Inês Aparecida Gasparotto Boaventura

Números Fuzzy em Processamento de Imagens Digitais e Suas Aplicações na Detecção de Bordas

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Processamento de Sinais e Instrumentação.

Orientador: Prof. Dr. Adilson Gonzaga

São Carlos
2010

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato(a): Bacharel **INÊS APARECIDA GASPAROTTO BOAVENTURA.**

Tese defendida e julgada em 26/03/2010 perante a Comissão Julgadora:

APROVADA

Prof. Associado **ADILSON GONZAGA – (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADA

Prof. Dr. **APARECIDO NILCEU MARANA**
(Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho"/UNESP/Campus de Bauru)

APROVADA

Prof. Associado **IVAN NUNES DA SILVA**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADA

Prof. Dr. **MARCELO ANDRADE DA COSTA VIEIRA**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADA

Profª. Titular **AGMA JUCI MACHADO TRAINA**
(Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação/USP)

Prof. Titular **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

Dedico ...

Ao Maurílio e a meus filhos Fábio, Marcelo e Marina, os amores de minha vida.

Agradecimentos

Ao Prof. Adilson Gonzaga, pela competência com que orientou este trabalho, pela receptividade no início do doutorado, pela amizade e, pelo apoio e estímulo durante esses anos de trabalho conjunto.

À Escola de Engenharia de São Carlos pela oportunidade de realização do curso de pós-graduação de doutorado.

Um agradecimento especial aos professores com quem tive a honra de estudar, Prof. Dr. Adilson Gonzaga e Prof. Dr. Ivan Nunes da Silva, pelo ensino e pelas aulas brilhantes.

A todos os funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos, pelos trabalhos prestados durante todos esses anos na USP.

Aos colegas e funcionários do Departamento de Ciências de Computação e Estatística (DCCE) do IBILCE/UNESP, pelo apoio recebido para a concretização deste trabalho, em especial à secretária do departamento Olga Maria Rissi Ferreira e aos colegas Profa. Dra. Rogéria Cristiane Gratão de Souza e Prof. Dr. Maurílio Boaventura.

Ao meu amado esposo Maurílio, agradeço pelo incansável incentivo, pela companhia e força nas horas difíceis, por assumir o gerenciamento das tarefas domésticas nesses anos todos, pela compreensão e paciência nos momentos de ausência.

A todos que, direta e indiretamente contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

Resumo

BOAVENTURA, I.A.G. **Números Fuzzy em Processamento de Imagens Digitais e Suas Aplicações na Detecção de Bordas**. 2010. 218 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma nova abordagem, baseada no conceito de números fuzzy, para detecção de bordas em imagens digitais chamado FUNED (*Fuzzy Number Edge Detector*). A técnica de detecção de bordas implementada pelo FUNED considera uma vizinhança local dos pixels da imagem, definida pelo usuário e, baseado no conceito de números fuzzy, é verificado se um pixel pertence ou não aquela região da imagem, com base na intensidade dos tons de cinza que compõem a região. O pixel que não pertence à região, é então classificado como um possível pixel de borda. Através de uma função de pertinência, a técnica proposta fornece uma matriz de pertinência em tons de cinza e, pela escolha de um limiar, as bordas da imagem são segmentadas. Para a modelagem do problema, os tons de cinza são considerados como números fuzzy e, para cada pixel $g_{i,j}$ da imagem, calcula-se a sua pertinência em relação a uma determinada região, considerando os vizinhos que possuem níveis de cinza *próximos de* $g_{i,j}$. Ao considerar os valores de cinza como números fuzzy, incorpora-se a variabilidade inerente dos valores de cinza de imagens, proporcionando assim uma abordagem mais adequada ao tratamento de imagens digitais, em comparação ao tratamento clássico, baseado em uma formulação analítica. Para avaliação do desempenho da técnica, foram usadas imagens sintéticas e imagens reais em tons de cinza, obtidas na literatura, e realizados testes qualitativos e quantitativos. Para a realização dos testes quantitativos, foi desenvolvida uma nova metodologia de avaliação de detectores de bordas baseada na análise ROC. O processo de avaliação desenvolvido considera diferentes medidas, que são tomadas comparando-se as bordas obtidas com as bordas ideais. Os resultados da avaliação de desempenho mostraram que o FUNED é eficaz computacionalmente quando comparado aos detectores de Canny e de Sobel e, também a outras abordagens fuzzy. A técnica permite ao usuário o ajuste dos seguintes parâmetros: o tamanho da vizinhança local, o suporte de um número fuzzy e o limiar. O ajuste desses parâmetros proporciona diversas possibilidades de visualização das bordas de uma imagem, permitindo a escolha de detalhes da imagem. A implementação computacional do FUNED é intuitiva e com bom desempenho tanto para obtenção de bordas como em tempo de processamento, sendo adequada para aplicações em tempo real com implementação em hardware.

Palavras Chaves: Processamento de imagem; detector de bordas; número fuzzy.

Abstract

BOAVENTURA, I.A.G. **Fuzzy Numbers in Digital Image Processing and its Aplications on Edge Detection**. 2010. 218 f. PhD. Thesis - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

The purpose of this work is to introduce a new approach, based on fuzzy numbers, for edge detection in gray level images. The proposed approach is called FUNED (Fuzzy Number Edge Detector). The edge detection technique, implemented by FUNED, considers a local neighborhood of image pixels, defined by the user and, based on fuzzy numbers concept, it is verified whether a pixel belongs to that image region, according to the gray level intensity in the region. The pixel that does not belong to the region is then classified as a possible edge pixel. Therefore, through a membership function, the proposed technique provides a membership matrix in gray levels and, through the choice of a threshold, the image edges are segmented. For the modeling of the problem, the gray levels are considered fuzzy numbers and, for each pixel $g_{i,j}$ of the image, it is computed its membership regarding to a specific region, considering the neighbors presenting gray levels *near* $g_{i,j}$. When considering gray-values as fuzzy numbers, the inherent variability of the image gray values are incorporated, thus promoting a more powerful approach for the treatment of digital images as compares with the classic treatment based on analytical formulation. For the assessment of the performance of the technique, it was used gray-level synthetics and real images, obtained from the literature, and qualitative and quantitative tests were carried out. To achieve the quantitative tests, it was developed a new methodology for evaluating edge detectors based on ROC analysis. The evaluation process developed considers various measures, that are taken by comparing the edges obtained with the ideal edges. The results of the assessment showed that the FUNED is more computationally efficient when compared to the results obtained by Canny and Sobel detectors and, also to other fuzzy approaches. The technique allows the user to adjust several parameters. The adjustment of these parameters provide several image edge visualization possibilities, which allow the choice of details in the image. The computational implementation of FUNED is intuitive and with good performance both for obtaining edges as in processing time, being suitable for real time applications with hardware implementation.

Keywords: Image processing; edge detector; fuzzy number.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações Iniciais

A área de visão computacional, em geral, e processamento de imagens, em particular, tem um papel importante na vida humana. Atualmente, o campo de processamento de imagens tem inúmeras aplicações comerciais, científicas, industriais, médicas, militares, de entretenimento e outras. Todas essas aplicações resultam da interação entre pesquisas científicas fundamentais, e o desenvolvimento de novas tecnologias de alto padrão. Essa interação contínua levou a uma área de pesquisa ativa e bastante ampla. Alguns tópicos bem conhecidos em processamento de imagens são melhoria da qualidade da imagem (filtragem, redução de ruídos, realce, restauração), análise de imagem (detecção de borda, segmentação, reconhecimento de objetos, interpretação), compressão de imagem e reconstrução de imagem.

A fim de lidar com todos esses e outros problemas, várias técnicas foram desenvolvidas e introduzidas, muitas vezes com grande sucesso. Dentre as diferentes técnicas que estão atualmente em uso, encontram-se as técnicas fuzzy[1]. Novas técnicas são sempre interessantes de um ponto de vista puramente científico, mesmo que não venham a ter sucesso, uma vez que contribuem para o aprendizado, proporcionando um melhor entendimento e habilidade para manipular imagens. De um ponto de vista prático, existe grande interesse

[1]O termo fuzzy será utilizado neste trabalho como um termo técnico, por isso não destacado no texto, apesar da existência de sua tradução para o português como "nebuloso".

naquelas técnicas que podem oferecer algo além das técnicas já conhecidas. Baseado em muitas experiências bem sucedidas em aplicações da teoria de conjuntos fuzzy, as técnicas fuzzy agregam efetivamente valores às áreas de processamento de imagens e visão computacional.

Em geral, as técnicas fuzzy podem ser descritas como técnicas ou métodos que encontram sua origem na teoria de conjuntos fuzzy, mas que tem sido usadas e/ou adaptadas para serem aplicadas no campo de processamento de imagem. Na verdade, pode-se observar que imagens em tons de cinza e conjuntos fuzzy são representados da mesma maneira, permitindo o intercâmbio de técnicas entre os dois campos. O processamento de imagens também possui incertezas e imprecisões intrínsecas, por exemplo para determinar se um pixel é um pixel de borda ou não, ou se um pixel está contaminado com ruído ou não. Outro exemplo diz respeito às medidas de similaridade, que medem o grau em que duas imagens são similares entre si.

Neste trabalho será ilustrado o uso e o valor que as técnicas fuzzy agregam à área de processamento de imagens em geral e, em particular, aos detectores de bordas. Novos desenvolvimentos em detecção de bordas em imagens digitais serão mostrados, que utilizam a teoria fuzzy e, serão apresentadas também propostas de expansão da teoria desenvolvida.

1.2 Motivação do Trabalho

Bordas em uma imagem são uma das mais importantes pistas visuais para interpretar imagens. Detecção de borda é a abordagem mais comum para detectar descontinuidades significativas nos níveis de cinza. O processo de detecção de borda reduz uma imagem aos detalhes de contorno dos objetos que estão presentes na imagem e que, frequentemente, são usados em operações de análise de imagem para obtenção de características e reconhecimento de objetos. Os pixels de borda são definidos como localizações na imagem onde existe uma variação significativa nos níveis de cinza em uma direção fixa através de alguns pixels.

Existem diferentes métodos para detecção de bordas (GONZALEZ; WOODS, 2002), tais

como filtro de Sobel, filtro de Prewitt, filtro Laplaciano da Gaussiana, operadores baseados em momento, operador de Shen e Castan e o operador de Canny; mas esses métodos possuem os problemas de grande volume de cálculo, sensibilidade a ruídos e dificuldade de extrair bordas de imagens com iluminação não uniforme, presentes na maioria de imagens naturais.

Diversas técnicas caracterizam a detecção de bordas como um problema de raciocínio fuzzy. As técnicas existentes utilizam a teoria fuzzy de diversas maneiras. Bloch et al. (1996) utilizaram conjuntos fuzzy como a base de um método de extração de borda morfológico, Russo (1998) utilizou operadores baseados em regras SE-ENTÃO-SENÃO para detecção de bordas. Liang, Basallo e Looney (2001) e Liang e Looney (2003) propuseram um classificador fuzzy que agrega regras fuzzy e uma rede neural para classificar pixels de borda e não borda. Miosso e Bauchpiess (2001) desenvolveram um sistema de inferência fuzzy para detecção de bordas. Bustince et al. (2009) propuseram um detector de bordas baseado em conjuntos fuzzy intervalos valorados (IVFS). Chaira e Ray (2008) utilizaram conjuntos fuzzy intuicionista como base para um detector de bordas. Jacquey, Comby e Strauss (2008) adaptaram o filtro de Prewitt utilizando conceito de lógica fuzzy para aplicação em imagens omnidirecional. Hu, Cheng e Zhang (2007) também utilizaram regras de inferência fuzzy para o desenvolvimento de um detector de bordas.

A principal motivação para este trabalho é propor soluções mais compactas, mais intuitivas e mais rápidas para o problema de detecção de bordas em imagens digitais utilizando técnicas fuzzy.

1.3 Objetivo do Trabalho

O principal objetivo deste trabalho consiste em definir um novo método de aplicação da teoria de conjuntos fuzzy para ser utilizado em processamento de imagens, em especial na obtenção de bordas de imagens digitais. O novo método não está fundamentado em sistemas fuzzy baseados em regras. A nova aplicação da teoria fuzzy consiste em operar diretamente no domínio espacial da imagem, tratando os seus pixels como números fuzzy.

1.4 Justificativa

A principal razão para a investigação das potencialidades das técnicas fuzzy para processamento de imagem é o fato da lógica fuzzy gerenciar adequadamente informações vagas e ambíguas. Em segmentação de imagem, por exemplo, é comum se ter dúvidas sobre onde está exatamente o limite de uma determinada região, ou então, se uma dada região pode ser considerada homogênea ou não, ou ainda, sobre a necessidade de aplicação de técnicas de filtragem de ruídos, técnicas de realce de bordas, ou técnicas de suavização.

Outra razão é o fato da lógica fuzzy possuir uma formulação matemática adequada para representação e processamento do conhecimento especialista. O conceito de variável linguística e regras fuzzy tem um papel fundamental. O fato de aproximar o processamento computacional do raciocínio humano, faz com que as máquinas de inferência fuzzy possam ser desenvolvidas usando o conhecimento especialista. As técnicas baseadas em regras, por exemplo, são expressas em termos de condições. Em aplicações reais, contudo, as condições são geralmente parcialmente satisfeitas. Por exemplo, a questão de homogeneidade em uma vizinhança nem sempre pode ser respondida utilizando a teoria de lógica tradicional. As regras fuzzy permitem que ações sejam parcialmente tomadas.

Embora existam diversas técnicas fuzzy para a extração de bordas, em geral, essas técnicas são complexas, pouco intuitivas, requerem grande esforço para implementação e são computacionalmente custosas. A interpretação direta da imagem por números fuzzy é bastante adequada, uma vez que os números fuzzy refletem bem as incertezas dos níveis de cinza em uma imagem. Além disso, essa abordagem possui menor complexidade de implementação e pode ser implementada em hardware.

1.5 Contribuições Inovadoras

Como contribuições desta tese tem-se:

1. Nova abordagem baseada em números fuzzy para a detecção de bordas em imagens - FUNED;

2. Nova abordagem para detecção da direção de bordas em imagens de borda não derivativas;

3. Desenvolvimento da técnica de Supressão de Não Máximos Adaptada.

4. Uma metodologia para avaliação de métodos de extração de bordas em imagens digitais.

1.6 Organização da Tese

No presente capítulo faz-se a introdução dos temas abordados nesta tese, mencionando a motivação, os objetivos propostos, as justificativas, as contribuições inovadoras e apresentando a organização da tese, sintetizando os assuntos abordados nos vários capítulos.

No capítulo 2 são apresentados os conceitos preliminares necessários para a formulação da abordagem proposta, onde os fundamentos da teoria de conjuntos fuzzy e números fuzzy são fornecidos.

No capítulo 3 são descritos os fundamentos e aplicações da teoria fuzzy em processamento de imagens.

No capítulo 4 são apresentadas algumas aplicações da teoria fuzzy em melhoria de imagens, segmentação de imagens e detecção de bordas, com vistas à proposta da nova abordagem.

No capítulo 5 são descritos a teoria da nova abordagem fuzzy para o detector de borda, o método para orientação de bordas por análise de vizinhança, a técnica de supressão de não máximos através das estimativas de orientações de bordas e, finalmente, uma proposta de avaliação quantitativa para detectores de bordas.

No capítulo 6, os resultados experimentais são mostrados e amplamente discutidos

No capítulo 7 são feitas as conclusões finais da tese e propostas para continuidade deste trabalho.

1.7 Trabalhos Publicados

Os principais aspectos desta tese de doutorado foram publicados em:

Artigo publicado em revista internacional

BOAVENTURA, I. A. G., GONZAGA, A. Edge Detection in Digital Images Using Fuzzy Numbers. (artigo convidado) *International Journal of Innovative Computing and Applications*, , v.2, p.1 - 12, 2009.

Trabalhos publicados em anais de eventos (completo)

BOAVENTURA, I.A.G., GONZAGA, A. Avaliação Quantitativa de um Método Automático de Extração de Bordas em Imagens Digitais *In: Anais do XXXII Congresso Nacional de Matematica Aplicada e Computacional*, 2009, Cuiabá.

BOAVENTURA, I.A.G., GONZAGA, A. Método de Avaliação de Detector de Bordas em Imagens Digitais *In: Anais do V Workshop de Visão Computacional*, 2009, São Paulo.

BOAVENTURA, I. A. G., GONZAGA, A. Orientação de Bordas em Imagens Digitais: Abordagem por Análise de Vizinhança Local. *In: Anais do IV Workshop de Visão Computacional*, Bauru, 2008.

BOAVENTURA, I. A. G., GONZAGA, A. Border Detection in Digital Images: an Approach by Fuzzy Numbers. *In: Intelligent Systems Design and Applications (ISDA), Rio de Janeiro. Seventh International Conference on Intelligent Systems Design and Applications. IEEE Computer Society Press*, 2007. p.341 - 346

BOAVENTURA, I. A. G., GONZAGA, A. Uma abordagem Fuzzy para detecção de bordas em imagens digitais. *In: Anais do XXX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*, Florianópolis, 2007. p.7 páginas

BOAVENTURA, I. A. G., GONZAGA, A. Realce de Bordas em Imagens Digitais: Uma Abordagem por Números Fuzzy. *In: Anais do II Workshop de Visão Computacional*, São Carlos, 2006, p.329 - 335

Trabalhos publicados em anais de eventos (resumo)

BOAVENTURA, I. A. G., GONZAGA, A. Method to Evaluate the Performance of Edge Detector *In: 22nd Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing*, 2009, Rio de Janeiro.

BOAVENTURA, I. A. G., GONZAGA, A. Uma abordagem não derivativa para estimativa de orientação local de bordas em imagens digitais. *In: XXXI Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*, Belém, v.1. p.1-1, 2008.

Capítulo 2

Teoria de Conjuntos Fuzzy e Números Fuzzy

2.1 Considerações Iniciais

A teoria de conjuntos fuzzy foi introduzida por Zadeh (1965) com o objetivo principal de dar um tratamento matemático a conceitos vagos e subjetivos existentes na comunicação humana. Termos linguísticos subjetivos como "aproximadamente", "em torno de", dentre outros, definem conceitos imprecisos que não podem ser tratados adequadamente com os conjuntos convencionais. Esse seria um primeiro passo no sentido de se programar e armazenar conceitos vagos em computadores, tornando possível a produção de cálculos com informações imprecisas, a exemplo do que faz o ser humano. Formalmente, a teoria de conjuntos fuzzy foi concebida como uma generalização da teoria convencional dos conjuntos, fornecendo a instrumentação básica necessária ao estender a definição de operações como pertinência de um elemento, união e intersecção, complemento, continência, leis de DeMorgan, leis distributivas, convexidade e operações algébricas entre conjuntos.

Dados numéricos fuzzy podem ser representados por meio de subconjuntos fuzzy reais, conhecido como números fuzzy. Os números fuzzy modelam quantidades imprecisas que tendem a estar presentes quando se descreve sistemas complexos. Os números fuzzy podem ser usados para modelar quantidades numéricas aproximadas, permitindo fazer o

modelo matemático de expressões linguísticas tais como "muito", "no mínimo", "aproximadamente", e também dos quantificadores ou cardinalidade fuzzy.

A teoria fuzzy é um assunto bastante extenso e não é intenção esgotá-la neste capítulo. O objetivo do mesmo é apresentar um breve resumo da teoria de conjuntos fuzzy e números fuzzy, enfocando os tópicos que são de interesse para implementação das técnicas fuzzy aplicadas a imagens. A teoria dos números fuzzy e a aritmética fuzzy são apresentadas, e são mostradas a extensão das operações algébricas usuais sobre os números reais para operar com quantidades incertas, sob o ponto de vista da teoria de conjuntos fuzzy.

2.2 Princípios de Conjuntos Fuzzy

Os conjuntos clássicos (crisp) contém elementos que satisfazem propriedades precisas, em que seus elementos são classificados em categorias (enumerável ou não) muito bem definidas, de forma a pertencer ou não a uma dada categoria. Por exemplo, o conjunto de números naturais entre 15 e 20 é descrito por $A = \{x \in N | 15 \leq x \leq 20\}$, ou então em temos de uma função de pertinência $\mu_A(x)$ dada por:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & se\ x\ \in\ A \\ 0 & caso\ contrário \end{cases} \tag{2.1}$$

Todo número inteiro está ou não em A. Pelo fato de $\mu_A(x)$ mapear todos os números inteiros em uma imagem de dois elementos $\{0, 1\}$, os conjuntos clássicos correspondem a uma lógica bivalorada ou lógica *Booleana*: sim ou não, 0 ou 1, preto ou branco, e assim por diante. Entretanto, existem casos em que a pertinência entre elementos e conjuntos não é precisa, isto é, não se sabe dizer se um dado elemento pertence efetivamente a um determinado conjunto. Entretanto, pode ser plausível dizer qual elemento do universo de discurso "melhor" se enquadra ao termo que caracteriza o conjunto.

Os conjuntos fuzzy lidam com o conceito de verdade parcial, verdade entre 1 (completamente verdadeiro) e 0 (completamente falso). Essa verdade parcial, denominada lógica fuzzy, reflete a incerteza inerente ao problema a ser resolvido e difere completamente de uma abordagem probabilística.

A probabilidade é um modo de tratar a incerteza proveniente da falta de informação. A probabilidade varia de 0 (incerteza absoluta) a 1 (certeza absoluta) de um evento estar associado a um conceito (por exemplo, uma *ocorrência* de um evento)

A vaguidade, por outro lado, mede quanto uma instância (ou valor numérico) se ajusta com um conceito (ou significado ideal). Ela não se altera com o tempo, sendo uma propriedade intrínseca de um evento ou objeto. A possibilidade refere-se a um evento (ou propriedade de um objeto) poder ser verificado em relação a um conceito ou uma informação. A teoria dos conjuntos fuzzy é tratada como uma espécie possibilística de vagueza dos elementos em relação aos conjuntos.

Um exemplo que ilustra bem a diferença entre os conceitos de probabilidade e vaguidade, dado por Bezdek et al. (2005) é o seguinte: suponha que você esteja no deserto com duas garrafas marcadas como A e B. No rótulo da garrafa A lê-se: "a probabilidade desta garrafa conter líquido potável é 0,91". Na garrafa B, "o grau de pertinência do conteúdo desta garrafa em relação ao conjunto dos líquidos potáveis é 0,91". Qual das duas você escolheria para beber? O valor de pertinência significa que o conteúdo de B tem um grau de 0,91 de similaridade com um líquido potável, podendo ser, por exemplo, cerveja ou água tônica. A probabilidade significa que, dentre um conjunto de garrafas observadas, 91 em 100 possui um líquido potável, e as outras 9 em 100 pode conter um líquido mortal. Continuando a idéia da observação, suponha que você examinou os conteúdos de A e B e descobriu conterem ácido clorídrico e água de batata, respectivamente. Após a observação, o valor de pertinência de B permanece, enquanto que a probabilidade da afirmação sobre A cai para zero.

A idéia de conjuntos fuzzy é simples e natural. Por exemplo, deseja-se definir, para um problema de processamento de imagens, um conjunto de níveis de cinza que compartilham a propriedade escuro. Na teoria clássica de conjuntos determina-se um limiar, como por exemplo, o nível de cinza 100. Todos os níveis de cinza entre 0 e 100 são elementos escuros, os outros níveis de cinza não pertencem ao conjunto, conforme ilustra a Figura 2.1(a). A propriedade escuro pode ser melhor definida através de grau de pertinência. Assim, um conjunto fuzzy modela de maneira mais natural essa propriedade. Uma das formas para

definir esse conjunto consiste de dois limiares, como por exemplo, níveis de cinza 50 e 150. Todos os níveis de cinza menores que 50 possuem pertinência total ao conjunto escuro, ao passo que todos os níveis de cinza maiores que 150 não são membros do conjunto. Os níveis de cinza entre 50 e 150, contudo, tem uma pertinência parcial ao conjunto escuro, de acordo com uma função de pertinência. A Figura 2.1(b) ilustra a representação de "níveis de cinza escuro" por meio de um conjunto fuzzy.

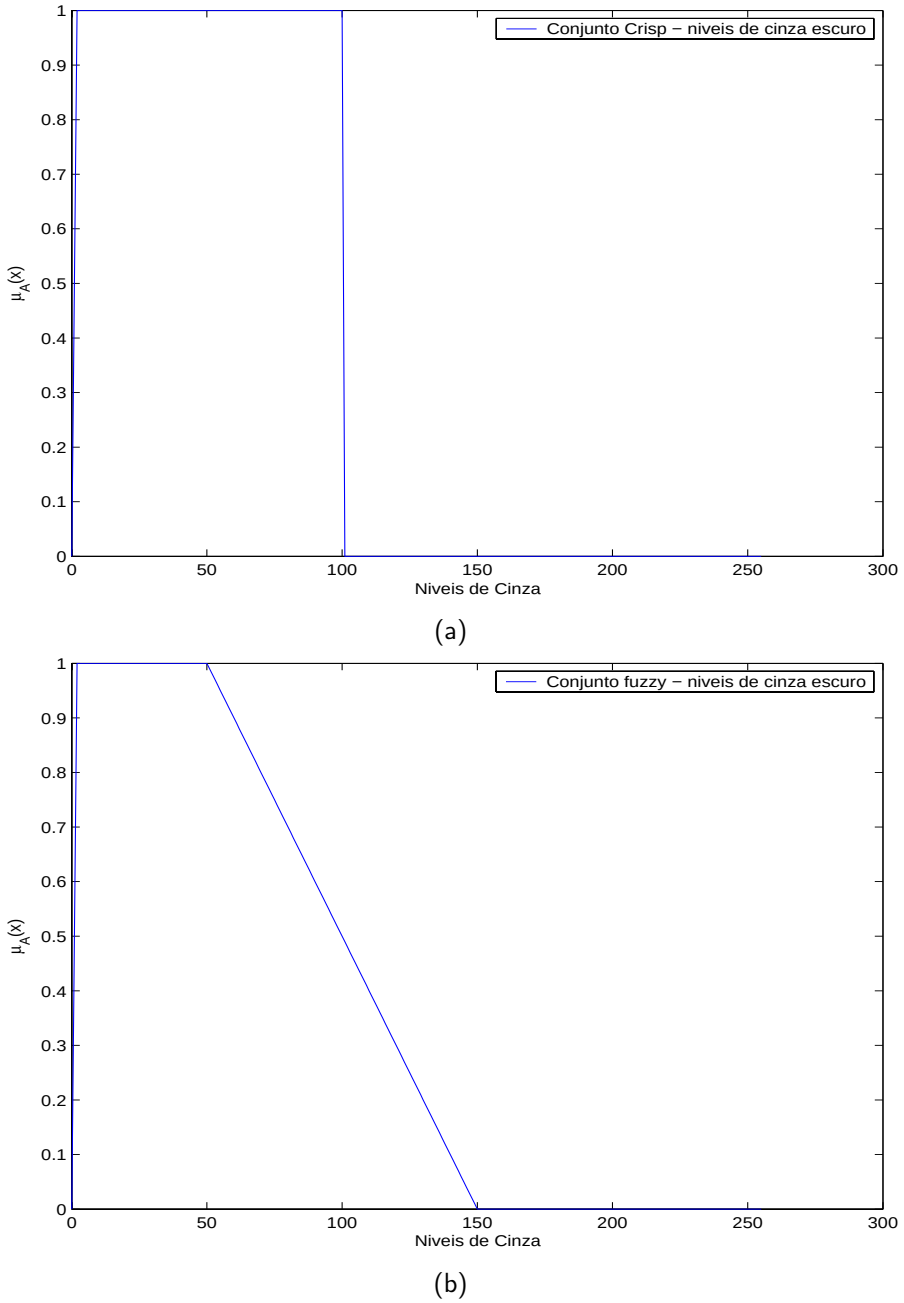


Figura 2.1: Representação de "níveis de cinza escuro" com um conjunto crisp e um conjunto fuzzy.

2.3 Fundamentos Básicos de Conjuntos Fuzzy

Seja X o conjunto universo e seja A um subconjunto convencional de X. A função de pertinência, ou função característica, de $A \subseteq X$ assume valores 1 para elementos de A e 0 para elementos de $X - A$, $\mu_A : X \rightarrow \{0, 1\}$. Portanto, pode-se concluir que para a teoria de conjuntos convencionais, um determinado elemento, pertence ou não pertence a um conjunto A.

Na teoria de conjuntos fuzzy, seja X o conjunto universo. Um *conjunto fuzzy* A de X é associado com a função característica $\mu_A : X \rightarrow \{0, 1\}$ em que elementos poderão pertencer parcialmente ao conjunto A.

Definição 1: Conjunto Fuzzy. Seja X o conjunto universo. Um *conjunto fuzzy* A é um subconjunto de X, definido como um conjunto de pares ordenados, tais que:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\} \tag{2.2}$$

sendo que $\mu_A(x)$ é chamada de função de pertinência ou função característica do conjunto A, em que se atribui a cada elemento de X um certo grau de pertinência que varia entre 0 e 1.

O conjunto universo X pode ser composto por elementos discretos ou ser um espaço contínuo. Como consequência, o subconjunto fuzzy A também pode ser discreto ou contínuo.

Definição 2: Conjunto Fuzzy Normalizado. Um conjunto fuzzy A é normalizado se existe pelo menos um elemento $x \in X$ tal que $\mu_A(x) = 1$.

Definição 3: Altura. A altura de um conjunto fuzzy A é o grau de pertinência máximo de A:

$$Altura(A) = max\{\mu_A(x) : x \in A\} \tag{2.3}$$

Definição 4: Suporte de um Conjunto Fuzzy. Seja A um subconjunto fuzzy de X, o suporte de A é o subconjunto de X cujos elementos tem grau de pertinência não-nulo em relação a A:

$$Suporte(A) = \{x \in X : \mu_A(x) > 0\} \tag{2.4}$$

Definição 5: Cardinalidade. A cardinalidade de um conjunto fuzzy A é a soma dos graus de pertinência de todos os elementos de A, os quais pertencem a um conjunto universo X:

$$Cardinalidade(A) = \sum_{x \in X} \mu_A(x) \tag{2.5}$$

Definição 6: Corte-α em Conjunto Fuzzy. Um corte α em um conjunto fuzzy A é especificado por um conjunto ordinário (*crisp*) que contém todos os elementos de A, pertencentes ao universo X, que possuem grau de pertinência maior ou igual a α, ou seja:

$$A_\alpha = \{x \in X : \mu_A(x) \geq \alpha\} \tag{2.6}$$

A partir deste conceito pode-se inferir que para $\alpha = 1$, A_α corresponde aos elementos de X que pertencem a A, com o conceito de pertinência dos conjuntos *crisp*.

Definição 7: Teorema da Representação. Este teorema afirma que qualquer conjunto fuzzy A pode ser decomposto em uma série de cortes-α:

$$A = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} (\alpha A_\alpha) \tag{2.7}$$

2.4 Operações Básicas com Conjuntos Fuzzy

Para os sistemas que utilizam a lógica fuzzy, o processamento de informações fuzzy consiste normalmente de operações que são realizadas sobre seus conjuntos fuzzy. As operações principais são de agregração, combinação e comparação entre conjuntos fuzzy.

Já as operações básicas de união, intersecção e complemento em conjuntos fuzzy são geralmente definidas em função dos operadores *máximo*(max) e *mínimo* (min), os quais são análogos aos operadores produto e soma da álgebra elementar. Utilizando as funções max e min em dois conjuntos fuzzy A e B, definidos em um conjunto universo X, tem-se as seguintes definições:

Definição 8: Conjunto União. O conjunto união C entre dois conjuntos fuzzy A e B, pertencentes a um mesmo conjunto universo, $C = A \cup B$, é definido como:

$$\{x \in X : C(x) = max[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)\} \tag{2.8}$$

Definição 9: Conjunto Intersecção. Sejam A e B dois conjuntos fuzzy de X. O conjunto de intersecção de A e B, $D = A \cap B$, é definido como:

$$\{x \in X : D(x) = min[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)\} \tag{2.9}$$

Definição 10: Conjunto Complemento. O conjunto complemento de um conjunto fuzzy A normalizado, pertencente ao conjunto universo X, é formado pela subtração de $\mu_A(x)$ do valor unitário. Formalmente, tem-se:

$$\{x \in X : \mu_A(x) = 1 - \mu_A(x)\} \tag{2.10}$$

No Anexo A pode-se encontrar uma descrição mais detalhada sobre os aspectos básicos de lógica fuzzy e suas operações relacionadas.

2.5 Números Fuzzy

De um modo geral, em um problema concreto, muitos números são idealizações de informações imprecisas, envolvendo valores numéricos. Estes são os casos de frases do tipo *em torno de*. Os números fuzzy permitem a quantificação da incerteza e imprecisão associada a uma dada informação. Grandezas do tipo *em torno de 8*, *perto de 50*, *aproximadamente 7* podem ser mapeadas por intermédio de números fuzzy. Os números fuzzy são constituídos por conjuntos fuzzy em que o conjunto universo é o conjunto dos números reais, cujos maiores valores de pertinência estão agrupados ao redor de um dado número real chamado o valor médio. A função de pertinência é monotônica em ambos os lados desse valor médio.

O conceito de números fuzzy, como subconjuntos dos números reais, é um paradigma apropriado para a representação de imprecisões em informações numéricas. Para que os números fuzzy possam ser utilizados é preciso que as operações aritméticas estejam bem definidas.

A primeira formulação para operações com números fuzzy foi dada por Zadeh (1975), baseada no princípio da extensão. Se $\perp$ denota uma operação aritmética binária (adição, subtração, multiplicação, divisão) e A e B são dois números fuzzy com funções de pertinência $A(x)$ e $B(y)$ então o número fuzzy $C = A \perp B$ pode ser definido como uma combinação de operações aritméticas de convolução nos elementos suporte e as operações lógicas realizadas nos graus de pertinência:

$$C(z) = \max_{z=x\perp y} [A(x) \wedge B(y)]. \tag{2.11}$$

Essas operações envolvem sequências de cálculos bastante tediosos.

Vários esquemas de representação e operações matemáticas com números fuzzy foram estudadas por Dubois e Prade (1978, 1980) que introduziram o conceito de aproximações L-R de números fuzzy e substituíram as operações do tipo convolução por operações baseadas em intervalos; como resultado eles obtiveram formas simplificadas da Equação (2.11) que são compatíveis com a álgebra intervalar.

2.5.1 Definição de Número Fuzzy

Um subconjunto fuzzy A é chamado de número fuzzy quando o conjunto universo no qual μ_A está definida, é o conjunto dos números reais $\mathbb{R}$ e que satisfaz as condições (BARROS; BASSANEZI, 2006):

(i) todos os cortes-α de A são não vazios, com $0 \leq \alpha \leq 1$;

(ii) todos os cortes-α de A são intervalos fechados de $\mathbb{R}$;

(iii) supp $A = \{x \in \mathbb{R} : \mu_A(x) > 0\}$.

A descrição de números fuzzy pode ser efetuada através da aplicação do teorema da representação, dado pela expressão (2.7), que diz que qualquer conjunto fuzzy pode ser especificado por meio de uma coleção de seus cortes-α.

Para um conjunto fuzzy A, um corte-α em A pode ser representado por um par de valores a_1^α e a_2^α que representam o domínio de um corte-α em A, conforme ilustrado pela Figura 2.2. Esta figura mostra que um corte-α em A produz o conjunto $A_\alpha = [a_1^\alpha, a_2^\alpha]$.

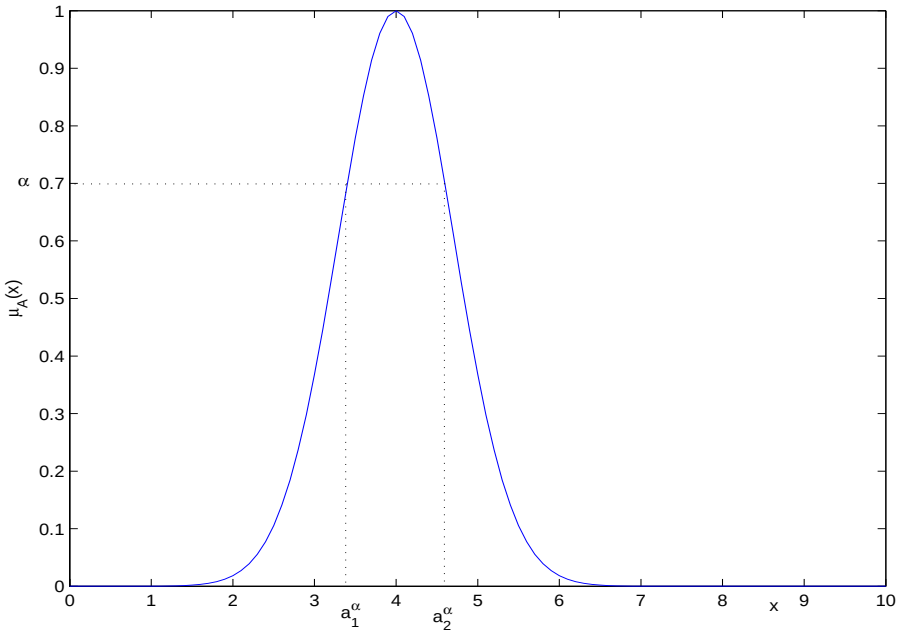


Figura 2.2: Representação de um corte-α em um número fuzzy.

Observa-se que todo número real r é um número fuzzy particular cuja função de pertinência é a sua função característica:

$$\chi_r(x) = \begin{cases} 1 & se\ x\ =\ r \\ 0 & se\ x\ \neq\ r \end{cases} \tag{2.12}$$

Os números fuzzy mais comuns são os *triangulares*, *trapezoidais* e aqueles *em forma de sino*, cujas definições são (BARROS; BASSANEZI, 2006):

Definição 11. Um número fuzzy A é dito triangular se a sua função de pertinência é da forma

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & se\ x\ \leq\ a \\ \frac{x-a}{g-a} & se\ a\ <\ x\ \leq\ g \\ \frac{x-b}{b-g} & se\ g\ <\ x\ <\ b \\ 0 & se\ x \geq\ b \end{cases} \tag{2.13}$$

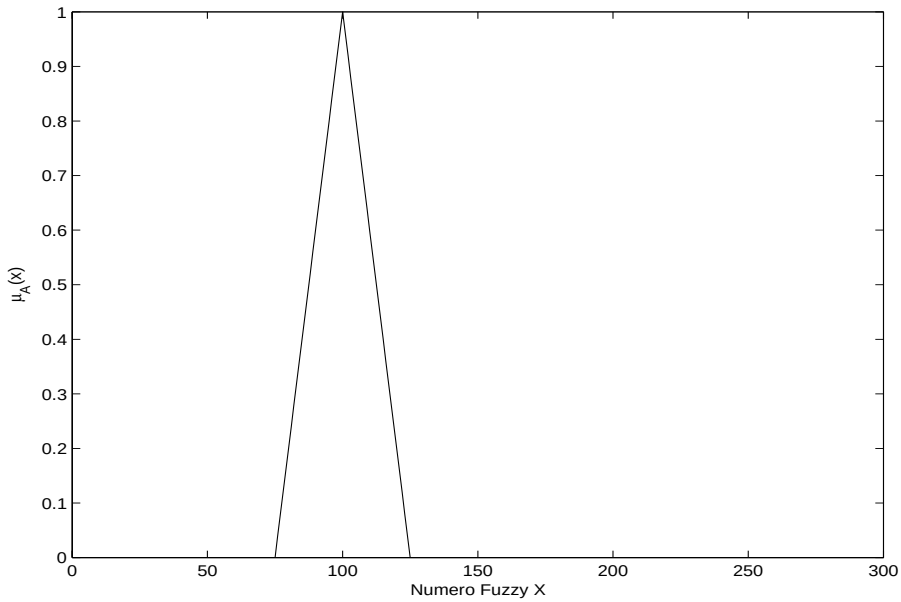
O gráfico da função de pertinência de um número fuzzy triangular tem a forma de um triângulo, tendo como base o intervalo [a,b] e, como único vértice fora desta base, o ponto $(g, 1)$.

Quando $g - a = b - g = \delta$, tem -se um número fuzzy triangular simétrico. Neste caso,

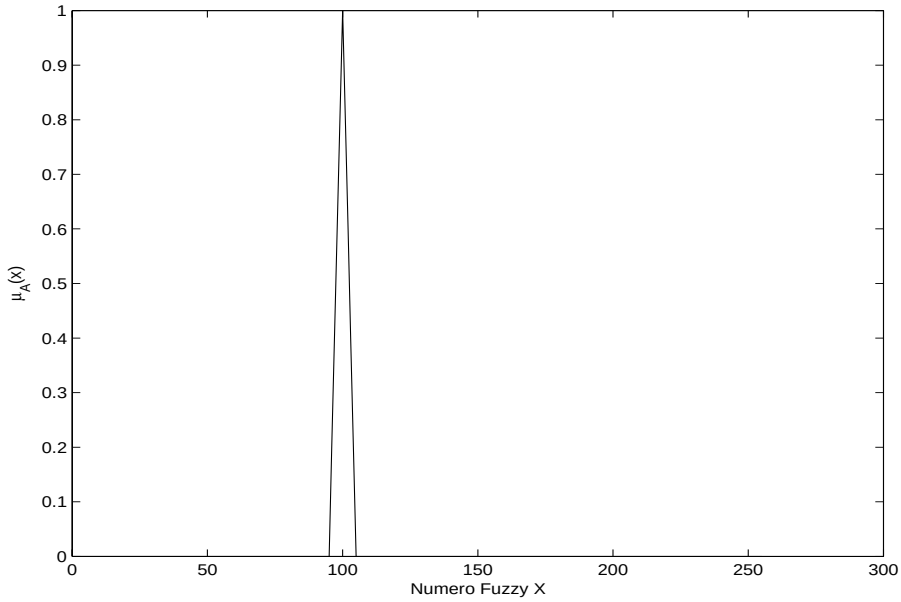
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 - \frac{|x-g|}{\delta} & se\ g - \delta\ <\ x\ \leq\ g + \delta \\ 0 & caso\ contrário \end{cases} \tag{2.14}$$

Jawahar e Ray (1996a) utilizaram em seu trabalho os números fuzzy triangulares simétricos, dados pela equação (2.14), que são compactos e suficientes para representar a noção de valores de cinza *ao redor de* g.

A ilustração gráfica do número fuzzy triangular e simétrico g = *'aproximadamente 100'* aparece na Figura 2.3. No item (a) desta figura foi considerado $\delta = 25$ e no item (b) o valor de $\delta = 5$. Isso significa que, no caso (a), existe uma maior tolerância para valores *próximos de 100* do que no caso (b), onde existe um intervalo menor de valores considerados *próximos de 100*. O parâmetro δ controla a base do triângulo que representa o número fuzzy e é chamado espalhamento do número fuzzy



(a)



(b)

Figura 2.3: (a) Representação do número fuzzy 'em torno de 100', com $\delta = 25$, (b) Representação do número fuzzy 'em torno de 100 com $\delta = 5$.

Definição 12. Um número fuzzy A é dito *trapezoidal* se sua função de pertinência tem a forma de um *trapézio*, sendo dada por

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & se\ a\ \leq x\ \leq\ b \\ 1 & se\ b \leq\ x\ \leq\ c \\ \frac{d-x}{d-c} & se\ c\ <\ x\ \leq\ d \\ 0 & caso\ contrário \end{cases} \tag{2.15}$$

A figura 2.4 traz a representação de um número fuzzy 'entre 100 e 150', com $\delta = 50$, cuja função de pertinência tem a forma de um trapézio.

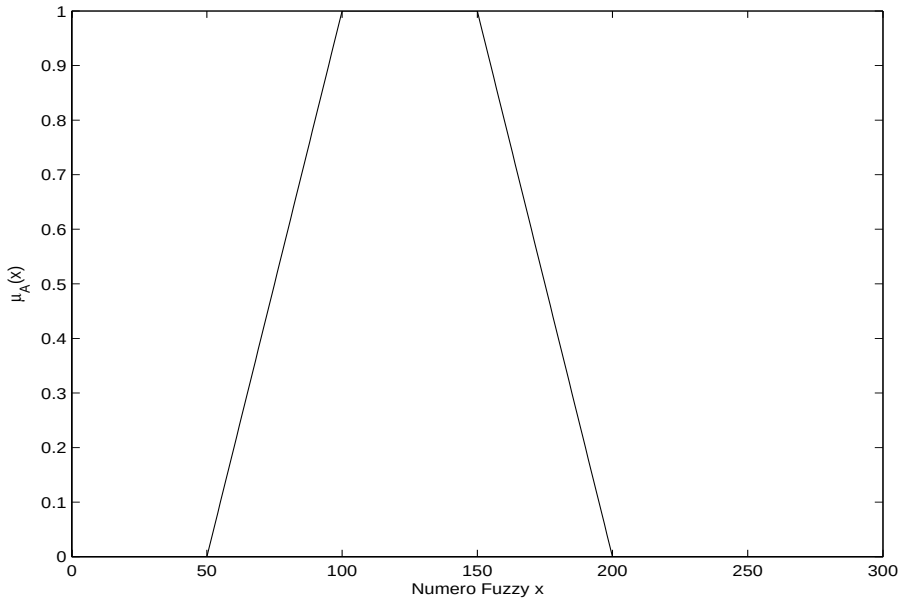


Figura 2.4: Representação do número fuzzy 'entre 100 e 150', com $\delta = 50$.

Definição 13. Um número fuzzy A tem a *forma de sino* se a função de pertinência for suave e simétrica em relação a um número real. A seguinte função de pertinência tem estas propriedades para g e δ (veja Figura 2.5)

$$\mu_A(x) = \begin{cases} exp(\frac{-(x-g)^2}{\delta}) & se\ g-\delta\ \leq x\ \leq\ g+\delta \\ 0 & caso\ contrário \end{cases} \tag{2.16}$$

2.5.2 Operações Aritméticas com Números Fuzzy

As operações aritméticas envolvendo números fuzzy estão estreitamente ligadas às operações aritméticas intervalares, que é um ramo da matemática desenvolvido para lidar

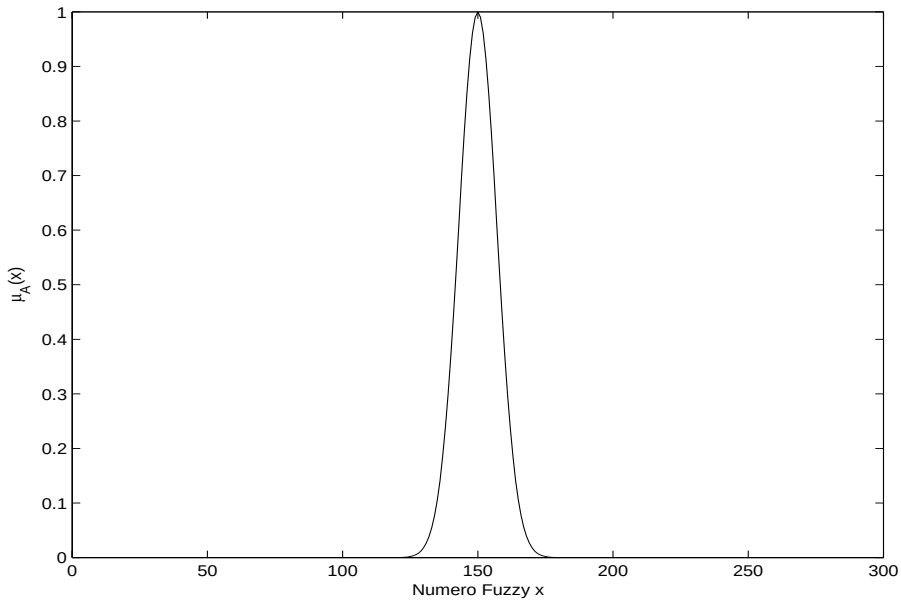


Figura 2.5: Representação do número fuzzy 'aproximadamente 150', com $\delta = 100$.

com o cálculo de tolerância (PEDRYCZ; GOMIDE, 1998). Neste cenário, os objetos básicos no qual se está interessado são os intervalos em $\mathcal{R}$. As operações aritméticas para intervalos estendem as respectivas operações para números reais. Um número real pode ser considerado como um intervalo fechado com extremos iguais.

Também as funções características de cada um dos intervalos obtidos, por meio das operações aritméticas intervalares, podem ser obtidas diretamente das respectivas operações para números reais pela aplicação do *princípio da extensão*, que é a ferramenta utilizada para a obtenção das operações aritméticas dos números fuzzy.

A seguir são mostradas as operações envolvendo os números fuzzy mediante operações aritméticas intervalares aplicadas sobre suas representações por cortes-α .

Adição entre Números Fuzzy. Sejam dois números fuzzy A e B definidos em um mesmo conjunto universo X, representados pelas respectivas funções de pertinência $\mu_A(x)$ e $\mu_B(x)$. A operação de adição entre A e B pode ser definida em função de seus respectivos cortes-α, ou seja:

$$A + B = [a_1^\alpha, a_2^\alpha] + [b_1^\alpha, b_2^\alpha] \tag{2.17}$$

cujo resultado da operação é dado por:

$$A + B = [a_1^\alpha + b_1^\alpha, a_2^\alpha + b_2^\alpha] = C^\alpha \tag{2.18}$$

Subtração entre Números Fuzzy. A subtração entre dois números fuzzy A e B, definidos em um mesmo conjunto universo X, é dada por:

$$A - B = [a_1^\alpha - b_2^\alpha, a_2^\alpha - b_1^\alpha] = C^\alpha \tag{2.19}$$

Assim, por meio do teorema da representação (Definição 7), obtém-se o conjunto fuzzy C representativo da operação $A - B$ através de seus respectivos cortes-α.

Multiplicação entre Números Fuzzy. A multiplicação entre dois números fuzzy A e B, especificados ambos em um mesmo conjunto universo, é também definida em função de seus respectivos cortes-α, ou seja:

$$A \times B = [a_1^\alpha, a_2^\alpha] \times [b_1^\alpha, b_2^\alpha], \tag{2.20}$$

obtendo-se como retorno da multiplicação os seguintes valores:

$$A \times B = [a_1^\alpha \times b_1^\alpha, a_2^\alpha \times b_2^\alpha] \; para \; \alpha \; \in \; [0, 1] \tag{2.21}$$

de forma análoga à adição e subtração, obtém-se o resultado da multiplicação através da composição de seus cortes-α.

Divisão entre Números Fuzzy. O procedimento de divisão entre dois números fuzzy A e B, pertencentes a um mesmo conjunto universo, é dado por:

$$A \div B = [a_1^\alpha, a_2^\alpha] \div [b_1^\alpha, b_2^\alpha] \tag{2.22}$$

cujo resultado da operação é dado por:

$$A \div B = [\frac{a_1^\alpha}{b_2^\alpha}, \frac{a_2^\alpha}{b_1^\alpha}] \; para \; \alpha \; \in \; [0,1] \tag{2.23}$$

2.6 Operações de Mínimos e Máximos entre Números Fuzzy

Dado dois números fuzzy A e B, definidos em um mesmo conjunto universo, os valores resultantes da aplicação de operações de mínimo e máximo são computados por:

$$MIN(A,B) = MIN\{[a_1^\alpha,\, a_2^\alpha],\, [b_1^\alpha,\, b_2^\alpha]\} = [MIN(a_1^\alpha,\, b_1^\alpha),\, MIN(a_2^\alpha,\, b_2^\alpha)] \tag{2.24}$$

$$MAX(A,B) = MAX\{[a_1^\alpha,\, a_2^\alpha],\, [b_1^\alpha,\, b_2^\alpha]\} = [MAX(a_1^\alpha,\, b_1^\alpha),\, MAX(a_2^\alpha,\, b_2^\alpha)] \tag{2.25}$$

2.7 Considerações Finais

Este capítulo forneceu uma visão geral da teoria dos conjuntos fuzzy e números fuzzy, com enfoque nos conceitos utilizados neste trabalho. É importante observar que, no contexto deste trabalho, não são utilizados sistemas fuzzy, ou seja, sistemas de tomadas de decisão com base em regras fuzzy. O enfoque principal das técnicas propostas é a interpretação dos dados da imagem como números fuzzy, sendo as operações realizadas com números fuzzy.

O próximo capítulo traz uma revisão de aplicações da teoria dos conjuntos fuzzy em diversas áreas de processamento de imagens digitais.

Capítulo 3

Teoria Fuzzy Utilizada em Processamento de Imagens

3.1 Considerações Iniciais

Processamento de imagens digitais é o estudo de teorias, modelos e algoritmos para a manipulação de imagens por meio de um computador. Processamento de imagem engloba um ampla variedade de tópicos, tais como digitalização, manipulação de histograma, filtragem, segmentação, compressão e restauração de imagem, e é uma das áreas que fornecem subsídios à visão computacional (GONZALEZ; WOODS, 2002).

A visão computacional, por sua vez, lida com teorias e algoritmos para a automatização do processo de percepção visual. O processo de visão computacional abrange a visão em baixo nível, visão em nível intermediário e processamento em alto nível. As tarefas de visão em baixo nível envolvem: remoção de ruídos, suavização e realce de bordas. A segmentação de imagens, que tem como finalidade isolar as regiões dos objetos de interesse, e a descrição das regiões segmentadas são tarefas de visão em nível intermediário. A interpretação da cena em uma imagem digital, que emprega o conhecimento especialista, inteligência artificial e processos cognitivos, é considerada processamento em alto nível.

As imagens digitais são projeções do mundo real capturadas por um sensor, portanto podem representar dados vagos e ambíguos (JAWAHAR; RAY, 1996a). A teoria de conjun-

tos fuzzy é utilizada para quantificar conceitos e ideias vagas e ambíguas, ao contrário do que ocorre com a teoria clássica de conjuntos. As incertezas e a falta de precisão em imagens acontecem em todos os níveis de processamento de imagens, que vão desde incertezas em relação aos níveis de cinza de uma imagem, até problemas ambíguos relacionados a descrições geométricas devido ao conhecimento incerto nos níveis mais altos do processamento.

O sistema visual humano tem sido perfeitamente adaptado para lidar com informações imprecisas em termos de dados e conhecimento. As pessoas utilizam uma linguagem descritiva para definir características que estão sujeitas a uma ampla variação de interpretações. O processamento fuzzy de imagens busca traduzir essa habilidade humana para resolver os problemas da área de visão computacional, oferecendo uma ferramenta intuitiva para inferência a partir de dados imperfeitos.

A motivação para a aplicação de técnicas fuzzy em imagens vem das seguintes questões: o que é uma borda em uma imagem borrada? quais são os limites entre níveis de cinza e bordas? qual nível de cinza pertence exatamente à classe de pixels "claros" e à classe de pixels "escuros"? Essas questões mostram que os conceitos em imagens são naturalmente incertos e imprecisos. Normalmente, esses problemas são tratados pelo estabelecimento de limiares (*thresholds*) heurísticos ou calculados, a fim de se poder classificar as características. A lógica fuzzy permite que dados imperfeitos sejam adequadamente manipulados e quantificados. Além disso, permite também que dados sejam combinados para se tomar uma decisão final, a partir do conhecimento de regras heurísticas sem nenhuma relação analítica entre elas.

A lógica fuzzy não é simplesmente uma solução pontual para uma tarefa especial, ela escreve uma nova classe de técnicas de processamento de imagens (HAUBECHER; TIZHOOSH, 2000). O processamento fuzzy de imagem pode ser uma simples rotina de processamento de imagem, ou partes complementares de uma cadeia de processamento de imagem complexa.

Este capítulo tem como objetivo fornecer uma visão dos princípios básicos que norteiam a aplicação da teoria fuzzy em processamento de imagens. O capítulo traz o estado

da arte em processamento fuzzy de imagem e, diversas aplicações que vem sendo desenvolvidas nas mais variadas tarefas de visão computacional.

3.2 Processamento Fuzzy de Imagem

Em visão computacional existem diferentes teorias, metodologias, e técnicas usadas para resolver diferentes problemas práticos relacionados ao processamento de imagens. Alguns exemplos dessas teorias e técnicas são geometria digital, morfologia matemática, abordagens estatísticas, teoria da probabilidade, etc. Por causa da grande diversidade e complexidade de problemas em processamento de imagem, existe uma busca contínua por novas abordagens. Assim, tem havido um grande interesse por pesquisas em processamento fuzzy de imagens (BECERIKLI; KARAN, 2005; BEZDEK et al., 2005; HANMANDLU; SEE; VASIKARLA, 2004; MANSOOR et al., 2007).

Existem várias razões em utilizar técnicas fuzzy como uma nova abordagem para processamento de imagem. Conforme mencionado anteriormente, as principais razões são: a formulação matemática adequada para modelar o conhecimento especialista e o gerenciamento adequado das informações vagas e ambíguas.

Nos diferentes níveis de processamento de imagens tem-se diferentes fontes de conhecimento impreciso. No nível mais baixo de processamento, as imprecisões são em relação aos níveis de cinza; no nível intermediário, existe a *fuzificidade* geométrica; enquanto que no nível mais alto, os dados são complexos e muitas vezes mal definidos. As técnicas fuzzy oferecem formulações adequadas para esses problemas.

3.3 Interpretação de Imagem como Conjuntos Fuzzy

A utilização da lógica fuzzy em aplicações de processamento de imagens envolve a interpretação da imagem no contexto dos conjuntos fuzzy. Assim, a imagem e seus componentes (pixels, histogramas, segmentos, etc.) devem ser transformados para o plano da pertinência (*fuzificados*), e os relacionamentos topológicos fundamentais entre as partes da imagem devem ser estendidos para conjuntos fuzzy (topologia digital fuzzy) (SMITS et

al., 1995).

3.3.1 Imagens como Conjuntos Fuzzy

Seja uma imagem A de tamanho $M \times N$ pixels, com L níveis de cinza entre 0 e $L-1$. A imagem A pode ser definida como um vetor de *singletons* (conjuntos fuzzy com somente um ponto suporte). Cada elemento do vetor denota o valor de pertinência do nível de cinza g_{ij}, correspondendo ao (i, j)-ésimo pixel, em relação a uma propriedade pré-definida da imagem (como por exemplo: homogeneidade, borda, ruído, brilho, etc). Portanto, a imagem pode ser representada pelo seguinte conjunto fuzzy (PAL; DUTTA, 1986; PAL, 1992):

$$A = \{< g_{ij}, \mu_A(g_{ij}) > / g_{ij} \in \{0, \ldots, L-1\}\}, \tag{3.1}$$

$i \in \{1, \ldots, M\}$ e $j \in \{1, \ldots, N\}$

ou, alternativamente:

$$A = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} \frac{\mu_A(g_{ij})}{g_{ij}} \tag{3.2}$$

A definição dos valores de pertinência depende dos requisitos específicos da aplicação em particular e do conhecimento especialista correspondente.

3.3.2 *Fuzificação* da Imagem

As técnicas fuzzy operam sobre os valores de pertinência, portanto, a geração de valores de pertinência adequados, chamado de *fuzificação*, é o passo de processamento inicial dos sistemas fuzzy.

Nas aplicações que envolvem o processamento fuzzy de imagem, encontradas na literatura, distingue-se principalmente três maneiras diferentes de *fuzificar* uma imagem (HAUBECHER; TIZHOOSH, 2000): *fuzificação* dos níveis de cinza com base nos histogramas das imagens; a *fuzificação* considerando uma determinada vizinhança local dos pixels da imagem e; a *fuzificação* das características da imagem.

A *fuzificação* dos níveis de cinza baseada em histograma é usada para a aplicação de técnicas globais de processamento de imagens baseadas em histogramas. Neste caso, cada nível de cinza da imagem deve ser associado aos valores de pertinência, definidos em relação a uma determinada propriedade (borda, brilho, etc) (HAUBECHER; TIZHOOSH, 2000).

Considerando-se a propriedade brilho como um exemplo, o brilho de uma imagem pode ser representado pelos conjuntos fuzzy: *Muito Escuro*, *Escuro*, *Médio*, *Claro* e *Extremamente Claro*. Estes conjuntos classificam as intensidades dos níveis de cinza de uma imagem. Dada uma imagem, a localização das funções de pertinência pode ser definida levando-se em conta as diferentes regiões do histograma normalizado da imagem. Para a *fuzificação* dos níveis de cinza baseados em histograma, é necessário algum conhecimento sobre a imagem e seu histograma, como por exemplo, os mínimos e os máximos dos valores dos níveis de cinza. Porém, não é necessária uma grande precisão na definição desses pontos no histograma, uma vez que está sendo usado o conceito de *fuzificidade* .

