Capítulo 1

Introdução

O crescimento da indústria automobilística desde o início do século passado, impulsionou o estudo da dinâmica veicular, motivando os fabricantes a dirigirem seus esforços de engenharia para obtenção de tecnologias capazes de tornar os veículos mais rápidos, seguros e fáceis de se dirigir.

Atualmente, mais do que uma motivação, o aumento das exigências de conforto, velocidade e segurança obrigaram os fabricantes a desenvolver veículos capazes de assegurar o atendimento às normas internacionais de emissões, segurança e conforto. Muito se conseguiu com o desenvolvimento da tecnologia pneumática, novos sistemas de suspensão, aperfeiçoamento de motores e redução no peso com o uso de novos materiais. Mas até pouco tempo atrás, tais aperfeiçoamentos eram feitos apenas sob o ponto de vista mecânico. O objetivo era otimizar, por exemplo, o comportamento de buchas, modificar o arranjo de conexões de suspensões, melhorar a elasticidade e resistência de metais a fim de diminuir o seu peso.

Com a crise do petróleo na década de 70, houve a necessidade de se desenvolver motores com menor consumo de combustível. Com ela, surgiram também leis de regulamentação de emissões de gases, o que reforçava a necessidade de um sistema de controle no motor capaz de melhorar o consumo sem prejudicar o desempenho.

No mesmo período foi observado um crescimento da tecnologia eletrônica. Os produtos se tornaram mais baratos, sofisticados e menores, mais resistentes assim possibilitando o seu uso no controle do funcionamento do motor. Paralelamente, a questão de segurança também se tornou um dos requisitos principais num projeto de veículo, com isso as técnicas de controle automático foram sendo introduzidas em varias partes do veículo, melhorando o desempenho e a segurança assim como o conforto de motoristas e passageiros.

Entre os requisitos de segurança, as características de dirigibilidade do veiculo possuem um papel central. Elas são estudadas com o intuito de se prever as condições em que o motorista pode perder o controle do veiculo em situações de emergência. Nestas situações a perda do controle do veículo pode resultar em acidentes fatais para o motorista e ocupantes ou outras pessoas que estão transitando pela via. Nesse momento crítico, o sistema ativo de controle de estabilidade (*ESC – Electronic Stability Control*) pode fazer a diferença, ajudando motoristas a manter o máximo controle de seus veículos e assim reduzir significativamente o risco de colisões.

O estudo das características de dirigibilidade de um veículo se faz através do desenvolvimento de modelos matemáticos que representam o comportamento da dinâmica lateral. O primeiro modelo linear de três graus de liberdade de veículos surgiu na década de 1950 e ainda hoje é largamente utilizado. Foi através desse modelo, que se possibilitou o aumento da compreensão dos fatores que influenciam no comportamento da dinâmica lateral veicular.

A evolução das técnicas de controle e modelagem paralelamente à tecnologia computacional, permitiu um rápido avanço nos projetos de veículos. O extraordinário aumento de performance dos computadores aliado à evolução da teoria de sistemas multicorpos da última década levou ao surgimento de *softwares* capazes de formular e resolver automaticamente as equações de sistemas mecânicos complexos. A utilização desses programas na área automobilística se expandiu e possibilitou o uso de ferramentas CAD/CAE, aumentando a compreensão das causas e efeitos da dinâmica veicular.

O aumento da complexidade dos modelos gerados possibilitou a inclusão de vários graus de liberdade na análise do comportamento de veículos, inclusive com introdução de corpos flexíveis, permitindo uma melhor compreensão da dinâmica veicular através de projetos cada vez mais sofisticados capazes de representar com grande exatidão o comportamento real dos veículos e seus subsistemas.

Os programas de analise de sistemas multicorpos possibilitam a modelagem do veiculo todo e dos subsistemas com a inclusão da não linearidade dos elementos de mola, amortecedor e buchas, influenciando no comportamento do veiculo. Isso ocorre, pois as não linearidades presentes no sistema de suspensão alteram o comportamento elastocinemático da suspensão e conseqüentemente a dirigibilidade veicular.

Através do modelo em sistemas multicorpos é possível analisar o efeito da suspensão na atitude da roda em relação ao pavimento, e do efeito que a suspensão provoca no esterçamento das rodas devido às elasticidades e à geometria. O ângulo de cambagem da roda, a convergência das rodas dianteiras devido à elasticidade e ao torque auto alinhante são alguns dos parâmetros que podem ser analisados em um programa multicorpos.

Programas multicorpos como o ADAMS, já possuem modelos de pneus implementados. Esses modelos são na maioria baseados numa formulação empírico-matemática, isto é, o comportamento do pneu devido à carga normal, força lateral, ângulo de escorregamento e etc, descritos por funções matemáticas baseadas em resultados experimentais.

Todo o equacionamento de programas como o ADAMS fica oculto. Uma interface simples, com ícones para a criação de modelos multicorpos torna fácil a sua manipulação. Com isso, modelos com 300 graus de liberdade ou mais são criados facilmente. Mas os modelos simplificados ainda são de grande utilidade, principalmente em fases iniciais de projeto em que muitas características geométricas ainda não estão definidas possibilitando se analisar o comportamento do veiculo como um todo. Muitos erros de projeto são possíveis de serem evitados ainda em etapas preliminares de desenvolvimento.

É importante citar que ao se introduzir sistemas de controle, a dificuldade de projeto aumenta significativamente com o aumento do número de graus de liberdade do modelo. Por isso, muitos trabalhos de simulação e dinâmica veicular utilizam modelos simplificados, até mesmo porque as linearidades assumidas facilitam a compreensão dos fenômenos básicos e a utilização das teorias de controle.

1.1 Objetivo

O objetivo deste trabalho é analisar e estudar a dinâmica lateral de veículos com sistema ativo de controle de estabilidade. O estudo das características de dirigibilidade de um veículo é realizado através do desenvolvimento de um modelo matemático capaz de representar o comportamento da dinâmica lateral. Construir através do programa de multicorpos ADAMS/View um modelo simplificado do veículo, baseado no modelo completo de Pasquini, (1998), do qual mantêm-se as características geométricas e inerciais, excluindo-se as suspensões dianteira e traseira e o sistema de esterçamento. O modelo de pneumático utilizado tem comportamento linear. O sistema de controle ativo é validado pelo uso do modelo simplificado linear com três graus de liberdade através do programa MATLAB/Simulink.

1.2 Resumo da Dissertação

O capítulo 2 traz a revisão da literatura sobre modelos de veículos para o estudo da dinâmica lateral e modelagem a partir da técnica de sistema multicorpos. Neste capítulo, ainda trata-se do desenvolvimento de sistemas ativos de controle de estabilidade *ESC* (*Electronic Stability Control*) empregados nos veículos atuais.

O capítulo 3 é a revisão teórica. Descreve toda a teoria de dinâmica lateral e define estabilidade e como se dá o seu controle. Traz também a formulação matemática para o desenvolvimento do modelo de veículo em sistema multicorpos.

O capítulo 4 é de modelagem do veículo e do sistema de controle. Descreve detalhadamente o modelo matemático com as equações dos sistemas de suspensão e direção, do pneu, e do sistema de controle.

O capítulo 5 traz os resultados das simulações e análises dos resultados obtidos com o modelo em multicorpos.

O capítulo 6 traz a conclusão do trabalho realizado.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Introdução

Neste Capítulo, será apresentada uma revisão da literatura da dinâmica lateral veicular e de sistemas de controle de estabilidade.

A revisão se inicia pelos modelos simplificados de veículos utilizados no estudo da dinâmica veicular. Em seguida é revista a literatura a respeito dos modelos matemáticos não lineares.

Após a revisão histórica dos modelos de veículos utilizados na literatura, ainda como parte da análise da dinâmica lateral serão revistos os subsistemas de direção e suspensão e o efeito da dinâmica do pneu.

Em seguida, foi realizada uma revisão da técnica de sistemas multicorpos, contendo um breve histórico de multicorpos e uma revisão dos principais trabalhos que contribuíram para o desenvolvimento da área.

E por último, foi realizada uma revisão dos sistemas de controle. Maior detalhamento foi dado aos sistemas de controle de estabilidade ESC (*Electronic Stability Control*).

2.2 Dinâmica Lateral de Um Veículo

Os primeiros estudos das características de dirigibilidade devem-se principalmente a Maurice Olley (Olley, 1934). Foi o pioneiro em descrever com maiores detalhes, ou seja, através de gráficos o comportamento do veículo em curva (com raio de curvatura constante) versus a velocidade longitudinal, descrevendo os ângulos de deriva dos pneumáticos dianteiros e traseiros e a atitude do veículo.

Olley contribuiu também com o conceito de veículo sobresterçante e subesterçante sob uma abordagem linear. Segundo ele, o sobre-esterçamento e subesterçamento podem

ser definidos em termos do caminho que o veículo, mantendo o ângulo da direção fixo e com as rodas não esterçadas inicialmente, segue quando uma força é aplicada no centro de gravidade do veículo (Milliken & Milliken, 1995; Segel, 1956; Gillespie, 1992).

Maurice Olley também foi o primeiro autor a observar a importância do ângulo de deriva do pneumático na dinâmica lateral e a relação entre o ângulo de deriva e a força lateral do pneumático.

O primeiro modelo matemático linear de um veículo a fornecer resultados bastante satisfatórios para o estudo da dinâmica lateral, e até hoje utilizado amplamente (Verma, 1981; Sultan & Heydinger, 1995; Hagazy & Rahnejat et al. 2000) foi o modelo de três graus de liberdade (velocidade em guinada, velocidade lateral e ângulo de rolamento) desenvolvido por Leonard Segel (Segel, 1956) em 1956.

Neste modelo, Segel utilizou a abordagem dos derivativos de estabilidade. Essa abordagem é utilizada no estudo de dinâmica e controle de aeronaves. Segel utilizou os métodos de medições e as técnicas analíticas adotadas na indústria aeronáutica.

Para a modelagem matemática de um veículo, segundo Whitcomb & Milliken, (1956), é importante supor que o modelo dinâmico do veículo seja linear. Feita essa hipótese, Segel elaborou um modelo linear do veículo (um automóvel de passageiros médio). Neste modelo, os graus de liberdade do veículo são somente três: ângulo de guinada, velocidade lateral e rolamento da massa suspensa. No modelo do veículo, os ângulos de deriva das rodas interna e externa à curva são assumidos como sendo iguais (manobras de baixa severidade). Assumindo os mesmos ângulos, Segel elaborou um modelo conhecido como modelo de bicicleta (Gillespie, 1992). Os pneus dianteiro e traseiro são representados como um pneu com rigidez em curva equivalente (Segel, 1956; Whitcomb & Milliken, 1956; Gillespie, 1992; Milliken & Milliken, 1995; Ellis, 1994).

Para a validação do modelo, ensaios experimentais foram realizados e os resultados obtidos com o modelo ficaram bastante próximos dos dados teóricos. A validação experimental foi realizada através da comparação das respostas em freqüência considerando a entrada ângulo de esterço no volante e as seguintes grandezas de saída: velocidade de guinada, velocidade lateral e ângulo de deriva do veículo. As manobras utilizadas para a validação experimental foram: entrada degrau no volante e entrada impulso no volante (manobras que possibilitam excitar o veículo até a faixa de 2,5 Hz na dinâmica lateral).

Um parâmetro importante desenvolvido no trabalho de Segel (Segel, 1956; Milliken, 1956; Milliken & Milliken, 1995) é chamado de fator de estabilidade. Esse fator indica como

a curvatura da resposta velocidade em guinada varia com o aumento da velocidade longitudinal do veículo em uma condição de regime permanente. Se esse fator é zero, o veículo possui comportamento neutro. Para valores acima de zero, o veículo possui uma tendência subesterçante e para valores abaixo de zero uma tendência sobresterçante. Bundorf & Leffert, (1976) estabeleceram o conceito de gradiente de subesterçamento para caracterizar a tendência de esterçamento do veículo. Neste trabalho, Bundorf & Leffert mostraram que o gradiente de subesterçamento pode ser definido como sendo a diferença entre a carga normal na dianteira dividida pela rigidez em curva equivalente nos pneus dianteiros menos a carga normal na traseira dividida pela rigidez em curva equivalente nos pneus pneus traseiros.

Whitcomb & Milliken, (1956) elaboraram modelos de um e dois graus de liberdade (baseado no modelo de Segel), pois para valores pequenos de acelerações laterais, de até 0.3g, o efeito de rolamento do veículo na dinâmica lateral pode ser desprezado. O modelo matemático de dois graus de liberdade é bastante utilizado para o estudo da dinâmica lateral para manobras de baixa severidade.

Lund & Bernard, (1992) realizaram um estudo comparativo de modelos lineares de dois e três graus de liberdade de veículos de passeio do tipo sedan e utilitário. As grandezas comparadas foram: velocidade em guinada e aceleração lateral. Neste trabalho foi observado que para freqüências abaixo de 1 Hz e em regime permanente, os resultados obtidos pelos dois modelos ficaram bastante próximos. Para freqüências acima de 1 Hz, foi observado que veículos com rigidez de rolamento mais alta e momento de inércia em guinada mais baixo, como são os veículos utilitários, as respostas dos dois modelos ficaram diferentes. Na resposta da velocidade em guinada, o modelo de três graus de liberdade apresentou um pico em torno de 1,2 Hz maior, característico de um comportamento de um sistema subamortecido. Já na resposta aceleração lateral, a diferença de resposta dos dois modelos foram observadas durante o regime transiente. Em regime permanente, as respostas dos dois modelos foram modelos ficaram muito próximas.

Lund & Bernard também realizaram simulações incorporando o efeito do comprimento de relaxação do pneu. Eles observaram que com o aumento do valor do comprimento de relaxação maior é a diferença nas respostas de velocidade em guinada e aceleração lateral.

Como a dinâmica lateral do veículo é influenciada pela rigidez em curva do pneu, o cálculo dessa rigidez em curva é importante. Fancher et al, (1974) apresentaram o conceito de rigidez em curva equivalente na dianteira calculada em função da geometria do sistema de esterçamento, da rigidez equivalente do sistema de direção, do torque auto alinhante e

da rigidez em curva do pneu dianteiro. Através de medições experimentais da rigidez equivalente na dianteira de um veículo Mustang 1971 e do valor da rigidez em curva dos pneus dianteiros deste mesmo veículo, Fancher *et al* determinaram que essa rigidez equivalente é cerca de 20% menor que a rigidez em curva dos pneus.

A importância da dinâmica lateral do pneumático na dinâmica lateral do veículo foi demonstrada no trabalho de Sultan & Heydinger, (1995). Neste trabalho, foi incluído no modelo linear de dois e três graus de liberdade do veículo o efeito do comprimento de relaxação do pneumático (Heydinger & Garrot et al, 1991; Pacejka & Besselink, 1997). Sultan & Heydinger modelaram o efeito do comprimento de relaxação na dinâmica do pneumático utilizando dois modelos: modelo de primeira ordem e modelo de segunda ordem. Comparando os resultados obtidos com os modelos lineares do veículo com e sem os modelos de comprimento de relaxação do pneumático, foram observadas diferenças significativas no tempo da resposta em guinada do veículo em relação à entrada ângulo de esterço no volante. Mas os modelos de primeira e segunda ordem apresentaram resultados bastante parecidos. Portanto, a modelagem do comprimento de relaxação em um sistema de primeira ordem apresenta bons resultados.

Mimuro et al, (1990), desenvolveram um método de avaliação do comportamento do veículo na dinâmica lateral baseado em um modelo linear de dois graus de liberdade. Utilizando resultados de ensaios experimentais, Mimuro reajusta os parâmetros do modelo de dois graus de liberdade, tais como distância entre eixos, massa do veículo etc, de tal maneira que a resposta da velocidade em guinada do modelo seja a mais próxima possível do modelo físico. Com isso, os parâmetros do modelo simplificado não são necessariamente iguais aos parâmetros do veículo real.

Um modelo linear de veículo mais bem elaborado foi desenvolvido por Pacejka (Pacejka, 1973a; Pacejka, 1973b; Pacejka, 1973c; Hagazy & Rahnejat, 2000). Neste modelo, Pacejka definiu o ângulo de deriva do pneumático como sendo função não apenas da aceleração lateral (como foi desenvolvido por Segel e Whitcomb & Milliken), mas também da velocidade do veículo ou do raio de curvatura da trajetória. Esse modelo de veículo foi denominado por Pacejka de Modelo Complexo de Veículo. Pacejka notou que a componente da força lateral dos pneumáticos dianteiros diminui significativamente para grandes ângulos de esterço nas rodas dianteiras.

Uma revisão bastante completa dos modelos lineares de um, dois e três graus de liberdade pode ser encontrada em Ellis, (1994). Neste trabalho, Ellis realizou um estudo abrangente dos modelos lineares de veículos, analisando o comportamento da dinâmica lateral em condições de regime permanente e transiente.

