

MANUEL NARCISO FERREIRA GONÇALVES

Engenheiro Mecânico, Escola de Engenharia Mauá, 1984

ANÁLISE DE FENÔMENOS OSCILATÓRIOS E VIBRAÇÕES  
INDUZIDAS POR ESCOAMENTOS SECUNDÁRIOS EM USINAS  
HIDRELÉTRICAS E REDES HIDRÁULICAS DE CONDUTOS FORÇADOS

Dissertação apresentada à  
Escola Politécnica da USP,  
para obtenção do título  
de Mestre em Engenharia  
Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Edmundo Koelle, Depto. Eng. mecânica

Universidade de São Paulo  
São Paulo, 1990

1689

FD.1147

a meu pai,

" um dia as lágrimas secarão,  
mas nunca esquecerei os  
caminhos da vida que  
você me indicou".

" ... que é melhor tentar coisas grandes,  
alcançando triunfo e glória,  
mesmo expondo-se temporariamente à derrota,  
do que formar fila com os fracos de espírito,  
que nem gozam muito nem sofrem muito,  
porque vivem nessa penumbra  
que não conhece vitória nem derrota ".

Abraham Lincoln

Ao concluir este trabalho, em que vejo realizados alguns dos meus ideais como homem e profissional, não poderia deixar de externar minha gratidão a todos aqueles que direta ou indiretamente, tornaram possível a conclusão desta dissertação. Ciente da impossibilidade, por força das circunstâncias, de citar nominalmente a todos, gostaria de particularizar meu reconhecimento a algumas pessoas e entidades pelo seu papel fundamental na elaboração deste trabalho.

A meus pais, que jamais mediram esforços em prol de minha formação, e que muitas vezes as custas de sacrifício pessoal, sempre me propiciaram as melhores condições para atingir este objetivo.

Ao Prof. Dr. Edmundo Koelle, orientador desta dissertação, pelos ensinamentos transmitidos, e sobretudo pelo exemplo de profissionalismo, dedicação e competência.

A VOITH S/A Máquinas e Equipamentos, na pessoa do diretor da Divisão Turbinas Eng. Christian Moth Nielsen, e do superintendente do depto. Engenharia de Projetos e Turbinas, Eng. Werner Günter Lacher, por todo apoio recebido.

Ao Eng. José Cláudio Mazzoleni, gerente da seção de Engenharia e Desenvolvimento de Reguladores da VOITH S/A Máqs. e Equip., pelo incentivo permanente e pelas inúmeras discussões técnicas, que se revelaram de grande importância.

Ao Eng. Silvio Aranha, gerente da divisão mecânica da área de energia e Hidro da Promon Engenharia S/A, por todo incentivo recebido no período em que ali trabalhei.

Aos professores da Escola de Engenharia Mauá, em particular aos Profs. Dimer Benatti, Michael Lando e João Augusto Breves Filho, pela sua dedicação e competência.

A Jucimara por sua compreensão e auxílio na revisão final deste texto.

Ao Eng. Rui Botter, professor do depto. de Engenharia Naval da Escola Politécnica da USP, e ao Eng. Antonio Elias Gamino, pela sua colaboração.

A srta. Silvana Albino, pela datilografia final deste texto, e a Dna. Mariana, secretária do depto de engenharia mecânica da Escola Politécnica da USP por sua presteza e colaboração.

Os escoamentos secundários em componentes de Usinas hidrelétricas ou redes hidráulicas de condutos forçados, podem gerar sob certas condições fenômenos oscilatórios, originando problemas operacionais ou em casos extremos a ocorrência de ressonância gerando processos de fadiga, vibrações e em alguns casos provocando a ruína da instalação.

Este trabalho tem como objetivos principais analisar o processo de geração destes escoamentos, levantando suas causas e efeitos, e apresentar uma metodologia de cálculo, baseada no Método das Características, e que faz uso dos recursos computacionais hoje disponíveis e de desenvolvimentos recentes da teoria sobre o assunto.

Após uma análise inicial, onde são estudados os mecanismos de atuação destes escoamentos gerando fenômenos oscilatórios, e as principais fontes de excitação em Usinas hidrelétricas, os métodos de análise até hoje usados são apresentados e comparados, do ponto de vista da necessidade de obtenção de resultados mais precisos a um custo menor.

A seguir é apresentado o processo de análise proposto, com uma série de casos analisados e resultados obtidos.

Secondary flows in components of hydroelectric installations or large hydraulic networks can, under certain conditions, create oscillatory phenomena, that may cause operational problems, accidents or reduction of the useful life of the installation.

The main objectives of this dissertation are to analyze the causes and effects of this phenomena, and to present a general computer program, based on the Method of Characteristics, which make use of recent theory developments and computational facilities.

After an initial analysis, in which the actuation mechanism of this phenomena is analyzed and the main excitation sources are presented, the traditional mathematical models usually used are presented and compared, under the point of view to obtain more accurate results with costs reduction.

After that, it is presented the proposed method, with analysed cases and obtained results

	<u>Página</u>
LISTA DE FIGURAS .....	x
LISTA DE TABELAS .....	xv
Capítulo 1 - APRESENTAÇÃO	1
Capítulo 2 - FENÔMENOS OSCILATÓRIOS	3
2.1 - Introdução .....	3
2.2 - Definições básicas .....	4
2.3 - Casos típicos. Análise bibliográfica .....	10
Capítulo 3 - ESCOAMENTOS SECUNDÁRIOS	
GERANDO FENÔMENOS OSCILATÓRIOS	18
3.1 - Formulação do problema .....	18
3.2 - Fontes de excitação. Principais causas geradoras de fenômenos oscilatórios em Usinas hidrelétricas ....	26
Capítulo 4 - ANÁLISE MATEMÁTICA DO FENÔMENO	46
4.1 - Introdução .....	46
4.2 - Método da Matriz de transferência .....	48
4.3 - Método da Impedância .....	64
4.4 - Método das Características .....	78
4.5 - Análise crítica .....	91

Capítulo 5 - MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS NA ANÁLISE DOS FENÔMENOS OSCILATÓRIOS	94
5.1 - Definições Básicas .....	94
5.2 - Esquema geral de cálculo .....	101
Capítulo 6 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO. CASOS ESTUDADOS	128
Capítulo 7 - CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	145
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	147

<u>Figura</u>	<u>Descrição</u>	<u>Página</u>
2.1	Escoamento Oscilatório: definição .....	4
2.2	Propagação de onda de pressão causada por um fechamento instantâneo de válvula [06] .....	5
2.3	Modos de vibrar de uma instalação .....	7
2.4	Vibrações em um sistema massa-mola .....	8
2.5	Analogia sistema mecânico e sistema hidráulico	9
2.6	Sistema Bersimis II [19] [17] .....	11
2.7	Usina Kandergrund [19] .....	13
2.8	Casa de máquinas e conduto forçado [03] .....	15
2.9	Esquema de travessia do sistema hidráulico [24] .....	16
3.1	Sub-sistemas de uma Usina hidrelétrica [14] ...	18
3.2 a	Perturbation forces that cause vibrations in a hydro plant [38] .....	19
3.2 b	Fontes de excitação em uma Usina hidrelétrica (Tradução da figura 3.2 a) .....	20
3.3 a	Typical vibrations and their effects [14] .....	21
3.3 b	Vibrações em máquinas hidráulicas e seus efeitos (Tradução da figura 3.3 a) .....	22
3.4	Relação causa-efeito para surgimento da condição ressonante .....	23
3.5	Sequência de projeto da Usina hidrelétrica ....	25
3.6	Desbalanceamento do rotor gerando forças de perturbação [38] .....	28

<u>Figura</u>	<u>Descrição</u>	<u>Página</u>
3.7	Possibilidades de mal alinhamento dos eixos de uma máquina horizontal [38] .....	29
3.8	Esquema típico de uma grade de tomada d'água ..	33
3.9	Variação do número de Strouhal com o número de Reynolds e a forma do objeto [33] .....	35
3.10	Variação do número de Strouhal com a forma do obstáculo [33] .....	36
3.11	Formação de vórtices no tubo de sucção [12] ...	37
3.12	Comportamento operacional de uma turbina Francis [40] .....	38
3.13	Modificação da frequência e/ou amplitude da pulsação de pressão junto ao tubo de sucção [12] [37] .....	40
3.14	Efeito da excentricidade dos aros de desgaste da máquina gerando forças de perturbação [38]..	41
3.15	Número de Strouhal como função da geometria da palheta do distribuidor [26] .....	43
3.16	Comparação da frequência natural da travessa do distribuidor com a frequência induzida por vórtices [26] .....	44
4.1	Sistema mecânico multi-variável [30] .....	48
4.2	Matriz de transferência de campo .....	50
4.3	Matriz de transferência de ponto. Reservatório de nível constante .....	51
4.4	Representação física de uma Usina hidrelétrica, mostrando as diversas matrizes de transferência	52
4.5	Vazão instantânea, média e oscilatória .....	53
4.6	Válvula com oscilação senoidal .....	58

<u>Figura</u>	<u>Descrição</u>	<u>Página</u>
4.7	Exemplo de aplicação do método da Matriz de transferência [06] .....	60
4.8	Diagrama da resposta em frequência .....	61
4.9	Sistema reservatório + conduto com válvula oscilante .....	63
4.10	Diagrama mostrando a impedância em um circuito elétrico com R, XL e XC .....	65
4.11	Conduto simples: Impedância complexa .....	67
4.12	Método da Impedância: Exemplo de aplicação com tubos em série [39] .....	72
4.13	Método da Impedância: Exemplo de aplicação com derivação [39] .....	72
4.14	Exemplo de aplicação do Método das Impedâncias.	74
4.15 a	Exemplo de aplicação do Método das Impedâncias.	77
4.15 b	Modos de vibrar do exemplo da figura 4.15 a ...	77
4.16	Retas características no plano (x,t) .....	81
4.17	Regiões de validade das Retas características .	82
4.18	Variáveis de interesse no plano (x,t) .....	83
4.19	Esquema de cálculo para um conduto simples (Método das características) .....	86
4.20	Condição de contorno para reservatório de montante .....	86
4.21	Condição de "Courant-Friedrich-Lewy" .....	87
4.22	Representação morfológica de uma instalação típica [01] .....	89
4.23	Resultados obtidos na análise de fenômenos da instalação da figura 4.22 .....	90
4.24	Exemplo de sistema com vários componentes e múltiplas perturbações .....	92

<u>Figura</u>	<u>Descrição</u>	<u>Página</u>
5.1	Identificação de elementos em um circuito hidráulico .....	95
5.2	Identificação morfológica da rede. Exemplos de aplicação .....	96
5.3	Características básicas dos ENOS .....	97
5.4	Malha regular de cálculo .....	98
5.5	Malha escalonada cruzada .....	98
5.6	Equacionamento à esquerda de "P" .....	99
5.7	Equacionamento à direita de "P" .....	100
5.8	Diagrama de blocos para o esquema geral de cálculo [21] .....	102
5.9	Diagrama de blocos para Identificação morfológica da rede .....	103
5.10	Sub-rotina principal de cálculo .....	106
5.11	Cálculo dos pontos interiores de um conduto segundo a Malha Escalonada Cruzada .....	107
5.12	Variáveis de interesse numa secção genérica "i" do tubo "j" .....	107
5.13	Equação para o nó de montante .....	109
5.14	Equação para o nó de jusante .....	109
5.15	Representação de um nó genérico .....	111
5.16	Representação de um tubo convergente vinculado ao nó .....	111
5.17	Representação de um tubo divergente vinculado ao nó .....	112
5.18	Determinação da carga piezométrica em regime permanente, nas secções de um tubo .....	121
5.19	Decomposição do escoamento oscilatório .....	122

<u>Figura</u>	<u>Descrição</u>	<u>Página</u>
5.20	Representação da formação de vórtices no tubo de sucção de uma turbina .....	123
5.21	Determinação da carga piezométrica na secção "i" do tubo "j" durante o período de excitação "TMAX".....	125
5.22	Determinação das frequências naturais do sistema hidráulico .....	125
5.23	Reservatório com excitação em válvula de descarga livre .....	126
5.24	Determinação da carga piezométrica na secção "i" do tubo "j" do exemplo da figura 5.23 .....	127
5.25	Modos de vibrar do circuito do exemplo da figura 5.23 .....	127

<u>Tabela</u>	<u>Descrição</u>	<u>Página</u>
3.1	Forças de perturbação de origem mecânica [38]	30
3.2	Forças de perturbação no domínio da máquina elétrica [38] .....	32
3.3	Detalhes de ocorrência de falhas operacionais em grades [36] .....	34
3.4	Fontes de perturbação de origem hidráulica [38] .....	45
4.1	Fator de multiplicação [39] .....	67
4.2	Análise da validade das aproximações do termo de atrito [06] .....	84

A análise de fenômenos oscilatórios gerados por escoamentos secundários em Usinas hidrelétricas ou Redes hidráulicas de condutos forçados é de fundamental importância e deve ser considerada durante a fase de projeto da instalação, a fim de garantir sua segurança operacional, dentro de parâmetros pré-fixados.

São inúmeros os casos apresentados na bibliografia, nos quais, os fenômenos oscilatórios gerados em componentes, tais como válvulas, comportas, reguladores de velocidade, e outros, induzem condições de ressonância, com o conseqüente aparecimento de problemas operacionais e, em alguns casos, com danos na instalação associados a elevados prejuízos materiais.

No capítulo 2 deste trabalho são apresentadas as definições básicas envolvidas na análise do fenômeno, e o relato de uma série de acidentes, citados na bibliografia, mostra a relevância deste estudo. No capítulo 3 é formulado o esquema que permite a análise do escoamento secundário gerando fenômenos oscilatórios através da relação "excitador-ressoador". Neste capítulo são ainda discutidas as principais fontes de excitação que podem ocorrer em uma Usina hidrelétrica, cujo conhecimento é de suma importância para garantir o modelamento correto do fenômeno, assim como a avaliação precisa dos riscos de ocorrência de situações de ressonância.

No capítulo 4 descrevemos os métodos matemáticos usualmente utilizados no estudo do fenômeno e buscamos efetuar, após a apresentação dos conceitos básicos associados a cada método, uma análise comparativa com o objetivo de determinar as vantagens e desvantagens na escolha de determinado método.

O objetivo principal deste trabalho é alcançado no capítulo 5, com a apresentação do esquema de análise baseado no Método das Características com a utilização de uma "Malha escalonada cruzada" e usando ainda uma "Identificação morfológica" da rede, que permite a análise completa do sistema hidráulico, incluindo:

- Determinação das condições iniciais do escoamento
- Pesquisa de frequências naturais
- Análise das condições do escoamento no tempo, impondo ao sistema determinada perturbação (condição de contorno)

No capítulo 6 são apresentados, através de uma série de casos analisados, os resultados obtidos que comprovam a eficiência do método.

Finalmente, no capítulo 7 apresentamos as conclusões obtidas e as recomendações quanto a utilização do método e são indicadas sugestões para o prosseguimento dos estudos nesta área.

### 2.1. INTRODUÇÃO

Condições particulares do escoamento forçado em componentes específicos de sistemas hidráulicos podem gerar escoamentos secundários, os quais utilizando o fluido como meio de propagação, sujeitam o sistema a uma perturbação, gerando fenômenos oscilatórios.

Estes fenômenos podem ser provenientes de falhas operacionais ou gerados sob condições normais de operação quando um determinado elemento do sistema, denominado "excitador", leva outro elemento, denominado "ressoador", a entrar em ressonância, apresentando como resposta vibrações, ruído ou oscilações de carga de grandes amplitudes.

Para que esta condição ocorra, a frequência de excitação deve estar relacionada com a frequência própria do "ressoador", de uma maneira particular que será descrita adiante.

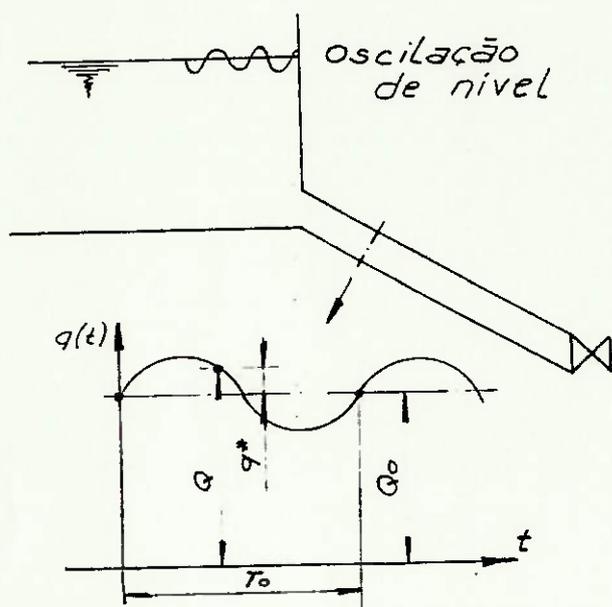
A análise do fenômeno normalmente é conduzida, numa fase inicial, objetivando a determinação das frequências de excitação que levam o sistema a condições de ressonância. Numa fase posterior, analisa-se o comportamento dinâmico do sistema, quando submetido a uma determinada fonte de excitação, com características pré-definidas e possível de ocorrer durante a operação normal do mesmo.

A principal dificuldade relacionada com a análise destes fenômenos em Usinas hidrelétricas e redes hidráulicas de condutos forçados, está na multiplicidade de possíveis fontes de excitação ocorrendo em ampla faixa de frequências, além do que, conforme

iremos demonstrar, tais fenômenos são comprovadamente sensíveis às características físicas básicas do sistema.

## 2.2. DEFINIÇÕES BÁSICAS

A repetição das condições de escoamento (vazão e carga piezométrica), em um determinado ponto da instalação hidráulica, após um intervalo de tempo, que denominamos período da oscilação, caracteriza o Escoamento Oscilatório, como exemplificado na fig. 2.1.



$T$  = período da oscilação  
 $Q$  = vazão instantânea  
 $q^*$  = vazão oscilatória  
 $Q_0$  = vazão média

Figura 2.1 Escoamento Oscilatório: definição

Aqui cabe salientar a diferença em relação ao termo Movimento Oscilatório, utilizado em sistemas mecânicos, e que pressupõe a existência ou não de amortecimentos, contrastando com a definição do Escoamento Oscilatório, onde as variáveis de interesse (vazão e carga piezométrica), sofrem a influência do atrito, variável com a vazão.

Um conceito bastante importante nesta análise, é o de período Teórico ( $T_0$ ) da instalação, uma característica do circuito hidráulico e função dos elementos que o constituem, e de suas propriedades.

$a = \text{celeridade no conduto}$

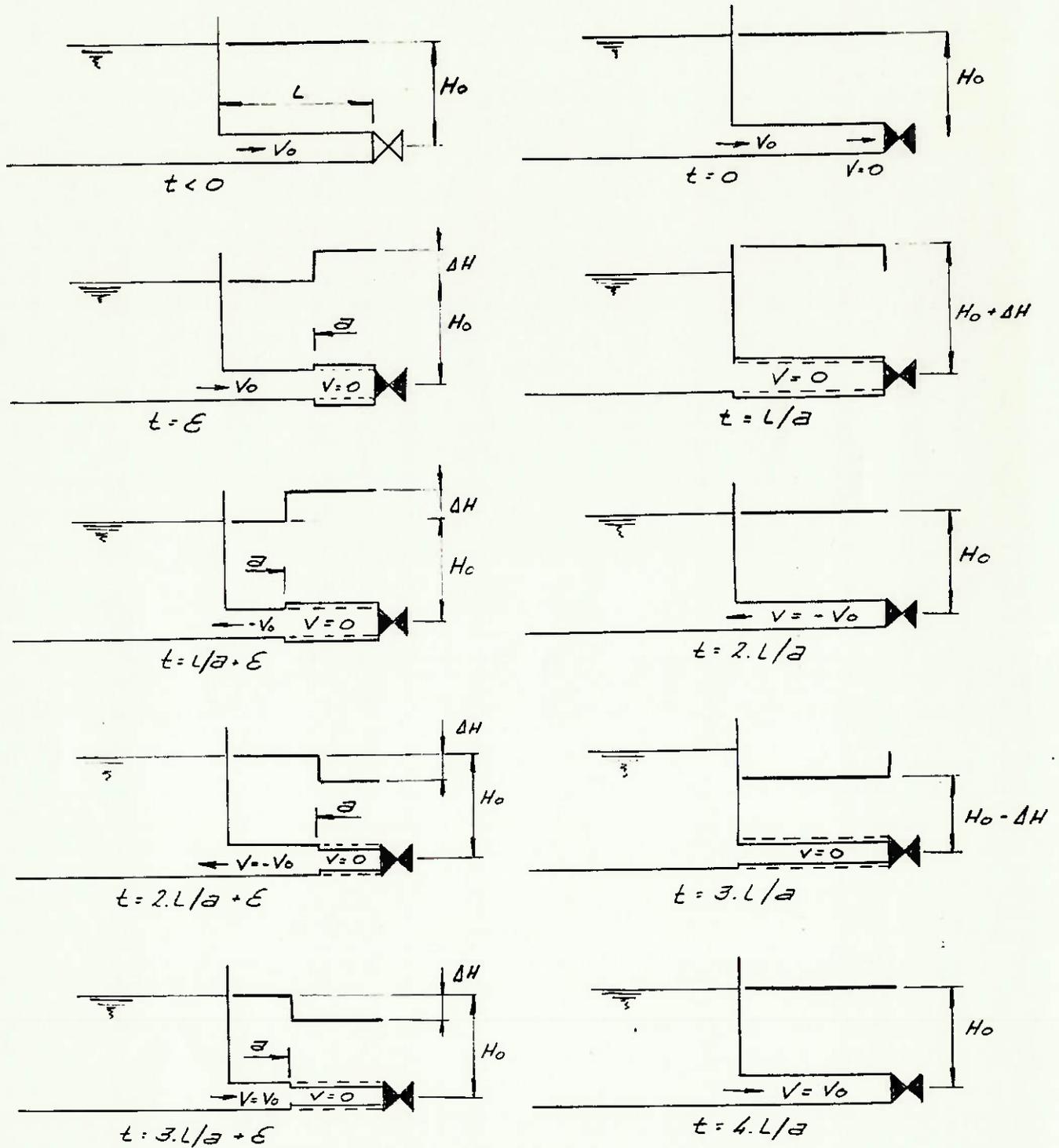


Figura 2.2 Propagação da onda de pressão causada por um fechamento instantâneo de válvula [06]

O circuito simples, mostrado na Fig. 2.2., onde se executa o fechamento instantâneo de uma válvula, é comumente usado para definir o período teórico da instalação:

$$T_0 = \frac{4 \cdot L}{a} \quad (2.1)$$

onde L = comprimento do tubo em m

a = celeridade da onda em pressão em m/s

$T_0$  é normalmente denominado período fundamental do sistema, enquanto que seus sub-múltiplos são denominados períodos dos harmônicos superiores. Assim, por exemplo,

$$T = \frac{T_0}{2} \quad (2.2)$$

representa o período do 2º harmônico.

Quando um circuito é composto por um conjunto de tubos em série, o período teórico da instalação, pode ser avaliado por:

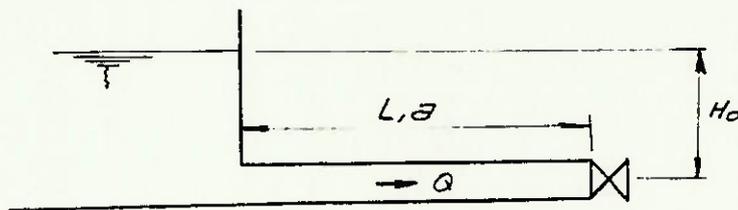
$$T_0 = \sum_{i=1}^n \frac{4 \cdot L_i}{a_i} \quad (2.3)$$

onde n = número de tubos em série.

O período teórico " $T_0$ " da instalação, deve ser considerado como um valor orientativo, para análise dos escoamentos oscilatórios, uma vez que nos casos práticos, a reflexão parcial das ondas nas singularidades e descontinuidades geométricas do sistema hidráulico, faz com que o período real da oscilação se apresente diferente do período teórico, conforme se constata nos estudos realizados por JAEGER [15].

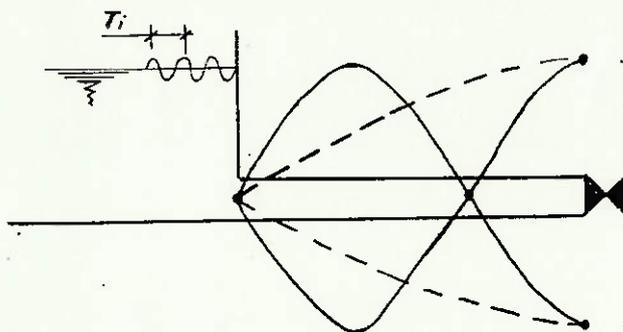
O circuito hidráulico, possuindo então um determinado período teórico, "T<sub>0</sub>", pode ser submetido a várias fontes de excitação, algumas das quais serão discutidas no capítulo 5. Normalmente estas excitações são atenuadas e acabam por desaparecer, devido aos componentes amortecedores do sistema.

Ocasionalmente, no entanto, a introdução de uma excitação com frequência igual a frequência teórica ou igual a um de seus harmônicos, conduz o sistema a uma condição ressoante, que implica em oscilações de carga em regiões bem definidas e associadas ao particular modo de vibrar da instalação, como exemplificado na fig. 2.3.



$$T_0 = \frac{4 \cdot L}{a}$$

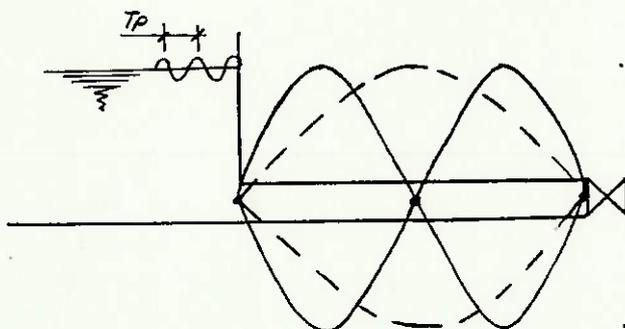
$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{a}{4 \cdot L}$$



$$f_i = i \cdot f_0 \quad (i = 1, 3, 5, \dots)$$

---- 1º harmônico

— 3º harmônico



$$f_p = p \cdot f_0 \quad (p = 2, 4, 6, \dots)$$

--- 2º harmônico

— 4º harmônico

Figura 2.3 Modos de vibrar de uma instalação

Os modos de vibrar (variações de pressão com a posição), representados na Fig. 2.3., para a válvula fechada - harmônicos ímpares e para a válvula aberta - harmônicos pares, são uma característica de uma dada configuração do circuito, e neste caso em particular, da abertura da válvula. Se tivermos a válvula posicionada em uma abertura intermediária, ocorrerão outros modos de vibrar.

A compreensão do fenômeno de Ressonância, pode ser simplificada, com o uso do sistema simples massa-mola mostrado na Fig. 2.4.

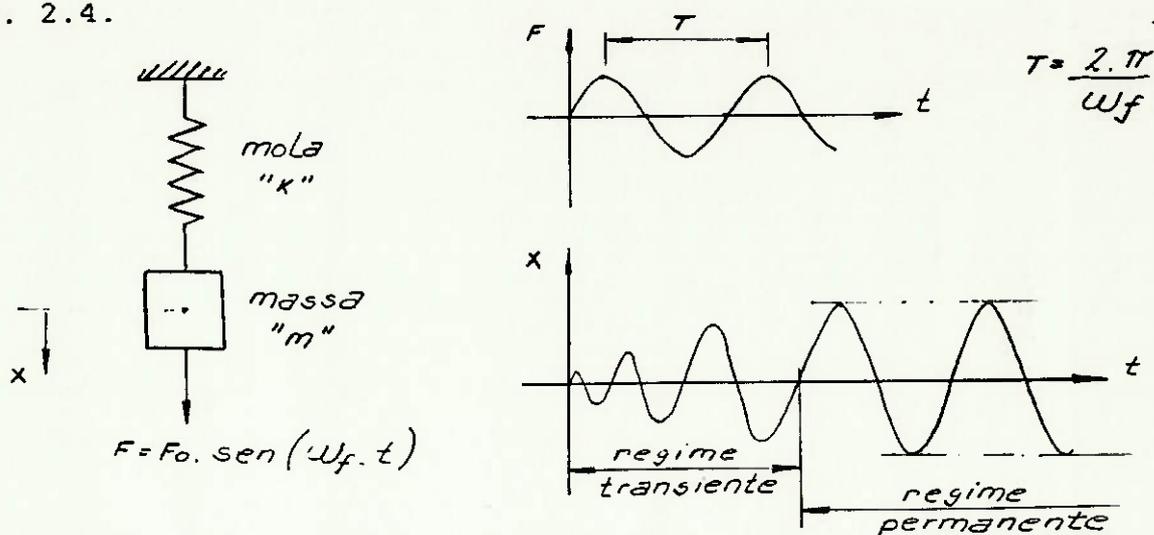


Figura 2.4 Vibrações de um sistema massa-mola

A frequência natural do sistema massa-mola, é definida como

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.4)$$

onde  $m$  = massa

$k$  = constante da mola

A amplitude da força de excitação "F" aplicada sobre a massa "m", variando senoidalmente, acrescenta uma quantidade de energia ao sistema, a cada ciclo.

Se a frequência da excitação " $\omega_f$ " coincidir com a frequência natural do sistema " $\omega_n$ " num sistema sem atrito, ou seja, sem dissipação de energia, o deslocamento da mola cresceria até a ruptura.

Devido ao atrito existente nos sistemas reais, o que acontece na prática é uma fase inicial dita transitória, na qual ocorre o aumento do deslocamento da massa no tempo, até que a energia acrescentada ao sistema durante cada ciclo, seja dissipada em sua totalidade para vencer o atrito, ou seja, até que não exista mais acréscimo de energia no sistema, e a mola passa a vibrar dentro de limites bem definidos, com uma amplitude máxima constante, gerando então a fase permanente, como mostrado na fig. 2.4.

O sistema hidráulico, pode ser entendido como composto por um número infinito de massas e molas infinitesimais, numa analogia mostrada na Fig. 2.5.

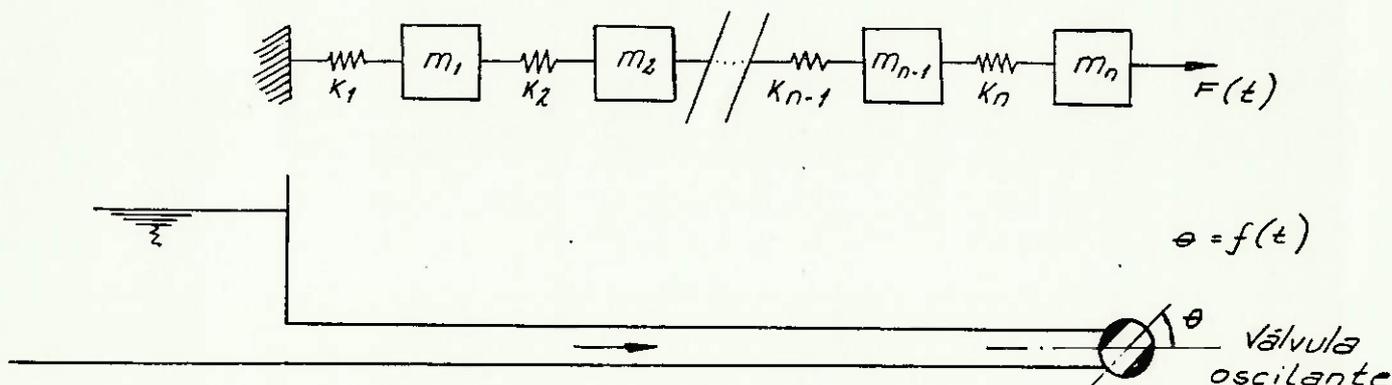


Figura 2.5 Analogia sistema mecânico e sistema hidráulico

Um primeiro ponto a ser salientado, reside no fato de que a existência de um número infinito de massas e molas, confere ao sistema um número infinito de graus de liberdade, ao contrário do sistema mostrado na Fig. 2.4.

O ponto de engastamento do sistema massa-mola, onde não ocorre

deslocamento, pode ser comparado com o reservatório de nível constante, onde não ocorrem variações de pressão. Se neste sistema hidráulico, a válvula oscila com uma frequência  $\omega$ , esta será a fonte de excitação, controlando a saída de energia do sistema, que neste caso está armazenada no reservatório.

Se a oscilação ocorre de maneira que a válvula permanece aberta, quando a pressão junto a esta é baixa, e se fecha, quando a pressão atinge seu valor máximo, e se o reservatório tem um nível constante, e portanto fornece ao sistema uma quantidade de energia constante, ocorrerá inevitavelmente uma condição ressoante, ou seja, um acréscimo da energia acumulada no sistema a cada ciclo.

Assim, podemos associar o conceito de ressonância a uma condição de operação do sistema, onde as características físicas deste, aliadas a uma excitação gerada em um ponto externo ou interno do sistema, em uma condição particular do escoamento, leva a um acréscimo contínuo da energia interna acumulada, que se traduz na forma específica de vibrações ou oscilações de pressão, nos vários pontos da instalação.

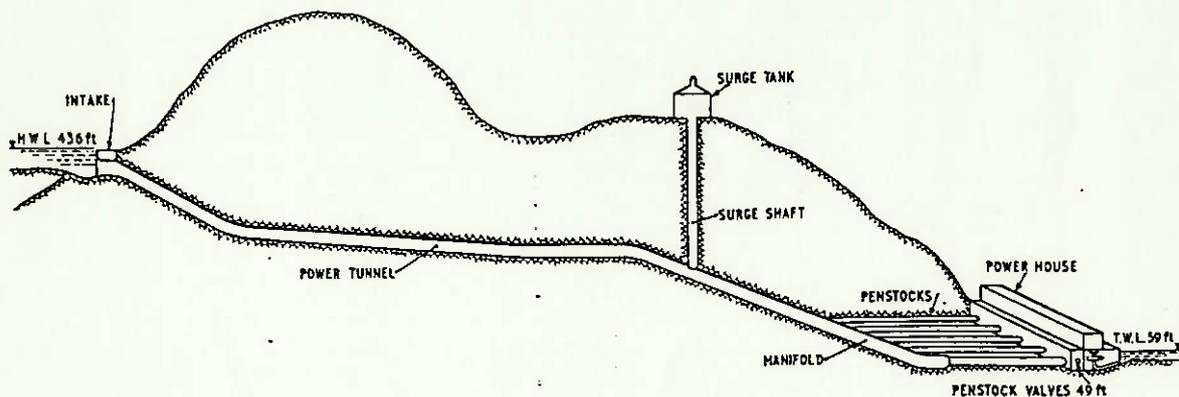
### 2.3. CASOS TÍPICOS - ANÁLISE BIBLIOGRÁFICA

A bibliografia disponível, que trata da análise dos Fenômenos oscilatórios em sistemas hidráulicos, é bastante rica no que diz respeito a descrição de casos de Usinas hidrelétricas, onde se observaram vibrações, oscilações de carga e em alguns casos ruína das instalações, com prejuízos materiais e/ou perda de vidas humanas.

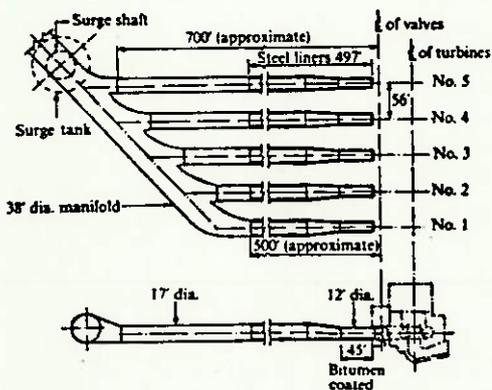
O estudo de alguns destes casos, que se tornaram importantes, pela magnitude dos fenômenos observados e pela contribuição no desenvolvimento da teoria sobre o assunto, permite avaliar a

importância que a análise destas condições particulares de escoamento devem merecer durante a fase de projeto de determinado sistema hidráulico.

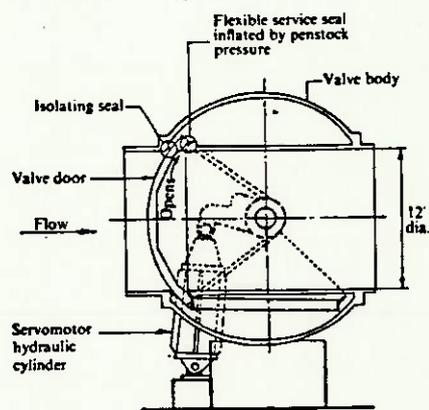
Um dos casos mais interessantes citados na bibliografia [13], [15], é o da Usina Bersimis II, instalada no Canadá, e sob responsabilidade de operação da "Quebec Hydro-Electric Commission". O arranjo do sistema Bersimis II, está mostrado na fig. 2.6, e dois casos de vibrações, com períodos de 0,55 s e 0,80 s, com aumento de pressão, de 70 m no conduto forçado e de 30 m junto a válvula de isolamento da turbina, foram registrados, antes que um completo teste para levantamento das condições de ocorrência do fenômeno fosse realizado.



a) Arranjo físico do Sistema Bersimis II [19]



b) Detalhe do conduto forçado [17]



c) Arranjo esquemático da válvula esférica [17]

Figura 2.6 Sistema Bersimis II

No dia 11 de junho de 1961, após uma rejeição de carga de 25%, efetuada na máquina 01, notou-se uma vibração da válvula esférica desta máquina, que durou aproximadamente 7 minutos e foi interrompida com a abertura de uma válvula de "by-pass". Após o teste foi verificado que a pressão na vedação da válvula - em situações normais igual a pressão no conduto forçado ( $\sim 1,15$  MPa) - permaneceu em valores reduzidos (de 0,28 a 0,41 MPa), fato que foi atribuído a pequenas avarias encontradas na vedação de serviço desta válvula.

Numa outra oportunidade, durante uma manutenção na máquina 03, notou-se a anulação da pressão da vedação de serviço, e o surgimento imediato de vibrações no conduto forçado, que cessaram com a abertura da válvula do "by-pass" e o reestabelecimento da pressão de vedação.

Estudos posteriores mostraram que as características da condição de contorno na extremidade do conduto (vide item 3.2), no caso de Bersimis II, representados pela válvula esférica, podem levar o sistema, a três situações:

- a impossibilidade de ocorrência do fenômeno de auto-oscilação
- a possibilidade real de ocorrência deste fenômeno
- um caso intermediário, de onda estacionária

No caso particular de Bersimis II, levantamentos realizados pelo fabricante da válvula, mostraram que a sua característica construtiva provocava o fenômeno de auto-oscilação do conduto forçado.

Outro caso bastante interessante foi o ocorrido na Usina Kandergrund, construída em 1908 e mostrada esquematicamente na Fig. 2.7. Durante um longo período de operação, fissuras foram notadas em três oportunidades, no revestimento metálico do túnel, sendo que estas fissuras se localizavam sempre nas mesmas posições, e mediam

mais de 20m no comprimento, com até 25 mm de de largura. Os registros da operação, citavam a ocorrência de um rompimento anterior da tubulação, que foi em princípio atribuído a qualidade inferior do aço.

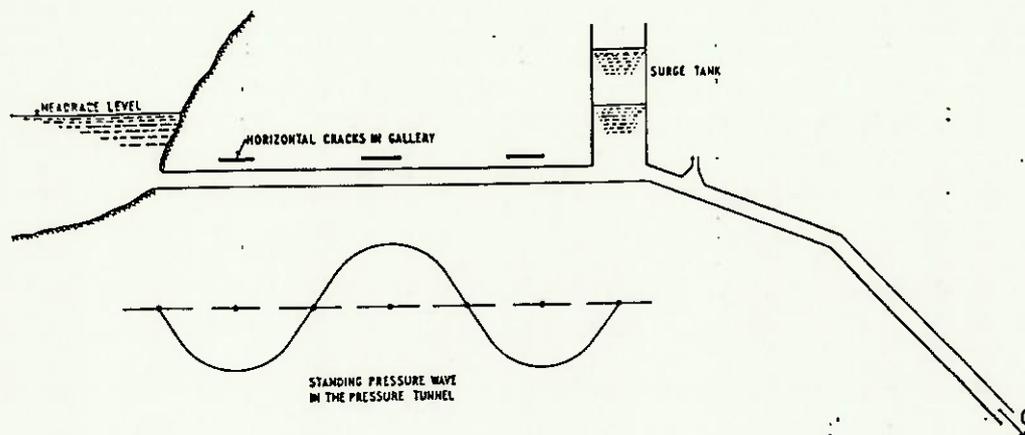


Figura 2.7 Usina Kandergrund [19]

Havia ainda registros de sobre-pressões elevadas, detectadas em um manômetro localizado na casa de máquinas. Estas ocorrências foram também ignoradas, pois se supunha que um eventual transiente hidráulico, seria totalmente absorvido pela chaminé de equilíbrio existente.

