

ISAIAS DA SILVA

MANCAIS MAGNÉTICOS
HÍBRIDOS DO TIPO ATRAÇÃO
COM CONTROLE UNIAXIAL

Tese de Doutorado apresentada à
Escola Politécnica da Universidade de
São Paulo para a obtenção do Título de
“Doutor em Engenharia Mecânica”.

Área de Concentração:
Engenharia de Controle e Automação
Mecânica

Orientador:
Prof. Dr. Oswaldo Horikawa

São Paulo
2005

Aos meus pais, Raimundo e Terezinha, pelo exemplo de vida e de tenacidade nos momentos difíceis.

Para Nilda, há anos minha companheira e musa inspiradora.

A todos os meus irmãos(ãs), cunhados(as) e sobrinhos(as).

Agradecimentos

Primeiramente ao Prof. Dr. Eng. Oswaldo Horikawa, meu orientador, pelo constante apoio e incentivo ao longo tanto do trabalho de mestrado quanto neste de doutorado. Apoio este que me possibilitou obter uma bolsa de doutorado sanduíche na Alemanha, bolsa esta que teve duração de dezoito meses. Onde por seis meses tive a oportunidade de freqüentar um curso intensivo da língua alemã, curso este que contribuiu muito satisfatoriamente para a realização dos meus estudos na Technische Universität Darmstadt.

Ao Prof. Dr. Eng. Richard Markert, meu co-orientador no departamento de dinâmica e vibrações da Technische Universität Darmstadt, pela oportunidade impar que me foi concedida, por um ano, de estágio no seu laboratório.

Ao Prof. Dr. Eng. Paulo Carlos Kaminski, da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, que me colocou em contato com o professor Richard Markert.

Aos Profs. Drs. Eng. Newton Maruyama e Silvio I. Nabeta pelas valiosas críticas e sugestões feitas na fase de qualificação do presente trabalho.

Aos demais Profs. Drs. membros da banca.

Ao CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pela concessão da bolsa de doutorado sanduíche acima mencionada.

Ao DAAD, Serviço Alemão de Intercambio Acadêmico, pela bolsa fornecida para a realização do acima mencionado curso da língua alemã.

Ao meu amigo Dr. Eng. Alessandro Roger Rodrigues, ou simplesmente o Roger, pelas valiosas dicas e sugestões durante a fase de revisão e correção deste trabalho.

Ao pessoal da Diadema Pneus e Escapamentos, em especial a minha irmã Solange, o meu cunhado Arislândio e ao Ezequiel, pela dedicação e contribuição destes à empresa durante a minha longa ausência.

Ao meu amigo Luiz Donizete Salles pelo constante incentivo e apoio moral.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE TABELAS	xii
RESUMO	xiii
ABSTRACT	xiv
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Motivação.....	1
1.2. Classificação dos mancais magnéticos.....	3
1.2.1. Mancais com controle em cinco graus de liberdade.....	4
1.2.2. Mancais híbridos rotativos e lineares.....	6
1.2.3. Mancais magnéticos que utilizam materiais supercondutores.....	10
1.3. Objetivos do trabalho.....	12
1.3.1. Primeira etapa, re-análise de um mancal magnético rotativo, híbrido, do tipo atração e com controle uniaxial.....	13
1.3.2. Segunda etapa, construção de um mancal magnético linear, híbrido e com controle ativo em um grau de liberdade.....	14
1.4. Sumário estruturado.....	15
1.4.1. Primeira etapa.....	15
1.4.2. Segunda etapa.....	17
2. MANCAL MAGNÉTICO ROTATIVO	19
2.1. Princípio de funcionamento da parte passiva do mancal magnético rotativo.....	20
2.2. Ímãs permanentes tipo de material e remanência magnética.....	20
2.3. Força magnética e rigidez num par de ímãs anulares polarizados axialmente.....	23
2.3.1. Rigidez à rotação.....	25
2.4. Comprimento mínimo do rotor.....	29

