

BC

FD-1364

EDGAR MICHAEL HEILMANN

**PROJETO DE COMPONENTES EM MATERIAL
TERMOPLÁSTICO - DIMENSIONAMENTO E
ANÁLISE SOB CARREGAMENTO ESTÁTICO**

**Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de Mestre
em Engenharia.**

**São Paulo
1992**



EDGAR MICHAEL HEILMANN

**PROJETO DE COMPONENTES EM MATERIAL
TERMOPLÁSTICO - DIMENSIONAMENTO E
ANÁLISE SOB CARREGAMENTO ESTÁTICO**

**Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de Mestre
em Engenharia.**

**Área de Concentração:
Engenharia Mecânica**

**Orientador:
Ronaldo de Breyne Salvagni**

**São Paulo
1992**

Agradecimentos

Ao professor Ronaldo de Breyne Salvagni pela orientação e estímulo.

A Marcelo Turrin pelo apoio e incentivo.

Às funcionárias da biblioteca pela ajuda na localização e obtenção de artigos.

A Cátia Brumatti pela ajuda na elaboração dos programas de computador.

aos meus pais

à Márcia

RESUMO

Os plásticos têm sido cada vez mais utilizados em componentes, chegando até a substituir os metais em certas aplicações. Este trabalho tem por objetivo o levantamento e análise crítica de metodologias para dimensionamento de componentes submetidos a cargas estáticas. Foram escolhidos os seguintes tipos de componentes estruturais: barras solicitadas uniaxialmente, vigas e discos simplesmente apoiados e submetidos a pressão uniforme em uma das faces.

Foi feito um resumo da viscoelasticidade, e dos critérios para previsão de falhas em componentes plásticos.

No caso das barras solicitadas uniaxialmente, as curvas de fluência e os envelopes de ruptura permitem a previsão de deformações e o da vida útil do componente.

Para as vigas, o método baseado na curva isócrona e o baseado no cálculo do módulo de elasticidade secante na tensão média permitem o cálculo de deflexões, sendo a vida útil calculada pelos envelopes de ruptura.

As deflexões em discos podem ser calculadas pelo método baseado no princípio da correspondência, sendo a vida útil calculada pela aplicação de um critério de falha para o ponto mais solicitado do disco.

ABSTRACT

Plastics are being used more and more in components and have even replaced metals in certain applications. The aim of the present work is to make a survey and a critical analysis of the methods for dimensioning components submitted to static loads. The following types of structural components were chosen: uniaxially loaded rods, beams and disks simply supported and submitted to a uniform pressure on one side.

We made a summary of viscoelasticity and of the criteria for the forecasting of failure in plastic components.

In the case of uniaxially loaded rods, creep curves and rupture envelopes allow a forecast of strains and of the component's useful life.

In the case of beams, the method based on the isochronous curve and the method based on the computation of the secant elastic modulus under average stress allow the calculation of displacements; in this case, the useful life is calculated by means of rupture envelopes.

Displacements in disks can be computed with the method based on the principle of correspondence, and useful life is calculated by application of a failure criterium for the point of the disk subject to maximum stresses.

Lista de Figuras

Figura 3.1 Variação no volume em função da temperatura [41]	26
Figura 3.2 Efeito da temperatura no módulo de elasticidade num termoplástico amorfo [41]	27
Figura 3.3 Mero do Polietileno de baixa densidade	30
Figura 3.4 Mero do Polioximetileno	30
Figura 3.5 Mero do Polipropileno	31
Figura 3.6 Mero do Nylon 6.6	32
Figura 3.7 Mero da Acrilonitrila-butadieno-estireno	32
Figura 3.8 Mero do Policarbonato	33
Figura 3.9 Mero do Cloreto de polivinila	34
Figura 3.10 Mero do Poliestireno	34
Figura 3.11 Meros do PET e do PBT	35
Figura 3.12 Mero do Polioxifenileno	36
Figura 3.13 Distribuição do consumo de plásticos de engenharia nos EUA	40
Figura 3.14 Aumento da tensão de ruptura de alguns termoplásticos devido a reforços com fibra de vidro e fibra de carbono [41]	41
Figura 4.1 Resultado do ensaio de fluência (esquemático)	44
Figura 4.2 Resultado do Ensaio de relaxação (esquemático)	45
Figura 4.3 Elementos básicos dos modelos reológicos	46
Figura 4.4 O modelo de Maxwell	47
Figura 4.5 Ensaio de fluência, Relaxação e Recuperação para o modelo de Maxwell	50
Figura 4.6 O modelo de Kelvin-Voigt	51
Figura 4.7 Fluência, relaxação e recuperação para o modelo de Kelvin-Voigt	52
Figura 4.8 Os modelos generalizados de Kelvin e Maxwell	55
Figura 4.9 Estrutura matemática da teoria da viscoelasticidade linear	58
Figura 4.10 Deformação devido a uma tensão variável no tempo	60
Figura 4.11 Tensão variável no tempo aproximada por uma sucessão de degraus.	60
Figura 4.12 Elemento infinitesimal de um corpo sólido	64
Figura 4.13 Curvas tensão-deformação para um mesmo material a diferentes temperaturas	77

Figura 4.14 Curvas tensão-deformação para um mesmo material a diferentes taxas de deformação	78
Figura 5.1 Ensaio de tração para material frágil (esq.) e dútil.....	90
Figura 5.2 Efeito da temperatura na tensão de escoamento.....	91
Figura 5.3 Envelopes de ruptura [64]	100
Figura 5.4 Envelope de ruptura e deformação limite [67].....	101
Figura 5.5 Diagrama de conversão de deformação-limite para tensão admissível [67].....	102
Figura 5.6 Curvas limite de Mohr para o polipropileno [36].....	103
Figura 5.7 Curva limite e círculo de Mohr para um ponto de uma viga solicitada a flexo-torção [36]	104
Figura 6.1 Curvas de fluência e envelope de ruptura para o acetal copolímero a 80°C[19].....	108
Figura 6.2 Estrutura do tipo treliça	109
Figura 6.3 Obtenção do módulo de elasticidade secante calculado numa tensão média.....	112
Figura 6.4 Viga utilizada por Gaube em ensaio de flexão.....	120
Figura 6.5 Curva isócrona para polietileno e módulos secante na tensão máxima e na tensão média para a carga de 18 kgf.	124
Figura 6.6 Curvas de fluência e envelope de ruptura para acetal copolímero a 60 °C [19].	126
Figura 6.7 Esquema do encaixe do tipo "click"	128
Figura 6.8 Modelo viscoelástico de 3 parâmetros.....	136
Figura 6.9 Disco utilizado por Gaube.....	143

SUMÁRIO

Lista de figuras

Resumo

"Abstract"

1	Introdução	1
2	Revisão da Literatura	5
2.1	Introdução	5
2.2	Referências Sobre Viscoelasticidade	7
2.3	Referências Sobre Projeto De Peças Plásticas.....	9
2.3.1	Artigos.....	9
2.3.2	Livros	16
2.3.3	Catálogos De Fabricantes	18
3	Conceitos Básicos de Plásticos.....	21
3.1	Polímero	21
3.2	Tipos de Polímeros.....	21
3.3	Plásticos	22
3.3.1	Plásticos Termoplásticos.....	23
3.3.1.1	Cristalinidade.....	24
3.3.1.2	Temperatura de Transição Vítea (Tg)	24
3.3.2	Plásticos Termofixos	27
3.3.3	Elastômeros (borrachas).....	28
3.4	Plásticos de engenharia.....	28
3.5	Breve histórico, aplicações e propriedades de alguns plásticos [77] [83] [79] [22].....	29
3.6	Compósitos	40
3.7	Ligas Poliméricas (Blendas)	41
4	Viscoelasticidade	43
4.1	Introdução	43
4.2	Modelos reológicos diferenciais	45
4.2.1	O Modelo de Maxwell.....	47

4.2.1.1	Ensaio de fluência.....	48
4.2.1.2	Módulo de flexibilidade na fluência.....	49
4.2.1.3	Ensaio de relaxação.....	49
4.2.1.4	Módulo de relaxação.....	50
4.2.1.5	Ensaio de recuperação.....	50
4.2.2	O modelo de Kelvin-Voigt.....	51
4.3	Viscoelasticidade Linear.....	53
4.3.1	Modelos mais complexos.....	54
4.3.2	Princípio da Superposição de Boltzmann.....	59
4.3.3	Análise de vigas feitas de material viscoelástico linear.....	62
4.3.3.1	O princípio da correspondência.....	62
4.3.4	Viscoelasticidade em três dimensões.....	63
4.3.4.1	Análise de tensões e deformações.....	64
4.3.4.2	A lei viscoelástica.....	67
4.3.4.3	O princípio da correspondência.....	68
4.4	Viscoelasticidade não-linear.....	71
4.4.1	Equações constitutivas não-lineares unidimensionais.....	72
4.5	Ensaio mecânicos realizados em plásticos.....	76
4.5.1	O ensaio de tração.....	77
4.5.1.1	Influência da taxa de deformação e da temperatura.....	77
4.5.1.2	O ensaio de compressão.....	78
4.5.2	O ensaio de flexão.....	79
4.5.3	O ensaio de fluência sob tração.....	80
4.5.4	Os ensaios de fluência sob flexão e compressão.....	80
4.5.5	O ensaio de relaxação.....	81
4.5.6	As curvas isócronas, isométricas e do módulo aparente.....	81
4.5.7	O coeficiente de Poisson.....	82
4.5.8	Dados para controle da qualidade x dados para projeto.....	82
4.5.9	Anisotropia.....	84
5	Critérios de falha para plásticos.....	88
5.1	Introdução.....	88
5.2	Solicitação de curta duração.....	89
5.2.1	Solicitação uniaxial.....	89
5.2.1.1	Critério baseado numa tensão máxima.....	89
5.2.1.2	Critérios baseados na máxima deformação.....	92
5.2.1.3	Critério energético.....	92
5.2.2	Solicitação multiaxial.....	93

5.3	Solicitação de longa duração	99
5.3.1	Solicitação uniaxial.....	99
5.3.1.1	Crítério baseado numa tensão máxima.....	99
5.3.1.2	Crítério baseado na máxima deformação.....	100
5.3.1.3	Comparação entre os dois critérios.....	102
5.3.2	Solicitação multiaxial	103
5.4	Outros fatores que influenciam nas falhas dos plásticos	105
6	Projeto de componentes plásticos.....	106
6.1	Introdução	106
6.2	Barras solicitadas uniaxialmente.....	106
6.2.1	Cálculo de deslocamentos e deformações.....	106
6.2.2	Determinação da tensão admissível	107
6.2.3	Exemplo 1 - Dimensionamento de barra sob carga de longa duração	107
6.2.4	Exemplo 2 - Dimensionamento de uma estrutura do tipo treliça.....	109
6.3	Vigas.....	111
6.3.1	Cálculo de deslocamentos e deformações.....	111
6.3.1.3	Método (c) - Módulo secante na deformação máxima	113
6.3.1.4	Método (d) - Módulo aparente	114
6.3.1.5	Método (e) - Módulo aparente com verificação de tensões e deformações calculadas	114
6.3.1.7.1	O ensaio realizado por Gaube [35].....	119
6.3.1.7.2	Resultados fornecidos pelos métodos (a), (b), (c) e (f).....	120
6.3.2	Determinação da tensão admissível	125
6.3.3	Exemplo 1- Dimensionamento de uma viga sob carga constante.....	125
6.3.4	Exemplo 2 - Dimensionamento de um encaixe "click" (carga de curta duração).....	127
6.4	Discos submetidos a pressão uniforme e com a borda apoiada.....	130
6.4.1	Cálculo de deslocamentos e deformações.....	130
6.4.2	Método (a) - Módulo secante na tensão intermediária	131
6.4.3	Método (b) - Módulo secante na máxima deformação.....	131
6.4.4	Método (c) - Módulo secante na tensão máxima.....	132
6.4.5	Método (d) - Utilização do princípio da correspondência.....	133

6.4.6 Método (e) - Resolução numérica da equação de equilíbrio e de compatibilidade de deformações, junto com o procedimento para cálculo de deflexões em vigas ;.....	139
6.4.7.1 O ensaio realizado por Gaube [28].....	143
6.4.7.2 Comparação dos métodos (a), (b), (c), (d) e (e).....	144
6.4.8 Determinação da tensão admissível	148
6.4.2 Exemplo de pré-dimensionamento de disco	148
7 Conclusões.....	150
Sugestões de trabalhos futuros.....	151
Referências Bibliográficas	153

1 Introdução

A utilização de plásticos em componentes tem aumentado consideravelmente nos últimos anos. Inicialmente empregados para substituir materiais metálicos em componentes não-estruturais (enfeites, peças pouco solicitadas etc.), os plásticos foram sendo continuamente aperfeiçoados e aplicados em situações cada vez mais exigentes, até o ponto de "roubarem" aplicações tradicionalmente reservadas para materiais metálicos (feixes de mola da suspensão de veículos, pára-choques, [54]; pás de hélice de motores de avião, rodas de cadeira de rodas e bicicletas [28]). Algumas características que tornaram os plásticos atrativos para a indústria são [64,40]:

- a) As propriedades físicas básicas dos plásticos podem ser exploradas numa ampla gama de artigos;
- b) É possível criar plásticos com uma grande variedade de propriedades particulares, dependendo do tipo de estrutura molecular presente no material. Dentre estas propriedades pode-se citar transparência, resistência ao ataque químico, resiliência, resistência ao impacto, etc. A cor do produto pode ser obtida juntamente com o processo de injeção;
- c) Os artigos de plástico podem assumir uma grande variedade de formas, desde fibras, passando por filmes, até artigos tridimensionais, simples ou complexos;
- d) Os plásticos podem ser aplicados em produtos de geometria complicada, com repetibilidade dimensional, utilizando técnicas eficientes de produção em massa, que podem resultar em um custo unitário mais baixo;
- e) Os plásticos não sofrem corrosão. Além disso, tipos especiais de plásticos podem ser escolhidos por sua resistência ao ataque químico;

f) Os encaixes do tipo "click" e por interferência agilizam a união das diversas partes que compõem um produto.

Infelizmente, a difusão de conhecimentos sobre esses materiais não acompanhou a expansão do número e dos tipos de aplicações. A diferença fundamental entre os metais e os plásticos é que aqueles têm um comportamento elástico à temperatura ambiente enquanto que os plásticos têm comportamento com características dos materiais elásticos e viscosos, por isso denominados de viscoelásticos. Uma das características deste tipo de material é a fluência, ou seja, a deformação contínua com tempo quando submetido a cargas.

Apesar das diferenças marcantes entre o comportamento dos metais e dos plásticos, ainda é muito comum a prática de dimensionar componentes plásticos com modelos desenvolvidos para e baseados no comportamento de metais, sem a adoção de qualquer correção. O problema é tão sério que a Federação Inglesa de Plásticos (BPF) iniciou, há alguns anos, um programa para padronização da maneira de apresentar dados sobre plásticos e, em abril de 1988, iniciou um outro programa de melhoria dos métodos de projeto [43]. Nos Estados Unidos, a Sociedade dos Engenheiros de Plásticos (SPE) vem promovendo há anos cursos sobre todos os aspectos da tecnologia dos plásticos, sendo que em maio deste ano (1992) houve um congresso especificamente dedicado ao projeto de peças plásticas.

Este trabalho tem por objetivo abordar os aspectos mais importantes do projeto estrutural de peças feitas de termoplásticos e sujeitas a solicitação estática.

Serão estudados os seguintes tipos de peça: barras solicitadas uniaxialmente, vigas e discos com as bordas apoiadas e sujeitos a pressão uniforme em uma das faces. Estes tipos de peças foram escolhidos porque acreditamos que, ao estudar os tipos mais básicos, estaremos adquirindo conhecimento a respeito do comportamento do material e nos preparando para a análise de peças mais complexas. Assim, serão estudadas as deformações, deslocamentos e tensões nas peças citadas acima. Estes tópicos serão estudados sob o enfoque de Engenharia Mecânica, ou seja, sob o ponto de vista macroscópico e fenomenológico. Além disso, em todo este trabalho estaremos adotando a hipótese de linearidade geométrica.

Foram escolhidas as peças feitas de plásticos termoplásticos pelo grande consumo destes materiais comparativamente aos plásticos termofixos, conforme será mostrado no capítulo 3 deste trabalho.

Devido ao fato deste trabalho ser pioneiro no Departamento de Engenharia Mecânica, o assunto será abordado sob um enfoque um pouco mais abrangente do que o estritamente necessário. Assim, tópicos como características gerais dos plásticos (classificação, dados de consumo, preços), bem como tópicos teóricos básicos (teoria da viscoelasticidade linear) também serão mencionados.

Há vários fatores que influenciam as propriedades mecânicas dos plásticos. Dentre eles podemos citar o processo de fabricação do componente, aditivos presentes, parâmetros químicos (peso molecular), etc. Estes fatores não serão comentados, dada a vastidão do assunto.

ESTRUTURA DO TRABALHO

O capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica do assunto.

O capítulo 3 trata dos conceitos básicos de plástico, dados econômicos, etc.

O capítulo 4 traz um resumo da teoria da viscoelasticidade.

O capítulo 5 apresenta os critérios de falha para peças plásticas.

O capítulo 6 analisa o projeto propriamente dito das peças plásticas. Serão apresentados os métodos mais comumente utilizados no projeto, os quais serão discutidos com base no que foi apresentado nos capítulos anteriores.

O capítulo 7 traz as conclusões.

2 Revisão da Literatura

2.1 Introdução

O projeto estrutural de componentes de qualquer material depende essencialmente do conhecimento do comportamento do material com relação a deformação e a falhas. Ou seja, para se poder projetar componentes de plástico é necessária uma teoria para modelar as deformações que o material sofre quando solicitado por esforços externos, e outra para a análise de falhas que o componente possa apresentar devido aos esforços a que está sujeito. Estas falhas serão comentadas no capítulo 5 deste trabalho.

A primeira teoria utilizada para o modelamento do comportamento dos plásticos à deformação foi a viscoelasticidade linear. Esta já estava consolidada por volta dos anos 50, porém não havia na época muitos resultados precisos de ensaios mecânicos de plásticos de longa-duração.

Parte das dificuldades no avanço experimental era devida à escassez de equipamentos de ensaio mecânico de longa duração adequados aos plásticos. Normalmente os ensaios eram feitos nos mesmos equipamentos já utilizados para metais. Além disso, certos tipos de ensaio necessários para os plásticos não eram comumente feitos em materiais metálicos. Turner [89,87,96,88], trabalhando para a empresa fabricante de plásticos I.C.I., reconheceu o problema e projetou em 1964 ,juntamente com Mills e

Dunn [88], uma máquina para o ensaio de fluência¹ de plásticos, testando a seguir diversos plásticos.

Com o aumento na quantidade de resultados de ensaios realizados em plásticos, verificou-se que a viscoelasticidade linear não modelava o comportamento dos plásticos para qualquer faixa de tensão-deformação-tempo sob carga. Surgiram então novas teorias como a da viscoelasticidade não-linear, na tentativa de se obterem melhores resultados.

Claramente, o aspecto da falha do material é menos abordado do que o da deformação, especialmente quando o componente está sujeito a tensões multiaxiais. Critérios de resistência análogos ao de Von Mises são raramente encontrados na literatura. Alguns textos citam uma "deformação máxima", função de cada material e normalmente num contexto de solicitação numa só direção.

O período de maior quantidade de trabalhos publicados sobre o projeto estrutural de peças plásticas foi entre 1960 e início dos anos 70. Provavelmente contribuíram para isto o aumento na disponibilidade de dados de fluência, o fato da teoria da viscoelasticidade linear já estar consolidada e terem sido feitos avanços na teoria não-linear.

A partir da metade da década de 70, aumentou o número de trabalhos envolvendo materiais compósitos, viscoelasticidade não-linear e plasticidade, e os trabalhos envolvendo projeto de peças plásticas foram

¹ Neste tipo de ensaio, corpos de prova são submetidos a uma carga constante e a deformação em função do tempo é medida. Este assunto será tratado com mais detalhes no capítulo 4.

diminuindo. Talvez o progresso no Método dos Elementos Finitos e sua posterior aplicação para componentes plásticos tenha esvaziado o interesse pelo estudo de métodos convencionais de projeto.

Assim, comentaremos brevemente alguns trabalhos de viscoelasticidade consultados, para depois mencionarmos os trabalhos mais relevantes publicados sobre o projeto estrutural de peças plásticas.

2.2 Referências Sobre Viscoelasticidade

TOBOLSKY, A.V.; MARK, H.F. Polymer Science and Materials [85] - A obra aborda com maior ênfase aspectos químicos e físico-químicos dos plásticos (peso molecular, difusão, cristalinidade, etc). Dois capítulos são de maior interesse para o estudo do comportamento mecânico do material:

a) **Propriedades viscoelásticas dos polímeros** - Apresenta a definição da temperatura de transição vítrea, propriedades dos polímeros amorfos, fluência e relaxação.

b) **Resistência mecânica dos polímeros** - Trata da tensão de ruptura, modelos de resistência macroscópicos e microscópicos e influência de propriedades ligadas diretamente à estrutura do material na resistência (cristalinidade, peso molecular, cross-linking).

FLUGGE, W. Viscoelasticity (1972) [32] - O autor trata exclusivamente de aspectos teóricos da viscoelasticidade linear e exemplos de aplicação. São abordados modelos reológicos, equações integrais, princípio da superposição, viscoelasticidade em duas e três dimensões. Particularmente

interessante para o projeto de componentes são os exemplos de vigas viscoelásticas e o princípio da correspondência, o qual permite a obtenção da resposta viscoelástica de um problema tri-dimensional a partir da resposta elástica do mesmo problema.

GROSS, B. Mathematical Structure of the Theories of Viscoelasticity (1953) [38] - Resumo da viscoelasticidade linear. Sintetizou as relações matemáticas existentes entre as diversas grandezas da viscoelasticidade linear.

NIELSEN, L. E. Mechanical Properties of Polymers and Composites (1974) [55] - O livro em 2 volumes apresenta conceitos básicos da viscoelasticidade linear, descrição dos ensaios mecânicos estáticos e dinâmicos. O autor trata ainda dos materiais compósitos.

TURNER, S.; DUNN, C.M.R.; MILLS, W.H. Creep in thermoplastics (1964) [96,88,89,87] - Série de artigos sobre a fluência em materiais plásticos, incluindo resumo da viscoelasticidade linear [96], descrição do equipamento projetado para os ensaios [88] e resultados para vários plásticos (Acetal, Nylon 66 [89], Polipropileno, PVC [87]).

FERRY, J.D. Viscoelastic Properties of Polymers (1970) [11] - O autor apresenta os conceitos básicos da viscoelasticidade linear e traz resultados de experimentos realizados para alguns polímeros sólidos e fluidos. Há 2 capítulos dedicados a métodos experimentais de análise de polímeros. A viscoelasticidade em três dimensões é abordada superficialmente. Grande parte do livro aborda tópicos de interesse mais do ponto de vista de um

químico do que de um engenheiro mecânico, tais como teorias moleculares para polímeros e soluções diluídas, análise de géis etc.

WARD, I.M. *Mechanical Properties of Solid Polymers* (1983) [100] - O autor aborda a teoria da viscoelasticidade linear e equações constitutivas não-lineares. Há um capítulo dedicado à parte experimental de viscoelasticidade. Aspectos da viscoelasticidade (linear e não-linear) em três dimensões são discutidos e há um capítulo dedicado ao estudo da anisotropia, contendo resultados experimentais. Sob o ponto de vista de engenharia mecânica, é sem dúvida um livro mais útil do que a referência anterior.

2.3 Referências Sobre Projeto De Peças Plásticas

2.3.1 Artigos

Um dos primeiros trabalhos relevantes sobre o projeto estrutural de peças plásticas foi publicado por MacLeod [46] já em 1955. Neste trabalho o autor utiliza equações empíricas para a fluência à flexão e relaxação de 30 plásticos, juntamente com a teoria da viscoelasticidade linear, para a resolução de alguns problemas clássicos (deflexão de vigas, disco sob pressão uniforme, flambagem de vigas, etc). O autor sugere que o coeficiente de Poisson seja calculado em função do módulo de elasticidade e do módulo de compressão volumétrica, ambos no instante desejado. Os resultados teóricos são comparados com os medidos, com relativo êxito. O êxito deveu-se à pequena faixa de tempo de observação: o ensaio mais longo teve duração de 1000 horas, aproximadamente 40 dias. Além disso,

como o próprio autor observa, "o uso da teoria da viscoelasticidade linear limita as tensões que podem ser estudadas, sendo as mesmas restritas a valores que causem pequenas deformações". Não foi analisada a resistência do material.

Baer et alii [04] (1960) sugerem que se utilize o método pseudo-elástico (utilização das equações desenvolvidas para materiais elásticos, com as constantes dependentes do material (E,v) sendo uma função do tempo), tomando o cuidado de verificar se as tensões e deformações estão dentro de um limite calculado a partir da curva tensão-deformação do material. Os autores sugerem ainda que se utilize um valor constante para o coeficiente de Poisson. Foram comparados valores obtidos através deste método para a deflexão de uma viga com valores medidos, encontrando bons resultados. Convém salientar que os ensaios com viga tiveram duração de até 1000 h, sendo que a partir da 10ª hora, a diferença entre os resultados dos dois métodos começa a aumentar. Os autores não incluíram no artigo nem as dimensões da viga utilizada nos ensaios nem as cargas às quais a mesma foi submetida.

Thomas e Leunig [84] (1962) utilizaram o método pseudo-elástico para alguns problemas clássicos (vigas, engrenagens, etc), substituindo o módulo de fluência² calculado na deformação "final", e comparando com valores medidos. Cremos que os resultados foram bons porque os autores utilizaram o policarbonato, o qual, na temperatura ambiente e sujeito a baixos valores de tensão (\cong 2000 psi), tem deformação limitada. Os

²módulo de fluência (t) = $\frac{\text{tensão do ensaio de fluência}}{\text{deformação (t)}}$

autores sugerem ainda a utilização de tensões máximas admissíveis para o material em função do tipo de sollicitação (estática, intermitente) e da temperatura.

Turner [94] (1965) enumera as propriedades mecânicas relevantes para o projeto, salientando as propriedades viscoelásticas, caracterizadas por relações entre tensão, deformação, tempo e temperatura, e aspectos de resistência mecânica. O autor cita ainda o trabalho de P.I. Vincent, no qual o limite de escoamento é sugerido como parâmetro para avaliação de falha do material. Segundo Turner, este parâmetro deveria ser estudado em função de temperatura, tempo, cristalinidade do material e aditivos. O autor comenta ainda que o fenômeno de falha não pode ser analisado por meio de umas poucas variáveis, porque aspectos do processo de injeção bem como das características moleculares do material têm influência significativa. O artigo resume vários aspectos envolvidos no projeto de um componente, porém não apresenta uma metodologia para um projeto. Num trabalho posterior [97] (1967), Turner sugere um programa experimental para geração de dados de deformação para o projeto racional. O autor sugere que sejam feitos ensaios de fluência e recuperação para várias temperaturas e níveis de tensão, bem como ensaios dinâmicos.

McCammond, e Benham [49,07,48] (1969/1971/1967) continuaram o trabalho de MacLeod [46], analisando os mesmos tipos de problemas porém envolvendo os seguintes materiais: cloreto de polivinila (PVC), polimetilmetaacrilato (PMMA) e polietileno (PE). Foram empregados os seguintes métodos:

a) Utilização de curvas isócronas não-lineares;³

³As curvas isócronas são obtidas a partir das curvas de fluência, traçando-se os pares (ϵ, σ) num determinado instante. Este assunto será abordado novamente no capítulo 4.

- b) Substituição nas equações clássicas de elasticidade do módulo secante de elasticidade calculado na maior tensão (o módulo secante é a razão entre a tensão e a deformação num ponto da curva isócrona);
- c) Idem ao anterior porém com o módulo secante de elasticidade calculado a 1% de deformação;
- d) Utilização da teoria da viscoelasticidade linear, juntamente com uma função de fluência da forma

$$\varepsilon = \sigma A t^{\alpha}$$

onde

ε = deformação sofrida pelo material

σ = tensão nominal (força/área da seção transversal no início do teste)

A, α = constantes

t = tempo

Aqui também os ensaios foram de duração relativamente pequena (10^5 segundos). O método (a) forneceu os melhores resultados, às custas de maior trabalho computacional. Os autores analisaram somente a deformação do material, não abordando aspectos da resistência do material. Os autores não incluíram nos trabalhos as curvas isócronas que serviram de base para os métodos (a), (b) e (c).

Austin [02,03] (1966/1967) sugeriu dois métodos para cálculo de deslocamentos através do método pseudo-elástico :

- a) Utilização do módulo secante de elasticidade;
- b) Utilização de um módulo "equivalente", sendo esta equivalência em termos de energia.

Austin sugeriu ainda a utilização de um critério de máxima deformação para o projeto de peças. Segundo o autor, experimentos mostraram que a

deformação quando da ruptura da peças é, a grosso modo, constante. Assim, se este valor limite não for atingido, o componente não se romperá.

Muitos artigos fazem referência ao trabalho de Sharp [78] (1967), no qual o autor comenta as propriedades relevantes para o projeto de componentes, e compara diversos tipos de plásticos entre si e com o aço. Embora seja um interessante apanhado geral das propriedades dos plásticos, o trabalho não dá subsídios para um projeto de um componente, como sugere seu nome ("Design Using Plastics").

Gaube [35] (1967) analisou as propriedades de fluência do polietileno e do polipropileno. São apresentadas curvas de fluência, módulo de fluência e isócronas para os dois materiais, para diversas temperaturas. O autor calcula os deslocamentos numa viga após 500 h sob carga, utilizando o módulo de fluência obtido anteriormente para a tensão igual à metade da máxima, e mostra que os resultados experimentais estão de acordo com os teóricos. Um procedimento análogo é aplicado no cálculo de deflexões de discos de diversas espessuras e sujeitos à pressão de 1 atm durante 1000h, obtendo também bons resultados, exceto numa situação onde a tensão era elevada ($\cong 125 \text{ Kgf/cm}^2$). É um artigo interessante, não só pelas diversas curvas de fluência publicadas, mas também pela comparação dos resultados teóricos com os experimentais, e pela inclusão de todos os elementos necessários para a reprodução dos cálculos (dimensões, cargas, etc). O artigo seria mais útil se o período dos testes tivesse sido prolongado, já que 500 h (aproximadamente 1 mês) é um período relativamente curto de tempo. O autor utiliza o módulo de fluência obtido para a tensão igual à metade da máxima, sem maiores esclarecimentos.

