UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Lucas Barbosa Marcos

Controle de Sistemas Lineares Sujeitos a Saltos Markovianos Aplicado em Veículos Autônomos

São Carlos

2017

Lucas Barbosa Marcos

Controle de Sistemas Lineares Sujeitos a Saltos Markovianos Aplicado em Veículos Autônomos[1]

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências, Programa de Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sistemas Dinâmicos
Orientador: Prof. Dr. Marco Henrique Terra

São Carlos
2017

[1]**Trata-se da versão corrigida da dissertação. A versão original se encontra disponível na EESC/USP que aloja o Programa de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica.**

M321c

Marcos, Lucas Barbosa
Controle de sistemas lineares sujeitos a saltos Markovianos aplicado em veículos autônomos / Lucas Barbosa Marcos; orientador Marco Henrique Terra. São Carlos, 2017.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Área de Concentração em Sistemas Dinâmicos -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2017.

1. Veículos autônomos. 2. Sistemas lineares. 3. Cadeia de Markov. 4. Controle. 5. Mínimos quadrados. 6. Função penalidade. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **LUCAS BARBOSA MARCOS.**

Título da dissertação: "Controle de sistemas lineares sujeitos a saltos Markovianos aplicado em veículos autônomos".

Data da defesa: 24/03/2017.

Comissão Julgadora: **Resultado:**

Prof. Titular **Marcos Henrique Terra** Aprovado
(Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Profa. Dra. **Tatiana de Figueiredo Pereira Alves Taveira Pazelli**
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar) Aprovado

Prof. Associado **Denis Fernando Wolf** Aprovado
(Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação/ICMC)

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica:
Prof. Associado **Luís Fernando Costa Alberto**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Luís Fernando Costa Alberto**

Para Sandra, Agnaldo, Renan e Daniela.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Marco Henrique Terra, pela oportunidade, pela confiança, pela dedicação e pelo conhecimento compartilhado.

À Universidade de São Paulo, por ter me recebido e me acolhido desde os primeiros momentos de minha graduação.

À Escola de Engenharia de São Carlos, especificamente aos professores e funcionários, pelo auxílio e pelos ensinamentos.

Ao Departamento de Engenharia Elétrica e Computação, pela infraestrutura proporcionada na realização do projeto.

A toda a equipe do Laboratório de Sistemas Inteligentes - LASI, pelo convívio agradável e pelo companheirismo.

Aos integrantes do Laboratório de Robótica Móvel (LRM) do Instituto de Ciências Matemáticas e Computação (ICMC-USP), pela colaboração e pelas oportunidades de viagens didáticas e troca de conhecimentos.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio fornecido via bolsa de estudos pelo processo 2015/05228-5[2].

[2]*As opiniões, hipóteses e conclusões ou recomendações expressas neste material são de responsabilidade do autor e não necessariamente refletem a visão da FAPESP e da CAPES*

Epígrafe

“Se enxerguei mais longe, foi porque me apoiei sobre os ombros de gigantes."

Sir Isaac Newton

RESUMO

MARCOS, L. B. ***Controle de Sistemas Lineares Sujeitos a Saltos Markovianos Aplicado em Veículos Autônomos*** *. 2017. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.*

No contexto do mundo contemporâneo, os veículos automotores estão cada vez mais integrados ao cotidiano das pessoas, sendo mais de 1 bilhão deles circulando pelo mundo. Por serem controlados por motoristas, estão sujeitos a falhas decorrentes da inerente condição humana, ocasionando acidentes, mortes e outros prejuízos. O controle autônomo de veículos tem se apresentado como alternativa na busca de redução desses prejuízos, sendo utilizado nas mais diferentes abordagens, por distintas instituições ao redor do planeta. Deste modo, torna-se uma pauta fundamental para o estudo de sistemas de controle. Este trabalho, valendo-se da descrição matemática do comportamento veicular, busca o desenvolvimento e a implementação de um método eficiente de controle autônomo de veículos voltado, principalmente, para a modelagem em espaço de estados. Considerando que mudanças de marchas, principalmente em um cenário de dirigibilidade autônoma, são ações aleatórias, o objetivo desta dissertação é utilizar estratégias de controle baseadas em sistemas lineares sujeitos a saltos Markovianos.

Palavras–Chave: *Veículos autônomos. Sistemas lineares. Cadeia de Markov. Controle. Mínimos Quadrados. Função Penalidade.*

ABSTRACT

MARCOS, L. B. ***Markovian Jump Linear Systems Control Applied to Autonomous Vehicles****. 2017. Thesis (Master's degree) - São Carlos School of Engineering , University of São Paulo, São Carlos, 2017.*

In nowadays society, automobile vehicles are getting more and more integrated to people's daily activities, as there are more than 1 billion of them on the streets around the world. As they are controlled by drivers, vehicles are subjected to failures caused by human mistakes that lead to accidents, injuries and others. Autonomous vehicle control has shown itself to be an alternative in the pursuit of damage reduction, and it is applied by different institutions in many countries. Therefore, it is a main subject in the area of control systems. This paper, relying on mathematical descriptions of vehicle behavior, aims to develop and apply an efficient autonomous control method that takes into account state-space formulation. This goal will be achieved by the use of control strategies based on Markovian Jump Linear Systems that will describe the highly non-linear dynamics of the vehicle in different operation points.

Keywords: *Autonomous vehicles. Linear system. Markov chain. Control. Least squares. Penalty function.*

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DML - **D**esigualdade **M**atricial **L**inear

EMQML - **E**stimativa **M**ínima **Q**uadrática **M**édia **L**inear

MQ - **M**ínimos **Q**uadrados

MQP - **M**ínimos **Q**uadrados **P**onderados

MQR - **M**ínimos **Q**uadrados **R**egularizados

MQRI - **M**ínimos **Q**uadrados **R**egularizados com **I**ncertezas

RLQ - **R**egulador **L**inear **Q**uadrático

RLG - **R**egulador **L**inear **G**aussiano

SLSM - **S**istema **L**inear sujeito a **S**altos **M**arkovianos

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Descrição
α_{CS}	ângulo do eixo de manivelas (virabrequim) [rad]
i_t	relação de marchas na transmissão
i_f	relação de marchas no diferencial
α_w	ângulo de rotação das rodas [rad]
r_{stat}	raio estático efetivo das rodas [m]
m_{CoG}	massa do veículo [kg]
c_{r1}	constante de rolamento nº1
c_{r2}	constante de rolamento nº2
g	aceleração da gravidade [m/s^2]
χ_{road}	gradiente da pista [rad]
k	elasticidade dos semieixos [N/m]
d	coeficiente de amortecimento dos semieixos[kg/s]
J_e	momento de inércia do motor [$kg.m^2$]
J_t	momento de inércia da transmissão [$kg.m^2$]
J_f	momento de inércia do diferencial [$kg.m^2$]
J_w	momento de inércia das rodas [$kg.m^2$]

d_t	coeficiente de amortecimento da transmissão [kg/s]
d_f	coeficiente de amortecimento do diferencial [kg/s]
d_w	coeficiente de amortecimento das rodas [kg/s]
v_{CoG}	velocidade do centro de gravidade do veículo [m/s]
β	ângulo de escorregamento lateral da carroceria [rad]
ψ	ângulo de guinada ou *yaw* [rad]
δ_w	ângulo de esterçamento medido nas rodas [rad]
c_{aer}	coeficiente aerodinâmico da carroceria do veículo
A_l	área da seção transversal do veiculo [m^2]
ρ	densidade do ar [kg/m^3]
l_F	distância do eixo dianteiro ao centro de gravidade [m]
l_R	distância do eixo traseiro ao centro de gravidade [m]
n_{LF}	cáster longitudinal dianteiro [m]
n_{LR}	cáster longitudinal traseiro [m]
J_z	momento de inércia do veículo ao redor da vertical [$kg.m^2$]

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Desde que Henry Ford desencadeou a produção em série de seu automóvel Ford T, os veículos automotores têm ganhado cada vez mais relevância no cotidiano das pessoas. Estima-se que haja mais de 1 bilhão de veículos circulando nas ruas e estradas do mundo[1], sendo mais de 80 milhões no Brasil [2].

Por estarem sob controle de motoristas, os veículos estão sujeitos a falhas decorrentes da limitação humana. Essas falhas traduzem-se em acidentes, que causam prejuízos financeiros e à segurança de motoristas e pedestres. Segundo a Organização Mundial da Saúde, 1,3 milhão de pessoas morrem anualmente no trânsito e 50 milhões sobrevivem com ferimentos [12]. No Brasil, segundo o IPEA, os custos anuais com acidentes de trânsito são da ordem de R$40 bi (quarenta bilhões de reais) e mais de 60 mil pessoas são mortas em acidentes de trânsito por ano, além de 352 mil casos de invalidez permanente por ano[3].

Com o objetivo de auxiliar os motoristas na tarefa da condução veicular, foram desenvolvidas ferramentas de auxílio como LKA *(Lane Keeping Assistance)*, *airbags*, IPAS (*Intelligent*

[1] Ver http://wardsauto.com/ar/world_vehicle_population_110815. Acesso em 17/02/2015

[2] Ver http://oglobo.globo.com/brasil/frota-de-veiculos-mais-que-dobra-em-10-anos-109340305. Acesso em 17/02/2015

[3] Ver http://veja.abril.com.br/noticia/brasil/e-pior-ainda. Acesso em 17/02/2015

Parking Assist System), CAS (*Collision Avoidance System*), freios ABS (*Anti-Lock Braking System*) e outros [12]. Dentre as tecnologias em estado-de-arte que buscam eliminar a falha humana no trânsito, destaca-se a aplicação do controle autônomo de veículos.

Portanto, justifica-se a realização deste trabalho como um avanço na busca da minimização dos danos causados pela falha humana na condução de veículos automotores em suas mais variadas formas. Além do mais, o controle autônomo de veiculos pode possibilitar menor custo e maior eficiência no transporte de cargas, maior conforto e mais comodidade.

1.1 Um Breve Histórico

A ideia de um veículo sem motorista pode ser remontada aos anos de 1920[4], quando a Achen Motor Company realizou um teste pelas ruas de Milwaukee (Wisconsin, EUA) com um veículo comandado remotamente via rádio. Contudo, o veículo autônomo propriamente dito (ou seja, capaz de operar sem qualquer intervenção humana) ganhou forma a partir da década de 1980, quando o projeto ALVINN foi apresentado pela Universidade Carnegie Mellon.

O projeto ALVINN (*Autonomous Land Vehicle in a Neural Network*) consistiu na aplicação de redes neurais artificiais na tarefa de comandar um veículo para seguir uma trajetória baseada nos limites da pista pela qual circulava [25]. A última atualização do projeto foi o veículo NavLab 11, um jipe equipado com uma série de sensores de obstáculos para curta e média distância[5].

Na década de 1990, outros projetos de destaque em veículos autônomos surgiram, como VITA I e VITA II da Daimler-Benz, que utilizavam recursos de visão computacional para a realização de tarefas como seguimento de trajetória, acompanhamento de outros veículos, reconhecimento de sinais de trânsito e ultrapassagens [34].

Nos anos 2000, a DARPA (*Defense Advanced Reserach Projects Agency*), agência ligada ao Departamento de Defesa do Estados Unidos, promoveu competições entre veículos autônomos cujo objetivo era desenvolver veículos capazes de percorrer grandes distâncias, inicialmente

[4] Ver The Milwaukee Sentinel, edição de dezembro de 1926, disponível no Google News Archive
[5] Ver http://www.cs.cmu.edu/afs/cs/project/alv/www/

Figura 1.1: Veículo autônomo NavLab 11, da Carnegie Melon University.

Fonte: adaptado de [2]

Figura 1.2: Veículo autônomo Stanley, da Universidade de Stanford.

Fonte: adaptado de [33]

no deserto (*DARPA Grand Challenge*) e, posteriormente, em ambiente urbano (*DARPA Urban Challenge*). Destacam-se os veículos Stanley [32], da Universidade de Stanford, e Boss [4], da Universidade Carnegie Melon.

Nos anos 2010, o maior destaque entre as tecnologias de veículos autônomos é o Google Car[6]. O projeto, iniciado em 2009, acumula até o momento mais de 1 milhão de milhas em testes e já circula pelas ruas de Mountain View, California [7].

[6] Ver http://spectrum.ieee.org/automation/robotics/artificial-intelligence/how-google-self-driving-car-works
[7] Ver http://www.google.com/selfdrivingcar/. Acesso em 17/02/2015

Figura 1.3: Veículo autônomo Boss, da Universidade de Carnegie Melon.

Fonte: adaptado de [4]

Figura 1.4: Veículo autônomo do Google.

Fonte:IEEESpectrum (goo.gl/WkuaV9)

Figura 1.5: Veículo autônomo CaRINA 2, da Universidade de São Paulo.

Fonte: adaptado de [14]

Hoje, no Brasil, os esforços para o desenvolvimento de veículos autônomos concentram-se no projeto CaRINA (Carro Robótico Inteligente para Navegação Autônoma)[14], da Universidade de Sao Paulo, e CADU (Carro Autônomo Desenvolvido na UFMG), da Universidade Federal de Minas Gerais [12].

1.2 Objetivo

O objetivo deste trabalho é desenvolver um controlador baseado em sistemas lineares sujeitos a saltos Markovianos (SLSM) que possibilite a operação autônoma de um veículo ao redor de pontos de operação determinados no projeto. O problema será dividido em 2 partes: a primeira será correspondente ao controle longitudinal (ou seja , à dinâmica de velocidade); a segunda dirá respeito ao controle lateral (correspondente à dinâmica de esterçamento). Dada a natureza altamente não-linear do comportamento veicular, o emprego do controle baseado em SLSM mostra-se uma alternativa adequada para representar a dinâmica do veículo em seus diferentes pontos de operação. Serão desenvolvidos controlador longitudinal e controlador lateral.

Figura 1.6: Veículo autônomo CADU, da Universidade Federal de Minas Gerais.

Fonte: adaptado de [11]

1.3 Organização do Trabalho

O Capítulo 2 apresenta uma breve revisão bibliográfica das obras mais relevantes que embasam esta monografia. Os Capítulos 3 e 5 aprofundam a revisão bibliográfica de conceitos fundamentais: o primeiro, a síntese da modelagem veicular apresentada em [18]; o segundo, um resumo da teoria geral de SLSM fundamentada em [6], [7], [9], [8] e [31]. O Capítulo 4 descreve a teoria de identificação de modelos utilizada, bem como a sua aplicação. O capitulo 6 aborda o sistema de controle propriamente dito, enquanto o Capítulo 7 traz as conclusões.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo apresentam-se resumos de artigos, teses, dissertações, livros e demais publicações acadêmicas de relevância para o desenvolvimento do projeto de mestrado. Podem referir-se tanto à questão da modelagem veicular como a aplicações de controle de SLSM ou outros assuntos relevantes no contexto.

O artigo [35] sintetiza uma revisão de conceitos de metodologia de tomada de decisão aplicáveis em robôs e veículos autônomos em geral. O foco é direcionado aos fundamentos que tornam um veículo autônomo: tomada de decisão que envolve a modelagem do ambiente e abstração de dados para processamento simbólico com tomada de ações baseada em lógica. As capacidades mais relevantes de um veículo autônomo (como navegação, planejamento de trajetória e seguimento de trajetória) são tratadas como habilidades fundamentais dos agentes. Embora muitos veículos autônomos tenham sido desenvolvidos sem o uso explícito da abordagem orientada para agentes, seus sistemas de decisão podem ser, na maioria das vezes, descritos como uma arquitetura baseada em agente (mesmo que de forma rudimentar). Do ponto de vista comportamental, define-se agente como um módulo de *software* capaz de exibir comportamento reativo, proativo e social por meio de entradas de saídas para comunicação. Ou, do ponto de vista da robótica, os agentes são *software* que controlam um robô autônomo para "sentir" o am-

biente (isto é, mapeá-lo por meio de sensores) e tomar decisões inteligentes sobre qual ação é a mais apropriada. A definição de inteligência utilizada neste artigo é "habilidade de um sistema a agir apropriadamente em um ambiente incerto, em que uma ação apropriada é aquela que aumenta a probabilidade de sucesso, sendo este definido como o alcance de objetivos parciais que dão suporte ao objetivo final do sistema". O artigo ainda apresenta conceitos sobre variadas arquiteturas de agentes, como reativa, em camadas, ou BDI (*belief-goal-intention*). Também, o artigo comenta os métodos de decisão empregados em alguns casos notáveis de veículos autônomos.

Em [37], o autor destaca que o projeto e a simulação de componentes na indústria de caminhões tornam-se cada vez mais importante. Isto acontece porque simulações computacionais possibilitam prever o desempenho do veículo, bem como ajustar seus parâmetros e auxiliar o desenvolvimento de novas peças. De tal modo, diminuem os gastos, aceleram os processos de pesquisa, diminuem a necessidade de testes em campo e auxiliam no aumento da qualidade do produto. Assim sendo, o autor desenvolve o modelo dinâmico do sistema de tração (ou *drive-train*) de um caminhão com transmissão automática e implementa-o em linguagem Modelica. Este é arranjado de maneira modular para facilitar seu reuso, e tem como função possibilitar testes em um sistema de câmbio automático em laboratório. Portanto, deve apresentar requisitos de tempo que permitam simulação em tempo real. O modelo desenvolvido retorna os valores de torque e velocidade dos componentes do sistema de tração, inclusive em componentes cuja medição direta é inviável. Isso torna o modelo apropriado para diversas aplicações.

No livro [18], os autores apresentam a conexão entre termodinâmica, gerenciamento de motores, mecânica veicular, estimação de parâmetros e controle automotivo. Faz-se a conexão entre modelagem mecânica e controle e processamento de sinais. O livro disserta sobre a teoria de termodinâmica, bem como suas aplicações na modelagem de motores. Apresentam-se abordagens de controle para o motor, visando a diferentes objetivos. Modela-se também todo o sistema de tração com, além do motor, a embreagem, a transmissão, os eixos e pneus. Aborda-se o problema do controle do sistema de tração tanto do ponto de vista da velocidade como do torque, com aplicações em controle de cruzeiro e em câmbio automático. Também, integra-se a modelagem do sistema de tração ao chassi, apresentando sistemas de controle voltados, principalmente, para a segurança do motorista (como ABS, *lane keeping*). Para finalizar, apresentam-se modelos de trajetória e de comportamento dos motoristas.

No livro [24], o autor discute questões da dinâmica veicular e de pneus. Apresentam-se modelos de veículo do tipo bicicleta, Newton-Euler e Euler-Lagrange. Discute-se a modelagem dos pneus, tanto para modelos teóricos como para empíricos. É feita a análise de seu comportamento tanto em regime permanente como em transitórios. Apresenta-se e discute-se a "Fórmula Mágica"para modelagem de pneus. São desenvolvidos também modelos de pneus no domínio da frequência. Sugerem-se aplicações destes diversos modelos.

O artigo [23] discute a modelagem de pneus por meio da chamada “Fórmula Mágica” (ou “*Magic Formula*”). Trata-se de um modelo bastante usado na simulação da dinâmica de veículos que apresenta uma boa precisão, porém cujos parâmetros são difíceis de determinar. Os autores propõem uma técnica de otimização baseada em algoritmos genéticos para a determinação de seus parâmetros, a qual não exige conhecimento *a priori* do sentido físico dos parâmetros da fórmula, tampouco de suas contribuições e interrelações. O algoritmo implementado é capaz de calcular os parâmetros da “Fórmula Mágica” com sucesso. Apresenta erros menores do que métodos tradicionais quando o valor inicial da otimização apresenta-se longe do valor real do parâmetro. Quando o valor inicial está próximo do valor desejado, os erros entre os diferentes métodos são de mesma magnitude. Mostra-se, portanto, útil para a minimização das incertezas na modelagem do componente.

O livro [13] aborda como as leis físicas, o comportamento humano e as escolhas de projeto interagem para determinar a dinâmica de um veículo, tanto sob os pontos de vista de dinâmica longitudinal quanto de movimentos laterais e de suspensão . Fornece modelos sobre o comportamento veicular em aceleração, frenagem e curvas. Duscute a classificação de veículos em categorias. Apresenta diversos aspectos de modelagem de pneus sob diversas abordagens. Discute o comportamento dos componentes oscilatórios dos veículos, inclusive com propostas de controle para suspensão ativa e semi-ativa. Discute modelos de capotamento e sistemas de controle que visam a evitá-los. Discute a profunda a dinâmica de esterçamento do veículos com modelos dinâmicos. Analisa a frenagem sob o ponto de vista da distribuição de torque e da transferência de peso, inclusive com considerações sobre sistemas ABS. Aborda a aceleração sob os pontos de vista da tração e da potência. Propõe modelos unificados que retratem a dinâmica do veículo como um todo.

Os autores de [3] apresentam um processo para a estimativa de forças entre pneus e pavi-

mento, ângulo de escorregamento lateral do veículo e resistência ao esterçamento dos pneus . O método utiliza medidas consideradas de fácil obtenção, como aceleração longitudinal, aceleração lateral, ângulo de esterçamento, taxa de variação do ângulo de *yaw*. A estimativa é baseada em uma série de dois blocos: o primeiro, um observador cuja função é calcular as forças nos pneus; o segundo, um filtro Kalman estendido que estima ângulo de escorregamento e resistência ao esterçamento. O modelo se mostra com boa precisão.

Em [6], propõe-se o uso de critérios baseados na otimização de funcionais quadráticos com incertezas para resolver os problemas de controle e estimativa de estados de sistemas lineares sujeitos a saltos Markovianos incertos por meio de algoritmos recursivos . A robustez é alcançada baseada em projetos nominais modificados pelos parâmetros que modelam as incertezas. A abordagem utilizada alia a solução do problema de mínimos quadrados com incertezas na forma de otimização *min-máx* e o método das funções penalidade. Demonstra-se estabilidade e convergência para toda incerteza admissível quando os sistemas em questão são considerados invariantes no tempo.

O artigo [28] apresenta uma técnica de resolução de problemas de otimização com ponderação para estimativa e controle de modelos com incertezas limitadas (*Bounded Data Uncertainties* - BDU). Tanto incertezas estruturadas e não-estruturadas são permitidas. A solução ótima é tal que satisfaz uma condição de ortogonalidade semelhante ao critério de mínimos quadrados, exceto por uma modificação nas matrizes de pesos. Uma aplicação em particular no contexto da regulação de estados é apresentada. A solução mostrada é similar à dos reguladores lineares quadráticos (LQR).

Os autores do artigo [31] propõem um regulador robusto recursivo para sistemas lineares discretos no tempo sujeitos a incertezas paramétricas. Uma função de custo quadrático baseada na combinação de função penalidade e mínimos quadrados robustos recursivos é formulada. Comprovam-se a convergência e a estabilidade da solução, bem como são feitas comparações com com outras abordagem de controle, como o LQR tradicional e H_∞.

Em [12], o autor apresenta os processos de modelagem e controle da dinâmica longitudinal do veículo autônomo CADU (Carro Autônomo Desenvolvido na UFMG). Seus principais elementos são o conjunto motor-transmissão e a carroceria. Os parâmetros de modelagem para a entrada do acelerador foram obtidos por métodos de identificação estocástica. O controlador

desenvolvido é de característica PI. A atuação do freio é realizada com lógica de chaveamento, simulando o comportamento de um motorista humano. É proposta uma forma de compensar as mudanças abruptas da dinâmica longitudinal causadas pelas trocas de marcha do câmbio automático. São identificadas dificuldades de modelagem, principalmente a partir da terceira marcha. O controlador apresenta bom desempenho na faixa de 15 km/h a 40 km/h.