2.2.1 Modelos Não Lineares da Dinâmica Lateral de Um Veículo

Segundo Hagazy & Rahnejat (2000), Gillespie (1992) e Milliken & Milliken (1995), os modelos lineares fornecem resultados acurados até a aceleração lateral de 0,3 g. Os veículos modernos (automóveis de passeio) facilmente chegam a acelerações laterais de 0,8 g. McHenry (1968), foi o primeiro a desenvolver um modelo de veículo não linear (Milliken & Milliken, 1995; Hagazy & Rahnejat, 2000).

Os sistemas de direção e suspensão também influenciam na dinâmica lateral do veículo. A elasticidade do sistema de direção aumenta a tendência de sub esterçamento do veículo, pois para um dado ângulo de esterço na direção do veículo, o ângulo de esterço efetivo nas rodas dianteiras será menor. Além disso, devido à geometria e à elasticidade do sistema de direção, pode ocorrer o efeito de esterçamento devido ao rolamento da massa suspensa do veículo.

O sistema de suspensão possui elasticidade que pode contribuir para a tendência de sub esterçamento do veículo, aumentando a cambagem da roda e o esterçamento das rodas dianteiras.

Nos modelos de três graus de liberdade existe o grau de liberdade de rolamento do veículo. As molas e amortecedores são elementos não lineares que influenciam na distribuição de carregamento entre as rodas interna e externa à curva. Como a rigidez em curva do pneu é função também da carga normal, é importante, na simulação de manobras mais severas, a modelagem não linear desses elementos.

2.2.2 Modelos de Pneus Para a Dinâmica Lateral

O pneu é um elemento não linear que influencia na dinâmica lateral do veículo. A não linearidade da rigidez em curva é devida principalmente ao comportamento não linear do pneu com o aumento da carga vertical e do ângulo de deriva do pneu. Esse comportamento do pneu já tinha sido observado por Olley (1934).

A modelagem matemática do pneu é complexa. O pneu é formado por diversas camadas não uniformes e anisotrópicas. A borracha é um elemento não linear, de difícil modelagem matemática (Dixon, 1996; Ellis, 1994).

O modelo de pneu utilizado nos modelos de Segel e Whitcomb & Milliken são bastante simplificados. Esses modelos assumem que a rigidez em curva do pneu permanece constante com o aumento da carga vertical e o ângulo de escorregamento lateral. O levantamento das características dinâmicas do pneu teve que esperar pelo desenvolvimento de equipamentos com tecnologia que ainda não eram disponíveis na década de 50. Os primeiros trabalhos para o levantamento das características do pneu, principalmente a rigidez em curva, devem-se a Evans (Milliken & Milliken, 1995; Dixon, 1996). Evans elaborou o primeiro gráfico demonstrando a relação entre a força lateral do pneu e o seu ângulo de deriva. Essa relação já tinha sido observada anteriormente por Olley, mas Evans foi o primeiro a realizar um estudo mais detalhado e o levantamento experimental dessa relação.

Um estudo comparativo entre dois modelos, um linear de dois graus de liberdade e outro não linear de cinco graus de liberdade, foi realizado por Allen et al (1987). Segundo esse estudo, o modelo de dois graus de liberdade serviu para se ter uma idéia do comportamento do veículo, mas para manobras mais severas e para o estudo em regime transiente, é necessária a modelagem não linear do pneu, incluindo os efeitos de saturação com o aumento da carga vertical e do ângulo de deriva do pneu.

Outro trabalho de Allen et al (1995), determinou os requisitos necessários do modelo de pneu para a analise da dinâmica lateral do veículo. Realizou análises comparativas com modelos de pneu linear e não linear. Segundo Allen, o efeito de saturação do pneu com o aumento da carga vertical e do ângulo de deriva influenciam na dinâmica lateral do veículo. Com o aumento da carga vertical, a saturação da rigidez em curva do pneu pode provocar um decréscimo da força lateral, fazendo com que o veículo fique fora de controle em manobras mais severas.

Devido à dificuldade matemática em se modelar o pneu, as abordagens empíricas mostraram-se mais eficientes computacionalmente. Um dos primeiros modelos empíricos desenvolvidos foi o de Dugoff (1970). Neste modelo, as relações analíticas para as forças longitudinais e laterais são descritas como funções dos ângulos de deriva do pneu, da rigidez em curva, dos escorregamentos longitudinais, da carga normal e dos coeficientes de adesão entre o pneu e o pavimento. Além disso, o modelo leva em conta o acoplamento entre as forças longitudinais e laterais, conhecido como elipse de fricção.

Bakker et al (1987) com a orientação e baseado no trabalho que Hans Bastiaan Pacejka realizou sobre o fenômeno da vibração auto excitada em pneus (Pacejka, 1966) desenvolveu um modelo de pneu chamado de "Magic Formula". Neste modelo de pneu, os dados experimentais obtidos são representados por fórmulas matemáticas que descrevem as forças e momentos que agem no contato pneu / pavimento sob condições de escorregamento lateral e longitudinal do pneu. Neste primeiro trabalho (Bakker et al, 1987), o modelo era limitado apenas para manobras em regime permanente. Em versões mais recentes, esse modelo de pneu já contempla efeitos transientes, inclusive sob condições de aceleração e frenagem severas (Pacejka & Besselink, 1997).

Xia & Willis (1995), realizaram um estudo comparativo entre o modelo não linear completo de veículo, utilizando o modelo Magic Formula (Pacejka, 1991) e um modelo linear de dois graus de liberdade. A conclusão foi que o modelo linear se aproxima do modelo completo de veículo com o aumento da rigidez em curva do pneu. Isto é, para pneus com alta rigidez em curva, o modelo linear se aproxima do modelo não linear de pneu o veículo.

2.2.3 Sistema de Direção

O sistema de direção também possui influência significativa no comportamento da dinâmica lateral devido à elasticidade e ao amortecimento (Gillespie, 1992; Ellis, 1994). Esse efeito é mais pronunciado em veículos comerciais pesados (Gillespie, 1992). A elasticidade do sistema de direção aumenta a percepção da tendência de sub esterçamento do veículo para o motorista (Ellis, 1994). Em seus trabalhos, afirmam que um modelo de primeira ordem é adequado para a análise da dinâmica lateral do veículo.

Sultan & Heydinger (1995), implementaram um modelo de sistema de direção de primeira ordem nos modelos de dois e três graus de liberdade para a inclusão do efeito da elasticidade no sistema de direção. A elasticidade pode acarretar o efeito de esterçamento devido ao rolamento da massa suspensa do veículo (Gillespie, 1992; Milliken & Milliken, 1995).

A geometria do sistema de suspensão possui uma influência significativa na tendência de esterçamento do veículo. Segundo Milliken & Milliken (1995), na geometria de Ackerman a roda externa à curva deve ter um ângulo de esterço maior do que a roda interna à curva para que as rodas fiquem tangentes à trajetória. Alterações nessa geometria do sistema de direção podem acrescentar efeitos de sub ou sobre-esterçamento na tendência esterçante do veículo.

2.3 Modelagem Através de Sistemas Multicorpos

A dinâmica de sistemas multicorpos é baseada na mecânica clássica. O elemento mais simples de um sistema multicorpos é a partícula livre das equações de Newton publicada em 1686. O conceito de corpo rígido foi introduzido por Euler em 1775. Para modelar os vínculos, Euler utilizou o princípio do corpo livre com forças resultantes. As equações obtidas por Euler são conhecidas como equações de Newton-Euler (Schiehlen, 1997).

Um sistema de corpos rígidos vinculados foi considerado no trabalho de D'Alembert em 1743, em que ele distingue as forças de aplicação e reação. Lagrange fundamentou a formulação matemática de D'Alembert utilizando o princípio do trabalho virtual, obtendo um conjunto de equações diferenciais ordinárias de segunda ordem.

Uma análise de sistemas mecânicos com vínculos foi estabelecida por Lagrange em 1788. O princípio do cálculo varacional foi aplicado para a análise de energia cinética e potencial de um sistema considerando os vínculos e as coordenadas generalizadas, resultando nas equações de Lagrange de primeiro e segundo tipo. As equações de primeiro tipo resultam em equações algébrico-diferenciais (EAD) e as de segundo tipo resultam em equações diferenciais ordinárias (EDO) (Schiehlen, 1997).

Uma extensão do princípio de D'Alembert válido para sistemas holonômicos foi apresentado em 1913 por Jourdain.

Um enfoque baseado em velocidades generalizadas, identificadas como velocidades parciais foi apresentado por Kane & Levinson (1985). As equações de Kane representam uma descrição compacta de um sistema multicorpos.

A mecânica clássica, sistemas de corpos rígidos e suas aplicações foram caracterizadas por grandes restrições na complexidade dos modelos até 1960. Devido às características dos projetos espaciais e do aumento da complexidade necessária ao desenvolvimento desses projetos e o surgimento de computadores mais poderosos levaram ao surgimento de uma nova área na mecânica: a dinâmica de sistemas multicorpos (Costa Neto, 1991; Schiehlen, 1997). Um dos primeiros formalismos é devido a Hooker & Margoulis em 1965. Esse formalismo foi desenvolvido para a modelagem de satélites com um número grande de corpos rígidos interconectados por juntas esféricas. Outro formalismo foi publicado por Roberson & Wittenburg em 1967. Tal formalismo foi desenvolvido para a derivação numérica das equações de movimento em três dimensões de uma espaçonave com uma cadeia topológica aberta (Costa Neto, 1991).

Através do trabalho de Paul & Chace, a dinâmica de sistemas multicorpos foi utilizada pela primeira vez na área de veículos terrestres (Costa Neto, 1991). O trabalho de Paul & Chace deu origem ao programa DAMN ("Dynamics Analysis of Mechanical Networks") em 1969. Uma evolução do DAMN foi o programa DRAM ("Dynamic Response of Articulated Machinery"). O DAMN e o DRAM são programas para análise de movimentos no plano. Os sistemas são descritos utilizando-se as equações de Lagrange com os multiplicadores de Lagrange para a definição dos vínculos do sistema.

O trabalho de Orlandea (Orlandea, 1973; Orlandea & Chace, 1977) originou o programa para simulação de sistema multicorpos ADAMS ("Automatic Dynamics Analysis of Mechanical Systems"). O ADAMS é um programa para simulação de sistemas em três

dimensões que utiliza a técnica de matriz esparsa para resolver as equações algébricas lineares e o método de Gear para a integração das equações diferenciais. As equações dinâmicas do sistema são descritas como equações de Lagrange e os vínculos são descritos pelos multiplicadores de Lagrange.

O desenvolvimento dos computadores e dos programas possibilitou a manipulação de equações na forma simbólica. Esse novo formalismo originou uma nova frente no desenvolvimento de programas de sistemas multicorpos. A primeira contribuição para o formalismo simbólico foi realizada por Levinson em 1976 e Schiehlen & Kreuzer em 1978.

O surgimento dos formalismos simbólicos apresentou um ganho no tempo de simulação (Schiehlen, 1997). As equações do sistema são geradas apenas uma vez. Já no formalismo numérico, as equações do sistema devem ser geradas a cada intervalo de integração. De um ponto de vista numérico, os algoritmos recursivos utilizados no formalismo numérico são bastante eficientes para sistemas com um grande número de vínculos. A idéia básica do procedimento recursivo é que a matriz de inércia não precisa ser invertida, o que numericamente é um ganho bastante importante.

Uma revisão dos programas de sistemas multicorpos disponíveis na década de 1980 pode ser encontrada em Kortüm & Schiehlen (1985) e Schwertassek & Roberson (1985).

O formalismo teórico das abordagens numéricas e simbólicas pode ser encontrado em Costa Neto, (1991) e Schiehlen, (1997). Schiehlen (1997) traz um estado da arte na área de sistemas multicorpos comum a descrição histórica do desenvolvimento desde a mecânica clássica até os dias atuais, mostrando os avanços mais novos na área, como a introdução de corpos flexíveis, de sistemas de controle, interação com fluidos, problemas de contato e métodos de resolução de equações diferenciais. Uma abordagem matemática do problema da resolução de equações algébrico-diferenciais pode ser encontrado em Petzold, (1995).

2.4 Sistemas de Controle Aplicado aos Veículos

Comparando-se os automóveis do início do século com os atuais pode-se notar a grande evolução a que foram submetidos. Com o avanço dos estudos de dinâmica, tornouse possível inserir sistemas de controle para melhorar o desempenho dinâmico e, conseqüentemente a estabilidade, dirigibilidade, segurança e conforto dos veículos.

A utilização de sistemas de controle ativos em veículos tem uma história curta iniciada em meados dos anos 70. Antes disso, não se utilizavam sistemas autocontrolados. A figura 2.1 traz uma representação convencional entre o veículo, o motorista e o meio ambiente. Pode-se observar que as realimentações existentes nos sistemas de freios, direção e tração são resultados de ações de controle exercidas pelo motorista. A sensibilidade do motorista é o ponto fundamental do controle do movimento do veículo.



Figura 2.1: Representação convencional da interação motorista / veículo / meio ambiente. Fonte: Barbieri, (2002).

Os veículos eram compostos apenas por sistemas passivos. Se mudanças no comportamento dos sistemas do veículo fossem desejadas, como, por exemplo, uma alteração do comportamento da suspensão, somente poderiam ser feitas no estágio de projeto ou construção do mesmo.

Ainda hoje, a maioria dos veículos opera de acordo com o modelo representado acima, mas há um grande número de automóveis incorporando controles em vários dos seus subsistemas. Apesar do uso de sistemas autocontrolados ainda ser modesto (presentes na maioria dos carros de luxo e esportivos) devido aos altos custos envolvidos, para Goodall & Kortüm, (1983), a expectativa do crescimento de suas utilizações se deve a fatores como:

- a) Melhora de desempenho onde o potencial de sistemas passivos já se encontra esgotado;
- Existência de técnicas de projetos assistidos por computador com *softwares* eficientes, confiáveis e com facilidades gráficas;
- c) Experiência da indústria aeronáutica em sistemas de controle ativos que pode ser utilizada pela industria automobilística;
- d) Existência de hardware como microprocessadores, sensores e atuadores para implementações de realimentações complexas.

Um fato que deve ser levado em conta é a diferença de estágio de desenvolvimento entre setores de componentes de um veículo. Os avanços relacionados ao sistema de propulsão são muito mais significativos do que, por exemplo, os de direção. O desenvolvimento de tecnologias de controle do motor através de ignição e injeção eletrônicas (Inoue et al., 1990; Kiencke, 1988), controle de tração (Motoyama et al., 1993) e controle de freios (Esteves et al., 1992; Wrede et al., 1992) são tecnologias muito mais aperfeiçoadas e utilizadas que sistemas relacionados ao controle de suspensão (Darling et al., 1992; Shuttlewood et al., 1993) e sistemas de controle de direção (Pawlak et al., 1994).

Os motivos pelos quais os sistemas de controle relacionados às dinâmicas vertical e lateral dos veículos ainda se encontram em fase de projeto e adaptação estão relacionados ao surgimento de técnicas capazes de lidar com grande quantidade de dados e equações, que só ocorreu com o desenvolvimento de *softwares* de modelagem MBS e o surgimento de computadores mais potentes, de menor porte e muito mais baratos.

Uma idéia do atual estágio da utilização de sistemas de controle em veículos pode ser dada pelo diagrama da figura 2.2, que mostra o veículo composto por seus vários subsistemas e seus respectivos controles.



Figura 2.2: Sistemas de controle usados atualmente. Fonte: Barbieri, (2002).

Como exemplos de sistemas autocontrolados, podemos citar o já largamente utilizado sistema de freios ABS e o sistema de suspensão ativa ou semi-ativa. Há ainda muitos outros tipos de controles que são utilizados, como o ESP (Electronic Stability Program) e o DSC (Dynamic Stability Control) que atuam na estabilidade lateral, o ASC (Automatic Stability Control) no controle de tração e o RDC, que monitora a pressão interna dos pneumáticos (Wallentowitz, 1990).

O desenvolvimento das técnicas de controle nos vários subsistemas ocorreu de maneira isolada. Os sistemas para o controle de freio, tração, suspensão e direção eram desenvolvidos separadamente. Não havia uma preocupação, por exemplo, em fazer interações de um sistema ABS com um sistema de controle de tração onde o coeficiente de adesão na pista poderia ser obtido pelo sistema de tração e ser utilizado pelo ABS, ao invés de ser obtido pelos dois sistemas quando um deles é acionado. A tendência futura é de que sistemas de controle de vários subsistemas sejam integrados num controle central capaz de realizar uma maior coordenação e interação entre os subsistemas do veículo. (Tokuda, 1988; Chikamori et al., 1989).

