UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

LUIZ FERNANDO VALES

Análise numérica da influência de parâmetros estruturais no desempenho
vibroacústico de placas flexíveis

São Carlos

2018

LUIZ FERNANDO VALES

Análise numérica da influência de parâmetros estruturais no desempenho
vibroacústico de placas flexíveis

Dissertação apresentada à Escola de
Engenharia de São Carlos da Universidade de
São Paulo, como requisito para a obtenção do
Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Leopoldo Pisanelli
Rodrigues de Oliveira

ESTE EXEMPLAR TRATA-SE DA
VERSÃO CORRIGIDA.
A VERSÃO ORIGINAL ENCONTRA-
SE DISPONÍVEL JUNTO AO
DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECANICA DA
EESC-USP.

São Carlos

2018

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

V167a	<p>Vales, Luiz Fernando</p> <p>Análise numérica da influência de parâmetros estruturais no desempenho vibroacústico de placas flexíveis / Luiz Fernando Vales; orientador Leopoldo Pisanelli Rodrigues de Oliveira. São Carlos, 2018.</p> <p>Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e Área de Concentração em Dinâmica das Máquinas e Sistemas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2018.</p> <p>1. Vibroacústica. 2. Radiação sonora. 3. Controle passivo. 4. Elementos finitos. 5. Sensibilidade. I. Título.</p>
-------	--

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **LUIZ FERNANDO VALES**.

Título da dissertação: "Análise numérica da influência de parâmetros estruturais no desempenho vibroacústico de placas flexíveis".

Data da defesa: 05/02/2018.

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Dr. **Leopoldo Pisanelli Rodrigues de Oliveira**
(Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Sidney Bruce Shiki**
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

Aprovado

Prof. Dr. **Jaime Alberto Mosquera Sanchez**
(Universidade Federal de Santa Maria/UFSM)

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica:
Prof. Associado **Gherhardt Ribatski**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Luís Fernando Costa Alberto**

*À minha esposa e eterna companheira, às minhas
filhas, aos meus pais e à minha irmã.*

AGRADECIMENTOS

A DEUS, que, pela sua misericórdia e bondade, me sustenta todos os dias.

Ao meu professor e orientador Leopoldo, pelo exemplo de profissionalismo, dedicação e comprometimento e, em especial, pela paciência durante o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus pais, à minha irmã e à minha avó materna (*in memoriam*), pelo amor, incentivo e apoio incondicionais para a minha formação pessoal e profissional.

À minha esposa e às minhas filhas, pelo amor, carinho, compreensão e companheirismo de todos os dias.

Aos meus sogros, por todo apoio e incentivo.

À Multicorpos Engenharia, por todo o apoio e suporte para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos colegas da Multicorpos Engenharia, pela amizade, incentivo e colaboração.

Aos professores e funcionários da EESC, especialmente da pós-graduação e do Laboratório de Dinâmica.

A todos que, de alguma forma, me ajudaram ou torceram por mim.

“When our days become dreary with low-hovering clouds of despair, and when our nights become darker than a thousand midnights, let us remember that there is a creative force in this universe, working to pull down the gigantic mountains of evil, a power that is able to make a way out of no way and transform dark yesterdays into bright tomorrows”

Martin Luther King

RESUMO

VALES, L. F. **Análise numérica da influência de parâmetros estruturais no desempenho vibroacústico de placas flexíveis.** 2018. 157 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

Vibrações estruturais constituem uma das principais fontes de ruído e de desconforto em diversas aplicações, tais como nos produtos das indústrias automotiva, aeroespacial e naval, que, em grande parte, são compostos por estruturas flexíveis semelhantes a placas. Ao mesmo tempo, a demanda crescente por aumento de eficiência energética e por redução de emissão de gases nocivos ao meio ambiente tem levado os fabricantes de todos os segmentos para a utilização de materiais cada vez mais leves. Um desafio importante relacionado ao uso dessas soluções diz respeito ao seu comportamento vibroacústico, já que estruturas leves tendem a transmitir e emitir ruídos de forma mais intensa, particularmente em baixas frequências. Em decorrência disso, a obtenção de uma boa relação entre peso e desempenho vibroacústico usualmente demanda algumas iterações de projeto. Nesse contexto, este trabalho tem por objetivo estabelecer um procedimento numérico para avaliar as propriedades vibroacústicas de placas flexíveis excitadas por um campo gerado no interior de uma cavidade acústica, bem como investigar a influência de parâmetros estruturais que definem a placa sobre o seu desempenho vibroacústico. O escopo aqui é a faixa de baixas frequências, na qual o comportamento do sistema é descrito de forma determinística através de características modais. Foi desenvolvido um modelo numérico em elementos finitos de uma cavidade acústica retangular de paredes rígidas acoplada a uma placa flexível. Uma fonte acústica posicionada no interior da cavidade produz um campo de pressão sonora que induz a placa à vibração e, conseqüentemente, a irradiar potência sonora para o campo livre exterior. Para realização das análises de sensibilidade, desenvolveu-se um conjunto de rotinas de modo a permitir o gerenciamento automatizado de simulações. Resultados numéricos são apresentados para avaliar a influência de diversos parâmetros estruturais sobre o desempenho vibroacústico da superfície estrutural. O procedimento proposto pode ser aplicado de forma eficiente para a análise de sensibilidade da transmissão de ruído em sistemas vibroacústicos sujeitos à variação de parâmetros estruturais e pode também ser utilizado para avaliar diversos tipos de materiais, como isotrópicos, ortotrópicos e até metamateriais.

Palavras-chave: Vibroacústica, Radiação Sonora, Controle passivo, Elementos Finitos, Sensibilidade.

ABSTRACT

VALES, L. F. **Numerical analysis of the influence of structural parameters on the vibroacoustic performance of flexible plates.** 2018. 157 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

Structural vibrations are the major causes of noise and people discomforts in several applications, such as in the products of the automotive, aerospace and naval industries, which are mainly composed of flexible plate-like structures. At the same time, the ever-increasing demands for energy efficiency and for reduced emissions of harmful gases into the environment lead product manufacturers of all industrial sectors towards an increased use of lighter materials. However, these solutions are most sensitive to issues related to vibroacoustic behavior, since the lightweight structures tend to present a high sound transmission, particularly at low frequencies. Consequently, the optimal design of lightweight and noise insulation properties of a structure usually require some design trade-offs. In this context, this dissertation aims to propose a numerical procedure to analyze the vibroacoustic performance of flexible plates subject to an interior acoustic field, as well as to investigate the influence of structural parameters on the sound insulation properties of the plate. The scope here is the low frequency range, in which the response of the coupled system is described in a deterministic way in terms of a mode set. A finite element model of a rigid rectangular acoustic cavity coupled to a flexible plate was developed. An acoustic source inside the cavity produces an interior sound pressure field that forces the flexible plate to vibrate and, consequently, to radiate sound power to the external free field. In order to enable the automatic management of the variability simulations, a set of routines was also developed. Numerical results are presented in order to evaluate the influence of several structural parameters on the vibroacoustic properties of the plate. The proposed methodology can be largely used in sensitivity analysis of noise transmission in vibroacoustic systems subject to the variation of structural parameters and can be used to evaluate many material types, as isotropic, orthotropic and even metamaterials.

Keywords: Vibroacoustics, Sound radiation, Passive Control, Finite Element Method, Sensitivity.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Evolução ao longo dos anos da utilização de compósitos em aviões comerciais.	31
Figura 1.2 – Composição de materiais na aeronave Boeing B787.	32
Figura 2.1 – Pressão acústica.	37
Figura 2.2 – Curvas iso-sônicas (ISO 226).	38
Figura 2.3 – Representação esquemática da intensidade sonora.	39
Figura 2.4 – Cavidade retangular de dimensões L_x , L_y e L_z .	42
Figura 2.5 – Fluxo de energia característico irradiado por uma placa em ressonância.	49
Figura 2.6 – Variação da velocidade da onda de flexão com a frequência.	51
Figura 2.7 – Vibração de uma placa finita circundada por um plano rígido.	52
Figura 2.8 – Radiação sonora de uma placa finita.	53
Figura 2.9 – Mecanismo de cancelamento do campo sonoro em placas vibrantes.	53
Figura 2.10 – Eficiências de radiação de uma placa simplesmente apoiada.	56
Figura 2.11 – Placa discretizada em radiadores elementares.	58
Figura 2.12 – Incidência, reflexão, absorção e transmissão do som através de uma estrutura.	61
Figura 2.13 – Representação de uma curva típica da PTS de um painel homogêneo.	62
Figura 2.14 – Variáveis de EF e de EC comparadas com as variáveis de SEA.	64
Figura 2.15 – Possíveis configurações de um sistema vibroacústico quanto ao domínio e condições de contorno: (a) interno, (b) externo, (c) interno/externo e (d) interno com superfície aberta.	67
Figura 3.1 – Representação esquemática do problema vibroacústico sob estudo.	73
Figura 3.2 – Posicionamento e dimensões da placa (em amarelo) e da cavidade acústica (em cinza).	74
Figura 3.3 – Malha de EF utilizada na discretização do meio estrutural.	75
Figura 3.4 – Malha de EF utilizada na discretização do meio acústico.	76
Figura 3.5 – Elemento finito: a) Estrutural de 4 nós (CQUAD); b) Acústico de 8 nós (CHEXA).	77
Figura 3.6 – Malha de EF do sistema vibroacústico acoplado.	77
Figura 3.7 – Identificação da região de aplicação da excitação acústica.	79
Figura 3.8 – Ilustração do arquivo de configurações de propriedades a serem avaliadas.	82

Figura 3.9 – Fluxograma do processo de gerenciamento automático de análises.....	84
Figura 4.1 – Erro relativo entre as frequências naturais da placa engastada obtidas numérica e analiticamente.....	86
Figura 4.2 – Formas naturais de vibração da placa encastrada obtidas com o MSC.Nastran.	87
Figura 4.3 – Erro relativo entre as frequências naturais da cavidade acústica de paredes rígidas obtidas numérica e analiticamente.....	89
Figura 4.4 – Primeiros 19 modos de vibração e respectivas frequências naturais da cavidade acústica de paredes rígidas, obtidos através de modelo em EF com o MSC.Nastran.	89
Figura 4.5 – Frequências naturais e formas modais do sistema vibroacústico.....	91
Figura 4.6 – Resposta estrutural do sistema acoplado: Aceleração nó central da placa (#326).	97
Figura 4.7 – Resposta acústica do sistema acoplado: Nível de pressão sonora no nó #3041.	97
Figura 4.8 – Nível de potência sonora irradiada pela placa para o meio exterior.	98
Figura 4.9 – Perda de transmissão do sistema vibroacústico.	99
Figura 4.10 – Efeito do amortecimento do meio estrutural sobre o nível de potência sonora irradiada pela placa para o meio exterior.....	100
Figura 4.11 – Efeito do amortecimento do meio estrutural sobre o nível de potência sonora irradiada pela placa para o meio exterior em bandas de terças de oitava.	101
Figura 4.12 – Resposta em frequência do meio estrutural: (a) Aceleração do nó #326; (b) Diferença entre resultado obtido por superposição modal e por solução direta.....	102
Figura 4.13 – Resposta em frequência do meio acústico: (a) Nível de pressão sonora no nó #3041; (b) Diferença entre resultado obtido por superposição modal e por solução direta. ..	102
Figura 4.14 – Resposta em frequência da potência sonora transmitida pela placa: (a) Nível de potência sonora; (b) Diferença entre resultado obtido por superposição modal e por solução direta.	103
Figura 5.1 – Propriedades de diferentes classes de materiais: a) Densidade; b) Módulo de elasticidade.	105
Figura 5.2 – Diagrama de Ashby (1989): Módulo de Elasticidade vs. Densidade.	106
Figura 5.3 – Distribuição de casos simulados nas análises de sensibilidade realizadas mantendo a rigidez estática à flexão do sistema nominal.....	108
Figura 5.4 – Variação da espessura adotada para manutenção da rigidez à flexão nominal.	109
Figura 5.5 – Variação da massa da placa obtida com a condição de manutenção da rigidez à flexão.	110

Figura 5.6 – Frequência do 1º modo da placa obtida com a manutenção da rigidez à flexão.	110
Figura 5.7 – Variação do NRR em função de propriedades da placa: (a) Rigidez específica; (b) Densidade de área; (c) Rigidez à flexão; (d) Frequência natural do 1º modo em vácuo.	111
Figura 5.8 – NRR proporcionado pela superfície estrutural nas análises de sensibilidade realizadas mantendo a rigidez estática à flexão do sistema nominal.	112
Figura 5.9 – Potência sonora irradiada pela placa: Sistema nominal (alumínio) vs. Material composto.	114
Figura 5.10 – Potência sonora irradiada pela placa: Sistema nominal (alumínio) vs. Aço.	115
Figura 5.11 – Efeito do amortecimento sobre o NRR (a) NRR vs. Massa da placa; (b) NRR vs. frequência natural do 1º modo da placa em vácuo.	115
Figura 5.12 – NRR proporcionado pela superfície estrutural adotando $\zeta = 2.5\%$.	116
Figura 5.13 – NRR proporcionado pela superfície estrutural adotando $\zeta = 5\%$.	117
Figura 5.14 – NRR proporcionado pela superfície estrutural adotando $\zeta = 10\%$.	117
Figura 5.15 – Efeito do coeficiente de Poisson sobre a variação do NRR em função da frequência natural do 1º modo da placa em vácuo.	118
Figura 5.16 – Distribuição de casos simulados nas análises de sensibilidade realizadas mantendo a frequência natural do 1º modo da placa em vácuo como restrição.	119
Figura 5.17 – Variação da espessura adotada para a placa para manutenção da frequência natural do 1º modo de vibração em vácuo.	120
Figura 5.18 – Variação da massa da placa obtida com a condição de manutenção da frequência natural do 1º modo de vibração em vácuo.	121
Figura 5.19 – Variação da rigidez estática à flexão da placa obtida com a condição de manutenção da frequência natural do 1º modo de vibração em vácuo.	121
Figura 5.20 – Variação do NRR em função de propriedades da placa: (a) Rigidez específica; (b) Densidade de área; (c) Rigidez à flexão; (d) Frequência natural do 1º modo em vácuo.	122
Figura 5.21 – NRR proporcionado pela superfície estrutural nas análises de sensibilidade realizadas mantendo a frequência natural do 1º modo da placa em vácuo como restrição.	123
Figura 5.22 – Potência sonora irradiada pela placa quando constituída por alumínio, compósito e aço mantendo a frequência natural do 1º modo da placa em vácuo como restrição.	123
Figura 5.23 – Variação da espessura adotada para manutenção da massa nominal.	125
Figura 5.24 – Variação da rigidez à flexão da placa obtida com a condição de manutenção da massa.	125

Figura 5.25 – Variação da frequência natural do 1º modo da placa em vácuo obtida com a condição de manutenção da massa.	126
Figura 5.26 – Variação do NRR em função de propriedades da placa: (a) Rigidez específica; (b) Densidade de área; (c) Rigidez à flexão; (d) Frequência natural do 1º modo em vácuo. .	127
Figura 5.27 – NRR proporcionado pela superfície estrutural nas análises de sensibilidade realizadas mantendo a massa da placa nominal como restrição.	128

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 – Redução de massa (em %) obtida pela substituição do aço de baixo carbono por diferentes materiais em partes do automóvel construídas por chapas finas.	30
Tabela 2.1 – Condições de contorno acústicas (VÉR; BERANEK, 2006).	43
Tabela 2.2 – Expressões propostas por Wallace (1972) para cálculo da eficiência de radiação modal de placas retangulares simplesmente apoiadas.	55
Tabela 2.3 – Modos de vibrar, frequências e eficiências de radiação de uma placa retangular simplesmente apoiada.	56
Tabela 3.1 – Propriedades da placa	74
Tabela 3.2 – Propriedades da cavidade acústica.....	74
Tabela 4.1 – Frequências naturais de vibração da placa engastada obtidas analiticamente (A) e através de modelo em elementos finitos (EF) com o MSC.Nastran.	86
Tabela 4.2 – Frequências naturais da cavidade acústica de paredes rígidas determinadas analiticamente (A) e através do modelo em elementos finitos (EF) com o MSC.Nastran.	88
Tabela 4.3 – Frequências naturais dos sistemas desacoplados e acoplados.	95
Tabela 5.1 – Propriedades mecânicas da placa nos casos limites das análises de sensibilidade realizadas mantendo a rigidez estática à flexão do sistema nominal.....	109
Tabela 5.2 – Propriedades mecânicas da placa nos casos limites das análises de sensibilidade realizadas mantendo a frequência natural do 1º modo da placa em vácuo como restrição.	120
Tabela 5.3 – Propriedades mecânicas da placa nos casos limites das análises de sensibilidade realizadas mantendo a massa da placa nominal como restrição.	124

LISTA DE SIGLAS

EC	Elementos de contorno
EF	Elementos finitos
IRR	Índice de redução de ruído
IL	<i>Insertion Loss</i>
NIS	Nível de intensidade sonora
NPS	Nível de pressão sonora
NRR	Nível de redução de ruído
NWS	Nível de potência sonora
PRFC	Polímero reforçado com fibra de carbono
PRFV	Polímero reforçado com fibra de vidro
PT	Perda de transmissão
PTS	Perda de transmissão sonora
RF	Resposta em frequência
SEA	<i>Statistical Energy Analysis</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas

$p(t)$	Pressão acústica
$P_t(t)$	Pressão total
P_a	Pressão atmosférica estática
t	Tempo
I	Intensidade sonora
I_{ref}	Intensidade sonora de referência
p_{rms}	Raiz média quadrática no tempo da pressão acústica
p_{ref}	Pressão acústica de referência
L_x	Dimensão da cavidade acústica na direção do eixo x
L_y	Dimensão da cavidade acústica na direção do eixo y
L_z	Dimensão da cavidade acústica na direção do eixo z
c	Velocidade do som
u	Velocidade de vibração da partícula de fluido
w	Deslocamento estrutural
$\dot{w}$	Velocidade de vibração estrutural
$\ddot{w}$	Aceleração de vibração estrutural
Z	Impedância acústica
i	Número imaginário
k	Número de onda
$i, j \text{ e } k$	Índices modais acústicos nas direções dos eixos x, y e z
f	Frequência em ciclos por segundo (Hz)
h	Espessura da placa
D	Rigidez estática à flexão da placa
E	Módulo de elasticidade
f_c	Frequência crítica ou de coincidência
v_n	Velocidade de vibração estrutural na direção normal à superfície
a	Dimensão da placa na direção do eixo x
b	Dimensão da placa na direção do eixo y
$m \text{ e } n$	Índices modais estruturais nas direções dos eixos x e y
$\{\tilde{v}_e\}$	Vetor de amplitudes complexas de velocidades na direção normal à superfície

$\{\tilde{\mathbf{p}}_e\}$	Vetor de amplitudes complexas de pressão sonora sobre uma superfície
$[\tilde{\mathbf{Z}}]$	Matriz de impedância acústica
$[\mathbf{R}]$	Parte real da matriz de impedância acústica
$[M]$	Matriz de massa
$[C]$	Matriz de amortecimento
$[K]$	Matriz de rigidez
$\{w\}$	Vetor de deslocamentos estruturais
$\{F\}$	Vetor de carregamento
$\{p\}$	Vetor de pressões nodais da cavidade
$[K_c]$	Matriz de acoplamento
$\{q\}$	Vetor de amplitude modal
$\dot{Q}$	Aceleração volumétrica

Letras Gregas

Π	Potência sonora
ω	Frequência angular
ϕ	Modo de vibração
ρ	Densidade
ν	Coefficiente de Poisson
λ	Comprimento de onda
σ	Eficiência de radiação acústica
η	Fator de perda mecânica
ζ	Fator de amortecimento

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	29
1.1	Objetivos	34
1.2	Estrutura da dissertação	34
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	37
2.1	Grandezas acústicas características.....	37
2.1.1	Nível de intensidade sonora.....	39
2.1.2	Nível de pressão sonora.....	40
2.1.3	Nível de potência sonora	40
2.2	Acústica de ambientes fechados	41
2.2.1	Frequências características	41
2.2.2	Densidade modal	47
2.3	Radiação sonora de estruturas flexíveis.....	48
2.3.1	Eficiência de radiação sonora.....	49
2.3.2	Determinação da potência sonora irradiada por uma placa vibrante.....	57
2.3.3	Transmissão sonora através de estruturas flexíveis.....	60
2.4	Modelagem numérica de problemas acústicos e vibroacústicos.....	63
2.4.1	Técnicas numéricas de modelagem de problemas acústicos e vibroacústicos ...	63
2.4.2	Método dos elementos finitos.....	68
2.4.2.1	Generalidades.....	68
2.4.2.2	Equações governantes	69
2.4.2.3	Representação modal	71
3	METODOLOGIA DE ESTUDO	73
3.1	Sistema sob estudo	73
3.2	Modelagem numérica.....	75
3.3	Métricas de avaliação do desempenho vibroacústico	80
3.4	Gerenciamento de análises.....	82
4	ANÁLISE DO COMPORTAMENTO VIBROACÚSTICO DO SISTEMA SOB ESTUDO	85
4.1	Análise modal	85
4.1.1	Análise do domínio estrutural.....	85
4.1.2	Análise do domínio acústico.....	87

4.1.3	Análise do sistema acoplado: Fluido/estrutura.....	91
4.2	Análise da resposta em frequência do sistema acoplado: Fluido-estrutura	96
4.2.1	Respostas estrutural e acústica	96
4.2.2	Transmissão sonora através da placa.....	98
4.2.3	Efeito do amortecimento no desempenho vibroacústico	100
4.2.4	Verificação do método de redução modal adotado	101
4.3	Sumário	103
5	ANÁLISES DE SENSIBILIDADE	105
5.1	Restrição: Rigidez estática à flexão da placa.....	108
5.2	Restrição: Frequência natural da placa	118
5.3	Restrição: Massa da placa.....	124
5.4	Sumário	128
6	CONCLUSÃO	129
6.1	Síntese do trabalho.....	129
6.2	Conclusões gerais.....	130
7	SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS	133
	REFERÊNCIAS	135
	APÊNDICE A – Cartas de entrada do software MSC.Nastran	141
	APÊNDICE B – Algoritmo de gerenciamento automático de análises.....	147
	APÊNDICE C – Cálculo analítico das frequências naturais de placas retangulares.....	157

1 INTRODUÇÃO

Muitos sons produzem sensações de desconforto e, portanto, são indesejados. A este grupo de sons confere-se a nomenclatura de ruído. A importância desse tema tem crescido nos últimos anos em virtude da preocupação das autoridades governamentais com o impacto da poluição sonora sobre a saúde das pessoas. Na década de 60, alguns estudos já documentavam uma possível relação entre a exposição a altos níveis sonoros e problemas auditivos e doenças cardíacas (ROSEN; OLIN, 1965). A partir de então, a investigação dos efeitos da exposição ao ruído sobre a saúde passou a ter maior atenção por parte da comunidade científica. Segundo a Organização Mundial da Saúde, a poluição sonora é hoje a segunda maior causa ambiental de problemas de saúde, seguida apenas pela poluição do ar (*EUROPEAN COMMISSION*, 2017). Há vários estudos que demonstram a associação entre a exposição prolongada a elevados níveis de ruído e diversos efeitos sobre a saúde humana, como perda permanente de audição, estresse, problemas cardiovasculares, disfunções hormonais, falta de concentração e baixa produtividade (ISING; KRUPPA, 2004).

O nível de ruído é, portanto, um aspecto primordial que deve ser considerado no projeto e na operação de máquinas, equipamentos e de praticamente todos os tipos de veículos de transporte, de modo que a demanda por produtos mais silenciosos tem se intensificado para muitos setores industriais nos últimos anos.

Para a indústria automotiva, a redução dos níveis de ruído tem sido um dos principais desafios. A concorrência de mercado, aliada à exigência crescente dos consumidores, faz com que se pesquisem cada vez mais formas de tornar os carros mais silenciosos (ARIDOGAN; BASDOGAN, 2015). Em aeronaves, os elevados níveis vibrações que excitam sua estrutura durante o voo fazem com que a compreensão e o controle do ruído transmitido para o seu interior também sejam de extrema importância (SILVA, 2009; ALOUFI; BEHDINAN; ZU, 2016). No setor de transportes, a preocupação com os níveis sonoros não está restrita apenas ao conforto e à segurança dos passageiros, mas diz respeito também ao ambiente externo, de modo que em muitos países europeus existem regulamentações que limitam o tráfego aéreo em aeroportos localizados nas proximidades de áreas povoadas (VIVOLO, 2013).

Um aspecto importante a ser considerado é que tem relação direta com o controle de ruído diz respeito ao crescimento da utilização de componentes cada vez mais leves nos produtos de diversos setores industriais, como o automotivo (GOEDE et al., 2009), aeroespacial (HERRMANN; ZAHLEN; ZUARDY, 2005), de máquinas e equipamentos

(LEGAULT; ATALLA, 2009), de construção civil (DIJCKMANS; VERMEIR; LAURIKS, 2010) e de energia (CAMPBELL, 2004; DANDEKAR; SHIN, 2012), dentre outros. A necessidade das pessoas se locomoverem cada vez mais, mais rapidamente e a distâncias cada vez maiores, aliada com as demandas por aumento da eficiência energética e por redução de emissões de gases nocivos ao meio ambiente, têm impulsionado a utilização de materiais avançados em aplicações tecnológicas, os quais têm como característica o fato de apresentarem altas relações entre rigidez e massa e/ou entre resistência mecânica e massa quando comparados com materiais convencionais, o que permite o projeto de estruturas mais leves, sem, contudo, comprometer a segurança e o desempenho final do produto.

De acordo com o *U.S. Department of Energy's Office of Energy Efficiency and Renewable Energy* (2017), uma diminuição de 10% na massa de um veículo pode resultar em uma economia de combustível de 6% a 8%, enquanto que a substituição de componentes tradicionalmente de ferro fundido e de aço por materiais mais leves, como aços de alta resistência, ligas de magnésio, de alumínio e compósitos de fibra de carbono pode contribuir para uma redução de até 50% da massa da carroceria e do chassi de um veículo. Como exemplo, a **Tabela 1.1** apresenta os ganhos decorrentes da substituição do aço de baixo carbono (Base) por diferentes materiais em partes do automóvel construídas por chapas finas, redimensionadas de modo a proporcionar igual rigidez, ou igual resistência mecânica da configuração de referência (FERRANTE, 2010).

Tabela 1.1 – Redução de massa (em %) obtida pela substituição do aço de baixo carbono por diferentes materiais em partes do automóvel construídas por chapas finas.

Material	Igual rigidez	Igual resistência
Aço	Base	Base
Aço microligado	0%	18%
Liga de Alumínio	52%	50%
PRFV	38%	25%
PRFC	48%	60%

Fonte: Ferrante (2010).

Da **Tabela 1.1** fica evidente que a substituição de materiais tem enorme potencial para redução de massa e, por conseguinte, do consumo de combustível e da emissão de gases nocivos ao meio ambiente nas aplicações do setor de transportes. Além disso, a redução de peso obtida com o uso de materiais avançados pode também viabilizar a instalação de dispositivos adicionais e mais sofisticados para melhorar o desempenho de um veículo quanto

à segurança ou até mesmo quanto ao controle de emissões, sem, contudo, trazer impactos significativos para o seu peso total. Esses materiais são também importantes, em especial, para veículos híbridos e elétricos, já que a redução de massa obtida com sua utilização pode compensar o aumento que ocorre devido à instalação de sistemas adicionais de energia típicos desses veículos, como baterias e motores elétricos. Alternativamente, a redução de peso atingida com esses materiais pode também viabilizar o uso de baterias menores e de menor custo, ou então contribuir para aumentar a autonomia de um veículo elétrico entre recargas.