2.5. Confirmação do critério de l_{min} através de experimentos.....	34
2.5.1. Fotografias do rotor levitado.....	35
2.6. Conclusões do capítulo.....	38
3. CONTROLE DA POSIÇÃO AXIAL DO ROTOR	39
3.1. Princípio de funcionamento da parte ativa do mancal magnético rotativo.....	39
3.2. Modelagem do mancal proposto.....	42
3.2.1. Modelo dinâmico do rotor e do atuador.....	43
3.2.2. Dinâmica da bobina.....	44
3.3. A estratégia de controle.....	45
3.4. Conclusões do capítulo.....	51
4. CONSTRUÇÃO DO PROTÓTIPO DO MANCAL MAGNÉTICO ROTATIVO E EXPERIMENTOS	52
4.1. Desenvolvimento do protótipo.....	52
4.2. Determinação da constante magnética k_b	53
4.2.1. Simulações usando o software (MAXWELL 2D).....	57
4.3. Dimensionamento do eletroímã.....	59
4.3.1. Ensaio experimentais do eletroímã.....	61
4.3.2. Determinação da indutância e da resistência da bobina.....	63
4.4. Sensor de posição.....	64
4.5. Amplificador de tensão.....	65
4.6. Síntese do sistema de controle.....	67
4.6.1. Determinação das constantes do controlador PID.....	67
4.6.2. Análise da estabilidade.....	70
4.7. Resultados analíticos e experimentais.....	73
4.7.1. Desempenho do rotor na direção axial.....	73
4.7.2. Comportamento do transitório do sistema através de uma entrada em degrau.....	77
4.7.3. Comportamento do sistema na presença de distúrbios.....	79
4.7.4. Análise da sensibilidade e da robustez do mancal.....	80
4.7.5. Rigidez radial do mancal magnético.....	87
4.7.6. Resultados experimentais do rotor em rotação.....	88
4.8. Conclusões do capítulo.....	91

5. APRIMORAMENTO DA RIGIDEZ RADIAL	92
5.1. Análises das equações de Yonnet.....	92
5.1.1. Aumento na quantidade de ímãs.....	93
5.2. Revisão do critério de comprimento mínimo do rotor.....	93
5.3. Alteração da constante magnética k_h	94
5.4. Experimentos com seis ímãs.....	94
5.4.1. Desempenho na direção axial.....	94
5.4.2. Rigidez radial do mancal.....	96
5.4.3. Comportamento do rotor em rotação.....	96
5.5. Conclusões do capítulo.....	97
6. MANCAL MAGNÉTICO LINEAR	98
6.1. Desenvolvimento da parte passiva do M.M.L.....	98
6.1.1. Análise das forças e das rigidezes magnéticas entre ímãs em forma de paralelepípedo.....	99
6.1.2. Análise da rigidez e da estabilidade da mesa à rotação.....	108
6.1.3. Comprimento e largura mínimos da mesa.....	111
6.2. Comprovação experimental da relação b/h	113
6.2.1. Fotografias da mesa levitada.....	114
6.3. Conclusões do capítulo.....	116
7. PROTÓTIPO DO MANCAL MAGNÉTICO LINEAR E EXPERIMENTOS	117
7.1. Desenvolvimento do protótipo.....	117
7.2. Resultados analíticos e experimentais.....	123
7.2.1. Desempenho da mesa na direção do eixo z	123
7.3. Aprimoramento das rigidezes da mesa à rotação.....	127
7.3.1. Aprimoramento das rigidezes por intermédio de uma haste pendular.....	127
7.4. Resultados experimentais do mancal com a haste pendular.....	129
7.4.1. Rigidezes da mesa à rotação.....	129
7.4.2. Desempenho do protótipo na direção controlada.....	131
7.4.3. Comportamento do transitório do sistema através de uma entrada em degrau.....	132