Um controle integrado inclui os efeitos de propulsão, direção e suspensão agindo simultaneamente. Com esta ação conjunta, o veículo pode se adaptar a qualquer condição de dirigir, ou seja, há uma otimização das forças laterais, longitudinais, assim como do posicionamento do chassi, proporcionando maior estabilidade e dirigibilidade, aumentando a segurança e o conforto, que são justamente os objetivos perseguidos pela indústria automobilística.

2.4.1 Controle da Dinâmica Lateral

Os sistemas eletronicamente controlados aumentaram muito a segurança em veículos através da otimização do contato entre o pneu e o pavimento, levando-se em conta as direções longitudinal, vertical e lateral.

Sistemas de freio anti-blocantes (ABS), de tração nas quatro rodas (4WD) e de controle de tração (TCS) são três das mais populares tecnologias utilizadas para otimizar a estabilidade na direção longitudinal. Na vertical, sistemas de estabilização de rolamento e suspensões inteligentes são implementados, apesar de estarem em estágio ainda inicial em termos de produção. Sensores que detectam o ângulo de rolamento do veículo podem também ser usados na prevenção de capotamento e ainda no ativamento de *airbags*.

A estabilidade lateral pode ser otimizada por sistemas de controle de chassi como o esterçamento nas quatro rodas, ou por sistemas ativos que compensam o sub ou sobreesterçamento conhecidos como *Electronic Stability Control* (ESC) apresentado na figura 2.3.



Figura 2.3: Controle de sub e sobre-esterçamento (understeer e oversteer).

O sistema ESC pode ser considerado um marco na segurança automotiva, tanto quanto os cintos de segurança e os *airbags*, pois auxilia ativamente o motorista a manter o máximo controle do seu veículo reduzindo significativamente o risco de colisões. A ele se incorporam os sistemas de freio antitravamento (ABS) e o controle de tração (TCS), prevenindo o travamento das rodas durante frenagens e o deslizamento em acelerações. São utilizados sensores que detectam quando o veículo começa a perder a estabilidade em condições de sub e sobre-esterçamento. Seu funcionamento se faz através de comparações constantes da intenção do motorista com o comportamento do veículo pelo monitoramento da velocidade e do ângulo de esterçamento das rodas, da aceleração lateral, da taxa de guinada (*yaw rate*) e da aceleração e torque do motor. Um computador central analisa os dados de entrada e quando detecta instabilidade, o ESC dispara

informações que atuam freando automaticamente uma das quatro rodas e/ou ajustando o torque de saída do motor. Portanto, o controle do momento de guinada depende do sistema de frenagem do veículo evitando o travamento das rodas e do controle de tração que impede as rodas de girarem em falso durante a aceleração. Porém, apenas o TCS e o ABS são incapazes de controlar ativamente o comportamento direcional do veículo.

Quando a função de controle de estabilidade assume operação esta muda as prioridades que governam o sistema de freios para manter o veículo estável e no curso, independente das condições. Intervenções específicas de frenagem são direcionadas para as rodas individualmente além de atuações no motor para acelerar as rodas motrizes.

O controle eletrônico de estabilidade (ESC) foi registrado com vários nomes de acordo com a montadora:

Nome do Sistema	Montadora
Electronic Stability Program – ESP ®	Audi, Chrysler, Mercedes, Saab, VW
Dynamic Stability Control – DSC ®	BMW, Land Rover, Mazda, Jaguar
StabiliTrak®	Buick, Cadillac, Chevrolet, GMC, Pontiac
AdvanceTrac [®]	Ford, Lincoln, Mercury
Vehicle Dynamics Control – VDC ®	Subaru, Nissan, Infiniti
Vehicle Stability / Skid Control – VSC ®	Toyota, Lexus
Vehicle Stability Assist – VSA ®	Acura
Precision Control System ®	Oldsmobile
Dynamic Stability Traction Control – DSTC ®	Volvo
Stability Management System ®	Porsche
Active Handling	Chevrolet Corvette

Tabela 2.1: ESC - nomes registrados pelas montadoras. Fonte: www.esceducation.org.

Enquanto as características de projeto podem variar de um fabricante para outro, os princípios básicos de operação desses sistemas são bem semelhantes. De modo a acomodar a grande quantidade de variações de motores e equipamentos com uma multidão de diferentes requerimentos, as ECU's apresentam uma função de código de versão. Esta função seleciona a coleção de dados para o veículo em questão dentre aqueles dados armazenados nos chips.

Os microprocessadores transmitem seus sinais de saída para as unidades de potência capazes de gerar energia suficiente para ativar os atuadores diretamente.

2.4.2 Sistemas de Controle e Variáveis Controladas

A aplicação do controle de estabilidade é destinada a prevenir que a velocidade linear (longitudinal), a velocidade lateral e a variação do momento angular (taxa de guinada) ultrapassem os limites de controle.

Assumindo entradas apropriadas por parte do operador, demandas do motorista são traduzidas em respostas veiculares dinâmicas que são adaptadas para as características da pista em um processo de otimização projetado para garantir a segurança máxima. Para isso, normalmente o primeiro passo é determinar como o veículo deveria reagir à demanda do motorista (reação desejada) e também como ele realmente reage (reação real). Os atuadores são então aplicados para minimizar a diferença entre as reações desejada e real (desvio de controle) através de influências indiretas nas forças que atuam no pneu. A reação desejada do veículo é estabelecida a partir das entradas do motorista, tais como ângulo do esterco do volante, posição do pedal do acelerador e pressão do freio, assim como de certas variáveis do movimento veicular, como velocidade angular das rodas. A reação real do veículo é obtida através de várias medidas diretas ou indiretas, como taxa de variação do movimento de guinada e acelerações lateral e longitudinal.





As funções do controlador são de determinar o comportamento atual do veículo e atingir a convergência máxima possível entre a reação do veículo em situações extremas e em operação normal. O processo de intervenção é projetado para manter as características de manuseio do veículo desejadas pelo fabricante e servir de base para garantir um controle confiável.

Como a maneira de modificar diretamente as forças laterais através da variação automática nos ângulos de esterçamento das rodas é proibida por lei, o movimento lateral é produzido pela geração de um momento de guinada, o qual induz a rotação do veículo e assim faz com que os ângulos de deriva do veículo e dos pneus mudem em direção ao ótimo. Para gerar esse momento angular, o controlador pode também intervir na variação do deslizamento de um pneu selecionado para influenciar diretamente as forças longitudinal e transversal atuando em cada roda.

Para gerar os dados de controle, o controlador baseado na variação no momento de guinada (parâmetro medido), no ângulo de direção da roda (parâmetro medido), na aceleração lateral (parâmetro medido), na velocidade linear do veículo (parâmetro estimado) e nas forças longitudinais dos pneus e variação do escorregamento (parâmetros estimados) determina as forças laterais que atuam nas rodas, o ângulo de deriva do veículo e dos pneus e a velocidade lateral do veículo.

Erhardt et al., (1995) apresentaram o VDC (*Vehicle Dynamics Control*), que utiliza o controle da velocidade de guinada e do ângulo de escorregamento do veículo a fim de proporcionar melhores condições de estabilidade em pistas com baixos coeficientes de adesão, como é o caso de pistas com gelo. Geralmente, os sistemas de controle de direção utilizam somente a realimentação da velocidade de guinada do veículo. A introdução da realimentação do ângulo de escorregamento forneceu ótimos resultados, melhorando a dirigibilidade do veículo neste caso.

Ikushima & Sawase, (1995) estudaram os efeitos do controle ativo do momento de guinada (*Active Yaw Moment Control*) através de um sistema de distribuição de torque direito-esquerdo. O controle ativo utiliza a resposta da taxa de guinada e um modelo de duas rodas. Os resultados mostraram que as características de esterçamento podem ser bem controladas e melhoradas através do controle ativo de guinada e de um sistema de distribuição de torque.

Park & Ahn, (1999) determinaram que uma significante correção de sobreesterçamento pode ser obtida através de um torque de frenagem na roda dianteira externa. Similarmente, uma correção de subesterçamento é obtida pela aplicação de torque de frenagem na roda interna traseira, independente da taxa de deslizamento. No mesmo ano, Choi, (1999) desenvolveu algoritmos de controle da taxa de deslizamento dos veículos para situações críticas tais como tração e frenagem em superfícies escorregadias, juntamente com algoritmos diretos para a estimativa dos torques nos eixos, das forças nos pneus e do ângulo de deslizamento lateral do veículo. Na simulação foi considerado um modelo longitudinal de quatro rodas com atuadores e válvulas de controle do tipo solenóide. Foi proposta uma solução parcial para os problemas associados com a natureza discreta dos atuadores de freios, através do aumento da sua freqüência.

Jing & Gao, (1999) desenvolveram um filtro não linear adaptativo para estimar a velocidade do veículo utilizando-se somente as medições das velocidades das rodas, sem nenhuma informação adicional com relação à aceleração veicular. Para possibilitar essa estimativa, foi assumido que, durante a operação de um sistema de frenagem assistida, as velocidades medidas das rodas periodicamente se equivalem à velocidade real do veículo.

Park et. al., (2001) propuseram um sistema de controle veicular dinâmico com o objetivo de melhorar o movimento lateral do veículo. O sistema é composto por um controlador com compensação em avanço, um controlador com realimentação de estados e um estimador para o ângulo de deslizamento lateral do veículo.

Uma estratégia de controle do momento de guinada utilizando lógica *fuzzy* foi apresentada por Buckholtz, (2002). O objetivo da estratégia proposta é de atingir um determinado valor para a taxa de guinada através da determinação de valores de escorregamento para as quatro rodas do veículo. Esses valores de escorregamento são obtidos pela aplicação de pressões de frenagens individuais.

Kin et. al., (2002) utilizou um controle de deslizamento nas quatro rodas para otimizar a dinâmica veicular. Para tornar esse controle mais eficiente, foram propostas lógicas para a medição precisa e em tempo real dos valores dos coeficientes de adesão, do ângulo de deslizamento lateral do veículo e das forças no contato pneu-pista.

A estratégia apresentada por Nielsen & Kiencke, (2001) e por Tondel & Johansen, (2003) para manter a dirigibilidade veicular é restringir o ângulo de deslizamento lateral e a taxa de guinada, de modo a estarem contidas em limites superior e inferior. Hoje em dia, a tendência é de se considerar também o motorista como um importante fator para o controle de dirigibilidade veicular. Seguindo esse conceito um estudo foi feito por Oscarsson, (2003) sobre o comportamento do conjunto motorista-veículo-ambiente em simulações para se encontrar os parâmetros do modelo sintético do veículo. Nesse estudo foi utilizado um método de otimização paramétrica baseado em algoritmo genético para duas diferentes aproximações, uma simulando um motorista amador e outra um motorista experiente, ambos em manobra de mudança de faixa ISO.

Giesen, (2002) através do estudo realizado com carros de passeio Mercedes-Benz, demonstrou que a taxa de acidentes declinaram 15% devido ao uso do ESP[®] (*Electronic Stability Program*) desde 1999 com a introdução do sistema como item de série dos veículos de passeio desta marca. Antes da implantação em série, o sistema passou por 8 anos de pesquisa intensa. Historicamente, a então Daimler-Benz patenteou em 1959 um sistema de controle para prevenção do deslizamento das rodas através de intervenção do motor, transmissão ou freios que ficou apenas em projeto devido à falta de sensores e equipamentos de controle capazes de intervir rapidamente. O ESP[®] atual trabalha em conjunto com o ABS (*Antilock Braking System*) e o ASR (*Anti Slip Regulation*), ambos dependentes de uma microeletrônica e hidráulica modernas.

Aga & Okada, (2002) analisaram a eficiência do VSC (Vehicle Stability Control) através de dados estatísticos de acidentes no Japão com três veículos Toyota. Na comparação com os veículos sem o sistema, os veículos equipados com o VSC apresentaram redução de 35% em acidentes individuais e 30% em acidentes com outros veículos, além de mostrar que a redução mais significativa pode ocorrer em altas velocidades, situação na qual o controle dinâmico exerce maior influência. O sistema se mostrou mais efetivo em acidentes severos, onde se registrou uma taxa de 50% de redução.

Tingvall et al., (2003) comprovaram através de estudos realizados na Suécia no período de 2000 a 2002 que veículos equipados com ESP (*Electronic Stability Programme*) reduziram em mais de 38% os acidentes em vias cobertas por gelo e neve. A eficiência foi de 22% em vias secas e 28% em vias molhadas, demonstrando que se torna mais eficiente em superfícies de baixo coeficiente de adesão, pois o sistema age mantendo a estabilidade do veículo durante manobras críticas.

Capítulo 3

Revisão Teórica

3.1 Introdução

Neste Capítulo, será apresentada uma revisão da teoria da dinâmica lateral veicular e de sistemas de controle de estabilidade. Serão mostrados também os equacionamentos utilizados para se modelar o sistema de direção, suspensão, pneu e sistema de controle.

Após a revisão teórica do modelo, se inicia o desenvolvimento do formalismo teórico do programa de multicorpos ADAMS, baseado no formalismo Newton-Euler Lagrange.

3.2 Dinâmica Lateral de Veículos

No contexto da engenharia automotiva de tornar os veículos cada vez mais seguros, confortáveis e fáceis de se dirigir, sempre aumentando seu desempenho, a dinâmica lateral assume papel de grande importância, devido ao fato das características de dirigibilidade de um veículo poderem ser vistas como sua resposta às entradas do motorista, e à facilidade de controle do veículo.

O termo *handling* ou dirigibilidade é freqüentemente comparado com os termos *cornering, turning*, ou resposta direcional, mas existem variações entre esses termos. *Cornering, turning* e resposta direcional se referem às propriedades objetivas do veículo quando este está mudando de direção e sustentando aceleração lateral. Por exemplo, a habilidade de *cornering* pode ser quantificada pelo nível de aceleração lateral que pode ser sustentado em uma condição estável, e a resposta direcional do veículo pode ser quantificada pelo tempo requerido para a aceleração lateral ser desenvolvida depois de uma entrada de esterçamento. Dirigibilidade, de outro modo, adiciona a esses a qualidade do veículo que realimenta o motorista, afetando a facilidade da tarefa de dirigir ou a habilidade do motorista para manter o controle do veículo. Dirigibilidade implica, então não apenas na capacidade explicita do veículo, mas na sua contribuição para o desempenho do sistema veículo-motorista.

Em dinâmica veicular a interação motorista-veículo-ambiente pode ser visualizada como um modelo em malha fechada, onde o veículo e o motorista recebem entradas do ambiente, e o motorista alimenta o sistema do veículo com entradas, e é realimentado pelo próprio veículo. As principais entradas que o motorista aplica ao veículo são as de deslocamento de direção (ou controle fixo), de torque na direção (ou controle livre), de aceleração, de frenagem e da transmissão. As principais entradas do ambiente para o veículo são as irregularidades da pista e dos distúrbios aerodinâmicos.

No sistema veículo-motorista, embora o motorista seja uma parte ativa, as dinâmicas associadas ao ser humano não serão abordadas devido à grande diversidade de perfis existentes, que torna difícil quantificar a resposta do veículo em malha fechada. Desta forma, o motorista não será considerado, e o veículo será tratado como um sistema isolado, isto é, em malha aberta, solução adotada com freqüência em dinâmica de veículos.

3.2.1 Fundamentos da Dinâmica Lateral

Os movimentos dos veículos são definidos com referência a um sistema de coordenadas ortogonais da mão direita, fixo ao veículo e com origem no seu CG, e que obedece à convenção da SAE (Society of Automotive Engineers) como mostra a figura 3.1.



Figura 3.1: Sistema de coordenadas SAE.

Onde:

- x movimentos longitudinais, positivos para frente do veículo;
- y movimentos laterais, positivos para o lado direito do veículo;
- z movimentos verticais, positivos para baixo em relação ao veículo;

- p velocidade de rolagem (roll) em torno do eixo x;
- q velocidade de arfagem (pitch) em torno do eixo y;
- r velocidade de guinada (yaw) em torno do eixo z.

A dinâmica lateral aborda os aspectos de dirigibilidade, controle e estabilidade laterais do veículo. Assim, dos graus de liberdade do veículo, apenas os movimentos na direção lateral, ou seja, deslocamento, velocidade e aceleração na direção y, e os movimentos de rotação no eixo z, guinada, e no eixo x, rolagem são estudados. Para mostrar as características básicas de regime da resposta direcional do veículo, o controle fixo será usado como entrada de sistema.

Em um veículo em movimento um grupo de forças age na direção longitudinal, as quais incluem a força motriz, o arrasto aerodinâmico e a resistência ao rolamento. Outras forças são exercidas lateralmente, como ventos laterais e as forças geradas durante a curva. As forças resultantes da massa do veículo, das inclinações, das acelerações e dos demais fatores externos ou internos são transferidas aos pneus, através dos seguintes elementos de ligação:

- Chassis (por exemplo, força do vento)
- Suspensão
- Sistema de direção
- Motor
- Transmissão (força motora)
- Sistema de freio (força de frenagem)

Além dessas, outras forças atuam a partir da superfície da pista e através dos pneus. Estas representam as únicas maneiras de iniciar o movimento desejado e mudanças em direção. São compostas dos seguintes componentes individuais:

- Força longitudinal F_L das forças motrizes ou de frenagem,
- Força lateral F_{y} da direção, e
- Força vertical F_Z devida ao peso do veículo.