Finalmente, em 1945, um rompimento da tubulação, provocou inicialmente um escoamento de água junto ao pé de uma encosta, que levou então a um escorregamento de terra, com prejuízos materiais e perda de vidas humanas.

Verificações posteriores, mostraram trincas no interior do túnel, localizadas exatamente em pontos de maior carga, correspondentes ao 11º harmônico do túnel, o que explicaria a total ineficácia da chaminé de equilíbrio em absorver as variações de pressão ocorridas (vide fig.2.7). Acredita-se hoje que a fonte de excitação causadora deste acidente, tenha sido uma válvula de ar instalada no conduto forçado.

STRIEKLAND [35] descreve a ocorrência de uma condição de ressonância junto ao conduto forçado da Usina Chururaqui, localizada na Bolívia, e constituída por um conduto único, alimentando duas máquinas do tipo Pelton, de eixo horizontal e quatro jatos.

Durante o período de comissionamento da máquina nº 02, estando esta na sua condição de marcha em vazio, observou-se uma variação cíclica da rotação da máquina, acompanhada de um ruído crescente em intensidade e de origem não identificada. Foi ainda registrada, junto ao manômetro instalado no conduto forçado, uma variação da pressão, desde zero até o valor máximo da escala. Na ocasião, de acordo com o autor, o período destas vibrações foi medido e o valor encontrado, da ordem de 7 segundos, estava de acordo com o período natural do conduto, igual a 7,2 segundos.

A máquina foi então monitorada durante 3 dias, e pode-se observar que um dos injetores, apresentava uma movimentação cíclica, contínua, de frequência não definida, mas que por diversas vezes, coincidiu com a frequência natural do conduto, tendendo a iniciar um processo de ressonância. No terceiro dia, a coincidência destas frequências, levou os quatros injetores a um início de oscilação, que imediatamente, provocou flutuações de pressão no conduto forçado, de amplitude igual a 30% da carga em regime permanente, como verificado no desligamento da máquina.

Estudos posteriores mostraram que a causa destas oscilações, era a existência de uma faixa morta de atuação do sistema de realimentação do regulador, incompatível com o sobrecurso da válvula de controle do sistema.

A Fig. 2.8 apresenta um corte esquemático de uma Usina na Índia, onde segundo BHAVE [2], fortes oscilações do conduto forçado, induzidas por fenômenos oscilatórios, puderam ser registradas.

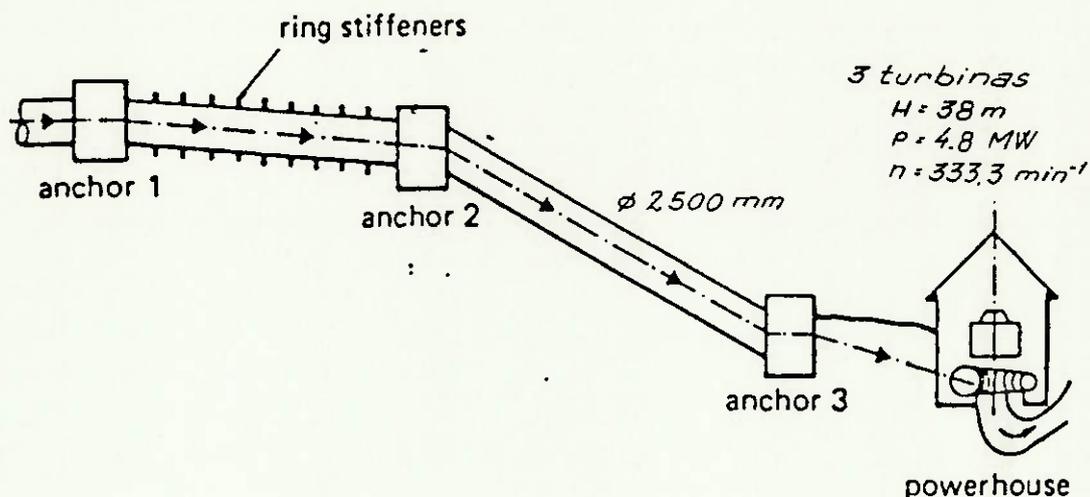


Figura 2.8 Casa de máquinas e conduto forçado [3]

Medições efetuadas neste sistema, indicaram oscilações na forma de deslocamentos do conduto forçado, de cada uma das máquinas, da ordem de até 5 mm, sendo que estas oscilações ocorriam em toda a faixa de operação das máquinas, exceto nas condições de marcha em vazio e plena carga. Mais surpreendente, segundo o autor, foi notar que mesmo com a máquina parada, apenas com vazamento de água através das palhetas do pré-distribuidor fechado, as vibrações ocorriam, revelando tratar-se de um caso de vibração auto-excitada. Aqui, a solução adotada, foi a modificação do sistema de fixação do conduto, alterando sua frequência natural, e mantendo as vibrações em níveis aceitáveis.

KOELLE [24] descreve um caso de ruína de uma ponte, que servia como suporte de 3 tubos de 1200 mm de diâmetro, conduzindo uma vazão total da ordem de  $5 \text{ m}^3/\text{s}$ , e cujas características principais estão mostradas na fig. 2.9.

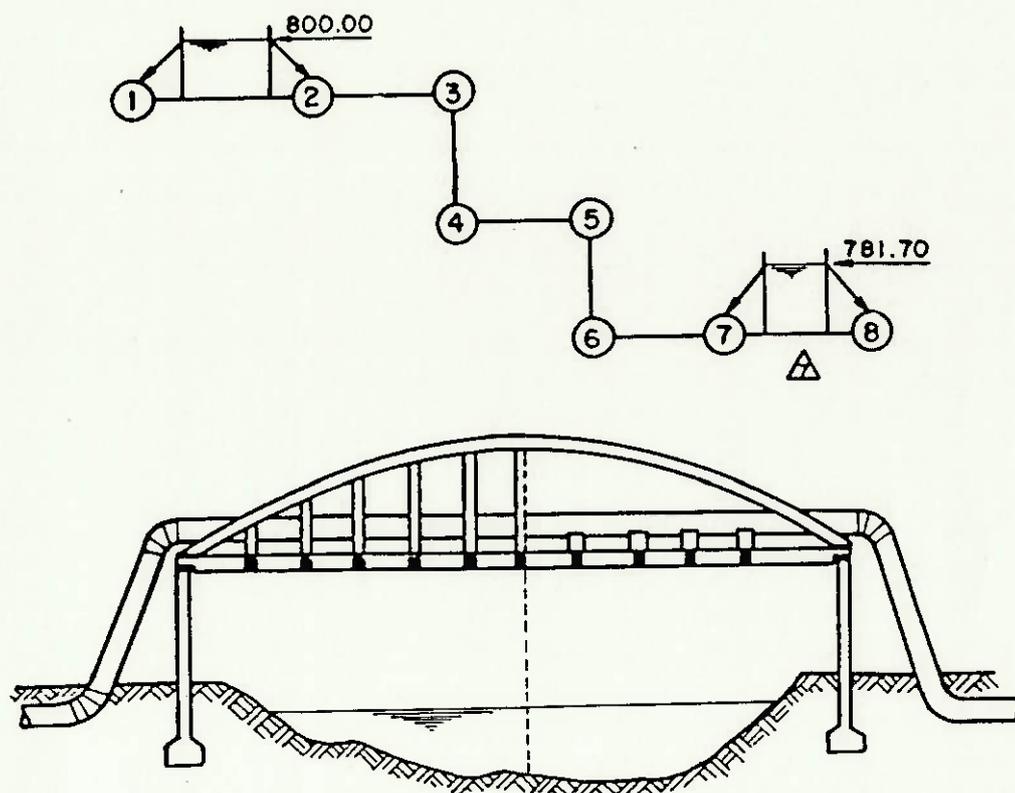


Figura 2.9 Esquema de travessia do sistema hidráulico[24]

A ruína total da instalação ocorreu sem qualquer manobra que pudesse gerar uma oscilação de pressão, e não foi em princípio atribuída a falhas do material, pelas características das fraturas encontradas. A ponte foi reconstruída e os tubos foram simplesmente apoiados sob suportes, tendo sido ainda instalada uma válvula de aeração, junto a uma singularidade, onde se poderia prever o acúmulo de ar.

Com o sistema novamente em operação, pode-se notar uma vibração longitudinal de um dos condutos com uma frequência de  $\sim 14,6 \text{ Hz}$

que coincidia com a rotação das bombas do sistema, o que imediatamente indicava a possibilidade da relação da vibração observada, com a operação da bomba, fato este comprovado, com o total desaparecimento das vibrações após o desligamento desta. Uma inspeção do rotor da bomba, mostrou então que a obstrução parcial do rotor, provocada por um objeto de madeira preso entre as pás na sucção, gerava um fenômeno oscilatório, que pode ter sido a causa da ruína do sistema. muito embora a vibração mecânica da bomba (desbalanceamento do rotor), não fosse excessiva.

Uma série de outros casos, podem ser encontrados, dentre os quais destaca-se trabalho do prof. PEJOVIC [32], que alia a descrição de casos reais, com uma análise matemática dos fenômenos mostrando que, na maioria das vezes, os mesmos são previsíveis na fase de projeto, eliminando problemas futuros, que podem levar até a perda total de uma instalação hidráulica.

3.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

A Usina hidrelétrica ou a rede hidráulica de condutos forçados, pode ser entendida, como proposto por GLATTFELDER [14], como um sistema, composto de vários sub-sistemas, todos eles acoplados entre si, através do fluido que escoar, das estruturas civis ou de elementos mecânicos tais como eixos, tampas da turbina e outros. Uma possibilidade de divisão da Usina hidrelétrica proposta pelo mesmo autor, está mostrada na fig. 3.1

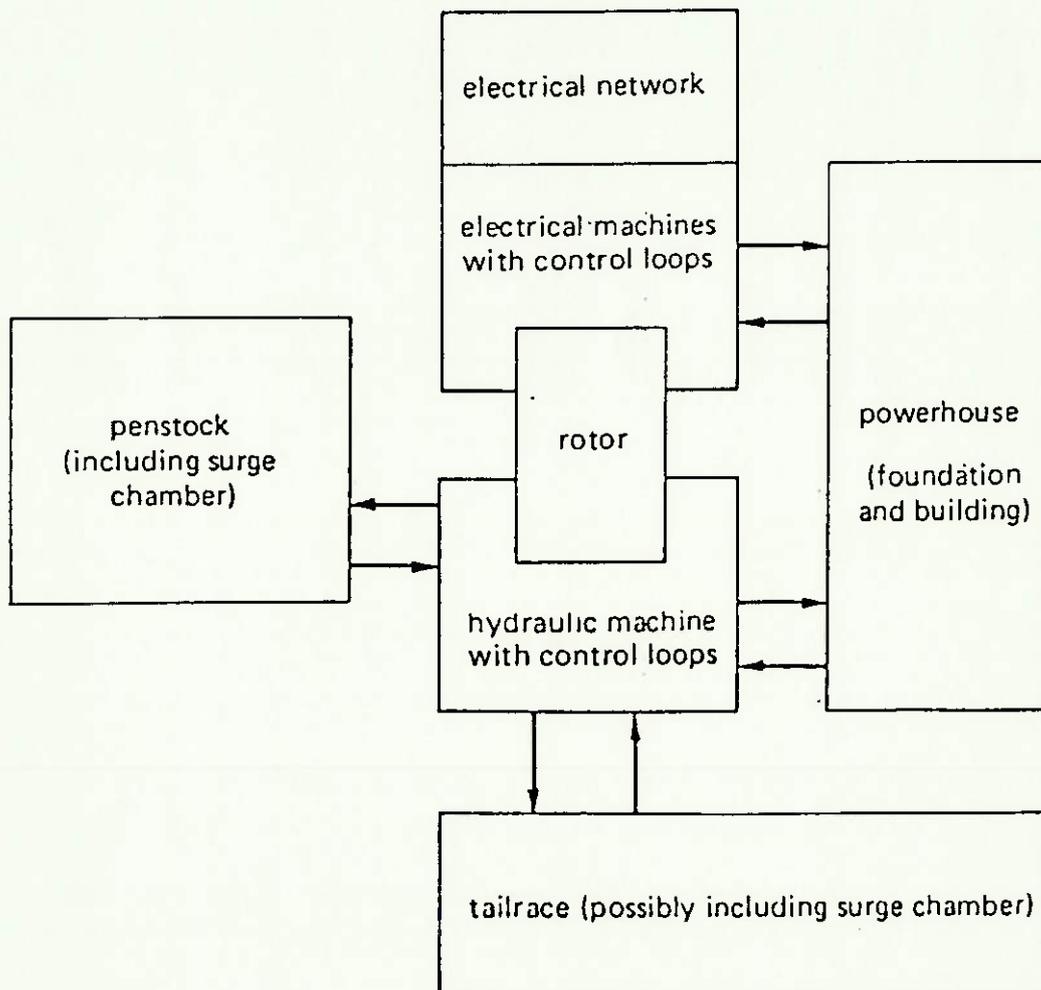


Figura 3.1 Sub-sistemas de uma Usina hidrelétrica [14]

Conforme pode ser observado na Fig. 3.2, numa tabela elaborada por VLADISLAVEV [38], existe um número elevado de possíveis fontes de perturbação, que podem a partir do sub-sistema onde são geradas, criar uma oscilação com uma frequência particular, que caracteriza a frequência de excitação, que será transmitida através dos acoplamentos a todos os outros sub-sistemas.

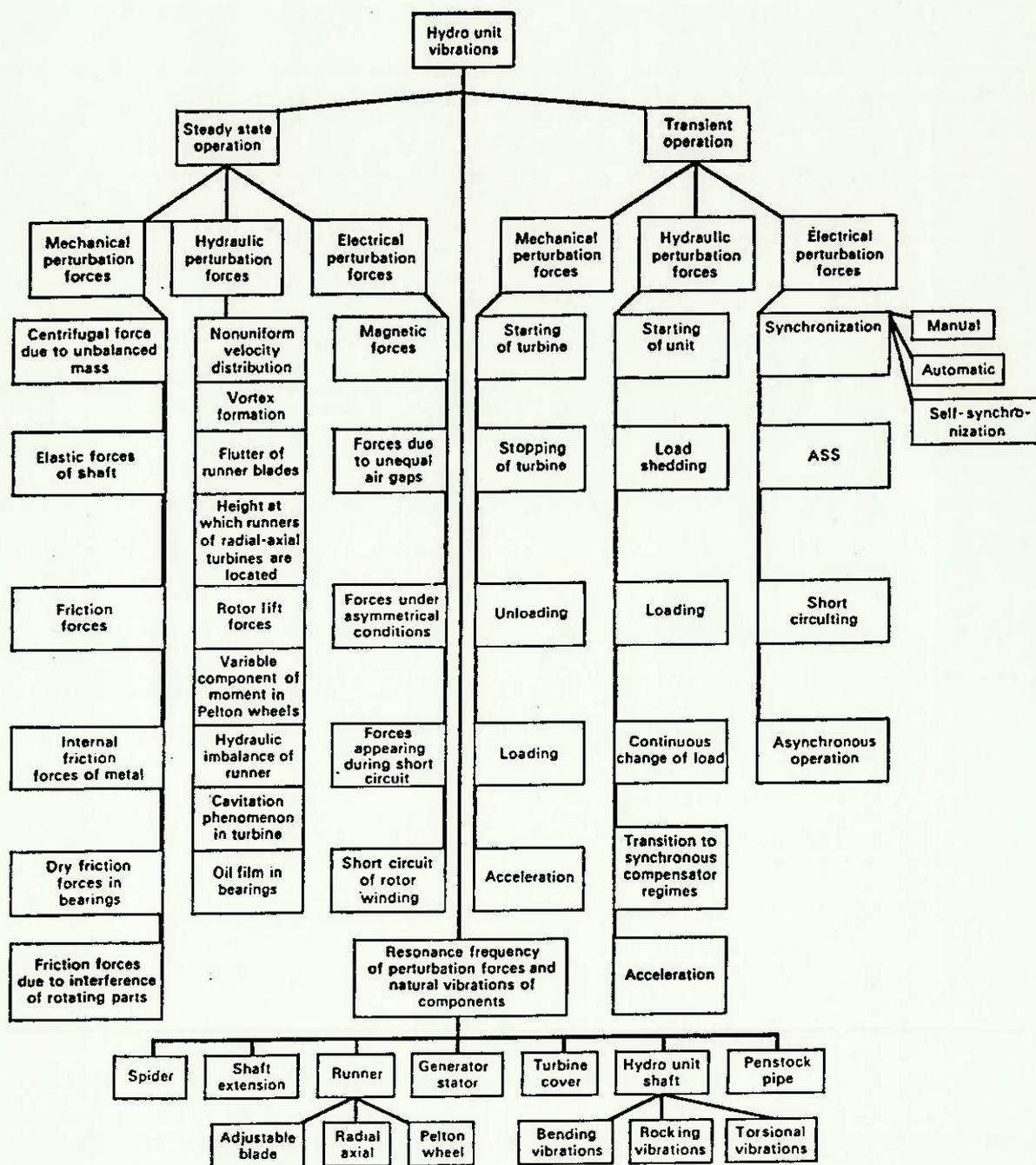


Figura 3.2 a) Perturbation forces that cause vibrations in a hydro plant [38]

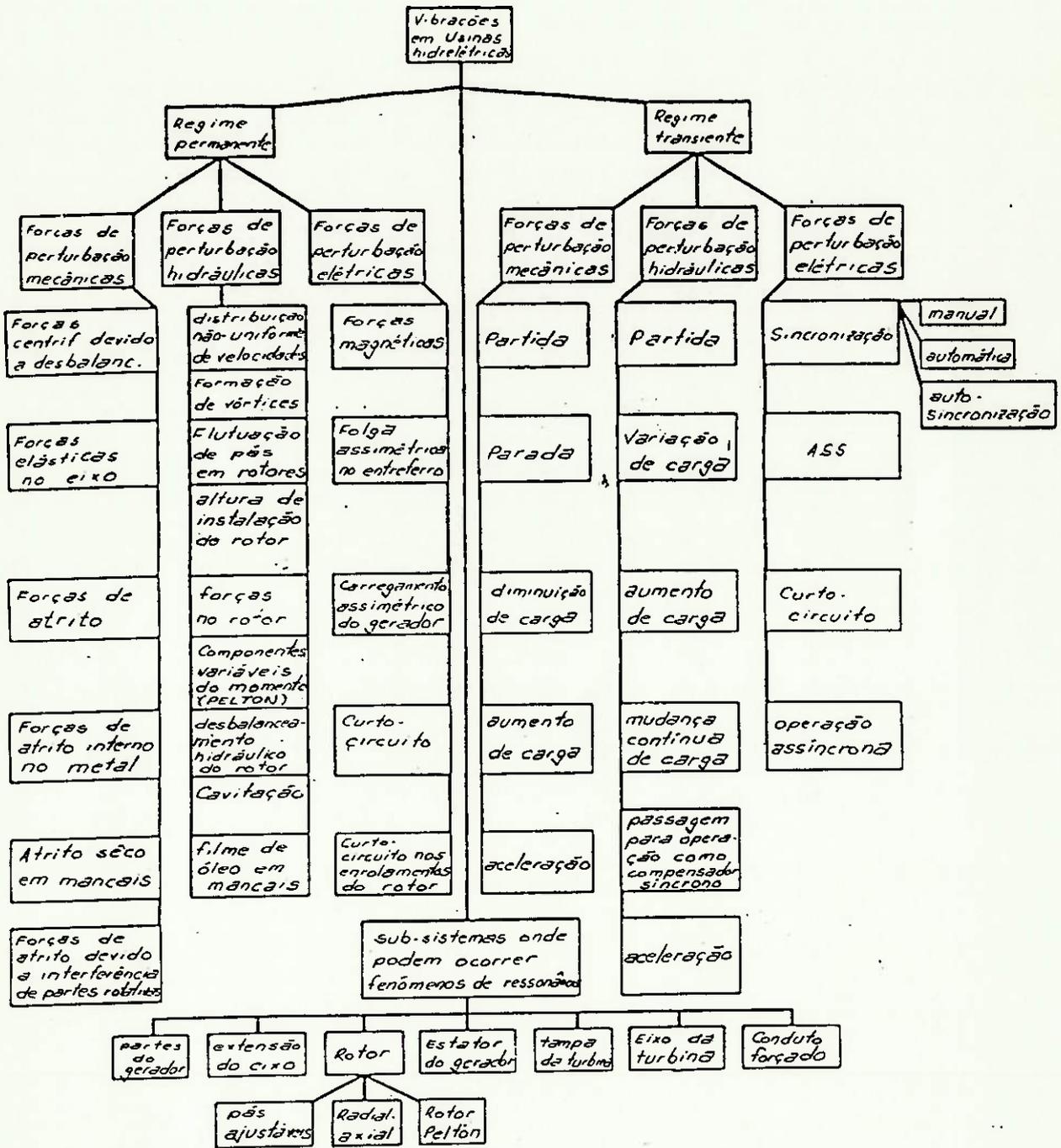


Figura 3.2 b) Fontes de excitação em Usina hidrelétrica (Tradução da fig. 3.2 a.)

Além da grande quantidade de possíveis fontes de perturbação, localizadas nos mais diferentes sub-sistemas, deve-se ressaltar ainda a faixa de frequências associadas a estas perturbações, e que podem ir desde valores da ordem de  $10^{-3}$  Hz, encontrados por exemplo nas oscilações de nível de reservatórios (de 0,07 Hz a 0,5 Hz para mar aberto), até valores de até  $10^6$  Hz, encontrados sob certas condições de cavitação. VLADISLAVLEV [37] sugere que no domínio da máquina hidráulica, uma faixa de 0,5 Hz a 300 Hz pode ser normalmente associada as frequência de excitação, o que vem confirmar as condições peculiares na análise de fenômenos oscilatórios em instalações hidráulicas.

Na fig. 3.3 é mostrada uma classificação das possíveis ocorrências relacionadas com fenômenos vibratórios em máquinas hidráulicas e os possíveis efeitos provocados por estes fenômenos, que vão desde ruído elevado, passando por fadiga em componentes específicos até a possibilidade de fratura de elementos estruturais.

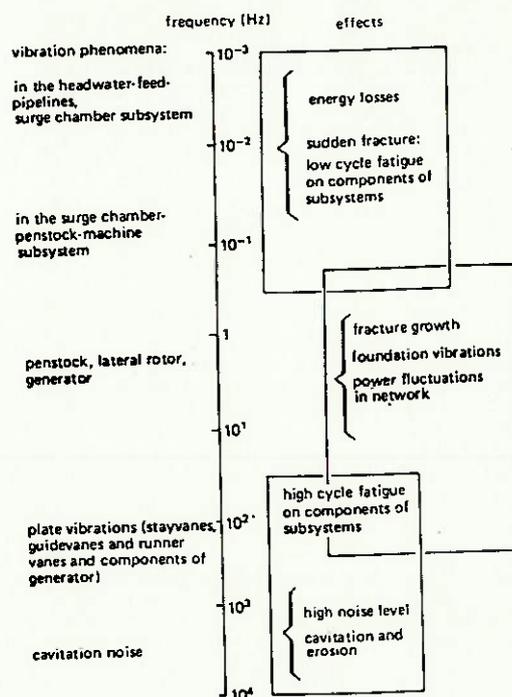


Figura 3.3 a) Typical vibrations and their effects [14]

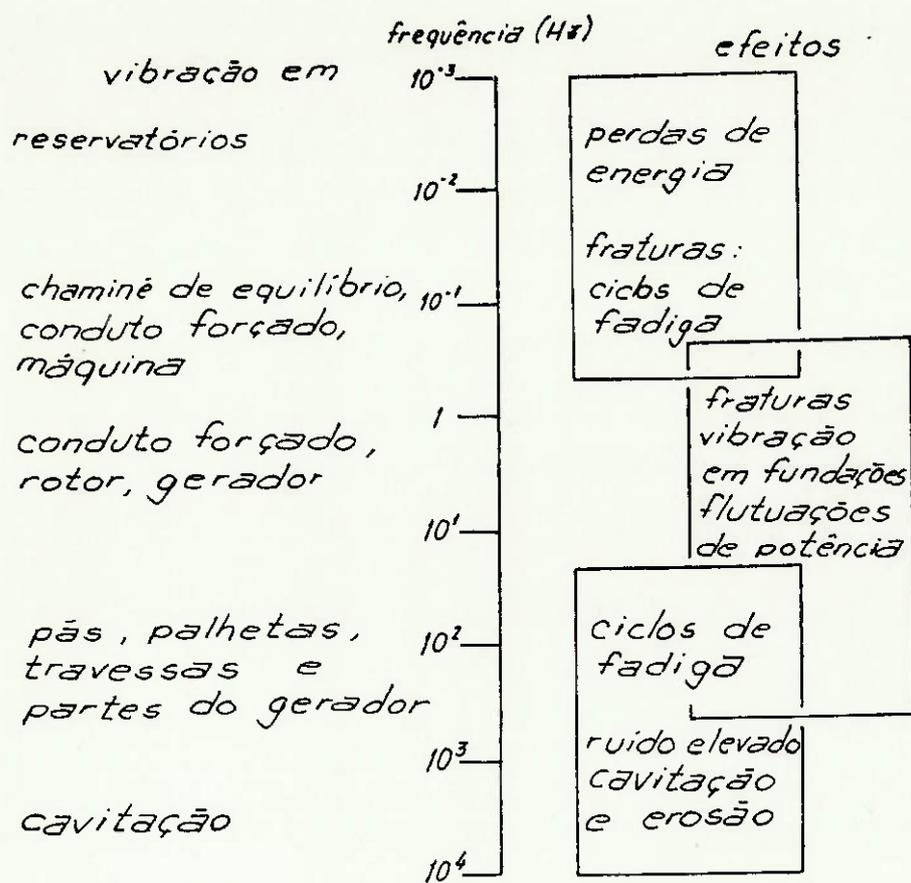


Figura 3.3 b) Vibrações em máquinas hidráulicas e seus efeitos (tradução da fig. 3.3 a)

Assim considerando a existência de "excitadores" na instalação hidráulica, e o acoplamento entre os diversos sub-sistemas, podemos concluir que existem perturbações com frequências características às quais os elementos componentes do sistema hidráulico são submetidos. Se um destes elementos, que chamamos de "ressoador", possui uma frequência natural de vibração igual a frequência de excitação, temos então a condição de ressonância, que se faz sentir na forma de vibração mecânica, oscilação de pressão, ou outros fenômenos oscilatórios. Esta relação está mostrada na fig. 3.4.

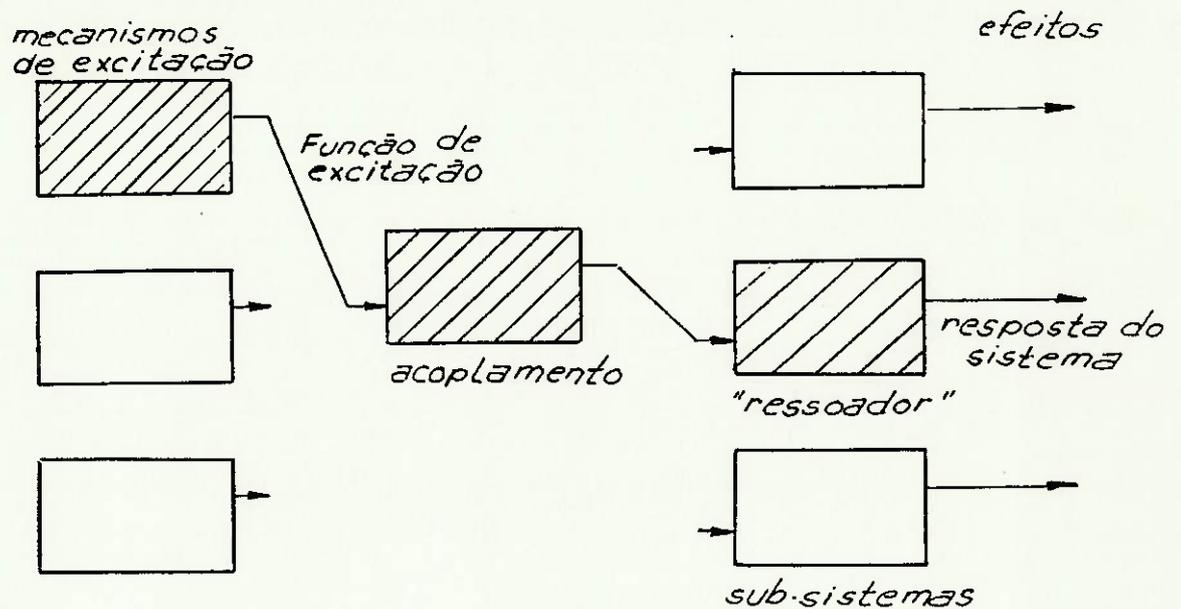


Figura 3.4 Relação causa-efeito para surgimento da condição ressonante

O problema de análise destes fenômenos consiste na identificação das possíveis fontes de excitação e ressoadores. Promovendo-se uma análise das condições de escoamento, e levantando-se o comportamento dinâmico da instalação, pode-se identificar ainda na fase de projeto, os efeitos desta interação e suas implicações na operação da máquina. Com estas informações, diante da conclusão de que estes efeitos são incompatíveis com a operação do sistema e/ou a segurança dos equipamentos, adota-se uma entre 2 possibilidades:

- alterar a frequência de excitação do "excitador"

Isto pode ser feito, por exemplo, no caso de formação de

vórtice no tubo de sucção, quando a injeção de ar ou a modificação do perfil hidráulico do mesmo, provoca alterações na fonte de perturbação.

- alterar a frequência natural do "ressoador"

No caso de vibrações em condutos forçados, é comum a modificação do sistema de fixação do mesmo, alterando-se a celeridade de propagação das ondas de pressão e da frequência natural do conduto, associada a esta.

Cabe frizar, que esta modificação, é feita de maneira a alterar uma das duas frequências, mantendo-as afastadas com uma adequada margem de segurança. Não é razoável, por razões econômicas em alguns casos e por razões práticas em outros, buscar-se a total eliminação de vibrações e ou oscilações de pressão no sistema, mas sim mantê-las dentro de níveis conhecidos e adequados a operação segura do mesmo.

A fig. 3.5 apresenta uma sugestão para o desenvolvimento do projeto de sistemas hidráulicos, com a inclusão da fase de análise dos fenômenos oscilatórios, e onde podemos identificar:

- Fase inicial do projeto: análise das manobras normais para adequação do arranjo físico, especificação de elementos adicionais e definição dos tempos de manobra.
- Análise das manobras emergenciais: verificação das solicitações dinâmicas as quais o sistema é submetido.
- Análise das condições anormais extremas: análise da simultaneidade de falhas, para complementar o arranjo geral e as especificações.

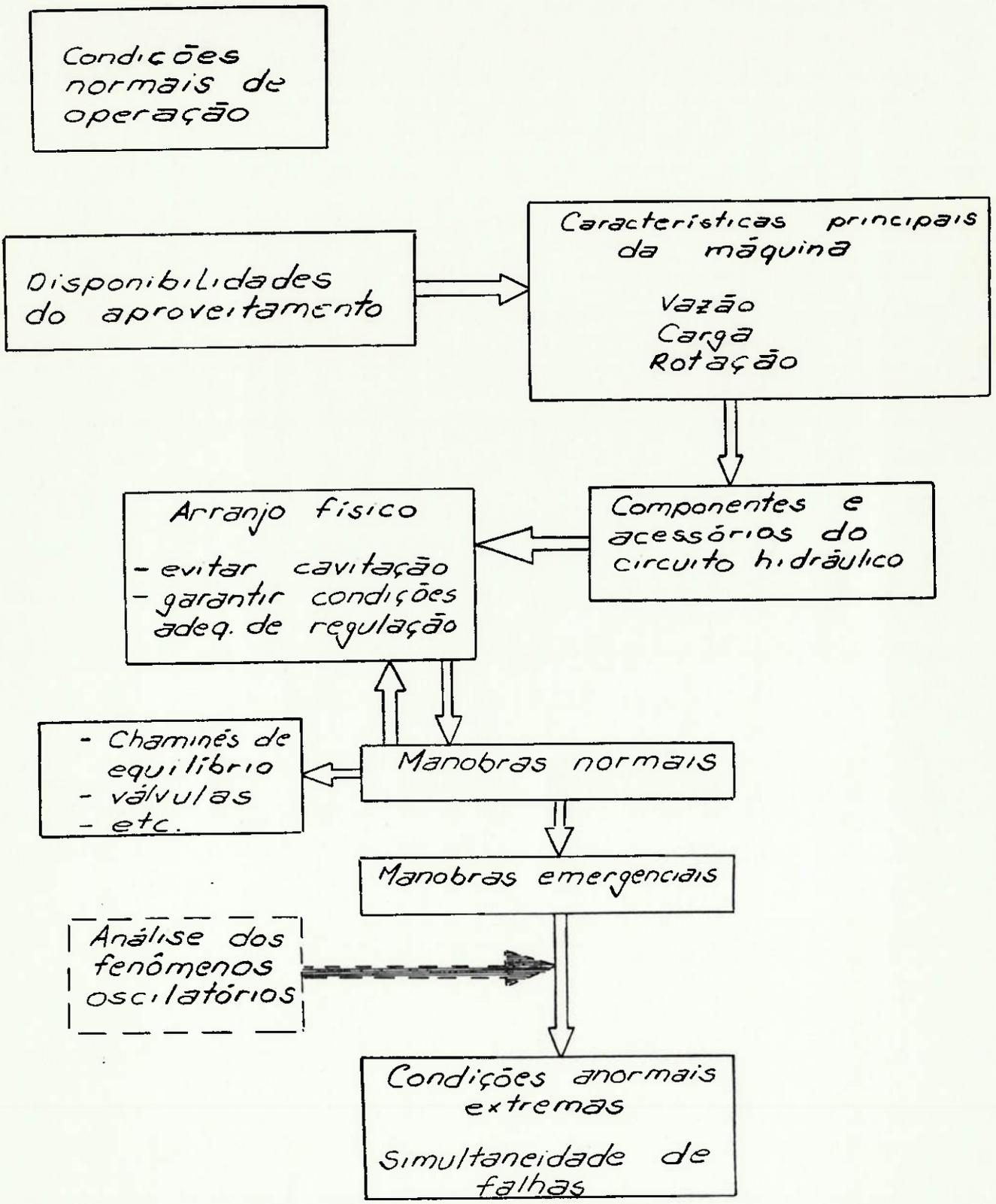


Figura 3.5 Sequência de projeto da Usina hidrelétrica

### 3.2 FONTES DE EXCITAÇÃO. PRINCIPAIS CAUSAS GERADORAS DE FENÔMENOS OSCILATÓRIOS EM USINAS HIDRELÉTRICAS

As fontes de excitação em um sistema hidráulico, podem ser classificadas segundo sua origem ou segundo o processo de formação, de acordo com vários critérios. NAUDASCHER [28] propõe a classificação em 3 mecanismos básicos de excitação:

- Excitação estranha (EE)

Surge como resultado da pulsação de vazão ou de pressão, gerada pela operação de algum equipamento. Tal fonte de excitação provém de fonte de energia externa ao sistema líquido, fato este que justifica a denominação adotada. Exemplo típico ocorre no escoamento pulsante gerado no domínio da turbina pelo confronto da passagem das pás do rotor com as do distribuidor.

- Excitação por instabilidade (EI)

É causada por instabilidades no escoamento. Tal excitação existe como decorrência do escoamento, e de certa forma, a vibração resultante pode ser considerada como auto excitada. Podemos considerar a formação de vórtice no tubo de sucção de turbinas, como uma forma deste tipo de excitação.

- Excitação por movimentos (ME)

Origina-se pela vibração de algum componente da instalação, devido a possível falha operacional ou de projeto. Pode ocorrer por exemplo, devido a defeito no sistema de vedação de uma válvula ou comporta, produzindo escoamento pulsante.

O conhecimento do processo de formação e das características destas excitações se faz necessário, durante o processo de análise dos fenômenos oscilatórios, a fim de garantir um modelamento correto do problema. Algumas destas fontes, como será mostrado, podem ser perfeitamente avaliadas através de ensaios em modelos reduzidos, enquanto que outras, só podem ser estimadas na fase de projeto, através de processos de cálculo.

Serão a seguir descritas, algumas das principais fontes geradoras de excitação em Usinas hidrelétricas, com suas frequências de atuação e as soluções normalmente adotadas em alguns casos para evitá-las e (ou) modificá-las. Considerando o sistema formado pela Usina hidrelétrica, admitiremos a divisão das perturbações que podem levar a fenômenos oscilatórios de acordo com a seguinte classificação:

- perturbações de origem mecânica
- perturbações de origem elétrica
- perturbações de origem hidráulica

### 3.2.1 PERTURBAÇÕES DE ORIGEM MECANICA

3.2.1.1 Perturbações provocadas por forças centrífugas devido ao desbalanceamento do rotor

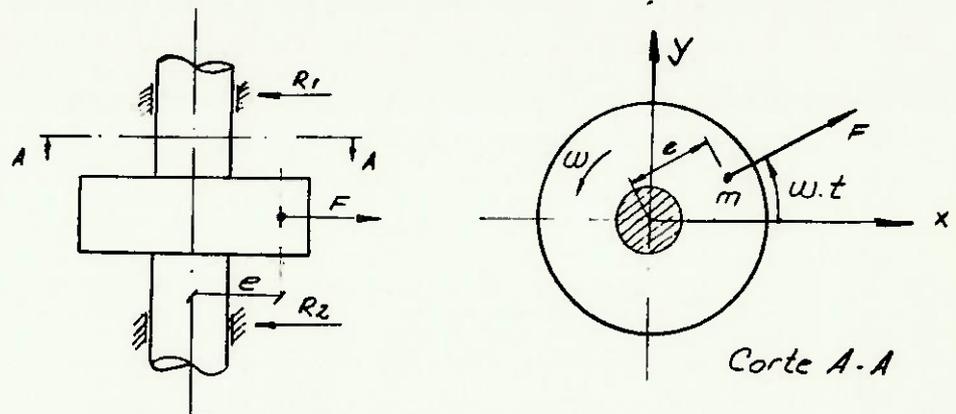


Figura 3.6 Desbalanceamento do rotor gerando forças de perturbação [38]

Se considerarmos a massa de desbalanceamento "m", localizada a uma distância "e" da linha de centro da máquina, como representado na fig. 3.6, podemos obter os componentes da força centrífuga "F" nas direções "x" e "y".

$$F_x = A \cdot G \cdot e \cdot n^2 \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (3.1)$$

$$F_y = A \cdot G \cdot e \cdot n^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (3.2)$$

onde  $A = 1/g \cdot (\pi/30)^2$

g = aceleração da gravidade

G = peso da massa "m"

$\omega$  = velocidade angular

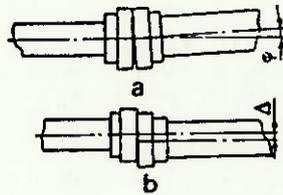
n = rotação da máquina

Observando as equações 3.1 e 3.2 podemos concluir que as forças de perturbação deste tipo, atuam com uma frequência correspondente à rotação da máquina, ou seja,

$$f = n/60$$

(3.3)

### 3.2.1.2 Perturbações provocadas por forças elásticas geradas por mal alinhamento dos eixos da máquina



*a*—angularity between centerlines of shafts,  $\varphi$ ; *b*—displacement between centerlines of shafts  $\Delta$ .

Figura 3.7 Possibilidades de mal alinhamento dos eixos de uma máquina horizontal [38]

Segundo VLADISLAVLEV [38], o mal alinhamento entre eixos de máquinas, ou entre eixos e linha de centro de mancais, pode levar a forças de perturbação elásticas, com frequências iguais a

$$f = n/60$$

(3.4)

ou

$$f = 2.n/60$$

(3.5)

O autor descreve uma série de casos de vibrações em Usinas hidrelétricas, relacionadas com estas perturbações, além de recomendações quanto a tolerâncias e procedimentos corretivos.

### 3.2.1.3 Perturbações provocadas por forças de atrito.

Este tipo de perturbação pode ocorrer devido a atrito interno no material do eixo, quando este não segue a Lei de HOOKE, ou no

caso de atrito sêco nos mancais de guia devido à lubrificação inadequada ou folga excessiva entre eixo e mancal. Conforme VLADISLAVLEV [38], estas perturbações ocorrem com frequências na faixa de:

$$f = (2 \text{ a } 5) \cdot n/60 \quad (3.6)$$

A tabela 3.1, apresenta um resumo das perturbações mecânicas descritas aqui, e que podem ocorrer então na Usina hidrelétrica.

