

SERGIO DELIJAICOV

ENG. INDUSTRIAL, MODALIDADE MECÂNICA
FACULDADE DE ENGENHARIA INDUSTRIAL
DA FUNDAÇÃO DE CIÊNCIAS APLICADAS, 1975

INFLUÊNCIA DO ATRITO NA FORÇA DE EXTRUSÃO
A FRIO DE UMA LIGA DE ALUMÍNIO.



Dissertação apresentada à
Escola Politécnica da USP
para obtenção do título de
"Mestre em Engenharia".

Orientador:

Prof. Livre-Docente Ettore Bresciani Filho

São Paulo, 1982

A minha esposa
Aos meus filhos.

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Professor Livre-Docente Dr. Ettore Bresciani Filho pela inestimável orientação e sobretudo pelo incentivo e amizade.

Ao Departamento de Mecânica I da Faculdade de Engenharia Industrial e ao Instituto de Pesquisas e Estudos Industriais da Fundação de Ciências Aplicadas, pelo apoio constante à realização deste trabalho.

À Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers (Paris) e ao Groupe de Mise en Forme da Ecole des Mines (Antibes) na pessoa do Eng. Eric Felder pela colaboração na complementação da pesquisa bibliográfica deste trabalho.

À l'Association pour le Développement Technique des Industries de l'Estampage et de la Forge-ADETIEF (Paris) e à La Société AMIS (MONTLUÇON) pela possibilidade que me ofereceram de visitar indústrias francesas que se utilizam do processo da extrusão a frio do aço.

Ao Sr. Maurício Trestini pela execução do ferramental utilizado neste trabalho.

À Anodização Bristol Ltda. na pessoa do Eng. Lauro Benedito Medeiros da Silva pela anodização dos corpos de prova.

À Faculdade de Tecnologia - São Paulo, órgão do Centro Estadual de Educação Tecnológica "Paula Souza" da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", pela colaboração na impressão e montagem deste trabalho.

A todos aqueles que, de uma maneira direta ou indireta, colaboraram para a realização deste trabalho.

R E S U M O

Este trabalho foi desenvolvido em duas secções - principais como segue:

1. Estudo analítico do processo de extrusão de - materiais metálicos, pelo método do Limite Su - perior, apresentado pelo professor BETZALEL AVITZUR.
2. Estudo experimental do processo de extrusão - na conformação do alumínio ASTM 6063, com a - finalidade de se avaliar a influência sobre o atrito da anodização desta liga.

ABSTRACT

This work was developed in two principal sections as follows :

- 1 - Analytical study of extrusion process of metallic materials, by Upper Bound method presented by prof. AVITZUR BETZALEL.
- 2 - Experimental study of extrusion process, in the aluminium ASTM 6063 formability, with the scope of evaluate the influence of the alloy anodization in friction.

I N D I C E

Pág.

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

1. Apresentação histórica do processo de extrusão em materiais metálicos e justificativas..... 01
2. Objetivos deste trabalho 04
3. Resumo dos capítulos 04

CAPÍTULO II - CLASSIFICAÇÃO E DEFINIÇÃO DO PROCESSO

1. A extrusão a frio 07
2. Extrusão indireta..... 09
3. Extrusão direta..... 09
4. Extrusão combinada 11
5. Extrusão hidrostática 11

CAPÍTULO III - ASPECTOS TECNOLÓGICOS DA EXTRUSÃO A FRIO

1. Considerações gerais 13
2. Metais e ligas extrudáveis..... 16
3. Geometrias de peças extrudáveis..... 21
4. Tratamentos térmicos e de superfícies..... 21
5. Prensas 23

CAPÍTULO IV - MÉTODOS DE ANÁLISE EM PLASTICIDADE

1. Apresentação..... 35
 - 1.1 - O critério de escoamento de von MISES... 38

	Pág.
1.2 - Lei de comportamento de LEVY-MISES.....	38
1.3 - Lei de encruamento	39
2. Natureza do escoamento (modelo da zona plástica de deformação).....	40
3. As condições nos limites metal-ferramenta.....	44
3.1 - Modelos clássicos do atrito.....	48
a) modelo de Cloulomb.....	48
b) modelo da Camada Limite	49
c) desenvolvimento da teoria do atrito....	50
3.2 - Teoria das juntas soldadas	51
3.3 - Teoria do crescimento das juntas	52
a) crescimento das juntas a seco.....	52
b) crescimento das juntas com lubrificação	53
c) influência da rugosidade.....	54.A
4. Os métodos de cálculo	55
4.1 - Métodos teóricos de análise	55
4.2 - Métodos experimentais de análise	57

CAPÍTULO V - OS MÉTODOS DO ENQUADRAMENTO ENTRE
LIMITES

1. Princípio da máxima dissipação de energia.....	58
2. Os métodos do enquadramento entre limites.....	61
2.1 - O teorema do limite inferior.....	61
2.2 - O teorema do limite superior.....	62

CAPÍTULO VI - O MÉTODO DO LIMITE SUPERIOR APLICADO À
EXTRUSÃO EM MATRIZES CÔNICAS

1. O processo	66
2. As hipóteses.....	66
2.1 - O material.....	66
2.2 - A matriz.....	66
2.3 - O modelo da zona plástica.....	66
2.4 - O modelo do campo de velocidades.....	68
2.5 - A perda de energia durante o processo....	70
a) por atrito.....	70
b) por descontinuidade de velocidades....	71
2.6 - O modelo do atrito.....	71
3. Cálculo das Energias envolvidas no processo....	71
3.1 - Energias externas.....	72
3.2 - Energia interna de deformação.....	73
3.3 - Energia dissipada por atrito e por descon- tinuidade de velocidades.....	76
a) nas superfícies Γ_1 e Γ_2	76
b) na superfície cônica da matriz Γ_3	77
c) na superfície cilíndrica Γ_4	77

	Pág.
3.4 - Energia total dissipada.....	77
3.5 - Balanço das energias envolvidas no processo.....	78
4. Modelando o atrito.....	79
4.1 - Modelo da camada limite.....	79
a) cálculo das tensões requeridas.....	79
b) redução máxima no processo.....	79
4.2 - Modelo de Coulomb.....	80
a) cálculo das tensões requeridas.....	80
a.1)- energia dissipada na superfície cônica de matriz Γ_3	81
a.2)- energia dissipada na superfície cilíndrica Γ_4	82
a.3)- energia total dissipada.....	83
a.4)- balanço das energias.....	84
b) máxima redução no processo.....	86
5. Matriz de pequeno ângulo de cone.....	88
5.1 - Cálculo das energias.....	88
a) energias externas.....	88
b) energia interna de deformação.....	88
c) energia dissipada por atrito e por descontinuidade de velocidades.....	90
c.1)-nas superfícies Γ_1 e Γ_2	90
c.2)-na superfície cônica de matriz Γ_3	91
c.3)-na superfície cilíndrica Γ_4 ...	91
d) energia total dissipada.....	91
e) balanço das energias.....	91

	Pág.
6. Modelando o atrito.....	92
6.1 - Modelo da camada limite.....	92
a)- cálculo das tensões requeridas.....	92
b)- máxima redução no processo.....	93
6.2 - Modelo de Coulomb.....	93
a)- cálculo das tensões requeridas.....	93
a.1) energia dissipada na superfície Γ_3	94
a.2) energia dissipada na superfície Γ_4	94
a.3) energia dissipada na superfície Γ_1 e Γ_2	94
a.4) energia total dissipada.....	95
a.5) balanço das energias.....	95
b)- redução máxima no processo.....	96
7. Resultados.....	99
8. Observações.....	103

CAPITULO VII - DEFORMAÇÕES E VELOCIDADES DE DEFORMAÇÃO NA ZONA DE ESCOAMENTO

1. Relação entre as componentes da velocidade de deformação com o campo de velocidades.....	107
2. Velocidade efetiva de deformação.....	107
3. Deformação total efetiva.....	109
4. Deformação efetiva ideal.....	110
5. Deformação efetiva relativa.....	110
6. Velocidade média efetiva de deformação.....	111

	Pág.
7. Velocidade média relativa de deformação efetiva..	112
8. Deformação média efetiva	114
9. Deformação relativa média efetiva	115
 CAPITULO VIII - <u>OS EFEITOS DO ENCRUAMENTO E DA VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO NO ESCOAMENTO PLÁSTICO ATRAVÉS DE MATRIZES CÔNICAS.</u>	
1. Energias externas	116
2. Energia interna de deformação.....	117
3. Energias dissipadas por atrito e por descontinuidade de velocidades.....	119
4. Balanço das energias	122
5. Observações	124
 CAPITULO IX - <u>O EFEITO DO ATRITO NO ESCOAMENTO PLÁSTICO ATRAVÉS DE MATRIZES CÔNICAS</u>	
 CAPITULO X - <u>DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL</u>	
1. Objetivo	127
2. Preparação dos corpos de prova	127
3. Ensaio preliminares	133
3.1- Determinação das propriedades mecânicas.....	133
4. Ensaio de conformação	136
4.1- Programa de ensaios	136
4.2- Equipamento para a extrusão	137
4.3- Determinação dos esforços de extrusão	144

	Pág.
5. Resultados e análise dos resultados.....	151-A
a. Análise dos ângulos ótimos.....	152-B
b. Análise dos esforços de extrusão e dos coeficientes de atrito	153
c. Análise da variação do coeficiente de atrito em cada condição	154

CAPITULO XI - CONCLUSÕES

BIBLIOGRAFIA E REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Bibliografia	157
2. Referências bibliograficas	163

APÊNDICES

1. Critério da máxima energia de distorção de von Mises	169
2. A lei de LEVY-MISES para tensão x deformação no regime plástico.....	174
3. Integração da expressão y	176
4. Tabela de funções notáveis	179
5. A solução de SACHS para as tensões na superfície cônica da matriz r_3	180
6. Ângulo ótimo de cone	185
7. Programa adaptado à HP 97 para o cálculo dos esforços de conformação (extrusão e trefilação) em matriz cônica pelo método do limite superior (B.AVITZUR) para ângulos ótimos de cone e para metais que encruam (Hipóteses de encruamento linear)	187
8. Simbologia	196
9. Lista de figuras	199
10. Lista de tabelas	206

CAPITULO I

INTRODUÇÃO

1. APRESENTAÇÃO HISTÓRICA DO PROCESSO DE EXTRUSÃO EM MATERIAIS METÁLICOS E JUSTIFICATIVAS.

A extrusão a frio de materiais metálicos não é uma técnica nova, pois tem-se notícia de sua prática, desde o fim do século passado, na conformação de tubos de chumbo, estanho e zinco. Entretanto, sendo considerado um processo estratégico, os seus detalhes sempre foram mantidos em sigilo pelos militares, que também dominavam a tecnologia da conformação dos cobsres, latões, bronzes e alumínio.

As dificuldades econômicas dos anos 30 e o advento da grande guerra, forçaram a Alemanha, dentro de um profundo segredo, a pesquisar a substituição do latão inacessível, pelo aço da região do RHUR, para a fabricação de munições^(1,2)

O problema da lubrificação, o ponto mais delicado e fator limitante do sucesso da técnica da extrusão a frio do aço, só foi resolvido com a fosfatização do bloco metálico, como base para o filme lubrificante.

Com o término da guerra, os detalhes do processo foram publicados e atualmente ele experimenta uma fase de desenvolvimento muito importante, tanto no plano industrial co

mo no de pesquisa.

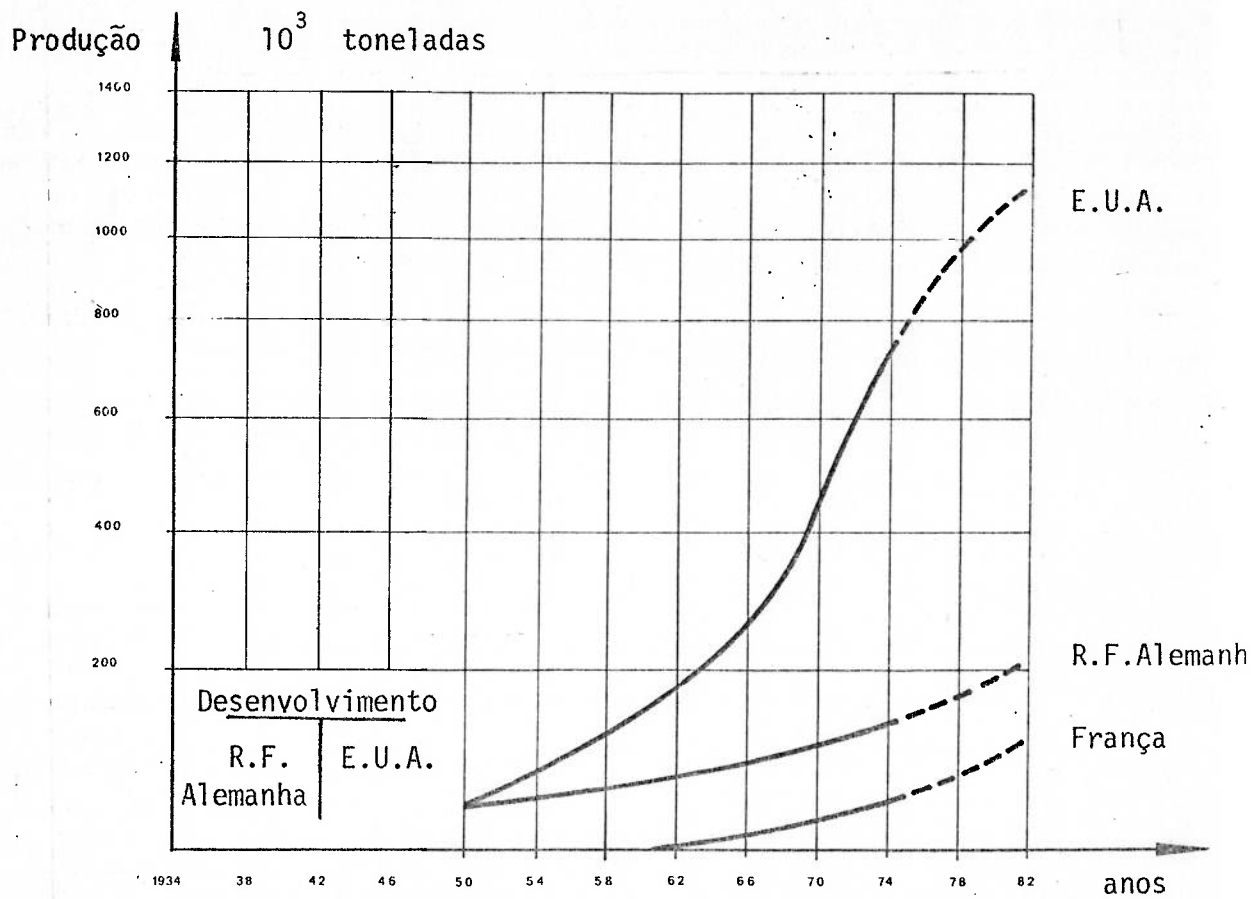
A figura 1 mostra a comparação do total de peças - conformadas a frio por extrusão, em toneladas, entre os Estados Unidos, a República Federal da Alemanha e a França.

O desenvolvimento futuro da técnica está ligado à elaboração de matérias primas que respondam melhor às exigências de utilização das peças conformadas, a uma extensão do procedimento na realização de peças de pesos unitários - cada vez maiores (atualmente as maiores peças extrudadas es tão em tórno de 20 kg) e na conformação de materiais compos tos.

A extrusão a frio não deixa de ser um procedimento particular pertencente a um domínio vasto denominado forjamento a frio.⁽³⁾

Do ponto de vista mecânico, o forjamento é uma - operação complexa⁽⁴⁾: a deformação e a velocidade de deformação variam em todos os pontos (deformação não homogênea) e a todo instante (processo não estacionário); o encruamento do material e as variações das condições de atrito tornam - ainda mais complexa a análise mecânica do procedimento.

Fig. 1 - Comparação das produções de peças conformadas por extrusão a frio nos Estados Unidos, República Federal da Alemanha e França⁽⁴⁴⁾



2. OBJETIVOS DESTE TRABALHO

Os objetivos do trabalho são:

- . Estudo analítico do processo de extrusão a frio de materiais metálicos, a partir da teoria da plasticidade, primeiramente para um material perfeitamente rígido - plástico e, posteriormente, para um material encruável. Seguir-se-á o modelo de cálculo apresentado pelo professor BETZALEL AVITZUR^(5-15,36), que analisa o processo através do método enquadramento entre limites, mais especificamente, pelo método do limite superior..
- . Estudo experimental do processo de extrusão na conformação do Alumínio ASTM 6063, com a finalidade de verificar a validade do modelo de cálculo, obtido da teoria acima discutida, e de se avaliar o coeficiente de atrito para o caso de anodização do alumínio.

3. RESUMO DOS CAPITULOS

No capítulo II, definiu-se o processo da extrusão a frio de materiais metálicos, ressaltando-se as suas principais variantes: extrusão indireta, extrusão direta, extrusão combinada e extrusão hidrostática.

No capítulo III foram anotados os aspectos tecnológicos do processo da extrusão a frio, onde ressaltou-se as vantagens do procedimento, indicou-se a gama dos materiais e ligas extrudáveis a frio, assim como as diversas geometrias realizáveis, descreveu-se os tratamentos térmicos e de superfície necessários e fez-se um comentário sobre as prensas para a operação do processo.

No capítulo IV foram analisados os métodos em plasticidade, desde a sua formulação conceitual até a discussão das leis envolvidas, como a do critério de escoamento de Von Mises, a de Levy-Mises, a do encruamento, a da natureza do escoamento e a das condições nos limites metal-ferramenta (atrito). Foram ainda apresentados os métodos analíticos-aproximados e os experimentais de análise em plasticidade dos processos de conformação dos metais.

No capítulo V foram demonstrados os teoremas do limite inferior e superior que constituem-se no método do enquadramento entre limites.

No capítulo VI, aplicou-se o método do limite superior a um escoamento em matriz cônica, de grande e pequeno ângulo, para um material perfeitamente rígido-plástico.

No capítulo VII discutiu-se as deformações e velocidades de deformação na zona de escoamento, com o objetivo de introduzir a aplicação do método do Limite Superior para um material incruável.

No capítulo VIII aplicou-se o método do limite superior para um material que encrua seguindo uma lei modelada linearmente para tensão x deformação.

No capítulo IX apresentou-se os resultados analíticos, do método do limite superior, no escoamento plástico através de matrizes cônicas, que evidencia o efeito do atrito na força de conformação.

No capítulo X apresentou-se o desenvolvimento experimental deste trabalho.

No capítulo XI apresentou-se as conclusões deste trabalho.

CAPITULO II

CLASSIFICAÇÃO E DEFINIÇÃO DO PROCESSO

1. EXTRUSÃO A FRIO

A extrusão a frio é um procedimento de conformação que consiste em escoar plasticamente um metal, sob a ação de um esforço de compressão entre um punção e uma matriz, a fim de produzir peças de formas geometricamente bem definidas.^(16,17)

A temperatura de conformação é menor que a temperatura de recristalização do material trabalhado, o que caracteriza o processo como a frio.

O processo é estacionário⁽¹⁸⁻¹⁹⁾ pois o tempo não intervem na deformação e velocidade de deformação, isto é, as trajetórias das partículas (Fig.2) coincidem com as linhas de escoamento (linhas de corrente da mecânica dos fluidos).

O escoamento plástico do metal, durante o processo, não é homogêneo uma vez que a deformação e as velocidades de deformação variam de ponto a ponto na zona de deformações plásticas.

A Fig. 3 ilustra o equipamento básico necessário

para o processo.

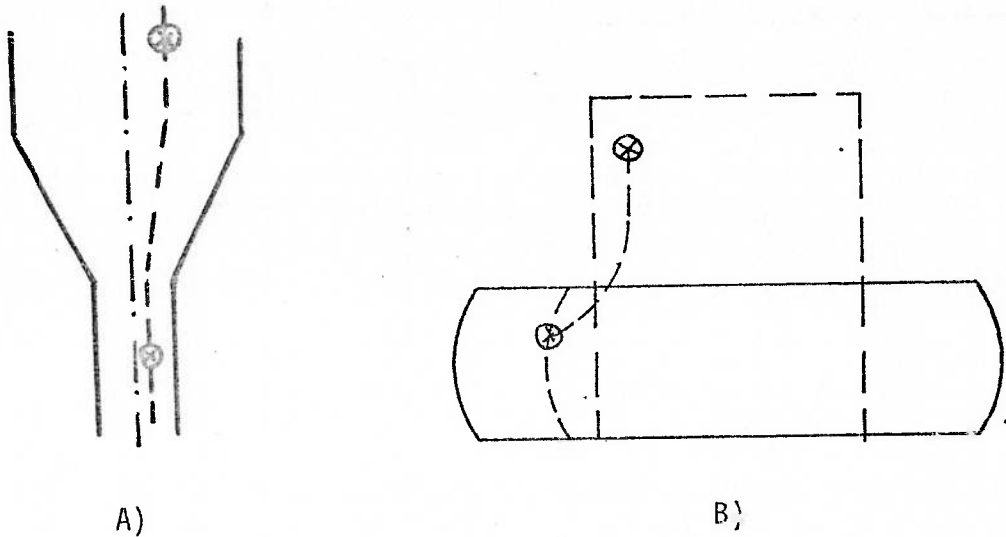


Fig.2 - linhas de escoamento e trajetórias das partículas em processo estacionário (Fig.2.a) e não estacionário (Fig.2.b).

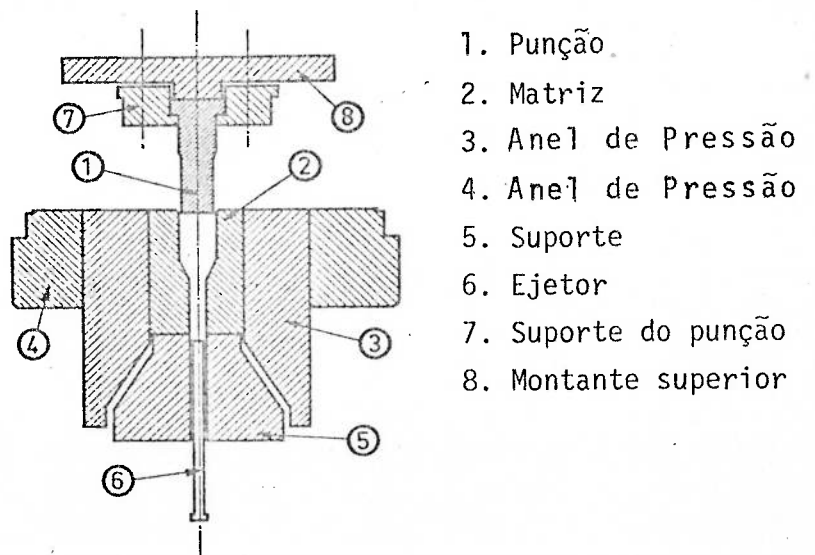


Fig.3 - Ferramenta de extrusão em matriz cônica.

2. EXTRUSÃO INDIRETA

Nesta operação, a ferramenta é concebida de tal maneira, que força o metal a se deslocar no sentido oposto do movimento do punção (Fig.4). O bloco metálico é colocado no interior da matriz e apoiado pelo ejetor. Sob efeito da carga do punção, de diâmetro menor que o do bloco, o metal é obrigado a se deslocar entre a matriz e o punção^(20,45)

A forma e as dimensões do punção determinam a configuração final interior da peça extrudada. A forma e as dimensões da matriz determinam a sua configuração exterior. A distância entre a matriz e o punção definem a espessura da parede da peça conformada. A espessura do fundo é dada pela posição fim de curso do punção.

3. EXTRUSÃO DIRETA

Nesta operação, o material é obrigado a se deslocar no mesmo sentido do movimento do punção (Fig.5). O bloco que é colocado no interior da matriz é submetido a uma pressão de tal ordem que escoar através da abertura inferior da matriz^(20,45).

Em extrusão direta, o diâmetro exterior da peça é controlado pelo diâmetro de passagem da matriz e o diâme

tro interior da peça, se esta for vazada, pelo diâmetro do mandril.

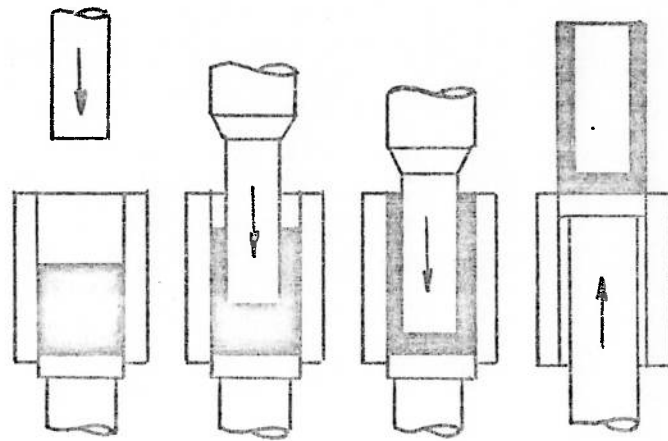


Fig.4 - Etapas de conformação em extrusão indireta.

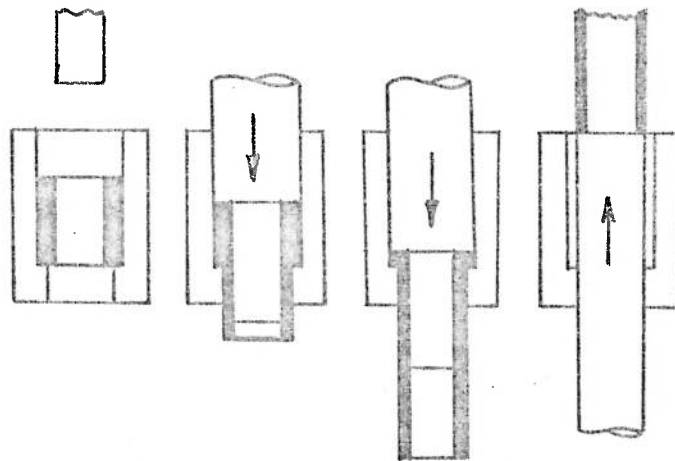


Fig.5 - Etapas de conformação em extrusão direta.

4. EXTRUSÃO COMBINADA

Nesta operação, o material se deforma em dois sentidos opostos (Fig.6), como uma combinação dos procedimentos anteriores (20,45).

5. EXTRUSÃO HIDROSTÁTICA

Nesta operação, o material é submetido a uma pressão hidrostática elevada e se acha, assim, forçado a penetrar no orifício da matriz (Fig.7). O fluido utilizado, para exercer a pressão sobre o material, é introduzido numa câmara de pressão. A pressão do fluido, dentro da câmara, é aumentada pela ação do punção, empurrado por um pistão hidráulico (25-29).

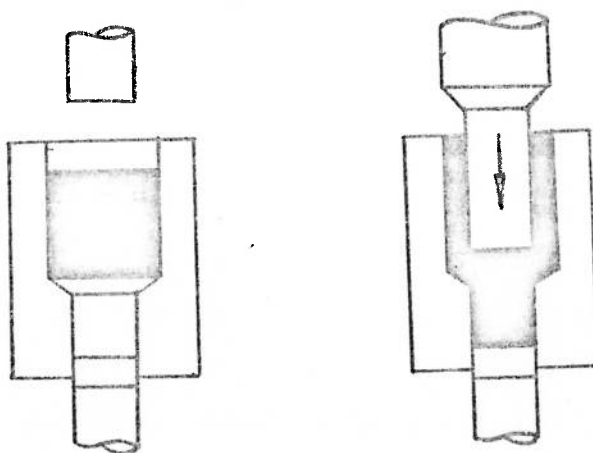


Fig.6 - Extrusão combinada

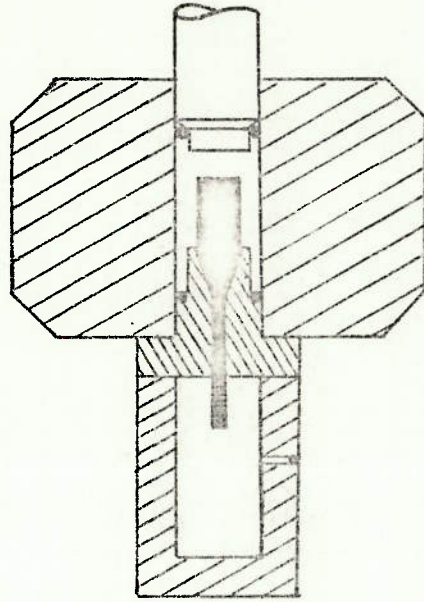


Fig.7 - Extrusão hidrostática.

CAPITULO III

ASPECTOS TECNOLÓGICOS DA EXTRUSÃO A FRIO

1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Considerando-se o interesse, no plano econômico, a técnica da extrusão a frio, ou mais genericamente, da conformação a frio, experimenta um grande desenvolvimento, nos últimos anos, principalmente pelas seguintes razões^(21,22,25) -

- . economia de material - a peça extrudada é obtida com um mínimo de material, isto é, o peso do bloco conformado é muito próximo do peso da peça acabada. Este ponto se torna, ainda, mais importante, quando os materiais conformados são os não ferrosos.
- . economia de energia - a energia necessária para a conformação a frio é inferior à energia de aquecimento e de manutenção dos blocos à temperatura de conformação nos processos à quente.
- . o ferramental - está sujeito a uma menor fadiga térmica.
- . obtenção de melhores propriedades mecânicas -

devido ao encruamento da peça, ligado às deformações a frio, sendo, portanto, desnecessários, - tratamentos térmicos sistemáticos de produtos extrudados a frio (Tabela 1)

- . precisão geométrica e reprodutividade
- . estado de superfície excelente - que permite o emprego das peças no estado bruto de extrusão.
- . obtenção de formas interiores e exteriores - não realizáveis economicamente por outros processos
- . possibilidades de altas cadências de produção - economia inerente às grandes séries
- . possibilidades de estocagens curtas - os produtos extrudados são naturalmente protegidos por uma camada fosfatizada, remanescente do processo (caso dos aços).
- . a usinagem posterior é reduzida - ao estritamente necessário.

TABELA 1 - Comparação das propriedades mecânicas de produtos extrudados e não extrudados de alguns tipos de aço (44).

Características Mecânicas	AÇOS			
	1010	1017	1030	
	Antes da extrusão (estado recozido)	Antes da extrusão (estado recozido)	Antes da extrusão (estado recozido)	Após a extrusão e revenido.
Resistência à tração MPa	380	450	480	780
Limite de elasticidade MPa	250	280	320	650
Alongamento A%	31	28	23	6
Estricção Z%	60	40	55	30
Dureza Brinell HB MPa	100	190	105	210
			130	230

2. METAIS E LIGAS EXTRUDÁVEIS

Apesar de que o procedimento da extrusão a frio - é teoricamente aplicável a um grande número de ligas ferrosas e não ferrosas, considerações técnico-econômicas limitam a sua escolha - é necessário que a escolha, economicamente viável, seja compatível com a técnica da extrusão, permitindo, ainda, a possibilidade de tratamentos térmicos e usinagens eventuais posteriores.

Por tais motivos é muito difícil de se estabelecer indicações precisas quanto à escolha do material para uma determinada peça a extrudar.

Entretanto, no que concerne aos aços extrudáveis, pode-se dividi-los em quatro grandes grupos:

- 1º) aços ao carbono, classificados quanto às suas propriedades mecânicas;
- 2º) aços finos ao carbono (aços especiais com tratamentos térmicos);
- 3º) aços ligas especiais com tratamentos térmicos;
- 4º) aços inoxidáveis.

Os aços do primeiro grupo, apesar de serem os de mais baixo custo, são utilizados, somente, em peças cuja geometria necessita de pequenas deformações. Este fato é devido ao problema das inclusões na massa do metal que reduzem a sua ductilidade.

Os aços do quarto grupo, os inoxidáveis, no momento, ainda apresentam dificuldades econômicas para a sua conformação.

Em consequência a escolha dos aços que se prestam à extrusão a frio, se limita aos grupos dos aços finos ao carbono e dos aços ligas, com um teor de carbono, o mais baixo possível (menor que 0,50%).

Um tratamento de globulização⁽¹⁸⁾ é necessário nos aços ligas antes de serem conformados, para se atenuar o efeito endurecedor dos carbonetos.

As tabelas 2,3 e 4 agrupam diversos materiais, ferrosos e não ferrosos, para a extrusão a frio, de acordo com o tipo de peças e a gama operatória:

- peças utilizadas no estado bruto de extrusão;
- peças utilizadas sem tratamentos térmicos, mas devendo ser submetidas a operações de usinagem posterior;
- peças devendo sofrer tratamentos térmicos posteriores;
- peças devendo sofrer tratamentos térmicos superficiais posteriores.

TABELA 2 - Tipos de aços utilizados em conformação a frio por extrusão
(conforme a norma NF A50-701 de julho de 1970)

TIPOS				Peças uti- lizadas	Peças uti- lizadas s/ trat. term.	Peças uti- lizadas c/ trat. term. na massa.	Peças de- vendo se- rem subm. a um trat. term. su- perficial.
AFNOR	DIN	SAE - AISI	BS-970	no estado bruto de extrusão.	mas submet. a usinagem ulterior.		
AÇOS AO CARBONO							
XC 6		1006		x			
XC 10	CK 10	1010	EN 2	x	x		x
XC 12	-	1012	EN 2	x	x		x
XC 18	CK 15	1017	EN 3	x	x		x
XC 25	CK 22	1025	EN 4	x	x		x
XC 32	-	1030	EN 5	x	x	x	x
XC 38	CK 35	1038	EN 6	x	x	x	x
XC 42	-	1042	EN 8	x	x	x	x
XC 45	CK 45	1045		x	x	x	x
AÇOS AO MANGANÊS E CROMO							
16 MC 5	16 MnCr 5	-		x		x	x
20 MC 5	20 MnCr 5	-		x		x	x
AÇOS AO CROMO							
38 C 2	38 Cr 2	-				x	
42 C 2	46 Cr 2	5046				x	
32 C 4	34 Cr 4	5132	EN18B			x	
38 C 4	37 Cr 4	5135	EN18C			x	
42 C 4	41 Cr 4	5147	EN18D			x	
AÇOS AO CROMO E MOLIBDÊNIO							
18 CD4	-	-					x
25 CD4	25CrMo 4		En20A			x	x
25 CD4S	-	-				x	x
30 CD4	-	4130				x	
35 CD4	34CrMo 4	4135				x	
42 CD4	42CrMo 4	4142	EN20B			x	
AÇOS AO NÍQUEL E CROMO							
10 NC6	-	-					x
16 NC6	15CrNi6	3115	EN353				x
20 NC6	-	3120					x
AÇOS AO NÍQUEL E MOLIBDÊNIO							
16 NCD13			EN36C				x
20 NCD2		8620	(EN362)				x
AÇOS FERRÍTICOS E MARTENSÍTICOS							
Z6C13	X 7 Cr13	403	403 S 17	x	x		
Z8C17	X 8 Cr17	430	430 S 15	x	x		

LIGAS	OBSERVAÇÕES
Cobres	As diferentes classes de cobre se distinguem essencialmente por seus teores residuais em oxigênio ou em fósforo que determinam as possibilidades de emprego ou de trabalho
Cobres de baixos teores de liga	Designa-se assim as diferentes ligas onde os elementos de adição, geralmente inferiores a 1%, têm por efeito de melhorar certas características do cobre sem alterar fortemente sua condutividade
Cobre-Prata Cobre-Telúrio Cobre-Cromo Cobre-Cobalto Cobre-Berílio	
Latões	
CuZn5 CuZn10 CuZn15 CuZn20 CuZn30 CuZn33 CuZn36	Ligas constituídas unicamente de cobre e zinco contendo 5 a 45% deste último. Para teores entre 30 a 36%, os latões apresentam elevada aptidão à conformação a frio
CuZn35Pb2	Especialmente destinada ao recalque a frio
Bronzes	
CuSn5Zn4 CuSn5 CuSn7 CuSn9	Os bronzes são sobretudo ligas de fundição contendo cobre e estanho. (Somente aqueles contendo ^{menos de} 10% de estanho são extrudáveis no estado recozido homogeneizado)
Cupro-Alumínios	Os cupro-alumínios são ligas à base de cobre que contêm de 4 a 14% de alumínio. As ligas com menos de 8% de alumínio são destinadas ao trabalho a frio
CuAl6 CuAl8	
Cupro-Niqueis	
CuNi10 CuNi20 CuNi30 CuNi30Fe CuNi45	As principais ligas industriais têm teores nominais de níquel de 5 a 45%, com eventualmente pequenas adições de ferro (menos de 3%) e de manganês (menos de 1,5%)
Alpacas	
CuZn28Ni9 CuZn22Ni15 CuZn22Ni18 CuZn27Ni18 CuNi22Zn18 CuNi26Zn17 CuZn26Ni9Pb1 CuZn20Ni15Pb1	Estas são ligas de cobre (38 a 66%), de níquel (17 a 28%) e de zinco (17 a 45%). As ligas com mais de 55% de cobre são de ótima conformabilidade a frio

Tabela 3 - Tipos de Cobre e suas ligas que apresentam uma certa aptidão à conformação a frio por extrusão (conforme a norma NF A50-701 de julho de 1970).

ISO R 209	Designação numérica NF A 02-104
Al-99,0Cu	1100
Al-99,5	1050
Al-Mg1	5005
Al-Mg2	5052
Al-Mg3Mn	5754
Al-Mg4	5083
Al-MgSi	6063
Al-Si1Mg	6082
Al-Cu2Mg	2117
Al-Cu4Mg-Si	2017 A
Al-Cu4Mg1	2024
Al-Cu4-SiMg	2014

Tabela 4 - Tipos de alumínio e suas ligas que apresentam uma certa aptidão à conformação a frio por extrusão (conforme a norma NF A50-701 de julho de 1970)

3. GEOMETRIAS DE PEÇAS EXTRUDÁVEIS

Ao nível da forma do produto, dois fatores devem ser respeitados, para a viabilidade do procedimento:

- as peças devem ter uma forma simétrica tal que o esforço de conformação seja melhor repartido sobre o ferramental;
- as peças devem ter uma forma ejetável.

Não obstante estes dois fatores, um número muito grande de geometrias podem ser obtidas pela extrusão a frio,^(2,21) com tolerâncias dimensionais da ordem de $\pm 0,1$ mm .

Alguns exemplos são mostrados através das figuras 8 a 43⁽⁴⁴⁾.

4. TRATAMENTOS TÉRMICOS E TRATAMENTOS DE SUPERFÍCIE

a) Tratamentos térmicos - deve-se distinguir dois tipos de tratamentos térmicos necessários à fabricação :

a.1) Tratamentos pré-operatórios - têm como objetivo obter uma estrutura equilibrada do material que melhora a sua maleabilidade. No caso dos aços, transforma-se geralmente a estrutura perlítica lamelar por um tratamento de globulização (coalescência), que na prática, melhora a aptitude à deformação por diminuição dos esforços necessários à con-

formação.

a.2) Tratamentos inter-operat6rios - Se a gama de fabrica76o prev6 diversos passes de conforma76o, 6 necess6rio, em princ6pio, regenerar o material encruado durante a transforma76o, com um tratamento de recozimento.

b) Tratamentos de superf6cie - t6m como objetivo essencial de diminuir o atrito dentro do ferramental, cuja consequ6ncia 6:

- evitar o engripamento da pe7a
- reduzir o esfor7o necess6rio 6 extrus6o
- minimizar o desgaste do ferramental.

Os tratamentos de superf6cie cont6m as seguintes opera76es - para os blocos iniciais de a7o:

a) desengraxamento alcalino

b) decapagem com um 6cido sulf6rico contendo um inibidor

c) fosfatiza76o - esta opera76o tem como objetivo de formar um filme poroso de fosfato de zinco na superf6cie do metal a extrudar, possuindo uma forte capacidade de absor76o de compostos org6nicos usados para a lubrifica76o.

d) lubrifica76o - a pr6tica comum 6 a imers6o, da pe7a previamente fosfatizada, em banhos quentes de sab6es. No entanto, utilizam-se tamb6m os banhos de produtos - 6 base de bissulfeto de molibid6nio ou de grafita.

5. PRENSAS

As prensas de extrusão, geralmente são constituídas por 4 montantes extremamente rígidos, mantidos solidários por mesas inferior e superior e por colunas de sujeição em aço - pré-tensionado. Entre as colunas existe um porta-punção onde é fixado o punção. É importante que se tenha uma excelente centragem do porta-punção para que o punção e a matriz trabalhem sempre sobre o mesmo eixo. É necessário então que as colunas sejam suficientemente rígidas para que não sofram deformações grandes durante a conformação da peça.

Utilizam-se comumente as prensas mecânicas e as hidráulicas, cujas características se descrevem abaixo:

Prensas mecânicas

- força nominal de até 2500 tf
- curso útil de até 500 mm
- cadência de até 2000 peças/hora
- permitem fabricar peças curtas e médias, cheias ou vazadas
- riscos de "pane" reduzidos
- potência instalada moderada em comparação à força de trabalho, devido ao volante de inércia que recupera parte da energia durante o curto instante que a peça é deformada
- a velocidade é variável durante a conformação.

Prensas hidráulicas

- força nominal de até 4.500 tf
- curso útil de até 1 000 mm
- cadências de até 800 peças/hora
- permitem fabricar peças longas
- a potência máxima é desenvolvida sobre todo o curso da prensa
- as velocidades são constantes durante a extrusão
- os circuitos hidráulicos são delicados e complexos
- a potência instalada é grande.

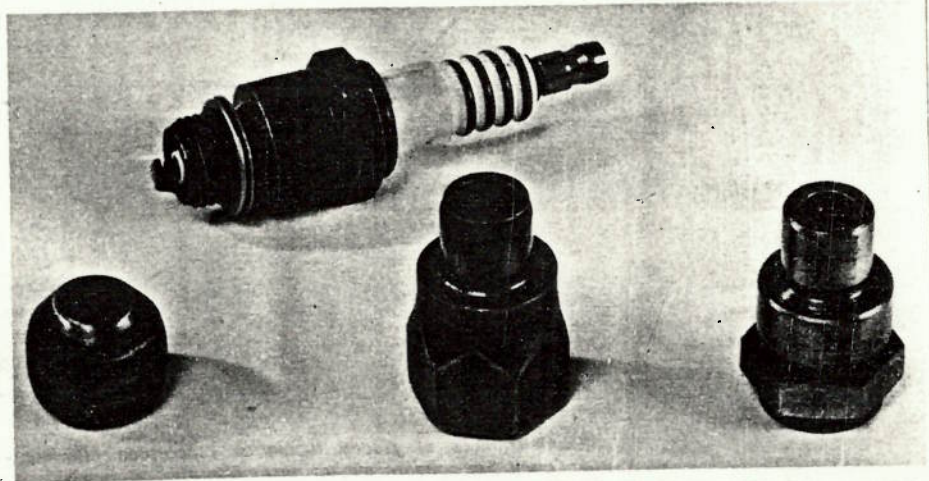


Fig. 08 Etapas de fabricação de uma vela de ignição.