Figura 3.2: Forças de atuação no pneu. Fonte: Bosch (2000).

A força longitudinal ou periférica F_L é efetiva no nível da superfície da pista. Ela torna possível para o motorista acelerar por meio do torque aplicado pelo pressionamento do pedal de aceleração, e desacelerar aplicando os freios. Essa influência externa na relação entre a rotação da roda e sua velocidade linear no centro (que seria diretamente proporcional se fosse ignorada a resistência ao rolamento do pneu) resultam no escorregamento da roda.

A força vertical ou normal F_Z é a força para baixo exercida no ponto de contato entre a pista e o pneu e é função do ângulo de inclinação da pista. A extensão a qual esta força pode afetar o veículo depende de condições da superfície da pista e dos pneus.

Um primeiro passo para entender a dinâmica lateral é analisar o comportamento lateral do veículo em baixas velocidades, isto é, velocidades de manobras para estacionar. Em baixas velocidades os pneus não precisam gerar forças laterais, eles rolam sem ângulo de escorregamento. Se as rodas traseiras não esterçam, o centro da curva deve se situar na projeção do eixo traseiro como mostra a figura 3.3.



Figura 3.3: Geometria de um veículo realizando curva.

Da mesma forma, a perpendicular de cada roda traseira deve passar pelo mesmo ponto, o centro da curva, definindo o ângulo de esterçamento ideal das rodas dianteiras. Assumindo ângulos pequenos, os ângulos de esterçamento podem ser definidos por geometria da seguinte forma:

$$\delta_o \cong \frac{L}{\left(R + \frac{1}{2}\right)} \tag{3.1}$$

$$\delta_i \cong \frac{L}{(R - \frac{1}{2})} \tag{3.2}$$

Onde:

 δ_{a} \Rightarrow Ângulo de esterçamento da roda externa à curva

 $\delta_i \Rightarrow \hat{A}$ ngulo de esterçamento da roda interna à curva

 $R \Rightarrow$ raio da curva

t \Rightarrow bitola do veículo

 $L \Rightarrow$ entre-eixos do veículo

E o ângulo médio das rodas dianteiras é definido como Ângulo de Ackerman:

$$\delta_o \approx L_R$$
 (3.3)

Em altas velocidades, o equacionamento difere porque a aceleração lateral está presente. E para neutralizar a aceleração lateral, os pneus precisam desenvolver forças laterais, Fy, e para tanto, o pneu sofrerá escorregamento lateral ao mesmo tempo em que rola. O ângulo entre o eixo longitudinal do pneu e seu vetor velocidade é chamado de ângulo de escorregamento, α . Para uma determinada carga no pneu, a força lateral cresce com o ângulo de escorregamento, como mostra a figura 3.3. Em baixos ângulos de escorregamento (menor que 5°) a relação é linear e pode ser descrita da seguinte forma:

$$F_{y} = C_{\alpha} \alpha \tag{3.4}$$

Onde a constante de proporcionalidade C_{α} é chamada de rigidez lateral (*cornering stiffness*). A rigidez lateral depende de muitas variáveis, sendo que para um dado pneu, o carregamento e a pressão interna são as principais.



Figura 3.4: Propriedade da força lateral do pneu.

Para fins de análise, é conveniente representar o veículo por um modelo simplificado. Em altas velocidades o raio da curva é muito maior que o entre-eixos do veículo, e assim é possível assumir pequenos ângulos, e a diferença entre o ângulo de esterçamento das rodas dianteiras internas e externas pode ser desprezada. Desta forma será utilizado o modelo da bicicleta para representação do veículo, o qual, desprezando a transferência de carga e a rolagem, tem as duas rodas dianteiras representadas por uma única, com as propriedades equivalentes a das duas, como rigidez lateral, propriedades de inércia etc (figura 3.4). A mesma hipótese é adotada para as rodas traseiras.

Para um veículo trafegando com uma velocidade longitudinal V, a soma das forças na direção lateral dos pneus deve ser igual à massa vezes a aceleração centrípeta:

$$\sum F_{y} = F_{yf} + F_{yr} = \frac{MV^{2}}{R}$$
(3.5)

Onde:

 $V \Rightarrow$ velocidade longitudinal do veículo

 $M \Rightarrow$ massa do veículo

E para o veículo estar em equilíbrio de momentos em torno do centro de gravidade, a soma dos momentos devido às forças laterais dianteiras e traseiras deve ser zero.

$$F_{yf}b - F_{yr}c = 0 \tag{3.6}$$



Figura 3.5: Modelo de bicicleta realizando curva.

Onde:

 $b \Rightarrow$ distância do eixo dianteiro ao CG do veículo;

 $c \Rightarrow$ distância do eixo traseiro ao CG do veículo.

Substituindo $F_{\rm yf}$ na equação 3.5:

$$\frac{MV^{2}}{R} = F_{yr}(f_{b} + 1) = F_{yr}(b + c)/b = F_{yr}L/b$$
(3.7)

$$F_{yr} = \frac{Mb}{L} \left(\frac{V^2}{R} \right)$$
(3.8)

Conhecendo-se as forças laterais, os ângulos de escorregamento das rodas dianteira e traseira são estabelecidos da equação 3.4:

$$\alpha_f = \frac{W_f V^2}{(C_{\alpha} gR)}$$
(3.9)

$$\alpha_r = \frac{W_r V^2}{(C_{\alpha r} gR)}$$
(3.10)

onde
$$\frac{W_f}{g} = \frac{Mc}{L} e \frac{W_r}{g} = \frac{Mb}{L}$$
 (g \Rightarrow aceleração da gravidade).

Fazendo-se um estudo geométrico da figura 3.4, tem-se:

$$\delta = \frac{L}{R} + \alpha_f - \alpha_r \tag{3.11}$$

Substituindo-se 3.9 em 3.10, obtém-se:

$$\delta = \frac{L}{R} + \frac{W_f V^2}{C_{\alpha f} g R} - \frac{W_r V^2}{C_{\alpha r} g R}$$
(3.12)

$$\delta = \frac{L}{R} + \left(\frac{W_f}{C_{af}} - \frac{W_r}{C_{ar}}\right) \frac{V^2}{gR}$$
(3.13)

onde

$$K = \frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \quad \text{é o Gradiente Subesterçante (Understeer Gradient);}$$

$$a_y = \frac{V^2}{gR}$$
 é a aceleração lateral.

A medida da resposta de malha fechada mais comumente utilizada é o gradiente subesterçante. O gradiente subesterçante é uma medida do desempenho do veículo sob condições de regime. A equação 3.12 é muito importante para a análise das propriedades de resposta em curvas de um veículo. Ela descreve como o ângulo de esterçamento do veículo deve ser alterado em função do raio da curva, R, ou da aceleração lateral $V^2/(gR)$. Ela determina a magnitude e a direção das entradas de esterçamento necessárias. Consiste de duas parcelas, cada uma delas é a razão entre o carregamento nos eixos (dianteiro e traseiro) e a rigidez lateral dos pneus nos respectivos eixos. Desta forma, os parâmetros básicos de estabilidade lateral de um veículo, além das características de massa e inércia

são, rigidez lateral total do veículo $\begin{pmatrix} -C_{\alpha Total} \\ Mg \end{pmatrix}$, a posição do centro de gravidade $\begin{pmatrix} \alpha \\ L \end{pmatrix}$,

e a razão entre a rigidez lateral traseira e total do veículo $\begin{pmatrix} C_{\alpha r} \\ C_{\alpha T / C_{\alpha T / C_{\alpha T otal}} \end{pmatrix}$. Analisando o gradiente subestercante, três possibilidades existem:

1. Comportamento Neutro

$$\frac{W_f}{C_{\alpha f}} = \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \to K = 0 \to \alpha_f = \alpha_f$$

Um veículo com comportamento neutro realizando uma curva de raio constante não precisa de modificação no ângulo de esterçamento se apresentar variação da velocidade longitudinal. Especificamente, o ângulo de esterçamento necessário para realizar a curva será equivalente ao ângulo de Ackerman $\binom{L}{R}$. Fisicamente, corresponde a um balanço no veículo de forma que a aceleração lateral no CG cause um aumento idêntico no ângulo de escorregamento das rodas dianteiras e traseiras.

2. Comportamento Subesterçante

$$\frac{W_f}{C_{\alpha f}} > \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \to K > 0 \to \alpha_f > \alpha_r$$

Um veículo com comportamento subesterçante realizando uma curva de raio constante, necessita de um aumento do ângulo de esterçamento para um aumento da velocidade longitudinal proporcional à K vezes a aceleração lateral. Neste caso, a aceleração lateral no CG causa um escorregamento lateral das rodas dianteiras maior que das rodas traseiras. Assim, para desenvolver a força lateral necessária nas rodas dianteiras para manter o raio da curva, as rodas dianteiras devem ser esterçadas com um ângulo maior.

3. Comportamento Sobresterçante

$$\frac{W_f}{C_{\alpha f}} < \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \to K < 0 \to \alpha_f < \alpha_r$$

Um veículo com comportamento sobresterçante realizando uma curva de raio constante, necessita de um decréscimo do ângulo de esterçamento para um aumento da velocidade longitudinal (e aceleração lateral). Neste caso, a aceleração no CG causa um ângulo de escorregamento nas rodas traseiras maior que das rodas dianteiras. A projeção

da traseira do veículo para fora da curva gira as rodas dianteiras para dentro, diminuindo o raio da curva. O aumento na aceleração lateral faz com que o veículo saia de traseira, sendo necessário reduzir o ângulo de esterçamento das rodas dianteiras para manter o mesmo raio da curva.

Esses três comportamentos podem ser visualizados na figura 3.5. Com um veículo de comportamento neutro, o ângulo de esterçamento para qualquer velocidade é o ângulo de Ackerman. Com o comportamento subesterçante, o ângulo aumenta com o quadrado da velocidade, alcançando duas vezes o valor inicial na chamada **velocidade característica**. No caso sobreesterçante, o ângulo de esterçamento diminui com o quadrado da velocidade e se torna zero na chamada **velocidade critica**.



Figura 3.6: Variação do ângulo de esterçamento com a velocidade.

Para um veículo subesterçante, o nível de subesterçamento pode ser quantificado pela velocidade característica, que é simplesmente a velocidade na qual o ângulo de esterçamento requerido para realizar uma determinada curva é duas vezes o ângulo de Ackerman. De outra forma, para um dado ângulo de esterçamento, a velocidade característica é a velocidade na qual o raio de curva é duas vezes o raio de curva em velocidade muito baixa.

Em velocidade muito baixa, tem-se:
$$\delta = \delta_{Ac \ker man} = \frac{L}{R}$$

$$\delta = \frac{L}{R} + \frac{KV^2}{gR} \tag{3.14}$$

$$\frac{L}{R} = \frac{L}{2R} + \frac{KV^{2}_{carac}}{g \, 2R}$$

$$V_{carac} = \sqrt{\frac{Lg}{K}}$$
(3.15)

Assim, quanto menor o valor da velocidade característica, mais subesterçante é o veículo.

Para um veículo sobresterçante, a velocidade crítica existirá de tal forma que acima dela o veículo se torna instável, isto é, uma pequena entrada de esterçamento resulta numa resposta muito alta (teoricamente infinita) em termos de velocidade de guinada, aceleração lateral, ângulo de escorregamento lateral etc.

Desta forma, para $\delta \rightarrow 0$ na equação 3.14, tem-se:

$$V_{crit} = \sqrt{\frac{-Lg}{K}}$$
(3.16)

Um dos objetivos de se esterçar um veículo é produzir aceleração lateral, assim a equação de realização de curva pode ser usada para examinar o desempenho visto desta perspectiva. A equação 2.13 pode ser resolvida para a razão entre aceleração lateral (a_y) e ângulo de esterçamento, que é o ângulo de aceleração lateral:

$$\frac{a_{y}}{\delta} = \frac{\frac{V^{2}}{Lg}}{1 + \frac{KV^{2}}{Lg}}$$
(3.17)

Quando K é zero (neutro), o ganho de aceleração lateral é determinado somente pelo numerador, e é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade longitudinal. Quando K é positivo (subesterçante), o ganho diminui por causa do segundo termo no denominador, e é sempre menor que para o veículo neutro. Finalmente quando K é negativo (sobreesterçante), há um aumento do ganho em relação ao neutro. Quando a velocidade chega à velocidade critica, o segundo termo do denominador se torna 1, e o denominador vai a zero, isto é, ganho infinito.

A segunda razão para se esterçar o veículo é mudar o ângulo de atitude (*head angle*) através do desenvolvimento da velocidade de guinada. A velocidade de guinada, *r*, é a velocidade de rotação do ângulo de atitude e é dada pela equação:

$$r = \frac{V}{R}$$
(3.18)

Substituindo na equação 3.13, tem-se:

$$\frac{r}{\delta} = \frac{V/L}{1 + \frac{KV^2}{Lg}}$$
(3.19)

A razão representa o ganho que é proporcional à velocidade no caso de um veículo neutro. Isso é ilustrado na figura 3.6. No caso do veículo sobreesterçante, o ganho da velocidade de guinada se torna infinito quando a velocidade longitudinal alcança a velocidade critica. No caso do veículo subesterçante, a velocidade de guinada aumenta com a velocidade longitudinal até a velocidade característica, e então começa a diminuir. Assim a velocidade característica é a velocidade na qual o veículo é mais responsivo em guinada.

Na discussão da característica do comportamento do veículo na realização de curvas, é evidente que quando a aceleração lateral pode ser desprezada, as rodas traseiras têm sua trajetória mais interna à curva que a dianteira. Mas com o aumento da aceleração lateral, a traseira do veículo deve sair da curva para poder desenvolver o ângulo de escorregamento necessário nos pneus traseiros.

Em qualquer ponto do veículo um ângulo de escorregamento lateral pode ser definido como o ângulo entre o eixo longitudinal do veículo e a direção do movimento local. Em geral, o ângulo de escorregamento lateral será diferente em cada ponto do veículo durante a curva. Utilizando o centro de gravidade como um ponto, o ângulo de escorregamento lateral é definido positivo para este caso porque a direção do movimento (o vetor velocidade local) é orientada no sentido horário do eixo longitudinal do veículo. Já em alta velocidade o ângulo de escorregamento dos pneus traseiros faz o ângulo de escorregamento lateral no CG se tornar negativo como mostra a figura 3.8.

Para qualquer velocidade o ângulo de escorregamento lateral, β , no CG será:

$$\beta = \frac{c}{R} - \alpha_r \tag{3.20}$$

$$\beta = c/R - \left(\frac{W_r V^2}{C_{\alpha_r} gR}\right)$$



Figura 3.7: Ângulo de escorregamento lateral em curva de baixa velocidade.

Note que a velocidade na qual o ângulo de escorregamento lateral se torna zero é independente do raio da curva e igual a:

$$V_{\beta=0} = \sqrt{\frac{gcC_{\alpha_r}}{W_r}}$$
(3.21)



Figura 3.8: Ângulo de escorregamento lateral em curva em alta velocidade.

A avaliação da dirigibilidade é necessária principalmente para se conhecer a influência de parâmetros de projeto, da suspensão e do pneumático, por exemplo, no comportamento do veículo.
Analisando o veículo de uma forma geral, pode-se dizer que os principais parâmetros de projeto que alteram significativamente o comportamento lateral do veículo são:

- Rigidez lateral dos pneus;
- Posição do centro de massa do veículo;
- Torque auto-alinhante;
- Transferência lateral de carga;
- Sistema de direção;
- Sistema de suspensão;
- Mudança no ângulo de cambagem;
- Esterçamento devido ao rolamento;
- Esterçamento devido à rigidez lateral da suspensão.

Também a velocidade longitudinal do veículo possui um papel fundamental no seu comportamento lateral, e ainda, ALLEN et al., (1995) mostram o efeito da severidade de uma determinada manobra na estabilidade do veículo.

3.3 Sistemas Multicorpos

O método de análise de sistemas multicorpos utiliza um conjunto definido de elementos como corpos rígidos, juntas, molas, amortecedores, forças e movimentos prédeterminados para a descrição do sistema. A figura 3.9 mostra um modelo de dados para a representação de um sistema multicorpos.



Figura 3.9: Sistema multicorpos representado por um modelo de dados. Fonte: Schiehlen, (1997).

O modelo multicorpos é caracterizado como tendo um conjunto de corpos interagindo através de juntas, forças ou movimentos pré-estabelecidos. Cada corpo possui um sistema de coordenadas local, chamados de sistema de referência do corpo, em relação ao qual estão definidas as propriedades de inércia.

