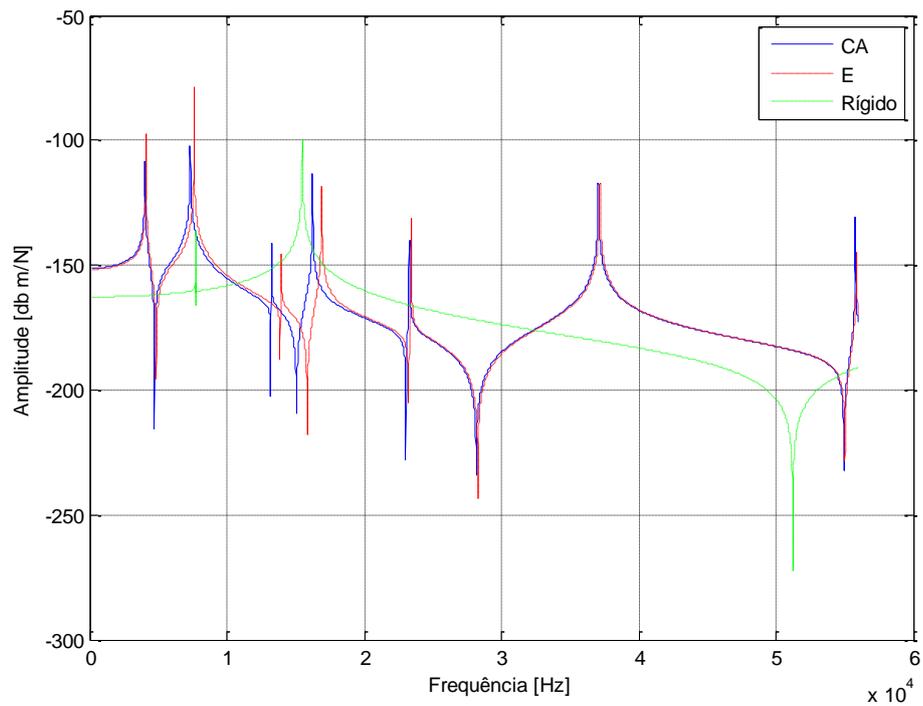


Figura 6.9: Comparação entre os resultados do Quadro 6.4.

As FRFs do *Modelo B* foram:



(a)



(b)

Figura 6.10: Respostas em frequência obtidas através de FEM; Teoria de Euler – Bernoulli (a); Teoria de Timoshenko (b).

6.2.3. Análises dinâmicas do conjunto rotativo - *Modelo C*

O modelo mais completo, leva em consideração todo o conjunto rotativo inclusive a turbina. Os efeitos originados pelo momento de inércia do disco representativo da turbina diminuem significativamente os valores das frequências naturais. Os valores obtidos supondo mancais extremamente rígidos são bem parecidos com os do *Modelo B* como mostra o quadro 6.5 e figura 6.11.

Configuração do eixo rotor	MATLAB - Teoria de viga Euler / Bernoulli (E/B) - Frequências de Ressonância (Hz)			MATLAB - Teoria de viga Timoshenko (T) - Frequências de Ressonância (Hz)			ANSYS – Unidimensional (A) - Frequências de Ressonância (Hz)		
	1ª (E/B)	2ª (E/B)	3ª (E/B)	1ª (T)	2ª (T)	3ª (T)	1ª (A)	2ª (A)	3ª (A)
Modelo C - EDH (CA)	1365,9	7205,4	8752,7	1345,3	7014,5	8568,6	1960,1	7018,2	10872,0
Modelo C - EDH (E)	1387,2	7461,2	8960,7	1365,8	7251,9	8742,1	1990,8	7149,4	11214,0
Modelo C - Rígido	2296,3	14719,2	18806,1	2155,8	12347,3	15418,0	3194,0	7149,4	15169,0

Quadro 6.5: Frequências naturais do *Modelo C* obtidos através de diferentes teorias.

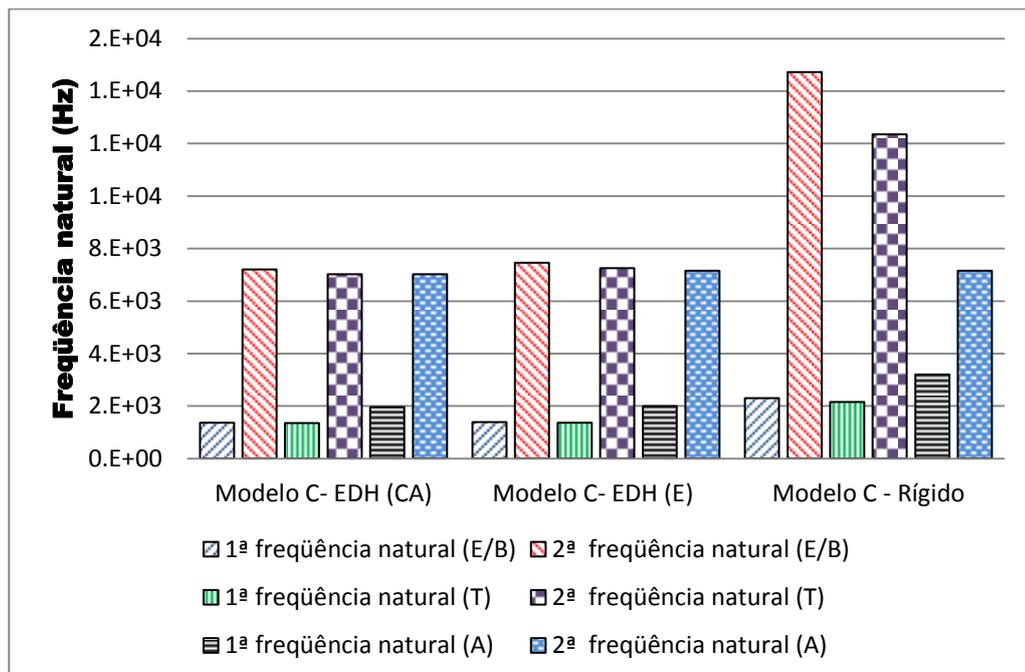
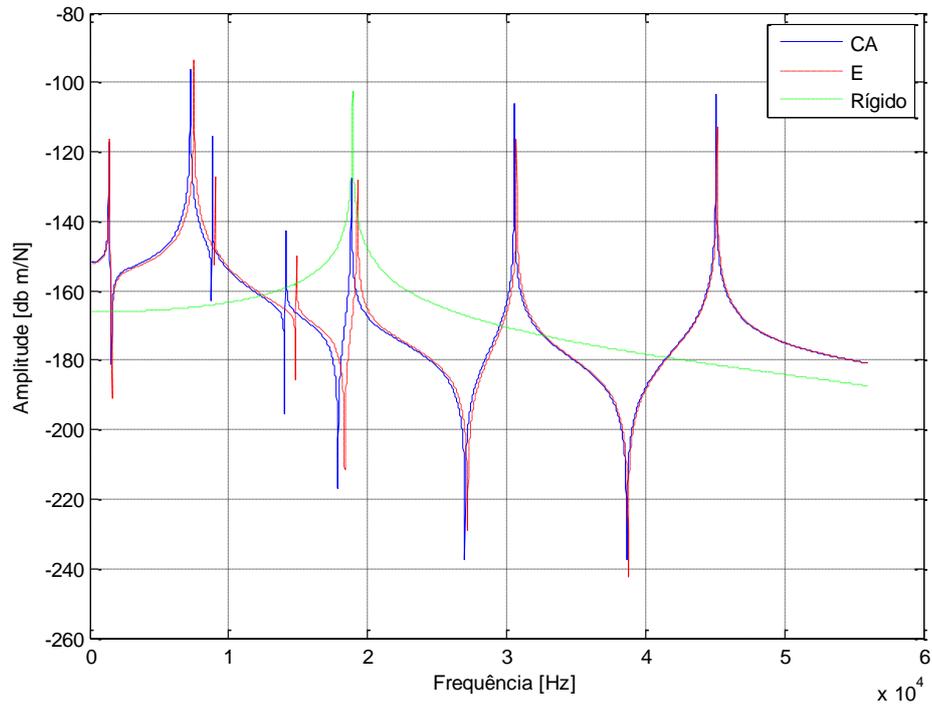
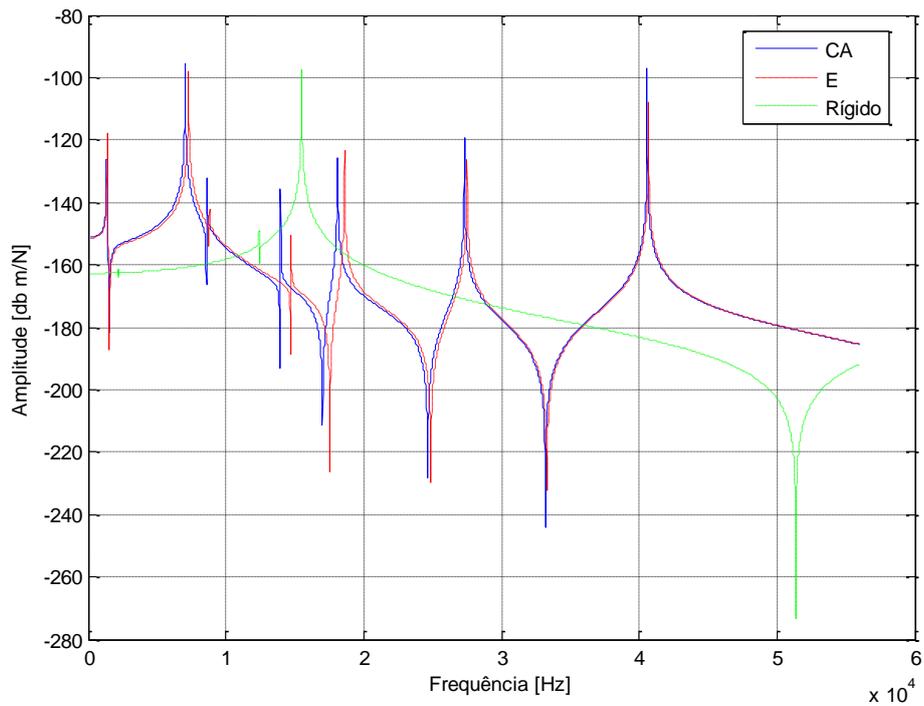


Figura 6.11: Comparação entre os resultados do Quadro 6.5.

O Modelo C apresenta FRFs conforme a figura 6.12:



(A)



(B)

Figura 6.12: Respostas em frequência obtidas através de FEM; Teoria de Euler – Bernoulli **(A)**; Teoria de Timoshenko **(B)**.

6.3. Análises do comportamento dinâmico do mancal aerostático radial cerâmico poroso

Este estudo foi realizado utilizando o Método de Diferenças Finitas. Para esta análise foi utilizado o programa desenvolvido por Nicoletti *et.al.* (2008). A análise consiste em gerar uma malha contendo 41 nós na direção axial e 50 nós na direção tangencial na superfície interna do mancal para que se possa obter numericamente a distribuição de pressão na folga do mancal aerostático radial cerâmico poroso.