Em [27], discute-se o controle lateral de posição e orientação de veículos em marcha ré . Apesar de haver diversas aplicações em que o veículo deve ser manejado dessa maneira (por exemplo, veículos de carga em pátios muito cheios ou trajetos com curvas excessivamente fechadas que requeiram a marcha a ré para devio de obstáculos), o número de artigos que tratam a seus respeito é limitado, sendo este um dos destaques. A baixa velocidade característica da operação em marcha ré permite algumas simplificações de modelagem, mas traz outras dificuldades para aproximações em ângulos pequenos, dependendo da curvatura desejada. Duas estratégias de controle são apresentadas: a primeira, baseada em realimentação de estados do modelo linearizado; a segunda, com realimentação entrada-saída. Os modelos são implementados em um caminhão *Navistar*. O erro experimental atingido no pior caso é de 40 cm.

Os autores de [26] propõem um controle lateral autônomo para veículo baseado na realimentação da taxa de *yaw* . É usado um controlador PI para que o veículo faça um seguimento de faixa. A realimentação da taxa de *yaw* se mostra eficiente para lidar com os atrasos introduzidos pelo atuador do sistema de esterçamento .

Discute-se no artigo [21] o problema de modelagem longitudinal de um veículo de tração dianteira. Considera-se um modelo dinâmico que leva em conta, inclusive, efeitos aerodinâmicos e variações na inclinação da pista. É usado o modelo de Kiencke para descrever o escorregamento longitudinal dos pneus, resultante de sua deformação. Encontra-se um modelo altamente não-linear que, simplificado, fornece as bases para o desenvolvimento do controlador. É desenvolvido um controlador não-linear por meio das técnicas de Lyapunov. Mostra-se formalmente que o controlador atinge os objetivos de regulação perfeita da velocidade.

Em [19], o autor realça o fato de que, embora muitos acidentes de trânsito sejam causados por imperícia humana, existem vários pilotos profissionais capazes de pilotar veículos nos limites de sua estabilidade sem perder o controle. Deste modo, o autor propõe um controlador para veículo autônomo baseado no comportamento dos pilotos de corrida. Divide-se o problema

em duas partes: primeiro, determinar qual o caminho desejado; segundo, seguir este caminho usando as capacidades do veículo ao limite. O controlador tem como objetivo aproveitar ao máximo a aderência disponível nos pneus. Separa-se o controlador em 2 módulos: controle de esterçamento e controle longitudinal. Com a informação do diagrama de aderência e com um caminho desejado definido, o controlador executa técnicas de pilotagem similares às de um piloto profissional. O controlador desenvolvido garante a estabilidade do sistema, o que é comprovado via equações de Lyapunov. O controlador é testado em um veículo real, tanto em pistas ovais como em pistas mistas.

Apresenta-se em [5] o desenvolvimento de modelos dinâmicos de veículos para a predição e a prevenção de capotamentos (*rollover*) . O trabalho compara diversos métodos de modelagem existentes na literatura e mostra as vantagens e desvantagens de cada um deles na aplicação. Também é desenvolvido um algoritmo de predição baseado nos modelos que determina a propensão de um veículo a perder o contato entre as rodas de um dos seus lados e a pista (requisito necessário para o capotamento) como uma função de sua velocidade e da entrada transitória de esterçamento. Para veículos considerados propensos a capotamento, implementa-se um controlador para evitá-lo por meio da modificação do comando de esterçamento do volante. Os controladores atingem bons resultados, mesmo sendo baseados em modelos relativamente simples. Nota-se que a dinâmica de *roll* do veículo, caso tenha característica bem amortecida, pouco interfere nos movimentos do veículo na região planar xy. O método de predição de perda de contato entre pneus e pista fornece as frequências mais importantes que devem ser analisadas para evitar o capotamento. Estratégias em malha fechada mostram-se mais robustas para evitar o capotamento do que as de malha aberta.

Desenvolve-se em [29] um controlador para mitigação do *rollover* de veículos. Tal controlador é obtido por meio da modelagem de pneus e chassi . A mitigação da característica de capotamento faz uso de problemas de otimização convexa. A estimativa da característica de fricção é crítica para o projeto, mas o estimador utilizado se mostra capaz de atingir precisão com uma grande abrangência de valores possíveis.

No artigo [22], os autores propõem uma sistematização da teoria do filtro Kalman *Unscented* (UKF). Tal sistematização faz-se necessária porque, apesar do bom histórico de desempenho do UKF em comparação ao filtro Kalman extendido, alguns problemas tem sido relatados, como

instabilidade, imprecisão das estimativas, dificuldades de validação para sistemas não-escalares. São estudadas diversas variações do filtro, apresentadas correções a insconsistências teóricas por meio de revisões dos conceitos de representação Sigma e da transformada *Unscented*. São feitas correções com respeito à ordem das matrizes de variância e covariância, além resultados mal condicionados entre outros. Com essas correções, torna-se possível propor novas variações de UKF com melhor desempenho computacional.

No artigo [30], os autores modelam e simulam um controlador para dinâmica lateral de um veículo baseado em um modelo *fuzzy* Takagi-Sugeno. Inicialmente é desenvolvido um modelo em espaço de estados, que serve como base para a formulação do sistema *fuzzy* e de suas regras. O sistema é estabilizado por um compensador com realimentação de estado, modelado com auxílio de desigualdades matriciais lineares (LMI). Os resultados demonstram que o erro lateral na trajetória converge para zero.

Os autores do artigo [20] propõem um sistema para evitar colisões em manobras de mudança de faixa que gira o volante automaticamente na presença de incertezas associadas a veículos ao seu redor e demais obstáculos no ambiente. São utilizados um sistema de planejamento de trajetória, um modelo veicular e um algoritmo de controle que prevê as posições futuras do veículo e estima a probabilidade de conflito, minimizando o risco de colisão. Ainda, são empregadas técnicas de comunicação dedicada em curta distância para facilitar o recebimento de informações de veículos próximos e detectar chances de conflito o mais cedo possivel. Apresenta simulações e implementações que comprovam a factibilidade da proposta.

Apresenta-se no artigo [36] um projeto de sistema de controle para navegação autônoma de veículos. Tal sistema é composto de um modelo dinâmico veicular e um sistema de atualização de planejamento de trajetória baseado em função de programação quadrática, levando em conta tanto a minimização do erro de trajeto quanto a busca da estabilidade. O controlador formulado faz a previsão dinâmica do sistema, minimizando uma determinada função de custo.

São estudadas no artigo [16] aplicações de métodos de controle adaptativo para o controle lateral autônomo de veículos. Abrange métodos de controle PID clássicos, passando por PID com ajustes *on-line* de parâmetros, aplicações de redes neurais além de leis de controle baseadas em modelo matemático do veículo e outras abordagens. São desenvolvidos métodos que melhoram o desempenho na atualização *on-line* dos parâmetros do controlador PID, mostrando-se

efetivos para a aplicação desejada.

O artigo [1] aborda uma estratégia de controle longitudinal e lateral de veículos acoplada para um veículo autônomo. O esquema de controle consiste em um módulo de orientação lateral baseado em um controlador preditor não-linear com modelo veicular associado e um gerador de velocidade de cruzeiro que preserva a estabilidade lateral durante as manobras. O esquema de controle apresentado tem bom desempenho em simulações, mas ainda não está adaptado para uma aplicação em tempo real devido ao alto custo computacional.

Note que a solução proposta pela presente dissertação ao problema do controle autônomo representa uma abordagem diferenciada, já que não há quaisquer tentativas documentadas sobre o uso de estratégias de controle baseadas em sistemas lineares sujeitos a saltos Markovianos em veículos autônomos. Em especial, os problemas de modelagem e controle relatados em [12] fornecem bases para justificar esta nova abordagem proposta, as quais serão mais explicitadas nos capítulos a seguir.

CAPÍTULO 3

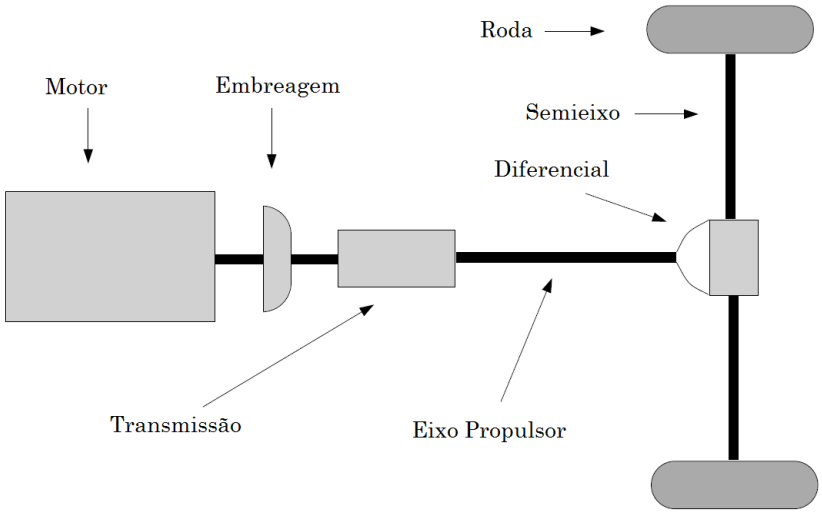
MODELAGEM MATEMÁTICA DO VEÍCULO

O processo de modelagem do veículo é dividido em cinco partes: na primeira, busca-se modelar o *drivetrain*, fundamental na dinâmica de aceleração; na segunda, mostra-se um modelo de geração de torque que complementa a dinâmica do motor apresentada na seção anterior; na terceira, a atenção é voltada para os freios; na quarta, modelam-se os componentes responsáveis pela interação do veículo com o solo - ou seja, os pneus; na quinta e última, é apresentada a dinâmica do chassi propriamente dito.

3.1 Dinâmica do *Drivetrain*

O *drivetrain* (traduzido como sistema de tração, sistema de transmissão ou cadeia cinemática) de um veículo consiste no conjunto de motor, embreagem, transmissão, eixo de transmissão (ou eixo de propulsão), diferencial, semieixos e rodas. É representado de maneira esquemática na Figura (3.1). Em [18] é feita uma dedução passo-a-passo do modelo matemático em espaço de estados do *drivetrain*. Aqui, tal dedução é mostrada complementada com alguns

Figura 3.1: *Drivetrain* ou cadeia cinemática genérica



Fonte: adaptado de [18]

aspectos apresentados em [37].

3.1.1 Motor

O torque de saída do motor é caracterizado pelo torque propulsor resultante da combustão, a fricção interna do motor e a carga externa vinda da embreagem. Sendo J_e o momento de inércia do motor, α_{CS} o ângulo do eixo de manivelas e $\dot{\alpha}_{CS} = 2\pi n$ a velocidade do motor, a aplicação da segunda lei de Newton para torque do motor T_e e torque na embreagem T_c, com perdas por atrito no motor dadas por $T_{fric,e}$, fornece a seguinte equação:

$$J_e \ddot{\alpha}_{CS} = T_e - T_{fric,e} - T_c.$$

3.1.2 Embreagem

A embreagem, em veículos de transmissão automática ou semi-automática, é um disco que conecta o volante do motor à entrada da transmissão. Quando a embreagem está engatada e a fricção é desprezivel, $T_c = T_t$, sendo T_t o torque na transmissão e T_c o torque na embreagem. O torque transmitido é uma função da diferença angular entre o ângulo da embreagem α_c e o

ângulo do eixo de manivelas α_{CS} e das diferenças de suas respectivas velocidades, isto é:

$$T_c = T_t = f_c(\alpha_{CS} - \alpha_c, \dot{\alpha}_{CS} - \dot{\alpha}_c).$$

Para efeitos de modelagem, supõe-se que a embreagem é rígida, ou seja, não sofre deformações durante a sua operação. Portanto, o torque na transmissão T_t, o torque na embreagem T_c, o ângulo da embreagem α_c e o ângulo do eixo de manivelas α_{CS} se relacionam de tal forma que:

$$T_c = T_t, \quad \alpha_{CS} = \alpha_c.$$

3.1.3 Transmissão

A transmissão é formada por um conjunto de marchas, cada uma com uma taxa de conversão i_t. O torque T_p enviado pela transmissão ao eixo de propulsão é dado por:

$$T_p = f_t(T_t, T_{fric,t}, \alpha_c - \alpha_t i_t, \dot{\alpha}_c - \dot{\alpha}_t i_t, i_t),$$

em que o torque de fricção interna é dado por $T_{fric,t}$ e o ângulo da transmissão é α_t. A razão pela qual é considerada a diferença angular $\alpha_c - \alpha_t i_t$ é a possibilidade de torção nos componentes da transmissão.

Sua função de torque pode ser descrita com o uso da inércia rotacional da transmissão J_t. O torque de fricção é modelado como um amortecimento viscoso de coeficiente d_t. Desprezando-se os efeitos da torção na transmissão, tem-se:

$$\begin{aligned} \alpha_c &= \alpha_t i_t, \\ J_t \ddot{\alpha}_t &= T_t i_t - d_t \dot{\alpha}_t - T_p. \end{aligned}$$

Uma simplificação que pode ser feita é desprezar a inércia da transmissão e as perdas por atrito viscoso. Assim, tem-se:

$$\alpha_c = \alpha_t i_t, \quad T_t i_t = T_p.$$

3.1.4 Eixo Propulsor

O eixo propulsor conecta o eixo de saída da transmissão ao diferencial. Se a fricção é desprezível – isto é, o torque do eixo propulsor T_p é igual ao torque no diferencial T_f – a relação de torque entre eixo propulsor e diferencial é:

$$T_p = T_f = f_p(\alpha_t - \alpha_p, \dot{\alpha}_t - \dot{\alpha}_p).$$

em que α_p é o ângulo no eixo propulsor.

Se o eixo for considerado rígido, não há torção. Portanto:

$$T_p = T_f, \qquad \alpha_t = \alpha_p.$$

3.1.5 Diferencial

O diferencial é caracterizado por uma taxa de conversão i_f, de maneira similar à transmissão. O torque aplicado pelo diferencial nos semieixos T_d obedece à seguinte relação:

$$T_d = f_f(T_f, T_{fric,f}, \alpha_p - \alpha_f i_f, \dot{\alpha}_p - \dot{\alpha}_f i_f, i_f),$$

em que o torque de fricção interna no diferencial é dado por $T_{fric,f}$ e α_f é o ângulo do diferencial.

Também, da mesma forma que a transmissão, o diferencial é modelado por uma inércia rotacional J_f e o torque de fricção é considerado com um amortecimento viscoso d_f. Assim, seu modelo é dado por:

$$\alpha_p = \alpha_f i_f,$$
$$J_f \ddot{\alpha}_f = T_f i_f - d_f \dot{\alpha}_f - T_d.$$

No caso de um modelo básico, a inércia e o amortecimento do diferencial podem ser desprezados supondo $J_f = 0$ e $d_f = 0$. Então:

$$T_f i_f = T_d, \quad \alpha_p = \alpha_f i_f.$$

3.1.6 Semieixos

Os semieixos conectam as rodas ao diferencial. São modelados com flexibilidade de torção amortecida de dureza k e amortecimento interno d. Quando o veículo está virando e as rodas têm velocidades rotacionais diferentes, os semieixos são modelados separadamente. Caso essa diferença seja considerada desprezível, pode-se modelá-los como um único semieixo. Para uma fricção desprezível, tem-se o torque caracterizado por:

$$T_w = T_d = f_d(\alpha_f - \alpha_w, \dot{\alpha}_f - \dot{\alpha}_w).$$

em que α_w é o ângulo das rodas e T_w é o torque aplicado nas rodas. A torção nos semieixos pode ser aproximada por um coeficiente de rigidez k e um coeficiente de amortecimento d. Então:

$$T_w = T_d = k(\alpha_f - \alpha_w) + d(\dot{\alpha}_f - \dot{\alpha}_w).$$

Desprezando-se a torção, tem-se:

$$T_w = T_d, \quad \alpha_f = \alpha_w.$$

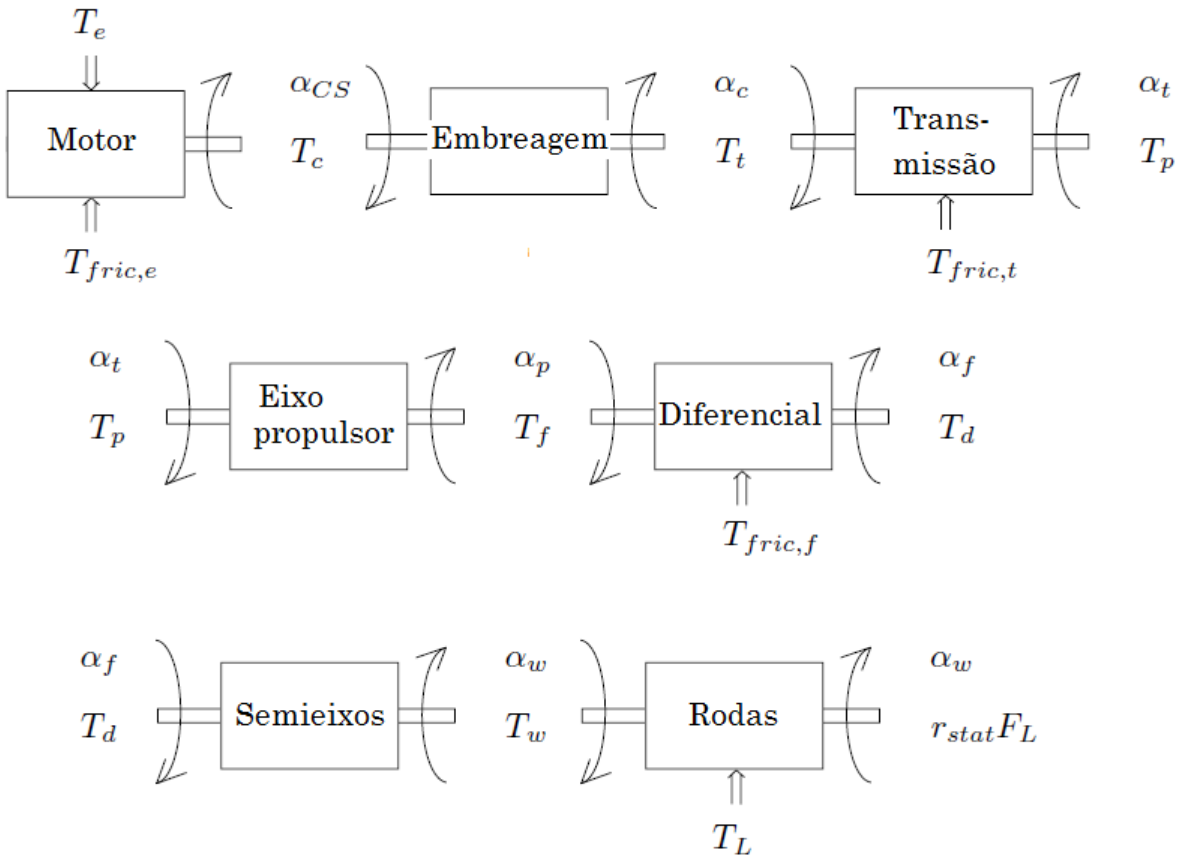
3.1.7 Rodas

A equação do torque nas rodas é dada na Equação (7.11) de [18] por:

$$\begin{aligned}(J_w + m_{CoG} r_{stat}^2 \dot{\alpha}_w) = T_w - T_L - \frac{1}{2} c_{air} A_L \rho_a r_{stat}^3 \alpha_w^2 - r_{stat} m_{CoG}(c_{r1} + c_{r2} r_{stat} \dot{\alpha}_w) \\ - r_{stat} m_{CoG} g sin(\chi_{road}),\end{aligned} \tag{3.1}$$

em que r_{stat} é o raio da roda corrigido para a compressão do pneu no ponto de contato e χ_{road} é a inclinação da pista em radianos. Os valores de c_{r1} e c_{r2} são constantes de resistência de rolagem

Figura 3.2: Esquemático das relações entre os componentes da cadeia cinemática [18]



Fonte: adaptado de [18]

do pneu. Os significados das demais variáveis podem ser consultados na lista de símbolos.

3.1.8 Modelo em Espaço de Estado

A Figura (3.2) recapitula as relações entre os componentes do *drivetrain* de maneira esquemática. Fazendo as substituições apropriadas nas equações, é possível chegar ao seguinte modelo de espaço de estados, que considera a flexibilidade nos semieixos, desprezando a diferença de velocidade entre os pneus:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Hl, \tag{3.2}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{CS}/i_t i_f - \alpha_w \\ \dot{\alpha}_{CS} \\ \dot{\alpha}_w \end{bmatrix},$$

$$l = r_{stat} m_{CoG}(c_{r1} + gsin(\chi_{road})),$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1/i & -1 \\ -k/iJ_1 & -(d_1 + d/i^2)J_1 & d/iJ_1 \\ k/J_2 & d/iJ_2 & -(d+d_2)/J_2 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/J_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \; H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1/J_2 \end{bmatrix},$$

$$i = i_t i_f,$$

$$J_1 = J_e + J_t/i_t^2 + J_f/i_t^2 i_f^2, \quad J_2 = J_w + m_{CoG} r_{stat}^2,$$

$$d_1 = d_t/i_t^2 + d_f/i_t^2 i_f^2, \quad d_2 = d_w + m_{CoG} c_{r2} r_{stat}^2.$$

As definições das variáveis constam na lista de símbolos. Para um modelo simplificado, que considere os semieixos rígidos, tem-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned}(J_w + m_{CoG} r_{stat}^2 + i_t^2 i_f^2 J_e)\ddot{\alpha}_w = i_t i_f (T_e - T_{fric,e}) - m_{CoG} c_{r2} r_{stat}^2 \dot{\alpha}_w - \frac{1}{2} c_{air} A_L \rho_a r_{stat}^3 \dot{\alpha}_w^2 \\ - r_{stat} m_{CoG}(c_{r1} + gsin(\chi_{road})).\end{aligned} \tag{3.3}$$

Para marchas baixas e baixa velocidade, o termo de resistência do ar pode ser desprezado e o modelo torna-se linear para o estado α_w, mas continua não-linear nos parâmetros.

3.2 Modelo de Geração de Torque

De acordo com [37], existem duas estratégias diferentes para modelagem do funcionamento do pedal de acelerador: modelo RQ (controlador de torque) e modelo RQV (controlador de

velocidade). Este trabalho opta, assim como [37], por uma modelagem baseada em RQV. A princípio, faz-se uso da curva de torque máximo do motor em função da sua rotação, ou seja:

$$T_{e,max} = f_e(\dot{\alpha}_{CS}).$$

Assim, modela-se o sinal do acelerador como uma velocidade de referência para o motor:

$$\dot{\alpha}_{CS,ref} = (\dot{\alpha}_{CS,max} - \dot{\alpha}_{CS,min})\theta_{accel} + \dot{\alpha}_{CS,min},$$

sendo que $0 \leq \theta_{accel} \leq 1$ é o curso do pedal de aceleração e $\alpha_{CS,min}$ e $\alpha_{CS,max}$ são as velocidades mínima e máxima de rotação para o motor especificado. Em seguida, calcula-se a diferença $\Delta\dot{\alpha}_{CS}$ entre velocidade de referência e velocidade atual:

$$\Delta\dot{\alpha}_{CS} = \dot{\alpha}_{CS,ref} - \dot{\alpha}_{CS}.$$

A operação do motor buscará minimizar $\Delta\dot{\alpha}_{CS}$, levando a um valor máximo permitido $\Delta\dot{\alpha}_{CS,allowed}$, que é uma função da quantidade de combustível injetada no motor a cada instante:

$$\Delta\dot{\alpha}_{CS,allowed} = f(\gamma_{fuel}).$$

Assim, será aplicada uma fração ϵ do torque máximo disponível para cada velocidade de rotação, de modo que:

$$\epsilon = \begin{cases} 0, & \text{se } \dot{\alpha}_{CS,ref} < \dot{\alpha}_{CS}, \\ 1, & \text{se } \Delta\dot{\alpha}_{CS} > \Delta\dot{\alpha}_{CS,allowed}, \\ \frac{\Delta\dot{\alpha}_{CS}}{\Delta\dot{\alpha}_{CS,allowed}}, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Por fim, o torque T_e disponível será:

$$T_e = \epsilon T_{e,max}.$$

3.3 Freios

De acordo com [18], o torque de frenagem T_{Br} na base dos pneus é uma função da pressão de freio aplicada:

$$T_{Br} = F_{Br} r_{stat} = r_{Br} \mu_{Br} A_{Br} p_{Br} = r_{stat} k_{br} p_{Br}. \tag{3.4}$$

3.4 Dinâmica dos Pneus

3.4.1 Modelo de Pacejka

O modelo de Pacejka ou *"Magic Formula"* (Fórmula Mágica), elaborado pelo professor Hans B. Pacejka, da Holland Delft Industrial University, é um modelo semi-empírico que tem se mostrado apto a descrever adequadamente o comportamento dos pneus baseado em dados experimentais. Faz uso da combinação de diversas funções trigonométricas para caracterizar as forças laterais, longitudinais e o momento ao redor da vertical que agem nos pneus [13].