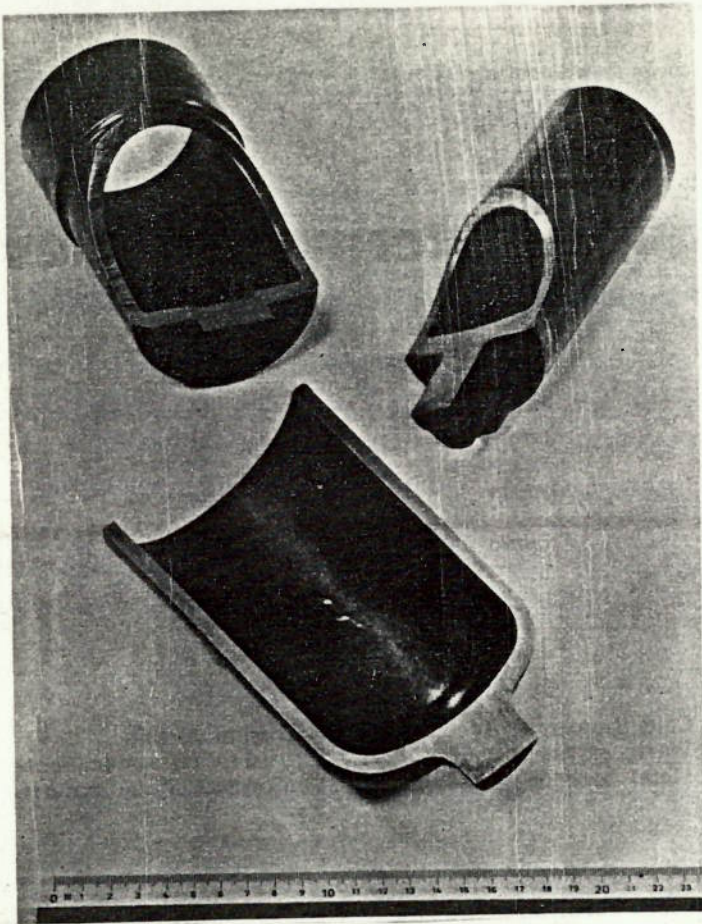


Fig. 9 Recipiente de alta pressão

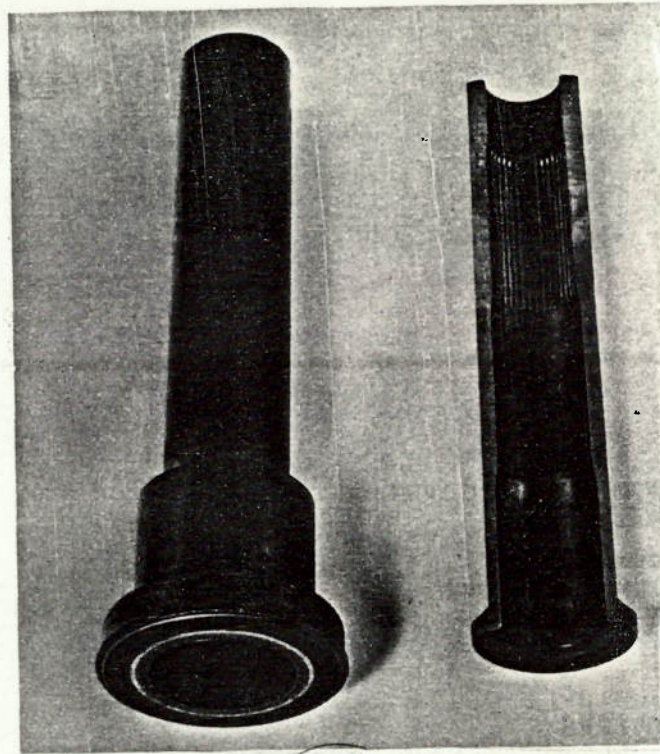


Fig. 10 Árvores vazadas

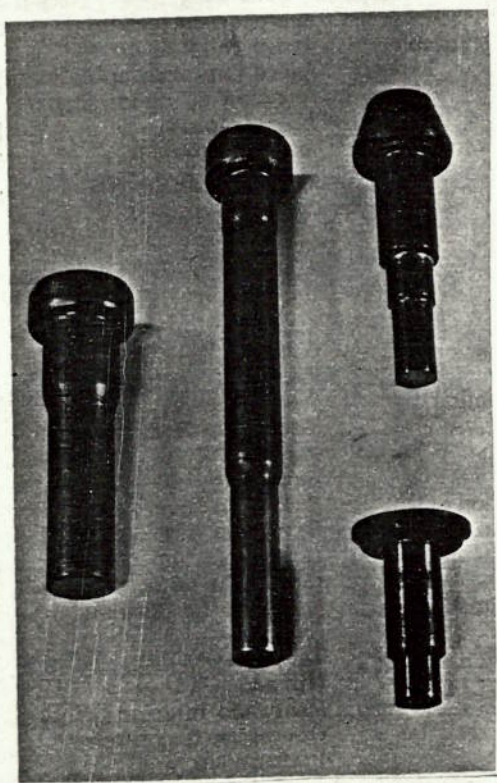


Fig. 11 Pinhões

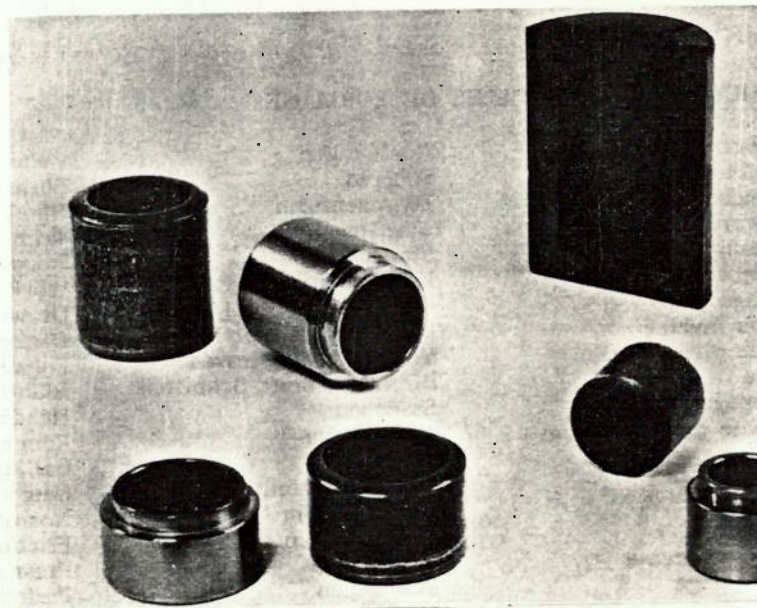


Fig. 12 Família de pistões brutos, usinados e acabados

Fig. 13

Amortecedores de veículos

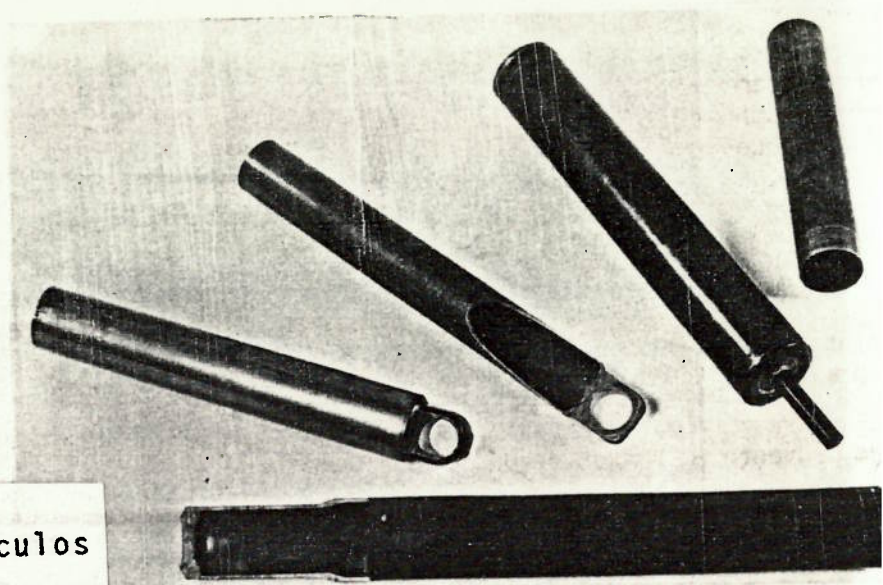


Fig. 14

Peças vazadas com detalhes externos e/ou internos

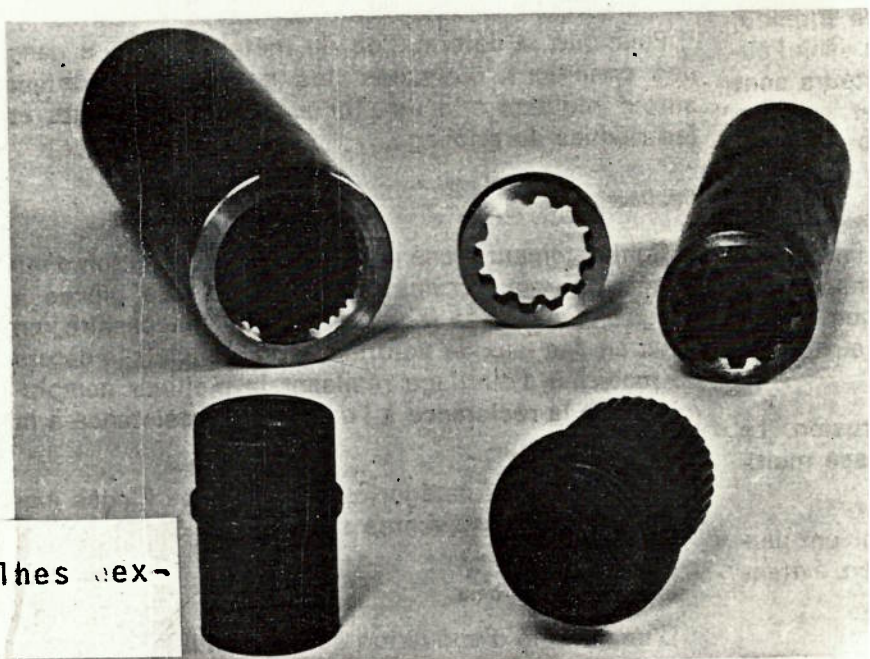
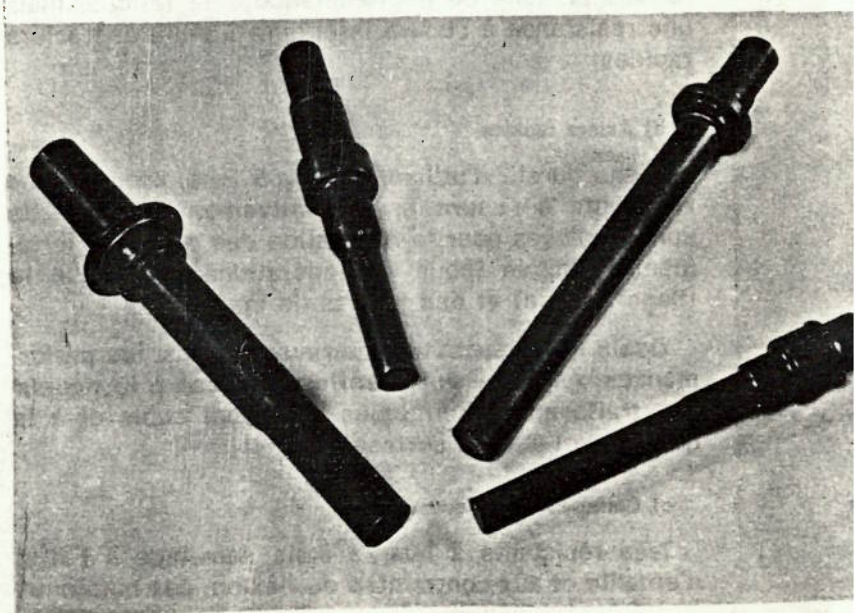


Fig. 15

Eixos escalonados



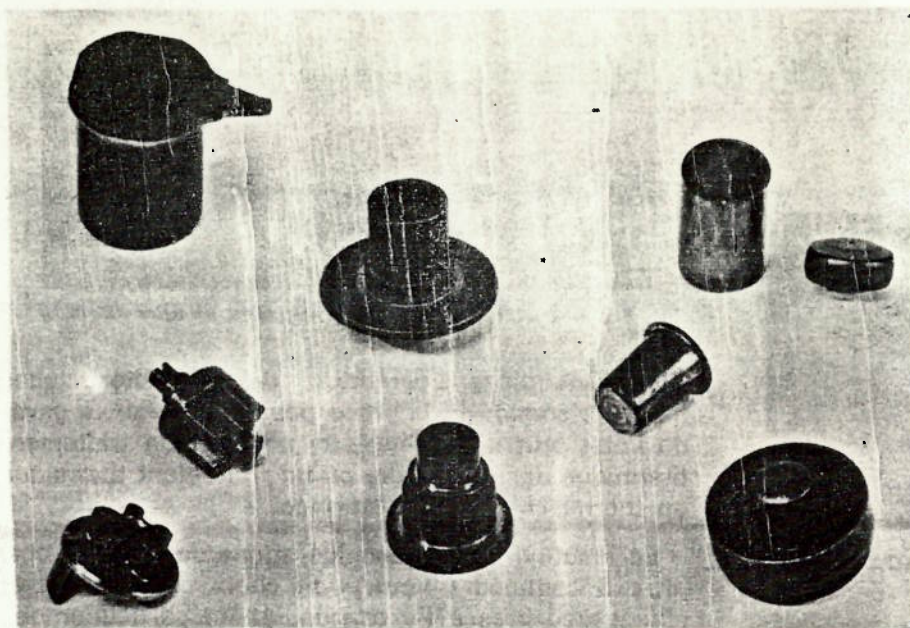


Fig. 16 Pequenas peças em aço

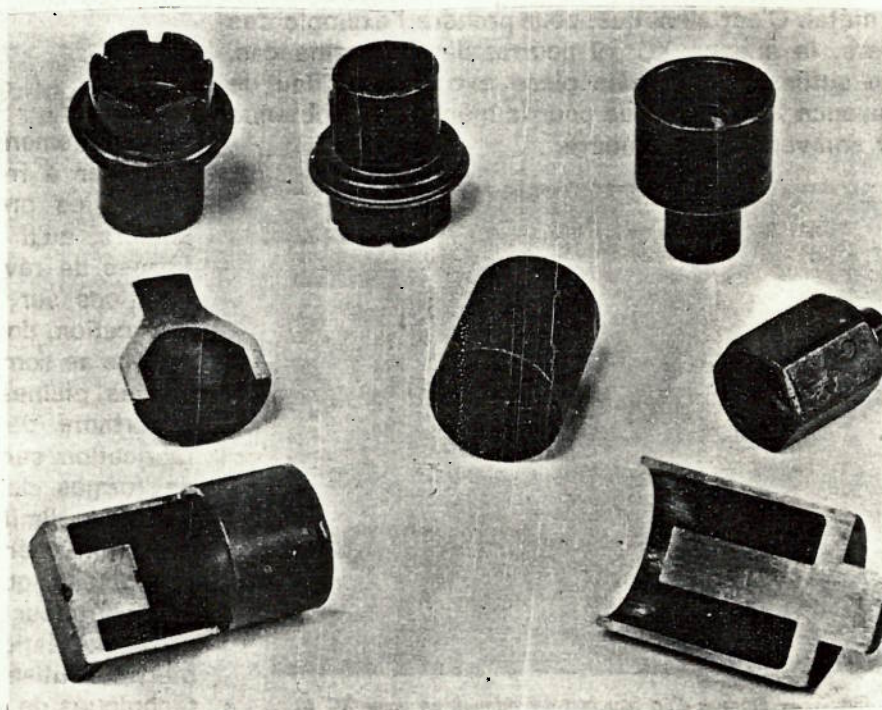


Fig. 17 Pequenas peças obtidas por extrusão combinada

Fig. 18 Árvores escalonadas cheias

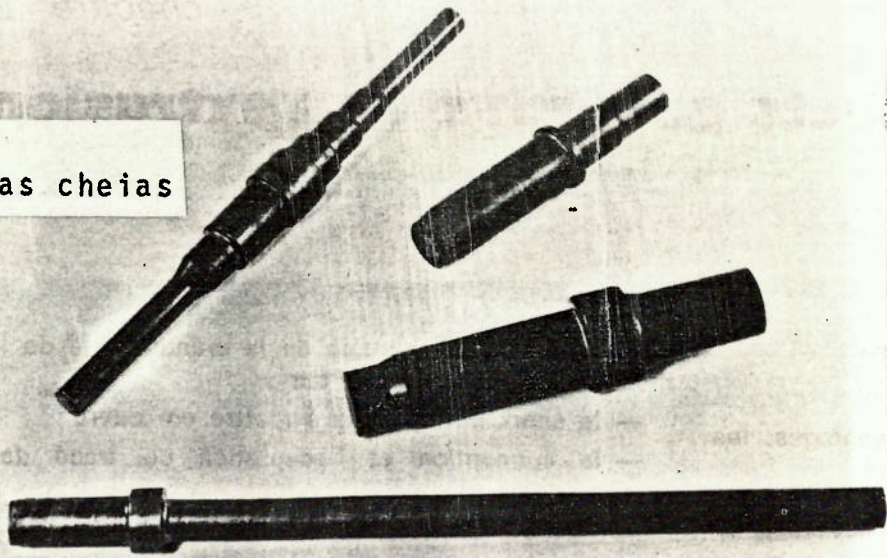


Fig. 19 Conexões, juntas hidráulicas, anéis



Fig. 20 Porta-injetores e encaixes de junção em cobre ou em ligas de alumínio

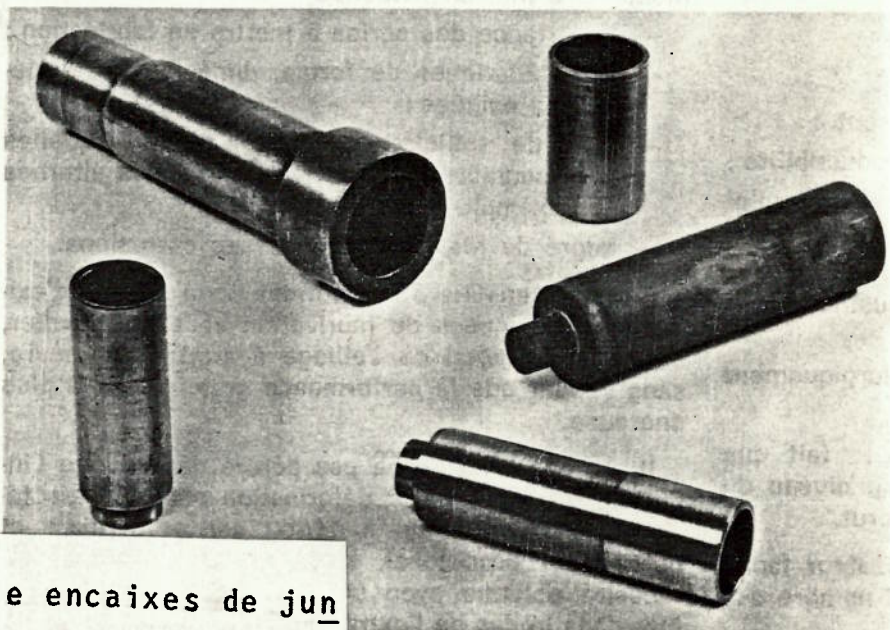


Fig. 21
Peças obtidas por extrusão combinada

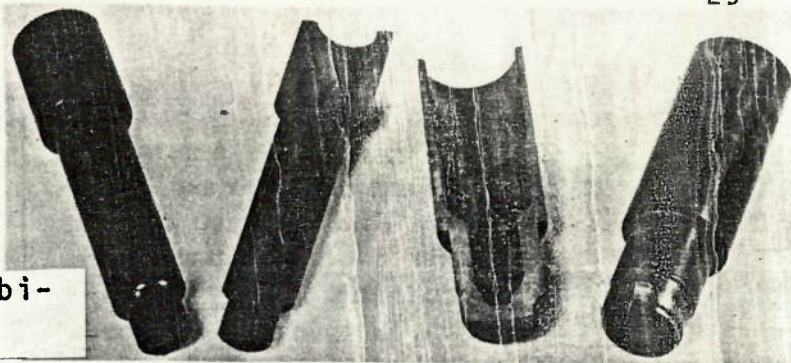


Fig. 22
Peças vazadas ou não obtidas por extrusão combinada

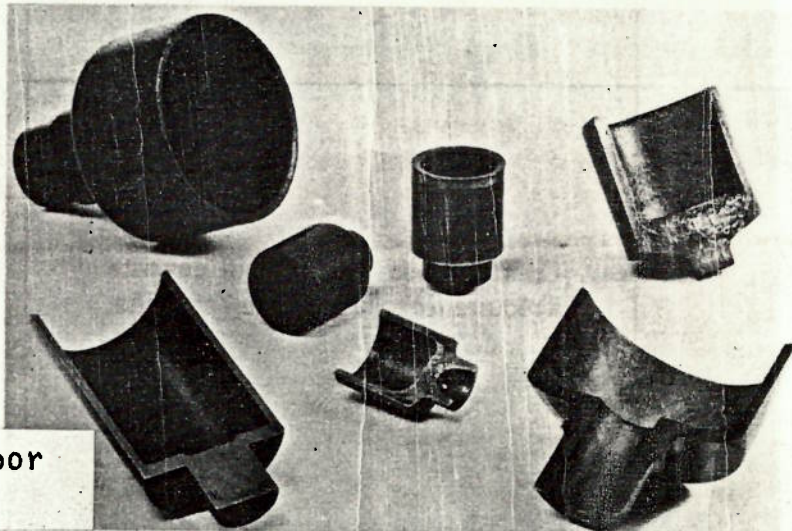


Fig. 23
Suportes de diodos e coletores de pequenos motores em cobre

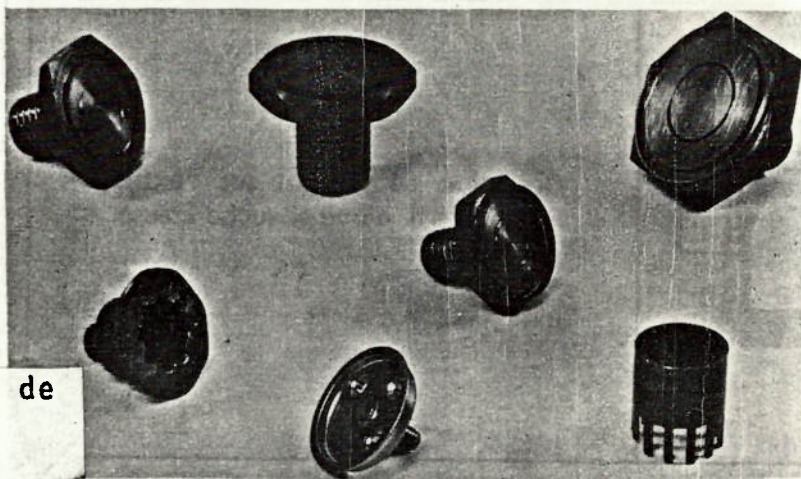


Fig. 24
Mancais ou peças tubulares



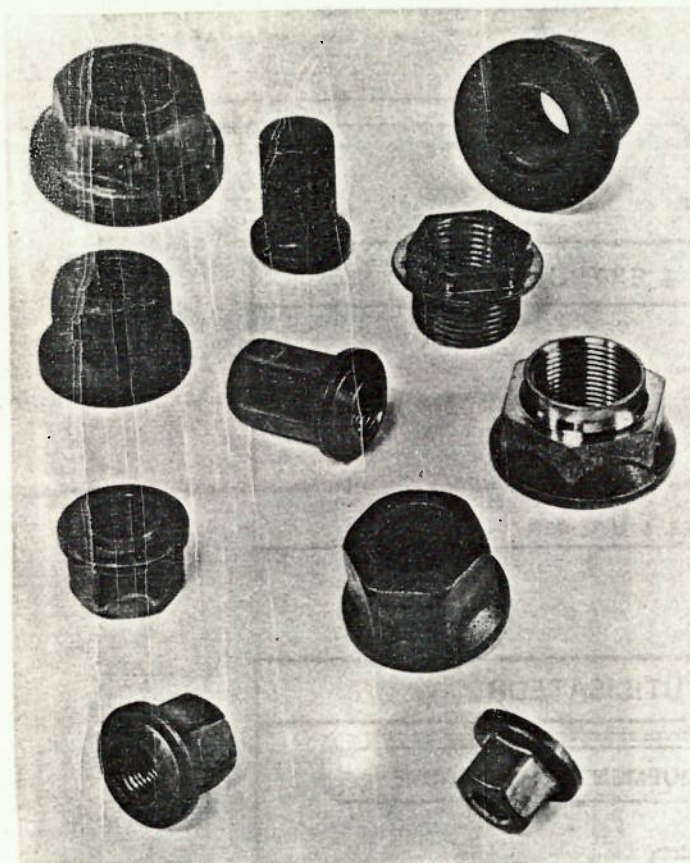


Fig. 25 Porcas diversas

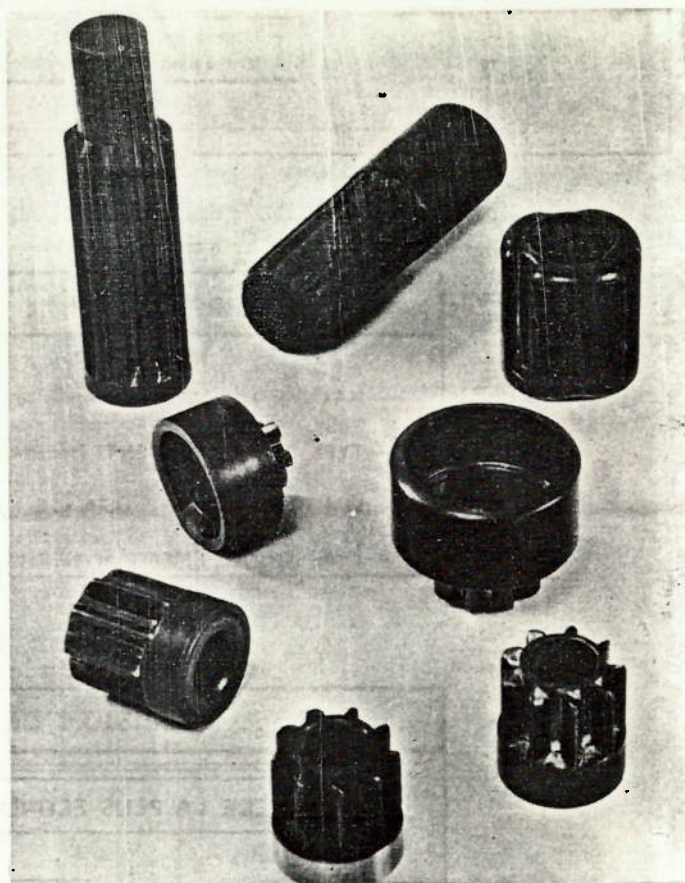


Fig. 26 Peças entalhadas externamente

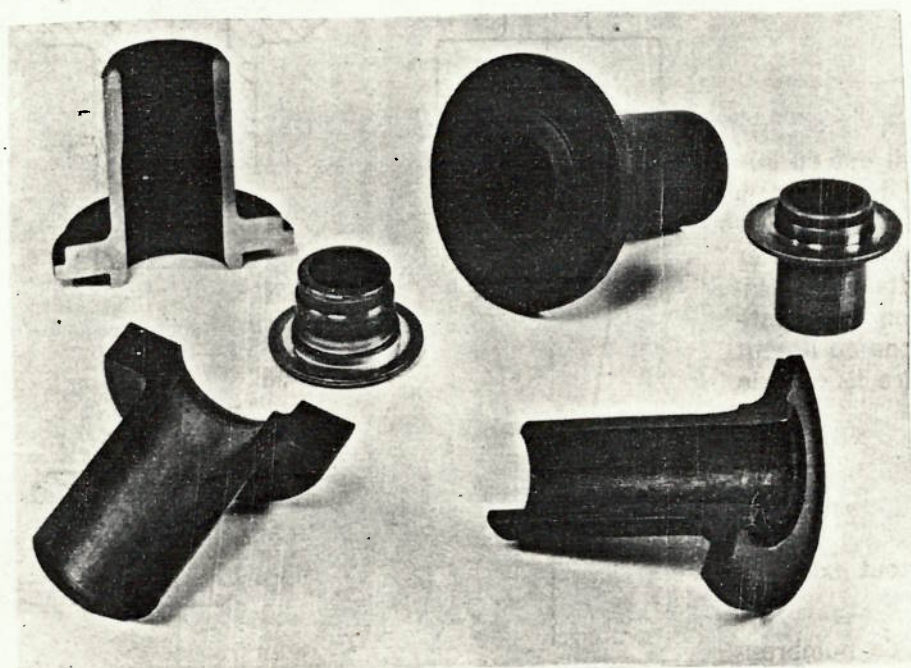


Fig. 27 Conjunto de cubo de roda

Fig. 28

Peças de geometria particula-
res sobre a face superior

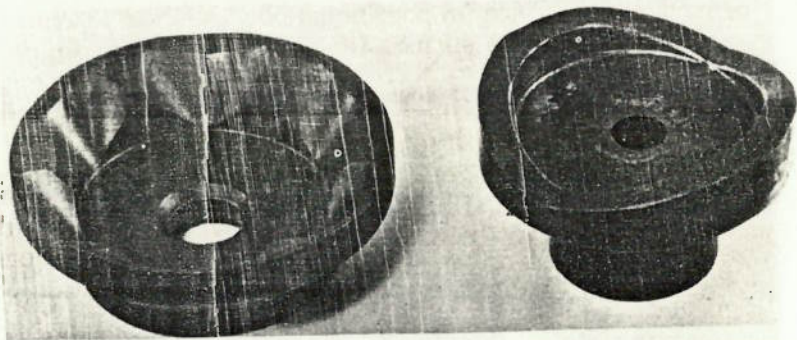


Fig. 29

Conjunto de cubo de roda

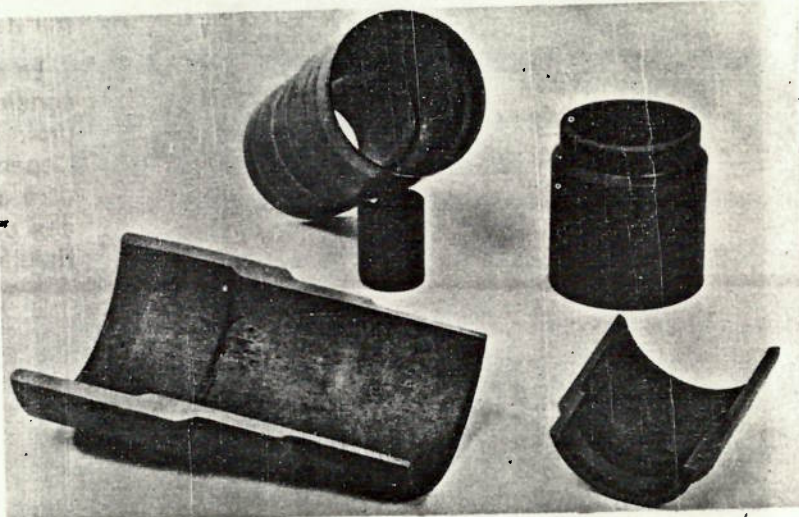


Fig. 30

Pinhões, planetários e satéli-
tes

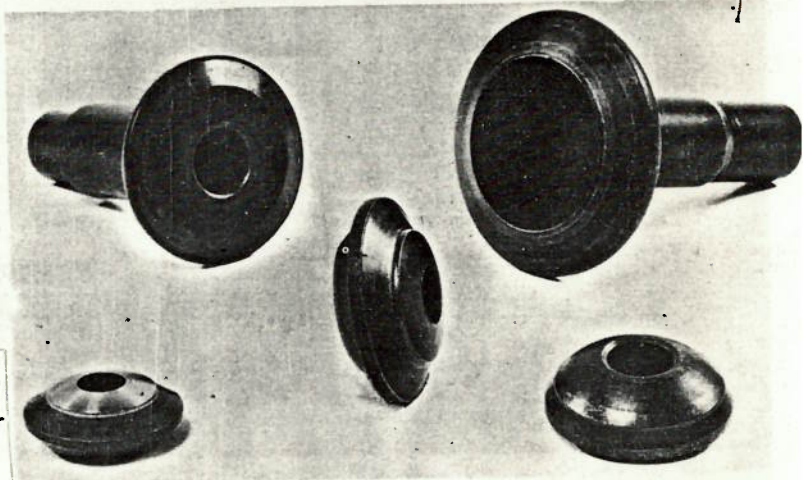
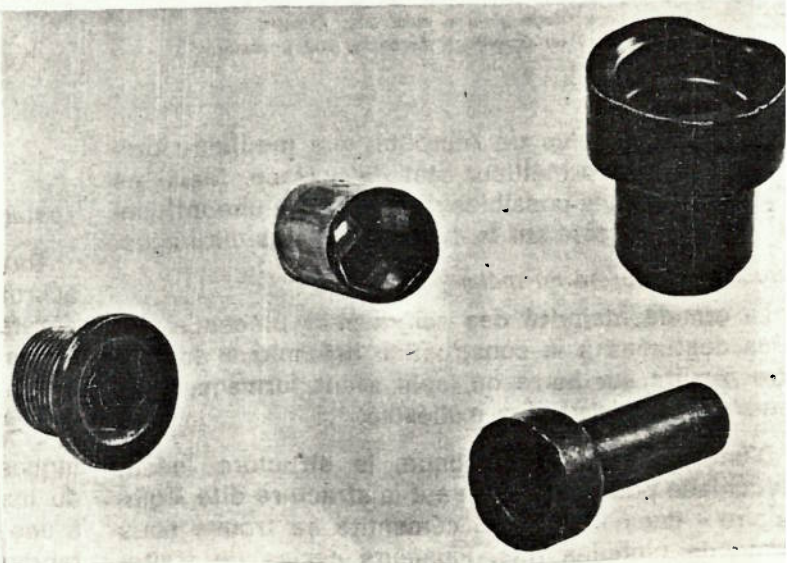


Fig. 31

Diversas peças de formas com-
plexas (hexagonais ou quadra-
das)



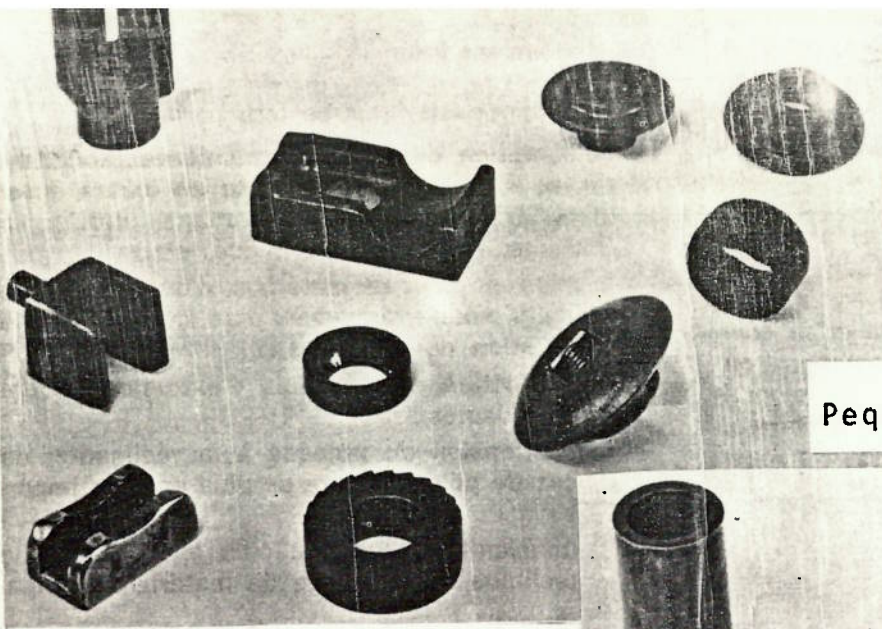


Fig. 32.

Pequenas peças em aço.

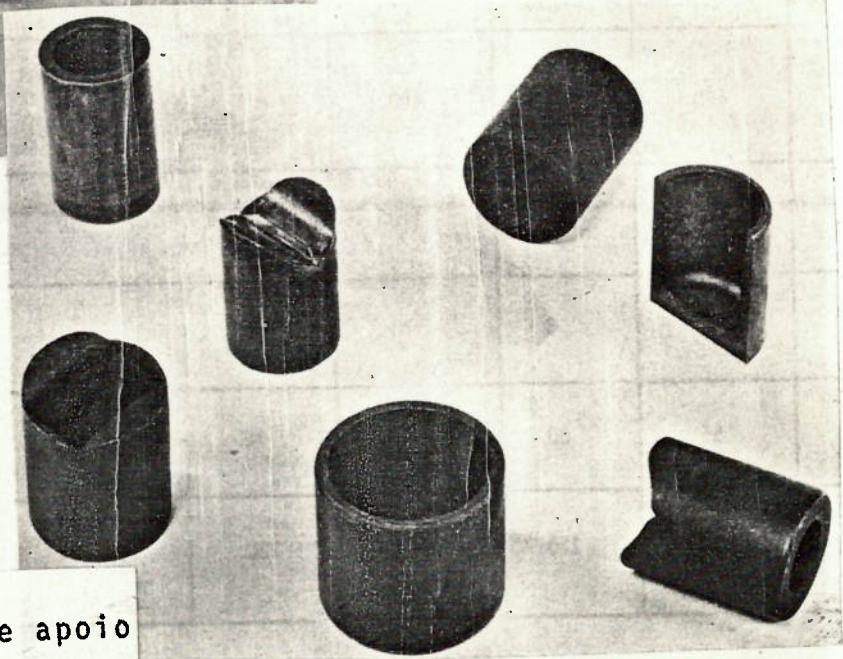


Fig. 33 Tipos de apoio

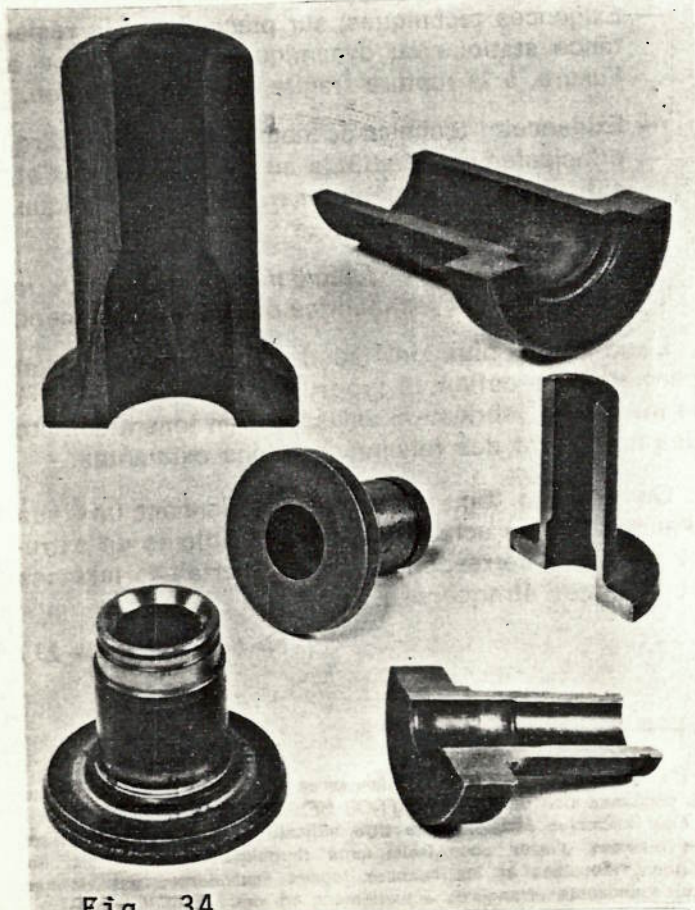


Fig. 34

Exemplos de cubos de roda usados posteriormente



Fig. 35

Diferentes exemplos de conjuntos de cubo de roda

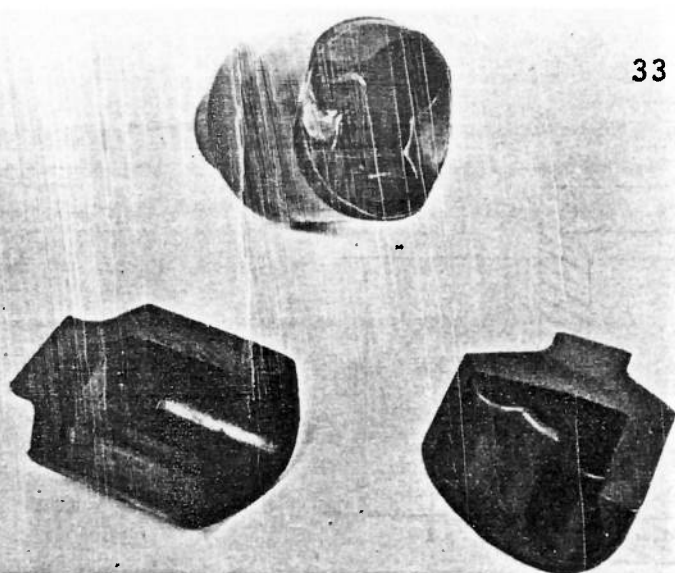


Fig. 36 Encaixes de transmissão

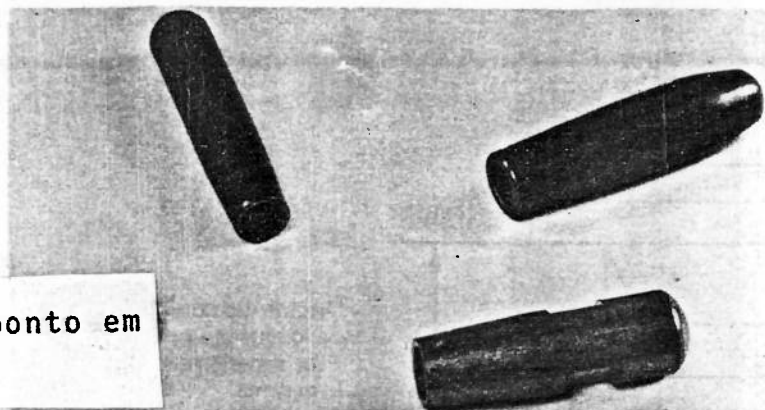


Fig. 37 Eletrodos de solda a ponto em cobre ao cromo

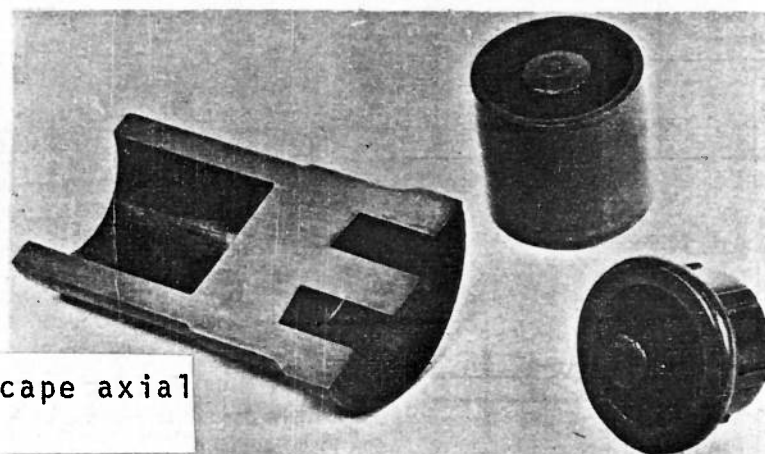


Fig. 38 Corpos apresentando escape axial de matéria

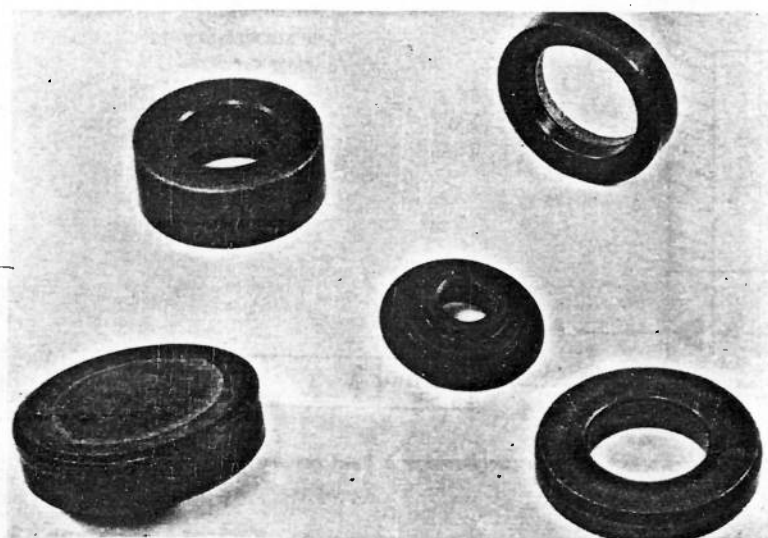


Fig. 39 Anéis

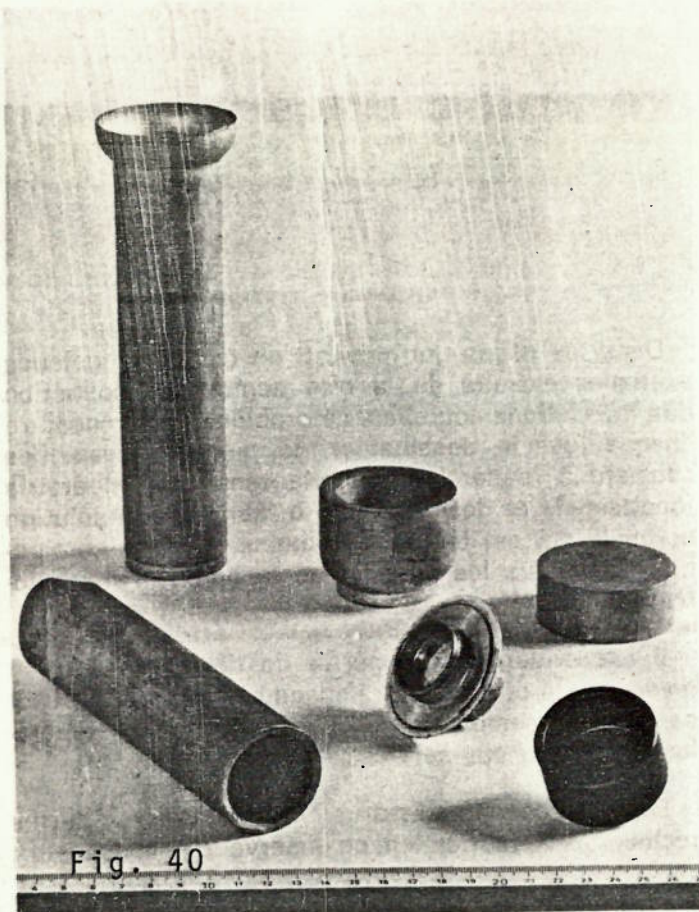


Fig. 40
Peças diversas em ligas leves

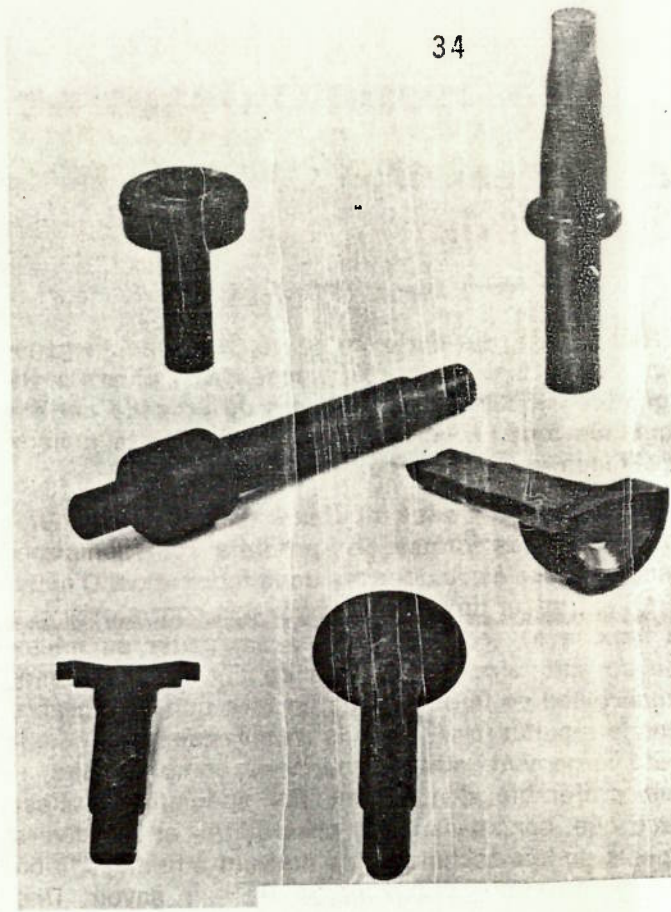


Fig. 41 Eixos de rotores



Fig. 42
Fundos de tubos de amortecedores,
rótulas e pequenas peças de cabe-
ças trabalhadas.

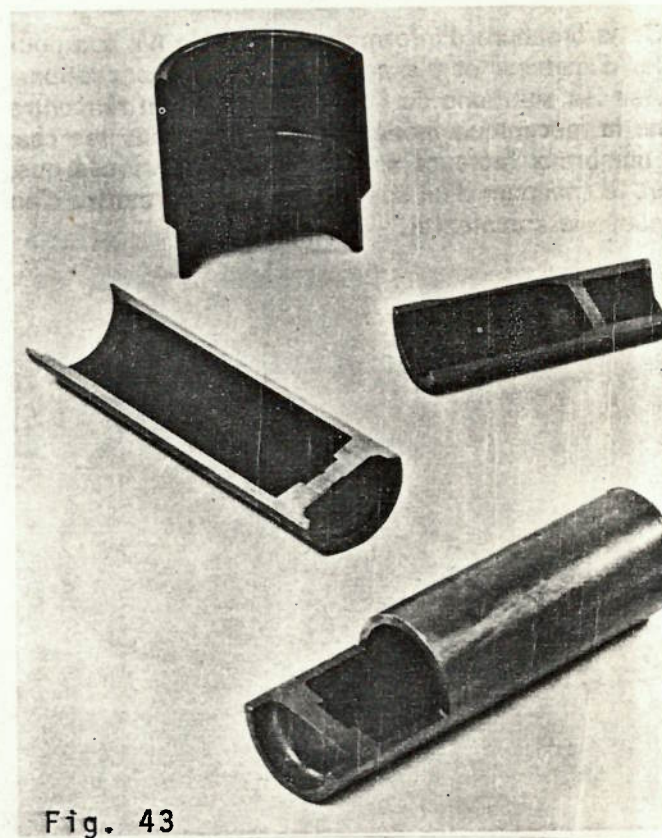


Fig. 43
Vista em corte de corpos furados

CAPITULO IV

MÉTODOS DE ANÁLISE EM PLASTICIDADE

1. APRESENTAÇÃO

A solução de um problema de conformação plástica dos metais se coloca como resposta às seguintes questões - fundamentais:

- Qual é o esforço necessário para a conformação da peça em estudo?

- Quais são os esforços resultantes sobre as ferramentas?

- Qual é a forma geométrica da zona de deformações plásticas?

- Qual é a lei de variação das deformações em cada ponto da peça? e das velocidades de deformações? e das temperaturas?

- Quais são as tensões locais de interface metal-ferramenta?

- Quais são as tensões locais devido às descontinuidades de velocidades durante o escoamento plástico?

A teoria da plasticidade permite responder estas questões, se bem que, de uma forma aproximada, pois a solução completa do problema é praticamente impossível, devido

às dificuldades de se estabelecer corretamente a lei de comportamento tensão x deformação dos materiais e às condições de atrito durante o processo.