Os marcadores são sistemas de coordenadas definidos em relação ao sistema de referência do corpo. Os marcadores são utilizados para a definição da localização e orientação dos elementos que servem de interação entre os corpos. É através desses marcadores que os elementos de força, como por exemplo, a mola, os elementos de junta, e a junta de revolução, são conectadas.

Utilizando essa representação do sistema multicorpos, o programa gera as equações de movimento para a análise dinâmica do sistema. Essas equações geradas podem ser baseadas em um dos dois formalismos: numérico ou simbólico.

No formalismo numérico, as equações são geradas em cada intervalo de integração. Já no formalismo simbólico, as equações do sistema multicorpos são geradas apenas uma única vez.

O programa de análises de sistema multicorpos ADAMS é baseado no formalismo numérico e utiliza o método de Newton-Euler Lagrange para a construção dos sistemas de equações.

O número de coordenadas generalizadas para cada corpo são seis. Três coordenadas são da translação do centro de massa do corpo em relação ao sistema de coordenada inercial:

$$q_t = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T \tag{3.22}$$

As outras três coordenadas generalizadas são de rotação do corpo em relação ao sistema de coordenada inercial:

$$q_r = \begin{bmatrix} \psi & \phi & \theta \end{bmatrix}^T \tag{3.23}$$

As forças de reação são representadas pelos multiplicadores de Lagrange λ e pelas funções de vínculo:

$$f(q_1, q_r, \lambda, t) = 0 \tag{3.24}$$

Introduzindo as seguintes notações:

$$u = \begin{bmatrix} \dot{q}_t & \dot{q}_r \end{bmatrix}^T \tag{3.25}$$

Escrevendo a equação diferencial da dinâmica do modelo multicorpos, a equação diferencial cinemática e a equação de vínculo do modelo, obtemos:

$$M(q, u, \dot{u}, \lambda, t) = 0 \tag{3.26}$$

$$u - \dot{q} = 0 \tag{3.27}$$

$$f(q,\lambda,t) = 0 \tag{3.28}$$

A matriz M representa todas as equações diferenciais que governam a dinâmica do sistema e as equações diferenciais que foram acrescentadas ao sistema pelo usuário. A matriz coluna f inclui todas as equações algébricas que vinculam o modelo. Uma equação diferencial típica tem a forma:

$$m\ddot{z} - mg - \lambda = 0 \tag{3.29}$$

Um exemplo de equação de vínculo:

$$z - L\cos\theta = 0 \tag{3.30}$$

Em que z é a coordenada vertical de um corpo com massa m e orientação θ . A variável λ representa a força de vínculo no corpo. No exemplo, L é uma constante e g a aceleração da gravidade.

As equações 3.22, 3.23 e 3.24 podem ser escritas numa forma mais compacta com a utilização de matrizes. Definindo *y* como o vetor de estados composto de todas a variáveis em q, \dot{q} e λ , podemos escrever a seguinte equação matricial:

$$G(y, \dot{y}, t) = 0$$
 (3.31)

Para resolver a Equação 3.31 existem dois métodos no ADAMS: integração utilizando equações algébrico-diferenciais (EAD) e integração utilizando um conjunto reduzido de equações diferenciais ordinárias (EDO). Maiores detalhes de como o ADAMS resolve essas equações podem ser vistos em Petzold, (1995).

Para começar a resolver as equações dinâmicas, o ADAMS realiza uma análise de valor inicial que fornece um conjunto de valores para o vetor de estado e a sua derivada primeira no instante igual a zero.

O valor inicial e a sua derivada são utilizados para uma previsão no tempo inicial.

Depois de previsto o valor da variável no tempo t_{n+1} , será realizada uma avaliação na função *G* (Equação 3.7). Se $G(y, \dot{y}, t_{n+1}) = 0$ então a solução é dada pelo valor corrente da matriz y. Se diferente de zero, o ADAMS resolve a equação linear de Newton-Raphson para um incremento Δy de y para fazer com que G se aproxime de zero:

$$J\Delta y = G(y, \dot{y}, t_{n+1})$$
(3.32)

Em que J é a matriz Jacobiana para a EAD.

Depois o ADAMS atualiza y na $(k+1)^n$ iteração de Newton-Raphson:

$$y^{k+1} = y^k + \Delta y^k \tag{3.33}$$

Esses passos são repetidos até que o critério de convergência seja satisfeito.

Capítulo 4

Modelagem do Veículo

4.1 Introdução

Este capítulo apresenta a modelagem matemática do veículo utilizado nas simulações para avaliação da sua dirigibilidade mediante atuação do sistema ativo de controle de estabilidade.

O modelo matemático utilizado é baseado no veículo Volkswagen Gol apresentado por Pasquini, (1998) em seu trabalho de análise de dinâmica lateral.

Na modelagem do veículo, são consideradas as equações de movimento no plano XY apresentadas por Kiencke & Nielsen, (2000). A partir destas pode-se determinar parâmetros para o controle do veículo. O conhecimento destas equações é de suma importância para o sistema de controle de trajetória, que visam ao aumento da segurança veicular. As equações do modelo veicular são escritas no referencial global e não no referencial local. A modelagem adequada proporciona uma analise mais próxima do comportamento veicular efetivo, através de seus limites de estabilidades dinâmicos.

4.2 Modelagem Matemática

O processo de modelagem matemática possui fases com aspectos bastante relevantes. Os níveis de complexidade envolvidos são vários e devem descrever o modelo físico do sistema com os aspectos relevantes ao estudo, juntamente com as hipóteses simplificadoras. As equações constitutivas que descrevem matematicamente o comportamento das grandezas do sistema serão resolvidas analítica ou numericamente a fim de se obter o comportamento estimado do sistema. O resultado do modelo precisa ser verificado com o comportamento real do sistema e modificado o modelo físico, se necessário, para uso e análise do projeto.

Atualmente, a obtenção e a resolução das equações constitutivas do sistema, são amplamente realizadas por computadores que estão se tornando cada vez mais potentes e eficazes no mundo moderno. Os programas de métodos de elementos finitos e de sistemas multicorpos permitem que engenheiros e cientistas se concentrem nos processos de criação e descrição dos modelos físicos.

Na modelagem por Sistemas Multicorpos (*Multibody Systems – MBS*) o veículo é considerado como um sistema composto por corpos rígidos com grande movimento relativo entre si. A união desses corpos é feita por juntas, que são influenciadas por forças (gravidade, amortecimentos, elasticidades etc) podendo possuir movimentos prescritos, e serem restritos por vínculos (Costa, 1991).

O sistema multicorpos é governado pelas equações dinâmicas de movimento, que incluem um conjunto de equações diferenciais e algumas equações algébricas. As equações diferenciais são compostas por expressões de leis físicas (Leis de Newton), as quais descrevem o movimento de corpos rígidos, e as equações algébricas regem as restrições desejadas na geometria do sistema ou em seu movimento, tais como as ligações que conectam corpos adjacentes, ou características particulares de contato entre os corpos.

Durante a simulação o ADAMS descreve a posição e orientação de todos os corpos do sistema mecânico em termos de seis coordenadas, três translacionais e três angulares. Armazena os deslocamentos, velocidades e acelerações translacionais e angulares, dependentes do tempo, em vetores de estado. O vetor de estado também contém os valores correntes das reações e das forças aplicadas em cada um dos corpos nas posições iniciais e nos vínculos. Assim, o vetor de estado fornece uma descrição completa do sistema mecânico para simulação dos mesmos.

O modelo utilizado nas simulações deste trabalho é tridimensional, sem o efeito da geometria de suspensão nem do sistema de direção, com pneu de comportamento linear. Com a simplificação proposta o veículo apresenta seis graus de liberdade. Na modelagem não são consideradas entradas externas aerodinâmicas.

4.3 Implementação do Modelo do Veículo

O modelo original do veículo completo construído através do programa ADAMS por Pasquini, (1998) para a análise de sistemas multicorpos contempla os dados de:

- Características geométricas dos corpos (posição do CG e das conexões);
- Características inerciais dos corpos;
- Conexão entre os corpos e
- Movimentos e forças que agem no sistema;

No modelo simplificado proposto, foram mantidas as características geométricas dos corpos (posição do CG), as características inerciais e os movimentos e forças que agem no sistema.

	VOERSWADEN GOE GEI 1.8
Ano	1995
Sistema de esterçamento	Pinhão-cremalheira
Suspanção diantoira	Independente Mc-Pherson com
	barra estabilizadora
Suspensão traseira	Semi-independente com corpo
	autoestabilizante de perfil em V
Pneus	175 / 70 / R13
Entre-eixos	2,47 m
Bitola	1,38 m
Massa Total	974 kg

A tabela a seguir mostra as características gerais do veículo original.

Tabela 4.1: Características gerais do veículo de Pasquini, (1998).

A tabela 4.2 mostra as propriedades de inércia e posição do chassi e de cada conjunto roda/pneu.

	POSIÇÃO DO	Massa	Ixx	Іуу	Izz
	CG ¹	[kg]	$\left[kg.mm^2\right]$	$[kg.mm^2]$	$[kg.mm^2]$
	[mm]				
Chassi	[852 0 500]	840,61	2.0x10 ⁸	1.0x10 ⁹	1.0x10 ⁹
Roda / Pneu dianteiro	$[0 \pm 690 \ 276,5]$	24,8	5.0x10 ⁵	5.0x10 ⁵	1.0x10 ⁶
Roda / Pneu traseiro	[2470 ±690 283,9]	24,8	5.0x10 ⁵	5.0x10 ⁵	1.0x10 ⁶

Tabela 4.2: Propriedades de posição e inércia (Pasquini, 1998).

¹ Posição do CG em relação à projeção no plano do solo do centro do eixo dianteiro



A figura 4.1 mostra o modelo no ADAMS com as simplificações mencionadas.

Figura 4.1: Modelo multicorpos do veículo simplificado.

As três forças e os três momentos que agem no pneu são introduzidos no modelo multicorpos do veículo simplificado através do elemento de força *general force* do ADAMS.



Figura 4.2: Ilustração do modelo de pneu utilizado e do elemento general force.

4.3.1 Modelo Completo do Veículo

Se o chassi é considerado como um corpo com seis graus de liberdade, têm-se então os deslocamentos em x, y e z mais os movimentos de guinada, rolagem e arfagem. Para os movimentos de translação (deslocamento, velocidade e aceleração) as variáveis são calculadas no sistema de coordenadas inerciais local em relação ao referencial global.

As equações do cálculo são balanços de força para os três sentidos coordenados do sistema de coordenadas inercial:

$$M\begin{bmatrix} \ddot{x}_{ln} \\ \ddot{y}_{ln} \\ \ddot{z}_{ln} \end{bmatrix} = T_{Uln} \begin{bmatrix} F_{XFL} + F_{XFR} + F_{XRL} + F_{XRR} + F_{ventoX} + F_{GX} + F_{R} \\ F_{YFL} + F_{YFR} + F_{YRL} + F_{YRR} + F_{ventoY} + F_{GY} \\ F_{ZCFL} + F_{ZCFR} + F_{ZCRL} + F_{ZCRR} + F_{ventoZ} + F_{GZ} \end{bmatrix}$$
(4.1)
Forças no sistema de coordenadas da estrutura

Onde F_{Xij} e F_{Yij} são as forças da roda, F_{ZCij} as forças verticais do chassi, F_{vento} são as forças do vento, F_G as forças gravitacionais e F_R a resistência ao rolamento. O termo T_{Uin} é uma matriz de transformação para girar o vetor do sistema de coordenadas da estrutura para o inercial. No caso do modelo reduzido, os sistemas de coordenadas da estrutura e do centro de gravidade coincidem.

A transformação de coordenadas do sistema de coordenadas do CG para o sistema de coordenadas inercial, quando o sistema de coordenadas do CG tem uma rotação de guinada ao redor do eixo vertical, pode ser escrita na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} x_{ln} \\ y_{ln} \\ z_{ln} \end{bmatrix} = T_{RotZ} \begin{bmatrix} x_{CG} \\ y_{CG} \\ z_{CG} \end{bmatrix}$$
(4.2)

Onde T_{RotZ} , que é a matriz que realiza a transformação T_{CGIn} requerida, devido à rotação com relação ao eixo z, dada por:

$$T_{RotZ} = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0\\ \sin\psi & \cos\psi & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.3)

Para girar no sentido oposto (isto é do inercial para o CG) T_{RotZ} deve ser invertida. Devido à estrutura especial desta matriz isto corresponde a uma rotação com um ângulo de guinada ψ negativo ou a uma transposição da matriz:

$$T_{RotZ}^{-1} = T_{RotZ}^{T} = T_{RotZ}(-\psi)$$
(4.4)

Para rotações de arfagem e rolagem, utilizam-se matrizes similares à apresentada para rotações de guinada. Para o ângulo de arfagem:

$$T_{RotY} = \begin{bmatrix} \cos \chi & 0 & sen\chi \\ 0 & 1 & 0 \\ -sen\chi & 0 & \cos\chi \end{bmatrix}$$
(4.5)

E para o ângulo de rolagem:

$$T_{RotX} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}$$
(4.6)

As variáveis rotacionais podem ser calculadas diretamente do sistema de coordenadas da estrutura desde que se suponha que os eixos de rolagem e de arfagem encontram-se no nível da pista. Para isso as equações do torque são usadas:

• Balanceamento do torque em torno do eixo vertical do veículo (taxa de guinada):

$$J_{Z}.\ddot{\psi} = (F_{YFR} + F_{YFL})(b - \eta_{LF}) - (F_{YRR} + F_{YRL})(c - \eta_{LR}) + (F_{XRR} - F_{XRL})(c - \eta_{LR}) + (F_{XRR} - F_{XRL})(c - \eta_{LR}) - F_{XLF}(b - \eta_{LR}) - F_{XLF}(b - \eta_{LR})$$

$$(4.7)$$

Nas próximas equações, as forças verticais do chassi F_{ZCij} são igualadas as forças do contato da roda com a pista F_{Zij} , negligenciando a dinâmica da suspensão. Isto é justificado, pois os movimentos de rolagem e arfagem são mais lentos que movimentos verticais da roda em uma pista rugosa, ou seja, as freqüências de oscilação são menores.

Balanceamento do torque em torno do eixo longitudinal do veículo (taxa de rolagem):

$$J_{X}.\ddot{\varphi} = (F_{ZFL} - F_{ZFR}).\frac{b_{F}}{2} + (F_{ZRL} - F_{ZRR}).\frac{b_{R}}{2} + M.a_{Y}.h_{CG}$$
(4.8)

Balanceamento do torque em torno do eixo lateral do veículo (taxa de arfagem):

$$J_{Y}.\ddot{\chi} = (F_{ZFL} + F_{ZFR})l_{F} - (F_{ZRL} + F_{ZRR})l_{R} + M.a_{X}.h_{CG}$$
(4.9)

As distâncias $n_{F,R}$ são devidas as inclinações longitudinais do pneu (casters):

$$n_{LF} = \frac{n_{LFL} + n_{LFR}}{2}$$
 e $n_{LR} = \frac{n_{LRL} + n_{LRR}}{2}$ (4.10)

4.3.2 Modelo de Bicicleta Dupla Não Linear Reduzido



Figura 4.3: Modelo de bicicleta duplo. Fonte: Kiencke & Nielsen (2000).

O modelo reduzido deve conter apenas as variáveis de estado que são essenciais para o controle dinâmico do veículo. Estas são a velocidade longitudinal do veículo v_{CG} , o ângulo de deslizamento do veículo β e a taxa de guinada ψ . Iniciando do lado esquerdo da equação 4.1, somente os componentes x e y são considerados, isto é, o componente z é desconsiderado. Neste caso as forças F_{Xij} e F_{Yij} são idênticas no sistema de coordenadas da estrutura e do CG. A velocidade do veículo v_{CG} pode ser transformada no sistema de coordenadas inercial fixo por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{ln} \\ \dot{y}_{ln} \end{bmatrix} = v_{CG} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\beta + \psi) \\ sen(\beta + \psi) \end{bmatrix}$$
(4.11)

Por diferenciação obtêm-se as acelerações:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{In} \\ \ddot{y}_{In} \end{bmatrix} = v_{CG} \cdot \left(\dot{\beta} + \dot{\psi} \right) \begin{bmatrix} -sen(\beta + \psi) \\ cos(\beta + \psi) \end{bmatrix} + \dot{v}_{CG} \cdot \begin{bmatrix} cos(\beta + \psi) \\ sen(\beta + \psi) \end{bmatrix}$$
(4.12)

Essas acelerações são agora transformadas do sistema inercial para o da estrutura (que é idêntico ao sistema do CG para direções de x e de y). A matriz da transformação requerida T_{RotZ}^{-1} é reduzida pra ordem 2, e multiplicada na equação acima.