Para situações de esterçamento puro (em que o pneu não sofre efeitos do acelerador ou dos freios) e movimento longidutinal puro (em que o pneu não sofre efeitos de esterçamento), o modelo obedece às equações a seguir [13].

A força longitudinal exercida sobre os pneus é dada por:

$$F_x = D_x sin(C_x arctan(B_x(1 - E_x)(\sigma + S_{hx}) + E_x arctan(B_x(\sigma + S_{hx})))) + S_{vx},$$

em que σ é a taxa de escorregamento dos pneus, dada por:

$$\sigma = \frac{\omega}{v/r_{stat}} - 1,$$

sendo v a velocidade linear do centro do pneu, ω a sua velocidade angular e r_{stat} o raio efetivo de rolagem do pneu.

Similarmente, a força lateral exercida sobre os pneus é dada por:

$$F_y = D_y sin(C_y arctan(B_y(1 - E_y)(\alpha + S_{hy}) + E_y arctan(B_y(\alpha + S_{hy})))) + S_{vy},$$

em que os parâmetros A, B, C, D, E e S são característicos do projeto e da constituição do pneu. Também, α é o ângulo de derrapagem dos pneus (ver modelo de Kiencke e Nielsen e Figura (3.3)).

3.4.2 Modelo de Kiencke e Nielsen

As equações da dinâmica dos pneus objetivam encontrar as forças de atrito que serão utilizadas no modelo do chassi, principalmente a força de atrito longitudinal entre pneus e solo. O roteiro de cálculo aqui descrito é derivado de [18]:

- Ângulo de derrapagem dos pneus (*tire sideslip angle*):

  Seja F o subscrito que denota os pneus dianteiros e R o que denota os pneus traseiros. O ângulo de derrapagens dos pneus α, representado na Figura (3.3), é dado por:

  $$\alpha_F = -\beta + \delta_W - (l_F\dot{\psi})/v_{CoG},$$

  $$\alpha_R = -\beta + (l_R\dot{\psi})/v_{CoG}.$$

  em que β é o ângulo de escorregamento da carroceria e δ_w e o ângulo de esterçamento medido nas rodas.

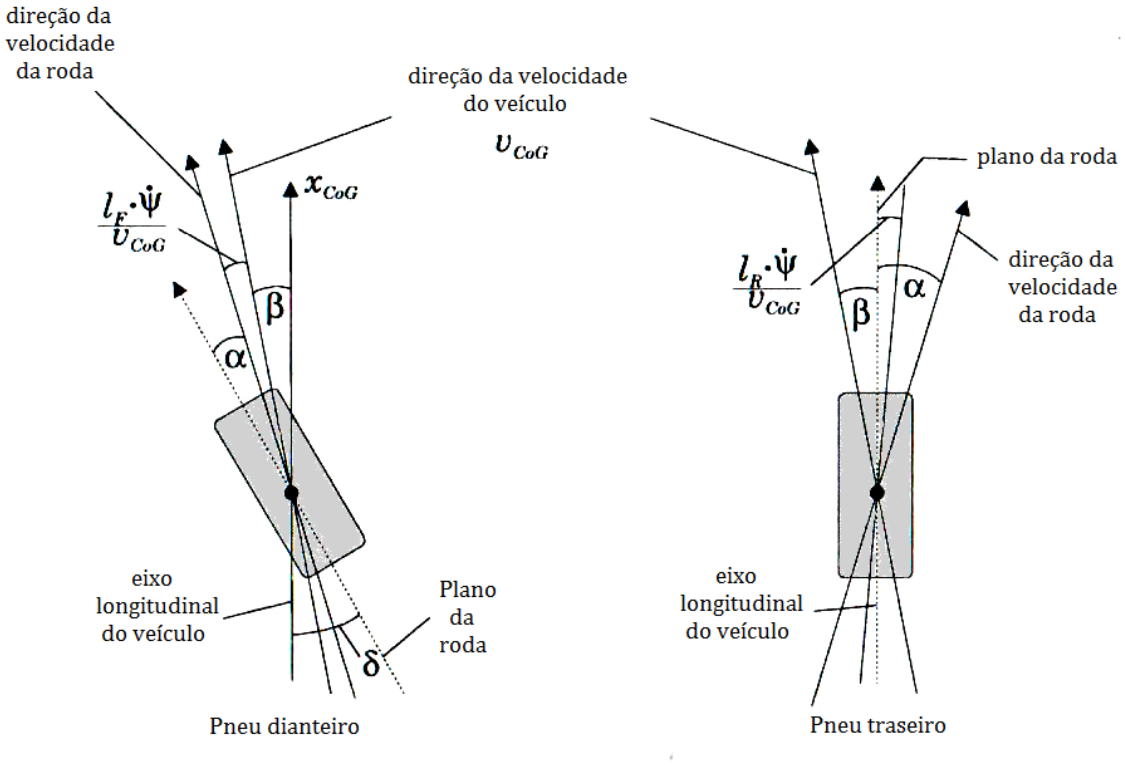
- Velocidade dos pneus no ponto de contato com o solo *(wheel- ground contact point velocities)*:

  Sendo L o segundo subscrito que denota o pneu da esquerda e R o segundo subscrito que denota o pneu da direita, tem-se as velocidades dos pneus (ver Figura (3.4)) como:

  $$v_{WFL} = v_{CoG} - \dot{\psi}(b_F/2 - l_F\beta),$$

  $$v_{WFR} = v_{CoG} + \dot{\psi}(b_F/2 + l_F\beta),$$

Figura 3.3: Representação geométrica do ângulo de derrapagem α



Fonte: adaptado de [18]

$$v_{WRL} = v_{CoG} - \dot{\psi}(b_R/2 + l_R\beta),$$

$$v_{WRR} = v_{CoG} + \dot{\psi}(b_R/2 - l_R\beta).$$

em que ψ é o ângulo feito pela carroceria ao redor do eixo z (*yaw*), b_F e b_R são as distâncias entre os pneus dos eixos dianteiro e traseiro e l_F e l_R são as distâncias do centro de gravidade ao eixo dianteiro e traseiro.

- Cálculo do escorregamento das rodas

  O cálculo do escorregamento deve ser feito de duas maneiras diferentes: uma quando o veículo está acelerando, e outra quando está freando. Seja $v_r = \omega r_{stat}$, em que ω é a velocidade de rotação do pneus (encontrada como saída da equação do *drivetrain*). Calcula-se o escorregamento das rodas segundo a seguinte tabela:

Tabela 3.1: Cálculo do escorregamento das rodas

	Freando ($v_r cos(\alpha) \leq v_w$)	Acelerando($v_r cos(\alpha) > v_w$)
Escorregamento longitudinal	$s_L = v_r cos(\alpha) - v_w/v_w$	$s_L = v_r cos(\alpha) - v_w/v_r cos(\alpha)$
Escorregamento transversal	$s_S = v_r sin(\alpha)/v_w$	$s_S = tan(\alpha)$

O escorregamento resultante s_{Res} é, então:

$$s_{Res} = \sqrt{s_S^2 + s_L^2}.$$

- Estimativa do coeficiente de atrito

  O coeficiente de atrito resultante pode ser calculado pela fórmula de Burckhardt:

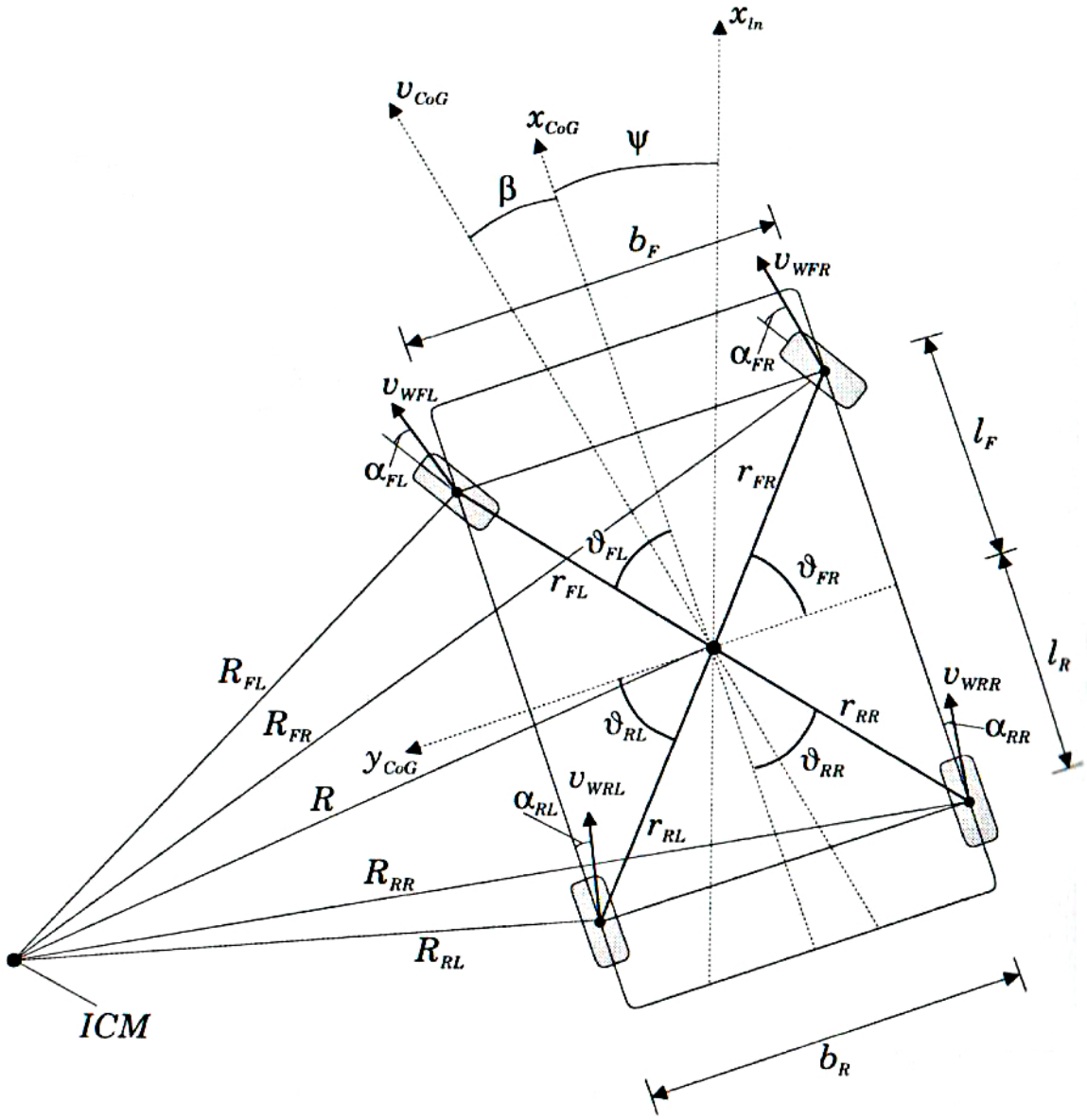
$$\mu_{Res} = c_1(1 - e^{-c_2 s_{Res}}) - c_3 s_{Res}.$$

Os componentes longitudinais e transversais podem ser separados da seguinte maneira:

$$\mu_L = (\mu_{Res} s_L)/s_{Res},$$

$$\mu_S = (k_s \mu_{Res} s_S)/s_{Res},$$

Figura 3.4: Esquemático para cálculo das velocidades dos pneus



Fonte: adaptado de [18]

em que k_s é um fator de atenuação devido à geometria do pneu.

- Cálculo das forças de atrito

  A força de atrito longitudinal F_L é dada pela seguinte fórmula:

$$F_L = \frac{(\mu_{Res} s_L)}{s_{Res}} F_Z cos\alpha + \frac{(\mu_{Res} k_S s_S)}{s_{Res}} F_Z sin\alpha.$$

3.5 Dinâmica do Chassi

O modelo da dinâmica do chassi está conforme apresentado em [18]. Este modelo pode ser derivado a partir da aplicação do princípio fundamental da dinâmica aos componentes nos eixos x e y do veículo aliada a uma transformação de coordenadas. Assim, temos:

$$m_{CoG} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{In} \\ \ddot{y}_{In} \end{bmatrix} = T_{UIn} \begin{bmatrix} F_{XFL} + F_{XFR} + F_{XRL} + F_{XRR} + F_{windX} + F_{GX} + F_R \\ F_{YFL} + F_{YFR} + F_{YRL} + F_{YRR} + F_{windY} + F_{GY} \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

em que F_{ijk} são as forças agindo nos pneus, com o primeiro sub-índice referindo-se ao eixo de orientação (X ou Y); o segundo, à posição longitudinal do pneu na carroceria (frente - F; traseira - R) e o terceiro, à posição transversal do pneu (esquerda - L; direita - R). O sub-índice In indica que os valores de aceleração nos eixos x e y estão sendo tomados em relação a um referencial inercial. A matriz T_{UIn} é a matriz de rotação que relaciona a mudança de coordenadas entre o referencial inercial e as coordenadas da carroceria.

Note que com o desprezo dos componentes de movimento em z, o sistema de coordenadas da carroceria torna-se idêntico ao sistema com origem no centro de gravidade. Por geometria, pode-se inferir que:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{In} \\ \dot{y}_{In} \end{bmatrix} = v_{CoG} \begin{bmatrix} cos(\beta + \psi) \\ sen(\beta + \psi) \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Entenda-se da equação acima que ψ é o ângulo de "*yaw*"do veículo e β é o ângulo de escorregamento da carroceria, definido como:

$$\beta = tan^{-1}(\frac{v_{CoG,y}}{v_{CoG,x}}) - \psi.$$

Diferenciando-se ambos os membros da Equação (3.6) com relação ao tempo, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{In} \\ \ddot{y}_{In} \end{bmatrix} = v_{CoG}(\dot{\beta} + \dot{\psi}) \begin{bmatrix} -sen(\beta + \psi) \\ cos(\beta + \psi) \end{bmatrix} + \dot{v}_{CoG} \begin{bmatrix} cos(\beta + \psi) \\ sen(\beta + \psi) \end{bmatrix}. \tag{3.7}$$

Sabe-se que a transformação do sistema de coordenadas da carroceria para o sistema no centro de gravidade é dada por uma matriz de rotação ψ ao redor do eixo z. Portanto:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{CoG} \\ \ddot{y}_{CoG} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos(\psi) & sen(\psi) \\ -sin(\psi) & cos(\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{In} \\ \ddot{y}_{In} \end{bmatrix} = v_{CoG}(\dot{\beta}+\dot{\psi}) \begin{bmatrix} -sin(\beta) \\ cos(\beta) \end{bmatrix} + \dot{v}_{CoG} \begin{bmatrix} cos(\beta) \\ sen(\beta) \end{bmatrix}. \tag{3.8}$$

Supondo que as forças gravitacionais F_{GX}, F_{GY}, força de resistência de rolamento F_R e a velocidade do vento são desprezíveis, pode-se encontrar a seguinte igualdade trabalhando na Equação (3.5):

$$v_{CoG}(\dot{\beta}+\dot{\psi}) \begin{bmatrix} -sin(\beta) \\ cos(\beta) \end{bmatrix} + \dot{v}_{CoG} \begin{bmatrix} cos(\beta) \\ sen(\beta) \end{bmatrix} = m_{CoG}^{-1} \begin{bmatrix} F_{XFL} + F_{XFR} + F_{XRL} + F_{XRR} + F_{windX} \\ F_{YFL} + F_{YFR} + F_{YRL} + F_{YRR} \end{bmatrix}. \tag{3.9}$$

Resolvendo a 1ª linha da Equação (3.9) para $\dot{v}_{CoG}$ e a segunda para $\dot{\beta}$, tem-se:

$$v_{CoG} = m_{CoG}^{-1} cos\beta^{-1} \left[F_{XFL} + F_{XFR} + F_{XRL} + F_{XRR} + F_{windX} \right] + \dot{v}_{CoG}(\dot{\beta} + \dot{\psi}) tan(\beta), \tag{3.10}$$

$$\dot{\beta} = m_{CoG}^{-1} v_{CoG}^{-1} cos(\beta)^{-1} \left[F_{YFL} + F_{YFR} + F_{YRL} + F_{YRR} - m_{CoG} \dot{v}_{CoG} sin(\beta) \right] - \dot{\psi}. \tag{3.11}$$

Eliminando a interdependência mútua entre ambas as equações por meio de substituições cruzadas, segue que:

$$\begin{aligned} v_{CoG} = (cos(\beta)/m_{CoG}) \left[F_{XFL} + F_{XFR} + F_{XRL} + F_{XRR} + F_{windX}\right] \\ +(1/m_{CoG}) \left[F_{YFL} + F_{YFR} + F_{YRL} + F_{YRR}\right] sin(\beta), \end{aligned} \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta} = (cos(\beta)/m_{CoG}v_{CoG}) \left[F_{YFL} + F_{YFR} + F_{YRL} + F_{YRR}\right] \\ -\frac{sin(\beta)}{m_{CoG}v_{CoG}} \left[F_{XFL} + F_{XFR} + F_{XRL} + F_{XRR} + F_{windX}\right] - \dot{\psi}. \end{aligned} \tag{3.13}$$

Por outro lado, a equação que descreve o balanceamento dos torques no eixo z é dada por:

$$\begin{aligned} J_Z\ddot{\psi} = (F_{YFR} + F_{YFL})(l_f - n_{LF}cos\delta_W) - (F_{YRR} + F_{YRL})(l_r + n_{LR}cos\delta_W) \\ +(F_{XRR} - F_{XRL})\frac{b_R}{2} + F_{XFR}(\frac{b_F}{2} + n_{LFR}sin\delta_W) - F_{XFL}(\frac{b_F}{2} - n_{LFL}sin\delta_W), \end{aligned} \tag{3.14}$$

em que J_Z é o momento de inércia do veículo ao redor do eixo z, l_f é a distância do centro de gravidade ao eixo dianteiro do veículo, b_F e b_R são as distâncias entre os pneus dos eixos dianteiro e traseiro, n_{Li} é o ângulo de cáster longitudinal médio (com $i = F$ para pneus dianteiros e $i = R$ para pneus traseiros) e δ_w é o ângulo do esterçamento medido nos pneus.

As relações entre forças atuantes sobre o veículo e as forças dos pneus são:

$$F_{XFL} = F_{LFL}cos\delta_{WL} - F_{SFL}sin\delta_{WL},$$

$$F_{YFL} = F_{SFL}cos\delta_{WL} + F_{LFL}sin\delta_{WL},$$

$$F_{XFR} = F_{LFR}cos\delta_{WR} - F_{SFR}sin\delta_{WR},$$

$$F_{YFR} = F_{SFR}cos\delta_{WR} + F_{LFR}sin\delta_{WR},$$

$$F_{XRL} = F_{LRL}, \quad F_{XRR} = F_{LRR},$$

$$F_{YRL} = F_{SRL}, \quad F_{YRR} = F_{SRR},$$

sendo que o primeiro subscrito indica o componente longitudinal (L) ou transversal (S) da força de aderência do pneu com o solo.

Aproximando as forças transversais dos pneus em uma relação de proporcionalidade com relação ao escorregamento lateral dos pneus α, tem-se:

$$F_{SFL} = c_{FL}\alpha_{FL} = c_{FL}(\delta_{WL} - \beta - \frac{l_F\dot{\psi}}{v_{CoG}}),$$

$$F_{SFR} = c_{FR}\alpha_{FR} = c_{FR}(\delta_{WR} - \beta - \frac{l_F\dot{\psi}}{v_{CoG}}),$$

$$F_{SRL} = c_{RL}\alpha_{RL} = c_{RL}(-\beta - \frac{l_R\dot{\psi}}{v_{CoG}}),$$

$$F_{SRR} = c_{RR}\alpha_{RR} = c_{RR}(-\beta - \frac{l_R\dot{\psi}}{v_{CoG}}).$$

Os valores c_{ij} são as constantes de escorregamento lateral dos pneus. Para seguir, supõe-se que o esterçamento do pneu direito e do pneu esquerdo são aproximadamente iguais ($\delta_{WL} = \delta_{WR} = \delta_W$).

Substituindo as relações acima nas equações (3.12), (3.13) e (3.14), tem-se a representação do sistema em forma de três equações f_i, formando um modelo de espaço de estados tal que:

$$\dot{x} = f(x, u),$$

$$x = \begin{bmatrix} v_{CoG} \\ \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} F_{LFL} \\ F_{LFR} \\ F_{LRL} \\ F_{LRR} \\ \delta_w \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} f_1 = \dot{v}_{CoG} = \frac{1}{m_{CoG}}\{&(F_{LFL} + F_{LFR})cos(\delta_w - \beta) + (F_{LRL} + F_{LRR} - c_{aer}A_L\frac{\rho}{2}v_{CoG}^2)cos\beta \\ &-(c_{FL} + c_{FR})(\delta_w - \beta - \frac{l_F\dot{\psi}}{v_{CoG}})sin(\delta_w - \beta) + (c_{RL} + c_{RR})(-\beta + \frac{l_R\dot{\psi}}{v_{CoG}})sin\beta\}, \end{aligned} \tag{3.15}$$

$$f_2 = \dot{\beta} = \frac{1}{m_{CoG} v_{CoG}} \{ (c_{FL} + c_{FR})(\delta_w - \beta - \frac{l_F \dot{\psi}}{v_{CoG}}) cos(\delta_w - \beta) + (F_{LFL} + F_{LFR}) sin(\delta_w - \beta)$$
$$-(F_{LRL} + F_{LRR} - c_{aer} A_L \frac{\rho}{2} v_{CoG}^2) sin\beta + (c_{RL} + c_{RR})(-\beta + \frac{l_R \dot{\psi}}{v_{CoG}}) cos\beta \} - \dot{\psi}, \tag{3.16}$$

$$\begin{aligned} f_3 = \ddot{\psi} = 1/J_z \{ & (l_F - n_{LF} cos\delta_w)(F_{LFL} + F_{LFR}) sin\delta_w \\ & + (l_F - n_{LF} cos\delta_w)(c_{FL} + c_{FR})(\delta_w - \beta - \frac{l_F \dot{\psi}}{v_{CoG}}) cos\delta_w \\ & + \frac{b_F}{2}(F_{LFR} - F_{LFL}) cos\delta_w - \frac{b_F}{2}(c_{FR} - c_{FL})(\delta_w - \beta - \frac{l_F \dot{\psi}}{v_{CoG}}) sin\delta_w \\ & - (l_R + n_{LR})(c_{RL} + c_{RR})(-\beta + \frac{l_R \dot{\psi}}{v_{CoG}}) + \frac{b_R}{2}(F_{LRR} - F_{LRL}) \}. \end{aligned} \tag{3.17}$$

Para o significado das variáveis, consultar a lista de símbolos.