Força de perturbação e suas causas	Frequência		Tipo de máquina
	Cálculo	Magnitude (Hz)	
Forças centrífugas devido ao desbalanceamento do rotor	$n/60$	1 a 5	Kaplan
		1 a 12,5	Francis
		5 a 12,5	Pelton
Forças elásticas do eixo	$n/60$ ; $2.n/60$	1 a 10	Kaplan
		1 a 25	Francis
		5 a 25	Pelton
Forças de fricção	$(2 \text{ a } 5) \cdot n/60$	5 a 40	todos

Tabela 3.1 Forças de perturbação de origem mecânica [38]

### 3.2.2 PERTURBAÇÕES DE ORIGEM ELÉTRICA

Segundo VLADISLAVLEV [38], quando o gerador de uma Usina hidrelétrica atua em regime permanente, podem ocorrer as seguintes perturbações:

### 3.2.2.1 Componentes periódicos do empuxo magnético

Surgem devido à componente periódica da força radial que aparece entre o rotor e o estator, função da indução magnética e da área do elemento do rotor.

### 3.2.2.2 Assimetria da folga entre rotor e estator

Se por problema construtivo, a folga radial entre rotor e estator não se apresentar uniforme ao longo da circunferência do gerador, ocorrerá o surgimento de uma força radial no ponto de folga mínima, que gera uma perturbação.

### 3.2.2.3 Curto-circuito nos enrolamentos do rotor

Se algum dos polos do gerador encontra-se curto-circuitado, ou afetado por uma resistência externa, ocorrerá um desequilíbrio no campo de indução magnética e o conseqüente aparecimento de uma força radial uni-direcional atuando entre o rotor e o estator.

### 3.2.2.4 Regime de operação assimétrico do gerador

Em alguns casos, as condições de operação da Usina hidrelétrica, exigem a operação com um carregamento assimétrico entre as três fases do gerador. Nestes casos, a corrente fluindo nas três fases do gerador não se encontra em equilíbrio, e o fluxo magnético se torna variável.

O autor descreve então estas e outras fontes de perturbação, com suas frequências de atuação, na tabela 3.2.

Força de perturbação e suas causas	Frequência		Tipo de máquina
	Cálculo	Magnitude (Hz)	
Componentes periódicos do empuxo magnético	$2.f$	120	todos
Variação no entreferro	$n/60$ ; $2.n/60$	1 a 25	todos
Curto-circuito no enro- lamento dos polos do rotor	$n/60$	1 a 25	todos
Carregamento assimétrico do gerador	$2.f$	120	todos
Operação assíncrona sem excitação	$2.fs$	108	todos
Operação assíncrona com excitação	$fs$ ; $2.fs$	54; 108	todos
Curto-circuito contínuo em uma fase do gerador	$2.f$	120	todos
Curto-circuito contínuo em duas fases do gerador	$2.f$	120	todos

Tabela 3.2 Forças de perturbação no domínio da máquina elétrica [38]

### 3.2.3 PERTURBAÇÕES DE ORIGEM HIDRAULICA

#### 3.2.3.1 Perturbações geradas junto as grades da tomada d'água

O escoamento através de grades, leva à formação de vórtices, que

podem gerar fenômenos de turbilhonamento, com frequência que dependem da forma do obstáculo à passagem d'água e da velocidade do fluxo.

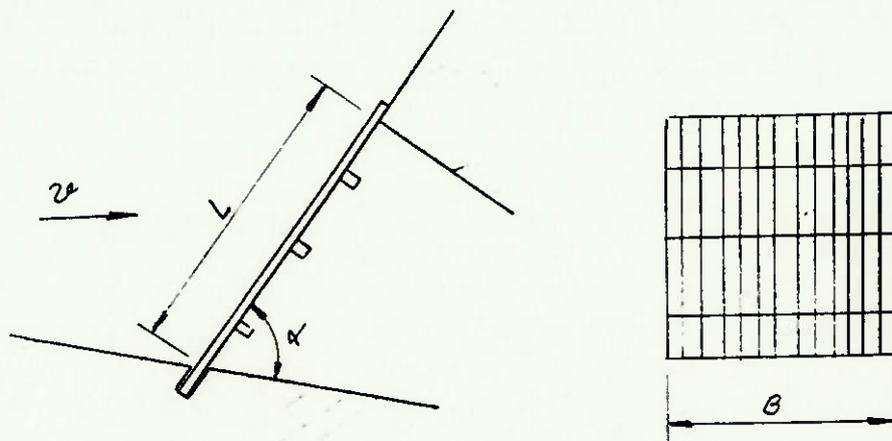


Figura 3.8 Esquema típico de uma grade de tomada d'água

Conforme SYAMALARAO [36] o projeto destas grades, envolve basicamente 4 pontos:

- diferencial de carga piezométrica através da grade
- espaçamento entre as barras
- perda de carga através da grade
- vibrações na grade

Ainda segundo o mesmo autor, quando consideramos o aspecto vibração, são de fundamental importância:

- frequência natural das barras verticais e horizontais
- excitação ou frequência forçada
- possibilidade de ressonância
- possibilidade de fadiga

A tabela 3.3 apresenta uma série de casos de falha das grades em sistemas hidráulicos, durante a operação dos mesmos.

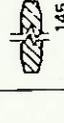
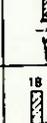
No.	Power Station	Trashrack form $L, B, \alpha^\circ$ (mm)	Vertical bars		Horizontal bars		Comments
			Shape	Dimensions (mm)	Shape	Dimensions (mm)	
1a	Ybbs-Persenbeug-	$L = 16\ 000$ $B = 12\ 200$ $\alpha = 72^\circ$		$d = 20$ $b = 150$ $s = 150$ $L_2 = 4000$		$d' = 35 \phi$ $s' = 965$	Failure of bolts after one year
1b	Aschach	$L = 21\ 000$ $B = 14\ 200$ $\alpha = 72^\circ$		$d = 17.25$ $b = 200$ $s = 175$ $L_1, L_2, L_3 = 5250$		$d' = 30 \phi$ $s' = 1050$	Horizontal bars cracked or broken after two years
1c	Wallsee-Mittelkirchen	$L = 15\ 800$ $B = 12\ 260$ $\alpha = 72^\circ$		$d = 17.25$ $b = 200$ $s = 175$ $L_1, L_2, L_3 = 5250$		$d' = 35 \phi$ $s' = 965$	Details are not available
2	Corps of Engineers	$L = 20\ 665$ $B = n/a$ $\alpha = 83^\circ$		$d = 19$ $b = 76$ $s = 152$		$d' = 38$ $b' = 38$ $s' = 1320$ $d'' \approx 75$ $b'' \approx 100$ $s'' \approx 1320$	Failure of rack through breaking of vertical bars
3	Hwassee dam	$L = 6100$ $B = 5744$		$d = 15.9$ $b = 76.2$ $s = 152.4$ $L_1, L_2, L_3 = 762$		$d' = 31.8$ $b' = 300$ $s' = 762$	Failure of anchor bolts
4	La Plate	$L = 4400$ $B = 908$ $\alpha < 90^\circ$		$d = 18$ $b = 180$ $s = 178$		$d' = 15$ $b' = 145$ $s' = 652$	Rack members disconnected, bolts failed after one year
5a	Waldbeck II -original	$L = 8950$ $B = 5000$ $\alpha = 72^\circ$		$d = 10$ $b = 70$ $s = 40$ $L_1, L_3 = 2915$ $L_2 = 2950$		$d' = 20 \phi$ $s' = 625$	Bars broken or torn
5b	Waldbeck II -redesigned	$L = 8950$ $B = 5000$ $\alpha = 72^\circ$		$d = 15$ $b = 110$ $s = 139$ $L_1, L_3 = 2915$ $L_2 = 2950$		$d' = 20 \phi$ $s' = 625$	No report of damage since 1983
6a	Albbruck-Dogern (1934)	$L = 13\ 000$ $B = 79\ 000$ $\alpha = 78^\circ$		$d = 16.12$ $b = 120$ $s = 166$ $L_1, L_2, L_3 = 3250$		$d' = 35 \phi$ $s' = 1490$ $- 1758$	Bars broken or missing
6b	Albbruck-Dogern redesigned (1954)	$L = 13\ 000$ $B = 79\ 000$ $\alpha = 78^\circ$		$d = 15.8$ $b = 120$ $s = 166$		$d' = 35 \phi$ $s' = 993$ $- 1557$	Bars broken or missing
6c	Albbruck-Dogern redesigned (1969)	$L = 13\ 000$ $B = 79\ 000$ $\alpha = 78^\circ$		$d = 18$ $b = 150$ $s = 166$		$d' = 45 \phi$ $s' = 820$ $- 1000$	Inspection in 1976 showed damage. Special clamps for horizontal bars were fixed.

Tabela 3.3 Detalhes de ocorrência de falhas operacionais em grades [36]

A formação da esteira de vórtices durante o escoamento através das grades, pode ser caracterizada, através da expressão

$$f_s = \frac{S \cdot U_m}{d} \quad (3.7)$$

onde  $f_s$  = frequência dos vórtices

$S$  = Número de Strouhal (adimensional)

$U_m$  = velocidade máxima de aproximação

$d$  = dimensão transversal característica

O Número de Strouhal varia com a forma do objeto, e é substancialmente independente do Número de Reynolds para  $Re > 10^3$ , como mostrado na figura 3.9.

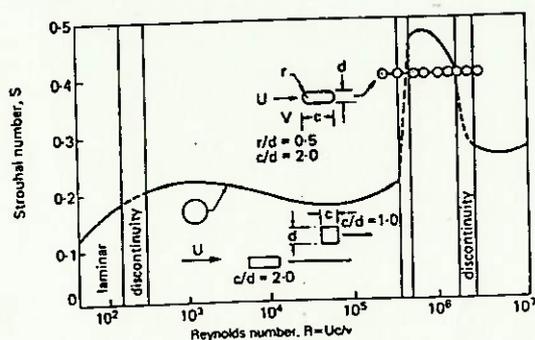


Figura 3.9 Variação do Número de Strouhal com o Número de Reynolds e a forma do objeto [33]

A preocupação do projetista da grade, buscando evitar a ressonância, é então minimizar a relação

$$f_s / f_n \quad (3.8)$$

onde  $f_n$  = frequência natural da barra.

A frequência natural " $f_n$ " de um corpo submerso em um fluxo pode ser calculada por

$$f_n = C_n \sqrt{(E \cdot I / M_v \cdot l^3)} \quad (3.9)$$

onde  $C_n$  = Coeficiente associado ao tipo de vinculação e modo de vibrar

$E$  = Módulo de elasticidade do material

$I$  = Momento de inércia mínimo do obstáculo

$M_v$  = Massa virtual que considera a massa hidrodinâmica

$l$  = comprimento do obstáculo

Os coeficientes envolvidos neste cálculo, podem ser encontrados em PENINO [33].

No nosso caso, em particular, o objetivo será analisar o comportamento da instalação hidráulica, quando sujeita a uma perturbação gerada pela formação de vórtice junto a tomada d'água. Assim, devemos apenas considerar a frequência dada pela equação 3.7, como causa de um fenômeno oscilatório gerado junto a grade, e que pode levar o sistema a uma condição ressonante.

O valor do Número de Strouhal, pode ser estimado de acordo com gráficos existentes, como aquele mostrado na fig. 3.10.

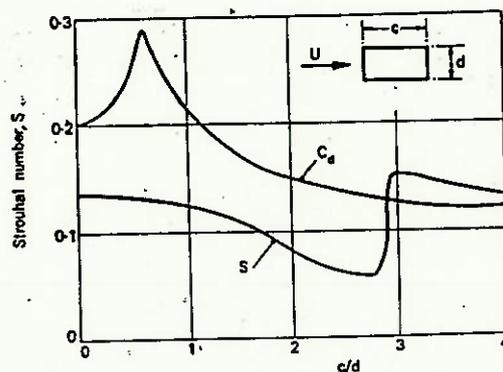


Figura 3.10 Variação do Número de Strouhal com a forma do obstáculo [33]

### 3.2.3.2 Perturbações geradas junto a turbina

### 3.2.3.2.1 Formação de vórtices no tubo de sucção

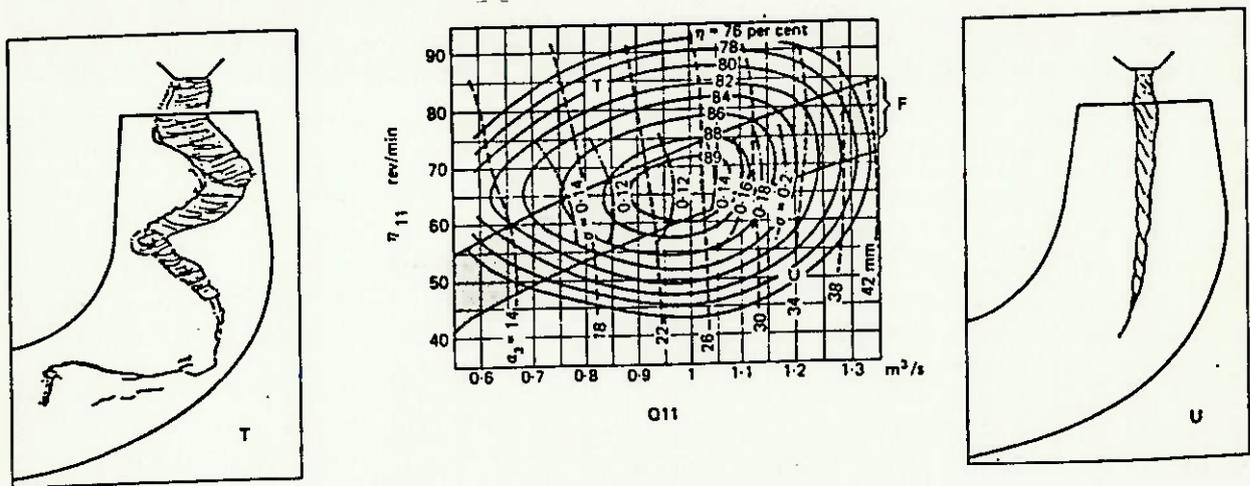


Figura 3.11 Formação de vórtice no tubo de sucção [12]

A operação de máquinas hidráulicas de pás fixas, ocorre numa faixa estreita, em torno do ponto de melhor rendimento, de uma maneira livre de vórtices no tubo de sucção.

Quando a turbina é carregada além desta faixa, ocorre o surgimento de um vórtice no tubo de sucção com a forma mostrada na fig. 3.11. De maneira similar, quando a máquina opera abaixo desta faixa, temos a formação de vórtice como mostrado na mesma figura..

A frequência de atuação destes vórtices, pode ser estimada segundo FAZALARE [12] por

$$f = \frac{n}{60. (3 \text{ a } 3,6)} \quad (3.10)$$

para carga parcial, e

$$f = \frac{n}{60. (1 \text{ a } 1,3)} \quad (3.11)$$

para carga total.

Segundo VLADISLAVLEV [38] esta frequência pode ser estimada por:

$$f = \frac{n}{60. (4,2 \text{ a } 4,6)} \quad (3.12)$$

para turbinas tipo Kaplan, e

$$f = \frac{n}{60. (3,6 \text{ a } 4,2)} \quad (3.13)$$

para turbinas Francis.

O valor exato da frequência de pulsação, assim como da variação da pressão no tubo de sucção, em cada ponto de operação da máquina, pode ser levantado através de ensaios em modelo reduzido, gerando curvas como a mostrada na fig. 3.12.

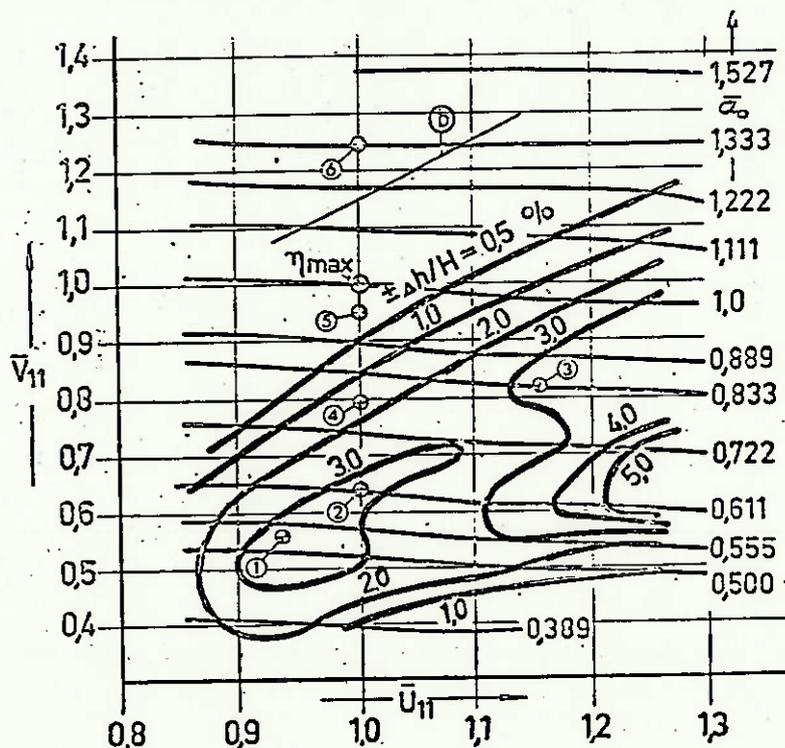


Figura 3.12 Comportamento operacional de uma turbina Francis [40]

No que diz respeito ao projeto da instalação, uma das verificações efetuadas pelo fabricante, é comparar a frequência de pulsação destes vórtices com a frequência natural do gerador e do sistema elétrico que segundo FAZALARE [12], pode ser estimado por

$$f_n = \frac{46000 \cdot f}{C} \quad (3.14)$$

para sistemas de transmissão infinitos, e

$$f_n = \frac{33000 \cdot f}{C} \quad (3.15)$$

para sistemas de transmissão finitos,

onde  $f_n$  = frequência natural do sistema, CPM

$f$  = frequência da rede, Hz

$C = \frac{RPM^2 \times WR^2}{HP}$  = constante de regulação

$WR^2$  = momento de inércia,  $Lb.ft^2$

HP = potência da turbina

No caso de análise de fenômenos oscilatórios, devemos admitir uma pulsação de pressão no tubo de sucção da máquina, com frequência calculada ou levantada em ensaios de modelo reduzido, e analisar o comportamento da instalação.

Em alguns casos, pode-se tornar necessário modificar a frequência ou a amplitude destas pulsações, o que pode ser conseguido através de:

- instalação de perfis verticais junto à parede do tubo de sucção
- modificação do perfil do rotor, através da instalação de cones

de extensão na zona de formação dos vórtices  
 - injeção de ar na região do tubo de sucção

Alguns exemplos de instalações onde medidas corretivas foram adotadas estão mostrados na fig. 3.13.

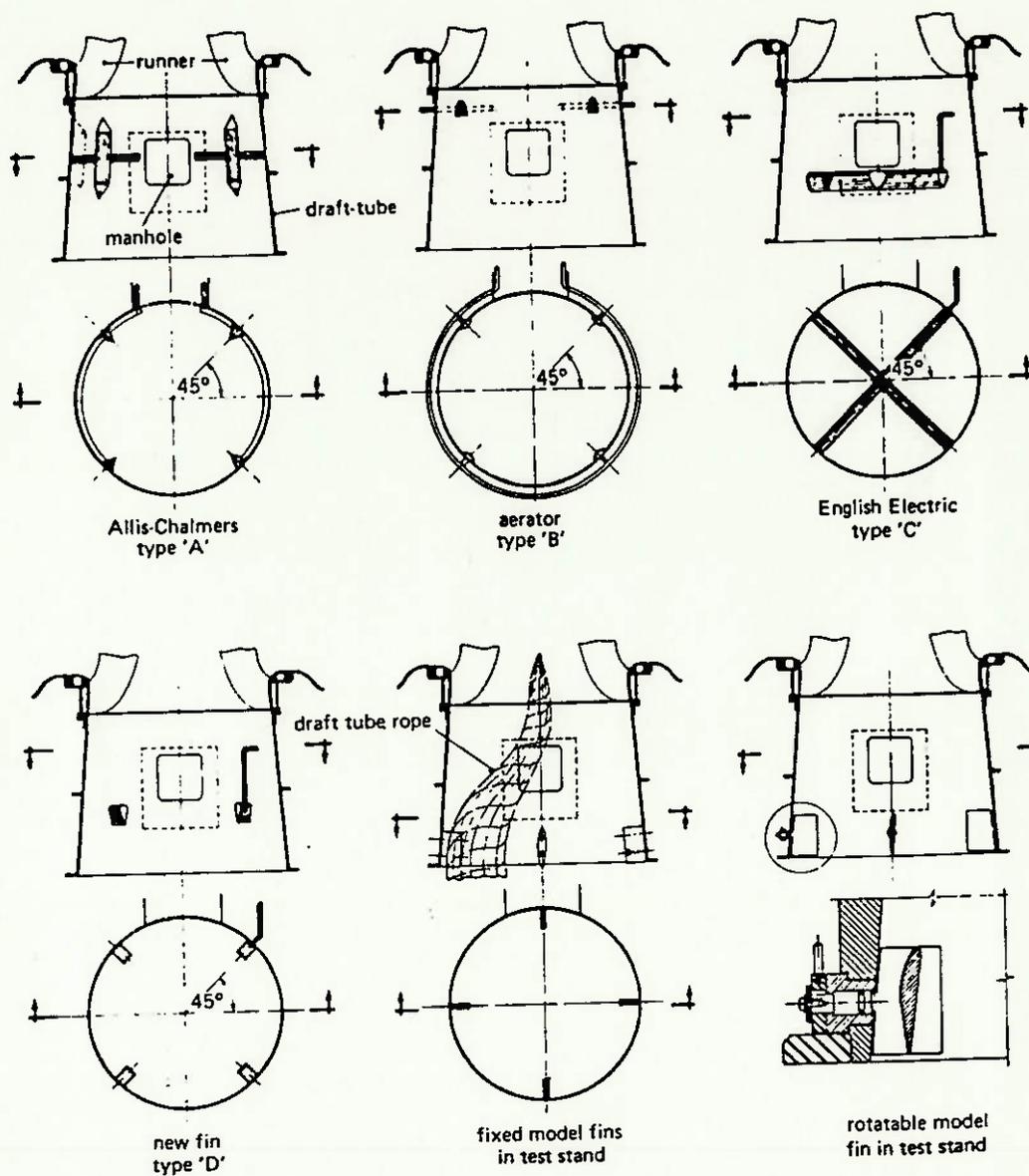


Figura 3.13 Modificação da frequência e/ou amplitude da pulsação de pressão junto ao tubo de sucção

[12] [37]

Cabe ainda frizar que no caso de máquinas do tipo Klapan, um desempenho insatisfatório do regulador de velocidade, em impor uma lei de conjugação adequada entre a posição do distribuidor e a posição das pás do rotor, pode levar a vibrações da máquina, devido à formação de vórtices. Segundo VLADISLAVLEV [38], em algumas ocasiões a medição das vibrações na máquina, serve como parâmetro para ajuste da regulação ótima.

### 3.2.3.2.2 Desbalanceamento hidráulico do rotor

A distribuição não uniforme da pressão sobre a superfície lateral do rotor, dá origem a forças de perturbação provocando o desbalanceamento hidráulico. VLADISLAVLEV [39] cita como possíveis causas deste fenômeno:

- Excentricidade entre os aros de desgaste do rotor

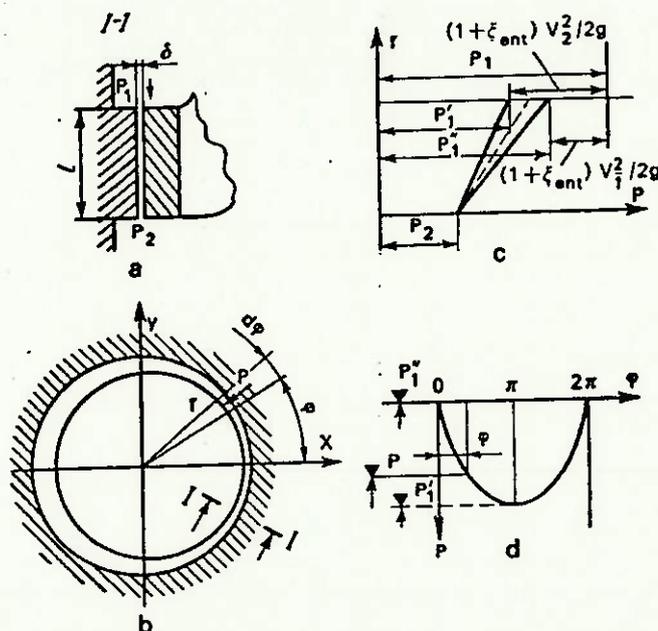


Figura 3.14 Efeito da excentricidade dos aros de desgaste da máquina gerando forças de perturbação [38]

- Usinagem incorreta em um ponto da lateral do rotor durante a operação de balanceamento.

- Fixação de peças de forma inadequada na superfície lateral do rotor, para efeito de balanceamento, provocando perturbações no fluxo hidráulico.

As forças de perturbação geradas por desbalanceamento hidráulico do rotor, atuam com uma frequência ligada à rotação da máquina, ou seja

$$f = \frac{n}{60} \quad (3.16)$$

### 3.2.3.2.3 Distribuição não-uniforme de velocidade

Segundo FAZALARE [12], durante a operação de uma máquina com distribuidor ou, distribuidor e pré-distribuidor, pulsações de alta frequência podem ser introduzidas na caixa espiral, levando a problemas de vibração, se esta frequência coincide com a frequência natural de algum dos elementos da máquina.

As frequências destas pulsações podem ser avaliadas por:

$$f = \frac{n}{60} \quad (3.17)$$

$$f = \frac{n}{60} \cdot B \quad (3.18)$$

$$f = \frac{n}{60} \cdot B \cdot B_1 \quad (3.19)$$

onde N = rotação da máquina

B = número de pás do rotor

B<sub>1</sub> = número de palhetas do distribuidor

### 3.2.3.2.4 Formação de vórtices nas palhetas do distribuidor

O escoamento através das palhetas do distribuidor de uma turbina hidráulica, leva a formação de vórtices de Karman, no bordo de fuga das mesmas, que podem levar as travessas a vibrar, ou induzir outros sub-sistemas a entrar em ressonância. LIESS [26] [27] apresenta uma série de trabalhos sobre o tema.

Do ponto de vista do projeto das palhetas, o risco de vibração é diminuído através da comparação da frequência natural da palheta com a frequência dos vórtices, que pode ser estimada por:

$$f = \frac{S \cdot v}{d} \quad (3.20)$$

onde  $f$  = frequência induzida pelo vórtice

$S$  = Número de Strouhal

$v$  = velocidade característica

$d$  = espessura característica da palheta

	dimensões (m)			Strouhals
	L <sub>r</sub>	d <sub>r</sub>	b <sub>r</sub>	
A	0,840	0,100	2,035	0,28
B	0,777	0,089	2,215	0,24
C	0,755	0,090	2,140	0,26
D	0,730	0,080	1,830	0,22
E	0,912	0,140	2,130	0,22
F	0,723	0,093	1,560	0,23
G	0,490	0,051	1,255	-

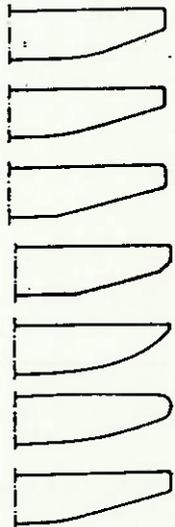


Figura 3.15 Número de Strouhal como função da geometria da palheta do distribuidor [26]

O número de Strouhal pode ser avaliado através da medição das frequências induzidas pelo vórtice, gerando-se gráficos como aquele representado na fig. 3.15.

Durante a análise deve-se ainda considerar que o ângulo de incidência do fluxo nas travessas do distribuidor, não é constante para todas, variando ao longo do perímetro da caixa espiral. Assim a análise é feita levantando-se uma curva como aquela mostrada na fig. 3.16.

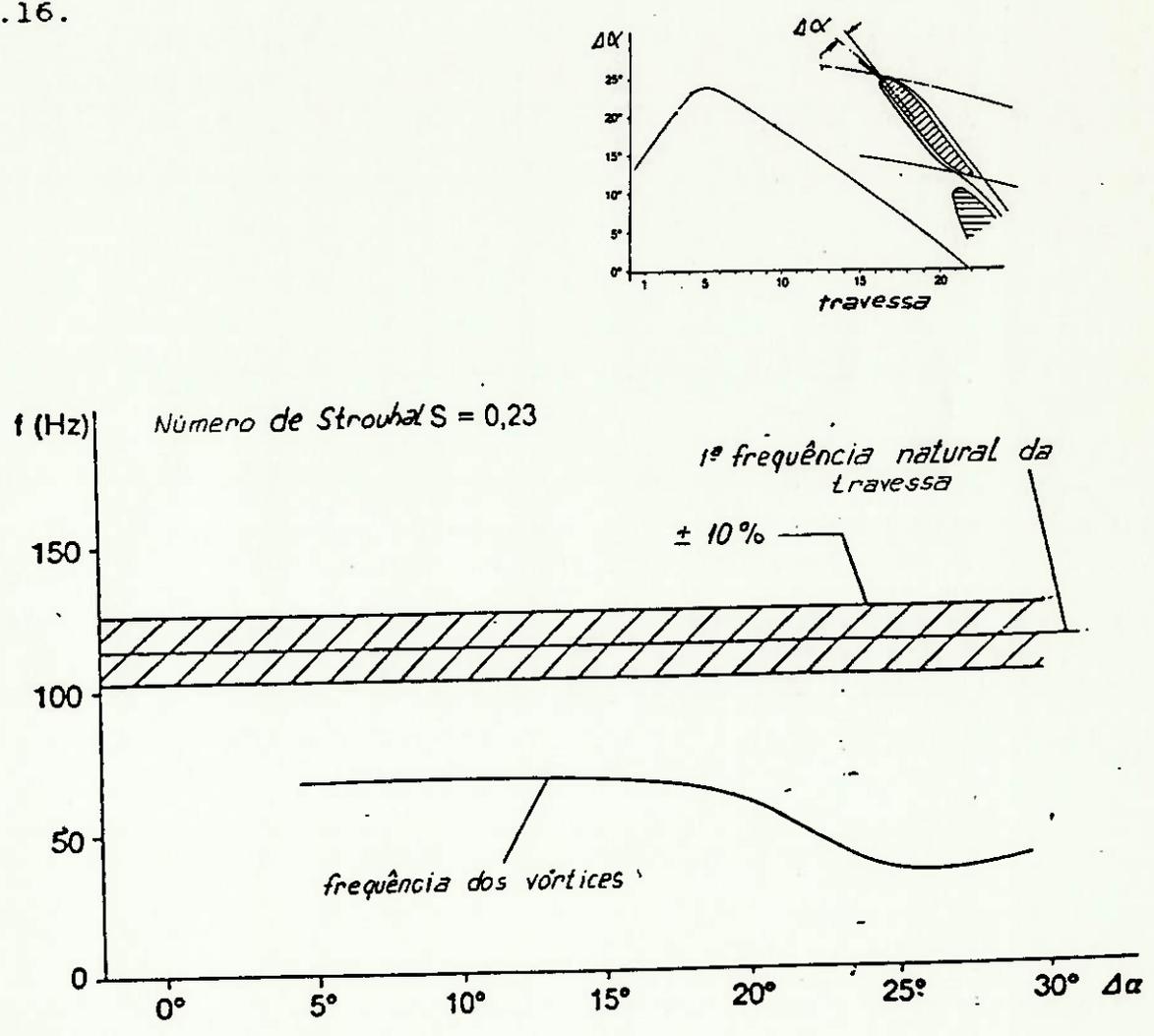


Figura 3.16 Comparação da frequência natural da travessa do distribuidor com a frequência induzida por vórtice [26]

A tabela 3.4 elaborada por VLADISLAVLEV [38], apresenta um resumo de algumas das fontes de perturbação de origem hidráulica.

Forças de perturbação e suas causas	Frequência		Tipo de Máquina
	Cálculo	Magnitude (Hz)	
Distribuição de velocidades não-uniforme e formação de vórtices	$\frac{n \cdot Z_{rotor}}{60}$	4 a 20	Kaplan
		10 a 80	Francis
Desbalanceamento hidráulico do rotor	$\frac{n}{60}$	1 a 12,5	Francis
Cavitação		0,5 a 100	todos
Formação de vórtices no tubo de sucção	$\frac{n}{60} \cdot (4,2 \text{ a } 4,6)$	0,2 a 1,5	Kaplan
		0,3 a 4	Francis
Componentes de momento variáveis em rotores do tipo Pelton	$\frac{n \cdot Z_{rotor}}{60}$	60 a 300	Pelton

Tabela 3.4 Fontes de perturbação de origem hidráulica [38]

### 4.1. INTRODUÇÃO

Os principais métodos de análise dos fenômenos oscilatórios em sistemas hidráulicos, podem ser classificados em:

- Análise no domínio da frequência

Utilizam a transformada de Laplace, para através de álgebra matricial resolver as equações que descrevem o escoamento, e determinar as frequências naturais do sistema. Os dois principais métodos de análise no domínio da frequência são:

- . método da Matriz de Transferência
- . método das Impedâncias

- Análise no domínio do tempo

Utilizam as equações que descrevem o escoamento na sua forma diferencial, e através de integração por processos de diferenças finitas, permitem o conhecimento das variáveis de interesse (vazão e carga piezométrica) a cada instante.

O principal método utilizado é o:

- . método das Características

Em qualquer caso, a análise de fenômenos oscilatórios em uma Usina hidrelétrica ou em uma Rede hidráulica de condutos forçados, na fase de projeto, deve ser conduzida basicamente na seguinte sequência:

- Identificação dos elementos componentes do sistema hidráulico, com o que define-se a topologia do sistema.
- Identificação das características de cada elemento componente da instalação.
- Determinação das condições iniciais do escoamento, ou seja, das variáveis de interesse (vazão e carga piezométrica) em toda a instalação, considerando o mesmo não perturbado.
- Determinação das frequências de excitação associadas a um determinado componente e que podem provocar condições de ressonância.
- Determinação do comportamento dinâmico do sistema, quando sujeito a determinada excitação, com as frequências determinadas no item anterior.
- Análise dos resultados obtidos. Visa-se identificar as regiões da instalação hidráulica sujeitas às maiores solicitações, possíveis problemas operacionais e vibrações incompatíveis com as especificações. A análise da resposta dinâmica permite avaliar o comportamento das tensões nos componentes hidromecânicos e prever possibilidades de deterioração (ou ruptura de componentes) por processo de fadiga.

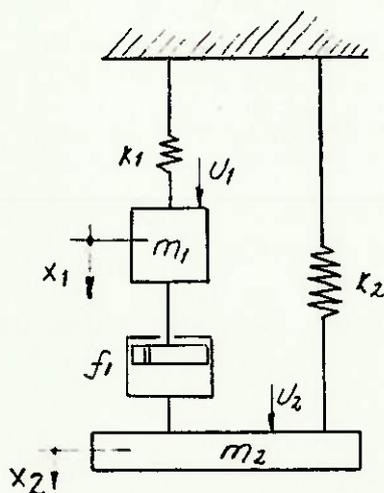
## 4.2. METODO DA MATRIZ DE TRANSFERENCIA

Este método, normalmente utilizado na solução de problemas de Controle, foi proposto inicialmente, por CHAUDRY [5] [6], para a análise de problemas de ressonância em circuitos hidráulicos, no domínio da frequência. A determinação das frequências naturais do sistema é o objetivo básico a ser alcançado e o método não possibilita a obtenção da evolução temporal da resposta dinâmica do sistema a uma dada excitação.

### 4.2.1 MATRIZ DE TRANSFERENCIA. DEFINIÇÃO.

Na concepção clássica do método, OGATA [30] e D' AZZO [08], considera-se o sistema com "m" variáveis de entrada ou funções de excitação, e "n" variáveis de saída ou funções de resposta, agrupadas em dois vetores: vetor de entrada e vetor de saída.

Se considerarmos, por exemplo, o sistema mecânico mostrado na fig. 4.1, teremos  $U_1$  e  $U_2$ , forças aplicadas sobre as massas, como variáveis de entrada, e  $X_1$  e  $X_2$ , deslocamentos das massas, como variáveis de saída.



- Dinâmica do sistema

$$m_1 \ddot{x}_1 = U_1 - k_1 \cdot x_1 - f_1 \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_2)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = U_2 - k_2 \cdot x_2 - f_2 \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)$$

Figura 4.1 Sistema mecânico multivariável [30]

Se arranjarmos as equações que descrevem o comportamento dinâmico do sistema, mostradas na fig. 4.1 em uma forma matricial, podemos concluir, após tomar as transformadas de Laplace das variáveis, que:

$$\begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{m_2 \cdot s^2 + f_1 \cdot s + K_2}{\Delta} & \frac{f_1 \cdot s}{\Delta} \\ \frac{f_1 \cdot s}{\Delta} & \frac{m_1 \cdot s^2 + f_1 \cdot s + K_1}{\Delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

onde  $\Delta = (m_1 \cdot s^2 + f_1 \cdot s + K_1) \cdot (m_2 \cdot s^2 + f_2 \cdot s + K_2) - f_1^2 \cdot s^2 \neq 0$ .

Se tomarmos as transformadas inversas de Laplace, podemos obter  $X_1(t)$  e  $X_2(t)$ . Observando (4.1) podemos identificar a Matriz de transferência, que relaciona  $X(s)$  com  $U(s)$ .

Podemos então concluir que a Matriz de Transferência, nos permite a partir do conhecimento das variáveis de entrada, aplicadas sobre determinado sistema, conhecer as variáveis de saída ou seja, conhecer a resposta do sistema a uma determinada excitação. No sistema mecânico, do exemplo, se conhecemos os esforços  $U_1$  e  $U_2$ , aplicados sobre as massas  $m_1$  e  $m_2$ , podemos utilizando a matriz de transferência, determinar os deslocamentos  $X_1$  e  $X_2$ , das mesmas.

#### 4.2.2 APLICAÇÃO DO MÉTODO A SISTEMAS HIDRÁULICOS

No caso de sistemas hidráulicos, as variáveis de interesse são a vazão "q" e a carga piezométrica "h", em uma determinada secção "i" do sistema. Assim, para um sistema hidráulico, podemos definir o "vetor de estado",  $z_i$ , na secção particular, como sendo,

$$z_i = \begin{bmatrix} q \\ h \end{bmatrix}_i \quad (4.2)$$

O vetor de estado "Z<sub>i</sub>" determina as condições de escoamento, em um determinado ponto do sistema hidráulico.

CHAUDRY [5] [6], propõe então, a utilização da Matriz de Transferência, para relacionar o vetor de estado "Z<sub>i</sub>" em uma determinada secção "i", com o vetor de estado "Z<sub>j</sub>" em outra secção "j", ou seja, conhecendo-se as condições de escoamento em um determinado ponto da instalação e a Matriz de Transferência que relaciona as variáveis de estado desta instalação, pode-se determinar as condições de escoamento em outro ponto qualquer da mesma.

Com este objetivo, o autor define os três tipos de Matrizes:

- Matriz de Transferência de Campo

Estas matrizes relacionam os vetores de estado em 2 secções adjacentes de um tubo, como exemplificado na fig. 4.2.

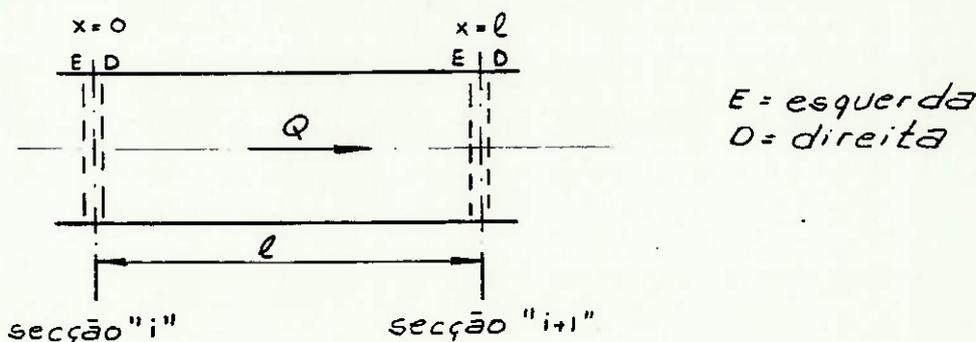


Figura 4.2 Matriz de Transferência de campo

Assim, de acordo com a definição e utilizando a simbologia da fig. 4.2, podemos escrever

$$Z_{i+1}^E = F_i \cdot Z_i^D \quad (4.3)$$

### - Matriz de Transferência de Ponto (Pi)

Esta matriz relaciona os vetores de estado, a esquerda e a direita de uma singularidade qualquer, ou seja, um elemento particular, tal como uma válvula, um reservatório, uma turbina, etc.