As técnicas intermediárias de processamento de imagens (segmentação, filtragem, etc) operam em uma vizinhança pré-definida dos pixels da imagem (HAUBECHER; TIZHOOSH, 2000). O uso de abordagens fuzzy para tais operações requer que a *fuzificação* da imagem seja feita em relação a uma vizinhança local. Essa abordagem de *fuzificação* consome mais tempo computacional comparada com a abordagem baseada em histograma. Em muitas situações, é necessário um estudo minucioso para a definição de funções de pertinência para tratar adequadamente os ruídos e os pontos fora do padrão (*outliers*).

Um exemplo de aplicação nesta categoria é a verificação de homogeneidade. Em uma vizinhança $W_{3\times3}$ de um pixel da imagem, a homogeneidade pode ser considerada como um conjunto fuzzy. A função de pertinência μ_h pode ser definida como:

$$\mu_h = 1 - \frac{A^{MAX,l} - A^{MIN,l}}{A^{MAX,g} - A^{MIN,g}} \tag{3.3}$$

sendo $A^{MIN,l}$, $A^{MAX,l}$, $A^{MIN,g}$, e $A^{MAX,g}$ os níveis de cinza mínimos e máximos locais e globais, respectivamente.

Para as tarefas de alto nível, as características da imagem devem ser extraídas (ta-

manho dos objetos, homogeneidade de regiões, entropia, valores médios, etc.). Essas características são utilizadas para se fazer uma análise dos resultados, reconhecer os objetos, e interpretar as cenas (HAUBECHER; TIZHOOSH, 2000). A aplicação de técnicas fuzzy à essas tarefas requer a *fuzificação* das características extraídas. Isso é necessário pois, além das técnicas fuzzy operar em valores de pertinência, as características extraídas freqüentemente podem estar incompletas e/ou imprecisas.

Pode ser considerado o tamanho de um objeto como um exemplo de extração de características. Supondo que o tamanho de um objeto tenha sido calculado em um passo anterior do processamento, os subconjuntos fuzzy ***bem pequeno***, ***pequeno***, ***médio-longo***, ***longo*** e ***muito longo*** podem ser introduzidos como termos da variável lingüística ***Comprimento*** com o objetivo de identificar, por exemplo, certos tipos de objetos.

3.4 Sistemas Fuzzy para Processamento de Imagem

Os sistemas baseados em regras estão entre as aplicações mais utilizadas da teoria dos conjuntos fuzzy, e têm sido muito importantes no desenvolvimento dos controladores fuzzy modernos. Atualmente, pensar em lógica fuzzy implica em lidar com algum tipo de inferência baseada em regras, em termos de incorporar o conhecimento do especialista ou relações heurísticas. Se existe a necessidade de lidar com a combinação de conhecimento incerto sem ter um modelo analítico, é necessário usar sistemas de inferência baseados em regras. Os sistemas fuzzy para processamento de imagem são sistemas baseados em regras que usam a lógica fuzzy para tomar decisões sobre dados das imagens.

A estrutura básica de um sistema fuzzy para processamento de imagem, assim como para qualquer outro tipo de aplicação, consiste de quatro componentes principais: interface de *fuzificação*, máquina de inferência, interface de *desfuzificação* e a base de conhecimento, conforme ilustra a Figura 3.1.

A interface de *fuzificação* associa uma imagem (níveis de cinza, características, segmentos, ...) com um ou mais valores de pertinência em relação às propriedades de interesse, tais como brilho, borda, homogeneidade, etc. Dependendo do tipo de problema um método de *fuzificação* apropriado é selecionado.

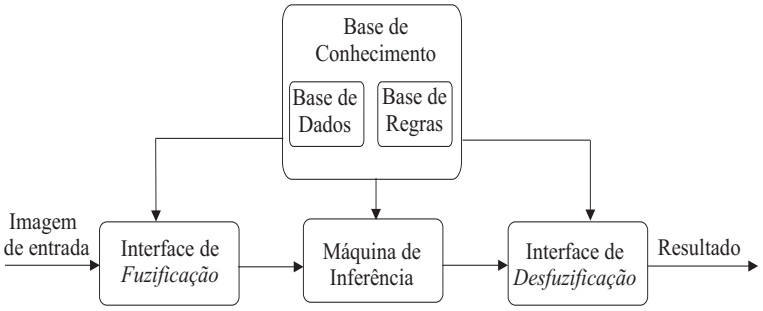


Figura 3.1: Estrutura geral de sistemas de processamento de imagem fuzzy.

A base de conhecimento consiste de uma base de regras, que caracteriza a estratégia de estimativa e, também de uma base dados, que armazena as definições necessárias sobre discretização dos universos de discursos, definições de funções de pertinência, etc. A máquina de inferência processa os dados de entrada fuzzy, junto com as regras, de modo a inferir as ações de saída fuzzy, aplicando o operador de implicação fuzzy e as respectivas regras.

O processo de tomada de decisão é realizado pela máquina de inferência, que usa as regras contidas na base de regras. As regras fuzzy definem as implicações entre as variáveis de entrada e as saídas, fornecendo como resultado final uma região fuzzy de saída. A máquina de inferência avalia todas as regras existentes na base de regras e combina os pesos consequentes de todas as regras relevantes a um único conjunto fuzzy de saída. Além das regras de inferência, os valores de pertinência gerados podem ser modificados por operadores fuzzy, que operam no plano da pertinência. Os operadores normalmente utilizados são os operadores básicos de união, intersecção, complemento, os operadores de transformação de escala (contração, dilatação, etc) e operadores de agregação, modificação e classificação.

A interface de *desfuzificação* decodifica os resultados, uma vez que muitas aplicações precisam de um valor *crisp* como saída. Os algoritmos fuzzy sempre fornecem respostas fuzzy (uma função de pertinência ou um valor de pertinência). Para que o processo de *fuzificação* seja revertido, utiliza-se a *desfuzificação* para produzir uma resposta *crisp* para uma característica de saída fuzzy. Existem diferentes maneiras de *desfuzificar* os resultados. Os métodos de *desfuzificação* mais comuns são *centro de área* e *média dos*

máximos (PEDRYCZ; GOMIDE, 1998).

3.5 Relacionamentos Topológicos Fuzzy em Imagens

Os relacionamento topológicos de imagens, tais como "conectividade", "entorno" e "adjacência", tem um papel importante em análise e descrição da imagem (GONZALEZ; WOODS, 2002). Em algumas situações, o uso de conjuntos fuzzy para definir as diferentes partes de uma imagem, regiões ou objetos pode facilitar a solução do problema. Neste caso, a topologia digital convencional (binária) deve ser estendida para conjuntos fuzzy.

Conectividade Fuzzy

Dada uma imagem A com uma vizinhança pré-definida $W \subset A$ (uma vizinhança de 4 ou uma vizinhança de 8). Sejam p e $q \in W$ e seja μ uma função de pertinência que modela A ou uma de suas regiões. Além disso, sejam δ_{pq} os caminhos que levam de p a q contendo os pontos r. O grau de conectividade de p e q em W em relação à μ é definido da seguinte forma (ROSENFELD, 1979):

$$conectividade_{\mu}(p,q) \equiv \max_{\delta_{pq}}[\min_{r \in \delta_{pq}} \mu(r)] \tag{3.4}$$

Assim, como os segmentos da imagem são considerados conjuntos fuzzy, os pontos p e q estão conectados em relação à função de pertinência μ se vale a seguinte condição:

$$conectividade_{\mu}(p,q) \geq \min[\mu(p), \mu(q)] \tag{3.5}$$

A Figura 3.2 ilustra o conceito de conectividade fuzzy. Pela definição de conectividade fuzzy, os pontos p e q estão conectados na imagem original e não conectados na imagem binária, considerando uma vizinhança de 4.

Entorno Fuzzy

Dada uma imagem A com uma vizinhança pré-definida $W \subset A$ (uma vizinhança de 4 ou uma vizinhança de 8). Sejam μ_X e μ_Y e μ_Z as funções de pertinência dos

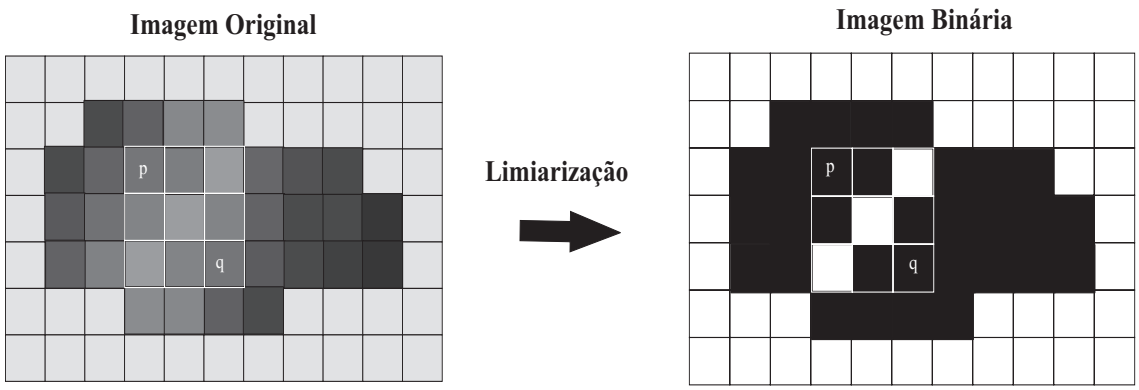


Figura 3.2: Conectividade fuzzy × conectividade convencional.

conjuntos X, Y e Z da imagem A. O subconjunto fuzzy Z separa X de Y se para todos os pontos p e r pertencentes a $W \subset A$ e todos os caminhos δ de p a q, existe um ponto $r \in \delta$ tal que a seguinte condição vale (ROSENFELD, 1979; ROSENFELD; KLETTE, 1985; WANG; KELLER, 1997):

$$\mu_Z(r) \geq \min[\mu_X(p), \mu_Y(q)] \tag{3.6}$$

Assim, Y *está no entorno(circunda)* de X se X estiver separado de uma região não limitada em que $\mu_X = 0$. Funções de pertinência devem ser definidas para medir apropriadamente o entorno, dependo da aplicação em particular. A equação (3.7) define uma possível função de pertinência para a variável linguística "B circunda A", ilustrada pela Figura 3.3.

$$\mu_{B \times A}(\theta) = \begin{cases} \frac{\pi - \theta}{\theta} & se\ 0 \leq \theta \leq \pi \\ 0 & caso\ contrário \end{cases} \tag{3.7}$$

3.6 Componentes Teóricos do Processamento de Imagens Fuzzy

O processamento de imagem fuzzy é baseado no conhecimento especialista e utiliza a lógica fuzzy e todos os seus aspectos teóricos, lógicos e relacionais para tratar ima-

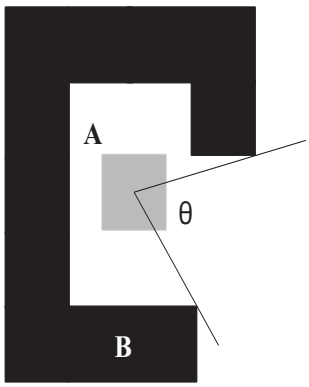


Figura 3.3: Exemplo de entorno fuzzy.

gens. Dentre os principais componentes teóricos que podem ser utilizados para construir os fundamentos de processamento de imagens fuzzy, destacam-se a geometria fuzzy, as medidas de informação/*fuzificidade* da imagem, algoritmos de classificação fuzzy, morfologia matemática fuzzy e teoria de medidas fuzzy. Esses conceitos podem ser usados para desenvolver novas técnicas ou estender algoritmos existentes (HAUBECHER; TIZHOOSH, 2000). Nas subseções seguintes, é dada uma breve introdução de cada tópico.

3.6.1 Geometria Fuzzy

Os relacionamentos geométricos entre os componentes da imagem tem um papel fundamental no processamento em nível intermediário da imagem. As principais áreas de aplicação de geometria fuzzy são segmentação de imagem, representação de forma e descrição baseada em regiões e extração de características. Um grande grupo de técnicas de descrição de formas é representada por abordagens heurísticas, que produzem resultados aceitáveis em descrição de formas simples. Exemplos de descritores heurísticos de regiões são área, retangularidade, elongação, direção, compacidade, etc. Vários desses descritores geométricos foram estendidos a conjuntos fuzzy. A fuzificidade geométrica, que surge durante as tarefas de segmentação, pode ser manipulada eficientemente se a imagem ou os seus segmentos forem considerados como conjuntos fuzzy.

Nas subseções seguintes são dada as definições fuzzy de alguns descritores geométricos, tais como compacidade fuzzy (ROSENFELD, 1984), índice de cobertura de área (PAL; GHOSH, 1990, 1992) e elongação fuzzy (ROSENFELD, 1984).

Compacidade Fuzzy

Seja A uma imagem de tamanho $M \times N$, contendo um objeto com os valores de pertinência $\mu_{m,n}$. A *área* do objeto, interpretada como um subconjunto fuzzy da imagem, pode ser calculada como:

$$\acute{a}rea(\mu) = \sum_{m=0}^{M} \sum_{n=0}^{N} \mu_{m,n} \tag{3.8}$$

O perímetro do objeto pode ser determinado pela equação:

$$perimetro(\mu) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N-1} \|\mu_{m,n} - \mu_{m,n+1}\| + \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N} \|\mu_{m,n} - \mu_{m+1,n}\| \tag{3.9}$$

A compacidade pode ser definida como:

$$compacidade(\mu) = \frac{area(\mu)}{[perimetro(\mu)]^2} \tag{3.10}$$

Índice de Cobertura de Área

O índice de cobertura de área de um subconjunto μ de uma imagem representa a fração de área máxima da imagem coberta por esse subconjunto e é definido como:

$$ICA(\mu) = \frac{area(\mu)}{comprimento(\mu) largura(\mu)} \tag{3.11}$$

O comprimento e a largura de um subconjunto fuzzy da imagem são calculados da seguinte maneira:

$$comprimento(\mu) = \max_{m}\{\sum_{n} \mu_{m,n}\} \tag{3.12}$$

$$largura(\mu) = \max_{n}\{\sum_{m} \mu_{m,n}\} \tag{3.13}$$

A definição do índice de cobertura de área é semelhante à compacidade. Para alguns casos, pode se mostrar que existe um relacionamento entre as duas definições.

Elongação Fuzzy

A *elongação* de um objeto pode ser avaliada pela razão entre área do objeto e o quadrado de sua espessura. Seja μ a função característica de um subconjunto convencional da imagem. A elongação pode ser definida como:

$$elongacao(\mu) = \frac{area(\mu)}{[espessura(\mu)]^2} \tag{3.14}$$

O cálculo de elongação de subconjuntos *crisp* da imagem antecedido de uma limiarização pode levar a perda de informação e invalidar os resultados finais (ver Figura 3.4, em que os pixels marcados com "X" são perdidos durante a limiarização).

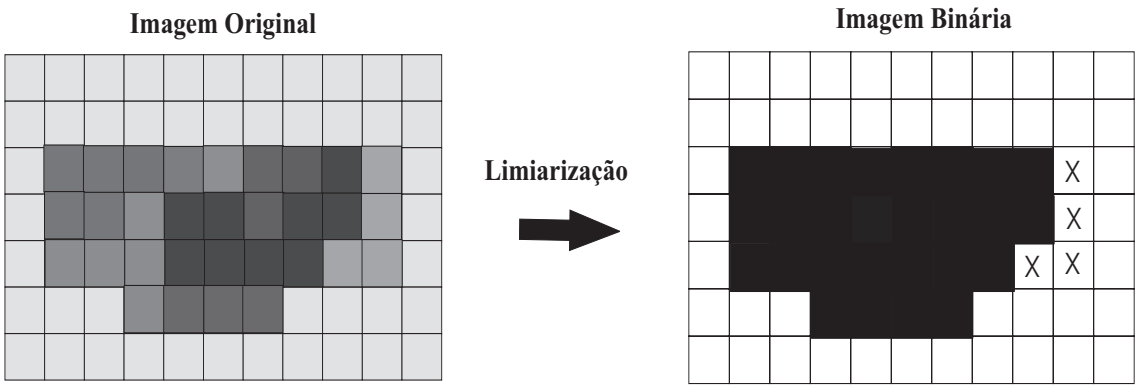


Figura 3.4: Limiarização antes do cálculo de Elongação.

Sendo μ a função de pertinência de um subconjunto fuzzy da imagem, uma definição de elongação fuzzy é a seguinte (ROSENFELD, 1979):

$$elongacaoFuzzy(\mu) = \max_{\delta>0} \frac{área(\mu - \mu_\delta)}{(2\delta)^2} \tag{3.15}$$

sendo que μ_δ denota o resultado de uma operação de redução em uma dada distância δ, em que a operação de mínimo local pode ser usada como uma generalização de redução.

3.6.2 Medidas de *Fuzificidade* e Informação da Imagem

Uma questão crucial ao lidar com incertezas é a sua quantificação, a partir de uma função de pertinência correspondente. Em qualquer problema que usa a teoria fuzzy, uma das metas é minimizar a incerteza das variáveis do problema. Se uma imagem for interpretada como conjunto fuzzy, surge-se a questão de quão "fuzzy" é a imagem. O aumento ou a diminuição da *fuzificidade* da imagem podem ser usados na realce de contraste, segmentação e classificação. Várias medidas fuzzy de informações da imagem foram introduzidas na literatura, dentre as quais: o índice de *fuzificidade*, a entropia fuzzy e a correlação fuzzy.

Índice de *Fuzificidade*

A intersecção de um conjunto *crisp* com o seu complemento é sempre igual a zero. No entanto, essa condição não é válida para dois conjuntos fuzzy. Quanto mais incerteza existe em um conjunto fuzzy, maior é a sua intersecção com o seu complemento.

Kaufmann (1975) definiu o *índice de fuzificidade* γ. Dado um conjunto fuzzy X com função de pertinência μ_X definida sobre uma imagem de tamanho $M \times N$, define-se o *índice linear de fuzificidade* γ_l como:

$$\gamma_l(A) = \frac{2}{MN} \sum_{m,n} \min(\mu_{m,n}, 1 - \mu_{m,n}) \tag{3.16}$$

Outra definição possível é dada pelo *índice quadrático de fuzificidade* γ_q:

$$\gamma_q(A) = \frac{1}{\sqrt{MN}} [(\sum_{m,n} \min(\mu_{m,n}, 1 - \mu_{m,n}))^2]^{1/2} \tag{3.17}$$

Para valores binários (conjuntos *crisp*), ambos os índices são iguais a zero. No caso de fuzificidade máxima, em que $\mu_{m,n} = 0.5$, os índices atingem o valor pico de 1.

Entropia Fuzzy

A *entropia* é uma medida teórica de informação que quantifica o conteúdo da informação de uma imagem. Na teoria de conjuntos fuzzy, chama-se *entropia fuzzy* a

medida que quantifica a incerteza do conteúdo de uma imagem. A entropia fuzzy logarítmica, H_{log}, é definida por (LUCA; TERMINI, 1972):

$$H_{log}(A) = \frac{1}{MN \ln_2} \sum_{m,n} S_n(\mu_{m,n}) \tag{3.18}$$

Outra definição possível, chamada de entropia fuzzy exponencial, proposta por Pal e Pal (1991), é dada por:

$$H_{exp}(A) = \frac{1}{MN(\sqrt{e}-1)} \sum_{m,n} \{\mu_{mn} e^{(1-\mu_{mn})} + (1-\mu_{mn}) e^{\mu_{mn}} - 1\} \tag{3.19}$$

A entropia fuzzy também produz uma medida de incerteza que varia de zero a um.

Correlação Fuzzy

Uma questão importante em técnicas de classificação convencional (clássica) é a correlação de duas características diferentes da imagem. De maneira semelhante, a correlação fuzzy $K(\mu_1, \mu_2)$ quantifica a correlação de duas características fuzzy, definidas pelas funções de pertinência μ_1 e μ_2, respectivamente, e é definida por (PAL, 1992):

$$K(\mu_1, \mu_2) = 1 - \frac{4}{\Delta_1 + \Delta_2} \sum_{m,n} (\mu_{1,mn} - \mu_{2,mn})^2 \tag{3.20}$$

sendo

$$\Delta_1 = \sum_{m,n} (2\mu_{1,mn} - 1)^2, \qquad \Delta_2 = \sum_{m,n} (2\mu_{2,mn} - 1)^2 \tag{3.21}$$

Se $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$, o valor de K é um. A correlação fuzzy é usada tanto para quantificar a correlação de duas características na mesma imagem como para quantificar a correlação da mesma característica em duas imagens diferentes. As características podem ser brilho, bordas, textura, etc.

3.6.3 Classificação Fuzzy

Associar objetos a certas classes, ou seja, classificar objetos, não é um problema específico de processamento de imagem, mas uma técnica bastante geral, que tem levado a uma grande variedade de abordagens para classificação em um espaço n-dimensional de características. Em muitas aplicações de processamento de imagem, o passo final de processamento é uma classificação de objetos com características similares. Os objetos são resultantes de passos anteriores do processamento da imagem, tais como limiarização, segmentação, etc.

O principal problema de todas as técnicas de classificação é encontrar uma partição apropriada do espaço de características, que minimiza a classificação errada dos objetos. Os métodos mais utilizados de classificação baseados no valor do pixel, como mínima distância e máxima verossimilhança, associam sempre pixels a determinada categoria por meio do grau de associação booleano (0 ou 1). Neste tipo de classificação, existe o problema de espalhamento dos pontos "outliers" que dificulta a tarefa de encontrar uma linha de separação que evita a classificação errada.

No entanto, classificadores fuzzy apresentam valores intermediários entre 0 e 1, que permite flexibilidade à classificação, ou seja, incorpora as incertezas. A principal vantagem desses classificadores é conseguir expressar diferentes possibilidades à classificação. A idéia básica da classificação fuzzy não é classificar os objetos, mas quantificar a pertinência parcial do mesmo objeto em mais de uma classe. Isso se justifica pelo fato de que uma pequena transição nas características de um objeto, eventualmente cruzando a linha de separação, deve levar a uma pequena alteração na pertinência, sem alterar a classificação final. As funções de pertinência podem ser usadas em passos de processamento subseqüentes para combinar propriedades de características até, eventualmente, uma classificação final ser realizada. Como um exemplo na área de sensoriamento remoto (ANTUNES; LINGNAU, 2005), em uma imagem do satélite Landsat, a principal fonte de informação são os valores de níveis de cinza inerentes aos pixels em cada banda; por outro lado, em uma imagem de alta resolução, devido a uma maior quantidade de pixel o conceito espacial pode ser introduzido. Neste caso, pixels adjacentes podem pertencer a

uma mesma feição no terreno, logo, o agrupamento de pixels adjacentes permite a determinação de parâmetros de forma e textura e consequentemente, relaciona os objetos às respectivas feições do terreno.

Baseado em aspectos espectrais e na forma dos objetos na imagem, pode-se gerar funções de pertinência que refletem o conhecimento (BAATZ; SCHäPE, 2000). A mais simples regra fuzzy pode ser criada baseada num simples descritor, seja de valores espectrais dos objetos, seja de valores de forma. Por exemplo, um objeto pode ser classificado como *água* utilizando o descritor média espectral, definido como um conjunto fuzzy. Formula-se a regra fuzzy representando o conhecimento por meio da relação entre os valores notáveis do descritor:

$$\text{“}Se\ média - espectral(objeto)\ \in\ \mu_{media}\ então\ \ Classe_{(objeto)} = água\text{”}$$

Um objeto pode estar associado a várias classes, com diferentes graus de pertinência. O grau de pertinência $\mu_{agua} = 0,7$ exprime a maior possibilidade do objeto pertencer à classe *água*; logo a decisão adequada seria enquadrar o objeto como membro desta classe, embora existam evidências menores a favor de outras classes, como por exemplo *várzea* (0,5) e *agricultura* (0,2).

3.6.4 Morfologia Fuzzy

A morfologia fuzzy estende o conceito de morfologia clássica (GONZALEZ; WOODS, 2002) para conjuntos fuzzy. Assume-se que a imagem é representada por uma função de pertinência μ. Além da função de pertinência dos pixels da imagem $M \times N$, é necessário um *elemento estruturante* “fuzzy”, V, que pode ser entendido como a função de pertinência. A forma do elemento estruturante, representado pelos valores de pertinência V_{mn}, determina a área de influência espacial, além da magnitude da operação morfológica.

Sem entrar em detalhes sobre os fundamentos teóricos, a seguir definem-se duas operações morfológicas básicas: dilatação fuzzy e erosão fuzzy (BLOCH, 1994; BLOCH et al., 1996; BAETS; KERRE E., 1993).

Dilatação Fuzzy

Definição 1. (BLOCH et al., 1996; BAETS; KERRE E., 1993)

$$E_v(x) = \sup\ \min[\mu(y),\ V(y-x)],\ x, y \in X \tag{3.22}$$

Definição 2. (BLOCH, 1994)

$$E_v(x) = \sup[\mu(y),\ V(y-x)],\ x, y \in X \tag{3.23}$$

Erosão Fuzzy

Definição 1. (BLOCH et al., 1996; BAETS; KERRE E., 1993)

$$E_v(x) = \inf\ \max[\mu(y),\ (1 - V(y-x))],\ x,\ y \in X \tag{3.24}$$

Definição 2. (BLOCH, 1994)

$$E_v(x) = \inf[\mu(y)V(y-x) + 1 - V(y-x)],\ x,\ y \in X \tag{3.25}$$

3.6.5 Teoria de Medidas Fuzzy

Conjuntos fuzzy são úteis para identificar a imprecisão própria de dados de imagens tais como brilho, borda, homogeneidade e outras categorias. O limite das classes nesses casos não são *crisp*. Porém, incertezas também surgem em várias outras situações, mesmo tendo relacionamentos *crisp*. Por exemplo, o problema de limiarização não é devido a vaguidade por ter que extrair duas classes de pixels, pertencentes ao objeto e ao fundo, respectivamente. Neste caso, o principal problema é que a própria decisão é incerta, ou seja, a decisão de associar pertinência 1 ou 0 ao pixel, caso pertença ao objeto ou ao fundo respectivamente. Essa incerteza é devido a ambiguidade e não a dados vagos. As medidas fuzzy e integrais fuzzy podem auxiliar na resolução desse tipo de problema.

A teoria de medidas fuzzy, introduzida por Sugeno (1974), pode ser considerada como

uma generalização da teoria clássica de medidas. Integrais fuzzy são operadores de agregação não lineares usados para combinar diferentes fontes de informação incerta.

Medidas Fuzzy

Seja X um universo de discurso (um conjunto de características, algoritmos, imagens de diferentes fontes, etc). Uma medida fuzzy $g : 2^X \rightarrow [0,1]$ sobre o conjunto X em um espaço mensurável (X, K), satisfaz as seguintes condições (K é o conjunto potência de X):

1. Limitada:

$$g(\Phi) = 0 \; e \; g(X) = 1 \tag{3.26}$$

2. Monotonicidade:

$$A \in K, \; B \in K, \; A \subset B \Rightarrow g(A) \leq g(B) \tag{3.27}$$

3. Continuidade Inferior:

$$\{A_n\} \subset K, \; A_1 \subset A_2 \subset \ldots, \; \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in K \Rightarrow \lim_{n\rightarrow\infty} g(A_n) = g(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n) \tag{3.28}$$

4. Continuidade Superior:

$$\{A_n\} \subset K, \; A_1 \supset A_2 \supset \ldots, \; \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n \in K \Rightarrow \lim_{n\rightarrow\infty} g(A_n) = g(\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n) \tag{3.29}$$

Uma medida fuzzy é uma função conjunto e representa a estimativa subjetiva da importância de cada fonte de informação. Sugeno (1974) introduziu uma classe de medidas fuzzy, chamada medidas λ-fuzzy, também chamada de *medidas de Sugeno*. Uma medida fuzzy g_λ é uma medida de Sugeno em (X, K) se satisfaz as regras (λ-regra):

1. A, B, e $A \cup B \in K,\ A \cap B = \Phi$
2. $g_\lambda(A \cup B) = g_\lambda(A) + g_\lambda(B) + \lambda g_\lambda(A) g_\lambda(B)$
3. $\lambda \in (-1/\sup\ g_\lambda(A), \infty) \cup \{0\}$

Em aplicações de reconhecimento de padrões e processamento de imagens, geralmente é necessário lidar com número finito de elementos. A λ-regra pode ser formulada da seguinte forma:

$$g_\lambda(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} g_\lambda(A_i) & (se\ \lambda = 0) \\ \frac{1}{\lambda}[\prod_{i=1}^{n}(1 + \lambda g_\lambda(A_i)) - 1] & (se\ \lambda \neq 0) \end{cases} \tag{3.30}$$

A medida de Sugeno pode ser completamente construída se o valor de λ é conhecido. Assumindo o universo de discurso $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n, \}$, a expressão 3.31 representa o caso que a medida de Sugeno não é uma medida de probabilidade ($\lambda \neq 0$):

$$g_\lambda(X) = \frac{1}{\lambda}[\prod_{i=1}^{n}(1 + \lambda g_\lambda(\{X_i\})) - 1] \tag{3.31}$$

O valor de λ pode ser calculado por:

$$1 + \lambda g_\lambda(X) = \prod_{i=1}^{n}(1 + \lambda g_\lambda(\{X_i\})) \tag{3.32}$$

No caso em que $g_\lambda(X) = 1$, tem-se a seguinte expressão polinomial:

$$1 + \lambda = \prod_{i=1}^{n}(1 + \lambda \mu(\{X_i\})) \tag{3.33}$$

Integral Fuzzy

A integral fuzzy de uma função $h : X \rightarrow [0, 1]$ em X, em relação à medida fuzzy g, é definida como se segue:

$$\int h(x) \circ g = \sup_{a \in [0,1]} [\alpha \wedge g(F_\alpha)] \tag{3.34}$$

sendo $F_\alpha = \{x/h(x) \geq \alpha\}$. Algumas propriedades básicas de integrais fuzzy:

1. $\int a \circ g = a, a \in [0,1]$,
2. $\int h_1 \circ g \leq \int h_2 \circ g,\ se\ h_1 \leq h_2$,
3. $\int_A h \circ g \leq \int_B h \circ g,\ se\ A \subset B$.

Seja X um conjunto finito de elementos $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Além disso, seja h uma função decrescente de x:

$$h(x_1) \geq h(x_2) \geq \ldots \geq h(x_n)$$

A integral fuzzy pode ser expressa da seguinte forma:

$$\int h(x) \circ g = \bigvee_{i=1}^{n} [h(x_i) \wedge g(H_i)] \tag{3.35}$$

sendo $H_i = \{x_1, x_2, \ldots, x_i\}$. Os operadores $\vee$ e $\wedge$ representam operadores de máximo e mínimo, respectivamente. Essa reformulação da integral fuzzy reduz o custo computacional da ordem exponencial para a ordem polinomial, sendo que a função h deve ser ordenada em um passo anterior.

O cálculo da integral fuzzy na expressão (3.35) pode ser considerado como uma *fusão pessimista* da *evidência objetiva* (valor da função h) e *importância subjetiva* da fonte de informação (medida fuzzy g). Pode-se desenvolver uma fusão mais otimista por inverter a ordem dos operadores de máximo e mínimo.

Integrais fuzzy como operadores de agregação não linear podem ser aplicadas a diferentes problemas em processamento de imagens. As principais áreas de aplicação são a fusão de diferentes decisões (especialistas divergentes, algoritmos, etc) fusão de diferentes sensores. Por exemplo, Keller et al. (1994) usou integração fuzzy para segmentação de imagens. HauBecher e Tizhoosh (2000) aplicou integração fuzzy para segmentar imagens fazendo a fusão de imagens multi-espectrais.

3.6.6 Gramáticas Fuzzy

A linguagem é uma ferramenta expressiva para descrever padrões. A informação estrutural pode ser qualitativamente descrita sem uma quantificação numérica precisa das características. A teoria de linguagens formais foi utilizada para reconhecimento de voz antes mesmo de ser considerada relevante para reconhecimento de padrões, especialmente por lidar com perturbações tais como ruídos ou eventos imprevisíveis.

Gramáticas fuzzy, introduzidas por Zadeh e Lee (1969), são uma extensão de linguagens formais clássicas que são capazes de lidar com informações vagas e incertas. Fu (1982) utilizou a teoria de gramáticas fuzzy pela primeira vez em processamento de imagem. Os aspectos teóricos de linguagens fuzzy estão detalhados por Tamura e Tanaka (1973) e exemplos de aplicações práticas podem ser encontrados em Kichert e Kpperlaar (1976) e em Parizeau e Plamondon (1995)

3.7 Considerações Finais

Dentre todas as abordagens fuzzy para processamento de imagem, a abordagem de classificação fuzzy e a abordagem baseada em regras são as mais próximas entre si. Medidas de *fuzificidade* e geometria fuzzy são normalmente utilizadas como características dentro dos algoritmos selecionados. Medidas fuzzy e integrais fuzzy tem se tornado um assunto de pesquisa bastante interessante. A pesquisa teórica em morfologia matemática fuzzy ainda é mais importante do que relatos práticos. Poucas aplicações de morfologia fuzzy são encontradas na literatura. Finalmente, gramática fuzzy parece ser ainda bastante impopular assim como sua contrapartida clássica.

Muitas das teorias de processamento de imagens fuzzy detalhadas neste capítulo podem ser usadas para estender os algoritmos de processamento de imagens fuzzy existentes e melhorar seus desempenhos.

Algoritmos de agrupamento (*clustering*) e abordagens baseadas em regras certamente tem um papel importante no desenvolvimento de novos algoritmos. A potencialidade de técnicas baseadas em regras é bastante grande. A desvantagem de abordagens baseadas

em regras, contudo, é o custo computacional para realizar as operações locais. Desenvolvimentos de hardware serão sem dúvida um assunto para investigações. Integrais fuzzy encontrarão mais e mais aplicações em fusão de dados em imagens. As pesquisas teóricas de morfologia fuzzy serão completadas em relação às suas questões fundamentais, e relatos de aplicações práticas serão publicados nesta área.

No próximo capítulo são apresentadas algumas aplicações práticas que utilizam a teoria fuzzy em processamento de imagens.

Capítulo 4

Aplicações da Teoria Fuzzy em Processamento de Imagens

4.1 Considerações Iniciais

Conforme apresentado no capítulo anterior, existem diversos conceitos teóricos fuzzy aplicados ao processamento de imagens. Neste capítulo são apresentadas algumas aplicações práticas que utilizam abordagens fuzzy no processamento de imagens. São mostradas técnicas fuzzy para tratar problemas importantes em processamento de imagens, tais como: realce da imagem, segmentação de imagem e detecção de bordas.

4.2 Realce da Imagem: Adaptação de Contraste

Realce em imagem é um processo que envolve aplicação de algoritmos para reduzir ruídos, borramento, distorções geométricas e correção de iluminação da imagem. A realce em imagem pode ser o objetivo final da operação de processamento de imagem, de forma a produzir uma imagem com maior contraste ou alguma outra propriedade melhorada de acordo com um observador humano. Se essas propriedades não podem ser numericamente quantificadas, técnicas fuzzy de realce de imagem podem ser usadas. Nesta seção é apresentada a técnica de realce de imagem por adaptação de contraste, realizada por três algoritmos diferentes, que aplicam o conceito de *fuzificidade* para desenvolver novos

algoritmos para realce de contraste. Aqui são brevemente descritos o algoritmo de minimização da *fuzificidade* da imagem (PAL; KING, 1981; PAL; DUTTA, 1986; ROSENFELD; PAL, 1988); o algoritmo de hiperbolização do histograma fuzzy (TIZHOOSH; KRELL; MICHAELIS, 1997) e uma abordagem baseada em regras (TIZHOOSH; KRELL; MICHAELIS, 1997).

Minimização da *Fuzificidade* da Imagem

A ideia utilizada pelo método é a aplicação do operador de intensificação para reduzir a *fuzificidade* da imagem, resultando em um acréscimo do contraste da imagem. O algoritmo é formulado da seguinte forma:

1. Atribua valores iniciais aos parâmetros (F_e, F_d, g_{max}) na expressão 4.1.
2. *Fuzifique* os níveis de cinza da imagem pela transformação G:

$$\mu_{mn} = G(g_{mn}) = [1 + \frac{g_{max} - g_{mn}}{F_d}]^{-F_e} \tag{4.1}$$

3. Modifique iterativamente o valor da pertinência ($\mu_{mn} \rightarrow \mu'_{mn}$) pelo operador de intensificação dado pela equação:

$$\mu'_{mn} = \begin{cases} 2[\mu_{mn}]^2 & (se\ 0 \leq \mu_{mn} \leq 0.5) \\ 1 - 2[1 - \mu_{mn}]^2 & (se\ 0.5 \leq \mu_{mn} \leq 1) \end{cases} \tag{4.2}$$

4. Gere os novos níveis de cinza pela transformação inversa G^{-1}:

$$g'_{mn} = G^{-1}(\mu'_{mn}) = g_{max} - F_d((\mu'_{mn})^{\frac{-1}{F_e}} - 1) \tag{4.3}$$

Hiperbolização de Histograma Fuzzy

Os modificadores linguísticos são úteis para fazer o mapeamento de colocações linguísticas dos observadores em uma formulação numérica de sistemas de processamento de imagem. O significado dos conjuntos fuzzy pode ser modificado pela aplicação de operadores de dilatação e concentração a esses conjuntos.

Devido à percepção humana de brilho não ser linear, a abordagem de hiperbolização

de histograma modifica os valores de pertinência da imagem original por uma função logarítmica. O algoritmo tem a seguinte formulação:

1. Defina a forma da função de pertinência
2. Defina o valor do *fuzificador* β (concentração $\beta = 2$, dilatação $\beta = 0,5$)
3. Calcule os valores de pertinência
4. Modifique os valores de pertinência por β
5. Gere os novos níveis de cinza pela seguinte equação:

$$g'_{mn} = \left(\frac{L-1}{\exp(-1)-1}\right)(\exp(-\mu^{\beta}(g_{mn})) - 1) \tag{4.4}$$

Abordagem baseada em Regras Fuzzy

As abordagens baseadas em regras fuzzy são métodos adequados e universais para várias tarefas em processamento de imagens. Como um exemplo simples da abordagem baseada em regras para realce de contraste, pode-se considerar a seguinte formulação:

1. Defina os parâmetros do sistema de inferência (características de entrada, funções de pertinência, ...)
2. *Fuzifique* os pixels atuais (funções de pertinência para os conjuntos fuzzy tons de cinza **escuro**, **médio** e **claro**)
3. Implemente as regras de inferência (SE **escuro** ENTÃO escureça, SE **médio** ENTÃO torne-o médio, SE **claro** então clareie)
4. *Desfuzifique* os resultados de inferência pelo uso de três *singletons*

Os três algoritmos apresentados para realce de contraste utilizam diferentes conceitos; porém, cada um deles reflete bem as incertezas nos dados. Os algoritmos são bastante intuitivos, fáceis de implementar e com bons resultados quando aplicados às imagens. Os resultados obtidos pelos diferentes algoritmos, quando aplicados a uma mesma imagem, são bastante semelhantes visualmente. Os autores dessas técnicas não apresentam comparações com técnicas convencionais.

4.3 Segmentação de Imagem

O objetivo da segmentação de imagem é dividir uma imagem em regiões significativas. Erros nesse estágio podem impactar todas as atividades de processamento em alto nível. Métodos que incorporam a incerteza na definição de regiões e objetos são desejáveis.

Os diferentes componentes teóricos de processamento de imagem fuzzy permitem diversas possibilidades para o desenvolvimento de novas técnicas de segmentação. As diferentes abordagens para segmentação de imagens são: abordagens baseadas em regras; algoritmos de classificação fuzzy; geometria fuzzy; integrais fuzzy e medidas de *fuzificidade* e informação da imagem.

A abordagem baseada em regras parte do princípio que pode-se interpretar as características da imagem como variáveis linguísticas. Dessa forma, pode-se utilizar as regras SE-ENTÃO para segmentar a imagem em diferentes regiões. Uma possível regra de segmentação bastante simples seria: SE o pixel é escuro E os seus vizinhos também são escuros E homogêneos, ENTÃO o pixel pertence ao fundo.

A abordagem fuzzy mais antiga para segmentação de imagem é a classificação fuzzy. Algoritmos de classificação fuzzy, tais como *c-means* fuzzy (BEZDEK et al., 2005) e *c-means* possibilístico (KRISHNAPURAM; KELLER, 1996), podem ser usados para construir *clusters* (segmentos) da imagem. A classe pertinência de pixels pode ser interpretada como similaridade e compatibilidade com um objeto ideal ou com uma certa propriedade.

Medidas de geometria fuzzy, tais como compacidade fuzzy e índice de cobertura de área (ROSENFELD, 1979), podem ser usadas para medir a *fuzificidade* geométrica de diferentes regiões de uma imagem. A otimização dessas medidas, como minimização da compacidade fuzzy em relação ao ponto de cruzamento da função de pertinência, pode ser aplicada para fazer classificações de pixels (fuzzy ou *crisp*).

Existem diversas maneiras de se utilizar as integrais fuzzy em segmentação de imagens. Pode-se obter a segmentação por atribuir pesos às características (medidas fuzzy representam a importância de características particulares) (PHAM; YAN, 1996). Também pode-se unir os resultados de diferentes algoritmos de segmentação (uso ótimo de vantagens individuais) (TAHANI; KELLER, 1992). E, finalmente, é possível segmentar por meio

da junção de diferentes sensores, ou seja, em imagens multi-espectrais, as medidas fuzzy representam a relevância de cada sensor (HAUBECHER; TIZHOOSH, 2000).

Medidas de *fuzificidade* (entropia fuzzy) e informação da imagem (divergência fuzzy) também são usadas para limiarização e segmentação de imagens. Um exemplo típico é a abordagem de segmentação por limiarização (CHENG; CHEN; SUN, 1999; HUANG; WANG, 1995; PAL; MURTHY, 1990; ROSENFELD; PAL, 1988). Neste caso, a imagem contém o fundo e um ou mais objetos. A produção de uma imagem binária serve geralmente para reconhecer os objetos. Portanto, o limiar da imagem pode ser considerado como a forma mais simples de segmentação, ou de maneira mais genérica, como um procedimento de agrupamento em duas classes. Para separar os níveis de cinza g_0 do objeto dos níveis de cinza g_B do fundo, é preciso determinar um limiar T. O limiar pode ser calculado através da seguinte decisão:

$$g = \begin{cases} g_0 = 0 & \text{se } 0 \leq g_i \leq T \\ g_B = 1 & \text{se } T \leq g_i \leq L-1 \end{cases} \tag{4.5}$$

A ideia básica é encontrar um limiar T que minimiza/maximiza a quantidade de *fuzificidade* da imagem. Para decidir sobre *fuzificidade* da imagem G de tamanho $M \times N$ e L níveis de cinza $g = 0, 1, \ldots, L-1$ utiliza-se a medida de *fuzificidade* entropia fuzzy (LUCA; TERMINI, 1972):

$$H = \frac{1}{MNln(2)} \sum_{g=0}^{L-1} h(g)[-\mu(g)\ln(\mu(g)) - (1-\mu(g))\ln(1-\mu(g))] \tag{4.6}$$

O índice de *fuzificidade* (KAUFMANN, 1975) também pode ser usado:

$$\gamma = \frac{2}{MN} \sum_{g=0}^{L-1} h(g) min(\mu(g), 1-\mu(g)), \tag{4.7}$$

sendo que $h(g)$ denota o valor do histograma e $\mu(g)$ o valor de pertinência do nível de cinza g, respectivamente.

O processo geral para a limiarização fuzzy pode ser resumido da seguinte forma:

1. Selecione o tipo de função de pertinência

2. Calcule o histograma da imagem

3. Inicialize a função de pertinência

4. Modifique o limiar e calcule em cada posição, a quantidade de *fuzificidade* usando a entropia fuzzy ou qualquer outra medida de *fuzificidade*

5. Encontre a posição com *fuzificidade* mínima/máxima

6. Limiarize a imagem com o correspondente limiar calculado

A principal diferença entre as técnicas de limiarização fuzzy é que cada uma delas utiliza função de pertinência e medidas de *fuzificidade* diferentes (HUANG; WANG, 1995; PAL; MURTHY, 1990; ROSENFELD; PAL, 1988).

4.4 Detecção de Bordas em Imagens Digitais

A detecção de borda é um problema clássico em processamento de imagens e visão computacional e é uma parte crítica desses sistemas. A detecção de bordas é uma das tarefas mais importantes do processamento em baixo nível de imagens. Bordas e contornos são características úteis, uma vez que representam uma imagem pelos limites dos objetos e separação de regiões não similares em termos de intensidade de pixels, além disso, apresentam informação essencial de um objeto de interesse na imagem. Idealmente, uma borda é o limite entre duas regiões, cujos níveis de cinza predominantes são relativamente diferentes, ou seja um ponto de borda localiza um pixel onde existe troca de intensidade local significativa. Porém, o que seria significativo para a percepção visual de uma borda? Observa-se, portanto, que a definição do que constitui uma borda é um tanto vaga, heurística e subjetiva.

O tema detecção de bordas vem desafiando os pesquisadores da área de processamento de imagens há muitos anos e sobre ele continuam sendo experimentadas novas técnicas cujos resultados são publicados ainda hoje nos mais conceituados periódicos científicos mundiais, principalmente a detecção de bordas em cenas consideradas "difíceis" (BUSTINCE et al., 2009; CHAIRA; RAY, 2008; JACQUEY; COMBY; STRAUSS, 2008).

A maioria das técnicas convencionais de detecção de bordas utiliza o mecanismo básico de definir um operador derivativo local de primeira ou segunda ordem, juntamente com alguma técnica de regularização para reduzir os efeitos de ruídos. Os métodos de detecção de bordas, como por exemplo o detector de Sobel e o detector de Prewitt são baseados no conceito de filtro derivativo espacial, em que os operadores gradiente local são usados para detectar bordas em certas orientações (GONZALEZ; WOODS, 2002). Filtros derivativos não possuem bom desempenho quando as bordas estão difusas e com ruídos. O filtro de Canny foi proposto com o objetivo de contornar os problemas com ruídos, no qual a imagem é convoluída com as derivadas de primeira ordem do filtro Gaussiano para suavização na direção do gradiente local seguido pela detecção de bordas por *limiarização* (CANNY, 1986).

São encontradas na literatura diversas técnicas que tem caracterizado detecção de bordas como um problema de raciocício fuzzy (BUSTINCE et al., 2009; JACQUEY; COMBY; STRAUSS, 2008; CHAIRA; RAY, 2008; HU; CHENG; ZHANG, 2007; LIANG; LOONEY, 2003; LIANG; BASALLO; LOONEY, 2001; HANMANDLU; SEE; VASIKARLA, 2004; HAUBECHER; TIZHOOSH, 2000; BEZDEK et al., 2005). Essas técnicas tem mostrado bons resultados e são, portanto, promissoras nas áreas de visão computacional e processamento de imagens. Para detecção de bordas existem duas variáveis envolvidas, a localização espacial dos pixels de bordas e a intensidade dos níveis de cinza. As técnicas fuzzy permitem uma nova perspectiva para modelar as incertezas relacionadas à localização espacial do pixel na imagem e também às incertezas devido a imprecisão de valores de cinza presentes nas imagens. Dessa forma, pode-se utilizar a pertinência fuzzy para codificar, por exemplo, os valores de cinza dos pixels presentes na imagem ao invés de considerar diretamente os seus valores de cinza. Os diferentes algoritmos utilizam vários aspectos da teoria fuzzy e, segundo HauBecher e Tizhoosh (2000), podem ser classificados em três abordagens principais: os detectores de bordas baseado na fuzificação ótima; os detectores de bordas baseados em regras e os detectores de bordas baseados na morfologia fuzzy. Nas subseções seguintes são descritos alguns detectores de bordas representativos dessas três abordagens. Para cada uma dessas abordagens, descreve-se os principais detectores de bordas que têm

tido grande impacto na literatura e que utilizam, de diferentes maneiras, a teoria dos conjuntos fuzzy para lidar com a tarefa de realçar bordas em uma imagem digital.

4.4.1 Detectores de Bordas baseados na Abordagem de Fuzificação Ótima

HauBecher e Tizhoosh (2000) considera a abordagem proposta por Gupta, Knopt e Nikiforuk (1988) como sendo representativa dos detectores de bordas baseados na fuzificação ótima. O trabalho de Gupta introduz a teoria de percepção de bordas para sistemas de visão computacional. A percepção de bordas é feita pela transformação das imagens em tons de cinza do domínio de intensidade absoluta para o domínio da percepção, por meio da teoria de conjuntos fuzzy. As bordas de uma imagem em níveis de cinza são percebidas em vários níveis de percepção no domínio [0, 1].

O problema de percepção de bordas é visto como um fenômeno de "perceber" níveis de intensidade e então traçar os *locus* dos vetores que correspondem às 'trocas significativas' nestes níveis. Em geral, uma imagem pode ter k níveis de intensidade distintos sobre (0, L-1). O *Loci*, portanto, corresponde a $(k+1)$ níveis distintos de trocas de intensidade. O problema envolve traçar $K - Loci$ de troca nos vetores de níveis de intensidade, onde cada *locus* corresponde a uma borda na imagem. O diagrama que representa o sistema de percepção de bordas desenvolvido por Gupta et al. é dado na Figura 4.1.

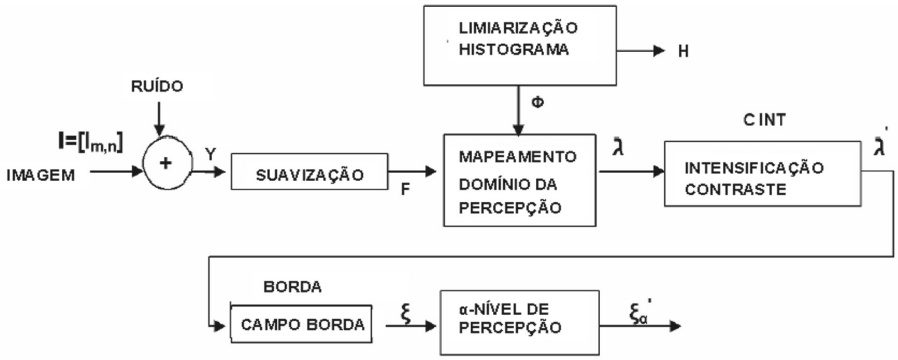


Figura 4.1: Diagrama de Bloco Funcional do Sistema de Percepção de Borda, reproduzido e traduzido de (GUPTA; KNOPT; NIKIFORUK, 1988).

O sistema funciona da seguinte forma: dado uma imagem corrompida Y, aplica-se uma

operação de suavização para reduzir os efeitos dos ruídos na imagem. A suavização é feita através da média da imagem sobre uma janela $W_{q\times q}$. O tamanho da janela depende do tipo de imagem e de ruídos. A imagem suavizada F, definida no domínio de intensidade espacial, é convertida para a imagem λ, pertencente ao domínio de percepção espacial, através do operador Φ. O operador Φ é chamado de função de mapeamento multirregião, que tem como objetivo mapear as regiões $R_0, R_1, \ldots R_k$ de troca de intensidades que podem ser visualizadas pelo histograma da imagem. São atribuídas às regiões perfis de intensidades 'baixo e alto' ou 'alto e baixo', de acordo com os picos e vales que aparecem no histograma. A função Φ é dada por:

$$\Phi[x] = \bigcup_{q=0}^{k} M_q(x), \tag{4.8}$$

sendo $M_q(x)$ funções que transformam os níveis de cinza das regiões R_q em valores de pertinência.

Dessa forma, a função de mapeamento divide a região de intensidade total, ou seja, que representa a imagem como um todo, em $(k+1)$ regiões distintas, atribuindo-se alternadamente os valores de percepção traduzidos pelas variáveis linguística *Baixo* e *Alto*, em que $Baixo \in [0, 0.5)$ e $Alto \in [0.5, 1]$. Os pontos de cruzamento correspondem aos vales no histograma da imagem. Esse mapeamento de $f_{m,n} \in [0, L-1]$ para $\lambda_{m,n} \in [0, 1]$ pode ser considerado como um *fenômeno agregado de perceber* os níveis de intensidade da imagem. É por isso que a função de mapeamento recebe o nome de *'mapeamento ao domínio da percepção'*.

A partir desse ponto, várias operações envolvidas no processo de percepção de bordas são aplicadas no *domínio da percepção espacial*. Considerando-se novamente a ilustração do sistema de percepção de bordas, apresentado pela Figura 4.1, a próxima operação aplicada é a operação de intensificação de contraste. Nessa operação, são atribuídos aos valores de pixels que estão no intervalo $Baixo \in [0, 0.5)$ valores $Muito\ Baixo$ sobre o intervalo $[0, 0.5)$, e para os valores de pixels que estão no intervalo $Alto \in [0.5, 1]$ valores $Muito\ Alto$ sobre o intervalo $[0.5, 1]$. O operador de intensificação de contraste tem como objetivo reduzir a ambiguidade e, portanto, a entropia associada a cada pixel.

O operador de percepção de borda ξ tem como objetivo definir uma borda entre dois níveis de intensidade adjacentes. Essa operação é realizada no *domínio de percepção espacial* nos pixels realçados da imagem de percepção $\lambda'_{m,n} \in [0,1]$. A fim de detectar um pixel de borda é necessário realizar uma operação min-max sobre uma janela $W_{q\times q}$. O tamanho da janela determinará a espessura da borda.

Seja $\xi_{m,n}$ a magnitude do ponto de borda percebido, em que o mapeamento $\xi_{m,n} \in [0,1]$ para $\lambda'_{m,n} \in [0,1]$ pode ser obtido por uma das seguintes operações **EDG**[.] definidas como:

(i)

$$\xi_{m,n} = |\{\lambda'_{m,n}\} - \{\max \cup_{W_{q\times q}} \lambda'_{i,j}\}| \tag{4.9}$$

(ii)

$$\xi_{m,n} = |\{\lambda'_{m,n}\} - \{\min \cup_{W_{q\times q}} \lambda'_{i,j}\}| \tag{4.10}$$

(iii)

$$\xi_{m,n} = |\{\max \cup_{W_{q\times q}} \lambda'_{i,j}\} - \{\min \cup_{W_{q\times q}} \lambda'_{i,j}\}| \tag{4.11}$$

sendo $(i,j) \neq (m,n)$ e $(i,j) \in W_{q\times q}$.

Finalmente a borda percebida com valores de pertinência sobre o intervalo real $[0,1]$ pode ser definida como:

$$Edge\ locus = \bigcup_m \bigcup_n \xi'_{m,n}. \tag{4.12}$$

Esse é o *locus* de todos os pixels que possuem $\alpha_1 \leq \xi'_{m,n} \leq \alpha_2$ que limitam o grau de percepção de borda.

Com a abordagem de Gupta é possível introduzir vários níveis de bordas que correspondem aos vários *graus de percepção de bordas*.

4.4.2 Detectores de Bordas baseados em Regras Fuzzy

A grande maioria dos detectores de bordas que utilizam a teoria de conjuntos fuzzy, encontrados na literatura, pertence à classe de detectores de bordas baseados em regras fuzzy (RUSSO, 1998, 1999; LIANG; BASALLO; LOONEY, 2001; LIANG; LOONEY, 2003; MIOSSO; BAUCHPIESS, 2001; TOLIAS; PANAS, 1998; HANMANDLU; SEE; VASIKARLA, 2004; SEE; HANMANDLU; VASIKARLA, 2005; BECERIKLI; KARAN, 2005; HU; CHENG; ZHANG, 2007). A abordagem baseada em regras é considerada uma abordagem fuzzy simbólica, ou seja, o conhecimento, o raciocínio e as regras são representadas usando conceitos de lógica fuzzy. A abordagem baseada em regras considera características da imagem como variáveis linguísticas e, assim, utiliza regras fuzzy SE-ENTÃO para segmentar as imagens em diferentes regiões.

Uma regra típica para extração de bordas pode ser definida da seguinte maneira:

Se um pixel pertence a uma borda

então é atribuído a ele um valor de cinza escuro

senão é atribuído a ele um valor de cinza claro

Esta base de regras é especial em relação ao uso da regra **senão**, pois somente uma relação lógica explícita é usada e mais nada é associado ao complemento. A especificação de todos os casos possíveis que podem ocorrer é mais difícil e custoso.

As variáveis de entrada para esta regra são as diferenças entre o ponto central X de uma pequena vizinhança $W_{3\times3}$ e todos os vizinhos $X_i \in W$. Cada uma das oito diferenças é *fuzificada* de acordo com uma função de pertinência $\mu_i, i = \{1, \ldots, 8\}$.

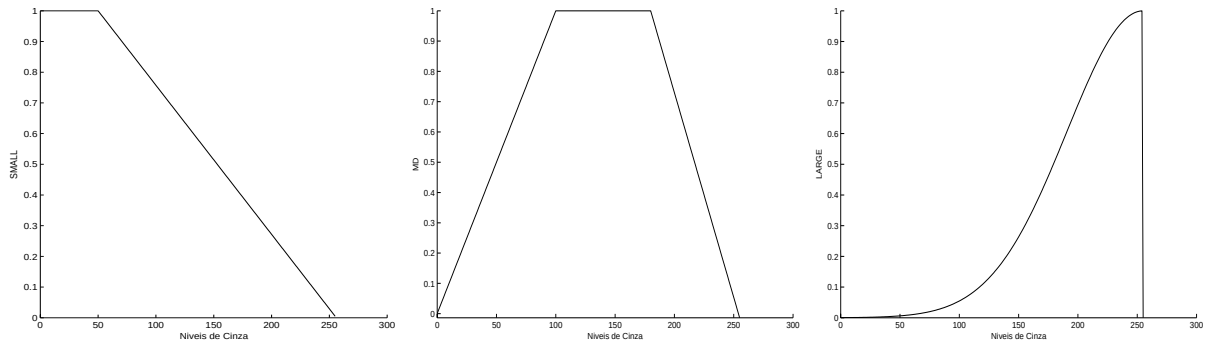
A função de pertinência de saída μ_e correspondente à "borda" é tomada como uma única fatia crescente. A função de pertinência μ_n de "não borda" é o seu complemento, $\mu_n = 1 - \mu_e$. A inferência fuzzy é reduzida pela simples modificação das funções de pertinência de saída:

$$\mu_e = \max\{\mu_i, i = 1, \ldots, 8\}, e\ \mu_n = 1 - \mu_e \tag{4.13}$$

O mapeamento final de bordas em valores de cinza de uma imagem borda pode ser alterado pela modificação das funções de pertinência individuais. Se para as pequenas

diferenças são dadas menos peso, o ruído da imagem de entrada poderá ser suprimido. Também é direto construir detectores de bordas seletivos direcionais pelo uso de diferentes regras, de acordo com a orientação da vizinhança do ponto central X.

Russo (1998) propôs uma nova abordagem para detecção de bordas em imagens corrompidas por ruído impulsivo. O aspecto inovador do método proposto reside no desenvolvimento de um operador que combina regras efetivas para cancelar o ruído e detectar bordas na mesma estrutura. Foram projetados três conjuntos fuzzy especificamente para preservar a qualidade dos detalhes da imagem e textura, *SMALL*, *MEDIUM*, e *LARGE*, cujas funções de pertinência estão ilustradas pelas Figuras 4.2(a), 4.2(b) e 4.2(c), respectivamente.



(a) (b) (c)

Figura 4.2: Funções de Pertinência para os conjuntos (a) *Small*, (b) *Medium* e (c) *Large*.