7.4.4.	Comportamento do sistema na presença de distúrbios e de ruídos	135
7.4.5.	Sensibilidade e robustez do M.M.L.	136
7.4.6.	Comportamento da mesa nas direções não controladas e quando ocorrem distúrbios na direção controlada	138
7.5.	Conclusões do capítulo	139
8.	MELHORIA DAS RIGIDEZES DA MESA À ROTAÇÃO UTILIZANDO UM “PÊNDULO MAGNÉTICO”	141
8.1.	O “pêndulo magnético”	141
8.2.	Análises do M.M.L. com o “pêndulo magnético”	144
8.2.1.	Rigidezes do M.M.L. com o “pêndulo magnético”	145
8.2.2.	Desempenho do M.M.L. na direção controlada e com o pêndulo magnético	147
8.3.	Conclusões do capítulo	150
9.	CONCLUSÕES	152
9.1.	Considerações sobre mancais magnéticos híbridos e com controle uniaxial	153
9.1.1.	Considerações a respeito dos ímãs permanentes	153
9.1.2.	Considerações a respeito do eletroímã	157
9.1.3.	O controlador	161
9.1.4.	Resultados experimentais	162
9.1.5.	Trabalhos futuros	163
A.	O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	165
A.1.	Objetivo do apêndice	165
A.2.	Uma resumida introdução ao Método dos Elementos Finitos	165
A.3.	Passos para a implementação do Método dos Elementos Finitos	167
A.4.	Solução pelo Método dos Elementos Finitos de um problema bidimensional	169
A.4.1.	Formulação variacional	170
A.4.2.	Formulação do elemento-finito	171
A.4.3.	Funções de interpolação	173
A.4.4.	Cálculo das matrizes dos elementos	176
A.4.5.	Cálculo da Integral de contorno	180

A.4.6. Montagem da matriz de rigidez e do vetor de forças.....	183
A.5. Problemas variáveis no tempo.....	187
A.5.1. Aproximação semidiscreta.....	187
A.5.2. Aproximação temporal para uma equação de primeira ordem variante no tempo.....	190
A.5.3. Aproximação temporal para uma equação de segunda ordem variante no tempo.....	192
A.6. Aplicação do Método dos Elementos Finitos em Sistemas Elétricos e Eletromagnéticos.....	194
A.6.1. Equações de Maxwell.....	195
A.6.2. Casos de estudo.....	198
BIBLIOGRAFIA	203

LISTA DE FIGURAS

1.1	Classificação dos mancais magnéticos.....	4
1.2	Esquema para o controle dos 5-g.l. de um mancal magnético rotativo.....	4
1.3	Esquema de um mancal magnético linear com controle em 5-g.l.....	5
1.4	Esquema para o controle de um grau de liberdade de um mancal magnético.....	6
1.5	Mancal magnético híbrido controlado axialmente.....	7
1.6	Mancal magnético híbrido, trabalhando por repulsão e com controle apenas na direção axial.....	7
1.7	Mancal magnético híbrido, controlado na direção axial e utilizando ímãs permanentes magnetizados radialmente.....	8
1.8	Esquema de um mancal magnético híbrido, controlado em duas direções, ímãs permanentes atuando por repulsão e com o rotor balanceado pela gravidade.....	8
1.9	Mancal magnético linear por repulsão e com controle em 1-g.l: (a) mesa, (b) base fixa e (c) sistema montado.....	9
1.10	Esquema de um mancal magnético utilizando discos supercondutores.....	12
2.1	Esquema proposto para a parte passiva do mancal magnético rotativo.....	20
2.2	Ciclos de histerese de materiais magnéticos duros e moles.....	21
2.3	Curva de desmagnetização.....	22
2.4	Curva de desmagnetização e do produto BH.....	23
2.5	Dois ímãs permanentes em forma de coroa circular.....	24
2.6	Esquema das forças que atuam sobre um ímã.....	26
2.7	Rotor deslocado radialmente de Δ_x , neste caso as resultantes magnéticas radiais retornam o rotor para a posição original (equilíbrio estável).....	30
2.8	Rotor deslocado axialmente de Δ_z , neste caso a resultante magnética axial não retorna o rotor para a posição original (equilíbrio instável).....	30
2.9	Rotor inclinado e deslocado transversalmente.....	31