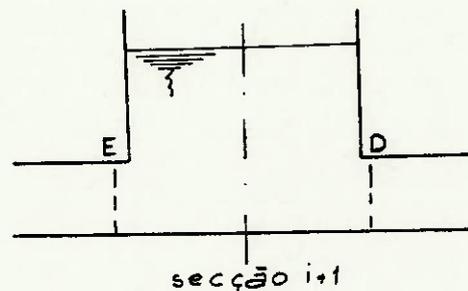


Figura 4.3 Reservatório de nível constante  
Matriz de transferência de ponto

Assim para o exemplo mostrado na fig. 4.3, podemos escrever que

$$Z_{i+1}^D = P_{RES.} Z_{i+1}^E \quad (4.4)$$

### - Matriz de Transferência Global (U)

Esta matriz, obtida pela multiplicação ordenada de todas as matrizes de ponto e de campo, que formam um determinado sistema, vai então relacionar as condições de escoamento nos dois extremos do mesmo.

Se considerarmos por exemplo, o circuito mostrado na fig. 4.4, podemos compreender o significado das matrizes de transferência de campo e de ponto, em uma aplicação prática.

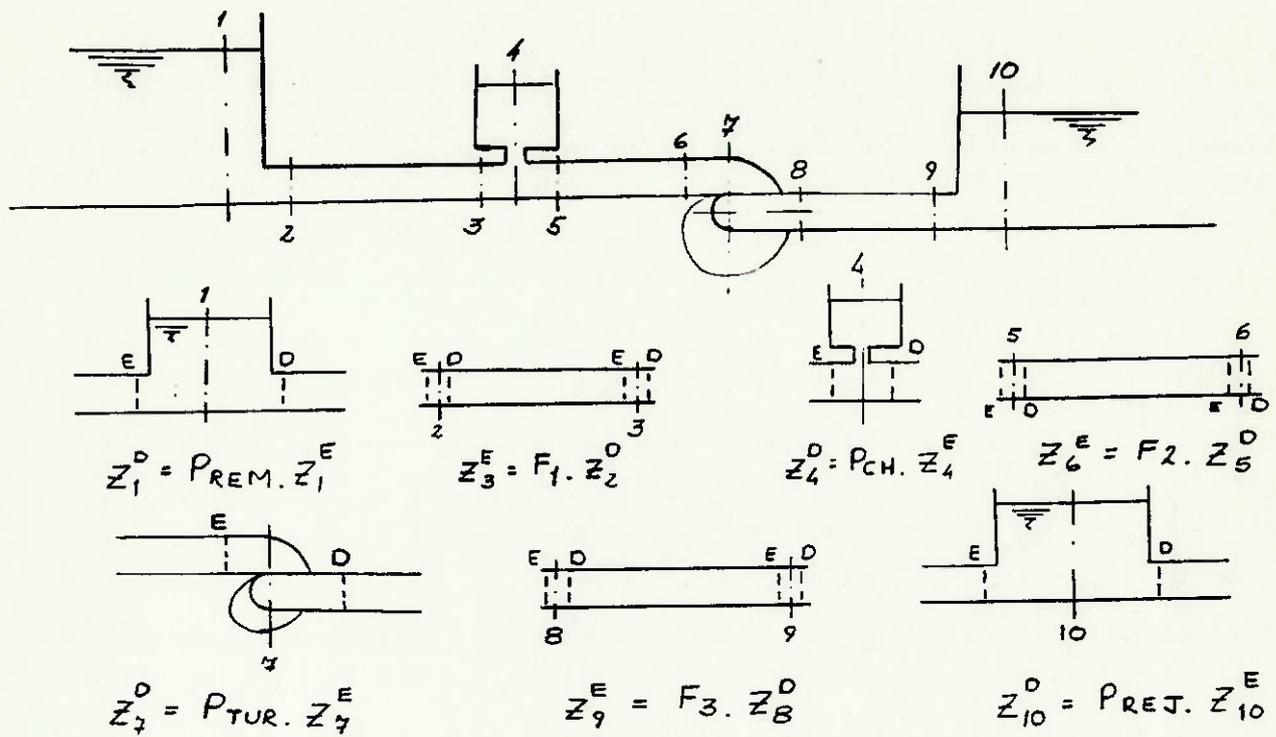


Figura 4.4 Representação física de uma Usina hidrelétrica, mostrando as diversas matrizes de transferência envolvidas.

Tomando então, as matrizes de transferência mostradas na fig. 4.4, podemos realizar as substituições seguintes:

$$\begin{aligned}
 Z1^D &= Z2^E = Z2^D & Z2^D &= P_{REM} \cdot Z1^E \\
 Z3^E &= F1 \cdot Z2^D & Z3^E &= F1 \cdot P_{REM} \cdot Z1^E \\
 Z3^E &= Z3^D = Z4^E & Z4^D &= P_{CH} \cdot F1 \cdot P_{REM} \cdot Z1^E \\
 Z4^D &= Z5^E \cdot Z5^D & Z6^E &= F2 \cdot P_{CH} \cdot F1 \cdot P_{REM} \cdot Z1^E \\
 Z6^E &= Z6^D = Z7^E & Z7^D &= P_{TUR} \cdot F2 \cdot F1 \cdot P_{REM} \cdot Z1^E \\
 Z7^D &= Z8^E = Z8^D & Z9^E &= F3 \cdot P_{TUR} \cdot F2 \cdot P_{CH} \cdot F1 \cdot P_{REM} \cdot Z1^E \\
 Z9^E &= Z9^D = Z10^E & Z10^D &= P_{REJ} \cdot F3 \cdot P_{TUR} \cdot F2 \cdot P_{CH} \cdot F1 \cdot P_{REM} \cdot Z1^E
 \end{aligned}$$

Podemos então escrever que

$$Z10^D = (P_{REJ} \cdot F3 \cdot P_{TUR} \cdot F2 \cdot P_{CH} \cdot F1 \cdot P_{REM}) \cdot Z1^E \quad (4.5)$$

onde reconhecemos então, a Matriz de Transferência global do sistema:

$$U = (\text{PREJ. F3. PTUR. F2. PCE. F1. PREM}) \quad (4.6)$$

#### 4.2.3 MATRIZ DE TRANSFERENCIA DE CAMPO

Esta matriz deve relacionar as variáveis de estado, entre duas secções adjacentes de um tubo, com as seguintes características:

A = área da secção transversal

D = diâmetro interno

f = coeficiente de atrito (Darcy - Weisbach)

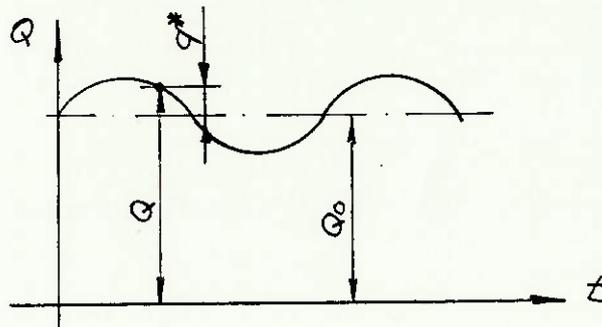


Figura 4.5 Vazão instantânea, média e oscilatória

Como mostrado na fig. 4.5, as variáveis de estado do escoamento, são consideradas como compostas de 3 parcelas, a saber:

- $Q$  e  $H$  = Vazão e carga piezométrica instantâneas
- São as variáveis de estado, medidas em um ponto da instalação, num determinado instante.

-  $Q_0$  e  $H_0$  = Vazão e carga piezométrica médias

São as variáveis de estado, medidas em um ponto da instalação, considerando a condição de regime permanente, ou seja, admitindo-se o escoamento não perturbado.

-  $q^*$  e  $h^*$  = Vazão e carga piezométrica oscilatórias

São as variações das variáveis de estado, em relação as condições de regime permanente.

Para efeito de cálculo, admite-se que " $q^*$ " e " $h^*$ ", possam ser representados por:

$$q^* = \text{Re} [q(x) \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}] \quad (4.7)$$

$$h^* = \text{Re} [h(x) \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}] \quad (4.8)$$

Com isto, admite-se que " $q^*$ " e " $h^*$ ", variam senoidalmente no tempo, o que representa a realidade, ou uma boa aproximação desta, na maioria dos casos de interesse (CHAUDRY [06] JAEGER [17]).

Assim, utilizando-se as equações da Conservação da Massa e da Quantidade do Movimento (Momentum), CHAUDRY obtém a Matriz de Transferência de campo, para o tubo,

$$\begin{bmatrix} \cosh(\mu_i \cdot l_i) & -1/Z_c \cdot \sinh(\mu_i \cdot l_i) \\ -Z_c \cdot \sinh(\mu_i \cdot l_i) & \cosh(\mu_i \cdot l_i) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

com  $\mu_i^2 = -\frac{\omega^2}{a^2} + j \cdot \frac{g \cdot A \cdot \omega \cdot R}{a^2} \quad (4.10)$

onde  $\omega$  = frequência em rad/s

$a$  = celeridade m/s

$j$  =  $\sqrt{-1}$  (imaginário puro)

$g$  = aceleração da gravidade em m/s<sup>2</sup>

$A$  = área da secção transversal em m<sup>2</sup>

$$R = \frac{n \cdot f \cdot Q_0^{n-1}}{2 \cdot g \cdot D \cdot A^n} \quad (4.11)$$

para escoamento turbulento, e

$$R = \frac{32 \cdot \nu}{g \cdot A \cdot D^2} \quad (4.12)$$

para escoamento laminar

onde  $n$  = expoente da velocidade, no termo de perda de carga

$\nu$  = viscosidade cinemática

$l_1$  = comprimento do tubo em m

$Z_c = \frac{\mu_i \cdot \bar{\alpha}_i^2}{j \cdot \omega \cdot g \cdot A_i}$  = impedância característica do tubo (4.13)

Uma simplificação certas vezes utilizada, admite o tubo sem atrito e conduz a,

$$F_i = \begin{bmatrix} \cos(b_i \cdot \omega_i) & -j/C_i \cdot \sin(b_i \cdot \omega_i) \\ -j \cdot C_i \cdot \sin(b_i \cdot \omega_i) & \cos(b_i \cdot \omega_i) \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

onde  $b_i = \frac{l_i}{\bar{\alpha}_i}$

$C_i = \frac{\bar{\alpha}_i}{g \cdot A_i}$  = impedância característica do tubo com  $R=0$

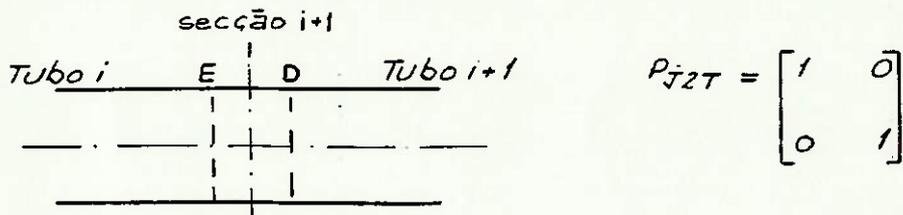
Em outros casos, quando temos  $(w_i \cdot l_i) / a_i \ll 1$ , consideramos o modelo rígido, e descrito por:

$$F_i = \begin{bmatrix} 1 & -g \cdot A_i \cdot l_i \cdot w_j / \bar{a}_i^2 \\ (-l_i \cdot w_j) / g \cdot A_i & 1 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

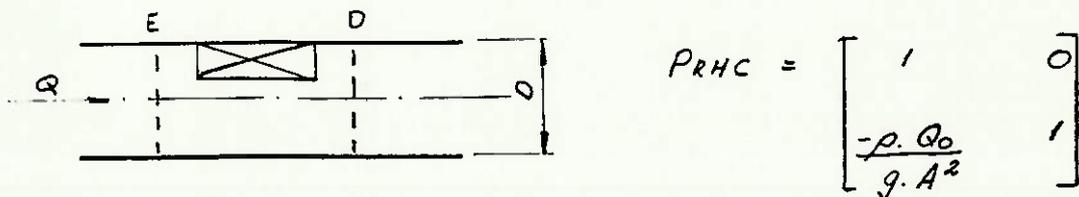
#### 4.2.4 MATRIZ DE TRANSFERENCIA DE PONTO

Sempre que temos uma singularidade, ou um elemento adicional no circuito hidráulico, necessitamos relacionar as variáveis de estado a esquerda e a direita do elemento. Isto se faz possível, através das matrizes de transferência de ponto, algumas das quais são apresentadas a seguir.

##### 4.2.4.1 Junção de dois tubos

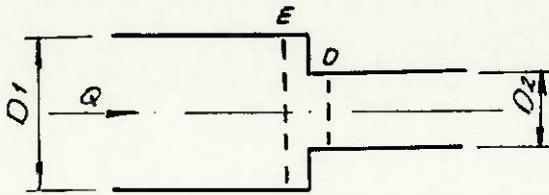


##### 4.2.4.2 Resistência hidráulica concentrada



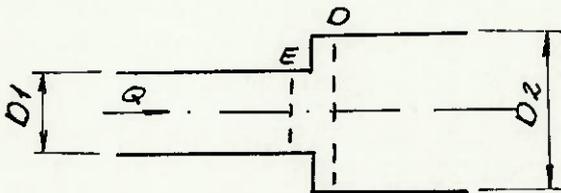
onde  $\rho$  = coeficiente de perda de carga

#### 4.2.4.3 Contração brusca



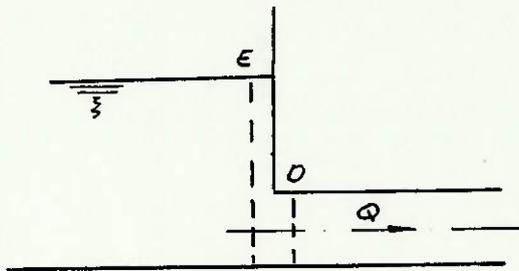
$$P_{CB} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Q_0}{g} \cdot \left( \frac{1}{A_1^2} - \frac{1}{A_2^2} \right) & 1 \end{bmatrix}$$

#### 4.2.4.4 Expansão brusca



$$P_{EB} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Q_0}{g} \cdot \left( \frac{1}{A_1^2} - \frac{1}{A_2^2} \right) & 1 \end{bmatrix}$$

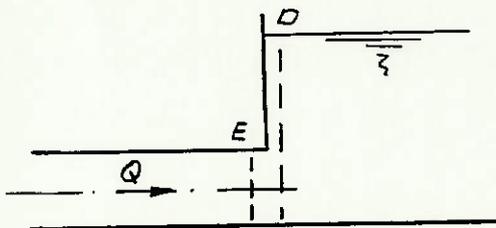
#### 4.2.4.5 Reservatório de montante



$$P_{RM} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{Q_0^2}{A^2 \cdot g} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{OU } P_{RM} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

#### 4.2.4.6 Reservatório de jusante



$$P_{RJ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Q_0^2}{A^2 \cdot g} & 1 \end{bmatrix}$$

#### 4.2.4.7 Válvulas e orifícios

Neste caso, a Matriz de Transferência, é obtida através da Linearização da equação da perda de carga localizada, o que é bastante razoável, no caso em que a perda de carga através da válvula é pequena comparada com a altura estática no ponto.

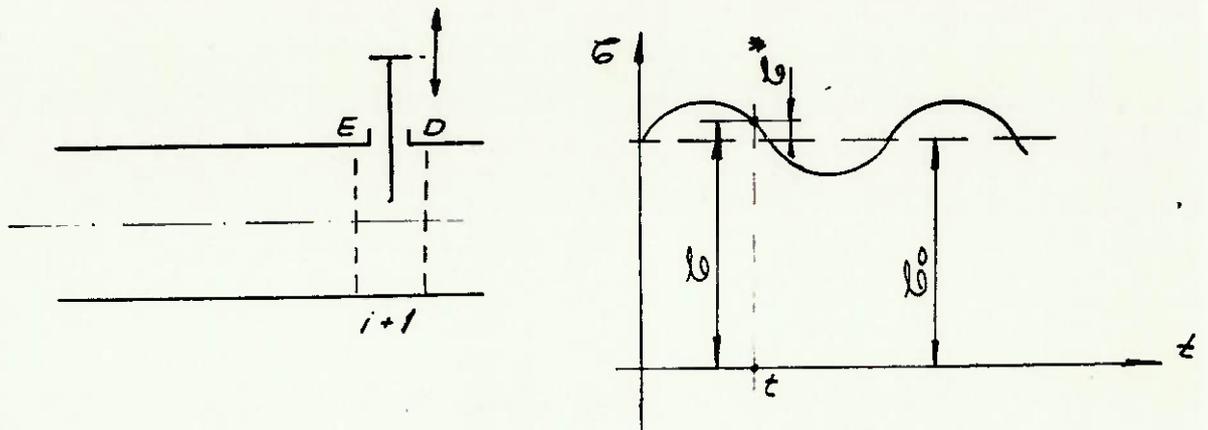


Figura 4.6 Válvula com oscilação senoidal

Assim, considerando a oscilação de uma válvula como mostrada na fig. 4.6, podemos determinar a matriz de transferência de ponto, nos seguintes casos:

a) válvula descarregando na atmosfera

$$P_{VDA} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{2 \cdot H_0}{\rho_0} & 1 & \frac{2 \cdot H_0 \cdot k}{\rho_0} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

onde  $\rho_0 = \frac{(C_d \cdot A_v)_0}{(C_d \cdot A_v)_S}$  = abertura relativa da válvula

$C_d$  = coeficiente de descarga

$A_v$  = área de passagem da válvula

$k$  = amplitude do movimento da válvula

Nota: o índice "S" indica as condições de referência

Cabe salientar que neste caso, fazemos uso do vetor de estado extendido, qual seja,

$$z' = \begin{bmatrix} g \\ h \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

b) Válvula intermediária oscilante

$$P_{VIO} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{2.H_0}{Q_0} & 1 & \frac{2.H_0.K}{E_0} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

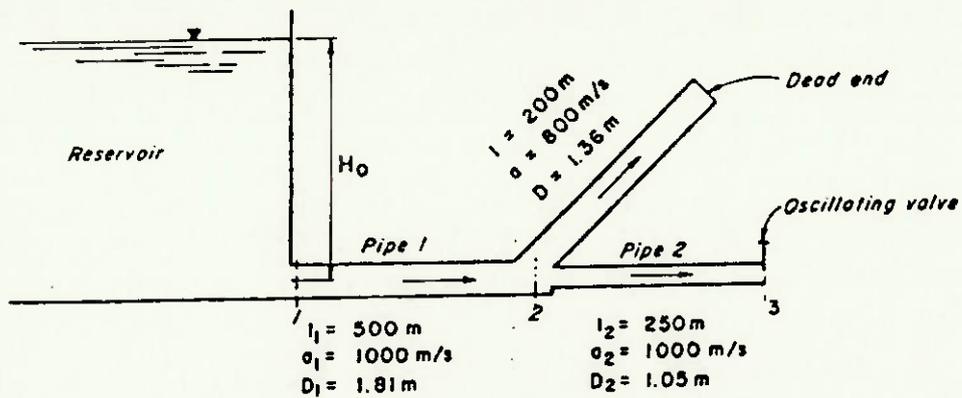
c) Válvula com abertura constante descarregando na atmosfera

$$P_{VAC} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2.\Delta H_0}{Q_0} & 1 \end{bmatrix}$$

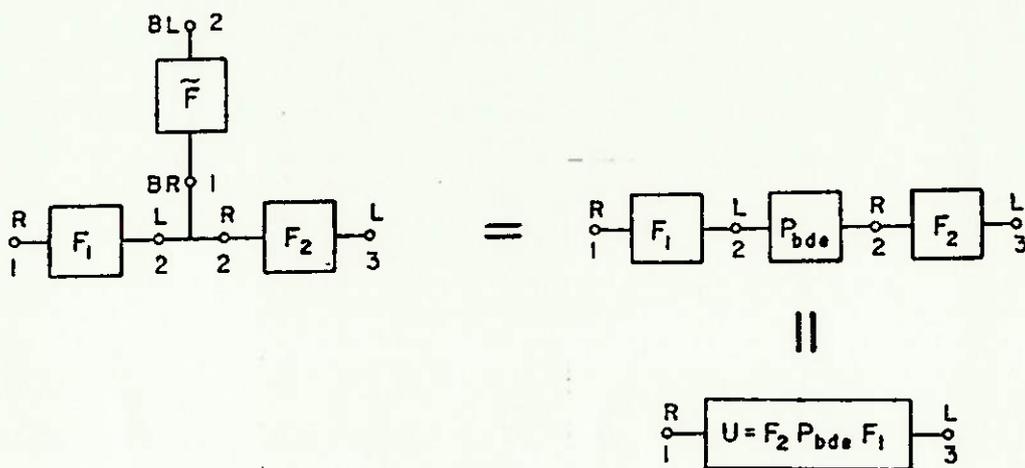
onde  $\Delta H_0$  = perda de carga média através da válvula para a vazão  $Q_0$

#### 4.2.5 RESPOSTA EM FREQUENCIA

A determinação da resposta do sistema, quando submetido a uma excitação senoidal, é feita utilizando-se a Matriz de Transferência global, obtida como descrito anteriormente. Uma excitação com uma função periódica não harmônica, exige a decomposição através de série de Fourier, em várias funções harmônicas. Um exemplo de aplicação do método, proposto por CHAUDRY [06], está mostrado na fig. 4.7, com a resposta para diversas frequências de excitação na fig. 4.8.



a) Sistema hidráulico



b) Diagrama de blocos

Figura 4.7 Exemplo de aplicação do Método da Matriz de transferência [06]

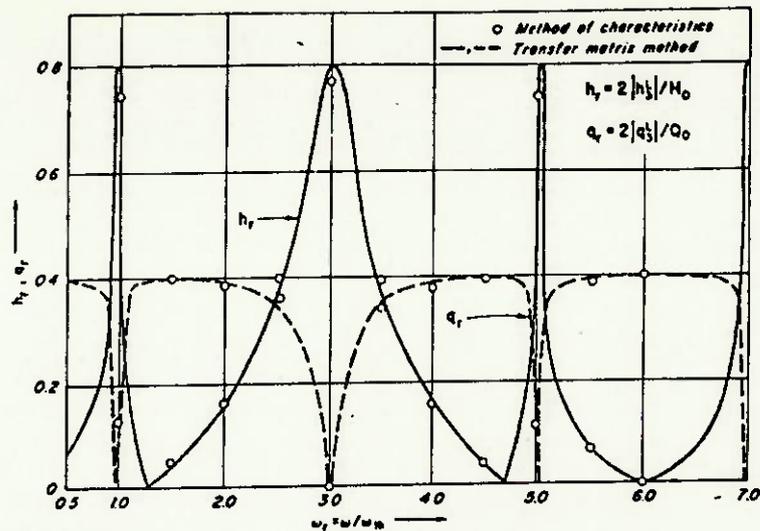


Figura 4.8 Diagrama da resposta em frequência [06]

#### 4.2.6 DETERMINAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS DE RESSONÂNCIA

O não conhecimento, a priori, das funções de excitação a que o sistema é submetido, obriga a análise das frequências e modos próprios de pulsação do sistema. Isto é conseguido, através da análise do sistema não excitado.

Através da substituição de  $S = "iW"$  por  $S = "σ + jw"$  na Matriz de transferência dos diversos elementos do sistema e da aplicação de condições de contorno livres (reservatórios de nível constante, válvulas fechadas, orifícios, etc.), obtemos um sistema com duas equações homogêneas e duas incógnitas.

Para uma solução não trivial, o determinante dos coeficientes destas equações deve ser zero, fato que através da utilização de um método de solução matemático leva as frequências naturais do sistema.

Tomemos, como exemplo, o sistema descrito por:

$$\begin{bmatrix} q^* \\ h^* \end{bmatrix}_{n+1} = \begin{bmatrix} a_{11}(\omega) & a_{12}(\omega) \\ a_{21}(\omega) & a_{22}(\omega) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q^* \\ h^* \end{bmatrix}_1 \quad (4.17)$$

Se impusermos que

$$h_1^* = 0 \quad (\text{reservatório de nível constante})$$

$$h_{n+1}^* = 0 \quad (\text{válvula ou orifício com descarga livre})$$

podemos reescrever a equação 4.17 como

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-a_{11}(\omega)}{a_{12}(\omega)} & \frac{1}{a_{12}(\omega)} \\ a_{21}(\omega) - \frac{a_{11}(\omega) \cdot a_{22}(\omega)}{a_{12}(\omega)} & \frac{a_{22}(\omega)}{a_{12}(\omega)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1^* \\ q_{n+1}^* \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Para que o sistema tenha solução não trivial,

$$\det \begin{bmatrix} \frac{-a_{11}(\omega)}{a_{12}(\omega)} & \frac{1}{a_{12}(\omega)} \\ a_{21}(\omega) - \frac{a_{11}(\omega) \cdot a_{22}(\omega)}{a_{12}(\omega)} & \frac{a_{22}(\omega)}{a_{12}(\omega)} \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$-\frac{a_{22}(\omega)}{a_{12}(\omega)} \cdot \frac{a_{11}(\omega)}{a_{12}(\omega)} - \frac{a_{21}(\omega)}{a_{12}(\omega)} + \frac{a_{11}(\omega) \cdot a_{22}(\omega)}{a_{12}(\omega) \cdot a_{12}(\omega)} = 0 \Rightarrow$$

$$-\frac{a_{21}(\omega)}{a_{12}(\omega)} = 0$$

Supondo-se que  $a_{12}(\omega) \neq 0$  resulta

$$a_{21}(\omega) = 0 \quad (4.19)$$

Outra possibilidade seria considerar

$$h_1^* = 0 \quad (\text{reservatório de nível constante})$$

$$q_{n+1}^* = 0 \quad (\text{válvula fechada})$$

podemos de maneira similar, encontrar

$$\Delta_{11}(w) = 0 \quad (4.20)$$

A solução do problema é encontrada com a determinação do valor da frequência complexa " $\sigma + j.w$ " que resolve a eq. (4.19) ou a eq. (4.20) conforme o caso a ser analisado. Isto pode ser feito através de um método de resolução numérica, ou em casos mais complexos, através de um método gráfico, com a plotagem dos valores de  $a_{11}(w)$  ou  $a_{12}(w)$ , como funções de  $w$ , para a determinação das raízes das equações.

Tomemos como exemplo, o sistema mostrado na fig. 4.9.

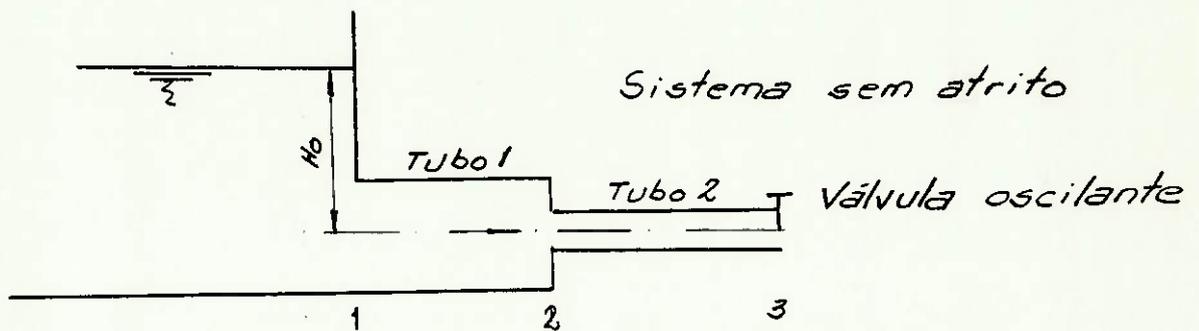


Figura 4.9 Sistema reservatório + conduto com válvula oscilante

Consideremos as matrizes de transferência dos diversos elementos

$$F_1 = \begin{bmatrix} \cos(b_1.w) & -\frac{j}{C_1} \cdot \text{sen}(b_1.w) \\ -j \cdot C_1 \cdot \text{sen}(b_1.w) & \cos(b_1.w) \end{bmatrix}$$

$$P_{J2T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} \cos(b_2.w) & -\frac{j}{C_2} \cdot \text{sen}(b_2.w) \\ -j \cdot C_2 \cdot \text{sen}(b_2.w) & \cos(b_2.w) \end{bmatrix}$$

Podemos então obter a Matriz de transferência global do sistema

$$U = F_2 \cdot P_{T2T} \cdot F_1 = ?$$

$$U = \begin{bmatrix} \cos(b_1 \cdot w) \cdot \cos(b_2 \cdot w) - \frac{\bar{a}_1}{\bar{a}_2} \cdot \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \cdot \sin(b_1 \cdot w) \cdot \sin(b_2 \cdot w) & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{bmatrix}$$

Conforme descrito anteriormente, para

$$h_i^* = 0 \quad (\text{reservatório de nível constante})$$

$$q_{n+1}^* = 0 \quad (\text{flutuação de vazão})$$

obtemos que  $U_{11} = 0$

$$\cos(b_1 \cdot w) \cdot \cos(b_2 \cdot w) - \frac{\bar{a}_1}{\bar{a}_2} \cdot \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \cdot \sin(b_1 \cdot w) \cdot \sin(b_2 \cdot w) = 0 \quad (4.21)$$

Resolvendo a equação (4.21), obtemos as frequências naturais " $\sigma + j \cdot w$ " do sistema.

#### 4.3 MÉTODO DA IMPEDÂNCIA

O conceito da impedância, normalmente ligado a análise de circuitos elétricos, é utilizado por STREETER e WYLIE [39], para formular um processo de análise no domínio da frequência dos fenômenos oscilatórios em circuitos hidráulicos.

##### 4.3.1 IMPEDÂNCIA. DEFINIÇÃO

O conceito da impedância pode ser facilmente apresentado, quando analisamos o circuito elétrico mostrado na fig. 4.10

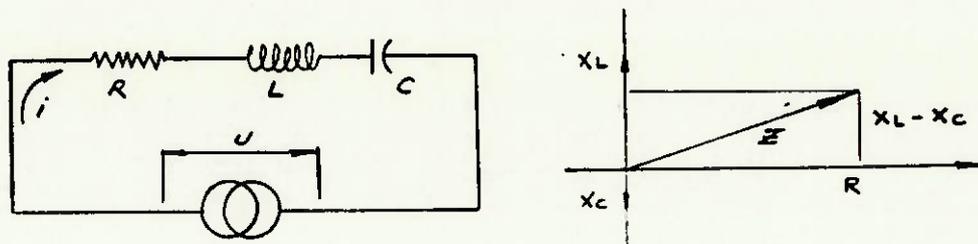


Fig. 4.10 Diagrama mostrando a impedância em um circuito elétrico com R, XL e XC

Neste circuito, podemos identificar

R = resistência  $\Rightarrow$  elemento que limita o fluxo de corrente no circuito

L = indutância  $\Rightarrow$  elemento que se opõe às variações de fluxo de corrente no circuito

C = capacitância  $\Rightarrow$  elemento que possui a capacidade de armazenar energia no circuito

Podemos ainda definir as seguintes variáveis:

$$X_L = 2\pi f L = \text{reatância indutiva [ohms]}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \text{reatância capacitiva [ohms]}$$

Diferentemente dos circuitos de corrente contínua, onde somente a resistência ôhmica dos condutores, "R", se opõe ao deslocamento das cargas elétricas, nos circuitos de corrente alternada, pelo fato de haver oscilação nos valores das grandezas elétricas (correntes e tensões), resulta uma outra oposição ao deslocamento de cargas, chamada Impedância, e definida como a soma vetorial da Resistência ôhmica "R" e das Reatâncias "XL" e "XC", ou seja

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (4.22)$$

Se conhecemos portanto a diferença de potencial, nos polos do gerador (vide fig.4.10), podemos a partir do conhecimento da impedância, determinar a corrente que circula no circuito.

$$I = U/Z \quad (4.23)$$

Portanto, a Impedância pode ser definida como a grandeza que nos indica a corrente que circula em determinado circuito, quando o mesmo é submetido a determinada diferença de potencial.

#### 4.3.2 APLICAÇÃO DO CONCEITO DA IMPEDÂNCIA A CIRCUITOS HIDRAULICOS

WYLIE [39], propôs inicialmente a adaptação do conceito de Impedância, para circuitos hidráulicos, a partir dos conceitos físicos semelhantes envolvidos, ou seja, as relações tensão/corrente elétrica e carga piezométrica/vazão, além das características resistivas, indutivas e capacitivas, dos elementos existentes em ambos os casos. O autor define inicialmente, para um tubo simples, mostrado na fig. 4.11, as variáveis carga piezométrica complexa e vazão complexa, dadas por

$$H(x) = H_u \cdot \cosh(\delta \cdot x) - Z_c \cdot Q_u \cdot \sinh(\delta \cdot x) \quad (4.24)$$

$$Q(x) = -\frac{H_u}{Z_c} \cdot \sinh(\delta \cdot x) + Q_u \cdot \cosh(\delta \cdot x) \quad (4.25)$$

onde  $H_u$  = carga piezométrica em  $X=0$

$Q_u$  = vazão em  $X=0$

$Z_c = \delta/C \cdot S$  = impedância característica

$\delta = \sqrt{C \cdot S \cdot (L \cdot S \cdot R)}$  = constante de propagação

$C = g \cdot A/\alpha^2$  = capacitância

$g$  = aceleração da gravidade

$A$  = área da secção transversal do conduto

$a$  = celeridade no conduto

$s$  = variável de Laplace

$L$  =  $\frac{F}{g.A} =$  termo de inércia

$\beta$  = fator de multiplicação (conf. tabela 4.1)

$R$  = resistência linearizada por unidade de comprimento do conduto

$R = \frac{32.\nu}{g.A.D^2}$  para fluxo laminar

$R = \frac{n.f.Q^{n-1}}{2.g.D.A^n}$  para fluxo turbulento

Número de Reynolds	$\beta$
Fluxo laminar	1,33
2500 (turbulento)	1,113
$10^4$	1,049
$10^5$	1,020
$10^6$	1,012
$\infty$	1,000

Tabela 4.1 Fator de multiplicação " $\beta$ " [39]

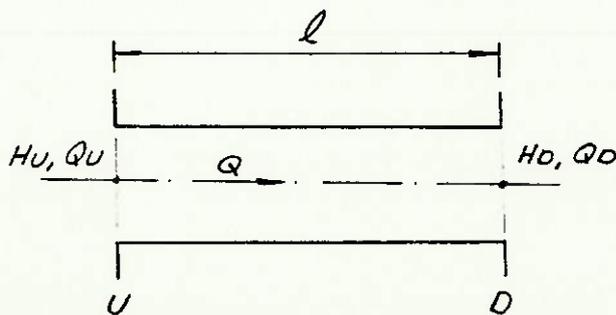


Figura 4.11 Conduto simples: Impedância complexa

As eqs. (4.25) e (4.24) são deduzidas a partir da mesma suposição adotada no item 4.2.3, de variação senoidal da vazão e da carga piezométrica, e através da Linearização do termo de atrito, porém com a introdução do fator de multiplicação "ξ", que tenta levar em conta o fato de que o tratamento da fricção nas paredes do tubo como uma função estática da velocidade principal, subestima a atenuação da onda que ocorre nas frequências moderadas e elevadas. Estas equações são denominadas equações de transferência para vazão e carga piezométrica, e assumem um valor de especial interesse, junto a extremidade do conduto mostrado na fig.4.11, onde temos para x=l,

$$H_D = H_U \cdot \cosh(\delta \cdot l) - Q_U \cdot Z_c \cdot \sinh(\delta \cdot l) \quad (4.26)$$

$$Q_D = \frac{-H_U \cdot \sinh(\delta \cdot l)}{Z_c} + Q_U \cdot \cosh(\delta \cdot l) \quad (4.27)$$

onde  $H_D$  = carga piezométrica em  $x=l$

$Q_D$  = vazão em  $x=l$

$l$  = comprimento total do conduto

e para  $x = 0$

$$H_U = H_D \cdot \cosh(\delta \cdot l) + Q_D \cdot Z_c \cdot \sinh(\delta \cdot l) \quad (4.28)$$

$$Q_U = \frac{H_D \cdot \sinh(\delta \cdot l)}{Z_c} + Q_D \cdot \cosh(\delta \cdot l) \quad (4.29)$$

A impedância hidráulica " $Z(x)$ " em um sistema, é definida então como a razão entre a carga piezométrica complexa e a vazão complexa, em um ponto particular, ou seja,

$$Z(x) = \frac{H(x)}{Q(x)} \quad (4.30)$$

A impedância hidráulica "Z(x)" representa uma função complexa, em uma secção particular do conduto, independente do tempo e útil na análise de sistemas hidráulicos. A função "Z(x)" assume valores de especial interesse, junto às extremidades do conduto, onde podemos obter

$$Z_0 = \frac{Z_U - Z_c \cdot \tanh(\gamma \cdot \ell)}{1 - \left(\frac{Z_U}{Z_c}\right) \cdot \tanh(\gamma \cdot \ell)} \quad (4.31)$$

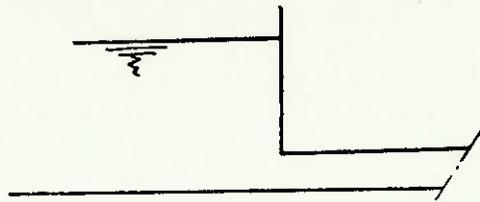
$$Z_U = \frac{Z_0 + Z_c \cdot \tanh(\gamma \cdot \ell)}{1 + \left(\frac{Z_0}{Z_c}\right) \cdot \tanh(\gamma \cdot \ell)} \quad (4.32)$$

A análise de sistemas hidráulicos, através do Método das Impedâncias, envolve o uso das funções complexas Z(x), Q(x) e H(x), de condições de contorno e de equações que representam o comportamento de elementos tais como válvulas, bombas, acumuladores e outros.

O procedimento normalmente utilizado, e descrito por WYLIE [39], consiste em iniciar a formulação a partir de um extremo do sistema, onde se conhece as funções complexas, e através de um "caminho" adotado sobre o sistema, obter as equações no ponto onde estas variáveis são desconhecidas.

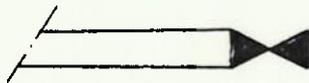
O autor define inicialmente, a impedância hidráulica Z(x), para algumas condições particulares de escoamento, que podem ocorrer na extremidade de um conduto.

### Carga piezométrica constante



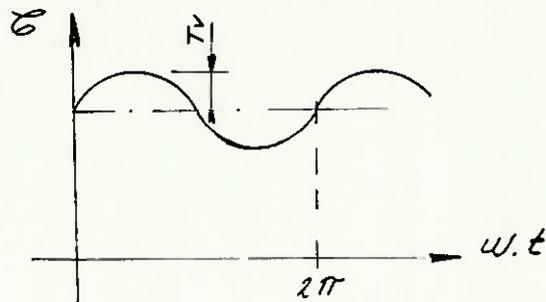
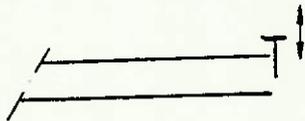
$$ZU = \frac{HU}{QU} = 0 \quad (|HU| = 0)$$

### Vazão constante



$$ZU = \frac{HU}{QU} = \infty \quad (QU = 0)$$

### Válvula oscilatória



- sejam
- (I)  $Q_0 = (C_0 \cdot AG)_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0}$   $\Rightarrow$  vazão com a válvula totalmente aberta
- (II)  $Q = (C_0 \cdot AG) \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$   $\Rightarrow$  vazão em um ponto qualquer

dividindo (I) por (II)

$$Q = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \cdot C \cdot \sqrt{H}$$

onde  $C = \frac{C_0 \cdot AG}{(C_0 \cdot AG)_0}$

Se considerarmos ainda, o ponto de vazão média, no caso de escoamento oscilatório, teremos

$$\bar{Q}_0 = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \cdot \bar{\mathcal{E}} \cdot \sqrt{H_0}$$

Considerando, então, uma variação senoidal do movimento da válvula, ou seja,

$$\mathcal{E} = \text{Re} (T_v \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t})$$

resultará para a impedância hidráulica

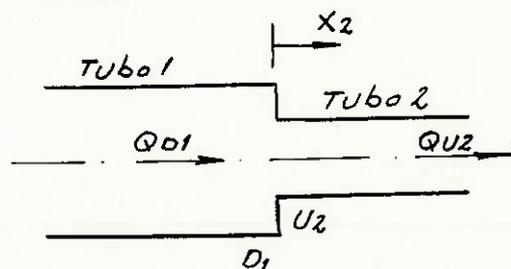
$$Z_V = \frac{H_V}{Q_V} = \frac{2 \cdot \bar{H}_0}{\bar{Q}_0} - \frac{2 \cdot \bar{H}_0}{\bar{\mathcal{E}}} \cdot \frac{T_v}{Q_v}$$

### Orifício



$$Z_V = \frac{H_V}{Q_V} = \frac{2 \cdot \bar{H}_0}{\bar{Q}_0}$$

### Tubos em série



$$Z_{U2} = Z_{O1}$$

$$H_{O1} = H_{U2}$$

Uma primeira aplicação do método pode ser visualizada através do sistema hidráulico simples, mostrado na figura 4.12.