Geyer [36] (1969) analisou deformações e deslocamentos em barras em tração, vigas, eixo em torção, tubos de paredes espessas e eixo em flexo-torção. Foram estudados os seguintes materiais: Polipropileno, PVC, POM e polietileno. Para o cálculo dos deslocamentos numa viga, o autor utilizou o procedimento sugerido por Gaube (acima), porém não comparou resultados teóricos com experimentais. O autor sugere que peças sujeitas a tensões bi-axiais sejam analisadas com os diagramas de curvas limites de Mohr. Estes fornecem valores máximos para a tensão de cisalhamento e normal, em função do tempo sob carga, temperatura e deformação. O autor mostra estas curvas para deformação igual a 2%, valor este que é utilizado em todos os exemplos. Segundo o autor, "até hoje ainda não se tem uma idéia clara do comportamento do coeficiente de Poisson (ν) em função do tempo, temperatura e deformação...Para deformações menores do que 2%, ν é praticamente constante". Este é um dos melhores artigos coletados pelas seguintes razões:

- a) São analisados componentes sujeitos a diversas solicitações;
- b) A abordagem para solicitação biaxial é inédita;
- c) O autor publica curvas de fluência para os materiais citados acima para períodos de até 10,000 h.

Powell [70,69] (1969/1970) reviu os diversos "módulos de elasticidade" possíveis de serem calculados e substituídos nas fórmulas clássicas de elasticidade e, dentre estes, sugeriu que o módulo secante fosse calculado numa deformação máxima, sendo esta função do material. Segundo o autor, "embora seja possível projetar-se com um limite de ruptura, juntamente com um fator de segurança, há evidências crescentes da adequação de um procedimento baseado na deformação máxima". Powell analisa ainda a validade das diversas hipóteses adotadas quando da

dedução da equação diferencial que fornece a linha elástica de uma viga feita de material elástico, quando tal equação é utilizada para uma viga de plástico.

Donald e Williams [25] (1967) descrevem o procedimento experimental para a obtenção de um módulo de elasticidade à flexão em função do tempo. Como os próprios autores salientam, "a utilização do módulo de elasticidade à flexão já leva em conta a diferença entre o módulo de elasticidade a tração e a compressão". A partir dos resultados para PVC, Acetal e Nylon, os autores comparam os deslocamentos teóricos com os medidos, para $t = 100$ s, obtendo bons resultados.

Pannier [67] (1973) sugere que os componentes feitos de material plástico e solicitados uniaxialmente sejam projetados de maneira que uma deformação máxima, característica de cada plástico, não seja ultrapassada. Segundo o autor, esta deformação máxima seria uma "verdadeira característica do material", pois a mesma não dependeria do tempo, da temperatura ou mesmo do meio ambiente (certos ambientes aceleram a fluência). O autor mostra valores desta deformação máxima para alguns plásticos, dentre eles o policarbonato, o nylon e o PVC. O autor sugere ainda que seria possível a conversão da deformação máxima em valores de tensão admissível, estes dependentes do tempo sob carga e da temperatura.

Num trabalho recente [86] (1990), Turner aborda um tema importante: como elaborar um banco de dados de modo que as informações nele contidas sejam úteis para o projeto de componentes. Segundo o autor, as propriedades normalmente medidas em laboratório e divulgadas pelos

fabricantes de plásticos não tem correlação com o desempenho dos produtos em serviço. O autor argumenta também que os bancos de dados dos fornecedores são diferentes dos bancos dos usuários destes dados. Turner sugere então possibilidades para bancos de dados de impacto e módulo de elasticidade.

2.3.2 Livros

Ogorkiewicz editou no início da década de 70 dois livros clássicos na área de plásticos de engenharia:

- "Engineering Properties of Thermoplastics" [63] - A obra impressiona não pelo conteúdo teórico (apenas uma pequena descrição do comportamento teórico dos termoplásticos), mas sim pelo grande número de resultados experimentais. O livro contém resultados de ensaios de fluência, relaxação, curvas isócronas, tensão de ruptura em função do tempo sob carga, impacto e outras para diversos termoplásticos, destacando-se Nylon, Polipropileno, Policarbonato.

- "Thermoplastics - Properties and Design" [64] - Nesta obra, onde participam entre outros Turner, Powell e Birley, são abordados diversos aspectos do projeto de termoplásticos: comportamento à deformação, durabilidade a longo prazo, propriedades de impacto, térmicas e elétricas e a utilização de dados de projeto. O capítulo de projeto propriamente dito apresenta exemplos de cálculo de vigas pelo método sugerido por Donald e Williams [25], de dimensionamento de tubos sujeitos a pressão interna e de flambagem. Não há uma preocupação em comparar os resultados obtidos

com resultados experimentais, nem há uma discussão quantitativa dos erros envolvidos no uso dos métodos selecionados.

Um dos poucos livros relativamente recentes (1984) sobre o assunto é "Plastics Product Design Engineering Handbook" [42]. O livro contém informações superficiais sobre plásticos, viscoelasticidade, dedicando um capítulo ao projeto de "vigas, placas e outros tipos de estruturas". Os autores apresentam um método pseudo-elástico modificado, sem entretanto comparar resultados teóricos com experimentais. cremos que pela imponência do título, o livro deixa a desejar.

"Failure of Plastics" [11] não é uma obra especificamente voltada para o projeto de componentes, mas contém aspectos essenciais do assunto, como por exemplo, critérios de falha para componentes solicitados triaxialmente. Os autores tratam da mecânica da fratura aplicada aos plásticos, das relações tensão-deformação não-lineares, da relaxação de tensões, e há ainda um capítulo inteiro dedicado à análise de escoamento em plásticos. Infelizmente, não há gráficos comparando resultados de ensaios multiaxiais com os resultados previstos pelos critérios apresentados.

Duas outras publicações do tipo "handbook" podem ser consultadas para projeto de peças plásticas. A primeira delas, "Engineered Materials Handbook" [29], em seu segundo volume trata somente de plásticos. A obra não é específica para projeto de peças porém alguns aspectos são abordados: viscoelasticidade linear e não linear, critérios de falha para solicitações multiaxiais, tabelas de propriedades para diversos plásticos e

alguns exemplos de cálculo. Há também dados comerciais (preços, quantidades vendidas) e sobre o processo de fabricação.

A segunda publicação é "Modern Plastics Encyclopedia" [52]. Esta obra traz informações gerais sobre diversos tipos de plásticos, incluindo aplicações típicas, processos de fabricação de peças plásticas (injeção, injeção por sopro), uma extensa lista de fornecedores nos Estados Unidos, e uma seção sobre o projeto de peças. Nesta seção são abordados diversos aspectos do projeto, tais como temperatura de serviço, propriedades ópticas, elétricas, químicas e magnéticas desejadas e propriedades mecânicas. Há também exemplo de cálculo de vigas submetidas a carga estática, através do método pseudo-elástico.

O aspecto negativo da utilização destas duas obras é que, sendo as mesmas "Manuais", não há preocupação em comparar métodos de cálculo, quantificar erros etc. Elas contêm apenas orientações gerais.

O livro mais recente (1987) encontrado abordando projeto de maneira um pouco mais detalhada é "Plastics Engineering" [22]. Aqui também há uma parte geral sobre plásticos, viscoelasticidade e o processo de injeção de plásticos e, com relação ao projeto, o autor apresenta exemplos de aplicação do método pseudo-elástico, porém sem preocupação em comparar este método com outros disponíveis, ou mesmo avaliar erros decorrentes da utilização deste método.

2.3.3 Catálogos De Fabricantes

RHODIA [20] - Os catálogos fornecidos regularmente pela Rhodia apresentam as propriedades físicas, térmicas mecânicas e elétricas dos seguintes termoplásticos: polibutileno tereftalato (PBT), polietileno tereftalato (PET) e Nylon. As propriedades mecânicas fornecidas são: módulo de elasticidade, limite de ruptura, módulo de elasticidade à flexão, resultado de testes de impacto e dureza e algumas curvas de fluência. Os catálogos trazem ainda grande quantidade de informações para projeto das peças, tendo em vista o processo de injeção. Assim, há recomendações de espessuras máximas, dimensões de nervuras, refrigeração de moldes, etc. As únicas informações encontradas sobre o projeto estrutural de componentes são orientações na escolha de dimensões de encaixes do tipo colchete e "click", e uma menção a uma deformação máxima de 5% para materiais que não contenham cargas (aditivos tais como fibra de vidro).

BAYER [16] - Os catálogos obtidos da Bayer fornecem fórmulas e tabelas para dimensionamento de encaixes plásticos do tipo "click", rótula e anular. O fabricante recomenda que as deformações não excedam um valor máximo pré-estabelecido. Como não há esforços atuantes após o encaixe, não há nos catálogos qualquer menção a variação de propriedades mecânicas em função do tempo.

HOECHST [19] - Um dos catálogos fornecidos por este fabricante é bastante semelhante aos da BAYER, mencionados acima. São fornecidas metodologias para cálculo de encaixes do tipo "click", rótulas, e encaixes anulares. Neste catálogo, o fabricante também recomenda dimensionamento baseado na máxima deformação. Foi obtido um segundo catálogo, contendo resultados de ensaios de longa duração (fluência, fluência à flexão, ruptura, relaxação, fadiga, etc). É ainda apresentada

uma metodologia para o cálculo de vigas e peças, cujo critério de dimensionamento seja baseado na deformação e de peças sujeitas à fadiga.

I.C.I. [17] - O catálogo do material Nylon ("Maranyl") contém propriedades mecânicas, térmicas, elétricas, químicas etc. Com relação às propriedades mecânicas, o fabricante fornece curvas de fluência, curvas isócronas, tensão de ruptura em função do tempo sob carga, etc. Segundo o fabricante, "a melhor abordagem para problemas de longo prazo é a utilização de fórmulas de resistência dos materiais, em conjunto com dados de testes de longa duração". O fabricante comenta ainda que em casos de carregamento constante, deve-se adotar como critério de falha a máxima deformação sofrida pelo material.

G.E. [18] - Os catálogos deste fabricante trazem não só as informações tradicionais (propriedades mecânicas de curta duração, propriedades térmicas, químicas, processo, etc.), mas também apresentam de forma didática o comportamento do material quando submetido a cargas de curta e longa duração. Assim, é mostrada a influência da temperatura e da taxa de deformação nas curvas tensão-deformação, curvas de tensão de ruptura em função do tempo sob carga, curvas de fluência a tração, flexão e de fadiga. O fabricante recomenda dimensionamento de componentes baseado numa tensão admissível. Para os casos de tensão multi-axial, é recomendado o critério de von Mises-Hencky. O fabricante observa ainda que nos casos em que os deslocamentos devam ser controlados, as tensões não devem ultrapassar $1/3$ do limite de ruptura. Infelizmente os exemplos de cálculo não envolviam componentes carregados por longos períodos de tempo.

3 Conceitos Básicos de Plásticos

3.1 Polímero

Um polímero é um material composto de moléculas constituídas de várias (poli-) unidades mais simples, o "mero" [29]. Este tipo de molécula é também designado por macromolécula. As macromoléculas de interesse tecnológico têm geralmente peso molecular maior do que 10000 [64]. Ao processo de adição de moléculas dá-se o nome de polimerização. Se o polímero for composto de um único tipo de mero, o mesmo recebe a denominação de homopolímero. Caso contrário, recebe a denominação de copolímero.

3.2 Tipos de Polímeros

Embora haja várias maneiras de classificar os polímeros [29], a mais comum é quanto ao comportamento quando aquecidos [1]. Segundo este critério, há o grupo dos termofixos ou termo-rígidos, o grupo dos termoplásticos e o grupo dos elastômeros. Os termofixos não amolecem quando expostos ao calor. Os termoplásticos amolecem quando aquecidos e podem ser novamente moldados e os elastômeros (borrachas) têm um comportamento intermediário [1].

3.3 Plásticos

As palavras polímero e plástico são comumente empregadas como sinônimas, mas, na realidade, há uma distinção entre elas. O polímero é o material que resulta do processo de polimerização. Os polímeros raramente são utilizados puros. Normalmente recebem aditivos e impurezas decorrentes do processo de fabricação. Ao conjunto (polímero + aditivo) dá-se o nome de plástico [22,29]. Os principais aditivos encontrados nos plásticos são [22,41]:

- a) Agentes anti-estáticos - Os polímeros, em sua maioria, são maus condutores de corrente elétrica e, portanto, acumulam eletricidade estática. Os agentes anti-estáticos atraem umidade do ar para a superfície da peça, aumentando a condutividade superficial e reduzindo a probabilidade de uma faísca ou descarga elétrica.
- b) Cargas ("Fillers") - São substâncias acrescentadas ao plástico para melhorar as propriedades mecânicas e/ou diminuir o custo do material. São exemplo destas cargas argila e carbonato de cálcio.
- c) Agentes Acopladores ("Coupling Agents") - São adicionados para aumentar a união entre o plástico e eventuais materiais inorgânicos de carga.
- d) Retardantes de Chama - Os polímeros, sendo materiais orgânicos, são inflamáveis. Aditivos contendo cloro e bromo são adicionados para diminuir a chance de propagação de chama.

e) Lubrificantes - São utilizados para diminuir a viscosidade do plástico fundido, a fim de facilitar o processo de moldagem.

f) Pigmentos - Dão cor ao plástico.

g) Plastificantes - São materiais de baixo peso molecular, que alteram as propriedades e características de processabilidade e/ou utilidade do plástico

h) Reforços - Aumentam a resistência e rigidez do material. A fibra de vidro é um material tipicamente utilizado com esta finalidade.

i) Estabilizantes - Evitam a deterioração do polímero devido a fatores ambientais (raios ultra-violeta, calor, ozônio, oxigênio).

3.3.1 Plásticos Termoplásticos.

Nos materiais termoplásticos, a coesão das moléculas (que formam cadeias muito longas) é devida às forças de Van der Waals, relativamente fracas. Quando o material é aquecido, as forças intermoleculares enfraquecem, de modo que o material se torna mole e flexível e, em um determinado momento, a altas temperaturas, ocorre uma fusão viscosa. Quando o material se resfria, ele solidifica novamente. Este ciclo de amolecimento pelo calor e solidificação pelo resfriamento pode ser repetido mais ou menos indefinidamente, e constitui a base da maioria dos métodos de processamento de tais materiais.

Por outro lado, isto constitui uma desvantagem, pois significa que as propriedades dos termoplásticos são influenciadas pelo calor. São exemplos de termoplásticos: polietileno (PE), cloreto de polivinila (PVC), poliestireno (PS), nylon, acetal, policarbonato (PC), polimetil metacrilato (PMMA), polipropileno (PP) e acrilonitrila-butadieno-estireno (ABS) [22]. Mais adiante serão comentadas algumas características dos principais termoplásticos.

3.3.1.1 Cristalinidade

Uma importante subdivisão do grupo de materiais termoplásticos está relacionada com a sua estrutura, que pode ser cristalina (ordenada) ou amorfa (aleatória). Alguns plásticos, como o polietileno e o nylon, podem atingir um alto grau de cristalinidade, mas seria mais correto descrevê-los como parcialmente cristalinos ou semi-cristalinos. Outros plásticos, como o acrílico e o poliestireno, são quase sempre amorfos. As propriedades mecânicas da moldagem dependem do fato de os materiais apresentarem ou não cristalinidade. Aumentos na cristalinidade provocam, em geral, melhoria da: Rigidez, Resistência Mecânica, Estabilidade Térmica e maior resistência à fluência (Vide Cap.4)

3.3.1.2 Temperatura de Transição Vítrea (T_g)

Imaginemos que um termoplástico esteja no estado líquido, a uma temperatura superior à de fusão, e que o mesmo comece a ser resfriado. Após ser atingida a temperatura de fusão, há dois estados possíveis:

a) Se o termoplástico for cristalino, haverá solidificação, caracterizada por um aumento repentino na densidade (processo BC da figura 3.1) e a seguir aumento na densidade (processo CD);

b) Se o termoplástico for amorfo, ele continuará a se resfriar ainda no estado líquido (líquido super-resfriado) até que numa determinada temperatura haverá uma mudança na inclinação do gráfico $V \times T$ (ponto G). A esta temperatura dá-se o nome de Temperatura de Transição Vítrea (T_g). A temperatura vítrea é um dos parâmetros mais importantes que definem o comportamento e as propriedades de um polímero [85]. Abaixo da T_g , o polímero é duro e vítreo. Acima da T_g , o polímero comporta-se sucessivamente como "couro", "borracha" e, finalmente, à medida que a temperatura aumenta, como líquido (Figura 3.2). Cada uma destas etapas está associada a algum tipo de comportamento molecular. O comportamento como "couro"¹ por exemplo está associado ao início de movimentos de segmentos de moléculas de pequena amplitude [41]. Já o comportamento como "borracha" está associado a uma diminuição ainda maior no módulo de elasticidade. Este pode sofrer mudanças da ordem de 1000 próximo à temperatura de transição vítrea [55]. Outras propriedades, como coeficiente de dilatação térmica, propriedades elétricas e índice de refração, também sofrem mudanças rápidas quando a temperatura está próxima da de transição vítrea. A tabela 3.1 abaixo mostra a temperatura de transição vítrea e de fusão para alguns plásticos. É importante observar que pode haver mais de uma temperatura de

¹ A palavra "couro" refere-se ao estado definido acima, não havendo nenhuma conexão com o couro natural [1].

transição vítrea: uma delas correspondendo a uma transição principal e as demais, a transições menores [64].

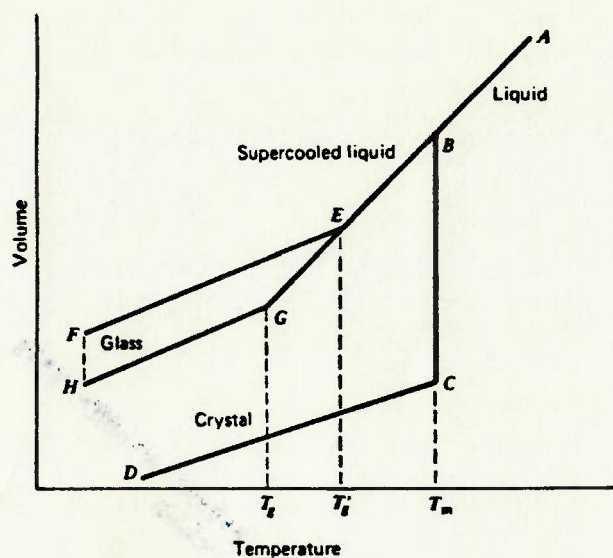


Figura 3.1 Variação no volume em função da temperatura [41]

Tabela 3.1 T_g e Temperatura de fusão para alguns plásticos [1]

Plástico	$T_{\text{fusão}} (^{\circ}\text{C})$	T_g
Polietileno de alta densidade	137	-120
Cloreto de polivinila (PVC)	175-212	87
Polipropileno	168-176	-16
Nylon 6.6	265	50
Policarbonato	230	145

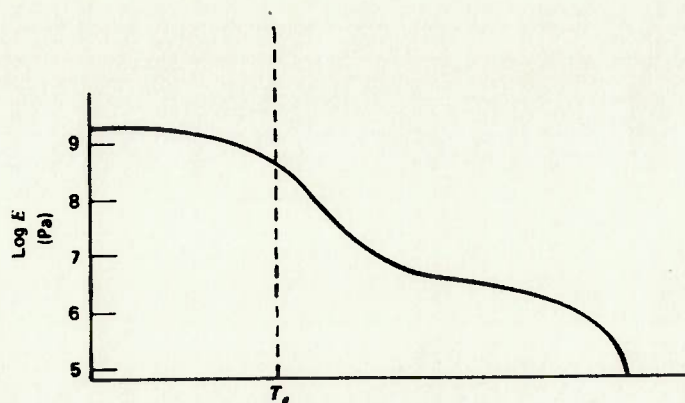


Figura 3.2 Efeito da temperatura no módulo de elasticidade num termoplástico amorfo [41]

3.3.2 Plásticos Termofixos

Os plásticos termofixos são produzidos por uma reação química que se processa em dois estágios. No primeiro estágio são formadas moléculas de cadeias compridas, semelhantes às dos materiais termoplásticos, mas ainda capazes de reações subseqüentes. O segundo estágio da reação ("cross-linking" das cadeias) ocorre durante a moldagem, geralmente sob a ação de calor e pressão. O material moldado resultante se torna rígido depois de esfriar, sendo que foi estabelecida uma forte estrutura reticular dentro do material. Durante o segundo estágio, as longas cadeias de moléculas foram unidas por uma forte ligação, de tal modo que não é possível amolecê-las novamente pela aplicação de calor. São exemplos de plásticos termofixos o fenol-formaldeído (Baquelite), a uréia-formaldeída, os epóxis e alguns poliésteres.

Uma vez que o "cross-linking" dos materiais termofixos é devido a fortes ligações químicas, estes materiais são geralmente muito rígidos e suas

propriedades mecânicas são menos afetadas pelo calor do que as dos termoplásticos.

3.3.3 Elastômeros (borrachas)

Os elastômeros possuem uma característica peculiar que é a de serem capazes de sofrer grandes deformações (em alguns casos até 2000%) dentro do regime elástico. Para que isto seja possível, as cadeias moleculares sofrem o "cross-linking", normalmente através da vulcanização. Exemplos de elastômeros são o poliisoprene (pneus), polibutadieno (calços de equipamentos), policloroprene (também conhecido como Neoprene - mangueiras), butadieno-estireno (pneus) e silicone (gaxetas, selos mecânicos).

3.4 Plásticos de engenharia

Muitos materiais termoplásticos são hoje aceitos como materiais de engenharia e alguns deles são designados pela denominação genérica "plásticos de engenharia".

Um critério para definir um material de engenharia é que ele seja capaz de suportar cargas por um tempo mais ou menos indefinido [22]. Os materiais de engenharia também são definidos como sendo resinas poliméricas orgânicas sintéticas capazes de constituírem componentes estruturais e possuidoras de propriedades que as habilitam a substituir os materiais

tradicionais (metais) [29]. Embora as definições das propriedades que caracterizam um plástico de engenharia sejam um pouco vagas, em todas as referências consultadas figuravam como membros desta classe os seguintes plásticos: nylon, acetal, policarbonato, óxido modificado de polifenileno, ésteres termoplásticos, polisulfona e sulfeto de polifenileno. Segundo Crawford [22], o ABS é um sério candidato a plástico de engenharia.

3.5 Breve histórico, aplicações e propriedades de alguns plásticos [77] [83] [79] [22].

A seguir descreveremos as características de alguns plásticos e mostraremos as suas estruturas moleculares. No final desta seção há uma tabela com as propriedades mecânicas destes materiais e as de um aço (para efeito de comparação), e uma tabela com dados de consumo e preço.

Polietileno de baixa densidade (LDPE)

Caracteriza-se por uma densidade entre 918 e 935 kg/m³, sendo muito resistente e flexível. Sua principal aplicação é como película de embalagem, mas, devido às suas excepcionais propriedades dielétricas é também amplamente utilizado como isolante elétrico. Outras aplicações são utensílios domésticos, tubulações, garrafas e reservatórios de água fria.

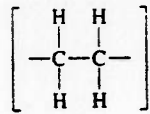


Figura 3.3 Mero do Polietileno de baixa densidade

Acetais

Foram introduzidos comercialmente após o nylon. O poliformaldeído básico foi explorado por H. Staudinger em 1922, mas foi abandonado por problemas de instabilidade térmica. Em 1947, químicos da Du Pont resolveram o problema da instabilidade e introduziram no mercado o polioximetileno (POM) sob o nome Delrin.

O POM caracteriza-se por boa resistência e rigidez mecânica, baixo coeficiente de atrito, lubricidade e excelente resistência à fadiga, impacto, desgaste e solventes. Por outro lado, sofrem grande contração após a moldagem. Aplicações típicas incluem tanques de combustível de automóveis, carburadores, ferramentas portáteis, camos, válvulas, etc.

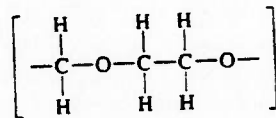


Figura 3.4 Mero do Polioximetileno

Polipropileno (PP)

O polipropileno é um plástico extremamente versátil e está disponível em muitas gradações, e também como copolímero (etileno/propileno). Ele tem as menores densidades de todos os termoplásticos (da ordem de 900 kg/m^3), e esta característica, combinada com sua rigidez, excelente resistência química e resistência à fadiga, fazem do polipropileno um material atraente em muitas situações. Estas incluem caixas, pequenas peças de máquinas, componentes de automóveis (ventiladores, painéis, cadeiras, gabinetes de televisores, cabos de ferramentas, etc).

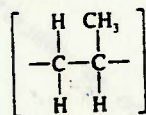


Figura 3.5 Mero do Polipropileno

Poliâmidas (nylon)

O Nylon 6.6 começou na Du Pont com as experiências de Wallace Carothers, em 1928, e foi lançado comercialmente como fibra em 1938 e como material para moldagem em 1941.

Existem vários tipos diferentes de nylon (p.ex., nylon 6, nylon 6.6, nylon 11), mas todos eles constituem bons plásticos de engenharia, graças às suas propriedades de rigidez, auto-lubricidade e resistência mecânica. Uma consideração importante ao se projetarem componentes de nylon é o fato do

material ser altamente higroscópico. Essa absorção de água afeta as propriedades mecânicas do material e altera as dimensões da peça

Entre as aplicações típicas do nylon podemos citar: pequenas engrenagens, rolamentos, polias, cremalheiras, carcaças de ferramentas elétricas, etc. Outra importante aplicação do nylon são fibras muito resistentes.

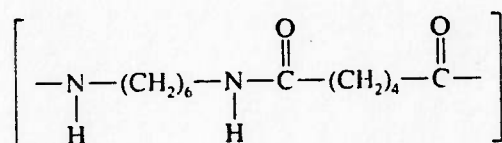


Figura 3.6 Mero do Nylon 6.6

Acrilonitrila-butadieno-estireno (ABS)

Os materiais ABS são superiores a muitos outros plásticos quanto a rigidez e resistência. Eles levam vantagem em relação ao nylon e ao acetal em muitas aplicações, e são, geralmente, menos dispendiosos. Entretanto, eles são susceptíveis ao ataque químico de solventes clorados, ésteres, cetonas, ácidos e bases. Aplicações típicas de materiais ABS são: gabinetes de televisores, telefones, painéis de automóveis, cabos de escovas para cabelo, malas, capacetes e revestimentos de refrigeradores.

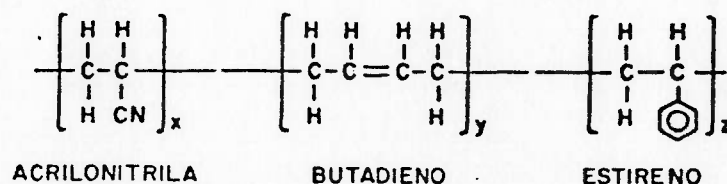


Figura 3.7 Mero da Acrilonitrila-butadieno-estireno

Policarbonatos

O policarbonato foi descoberto na Bayer AG em 1956 e na General Electric Company, independentemente, em 1958. Foi introduzido no mercado em 1959.

Estes materiais também caem na categoria dos plásticos de engenharia, e sua característica mais notável é a sua extrema resistência mecânica. Eles são transparentes e têm boa resistência térmica, mas são atacados por soluções alcalinas. Entre suas aplicações típicas podemos citar as seguintes: cúpulas de iluminação pública à prova de vandalismo, mamadeiras, carcaças e protetores de máquinas, componentes elétricos e compact discs (CD's).

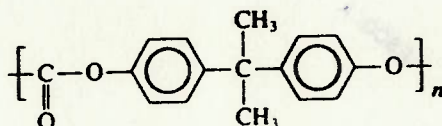


Figura 3.8 Mero do Policarbonato

Cloreto de polivinila (PVC)

É o plástico amorfo mais utilizado. Está disponível no mercado em duas formas: plastificado e não-plastificado. Ambos os tipos possuem boa resistência a ataques do meio ambiente, são excelentes isolantes elétricos e

não permitem propagação de chama. O PVC com a adição de plastificantes (plastificado) é flexível e suas aplicações típicas são recobrimento de fios, brinquedos, luvas e capas de chuva. O PVC não-plastificado (uPVC) é duro, rígido e é largamente utilizado na indústria de construção civil (canos, calhas, esquadrias, etc). Cartões de crédito também são feitos de uPVC.

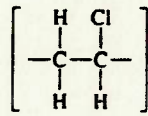


Figura 3.9 Mero do Cloreto de polivinila

Poliestireno (PS)

Esta disponível no mercado em uma gama de variedades, que diferem entre si pela resistência ao impacto. Seu baixo custo e facilidade de processamento recomendam sua utilização em "kits" de aeromodelismo, copos de iogurte, seringas descartáveis, etc. O poliestireno também está disponível na forma expandida, sendo utilizado para embalagens e como isolante térmico.

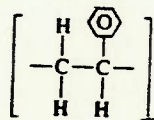


Figura 3.10 Mero do Poliestireno

Polietileno tereftalato (PET) e Polibutileno tereftalato(PBT)

As fibras de PET já eram conhecidas desde 1941, porém o material era considerado impróprio para moldagem. Em 1960, AKZO Hoechst e outros lançaram os primeiros PET para moldagem por injeção. Em 1970, Shade e Melin do Dynamit Nobel prepararam o PBT para moldagem e, logo a seguir, American Celanese, ICI, Kodak, GE, e mais recentemente Ciba-Geigy e Rhodia, lançaram seus plásticos PBT no mercado.

Estes termoplásticos poliésteres são altamente cristalinos e exibem boa resistência mecânica, resistência à abrasão, baixo coeficiente de atrito e baixa absorção de umidade. O PET já está no mercado há algum tempo, porém principalmente sob a forma de fibra, pois havia dificuldades de moldagem do material. Com a introdução do PBT estas dificuldades foram superadas. Aplicações típicas incluem engrenagens, mancais, carcaças, polias, e o PET consagrou-se recentemente como substituto do vidro nas garrafas de bebidas.