2.10	Rotor inclinado de ϕ em torno de y	32
2.11	Dispositivo para teste da relação $\frac{l}{D}$	34
2.12	O rotor gira em torno de y até que os ímãs se toquem, e permanece nesta posição (instável em ϕ).....	35
2.13	O rotor se mantém alinhado e permanece nesta posição (estável em ϕ).....	35
2.14	O rotor se mantém alinhado e permanece nesta posição (estável em ϕ).....	36
2.15	Rotor inclinado em torno de y por ação de uma força externa.....	36
2.16	O rotor retorna ao equilíbrio após a retirada da força.....	37
2.17	Rotor alinhado através da ação de uma força externa.....	37
2.18	Após a retirada da força externa o rotor inclina em torno de y , e os ímãs se tocam (instável em ϕ).....	38
3.1	Configuração do mancal magnético rotativo proposto.....	40
3.2	Rotor deslocado de Δ_z para a esquerda.....	41
3.3	Modelo dinâmico do mancal proposto.....	43
3.4	Diagrama de blocos do sistema de controle do mancal magnético.....	48
3.5	Sistema de controle com anti “windup”.....	50
4.1	Desenho do protótipo do mancal magnético rotativo.....	53
4.2	Desenho dos ímãs no software MAXWELL 2D.....	54
4.3	Dispositivo para medir a força magnética axial entre dois ímãs.....	55
4.4	Força magnética versus o entreferro.....	55
4.5	Esquema simplificado do mancal magnético.....	56
4.6	Linhas de fluxo magnético dos ímãs.....	58
4.7	Desenho do eletroímã do mancal magnético.....	59
4.8	Desenho da geometria do eletroímã (simetria axi-simétrica).....	60
4.9	Força eletromagnética versus a corrente.....	62
4.10	Linhas de campo magnético do eletroímã.....	62
4.11	Esquema do dispositivo para determinação da força eletromagnética em função da corrente.....	62
4.12	Esquema da bobina.....	64
4.13	Faixa de medição linear do sensor (fonte: Applied Electronics Corp Japan)....	64

4.14	Sinal de saída do sensor apontado para um alvo parado.....	65
4.15	Determinação do ganho k_a do amplificador de tensão.....	66
4.16	Tempo de resposta do amplificador.....	66
4.17	Comparação em frequência entre os modelos original e reduzido.....	68
4.18	Exemplo de um diagrama polar de Nyquist de um sistema genérico.....	72
4.19	Mancal magnético rotativo.....	73
4.20	Diagrama de blocos com saturação do conversor D/A.....	75
4.21	Vibrações do rotor na direção axial.....	77
4.22	Resposta ao degrau.....	78
4.23	Sinal de saída do controlador.....	78
4.24	Resposta ao impulso aplicado axialmente sobre o rotor.....	79
4.25	Resposta do sistema a um distúrbio senoidal.....	80
4.26	Resposta do sistema em malha aberta ($L(s)$).....	81
4.27	Sensibilidade de $T(s)$ em relação aos parâmetros $B(k_i)$ e $a(k_h)$	82
4.28	Resposta do sistema a uma entrada em degrau e com variações dos parâmetros k_i e k_h	83
4.29	Funções sensibilidade complementar $T(s)$ e sensibilidade $S(s)$	83
4.30	Função sensibilidade de controle $C(s)$	85
4.31	Sinal de saída do controlador.....	85
4.32	Sinal de saída da planta na presença de um ruído de medida.....	86
4.33	Análise da estabilidade robusta na presença de incerteza multiplicativa.....	87
4.34	Planta com incerteza multiplicativa.....	87
4.35	Rigidez radial do mancal.....	88
4.36	Oscilações do rotor ($\Omega \cong 50\text{rpm}$).....	89
4.37	Oscilações do rotor ($\Omega \cong 500\text{rpm}$).....	90
5.1	Versão do mancal com o uso de seis ímãs permanentes.....	93
5.2	Protótipo do mancal magnético com seis ímãs permanentes.....	95
5.3	Vibrações do rotor na direção axial.....	95
5.4	Rigidez radial do mancal com quatro e com seis ímãs permanentes.....	96
5.5	Oscilações do rotor com seis ímãs permanentes ($\Omega \cong 500\text{rpm}$).....	97
6.1	Esquema proposto para o mancal magnético linear.....	99