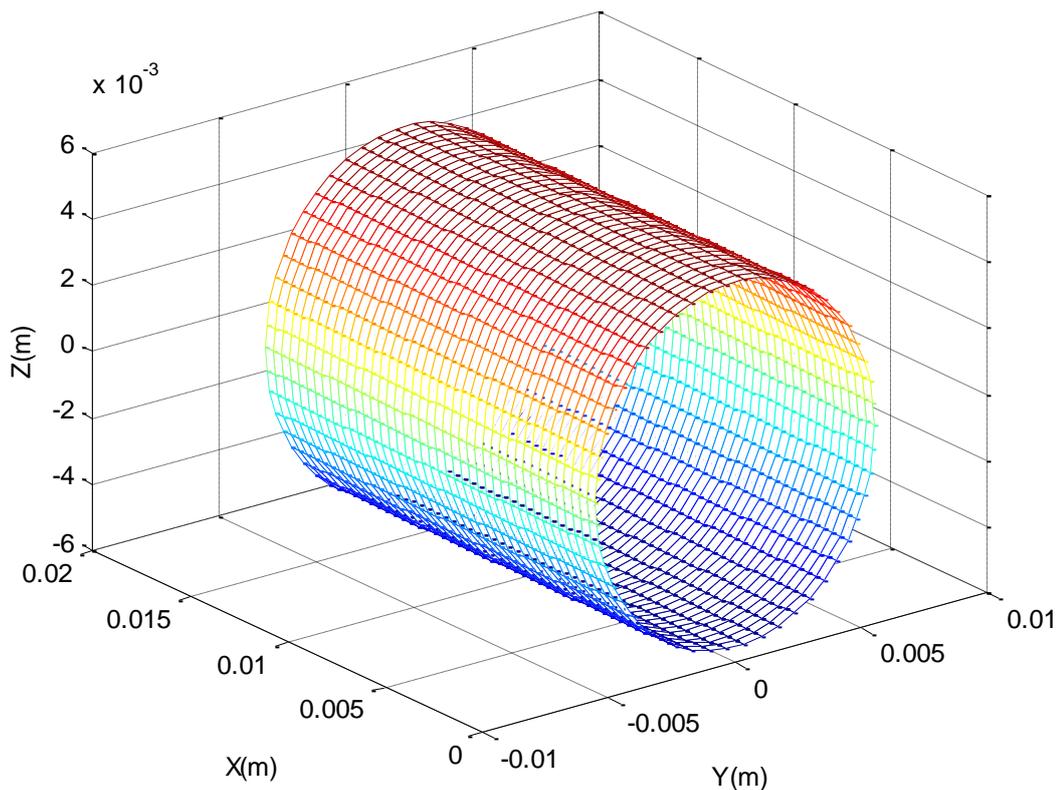


Figura 6.13: Malha utilizada na modelagem pelo método de diferenças finitas.

6.3.1. Coeficientes dinâmicos e frequência natural do mancal poroso

Os coeficientes de rigidez (K) e amortecimento (D) do mancal variam de acordo com vários fatores, tais como a geometria do mancal, folga entre o mancal e o eixo, pressão de alimentação, velocidade de rotação, frequência de excitação, forças aplicadas e permeabilidade da matriz porosa. Neste trabalho, os coeficientes dinâmicos foram obtidos a uma frequência de excitação de 40Hz (2400rpm), rotação

de 15000rpm (250Hz), a permeabilidade da matriz porosa de 10^{-12}m^2 e viscosidade do fluido (ar) $1,8 \cdot 10^{-5}\text{Ns/m}^2$. O plano de referência adotado se refere à secção transversal do mancal, sendo que os eixos y e z correspondem às direções horizontal e vertical respectivamente.

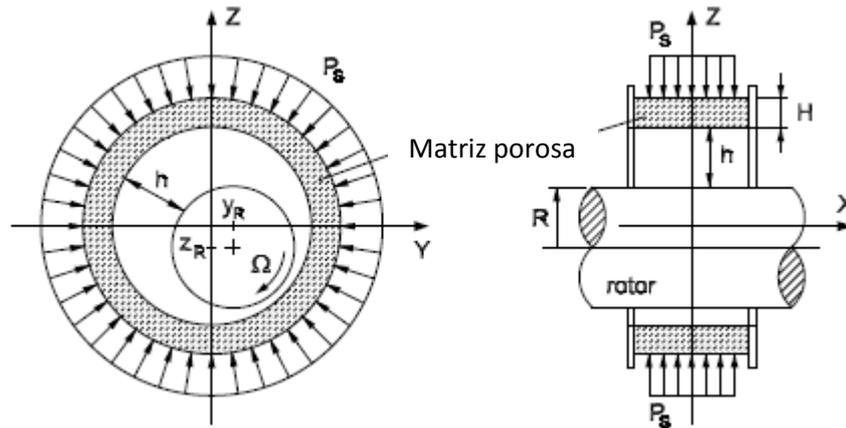


Figura 6.14: Esquema do mancal aerostático cerâmico poroso (Silveira *et al.*, 2010).

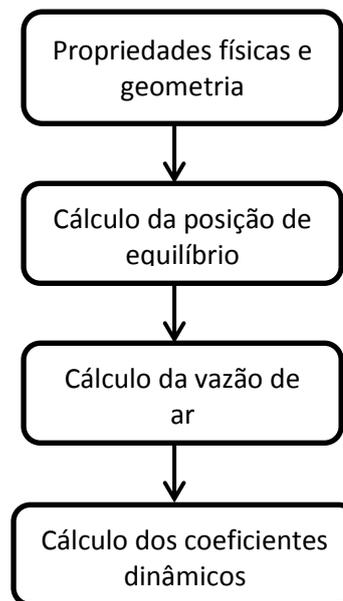


Figura 6.15: Algoritmo básico utilizado na obtenção dos coeficientes dinâmicos do mancal aerostático cerâmico poroso.

Os resultados obtidos para rigidez e amortecimento são exibidos em função da relação entre a pressão de suprimento (P_s) e a pressão ambiente (P_a) nos quadros 6.6 e 6.7:

Coeficiente	Rigidez do mancal (N/m)			
	Ps/Pa = 5	Ps/Pa = 10	Ps/Pa = 15	Ps/Pa = 20
Kyy	6,44E+05	1,29E+06	1,93E+06	2,58E+06
Kzz	6,11E+05	1,22E+06	1,83E+06	2,44E+06
Kyz	1,06E+03	1,06E+03	1,06E+03	1,06E+03
Kzy	-5,48E+02	-1,38E+02	2,72E+02	6,82E+02

Quadro 6.6: Coeficientes de rigidez obtidos em diferentes pressões de suprimento.

Coeficiente	Amortecimento do mancal (Ns/m)			
	Ps/Pa = 5	Ps/Pa = 10	Ps/Pa = 15	Ps/Pa = 20
Dyy	1,2939E+04	1,2939E+04	1,2939E+04	1,2939E+04
Dzz	1,2918E+04	1,2918E+04	1,2918E+04	1,2918E+04
Dyz	3,27E-02	1,64E-02	1,09E-02	8,24E-03
Dzy	3,27E-02	1,64E-02	1,09E-02	8,26E-03

Quadro 6.7: Coeficientes de amortecimento obtidos em diferentes pressões de suprimento.

Pode-se observar que os termos de direções cruzadas (subíndices yz e zy) possuem valores relativamente pequenos quando comparados aos termos de direções normais (subíndices yy e zz), isso ocorre tanto nos coeficientes de rigidez como nos coeficientes de amortecimento. Os termos de amortecimento cruzado são tão pequenos que podem ser desprezados.

Os resultados mostram que existe grande influência da variação da pressão de suprimento nos coeficientes de rigidez e nos coeficientes de amortecimento nas direções cruzadas, porém o mesmo não ocorre com os coeficientes de amortecimento nas direções normais.

A figura 6.16 permite a melhor comparação entre os resultados:

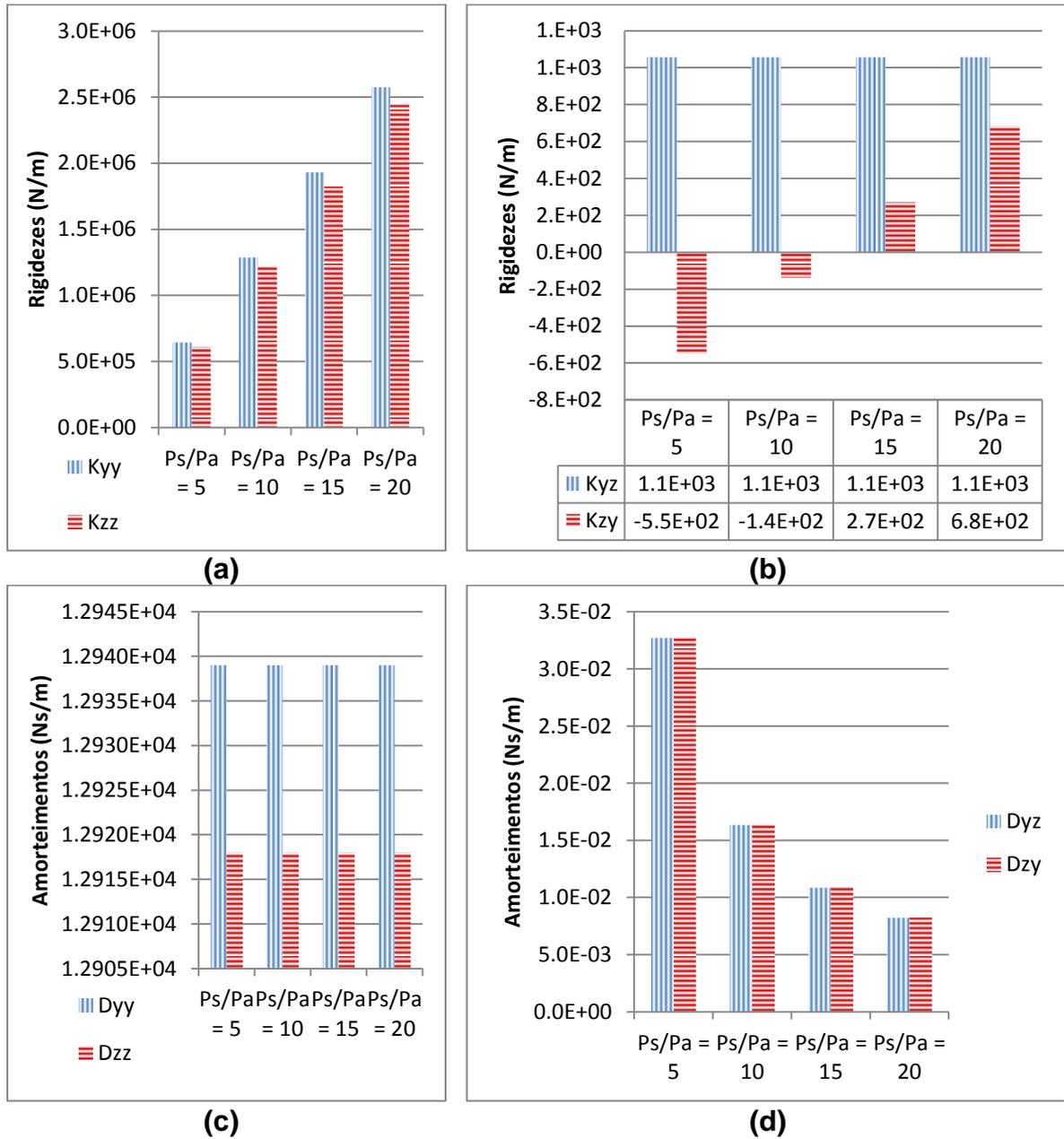
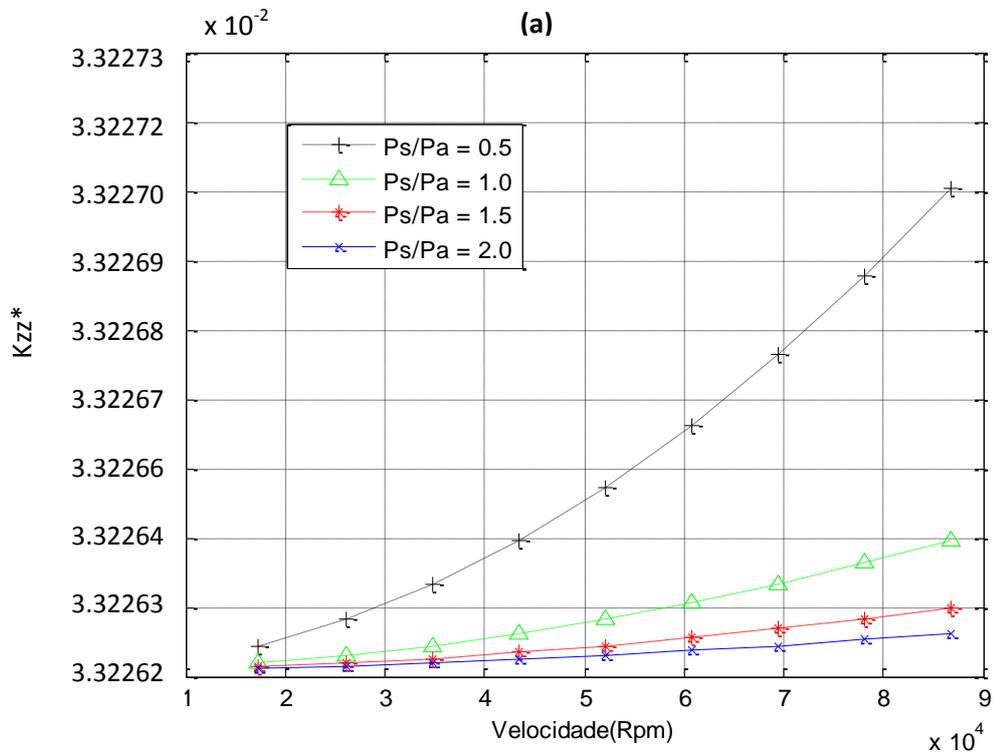
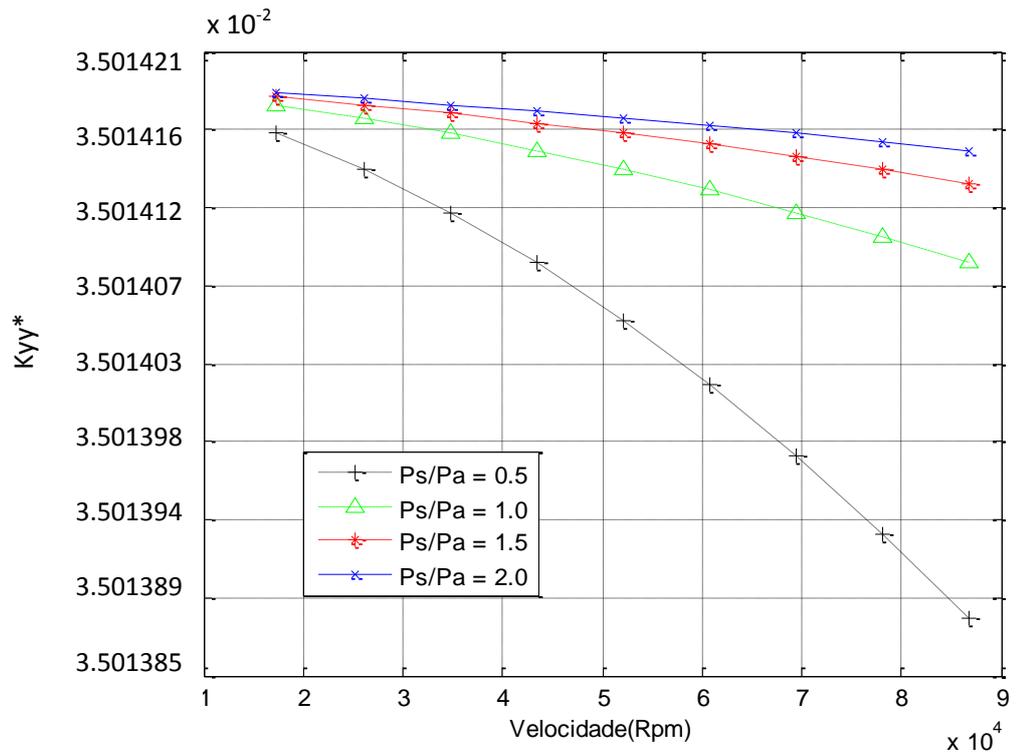


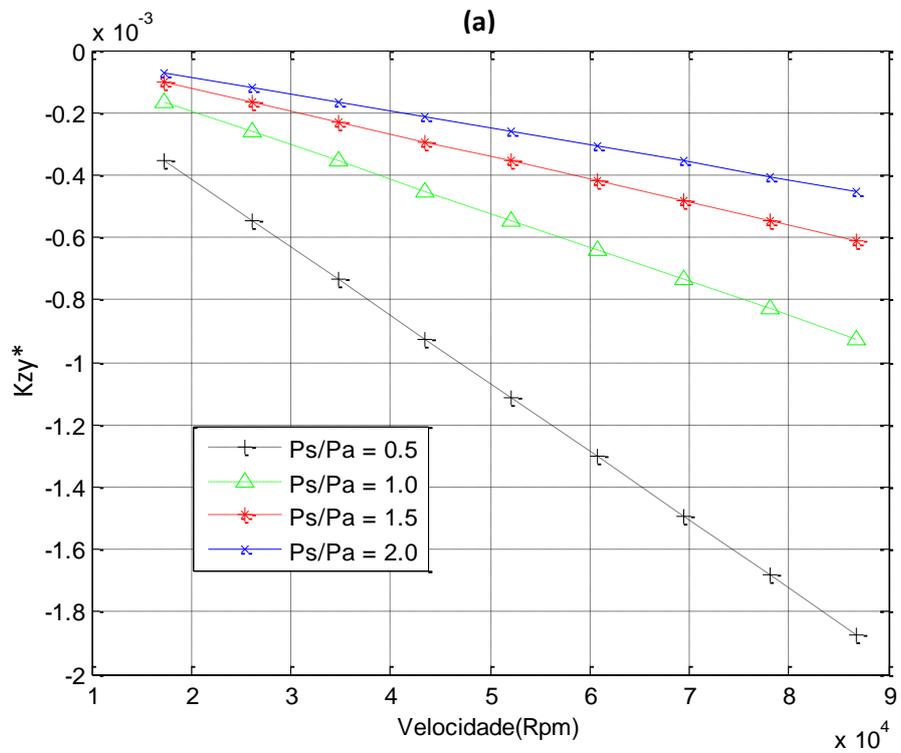
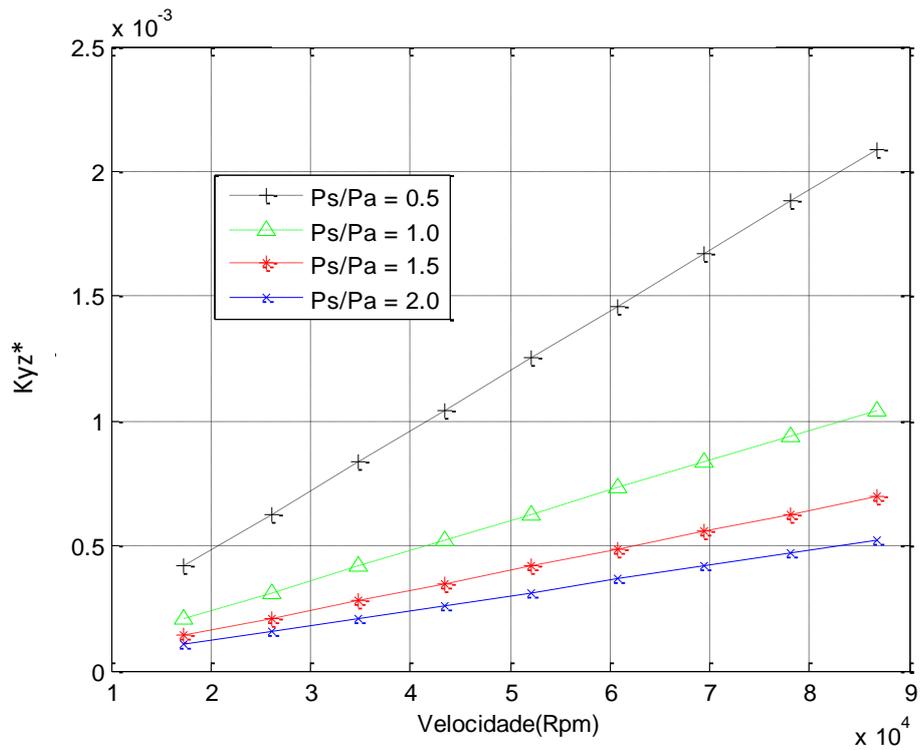
Figura 6.16: Coeficientes de rigidez normal **(a)**; Coeficientes de rigidez cruzada **(b)**; Coeficientes de amortecimento normal **(c)**; Coeficientes de amortecimento cruzado**(d)**.

Como já mencionado, os coeficientes dinâmicos variam também de acordo com a velocidade de rotação do eixo. O estudo deste comportamento é feito a partir das figuras 6.17, 6.18, 6.19, 6.20.



(b)

Figura 6.17: Variação das rigidezes adimensionais em função da rotação do eixo; K_{yy}^* (a); K_{zz}^* (b).



(b)

Figura 6.18: Variação das rigidezes adimensionais em função da rotação do eixo; K_{yz}^* (a); K_{zy}^* (b).