A importância de materiais avançados na indústria aeroespacial também tem crescido nos últimos anos e de forma exponencial, como mostra a **Figura 1.1**, onde apenas as aeronaves da Airbus (círculos azuis) e da Boeing (círculos cinzas) estão reportadas. O modelo Airbus A380 é o primeiro avião civil a ter mais de 20% da sua massa em compósitos, seguido pelo Airbus A400M, o Boeing B787 e o Airbus A350, sucessivamente.

Figura 1.1 – Evolução ao longo dos anos da utilização de compósitos em aviões comerciais.

Fonte: Petrone et al.(2008).

Estimativas da Boeing indicam que o peso de uma aeronave pode ser reduzido em até 20% com a utilização de materiais avançados. Tendo em vista tais ganhos, materiais compósitos foram amplamente utilizados no projeto do modelo B787, de modo que eles representam cerca de 50% do peso total dessa aeronave, conforme ilustrado na **Figura 1.2**.

Figura 1.2 – Composição de materiais na aeronave Boeing B787.

Fonte: Boeing (2017).

A mesma estratégia foi adotada pela Airbus no projeto do A350-XWB (eXtra Wide Body), em que mais de 70% da estrutura é constituída por materiais avançados, incluindo compósitos e ligas de alumínio e de titânio. A diminuição de peso obtida com a utilização desses materiais resulta em um menor consumo de combustível e, para muitas companhias aéreas, isso se traduz diretamente em uma redução notável de custo anual de operação.

Portanto, as propriedades oferecidas por materiais avançados vêm ao encontro das demandas da sociedade moderna por aumento de eficiência energética e por maior sustentabilidade ambiental. Pesquisadores do mundo todo vêm trabalhando para reduzir os custos de produção e para solucionar algumas limitações tecnológicas quanto a processos de fabricação, fixação e reciclagem desses materiais de modo que eles já são amplamente utilizados em diversas aplicações e seu uso tende a aumentar com o passar dos anos.

Entretanto, um desafio importante relacionado ao uso dessas soluções diz respeito ao seu comportamento vibroacústico, o qual tem sido objeto de análise por parte da comunidade científica (SALLOUM; HEUSS; MAYER, 2014; SARIGÜL; KARAGÖZLÜ, 2014; SUI et al., 2015; LARBI; DEÜ; OHAYON, 2016). Se, por um lado, materiais avançados oferecem propriedades mecânicas estáticas superiores, por outro, sua massa reduzida pode resultar em um comportamento vibracional indesejado, uma vez que materiais mais leves tendem a transmitir ruídos e vibrações de forma mais intensa, particularmente em baixas frequências.

Em decorrência disso, a obtenção de uma relação de compromisso satisfatória entre peso e desempenho vibroacústico usualmente demanda algumas iterações de projeto.

Dessa forma, para atender aos requisitos legais e comerciais quanto a níveis de vibrações e ruídos, muitas vezes são adotados pós-tratamentos adicionais, em que camadas de materiais viscoelásticos (dissipativos) são adicionadas a uma estrutura. Contudo, essas soluções são eficientes para uma faixa limitada de aplicação, que é dependente da frequência e da temperatura de operação. Em geral, o desempenho dos materiais viscoelásticos é muito ruim para modos de baixa frequência, de tal forma que pode ser necessário adicionar uma quantidade muito grande de material para obter um desempenho adequado (KOH, B.; RUSTIGHI, E.; MACE, B.; AMABILI, 2012). Com isso, a redução de peso inicialmente esperada com o projeto de estruturas mais leves pode ser comprometida.

Nas etapas iniciais de projeto, pode-se optar pela utilização de alguma técnica de controle ativo de vibrações que, em geral, apresenta bom desempenho para modos de baixa frequência. Entretanto, problemas de instabilidade de controle podem ocorrer em modos de alta frequência de forma que esse tipo de solução ainda apresenta alguns desafios tecnológicos importantes a serem superados, além de não serem de fácil implementação (KOH, B.; RUSTIGHI, E.; MACE, B.; AMABILI, 2012).

Nos últimos anos, tem crescido a importância dos metamateriais para o controle passivo de ruído e vibrações, os quais consistem tipicamente de montagens (muitas vezes periódicas) de células unitárias em um material ou estrutura principal. Essas soluções atendem a requisitos quanto à redução de peso, ao mesmo tempo em que apresentam características superiores de isolamento de ruídos e vibrações, pelo menos para determinadas faixas de frequências (denominadas *stopbands*) e que podem ser ajustadas em função das propriedades das unidades adicionadas à estrutura principal. A interação entre essas células e a estrutura hospedeira pode resultar em um desempenho vibroacústico significativamente superior ao de qualquer um dos materiais constituintes. Em decorrência disso, o conceito de metamateriais tem sido aplicado como solução compacta e leve e que apresenta bom desempenho vibroacústico, particularmente nas faixas de frequências mais baixas (CLAEYS et al., 2016).

Portanto, independentemente da estratégia de controle adotada, o comportamento vibroacústico de uma estrutura deve ser estimado o mais cedo possível durante o desenvolvimento de um produto de modo a obter um desempenho otimizado. Tanto técnicas experimentais quanto numéricas podem ser utilizadas de forma eficiente para atingir esse propósito.

1.1 Objetivos

Nesse contexto, a proposta do presente trabalho consiste em estabelecer uma metodologia numérica para analisar o desempenho vibroacústico de estruturas do tipo placa, sujeitas a campos acústicos gerados no interior de ambientes fechados e relativamente pequenos, como é o caso de habitáculos de veículos de transporte, pequenas salas de edifícios, ou compartimentos projetados para isolamento acústico. Além disso, busca-se também investigar a sensibilidade da transmissão de ruído em sistemas vibroacústicos sujeitos à variação de parâmetros estruturais.

Para atender a estes objetivos, as seguintes etapas preliminares foram executadas:

- Estudo de técnicas multidisciplinares de modelagem numérica utilizadas no desenvolvimento de produtos, com ênfase em controle de ruído;
- Aplicação do método de elementos finitos em análises vibroacústicas utilizando softwares comerciais;
- Representação numérica de sistemas vibroacústicos de forma reduzida, permitindo a realização de simulações com uma boa relação entre acuracidade e custo computacional.

Desta forma, pretende-se contribuir com o estado-do-uso e linha de pesquisa no âmbito do EESC-USP com o desenvolvimento de um procedimento numérico automatizado que permita a realização de análises de sensibilidade e/ou de otimização do desempenho vibroacústico de sistemas sujeitos à variação de parâmetros estruturais.

1.2 Estrutura da dissertação

De forma a atender aos objetivos traçados para o trabalho, essa dissertação está organizada em sete capítulos e três apêndices.

O Capítulo 1 compreende uma introdução ao trabalho desenvolvido, na qual se definem os objetivos e o contexto onde este trabalho está inserido.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão de literatura sobre os principais conceitos envolvidos neste trabalho, subdivididos em temas como: grandezas acústicas características, acústica de ambientes fechados, radiação sonora de estruturas flexíveis e modelagem numérica de problemas acústicos e vibroacústicos.

O Capítulo 3 apresenta a metodologia adotada para realização deste trabalho. O problema vibroacústico proposto para estudo e o modelo numérico desenvolvido em

elementos finitos são apresentados. As métricas adotadas para avaliação do desempenho vibroacústico do sistema são definidas e, por fim, segue-se uma descrição das rotinas desenvolvidas para gerenciamento automatizado das análises.

O Capítulo 4 apresenta uma análise detalhada do comportamento vibroacústico do sistema proposto para estudo, envolvendo a identificação dos modos e das frequências naturais dos domínios estrutural e acústico desacoplados e acoplados, análises de resposta em frequência do sistema vibroacústico quando sujeito à excitação por uma fonte acústica posicionada no interior da cavidade e análises de verificação da representatividade dos modelos desenvolvidos em elementos finitos.

No Capítulo 5, o procedimento numérico proposto é aplicado para investigar a influência da variação de parâmetros estruturais que definem a placa sobre o seu desempenho vibroacústico. Adotando como restrição a manutenção de algumas propriedades mecânicas da placa de referência analisada no Capítulo 4, são avaliadas diversas configurações de propriedades de modo a englobar as principais classes de materiais de aplicações comuns de engenharia, como ligas metálicas, compósitos e cerâmicos.

O Capítulo 6 e o Capítulo 7 apresentam, respectivamente, as conclusões deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

Por fim, apresentam-se três apêndices, nos quais são fornecidas as cartas de entrada para as análises numéricas realizadas com o software MSC.Nastran, as rotinas desenvolvidas em ambiente Scilab para gerenciamento automatizado das análises e as fórmulas utilizadas para cálculo analítico das frequências naturais de placas engastadas nos contornos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo tem por objetivo apresentar uma revisão de literatura sobre os principais conceitos envolvidos neste trabalho, subdivididos em temas como: grandezas acústicas características, acústica de ambientes fechados, radiação sonora de estruturas flexíveis e modelagem numérica de problemas acústicos e vibroacústicos.

2.1 Grandezas acústicas características

De acordo com Gerges (1992), o som pode ser definido como uma forma de energia que é transmitida pela colisão das moléculas de um meio compressível, umas contra as outras, sucessivamente, de modo a causar flutuações de pressão ou da velocidade das moléculas desse meio. Dessa forma, o som pode ser representado por uma série de compressões e rarefações do meio em que se propaga a partir da fonte sonora. É importante destacar que não ocorre deslocamento permanente de moléculas, ou seja, não há transferência de matéria, mas apenas de energia.

Como ilustrado na **Figura 2.1**, a amplitude de pressão acústica $p(t)$ se refere à magnitude da flutuação de pressão total $P_t(t)$, em comparação com a pressão atmosférica estática P_a ($P_a \approx 10^5$ Pa em condições normais de temperatura e pressão ambiental):

$$p(t) = P_t(t) - P_a \quad (2.1)$$

Figura 2.1 – Pressão acústica.

Fonte: Gerges (1992).

Entretanto, não são todas as flutuações de pressão que produzem a sensação de audição quando atingem o ouvido humano. A sensação de som só ocorre quando as amplitudes das flutuações e a frequência com que elas se repetem estiverem dentro de determinadas faixas de valores. Variações de pressão com amplitudes inferiores a certos mínimos não serão audíveis, como também, ondas de alta intensidade, que podem produzir uma sensação de dor, ao invés de som. Além disso, existem ondas cujas frequências estão acima ou abaixo das frequências geradoras da sensação auditiva e, são, respectivamente, denominadas ondas ultrassônicas e ondas infrassônicas.

O ouvido humano não é igualmente sensível ao longo da faixa de frequências audíveis (20 Hz a 20000 Hz), de modo que a determinação da audibilidade humana (*loudness*) deve levar em conta tanto a frequência, quanto a amplitude das ondas sonoras. Uma forma de definir o volume de um determinado sinal acústico é através das curvas de iguais intensidades sonoras, ou curvas iso-sônicas, como ilustradas na **Figura 2.2**.

Figura 2.2 – Curvas iso-sônicas (ISO 226).

Fonte: Everest e Pohlmann (2009).

As curvas iso-sônicas são obtidas a partir de extensos testes de psicoacústica e são exibidas na norma ISO 226. Cada uma delas representa o conjunto de sons tonais puros que produzem a mesma sensação de intensidade em função da frequência. A unidade para caracterizar uma curva iso-sônica é o fone, que corresponde ao nível sonoro medido a 1000 Hz, frequência na qual a escala de fones coincide com a de decibéis (dB). Por exemplo, um

som puro de nível de pressão sonora de 20 dB emitido a 1000 Hz é igual a 20 fones, tal como um som puro emitido a 60 dB em uma frequência de 40 Hz.

Segundo Gerges (1992), uma pequena variação de pressão acústica é suficiente para produzir um ruído desconfortável (≈ 10 Pa). Por outro lado, a sensibilidade do ouvido é tal que, uma pressão de 20 μ Pa pode ser detectada, caso a frequência esteja na faixa mais sensível de audição, que é, aproximadamente, de 1000 Hz a 4000 Hz. Além disso, pouquíssima energia acústica é necessária para manter a flutuação de pressão nesta ordem. Por exemplo, o grito de uma pessoa promove um alto ruído, contudo a energia envolvida não ultrapassa 1/1000 de Watt.

Verifica-se então que o ouvido humano é sensível a uma larga faixa de intensidades acústicas, desde o limiar de audibilidade até o limiar da dor, e que podem variar em magnitudes que podem ser 1 milhão de vezes maiores que outras. É visível a dificuldade de expressar em uma escala linear números de ordem de grandeza tão diferentes. Além disso, avaliações de psicoacústica demonstram que a percepção do ouvido humano a variações sonoras é linear quando as amplitudes sonoras variam de forma exponencial (HOWARD; ANGUS, 2010). Portanto, a forma mais adequada de expressar os níveis sonoros é através da escala logarítmica e em função da razão entre o valor da grandeza medida e outro valor de referência.

2.1.1 Nível de intensidade sonora

A intensidade sonora é um dos principais parâmetros adotados em estudo de fenômenos acústicos e é uma grandeza vetorial que expressa o fluxo de energia através de uma área normal à direção de propagação de uma onda (Watt/m^2 , em unidades SI), conforme ilustrado na **Figura 2.3**.

Figura 2.3 – Representação esquemática da intensidade sonora.

A medição dessa grandeza possibilita a determinação da potência sonora de uma fonte acústica, que pode ser calculada a partir da integração da componente normal da intensidade sonora sobre a superfície que a envolve. Além disso, é útil para identificação da fonte e visualização de campos sonoros (VIVOLO, 2013).

O nível da intensidade sonora (NIS) em decibéis (dB) é dado por:

$$NIS = 10 \log \left(\frac{|I|}{I_{ref}} \right) \quad (2.2)$$

onde $|I|$ é o módulo da intensidade acústica e I_{ref} é a intensidade de referência ($I_{ref} = 10^{-12}$ W/m²), que corresponde o limiar da audibilidade do ouvido humano para um tom puro de 1000 Hz.

2.1.2 Nível de pressão sonora

A intensidade acústica é proporcional ao quadrado da pressão sonora e, portanto, o nível de pressão sonora (NPS) em decibéis (dB) é dado por:

$$NPS = 10 \log \left(\frac{p_{rms}^2}{p_{ref}^2} \right) = 20 \log \left(\frac{p_{rms}}{p_{ref}} \right) \quad (2.3)$$

onde p_{rms} é a raiz média quadrática no tempo da pressão medida e p_{ref} é o limiar de audição a 1000 Hz ($p_{ref} = 20$ µPa).

2.1.3 Nível de potência sonora

Além do NPS e do NIS, tem-se a terceira grandeza acústica importante, o nível de potência sonora (NWS) em decibéis (dB), definido como:

$$NWS = 10 \log \left(\frac{\Pi}{\Pi_{ref}} \right) \quad (2.4)$$

onde Π é a potência sonora emitida pela fonte e Π_{ref} é a potência sonora de referência ($\Pi_{ref} = 10^{-12}$ W) análoga à intensidade acústica de referência (I_{ref}).

Ao contrário do que acontece com a intensidade e a pressão sonora, a potência não depende do ambiente nem da distância da fonte, uma vez que está relacionada à energia total emitida pela fonte. Por exemplo, se o NPS de um equipamento for medido em determinado ambiente, quando esse equipamento for levado para outro ambiente, a pressão sonora poderá mudar bastante, pois ela é influenciada pela introdução de absorção e reflexões do ambiente. A potência sonora, entretanto, permanecerá inalterada e, por isso, constitui-se um parâmetro importante para a caracterização do nível de ruído gerado por uma máquina ou uma estrutura em vibração.

2.2 Acústica de ambientes fechados

Em muitos problemas de controle de ruído, uma fonte acústica é confinada no interior de cavidades bem pequenas para reduzir a irradiação de som para o ambiente externo. Para baixas frequências, o comprimento da onda acústica é grande comparado às dimensões da cavidade e, portanto, a pressão sonora é uniforme em todo o seu interior. No entanto, em cavidades maiores (ou para frequências maiores em cavidades pequenas), o campo de pressão sonora não é mais uniforme e é descrito de forma determinística através das características modais da cavidade acústica. Portanto, o conhecimento dos modos e das frequências naturais de uma cavidade é essencial para o entendimento das suas propriedades acústicas, uma vez que ela responde fortemente nos sons compostos por frequências iguais ou próximas das frequências naturais.

Como o objetivo deste trabalho consiste em analisar o comportamento vibroacústico de uma placa flexível sujeita a uma excitação acústica gerada no interior de uma cavidade, esta seção discute como as ondas sonoras se comportam dentro de uma cavidade acústica de paredes rígidas.

2.2.1 Frequências características

A solução analítica para oscilações livres de uma cavidade acústica de seções retangulares e de paredes rígidas é desenvolvida nesta seção. Para tanto, algumas hipóteses são assumidas (FAHY; GARDONIO, 2007):

- Efeitos das forças gravitacionais são desprezíveis;
- Fluido isotrópico (mesmas propriedades físicas independentemente da direção considerada);

- Fluido compressível (densidade varia com a variação de pressão);
- Fluido invíscido (não existe dissipação de energia devido à viscosidade);
- As ondas são de amplitudes relativamente pequenas, de modo que as variações na densidade do meio são pequenas quando comparadas com seu valor de equilíbrio.

Nessas condições, considere a cavidade retangular de dimensões L_x , L_y e L_z , conforme ilustrada na **Figura 2.4**. A pressão $p(x, y, z, t)$ no interior da cavidade satisfaz a equação da onda acústica, linear e homogênea, bem como as condições de fronteira associadas (FAHY; GARDONIO, 2007):

$$\nabla^2 p(x, y, z, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} p(x, y, z, t) = 0 \quad (2.5)$$

onde $p(x, y, z, t)$ é a pressão sonora instantânea no ponto (x, y, z) , c é a velocidade do som no fluido, t representa o tempo e ∇^2 é o operador Laplaciano:

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \quad (2.6)$$

Figura 2.4 – Cavidade retangular de dimensões L_x , L_y e L_z .

As condições de fronteira para p determinam a reflexão, a absorção e/ou a transmissão das ondas sonoras nas superfícies da cavidade e são obtidas a partir de considerações da mecânica dos fluidos. Para movimentos de pequena amplitude, a conservação da taxa de variação de quantidade de movimento nos contornos resulta que a velocidade normal u da partícula de fluido está relacionada com a pressão p através da seguinte relação:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = -\dot{u} \quad (2.7)$$

onde $\partial/\partial n$ é a derivada direcional, $\frac{\partial p}{\partial n} = \nabla p \cdot \vec{n} = \left(\frac{\partial p}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \hat{k} \right) \cdot \vec{n}$, considerando o versor $\vec{n}$, perpendicular à superfície de contorno.

Tabela 2.1 – Condições de contorno acústicas (VÉR; BERANEK, 2006).

Tipo de superfície	Condição de contorno	Velocidade da partícula de ar
1. Rígida	$\frac{\partial p}{\partial n} = 0$	$u = 0$
2. Flexível	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = -\ddot{w}$	$u = \dot{w}$
3. Rígida e absorvedora	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{1}{Z_a} \frac{\partial p}{\partial t}$	$u = \frac{p}{Z_a}$
4. Flexível e absorvedora	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = -\left(\frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_s} \right) \frac{\partial p}{\partial t}$	$u = \frac{p}{Z_a} + \frac{p}{Z_s}$

Fonte: Adaptado de Vér e Beranek (2006).

A **Tabela 2.1** lista as principais condições de fronteira para diferentes tipos de superfície e de interações fluido-estrutura, caracterizadas pela impedância acústica Z e pela velocidade $\dot{w}$ de vibração das paredes da cavidade na direção normal. A dedução dessas relações é apresentada de forma detalhada em diversos livros de acústica (FAHY; GARDONIO, 2007; KINSLER et al., 1999; VÉR; BERANEK, 2006).

Considerando então que as superfícies da cavidade são perfeitamente rígidas (absorção zero), tem-se como condições de contorno velocidades de partícula nulas nas paredes. Assumindo que $p(x, y, z, t)$ seja uma função harmônica no tempo:

$$p(x, y, z, t) = p(x, y, z) e^{i\omega t} \quad (2.8)$$

onde (x, y, z) são as coordenadas cartesianas de um ponto qualquer da cavidade e ω é a frequência angular. Substituindo a Equação 2.8 na equação da onda acústica (Equação 2.5), obtém-se:

$$\nabla^2 p(x, y, z) + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 p(x, y, z) = 0 \quad (2.9)$$

A equação 2.9 é conhecida como a Equação de Helmholtz e pode ser resolvida através do método de separação de variáveis. Dessa forma, a solução pode ser composta por três fatores, ou seja:

$$p(x, y, z) = p_1(x) p_2(y) p_3(z) \quad (2.10)$$

Os fatores p_1 , p_2 e p_3 dependem somente de x , y e z , respectivamente. Se a Equação 2.10 é inserida na Equação de Helmholtz (Equação 2.9), obtêm-se três equações diferenciais ordinárias:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_x^2\right) p_1(x) &= 0 \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_y^2\right) p_2(y) &= 0 \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_z^2\right) p_3(z) &= 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

onde os termos k_x , k_y , e k_z estão relacionados com o número de onda acústico $k = \omega/c$ através da seguinte relação:

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (2.12)$$

A equação 2.11 apresenta a solução geral,

$$\begin{aligned} p_1(x) &= A_1 \cos(k_x x) + B_1 \sin(k_x x) \\ p_2(y) &= A_2 \cos(k_y y) + B_2 \sin(k_y y) \\ p_3(z) &= A_3 \cos(k_z z) + B_3 \sin(k_z z) \end{aligned} \quad (2.13)$$

As constantes A_1 , A_2 , A_3 , B_1 , B_2 e B_3 são utilizadas para adequar a solução às condições de contorno. Como a velocidade das partículas é nula nas paredes:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} &= \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=L_x} = 0 \\ \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{y=0} &= \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{y=L_y} = 0 \\ \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{z=0} &= \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{z=L_z} = 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Aplicando as condições de contorno definidas em 2.14 na Equação 2.13, obtém-se:

$$\sin(k_x L_x) = \sin(k_y L_y) = \sin(k_z L_z) = 0 \quad (2.15)$$

ou,

$$\begin{aligned} k_x &= \frac{i \pi}{L_x} \\ k_y &= \frac{j \pi}{L_y} \\ k_z &= \frac{k \pi}{L_z} \end{aligned} \quad (2.16)$$

onde os índices i, j e k são números naturais como consequência das condições de contorno adotadas. Substituindo essas relações na Equação 2.12, obtém-se a equação dos autovalores da equação da onda acústica:

$$k_{ijk} = \pi \sqrt{\left(\frac{i}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{j}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{k}{L_z}\right)^2} \quad (2.17)$$

Da relação entre o número de onda acústico e a frequência, $k = \omega/c = 2\pi f/c$, resulta a expressão que determina a frequência natural associada a cada modo normal (i, j, k) da cavidade acústica de paredes rígidas:

$$f_{ijk} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{i}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{j}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{k}{L_z}\right)^2} \quad (2.18)$$

Combinando as Equações 2.16, 2.13 e 2.10 e substituindo na Equação 2.8, obtém-se a equação geral da pressão sonora dentro da cavidade:

$$p(x, y, z, t) = A \cos\left(\frac{i\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{j\pi}{L_y}y\right) \cos\left(\frac{k\pi}{L_z}z\right) e^{i\omega t} \quad (2.19)$$

onde A é uma constante arbitrária. A Equação 2.19 é a expressão geral para a onda estacionária em qualquer ponto (x, y, z) em uma sala retangular de paredes rígidas. As formas modais da cavidade acústica de paredes rígidas são dadas por:

$$\phi_{ijk}(x, y, z) = \cos\left(\frac{i\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{j\pi}{L_y}y\right) \cos\left(\frac{k\pi}{L_z}z\right) \quad (2.20)$$

As funções $\phi_{ijk}(x, y, z)$ são conhecidas como ondas estacionárias e são resultantes de sucessivas reflexões das ondas sonoras nas seis paredes da sala. A primeira frequência natural de uma cavidade fechada de paredes rígidas é zero ($f_0 = 0$) e a distribuição de pressões que caracteriza esse modo acústico é uniforme ($\phi_0 = 1$). Quando $j = k = 0$, a Equação 2.19 se torna igual à equação da onda plana em um tubo com terminações rígidas em $x = 0$ e $x = L_x$.

A amplitude de pressão sonora é zero nas posições para as quais ao menos um dos cossenos é nulo, o que ocorre para todos os valores de x que sejam múltiplos de $L_x/2i$ e para

os análogos em y e z . As posições de pressão sonora nula formam três conjuntos de planos equidistantes, chamados planos nodais, que são estacionários e mutuamente ortogonais. Os índices i , j e k indicam a quantidade de planos perpendiculares aos eixos x , y e z , respectivamente, e correspondem a múltiplos de meios comprimentos de onda entre as superfícies. De acordo com Gerges (1992), as ondas estacionárias em cavidades retangulares de paredes rígidas podem ser classificadas em três tipos:

1. Ondas axiais: Dois índices são zeros, situação em que a onda se move paralela a um dos eixos (x , y ou z);
2. Ondas tangenciais: Um dos índices é zero e, portanto, as ondas se movem paralelas a um plano (xy , yz ou zx);
3. Ondas oblíquas: Nenhum dos índices é zero e a onda se move nas três direções (x , y e z).

O conhecimento dos modos e das frequências naturais de uma cavidade são essenciais para o entendimento das suas propriedades acústicas. Nas frequências naturais, verificam-se maiores níveis de pressão em determinadas regiões da cavidade. Trazendo para uma aplicação prática, como exemplo, é desejável que as regiões de alta pressão dos modos acústicos estejam distantes da posição dos ouvidos dos passageiros no interior de um veículo de transporte a fim de evitar o desconforto dos mesmos.

A Equação 2.19 mostra que a amplitude de pressão sonora em uma sala retangular terá um máximo nos cantos. Portanto, se uma fonte acústica estiver nessas regiões, será possível excitar todos os modos em sua extensão completa. Da mesma forma, se um microfone estiver em um dos cantos, os picos de pressão sonora de todos os modos excitados serão medidos. Por outro lado, se a fonte estiver na posição de pressão nula de um determinado modo (plano nodal), este não será excitado. Por exemplo, posicionando um alto falante no centro de uma sala retangular, somente os modos em que os índices i , j ou k são pares serão excitados.

Para condições de fronteira com absorção, os modos acústicos são amortecidos e as formas modais são representadas através de números complexos, representando ondas sonoras que não são mais estacionárias.

2.2.2 Densidade modal

Na caracterização do comportamento acústico de cavidades é importante também analisar a distribuição das frequências no espectro, que não ocorrem de forma igualmente espaçadas, como se pode inferir a partir da Equação 2.18. Considerando todos os tipos de

modos de uma cavidade retangular (axiais, tangenciais e oblíquos), o número N de frequências naturais presentes até uma determinada frequência f é determinado através da Equação 2.21 (FAHY; GARDONIO, 2007):

$$N = \frac{4\pi V}{3c^3} f^3 + \frac{\pi S}{4c^2} f^2 + \frac{L}{8c} f \quad (2.21)$$

onde V é o volume da cavidade, S é a área da superfície das paredes, L é a soma dos comprimentos das arestas da sala.

Outro parâmetro útil é o número de modos normais ΔN que há dentro de uma banda Δf com frequência central f . A derivação da Equação 2.21 fornece,

$$\frac{dN}{df} = \frac{4\pi V}{3c^3} f^2 + \frac{\pi S}{4c^2} f + \frac{L}{8c} \quad (2.22)$$

Verifica-se que a identificação de ressonâncias e de formas modais de cavidades é factível para frequências relativamente baixas, uma vez que o número de modos N aumente com a potência cúbica da frequência (Equação 2.21), e a densidade modal dN/df , com o quadrado da frequência (Equação 2.22). Ou seja, em faixas de frequências mais baixa existe um espaçamento razoável entre os modos, o que diminui com o aumento da frequência.