6.2	Ímãs permanentes em forma de paralelepípedo.....	100
6.3	Força magnética F_x entre os ímãs 1 e 2.....	103
6.4	Força magnética F_z entre os ímãs 1 e 2.....	103
6.5	Força magnética F_y entre os ímãs 1 e 2.....	103
6.6	Força magnética F_x entre os ímãs 1 e 3.....	104
6.7	Força magnética F_z entre os ímãs 1 e 3.....	105
6.8	Força magnética F_y entre os ímãs 1 e 3.....	105
6.9	Força magnética F_x entre os ímãs 1 e 4.....	106
6.10	Força magnética F_z entre os ímãs 1 e 4.....	106
6.11	Força magnética F_y entre os ímãs 1 e 4.....	107
6.12	Forças magnéticas F_x , F_y e F_z entre os ímãs 1 e 4 e em função do deslocamento β ao longo do eixo y	107
6.13	Forças magnéticas F_x , F_y e F_z entre os ímãs 1 e 4 e em função do deslocamento γ ao longo do eixo z	107
6.14	Ímã rotacionado de ϕ	108
6.15	Ímãs retangulares e rotacionados de um ângulo θ em torno do eixo y	111
6.16	Ímã rotacionado de um ângulo ψ em torno do eixo z	111
6.17	Mesa inclinada de um ângulo ϕ em torno do eixo x	112
6.18	Dispositivo para comprovar a relação $\frac{b}{h}$	114
6.19	($b < h$) e a mesa gira em torno do eixo x (instável em ϕ).....	115
6.20	($b < h$) e a mesa se mantém alinhada e permanece nesta posição (estável em ϕ).....	115
6.21	($b > h$) e a mesa mantém-se alinhada e permanece nesta posição (estável em ϕ).....	116
7.1	Desenho do protótipo do mancal magnético linear proposto.....	118
7.2	Dimensões dos ímãs utilizados [mm].....	119
7.3	Linhas de fluxo magnético dos ímãs.....	119
7.4	Dispositivo para medir as forças magnética e eletromagnética.....	120
7.5	Força magnética em função do entreferro.....	121
7.6	Esquema do eletroímã do mancal magnético.....	121
7.7	Desenho da geometria do eletroímã (simetria axi-simétrica).....	122

7.8	Linhas de fluxo magnético do eletroímã.....	122
7.9	Força eletromagnética em função da corrente (entreferro $1,5 \times 10^{-3} \text{m}$).....	123
7.10	Mancal magnético linear.....	124
7.11	Modelo dinâmico do M.M.L.....	124
7.12	Vibrações da mesa na direção do eixo z	126
7.13	Rigidez angular K_{ψ} em torno do eixo z	126
7.14	Mesa com a haste pendular.....	128
7.15	Mancal com a haste pendular.....	129
7.16	Rigidez do mancal na direção do eixo y	130
7.17	Rigidez K_{ϕ} em torno do eixo x	130
7.18	Rigidez angular K_{ψ} em torno do eixo z	131
7.19	Vibrações da mesa na direção do eixo z (mesa com o pêndulo).....	132
7.20	Resposta ao degrau (mesa com o pêndulo).....	133
7.21	Oscilações da mesa na direção z com e sem a ação “ <i>anti-windup</i> ”.....	134
7.22	Trajетórias do sistema no plano de fase com e sem a ação “ <i>anti-windup</i> ”.....	134
7.23	Amplitudes dos sinais de controle com e sem a ação “ <i>anti-windup</i> ”.....	134
7.24	Resposta ao impulso (mesa com o pêndulo).....	135
7.25	Resposta do sistema ao distúrbio e ao ruído.....	136
7.26	Resposta do sistema em malha aberta ($L(s)$).....	137
7.27	Funções sensibilidade complementar $T(s)$ e sensibilidade $S(s)$	137
7.28	Análise da estabilidade robusta na presença de incerteza multiplicativa.....	138
7.29	Leitura do sensor na direção do eixo z e oscilações da mesa em torno dos eixos x e z (mesa com o pêndulo).....	139
8.1	Esquema do M.M.L. com o “pêndulo magnético”.....	142
8.2	Mancal com um ímã fixo na haste pendular, ímã esse que atua por atração com outro ímã fixo à base.....	145
8.3	Rigidez do mancal na direção do eixo y	146
8.4	Rigidez K_{ϕ} em torno do eixo x	146
8.5	Rigidez angular K_{ψ} em torno do eixo z	147
8.6	Vibrações da mesa na direção do eixo z	148
8.7	Resposta ao degrau.....	148