As equações gerais da mecânica dos meios contínuos formam, para um escoamento isotérmico, um sistema a 10 incógnitas⁽³⁾ :

- equação da continuidade (1 equação)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

- comportamento reológico (6 equações)

$$|\sigma| = f(|\epsilon|, |\dot{\epsilon}|, \dots)$$

- equações do equilíbrio (3 equações)

$$\text{div}|\vec{\sigma}| = \rho|\vec{F} - \frac{d\vec{v}}{dt}| = 0$$

- incógnitas:
 - massa específica
 - 3 componentes da velocidade \vec{v}
 - 6 componentes do tensor das tensões $|\sigma|$

Algumas simplificações podem ser concebidas:

- a deformação plástica dos metais se faz a volume constante e o material é considerado incompressível.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0$$

$$\text{se } \vec{v} = (u, v, w)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y + \dot{\epsilon}_z = 0$$

- as forças de massa e de volume são desprezíveis

$$\operatorname{div}|\vec{\sigma}| + \rho|F - \frac{dv}{dt}| = 0$$

$$\operatorname{div}|\vec{\sigma}| = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0$$

A teoria da plasticidade considera o metal como - um meio contínuo^(32,35), onde as deformações, podendo ser grandes, são irreversíveis e se efetuam sem variação de volume. A descrição destas propriedades faz intervir três - leis físicas:

- 1) o critério de escoamento
- 2) a lei de comportamento plástico ligando tensões e velocidades de deformações
- 3) a lei de encruamento.

1.1 - O Critério de escoamento de von Mises

Este critério indica em quais condições um estado complexo de tensões pode proporcionar deformações irreversíveis: um material escoá plasticamente depois de armazenar uma certa quantidade crítica de energia de distorção^(50,51) (APÊNDICE 1).

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_0^2$$

σ_0 é a tensão de escoamento em tração simples

1.2 - Lei de comportamento plástico de Levy-Mises

De mesma natureza que a lei de Hooke em elasticidade, esta lei exprime que o efeito (velocidade de deforma-



ção) é proporcional à causa que o produz (o "deviante" das tensões ou tensões reduzidas).

$$|\dot{\epsilon}| = \dot{\lambda} |\sigma'|$$

onde

$\dot{\lambda}$ é um escalar que depende do material e da sua história termomecânica (APÊNDICE 2)

1.3 - Lei de encruamento

Estabelecida pelos testes reológicos⁽³²⁾, isto é, ensaios mecânicos simples (tração, compressão, torção, etc), tem por objetivo a dedução das curvas $\sigma = f(\epsilon)$, para os materiais em estudo.

Para deformações a frio, pode-se modelar o material através da relação:

$$\sigma = \sigma_0 \epsilon^n$$

σ_0 , n são constantes;

n é o expoente de encruamento e σ_0 o coeficiente de resistência

Não obstante, a fim de facilitar os cálculos em plasticidade, simplifica-se o modelo através da relação linear:

$$\sigma = \sigma_0 (1 + k \epsilon), \text{ onde}$$

k é o coeficiente de encruamento.

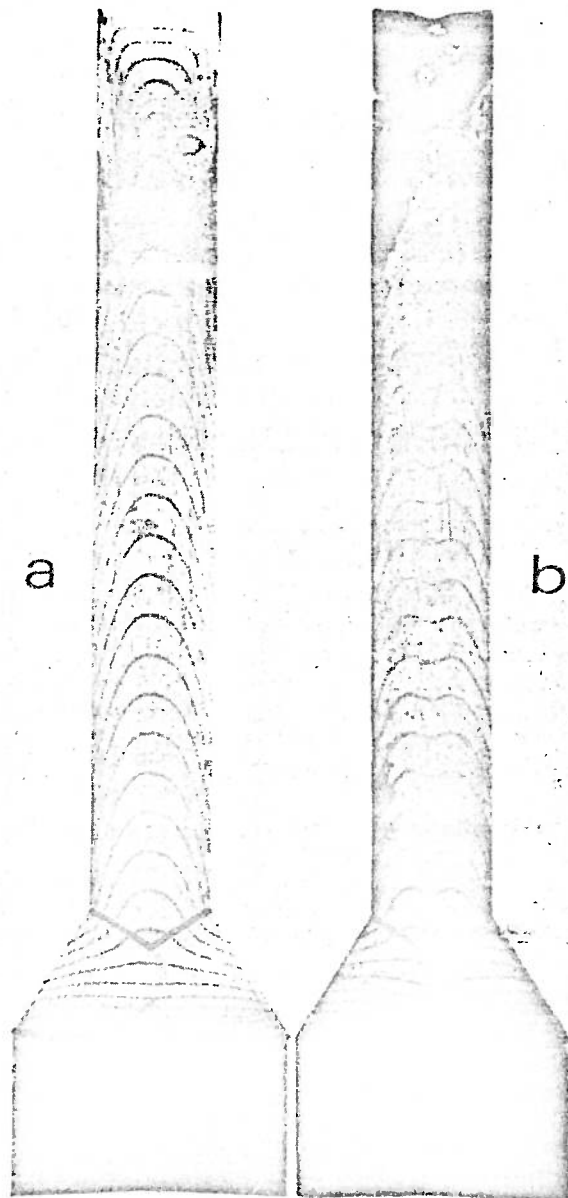
2. NATUREZA DO ESCOAMENTO (MODELO DA ZONA PLÁSTICA DE DEFORMAÇÕES)

O método da visioplasticidade^(4,41-43) é utilizado para a modelagem da zona plástica de deformações, pois - permite que se estude a natureza do escoamento do metal sob o efeito da carga de extrusão.

Consiste em se depositar um reticulado de linhas, por riscagem ou por um processo foto-eletro-químico, sobre o plano meridiano do bloco, que posteriormente é conformado plasticamente. A análise do reticulado deformado permite a modelização da zona de deformação.

Para uma matriz dada, todos os aços, no estado re cozido ou globulizado, têm um comportamento idêntico quanto ao escoamento, seja qual for a sua composição⁽²⁰⁾. Um exemplo é dado pela figura 44.

Fig. 44 - Linhas de escoamento e modelo da zona plástica de deformações⁽⁴⁵⁾ para um aço recozido (a) e para um aço encruado - 56% (b).
 $r = 80\%$, $\alpha = 30\%$.
 r é a redução
 α e o semi-ângulo de cone



A deformação das linhas paralelas ao eixo do bloco permite identificar os limites da zona plástica de deformações, que correspondem a duas superfícies fazendo um ângulo de aproximadamente 45° com o mesmo eixo. Observa-se que dentro da zona de deformações o escoamento é praticamente do tipo convergente.

Avitzur propôs uma zona de deformações cujos limites são esféricos, na entrada e saída da matriz⁽¹²⁾. Tal modelo, além de simplificar os cálculos envolvidos, oferecem um resultado superestimado de esforços, mas próximo da realidade^(21,20), que garante a possibilidade da efetiva conformação do bloco.

A figura 45 é o resultado da técnica da visioelasticidade,^(4,37,53) que através da análise da distorção de um reticulado sobreposto ao bloco conformado, permite avaliar os limites da zona de deformação plástica do metal. A figura 45-b mostra o modelo esférico desta zona a partir da observação das linhas de escoamento da figura 45-a.

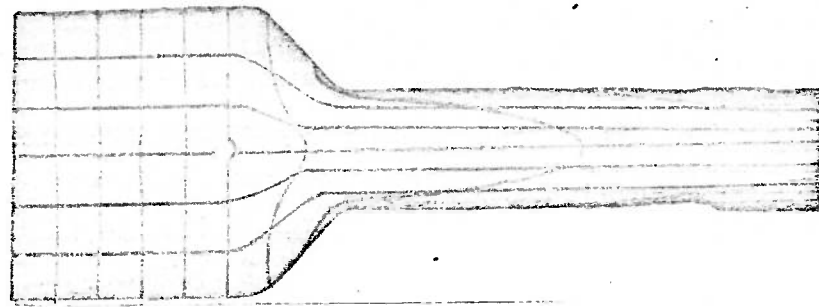
Para se traçar o campo esférico a partir da figura 45-a, que é um resultado da técnica da visioelasticidade, tem-se a seguinte sequência:

- obter o vértice do cone da matriz
- marcar os pontos, na entrada e saída da matriz onde as linhas de escoamento mudam de direção
- traçar dois arcos de circunferência, com centros no vértice do cone da matriz, passando, respectivamente, pelos pontos de mudança de direção das linhas de escoamento na entrada e saída da matriz.

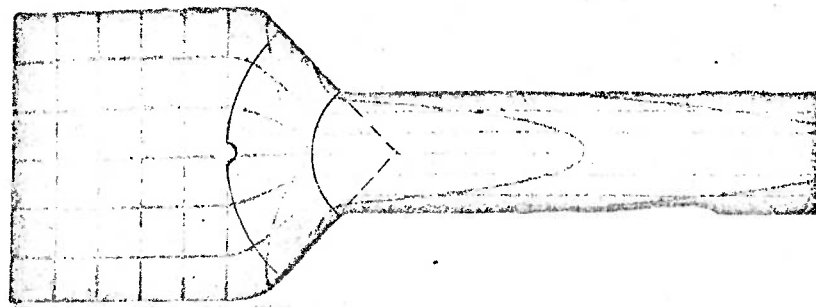
A figura 45-b é o resultado deste traçado.

Pode-se repetir este procedimento nas figuras 45-c e 45-d que representam outros resultados visioelásticos da extrusão para duas diferentes reduções.

Fig.45 - Modelo de Avitzur para a zona de deformações
(A.H.SHABAIK, E.G.THOMSEN - Journal of Eng.for
Ind, maio 1968, p.343-352).

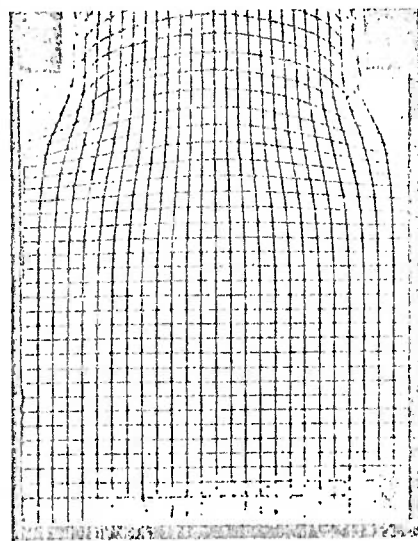


(a)

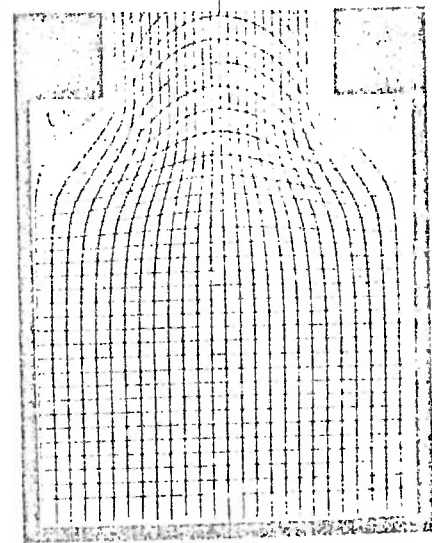


(b)

(c)

 $\nu = 1.270$

(d)

 $\nu = 1.650$

3. AS CONDIÇÕES NOS LIMITES METAL - FERRAMENTA

A importância da lubrificação adequada nos diversos processos de fabricação mecânica é reconhecida como um dos principais fatores de sucesso destas operações, podendo ser considerada, para as técnicas de conformação plástica dos metais, como um fator limitante.

Ressalta-se dois dos principais objetivos do uso dos lubrificantes nestes processos:

- reduzir o atrito entre o metal e a ferramenta
- evitar o desgaste da ferramenta

Para se conhecer o efeito do atrito nos processos de conformação e suas implicações no desgaste dos respectivos ferramentais, é necessário um estudo detalhado dos mecanismos do atrito.

Apesar de que a mecânica da conformação plástica nos metais, tenha obtido até os dias de hoje, uma estimada contribuição, poucos são os trabalhos orientados ao conhecimento da mecânica da lubrificação destas operações⁽⁵⁸⁾. Nesse aspecto ressalta-se a inexistência de trabalhos publicados referentes ao estudo da influência de camadas de óxidos atuando como um filme lubrificante nos esforços de extrusão a frio de ligas de alumínio.

A figura 46 representa uma operação típica de extrusão direta em matriz cônica, com um semi-ângulo de cone α , onde se representa, numa escala exagerada, a espessura do filme lubrificante.



Durante o processo poderão ocorrer o atrito seco, o atrito de camada limite ou o atrito hidrodinâmico, em função dos seguintes fatores e de seus relacionamentos^(24,49) -

- natureza dos metais em contato
- natureza do lubrificante
- forma geométrica das superfícies em contato
- rugosidade das superfícies em contato
- temperatura da região de contato
- velocidades relativas das superfícies em contato
- pressão de contato das superfícies

Pode-se estimar, com a relação dos fatores acima, a complexidade deste assunto que, não obstante, tem sido muito estudado⁽⁵⁹⁾.

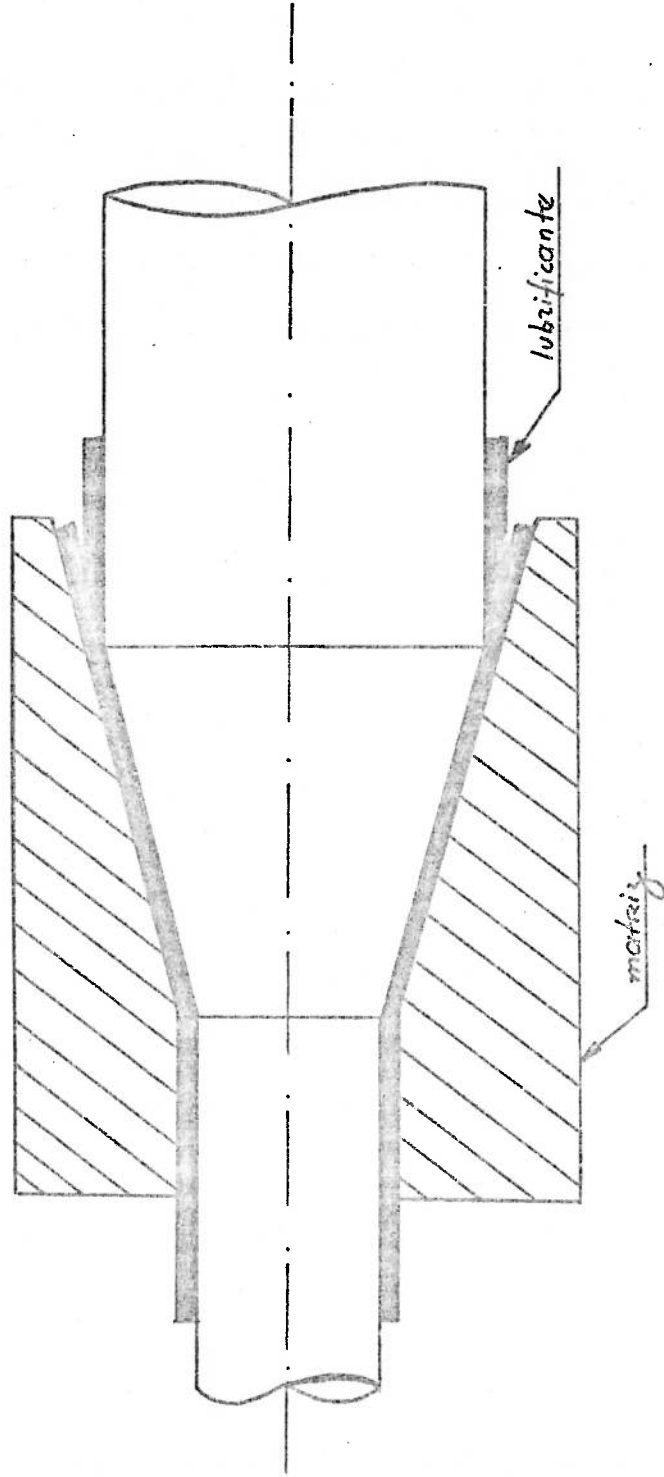


Fig.46 - Operação típica de extrusão em matriz cônica.

O atrito hidrodinâmico⁽⁶⁰⁾ é governado exclusivamente pelas propriedades físicas do fluido lubrificante utilizado, uma vez que não há contatos entre o metal e a ferramenta. Apesar de que o estudo dessa modalidade de lubrificação é importante à extrusão hidrostática, a interesse neste trabalho é para os lubrificantes sólidos, motivo pelo qual estudar-se-ão os atritos seco e o de camada limite, sendo que este último é o que melhor se adapta aos processos gerais de conformação plástica dos metais.

O atrito seco⁽⁶⁰⁾ se dá quando as superfícies estão diretamente em contato ou na presença de um lubrificante de baixa viscosidade, governado pelas micro-soldas localizadas das regiões de contato entre as superfícies (superfícies rugosas) e pela tensão de cisalhamento necessária para rompê-las. Quando a distância entre as superfícies é suficientemente pequena, de modo que as suas rugosidades interfiram nas propriedades do lubrificante, o atrito envolvido é o de camada limite⁽⁶⁰⁾, caracterizando uma transição entre o atrito hidrodinâmico e o atrito seco.

3.1 - Modelos clássicos do atrito

a) modelo de Coulomb

Duas são as leis clássicas do atrito de Coulomb (Fig.47)

1. A força de atrito é proporcional à carga (Leonardo da Vinci-1452/1519).
2. A resistência ao atrito é independente da área de contato (Amontons - 1699).

Posteriormente Coulomb (1781), distinguiu o atrito estático do deslizamento, observando que a força requerida para manter o deslizamento era significativamente mais baixa que aquela necessária para iniciá-lo. Esta observação, chamada Terceira Lei do Atrito, mostra que o atrito cinético é independente da velocidade do deslizamento. Coulomb também mostrou que o atrito estático se dava primeiramente devido à interação das irregularidades das superfícies. A aderência era uma consequência.

Essas três leis caracterizam o atrito de Coulomb, tendo sido confirmadas experimentalmente sob condições de atrito seco (ausência de lubrificação intencional, mas na presença de quantidades normais de óxidos superficiais e contaminantes inerentes às atmosferas industriais). Essas leis também são aplicáveis à condição de lubrificação de camada limite.

$$\tau = \mu \sigma$$

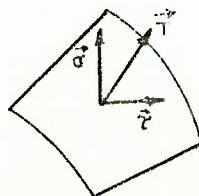


Fig.47- Modelo de Coulomb para o atrito.

$\vec{\tau}$ é orientado no sentido contrário da velocidade de deslizamento. Mais precisamente:

$$\begin{aligned} \tau &= \mu \sigma & \text{se } \mu \sigma < \tau_0 \\ \tau &= \tau_{\max} & \text{se } \mu \sigma > \tau_0 \end{aligned}$$

b) Modelo da Camada Limite

A tensão de cisalhamento τ tem módulo constante e pode ser escrita como uma fração m de tensão de cisalhamento ao escoamento τ_0 da camada interfacial do lubrificante. A figura 48 ilustra o modelo.

$$\tau = m \tau_0, \text{ onde}$$

m é o coeficiente de atrito de camada limite e está compreendido entre 0 e 1 sendo:

$m = 0$ contato perfeitamente lubrificado, e

$m = 1$ contato aderente.

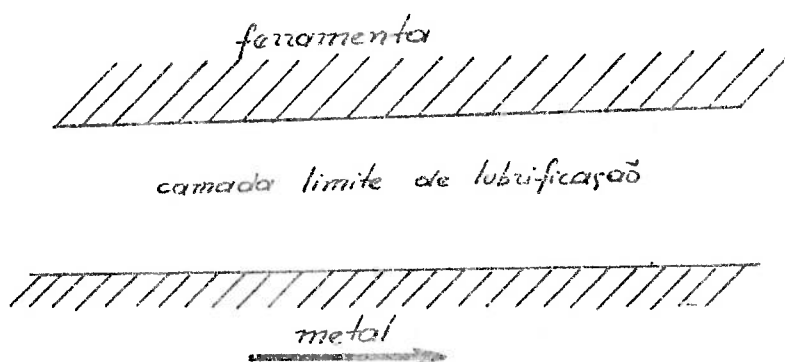


Fig.48 - O modelo do atrito de camada limite.

c) Desenvolvimento da teoria de atrito

Quando duas superfícies são diretamente pressionadas, em contato estático ou de deslizamento, a área real de contato ocorre somente nos picos das superfícies rugosas. (Fig.49). As deformações plásticas, limitadas às asperezas, ocorrem sob tensões locais intensas. Se as superfícies são muito lisas, a soldagem a frio pode ocorrer. O trabalho de cisalhamento dessas uniões, soldadas pelo deslizamento tangencial, origina uma força de atrito. A deformação e a fratura destas uniões proporcionam o desgaste e a transferência de metal entre as superfícies. Estas idéias básicas foram propostas por Bowden e Tabor e refinadas por outros⁽²³⁾.

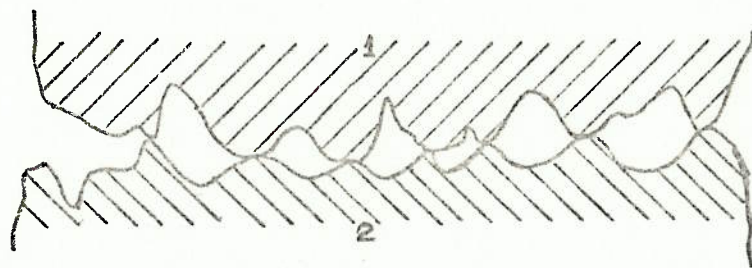


Fig. 49 - O contato entre duas superfícies.

3.2 - Teoria das juntas soldadas

A teoria mais conhecida de atrito de deslizamento a seco é devido a Bowden e Tabor, que se aplica não só a atrito metálico como a outros tipos de materiais. Baseia-se no fato de que as superfícies são rugosas. Quando duas superfícies, de área S_a , são pressionadas, por uma carga normal, elas se tocarão somente em algumas regiões isoladas de área S_r . A pressão de contato local, sendo muito alta, alcança o valor da pressão de escoamento do metal mais mole, ocasionando a deformação plástica desta região. Como este mecanismo, a área de contato aumenta progressivamente, pois, as superfícies se aproximam cada vez mais.

Desta forma $P = S_r \cdot P_m$ onde $S_r = \sum S_{r_i}$

e P_m é o valor médio da pressão de escoamento.

Como o atrito é a seco, postula-se que a soldagem a frio ocorre nestes contatos, desenvolvendo-se uma tensão de cisalhamento média τ_m , que pode alcançar o valor limite de escoamento ao cisalhamento no metal mais mole (τ_0); então:

$$F = S_r \cdot \tau_m \text{ e}$$

$$\mu = \frac{F}{P} = \frac{S_r \tau_m}{S_r P_m} = \frac{\tau_m}{P_m}$$

3.3 - Teoria do crescimento das juntas

a) Crescimento das juntas a seco

Uma deficiência da teoria da junta soldada é que ignora o efeito combinado das tensões normal σ e de cisalhamento τ . Desde que os metais se deformam plasticamente, em regiões localizadas, ambas as tensões contribuem para o escoamento. O tratamento analítico do escoamento é dado por critérios estabelecidos pela resistência dos materiais^(33,51). Para materiais dúteis, classicamente são aplicados os critérios de escoamento da máxima tensão de cisalhamento, devido a Tresca, e da máxima energia de distorção, devido a von Mises⁽⁵¹⁾. As expressões destes critérios são as seguintes:

$$p^2 + 4 \tau^2 = \text{cte (Tresca)}$$

$$p^2 + 3 \tau^2 = \text{cte (von Mises)}$$

onde p é a tensão normal e τ é a tensão de cisalhamento.

Pode-se verificar que a diferença entre estes dois critérios reside em um coeficiente multiplicativo do quadrado da tensão de cisalhamento, ou seja, $\alpha \tau^2$.

Para se aplicar um critério de escoamento à teoria das juntas soldadas, desde que se desconheça um tratamento rigoroso para tal, a relação a seguir pode ser utilizada:

$$p^2 + \alpha \tau^2 = \text{cte.}$$

O valor desta constante é o quadrado da pressão de escoamento (p_0) do metal, que se relaciona com a tensão de escoamento ao cisalhamento do metal, pelo mesmo critério, da seguinte forma: $p^2 = \alpha \tau_0^2$.

Se duas superfícies são pressionadas entre si por uma força P , poderão ocorrer uma deformação plástica nas regiões de contato destas superfícies, que são regiões isoladas, pois essas superfícies são rugosas. Sendo S_r a somatória das superfícies de contato e p_0 a pressão de escoamento do metal mais brando destas superfícies, então:

$$P_0 = S_r p_0$$

Assim que uma força tangencial é aplicada, ocasionando um deslizamento entre estas superfícies, os seus picos, inicialmente soldados, cisalhar-se-ão, fazendo com que um número maior de picos soldados ocorram, aumentando, com isto, a área de contato de S_r para S_r' . Se a força P for mantida constante, então:

$$P = S_r p_0 = S_r' p'$$

Como S_r' é maior que S_r , p' deverá ser menor que p_0 .

Com isso, explica-se o fato do coeficiente de atrito - de deslizamento ser menor que o coeficiente de atrito estático.

b) Crescimento das juntas com lubrificação

Tabor⁽²³⁾ estendeu o modelo do crescimento das junções analisando os efeitos de um meio interfacial, como um filme contaminante ou uma camada limite de lubrificação de tensão de cisalhamento τ_i , entre as superfícies de contato.

Desde que o deslizamento ocorra, por efeito do escoamento do metal, a tensão de cisalhamento na interface alcança o valor limite da tensão τ_i do meio interfacial. O critério de escoamento aplicado a esta condição pode ser escrito como:

$$p'^2 + \alpha \tau_i^2 = p_0^2 = \alpha \tau_0^2$$

Aplicando-se o modelo do atrito de camada limite; onde a tensão de cisalhamento da interface pode ser expressa como uma fração m da tensão limite de cisalhamento ao escoamento do metal (τ_0), temos:

$$\tau_i = m \tau_0 \quad e$$

$$p'^2 + \alpha \tau_i^2 = \alpha \left(\frac{\tau_i}{m} \right)^2,$$

$$p'^2 = \alpha \tau_i^2 \left[\frac{1}{m^2} - 1 \right]$$

$$p' = \tau_i \sqrt{\alpha \left[\frac{1}{m^2} - 1 \right]}$$

Sabendo-se que o coeficiente de atrito de Coulomb vale:

$$\mu = \frac{F}{p} \quad , \text{então}$$

$$\mu = \frac{\tau_i S_r'}{p' S_r'} = \left[\frac{1}{\alpha \left(\frac{1}{m^2} - 1 \right)} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{1}{\alpha (1 - m^2)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Pode-se observar desta expressão o seguinte:

- para lubrificação perfeita m é zero e μ resulta zero
- se não houver lubrificação m tende ao valor 1, e μ tende a um valor muito grande
- para valores de m menores que 0,2, que correspondem a valores de lubrificação limite e hidrodinâmica, o termo $(1-m^2)$ vale aproximadamente 1, então:

$$\mu \cong \left[\frac{m^2}{\alpha} \right]^{1/2} = \left[\frac{m^2 \tau_0^2}{\alpha \tau_0^2} \right]^{1/2} = \left[\frac{\tau_i^2}{p_0^2} \right]^{1/2} = \frac{\tau_i}{p_0}$$

- valores experimentais de α de alguns metais⁽⁶¹⁾:

aço doce	$\alpha = 19,8$
alumínio	$\alpha = 8,9$
bronze fosforoso	$\alpha = 5,5$
latão	$\alpha = 4,2$

Nota-se pela expressão anterior que o meio interfacial é de grande importância para se determinar o valor do coeficiente de atrito.

Se não existir a camada interfacial, ocorrerão as junções entre as superfícies, referidas anteriormente, e abaixo delas, regiões endurecidas por encruamento. O escoamento do metal se dá, então, em camadas sub-superficiais do metal mais brando e nestas condições a tensão de cisalhamento τ_i do meio interfacial, deverá ser substituída pela tensão τ de escoamento ao cisalhamento deste metal. Neste caso pode-se aplicar o critério de

escoamento da máxima energia de distorção (von Mises) onde p_0 é igual a $\sqrt{3} \tau_0$. O coeficiente de atrito valerá, então:

$$\mu = \frac{\tau_0}{p_0} = \frac{\tau_0}{\sqrt{3} \tau_0} = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0,577$$

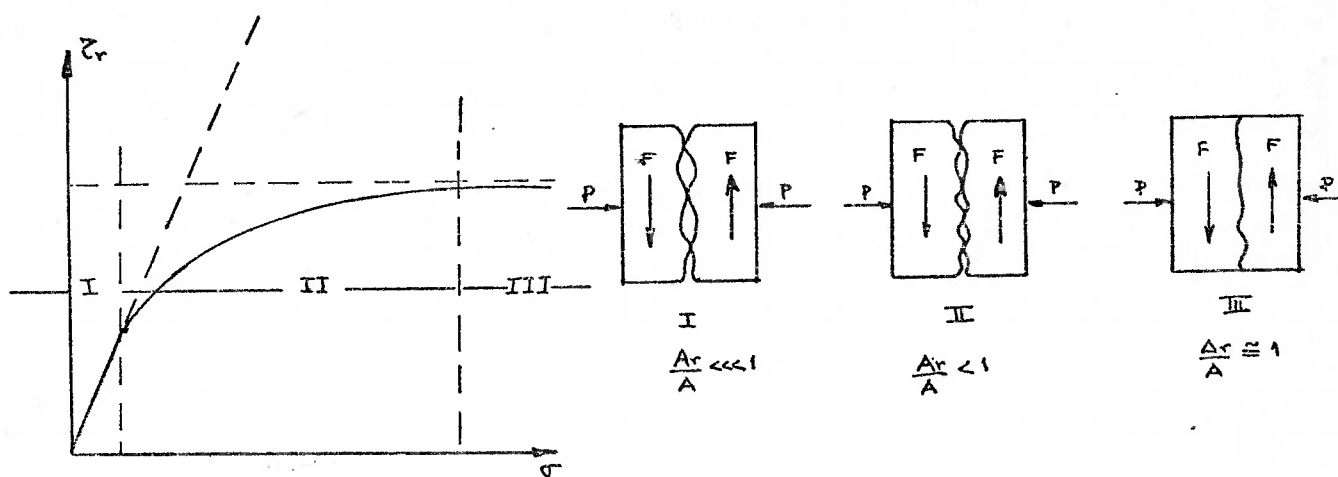
As idéias relativas ao escoamento sub-superficial, referidas no parágrafo anterior, são devidas a THONSEN-DONALD-KOBAYASHI⁽⁶²⁾, e fazem parte do que se pode chamar de o modelo de Thonsen. As figuras 50 a 52 ilustram este modelo.

c) Influência da rugosidade

Ocorrendo uma lubrificação entre as superfícies do metal e da ferramenta, o coeficiente de atrito se reduzirá tanto quanto menor for a possibilidade de surgir micro-soldas entre os picos das superfícies rugosas. Uma vez que altas pressões de contato são desenvolvidas durante o processo de conformação, é inevitável a ocorrência das micro-soldas, que se dão por deformações plásticas progressivas e localizadas. Desta forma, o lubrificante retido nas cavidades do metal, adjacentes a esses picos, é expelido de maneira contínua, proporcionando uma frente de lubrificação na zona de deformação⁽⁶³⁾.

Observa-se daí a importância do controle da rugosidade das superfícies em contato nos processos de conformação plástica dos metais, sendo que uma alta rugosidade do metal a ser conformado, pode reduzir o atrito, em função do mecanismo explicado no parágrafo anterior.

Fig.50 - O modelo de Thomsen para o atrito.



Esta curva apresenta três regiões bem distintas, cujos modelos vemos ao lado:

REGIÃO I $\frac{Ar}{A} \lll 1$

Nesta condição as uniões ou juntas são poucas e se cumpre a Lei de Amontons:

$$\tau_r = \mu \sigma_n$$

REGIÃO II - Aumenta a área de contato, aumentando o número de juntas.

$$\frac{Ar}{A} < 1$$

REGIÃO III - É a condição limite $\frac{Ar}{A} \cong 1$, onde se dá o atrito seco e o material se solda em toda a superfície.

Na passagem da região I para II começa a interpenetração das zonas plásticas, produzindo o ESCOAMENTO SUBSUPERFICIAL.

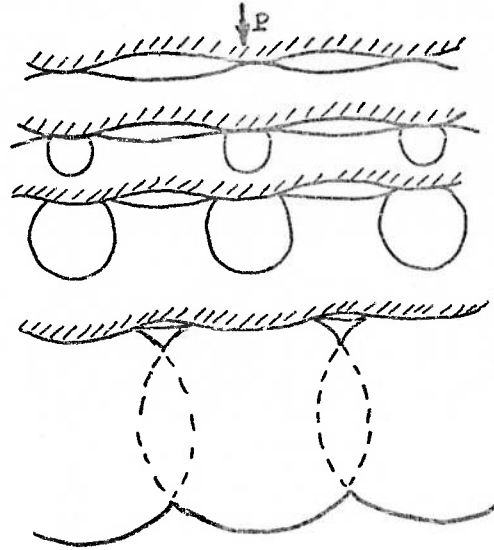


Fig.51 - Interpenetração das zonas plásticas.

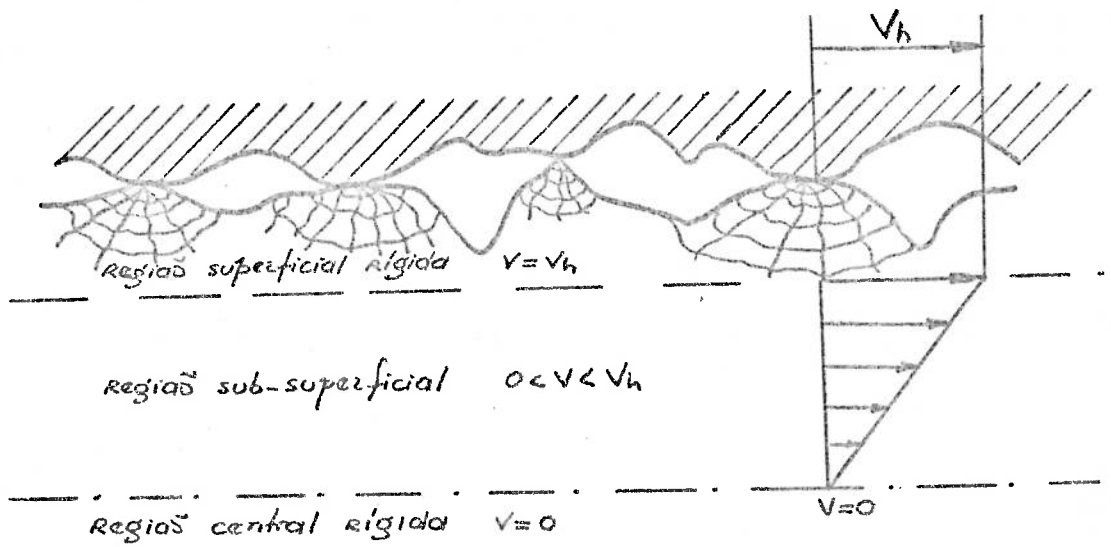


Fig.52 - Escoamento sub-superficial.

4. OS MÉTODOS DE CÁLCULO

Dificuldades são encontradas na solução das equações não lineares, da teoria da plasticidade, se bem que, grandes progressos têm sido feitos nos últimos anos para resolvê-las através do desenvolvimento de diversos métodos aproximados - de cálculo (33,34,36,37,53).

4.1 Métodos teóricos de análise

a) Método da energia uniforme (33,35,53)

É o mais simples dos métodos teóricos de análise. Não leva em conta o encruamento do material, as não homogeneidades das deformações e o atrito. É somente baseado na energia de deformação uniforme interna para a conformação plástica do metal em estudo.

b) Método da divisão em elementos (38,53)

Largamente utilizado para o estudo da laminação, extrusão e estiramento (36), apresenta o inconveniente de não levar em conta o trabalho redundante, devido à necessidade de se impor a hipótese de deformações homogêneas, quando de sua aplicação. Consiste no equilíbrio de um elemento (fatia) tomado simetricamente em relação ao eixo do corpo estudado.



c) Método das linhas de deslizamento (33,35,39,53)

É um processo importante para a análise da conformação plástica dos metais, mas de aplicação muito laboriosa. Aplica-se a problemas de deformação plana e a materiais perfeitamente rígido-plásticos. É baseado na análise e as equações do equilíbrio segundo as linhas de máxima e mínima tensões de cisalhamento (equações de HENCKY), com a verificação do campo de velocidades através das equações de GEIRINGER⁽³⁰⁾.

d) Método do enquadramento entre limites (34,36,40,53)

Consistem nos métodos do limite inferior e do limite superior, que estabelecem uma solução para o problema, uma por falta e outra por excesso, respectivamente.

O capítulo seguinte será dedicado à dedução dos métodos do enquadramento entre limites, uma vez que, no presente trabalho aplica-se o método do limite superior para a análise da extrusão.

A vantagem desse método sobre os outros, reside no fato de que, a sua análise permite avaliar o trabalho redundante devido às discontinuidades de velocidades, durante o escoamento plástico do metal.

4.2 - Métodos experimentais de análise

Os métodos experimentais mais comuns são:

- a) Método da visioelasticidade^(4,37,41-43,53)
- b) Método da plasticidade adiabática⁽³⁷⁾
- c) Método dos modelos de KIENZLE⁽³⁷⁾
- d) Método da visualização fotográfica de KIENZLE⁽³⁷⁾
- e) Método da fotoplasticidade⁽³⁷⁾
- f) Outros⁽³⁷⁾.

CAPÍTULO V

OS MÉTODOS DO ENQUADRAMENTO ENTRE LIMITES

1. PRINCÍPIO DA MÁXIMA DISSIPACÃO DE TRABALHO

O incremento de energia interna, dissipada por unidade de volume, de um material rígido-plástico, sujeito a um estado de tensões principais σ_i é $\delta\omega$, dado pela expressão:

$$\delta\omega = \sigma_1' d\varepsilon_1 + \sigma_2' d\varepsilon_2 + \sigma_3' d\varepsilon_3 = \sigma_i' d\varepsilon_i ;$$

onde $d\varepsilon_i$ são os incrementos principais de deformação plástica.

Seja a representação gráfica da função potencial plástica $g(\sigma_{ij})$ no espaço $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ (Fig.53)

$\delta\omega$ é o produto escalar do vetor "deviante" \vec{OP} com o vetor dos incrementos plásticos de deformação \vec{PQ} temos:

$$\delta\omega = |\vec{OP}| |\vec{PQ}| \cos \alpha$$

ou

$$\delta\omega = \sigma_{ij}' d\varepsilon_{ij}$$

Seja a seguinte expressão:

$$\delta\omega^* = \sigma_1^{*'} d\varepsilon_1 + \sigma_2^{*'} d\varepsilon_2 + \sigma_3^{*'} d\varepsilon_3 = \sigma_i^{*'} d\varepsilon_i$$

onde $\vec{OP}^* = \sigma_i^{*'} = (\sigma_1^{*'}, \sigma_2^{*'}, \sigma_3^{*'})$, satisfaz o critério de escoamento, isto é, o ponto P^* pertence a função potencial.

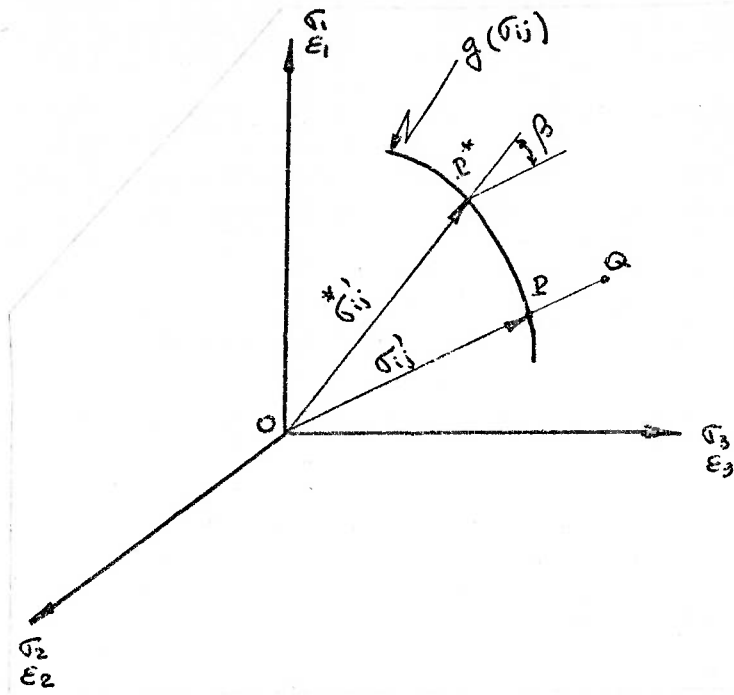


Fig.53 - 0 potencial plástico

nestas condições

$$\delta\omega^* = |\overrightarrow{OP}^*| |\overrightarrow{PQ}| \cos\beta$$

como $\beta \neq 0 \rightarrow \delta\omega > \delta\omega^*$

$$\text{ou } \delta\omega - \delta\omega^* > 0$$

$$\text{ou } \delta\omega - \delta\omega^* = \sigma_i^! d\varepsilon_i - \sigma_i^{*!} d\varepsilon_i > 0$$

$$\text{ou } \delta\omega - \delta\omega^* = (\sigma_i^! - \sigma_i^{*!}) d\varepsilon_i > 0$$

Para um elemento de volume dV sujeito a um estado de tensões σ_{ij} , causando deformações incrementais $d\varepsilon_{ij}$, teremos como diferença de trabalhos incrementais:

$$\delta\omega - \delta\omega^* = (\sigma_{ij}^! - \sigma_{ij}^{*!}) d\varepsilon_{ij} dV \geq 0$$

integrando a expressão acima resulta:

$$\omega - \omega^* = \int_V (\sigma_{ij}^! - \sigma_{ij}^{*!}) d\varepsilon_{ij} dV \geq 0$$

$$\text{ou } \dot{\omega} - \dot{\omega}^* = \int_V (\sigma_{ij}^! - \sigma_{ij}^{*!}) \dot{\varepsilon}_{ij} dV \geq 0$$

$$\text{pois } \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} = \dot{\varepsilon}_{ij}$$

e finalmente

$$\int_V (\sigma_{ij}^! - \sigma_{ij}^{*!}) \dot{\varepsilon}_{ij} dV \geq 0$$

significando que um material rígrado plástico se deforma de modo a dissipar a máxima energia.

2. OS MÉTODOS DO ENQUADRAMENTO ENTRE LIMITES

São métodos de análise das tensões e das deformações nos processos de conformação plástica dos metais, consistindo nos modelos do limite superior e do limite inferior.

O método do limite superior estabelece uma aproximação dos esforços - por excesso, enquanto que o método do limite inferior por falta.

2.1. O teorema do limite inferior

Seja um corpo de volume V e de área superficial S se deformando plásticamente sob a ação de um sistema de esforços externos T_i , e seja du_i um deslocamento incremental associado a esse sistema de esforços.

Então, o trabalho das forças externas pode ser expresso por:

$$\omega^* = \int_S T_i du_i dS = \int_V \sigma'_{ij} d\epsilon_{ij} dV$$

Seja σ^*_{ij} outro campo de tensões qualquer associado ao corpo, de modo que seja estaticamente admissível, isto é, que satisfaça as equações de equilíbrio $\partial\sigma^*_{ij}/\partial x_i$, as condições de contorno na superfície S e que derive de um potencial plástico, associado a um critério de escoamento; o trabalho associado a este campo de tensões para o mesmo deslocamento incremental du_i é:

$$\omega^* = \int_S T_i^* du_i dS = \int_V \sigma^*_{ij} d\epsilon_{ij} dV$$

Efetuando a diferença entre essas expressões, resulta:

$$\omega - \omega^* = \int_S T_i du_i dS - \int_S T_i^* du_i dS = \int_V \sigma'_{ij} d\epsilon_{ij} dV - \int_V \sigma^*_{ij} d\epsilon_{ij} dV$$

$$\int_S (T_i - T_i^*) du_i dS = \int_V (\sigma'_{ij} - \sigma^*_{ij}) d\epsilon_{ij} dV$$

comparando essas expressões com a do princípio da máxima dissipação de trabalho, resulta:

$$\int_S (T_i - T_i^*) du_i dS = \int_V (\sigma'_{ij} - \sigma^*_{ij}) d\epsilon_{ij} dV \geq 0$$

ou

$$\int_S (T_i - T_i^*) du_i dS \geq 0$$

ou

$$\int_S T_i du_i dS \geq \int_S T_i^* du_i dS$$

ou seja,

quando um corpo escoar, o trabalho das forças externas é maior ou igual ao trabalho executado por qualquer outro campo de tensões estaticamente admissível associado ao corpo.

2.2 - 0 teorema do limite superior

Seja du_i o campo real dos incrementos de deslocamentos relativo ao corpo da figura 54; e seja $d\bar{u}_i$ outro campo qualquer, cinematicamente admissível, associado ao mesmo corpo de modo que:

- $d\bar{u}_i = du_i$ em S_U
- estejam presentes descontinuidades em componentes tangenciais ao longo de certa superfície S_D .

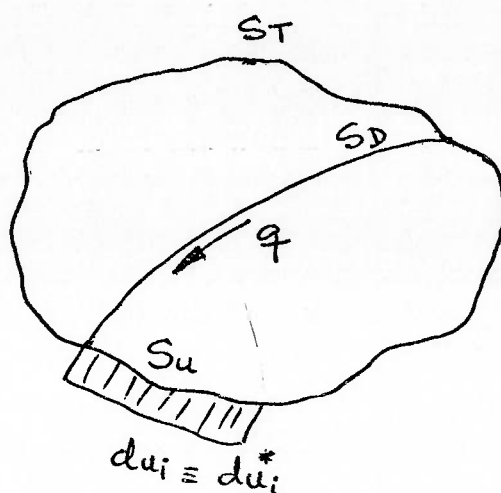


Fig.54 - Campo de deslocamento.

Seja $d\varepsilon_{ij}^*$ os incrementos plásticos de deformação provenientes de $d\bar{u}_i$; aplicando o princípio dos Trabalhos Virtuais⁽³³⁾ obtemos:

$$\int_S T_i du_i dS = \int_V \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^* dV + \sum_{S_D} \int q d\bar{u}_i dS_D$$

onde σ_{ij} é o campo real de tensões, não necessariamente estaticamente admissível, e q é a tensão de cisalhamento, componente de σ_{ij} na direção da descontinuidade.

De acordo com o princípio da máxima dissipação de trabalho, expressão (64), temos:

$$(\sigma_{ij}^* - \sigma_{ij}) d\varepsilon_{ij}^* dV \geq 0$$

$$\text{ou} \quad \int_V \sigma_{ij}^* d\varepsilon_{ij}^* dV \geq \int_V \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^* dV$$

Substituindo essa expressão na dos trabalhos virtuais, resulta:

$$\int_S T_i du_i dS \leq \int_V \sigma_{ij}^* d\varepsilon_{ij}^* dV + \sum_{S_D} \int k d\bar{u}_i dS_D \quad (a)$$

onde $k < q$ sendo k a tensão de escoamento ao cisalhamento do material.