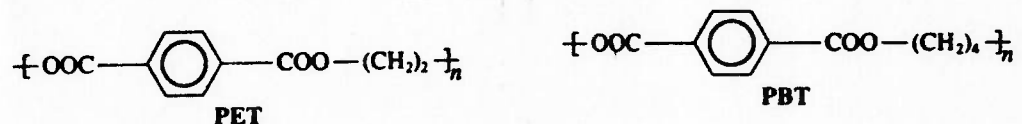


Figura 3.11 Meros do PET e do PBT

Poli-oxifenileno modificado (PPO)

Em 1956, A. Hay da General Electric sintetizou o poli-oxifenileno, o qual, porém, apresentava sérios problemas de processabilidade. Em 1964, foi

lançado pela General Electric o Noryl, que é o PPO modificado com poliestireno para melhoria da processabilidade.

A palavra "modificado" neste material refere-se à adição de poliestireno de alto impacto a fim de melhorar a processabilidade e reduzir o custo do PPO básico. O PPO pode ser utilizado na faixa de 100-150°C com suficiente rigidez, resistência a fluência, boa estabilidade dimensional e pequena absorção de água. Aplicações típicas são: componentes de equipamentos comerciais, lanternas de automóveis, carcaças de secadores de cabelos, etc.

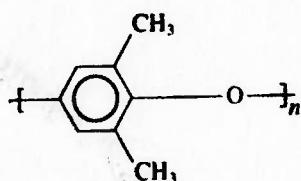


Figura 3.12 Mero do Polioxifenileno

Epoxis

As resinas epoxi são mais caras que um termofixo equivalente (por exemplo poliésteres), porém possuem maior rigidez, menor contração durante a cura e menor absorção de água. Uma importante área de aplicação destes materiais é na indústria aeronáutica, graças às propriedades mecânicas conseguidas utilizando-se epoxis reforçados com fibras.

Poliésteres termofixos

Esta família é composta das resinas de poliésteres não saturados, reforços na forma de fibra, lubrificantes, corantes, monômeros que sofreram "cross-linking" e catalisadores. Mais de 75% das 600.000 toneladas de poliésteres não-saturados produzidas anualmente nos EUA são utilizadas em compostos reforçados por fibra de vidro [29]. Aplicações típicas incluem pequenos barcos, tanques de armazenagem, peças de automóvel, etc.

Para finalizar este apanhado geral sobre plásticos, apresentaremos a seguir uma tabela de propriedades mecânicas de alguns plásticos e uma tabela contendo consumo e preços de plásticos.

Tabela 3.2 - Propriedades Mecânicas de alguns plásticos e do aço SAE 1020.

Plástico	Módulo de Elasticidade (MPa) [1]	Resistência à tração (MPa) [22]	máxima deformação (%) [22]
Acetal (homopolím.)	3582,8	68	40
Epoxi	3100,5	70	3
PPO modificado	2411,5	45	70
Nylon 66	3100,5	70	60
PET	3445	75	70
Policarbonato	2411,5	65	100
Polipropileno	1309,1	33	150
Poliestireno	2824,9	40	1,5
Polietileno (LDPE)	206,7	10	400
PVC (rígido)	4134	50	80
PVC (flexível)	2067	14	300
AÇO SAE 1020	210000	390	≅20

OBS: Os valores da coluna "Módulo de Elasticidade" foram obtidos através de ensaios de tração de curta duração.

Tabela 3.3 - Consumo de plásticos no Brasil e nos Estados Unidos.

Plástico	Consumo E.U.A. 1987 (kg) [29]	Consumo Brasil 1990 (kg) [80]	Preço médio por kg (US\$) [29]
Acetal	5,50E + 07	3,00E + 06	3,6
Acrílicos	1,10E + 08	2,50E + 07	2,0

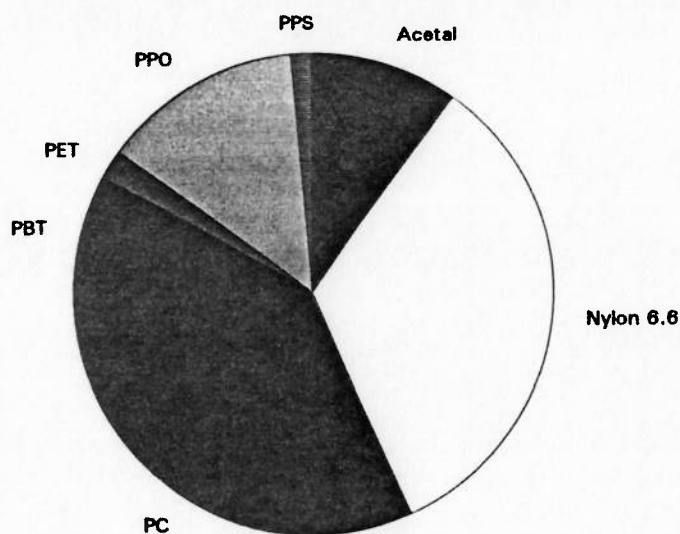
ABS	5,42E+08	3,00E+07	1,7
Nylon 6/6	1,80E+08 ¹	1,60E+07	4,0
PVC	3,60E+09	3,00E+08	0,75
Policarbonato	1,70E+08	4,00E+06	5,3
PBT	4,50E+07	N/D	5,1
Polietileno (LDPE) + (HDPE) + (LLDPE)	9,00E+09	7,20E+08	0,9 (HDPE)
PET	1,05E+07	N/D	3,7
Poliestireno	1,00E+09	1,50E+08	1,2
Sulfeto de polifenileno	7,00E+06	N/D	9,8
Termofixos	2,36E+09	3,50E+07	N/D

¹ Consumo do ano de 1986

N/D = Informação não Disponível

Analisando a tabela 3.3 acima, vemos que, no Brasil e nos EUA (se mantida a proporção de consumo de 1987), o polietileno é o plástico mais utilizado. Na categoria dos plásticos de engenharia, em ambos os países o nylon é o plástico mais consumido. A tabela acima mostra também que o consumo dos termofixos no Brasil e nos EUA é muito menor do que o dos termoplásticos, justificando assim a concentração deste trabalho nos plásticos termoplásticos, fato este já comentado na introdução deste trabalho.

Proporção no consumo dos diversos plásticos de engenharia nos EUA (1987) [27]

**Figura 3.13 Distribuição do consumo de plásticos de engenharia nos EUA.**

3.6 Compósitos

Um dos principais fatores que tornam os plásticos atraentes para aplicações de engenharia é a possibilidade de melhoria das propriedades mecânicas através do reforço com fibras [22]. A figura abaixo ilustra este fato. Nela podemos ver o aumento da tensão de ruptura de alguns termoplásticos devido ao reforço com fibra de vidro e fibra de carbono. Atualmente são consumidas 100.000 toneladas de plástico reforçado, de um consumo total da ordem de 1 milhão de toneladas. Tanto os plásticos termoplásticos como os termofixos podem ser reforçados. O reforço mais comum é a fibra de vidro devido a uma boa combinação de rigidez, resistência e preço. Quando a aplicação requer

melhores propriedades mecânicas, pode-se utilizar outras fibras como aramid (Kevlar) e fibra de carbono, porém com aumento no preço do material.

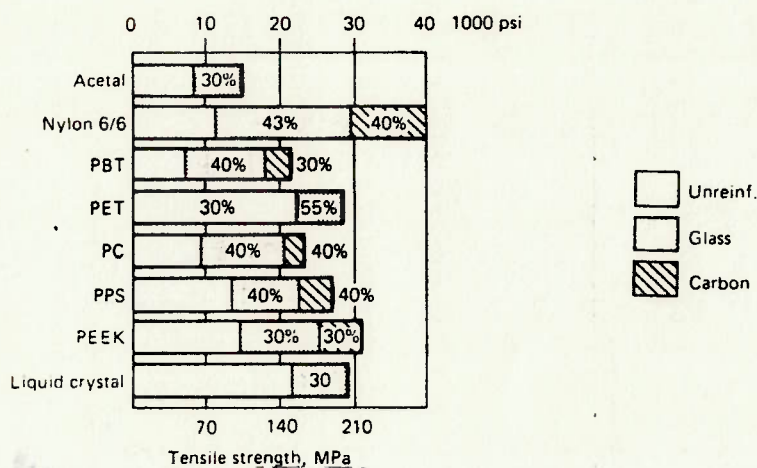


Figura 3.14 Aumento da tensão de ruptura de alguns termoplásticos devido a reforços com fibra de vidro e fibra de carbono [41]

3.7 Ligas Poliméricas (Blendas)

O princípio da produção de ligas plásticas é semelhante ao das ligas metálicas: conseguir um material que possua as características positivas de vários outros materiais que compõem a liga. O ABS citado anteriormente é um exemplo de liga polimérica. Trata-se de uma liga de acrilonitrila com butadieno e estireno. Os fabricantes de plásticos têm dedicado esforços no sentido de fabricar ligas para atender a necessidades específicas, visto que o custo de se pesquisar, testar e vender novas famílias de polímeros para atender a estas necessidades é muito grande [27,22,33].

Muitas ligas são utilizadas para melhoria de processabilidade do plástico, já que em geral plásticos com as melhores propriedades mecânicas e térmicas são os que oferecem maior dificuldade à moldagem ou extrusão [26].

Um outro motivo para a utilização de ligas é o custo: Se, ao se misturar um plástico de alto desempenho com outro mais barato, a liga tiver um desempenho satisfatório com custo menor do que o inicial, então há interesse em se utilizar a liga [26].

São exemplos de ligas:

- a) PVC/ABS - O PVC tem boas propriedades mecânicas, com exceção de resistência ao impacto. Além disso, é de difícil processabilidade. De sua combinação com o ABS resulta uma liga com resistência ao impacto muito maior e com melhoria de processabilidade.
- b) PPO/PS - Foi lançada pela GE com nome de "Noryl". O óxido de polifenileno tem excelentes propriedades mecânicas, porém é de difícil processamento. O Noryl tem excelentes propriedades mecânicas e elétricas, boa processabilidade e situa-se numa faixa de preço entre o ABS e o nylon.
- c) Etileno copolímero com nylon - O Nylon possui grande resistência ao calor e ao ataque químico, ao passo que o etileno possui grande flexibilidade [33].

As ligas poliméricas não serão estudadas neste trabalho.

4 Viscoelasticidade

4.1 Introdução

Como foi mencionado na introdução deste trabalho, os plásticos possuem um comportamento viscoelástico. Isto significa que suas propriedades mecânicas (Módulo de Elasticidade, tensão de ruptura) são dependentes da temperatura, taxa de deformação e, principalmente, do tempo. Neste capítulo trataremos dos fundamentos da viscoelasticidade, já que estes serão a base teórica para o projeto de componentes plásticos.

Num material elástico linear, como um aço a baixas temperaturas (até $\cong 300^{\circ}\text{C}$), a relação entre a tensão e a deformação no caso uniaxial é

$$\sigma = E \varepsilon \quad (1)$$

onde

$$\sigma = \text{tensão nominal} = \frac{\text{força}}{\text{área inicial da seção do corpo}}$$

$$\varepsilon = \frac{\text{variação do comprimento}}{\text{comprimento inicial}}$$

E = módulo de elasticidade do material

A expressão acima pode ser reescrita como

$$\varepsilon = D \sigma$$

onde

$$D = 1/E$$

No caso dos plásticos, estas relações teriam que ser reescritas de modo a levar em conta o tempo [64,63,59]

$$\sigma = f(\varepsilon, t)$$

(2)

$$\varepsilon = g(\sigma, t)$$

Se um material plástico for submetido a um ensaio no qual a tensão nominal permanece constante, a deformação sofrerá um aumento "instantâneo" no momento da aplicação da carga e, a seguir, aumentará gradativamente, conforme indica a figura abaixo. Este ensaio é chamado de ensaio de fluência ("creep") e normalmente é feito a temperatura constante. Se o material fosse elástico, a deformação não aumentaria com o passar do tempo.

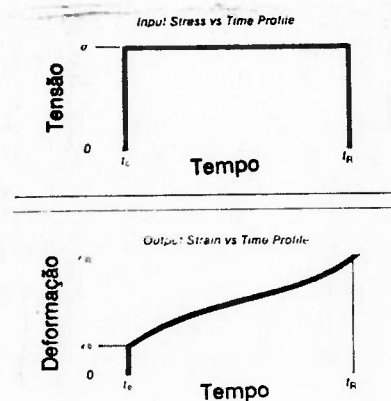


Figura 4.1 Resultado do ensaio de fluência (esquemático)

Pode-se também submeter um corpo de prova a uma deformação constante, medindo então a tensão necessária para mantê-lo sujeito a esta deformação. Verifica-se que para plásticos, esta tensão diminui com o tempo. Este é o chamado ensaio de relaxação, mostrado abaixo.

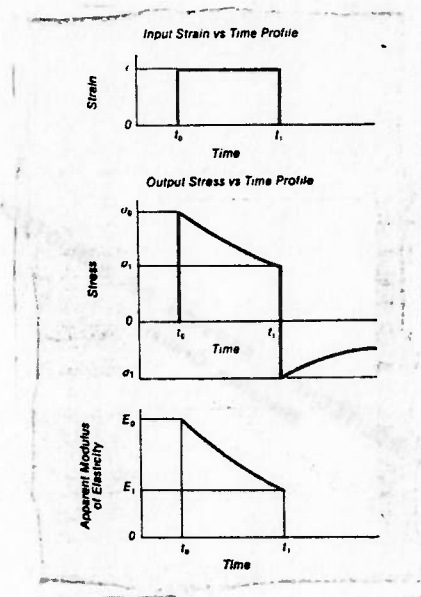


Figura 4.2 Resultado do Ensaio de relaxação (esquemático)

4.2 Modelos reológicos diferenciais

Para tentar simular o comportamento mecânico dos materiais viscoelásticos, foram criados modelos físicos simples. Os dois elementos básicos destes modelos são a mola e o amortecedor (figura 4.3).

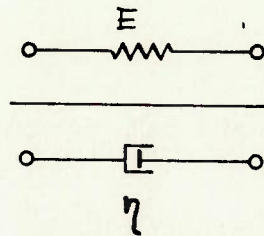


Figura 4.3 Elementos básicos dos modelos reológicos

A mola representa o comportamento elástico (linear ou não) do material. No caso particular de um comportamento elástico linear, a relação entre a tensão atuante na mola e sua deformação será

$$\sigma = E \varepsilon \quad (3)$$

O comportamento de um metal a baixas temperaturas e pequenas deformações, quando submetido a uma tensão uniaxial, pode ser representado por uma mola linear.

O amortecedor representa o comportamento viscoso do material. Se o comportamento viscoso for Newtoniano, a taxa de deformação e a tensão estão relacionadas por

$$\tau = \eta \dot{\varepsilon} \quad (4)$$

onde

η = viscosidade do material

Estes modelos básicos podem ser combinados de diversas maneiras, de modo a tentar simular materiais que não se comportam nem de forma perfeitamente elástica e nem de maneira perfeitamente viscosa, como ocorre com os plásticos. Analisemos agora os dois modelos mais simples, cada um deles composto por uma mola e um amortecedor.

4.2.1 O Modelo de Maxwell

O modelo de Maxwell (figura 4.4) consiste de uma mola e de um amortecedor ligados em série.

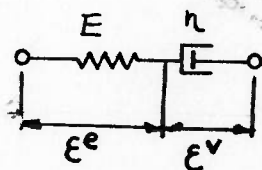


Figura 4.4 O modelo de Maxwell

Neste modelo a tensão é a mesma nos dois elementos, enquanto a deformação total é dada pela soma das deformações da mola e do amortecedor. Assim:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^v \quad (5)$$

Derivando-se a equação acima e substituindo-se (4) e (3) vem:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (6)$$

A equação (6) representa o comportamento do material. Se a deformação for conhecida, pode-se determinar a tensão em função do tempo, e vice-versa. As equações que relacionam tensões e deformações num material (como a equação (6) acima) recebem o nome de equações constitutivas. É interessante analisarmos três casos particulares:

- a) Tensão $\sigma(t) = \text{cte} = \sigma_0$ (Ensaio de fluência)
- b) Deformação $\epsilon(t) = \text{cte} = \epsilon_0$ (Ensaio de Relaxação)
- c) Remoção da tensão num instante t_0 ($\sigma = 0$ $t > t_0$) (Ensaio de Recuperação)

4.2.1.1 Ensaio de fluência

Se um material que se comporta de acordo com o modelo de Maxwell for submetido a tensão constante, a deformação em função do tempo será dada por:

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} + \frac{\sigma_0 t}{\eta} \quad (7)$$

Vemos, portanto, que a deformação cresce linearmente com o tempo, a partir da deformação elástica inicial.

4.2.1.2 Módulo de flexibilidade na fluência

Se no ensaio de fluência aplicarmos uma tensão unitária a partir do instante $t=0$, obteremos uma função deformação \times tempo, $J(t)$, a qual recebe o nome de módulo de flexibilidade na fluência ("Creep Compliance"). No caso do modelo de Maxwell:

$$J(t) = \frac{1}{E} + \frac{t}{\eta} \quad (8)$$

4.2.1.3 Ensaio de relaxação

Se um material que se comporta de acordo com o modelo de Maxwell for submetido a deformação constante, a tensão em função do tempo será dada por

$$\sigma = \sigma_0 e^{\left(\frac{-Et}{\eta}\right)} \quad (9)$$

A tensão sofre um decaimento exponencial, tendendo a zero quando o tempo tende a infinito. O quociente η/E , que é o tempo para que a tensão caia para $1/e$ do valor original, recebe o nome de tempo de relaxação τ . O tempo de relaxação também pode ser interpretado como o sendo o tempo que se passaria até que a tensão se anulasse, se a mesma diminuísse linearmente, acompanhando a tangente ao gráfico $\sigma \times t$ para $t=0$ [15].

Abaixo vemos os gráficos das funções correspondentes às equações (7) e (9)

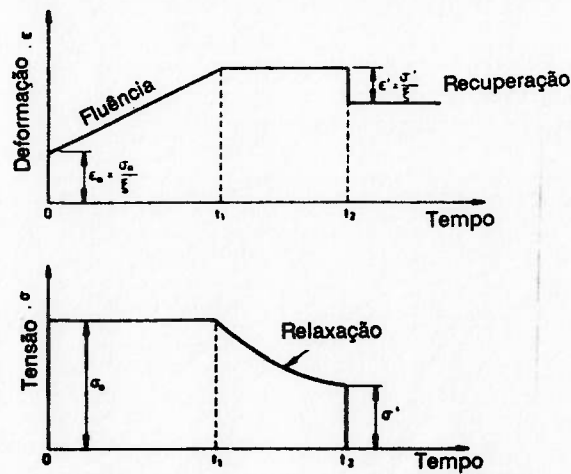


Figura 4.5 Ensaio de fluência, Relaxação e Recuperação para o modelo de Maxwell

4.2.1.4 Módulo de relaxação

Se no ensaio de relaxação aplicarmos uma deformação unitária a partir do instante $t=0$, obteremos uma função tensão \times tempo, $G(t)$, a qual recebe o nome de Módulo de Relaxação ("Relaxation Modulus"). Para o modelo de Maxwell:

$$G(t) = E e^{\left(\frac{-Et}{\eta}\right)} \quad (10)$$

4.2.1.5 Ensaio de recuperação

Se a tensão for removida a partir de um instante t_0 , haverá uma recuperação instantânea da deformação elástica. A parte viscosa não sofre recuperação, já que a tensão se anula.

4.2.2 O modelo de Kelvin-Voigt

No modelo de Kelvin (figura 4.6), a mola e o amortecedor estão associados em paralelo. Desta maneira, a deformação sofrida pela mola será também sofrida pelo amortecedor, ao passo que a tensão se distribuirá entre os dois ramos.

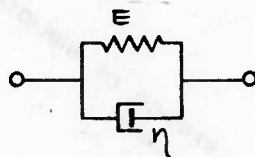


Figura 4.6 O modelo de Kelvin-Voigt

A equação constitutiva para este modelo é:

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} \quad (11)$$

Analogamente ao que foi feito para o modelo de Maxwell, calculemos a resposta aos ensaios de fluência e relaxação

Se fizermos Tensão $\sigma(t) = \sigma_0 = \text{cte}$ em (11), obteremos

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 - e^{\left(\frac{-Et}{\eta} \right)} \right) = \sigma_0 J(t) \quad (12)$$

Vemos portanto que a deformação inicial é nula, e cresce assintoticamente para o valor σ_0/E .

Se a partir de um determinado instante a deformação for mantida constante, a tensão permanecerá constante, de acordo com (9), ou seja, não haverá relaxação.

Se a tensão for removida, a deformação em função do tempo será dada por

$$\epsilon = \epsilon_0 e^{\left(\frac{-Et}{\eta}\right)} \quad (13)$$

Abaixo vemos os gráficos correspondentes às equações (12) e (13).

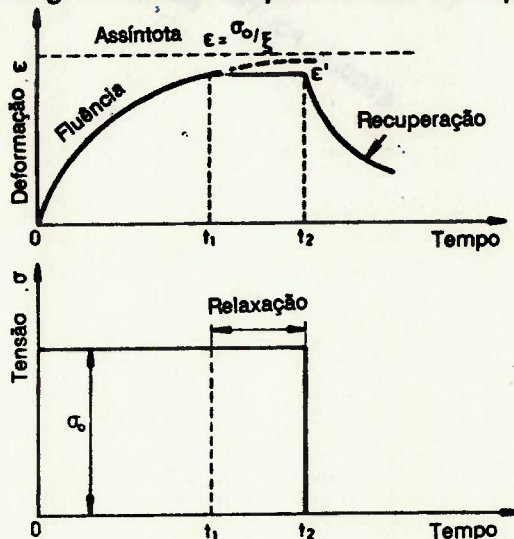


Figura 4.7 Fluência, relaxação e recuperação para o modelo de Kelvin-Voigt

Todas as equações constitutivas vistas anteriormente são casos particulares da seguinte equação:

$$\sum_{k=0}^{k=m''} p_k \frac{d^k \sigma}{dt^k} = \sum_{k=0}^{k=n''} q_k \frac{d^k \epsilon}{dt^k} \quad (14)$$

A equação (14) acima pode ser reescrita como [99,100,32,14]

$$P \sigma = Q \epsilon \quad (15)$$

onde P e Q são os operadores diferenciais

$$P = \sum_{k=0}^{k=m''} p_k \frac{d^k}{dt^k} \quad Q = \sum_{k=0}^{k=n''} q_k \frac{d^k}{dt^k} \quad (16)$$

4.3 Viscoelasticidade Linear

A equação (14) acima é do tipo linear. Os materiais que obedecem a equações constitutivas deste tipo são chamados viscoelásticos lineares [91,99,32,100]. Como será visto a seguir, para estes materiais é válido o princípio da superposição de Boltzmann e existe relação entre as grandezas medidas através de ensaios estáticos (módulo de flexibilidade na fluência, módulo de relaxação), entre as grandezas medidas através de ensaios dinâmicos e entre as primeiras e as segundas. Os materiais cuja equação constitutiva não é do tipo da (14) são denominados viscoelásticos não-lineares. Como os materiais viscoelásticos não-lineares possuem características muito diferentes dos lineares, aqueles serão estudados num item a parte.

"O comportamento dos plásticos é linear para pequenas deformações". Em algumas referências [55,22,63,85], este fato é dito sem maiores esclarecimentos sobre o que seriam pequenas deformações. Em outras [99,100], são mencionados limites mais ou menos arbitrários. De qualquer maneira, através da leitura das referências de viscoelasticidade, fica claro que os plásticos não se comportam como materiais viscoelásticos lineares para qualquer nível de deformação. A viscoelasticidade linear é apresentada aqui porque este trabalho pretende dar uma visão geral sobre o assunto e porque através dela alguns problemas podem ser resolvidos com muito bons resultados, como por exemplo problemas envolvendo pequenas deformações ($\cong 1\%$). Em outros casos a solução serve como ponto de partida.

É interessante observar que os modelos diferenciais mencionados acima são citados em quase todas as referências, mas em nenhuma delas há algum comentário sobre qual modelo seria mais adequado para um determinado material.

4.3.1 Modelos mais complexos

O modelo de Kelvin é uma primeira aproximação para o comportamento na fluência e recuperação, mas não é capaz de levar em conta a relaxação. Por outro lado, o modelo de Maxwell leva em conta a relaxação mas descreve de maneira rudimentar a fluência e a recuperação. Além disso, ambos os modelos possuem somente um tempo de relaxação. Estes tempos de relaxação estão relacionados com variações de inclinação nos gráficos do módulo de flexibilidade

na fluência \times tempo e módulo de relaxação \times tempo (transições). É sabido que os plásticos possuem mais do que uma transição [73,100,11]. Existem diversas formas de criar modelos mais sofisticados a partir destes modelos básicos. Associando-se um modelo de Kelvin em série com uma mola, obtém-se o modelo viscoelástico de 3 parâmetros. Este fornece, como era de se esperar, respostas melhores do que somente um modelo de Kelvin ou de Maxwell, mas mesmo assim não modela a contento o comportamento real dos plásticos. Uma maneira de se aumentar o número de tempos de relaxação é utilizando os chamados Modelos Generalizados. Combinando-se várias unidades de Maxwell em paralelo, obtém-se o Modelo de Maxwell Generalizado. Analogamente, combinando-se várias unidades de Kelvin em série, obtém-se o Modelo de Kelvin Generalizado [76]. A figura 4.8 abaixo ilustra os dois modelos.

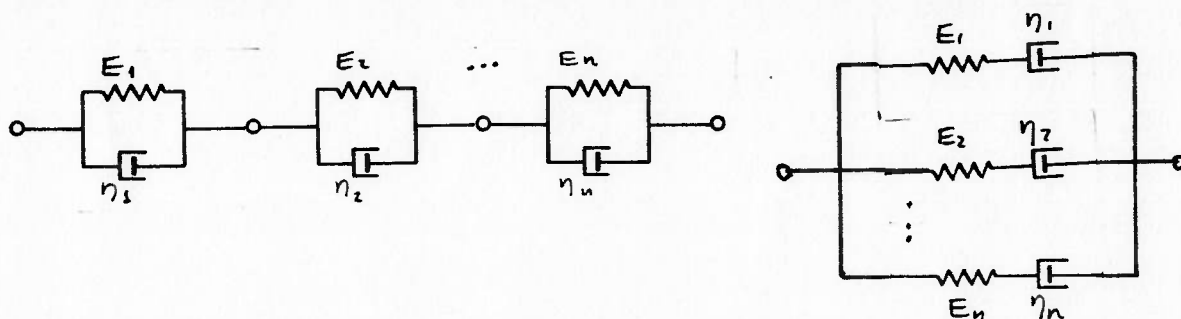


Figura 4.8 Os modelos generalizados de Kelvin e Maxwell

Para o modelo de Maxwell generalizado, a contribuição de cada ramo para o módulo de relaxação de tensão é dada por [47,100]

$$G_i(t) = E_i e^{\left(\frac{-t}{\tau_i}\right)} \quad (17)$$

onde

$$\tau_i = \frac{\eta_i}{E_i} \quad (18)$$

O módulo de relaxação total será:

$$G(t) = \sum_{i=1}^{i=n} E_i e\left(\frac{-t}{\tau_i}\right) \quad (19)$$

Analogamente, para o modelo de Kelvin-Voigt o Módulo de flexibilidade na fluência total será dado por:

$$J(t) = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{E_i} \left(1 - e\left(\frac{-t}{\tau_i}\right)\right) \quad (20)$$

Se, mesmo com um número grande de "elementos", os resultados não são satisfatórios, emprega-se uma função distribuição de tempos de relaxação $f(\tau)$ e a somatória dá lugar a uma integral [100,47]:

$$G(t) = \int_0^{+\infty} f(\tau) e\left(\frac{-t}{\tau}\right) d\tau \quad (21)$$

A prática mostrou que a utilização de uma escala de tempo logarítmica é mais conveniente; portanto a expressão acima torna-se

$$G(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\tau) e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} d(\ln\tau) \quad (22)$$

Analogamente, para o modelo de Kelvin generalizado:

$$J(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} L(\tau) e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} d(\ln\tau) \quad (23)$$

$L(\tau)$ é o "espectro de tempos de retardamento".

As funções $H(\tau)$ e $L(\tau)$ podem ser determinadas tanto de maneira exata como de maneira aproximada, através de ensaios dinâmicos [100,55,99].

Gross [38], em seu trabalho fundamental, resumiu a estrutura geral da teoria viscoelástica linear. Segundo o autor, "as funções viscoelásticas e efeitos são classificadas em 2 grupos: o grupo I refere-se a efeitos da fluência e medidas feitas sob tensão conhecida, e o grupo II refere-se a efeitos de relaxação e medidas feitas sob deformação conhecida.

Dentro de cada grupo, há 3 níveis distintos:

a) O nível superior, com a função de módulo de flexibilidade na fluência complexa no grupo I e a função módulo complexo no grupo II.

b) Um nível médio, com a função de fluência no grupo I e a função módulo de relaxação no grupo II.

c) Um nível inferior, com espectro de retardamento no grupo I e espectro de relaxação no grupo II."

A figura 4.9 a seguir mostra os níveis bem como a maneira de se converter resultados de um nível a outro. É interessante notar que conhecendo-se qualquer um dos 3 níveis de um grupo, pode-se obter um nível qualquer do mesmo ou do outro grupo.

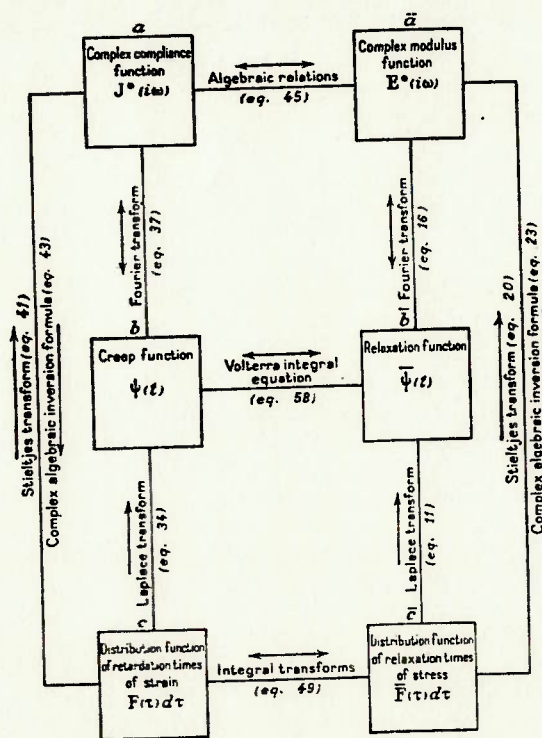


Figura 4.9 Estrutura matemática da teoria da viscoelasticidade linear

4.3.2 Princípio da Superposição de Boltzmann

Conforme visto anteriormente, se desejarmos saber a deformação em função do tempo para um modelo sujeito a uma tensão unitária, basta calcularmos (conhecermos) a função módulo de flexibilidade na fluência. Por outro lado, como os modelos de materiais utilizados até o momento são lineares (seus parâmetros independem da tensão), a deformação pode ser obtida pela multiplicação da função módulo de flexibilidade na fluência, $J(t)$, pela tensão, qualquer que seja o valor desta.