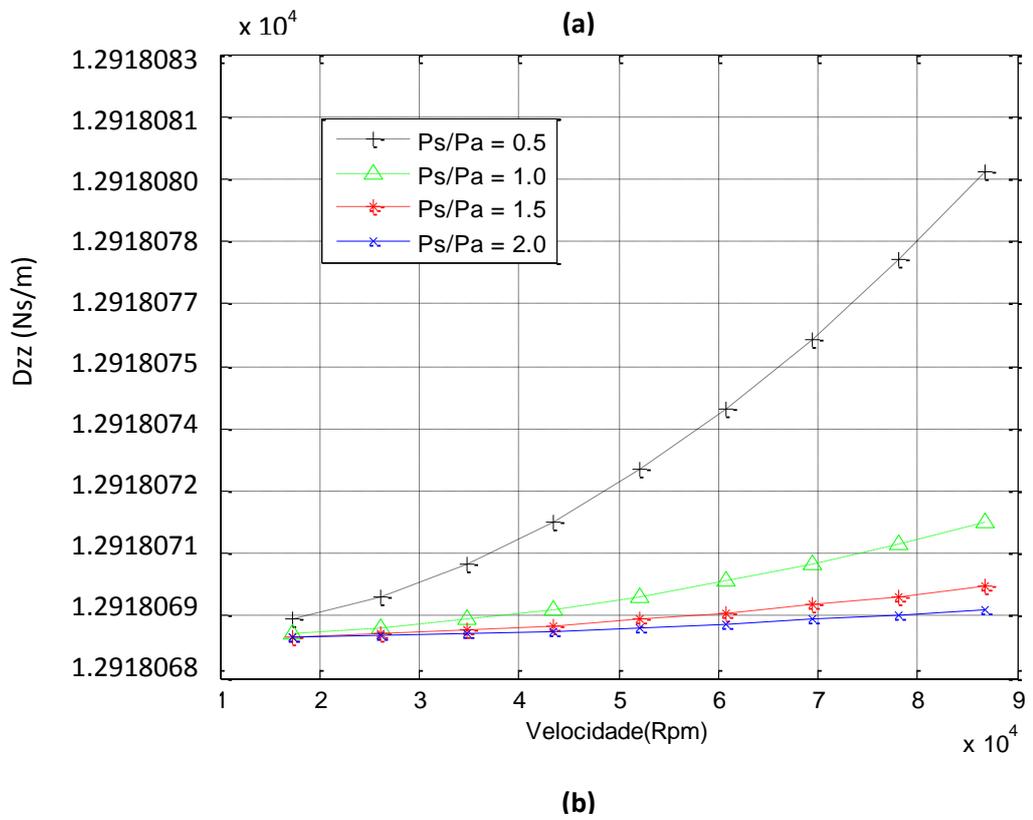
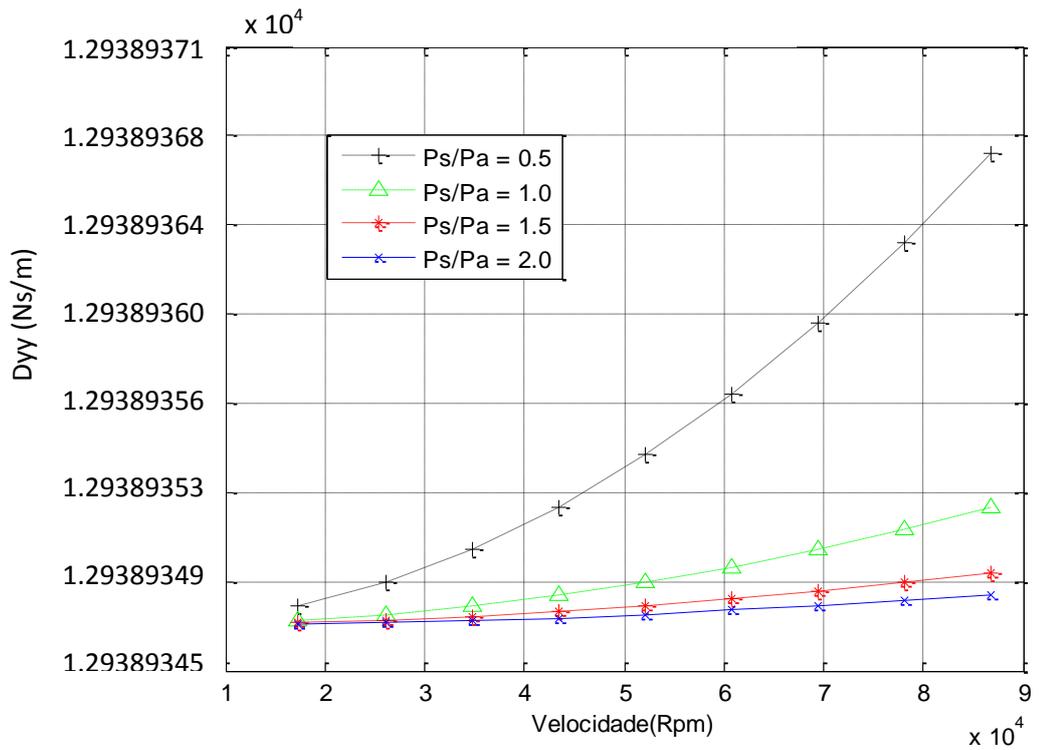
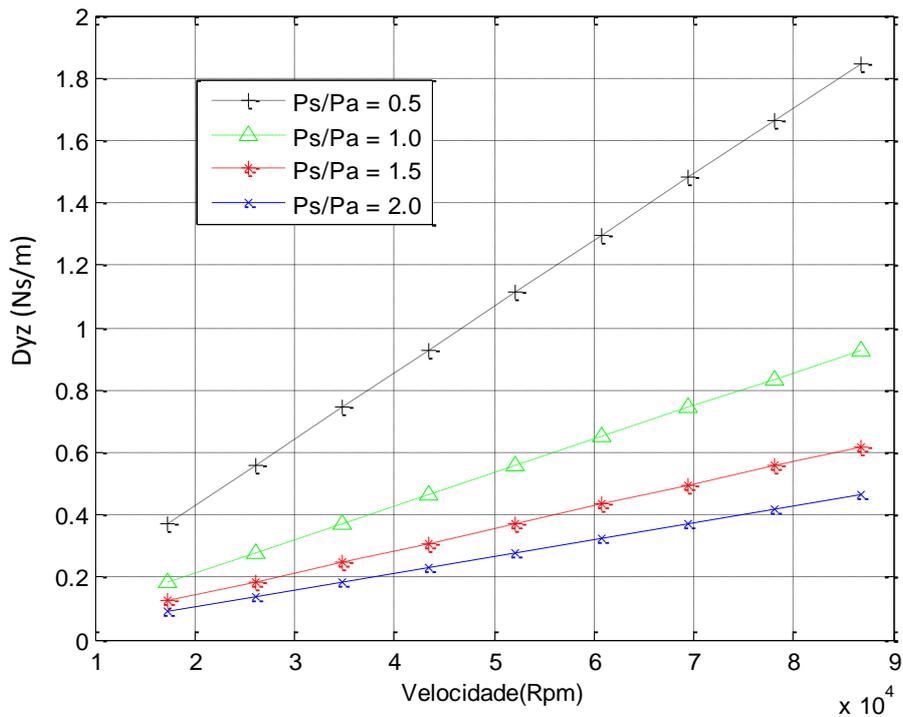
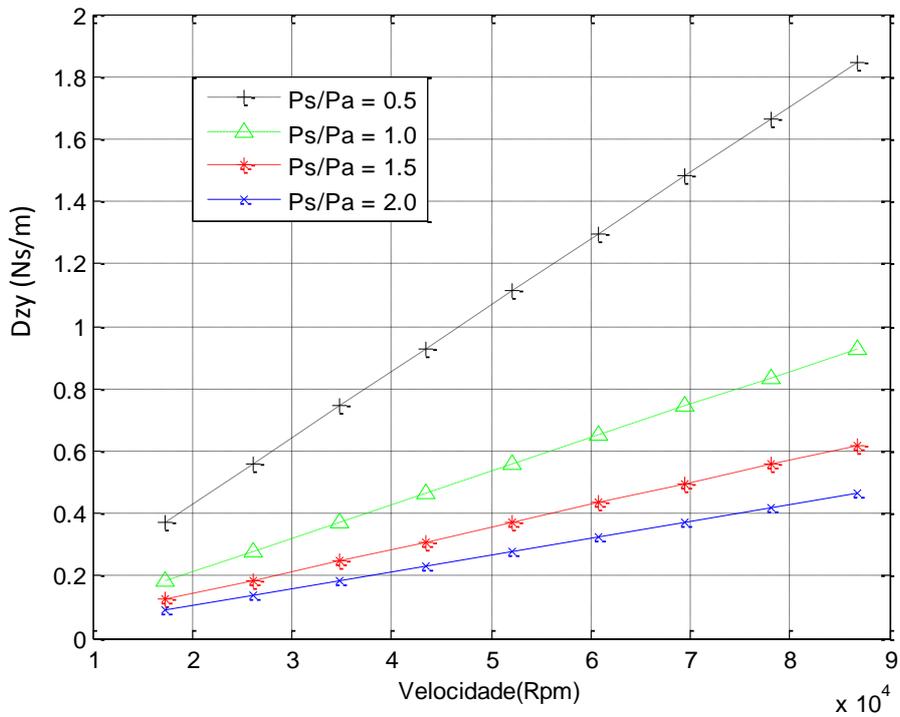


Figura 6.19: Variação dos amortecimentos em função da rotação do eixo; D_{yy} (a); D_{zz} (b).



(a)



(b)

Figura 6.20: Variação dos amortecimentos em função da rotação do eixo; Dyz(a); Dzy(b).

Podem-se observar variações bem pequenas nos coeficientes, mostrando que a velocidade de rotação não influencia tanto quanto a pressão de suprimento.

Conhecendo-se as rigidezes pode-se estimar a frequência natural do mancal, sabendo que a massa do mancal com a camisa no suporte é de 0,103kg, substitui-se o valor da rigidez de maior valor (K_{yy}) na equação 3.7. A primeira frequência natural do mancal em função da pressão de suprimento é mostrada no quadro 6.8:

Frequência natural (Hz)	Ps/Pa = 5	Ps/Pa = 10	Ps/Pa = 15	Ps/Pa = 20
		388	548	671

Quadro 6.8: Frequências naturais do mancal em função da pressão de suprimento.

6.4. Análises dinâmicas do conjunto rotativo considerando o mancal aerostático radial cerâmico poroso

Estas análises dinâmicas consideram a influência do mancal aerostático cerâmico poroso sobre o conjunto rotativo. Para este estudo foram utilizados os modelos descritos na figura 4.8, sendo que as características do mancal aerostático cerâmico poroso foram representadas no mesmo nó de aplicação da força. O método utilizado para a realização das análises foi FEM com teoria de viga de Timoshenko. A frequência de rotação utilizada foi a mesma das análises realizadas na obtenção dos coeficientes de rigidez e amortecimento exibidos nos quadros 6.6 e 6.7 respectivamente (15000rpm ou 250Hz).