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{CG} \\ \ddot{y}_{CG} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & sen\psi \\ -sen\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{In} \\ \ddot{y}_{In} \end{bmatrix} = v_{CG} (\dot{\beta} + \dot{\psi}) \begin{bmatrix} -sen\beta \\ \cos\beta \end{bmatrix} + v_{CG} \begin{bmatrix} \cos\beta \\ sen\beta \end{bmatrix}$$
(4.13)

Se as forças gravitacionais F_{GX} e F_{GY} , a força da resistência ao rolamento F_R , a força do vento lateral F_{ventoY} , e a velocidade do vento v_{vento} forem desconsideradas, a equação 4.1 para o movimento translacional horizontal é dada no sistema de coordenadas do CG por:

$$v_{CG} \cdot \left(\dot{\beta} + \dot{\psi} \right) \left[\frac{-sen\beta}{\cos\beta} \right] + \dot{v}_{CG} \left[\frac{\cos\beta}{sen\beta} \right] = \frac{1}{M} \left[\frac{F_{XFL} + F_{XFR} + F_{XRL} + F_{XRR} + F_{ventoX}}{F_{YFL} + F_{YFR} + F_{YRL} + F_{YRR}} \right]$$
(4.14)

As duas equações de estado são resolvidas para as derivadas da velocidade do veículo \dot{v}_{cG} e do ângulo de deriva do corpo do veículo $\dot{\beta}$:

$$\dot{v}_{CG} = \frac{1}{M \cdot \cos\beta} \left[F_{XFL} + F_{XFR} + F_{XRL} + F_{XRR} - c_{aerX} A_L \frac{\rho}{2} \cdot v_{CG}^2 \right] + v_{CG} (\dot{\beta} + \dot{\psi}) \tan\beta \quad (4.15)$$

$$\dot{\beta} = \frac{1}{M.v_{CG}.\cos\beta} \left[F_{YFL} + F_{YFR} + F_{YRL} + F_{YRR} - M.v_{CG}.sen\beta \right] - \dot{\psi}$$
(4.16)

Em última etapa a interdependência mútua entre \dot{v}_{CG} e $\dot{\beta}$ é eliminada.

$$\dot{v}_{CG} = \frac{\cos\beta}{M} \left[F_{XFL} + F_{XFR} + F_{XRL} + F_{XRR} - c_{aerX} A_L \frac{\rho}{2} . v_{CG}^2 \right] + \frac{1}{M} (F_{YFL} + F_{YFR} + F_{YRL} + F_{YRR}) sen\beta$$
(4.17)

$$\dot{\beta} = \frac{\cos \beta}{M . v_{CG}} [F_{YFL} + F_{YFR} + F_{YRL} + F_{YRR}] - \frac{\sin \beta}{M . v_{CG}} [F_{XFL} + F_{XFR} + F_{XRL} + F_{XRR} - c_{aerX} A_L \frac{\rho}{2} . v_{CG}^2] - \dot{\psi}$$
(4.18)

O movimento rotacional de guinada é descrito pela equação 4.19:

$$J_{Z}\ddot{\psi} = (F_{YFL} + F_{YFR})(b - n_{LF}) - (F_{YRR} + F_{YRL})(c + n_{LR}) + (F_{XRR} - F_{XRL})\frac{b_{R}}{2} + F_{XFR}\left(\frac{b_{F}}{2} - n_{SFR}sen\delta\right) - F_{XFL}\left(\frac{b_{F}}{2} - n_{SFL}sen\delta\right)$$
(4.19)

As equações 4.17, 4.18 e 4.19 representam o modelo da bicicleta dupla não linear. As forças das rodas são encontradas a partir das equações 4.1 e 4.2. Negligenciando o ângulo de deriva do pneu α , isto é, as diferentes direções de x_w e de v_w , as forças das rodas podem ser calculadas como:

$$F_{XFL} \approx F_{LFL} \cos \delta_L - F_{SFL} sen \delta_L,$$

$$F_{YFL} \approx F_{SFL} \cos \delta_L + F_{LFL} sen \delta_L,$$

$$F_{XFR} \approx F_{LFR} \cos \delta_R - F_{SFR} sen \delta_R,$$

$$F_{YFR} \approx F_{SFR} \cos \delta_R + F_{LFR} sen \delta_R,$$

$$F_{XRL} \approx F_{LRL}, F_{YRL} \approx F_{SRL}$$

$$F_{XRR} \approx F_{LRR}, F_{YRR} \approx F_{SRR}$$
(4.20)

Estas forças são introduzidas nas três equações do modelo não linear. As forças laterais da roda F_s são aproximadas agora de maneira a serem proporcionais aos ângulos de deriva do pneu α .

$$F_{SFL} = C_{FL} \cdot \alpha_{FL} = C_{FL} \left(\delta_L - \beta - \frac{b \dot{\psi}}{v_{CG}} \right)$$

$$F_{SFR} = C_{FR} \cdot \alpha_{FR} = C_{FR} \left(\delta_R - \beta - \frac{c \dot{\psi}}{v_{CG}} \right)$$

$$F_{SRL} = C_{RL} \cdot \alpha_{RL} = C_{RL} \left(-\beta + \frac{b \dot{\psi}}{v_{CG}} \right)$$

$$F_{SRR} = C_{FL} \cdot \alpha_{FL} = C_{FL} \left(-\beta + \frac{b \dot{\psi}}{v_{CG}} \right)$$
(4.21)

Onde C_{ij} são as constantes de deriva do pneu, ou constantes de rigidez em curva. Supõe-se que os ângulos esquerdo e direito de esterço das rodas sejam iguais, isto é, $\delta_L \approx \delta_R \approx \delta$.

O ângulo de esterço da roda δ e as forças longitudinais das rodas F_{Lij} são utilizados como entradas de controle para o controle dinâmico do veículo através de esterçamento e da aplicação de uma pressão de frenagem apropriada. O modelo de bicicleta dupla não linear reduzido nos traz então:

$$f_{1} = \dot{v}_{CG} = \frac{1}{M} \{ F_{LFL} \cos(\beta - \delta) F_{LFR} \cos(\delta - \beta) + \left[F_{LRL} + F_{LRR} - c_{aerX} A_{L} \frac{\rho}{2} . v_{CG}^{2} \right] \cos \beta + \left[C_{FL} \delta - C_{FL} \beta - \frac{1}{v_{CG}} C_{FL} b \psi \right] \sin(\beta - \delta) +$$

$$+\left[C_{FR}\beta - C_{FR}\delta + \frac{1}{v_{CG}}C_{FR}c\psi\right]\sin(\delta - \beta) + \left[\frac{1}{v_{CG}}C_{RL}c\psi - C_{RL}\beta - C_{RR}\beta + \frac{1}{v_{CG}}C_{RR}c\psi\right]\sin\beta\}$$
(4.22)

$$f_{2} = \ddot{\beta} = \frac{1}{M \cdot v_{CG}} \{ -F_{LFL} \sin(\beta - \delta) + F_{LFR} \sin(\delta - \beta) + \\ + \left[C_{FL} \delta - C_{FL} \beta - \frac{1}{v_{CG}} C_{FL} b \dot{\psi} \right] \cos(\beta - \delta) + \\ + \left[C_{FR} \delta - C_{FR} \beta - \frac{1}{v_{CG}} C_{FR} c \dot{\psi} \right] \cos(\delta - \beta) + \\ + \left[\frac{1}{v_{CG}} C_{RL} c \dot{\psi} - C_{RL} \beta + \frac{1}{v_{CG}} C_{RR} c \dot{\psi} - C_{RR} \beta \right] \cos\beta + \\ + \left[c_{aerX} A_{L} \frac{\rho}{2} \cdot v_{CG}^{2} - F_{LRL} - F_{LRR} \right] sen\beta \} - \dot{\psi}$$

$$(4.23)$$

II)

I)

$$\begin{split} f_{3} &= \ddot{\psi} = \frac{1}{2J_{Z}.v_{CG}} \{ \left[C_{FL} \delta.v_{CG} b_{F} - C_{FL} \beta.v_{CG} b_{F} - C_{FL} b \, \dot{\psi} b_{F} + 2F_{LFL} v_{CG} b \right] \sin \delta + \\ &+ \left[2C_{FL} \delta v_{CG} b - 2C_{FL} \beta v_{CG} b - 2C_{FL} b \, \dot{\psi} b - F_{LFL} v_{CG} b_{F} \right] \cos \delta + \\ &+ \left[C_{FR} \beta v_{CG} b_{F} - C_{FR} \delta.v_{CG} b_{F} + C_{FR} b \, \dot{\psi} b_{F} + 2F_{LFR} v_{CG} l_{F} \right] \sin \delta + \\ &+ \left[2C_{FR} \delta v_{CG} b - 2C_{FR} \beta v_{CG} b - 2C_{FL} b \, \dot{\psi} b + F_{LFR} v_{CG} b_{F} \right] \cos \delta + \\ &+ \left[2C_{FL} + 2C_{FR} \right] b \, \dot{\psi} n_{LF} + \left[- 2C_{RL} c - 2C_{RL} n_{LR} - 2C_{RR} n_{LR} - 2C_{RR} c \right] c \, \dot{\psi} + \\ &+ \left[2C_{FL} v_{CG} n_{LF} + 2C_{FR} v_{CG} n_{F} + 2C_{RL} v_{CG} n_{LR} + 2C_{RR} v_{CG} c + 2C_{RR} v_{CG} n_{LR} + 2C_{RR} v_{CG} c \right] \beta + \\ &+ \left[- 2C_{FL} v_{CG} n_{LF} - 2C_{FR} v_{CG} n_{LF} \right] \delta - F_{LRL} b_{R} v_{CG} + F_{LRR} b_{H} v_{CG} \right] \end{split}$$

4.3.3 Análise de Estabilidade do Veículo

Não existem critérios de análise de estabilidade de sistemas não lineares. Entretanto, o modelo não linear de bicicleta dupla pode ser reduzido a um modelo linear de bicicleta simples de segunda ordem.

Modelo de Bicicleta Simples Linear Reduzido

O lado esquerdo e o lado direito são equivalentes, portanto:

$$F_{LF} = \frac{1}{2} \left(F_{LFL} + F_{LFR} \right) \qquad F_{LR} = \frac{1}{2} \left(F_{LRL} + F_{LRR} \right) \tag{4.25}$$

$$C_{F} = \frac{1}{2} (C_{FL} + C_{FR}) \qquad C_{R} = \frac{1}{2} (C_{RL} + C_{RR}) \qquad (4.26)$$

Para pequenos ângulos de deriva do veículo, as funções trigonométricas podem ser linearizadas usando-se $sen\beta \approx 0$ e $\cos \beta \approx 1$.

Adicionalmente, assume-se que a velocidade longitudinal do veículo v_{CG} é constante por um período de tempo, ou seja, a sua derivada é zero ($\dot{v}_{CG} = 0$). A força do vento F_{windX} também é negligenciada, assim como o termo $F_{S} \sin \delta$. Com isso, a equação 4.14 é simplificada a:

$$M.v_{CG}.(\beta + \dot{\psi}) = F_{SF} + F_{SR} = C_F \left(\delta - \beta - \frac{b.\dot{\psi}}{v_{CG}}\right) + C_R \left(-\beta - \frac{c.\dot{\psi}}{v_{CG}}\right)$$
(4.27)

III)

E o movimento rotacional de guinada a:

$$J_{Z}\ddot{\psi} = F_{SF}b - F_{SF}n_{LF} - F_{SR}c - F_{SR}n_{LR} + F_{LR}\frac{b}{2} + F_{LF}\frac{c}{2}$$

$$= C_{F}b\left(\delta - \beta - \frac{b.\dot{\psi}}{v_{CG}}\right) - C_{R}c\left(-\beta - \frac{c.\dot{\psi}}{v_{CG}}\right)$$
(4.28)

As variáveis de estado são o ângulo de deriva do veículo β e a taxa de guinada $\dot{\psi}$. A velocidade longitudinal v_{CG} é considerada um parâmetro. Como entrada do controle, apenas o ângulo de esterço δ se mantém e a variável medida a taxa de guinada $\dot{\psi}$. As equações de estado são:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{C_F + C_R}{M \cdot v_{CG}} & \frac{C_R c - C_F b}{M \cdot v_{CG}^2} - 1 \\ \frac{C_R c - C_F b}{J_Z} & \frac{C_R c^2 - C_F b^2}{J_Z \cdot v_{CG}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_F}{M \cdot v_{CG}} \\ \frac{C_F b}{J_Z} \end{bmatrix} . \delta$$

$$\dot{\psi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$
(4.29)

De acordo com Mitschke, (1995) o modelo linear da bicicleta só é válido para acelerações laterais inferiores a 0,4g. Adaptando-se as constantes C_F e C_R da força lateral com considerações do toque auto-alinhante (caster), o modelo pode ser validado para uma faixa mais ampla de acelerações laterais. Em operações estacionárias, $\ddot{\psi} = 0$, $\dot{\beta} = 0$ e $\dot{v}_{CG} = 0$, o veículo se move em trajetória circular com velocidade constante.

4.4 Controle da Dinâmica de Guinada

O momento de guinada desejado pode ser gerado pela aplicação de torque de frenagem nas rodas. Porém, nem todas as rodas são igualmente efetivas em gerá-lo. O torque aplicado em uma determinada roda pode ser mais efetivo que nas outras para gerar o momento requerido. E a efetividade de uma roda em gerar esse momento muda dependendo de suas condições de operação. Esses detalhes foram apresentados no capítulo 2 e constam na figura 2.4.

Os parâmetros para o controle de guinada proposto por Kiencke & Nielsen, (2000) são apresentados a seguir.

A aceleração lateral a_y é limitada pelo coeficiente de adesão μ_s . Teoricamente um veículo pode realizar curvas com uma aceleração lateral de 9,81 vezes o coeficiente máximo de adesão lateral, isto é, para $\mu_s = 1$, a aceleração lateral do veículo poderia ser $9,81m/s^2$, se o ângulo de deriva β do veículo fosse zero. Para $\beta > 0$ uma aceleração lateral de $8m/s^2$ é adotada. Portanto, para $\mu_s < 1$, a aceleração lateral máxima é dada por:

$$a_{y\max} = \mu_s .8 \, m/s^2 \tag{4.35}$$

O ângulo β também é limitado. Através da figura 4.4, fica clara a limitação imposta a β pela velocidade do veículo v_{CG} :



$$\beta_{\max} = 10^{\circ} - 7^{\circ} \cdot \frac{v_{CG}^2}{(40 \, m/s)^2} \tag{4.36}$$

Figura 4.4: Dependência do ângulo de deriva do veículo com a velocidade longitudinal. Fonte: Kiencke & Nielsen, (2000).

O ângulo de deriva do veículo de referência é dado por:

$$\beta_{ref} = \begin{cases} \beta, & |\beta| \le |\beta_{max}| \\ \pm \beta_{max}, & demais_casos \end{cases}$$
(4.37)

Note que quando β estiver abaixo do seu limite máximo, $(\beta_{ref} - \beta) = \Delta x_2 = 0$.

No caso de sobreesterçamento, a taxa de guinada deve ser limitada por meio do controle dinâmico de ψ . De acordo com a equação 4.38.

$$\dot{\psi} \approx \frac{1}{v_{CG} \cdot \cos\beta} \left(\frac{F_{YFL} + F_{YFR} + F_{YRL} + F_{YRR}}{M} - \dot{v}_{CG} \cdot \sin\beta \right) - \dot{\beta}$$
(4.38)

Aproximando-se a derivada do ângulo de deriva a zero $(\dot{\beta} \approx 0)$, temos:

$$\dot{\psi}_{\text{max}} \approx \frac{1}{v_{CG} \cdot \cos \beta} \left(a_{y \max} - \dot{v}_{CG} \cdot \sin \beta_{ref} \right)$$
 (4.39)

E a taxa de guinada de referência fica:

$$\dot{\psi}_{ref} = \begin{cases} \dot{\psi}, & \left| \dot{\psi} \right| \le \left| \dot{\psi}_{max} \right| \\ \pm \dot{\psi}_{max}, & demais_casos \end{cases}$$
(4.40)

Portanto, quando $\dot{\psi}$ estiver abaixo do seu limite máximo, temos a diferença $(\dot{\psi}_{ref} - \dot{\psi}) = \Delta x_3 = 0$.

No caso de subesterçamento, o ângulo β e a taxa ψ estão bem abaixo de seus valores máximos permissíveis. O motorista tenta manter o veículo no curso desejado aumentando o ângulo de esterçamento (δ). Se o ângulo de deriva do pneu (α) e conseqüentemente o deslizamento lateral da roda se tornam demasiadamente grandes, o coeficiente de adesão lateral excede o máximo. O veículo sairia então do curso planejado. De modo a impedir tais situações, o corpo do veículo deve girar na curva com uma taxa maior que a real.

Os ângulos de deslizamento dos pneus traseiros (α_R) serão usados como uma referência para determinar o ângulo de deslizamento crítico dos pneus dianteiros (α_F). A relação crítica $|\alpha_F/\alpha_R| = 1.5$ é sugerida por Kiencke & Nielsen, (2000) e será utilizada neste trabalho.