8.8	Resposta ao impulso.....	149
8.9	Leitura do sensor na direção do eixo z e oscilações da mesa em torno dos eixos x e z.....	150
9.1	Ímãs com circuito magnético fechado.....	154
9.2	Força magnética axial (entreferro 5×10^{-4} [m]).....	155
9.3	Força magnética radial (entreferro 5×10^{-4} [m]).....	155
9.4	Figura 9.4 (a), (b) e (c): Linhas do fluxo magnético entre os ímãs.....	156
9.5	Configuração proposta, de mancal rotativo, para aprimoramento da eficiência do mancal ($\frac{1}{2}$ mancal).....	158
9.6	Desenho da geometria do mancal (simetria axi-simétrica).....	158
9.7	Linhas de fluxo magnético do atuador e dos ímãs.....	159
9.8	Forças eletromagnéticas em função da corrente e para atuadores com circuito aberto e fechado.....	159
9.9	Configuração proposta, de M.M.L., para aprimoramento da eficiência do mancal ($\frac{1}{2}$ mancal).....	159
9.10	Geometria simulada para um M.M.L. com circuito fechado (simetria axi-simétrica).....	160
9.11	Linhas de fluxo magnético do atuador e dos ímãs.....	160
9.12	Forças eletromagnéticas em função da corrente e para atuadores com circuito aberto e fechado (M.M.L.).....	160
A.1	Discretização de um domínio de estudo.....	172
A.2	Funções de interpolação linear para um elemento triangular de 03 nós.....	176
A.3	Representação de uma função contínua $u(x, y)$ por funções de interpolação linear de elementos triangulares com 03 nós.....	176
A.4	Coordenadas de um elemento triangular.....	179
A.5	Determinação de q_n sobre a fronteira Γ_Ω e condição de equilíbrio entre elementos.....	181
A.6	Fronteira Γ_e de um elemento finito.....	182
A.7	Malha de 03 nós por elemento, elementos triangulares, numeração local e global e número de elementos.....	184

LISTA DE TABELAS

4.1	Dados técnicos do sensor indutivo de proximidade.....	65
4.2	Parâmetros do mancal magnético rotativo e do controlador.....	76
6.1	Dimensões dos ímãs analisados.....	100
7.1	Parâmetros do M.M.L. e do controlador.....	125
A.1	Matriz de armazenamento AM	185
A.2	Relação entre numeração global e local.....	185
A.3	Número global de equações P	186