Configuração do eixo rotor	MATLAB - FEM – Teoria de viga Timoshenko			
	1ª frequência natural (Hz)			
	Ps/Pa = 5	Ps/Pa = 10	Ps/Pa = 15	Ps/Pa = 20
Modelo A - EDH (CA)	10469,33	13382,04	15120,98	16322,04
Modelo A - EDH (E)	11001,41	13946,72	15673,45	16854,12
Modelo A - Rígido	24370,58	24389,48	24394,43	24395,41
Modelo B - EDH (CA)	4703,23	5254,74	5531,94	5719,28
Modelo B - EDH (E)	4817,34	5346,91	5617,97	5803,88
Modelo B - Rígido	7671,97	7680,30	7683,10	7684,51
Modelo C- EDH (CA)	1490,44	1281,11	1134,68	1031,49
Modelo C- EDH (E)	1513,86	1296,53	1147,94	1043,95
Modelo C - Rígido	2156,63	1729,61	1484,67	1320,94

Quadro 6.9: Primeira frequência natural do conjunto com todos os mancais.

O mancal aerostático poroso apresenta grande amortecimento, o que diminui a amplitude da vibração. As figuras 6.21, 6.22 e 6.23 apresentam as FRFs do conjunto rotativo com mancal aerostático, comparando as amplitudes das vibrações amortecidas e não amortecidas.

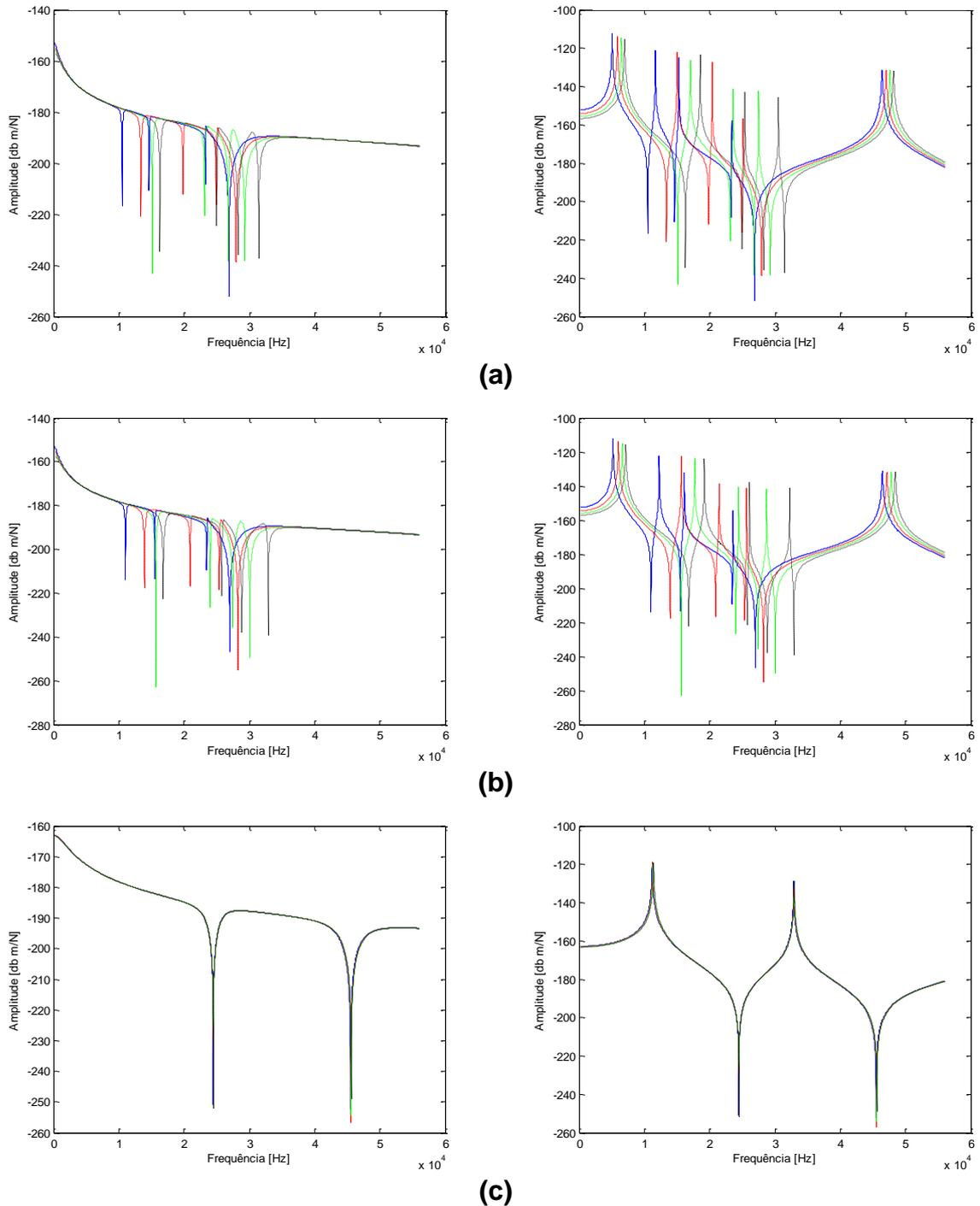


Figura 6.21: Comparação entre amplitudes com amortecimento (à esquerda) e não amortecidas (à direita) do *Modelo A*; mancais de elementos rolantes de contato angular **(a)**; uma carreira de esferas **(b)**; rígidos **(c)**; $P_s/P_a = 5$ (-), $P_s/P_a = 10$ (--), $P_s/P_a = 15$ (-.) e $P_s/P_a = 20$ (-.).

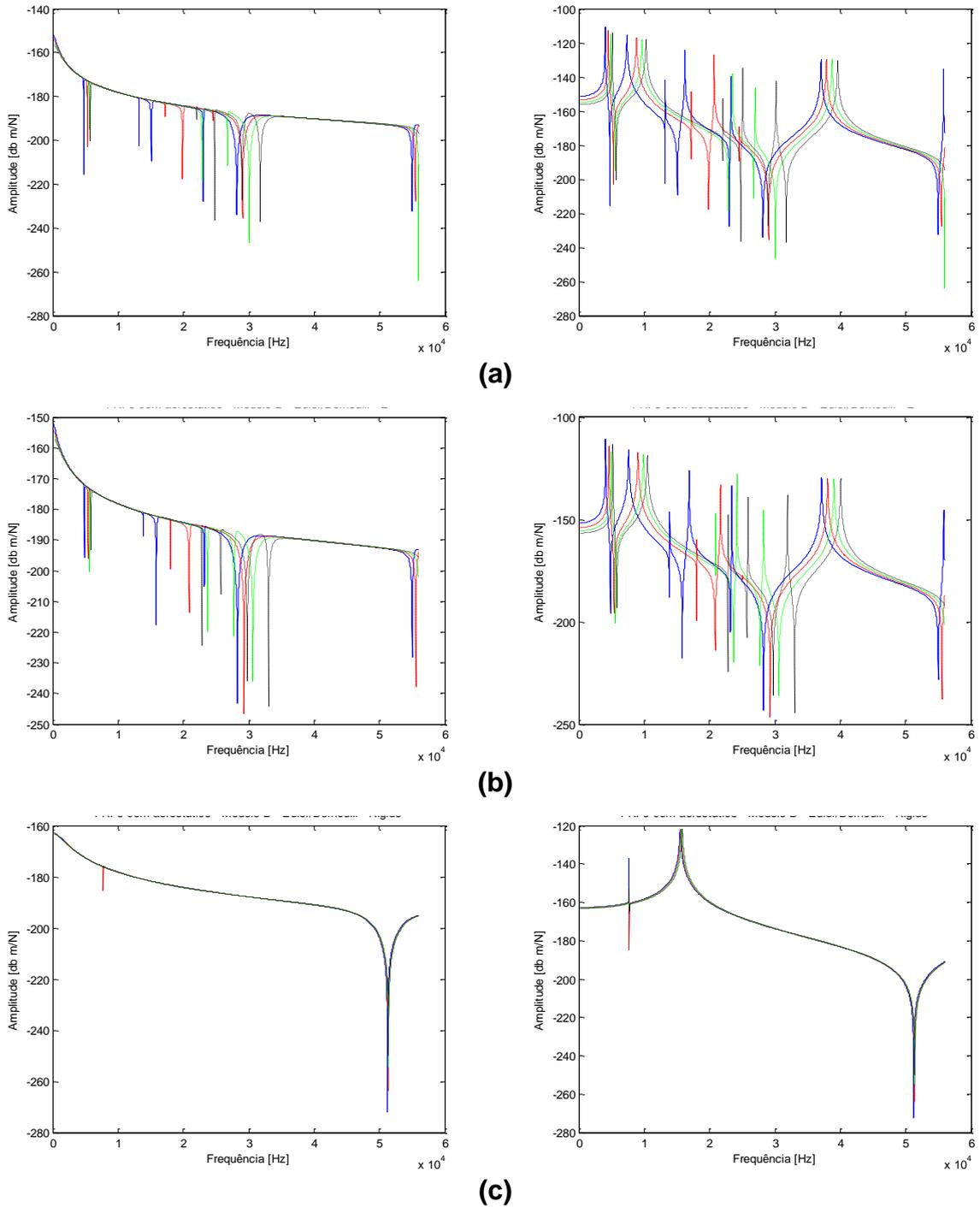


Figura 6.22: Comparação entre amplitudes com amortecimento (à esquerda) e não amortecidas (à direita) do *Modelo B*; mancais de elementos rolantes de contato angular **(a)**; uma carreira de esferas **(b)**; rígidos **(c)**; $P_s/P_a = 5$ (-), $P_s/P_a = 10$ (--), $P_s/P_a = 15$ (-.) e $P_s/P_a = 20$ (-.).