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 J(t) \quad (24)$$

Boltzmann propôs os seguintes princípios para materiais viscoelásticos lineares [100,99]:

- a) A fluência no material é função de toda a história de carregamento;
- b) Cada incremento no carregamento contribui de maneira independente para a deformação final; a deformação final pode ser obtida pela simples adição de cada uma das contribuições.

Para ilustrar o Princípio da Superposição de Boltzmann, suponhamos que a tensão seja igual a σ_0 até o instante t' e, a partir daí, sofra um incremento $\Delta\sigma$, conforme indica a figura abaixo. A deformação total será composta de duas parcelas:

- a) A parcela devida a σ_0 , aplicada desde o instante inicial.

b) A parcela devida a $\Delta\sigma'$, a qual está aplicada por um tempo igual a $t-t'$.

Desta forma, a resposta será dada por

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 J(t) + \Delta\sigma' J(t-t') \quad (25)$$

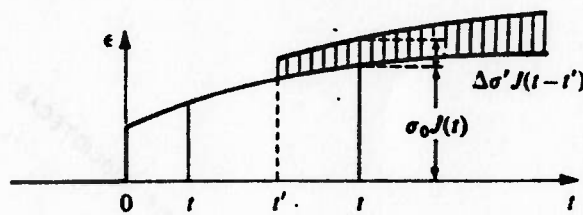


Figura 4.10 Deformação devido a uma tensão variável no tempo

Se a tensão for uma função qualquer do tempo, podemos considerá-la como sendo uma sucessão de degraus, cada um iniciando num instante diferente. A figura abaixo ilustra o processo. Desta forma, a deformação num instante t será dada por

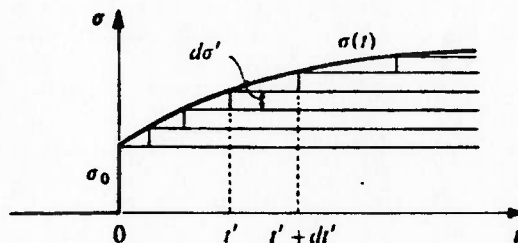


Figura 4.11 Tensão variável no tempo aproximada por uma sucessão de degraus.

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 J(t) + \int_0^t J(t-t') \frac{d\sigma'}{dt'} dt' \quad (26)$$

onde

$$d\sigma' = \left(\frac{d\sigma}{dt} \right)_{t=t'} dt'$$

Integrando-se por partes, chegamos a

$$\varepsilon(t) = \sigma(t) J(0) + \int_0^t \sigma(t') \frac{dJ(t-t')}{d(t-t')} dt' \quad (27)$$

A equação (27) acima é do tipo hereditária, já que o comportamento do material num determinado instante depende de toda a sua "história". Suponhamos que a deformação seja conhecida e que se queira determinar a tensão em função do tempo. A equação (27) pode ser reescrita como

$$f(t) = \sigma(t) + \int_0^t \sigma(t') K(t,t') dt' \quad (28)$$

onde

$$f(t) = \frac{\varepsilon(t)}{J(0)} \quad e$$

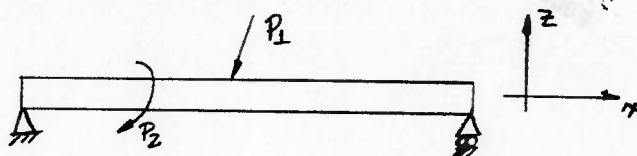
$$K(t,t') = \frac{1}{J(0)} \frac{dJ(t-t')}{d(t-t')}$$

A equação (28) recebe o nome de Equação Integral de Volterra de segunda espécie [23]. Esta equação permite a obtenção da função módulo de flexibilidade na fluência a partir do módulo de relaxação e vice-versa, conforme o esquema da figura 4.9 do ítem anterior.

4.3.3 Análise de vigas feitas de material viscoelástico linear

4.3.3.1 O princípio da correspondência

Consideremos uma viga elástica sujeita a um carregamento P_i , $i=1,..n$, conforme indica a figura abaixo.



As tensões devidas a este carregamento $\sigma(x,y,z)$ satisfazem as condições de equilíbrio para cada elemento da viga. As deformações $\epsilon(x,y,z)$ por sua vez:

a) Estão relacionadas com as tensões através da seguinte equação (Lei de Hooke)

$$\epsilon(x,y,z) = \sigma(x,y,z)/E \quad (29)$$

b) Estão distribuídas de maneira que as seções planas permaneçam planas e que a curvatura forneça, através de duas integrações sucessivas, a linha elástica $w(x)$ que satisfaz a todas as condições de apoio.

Consideremos agora uma viga feita de material viscoelástico linear, e suponhamos que as mesmas cargas sejam aplicadas no instante $t=0$ e mantidas constantes.

Se admitirmos que a solução do problema seja:

$$\sigma(x,y,z;t) = \sigma(x,y,z)$$

onde o lado direito representa a solução do problema elástico, as deformações que decorrem deste carregamento serão

$$\epsilon(x,y,z;t) = \sigma(x,y,z) J(t)$$

ou seja, tudo se passa como se a viga fosse elástica e com módulo de elasticidade $E = 1/ J(t)$, e, portanto, satisfaz a todos os vínculos cinemáticos do problema.

4.3.4 Viscoelasticidade em três dimensões

Até o momento temos tratado com problemas que envolviam apenas uma tensão e uma deformação, de modo que as leis viscoelásticas vistas anteriormente eram próprias para descrever o comportamento do material. Contudo, quando há mais de um componente de tensão (ou deformação),

precisamos de uma generalização desta lei, a qual irá corresponder à forma tridimensional da lei de Hooke e que a contém como um caso particular.

4.3.4.1 Análise de tensões e deformações

Quando isolamos um elemento infinitesimal de um corpo em equilíbrio estático, podemos definir sobre as faces do elemento nove componentes de tensão, como mostra a figura 4.12. Através do segundo axioma do equilíbrio estático pode-se demonstrar que estas nove componentes se reduzem a apenas seis, sendo estas as componentes do tensor das tensões de Cauchy.

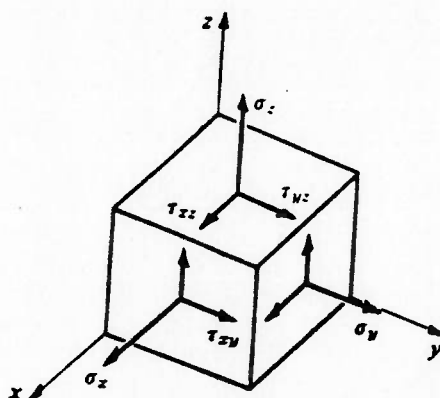


Figura 4.12 Elemento infinitesimal de um corpo sólido

Para mostrar as seis componentes deste tensor, empregamos a notação matricial, de modo que a matriz do tensor T na base ortonormal (i,j,k) é expressa por:

$$T = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (30)$$

Dividindo o tensor T nas suas componentes hidrostática e anti-esférica obteremos:

$$T = \begin{pmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_x & s_{xy} & s_{xz} \\ s_{xy} & s_y & s_{yz} \\ s_{xz} & s_{yz} & s_z \end{pmatrix} \quad (31)$$

$$\text{onde } s = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) / 3 \quad (32)$$

A parte anti-esférica de T é o que resta quando "subtraímos" de T a componente hidrostática.

Para que a soma das duas seja igual à matriz original,

$$s_x + s_y + s_z = 0 \quad (33)$$

O tensor anti-esférico pode ser representado como uma superposição de cinco estados de cisalhamento simples:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} s_x & s_{xy} & s_{xz} \\ s_{xy} & s_y & s_{yz} \\ s_{xz} & s_{yz} & s_z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & s_{xy} & 0 \\ s_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_{yz} \\ 0 & s_{yz} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & s_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ s_{xz} & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\
 &+ \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & -s_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -s_z & 0 \\ 0 & 0 & s_z \end{pmatrix} \quad (34)
 \end{aligned}$$

As três primeiras matrizes do lado direito de (46) representam estados de cisalhamento simples. As duas últimas também equivalem a estados simples de cisalhamento quando mudamos o sistema de referência.

Fazendo uma análise similar para o tensor das deformações infinitesimais chegaremos a:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} e & 0 & 0 \\ 0 & e & 0 \\ 0 & 0 & e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_x & e_{xy} & e_{xz} \\ e_{xy} & e_y & e_{yz} \\ e_{xz} & e_{yz} & e_z \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \text{onde } e &= (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) / 3 \quad e \\
 \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} \gamma_{ij} \quad (35)
 \end{aligned}$$

Analogamente a (33) concluímos que:

$$e_x + e_y + e_z = 0 \quad (36)$$

significando que apenas a parte esférica do tensor \mathbf{E} é a responsável pela alteração do volume do elemento (deformação volumétrica) ao passo que a parte anti-esférica descreve uma mudança na forma do elemento (distorção), mantendo o volume constante.

Como em (34), também podemos decompor o tensor deviante de \mathbf{E} em cinco estados de deformação cisalhante simples:

$$\begin{pmatrix} e_x & e_{xy} & e_{xz} \\ e_{xy} & e_y & e_{yz} \\ e_{xz} & e_{yz} & e_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & e_{xy} & 0 \\ e_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_{yz} \\ 0 & e_{yz} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & e_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ e_{xz} & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\ + \begin{pmatrix} e_x & 0 & 0 \\ 0 & -e_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -e_z & 0 \\ 0 & 0 & e_z \end{pmatrix} \quad (37)$$

4.3.4.2 A lei viscoelástica

Se um material viscoelástico é isotrópico, um estado hidrostático de tensão aplicado a ele deve produzir somente dilatações, sem a presença de distorções. As quantidades (s) e (e) podem então ser relacionadas através de uma lei viscoelástica como (14), ou seja:

$$\sum_{k=0}^{k=m''} p_k \frac{d^k s}{dt^k} = \sum_{k=0}^{k=n''} q_k \frac{d^k e}{dt^k} \quad (38)$$

ou, resumidamente:

$$P''s = Q''e \quad (39)$$

onde P'' e Q'' representam operadores derivativos adequados.

Por outro lado, cada um dos estados de cisalhamento puro dados em (34) deve causar uma deformação cisalhante representada pela matriz correspondente em (37) e, como a isotropia do material requer que a relação entre tais grandezas seja a mesma para todos os pares tensão-deformação, chegamos a:

$$\sum_{k=0}^{k=m'} p_k \frac{d^k S}{dt^k} = \sum_{k=0}^{k=n'} q_k \frac{d^k E}{dt^k} \quad (40)$$

ou ainda,

$$P'S = Q'E \quad (41)$$

onde S e E representam as componentes correspondentes de tensão e deformação deviantes ou as matrizes completas dos tensores deviantes.

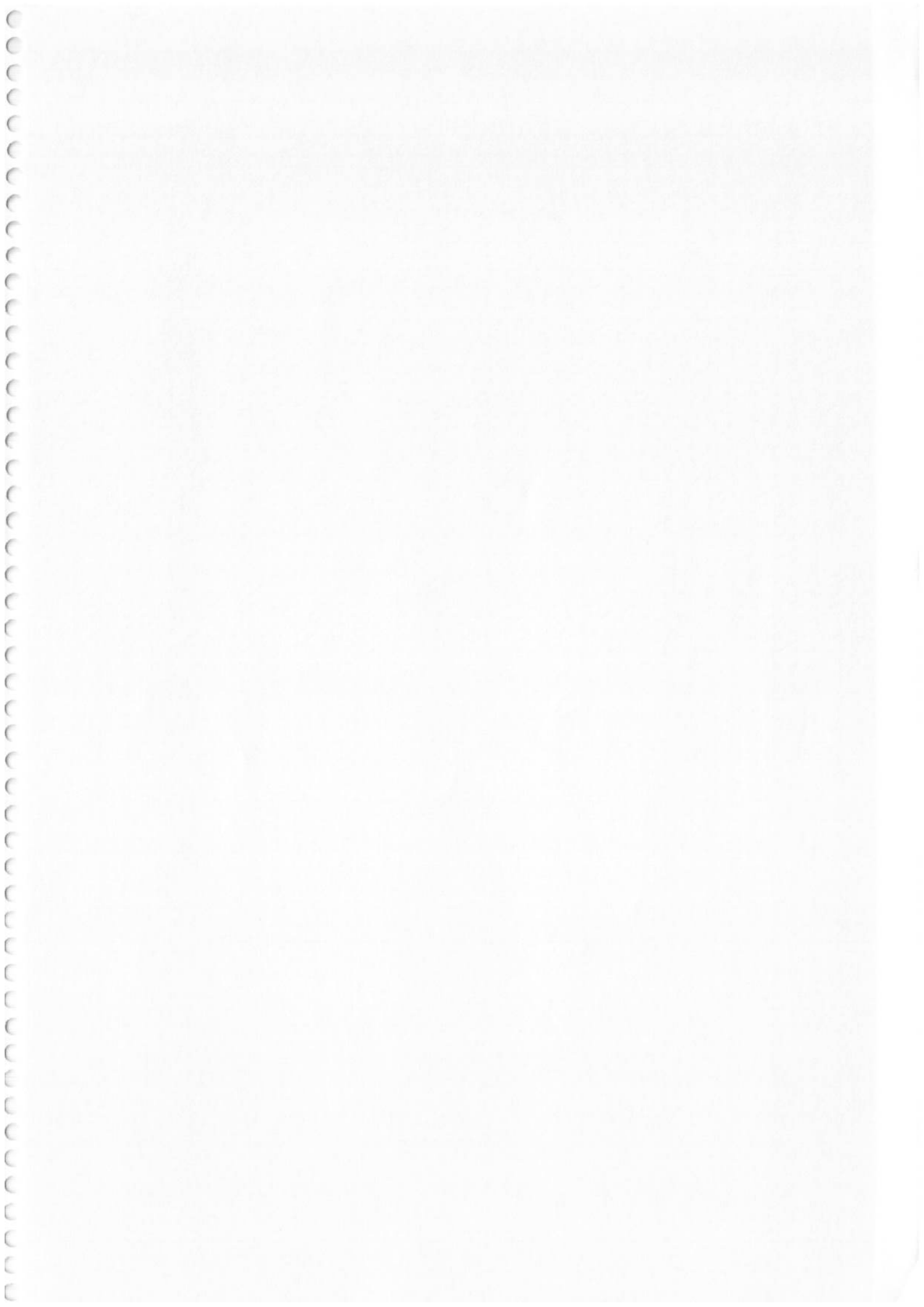
4.3.4.3 O princípio da correspondência

Para se determinar completamente o estado de tensões em um corpo sujeito a um dado carregamento e a condições de contorno conhecidas, são necessários três tipos de equações: as equações de equilíbrio, as relações cinemáticas e as equações constitutivas do material, sendo as duas primeiras comuns a todos os materiais.

As equações de equilíbrio nada mais são que equações escalares que representam a equação local de equilíbrio de um corpo expressa por:

$$\text{div}(\bar{T}) + \bar{b} = 0 \quad (42)$$





onde T é o tensor das tensões no ponto em consideração e $\mathbf{b} = (X, Y, Z)$ é o vetor das forças de volume que agem sobre o corpo.

As relações cinemáticas, por sua vez, relacionam as deformações em termos das componentes u , v e w do vetor deslocamento. No caso de linearidade geométrica teremos:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} & \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & \varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

(43)

Quanto às equações constitutivas, estas dependem, naturalmente do material de que é constituído o corpo e traduzem propriedades específicas do material que está sendo estudado. Para materiais viscoelásticos (e elásticos, como caso particular) temos por exemplo:

$$P''s = Q''e \quad e \quad P'S = Q'E \quad (44)$$

sendo P'' , Q'' , P' e Q' operadores derivativos adequados.

Se aplicarmos agora a transformada de Laplace a todas as equações descritas, veremos que em (42) e em (43) basta trocarmos as variáveis $\sigma_x, \dots, \varepsilon_x, \dots, u, \dots$ pelas variáveis correspondentes: $\bar{\sigma}_x, \dots, \bar{\varepsilon}_x, \dots, \bar{u}, \dots$. Nas equações (44), contudo, ao aplicarmos a transformada teremos:

$$\rho''(s)\bar{s} = \mathcal{L}''(s)\bar{e} \quad e \quad \rho'(s)\bar{S} = \mathcal{L}'(s)\bar{E} \quad (45)$$

Para um material elástico, a dilatação volumétrica é proporcional à parte hidrostática do tensor das tensões, ao passo que cada componente do cisalhamento é proporcional à tensão de cisalhamento correspondente:

$$s = 3K e, \quad \tau_{ij} = 2G \varepsilon_{ij} \quad (46)$$

onde K é o módulo elasticidade volumétrica e G, o módulo de cisalhamento do material.

Comparando (45) com (46), vemos que elas serão idênticas se fizermos as seguintes substituições:

$$\begin{aligned} 3K &\rightarrow \mathcal{L}''(s)/\rho''(s) \\ e & \\ 2G &\rightarrow \mathcal{L}'(s)/\rho'(s) \end{aligned} \quad (47)$$

Isto nos leva à seguinte forma generalizada do princípio da correspondência [32]:

"Se a solução de um problema elástico é conhecida, a transformada de Laplace do problema viscoelástico correspondente pode ser encontrada simplesmente trocando-se as constantes elásticas K e G pela razão entre operadores polinomiais conforme (47), e as cargas reais pelas suas transformadas de Laplace."

Como a maioria das soluções de problemas elásticos não são escritas em termos de K e G, mas sim em termos de E e de ν , podemos substituir as relações (47) nas equações da Teoria da Elasticidade, que relacionam E e ν com K e G, obtendo:

$$E \rightarrow \frac{3\lambda \cdot 2^n}{(2\lambda \cdot 2^n + 2 \cdot \rho^n)} \quad (48)$$

$$\nu \rightarrow \frac{\lambda \cdot 2^n - 2 \cdot \rho^n}{(2\lambda \cdot 2^n + 2 \cdot \rho^n)} \quad (49)$$

4.4 Viscoelasticidade não-linear

Analisando a equação constitutiva dos materiais viscoelásticos lineares, concluímos que se o tempo for fixado, tensão e deformação serão proporcionais. Assim, as curvas isócronas deveriam ser retas para qualquer tempo e deformação [47]. Na prática, isto não ocorre [47]. Somente para pequenos níveis de tensão e deformação as curvas isócronas são retas. Ward [100] comenta ainda que mesmo para pequenas deformações, o material pode se comportar de maneira linear para pequenos períodos de observação e de maneira não-linear para períodos mais longos. Assim, a deformação do material é função não só do tempo mas também da tensão e deformação inicial ϵ_0 :

$$\epsilon = f(t, \sigma, \epsilon_0) \quad (50)$$

Ainda de acordo com Ward [100], "não há no momento (1983) uma representação que dê uma descrição adequada para o comportamento não-linear e que forneça percepção física ("insight") sobre as origens deste comportamento. Este é um assunto onde as divergências entre o experimentalista e o teórico são mais marcantes".

4.4.1 Equações constitutivas não-lineares unidimensionais

Findley [31] propôs a seguinte equação constitutiva:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sinh \frac{\sigma}{\sigma_\varepsilon} + m' \left(\frac{t}{t_0} \right)^n \sinh \frac{\sigma}{\sigma_m} \quad (51)$$

onde $\varepsilon_0, \sigma_\varepsilon, m'$ e n são constantes dependentes da temperatura. O autor comparou resultados previstos pela equação acima com dados de PVC, obtendo bons resultados. Para pequenos valores de σ , a equação acima é linear, já que para pequenos argumentos a função \sinh é praticamente linear. Entretanto, há várias indicações de que tanto esta equação como várias outras similares que foram propostas não têm aplicabilidade geral. Muitas das equações que foram utilizadas para prever o comportamento não-linear dos materiais foram obtidas através de uma combinação de ajuste de curvas e conhecimento teórico [29].

Nutting propôs a seguinte relação empírica [55]:

$$\varepsilon = k \sigma^m t^n \quad (52)$$

onde k, m e n são constantes dependentes do material.

McLoughlin [50] propôs uma equação do seguinte tipo:

$$\text{Log}(Z_0 - \text{Log } E) = A + B \log t \quad (53)$$

onde Z_0, A e B são constantes.

A equação acima foi utilizada para prever o módulo de fluência e de relaxação para PMMA, obtendo muito bons resultados para tempos de até 1.000.000 h.

Reichelt [72] apresenta uma lista de 21 equações constitutivas em ordem cronológica, de 1935 até 1969, sendo a metade delas não-lineares, para diversos plásticos. De acordo com Turner [64], "muitas equações específicas têm sido propostas para representar o fluência de diferentes plásticos, mas nenhuma teve aplicabilidade universal, sendo que provavelmente a melhor delas é a de Findley". De acordo com Ward [100], "as abordagens empíricas sugeridas até o momento têm duas limitações principais:

- a) Não fornecem uma representação geral para a fluência, recuperação e comportamento sob programas complicados de carregamento;
- b) Os dados de fluência destas formulações não podem ser relacionados de maneira simples com dados de relaxação e ensaios mecânicos dinâmicos."

Ward comenta ainda que as equações relacionando tensão, deformação e tempo tem o mérito de reduzir a quantidade de dados a ser manipulada, porém não revelam nada a respeito da natureza da não-linearidade, sendo enganadoras neste sentido.

Um grande problema que surge com a materiais não-lineares é que o princípio da superposição de Boltzmann não é mais válido. Assim sendo, ou se utiliza um princípio de superposição modificado, ou não se pode levar em conta cargas variáveis, já que seria impossível ensaiar todas as

(infinitas) possibilidades de carregamento. Ward [99] propôs o seguinte princípio de Boltzmann modificado, baseado em integrais múltiplas:

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = & \int_{-\infty}^t J_1(t-\tau_1) \frac{d\sigma(\tau_1)}{d\tau_1} d\tau_1 + \\ & + \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^t J_1(t-\tau_1, t-\tau_2) \frac{d\sigma(\tau_1)d\sigma(\tau_2)}{d\tau_1 d\tau_2} d\tau_1 d\tau_2 + \\ & \int_{-\infty}^t \dots \int_{-\infty}^t J_N(t-\tau_1, \dots, t-\tau_N) \frac{d\sigma(\tau_1)}{d\tau_1} \dots \frac{d\sigma(\tau_N)}{d\tau_N} d\tau_1 \dots d\tau_N \end{aligned} \quad (54)$$

Uma interpretação física desta representação pode ser obtida considerando que o programa de carregamento seja uma sucessão de degraus. O integrando do primeiro termo da equação acima representa a contribuição do primeiro degrau na deformação final. O integrando do segundo termo e dos subsequentes representa a contribuição dos termos $d\sigma(\tau_1)$, $d\sigma(\tau_2)$, etc..na deformação final. A grande dificuldade está, obviamente, na determinação das funções J_1, \dots, J_N (os "kernels"). Segundo Ogorkiewicz [64], "tem havido uma procura contínua para uma regra de superposição para materiais não-lineares nos últimos 25 anos, porém com sucesso

limitado. Nenhuma teoria mostrou-se universalmente aplicável ou superior às alternativas".

Finalizaremos este item com os obstáculos levantados por Turner (mencionado em [47]) a respeito da utilização da viscoelasticidade não-linear para soluções analíticas exatas no projeto de peças plásticas:

- a) A dificuldade de se obter princípios de superposição adequados para previsão de resposta a excitações variáveis;
- b) A falta de transformações matemáticas adequadas (como a de Laplace) que permitiriam o uso de relações já estabelecidas entre os vários coeficientes que relacionam tensão e deformação;
- c) Fatores de envelhecimento não podem ser incorporados numa teoria generalizada;
- d) Se a anisotropia encontrada frequentemente nos componentes plásticos for desprezada a fim de facilitar a análise, os erros poderão ser de ordem de grandeza superiores aos decorrentes de fatores mencionados anteriormente.

Tendo em vista tudo o que foi exposto acima, a viscoelasticidade não-linear será considerada neste trabalho somente em componentes sujeitos a carregamento constante no tempo.

4.5 Ensaaios mecânicos realizados em plásticos

Neste item serão comentados os ensaios mecânicos mais comumente realizados nos plásticos. Estes ensaios serão incluídos neste trabalho por dois motivos:

- a) Alguns deles já fornecem dados que podem ser utilizados diretamente no projeto dos componentes (ensaio de fluência, por exemplo);
- b) Mesmo os ensaios que não fornecem dados diretamente utilizáveis no projeto devem ser conhecidos, já que às vezes estes ensaios podem servir de base para um tipo de ensaio mais útil ou ainda servir para fins de controle da qualidade. Este tópico será abordado com mais detalhes no item 4.5.8 .

Os ensaios mecânicos realizados em plásticos são normalmente divididos em duas categorias:

- a) Ensaaios de curta duração - São exemplos destes tipos de ensaio os de tração, impacto, flexão e torção.
- b) Ensaaios de longa duração - São exemplos destes tipos de ensaio os ensaios de fluência sob tração, de fluência sob flexão e de relaxação.

Serão discutidos a seguir os ensaios mecânicos mais intimamente ligados ao tipo de solicitação das peças que desejamos projetar.

4.5.1 O ensaio de tração

Neste ensaio as extremidades de um corpo de prova são presas em garras de uma máquina de teste, as quais se separam com uma velocidade especificada (norma ASTM D638). Segundo esta norma, o módulo de elasticidade é calculado traçando-se a reta tangente ao gráfico na origem do mesmo e calculando-se sua inclinação.

4.5.1.1 Influência da taxa de deformação e da temperatura

A temperatura exerce um efeito significativo no comportamento do material [18,52]. A figura abaixo mostra as curvas tensão-deformação para um mesmo material, em 4 temperaturas diferentes. Como era de se esperar, o aumento da temperatura diminui a rigidez do material e seu limite de escoamento.

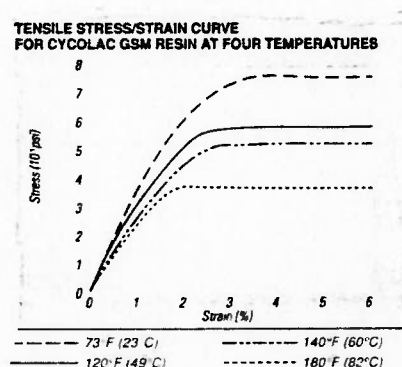


Figura 4.13 Curvas tensão-deformação para um mesmo material a diferentes temperaturas

A taxa de deformação na qual o teste é realizado também tem um efeito significativo sobre o comportamento do material [18,52,82]. A figura abaixo mostra as curvas tensão-deformação para PVC, a diferentes taxas de deformação [56]. Podemos notar que a rigidez aumenta com o aumento nas taxas de deformação. Além disso, a influência da taxa de deformação nas curvas tensão-deformação é menor do que a da temperatura. Ogorkiewicz comparou os ensaios de tração utilizando taxa de deformação constante, carga constante e taxa de carregamento constante [56,57,62]. O autor concluiu que, em comparação com a curva obtida através de ensaio com taxa de deformação constante, a curva de carga constante situa-se ligeiramente abaixo da anterior, enquanto a obtida através da taxa de carregamento constante fica ligeiramente acima daquela. Para deformações de até 0,5%, as três curvas se confundem.

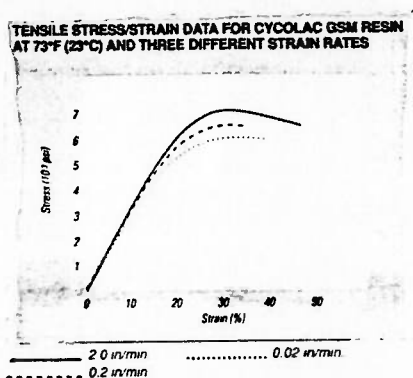


Figura 4.14 Curvas tensão-deformação para um mesmo material a diferentes taxas de deformação

4.5.1.2 O ensaio de compressão

A curva tensão-deformação à compressão é obtida colocando-se o corpo de prova entre duas faces planas e paralelas da máquina de ensaio e a

seguir movendo-se as faces numa velocidade especificada (Norma ASTM D695) [18,82]. É interessante observar que o módulo de elasticidade secante calculado a partir do ensaio de compressão é maior do que aquele obtido a partir do ensaio de tração [88,47,24]. Gaube [35], realizou experimentos em polipropileno e polietileno, concluindo que o módulo de elasticidade secante na compressão é cerca de 25% maior do que em tração.

Racke [71] observa que a tensão de escoamento à compressão é entre 30% e 50% superior à de escoamento à tração.

O ensaio de compressão tem várias vantagens sobre o de tração: não há empescoamento do corpo de prova, de modo que os estados de tensão e deformação no corpo de prova são claros. Além disso, este tipo de ensaio permite atingir grandes deformações, o que é difícil num ensaio de tração. Dois problemas que existem com este tipo de ensaio são a influência do atrito entre o corpo de prova e as superfícies que o comprimem, e a possível flambagem do corpo de prova. Williams [102] e Ford [34] sugerem a utilização do ensaio de compressão sob estado plano de deformação. Desta forma, o problema da flambagem seria eliminado. Os autores sugerem ainda que, com a lubrificação das superfícies que comprimem o corpo de prova, o problema do atrito seria minimizado.

4.5.2 O ensaio de flexão

Neste ensaio, um corpo de prova de seção constante é bi-apoiado, e a deformação do centro do corpo de prova (metade do vão) é defletida a uma velocidade constante (Norma ASTM D790) [18,47]. A partir da curva força aplicada x deflexão é calculado então um módulo de elasticidade. Loveless [44] faz uma longa avaliação deste tipo de ensaio. Segundo o

autor, este ensaio é de grande valia para o controle da qualidade e especificações de materiais. O autor resume ainda os diversos parâmetros que influem no ensaio, citando a razão entre o vão e a altura da viga como sendo o principal deles.

4.5.3 O ensaio de fluência sob tração

Neste ensaio, corpos de prova do material são submetidos a uma carga constante (tensão nominal constante), e a deformação em função do tempo é medida até que, num determinado instante, o corpo de prova se rompa (Norma ASTM D2990). Naturalmente, quanto maior a tensão, menor o tempo necessário para a ruptura. Normalmente, este ensaio é efetuado para diversas temperaturas e diversos níveis de tensão. A figura 4.15, no final deste capítulo, mostra os resultados deste ensaio para o Nylon.