Por outro lado, nota-se que uma distribuição mais aleatória (difusa) do campo sonoro em uma cavidade pode ser obtida nas altas frequências, em salas grandes e bandas largas. Portanto, a análise das propriedades acústicas de cavidades está diretamente relacionada aos comprimentos de onda sonoros e às dimensões principais da cavidade.

2.3 Radiação sonora de estruturas flexíveis

Esta seção tem por objetivo apresentar uma introdução ao estudo da radiação sonora de placas, analisando-se, de forma sucinta, como a vibração de uma estrutura flexível determina a radiação (ou transmissão) sonora para o fluido adjacente.

2.3.1 Eficiência de radiação sonora

A análise dos modos naturais de vibração de placas é útil para entender o fenômeno de radiação acústica. Na prática, verifica-se que diferentes modos irradiam som de forma distinta, de modo que a contribuição de certos modos é muito pouco significativa para o nível de ruído gerado pela estrutura. Essa característica está associada ao processo de cancelamento da potência sonora irradiada, em que regiões particulares da estrutura vibram em oposição de fase e acarretam na anulação do campo sonoro nas proximidades da placa. Como exemplo, a **Figura 2.5** mostra o fluxo de energia de radiação associado à vibração de uma placa em uma determinada frequência de ressonância, para a qual se verifica fenômeno de cancelamento da radiação. Neste caso particular, a potência sonora irradiada é, principalmente, devida aos cantos da placa. Verifica-se que no campo próximo, o vetor intensidade pode até mesmo ser negativo.

Figura 2.5 – Fluxo de energia característico irradiado por uma placa em ressonância.

Fonte: Cardoso (2010).

Considerando-se, primeiramente, uma placa infinita para o estudo da radiação sonora de uma placa, deve-se analisar a relação entre os números de onda acústico (k_a) e estrutural (k_s). O número de onda acústico é dado pela relação entre a frequência ω e a velocidade do som no fluido c :

$$k_a = \frac{\omega}{c} \quad (2.23)$$

O número de onda de flexão da placa é dado pela relação (FAHY; GARDONIO, 2007):

$$k_f = \left(\frac{\omega^2 \rho_s h}{D} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.24)$$

onde ρ_s , h e D são respectivamente, a densidade do material, a espessura e a rigidez à flexão da placa, definida conforme Equação 2.25 para placa isotrópica:

$$D = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.25)$$

A partir da Equação 2.24, obtém-se então a velocidade de propagação da onda de flexão em placas (c_f):

$$c_f = \sqrt{\omega}^4 \sqrt{\frac{D}{\rho_s h}} \quad (2.26)$$

Portanto, conforme mostra a Equação 2.26, ondas de flexão em placas propagam-se com uma velocidade que depende da frequência e, por isso, são denominadas dispersivas, diferentemente da velocidade de propagação do som em fluidos, que é invariante com a frequência. Para qualquer placa, existe uma frequência na qual a velocidade da onda de flexão (c_f) é igual à velocidade do som no fluido circundante ($c_f = c$). Essa frequência (ω_c ou f_c) é denominada de frequência crítica e é dada por,

$$\sqrt{\omega_c}^4 \sqrt{\frac{D}{\rho_s h}} = c \quad (2.27)$$

ou,

$$f_c = \frac{c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_s h}{D}} \quad (2.28)$$

Da **Figura 2.6**, pode-se notar que existem faixas de frequências nas quais ondas de flexão se propagam com velocidades inferiores à velocidade do som, e outras nas quais ondas se propagam com velocidades superiores.

Figura 2.6 – Variação da velocidade da onda de flexão com a frequência.

Fonte: Adaptado de Fahy e Gardonio (2007).

Para uma dada frequência f , ocorre a propagação de uma onda mecânica de flexão com um comprimento de onda λ_f e, conseqüentemente, gera-se uma onda acústica de mesma frequência, caracterizada por um comprimento de onda λ_a . Dessa forma, tendo em mente o conceito de frequência crítica, podem-se definir três casos interessantes para o estudo da radiação sonora:

1) Ondas de flexão subsônicas (acusticamente lentas): $k_f > k_a$

Nesse caso, $f < f_c$ e $\lambda_f < \lambda_a$. A velocidade da onda mecânica é muito mais lenta que a velocidade da onda acústica. Uma vez perturbada, a onda acústica “compensa” a perturbação, ocorre o processo de cancelamento e, então, não há radiação sonora para o campo livre.

2) Ondas de flexão sônica: $k_f = k_a$

Nessa situação, $f = f_c$ e $\lambda_f = \lambda_a$. A velocidade da onda mecânica é igual à velocidade da onda acústica, formando-se uma onda acústica paralela à superfície da placa, sendo a radiação sonora associada máxima.

3) Ondas de flexão supersônicas (ondas acusticamente rápidas): $f > f_c$

Nesse caso, $f > f_c$ e $\lambda_f > \lambda_a$. A propagação da onda mecânica ocorre a uma velocidade muito maior que a velocidade da onda acústica, não há cancelamento e a radiação sonora é muito intensa.

Consideremos agora uma placa finita circundada por um plano rígido (*baffle*), conforme ilustrado na **Figura 2.7**, e vibrando segundo seus modos naturais.

Figura 2.7 – Vibração de uma placa finita circundada por um plano rígido.

Fonte: Gerges (1992).

Na prática, placas finitas em vibração irradiam ruído mesmo em frequências abaixo da frequência crítica. Segundo Gerges (1992), em geral, a razão para esse fenômeno é ilustrada na **Figura 2.8**. Quando o comprimento da onda de flexão (λ_f) é muito menor do que o comprimento da onda acústica (λ_a), avaliado na frequência natural modal ($k_a \ll k_f$), o fluido adjacente à placa é deslocado de uma região positiva (de alta pressão) para uma região negativa (de baixa pressão), como mostram as flechas da **Figura 2.8**. O fluido então só é significativamente comprimido nas extremidades da placa. Portanto, dependendo do modo de vibração (simétrico ou antissimétrico), ocorre mecanismo de cancelamento destrutivo e construtivo do campo sonoro, como ilustrado na **Figura 2.9**.

Figura 2.8 – Radiação sonora de uma placa finita.

Fonte: Gerges (1992).

Figura 2.9 – Mecanismo de cancelamento do campo sonoro em placas vibrantes.

Fonte: Gerges (1992).

Portanto, a resposta de uma estrutura a uma excitação com a consequente radiação acústica para o meio depende da resistência de radiação da própria estrutura. Uma medida usual para classificar a capacidade de radiação sonora de uma estrutura é através da eficiência de radiação acústica (σ), definida como a razão entre a potência sonora irradiada pela superfície (Π) e a de um pistão de mesma área vibrando com a mesma velocidade média quadrática. A potência irradiada pelo pistão (Π_p) pode ser descrita como (FAHY; GARDONIO, 2007):

$$\Pi_p = \sigma \rho_0 c S \langle \overline{v_n^2} \rangle \quad (2.29)$$

onde σ é unitário no caso de referência (pistão), S é a área do pistão e $\langle \overline{v_n^2} \rangle$ é a velocidade média quadrática temporal da estrutura:

$$\langle \overline{v_n^2} \rangle = \frac{1}{S} \int_S \left[\int_0^T v_n^2(x, y, t) dt \right] dS \quad (2.30)$$

onde T é o intervalo de tempo em que a velocidade média quadrática $\overline{v_n^2}$ no ponto (x, y) está sendo calculada. Portanto, a eficiência de radiação de uma estrutura pode ser calculada através da seguinte equação:

$$\sigma = \frac{\Pi}{\Pi_P} = \frac{\Pi}{\rho_0 c S \langle \overline{v_n^2} \rangle} \quad (2.31)$$

Um importante estudo sobre eficiência de radiação foi realizado por Wallace (1972), que desenvolveu expressões analíticas aproximadas para o cálculo da eficiência de radiação de placas retangulares simplesmente apoiadas, válidas desde que o comprimento de onda acústico seja muito maior que os comprimentos de onda estruturais nas direções x e y ($\lambda_a \gg \lambda_f$). A **Tabela 2.2** apresenta as expressões obtidas por Wallace para cada tipo de modo de vibrar, sendo que $k_a = \omega/c$ é o número de onda acústica, c é a velocidade do som no ar, a e b são as dimensões da placa nas direções de x e y , respectivamente, e m e n são os índices modais nas direções de a e b .

A **Tabela 2.3** mostra valores de eficiência de radiação σ_{mn} calculados através das Equações 2.33 a 2.36 para os modos de vibrar de uma placa retangular simplesmente apoiada. Neste exemplo numérico, a placa possui dimensões $a \times b \times h = 600 \times 500 \times 1.5$ mm e propriedades de uma liga de alumínio ($E = 70$ GPa, $\rho_s = 2700$ kg/m³ e $\nu = 0.3$). As frequências naturais da placa foram determinadas a partir da seguinte relação (BLEVINS, 1995):

$$f_{mn} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Eh^2}{12 \rho_s (1 - \nu^2)}} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \quad (2.32)$$

Tabela 2.2 – Expressões propostas por Wallace (1972) para cálculo da eficiência de radiação modal de placas retangulares simplesmente apoiadas.

Modos de vibrar	Eficiência de radiação
<p>(a) ímpar-ímpar</p>	$\sigma_{mn} \approx \frac{32(k_a a)(k_a b)}{m^2 n^2 \pi^5} \left\{ 1 - \frac{k_a^2 ab}{12} \left[\left(1 - \frac{8}{(m\pi)^2} \right) \frac{a}{b} + \left(1 - \frac{8}{(n\pi)^2} \right) \frac{b}{a} \right] \right\} \quad (2.33)$
<p>(b) ímpar-par</p>	$\sigma_{mn} \approx \frac{8(k_a a)(k_a b)^3}{3m^2 n^2 \pi^5} \left\{ 1 - \frac{k_a^2 ab}{20} \left[\left(1 - \frac{8}{(m\pi)^2} \right) \frac{a}{b} + \left(1 - \frac{24}{(n\pi)^2} \right) \frac{b}{a} \right] \right\} \quad (2.34)$
<p>(c) par-par</p>	$\sigma_{mn} \approx \frac{2(k_a a)^3 (k_a b)^3}{15m^2 n^2 \pi^5} \left\{ 1 - \frac{5k_a^2 ab}{64} \left[\left(1 - \frac{24}{(m\pi)^2} \right) \frac{a}{b} + \left(1 - \frac{24}{(n\pi)^2} \right) \frac{b}{a} \right] \right\} \quad (2.35)$
<p>(d) par-ímpar</p>	$\sigma_{mn} \approx \frac{8(k_a b)(k_a a)^3}{3q^2 m^2 \pi^5} \left\{ 1 - \frac{k_a^2 ba}{20} \left[\left(1 - \frac{8}{(n\pi)^2} \right) \frac{b}{a} + \left(1 - \frac{24}{(m\pi)^2} \right) \frac{a}{b} \right] \right\} \quad (2.36)$

Fonte: O Autor

A **Figura 2.10** mostra de forma gráfica as diferenças entre os valores de eficiência de radiação modal apresentados na **Tabela 2.3**. É notável que, em geral, modos ímpar-ímpar apresentam eficiências de radiação bem maiores que os demais, o que está relacionado com o fato do mecanismo de cancelamento destrutivo do campo sonoro em modos assimétricos (pares) ocorrer de forma mais intensa que em modos simétricos (ímpares), conforme ilustrado esquematicamente na **Figura 2.9**.

Tabela 2.3 – Modos de vibrar, frequências e eficiências de radiação de uma placa retangular simplesmente apoiada.

Modo	(<i>m, n</i>)	Frequência (Hz)	$\sigma_{mn} \times 10^3$
1	(1,1)	24.6	6.49
2	(2,1)	54.9	0.25
3	(1,2)	68.2	0.41
4	(2,2)	98.4	0.03
5	(3,1)	105.3	13.19
6	(1,3)	140.8	23.59
7	(3,2)	148.9	1.04
8	(2,3)	171.0	2.61
9	(4,1)	175.9	6.56
10	(4,2)	219.4	0.82

Fonte: O Autor

Figura 2.10 – Eficiências de radiação de uma placa simplesmente apoiada.

Fonte: O Autor

Portanto, uma vez que diferentes modos irradiam som de forma distinta, nem todos devem ter a mesma importância quando se desenvolve um sistema de controle de ruído. Métodos para determinação da eficiência de radiação vêm sendo propostos há décadas. Wallace propôs uma formulação analítica para eficiência de radiação modal em 1972. Desde então, outros trabalhos tentam complementar sua formulação, expandindo o limite em frequência (LEPPINGTON; BROADBENT; HERON, 1982; WILLIAMS, 1983; LEVINE, 1984; LI; GIBELING, 2000). Porém, também é importante conhecer o comportamento acústico de uma estrutura vibrando em uma frequência entre modos, onde haja contribuição

significativa de dois ou mais modos de vibrar. Neste contexto, Snyder e Tanaka (1995) desenvolvem um conjunto de equações que simplifica o cálculo da eficiência de radiação mútua, permitindo o cálculo da potência sonora irradiada mesmo em frequências entre modos. Posteriormente, Li e Gibeling (2000) estenderam este equacionamento para todo o domínio da frequência.

2.3.2 Determinação da potência sonora irradiada por uma placa vibrante

Esta seção tem por objetivo descrever um procedimento numérico para determinação da potência sonora irradiada por uma estrutura flexível em vibração e que foi utilizado nesse trabalho para avaliação do desempenho vibroacústico do sistema proposto para estudo.

Segundo Fahy e Gardonio (2007), o campo sonoro gerado por uma estrutura em vibração pode ser determinado através de dois métodos: (i) modal e (ii) método direto. A abordagem modal considera tanto a contribuição individual de cada modo de vibração da estrutura, quanto o efeito da interação entre modos. Em geral, essa abordagem é aplicável para problemas de geometrias regulares e de condições de contorno clássicas, de modo que seja possível derivar expressões analíticas para as formas modais. Um detalhamento da formulação desse método pode ser consultado em Fahy e Gardonio (2007).

Por outro lado, no método direto, introduzido por Molo e Bernhard (1989), Vitiello, Nelson e Petyt (1989) e Cunefare e Koopmann (1991), a potência sonora irradiada por uma placa é determinada em função da distribuição de velocidades sobre sua superfície, permitindo então o estudo de placas de geometrias complexas, não uniformes e de condições de contorno não clássicas e que podem resultar da interface da placa com outras estruturas flexíveis.

Conforme ilustrado na **Figura 2.11**, consideremos uma placa de área total S discretizada em uma malha de N elementos retangulares de tamanhos iguais. Assumindo movimentos harmônicos no tempo, a vibração da placa pode ser descrita pelo seguinte vetor de amplitudes complexas de velocidade normal no centro desses elementos:

$$\{\tilde{\mathbf{v}}_e\} = [\tilde{v}_{e1} \quad \tilde{v}_{e2} \quad \cdots \quad \tilde{v}_{eN}]^T \quad (2.37)$$

Da mesma forma, o vetor de amplitudes complexas da pressão sonora sobre cada elemento é dado por:

$$\{\tilde{\mathbf{p}}_e\} = [\tilde{p}_{e1} \quad \tilde{p}_{e2} \quad \cdots \quad \tilde{p}_{eN}]^T \quad (2.38)$$

Figura 2.11 – Placa discretizada em radiadores elementares.

Fonte: Adaptado de (FAHY; GARDONIO, 2007).

Considerando que o painel é circundado por um plano rígido infinito (*baffle*) e que irradia em um fluido semi-infinito (radiação hemisférica), a pressão p em um ponto do campo gerado pela vibração da placa pode ser determinado através da formulação integral desenvolvida por Rayleigh (1896):

$$p(\omega, M) = \rho_0 \frac{i\omega}{2\pi} \int_S \tilde{v}(\omega, G) \frac{e^{-ikR}}{R} dS \quad (2.39)$$

onde ρ_0 é a densidade do domínio acústico exterior, $k = \omega/c_0$ é o número de onda acústico, c_0 é a velocidade do som no ar, M é um ponto no domínio acústico exterior a uma distância R do painel e $\tilde{v}(\omega, G)$ é a amplitude complexa da componente normal de velocidade da placa no ponto G .

Assumindo que as dimensões dos elementos são pequenas comparadas com os comprimentos de onda estrutural (λ_s) e acústico (λ_a), a potência sonora irradiada por cada elemento (Π_{en}) é dada pela expressão:

$$\Pi_{en}(\omega) = \frac{S_e}{2} \text{Re}\{\tilde{v}_{en}^* \tilde{p}_{en}\} \quad (2.40)$$

onde o sobrescrito $*$ denota o complexo conjugado, $\tilde{v}_{en}$ e $\tilde{p}_{en}$ são as amplitudes complexas da velocidade normal e da pressão acústica no elemento n da placa, S_e é a área de cada elemento e Re é a parte real da expressão.

Portanto, a potência sonora total irradiada pela placa (Π) pode ser expressa pela soma das potências irradiadas por cada elemento:

$$\Pi(\omega) = \sum_{n=1}^N \frac{S_e}{2} \text{Re}\{\tilde{v}_{en}^* \tilde{p}_{en}\} = \frac{S}{2N} \text{Re}\{\{\tilde{\mathbf{v}}_e\}^H \{\tilde{\mathbf{p}}_e\}\} \quad (2.41)$$

onde o sobrescrito H denota operador conjugado transposto.

A pressão sonora sobre cada elemento é resultado das vibrações de todos os elementos da placa. Assumindo que as dimensões dos elementos são pequenas comparadas com os comprimentos das ondas acústicas ($\sqrt{S_e} \ll \lambda_a$), a equação 2.39 fornece:

$$\tilde{p}_{ei}(\omega, x_i, y_i) = \frac{i\omega\rho_0 S_e e^{-ikR_{ij}}}{2\pi R_{ij}} \tilde{v}_{ej}(x_j, y_j) \quad (2.42)$$

onde R_{ij} é a distância entre os centros dos elementos i e j . O vetor de pressões sonoras sobre a superfície da placa pode, então, ser expresso em função da distribuição de velocidades dos elementos através da matriz de impedância $[\tilde{\mathbf{Z}}]$:

$$\{\tilde{\mathbf{p}}_e\} = [\tilde{\mathbf{Z}}] \{\tilde{\mathbf{v}}_e\} \quad (2.43)$$

onde $[\tilde{\mathbf{Z}}]$ é a matriz incorporando o ponto e transferindo os termos de impedância acústica sobre a malha de elementos nos quais o painel foi subdividido, de modo que $\tilde{Z}_{ij}(\omega) = (i\omega\rho_0 S_e / 2\pi R_{ij}) e^{-ikR_{ij}}$. A matriz $[\tilde{\mathbf{Z}}]$ é simétrica e, por conseguinte, $[\tilde{\mathbf{Z}}] = [\tilde{\mathbf{Z}}]^T$. Substituindo a equação 2.43 na equação 2.41, obtém-se:

$$\Pi(\omega) = \frac{S}{2N} \text{Re}\{\{\tilde{\mathbf{v}}_e\}^H [\tilde{\mathbf{Z}}] \{\tilde{\mathbf{v}}_e\}\} \quad (2.44)$$

Como a matriz $[\tilde{\mathbf{Z}}]$ é simétrica, a equação 2.44 pode ser reescrita como:

$$\Pi(\omega) = \frac{S}{4N} \{\tilde{\mathbf{v}}_e\}^H ([\tilde{\mathbf{Z}}] + [\tilde{\mathbf{Z}}]^H) \{\tilde{\mathbf{v}}_e\} = \{\tilde{\mathbf{v}}_e\}^H [\mathbf{R}] \{\tilde{\mathbf{v}}_e\} \quad (2.45)$$

A matriz $[\mathbf{R}]$ é a parte real da matriz de impedância acústica e é definida como a “matriz de resistência à radiação” dos radiadores elementares que, para um painel em um *baffle* infinito, é dada por:

$$[\mathbf{R}] = \frac{S}{2N} \text{Re}[\tilde{\mathbf{Z}}] = \frac{S}{4N} ([\tilde{\mathbf{Z}}] + [\tilde{\mathbf{Z}}]^H) = \frac{\omega^2 \rho_0 S_e^2}{4\pi c_0} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\text{sen}(kR_{12})}{kR_{12}} & \dots & \frac{\text{sen}(kR_{1n})}{kR_{1n}} \\ \frac{\text{sen}(kR_{21})}{kR_{21}} & 1 & \dots & \frac{\text{sen}(kR_{2n})}{kR_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\text{sen}(kR_{n1})}{kR_{n1}} & \frac{\text{sen}(kR_{n2})}{kR_{n2}} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Esse procedimento pode ser aplicado para qualquer superfície plana em um *baffle* infinito, independentemente das condições de contorno adotadas. Ele requer apenas o conhecimento da geometria da superfície, das características do fluido e da distribuição do campo de velocidades, que neste trabalho é determinado através da análise com o modelo de elementos finitos.

Como exemplo da aplicação desse método em trabalhos de pesquisa, recentemente, Larbi, Deü e Ohayon (2016) utilizaram essa metodologia para a avaliação do desempenho de uma técnica híbrida de controle de vibrações aplicada a painéis duplos de estrutura do tipo sanduíche e com pastilhas piezelétricas em seu núcleo. Em outro trabalho também recente, Unruh (2016) utilizou essa formulação para estudo da eficiência de radiação sonora de placas retangulares quando sujeitas a distribuições não homogêneas de amortecimento sobre sua superfície.

2.3.3 Transmissão sonora através de estruturas flexíveis

Vários índices são definidos para caracterizar as propriedades de transmissão sonora de um determinado componente estrutural, como, por exemplo, o Índice de Redução de Ruído (IRR) e a Perda Sonora por Inserção (IL - *Insertion Loss*). Além desses, a Perda de Transmissão Sonora (PTS) é um dos parâmetros mais utilizados e está relacionada exclusivamente às propriedades do objeto sob investigação, diferentemente dos dois primeiros que são dependentes também do ambiente de teste. Portanto, essa seção tem por objetivo discutir, em linhas gerais, alguns aspectos sobre o desempenho de placas flexíveis no que diz respeito à variação das suas propriedades de isolamento acústico em função da frequência de excitação.

Para problemas de excitação por vias aéreas, apenas uma parcela do campo sonoro gerado por uma fonte sonora é transmitida através de uma estrutura, como ilustrado na **Figura 2.12**. Dessa forma, a PTS é definida como a razão logarítmica da potência sonora incidente ($\Pi_{incidente}$) pela transmitida ($\Pi_{transmitida}$), conforme a seguinte equação (FAHY; GARDONIO, 2007):

$$PTS = 10 \log \left(\frac{\Pi_{incidente}}{\Pi_{transmitida}} \right) \quad (2.47)$$

Para uma estrutura perfeitamente rígida e refletiva, a perda de transmissão sonora é infinita, enquanto que para uma abertura, a PTS é igual a zero.

Figura 2.12 – Incidência, reflexão, absorção e transmissão do som através de uma estrutura.

Fonte: O Autor

Como discutido nas seções anteriores, a eficiência de radiação sonora de uma estrutura flexível depende das suas características dinâmicas. Em decorrência disso, a dependência da PTS de um painel simples com a frequência pode ser descrita através de cinco regiões, ilustradas na **Figura 2.13**, cada uma delas definida em função do material e da topologia da estrutura estudada.

Figura 2.13 – Representação de uma curva típica da PTS de um painel homogêneo.

Fonte: Adaptado de Gerges (1992).

Região controlada pela rigidez: Em frequências muito baixas, a capacidade de transmissão de ruído de uma estrutura é controlada por sua rigidez estática. Essa região está localizada abaixo da 1ª frequência de ressonância do painel e a PTS reduz a uma taxa de 6 dB por oitava.

Região das ressonâncias: Com o aumento da frequência de excitação, o comportamento modal torna-se determinante na característica de transmissão sonora do painel. Podem então surgir alguns pontos de redução pronunciada da curva da PTS, os quais estão relacionados com as frequências de ressonância. Nessa região, o fenômeno de transmissão é, em grande parte, controlado pelo amortecimento da estrutura.

Região da massa: Na medida em que a densidade modal aumenta, as frequências de ressonância são muito próximas umas das outras e os modos vibram com uma quantidade similar de energia. Portanto, as reduções pronunciadas da curva da PTS associados às ressonâncias não são mais distinguíveis. Nessa região, o fenômeno de transmissão sonora é regido pela densidade de área ($\rho \cdot h$) da placa, sendo ρ a densidade do material e h a espessura. A PTS apresenta um aumento de 6 dB com a duplicação da frequência de excitação ou da densidade de área, seguindo a denominada “Lei da Massa” da transmissão sonora.

Região da coincidência: Conforme discutido na seção 2.3.1, a condição de coincidência acontece quando o comprimento da onda acústica projetada na estrutura é igual ao comprimento de onda de flexão livre do painel, sendo o fenômeno regido por mecanismos complexos de transmissão. Nesta região, a radiação sonora é elevada e controlada pelo amortecimento da estrutura. Para painéis ortotrópicos, a curva típica de PTS apresenta uma ampla região de coincidência, causada pela presença de mais de uma frequência crítica. Por este motivo, o controle do ruído de painéis ortotrópicos pode ser um desafio em muitas aplicações (HARRISON, 2004).

Região de frequências acima da coincidência: Nessa região, as frequências de excitação assumem valores superiores à frequência crítica e a perda de transmissão é controlada pela rigidez, apresentando um crescimento típico de 10 a 18 dB por oitava.

Portanto, o conhecimento do espectro do ruído e dos fenômenos físicos que regem a transmissão sonora em cada região é de fundamental importância para a definição da estratégia mais adequada para controle da transmissão sonora através de uma estrutura flexível.

2.4 Modelagem numérica de problemas acústicos e vibroacústicos

Esta seção tem por objetivo discorrer sobre as principais técnicas numéricas utilizadas na análise de problemas acústicos e vibroacústicos, bem como revisar alguns conceitos da modelagem numérica através do método de elementos finitos, o qual foi adotado para realização deste trabalho.

2.4.1 Técnicas numéricas de modelagem de problemas acústicos e vibroacústicos

Vibrações estruturais induzindo campos de pressão sonora em um fluido adjacente e a situação oposta, na qual um campo de ondas acústicas provoca vibração de uma estrutura, constitui um campo de pesquisa que vem sendo minuciosamente investigado ao longo dos anos. Nos trabalhos desenvolvidos por Pretlove (1965), Pretlove (1966), Dowell (1977), Guy (1979), Pan e Bies (1990), Hong e Kim (1995a) e Hong e Kim (1995b), o problema de interação fluido/estrutura é analisado utilizando expressões analíticas para representar o

comportamento dos dois domínios. Porém, na maior parte dos casos, deve-se lidar com geometrias e condições de contorno complexas, para as quais não é possível obter soluções analíticas. Portanto, métodos numéricos computacionais devem ser utilizados para proporcionar soluções aproximadas nessas situações.

Os métodos determinísticos, como os de elementos finitos (EF) ou de elementos de contorno (EC), e os estatísticos, como a análise estatística de energia (SEA – *Statistical Energy Analysis*), são as técnicas mais utilizadas em análises de fenômenos acústicos e vibroacústicos. Uma revisão sobre as diversas estratégias de solução de problemas vibroacústicos utilizando os métodos de EF e de EC pode ser consultada em Atalla e Bernhard (1994), enquanto que a fundamentação teórica da metodologia de SEA é discutida em detalhes por Lyon e DeJong (1995). A **Figura 2.14** ilustra algumas diferenças de conceito dessas metodologias. Nas técnicas determinísticas, é necessário aplicar carregamentos em pontos específicos do sistema e as respostas são deslocamentos e pressões localizadas. Na análise estatística energética, as entradas são potências que excitam o sistema e as saídas são níveis de energia.