O operador fuzzy proposto é definido da seguinte maneira: suponha uma imagem X, com L níveis de cinza. Seja $x_{i,j}$ o tom de cinza de um pixel localizado na posição (i, j) da imagem. Considere uma vizinhança local 3×3 centrada em $x_{i,j}$. O método proposto opera da seguinte forma. Primeiro, dois pixels com valores x_1 e x_2 são selecionados de acordo com a seguinte operação:

$$x_1 = \max\{\min\{x_{i-1,j}, x_{i+1,j}\}, \min\{x_{i,j-1}, x_{i,j+1}\}, \min\{x_{i-1,j+1}, x_{i+1,j-1}\}\}, \tag{4.14}$$

$$x_2 = \min\{\max\{x_{i-1,j}, x_{i+1,j}\}, \max\{x_{i,j-1}, x_{i,j+1}\}, \max\{x_{i-1,j+1}, x_{i+1,j-1}\}\}, \tag{4.15}$$

Então, uma correlação $\Delta y_{i,j}$ da amplitude do ruído é avaliada com a seguinte equação:

$$\Delta y_{i,j} = (L-1)(m_1 - m_2), \tag{4.16}$$

sendo:

$$m_1 = \begin{cases} 1 - m_{SM}(x_1 - x_{i,j}) & se\ x_1 > x_{i,j} \\ 0 & se\ x_1 \leq x_{i,j} \end{cases} \tag{4.17}$$

e,

$$m_2 = \begin{cases} 1 - m_{SM}(x_{i,j} - x_2) & se\ x_2 < x_{i,j} \\ 0 & se\ x_2 \geq x_{i,j} \end{cases} \tag{4.18}$$

e m_{SM} é a função de pertinência que representa o conjunto *SMAL(SM)*(Figura 4.2(a)). As operações definidas pelas equações 4.14 e 4.15 reduzem a ação de filtragem quando a amplitude de um possível pulso é pequeno. Seu efeito aumenta para níveis de cinza médios. A saída filtrada $y_{i,j}$ é obtida pela relação:

$$y_{i,j} = x_{i,j} + \Delta y_{i,j}. \tag{4.19}$$

A saída do detector de bordas é produzida pela seguinte relação:

$$z_{i,j} = (L-1)\max\{m_{LA}(\Delta y_1), m_{LA}(\Delta y_2)\} \tag{4.20}$$

com,

$$\Delta y_1 = |x_{i-1,j} - x_{i,j}|\ e\ \Delta y_2 = |x_{i,j-1} - x_{i,j}|$$

e m_{LA} é a função de pertinência que descreve o conjunto fuzzy *LARGE* (Figura 4.2(c)). De acordo com a relação 4.20, o operador visa detectar bordas por levar em conta as diferenças de tons de cinza que são grandes.

Em um outro trabalho, Russo (1999) utilizou operadores baseados em regras fuzzy construídos sobre a arquitetura baseada em regras SE-ENTÃO-SENÃO para detecção de bordas. As regras fuzzy são construídas levando-se em conta o conhecimento heurístico e são baseadas no paradigma FIRE (Fuzzy Inference Ruled by Else-action). As diferenças

de níveis de cinza entre um dado pixel X e sua vizinhança W_{3x3} são as entradas para as regras e a operação a ser realizada no nível de cinza do pixel em questão é a variável de saída do sistema. As regras fuzzy propostas por Russo podem suavizar a imagem enquanto destacam as bordas, porém necessitam de um conjunto de regras bastante grande.

Liang, Basallo e Looney (2001), Liang e Looney (2003) propuseram um classificador fuzzy que detecta classes de pixels na imagem, que correspondem a variações de níveis de cinza em várias direções. Um classificador fuzzy é um sistema que aceita como entradas vetores de características ou vetores de verdades fuzzy para as características. A saída de um classificador fuzzy são verdades fuzzy para as pertinências do vetor de entrada nas várias classes. O classificador fuzzy utiliza uma função de Epanechnikov estendida (**??**) como a função de pertinência fuzzy para cada classe, em que a classe associada a cada pixel é aquela com o maior valor de pertinência fuzzy. Essa classificação é feita em um primeiro passo. Em um segundo passo, uma competição é executada para afinar as bordas. O classificador fuzzy opera sobre o conjunto de oito características extraídas de uma vizinhança 3x3 de cada pixel da imagem. As características são as magnitudes da diferença entre o pixel central e os oito vizinhos e são entradas para o classificador fuzzy, o qual classifica as entradas em duas classes: "fundo branco" e "borda preta".

Hanmandlu, See e Vasikarla (2004) propuseram uma abordagem fuzzy para detecção de borda que utiliza informação global e local da imagem. O detector de bordas envolve duas fases: intensificação de contraste global e detecção local de bordas. Na primeira fase, uma função de pertinência gaussiana modificada é usada para representar cada pixel no domínio fuzzy. Um operador de intensificação de contraste global é usado para realçar a imagem pelo ajuste de seus parâmetros. A otimização da função de entropia pela função do gradiente descendente produz novos parâmetros otimizados de realce de contraste. A segunda fase envolve a aplicação do processo de detecção de borda, com informação local da imagem por uma máscara fuzzy local. O operador fuzzy local é uma função gaussiana generalizada contendo dois parâmetros exponencial α e β. Esses parâmetros são obtidos pelo método de otimização de entropia.

O trabalho de Miosso e Bauchpiess (2001) apresenta um sistema de inferência fuzzy

aplicado para detectar bordas em imagens digitais com bons resultados. Todas as entradas para o sistema fuzzy são obtidas pela aplicação de três filtros passa-alta e um filtro passa-baixa (média). Durante o pré-processamento da imagem de entrada, são aplicados: os operadores de Sobel, usados para determinar suas derivadas nas direções vertical e horizontal; um filtro passa-baixa (média) e um segundo filtro passa-alta. O nível de cinza associado ao pixel (i, j) na imagem de saída depende do pixel (i, j) em cada imagem pré-processada e também dos pixels de uma determinada vizinhança das imagens filtradas pelos operadores de Sobel. O objetivo do sistema fuzzy desenvolvido por Miosso é determinar se o pixel (i, j) avaliado está ou não presente em uma das bordas da imagem, dadas as informações nas imagens filtradas de entrada. Somente no caso do pixel estar presente em uma das bordas da imagem, a saída do sistema de inferência fuzzy deve ser alto. As regras fuzzy foram definidas de maneira que a saída do sistema de inferência fuzzy ("bordas") é alta somente para aqueles pixels pertencentes a bordas na imagem de entrada. Assim, foram estabelecidas doze regras para o sistema. O sistema de inferência fuzzy desenvolvido foi aplicado a várias imagens sintéticas, e os resultados obtidos para essas imagens foram comparados aos resultados produzidos pelo filtro de Sobel. Embora tendo um esforço computacional muito superior quando comparado ao filtro de Sobel, o sistema de inferência fuzzy desenvolvido por Miosso apresenta grande robustez a variações de contraste e iluminação, evitando a obtenção de bordas duplas.

4.4.3 Detectores de Bordas baseados na Morfologia Matemática Fuzzy

Os métodos baseados em morfologia matemática fuzzy para o tratamento de imagens são considerados abordagens fuzzy numéricas, ou seja utilizam conceitos fuzzy para representar estruturas espaciais na imagem (regiões, classes, bordas, etc). Existem alguns trabalhos que aplicam morfologia matemática fuzzy como a base de métodos de detecção de bordas em imagens.

Bloch (1994) utilizou conjuntos fuzzy como a base de um método morfológico de extração de bordas. Neste trabalho, Bloch desenvolveu uma teoria de morfologia matemática

para conjuntos fuzzy, que estende a morfologia matemática clássica e permite representar a informação espacial em imagem para lidar com incertezas ou imprecisões.

Mansoor et al. (2007) propuseram uma nova abordagem para detecção de bordas e realce de imagens baseado na morfologia fuzzy por α-corte. O filtro morfológico proposto aplica, inicialmente, uma transformação *Top-hat* à imagem utilizando operações de dilatação e erosão fuzzy. Com a aplicação da transformada, os detalhes da imagem são realçados. O elemento estruturante utilizado possui um formato adaptativo de losangos e foi empiricamente otimizado pela escolha do parâmetro α como sendo o complemento do nível de intensidade de mais alta freqüência no histograma da imagem. Os pesos das máscaras estruturantes foram modificados para diferentes imagens, possibilitando sintonizar as operações morfológicas ao realce da imagem. Após a aplicação da filtragem *Top-hat*, a imagem em tons de cinza é convertida em uma imagem binária, através da escolha de um limiar adequado. Posteriormente, a transformada *hit-or-miss* é aplicada à imagem binária para afinamento. Finalmente, a conectividade-m é usada para manter o número desejado de pixels conectados. A imagem de saída é então sobreposta à imagem original para que as bordas sejam realçadas.

Segundo os autores, os resultados obtidos foram melhores comparados a outras abordagens existentes, como o filtro de Sobel e o filtro Laplaciano. Porém, os autores não fizeram nenhum tipo de estudo quantitativo para comparar os resultados destas diferentes abordagens e também não compararam os seus resultados com outras abordagens fuzzy.

4.5 Considerações Finais

A grande maioria das abordagens fuzzy para detecção de bordas em imagens digitais são baseadas em regras fuzzy, embora existam ganhos em relação às técnicas clássicas, são ainda muito custosas, com formulações pouco triviais. No próximo capítulo é apresentada uma nova formulação fuzzy para o problema de detecção de borda, compacta e intuitiva, quando comparada com as técnicas atualmente disponíveis na literatura e, com bons

resultados práticos.

Capítulo 5

Detector de Bordas em Imagens Digitais Usando Números Fuzzy

5.1 Considerações Iniciais

A importância de conjuntos fuzzy para a análise de sistemas naturais complexos tem sido estabelecida em vários domínios de aplicação (KANDEL; BYATT, 1978; ZADEH, 1973). Em vários aspectos de processamento de imagens e visão computacional existe um certo grau de incerteza. Padrões visuais são ambíguos por natureza, características de imagens são corrompidas e distorcidas pelo processo de aquisição, descrições de objetos nas cenas nem sempre são bem definidos; muitas vezes, o conhecimento sobre os objetos na cena são descritos em termos vagos. Além disso, as saídas do processamento de baixo nível das imagens fornecem entradas vagas, conflitantes ou mesmo incorretas para os algoritmos de mais alto nível. A teoria de conjuntos fuzzy é uma alternativa bastante apropriada para lidar com tais incertezas, em contrapartida aos sistemas convencionais, baseados na lógica tradicional (*crisp*) que fornecem respostas do tipo *verdadeiro* ou *falso*.

Os trabalhos de Jawahar e Ray (1996a, 1996b), que aplicam números fuzzy para definir histogramas e matrizes de co-ocorrência fuzzy, motivaram o desenvolvimento deste trabalho.

Neste capítulo descreve-se uma nova abordagem, baseada no conceito de números

fuzzy, para detecção de bordas em imagens digitais chamado FUNED (Fuzzy Number Edge Detector). A técnica de detecção de bordas implementada pelo FUNED considera uma vizinhança local dos pixels da imagem, definida pelo usuário e, baseado no conceito de números fuzzy, verifica-se se um pixel pertence ou não aquela região da imagem, com base na intensidade dos níveis de cinza que compõem a região. O pixel que não pertence à região é então classificado como um pixel de borda. Assim, por intermédio de uma função de pertinência, o algoritmo fornece uma matriz de pertinência em tons de cinza e, mediante a escolha de um limiar, as bordas da imagem são segmentadas.

5.2 Detector de Bordas baseado em Números Fuzzy

5.2.1 Interpretação fuzzy de imagens

Seja uma imagem A de tamanho $N \times M$ pixels, com L valores de níveis de cinza g_{ij} variando entre *0* e *L-1*. A imagem A é interpretada como uma matriz, em que cada um de seus elementos denota o valor de pertinência do nível de cinza g_{ij}, correspondente ao *(i,j)*-ésimo pixel, em relação à propriedade *Região Homogênea* da imagem. Portanto, a imagem pode ser representada pelo seguinte conjunto fuzzy:

$$A = \{< g_{ij}, \mu_A(g_{ij}) > / g_{ij} \in \{0, \ldots, L-1\}\}, \tag{5.1}$$

$i \in \{1, \ldots, N\}$ e $j \in \{1, \ldots, M\}$

ou alternativamente, usando a notação para representar conjuntos discretos fuzzy, o conjunto fuzzy que representa a imagem pode ser dado por:

$$A = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \frac{\mu_A(g_{ij})}{g_{ij}}. \tag{5.2}$$

A função de pertinência μ_A pode ser calculada, dentre outras formas, por uma normalização simples:

$$\mu_A(g_{ij}) = \frac{g_{ij}}{\max\limits_{i \in [1,N], j \in [1,M]} g_{ij}}. \tag{5.3}$$

5.2.2 Abordagem Proposta

Os níveis de cinza de uma imagem são interpretados como números fuzzy. Com essa interpretação, incorpora-se a variabilidade inerente aos valores de cinza de imagens, proporcionando assim uma abordagem mais adequada ao tratamento de imagens digitais, em comparação ao tratamento clássico, baseado em uma formulação analítica. Embora os valores de cinza fuzzy, g, possam assumir qualquer tipo de conjunto fuzzy, adota-se, neste trabalho, os números fuzzy simétricos e triangulares definidos pelas equações (5.4) e (5.5):

$$\mu_A(x) = f(|x - g|, \delta), \tag{5.4}$$

sendo que $f(.)$ controla a forma do número fuzzy e $\delta \in R^+$ controla o espalhamento do número fuzzy. O número fuzzy representado pela equação (5.5) é um número fuzzy triangular e simétrico.

$$\mu_A(x) = MAX(0, 1 - \frac{|x - g|}{\delta}), \tag{5.5}$$

É importante notar que essa representação de números fuzzy é bastante compacta. Além disso, a definição de uma função de pertinência apropriada é heurística, portanto não única. Assim, diferentes funções de pertinência podem ser definidas, baseadas nas propriedades da vizinhança da borda.

A função de pertinência proposta para a implementação do detector de bordas tem a seguinte formulação (BOAVENTURA; GONZAGA, 2007, 2009): para cada pixel $g_{i,j}$ da imagem, interpretado como um número fuzzy, calcula-se a pertinência desse pixel em relação à região determinada por uma vizinhança local. Assim, seja uma imagem $A_{N \times M}$ em que, para cada pixel $g(i, j)$, tem-se uma janela de vizinhança espacial $W \times W$. A função de pertinência, $\hat{\mu}_{g(i,j)}$, de cada pixel $g(i, j)$ ao conjunto fuzzy *Região Homogênea* da imagem é definida pela equação:

$$\hat{\mu}_{g(i,j)} = \frac{\sum_{k=1}^{W} \sum_{l=1}^{W} \max(0, 1 - \frac{|g(i,j) - A(k,l)|}{\delta}) - 1}{W^2 - 1}, \tag{5.6}$$

$i = 1 \ldots N, j = 1 \ldots M.$

sendo que $\delta \in R$ representa o parâmetro de espalhamento do número fuzzy. Quanto menor δ, menor é a base do número triangular, ou seja, menor é o intervalo onde se considera a pertinência dos vizinhos.

De acordo com a equação (5.6), o pixel central da região analisada é excluído do cálculo de sua pertinência (subtrai-se o pixel central do numerador e denominador da equação).

A matriz resultante desta operação é chamada de matriz de pertinências ou imagem pertinência e é definida pela equação:

$$A^{'} = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} \frac{\hat{\mu}_{ij}}{g_{ij}}, \tag{5.7}$$

sendo que, $\hat{\mu}_{ij}$ indica o grau de pertinência de cada pixel à região $W \times W$ pré-definida da imagem. Os valores de pertinências próximos de 1 significam uma maior pertinência dos respectivos pixels a uma região homogênea. Para valores de pertinências próximos de 0, tem-se que os pixels avaliados são diferentes dos pixels da região, ou melhor, podem pertencer à borda de uma região e não a uma região homogênea. Assim, a matriz de pertinências $A^{'}$, observada como uma imagem em nível de cinza no intervalo [0,1], representa as bordas presentes na imagem pelos tons de cinza mais escuros, diferente das abordagens de detecção de bordas tradicionais, cujas bordas são apresentadas por tonalidades mais claras. Ao se analisar a matriz de pertinências como tons de cinza, os pixels mais escuros são aqueles com menor pertinência a uma região homogênea, ou seja, com maior possibilidade de representar as bordas da imagem.

5.3 Orientação de Bordas por Análise de Vizinhança Local

Os métodos baseados em operadores diferenciais para detecção de bordas, tais como filtragem de Sobel, Prewitt, Roberts e Operador de Canny (GONZALEZ; WOODS, 2002), realizam a diferenciação discreta em uma imagem e produzem o campo gradiente. A abordagem mais simples e natural para estimar a orientação local das bordas é obtida a partir do relacionamento entre as funções gradiente vertical e horizontal da imagem

digital. É bem conhecido que o ângulo fase do gradiente denota a direção de troca de intensidade máxima do pixel. Assim, a direção de uma borda hipotética que cruza a região centralizada em um determinado pixel é ortogonal ao ângulo fase gradiente naquele pixel. Esse método embora simples e eficiente, possui alguns inconvenientes (MALTONI et al., 2003). Um deles, ao utilizar as máscaras clássicas de convolução de Sobel ou Prewitt para determinar os componentes ∇x e ∇y e computar θ_{ij} como o arco-tangente da proporção $\nabla x/\nabla y$ apresenta problemas devido a não linearidade e descontinuidade ao redor de 90^0.

Por outro lado, os detectores de bordas fuzzy não fornecem a informação do campo gradiente, portando não produzem diretamente a informação de direção de bordas, que é importante para análises subsequentes da imagem, tais como afinamento de bordas, ligação de bordas, análise de textura, etc.

Uma abordagem alternativa para a estimativa de orientação de bordas foi proposta (BOAVENTURA; GONZAGA, 2008). A nova abordagem é baseada na análise de uma vizinhança local dos pixels da imagem pertinência, tomada de forma complementar, onde valores maiores são os pixels de borda. A avaliação da orientação local da borda é feita com base em alinhamentos dos pixels da imagem pertinência relativo a um número fixo de orientações de referência, não sendo necessários cálculos complexos tais como de raízes quadradas, do arco-tangente e do vetor gradiente. Cada uma das orientações de referência possui um ângulo correspondente que define a orientação considerada.

5.3.1 Método Proposto para Estimar a Orientação de Bordas

Seja uma imagem G cuja matriz de pertinências complementar é representada por uma imagem B. Seja $b_{i,j}$ um pixel do mapa de bordas da imagem. A orientação local da borda em $b_{i,j}$ é o ângulo θ_{ij} que a borda da imagem, cruzando com uma pequena vizinhança arbitrária centralizada em $b_{i,j}$, forma com o eixo horizontal. O ângulo θ_{ij} é uma direção não orientada no intervalo $[0, 180^0]$. Utiliza-se neste trabalho o termo orientação para denotar uma direção não orientada no intervalo $[0, 180^0]$.

A matriz de orientação de bordas, também chamada de matriz direcional, é a matriz Θ cujos elementos codificam a orientação local das bordas da imagem. Cada elemento θ_{ij} da matriz, correspondente a uma vizinhança local quadrada centralizada em $b_{i,j}$, denota a orientação da borda da imagem na vizinhança de $b_{i,j}$. O cálculo da orientação considera a soma dos valores dos pixels na vizinhança de $b_{i,j}$ correspondente a cada orientação de referência predefinida. Assim, cada orientação de referência possui uma soma correspondente. O valor máximo dessas somas define o ângulo de orientação local da borda.

Para uma vizinhança de tamanho 3x3, foram definidas quatro orientações de referência, que correspondem aos ângulos 0^0, 45^0, 90^0 e 135^0. A Figura 5.1 mostra a vizinhança 3X3 de um pixel central $b_{i,j}$ e também as quatro direções nas quais podem aparecer bordas. As somas dos valores de todos os pixels de borda $b_{i,j}$ e seus vizinhos em uma determinada direção são denominadas d_1, d_2, d_3 e d_4 representando os ângulos 0^0, 45^0, 90^0 e 135^0, respectivamente. Essas somas representam cada uma as direções 1, 2, 3 e 4 e são calculadas por:

$$
\begin{aligned}
d_1 &= b_{i,j} + b_{i,j-1} + b_{i,j+1} \\
d_2 &= b_{i,j} + b_{i-1,j+1} + b_{i+1,j-1} \\
d_3 &= b_{i,j} + b_{i-1,j} + b_{i+1,j} \\
d_4 &= b_{i,j} + b_{i-1,j-1} + b_{i+1,j+1}
\end{aligned}
$$

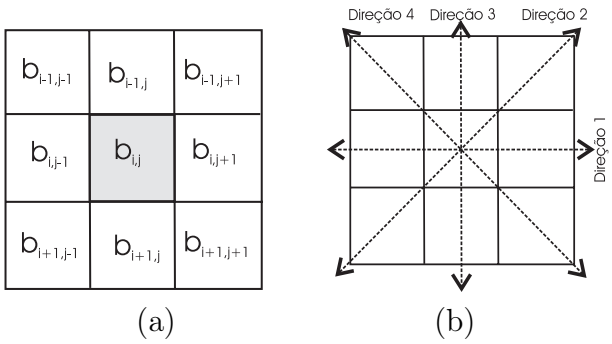


Figura 5.1: (a) Vizinhança 3x3; (b) As quatro orientações de bordas definidas.

A definição de uma vizinhança maior em torno de um pixel da imagem pertinência permite a adição de um número maior de orientações de referência. No caso de uma

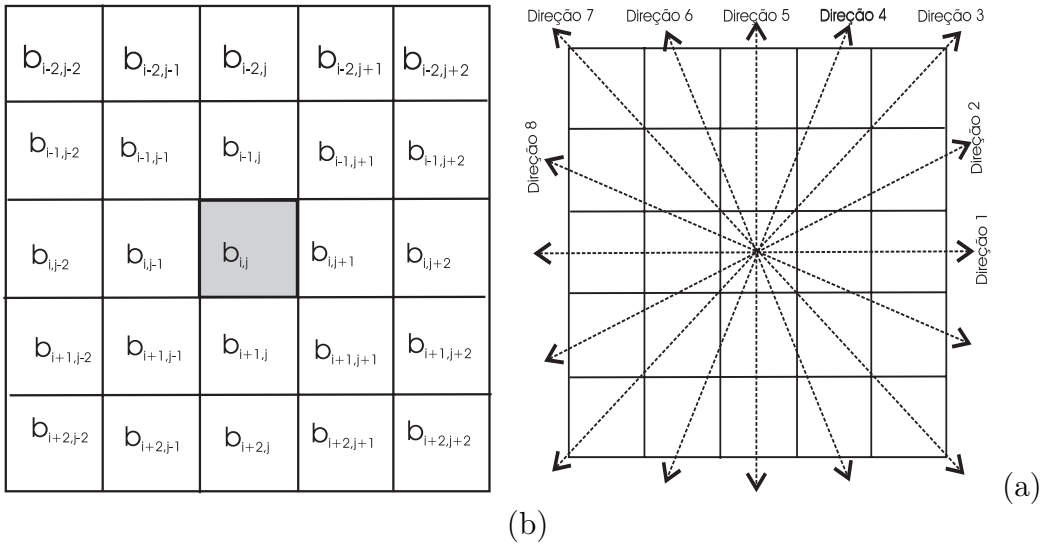


Figura 5.2: (a) Vizinhança 5x5; (b) As oito orientações de borda definidas.

vizinhança 5x5, foram definidas oito orientações fixas de referência, cujos ângulos são, respectivamente, 0^0, 22.5^0, 45^0, 67.5^0, 90^0, 112.5^0, 135^0 e 157.5^0. A Figura 5.2 mostra uma vizinhança 5x5 de um pixel central $b_{i,j}$, juntamente com as oito direções fixas definidas, que são analisadas para definir a orientação local do pixel de borda $b_{i,j}$.

O cálculo de cada uma das possíveis orientações d_i, para $i = 1 \ldots 8$, é dado pelas oito equações a seguir:

$$
\begin{aligned}
d_1 &= b_{i,j} + b_{i,j-2} + b_{i,j-1} + b_{i,j+1} + b_{i,j+2} \\
d_2 &= b_{i,j} + b_{i-1,j+2} + (b_{i-1,j+1} + b_{i,j+1})/2 + \\
&\quad b_{i+1,j-2} + (b_{i,j-1} + b_{i+1,j-1})/2 \\
d_3 &= b_{i,j} + b_{i-2,j+2} + b_{i-1,j+1} + b_{i+1,j-1} + b_{i+2,j-2} \\
d_4 &= b_{i,j} + b_{i+2,j-1} + (b_{i+1,j-1} + b_{i+1,j})/2 + \\
&\quad b_{i-2,j+1} + (b_{i-1,j} + b_{i-1,j+1})/2 \\
d_5 &= b_{i,j} + b_{i-1,j} + b_{i-2,j} + b_{i+1,j} + b_{i+2,j} \\
d_6 &= b_{i,j} + b_{i+2,j+1} + (b_{i+1,j} + b_{i+1,j+1})/2 + \\
&\quad b_{i-2,j-1} + (b_{i-1,j-1} + b_{i-1,j})/2 \\
d_7 &= b_{i,j} + b_{i-2,j-2} + b_{i-1,j-1} + b_{i+1,j+1} + b_{i+2,j+2}
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned} d_8 &= b_{i,j} + b_{i-1,j-2} + (b_{i-1,j-1} + b_{i,j-1})/2 + \\ & \quad b_{i+1,j+2} + (b_{i,j+1} + b_{i+1,j+1})/2 \end{aligned}$$

Para cada pixel $b_{i,j}$ da imagem pertinência, calcula-se um vetor de dimensão igual ao total de orientações de referência, dependente do tamanho da vizinhança W utilizada, que contém os respectivos valores calculados $(d_1, \ldots, d_4)$ ou $(d_1, \ldots, d_8)$, para as quatro direções em uma vizinhança 3×3, ou 8 direções em uma vizinhança 5×5. Assim o valor $d_l = \max\{d_k\}$, para as direções $k = 1 \ldots 4$ ou $k = 1 \ldots 8$, determina o ângulo de referência θ_l de $b_{i,j}$ na direção l. Portanto, cada elemento da matriz direcional Θ é definido pela seguinte equação:

$$\Theta(i,j) = \theta_l[(\max\{\sum_W (b_{ij})_k)\}] \tag{5.8}$$

ou

$$\Theta(i,j) = \theta_l(\max\{d_k\}), \quad sendo \;\; d_k = \sum_{k=1}^{W} b_{ij} \tag{5.9}$$

5.4 Supressão de não Máximos por meio das Estimativas de Orientações de Bordas

O processo conhecido como Supressão de Não Máximos (NMS) (*Non Maximum Suppression - NMS*) foi introduzido por Canny (1986) com o objetivo de suprimir da matriz de magnitudes, obtida no processo de filtragem derivativa, todos os valores ao longo da linha do gradiente que não são máximos. Este processo afina os cumes de magnitude do gradiente na matriz de magnitudes, e dessa forma afina as bordas obtidas da imagem.

No caso do detector FUNED, os pontos de borda correspondem, na matriz de pertinências complementar, aos maiores valores obtidos. A seleção destes pontos, juntamente com um processo de eliminação de alguns pontos não borda, levam a uma melhor loca-

lização da borda. Portanto, a técnica de supressão de não máximos foi adaptada para o detector fuzzy (FUNED). A Supressão de Não Máximos Adaptada (ANMS), proposta neste trabalho, é o anulamento de pixels cujos valores não são máximos locais, em perfis limitados, na direção perpendicular à borda, ou seja, busca-se na direção local da borda, por valores de pixels que não são máximos locais. A Figura 5.3 ilustra o caso onde o pixel central (i, j) é examinado para verificar se o seu valor é um máximo local, sendo a direção da borda de 135°.

Para a aplicação da Supressão de Não Máximos Adaptada, uma máscara 3×3 é utilizada de modo que seja feita a comparação do pixel central $b_{i,j}$ ao longo da linha perpendicular à borda, comparando-o com seus dois vizinhos, de acordo com o ângulo determinado na matriz direcional. Se o valor do elemento $b_{i,j}$ não for maior que o de seus vizinhos, ao longo da linha perpendicular à borda, então $b_{i,j}$ recebe zero de pertinência. Esse processo afina as bordas obtidas pelo FUNED. Considerando essa etapa, a imagem pertinência complementar $B^{'}$ é calculada da seguinte maneira:

$$B^{'}(i, j) = ANMS(B(i, j), \Theta(i, j)), \tag{5.10}$$

sendo Θ a matriz direcional de orientações definida pela equação 5.8.

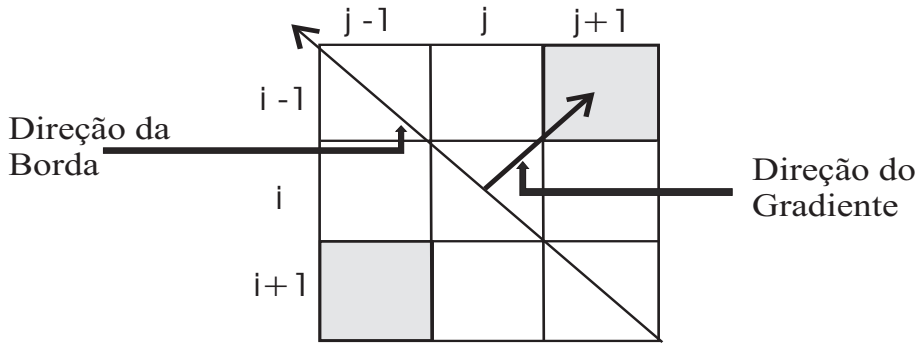


Figura 5.3: Esquema de supressão de não máximos quando a direção da borda é de 135°

5.5 Avaliação de Detectores de Bordas

Existem vários critérios para análise quantitativa de detecção de bordas. Alguns desses critérios são a taxa de erro e de acerto de detecção e localização de bordas e a distância entre os pontos de borda detectados, em comparação a uma imagem de referência, denominada imagem ideal (*ground truth*) (ABDOU; PRATT, 1979; SCOFIELD et al., 2007).

A figura de mérito de Pratt, também chamada de índice de mérito de Pratt, é uma ferramenta útil para avaliar a performance de detectores de borda. A medida utiliza a distância entre todos os pares de pontos correspondentes para quantificar a diferença entre os contornos (ABDOU; PRATT, 1979), e é definida como:

$$P = \frac{1}{\max(N_I, N_B)} \sum_{i=1}^{N_B} \frac{1}{1 + \alpha \times d_i^2} \tag{5.11}$$

N_I e N_B são os números de pontos de bordas na imagem ideal e imagem de bordas, respectivamente, d_i é a distância entre um pixel de borda e o pixel mais próximo na imagem ideal e α é uma constante de calibração. A figura de mérito de Pratt (P) é um indicador da qualidade de borda e, traduz o comportamento global das distâncias entre as bordas, sendo uma medida relativa, que varia no intervalo [0,1].

Scofield et al. (2007) utilizou outra maneira de verificar a discrepância entre as bordas da imagem de borda obtidas e da imagem ideal. Para essa análise, são calculadas as seguintes medidas (SCOFIELD et al., 2007):

A porcentagem dos pixels de bordas que foram corretamente detectados (P_{co}):

$$P_{co} = \frac{N_{pd}}{N_I} \tag{5.12}$$

sendo que N_{pd} representa o número de pixels da borda detectados corretamente.

A porcentagem dos pixels de bordas que não foram detectados (P_{nd}):

$$P_{nd} = \frac{N_{pnd}}{N_I} \tag{5.13}$$

sendo N_{pnd} o número de pixels da borda não detectados.

Porcentagem dos pixels de bordas que foram erroneamente detectados como pixels de borda (P_{ed}):

$$P_{ed} = \frac{N_{ed}}{N_B} \tag{5.14}$$

N_{ed} significa o número de pixels de falso alarme, ou seja, erroneamente detectados.

As medidas, descritas pelas equações 5.11 a 5.14, variam no intervalo [0,1], onde o valor 1 representa o ajuste perfeito para as medidas P e P_{co}, e 0 para P_{nd} e P_{ed}.

5.5.1 Métricas e Técnicas de Avaliação Adaptadas à Avaliação de Detectores de Bordas

Um detector de bordas pode ser considerado como um classificador de padrões, uma vez que classifica os pixels da imagem na classe *pixels de borda*. Cada pixel da imagem é mapeado para um elemento do conjunto de rótulos de classe {1,0}, em que 1 significa pertencente à classe borda (positivo) e 0 significa não pertencente à classe borda (negativo). Assim, um detector de bordas pode ser considerado um classificador discreto, o qual gera resultados discretos indicando diretamente a classe.

Dado um detector de bordas, a matriz de pixels que representa a imagem é o conjunto de amostras, em que cada pixel pode assumir valores *positivo* e *negativo*, respectivamente. Ao aplicar o detector de bordas a um pixel da imagem (elemento de entrada), tem-se quatro situações distintas. Se o elemento de entrada é um pixel de borda, considerado *genuíno* (positivo), e o detector de bordas o classifica como *positivo*, conta-se como *Verdadeiro Positivo* (VP); se é classificado como *negativo*, conta-se como *Falso Negativo*(FN). Se o elemento de entrada não é um pixel de borda, ou seja é um *impostor* (negativo), e é classificado como tal, conta-se como *Verdadeiro Negativo* (VN); se é classificado como *positivo*, conta-se como *Falso Positivo* (FP). Assim, uma tabela de contingência (ou matriz de confusão) pode ser construída para relacionar esses dados. Um exemplo de uma tabela de contingência é mostrada pela Tabela 5.1 que, além desses dados, também registra as totalizações dos mesmos: total de genuínos (TG), que representa o total de elementos de

uma classe, o total de impostores (TI), o total de saídas positivas (TSP), o total de saídas negativas (TSN), o total de classificações corretas (TCC), o total de classificações incorretas (TCI) e, finalmente, o total de saídas (TS), que é o total de elementos classificados (TS = TG + TI).

Tabela 5.1: Tabela de Contingência

Entrada Saída	Genuínos (Positivo)	Impostores (Negativo)	Total
Positivo	VP	FP	TSP
Negativo	FN	VN	TSN
Total	TG	TI	TS

A tabela de contingência serve como base para muitas métricas, que podem ser aplicadas para analisar as características de um detector de bordas. Dentre as principais métricas que podem ser calculadas, destacam-se as métricas: acurácia (exatidão), taxa de erro, razão de verdadeiros positivos (sensibilidade), razão de falsos positivos, que foram utilizadas neste trabalho como base para o método desenvolvido para avaliação de detectores de bordas (FAWCET, 2005).

Acurácia (Exatidão ou Taxa de Acerto) é a proporção de classificações corretas para o total de elementos classificados (genuínos e impostores). A acurácia é calculada pela seguinte equação:

$$A = \frac{TCC}{TS} = \frac{VP + VN}{VP + FN + FP + VN}, \; 0 <= A <= 1 \tag{5.15}$$

Taxa de Erro é a proporção de classificações incorretas para o total de elementos (genuínos e impostores). A taxa de erro é calculada pela seguinte equação:

$$Err = \frac{TCI}{TS} = \frac{FP + FN}{VP + FN + FP + VN}, \; 0 <= Err <= 1 \tag{5.16}$$

Razão de Verdadeiros Positivos, também chamada de sensibilidade, é a proporção de verdadeiros positivos classificados corretamente como genuínos, ou seja, é a proporção de genuínos de uma classe que foram classificados corretamente como genuínos. A razão de verdadeiros positivos é dada pela seguinte equação:

$$RVP = \frac{VP}{TG} = \frac{VP}{VP + FN}, \; 0 <= RVP <= 1 \tag{5.17}$$

Razão de Falsos Positivos, ou taxa de falso alarme, é a proporção de falsos positivos classificados relativamente ao total de impostores existentes, ou seja, é a proporção de impostores erroneamente classificados como genuínos. A razão de falsos positivos é dada pela seguinte equação:

$$RFP = \frac{FP}{TI} = \frac{FP}{VN + FP}, \; 0 <= RFP <= 1 \tag{5.18}$$

A análise ROC (*Receiver Operating Characteristics*) é uma técnica para visualizar, organizar e selecionar classificadores baseado em seus desempenhos. Para realizar estas análises, gráficos ROC podem mostrar o limiar entre taxas de acerto e alarmes falsos (taxas de erros) dos classificadores. Neste trabalho, a teoria da análise ROC foi adaptada para a aplicação na avaliação de detectores de bordas de uma imagem digital, em que o *Espaço ROC* é utilizado como parte da metodologia de avaliação.

Os gráficos ROC são bidimensionais, em que no eixo X representa-se o valor da Razão de Falsos Positivos (equação 5.18) e no eixo Y a Razão de Verdadeiros Positivos (equação 5.17). Na Figura 5.4 é mostrado um gráfico ROC simples, somente com classificadores discretos, que é o caso de um detector de bordas. Um detector de bordas fornece como saída um par (Razão de Falso Positivo (RFP), Razão de Verdadeiro Positivo (RVP)) correspondendo a um ponto no espaço ROC.

Alguns pontos são importantes no espaço ROC. O ponto (0,1) representa um detector de bordas perfeito, ou seja, nenhum falso positivo e todos os verdadeiros positivos são classificados. Este caso pode ser representado pelo detector D. O ponto (x,0) representa o pior caso, ou seja, o detector de bordas não apresenta nenhum verdadeiro positivo. No ponto inferior esquerdo (0,0) o detector de bordas não apresenta nenhuma saída. A linha diagonal que vai do ponto (0,0) ao ponto (1,1) divide o espaço ROC em áreas de classificação boas ou ruins e é também chamada de linha de não discriminação (*random guess*). De maneira geral, um ponto no espaço ROC é melhor que outro se ele está

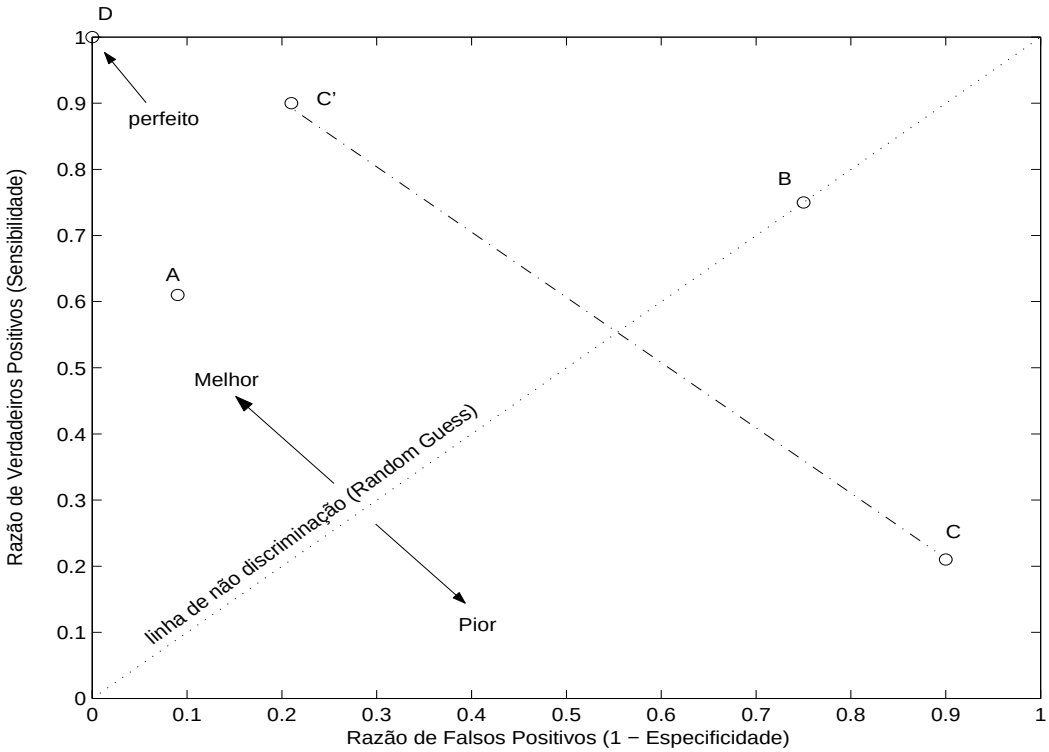


Figura 5.4: Espaço ROC.

mais à noroeste, em que a razão dos verdadeiros positivos é maior e/ou a razão de falsos positivos é menor. Classificadores no lado esquerdo do gráfico ROC (perto do eixo Y) são ditos "conservadores", pois fazem classificações positivas somente com uma evidência forte, portanto comentem poucos *falsos positivos*. Classificadores no lado direito são ditos "liberais", pois fazem classificações positivas com pouca evidência, mas cometem muitos erros "falsos positivos". Na Figura 5.4, A é mais conservador do que C'. Classificadores sobre a linha diagonal são considerados classificadores "aleatórios" (Na Figura 5.4, B é um classificador aleatório)

Um detector de bordas é considerado "invertido" quando apresenta resultados abaixo da diagonal principal do espaço ROC (C, na Figura 5.4). É importante ressaltar que se um classificador produz pontos abaixo da diagonal, pode-se negá-lo para produzir pontos acima dela. Na Figura 5.4, C' é igual a C negado

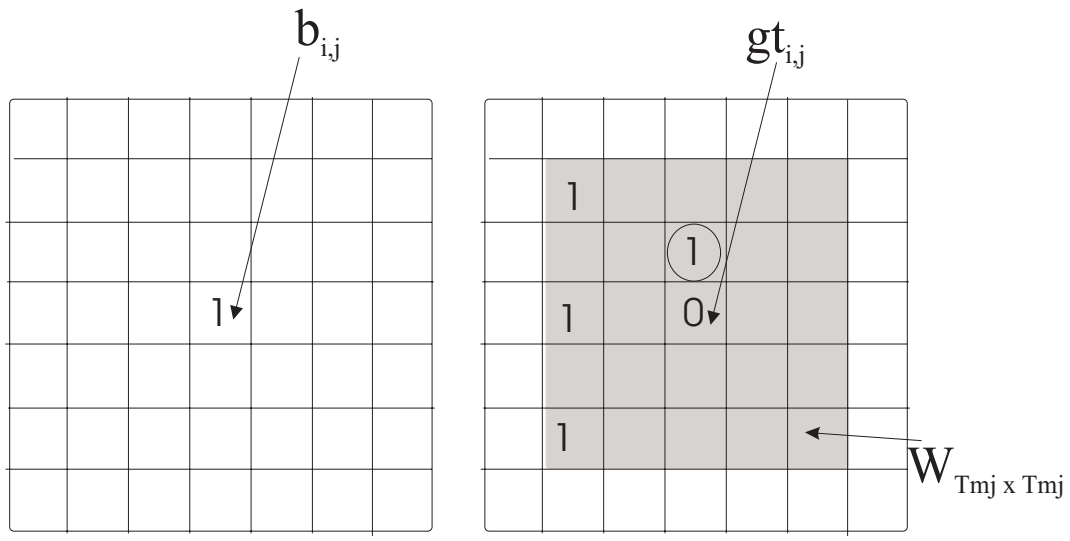


Figura 5.5: (a)Mapa de Bordas (b)Imagem Ideal com limiar $T_{mj} = 5$.

5.5.2 Metodologia para a Comparação de Bordas

Para a análise do desempenho dos métodos de detecção de bordas, as imagens bordas obtidas devem ser comparadas com as respectivas imagens ideais (*ground truth*). A correspondência entre bordas obtidas e bordas ideais é feita pixel a pixel. Assim, seja a matriz B o mapa de bordas obtido a partir de uma imagem G e, seja a matriz GT a imagem de bordas ideal correspondente. Cada elemento $b_{i,j}$ em B é avaliado em relação ao elemento $gt_{i,j}$ em GT e essa correspondência pode ser não exata. Neste caso, considera-se um limiar T_{mj}, chamado de limiar de tolerância, o qual permite fazer a correspondência de um pixel de borda $b_{i,j}$ em B com um pixel de borda ideal p em GT mesmo que p esteja a uma pequena distância ao redor de uma vizinhança $W_{T_{mj} \times T_{mj}}$ centralizada em $gt_{i,j}$. Dada essa tolerância, em geral, um pixel de borda em B pode ter múltiplos casamentos potenciais a um pixel de borda correspondente na imagem ideal GT, em torno dessa vizinhança, neste caso, toma-se o pixel com distância mínima. Quando a correspondência é estabelecida, marca-se o pixel correspondente com zero na matriz GT. A Figura 5.5 ilustra o mapa de bordas e a matriz de bordas ideais, considerando uma vizinhança 5×5 para o pixel em análise.

5.5.3 Obtenção das Medidas

Seja B a imagem de bordas obtida (mapa de bordas), GT a imagem ideal correspondente e dado um pixel $b_{i,j} \in B$ e o pixel correspondente $gt_{i,j} \in GT$. O cálculo dos verdadeiros positivos (VP) e falsos positivos (FP) é dado pela seguinte expressão: se $b_{i,j} = 1$ e ($gt_{i,j} = 1$ ou $\exists\ p \in W_{T_{mj} \times T_{mj}}$ centralizada em $gt_{i,j}$ tal que $p = 1$) então considera-se verdadeiro positivo (VP), caso contrário, considera-se falso positivo (FP).

O cálculo dos verdadeiros negativos (VN) e falsos negativos é feito da seguinte maneira: se $b_{i,j} = 0$ e $gt_{i,j} = 0$ então considera-se verdadeiro negativo (VN), caso contrário, considera-se falso negativo (FN).

Para o cálculo do índice de mérito de Pratt (IMP), também é feita uma avaliação do mapa de bordas obtido com a imagem ideal correspondente. Se $b_{i,j} = 1$ e ($gt_{i,j} = 1$ ou $\exists\ p \in W_{T_{mj} \times T_{mj}}$ tal que $p = 1$) então considera-se a correspondência entre o pixel $b_{i,j}$ e o pixel $p \in GT$ com menor distância dentro da janela $W_{T_{mj} \times T_{mj}}$, tomando essa distância mínima para o cálculo do índice de mérito de Pratt (equação (5.11)).

5.5.4 O Processo de Geração dos Gráficos de Comparação

Dada uma imagem de bordas B, sua correspondente imagem ideal GT e uma janela de vizinhança $W_{T_{mj} \times T_{mj}}$ centralizada em $gt_{i,j}$, a menor distância entre um determinado pixel $p \in W_{T_{mj} \times T_{mj}}$ e o pixel $gt_{i,j}$ é zero, ou seja $p = gt_{i,j}$ e a maior distância entre p e $gt_{i,j}$ é $\lfloor T_{mj}/2 \rfloor \sqrt{2}$. Conforme visto anteriormente, o processo de comparação entre as bordas obtidas e bordas ideais considera a janela $W_{T_{mj} \times T_{mj}}$. Dessa forma, essa busca está restrita à distância euclidiana em R^2 $d_{\pounds 2} \in [0, \lfloor T_{mj}/2 \rfloor \sqrt{2}]$. Para a avaliação dos detectores de bordas, é considerada a variação de distâncias dentro desse intervalo. Por exemplo, se for tomado o limiar $T_{mj} = 5$ então, em uma janela de vizinhança $W_{5 \times 5}$, tem-se as seguintes distâncias entre o pixel central $g_{i,j}$ e os demais pixels de W: $\{0,\ 1,\ 1.4,\ 2,\ 2.2,\ 2.8\}$, conforme ilustrado pela Figura 5.6. A avaliação pode ser restrita à busca por bordas com distância 0, ou seja, o casamento de pixels somente é aceito quanto $b_{i,j} = gt_{i,j}$. A avaliação pode ser estendida aos pixels com distância de no máximo 1,4, em que a busca por pixels de borda é estendida à vizinhança $W_{3 \times 3}$ do pixel central $gt_{i,j}$. Conforme a distância é

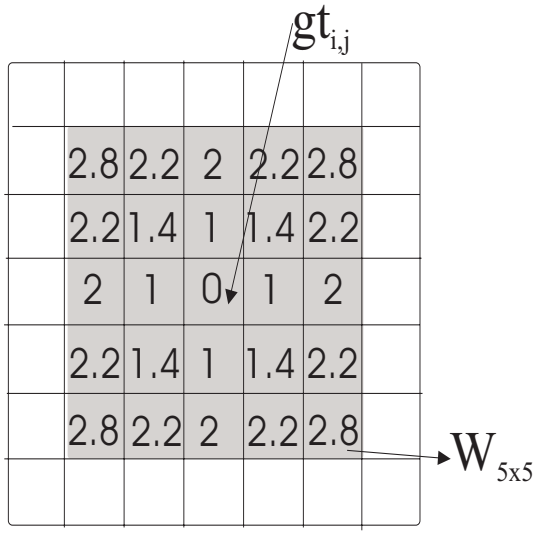


Figura 5.6: Distâncias entre $gt_{i,j}$ e os demais pixels pertencentes à $W_{5\times5}$

aumentada, flexibiliza-se a busca por bordas em uma região próxima ao pixel em análise.

Para avaliação quantitativa dos métodos de extração de bordas, são consideradas as métricas: acurácia, taxa de erro, o índice de mérito de Pratt e a análise ROC. Para cada uma dessas medidas, os detectores de bordas são avaliados segundo a variação de distância descrita anteriormente. A comparação entre os detectores é feita por meio de gráficos que registram a acurácia, a taxa de erro, o índice de mérito de Pratt e o espaço ROC, em que é registrada as medidas feitas para cada um dos detectores de bordas. No próximo capítulo são relatados os resultados experimentais e as comparações entre os resultados obtidos por diversos detectores são mostrados por meio desses gráficos.

5.6 Considerações Finais

Neste capítulo apresentou-se um novo método para detecção de bordas em imagens. O método proposto adota a teoria de números fuzzy para extrair bordas, considerando-se as incertezas em relação aos níveis de cinza presentes na imagem. A este novo método foi dado o nome de FUNED (*Fuzzy Numbers Edge Detector*). Também foi apresentada uma nova abordagem para detecção da direção de bordas em imagens de borda não derivativa. Essa nova abordagem é importante tanto para o detector de bordas FUNED, como para outros detectores de bordas fuzzy que não fornecem a informação do campo gradiente.

Baseado na nova abordagem das estimativas de orientações de bordas, foi desenvolvida a técnica de Supressão de Não Máximos Adaptada, importante em aplicações como ligação e afinamento de bordas. E, finalmente, foi apresentada a metodologia desenvolvida para avaliação quantitativa de detectores de bordas em imagens digitais. No próximo capítulo são mostrados os resultados experimentais que validam as metodologias apresentadas neste capítulo.

Capítulo 6

Resultados Experimentais

6.1 Considerações Iniciais

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos pela aplicação do detector de bordas FUNED em diferentes conjuntos de imagens, formados por imagens sintéticas e imagens de cenas reais, com análise de seu desempenho.

Para a avaliação do detector de bordas FUNED, foram realizados testes computacionais com diferentes imagens e os resultados são comparados com os detectores de Sobel e Canny, que são detectores de bordas derivativos bem difundidos na literatura e, também com detectores de bordas baseados na abordagem fuzzy (regras fuzzy): o detector de Miosso (MIOSSO; BAUCHPIESS, 2001) e o detector de Russo (RUSSO, 1998), por motivos de facilidade de implementação.

O capítulo traz também os resultados da aplicação da técnica desenvolvida para o cálculo de orientação de bordas e, a análise de eficiência do detector FUNED.

6.2 Conjunto de Imagens Utilizadas e Procedimentos Adotados na Realização dos Testes

Para a análise qualitativa do detector de bordas FUNED em comparações com os resultados de outros detectores de bordas, foram utilizadas imagens sintéticas, produzi-

das manualmente e, imagens de cenas reais clássicas da literatura de processamento de imagens.

Para a análise quantitativa, foram utilizados dois conjuntos de imagens, juntamente com suas respectivas imagens de bordas ideais.

Um dos conjuntos de imagens é constituído por imagens sintéticas. Algumas dessas imagens e suas respectivas imagens de bordas ideais foram geradas manualmente. Outras imagens sintéticas são imagens clássicas na literatura e estão disponíveis na rede mundial de computadores, juntamente com suas imagens de bordas ideais.

O outro conjunto de imagens utilizado é constituído pela base de dados de imagens *Berkeley Segmentation Dataset*. Desta base de dados, foi tomado um conjunto de 100 imagens naturais, de 481x321 pixels, e suas respectivas imagens de bordas ideais, produzidas manualmente por observadores humanos, com auxílio de um software desenvolvido para essa finalidade (MARTIN et al., 2001).

Em relação aos detectores de bordas usados na comparação, foi desenvolvida uma implementação para o detector de Russo baseada no que foi publicado em seu trabalho e, para o detector de Miosso, os resultados obtidos pelo FUNED foram comparados visualmente com resultados publicados em (MIOSSO; BAUCHPIESS, 2001) para as mesmas imagens.

O sistema desenvolvido foi implementado em Matlab versão 6.5, e para a aplicação dos detectores de Canny e Sobel, foram usadas as rotinas prontas do Matlab versão 6.5. Os resultados produzidos por esses filtros são bordas brancas em fundo preto, assim, em alguns testes, as imagens negativas foram tomadas para comparação com o FUNED. Os comandos Matlab para detecção de borda por Sobel e Canny são:

Imagem-Saída = edge(Imagem-Entrada, ‘sobel’, T);

Imagem-saída = edge(Imagem-Entrada, ‘canny’, T, σ);

sendo que T representa o limiar (Sobel e Canny) e σ é o desvio padrão (Canny), que podem ser fornecidos. Os valores padrão no Matlab são $T = 39$ para Sobel , $T = 0.4$ e $\sigma = 1.0$ para Canny. Nos experimentos realizados, esses parâmetros foram modificados para melhorar as bordas.

Para a avaliação dos resultados de todos os detectores de bordas, as imagens foram submetidas a cada um dos detectores e os seus parâmetros foram ajustados, de maneira a produzir os melhores resultados de bordas possíveis, baseados em observação humana, e esses resultados foram comparados aos demais detectores de bordas.

Para alguns experimentos, os parâmetros principais do FUNED, ou seja, o parâmetro W, relativo ao tamanho da região de vizinhança, o parâmetro δ, o espalhamento do número fuzzy, bem como o parâmetro T, o *threshold* aplicado à imagem de bordas, foram variados a fim de estabelecer, para diferentes imagens, os melhores resultados, e assim propor diretrizes para ajustá-los, tanto para imagens que apresentam baixo contraste, como para imagens que apresentam um alto contraste. Na prática, pessoas diferentes podem se concentrar em detalhes diferentes da mesma imagem, dessa forma esses parâmetros podem ser experimentados pelo usuário para obter o tipo de borda desejado. O *threshold* T pode ser interpretado como sendo o valor de pertinência mínimo aceitável para que o pixel pertença à região homogênea, representada pela janela de vizinhança W.

6.3 Análise Qualitativa

De acordo com a análise visual dos resultados obtidos, o detector de bordas proposto neste trabalho é o que produz melhores resultados. A imagem representada na Figura 6.1 mostra um padrão xadrez de baixo contraste com uma variação gradual dos níveis de cinza.

Figura 6.1: Imagem de baixo contraste.

A Figura 6.2(a) mostra a imagem pertinência obtida pela aplicação do FUNED, com os parâmetros $W = 2$, $\delta = 8$, e através da limiarização com $T = 0,50$ foi obtido o resultado

mostrado na Figura 6.2(b). A Figura 6.2(c) mostra o resultado da aplicação do detector de bordas de Canny e a Figura 6.2(d) mostra o resultado obtido por Miosso.

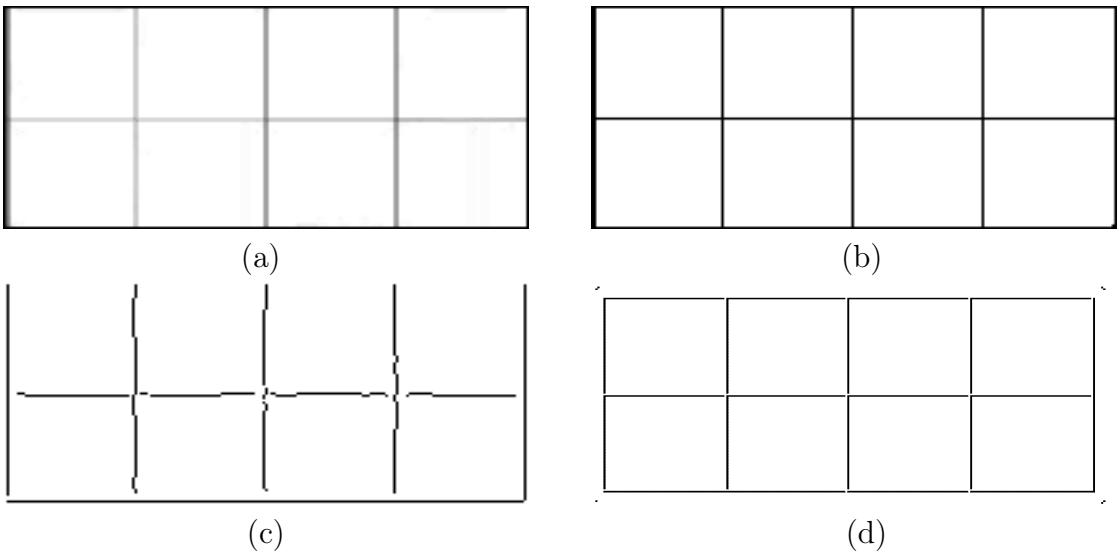


Figura 6.2: (a) Imagem Pertinência da Figura 6.1, (b) Bordas detectadas pelo FUNED ($W = 2$, $\delta = 8$ e $T = 0,50$), (c) Bordas detectadas por Canny e (d) Resultado obtido por Miosso, extraído de (MIOSSO; BAUCHPIESS, 2001).

A Figura 6.3 apresenta bordas obtidas da imagem mostrada na Figura 6.1, com variações na janela de vizinhança considerada e, também, em relação ao parâmetro que controla o espalhamento do número fuzzy. Pode-se observar que, ao se aumentar a janela de vizinhança, ou seja, considerar regiões maiores em torno do pixel, aumenta-se a espessura da borda obtida. Ao se aumentar o parâmetro δ, aumenta-se o valor da pertinência de um pixel em relação a uma região cujos pixels possuem níveis de cinza diferentes do pixel central, ou seja, quanto maior é o valor de δ, maior é a tolerância em relação a pixels com tons de cinza diferentes. Neste caso, pode-se dizer que o valor fuzzy é estendido, ou seja, um intervalo maior de valores são considerados próximos. Isso pode ser observado ao se considerar as imagens de bordas das Figuras 6.3(a) e 6.3(b). A imagem da Figura 6.1 possui pouca variação de tons de cinza, principalmente nos quatro primeiros quadrados mais à esquerda da imagem. Ao se aumentar o espalhamento dos números fuzzy, de $\delta = 8$ para $\delta = 30$, as bordas horizontais e a borda vertical que divide os quatro primeiros quadrados da imagem não foram detectadas. O espalhamento produzido aumentou a proximidade entre os tons de cinza nessas vizinhanças.

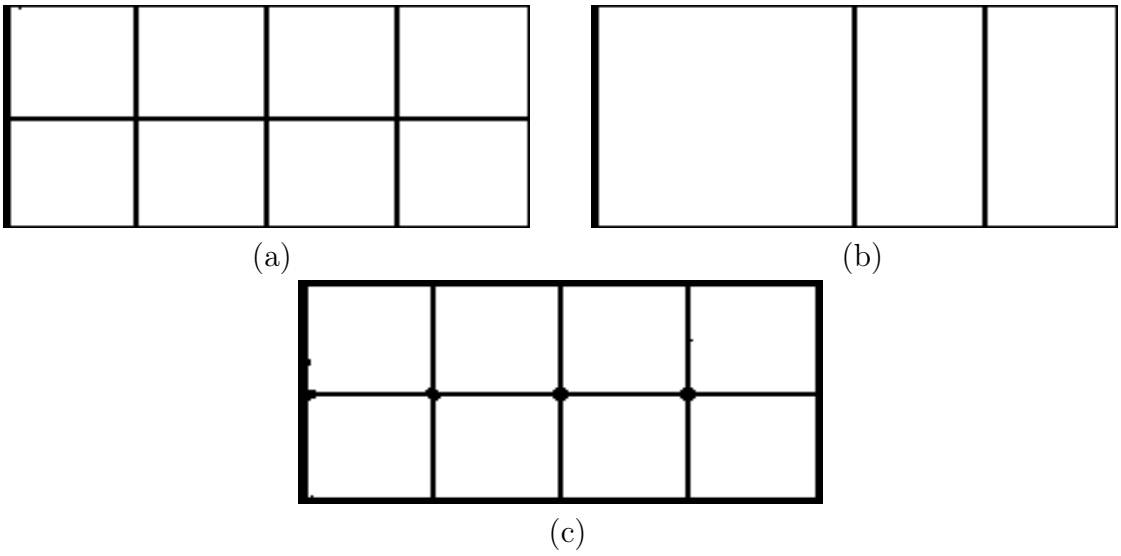


Figura 6.3: Resultados de bordas obtidos considerando diferentes valores de parâmetros.(a) Parâmetros: $W = 3$, $\delta = 8$ e $T = 0,625$, (b) Parâmetros: $W = 3$, $\delta = 30$ e $T = 0,625$ e (c) Parâmetros: $W = 7$, $\delta = 11$ e $T = 0,625$.