CAPÍTULO 4

MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO DE MODELOS

Neste capítulo são apresentados os fundamentos teóricos do método de identificação de sistemas utilizado, bem como os procedimentos para a sua aplicação. É feita a descrição da planta. Indicam-se as adaptações necessárias para a identificação e apresentam-se os seus resultados.

4.1 Fundamentos Teóricos

O problema de identificação do modelo de uma planta em espaço de estados pode ser tratado utilizando-se umas das técnicas descritas em [15]. Uma técnica similar à que será descrita neste capítulo é empregada por [11] para a resolução do mesmo problema. Embora seja uma abordagem inicialmente relacionada a aplicações de controle adaptativo, ela pode ser empregada para a identificação de modelos da maneira descrita a seguir. Considere um modelo em espaço de estados genérico:

$$\dot{x} = A_p x + B_p u, \tag{4.1}$$

Tabela 4.1: Algoritmo de identificador SPM

Condições iniciais: Defina $\Gamma_1 = T\Gamma$, $\Gamma_1 = \Gamma_1^T > 0$, $\lambda_{max}(\Gamma_1) < 2\lambda_{min}(\Gamma_1)$, θ_0, $\alpha > 0$.
Loop: Para cada k-ésima amostra no instante kT, $k = 1, ..., N$:
$m_s^2(k) = 1 + \alpha\phi(k)\phi^T(k)$,
$m^2(k) = m_s^2(k) + \phi(k)\Gamma_1\phi^T(k)$,
$\epsilon(k) = \frac{z(k)-\theta(k-1)\phi(k)}{m^2(k)}$,
$\theta(k) = \theta(k-1) + \Gamma_1\epsilon(k)\phi(k)$.

em que $x \in R^n$ é o estado, $u \in R^m$ é o vetor de entrada e $A_p \in R^{n\times n}$, $B_p \in R^{n\times m}$ são matrizes constantes desconhecidas. Suponha que x, u estão disponíveis para medição. Pode-se estimar os elementos de A_p, B_p escrevendo (4.3) como um conjunto de n equações diferenciais escalares e então gerar n modelos paramétricos.

Um modelo paramétrico é uma forma genérica compacta:

$$z = \theta^{*T}\phi, \tag{4.2}$$

em que $\theta^* \in R^n$ é um vetor com todos os parâmetros desconhecidos, $z \in R, \phi \in R^n$ são sinais disponíveis para medição. Este é um modelo paramétrico estático (SPM), porque a correlação entre seus parâmetros não inclui um operador diferencial.

Seja T o tempo de amostragem do sistema com N amostras. Como descrito em [15], um algoritmo de identificação baseado em gradiente descendente é mostrado na Tabela 4.1.

4.2 Identificação Aplicada

Uma vez fundamentadas as bases teóricas desta dissertação, pode-se iniciar a descrição da parte prática. Esta envolveu a adaptação do método de identificação para o modelo desejado, captura e processamento de dados de entrada para a modelagem, simulações e análise dos parâmetros do controlador (tanto na versão longitudinal quanto na lateral), bem como implementações.

Figura 4.1: Caminhão preparado como veículo de testes

Mas antes de prosseguir a estas etapas, é conveniente e necessário fazer a descrição do veículo que será utilizado como base para a aplicação, ou seja, da planta propriamente dita.

4.2.1 Descrição da Planta

O veículo utilizado na aplicação é um caminhão semi-reboque da marca Scania, modelo G 360 LA 6x2 R885 (ver Figura (4.3)). Seu peso total é de 9 toneladas. É equipado com motor diesel 6 cilindros de potência máxima 360 hp a 1900 rpm e torque máximo de 1850 N.m entre 1100 e 1300 rpm.

Sua caixa de câmbio é de 3 posições, com 14 velocidades (sendo 2 superlentas) mais marcha ré. A posição de câmbio escolhida para este trabalho é a de câmbio automático, em que as trocas de marcha serão gerenciadas automaticamente pelo próprio sistema *Opticruise* interno ao caminhão, isto é, as trocas de marcha serão feitas de maneira alheia ao controlador a ser implementado.

O caminhão possui barramento CAN (*Controller Area Network*), que recebe informações dos vários sensores do veículo para comunicá-las aos sistemas de controle correspondentes.

Para esta aplicação, foram necessárias algumas modificações no veículo. Foi adicionado um computador de bordo *desktop*, que se comunica com o caminhão via CAN, em que são execu-

Figura 4.2: Computador embarcado no caminhão de testes

tados os códigos necessários para o controle autônomo, além de servir de interface para captura de dados necessários para o projeto (ver Figura (4.2)). Também foi acoplado ao caminhão um sistema de posicionamento GPS, que se comunica com o computador de bordo, fornecendo dados de latitude, longitude e altitude.

Além disso, fizeram-se necessárias modificações no volante e nos pedais de acelerador e de freio, que são os atuadores do veículo. Ao volante foi acoplado um motor DC com *encoder* que receberá o sinal elétrico correspondente ao comando de esterçamento e converterá este sinal em graus de rotação do volante. Foi acoplado ao freio um atuador com pistão para converter o sinal elétrico correspondente ao comando em deslocamento (ou curso) do pedal. O acelerador é acionado eletronicamente.

4.2.2 Adaptações da Modelagem Matemática do Veículo

Decidiu-se trabalhar, primeiramente, com o modelo longitudinal (3.2). As características da função de geração de torque apresentaram uma dificuldade de modelagem acima das ferramentas disponíveis por demandarem dados que não são fornecidos pelo barramento CAN do computador do caminhão. Assim sendo, em vez de se considerar a entrada u dos modelos (3.2) e (3.3) como sendo um valor de torque, considere-se diretamente o curso dos pedais de

Figura 4.3: Destaque das antenas de GPS posicionadas na parte superior do caminhão

aceleração e de freio, variando de 0 a 100%. Ou seja, levando-se em conta que:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Hl,$$

supõe-se que o torque de entrada u seja bem aproximado por:

$$u \approx k_{accel}\theta_{accel},$$

Assim, tem-se:

$$\dot{x} = Ax + Bk_{accel}\theta_{accel} + Hl,$$

$$\dot{x} = Ax + \bar{B}\bar{u} + Hl.$$

em que k_{accel} é o coeficiente angular da reta que melhor aproxima a relação entre o torque u e o curso do pedal de aceleração θ_{accel}. Também, note que:

$$\bar{B} = Bk_{accel},$$

$$\bar{u} = \theta_{accel}.$$

Para a modelagem do caminhão durante a frenagem, é adotado um procedimento análogo. Por (3.4), percebe-se que a ação do pedal do freio corresponde a uma entrada de torque no veículo. Por consequência, pode-se usar o Modelo (3.2), com a entrada u sendo o curso do atuador linear acoplado aos freios (0-100%) para descrever os modos em que o veículo está freando, uma vez que as matrizes A e B encontradas na modelagem pelo modelo SPM acabam incorporando os efeitos dos parâmetros de frenagem.

Ressalte-se aqui, também, que foram necessárias simplificações da dinâmica dos pneus. Embora as empresas fabricantes façam ensaios para determinar os valores das constantes da fórmula de Pacejka para cada um de seus pneus, esta informação não é fornecida facilmente, por ser na maioria das vezes considerada segredo industrial. Uma vez que a informação não é disponibilizada, seriam necessários equipamentos específicos para ensaio dos pneus e determinação das constantes. Uma vez que são equipamentos muito específicos que não estão à

disposição, o autor opta por considerar que o escorregamento dos pneus é desprezível.

$$v_{CoG} \approx \dot{\alpha}_w r_{stat}.$$

4.2.3 Adaptações do Método de Identificação

Seja retomado o modelo em espaço de estados genérico:

$$\dot{x} = A_p x + B_p u, \tag{4.3}$$

dado em 4.2. Suponha que x, u estão disponíveis para medição. Pode-se estimar os elementos de A_p, B_p escrevendo (4.3) como um conjunto de n equações diferenciais escalares e então gerar n modelos paramétricos da forma:

$$z = \theta^{*T} \phi, \tag{4.4}$$

de acordo com o que foi mostrado mostrado em 4.2. Quanto ao tempo de amostragem T, algumas das informações necessárias como entrada ao algoritmo 4.1 são fornecidas a 5 Hz, enquanto outras são fornecidas a 10 Hz. Por simplicidade, considera-se o tempo de amostragem $T = 0,1$ s e, para os dados que são fornecidos a 5 Hz, considera-se que não houve mudança na variável enquanto não chegou a nova informação.

Para o caso da identificação da dinâmica longitudinal do veículo em (3.2), suponhamos que Hl, correspondente à inclinação da pista, é pequeno. Então, pode ser eliminado do modelo longitudinal. Assim, mostra-se que o modelo em espaço de estados gera 3 modelos de identificação SPM:

$$\dot{x} = Ax + \bar{B}u$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{b}_1 \\ \bar{b}_2 \\ \bar{b}_3 \end{bmatrix} \bar{u}, \tag{4.5}$$

$$\dot{x}_1 = \begin{bmatrix} A_1 & \bar{b}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \bar{u} \end{bmatrix}, \tag{4.6}$$

$$\dot{x}_2 = \begin{bmatrix} A_2 & \bar{b}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \bar{u} \end{bmatrix}, \tag{4.7}$$

$$\dot{x}_3 = \begin{bmatrix} A_3 & \bar{b}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \bar{u} \end{bmatrix}. \tag{4.8}$$

Note que é possivel fazer uma comparação direta entre (4.6), (4.7), (4.8) e o modelo SPM definido em (4.2), então é possível identificar θ^{*T} e ϕ. Ressalte-se que, similarmente ao método utilizado em [12], este método não calcula bem os ganhos estáticos da planta, sendo estes reajustados manualmente pelo projetista.

Uma vez identificado o sistema em tempo contínuo, aplica-se um método de discretização [10] para encontrar o sistema discretizado.

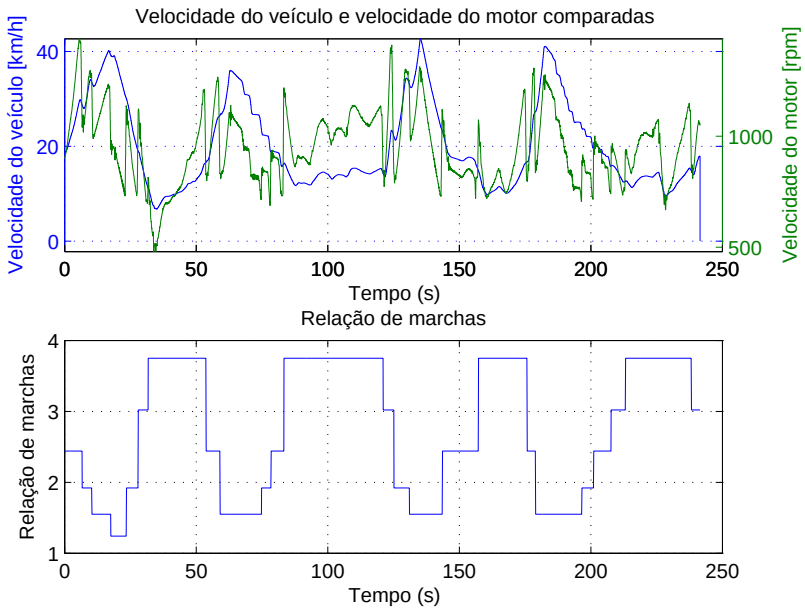
4.2.4 Ensaios e Resultados

Os ensaios de captura de dados correspondem às voltas dadas pelo caminhão em um circuito fechado determinado nas ruas do campus II da USP - São Carlos. Para cada volta, eram gravados os dados do barramento CAN e do GPS que serviriam de entrada para o algoritmo de identificação já discutido. Os modos do sistema foram ensaiados separadamente, cada um em sua própria volta.

Modelo Longitudinal

Uma vez em posse dos dados do CAN e do GPS, o autor fez o seu tratamento, processando-os e rearranjando-os de maneira a torná-los tratáveis pelo software MATLAB. Tais pré-processamentos foram feitos com auxílio de *scripts* em linguagem Python. Por exemplo, as figuras (4.4) e (4.5) mostram como ficam alguns dos dados relevantes para a identificação do modelo longitudinal 3.2 quando arranjados em MATLAB na forma de gráficos.

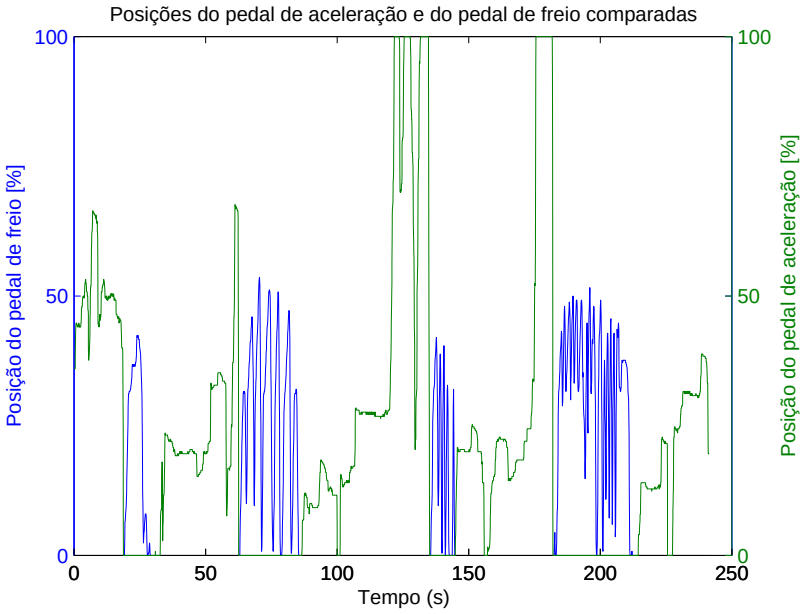
Figura 4.4: Organização no MATLAB dos dados amostrados - valores de velocidades e de relação de marcha



A Figura 4.4 está dividida em 2 seções. A primeira seção apresenta a velocidade do veículo e a velocidade do motor do caminhão, que são variaveis de estado fundamentais para o modelo longitudinal. A segunda seção apresenta aa relações de marchas do veículo, as quais correspondem a determinadas marchas do veículo de maneira biunívoca.

A Figura 4.5 mostra o curso dos atuadores de aceleração e de freio. Note que há uma oscilação importante no pedal de freio. Isto acontece porque estes dados são correspondentes a um teste de frenagem e, portanto, é necessário excitar o sistema com diversas frequencias no atuador de freio para possibilitar a identificação de todos os modos do sistema. Este procedimento foi também feito nos testes com o acelerador, porém aqui omitimos os gráficos correspondentes

Figura 4.5: Organização no MATLAB dos dados amostrados - valores das entradas



por motivo de simplicidade.

Utilizando estes dados para identificação e definindo $\Gamma_1 = 1000 \cdot I$ (em que I é a matriz identidade) e $\alpha = 1$, com θ_0 medido no instante $t = 0$, os resultados encontrados para cada modo i de (3.2), $x_{k+1} = F_i x_k + G_i u_k$ referente ao controle longitudinal foram:

$$F_1 = \begin{pmatrix} 0,9998 & 0,0014 & -0,0218 \\ -0,0053 & 1,0181 & -0,3213 \\ 0,0023 & 0,0063 & 0,9008 \end{pmatrix}, G_1 = \begin{pmatrix} -0,0000 \\ 0,0116 \\ -0,0007 \end{pmatrix}, \tag{4.9}$$

$$F_2 = \begin{pmatrix} 1,0000 & 0,0016 & -0,0204 \\ 0,0033 & 1,0149 & -0,2098 \\ 0,0013 & 0,0090 & 0,8844 \end{pmatrix}, G_2 = \begin{pmatrix} -0,0000 \\ 0,0090 \\ -0,0008 \end{pmatrix}, \tag{4.10}$$

$$F_3 = \begin{pmatrix} 0,9998 & -0,0000 & 0,0006 \\ -0,0011 & 1,0155 & -0,1717 \\ -0,0019 & 0,0086 & 0,9108 \end{pmatrix}, G_3 = \begin{pmatrix} 0,0000 \\ 0,0063 \\ -0,0003 \end{pmatrix}, \tag{4.11}$$

$$F_4 = \begin{pmatrix} 1,0000 & -0,0001 & 0,0008 \\ 0,0093 & 0,9826 & 0,1319 \\ -0,0008 & 0,0037 & 0,9695 \end{pmatrix}, G_4 = \begin{pmatrix} 0,0000 \\ 0,0065 \\ 0,0003 \end{pmatrix}, \tag{4.12}$$

$$F_5 = \begin{pmatrix} 1,0001 & 0,0006 & -0,0041 \\ -0,0214 & 0,8863 & 0,7586 \\ -0,0024 & -0,0148 & 1,0984 \end{pmatrix}, G_5 = \begin{pmatrix} -0,0000 \\ 0,0098 \\ 0,0013 \end{pmatrix}, \tag{4.13}$$

$$F_6 = \begin{pmatrix} 1,0000 & 0,0012 & -0,0191 \\ 0,0043 & 0,9961 & 0,0413 \\ 0,0004 & 0,0036 & 0,9422 \end{pmatrix}, G_6 = \begin{pmatrix} -0,0000 \\ -0,0034 \\ 0,0001 \end{pmatrix}, \tag{4.14}$$

$$F_7 = \begin{pmatrix} 1,0001 & 0,0020 & -0,0254 \\ -0,0235 & 1,0014 & -0,0288 \\ 0,0014 & 0,0064 & 0,9163 \end{pmatrix}, G_7 = \begin{pmatrix} 0,0000 \\ -0,0045 \\ 0,0003 \end{pmatrix}, \tag{4.15}$$

$$F_8 = \begin{pmatrix} 1,0006 & 0,0024 & -0,0252 \\ -0,0639 & 1,0244 & -0,2521 \\ 0,0037 & 0,0085 & 0,9096 \end{pmatrix}, G_8 = \begin{pmatrix} 0,0000 \\ -0,0041 \\ 0,0003 \end{pmatrix}, \tag{4.16}$$

$$F_9 = \begin{pmatrix} 1,0000 & 0,0024 & -0,0203 \\ -0,0162 & 1,0095 & -0,0855 \\ -0,0011 & 0,0024 & 0,9786 \end{pmatrix}, G_9 = \begin{pmatrix} 0,0000 \\ -0,0054 \\ -0,0001 \end{pmatrix}, \tag{4.17}$$

$$F_{10} = \begin{pmatrix} 1,0000 & 0,0029 & -0,0196 \\ 0,0181 & 0,9891 & 0,0498 \\ 0,0011 & 0,0005 & 0,9936 \end{pmatrix}, G_{10} = \begin{pmatrix} -0,0000 \\ -0,0034 \\ 0,0002 \end{pmatrix}. \tag{4.18}$$

Já no caso do modelo (3.3) , $x_{k+1} = f_i x_k + g_i u_k$, foram encontrados:

$$f_1 = \begin{pmatrix} 0,9978 \end{pmatrix}, g_1 = \begin{pmatrix} 9,1944.10^{-4} \end{pmatrix},$$

$$f_2 = \begin{pmatrix} 0,9986 \end{pmatrix}, g_2 = \begin{pmatrix} 8,4614.10^{-4} \end{pmatrix},$$

$$f_3 = \begin{pmatrix} 0,9989 \end{pmatrix}, g_3 = \begin{pmatrix} 7,4211.10^{-4} \end{pmatrix},$$

$$f_4 = \left(\ 0,9993 \ \right), g_4 = \left(\ 5,8876.10^{-4} \ \right),$$
$$f_5 = \left(\ 0,9996 \ \right), g_5 = \left(\ 5,3102.10^{-4} \ \right),$$
$$f_6 = \left(\ 0,9990 \ \right), g_6 = \left(\ 5,0715.10^{-4} \ \right),$$
$$f_7 = \left(\ 0,9995 \ \right), g_7 = \left(\ 4,8451.10^{-4} \ \right),$$
$$f_8 = \left(\ 0,9996 \ \right), g_8 = \left(\ 4,7055.10^{-4} \ \right),$$
$$f_9 = \left(\ 0,9997 \ \right), g_9 = \left(\ 4,2383.10^{-4} \ \right),$$
$$f_{10} = \left(\ 0,9997 \ \right), g_{10} = \left(\ 3,6666.10^{-4} \ \right).$$

A Tabela 4.2 explica como identificar em qual modo i o caminhão está operando.

Para uma volta de referência, a matriz de probabilidade $\mathbb{P}$ é dada por:

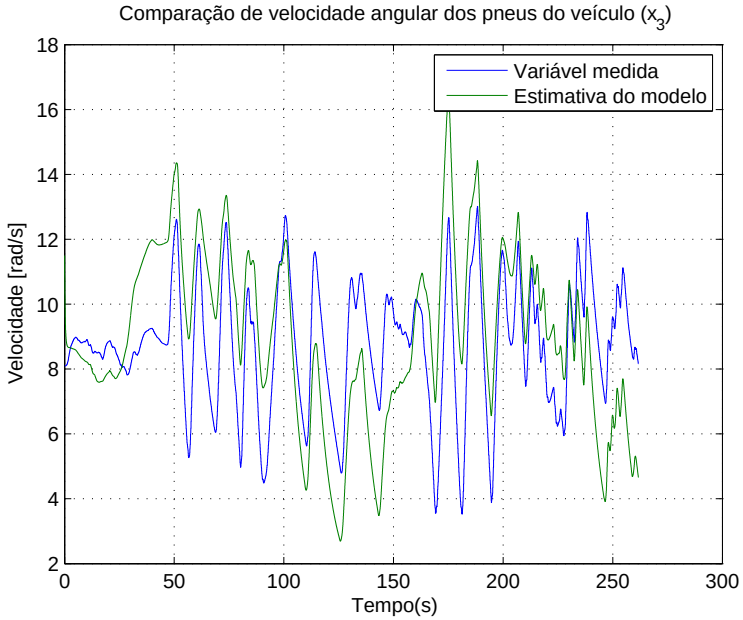
$$\mathbb{P} = \begin{bmatrix} 0,9985 & 0,0004 & 0,0004 & 0 & 0 & 0,0007 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9946 & 0 & 0,0027 & 0 & 0 & 0,0027 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9969 & 0,0008 & 0,0015 & 0 & 0 & 0,0008 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,9958 & 0,0042 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9967 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0033 \\ 0,0118 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9882 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0043 & 0,9957 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0014 & 0 & 0 & 0,0028 & 0,0014 & 0,9945 & 0 & \\ 00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0016 & 0,0032 & 0,9952 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0006 & 0,0011 & 0,9983 \end{bmatrix} \tag{4.19}$$

Esta matriz $\mathbb{P}$ foi encontrada gravando-se ponto-a-ponto uma trajetória no circuito fechado da USP - São Carlos, campus II. Com os dados da volta e o auxílio da tabela 4.2 é possível identificar qual o modo de operação do caminhão em cada instante T. Identificados todos os modos em cada instante, considera-se a amostra suficientemente grande para refletir a probabilidade de cada transição entre os modos.