Figura 2.14 – Variáveis de EF e de EC comparadas com as variáveis de SEA.

Fonte: Rodrigues (2002).

A escolha do método mais adequado depende das faixas de frequência de interesse, podendo ser classificadas em baixas, médias e altas (MARTIN, 2015). Em problemas de dimensões típicas de veículos de passeio, a faixa de baixas frequências se estende até 200 Hz (MULLER; BUCHSCHMID, 2014), enquanto que para veículos ferroviários ou

aeroespaciais, esse limite vai até 500 Hz (YAN; LI; LIN, 2016). Nessas aplicações, as altas frequências são definidas a partir de 800 Hz e 1500 Hz, respectivamente.

Em baixas frequências, a densidade modal é baixa, isto é, os modos de vibrar ocorrem em frequências bem espaçadas umas das outras, e os comprimentos de onda são grandes comparados às dimensões do problema. Consequentemente, o comportamento dinâmico do sistema é representado de forma eficiente sem a necessidade de muitos graus de liberdade, além de ser menos sensível a variações locais de geometria e de propriedades de materiais e das condições de contorno. À medida que as frequências aumentam, os comprimentos de onda ficam cada vez menores e a densidade modal também aumenta, exigindo uma modelagem mais refinada, isto é, com mais graus de liberdade para garantir precisão nos resultados, impactando em maior custo computacional. Além disso, os resultados são mais sensíveis a variações locais de propriedades, justificando então a utilização de abordagens estatísticas, ao invés das determinísticas (REYNDERS et al., 2014). Portanto, os métodos determinísticos, como o dos elementos finitos ou dos elementos de contorno, são mais adequados para análises em baixas frequências, enquanto que métodos estatísticos, como SEA, encontram sua aplicação em altas frequências.

De acordo com Bonilha e Fahy (1999), a região de transição é denominada faixa de médias frequências. Em sistemas com dimensões típicas de um automóvel, por exemplo, na análise de frequências entre 200 Hz e 800 Hz, modelos de EF requerem um grande número de elementos para bem representar os comprimentos de onda e, ao mesmo tempo, não há densidade modal suficiente para aplicação de técnicas estatísticas. Contudo, métodos baseados na teoria de ondas vêm sendo propostos e têm se mostrado mais eficientes que os de EF ou os de EC nessas faixas de frequências (DESMET, 1998, 2002; HEPBERGER et al., 2002). Métodos híbridos, que combinam técnicas de EF e de SEA, também têm sido muito utilizados em problemas vibroacústicos de médias frequências. Nessa abordagem, subestruturas, que apresentam baixa densidade modal, ou onde há aplicações de carregamentos, são modeladas com a técnica de EF, enquanto a abordagem de SEA é empregada nas demais regiões do modelo (ORRENIUS et al., 2014).

O método de traçado de raios (*Ray-Tracing*) é muito utilizado em análises de acústica arquitetônica. Segundo Torres (2008), nessa técnica, o conceito de onda é substituído pelo conceito de raio sonoro, o qual segue as regras de ótica geométrica, representando então uma grande simplificação para o fenômeno acústico. O uso de tal simplificação é possível para comprimentos de onda relativamente pequeno, o que ocorre para altas frequências. Por isso, esse método é utilizado em análise de acústica de ambientes em substituição à técnica de

SEA, com a vantagem de permitir a análise de variáveis mais locais, em contraposição à abordagem de SEA, em que as saídas são níveis globais de energia.

Existem duas formas de se abordar um problema vibroacústico do ponto de vista de interação fluido/estrutura: modelos acoplados ou desacoplados. No caso de modelos desacoplados, considera-se apenas um caminho de interação, seja, na distribuição de velocidade da estrutura excitando o meio fluídico (acoplamentos estrutura $\rightarrow$ fluido), ou seja a pressão do fluido carregando a estrutura (acoplamento fluido $\rightarrow$ estrutura) sem que um afete o comportamento dinâmico do outro. No caso acoplado, ambos os sistemas interferem no comportamento dinâmico um do outro, o que requer a solução simultânea do problema acústico e estrutural (OLIVEIRA, 2007).

A **Figura 2.15** ilustra as possíveis configurações de um problema vibroacústico, com a estrutura discretizada em nós e elementos, o vetor normal n e uma fonte acústica q . A **Figura 2.15(a)** ilustra o problema com a fronteira fechada, onde o domínio de interesse é o volume confinado por esta superfície (problema interno), como exemplo pode-se citar o interior de um veículo ou uma sala fechada. Na **Figura 2.15(b)**, o domínio de interesse é o externo sem fronteiras (problema externo), este é o caso de um motor irradiando som para o exterior ou um avião sobrevoando um aeroporto. O caso ilustrado na **Figura 2.15(c)** ilustra um problema acústico combinado, onde ambos os domínios são considerados, mas a superfície ainda é fechada, correspondendo ao caso de transmissão de ruído de uma estrada para o interior de uma casa, por exemplo. Finalmente, a **Figura 2.15(d)** ilustra o caso onde a superfície define uma cavidade aberta, como em um violão, uma caixa acústica ou um carro com as janelas abertas, por exemplo. Essa divisão é necessária, uma vez que, cada tipo de problema requer um equacionamento específico, sendo que nenhuma das técnicas existentes pode resolver todos de forma eficiente.

Figura 2.15 – Possíveis configurações de um sistema vibroacústico quanto ao domínio e condições de contorno: (a) interno, (b) externo, (c) interno/externo e (d) interno com superfície aberta.

Fonte: Oliveira (2007).

No que diz respeito aos tipos de problema, o método de elementos finitos é aplicado em problemas vibroacústicos com fronteira fechada, onde o domínio de interesse é o volume confinado por uma superfície (problema interno). A cavidade acústica é então representada por um número finito de elementos volumétricos interconectados, ao longo dos quais são calculadas as soluções aproximadas do problema. O método de elementos de contorno torna possível a resolução de problemas de irradiação num meio infinito e é baseado na discretização apenas da superfície que está em contato direto com o meio acústico em relação ao qual se quer avaliar a potência irradiada por alguma estrutura. Portanto, em certas aplicações, a distribuição de deslocamentos de uma estrutura em vibração é determinada pelo método de elementos finitos e, em seguida, utilizada como a condição de contorno necessária para resolver o problema de irradiação em campo livre pelo método de elementos de contorno.

2.4.2 Método dos elementos finitos

Essa seção trata da modelagem de problemas vibroacústicos pelo método de elementos finitos, que foi adotado neste trabalho para a análise do sistema vibroacústico proposto para estudo.

2.4.2.1 Generalidades

O método de EF tem sido amplamente aplicado para resolver problemas de engenharia governados por um conjunto apropriado de equações diferenciais e condições de contorno. O método consiste em dividir o domínio do problema em pequenos subdomínios, designados por elementos. Esse procedimento permite a modelagem precisa de objetos cuja forma geométrica seja complexa e cujo domínio seja constituído por diferentes materiais. Além disso, a densidade de elementos pode ser ajustada de acordo com a necessidade de cada problema. No interior de cada elemento, a incógnita é aproximada por uma função de interpolação e a equação diferencial parcial é transformada em um sistema algébrico de equações.

A fundamentação teórica desse método pode ser consultada nos trabalhos de Ottosen e Peterson (1992), de Clough e Penzien (1993) e de Chopra (2001). Nefske, Wolf e Howell (1982) realizaram uma revisão da análise por elementos finitos aplicada ao estudo da propagação de ruído no interior de veículos. O desenvolvimento do equacionamento do acoplamento vibroacústico utilizando o método de EF pode ser consultada nos trabalhos de Morand e Ohayon (1995) e Everstine (1997).

Na formulação de EF, desenvolve-se um sistema de equações que descrevem a dinâmica do sistema, sendo o número de equações igual ao número de graus de liberdade introduzido na discretização de elementos finitos. As matrizes do modelo de um problema acústico são esparsas, isto é, apenas algumas posições nessas matrizes são preenchidas, e, dependendo da numeração dos nós, também são matrizes banda. Para problemas desacoplados, as matrizes são simétricas. Em decorrência disso, o esforço computacional para resolver o sistema de equações é menor, em comparação com um sistema de igual tamanho e com matrizes totalmente preenchidas.

No domínio estrutural, as variáveis primárias são os deslocamentos de cada nó do elemento. Desse modo, têm-se então 6 graus de liberdade por nó, sendo 3 translacionais e 3 rotacionais nas direções x , y e z . Para o domínio acústico, diversas variáveis podem ser usadas

para descrever o movimento do fluido. Usando os deslocamentos da partícula como variável primária, o mesmo tipo de elemento sólido pode ser utilizado para os domínios estrutural e acústico. Como o domínio acústico não tem rigidez ao cisalhamento, modos normais com movimentos rotacionais puros são obtidos na análise do sistema e, por não terem sentido físico, deveriam apresentar autovalores associados nulos. Porém, isso não acontece na solução numérica do auto-problema do sistema (AKKAS; AKAY; YILMAZ, 1979). Para contornar esse problema, adota-se uma formulação por pressão para descrição do domínio acústico. Essa abordagem foi utilizada por Craggs (1972) e Petyt, Lea e Koopmann (1976) para determinação dos modos normais e dos autovalores de uma cavidade acústica de paredes rígidas de geometria complexa, e também por Craggs (1971) para o estudo da resposta transiente de um sistema vibroacústico.

Utilizando a pressão como variável primária, o comportamento do domínio acústico é descrito através de apenas um grau de liberdade por nó do elemento acústico. Entretanto, a principal desvantagem da formulação por pressão é o aparecimento de matrizes não simétricas, o que resulta em maior custo computacional em comparação a sistemas de matrizes simétricas. Para diagonalizar as matrizes, o problema pode ser reformulado de modo a introduzir uma variável conhecida como potencial de velocidade no lugar da pressão (EVERSTINE, 1981). Para algumas situações, particularmente problemas de regime permanente envolvendo sistemas amortecidos e problemas dependentes do tempo, essa abordagem resulta em vantagens significativas (MAMEDE, 2003).

2.4.2.2 Equações governantes

Para a modelagem do sistema vibroacústico, a dinâmica do domínio estrutural é governada pela equação diferencial de movimento de um corpo contínuo assumindo pequenas deformações. O domínio acústico é governado pela equação da onda acústica (Equação 2.5), assumindo as seguintes hipóteses:

- O fluido é compressível (densidade varia com a variação de pressão);
- O fluido é invíscido (não existe dissipação de energia devido a viscosidade);
- Pequenos deslocamentos;
- A densidade e a pressão médias são uniformes para todo o fluido.

As condições de contorno nas fronteiras entre os meios estrutural e acústico asseguram a continuidade do deslocamento e da pressão entre os domínios. A formulação em elementos finitos fornece as equações do movimento para o domínio estrutural na forma matricial:

$$[M_s]\{\ddot{w}\} + [C_s]\{\dot{w}\} + [K_s]\{w\} = \{F_s^e\} + \{F_a\} \quad (2.48)$$

onde $[M_s]$, $[C_s]$, $[K_s]$ são as matrizes estruturais de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente, $\{w\}$ é o vetor de deslocamentos estruturais, $\{F_s^e\}$ é o vetor de forças externas agindo na estrutura, e $\{F_a\}$ é o vetor que representa o efeito da pressão do fluido na interface com a estrutura. Para o domínio acústico, obtém-se a seguinte equação dinâmica:

$$[M_a]\{\ddot{p}\} + [C_a]\{\dot{p}\} + [K_a]\{p\} = \{F_a^e\} + \{F_s\} \quad (2.49)$$

onde $\{p\}$ denota o vetor de pressões nodais, $[M_a]$ e $[K_a]$ são as matrizes acústicas de massa, e de rigidez, respectivamente, $[C_a]$ é a matriz de amortecimento resultante da impedância das condições de contorno, isto é, a relação entre pressão e velocidade normal na superfície molhada (superfície em contato com o fluido). O vetor $\{F_a^e\}$ representa a fonte externa de excitação acústica, e o vetor $\{F_s\}$ representa o efeito da estrutura agindo na interface com o fluido.

Em se tratando da simulação de problemas vibroacústicos acoplados, isto é, onde as equações acústicas e estruturais são resolvidas simultaneamente, considerando-se os dois caminhos de interação (fluido $\rightarrow$ estrutura e estrutura $\rightarrow$ fluido), o método acoplado EF/EF é o mais utilizado. Neste tipo de modelagem, uma malha de EF do modelo acústico, baseado na aproximação nodal da pressão, é acoplada com uma malha de EF da estrutura, baseada na aproximação nodal dos deslocamentos. O acoplamento entre os domínios estruturais e acústicos são descritos em função dos termos de acoplamento $\{F_a\}$ e $\{F_s\}$ inseridos nas Equações 2.48 e 2.49, resultando então na equação acoplada do sistema vibroacústico:

$$\begin{bmatrix} M_s & 0 \\ -\rho_0 K_c^T & M_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{w} \\ \ddot{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_s & 0 \\ 0 & C_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{w} \\ \dot{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & K_c \\ 0 & K_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_s^e \\ F_a \end{Bmatrix} \quad (2.50)$$

onde o carregamento de força do fluido na estrutura é proporcional à pressão e aparece através da matriz de acoplamento $[K_c]$ e o carregamento de força da estrutura no fluido é proporcional à aceleração e aparece no termo de acoplamento $-\rho_0 K_c^T$, sendo ρ_0 a densidade média do fluido. Uma descrição detalhada das etapas executadas para a obtenção desses

termos de acoplamento pode ser consultada em Morand e Ohayon (1995), Everstine (1997) e Chargin e Gartmeier (1990).

Através da Equação 2.50, verifica-se que no modelo do sistema vibroacústico, as equações dinâmicas resultam em matrizes não-simétricas, o que acarreta em maior esforço computacional para a inversão destas matrizes. Ainda, a solução do auto-problema envolvendo matrizes não-simétricas resulta em grupos distintos de autovetores à direita e à esquerda. Como mencionado anteriormente, uma alternativa para contornar esse problema é reformular a solução por pressão tal que o potencial de velocidade seja usado como variável principal do domínio acústico, resultando então em matrizes simétricas.

2.4.2.3 Representação modal

O número de graus de liberdade necessários para representar de forma adequada o comportamento de um sistema vibroacústico pode ser relativamente grande, impactando no custo computacional para solução direta da Equação 2.50. Portanto, em muitas situações é necessário adotar alguma estratégia para redução do modelo.

O método mais utilizado consiste em reduzir o modelo usando os modos normais estruturais e acústicos, derivados em análises desacopladas dos dois domínios (OHAYON, 2001; WOLF, 1977). Dessa forma, os graus de liberdade estruturais são expressos em termos dos N_s modos estruturais ϕ_s desacoplados (estrutura em vácuo), oriundos da solução do auto-problema do sistema, bem como os graus de liberdade acústicos, que são expressos em termos dos N_a modos acústicos ϕ_a do sistema com fronteira rígida:

$$\{w\} = \sum_{r=1}^{N_s} q_{sr} \{\phi_s\}_r = [\phi_s] \{q_s\} \quad (2.51)$$

$$\{p\} = \sum_{r=1}^{N_a} q_{ar} \{\phi_a\}_r = [\phi_a] \{q_a\} \quad (2.52)$$

onde q_s e q_a são, respectivamente, as amplitudes modais estruturais e acústicas.

Substituindo os componentes modais das Equações 2.51 e 2.52 na Equação 2.50 e pré-multiplicando as equações estrutural e acústica pelos respectivos componentes modais transpostos, a Equação 2.50 é então reescrita em termos dos modos desacoplados:

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ -\rho_0 \phi_s K_c^T \phi_a^T & m_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_s \\ \ddot{q}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_s & 0 \\ 0 & c_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_s \\ \dot{q}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s & \phi_s^T K_c \phi_a \\ 0 & k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_s \\ q_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_s^T F_s \\ \phi_a^T F_a \end{Bmatrix} \quad (2.53)$$

onde $m_s = \phi_s^T M_s \phi_s$, $m_a = \phi_a^T M_a \phi_a$, $c_s = \phi_s^T C_s \phi_s$, $c_a = \phi_a^T C_a \phi_a$, $k_s = \phi_s^T K_s \phi_s$, $k_a = \phi_a^T K_a \phi_a$ são as matrizes modais do sistema. Dessa forma, a equação do auto-problema do sistema acoplado é dada pela seguinte equação:

$$\left(\begin{bmatrix} k_s & \phi_s^T K_c \phi_a \\ 0 & k_a \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ -\rho_0 \phi_s K_c^T \phi_a^T & m_a \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} q_s \\ q_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.54)$$

onde $\omega = 2\pi f$ é a frequência angular.

Supondo uma dependência harmônica no tempo para os carregamentos externos, a seguinte equação de resposta de frequência é obtida a partir da equação 2.53:

$$\left(\begin{bmatrix} k_s & \phi_s^T K_c \phi_a \\ 0 & k_a \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} c_s & 0 \\ 0 & c_a \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ -\rho_0 \phi_s K_c^T \phi_a^T & m_a \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} q_s \\ q_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_s^T F_s \\ \phi_a^T F_a \end{Bmatrix} \quad (2.55)$$

As matrizes $[\phi_s]$ e $[\phi_a]$ representam as matrizes modais da estrutura e do fluido, respectivamente. Em geral, ambas são matrizes retangulares e o número de linhas é igual ao número de graus de liberdade e o número de colunas corresponde ao número de modos adotados para representação reduzida de cada domínio. Desta forma, o sistema acoplado vibroacústico pode ser expresso em termos dos modos desacoplados dos meios acústico e estrutural. Contudo, como os modos acústicos desacoplados são calculados considerando-se as fronteiras rígidas, uma representação acurada do campo de pressão e regiões próximas à superfície vibrante (no caso acoplado) requer que um grande número de modos acústicos (Na) seja retido, o que limita a vantagem desse método sobre a solução direta da equação 2.50 (DESMET, 1998).

3 METODOLOGIA DE ESTUDO

O presente capítulo tem por objetivo apresentar a metodologia adotada para realização deste trabalho. Primeiramente, o problema vibroacústico proposto para estudo é descrito, juntamente com as condições de contorno e as propriedades adotadas para os domínios estrutural e acústico. Segue-se então a descrição do modelo numérico desenvolvido em elementos finitos para representar a dinâmica do sistema sob estudo. Definem-se as métricas adotadas para avaliação do desempenho vibroacústico e, por fim, as rotinas desenvolvidas para gerenciamento automatizado das análises de sensibilidade realizadas neste trabalho são descritas.

3.1 Sistema sob estudo

A **Figura 3.1** ilustra de forma esquemática o sistema vibroacústico proposto para estudo, o qual é constituído de uma cavidade acústica rígida de secções retangulares que possui uma abertura em uma das faces, onde uma placa flexível é posicionada e engastada em todos os lados. Uma fonte acústica de potência sonora Π_i posicionada no interior da cavidade permite excitar o sistema acusticamente de modo a gerar um gradiente interno de pressão, relativamente à pressão de equilíbrio, que induz à vibração transversal da superfície estrutural. Esta, por sua vez, excita o fluido adjacente externo à cavidade, o que gera o ruído que é irradiado para o campo livre exterior com uma potência sonora Π_o .

Figura 3.1 – Representação esquemática do problema vibroacústico sob estudo.

Fonte: O Autor

O fluido no interior da cavidade é o ar, e o alumínio constitui o material da placa flexível na versão nominal deste estudo de caso. A **Figura 3.2** e a **Tabela 3.1** e **Tabela 3.2** apresentam as dimensões e as propriedades adotadas para os meios estrutural e acústico.

Figura 3.2 – Posicionamento e dimensões da placa (em amarelo) e da cavidade acústica (em cinza).

Fonte: O Autor

Tabela 3.1 – Propriedades da placa

Dimensões	
a	= 200 mm
b	= 300 mm
h	= 1.50 mm
Material: Alumínio	
Densidade:	$\rho_s = 2710\text{ kg/m}^3$
Módulo de Elasticidade:	$E = 68.9\text{ GPa}$
Coefficiente de Poisson:	$\nu = 0.33$

Fonte: O Autor

Tabela 3.2 – Propriedades da cavidade acústica

Dimensões	
L_x	= 340 mm
L_y	= 480 mm
L_z	= 640 mm
Fluido: Ar	
Densidade:	$\rho_0 = 1.225\text{ kg/m}^3$
Velocidade do som:	$c = 340.4\text{ m/s}$

Fonte: O Autor

As dimensões do sistema foram definidas de modo a proporcionar boa interação entre frequências naturais de vibração dos meios acústico e estrutural, ou seja, de modo que as frequências naturais dos subsistemas analisados isoladamente sejam próximas. Dessa forma, pretende-se verificar o efeito desses modos sobre as novas formas modais decorrentes do acoplamento entre os domínios. A placa foi posicionada de forma assimétrica na face Z+ da cavidade para que os modos acústicos simétricos excitem modos estruturais tanto simétricos como assimétricos. O escopo deste trabalho é a faixa de baixas frequências, na qual o comportamento do sistema acoplado é descrito de forma determinística através das suas características modais.

3.2 Modelagem numérica

O comportamento vibroacústico do problema proposto foi analisado numericamente pelo método dos elementos finitos (EF) utilizando os softwares comerciais MSC.Patran e MSC.Nastran para geração do modelo numérico e para realização das simulações, respectivamente.

O domínio estrutural foi modelado com 600 (20 x 30) elementos bidimensionais do tipo casca (MSC.Nastran - *CQUAD4*), resultando em 651 nós e 3906 graus de liberdade, que são os deslocamentos estruturais (translacionais e rotacionais) nas direções x, y e z de cada nó. As vibrações transversais e rotacionais no contorno foram restritas para representar a condição de placa engastada. A malha da placa é representada na **Figura 3.3**.

Figura 3.3 – Malha de EF utilizada na discretização do meio estrutural.

Fonte: O Autor

O meio acústico foi modelado com 26112 (34 x 48 x 16) elementos tridimensionais hexaédricos (MSC.Nastran - *CHEXA*), resultando em 29155 nós, e consequentemente, o mesmo número de graus de liberdade, dado que se tem apenas um grau de liberdade (pressão) por nó do elemento. A malha da cavidade acústica é representada na **Figura 3.4**.

Figura 3.4 – Malha de EF utilizada na discretização do meio acústico.

Fonte: O Autor

Como os comprimentos de onda acústicos são, usualmente, maiores que os estruturais, uma malha acústica otimizada tende a possuir elementos maiores que elementos estruturais. Portanto, um aspecto que foi devidamente considerado na geração da malha é a relação entre a dimensão de cada elemento e o comprimento de onda λ , que está relacionado com a velocidade c do som (ar, 340.4 m/s) e com a frequência f (Hz) pela equação:

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (3.1)$$

A banda de frequência de interesse neste trabalho é [50, 900] Hz. Portanto, no limite, isto é, a 900 Hz, tem-se um comprimento de onda de 378 mm. Os elementos da malha acústica são de dimensões 10 x 10 x 40 mm, implicando que, por comprimento de onda nas direções x, y e z, tem-se aproximadamente 37, 37 e 9 elementos, respectivamente. Em geral, recomenda-se utilizar pelo menos 6 elementos por comprimento para garantir uma precisão aceitável dos resultados (MARKOVIC; PARK; IBRAHIMBEGOVIC, 2007). Logo, apesar de não existir um critério claro quanto ao número exato de elementos por comprimento de onda, a malha utilizada para o meio acústico está adequada e não apresentará erros significativos.

A **Figura 3.5** apresenta topologia dos elementos adotados na geração das malhas de elementos finitos dos domínios estrutural e acústico.

Figura 3.5 – Elemento finito: a) Estrutural de 4 nós (CQUAD); b) Acústico de 8 nós (CHEXA)

Fonte: MSC Software (2012).

A **Figura 3.6** apresenta as malhas do sistema vibroacústico acoplado, que foram definidas de tal forma que os nós dos domínios estrutural e acústico são coincidentes na interface, facilitando o procedimento e o custo computacional envolvido (COYETTE P.; VANDERBORCK; STEICHEN, 1994). Dessa forma, o software MSC.Nastran detecta automaticamente o acoplamento vibroacústico, evitando também a necessidade de manipulações adicionais.

Figura 3.6 – Malha de EF do sistema vibroacústico acoplado.

Fonte: O Autor

Todas as faces dos elementos finitos acústicos importados para o ambiente MSC.Nastran sem qualquer acoplamento com elementos estruturais ou acústicos (isto é, elementos acústicos com faces livres) materializam a condição de parede rígida, pois o software assume que a velocidade é nula nas faces livres ou desacopladas dos elementos finitos acústicos. Dessa forma, a velocidade nula leva à materialização da condição de parede perfeitamente refletora (ou acusticamente rígida).

Na interface entre os dois meios, a face da cavidade em contato com a placa não é acusticamente rígida, mas sim flexível. Neste caso, o campo acústico da cavidade é influenciado pelo movimento da estrutura flexível, e a vibração da estrutura flexível também sofre mudanças devido à presença da pressão sonora. A velocidade dos nós estruturais induz nos nós da malha acústica forças generalizadas que são consideradas na equação acústica. Para que a energia seja conservada, a velocidade nos nós acústicos deve ser igual à velocidade dos nós da estrutura. Por outro lado, um campo de deslocamentos estruturais criado por um carregamento da placa exerce um efeito de pressão (ou de depressão) no meio acústico. Assim, as vibrações transversais da placa agem como uma fonte acústica em cada nó e a pressão sonora atua como um carregamento distribuído na estrutura flexível.

A avaliação do efeito de parâmetros estruturais sobre o desempenho vibroacústico do sistema foi realizada através de análises de resposta forçada por excitações harmônicas por uma fonte acústica posicionada no interior da cavidade. Nesse trabalho, adotou-se uma potência $\Pi_i = 10^{-6}$ W para a fonte acústica, que corresponde a um nível de potência sonora (NWS) de 60 dB, considerando a potência de referências de 10^{-12} W.

Na formulação de elementos finitos para sistemas vibroacústicos, a aceleração volumétrica do fluido $\dot{Q}$ (m^3/s^2 , em unidade do SI) é análoga à força para a estrutura e está relacionada com a potência sonora Π_i da fonte acústica pela equação 3.2:

$$\dot{Q} = \sqrt{\frac{8 \pi c \Pi_i}{\rho_0}} \quad (3.2)$$

onde c é a velocidade do som no ar e ρ_0 , a densidade do meio acústico.

Portanto, para excitar acusticamente o sistema sob estudo, foram selecionados 16 nós em um dos cantos da cavidade acústica (ver **Figura 3.7**), cobrindo uma área de 40 x 40 mm, nos quais foram impostas acelerações volumétricas $\dot{Q}$ nas partículas de fluido de modo a proporcionar a potência sonora total da fonte acústica ($\Pi_i = 10^{-6}$ W).

Figura 3.7 – Identificação da região de aplicação da excitação acústica.

Fonte: O Autor

A resposta do sistema foi analisada para frequências de excitação entre 50 Hz e 900 Hz, em incrementos de 2 Hz e também nas frequências de ressonância do sistema acoplado. Esse incremento foi definido de modo a proporcionar uma boa relação de compromisso entre o nível de detalhamento da curva de resposta em frequência obtida nas análises e o custo computacional das simulações. Tendo em vista o objetivo de garantir precisão nos cálculos de pós-processamento que fazem uso das respostas no domínio da frequência, é importante considerar também o efeito das frequências de ressonância sobre os resultados. Por esse motivo, uma análise modal foi realizada antes de cada análise forçada com o intuito de identificar as frequências naturais do sistema acoplado e, então, incluí-las como frequências de excitação na carta de entrada para simulação da resposta forçada.