A Figura 6.4 mostra a imagem sintética de um cubo, cujas bordas estão destacadas em preto.

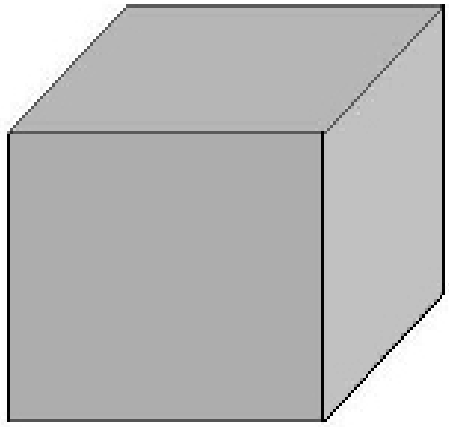


Figura 6.4: Imagem sintética de um cubo.

A Figura 6.5(b) é o resultado obtido pelo detector FUNED com os parâmetros $W = 3$, $\delta = 60$, aplicando-se o limiar $T = 0,3$ sobre a imagem pertinência mostrada pela Figura 6.5(a). Ao aplicar o operador de Canny nesta imagem, percebe-se duas variações bruscas em nível de cinza na fronteira entre cada uma das duas faces vizinhas no cubo (uma entre a face e a borda de separação preta, outra entre essa borda e a face vizinha), que resulta

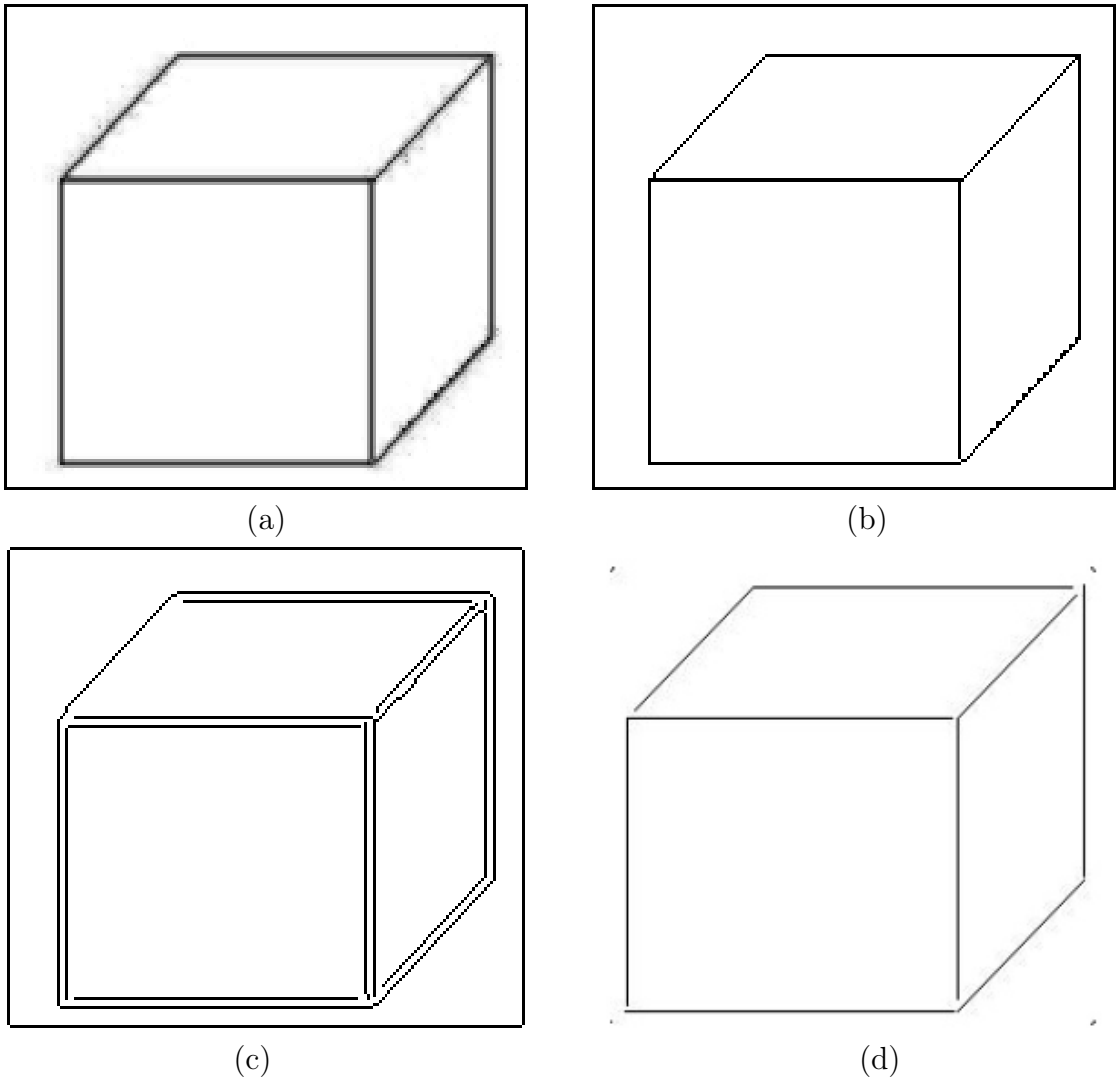


Figura 6.5: (a) Imagem Pertinência da Figura 6.4, (b) Bordas extraídas pelo FUNED ($W = 3$, $\delta = 60$ e $T = 0,3$), (c) Bordas extraídas pelo filtro de Canny e (d) Resultado obtido por Miosso, extraído de (MIOSSO; BAUCHPIESS, 2001).

em bordas duplas, como pode ser observado na Figura 6.5(c). A abordagem baseada em números fuzzy evita o aparecimento de bordas duplas, conforme pode ser visto na Figura 6.5(b).

As imagens sintéticas mostradas nas Figuras 6.1 e 6.4 são algumas das imagens utilizadas por Miosso e Bauchpiess (2001). As Figuras 6.2(d) e 6.5(d), extraídas de (MIOSSO; BAUCHPIESS, 2001), mostram os resultado obtidos pelo sistema de inferência fuzzy desenvolvido por estes autores e permite uma comparação visual com os resultados obtidos pelo FUNED. As duas técnicas obtiveram bons resultados para essas imagens. A imagem obtida pelo FUNED se mostrou visualmente melhor, uma vez que as bordas obtidas

não apresentam descontinuidades, como as que aparecem quando aplicada a técnica de Miosso. Além disso, a técnica de Miosso possui um esforço computacional muito maior. Para o pré-processamento da imagem, é necessário a aplicação de quatro filtros diferentes na imagem de entrada e, além disso, a técnica adota regras fuzzy especificamente estabelecidas para evitar bordas duplas. O FUNED é uma abordagem direta sobre os níveis de cinza da imagem e não possui nenhum tipo de pré-processamento.

A Figura 6.6(a)-(f) apresenta vários experimentos com a imagem do cubo sintético, em que o tamanho da janela de vizinhança W e também o parâmetro δ foram variados e foram registradas as imagens pertinências e as bordas extraídas em cada caso.

As Figuras 6.7(a), 6.8(a) e 6.10(a) são imagens clássicas, em tons de cinza, obtidas da literatura em processamento de imagens. As imagens foram processadas pelo FUNED, pelo filtro de Canny e pelo detector de Russo.

Na Figura 6.7(a) é apresentada uma imagem em tons de cinza de 256x256 pixels. A Figura 6.7(b) é a matriz de pertinências obtida, com os parâmetros $W = 3$, $\delta = 30$, e ao aplicar o limiar $T = 0,5$, obteve-se a imagem da Figura 6.7(c). As bordas da Figura 6.7(d) foram obtidas após a aplicação da supressão de não máximos adaptada à imagem pertinência, antes da limiarização. Observa-se que as bordas produzidas pelo FUNED são melhores em comparação com as outras duas técnicas, sendo mais fiéis aos contornos da imagem original, embora o detector de Russo tenha conseguido bordas bastante parecidas às bordas obtidas pelo FUNED (Fig. 6.7(e)). O operador de Canny produziu um grande conjunto de contornos, dificultando a visualização do objeto de interesse (Fig. 6.7(f)).

As Figuras 6.8 e 6.9 mostram vários testes computacionais com a imagem clássica da Lenna, também em tons de cinza com tamanho de 256X256 pixels. Os resultados mostrados pelas Figuras 6.8(b)-(f) são respectivamente a Imagem Pertinência, a imagem de bordas, a imagem de bordas após a Supressão de Não Máximos Adaptada, o resultado do detector de Russo e as bordas obtidas por Canny. Através de análise qualitativa, o FUNED também obteve o melhor resultado para essa imagem.

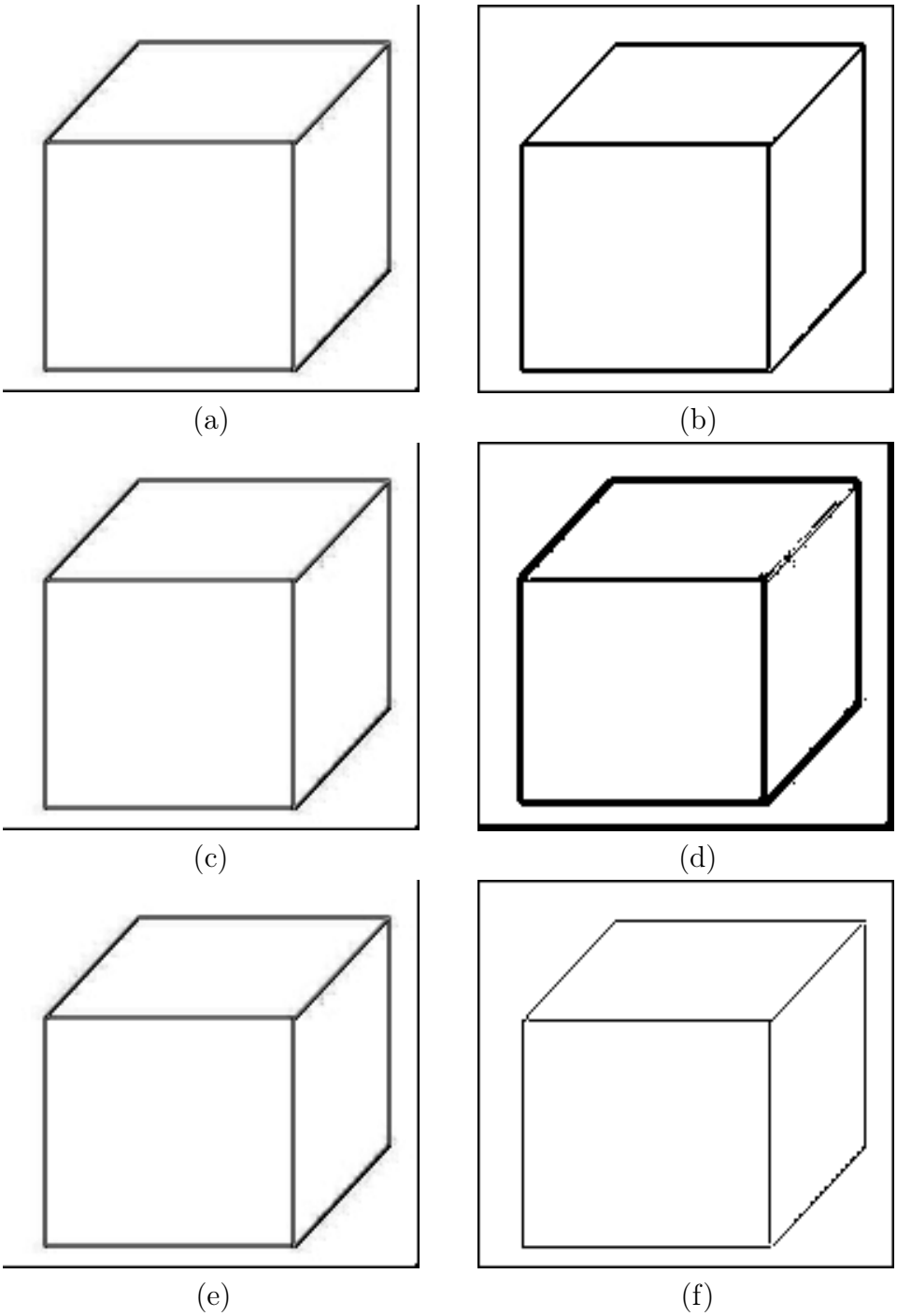


Figura 6.6: Bordas obtidas através da variação de parâmetros para a Figura 6.4. (a) Imagem Pertinência quando $W = 2$, $\delta = 100$, (b) $T = 0,6$, (c) Imagem Pertinência quando $W = 4$, $\delta = 40$, (d) $T = 0,6$, (e) Imagem Pertinência quando $W = 3$, $\delta = 60$ e (f) $T = 0,25$.

As imagens de bordas da Figura 6.9, obtidas a partir da imagem da Figura 6.8(a), referem-se a resultados da aplicação do FUNED onde foi mantido fixo o tamanho de janela W e o valor do *threshold* T variando-se o parâmetro δ. Analisando-se as imagens de bordas, observa-se que quando o valor de δ é aumentado, permite-se que pixels ligeira-

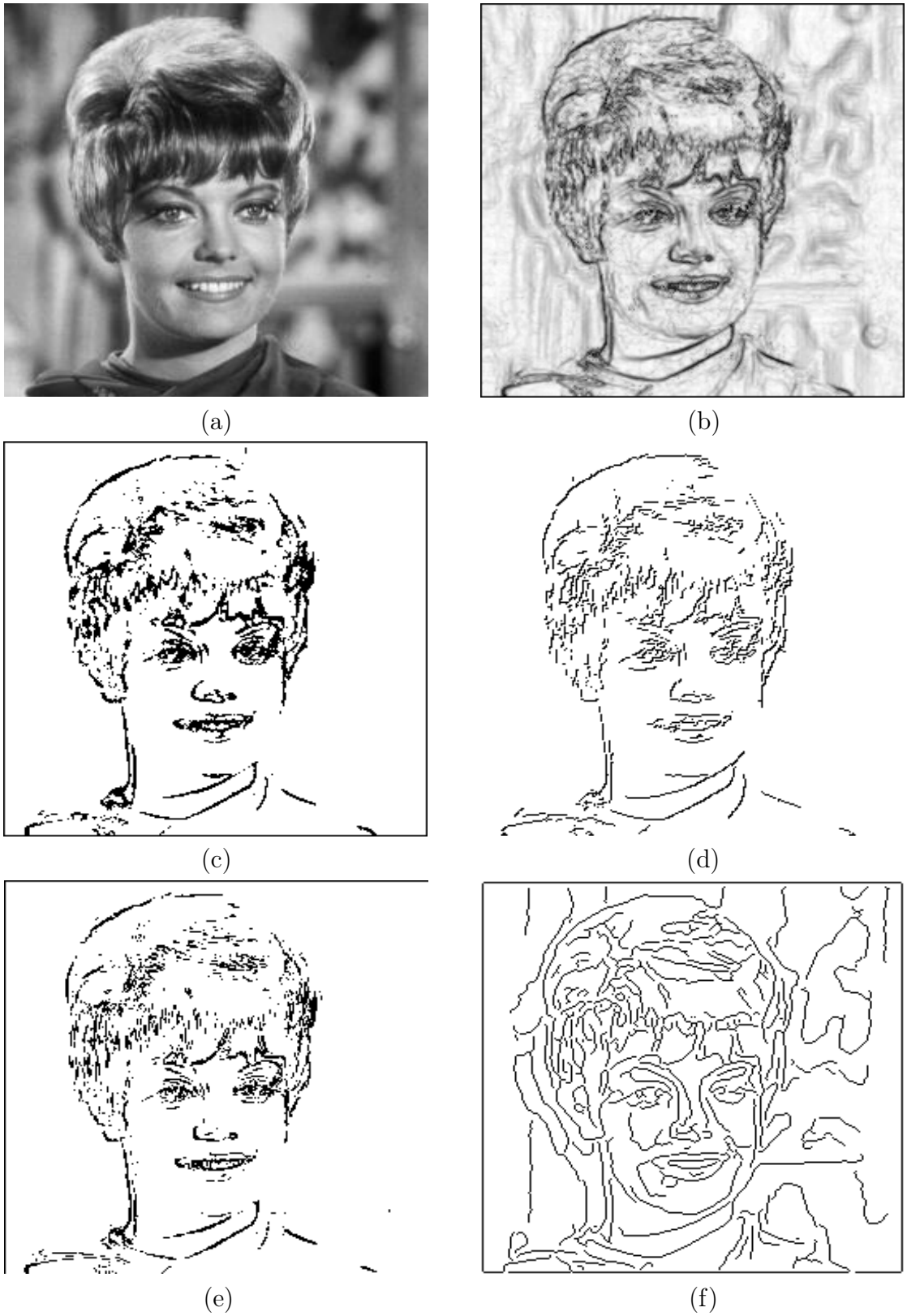


Figura 6.7: (a) Imagem real (b) Imagem Pertinência (c) Bordas obtidas pelo FUNED, com $W = 3$, $\delta = 30$ e $T = 0,5$ (d) FUNED e supressão de não máximos adaptada (e) Resultado do Detector de Russo (f) Bordas obtidas por Canny

Figura 6.8: (a) Imagem real, (b) Imagem Pertinência (c)Bordas obtidas pelo FUNED, com $W = 3$, $\delta = 30$ e $T = 0,65$, (d) FUNED e supressão de não máximos adaptada, (e) Bordas obtidas pelo Detector de Russo e (f) Bordas obtida por Canny.

mente diferentes sejam considerados pertencentes a uma região homogênea, portanto não pertencentes à borda da imagem.

Para a imagem da Figura 6.10(a), os resultados dos três detectores de borda foram bastante semelhantes. O resultado do FUNED é ligeiramente superior, com bordas mais finas do que o detector de Russo e, tendo uma melhor visualização dos objetos, se comparado ao detector de Canny.

(a) (b)

(c) (d)

(e) (f)

Figura 6.9: (a) Imagem de bordas para a Figura 6.8 com $W = 3$, $\delta = 30$ e $T = 0,5$, (b) Aplicação de supressão de não máximos adaptada (ANMS), (c) Imagem de bordas com $W = 3$, $\delta = 35$ e $T = 0,5$, (d) Aplicação de ANMS, (e) Imagem de bordas com $W = 3$, $\delta = 40$ e $T = 0,5$ e (f) Aplicação de ANMS .

6.4 Resultados Obtidos no Cálculo de Orientação de Bordas

Cada uma das imagens teste foi submetida ao detector fuzzy FUNED, o qual produz o mapa de bordas da imagem. As direções de bordas, obtidas por meio da técnica proposta, foram exibidas sobre o mapa de bordas da imagem. Calculou-se também as bordas da imagem pelo detector derivativo de Sobel. A partir das derivadas parciais em relação aos eixos x e y obtidas, calculou-se os ângulos da direção do vetor gradiente, e com isso obteve-se as direções de bordas que foram exibidas sobre a imagem de bordas obtida por Sobel.

A Figura 6.11 mostra o exemplo de uma das imagens sintéticas que foram utilizadas para os testes computacionais. A partir dessa imagem, foi aplicada a técnica proposta utilizando-se vizinhança 3x3 e vizinhança 5x5.

A Figura 6.12(a) mostra as direções de bordas calculadas, usando-se uma vizinhança 3x3, para a imagem da Figura 6.11. Para uma melhor visualização das direções de bordas, a Figura 6.12(b) mostra uma pequena parte aumentada da imagem da Figura 6.12(a).

A Figura 6.13(a) mostra o resultado computacional da imagem sintética usando-se

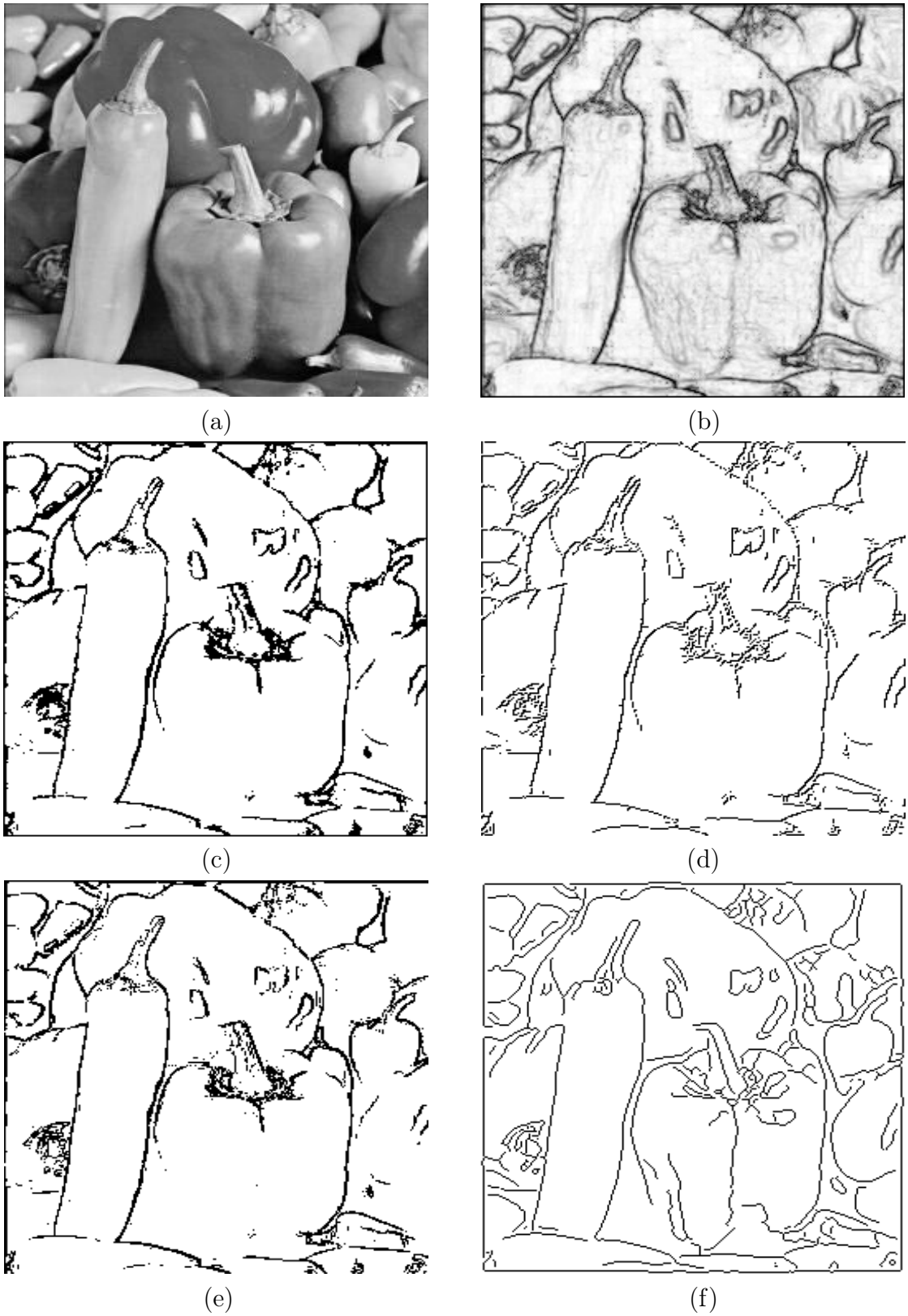


Figura 6.10: (a) Imagem real (b) Imagem Pertinência, (c) Bordas obtidas pelo FUNED, (d) FUNED e ANMS, (e) Resultado do Detector de Russo e (f) Bordas obtidas por Canny.

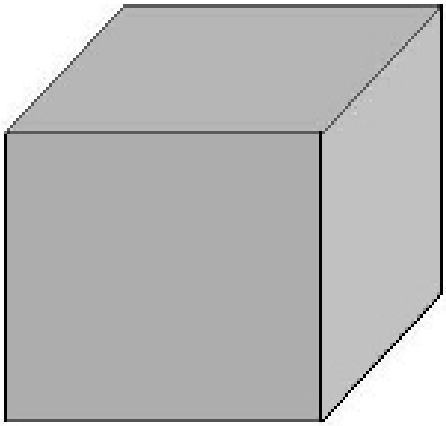
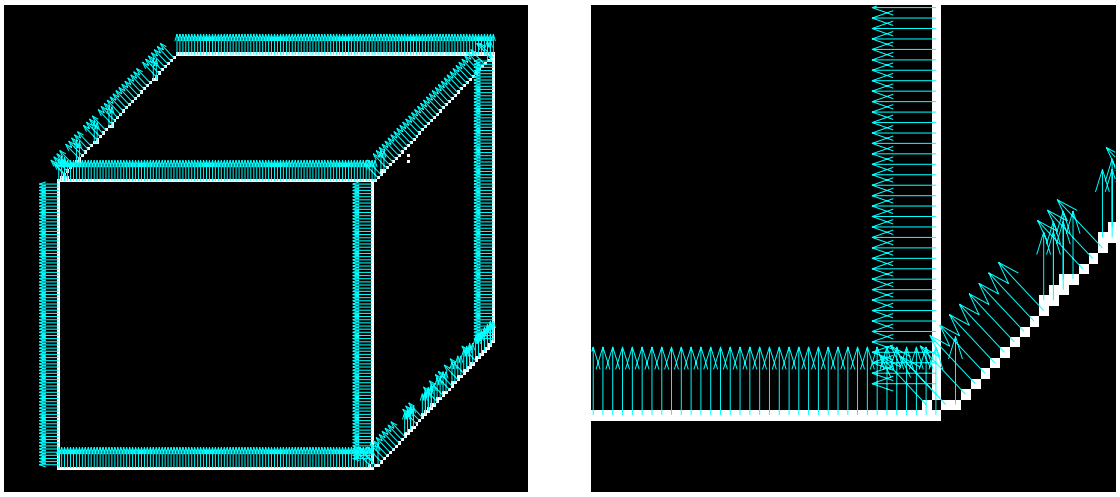


Figura 6.11: Imagem sintética.

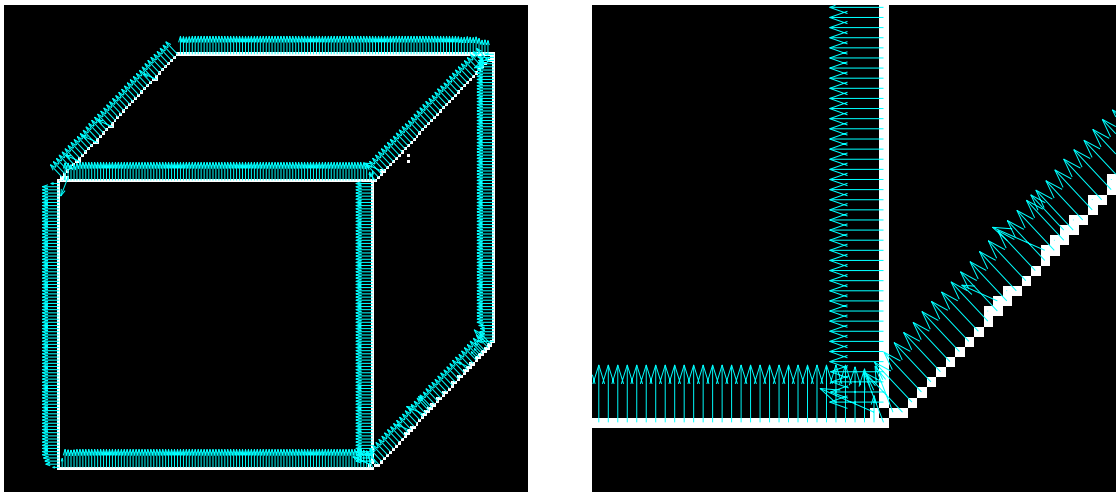


(a) (b)

Figura 6.12: (a) Direção de bordas usando uma vizinhança 3x3. (b) Visualização aumentada das direções de bordas.

vizinhança 5x5, neste caso com oito direções. A visualização aumentada aparece na Figura 6.13(b). Observando essa imagem, nota-se pouca diferença em relação à aplicação de uma vizinhança menor. Isso é esperado, uma vez que a imagem utilizada é muito simples e as bordas da imagem correspondem basicamente às quatro direções tratadas com a vizinhança menor.

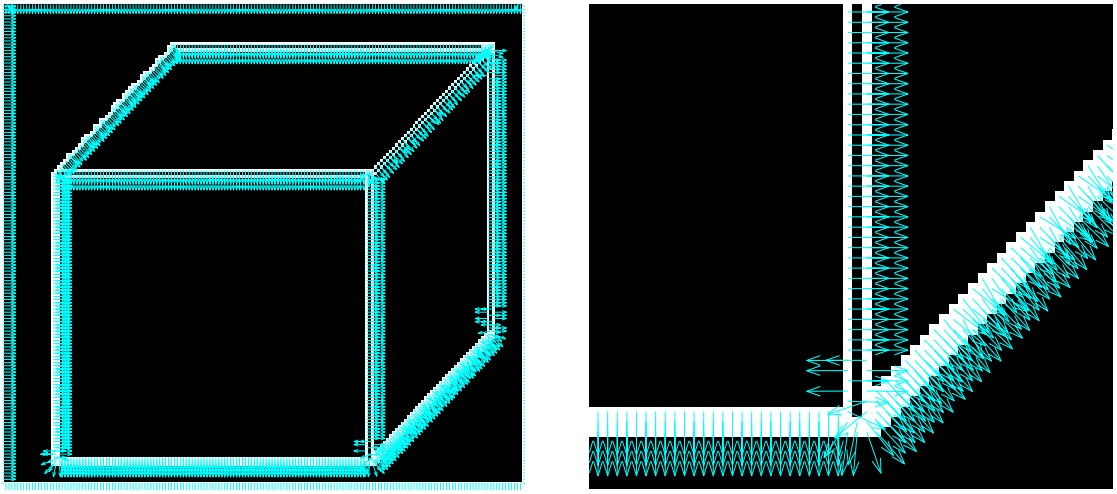
A Figura 6.14(a) mostra o resultado obtido ao aplicar o detector de Sobel para o cálculo das direções de bordas para a imagem teste da Figura 6.11. A imagem ampliada pode ser vista na Figura 6.14(b). Deve-se observar que as bordas obtidas por Sobel são



(a) (b)

Figura 6.13: (a) Direção de Borda para a imagem da Figura 6.11 usando uma vizinhança 5x5. (b) Visualização com *Zoom* das direções de bordas.

diferentes das bordas obtidas pelo detector fuzzy proposto (FUNED), porém os resultados obtidos, quando se comparam as direções das bordas, mostram que o método proposto para estimativa de orientação de bordas obtém resultados similares aos obtidos por filtros derivativos.

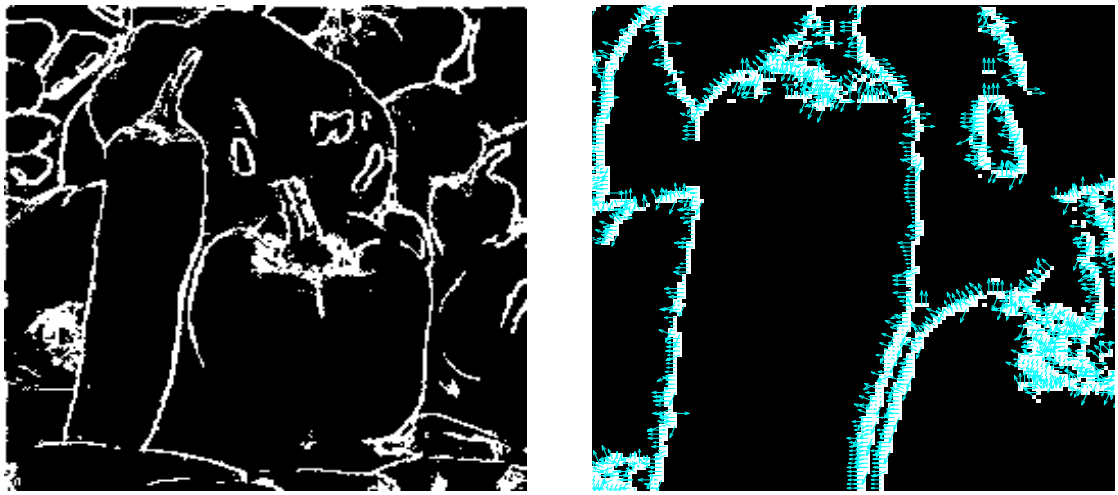


(a) (b)

Figura 6.14: (a) Direções de bordas usando Sobel. (b)Visualização com *Zoom* das direções de bordas usando Sobel.

A Figura 6.10(a) também foi utilizada para testar o cálculo de direção de bordas. A Figura 6.15(a) mostra o mapa de bordas calculado pelo detector fuzzy proposto e a Figura 6.15(b) mostra a direção das bordas com vizinhança 5x5, sob esse mapa de borda.

A Figura 6.16(a) mostra o mapa de bordas produzido por Sobel e a Figura 6.16(b) a direção das bordas através de cálculos do ângulo fase do gradiente e do arco-tangente. Conforme pode ser observado, os resultados obtidos com imagens reais também mostram concordância entre as orientações de bordas produzidas pela técnica desenvolvida em comparação com os resultados produzidos por operadores derivativos.



(a) (b)

Figura 6.15: (a) Mapa de borda produzido pelo detector fuzzy (FUNED). (b) Direções de bordas usando a técnica proposta com vizinhança 5x5

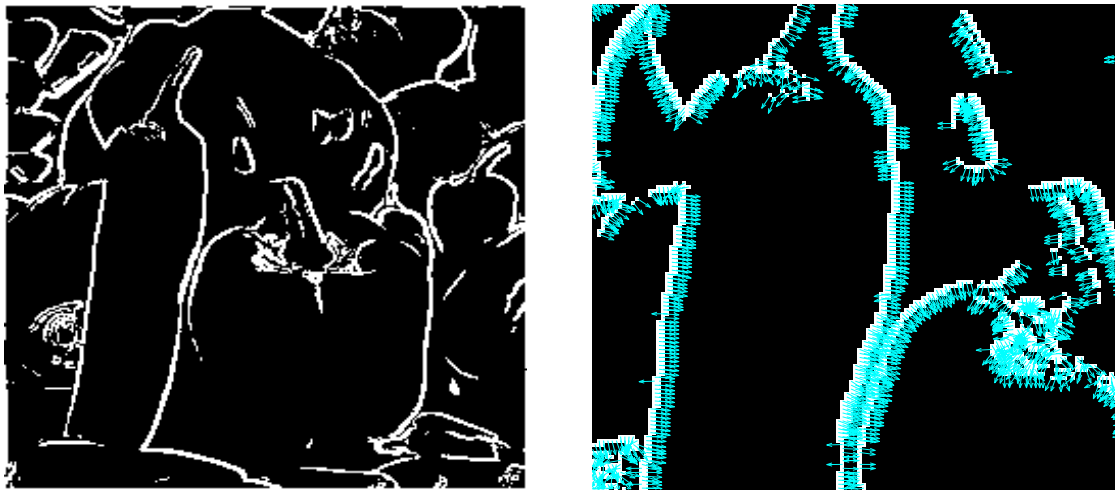


Figura 6.16: (a) Mapa de borda produzido por Sobel. (b) Direções de bordas usando Sobel

A informação de direção de bordas é bastante relevante a diversas tarefas de análise de imagem. O método baseado em vizinhança local proposto para estimar a orientação

de bordas é bastante eficaz comparado com os resultados das estimativas feitas por operadores derivativos, como Sobel. O método oferece uma abordagem alternativa permitindo ao FUNED gerar também direções das bordas extraídas, podendo ser aplicado também a qualquer outro método que não utilize operadores derivativos. O algoritmo desenvolvido é bastante simples e computacionalmente eficiente, uma vez que não envolve cálculos complexos.

6.5 Análise de Eficiência do Detector FUNED

Nas seções anteriores, foram mostrados os resultados de bordas obtidos pelo detector FUNED, e esses resultados foram comparados qualitativamente aos detectores de Canny e ao detector de Russo. Dessa análise visual, observa-se um ótimo desempenho do detector FUNED. Para uma melhor caracterização do desempenho da abordagem proposta, é apresentada, nesta seção, uma análise quantitativa a respeito de avaliação de detectores de borda e uma análise de eficiência computacional.

6.5.1 Análise Quantitativa para Avaliação de Bordas

Para uma primeira avaliação quantitativa do desempenho do detector desenvolvido foram utilizadas as imagens sintéticas mostradas na Figura 6.17. Para cada uma das imagens sintéticas, foi produzido manualmente a respectiva imagem de bordas ideais (*ground truth*), mostradas pela Figura 6.18. O detector de bordas FUNED foi comparado com os detectores de Sobel, Canny e o de Russo. As imagens sintéticas foram submetidas a cada um dos detectores, e foram considerados os melhores resultados de imagens de bordas obtidos para cada um dos métodos. Para as imagens de bordas obtidas, que aparecem nas Figuras 6.19, 6.20 e 6.21, calculou-se o índice figura de mérito de Pratt, medindo-se os desvios entre as bordas produzidas pelos detectores e as bordas consideradas ideais. A Tabela 6.1 mostra os valores dos índices de mérito de Pratt obtidos.

Para complementar as avaliações quantitativas do detector de bordas FUNED, foi desenvolvida e aplicada a metodologia para avaliação de bordas descrita no capítulo 5,

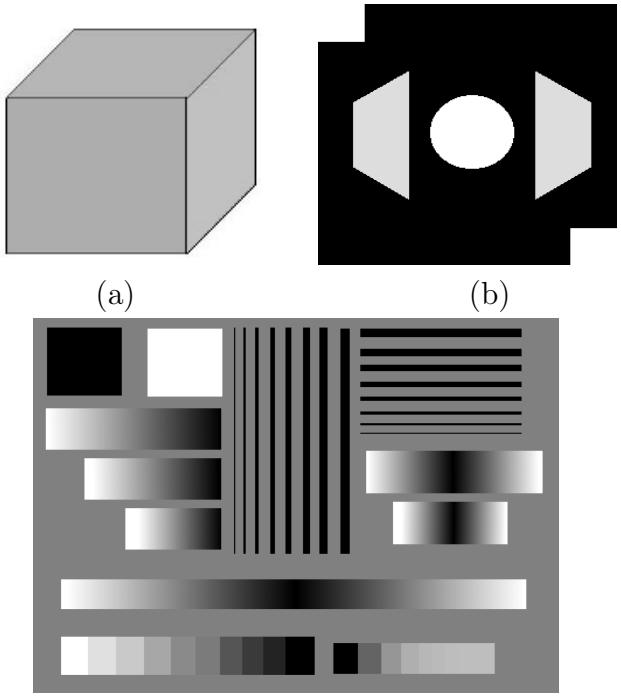


Figura 6.17: Imagens Sintéticas utilizadas para a avaliação quantitativa.

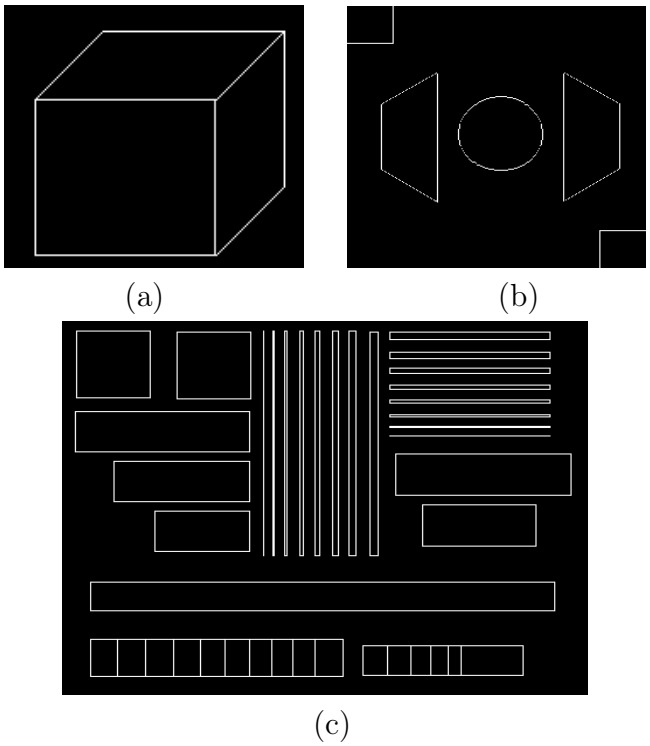


Figura 6.18: Imagens de Bordas Ideais (*ground truth*).

em que as imagens ideais são comparadas às suas respectivas imagens de bordas e são realizadas as seguintes medidas: acurácia, taxa de erro, índice de mérito de Pratt e

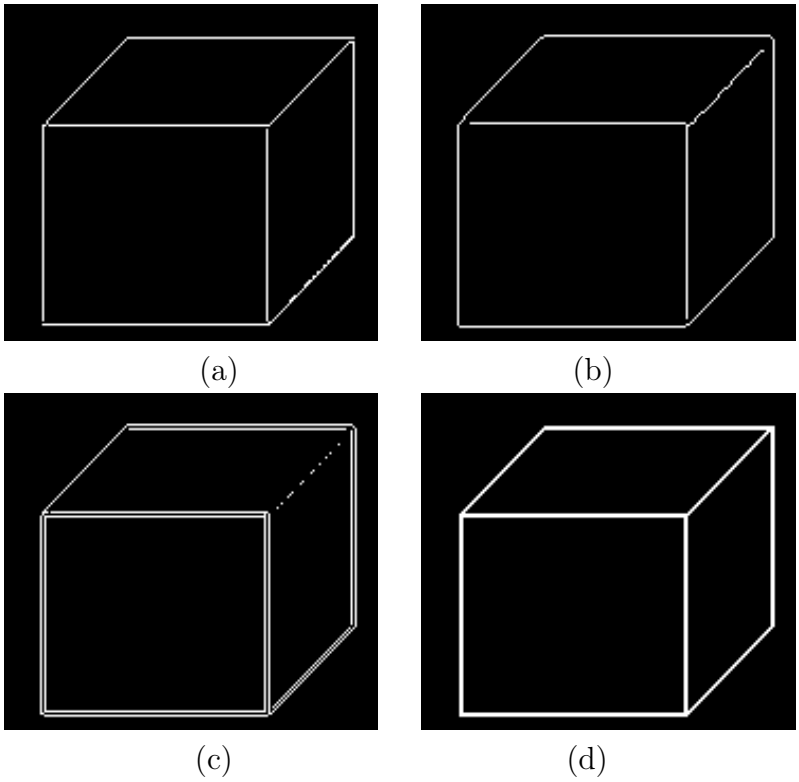


Figura 6.19: Imagens de bordas referentes à Figura 6.17(a). (a) FUNED (b) Canny (c) Sobel (d) Russo.

Tabela 6.1: Resultados dos Índices de Mérito de Pratt.

Imagem de Bordas	**Índices de Mérito de Pratt**			
	FUNED	Canny	Sobel	Russo
Fig 6.19	0.9970	0.8992	0.9005	0.9502
Fig 6.20	0.9556	0.9536	0.9023	0.6859
Fig 6.21	0.9483	0.9199	0.9529	0.8768

também a análise ROC .

Nesta avaliação, utilizou-se um limiar de tolerância $t_{mj} = 5$ para o casamento de pixels. Neste caso, as distâncias euclidianas consideradas, dentro de uma vizinhança $W_{5\times5}$, são $\{0, 1, 1.4, 2, 2.2, 2.8\}$. Esse limiar foi escolhido uma vez que, para distâncias maiores, os resultados tendem a se estabilizar.

Para as imagens sintéticas mostradas na Figura 6.17, foram aplicados os detectores de bordas FUNED, Canny, Sobel e Russo, com seus parâmetros ajustados para a obtenção dos melhores resultados, e foram registradas as variações das medidas em relação às distâncias $\{0, 1, 1.4, 2, 2.2, 2.8\}$.

A Figura 6.22 refere-se às medidas de acurácia para cada um dos detectores de bordas

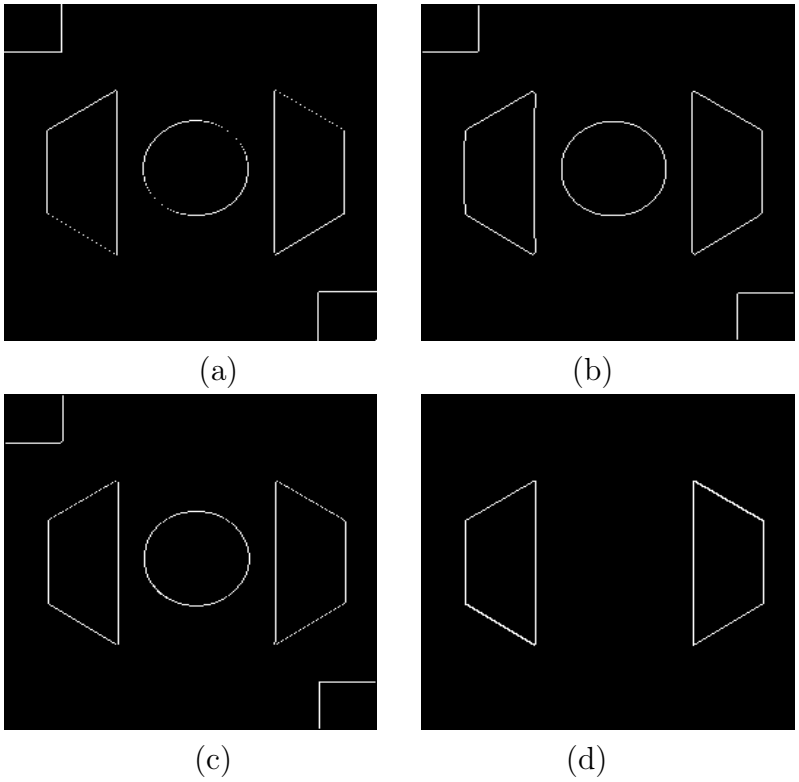


Figura 6.20: Imagens de bordas referentes à Figura 6.17(b). (a) FUNED (b) Canny (c) Sobel (d) Russo.

aplicados à imagem da Figura 6.17(a), cuja imagem ideal aparece na Figura 6.18(a) e as bordas obtidas pelos diferentes detectores estão ilustradas na Figura 6.19. A acurácia mede a taxa de acertos, ou seja a proporção de classificações corretas para o total de elementos classificados. Conforme pode ser observado neste gráfico, o FUNED apresenta, no geral, resultados melhores para a acurácia. De acordo com o gráfico, para distância 0, o detector FUNED, fica um pouco abaixo do detector de Russo. O detector de Canny, fica muito abaixo dos dois detectores fuzzy, somente ganhando do detector de Sobel. Para distâncias acima de 2.2 os resultados tendem a estabilizar.

O gráfico que registra a taxa de erro, calculada para cada um dos detectores de borda, é mostrado pela Figura 6.23. A taxa de erro mede a proporção de classificações incorretas para o total de elementos classificados. Conforme ilustrado pelo gráfico, o comportamento da taxa de erro do detector FUNED é bastante bom, uma vez que, para distância zero, quando se é bastante restritivo em relação à comparação entre bordas calculadas e bordas ideais, o detector produz baixa porcentagem de erro. Para uma pequena variação entre os

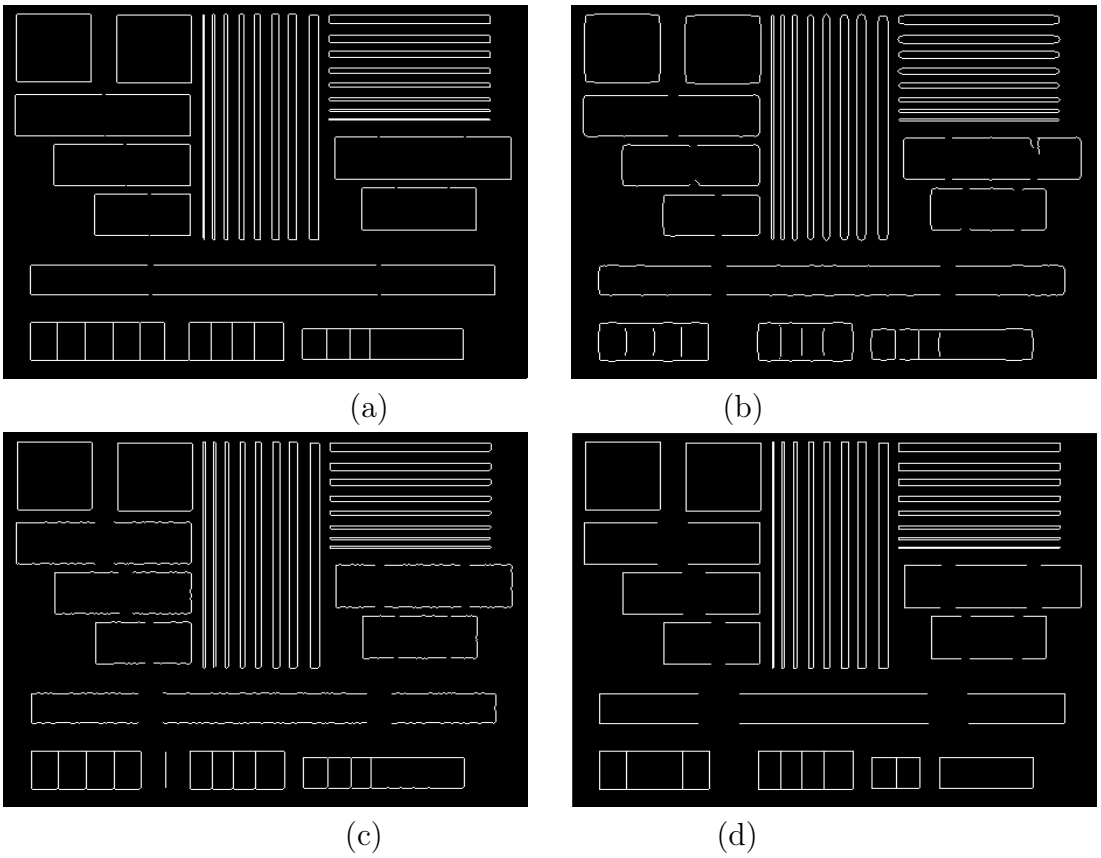


Figura 6.21: Imagens de bordas referentes à Figura 6.17(c). (a) FUNED (b) Canny (c) Sobel (d) Russo.

pixels das bordas, no caso com distância 1, é o que produz menor taxa de erro. Conforme se flexibiliza a comparação, o FUNED se mantém constante na taxa de erro, assim como Sobel e Russo. O detector de Canny obtém taxas de erros menores quando a distância considerada na comparação das bordas é maior do que 2.

O gráfico que representa o índice de mérito de Pratt, em relação à variação da distância de comparação das bordas, é apresentado na Figura 6.24. Os resultados apresentados pelo gráfico difere um pouco dos índices de mérito apresentados na Tabela 6.1, pois o cálculo do índice de mérito de Pratt foi ligeiramente modificado na metodologia desenvolvida para avaliação dos detectores de bordas. Na abordagem desenvolvida, ao se fazer o casamento entre dois pixels correspondentes entre a imagem de bordas e a imagem ideal, o pixel correspondente na imagem ideal é marcado com zero.

Conforme pode ser observado pelo gráfico, os resultados dos índices de mérito de Pratt, alcançados por cada detector de bordas na imagem sintética da Figura 6.17(a), discordam

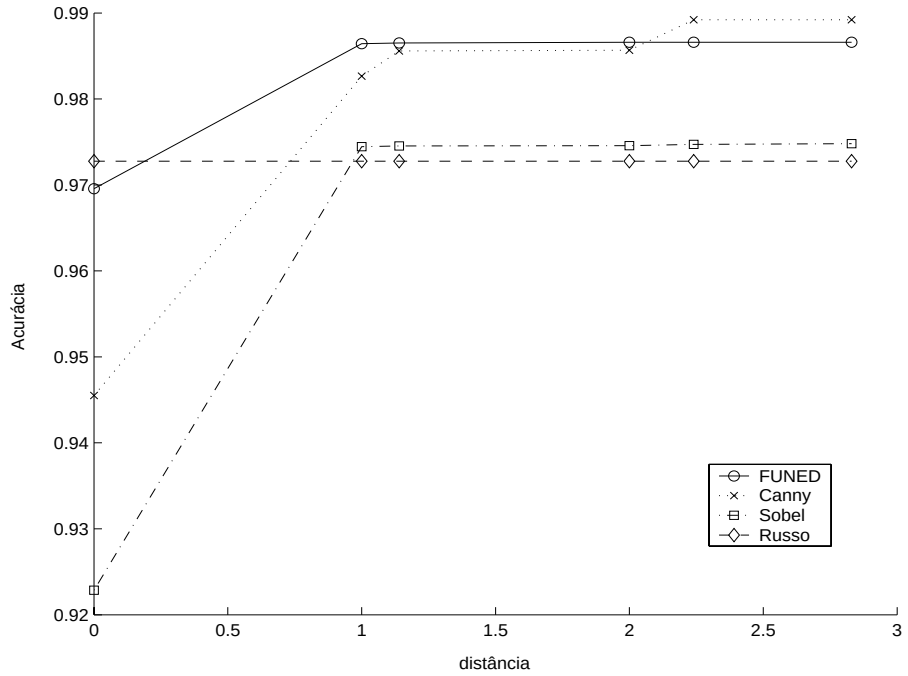


Figura 6.22: Comparação da Acurácia referente às imagens de bordas da Figura 6.19.

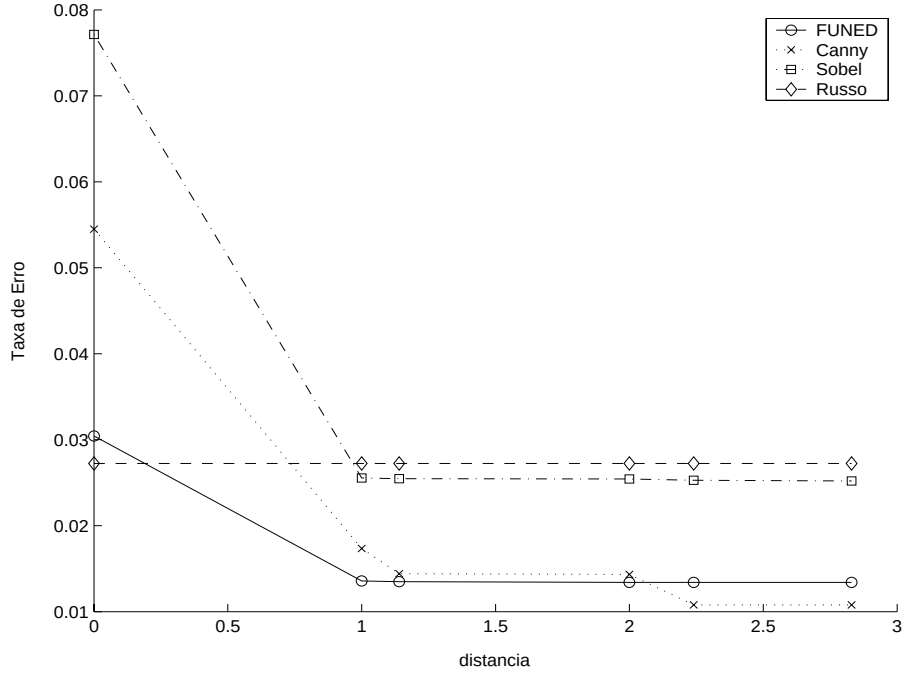


Figura 6.23: Comparação das Taxas de Erro referente às imagens de bordas da Figura 6.19.

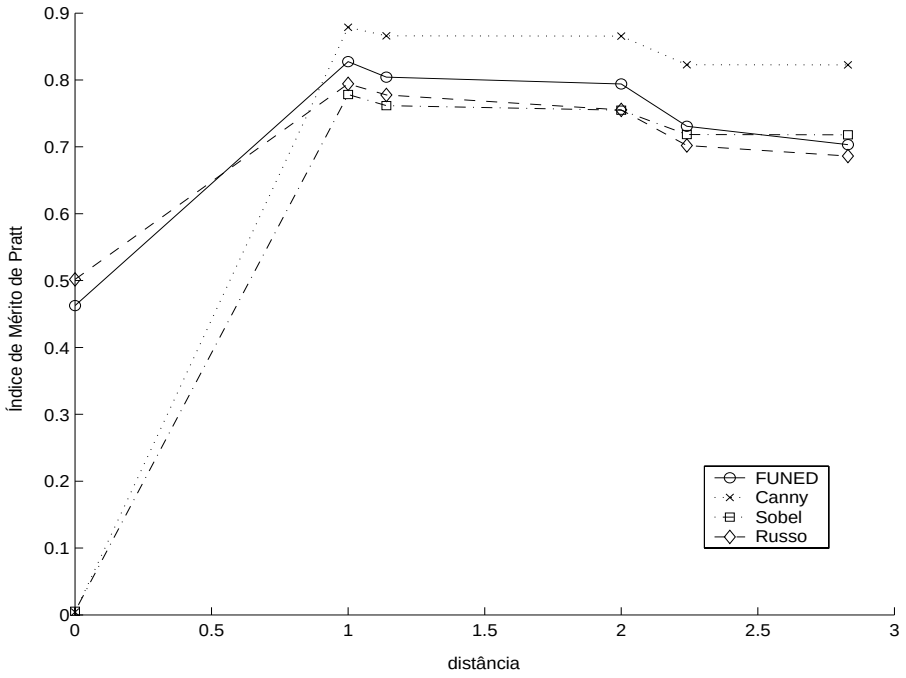


Figura 6.24: Comparação dos Índices de Mérito de Pratt referente às imagens de bordas da Figura 6.19.

um pouco das medidas de acurácia e taxa de erro. Observa-se que, para distância 0, os detectores de bordas fuzzy obtém os maiores índices de mérito de Pratt, sendo que detector de Canny e o detector de Sobel possuem índices de mérito próximos de zero. O índice de mérito de Pratt obtido pelo FUNED é menor que o índice obtido por Canny a partir da distância 1, embora tenha obtido índices melhores em acurácia e taxa de erro. Isso ocorre porque as bordas, que correspondem aos falsos positivos, são agregadas ao cálculo do índice de mérito de Pratt. Dessa forma, o índice de mérito de Pratt acaba privilegiando aqueles detectores de bordas que produzem bastante bordas, mesmo sendo estas bordas "espúrias". Este fato fica mais evidente em imagens de cenas reais. Assim, não se pode concluir que Canny é melhor do que o FUNED somente observando o índice de mérito de Pratt, uma vez que, para os demais índices, o FUNED tem melhor desempenho.

As Figuras 6.25 e 6.26 representam a comparação entre os Espaços ROC dos detectores de bordas considerados na avaliação. As medidas ROC foram tomadas em relação à variação das distâncias usadas para a comparação das bordas. Assim, os gráficos registram, para cada detector de bordas, a razão de falsos positivos versus a razão de verdadeiros positivos em vários pontos. Cada um dos pontos ilustrados pelo gráfico indica uma dis-

tância considerada, conforme indicado nas figuras. O gráfico mostrado na Figura 6.26 representa as medidas ROC em uma escala menor no eixo X, para facilitar a visualização dos resultados. As linhas interligando os pontos são apenas para facilitar a visualização.

Analisando os dados apresentados pelos gráficos, quando a busca por correspondência entre as bordas da imagem obtida e a imagem ideal é restrita à distância 0, os resultados da análise ROC dos detectores de bordas de Canny e Sobel caem abaixo da linha de não discriminação, indicando que esses detectores são piores do que um classificador aleatório.

O detector de Russo mantém-se constante, em que a taxa de verdadeiros positivos é próximo de 1, porém com taxas maiores de falsos positivos. O detector FUNED, para distância 0 ficou abaixo de Russo, mas com uma taxa menor de falsos positivos, mostrando-se um detector mais conservador que o detector de Russo. Ao se flexibilizar o campo de busca, para distâncias maiores, a taxas de verdadeiros positivos de ambos são praticamente 1, e o detector FUNED apresenta taxas menores de falsos positivos.

O detector de Canny, para distâncias maiores que 0 apresenta uma taxa bem pequena de falsos positivos, porém as taxas de verdadeiros positivos é menor do que os demais detectores, apresentando-se nesse contexto, como um detector conservador, em que as taxas de falsos positivos se mantém pequena a custo de não localização de bordas verdadeiras.