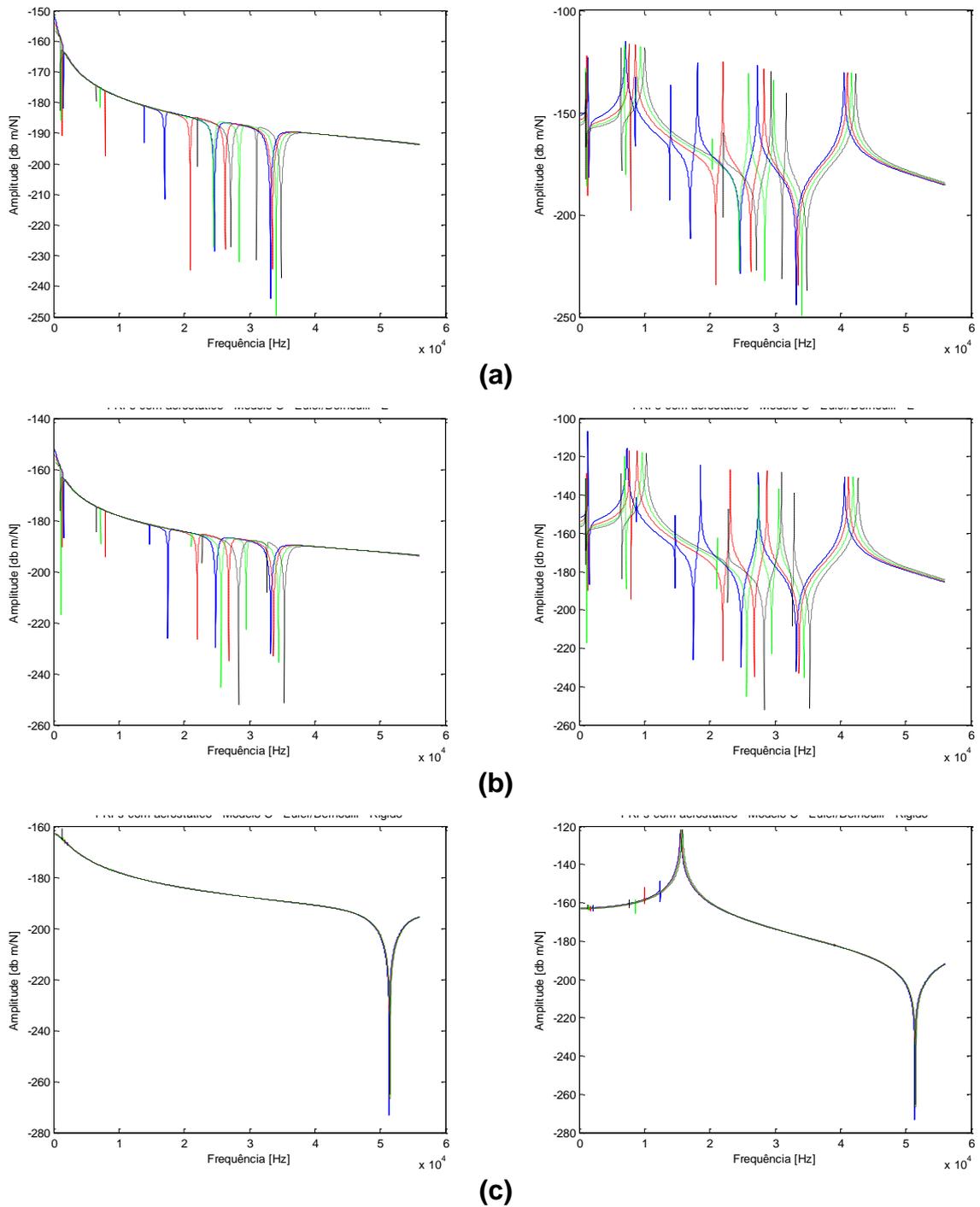


Figura 6.23: Comparação entre amplitudes com amortecimento (à esquerda) e não amortecidas (à direita) do *Modelo C*; mancais de elementos rolantes de contato angular **(a)**; uma carreira de esferas **(b)**; rígidos **(c)**; $P_s/P_a = 5$ (-), $P_s/P_a = 10$ (--), $P_s/P_a = 15$ (-.) e $P_s/P_a = 20$ (-.).

Como observado no capítulo 6.3.1 os coeficientes dinâmicos do mancal aerostático variam também de acordo com a velocidade de rotação, assim quando este é colocado no conjunto rotativo as frequências naturais também variam de acordo com a rotação. As figuras 6.24, 6.25 e 6.26 expressam essa variação utilizando FEM com teoria de Timoshenko e pressão de alimentação de 2MPa.

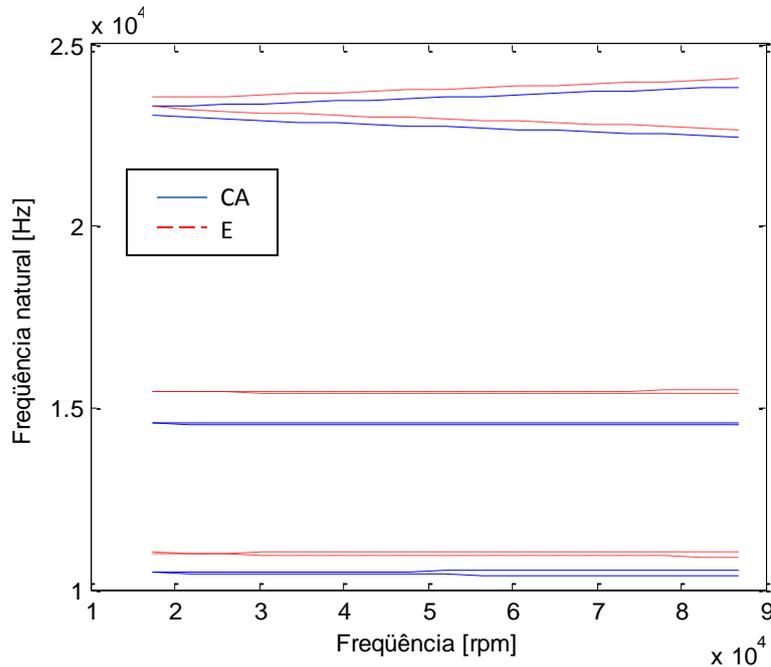


Figura 6.24: Diagrama de Campbell do *Modelo A*.

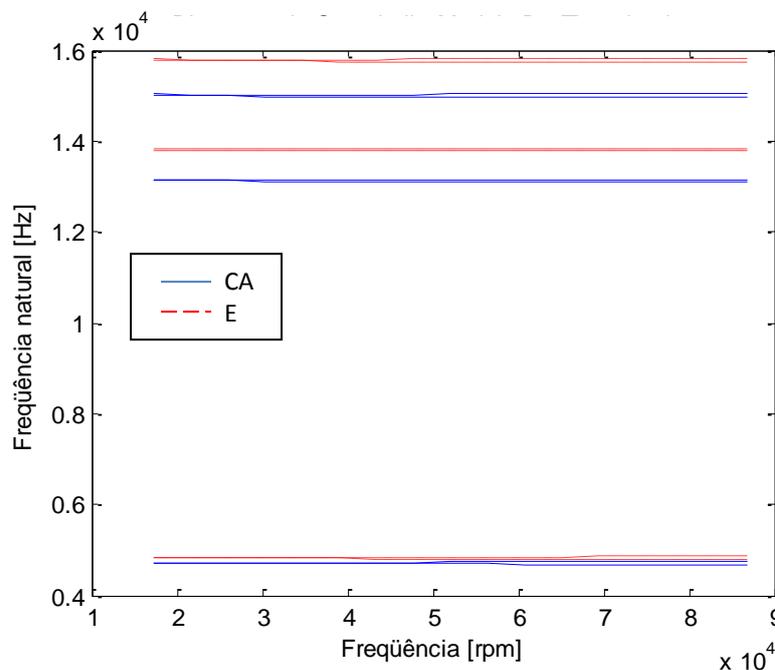


Figura 6.25: Diagrama de Campbell do *Modelo B*.

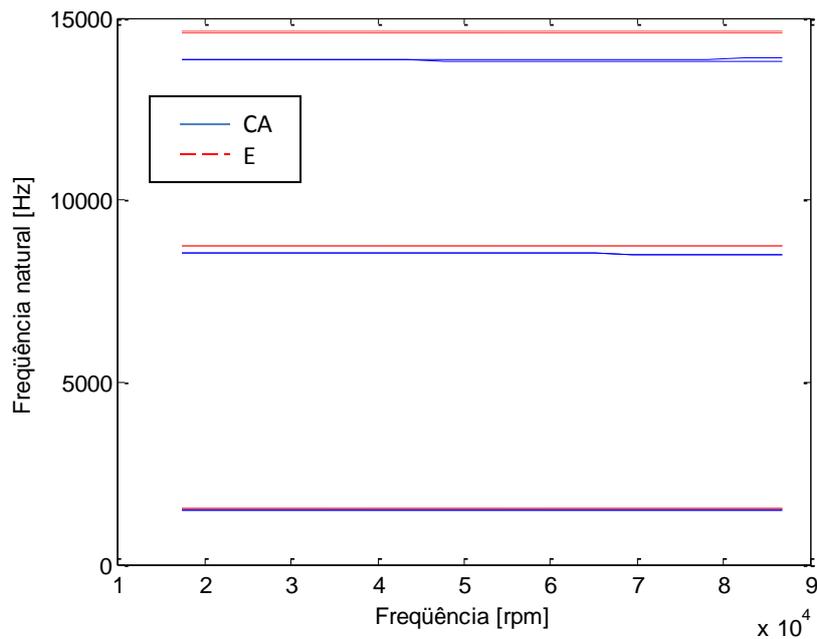


Figura 6.26: Diagrama de Campbell do *Modelo C*.

6.5. Eixo suportado por mancais aerostáticos radiais cerâmicos porosos

Até agora foram estudadas as configurações do eixo apoiado sobre mancais de elementos rolantes. Este capítulo estuda o comportamento dos mesmos modelos, porém agora sustentados por mancais aerostáticos. Apesar dos mancais de elementos rolantes terem maior rigidez, o comprimento dos mancais aerostáticos cerâmicos porosos é de 17 mm, enquanto os mancais de elementos rolantes possuem apenas 9 mm de comprimento, sendo assim a região de contato dos mancais aerostáticos cerâmico porosos é relativamente maior quando comparados aos mancais de elementos rolantes.

	Matlab - FEM - Teoria de viga de Timoshenko - 1ª Frequência de Ressonância (Hz) - não amortecidas			
	Ps/Pa = 5	Ps/Pa = 10	Ps/Pa = 15	Ps/Pa = 20
Modelo A	1104,20	1909,30	2688,50	3448,90
Modelo B	898,91	1495,10	1988,20	2376,90
Modelo C	385,33	489,87	529,12	535,73

Quadro 6.10: Frequências naturais não amortecidas do eixo suportado por mancais aerostáticos cerâmico porosos.