O número de graus de liberdade do modelo em EF faz com que a solução numérica do problema proposto apresente um custo computacional elevado nas análises de resposta em frequência pelo método direto de solução das equações diferenciais do sistema, tornando essa abordagem de solução proibitiva para a realização de análises de variabilidade que envolva muitos casos. Portanto, optou-se pela representação reduzida do modelo através do método de superposição modal, como discutido na seção 2.4.2.3. Dessa forma, o sistema vibroacústico em análise foi representado através de uma base truncada que inclui todos os modos estruturais e acústicos de frequências naturais até 2000 Hz.

As cartas para realização das análises modal e de resposta em frequência são apresentadas no APÊNDICE A.

3.3 Métricas de avaliação do desempenho vibroacústico

O ruído gerado por vibração de estruturas pode ser quantificado através do nível de pressão sonora (NPS) ou do nível de potência sonora (NWS). O nível de pressão sonora depende dos seguintes fatores:

- Distância entre a fonte e o medidor de nível sonoro;
- Orientação ou diretividade da fonte de ruído;
- Ambiente no qual o nível de pressão sonora é medido.

Por outro lado, a potência sonora é uma propriedade física característica da fonte de ruído, independentemente do ambiente onde está montada e, por isso, é um parâmetro absoluto importante para o controle de ruído (GERGES, 1992).

Portanto, para avaliação do desempenho vibroacústico do sistema sob estudo, a potência sonora irradiada pela placa para o campo livre exterior e um parâmetro indicativo do nível global (médio) de redução de ruído (NRR) foram adotados como métricas.

A potência sonora foi calculada através do equacionamento discutido na seção 2.3.2, o qual se baseia na aplicação do método integral de Rayleigh (FAHY; GARDONIO, 2007) e utiliza como condição de contorno as vibrações transversais na superfície da placa. Dessa forma, conforme já abordado, a potência irradiada é determinada pela equação:

$$\Pi_o(\omega) = \{\tilde{\mathbf{v}}_e\}^H [\mathbf{R}] \{\tilde{\mathbf{v}}_e\} \quad (3.3)$$

onde $\{\tilde{\mathbf{v}}_e\}$ é o vetor de amplitudes complexas das componentes normais de velocidade dos nós da malha estrutural, o sobrescrito ^H denota o conjugado transposto e $[\mathbf{R}]$ representa a parte real da matriz de impedância acústica para cada frequência ω de excitação,

$$[\mathbf{R}] = \frac{\omega^2 \rho_0 S_e^2}{4\pi c} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\text{sen}(kR_{12})}{kR_{12}} & \dots & \frac{\text{sen}(kR_{1n})}{kR_{1n}} \\ \frac{\text{sen}(kR_{21})}{kR_{21}} & 1 & \dots & \frac{\text{sen}(kR_{2n})}{kR_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\text{sen}(kR_{n1})}{kR_{n1}} & \frac{\text{sen}(kR_{n2})}{kR_{n2}} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

onde S_e é a área de cada elemento, R_{ij} é a distância entre os centros dos elementos i e j da malha, ρ_0 é a densidade do domínio acústico exterior, c é a velocidade do som no ar e $k = \omega/c$ é o número de onda acústica.

Esse método pode ser aplicado para qualquer superfície plana em um *baffle* infinito (radiação hemisférica), independentemente das condições de contorno adotadas, e demanda apenas o conhecimento da geometria da superfície, das propriedades do fluido e da distribuição de velocidades na superfície estrutural, que neste trabalho é determinado através da análise de resposta em frequência com o modelo de elementos finitos.

A partir da equação 3.3, a curva de resposta em frequência da potência sonora irradiada pela placa é determinada e, por conseguinte, os parâmetros abaixo:

- Nível de potência sonora (NWS) em dB:

$$NWS = 10 \log \left(\frac{\Pi_o}{\Pi_{ref}} \right) \quad (3.5)$$

- Perda de transmissão (PT) em dB:

$$PT = 10 \log \left(\frac{\Pi_i}{\Pi_o} \right) \quad (3.6)$$

- Nível global (médio) de redução de ruído (NRR) em dB:

$$NRR = 10 \log \left(\frac{\Pi_i}{\overline{\Pi_o}} \right) \quad (3.7)$$

onde Π_{ref} é a potência sonora de referência ($\Pi_{ref} = 10^{-12}$ W), Π_i é a potência da fonte acústica ($\Pi_i = 10^{-6}$ W) e $\overline{\Pi_o}$ é o valor médio da potência irradiada pela placa na faixa de frequências avaliada ($f_1 = 50$ Hz e $f_2 = 900$ Hz), definido como,

$$\overline{\Pi_o} = \frac{\int_{f_1}^{f_2} \Pi_o df}{f_2 - f_1} \quad (3.8)$$

3.4 Gerenciamento de análises

Tendo em vista que um dos objetivos desse trabalho consiste em estabelecer um procedimento numérico que permita a realização de análises sensibilidade e/ou de otimização do desempenho vibroacústico de sistemas sujeito à variação de parâmetros estruturais, desenvolveu-se então um conjunto de rotinas no ambiente Scilab para automatizar o processo de alteração de parâmetros do modelo, realização de análises e pós-processamento de resultados. A **Figura 3.9** apresenta um fluxograma desse processo, o qual envolve as seguintes etapas:

- 1) Geração das cartas de entrada das análises de EF do sistema vibroacústico no MSC.Nastran (Análise modal e de resposta em frequência);
- 2) Escrita de um arquivo em formato de texto (exemplificado na **Figura 3.8**) contendo as propriedades da placa de cada configuração a ser avaliada;

Figura 3.8 – Ilustração do arquivo de configurações de propriedades a serem avaliadas.

E	rho	nu	zeta	h	
62.010	2.439	0.297	0.01	1.350	→ Configuração 1
62.010	2.439	0.297	0.01	1.500	→ Configuração 2
62.010	2.439	0.297	0.01	1.650	
62.010	2.439	0.330	0.01	1.350	
62.010	2.439	0.330	0.01	1.500	
62.010	2.439	0.330	0.01	1.650	
62.010	2.439	0.363	0.01	1.350	
62.010	2.439	0.363	0.01	1.500	
...					
68.900	2.439	0.297	0.01	1.500	
68.900	2.439	0.297	0.01	1.650	
68.900	2.439	0.330	0.01	1.350	
68.900	2.439	0.330	0.01	1.500	
68.900	2.439	0.330	0.01	1.650	
68.900	2.439	0.363	0.01	1.350	
68.900	2.439	0.363	0.01	1.500	
68.900	2.439	0.363	0.01	1.650	
68.900	2.710	0.297	0.01	1.350	
...					
75.790	2.981	0.297	0.01	1.500	
75.790	2.981	0.297	0.01	1.650	
75.790	2.981	0.330	0.01	1.350	
75.790	2.981	0.330	0.01	1.500	
75.790	2.981	0.330	0.01	1.650	
75.790	2.981	0.363	0.01	1.350	
75.790	2.981	0.363	0.01	1.500	
75.790	2.981	0.363	0.01	1.650	→ Configuração n

Fonte: O Autor

- 3) Leitura dos arquivos definidos nas etapas anteriores;
- 4) Ajuste das propriedades da carta de análise modal para contemplar os valores de cada configuração de propriedades;
- 5) Realização de análise modal no MSC.Nastran a partir da carta ajustada;
- 6) Leitura do arquivo de resultados gerados pelo MSC.Nastran e identificação das frequências naturais obtidas na análise modal;
- 7) Ajuste das propriedades da placa na carta de análise de RF para contemplar a configuração de parâmetros estruturais em avaliação, bem como as frequências naturais obtidas para o sistema vibroacústico como frequências de excitação;
- 8) Realização de análise de RF no MSC.Nastran a partir da carta ajustada;
- 9) Leitura do arquivo de resultados gerado pelo MSC.Nastran e armazenamento das amplitudes complexas de velocidades normais na superfície da placa;
- 10) Cálculo da potência sonora irradiada pela placa para o campo livre exterior através do método integral de Rayleigh e utilizando as velocidades da placa identificadas no passo anterior como condição de contorno;
- 11) Cálculo dos valores médios dos níveis de potência sonora e de redução de ruído a partir das curvas de RF da potência irradiada pela placa;
- 12) Armazenamento de dados em uma tabela contendo as propriedades de entrada, parâmetros da placa calculados analiticamente (massa, rigidez, E/ρ , 1ª frequência natural em vácuo, etc) e os valores médios das métricas acústicas;
- 13) Escrita de arquivos de saída: Tabela de resultados e curvas de resposta em frequência (Π_o , NWS e PT) para cada frequência de excitação e também valores médios em bandas de terças de oitava.

As rotinas foram desenvolvidas de modo que as atividades descritas da quarta etapa em diante são executadas automaticamente, o que viabilizou a realização das análises de sensibilidade apresentadas no capítulo 5 deste trabalho. Os códigos das rotinas e sub-rotinas desenvolvidas no Scilab e que compõem esse algoritmo são apresentados no APÊNDICE B.

Figura 3.9 – Fluxograma do processo de gerenciamento automático de análises.

Fonte: O Autor

4 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO VIBROACÚSTICO DO SISTEMA SOB ESTUDO

Este capítulo tem por objetivo analisar o comportamento vibroacústico do sistema descrito na seção 3.1, o qual é constituído pela cavidade acústica de paredes rígidas acoplada a uma placa flexível em alumínio de 1.5 mm de espessura, ou seja, o sistema definido como nominal.

Primeiramente, foram realizadas análises modais para identificação dos modos e das frequências naturais dos subsistemas isoladamente (desacoplados). Os resultados obtidos numericamente foram confrontados com métodos analíticos para verificação da representatividade do modelo em elementos finitos desenvolvido. Realizou-se então a análise modal do sistema vibroacústico (subsistemas acoplados) para verificação do efeito do acoplamento dos domínios sobre o comportamento modal do sistema.

Em seguida, foi analisada a resposta do sistema vibroacústico quando excitado acusticamente por uma fonte posicionada no interior da cavidade, como ilustrado na **Figura 3.1**. Nessa etapa, foram então avaliadas as respostas do meio estrutural (aceleração), do meio acústico (pressão) e da potência sonora irradiada (transmitida) pela placa para o meio exterior em termos do nível de potência sonora (NWS) e do nível de redução de ruído (NRR).

Todas as avaliações listadas acima foram realizadas utilizando a representação reduzida do modelo em EF através do método de superposição modal. Então, com o objetivo de verificar a representatividade do modelo reduzido, as respostas em frequências obtidas usando essa abordagem foram confrontadas com os resultados de uma análise através do método direto de solução.

4.1 Análise modal

4.1.1 Análise do domínio estrutural

A seguir apresentam-se as formas naturais de vibração da placa engastada para os primeiros 6 modos naturais. A **Tabela 4.1** apresenta as frequências naturais de vibração determinadas numérica e analiticamente. O equacionamento adotado no cálculo analítico é apresentado no Apêndice C.

Tabela 4.1 – Frequências naturais de vibração da placa engastada obtidas analiticamente (A) e através de modelo em elementos finitos (EF) com o MSC.Nastran.

Modo	(m,n)	$f_{mn}^A(\text{Hz})$	$f_{mn}^{EF}(\text{Hz})$	$\frac{ f_{mn}^{EF} - f_{mn}^A }{f_{mn}^A}$
1	(1,1)	248.6	247.5	0.43%
2	(1,2)	383.9	380.7	0.84%
3	(2,1)	608.7	605.7	0.49%
4	(1,3)	612.5	606.5	0.98%
5	(2,2)	734.8	725.3	1.30%
6	(1,4)	928.1	918.9	1.00%

Fonte: O Autor

A **Figura 4.1** apresenta o erro relativo entre as frequências naturais da placa engastada obtidas numericamente e as frequências determinadas através do método analítico, o qual foi adotado como referência para verificação da precisão dos resultados proporcionados pelo modelo numérico. Pode-se verificar que, à medida que a ordem dos modos aumenta, os resultados numéricos se afastam dos analíticos. Apesar disso, para a faixa de frequência de interesse desse trabalho (até 900 Hz), o modelo numérico apresenta boa correlação com o método analítico, visto que os desvios são inferiores a 1.5%.

Figura 4.1 – Erro relativo entre as frequências naturais da placa engastada obtidas numérica e analiticamente.

Fonte: O Autor

As formas naturais de vibração da placa engastadas correspondentes às frequências da **Tabela 3.1** são apresentadas na **Figura 4.2**.

Figura 4.2 – Formas naturais de vibração da placa encastrada obtidas com o MSC.Nastran.

Fonte: O Autor

4.1.2 Análise do domínio acústico

Nesta seção é apresentada a análise da cavidade acústica de paredes rígidas. A **Tabela 4.2** apresenta os resultados calculados analítica e numericamente para as frequências naturais da cavidade acústica.

Tabela 4.2 – Frequências naturais da cavidade acústica de paredes rígidas determinadas analiticamente (A) e através do modelo em elementos finitos (EF) com o MSC.Nastran.

Modo	(i, j, k)	f_{ijk}^A (Hz)	f_{ijk}^{EF} (Hz)	$\frac{ f_{ijk}^{EF} - f_{ijk}^A }{f_{ijk}^A}$
0	(0,0,0)	0.0	0.0	0.00%
1	(0,0,1)	265.9	266.4	0.16%
2	(0,1,0)	354.6	354.6	0.02%
3	(0,1,1)	443.2	443.5	0.07%
4	(1,0,0)	500.6	500.8	0.04%
5	(0,0,2)	531.9	535.3	0.64%
6	(1,0,1)	566.8	567.2	0.06%
7	(1,1,0)	613.4	613.6	0.03%
8	(0,1,2)	639.2	642.1	0.45%
9	(1,1,1)	668.6	668.9	0.05%
10	(0,2,0)	709.2	709.7	0.07%
11	(1,0,2)	730.4	733.0	0.36%
12	(0,2,1)	757.4	758.0	0.08%
13	(0,0,3)	797.8	809.4	1.45%
14	(1,1,2)	811.9	814.3	0.29%
15	(1,2,0)	868.0	868.6	0.06%
16	(0,1,3)	873.1	883.7	1.22%
17	(0,2,2)	886.5	888.9	0.28%
18	(1,2,1)	907.9	908.5	0.07%

Fonte: O Autor

O erro relativo dos resultados pode ser observado de forma gráfica na **Figura 4.3**, onde também se verifica que, à medida que a ordem dos modos aumenta, os resultados numéricos se afastam dos analíticos. Apesar disso, novamente verificam-se desvios inferiores a 1.5%, mostrando que o modelo numérico apresenta boa correlação com o analítico.

Figura 4.3 – Erro relativo entre as frequências naturais da cavidade acústica de paredes rígidas obtidas numérica e analiticamente.

Fonte: O Autor

A **Figura 4.4** apresenta as formas naturais da cavidade acústica rígida, obtidas através do software utilizado e indicadas na **Tabela 4.2**. As formas naturais da cavidade representam a variação de pressão, observando-se zonas de pressão e de depressão no fluido (ar).

Figura 4.4 – Primeiros 19 modos de vibração e respectivas frequências naturais da cavidade acústica de paredes rígidas, obtidos através de modelo em EF com o MSC.Nastran.

$(1,0,1) - 567.2 \text{ Hz}$

$(1,1,0) - 613.6 \text{ Hz}$

$(0,1,2) - 642.1 \text{ Hz}$

$(1,1,1) - 668.9 \text{ Hz}$

$(0,2,0) - 709.7 \text{ Hz}$

$(1,0,2) - 733.0 \text{ Hz}$

$(0,2,1) - 757.4 \text{ Hz}$

$(0,0,3) - 809.4 \text{ Hz}$

$(1,1,2) - 814.3 \text{ Hz}$

$(1,2,0) - 868.6 \text{ Hz}$

$(0,1,3) - 883.7 \text{ Hz}$

$(0,2,2) - 888.9 \text{ Hz}$

(1,2,1) – 908.5 Hz

Fonte: O Autor

A primeira forma natural apresentada, correspondente ao Modo 0 e com uma frequência associada de 0 Hz, representa a situação particular de pressão uniforme, que está diretamente associada a um comprimento de onda elevado (teoricamente infinito).

4.1.3 Análise do sistema acoplado: Fluido/estrutura

O modelo numérico analisado nessa etapa assume que a face da cavidade em contato com a placa não é acusticamente rígida, mas sim flexível. Então, o campo acústico da cavidade é influenciado pelo movimento da estrutura flexível, cuja vibração também sofre mudanças devido à presença da pressão sonora. A **Figura 4.5** apresenta os primeiros 24 modos naturais de vibração obtidos para esse sistema.

Figura 4.5 – Frequências naturais e formas modais do sistema vibroacústico.

Modo 3: 354.4 Hz

Modo 4: 379.1 Hz

Modo 5: 444.4 Hz

Modo 6: 500.8 Hz

Modo 7: 535.6 Hz

Modo 8: 566.5 Hz

Modo 9: 603.7 Hz

Modo 10: 605.7 Hz

Modo 11: 614.7 Hz

Modo 12: 642.6 Hz

Modo 13: 669.3 Hz

Modo 14: 709.9 Hz

Modo 15: 723.9 Hz

Modo 16: 733.6 Hz

Modo 17: 758.3 Hz

Modo 18: 809.8 Hz

Modo 19: 814.6 Hz

Modo 20: 868.6 Hz

Modo 21: 883.5 Hz

Modo 22: 888.4 Hz

Modo 23: 907.6 Hz

Modo 24: 920.8 Hz

As formas naturais do sistema vibroacústico analisado são, em geral, função dos modos dos meios constituintes. Assim, verifica-se que a forma do modo 1, bem como a correspondente frequência, são muito próximas das obtidas para a placa em vácuo (**Figura 4.2**). Conclui-se então que esse modo do sistema acoplado é predominantemente estrutural. Dessa forma, pode-se afirmar que, dos 24 modos apresentados, 6 modos são predominantemente estruturais (modos 1, 4, 9, 10, 15 e 24), enquanto os demais são predominantemente acústicos. Ainda em relação ao modo 1, verifica-se que a excitação estrutural resultaria em uma variação de pressão significativa no interior da cavidade, o que não acontece, por exemplo, nos modos 4, 10 e 15, em que o meio acústico é perturbado apenas na vizinhança da placa.

Pode-se notar que a influência do meio acústico sobre o estrutural é significativa para algumas formas modais da placa (modos 6, 8, 11, 13, 17 e 19, por exemplo), que são bem diferentes das obtidas em vácuo. Além disso, o acoplamento do meio acústico com o estrutural proporciona o aparecimento de algumas formas da placa que estão diretamente relacionadas com os modos da cavidade rígida, ilustrados na **Figura 4.4**. Por exemplo, os modos de frequências naturais 0 Hz (modo 0) e 271.4 Hz (modo 2) do sistema acoplado estão diretamente associados aos modos (0,0,0) e (0,0,1) da cavidade acústica rígida, cujas frequências são 0 Hz e 266.4 Hz, respectivamente. Pode-se afirmar o mesmo sobre os modos de frequências 354.4 Hz (modo 3) e 444.4 Hz (modo 5), que estão diretamente associados aos modos (0,1,0) e (0,1,1) da cavidade rígida, respectivamente.

A **Tabela 4.3** apresenta um comparativo das frequências naturais dos subsistemas desacoplados com as frequências do sistema vibroacústico, onde a seta para cima ($\uparrow$) indica aumento da frequência e, a seta para baixo ($\downarrow$), redução em relação aos valores obtidos na análise modal dos subsistemas desacoplados.

Nota-se que, a menos do modo 24, as frequências dos modos vibroacústicos que são predominantemente estruturais são um pouco menores do que aquelas calculadas para a placa em vácuo, o que está associado ao efeito da massa de ar considerada no sistema vibroacústico que promove a redução das frequências naturais da estrutura. Por outro lado, em sua maioria, as frequências dos modos predominantemente acústicos são um pouco maiores do que aquelas encontradas na cavidade desacoplada, com exceção dos modos 8, 21, 22 e 23.

Tabela 4.3 – Frequências naturais dos sistemas desacoplados e acoplados.

Modos vibroacústicos		Modos estruturais desacoplados		Modos acústicos desacoplados	
Modo	f^{MEF} (Hz)	(m,n)	f_{mn}^{EF} (Hz)	(i,j,k)	f_{ijk}^{MF} (Hz)
0	0.0	-	-	(0,0,0)	0.0
1	241.1 ↓	(1,1)	247.5	-	-
2	271.4 ↑	-	-	(0,0,1)	266.4
3	354.4 ↓	-	-	(0,1,0)	354.6
4	379.1 ↓	(1,2)	380.7	-	-
5	444.4 ↑	-	-	(0,1,1)	443.5
6	500.8	-	-	(1,0,0)	500.8
7	535.6 ↑	-	-	(0,0,2)	535.3
8	566.5 ↓	-	-	(1,0,1)	567.2
9	603.7 ↓	(2,1)	605.7	-	-
10	605.7 ↓	(1,3)	606.5	-	-
11	614.7 ↑	-	-	(1,1,0)	613.6
12	642.6 ↑	-	-	(0,1,2)	642.1
13	669.3 ↑	-	-	(1,1,1)	668.9
14	709.9 ↑	-	-	(0,2,0)	709.7
15	723.9 ↓	(2,2)	725.3	-	-
16	733.6 ↑	-	-	(1,0,2)	733.0
17	758.3 ↑	-	-	(0,2,1)	758.0
18	809.8 ↑	-	-	(0,0,3)	809.4
19	814.6 ↑	-	-	(1,1,2)	814.3
20	868.6	-	-	(1,2,0)	868.6
21	883.5 ↓	-	-	(0,1,3)	883.7
22	888.4 ↓	-	-	(0,2,2)	888.9
23	907.6 ↓	-	-	(1,2,1)	908.5
24	920.8 ↑	(1,4)	918.9	-	-

Fonte: O Autor

4.2 Análise da resposta em frequência do sistema acoplado: Fluido-estrutura

Nesta seção é analisada a resposta do sistema vibroacústico quando excitado acusticamente por uma fonte posicionada no interior da cavidade, como ilustrado na **Figura 3.1** e na **Figura 3.7**.

Conforme discutido no Capítulo 3, nesse trabalho adotou-se uma potência sonora $\Pi_i = 10^{-6}$ W para a fonte acústica, que corresponde a um nível de potência sonora (NWS) de 60 dB, considerando a potência de referência $\Pi_{ref} = 10^{-12}$ W. A resposta do sistema foi analisada para frequências de excitação entre 50 Hz a 900 Hz, em incrementos de 2 Hz, e também nas frequências de ressonância do sistema acoplado. Nas análises apresentadas nessa seção, adotou-se para a placa um amortecimento estrutural $\eta = 2\%$, que corresponde a um fator de amortecimento modal $\zeta = \eta / 2 = 1\%$ nas frequências de ressonância do sistema.

Nessas condições, foram analisadas as respostas do meio estrutural (aceleração), do meio acústico (pressão) e da potência sonora irradiada (transmitida) pela placa para o meio exterior em termos do nível de potência sonora (NWS) e da perda de transmissão (PT). Por fim, as respostas obtidas usando o método de superposição modal foram comparadas com os resultados obtidos através do método direto de solução das equações do movimento do sistema.

4.2.1 Respostas estrutural e acústica

A **Figura 4.6** apresenta a resposta estrutural do sistema acoplado, em termos da componente transversal (direção Z) de aceleração do nó #326, posicionado no centro da placa e de coordenadas $(x, y, z) = (100, 150, 0)$ mm. Na **Figura 4.7** apresenta-se o resultado numérico obtido para a resposta acústica, em que o nível de pressão sonora (NPS) foi determinado no nó #3041 da cavidade, que está alinhado com o nó central da placa na direção Z e possui coordenadas $(x, y, z) = (100, 150, -40)$ mm.

Devido ao comportamento modal do sistema, pode-se constatar a ocorrência de picos acentuados de resposta em algumas frequências de ressonância. Portanto, em ambas as figuras são feitas associações dos primeiros picos de resposta com as formas modais do sistema vibroacústico apresentadas na **Figura 4.5**.

Figura 4.6 – Resposta estrutural do sistema acoplado: Aceleração nó central da placa (#326).

Fonte: O Autor

Figura 4.7 – Resposta acústica do sistema acoplado: Nível de pressão sonora no nó #3041.

Fonte: O Autor

Tanto para as respostas de aceleração na placa, quanto de NPS na cavidade, o maior pico ocorre na frequência do 2º modo de vibrar do sistema, que é, predominantemente, acústico. Esse comportamento está relacionado ao fato de que os nós selecionados para avaliação de resposta são pontos de máxima amplitude de vibração (ou de variação de pressão para o caso do nó acústico) no formato desse modo. Por outro lado, o 4º modo de vibrar (predominantemente, estrutural) não tem efeito sobre as respostas, uma vez que os nós analisados são pontos nodais (amplitude zero) desse modo de vibração.

4.2.2 Transmissão sonora através da placa

Essa seção tem por objetivo analisar o ruído irradiado pela superfície estrutural para o meio exterior. A **Figura 4.8** apresenta a resposta em frequência do nível de potência sonora (NWS) irradiada pela placa, associando os principais picos de resposta com as formas modais do sistema vibroacústico apresentadas na **Figura 4.5**.

Figura 4.8 – Nível de potência sonora irradiada pela placa para o meio exterior.

Fonte: O Autor

Picos de potência sonora irradiada pela placa ocorrem nas frequências de ressonância da maior parte dos modos de vibração do sistema. Dependendo da forma do modo vibroacústico, o nível de ruído emitido é significativamente alto, como ocorre na faixa entre

200 Hz e 300 Hz, onde se encontram o 1º e 2º modos naturais do sistema. Nesses modos, a forma modal da placa é do tipo (1,1) e, conforme discutido na seção 2.3.1, modos ímpar-ímpar tendem a apresentar eficiências de radiação maiores que os demais. Portanto, essa característica, associada com a forma do modo acústico que acopla com o modo da placa, justificam os maiores níveis de ruído observados nessa faixa de frequências.

Por outro lado, nas frequências dos modos 9 e 10, que são, predominantemente, estruturais e para as quais as formas da placa são do tipo (2,1) e (1,3), respectivamente, a potência sonora irradiada não é tão significativa quanto nas demais ressonâncias. Como pode ser observado na **Figura 4.5**, esses modos são caracterizados pela excitação do domínio acústico pelo estrutural e apenas na vizinhança da placa. A presente análise baseia-se na excitação da placa pela cavidade acústica e a distribuição interna de pressão na cavidade nas frequências desses modos é tal que não favorece a excitação da placa. Em decorrência disso, a irradiação de ruído pela superfície estrutural não se dá de forma expressiva, como observado na **Figura 4.8** em relação a outras ressonâncias.

A **Figura 4.9** apresenta a resposta em frequência da perda de transmissão do sistema vibroacústico, obtida a partir da aplicação da equação 3.6 e, utilizando como entradas, a potência da fonte acústica ($\Pi_i = 10^{-6}$ W) e a potência irradiada pela placa (Π_0) para o campo livre exterior determinada para cada frequência de excitação.

Figura 4.9 – Perda de transmissão do sistema vibroacústico.

Fonte: O Autor

As características vibroacústicas do sistema, associadas com o amortecimento adotado para o domínio estrutural, resultaram em potência sonora irradiada pela placa maior que a potência da fonte acústica em algumas frequências de ressonância, justificando o valor negativo observado para a curva de PT na **Figura 4.9**. Esse comportamento também é verificado em diversos trabalhos publicados na literatura (LARBI; DEÛ; OHAYON, 2016; VIVOLO, 2013). De uma forma global, o nível de redução de ruído (NRR) proporcionado pela placa nesse sistema vibroacústico foi de apenas 4.6 dB, determinado conforme a equação 3.7.