Tabela 4.2: Identificação dos modos do caminhão

Marcha	**Acelerando**	**Freando**
6ª ou inferior	Modo 1	Modo 6
7ª	Modo 2	Modo 7
8ª	Modo 3	Modo 8
9ª	Modo 4	Modo 9
10ª ou superior	Modo 5	Modo 10

Figura 4.6: Comparação das velocidades dos pneus - modo 1 (6ª marcha, acelerando)



As figuras de (4.6) a (4.15) comparam o resutado das medições feitas diretamente no caminhão com o resultado estimado pelo modelo 3.2. As figuras de (4.6) a (4.10) identificam modelos correspondentes à aceleração, enquanto as figuras de (4.11) a (4.15) identificam os modelos correspondentes à frenagem.

Para uma melhor compreensão da qualidade da estimativa, a Tabela 4.3 fornece o erro quadrátido médio entre sistema real e sistema identificado em termos da variável de velocidade angular dos pneus.

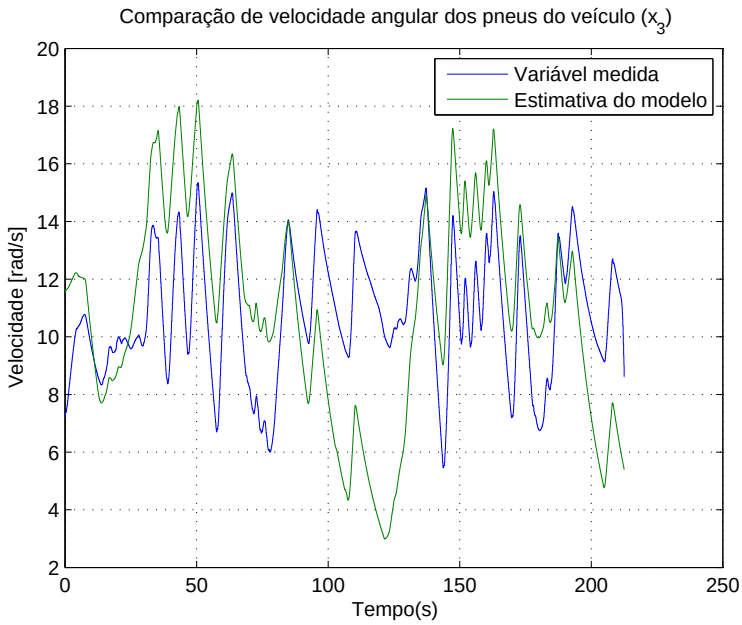
Na Figura (4.6), nota-se que o resultado da identificação foi bem satisfatório. Os valores estimados acompanham bem a tendência dos valores medidos.

Na Figura (4.7), o resultado é simular ao apresentado em (4.6), exceto por uma diferença

Tabela 4.3: Erro quadrático médio da identificação medido para a velocidade dos pneus

Modo	**EQM (rad/s)**
Modo 1	2,3806
Modo 2	3,4759
Modo 3	3,9640
Modo 4	4,0707
Modo 5	20,7734
Modo 6	0,2646
Modo 7	0,2581
Modo 8	0,4537
Modo 9	2,0432
Modo 10	0,8445

Figura 4.7: Comparação das velocidades dos pneus - modo 2 (7ª marcha, acelerando)



acentuada entre os instantes 100 s e 150 s.

Nas figuras (4.8) e (4.9), as diferenças entre identificação e medição aumentam. Uma hipótese para explicar esse resultado é que o aumento da inércia do sistema (causado pela subida de marcha) torna mais difícil a excitação de todas as frequências necessárias para uma boa identificação do modelo.

As figuras de (4.11) a (4.15) mostram os resultados da modelagem da dinâmica de frena-

Figura 4.8: Comparação das velocidades dos pneus - modo 3 (8ª marcha, acelerando)

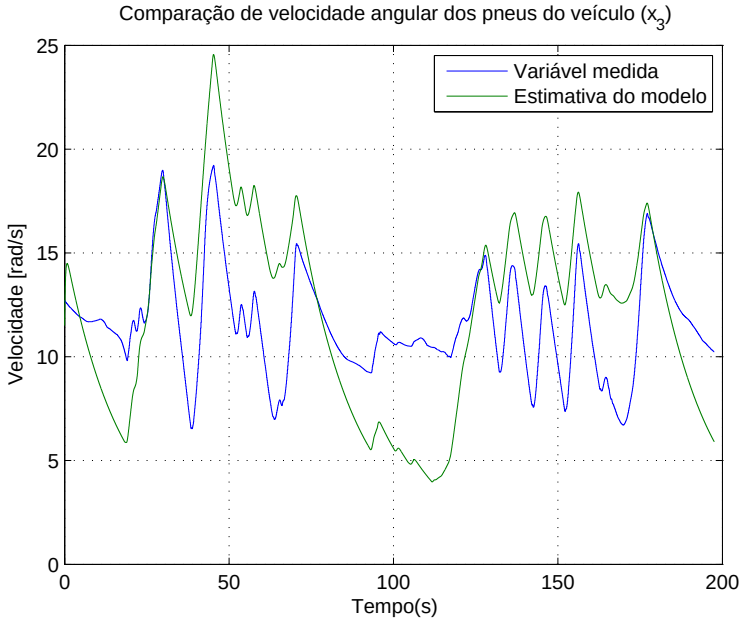


Figura 4.9: Comparação das velocidades dos pneus - modo 4 (9ª marcha, acelerando)

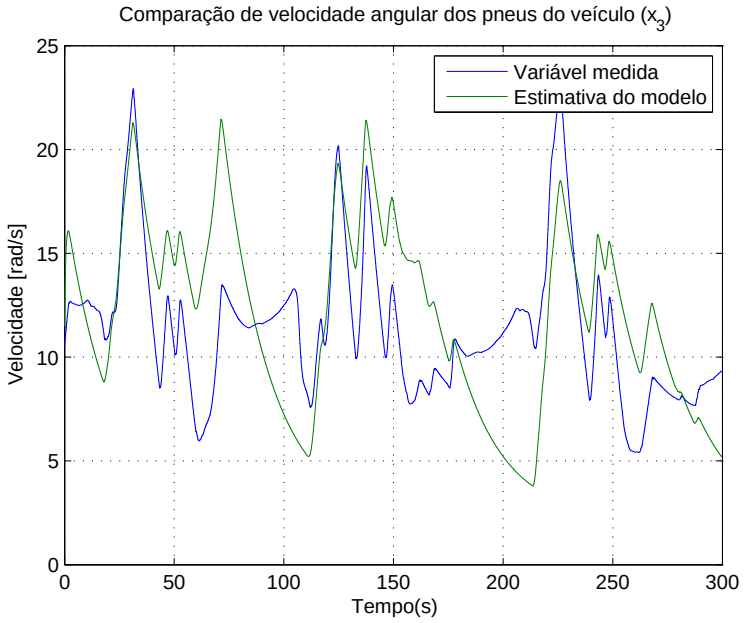


Figura 4.10: Comparação das velocidades dos pneus - modo 5 (10ª marcha, acelerando)

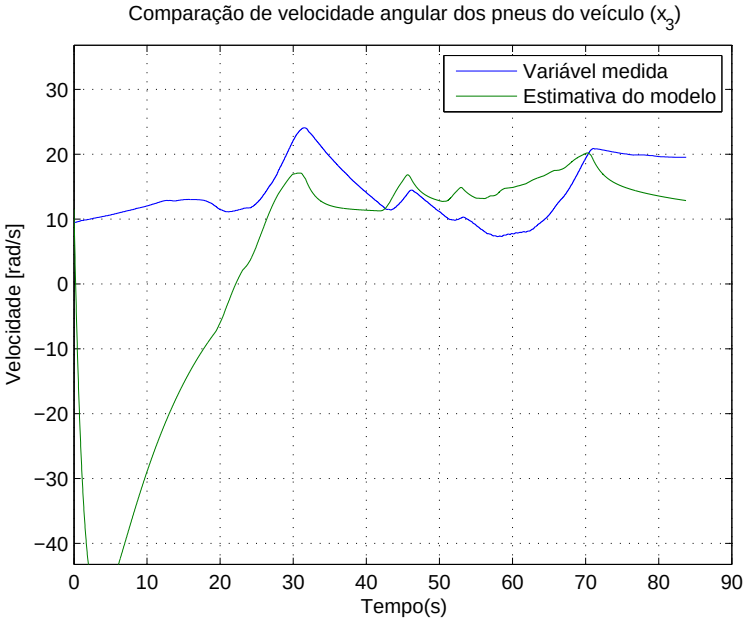


Figura 4.11: Comparação das velocidades dos pneus - modo 6 (6ª marcha, freando)

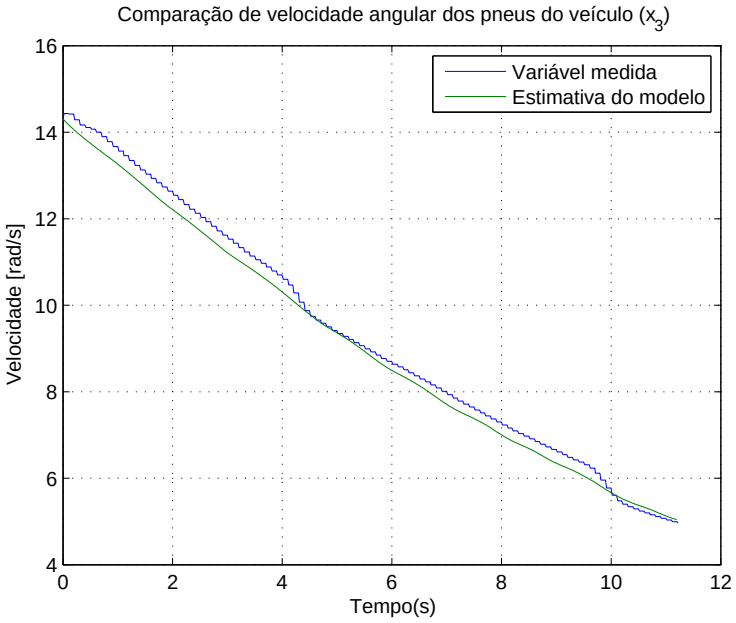
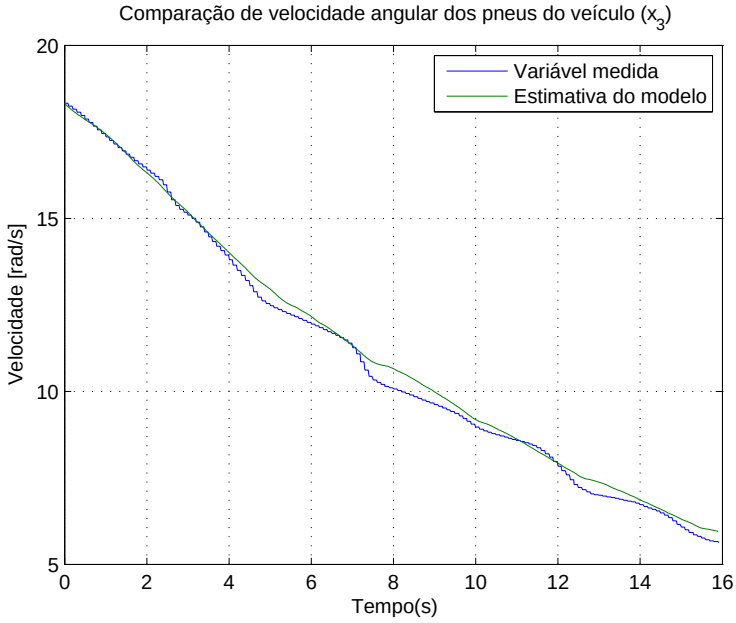


Figura 4.12: Comparação das velocidades dos pneus - modo 7 (7ª marcha, freando)



gem do caminhão. Note que o comportamento do caminhão freando é bem distinto de quando está acelerando. A identificação do freio não pode causar tantas oscilações na velocidade do caminhão, já que uma desaceleração excessiva pode fazer com que o veículo pare.

As identificações dos modos de frenagem nas figuras de (4.11) a (4.15) fornecem bons resultados e nota-se pouca variação dinâmica entre elas.

Modelo Lateral

Para a modelagem da dinâmica lateral, devem ser retomadas as equações de dinâmica lateral do veiculo (2.8) e (2.13):

$$v_{CoG}(\dot{\beta}+\dot{\psi}) \begin{bmatrix} -sin(\beta) \\ cos(\beta) \end{bmatrix} + \dot{v}_{CoG} \begin{bmatrix} cos(\beta) \\ sen(\beta) \end{bmatrix} = m_{CoG}^{-1} \begin{bmatrix} F_{XFL} + F_{XFR} + F_{XRL} + F_{XRR} + F_{windX} \\ F_{YFL} + F_{YFR} + F_{YRL} + F_{YRR} \end{bmatrix}. \tag{4.20}$$

Figura 4.13: Comparação das velocidades dos pneus - modo 8 (8ª marcha, freando)

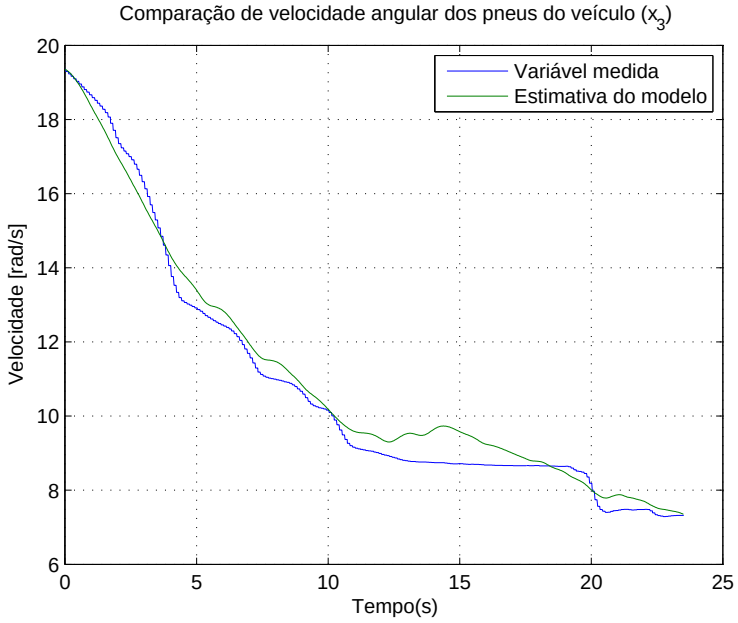


Figura 4.14: Comparação das velocidades dos pneus - modo 9 (9ª marcha, freando)

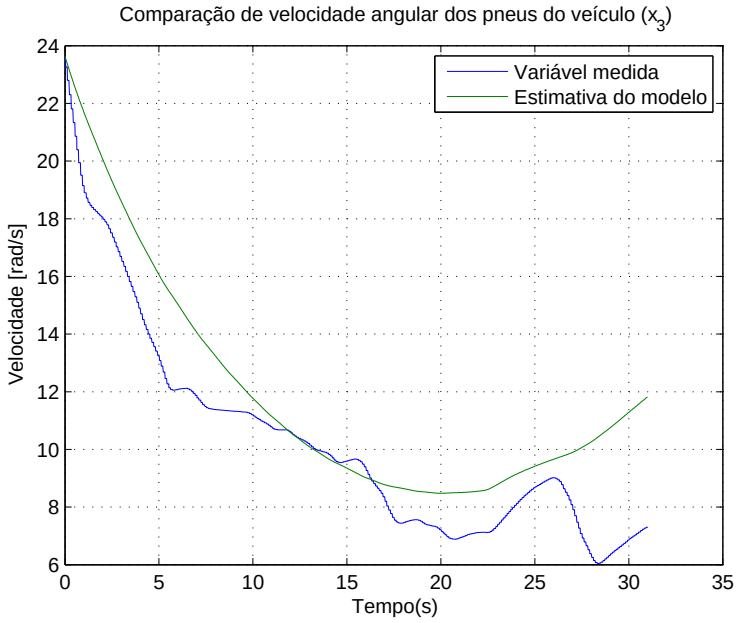
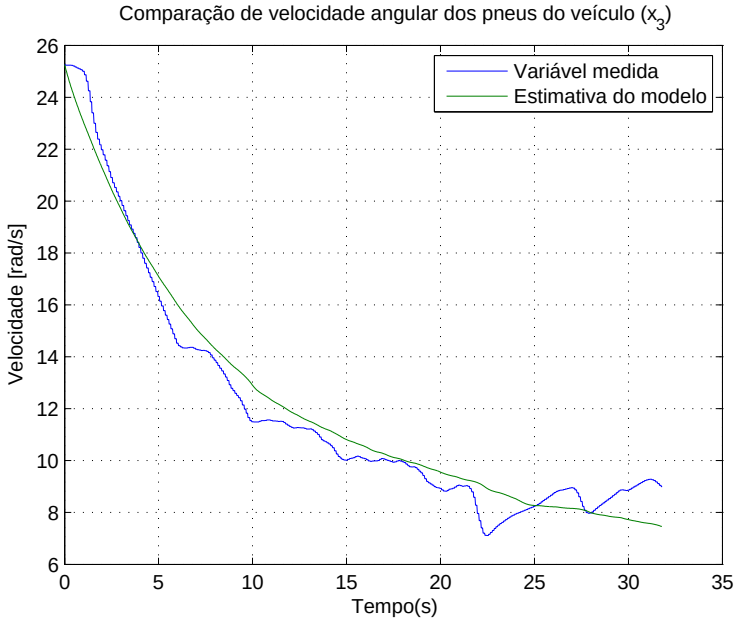


Figura 4.15: Comparação das velocidades dos pneus - modo 10 (10ª marcha, freando)



$$
\begin{aligned}
J_Z\ddot{\psi} &= (F_{YFR}+F_{YFL})(l_f - n_{LF}cos\delta_W) - (F_{YRR}+F_{YRL})(l_r + n_{LR}cos\delta_W) \\
&+(F_{XRR}-F_{XRL})\frac{b_R}{2} + F_{XFR}(\frac{b_F}{2} + n_{LFR}sin\delta_W) - F_{XFL}(\frac{b_F}{2} - n_{LFL}sin\delta_W),
\end{aligned}
\tag{4.21}
$$

É possível, por hipótese, adotar algumas simplificações para chegar a um modelo linear de caminho único. Por exemplo, supondo que são minimas as diferenças entre a trajetória das rodas da esquerda e das rodas da direita, temos:

$$
\begin{aligned}
F_{LF} &= \frac{1}{2}(F_{LFL}+F_{LFR}) & F_{LR} &= \frac{1}{2}(F_{LRL}+F_{LRR}) \\
F_{SF} &= \frac{1}{2}(F_{SFL}+F_{SFR}) & F_{SR} &= \frac{1}{2}(F_{SRL}+F_{SRR}) \\
c_F &= \frac{1}{2}(c_{FL}+c_{FR}) & c_R &= \frac{1}{2}(c_{RL}+c_{RR})
\end{aligned}
$$

Ainda, sejam feitas as aproximações para $sin\beta \approx 0$ e $cos\beta \approx 1$.

Suponha-se também que a velocidade do chassi v_{CoG} é constante para um certo período de tempo, ou seja, $\dot{v}_{CoG} = 0$. Desprezando os termos F_{windX} e $Fsin\delta_W$, tem-se na Equação (4.20):

$$
\begin{aligned}
m_{CoG} \cdot v_{CoG}(\dot{\beta} + \dot{\psi}) &= F_{SF} + F_{SR}, \\
&= c_F(\delta_W - \beta - \frac{l_F \dot{\psi}}{v_{CoG}}) + c_R(-\beta + \frac{l_R \dot{\psi}}{v_C oG}).
\end{aligned} \tag{4.22}
$$

Aplicando as mesmas simplificações a 4.21, tem-se:

$$
\begin{aligned}
J_Z \ddot{\psi} &= F_{SF} l_F - F_{SF} n_{LF} - F_{SR} l_R - F_{SR} n_{LR} \\
&+ (F_{LRR} - F_{LRL}) \frac{b_R}{2} + (F_{LFR} - F_{LFL}) \frac{b_F}{2}, \\
&= c_F l_F(\delta_W - \beta - \frac{l_f \dot{\psi}}{v_{CoG}}) - c_R l_R(-\beta + \frac{l_R \dot{\psi}}{v_{CoG}}).
\end{aligned} \tag{4.23}
$$

As variáveis de estado são, conforme [18], o ângulo de escorregamento do chassi β e a taxa de viragem (*yaw*) $\dot{\psi}$. A velocidade do veículo v_{CoG} é considerada como um parâmetro. Como entradas de controle, apenas o ângulo de viragem dos pneus δ_w permanece. Então, tem-se o seguinte modelo simplificado:

$$
\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c_F + c_R}{m_{CoG} v_{CoG}} & \frac{c_R l_R - c_F l_F}{m_{CoG} v_{CoG}^2} - 1 \\ \frac{c_r l_R - c_F l_F}{J_Z} & -\frac{c_R l_R^2 + c_F l_F^2}{J_Z v_{CoG}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{c_F}{m_{CoG} v_{CoG}} \\ \frac{c_F l_F}{J_Z} \end{bmatrix} \delta_W. \tag{4.24}
$$

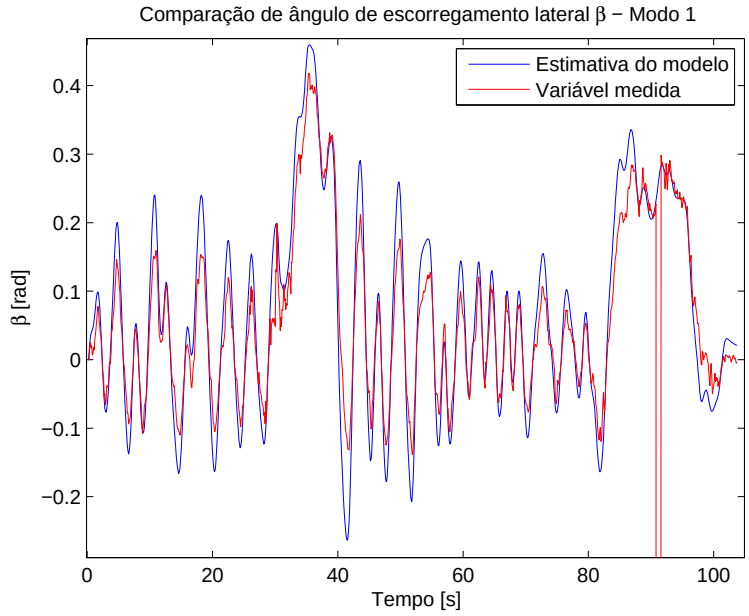
Alternativamente, incorporando-se a orientação ψ ao vetor de estados, encontra-se o modelo:

$$
\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\psi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c_F + c_R}{m_{CoG} v_{CoG}} & \frac{c_R l_R - c_F l_F}{m_{CoG} v_{CoG}^2} - 1 & 0 \\ \frac{c_r l_R - c_F l_F}{J_Z} & -\frac{c_R l_R^2 + c_F l_F^2}{J_Z v_{CoG}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{c_F}{m_{CoG} v_{CoG}} \\ \frac{c_F l_F}{J_Z} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_W. \tag{4.25}
$$

Com base na mesma técnica de modelagem utilizada para o caso longitudinal, são construídos modelos para os diferentes modos de operação do controlador lateral. Enquanto no caso longitudinal são escolhidos modos de operação distintos para cada marcha, aqui os modos são escolhidos de acordo com a velocidade do caminhão. O modo 1 corresponde a uma velocidade mais próxima a 6 m/s; o segundo, a uma velocidade mais próxima a 5 m/s; o terceiro, a uma velocidade mais próxima a 2,5 m/s. A escolha dos modos laterais foi feita desta maneira por-

que observou-se que tais velocidades são típicas para o trajeto de teste utilizado, sendo $6m/s$ uma velocidade típica para reta em leve descida; $5m/s$ a velocidade típica para reta em subida e $2,5m/s$ a velocidade típica para curvas:

Figura 4.16: Comparação entre escorregamento lateral da carroceria para velocidade de 6m/s.