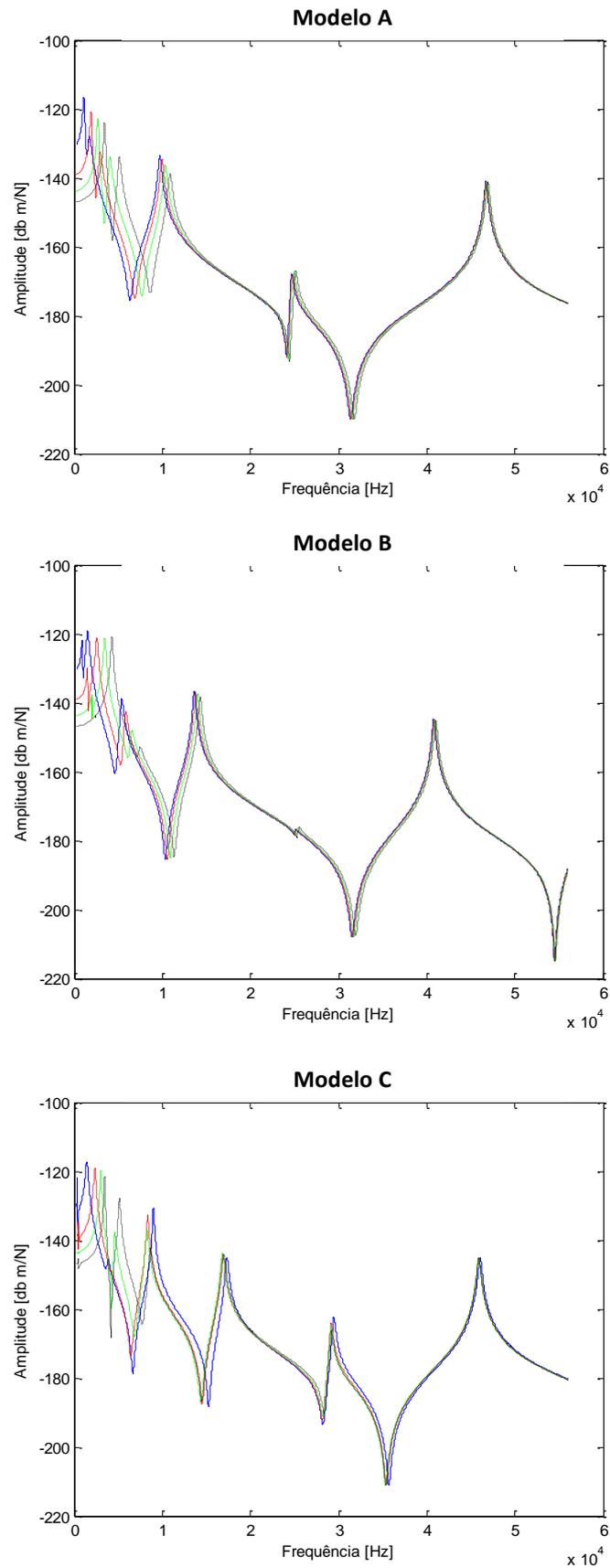


Figura 6.27: FRFs não amortecidas do eixo apoiado sobre mancais aerostáticos cerâmicos porosos; $P_s/P_a = 5$ (-), $P_s/P_a = 10$ (--), $P_s/P_a = 15$ (-.) e $P_s/P_a = 20$ (-.).

As frequências naturais não amortecidas do eixo são bem menores quando comparadas ao eixo suportado por mancais de elementos rolantes, isso se deve ao fato da diferença entre as rigidezes dos mancais aerostáticos cerâmico porosos serem em torno de 20 vezes menores. Porém, quando o amortecimento é levado em consideração ocorre uma grande variação nas frequências naturais.

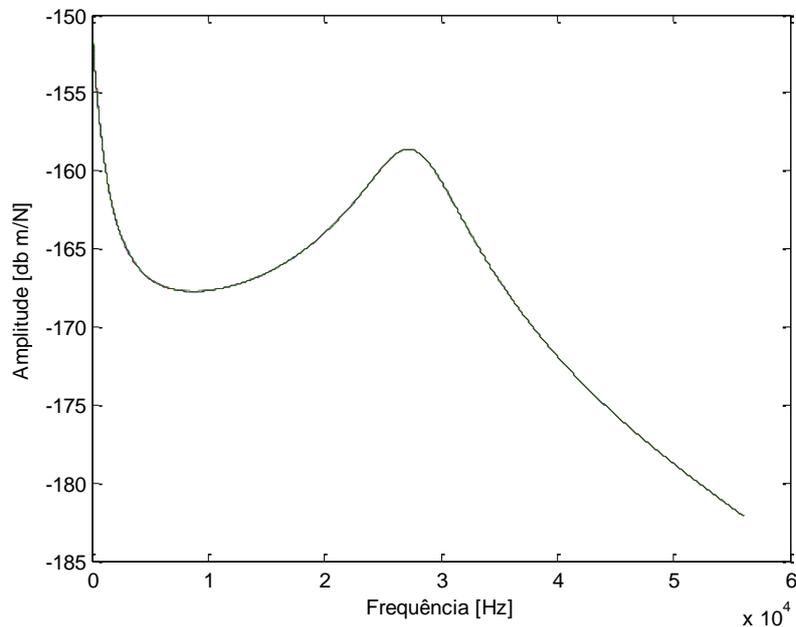


Figura 6.28: FRFs amortecidas do eixo apoiado sobre mancais aerostáticos cerâmicos porosos – *Modelo A*.

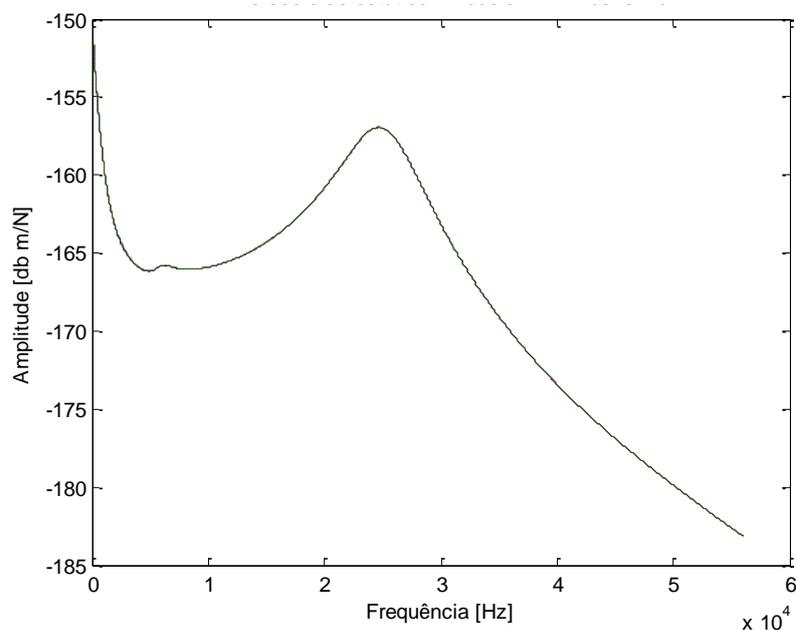


Figura 6.29: FRFs amortecidas do eixo apoiado sobre mancais aerostáticos cerâmicos porosos – *Modelo B*.

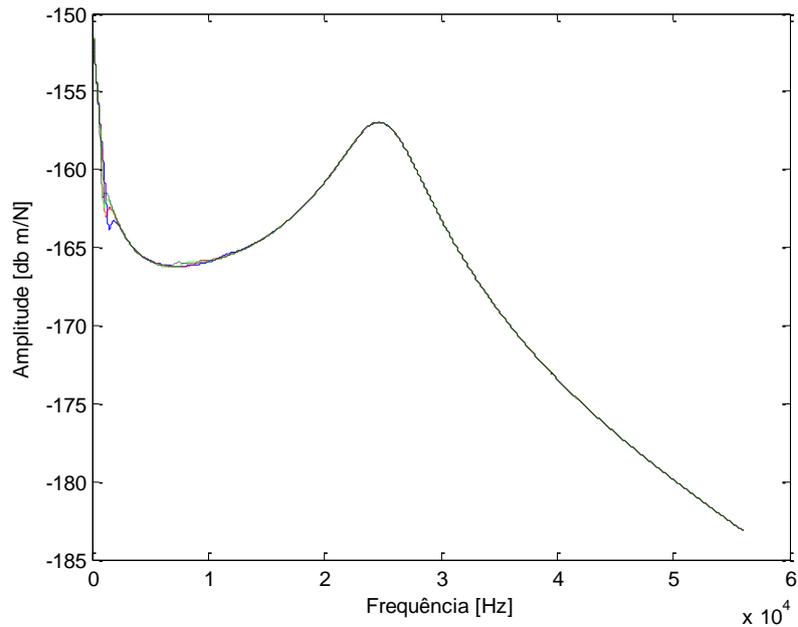


Figura 6.30: FRFs amortecidas do eixo apoiado sobre mancais aerostáticos cerâmicos porosos – *Modelo C*.

A variação nas pressões não tem relevância nas frequências naturais. Podem ser observados pequenos picos de amplitude de 0 e 10000 Hz no *Modelo B* e *Modelo C*, porém os três modelos apresentam a frequência natural de maior amplitude em torno de 26000 Hz.

O capítulo 7 mostra as conclusões que podem ser tiradas a partir das análises estáticas e dinâmicas.

7. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho foram feitos estudos analíticos, bem como análises numéricas do conjunto eixo-mancais-turbina, para obtenção da deflexão do eixo e frequências naturais do conjunto rotativo e mancal aerostático cerâmico poroso. Este estudo é fundamental para a construção do banco experimental destinado ao estudo do comportamento estático e dinâmico do mancal aerostático cerâmico poroso. A obtenção da deformação máxima de 49,74 μm e rigidez máxima de 44,44 $\text{N}/\mu\text{m}$ do conjunto rotativo permitiu uma rigidez máxima do mancal aerostático cerâmico poroso através do método de diferenças finitas cujo valor corresponde a 2,56 $\text{N}/\mu\text{m}$. Para projeto de máquinas de ultraprecisão este estudo é muito pertinente porque a aplicação de mancais aerostáticos convencionais (metálicos com entrada de ar por orifícios ou rebaixos) oferece vantagens operacionais significativas: baixa geração de atrito, trabalho a elevadas rotações, entre outros.

Os resultados das análises dinâmicas do conjunto rotativo e do mancal aerostático cerâmico poroso apresentam resultados bem variados de frequências naturais quando se comparam os diferentes modelos, sendo que o menor valor da primeira frequência natural obtida com os modelos de conjunto rotativo (1365,9 Hz) é de aproximadamente duas vezes maior que a maior valor da primeira frequência natural do mancal (775,00 Hz). Parece existir uma influência significativa da variação da pressão nos coeficientes de rigidez do mancal aerostático que quanto maior a pressão, maior será a rigidez (K). Os coeficientes de amortecimento (D) não apresentam alterações relevantes, quando se altera a pressão de alimentação. O diagrama de Campbell do conjunto rotativo contendo o mancal aerostático cerâmico poroso indica que as frequências naturais se alteram com grande intensidade, conforme aumenta a rotação do eixo.

Os modelos físicos propostos, a partir do projeto conceitual proposto em Friedel (2011) apresentou características estáticas e dinâmicas, que permitem o estudo do comportamento dinâmico do mancal aerostático cerâmico poroso. Observando a importância de garantir que a rigidez do eixo seja pelo menos cinco

vezes maior que as rigidezes do mancal aerostático, para não haver superposição dos efeitos dinâmicos.

A continuação deste trabalho será a construção física de banco de ensaio inicialmente proposto por Friedel (2011) e analisado numericamente neste trabalho. Essa etapa compreenderá o ajuste do modelo teórico experimental para identificar o comportamento estático e dinâmico do mancal aerostático cerâmico poroso desenvolvido no Laboratório de Tribologia, da EESC_USP (Silveira, 2010).

REFERÊNCIAS

BAKKER, A. **Aplied Computational Fluid Dynamics**. Lecture 7. Dartmouth: Fluent Inc. 2002.