Por outro lado

$$\int_S T_i d\dot{u}_i^* dS = \int_{S_u} T_i d\dot{u}_i^* dS + \int_{S_T} T_i d\dot{u}_i^* dS_T$$

como $du_i = d\dot{u}_i^*$ em S_u

$$\int_S T_i d\dot{u}_i^* dS = \int_{S_u} T_i du_i dS_u + \int_{S_T} T_i d\dot{u}_i^* dS_T \quad (b)$$

Substituindo a expressão (a) em (b) resulta:

$$\int_{S_u} T_i du_i dS_u \leq \int_V \sigma_{ij}^* d\epsilon_{ij}^* dV + \sum \int_{S_D} k d\dot{u}_i^* dS_D - \int_{S_T} T_i d\dot{u}_i^* dS_T$$

ou

$$\int_{S_u} T_i d\dot{u}_i^* dS_u \leq \int_V \sigma_{ij}^* d\dot{\epsilon}_{ij}^* dV + \int_{S_D} k d\dot{u}_i^* dS_D - \int_{S_T} T_i d\dot{u}_i^* dS_T$$

ou

$$\int_S T_i v_i dS \leq \int_V \sigma_{ij}^* d\dot{\epsilon}_{ij}^* dV + \int_{S_f} f v_i^* dS - \int_{S_f} T_i v_i^* dS$$

ou

$$\dot{J} \leq \dot{\omega}_i + \dot{\omega}_s + \dot{\omega}_f$$

que significa que,

quando um corpo escoar, o trabalho das forças externas é menor ou igual ao trabalho das forças associadas a qualquer campo de velocidades cinematicamente admissível no corpo.

OBSERVAÇÕES

$$\dot{\omega}_i = \int_V \sigma_{ij}^* d\dot{\epsilon}_{ij}^* dV = \int_V \bar{\sigma} d\bar{\epsilon} dV$$

onde: $\bar{\sigma}$; $d\bar{\epsilon}$ representam a tensão e deformação efetivas ou equivalentes, obtidas através do critério de escoamento de Von Mises.

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]} = k\sqrt{3}$$

$$d\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} \left[(d\dot{\epsilon}_1 - d\dot{\epsilon}_2)^2 + (d\dot{\epsilon}_2 - d\dot{\epsilon}_3)^2 + (d\dot{\epsilon}_3 - d\dot{\epsilon}_1)^2 \right]} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3} (d\dot{\epsilon}_1^2 + d\dot{\epsilon}_2^2 + d\dot{\epsilon}_3^2)} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}}$$

Substituindo essas expressões na primeira, resulta:

$$\dot{\omega}_i = \int_V k\sqrt{3} \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} dV = k\sqrt{2} \int_V \sqrt{\dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} dV$$

CAPITULO VI

O MÉTODO DO LIMITE SUPERIOR APLICADO À EXTRUSÃO

1. O PROCESSO

A barra rígida da figura 55, de raio inicial R_0 , penetra com velocidade v_i numa matriz cônica, de semi-ângulo α , sob a ação de um estado de compressão axial σ_{xb} . O produto final, a barra rígida de raio R_f , emerge da matriz com uma velocidade v_f .

Um estado de tração axial σ_{xf} pode ser associado ao produto final.

2. AS HIPÓTESES

2.1) O material da barra é considerado rígido-plástico, isto é, não apresenta o efeito do endurecimento por deformação a frio (encruamento); não apresenta recuperação elástica; é incompressível (deformação a volume constante); e obedece a Lei de von Mises para tensão x deformação.

2.2) A matriz é considerada como um corpo rígido.

2.3) O modelo da zona plástica de deformação: A zona plástica é limitada pelas superfícies cônica da matriz e esféricas na entrada e saída do material da matriz (Fig.56).

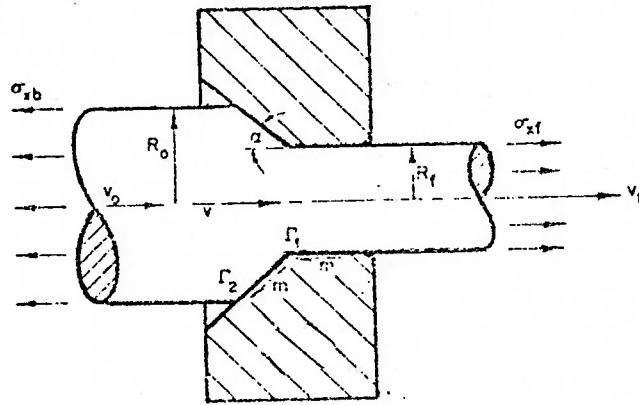


Fig.55 - O processo da extrusão.

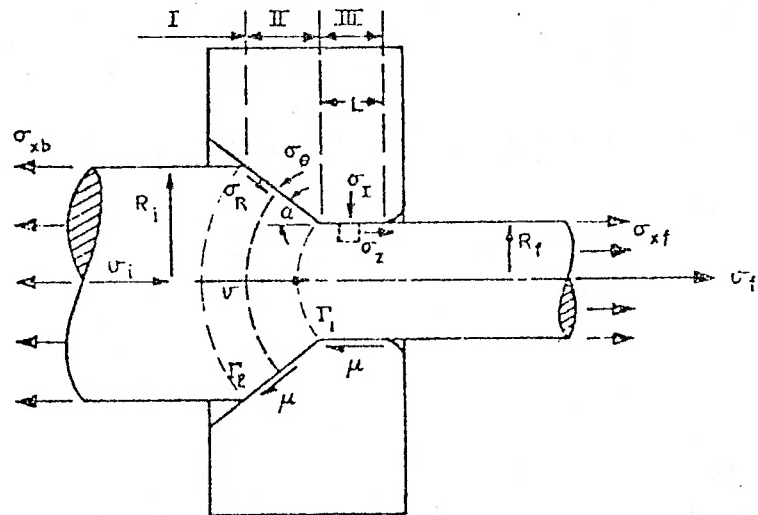


Fig. 56 - O modelo da zona plástica de deformação.

2.4) O modelo do campo de velocidades, que deve ser cinematicamente admissível, é o da figura 57 : O fluxo do escoamento converge ao ápice do cone.

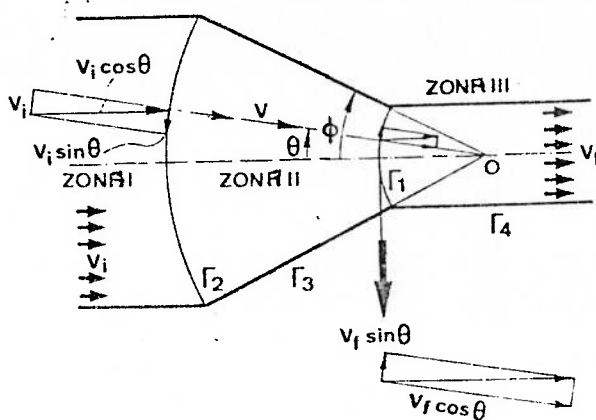


Fig.57 - O modelo do campo de velocidades.

A barra é dividida em 3 regiões de velocidades contínuas:

ZONA (I):

A velocidade é uniforme e tem somente a componente axial v_i

ZONA (II)

A velocidade é uniforme e tem somente a componente axial v_f .

ZONA (III)

A velocidade tem duas componentes: uma na direção radial do cone e outra na direção da tangente à superfície esférica, de magnitudes $v \cos \theta$ e $v \sin \theta$ respectivamente.

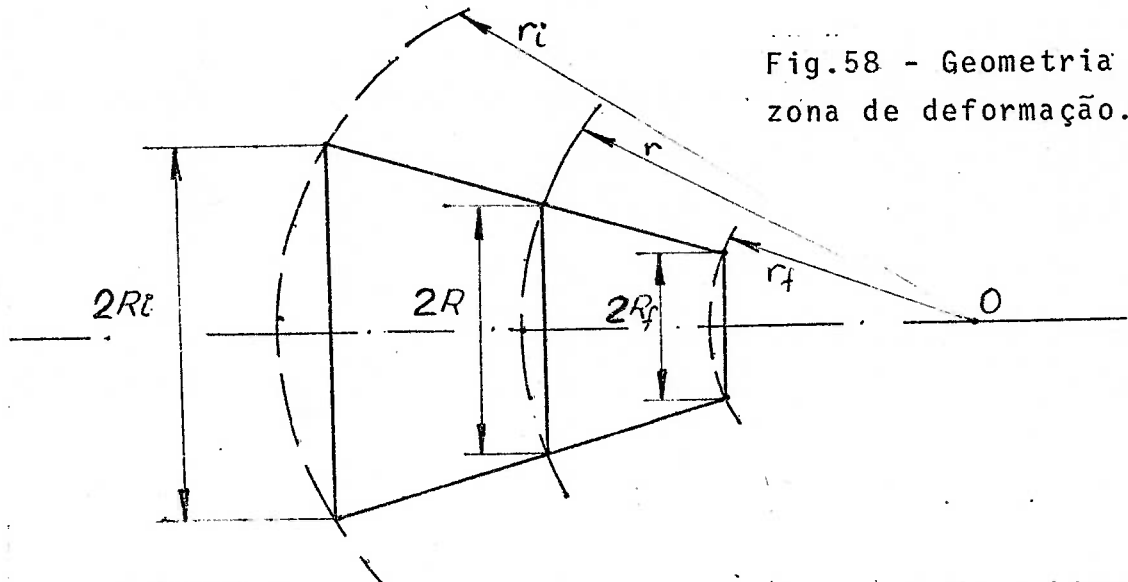


Fig.58 - Geometria da zona de deformação.

Desde que o material foi modelado como incompressível, o processo se dá a volume constante. Então, para uma secção genérica de área A podemos escrever (Fig. 58):

$$v \cdot A = v_f \cdot A_f = v_i \cdot A_i \quad (1)$$

$$\text{onde } A = \pi R^2 \quad ; \quad A_f = \pi R_f^2 \quad ; \quad A_i = \pi R_i^2$$

$$\text{Portanto, } v = v_f \left(\frac{R_f}{R} \right)^2 \quad (2)$$

Da geometria da figura 58 pode-se concluir que:

$$R_i = r_i \operatorname{sen} \alpha \quad ; \quad R_f = r_f \operatorname{sen} \alpha \quad ; \quad \frac{R_i}{R_f} = \frac{r_i}{r_f} \quad (3)$$

substituindo as expressões (3) em (2) resulta:

$$v = v_f \left(\frac{r_f}{r_i} \right)^2 \quad (4)$$

Admitindo um sistema de coordenadas esféricas (r, θ, β) , as componentes da velocidade numa secção genérica são:

$$U_r = v = -v_f r_f^2 \frac{\cos\theta}{r^2} \quad (5)$$

$$U_\theta = U_\beta = 0$$

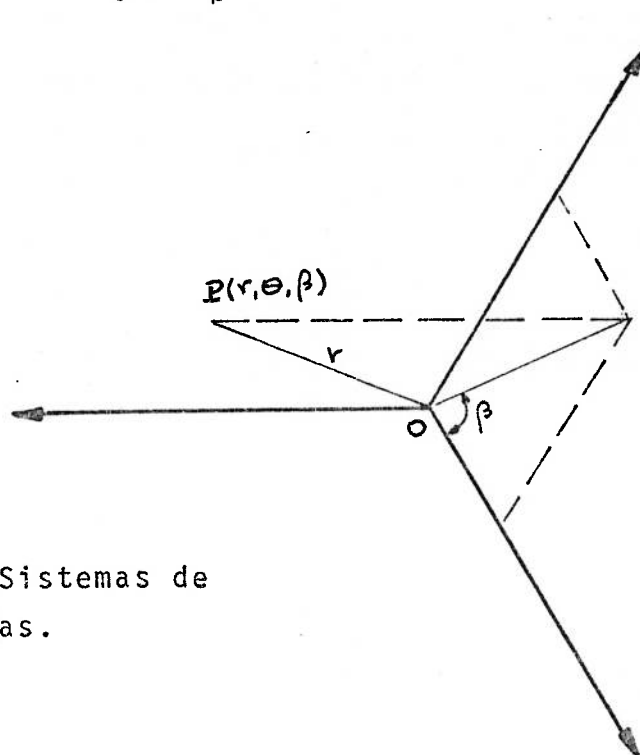


Fig.59 - Sistemas de Coordenadas.

2.5) A perda de energia durante o processo se dá por atrito, devido ao contacto do material com a superfície da matriz e por descontinuidade de velocidades. (figs. 56 e 57).

Por descontinuidade de velocidades se entende a mudança de direção do fluxo do escoamento, caracterizado pela componente da velocidade nos planos tangentes às superfícies esféricas da zona de deformações.

a) Por atrito

Devido ao contacto da barra com a matriz na superfície Γ_3 , a velocidade do escoamento é paralela a esta superfície e de magnitude $v_f r_f^2 \frac{\cos\alpha}{r^2}$, de acordo com as expressões (5).

. Na superfície Γ_4

A descontinuidade de velocidade é v_f , uma vez que o fluxo de escoamento, segundo o modelo, converge para o ápice do cone (ponto 0) com velocidade $v_f \cos \theta$.

. Nas superfícies Γ_1 e Γ_2

As descontinuidades de velocidades são $v_f \sin \theta$ e $v_i \sin \theta$, nas superfícies Γ_1 e Γ_2 respectivamente, pois o fluxo do escoamento, segundo o modelo, converge para o ápice do cone com velocidade $v_f \cos \theta$ e $U_i \cos \theta$.

2.6) O modelo do atrito (ver capítulo IV, item 3)a) Atrito de Coulomb

$$\tau = \mu \sigma$$

b) Camada Limite

$$\tau = m \tau_0, \text{ ou}$$

$$\tau_0 = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \text{ de acordo com o critério de escoamento de}$$

von Mises.

3) CÁLCULO DAS ENERGIAS ENVOLVIDAS NO PROCESSO

De acordo com o capítulo V 2.2

$$\dot{J} = \dot{\omega}_i + \dot{\omega}_s + \dot{\omega}_f$$

onde:

$$\dot{\omega}_i = k\sqrt{2} \int_V \sqrt{\dot{\epsilon}_{ij}^* \cdot \dot{\epsilon}_{ij}^*} \, dv$$

$$\dot{\omega}_s = \int_{S_f} f \Delta v^* \, ds$$

$$\dot{\omega}_f = - \int_{S_f} T_i v_i^* \, ds$$

$$\dot{J} = \int_{S_i} T_i v_i \, ds$$

3.1) Energias Externas

$$\dot{\omega}_f = - \int_{S_f} T_i v_i^* \, ds$$

$$\dot{\omega}_f = - \int_0^{R_f} \sigma_{xf} \cdot V_f \cdot 2\pi r \, dr$$

$$\dot{\omega}_f = -\pi v_f R_f^2 \sigma_{xf}$$

(6)

Obs.: $T_i = + \sigma_{xf}$ (estado de tração).

$$\dot{J} = \int_{S_i} T_i v_i \, ds$$

$$\dot{J} = \int_0^{R_i} -\sigma_{xb} \cdot V_i \cdot 2\pi r \, dr$$

$$\dot{J} = -\pi v_i R_i^2 \sigma_{xb}$$

$$\dot{J} = - \pi v_f R_f^2 \dot{\sigma}_{xb} \quad (7)$$

Obs.: $T_i = - \sigma_{xb}$ (estado de compressão)

3.2 - Energia interna de deformação

$$\dot{w}_i = k \sqrt{2} \int_V \sqrt{\dot{\epsilon}_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^*} dv$$

$$\text{como } k = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$$

$$\dot{w}_i = 2k \int_V \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^*} dv$$

$$\dot{w}_i = \frac{2 \sigma_0}{\sqrt{3}} \int_V \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^*} dv \quad (8)$$

A energia interna de deformação, que se desenvolveu na zona (II), zona de deformação plásticas, é discutida em termos de um sistema de coordenadas esféricas (r, θ , β), como comentado anteriormente. Desde que, o presente caso é um processo de simetria axial relativo a β ⁽³²⁾, temos:

$$\dot{\epsilon}_{rr} = \frac{\partial U_r}{\partial r} ; \quad \dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \frac{U_r}{r} ; \quad \dot{\epsilon}_{\beta\beta} = \frac{U_r}{r} \quad (9)$$

$$\dot{\epsilon}_{r\theta} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} ; \quad \dot{\epsilon}_{r\beta} = \dot{\epsilon}_{\theta\beta} = 0$$

Aplicando as expressões (9) nas expressões do campo de velocidade (5) resulta.:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{rr} &= 2 v_f r_f^2 \frac{\cos\theta}{r^3} \\ \dot{\epsilon}_{\beta\beta} = \dot{\epsilon}_{\theta\theta} &= - v_f r_f^2 \frac{\cos\theta}{r^3} \\ \dot{\epsilon}_{r\theta} &= \frac{1}{2} v_f r_f^2 \frac{\text{sen}\theta}{r^3} \\ \dot{\epsilon}_{\theta\beta} = \dot{\epsilon}_{\beta} &= 0 \end{aligned} \tag{10}$$

Substituindo as expressões (10) na equação (8) resulta:

$$\dot{\omega}_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \int_v \sqrt{\frac{1}{2} \left[\left(2v_f r_f^2 \frac{\cos\theta}{r^3} \right)^2 + 2 \left(-v_f r_f^2 \frac{\cos\theta}{r^3} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{2} v_f r_f^2 \frac{\text{sen}\theta}{r^3} \right)^2 \right]} dv$$

$$\dot{\omega}_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \int_v \frac{v_f r_f^2}{r^3} \sqrt{\left(2\cos^2\theta + \cos^2\theta + \frac{\text{sen}^2\theta}{4} \right)} dv$$

$$\dot{\omega}_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \int_v \frac{v_f r_f^2}{r^3} \sqrt{\left(3\cos^2\theta + \frac{\text{sen}^2\theta}{4} \right)} dv$$

$$\dot{\omega}_i = 2\sigma_0 v_f r_f^2 \int_v \frac{1}{r^3} \sqrt{\left(\cos^2\theta + \frac{\text{sen}^2\theta}{12} \right)} dv$$

$$\dot{\omega}_i = 2\sigma_0 v_f r_f^2 \int_v \frac{1}{r^3} \sqrt{\left(1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2\theta \right)} dv$$

como $dV = 2\pi r dr \text{sen}\theta r d\theta = 2\pi r^2 dr \text{sen}\theta d\theta$

$$\dot{\omega}_i = 2\sigma_0 v_f r_f^2 \frac{1}{r^3} \int_v \sqrt{1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \theta} \times 2\pi r^2 dr \text{sen} \theta d\theta$$

$$\dot{\omega}_i = 4\pi \sigma_0 v_f r_f^2 \int_v \frac{1}{r} \text{sen} \theta \sqrt{1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \theta} d\theta dr$$

$$\dot{\omega}_i = 4\pi \sigma_0 v_f r_f^2 \int_0^\alpha \text{sen} \theta \sqrt{1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \theta} d\theta \int_{r_f}^{r_i} \frac{dr}{r}$$

$$\dot{\omega}_i = 4\pi \sigma_0 v_f r_f^2 \ln \frac{r_i}{r_f} \int_0^\alpha \sqrt{1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \theta} \text{sen} \theta d\theta$$

integrando essa expressão (Apêndice 3) resulta:

$$\dot{\omega}_i = 2\pi \sigma_0 v_f r_f^2 \left[1 - \cos \alpha \sqrt{1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \alpha} + \frac{1 - \frac{11}{12}}{\left(\frac{11}{12}\right)^{1/2}} \ln \frac{1 + \left(\frac{11}{12}\right)^{1/2}}{\left(\frac{11}{12}\right)^{1/2} \cos \alpha + \left(1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \alpha\right)^{1/2}} \right] \ln \frac{r_i}{r_f}$$

substituindo, com as expressões (3), resulta:

$$\dot{\omega}_i = 2\pi \sigma_0 \frac{v_f R_f^2}{\text{sen}^2 \alpha} \left[1 - \cos \alpha \sqrt{1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \alpha} + \frac{1}{\sqrt{11 \cdot 12}} \ln \frac{1 + \sqrt{\frac{11}{12}}}{\sqrt{\frac{11}{12}} \cos \alpha + \sqrt{1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \alpha}} \right] \ln \frac{R_i}{R_f}$$

$$\text{ou } \dot{\omega}_i = 2\pi \sigma_0 v_f R_f^2 f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} \quad (11)$$

$$\text{onde } f(\alpha) = \frac{1}{\text{sen}^2 \alpha} \left[1 - \cos \alpha \sqrt{1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \alpha} + \frac{1}{\sqrt{11 \cdot 12}} \ln \frac{1 + \sqrt{\frac{11}{12}}}{\sqrt{\frac{11}{12}} \cos \alpha + \sqrt{1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \alpha}} \right] \quad (12)$$

3.3 Energia Dissipada por Atrito e por Descontinuidade de Velocidades

a) - Nas superfícies Γ_1 e Γ_2

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_1}} + \dot{\omega}_{S_{\Gamma_2}} = \dot{\omega}_{S_{\Gamma_{1-2}}} = \int_{S_{\Gamma_{1-2}}} f \, sv^* \, ds$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_{1-2}}} = \tau_0 \int_0^\alpha 2\pi r_f \text{sen} \theta v_f \text{sen} \theta r_f \, d\theta + \tau_0 \int_0^\alpha 2\pi r_l \text{sen} \theta v_l \text{sen} \theta r_l \, d\theta$$

τ_0 é a tensão de cisalhamento ao longo das superfícies Γ_1 e Γ_2

Como a deformação se faz a volume constante, então:

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_{1-2}}} = 4\pi r_f^2 v_f \tau_0 \int_0^\alpha \text{sen}^2 \theta \, d\theta = 2\pi v_f r_f^2 \tau_0 (\alpha - \text{sen} \theta \cos \theta)$$

multiplicando e dividindo por $\text{sen}^2 \alpha$ e sabendo que $r_f \text{sen} \alpha = R_f$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_{1-2}}} = 2\pi v_f R_f^2 \tau_0 \left(+ \frac{\alpha}{\text{sen}^2 \alpha} - \cot \alpha \right) \quad (13)$$

b) - Na superfície cônica da matriz Γ_3

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} = \int_{S_{\Gamma_3}} f \Delta v^* dA = \int_{R_f}^{R_i} \tau_1 \frac{2\pi R}{\text{sen}\alpha} v_i \cos\alpha \left(\frac{R_i}{R} \right)^2 dR$$

τ_1 é a tensão de cisalhamento ao longo da superfície Γ_3 .

Assumindo τ_1 independente de R e sabendo que $v_i R_i^2 = v_f R_f^2$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} = 2\pi v_f R_f^2 \cot\alpha \tau_1 \int_{R_f}^{R_i} \frac{dR}{R} = 2\pi \tau_1 v_f R_f^2 \cot\alpha \ln \frac{R_i}{R_f} \quad (14)$$

c) - Na Superfície cilíndrica Γ_4

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_4}} = \int_{S_{\Gamma_4}} f sv^* dA$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_4}} = 2\pi \tau_2 v_f R_f L \quad (15)$$

3.4 - Energia Total Dissipada

$$\dot{\omega}_S = \dot{\omega}_{S_{\Gamma_1-2}} + \dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} + \dot{\omega}_{S_{\Gamma_4}}$$

$$\dot{\omega}_S = 2\pi \tau_0 v_f R_f^2 \left[\frac{\alpha}{\text{sen}^2\alpha} - \cot\alpha \right] + 2\pi \tau_1 v_f R_f^2 \cot\alpha \ln \frac{R_i}{R_f} + 2\pi \tau_2 v_f R_f L$$

$$\dot{\omega}_S = 2\pi\tau_0 v_f R_f^2 \left[\frac{\alpha}{\text{sen}^2\alpha} - \text{cotg}\alpha + \frac{\tau_1}{\tau_0} \text{cotg}\alpha \ln \frac{R_i}{R_f} + \frac{\tau_2}{\tau_0} \frac{L}{R_f} \right] \quad (16)$$

3.5 - Balço das energias envolvidas no processo

$$J = \dot{\omega}_i + \dot{\omega}_S + \dot{\omega}_f$$

Substituindo as expressões (6), (7), (11) e (16) resulta:

$$-\pi v_f R_f^2 \sigma_{xb} = 2\pi \sigma_0 v_f R_f^2 f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} + 2\pi\tau_0 v_f R_f^2 \left[\frac{\alpha}{\text{sen}^2\alpha} - \text{cotg}\alpha + \frac{\tau_1}{\tau_0} \text{cotg}\alpha \ln \frac{R_i}{R_f} + \frac{\tau_2}{\tau_0} \frac{L}{R_f} \right] - \pi v_f R_f^2 \sigma_{xf}$$

Dividindo ambos os membros por $\pi v_f R_f^2 \sigma_0$ resulta:

$$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - 2f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} - 2 \frac{\tau_0}{\sigma_0} \left[\frac{\alpha}{\text{sen}^2\alpha} - \text{cotg}\alpha + \frac{\tau_1}{\tau_0} \text{cotg}\alpha \ln \frac{R_i}{R_f} + \frac{\tau_2}{\tau_0} \frac{L}{R_f} \right] \quad (17)$$

onde $f(\alpha)$ é dado pela expressão (12)

No Apêndice 4, valores de $f(\alpha)$ e de $\frac{\alpha}{\text{sen}^2\alpha} - \text{cotg}\alpha$, foram tabelados para $i^\circ < \alpha < 90^\circ$.

4.1 - Modelo da Camada Limitea) Cálculo das tensões requeridas

$\tau_0 = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$ segundo o critério de escoamento de von Mises:

$$\tau_1 = \tau_2 = m \tau_0 = m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$$

Substituindo na expressão (17) resulta:

$$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - 2f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} - \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{\alpha}{\text{sen}^2 \alpha} - \cot \alpha + m(\cot \alpha \ln \frac{R_i}{R_f} + \frac{L}{R_f}) \right] \quad (18)$$

b) Redução Máxima no Processo

Da equação (18), isolemos a relação de redução $\frac{R_i}{R_f}$

$$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - 2f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} - \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{\alpha}{\text{sen}^2 \alpha} - \cot \alpha + \frac{mL}{R_f} \right] - \frac{2}{\sqrt{3}} m \cot \alpha \ln \frac{R_i}{R_f}$$

$$\ln \frac{R_i}{R_f} \left[2f(\alpha) + \frac{2}{\sqrt{3}} m \cot \alpha \right] = \frac{\sigma_{xf} - \sigma_{xb}}{\sigma_0} - \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{\alpha}{\text{sen}^2 \alpha} - \cot \alpha + \frac{mL}{R_f} \right]$$

$$\frac{R_i}{R_f} = \exp \left[\frac{\frac{\sigma_{xf} - \sigma_{xb}}{\sigma_0} - \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\alpha}{\text{sen}^2 \alpha} - \cot \alpha + \frac{mL}{R_f} \right)}{2f(\alpha) + \frac{2}{\sqrt{3}} m \cot \alpha} \right]$$

$$\text{Para } \sigma_{xb} = -\sigma_0 \rightarrow \frac{R_i}{R_f} = \frac{R_i}{R_f} \Big|_{\text{m\bar{a}x}}$$

$$\frac{R_i}{R_f} \Big|_{\text{m\bar{a}x}} = \exp \left[\frac{1 + \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha + \frac{mL}{R_f} \right)}{2 \left[f(\alpha) + \frac{m}{\sqrt{3}} \cot \alpha \right]} \right] \quad (19)$$

4.2 - Modelo de Coulomb

a) C\~{a}lculo das tens\~{o}es

$$\tau = \mu \sigma_{\theta}$$

onde σ_{θ} \~{e} a tens\~{a}o normal \~{a} superf\~{i}cie da matriz durante o contato entre a barra e a matriz.

A solu\~{c}o\~{e} para as tens\~{o}es na Zona (II) (superf\~{i}cie c\~{o}nica Γ_3), no processo da extrus\~{a}o sem atrito, foi proposto por SACHS⁽³²⁾, como se segue (Ap\~{e}ndice 5):

$$\begin{aligned} \sigma_R &= C - \sigma_0 \ln R^2 \\ \sigma_{\theta} &= C - \sigma_0 (1 + \ln R^2) \end{aligned} \quad \rangle \quad (20)$$

$$\text{onde } C = \sigma_{xf} + \sigma_0 \ln R^2 \quad (21)$$

σ_{θ} = tens\~{a}o normal \~{a} superf\~{i}cie Γ_3

σ_R = tens\~{a}o paralela \~{a} superf\~{i}cie Γ_3

indicadas na figura 2.

Devemos recalcular os termos $\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}}$ e $\dot{\omega}_{S_{\Gamma_4}}$

da expressão de $\dot{\omega}_S$, pois estes dependem de τ_1 e τ_2 . Segundo o modelo, $\tau = \mu \sigma_\theta$ e segundo as expressões (20) $\sigma_\theta = f(R)$.

a.1) Energia dissipada na superfície cônica Γ_3

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} = \int_{S_{\Gamma_3}} f \Delta v^* dA = \int_{R_f}^{R_i} \tau_1 \times \frac{2\pi R}{\text{sen}\alpha} \times v_i \cos\alpha \times \left(\frac{R_i}{R}\right)^2 dR$$

substituindo $\tau = \mu \sigma_\theta = \mu \left[C - \sigma_0 (1 + \ln R^2) \right]$ de acordo com expressões (20) e (21) e sabendo que $v_i R_i^2 = v_f R_f^2$ pois o material é incompressível, resulta:

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} = \int_{R_f}^{R_i} 2\pi \cot\alpha v_f \left(\frac{R_f}{R}\right)^2 R \mu \left[C - \sigma_0 (1 + \ln R^2) \right] dR$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} = \int_{R_f}^{R_i} 2\pi \mu \cot\alpha v_f R_f^2 \left[(C - \sigma_0) - \sigma_0 \ln R^2 \right] \frac{dR}{R}$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} = 2\pi \mu \cot\alpha v_f R_f^2 \left[\int_{R_f}^{R_i} (C - \sigma_0) \frac{dR}{R} - \int_{R_f}^{R_i} 2\sigma_0 \ln R \frac{dR}{R} \right]$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} = 2\pi \mu \cot\alpha v_f R_f^2 \left\{ (C - \sigma_0) \ln \frac{R_i}{R_f} - \sigma_0 \left[(\ln R_i)^2 - (\ln R_f)^2 \right] \right\}$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} = 2\pi \mu \cot\alpha v_f R_f^2 \left[(C - \sigma_0) \ln \frac{R_i}{R_f} - \sigma_0 (\ln R_i - \ln R_f) (\ln R_i + \ln R_f) \right]$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} = 2\pi\mu\cot\alpha v_f R_f^2 \left[(C - \sigma_0) \ln \frac{R_i}{R_f} - \sigma_0 \ln(R_i R_f) \ln \left(\frac{R_i}{R_f} \right) \right]$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} = 2\pi\mu\cot\alpha v_f R_f^2 \ln \frac{R_i}{R_f} \left[C - \sigma_0 = \sigma_0 \ln(R_i R_f) \right]$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} = 2\pi\mu\cot\alpha v_f R_f^2 \ln \frac{R_i}{R_f} \left\{ C - \sigma_0 \left[1 + \ln(R_i R_f) \right] \right\} \quad (22)$$

a.2) - Energia dissipada ao longo da superfície cilíndrica Γ_4

substituindo expressão (21) em (20) resulta:

$$\sigma_\theta = \sigma_{xf} + \sigma_0 \ln R_f^2 - \sigma_0 (1 + \ln R^2)$$

na superfície cilíndrica Γ_4 , $R = R_f$, então:

$$\sigma_\theta = \sigma_{xf} + \sigma_0 \ln R_f^2 - \sigma_0 - \sigma_0 \ln R_f^2$$

$$\sigma_\theta = \sigma_{xf} - \sigma_0 \quad (23)$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_4}} = \int_{S_{\Gamma_4}} f \Delta v^* dA = 2\pi \tau_2 v_f R_f L$$

$$\text{como } \tau_2 = \mu \sigma_\theta$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_4}} = 2\pi\mu \sigma_\theta v_f R_f L$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_4}} = 2\pi\mu \sigma_{\theta} v_f + R_f L$$

substituindo expressão (23) resulta:

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_4}} = 2\pi\mu (\sigma_{xf} - \sigma_o) v_f R_f L \quad (24)$$

a.3) - Energia Total Dissipada

$$\text{Como } \dot{\omega}_S = \dot{\omega}_{S_{\Gamma_{1-2}}} + \dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} + \dot{\omega}_{S_{\Gamma_4}}$$

substituindo expressões (13), (22) e (24) resulta:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_S = & +2\pi v_f R_f^2 \tau_o \left[\frac{\alpha}{\text{sen}^2 \alpha} - \text{cotg} \alpha \right] + 2\pi\mu \text{cotg} \alpha v_f R_f^2 \ln \frac{R_i}{R_f} C - \sigma_o \left[1 + \ln(R_i R_f) \right] + \\ & + 2\pi\mu (\sigma_{xf} - \sigma_o) v_f R_f L \end{aligned}$$

$$\text{como } \tau_o = \frac{\sigma_o}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_S = & + \frac{2}{\sqrt{3}} \pi v_f R_f^2 \sigma_o \left[\frac{\alpha}{\text{sen}^2 \alpha} - \text{cotg} \alpha \right] + 2\pi\mu \text{cotg} \alpha v_f R_f^2 \ln \frac{R_i}{R_f} C - \sigma_o \left[1 + \ln(R_i R_f) \right] + \\ & + 2\pi\mu (\sigma_{xf} - \sigma_o) v_f R_f L \quad (25) \end{aligned}$$

a.4) Balço das Energias

$$J = \dot{\omega}_i + \dot{\omega}_S + \dot{\omega}_f$$

substituindo as expressões (6),(7),(11) e (25) resulta:

$$\begin{aligned} -\pi v_f R_f^2 \sigma_{xb} = & -\pi v_f R_f^2 \sigma_{xf} + 2\pi \sigma_0 v_f R_f^2 f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} + \\ & + \frac{2\pi}{\sqrt{3}} v_f R_f^2 \sigma_0 \left[\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right] + \\ & + 2\pi \mu \cot \alpha v_f R_f^2 \ln \frac{R_i}{R_f} \left\{ C - \sigma_0 \left[1 + \ln(R_i R_f) \right] \right\} + 2\pi \mu (\sigma_{xf} - \sigma_0) v_f R_f L \end{aligned}$$

dividindo ambos os membros por $\pi v_f R_f^2 \sigma_0$ resulta:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} = & \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - 2 f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} - \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right) - \\ & - \frac{2\mu \cot \alpha}{\sigma_0} \left[C - \sigma_0 (1 + \ln R_i R_f) \right] \ln \frac{R_i}{R_f} + \\ & - 2\mu \frac{(\sigma_{xf} - \sigma_0) L}{\sigma_0 R_f} \end{aligned}$$

Substituindo a expressão (21) $C = \sigma_{xf} + \sigma_0 \ln R_f^2$ resulta:

$$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - 2f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} - \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{\alpha}{\text{sen}^2 \alpha} - \cot \alpha \right] -$$

$$- \frac{2\mu \cot \alpha}{\sigma_0} \left[\sigma_{xf} - \sigma_0 + \sigma_0 \ln \frac{R_f}{R_i} \right] \ln \frac{R_i}{R_f} + -2\mu (\sigma_{xf} - \sigma_0) \frac{L}{\sigma_0 R_f}$$

$$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - 2f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} - \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{\alpha}{\text{sen}^2 \alpha} - \cot \alpha \right] -$$

$$- 2\mu \left[\cot \alpha \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} + \ln \frac{R_i}{R_f} \right) \right] \ln \frac{R_i}{R_f} + \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \frac{L}{R_f} \quad (26)$$

onde $r(\alpha)$ é dado pela expressão (12)

b) - Máxima Redução do Processo

Da equação (26), isolemos a relação de redução $\frac{R_i}{R_f}$

$$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - 2f(\alpha) \ln \left[\frac{R_i}{R_f} - \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{\alpha}{\text{sen}^2 \alpha} + \text{cotg} \alpha \right] - 2\mu \text{cotg} \alpha \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \right] \ln \frac{R_i}{R_f} - \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) 2 \frac{\mu L}{R_f}$$

$$2\mu \text{cotg} \alpha \left(\ln \frac{R_i}{R_f} \right)^2 + \left[2f(\alpha) + 2\mu \text{cotg} \alpha \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \right] \ln \frac{R_i}{R_f} + \frac{\sigma_{xb} - \sigma_{xf}}{\sigma_0} + \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \frac{2\mu L}{R_f} + \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{\alpha}{\text{sen}^2 \alpha} + \text{cotg} \alpha \right] = 0$$

Esta é uma equação do 2º grau em $\ln \frac{R_i}{R_f}$. Resultando:

$$\ln \frac{R_i}{R_f} = \frac{\left[2f(\alpha) + 2\mu \text{cotg} \alpha \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \right] + \sqrt{\left[2f(\alpha) + 2\mu \text{cotg} \alpha \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \right]^2 - 4x \frac{\sigma_{xb} - \sigma_{xf}}{\sigma_0} \left[\frac{\sigma_{xb} - \sigma_{xf}}{\sigma_0} + \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \frac{2\mu L}{R_f} + \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{\alpha}{\text{sen}^2 \alpha} + \text{cotg} \alpha \right] \right]}}{2x \frac{\sigma_{xb} - \sigma_{xf}}{\sigma_0} + 2\mu \text{cotg} \alpha}$$

tomando a raiz positiva e colocando em evidência o termo $(2\mu \text{cotg} \alpha)^{-1} \left[f(\alpha) + \mu \text{cotg} \alpha \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \right]$ resulta:

$$\ln \frac{R_i}{R_f} = (2\mu \cot \alpha)^{-1} \left[f(\alpha) + \mu \cot \alpha \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \right]^{-1} \left[-1 + \sqrt{1 - \frac{2\mu \cot \alpha \left[\frac{\sigma_{xb} - \sigma_{xf}}{\sigma_0} + 2\mu \frac{L}{R_f} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) + \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} + \cot \alpha \right) \right]}{[f(\alpha) + \mu \cot \alpha \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right)]^2} \right]} \right]$$

$$\frac{R_i}{R_f} = \exp \left(2\mu \cot \alpha \right)^{-1} \left[f(\alpha) + \mu \cot \alpha \left(1 - \frac{\alpha_{xf}}{\alpha_0} \right) \right]^{-1} \left[-1 + \sqrt{1 - \frac{2\mu \cot \alpha \left[\frac{\sigma_{xb} - \sigma_{xf}}{\sigma_0} + 2\mu \frac{L}{R_f} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) + \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} + \cot \alpha \right) \right]}{[f(\alpha) + \mu \cot \alpha \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right)]^2} \right]} \right] \quad (27)$$

Para $\sigma_{xb} = -\sigma_0$ $\left. \frac{R_i}{R_f} = \frac{R_i}{R_f} \right|_{\max}$

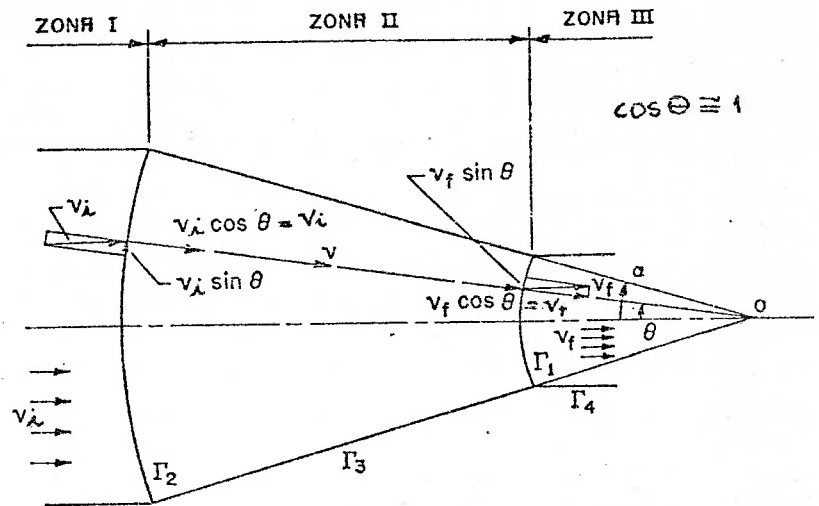
$$\frac{R_i}{R_f} \Big|_{\max} = \exp \left\{ (2\mu \cot \alpha)^{-1} \left[f(\alpha) + \mu \cot \alpha \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \right]^{-1} \left[-1 + \sqrt{1 - \frac{2\mu \cot \alpha \left[-1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} + \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right) + 2 \frac{\mu L}{R_f} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \right]}{[f(\alpha) + \mu \cot \alpha \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right)]^2} \right]} \right] \right\} \quad (28)$$

onde $f(\alpha)$ é dado pela expressão (12)

5. MATRIZ DE PEQUENO ÂNGULO DE CONE

Em se tratando de matriz de pequeno ângulo de cone, as expressões anteriores podem ser simplificadas, a partir do modelo do campo de velocidade, mostrado na figura 60

Fig.60 - O modelo de velocidades para pequenos ângulos de cone α .