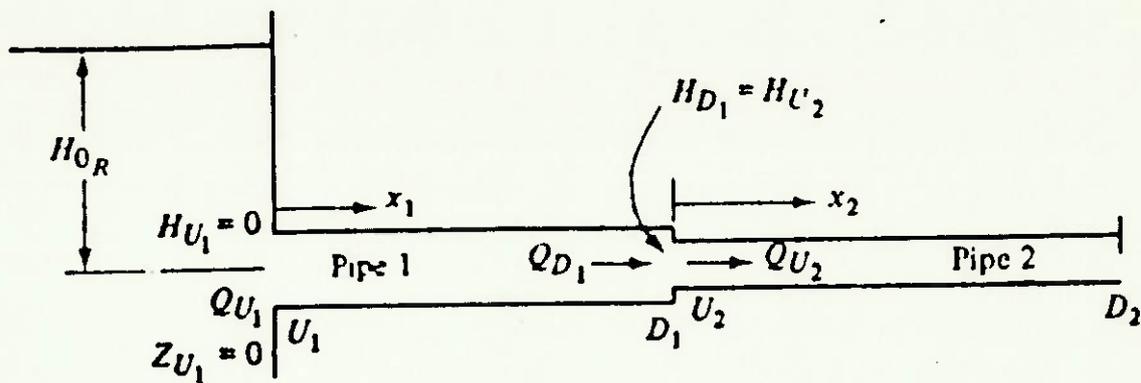


Figura 4.12 Método da Impedância: Exemplo de aplicação com tubos em série [39]

Considerando o reservatório de nível constante teremos que

$$Z_{U_1} = 0$$

Se aplicarmos a equação 4.31, podemos obter  $Z_{D_1}$ , que com o uso da equação para dois tubos em série, nos possibilita encontrar  $Z_{U_2}$ . Com  $Z_{U_2}$  e a aplicação da equação 4.31 para o tubo 2, obtemos finalmente  $Z_{D_2}$ .

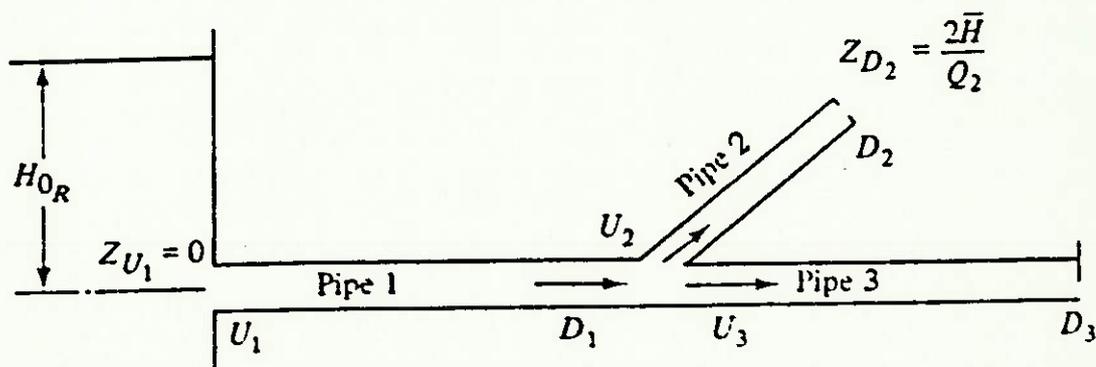


Figura 4.13 Método da Impedância: Exemplo de aplicação com derivação [39]

Para o exemplo da figura 4.13, onde temos uma derivação, o autor supõe que o reservatório tem nível constante e que a vazão no extremo do tubo 2 é conhecida.

Assim,

$$Z_{U1} = 0$$

$$Z_{O2} = \frac{Z \cdot \bar{H}}{Q_2}$$

Se utilizarmos então as equações 4.31 e 4.32, podemos encontrar  $Z_{O1}$  e  $Z_{U2}$ . Para o ponto da derivação, a equação da continuidade obriga

$$H_{U3} = H_{O1} = H_{U2}$$

$$Q_{U3} = Q_{O1} - Q_{U2}$$

de onde obtemos finalmente que

$$Z_{U3} = \frac{Z_{O1} \cdot Z_{U2}}{Z_{U2} - Z_{O1}}$$

Com o valor de  $Z_{U3}$ , a equação 4.31 nos fornece  $Z_{O3}$ .

A impedância " $Z(x)$ ", para outros elementos tais como bombas, acumuladores e outros, é obtida através da análise do seu comportamento dinâmico, sistemática válida também para sistemas especiais tais como tubulações em paralelo.

### 4.3.3 FREQUENCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAR

Se considerarmos, um ponto particular do sistema hidráulico, com escoamento oscilatório e uma variação senoidal das variáveis de interesse, podemos escrever

$$h^*(x,t) = H(x) \cdot e^{st} \quad (4.33)$$

$$q^*(x,t) = Q(x) \cdot e^{st} \quad (4.34)$$

Substituindo então  $s = j \cdot \omega$  por  $s = \sigma + j \cdot \omega$ , teremos

$$h^*(x,t) = H(x) \cdot e^{\sigma t} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \quad (4.35)$$

$$q^*(x,t) = Q(x) \cdot e^{\sigma t} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \quad (4.36)$$

O comportamento do sistema hidráulico, pode então ser definido pelo sinal da variável " $\sigma$ ". Em sistemas estáveis, " $\sigma$ " é negativo e a oscilação decai exponencialmente no tempo.

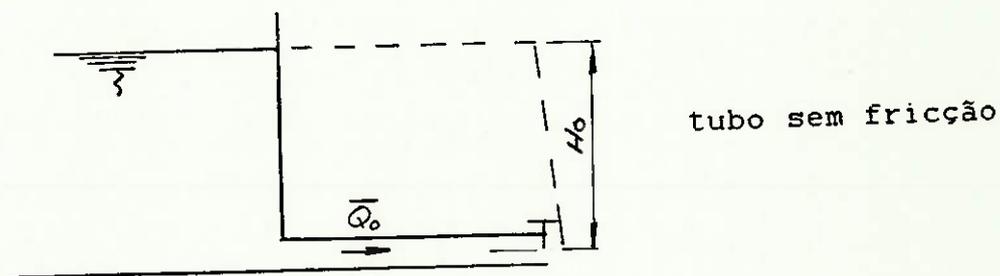


Figura 4.14 Exemplo de aplicação do Método das Impedâncias

Considerando o exemplo da fig. 4.14, admitindo-se a existência de um escoamento oscilatório, temos que

$$H_0 = H_U \cdot \cosh(\delta \cdot l) - Z_c \cdot Q_U \cdot \sinh(\delta \cdot l) \quad (4.37)$$

$$Q_0 = -\frac{H_U}{Z_c} \cdot \sinh(\delta \cdot l) + Q_U \cdot \cosh(\delta \cdot l) \quad (4.38)$$

$$Z_V = \frac{H_V}{Q_V} = 2 \cdot \frac{\bar{H}_0}{Q_0} \quad (4.39)$$

$$H_U = 0 \quad (4.40)$$

Combinando estas equações, teremos então

$$Q_U \cdot [Z_V \cdot \cosh(\delta \cdot l) + Z_c \cdot \sinh(\delta \cdot l)] = 0$$

Sabendo que  $Q_U \neq 0$ , a quantidade entre parenteses deve ser igualada a zero. Com isto e a introdução da forma exponencial das equações hiperbólicas, resulta

$$e^{2 \cdot \delta \cdot l} \cdot (Z_c + Z_V) + (Z_V - Z_c) = 0$$

Para o sistema sem atrito,

$$\delta = \frac{s}{B} = \frac{\sigma}{B} + \frac{j \cdot \omega}{B} \quad \text{e} \quad Z_c = \frac{\sigma}{g \cdot A}$$

resulta após substituição

$$e^{2 \cdot \delta \cdot l} \cdot e^{\frac{2 \cdot l \cdot \omega \cdot j}{\sigma}} \cdot \left( \frac{\sigma}{g \cdot A} + Z_V \right) + \left( Z_V - \frac{\sigma}{g \cdot A} \right) = 0$$

A parte imaginária igualada a zero, fornece

$$\omega = \frac{n \cdot \pi \cdot a}{2 \cdot l} \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

e a parte real,

$$\sigma = \frac{a}{2 \cdot l} \cdot \ln \left[ (-1)^n \cdot \frac{(z_c - z_v)}{(z_c + z_v)} \right]$$

Podemos então, definir duas situações

$$\text{quando } z_v > z_c \left\{ \begin{array}{l} \sigma = \frac{a}{2 \cdot l} \cdot \ln \frac{(z_c - z_v)}{(z_v + z_c)} \\ \omega = \frac{n \cdot \pi \cdot a}{2 \cdot l} \quad n = 1, 3, 5 \dots \end{array} \right.$$

$$\text{quando } z_v < z_c \left\{ \begin{array}{l} \sigma = \frac{a}{2 \cdot l} \cdot \ln \frac{(z_c - z_v)}{(z_c + z_v)} \\ \omega = \frac{n \cdot \pi \cdot a}{2 \cdot l} \quad n = 2, 4, 6 \dots \end{array} \right.$$

O primeiro caso, representa os harmônicos ímpares quando o orifício apresenta uma resposta similar a uma extremidade fechada. O segundo caso representa os harmônicos pares, com uma resposta similar aquela obtida com um reservatório.

Um exemplo numérico proposto por WYLIE [39], está mostrado na fig. 4.15 a.

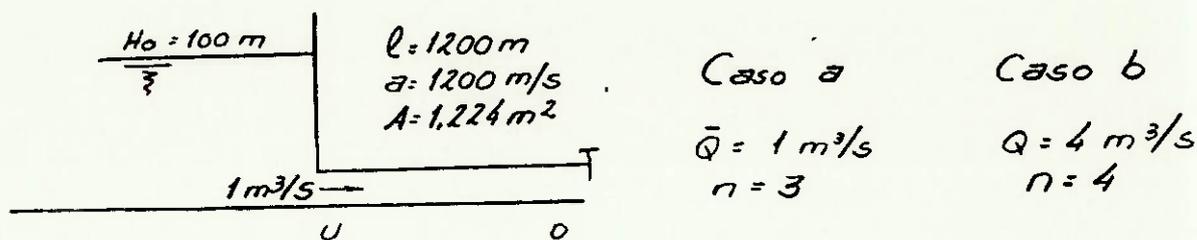


Figura 4.15 a) Exemplo de aplicação do Método das Impedâncias

O autor obtém para o caso "a", com auxílio das equações 4.24 e 4.25,

$$|H(x)| = |Q_0 \cdot Z_c| \cdot \left[ \cos^2\left(\frac{\omega \cdot x}{a}\right) \sinh^2\left(\frac{\sigma \cdot x}{a}\right) + \sin^2\left(\frac{\omega \cdot x}{a}\right) \cdot \cosh^2\left(\frac{\sigma \cdot x}{a}\right) \right]^{1/2}$$

$$|Q(x)| = |Q_0| \cdot \left[ \cos^2\left(\frac{\omega \cdot x}{a}\right) \cdot \cosh^2\left(\frac{\sigma \cdot x}{a}\right) + \sin^2\left(\frac{\omega \cdot x}{a}\right) \cdot \sinh^2\left(\frac{\sigma \cdot x}{a}\right) \right]^{1/2}$$

Estes resultados e aqueles obtidos de maneira similar para o caso "b", estão mostrados na fig. 4.15 b.

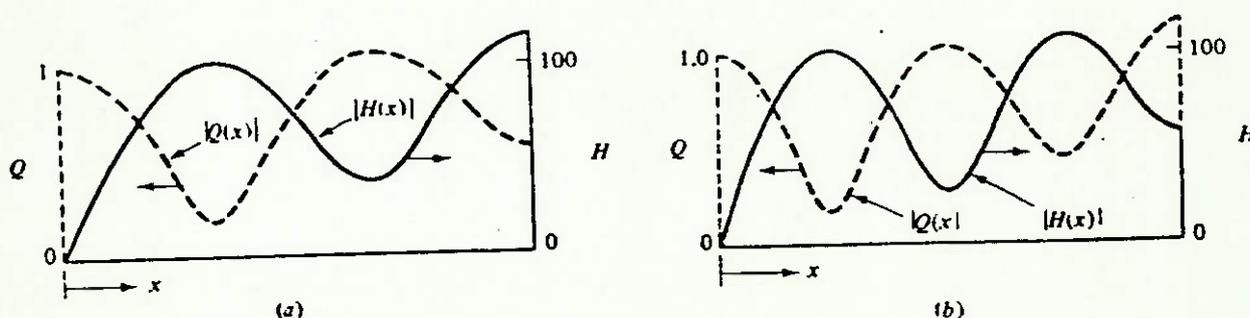


Figura 4.15 b) Modos de vibrar do exemplo da figura 4.15 a.

Cabe salientar, que em sistemas com atrito, ou formados por mais elementos, a solução direta obtida no exemplo, não é possível. Nestes casos deve-se utilizar métodos iterativos para a determinação das frequências complexas e dos modos de vibrar do sistema. WYLIE [39] apresenta alguns casos de sistemas compostos, com sugestões de rotinas de cálculo a serem empregadas.

#### 4.4 MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS

Este método normalmente utilizado para análise de transientes hidráulicos, permite a determinação das variáveis de interesse, carga piezométrica e vazão, ao longo do tempo e em cada ponto da instalação hidráulica, estando o mesmo sujeito a uma determinada perturbação. O método permite implementações computacionais poderosas e possibilita a resolução sem linearizações, o que o torna válido tanto para pequenas como para grandes perturbações.

##### 4.4.1 RETAS CARACTERÍSTICAS. DEFINIÇÕES

As equações da conservação da massa e da quantidade de movimento, quando aplicadas ao escoamento de um fluido em um conduto elástico cilíndrico ou cônico sem grandes deformações, fornecem um sistema de equações diferenciais a derivadas parciais, hiperbólico, "quase linear" dado por:

$$\frac{\partial H(x,t)}{\partial t} + V(x,t) \cdot \frac{\partial H(x,t)}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \cdot \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (4.41)$$

$$g \cdot \frac{\partial H(x,t)}{\partial x} + V(x,t) \cdot \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial V(x,t)}{\partial t} + \frac{f \cdot V(x,t) \cdot |V(x,t)|}{2 \cdot D(x)} = 0 \quad (4.42)$$

onde:  $x$  = distância ao longo do eixo do conduto (variável independente)

$t$  = tempo (variável independente)

$H(x,t)$  = carga piezométrica (variável dependente)

$V(x,t)$  = velocidade (variável dependente)

$f$  = coeficiente de perda de carga

$D$  = diâmetro

$a$  = celeridade

Os termos convectivos, dados por

$$V(x,t) \cdot \frac{\partial H(x,t)}{\partial x} \quad (4.43)$$

$$V(x,t) \cdot \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} \quad (4.44)$$

não representam parcelas significativas e podem ser desprezadas pois admite-se que em regime permanente, o tubo possui secção constante, independente da carga a que está submetido KOELLE [22].

Assim as equações (4.41) e (4.42) podem ser reescritas como

$$g.A. \frac{\partial H(x,t)}{\partial t} + \sigma^2 \cdot \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (4.45)$$

$$g.A. \frac{\partial H(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} + \frac{f}{2 \cdot D(x) \cdot A(x)} \cdot Q(x,t) \cdot |Q(x,t)| = 0 \quad (4.46)$$

onde  $Q(x,t)$  = vazão (variável independente)

Simplificadamente, podemos definir

$$L_1 = \frac{\partial Q}{\partial t} + g.A. \frac{\partial H}{\partial x} + R \cdot Q \cdot |Q| = 0 \quad (4.47)$$

$$L_2 = \sigma^2 \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} + g.A. \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (4.48)$$

onde  $R = \frac{f}{2 \cdot D \cdot A}$

Seja então, a combinação linear das equações (4.47) e (4.48), com a utilização do multiplicador incógnito  $\lambda$  de Lagrange

$$L = L_1 + \lambda \cdot L_2 \quad (4.49)$$

Substituindo as equações (4.47) e (4.48) em (4.49), resulta

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \lambda \cdot a^2 \cdot \frac{\partial Q}{\partial x}\right) + \lambda \cdot g \cdot A \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\partial H}{\partial x}\right) + R \cdot Q \cdot |Q| = 0 \quad (4.50)$$

com  $H = H(x, t)$  e  $Q = Q(x, t)$ , as derivadas totais podem ser escritas

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (4.51)$$

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (4.52)$$

Definimos então, o multiplicador incógnito de Lagrange, como sendo

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{dx}{dt} = \lambda \cdot a^2 \quad (4.53)$$

ou seja

$$\lambda = \pm \frac{1}{a} \quad (4.54)$$

Assim, com o auxílio das equações (4.51) e (4.52), a equação (4.50) pode ser reescrita como

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{g \cdot A}{a} \cdot \frac{dH}{dt} + R \cdot Q \cdot |Q| = 0 \quad (4.55)$$

quando tivermos

$$\frac{dx}{dt} = a \quad (4.56)$$

ou

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{g \cdot A}{a} \cdot \frac{dH}{dt} + R \cdot Q \cdot |Q| = 0 \quad (4.57)$$

quando tivermos

$$\frac{dx}{dt} = -a \quad (4.58)$$

Desta forma, impondo as relações dadas pelas equações (4.56) e (4.58), nós eliminamos a variável independente "x" nas equações (4.55) e (4.57), e convertemos o sistema de equações diferenciais parciais em um sistema de quatro equações diferenciais ordinárias, válidas duas a duas

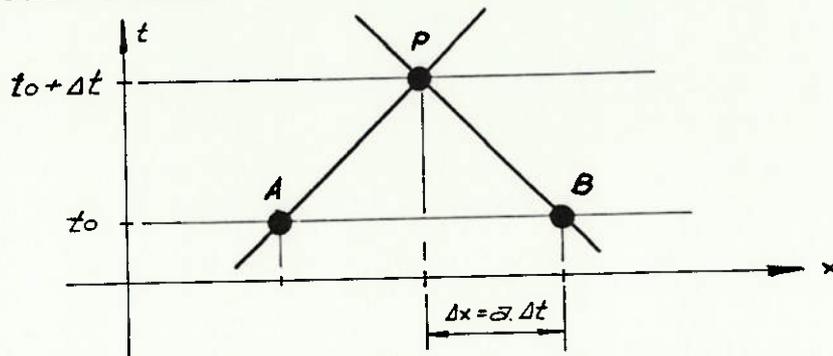
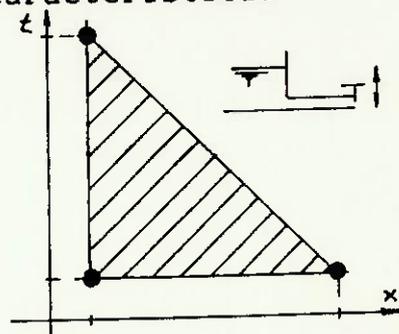
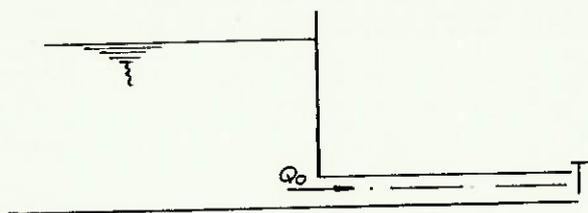


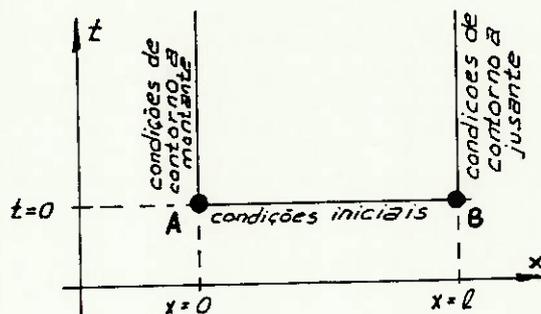
Figura 4.16 Retas Características no plano (x , t)

O preço pago nesta transformação, fica claro quando observamos a fig. 4.16. Enquanto a equação (4.50) é válida em todo o plano (x,t), a equação (4.55) só é válida sobre a reta definida pela equação (4.56) e a equação (4.57) só é válida sobre a reta definida pela equação (4.58). As equações (4.56) e (4.58) definem as chamadas "Retas características", que representam um caminho sobre o plano (x,t), onde temos uma equação com as duas variáveis de interesse vazão e carga piezométrica.

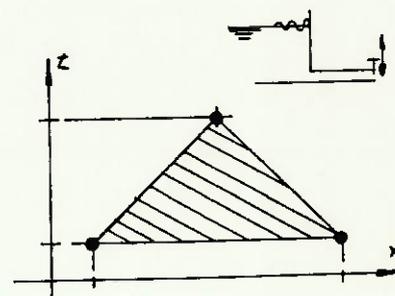
CHAUDRY [06] propõe o exemplo mostrado na figura 4.17, para compreensão do significado físico das Retas características.



b) Excitação a jusante



a) conduto simples



c) Excitação a montante e a jusante

Figura 4.17 Regiões de validade das Retas Características

A fig. 4.17 a) mostra a região de validade das Retas características com as condições de contorno impostas pelos componentes nas extremidades do conduto.

Supondo que a válvula a jusante, fosse fechada instantaneamente, a velocidade do fluido, seria reduzida a zero nas proximidades da válvula, e assim todo o fluido, numa onda que caminha na direção do reservatório com velocidade igual a "a".

A fig. 4.17 b) mostra que a Reta característica define no plano (x,t) uma região que não é afetada, ou seja, não "vê" a perturbação provocada pelo fechamento da válvula.

De maneira similar, a fig. 4.17 c mostra a região não afetada, no caso de perturbações simultâneas a jusante e a montante do conduto.

Assim podemos concluir, que estas Retas características representam no plano  $(x,t)$ , o caminho percorrido pelas perturbações iniciadas em algum ponto do sistema.

#### 4.4.2 INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES BÁSICAS

Consideramos a fig. 4.18 onde admitimos conhecidas as variáveis de interesse, vazão e carga piezométrica, no instante " $t-\Delta t$ ", e desejamos determinar estas variáveis no instante " $t$ ".

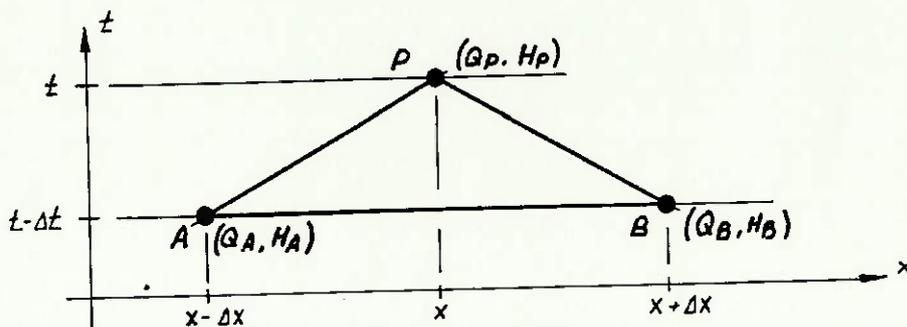


Figura 4.18 Variáveis de interesse no plano  $(x,t)$

Multiplicando o lado esquerdo da equação (4.55) por " $dt$ " e integrando, obtemos

$$\int_A^P dQ + \frac{g \cdot A}{g} \int_A^P dH + R \cdot \int_A^P Q \cdot |Q| \cdot dt = 0 \quad (4.59)$$

Os dois primeiros termos da equação podem ser facilmente estimados. O termo de atrito, no entanto, exige uma aproximação, que tem sido feita usualmente, das seguintes maneiras:

$$R \cdot \int_A^P Q \cdot |Q| \cdot dt = R \cdot Q_A \cdot |Q_A| \cdot \Delta t \quad (4.60)$$

$$R \cdot \int_A^P Q \cdot |Q| \cdot dt = R \cdot Q_P \cdot |Q_P| \cdot \Delta t \quad (4.61)$$

$$R \cdot \int_A^P Q \cdot |Q| \cdot dt = \frac{R \cdot \Delta t}{2} \cdot [Q_A \cdot |Q_A| + Q_P \cdot |Q_P|] \quad (4.62)$$

$$R \cdot \int_A^P Q \cdot |Q| \cdot dt = R \cdot \Delta t \cdot \frac{(Q_A + Q_P)}{2} \cdot \frac{|Q_A + Q_P|}{2} \quad (4.63)$$

CHAUDRY [06] apresenta os resultados da análise de estabilidade, realizados para um sistema onde foram modificados os parâmetros da instalação e verificada a validade da utilização de cada uma destas aproximações. Os resultados desta pesquisa estão mostrados na tabela 4,2 onde

$$CR = \frac{f \cdot \Delta Q \cdot \Delta t}{4 \cdot D \cdot A}$$

Aproximação	Validade para
Aproximação de 1ª ordem (4.60)	CR ≤ 0,5
Aproximação de 2ª ordem (4.62)	CR ≤ 0,79
Aproximação de 2ª ordem (4.63)	CR ≤ 0,56
Aproximação Linear (4.61)	CR qualquer

Tabela 4.2 Análise da validade das aproximações do termo de atrito [06]

Podemos então reescrever a equação (4.59) fazendo uso da aproximação linear para o termo de atrito, na forma

$$Q_p - Q_A + \frac{g \cdot A}{\sigma} \cdot (H_p - H_A) + R \cdot \Delta t \cdot |Q_A| \cdot Q_p = 0 \quad (4.64)$$

De maneira similar, para a equação (4.57) obtemos

$$Q_p - Q_B - \frac{g \cdot A}{\sigma} \cdot (H_p - H_B) + R \cdot \Delta t \cdot |Q_B| \cdot Q_p = 0 \quad (4.65)$$

Combinando então, as variáveis conhecidas, podemos escrever

$$H_p = (H_A + B \cdot Q_A) - (B + R \cdot |Q_A|) \cdot Q_p \quad (4.66)$$

$$H_p = (H_B + B \cdot Q_B) + (B + R \cdot |Q_B|) \cdot Q_p \quad (4.67)$$

onde  $B = \sigma / g \cdot A$

$$R = \frac{f \cdot \Delta x}{2 \cdot g \cdot D \cdot A^2}$$

$$\Delta x = \sigma \cdot \Delta t$$

Os valores com índices "A" e "B" são conhecidos no instante " $t - \Delta t$ ", e desta forma, o par de equações (4.66) e (4.67) permite determinar os valores ( $H_p, Q_p$ ) em qualquer ponto "p" no plano (x,t), isto é, em qualquer posição "x" do conduto e em qualquer instante "t". Este procedimento está mostrado na figura 4.19, onde fica clara a "Malha regular de cálculo", com as variáveis de interesse conhecidas no instante " $t - \Delta t$ ", ( $H_A, Q_A$ ) e ( $H_B, Q_B$ ), e aquelas a serem determinadas no instante "t" ( $H_p, Q_p$ ), para um secção genérica "X".

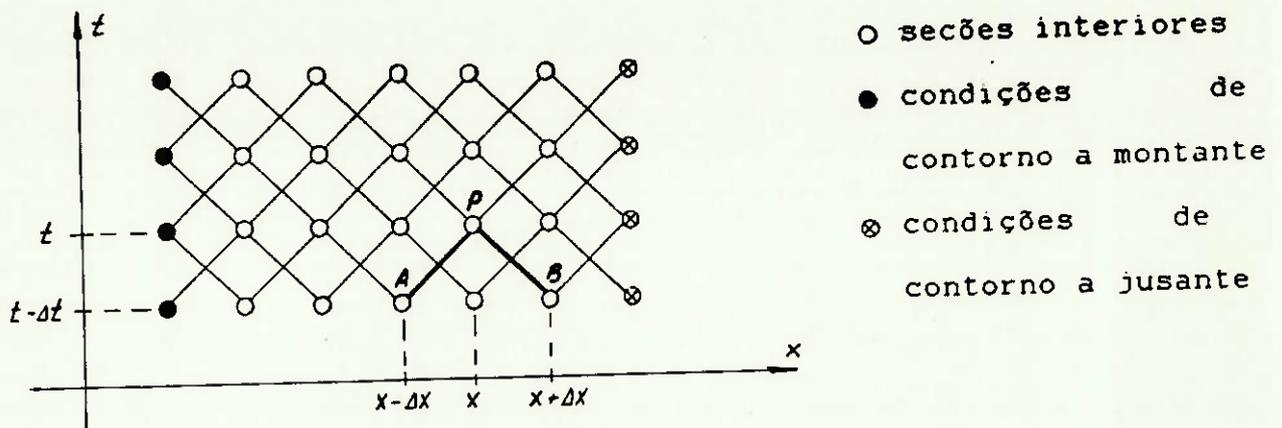
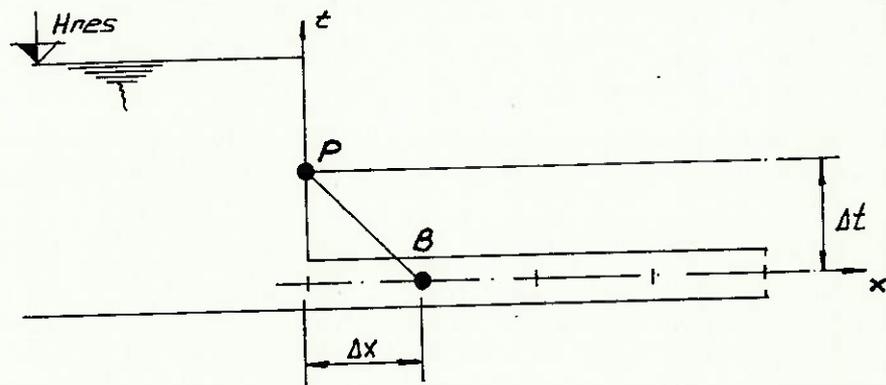


Figura 4.19 Esquema de cálculo para um conduto simples (Método das características)

Os pontos extremos do conduto, necessitam de uma condição de contorno que juntamente com a equação "à esquerda" (equação 4.66) ou com a equação "à direita" (equação 4.67) possibilitem o cálculo das variáveis de interesse nos mesmos.

Esta relação está mostrada na fig. 4.20, para o caso de um reservatório de nível constante



$$\begin{cases} H_p = (H_B - B \cdot Q_B) + (B + R \cdot 10B1) \cdot Q_p \\ H_p = H_{res} \end{cases}$$

Figura 4.20 Condição de contorno para reservatório de montante

As equações para outras condições de contorno para elementos tais como válvulas, chaminés de equilíbrio, etc., são desenvolvidas a partir das equações características de cada um, sem necessidade de Linearização. Estas equações para alguns componentes são apresentadas no capítulo 5.

Um último ponto a destacar, no que diz respeito ao Método das Características, refere-se a importância da escolha correta dos valores de " $\Delta t$ " (intervalo de tempo) e " $N$ " (número de divisões do conduto), para garantia das condições de convergência do processo de cálculo.

O esquema de cálculo é dito estável se os erros decaem com o tempo. A condição de "Courant-Friedrich-Lewy", impõe que o esquema de diferenças finitas apresentado, será estável quando

$$\Delta x \geq c \cdot \Delta t \quad (4.68)$$

Isto implica que as Retas características pelo ponto "P" devem interceptar a linha AB entre AC e CB, como mostrado na figura 4.21.

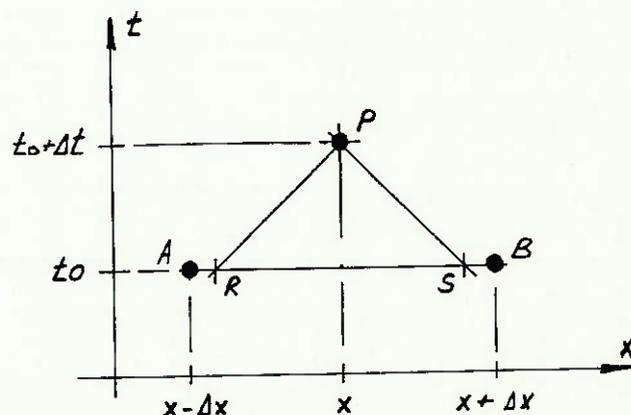


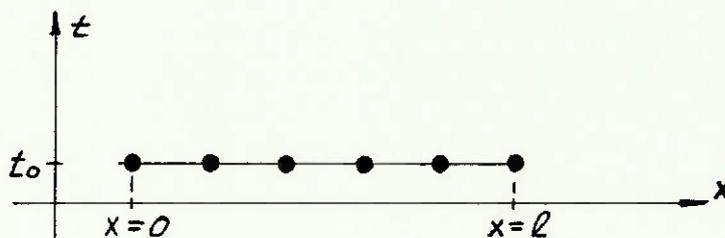
Figura 4.21 Condição de "Courant-Friedrich-Lewy"

#### 4.4.3 ESQUEMA DE CALCULO

O método das características possibilita a determinação das variáveis de interesse, ao longo do tempo, em um sistema hidráulico, considerando o mesmo sujeito a perturbações, oscilações de carga, manobras em componentes, etc. A solução do problema é feita através dos seguintes passos:

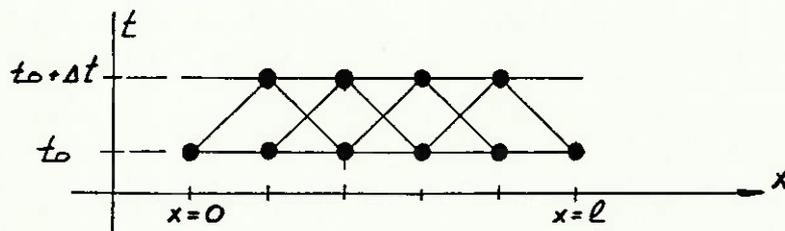
- Condições iniciais do escoamento

Determina-se os valores de  $Q$  (vazão) e  $H$  (carga piezométrica), em todos os pontos da instalação hidráulica, no instante inicial.



- Pontos interiores dos tubos

Com as equações (4.66) e (4.67) determina-se o valor das variáveis de interesse, no instante " $t_0 + \Delta t$ ", em todos os pontos interiores de tubos.



- Pontos extremos dos tubos

Com uma das equações (4.66) ou (4.67), e uma equação de contorno, ditada pelo elemento ligado ao tubo, determina-se as condições nos extremos do tubo.

Conhecidos então vazão e carga piezométrica em todos os pontos da instalação, o processo é repetido com o incremento de " $\Delta t$ ", até que seja atingido o tempo final estipulado para o cálculo.

#### 4.4.4 APLICAÇÃO A FENÔMENOS OSCILATÓRIOS

Para análise de fenômenos oscilatórios, o sistema hidráulico é submetido a uma perturbação, com uma frequência estipulada " $\omega$ ", e o seu comportamento é determinado no tempo, até que ocorra a estabilização das variáveis de interesse, ou até que se caracterize a condição de ressonância.

Variando-se o valor de " $\omega$ ", a repetição do processo aliada à análise dos valores de cargas máxima e mínima atingidos com cada frequência, obtém-se as frequências naturais do sistema. Um exemplo de aplicação deste método, proposto por KOELLE [01], está mostrado na figura 4.22, com os resultados obtidos na figura 4.23.

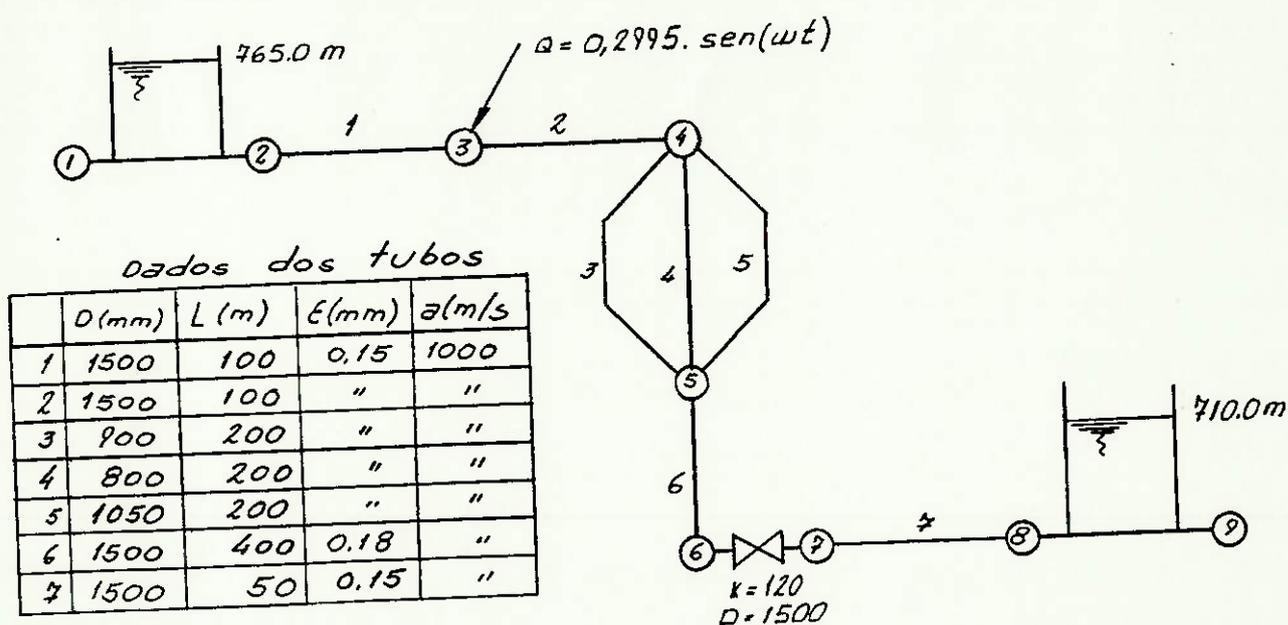
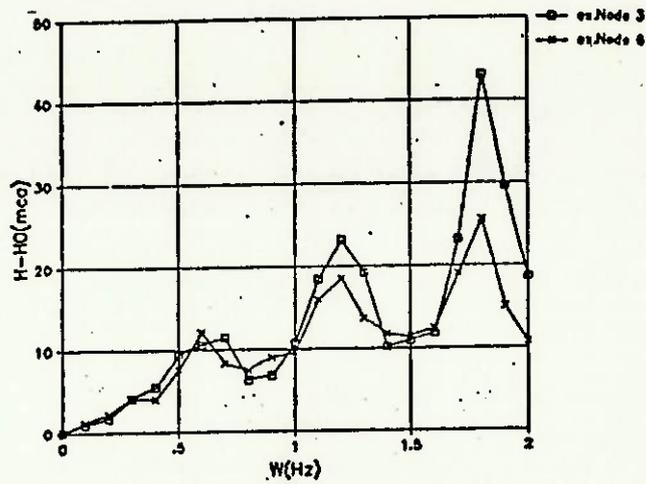
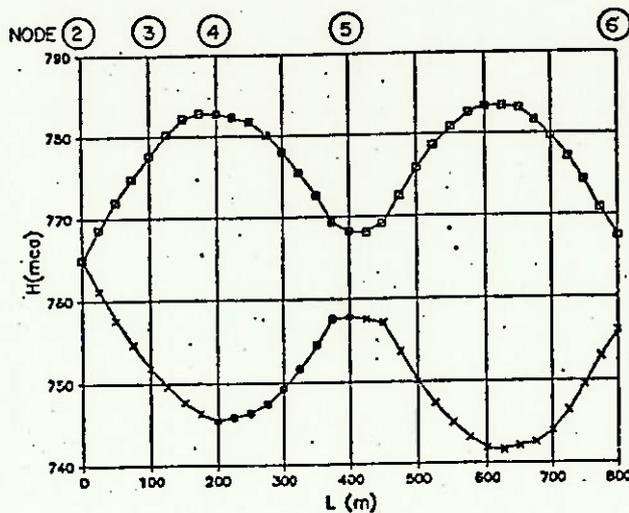


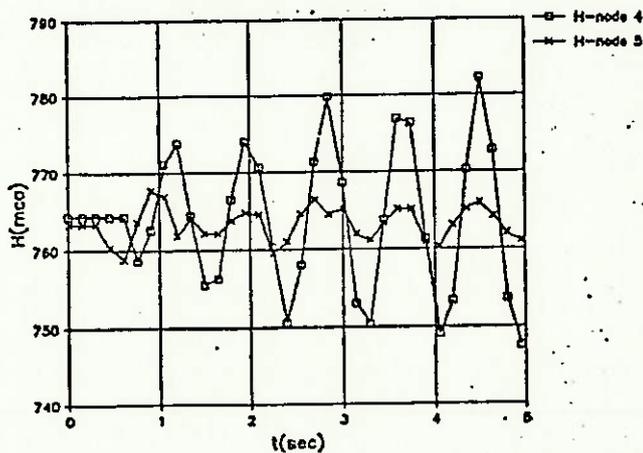
Figura 4.22. Representação morfológica de uma instalação típica [01]



Frequency analysis



Max, Min head's on various pipes for the harmonic with  $f = 1.2$  Hz.