De uma análise conjunta dos gráficos apresentados, considerando-se as quatro métricas de análise, para a imagem sintética da Figura 6.17(a), o comportamento do detector FUNED supera os demais, em termos da avaliação quantitativa, principalmente quando se restringe a busca por bordas à distância 0, ou seja, quando são levadas em conta apenas as bordas obtidas que correspondem exatamente às bordas ideais.

Para a imagem sintética apresentada na Figura 6.17(b), sua respectiva imagem ideal mostrada na Figura 6.18(b) e bordas obtidas pelos detectores mostradas pela Figura 6.20, a Figura 6.27 apresenta a medida de acurácia para os 4 detectores analisados. Pela análise do gráfico, observa-se que o detector de bordas FUNED obteve os melhores índices de acurácia em todas as medidas feitas, em que a distância foi variada.

A Figura 6.28 apresenta, para essa mesma imagem, as medidas da taxa de erro para os detectores analisados. Conforme pode ser observado, o gráfico da taxa de erro, tem com-

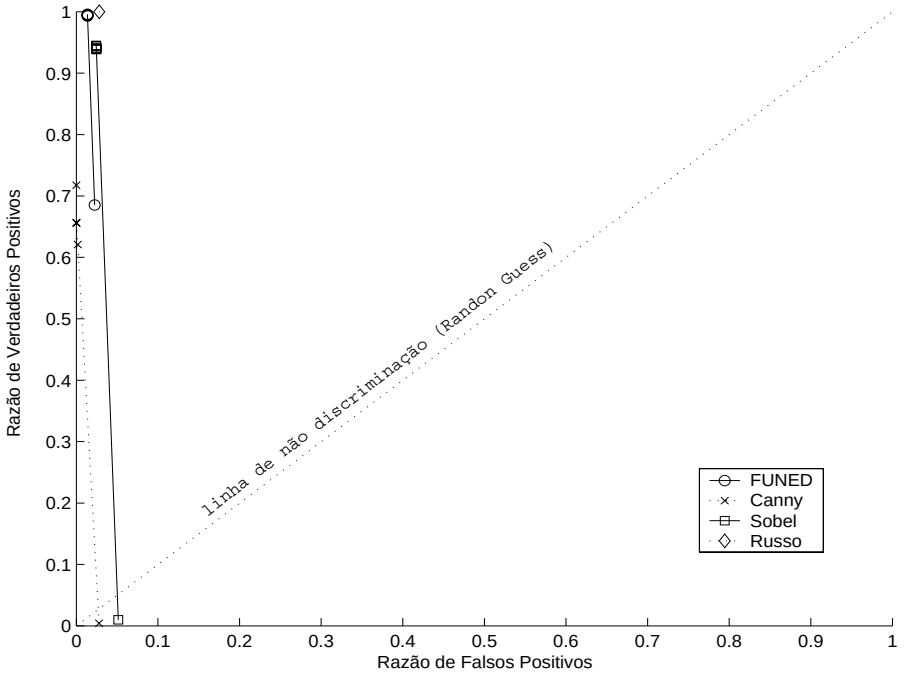


Figura 6.25: Comparação Espaço ROC referente às imagens de bordas da Figura 6.19.

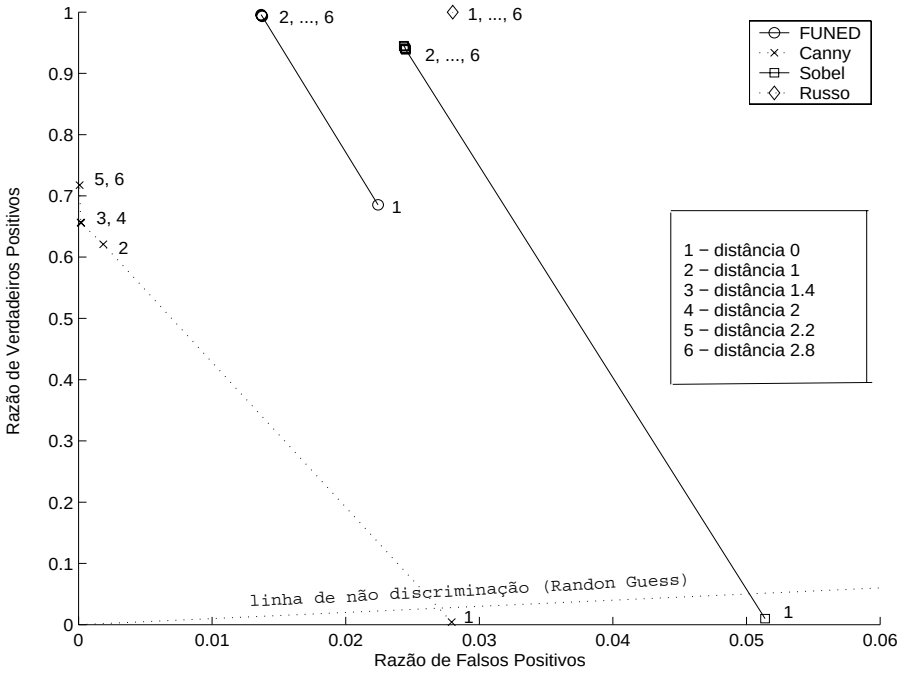


Figura 6.26: Comparação Espaço ROC, com ampliação de detalhes, às imagens de bordas da Figura 6.19 .

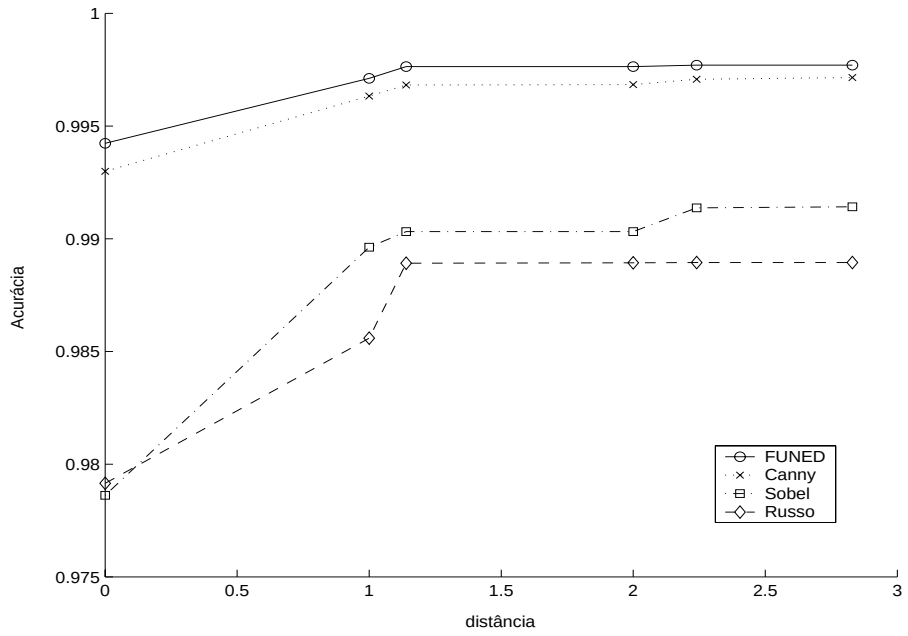


Figura 6.27: Comparação da Acurácia referente às imagens de bordas da Figura 6.20.

portamento inverso ao gráfico da acurácia. Neste caso, apresentando também melhores resultados para o detector FUNED.

O gráfico que aparece na Figura 6.29 representa os índices de mérito de Pratt, calculados para as images de bordas mostradas pela Figura 6.20. Conforme pode ser visto pelo gráfico, o detector de bordas FUNED obteve o melhor índice quando se restringiu a comparação de bordas à distância 0, com índice de mérito de Pratt acima de 0,7. Para comparações usando distância 1, o índice de mérito de Pratt aumentou, sendo que o índice do detector FUNED ficou um pouco abaixo do índice de Canny e um pouco acima do índice de Sobel, tendo o seu índice ultrapassado por Sobel para distâncias maiores ou iguais a 2. Novamente, isso ocorre pois quando se é menos restritivo, ou seja, quando busca-se por bordas em distâncias maiores, uma quantidade maior de falsos positivos são agregados ao cálculo do índice de mérito de Pratt.

Os gráficos das Figuras 6.30 e 6.31 representam a análise ROC feita para os resultados de bordas obtidos pelos diferentes detectores, que aparecem na Figura 6.20. Pela análise do gráfico, pode-se observar que a taxa de falsos positivos é pequena para todos os detectores. Quando se restringe as comparações de bordas à distância 0, o melhor resultado

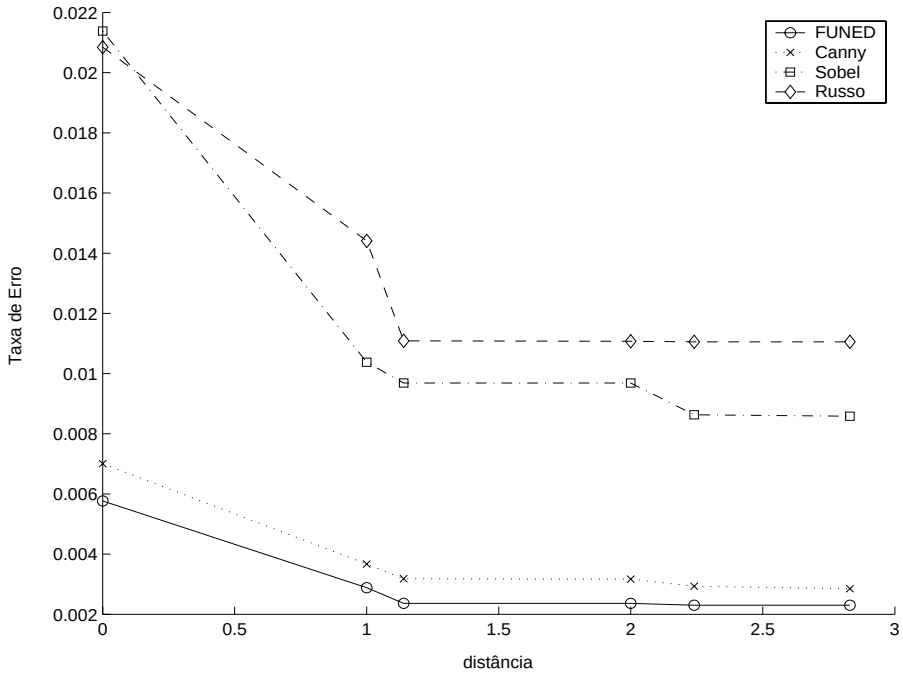


Figura 6.28: Comparação das Taxas de Erro referente às imagens de bordas da Figura 6.20.)

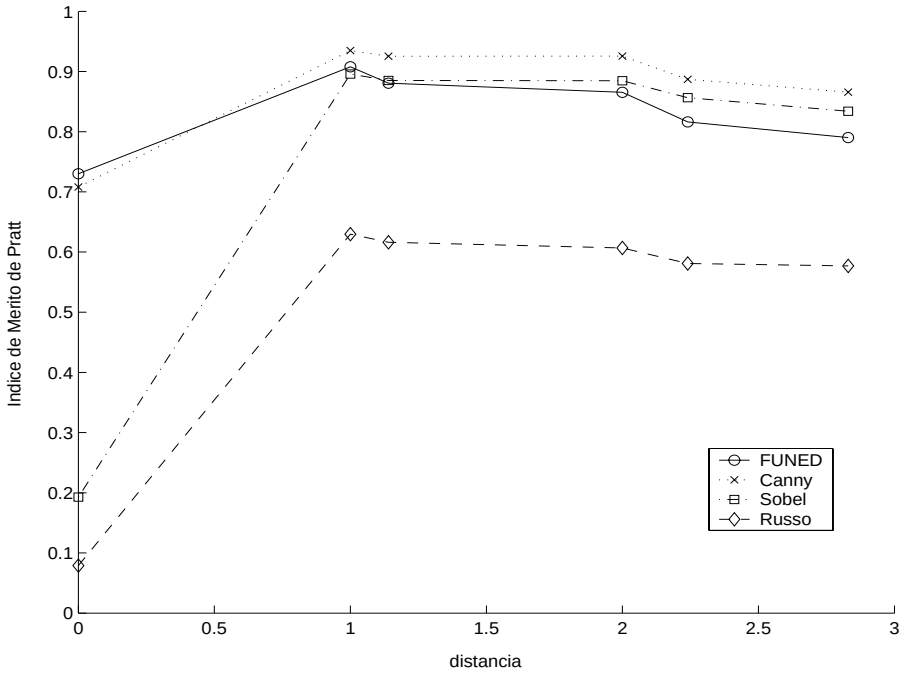


Figura 6.29: Comparação dos Índices de Mérito de Pratt referente às imagens de bordas da Figura 6.20.

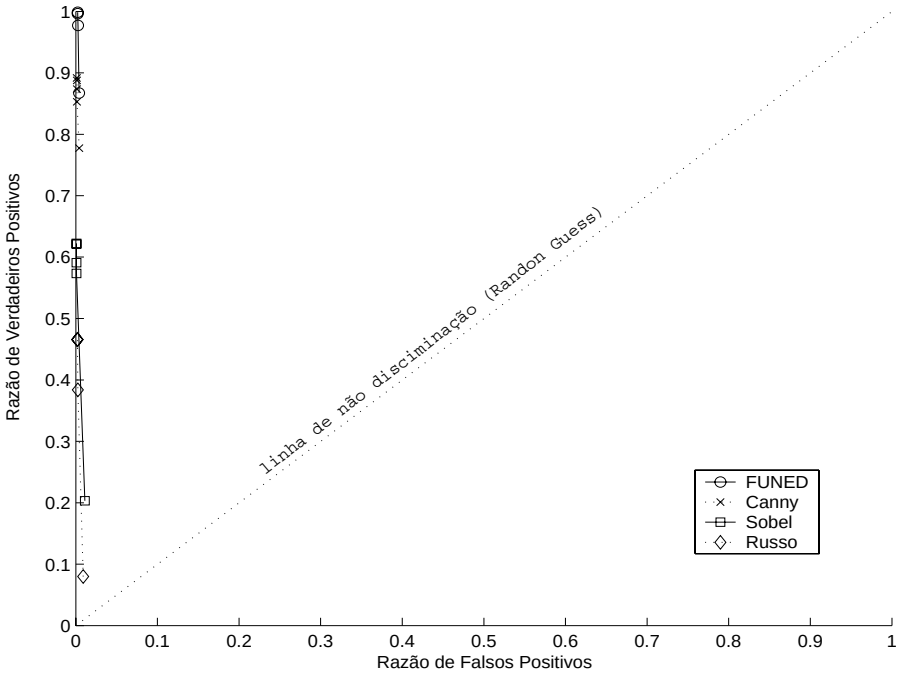


Figura 6.30: Comparação Espaço ROC referente às imagens de bordas da Figura 6.20.

é alcançado pelo detector FUNED, seguido por Canny. Para essa distância, o detector de Russo é o que está mais próximo da linha de não discriminação, seguido pelo detector de Sobel. Quando aumenta-se a região de busca, em torno do pixel, todos os detectores aumentam a taxa de verdadeiros positivos, e a taxa de falsos positivos cai. O detector FUNED tem taxa de verdadeiros positivos igual a 1 para distância igual a 1,4. Para esta análise, o detector FUNED é um pouco mais liberal do que o detector de Canny, pois possui maior taxa de verdadeiros positivos, ao custo de produzir um pouco mais de falsos positivos.

A seguir são apresentados os gráficos com as medidas de avaliação para a imagem sintética da Figura 6.17(c). A imagem de bordas ideais desta imagem é mostrada na Figura 6.18(c), e as respectivas imagens de bordas, obtidas pelos detectores em avaliação, aparecem na Figura 6.21.

A Figura 6.32 apresenta o gráfico com os resultados obtidos para a métrica Acurácia. Pela análise desse gráfico, observa-se que para distância igual a 0, as taxas de acerto dos detectores de bordas FUNED, Sobel e de Russo tiveram valores bem próximos, todos com taxas bem cima do detector de Canny. Para distância igual a 1, a taxa de acerto do

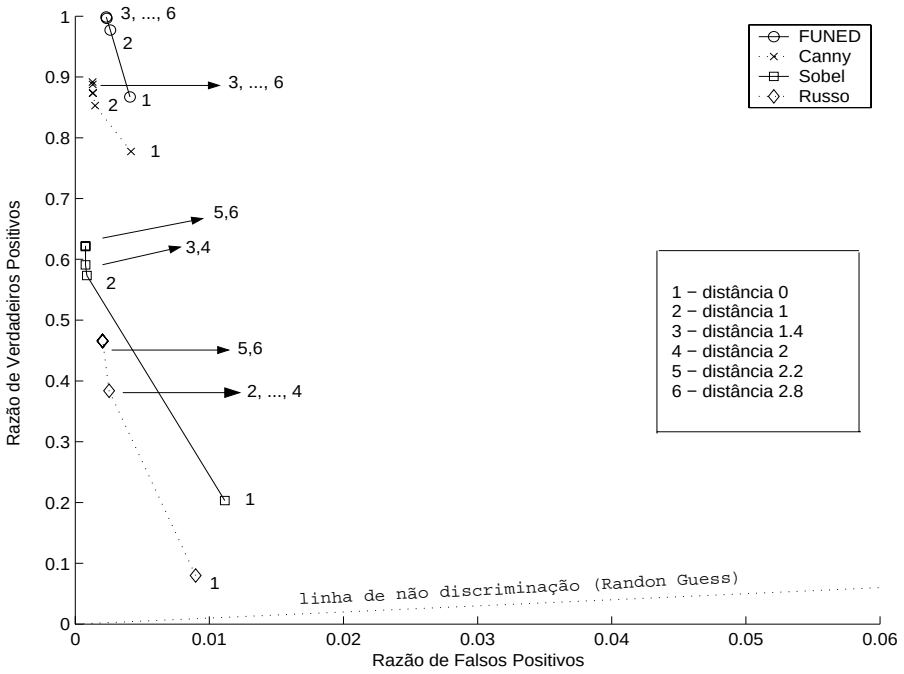


Figura 6.31: Comparação Espaço ROC, com ampliação de detalhes, referente às imagens de bordas da Figura 6.20.

FUNED ficou próxima de 1, se mantendo constante, independente da distância utilizada. Com distância 1 o detector FUNED já atingiu o seu máximo em bordas verdadeiras. Isso também ocorreu com os demais detectores a partir da distância igual a 1.4, porém com taxas de acerto bem abaixo do FUNED.

O gráfico com os resultados obtidos para a taxa de erro para as imagens de bordas da Figura 6.21 é mostrado na Figura 6.33. Esse gráfico tem o comportamento inverso ao gráfico anterior, em que o detector de bordas FUNED obteve, de maneira geral, melhor taxa de erro em relação aos demais detectores de bordas avaliados.

A Figura 6.34 apresenta o gráfico com os resultados dos índices de mérito de Pratt obtidos a partir das imagens de bordas, ilustradas pela Figura 6.21. De acordo com o gráfico, o detector FUNED mostra um índice de mérito um pouco inferior somente ao detector de bordas de Sobel para distância 0, fato também registrado pela Tabela 6.1. A partir da distância 1.4, o índice de mérito do detector FUNED também ficou um pouco abaixo ao índice de mérito de Canny , quando os valores dos índices de mérito de Pratt estabilizaram, para todos os detectores de bordas considerados. É interessante observar que os valores de índice de mérito de Pratt apresentam-se invertidos em relação

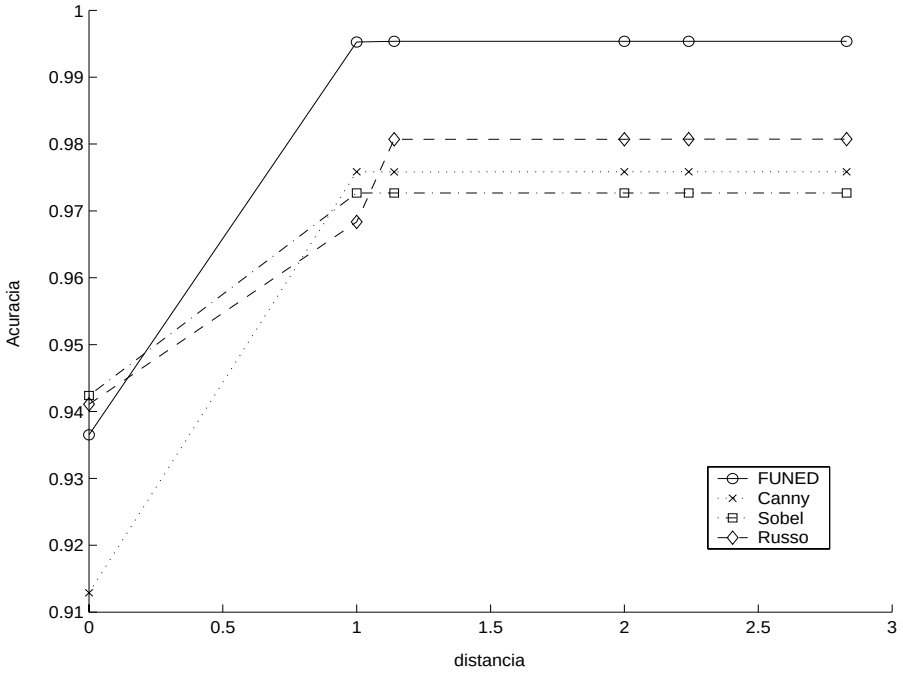


Figura 6.32: Comparação da Acurácia para as imagens de bordas da Figura 6.21.

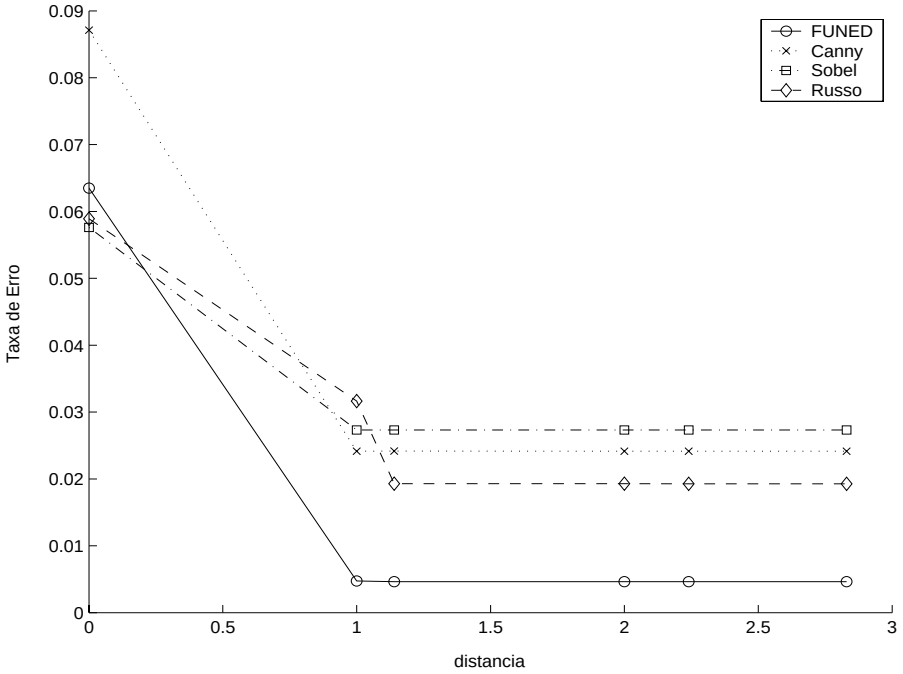


Figura 6.33: Comparação das Taxas de Erro para as imagens de bordas da Figura 6.21.

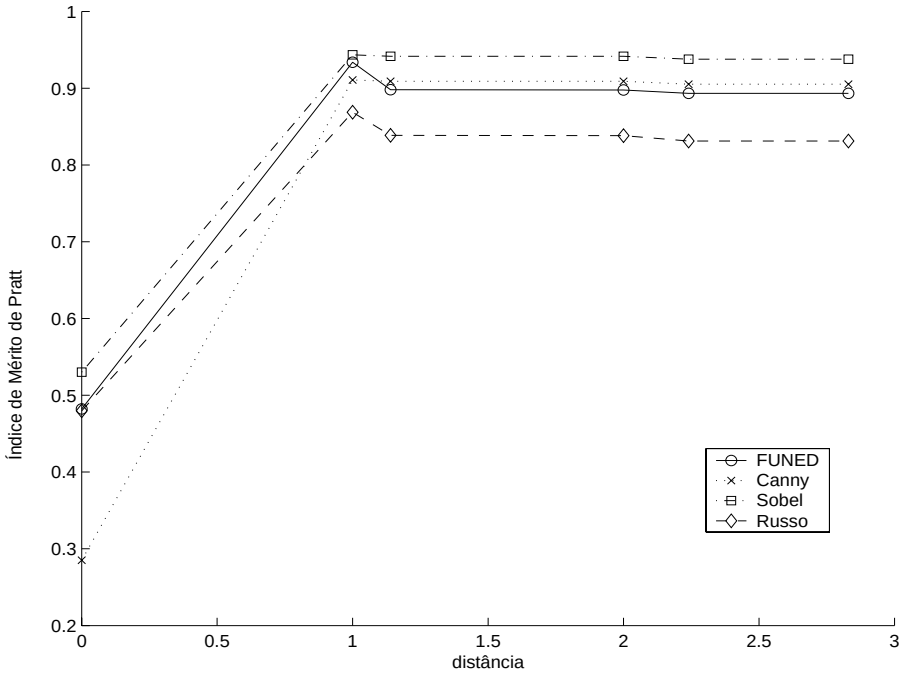


Figura 6.34: Comparação dos Índices de Mérito de Pratt para as imagens de bordas da Figura 6.21.

às taxas de acerto/erro, ou seja, os detectores de bordas com melhores taxas de acerto/erro obtiveram valores menores de índice de mérito de Pratt. Os detectores FUNED e Russo, com desempenhos melhores, quando considerada as taxas de acerto/erro, obtiveram os menores índices de mérito de Pratt. Esse resultado reforça a idéia de que o índice de mérito de Pratt por si só não é uma boa medida para avaliação de bordas, conforme já observado pelas análises dos gráficos anteriores.

As Figuras 6.35 e 6.36 apresentam os resultados obtidos da análise ROC para as imagens de bordas da Figura 6.21. Conforme pode ser observado nesta figura, para distância 0, o detector de Canny obteve o pior resultado, seguido pelo detector FUNED, Russo e Sobel. Porém, a partir da distância 1, o resultado obtido pelo detector FUNED foi o melhor, dentre todos os detectores de bordas analisados, uma vez que a taxa de verdadeiros positivos ficou bem próximo de 1, com a menor taxa de falsos positivos.

Tomando-se como base a qualidade das imagens de bordas obtidas pelos 4 detectores e as medidas quantitativas: acurácia, taxas de erro, análise ROC e índice de mérito de Pratt, observa-se que as três primeiras medidas estão de acordo com a avaliação qualitativa das imagens de bordas. O índice de mérito de Pratt, na maioria das vezes, diverge dessas

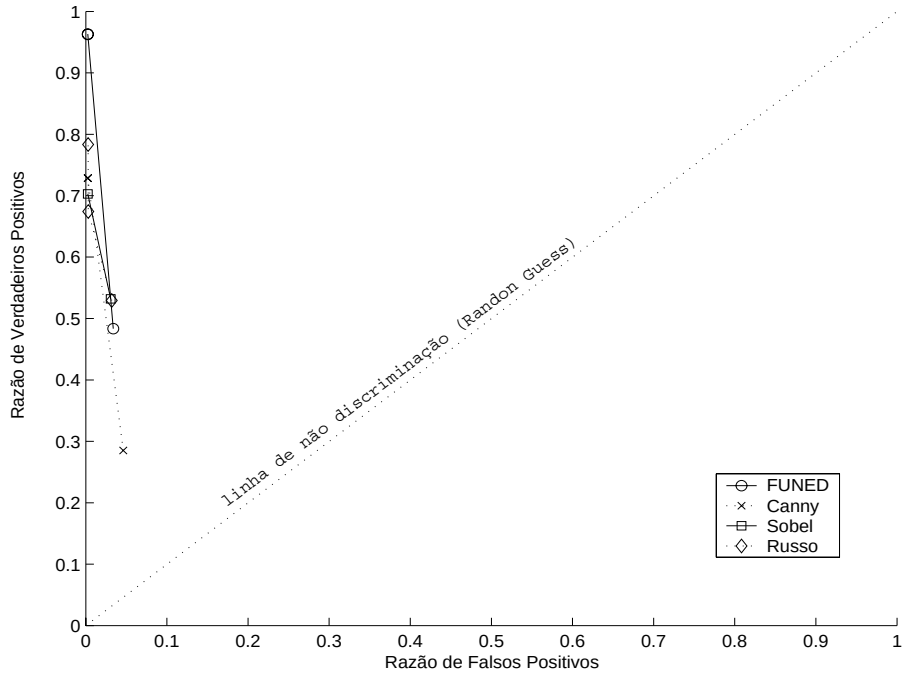


Figura 6.35: Comparação espaços ROC referente às imagens de bordas da Figura 6.21.

medidas.

A avaliação quantitativa foi finalizada aplicando-se a metodologia de avaliação de detectores de bordas para analisar os seus desempenhos em imagens de cenas reais. Conforme dito anteriormente, foram avaliadas 100 imagens de cenas reais, extraídas da base de dados *Berkeley Segmentation Dataset*. A seguir, apresenta-se alguns dos resultados obtidos para essas imagens. Outros resultados podem ser encontrados no Apêndice A.

A Figura 6.37(a) apresenta uma das imagens de cenas reais usadas na avaliação dos detectores de bodas e a Figura 6.37(b) sua imagem ideal correspondente. Esta é uma imagem difícil de extrair bordas, uma vez que apresenta um fundo complexo, com bastante textura. A imagem ideal é um esboço das bordas, produzido manualmente. Os resultados da aplicação dos detectores analisados são mostrados na Figura 6.38. Os resultados obtidos pelos detectores de bordas são bastante parecidos visualmente, exceto pelo resultado obtido por Canny, o qual produziu muitas bordas.

Os gráficos, apresentados pelas Figuras 6.39, 6.40, e 6.41, foram produzidos pela avaliação quantitativa aplicada às imagens da Figura 6.38, quando medido a acurácia dos detectores de bordas, a taxa de erro e, o índice de mérito de Pratt, respectivamente. Con-

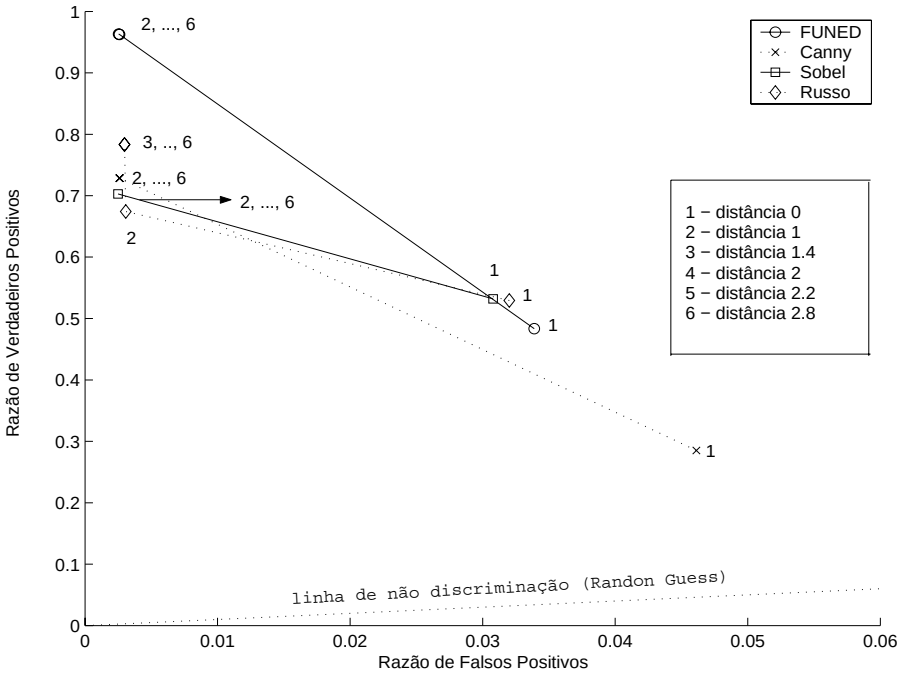
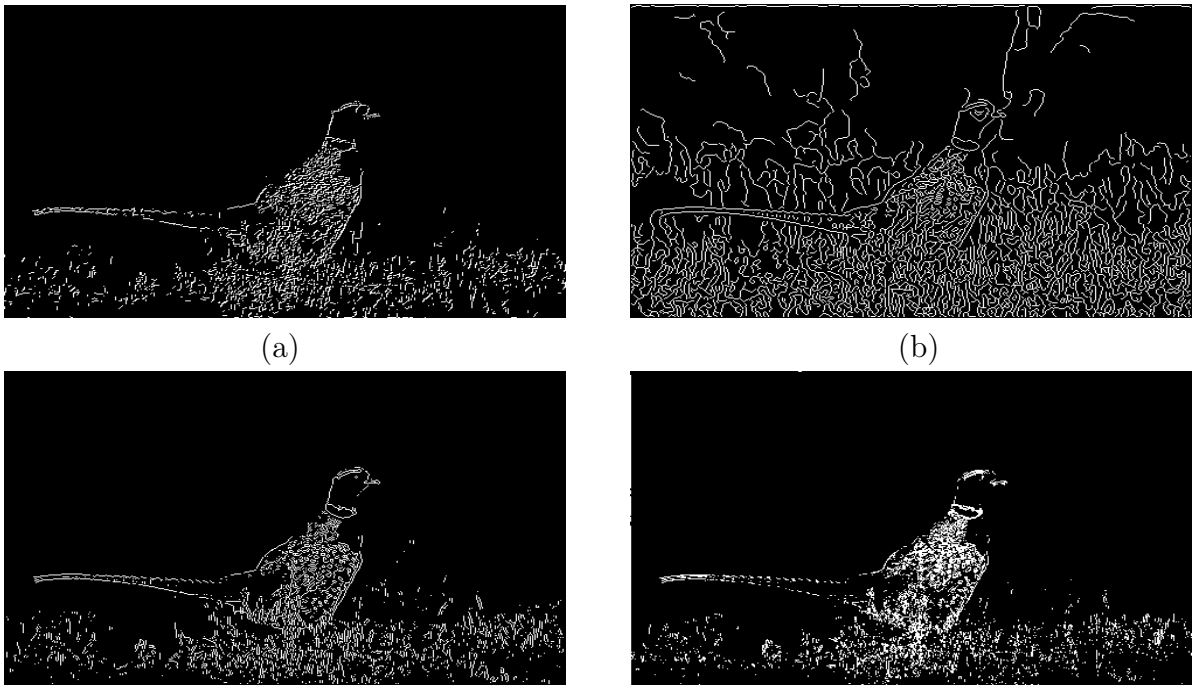


Figura 6.36: Comparação espaços ROC, com ampliação de detalhes, referente às imagens de bordas da Figura 6.21.

(a) (b)

Figura 6.37: (a) Imagem de cena real extraída da Base de Dados *Berkeley*, (b) Imagem ideal.

forme pode ser observado pelas Figuras, o detector FUNED obteve melhores resultados para as métricas acurácia e taxa de erro, seguido pelos detectores de Sobel e Russo. O detector de Canny obteve o pior resultado para essas métricas, porém foi o detector que obteve o melhor resultado para o índice de mérito de Pratt. Este é um bom exemplo e que reforça ainda mais o fato que o índice de mérito de Pratt é maior para aquele detector que produz uma grande quantidade de bordas, pois agrega no seu cálculo as falsas bordas. Pela análise visual das imagens obtidas, observa-se que a pior imagem de bordas



(a) (b) (c) (d)

Figura 6.38: (a) Bordas detectadas pelo FUNED com parâmetros $W = 3$, $\delta = 30$ e $T = 0,7$, (b) Bordas detectadas por Canny, (c) Bordas detectadas por Sobel e (d) Resultado obtido pelo detector de Russo.

é a obtida pelo detector de Canny. O detector FUNED obteve o menor índice de mérito de Pratt, embora tenha obtido os melhores índices de acurácia e taxa de erro.

A análise ROC, referente os resultados mostrados na Figura 6.38, são apresentadas nos gráficos que aparecem nas Figuras 6.42 e 6.43. Para essa imagem, os resultados obtidos por todos os detectores estão somente um pouco acima da curva de não discriminação. O detector de Canny se comportou de maneira mais liberal do que os outros detectores de bordas e o detector FUNED é o mais conservador de todos.

Outra imagem de cena real utilizada nos experimentos e sua respectiva imagem de borda ideal aparecem na Figura 6.44(a)-(b). Os resultados da aplicação dos detectores analisados são mostrados na Figura 6.45.

Os gráficos das Figuras 6.46, 6.47, e 6.48 são os resultados das medidas de acurácia, taxa de erro e índice de mérito de Pratt para as imagens de bordas da Figura 6.45. Para as medidas de acurácia e taxa de erro, os melhores resultados foram para o detector de bordas FUNED, seguido pelos detectore de Canny, Sobel e por último o detector de Russo.

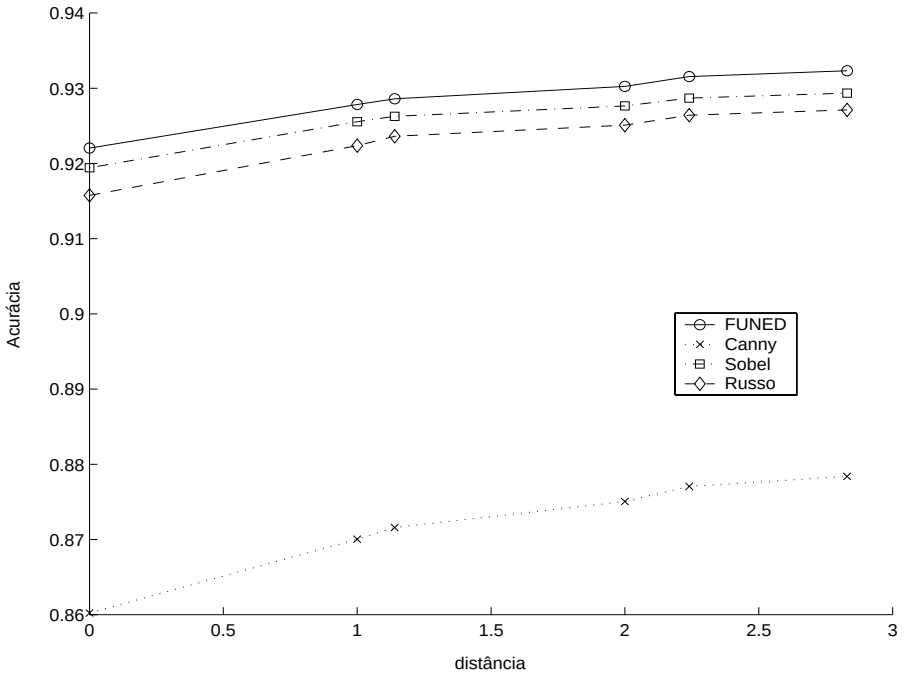


Figura 6.39: Comparação das Acurácias referentes às imagens de bordas da Figura 6.38.

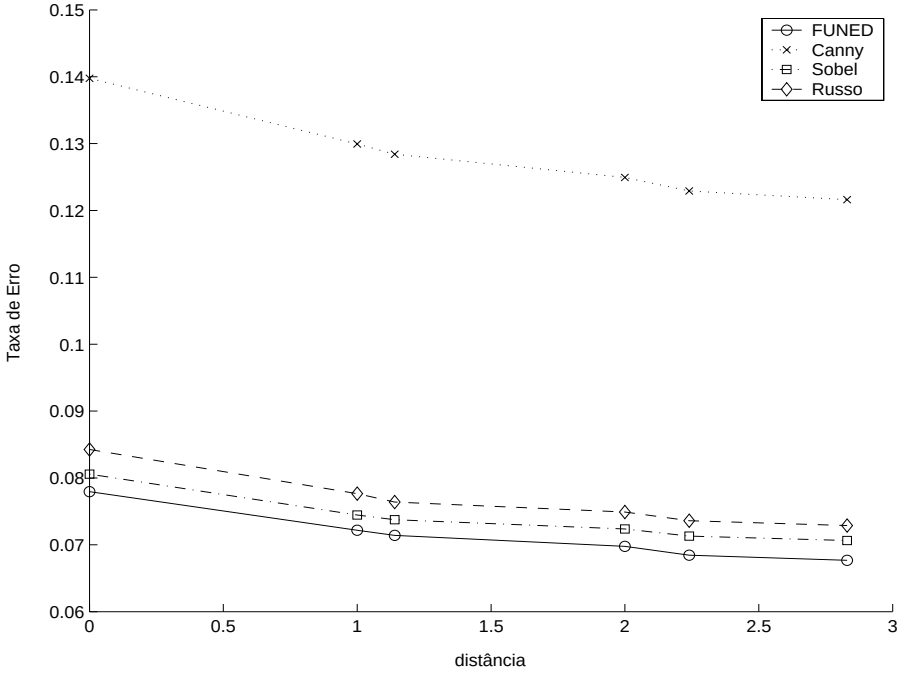


Figura 6.40: Comparação das taxas de erro referente às imagens de bordas da Figura 6.38.

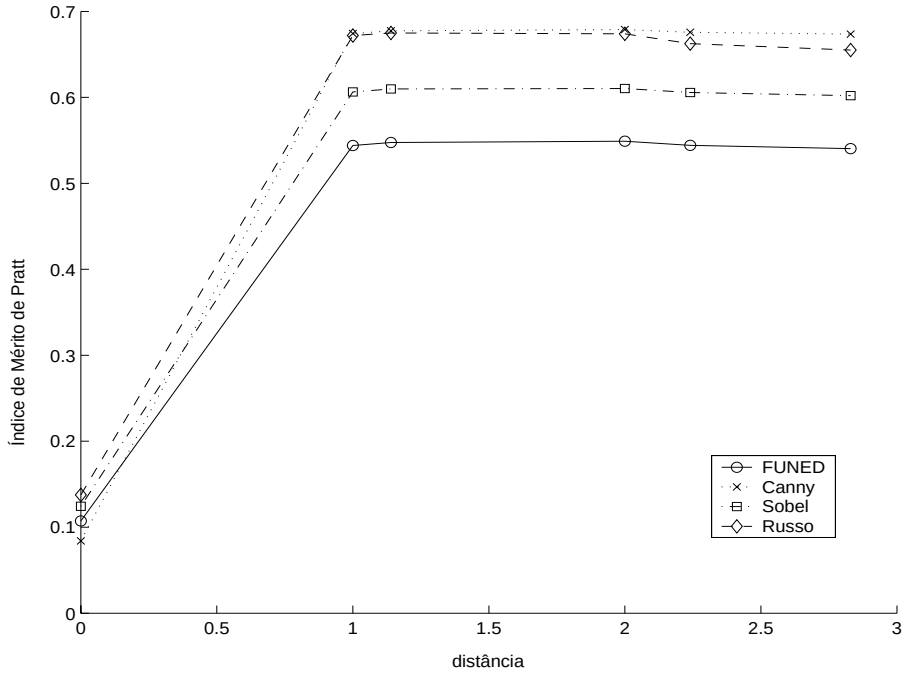


Figura 6.41: Comparação dos índices de mérito de Pratt referentes às imagens de bordas da Figura 6.38.

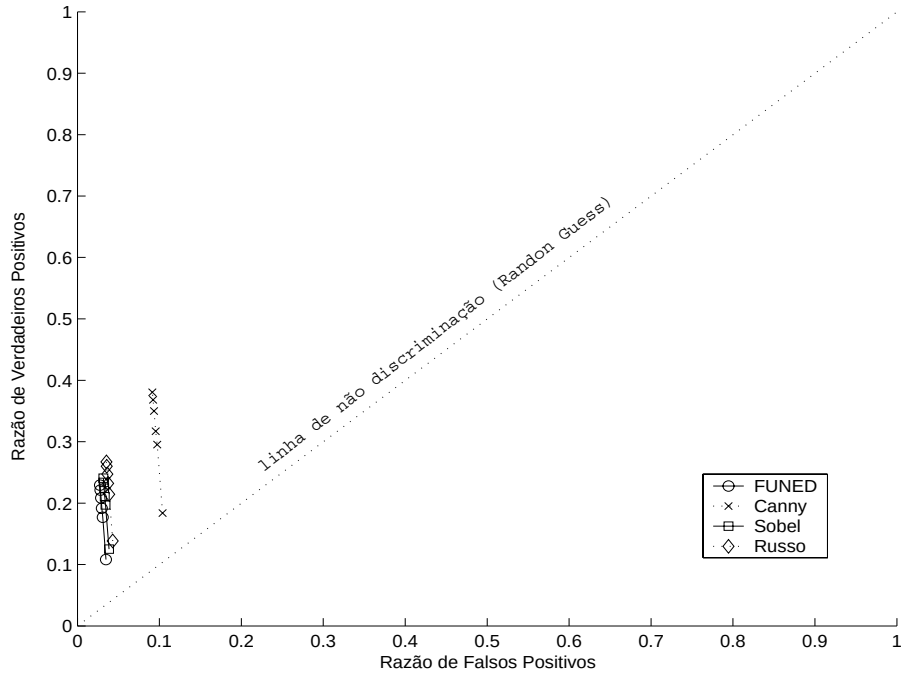


Figura 6.42: Comparação dos espaços ROC referentes às imagens de bordas da Figura 6.38.

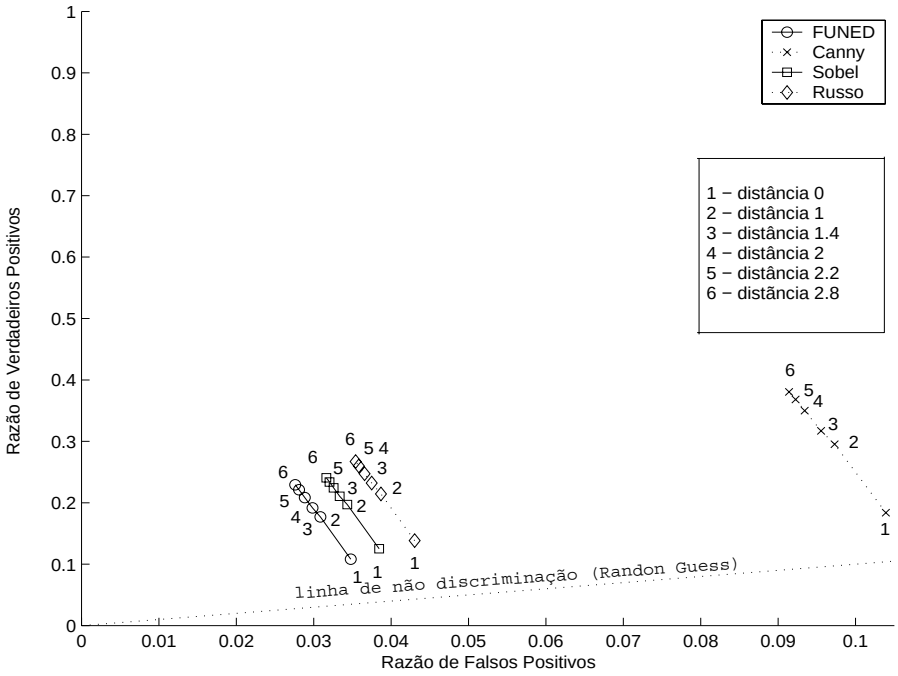
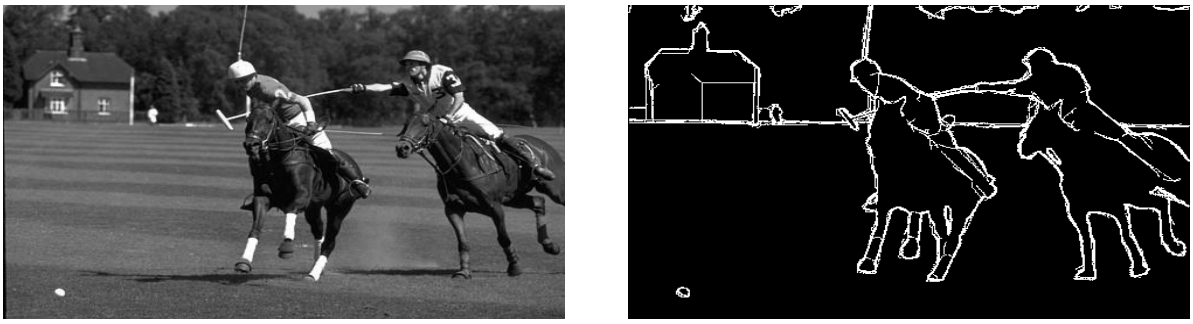


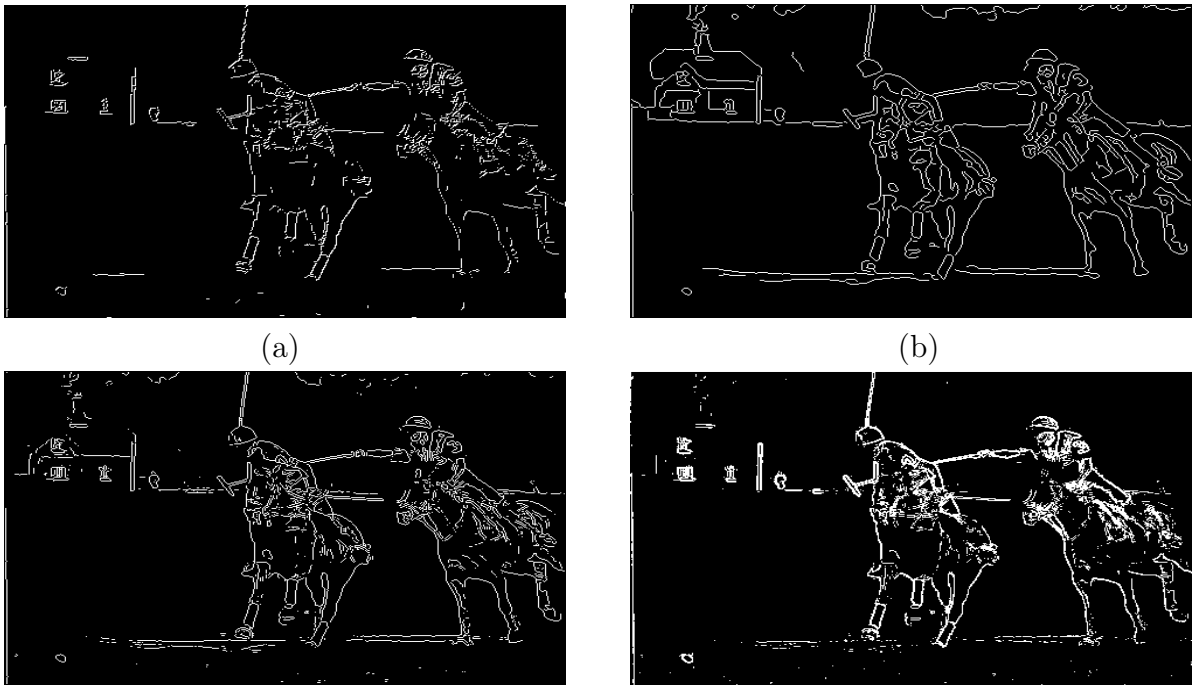
Figura 6.43: Comparação dos espaços ROC, com ampliação de detalhes, referentes às imagens de bordas da Figura 6.38.



(a) (b)

Figura 6.44: (a) Imagem de cena real extraída da Base de Dados *Berkeley*, (b) Imagem Ideal.

Para o índice de mérito de Pratt, o detector de Russo obteve melhor resultado, embora tenha tido os piores resultados em acurácia e taxa de erro. Conforme ocorreu nos casos anteriores, os resultados dos índices de mérito de Pratt aparecem em ordem inversa aos resultados das taxas de acerto/taxas de erro, neste caso, o detector de Russo seguido pelo detector de Canny e Sobel e por último o detector FUNED. Analisando a Figura 6.45, observa-se novamente que o índice de mérito de Pratt é maior para os detectores de borda que produzem uma quantidade maior de bordas, que é o caso de Canny e Russo.



(a) (b) (c) (d)

Figura 6.45: (a) Bordas detectadas pelo FUNED com parâmetros $W = 3$, $\delta = 50$ e $T = 0,6$, (b) Bordas detectadas por Canny, (c) Bordas detectadas por Sobel e (d) Resultado obtido pelo detector de Russo.

Os gráficos das Figuras 6.49 e 6.50 apresentam os resultados das análises ROC realizadas nos resultados de classificação de bordas produzidas pelos detectores avaliados (Figura 6.45). Pela análise desses gráficos, observa-se que o detector de bordas FUNED se comportou de maneira mais conservadora do que os demais detectores de bordas, e o detector de Russo se comportou de maneira mais liberal, ou seja produziu maiores taxas de verdadeiros positivos ao custo de também produzir maiores taxas de falsos positivos.

Na Figura 6.51(a)-(b) são apresentadas uma imagem de cena real e sua imagem de bordas ideal correspondente. Os resultados da aplicação dos detectores de bordas avaliados são mostrados na Figura 6.52. Conforme pode ser observado, os detectores de bordas produzem muito mais bordas do que se é especificado na imagem ideal. Essa é uma questão importante, quando se compara as imagens de bordas produzidas por detectores com as imagens ideais, traçadas manualmente por um observador humano, encontradas na base de dados *Berkeley*.

As Figuras 6.53, 6.54 e, 6.55 apresentam os gráficos resultantes das medidas de acu-

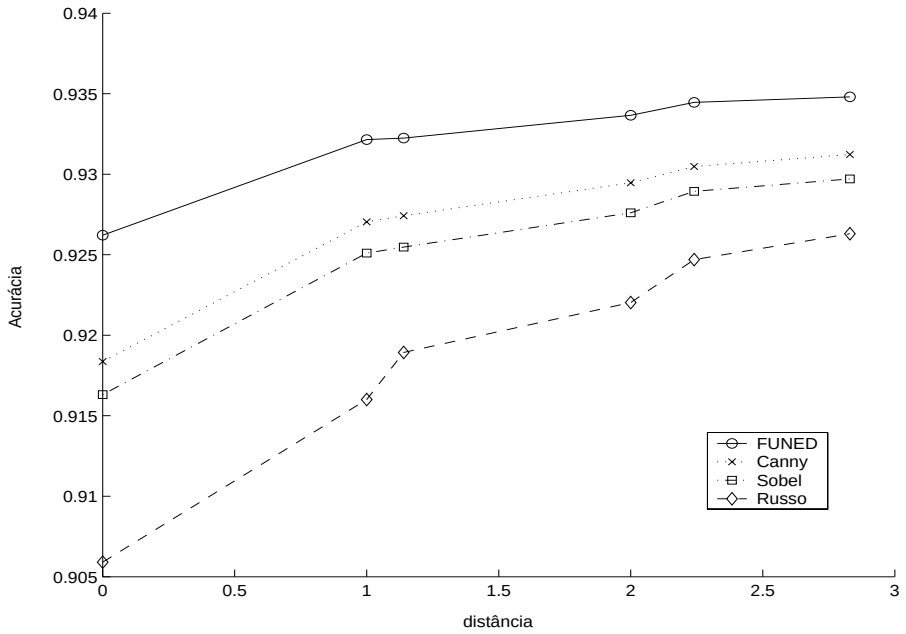


Figura 6.46: Comparação das Acurácias referentes às imagens de bordas da Figura 6.45.

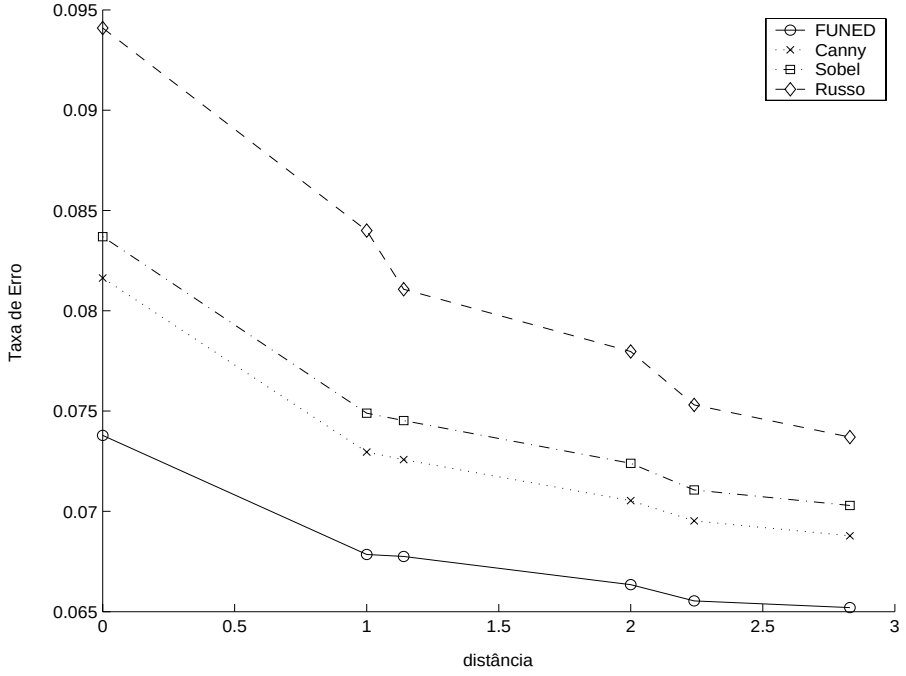


Figura 6.47: Comparação das taxas de erro referentes às imagens de bordas da Figura 6.45.

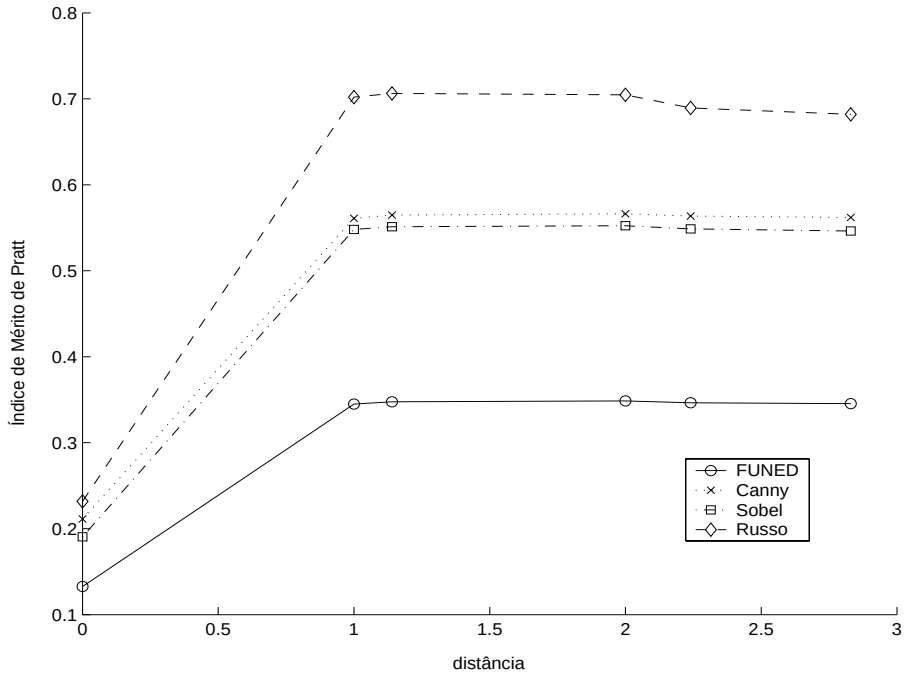


Figura 6.48: Comparação dos índices de mérito de Pratt referentes às imagens de bordas da Figura 6.45.