5.1 - Cálculo das energias

a) - Energias externas

Valem as expressões (6) e (7) deduzidas anteriormente:

$$\dot{\omega}_f = -\pi v_f R_f^2 \sigma_{xf}$$

$$\dot{j}^* = -\pi v_f R_f^2 \sigma_{xb}$$

b) - Energias internas de deformação

De acordo com as expressões (11) e (12):

$$\dot{\omega}_i = 2\pi \sigma_0 v_f R_f^2 f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f}$$

$$\text{onde } f(\alpha) = \frac{1}{\text{sen}^2 \alpha} \left[1 - \cos \alpha \sqrt{1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \alpha} + \frac{1}{\sqrt{11 \cdot 12}} \ln \frac{1 + \sqrt{\frac{11}{12}}}{\sqrt{\frac{11}{12}} \cos \alpha + \sqrt{1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \alpha}} \right]$$

simplificando a expressão de $f(\alpha)$ como se segue

$$\sqrt{1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \alpha} = \sqrt{1 - \text{sen}^2 \alpha} = \sqrt{\cos^2} = \cos \alpha = 1$$

Resulta:

$$f(\alpha) = \frac{1}{\text{sen}^2 \alpha} \left[1 - \cos^2 \alpha + \frac{1}{\sqrt{11 \cdot 12}} \ln \frac{\sqrt{\frac{12}{11}}}{\sqrt{\frac{11}{12}} + 1} \right]$$

$$f(\alpha) = \frac{1}{\text{sen}^2 \alpha} \left[\text{sen}^2 \alpha + \ln 1 \right]$$

$$f(\alpha) = 1$$

$$\text{Portanto: } \dot{\omega}_i = 2\pi \sigma_0 v_f R_f^2 \ln \frac{R_i}{R_f} \quad (29)$$

c) - Energia dissipada por atrito por descontinuidade de velocidades

cc1) - Nas superfícies Γ_1 e Γ_2

de acordo com o item 3.3.a

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_{1-2}}} = 4\pi r_f^2 v_f \tau_0 \int_0^\alpha \text{sen}^2\theta \, d\theta$$

desde que para pequenos ângulos de cone $\text{sen}\theta \cong \theta$

então:

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_{1-2}}} = 4\pi r_f^2 v_f \tau_0 \int_0^\alpha \theta^2 \, d\theta$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_{1-2}}} = \frac{4\pi}{3} r_f^2 v_f \tau_0 \alpha^3$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_{1-2}}} = \frac{4\pi}{3} r_f^2 v_f \tau_0 \text{sen}^3\alpha$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_{1-2}}} = \frac{4\pi}{3} r_f^2 \text{sen}^2\alpha v_f \tau_0 \text{sen}\alpha$$

$$\text{como } r_f \text{sen}\alpha = R_f$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_{1-2}}} = \frac{4\pi}{3} R_f^2 v_f \tau_0 \text{sen}\alpha \quad (30)$$

c.2)- Na superfície cônica da matriz Γ_3

a expressão (14), depois de simplificada, resulta:

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} = \frac{2\pi \tau_1 v_f R_f^2}{\text{sen}\alpha} \ln \frac{R_i}{R_f} \quad (31)$$

c.3)- Na superfície cilíndrica Γ_4

vale a expressão (15) deduzida anteriormente

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_4}} = 2\pi \tau_2 v_f R_f L$$

d)- Energia Total Dissipada

$$\dot{\omega}_S = \dot{\omega}_{S_{\Gamma_1-2}} + \dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} + \dot{\omega}_{S_{\Gamma_4}}$$

$$\dot{\omega}_S = \frac{4}{3} \pi R_f^2 v_f \tau_0 \text{sen}\alpha + \frac{2\pi\tau_1}{\text{sen}\alpha} v_f R_f^2 \ln \frac{R_i}{R_f} + 2\pi \tau_2 v_f R_f L \quad (32)$$

e) - Balanco das Energias Envolvidas no Processo

$$J^* = \dot{\omega}_i + \dot{\omega}_S + \dot{\omega}_f$$

substituindo as expressões (6),(7),(29) e (32) resulta:

$$\begin{aligned}
 -\pi v_f R_f^2 \sigma_{xb} &= -\pi v_f R_f^2 \sigma_{xf} + 2\pi \sigma_0 v_f R_f^2 \ln \frac{R_i}{R_f} + \frac{4}{3} \pi R_f^2 v_f \tau_0 \operatorname{sen} \alpha + \\
 &+ \frac{2\pi}{\operatorname{sen} \alpha} \tau_1 v_f R_f^2 \ln \frac{R_i}{R_f} + 2\pi \tau_2 v_f R_f L
 \end{aligned}$$

dividindo ambos os membros por $\pi v_f R_f^2 \sigma_0$ resulta:

$$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - \frac{4}{3} \frac{\tau_0}{\sigma_0} \operatorname{sen} \alpha - 2 \left[\frac{1}{\operatorname{sen} \alpha} \frac{\tau_1}{\sigma_0} + 1 \right] \ln \frac{R_i}{R_f} - 2 \frac{\tau_2}{\sigma_0} \frac{L}{R_f} \quad (33)$$

6. MODELANDO O ATRITO

6.1 - Modelo da camada limite

a) Cálculo das tensões requeridas

$$\tau_0 = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \quad \text{segundo o critério de escoamento de Von Mises.}$$

$$\tau_1 = \tau_2 = m \tau_0 = m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$$

substituindo na expressão (33) resulta:

$$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - \frac{4}{3\sqrt{3}} \operatorname{sen} \alpha - 2 \left[\frac{m}{\sqrt{3} \operatorname{sen} \alpha} + 1 \right] \ln \frac{R_i}{R_f} - \frac{2}{\sqrt{3}} m \frac{L}{R_f} \quad (34)$$

b) Redução Máxima no Processo

Da equação (34), isolemos a relação de redução $\frac{R_i}{R_f}$

$$2 \left[\frac{m}{\sqrt{3} \operatorname{sen} \alpha} + 1 \right] \ln \frac{R_i}{R_f} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - \frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} - \frac{4}{3\sqrt{3}} \operatorname{sen} \alpha - \frac{2}{\sqrt{3}} m \frac{L}{R_f}$$

$$\frac{R_i}{R_f} = \exp \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{\frac{\sigma_{xf} - \sigma_{xb}}{\sigma_0} - \frac{4}{3\sqrt{3}} \operatorname{sen} \alpha - \frac{2}{\sqrt{3}} m \frac{L}{R_f}}{1 + \frac{m}{\sqrt{3} \operatorname{sen} \alpha}} \right] \right\}$$

Para $\sigma_{xb} = -\sigma_0 \rightarrow \frac{R_i}{R_f} = \frac{R_i}{R_f} \Big|_{\max}$

$$\frac{R_i}{R_f} \Big|_{\max} = \exp \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{1 + \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{2}{3} \operatorname{sen} \alpha + \frac{mL}{R_f} \right)}{1 + \frac{m}{\sqrt{3} \operatorname{sen} \alpha}} \right] \right\} \quad (35)$$

6.2 - Modêlo de Coulomb

a) - Cálculo das tensões requeridas

De acordo com os itens 3.3.b e 3.3.c, devemos recalculer os termos $\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}}$ e $\dot{\omega}_{S_{\Gamma_4}}$ da expressão de $\dot{\omega}_S$, pois temos $\tau = \mu \sigma_0$

e $\sigma_\theta = f(R)$, segundo as equações (20) e (21) de Sachs.

a.1)- Energia Dissipada na Superfície Cônica Γ_3

Simplificando a expressão (22) com $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\text{sen}\alpha} \cong \frac{1}{\text{sen}\alpha}$ resulta:

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} = \frac{2\pi\mu}{\text{sen}\alpha} v_f R_f^2 \ln \frac{R_i}{R_f} \left\{ C - \sigma_0 \left[1 + \ln(R_i R_f) \right] \right\} \quad (36)$$

a.2)- Energia Dissipada na Superfície Γ_4

Vale a expressão (24)

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_4}} = 2\pi\mu (\sigma_{xf} - \sigma_0) v_f R_f L$$

a.3)- Energia Dissipada nas Superfícies Γ_1 e Γ_2

Vale a expressão (30)

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_{1-2}}} = \frac{4}{3} \pi R_f^2 v_f \tau_0 \text{sen}\alpha$$

como $\tau_0 = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$ resulta:

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_{1-2}}} = \frac{4}{3\sqrt{3}} \pi R_f^2 v_f + \sigma_0 \text{sen}\alpha \quad (37)$$

a.4) - Energia Total Dissipada

$$\dot{\omega}_S = \dot{\omega}_{S_{\Gamma_{1-2}}} + \dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} + \dot{\omega}_{S_{\Gamma_4}}$$

Substituindo as expressões (37), (24) e (36) resulta:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_S = & \frac{4}{3\sqrt{3}} \pi R_f^2 v_f \sigma_0 \operatorname{sen} \alpha + \frac{2\pi\mu}{\operatorname{sen} \alpha} v_f R_f^2 \ln \frac{R_i}{R_f} \left\{ C - \sigma_0 \left[1 + \ln(R_i R_f) \right] \right\} + \\ & + 2\pi\mu (\sigma_{xf} - \sigma_0) v_f R_f L \end{aligned} \quad (38)$$

a.5) - Balço das Energias

$$J^* = \dot{\omega}_i + \dot{\omega}_S + \dot{\omega}_f$$

Substituindo as expressões (6), (7) e (38) resulta:

$$\begin{aligned} -\pi v_f R_f^2 \sigma_{xb} = & -\pi v_f R_f^2 + 2\pi \sigma_0 v_f R_f^2 \ln \frac{R_i}{R_f} + \frac{4}{3\sqrt{3}} \pi R_f^2 v_f \sigma_0 \operatorname{sen} \alpha + \\ & + \frac{2\pi\mu}{\operatorname{sen} \alpha} v_f R_f^2 \ln \frac{R_i}{R_f} \left\{ C - \sigma_0 \left[1 + \ln(R_i R_f) \right] \right\} + 2\pi\mu (\sigma_{xf} - \sigma_0) v_f R_f L \end{aligned}$$

Substituindo a expressão (21) $C = \sigma_{xf} + \sigma_0 \ln \frac{R_i}{R_f}$ e dividindo ambos os membros por $\pi v_f R_f^2 \sigma_0$ resulta:

$$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - 2 \ln \frac{R_i}{R_f} - \frac{4}{3\sqrt{3}} \operatorname{sen} \alpha - \frac{2\mu}{\operatorname{sen} \alpha} \left[\frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - 1 - \ln \frac{R_i}{R_f} \right] \ln \frac{R_i}{R_f} -$$

$$- 2\mu \left(\frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - 1 \right) \frac{L}{R_f}$$

$$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - 2 \ln \frac{R_i}{R_f} - \frac{4}{3\sqrt{3}} \operatorname{sen} \alpha - \frac{2\mu}{\operatorname{sen} \alpha} \left[\ln \frac{R_i}{R_f} + 1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right] \ln \frac{R_i}{R_f} - 2\mu \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \frac{L}{R_f}$$

$$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - 2\mu \frac{L}{R_f} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) - \frac{4}{3\sqrt{3}} \operatorname{sen} \alpha - 2 \left[1 + \frac{\mu}{\operatorname{sen} \alpha} \left(\ln \frac{R_i}{R_f} + 1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \right] \ln \frac{R_i}{R_f} \quad (39)$$

b) Redução Máxima no Processo

Da equação (39) isolem a relação de redução $\frac{R_i}{R_f}$

$$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - 2\mu \frac{L}{R_f} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) - \frac{4}{3\sqrt{3}} \operatorname{sen} \alpha - 2 \ln \frac{R_i}{R_f} \left(\ln \frac{R_i}{R_f} \right)^2 -$$

$$- \frac{2\mu}{\operatorname{sen} \alpha} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \ln \frac{R_i}{R_f}$$

$$\frac{2\mu}{\operatorname{sen} \alpha} \left(\ln \frac{R_i}{R_f} \right)^2 + 2 \left[1 + \frac{\mu}{\operatorname{sen} \alpha} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \right] \ln \frac{R_i}{R_f} + \frac{\sigma_{xb} - \sigma_{xf}}{\sigma_0} +$$

$$+ 2\mu \frac{L}{R_f} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) + \frac{4}{3\sqrt{3}} \operatorname{sen} \alpha = 0$$

Esta é uma equação do 2º grau em $\ln \frac{R_i}{R_f}$. Resultando:

$$\ln \frac{R_i}{R_f} = \frac{-2 \left[1 + \frac{\mu}{\text{sen} \alpha} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \right] \pm \sqrt{4 \left[1 + \frac{\mu}{\text{sen} \alpha} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \right]^2 - 4 \times \frac{2\mu}{\text{sen} \alpha} \left[\frac{\sigma_{xb} - \sigma_{xf}}{\sigma_0} \right] + \frac{4}{3\sqrt{3}} \text{sen} \alpha}}{2 \times \frac{2\mu}{\text{sen} \alpha}}$$

$$\ln \frac{R_i}{R_f} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\text{sen} \alpha}{\mu} + 1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) + \sqrt{\frac{4}{16} \left(\frac{\text{sen} \alpha}{\mu} + 1 - \frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} \right)^2 - \frac{8 \text{sen} \alpha}{16\mu} \left[\frac{\sigma_{xb} - \sigma_{xf}}{\sigma_0} + \frac{2\mu}{R_f} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) + \frac{4}{3\sqrt{3}} \text{sen} \alpha \right]}$$

$$\ln \frac{R_i}{R_f} = \frac{1}{2} \left(\frac{\text{sen} \alpha}{\mu} + 1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) - \sqrt{1 + \frac{2 \text{sen} \alpha}{\mu} \left[-\frac{\sigma_{xb} - \sigma_{xf}}{\sigma_0} - \frac{2\mu}{R_f} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) - \frac{4}{3\sqrt{3}} \text{sen} \alpha \right]} \left(\frac{\text{sen} \alpha}{\mu} + 1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right)^2}$$

$$\ln \frac{R_i}{R_f} = \exp \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\text{sen} \alpha}{\mu} + 1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) - 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \text{sen} \alpha}{\mu} \left[\frac{\sigma_{xf} - \sigma_{xb}}{\sigma_0} - \frac{2\mu}{R_f} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) - \frac{4}{3\sqrt{3}} \text{sen} \alpha \right]} \left(\frac{\text{sen} \alpha}{\mu} + 1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right)^2} \right\}$$

$$\frac{R_i}{R_f} = \frac{R_i}{R_f} \Big|_{\max}$$

Para $\sigma_{xb} = -\sigma_0$

$$\frac{R_i}{R_f} \Big|_{\max} = \exp \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\text{sen}\alpha}{\mu} + 1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{\frac{2\text{sen}\alpha}{\mu} + \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - \frac{2\mu L}{R_f} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) - \frac{4}{3\sqrt{3}} \text{sen}\alpha}{\left(\frac{\text{sen}\alpha}{\mu} + 1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right)^2}} \right]} \right\}$$

7. RESULTADOS

(I) MODELO DE COULOMB

I.1) Cálculo das Tensões Requeridas

$$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - 2f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} - \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right] - 2\mu \left\{ \left[\cot \alpha \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} + \lambda n \frac{R_i}{R_f} \right) \right] \ln \frac{R_i}{R_f} + \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \frac{L}{R_f} \right\}$$

I.2) Máxima Redução Possível

$$\frac{R_i}{R_f} \Big|_{\max} = \exp \left\{ (2\mu \cot \alpha)^{-1} \left[f(\alpha) + \mu \cot \alpha \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \right] - 1 + \sqrt{1 - \frac{2\mu \cot \alpha \left[-1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} \left(\frac{\alpha}{2} - \cot \alpha \right) + \frac{2\mu L}{R_f} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \right]}{f(\alpha) + \mu \cot \alpha \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right)} \right]^2} \right\}$$

(II) MODELO DA CAMADA LIMITE

i.1.1) Cálculo das Tensões Requeridas

$$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - 2f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} - \frac{2}{3} \left[\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha + m \left(\cot \alpha + \ln \left(\frac{R_i}{R_f} + \frac{L}{R_f} \right) \right) \right]$$

$$f(\alpha) = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left[1 - \cot \alpha \sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha} + \frac{1}{\sqrt{11 \cdot 12}} \ln \frac{1 + \sqrt{\frac{11}{12}}}{\sqrt{\frac{11}{12} \cos \alpha + \sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha}}} \right]$$

II.2) Máxima Redução Possível

$$\frac{R_i}{R_f} \Big|_{\text{máx}} = \exp \left[\frac{1 + \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - \frac{3}{\sqrt{3}} \left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha + \frac{mL}{R_f} \right)}{2 \left[f(\alpha) + \frac{m}{\sqrt{3}} \cot \alpha \right]} \right]$$

SIMPLIFICAÇÕES PARA MATRIZ DE PEQUENO ÂNGULO DE CÔNE

(I) MODELO DE COULOMB

I.1) Cálculo das Tensões Requeridas

$$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma} - 2\mu \frac{L}{R_f} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0}\right) - \frac{4}{3\sqrt{3}} \text{sen}\alpha - 2 \left[1 + \frac{\mu}{\text{sen}\alpha} \left(\ln \frac{R_i}{R_f} + - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \right] \ln \frac{R_i}{R_f}$$

I.2) Máxima Redução Possível

$$\left. \frac{R_i}{R_f} \right|_{\text{máx}} = \exp \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\text{sen}\alpha + 1}{\alpha} - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{\frac{2\text{sen}\alpha}{\mu} \left[1 + \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - \frac{2\mu L}{R_f} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0}\right) - \frac{4}{3\sqrt{3}} \text{sen}\alpha \right]}{\left(\frac{\text{sen}\alpha + 1}{\mu} - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right)^2}} \right]} \right\}$$

(II) MODELO DA CAMADA LIMITE

II.1) Cálculo das Tensões Requeridas.

$$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - \frac{4}{3\sqrt{3}} \text{sen}\alpha - 2 \left[\frac{m}{\sqrt{3} \text{sen}\alpha} + 1 \right] \ln \frac{R_i}{R_f} - \frac{2}{\sqrt{3}} m \frac{L}{R_f}$$

II.2) Máxima Redução Possível.

$$\frac{R_i}{R_f} \Big|_{\text{m\acute{a}x}} = \exp \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{1 + \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \text{sen} + \frac{mL}{R_f} \right)}{1 + \frac{m}{\sqrt{3}} \text{sena}} \right] \right\}$$

ÂNGULO ÓTIMO DE CONE (APÊNDICE 6.)

(I) MODELO DE COULOMB

$$\alpha = \sqrt{\frac{3}{2} \sqrt{3} \mu \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} + \frac{R_i}{R_f} \right) \ln \frac{R_i}{R_f}}$$

(II) MODELO DA CAMADA LIMITE

$$\alpha = \sqrt{\frac{3}{2} m \ln \frac{R_i}{R_f}}$$

8. OBSERVAÇÕES

8.1) não existe uma evidência conclusiva, que favoreça a aplicação do modelo de atrito de Coulomb, ou da camada limite. A escolha de um destes modelos é uma questão de comodidade nos cálculos.

8.2) a força requerida de extrusão aumenta com o crescimento do coeficiente de atrito, da redução e do comprimento L de saída do material na matriz. (Figs. 61 e 62).

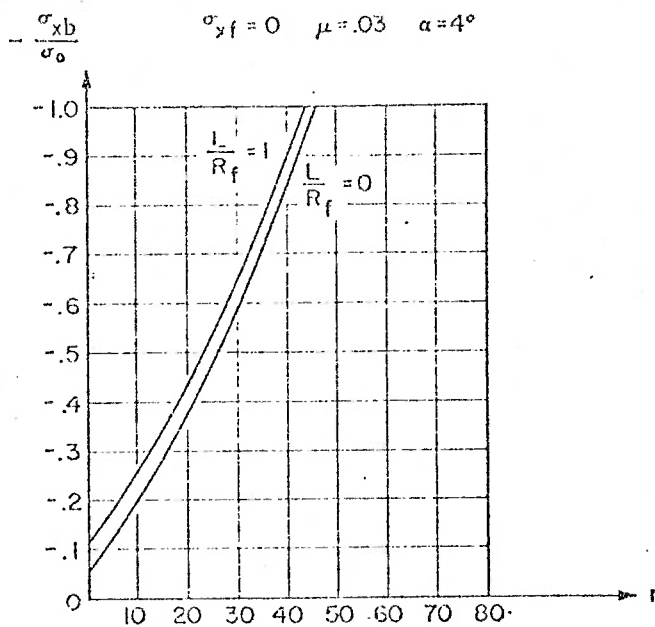


Fig.61 - Efeito de L/R_f e da redução nas tensões requeridas⁽⁶⁾

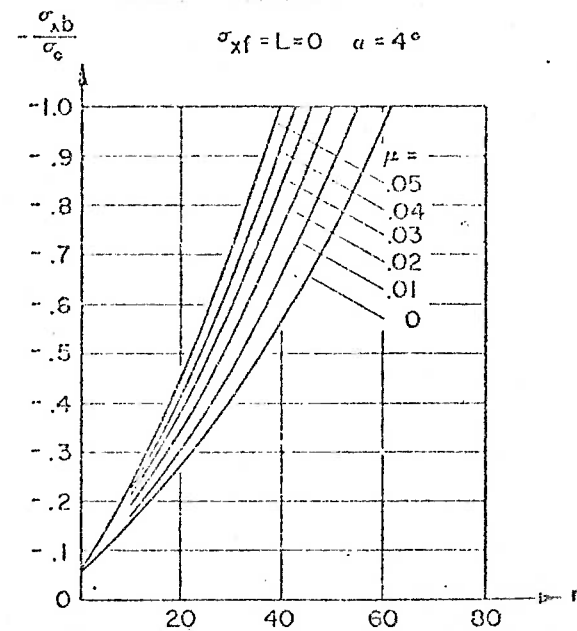


Fig.62 - Efeito do atrito da redução nas tensões requeridas⁽⁶⁾

- 8.3) a força requerida de extrusão diminui com a aplicação da tensão de tração (σ_{xf}) no material de saída da ferramenta (Fig. 63).

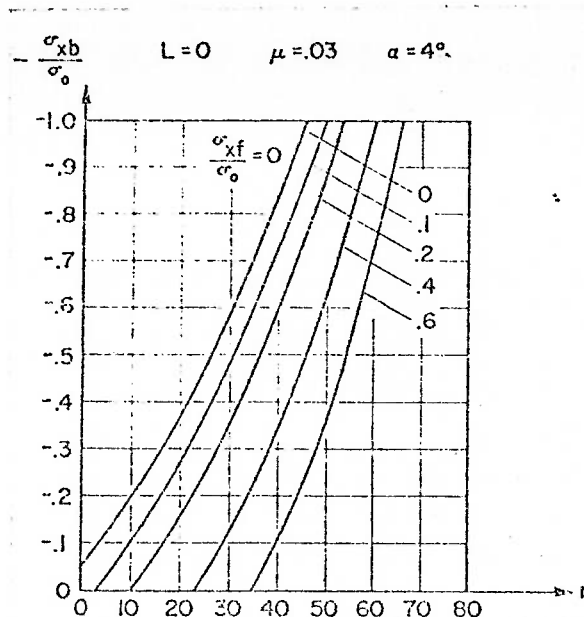


Fig.63 - Efeito - de σ_{xf} e redução nas tensões requeridas⁽⁶⁾

- 8.4) de acordo com as figuras 61 e 62, observamos que para redução nula, a tensão de extrusão é diferente de zero, significando que o processo induz tensão residuais. Este fenômeno, constatado experimentalmente, é atribuído à distorção da barra durante o processo.

O trabalho associado a esta distorção é chamado de trabalho redundante; não existe meios de tratá-lo analiticamente.

No método do limite superior, as tensões residuais são atribuídas às descontinuidades de velocidades ao longo das superfícies Γ_1 e Γ_2 (Fig.56).

- 8.5) para qualquer combinação das variáveis do processo (redução e coef. de atrito) existe um ângulo de cone ótimo que minimiza as forças requeridas (Fig.64 e 65), ou maximiza as possíveis reduções (Fig. 66 e 67).

Com um ângulo de cone muito pequeno as perdas por atrito são fatores predominantes, pois isto aumenta o comprimento de contato entre a peça, que se estuda e a matriz. Com um ângulo de cone

muito grande a distorção é fator predominante, aumentando consideravelmente o trabalho redundante.

O ângulo de cone ótimo pode ser calculado através das expressões (41) e (42): (Apêndice 6)

Modêlo de Coulomb:

$$\alpha = \sqrt{\frac{3}{2} \sqrt{3} \mu \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} + \ln \frac{R_i}{R_f} \right) \ln \frac{R_i}{R_f}} \quad (41)$$

Modêlo da Camada Limite

$$\alpha = \sqrt{\frac{3}{2} m \ln \frac{R_i}{R_f}} \quad (42)$$



8.6) a máxima redução possível decresce com o aumento do comprimento L de saída do material na matriz.

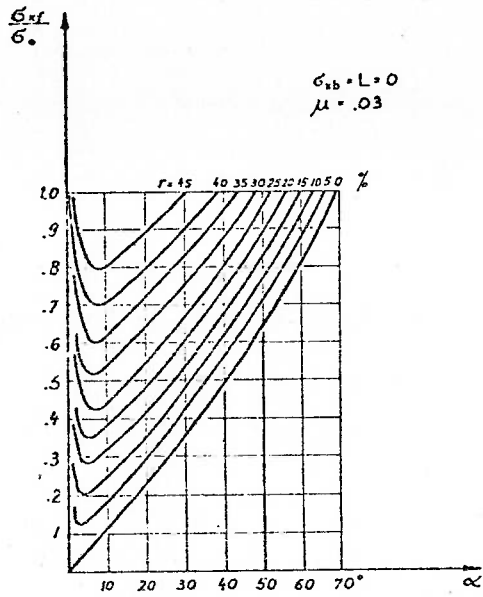


Fig.64 - Efeito do ângulo de cone e redução nas tensões requeridas⁽⁶⁾.

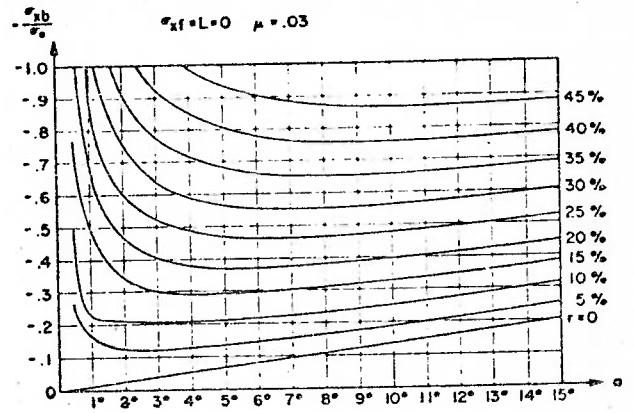


Fig.65 - Efeito do ângulo de cone e redução nas tensões requeridas para pequenos ângulos.

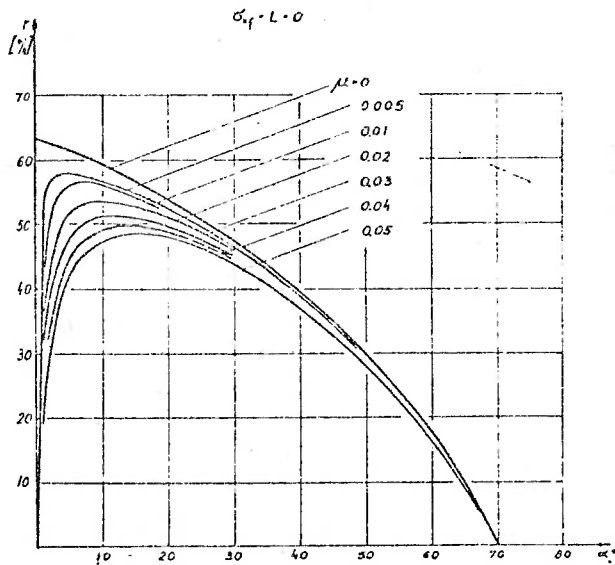


Fig.66 - Efeito do atrito e do ângulo de cone na máxima redução⁽⁶⁾

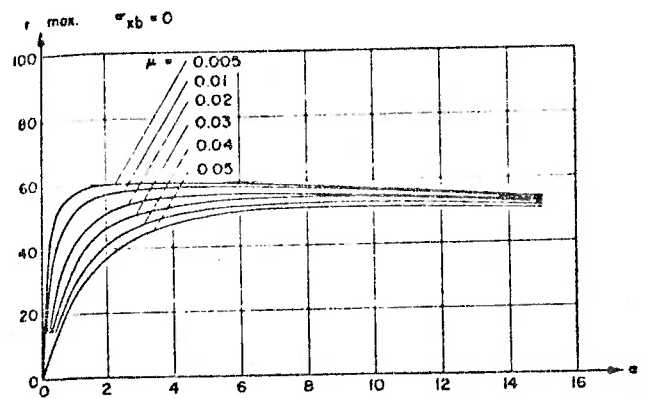


Fig.67 - Efeito do atrito e do ângulo de cone na máxima redução para pequenos ângulos⁽⁵⁾.

CAPITULO VII

DEFORMAÇÃO E VELOCIDADES DE DEFORMAÇÃO NA ZONA DE ESCOAMENTO

O objetivo deste capítulo é obter, expressões para deformação do metal na zona de escoamento, que permitirão analisar a taxa de encruamento de um metal deformado a frio.

1. RELAÇÕES ENTRE AS COMPONENTES DA VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO COM O CAMPO DE VELOCIDADES

De acordo com a figura 68, tem-se:

$$v_i = v_f \left(\frac{R_f}{R_i} \right)^2 \quad (43)$$

$$\dot{U}_r = v = -v_f r_f^2 \frac{\cos \theta}{r^2} \quad (44)$$

$$\dot{U}_\theta = \dot{U}_\beta$$

$$\dot{\epsilon}_{rr} = -2\dot{\epsilon}_{\theta\theta} = -2\dot{\epsilon}_{\beta\beta} = 2 v_f r_f^2 \frac{\cos \theta}{r^3} \quad (45)$$

$$\dot{\epsilon}_{\theta\beta} = \dot{\epsilon}_{\beta r} = 0$$

2. VELOCIDADE EFETIVA DE DEFORMAÇÃO ($\dot{\phi}$) é definida^(33,36) como:

$$\dot{\phi} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{2} (\dot{\epsilon}_{rr}^2 + \dot{\epsilon}_{\theta\theta}^2 + \dot{\epsilon}_{\beta\beta}^2) + \dot{\epsilon}_{R\theta}^2 + \dot{\epsilon}_{\theta\beta}^2 + \dot{\epsilon}_{\beta r}^2}$$

$$\dot{\theta} = 2 v_f r_f^2 \cdot \frac{1}{r^3} \sqrt{\cos^2 \theta + \frac{1}{12} \sin^2 \theta}$$

$$\dot{\theta} = 2 v_f r_f^2 \frac{1}{r^3} \sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \theta} \quad (46)$$

3. DEFORMAÇÃO TOTAL EFETIVA (θ). Integrando a expressão 46 resulta:

$$\theta = \int_{t=0}^t \dot{\theta} dt \quad (47)$$

como $dr = -v dt \rightarrow dt = -\frac{dr}{r}$ e substituindo expressões (44) resulta:

$$dt = \frac{r^2 dr}{v_f r_f^2 \cos \theta} \quad (48)$$

substituindo expressões (46), (48) em (47) resulta:

$$\theta = -2 \frac{\sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \theta}}{\cos \theta} \int_{r_i}^r \frac{dr}{r} = \frac{2 \sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \theta}}{\cos \theta} \ln \frac{r_i}{r}$$

como para $r = r_f \rightarrow \frac{r_i}{r_f} = \frac{R_i}{R_f}$ e $\sin \theta = \frac{R}{r_f} = \frac{R}{R_f} \sin \alpha$,

então

$$\theta = 2 \frac{\sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \theta}}{\cos \theta} \ln \frac{R_i}{R_f}$$

$$\phi = 2 \frac{\sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha}}{\sqrt{1 - \left(\frac{R}{R_f}\right)^2 \sin^2 \alpha}} \ln \frac{R_i}{R_f} \quad (49)$$

4. DEFORMAÇÃO EFETIVA IDEAL

Quando α se aproxima de zero ou quando não há distorção a expressão (49) resulta em

$$\phi_0 = 2 \ln \frac{R_i}{R_f} \quad (50)$$

5. DEFORMAÇÃO EFETIVA RELATIVA é definida^(33,36) como:

$$\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{\sqrt{1 - \frac{11}{12} \left(\frac{R}{R_f}\right)^2 \sin^2 \alpha}}{\sqrt{1 - \left(\frac{11}{12}\right)^2 \sin^2 \alpha}} \quad (51)$$

As figuras 69 e 70 descrevem, a equação (51) onde a deformação efetiva relativa para vários ângulos de cone é "plotada" versus a distância do centro da barra. Pode-se fazer algumas observações:

- quanto maior é a redução, maior é a deformação efetiva
- a deformação efetiva aumenta do centro da barra para a sua superfície
- quanto maior é o ângulo de cone maior é a deformação efetiva.

6. VELOCIDADE MÉDIA EFETIVA DE DEFORMAÇÃO é definida^(33,36)

como:

$$\bar{\dot{\phi}} = \frac{1}{v} \int_v \dot{\phi} \, dv = \frac{1}{v} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \int \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} \, dv \quad (52)$$

onde v é o volume da zona II de deformações

$$v = \frac{2}{3} \pi \left(\frac{1 - \cos \theta}{\sin^3 \theta} \right) (R_i^3 - R_f^3) = \frac{2}{3} \pi \frac{(R_i^3 - R_f^3)}{(1 + \cos \alpha) \sin \alpha}$$

substituindo (45) em (52) resulta

$$\bar{\dot{\phi}} = \frac{1}{v} \int_v 2v_f \, r_f^2 \frac{1}{r^3} \sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \theta} \, dv$$

$$\bar{\dot{\phi}} = \frac{2v_f r_f^2}{v} \int_v \frac{1}{r^3} \sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \theta} \, dv$$

integrando (ANEXO 3), resulta

$$\bar{\dot{\phi}} = \frac{1}{v} \cdot 2\pi v_f R_f^2 f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f}$$

sendo $\dot{V} = \pi v_f R_f^2$, então

$$\bar{\dot{\phi}} = 2 \frac{\dot{V}}{v} f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} \quad (53)$$

onde $f(\alpha)$ é dado pela expressão (12)

7. VELOCIDADE MÉDIA RELATIVA DE DEFORMAÇÃO EFETIVA é definida (33,36) como:

$$\frac{\dot{\bar{\theta}}}{\dot{\theta}_0} = \frac{2\dot{V}}{V} f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} \cdot \frac{1}{2 \ln \frac{R_i}{R_f}} = \frac{2\dot{V}}{V} f(\alpha)$$

como $V = \pi v_f R_f^2$ e $V = \frac{2\pi}{3} \frac{R_i^3 - R_f^3}{(1 + \cos\alpha) \operatorname{sen}\alpha}$ então

$$\frac{\dot{\bar{\theta}}}{\dot{\theta}_0} = \frac{3}{2} \frac{v_f}{R_f} \frac{(1 + \cos\alpha) \operatorname{sen}\alpha}{\left(\frac{R_i}{R_f}\right)^2 - 1} f(\alpha) \quad (54)$$

a expressão (54) é descrita pela figura 71. Se o raio final R_f e a velocidade final v_f são mantidos constantes, uma maior redução diminui a velocidade média de deformação efetiva. Aumentando-se o ângulo de cone aumenta a velocidade média de deformação efetiva.

Fig. 69

Distribuição da deformação efetiva no produto final⁽³⁶⁾

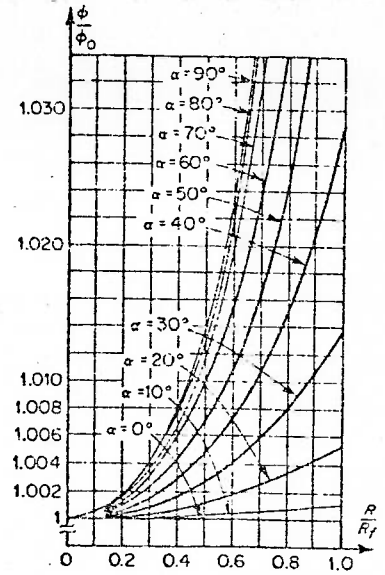


Fig. 70

Distribuição da deformação efetiva no produto final⁽³⁶⁾

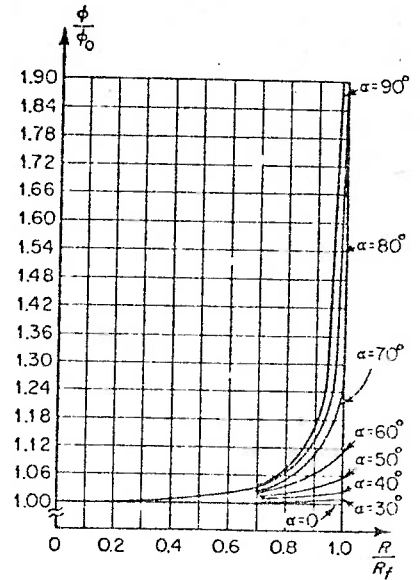
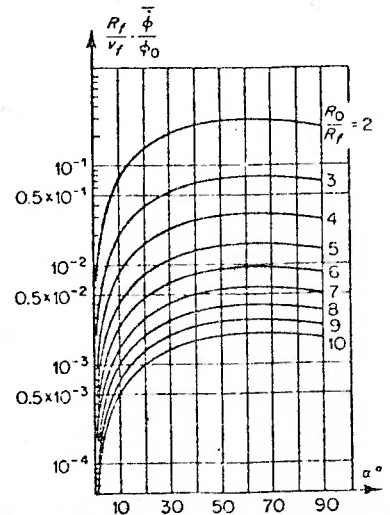


Fig. 71

Velocidade média relativa de deformação x ângulo de cone e redução⁽³⁶⁾



8. DEFORMAÇÃO MÉDIA EFETIVA ($\bar{\phi}$) é definida^(33,36) como:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{A} \int_{R=0}^{R_t} \phi \, dA = \frac{1}{\pi R_f^2} \int_{R=0}^{R_f} 2\pi R \phi \, dR$$

Substituindo a expressão (56) resulta:

$$\bar{\phi} = 4 \ln \frac{R_i}{R_f} \int_{R=0}^{R_f} \frac{R}{R_f} \frac{\sqrt{1 - \frac{11}{12} \left(\frac{R}{R_f}\right)^2 \sin^2 \alpha}}{\sqrt{1 - \left(\frac{R}{R_f}\right)^2 \sin^2 \alpha}} d\left(\frac{R}{R_f}\right)$$

Substituindo $\left(\frac{R}{R_f}\right)^2 \sin^2 \alpha = x$ e $2\left(\frac{R}{R_f}\right) d\left(\frac{R}{R_f}\right) = \frac{dx}{\sin^2 \alpha}$

e integrando resulta:

$$\bar{\phi} = \frac{2 \ln \frac{R_i}{R_f}}{\sin^2 \alpha} \left\{ \sqrt{1 - \left(\frac{R}{R_f}\right)^2 \sin^2 \alpha} \times \sqrt{1 - \frac{11}{12} \left(\frac{R}{R_f}\right)^2 \sin^2 \alpha} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\sqrt{11 \times 12}} \ln \left[\sqrt{\frac{11}{12} \left| 1 - \left(\frac{R}{R_f}\right)^2 \sin^2 \alpha \right|} - \sqrt{1 - \frac{11}{12} \left(\frac{R}{R_f}\right)^2 \sin^2 \alpha} \right] \right\}_{R=0}^{R_f}$$

$$\bar{\phi} = 2 \frac{\ln \frac{R_i}{R_f}}{\sin^2 \alpha} \left\{ 1 - \cos \alpha \sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\sqrt{11 \times 12}} \ln \frac{\sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha} - \sqrt{\frac{11}{12} \cos \alpha}}{1 - \sqrt{\frac{11}{12}}}$$

$$\bar{\phi} = 2 \ln \frac{R_i}{R_f} f(\alpha) \quad (55)$$

9. DEFORMAÇÃO RELATIVA MÉDIA EFETIVA é definida (33,36) como:

$$\frac{\bar{\phi}}{\phi} = 2 \ln \frac{R_i}{R_f} f(\alpha) \times \frac{1}{2 \ln \frac{R_i}{R_f}}$$

$$\frac{\bar{\phi}}{\phi_0} = f(\alpha) \quad (56)$$

adicionando a parcela de deformação acumulada nas superfícies Γ_1 e Γ_2 devido ao cisalhamento, a deformação relativa pode ser expressa por

$$\phi_r = f(\alpha) + \frac{(1/\sqrt{3})(\alpha/\sin^2 \alpha - \cotg \alpha)}{\ln \left(\frac{R_0}{R_1} \right)} \quad (57)$$

Esta expressão também é definida como fator de trabalho

CAPITULO VIII

OS EFEITOS DO ENCRUAMENTO E DA VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO
NO ESCOAMENTO PLÁSTICO ATRAVÉS DE MATRIZES CÔNICAS

Como já mencionado anteriormente (Cap.VI, item 3) o cálculo das energias envolvidas no processo se faz com as expressões:

$$\dot{j} = \dot{\omega}_i + \dot{\omega}_s + \dot{\omega}_f$$

onde:

$$\dot{\omega}_i = k \sqrt{2} \int_V \sqrt{\dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} dv$$

$$\dot{\omega}_s = \int_S f \Delta v^* ds$$

$$\dot{\omega}_f = - \int_{S_f} T_i v_i^* ds$$

$$\dot{j} = \int_{S_i} T_i V_i ds$$

1. ENERGIAS EXTERNAS

$$\dot{\omega}_f = - \int_{S_f} T_i V_i^* ds$$

$$\dot{\omega}_f = - \int_0^{R_f} \sigma_{xf} V_f \cdot 2\pi r dr$$

$$\dot{\omega}_f = -\pi V_f R_f^2 \sigma_{xf}$$

(58)

OBS.:- $T_i = + \sigma_{xf}$ (estado de tração)

$$\dot{J} = \int_{S_i} T_i V_i ds$$

$$\dot{J} = \int_0^{R_i} -\sigma_{xb} V_i 2\pi r dr$$

$$\dot{J} = -\pi V_i R_i^2 \sigma_{xb} = -\pi V_f R_f^2 \sigma_{xb} \quad (\text{de acordo com expressão 7})$$

OBS.:- $T_i = -\sigma_{xb}$ (estado de compressão)

2. ENERGIAS INTERNAS DE DEFORMAÇÃO

$$\dot{w}_i = k\sqrt{2} \int \sqrt{\dot{\epsilon}_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^*} dv$$

$$\text{como } k = \frac{\sigma_{ef}}{\sqrt{3}}$$

$$\dot{w}_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{ef} \int \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^*} dv \quad (59)$$

Sabe-se ainda que: (9)

$$\dot{\epsilon}_{rr} = \frac{\partial U_r}{\partial r} ; \quad \dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \frac{U_r}{r} ; \quad \dot{\epsilon}_{\beta\beta} = \frac{U_r}{r} \quad (60)$$

$$\dot{\epsilon}_{r\theta} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} ; \quad \dot{\epsilon}_{r\beta} = \dot{\epsilon}_{\theta\beta} = 0$$

Aplicando nas expressões (60) as expressões do campo de velocidades (5), resulta:

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_{rr} &= 2V_f r_f^2 \frac{\cos\theta}{r^3} \\ \dot{\epsilon}_{\beta\beta} &= \dot{\epsilon}_{\theta\theta} = -V_f r_f^2 \frac{\cos\theta}{r^3} \\ \dot{\epsilon}_{r\theta} &= \frac{1}{2} V_f r_f^2 \frac{\sin\theta}{r^3} \\ \dot{\epsilon}_{\theta\beta} &= \dot{\epsilon}_{\beta r} = 0\end{aligned}\quad (61)$$

O efeito do encruamento na tensão de escoamento pode ser traduzido por uma expressão linear do tipo

$$\sigma_{ef} = S.(1 + \beta \varnothing)$$

onde S é a tensão de escoamento, β é o expoente de encruamento e \varnothing é a deformação efetiva.

De acordo com a expressão (56) temos:

$$\varnothing = 2 \frac{\sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2\theta}}{\cos\theta} \ln \frac{r_i}{r}$$

A tensão de escoamento na zona II, zona de deformação será:

$$\sigma_{ef} = S \left[1 + 2\beta \frac{\sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2\theta}}{\cos\theta} \ln \frac{r_i}{r} \right] \quad (62)$$

Substituindo as expressões (61) e (62) na expressão (59) e sabendo-se que $dV = 2\pi r dr \sin\theta r d\theta = 2\pi r^2 dr \sin\theta d\theta$, resulta:

$$\dot{\omega}_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \int_V \sigma_{ef} \left(\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^* \right)^{1/2} dV$$

$$\dot{\omega}_i = 4\pi S V_f r_f^2 \int_0^\alpha \int_{r_f}^{r_1} \left[1 + 2\beta \frac{(1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \theta)^{1/2}}{\cos \theta} \ln \frac{r_i}{r} \right] \left(1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \theta \right)^{1/2} \text{sen} \theta \frac{dr}{r} d\theta$$

integrando⁽¹⁰⁾ resulta

$$\dot{\omega}_i = 2\pi V_f S \ln \frac{R_i}{R_f} \left[f(\alpha) + \frac{11}{12} \beta \left(1 - \frac{2}{11} \frac{\ln(\cos \alpha)}{\text{sen}^2 \alpha} \right) \ln \frac{R_i}{R_f} \right] \quad (63)$$

3. ENERGIAS DISSIPADAS POR ATRITO E POR DESCONTINUIDADE DE VELOCIDADE

- na superfície Γ

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_1}} = \int_{S_{\Gamma_1}} \tau \Delta v^* \quad (64)$$

a tensão de cisalhamento na superfície, onde $r = r_f \bar{e}$

$$\tau = \frac{\sigma_{ef}}{\sqrt{3}} \Big|_{r=r_f} = \frac{S}{\sqrt{3}} (1 + \beta \theta) \Big|_{r=r_f} = \frac{S}{\sqrt{3}} \left[1 + 2\beta \frac{(1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \theta)^{1/2}}{\cos \theta} \ln \frac{R_i}{R_f} \right]$$

(64-A)

Sabendo-se que a descontinuidade de velocidade é $\bar{\Delta V} = V \operatorname{sen} \theta$ e que $dS = 2\pi r_f \operatorname{sen} \theta r_f d\theta$, podemos, juntamente, com a expressão (64-A) substituí-los na expressão (64), resultan-
do:

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_1}} = 2V_f r_f^2 \frac{S}{\sqrt{3}} \int_0^\alpha \left[1 + 2\beta \frac{(1 - \frac{11}{12} \operatorname{sen}^2 \theta)^{1/2}}{\cos \theta} \ln \frac{R_i}{R_f} \right] \operatorname{sen}^2 \theta d\theta$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_1}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \pi S V_f \frac{R_f^2}{\operatorname{sen}^2 \alpha} \left[\int_0^\alpha \operatorname{sen}^2 \theta d\theta + 2\beta \ln \frac{R_i}{R_f} \int_0^\alpha \frac{(1 - \frac{11}{12} \operatorname{sen}^2 \theta)^{1/2}}{\cos \theta} \operatorname{sen}^2 \theta d\theta \right]$$

(65)

Substituindo $E(\alpha) = \int_0^\alpha (1 - \frac{11}{12} \operatorname{sen}^2 \theta)^{1/2} \frac{\operatorname{sen}^2 \theta}{\cos \theta} d\theta$,

e integrando (36), resulta:

$$E(\alpha) = \frac{S}{\sqrt{11 \cdot 12}} \operatorname{sen}^{-1} \left[\left(\frac{11}{12} \right)^{1/2} \operatorname{sen} \alpha \right] - \frac{\operatorname{sen} \alpha (1 - \frac{11}{12} \operatorname{sen}^2 \alpha)^{1/2}}{2} + \frac{1}{\sqrt{12}} \ln \frac{(1 - \frac{11}{12} \operatorname{sen}^2 \alpha) + \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\sqrt{12}}}{\cos \alpha}$$

portanto

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_1}} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} S V_f R_f^2 \left[\left(\frac{\alpha}{\operatorname{sen}^2 \alpha} - \cot \alpha \right) + 4\beta \left(\ln \frac{R_i}{R_f} \cdot F(\alpha) \right) \right] \quad (66)$$

onde $F(\alpha) = \frac{E(\alpha)}{\text{sen}^2 \alpha}$ (APÊNDICE 4)

- na superfície Γ_2

As perdas na superfície Γ_2 são idênticas àquelas calculadas pela expressão 13, com exceção de que σ_0 é substituído por S .

$$\dot{w}_{S_{\Gamma_2}} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} S V_f R_f^2 \left(\frac{\alpha}{\text{sen}^2 \alpha} - \text{cotg } \alpha \right) \quad (67)$$

- na superfície Γ_3

$$\dot{w}_{S_{\Gamma_3}} = \int_{r_i}^{r_f} \tau \Delta V \, dS \quad (68)$$

admitindo o atrito de camada limite :

$$\tau = m \frac{\sigma_{ef}}{\sqrt{3}} = \frac{m}{\sqrt{3}} \left[1 + 2\beta \frac{\left(1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \alpha\right)^{1/2}}{\cos \alpha} \ln \frac{r_i}{r} \right] \quad (69)$$

Sabendo-se que a velocidade do material na superfície da matriz, onde $\theta = \alpha$, é dada por $\Delta V = V_f r_f^2 \frac{\cos \alpha}{r^2}$ e que $dS = 2\pi r \text{sen } \alpha \, dr$, podemos juntamente com a expressão (69), substituí-los, na expressão (68), resultando:

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} = -\frac{2}{\sqrt{3}} m S \pi V_f \frac{R_f^2}{\text{sen}\alpha} \cos\alpha \int_{r_i}^{r_f} \left[1 + 2\beta \frac{(1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2\alpha)^{1/2}}{\cos\alpha} \ln \frac{r_i}{r} \right] \frac{dr}{r}$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} m S \pi V_f R_f^2 \frac{\cos\alpha}{\text{sen}\alpha} \left[\int_{r_f}^{r_i} \frac{dr}{r} + 2 \frac{(1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2\alpha)^{1/2}}{\cos\alpha} \int_{r_f}^{r_i} (\ln r_i - \ln r) \frac{dr}{r} \right]$$

que integrando resulta:

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} m S \pi V_f R_f^2 + \cot\alpha \left[\ln \frac{R_i}{R_f} + 2\beta \frac{(1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2\alpha)^{1/2}}{\cos\alpha} \times \frac{1}{2} (\ln \frac{R_i}{R_f})^2 \right]$$

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} m S \pi V_f R_f^2 \cos\alpha \ln \frac{R_i}{R_f} \left[1 + \beta \frac{(1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2\alpha)^{1/2}}{\cos\alpha} \ln \frac{R_i}{R_f} \right] \quad (70)$$

- na superfície Γ_4

$$\dot{\omega}_{S_{\Gamma_4}} = \frac{2}{\sqrt{3}} m S \pi V_f R_f^2 \frac{L}{R_f} \left[1 + 2\beta \frac{(1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2\alpha)^{1/2}}{\cos\alpha} \cdot \ln \frac{R_i}{R_f} \right] \quad (71)$$

4. BALANÇO DAS ENERGIAS

$$\dot{J} = \dot{\omega}_i + \dot{\omega}_s + \dot{\omega}_f$$

Substituindo as expressões 58, 59, 63, 66, 67, 68, 70 e 71 resulta:

$$\sigma_{xb} = \sigma_{xf} - A \quad (72)$$

onde

$$A = S \left\{ 2f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} + \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right) + m \cot \alpha \ln \frac{R_i}{R_f} + m \frac{L}{R_f} \right] + \right. \\ \left. + \beta \left[\frac{11}{6} \left(1 - \frac{2}{11} \frac{\ln(\cos \alpha)}{\sin \alpha} \right) \left(\ln \frac{R_i}{R_f} \right)^2 + \frac{4}{\sqrt{3}} F(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{\sqrt{3}} m \frac{\left(1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha \right)^{1/2}}{\sin \alpha} \left(\ln \frac{R_i}{R_f} \right)^2 + \frac{4}{\sqrt{3}} m \frac{L}{R_f} \frac{\left(1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha \right)^{1/2}}{\cos \alpha} \ln \frac{R_i}{R_f} \right] \right\}$$

$f(\alpha)$, $F(\alpha)$ e $\left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right)$ são tabelados para $0 < \alpha < 90^\circ$ conforme conforme Apêndice 4

- quando o coeficiente de encruamento $\beta \rightarrow 0$, a solução da equação (72) tende para a solução da equação (18).
- A discrepância entre os valores obtidos pelas duas equações aumenta diretamente com o valor do coeficiente de encruamento (β), semi-ângulo de cone (α) e redução ($r\%$)

Uma forma alternativa de cálculo, que leva em conta o cálculo da tensão efetiva (σ_{ef}) em relação à deformação efetiva -

média é apresentado a seguir:

$$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_{ef}} = \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_{ef}} - A \quad (73)$$

onde

$$A = 2f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} + \frac{2}{\sqrt{3}} \left\{ \left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right) + m \left[(\cot \alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} + \frac{L}{R_f} \right] \right\}$$

5. OBSERVAÇÕES:

a) se o material for rígido-plástico perfeito, então

$$\sigma_{ef} = \sigma_0$$

b) se o material apresenta o fenômeno do encruamento, então:

$$\sigma_{ef} = S \left[1 + \frac{1}{2} \beta \bar{\phi} \right] = S \left[1 + \beta f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} \right] \quad (74)$$

onde $\bar{\phi}$ é a deformação efetiva média calculada pela expressão (55)

Se admitirmos as perdas nas superfícies Γ_1 e Γ_2 , então

$$\sigma_{ef} = S \left\{ 1 + \beta \left[f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right) \right] \right\} \quad (75)$$

CAPITULO IX

O EFEITO DO ATRITO NO ESCOAMENTO PLÁSTICO ATRAVÉS DE MATRIZES
CÔNICAS

O método do Limite Superior, quando aplicado ao escoamento plástico, através de matrizes cônicas, de materiais que encruam, admitindo a hipótese de encruamento linear, resulta na expressão 72, a qual se reproduz a seguir:

$$\sigma_{xb} = \sigma_{xf} - A$$

onde

$$A = S \left\{ 2f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} + \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right) m \cot \alpha \ln \frac{R_i}{R_f} + m \frac{L}{R_f} \right] + \right. \\ \left. + \beta \left[\frac{11}{6} \left(1 - \frac{2}{11} \frac{\ln(\cos \alpha)}{\sin \alpha} \right) \left(\ln \frac{R_i}{R_f} \right)^2 + \frac{4}{\sqrt{3}} F(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{\sqrt{3}} m \frac{\left(1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha \right)^{1/2}}{\sin \alpha} \left(\ln \frac{R_i}{R_f} \right)^2 + \frac{4}{\sqrt{3}} m \frac{L}{R_f} \frac{\left(1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha \right)^{1/2}}{\cos \alpha} \ln \frac{R_i}{R_f} \right] \right\}$$

$f(\alpha)$, $F(\alpha)$ e $\left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right)$ são tabelados para $0 < \alpha < 90^\circ$ conforme Apêndice 4.