Head's at node's (4) and (5).

Figura 4.23 Resultados obtidos na análise de fenômenos oscilatórios da instalação da figura 4.22

#### 4.5 ANÁLISE CRÍTICA

A análise comparativa entre os processos de cálculo apresentados: de análise no domínio do tempo e de análise no domínio da frequência, nos permite obter algumas conclusões evidentes:

- a determinação das condições iniciais do escoamento, exige a utilização de um método de análise no domínio do tempo.
- a linearização das equações características de determinados elementos, tais como válvulas, máquinas hidráulicas, etc., imposta pelos métodos de análise no domínio da frequência, limitam a utilização destes métodos a sistemas sujeitos a pequenas perturbações.
- a linearização do termo de atrito, imposta por estes métodos, influencia o resultado da análise, principalmente quando consideramos a característica do termo de atrito, variável com as condições do escoamento, e responsável pelas condições de atenuação ou amplificação das oscilações de carga no sistema.
- o tempo computacional envolvido na análise no domínio do tempo, é claramente menos significativo, em termos econômicos, quando comparado com o tempo de engenharia gasto na preparação das matrizes de transferência ou levantamento das impedâncias, em sistemas mais complexos.

- a análise no domínio do tempo, permite a determinação do comportamento da instalação, quando sujeita a mais do que uma perturbação, e levando em conta a influência mútua entre os diversos componentes do sistema, como mostrado no exemplo da figura 4.24.

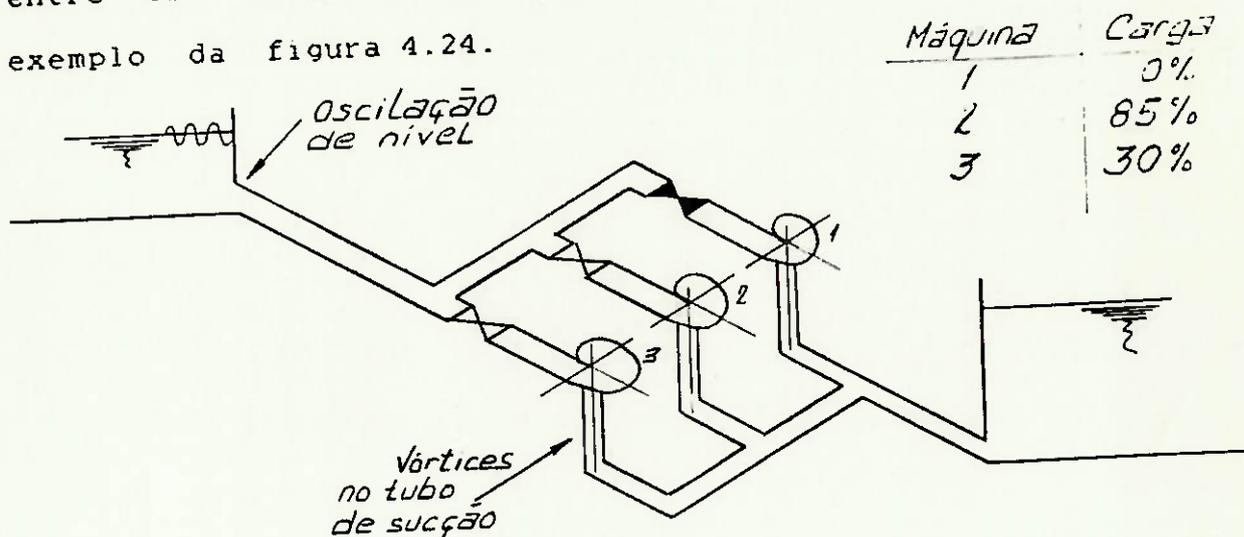


Figura 4.24 Exemplo de sistema com vários componentes e múltiplas perturbações

- as equações a serem resolvidas para determinação das frequências naturais, nos métodos de análise no domínio da frequência, podem levar a processos iterativos bastante complexos e em alguns casos, a necessidade de utilização de métodos gráficos [06].

Assim, podemos concluir que a utilização do Método das Características, através de uma metodologia de cálculo adequada, possibilita uma análise completa do fenômeno oscilatório em um sistema hidráulico, levando em conta as características completas de cada elemento e impondo as perturbações da maneira mais conveniente.

A otimização no emprego deste método é apresentada neste trabalho, mostrando a generalização do processo de cálculo,

independentemente da complexidade da rede. As facilidades para se processar com o mesmo modelo topológico, o regime permanente (condição inicial para a simulação de situação transitórias e análise de fenômenos oscilatórios) e fenômenos oscilatórios, tanto para a pesquisa de frequências naturais, como na análise da evolução temporal de vazão e cargas para uma dada condição de excitação ou manobra (transientes hidráulicos), é ressaltada com base no proposto por Koelle [20] [21] e, evidenciada no exemplo de aplicação apresentado por KOELLE e GONÇALVES [25].

A evolução dos processadores numéricos e da tecnologia de micro-computadores tem reduzido sensivelmente o tempo computacional, tornando cada vez mais atraente o uso do Método das características, para a análise de fenômenos oscilatórios.

---

## 5. MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS NA ANÁLISE DOS FENÔMENOS OSCILATÓRIOS

---

Este capítulo descreve a utilização do Método das Características, para análise de fenômenos oscilatórios, através de uma metodologia de cálculo, baseada num processo de identificação simplificada dos elementos da rede e na utilização da Malha Escalonada Cruzada de cálculo.

### 5.1 DEFINIÇÕES BÁSICAS

#### 5.1.1 IDENTIFICAÇÃO MORFOLÓGICA DA REDE

Como proposto por KOELLE [21], o sistema hidráulico é considerado como composto por elementos tais como reservatórios, válvulas, turbinas, etc., denominados ENOS, e por pontos onde ocorre o encontro dos ENOS que denominamos NÓS. Atribuindo-se a cada ENO um sentido (arbitrário) considerado positivo para a vazão, define-se um nó de montante "NOM" e um nó de jusante "NOJ". Deve-se ainda definir um código que identifique o tipo do elemento, possibilitando o agrupamento dos ENOS de mesmo tipo. A completa identificação do ENO é concluída atribuindo-se ao mesmo um número de elemento, e eventualmente um nome e um número de ordem para elementos de mesmo tipo.

Assim, cada elemento da rede fica perfeitamente identificado através de 4 variáveis,  $J$  (número do elemento),  $NOM(J)$ ,  $NOJ(J)$  e  $COD(J)$  ou por 6 variáveis, como mostrado nos exemplos da fig. 5.1., onde as duas variáveis adicionais foram incluídas.

Com isto, uma rede hidráulica com "n" elementos pode ser identificada através de uma matriz de "n" linhas e "6" colunas. Um exemplo desta identificação está mostrado na fig. 5.2, e serve para a avaliação da simplificação obtida frente aos demais métodos, no caso de circuitos compostos.

Após a identificação da rede, passa-se a fase de definição das características próprias de cada elemento e que são necessárias para o processamento numérico. Isto é feito em função do tipo de cada elemento definido no passo anterior. Alguns exemplos de elementos são apresentados na fig. 5.3, com as suas características básicas.

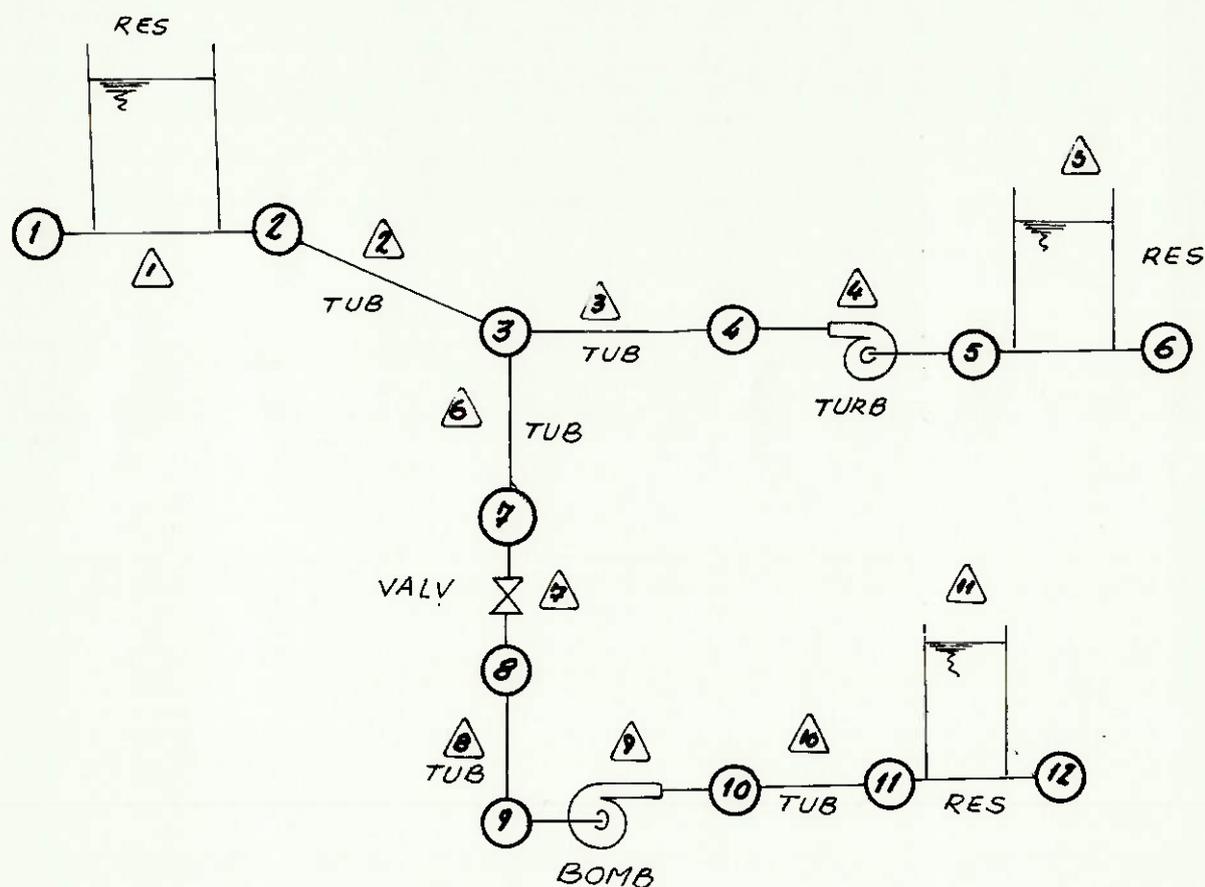
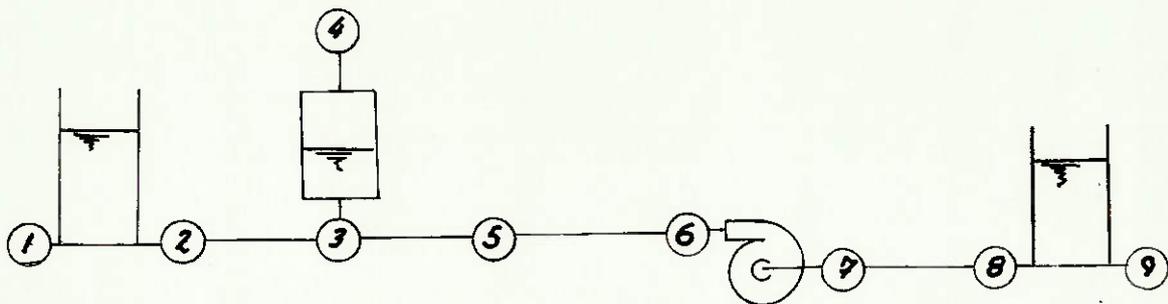
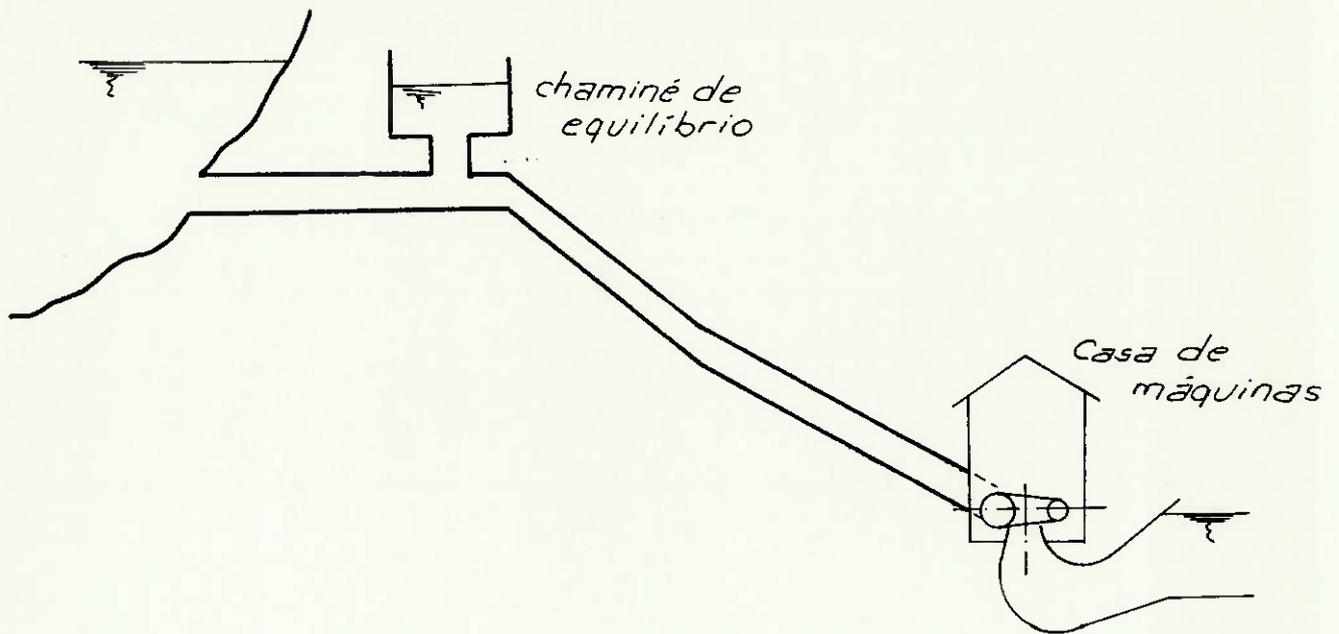


Figura 5.1 Identificação de elementos em um circuito hidráulico. Exemplos



1	RES	1	2	Reserv. de montante	1
2	TUB	2	3	Conduto 1	1
3	CEQ	3	4	Chaminé de equilíbrio	1
4	TUB	3	5	Conduto 2	2
5	TUB	5	6	Conduto forçado	3
6	TRB	6	7	Turbina	1
7	TUB	7	8	Tubo de sucção	4
8	RES	8	9	Reserv. de jusante	2

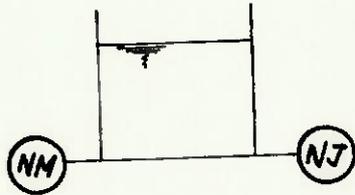
} Opcional

Figura 5.2 Identificação morfológica da rede. Exemplo de aplicação



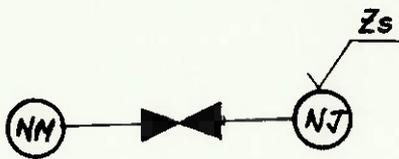
Tubo

$D$  = diâmetro  
 $L$  = comprimento  
 $E$  = rugosidade  
 $a$  = celeridade



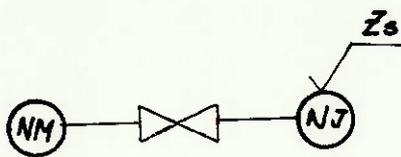
Reservatório

$H_{RES}$  = nível operacional durante a operação



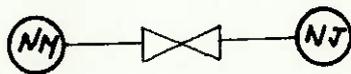
Válvula fechada

$D$  = diâmetro  
 $Z_s$  = cota do nó de jusante



Válvula com descarga livre

$D$  = diâmetro  
 $K$  = coeficiente de perda de carga singular  
 $Z_s$  = cota do nó de jusante



Válvula ou orifício interno

$D$  = diâmetro  
 $K$  = coeficiente de perda de carga singular

Figura 5.3 Características básicas dos ENOS

### 5.1.2 MALHA ESCALONADA CRUZADA

A utilização de uma Malha regular de cálculo, no Método das Características, tem como principal desvantagem, a geração de duas malhas independentes de cálculo, fato que pode levar a desvios nos resultados. Isto pode ser visualizado através da fig. 5.4.

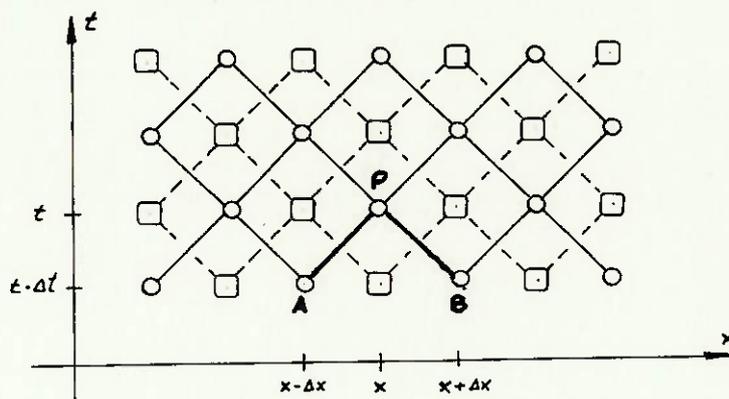


Figura 5.4 Malha regular de cálculo

A Malha Escalonada cruzada, que possibilita o equacionamento expedito proposto por KOELLE [22] é mostrada na fig. 5.5, e elimina os inconvenientes do uso da Malha regular, pois, utiliza o cálculo das coordenadas nos pontos de cruzamento das Retas características, para a determinação das condições no instante seguinte, além de eliminar a necessidade de adoção de um número de divisões par, imposta pela Malha Regular.

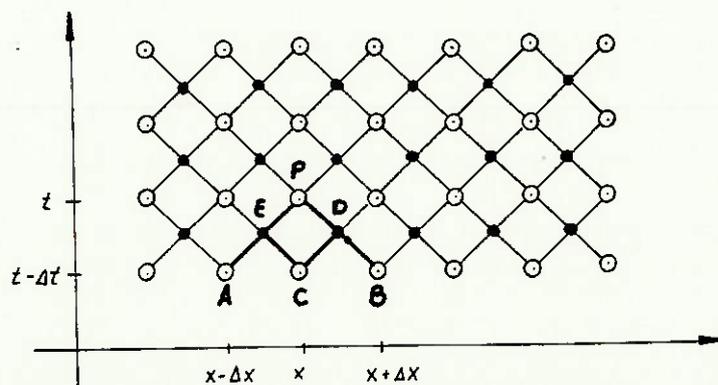


Figura 5.5 Malha Escalonada Cruzada

Numa secção genérica "i", mostrada na fig. 5.5, indicamos os valores da carga piezométrica "H" e da vazão "Q", com o índice "Pi" para os valores desconhecidos e com o índice "i" para os valores conhecidos. Assim, no ponto P<sub>i</sub>, os valores de (H<sub>pi</sub>, Q<sub>pi</sub>) deverão ser determinados a partir dos valores conhecidos (H<sub>i-1</sub>, Q<sub>i-1</sub>) do ponto "A", (H<sub>i</sub>, Q<sub>i</sub>) do ponto "C" e (H<sub>i+1</sub>, Q<sub>i+1</sub>) do ponto "B".

#### 5.1.2.1 Equacionamento para Malha Escalonada Cruzada

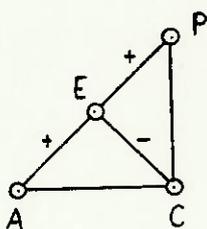


Figura 5.6 Equacionamento à esquerda de "P"

Como proposto por KOELLE [22] podemos escrever as equações 4.66 e 4.67 para a figura 5.6

$$(+)\quad H_E = (H_A + B \cdot Q_A) - \left(B + \frac{R}{2} \cdot |Q_A|\right) \cdot Q_E \quad (5.1)$$

$$(-)\quad H_E = (H_C - B \cdot Q_C) + \left(B + \frac{R}{2} \cdot |Q_C|\right) \cdot Q_E \quad (5.2)$$

$$(+)\quad H_P = (H_E + B \cdot Q_E) - \left(B + \frac{R}{2} \cdot |Q_E|\right) \cdot Q_P \quad (5.3)$$

Substituindo  $(H_E + B \cdot Q_E)$  obtido em (5.1) na equação (5.3), resulta

$$H_P = H_A + B \cdot Q_A - \frac{R}{2} \cdot |Q_A| \cdot Q_E - \left(B + \frac{R}{2} \cdot |Q_E|\right) \cdot Q_P \quad (5.4)$$

Igualando (5.1) e (5.2) temos então que

$$Q_E = \frac{(H_A - H_C) + B \cdot (Q_A + Q_C)}{2 \cdot B + \frac{R}{2} \cdot (|Q_A| + |Q_C|)} \quad (5.5)$$

se fizermos então

$$C_E = H_A + B \cdot Q_A - \frac{R}{2} \cdot |Q_A| \cdot Q_E \quad (5.6)$$

$$B_E = B + \frac{R}{2} \cdot |Q_E| \quad (5.7)$$

a equação (5.4) pode ser reescrita como

$$\underline{H_P = C_E - B_E \cdot Q_P} \quad (5.8)$$

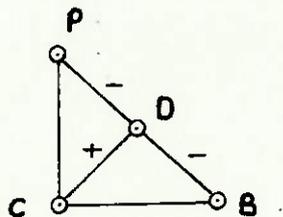


Figura 5.7 Equacionamento a direita de "P"

De maneira similar, para a fig. 5.7, podemos escrever que

$$Q_D = \frac{(H_C - H_B) + B \cdot (Q_C + Q_B)}{2 \cdot B + \frac{R}{2} \cdot (|Q_C| + |Q_B|)} \quad (5.9)$$

$$C_D = H_B - B \cdot Q_B + \frac{R}{2} \cdot |Q_B| \cdot Q_D \quad (5.10)$$

$$B_D = B + \frac{R}{2} \cdot |Q_D| \quad (5.11)$$

$$\underline{H_P = C_D + B_D \cdot Q_P} \quad (5.12)$$

Das equações (5.8) e (5.12) podemos finalmente obter:

$$Q_P = \frac{C_E - C_D}{B_D + B_E} \quad (5.13)$$

Esta equação permite então o cálculo da vazão  $Q_P(J,I)$ , em todos os pontos interiores ( $2 \leq I \leq N(\tau)$ ) de todos os condutos.

Com a equação (5.8) ou com a equação (5.12) podemos determinar o valor de  $H_P(J,I)$  nestes mesmos pontos. Os pontos externos tem suas variáveis de interesse, determinadas a partir das condições de contorno, impostas junto aos NÓS de montante e de jusante de cada tubo.

## 5.2 ESQUEMA GERAL DE CÁLCULO

O esquema geral de cálculo é desenvolvido em 3 fases distintas:

### a) Formação de arquivo

Utilizando-se a Identificação morfológica da rede, o circuito hidráulico é descrito e armazenado na forma de uma matriz, a partir da configuração física do sistema e das características relacionadas com cada tipo de elemento.

### b) Processamento numérico preliminar

Permite a obtenção das condições iniciais do escoamento (Regime permanente)

c) Processamento numérico do fenômeno oscilatório

Admite-se duas opções:

- pesquisa das frequências naturais
- análise do comportamento dinâmico da instalação para uma dada frequência de excitação

O programa utiliza a Sub-rotina principal de cálculo, que será descrita a seguir, para determinação das variáveis a obter. A estrutura do programa está apresentada na fig. 5.8.

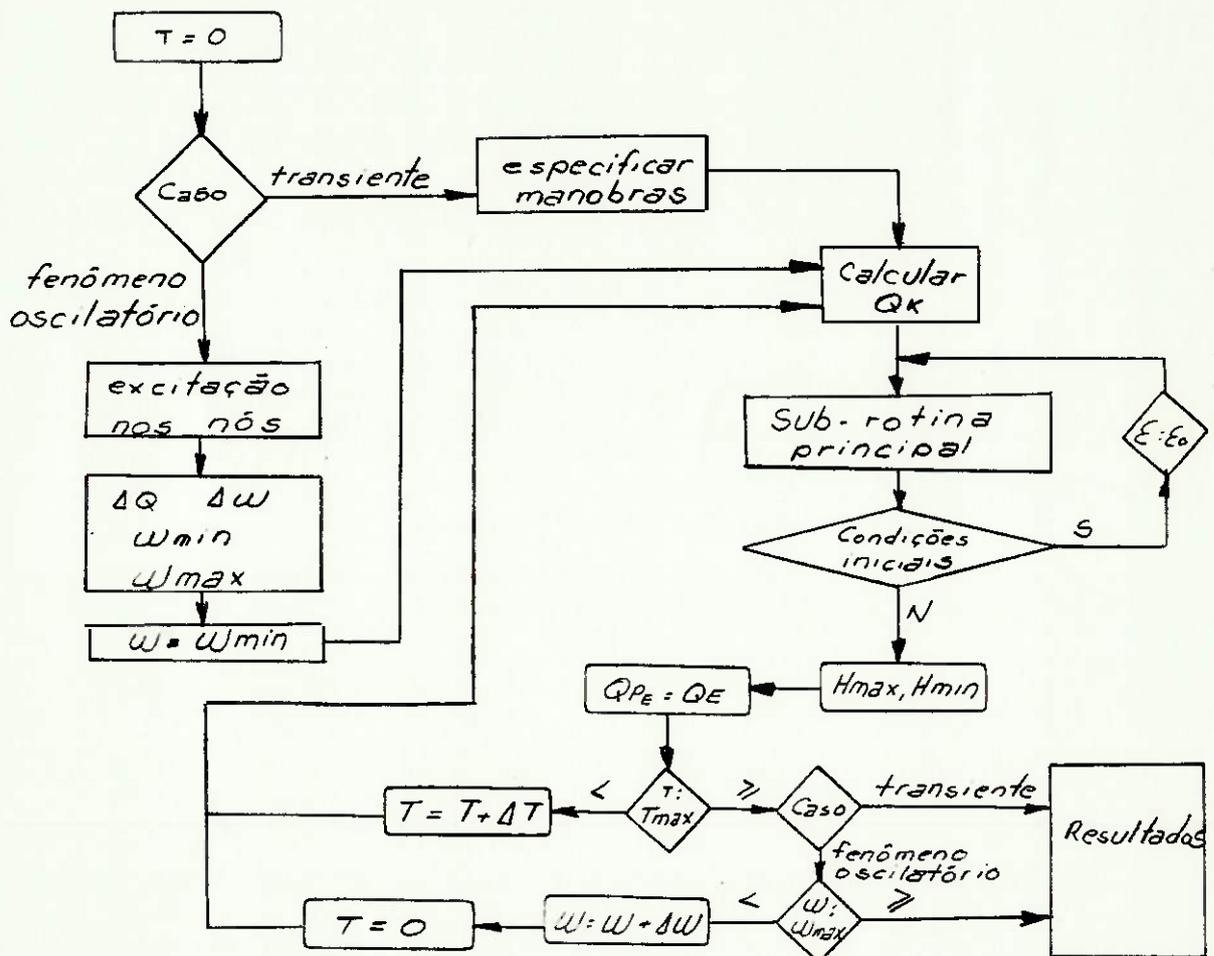


Figura 5.8 Diagrama de blocos para o esquema geral de cálculo [21]

### 5.2.1 IDENTIFICAÇÃO MORFOLÓGICA DA REDE

Este passo é desenvolvido de acordo com o diagrama de blocos mostrado na fig. 5.9, e com as definições apresentadas no item 5.1.1.

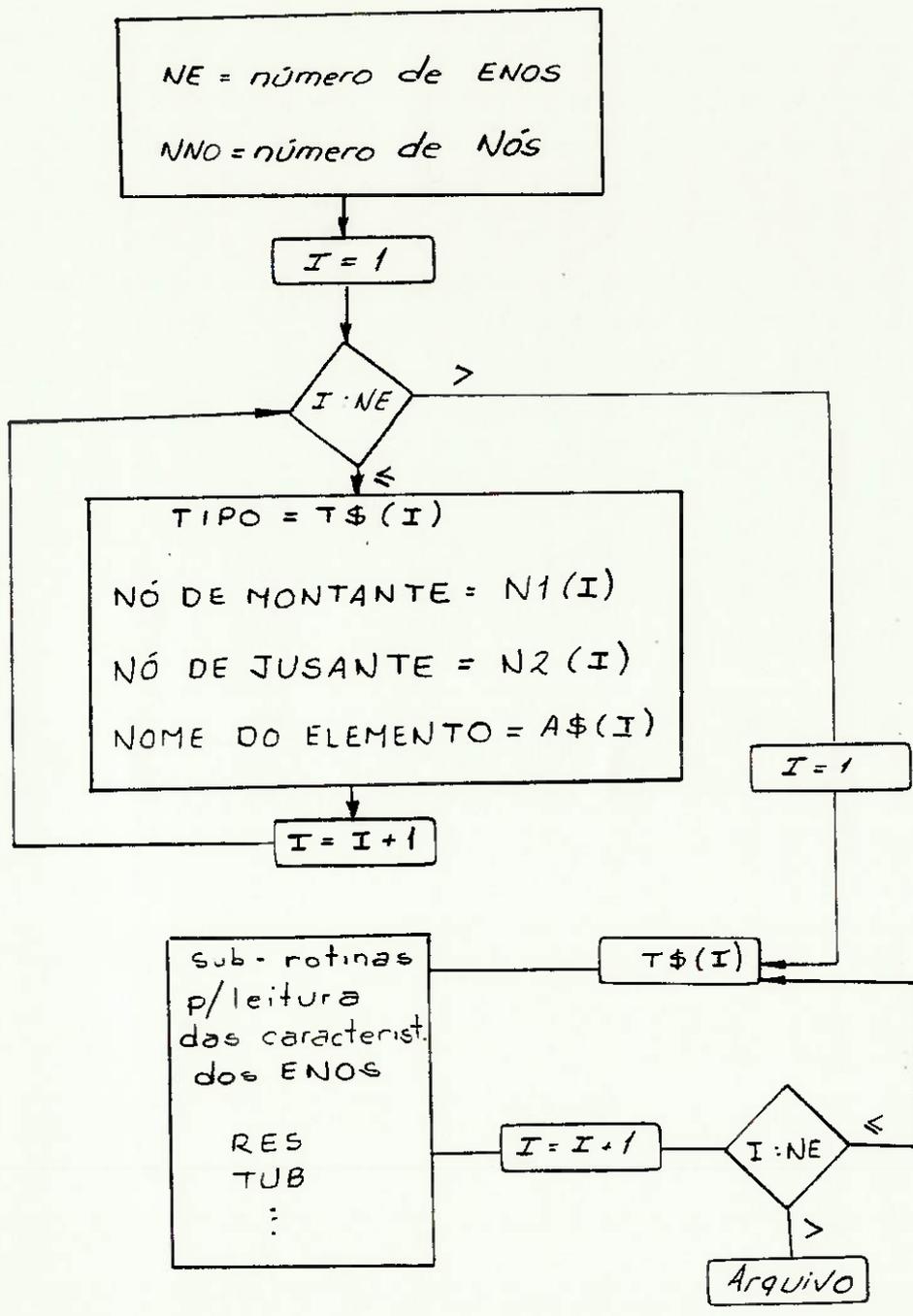


Figura 5.9 Diagrama de blocos para identificação morfológica da rede

### 5.2.2 CALCULOS PRELIMINARES

Nesta fase, o programa completa o arquivo de dados, inicializado com a "Identificação Morfológica da rede", acrescentando a este, parâmetros necessários ao processamento numérico.

Para a simulação das condições oscilatórias, devemos determinar o intervalo de tempo "DT", a ser usado como incremento de tempo durante o processamento numérico.

A condição de "Courant-Friedrich-Lewy" mostrada no item 4.4.2, impõe que

$$Dx \geq \bar{a}_i \cdot D\tau \Rightarrow \quad (4.68)$$

$$\frac{L_i}{N_i} \geq \bar{a}_i \cdot D\tau \Rightarrow D\tau \leq \frac{L_i}{\bar{a}_i \cdot N_i} \quad (5.14)$$

onde  $L_i$  = comprimento do tubo "i"

$N_i$  = número de divisões do tubo "i"

$a_i$  = celeridade do tubo "i"

$Dx$  = comprimento de cada divisão

$D\tau$  = intervalo de tempo a ser usado no processamento numérico

Para a definição do intervalo de tempo, o programa escolhe o tubo de menor comprimento do circuito e fixa para este um número de 2 divisões:

$$D\tau = \frac{L_{min}}{2 \cdot \bar{a}_{L_{min}}} \quad (5.15)$$

O intervalo de tempo calculado pela equação 5.14, permite associar a cada tubo, o número de divisões inteiro "N(J)", a partir de

$$N(J) = \frac{L_j}{a_j \cdot DT} \quad (5.16)$$

O número "N(J)" é obtido por truncamento.

A imposição de "DT", e "N(J)" inteiro, obriga a que se ajuste o valor da celeridade, associada ao tubo "j", através de

$$a_j^{aj} = \frac{L_j}{N(J) \cdot DT} \quad (5.17)$$

Para que este ajuste permaneça dentro de níveis aceitáveis, compatíveis com as incertezas envolvidas no cálculo desta variável, a seguinte condição é verificada

$$|a_j^{aj} - a_j| \leq 0,10 \cdot a_j \quad (5.18)$$

Quando esta condição não é satisfeita, novo intervalo de tempo é calculado através de

$$DT \Rightarrow \frac{DT}{2} \quad (5.19)$$

O processo é repetido até que sejam determinados o número de divisões e a celeridade ajustada para todos os tubos, de acordo com o intervalo de tempo adotado.

Concluído o processamento, cada tubo tem associado a si, as seguintes variáveis:

$D(J)$  = diâmetro do tubo em "m"

$L(J)$  = comprimento do tubo em "m"

$\epsilon(J)$  = rugosidade das paredes do tubo em "m"

$a_j^{aj}$  = celeridade ajustada em "m/s"

$N(J)$  = número de divisões do tubo

### 5.2.3 SUB-ROTINA PRINCIPAL DE CÁLCULO

Nesta rotina encontra-se a base do método de cálculo. A rotina é preparada para efetuar os cálculos de maneira sistemática, independente do objetivo final a alcançar, qual seja:

- determinação das condições iniciais do escoamento
- pesquisa das frequências naturais
- determinação do comportamento dinâmico da instalação quando sujeita a uma ou mais perturbações

A Sub-rotina principal de cálculo está representada no diagrama de blocos da figura 5.10, e cada um dos passos será apresentado a seguir.

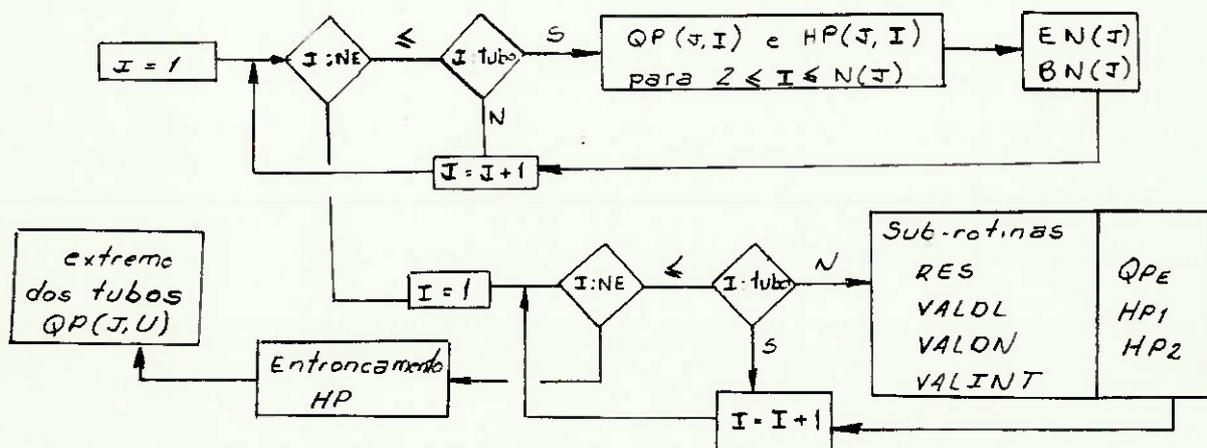


Figura 5.10 Sub-rotina principal de cálculo

### 5.2.3.1 Cálculo dos pontos interiores

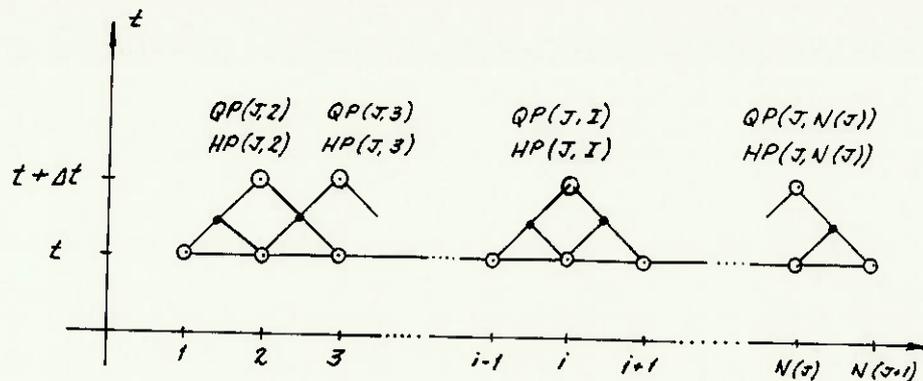


Figura 5.11 Cálculo dos pontos interiores de um conduto segundo a Malha Escalonada Cruzada

Esta sub-rotina permite o cálculo das variáveis de interesse  $QP(J,I)$  e  $HP(J,I)$  para o tubo "j", nas suas secções "i" interiores, ou seja desde  $i=2$  até  $i=N(J)$ . Estas variáveis representam as condições de escoamento em todas as secções do tubo, exceção feita às duas extremidades, no instante " $t + \Delta t$ ", a partir do conhecimento das variáveis  $Q(J,I)$  e  $H(J,I)$  no instante "t". A rotina é repetida para todos os tubos, sendo que inicialmente as condições iniciais são associadas às variáveis de interesse no instante "t".

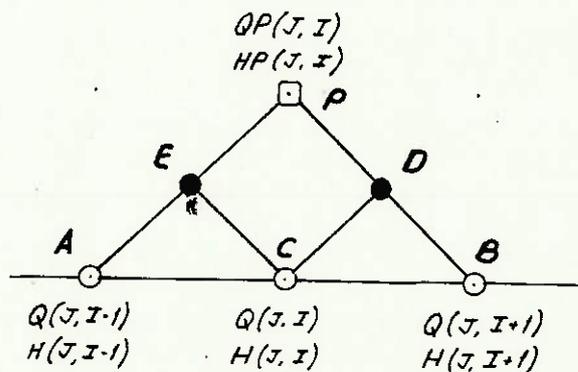


Figura 5.12 Variáveis de interesse numa secção genérica "i" do tubo "j"

Inicialmente são calculadas as seguintes variáveis na secção "i" do tubo "j"

$$RE(J,I) = \frac{4 \cdot |Q(J,I)|}{\pi \cdot D(J) \cdot \nu} \quad (5.20)$$

onde  $RE(J,I)$  = número de Reynolds na secção "i" do tubo "j"

$\nu$  = viscosidade cinemática do fluido em  $m^2/s$

$$f(J,I) = \frac{1.329}{\left[ \ln \left( \frac{\epsilon(J)}{3.7 \cdot D(J)} + \frac{5.74}{[RE(J,I)]^{0.9}} \right) \right]^2} \quad (5.21)$$

onde  $f(J,I)$  = fator de atrito (Darcy-Weisbach)

$$R(J,I) = \frac{f(J,I) \cdot \Delta x(J)}{2 \cdot g \cdot D(J) \cdot A(J)} \quad (5.22)$$

Podemos então calcular as variáveis citadas a seguir

$$Q_E = \frac{H(J,I-1) - H(J,I) + B(J) \cdot (Q(J,I-1) + Q(J,I))}{2 \cdot B(J) + \frac{R(J,I)}{2} \cdot (|Q(J,I-1)| + |Q(J,I)|)} \quad (5.23)$$

$$Q_D = \frac{H(J,I) - H(J,I+1) + B(J) \cdot (Q(J,I) + Q(J,I+1))}{2 \cdot B(J) + \frac{R(J,I)}{2} \cdot (|Q(J,I+1)| + |Q(J,I)|)} \quad (5.24)$$

$$C_E = H(J,I-1) + B(J) \cdot Q(J,I-1) - \frac{R(J,I)}{2} \cdot |Q(J,I-1)| \cdot Q_E \quad (5.25)$$

$$B_E = B(J) + \frac{R(J,I)}{2} \cdot |Q_E| \quad (5.26)$$

$$C_D = H(J,I+1) - B(J) \cdot Q(J,I+1) + \frac{R(J,I)}{2} \cdot |Q(J,I+1)| \cdot Q_D \quad (5.27)$$

$$B_D = B(J) + \frac{R(J,I)}{2} \cdot |Q_D| \quad (5.28)$$

Finalmente, podemos calcular

$$QP(J,I) = \frac{(C_E - C_D)}{(B_D + B_E)} \quad (5.29)$$

$$HP(J, I) = CE - BE \cdot QP(J, I) \quad (5.30)$$

### 5.2.3.2 Equação nos extremos dos tubos

Para o nó de montante e o nó de jusante de cada tubo, devemos calcular a equação fornecida pelo Método das Características.