4.2.3 Efeito do amortecimento no desempenho vibroacústico

O efeito do amortecimento da placa sobre o desempenho vibroacústico do problema proposto é analisado nessa seção. A **Figura 4.10** apresenta um comparativo entre as respostas do nível de potência sonora (NWS) considerando amortecimento modal de 1% (curva contínua vermelha) e de 5% (curva tracejada azul).

Figura 4.10 – Efeito do amortecimento do meio estrutural sobre o nível de potência sonora irradiada pela placa para o meio exterior.

Fonte: O Autor

O incremento do amortecimento da placa tem um efeito significativo no ruído irradiado para o meio exterior para excitações nas frequências de ressonância do sistema, especialmente nas frequências dos modos predominantemente estruturais, como os modos 1, 4, 9 e 10.

A **Figura 4.11** apresenta valores médios do NWS em bandas de terças de oitava obtidos nessas análises. Adotando o amortecimento de 5%, nota-se uma redução de até 7 dB no nível de ruído emitido na banda de 250 Hz, que é a mais crítica no que diz respeito ao isolamento acústico desse sistema. Em termos globais, o NRR obtido com o amortecimento de 5% é de 10 dB, contra 4.6 dB proporcionados por um fator de 1%.

Figura 4.11 – Efeito do amortecimento do meio estrutural sobre o nível de potência sonora irradiada pela placa para o meio exterior em bandas de terças de oitava.

Fonte: O Autor

4.2.4 Verificação do método de redução modal adotado

As análises de resposta em frequência apresentadas até este ponto foram realizadas utilizando a representação reduzida do modelo em EF através do método de superposição modal, no qual o sistema vibroacústico foi representado por uma base truncada que incluí todos os modos estruturais e acústicos de frequências naturais até 2000 Hz

Portanto, a fim de verificar representatividade do modelo reduzido, essa seção apresenta um comparativo das respostas calculadas através dessa estratégia de modelagem

com os resultados proporcionados método direto de solução. Dessa forma, as figuras a seguir apresentam as respostas do meio estrutural (**Figura 4.12**), do meio acústico (**Figura 4.13**) e da potência sonora irradiada pela placa para o meio exterior (**Figura 4.14**), determinadas através dessas duas abordagens de solução.

Figura 4.12 – Resposta em frequência do meio estrutural: (a) Aceleração do nó #326; (b) Diferença entre resultado obtido por superposição modal e por solução direta.

Fonte: O Autor

Figura 4.13 – Resposta em frequência do meio acústico: (a) Nível de pressão sonora no nó #3041; (b) Diferença entre resultado obtido por superposição modal e por solução direta.

Fonte: O Autor

Figura 4.14 – Resposta em frequência da potência sonora transmitida pela placa: (a) Nível de potência sonora; (b) Diferença entre resultado obtido por superposição modal e por solução direta.

Fonte: O Autor

As respostas obtidas por superposição modal apresentam boa correlação com aquelas obtidas pelo método direto de solução, que é mais preciso, embora de custo computacional elevado considerando o número de graus de liberdade do modelo em elementos finitos. Portanto, para a realização das análises de sensibilidade que serão apresentadas no próximo capítulo, optou-se pela representação reduzida do modelo em elementos finitos, baseada no método de superposição modal, além da estratégia de seleção das frequências de excitação para cálculo da resposta, conforme discutido na seção 3.2.

4.3 Sumário

Este capítulo apresentou uma análise detalhada do comportamento vibroacústico do sistema sob estudo com suas características nominais. Primeiramente, foram determinadas as frequências e as formas naturais dos subsistemas isoladamente e os resultados foram confrontados com métodos analíticos, mostrando que o modelo desenvolvido em elementos finitos é, minimamente, representativo na faixa de frequências de interesse desse trabalho. Em seguida, o comportamento modal do sistema vibroacústico foi então analisado para verificação das novas formas modais decorrentes do acoplamento dinâmico entre os domínios estrutural e acústico.

Posteriormente, analisou-se a resposta do sistema acoplado sujeito a uma excitação acústica gerada no interior da cavidade. Dessa avaliação, foi possível identificar relações importantes entre as características modais do sistema acoplado e o seu desempenho vibroacústico no que diz respeito à transmissão de ruído através da superfície estrutural.

Por fim, a representatividade do método de superposição modal adotado nesse trabalho foi verificada através do comparativo com os resultados obtidos pelo método direto de solução, demonstrando que o modelo reduzido proporciona resultados confiáveis na faixa de frequências de interesse e que, portanto, é adequado para ser utilizado nas análises de sensibilidade que serão apresentadas no capítulo a seguir.

5 ANÁLISES DE SENSIBILIDADE

O presente capítulo tem por objetivo aplicar o procedimento numérico proposto neste trabalho para analisar a influência de parâmetros estruturais no desempenho vibroacústico de placas flexíveis sujeitas a um campo acústico interior.

Para tanto, utilizando o modelo matemático reduzido desenvolvido em elementos finitos e as condições de análise de resposta em frequência estabelecidas no Capítulo 3, foram realizadas simulações envolvendo a variação da densidade e do módulo de elasticidade da placa do sistema vibroacústico proposto para estudo de modo a englobar as principais classes de materiais de aplicações comuns de engenharia, como ligas metálicas, compósitos e cerâmicos. As propriedades dessas e de outras classes de materiais são apresentadas de forma gráfica na **Figura 5.1** (densidade e módulo de elasticidade) e na **Figura 5.2** (Diagrama de Ashby).

Figura 5.1 – Propriedades de diferentes classes de materiais: a) Densidade; b) Módulo de elasticidade.

Fonte: University of Cambridge (2017).

Figura 5.2 – Diagrama de Ashby (1989): Módulo de Elasticidade vs. Densidade.

Fonte: University of Cambridge (2017).

Por envolver uma quantidade significativa de casos, essa etapa do trabalho foi realizada utilizando-se das rotinas desenvolvidas no ambiente Scilab e descritas na seção 3.4, as quais propiciaram o gerenciamento automatizado do processo de alteração de parâmetros do modelo, realização de análises e pós-processamento de resultados. Desta forma, estabelece-se também um procedimento geral para uso em simulações que demandem um número elevado de análises numéricas de modelos complexos, com variabilidade parametrizada, como é o caso de alguns métodos de otimização e delineamento de experimentos (MONTGOMERY, 2013).

As análises de sensibilidade que serão apresentadas nas próximas seções foram subdivididas em três grupos, definidos em função da manutenção de alguma propriedade mecânica da placa de referência descrita na seção 3.1, denominada aqui como nominal. Dessa forma, por constituírem critérios comumente considerados em diversas aplicações práticas de projeto, as seguintes propriedades da placa nominal foram adotadas como restrição em cada grupo de análises:

- 1) Rigidez estática à flexão;
- 2) Frequência natural do 1º modo de vibração em vácuo;
- 3) Massa.

Tendo em vista que o objetivo aqui é analisar de uma forma global a sensibilidade do desempenho vibroacústico de placas à variação de parâmetros estruturais e também o de testar o procedimento numérico proposto, por simplificação, assumiu-se isotropia de propriedades e

coeficientes de Poisson e de amortecimento modal constantes e iguais aos adotados para a placa nominal, ou seja, $\nu = 0.33$ e $\zeta = 1\%$. Em decorrência disso, a restrição considerada em cada grupo de análises foi contemplada apenas ajustando a espessura da placa, como será apresentado nas próximas seções.

Para a caracterização do desempenho vibroacústico, o nível global (médio) de redução de ruído (NRR), determinado conforme a Equação 3.7, foi adotado como métrica de avaliação. Os resultados obtidos serão apresentados através de gráficos de contorno, nos quais são feitas associações com as classes de materiais identificadas na **Figura 5.2**, e também em função dos seguintes parâmetros:

- **Módulo de elasticidade específico, ou rigidez específica, do material (E/ρ):** Definido como a razão entre o módulo de elasticidade (E) e a densidade (ρ) do material. Conforme discutido no capítulo introdutório deste trabalho, materiais de alta relação E/ρ são amplamente aplicados na indústria aeroespacial, por exemplo, onde a minimização do peso estrutural é um requisito importante de projeto.
- **Densidade de área da placa ($\rho \cdot h$):** Consiste no produto da densidade do material (ρ) pela espessura da placa (h), e, portanto, está diretamente relacionado com a massa da placa.
- **Rigidez estática à flexão da placa (D):** Definida na Equação 5.1 em função do módulo de elasticidade (E), do coeficiente de Poisson (ν) e da espessura (h) da placa:

$$D = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (5.1)$$

- **Frequência natural do 1º modo de vibrar da placa em vácuo (f_{11}):** Determinada analiticamente através da equação 5.2 (BLEVINS, 1995) em função da rigidez à flexão (D), da densidade de área ($\rho \cdot h$), da largura da placa ($a = 200$ mm) e do parâmetro modal $\lambda_{11}^2 = 27.010$, determinado para placas de relação $a/b = 2/3$, conforme apresentado no Apêndice C:

$$f_{11} = \frac{\lambda_{11}^2}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (5.2)$$

Portanto, nas condições descritas acima, as seções a seguir apresentam os resultados das análises de sensibilidade realizadas para avaliação da influência de parâmetros estruturais no desempenho vibroacústico do sistema sob estudo.

5.1 Restrição: Rigidez estática à flexão da placa

Nessa seção, o desempenho vibroacústico do sistema sob estudo é analisado em função da variação da densidade e do módulo de elasticidade da placa adotando como restrição a manutenção da rigidez estática à flexão (D) do sistema nominal. Desta forma, busca-se reproduzir um critério de integridade estrutural que precederia o desempenho vibroacústico da placa no seu projeto, como é frequente em diversos exemplos práticos em que painéis cumprem diversas funções mecânicas, além do isolamento acústico.

Dessa forma, foram avaliadas 1271 combinações de propriedades, variando a densidade de 1 g/cm³ a 30 g/cm³ em 31 níveis, e o módulo de elasticidade, de 10 GPa a 1000 GPa em 41 níveis, englobando as propriedades das ligas metálicas, dos compósitos e dos materiais cerâmicos. A **Figura 5.3** apresenta a distribuição dos casos simulados, juntamente com a representação das classes de materiais compreendidas nessa avaliação.

Figura 5.3 – Distribuição de casos simulados nas análises de sensibilidade realizadas mantendo a rigidez estática à flexão do sistema nominal.

Fonte: O Autor

Tendo em vista que, por simplificação, foi assumido o mesmo valor de coeficiente de Poisson da placa nominal ($\nu = 0.33$), a manutenção da rigidez à flexão nesse conjunto de análises foi contemplada ajustando a espessura da placa apenas em função do módulo de elasticidade, independentemente da densidade, como se pode inferir a partir da Equação 5.1.

A **Tabela 5.1** apresenta os valores da espessura (h), da massa (m), da rigidez à flexão (D) e da frequência natural do 1º modo da placa em vácuo (f_{11}) nos limites (vértices) do conjunto de casos simulados e apresentados na **Figura 5.3**. A menos da rigidez à flexão, os valores desses parâmetros nas demais combinações de propriedades são apresentados na **Figura 5.4** (espessura), **Figura 5.5** (massa) e na **Figura 5.6** (frequência natural do 1º modo da placa em vácuo) através de gráficos de contorno.

Tabela 5.1 – Propriedades mecânicas da placa nos casos limites das análises de sensibilidade realizadas mantendo a rigidez estática à flexão do sistema nominal.

Propriedade	Nominal	Vértice 1	Vértice 2	Vértice 3	Vértice 4
ρ (g/cm³)	2.71	1.0	1.0	30.0	30.0
E (GPa)	68.9	10.0	1000.0	10.0	1000.0
h (mm)	1.50	2.85	0.61	2.85	0.61
m (g)	244	171	37	5138	1107
D (N.m)	21.7	21.7	21.7	21.7	21.7
f_{11} (Hz)	248.6	296.6	639.1	54.2	116.7

Fonte: O Autor

Figura 5.4 – Variação da espessura adotada para manutenção da rigidez à flexão nominal.

Fonte: O Autor

Figura 5.5 – Variação da massa da placa obtida com a condição de manutenção da rigidez à flexão.

Fonte: O Autor

Figura 5.6 – Frequência do 1º modo da placa obtida com a manutenção da rigidez à flexão.

Fonte: O Autor

Nas condições descritas acima, foram realizadas simulações de resposta em frequência do sistema dinâmico sob estudo utilizando o modelo em EF e as rotinas desenvolvidas para gerenciamento automatizado das análises. A **Figura 5.7** apresenta o NRR proporcionado pela placa em função da rigidez específica (E/ρ), da densidade de área ($\rho.h$), da rigidez à flexão (constante nesse caso) e da 1ª frequência natural da placa (f_{11}).

Figura 5.7 – Variação do NRR em função de propriedades da placa: (a) Rigidez específica; (b) Densidade de área; (c) Rigidez à flexão; (d) Frequência natural do 1º modo em vácuo.

Fonte: O Autor

Os resultados apresentados na **Figura 5.7a** mostram que, de uma forma geral, materiais de rigidez específica elevada, isto é, de alta relação E/ρ , apresentam a tendência de serem menos eficientes no que diz respeito ao isolamento acústico (baixos valores de NRR), como se verifica em diversas aplicações práticas envolvendo estruturas constituídas de materiais mais leves (“*lightweight structures*”). Ao mesmo tempo, nota-se também que a variação do desempenho vibroacústico pode ser significativa para uma mesma rigidez específica, como ocorre nos casos de relação $E/\rho = 10$, em que o NRR varia de 3 dB a 24 dB.

Quando o NRR é analisado em função da densidade de área (**Figura 5.7b**), ou da frequência natural do 1º modo da placa (**Figura 5.7d**), a dispersão de resultados apresentada na **Figura 5.7a** deixa de ocorrer. Nesses gráficos, o NRR apresenta tendência de crescimento com o aumento da densidade de área (ou massa), e de redução, com o aumento da frequência natural da placa, que está relacionada com a densidade de área ($\rho.h$) pela Equação 5.2. No entanto, particularmente em alguns casos, verifica-se degradação de desempenho vibroacústico, apesar do aumento da massa. A **Figura 5.7b** mostra que o NRR vai aumentando gradativamente com a densidade de área, porém, os casos de $\rho.h \approx 20 \text{ kg/m}^2$

apresentam desempenho vibroacústico equivalente ao obtido com $\rho \cdot h \approx 10 \text{ kg/m}^2$. O mesmo comportamento é verificado em relação às configurações de $\rho \cdot h \approx 40 \text{ kg/m}^2$ e $\rho \cdot h \approx 75 \text{ kg/m}^2$.

É importante salientar que as frequências naturais da placa estão variando em função da densidade de área dos casos analisados, conforme mostra a equação 5.2. Logo, mais modos estruturais passam a fazer parte da faixa de frequências de excitação analisada à medida que se aumenta a relação $\rho \cdot h$. Dessa forma, a perda de desempenho observada em alguns casos está associada à excitação de modos vibroacústicos de alta eficiência de radiação sonora, os quais passam a existir em decorrência da combinação das propriedades adotadas para a placa em tais casos com as características modais da cavidade acústica. Portanto, é possível ter situações em que se aumenta a massa de uma estrutura com o objetivo de melhorar seu desempenho no que diz respeito ao isolamento de ruídos, sem, contudo, obter o ganho almejado devido ao surgimento de modos vibroacústicos de alta eficiência de radiação sonora.

O nível global de redução de ruído (NRR) proporcionado pela superfície estrutural nessas análises e apresentado na **Figura 5.7** é também apresentado na **Figura 5.8**, agora através de um gráfico de contornos, onde as classes de materiais compreendidas nessa avaliação são também representadas.

Figura 5.8 – NRR proporcionado pela superfície estrutural nas análises de sensibilidade realizadas mantendo a rigidez estática à flexão do sistema nominal.

Fonte: O Autor

A **Figura 5.8** mostra que o desempenho vibroacústico do sistema analisado apresenta uma regularidade de variação em relação às propriedades estruturais avaliadas, podendo-se

observar linhas de contorno de padrão similar ao da variação da massa e das frequências naturais apresentadas na **Figura 5.5** e na **Figura 5.6**, respectivamente.

A região azul mais escura da **Figura 5.8** representa a situação em que a combinação de propriedades, associada com o fator de amortecimento adotado nessas análises ($\zeta = 1\%$), resulta em potência sonora média irradiada pela placa maior que a da fonte acústica, justificando, portanto, o valor negativo obtido para o NRR, como se pode inferir a partir da equação 3.7. As demais regiões estão delimitadas por contornos que variam a cada 3 dB, que é considerado um limiar de percepção de variação de volume em avaliações subjetivas (BIES, D. A.; HANSEN, 2003). Para fins comparativos, pode-se afirmar que casos dentro de uma mesma faixa apresentam desempenho vibroacústico global semelhante, como seria o caso das ligas de alumínio e de magnésio, por exemplo, cujo NRR está situado na faixa entre 3 dB e 6 dB. Os casos nos quais se verificou redução do desempenho vibroacústico apesar do aumento da densidade de área, identificados na **Figura 5.7b**, são representados pelas regiões em amarelo (18 dB a 21 dB) e em laranja (24 dB a 27 dB), que se repetem no gráfico da **Figura 5.8**.

Os resultados obtidos mostram que materiais de rigidez específica elevada tendem de fato a serem menos eficientes no que diz respeito a isolamento acústico, como é o caso de materiais compósitos. Como exemplo, a **Figura 5.9** apresenta um comparativo da potência sonora irradiada pela placa nominal, constituída de alumínio e que apresentou NRR de 4.6 dB, com a potência calculada para uma configuração de propriedades $(\rho, E) = (1.59 \text{ g/cm}^3, 141.2 \text{ GPa})$, representativa de um material compósito e que apresentou NRR praticamente nulo.

Figura 5.9 – Potência sonora irradiada pela placa: Sistema nominal (alumínio) vs. Material composto.

Fonte: O Autor

A **Figura 5.9** mostra que até a banda de 250 Hz, o isolamento proporcionado pela placa em material composto é um pouco superior ao do alumínio, o que, entretanto, deixa de ocorrer a partir da banda de 315 Hz, em que o nível de potência sonora (NWS) irradiada passa a ser expressivamente maior. Nessa configuração, a frequência natural do 1º modo da placa em vácuo é de 366.3 Hz e a massa é de 112 gramas, ou seja, praticamente metade da massa da placa em alumínio. Portanto, apesar de proporcionar o mesmo desempenho mecânico do caso nominal (rigidez à flexão, nesse caso) e uma massa significativamente menor, uma placa com essa configuração de propriedades tenderia a emitir ruídos de forma mais intensa em frequências mais altas, demandando a adoção de alguma estratégia de controle para melhorar seu desempenho vibroacústico.

Por outro lado, é possível observar também a superioridade do aço em relação ao alumínio quanto ao isolamento acústico, o que também está coerente com a tendência verificada em diversas aplicações práticas. A **Figura 5.10** apresenta um comparativo da potência sonora irradiada pelo sistema nominal e por uma placa com propriedades de um aço ($\rho = 7.94 \text{ g/cm}^3$, $E = 223.8 \text{ GPa}$), em que a 1ª frequência natural é 176.7 Hz. Nessas condições, o NRR do aço é quase 9 dB maior que o do alumínio. Entretanto, tendo em vista a restrição adotada, a massa dessa placa em aço seria de 483 gramas, ou seja, praticamente o dobro da nominal.

Figura 5.10 – Potência sonora irradiada pela placa: Sistema nominal (alumínio) vs. Aço.

Fonte: O Autor

A transmissão sonora através de uma estrutura flexível é fortemente influenciada pelo amortecimento para excitações na faixa de frequências ressonâncias, como abordado na seção 2.3.3. Portanto, o efeito do amortecimento atribuído para a placa sobre o seu desempenho vibroacústico também foi analisado, considerando as combinações de propriedades identificadas na **Figura 5.3** e fatores de amortecimento modais (ζ) de 2.5%, 5% e 10%. A **Figura 5.11** apresenta o NRR obtido nessas condições em função da massa e da frequência natural do 1º modo da placa em vácuo, juntamente com os resultados obtidos e já apresentados considerando $\zeta = 1\%$.

Figura 5.11 – Efeito do amortecimento sobre o NRR (a) NRR vs. Massa da placa; (b) NRR vs. frequência natural do 1º modo da placa em vácuo.

Fonte: O Autor

A **Figura 5.11** mostra que o efeito do amortecimento sobre o NRR se mostrou mais significativo, em especial, nos casos de massa inferior a 400 gramas, em que as frequências naturais do 1º modo da placa em vácuo são superiores a, aproximadamente, 200 Hz. Nota-se também que a variação do NRR ocorre de forma mais uniforme à medida que o amortecimento adotado é maior, de modo que a degradação de desempenho observada em alguns casos de $\zeta = 1\%$ é menor, ou até deixa de ocorrer, dependendo do nível de amortecimento. Esses resultados são também apresentados na forma de gráficos de contorno na **Figura 5.12** ($\zeta = 2.5\%$), **Figura 5.13** ($\zeta = 5\%$) e na **Figura 5.14** ($\zeta = 10\%$).

Figura 5.12 – NRR proporcionado pela superfície estrutural adotando $\zeta = 2.5\%$.

Fonte: O Autor

Figura 5.13 – NRR proporcionado pela superfície estrutural adotando $\zeta = 5\%$.

Fonte: O Autor

Figura 5.14 – NRR proporcionado pela superfície estrutural adotando $\zeta = 10\%$.

Fonte: O Autor

Comparando-se os resultados da **Figura 5.8** ($\zeta = 1\%$) e da **Figura 5.13** ($\zeta = 5\%$), como exemplo, verifica-se que a placa em compósito analisada na **Figura 5.9** e que apresentou NRR praticamente nulo precisaria de um fator de amortecimento em torno de 5% para proporcionar um desempenho global equivalente ao da placa de alumínio nominal e de $\zeta = 1\%$, na qual o NRR obtido foi de 4.6 dB. Da mesma forma, para que essa placa nominal proporcione o mesmo desempenho vibroacústico da placa em aço analisada na **Figura 5.10** e

que apresentou NRR de 12.9 dB, seria necessário um fator de amortecimento modal em torno de 10%, como se pode inferir a partir da **Figura 5.14**.

Por fim, tendo em vista que, o mesmo coeficiente de Poisson da placa nominal ($\nu = 0.33$) foi adotado em todos os casos analisados, o efeito dessa simplificação sobre os resultados também foi avaliado. Dessa forma, a **Figura 5.15** apresenta um comparativo da variação do NRR com a frequência natural do 1º modo de vibrar da placa em vácuo, considerando o fator de amortecimento modal de 1% e coeficientes de Poisson de 0.25, 0.33 e 0.36. Nota-se que os resultados obtidos praticamente se sobrepõem e, portanto, conclui-se que os erros decorrentes dessa simplificação não representam prejuízo para os resultados avaliados nesse trabalho.

Figura 5.15 – Efeito do coeficiente de Poisson sobre a variação do NRR em função da frequência natural do 1º modo da placa em vácuo.

Fonte: O Autor

5.2 Restrição: Frequência natural da placa

Conforme discutido na seção anterior, adotando como restrição a manutenção da rigidez estática à flexão nominal, o desempenho vibroacústico da placa varia de maneira razoavelmente uniforme em função da densidade de área (ou massa) e da frequência natural, como apresentado na **Figura 5.7**. Então, a presente seção tem por objetivo avaliar o desempenho vibroacústico do sistema quando a restrição adotada é a frequência natural do 1º modo da placa em vácuo. Desta forma, procura-se analisar o comportamento da estrutura quando há um requisito dinâmico de projeto, que combina simultaneamente características

elásticas e inerciais. Como consequências desta restrição, as frequências naturais dos demais modos da placa também apresentarão os mesmos valores obtidos para a placa nominal em vácuo, apresentados na **Tabela 4.1**.

Nesse grupo de análises, bem como no que será apresentado na próxima seção, optou-se por restringir um pouco mais a faixa de variação da densidade e do módulo de elasticidade em relação a que foi considerada nas análises apresentadas na seção anterior. Com isso buscou-se garantir que, contemplando a restrição adotada, os parâmetros característicos da placa (espessura, massa, rigidez, etc) permaneçam dentro de limites razoáveis, ou seja, para que não sejam excessivamente altos, nem excessivamente baixos. Nessas condições, foram então avaliadas 676 combinações de propriedades, variando a densidade de 1.2 g/cm³ a 10.2 g/cm³ em 26 níveis, e o módulo de elasticidade, de 10 GPa a 320 GPa, também em 26 níveis. A **Figura 5.16** apresenta a distribuição dos casos simulados, juntamente com a representação das classes de materiais compreendidas nessa avaliação.

Figura 5.16 – Distribuição de casos simulados nas análises de sensibilidade realizadas mantendo a frequência natural do 1º modo da placa em vácuo como restrição.

Fonte: O Autor

A manutenção da frequência natural do 1º modo de vibração da placa foi contemplada ajustando a espessura em função da densidade e do módulo de elasticidade de cada caso analisado de acordo com a Equação 5.2. A **Tabela 5.2** apresenta os valores da espessura (h), da massa (m), da rigidez à flexão (D) e da frequência natural do 1º modo da placa em vácuo

(f_{11}) nos limites avaliados. A menos da frequência natural, os valores desses parâmetros nas demais combinações de propriedades são apresentados na **Figura 5.17** (espessura), **Figura 5.18** (massa) e na **Figura 5.19** (rigidez estática à flexão).

Tabela 5.2 – Propriedades mecânicas da placa nos casos limites das análises de sensibilidade realizadas mantendo a frequência natural do 1º modo da placa em vácuo como restrição.

Propriedades	Nominal	Vértice 1	Vértice 2	Vértice 3	Vértice 4
ρ (g/cm³)	2.71	1.2	1.2	10.2	10.2
E (GPa)	68.9	10.0	320.0	10.0	320.0
h (mm)	1.50	2.62	0.46	7.64	1.35
m (g)	244	189	33	4675	826
D (N.m)	21.7	16.8	3.0	416.8	73.7
f_{11} (Hz)	248.6	248.6	248.6	248.6	248.6

Fonte: O Autor

Figura 5.17 – Variação da espessura adotada para a placa para manutenção da frequência natural do 1º modo de vibração em vácuo.

Fonte: O Autor

Figura 5.18 – Variação da massa da placa obtida com a condição de manutenção da frequência natural do 1º modo de vibração em vácuo.

Fonte: O Autor

Figura 5.19 – Variação da rigidez estática à flexão da placa obtida com a condição de manutenção da frequência natural do 1º modo de vibração em vácuo.

Fonte: O Autor

A **Figura 5.20** apresenta o NRR proporcionado pela placa em função da rigidez específica do material (E/ρ), da densidade de área ($\rho.h$), da rigidez à flexão (D) e da 1ª frequência natural da placa (constante nesse caso).

Figura 5.20 – Variação do NRR em função de propriedades da placa: (a) Rigidez específica; (b) Densidade de área; (c) Rigidez à flexão; (d) Frequência natural do 1º modo em vácuo.

Fonte: O Autor

Novamente, verifica-se que materiais de rigidez específica elevada apresentam a tendência de serem menos eficientes no que diz respeito ao isolamento acústico (**Figura 5.20a**), mesmo mantendo as frequências naturais do sistema nominal. Conforme pode ser observado na **Figura 5.20b** e na **Figura 5.20c**, o NRR proporcionado pela placa aumenta com a densidade de área e com a rigidez estática à flexão da placa, sendo que a variação ocorre de forma uniforme e sem ocorrência de pontos de degradação de desempenho, como verificado na análise de sensibilidade com a restrição de manutenção da rigidez da placa.