BALESTRERO, L.A.P. **Uma avaliação de mancais aerostáticos para máquinas de ferramentas: estudo e dimensionamento de eixo árvore**. Tese de Doutorado (Engenharia Mecânica) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

BEER, F.R. JOHNSTON, E.R. DEWOLF, J.T. MAZUREK, D.F. **Mechanics of Materials**. New York: McGraw-Hill, 2012.

BELFORTE, G. RAPARELLI, T. VIKTOROV, V. TRIVELLA, A. Feeding System of Aerostatic Bearings With Porous Media. **Proc. of ESDA 2006 - 8th. Biennial ASME Conf. on Engineering Systems Design and Analysis**, Torino, Italy, p. 1-9, 2006.

CARTER, C.R. Measurements versus predictions for the rotordynamic characteristics of a five - pad rocket - pivot tilting-pad in load-between-pad configuration. **Journal of Engineering for Gas Turbine and Power**, v.131, p. 012507-1-012507-9, 2009

CIESLICKI, K. Investigations of the Effect of Inertia on Flow Air Through Porous Bearing Sleeves. **Wear**, v. 172, p. 73-78, 1994

DARCY, H. **Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon**. Paris: Dalmont, 1856.

DIMAROGONAS, A. **Vibration for Engineers**. New Jersey: Prentice Hall, 1996.

EWINS, D.J. **Modal testing: theory and practice**. Research Studies Press: England, 1984.

FISH, J. BELYTSCHKO, J. **Um primeiro curso em elementos finitos**. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

FORCHHEIMER, P. **Hydraulik**. Leipzig: Teubner, 1914.

FÖPPL, A. Das Problem der LavaV'shcn Turbinewelle. **Civilingenieur**, v. 41, p.332-342, 1985.

FRIEDEL, L.F. **Projeto de um banco experimental para mancais arestáticos cerâmicos porosos, para identificação das características estáticas e dinâmicas**. Trabalho de conclusão de curso (Engenharia Mecânica) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

FUJII, M. YOSHIDA, A. LIU, S. Static characteristics of aerostatic guide made of partially porous ceramics. **Australian Journal of Mechanical Engineering**, v. 6, n. 1, p. 37-44, 2008.

GARGIULO, E. P. JR. Porous wall gas lubricated journal bearings: theoretical investigation. **Trans. ASME J. Lubr. Technol.**, v. 101, p. 458-465, 1979.

HAGIU, G.D. GAFITANU, M.D. Dynamic characteristics of high speed angular contact ball bearings. **WEAR**, v. 211, p. 22-29, 1997.

IKAWA, N. SHIMADA, S. Limitation of accuracy in ultra-precision machining. **Trans. JSPE**, v. 52, n. 12, p. 2000, 1986.

JEFFCOTT, H. H. The Lateral Vibration Loaded Shafts in the Neighborhood of a Whirling Speed. - The Effect of Want of Balance. **Philosophical Magazine**, v.37, n. 6, 1919.

KAWASHIMA, L. TOGO, S. SATO, S. TAMADA, N. Study on characteristics of porous ceramic gas bearings. **JSPE**, v. 56, n. 10, p. 1853-1858, 1990.

KIM, N. SANKAR, B.V. **Introdução à análise e ao projeto em elementos finitos**. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

KUNES, J. **Dimensionless Physical Quantities in Science and Engineering**. United Kingdom: Elsevier, 2012.

KWAN, Y. B. P. **Processing and fluid flow characteristics of hot isostatically pressed porous alumina for aerostatic bearing applications**. Tese (Ph.D.) - Cranfield Institute of Technology, Cranfield, 1996.

JANG, M. CHEN, L.C. TSAO, Y. Sliding mode control for active magnetic bearing system with flexible rotor. **Journal of the Franklin Institute**, v. 342, n. 4, p. 401-419, 2005.

MESQUITA, A.L.A. **Identificação de Modos Operacionais e Naturais de Vibração em Máquinas Rotativas Utilizando Coordenadas Complexas**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia Mecânica Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

MIDAS. In: Advanced Nonlinear and Detail Analysis Program. Disponível em: <http://manual.midasuser.com/EN_Common/FEA/296/index.htm#FEA/05_Mesh/Check_Quality.htm>. Acesso em: 20 nov. 2013.

MIYATAKE, M. YOSHIMOTO, S. SATO, J. Whirling instability of a rotor supported by aerostatic porous journal bearings with a surface-restricted layer. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology**, v. 220, n. 2, p. 95-103, 2006.

MONTGOMERY, A. G. STERRY, F. A simple air bearing rotor for very high rotational speeds. **AERE ED/R-1671**, Harwell, Berkshire, UK, 1955.

MORI, H. YABE, H. YAMAKAGE, H. HURUKAWA, T. Theoretical analysis of externally pressurized porous journal gas bearing (1-st report) (in Japanese). **Trans. JSME**, v. 33, n. 254, p. 1718–1726, 1965.

MORI, H. YABE, H. Theoretical investigation of externally pressurized gas-lubricated porous journal bearing with surface-loading effect. **Trans. ASME J. Lubr. Technol.**, v. 101, p.195–202, 1973.

MUNDAY, A.J. A review of EP gas bearings. **Proc. Externally Pressurised Bearings**, v. 17, n. 6, p. 65–75, 1971.

NAKAMURA, T. ; YOSHIMOTO, S. Static tilt characteristics of aerostatic rectangular double-pad bearings with compound restrictors. **Tribology International**, v. 29, n. 2, p.145-152, 1996.

NASSIS, A. **Analyses of a Rotor Dynamic Testrigs**. Tese (Mestrado em Ciências) – Lulea University of Technology, Lulea, 2010.

NEW WAY. In: porous media air precision bearings. Disponível em: <<http://www.newwayprecision.com/index.htm>>. Acesso em: 30 mai. 2013.

NELSON, F.C. Rotor dynamics without equations. **International Journal of COMADEM**, v. 10, n. 3, p. 2-10, 2007.

NELSON, HD. “A finite rotating shaft element using Timoshenko beam theory”. **Journal of Mechanical Design**, v. 102, n. 4, p. 793-803, 1980.

NELSON, HD. McVAUGH, J.M. “The dynamics of rotor-bearing using finite elements”. **Journal of Engineering for Industry**, v. 98, n. 2, p. 593-600, 1976.

NICOLETTI, R. **Dinâmica de sistemas rotativos**. Notas de aula. São Carlos: EESC, 2012.

NICOLETTI, R. SILVEIRA, Z.C. PURQUERIO, B.M. Modified Reynolds equation for aerostatic porous radial bearings with quadratic forchheimer pressure-flow assumption. **Journal of Tribology**, v. 130, n. 3, 2008.

NONATO, F. **Modelo dinâmico para o contato em mancais de elementos rolantes sujeito à lubrificação elastohidrodinâmica**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009.

NORTON, R.L. **Design of machinery: an introduction to the synthesis and analysis of mechanisms and machines**. New York: McGraw-Hill, 2012.

PANZERA, T.H. **Desenvolvimento de um material compósito cerâmico para aplicação em mancais porosos**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.

PENTEADO, L.A. **Torno de ultraprecisão: revisão de projeto mecânico e estrutural**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade Estadual Paulista, São Carlos, 1996.

PEREIRA, J.C. **Introdução à dinâmica de rotores**. Apostila. Florianópolis: GRANTE, 2003.

POLONE, J. GOREZ, R. The use of ground material in gas lubrication. **Wear**, v. 60, p.349–356, 1980.

POWEL, J. W. **Design of Aerostatic Bearings**. London: The Machinery Publishing Co. Ltd, 1970.

PURQUERIO, B.M. **Tribologia: Mancais aerostáticos**. Apostila. São Carlos: EESC, 1990.

RAO, N. S. MAJUMDAR, B. C. Dynamic stiffness and damping coefficients of aerostatic, porous, journal bearings. **Journal Mechanical Engineering Science**, v.20, n. 5, p. 291-296, 1978.

RAO, J. S. **Rotor Dynamics**. New Delhi: New Age International (P) Ltd. , 1996.

ROBINSON, J. **Basic and Shape Sensivity Tests for Membrane and Plate Bending Finite Elements**. Great Britain: Robinson and Associates, 1985.

SHIH, Y. D. ; YANG, J. Y. Analysis of narrow rectangular aerostatic porous thrust bearings moving with a uniform transverse velocity. **Wear**, v. 141, p. 125-136, 1990.

SILVEIRA, Z.C. NICOLETTI, R. FORTULAN, C.A. PURQUERIO, B.M. Ceramic matrices applied to aerostatic porous journal bearings: material characterization and bearing modeling. **Cerâmica**. v. 56, n. 338, p. 201-211, 2010.

SILVEIRA, Z.C. PURQUERIO, B.M. FORTULAN, C.A. Projeto, fabricação e caracterização de estruturas de cerâmicas porosas para aplicação em mancais aerostáticos. *In*: 17o. **CBECIMat** – Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos materiais. Foz do Iguaçu, 2006.

SKF. **Catálogo Geral**. Torino: Stamperia Artistica Nazionale, 2013.

SLOCUM, A.H. **Precision machine design**. Columbus: Society of Manufacturing, 1992.

SNECK, H. J. YEN, K. T. The externally pressurized, porous wall, gas lubricated journal bearing, I. **ASLE Trans**, v. 7, n. 1, p. 288-298, 1964.

SUN, D. C. Analysis of the steady state characteristics of gas-lubricated, porous journal bearings. **Trans. ASME J. Lubr. Technol.**, v. 97, n. 1, p. 44–51, 1975.

TISSEUR, F. MEERBERGEN,K. **The quadratic eigenvalue problem**. MIMS EPrint: Manchester, 2001.

TSUKAMOTO, R. **Estudo comparativo entre mancais aerostáticos com restritor de orifício e com elemento cerâmico poroso**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

YI GUO. PARKER, R.G. Stiffness matrix calculation of rolling element bearings using a finite element/contact mechanics model. **Mechanism and Machine Theory**, v. 51, p. 32-45, 2012.

YOON, S.Y. LIN, Z. ALLAIRE, P.E. **Control of Surge in Centrifugal Compressors by Active Magnetic Bearings**, Londres: Springer, 2012.

YOSHIMOTO, S. An aerostatic thrust bearing with a stiffness of 1Nm^{-1} . **Nanotechnology**, v. 7, p. 52-57, 1996.

YOSHIMOTO, S. ; TAMURA, J. ; NAKAMURA, T. Dynamic tilt characteristics of aerostatic rectangular double-pad thrust bearings with compound restrictors. **Tribology International**, v. 32, p. 731-738, 1999.

YOSHIMOTO, S. TOZUKA, H. DAMBARA, S. Static characteristics of aerostatic porous journal bearings with a surface-restricted layer. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology**, v. 217, n. 2, p. 125-132, 2003.

ZONG, W.J. Analysis for the wear resistance anisotropy of diamond cutting tools in theory and experiment. **Journal of Materials Processing Technology**, v. 210, n. 6-7, p. 858-867, 2010.