4.5.4 Os ensaios de fluência sob flexão e compressão

Nestes ensaios, o corpo de prova é submetido a uma flexão constante ou a uma carga de compressão constante, sendo sua deformação medida em função do tempo (Norma ASTM D2990) [18]. Gaube [35] observa que embora o módulo de elasticidade secante obtido em ensaio de compressão seja maior do que o obtido por ensaio de tração (4.5.1.2), o mesmo não ocorre no ensaio de fluência a compressão. Segundo o autor, os módulos de fluência a compressão e a tração tem aproximadamente o mesmo valor.

4.5.5 O ensaio de relaxação

Neste ensaio, os corpos de prova são submetidos a deformação constante, e a tensão (compressão) necessária para manter esta deformação é medida em função do tempo (Norma ASTM D2991). Aqui também são necessários ensaios para diversas temperaturas e níveis de deformação. A figura 4.16, no final deste capítulo, mostra os resultados deste ensaio para o Nylon.

4.5.6 As curvas isócronas, isométricas e do módulo aparente

A partir dos ensaios de fluência, podem-se construir quatro outras curvas [18,47,53]:

a) Curva isócrona - É obtida plotando-se pares (ϵ, σ) para um determinado instante. Normalmente as curvas isócronas são construídas para $t = 100$ s. A figura 4.17, no final deste capítulo, mostra a curva isócrona para o Nylon.

b) Curva isométrica - É obtida plotando-se pares (σ, t) para uma determinada deformação.

c) Curva do módulo aparente em função do tempo - Cada curva destas é obtida dividindo-se a tensão na qual a curva de fluência foi obtida pela deformação medida ao longo do tempo. Matematicamente,

$$E_{\text{aparente}}(t) = \frac{\text{tensão no ensaio de fluência}}{\epsilon(t)} \quad (55)$$

d) Curva do tempo de ruptura em função do tempo - Pode-se construir diagramas do tempo necessário para ruptura em função da tensão aplicada no ensaio de fluência. Este tópico bem como outros relacionados à ruptura serão abordados no capítulo 5 deste trabalho.

4.5.7 O coeficiente de Poisson

Não foi encontrada uma norma específica para medição do coeficiente de Poisson. Este pode ser calculado diretamente durante o ensaio de tração, ou através dos módulos de elasticidade à tração e torção [18]. De acordo com Turner [90] e outros [29,9], a medição deste número é complexa, e os resultados publicados são normalmente "grosseiros". Bonnin [9] argumenta que a contração lateral é pequena e muitas vezes espécimens diferentes são utilizados nos ensaios de tração e torção, sendo estes os motivos da falta de precisão nos experimentos. Mascia [47] sugere que se adote valores entre 0,3 e 0,5 para polímeros amorfos e entre 0,4 e 0,5 para polímeros cristalinos. Esta sugestão é próxima daquela feita por Turner [95], o qual recomenda o valor 0,35 para polímeros amorfos e um valor entre 0,4 e 0,45 para polímeros cristalinos e também próxima daquela de Geyer [36] que sugere valores entre 0,35 e 0,5.

4.5.8 Dados para controle da qualidade x dados para projeto

Como observam Powell [69,70], Birley [8], Ogorkiewicz [60] e outros, muitos ensaios mecânicos normalizados realizados em plásticos são mais

convenientes para fins de controle da qualidade do que para projeto. Além disso [60], muitos ensaios foram "herdados" dos ensaios comumente realizados em metais. Um exemplo típico é o ensaio de tração. Por razões comentadas anteriormente, não podemos utilizar o módulo de elasticidade obtido através do ensaio de tração no projeto de componentes sujeitos a cargas por longos períodos de tempo. Já para os metais este valor pode ser utilizado diretamente no projeto de peças. Além disso, para que os ensaios normalizados fossem mais úteis no projeto de componentes, os mesmos deveriam tentar simular as condições do componente em serviço. Assim, os ensaios deveriam ser realizados para diversos valores dos fatores que influenciam o resultado de cada particular ensaio (temperatura, taxa de deformação, umidade, etc). Apesar de o custo envolvido ser grande, o problema tem sido atacado, como comenta Ogorkiewicz [58]: "O problema já atraiu a atenção de várias instituições, como o Instituto dos Plásticos e a Instituição das normas inglesas (British Standards Institution)".

Assim, cremos que com o passar do tempo as normas sejam revistas, sendo incluídos ensaios mais apropriados para o projeto de componentes, como é o caso dos ensaios de fluência.

4.5.9 Anisotropia

Os modelos desenvolvidos até o momento admitem que os plásticos são materiais isotrópicos. Este fato foi mencionado na dedução do princípio da correspondência, sem maiores considerações. Várias referências [47,41,2] afirmam que o processo de injeção orienta as moléculas, causando portanto anisotropia. Em nenhuma destas referências há qualquer análise quantitativa do efeito do processo de injeção nas propriedades mecânicas. Ward [100], num capítulo exclusivamente sobre anisotropia, traz dados sobre anisotropia em filmes de plásticos estirados e filamentos, sem contudo mencionar o processo de injeção. Por estarmos analisando materiais sem reforços (menos susceptíveis a anisotropia), e pela falta de informações mais específicas, adotaremos a hipótese da isotropia do material.

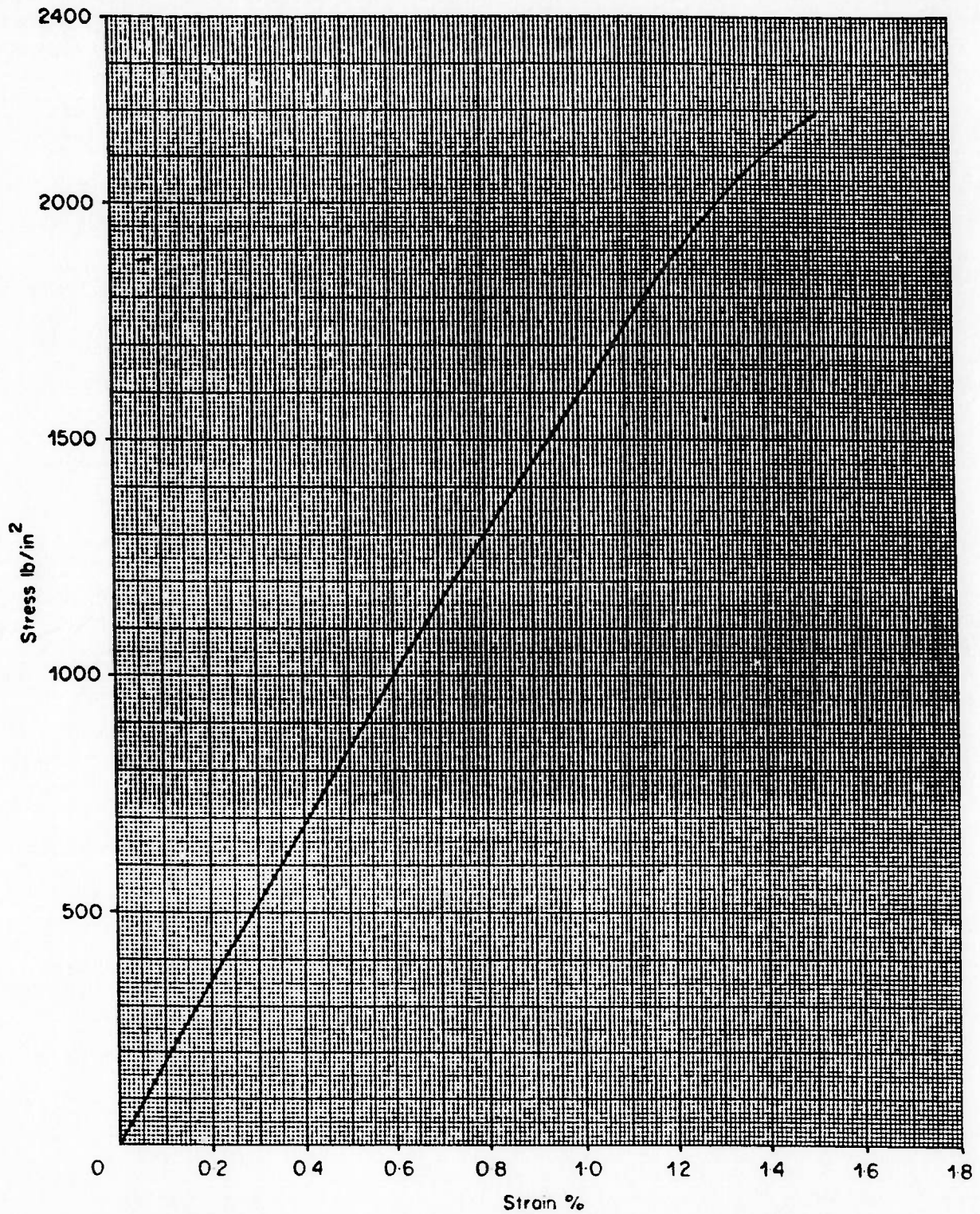


Figure 11.8. Isochronous stress vs strain curve: 60°C, 100 sec, dry, Nylon 66 ("Maranyl" A100)

Figura 4.17 - Curva isócrona para Nylon 66 (63)

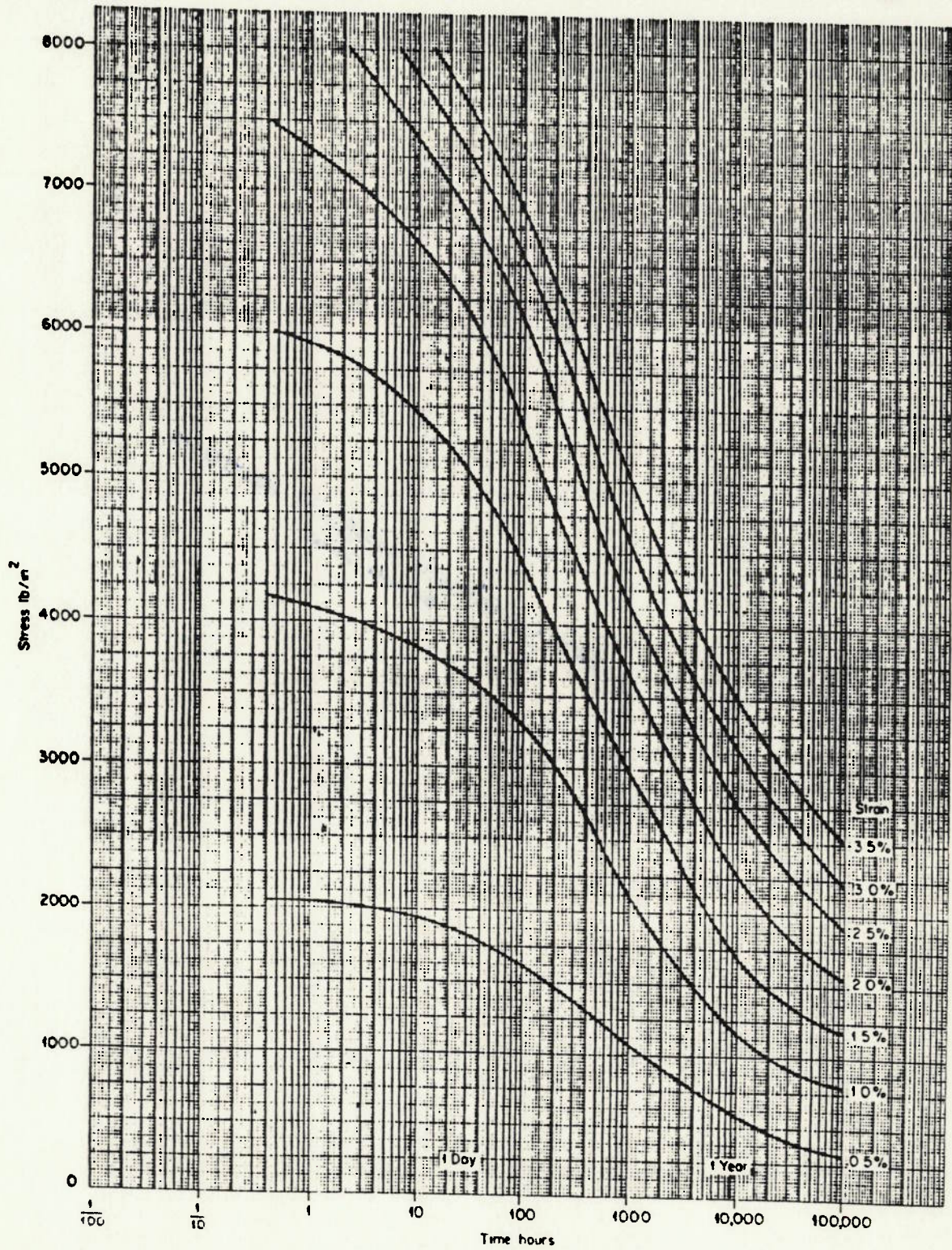


Figura 4.16 - Curvas de Relaxação para o Nylon 66 (63)

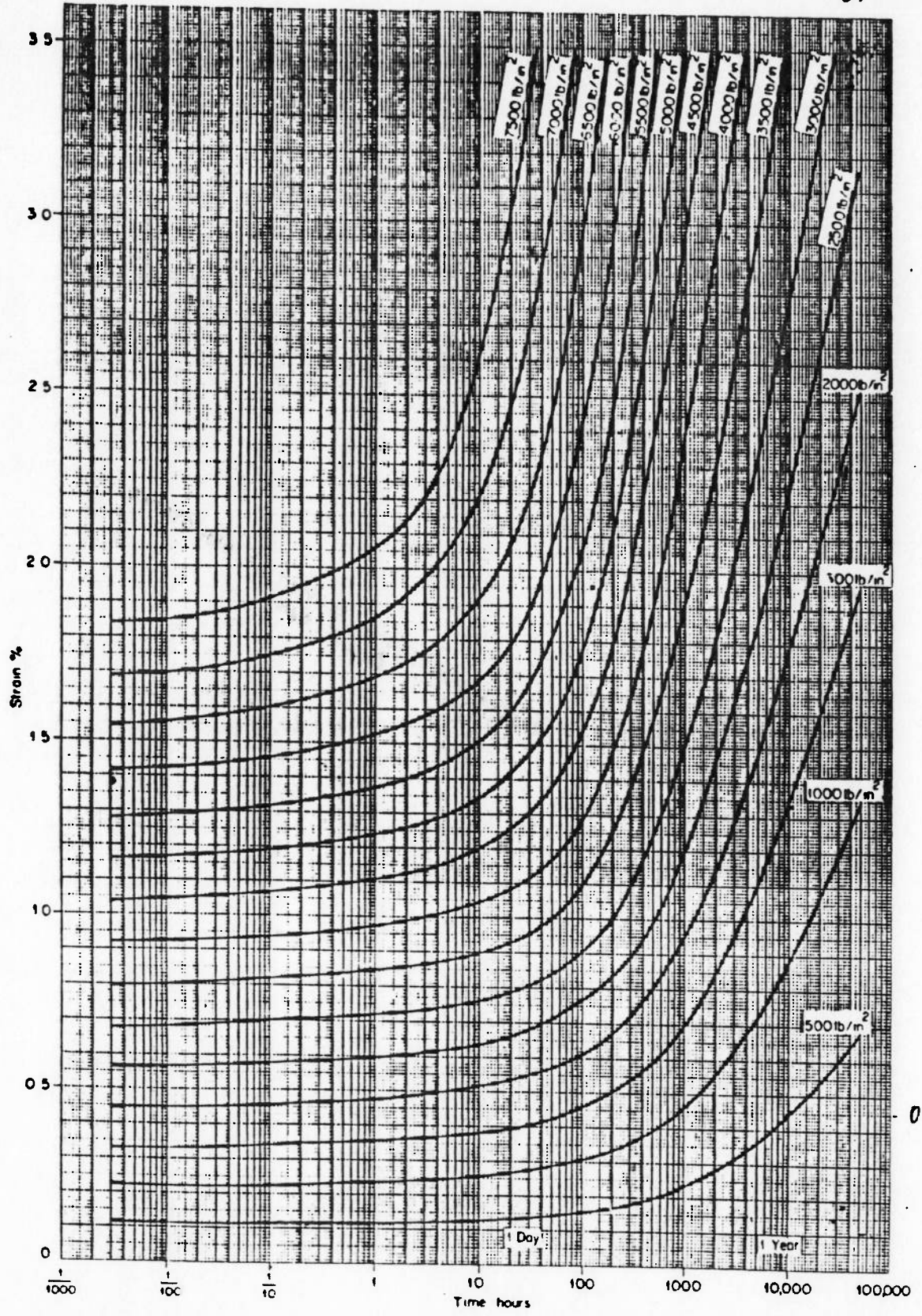


Figura 4.15 - Curvas de Creep para o Nylon 66 (63)

5 Critérios de falha para plásticos

5.1 Introdução

Como foi mencionado no capítulo 2 deste trabalho, para que seja possível o projeto de componentes, é necessário o conhecimento do comportamento do material quanto a deformações e a falhas. É importante realçar que, conforme observa Gotham [52], "não há um critério único de durabilidade para plásticos sujeitos a carregamento de longa duração". Assim, para certas aplicações o rompimento pode significar o fim da vida do componente (falha). Para outras, um evento anterior ao rompimento pode levar a cabo a vida do componente [29]. Se, por exemplo, um determinado componente sofrer deformação excessiva de modo a afetar seu funcionamento, o mesmo terá falhado sem contudo se romper. Uma outra forma de falha encontrada em materiais plásticos é o esbranquiçamento ("whitening") devido a excesso de tensão. Se, para o perfeito desempenho de um componente, ele tiver que permanecer transparente e quando sujeito a esforços ele esbranquiçar-se, tornando-se assim opaco, o componente terá falhado [64,29].

Neste capítulo abordaremos os critérios existentes para prever se um plástico, sujeito a um determinado carregamento, irá falhar ou não. Será considerado como falha o rompimento do material ou o escoamento¹. Não serão abordadas as falhas por excesso de deformação (estas podem ser previstas com os métodos que serão expostos no próximo capítulo) e as

¹ O significado da palavra escoamento será precisado a seguir.

falhas por solicitação de impacto, já que estas encontram-se fora do escopo deste trabalho.

Por motivos didáticos, os critérios de resistência serão classificados quanto à duração da solicitação e, dentro de cada uma das categorias (curta duração e longa duração), divididos em critérios para solicitações uniaxiais e multiaxiais. Considera-se "curta duração" como sendo tempos da ordem de até alguns minutos e como "longa duração" tempos da ordem igual ou superior a de dias (dias, meses ou até mesmo anos).

5.2 Solicitação de curta duração

5.2.1 Solicitação uniaxial

Não há consenso na literatura sobre o critério a ser utilizado em peças sujeitas a solicitações uniaxiais. Embora a maior parte das referências [3,75,74,20,16,19] seja favorável à limitação das deformações, há alguns trabalhos [18,101] que advogam a limitação das tensões a fim de se evitar falhas nos componentes. Há ainda um critério baseado na energia acumulada. Descreveremos a seguir cada uma destas correntes.

5.2.1.1 Critério baseado numa tensão máxima

Segundo este critério, se as tensões estiverem abaixo de um determinado valor, não haverá falha no material. Para determinação deste valor de tensão, submetem-se corpos de prova do material a ensaio de tração (compressão, torção).

A figura abaixo mostra o resultado de um ensaio de tração para um plástico frágil [63]. Pode-se observar um par (deformação de ruptura, tensão de ruptura) bem definido. Abaixo vemos também o resultado do mesmo tipo de ensaio, porém para um plástico dútil. Notamos que há um ponto no gráfico tensão x deformação onde a tangente é horizontal. Este ponto é normalmente definido como o sendo o do par (deformação de escoamento, tensão de escoamento) [63,64,71,6]. Continuando no diagrama tensão x deformação, atinge-se a tensão de ruptura. O valor encontrado para a tensão de escoamento seria então o máximo valor admissível para as tensões num componente.

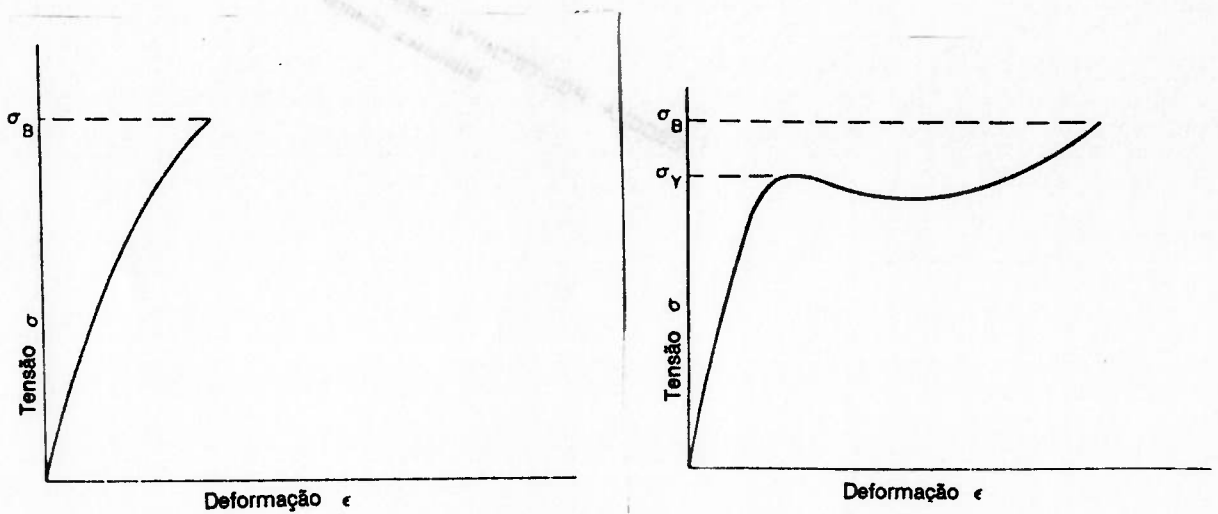


Figura 5.1 Ensaio de tração para material frágil (esq.) e dútil.

Como foi mencionado no capítulo anterior, a taxa de deformação e a temperatura exercem influência sobre o aspecto da curva tensão x deformação, afetando, portanto, os valores da tensão de escoamento e da de ruptura. Mais importante do que alterar a forma da curva tensão x deformação, a temperatura pode fazer com que a fratura passe de dútil para frágil. A figura abaixo mostra um gráfico da tensão de escoamento

em função da temperatura para PMMA. Podemos observar que diminuições da temperatura a partir de temperaturas elevadas ($\cong 100^{\circ}\text{C}$) provocam aumento da tensão de escoamento, até que numa determinada temperatura há uma mudança brusca na inclinação da curva. Esta temperatura marca o limite superior da faixa da temperaturas nas quais há fratura frágil.

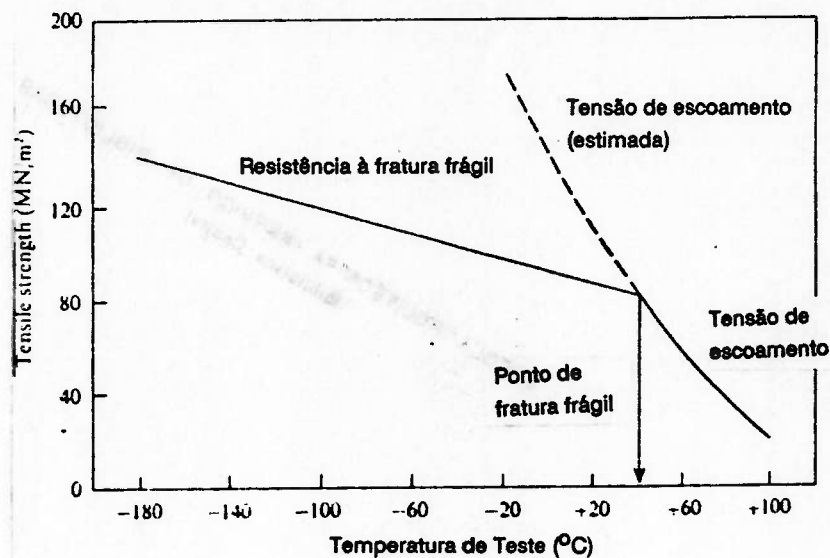


Figura 5.2 Efeito da temperatura na tensão de escoamento.

Bauwens [6] estudou a tensão de escoamento para policarbonato e PVC submetidos a várias taxas de deformação e temperaturas, sendo estas próximas à de transição vítrea. Através de conceitos químicos e físico-químicos (energia de ativação, volume livre, etc.), o autor obtém expressões para a tensão de escoamento em função da taxa de deformação, da temperatura e de constantes dependentes de cada material. Matsuoka [11] propõe um algoritmo para a obtenção das curvas

tensão-deformação para diversas temperaturas, taxas de deformação e pressão. Este algoritmo utiliza regras empíricas químicas e físico-químicas bem como curvas tensão-deformação previamente existentes para a geração de novas curvas.

Para a discussão de modelos analíticos para a ruptura frágil, seria necessária a utilização de conceitos da mecânica da fratura. Como a inclusão deste assunto aumentaria muito a amplitude deste trabalho, isto não será feito.

5.2.1.2 Critérios baseados na máxima deformação

Segundo este critério, haveria um valor limite para as deformações. Desta forma, componentes cuja deformação máxima fosse menor do que este valor não se romperiam e não estariam sujeitos ao escoamento. Muitas referências [20,16] simplesmente fornecem um número, sem maiores considerações. Supõe-se que estes números tenham sido escolhidos com base nos ensaios mencionados no item anterior. Roberts [75,74] por outro lado, propõe deformações limite baseando-se em conceitos de volume livre e dilatação térmica dos plásticos.

5.2.1.3 Critério energético

Brueller [12,13] propõe que haverá fratura quando a energia associada ao processo de fluência atingir um determinado valor. O autor aplicou este critério em poliestireno, com sucesso. O próprio autor admite que " a fim de aumentar a confiança neste critério são necessárias mais evidências experimentais".

5.2.2 Solicitação multiaxial

Este é um dos tópicos menos discutidos na literatura. Os primeiros critérios propostos para previsão do escoamento nos plásticos sujeitos a solicitações multiaxiais foram os próprios critérios já utilizados para metais (Tresca e von Mises), juntamente com o critério de Coulomb proposto anteriormente para solos [100,47]. Segue-se uma breve descrição destes critérios[100,29,47].

OBS.

Para todos os critérios a seguir, σ_1, σ_2 e σ_3 são as tensões principais.

Critério de Tresca

Segundo este critério, haverá escoamento quando o valor da máxima tensão de cisalhamento atingir um limite τ_y . Matematicamente:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \tau_y \quad (56)$$

Aplicando-se este critério a um corpo de prova em tração (compressão) uniaxial, conclui-se que este valor limite vale a metade da tensão de escoamento do ensaio uniaxial.

Critério de von Mises

Segundo este critério, haverá escoamento quando o valor da energia de deformação da parte anti-esférica do tensor das tensões atingir um limite

K . Matematicamente:

$$K = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} \quad (57)$$

ou ainda

$$\tau_{oct}^2 = \frac{2}{3} K^2 \quad (58)$$

com

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} \quad (59)$$

Aplicando-se este critério a um corpo de prova em tração uniaxial, conclui-se que este valor limite vale

$$\frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \quad (60)$$

onde

σ_y = tensão de escoamento no ensaio de tração (compressão) uniaxial

Critério de Coulomb

Segundo este critério, a tensão crítica de cisalhamento, para que ocorra escoamento num determinado plano, varia linearmente com a tensão normal ao plano de cisalhamento.

$$\tau = \tau_c - \mu \sigma_n \quad (61)$$

onde

τ = tensão de escoamento ao cisalhamento

τ_c = coesão do material [100]

μ = parâmetro do material análogo a um coeficiente de atrito

σ_n = tensão normal ao plano de cisalhamento

Analisando a expressão (61) acima, vemos que, se a tensão normal for negativa, a tensão de escoamento ao cisalhamento aumentará.

Experimentos mostraram que o escoamento nos plásticos depende da parcela anti-esférica do tensor das tensões (como nos metais), e da parcela hidrostática do tensor das tensões (diferentemente dos metais) [29,100,47,11].

Ward [100] traz uma revisão histórica da aplicação das equações mencionadas acima para alguns polímeros. Num estudo dos materiais poliestireno, PMMA e policarbonato obtiveram-se os melhores resultados através do critério de Coulomb.

Bowden e Jukes [11] reviram o efeito da pressão hidrostática em polímeros solicitados multiaxialmente e sugeriram que os critérios de von Mises e Tresca fossem modificados, como indicado abaixo

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{2} = \tau_y - \mu P \quad (62)$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} = \tau_y - \mu P \quad (63)$$

onde

τ_y = tensão de escoamento ao cisalhamento puro à pressão atmosférica

P = Componente hidrostática do tensor das tensões

μ = coeficiente de proporcionalidade

Vemos que o que foi sugerido é a combinação dos critérios de Coulomb com o de von Mises e Tresca.

Sternstein [81] também obteve resultados experimentais consistentes com a equação de von Mises modificada (73) para o escoamento em PMMA.

Pae [66] obteve dados experimentais para polipropileno e POM submetidos a diversos estados triaxiais de tensão. Estes foram produzidos através da superposição de tensão uniaxial, compressão uniaxial e torção pura com pressão hidrostática de várias intensidades. Para polipropileno e POM, o autor obteve boa correspondência entre resultados experimentais e teóricos através dos critérios dados por (64) e (65), respectivamente.

$$\sqrt{J_2} = \alpha_0 + \alpha_1 J_1 + \alpha_2 J_1^2 \quad (64)$$

$$\sqrt{J_2} = \alpha_0 + \alpha_1 J_1 \quad (65)$$

onde

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] \quad (66)$$

e

$$J_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (67)$$

Num trabalho mais recente (1982), Bardenheier [5] propõe duas famílias de critérios, explicitadas abaixo:

família "cônica"

$$\sigma_y = \alpha(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \pm \beta \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (68)$$

família "paraboloidal"

$$\sigma_y = \alpha(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \pm \sqrt{\beta(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (69)$$

onde

α e β são constantes do material e σ_y é a tensão equivalente

Estas relações foram aplicadas para polipropileno e PMMA, sendo que em ambos os casos a família paraboloidal forneceu melhores resultados.

Não há, portanto, um critério universal para previsão do escoamento de um polímero sujeito a solicitações multiaxiais. Se desejamos estudar problemas envolvendo um determinado material, devemos procurar na literatura os critérios que foram utilizados com sucesso para o material em questão.