A taxa de guinada de referência no caso de subesterçamento fica então:

$$\dot{\psi}_{ref} = \begin{cases} \pm \dot{\psi}_{max}, & |\alpha_F / \alpha_R| = 1,5\\ \dot{\psi}, & demais_casos \end{cases}$$
(4.41)

Em situações de dirigibilidade não críticas, a diferença entre os valores de referência e os valores reais é zero:

$$\Delta x_1 = (v_{CGref} - v_{CG}) = 0$$

$$\Delta x_2 = (\beta_{ref} - \beta) = 0$$

$$\Delta x_3 = (\dot{\psi}_{ref} - \dot{\psi}) = 0$$
(4.42)

Nestes casos a entrada do controle é igual a zero. Somente para $|\beta| > |\beta_{\max}|, |\dot{\psi}| > |\dot{\psi}_{\max}|$ ou $|\alpha_F / \alpha_R| = 1.5$, situações em que as diferenças das equações 4.42 não são nulas, o controle torna-se ativo.

O controle é baseado em regras. Como apresentado nas equações acima, valores de $\dot{\psi}_{ref}$ e β_{ref} podem ser calculados. Caso o valor $\dot{\psi}_{real} > \dot{\psi}_{max}$, o veículo apresenta um comportamento de sobreesterçamento. Sendo $\dot{\psi}_{real} < \dot{\psi}_{max}$ porém com a relação crítica $|\alpha_F / \alpha_R| = 1,5$ o veículo encontra-se subesterçado. Em ambos os casos o controle deve atuar para corrigir a trajetória do veículo.

No caso de sobreesterçamento, a roda dianteira externa recebe um torque de frenagem, enquanto as outras são deixadas livres para rodar. Quando o veículo se encontra em uma situação de subesterçamento, o torque de frenagem é aplicado na roda interna traseira.

Para o cálculo do valor do torque a ser aplicado, são considerados os erros da $\dot{\psi}$ e do β , dados por:

$$\dot{\psi}_{e} = \dot{\psi} - \dot{\psi}_{ref}$$

$$\beta_{e} = \beta - \beta_{ref}$$
(4.43)

e limitados pela aderência ao pavimento:

$$F_{Br} < F_{WL}$$

$$F_{WL} = \mu_L . F_Z$$
(4.44)

A força do freio F_{Br} não deve exceder a força de fricção F_{WL} , dados os coeficientes de atrito da pista μ_L e a força normal F_Z . Vide também figura 3.2.



Figura 4.5: Forças aplicadas no contato pneu e pavimento durante a frenagem.

Os valores das constantes são determinados através das simulações, sendo escolhidos os valores que resultam em um controle mais eficaz e confiável.

4.4.1 Estratégia do Sistema de Controle

O sistema de controle de guinada e ângulo de deriva proposto neste trabalho se diferencia do apresentado por Kiencke & Nielsen, (2000) em relação ao ângulo de deriva do veículo, pois não adotou-se um intervalo e sim a estratégia de igualá-lo a zero $(\beta_{ref} \approx 0)$. Para isso, a velocidade do centro de gravidade do veículo na direção y $(v_{CG,Y})$ deve ser zero.

Foi utilizado um sistema de controle tipo PI (proporcional integral) para o modelo de controle de estabilidade. A validação do controle se deu a partir da planta linearizada do modelo multicorpos simplificado do veículo. A representação linear fornece importantes características do comportamento dinâmico do modelo necessárias à validação do controle.

Para a obtenção do planta linear do veículo foi construído no programa ADAMS/View um modelo simplificado de seis graus de liberdade (GL). Foram analisados apenas três GL (velocidade longitudinal, aceleração lateral e velocidade de guinada) conforme a figura 4.1. O modelo linear contém tanto os modos e autovalores do modelo como a representação na forma de espaço de estados (*A*, *B*, *C*, *D*). De acordo com Barbieri,

(2002) as propriedades de estabilidade do sistema têm relação direta com a parte real dos autovalores complexos. Autovalores com parte real positiva representam modos instáveis do sistema, enquanto que partes reais negativas representam modos estáveis. E ainda a análise de autovalores fornece características do amortecimento e do comportamento oscilatório através de seus componentes reais e imaginários, respectivamente. O modelo de pneu utilizado foi o linear, conforme sugerido por Costa, (1992) e Barbieri, (1996) por representarem melhor o sistema. As forças e momentos que agem no pneu são introduzidos no modelo multicorpos através do elemento de força *general force* do ADAMS.

O modelo na forma de espaço de estados é dado por:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$
(4.30)

As matrizes A, B, C e D identificam as entradas e saídas do sistema.

A matriz A é uma matriz quadrada de dimensão 2x número de graus de liberdade, portando 12x12 e igual ao número de estados (no modelo linear três dos seis graus de liberdade têm valor zero). A matriz B do sistema, tem dimensão igual ao numero de estados pelo número de entradas (12x6). As entradas são seis e correspondem ao esterçamento das rodas dianteiras, à velocidade longitudinal e às forças de frenagem utilizadas pelo sistema de controle aplicado a cada uma das quatro rodas.

Já a matriz C depende da definição das variáveis de saída do sistema. Neste caso o sistema tem como saída a taxa de guinada, o ângulo de deriva e a aceleração no centro de gravidade, com isso a matriz C tem dimensão 3x12. E a matriz D é uma matriz nula, pois nenhuma saída depende diretamente das entradas do sistema, possuindo dimensão 1x6.

O controlador de malha fechada adotado faz a comparação da taxa de guinada de referência ($\dot{\psi}_{REF}$) com a taxa de guinada real ($\dot{\psi}_{REAL}$) do modelo do veículo, além da leitura do ângulo de deriva (β) do veículo. O atuador deve igualar as taxas de guinada e levar o ângulo de deriva a zero, conforme o esquema ilustrado na figura 4.6.

No modelo bicicleta, a função de transferência entre a taxa de guinada de referência $\dot{\psi}_{\scriptscriptstyle REF}$ e o ângulo de esterçamento da roda δ é dada por:

$$\dot{\psi}_{REF} = \frac{1}{L} \cdot \frac{V}{1 + V^2 / v_{char}^2} \cdot \delta$$
(4.31)

sendo v_{char} a velocidade característica e igual a:

$$v_{carac}^{2} = \frac{C_{F}C_{R}L^{2}}{M(c.C_{R} - b.C_{F})}$$
(4.32)

A maioria dos automóveis possuem a velocidade característica em torno de 68 e $112 \, km/h$, sendo os veículos com menores v_{char} mais subesterçantes. O modelo de veículo em estudo possui $v_{char} \approx 97 \, km/h$.



Figura 4.6: Diagrama de blocos do sistema de controle.

Do modelo simplificado do veículo, obteve-se a planta linear que foi exportada através do programa ADAMS/View para o programa Matlab/Simulink. A figura 4.6 apresenta o diagrama de blocos do controlador tipo PI (proporcional integral) utilizado. Note que a figura foi importada do Matlab/Simulink e por isso nela vemos o bloco padrão PID e não PI. O seu equacionamento é dado por:

$$G_C(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) \tag{4.33}$$

ou ainda conforme o programa Simulink:

$$G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} \tag{4.34}$$

sendo as constantes K_P o ganho proporcional e T_I ou K_I o tempo integral.

O controle foi sintetizado através do método Ziegler-Nichols, visto em Franklin et. al., (1994) com uma entrada degrau de 40^{\circ} no volante que se traduz em 2^{\circ} de esterço nas rodas dianteiras. A velocidade longitudinal utilizada foi de 20 *m*/*s*.

Por se tratar de um controle baseado em regras para a frenagem, o valor máximo do torque é definido como a força aplicada diretamente em cada uma das quatro rodas, e nesse controle do momento de guinada, um valor nulo para a pressão de frenagem é possível. Além disso, o controle atua somente para valores do erro da taxa de guinada superiores a 20% e para valores de $\psi > 0.1 rad/s$.

Esse atraso na atuação do controle permite que o motorista tenha uma chance de manualmente corrigir o erro da taxa de guinada antes da intervenção do controlador. Deste modo, o controle não atua até o momento em que realmente seja necessário manter o veículo estável. Esse recurso evita ativações do controle devido a ruídos.

As simulações realizadas com o modelo foram obtidas através de ferramentas disponíveis no programa MATLAB. Estas visam comprovar sua utilidade como uma representação do veículo em condições de operações reais. A entradas utilizadas na simulação foram a velocidade longitudinal e o ângulo de esterço no volante. As saídas controladas pelo modelo foram a taxa de guinada, o ângulo de deriva do veículo e a aceleração no centro de gravidade.

Capítulo 5

Simulações e Análises dos Resultados

5.1 Introdução

Neste capítulo serão descritas as manobras realizadas para a validação do modelo e da estratégia de controle utilizada.

Em seguida, serão realizadas as simulações e análise da dinâmica lateral do modelo do veículo, comparando-se os resultados das simulações do modelo multicorpos de três graus de liberdade com e sem a atuação do sistema de controle.

5.2 Validação do modelo multicorpos

Para a validação do modelo de três graus de liberdade em sistema multicorpos foram realizadas várias simulações. As manobras realizadas foram do tipo de regime permanente (velocidades constantes) e regime transiente (acelerações e frenagens).

A norma ISO 7401 especifica métodos de teste para determinar o comportamento de veículos de passageiros (conforme especificado na norma ISO 3833) com relação ao comportamento lateral. Essa norma considera entradas de esterçamento em degrau, senoidal, randômica e de pulsos. Outras normas utilizadas em testes de dinâmica veicular são a ISO 4138 para testes circulares, a ISO/TR 8725 para mudança de pista e a ISO 15037-1, que especifica métodos gerais de testes dinâmicos em veículos de passageiros.

As respostas utilizadas para averiguar o resultado destes testes são as acelerações laterais $a_{CG,Y}$ a taxa de guinada ψ e o ângulo de deriva do veiculo β . A velocidade mais usual para esses testes é de 30 m/s, mas diferentes velocidades podem ser utilizadas. Nesta dissertação foram feitos vários testes. Foram simulados condições de frenagem e aceleração em curvas com ângulo de esterçamento constante, situações de entradas de esterçamento conhecidas, do tipo senóides e degraus, e esterçamento variável com ou sem frenagem e aceleração. Vários resultados foram obtidos, e quatro diferentes manobras

	1	2	3	4
Velocidade				
Inicial	20 m/s	20 m/s	20 m/s	30 m/s
Frenagem	Sem	Sem	Sem	Sem
Aceleração	Sem	Sem	$2m/s^2$	$-2m/s^2$
Terreno	Asfalto seco	Asfalto seco	Asfalto seco	Asfalto seco
		Senoidal	Senoidal	Senoidal
		(amplitude 40º e	(amplitude 40º	(amplitude 40º e
	Fixo de 40º	freqüência	e freqüência	freqüência
Esterçamento	por 6s.	0.1 rad/s)	0.1 rad/s)	0.1 rad/s)

foram escolhidas para demonstrar a eficiência e funcionalidade do controle proposto. Essas manobras são descritas na tabela 4.3.

Tabela 5.1: Parâmetros para as simulações de teste do controle de guinada.

5.3 Análise utilizando o modelo simplificado

No modelo de três graus de liberdade, os parâmetros de entrada para a simulação são somente dois: ângulo de esterço no volante e velocidade longitudinal do veículo.

A simulação do modelo simplificado é rápida, pois as equações diferenciais são rapidamente resolvidas pelo programa solucionador de equações do ADAMS e do MATLAB. O tempo de análise é mais rápido no modelo simplificado do que a manobra realizada em tempo real. Com isso, possíveis modificações e posterior análise utilizando o modelo simplificado são mais rápidas se comparadas às análises utilizando o modelo completo em sistemas multicorpos do veículo.

5.4 Resultado das manobras

Das variáveis analisadas, a taxa de guinada e o ângulo de deriva são as mais relevantes para a determinação de instabilidade ou não. Quando o veículo está subesterçado, a manobra é efetuada com um valor da taxa de guinada inferior ao valor máximo possível. Sendo assim, quando o sistema de controle atua, o valor de ψ obtido é maior do que aquele sem o controle, como mostrado nos resultados obtidos com a manobra 1 (tabela 5.1). Caso seja utilizado somente o valor da taxa de guinada para se determinar a eficiência do controle, erros de julgamento poderiam ser cometidos. Da mesma maneira deve se decidir a eficiência de um determinado controle ou a instabilidade do veículo com base no ângulo de deriva do veículo. O modelo de veículo em estudo neste trabalho

apresentou valores baixos para β , mas apesar desses valores o controle levou em consideração este parâmetro. Tal parâmetro é importante em situações em que o motorista precisa efetuar uma manobra rápida para desviar de um obstáculo repentino (por exemplo, uma criança que corre em frente ao veículo). Neste tipo de situação, é desejável um alto valor de $\dot{\beta}$ para que o veículo seja desviado mais rapidamente.



Figura 5.1: Manobra 1. Taxa de guinada sem atuação do controle.



Figura 5.2: Manobra 1. Taxa de guinada com atuação do controle.



Figura 5.3: Manobra 1. Frenagem durante atuação do controle.

A manobra de entrada degrau de 40º no volante (2º na roda) a 20 m/s, mostrou a tendência sobreesterçante do veículo ($\psi_{REF} < \psi_{REAL}$). Após a atuação do sistema, freando a roda dianteira esquerda (figura 5.3) o sistema restaurou o equilíbrio atingindo a taxa de guinada de referência. A atuação do freio ocorre após a detecção do erro instantâneo e por isso atinge o valor máximo repentinamente. Na prática um sistema deve ser calibrado para o veículo ser freado progressivamente. O ângulo de deriva do veículo foi mantido abaixo de 0,1º conforme figura 5.4.



Figura 5.4: Manobra 1. Ângulo de deriva durante atuação do controle.

A mesma manobra com entrada degrau de 40° de esterço no volante a 20 m/s, porém para o lado contrário mostrou resultados idênticos ao anterior. Os resultados das figuras 5.5 e 5.6.



Figura 5.5: Manobra 1. Taxa de guinada sem atuação do controle.



Figura 5.6: Manobra 1. Taxa de guinada com atuação do controle.



Figura 5.7: Manobra 1. Ângulo de deriva durante atuação do controle.

O resultado da simulação com entrada de esterçamento senoidal de amplitude de 40° de esterço no volante e freqüência de 0.1 rad/s sem a presença do controle pode ser visto nas figuras 5.8 e 5.9. O valor máximo da taxa de guinada se mantém a cada pico de esterço aplicado ao veículo. Com a atuação do sistema de controle, a tendência sobreesterçante do veículo diminui, baixando a taxa de guinada para os valores requeridos da taxa de referência. O sistema de freios atuou em ambas as rodas dianteiras, porém em tempos diferentes, conforme verificado através da figura 5.10.



Figura 5.8: Manobra 2. Taxa de guinada sem atuação do controle.



Figura 5.9: Manobra 2. Taxa de guinada com atuação do controle.



Figura 5.10: Manobra 2. Frenagem durante atuação do controle.

Com o controle do ângulo de deriva do veículo abaixo de 0.2º, a aceleração no centro de gravidade do veículo na direção y foi mantida próxima de zero, e o veículo mantém-se alinhado tangencialmente à trajetória.



Figura 5.11: Manobra 2. Controle do ângulo de deriva após atuação do controle.

Para a manobra 3, o veículo acelera durante uma curva, com entrada de esterço de amplitude de 40° e freqüência de 0.1 rad/s. Os resultados obtidos da taxa de guinada e ângulo de deriva do veículo mostraram a eficiência do sistema de controle, freando as rodas dianteiras esquerda e direita contendo a tendência sobreesterçante do veículo.



Figura 5.12: Manobra 3. Taxa de guinada sem atuação do controle.



Figura 5.13: Manobra 3. Taxa de guinada com atuação do controle.



Figura 5.14: Manobra 3. Controle do ângulo de deriva após atuação do controle.

A força exercida nas rodas durante a frenagem da roda no inicio da manobra atinge o máximo de 2100 N, retornando a valores mais baixos capazes de assegurar a taxa de guinada ideal para a manobra senoidal. Vide figura 5.15.



Figura 5.15: Manobra 3. Frenagem durante atuação do controle.

Na quarta manobra, o veículo é submetido a uma desaceleração de 2 m/s^2 durante um esterçamento senoidal de amplitude de 40º e freqüência 0.1 rad/s. As taxa de guinada de referência e real do modelo do veículo são apresentadas na figura 5.16. Note mais uma vez que o veiculo apresenta uma tendência sobreesterçante e por isso terá as rodas dianteiras freadas individualmente durante a manobra. A velocidade inicial era de 30 m/s e o veículo foi submetido à desaceleração por 6 segundos sem que perdesse o controle durante a manobra.