A **Figura 5.21** apresenta esses resultados na forma de um gráfico de contornos, onde é possível observar que, apesar da manutenção das frequências naturais da placa, materiais diferentes podem proporcionar desempenhos vibroacústicos significativamente distintos. Como exemplo, a **Figura 5.22** apresenta a potência sonora irradiada pela placa para o campo livre exterior considerando as propriedades nominais (2.71 g/cm^3 , 68.9 GPa), as de um material composto (1.65 g/cm^3 , 52.5 GPa) e as propriedades de um aço (7.79 g/cm^3 , 208.9 GPa). Observa-se que a placa em aço, cuja massa é de 682 g , irradia o menor nível de potência sonora, enquanto que a placa em composto (132 g) tem o pior desempenho quanto ao isolamento acústico.

Figura 5.21 – NRR proporcionado pela superfície estrutural nas análises de sensibilidade realizadas mantendo a frequência natural do 1º modo da placa em vácuo como restrição.

Fonte: O Autor

Figura 5.22 – Potência sonora irradiada pela placa quando constituída por alumínio, compósito e aço mantendo a frequência natural do 1º modo da placa em vácuo como restrição.

Fonte: O Autor

5.3 Restrição: Massa da placa

Conforme constatado nas seções anteriores, o desempenho vibroacústico de uma estrutura flexível é fortemente influenciado pela sua massa. Então, a presente seção tem por objetivo adotar a massa do sistema nominal como restrição e avaliar como o desempenho vibroacústico varia em função dos demais parâmetros estruturais em análise. Este exercício tem por objetivo avaliar uma restrição de projeto típica de uma estrutura de revestimento, que deve conferir isolamento acústico com o mínimo impacto no carregamento de massa. Nessas condições, foram avaliadas as mesmas combinações de propriedades analisadas na seção 5.2 e apresentadas na **Figura 5.16**.

A restrição adotada nesse caso de estudo foi contemplada ajustando a espessura da placa apenas em função da densidade de cada caso. A **Tabela 5.3** apresenta os valores da espessura (h), da massa (m), da rigidez à flexão (D) e da frequência natural do 1º modo da placa em vácuo (f_{11}) nos limites avaliados. A menos da massa, os valores desses parâmetros nas demais combinações de propriedades são apresentados na **Figura 5.23** (espessura), **Figura 5.24** (rigidez estática à flexão) e na **Figura 5.25** (frequência natural do 1º modo da placa em vácuo).

Tabela 5.3 – Propriedades mecânicas da placa nos casos limites das análises de sensibilidade realizadas mantendo a massa da placa nominal como restrição.

Propriedades	Nominal	Vértice 1	Vértice 2	Vértice 3	Vértice 4
ρ (g/cm ³)	2.71	1.2	1.2	10.2	10.2
E (GPa)	68.9	10.0	320.0	10.0	320.0
h (mm)	1.50	3.39	3.39	0.40	0.40
m (g)	244	244	244	244	244
D (N.m)	21.7	36.4	1163.3	0.1	1.9
f_{11} (Hz)	248.6	321.4	1818.0	13.0	73.4

Fonte: O Autor

Figura 5.23 – Variação da espessura adotada para manutenção da massa nominal.

Fonte: O Autor

Figura 5.24 – Variação da rigidez à flexão da placa obtida com a condição de manutenção da massa.

Fonte: O Autor

Figura 5.25 – Variação da frequência natural do 1º modo da placa em vácuo obtida com a condição de manutenção da massa.

Fonte: O Autor

A **Figura 5.26** apresenta o NRR proporcionado pela placa em função da rigidez específica do material (E/ρ), da densidade de área (constante nesse caso), da rigidez à flexão (D) e da 1ª frequência natural da placa em vácuo (f_{11}). Diferentemente do que foi observado nas análises anteriores, adotando a massa como restrição, a variação do desempenho vibroacústico global da placa não é mais tão significativa, ficando o NRR restrito entre 3 dB e 12 dB na maior parte dos casos analisados. Além disso, na **Figura 5.26a** não fica mais tão evidente que materiais de rigidez específica elevada tendem a apresentar desempenho vibroacústico reduzido.

Verifica-se também que a variação do NRR em função da rigidez estática à flexão (**Figura 5.26c**) e da 1ª frequência natural da placa (**Figura 5.26d**) ocorre de forma irregular, tendo em vista a oscilação dos resultados observada nos casos em que $f_{11} < 900$ Hz. Esse comportamento está associado à ocorrência de modos vibroacústicos de eficiência de radiação maior, ou menor, de um caso para outro. Nas configurações em que $f_{11} > 900$ Hz, o NRR passa a ser expressivamente maior, o que está relacionado ao fato da faixa de frequências de excitação (até 900 Hz) estar situada abaixo das frequências naturais da placa. Nesses casos, não ocorrem ressonâncias e, portanto, a potência sonora irradiada pela placa é mais baixa e controlada pela rigidez da estrutura, como discutido na seção 2.3.3 e evidenciado na **Figura 5.26c**.

Figura 5.26 – Variação do NRR em função de propriedades da placa: (a) Rigidez específica; (b) Densidade de área; (c) Rigidez à flexão; (d) Frequência natural do 1º modo em vácuo.

Fonte: O Autor

Por fim, a **Figura 5.27** apresenta o NRR na forma de um gráfico de contornos, onde é possível observar que, adotando a massa como restrição, a maior parte dos materiais compreendidos nessa avaliação tende a apresentar um desempenho vibroacústico semelhante. O NRR da placa em aço, por exemplo, estaria agora situado na faixa entre 6 dB e 9 dB, ou seja, muito próximo do desempenho da placa em alumínio nominal, cujo NRR é de 4.6 dB. Por outro lado, uma placa em composto apresentaria um desempenho global equivalente ao do sistema nominal.

Figura 5.27 – NRR proporcionado pela superfície estrutural nas análises de sensibilidade realizadas mantendo a massa da placa nominal como restrição.

Fonte: O Autor

5.4 Sumário

Neste capítulo, o procedimento numérico proposto foi aplicado para analisar a influência de parâmetros estruturais no desempenho vibroacústico de estruturas flexíveis sujeitas a um campo acústico interior. Adotando como restrição a manutenção de algumas propriedades mecânicas do sistema de referência, foram realizadas análises de sensibilidade variando propriedades estruturais de modo a englobar as principais classes de materiais de aplicações comuns de engenharia, como ligas metálicas, compósitos e cerâmicos.

A partir dos resultados obtidos, foi possível identificar padrões de variação do desempenho vibroacústico do sistema analisado em função de características típicas de estruturas flexíveis, como rigidez, massa e frequências naturais. Os resultados obtidos demonstram que o procedimento proposto pode ser aplicado de forma eficiente para avaliação do desempenho vibroacústico de um sistema e pode ser expandido para contemplar diversos tipos de materiais, como ortotrópicos e até metamateriais.

6 CONCLUSÃO

O presente capítulo tem por objetivo apresentar uma síntese das atividades executadas neste trabalho de pesquisa e delinear as principais conclusões obtidas.

6.1 Síntese do trabalho

A caracterização e o ajuste adequado do comportamento vibroacústico de uma estrutura são fundamentais durante o desenvolvimento de um projeto para garantir a qualidade do produto quanto à transmissibilidade de ruído e vibrações. Nesse contexto, o presente trabalho analisou um sistema dinâmico acoplado, constituído de uma placa retangular flexível e uma cavidade acústica fechada, com o objetivo de estabelecer um procedimento numérico para a análise do desempenho vibroacústico de sistemas que possam incluir diferentes tipos de materiais.

Foi realizada uma revisão bibliográfica sobre os principais conceitos envolvidos na área de vibroacústica e que são fundamentais para a análise e a implementação de técnicas de controle de ruído e vibrações.

Usando os softwares comerciais MSC.Patran e MSC.Nastran, um modelo numérico em elementos finitos foi desenvolvido para representar a dinâmica do sistema vibroacústico proposto para estudo. Tendo em vista que um dos objetivos desse trabalho consiste em estabelecer um procedimento que permita a realização de análises de sensibilidade e/ou de otimização, desenvolveu-se também um conjunto de rotinas no ambiente Scilab para gerenciamento automático de análises, o qual envolve desde a leitura de arquivos de dados de entrada, alteração de propriedades do modelo, início de simulação até o pós-processamento de resultados e registro em arquivos de saída.

Primeiramente, foi então realizada uma análise detalhada do comportamento vibroacústico de uma configuração definida como de referência em termos de propriedades da placa flexível. As frequências e as formas naturais dos domínios acústico e estrutural desacoplados foram determinadas numericamente e confrontadas com resultados analíticos, mostrando que o modelo em EF desenvolvido é minimamente representativo na faixa de frequências de interesse. O comportamento modal do sistema vibroacústico foi analisado, de modo que se verificou o surgimento de novas formas modais decorrentes do acoplamento dinâmico entre os subsistemas, além da alteração das frequências naturais em relação às

análises desacopladas. Em seguida, foram avaliadas as respostas em frequência do sistema acoplado quando sujeito a uma excitação acústica gerada no interior da cavidade.

Por fim, o procedimento numérico proposto neste trabalho foi aplicado para analisar a influência de parâmetros estruturais sobre o desempenho vibroacústico do sistema sob estudo. Adotando como restrição a manutenção de algumas propriedades mecânicas da placa de referência, foram realizadas análises de sensibilidade variando a densidade e o módulo de elasticidade da placa de modo a englobar as principais classes de materiais de aplicações comuns de engenharia, como ligas metálicas, compósitos e cerâmicos.

Com a aplicação do procedimento numérico proposto, é possível delinear algumas conclusões, descritas a seguir.

6.2 Conclusões gerais

A partir dos resultados numéricos, verificou-se que, dependendo da forma modal de um sistema vibroacústico, o nível de ruído irradiado (transmitido) por uma estrutura pode ser expressivamente alto, o que demandaria a adoção de alguma estratégia de controle para minimizar esse efeito. Por outro lado, observou-se também que determinados modos não representaram criticidade para o desempenho da estrutura no que diz respeito ao isolamento acústico por apresentarem baixa eficiência de radiação sonora. Essas constatações corroboram a importância de se conhecer o comportamento modal de um sistema vibroacústico de modo a viabilizar a definição da estratégia mais adequada para o controle de ruídos de uma estrutura.

A representatividade do método de superposição modal adotado foi verificada através do comparativo com os resultados obtidos pelo método direto de solução, demonstrando que o modelo reduzido proporcionou resultados confiáveis na faixa de frequências de interesse, mas com a vantagem do ser computacionalmente menos custoso, o que viabiliza sua utilização para a realização de análises de sensibilidade que envolva muitos casos de simulação.

A partir dos resultados das análises de sensibilidade realizadas, foi possível identificar padrões relativamente regulares de variação do desempenho vibroacústico em função de algumas propriedades da placa, como rigidez específica (E/ρ), densidade de área ($\rho \cdot h$), rigidez estática à flexão e frequências naturais. Os resultados demonstraram, por exemplo, que materiais alta relação E/ρ tendem de fato a serem menos eficientes no que diz respeito ao isolamento acústico, como se verifica para estruturas constituídas de materiais mais leves, como os compósitos. Algumas tendências observadas em diversas aplicações práticas também

foram constatadas, como o desempenho superior de ligas de aço em relação ao alumínio ou compósitos.

Para todas as restrições avaliadas, verificou-se que o desempenho vibroacústico global de uma estrutura flexível é fortemente dependente da massa, mesmo para a análise na região de ressonâncias. Apesar disso, verificou-se que a capacidade de isolamento acústico de uma estrutura pode apresentar degradação em alguns casos, mesmo com o aumento da massa, devido à possibilidade de surgimento de modos vibroacústicos de alta eficiência de radiação sonora e que, portanto, podem resultar em comprometimento do desempenho global do sistema quanto à sua qualidade sonora.

No que diz respeito ao procedimento numérico proposto neste trabalho, pode-se afirmar que ele pode ser aplicado de forma eficiente para a avaliação do desempenho vibroacústico de um sistema e pode ser expandido para contemplar outros tipos de materiais, como ortotrópicos e até metamateriais.

7 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões de trabalhos a se desenvolverem no futuro, indicam-se:

- Construir o sistema vibroacústico proposto para estudo, realizar testes experimentais de resposta em frequência por uma excitação acústica usando fonte acústica calibrada no interior da cavidade e atualizar o modelo numérico;
- Identificar experimentalmente as formas e frequências naturais dos domínios estrutural e acústico tanto desacoplados quanto acoplados, e atualizar o modelo numérico;
- Aplicar o procedimento proposto para avaliar o efeito da orientação de fibras sobre o desempenho vibroacústico de placas de material composto;
- Adequar o modelo em elementos finitos de modo a permitir a análise de estruturas equipadas com camadas de materiais viscoelásticos, contemplando a variação de propriedades desses materiais em função da frequência e/ou da temperatura;
- Adequar as rotinas desenvolvidas para gerenciamento automático de simulações de modo a permitir a realização de análises de otimização de desempenho vibroacústico em função de parâmetros estruturais;
- Desenvolver um modelo refinado em elementos finitos de uma placa constituída por alguma configuração de metamaterial e, então, aplicar o procedimento proposto neste trabalho para analisar as propriedades vibroacústicas da estrutura obtida.

REFERÊNCIAS

- AKKAS, N.; AKAY, H. U.; YILMAZ, Ç. Applicability of general-purpose finite element programs in solid-fluid interaction problems. **Computers and Structures**, v. 10, n. 5, p. 773–783, 1979.
- ALOULFI, B.; BEHDINAN, K.; ZU, J. Theoretical vibro-acoustic modeling of acoustic noise transmission through aircraft windows. **Journal of Sound and Vibration**, v. 371, n. Supplement C, p. 344–369, 2016.
- ARIDOGAN, U.; BASDOGAN, I. A review of active vibration and noise suppression of plate-like structures with piezoelectric transducers. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 26, n. 12, p. 1455–1476, 27 ago. 2015.
- ASHBY, M. F. Overview No. 80: On the engineering properties of materials. **Acta Metallurgica**, v. 37, n. 5, p. 1273–1293, 1 maio 1989.
- ATALLA, N.; BERNHARD, R. J. Review of numerical solutions for low-frequency structural-acoustic problems. **Applied Acoustics**, v. 43, n. 3, p. 271–294, 1994.
- BIES, D. A.; HANSEN, C. H. **Engineering Noise Control: Theory and Practice**. 3a. ed. London: Spon Press, 2003.
- BLEVINS, R. D. **Formulas for natural frequency and mode shape**. Malabar: Krieger, 1995.
- BOEING. **AERO - Boeing 787 from the Ground Up**. Disponível em: <http://www.boeing.com/commercial/aeromagazine/articles/qtr_4_06/article_04_2.html>. Acesso em: 3 nov. 2017.
- BONILHA, M. W.; FAHY, F. J. A Hybrid Model For Vibroacoustic Studies. **Acta Acustica united with Acustica**, v. 85, n. 3, p. 312–324, 1999.
- CAMPBELL, F. C. **Manufacturing Processes for Advanced Composites**. Amsterdam: Elsevier Science, 2004.
- CARDOSO, L. C. DA S. M. **Interação Vibroacústica do Sistema Placa-Cavidade Fechada: Modelação, Experimentação e Análise**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2010.
- CHARGIN, M.; GARTMEIER, O. **A finite element procedure for calculating fluid-structure interaction using MSC/NASTRAN**. Moffett Field, Calif: NASA Ames Research Center, 1990.
- CHOPRA, A. **Dynamics of Structures**. New York: Prentice Hall, 2001.
- CLAEYS, C. et al. A lightweight vibro-acoustic metamaterial demonstrator: Numerical and experimental investigation. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 70–71, p. 853–880, mar. 2016.

CLOUGH, R.; PENZIEN, J. **Dynamics of Structures**. London: McGraw-Hill, 1993.

EUROPEAN COMMISSION. **Health Effects - Noise - Environment - European Commission**. Disponível em:

<http://ec.europa.eu/environment/noise/health_effects_en.htm>. Acesso em: 3 nov. 2017.

COYETTE P., J.; VANDERBORCK, G.; STEICHEN, W. A coupling procedure for modeling acoustic problems using finite elements and boundary elements. **J. Phys. IV France**, v. 4, n. C5, p. C5-331-C5-334, maio 1994.

CRAGGS, A. The transient response of a coupled plate-acoustic system using plate and acoustic finite elements. **Journal of Sound and Vibration**, v. 15, n. 4, p. 509–528, 1971.

CRAGGS, A. The use of simple three-dimensional acoustic finite elements for determining the natural modes and frequencies of complex shaped enclosures. **Journal of Sound and Vibration**, v. 23, n. 3, p. 331–339, 1972.

CUNEFARE, K. A.; KOOPMANN, G. H. Global optimum active noise control: Surface and far-field effects. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 90, n. 1, p. 365–373, 1 jul. 1991.

DANDEKAR, C. R.; SHIN, Y. C. Modeling of machining of composite materials: A review. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, v. 57, p. 102–121, 2012.

DESMET, W. **A wave based prediction technique for coupled vibro-acoustic analysis**. [s.l.] KU Leuven, Leuven, Belgium, 1998.

DESMET, W. **Mid-frequency vibro-acoustic modelling: challenges and potential solutions** Proceedings of the 27 International Conference on Noise and Vibration Engineering - ISMA 27. **Anais...** Leuven, Belgium: 2002

DIJCKMANS, A.; VERMEIR, G.; LAURIKS, W. Sound transmission through finite lightweight multilayered structures with thin air layers. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 128, n. 6, p. 3513–3524, 1 dez. 2010.

DOWELL, E. H.; GORMAN, G. F.; SMITH, D. A. Acoustoelasticity: General theory, acoustic natural modes and forced response to sinusoidal excitation, including comparisons with experiment. **Journal of Sound and Vibration**, v. 52, n. 4, p. 519–542, 1977.

EVEREST, F. A.; POHLMANN, K. C. **Master Handbook of Acoustics**. Fifth Edit ed. [s.l.] McGraw-Hill, 2009.

EVERSTINE, G. C. A symmetric potential formulation for fluid-structure interaction. **Journal of Sound and Vibration**, v. 71, n. 1, p. 157–160, nov. 1981.

EVERSTINE, G. C. Finite element formulatons of structural acoustics problems. **Computers and Structures**, v. 65, n. 3, p. 307–321, 1 nov. 1997.

FAHY, F.; GARDONIO, P. **Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response**. 2nd ed. ed. Oxford: Academic Press, 2007.

FERRANTE, M. **Seleção dos materiais de construção mecânica: Estratégias e**

Metodologias básicas.Simpósio Matéria. **Anais...**Rio de Janeiro: 2010

GERGES, S. N. Y. **Ruído: Fundamentos e Controle**. 1a. ed. Florianópolis: Editora NR, 1992.

GOEDE, M. et al. Super Light Car—lightweight construction thanks to a multi-material design and function integration. **European Transport Research Review**, v. 1, n. 1, p. 5–10, 26 mar. 2009.

GUY, R. W. The response of a cavity backed panel to external airborne excitation: A general analysis. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 65, n. 3, p. 719–731, 1 mar. 1979.

HARRISON, M. **Vehicle Refinement: Controlling Noise and Vibration in Road Vehicles**. Warrendale, PA, U. S. A.: SAE International, 2004.

HEPBERGER, A. et al. **Application of the Wave Based Method for the Steady-state Acoustic Response Prediction of a Car Cavity in the Mid-frequency Range**Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration ISMA2002. **Anais...**Leuven, Belgium: 2002

HERRMANN, A. S.; ZAHLEN, P. C.; ZUARDY, I. Sandwich Structures Technology in Commercial Aviation. In: THOMSEN, O. T.; BOZHEVOLNAYA, E.; LYCKEGAARD, A. (Eds.). . **Sandwich Structures 7: Advancing with Sandwich Structures and Materials**. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, 2005. p. 13–26.

HONG, K. L.; KIM, J. Analysis of free vibration of structural–acoustic coupled systems, part i: development and verification of the procedure. **Journal of Sound and Vibration**, v. 188, n. 4, p. 561–575, 1995a.

HONG, K. L.; KIM, J. Analysis of free vibration of structural-acoustic coupled systems, part ii: two- and three-dimensional examples. **Journal of Sound and Vibration**, v. 188, n. 4, p. 577–600, 1995b.

HOWARD, D. M.; ANGUS, J. A. S. **Acoustics and Psychoacoustics**. 4. ed. ed. Boston: Focal Press, 2010.

ISING, H.; KRUPPA, B. Health effects caused by noise : Evidence in the literature from the past 25 years YR - 2004/1/1. **Noise and Health**, v. 6, n. 22 UL-
<http://www.noiseandhealth.org/article.asp?issn=1463-1741;year=2004;volume=6;issue=22;spage=5;epage=13;aulast=Ising;t=5>, p. 5–13, 2004.

KINSLER, L. E. et al. **Fundamentals of acoustics**. 4. ed. ed. New York: John Wiley & Sons, 1999.

KOH, B.; RUSTIGHI, E.; MACE, B.; AMABILI, M. **Numerical and experimental assessment of hybrid active/passive damping treatments** ISMA2012. **Anais...**Leuven, Belgium: 2012

LARBI, W.; DEÜ, J. F.; OHAYON, R. Finite element reduced order model for noise and vibration reduction of double sandwich panels using shunted piezoelectric patches. **Applied Acoustics**, v. 108, p. 40–49, 2016.

LEGAULT, J.; ATALLA, N. Numerical and experimental investigation of the effect of structural links on the sound transmission of a lightweight double panel structure. **Journal of Sound and Vibration**, v. 324, n. 3, p. 712–732, 2009.

LEPPINGTON, F. G.; BROADBENT, E. G.; HERON, K. H. The acoustic radiation efficiency of rectangular panels. **Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences**, v. 382, n. 1783, p. 245 LP-271, 9 ago. 1982.

LEVINE, H. On the short wave acoustic radiation from planar panels or beams of rectangular shape. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 76, n. 2, p. 608–615, 1 ago. 1984.

LI, W. L.; GIBELING, H. J. Determination of the mutual radiation resistances of a rectangular plate and their impact on the radiated sound power. **Journal of Sound and Vibration**, v. 229, n. 5, p. 1213–1233, 2000.

LYON, R. H.; DEJONG, R. G. **Theory and Application of Statistical Energy Analysis**. Boston: Newnes, 1995.

MAMEDE, W. F. **Estudo e aperfeiçoamento de técnicas experimentais para análise modal vibroacústica em baixas frequências**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

MARKOVIC, D.; PARK, K. C.; IBRAHIMBEGOVIC, A. Reduction of substructural interface degrees of freedom in flexibility-based component mode synthesis. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 70, n. 2, p. 163–180, 2007.

MARTIN, P. A. Advanced Computational Vibroacoustics: Reduced-Order Models and Uncertainty Quantification. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 137, n. 4, p. 2182, 2015.

MOLO, C. G.; BERNHARD, R. J. Generalized method of predicting optimal performance of active noisecontrollers. **AIAA Journal**, v. 27, n. 11, p. 1473–1478, 1 nov. 1989.

MONTGOMERY, D. C. **Design and Analysis of Experiments**. Eighth Edi ed., John Wiley and Sons, 2013.

MORAND, H.; OHAYON, R. **Fluid structure interaction**. Chichester: John Wiley and Sons, 1995.

MSC SOFTWARE. **Getting Started with MSC.Nastran User's Guide**. Santa Ana, USA: MSC Software Corporation, 2012.

MULLER, G.; BUCHSCHMID, M. Hybrid approaches for vibroacoustical problems based on the finite element method and statistical energy analysis. **Wave Motion**, v. 51, n. 4, p. 622–634, 2014.

NEFSKE, D. J.; WOLF, J. A.; HOWELL, L. J. Structural-acoustic finite element analysis of the automobile passenger compartment: A review of current practice. **Journal of Sound and Vibration**, v. 80, n. 2, p. 247–266, 1982.

OHAYON, R. Reduced symmetric models for modal analysis of internal structural-acoustic and hydroelastic-sloshing systems. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 190, n. 24, p. 3009–3019, 2001.

OLIVEIRA, L. P. R. **Controle ativo de ruído em veículos e seu impacto na qualidade sonora**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

ORRENIUS, U. et al. Wave modelling in predictive vibro-acoustics: Applications to rail vehicles and aircraft. **Wave Motion**, v. 51, n. 4, p. 635–649, 2014.

OTTOSEN, N.; PETERSON, H. **Introduction to the Finite Element Method**. New York: Prentice Hall, 1992.

PAN, J.; BIES, D. A. The effect of fluid–structural coupling on sound waves in an enclosure—Theoretical part. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 87, n. 2, p. 691–707, 1 fev. 1990.

PETRONE, G. et al. **DWP1. 2>External state of the art: Super Panels**, 2008.

PETTYT, M.; LEA, J.; KOOPMANN, G. H. A finite element method for determining the acoustic modes of irregular shaped cavities. **Journal of Sound and Vibration**, v. 45, n. 4, p. 495–502, 1976.

PRETLOVE, A. J. Free vibrations of a rectangular panel backed by a closed rectangular cavity by a closed rectangular cavity. **Journal of Sound and Vibration**, v. 2, n. 3, p. 197–209, 1 jul. 1965.

PRETLOVE, A. J. Forced vibrations of a rectangular panel backed by a closed rectangular cavity. **Journal of Sound and Vibration**, v. 3, n. 3, p. 252–261, 1966.

RAYLEIGH, J. W. S. B. **The Theory of Sound**. 2nd Ed. ed. [s.l.] (reprinted by Dover, New York, 1945), 1896.

REYNDERS, E. et al. A hybrid finite element – statistical energy analysis approach to robust sound transmission modeling. **Journal of Sound and Vibration**, v. 333, n. 19, p. 4621–4636, 2014.

RODRIGUES, A. H. B. **Características vibro-acústicas de cascas cilíndricas**. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.

ROSEN, S.; OLIN, P. Hearing loss and coronary heart disease. **Archives of Otolaryngology**, v. 82, n. 3, 1965.

SALLOUM, R.; HEUSS, O.; MAYER, D. **Global optimization of smart lightweight structures.**, 2014.

SARIGÜL, A. S.; KARAGÖZLÜ, E. Vibro-acoustic analysis of composite plates. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 490, p. 12212, 11 mar. 2014.

SCILAB ENTERPRISES. **Scilab**. Disponível em: <www.scilab.org>. Acesso em: 4 out. 2017.

SILVA, M. M. **Simulação empregando análise estatística de energia (SEA) e verificação experimental de perda de transmissão sonora de um painel sanduíche**. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2009.

SNYDER, S. D.; TANAKA, N. Calculating total acoustic power output using modal radiation efficiencies. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 97, n. 3, p. 1702–1709, 1 mar. 1995.

SUI, N. et al. A lightweight yet sound-proof honeycomb acoustic metamaterial. **Applied Physics Letters**, v. 106, n. 17, 2015.

TORRES, M. H. C. **Simulação acústica no ambiente AcMus**. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

UNIVERSITY OF CAMBRIDGE. **Material properties**. Disponível em: <<http://www-materials.eng.cam.ac.uk/mpsite/properties.html>>. Acesso em: 13 out. 2017.

UNRUH, O. Influence of inhomogeneous damping distribution on sound radiation properties of complex vibration modes in rectangular plates. **Journal of Sound and Vibration**, v. 377, n. Supplement C, p. 169–184, 2016.

U.S. DEPARTMENT OF ENERGY'S OFFICE OF ENERGY EFFICIENCY AND RENEWABLE ENERGY. **Lightweight Materials for Cars and Trucks | Department of Energy**. Disponível em: <<https://www.energy.gov/eere/vehicles/lightweight-materials-cars-and-trucks>>. Acesso em: 3 nov. 2017.

VÉR, I. L.; BERANEK, L. L. **Noise and vibration control engineering: principles and applications**. 2 ed. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2006.