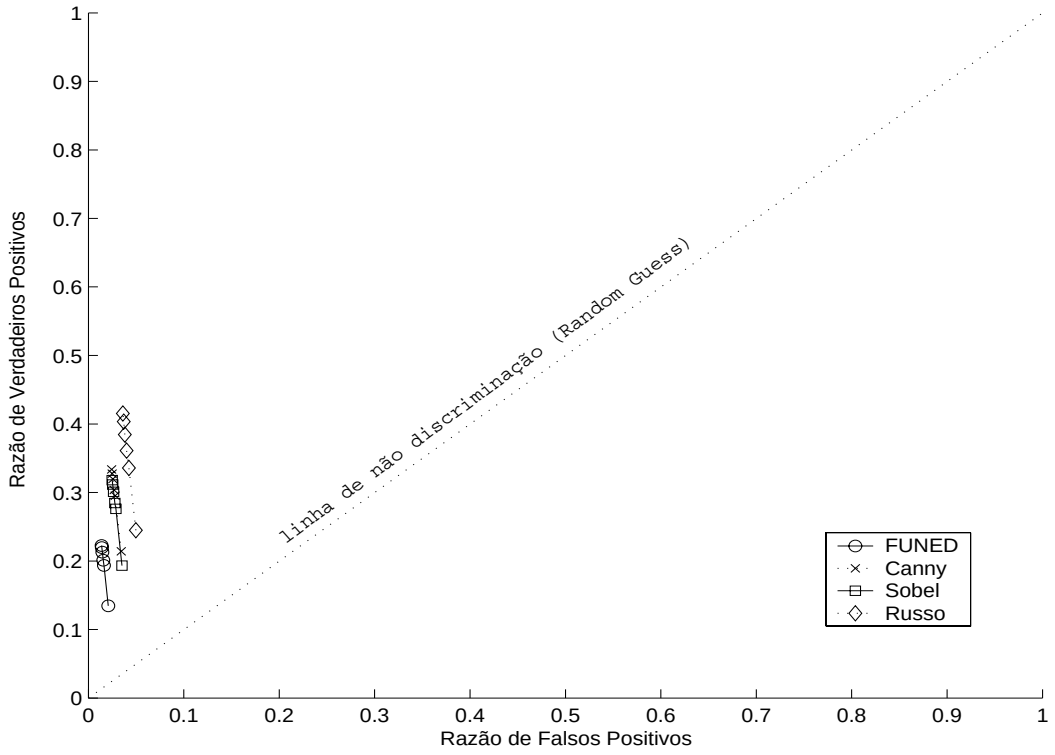


Figura 6.49: Comparação espaços ROC referente às imagens de bordas da Figura 6.45.

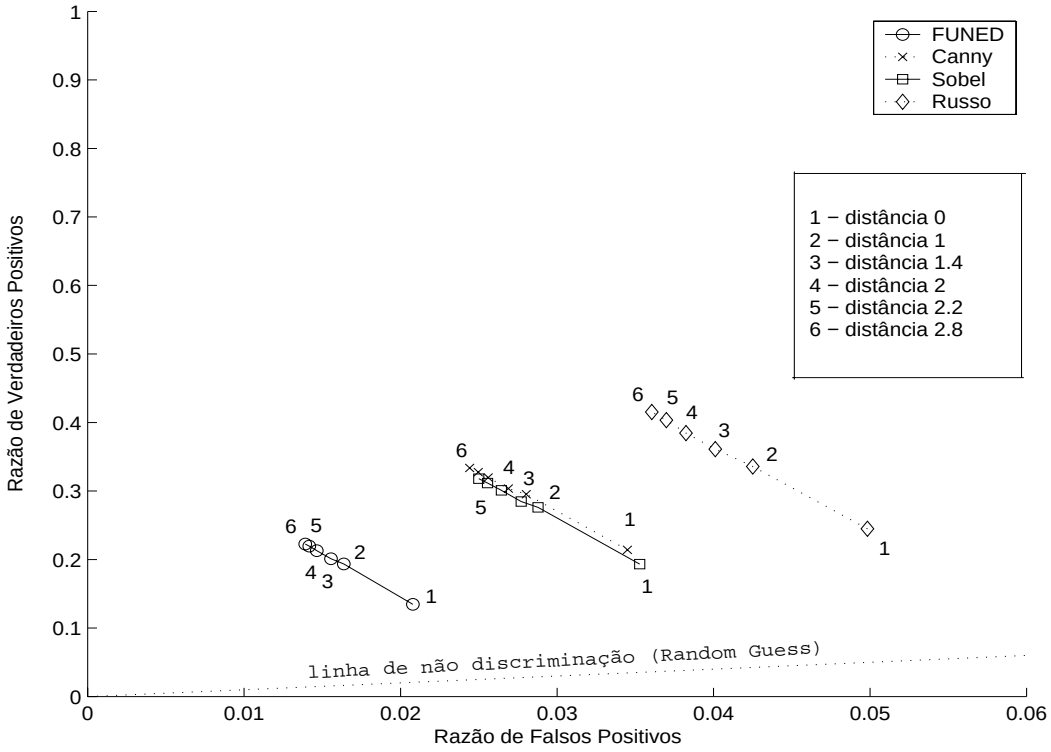
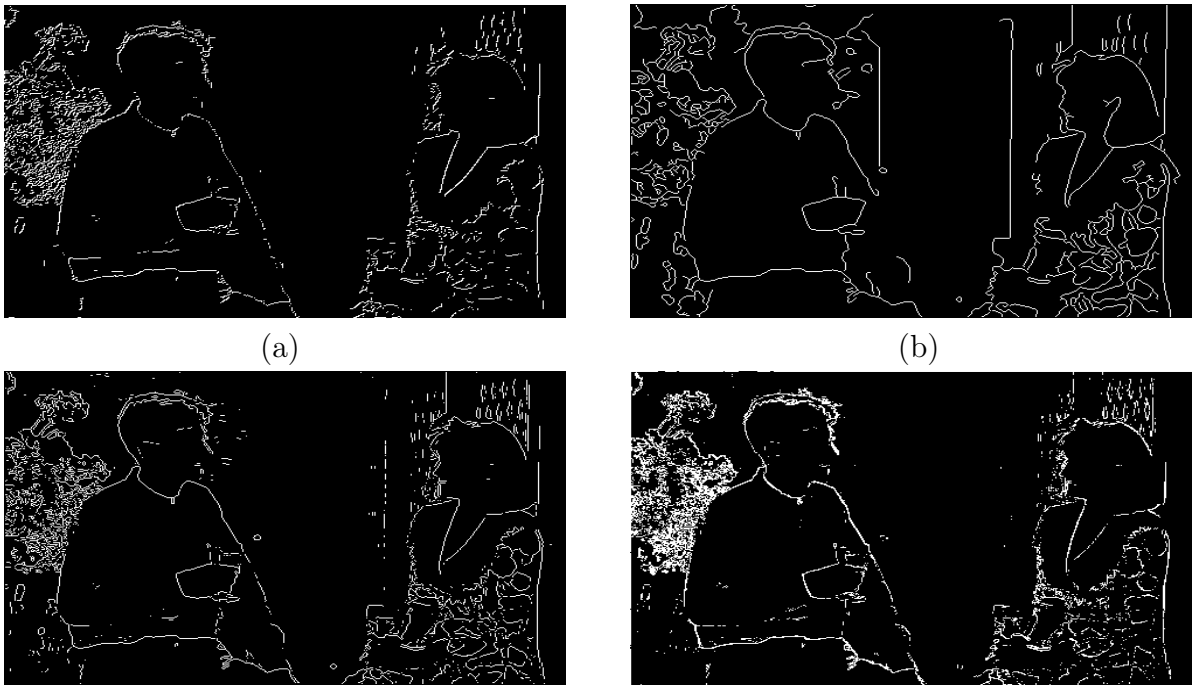


Figura 6.50: Comparação espaços ROC, com ampliação de detalhes, referente às imagens de bordas da Figura 6.45.

(a) (b)

Figura 6.51: (a) Imagem de cena real extraída da Base de Dados *Berkeley*, (b) Imagem Ideal.

rácia, taxa de erro e índice de Mérito de Pratt, para as imagens de bordas que aparecem na Figura 6.52. Para essas imagens, os detectores de bordas FUNED e Canny ficaram empatados, tendo produzido melhores resultados para a taxa de acerto e a taxa de erro. E mais uma vez, o detector Russo obteve melhor resultado para o índice de mérito de Pratt, sendo que foi o detector de bordas que obteve piores resultados em relação às medidas de acurácia e taxa de erro. Analisando-se a imagem de bordas da Figura 6.52, pode-se



(a) (b) (c) (d)

Figura 6.52: (a) Bordas detectadas pelo FUNED com parâmetros $W = 3$, $\delta = 60$ e $T = 0,6$, (b) Bordas detectadas por Canny, (c) Bordas detectadas por Sobel e (d) Resultado obtido pelo detector de Russo.

observar que o detector de Russo foi o que produziu maior quantidade de bordas.

Nas Figuras 6.56 e 6.57 são mostrados os gráficos da análise ROC referente às imagens de bordas da Figura 6.52. Conforme pode ser observado por estes gráficos, novamente o detector de bordas FUNED se apresenta como um detector de bordas mais conservador, ao passo que o detector de Russo é o mais liberal de todos, ao apresentar as maiores razões de falsos positivos e verdadeiros negativos. Essa informação reforça a argumentação anterior, em que o detector de Russo produziu maior quantidade de bordas, e as bordas falsas foram incorporadas no cálculo do índice de mérito de Pratt, elevando-o.

6.5.2 Análise de Eficiência Computacional

A complexidade de um algoritmo expressa o esforço computacional respectivo, sendo determinada a partir do número de operações executadas. Para avaliar a eficiência computacional do método de detecção de bordas FUNED, em função do volume de dados (pixels), foram consideradas as operações básicas que são executadas.

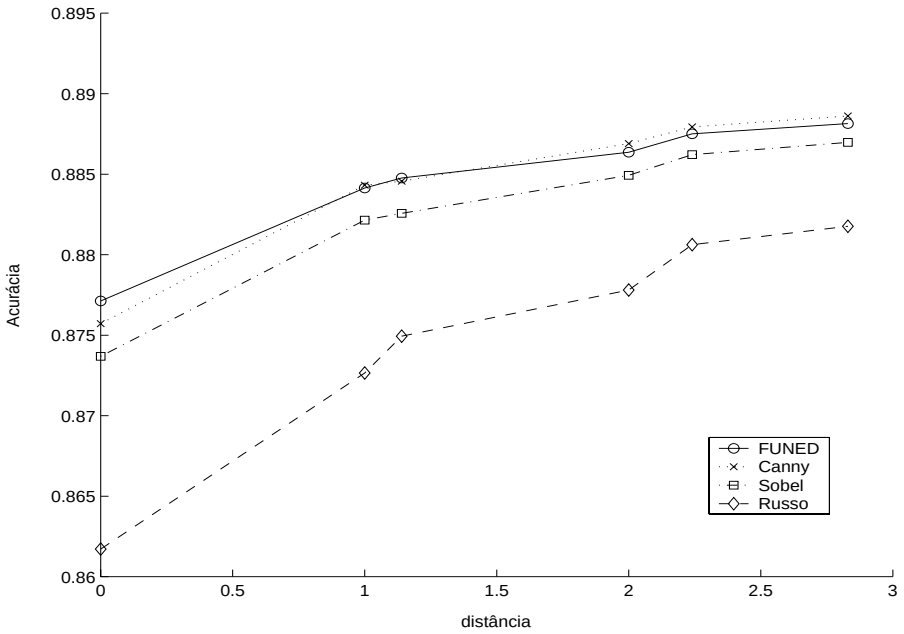


Figura 6.53: Comparação acurácias referente às imagens de bordas da Figura 6.52.

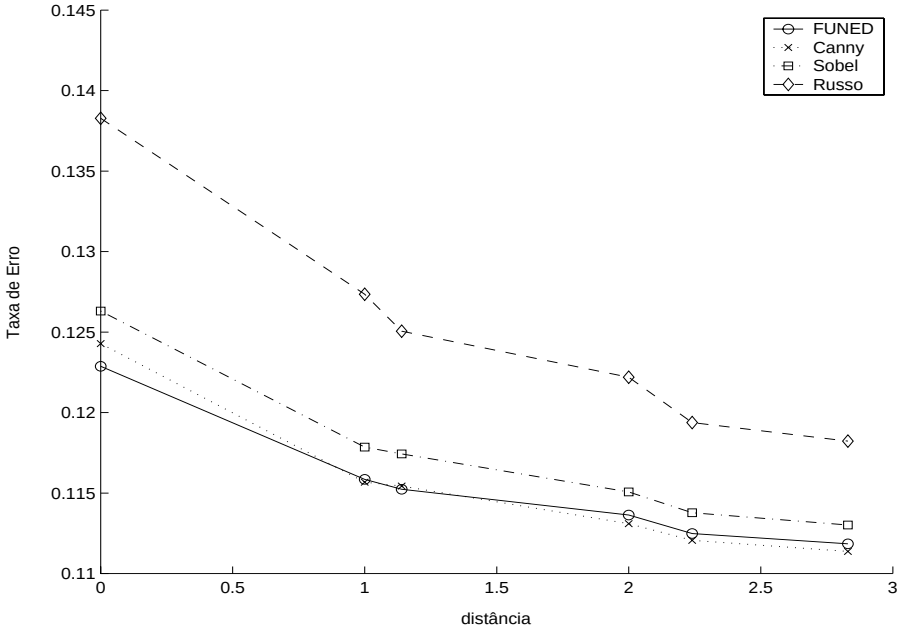


Figura 6.54: Comparação das taxas de erro referente às imagens de bordas da Figura 6.52.

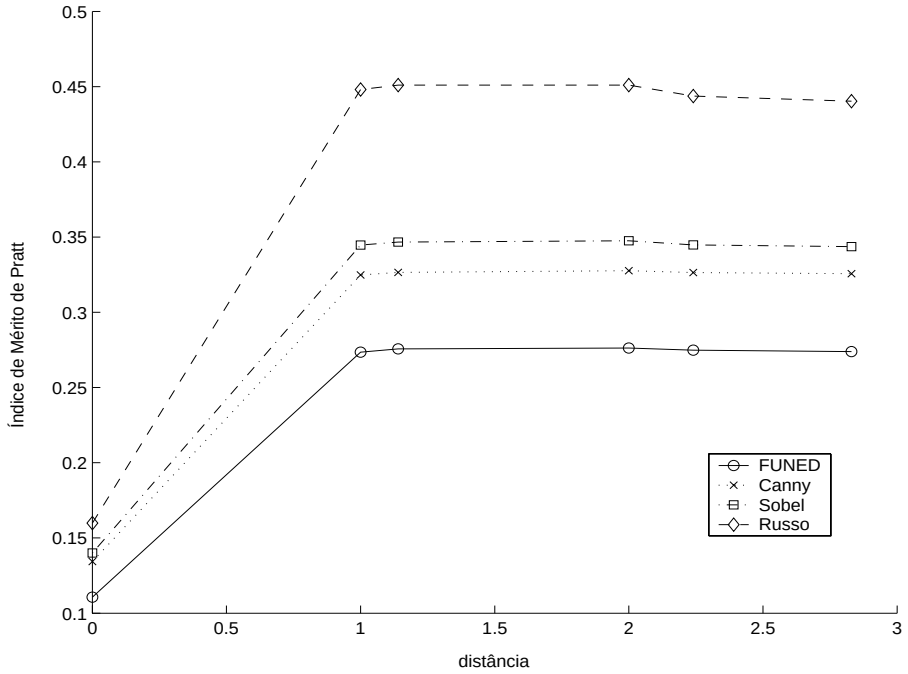


Figura 6.55: Comparação dos índices de mérito de Pratt referente às imagens de bordas da Figura 6.52.

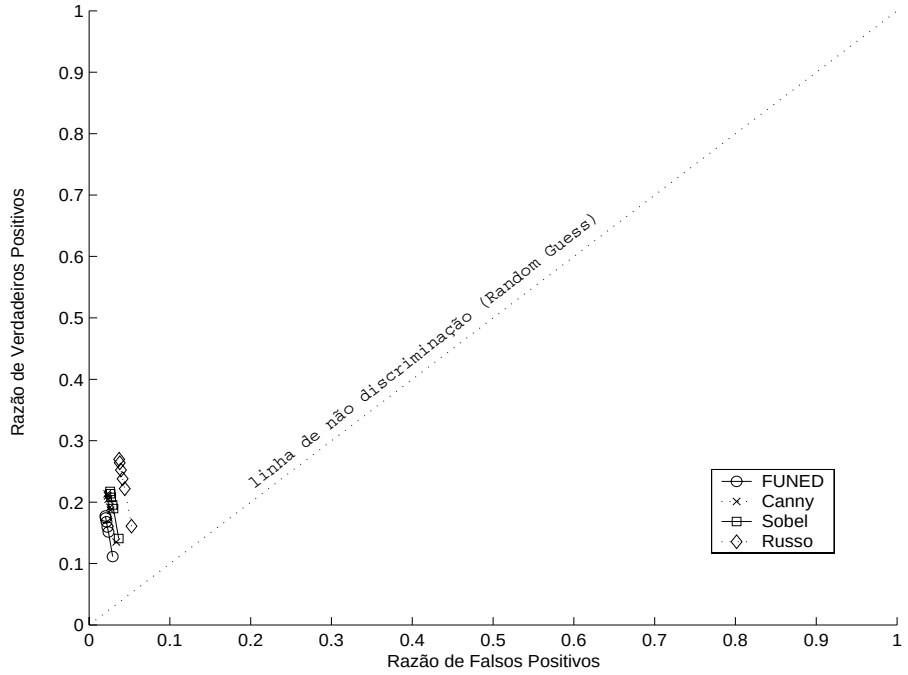


Figura 6.56: Comparação espaço ROC referente às imagens de bordas da Figura 6.52.

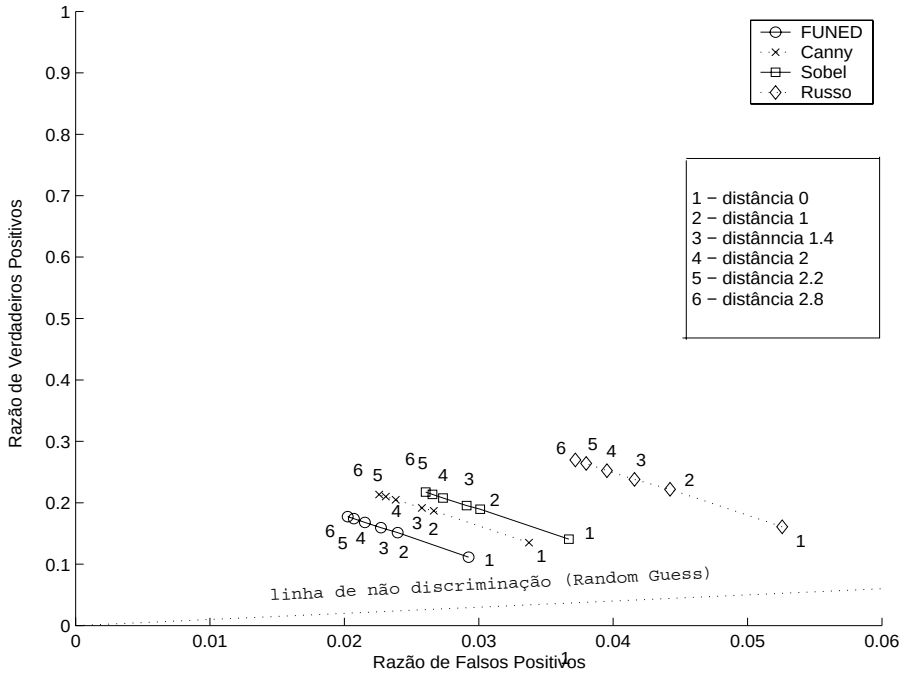


Figura 6.57: Comparação espaços ROC, com ampliação de detalhes, referente às imagens de bordas da Figura 6.52.

Admitindo como operações básicas aquelas que são realizadas sobre os dados de entrada, cuja estrutura é uma estrutura com duas dimensões, ou seja uma imagem representada por uma matriz bidimensional. Considerando a manipulação de um elemento dessa estrutura como uma operação básica, devem ser contabilizadas cada uma destas operações, para os métodos de detecção de bordas. Para essa avaliação, o FUNED foi comparado ao detector de bordas de Sobel, já que se conhece os algoritmos para implementação desse método, ao contrário do método de Canny, que aplica um grande conjunto de operações.

Comparando-se a complexidade computacional teórica do FUNED à complexidade computacional teórica de Sobel, ambos os algoritmos são da ordem $\bigcirc(N^2)$, ou $\bigcirc(N \times M)$, uma vez que ambos operam sobre o mesmo dado de entrada, ou seja, uma matriz bidimensional, quadrada de ordem N, ou de ordem $N \times M$. Porém, esses dois métodos executam operações diferentes no processo de extração de bordas. Enquanto o algoritmo de Sobel executa uma convolução da imagem com uma máscara 3×3 que é composta por operações de multiplicação e somas, o detector FUNED só executa operações de soma, as quais possuem custo computacional menor do que multiplicações. Se o processo de

cálculo de direção de bordas forem adicionados à complexidade computacional de ambos, é possível verificar a menor complexidade do FUNED, uma vez que para cada pixel da imagem, executa oito somas e três comparações (no máximo) e o detector de Sobel, ou qualquer outro filtro baseado em derivadas, deve computar, para cada pixel da imagem:

$$\arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \ldots, \; |\frac{x^k}{x}| < \epsilon \tag{6.1}$$

Para uma avaliação prática, os tempos de processamento para os detectores comparados foram tomados no ambiente Matlab 6.5. Para o FUNED e detector de Russo, o tempo de processamento refere-se ao código Matlab sem considerar nenhum tipo de otimização. Para medir o tempo de processamento do operador de Canny, foi considerado o tempo de chamada e retorno das rotinas do Matlab, as quais possuem o código otimizado, tendo portanto vantagens sobre os tempos tomados. Para a medida dos tempos de processamento foram utilizadas as funções *tic* e *toc* que, em conjunto, medem o tempo de processamento em segundos de trechos do programa A Tabela 6.2 mostra o tempo de processamento do FUNED, em comparação ao tempo de processamento do operador de Canny e ao detector de Russo. Conforme pode ser visto, o FUNED também obteve melhor desempenho em tempo de processamento em comparação com os outros dois detectores de bordas.

Tabela 6.2: Tempo de Processamento (técnica proposta × Canny × Russo).

	Fig. 6.8(a)	Fig. 6.10(a)
Detector FUNED	$\simeq$ 1.57 s	$\simeq$ 1.54 s
Detector de Russo	$\simeq$ 3.46 s	$\simeq$ 3.45 s
Detector de Canny	$\simeq$ 2.00 s	$\simeq$ 3.00 s

6.6 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados os resultados computacionais para avaliação do novo método proposto para obtenção de bordas em imagens digitais: o detector de bordas FUNED. O detector proposto foi comparado aos detectores de bordas de Canny e Sobel, que são dois detectores de bordas clássicos da literatura de processamento de imagens, ambos são filtros derivativos e muito utilizados na prática. O detector FUNED também

foi comparado a outras abordagens Fuzzy, que empregam sistemas de regras fuzzy, o detector de Miosso e o detector de Russo.

Os resultados obtidos pelo detector FUNED foram comparados a outros detectores de bordas, e as análises mostradas neste capítulo foram divididas em análise qualitativa e análise quantitativa. A análise qualitativa mostrou o potencial do detector FUNED de maneira visual, e mostrou também as variações dos parâmetros do FUNED. Com o objetivo de avaliar o detector FUNED de maneira menos subjetiva, foi realizada a avaliação quantitativa. Para isso, foi aplicada a abordagem desenvolvida para avaliar os resultados de bordas por meio de medidas quantitativas. O detector de bordas FUNED foi comparado aos outros detectores e medidas foram calculadas para mostrar que este detector possui desempenho superior aos demais. Além disso, mostrou-se que a abordagem de avaliação desenvolvida é mais eficaz do que a abordagem de Pratt para avaliar quantitativamente o desempenho de detectores de bordas.

Também foi mostrado neste capítulo a aplicação do método baseado em vizinhança local, proposto para estimar a orientação de bordas. Os resultados mostraram que o método desenvolvido calcula corretamente as direções de bordas e é uma abordagem que pode ser utilizada por qualquer detector de bordas que não fornecem a informação sobre o campo gradiente.

Capítulo 7

Conclusões

7.1 Considerações Finais

Este trabalho propõe um novo método para detecção de bordas em imagens. O método proposto adota a teoria de números fuzzy para extrair bordas, considerando-se as incertezas em relação aos níveis de cinza presentes na imagem. A este novo método foi dado o nome de FUNED (*Fuzzy Numbers Edge Detector*). A nova abordagem é diferente das demais abordagens fuzzy existentes na literatura; é uma abordagem intuitiva, com um algoritmo bastante compacto e computacionalmente eficiente e com bons resultados na detecção de bordas.

Para uma análise qualitativa, os resultados foram comparados com o detector de Canny e o de Miosso (este último emprega também uma metodologia fuzzy), demonstrando desempenho superior.

Os resultados da avaliação de desempenho, baseada em avaliação quantitativa e na complexidade teórica dos algoritmos, considerando-se medidas práticas de tempo de processamento, mostram que o FUNED é mais eficaz computacionalmente, quando comparado aos detectores de Canny, Sobel e, também a outra abordagem fuzzy, o Detector de Russo.

A técnica é bastante flexível, no sentido de permitir ao usuário o ajuste de vários parâmetros. O ajuste desses parâmetros proporciona diversas possibilidades de visualização das bordas de uma imagem, permitindo a escolha de detalhes da imagem. Conforme pôde

ser observado pelos experimentos realizados, janelas de vizinhança menores são melhores para a detecção de bordas em imagens com baixo contraste, porém, com poucos ruídos. Para imagens com baixo contraste e muito ruído, obteve-se uma melhor performance ao utilizar uma vizinhança maior. O tamanho da janela de vizinhança também influencia na espessura da borda encontrada.

Foi desenvolvida uma nova metodologia de avaliação de detectores de bordas baseada na análise ROC. O processo de avaliação desenvolvido considera diferentes medidas, que são tomadas comparando-se as bordas obtidas com as bordas ideais. Essa nova abordagem foi comparada à abordagem de Pratt, publicada em 1979. A abordagem de Pratt, denominada índice de mérito de Pratt, é empregada ainda hoje na avaliação de detectores de bordas. Os experimentos realizados mostraram que o índice de mérito de Pratt não é uma abordagem eficaz, uma vez que avalia positivamente aqueles detectores de bordas que produzem muitas bordas, com altas taxas de falsos positivos.

7.2 Contribuições

A principal contribuição deste trabalho é a proposta de uma nova abordagem para detecção de borda em imagens digitais baseada em números fuzzy, o detector de bordas FUNED.

Essa nova abordagem de detecção de bordas contribuiu para:

- a proposta de um novo método para detecção da direção de bordas em imagens de borda não derivativas;

- o desenvolvimento da técnica de supressão de não máximos adaptada.

- a proposta de uma nova metodologia para avaliação quantitativa de detectores de bordas.

7.3 Propostas para Trabalhos Futuros

Como propostas para futuras pesquisas, a Imagem Pertinência, fruto da abordagem proposta, pode ser investigada para novas aplicações em processamento de imagens. As principais frentes de investigação são:

- Avaliar o desempenho dos detectores considerando a variação de iluminação e ruídos nas imagens.

- Analisar, através da variação parâmetro de espalhamento δ que compõe a base de um número fuzzy triangular, o comportamento da Imagem Pertinência e a possibilidade de geração de diferentes escalas da imagem (espaço escala).

- Verificar a aplicação da nova metodologia em filtros fuzzy, re-aplicando a função de pertinência na Imagem de Pertinência com regras de interpolação.

- Aplicar também a abordagem por números fuzzy para a detecção de movimento em imagens de vídeo. A idéia é considerar um número n de quadros da cena, e construir matrizes quadradas de ordem n, de forma que cada pixel dos n frames considerados estaria representado em uma matriz, e ocuparia, por exemplo, o primeiro pixel do primeiro quadro a posição 1 da matriz, o primeiro pixel do segundo quadro a posição 2 da matriz e assim por diante. Dessa maneira, ao se fazer a análise de vizinhança em cada uma dessas matrizes, é possível que se consiga detectar movimentos na cena.

- Tradução do sistema de detecção de bordas FUNED, codificado em MatLab, para C++.

Referências Bibliográficas

ABDOU, I. A.; PRATT, W. Quantitative design and evaluation of enhancement/thresholding edge detectors. In: *Proceedings of the IEEE*. 1979. v. 67, p. 753–763.

ANTUNES, A.; LINGNAU, C. Determinação da acurácia temática de dados oriundos da classificação digital de objetos por meio de lógica fuzzy. In: *Anais XII SBSR*. 2005. p. 3451–3459.

BAATZ, M.; SCHäPE, A. Multiresolution segmentation - an optimization approach for high quality multi-scale image segmentation. In: *XII AGIT-Symposium*. Herbert Wichmann Verlag, 2000. p. 12–23.

BAETS, B. D.; KERRE E., I. An introduction to fuzzy mathematical morphology. In: *Proceedings of NAFIPS*. 1993. p. 129–133.

BARROS, L.; BASSANEZI, R. C. *Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática*. Coleção IMECC Textos Didáticos, volume 5, 2006.

BECERIKLI, Y.; KARAN, T. A new fuzzy approach for edge detection. In: CABESTANY, J.; PRIETO, A.; SANDOVAL, D. (Ed.). *Lecture Notes in Computer Science*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005. v. 3512, p. 943–951.

BEZDEK, J. C. et al. *Fuzzy Models and Algorithms for Pattern Recognition and Image Processing*. New York: Springer, 2005.

BLOCH, I. Fuzzy sets in image processing. In: *ACM Symposium on Applied Computing*. 1994. p. 175–179.

BLOCH, I. et al. Fuzzy modelling and fuzzy mathematical morphology applied to 3d reconstruction of blood vessels by multi-modality data fusion. In: *Fuzzy Set Methods in Information Engineering*. New York: John Wiley Sons., 1996. p. 92–110.

BOAVENTURA, I. A. G.; GONZAGA, A. Border detection in digital images: An approach by fuzzy numbers. In: *Seventh International Conference on Intelligent Systems Design and Applications*. IEEE Computer Society, 2007. p. 341–346.

BOAVENTURA, I. A. G.; GONZAGA, A. Orientação de bordas em imagens digitais: Abordagem por análise de vizinhança local. In: *Anais do IV Workshop de Visão Computacional*. 2008.

BOAVENTURA, I. A. G.; GONZAGA, A. Edge detection in digital images using fuzzy numbers. *International Journal of Innovative Computing and Applications*, v. 2, n. 1, p. 1–12, 2009.

BUSTINCE, H. et al. Interval-valued fuzzy sets constructed from matrices: Application to edge detection. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 160, n. 13, p. 1819–1840, 2009.

CANNY, J. A computational approach to edge detection. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, v. 8, p. 679–698, 1986.

CHAIRA, T.; RAY, A. K. A new measure using intuitionistic fuzzy set theory and its application to edge detection. *Applied Soft Computing*, v. 8, p. 919–927, 2008.

CHENG, H. D.; CHEN, Y.-H.; SUN, Y. A novel fuzzy entropy approach to image enhancement and thresholding. *Signal Processing*, v. 75, n. 3, p. 277–301, 1999.

DUBOIS, D.; PRADE, H. Operations on fuzzy numbers. *International Journal Systems Sciente*, v. 9, n. 6, p. 613–626, 1978.

DUBOIS, D.; PRADE, H. *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*. New York: Academic Press, 1980.

FAWCET, T. An introduction to roc analysis. *Pattern Recognition Letters*, v. 27, p. 861–874, 2005.

FU, S. *Syntactic Pattern Recognition and Application*. Prentice Hall, 1982.

GONZALEZ, R.; WOODS, R. E. *Digital Image Processing*. 2nd. ed. Prentice Hall, 2002.

GUPTA, M. M.; KNOPT, G. K.; NIKIFORUK, P. N. Edge perception using fuzzy logic. In: *Fuzzy Computing: Theory, Hardware and Aplications*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1988. p. 35–51.

HANMANDLU, M.; SEE, J.; VASIKARLA, S. Fuzzy edge detector using entropy optmization. In: SOCIETY, I. C. (Ed.). *Proceedings of the International Conference on Technology: Coding and Computing*. 2004. p. 665–670.

HAUBECHER, H.; TIZHOOSH, H. R. Fuzzy image processing. In: *Computer Vision and Applications: A Guide for Studentes and Practitioners*. San Diego: Academic Press, 2000. cap. 16, p. 541–576.

HU, L.; CHENG, H.; ZHANG, M. A high performance edge detector based on fuzzy inference rules. *Information Sciences*, v. 177, n. 21, p. 4768–4784, 2007.

HUANG, L.; WANG, M. J. Image thresholding by minimizing the measure of fuzziness. *Patter Recognition*, v. 28, p. 41–51, 1995.

JACQUEY, F.; COMBY, F.; STRAUSS, O. Fuzzy edge detection for omnidirectional images. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 159, n. 15, p. 1991–2010, 2008.

JAWAHAR, C.; RAY, A. Fuzzy statistics of digital images. *IEEE Signal Processing Letters*, v. 3, n. 8, p. 225–227, August 1996.

JAWAHAR, C.; RAY, A. Incorporation of gray-level imprecision in representation and processing of digital images. *Pattern recognition Letters*, v. 17, p. 541–546, 1996.

KANDEL, A.; BYATT, W. Fuzzy sets, fuzzy algebra, and fuzzy statistics. In: *Proceedings of the IEEE*. 1978. v. 66, p. 1619– 1639.

KAUFMANN, A. *Introduction to the theory of fuzzy subsets*. San Diego: Academic Press, 1975.

KELLER, J. et al. Advances in fuzzy integration for pattern recognition. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 65, p. 273–283, 1994.

KICHERT W.J.; KPPERLAAR, H. Application on fuzzy set theory to syntactic pattern recognition of handwritten capitals. *IEEE Trans. System, Man and Cybernetics*, v. 6, p. 148–151, 1976.

KRISHNAPURAM, R.; KELLER, J. The possibilistic c-means algorithm: insights and recommendations. *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, v. 4, n. 3, p. 385–393, 1996.

LIANG, L.; BASALLO, E.; LOONEY, C. Image edge detection with fuzzy classifier. In: *Proceedings of the ISCA 14th International Conference*. [S.l.: s.n.], 2001. p. 279–283.

LIANG, L.; LOONEY, C. Competitive fuzzy edge detection. *Applied Soft Computing*, v. 3, p. 132–137, 2003.

LUCA, A. D.; TERMINI, S. A definition of a nonprobabilistic entropy in the setting of fuzzy set theory. *Information and Control*, v. 20, p. 301–312, 1972.

MALTONI, D. et al. *Handbook of Fingerprint Recognition*. London: Springer, 2003.

MANSOOR, A. B. et al. Fuzzy morphology for edge detection and segmentation. In: CABESTANY, J.; PRIETO, A.; SANDOVAL, D. (Ed.). *Lecture Notes in Computer Science*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007. v. 4842, p. 811–822.

MARTIN, D. et al. A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics. In: *Proc. 8th Int'l Conf. Computer Vision*. 2001. v. 2, p. 416–423.

MIOSSO, C.; BAUCHPIESS, A. Fuzzy inference system applied to edge detection in digital images. In: *Proceedings of the V Brazilian Conference on Neural Networks*. 2001. p. 481–486.

PAL, N.; PAL, S. Entropy: A new definition and its applications. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, v. 21, n. 5, p. 1260–1270, 1991.

PAL, S.; DUTTA, M. D. *Fuzzy Mathematical Approach to Pattern Recognition*. John Wiley, 1986.

PAL, S.; GHOSH, A. Index of area coverage of fuzzy image subsets and object extraction. *Patter Recognition Letters*, v. 11, p. 831–841, 1990.

PAL, S.; GHOSH, A. Fuzzy geometry in image analysis. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 48, p. 23–40, 1992.

PAL, S.; KING, R. A. Histogram equalization with s e p functions in detecting x-ray edges. *Electronics Letters*, v. 17, n. 8, p. 302–304, 1981.

PAL, S.; MURTHY, C. A. Fuzzy thrsholding: matematical framework, bound functions and weighted moving average technique. *Patter Recognition Letters*, v. 11, p. 197–206, 1990.

PAL, S. K. Fuzziness, image information and scene analysis. In: *An Introduction to Fuzzy Logic Applications in Intelligent Systems*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1992. p. 147–184.

PARIZEAU, M.; PLAMONDON, R. A fuzzy-syntactic approach to allograhp modelling for cursive script recognition. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 17, n. 7, p. 702–712, 1995.

PEDRYCZ, W.; GOMIDE, F. *An Introduction to Fuzzy Sets*. MIT Press, 1998.

PHAM, T.; YAN, H. Color imagem segmentation: a fuzzy integral mountain-clustering approach. In: *Proceedings of Image SegmentationWorkshop*. 1996. p. 27–32.

ROSENFELD, A. Fuzzy digital topology. *Information and Control*, v. 40, p. 241–246, 1979.

ROSENFELD, A. The fuzzy geometry of image subsets. *Pattern Recognition Letters*, v. 2, p. 311–317, 1984.

ROSENFELD, A.; KLETTE, R. Degree of adjacency or surroundedness. *Pattern Recognition*, v. 18, n. 2, p. 169–177, 1985.

ROSENFELD, A.; PAL, S. Image enhancement and thresholding by optimization of fuzzy compactness. *Pattern Recognition Letters*, v. 7, p. 77–86, 1988.

RUSSO, F. Edge detection in noisy images using fuzzy reasoning. *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*, v. 47, n. 5, p. 1102–1105, October 1998.

RUSSO, F. Fire operators for image processing. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 103, p. 265–275, 1999.

SCOFIELD, G. B. et al. Avaliação quantitativa do segsar através de medidas de borda e regiões em imagens ópticas sintéticas. In: *Anais XII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto*. 2007. p. 6167–6174.

SEE, J.; HANMANDLU, M.; VASIKARLA, S. Fuzzy-based parameterized gaussian edge detector using global and local properties. In: SOCIETY, I. C. (Ed.). *Proceedings of the International Conference on Technology: Coding and Computing*. 2005. p. 101–106.

SMITS, P. et al. An image processing approach using fuzzy topology. In: *Proceedings of the 1995 ACM symposium on Applied computing*. New York: 1995. p. 557–561.

SUGENO, M. *Theory of Fuzzy Integrals and Its Applications*. Tese (Doutorado) — Tokyo Institute of Technology, 1974.

TAHANI, H.; KELLER, J. The fusion of information via fuzzy integration. In: *Proceedings of NAFIPS'92*. 1992. p. 468–477.

TAMURA, S.; TANAKA, K. Learning of fuzzy formal language. *IEEE Trans. System, Man and Cybernetics*, v. 3, p. 98–102, 1973.

TIZHOOSH, H. R.; KRELL, G.; MICHAELIS, B. On fuzzy image enhancement of megavoltage images in radiation therapy. In: *Proc. 6th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, vlo. 3*. 1997. p. 1399–1404.

TOLIAS, Y.; PANAS, S. Image segmentation by a fuzzy clustering algoritm using adaptive spatially constrained membership functions. *IEEE Transations on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans*, v. 28, n. 3, p. 359–369, 1998.

WANG, X.; KELLER, J. Fuzzy surrondedness. In: *Proceedings FUZZY-IEEE'97, Barcelona, Spain*. 1997. v. 2, p. 1173–1178.

ZADEH, L. A. Fuzzy sets. *Information and Control*, v. 8, p. 338–353, 1965.

ZADEH, L. A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision process. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-3, p. 28–44, 1973.

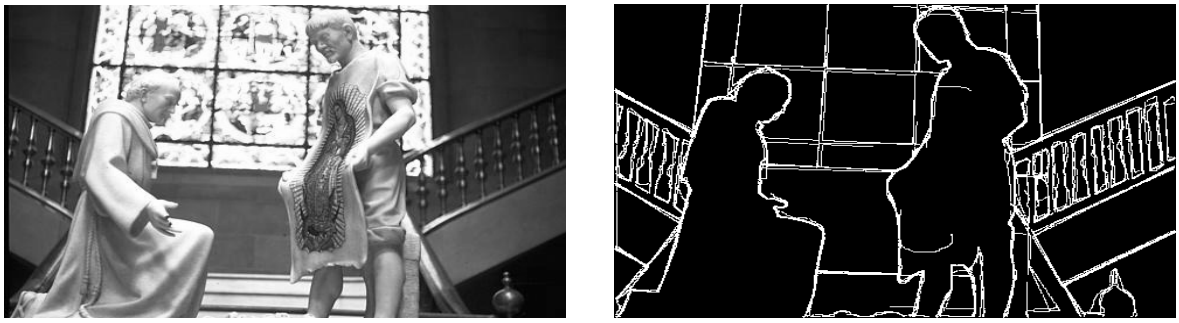
ZADEH, L. A. Calculus of fuzzy restrictions. In: *Fuzzy Sets and Their Applications to Cognitive and Decisin Processes*. New York: Academic Press,, 1975. p. 1–39.

ZADEH, L. A.; LEE, E. T. Note on fuzzy languages. *Information Science*, v. 1, p. 421–434, 1969.

Apêndice A

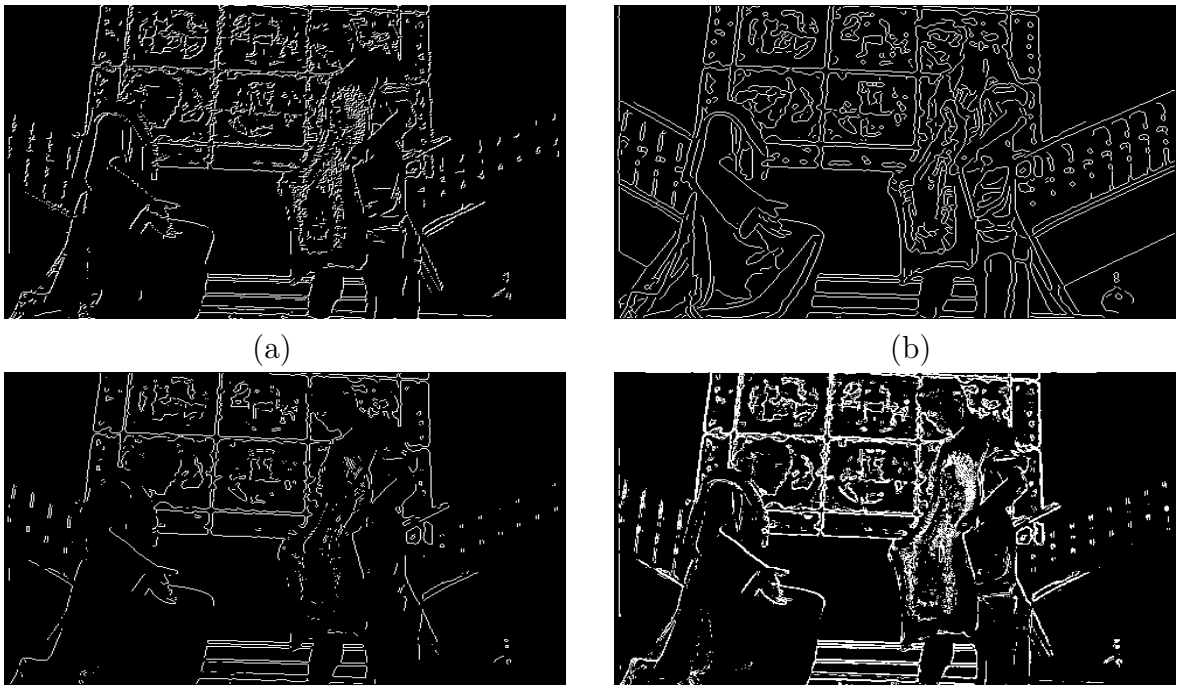
Resultados Obtidos em Imagens de Cenas Reais da Base de Dados *Berkeley Segmentation Dataset*

Neste apêndice são mostrados outros resultados obtidos com a aplicação da técnica para avaliação quantitativa de detectores de bordas. Os resultados aqui apresentados referem-se aos testes realizados para algumas outras imagens de cenas reais extraídas da Base de Dados *Berkeley Segmentation Dataset*. São apresentadas as imagens reais, suas respectivas imagens de bordas ideais e os gráficos das medidas e análises realizadas.



(a) (b)

Figura A.1: (a) Imagem de Cena Real extraída da Base de Dados Berkeley - Imagem 1, (b) Imagem Ideal.



(a) (b)

(c) (d)

Figura A.2: (a) Bordas detectadas pelo FUNED com parâmetros $W = 3$, $\delta = 35$ e $T = 0,7$, (b) Bordas detectadas por Canny, (c) Bordas detectadas por Sobel e (d) Resultado obtido pelo detector de Russo.

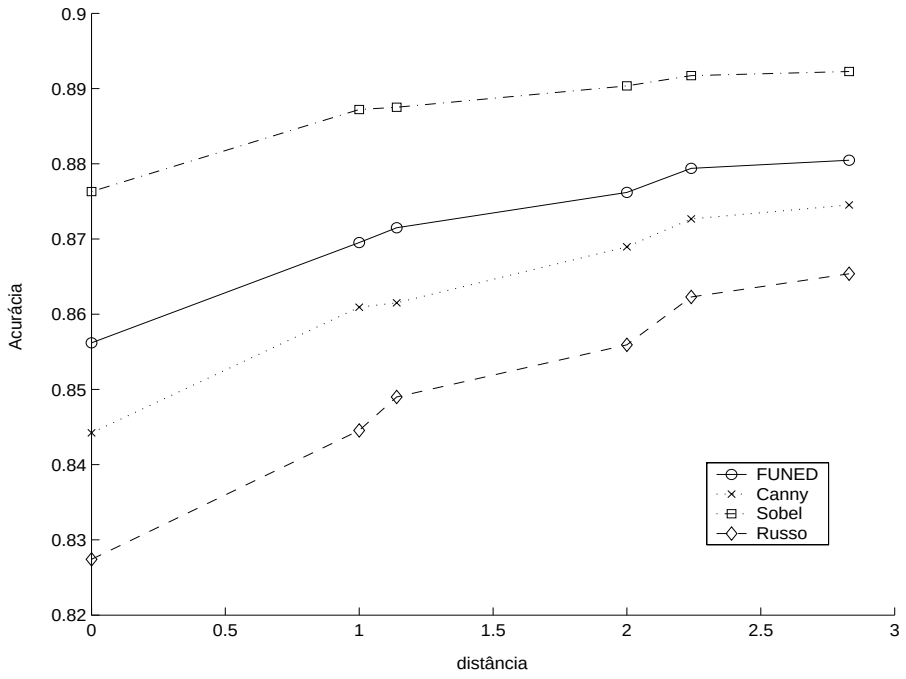


Figura A.3: Comparação da Acurácia - Imagem 1.

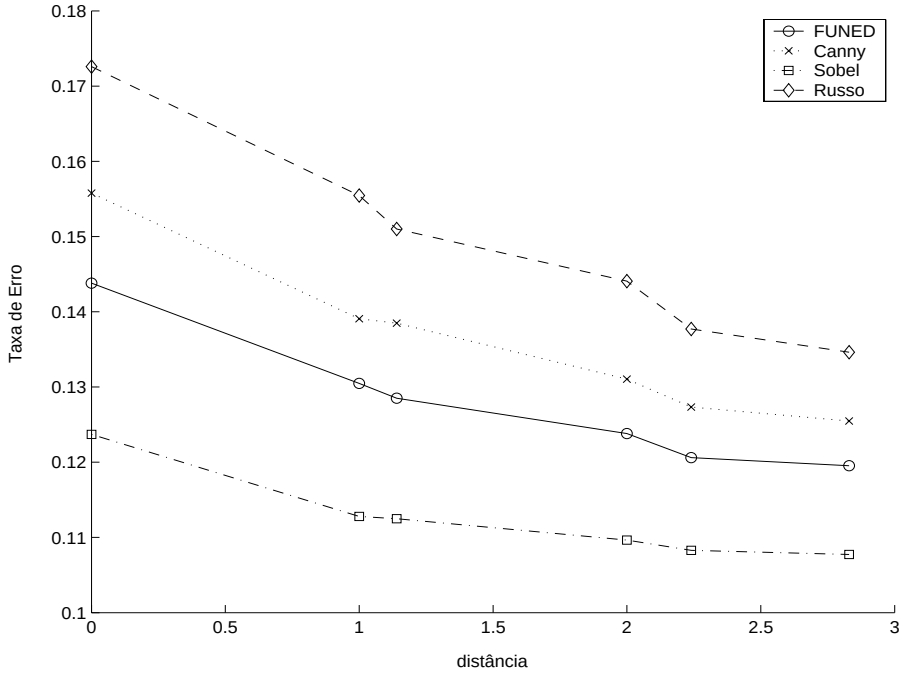


Figura A.4: Comparação das Taxas de Erro - Imagem 1.

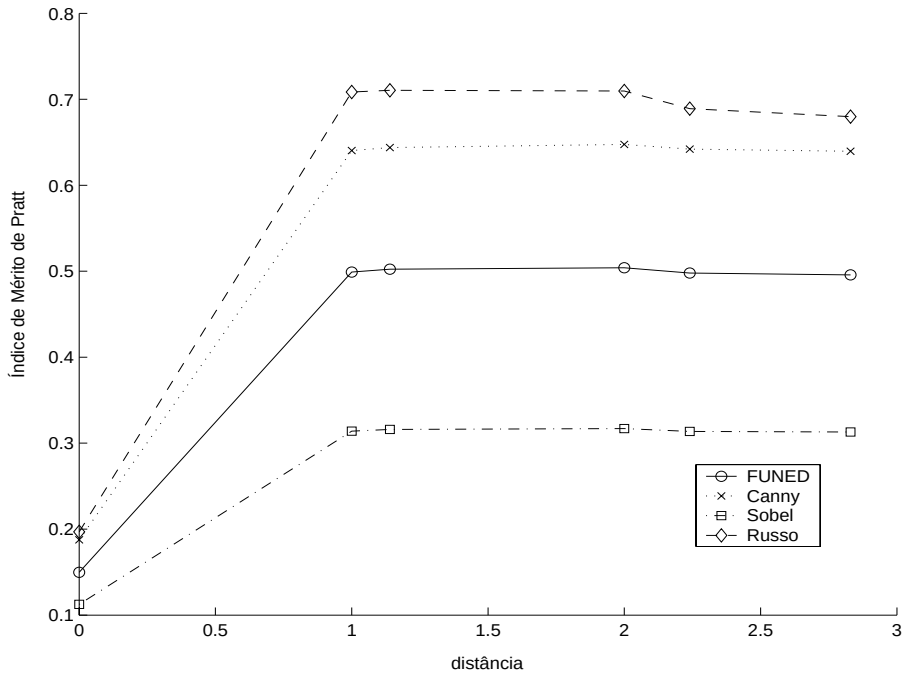


Figura A.5: Comparação dos Índices de Mérito de Pratt - Imagem 1.

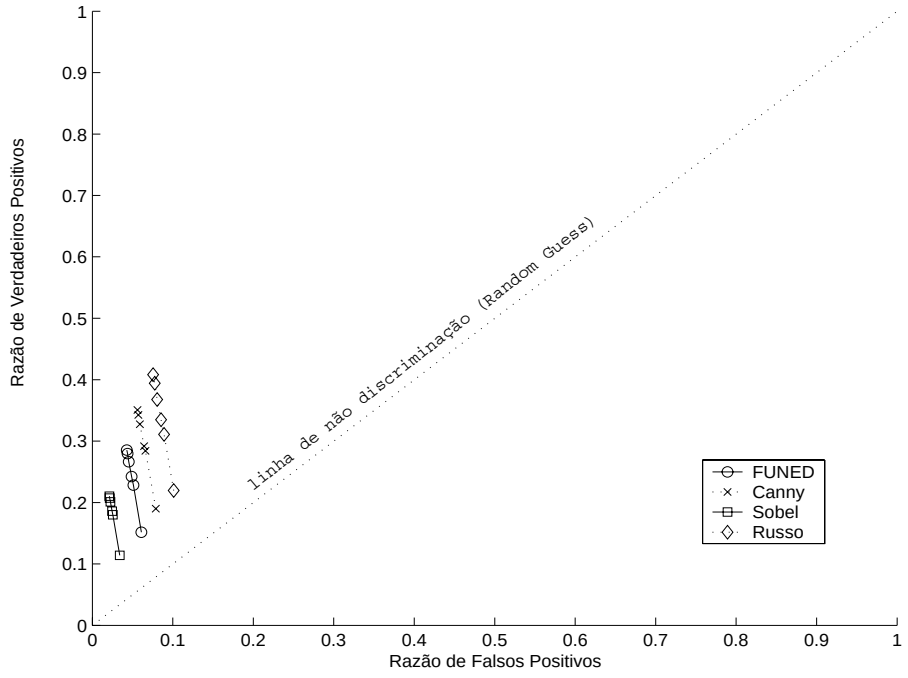


Figura A.6: Comparação Espaço ROC - Imagem 1.

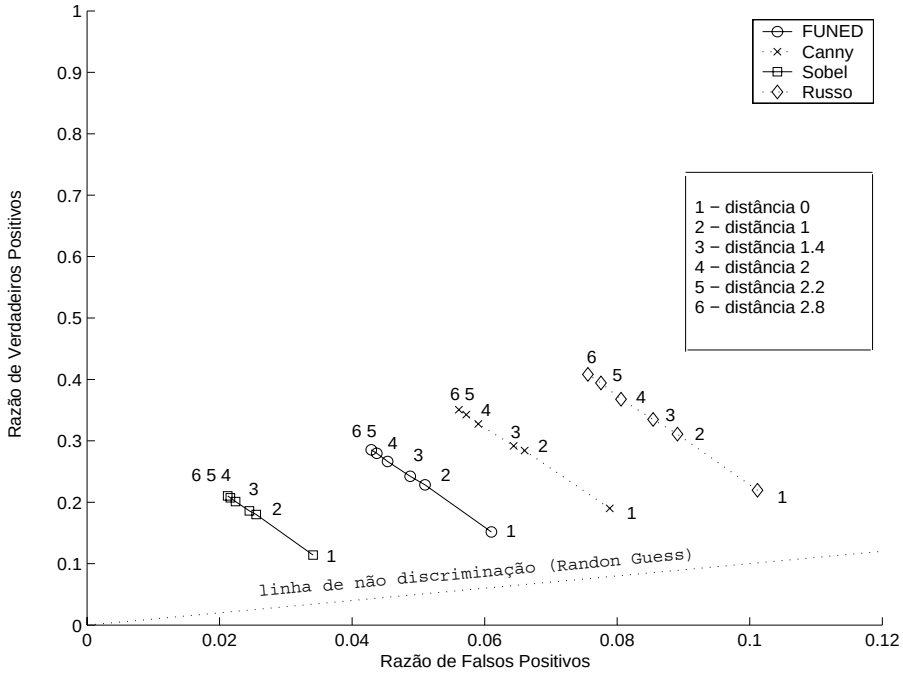
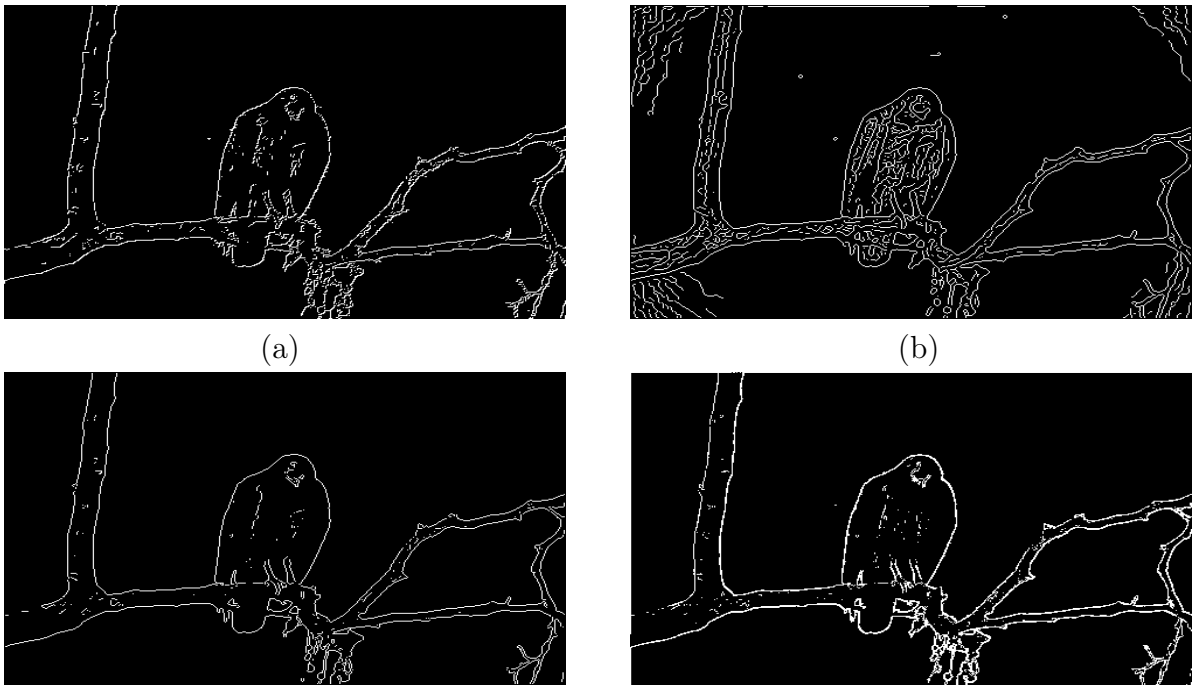


Figura A.7: Comparação Espaço ROC com ampliação de detalhes - Imagem 1.

(a) (b)

Figura A.8: (a) Imagem de Cena Real extraída da Base de Dados Berkeley - Imagem 2, (b) Imagem Ideal.



(a) (b)

(c) (d)

Figura A.9: (a) Bordas detectadas pelo FUNED com parâmetros $W = 3$, $\delta = 30$ e $T = 0,7$, (b) Bordas detectadas por Canny, (c) Bordas detectadas por Sobel e (d) Resultado obtido pelo detector de Russo.

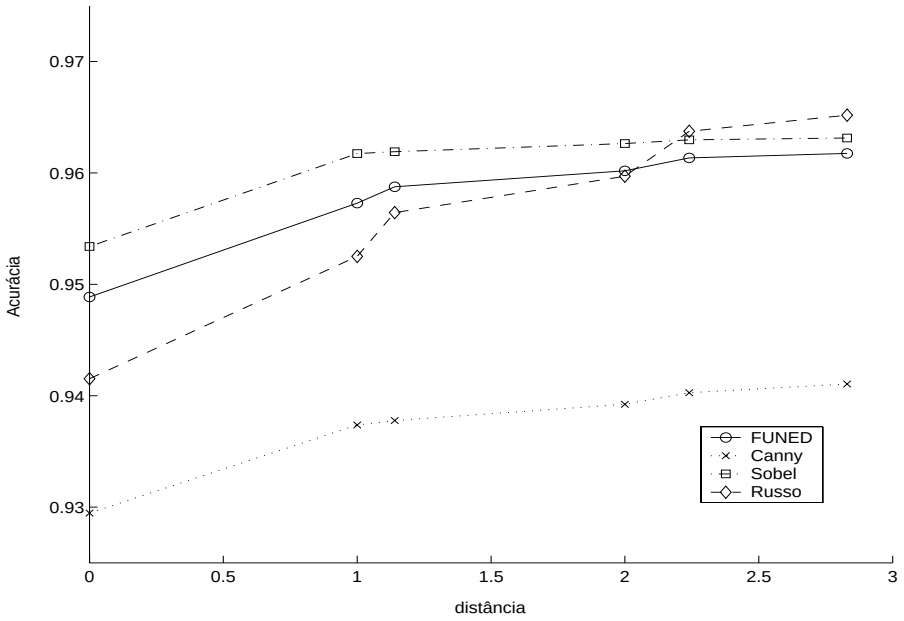


Figura A.10: Comparação da Acurácia - Imagem 2.