Esta expressão resultou do balanço de energias envolvendo o trabalho interno de deformação (w_i), o trabalho introduzido na saída da matriz (w_f) e o trabalho dissipado por descontinuidade de velocidades (w_s).

Pode-se, então, avaliar o efeito do atrito no escoamento plástico através de matrizes cônicas, isolando-se, desta expressão o respectivo coeficiente de atrito.

Utilizou-se o conceito do atrito de camada limite - (m) pelo motivo de que as altas pressões desenvolvidos entre o metal extrudado e a matriz faz com que o lubrificante ou a camada de revestimento superficial deste material trabalhe como um película separadora destas partes.

CAPITULO X

O DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL

Objetivo. Escolha da liga de alumínio. Preparação dos corpos de prova. Planificação dos ensaios. Equipamento utilizado para a extrusão. Determinação dos esforços de extrusão. Resultados e análise dos resultados.

1. OBJETIVO

O objetivo desta parte experimental foi o de verificar a influência da anodização de uma liga de alumínio sobre o atrito e os esforços de extrusão a frio. Desenvolveram-se experiências em extrusão direta, com corpos de prova cilíndricos, anodizados em três espessuras diferentes de camada, bem como em corpos de prova cilíndricos sem anodização.

2. PREPARAÇÃO DOS CORPOS DE PROVA

A escolha da liga de alumínio foi norteadada pelos seguintes fatores:

- ser de uso industrial corrente
- ser fácil de encontrar no mercado
- ser adequada à anodização.

Segundo este critério, foi escolhida a liga ASTM 6063^(48,52), que apresenta equivalência entre normas, composição química e propriedades mecânicas segundo as tabelas 5

ASTM	ABNT	ALCAN	DIN	AFNOR	BS
6063	66050	50 S	Al-Mg-Si0,5	A-G3	H9

Tabela 5 - Equivalência entre normas para a liga ASTM 6063.

Al	Cu	Fe	Mg	Si	Ti	Zn	Cr	outros
99,00	0,10	0,35	0,45-0,85	-0,30-0,60	0,10	0,05	0,10	0,15

Tabela 6 - Composição química da liga ASTM 6063.

A liga utilizada para o desenvolvimento experimental foi a ALCAN 50S-T5, tratável termicamente e obtida por envelhecimento artificial, conforme a tabela 8.

Liga ALCAN	Têmpera	Límite de re- sistência (kgf/mm ²)	Límite de es- coamento (kgf/mm ²)	Alongamento 50 mm (%)	Dureza BRINELL (kgf/mm ²)	Límite de re- sistência ao cisalhamento (kgf/mm ²)	Resistência à fadiga 500 x 10 ⁶ ciclos (kgf/mm ²)
50 S	0	11,9* (10,5)	- (3,5)	- (40)	- (26)**	- (7,7)	- (5,5)
	T4A	11,1 (14,1)	6,3 (8,4)	16 (25)	- (48)**	- (10,0)	- (6,5)
	T5	15,4 (19,6)	11,9 (16,8)	8 (16)	- (66)	- (12,0)	- (7,0)
	T6C	18,3 (22,1)	14,8 (19,7)	8 (14)	- (68)	- (15,5)	- (7,0)
	T8A	21,0 (28,0)	17,5 (25,2)	8 (13)	-	- (15,5)	-
	T8D	25,9 (30,8)	23,8 (28,7)	7 (12)	-	- (12,5)	-
	T8E	- (19,0)	- (17,0)	- (10)	-	- (19,0)	-

OBS:- () = os valores entre parênteses são típicos, correspondem uma média de valores observados.

* = indica-se o valor máximo para garantir um completo recozimento

** = valores em Rockwell F(RF)

Tabela 7 - Propriedades mecânicas⁽⁵⁷⁾ da liga ALCAN 50 S.

SÍMBOLO (Composto de três cifras)					
1º Dígito		2º Dígito		3º Dígito	
Letra	Significado	Número	Significado	Número	Significado
H	TÊMPERA DE LIGA NÃO TRATÁVEL TERMICAMENTE	1	Encruamento	1	1/8 duro
		2	Encruamento se- guido de reco- zimento parcial	2	1/4 duro
				4	1/2 duro
				6	3/4 duro
		3	Encruamento se- guido de esta- bilização	8	duro
		9	extra-duro		
0	=	Recozido			
F	=	Como fabricado			
HIII	=	Trabalhado a quente e esticado a frio			
SÍMBOLO (Composto de duas cifras)					
1º Dígito		2º Dígito			
Letra	Significado	Número	Significado		
T	TÊMPERA DE LIGA TRATÁVEL TERMICAMENTE	3	Tratamento térmico de solubilização seguido de encruamento		
		4(+)	Tratamento térmico de solubilização		
		5	Envelhecimento artificial		
		6(f)	Tratamento térmico de solubilização seguido de envelhecimento artificial		
		8	Tratamento térmico de solubilização seguido de encruamento e envelhecimento artificial		
		9	Tratamento térmico de solubilização seguido de envelhecimento artificial e encruamento		
		10	Envelhecimento artificial seguido de encruamento		
0'	=	Recozido			
F	=	Como fabricado			
W	=	Tratamento térmico de solubilização, têmpera instável			

(+) Quando seguido do sufixo A ou C o resfriamento é feito a ar.

Exemplos: H14 - Têmpera de liga não tratável termicamente obtida por encruamento com grau 1/2 duro.

T5 - Têmpera de liga tratável termicamente obtida por envelhecimento artificial.

Tabela 8 - Símbolos para têmperas de ligas de alumínio⁽⁵⁷⁾.

Os corpos de prova (Fig.72) foram usinados apresentando os respectivos cones de redução para que não houvessem as perturbações iniciais da zona de deformações plásticas que poderiam interferir na leitura dos esforços de conformação, - uma vez que o modelo de cálculo destes esforços, desenvolvidos no capítulo VI, não leva em consideração este efeito.

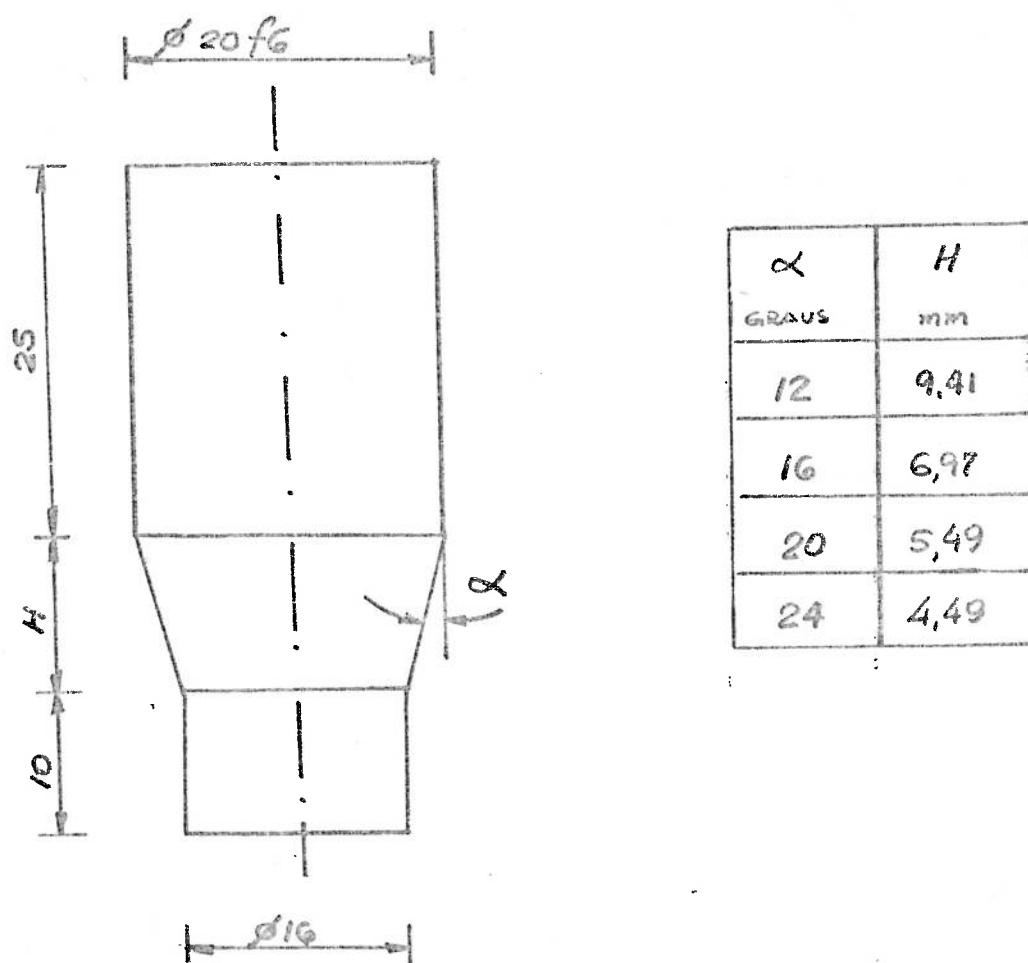


Fig.72 - Corpos de prova para a extrusão.

Os corpos de prova foram simultaneamente recozidos⁽⁵²⁾ à temperatura de 400°C, num tempo de 2 horas, uma vez que a liga de Alumínio ASTM 6063 foi fornecida no estado envelhecido.

Usinaram-se, também, corpos de prova para um ensaio de tração⁽⁵⁶⁾, que sofreram o mesmo tratamento térmico de recozimento e simultaneamente com os corpos de prova de extrusão (Fig. 73).

A anodização dos corpos de prova^(48,52) foi feita segundo especificação da ASTM, em tempos de tratamento de 20,30 e 40 minutos. O plano de anodização está ilustrado na tabela 9.

Tabela 9a- Plano de anodização

eletrolito	condições de operação					quantidade de peças			
	concentração (g/l)	tensão (V)	temperatura (°C)	corrente (A/dm ²)	tempo de anodização (min)	12°	16°	20°	24°
H ₂ SO ₄	165	20	21	1,3	20	6	6	6	6
					30	6	6	6	6
					40	6	6	6	6

As espessuras das camadas anodizadas foram medidas em três corpos de prova para cada tempo de anodização. Os diâmetros dos corpos de prova foram medidos antes e depois do tratamento. Os valores médios obtidos indicados na tabela 9b. Para cada corpo de prova foram tomadas três medidas:

Tabela 9b - Espessura das camadas anodizadas

Tempo de anodização (minutos)	Espessura (μ)
20	5
30	9
40	15

3. ENSAIOS PRELIMINARES

3.1 - Determinação da rugosidade

A rugosidade superficial foi determinada em quatro corpos de prova, com e sem revestimento, no sentido longitudinal, utilizando o aparelho PERTH-0-METER-Universal-tipo 54 Bd com apalpador HT-F250/PMK 54 Bd. A velocidade do ensaio foi de 0,1 mm/s, o comprimento do ensaio foi de 5mm e o parâmetro medido foi o desvio médio aritmético. Os resultados médios das medições estão na tabela 10.

Tabela 10 - Rugosidade dos corpos-de-prova

1. SEM ANODIZAÇÃO	= 2,80 μm
2. COM ANODIZAÇÃO (20 minutos de banho)	= 0,45 μm
3. COM ANODIZAÇÃO (30 minutos de banho)	= 0,99 μm
4. COM ANODIZAÇÃO (40 minutos de banho)	= 2,61 μm

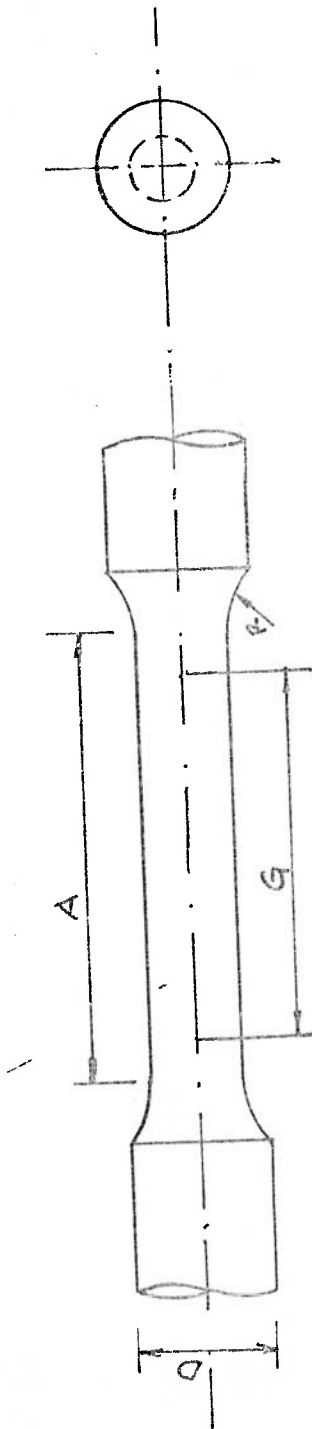
Pode-se notar nestes resultados que o tempo de anodização tem uma grande influência na rugosidade superficial.

3.2 - Determinação das propriedades mecânicas

As características mecânicas de liga em questão, bem como, a respectiva curva Força x Deformação ($F \times \Delta l / l_0$), obtidas no ensaio de tração, estão representadas na figura 73-a e tabela 12.

Os ensaios de extrusão e de tração foram feitos simultaneamente para que fossem evitadas possíveis diferenças nas propriedades mecânicas da liga utilizada pelo mecanismo de envelhecimento, que naturalmente se manifestaria.

O ensaio de tração foi feito com uma máquina INSTRON, existente no laboratório de ensaios da CETESB, de 25000t de capacidade com velocidade de travessão de 0,2 cm/min, velocidade de carta de 2,0 cm/min e fundo de escala de 0 - 1000 kgf.



diâmetro nominal	6,25 (mm)
G: comprimento útil	25,0 ± 0,10 (mm)
D: diâmetro	6,25 ± 0,12 (mm)
R: raio do filete (mínimo)	5 mm
A: comprimento da seção reduzida	32 mm.

Fig. 73 - Corpo de prova para o ensaio de tração

Tabela 11- Propriedades mecânicas determinadas da liga de alumínio ASTM 6063 recozida.

\emptyset (mm)	S_0 (mm ²)	F_r (kgf)	σ_r (kgf/mm ²)	Along(mm) "25 mm"	% Along.	S_1 (mm ²)	λ (%)
6,227	30,45	300	9,85	33,3	25,1	5,73	81

onde: S_0 (mm²) - Área Inicial

S_1 (mm²) - Área Final

σ_r (kgf/mm²) - Tensão Limite de resistência a tração

λ (%) - Estricção.

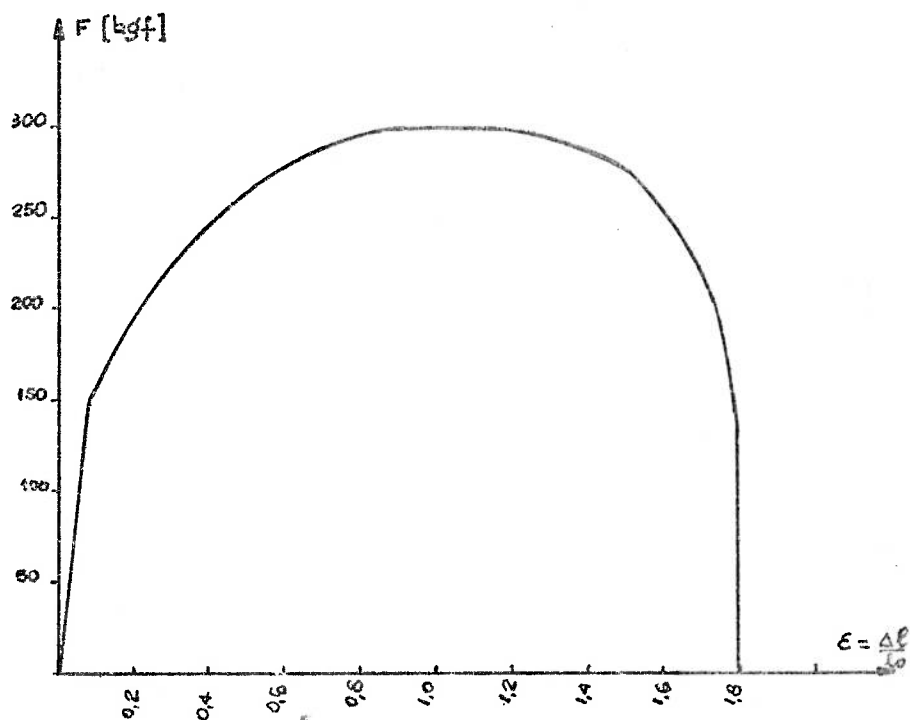


Fig.73-a. Características mecânicas e curva $F \times (\Delta l/l_0)$ da liga de Alumínio ASTM 6063.

4. ENSAIOS DE CONFORMAÇÃO

4.1 Programa de ensaios

Foram utilizadas 4 matrizes com semi-ângulos de cone de 12° , 16° , 20° e 24° . Para cada matriz foram desenvolvidos 12 ensaios, dos quais, 3 para corpos de prova no estado usinado e 9 analisados em três tempos diferentes do tratamento (20, 30 e 40 minutos). Para cada condição diferente do tratamento superficial foram ensaiados 3 corpos-de-prova com lubrificação de vaselina.

Os primeiros ensaios foram feitos com corpos de prova usinados com e sem lubrificação de vaselina. Os altos valores obtidos para os esforços de conformação nos corpos de prova isentos de lubrificantes (Tabela 12) permitiram concluir o não interesse de se prosseguir com estes ensaios mesmo porque os mecanismos estudados para o atrito consideram a presença de um lubrificante.

4.2 Equipamento para a extrusão

O desenvolvimento experimental da extrusão foi feito numa máquina universal de ensaios LOS, de capacidade 40 t, existente no Centro de Pesquisas Mecânicas da Faculdade de Engenharia Industrial (SP); (Fig.74).

A escolha desta máquina para os ensaios é devido - aos seguintes motivos:

- baixa velocidade de aplicação das cargas (ensaio quase-estático)
- possibilidade de se manter constante a velocidade de aplicação das cargas
- leitura imediata dos esforços de conformação no dinamômetro da máquina
- facilidade de operação da máquina
- facilidade de sujeição e retirada do dispositivo de extrusão.

O dimensionamento das ferramentas e a seleção dos - materiais para as ferramentas foram feitos segundo recomendações da referência 47.

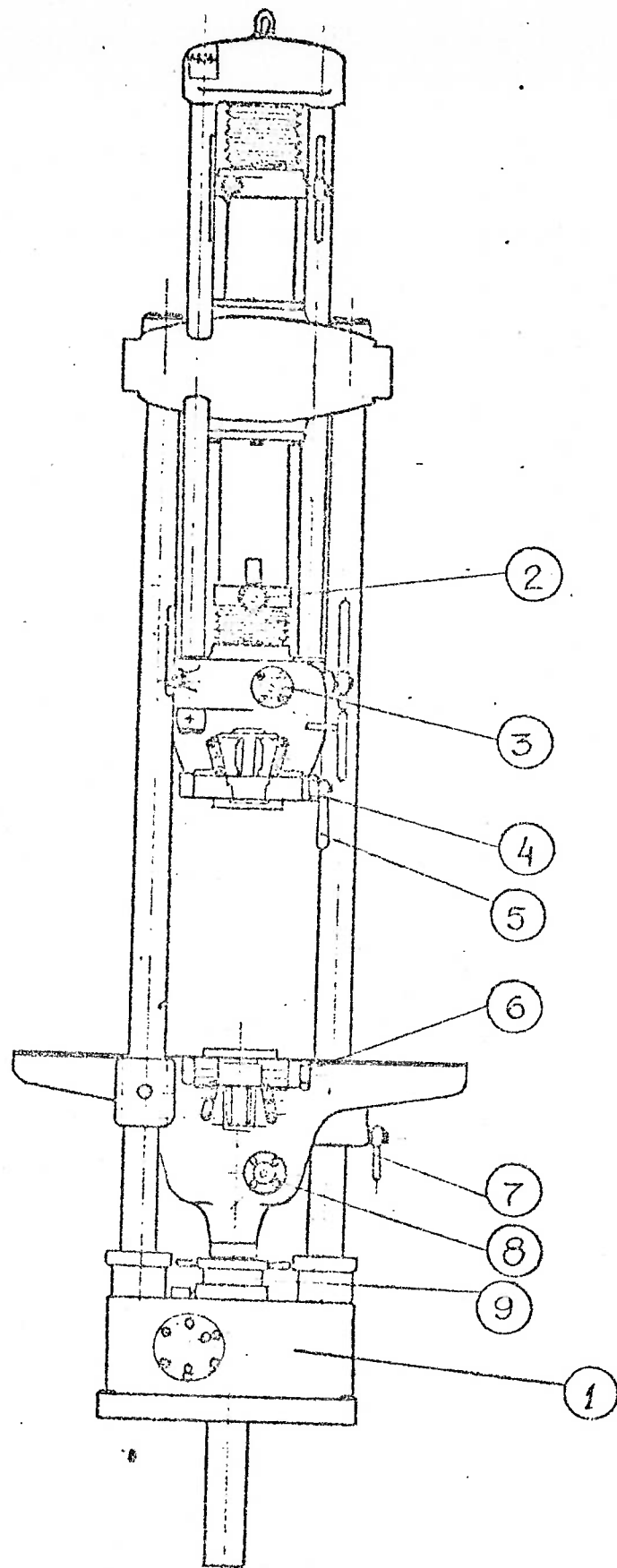


Fig. 74 - Esquema da Máquina Universal de Ensaio LOS.

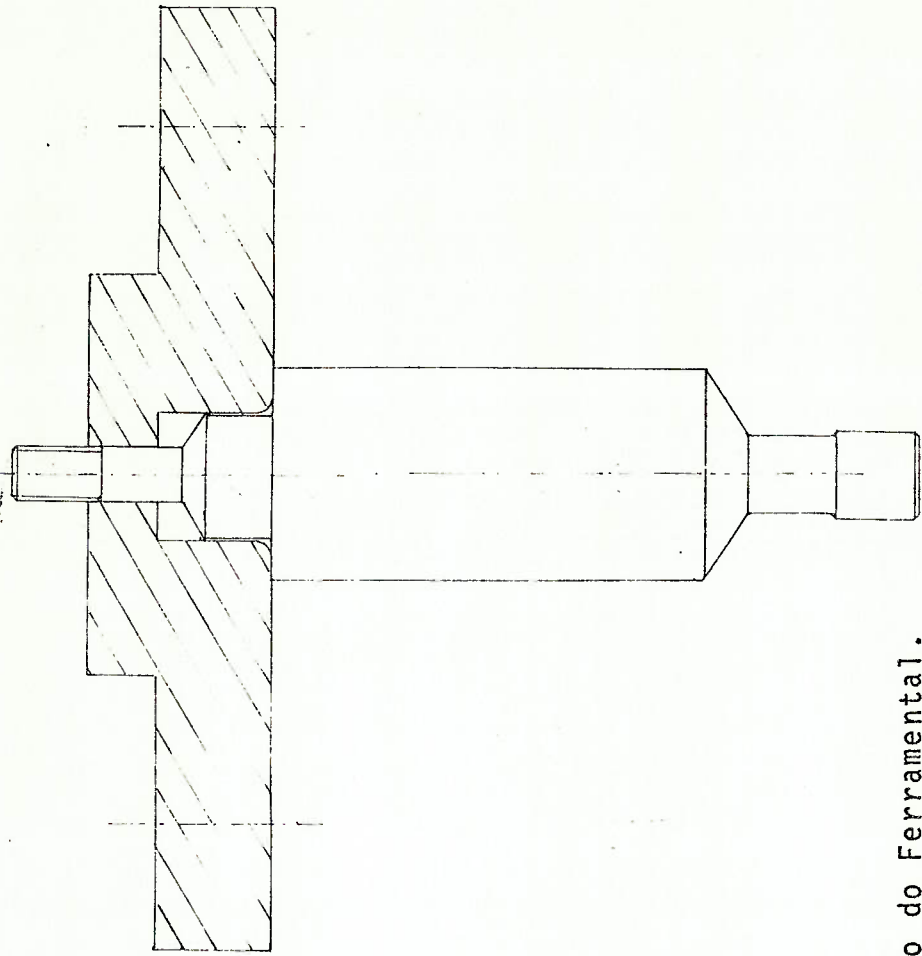
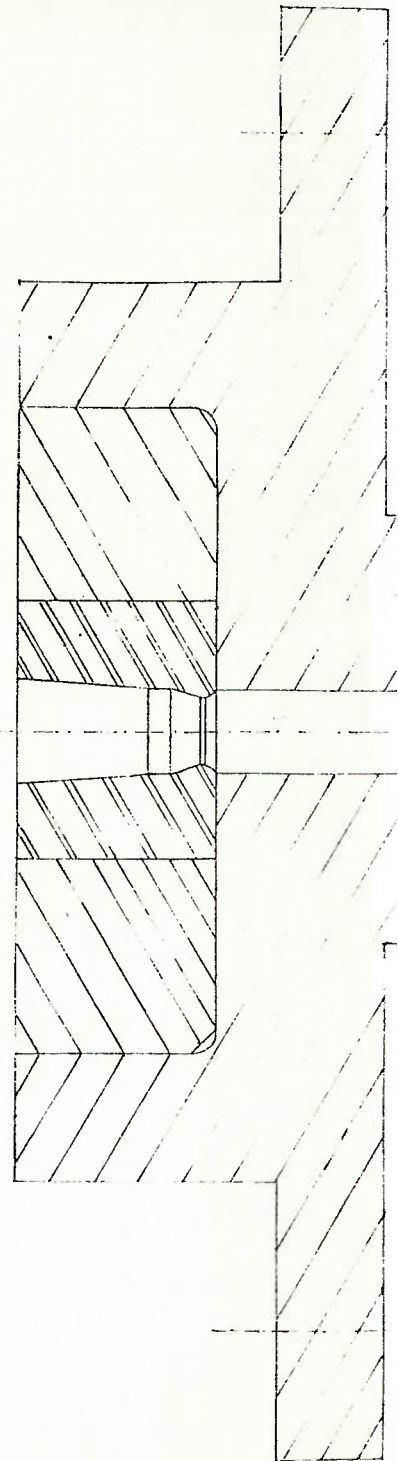


Fig. 75 - Desenho do Conjunto do Ferramental.



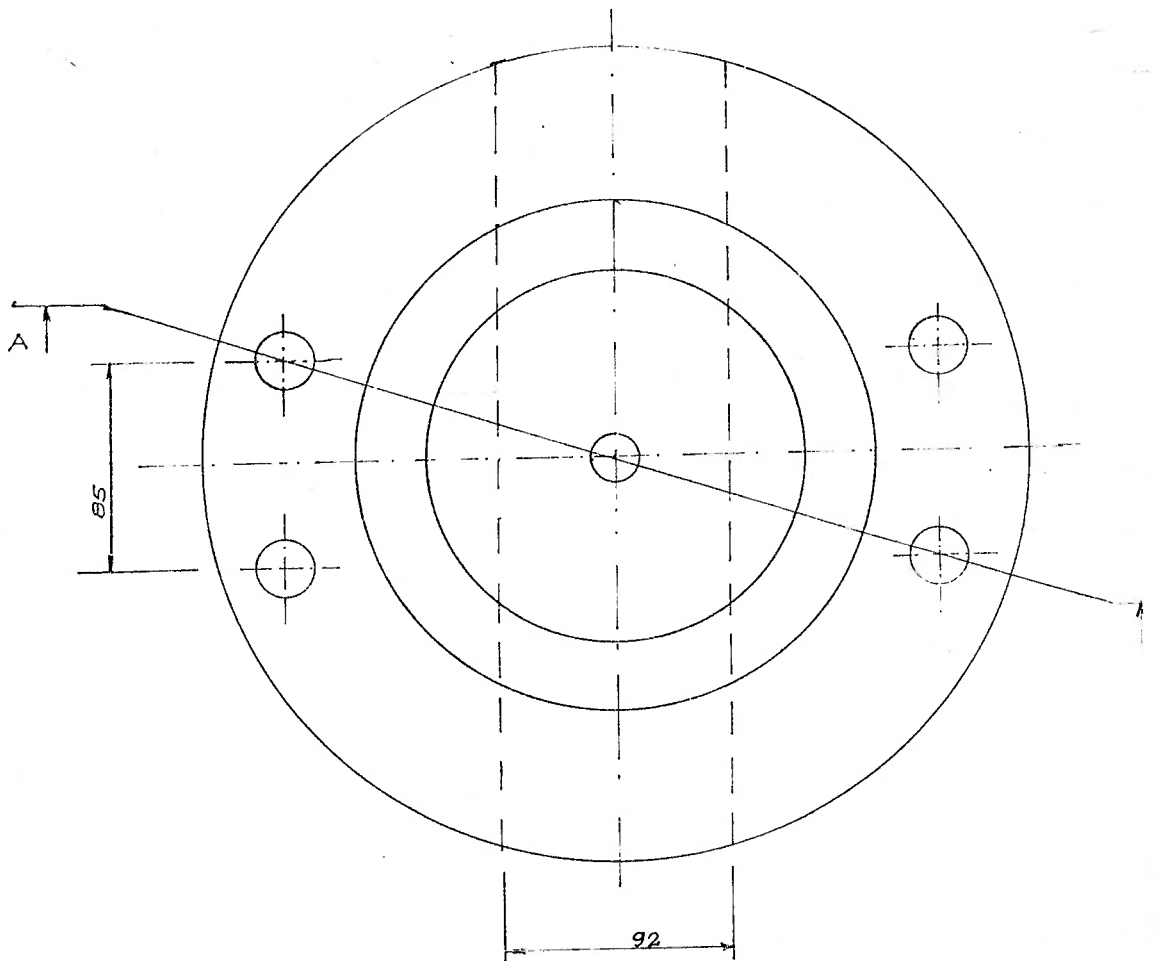
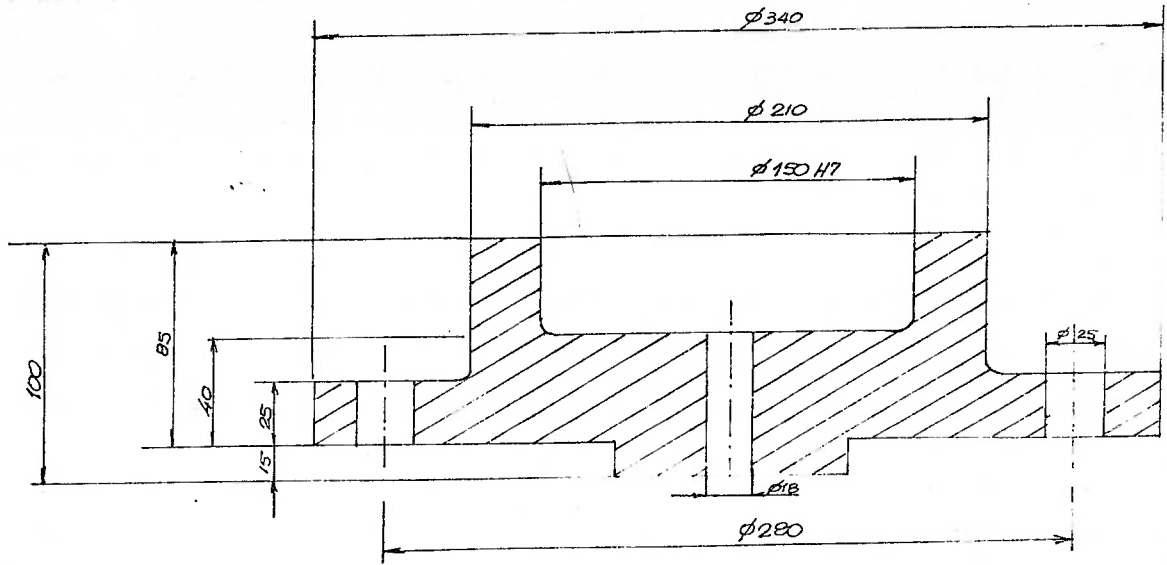


Fig.76 - Detalhe do Porta-Matriz (material ABNT 1020).

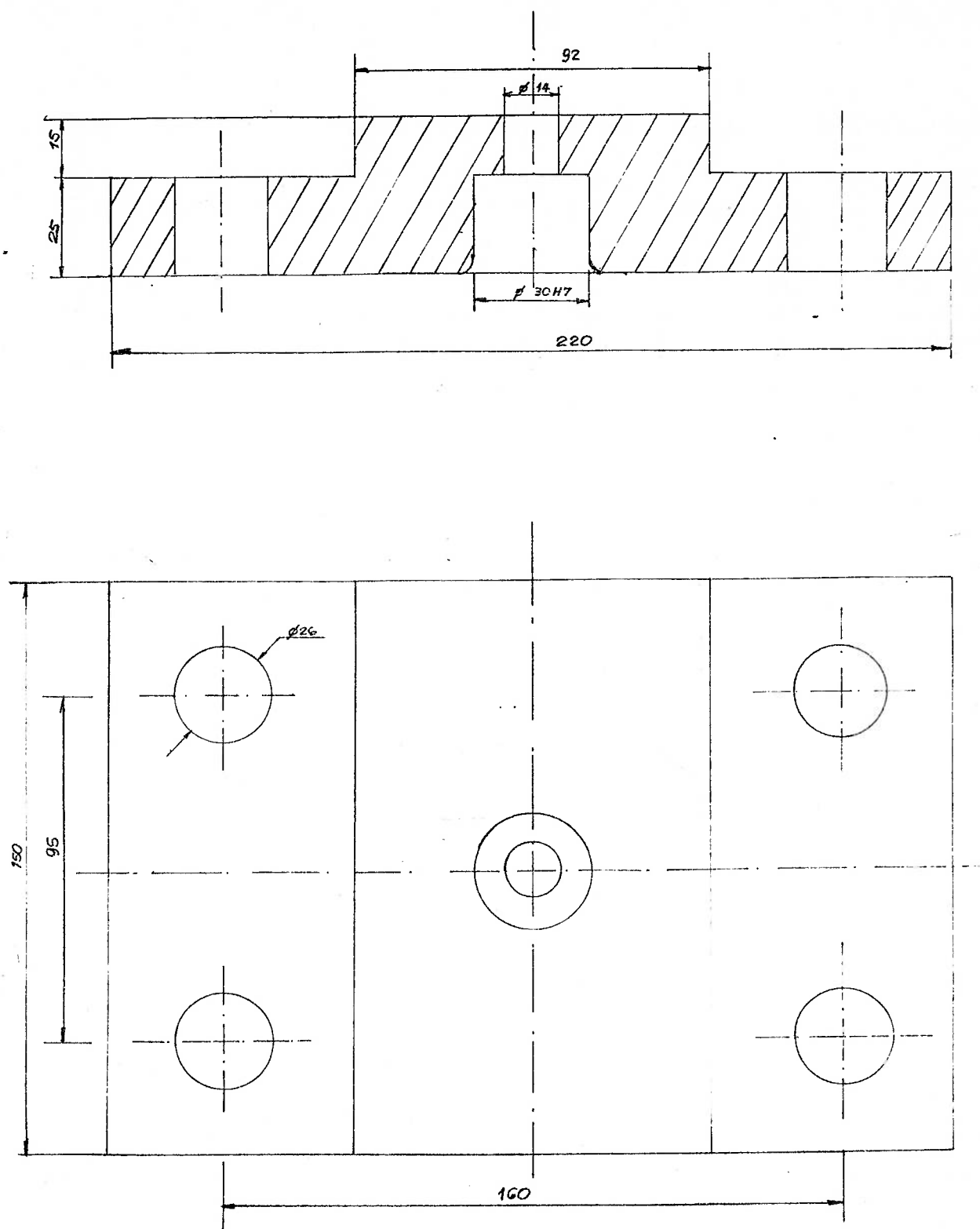


Fig. 77 - Detalhe do Porta-Punção (material ABNT 1020).

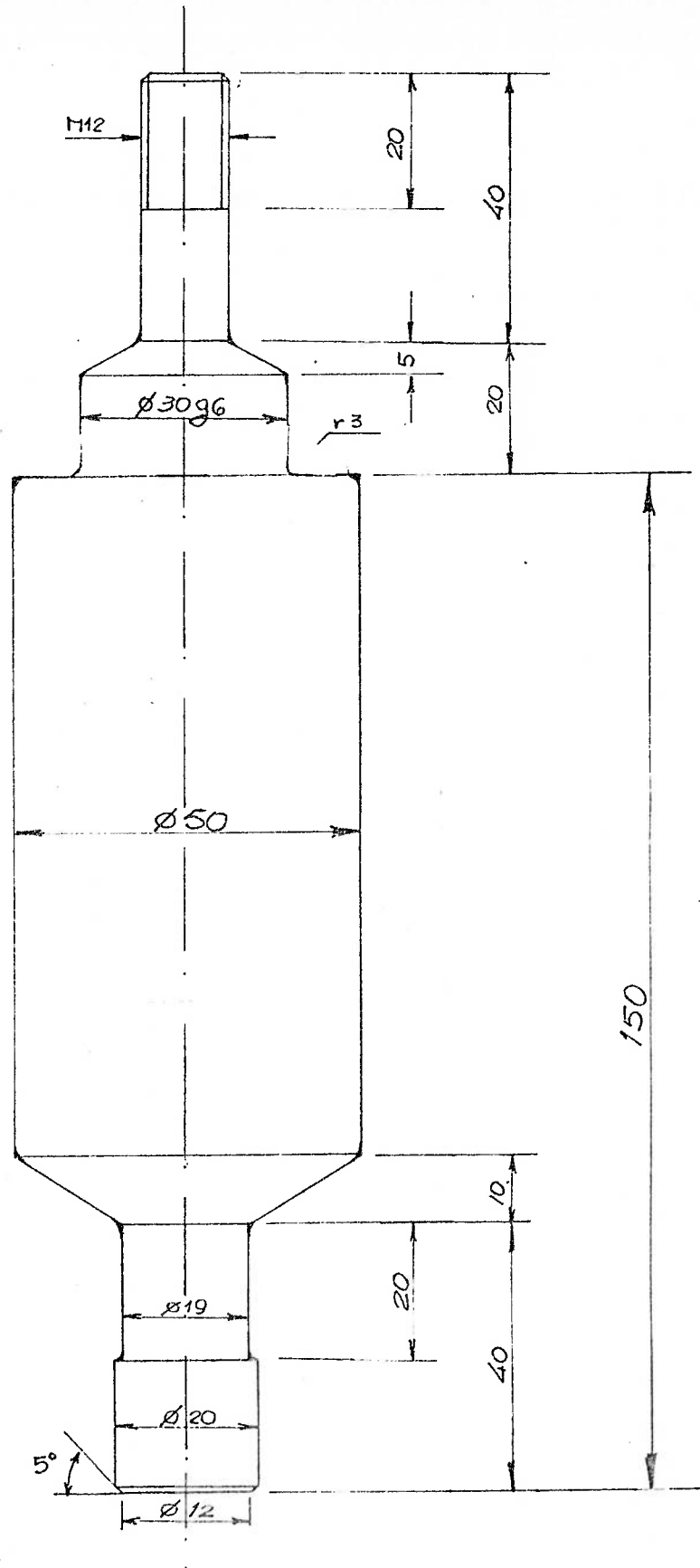


Fig.78 - Punção (material VND)

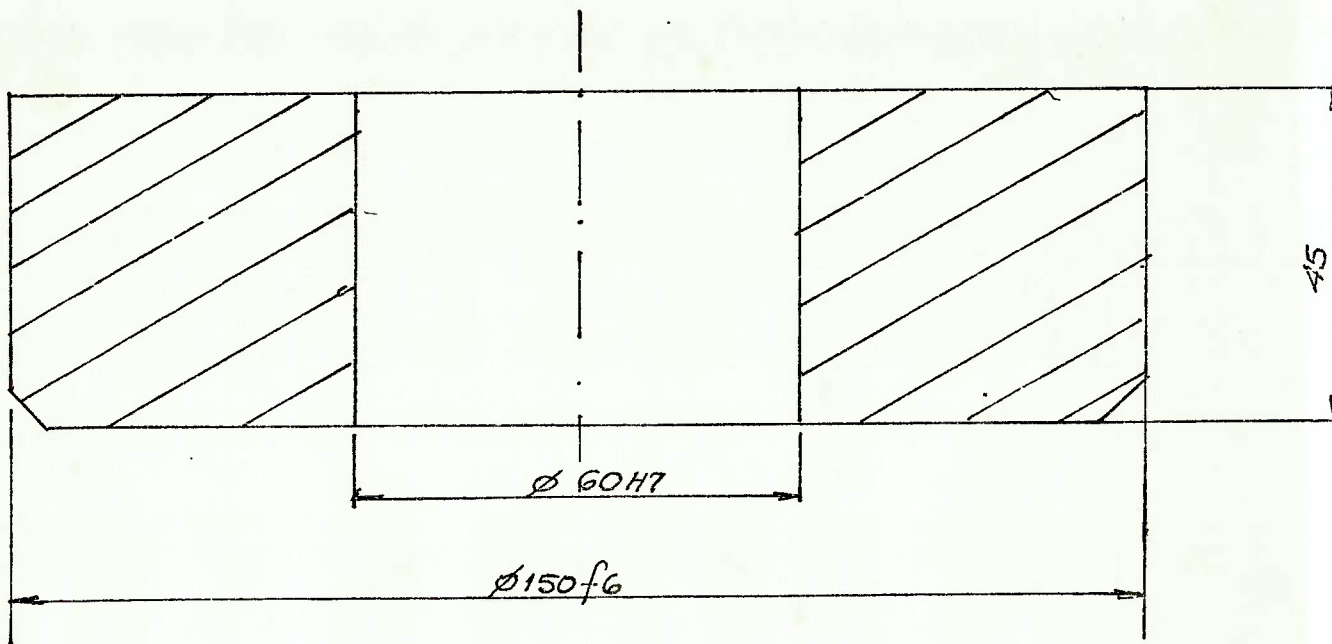


Fig. 79 - Anel de Pressão (material ABNT 1020).

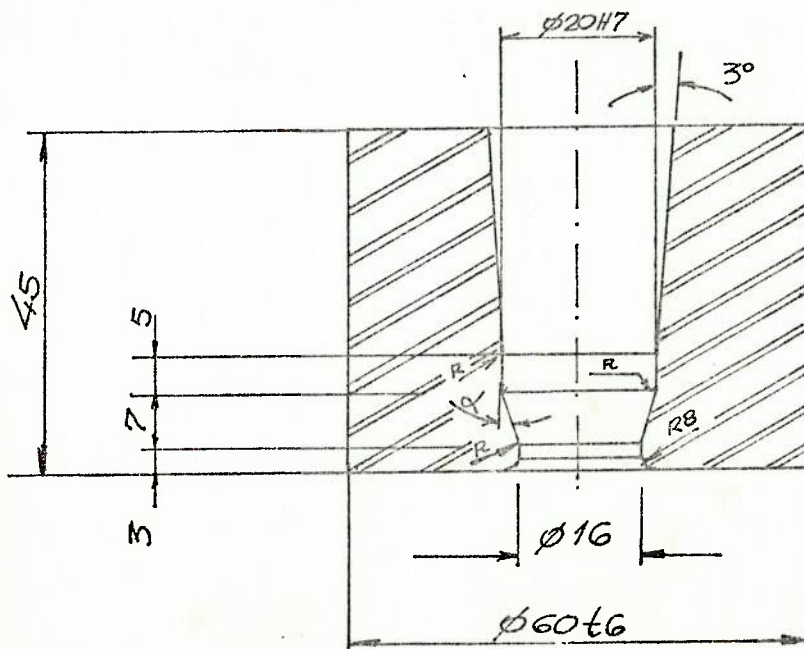


Fig.80 - Matriz (material VND).

4.3 Determinação dos esforços de extrusão e do coeficiente de atrito

Com os resultados dos testes de extrusão (Figs.81 e 82) e com o auxílio das expressões teóricas, preparou-se as tabelas 12 a 16 que indicam:

- valores dos esforços experimentais de conformação
- valor médio dos esforços experimentais de conformação
- tensão de conformação calculado por $\sigma_{xb} = F_m / \frac{\pi d_i^2}{4}$
- tensão reduzida de conformação calculado por σ_{xb}/σ_{esc} , onde σ_{esc} é dado pela expressão 75:

$$\sigma_{esc} = S \left\{ 1 + \beta \left[f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cotg \alpha \right) \right] \right\}$$

- coeficiente de atrito de camada limite calculado pela expressão 73:

$$m = \left[\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_{esc}} - 2f(\alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} - \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cotg \alpha \right) \right] / \left[(\cotg \alpha) \ln \frac{R_i}{R_f} + \frac{L}{R_f} \right]$$

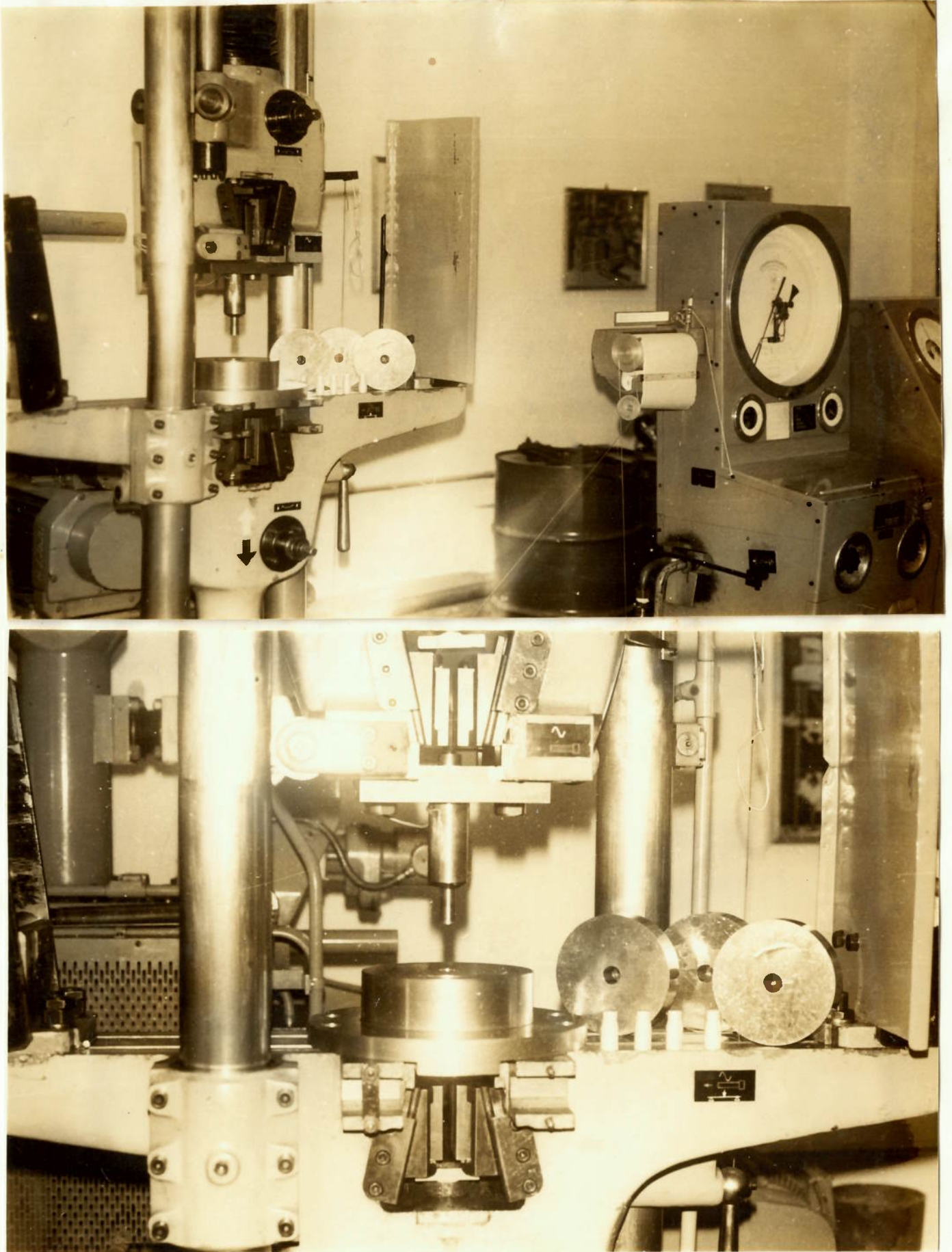


Fig.81 - A extrusão de um corpo de prova.