VITIELLO, P.; NELSON, P. A.; PETYT, M. **Numerical Studies of the Active Control of Sound Transmission Through Double Partitions**, ISVR Technical Report No. 183, University of Southampton, , 1989.

VIVOLO, M. **Vibro-acoustic Characterization of Lightweight Panels by using a Small Cabin**. Heverlee: KU Leuven, 2013.

WALLACE, C. E. Radiation resistance of a rectangular panel. **Journal of the Acoustical Society of America**, v. 51, n. 3, p. 946–952, 1972.

WILLIAMS, E. G. A series expansion of the acoustic power radiated from planar sources. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 73, n. 5, p. 1520–1524, 1 maio 1983.

WOLF, J. A. Modal Synthesis for Combined Structural-Acoustic Systems. **AIAA Journal**, v. 15, n. 5, p. 743–745, 1 maio 1977.

YAN, Y. J.; LI, P. B.; LIN, H. G. Analysis and experimental validation of the middle-frequency vibro-acoustic coupling property for aircraft structural model based on the wave coupling hybrid FE-SEA method. **Journal of Sound and Vibration**, v. 371, p. 227–236, 2016.

APÊNDICE A – Cartas de entrada do software MSC.Nastran

As cartas dos softwares de elementos finitos são arquivos de texto construídos de forma estruturada de modo a definir os nós (*GRID*) e os elementos (*MESH*), juntamente com os carregamentos (*LOADS*), casos de carregamentos (*LOAD CASES*) e condições de contorno (*BC's*) que compõem o modelo de elementos finitos construído na fase de pré-processamento para a linguagem de programação do solver de elementos finitos.

A utilização de cartas tem por objetivo agilizar o processo de interação do usuário com o modelo em EF, além de permitir a intercambiabilidade dos modelos entre os vários softwares disponíveis no mercado, como por exemplo, MSC.Patran com o MSC.Nastran, Hypermesh com o MSC.Nastran.

As cartas também viabilizam a realização de análises complexas, que devem ser processadas em vários softwares, sendo estes controlados por um software de gerenciamento e otimização, como, por exemplo, o Insight, o ModeFrontier e o OptiStruct, ou mesmo por algoritmos desenvolvidos pelo usuário em softwares científicos de computação numérica semelhantes ao Matlab ou Scilab, como é o caso deste trabalho.

Neste anexo, apresentam-se as cartas de entrada utilizadas para a realização das análises numéricas através do software MSC.Nastran.

Carta para análise modal (Nastran SOL 110)

Arquivo: *modal.bdf*

\$ Complex Eigenvalue Analysis, Modal Formulation, Database

SOL 110

CEND

\$ Direct Text Input for Global Case Control Data

TITLE = Modal/Modal

SET 12=326

SUBCASE 1

\$ Subcase name : Default

SUBTITLE=Modal

METHOD(STRUCTURE) = 98

```

METHOD(FLUID) = 99
CMETHOD = 2
SPC = 1
VECTOR(SORT2,PHASE,PUNCH)=12
BEGIN BULK
$ Truncamento da base modal estrutural com modos de frequências até 2000 Hz
EIGRL,98,,2000
$ Truncamento da base modal acústica com modos de frequências até 2000 Hz
EIGRL,99,,2000
EIGC,2,CLAN,MAX
,0.,0.,,,,,,100
$ Amortecimento  $G=2*\zeta$ 
PARAM,G,2e-2
$ Propriedades da placa
MAT1,1,6.8900e+10,,3.3000e-1,2.7100e+3
PSHELL,1,1,1.5000e-3,1,,1
$ Propriedades da cavidade acústica
MAT10,2,,1.225,340.4
PSOLID,2,2,0,,,,PFLUID
$ Inclusão da malha de EF
include malha_EF.dat
ENDDATA

```

Carta para análise de resposta em frequência (Nastran SOL 111)

Arquivo: *frequency_response.bdf*

```

$ Frequency Response Analysis, Modal Formulation, Database
SOL 111
CEND
$ Direct Text Input for Global Case Control Data
SET 13=801 THRU 950
TITLE = RF Modal

```

```

VELO(SORT1,REAL,PUNCH) = 13
FREQUENCY = 123
METHOD(STRUCTURE) = 98
METHOD(FLUID) = 99
SPC = 1
dload=10
BEGIN BULK
param,prefdb,2.-5
$ Acoustic Source
rload1,10,100,,,100200
darea,100,27618,0,0.0625,27619,0,0.0625
darea,100,27620,0,0.0625,27621,0,0.0625
darea,100,27649,0,0.0625,27650,0,0.0625
darea,100,27651,0,0.0625,27652,0,0.0625
darea,100,27680,0,0.0625,27681,0,0.0625
darea,100,27682,0,0.0625,27683,0,0.0625
darea,100,27711,0,0.0625,27712,0,0.0625
darea,100,27713,0,0.0625,27714,0,0.0625
TABLED1,100200
,0,0.0835693,1000,0.0835693,ENDT
$ Truncamento da base modal estrutural com modos de frequências até 2000 Hz
EIGRL,98,,2000
$ Truncamento da base modal acústica com modos de frequências até 2000 Hz
EIGRL,99,,2000
$ Amortecimento  $G=2*\zeta$ 
PARAM,G,2e-2
$ Propriedades da placa
MAT1,1,6.8900e+10,,3.3000e-1,2.7100e+3
PSHELL,1,1,1.5000e-3,1,,1
$ Propriedades da cavidade acústica
MAT10,2,,1.225,340.4
PSOLID,2,2,0,,,PFLUID
$ Inclusão da malha de EF
include malha_EF.dat

```

\$ Frequências de excitação

freq1,123,50,2,425

freq,123,241.15545,271.3563,354.37752,379.15565,444.42573,500.78674,535.57002

freq,123,566.50382,603.86572,605.79418,614.46723,642.63304,669.31516,709.85396

freq,123,723.89605,733.56721,758.28604,809.77965,814.57559,868.61196,883.56444

freq,123,888.47897

ENDDATA

O arquivo de texto *malha_EF.dat*, que é adicionado às duas cartas através do comando “include” contém as informações dos nós e dos elementos que compõem a malha, bem como da restrição de engastamento aplicada à placa. Aqui serão apresentadas somente as partes principais deste arquivo, pois ele ocuparia mais de 3300 páginas em formato A4 de dados, inviabilizando assim a sua apresentação por completo.

Arquivo: *malha_EF.dat*

\$ Pset: "prop_placa" will be imported as: "pshell.1"

CQUAD4,1,1,1,32,801,2

CQUAD4,2,1,2,801,34,3

CQUAD4,3,1,3,34,802,4

...

CQUAD4,598,1,949,648,649,618

CQUAD4,599,1,618,649,650,950

CQUAD4,600,1,950,650,651,620

\$ Pset: "prop_cavidade" will be imported as: "psolid.2"

CHEXA,1001,2,1033,1032,1001,1002,2719,2716,2717,2718

CHEXA,1002,2,1034,1033,1002,1003,2721,2719,2718,2720

...

CHEXA,27111,2,28439,28438,28420,28421,30154,30153,30135,30136

CHEXA,27112,2,28440,28439,28421,28422,30155,30154,30136,30137

GRID,1,0.,0.,0.

GRID,2,0.,.010000000707805,0.

GRID,3,0,,.02000000141561,0.

...

GRID,30153,.340000003576279,.459999978542328,-.63999998569488,-1

GRID,30154,.340000003576279.469999998807907,-.63999998569488,-1

GRID,30155,.340000003576279.479999989271164,-.63999998569488 -1

\$ Loads for Load Case: Default

\$ Displacement Constraints of Load Set : engaste

SPC1 1 123456 1 THRU 32

SPC1 1 123456 62 63 93 94 124 125

155 156 186 187 217 218 248 249

279 280 310 311 341 342 372 373

403 404 434 435 465 466 496 497

527 528 558 559 589 590

SPC1 1 123456 620 THRU 651

APÊNDICE B – Algoritmo de gerenciamento automático de análises

As rotinas foram desenvolvidas utilizando o Scilab (versão 5.5.2), que é um software científico para computação numérica semelhante ao Matlab que fornece um ambiente computacional aberto para aplicações científicas e é distribuído gratuitamente via Internet desde 1994 (SCILAB ENTERPRISES, 2017).

Abaixo são apresentados os códigos das rotinas desenvolvidas neste trabalho para gerenciamento automático das análises. Para execução dessas rotinas, os seguintes arquivos de entrada são necessários:

- 1) Carta de análise modal: *modal.bdf*;
- 2) Carta de análise de resposta em frequência: *frequency_response.bdf*;
- 3) Malha de EF que é referenciada nas cartas de análises: *malha_EF.dat*;
- 4) Propriedades da placa a serem avaliadas: *design_space.dat*;
- 5) Distâncias entre os elementos da malha da placa: *Node_distance_matrix.dat*.

Rotina principal: *Analises.sce*

Objetivo: Leitura dos arquivos de entrada, definição de parâmetros de cálculos e execução das sub-rotinas em cada iteração do processo.

```
clear; clc; stacksize('max');format("v");
```

```

/*****
/*                                     Dados de Entrada                                     */
*****/
```

```

file_dspace='design_space.dat';           //Arquivo com as propriedades a serem inseridas no modelo
file_modal='modal';                       //Carta para rodar análise modal
file_FR='frequency_response';             //Carta para rodar análise de resposta em frequência
file_node_distance='Node_distance_matrix.dat'; //Arquivo de distâncias r(i,j) entre centros dos elementos
```

```

f_min=50;           //Frequência (Hz) mínima de interesse da análises de RF
f_max=900;          //Frequência (Hz) máxima de interesse da análises de RF
```

```

Se=0.02*0.02;       //Área de cada elemento da placa em m2
rho_air=1.225;       //Densidade do ar em kg/m3
c_air=340.4;         //Velocidade do som no ar em m/s
```

```

Lx=0.2;           //Dimensão x da placa em m
Ly=0.3;           //Dimensão y da placa em n

PW_input=1e-6;    //Potência total da fonte acústica adotada na análise de EF (W)
PW_ref=1e-12;     //Potência de referência (W)

//*****
//*                                     Rotina                                     *
//*****

dspace=fscanfMat(file_dspace,"%lg");    //Leitura do arquivo de propriedades
runs=size(dspace,1);                   //Número de casos a serem simulados

bdf_modal=mgetl(file_modal+'.bdf');     //Leitura da carta de análise modal
bdf_FR=mgetl(file_FR+'.bdf');           //Leitura da carta de análise de RF
r_ij=fscanfMat(file_node_distance,"%lg"); //Leitura do arquivo de distâncias r(i,j) entre centros dos elementos

//Definição dos vetores de propriedades a serem simuladas
pv_young=dspace(:,1)*1e9;    //Conversão GPa para Pa
pv_rho=dspace(:,2)*1000;    //Conversão g/cm3 para kg/m3
pv_poisson=dspace(:,3);
pv_damping=dspace(:,4);
pv_thickness=dspace(:,5)/1000; //Conversão mm para m

//*****
//Chamado de Subrotinas
exec('\prop_placa.sci',-1); exec('\analise_modal.sci',-1); exec('\analise_RF.sci',-1);

//*****

for run=1:runs

//Cálculo analítico da massa, rigidez à flexão e 1a frequência natural da placa
plate_mDf=prop_placa(Lx,Ly,pv_young(run),pv_rho(run),pv_poisson(run),pv_thickness(run));

//Alteração de propriedades da carta de análise modal, início de simulação e processamento de resultados
modal=analise_modal(run,bdf_modal,pv_young(run),pv_rho(run),pv_poisson(run),pv_damping(run),pv_thickness(run),f_min,f_max);

//Frequências naturais a serem inseridas nas frequências de excitação da análise de RF
freq_bdf_FR=modal(2:size(modal,1));

```

```

//Alteração de propriedades da carta de análise de RF, início de simulação e processamento de resultados
FR=analise_RF(run,bdf_FR,pv_young(run),pv_rho(run),pv_poisson(run),pv_damping(run),pv_thickness(run),freq_bdf_FR,
rho_air,c_air,Se,PW_input,PW_ref,r_ij);

//Escrita de arquivo de resultados
trial=string(run);
format('e',12);
DoE(1,:)=['Run' 'Young' 'Rho' 'Poisson' 'Damping_Ratio' 'Thickness' 'Rho*Thickness' 'Mass' 'Bending_stiffness' 'f_plate_RR'
'f_plate_FEM' 'f_PW_max' 'PW_max' 'PWL_max' 'PW_avg' 'PWL_avg' 'STL_avg'];
DoE(run+1,:)=strsubst(string([run dspace(run,:) pv_rho(run)*pv_thickness(run) plate_mDf(1)*1000 plate_mDf(2)
plate_mDf(3) strtod(modal(1)) FR(1) FR(2) FR(3) FR(4) FR(5) FR(6)]),'D','E');
csvWrite([DoE(1,:);DoE(run+1,:)],'WSpace_'+trial+'.tab',ascii(9)); //Salva resultados de cada passo
csvWrite(DoE,'DoE_Results.tab',ascii(9)); //Salva todos os resultados em um único arquivo
format("v");

clear plate_mDf modal freq_bdf_FR frequency_response

if run==runs then //Comando para garantir término do laço
    break
end
end
end

```

Sub-rotina 1: *prop_placa.sci*

Objetivo: Cálculo analítico da massa, rigidez à flexão e frequência natural do 1º modo de vibração da placa.

```

function plate_mDf=prop_placa(Lx, Ly, pv_young, pv_rho, pv_poisson, pv_thickness)

//massa da placa
m=Lx*Ly*pv_thickness*pv_rho;

//Rigidez à flexão da placa
D=pv_young*pv_thickness^3/(12*(1-pv_poisson^2));

//1a frequência natural da placa calculada analiticamente de acordo com o método de Rayleigh-Ritz
f=(%pi/2)*sqrt(1.506^4/Lx^4+1.506^4/Ly^4+((2*1.248*1.248+2*pv_poisson*(1.248*1.248-
1.248*1.248))/(Lx^2*Ly^2)))*sqrt(D/(pv_rho*pv_thickness));

plate_mDf = [m D f];
endfunction

```

Sub-rotina 2: *analise_modal.sci*

Objetivo: Ajuste de propriedades da carta de análise modal, inicialização de simulação e pós-processamento de resultados.

```
function modal=analise_modal(run, bdf_modal, pv_young, pv_rho, pv_poisson, pv_damping, pv_thickness, f_min, f_max)
```

```
//Modificação das propriedades na carta de análise modal
```

```
//Definição dos parâmetros como strings no formato aceito no Nastran
```

```
pv_young=strsubst(string(pv_young),'D','E');
pv_rho=strsubst(string(pv_rho),'D','E');
pv_poisson=strsubst(string(pv_poisson),'D','E');
pv_damping=strsubst(string(2*pv_damping),'D','E');
pv_thickness=strsubst(string(pv_thickness),'D','E');
```

```
//Localiza linha da carta de análise modal onde estão as propriedades do material
```

```
line_material = grep(bdf_modal,'MAT1');
```

```
//Localiza linha da carta de análise modal onde alterar espessura da placa
```

```
line_thickness = grep(bdf_modal,'PSHELL');
```

```
//Localiza linha da carta de análise modal onde alterar amortecimento da placa
```

```
line_damping = grep(bdf_modal,'PARAM,G,');
```

```
bdf_modal(line_material)='MAT1,1,'+pv_young+',,'+pv_poisson+',,'+pv_rho;
```

```
bdf_modal(line_thickness)='PSHELL,1,1,'+pv_thickness+',,1,1';
```

```
bdf_modal(line_damping)='PARAM,G,'+pv_damping;
```

```
modal_new=string(file_modal+'_'+string(run)); //Define nome da análise
```

```
csvWrite(bdf_modal,modal_new+'.bdf'); //Salva arquivo bdf no diretório
```

```
//Dispara análise modal do sistema vibroacústico
```

```
lista(1)=string('call C:\MSC.Software\MSC_Nastran\20121\bin\nastranw.exe '+modal_new+'.bdf'+ ' scr=yes');
```

```
lista(2)=string('exit');
```

```
csvWrite(lista,'lista.bat');
```

```
dos('lista.bat');
```

```
mdelete('lista.bat');
```

```
sleep (10000);
```

```
while isfile('*.*.bat')==%T //Verifica se a simulação finalizou
```

```
sleep (2000);
```

```
end
```

```
sleep (2000);
```

```

//Verificação da primeira frequência natural da placa (desacoplada do meio acústico)
f06_modal=mgetl(modal_new+'.f06'); //Leitura do arquivo de resultados
//Localização da linha de 1a frequência
line_f_plate=grep(f06_modal,'(BEFORE AUGMENTATION OF RESIDUAL VECTORS)')+3;
f_plate_FEM=part(f06_modal(line_f_plate(1)),68:80);

//Verificação de frequências naturais vibro acústicas até f_max
punch_modal=mgetl(modal_new+'.pch'); //Leitura do arquivo de resultados
line_eigen=grep(punch_modal,'$EIGENVALUE'); //Localização da linha de cada frequência
num_eigen=size(line_eigen,2); //Contagem do número de frequências naturais

//Construção do Vetor de Frequências naturais
for m=1:num_eigen
    fn(m)=strtod(part(punch_modal(line_eigen(m)),34:46))/(2*%pi);
end

//Determinação do vetor de Frequências naturais entre f_min e f_max
w=find(fn<f_max); //Localização das frequências menores que f_max
fn=fn(w); //Definição do vetor de frequências até f_max
w=find(fn>f_min); //Localização das frequências entre f_min e f_max
fn=strsubst(string(fn(w)), 'D', 'E'); //Definição do vetor e conversão para strings

//Número de linhas a serem criadas na carta de análise de RF
num_freq_bdf_FR=ceil(size(fn,1)/7);
//Complementação do vetor de frequências naturais com f=f_max (duplicados)
fn=[fn;string(f_max*ones(num_freq_bdf_FR*7-size(fn,1),1))];
//Determinação do trecho com as frequências de excitação a serem ineridas na análise de RF
m=1;
for i=1:num_freq_bdf_FR
    f0='freq,123';
    f1=fn(m);
    f2=fn(m+1);
    f3=fn(m+2);
    f4=fn(m+3);
    f5=fn(m+4);
    f6=fn(m+5);
    f7=fn(m+6);
    m=7*i+1;
    freq_bdf_FR(i)=strcat([f0 f1 f2 f3 f4 f5 f6 f7],',');
end
//Deleta os arquivos de simulação gerados em cada passo
mdelete(modal_new);

modal=[f_plate_FEM;freq_bdf_FR];
endfunction

```

Sub-rotina 3: *analise_RF.sci*

Objetivo: Ajuste de propriedades da carta de análise de resposta em frequência, inicialização de simulação e pós-processamento de resultados.

```
function FR=analise_RF(run, bdf_FR, pv_young, pv_rho, pv_poisson, pv_damping, pv_thickness, freq_bdf_FR,
rho_air, c_air, Se, PW_input, PW_ref, r_ij)

//Bandas de 1/3 Oitava (Hz)
band=[56.2;63;70.8;70.801;80;89.1;89.101;100;112;112.001;125;141;141.001;160;178;178.001;200;224;224.001;250;282;2
82.001;315;355;355.001;400;447;447.001;500;562;562.001;630;708;708.001;800;891];

//Modificação das propriedades na carta de análise de RF

//Definição dos parâmetros como strings no formato aceito no Nastran
pv_young=strsubst(string(pv_young),'D','E');
pv_rho=strsubst(string(pv_rho),'D','E');
pv_poisson=strsubst(string(pv_poisson),'D','E');
pv_damping=strsubst(string(2*pv_damping),'D','E');
pv_thickness=strsubst(string(pv_thickness),'D','E');

//Localiza linha da carta de análise de RF onde estão as propriedades do material
line_material = grep(bdf_FR,'MAT1');
//Localiza linha da carta de análise de RF onde alterar espessura da placa
line_thickness = grep(bdf_FR,'PSHELL');
//Localiza linha da carta de análise de RF onde alterar amortecimento da placa
line_damping = grep(bdf_FR,'PARAM,G,');
//Localiza linha da carta de análise de RF onde acrescentar frequências de excitação obtidas na análise modal
line_freq = grep(bdf_FR,'freq,123');

bdf_FR(line_material)=MAT1,1,'+pv_young+', '+pv_poisson+', '+pv_rho;
bdf_FR(line_thickness)=PSHELL,1,1,'+pv_thickness+',1,,1;
bdf_FR(line_damping)=PARAM,G,'+pv_damping;

bdf_FR_new=[bdf_FR(1:line_freq-1,1);freq_bdf_FR;ENDDATA];

FR_new=string(file_FR+'_'+string(run)); //Define nome da análise
csvWrite(bdf_FR_new,FR_new+'.bdf'); //Salva arquivo bdf no diretório

//Dispara análise de RF
lista(1)=string('call C:\MSC.Software\MSC_Nastran\20121\bin\nastranw.exe '+FR_new+'.bdf'+' scr=yes');
lista(2)=string('exit');
csvWrite(lista,'lista.bat');
```



```

dos('lista.bat');
mdelete('lista.bat');
sleep (10000);
    while isfile('*.bat')==%T      //Verifica se a simulação finalizou
        sleep (2000)
    end
sleep (2000);

//Cálculo da potência acústica
punch_FR=mgetl(FR_new+'.pch');      //Leitura do arquivo de resultados
freq_line=grep(punch_FR,'$FREQUENCY'); //Localização da linha inicial de cada bloco de frequência de excitação
num_freq=length(freq_line);        //Contagem das frequências de excitação presentes no arquivo
num_nodes=length(grep(punch_FR,' G '))/num_freq; //Contagem dos nós por bloco de frequência de excitação

//Inicialização de variáveis
freq_Hz=zeros(num_freq,1);
k=zeros(num_freq,1);
R_aux2=zeros(size(r_ij,1),size(r_ij,1));
vel=zeros(num_nodes,1);
PW_aux=zeros(num_freq,1);
PW=zeros(num_freq,1);
PWL=zeros(num_freq,1);
STL=zeros(num_freq,1);
freq_band=zeros(size(band,1));
PW_band=zeros(size(band,1));
PWL_band=zeros(size(band,1));
STL_band=zeros(size(band,1));

//Construção do vetor de Frequências de excitação
for m=1:num_freq
    freq_Hz(m)=strtod(stripblanks(part(punch_FR(freq_line(m)),14:32)));
end

for p=1:num_freq
    //Matriz de resistência à radiação
    k(p)=2*%pi*freq_Hz(p)/c_air;
    R_aux1=((2*%pi*freq_Hz(p))^2*rho_air*Se^2)/(4*%pi*c_air);

    for i=1:size(r_ij,1)
        for j=1:size(r_ij,2)
            if i==j then
                R_aux2(i,j)=1;
            else
                R_aux2(i,j)=sin(k(p)*r_ij(i,j))/(k(p)*r_ij(i,j));
            end
        end
    end
end

```

```

    end
end

R=R_aux1*R_aux2; //Matriz de resistência à radiação

//Construção do vetor de velocidades em coordenadas polares
line=freq_line(p)+1;
for q=1:num_nodes
    Re=strtod(stripblanks(part(punch_FR(line),58:75)));
    Im=strtod(stripblanks(part(punch_FR(line+2),58:75)));
    vel(q)=complex(Re,Im);
    vel_H=vel';
    line=line+4;
end

//Determinação das RF's de potência acústica
PW_aux(p)=vel_H*R*vel;
PW(p)=sqrt(real(PW_aux(p))^2+imag(PW_aux(p))^2); //Potência acústica (W)
PWL(p)=10*log10(PW(p)/PW_ref); //Nível de potência sonora (dB)
STL(p)=10*log10(PW_input/PW(p)); //Perda de transmissão(dB)
end

//Determinação dos valores de pico
[PW_max,x]=max(PW);
f_PW_max=freq_Hz(x);
PWL_max=PWL(x);

//Potência acústica média
PW_avg=inttrap(freq_Hz,PW)/(freq_Hz(num_freq)-freq_Hz(1)); //Potência média calculada por integração
PWL_avg=10*log10(PW_avg/PW_ref); //Nível de potência sonora média calculada a partir da potência média
STL_avg=10*log10(PW_input/PW_avg); //Perda de transmissão média calculada a partir da potência média

//RF's de potência acústica em bandas de 1/3 Oitava
for bb=1:12
    fb_lower=band(bb*3-2); //Limite inferior da banda
    fb_center=band(bb*3-1); //frequência central da banda
    fb_upper=band(bb*3); //Limite superior da banda

    x1=min(find(freq_Hz>fb_lower)); //Localização da banda no vetor de frequências completo
    x2=max(find(freq_Hz<fb_upper)); //Localização da banda no vetor de frequências completo

    //Determinação das RF's de potência acústica
    PW_band_avg=inttrap(freq_Hz(x1:x2),PW(x1:x2))/(freq_Hz(x2)-freq_Hz(x1));
    PWL_band_avg=10*log10(PW_band_avg/PW_ref);
    STL_band_avg=10*log10(PW_input/PW_band_avg);
end

```

```

//Vetores de RF por bandas
cc=bb;
freq_band(cc*3-2:cc*3)=[fb_lower;fb_center;fb_upper];
PW_band(cc*3-2:cc*3)=PW_band_avg;
PWL_band(cc*3-2:cc*3)=PWL_band_avg;
STL_band(cc*3-2:cc*3)=STL_band_avg;
end

//Escrita dos arquivos de resultados
file_FR_results='FR_'+string(run)+'.tab';
file_FR_results_band='FR_'+string(run)+'_band.tab';
format('e',12);
csvWrite(['freq_Hz' 'Power_W' 'PWL_dB' 'STL_dB';strsubst(string([freq_Hz PW PWL
STL]),'D','E')],file_FR_results,ascii(9));
csvWrite(['freq_Hz' 'Power_W' 'PWL_dB' 'STL_dB';strsubst(string([freq_band PW_band PWL_band
STL_band]),'D','E')],file_FR_results_band,ascii(9));
format("v");

//Deleta os arquivos de simulação gerados em cada passo
mdelete(FR_new);

FR=[f_PW_max PW_max PWL_max PW_avg PWL_avg STL_avg];
endfunction

```

APÊNDICE C – Cálculo analítico das frequências naturais de placas retangulares

De acordo com Blevins (1995), as frequências naturais exatas dos 6 primeiros modos de vibrar de uma placa retangular, homogênea e engastada em todos os lados pode ser determinada através da seguinte expressão:

$$f_{mn} = \frac{\lambda_{mn}^2}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}}$$

onde a e b são as dimensões da placa, h é a espessura, $D = E h^3 / [12(1 - \nu^2)]$ é a rigidez estática à flexão da placa, E , ρ e ν são, respectivamente, o módulo de elasticidade, a densidade e o coeficiente de Poisson do material, m e n são os índices modais nas direções de a e b , e λ_{mn}^2 é um parâmetro modal calculado para algumas relações a/b e que são apresentados na **Tabela C.1**.

Tabela C.1 – Parâmetro modal λ_{mn}^2 para placas retangulares engastadas em todos os lados.

Modo	a/b = 0.4		a/b = 2/3		a/b = 1.0	
	(m, n)	λ_{mn}^2	(m, n)	λ_{mn}^2	(m, n)	λ_{mn}^2
1	(1,1)	23.648	(1,1)	27.010	(1,1)	35.992
2	(1,2)	27.817	(1,2)	41.716	(2,1)	73.413
3	(1,3)	35.446	(2,1)	66.143	(1,2)	73.413
4	(1,4)	46.702	(1,3)	66.552	(2,2)	108.27
5	(1,5)	61.554	(2,2)	79.850	(3,1)	131.64
6	(2,1)	63.100	(1,4)	100.85	(1,3)	132.24

Fonte: Blevins (1995).