5.3 Solicitação de longa duração

5.3.1 Solicitação uniaxial

Aqui também há mais referências sugerindo a limitação das deformações [17,70,37,67] do que a limitação das tensões [84,4]

5.3.1.1 Critério baseado numa tensão máxima

Para avaliação da resistência dos plásticos submetidos a solicitações uniaxiais de longa duração, corpos de prova dos mesmos são ensaiados de forma análoga ao ensaio de creep, porém com o objetivo de se determinar os instantes de escoamento e de ruptura do material [61]. O instante de falha por escoamento de um componente que se comporta de maneira dútil nem sempre é de fácil definição [63,64]. Pode-se adotar neste caso, como instante de início do escoamento, o do início do empescoamento [63,64] ou o instante em que a taxa de deformação aumenta sensivelmente [52].

Uma vez ensaiado o material para diversos valores de tensão, podem-se construir diagramas da tensão de ruptura por creep em função do tempo necessário para a ruptura, como o que vemos abaixo. Estes diagramas, também conhecidos como envelopes de ruptura ("rupture envelopes")[29,52], devem ser elaborados para diversas temperaturas, já que o comportamento dos plásticos varia apreciavelmente com a temperatura [63,64]. Estes diagramas podem ser superpostos a curvas isométricas, para possibilitar a avaliação das deformações [29].

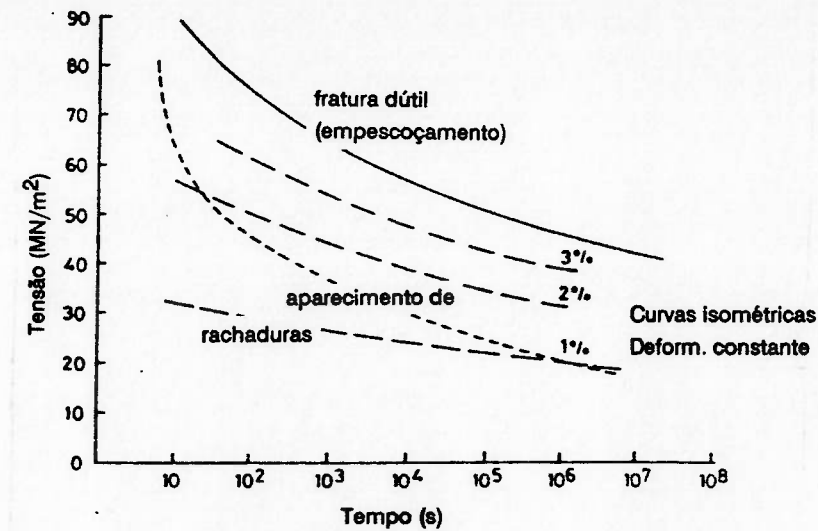


Figura 5.3 Envelopes de ruptura [64]

Com estes envelopes, pode-se determinar o valor máximo da tensão sem que haja rompimento ou escoamento do material. Alguns trabalhos também sugerem expressões envolvendo o tempo de ruptura, a temperatura e a tensão, como o de McAbee [51]. Neste trabalho, o autor sugere uma equação para determinação dos tempos de falha em função da tensão para alguns materiais (PMMA, PC, polietileno, etil-celulose), a partir de alguns pontos do gráfico tensão \times tempo de ruptura. Aqui também não serão analisados os critérios analíticos para falha por ruptura frágil. Embora este procedimento possa parecer muito restritivo, na verdade ele não é, tendo em vista um comentário feito por Gotham [64]:

"Durante um estudo de durabilidade nos termoplásticos em uso mais importantes, não houve transição de ruptura dútil para frágil em espécimens não entalhados, carregados por tempos de até 2 anos a 20°C. As falhas foram predominantemente dúteis".

5.3.1.2 Critério baseado na máxima deformação

É análogo ao critério mencionado no ítem 5.2.1.2. Pannier [67] apresentou de maneira clara os resultados de experimentos de longa duração realizados por Kambour, Menges, Taprogge e Schmidt. Estes experimentos mostraram que existe um valor de deformação-limite, função de cada material, e independente de fatores como tempo, temperatura e meio ambiente (alguns ambientes aceleram a fluência) de modo que se este valor de deformação não for ultrapassado, não haverá ruptura do material. A figura abaixo mostra esquematicamente os envelopes de ruptura e a deformação-limite ($e_{F\infty}$).

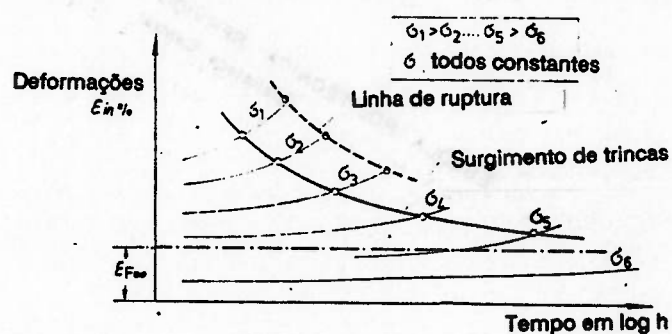


Figura 5.4 Envelope de ruptura e deformação limite [67]

Este artigo traz ainda uma tabela contendo os valores desta deformação-limite que se encontra reproduzida parcialmente abaixo.

Tabela 5.1 Deformação-limite para diversos plásticos [67]

Plástico	Deformação-limite (%)
PMMA amorfo	0,7 - 1,0
PC	0,7 - 0,8
Nylon 1.2	0,7 - 0,8
PP parcialmente cristalino	1,5 - 2,5

Embora não seja intuitivo que a temperatura não influa no valor desta deformação limite, segundo o autor, um aumento na temperatura (com a temperatura ainda dentro da faixa de utilização do material) só faz com que a deformação-limite seja atingida mais rapidamente. O autor comenta ainda ser possível converter, com auxílio do diagrama mostrado abaixo, os valores de deformação-limite para valores de tensão admissível, estas sim dependentes do tempo sob carga e da temperatura.

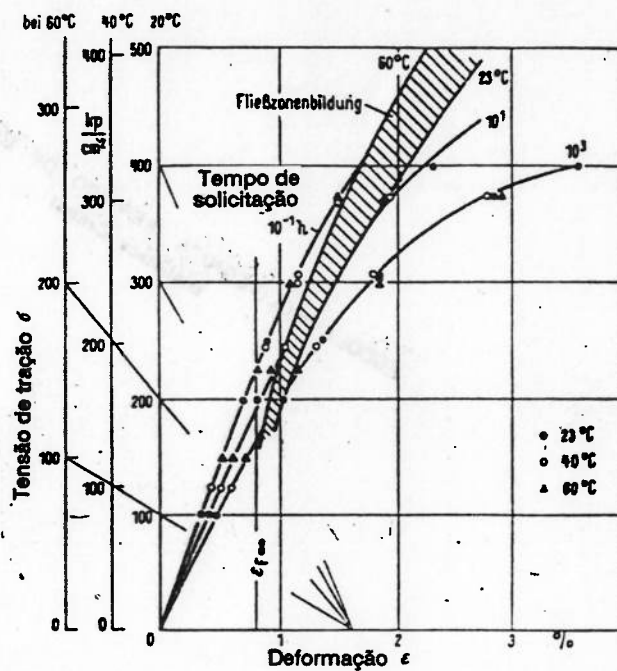


Figura 5.5 Diagrama de conversão de deformação-limite para tensão admissível [67]

5.3.1.3 Comparação entre os dois critérios

O critério baseado numa deformação máxima é mais conciso, já que esta deformação é uma característica do material. Por outro lado, o valor da tensão que garante que as deformações não atinjam esta deformação limite depende do tempo sob carga e da temperatura. Assim, a diferença básica entre os dois critérios é que o da deformação máxima é mais conservador,

visando a integridade da peça por um tempo indefinido, enquanto que o da tensão máxima tem por objetivo garantir a integridade da peça para a vida desejada (dado de projeto).

5.3.2 Solicitação multiaxial

Geyer [36] é o único autor que traz um procedimento para análise de componentes sujeitos a solicitações multiaxiais por longos períodos de tempo, com resultados experimentais. O autor mostra curvas denominadas "curvas limite de Mohr". Estas curvas são diagramas com a tensão normal no eixo horizontal e a tensão de cisalhamento no eixo vertical. Para cada temperatura, tempo sob carga e deformação há uma curva limite. A figura abaixo mostra as curvas limite para o polipropileno.

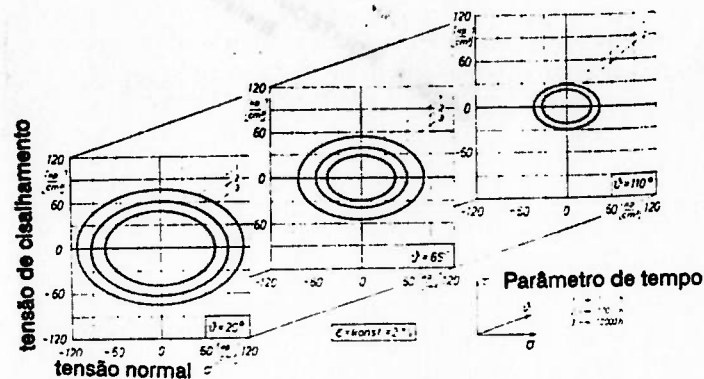


Figura 5.6 Curvas limite de Mohr para o polipropileno [36]

Os esforços bi-axiais no componente devem ser tais que o círculo de Mohr para qualquer ponto do componente esteja dentro da curva limite de Mohr correspondente à temperatura de trabalho do componente e do tempo sob carga, ou, na pior das hipóteses, tangenciando a curva limite. Com isto, há a garantia de que o componente não se danificará, porém não há qualquer indicação de quão longe do escoamento ou da ruptura se está. É possível que para um dado material uma deformação de 2% seja o limite,

enquanto que um outro possa perfeitamente suportar deformações maiores. O autor não faz qualquer comentário a esse respeito.

Geyer exemplificou o uso das curvas limite com uma viga de seção circular com uma extremidade engastada e a outra em balanço, submetida à flexo-torção. O círculo de Mohr para o ponto P, que é o mais solicitado, está mostrado na figura abaixo. Como as tensões de cisalhamento devidas ao momento torçor são constantes, e o momento fletor diminui em direção à extremidade em balanço da viga, fica claro que se desenharmos na curva limite mostrada abaixo outros círculos de Mohr, os mesmos certamente estarão dentro da região delimitada pela curva limite.

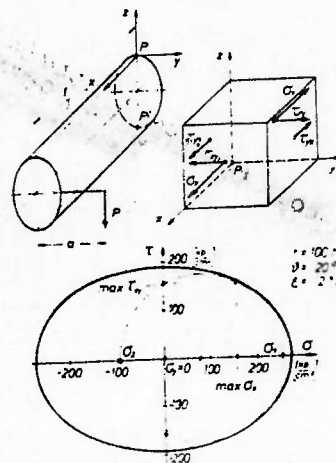


Figura 5. Curva limite e círculo de Mohr para um ponto de um uma viga solicitada a flexo-torção [36]

O exemplo escolhido por Geyer é muito particular, no sentido de que é fácil a localização do ponto mais solicitado. Nos casos reais, esta análise não é tão simples. Se não for possível a obtenção da posição do centro e do raio do círculo de Mohr em função da posição do ponto do componente que se deseja analisar, podem-se empregar métodos gráficos. No caso específico de um disco com as bordas apoiadas e sujeito a pressão numa das faces, pode-se desenhar através do computador o círculo de Mohr para diversos

pontos ao longo de uma linha radial, e inspecionar se estes círculos cruzam a curva limite.

6 Projeto de componentes plásticos

6.1 Introdução

Neste capítulo abordaremos os diversos métodos para o projeto de barras solicitadas axialmente, vigas e discos submetidos a pressão uniforme. Para maior clareza, serão analisados separadamente, para cada um destes componentes, os métodos para cálculo de deformações (deslocamentos) e para determinação da tensão admissível.

6.2 Barras solicitadas uniaxialmente

6.2.1 Cálculo de deslocamentos e deformações

As deformações e deslocamentos nas barras solicitadas por cargas de longa duração são calculados através das curvas de fluência sob tração ou compressão. Na falta de dados de fluência sob compressão, pode-se admitir que a curva de fluência sob compressão é igual à de fluência sob tração, como foi mencionado no ítem 4.5.4 do capítulo 4.

Se as cargas forem de curta duração, as deformações e deslocamentos podem ser calculados através do módulo de elasticidade obtido dos ensaios convencionais de tração/compressão.

6.2.2 Determinação da tensão admissível

A tensão admissível em uma barra solicitada uniaxialmente por cargas de longa duração pode ser determinada através dos envelopes de ruptura mencionados no capítulo 5. Conhecendo-se a vida útil desejada para a barra (dado de projeto), determina-se através dos envelopes a tensão que provoca a ruptura da barra naquele instante. A tensão admissível é a tensão de ruptura dividida por um coeficiente de segurança. Pannier [67], sugere que as peças plásticas sejam dimensionadas com coeficientes de segurança entre 1,1 e 3. Alternativamente, pode-se utilizar o critério da máxima deformação visto no capítulo 5. A partir de um valor de deformação máxima, da temperatura e do tempo sob carga, determina-se o valor da tensão que garante que a deformação máxima não será ultrapassada. Dividindo-se este valor de tensão pelo coeficiente de segurança, chega-se à tensão admissível.

Para cargas de curta duração, podem-se utilizar os resultados dos ensaios de tração/compressão (tensão de ruptura/escoamento, deformação de ruptura/escoamento)

6.2.3 Exemplo 1 - Dimensionamento de barra sob carga de longa duração

Determinar o diâmetro de uma barra de acetal copolímero de modo que a mesma suporte uma carga de 200 N por um período de 1 ano numa temperatura de 80°C. As curvas de fluência para este material, nesta temperatura encontram-se abaixo.

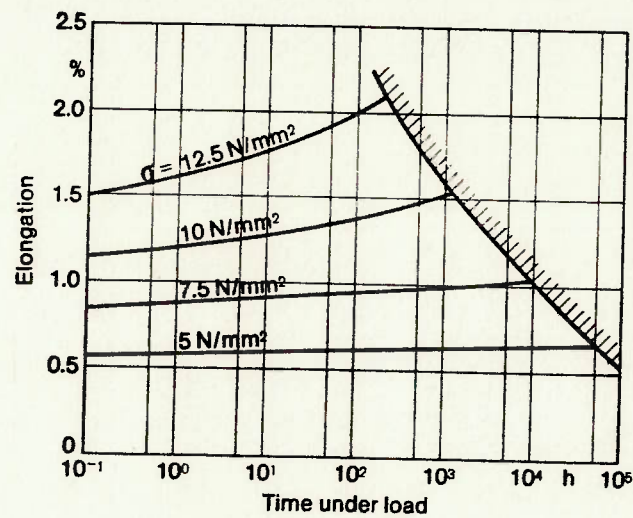


Figura 6.1 Curvas de fluência e envelope de ruptura para o acetal copolímero a 80°C [19]

Da figura acima, tira-se a tensão que provoca a ruptura após 1 ano sob carga ($\cong 10^4$ horas)

$$\sigma = 7,5 \text{ N/mm}^2$$

Adotando um coeficiente de segurança igual a 2,0, resulta:

$$d = \text{diâmetro da barra} = 8,3 \text{ mm.}$$

Dimensionamento pelo critério de máxima deformação

Observando a figura 6.1 acima, vemos que para deformações abaixo de 0,5% a ruptura ocorreria após um tempo muito grande. Como não há uma curva de fluência que esteja sempre abaixo da linha de deformação = 0,5%, admitiremos que para uma tensão de 3 N/mm² a deformação não

ultrapasse 0,5%. Calculando o novo diâmetro da barra com este valor de tensão vem:

$$d = \text{diâmetro da barra} = 9,2 \text{ mm}$$

O dimensionamento pelo critério da máxima deformação levou a dimensões maiores do que as obtidas anteriormente, como havia sido observado no capítulo anterior.

6.2.4 Exemplo 2 - Dimensionamento de uma estrutura do tipo treliça

Dimensionar as barras da estrutura esquematizada abaixo, para trabalhar num ambiente a 80°C por um período de 1000 horas. Adotar um coeficiente de segurança 1,5 e utilizar as curvas de fluência da figura 6.1.

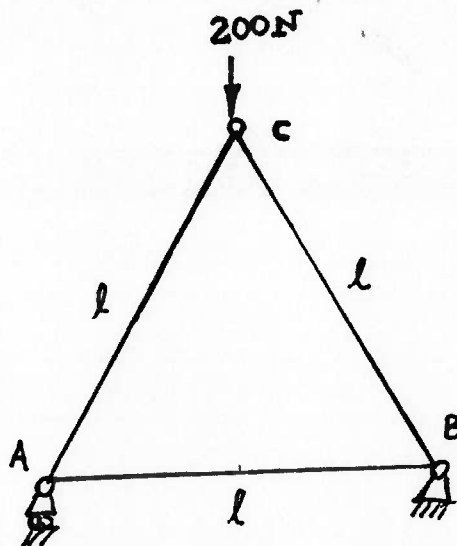


Figura 6.2 Estrutura do tipo treliça

Isolando os nós e aplicando as equações de equilíbrio, vem:

$$F_{AC} = F_{BC} = \frac{200 \text{ N}}{\sqrt{3}} \text{ (Compressão)}$$

$$F_{AB} = \frac{100N}{\sqrt{3}} \text{ (Tração)}$$

Para a barra AB, a tensão máxima de acordo com a figura 6.1 é

$$\sigma \cong 10 \text{ N/mm}^2$$

Dai resulta um diâmetro de 3,3 mm.

As barras AC e BC estão submetidas a fluência sob compressão. Na falta de resultados de ensaios de fluência sob compressão, utilizaremos os dados das curvas de tração. Assim, o diâmetro das barras AC e BC resulta em 4,7 mm.

Calcularemos agora a variação de comprimento sofrido pelas barras. Este cálculo é obrigatório, já que o valor das forças nas barras depende da geometria. No exemplo anterior, a força na barra não era dependente da geometria.

Para as barras AC e BC, sujeitas a uma tensão de 6,7 N/mm², a deformação após 1000 horas vale (figura 6.1) aproximadamente -0,7%. Já a barra AB sofrerá uma deformação de 0,7%. Neste nível de deformação, a geometria praticamente não se altera, validando os cálculos feitos acima. Se as deformações fossem suficientemente grandes a ponto de alterar significativamente a geometria, tratar-se-ia de um problema com não-linearidade geométrica. Esta classe de problemas encontra-se fora do escopo deste trabalho.

6.3 Vigas

6.3.1 Cálculo de deslocamentos e deformações

A revisão da literatura apontou os seis principais métodos para o cálculo dos deslocamentos numa viga sujeita a esforços de longa duração. São eles:

- a) Utilização das equações da resistência dos materiais com um módulo de elasticidade secante calculado numa tensão média (Gaube [35]);
- b) Idem, porém com um módulo de elasticidade secante calculado para o valor da máxima tensão (McCammond [49,7], Modern Plastics Encyclopedia [52]);
- c) Idem, porém com o módulo de elasticidade secante calculado na máxima deformação (Austin[2], McCammond [49,7], Powell[70]);
- d) Idem, porém utilizando o módulo de elasticidade aparente calculado para o valor da máxima tensão (Thomas[57]);
- e) Idem ao anterior, verificando se as deformações e tensões calculadas não ultrapassam determinados limites (Baer[4]);
- f) Utilização das curvas isócronas não-lineares para determinação da deformação, da tensão máxima e da curvatura em cada seção da viga. A deflexão é obtida a partir da rotação sofrida por cada seção (McCammond[49,7], Austin[3]);

Os métodos (a)-(d) são chamados "pseudo-elásticos" por se basearem nas equações da resistência dos materiais, com a adaptação do módulo de elasticidade para levar em conta a fluência.

Se os esforços forem de curta duração, podem-se utilizar as equações da resistência dos materiais, juntamente com o módulo de elasticidade a flexão do material [39].

Os métodos (a) a (f) serão detalhados a seguir.

6.3.1.1 Método (a) -Módulo secante na tensão média

Neste método, constrói-se a curva isócrona para o instante em que se desejam os deslocamentos e a seguir traça-se a reta que une a origem do gráfico ao ponto da curva cuja tensão é igual à metade da tensão máxima na seção mais solicitada da viga. A inclinação desta reta é utilizada como módulo de elasticidade. Como a reta traçada é secante à curva, o módulo de elasticidade é chamado de módulo secante de elasticidade. A figura abaixo ilustra o processo.

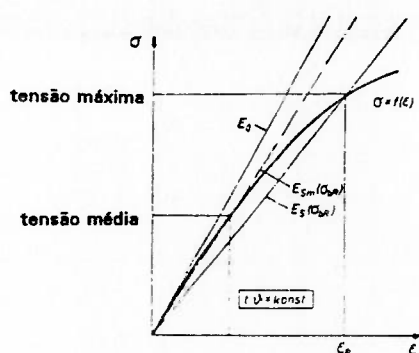


Figura 6.3 Obtenção do módulo de elasticidade secante calculado numa tensão média

O módulo de elasticidade obtido é então substituído nas equações da resistência dos materiais.

Observação:

O valor da tensão máxima é obtido pelas equações da resistência dos materiais.

6.3.1.2 Método (b) - Módulo secante na tensão máxima

É semelhante ao método (a), porém a reta secante passa pelo ponto de maior tensão.

6.3.1.3 Método (c) - Módulo secante na deformação máxima

É semelhante ao método (a), porém a reta secante passa pelo ponto de maior deformação. Esta deformação é calculada pelas equações da resistência dos materiais. A obtenção do módulo secante na deformação máxima é mais trabalhosa do que os métodos anteriores porque o processo é iterativo. Admite-se uma deformação máxima e a partir deste valor obtém-se o módulo secante, verificando-se se a deformação máxima calculada com este módulo é igual à admitida inicialmente. Se as deformações não forem iguais (ou se a diferença for maior do que uma determinada tolerância), o processo é repetido partindo-se do novo valor de deformação máxima. McCammond em seu artigo [49] não utilizou o procedimento descrito acima. O autor simplesmente substituiu o valor do módulo secante para uma deformação arbitrária, sem verificar se o módulo secante calculado realmente leva à deformação máxima adotada pelo autor (1%).

6.3.1.4 Método (d) - Módulo aparente

É semelhante ao método (a), porém com o módulo de elasticidade substituído pelo módulo aparente calculado na tensão máxima. Na verdade, os métodos (b) e (d) não são apenas semelhantes, mas sim idênticos.

O módulo de elasticidade secante obtido pelo método (b) num instante t é o quociente da tensão máxima pela deformação que um corpo de prova teria se fosse submetido àquela tensão por um período de tempo igual a t , que, por outro lado, é o módulo aparente no instante t calculado na tensão máxima.

6.3.1.5 Método (e) - Módulo aparente com verificação de tensões e deformações calculadas

Este método prega o cálculo das tensões e deformações através das equações da resistência dos materiais, com uma verificação dos valores obtidos. As tensões e deformações não podem ultrapassar valores pré-estabelecidos, os chamados "limites de precisão". Estes são calculados a partir das curvas tensão-deformação com taxa de deformação constante (ensaio de curta duração). Constrói-se a curva tensão-deformação e traça-se uma reta com inclinação igual a 85% da inclinação da reta tangente ao gráfico no início do mesmo. Esta reta de menor inclinação irá cruzar o gráfico num ponto cuja ordenada define a maior deformação admissível e a abscissa, a tensão admissível. Se cálculos realizados com o módulo

aparente levarem a deformações ou tensões maiores do que estes valores, o componente deve ser enrijecido até que os valores estejam dentro dos "limites de precisão".

6.3.1.6 Método (f) - Curvas isócronas não-lineares

Neste método supõe-se que as deformações variem linearmente em cada seção da viga (seções planas permaneçam planas) e que a curva isócrona represente a relação entre a tensão e a deformação para cada ponto da seção. Este método pode ser aplicado para qualquer formato de seção, porém as equações aqui apresentadas foram deduzidas para vigas de seção retangular, de largura b e altura h .

A distribuição de tensões deve satisfazer à duas equações de equilíbrio:

a) Equilíbrio de forças na direção longitudinal da viga

$$\int_{-y_1}^{y_2} \sigma b dA = 0 \quad (70)$$

onde

y_1 e y_2 são as distâncias da linha neutra às fibras inferiores e superiores, respectivamente, de modo que

$$y_1 + y_2 = h \quad (71)$$

b) Equilíbrio entre o momento fletor e o momento resistente na seção

$$M = \int_{-y_1}^{y_2} \sigma b y dA \quad (72)$$

Além disso, como a origem do eixo y coincide com a linha neutra,

$$\varepsilon = Ky \quad (73)$$

Das equações (70) a (73) e com a curva isócrona, determinam-se os valores de y_1, y_2, K , da tensão máxima (σ_{\max}) e da deformação máxima (ε_{\max}) para cada seção da viga.

É interessante observar que K é a própria curvatura da viga em cada seção.

Os valores da deflexão de cada seção são obtidos resolvendo-se a equação diferencial abaixo, válida somente para pequenas deformações:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{\rho} \quad (74)$$

onde

y é a deflexão da seção

x é a posição da seção

ρ é o raio de curvatura da viga numa seção

Embora McCammond [49,7] não tenha mencionado explicitamente, o método apresentado acima adota a hipótese de tensão constante ao longo do tempo em cada ponto da seção. Este fato fica evidente quando lembramos o significado de um par (ϵ_1, σ_1) da curva isócrona construída para um instante genérico t , ou seja, que ϵ_1 é a deformação que um corpo de prova atingirá se for submetido a *uma tensão constante* σ_1 por um período t .

Observando curvas isócronas construídas para diversos instantes, vemos que as mesmas vão se aproximando do eixo dos tempos quanto maior for o instante escolhido para sua construção. Por outro lado, se as cargas permanecem constantes, o diagrama de momentos fletores não se altera com o tempo. Desta maneira, para que as tensões em cada ponto de cada seção da viga permanecessem constantes, a função $K(t)$ teria que ser tal a contrabalançar a variação das curvas isócronas. Como não há nenhum motivo físico para que isto ocorra, concluímos que a hipótese de tensões constantes pode ser empregada como uma aproximação, porém as tensões variam no tempo. Poder-se-ia admitir que as tensões em cada ponto da seção fossem constantes durante um intervalo de tempo, e, ao final deste, a tensão em cada ponto assumiria um novo valor. A dificuldade deste processo está justamente na escolha de um princípio de superposição não-linear.

A fim de automatizar o processo descrito acima, foi escrito um programa em linguagem Pascal (VIGAS.PAS) para se obter as deflexões numa viga

bi-apoiada, de seção retangular e submetida a uma carga no vão. O programa pede ao usuário as dimensões da viga, o valor da carga, a posição da carga e os coeficientes de um polinômio do 3º grau que aproxima a curva isócrona no instante desejado. O programa calcula então o momento fletor num determinado número de seções estipulado pelo usuário. A obtenção de K e de y_1 para cada seção é feita de maneira iterativa. O programa admite um valor para y_1 (metade da altura da viga) e calcula o valor de K através da equação (72). Este valor para K é substituído na equação (70) para obtenção de um novo valor de y_1 . Este processo é repetido até que a diferença entre dois valores consecutivos de y_1 seja menor do que uma determinada tolerância fornecida pelo usuário. A resolução das equações (70) e (72) é feita através do método de Newton-Raphson. A deflexão é obtida pela integração numérica da equação (74) (Método dos trapézios). Os valores do momento fletor, da curvatura, da rotação e da deflexão de cada seção são armazenados em arquivos do tipo texto para inspeção por parte do usuário.

6.3.1.7 Comparação entre os métodos apresentados

Para comparar os resultados fornecidos por estes 5 métodos, é necessário o conhecimento de resultados de ensaios de vigas em flexão, *com conhecimento completo do experimento* (dimensões, cargas, resultados de ensaios de fluência, etc). A referência na qual havia a maior quantidade de dados disponíveis foi Gaube¹ [35]. O autor publicou os resultados de ensaio numa viga bi-apoiada e comparou estes resultados com o método

¹McCammond [60,64] comparou os resultados fornecidos pelos métodos (b), (c) e (f) com resultados de ensaios, porém não incluiu em seu artigo as curvas isócronas utilizadas nem o comprimento das vigas empregadas nos ensaios.

(a) mencionado acima. Infelizmente Gaube não incluiu a curva tensão-deformação para o material, de modo que o método (e) não será incluído nesta comparação. Também não será incluído o método (d), já que ele é igual ao método (b). Antes de mostrarmos os resultados da comparação entre os demais métodos, cabe aqui fazer uma observação:

Os métodos (a)-(d) são a aplicação direta do princípio da correspondência para vigas (item 4.3.5.1 do capítulo 4). Segundo este princípio, as equações para materiais elásticos podem ser aplicadas para os materiais viscoelásticos lineares, substituindo-se o módulo de elasticidade pelo inverso do módulo de flexibilidade na fluência $J(t)$.

Quando aproximamos a curva isócrona por uma reta, estamos admitindo que o material seja viscoelástico linear. Quando calculamos o módulo de elasticidade secante dividindo a tensão pela deformação num determinado instante, estamos calculando na verdade o inverso da função $J(t)$ naquele instante. Assim, ao aplicarmos as equações da resistência dos materiais com o módulo de elasticidade secante, estamos aplicando o princípio da correspondência para vigas.

6.3.1.7.1 O ensaio realizado por Gaube [35]

Gaube realizou um ensaio no qual uma viga bi-apoiada foi submetida a uma carga aplicada na metade do vão e as deflexões neste mesmo lugar foram medidas após 500 horas. A figura abaixo é um esquema da viga (dimensões em mm).

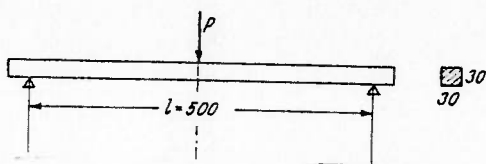


Figura 6.4 Viga utilizada por Gaube em ensaio de flexão

A tabela a seguir mostra os resultados obtidos pelo autor.

Tabela 6.1 Deflexão medida após 500h na metade do vão de uma viga bi-apoiada em função da carga aplicada.

Carga (kgf)	deflexão (mm)
1,8	1,6
7,2	7,0
18	20

6.3.1.7.2 Resultados fornecidos pelos métodos (a), (b), (c) e (f).

A tabela abaixo mostra os resultados fornecidos pela utilização dos métodos (a), (b), (c) e (f).