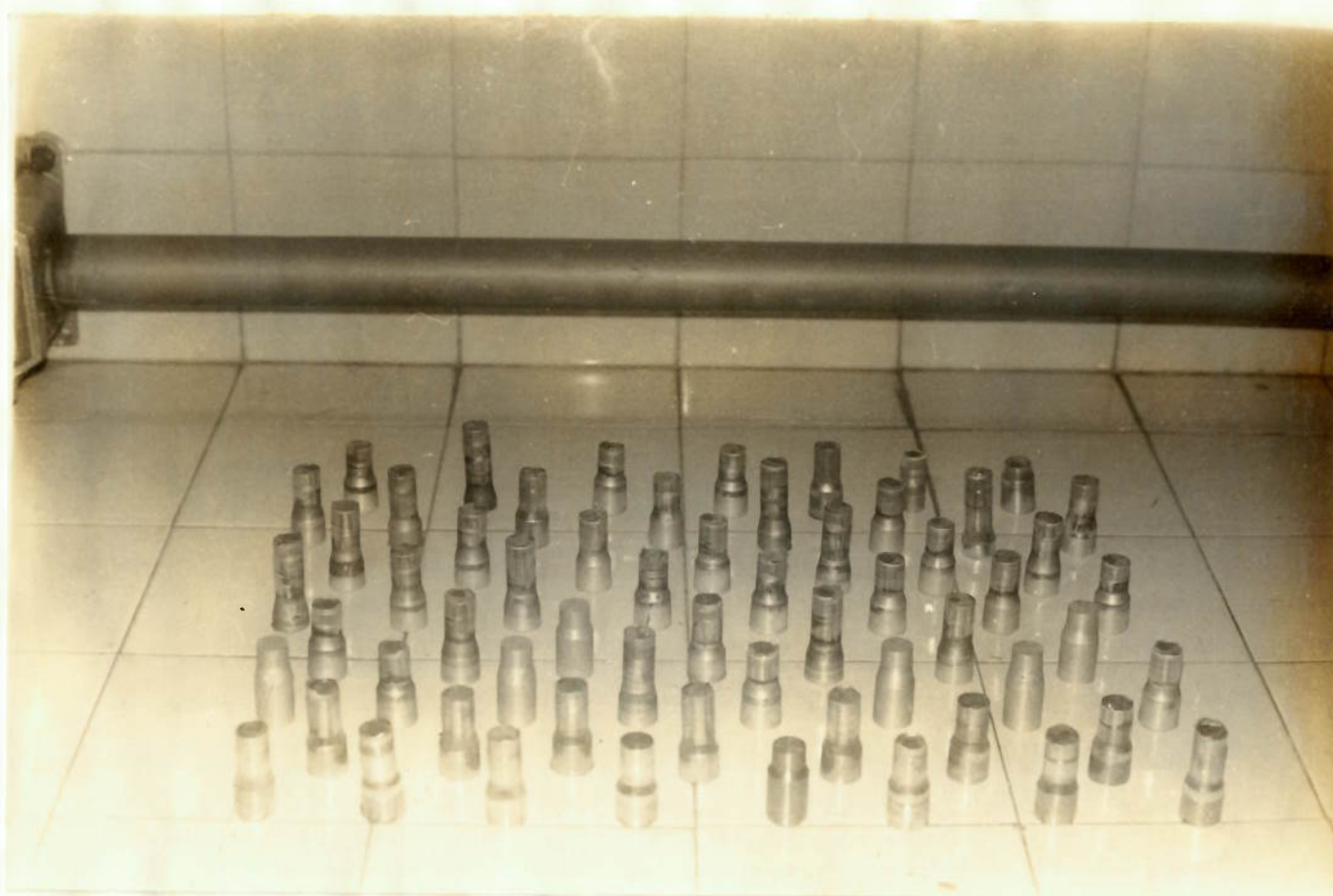


Fig. 82 - Corpos de prova extrudados.

Tra- tamen- to	Lubrifi- cação (Vaselina)	Esforços e Coefi- ciente de atrito	ÂNGULOS DAS MATRIZES				esforços de conformação	
			12	16	20	24		
SEM ANODIZAÇÃO		F_1 [kgf]	15.000	15.500	15.500	17.400	esforço médio de conformação	
		F_2 [kgf]	16.000	14.750	16.050	16.800		
		F_3 [kgf]	14.600	14.300	14.800	15.300		
		F_m [kgf]	15.200	14.850	15.450	16.500		
		σ_{xb} [kgf/mm ²]	48,38	47,27	49,18	52,52		tensão de conformação *
		$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_{esc}}$	35,14	4,83	4,84	4,98		tensão reduzida de conformação **
	m	1,50	1,54	1,64	1,76	coeficiente de atrito de camada limite ***		

$$* \sigma_{xb} = F_m \frac{\pi d_i^2}{4}$$

** σ_{esc} calculado pela expressão 75

*** m calculado pela expressão 73.

Tabela 12 - Esforços de conformação para corpos de prova sem anodização

SEM ANODIZAÇÃO	Lubrificação (Vaselina)	Esforços e Coeficiente de atrito	ÂNGULOS DAS MATRIZES				esforços de conformação
			12	16	20	24	
SEM ANODIZAÇÃO		F ₁ [kgf]	3700	3.100	3350	4500	esforços de conformação
		F ₂ [kgf]	3450	3.300	3400	3900	
		F ₃ [kgf]	3350	2.750	3300	4350	
		F _m [kgf]	3500	3.050	3350	4250	
		σ _{xb} [kgf/mm ²]	11,14	9,71	10,66	13,53	
	COM						tensão reduzida de conformação **
		$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_{esc}}$	1,18	0,99	1,05	1,28	
		m	0,19	0,12	0,13	0,21	coeficiente de atrito de camada limite ***

* $\sigma_{xb} = F_m \sqrt{\frac{\pi d_i^2}{4}}$

** σ_{esc} calculado pela expressão 75

*** m calculado pela expressão 73.

Tabela 13 - Esforços de conformação para corpos de prova sem anodização

Tratamento (40 min)	Lubrificação (Vaselina)	Esforços e Coeficiente de atrito	ÂNGULOS DAS MATRIZES				esforços de conformação	
			12	16	20	24		
COM ANODIZAÇÃO (40 min)		F_1 [kgf]	5250	4400	4100	4900	esforço médio de conformação	
		F_2 [kgf]	4800	2800	4450	4900		
		F_3 [kgf]	3750	4200	4150	4950		
		F_m [kgf]	4600	3800	4250	4920		
		σ_{xb} [kgf/mm ²]	14,64	12,10	13,50	15,66		tensão de conformação *
		$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_{esc}}$	1,55	1,24	1,33	1,48		tensão reduzida de conformação **
	m	0,31	0,21	0,24	0,30	coeficiente de atrito de camada limite ***		

$$* \sigma_{xb} = F_m \sqrt{\frac{\pi d_i^2}{4}}$$

** σ_{esc} calculado pela expressão 75

*** m calculado pela expressão 73.

Tratamento (Vaselina)	Lubrificação (Vaselina)	Esforços e Coeficiente de atrito	ÂNGULOS DAS MATRIZES				esforços de conformação	
			12	16	20	24		
COM ANODIZAÇÃO (30 min)		F_1 [kgf]	4850	4000	4850	5600	esforço médio de conformação	
		F_2 [kgf]	4250	3800	4550	5400		
		F_3 [kgf]	4900	3900	4850	5200		
		F_m [kgf]	4670	3900	4700	5400		
		σ_{xb} [kgf/mm ²]	14,87	12,40	14,96	17,19		tensão de conformação *
		$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_{esc}}$	1,56	1,27	1,47	1,63		tensão reduzida de conformação **
	m	0,32	0,34	0,30	0,36	coeficiente de atrito de camada limite ***		

$$* \sigma_{xb} = F_m \frac{\pi d_i^2}{4}$$

** σ_{esc} calculado pela expressão 75

*** m calculado pela expressão 73.

Tabela 15 - Esforços de conformação para corpos de prova com anodização (30 min.)

Tra- Lubrifi- tamen ção to (Vaselina)	Esforços e Coefi- ciente de atrito	ÂNGULOS DAS MATRIZES			
		12	16	20	24
COM ANODIZAÇÃO (20 min)	F_1 [kgf]	5900	4000	5500	7000
	F_2 [kgf]	5500	4500	5000	6700
	F_3 [kgf]	4950	4000	5100	6100
	F_m [kgf]	5450	4170	5200	6600
	σ_{xb} [kgf/mm ²]	17,35	13,26	16,55	21,01
	$\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_{esc}}$	1,84	1,35	1,63	1,99
COM ANODIZAÇÃO (20 min)	m	0,41	0,36	0,36	0,51
	esforços de conformação				
	esforço médio de conformação				
	tensão de conformação *				
	tensão reduzida de conformação **				
	coeficiente de atrito de camada limite ***				

$$* \sigma_{xb} = F_m \frac{\pi d_i^2}{4}$$

** σ_{esc} calculado pela expressão 75

*** m calculado pela expressão 73.

Tabela 16 - Esforços de conformação para corpos de prova com anodização (20 min.)

5. RESULTADOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

As tabelas 12 a 16 e a figura 83 representam a variação da tensão de extrusão com o semi-ângulo de cone da matriz para cada tipo de tratamento de anodização, onde:

- as curvas para $m = 0$ e $m = 1$ são teóricas e dadas pela expressão 72
- os valores ao lado de cada ponto das curvas representam os coeficientes de atrito calculados pela expressão 72 a partir dos esforços de conformação obtidos experimentalmente (tabelas 12 a 16).

A figura 84 representa a variação do coeficiente de atrito de camada limite (m) com a espessura da camada anodizada para cada semi-ângulo de cone da matriz.

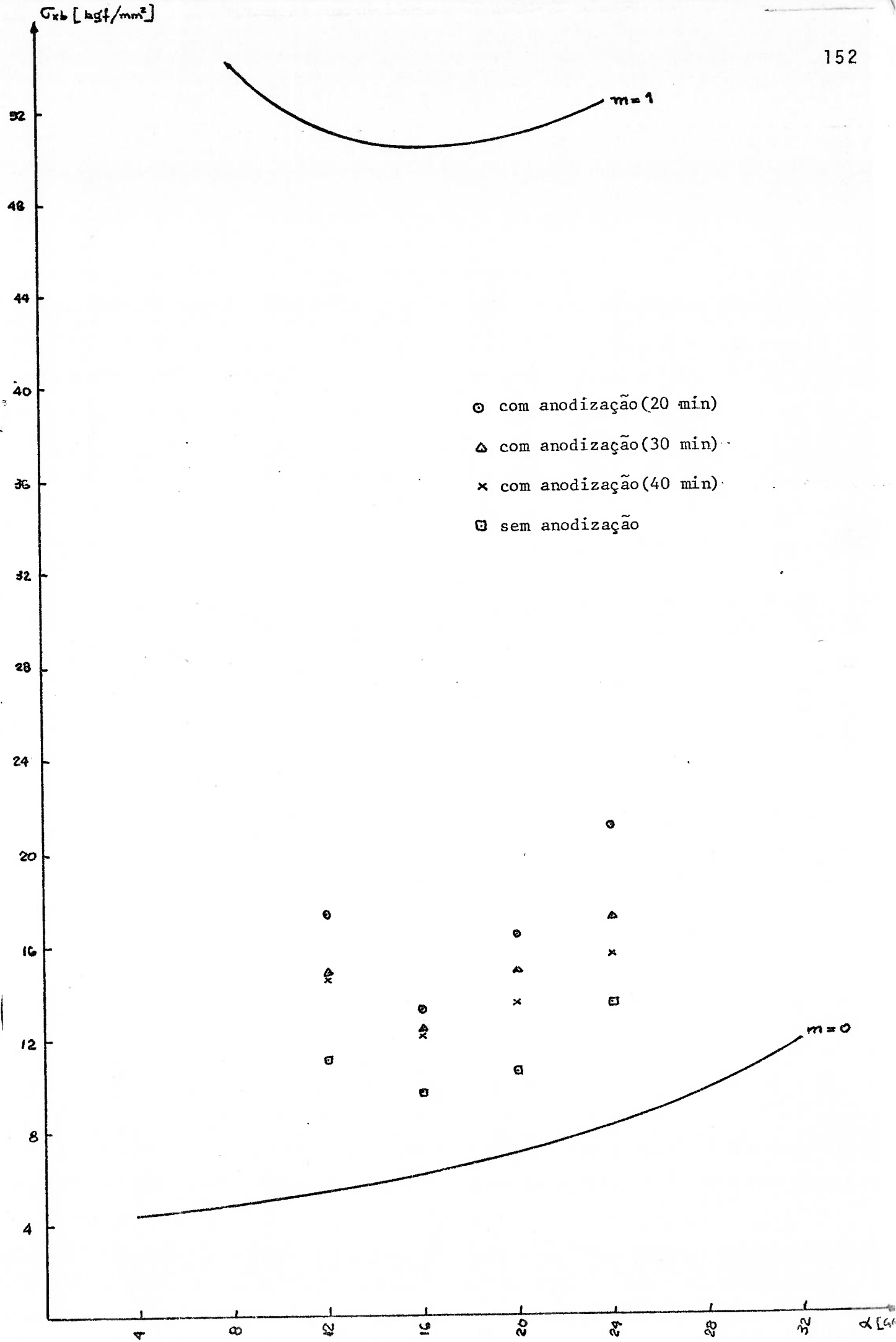


Fig.83-Variação da tensão de extrusão com o semi-ângulo de cone da matriz.

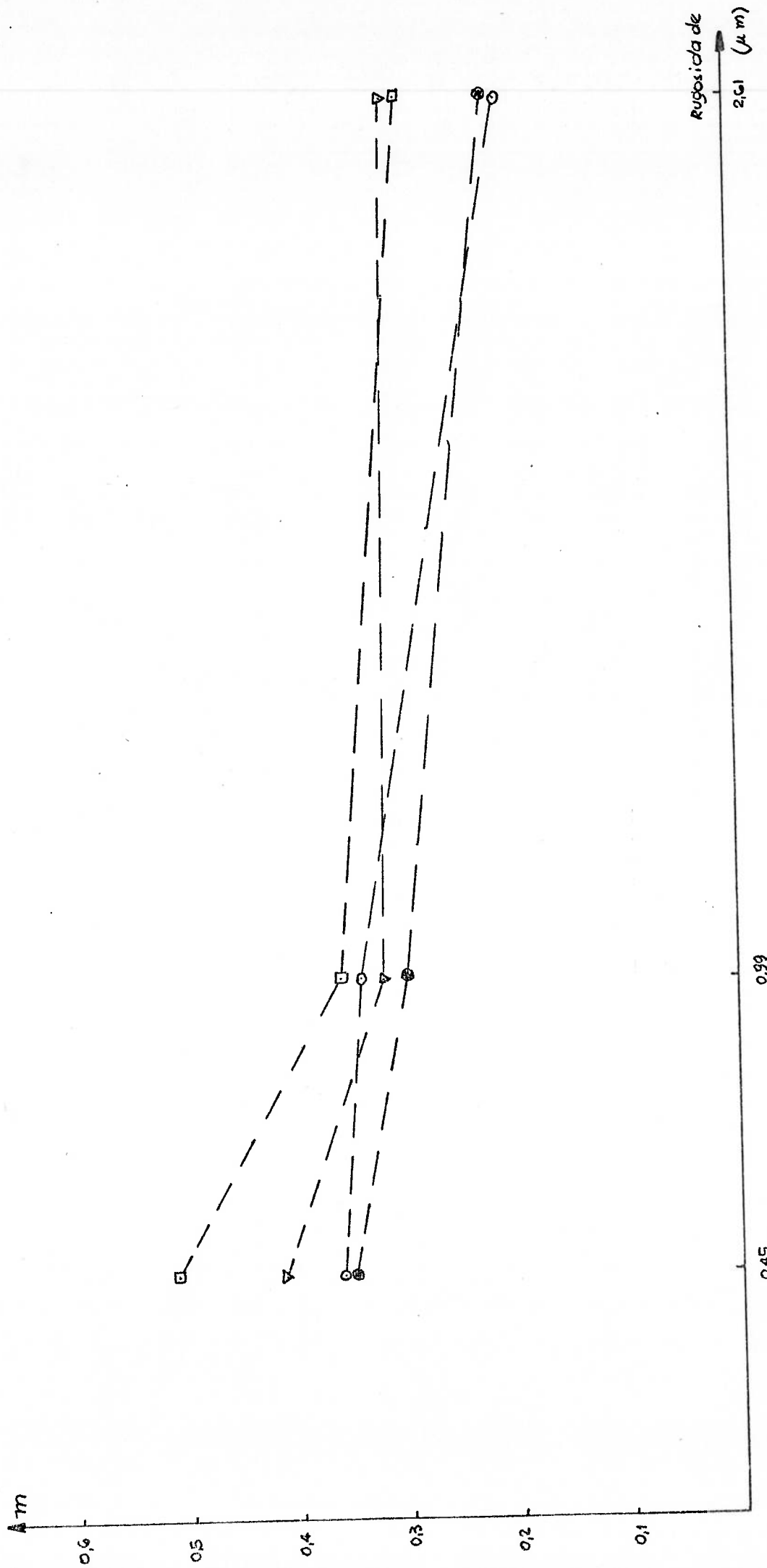


Fig.84 - Variação do coeficiente de atrito da camada limite com a rugosidade.

a) Análise dos ângulos ótimos

Pode-se observar, na figura 83, a existência de ângulos ótimos de cone para cada condição de lubrificação (anodização), minimizando os esforços requeridos para a conformação. Os pontos de mínimo dessas curvas são governados pelos valores adquiridos simultaneamente da energia necessária para vencer o atrito e do trabalho redundante (descontinuidades de velocidade). A explicação deste fato pode ser baseada no próprio modelo de cálculo utilizado neste trabalho, pois, de acordo com o item 3.5 do capítulo 6, a energia necessária para a conformação \dot{J} é igual à soma da energia interna de deformação (\dot{w}_i) com a energia necessária para vencer o atrito e as descontinuidades de velocidade (\dot{w}_s). Não foi introduzido o trabalho adicional (\dot{w}_f) na saída do material da matriz. A expressão 18 é o resultado deste balanço de energias, onde:

$\sigma_{id} = 2\sigma_0 f(\alpha) \ln\left(\frac{R_i}{R_f}\right)$ é a tensão necessária para vencer a energia de deformação.

$\sigma_{t.r.} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \left[\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cotg \alpha \right]$ é a tensão necessária para vencer as descontinuidades de velocidade.

$\sigma_{at} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 m \left(\cotg \alpha \ln \frac{R_i}{R_f} + \frac{L}{R_f} \right)$ é a tensão necessária para vencer o atrito.

A figura 85 ilustra as tendências da variação dos termos σ_{id} , $\sigma_{t.r.}$ e σ_{at} com o semi-ângulo de cone α da matriz, para uma determinada redução e coeficiente de atrito, admitindo-se L igual a zero.

Observa-se, desta forma, que σ_{id} é praticamente constante pois $f(\alpha)$ vale aproximadamente um e que $\sigma_{t.r.}$ tem variação praticamente linear pois depende de $\left[\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cotg \alpha \right]$ que varia quase que linearmente com α (Apêndice 4).

Conclui-se, portanto, que o mínimo da função $\sigma_{xb}(\alpha)$ é governado pelos valores adquiridos por $\sigma_{t.r.}$ e σ_{at} uma vez que estas

funções variam entre si de forma inversa com α .

b) Análise dos esforços de extrusão e dos coeficientes de atrito

Das figuras 83 e 84 observa-se que, para cada ângulo da ferramenta, os esforços de extrusão e os coeficientes de atrito são menores para corpos de prova isentos de camada anodizada e que, para corpos de prova anodizados, decrescem com o aumento da espessura da camada. Pode-se explicar estes fatos com base na teoria idealizada do "crescimento das juntas" (item 3.3 do capítulo IV), representada pela figura 86, da seguinte forma:

1º) No processo de conformação de metais por extrusão direta, altas pressões são desenvolvidas e são inevitáveis os contatos localizados e as deformações plásticas respectivas das asperezas destas superfícies. O lubrificante retido nas depressões da superfície do metal, adjacentes a estas zonas localizadas de deformações plásticas, é expulso continuamente, resultando numa frente de lubrificação constante. Como valores altos de rugosidade superficial indicam em média grandes depressões na superfície, a lubrificação desenvolvida é mais eficaz (de acordo com o mecanismo idealizado), resultando em menores coeficientes de atrito e esforços de conformação. Esta é a situação dos corpos de prova isentos de anodização que apresentam os maiores valores médios de rugosidade superficial (2,80 μ m).

2º) Nos corpos de prova anodizados em camadas de diferentes espessuras, observa-se que a rugosidade superficial média cresce com a espessura, podendo-se esperar que os coeficientes de atrito decresçam da mesma forma; tal fato, é confirmado experimentalmente. Contudo, não é razoável se esperar que espessuras muito maiores de camada de anodização reduzam drasticamente os coeficientes de atrito, pois, é provável que surjam mecanismos mais complexos de interação entre as superfícies metal-ferramenta; a camada anodizada torna a superfície metálica mais resistente à deformação plástica localizada (nos picos das rugosidades⁽⁶⁴⁾) e, em decorrência, reduz a saída do lubri

ficante presente nas valas das rugosidades; esses fatos reduzem a formação da frente de lubrificação que confere a possibilidade de uma lubrificação contínua e localizada; e, além disso, é ainda mais provável que os picos das camadas anodizadas se desprendam e venham a formar, conjuntamente com o lubrificante, uma película de mistura abrasiva que eleva o coeficiente de atrito.

c) Análise da variação do coeficiente de atrito em cada condição

Muitos são os fatores que influenciam a interação entre superfícies metal-ferramenta, tornando esses mecanismos de natureza complexa. Em outras palavras, pode-se dizer que o coeficiente de atrito é função da condição de contato entre essas superfícies. Relaciona-se a seguir alguns destes fatores:

- natureza dos metais em contato
- natureza do lubrificante
- forma geométrica das superfícies em contato
- rugosidade das superfícies em contato
- temperatura da região de contato
- velocidades relativas das superfícies em contato
- pressão de contato das superfícies.

Por outro lado, calculou-se os coeficientes de atrito (tabela 12 a 16) a partir da expressão 73, proveniente de uma idealização do escoamento do metal na matriz durante o processo de conformação plástica. Como esse modelo não leva em consideração os fatores acima descritos, pode-se dizer que os coeficientes de atrito calculados são função da condição de contato entre as superfícies e desse erro do modelo.

A figura 84 indica a variação do coeficiente de atrito calculado (expressão 73) com a rugosidade. Não obstante a necessidade de se ajustar os coeficientes de atrito para se neutralizar o erro do modelo, anteriormente citado, pode-se confirmar, através dessa figura, a dependência inversa do coeficiente de atrito com a rugosidade.

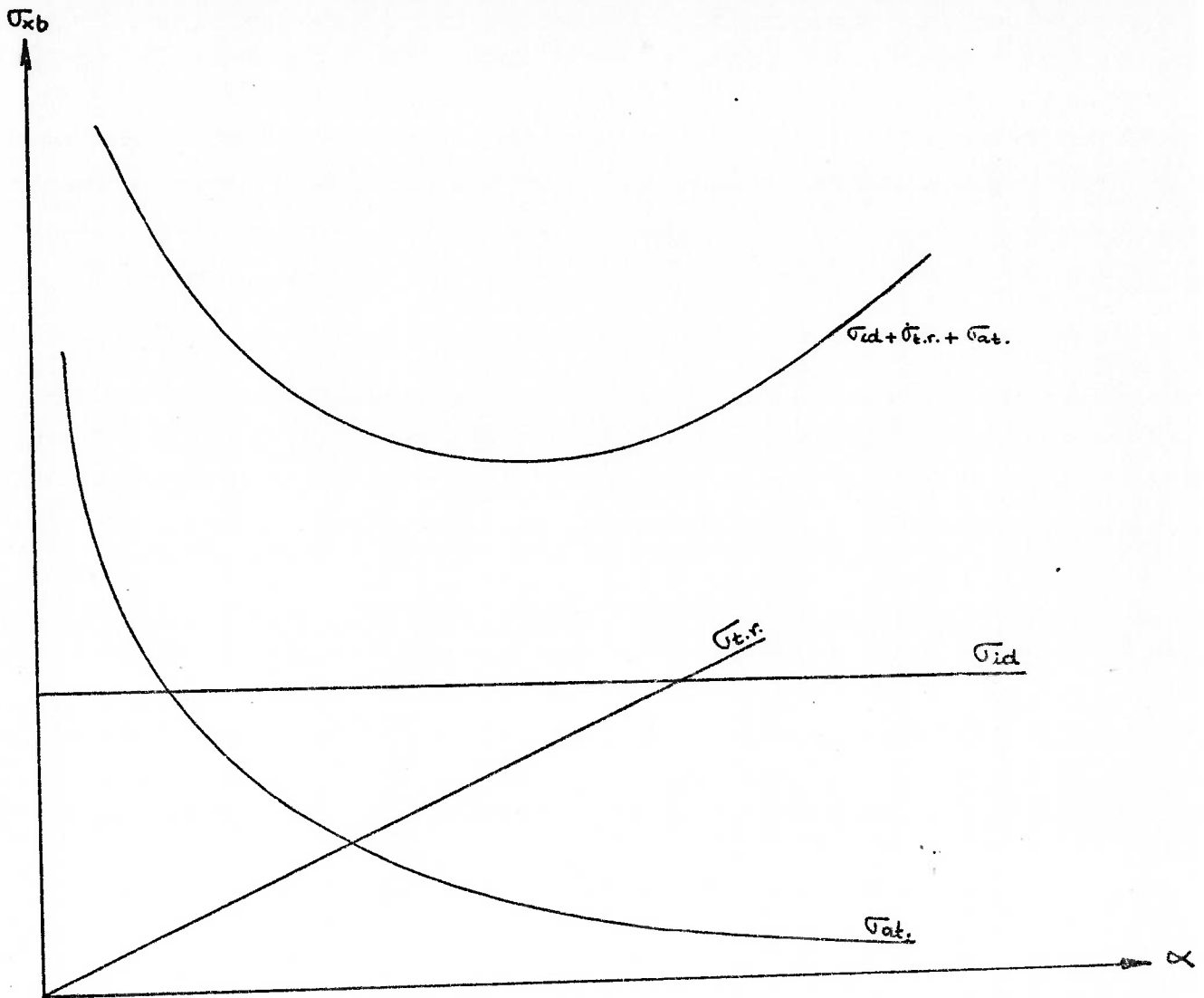


Fig.85- variação dos termos do atrito, do trabalho redundante e da energia ideal, que compõe a tensão requerida de extrusão, com o semi-ângulo de cone da matriz.

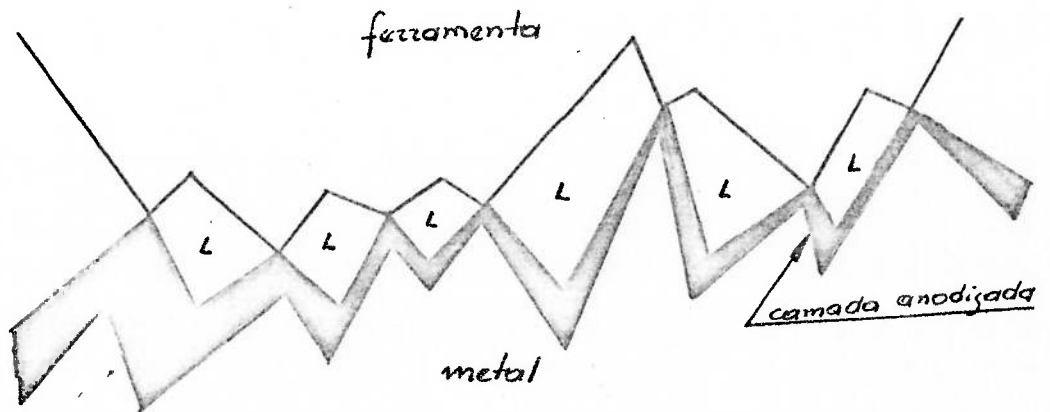


Fig.86- interação entre as superfícies metal-camada anodizada-ferramenta.

L → lubrificante.

CAPITULO XICONCLUSÕES

A análise dos diagramas das figuras 83 e 84 correspondentes, respectivamente, à variação da tensão de extrusão com o semi-ângulo de cone da matriz e à variação do coeficiente de atrito de camada limite com a rugosidade da camada anodizada, permite extrair as seguintes conclusões:

1º - As curvas de tensões requeridas à extrusão a frio versus ângulo da ferramenta apresentam um ponto de mínimo correspondente ao ângulo ótimo.

2º - Os esforços de extrusão são menores para corpos de prova isentos de camada anodizada.

3º - Os esforços de extrusão decrescem com o aumento da rugosidade superficial dos corpos de prova, ou seja, decrescem com o aumento da espessura da camada anodizada.

4º - O coeficiente de atrito calculado leva em consideração a condição de contato entre as superfícies e um erro do modelo utilizado.

BIBLIOGRAFIA E REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS1. Bibliografia

- * AVENAS, P. - FENOT, D., Les Méthodes Extremales, École d'Eté, villars - Ollon, Sept. 1975.
- * AVITZUR, B., J. of Eng. for Ind., fevereiro 1963, pp. 89-96 - novembro 1964, pp.305-316 - fevereiro 1965 , pp. 57-70 - novembro 1965, pp. 487-494 - novembro 1966, pp. 410-420 - agosto 1967, pp. 556-560 - fevereiro 1968, pp. 79-91.
- * AVITZUR, B., Metal Forming Processes and Analisis, Mc Graw-Hill, N.Y., 1968.
- * AVITZUR, B. - BISHOP, E.D. - HAHN, W.C., J. of Eng. for Ind., novembro 1972, pp. 1079-1086.
- * AVITZUR, B. - HAHN, W.C. - MORI, M., J. of Eng. for Ind., maio 1976, pp. 438-445.
- * BÄCKER, L., Quelques Aspects Industrials du Formage a Froid, École d'etē, Villars-Ollon, Sept. 1975.
- * BAQUE, P. - FELDER, E. - HYAFIL, J. - DESCATHA, Y., - Applications de la Theorie de la Plasticité à Mise en Forme des Metaux, Dunod, Paris, 1973.
- * BERNADOU, J.P., Prēvision de Conditions de Mise en Forme de Metaux a Partir de la Theorie de la Similitude - Application au Forgeage a Froid, Thèse Docteur Ingénieur, Université Paul Sabatier de Toulouse, França, 1978.

- * BERNADOU, J.P., Journeau d'etude Mise on Forme par Filage et Forgeage, maio 1978, Tarbes. .
- * BOWDEN, F.P. - TABOR, D., The Friction and Lubrification of Solids, Vol. 1 e 2, Oxford University Press, London , 1968.
- * BRESCIANI FILHO, E., Conformação Plástica dos Metais, - Projeto TELEBRAS-MGE, Universidade Estadual de Campinas, 1979.
- * BRESCIANI FILHO, E. - GOMES, M.R., Propriedades e Usos de Metais Não Ferrosos, Associação Brasileira de Metais, S.P., 1977.
- * CAUBET, J.J., Teoria e Práctica Industrial del Rozamiento, Ed. Urmo, Bilbao, 1971-.
- * CHIAVERINI, V., Aços e Ferros Fundidos, Associação Brasileira de Metais, S.P., 1977.
- * CHIAVERINI, V., Tecnologia Mecânica, Vol. 1 e 2, McGraw-Hill, S.P., 1977.
- * DAIGNERES, P., La Methode des Tranches, École d'eté, Villars-Ollon, Sept., 1975.
- * DECOURS, J., Le Filage Hydrostatique, École d'eté, Villars-Ollon, Sept., 1975.
- * DIETER, G.E., Mechanical Metallurgy, Mc Graw-Hill, 1961.
- * GERMAIN, P., Mecanique des Milieux Continus, Masson, Paris, 1969.

- * GUILLON, M., Mecanique, Agosto-Setembro 1970, pp. 23-30
- * GUIMIER, A. - CHOLLON, M. - HAIK, R. - ROESCH, L. - SANZ, G., Revue de Metallurgie, Fev., 1977, pp. 119-139
- * QUIMIER, A. - FELGERES, L., Le Filage a Froid des Aciers, Ecole d'été, Villars-Ollon, Sept., 1975.
- * HILL, R., The Mathematical Theory of Plasticity, Clarendon Press, New York, 1950.
- * HOFFMAN and SACHS, Introduction to the Theory of Plasticity McGraw-Hill, 1953
- * HONEYCOMB, B.W.K., The Plastic Deformation of Metals, Edward Arnold, London, 1968.
- * JOHNSON, W., MELLOR, P.B., Engennering Plasticity, Von Nostrand Reinhold Company, London, 1975.
- * KACHANOV, L.M., Fundamentals of Theory of Plasticity, Mir Publisher - Moscow, 1974.
- * LANGENDONK, T. von, Resistência dos Materiais - Tensões RM-1, Ed. Blucher-EDUSP, S.P., 1971.
- * LANGENDONK, T. von, Resistência dos Materiais - Deformações I, RM-2, Ed. Científica, R.J., 1960.
- * MASSAT, H., Formage des Metaux, Mecanique, Agos-Setembro, 1970.
- * MEDÉE, J., Formage des Metaux, Mecanique, Agosto-Setembro, 1970.

- * METALS HANDBOOK, Vol.4 -FORMING, American Society for Metals, Metals Park, Ohio, 1969.
- * METALS HANDBOOK, Vol.2, HEAT TREATING, CLEANING and FINISHING, American Society for Metals, Metals Park, Ohio, 1965.
- * MORGAN, R.A.P., J. of the Iron and Steel Institute, novembro 1959, pp. 286-303
- * OTUA-ADETIEF, Formage à Froid des Metaux, Paris
- * PEPE, J.J., Central Burst Formation during Hydrostatic Extrusion, Metals Engineering Quarterly, fevereiro, 1976.
- * PRAGER, Introduction to Mechanics of Continua, Ginnard Company, USA, 1961.
- * PUGH, H. - LOW, A.H., The Hydrostatic Extrusion of Difficult Metals, J. Inst. of Metals, março, 1965, pp. 201-217
- * RABINOWICZ, E., Friction and Wear of Materials, John Wiley Sons, USA, 1966.
- * ROWE, G.W., Conformado de los Metales, Ed.Urmo, Bilbao, 1972.
- * SALENCOV, J., Methode des Lignes de Glissement, École d'été, Villars-Ollon, Sept., 1975.
- * SCHEY, J.A., Metal Deformation Processes: Friction and Lubrification, M. Dekker Inc., N.Y., 1970

- * SLATER, R.A.C., Metals Deformation Processes: Friction and Lubrification, M.Dekker Inc., N.Y., 1970.
- * SLATER, R.A.C., Engineering Plasticity-Theory and Application to Metal-Forming Processes, the Mc Millan Press, 1977.
- * SOURCE BOOK ON COLD FORMING, Metal Progress; Book Shelf, ASM, METALS PARK, OHIO.
- * THONSEN, E.G., Visioplasticity, Conference du C.I.R.P., Sept., 1963.
- * THONSEN, E.G. - YANG, E. - KOBAYASHI, S., Mechanics of Plastic Deformation in Metal Processing, Mc Millan, 1965.
- * TUONG, V., Etude Critique des Méthodes d'analyses Theoriques et Semi-Empiriques - Applications à Quelques Problemes de Formage Mecanique; Mecanique-Materiaux - Electricite, N° 251, 1970 e N° 252, Dez., 1970.
- * ZIMERMAN, Z. - AVITZUR, B., J. of Eng. for Ind., fevereiro 1970, pp. 119-129 - novembro, 1972, pp. 1079-1086.
- * CATÁLOGO ALSA ALUMÍNIO E FERRAGENS LTDA. SP.BRASIL
- * WILSON, W.R.D. e HALLIDAY, K. - Wear 42(1977) - pp.148
- * MITCHELL, I.A. e OSGOOD, C. - Wear 40(1976) - pp.202-222
- * BIKERMAN, J.J. - Wear 39(1976) - pp.1-13
- * KAYABA, T. e KATO, K. - Wear 51(1978) - pp.105-116
- * THONSEN, E.G. - MACDONALD, A.G. - KOBAYASHI, S. - Journal of Engineering for Industry - fevereiro, 1962, pp.53-62

- * LANCASTER, P.R. e ROWE, G.W. - Wear 2(1958/9) - pp. 428-437
- * NURI, K., A. - Wear 42(1977) - pp. 355-364

2. Referências Bibliográficas

- (1) - MORGAN, R.A.P., J. of The Iron and Steel Institute, no
vembro, 1959, pp. 285-303.
- (2) - GUILLON, M., Mecanique, Agosto-Setembro, 1970, pp.23-
30.
- (3) - BAQUE, P. - FELDER, E. - HYAFIL, J. - DESCATHA, Y. ,
Applications de la Theorie de la Plasticité à Mise en
Forme des Metaux, Dunod, Paris, 1973, pp. 119 - 160.
- (4) - BERNADOU, J.P., Prêvision des Conditions de Mise en
Forme des Metaux a partir de la Théorie de la Simili-
tude - Application au Forgeage a Froid, Thèse Docteur
Ingénieur, Université Paul Sabatier de Toulouse,
França, 1978.
- (5) - AVITZUR, B., J. of Eng. for Ind., fevereiro, 1963, -
pp. 89-96.
- (6) - AVITZUR, B., J. of Eng. for Ind., novembro, 1964, pp.
305-316.
- (7) - AVITZUR, B., J. of Eng. for Ind., fevereiro, 1965, -
pp. 57-70.
- (8) - AVITZUR, B., J. of Eng. for Ind., novembro, 1965, -
pp. 487-494.
- (9) - AVITZUR, B., J. of Engo. for Ind., novembro 1966, pp.
410-420.

- (10) - AVITZUR, B., J. of Eng. for Ind., agosto, 1967, pp. 556-560.
- (11) - AVITZUR, B., J. of Eng. for Ind., fevereiro, 1968, pp. 79-91.
- (12) - ZIMERMAN, Z. - AVITZUR, B., J. of Eng. for Ind., fevereiro, 1970.
- (13) - ZIMERMAN, Z. - AVITZUR, B., J. of Eng. for Ind., fevereiro, 1970., pp. 135-145.
- (14) - AVITZUR, B. - BISHOP, E.D. - HAHN, W.C., J. of Eng. for Ind., novembro, 1972, pp. 1079-1086.
- (15) - AVITZUR, B. - HAHN, W.C. - MORI, M., J. of Eng. for Ind., maio, 1976, pp. 438-445.
- (16) - CHIAVERINI, V., Tecnologia Mecânica, Vol. 1 e 2, - Mc Graw-Hill, S.P., 1977, pp. 298 - 308
- (17) - DIETER, G.E., Mechanical Metallurgy, Mc Graw-Hill, 1961, pp. 544 - 560.
- (18) - CHIAVERINI, V., Aços e Ferros Fundidos, ABM, 1977. pp. 87 - 97.
- (19) - PRAGER, Introduction to Mechanics of Continua, Ginnard Company, USA, 1961, pp. 99 - 137
- (20) - GUIMIER, A. - FELGETES, L., Le Filage a Froid des Aciers, École d'été, Villars-Ollon, Sept., 1975.
- (21) - METALS HANDBOOK, Forming, Vol.4, American Society - for Metals, Metals Park, Ohio, 1969.

- (22) - BACKER, L., Quelques Aspects Industrielles du Forgeage a Froid, École d'été, Villars-Ollon, Sept., 1975.
- (23) - BOWDEN, F.P. - TABOR, D., The Friction and Lubrification of Solids, Vol. 1 e 2, Oxford University Press, London, 1968, pp. 52 - 82
- (24) - RABINOWICZ, E., Friction and Wear of Materials, John Wiley Sons, USA, 1966, pp. 125 - 167
- (25) - MEDÉE, J., Formage des Metaux, Mecanique, Agosto-setembro, 1970.
- (26) - MASSAT, H., Formage des Metaux, Mecanique, agosto-setembro, 1970.
- (27) - PEPE, J.J., Central Burst Formation During Hydrostatic Extrusion, Metals Engineering Quarterly, fevereiro, 1976.
- (28) - PUGH, H. - LOW, H., The Hydrostatic Extrusion of Difficult Metals, J. Inst. Metals, março, 1965, pp. 201 - 217.
- (29) - DECOURS J., Le Filage Hydrostatique, École d'été, Villars-Ollon, Sept., 1975.
- (30) - HILL, R., The Mathematical Theory of Plasticity, Clarendon Press, New York, 1950, pp. 161 - 186.
- (31) - KACHANOV, L.M., Fundamentals of Theory of Plasticity, Mir Publishers, Moscow, 1974, pp. 302.
- (32) - HOFFMAN and SACHS, Introduction to the Theory of Plasticity, Mc Graw-Hill, USA, 1953.

- (33) - JOHNSON, W. - MELLOR, P.B., Engineering Plasticity, Von Nostrand Reinhold Company, London, 1975.
- (34) - HONEYCOMB, B.W.K., The Plastic Deformation of Metals, Edward Arnold, Londres, 1968.
- (35) - SLATER, R.A.C., Engineering Plasticity, Theory and Application to Metals Forming Processes, the Mac Millan Press, 1977.
- (36) - AVITZUR, B., Metals Forming Processes and Analysis, Mc Graw-Hill, New York, 1968.
- (37) - TUONG, V., Etude Critique des Méthodes d'analyses - theoriques et semi-empiriques - applications à quelques problemes de formage mecanique, Mecanique-materiaux-electricite, N° 251, Nov., 1970, e N° 252, Dez., 1970, pp. 34 - 48.
- (38) - DAIGNERES, P., La Methode des Tranches, École d'été, Villars-Ollon, Sept., 1975.
- (39) - SALENCOV, J., Methods des lignes de glissement, École d'été, Villars-Ollon, Sept., 1975.
- (40) - AVENAS, P. - FENOT, D., Les Methodes extremales, École d'été, Villars-Ollon, Setp., 1975.
- (41) - THONSEN, E.G., Visioplasticity, Conference du CIRP, Sept., 1963.
- (42) - THONSEN, E.G. - YANG, E. - KOBAYASHI, S., Mechanics of plastic deformation in Metal Processing, Mac Millan 1965.

- (43) - BERNARDOU, J.P., Journeau d'etude mise en forme par filage et forgeage, maio, 1978, TARBES.
- (44) - OTUA-ADETIEF, Formage à Froid des Metaux par extrusion, S.N.E.F.
- (45) - SCHEY, J.A., Metal Deformation Processes: Friction and Lubrification, M.Dekker Inc., New-York, 1970
- (46) - GUIMIER, A. - CHDLLON, M. - HAIK, R. - ROBSCH, L. - SANZ, G., Revue de Metallurgie, Fev., 1977, pp. 119-139.
- (47) - SOURCE BOOK ON COLD FORMING, Metals Progress, Book Shelf ASM, Metals Park, Ohio.
- (48) - BRESCIANI FILHO, E. - GOMES, M.R., Propriedades e Usos de Metais não Ferrosos, Associação Brasileira de Metais, S.P., 1977.
- (49) - CAUBET, J.J., Teoria e Prática Industrial del Rozamiento, Ed. Urmo, Bilbao, 1971.
- (50) - LANGENDONK, T. von, Resistência dos Materiais - Deformações I (RM-2), Ed. Científica, R.J., 1960.
- (51) - LANGENDONK, T. von, Resistência dos Materiais - Tensões (RM-1), Ed. Blucher - EDUSP, S.P., 1971.
- (52) - METALS HANDBOOK, Heat Treating, Cleaning and Finishing Vol. 2, American Society for Metals, Metals Park, Ohio, 1969.

- (53) - BRESCIANI FILHO, E., Conformação Plástica dos Metais, Projeto TELEBRAS-MGE, Universidade Estadual de Campinas, 1979.
- (54) - GERMAIN, P., Mécanique des Milieux Continus, Masson, Paris, 1969.
- (55) - ROWE, G.W., Conformado de los Metales, Ed. Urmo, Bilbao, 1972.
- (56) - BOOK OF ASTM STANDARDS - American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1966.
- (57) - CATÁLOGO ALSA ALUMÍNIO E FERRAGENS LTDA. SP - BRASIL
- (58) - WILSON, W.R.D. e HALLIDAY, K. - Wear 42(1977)-pp.136-148
- (59) - MITCHELL, I.A. e OSGOOD, C. - Wear 40(1976)-pp.203-222
- (60) - BIKERMAN, J.J. - Wear 39(1976)- pp.1-13
- (61) - KAYABA, T. e KATO, K. - Wear 51(1978)-pp.105-116
- (62) - THONSEN, E.G. - MACDONALD, A.G. - KOBAYASHI, S. - Journal of Engineering for Industry, fevereiro, 1962, pp.53-62
- (63) - LANCASTER, P.R. e ROWE, G.W. - Wear 2(1958/59)-pp.428-437
- (64) - NURI, K.A. - Wear 42(1977)- pp.355-364.

1 - CRITÉRIO DA MÁXIMA ENERGIA DE DISTORÇÃO OU DE von MISSES (33)

"O escoamento de um material se dá para um valor crítico da energia de distorção".