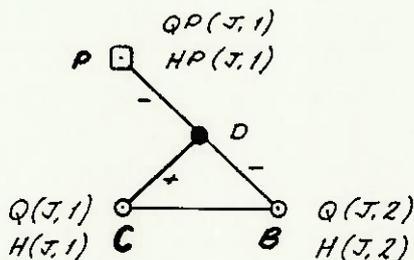


Figura 5.13 Equação para o nó de montante

Lembrando as equações

$$Q_D = \frac{H(J, I) - H(J, I+1) + B(J) \cdot (Q(J, I) + Q(J, I+1))}{2 \cdot B(J) + \frac{R(J, I)}{2} \cdot (|Q(J, I+1)| + |Q(J, I)|)} \quad (5.24)$$

$$C_D = H(J, I+1) - B(J) \cdot Q(J, I+1) + \frac{R(J, I)}{2} \cdot |Q(J, I+1)| \cdot Q_D \quad (5.27)$$

$$B_D = B(J) + \frac{R(J, I)}{2} \cdot |Q_D| \quad (5.28)$$

resulta para o nó de montante

$$HP(J, I) = C_D + B_D \cdot QP(J, I) \quad (5.31)$$

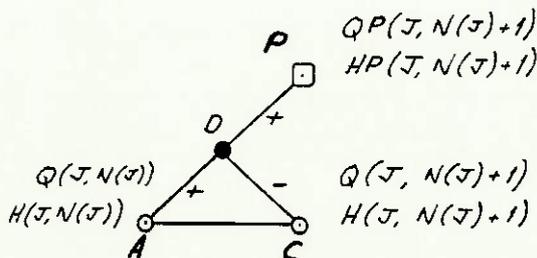


Figura 5.14 Equação para o nó de jusante

De maneira similar para o nó de jusante, tomamos

$$Q_E = \frac{H(J, I-1) - H(J, I) + B(J) \cdot (Q(J, I-1) + Q(J, I))}{2 \cdot B(J) + \frac{R(J, I)}{2} \cdot (|Q(J, I-1)| + |Q(J, I)|)} \quad (5.23)$$

$$C_E = H(J, I-1) + B(J) \cdot Q(J, I-1) - \frac{R(J, I)}{2} \cdot |Q(J, I-1)| \cdot Q_E \quad (5.25)$$

$$B_E = B(J) + \frac{R(J, I)}{2} \cdot |Q_E| \quad (5.26)$$

e podemos concluir que

$$HP(J, U) = C_E - B_E \cdot QP(J, U) \quad (5.32)$$

onde  $U = N(J) + 1$

$N(J)$  = número de divisões do tubo "j"

Concluído o processamento para todos os tubos, cada um deles fica com 2 equações, (5.31) e (5.32), cada uma delas com 2 variáveis, associadas ao seu nó de montante e ao seu nó de jusante.

#### 5.2.3.3 Equação dos nós

A fig. 5.15 apresenta um nó genérico que contém

NC = tubos convergentes

ND = tubos divergentes

$Q_{PE}$  = vazão em um "ENO" não tubo vinculado ao nó

QD = vazão de demanda imposta por um escoamento secundário

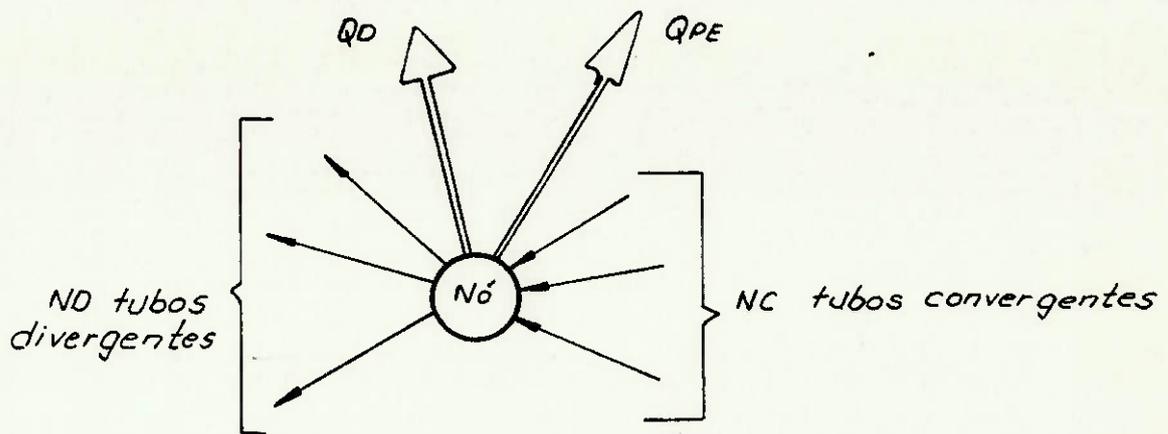


Figura 5.15 Representação de um nó genérico

Para os NC tubos convergentes, o nó em questão é a secção U, como representado na fig. 5.16.

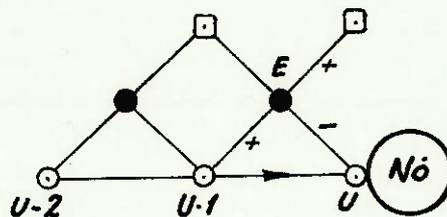


Figura 5.16 Representação de um tubo convergente vinculado ao Nó

Para estes tubos, a equação para o nó de jusante do tubo é dada por:

$$QP(J,U) = \frac{CE - HP(J,U)}{BE} \Rightarrow \quad (5.33)$$

$$QP(J,U) = \frac{CE}{BE} - \frac{HP(J,U)}{BE} \quad (5.34)$$

Para os ND tubos divergentes, de acordo com a fig. 5.17, o Nó é a secção 1 e podemos escrever

$$QP(J,1) = \frac{HP(J,1) - CD}{BD} \quad (5.35)$$

$$QP(J,1) = \frac{HP(J,1)}{BD} - \frac{CD}{BD} \quad (5.36)$$

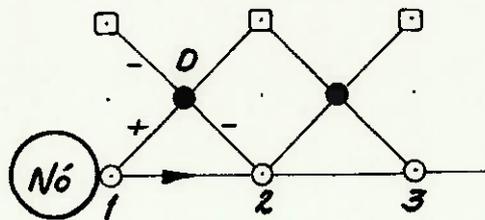


Figura 5.17 Representação de um tubo divergente vinculado ao Nó

Se impusermos então que a somatória das vazões convergentes e divergentes, deve ser zero no Nó, temos

$$\sum Q_{CONV} + \sum Q_{DIV} - Q_{PE} - Q_D = 0 \Rightarrow$$

$$\sum_{j=1}^{NC} \left( \frac{CE(J,U)}{BE(J,U)} - \frac{HP(J,U)}{BE(J,U)} \right) + \sum_{j=1}^{ND} \left( \frac{CD(J,1)}{BD(J,1)} - \frac{HP(J,1)}{BD(J,1)} \right) - Q_{PE} - Q_D = 0 \Rightarrow$$

$$Q_{PE} = E_N - B_N \cdot H_P \quad (5.37)$$

onde 
$$E_N = \sum_{j=1}^{NC} \frac{CE(J,U)}{BE(J,U)} + \sum_{j=1}^{ND} \frac{CD(J,1)}{BD(J,1)} - Q_D \quad (5.38)$$

$$B_N = \sum_{j=1}^{NC} \frac{1}{BE(J,U)} + \sum_{j=1}^{ND} \frac{1}{BD(J,1)} \quad (5.39)$$

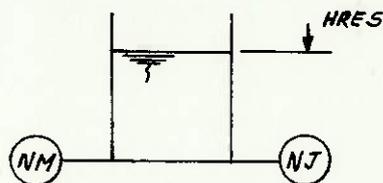
$H_P$  = carga piezométrica no nó

Assim, os valores calculados a cada instante de cálculo, das variáveis "EN" e "BN", funções das condições de contorno em cada tubo e da vazão imposta "QD", permitem a obtenção da equação 5.37, que associada à equação do ENO não tubo, fornece as variáveis incógnitas QPE e HP.

#### 5.2.3.4 Equações para os "ENOS" não tubos

Todos os elementos do sistema, tais como reservatórios e válvulas, são então analisados, de maneira a fornecer uma equação adicional, que permite então a determinação das variáveis de interesse em todos os elementos. Alguns destes ENOS não tubo, são apresentados a seguir.

##### a. Reservatório de nível constante



A carga sobre os nós de montante e jusante é constante, e assim

$$H(NM) = HRES \quad (5.40)$$

$$H(NJ) = HRES \quad (5.41)$$

Como exemplo, se tivermos um tubo ligado ao nó de jusante do reservatório, como mostrado na fig. 4.22, teríamos as seguintes equações

$$H(NJ) = HRES \quad (5.42)$$

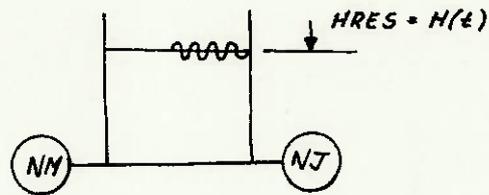
$$HP(J, I) = CD + BD \cdot QP(J, I) \quad (5.36)$$

Lembrando que

$$HP(J, I) = H(NJ) \Rightarrow$$

$$QP(J, I) = \frac{HRES - CD}{BD} \quad (5.43)$$

b. Reservatório de nível oscilante

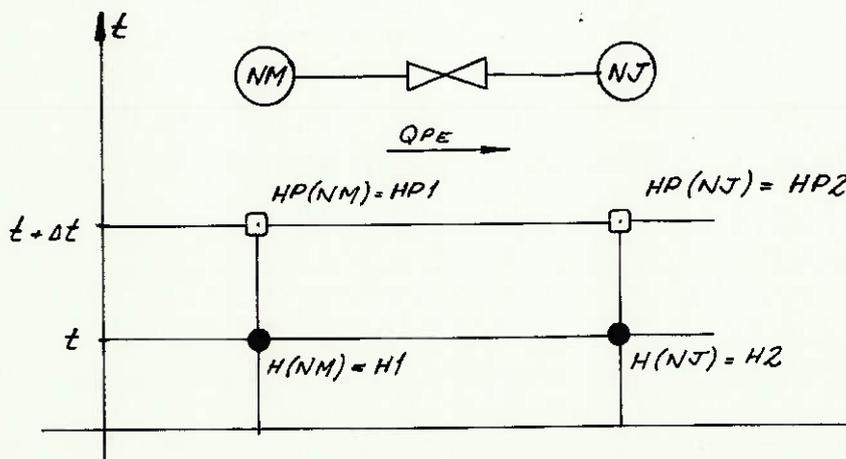


Neste caso, a função  $H(t)$  é imposta pelas condições de projeto, e pode ter por exemplo a seguinte forma

$$HRES = \Delta H \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (5.44)$$

representando o efeito da formação de ondas em um reservatório. A formulação é idêntica aquela do item "a", porém a variável "HRES" é calculada a cada instante "t".

c. Válvula ou orifício interno



Para a singularidade, podemos escrever

$$HP_1 - HP_2 = \frac{8 \cdot K}{\pi^2 \cdot g \cdot D^4} \cdot Q_{PE}^2 \quad (5.45)$$

Para os nós de montante (NM) e de jusante (NJ) da singularidade, a equação (5.37) pode ser escrita

$$Q_{PE} = EN_1 - BN_1 \cdot HP_1 \quad (5.46)$$

$$-Q_{PE} = EN_2 - BN_2 \cdot HP_2 \quad (5.47)$$

Resolvendo então o sistema formado pelas equações (5.45), (5.46) e (5.47), resultará que

$$Q_{PE} = \frac{-2 \cdot G}{F + \sqrt{F^2 + 4 \cdot |G|}} \quad (5.48)$$

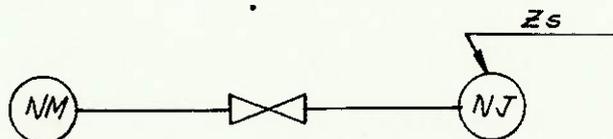
onde  $F = \frac{1}{C_K} \cdot \left( \frac{1}{BN_1} + \frac{1}{BN_2} \right) > 0$

$$G = \frac{1}{C_K} \cdot \left( \frac{EN_2}{BN_2} - \frac{EN_1}{BN_1} \right)$$

$$C_K = \frac{8 \cdot K}{\pi^2 \cdot g \cdot D^4}$$

Conhecido  $Q_{PE}$ , as variáveis  $HP_1$  e  $HP_2$ , são determinadas através das equações 5.45 e 5.37.

d. Válvula externa com descarga Livre



A carga no Nó de jusante é constante, e igual a carga atmosférica que coincide com a cota geométrica "Zs" da linha de centro da válvula. Assim, podemos escrever para o Nó 1

$$Q_{PE} = EN_1 - BN_1 \cdot H_{P1} \quad (5.46)$$

e para a singularidade

$$H_{P1} - Z_s = C_k \cdot Q_{PE}^2 \quad (5.49)$$

Resolvendo o sistema formado pelas duas equações (5.46) e (5.49), resulta

$$Q_{PE} = \frac{-2 \cdot G}{F + \sqrt{F^2 + 4 \cdot |G|}} \quad (5.50)$$

onde  $F = \frac{1}{C_k \cdot BN_1}$

$$G = \frac{1}{C_k} \cdot \left( Z_s - \frac{EN_1}{BN_1} \right)$$

Conhecido  $Q_{PE}$  a equação (5.46) fornece imediatamente  $H_{P1}$ .

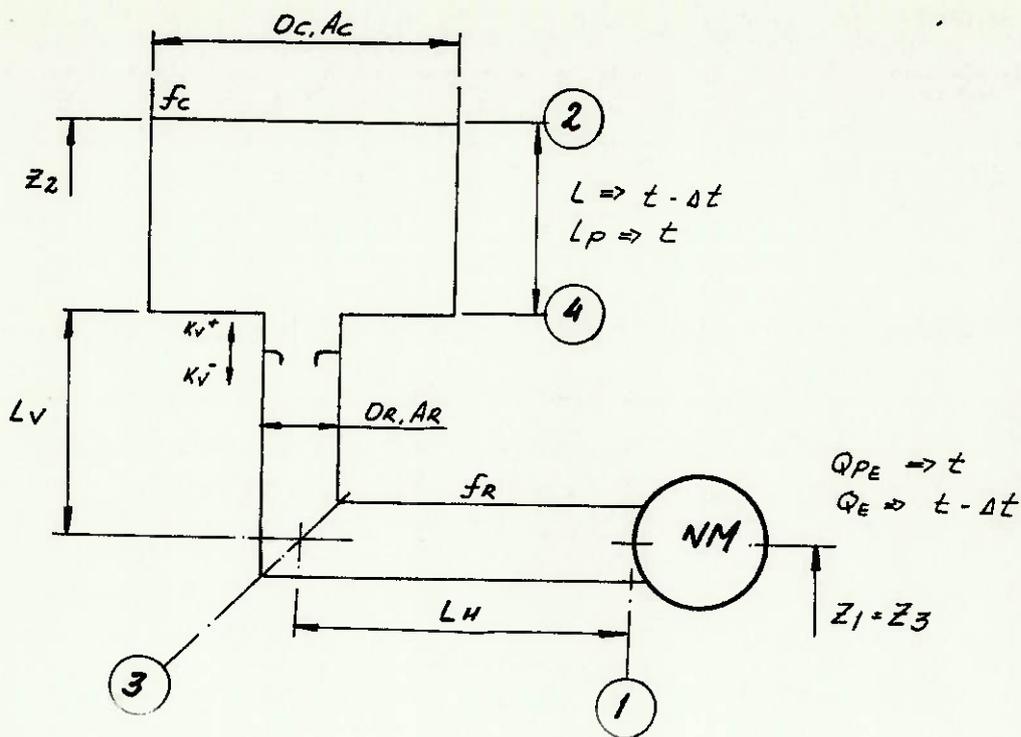
e. Válvula fechada com descarga nula



Para o Nó 1, com a imposição de vazão nula, temos

$$H_{P1} = \frac{EN_1}{BN_1} \quad (5.51)$$

f. Chaminé de equilíbrio



As equações que determinam o comportamento da chaminé de equilíbrio são:

$$HP_1 = \frac{EN_1 - Q_{PE}}{BN_1} \quad (5.46)$$

$$HP_1 - HP_2 = (CR_1 + CC_1) + (CR_2 + CC_2) \cdot Q_{PE} \quad (5.52)$$

$$CR_1 = (H_4 - H_1) + \left[ \frac{f_r \cdot L_r}{g \cdot D_r} + \frac{(k_v^+ + k_v^-)}{g} \right] \cdot \frac{1}{A_r^2} \cdot Q_E \cdot |Q_E| - CR_2 \cdot Q_E \quad (5.53)$$

$$CR_2 = \frac{2}{g \cdot A_r \cdot \Delta t} \cdot (L_H + Z_4 - Z_3) \quad (5.54)$$

$$CC_1 = (H_2 - H_4) + \left( \frac{f_c \cdot L}{g \cdot D_c \cdot A_c^2} \right) \cdot Q_E \cdot |Q_E| - CC_2 \cdot Q_E \quad (5.55)$$

$$CC_2 = \frac{2 \cdot L}{g \cdot A_c \cdot \Delta t} \quad (5.56)$$

$$Z_{P_2} = Z_2 + \left( \frac{Q_{PE} + Q_E}{2 \cdot A_c} \right) \cdot \Delta t \quad (5.57)$$

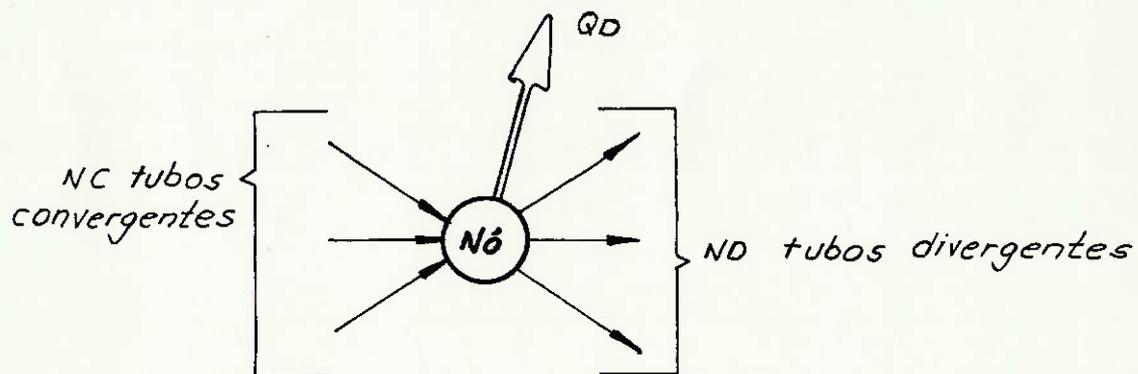
A equação (5.46) é a equação do nó ao qual a Chaminé de equilíbrio está vinculada. A equação (5.52) representa o comportamento dinâmico do ramal de ligação e da CEQ. Finalmente, a equação (5.57) permite o cálculo do nível de água  $Z_{P2}$  no instante "t" em função do nível de água  $Z_2$  no instante anterior "t- $\Delta t$ ".

Temos então 3 equações com 3 incógnitas:  $Q_{PE}$ ,  $H_{P1}$  e  $H_{P2}$ . Se substituirmos as equações (5.46) e (5.57) na equação (5.52) resultará então

$$Q_{PE} = \frac{\frac{E_1}{BN_1} - Z_2 - \frac{Q_E \cdot \Delta t}{2 \cdot A_c} - (CR_1 - CC_1)}{\frac{1}{BN_1} + \frac{\Delta t}{2 \cdot A_c} + (CR_2 + CC_2)} \quad (5.58)$$

Com o valor de  $Q_{PE}$  obtido por (5.58) podemos determinar  $Z_{P2}$  através de (5.57) e  $H_{P1}$  através de (5.46).

#### 5.2.3.5 Entroncamento de tubos



O entroncamento de tubos é uma condição especial do equacionamento para um nó genérico. Se impusermos  $Q_{PE}=0$ , teremos

$$H_p = \frac{E_N}{BN} \quad (5.59)$$

$E_N$  e  $BN$  são calculados de acordo com as equações (5.38) e (5.39).

### 5.2.3.6 Cálculo finais

Determinadas as cargas em todos os NÓS e as vazões em todos os ENOS não tubos, resta determinar para o instante "t", as vazões nos extremos dos tubos. Para o Nó de montante de um tubo qualquer, temos que:

$$HP(J, I) = CD + BO \cdot QP(J, I) \Rightarrow \quad (5.35)$$

$$QP(J, I) = \frac{HP(J, I) - CD}{BO} \quad (5.36)$$

de maneira similar, para um nó de jusante

$$QP(J, U) = \frac{CE - HP(J, U)}{BE} \quad (5.34)$$

Com isto, temos a determinação das variáveis de interesse em todos os pontos do circuito hidráulico, no instante "  $t + \Delta t$  " a partir do conhecimento das mesmas no instante "t". Para o prosseguimento do cálculo, todas as variáveis  $QP(J, I)$  e  $HP(J, I)$  são associadas às variáveis  $Q(J, I)$  e  $H(J, I)$ , ou seja, tornam-se condições iniciais para o próximo passo de cálculo.

### 5.2.4 DETERMINAÇÃO DAS CONDIÇÕES INICIAIS DO ESCOAMENTO

No início do processamento, ficam definidas através da identificação morfológica da rede, somente as cargas piezométricas nos nós vinculados aos reservatórios e as cotas dos nós de jusante de descargas livres.

O objetivo é então determinar as cargas em todos os nós e a vazão nos tubos do circuito hidráulico.

KOELLE [20] propõe a utilização da mesma rotina de cálculo principal, utilizando-se um intervalo de tempo arbitrário DP, tal que, para cada tubo, adota-se

$$a_{fict}(j) = \frac{L(j)}{2 \cdot DP} \quad (5.60)$$

onde  $a_{fict}(j)$  = aceleração fictícia do tubo "j".

A equação (5.60) implica em considerar um número de 2 divisões para cada tubo, e em adotar a celeridade fictícia, que não tem significado físico, assim como qualquer valor de celeridade não possui este significado quando o sistema encontra-se em regime permanente.

A solução é obtida através da imposição inicial de vazão zero (ou velocidade de 1,0 a 2,0 m/s) em todos os tubos e da carga piezométrica em cada nó, igual a média das cargas nos nós de carga conhecida, ou seja,

$$Q_{Nó} = \frac{\sum_{I=1}^{NR} HRES(I) + \sum_{J=1}^{NVDL} ZS(J)}{NNó} \quad (5.61)$$

onde  $Q_{Nó}$  = carga piezométrica em cada nó da rede

$HRES(I)$  = nível operacional do reservatório "I"

$NR$  = número de reservatório do sistema

$ZS(j)$  = cota da linha de centro da descarga livre "J"

$NVDL$  = número de descargas livres do sistema

$NNó$  = número de nós do sistema

A utilização da Sub-rotina principal de cálculo, permite então o processamento e levando-se em conta a não existência de perturbações na rede, a solução é obtida quando

$$\sum_{J=1}^{NT} |Q_p(J) - Q(J)| < \epsilon \quad (5.62)$$

onde 
$$Q_p(J) = \frac{Q_p(J,1) + Q_p(J,U)}{2} \quad (5.63)$$

$$Q(J) = \frac{Q(J,1) + Q(J,U)}{2} \quad (5.64)$$

$\epsilon$  = erro admissível máximo

A equação (5.62) garante a convergência ao regime permanente, limitando a variação da vazão entre dois passos de cálculo, para os tubos da rede.

Completado o processamento, resta a determinação da carga piezométrica, em todas as secções de todos os tubos.

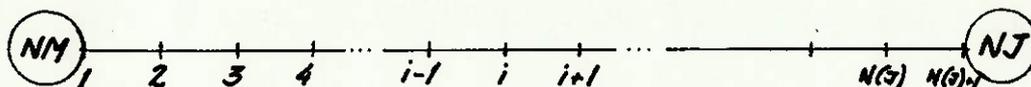


Figura 5.18 Determinação da carga piezométrica em regime permanente, nas secções de um tubo.

Se impusermos

$$HNOM = H(J,1)$$

$$HNOJ = H(J,U)$$

onde 
$$U = N(J) + 1$$

podemos concluir que

$$\Delta H = \frac{H(j, I) - H(j, U)}{N(j)} \quad (5.65)$$

A carga na iésima secção do tubo "j", será então

$$H(j, I) = H(j, U) - (I - 1) \cdot \Delta H \quad (5.66)$$

Temos então definido o regime permanente, com a determinação da vazão e carga piezométrica em todas as secções dos tubos, vazões nos ENOS e cargas nos NÓS.

#### 5.2.5 ANÁLISE DE FENÔMENOS OSCILATÓRIOS

Se considerarmos uma oscilação de vazão, em um componente do sistema hidráulico, podemos efetuar a decomposição mostrada na fig.

5.19.

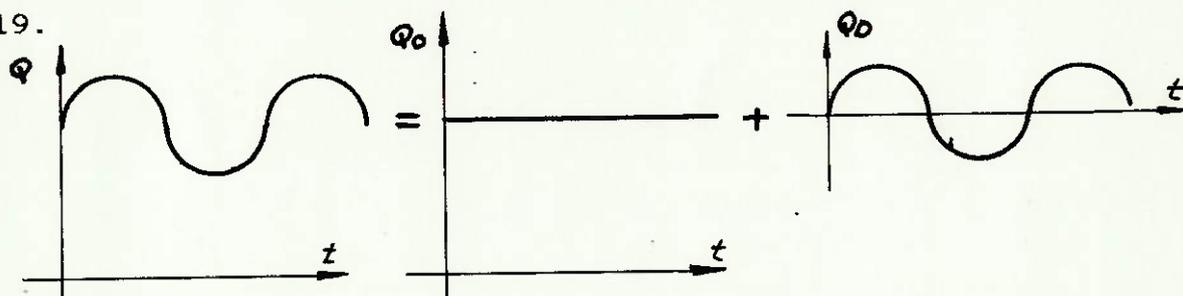


Figura 5.19 Decomposição do escoamento oscilatório

Isto significa, que sobre o escoamento não perturbado "Q0", atua o escoamento secundário "QD", que provoca uma oscilação no sistema, sem no entanto alterar a média da vazão do escoamento. Com isto, podemos admitir que qualquer oscilação de vazão em componentes do sistema hidráulico, poderá ser representada por uma função do tipo:

$$Q_0 = \Delta Q \cdot f(\omega \cdot t) \quad (5.67)$$

onde  $Q_0$  = vazão de excitação

$\Delta Q$  = amplitude máxima da variação de vazão

$\omega$  = frequência de excitação

$t$  = tempo

Assim, se admitirmos por exemplo, uma variação senoidal para a função de excitação, teremos

$$Q_0 = \Delta Q \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (5.68)$$

Aqui cabe salientar que o procedimento de cálculo permite a utilização de qualquer função de excitação na equação (5.68).

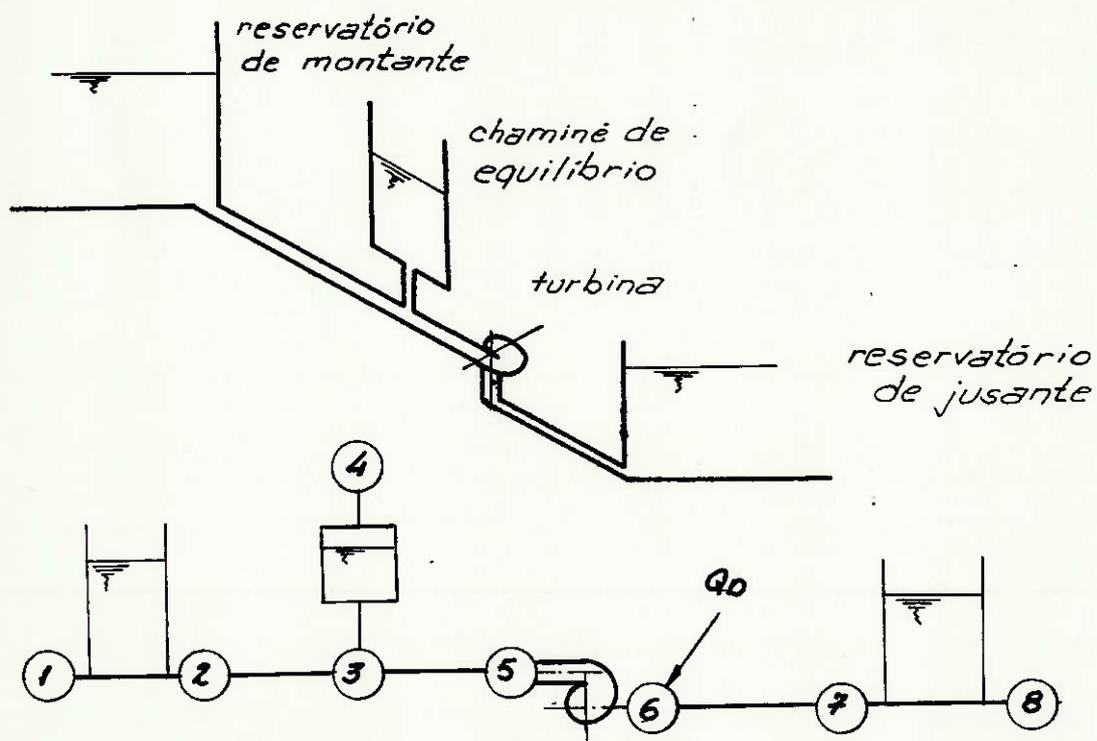


Figura 5.20 Representação da formação de vórtice no tubo de sucção de uma turbina

O exemplo da fig. 5.20, apresenta o caso de formação de vórtice no tubo de sucção de uma turbina, com a função de excitação "QD" aplicada ao nó de jusante da mesma, e com uma função senoidal, que conforme mostrado no capítulo 3, pode ser determinada durante os ensaios de modelo.

Para a pesquisa das frequências naturais e dos modos correspondentes de vibrar do circuito hidráulico, devemos então assumir a existência de uma demanda oscilatória em um determinado Nó, determinados em função de uma "Análise de riscos" de ocorrência de excitações no sistema.

Considerando então, a existência de uma demanda oscilatória com a expressão

$$QD_k = \Delta Q_k \cdot \text{sen}(\omega_k \cdot t) \quad (5.69)$$

associada ao Nó genérico "K", devemos determinar " $\Delta Q_k$ " e a faixa de valores de " $\omega_k$ " que serão analisados. Esta faixa se aplica, pois normalmente não se conhece o valor exato da frequência de excitação " $\omega_k$ ", mas sim uma faixa de valores que podem ocorrer.

FAZALARE [12], por exemplo, indica que a frequência de pulsação de pressão no tubo de sucção de turbinas Francis, operando em carga parcial, pode ser estimada por

$$F_{DTPP} = \frac{n_{rpm}}{180 \text{ a } 216} \quad (5.70)$$

onde  $n_{rpm}$  = rotação da máquina

Para cada valor de " $\omega_k$ " assumido, a rotina de cálculo é executada até um instante "TMAX", definido anteriormente de forma a possibilitar a análise do comportamento da instalação até a

estabilização das variáveis de interesse, ou até que se caracterize a condição de ressonância.

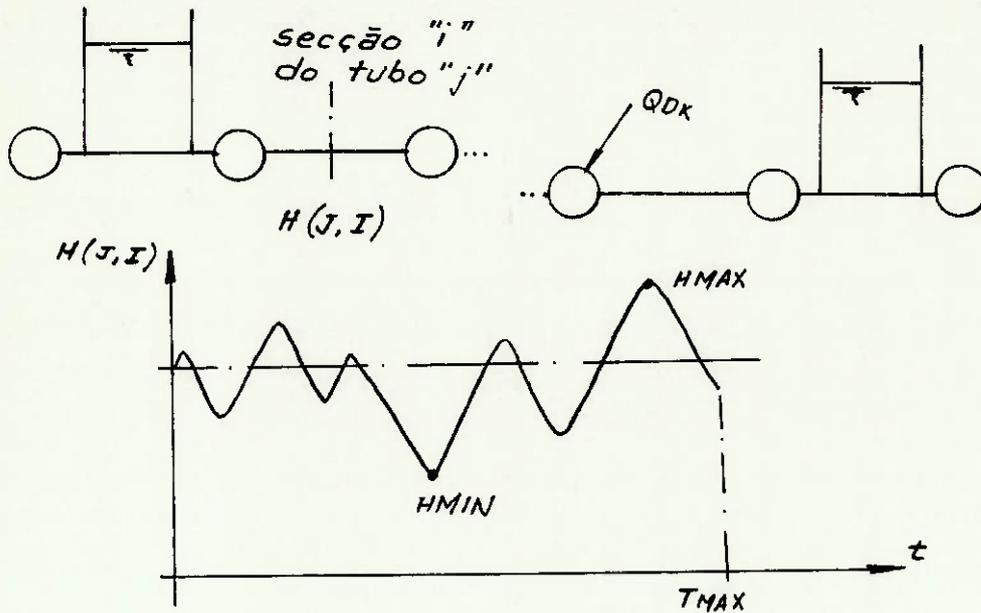


Figura 5.21 Determinação da carga piezométrica na secção "i" do tubo "j" durante o período de excitação "TMAX"

Como mostrado na fig. 5.21, os valores de "HMAX" e "HMIN", em uma secção "i" de interesse em um determinado tubo "j", são então armazenados e associados a frequência de excitação " $\omega_k$ ". O processamento pode então ser repetido para outros valores de " $\omega_k$ ", gerando o gráfico da fig. 5.22, onde ficam evidentes as frequências naturais do sistema.

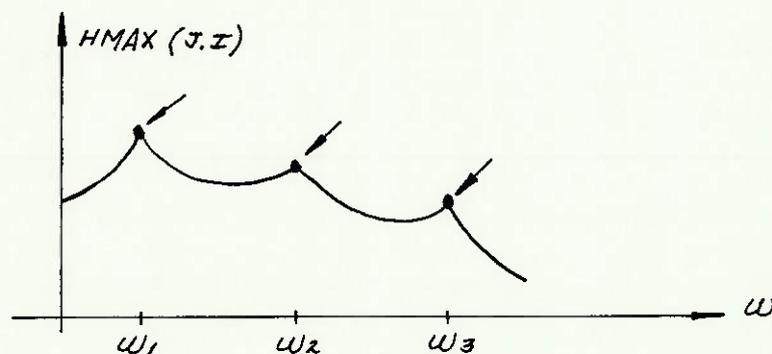


Figura 5.22 Determinação das frequências naturais do sistema hidráulico

Pode-se ainda efetuar uma reprodução dos cálculos, nas vizinhanças das frequências obtidas, utilizando-se um incremento " $\Delta\omega$ " reduzido, e possibilitando uma maior precisão na determinação das mesmas.

Ficam assim determinadas as frequências naturais do sistema, ou seja, aquelas que o levam a apresentar as maiores variações de carga, e podem sob certas condições levar o sistema a uma condição de ressonância.

#### 5.2.6 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA INSTALAÇÃO

O comportamento do sistema hidráulico, quando sujeito a uma excitação, com características conhecidas, é útil na medida em que possibilita a análise das condições de operação e dos esforços aos quais os elementos do circuito hidráulico são submetidos.

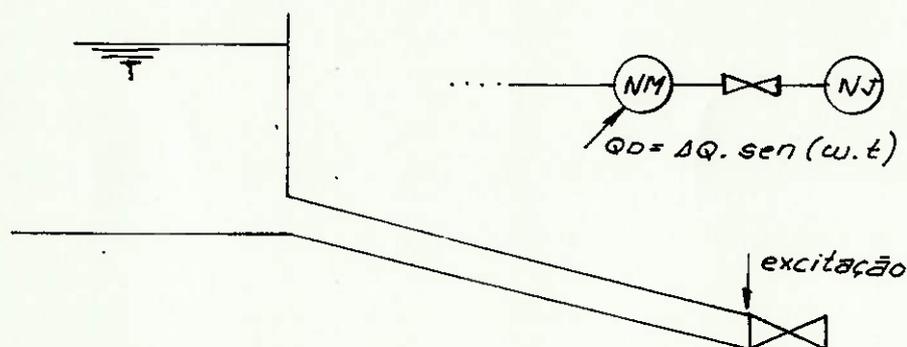


Figura 5.23 Reservatório com excitação em válvula de descarga livre

Se admitirmos por exemplo, que no caso da fig. 5.23, a válvula aberta, produz uma excitação senoidal conhecida, podemos aplicando a rotina do cálculo, determinar o comportamento das variáveis de interesse em cada secção "i" do tubo "j".

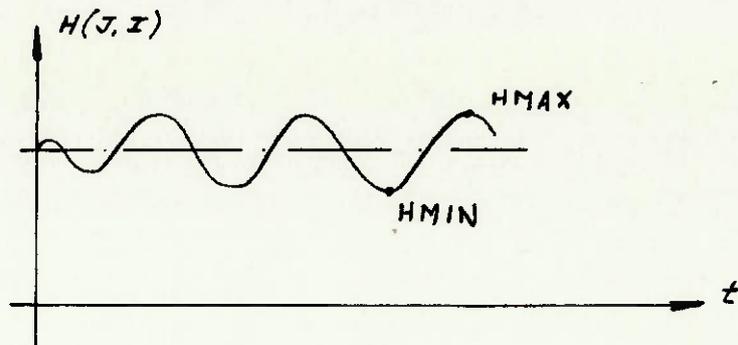


Figura 5.24 Determinação da carga piezométrica na secção "i" do tubo "j" do exemplo da fig. 5.23

Assim, ficam determinadas as cargas máxima e mínima que ocorrem nesta secção particular; quando o sistema é sujeito àquela excitação.

A determinação das variáveis "HMAX" e "HMIN", para todas as secções, permite obter o gráfico da fig. 5.25, que representa o modo de vibrar do sistema e indica as secções que estarão sujeitas aos maiores esforços.