A matriz de probabilidade $\mathbb{P}$ encontrada para uma volta de referência foi:

$$\mathbb{P} = \begin{bmatrix} 0,9992 & 0,0008 & 0 \\ 0,0010 & 0,9970 & 0,0020 \\ 0 & 0,0022 & 0,9978 \end{bmatrix} \tag{4.26}$$

Assim, os modelos correspondentes para cada modo j de $x_{k+1} = F_j x_k + G_j u_k$, j=1,2,3 levando em conta o Modelo (4.24) foram:

$$F_1 = \begin{pmatrix} 0,0059 & 2,5453 \\ -0,2394 & 1,5857 \end{pmatrix}, G_1 = \begin{pmatrix} 0,5832 \\ 0,1442 \end{pmatrix},$$

Figura 4.17: Comparação entre escorregamento lateral da carroceria para velocidade de 5m/s..

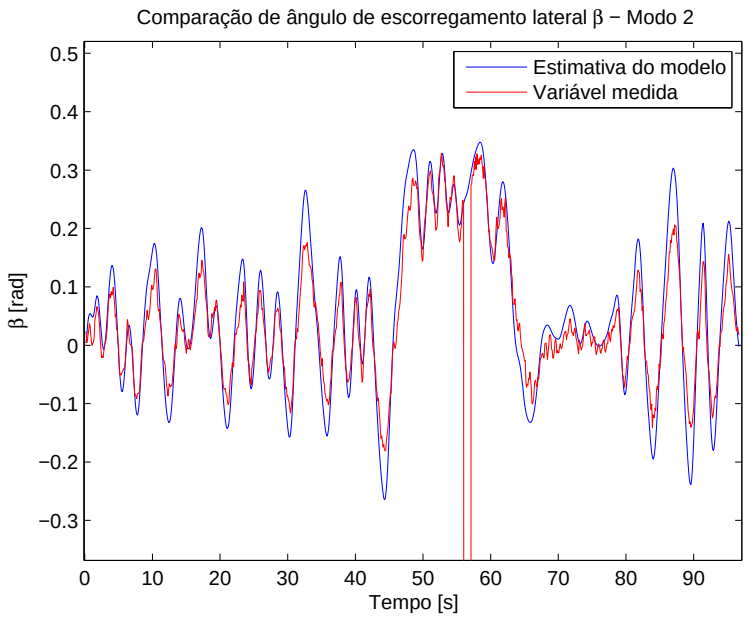


Figura 4.18: Comparação entre escorregamento lateral da carroceria para velocidade de 2,5m/s.

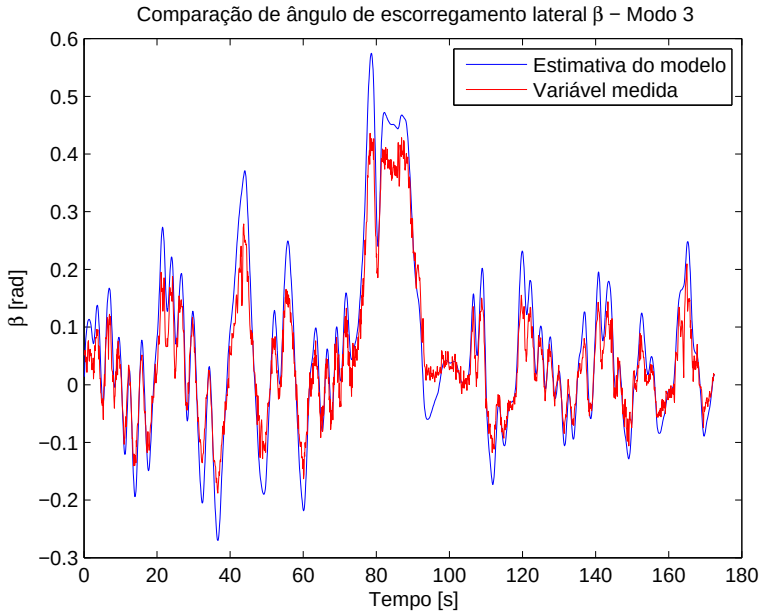


Figura 4.19: Comparação entre variação de orientação da carroceria para velocidade de 6m/s.

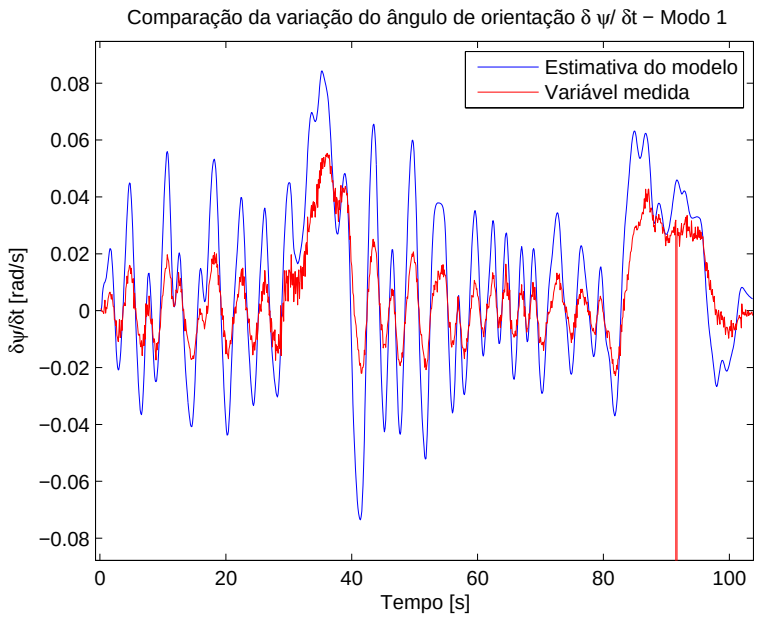


Figura 4.20: Comparação entre variação de orientação da carroceria para velocidade de 6m/s.

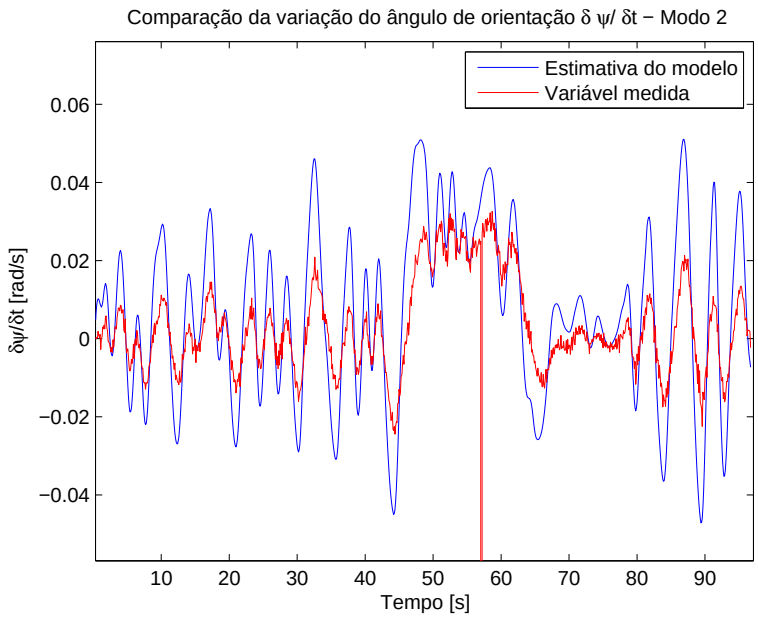
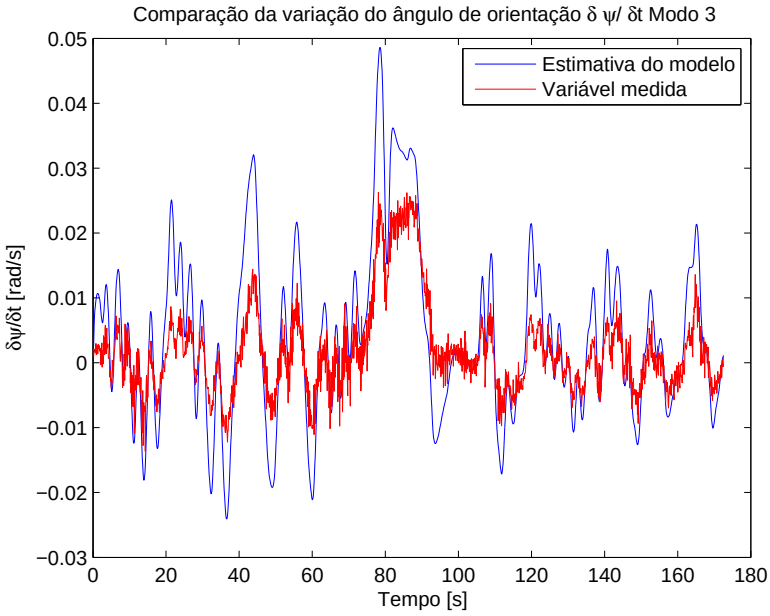


Figura 4.21: Comparação entre variação de orientação da carroceria para velocidade de 6m/s.



$$F_2 = \begin{pmatrix} 0,1763 & 2,6722 \\ -0,1560 & 1,4683 \end{pmatrix}, G_2 = \begin{pmatrix} 0,5386 \\ 0,1065 \end{pmatrix},$$

$$F_3 = \begin{pmatrix} 0,1944 & 5,4072 \\ -0,0746 & 1,4910 \end{pmatrix}, G_3 = \begin{pmatrix} 0,5358 \\ 0,0504 \end{pmatrix}.$$

Já para o Modelo (4.25), encontra-se:

$$F_1 = \begin{pmatrix} 1,0762 & -4,6034 & -0,0132 \\ 0,1347 & 0,0716 & -0,0019 \\ 0,0348 & 0,0403 & 0,9973 \end{pmatrix}, G_1 = \begin{pmatrix} 0,3343 \\ -0,0522 \\ 0,0931 \end{pmatrix},$$

$$F_2 = \begin{pmatrix} 0,8276 & -4,0622 & -0,0116 \\ 0,0817 & 0,0908 & -0,0017 \\ -0,0226 & 0,1225 & 0,9976 \end{pmatrix}, G_2 = \begin{pmatrix} 0,6251 \\ 0,0196 \\ 0,1205 \end{pmatrix},$$

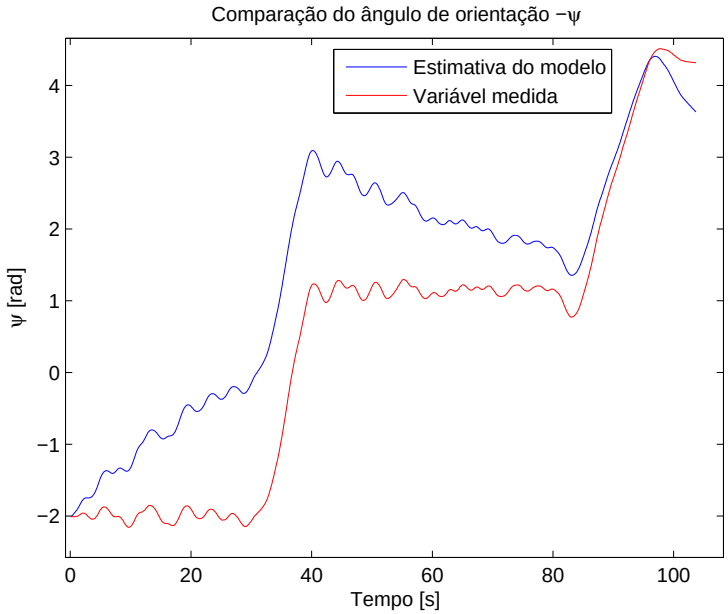
$$F_3 = \begin{pmatrix} -0,0014 & 15,2625 & -0,0066 \\ -0,0305 & 1,2131 & -0,0000 \\ -0,0143 & 0,8999 & 1,0002 \end{pmatrix}, G_3 = \begin{pmatrix} 0,3983 \\ 0,0233 \\ 0,0259 \end{pmatrix}.$$

As figuras (4.16), (4.17) e (4.18) trazem a comparação entre o ângulo de escorregamento da carroceria estimado pelo modelo e aquele medido no caminhão de testes nos diferentes modos para o Modelo (4.24). Ressalte-se que a queda abrupta de β medido representa uma perda de sincronismo na captação do sinal. Assim, pode-se dizer que a qualidade do modelo reproduz bem o comportamento do ângulo de escorregamento da carroceria.

Por outro lado, as figuras (4.19), (4.20) e (4.21) representam a derivada do ângulo de orientação do caminhão $\dot{\psi}$ nos três modos da dinâmica longitudinal. Note-se que há alguma superestimação de $\dot{\psi}$ por parte do modelo encontrado.

Quanto ao Modelo (4.25), apresenta desempenho semelhante ao (4.24), de tal modo que as comparações para $\dot{\beta}$ e $\ddot{\psi}$ são omitidas. Já a variável de estado ψ tem a comparação entre medição e estimativa apresentada nas figuras de (4.22) a (4.24).

Figura 4.22: Comparação de orientação da carroceria para velocidade de 6 m/s.



Nota-se uma degradação da qualidade da identificação de ψ próximo a regiões em que há grande aumento do valor da variável. Essa degradação é ainda mais pronunciada em 4.22, talvez por haver dois aumentos bruscos de ψ na janela de identificação.

Figura 4.23: Comparação de orientação da carroceria para velocidade de 5 m/s.

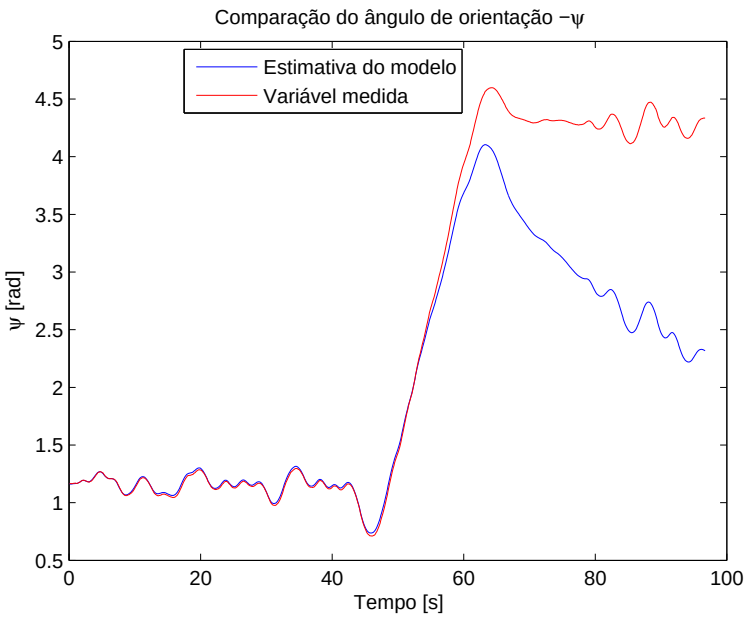
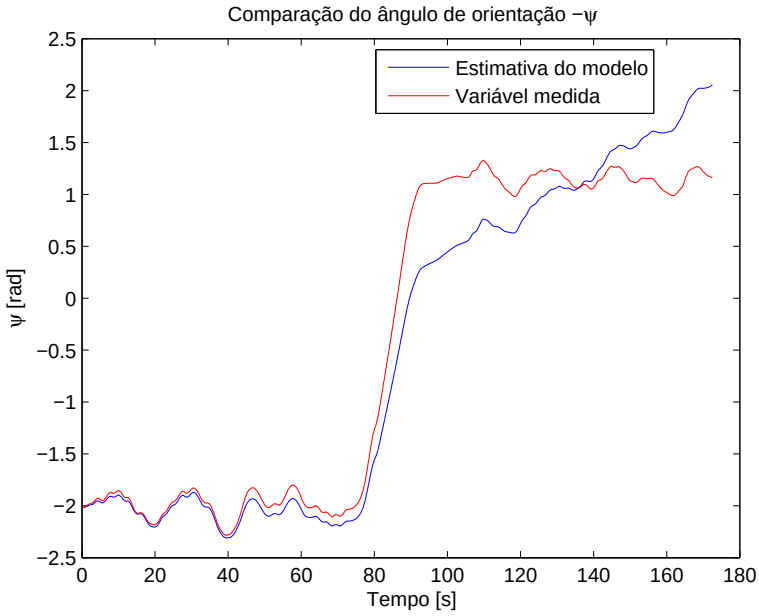


Figura 4.24: Comparação de orientação da carroceria para velocidade de 2,5 m/s.



CAPÍTULO 5

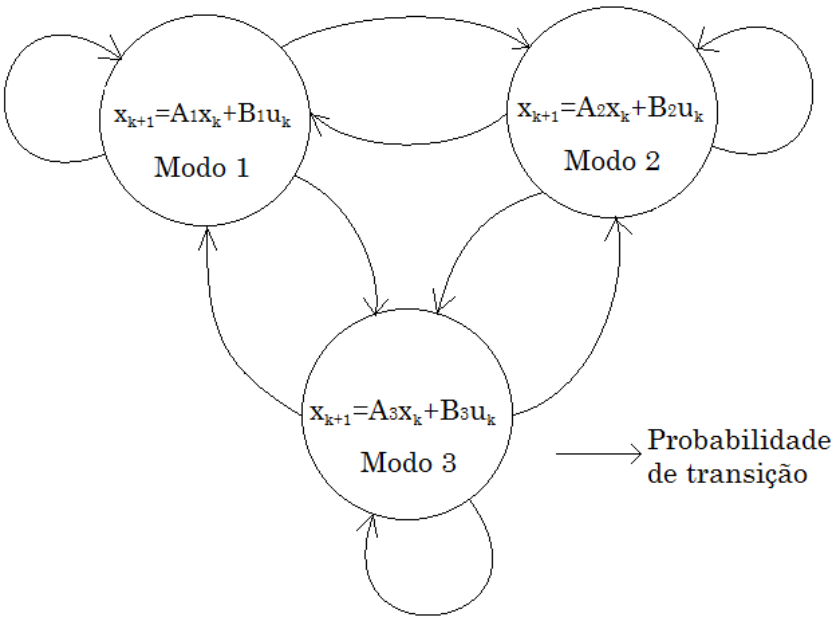
REGULADOR LINEAR QUADRÁTICO ROBUSTO PARA SLSM DEPENDENTE DO MODO

Apresentam-se neste capítulo uma abordagem introdutória aos sistemas lineares sujeitos a saltos Markovianos, bem como a formulação matemática do problema de controle associado. Fundamenta-se a solução em termos um regulador linear quadrático robusto recursivo, que se baseia no problema de mínimos quadrados regularizados. É mostrado também um exemplo numérico para ilustrar o funcionamento do sistema de controle.

5.1 Uma Abordagem Inicial

Antes da descrição matemática propriamente dita, faz-se aqui uma abordagem inicial ao problema dos sistemas lineares sujeitos a saltos Markovianos. Um SLSM tem como componentes principais seus modos, suas equações e suas probabilidades de transição. Dentro de um determinado modo, o sistema se comporta de acordo com uma determinada equação de espaço

Figura 5.1: Exemplo de SLSM com 3 modos



de estados linear. Os modos de operação do SLSM variam entre si de maneira aleatória, obedecendo a probabilidades de transição. Um esquema básico para 3 modos pode ser visto na Figura (5.1).

A familiarização com o caso particular de 3 modos facilita o entendimento do caso geral.

5.2 Formulação do Problema

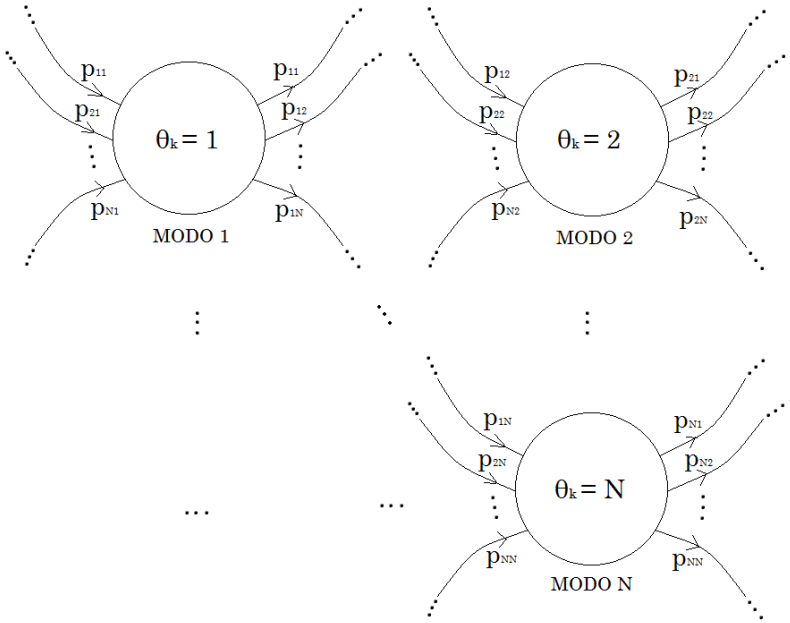
Considere o seguinte SLSM incerto [6], [7], [8], [9], [31] :

$$x_{k+1} = (F_{\theta_k,k} + \delta F_{\theta_k,k})x_k + (G_{\theta_k,k} + \delta G_{\theta_k,k})u_k, \quad k = 0, ..., N-1, \tag{5.1}$$

sendo $x_k \in \mathbb{R}^n$ o vetor de estado, $u_k \in \mathbb{R}^m$ o vetor de entrada de controle e $F_{\theta_k,k} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ e $G_{\theta_k,k} \in \mathbb{R}^{n\times m}$ as matrizes de parâmetros nominais. As matrizes de incertezas $\delta F_{\theta_k,k} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ e $\delta G_{\theta_k,k} \in \mathbb{R}^{n\times m}$ são modeladas da seguinte forma

$$\begin{bmatrix} \delta F_{\theta_k,k} & \delta G_{\theta_k,k} \end{bmatrix} = H_{\theta_k,k}\Delta_{\theta_k,k}\begin{bmatrix} E_{F_{\theta_k,k}} & E_{G_{\theta_k,k}} \end{bmatrix} \tag{5.2}$$

Figura 5.2: Caso geral de SLSM



para todo $k = 0, ..., N-1$, no qual $H_{\theta_k,k} \in \mathbb{R}^{n\times k}$ (matriz não-nula), $E_{F_{\theta_k,k}} \in \mathbb{R}^{l\times n}$, $E_{G_{\theta_k,k}} \in \mathbb{R}^{l\times m}$ são todas consideradas conhecidas e $\Delta_{\theta_k,k} \in \mathbb{R}^{k\times l}$ é uma matriz de contração arbitrária, $\|\Delta_{\theta_k,k}\| \leq 1$. Ainda, θ_k corresponde ao parâmetro de salto admitindo valores a cada instante k no conjunto finito $\Theta := \{1, \ldots, s\}$. O processo $\{\theta_k\}_{k=0}^{N}$ é modelado como um processo de Markov com matriz de probabilidade de transição de estados definida por $\mathbb{P} = [p_{ij}] \in \mathbb{R}^{s\times s}$, com suas entradas satisfazendo

$$Prob\,[\theta_{k+1} = j \,|\, \theta_k = i] = p_{ij}, \;\; Prob\,[\theta_0 = i] = \pi_i, \;\; \sum_{j=1}^{s} p_{ij} = 1, \quad 0 \leq p_{ij} \leq 1. \tag{5.3}$$

Este é o caso geral para SLSM, representado também na Figura (5.2).

Suponha as condições iniciais x_0 e θ_0 conhecidas e x_k e θ_k observados a cada instante k. Em razão da natureza incerta do modelo (5.1)-(5.2), o projeto do regulador robusto consistirá na obtenção da melhor sequência de ações de controle $\mathcal{U}_r = \left\{u_0^*, \cdots, u_{N-1}^*\right\}$ em contrapartida à máxima influência de incertezas.