Experiências mostram que o volume dos corpos de ensaio, após deformações elásticas ou elastoplásticas, permanece praticamente constante. Esta observação nos leva a desprezar as deformações de estado hidrostático de tensões (deformações volumétricas). Logo a única parcela do campo de tensões, responsável pelas deformações plásticas em um corpo é a devida ao estado tangencial ou deviante (reduzido).

$$\begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2}{3} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3}{3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{2\epsilon_1 - \epsilon_2 - \epsilon_3}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\epsilon_2 - \epsilon_1 - \epsilon_3}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2\epsilon_3 - \epsilon_1 - \epsilon_2}{3} \end{vmatrix}$$

considerando os estados de tensão e deformação tangenciais, o trabalho específico (por unidade de volume) necessário para vencer a energia devido a força de interações é :

$$W = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{3} \right) \left(\frac{2\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3}{3} \right) + \left(\frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{3} \right) \left(\frac{2\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3}{3} \right) + \left(\frac{2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2}{3} \right) \left(\frac{2\varepsilon_3 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2}{3} \right) \right]$$

$$W = \frac{1}{18} \left[a_{11} + a_{12} + a_{13} \right]$$

$$a_{11} = (2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)(2\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3) = 4\sigma_1\varepsilon_1 - 2\sigma_1\varepsilon_2 - 2\sigma_1\varepsilon_3 - 2\sigma_2\varepsilon_3 + \sigma_2\varepsilon_2 + \sigma_2\varepsilon_3 - 2\sigma_3\varepsilon_1 + \sigma_3\varepsilon_2 + \sigma_3\varepsilon_3$$

$$a_{12} = (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)(2\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3) = \sigma_1\varepsilon_1 - 2\sigma_1\varepsilon_2 - 2\sigma_1\varepsilon_3 - 2\sigma_2\varepsilon_1 + 4\sigma_2\varepsilon_2 - 2\sigma_2\varepsilon_3 + \sigma_3\varepsilon_1 - 2\sigma_3\varepsilon_2 + \sigma_3\varepsilon_3$$

$$a_{13} = (2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2)(2\varepsilon_3 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2) = \sigma_1\varepsilon_1 + \sigma_1\varepsilon_2 - 2\sigma_1\varepsilon_3 + \sigma_2\varepsilon_1 + \sigma_2\varepsilon_2 - 2\sigma_2\varepsilon_3 - 2\sigma_3\varepsilon_1 - 2\sigma_3\varepsilon_2 + 4\sigma_3\varepsilon_3$$

$$a_{11} + a_{12} + a_{13} = 6\sigma_1\varepsilon_1 - 3\sigma_1\varepsilon_2 - 3\sigma_1\varepsilon_3 - 3\sigma_2\varepsilon_1 + 6\sigma_2\varepsilon_2 - 3\sigma_2\varepsilon_3 - 3\sigma_3\varepsilon_1 - 3\sigma_3\varepsilon_2 + 6\sigma_3\varepsilon_3$$

$$\therefore a_{11} + a_{12} + a_{13} = b + c + d + e + f + g + h + i + j$$

Substituindo na expressão acima:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} \left[\sigma_1 - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{m} \right]$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} \left[\sigma - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{m} \right] \quad \text{com } m = \frac{1}{\nu}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} \left[\sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{m} \right]$$

e calculando os termos b,c,e,... resulta:

$$b = 6\sigma_1 \varepsilon_1 = 6\sigma \frac{1}{E} \left[\sigma_1 - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{m} \right] = \frac{6\sigma_1^2}{E} - \frac{6\sigma_1\sigma_2}{Em} - \frac{6\sigma_1\sigma_3}{Em}$$

$$c = -3\sigma_1 \varepsilon_2 = -3\sigma_1 \frac{1}{E} \left[\sigma_2 - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{m} \right] = \frac{3\sigma_1\sigma_3}{Em} - \frac{3\sigma_1\sigma_2}{E} - \frac{3\sigma_1^2}{Em}$$

$$d = -3\sigma_1 \varepsilon_3 = -3\sigma \frac{1}{E} \left[\sigma_3 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{m} \right] = \frac{3\sigma_1\sigma_2}{Em} - \frac{3\sigma_1\sigma_3}{E} + \frac{3\sigma_1^2}{Em}$$

$$e = -3\sigma_2 \varepsilon_1 = -3\sigma_2 \frac{1}{E} \left[\sigma_1 - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{m} \right] = \frac{3\sigma_2\sigma_3}{Em} - \frac{3\sigma_1\sigma_2}{E} + \frac{3\sigma_2^2}{Em}$$

$$f = 6\sigma_2 \varepsilon_2 = 6\sigma_2 \frac{1}{E} \left[\sigma_2 - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{m} \right] = \frac{6\sigma_2^2}{E} - \frac{6\sigma_2\sigma_3}{Em} - \frac{6\sigma_2\sigma_1}{Em}$$

$$g = -3\sigma_2 \varepsilon_3 = -3\sigma_2 \frac{1}{E} \left[\sigma_3 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{m} \right] = \frac{3\sigma_2\sigma_1}{Em} - \frac{3\sigma_2\sigma_3}{E} + \frac{3\sigma_2^2}{Em}$$

$$h = -3\sigma_3 \varepsilon_1 = -3\sigma_3 \frac{1}{E} \left[\sigma_1 - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{m} \right] = \frac{3\sigma_3\sigma_2}{Em} - \frac{3\sigma_3\sigma_1}{E} + \frac{3\sigma_3^2}{Em}$$

$$i = -3\sigma_3 \varepsilon_2 = -3\sigma \frac{1}{E} \left[\sigma_2 - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{m} \right] = \frac{3\sigma_3\sigma_1}{Em} - \frac{3\sigma_2\sigma_3}{E} + \frac{3\sigma_3^2}{Em}$$

$$j = 6\sigma_3 \varepsilon_3 = 6\sigma_3 \frac{1}{E} \left[\sigma_3 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{m} \right] = \frac{6\sigma_3^2}{E} - \frac{6\sigma_1\sigma_3}{Em} - \frac{6\sigma_2\sigma_3}{Em}$$

$$\begin{aligned} b+c+d+ \dots \dots &= \frac{6}{E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{6}{Em} (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3) - \frac{6}{E} (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3) + \\ &\quad - \frac{6}{Em} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) \end{aligned}$$

$$b+c+d \dots \dots \dots = \left(\frac{1+m}{m} \right) \frac{6}{E} \left[(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \right]$$

$$\therefore a_{11} + a_{12} + a_{13} = \left(\frac{1+m}{m} \right) \frac{6}{E} \left[(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \right]$$

como anteriormente tínhamos $W = \frac{1}{18} (a_{11} + a_{12} + a_{13})$ então

$$W = \frac{1+m}{3Em} \left| (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \right|$$

expressão que deve ser verificada para que haja escoamento.

$$W = \frac{1+m}{6Em} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \quad (\text{I})$$

no ensaio de tração simples $\sigma_1 = \sigma_0$; $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$

substituindo estes valores na expressão (I) resulta:

$$W_0 = \frac{1+m}{3Em} \cdot \sigma_0^2$$

\therefore o critério pode ser exposto da seguinte forma:

$$\frac{1+m}{6Em} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \geq \frac{1+m}{3Em} \cdot \sigma_0^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]} \geq \sigma_0$$

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \geq 2\sigma_0^2$$

$$\frac{3}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_m)^2 + (\sigma_2 - \sigma_m)^2 + (\sigma_3 - \sigma_m)^2} > \sigma_0$$

onde $\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$

2. A LEI DE LEVY-MISES PARA TENSÃO x DEFORMAÇÃO NO REGIME PLÁSTICO ⁽³³⁾

Seja $g(\sigma_{ij})$ uma função escalar das tensões σ_{ij} . Esta função é definida como potencial plástico se as componentes dos incrementos das deformações plásticas, $d\epsilon_{ij}^p$, forem obtidas por diferenciação parcial de $g(\sigma_{ij})$ em relação a σ_{ij} .

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} (\sigma_{ij}) d\lambda' \quad (1)$$

onde $d\lambda'$ é uma constante positiva.

Von Mises, no seu critério de escoamento, define a função potencial plástico como

$$g(\sigma_{ij}) = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = \text{cte}$$

isto é, o escoamento se dá para um valor crítico da energia de distorção.

Aplicando o critério de Von Mises à expressão (1) resulta:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon_i^p}{\partial \lambda'} &= \frac{\partial g}{\partial \sigma_1} = 2(\sigma_1 - \sigma_2) - 2(\sigma_3 - \sigma_1) = 4\sigma_1 - 2\sigma_2 - \sigma_3 = \\ &= 6\sigma_1 - 2\sigma_2 - 2\sigma_3 - 2\sigma_1 = 6(\sigma_1 - \sigma_m) = 6\sigma_1' \end{aligned} \quad (2)$$

onde $\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ e σ_1' é a tensão deviante de σ_1

$$\frac{d\varepsilon_2^p}{d\lambda'} = \frac{\partial g}{\partial \sigma_2} = 6 (\sigma_2 - \sigma_m) = 6 \sigma_2'$$

175

$$\frac{d\varepsilon_3^p}{d\lambda'} = \frac{\partial g}{\partial \sigma_3} = 6 (\sigma_3 - \sigma_m) = 6 \sigma_3' \quad (3)$$

das expressões (2) e (3) conclui-se que:

$$\frac{d\varepsilon_1^p}{\sigma_1'} = \frac{d\varepsilon_2^p}{\sigma_2'} = \frac{d\varepsilon_3^p}{\sigma_3'} = 6 d\lambda' = d\lambda \quad (4)$$

As equações (4) constituem a Lei de Levy-Mises para tensão x deformação no regime plástico: "o incremento de deformação plástica $\bar{\varepsilon}$ em todo instante proporcional à tensão deviante instantânea".

Da equação (4) podemos escrever:

$$\frac{d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2^p + d\varepsilon_3^p}{\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3'} = d\lambda$$

$$\begin{aligned} d\varepsilon_1^p + d\varepsilon_2^p + d\varepsilon_3^p &= d\lambda (\sigma_1'' + \sigma_2' + \sigma_3') \\ &= d\lambda [6(\sigma_1 - \sigma_m) + 6(\sigma_2 - \sigma_m) + 6(\sigma_3 - \sigma_m)] \\ &= d\lambda [6(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - 3\sigma_m)] \\ &= d\lambda [6(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)] \end{aligned}$$

$$d\varepsilon_1^p + d\varepsilon_2^p + d\varepsilon_3^p = 0 \quad (5)$$

o que significa que o material $\bar{\varepsilon}$ incompressível.

3 - INTEGRAÇÃO DA EXPRESSÃO $Y = \int_0^{\alpha} \sqrt{1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \theta} \text{sen } \theta \, d\theta$

$$Y = \int_0^{\alpha} \sqrt{1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \theta} \text{sen } \theta \, d\theta$$

fazendo $\sqrt{1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \theta} = t$ e derivando:

$$dt = -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{11}{12} \text{sen}^2 \theta\right)^{-\frac{1}{2}} \times \frac{11}{12} \text{sen } \theta \times 2 \cos \theta \, d\theta$$

$$\text{sen } \theta \, d\theta = -\frac{12}{11} \times \frac{\sqrt{1 - (11/12) \text{sen}^2 \theta}}{\cos \theta} dt = -\frac{12t}{11 \cos \theta} dt$$

$$\sqrt{1 - \frac{11}{12} (1 - \cos^2 \theta)} = t$$

$$1 - \frac{11}{12} + \frac{11}{12} \cos^2 \theta = t^2 \quad \cos \theta = \sqrt{\frac{12}{11} \left(t^2 - 1 + \frac{11}{12}\right)}$$

$$A = \int \frac{12}{11} \times \frac{t^2}{\sqrt{\frac{12}{11} \left(t^2 - 1 + \frac{11}{12}\right)}} dt = -\frac{12}{11} \sqrt{\frac{11}{12}} \int \frac{t^2}{\sqrt{t^2 - \frac{1}{12}}} dt =$$

$$= -\frac{12}{11} \sqrt{\frac{11}{12}} \gamma$$

onde $\gamma = \int \frac{t^2}{\sqrt{t^2 - a^2}} dt$ com $a^2 = \frac{1}{12}$

fazendo $t = a \cosh y$
 $dt = a \text{sen } h_y \, dt$

$$\gamma = \int \frac{a^3 \cosh^2 y \operatorname{senh}_y dy}{\sqrt{a^2 \cosh^2 y - a^2}} = \int a^2 \cosh^2 y dy = a^2 \int \frac{\cosh 2y}{2} dy + \frac{a^2}{2} \int dy =$$

$$= \frac{a^2 \operatorname{sen} 2y}{4} + \frac{a^2}{2} y$$

$$\text{como } y = \cosh^{-1}\left(\frac{t}{a}\right) = \ln \left[\frac{t}{a} + \sqrt{\left(\frac{t}{a}\right)^2 - 1} \right]$$

$$\cosh^2 y - \operatorname{senh}^2 y = 1 \quad \operatorname{senh}_y = \sqrt{\left(\frac{t}{a}\right)^2 - 1}$$

$$\operatorname{senh} 2y = 2 \operatorname{senh}_y \cosh y = \frac{2t}{a} \sqrt{\left(\frac{t}{a}\right)^2 - 1}$$

$$\gamma = \frac{a^2}{4} \times \frac{2t}{a} \sqrt{\left(\frac{t}{a}\right)^2 - 1} + \frac{a^2}{2} \ln \left[\frac{t}{a} + \sqrt{\left(\frac{t}{a}\right)^2 - 1} \right] =$$

$$= \frac{at}{2} \sqrt{\left(\frac{t}{a}\right)^2 - 1} + \frac{a^2}{2} \ln \left[\frac{t}{a} + \sqrt{\left(\frac{t}{a}\right)^2 - 1} \right] =$$

$$= \frac{t}{2} \sqrt{t^2 - a^2} + \frac{a^2}{2} \ln \left[\frac{t + \sqrt{t^2 - a^2}}{a} \right]$$

$$\therefore A = \frac{-12}{11} \sqrt{\frac{11}{12}} \gamma = -\frac{11}{12} \sqrt{\frac{11}{12}} \left[\frac{t}{2} \sqrt{t^2 - a^2} + \frac{a^2}{2} \ln \left[\frac{t + \sqrt{t^2 - a^2}}{a} \right] \right]$$

$$\text{substituindo } t = \sqrt{1 - \frac{11}{12} \operatorname{sen}^2 \theta}$$

$$A = -\frac{12}{11} \sqrt{\frac{11}{12}} \left[\frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{11}{12} \operatorname{sen}^2 \theta} \sqrt{1 - \frac{11}{12} \operatorname{sen}^2 \theta - \frac{1}{12}} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2 \times 12} \ln \frac{\sqrt{1 - \frac{11}{12} \operatorname{sen}^2 \theta} + \sqrt{1 - \frac{11}{12} \operatorname{sen}^2 \theta - \frac{1}{12}}}{\frac{1}{\sqrt{12}}} \right]_0^\alpha$$

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{11 \cdot 12}} \ln \frac{1 + \sqrt{\frac{11}{12}}}{\frac{1}{\sqrt{12}}} - \frac{1}{2} \cos \alpha \sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha} -$$

$$- \frac{1}{2\sqrt{11 \cdot 12}} \ln \frac{\sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha} + \sqrt{\frac{11}{12}} \cos \alpha}{\frac{1}{\sqrt{12}}}$$

$$A = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \alpha \sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha} + \frac{1}{\sqrt{11 \cdot 12}} \ln \frac{1 + \sqrt{\frac{11}{12}}}{\sqrt{\frac{11}{12}} \cos \alpha + \sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha}} \right]$$

5. A SOLUÇÃO DE SACHS PARA AS TENSÕES NA SUPERFÍCIE CÔNICA DA MATRIZ Γ_3 ⁽³²⁾

1) A GEOMETRIA DA DEFORMAÇÃO

Durante a deformação infinitesimal, de um elemento separado de uma casca esférica de paredes espessas (Fig.1), a deformação convencional radial, para um deslocamento u_r na mesma direção, é expressa por:

$$\epsilon_r = \frac{l_f - l_i}{l_0} = \frac{(d_r + du_r) - d_r}{d_r} = \frac{du_r}{d_r} \quad (1)$$

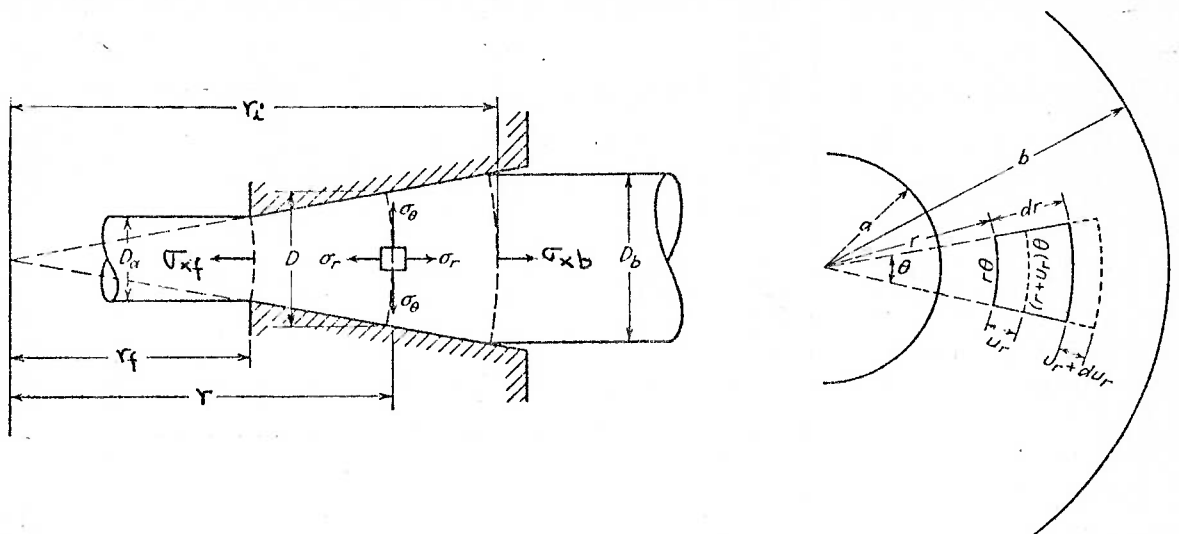


FIG 1

Para o deslocamento radial u_r , a deformação convencional tangencial ϵ_θ é expressa por:

$$\epsilon_\theta = \frac{l_f - l_i}{l_0} = \frac{(r + u_r)\theta - r_\theta}{r_\theta} = \frac{u_r}{r} \quad (2)$$

Como o problema apresenta simetria axial

$$\epsilon_{\beta} = \epsilon_{\theta} = \frac{u_r}{r} \quad (3)$$

indicando como r o raio instantâneo e r_0 o raio inicial podemos escrever $u_r = r - r_0$ e portanto

$$\epsilon_{\theta} = \frac{r - r_0}{r_0} = \frac{r}{r_0} - 1$$

tomando a deformação real $\bar{\epsilon}_{\theta} = \ln(1 + \epsilon_{\theta}) = \ln \frac{r}{r_0}$ (4)

e derivando em relação a r , resulta:

$$d\bar{\epsilon}_{\theta} = \frac{d r}{r} \quad (5)$$

Como a deformação ^{se} processa a volume constante e como $\bar{\epsilon}_{\beta} = \bar{\epsilon}_{\theta} = \ln \frac{r}{r_0}$

então:

$$\bar{\epsilon}_r + \bar{\epsilon}_{\beta} + \bar{\epsilon}_{\theta} = 0$$

$$\bar{\epsilon}_r + \ln \frac{r}{r_0} + \ln \frac{r}{r_0} = 0$$

$$\bar{\epsilon}_r + 2 \ln \frac{r}{r_0} = 0$$

$$\bar{\epsilon}_r = -2 \ln \frac{r}{r_0} = -2\bar{\epsilon}_{\theta} \quad (6)$$

ou $d\bar{\epsilon}_r = -2d\bar{\epsilon}_{\theta}$

$$d\bar{\epsilon}_r = -2 \frac{d r}{r} \quad (7)$$

2) A EQUAÇÃO DIFERENCIAL DO EQUILÍBRIO

Do elemento de volume da figura 2, tomemos a somatória das forças na direção do eixo de simetria:

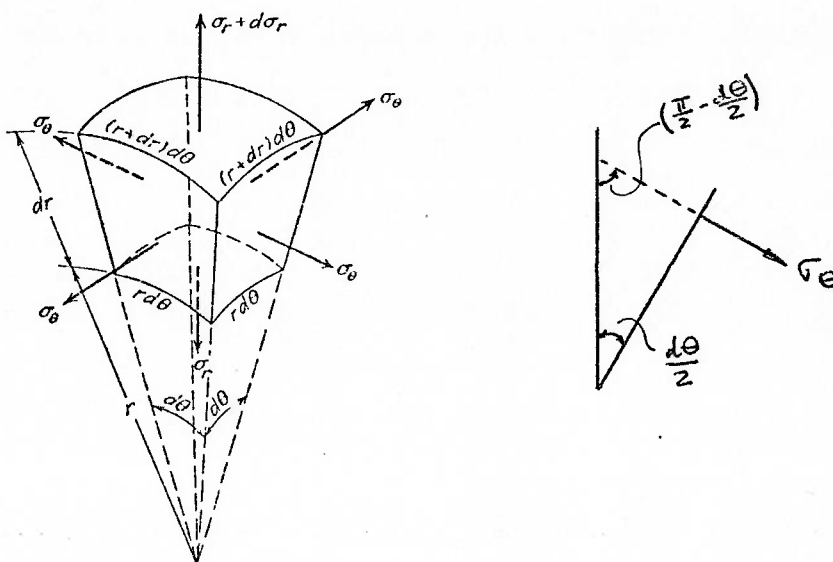


FIG. 2.

$$\left(\sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} dr\right)(r + dr)^2 (d\theta)^2 - \sigma_r r^2 (d\theta)^2 - 4\sigma_\theta \cdot r d\theta \times dr \times \sin \frac{d\theta}{2} = 0$$

$$\left(\sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} dr\right)(r + dr)^2 (d\theta)^2 - \sigma_r r^2 (d\theta)^2 - 2\sigma_\theta dr (d\theta)^2 = 0$$

$$\left(\sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} dr\right)(r + dr)^2 - \sigma_r r^2 - 2\sigma_\theta r dr = 0$$

desprezando as diferenciais de ordem superior, resulta:

$$\left(\sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} dr\right)(r^2 + 2r dr) - \sigma_r r^2 - 2\sigma_\theta r dr = 0$$

$$\sigma_r r^2 + r^2 \frac{d\sigma_r}{dr} dr + 2\sigma_r r dr - \sigma_r r^2 - 2\sigma_\theta r dr = 0$$

$$r^2 \frac{d\sigma_r}{dr} + 2\sigma_r r - 2\sigma_\theta r = 0$$

$$r^2 \frac{d\sigma_r}{dr} + 2\sigma_r r - 2\sigma_\theta r = 0$$

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2 \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (8)$$

$$\text{como } \sigma_r = \sigma_1 ; \sigma_\theta = \sigma_\beta = \sigma_2 = \sigma_3 \quad (9)$$

o critério de von Mises do escoamento, resulta:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_0^2$$

$$(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_2)^2 = 2\sigma_0^2$$

$$2(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 = 2\sigma_0^2$$

$$(\sigma_r - \sigma_\theta) = \sigma_0 \quad (10)$$

Substituindo a expressão (10) em (8.) resulta:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2 \frac{\sigma_0}{r} = 0 \quad (11)$$

Integrando esta expressão resulta:

184

$$\sigma_r = C - \sigma_0 \ln r^2 \quad (12)$$

onde C é uma constante de integração.

Substituindo a expressão (10) resulta:

$$\begin{aligned} \sigma_\theta + \sigma_0 &= C - \sigma_0 \ln r^2 \\ \sigma_\theta &= C - \sigma_0 (1 + \ln r^2) \end{aligned} \quad (13)$$

As expressões (12) e (13) correspondem à solução de SACHS para as tensões na superfície cônica da matriz

$$\begin{aligned} \sigma_r &= C - \sigma_0 \ln r^2 \\ \sigma_\theta &= C - \sigma_0 (1 + \ln r^2) \end{aligned}$$

A constante de integração é determinada impondo

$$\sigma_r = \sigma_{xf} \quad \text{para } r = r_f$$

desta forma

$$\begin{aligned} \sigma_{xf} &= C - \sigma_0 \ln r_f^2 \\ C &= \sigma_{xf} + \sigma_0 \ln r_f^2 \end{aligned} \quad (14)$$

6- ÂNGULO ÓTIMO DE CONE

O ângulo ótimo de cone é aquele que maximiza as possíveis reduções, ou que minimiza as tensões requeridas para os processos.

Analisando as figuras, 65 e 66, notamos que tais ângulos se encontram num intervalo de $0 < \alpha < 10^\circ$ aproximadamente.

Desta forma podemos utilizar as simplificações introduzidas a partir da figura(60), quando se analisa a extrusão em matriz de pequeno ângulo de cone.

Derivando a expressão das tensões requeridas em relação a α e igualando o resultado a zero, obtemos a expressão do ângulo ótimo de cone.

Admitindo o modelo do atrito de Coulomb:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\begin{array}{c} \sigma_{xb} \\ \sigma_0 \end{array} \right] = 0$$

onde $\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0}$ é dado pela expressão (39), resulta:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left\{ \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - 2\mu \frac{L}{R_f} \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) - \frac{4}{3\sqrt{3}} \operatorname{sen} \alpha - 2 \left[1 + \frac{\mu}{\operatorname{sen} \alpha} \left(\ln \frac{R_i}{R_f} + 1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \right] \ln \frac{R_i}{R_f} \right\} = 0$$

$$- \frac{4}{3\sqrt{3}} \cos \alpha + 2\mu \frac{\cos \alpha}{\operatorname{sen}^2 \alpha} \left(\ln \frac{R_i}{R_f} + 1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \ln \frac{R_i}{R_f} = 0$$

para ângulos pequenos vale escrever $\cos \alpha \cong 1$ e $\operatorname{sen} \alpha \cong \alpha$

$$-\frac{4}{3\sqrt{3}} + \frac{2\mu}{\alpha^2} \left(\ln \frac{R_i}{R_f} + 1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} \right) \ln \frac{R_i}{R_f} = 0$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{3}{2} \sqrt{3} \mu \left(1 - \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} + \ln \frac{R_i}{R_f} \right) \ln \frac{R_i}{R_f}}$$

2. Admitindo o modelo da camada limite

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0} \right] = 0$$

de $\frac{\sigma_{xb}}{\sigma_0}$ é dado pela expressão (33), resulta:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left\{ \frac{\sigma_{xf}}{\sigma_0} - \frac{4}{3\sqrt{3}} \operatorname{sen} \alpha - 2 \left[\frac{m}{\sqrt{3} \operatorname{sen}} + 1 \right] \ln \frac{R_i}{R_f} - \frac{2}{\sqrt{3}} m \frac{L}{R_f} \right\} = 0$$

$$-\frac{4}{3\sqrt{3}} \operatorname{cos} \alpha + \frac{2m \operatorname{cos} \alpha}{\sqrt{3} \operatorname{sen}^2 \alpha} \ln \frac{R_i}{R_f} = 0$$

para ângulos pequenos vale escrever $\operatorname{cos} \alpha \cong 1$ e $\operatorname{sen} \alpha \cong \alpha$

$$-\frac{4}{3\sqrt{3}} + \frac{2m}{\sqrt{3} \alpha^2} \ln \frac{R_i}{R_f} = 0$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{3}{2} m \ln \frac{R_i}{R_f}}$$

7. PROGRAMA ADAPTADO À HP97 PARA O CÁLCULO DOS ESFORÇOS DE CONFORMAÇÃO (EXTRUSÃO OU TREFILAÇÃO) EM MATRIZ CÔNICA - PELO MÉTODO DO LIMITE SUPERIOR (B.AVITZUR) PARA ÂNGULOS ÓTIMOS E PARA METAIS QUE ENCRUAM (HIPÓTESES DE ENCRUAMENTO LINEAR)

φφ1	*LBLC	21	13	φ29	ST03	35	φ3
φφ2	RCL1	36	φ1	φ3φ	SIN		41
φφ3	RCLφ	36	φφ	φ31	X ²		53
φφ4	÷		-24	φ32	1		φ1
φφ5	X ²		53	φ33	1		φ1
φφ6	1		φ1	φ34	x		-35
φφ7	-		-45	φ35	1		φ1
φφ8	1		φ1	φ36	2		φ2
φφ9	φ		φφ	φ37	÷		-24
φ1φ	φ		φφ	φ38	1		φ1
φ11	X		-35	φ39	-		-45
φ12	CHS		-22	φ4φ	CHS		-22
φ13	PRTX		-14	φ41	√X		54
φ14	R/S		51	φ42	ST04	35	φ4
φ15	RCLφ	36	φφ	φ43	RCL3	36	φ3
φ16	RCL1	36	φ1	φ44	COS		42
φ17	÷		-24	φ45	1		φ1
φ18	LN		32	φ46	1		φ1
φ19	1		φ1	φ47	ENT1		-21
φ2φ	.		-62	φ48	1		φ1
φ21	5		φ5	φ49	2		φ2
φ22	x		-35	φ5φ	÷		-24
φ23	RCL2	36	φ2	φ51	√X		54
φ24	x		-35	φ52	x		-35
φ25	√X		54	φ53	RCL4	36	φ4
φ26	R→D	16	45	φ54	+		-55
φ27	PRTX		-14	φ55	1/X		52
φ28	R/S		51	φ56	1		φ1

φ57	1		φ1	φ91	÷		-24
φ58	ENT1		-21	φ92	RCL3	36	φ3
φ59	1		φ1	φ93	TAN		43
φ6φ	2		φ2	φ94	1/X		52
φ61	÷		-24	φ95	-		-45
φ62	\sqrt{X}		54	φ96	ST06	35	φ6
φ63	1		φ1	φ97	RCL7	36	φ7
φ64	+		-55	φ98	RCL1	36	φ1
φ65	x		-35	φ99	÷		-24
φ66	LN		32	1φφ	2		φ2
φ67	1		φ1	1φ1	x		-35
φ68	3		φ3	1φ2	RCLφ	36	φφ
φ69	2		φ2	1φ3	RCL1	36	φ1
φ7φ	\sqrt{X}		54	1φ4	÷		-24
φ71	÷		-24	1φ5	LN		32
φ72	RCL4	36	φ4	1φ6	RCL3	36	φ3
φ73	RCL3	36	φ3	1φ7	TAN		43
φ74	COS		42	1φ8	1/X		52
φ75	x		-35	1φ9	x		-35
φ76	-		-45	11φ	+		-55
φ77	1		φ1	111	RCL2	36	φ2
φ78	+		-55	112	x		-35
φ79	RCL3	36	φ3	113	RCL6	36	φ6
φ8φ	SIN		41	114	+		-55
φ81	X^2		53	115	2		φ2
φ82	÷		-24	116	x		-35
φ83	PRTX		-14	117	3		φ3
φ84	R/S		51	118	\sqrt{X}		54
φ85	ST05	35	φ5	119	÷		-24
φ86	RCL3	36	φ3	12φ	RCLφ	36	φφ
φ87	D→R	16	45	121	RCL1	36	φ1
φ88	RCL3	36	φ3	122	÷		-24
φ89	SIN		41	123	LN		32
φ9φ	X^2		53	124	RCL5	36	φ5

125	x	36	$\phi 5$	159	+		-35
126	2		$\phi 2$	16 ϕ	ST03	35	$\phi 3$
127	x		-35	161	P S	16	-51
128	+		-55	162	*LBL1	21	$\phi 1$
129	PRTX		-14	163	RCL9	36	$\phi 9$
13 ϕ	R/S		51	164	P s	16	-51
131	ST08	35	$\phi 8$	165	ST+ ϕ	35-55	$\phi\phi$
132	RCL ϕ	36	$\phi\phi$	166	RCL ϕ		$\phi\phi$
133	RCL1	36	$\phi 1$	167	PRTX		-14
134	\div		-24	168	R/S		51
135	LN		32	169	RCL1	36	$\phi 1$
136	RCL5	36	$\phi 5$	17 ϕ	Y ^x		31
137	x		-35	171	RCL7		$\phi 1$
138	2		$\phi 2$	172	x		-55
139	x		-35	173	RCL2	36	$\phi 2$
14 ϕ	RCL6	36	$\phi 6$	174	+		-35
141	2		$\phi 2$	175	ST04	35	$\phi 4$
142	x		-35	176	RCL3	36	$\phi 3$
143	3		$\phi 3$	177	ST06	35	$\phi 6$
144	\sqrt{x}		54	178	P S	16	-51
145	\div		-24	179	-		-45
146	+		-55	18 ϕ	RCL9	36	$\phi 9$
147	PRTX		-14	181	\div		-24
148	R/S		51	182	P S	16	-51
149	ST09	35	$\phi 5$	183	RCL3	36	$\phi 3$
15 ϕ	P \neq S	16	-51	184	\div		-24
151	RCL ϕ	36	$\phi\phi$	185	PRTX		-14
152	P \neq S	16	-51	186	R/S		51
153	X $\neq\phi$?	16	-42	187	ST05	35	$\phi 5$
154	GT01	22	$\phi 1$	188	RCL4	36	$\phi 4$
155	1		$\phi 1$	189	ST03	35	$\phi 3$
156	x		-55	19 ϕ	P S	16	-51
157	P \neq S	16	-51	191	RCL6	36	$\phi 6$
158	RCL2	36	$\phi 2$	192	3		$\phi 3$

193	\sqrt{x}		54
194	\div		-24
195	RCL ϕ	36	$\phi\phi$
196	RCL1	36	$\phi 1$
197	\div		-24
198	LN		32
199	RCL5	36	$\phi 5$
2 $\phi\phi$	x		-35
2 $\phi 1$	+		-55
2 $\phi 2$	P \rightarrow S	16	-51
2 $\phi 3$	RCL5	36	$\phi 5$
2 $\phi 4$	x		-35
2 $\phi 5$	1		$\phi 1$
2 $\phi 6$	+		-55
2 $\phi 7$	RCL6	36	$\phi 6$
2 $\phi 8$	P \rightarrow S	16	-51
2 $\phi 9$	x		-35
21 ϕ	PRTX		-14
211	R/S		51
212	RCL8	36	$\phi 8$
213	x		-35
214	PRTX		-14
215	R/S		51
216	RCL ϕ	36	$\phi\phi$
217	x^2		53
218	P i	16	-24
219	x		-35
22 ϕ	4		$\phi 4$
221	\div		-24
222	x		-35
223	PRTX		-14
224	R/S		51

- * n e S - coeficiente de encruamento e tensão de escoamento, respectivamente, conforme o modelo

$$\sigma = S + k \phi^n$$
- * m - coeficiente de atrito de camada limite
- * L - comprimento de atrito na saída do material da matriz
- * D_i - diâmetro do material na entrada da matriz
- * D_{i+1} - diâmetro do material na saída da matriz
- * R - porcentagem de redução $R = \left[1 - \left(\frac{D_{i+1}}{D_i} \right)^2 \right] \times 100$
- * α_{ot_i} - ângulo ótimo de cone $\alpha_{ot_i} = \sqrt{\frac{3}{2}} m \ln \left(\frac{D_i}{D_{i+1}} \right)$

$$* f(\alpha_i) = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left\{ 1 - \cos \alpha \sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha} \right\} + \frac{1}{\sqrt{132}} \ln \left[\frac{1 + \sqrt{\frac{11}{12}}}{\sqrt{\frac{11}{12}} \cos \alpha + \sqrt{1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha}} \right]$$

$$* A_i = 2f(\alpha) \ln \left(\frac{D_i}{D_{i+1}} \right) + \frac{2}{\sqrt{3}} \left\{ \left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right) + m \left[(\cot \alpha) \ln \left(\frac{D_i}{D_{i+1}} \right) + \frac{2L}{D_{i+1}} \right] \right\}$$

$$* \phi_i = 2f(\alpha) \ln \left(\frac{D_i}{D_{i+1}} \right) + \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right)$$

$$* \phi_i = \phi_{i-1} + \phi_i, \quad \phi_0 = 0$$

$$* \beta_i \text{ coeficiente de atrito linear } \beta_i = \frac{\sigma_{i+1} - \sigma_i}{\sigma_i \times \phi_i}$$

$$* \sigma_{ef_i} = S \left\{ 1 + \beta \left[f(\alpha) \ln \left(\frac{D_i}{D_{i+1}} \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha \right) \right] \right\}$$

$$\sigma_{sf_i} = A_i \times \sigma_{ef_i}$$

$$* F_i \text{ força de conformação, } F_i = \frac{\pi D_i^2}{4} \times \sigma_{ef_i}$$

ESTOCAGEM NOS REGISTROS

Registro	Valor
0	D_i
1	D_{i+1}
2	m
3	0
4	0
5	0
6	0
7	L
8	0
9	0
* 10	0
11	n
12	S
13	0
14	0
15	0
16	0
17	k

* para conforma~ão com recozimento entre passes, estocar zero neste registro, em cada passe.

* para conforma~ão sem recozimento entre passe:

- estocar zero, neste registro, somente no 10º passe
- nos passes seguintes conservar estocado, neste registro, o resultado do passe anterior.

OPERAÇÃO

TECLAR	SÍMBOLO	N O M E
1º R/s	R	Redução
2º R/s	α_{ot}	Ângulo ótimo de cone
3º R/s	$f(\alpha_{ot})$	Função α_{otimo}
4º R/s	A	Tensão reduzida
5º R/s	ϕ	Deformação
6º r/s	$\bar{\phi}$	Deformação efetiva
7º r/s	β	Coef. de encruamento linear
8º R/s	σ_{ef}	Tensão efetiva
9º r/s	σ_{xf}	Tensão de conformação
10º R/s	F	Força de conformação

8. SIMBOLOGIA

A	=	área
C	=	constante de integração
F	=	força
f_k	=	aceleração
f	=	tensão de cisalhamento
J	=	potência externa aplicada
k	=	limite de escoamento ao cisalhamento
L	=	comprimento de atrito na saída do material da matriz
m	=	constante da camada limite
q	=	tensão de cisalhamento
r, θ, β	=	sistema esférico de coordenadas
r_i	=	raio inicial no sistema esférico de coordenadas
r_f	=	raio final no sistema esférico de coordenadas
R	=	raio instantâneo da barra
R_i	=	raio inicial da barra
R_f	=	raio final da barra
$\frac{R_i}{R_f}$	=	redução
S	=	tensão de escoamento
T	=	tensor de tensão
u	=	deslocamento
U_t, U_θ, U_β	=	componentes do campo de velocidades
V	=	volume
v	=	velocidade
v_f	=	velocidade final da barra
v_i	=	velocidade inicial da barra
ρ	=	massa específica
ω	=	trabalho
$\dot{\omega}$	=	potência
$\dot{\omega}_b$	=	potência introduzida na entrada da barra

- $\dot{\omega}_i$ = potência interna de deformação
 $\dot{\omega}_f$ = potência introduzida na saída da barra
 $\dot{\omega}_s$ = potência dissipada por atrito e por descontinuidade de velocidades
 α = semi-ângulo de cone da matriz
 α_{ot} = ângulo ótimo de cône
 α_1 = ângulo crítico para $m = 1$
 α_{c2} = ângulo crítico
 $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$ = superfícies de atrito e de descontinuidade de velocidade.
 ϵ = deformação
 $\dot{\epsilon}$ = velocidade de deformação
 μ = coeficiente de atrito
 σ = tensão normal
 σ_0 = limite de escoamento no ensaio uni-axial de tração
 σ_{et} = tensões efetiva
 σ_r, σ_θ = tensões radial e circunferencial na barra na zona II
 σ_{xb} = tensões introduzidas na entrada da barra
 σ_{xf} = tensões introduzidas na saída da barra
 τ = tensões de cisalhamento
 τ_0 = tensões de cisalhamento nas superfícies Γ_1 e Γ_2
 τ_1 = tensões de cisalhamento na superfície Γ_3
 τ_2 = tensões de cisalhamento na superfície Γ_4
 ϕ = deformação efetiva
 $\dot{\phi}$ = velocidade efetiva de deformação
 ϕ_0 = deformação efetiva ideal
 $\dot{\phi}$ = velocidade média efetiva de deformação

$\bar{\phi}$ = deformação média efetiva

β = coeficiente de encruamento.

9. LISTA DE FIGURAS

Figura	Título	Página
1	Comparação das produções de peças conformadas a frio por extrusão - nos Estados Unidos, República Federal da Alemanha e França.	03
2	Linhas de escoamento e trajetórias das partículas em processos estacionários e não estacionário.	08
3	Ferramental de extrusão em matriz cônica	08
4	Etapas de conformação em extrusão indireta	10
5	Etapas de conformação em extrusão direta	10
6	Extrusão combinada	11
7	Extrusão hidrostática	12
8	Gama operatória de fabricação de uma vela de ignição	24
9	Recipiente de alta pressão	25
10	Árvores vazadas	25
11	Pinhões	25

Figura	Título	Página
12	Família de pistões brutos, pré-usinados e acabados	25
13	Amortecedores de veículos	26
14	Peças vazadas com detalhes externos e/ou internos	26
15	Eixos escalonados	26
16	Pequenas peças em aço	27
17	Pequenas peças obtidas por extrusão combinada	27
18	Árvores escalonadas cheias	28
19	Conecções, juntas hidráulicas, anéis	28
20	Porta-injetores e encaixes de junção em cobre ou em ligas de alumínio	28
21	Peças obtidas por extrusão combinada	29
22	Peças vazadas ou não obtidas por extrusão combinada	29
23	Suportes de diodos e coletores de pequenos motores em cobre	29

Figura	Título	Página
24	Mancais ou peças tubulares	29
25	Porcas diversas	30
26	Peças entalhadas externamente	30
27	Conjunto de cubo de roda	30
28	Peças de geometria particula- res sobre a face superior	31
29	Conjunto de cubo de roda	31
30	Pinhões, planetários e satéli- tes	31
31	Diversas peças de formas com- plexas (hexagonais ou quadra- das)	31
32	Pequenas peças em aço	32
33	Tipos de apoio	32
34	Exemplos de cubos de roda usina- dos posteriormente	32
35	Diferentes exemplos de conjuntos de cubo de roda	32
36	Encaixes de transmissão	33
37	Eletrodos de solda a ponto em cobre ao cromo	33

Figura	Título	Página
38	Corpos apresentando escape axial de matéria	33
39	Anéis	33
40	Peças diversas em ligas leves ...	34
41	Eixos de rotores	34
42	Fundos de tubos de amortecedores, rōtulas e pequenas peças de cabeças trabalhadas.	34
43	Vista em corte de corpos furados	34
44	Linhas de escoamento e modelo da zona plástica de deformações para aços recozidos e encruado.....	41
45	Modelo de Avitzur para a zona de deformação	43
46	Operação típica de extrusão em matriz cônica	46
47	O modelo de Coulomb para o atrito.	48
48	O modelo de atrito de camada limite	49
49	O contato entre duas superfícies..	50

Figura	Título	Página
50	O modelo de Thonsen para o atrito	54.B
51	Interpenetração das zonas plásticas	54
52	Escoamento subsuperficial.....	54
53	O potencial plástico	59
54	Campo de deslocamentos	63
55	O processo da extrusão	67
56	O modelo da zona plástica de deformação	67
57	O modelo do campo de velocidades ...	68
58	Geometria da zona de deformação ...	69
59	Sistema de coordenadas	70
60	O modelo do campo de velocidades para pequenos ângulos de cone α ...	88
61	Efeito de L/R_f e da redução nas tensões requeridas	103
62	Efeito do atrito e da redução nas tensões requeridas	103
63	Efeito de σ_{xf} e redução nas tensões requeridas	104

Figura	Título	Página
64	Efeito de α e da redução nas tensões requeridas	106
65	Efeito de α e da redução nas tensões para pequenos ângulos de cone	106
66	Efeito do atrito e de α na máxima redução	106
67	Efeito do atrito e de α na máxima redução para pequenos ângulos de cone	106
68	Campo de velocidades na zona de deformação.	108
69	Distribuição da deformação efetiva no produto final	113
70	Distribuição da deformação efetiva no produto final	113
71	Velocidade média relativa de deformação x ângulo de cone e redução	113
72	Corpos de prova para a extrusão.....	131
73	Corpo de prova para o ensaio de tração	133
73.a	Características mecânicas e curva $F_x (\Delta \ell / \ell_0)$ da liga de alumínio ASTM 6063	134
74	Esquea da máquina universal de ensaios LOS.....	138
75	Desenho de conjunto do ferramental.....	139
76	Detalhe do porta-matriz.....	140

Figura	Título	Página
77	Detalhe do porta-punção	141
78	Punção	142
79	Anel de pressão	143
80	Matriz.....	143
81	A extrusão de um corpo de prova	145
82	Corpos de prova extrudados	146
83	Variação da tensão de extrusão com o semi- ângulo de cone da matriz	152
84	Variação do coeficiente de atrito de camada limite com a rugosidade.....	153
85	Variação dos termos do atrito, do trabalho - redundante e da energia ideal, que compõe a tensão requerida de extrusão, com o semi-ân- gulo de cone da matriz.....	155
86	Interação entre as superfícies metal-camada anodizada - ferramenta.....	155

10 - LISTA DE TABELAS

Tabela	Título	Página
1	Comparação das propriedades mecânicas de produtos antes e após a extrusão para alguns tipos de aço.....	15
2	Tipos de aços utilizados em conformação a frio por extrusão	18
3	Tipos de cobre e suas ligas que apresentam uma certa aptidão a conformação a frio por extrusão.....	19
4	Tipos de alumínio e suas ligas que apresentam uma certa aptidão a conformação a frio por extrusão.....	20
5	Equivalência entre normas para a liga - ASTM 6063.....	128
6	Composição química da liga ASTM 6063....	128
7	Propriedades mecânicas de liga ALCAN 50S	129
8	Símbolos para têmperas de ligas de alumínio.....	130
9.a	Plano de anodização.....	132
9.b	Espessuras das camadas anodizadas.....	132
10	Rugosidade dos corpos de prova.....	133

ERRATA

- página 54, 3ª linha :

$$\mu = \frac{\tau_i S'_r}{p' S'_r} = \left| \frac{1}{\alpha \left(\frac{1}{m^2} - 1 \right)} \right|^{\frac{1}{2}} = \left| \frac{m^2}{\alpha (1 - m^2)} \right|^{\frac{1}{2}}$$

- página 151-A, último parágrafo

A figura 84 representa a variação do coeficiente de atrito de camada limite (m) com a rugosidade da camada anodizada para cada semi-ângulo de camada matriz.

- página 152, incluir ao lado de cada curva:

□ m = 0,16

x m = 0,27

△ m = 0,33

○ m = 0,41

- página 196, incluir os símbolos seguintes:

t = tempo

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ = tensões principais

λ = escalar

n = expoente de encruamento

P = força

p_m = pressão média de escoamento

S_r = área

τ_m = torsão média ao cisalhamento

τ_i = tensão limite ao cisalhamento do meio interfacial

- páginas 129,135,147,148,149,150,151,152:

conversão das seguintes unidades ao Sistema Internacional (SI):

1 kgf = 9,81 N

1 $\frac{\text{kgf}}{\text{mm}^2}$ = 9,81 $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ = 9,81 MPa.

Tabela	Título	Página
11	Propriedades mecânicas determinadas da liga de alumínio ASTM 6063 recozida.....	135
12	Esforços de conformação para corpos de prova sem anodização e sem lubrificação.	147
13	Esforços de conformação para corpos de prova sem anodização e com lubrificação	148
14	Esforços de conformação para corpos de prova com anodização(40 min) e com lubrificação.....	149
15	Esforços de conformação para corpos de prova com anodização (30 min) e com lubrificação.....	150
16	Esforços de conformação para corpos de prova com anodização(20 min) e com lubrificação.....	151