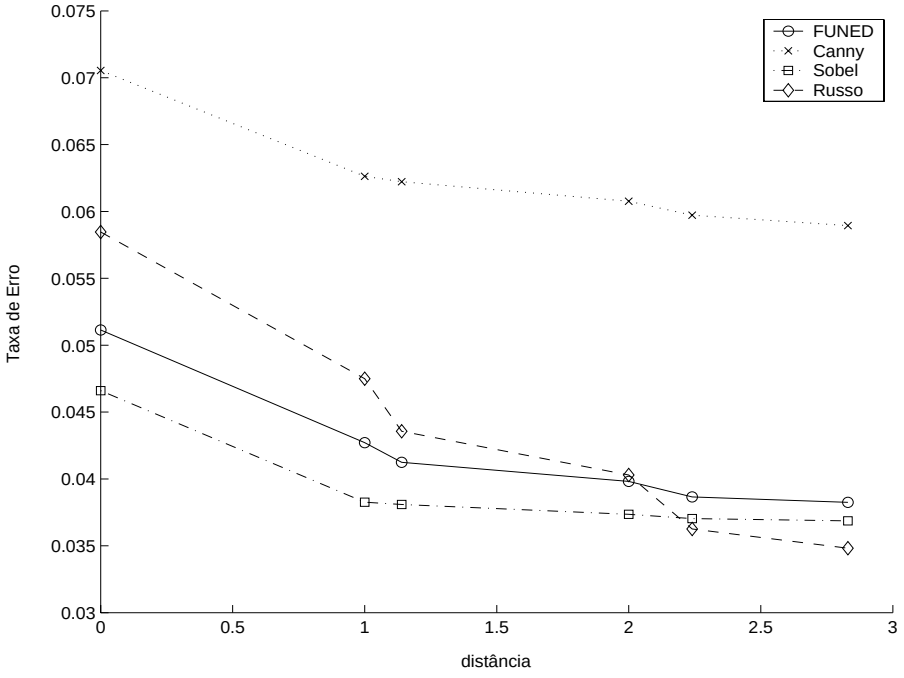


Figura A.11: Comparação das Taxas de Erro - Imagem 2.

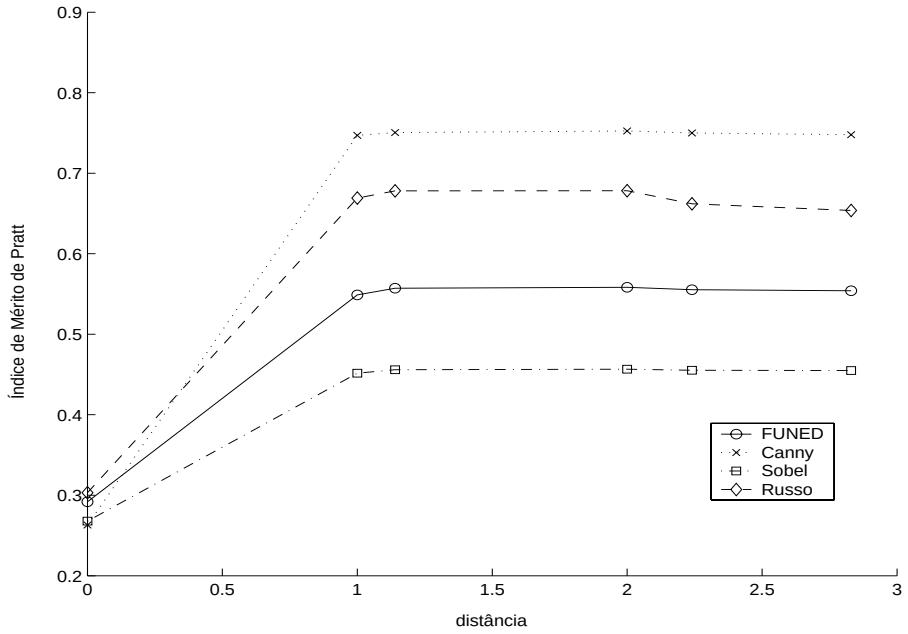


Figura A.12: Comparação dos Índices de Mérito de Pratt - Imagem 2.

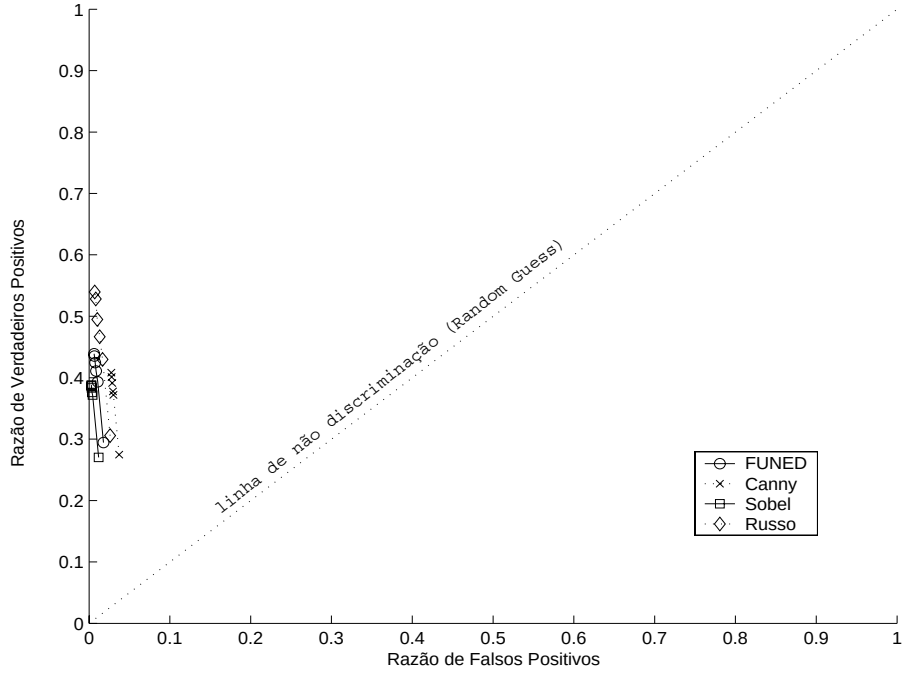


Figura A.13: Comparação Espaço ROC - Imagem 2.

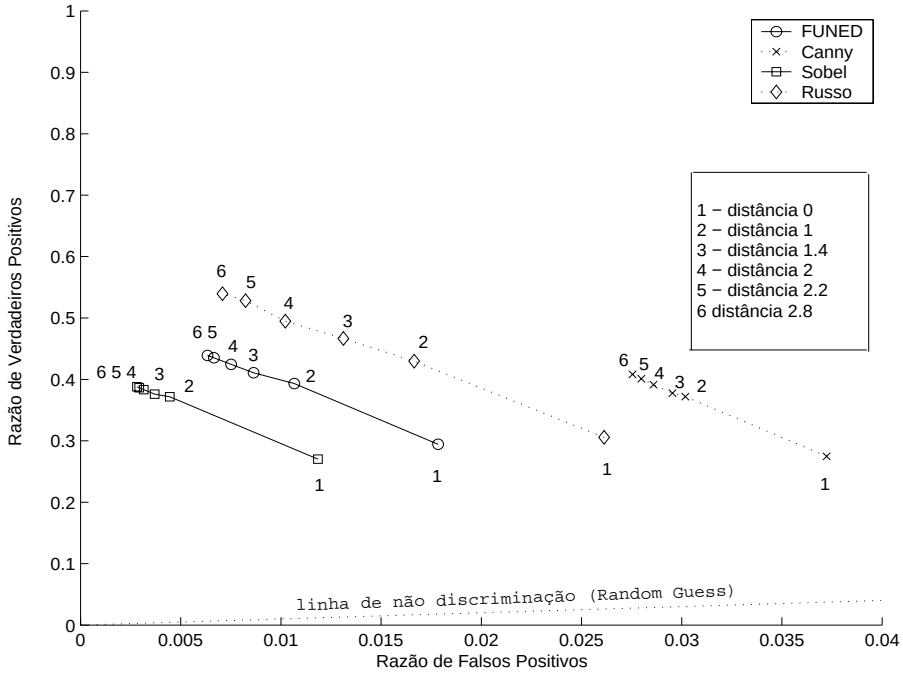
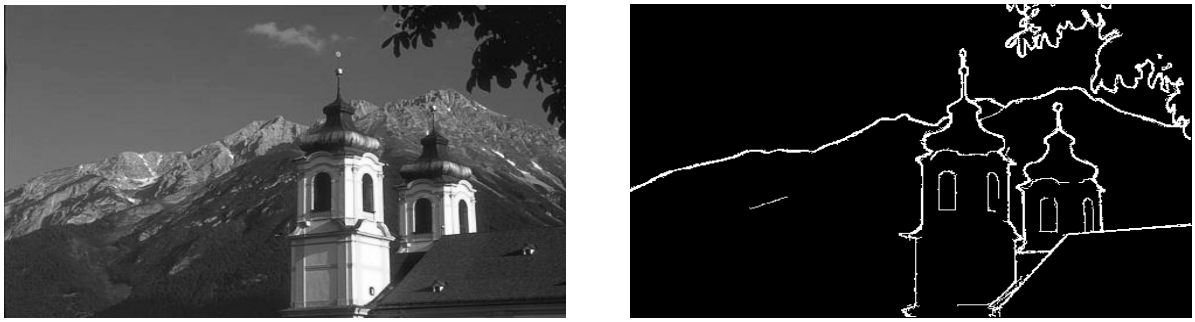
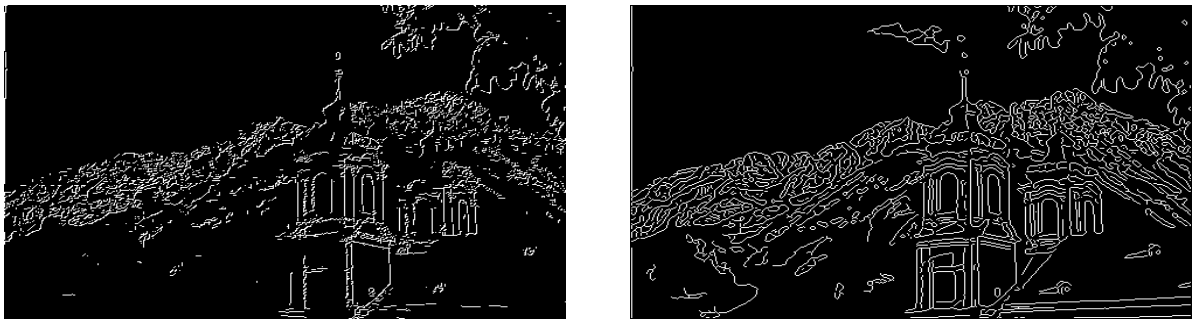


Figura A.14: Comparação Espaço ROC com ampliação de detalhes - Imagem 2.

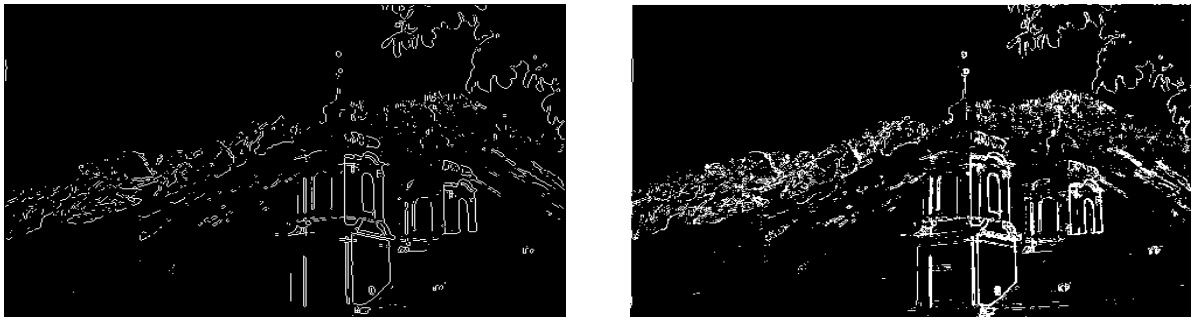


(a) (b)

Figura A.15: (a) Imagem de Cena Real extraída da Base de Dados Berkeley - Imagem 3, (b) Imagem Ideal.



(a) (b)



(c) (d)

Figura A.16: (a) Bordas detectadas pelo FUNED com parâmetros $W = 3$, $\delta = 25$ e $T = 0,7$, (b) Bordas detectadas por Canny, (c) Bordas detectadas por Sobel e (d) Resultado obtido pelo detector de Russo.

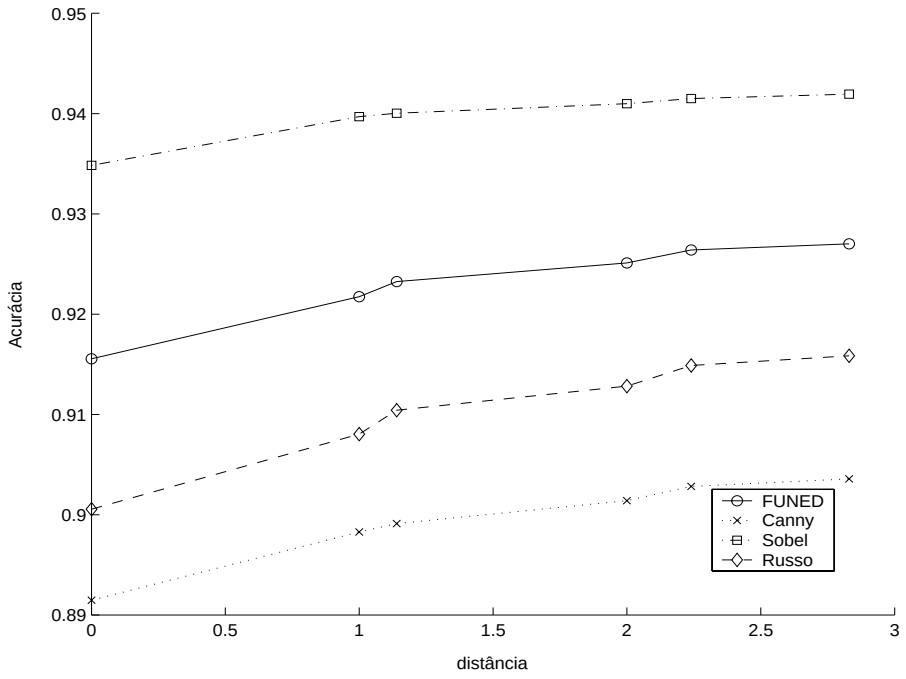


Figura A.17: Comparação da Acurácia - Imagem 3.

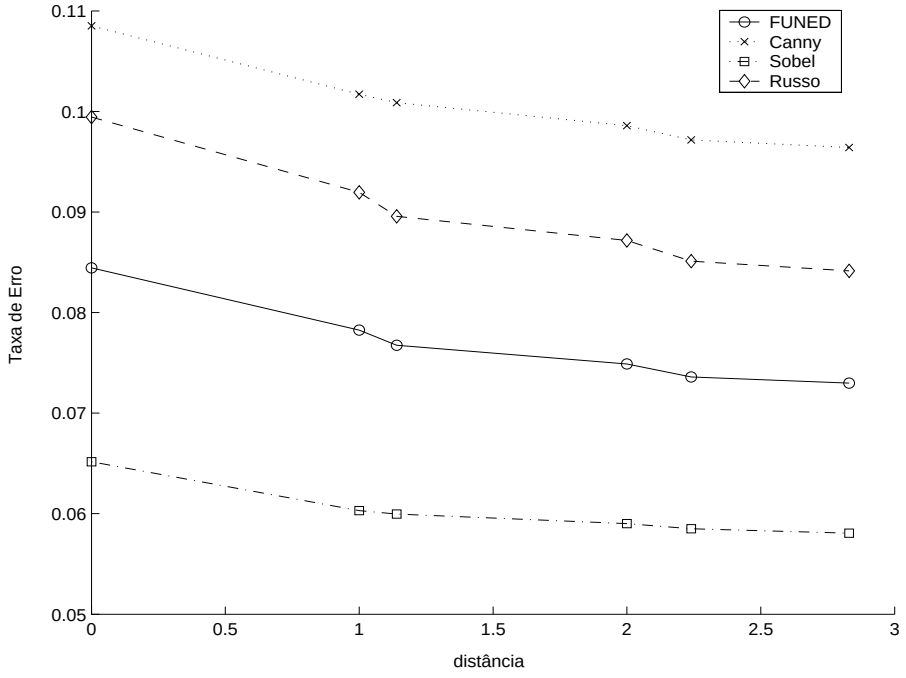


Figura A.18: Comparação das Taxas de Erro - Imagem 3.

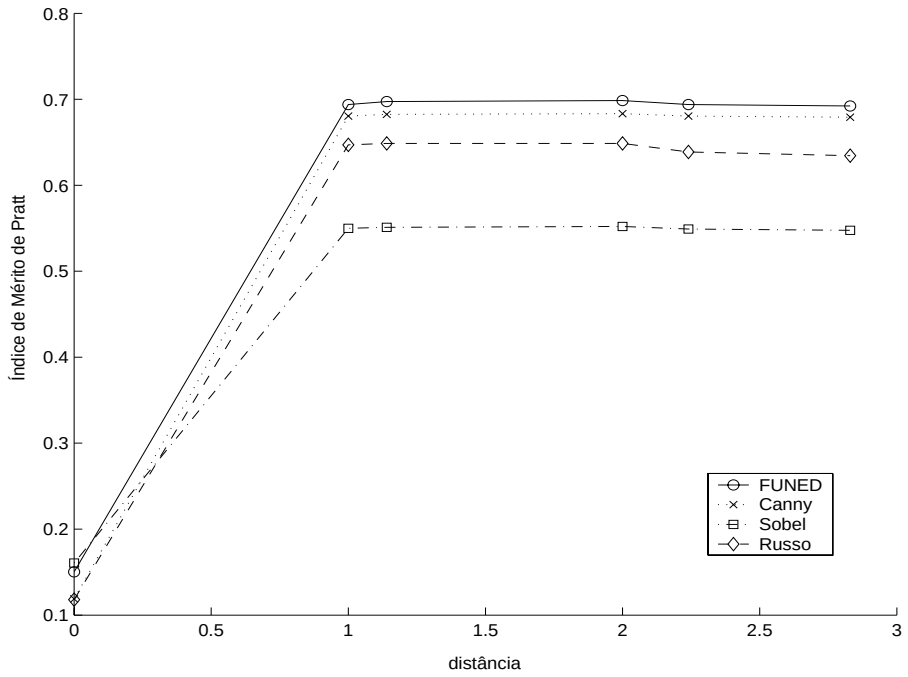


Figura A.19: Comparação dos Índices de Mérito de Pratt - Imagem 3.

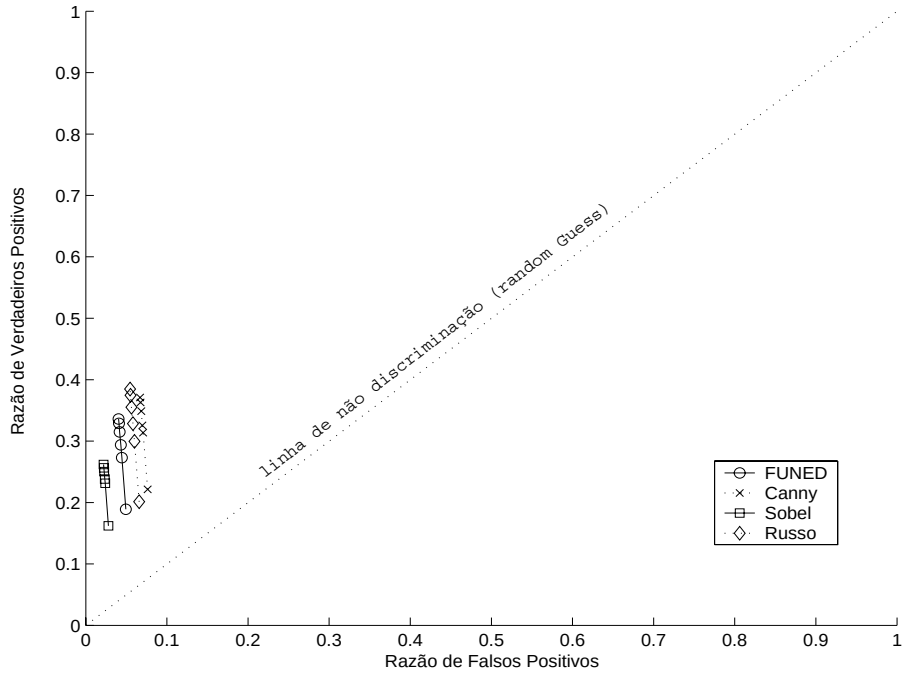


Figura A.20: Comparação Espaço ROC - Imagem 3.

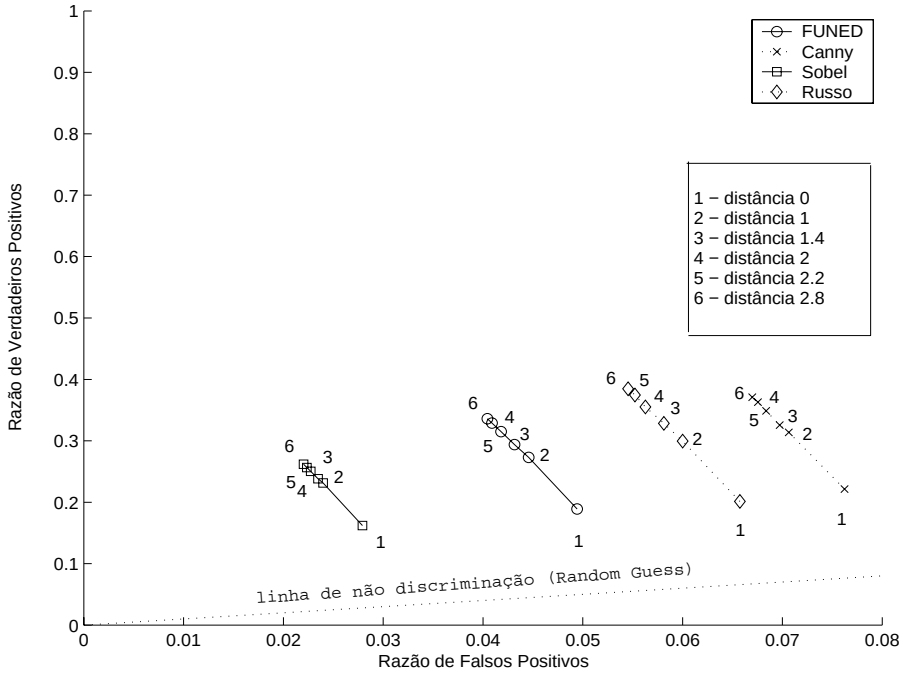
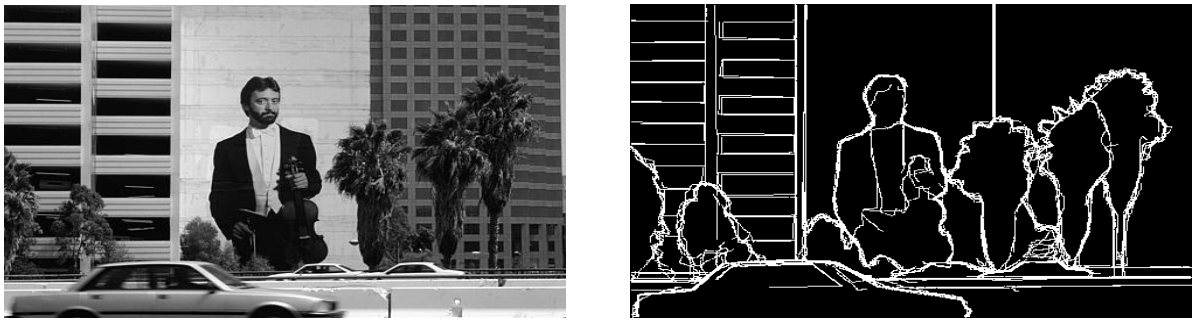


Figura A.21: Comparação Espaço ROC com ampliação de detalhes - Imagem 3.



(a) (b)

Figura A.22: (a) Imagem de Cena Real extraída da Base de Dados Berkeley - Imagem 4, (b) Imagem Ideal.

(a) (b)

(c) (d)

Figura A.23: (a) Bordas detectadas pelo FUNED com parâmetros $W = 3$, $\delta = 40$ e $T = 0,55$, (b) Bordas detectadas por Canny, (c) Bordas detectadas por Sobel e (d) Resultado obtido pelo detector de Russo.

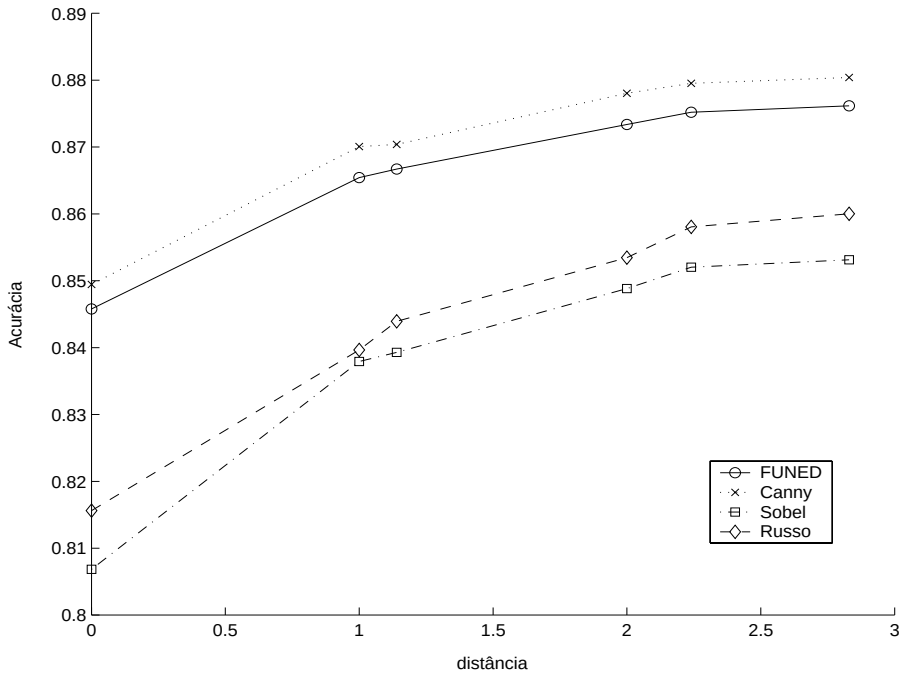


Figura A.24: Comparação da Acurácia - Imagem 4

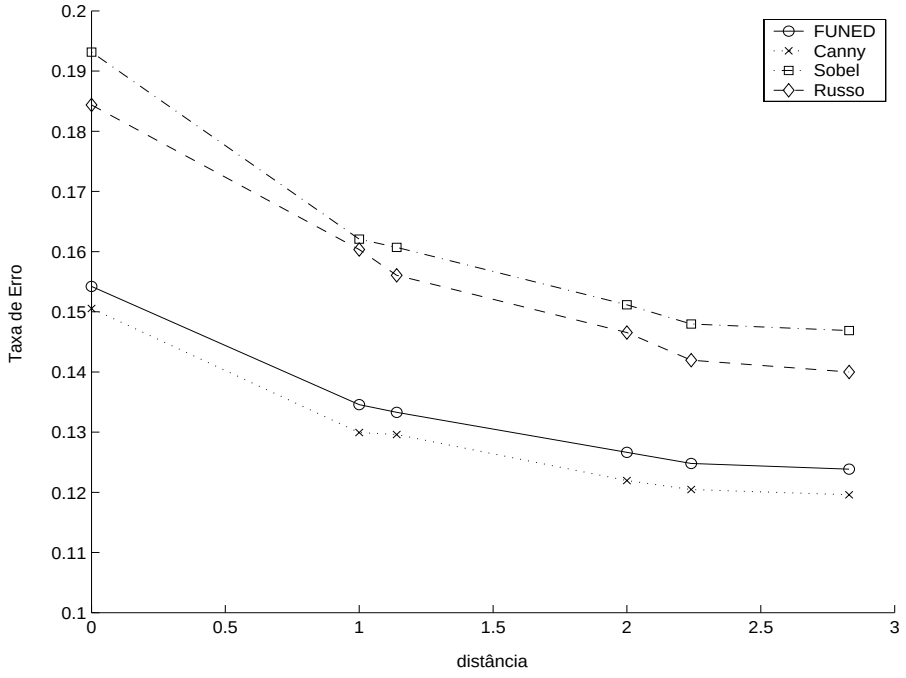


Figura A.25: Comparação das Taxas de Erro - Imagem 4.

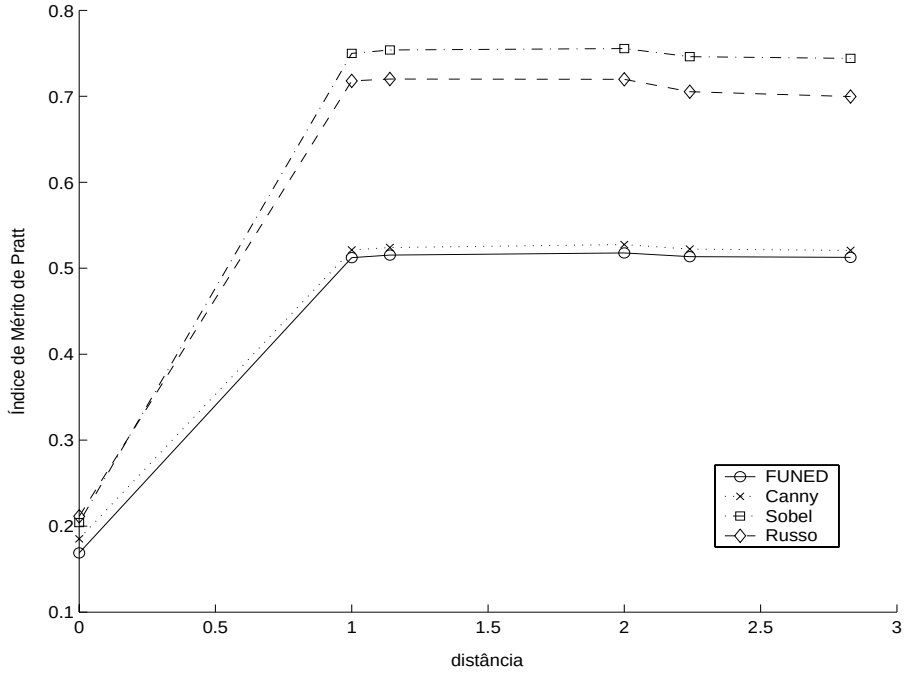


Figura A.26: Comparação dos Índices de Mérito de Pratt - Imagem 4.

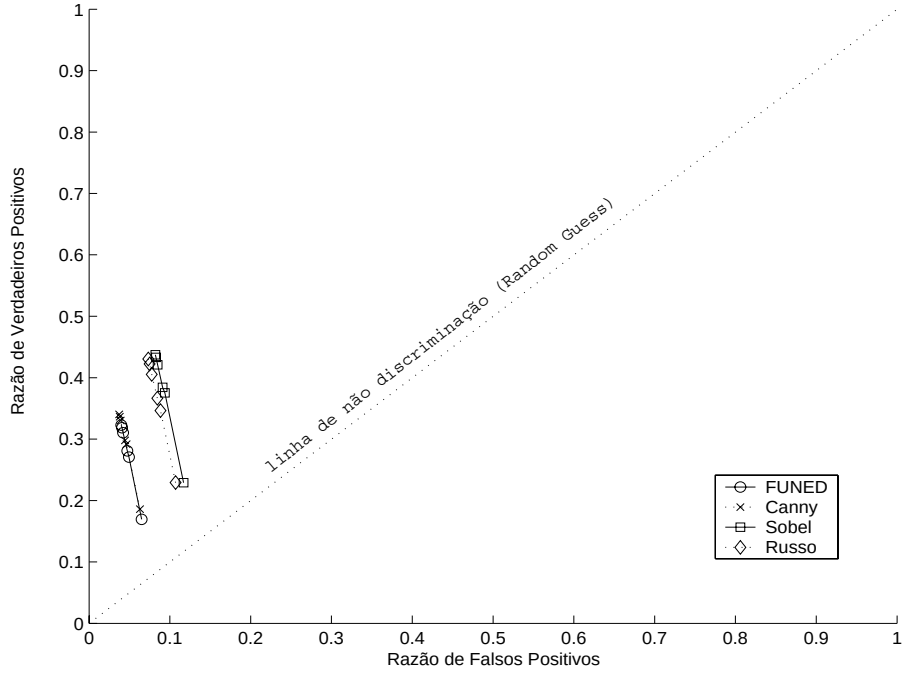


Figura A.27: Comparação Espaço ROC - Imagem 4.

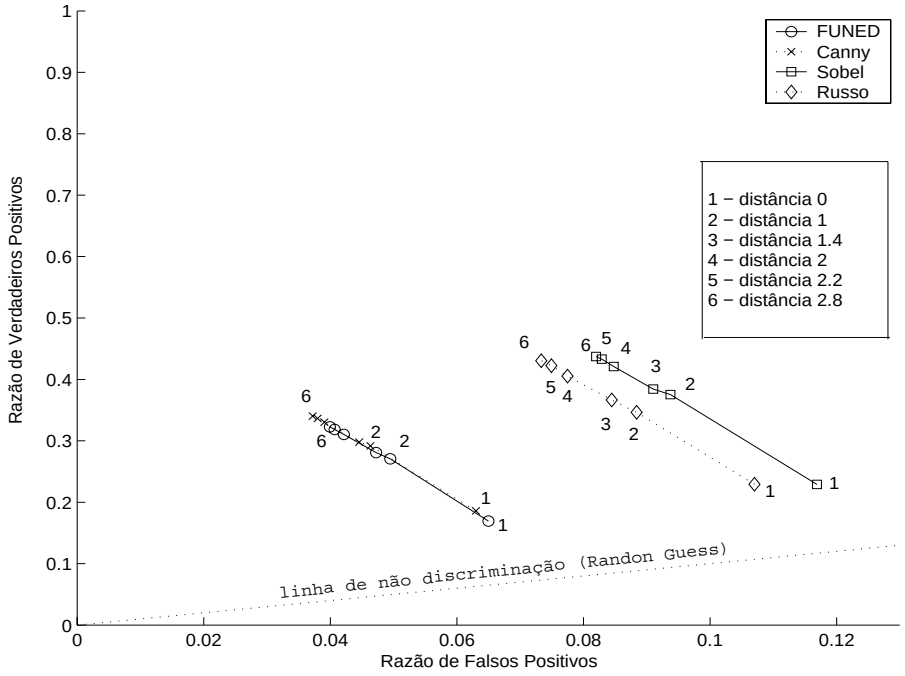
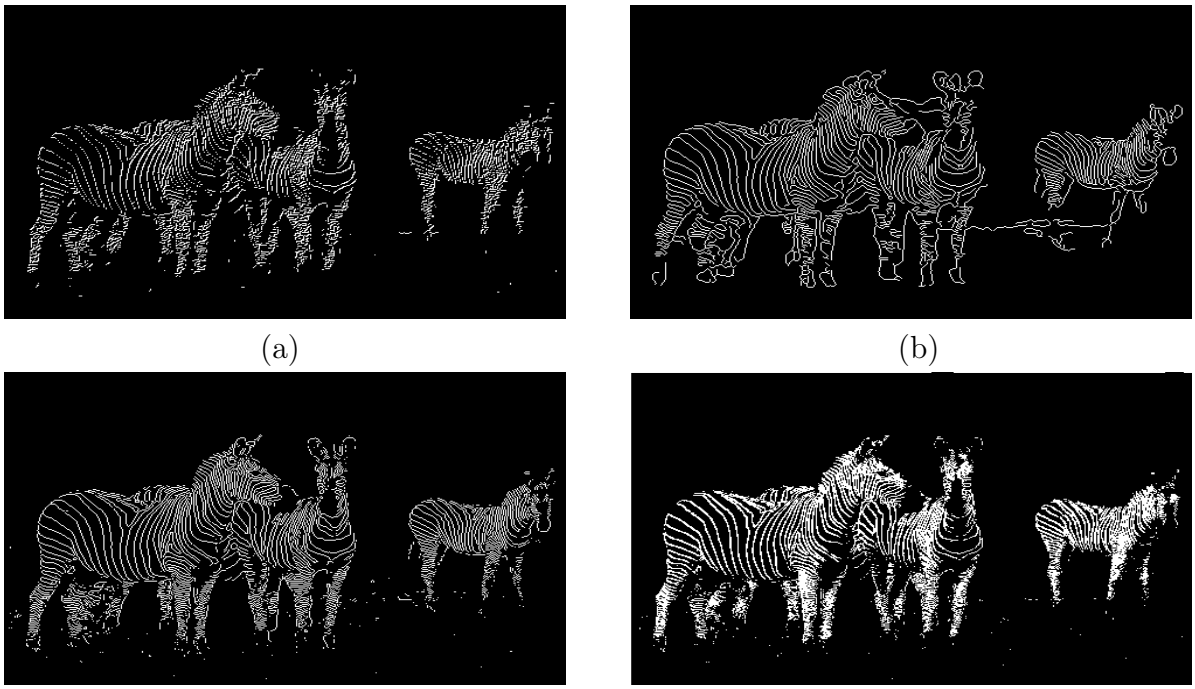


Figura A.28: Comparação Espaço ROC com ampliação de detalhes - Imagem 4.

(a) (b)

Figura A.29: (a) Imagem de Cena Real extraída da Base de Dados Berkeley - Imagem 5, (b) Imagem Ideal.



(a) (b)

(c) (d)

Figura A.30: (a) Bordas detectadas pelo FUNED com parâmetros $W = 3$, $\delta = 60$ e $T = 0,6$, (b) Bordas detectadas por Canny, (c) Bordas detectadas por Sobel e (d) Resultado obtido pelo detector de Russo.

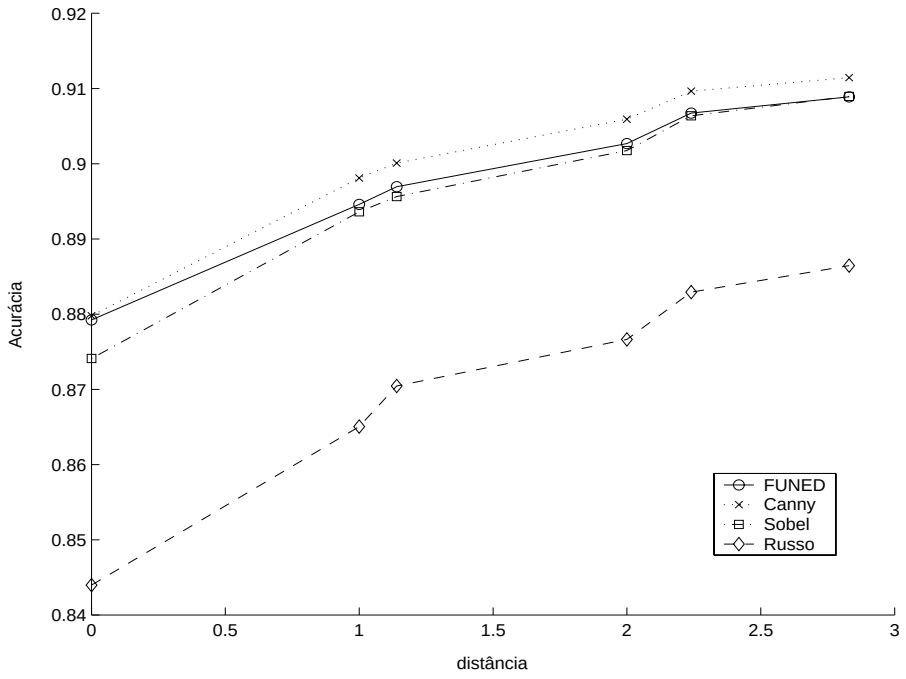


Figura A.31: Comparação da Acurácia - Imagem 5.

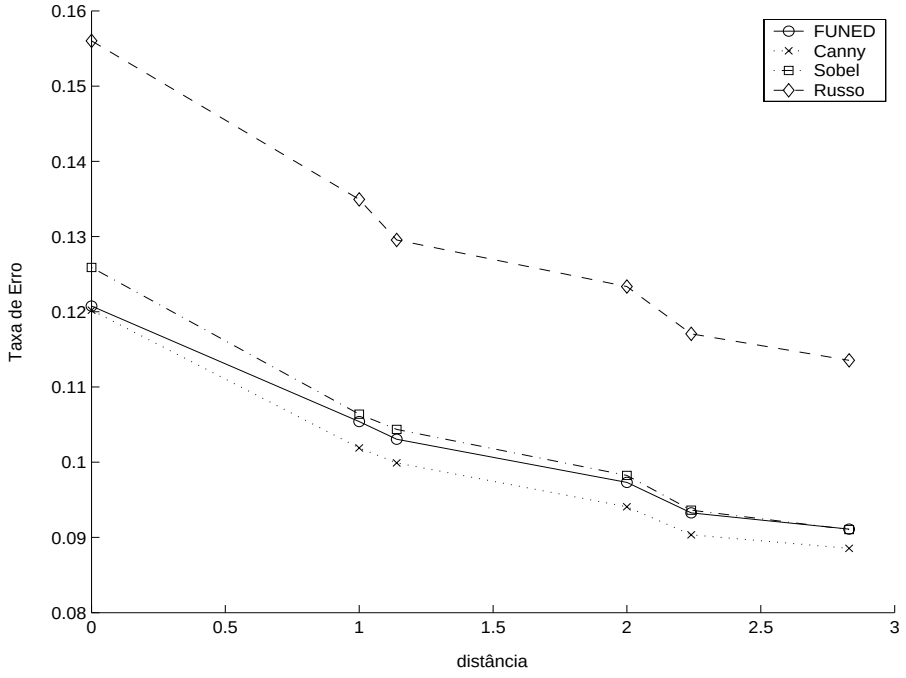


Figura A.32: Comparação das Taxas de Erro - Imagem 5.

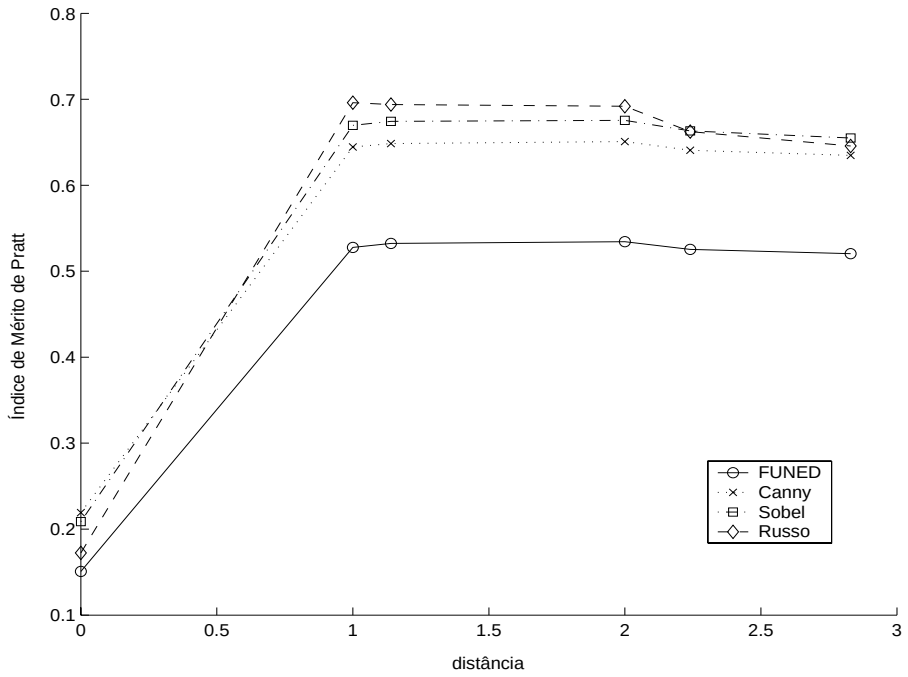


Figura A.33: Comparação dos Índices de Mérito de Pratt - Imagem 5.

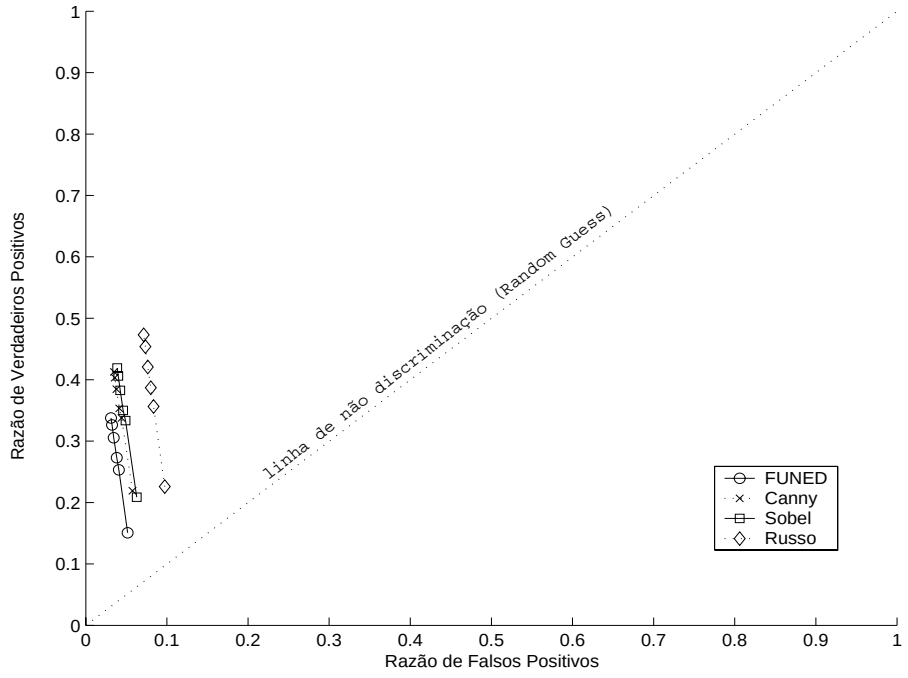


Figura A.34: Comparação Espaço ROC - Imagem 5.

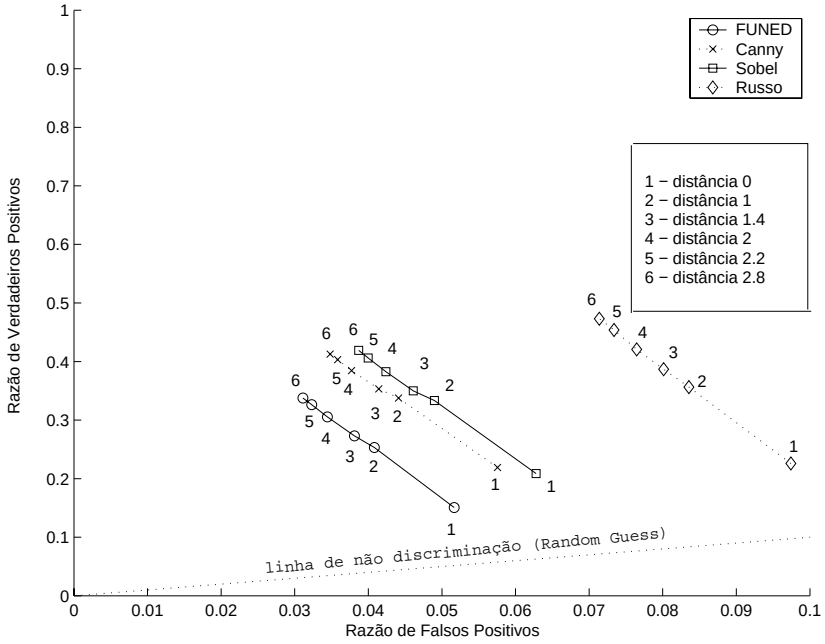
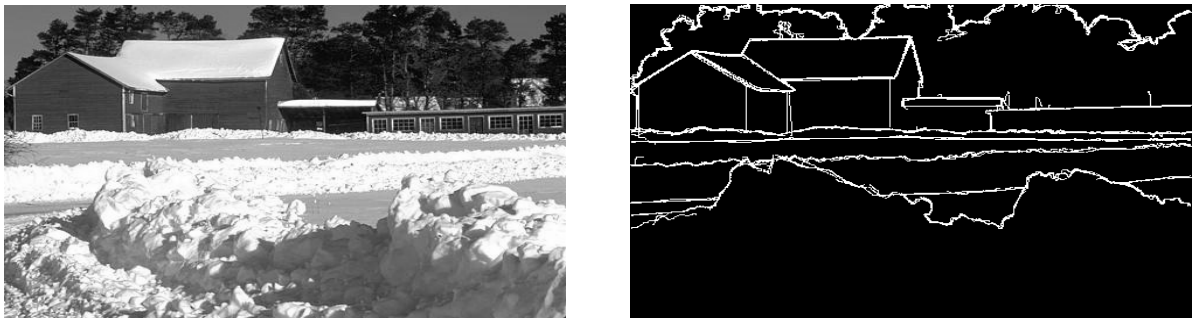


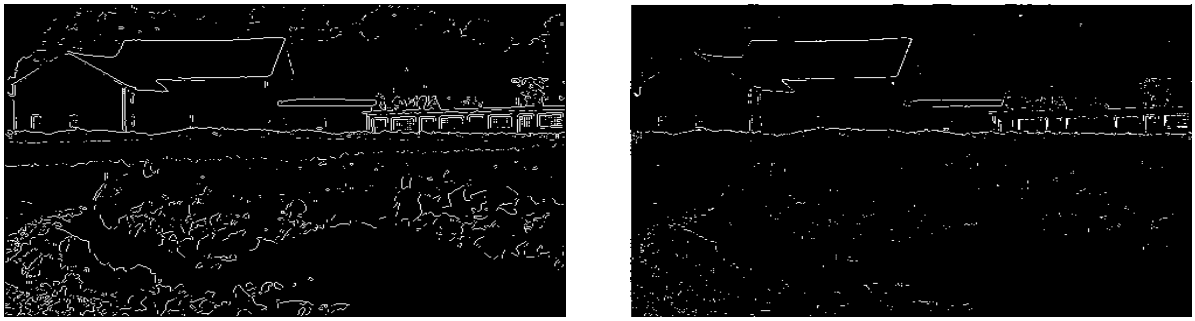
Figura A.35: Comparação Espaço ROC com ampliação de detalhes - Imagem 5.



(a) (b)

Figura A.36: (a) Imagem de Cena Real extraída da Base de Dados Berkeley - Imagem 6, (b) Imagem Ideal.

(a) (b)



(c) (d)

Figura A.37: (a) Bordas detectadas pelo FUNED com parâmetros $W = 3$, $\delta = 40$ e $T = 0,7$, (b) Bordas detectadas por Canny, (c) Bordas detectadas por Sobel e (d) Resultado obtido pelo detector de Russo.

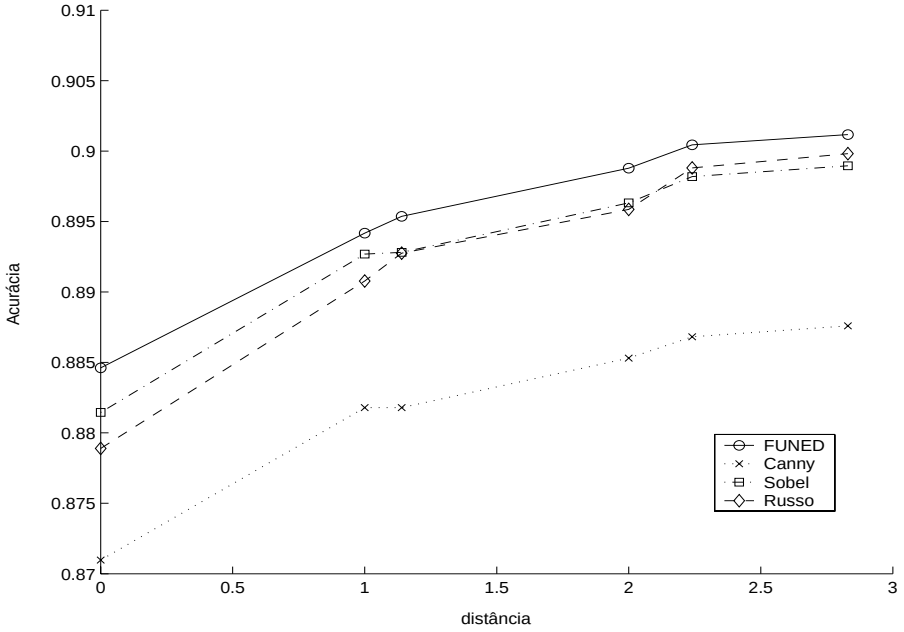


Figura A.38: Comparação da Acurácia - Imagem 6.

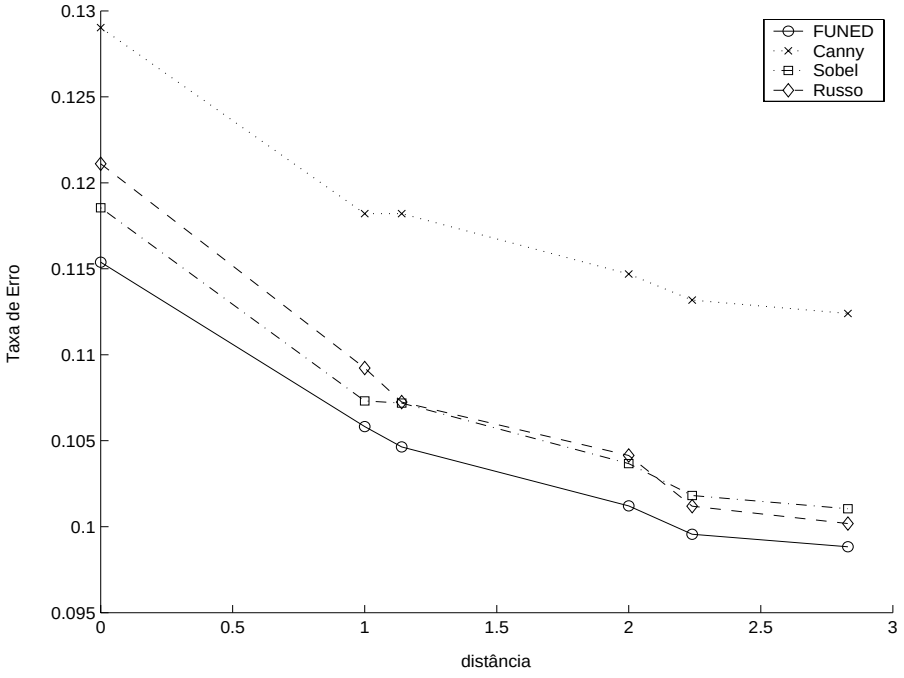


Figura A.39: Comparação das Taxas de Erro - Imagem 6.

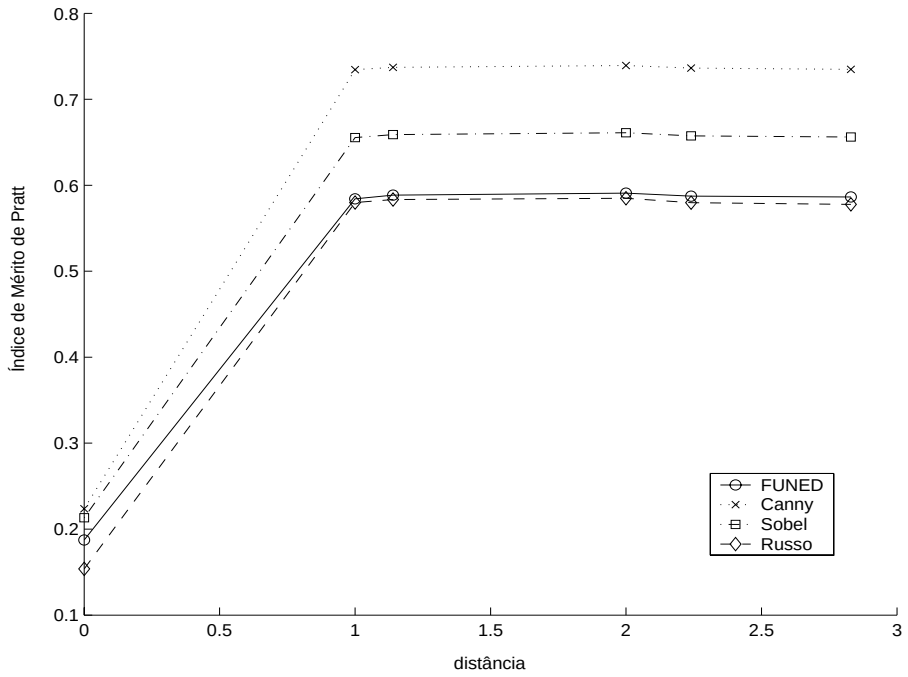


Figura A.40: Comparação dos Índices de Mérito de Pratt - Imagem 6.

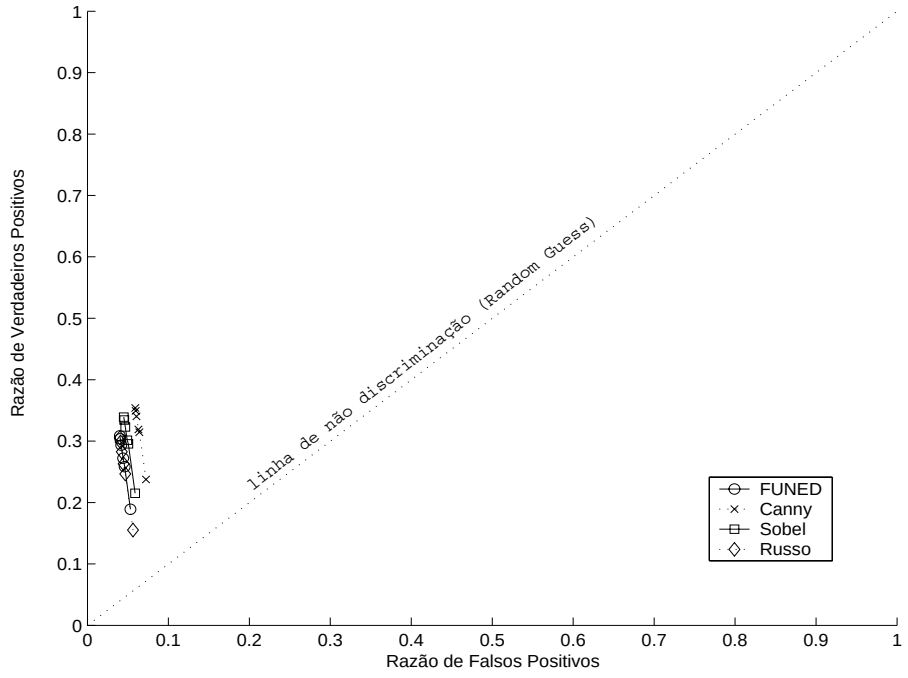


Figura A.41: Comparação Espaço ROC - Imagem 6.

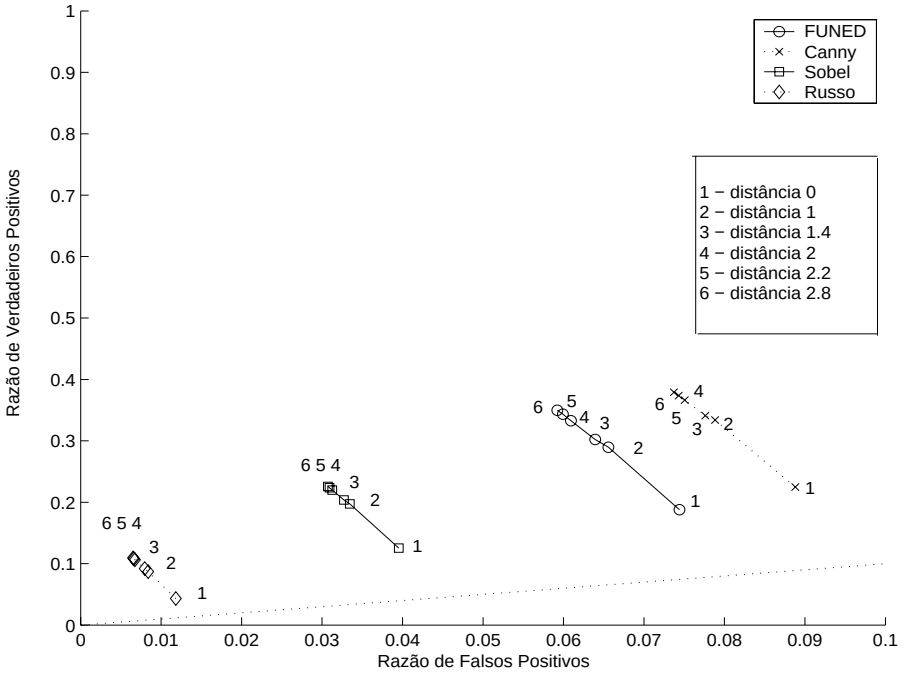


Figura A.42: Comparação Espaço ROC com ampliação de detalhes - Imagem 6.