Tabela 6.2 Resultados obtidos por diversos métodos para a deflexão na metade do vão de uma viga bi-apoiada, após 500h

	Carga (kgf)	Módulo de Elasticidade secante (kgf/mm ²) ¹	deflexão teórica ² (mm)	erro (%) ³
Método (a)	1,8	41	1,7	6%
Método (b)	1,8	38	1,8	14%
Método (c)	1,8	50	1,4	-13%
Método (f)	1,8		1,6	-1%
Método (a)	7,2	37	7,5	7%
Método (b)	7,2	32	8,7	24%
Método (c)	7,2	31,5	8,8	26%
Método (f)	7,2		7,4	5%
Método (a)	18,0	30	23,1	16%
Método (b)	18,0	22	31,6	58%
Método (c)	18,0	21	33,1	65%
Método (f)	18,0		23,3	17%

¹ Nos métodos (a) e (b), o módulo de elasticidade secante foi obtido diretamente das curvas isócronas. No método (c), foi realizada a iteração mencionada anteriormente. As linhas referentes ao método (f) estão em branco porque este método não utiliza um módulo de elasticidade.

² Nos métodos (a), (b) e (c) a deflexão teórica (f) foi obtida através da seguinte equação (resistência dos materiais), para uma viga bi-apoiada e submetida a uma carga na metade do vão:

$$f = \frac{Pl^3}{48EI}$$

onde

f é a deflexão na metade do vão

P é a carga aplicada na metade do vão

l é o comprimento do vão

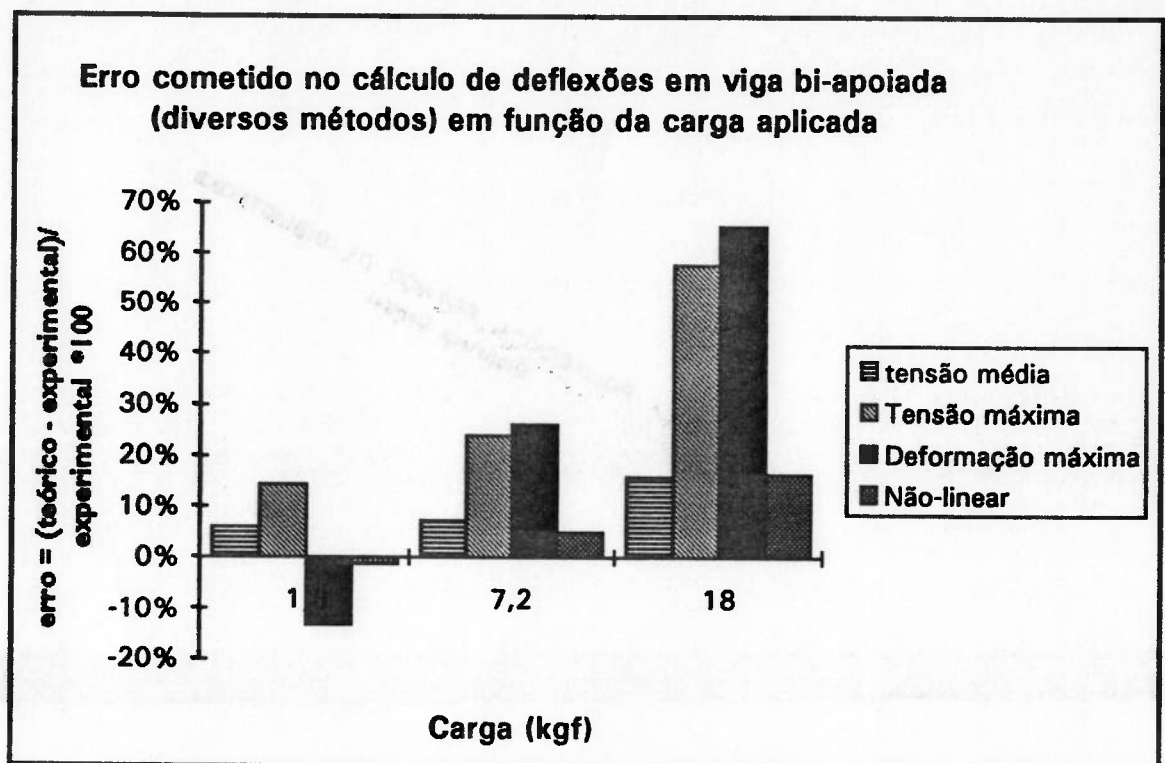
E é o módulo de elasticidade

I é o momento de inércia da seção

No método (f), a deflexão foi obtida diretamente do programa VIGAS, com a análise de 99 seções entre os apoios. Foram utilizados três polinômios do 3º grau para a aproximação da curva isócrona. O primeiro polinômio aproximou a curva para tensões de 0 a 10 kgf/cm², o segundo polinômio aproximou a curva para tensões de 0 a 30 kgf/cm² e o terceiro, para a faixa 0-50 kgf/cm². Nos três casos foi utilizado o método dos mínimos quadrados para obtenção dos coeficientes do polinômio, listados abaixo.

$$3 \text{ erro} = \frac{(f_{\text{teórico}} - f_{\text{experimental}})}{f_{\text{experimental}}} * 100$$

A coluna "erro" da tabela acima pode ser convertida no diagrama de barras mostrado abaixo, para maior facilidade de visualização.



A análise da figura acima permite tirar algumas conclusões:

- a) Para todos os métodos, o aumento na carga provocou aumento no erro cometido no cálculo da deflexão, o que era de se esperar já que quanto maiores as deformações, pior a aproximação da curva isócrona por uma reta (métodos (a) a (e));

b) Para todas as cargas, o método (a) (módulo secante calculado na tensão média) forneceu melhores resultados do que o método (b) (módulo secante calculado na tensão máxima). Este fato pode ser entendido com o auxílio da figura abaixo. Ela mostra a curva isócrona para o polietileno a 20°C, e as retas secantes pelo ponto de tensão média e máxima, para a carga de 18 kgf.

Vemos que a reta secante pelo ponto de tensão média aproxima melhor a curva isócrona do que a outra reta. Utilizar o módulo secante calculado na tensão máxima faz com que o material pareça muito menos rígido do que ele na verdade é. Este raciocínio também é válido para as demais cargas.

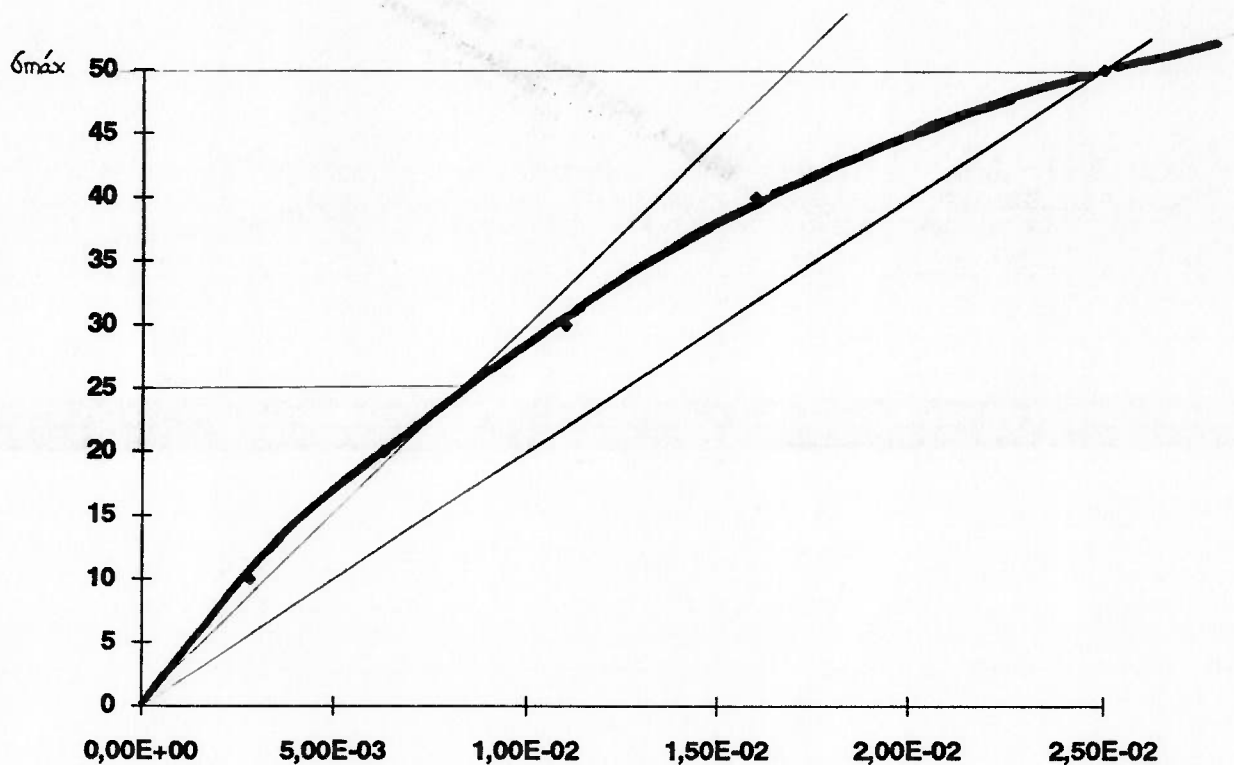


Figura 6.5 Curva isócrona para polietileno e módulos secante na tensão máxima e na tensão média para a carga de 18 kgf.

c) O método (f) (não-linear) aproxima melhor a distribuição das tensões do que os demais métodos. Os métodos (a), (b) e (c) admitem tensão

constante no tempo e distribuição linear na seção. O método (f) também admite tensão constante no tempo, porém com uma distribuição não-linear; além disso, foi mais preciso do que os demais métodos para as duas primeiras cargas e praticamente coincidiu com o método (a) na última carga. Assim, concluímos que a distribuição de tensões real é mais próxima da distribuição fornecida pelo método não-linear do que pelos demais métodos.

d) As deformações máximas calculadas pelo programa VIGAS para as cargas de 1,8 kgf, 7,2 kgf e 18 kgf foram de 0,13%, 0,63% e 2,3% respectivamente. Vemos portanto que para deformações da ordem de 1% (carga um pouco superior a 7,2 kgf), os erros nos resultados fornecidos pelos métodos está numa faixa de 5 a 30% . Quando a deformação aumenta para 2%, este erro encontra-se entre 15 e 65%.

6.3.2 Determinação da tensão admissível

A tensão admissível numa viga é calculada aplicando-se para a fibra mais solicitada os critérios de falha para solicitações unidimensionais de longa duração, vistos no capítulo 5. Pode-se portanto limitar a tensão ou a deformação na fibra mais solicitada [52,29,69].

6.3.3 Exemplo 1- Dimensionamento de uma viga sob carga constante

Determinar a altura de uma viga bi-apoiada de largura 45 mm e com vão de 400 mm, submetida a uma carga de 400 N na metade do vão, por um

período de 1000 h. A deflexão máxima não deve exceder 12 mm. Comparar os resultados obtidos através do método não-linear com os da tensão média. Utilizar as curvas de fluência da figura abaixo para acetal copolímero a 60 °C.

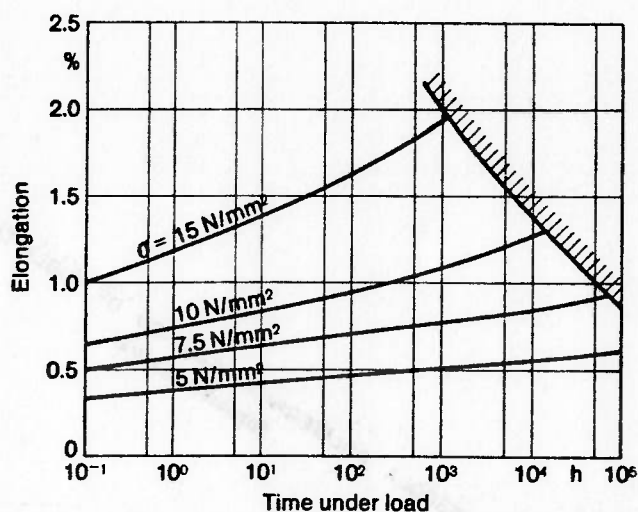


Figura 6.6 Curvas de fluência e envelope de ruptura para acetal copolímero a 60 °C [19].

A análise do envelope de ruptura mostra que para 1000h sob carregamento a tensão não pode ultrapassar 15 N/mm².

Inicialmente, a curva isócrona para $t=1000h$ foi aproximada por um polinômio do 3º grau através do método dos mínimos quadrados para tensões entre 0 e 15 N/mm².

Utilizando o programa VIGAS, foi preenchida a tabela abaixo

Iteração	h (mm)	σ_{max} (N/mm ²)	ϵ_{max} (%)	deflexão (mm)
1	18	14,7	1,9	26,4
2	20	12,4	1,4	18,5

3	22	10,5	1,1	13,7
4	24	9,0	0,9	10,5

Uma altura de 24 mm para a viga satisfaz o requisito da deflexão máxima, e leva a um coeficiente de segurança igual a 1,7.

Cálculo da altura h da viga pelo método da tensão média:

Começamos pela resposta fornecida pelo método não-linear

Para $\sigma_{\text{médio}} = 4,5 \text{ N/mm}^2$, o módulo de elasticidade secante calculado pelo polinômio que aproxima a curva isócrona vale

$$E \cong 1000 \text{ N/mm}^2$$

Daf resulta

$$f = \frac{Pl^3}{48EI} = \frac{400 \cdot (400)^3}{48 \cdot 1000 \cdot I} = 10,3 \text{ mm e } \epsilon_{\text{máx}} = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{\epsilon} = 0,9\%$$

e vemos que os resultados fornecidos pelos dois métodos coincidem, o que já era de se esperar, dado o baixo nível de deformação.

6.3.4 Exemplo 2 - Dimensionamento de um encaixe "click" (carga de curta duração)

A figura abaixo mostra um encaixe do tipo "click", comumente encontrado em eletrodomésticos.

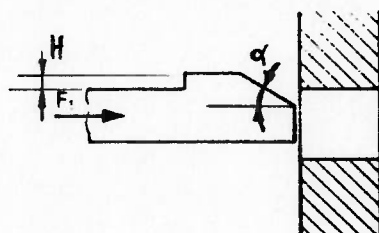


Figura 6.7 Esquema do encaixe do tipo "click"

Quando a haste se aproxima do corpo, a mesma é fletida, retornando à posição horizontal após o encaixe.

Este tipo de encaixe pode ser modelado como se a haste fosse uma viga com uma extremidade em balanço e com a outra engastada. A deformação na extremidade da haste em função da carga (P) ali aplicada é dada por :

$$f = \frac{Pl^3}{3EI}$$

onde

f é a deflexão na extremidade da haste

l é o comprimento da haste

E é o módulo de elasticidade do material da haste

I é o momento de inércia da seção da haste

A máxima deformação ocorrerá na seção do engastamento e é dada por

$$\epsilon_{m\acute{a}x} = \frac{Plh}{2EI}$$

onde

h é a altura da haste

O módulo de elasticidade a ser utilizado na equação acima é obtido dos ensaios de flexão de curta duração.

Combinando-se as duas equações acima, chega-se a

$$f = \frac{2l^2 \epsilon_{m\acute{a}x}}{3h}$$

A força de montagem é obtida das equações de equilíbrio da haste e vale [19]:

$$F = \frac{3HEI}{l^3} \frac{\mu + \tan(\alpha)}{1 - \mu \tan(\alpha)}$$

onde

H é a altura do ressalto na haste (fig. 6.7)

μ é o coeficiente de atrito entre o material da haste e o material do corpo

F é a força de encaixe

α é o ângulo de inclinação do plano frontal da haste (fig. 6.7)

Exemplo de dimensionamento de encaixe "clic"

Determinar o máximo valor de H e a força de montagem para um encaixe com as seguintes características :

Material: Polipropileno

Máxima deformação admissível = 2%; [19]

altura (h) da haste = 3 mm

largura (b) da haste = 5 mm

coeficiente de atrito entre o material da haste e o material do corpo no qual a haste se encaixará = 0,4 [19]

Da equação da deformação máxima, calculamos o valor de H

$$H = \frac{2 * 0,02 (30)^2}{3 * 3} = 4mm$$

O módulo de secante de elasticidade para uma deformação de 2%, obtido de ensaios de flexão, vale 2250 N / mm² [19].

A força de montagem valerá

$$F = \frac{3 * 4 * 2250}{(30)^2} I \cong 11 N$$

6.4 Discos submetidos a pressão uniforme e com a borda apoiada

6.4.1 Cálculo de deslocamentos e deformações

Os principais métodos para cálculo de deslocamentos em pontos de um disco submetido a pressão uniforme em uma de suas faces são:

- a) Utilização das equações da teoria da elasticidade com um módulo de elasticidade secante calculado numa tensão intermediária (Gaube [35]);
- b) Idem porém com um módulo de elasticidade secante calculado para o valor da máxima tensão (McCammond [49]);
- c) Idem porém com o módulo de elasticidade secante calculado na máxima deformação (McCammond [49]);
- d) Utilização do princípio da correspondência discutido no capítulo 4;
- e) Resolução numérica da equação de equilíbrio e de compatibilidade de deformações, com auxílio do procedimento desenvolvido para cálculo de deflexões em vigas (McCammond[49]).

Cada um destes métodos será detalhado a seguir.

6.4.2 Método (a) - Módulo secante na tensão intermediária

É semelhante ao método já utilizado para o cálculo de deflexões em vigas. Constrói-se a curva isócrona para o instante desejado e obtém-se o módulo de elasticidade secante para o valor de tensão igual a $(2/3)$ da tensão máxima, sendo esta calculada através da teoria da elasticidade. Gaube [35] admitiu ainda que o coeficiente de Poisson fosse igual a 0,5, ou seja, que o material fosse incompressível. O coeficiente de Poisson e o módulo de elasticidade são, então, substituídos nas equações da teoria da elasticidade.

6.4.3 Método (b) - Módulo secante na máxima deformação

É semelhante ao método anterior, só que o módulo de elasticidade secante é calculado na máxima deformação. Aqui também McCammond[49]

admitiu um valor para a deformação máxima (1%), porém não verificou se as tensões não levam a deformações maiores do que este valor. Deve-se realizar um procedimento iterativo, idêntico ao mencionado para vigas (item 6.3.1.3).

6.4.4 Método (c) - Módulo secante na tensão máxima

É semelhante ao método (a), só que com o módulo de elasticidade secante calculado na tensão máxima. McCammond[49] não incluiu em seu artigo o valor adotado para o coeficiente de Poisson.

6.4.5 Método (d) - Utilização do princípio da correspondência

No capítulo 4 foi mostrado que se a resposta de um problema tridimensional envolvendo um material elástico linear é conhecida, a resposta do mesmo problema, porém envolvendo um material viscoelástico linear, pode ser obtida através dos seguintes passos:

a) Substituição nas equações da elasticidade das constantes E e ν pelas expressões na variável s de Laplace reproduzidas abaixo, dependentes da equação constitutiva do material através das funções P^* , P^n , Q^* e Q^n ;

$$E \rightarrow \frac{3Q^*Q^n}{2P^*Q^n + Q^*P^n} \quad (75)$$

$$\nu \rightarrow \frac{P^*Q^n - Q^*P^n}{2P^*Q^n + Q^*P^n} \quad (76)$$

b) Substituição das cargas por suas transformadas de Laplace;

c) Retorno para o domínio do tempo.

A expressão obtida na etapa (c) é a resposta do problema tridimensional envolvendo o material viscoelástico linear.

Deduziremos agora a resposta viscoelástica do problema do disco sob pressão uniforme.

Como já foi visto, a componente hidrostática das tensões (s) está relacionada com a deformação (e) (equação 77 abaixo) através de

$$e = (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) / 3 \quad (77)$$

$$P''s = Q''e \quad (78)$$

onde P'' e Q'' são os operadores derivativos adequados

Já as componentes do tensor anti-esférico das tensões (S) estão relacionadas com as componentes do tensor anti-esférico das deformações (E), através da equação abaixo

$$P'S = Q'E \quad (79)$$

Aqui também P' e Q' são os operadores derivativos adequados

No caso de ensaio uniaxial de tração, a única tensão atuante no corpo é σ_x , e a componente s_x do tensor anti-esférico das tensões vale

$$s_x = \frac{2 \sigma_x}{3} \quad (80)$$

Já a primeira componente do tensor anti-esférico das deformações vale (material isotrópico):

$$e_x = \frac{2 (\varepsilon_x - \varepsilon_y)}{3} \quad (81)$$

Ainda no caso uniaxial, a tensão hidrostática s vale

$$s = \frac{\sigma_x}{3} \quad (82)$$

e a deformação e vale

$$e = \frac{(\epsilon_x + 2 \epsilon_y)}{3} \quad (83)$$

Substituindo-se as equações (80) a (83) em (78) e (79) e manipulando-se, resulta

$$(P''Q' + 2Q''P') \sigma_x = 3 Q'Q''\epsilon_x \quad (84)$$

Necessitamos, portanto, determinar os coeficientes P' , P'' , Q' , Q'' . Foi deduzida uma equação para o caso uniaxial ((84)), porque normalmente o único resultado experimental disponível é justamente de ensaios uniaxiais.

Se admitirmos inicialmente que o material é incompressível [32], então

$$P'' = 0 \quad e \quad Q'' = 1$$

A equação (84) agora pode ser escrita como

$$(2P') \sigma_x = 3 Q'\epsilon_x \quad (85)$$

Os operadores P' e Q' serão determinados através da hipótese de que o plástico comporta-se de acordo com um modelo viscoelástico de 3 parâmetros, como o que se encontra esquematizado abaixo.

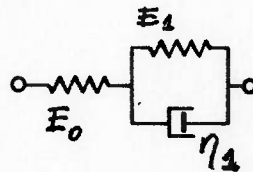


Figura 6.8 Modelo viscoelástico de 3 parâmetros

A equação constitutiva para materiais que se comportam de acordo com este modelo é

$$\dot{\sigma} + q_0 \sigma = q_2 \dot{\epsilon} + q_1 \epsilon$$

com

$$q_0 = \frac{(E_0 + E_1)}{\eta_1}$$

$$q_2 = E_0$$

e

$$q_1 = \frac{(E_0 E_1)}{\eta_1}$$

Daf

$$P' = \frac{q_0}{2} + \frac{1}{2} \frac{d}{dt}$$

e

$$Q' = \frac{q_1}{3} + \frac{q_2}{3} \frac{d}{dt}$$

Os valores das constantes q_i podem ser obtidos procurando-se a aproximação dos resultados obtidos dos ensaios de fluência do material pela resposta de fluência do modelo acima.

As funções P' , P'' , Q' e Q'' são dadas por:

$$P'' = 0 \quad \text{e} \quad Q'' = 1/s \quad (86)$$

e

$$P' = \frac{1}{2}(q_0 + s)$$

e

(87)

$$Q' = \frac{1}{3}(q_1 + q_2 s)$$

Substituindo-se as equações (86) e (87) em (75) e (76) resulta

$$v = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad E = \frac{3Q'}{2P'} \quad (88)$$

A equação que fornece a deflexão no centro de um disco feito de material elástico linear e sujeito a pressão uniforme é (teoria da elasticidade):

$$w = \frac{(12Pr^4(1-\nu)(5+\nu))}{(64Eh^3)}$$

onde

w é a deflexão no centro do disco

P é a pressão aplicada

r é o raio do disco

h é a espessura do disco

E é o módulo de elasticidade e

ν é o coeficiente de Poisson

Efetuando a substituição das equações (88) na equação acima, e mediante a aplicação da transformada de Laplace no carregamento (pressão), vem

$$w(s) = \frac{K (q_0 + s)}{s (q_1 + q_2 s)}$$

com

$$K = \frac{Pr^4(1-\nu)(5+\nu)}{64h^4}$$

O polinômio em s pode ser transformado numa soma de frações, resultando

$$w(\psi) = \frac{K}{q_2} \left[\frac{A}{\psi} + \frac{B}{(\psi - \lambda)} \right]$$

com

$$\lambda = -\frac{q_1}{q_2}$$

$$A = -\frac{q_0}{\lambda}$$

e

$$B = 1 + \frac{q_0}{\lambda}$$

Retornando ao domínio do tempo, vem

$$w(t) = \frac{K}{q_2} \left[\frac{q_0 q_1}{q_2} + \left(1 - \frac{q_0 q_1}{q_2} \right) e^{\lambda t} \right] \quad (89)$$

6.4.6 Método (e) - Resolução numérica da equação de equilíbrio e de compatibilidade de deformações, junto com o procedimento para cálculo de deflexões em vigas ;

O método sugerido por McCammond[49] baseia-se na resolução numérica das seguintes equações:

a) Equação de equilíbrio para um disco circular (teoria da elasticidade)

$$M_r + r \frac{\partial M_r}{\partial r} + r Q_r - M_\theta = 0 \quad (90)$$

onde

r é o raio do disco

M_r é o momento fletor por unidade de comprimento atuando num plano radial;

M_t é o momento fletor por unidade de comprimento atuando num plano perpendicular ao radial;

Q_r é a força cortante por unidade de comprimento atuando num plano radial;

b) Máxima deformação nas direções radial e tangencial

$$\hat{\epsilon}_r = f(\hat{\sigma}_r) - \nu f(\hat{\sigma}_\theta) = \frac{h}{2} \frac{d\phi}{dr}$$

(91)

$$\hat{\epsilon}_\theta = f(\hat{\sigma}_\theta) - \nu f(\hat{\sigma}_r) = \frac{h}{2} \frac{\phi}{r}$$

onde

ϕ é o ângulo que uma reta tangente à superfície fletida faz com a direção horizontal

σ_r e σ_θ são as tensões máximas nas direções radial e tangencial.

A função f das equações (91) fornece a deformação que uma tensão provoca, sendo esta deformação na mesma direção da tensão.

Por outro lado, o procedimento desenvolvido anteriormente para cálculo da deflexão em vigas (método f) permite que se construa um gráfico da deformação máxima (ϵ_{\max}) em cada seção da viga em função da grandeza ($4M/(bh^2)$), onde

M é o momento fletor atuando numa seção

b e h são a largura e altura da viga respectivamente

Matematicamente,

$$\epsilon_{\max} = g(4M/(bh^2)) \quad (92)$$

McCammond[49] sugere que a função f das equações (91) seja aproximada pela função g de (92).

As equações (90) e (91a) foram transformadas nas equações abaixo, através do método de diferenças finitas:

$$M_r + r \frac{M_{r_{i+1}} - M_{r_i}}{\Delta r} + r Q_r - M_\theta = 0 \quad (93)$$

$$\hat{\epsilon}_r = g\left(\frac{4M_r}{h^2}\right) - \nu g\left(\frac{4M_\theta}{h^2}\right) = \frac{h}{2} \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\Delta r} \quad (94)$$

A equação (91b) em termos da função g fica:

$$g\left(\frac{4M_\theta}{h^2}\right) - \nu g\left(\frac{4M_r}{h^2}\right) = \frac{h}{2r} \phi_i \quad (95)$$

O problema apresenta ainda as seguintes condições de contorno:

- a) $\phi = 0$ no centro do disco (simetria da estrutura e do carregamento);
- b) $M_r = 0$ na borda externa do disco (borda apoiada).

O método consiste nos seguintes passos:

- a) Admitir um valor para M_r e M_t no centro do disco (utilizamos com sucesso a própria solução do problema elástico);
- b) Com a equação (94), calcular o valor de ϕ numa seção a uma distância Δr da anterior, denominada "nova seção";

- c) Com a equação (93), calcular o valor de M_r na "nova seção";
- d) Com a equação (95), obter o valor de M_θ na "nova seção";
- e) Repetir os passos (b) até (d) até ser atingida a borda externa do disco.

Se o valor de M_r na borda externa for menor do que uma tolerância pré-estabelecida, o processo cessa. Caso contrário, admite-se outro valor para M_r no centro do disco e recomeça-se o processo.

Uma vez conhecidos os valores de ϕ para vários pontos ao longo da direção radial do disco, calcula-se a deflexão através da equação abaixo

$$\phi = \frac{dw}{dr} \quad (96)$$

onde w é a deflexão num ponto do disco

A fim de automatizar o processo descrito acima, foi escrito um programa em linguagem Pascal (DISCOS) para se obter as deflexões no disco. O programa pede ao usuário o raio do disco, o valor da pressão, e os coeficientes de um polinômio do 4º grau que aproxima a função g . O programa realiza então os passos (a) a (e) descritos acima. A etapa da resolução da equação (95) é feita através do método de Newton-Raphson. Ao ser calculado o valor de M_r na borda externa, este valor é exibido na tela. Se o usuário considerar satisfatória a precisão obtida, o programa passa para a etapa de cálculo de deflexões. Caso contrário, o usuário fornece um novo valor para M_r no centro do disco e o processo recomeça. Quando o usuário julgar satisfatório o valor de M_r na borda externa, o programa calculará a deflexão dos pontos do disco pela integração numérica da equação (96) (Método dos trapézios). O valor da deflexão de

cada seção é armazenado em arquivo do tipo texto para inspeção por parte do usuário.

6.4.7 Comparação entre os métodos apresentados

Pelas mesmas razões comentadas quando da comparação dos resultados para deflexão em vigas, utilizaremos os dados de Gaube [35]. O autor publicou os resultados de ensaio num disco apoiado e comparou estes resultados com o método (a) mencionado acima.

6.4.7.1 O ensaio realizado por Gaube [28]

Gaube realizou um ensaio no qual um disco com a borda apoiada foi submetido a uma pressão uniforme numa de suas faces, e as deflexões no centro do disco medidas após 1000 horas. A figura abaixo é um esquema do disco (dimensões em mm).

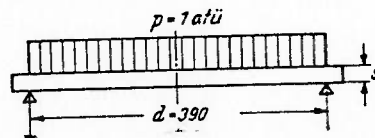


Figura 6.9 Disco utilizado por Gaube

A tabela a seguir mostra os resultados obtidos pelo autor.

Tabela 6.3 Deflexão medida no centro de um disco sujeito a pressão uniforme em função da espessura do disco.

espessura (mm)	deflexão (mm)
20	25
25	18
30	12
40	5

6.4.7.2 Comparação dos métodos (a), (b), (c), (d) e (e)

A tabela abaixo mostra os resultados fornecidos pela utilização dos métodos (a), (b), (c) (d) e (e).