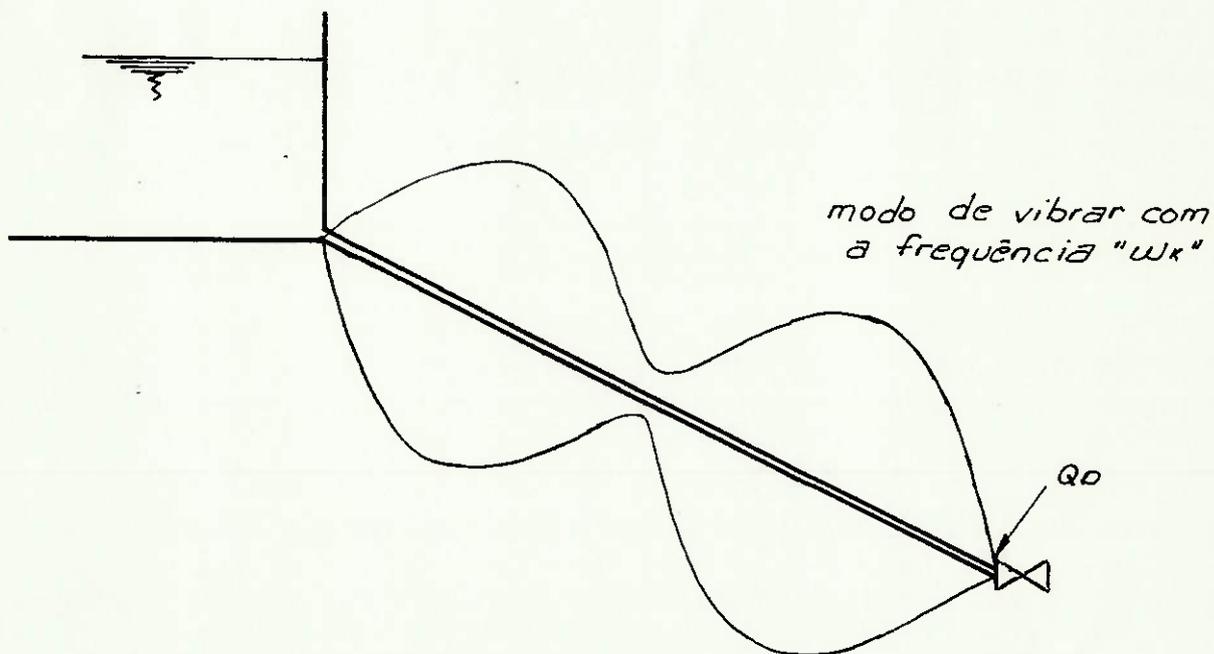


Figura 5.25 Modos de vibrar do circuito do exemplo da fig. 5.23

---

## 6. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO. CASOS ESTUDADOS

---

Com o objetivo de visualizar a aplicação do método de análise de fenômenos oscilatórios, descrito no capítulo 5, elaboramos um programa para micro-computador do tipo PC-XT, utilizando linguagem BASIC. Alguns dos resultados obtidos na análise de sistemas hidráulicos, com a utilização desta rotina, estão apresentados neste capítulo.

O programa baseado nas sub-rotinas de cálculo citadas no capítulo anterior, possibilita a determinação:

- das condições iniciais do escoamento, admitindo o sistema não perturbado
- das frequências naturais do sistema hidráulico
- do comportamento do sistema hidráulico no tempo, quando sujeito a determinada excitação

O programa faz uso da Identificação morfológica da rede e admite os seguintes elementos:

- Reservatório de nível constante
- Tubo
- Singularidade interna
- Válvula com descarga livre ("K" a ser determinado)
- Válvula com descarga nula

Originalmente a apresentação dos resultados é feita na forma de tabelas impressas, embora por facilidade de visualização do fenômeno, algumas destas tenham sido reimpressas na forma de

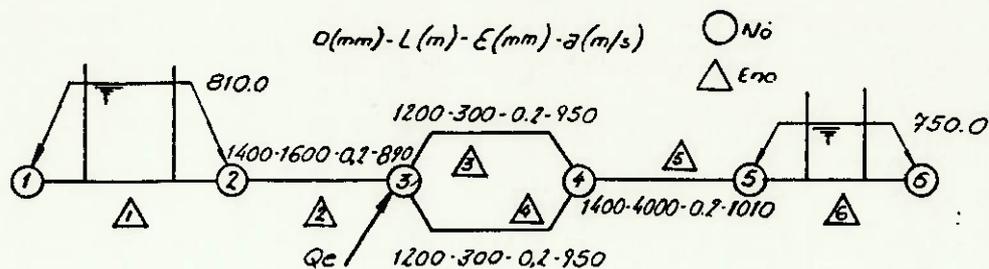
gráficos.

Merecem destaque os dois exemplos de cálculo assinalados, e que fizeram parte de trabalhos sobre o assunto, apresentados em congressos internacionais.

- Exemplo 01

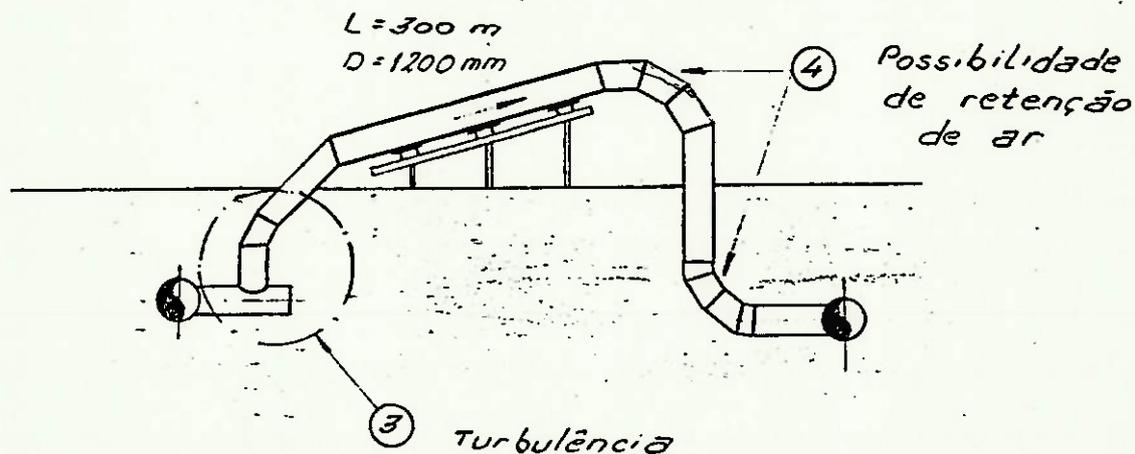
Parte integrante do paper "Causas e Efeitos dos escoamentos secundários induzindo vibrações em instalações hidrelétricas" [25]

- Representação morfológica da rede

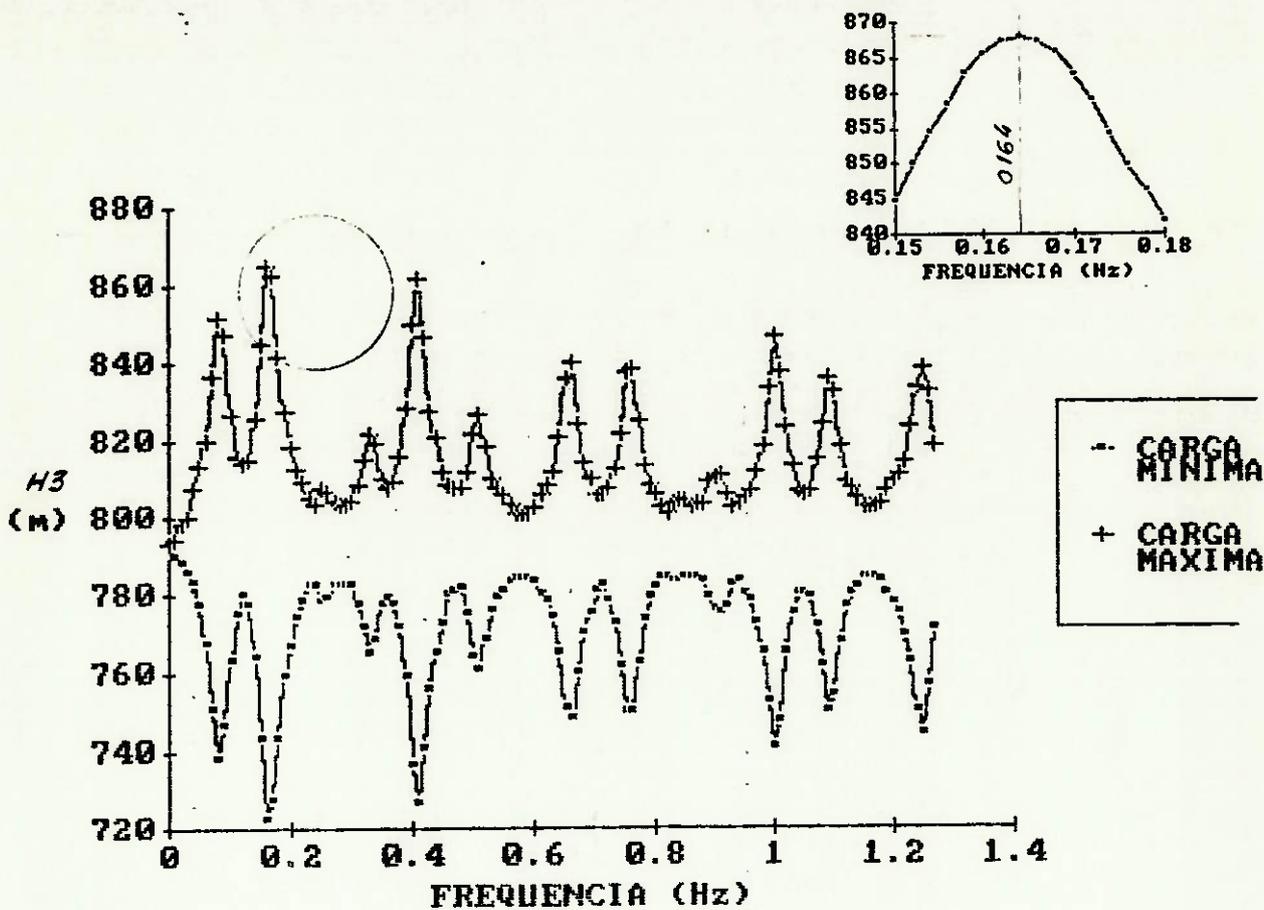


ENO	TIPO	Nº	DENOMINAÇÃO	Nó montante / Nó jusante	
1	RES	1	Reserv. de montante	1	2
2	TUB	1	Conduto 1	2	3
3	TUB	2	Conduto 2	3	4
4	TUB	3	Conduto 3	3	4
5	TUB	4	Conduto 4	4	5
6	RES	2	Reserv. de jusante	5	6

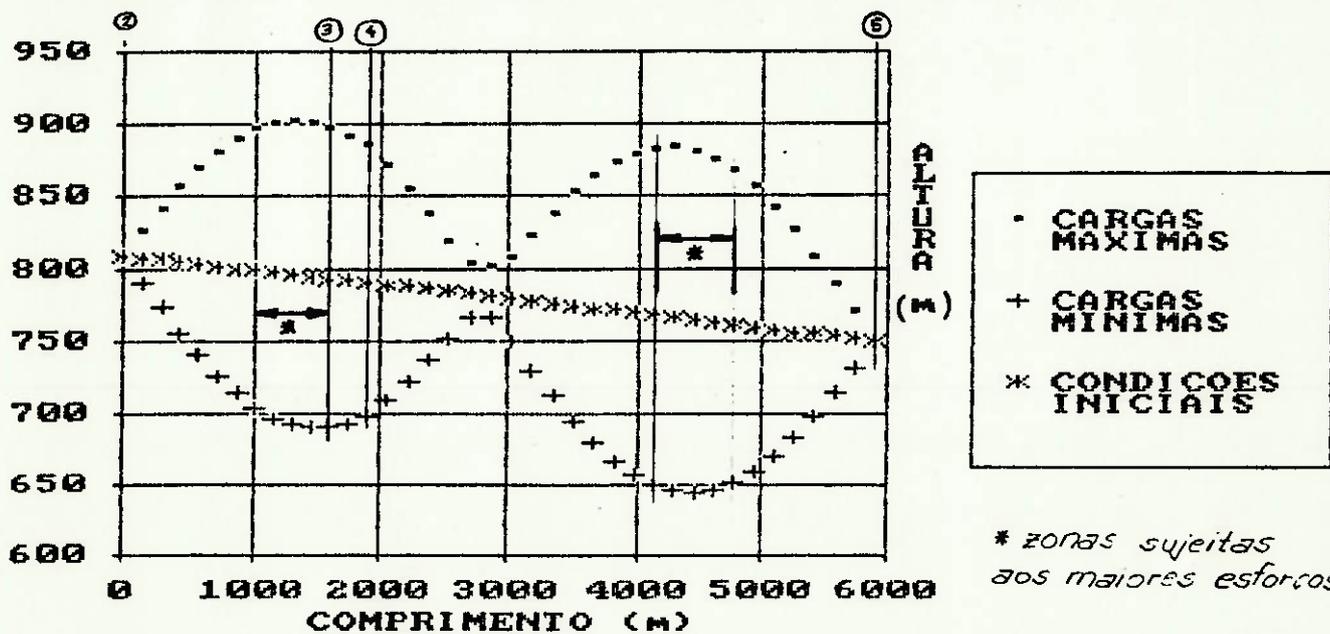
- Representação física esquemática entre os nós 3 e 4 "Cavalete de travessia"



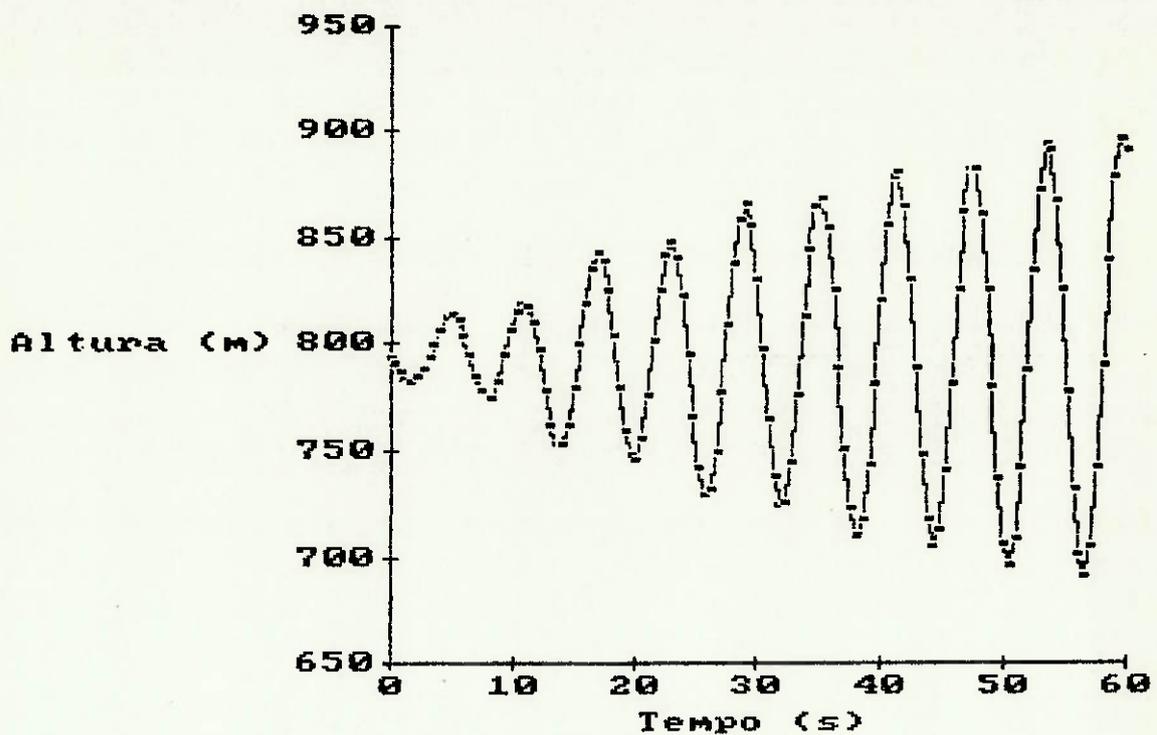
- Modos de vibrar da instalação, com a excitação no N.º 3.  $T_{max} = 30,0 s$



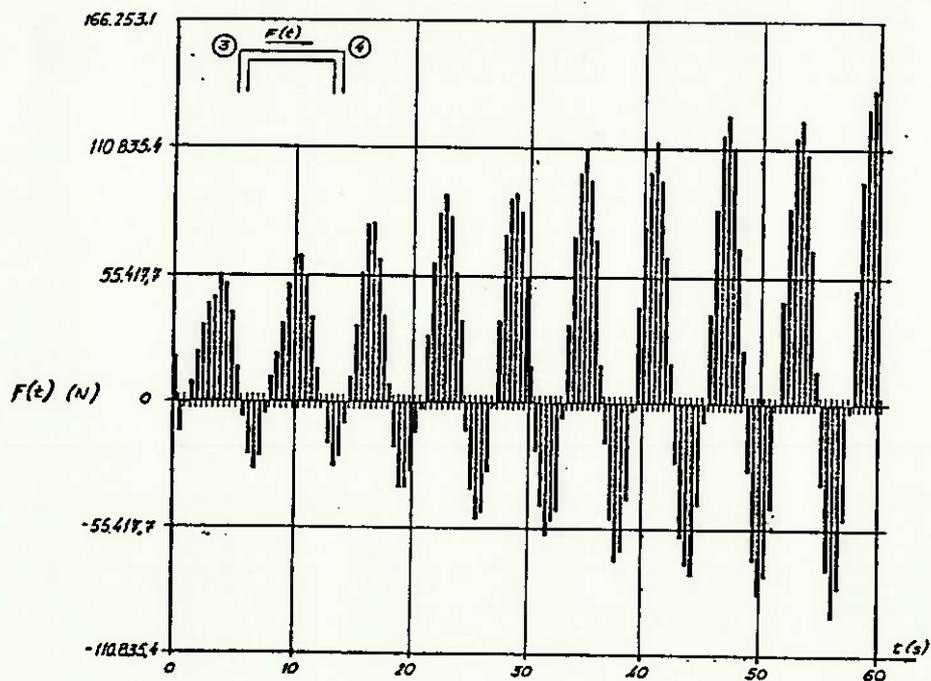
- Modos de vibrar para  $f = 0,164 Hz$  ( $T_{max} = 60 s$ )



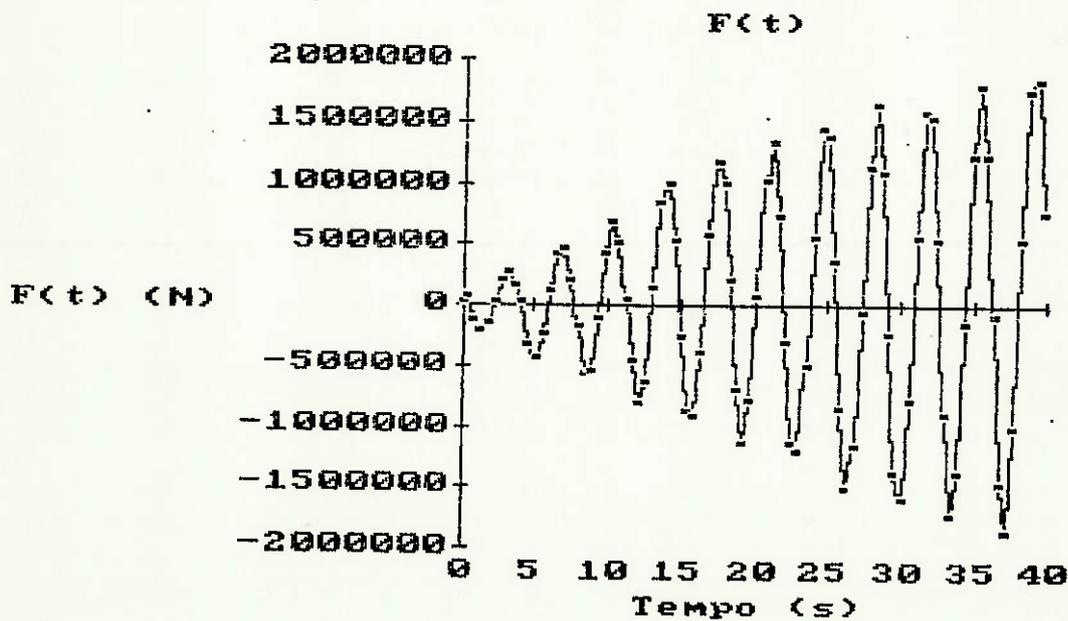
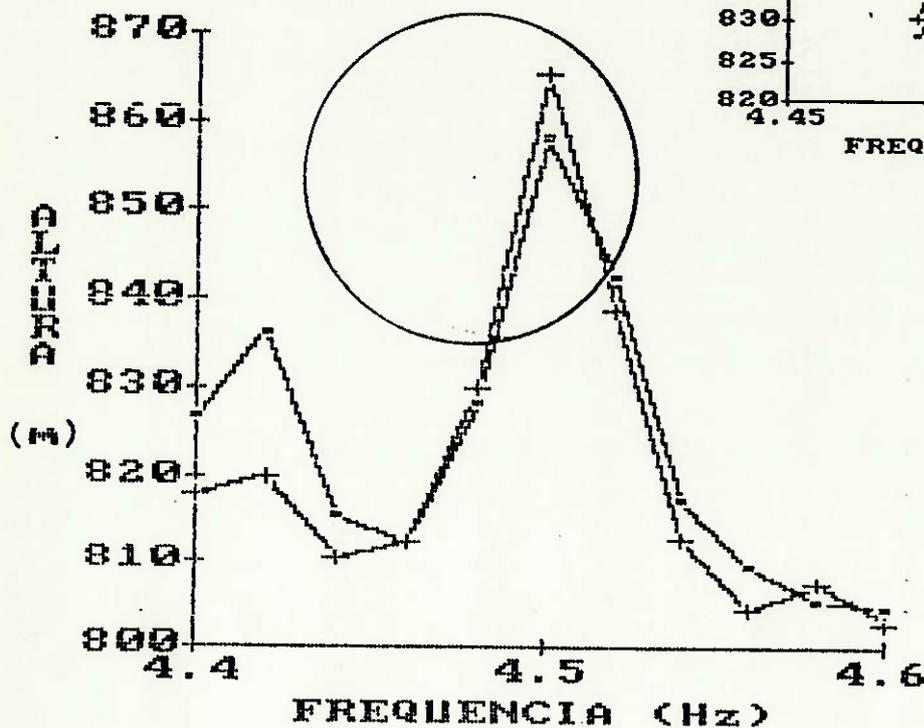
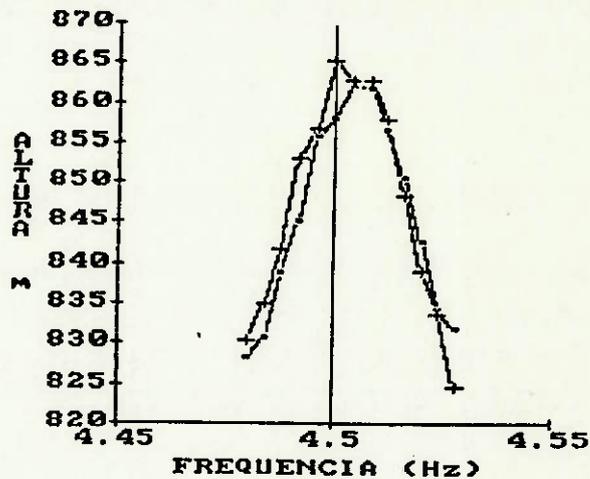
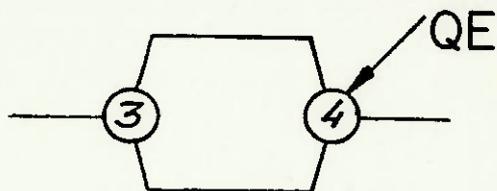
- Variação da carga no Nó 3 com  $f = 0,164 \text{ Hz}$



- Esforço no cavalete como decorrência da variação de carga nos Nós 3 e 4

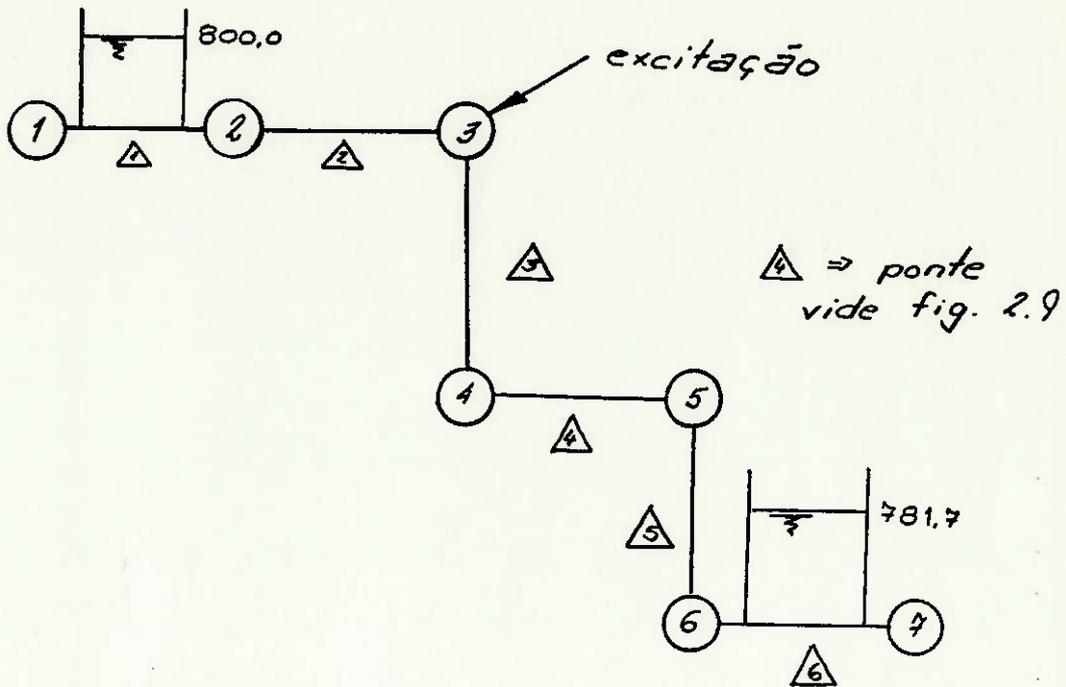


- Pesquisa de frequências na faixa de 4,5 Hz com excitação no Nó 4

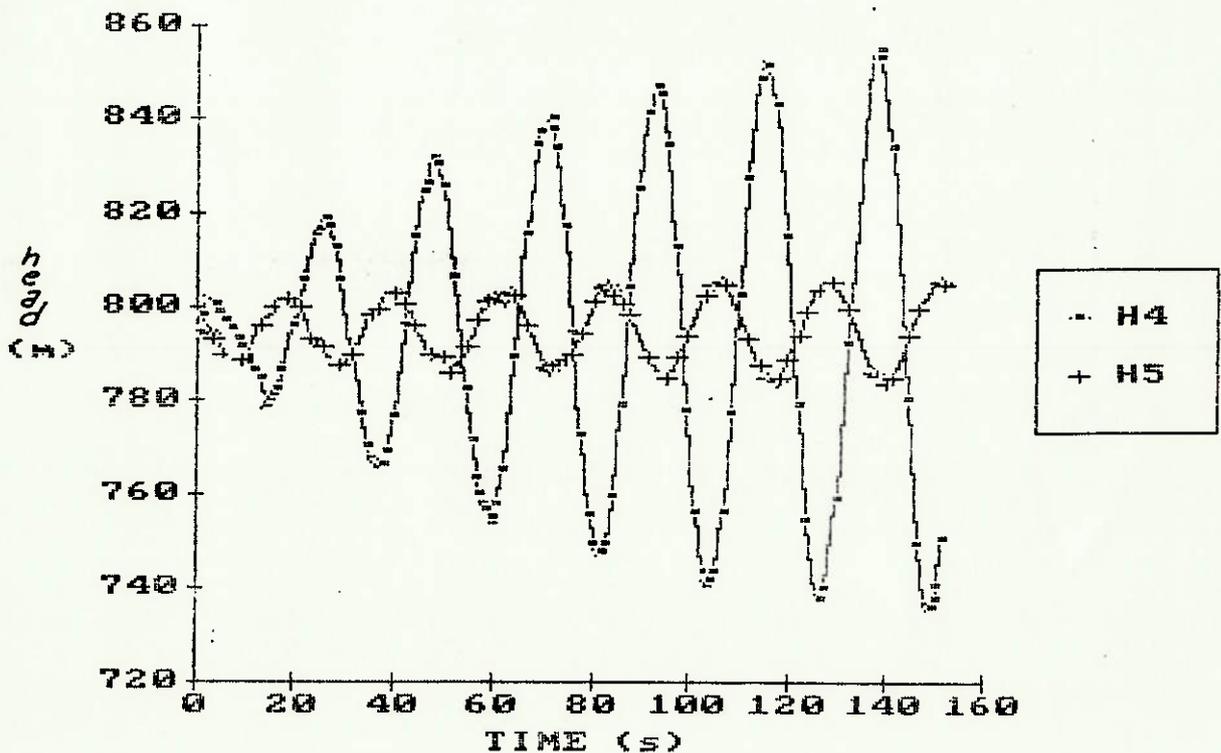


- Exemplo 02

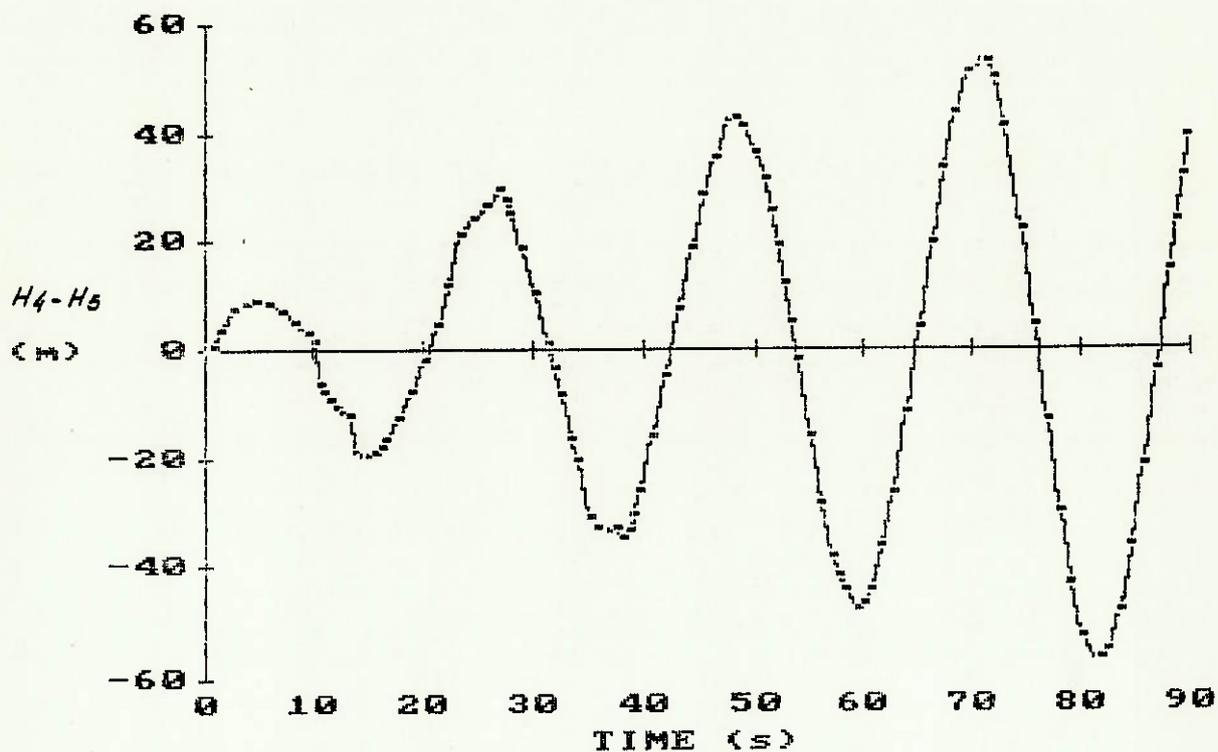
Parte integrante do paper "Cases and accidents in Hydraulic Systems - CAIDI - Computer Aided Diagnosis. Brazilian Examples" [24].



- Excitação com  $f = 14,4$  Hz



- Esforço no trecho de travessia (fig. 2.9)  
devido à excitação no Nó 3



---

## 7. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

Os objetivos básicos propostos neste trabalho consistiam na análise das causas e efeitos dos escoamentos secundários em sistemas hidráulicos, particularmente em Usinas hidrelétricas, dos métodos de análise atualmente disponíveis e do método proposto com a utilização de uma metodologia de cálculo que busca eliminar as linearizações e dificuldades matemáticas normalmente envolvidas na análise do problema.

No que diz respeito ao fenômeno em si, ficou evidenciada a sua importância e a necessidade da análise na fase preliminar do projeto, evitando problemas operacionais e/ou danos à instalação. No caso de Usinas hidrelétricas, o grande número de fontes de excitação aliado a faixa ampla da frequência de atuação destas, torna a análise destes fenômenos imprescindível, principalmente quando admitimos que os diversos sub-sistemas são analisados e projetados individualmente por seus fabricantes, e que durante a operação do sistema ocorre a interação entre estes, como descrito no capítulo 3.

A análise dos métodos de cálculo deixou clara a simplificação obtida na formulação e a importância da não necessidade de linearização das equações básicas, quando adotamos o Método das Características. Como vantagem adicional pudemos concluir que a análise completa do sistema hidráulico exige a utilização deste método ao menos para a determinação das condições iniciais do escoamento e do comportamento dinâmico da instalação.

A utilização dos recursos descritos no capítulo 5, elimina o tempo computacional excessivo envolvido normalmente na utilização do Método das Características, além de possibilitar uma formulação

extremamente simples, mesmo no caso de sistemas hidráulicos com diversos elementos, com diferentes condições de operação e sujeitos a diferentes fontes de perturbação, como pode ocorrer no caso de turbinas hidráulicas trabalhando em paralelo, com diferentes pontos de operação e fontes de perturbação.

Como prosseguimento dos estudos nesta área, o autor gostaria de citar:

- a inclusão de novos elementos na sub-rotina de cálculo, tais como chaminés de equilíbrio, turbinas, bombas e outros. No caso de máquinas hidráulicas seria importante a representação das características reais das mesmas, prevendo-se inclusive no caso de turbinas hidráulicas, a inclusão das leis do regulador de velocidade e do sistema gerador-rede elétrica.
- a análise mais aprofundada do termo de atrito, estudando seu comportamento no escoamento oscilatório e a sua característica variável no tempo, o que implica em admitir um sistema não linear com amortecimento variável.
- a análise do comportamento dinâmico do regulador de velocidade de turbinas hidráulicas, quando sujeito a fenômenos oscilatórios provocando variações de carga na turbina, utilizando os conceitos e sub-rotinas descritos.

---

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- [01] AKAMINE, I., FAVRETTO, L., KOELLE, E., and PERAZZA, A.A., "Analysis of Oscillatory Phenomena on Hydraulic Installations by Using the Method of Characteristics", Congresso Internacional sobre casos e acidentes em Sistemas Fluídos, São Paulo, Brasil, março, 1989.
- [02] BARP, B., "Dynamic behaviour of large pump-turbine rotors", Water Power and Dam Construction, Janeiro, 1976.
- [03] BHAVE, S.K., ACHAREKAR, C.L., MURTHY, B.N. and GOYAL, S.K., "Vibrations in penstocks", Water Power and Dam Construction, Novembro, 1987.
- [04] BLEVINS, R.D., "Flow-Induced Vibrations", Van Nostrand Reinhold Co., USA, 1977.
- [05] BRUSCHIN, J., "Modelling vibration and vortex formation at Piedra del Aguila", Water Power and Dam Construction, Maio, 1985.
- [06] CHAUDHRY, M.H., "Applied Hydraulic Transients", Van Nostrand Reinhold Company, New York, Second Edition, 1987.
- [07] CHAUDHRY, M.H., "Resonance in pipe systems", Water Power and Dam Construction, Julho/Agosto, 1970.

- [08] D,AZZO, J.J. "Análise e projeto de Sistema de Controle Lineares", Guanabara Dois, RJ, Brasil, 2ª edição.
- [09] DEN HARTOG, J.P., "Vibrações nos sistemas mecânicos", Eddgard Blucher, São Paulo, 1972.
- [10] FANELLI, M., "Further Considerations on the dynamic behaviour of hydraulic turbo-machinery", Water Power, Junho, 1972.
- [11] FANELLI, M., "The vortex rope in the draft tube of Francis turbines operating at partial Load: a proposal for a mathematical model", Journal of Hydraulic Research, Vol.27, 1989, No 6.
- [12] FAZALARE, R.W., "Trends in selecting and procuring hydro turbines", Water Power and Dam Construction, Dezembro, 1986.
- [13] FOX., R.W. and McDONALD, A.T., "Introdução a Mecânica dos Fluidos", Guanabara 2, RJ, Brasil, 2ª edição.
- [14] GLATTFELDER, A.H., GREIN H. and DRFLER P.K., "Intense system vibrations in hydro plants", Water Power and Dam Construction, Março, 1981.
- [15] GUARGA, R., HIRIAT, G., TORRES, J.J., "Oscillatory problems at Mexico,s La Angostura plant", Water Power and Dam Construction, Outubro, 1983.

- [16] GUARGA, R., "Surging due to performance characteristics of Hydraulic Machinery", Congresso Internacional sobre casos e acidentes em Sistemas fluidos, São Paulo, Brasil, 1989.
- [17] JAEGER, C., "Fluid Transients in Hydro-Electric Engineering Practice", Blackie and Son Limited, Glasgow, 1977.
- [18] JAEGER, C., "Resonance in hydropower stations", Water Power and Dam Construction, Janeiro, 1982.
- [19] JAEGER, C., "Theory of Resonance in Hydro-Power Systems", Water Power and Dam Construction, Janeiro/Fevereiro/Março, 1963.
- [20] KOELLE, E., "Steady and Transient Analysis and Control of Hydraulic Networks", 2<sup>nd</sup> International Conference on Education, Practice and Promotion of Computational Methods in Engineering using Small Computers, Guanzhou, China, Novembro, 1987.
- [21] KOELLE, E., "Transient, Oscillatory Flow and Control of Large Hydro-Electric Installations", International Symposium on Large Hydraulic Machinery and Associated Equipment, Beijing, China, Maio, 1989.
- [22] KOELLE, E., "Transientes hidráulicos em Conduitos forçados", Curso ministrado na Promon Engenharia S/A, São Paulo, Brasil, Novembro, 1987.

- [23] KOELLE, E., "Transientes hidráulicos. Fatos e Erros, ou Erros de Fato ", 14º Congresso Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental, São Paulo, Brasil, Setembro, 1987.
- [24] KOELLE, E., "Cases and Accidents in Hydraulic Systems - CADI-Computer Aided Diagnosis. Brazilian Examples", IAHR 1990 Symposium, Belgrade Yugoslavia, Setembro, 1990.
- [25] KOELLE, E. and GONÇALVES, M.N.F., "Causas e efeitos dos escoamentos secundários induzindo vibrações em instalações hidrelétricas", HYDRO 90 - SMALL AND MEDIUM Conferência Internacional e Exposição, São Paulo, Março, 1990.
- [26] LIESS, C., "The cause and avoidande of vortex-excited vibrations of turbines stay vanes", Voith Research and Construction, vol. 32 e, Dezembro, 1986.
- [27] LIESS, C., "Cálculo das frequências do vórtice de Karman nas travessas das turbinas de Itumbiara, Marimbondo e Estreito", Relatório Voith, São Paulo, 1987.
- [28] MILLER, R.H., "Operação de Sistemas de potência", Mc Graw-Hill, Eletrobrás, RJ, Brasil, 1987.
- [29] NAUDASCHER, E. "Engineering for Structures subject to Flow-Induced Forces and Vibrations", Intensive course, São Paulo, Brasil, 1982.
- [30] OGATA, K., "Engenharia de Controle moderno", Prentice/Hall do Brasil Ltda., Rio de Janeiro, Brasil, 1982.

- [31] O.KELLY, FRED, "Draft Tube Surging in Francis Turbine", Hydro Review, Abril, 1989.
- [32] PEJOVIC, S. and GAJIC, A., "Cases and Incidents due to Hydraulic transients - Yugoslav Experiences" Congresso Internacional sobre casos e acidentes em Sistemas fluídos, São Paulo, Brasil, 1989.
- [33] PENNINO, B. J., "Prediction of flow-induced forces and vibrations", Water Power and Dam Construction, Fevereiro, 1981.
- [34] PESTEL, E.C. and LECKIE, F.A., "Matrix Methods in Elasto Mechanics", McGraw-Hill Book Company, USA, 1963.
- [35] STRICKLAND, J.D.B., "The Chururaqui Penstock-Resonance Incident", Congresso internacional sobre Casos e Acidentes em Sistemas fluídos, São Paulo, Brasil, 1990.
- [36] SYAMALARAO, B.C., "A review of trashrack failures and related investigations", Water Power and Dam Construction, Janeiro, 1989.
- [37] THICKE, R.H., "Practical solutions for draft tube instability", Water Power and Dam Construction, Fevereiro, 1981.
- [38] VLADISLAVLEV, L.A., "Vibration of Hydro Units in Hidroelectric Power Plants", translated from Russian - Second Edition - Amerind Publishing CO., New Delhi, 1979.

[39] WYLIE, E.B. and STREE  
Ann Arbor, USA, 1983.

[40] VOITH, "1º SEMINÁRIO  
FRANCIS". São Paulo, 1

[39] WYLIE, E.B. and STREETER, V.L., "Fluid Transients", FEB Press.  
Ann Arbor, USA, 1983.

[40] VOITH, "1º SEMINÁRIO DE ENGENHARIA HIDROMECANICA - TURBINAS  
FRANCIS", São Paulo, Brasil, 1976.