Os resultados obtidos mostram que com o auxilio do controle ativo de estabilidade lateral, o percurso efetuado pelo veículo é mais próximo ao desejado do que sem o auxílio do sistema de controle. Para um funcionamento ideal, além do controle de guinada o veículo deve ter o sistema de freios antitravamento do tipo ABS e o controle de tração TCS para evitar a perda de aderência ao pavimento durante as manobras.



Figura 5.16 Manobra 4 Taxa de guinada sem atuação do controle.



Figura 5.17: Manobra 4. Taxa de guinada com atuação do controle.



Figura 5.18: Manobra 4. Frenagem durante atuação do controle.



Figura 5.19: Manobra 4. Controle do ângulo de deriva após atuação do controle.
As manobras 2, 3 e 4 com entradas de esterços senoidais causam a tendência de sobreesterçamento no veículo. De modo a ilustrar o processo de atuação do controle simulado, as figuras 5.20 e 5.21 indicam a trajetória do veículo em situação real durante uma curva com mudança de raio. No primeiro caso, sem a atuação do controle o veículo é projetado para fora da estrada. Com a atuação dos freios a partir do momento em que o controle é acionado, o veículo se mantém no curso desejado.

No instante 1, o motorista esterça o volante gerando uma força lateral F_L e um momento de guinada ψ e aumentando o ângulo de deriva do veículo β . No instante 2, o veículo já apresenta tendência à instabilidade que chega à perda do controle do veículo no instante 3, no qual o veículo está sobreesterçado. No instante 4, o veículo está incontrolável.



Figura 5.20 Trajetória do veículo sem atuação do controle de estabilidade

O veículo com o controle ativo de estabilidade apresenta resposta à dinâmica lateral conforme a figura 5.21. Ao realizar a curva, no instante 1, o motorista esterça o volante gerando uma força lateral F_L e um momento de guinada ψ e aumentando o ângulo de deriva do veículo β . No instante 2, o veículo inicia uma tendência à instabilidade. Neste instante o controle atua freando a roda dianteira externa à curva, e o motorista retoma o controle do veículo imperceptivelmente. No instante 4 o veículo volta a apresentar instabilidade e o sistema atua na roda oposta à primeira atuação, retornando o veículo à trajetória desejada.



Figura 5.21 Trajetória do veículo com atuação do controle de estabilidade

Capítulo 6

Conclusões

As simulações e análises desenvolvidas no capítulo 5 mostraram que o modelo não linear de três graus de liberdade e o sistema de controle utilizados fornecem resultados bastante consistentes quando comparado com fontes da literatura e programas comerciais.

Devido à dificuldade em se modelar matematicamente todos os complexos fenômenos que ocorrem no contato pneu-solo, algumas simplificações foram feitas no modelo visando-se melhorar e facilitar a implementação, não prejudicando os resultados obtidos.

A interpretação dos fenômenos físicos através do modelo simplificado, é bastante direta e, portanto são facilmente entendidas. As forças aplicadas aos pneus nas direções lateral, horizontal e vertical são diretamente especificadas no modelo de veículo. Isso facilita a análise de configurações de pneus, com tipos diferentes de rigidez em curva. É possível em fases iniciais de projeto identificar possíveis comportamentos indesejáveis do veículo e alterar as especificações de projeto para se conseguir um veículo com boas características de dirigibilidade. Da mesma forma, para o sistema de controle, o projeto pode facilmente ser ajustado em busca do melhor desempenho.

O modelo não linear de três graus de liberdade tem uma grande vantagem na utilização como modelo de referência para sistemas de controle de atitude de veículos devido às equações do modelo poderem ser resolvidas em tempo real considerando-se as grandezas normalmente utilizadas para o controle de atitude do veículo, como aceleração lateral e velocidade em guinada.

O desenvolvimento da estratégia de controle teve como foco principal à obtenção de um controle simples e eficiente, que não sofresse perturbações e perdas de eficácia devido a mudanças no sistema controlado. Um controle automotivo satisfatório não precisa guiar o veículo, mas apenas mantê-lo dentro de limites de dirigibilidade. O veículo deve permanecer no curso desejado com operação segura e de fácil controle do motorista. A modelagem da dinâmica do pneu utilizada foi bastante simplificada. Trabalhos futuros podem considerar uma modelagem mais completa, considerando parâmetros importantes como o efeito do comprimento de relaxação do pneu. O modelo de pneu utilizado no trabalho é uma simplificação do modelo *Magic Formula* (Pacejka, 1991). Uma implementação do modelo completo do *Magic Formula* iria melhorar a correlação entre o modelo simplificado e o modelo real, principalmente em manobras transientes.

Com as simplificações feitas no modelo, as direções e rotações desconsideradas, ou seja, a dinâmica da suspensão e do sistema de esterçamento além dos movimentos de rolagem e arfagem não fizeram parte do estudo. Um trabalho futuro pode estudar esses efeitos desconsiderados para melhorar ainda mais os resultados obtidos.

Outro passo na continuidade desse trabalho é a implementação dos controles desenvolvidos em um veículo de teste, comparando-o com os sistemas comerciais.

Referências Bibliográficas

- AGA, M.; OKADA, A. (2002). Analysis of Vehicle Stability Control (VSC) effectiveness from accident data. Toyota Motor Corporation e Toyota Techno Service Corporation, Japan.
 Paper 541. Disponível em: http://www.esceducation.org/downloads/toyota_VSC_study.pdf. Acesso em: 27 dez 2004.
- ALLEN, R.W.; MAGDALENO, R.E. et al (1995). Tire modeling requirements for vehicle dynamics simulation. In: INTERNATIONAL CONGRESS AND EXPOSITION, Detroit, Michigan, February 27-March 2, SAE paper 950312.
- ALLEN, R.W.; ROSENTHAL, T.J.; SZOSTAK, H.T. (1987). Steady-state and transient analysis of ground vehicle handling. SAE paper 870495.
- BAKKER, E.; NYBORG, L. et al (1987). Tire modeling for use in vehicle dynamics studies. In: INTERNATIONAL CONGRESS AND EXPOSITION, Detroit, Michigan, February 23-27, SAE paper 870421.
- BARBIERI, F. A. A. (2002). Prototipagem virtual: modelagem, simulação e otimização de dinâmca veicular. Tese (doutorado). Universidade de São Paulo, São Carlos.
- BOSCH (1999). *Driving safety systems*. Warrendale: Society of Automotive Engineers, ISBN 0-7680-0511-6.
- BUNDORF, R.T.; LEFFERT, R.L. (1976). The cornering compliance concept for description of vehicle directional control properties. SAE paper 760713.
- CHIKAMORI, S.; SUMIE, A.; OHTA, Y. (1989). Profiles of Automobiles in the Year 2000. SAE paper 892008.
- CLAIR, D. W.; FRUEHAUF, P. S. (1994). PID Tuning: It's The Method, Not The Rules. Intech Engineer's Notebook, p. 27-30, Dezembro.
- COSTA NETO, A. (1991). Application of multibody system (MBS) techniques to automotive vehicle chassis simulation for motion control studies. Tese (Doutorado). Universidade de Warwick, Inglaterra.

- DUGGOF, H.; FANCHER, P.S.; SEGEL, L. (1970). An analysis of tire properties and their influence on vehicle dynamics performance. SAE Transactions, 700377.
- Electronic Stability Control (ESC) the Easy Safety Choice. Disponível em: <u>http://www.esceducation.org/downloads/ESC Fact Sheet.pdf</u>. Acesso em: 12 jan 2005.
- ELLIS, J.R. (1994). *Vehicle handling dynamics*. London: Mechanical Engineering Publications Limited, ISBN 0 85298 885 0.
- ERHARDT, R.; ZANTEN, A.T.; PFAFF, G. (1995). *Control of Vehicle Dynamics*. Automotive Engineering, v. 103, n. 5, p. 87-93.
- ESTEVES, A.C.; WINOCO, L.; BERTHAUD, J. (1992). Disc brakes for trucks: a technical innovation for heavy vehicles. In: 24 th FISITA CONGRESS, London. SAE paper 925059.
- GIESEN, N. (2002). Current Analysis of the Accident Statistics: Mercedes Passenger Cars Get Into Fewer Accidents. Disponível em: <u>http://www.esceducation.org/downloads/mercedes ESC study.pdf</u>. Acesso em: 12 jan 2005.
- GILLESPIE, T. (1992). *Fundamentals of vehicle dynamics*. Warrendale: Society of Automotive Engineers, ISBN 1-56091-199-9.
- GIM, G.; NIKRAVESH, P.E. (1991). An analytical model of pneumatic tyres for vehicle dynamic simulations. Part 1: pure slips. *Vehicle Design.* Vol. 11.
- GOODAL, R.M.; KORTÛM, W. (1983). Active control in ground transportation a review of the state of the art and future potential. Vehicle System Dynamics, v. 12, p. 225-257.
- HAGAZY, S.; RAHNEJAT, H.; HUSSAIN, K. (2000). Multi-body dynamics in full-vehicle handling analysis under transient manoeuvre. Vehicle System Dynamics, v. 103, n. 5, p. 87-93.
- HEYDINGER, G.J.; GARROT, W.R. et al (1991). The importance of tire lag on simulated transient vehicle response. SAE paper 910235.

- IKUSHIMA, Y.; SAWASE, K. (1995). A Study of the Effects of the Active Yaw Moment Control. In: VEHICLE DYNAMICS, SIMULATION, AND SUSPENSION SYSTEMS. Detroit, SAE paper 950303.
- INOUE, T.; AOKI, K.; SUZUKI, T. (1990). Future engine control. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON TRANSPORTATION ELECTRONICS, Dearborn, USA.
- KANE, T.R.; LEVINSON, D.A. (1985). *Dynamics: Theory and Applications*, McGraw-Hill, New York.
- KIENCKE, U. (1988). A view of automotive control systems. IEEE Control Systems Magazine, v. 4, n. 8, p. 11-19, August.
- KIENCKE, U.; NIELSEN, L. (2000). Automotive control systems: for engine, driveline, and vehicle. Warrendale: Society of Automotive Engineers, ISBN 0-7680-0453-5.
- KORTÛM, W.; SCHIEHLEN, W. (1985). General purpose vehicle system dynamics software based on multibody formalisms. Vehicle System Dynamics, v. 14, p. 229-263.
- MCHENRY, R.R. (1968). An analysis of the dynamics of automobiles during simultaneous cornering and ride motions, in handling of vehicles under emergency conditions. In: PROCEEDINGS IMechE, n. 13, p. 28-48.
- MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. (1995). *Race car vehicle dynamics*. Society of Automotive Engineers, ISBN 1-56091-526-9.
- MIMURO, T.; OHSAKI, M.; YASUNAGA, H.; SATOH, K. (1990). Four parameter evaluation method of lateral transient response. SAE paper 910235.
- MOTOYAMA, S.; UKI, H.; ISODA, K.; YUASA, H. (1992). Effect of Traction Force Distribution Control on Vehicle Dynamics. JSAE Paper 923080, AVEC 92.
- MOTOYAMA, S.; UKY, H.; ISODA, K.; YUASA, H. (1993). Effect of traction force distribution control on vehicle dynamics. Vehicle System Dynamics, v. 22, p. 455-464.
- NAITO, G.; YAGUCHI, E.; ASAHI, M.; NAKATA, T.; INOKUCHI, I. (1990). New Electronically Controlled Torque Sprit 4WD System for Improving Cornering Performance. SAE Paper 900556.
- OLLEY, M. (1934). Independent wheel suspension its whys and wherefores. SAE Journal, March, p. 73-81.

- ORLANDEA, N. (1973). Node analogous, sparcity-oriented methods for simulation of mechanical systems. Tese (doutorado). Universidade de Michigan.
- ORLANDEA, N.; CHACE, M.A. (1977). Simulation of a vehicle suspension with the ADAMS computer program. In: INTERNATIONAL AUTOMOTIVE ENGINEERING CONGRESS AND EXPOSITION. Detroit. SAE paper 770053.
- PACEJKA, H.B. (1966). The wheel shimmy phenomenon: a theoretical and experimental investigation with particular reference to the non-linear problem. Tese (Doutorado) – Delft University, Holanda.PASQUINI, J. P. (1998). *Modelagem e análise da dinâmica lateral de veículos automotivos*. Dissertação (Mestrado), Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil.
- PACEJKA, H.B. (1973). Simplified analysis of steady-state turning behavior of motor vehicles. Part 1. Handling diagrams of simple systems. Vehicle System Dynamics, v. 2, p. 161-172.
- PACEJKA, H.B. (1973). Simplified analysis of steady-state turning behavior of motor vehicles. Part 2. Stability of the steady-state turn. Vehicle System Dynamics, v. 2, p. 173-183.
- PACEJKA, H.B. (1973). Simplified analysis of steady-state turning behavior of motor vehicles. Part 3. More elaborate systems. Vehicle System Dynamics, v. 2, p. 184-204.
- PACEJKA, H.B.; BESSELINK, I.J.M. (1997). Magic formula tyre model with transient properties. Vehicle System Dynamics Supplement, v. 27, p. 234-249.
- PAPELIS, I.; BROWN, T.; WATSON, G.; HOLTZ, D.; PAN, W. (2003). Study of ESC Assisted Driver Performance Using a Driving Simulator. Disponível em: <u>http://www.esceducation.org/downloads/University of Iowa ESC Study.pdf</u> . Acesso em: 12 jan 2005.
- PAWLAC, A.M.; GRABER, D.W.; ECKHARDT, D.C. (1994). Magnasteer: direção hidráulica com esforço variável magneticamente. In: III CONGRESSO E EXPOSIÇÃO INTERNACIONAIS DA TECNOLOGIA DA MOBILIDADE, São Paulo. SAE paper 942388.
- PETZOLD, L. (1995). Numerical solution of differential-algebraic equations. In: MDI USER CONFERENCE, Ypsilante, Michigan. Disponível em:

http://www.adams.com/news/events/userconf/na/1995/UC950005.PDF. Acesso em: 22 jul 2004.

- SEGEL, L. (1956). Theoretical prediction and experimental substantiation of the response of the automobile to steering control. The Institution of Mechanical Engineers, August 30.
- SHIBAHATA, Y.; SHIMADA, K.; TOMARI, T. (1992). The Improvement of Vehicle Maneuverability by Direct Yaw Moment Control. JSAE Paper 923081, AVEC 92.
- SULTAN, M.O.; HEYDINGER, G.J. et al (1995). A study of vehicle class segregation using linear handling models. In: INTERNATIONAL CONGRESS & EXPOSITION, Detroit, Michigan, February 27-March 2, SAE paper 950307.
- SCHIEHLEN, W. (1997). Multibody system dynamics: roots and perspectives. Multibody System Dynamics, Netherlands, v. 1, p. 149-188.
- SCHWERTASSEK, R.; ROBERSON, R.E. (1985). A perspective on computer-oriented multibody dynamical formalisms and their implementations. In: DYNAMICS OF MULTIBODY SYSTEMS – IUTAM IFTOMM SYMPOSIUM, Udine.
- SCHIEHLEN, W.O.; KREUZER, E.J. (1977). Symbolic Computerized Derivation of Equations of Motion. In: IUTAM Symposium – Dynamics of Multibody Systems, German.
- TERAOKA, M. (1993). Development for the Electromagnetic Controlled Limited Slip Differential Unit (EMCD). SAE Paper 931023.
- TINGVALL, C.; KRAFTT, M.; KULLGREN, A.; LIE, A. (2003). The effectiveness of ESP (Electronic Stability Programme) in reducing real life accidents. Swedish National Road Administration, Monash University Accident Research Centre, Sweden. Paper 261. Disponível em: <u>http://www.esceducation.org/downloads/swedish_ESC_study.pdf</u>. Acesso em: 12 jan 2005.
- TOKUDA, T. (1988). Car in the '90s as a human ware. SAE paper 885049.
- VERMA, M. K. (1981). Transient response test procedures for measuring vehicle directional control. Vehicle System Dynamics, v. 10, p. 333-356.
- WHITCOMB, D.W.; MILLIKEN, W.F. (1956). Design implications of a general theory of automobile stability and control. The Institution of Mechanical Engineers, August 30.

- WREDE, J.; STUMPE, W.; GRAUEL, I.; BRÄUNINGER, J.; SCHLICHENMAYER, A.; KÄCHELE, H. (1992). Electronically controlled compressed-air braking system for commercial vehicles. In: 24 th FISITA CONGRESS, London. SAE paper 925054.
- WALLENTOWITZ, H. (1990). Scope for the integration of powertrain and chassis control systems: traction control active suspension all wheel drive. SAE paper 901168.
- XIA, X.; WILLIS, J.N. (1995). The effects of tire cornering stiffness on vehicle linear handling performance. In: INTERNATIONAL CONGRESS AND EXPOSITION, Detroit, Michigan, February 27-March 2, SAE paper 950312.