Defina-se então o problema de controle robusto com base em um problema de minimização

irrestrita:

Problema de Controle Robusto: *Para cada $\mu > 0$ fixado, determinar a sequência ótima $\{(x^*_{\mu,k+1}, u^*_{\mu,k})\}_{k=0}^{N-1}$ segundo o problema de otimização min-max*

$$\min_{x_{k+1},\, u_k} \max_{\delta F_{i,k},\, \delta G_{i,k}} \left\{ \tilde{J}_k^{\mu}(x_{k+1}, u_k, \delta F_{i,k},\, \delta G_{i,k}) \right\}, \tag{5.4}$$

para cada $k = N-1, ..., 0$ e $\theta_k = i \in \Theta$, sendo $\tilde{J}_k^{\mu}(x_{k+1}, u_k, \delta F_{i,k},\, \delta G_{i,k})$ o funcional quadrático regularizado penalizado incerto definido por

$$\tilde{J}_k^{\mu}(x_{k+1}, u_k, \delta F_{i,k},\, \delta G_{i,k}) = \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ u_k \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Psi_{i,k+1} & 0 \\ 0 & R_{i,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ u_k \end{bmatrix} + \tag{5.5}$$

$$\left(\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I & -G_{i,k}^{\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ u_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -I \\ F_{i,k}^{\delta} \end{bmatrix} x_k \right)^T \begin{bmatrix} Q_{i,k} & 0 \\ 0 & \mu I \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I & -G_{i,k}^{\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ u_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -I \\ F_{i,k}^{\delta} \end{bmatrix} x_k \right),$$

com $F_{i,k}^{\delta} := (F_{i,k} + \delta F_{i,k})$, $G_{i,k}^{\delta} := (G_{i,k} + \delta G_{i,k})$, $\Psi_{i,k+1} = \sum_{j=1}^{s} P_{j,k+1} p_{ij}$, $R_{i,k} \succ 0$ e $Q_{i,k} \succ 0$.

5.3 RLQ Robusto Recursivo

O problema (5.4)-(5.5) consiste em um caso particular do problema de otimização de mínimos quadrados regularizados com incertezas, cuja solução geral é apresentada a seguir. Depois serão feitas as identificações para a solução do caso particular.

5.3.1 Mínimos Quadrados Regularizados

Considere o problema de minimização definido por

$$\min_{x \in \mathbb{R}^m} \{J(x)\}, \tag{5.6}$$

com a função $J(x)$ dada agora por um funcional quadrático regularizado da forma

$$J(x) = \|x\|_Q^2 + \|Ax - b\|_W^2 = x^T Q x + (Ax - b)^T W (Ax - b), \tag{5.7}$$

sendo $Q \in \mathbb{R}^{m\times m}$ (matriz de regularização) simétrica definida positiva, $W \in \mathbb{R}^{n\times n}$ simétrica semidefinida positiva, $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ e $b \in \mathbb{R}^n$ conhecidos e $x \in \mathbb{R}^m$ o vetor incógnita.

Lema 5.3.1. *[17] A solução ótima do problema (5.6)-(5.7) é dada por*

$$x^* = \left(Q + A^T W A\right)^{-1} A^T W b.$$

5.3.2 Mínimos Quadrados Regularizados com Incertezas

Valendo-se do problema de MQR estabelecido em (5.6)-(5.7), suponha agora que a matriz A e o vetor b estejam sob a influência de incertezas δA e δb, respectivamente. Considere o problema de otimização min-max definido por[1]

$$\min_{x\in\mathbb{R}^m} \max_{\delta A,\delta b}\{J(x,\delta A,\delta b)\}, \tag{5.8}$$

com a função $J(x,\delta A,\delta b)$ dada por

$$J(x,\delta A,\delta b) = \|x\|_Q^2 + \|(A+\delta A)x - (b+\delta b)\|_W^2. \tag{5.9}$$

e as incertezas δA e δb modeladas como

$$\begin{bmatrix} \delta A & \delta b \end{bmatrix} = H\Delta\begin{bmatrix} E_A & E_b \end{bmatrix}, \tag{5.10}$$

sendo $Q \in \mathbb{R}^{m\times m}$ (matriz de regularização) simétrica definida positiva, $W \in \mathbb{R}^{n\times n}$ simétrica semidefinida positiva, A, b, H, E_A, E_b matrizes de dimensões compatíveis, Δ uma matriz de contração arbitrária ($\|\Delta\| \leq 1$) e x o vetor incógnita. A solução ótima do problema (5.8)-(5.10) é apresentada no resultado a seguir. Detalhes da demonstração podem ser encontrados em [28], no qual um resultado mais geral é proposto.

Teorema 5.3.1. *O problema (5.8)-(5.10) admite uma única solução x^* dada por*

$$x^* = \left(\hat{Q} + A^T \hat{W} A\right)^{-1} \left(A^T \hat{W} b + \hat{\lambda} E_A^T E_b\right),$$

[1] Conforme [28].

com $\hat{Q}$ e $\hat{W}$ definidas por

$$\begin{aligned}\hat{Q} &:= Q + \hat{\lambda} E_A^T E_A, \\ \hat{W} &:= W + WH(\hat{\lambda} I - H^T W H)^{\dagger} H^T W,\end{aligned}$$

e $\hat{\lambda}$ o parâmetro escalar não-negativo decorrente do problema de minimização

$$\hat{\lambda} \in \arg \min_{\lambda \geq \|H^T W H\|} \{\Gamma(\lambda)\},$$

sendo $\Gamma(\lambda) := \|x(\lambda)\|_Q^2 + \lambda \|E_A x(\lambda) - E_b\|^2 + \|Ax(\lambda) - b\|_{W(\lambda)}^2$ com

$$\begin{aligned}Q(\lambda) &:= Q + \lambda E_A^T E_A, \\ W(\lambda) &:= W + WH(\lambda I - H^T W H)^{\dagger} H^T W, \\ x(\lambda) &:= \left(Q(\lambda) + A^T W(\lambda) A\right)^{-1} \left(A^T W(\lambda) b + \lambda E_A^T E_b\right).\end{aligned}$$

O lema a seguir apresentará a solução ótima do problema (5.8)-(5.10) em uma estrutura alternativa à do Teorema 5.3.1.

Lema 5.3.2. *Suponha $Q \succ 0$ e $W \succ 0$. A solução x^* do problema (5.8)-(5.10) pode ser reescrita como*

$$\begin{bmatrix} x^* \\ J(x^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b \\ 0 & E_b \\ I & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q^{-1} & 0 & 0 & I \\ 0 & \hat{W}^{-1} & 0 & A \\ 0 & 0 & \hat{\lambda}^{-1} I & E_A \\ I & A^T & E_A^T & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ E_b \\ 0 \end{bmatrix},$$

sendo $\hat{W}$ e $\hat{\lambda}$ definidos de acordo com o Teorema 5.3.1.

5.4 Solução do Problema RLQ

Retomando a solução apresentada no Teorema 5.3.1, para cada instante k e $\theta_k = i \in \Theta$, considere $\mu > 0$ fixado e as seguintes identificações

$$Q \leftarrow \begin{bmatrix} \Psi_{i,k+1} & 0 \\ 0 & R_{i,k} \end{bmatrix}, \; W \leftarrow \begin{bmatrix} Q_{i,k} & 0 \\ 0 & \mu I \end{bmatrix}, \; x \leftarrow \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ u_k \end{bmatrix},$$

$$A \leftarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I & -G_{i,k} \end{bmatrix}, \; \delta A \leftarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\delta G_{i,k} \end{bmatrix}, \; b \leftarrow \begin{bmatrix} -I \\ F_{i,k} \end{bmatrix} x_k, \; \delta b \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ \delta F_{i,k} \end{bmatrix} x_k,$$

$$H \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ H_{i,k} \end{bmatrix}, \; \Delta \leftarrow \Delta_{\theta_k,k}, \; E_A \leftarrow \begin{bmatrix} 0 & -E_{G_{i,k}} \end{bmatrix}, \; E_b \leftarrow E_{F_{i,k}} x_k. \tag{5.11}$$

O resultado a seguir apresenta a solução ótima do problema (5.4)-(5.5) para cada $\mu > 0$.

Proposição 5.4.1. *Dado $\mu > 0$, considere o problema de otimização (5.4)-(5.5) para um instante k qualquer fixado e $\theta_k = i \in \Theta$. A solução ótima $\left(x^*_{\mu,k+1}, u^*_{\mu,k}\right)$ é dada por*

$$\begin{bmatrix} x^*_{\mu,k+1} \\ u^*_{\mu,k} \\ \tilde{J}^{\mu}_k(x^*_{\mu,k+1}, u^*_{\mu,k}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & x_k \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} L_{\mu,i,k} \\ K_{\mu,i,k} \\ P_{\mu,i,k} \end{bmatrix} x_k, \tag{5.12}$$

sendo $L_{\mu,i,k}$, $K_{\mu,i,k}$ e $P_{\mu,i,k}$ calculados por meio de

$$\begin{bmatrix} L_{\mu,i,k} \\ K_{\mu,i,k} \\ P_{\mu,i,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I \\ 0 & 0 & \hat{F}_{i,k} \\ I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Psi^{-1}_{i,k+1} & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & R^{-1}_{i,k} & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & Q^{-1}_{i,k} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Sigma_{i,k} & \hat{I} & -\hat{G}_{i,k} \\ I & 0 & 0 & \hat{I}^T & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & -\hat{G}^T_{i,k} & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -I \\ \hat{F}_{i,k} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{5.13}$$

com os blocos matriciais

$$\Sigma_{i,k} = \begin{bmatrix} \mu^{-1}I - \hat{\lambda}_{i,k}^{-1} H_{i,k} H_{i,k}^T & 0 \\ 0 & \hat{\lambda}_{i,k}^{-1} I \end{bmatrix}, \quad \hat{I} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{F}_{i,k} = \begin{bmatrix} F_{i,k} \\ E_{F_{i,k}} \end{bmatrix}, \quad \hat{G}_{i,k} = \begin{bmatrix} G_{i,k} \\ E_{G_{i,k}} \end{bmatrix}, \tag{5.14}$$

e $\hat{\lambda}_{i,k}$ *decorrente da minimização de* $\Gamma_{i,k}(\lambda_{i,k})$ *sobre o intervalo* $(\|\mu H_{i,k}^T H_{i,k}\|, +\infty)$ *conforme o Teorema 5.3.1. Alternativamente,* $P_{\mu,i,k}$ *pode ser representado também como:*

$$\begin{aligned} P_{\mu,i,k} = L_{\mu,i,k}^T \Psi_{i,k+1} L_{\mu,i,k} + K_{\mu,i,k}^T R_{i,k} K_{\mu,i,k} + Q_{i,k} + \\ \left(\hat{I} L_{\mu,i,k} - \hat{G}_{i,k} K_{\mu,i,k} - \hat{F}_{i,k}\right)^T \Sigma_{i,k}^{-1} \left(\hat{I} L_{\mu,i,k} - \hat{G}_{i,k} K_{\mu,i,k} - \hat{F}_{i,k}\right). \end{aligned} \tag{5.15}$$

A penalidade imposta pelo parâmetro μ está associada ao nível de robustez do regulador em atenuar as incertezas presentes nas matrizes do Sistema (5.1)-(5.2). O Corolário a seguir estabelece a solução ótima quando $\mu \to +\infty$.

Corolário 5.4.1. *Suponha* $E_{G_{i,k}}$ *posto linha pleno. Quando* $\mu \to +\infty$*, a solução ótima (5.12)-(5.15) torna-se*

$$\begin{bmatrix} x_{\infty,k+1} \\ u_{\infty,k} \\ \tilde{J}_k(x_{\infty,k+1}, u_{\infty,k}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & x_k \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} L_{\infty,i,k} \\ K_{\infty,i,k} \\ P_{\infty,i,k} \end{bmatrix} x_k, \tag{5.16}$$

sendo $L_{\infty,i,k}$*,* $K_{\infty,i,k}$ *e* $P_{\infty,i,k}$ *dados por*

$$\begin{bmatrix} L_{\infty,i,k} \\ K_{\infty,i,k} \\ P_{\infty,i,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I \\ 0 & 0 & \hat{F}_{i,k} \\ I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Psi_{i,k+1}^{-1} & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & R_{i,k}^{-1} & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & Q_{i,k}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{I} & -\hat{G}_{i,k} \\ I & 0 & 0 & \hat{I}^T & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & -\hat{G}_{i,k}^T & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -I \\ \hat{F}_{i,k} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{5.17}$$

com os blocos $\hat{I}$*,* $\hat{F}_{i,k}$ *e* $\hat{G}_{i,k}$ *definidos em (5.14). Além disso,*

$$P_{\infty,i,k} = L_{\infty,i,k}^T \Psi_{i,k+1} L_{\infty,i,k} + K_{\infty,i,k}^T R_{i,k} K_{\infty,i,k} + Q_{i,k}. \tag{5.18}$$

Para simplificar a notação, será adotado de agora em diante a seguinte representação: $L_{\infty,i,k} := L_{i,k}$, $K_{\infty,i,k} := K_{i,k}$ e $P_{\infty,i,k} := P_{i,k}$. Considerando esses resultados preliminares, a solução ótima robusta recursiva é estabelecida no resultado a seguir.

Teorema 5.4.1. *A sequência ótima* $\left\{(x^*_{k+1}, u^*_k)\right\}_{k=0}^{N-1}$ *derivada do problema de otimização min-max (5.4)-(5.5) é dada por*

$$\begin{bmatrix} x^*_{k+1} \\ u^*_k \\ \tilde{J}_k(x^*_{k+1}, u^*_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & x^*_k \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} L_{\theta_k,k} \\ K_{\theta_k,k} \\ P_{\theta_k,k} \end{bmatrix} x^*_k, \quad k = 0, \ldots, N-1 \tag{5.19}$$

com $\theta_k = i \in \Theta$ *e* $L_{i,k}$, $K_{i,k}$ *e* $P_{i,k}$ *dados por*

$$\Psi_{i,k+1} = \left(\sum_{j=1}^{s} P_{j,k+1} p_{ij} \right), \tag{5.20}$$

$$\begin{bmatrix} L_{i,k} \\ K_{i,k} \\ P_{i,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I \\ 0 & 0 & \hat{F}_{i,k} \\ I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Psi^{-1}_{i,k+1} & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & R^{-1}_{i,k} & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & Q^{-1}_{i,k} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{I} & -\hat{G}_{i,k} \\ I & 0 & 0 & \hat{I}^T & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & -\hat{G}^T_{i,k} & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -I \\ \hat{F}_{i,k} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{5.21}$$

para todo $k = N-1, \ldots, 0$ *e os blocos* $\hat{I}$, $\hat{F}_{i,k}$ *e* $\hat{G}_{i,k}$ *definidos em (5.14). O custo total ótimo é* $\tilde{J}^*(\theta_0, x_0, u^*) = x_0^T P_{\theta_0,0} x_0$.

Manipulações algébricas no sistema linear associado à Equação (5.21) do Teorema 5.4.1, por meio da inserção de variáveis auxiliares, permitem reescrevê-lo em uma nova forma matricial. Assim, o regulador robusto recursivo projetado para SLSM incertos é proposto na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Regulador Linear Quadrático Robusto para SLSM

SLSM Incerto: Considere o modelo (5.1)-(5.2) e o critério (5.4)-(5.5) com $Q_{i,k} \succeq 0$ e $R_{i,k} \succ 0$, $\forall i \in \Theta$ e $k = 0, ..., N-1$.
Condições Iniciais: Defina x_0, θ_0, $\mathbb{P}$ e $P_{i,N} \succeq 0$, $\forall i \in \Theta$.

Passo 1: *(Para trás)* Calcule para todo $k = N-1, \ldots, 0$:

$$\Psi_{i,k+1} := \sum_{j=1}^{s} P^r_{j,k+1} p_{ij},$$

$$\begin{bmatrix} L^r_{i,k} \\ K^r_{i,k} \\ P^r_{i,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{F}_{i,k} \\ I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ I & -\Psi_{i,k+1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & I & -R_{i,k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & -Q_{i,k} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{I} & -\hat{G}_{i,k} \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & -\hat{G}^T_{i,k} & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -I \\ 0 \\ \hat{F}_{i,k} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Passo 2: *(Para frente)* Obtenha para cada $k = 0, ..., N-1$:

$$\begin{bmatrix} x^*_{k+1} \\ u^*_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L^r_{\theta_k,k} \\ K^r_{\theta_k,k} \end{bmatrix} x^*_k.$$

5.5 Um Exemplo Numérico

Para melhor ilustrar a aplicação do algoritmo do regulador linear quadrático robusto para SLSM mostrado na Tabela 5.1, pode ser utilizado um exemplo numérico baseado nos resultados da identificação do modelo apresentados na seção 4.2.4. Utilizando-se os modelos apreentados nos pares de matrizes de 4.9 a 4.18 e a matriz de probabilidade de (4.19), aplicou-se a seguinte convenção para os erros E_{F_i} e E_{G_i} em cada modo i:

$$E_{F_i} = 0,01max(|F_i|), E_{G_i} = 10max(|G_i|),$$

em que o operador max avalia o maior valor absoluto dos elementos de cada coluna da matriz. Portanto, $E_{F_i} \in R^{1\times n}$ e $E_{G_i} \in R^{1\times p}$

Ainda, sejam as matrizes de ponderação $Q_i = 100I_n$ e $R_i = 0,1266$, $i = 1, 2, ...10$. Então, encontram-se os seguintes ganhos do controlador para cada um dos modos:

$$K_1 = [-0,0860 - 0,0876 - 0,0775], K_2 = [-0,1106 - 0,1122 - 0,0978],$$

$$K_3 = [-0,1590 - 0,1615 - 0,1449], K_4 = [-0,1538 - 0,1512 - 0,1491],$$

$$K_5 = [-0,1022 - 0,0905 - 0,1122], K_6 = [-0,2940 - 0,2929 - 0,2770],$$

$$K_7 = [-0,2207 - 0,2210 - 0,2022], K_8 = [-0,2428 - 0,2486 - 0,2207],$$

$$K_9 = [-0,1850 - 0,1868 - 0,1810], K_{10} = [-0,2975 - 0,2943 - 0,2956].$$

A Figura (5.3) mostra a atuação do controlador para regulação da planta:

Figura 5.3: Atuação do regulador na planta simulada do caminhão

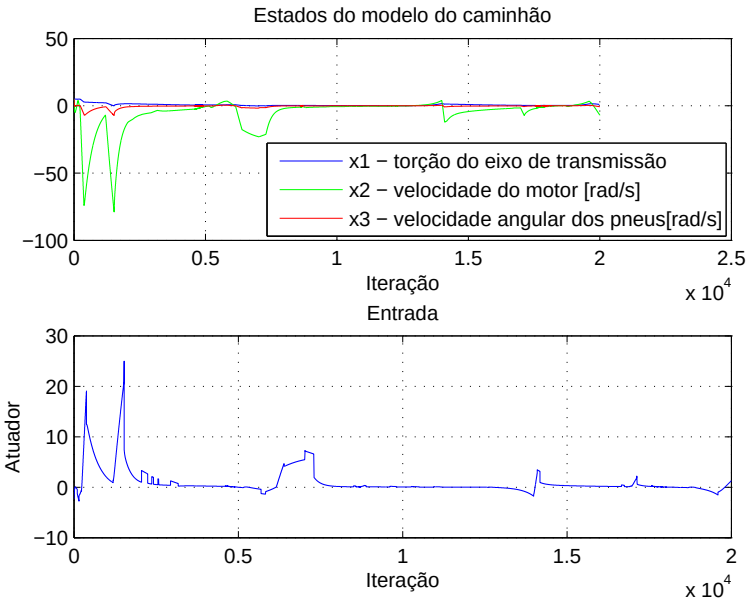
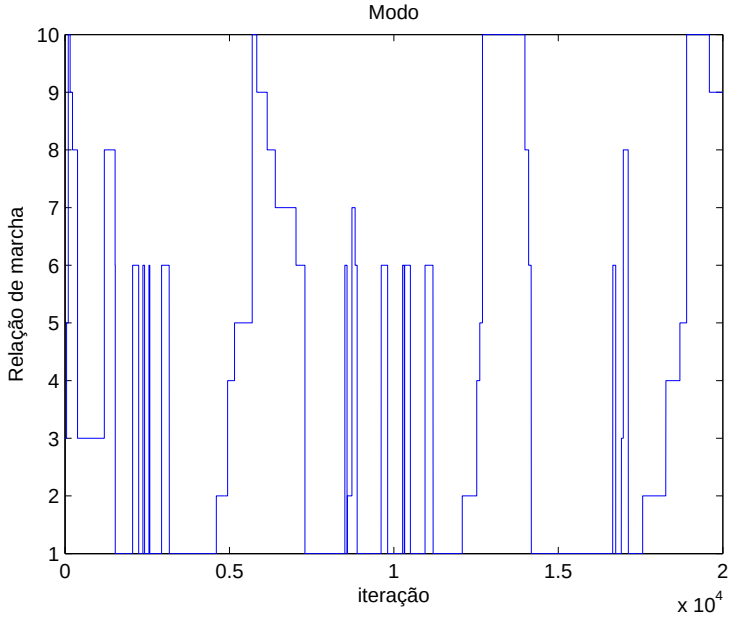


Figura 5.4: Modos da planta simulada do caminhão



CAPÍTULO 6

SISTEMA DE CONTROLE DO CAMINHÃO AUTÔNOMO

Na etapa final do projeto, foram desenvolvidos os sistemas de controle para o veiculo autônomo, bem como a implementação e os testes do controle projetado. Este capítulo relata a execução dessas tarefas.

6.1 Implementação e Testes

A implementação dos controladores foi feita no caminhão Scania G360 descrito na Seção 4.2.1. Além das modificações citadas anteriormente (como o computador, os atuadores dos pedais e do volante, além das antenas de GPS), foi acrescida uma conexão de internet 3G para correção dos valores de coordenadas fornecidos pelo GPS.

6.1.1 Controlador Longitudinal

O controle foi implementado com o uso da ferramenta ROS (*Robot Output System*, um conjunto de estruturas de *software* para programação de robôs), além da programação de *scripts* em linguagem Python.

As curvas de referência com os valores desejados de velocidade para o caminhão foram obtidas por meio de condução do veículo no modo manual. Foram gravadas as coordenadas de GPS referentes aos pontos da trajetória, bem como o estado do veículo nestes determinados pontos. O algoritmo de controle autônomo escolhe como referência o estado do ponto da trajetória mais próximo à sua localização atual.

Os testes foram executados na área 2 do campus da Universidade de São Paulo (USP) na cidade de São Carlos - SP. Os dados mostrados correspondem a uma volta completa em um circuito fechado, com duração total de 215 segundos.