Tabela 6.4 Resultados obtidos por diversos métodos para a deflexão no centro de um disco com bordas apoiadas, após 1000h

	espessura do disco (mm)	Módulo de elasticidade secante (kgf/mm ²) ¹	deflexão teórica (mm) ²	erro (%) ³
Método (a)	20	12	78,3	213%
Método (b)	20			
Método (c)	20			
Método (d)	20		41,1	64%
Método (e)	20		44,7	79%
Método (a)	25	19	25,3	41%
Método (b)	25			
Método (c)	25			
Método (d)	25		21,1	17%
Método (e)	25		23,8	32%
Método (a)	30	23	12,1	1%
Método (b)	30	25	11,1	-7%
Método (c)	30	19	14,8	23%
Método (d)	30		12,1	1%

Método (e)	30		10,5	-13%
Método (a)	40	28	4,2	-16%
Método (b)	40	30	3,9	-22%
Método (c)	40	25	4,8	-4%
Método (d)	40		4,5	-10%
Método (e)	40		3,7	-26%

¹ Nos métodos (a) e (c), o módulo de elasticidade secante foi obtido diretamente das curvas isócronas. No método (b), foi realizada a iteração mencionada anteriormente. As linhas referentes aos métodos (d) e (e) estão em branco porque estes métodos não utilizam um módulo de elasticidade.

² Nos métodos (a), (b) e (c), a deflexão teórica (f) foi obtida através da equação abaixo (teoria da elasticidade), para um disco com as bordas apoiadas e submetido a uma pressão uniforme em uma das faces:

$$f = \frac{(12Pr^4(1-\nu)(5+\nu))}{(64Eh^3)}$$

onde

f é a deflexão no centro do disco

P é a pressão aplicada

r é o raio do disco

h é a espessura do disco

E é o módulo de elasticidade e

ν é o coeficiente de Poisson = 0,5

As linhas referentes à deflexão teórica pelos métodos (b) e (c), para as espessuras de 20mm e 25 mm, encontram-se em branco porque para estas espessuras, as tensões atingem valores da ordem de 120 kgf/cm², sendo que Gaube só publicou as curvas de fluência para tensões até 50 kgf/cm².

No método (d) a deflexão teórica foi calculada com a equação (89). Foram utilizados dois modelos viscoelásticos de 3 parâmetros. O primeiro deles aproximou a curva de fluência para uma tensão de 30 kgf/cm². O segundo aproximou a curva de fluência para uma tensão de 50 kgf/cm². Não foi possível a utilização de um único modelo porque o material apresenta comportamento não-linear (curvas isócronas não retas).

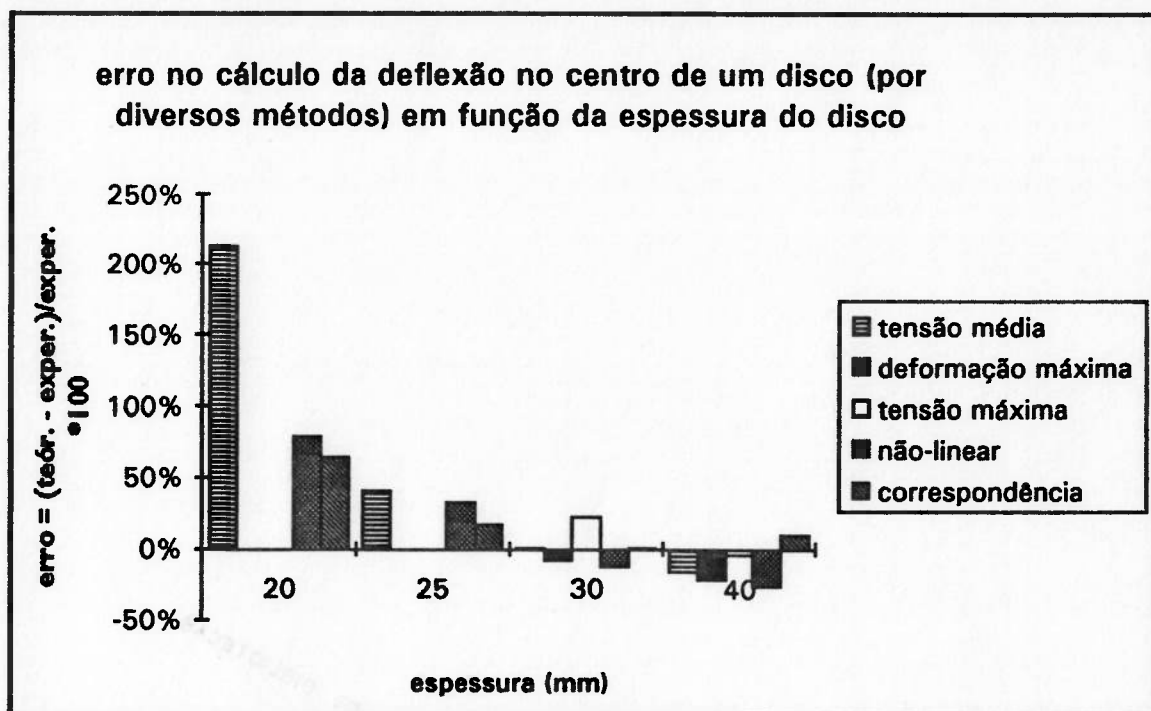
A tabela abaixo mostra os valores das constantes de mola e amortecedor para os dois modelos.

	E_0 (kgf/cm ²)	E_1 (kgf/cm ²)	η_1 (kgf.s/cm ²)
Modelo 1	5700	4800	1,44E09
Modelo 2	5400	3900	2,88E08

No método (e), a deflexão foi obtida diretamente do programa DISCOS, com a análise de 199 seções entre o centro e a borda. Foram utilizados três polinômios do 4º grau para a aproximação da função g . O primeiro polinômio aproximou a função g para valores de $(4M/bh^2)$ de 0 a 24 kgf/cm²; o segundo polinômio aproximou a função para valores de $(4M/bh^2)$ entre 0 e 37 kgf/cm² e o terceiro para a faixa 0-83 kgf/cm². Nos três casos foi utilizado o método dos mínimos quadrados para obtenção dos coeficientes do polinômio.

$$^3 \text{ erro} = \frac{(f_{\text{teórico}} - f_{\text{experimental}})}{f_{\text{experimental}}} * 100$$

A figura abaixo mostra a coluna "erro" da tabela 6.4 sob a forma de diagrama de barras.



A análise da figura acima leva a algumas conclusões:

- Diferentemente do ocorrido na análise da deflexão em vigas, o erro não foi estritamente crescente com o a tensão. Os erros para a espessura de 30 mm foram de maneira geral menores do que os erros para a espessura de 40mm. Este resultado contraria as expectativas e acreditamos que possa ter havido algum erro experimental na medida da deflexão para a espessura de 40mm ou de 30mm. A partir da espessura de 30mm, os erros aumentaram com a tensão.
- As deformações calculadas após o processo iterativo do método (b) foram de 1% para a espessura de 30 mm e de 0,5% para a espessura de 40mm. Vemos que para deformações da ordem de 1%, o erro máximo cometido pelos métodos é da ordem de 25%.
- Para deformações maiores do que 1%, os métodos levam a deflexões maiores do que as medidas.

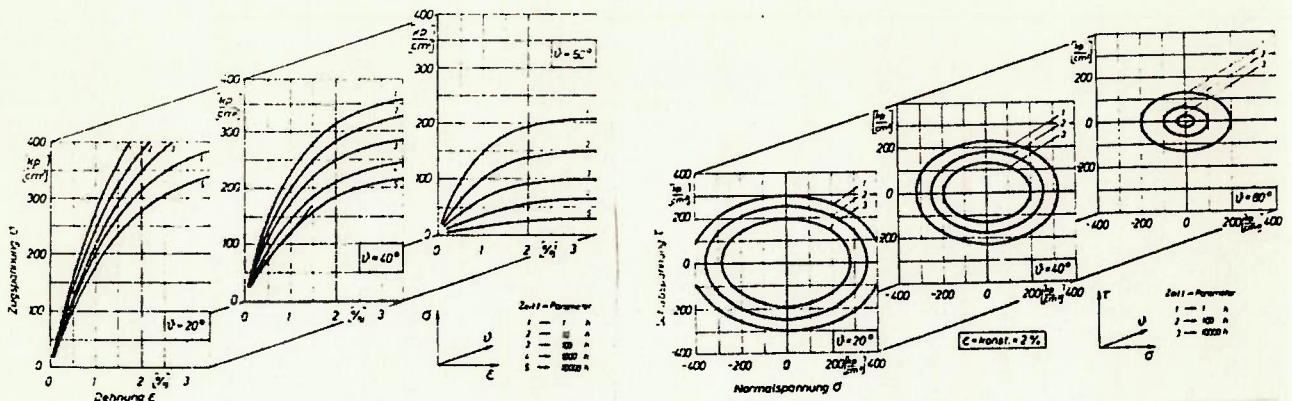
d) O método da correspondência é uma ferramenta poderosa. Através de um modelo simples, este método forneceu os melhores resultados, superando até o método (e) (não-linear). Infelizmente o método da correspondência também apresenta desvantagens. Em primeiro lugar, ele é de difícil automatização. Além disso, à medida que os modelos vão se tornando mais complexos, a dificuldade para retornar ao domínio do tempo aumenta.

6.4.8 Determinação da tensão admissível

A tensão admissível pode ser determinada através das curvas limite de Mohr, lembrando que para este problema a localização do ponto mais solicitado do disco não é imediata.

6.4.2 Exemplo de pré-dimensionamento de disco

Determinar a mínima espessura para um disco de PVC, sujeito a uma pressão de $2,0 \text{ kgf/cm}^2$ em uma de suas faces. O disco tem raio de 20 cm e deverá trabalhar numa temperatura de 40°C por 10.000h. A deflexão no centro do disco não deverá exceder 6 mm. São dadas as curvas limite e as curvas isócronas para o material [36].



A espessura foi obtida de maneira iterativa; os resultados encontram-se resumidos na tabela abaixo.

Iteração	espessura (cm)	tensão máxima (kgf/cm ²)	deflexão máxima (mm) ¹
1	2,0	260	não calculada
2	3,5	85	3,0
3	3,0	116	5,6

¹ A deflexão foi calculada pelo método da tensão intermediária.

A espessura de 30 mm garante que a deflexão máxima seja menor do que 6 mm e leva a um estado de tensões cujo círculo de Mohr (reduzido a um ponto) está dentro da curva limite de Mohr. Seria necessário agora verificar se para outros pontos do disco, o círculo de Mohr não toca a curva limite. Esta verificação pode ser feita de acordo com as recomendações feitas no capítulo anterior.

7 Conclusões

Este trabalho procurou abordar os aspectos mais importantes do projeto estrutural de algumas classes de componentes feitos de material termoplástico.

Foi feito um resumo da viscoelasticidade, tendo-se concluído que os plásticos não se comportam de maneira linear para qualquer faixa de tempo sob carga-deformação-tensão. Há vários modelos não-lineares propostos para o comportamento dos plásticos, porém nenhum deles parece ser universal.

Foi feito um levantamento dos diversos critérios para previsão de falhas em componentes plásticos. Não foi encontrado um critério universal para falha de componentes plásticos sujeitos a tensões multiaxiais de curta duração.

Para componentes solicitados por cargas de longa duração e estado uniaxial de tensões, podem ser utilizados os critérios da deformação máxima e os envelopes de ruptura.

Para componentes solicitados por cargas de longa duração e estado multiaxial de tensões, foi encontrado somente um critério para previsão de falha.

No caso das barras solicitadas uniaxialmente, as curvas de fluência e os envelopes de ruptura permitem a previsão de deformações e o da vida útil do componente.

Foram levantados os métodos para cálculo de deflexão em vigas e discos. Para as vigas, o método baseado na curva isócrona e o baseado no cálculo do módulo de elasticidade secante na tensão média forneceram os melhores resultados. Ensaio com polietileno mostraram que para deformações da ordem de 1%, o erro cometido por estes métodos foi da ordem de 7%.

Para os discos, o método baseado no princípio da correspondência forneceu os melhores resultados. Ensaio com polietileno mostraram que para deformações da ordem de 1%, o erro cometido por este método foi da ordem de 1%.

A previsão da vida útil para vigas pode ser feita aplicando-se à fibra mais solicitada das vigas os critérios de falha para componentes solicitados uniaxialmente.

A previsão da vida útil para discos sob pressão uniforme requer a procura do ponto mais solicitado do disco, o que não foi feito neste trabalho.

Sugestões de trabalhos futuros

O estudo de componentes feitos de material plástico é assunto amplo e, em muitos casos, ainda inexplorado. Há diversas linhas de pesquisa que podem ser seguidas para dar continuidade a este trabalho. Dentro da análise de componentes sob carregamento estático, salientamos as seguintes:

- a) Neste trabalho, foram comparados resultados teóricos com resultados de ensaios de polietileno. É importante a extensão dos resultados obtidos neste trabalho para outros plásticos;
- b) A viscoelasticidade não-linear foi mencionada, porém não foram empregados diretamente nos cálculos modelos viscoelásticos não-lineares. Um estudo mais aprofundado do assunto, permitiria o levantamento de modelos unidimensionais e tri-dimensionais de comportamento dos plásticos;
- c) Estudo de comportamento sob carga variável;
- d) Análise de componentes sujeitos a tensões tri-axiais de longa duração;
- e) Estudo dos materiais compósitos.

Partindo-se para problemas dinâmicos, tem grande aplicação prática o estudo da fadiga e da resposta a solicitações de impacto dos materiais plásticos

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ASKELAND, D.R. **The Science and Engineering of Materials**. 2.ed. Boston, PWS-KENT Publishing Company, 1989.
- [2] AUSTIN, C.; BERRY, J.P. Design with plastics as engineering materials. **Rubber and Plastics Age**, v.47, n.3, p.268-272, March 1966.
- [3] AUSTIN, C. Designing engineering components in plastics. **Rubber and Plastics Age**, v.48, n.3, p.263-266,271, 1967.
- [4] BAER, E.; KNOX, J.R.; LINTON, T.J. ET AL. Structural design of plastics. **Society of Plastics Engineers - Journal**, v.16, p.396-406, 1960.
- [5] BARDENHEIER, R. Mechanical failure of plastics. Evaluating the strain under multiaxial stress conditions. **Kunststoffe-German Plastics**, v.72, n.11, p.21-23, November 1982.
- [6] BAUWENS, J.C.; BAUWENS-CROWET, C; HOMES, G. Tensile yield-stress behaviour of poly(vinyl chloride) and poly-carbonate in the glass transition region. **Journal of Polymer Science Part A-2, Polymer Physics**, v.7, n.10, p.1745-1754, October 1969.
- [7] BENHAM, P.P.; MCCAMMOND, D. Approximate creep analysis for thermoplastics beams and struts. **Journal of Strain Analysis**, v.6, n.1, p.53-61, January 1971.
- [8] BIRLEY, A.W. Plastics properties and rational design. **Australian Plastics and Rubber Journal**, v.20, n.244, p.21-26, November 1965.
- [9] BONNIN, M.J.; DUNN, C.M.R.; TURNER,S. Comparison of torsional and flexural deformations in plastics. **Plastics and Polymers**, v.37, n.132, p.517-522, December 1969.
- [10] BRODY, H. Stress-time superposition as aid to creep evaluation. **Plastics and Polymers**, v.37, n.127, p.21-25, February 1969.
- [11] BROSTOW, W.; CORNELIUSSEN, R.D., ED. **Failure of Plastics**. New York, Hanser Publishers, 1986.
- [12] BRUELLER, O.S. Creep-energy of polymers. **Society of Plastics Engineers 35th Annual Technical Conference**, Montreal Quebec April 25-28 1977. Sponsored by SPE, Greenwich Connecticut, p.318-321, 1977.

- [13] BRUELLER, O.S. Energy-related failure criteria of thermoplastics. **Society of Plastics Engineers 37th Annual Technical Conference** May 7-10 1979. Published by SPE, Greenwich, Connecticut, p.550-553, 1979.
- [14] CALCOTE, L.R. **Introduction to Continuum Mechanics**. Princeton, D. Van Nostrand Company, Inc., s.d..
- [15] CALLISTER, W. D. JR. **Materials Science and Engineering-An Introduction**. 2.ed. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- [16] Catálogo Bayer "Uniones por resorte de plástico", Leverkusen, 1981.
- [17] Catálogo I.C.I. "Maranyl unreinforced type 66 nylons", England, 1978.
- [18] Catálogos G.E. "Cycolac - Design Guide", "Delrin" e "Noryl - Design Guide", Pittsfield/s.l./New York, 1990/s.d./1984.
- [19] Catálogos Hoechst "Technical Plastics" e "Hostaform - Characteristic values and calculation examples",s.l.,1988/1979.
- [20] Catálogos Rhodia "Poliéster termoplástico para componentes eletrônicos", "propriedades das principais formulações", "poliésteres termoplásticos PBT - PET" e "concepção de peças", Brasil, 1985/1985/1987/1985.
- [21] CHIVERS, R.A.; DAVIES, M.; MOORE, D.R. et al. Prediction of stiffness properties for design of engineering thermoplastics. **Plastics and Rubber Processing and Applications**, v.14, n.3, p.145-152, 1990.
- [22] CRAWFORD, R.J. **Plastics Engineering**. Oxford, Pergamon Press, 1987.
- [23] CREUS, G.J., **Viscoelasticity - Basic Theory and Applications to Concrete Structures**; Springer Verlag; 1985 ; Nova Iorque.
- [24] DELATYCKI, O., ED. **Mechanical Performance and Design in Polymers Applied Polymer Symposia N°17**. Sydney, Interscience Publishers (John Wiley & Sons), 1971.
- [25] DONALD, A.J.; WILLIAMS, J.G. Designing with thermoplastics in bending. **Plastics Institute - Transactions**, v.35, n.118, p.595-600, August 1967.
- [26] DREGER, D.R. Alloying provides tailor-made plastics. **Machine Design**, p.88-92, June 22, 1978.

- [27] DREGER, D.R. New thrust for polymer technology. *Machine Design*, p.51-55, June 24, 1982.
- [28] DREGER, D.R. Plastics that take the load. *Machine Design*, p.46-51, June 23, 1983.
- [29] **ENGINEERED MATERIALS HANDBOOK - VOL.2., ASM INTERNATIONAL, 1987.**
- [30] FERRY, J.D. *Viscoelastic Properties of Polymers*. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1970.
- [31] FINDLEY, W.N. Creep and relaxation of Plastics. *Machine Design*, v.32, n.10, p.205-208, May 12 1960.
- [32] FLUGGE, W. *Viscoelasticity*. Berlin/Heidelb., Springer-Verlag, 1975.
- [33] FOGELSONG, W.D. *Engineering Plastics. Advanced Materials & Processes*, n.1/90,
- [34] FORD, H. *Plastics in Mechanical Engineering. Plastics Institute - Transactions*, v.30, n.85, p.54-63, February 1962.
- [35] GAUBE, E. Kriechverhalten von Hartpolyaethylen und Polypropylen. *Kunststoffe*, v.57, n.4, p.270-275, April 1967.
- [36] GEYER, H.; ZIRKEL, K.P. Designing of structural components made of thermoplastics. *Plastverarbeiter*, v.20, n.3, p.159-164, March 1969.
- [37] GOTHAM, K.V.; TURNER, S. Long term strength of polyvinyl chloride. *Society of Plastics Engineers Pap 30th Annual Technical Conference Shaping the Future with Plastics*, p.539-544, May 15-18, part 2, 1972.
- [38] GROSS, B. *Mathematical Structure of the Theories of Viscoelasticity*. Paris, Hermann & Cie, Editeurs, 1953.
- [39] HENRY, D. Applying analytical design to plastics. *Machine Design*, p.80-84, May 10, 1984.
- [40] HENRY, D.W. Checklist for designing molded plastic parts. *Machine Design*, p.114-118, August 10, 1978.
- [41] HERTZBERG, R.W. *Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials*. 3.ed. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1989.
- [42] LEVY, S.; DUBOIS, J.H., *Plastics Product Design Engineering Handbook*. New York, Chapman and Hall, 1984.

- [43] LOCKETT, F.J. The BPF/BRMA/PEG design data initiative. **Plastics and Rubber Processing and Applications**, v.14, n.3, p.131-135, 1990.
- [44] LOVELESS, H.S. Flexural Tests. **Testing of Polymers**,v.2, p.321-348, 1966.
- [45] MACCHETTA, A.; PAVAN, A. Testing of viscoelastic function interconversion methods for use in engineering design. I.Formulae to interconvert the transient functions (relaxation modulus and creep compliance) and the corresponding dynamic functions. **Plastics, Rubber and Composites Processing and Applications**, v.15, n.2, p.103-114,1991.
- [46] MACLEOD, A.A. Design of plastics structures for complex static stress systems. **Ind. Engng. & Chem.**, v.47, p.1319-1323, 1955.
- [47] MASCIA, L. **Thermoplastics: Materials Engineering**. London, Applied Science, s.d..
- [48] MC CAMMOND,D. Substitution of time-dependent data in hookean formulae. **Plastics Institute - Transactions**, v.35, n.116, p.409-413, April 1967.
- [49] MC CAMMOND, D.; BENHAM, P.P. A study of design stress analysis procedures for thermoplastics products using time-dependent data. **Plastics and Polymers**, v.37, n.131,p.475-483, October 1969.
- [50] MC LOUGHLIN, J.R. A new creep law for plastics. **Modern Plastics**, v.45, n.6, p.97-100, 103, February 1968.
- [51] MCABEE, E.; LEVI, D.W. Prediction of mechanical properties of polymers - Tensile strength of several thermoplastics. **Journal of Applied Polymer Science**, v.11, n.12, p.2443-2451, December 1967.
- [52] **Modern Plastics Encyclopedia**. New York, McGraw-Hill, 1985-1986.
- [53] MORRIS, A.C. Engineering design properties of thermoplastics. **Engineering Materials and Design**, v.12, n.2, p.186-191, February 1969.
- [54] NELSON, K.W. Jr. Plastics in vehicle structures. **Machine Design**, p.97-105, February 7, 1980.
- [55] NIELSEN, L. E. **Mechanical Properties of Polymers and Composites**. New York, Marcel Dekker, Inc., 1974.
- [56] OGORKIEWICZ, R.M.; CULVER, L.E.; BOWYER, M.P. Deformational behaviour of thermoplastics under different types of tensile loading.

**Society of Plastics Engineers - 26th Annual Technical Conference
May 6-10, v.14, p.131-136, 1968.**

- [57] OGORKIEWICZ, R.M.; CULVER, L.E.; BOWYER, M.P. Stress-Strain Characteristics Of Thermoplastics At Constant Rates Of Loading. **Journal Of Strain Analysis**, V.3, N.3, P.187-192, July 1968.
- [58] OGORKIEWICZ, R.M. Data For Plastics Product Design. **Production Engineer**, V.46, N.8, P.475-479, August 1967.
- [59] OGORKIEWICZ, R.M. Engineering approach to deformational behaviour of plastics. **Engineering Materials and Design**, v.9, n.4, p.581-584, April 1966.
- [60] OGORKIEWICZ, R.M. High mechanical performance. The engineering design problem. **Plastics and Polymers**, v.37, n.131, p.411-415, October 1969.
- [61] OGORKIEWICZ, R.M. Strength Characteristics of plastics. **Engineering Materials and Design**, v.10, n.2, p.209-211, February 1967.
- [62] OGORKIEWICZ, R.M. Tensile testing of thermoplastics. **British Plastics**,v.41, n.11, p.127-129, November 1968.
- [63] OGORKIEWICZ, R.M., ED. **Engineering Properties of Thermoplastics**. London, John Wiley & Sons, Inc. (Wiley-Interscience), 1974.
- [64] OGORKIEWICZ, R.M., ED. **Thermoplastics - Properties and Design**. London, John Wiley & Sons, Inc. (Wiley-Interscience), 1974.
- [65] OVERATH, F.; MENGES, G. Computation of the creep behaviour of thermoplastics. **Polymer Engineering and Science**, v.18, n.12, p.969-972, September 1978.
- [66] PAE,K.D. Macroscopic yielding behaviour of polymers in multiaxial stress fields. **Journal of Materials Science**, v.12, n.6, p.1209-1214, June 1977.
- [67] PANNIER, W. Verformungsverhalten - Grundlage fuer die Berechnung von Thermoplast Bauteilen. **Zentralinstitut fuer Schweiss technik der DDR Mitteilungen**, v.15, n.7, p.807-814, July 1973.
- [68] PLESSMANN, K.; MENGES, G.; CREMER, M. et al. The influence of the internal structure on the mechanical properties of plastics. **Kunststoffe 80**, n.2, p.200-205, 1990.
- [69] POWELL, P.C. Prediction of end-product performance, the present position. **PINTEC 70**, Conference on profit from science Prep Pap



from 1st Nat Tech Conf, April 30-May 1 1970. Brighton, Engl
Plastics Inst, Prepr Paper 12a, 9 pages, 1970.

- [70] POWELL, P.C. Prediction of long-term deformation in thermoplastics. *Progress in Plastics*, v.11, n.9, p.73-95, September 1969.
- [71] RACKE, H.H.; HOECHST, M. Welche mechanischen Pruefungen liefern geeignete Grundlagen fuer das Konstruieren mit Kunststoffen. *Kunststoffe*, v.55, n.5, p.346-350, May 1965.
- [72] REICHEL, E. Characterization of the long-term behavior of thermoplastic structural materials exposed to a static uniaxial tensile stress. *Plaste Kant*, v.17, n.11, p.821-5, November 1970.
- [73] RITCHIE, P. D., ED. *Physics of Plastics*. Princeton, D. Van Nostrand Company, Inc., s.d..
- [74] ROBERTS, J. A critical strain design limit for thermoplastics. *Materials and Design*, v.4, n.3, p.791-793, 1983.
- [75] ROBERTS, J. Strain limits and maximum service temperatures for thermoplastic materials. *Plastics and Rubber Processing and Applications*, v.14, n.3, p.165-169, 1990.
- [76] ROSEN, S. L. *Fundamental Principles of Polymeric Materials*. New York, John Wiley & Sons, Inc. (Wiley-Interscience), s.d..
- [77] SEYMOUR, R.B.; CARRAHER, C.E. JR. *Structure-Property Relationships in Polymers*. New York, Plenum Press, 1984.
- [78] SHARP, H.J. Design using plastics. *Plant Engineer*, v.11, n.8, p.371-376, August 1967.
- [79] SOUZA, J. A. DE *Termoplásticos de Engenharia (Apostila)*. São Paulo, Associação Brasileira de Polímeros, 1991.
- [80] SPIETH, E.H. Mercado Brasileiro de Plásticos , In: *Anais do I CONGRESSO BRASILEIRO DE POLÍMEROS*, São Paulo, Anais, 1991. Associação Brasileira de Polímeros, 1991.
- [81] STERNSTEIN, S.S.; ONGCHIN, L. Yield criteria for plastic deformation of glassy high polymers in general stress fields. *American Chemistry Society - Division of Polymer Chemistry*, v.10, n.2, Papers for New York Meeting, September 1969, p.1117-1124, 1969.
- [82] SUPNIK, R.H. Mechanical testing of plastics. *Society of Plastics Engineers - Journal*, v.22, n.9, p.21-27, September 1966.

- [83] TESS, R.W., ED.; POEHLEIN, G.W., ED. **Applied Polymer Science (ACS Symposium Series)**. Washington,DC, American Chemical Society, 1985.
- [84] THOMAS, A.D.; LEUNIG, C. Mechanical design with polycarbonate resin. **Society of Plastics Engineers - Journal**, v.18, n.12, p.1464-1471, December 1962.
- [85] TOBOLSKY, A.V.; MARK, H.F. **Polymer Science and Materials**. New York, John Wiley & Sons., Inc. (Wiley-Interscience), s.d..
- [86] TURNER, S.; DEAN, G. Criteria in determining mechanical properties data for design. **Plastics and Rubber Processing and Applications**, v.14, n.3, p.137-144, 1990.
- [87] TURNER, S.; DUNN, C.M.R.; MILLS, W.H. Creep in thermoplastics. **British Plastics**, v.37, n.12, p.682-685, December 1964.
- [88] TURNER, S.; DUNN, C.M.R.; MILLS, W.H. Creep in Thermoplastics. **British Plastics**, v.37, n.7, p.386-392, July 1964.
- [89] TURNER, S. Creep in thermoplastics - Nylon 66. **British Plastics**, v.38, n.1, p.44-47, January 1965.
- [90] TURNER, S. Data systems for engineering design with poleolefins. Manipulation to reduce testing costs. **Plastics and Polymers**, v.38, n.136, p.282-288, August 1970.
- [91] TURNER, S. Deformation data for engineering design. **Testing of Polymers**, v.4, p.1-72, 1969.
- [92] TURNER, S. Evaluation of engineering properties of plastics. Recent developments. **Ingenieursblad**, v.44, n.11-12, p.68-73, June 1975.
- [93] TURNER, S. Strain response of plastics to complex stress histories. **Polymer Engineering and Science**, v.6, n.4, p.306-316, October 1966.
- [94] TURNER, S. The mechanical properties relevant to design. **Plastics Institute - Transactions**, v.33, n.106, p.95-101, August 1965.
- [95] TURNER, S. Thermoplastics as Engineering Materials. **Plastics and Rubber:Materials Applications**, v.2, n.3, p.90-99, August 1977.
- [96] TURNER, S.; DUNN, C.M.R.; MILLS, W.H. Creep in thermoplastics. **British Plastics**, v.37, n.6, p.322-324, June 1964.

- [97] TURNER, S. System of deformation data for rational engineering design with plastics. **Society of Plastics Engineers 25th Annual Technical Conference** May 15-18, v.13, p.951-959, May 1967.
- [98] TURNER, S. Development of Data Required for Design. **Plastics and Mechanical Engineers**, v.179 Pt 3B, p.50-58, 1964-65.
- [99] WARD, I.M.; PINNOCK, P.R. Mechanical properties of solid polymers. **British Journal of Applied Physics**, v.17, n.1, p.3-32, January 1966.
- [100] WARD, I.M. **Mechanical Properties of Solid Polymers**. 2.ed. Chichester, John Wiley & Sons, Inc (Wiley-Interscience), 1983.
- [101] WILLIAMS, J.G. Limit analysis of plastics. **Transactions Journal of Plastic Institute**, v.34, p.123-125, 1969.
- [102] WILLIAMS, J.G. Plane-strain compression testing of polymers. **Plastics Institute Transactions**, v.35, n.117, p.505-508, June 1967.