RESUMO

A pesquisa desenvolvida, ao longo desta tese, aborda o estudo de uma particular classe de mancais magnéticos. Os mancais aqui pesquisados são do tipo híbridos, possuem uma parte passiva e outra ativa. A parcela passiva do sistema é composta de ímãs permanentes que atuam por atração magnética e que asseguram o equilíbrio estável, em quatro graus de mobilidade, de um rotor ou de uma mesa. O grau de mobilidade instável, aqui chamado de direção controlada, é estabilizado pela utilização de uma malha de realimentação composta de eletroímãs, de um sensor de proximidade do tipo não contactante e de um controlador. Esta malha de realimentação forma a parcela ativa do sistema. Aborda-se, primeiramente, o estudo da parte passiva de um mancal rotativo. Nesta etapa analisa-se as forças e as rigidezes magnéticas entre dois ímãs permanentes, define-se a configuração do equipamento e analisa-se a funcionalidade deste. Seqüencialmente mostra-se o princípio de funcionamento do mancal e elabora-se modelos matemáticos que representam a dinâmica do rotor, dos atuadores e do controlador do sistema. Em seguida constrói-se um protótipo de acordo com a concepção proposta e efetua-se vários experimentos objetivando analisar as potencialidades do novo modelo de mancal. Estende-se todos os conceitos, até aqui mencionados, no desenvolvimento e na construção de um protótipo de um mancal magnético linear (M.M.L.) e analisa-se, através de experimentos, o desempenho desta nova concepção de mancal linear. Conclui-se o trabalho com várias considerações e comentários a respeito dos resultados obtidos ao longo da pesquisa.

ABSTRACT

The research developed, along with this thesis, undertakes the study of a particular class of magnetic bearings. The bearings presented here are of hybrid type, they consist of two main parts, passive and active; the passive one uses permanent magnets working in attraction mode to assure stable equilibrium in 4-d.o.f. of a table or of a rotor. In this type of bearings there is one unstable degree of freedom, which is stabilized by a control-loop, composed of two electromagnetic actuators, a non-contact type gap sensor, a controller and an amplifier. These elements together form the active part of the system. In the first phase a complete study of a journal bearing passive portion is made, where at this point, the magnetic forces and stiffnesses between two permanent magnets are analyzed, the journal bearing architecture is defined and its functions are analyzed. Sequentially bearing's functionality is shown and the mathematical models that describe journal bearing's rotor, actuators and dynamic controller are presented. After that, a prototype is built according the proposed conception and, by experiments, it is shown the effectiveness of the proposed journal bearing. In the second part of the work the concepts developed for journal bearing are applied to the development of a magnetic linear bearing (M.L.B.) prototype and, through experiments, the performance of this new M.L.B. conception is analyzed. The work is ended with many considerations and comments related to the results obtained from the research.

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

Na maioria dos casos a indústria de precisão ou de nano tecnologia utiliza mancais aerostáticos, quando esta necessita de equipamento linear ou de rotação e sem atrito mecânico. Em HORIKAWA et al. (1992) é apresentado um mancal aerostático controlado AAJB (*active air journal bearing*), com controle ativo em duas direções, e os autores alcançaram, neste trabalho, uma precisão de movimento com o rotor a 184rad/s ($\cong 1760\text{rpm}$) da ordem de 15nm (1 nanômetro = 10^{-9} m). Em SHINSHI et al. (1996), utilizando conjuntamente mancal aerostático, mancal magnético e eletromagnético e atuadores piezoelétricos, são mostrados três semelhantes sistemas de posicionamento de alta precisão. Este trabalho mostra que, utilizando sensores capacitivos com resolução da ordem 10nm, é possível obter precisão de posicionamento próxima da ordem de resolução do sensor.

Contudo, atualmente um importante segmento da indústria, especificamente o de microeletrônica, busca um novo elemento de máquina que assegure um posicionamento de alta precisão das máscaras contendo os padrões dos circuitos integrados e que possa operar mesmo no vácuo, ambiente no qual os circuitos integrados de última geração estão sendo atualmente produzidos. Segundo SHIMOKOHBE (1996) e SANG (2002) as máquinas para a produção das próximas gerações dos semicondutores LSI do tipo 1GDRAM (“*dynamic random access memory*”), ou dos grandes displays de cristal líquido de pequena espessura e com área de dimensões da ordem de 0,5m x 0,5m devem possuir posicionamento da ordem de décimos de nanômetros. Para estes propósitos e bem como para alguns outros relacionados adiante, os mancais magnéticos apresentam-se como uma solução promissora.

Essencialmente, um mancal magnético, rotativo ou linear, trata-se de um equipamento mecatrônico de elevada precisão, que trabalha sem contato mecânico e que pode operar dentro de uma câmara de vácuo.