Na ocasião dos testes, foi detectada a necessidade de alterações nas matrizes de ponderação e nas matrizes de incertezas do modelo longitudinal, levando assim a diferentes valores de ganho. As matrizes escolhidas foram as seguintes:

$$E_{Fi} = 0,04F_1,$$

$$E_{Gi} = 6G_i,$$

$$Q_i = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10^5 \end{bmatrix}, R_i = \begin{bmatrix} 1,5 \cdot 10^4 \end{bmatrix}, i = 1, 2, ..., 10.$$

Os ganhos calculados para a matriz de transição dada em 4.19 foram:

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0,0264 & 0,0544 & 10,3588 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 0,0162 & 0,1024 & 11,3309 \end{bmatrix},$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} -0,0320 & -0,1377 & 15,0950 \end{bmatrix}, K_4 = \begin{bmatrix} 0,0620 & -0,1687 & 16,0237 \end{bmatrix},$$

$$K_5 = \begin{bmatrix} 0,0265 & 0,2512 & -18,7822 \end{bmatrix}, K_6 = \begin{bmatrix} 0,0450 & -0,0435 & -12,8273 \end{bmatrix},$$

$$K_7 = \begin{bmatrix} 0,0102 & -0,2477 & -36,2176 \end{bmatrix}, K_8 = \begin{bmatrix} -0,0992 & -0,3623 & -39,1879 \end{bmatrix},$$

$$K_9 = \begin{bmatrix} -0,0873 & -0,3733 & -39,8197 \end{bmatrix}, K_{10} = \begin{bmatrix} 0,0132 & -0,0112 & -32,6448 \end{bmatrix}.$$

Figura 6.1: Comparação entre velocidade do motor desejada e velocidade atual obtida pelo controle autônomo.

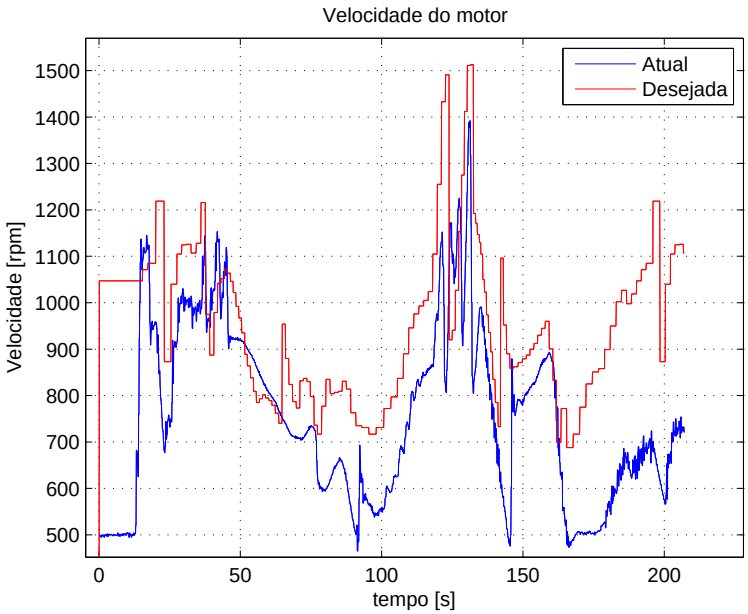


Figura 6.3: Comparação entre torção no eixo desejada e torção atual obtida pelo controle autônomo.

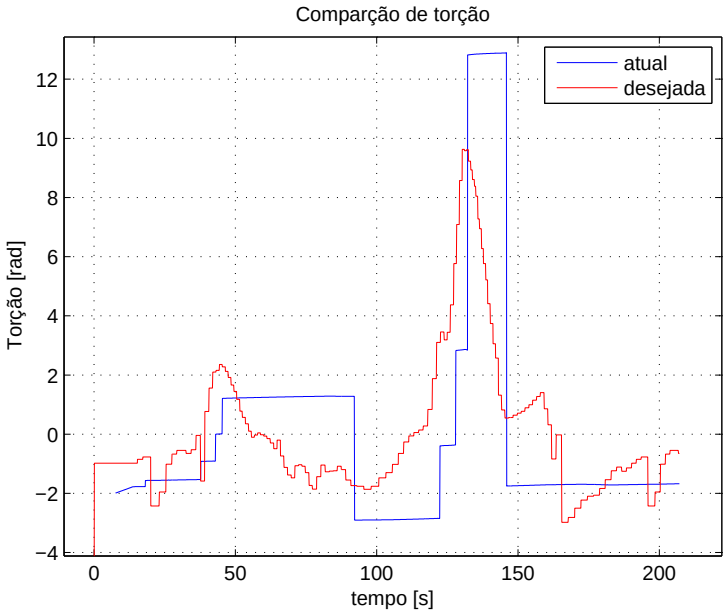
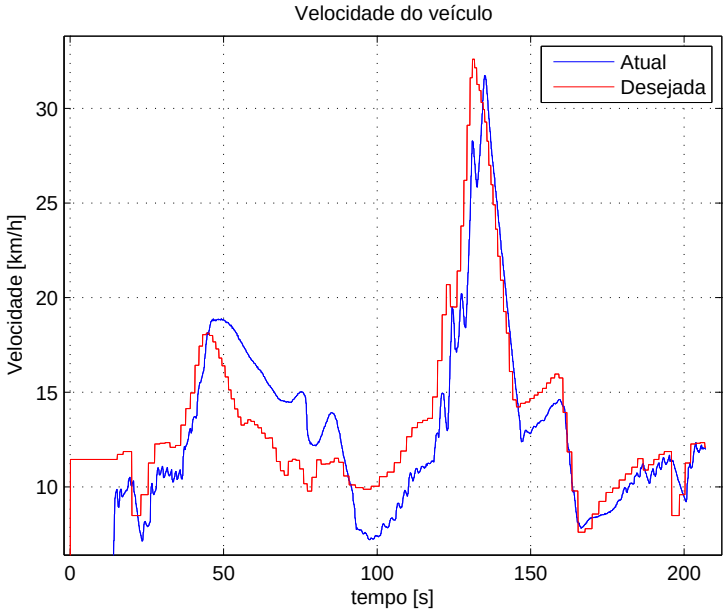


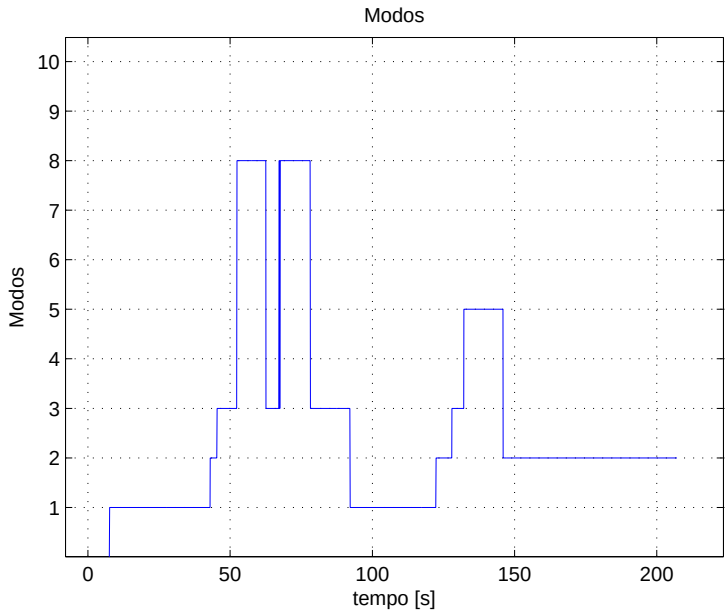
Figura 6.2: Comparação entre velocidade do veículo desejada e velocidade atual obtida pelo controle autônomo.



A Figura (6.1) mostra a referência de velocidade do motor comparada à velocidade alcançada pelo controle autônomo Markoviano. A Figura (6.2) mostra a referência de velocidade do caminhão comparada à velocidade alcançada pelo controle autônomo Markoviano. A Figura (6.3) mostra a referência de torção comparada à torção alcançada pelo controle autônomo

Markoviano.

Figura 6.4: Modos de operação do caminhão autônomo durante o teste.



A Figura (6.6) mostra os modos de operação do caminhão autônomo durante o teste.

6.1.2 Controlador Lateral

O controlador foi implementado tendo por base o modelo 4.25. As matrizes de incertezas e de ponderação foram escolhidas como:

$$E_{F_1} = \begin{bmatrix} 0 & 1,1 & 0 \\ 1,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,3 \end{bmatrix}, \quad E_{F_2} = \begin{bmatrix} 0 & 1,1 & 0 \\ 1,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,3 \end{bmatrix}, \quad E_{F_3} = \begin{bmatrix} 0 & 1,1 & 0 \\ 1,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,3 \end{bmatrix},$$

$$E_{G_1} = \begin{bmatrix} 0,65 \\ 0 \\ 0,65 \end{bmatrix}, \quad E_{G_2} = \begin{bmatrix} 0,60 \\ 0 \\ 0,60 \end{bmatrix}, \quad E_{G_3} = \begin{bmatrix} 0,55 \\ 0 \\ 0,55 \end{bmatrix},$$

$$Q_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1^5 \end{bmatrix}, R_i = \begin{bmatrix} 1 \cdot 10^{10} \end{bmatrix}, i = 1, 2, 3.$$

Os ganhos calculados para a matriz de transição dada em 4.26 foram:

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0 & -0,8462 & -1 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1,0833 & -1 \end{bmatrix},$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1,0909 & -1 \end{bmatrix}.$$

Figura 6.5: Desempenho do controlador de dinâmica lateral.

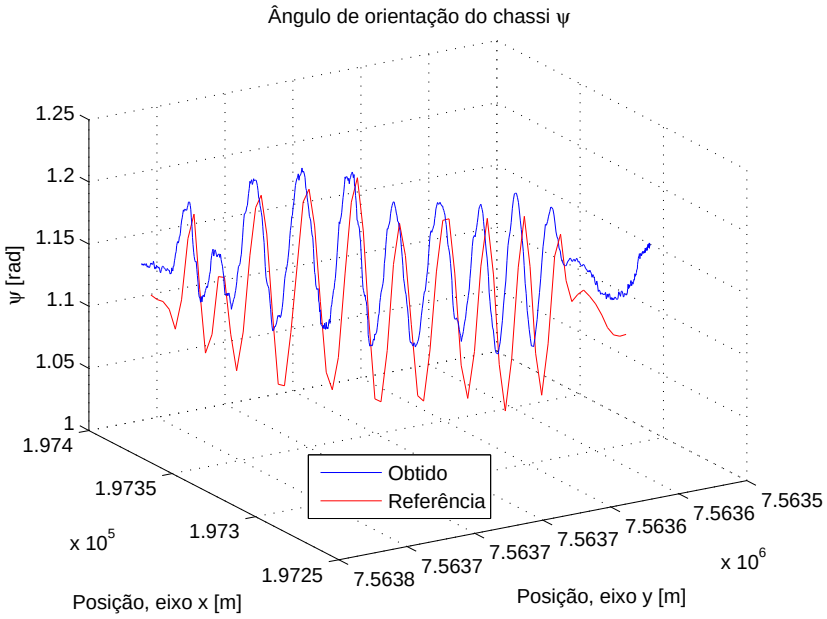
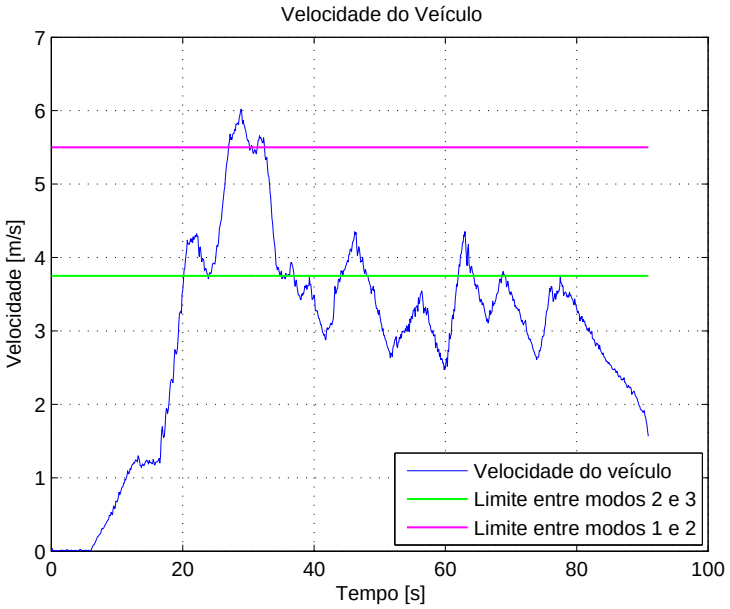


Figura 6.6: Modos de operação do caminhão autônomo durante o teste, controle lateral.



CAPÍTULO 7

ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

Neste capítulo apresentam-se uma visão geral dos resultados obtidos na execução desta dissertação, além de considerações finais a respeito do projeto.

7.1 Sobre o Trabalho

Esta dissertação de mestrado apresenta os fundamentos do projeto de controle autônomo de veículos utilizando SLSM. Trata-se de uma nova abordagem, que ainda não foi escolhida por outros trabalhos. Esta dissertação reúne informação acadêmica a respeito de modelagem veicular, controle de sistemas lineares baseado em saltos Markovianos, controle autônomo veicular e demais assuntos correlatos.

A modelagem matemática do sistema de tração realizada mostra uma característica de saltos na dinâmica do veículo devido à mudança de marchas, ou seja, variação do modelo de espaço de estado devido à variação de i_t. Já a modelagem matemática da dinâmica do chassi mostra que há variação da equação de espaço de estado em função da velocidade v_{CoG}. Estas características

indicam que a abordagem escolhida no trabalho é válida, pois estão diretamente relacionadas ao controle SLSM.

A tarefa da modelagem dos pneus se mostrou complexa demais para as ferramentas disponíveis para esta dissertação. As simplificações adotadas para o tratamento deste componente são fonte de erros de modelagem. A mitigação desses erros dependerá de novos equipamentos para testes e poderá ser executada como trabalho futuro.

Ademais, as equações dinâmicas do veículo mostram que existe uma boa correspondência entre as características longitudinais da dinâmica do caminhão e a descrição de um sistema linear sujeito a saltos Markovianos, sendo bem identificáveis a característica linear dos modos, bem como as mudanças na dinâmica. Contudo, melhorias no modelo podem ser feitas a partir da investigação de métodos analíticos para obtenção do modelo em espaço de estados em vez de técnicas de estimativa baseadas em gradiente descentente.

A estimativa dos parâmetros do modelo, no entanto, se mostrou satisfatória e apropriada para este tipo de aplicação. A modelagem da dinâmica longitudinal do veículo feita foi satisfatória, apesar de apresentar margem para aperfeiçoamento. Já na modelagem lateral, houve ainda mais precisão, principalmente no que se refere à dinâmica do escorregamento da carroceria β. Já a variável $\dot{\psi}$, referente à variação da orientação, foi superestimada pelos modelos encontrados. Aqui também uma abordagem analítica pode vir a melhorar os resultados da modelagem. Note que, assim como em [11], foi notada uma degradação da qualidade do modelo com o aumento das marchas. Este comportamento é esperado porque os métodos de modelagem de ambos os os trabalhos são bastante semelhantes.

Em comparação às etapas de modelagem de um veículo autônomo mostradas em [35], este trabalho foca apenas no seguimento de trajetória. Deverá ser complementado, portanto, com artifícios para navegação e planejamento de trajetória que fogem ao escopo desta dissertação.

Os valores dos ganhos de realimentação são dependentes das matrizes de incertezas em ambos os casos. Como não houve uma abordagem analítica possível para os modelos, as matrizes de incertezas tiveram que ser ajustadas conforme a experiência do autor via tentativa e erro, observando quais os seus efeitos na planta. Também há forte dependência das matrizes de ponderação. Portanto, análises de desempenho do controlador quanto ao erro de estado são prematuras, uma vez que ainda há margem para mais testes e ajustes destas matrizes.

As matrizes de probabilidade em ambos os casos são esparsas. Isto sugere que um controle chaveado pode ter desempenho adequado para o caso da trajetória em questão. Contudo, em manobras mais agressivas, com mudanças bruscas de aceleração e frenagem, espera-se que o controlador Markoviano seja mais adequado. Esta comparação fica sugerida como trabalho futuro.

O projeto de pequisa abre as portas para trabalhos futuros, como a implementação do controle aqui desenvolvido em veículo no ambiente urbano, integração do controle autônomo baseado em trajetória de referência com tecnologias de visão computacional dedicadas ao desvio de obstáculos, integração do controle autônomo a objetivos de dirigibilidade (como direção visando à economia de combustível ou pneus), dentre outros.

7.2 Publicações Resultantes

Resultou deste trabalho a publicação de um artigo no Congresso Brasileiro de Automática de 2016, em Vitória - ES. O título do artigo é "Projeto e simulação de um controlador longitudinal para veículo autônomo baseado em sistemas Markovianos".

REFERÊNCIAS

[1] Attia, R., R. Orjuela, e M. Basset (2012). Coupled longitudinal and lateral control strategy improving lateral stability for autonomous vehicle. *2012 American Control Conference*.

[2] Aufrère, R., J. Gowdy, C. Mertz, C. Thorpe, C.-C. Wang, e T. Yata (2003). Perception for collision avoidance and autonomous druving. *Mechatronics, vol. 13, no. 10*.

[3] Baffet, G., A. Charara, e D. Lechner (2009). Estimation of vehicle sideslip, tire force and wheel cornering stiffness. *Control Engineering Practice, Vol 17, Issue 11.*.

[4] Buehler, M., K. Iagnemma, e S. Singh (2009). The DARPA urban challenge: Autonomous vehicles in city traffic. *Springer Publishing Company Inc.*.

[5] Cameron, J. T. (2005). Vehicle dynamic modeling for the prediction and prevention of vehicle rollover. Dissertação, Department of Mechanical and Nuclear Engineering - Pennsylvania State University.

[6] Cerri, J. P. (2013). *Controle e filtragem para sistemas lineares discretos incertos sujeitos a saltos Markovianos*. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo.

[7] Cerri, J. P. e M. H. Terra (2012). Control of discrete-time Markovian jump linear systems subject to known and unknown chains. *2012 American Control Conference - Montreal, Canada*.

[8] Cerri, J. P., M. H. Terra, e J. Y. Ishihara (2010a). Controle ótimo de sistemas lineares discretos sujeitos a saltos Markovianos. *Congresso Brasileiro de Automática- Bonito, MS*.

[9] Cerri, J. P., M. H. Terra, e J. Y. Ishihara (2010b). Recursive robust regulator for discrete-time Markovian jump linear systemsvia penalty game approach. *49th IEEE Conference on Decision and Control - Atlanta, USA*.

[10] Chen, C.-T. (2006). *Linear Systems Theory and Design.* (3rd ed.). Oxford University Press.

[11] Dias, J. E., G. A. S. Pereira, e R. M. Palhares (2015). Longitudinal model identification and velocity control of an autonomous car. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, vol. 16, no. 2, April*.

[12] Dias, J. E. A. (2013). Modelagem longitudinal e controle de velocidade de um veículo autônomo. Dissertação, Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

[13] Dukkipati, R., J. Pang, Q. M, G. Chen, e Z. Shuguang (2008). *Road Vehicle Dynamics*. SAE Books.

[14] Filho, C. M., D. F. Wolf, V. G. Jr., e F. S. Osório (2014). Longitudinal and lateral control for autonomous ground vehicles. IEEE I*ntelligent* V*ehicles* S*ymposium* - D*earborn,* M*ichigan,* USA.

[15] Ioannou, P. e B. Fidan (2006). *Adaptive Control Tutorial.* (1st ed.). SIAM Society for Industrial and Applied Mathematics.

[16] Jun, G. e Z. Huapeng (2010). Research on adaptive control method of autonomous vehicle lateral motion. *International Conference on Computer Application and System Modeling*.

[17] Kailath, T., A. H. Sayed, e B. Hassibi (2000). *Linear Estimation*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.

[18] Kiencke, U. e L. Nielsen (2005). *Automotive Control Systems. For Engine, Driveline, and Vehicle.* (2nd ed.). Springer-Verlag, Berlin.

[19] Kritayakirana, K. (2012). *Automotive Vehicle Control at the Limits of Handling*. Tese de Doutorado, Department of Mechanical Engineering, Stanford University.

[20] Lin, C.-F., J.-C. Juang, e K.-R. Li (2014). Active collision avoidance system for steering control of autonomous vehicles. *IET Intelligent Transport Systems*.

[21] Majdoub, K. E., F. Giri, H. Ouadi, L. Dugard, e F. Chaoui (2011). Vehicle longitudinal motion modeling for nonlinear control. *Control Engineering Practice, 20*.

[22] Menegaz, H. M., J. Y. Ishihara, G. A. Borges, e A. N. Vargas (2015). A systematization of the unscented KALMAN filter theory. IEEE *Transactions on Automatic Control, vol. 60, nº 10*.

[23] Ortiz, A., J. A. Cabrera, A. J. Guerra, e A. Simon (2006). An easy prodeure to determine magic formula parameters: a comparative study between the starting value optimization technique and the imma optimization algorithm. *Department of Mechanical Engineering, University of Málaga, Campus El Ekido, 39013, Málaga, Spain*.

[24] Pacejka, H. (2005). *Tire and Vehicle Dynamics*. Elsevier.

[25] Pomerleau, D. A. (1989). Alvinn: An autonomous land vehicle in a neural network. *Research Showcase at CMUl*.

[26] Rajamani, R., C. Zhu, e L. Alexander (2001). Lateral control of autonomous vehicle by yaw rate feedback. *IEEE ISIE - Pusan, Korea*.

[27] Rajamani, R., C. Zhu, e L. Alexander (2003). Lateral control of a backward driven front-steering vehicle. *Control Engineering Practice 11*.

[28] Sayed, A. H. e V. H. Nascimento (1999). Design criteria for uncertain models with structured and unstructured uncertainties. In A. Garulli, A. Tesi, e A. Vicino (Eds.), *Robustness in Identification and Control*, Volume 245, pp. 159 – 173. Springer-Verlag, London.

[29] Schofield, B. (2008). Model-based vehicle dynamics control for active safety. Dissertação, Department of Automatic Control - Lund University, Lund.

[30] Shen, H. e W. Wang (2015). A T-S fuzzy logic design to lateral control of autonomous vehicles. *International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering* (MACE).

[31] Terra, M. H., J. P. Cerri, e J. Y. Ishihara (2014). Optimal robust linear quadratic regulator for systems subject to uncertainties. *IEEE Transactions on Automatic Control 59*, 2586–2591.

[32] Thrun, S., M. Montermelo, H. Dahlkamp, D. Stavens, A. Aron, J. Diesel, P. Fong, J. Gale, M. Halpenny, G. Hoffmann, K. au, C. Oakley, C. Palatucci, V. Pratt, P. Stang, S. Strohband, C. Dupont, L. Jendrosek, C. Koellen, C. Markey, C. Rummel, J. V. Niekerk, E. Jensen, P. Alessandrini, G. Bradski, B. Davies, S. Ettinger, A. Kaehler, A. Nefian, e P. Mahoney (2006). Winning the DARPA grand challenge. *Journal of Field Robotics*.

[33] Thrun, S., M. Montermelo, H. Dahlkamp, D. Stavens, A. Aron, J. Diesel, P. Fong, J. Gale, M. Halpenny, G. Hoffmann, K. Lau, C. Oakley, C. Palatucci, V. Pratt, P. Stang, S. Strohband, C. Dupont, L. Jendrosek, C. Koellen, C. Markey, C. Rummel, J. V. Niekerk, E. Jensen, P. Alessandrini, G. Bradski, B. Davies, S. Ettinger, A. Kaehler, A. Nefian, e P. Mahoney (2006). Stanley, the robot that won the DARPA grand challenge. *Journal of Field Robotics*.

[34] Ulmer, B. (1994). Vita II - active collision avoidance in real traffic. *Intelligent Vehicles '94 Symposium*.

[35] Veres, S. M., L. Molnar, e C. Morice (2011). Autonomous vehicle control systems - a review of decision making. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*.

[36] Wu, N., W. Huang, Z. Song, X. Wu, Q. Zhang, e S. Yao (2015). Adaptive dynamic preview control for autonomous vehicle trajectory following with ddp based path planner. *IEEE Intelligent Vehicles Symposium*.

[37] Zackrisson, T. (2003). Modeling and simulation of a driveline with an automatic gearbox. Dissertação, Royal Institute of Technology - KTH, Stockholm.