(a) (b)

Figura A.43: (a) Imagem de Cena Real extraída da Base de Dados Berkeley - Imagem 7, (b) Imagem Ideal.

(a) (b)

(c) (d)

Figura A.44: (a) Bordas detectadas pelo FUNED com parâmetros $W = 3$, $\delta = 80$ e $T = 0,5$, (b) Bordas detectadas por Canny, (c) Bordas detectadas por Sobel e (d) Resultado obtido pelo detector de Russo.

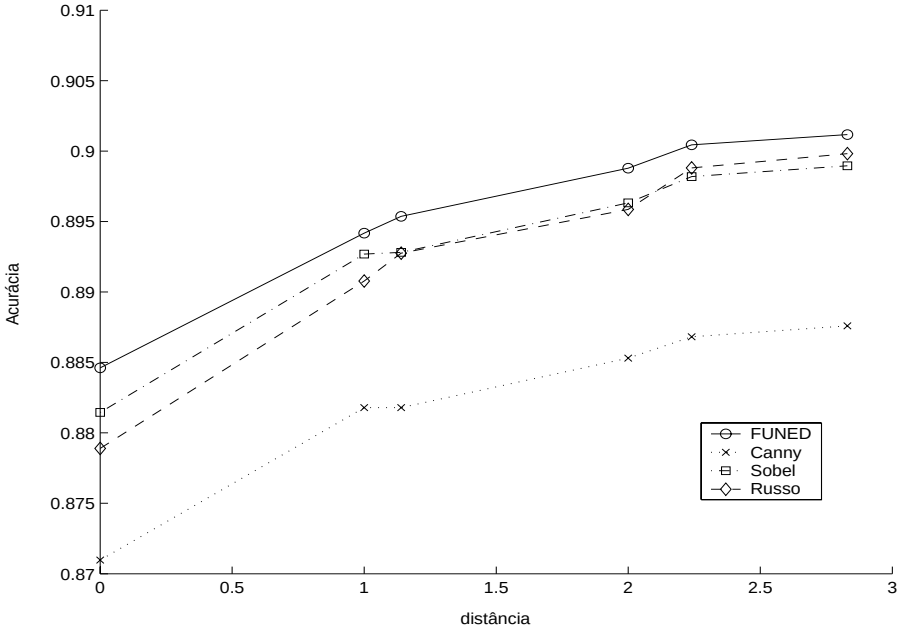


Figura A.45: Comparação da Acurácia - Imagem 7.

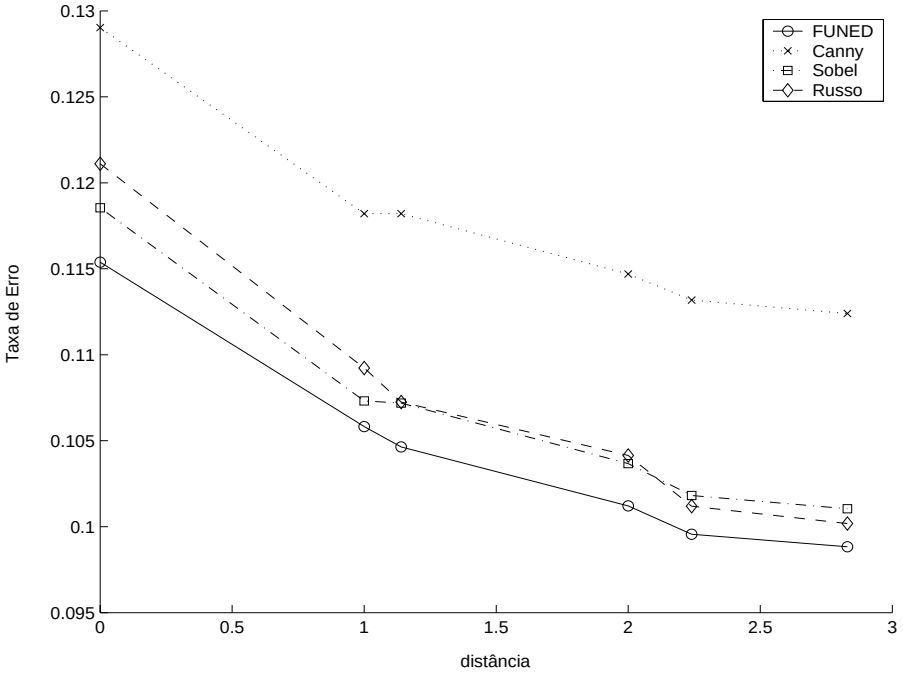


Figura A.46: Comparação das Taxas de Erro - Imagem 7.

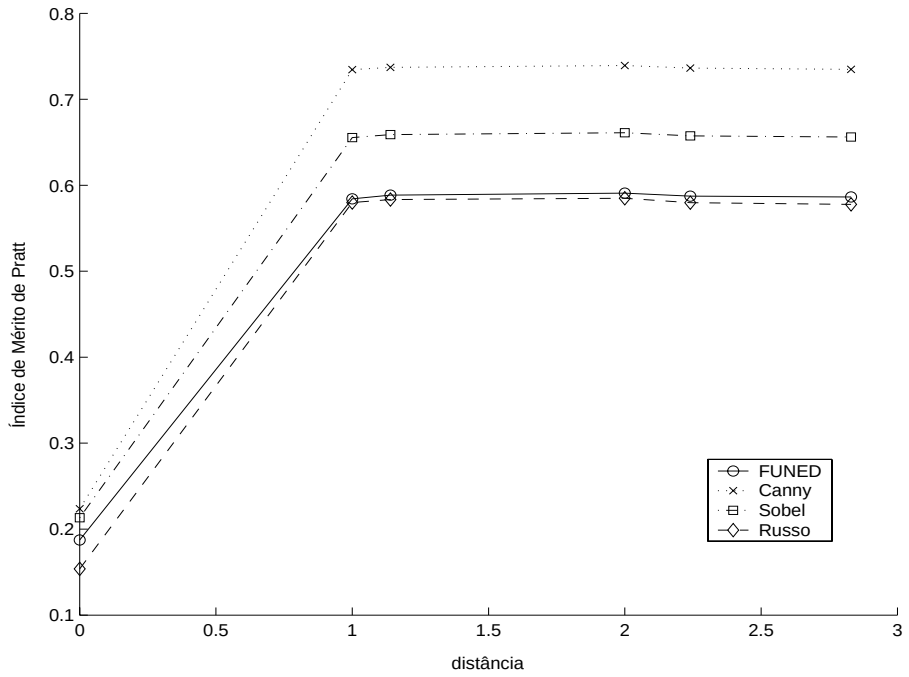


Figura A.47: Comparação dos Índices de Mérito de Pratt - Imagem 7.

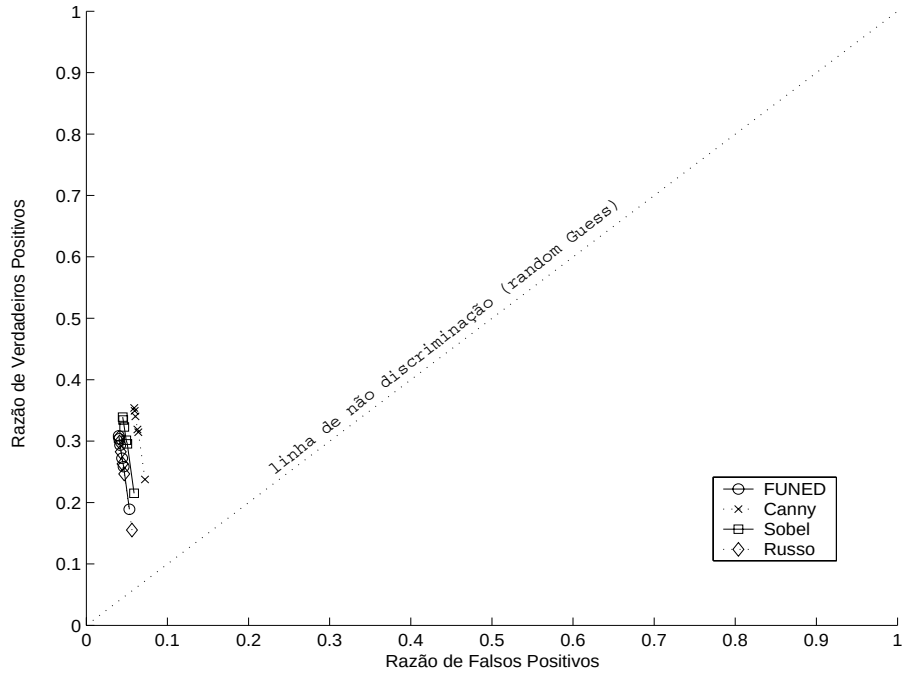


Figura A.48: Comparação Espaço ROC - Imagem 7.

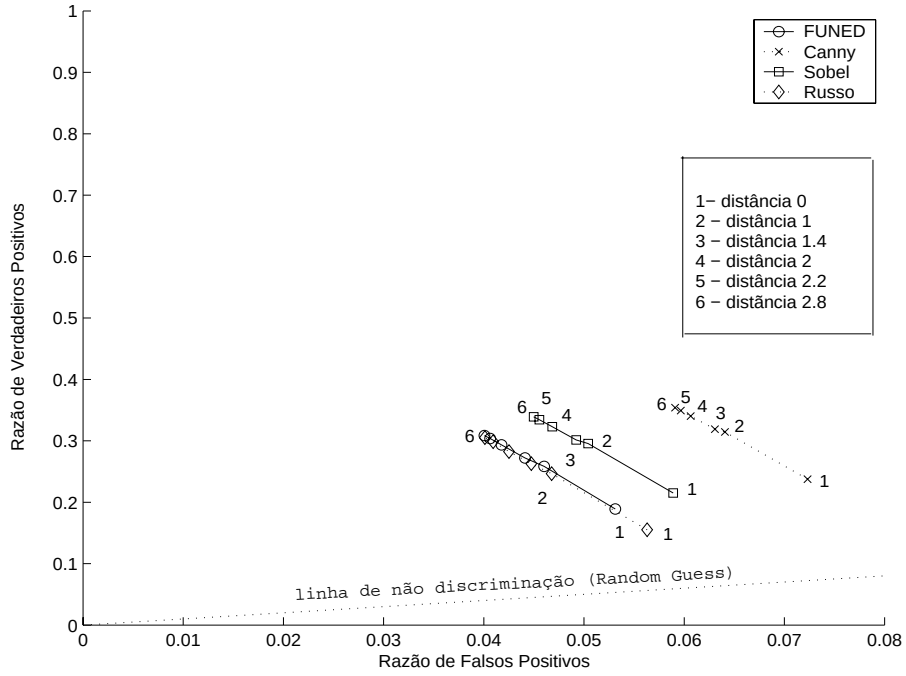
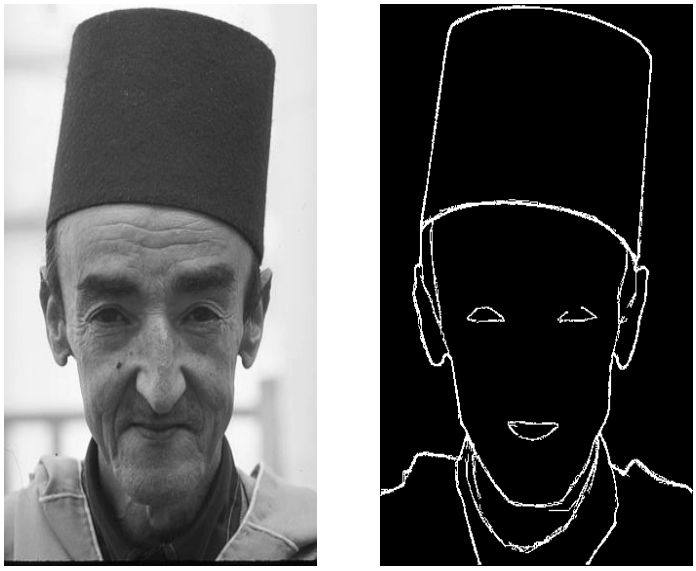


Figura A.49: Comparação Espaço ROC com ampliação de detalhes - Imagem 7.



(a) (b)

Figura A.50: (a) Imagem de Cena Real extraída da Base de Dados Berkeley - Imagem 8, (b) Imagem Ideal.

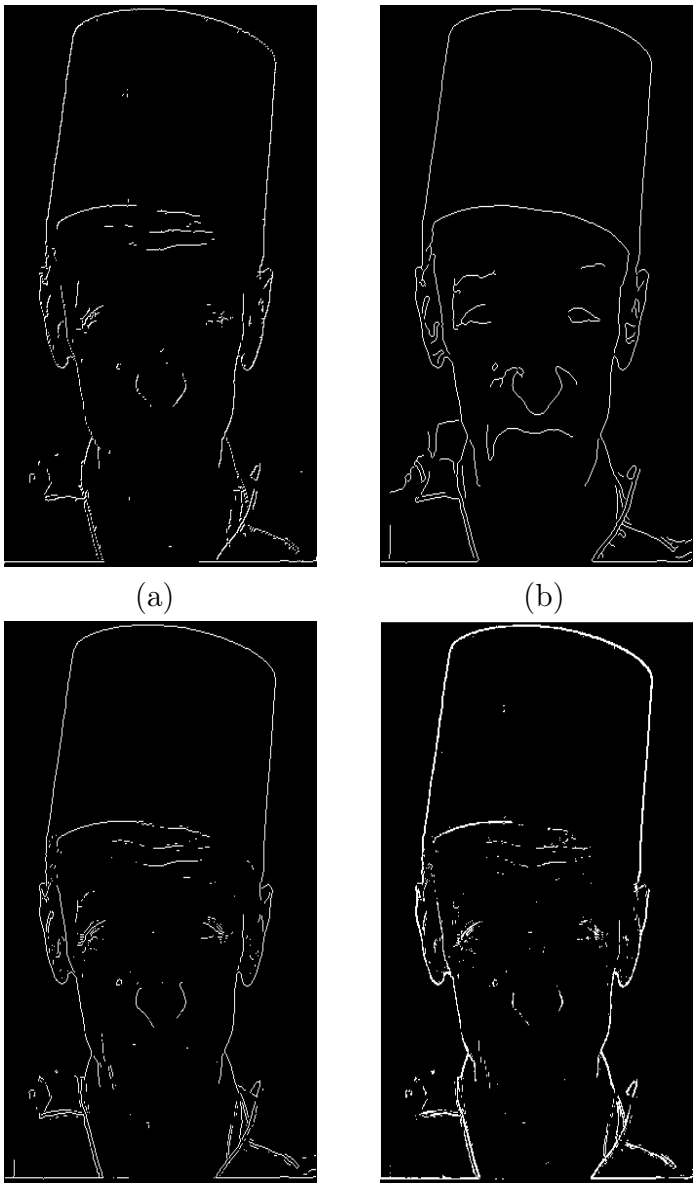


Figura A.51: (a) Bordas detectadas pelo FUNED com parâmetros $W = 3$, $\delta = 40$ e $T = 0,55$, (b) Bordas detectadas por Canny, (c) Bordas detectadas por Sobel e (d) Resultado obtido pelo detector de Russo.

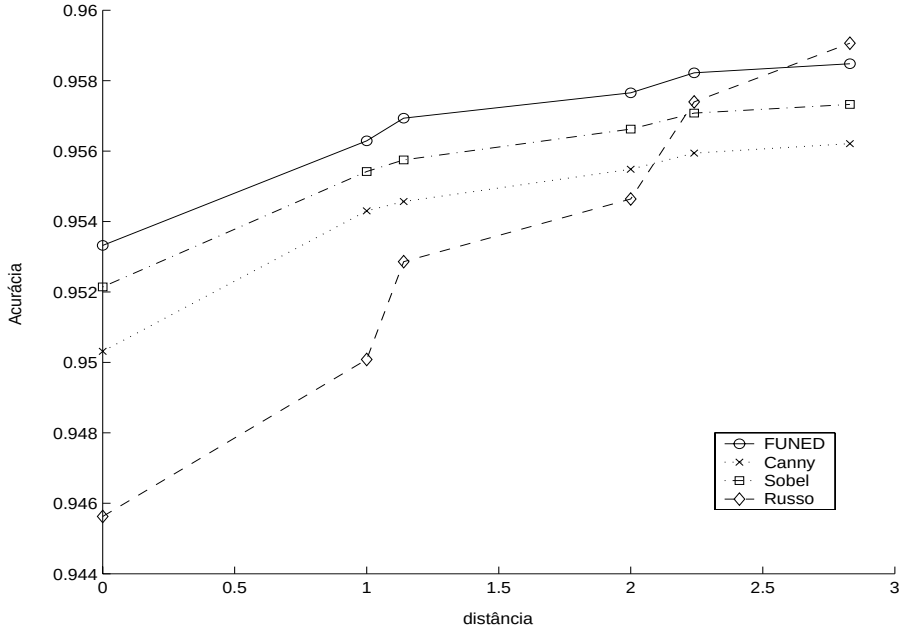


Figura A.52: Comparação da Acurácia - Imagem 8.

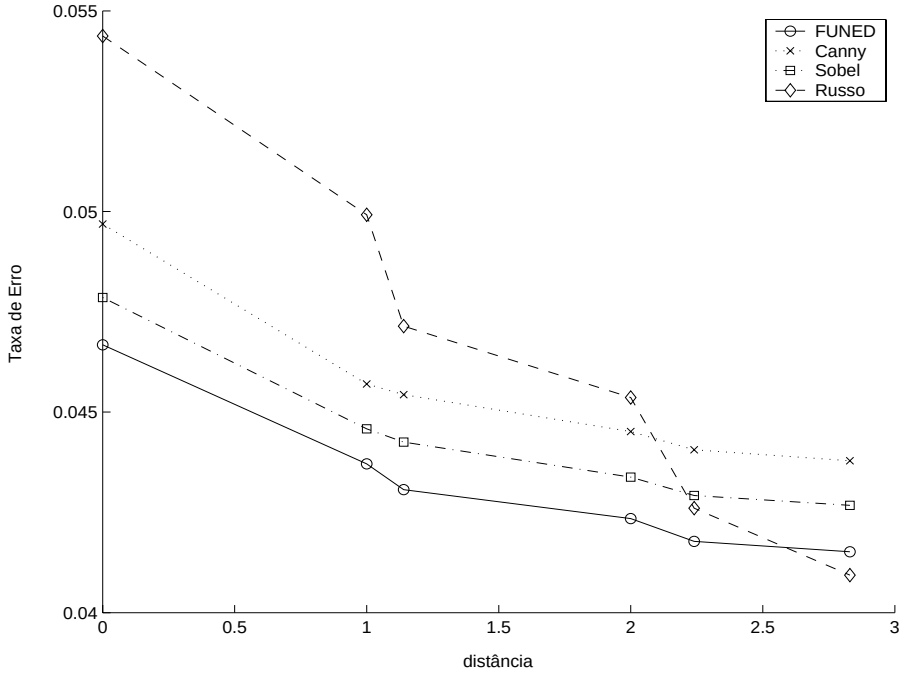


Figura A.53: Comparação das Taxas de Erro - Imagem 8.

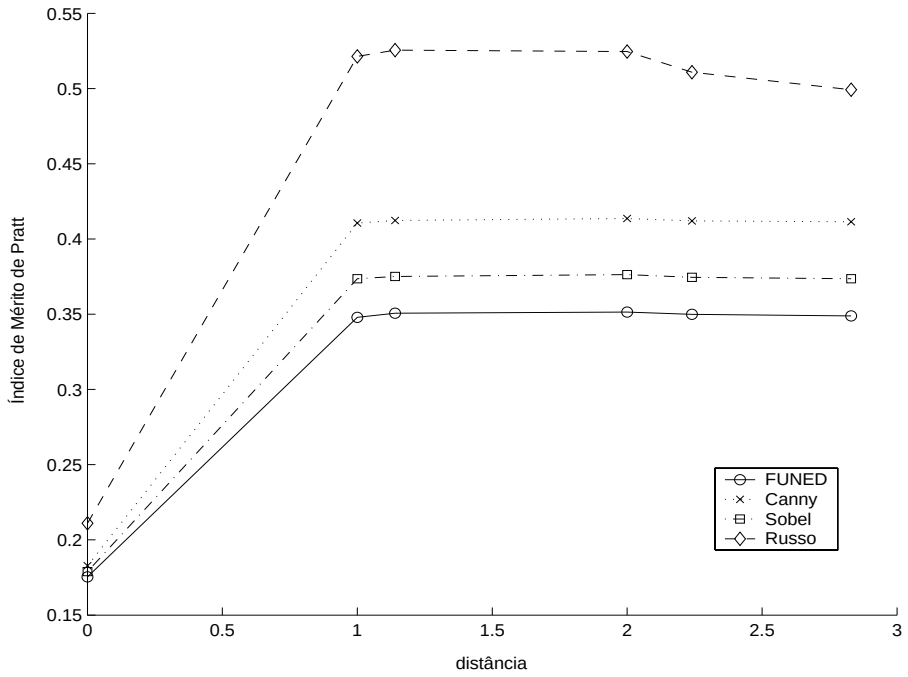


Figura A.54: Comparação dos Índices de Mérito de Pratt - Imagem 8.

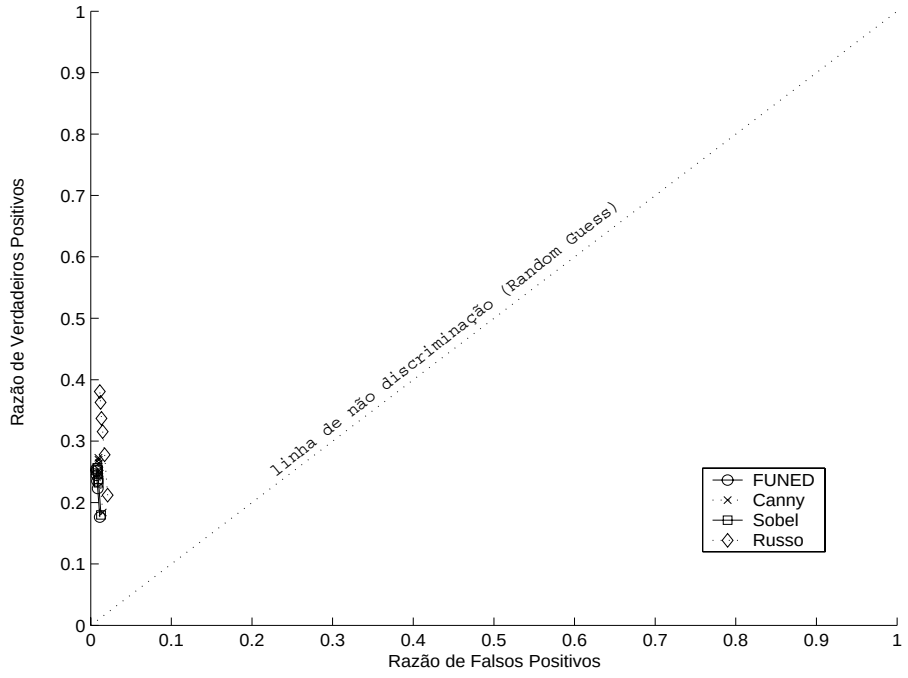


Figura A.55: Comparação Espaço ROC - Imagem 8.

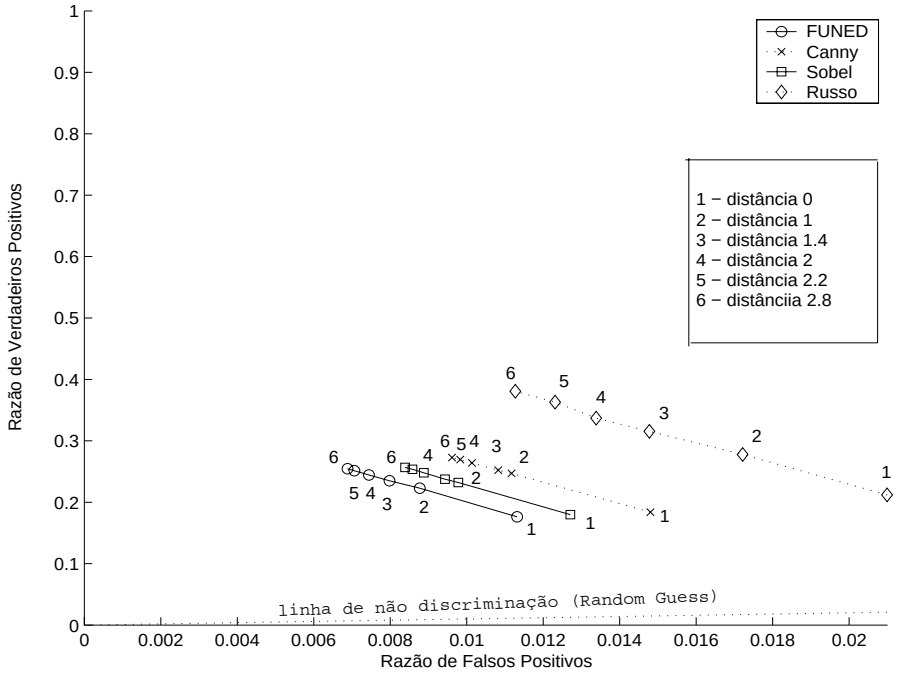


Figura A.56: Comparação Espaço ROC com ampliação de detalhes - Imagem 8.

(a) (b)

Figura A.57: (a) Imagem de Cena Real extraída da Base de Dados Berkeley - Imagem 9, (b) Imagem Ideal.

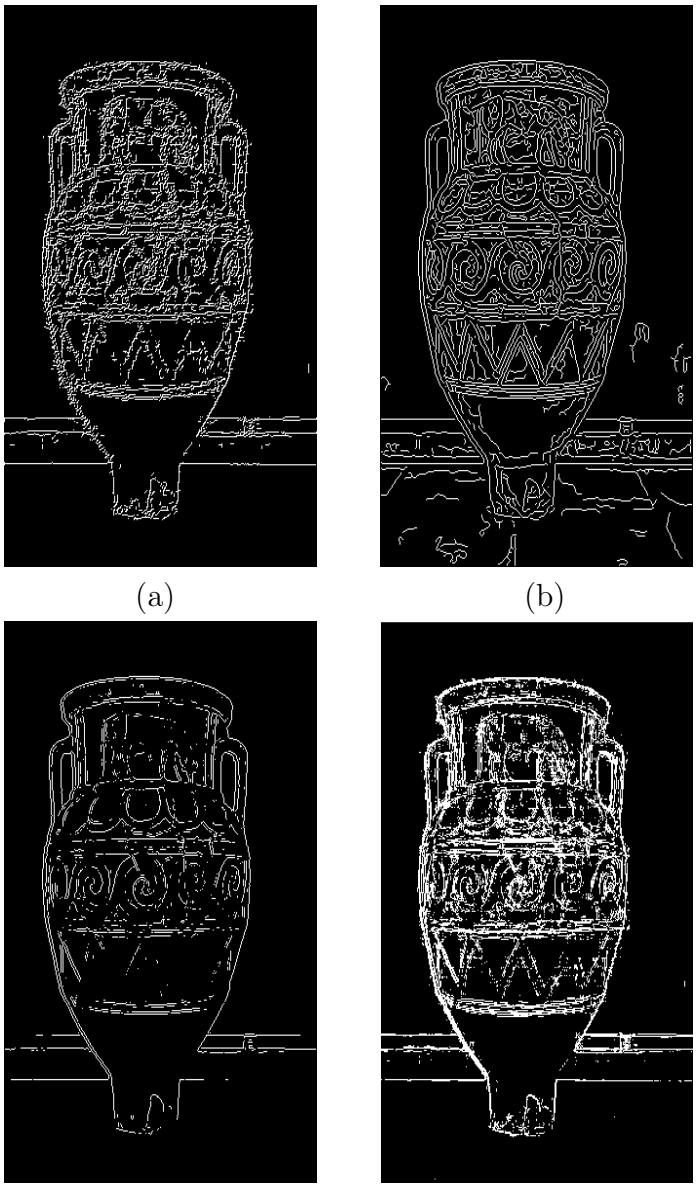


Figura A.58: (a) Bordas detectadas pelo FUNED com parâmetros $W = 3$, $\delta = 20$ e $T = 0,4$, (b) Bordas detectadas por Canny, (c) Bordas detectadas por Sobel e (d) Resultado obtido pelo detector de Russo.

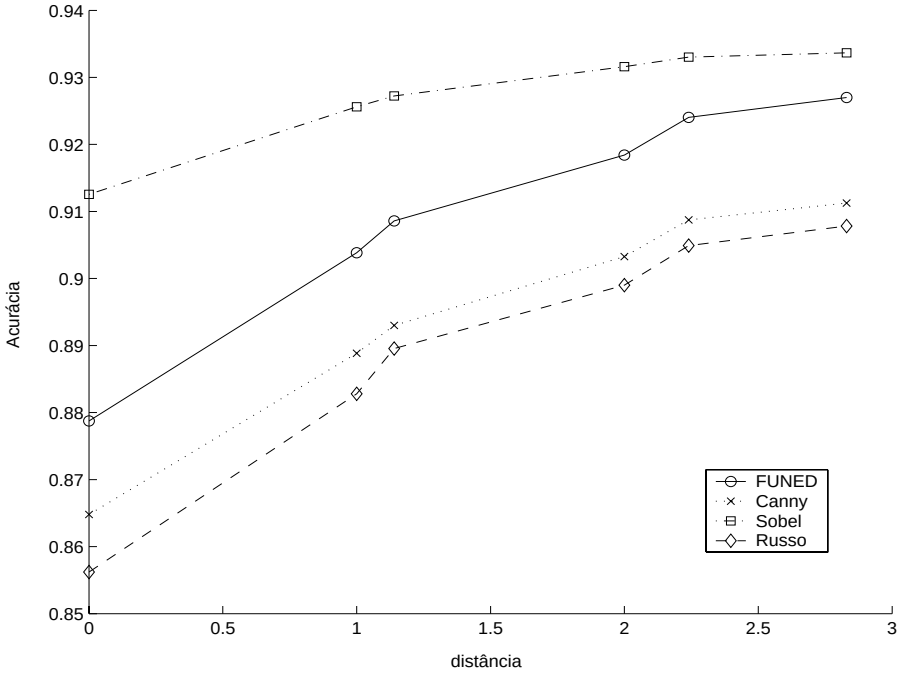


Figura A.59: Comparação da Acurácia - Imagem 9.

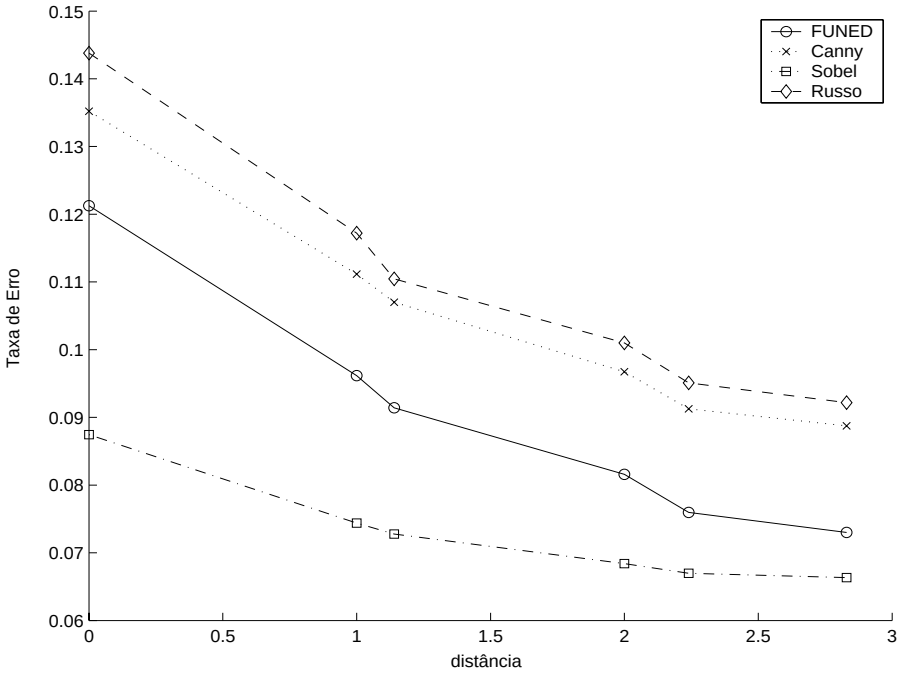


Figura A.60: Comparação das Taxas de Erro - Imagem 9.

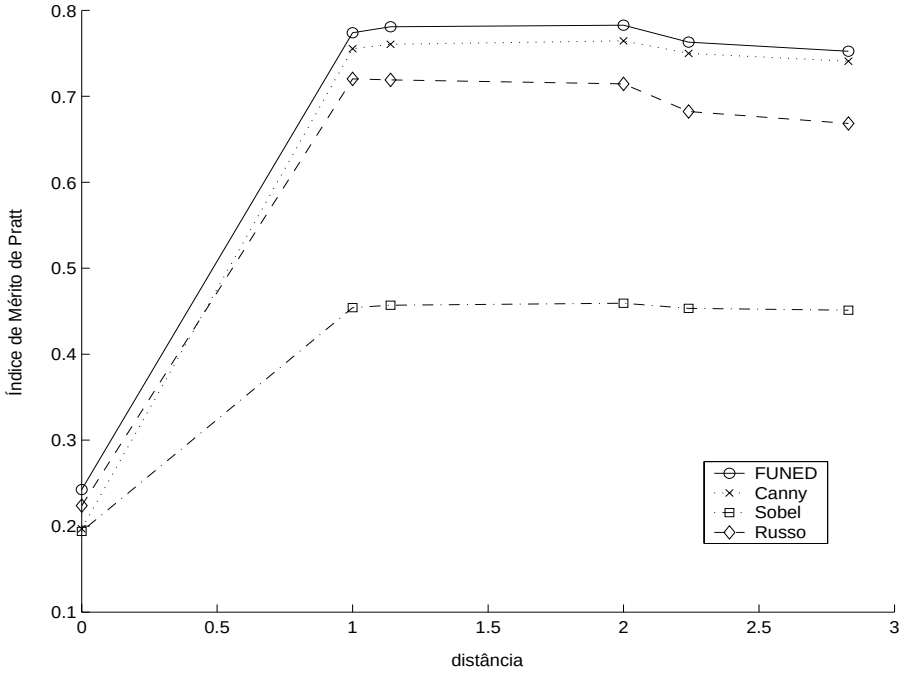


Figura A.61: Comparação dos Índices de Mérito de Pratt - Imagem 9.

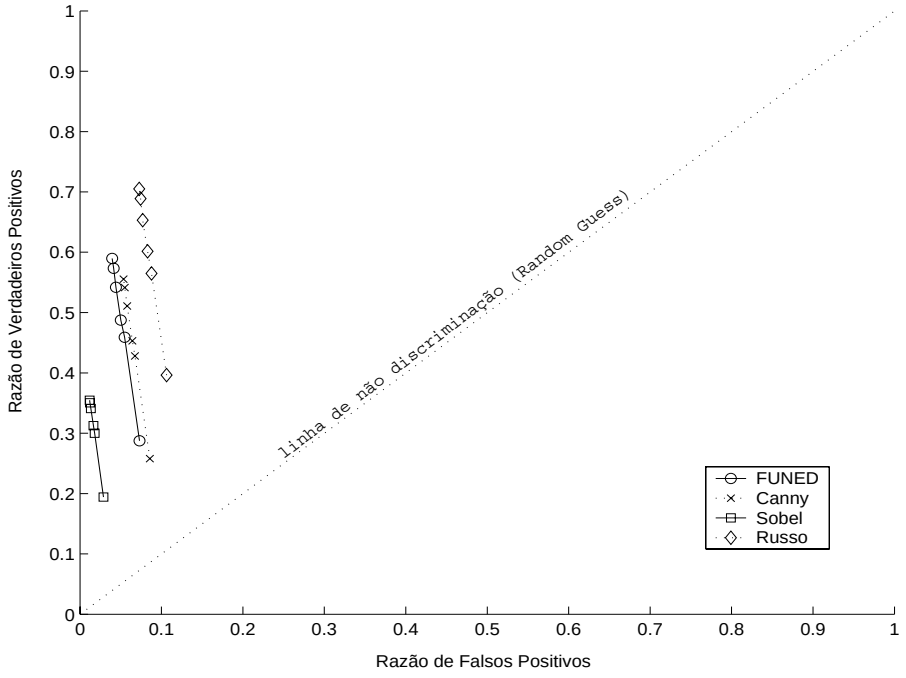


Figura A.62: Comparação Espaço ROC - Imagem 9.

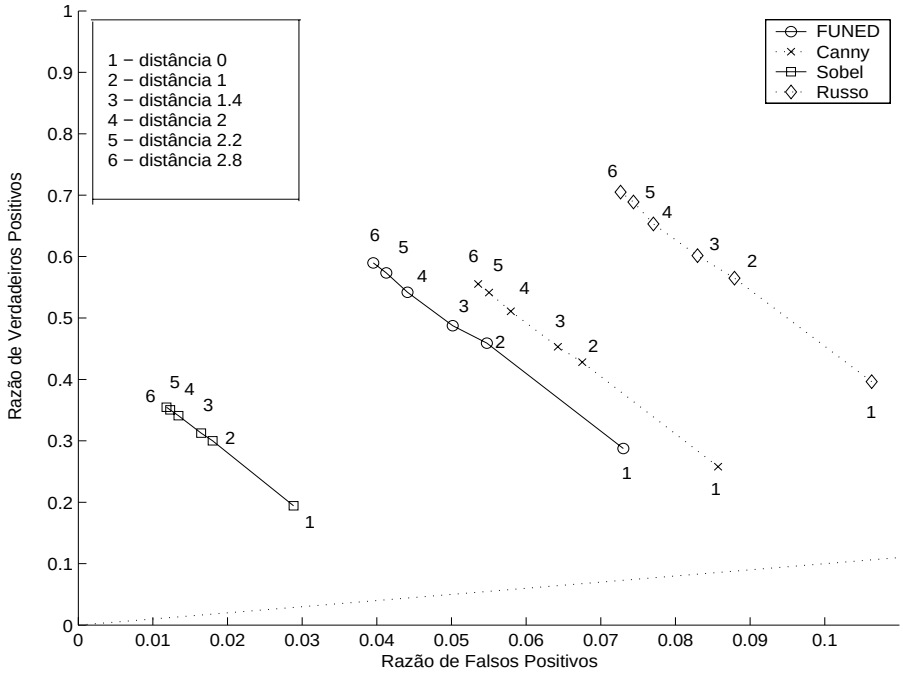
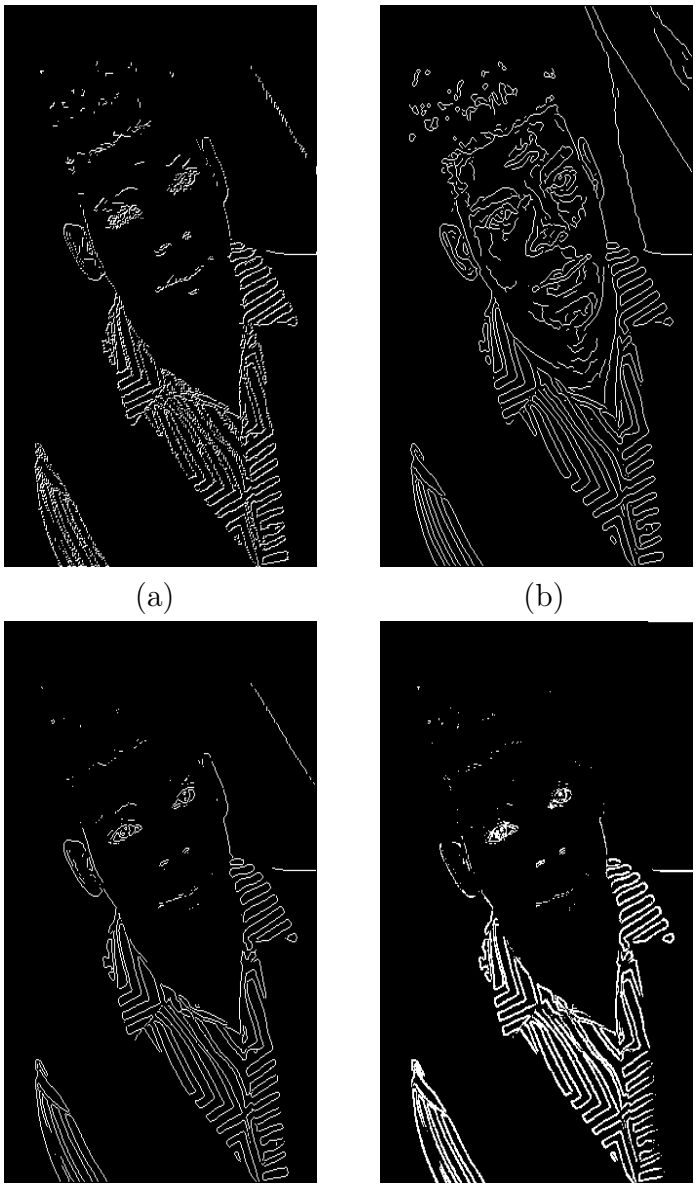


Figura A.63: Comparação Espaço ROC com ampliação de detalhes - Imagem 9.

(a) (b)

Figura A.64: (a) Imagem de Cena Real extraída da Base de Dados Berkeley - Imagem 10, (b) Imagem Ideal.



(a) (b)

(c) (d)

Figura A.65: (a) Bordas detectadas pelo FUNED com parâmetros $W = 3$, $\delta = 30$ e $T = 0,6$, (b) Bordas detectadas por Canny, (c) Bordas detectadas por Sobel e (d) Resultado obtido pelo detector de Russo.

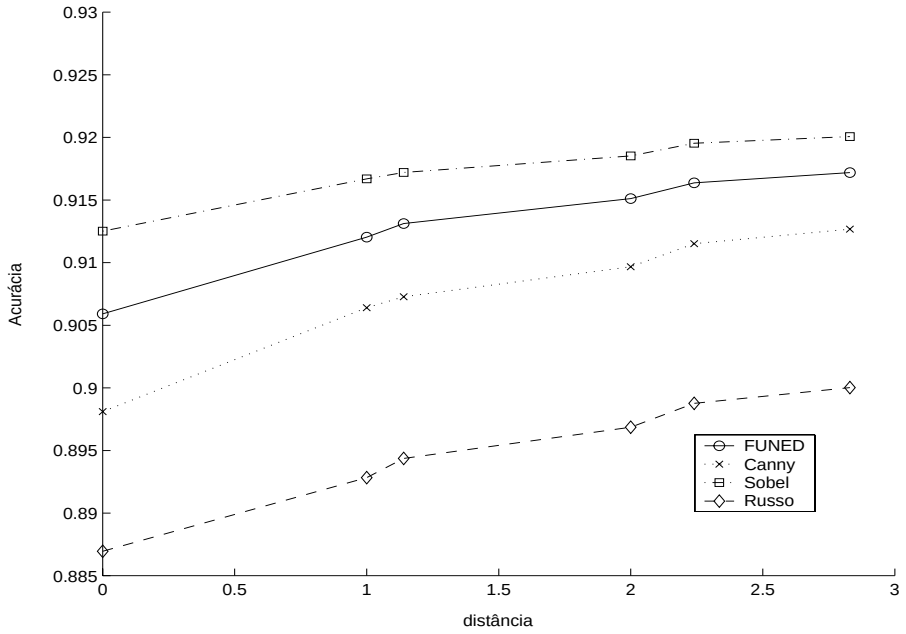


Figura A.66: Comparação da Acurácia - Imagem 10.

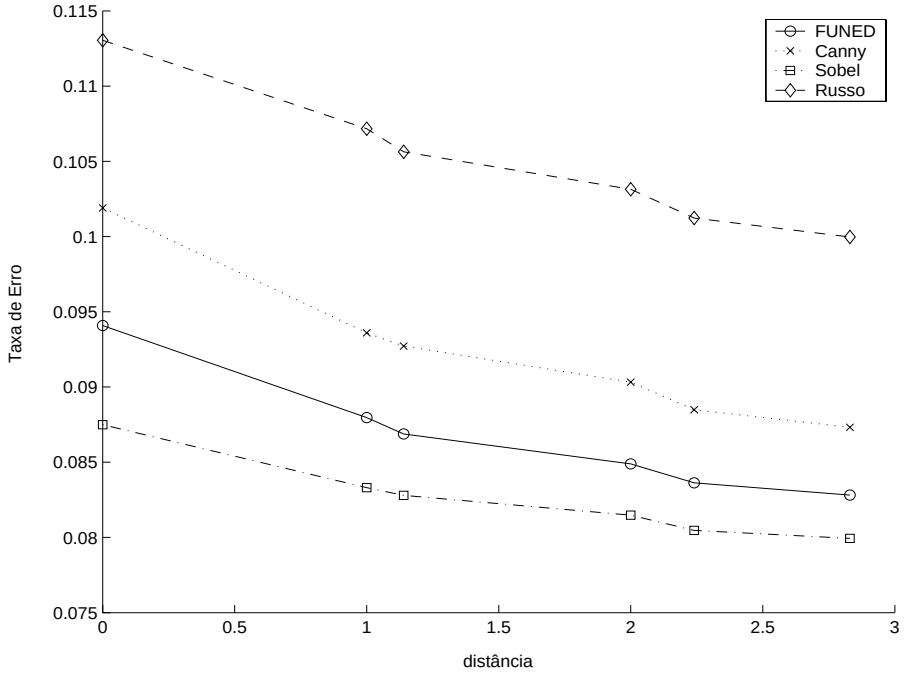


Figura A.67: Comparação das Taxas de Erro - Imagem 10.

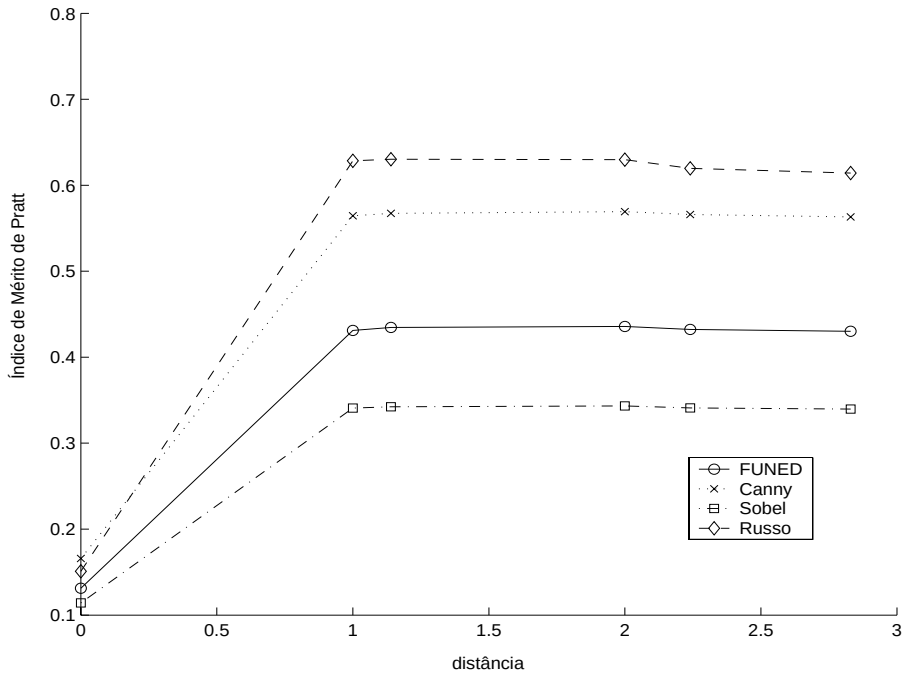


Figura A.68: Comparação dos Índices de Mérito de Pratt - Imagem 10.

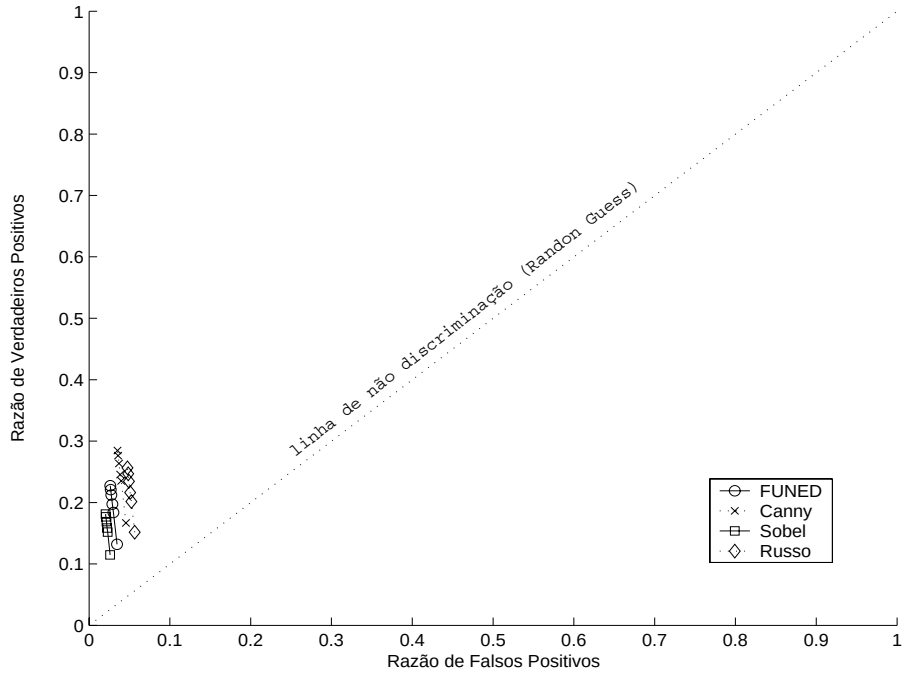


Figura A.69: Comparação Espaço ROC - Imagem 10.

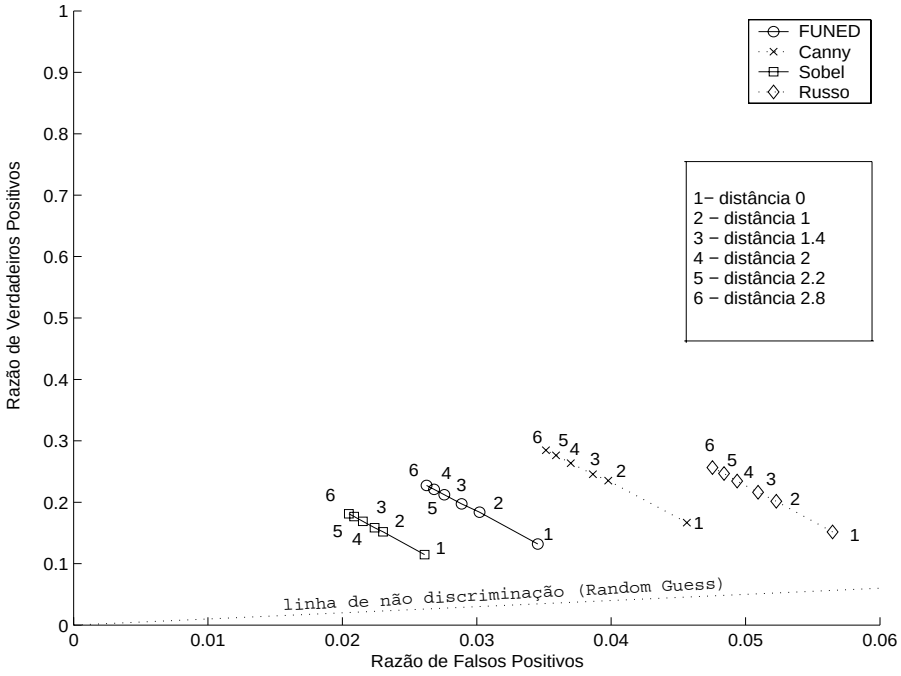


Figura A.70: Comparação Espaço ROC com ampliação de detalhes - Imagem 10.

Anexo A

Aspectos Básicos de Lógica Fuzzy e Operações Relacionadas

A.1 Considerações Iniciais

Neste apêndice define-se outras operações importantes da lógica fuzzy, em complemento à seção 2.4 do capítulo 2, a qual descreve as operações básicas com conjuntos fuzzy.

A.2 As funções T-Norma e S-Norma

Existem na literatura diversos tipos de operadores que executam as operações de união e intersecção entre conjuntos fuzzy. As normas triangulares são generalizações dos operadores união e intersecção.

Para que um operador de intersecção seja utilizado para a realização de operações fuzzy, o mesmo deve ser classificado como uma T-Norma. Formalmente, tem-se a seguinte definição:

Definição A.1: Uma norma triangular (T-Norma) é uma operação binária $t : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ satisfazendo as seguintes condições:

•Comutatividade: $xty = ytx$

•Associatividade: $xt(ytz) = (xtz)tz$

•Monotonicidade: Se $x \leq y$ e $w \leq z$ então $xtw \leq ytz$

•Condições de fronteira: $0tx = 0,\ 1tx = x$

São exemplos de T-Norma:

1.**Intersecção Padrão**: $t : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ com $xty = \min(x, y)$.

2.**Produto Algébrico**: $t : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ com $xty = xy$.

3.**Diferença Limitada**: $t : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ com $xty = \max(0, x + y - 1)$.

4.**Intersecção Drástica**: $t : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ com

$$xty = \begin{cases} x & se\ y\ =\ 1 \\ y & se\ x\ =\ 1 \\ 0 & caso\ contrário. \end{cases}$$

Por outro lado, para que um operador seja utilizado como um operador de união, ele deverá então ser classificado como uma S-Norma (Co-norma Triangular). Formalmente, tem-se a seguinte definição:

Definição A.2: Uma norma triangular (S-Norma) é uma operação binária $s : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ satisfazendo as seguintes condições:

•Comutatividade: $xsy = ysx$

•Associatividade: $xs(ysz) = (xsz)sz$

•Monotonicidade: Se $x \leq y$ e $w \leq z$ então $xsw \leq ysz$

•Condições de fronteira: $xs0 = x,\ xs1 = 1$

São exemplos de S-Norma:

1.**União Padrão**: $s : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ com $xsy = \max(x, y)$.

2.**Soma Algébrica**: $s : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ com $xsy = x + y - xy$.

3.**Soma Limitada**: $s : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ com $xsy = \min(1, x + y)$.

4.**União Drástica**: $s : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ com

$$xsy = \begin{cases} x & se\ y\ =\ 0 \\ y & se\ x\ =\ 0 \\ 1 & caso\ contrário. \end{cases}$$

A.3 Transformações de Escalas

Existem vários tipos de funções que podem ser utilizadas para a realização de transformações de escalas em conjuntos fuzzy. As principais funções usadas são a normalização, contração, dilatação e intensificação.

A.3.1 Normalização

A operação de normalização consiste em transformar um conjunto fuzzy A não normalizado, diferente de vazio, em um conjunto fuzzy normalizado. A normalização é efetuada após a divisão da função de pertinência do conjunto A pela sua respectiva altura, ou seja:

$$Norm(\mu_A(x)) = \frac{\mu_A(x)}{Alt(A)}$$

onde $x\ \in\ X$(universo de discurso).

A.3.2 Concentração

A operação de concentração consiste em contrair(afinar) a função de pertinência, a qual está associada a um conjunto fuzzy A em um universo de discurso X, em torno de seus valores máximos. Esta operação pode ser definida por:

$$Conc(\mu_A(x)) = (\mu_A(x))^2,\ x\ \in\ X$$

ou ainda:

$$Conc(\mu_A(x)) = (\mu_A(x))^p,\ p\ >\ 1$$

A.3.3 Dilatação

A operação e dilatação consiste em dilatar(expandir) a função de pertinência, representando um conjunto fuzzy A em um universo de discurso X, em torno de seus valores máximos. Esta operação é dado por:

$$Dilat(\mu_A(x)) = \sqrt{\mu_A(x)},\ x\ \in\ X$$

ou ainda:

$$Dilat(\mu_A(x)) = (\mu_A(x))^{\frac{1}{p}},\ p\ >\ 1$$

A.3.4 Intensificação

O processo de intensificação, ou intensificação de contraste, em um conjunto fuzzy A, definido em um universo de discurso X, consiste em incrementar os valores da função de pertinência que estão acima de 0.5, e decrementar os respectivos valores que estão abaixo de 0.5. Essa operação normalmente é efetuada da seguinte forma:

$$Intens(\mu_A(x)) = \begin{cases} 2(\mu_A(x))^2; & 0\ \leq\ \mu_A(x)\ \leq\ 0.5 \\ 1 - 2(1 - \mu_A(x))^2; & 0.5\ <\ \mu_A(x)\ \leq\ 1 \end{cases}$$

A.4 Operações de Agregação

As operações de agregação consiste em combinar um ou mais conjuntos fuzzy visando a obtenção de um único conjunto fuzzy.

Admitindo-se N conjuntos fuzzy dados por A_1, A_2, ..., A_N, definidos em um universo de discurso X, então a função de pertinência μ_B, representando o conjunto fuzzy B, o qual é resultante da aplicação da agregação $AGR(.)$ sobre os elementos de A_1, A_2, ..., A_N é dada por:

$$\mu_B(x) = AGR(\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x), \ldots, \mu_{A_N}(x)),\ x\ \in\ X$$

As condições necessárias para que uma função seja classificada como uma função de agregação são:

a)Condições de contorno definidas por:

- $AGR(0, 0, \ldots, 0) = 0$
- $AGR(1, 1, \ldots, 1) = 1$

b)Condição de monotonicidade, ou seja:

- $AGR(a_1, a_2, \ldots, a_N)\ \geq\ AGR(b_1, b_2, \ldots, b_N)$, onde $a_i\ \geq\ b_i$

Alguns operadores de agregação podem ser agrupados como operadores compensatórios ou operadores medianos.

A.4.1 Operadores Compensatórios

Os operadores compensatórios combinam operadores de intersecção e união visando a produção de operadores de agregação que fornecem melhores resultados em determinadas situações. um dos principais operadores de compensação é o definido por Zimmerman, ou seja:

$$AGR(\mu_A(x), \mu_B(x)) = (1 - \gamma).(\mu_A(x) \cap \mu_B(x)) + \gamma(\mu_A(x) \cup \mu_B(x))$$

Com $\gamma\ \in\ [0, 1]$, em que as operações de união e intersecção são substituídas por S-Normas e T-Normas, respectivamente.

A.4.2 Operadores Medianos

Os operadores medianos são operadores de agregação, cujos valores de pertinência resultantes sempre estão entre os valores mínimos e máximos das funções de pertinência

que constituem o argumento de $AGR(.)$, ou seja:

$$\min(\mu_{A_1}, \mu_{A_2}, \ldots, \mu_{A_N}) \ \leq \ AGR(\mu_{A_1}, \mu_{A_2}, \ldots, \mu_{A_N}) \ \leq \ \max(\mu_{A_1}, \mu_{A_2}, \ldots, \mu_{A_N})$$

Os principais operadores medianos utilizados também como operadores de agregação são derivados a partir da seguinte equação:

$$AGR(\mu_{A_1}, \mu_{A_2}, \ldots, \mu_{A_N}) = \sqrt[p]{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\mu_{A_i})^p; \ p \ \in \ R, \ p \ \neq \ 0}$$

Assim tem-se:

a)Média aritmética $(p = 1) \Rightarrow AGR(.) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mu_{A_i}(x)$

b)Média geométrica $(p \rightarrow 0) \Rightarrow AGR(.) = (\mu_{A_1}.\mu_{A_2}.\ldots.\mu_{A_N})^{\frac{1}{N}}$

c)Média harmônica $p = -1 \Rightarrow AGR(.) = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\mu_{A_i}}}$

d)Mínimo $(p \rightarrow -\infty) \Rightarrow AGR(.) = \min(\mu_{A_1}, \mu_{A_2}, \ldots, \mu_{A_N})$

d)Máximo $(p \rightarrow \infty) \Rightarrow AGR(.) = \max(\mu_{A_1}, \mu_{A_2}, \ldots, \mu_{A_N})$

Propriedades de operadores de agregação:

P.1) Comutatividade

P.2) Monotonicidade: $AGR(a_1, a_2, \ldots, a_N) \ \geq \ AGR(b_1, b_2, \ldots, b_N)$, se $a_i \ \geq \ b_i$, para todo i

P.3) Idempotência