As principais vantagens dos mancais magnéticos sobre os demais tipos de mancais são:

- devido à ausência de contato, estes mancais possuem longa vida útil. Nos mancais mecânicos convencionais que utilizam rolamentos de rolos ou de esferas, ou mesmo nos mancais de deslizamento, suspensos por uma película de óleo ou de ar, há o atrito, portanto, a vida útil destes equipamentos é limitada principalmente pela fadiga, geralmente ocasionando descascamento nos anéis ou em um dos corpos rolantes (SKF, 1989);
- não necessitam de lubrificação. Os mancais de deslizamento, suspensos por uma película de óleo, necessitam do lubrificante. Já nos mancais que utilizam rolamentos de rolos ou de esferas, é essencial uma adequada lubrificação dos rolamentos a fim de evitar o contato metálico direto entre os corpos rolantes, pistas e gaiolas, prevenir desgaste, além de proteger as superfícies do rolamento contra a corrosão (SKF, 1989);
- operação em uma ampla faixa de temperaturas variando de $-250\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $450\text{ }^{\circ}\text{C}$ (O'CONNOR, 1992). Os mancais de deslizamento, suspensos por uma película de óleo ou de ar, não são adequados para atuar em ambientes com grande variação de temperatura, isto porque, tanto o óleo quanto o ar tem suas propriedades alteradas em função de variações na temperatura. O desempenho e a confiabilidade dos rolamentos de rolos ou de esferas são influenciados diretamente pela temperatura de trabalho, pois a estabilidade estrutural e dimensional dos componentes dos rolamentos pode variar em função de elevadas alterações de temperaturas (SKF, 1989);
- como os mancais magnéticos não requerem lubrificação e não possuem componentes que se desgastam por atrito, os custos de manutenção são reduzidos. Já os mancais de deslizamento ou de rolamento requerem manutenção adequada e periódica, sendo que os mesmos devem ser limpos e examinados frequentemente,

sendo os intervalos entre tais operações dependentes inteiramente das condições de operação (SKF, 1989);

- permitem elevadas rotações, da ordem de 10.500rad/s (100.000rpm), e é possível o controle das vibrações do rotor quando este passa pelas frequências críticas (MARKERT et al., 2002). Principalmente nos mancais de rolamentos existe um limite de velocidade no qual os rolamentos podem trabalhar, este limite é geralmente estabelecido pela temperatura de trabalho permissível do lubrificante, do material dos componentes do rolamento, do tipo e tamanho do rolamento, da geometria interna, da carga, das condições de lubrificação e resfriamento, do desenho da gaiola, da precisão de giro e da folga interna (SKF, 1989);
- a ausência de contato elimina o ruído sonoro. Em mancais de deslizamento ou de rolamento o nível de ruído é causado, principalmente, pelo atrito, tanto viscoso quanto de contato (SKF, 1989);
- o controle de posicionamento, da mesa ou do rotor do mancal, pode ser da ordem de nanômetros (WILLIAMS; TRUMPER 1994); (JOUNG et al., 1995); (JOUNG et al., 1996); (MOLENAAR et al., 1996); (KIM et al., 1997); (SANDER, 1997) e (SANG et. al., 2002).

Em função destas vantagens, os mancais magnéticos estão sendo aplicados em diversos equipamentos, tais como sistemas de posicionamento de mesas X-Y de alta precisão, sistemas de transporte, tanto urbano, de alta velocidade, como para a movimentação de cargas dentro das chamadas salas limpas, centrífugas de altas rotações, bombas centrífugas, bomba turbomolecular de vácuo, equipamentos espaciais, rodas para armazenamento de energia e etc (LICHUAN et. al., 2004).

1.2 Classificação dos mancais magnéticos

Os mancais magnéticos podem ser classificados de acordo com o número de graus de liberdade controlados, se possuem ímãs permanentes em conjunto com

eletroímãs, se funcionam por atração ou por repulsão magnética, se são balanceados pela gravidade e pelo tipo de levitação que é utilizada. A figura 1.1 mostra um esquema de classificação para os mancais magnéticos.

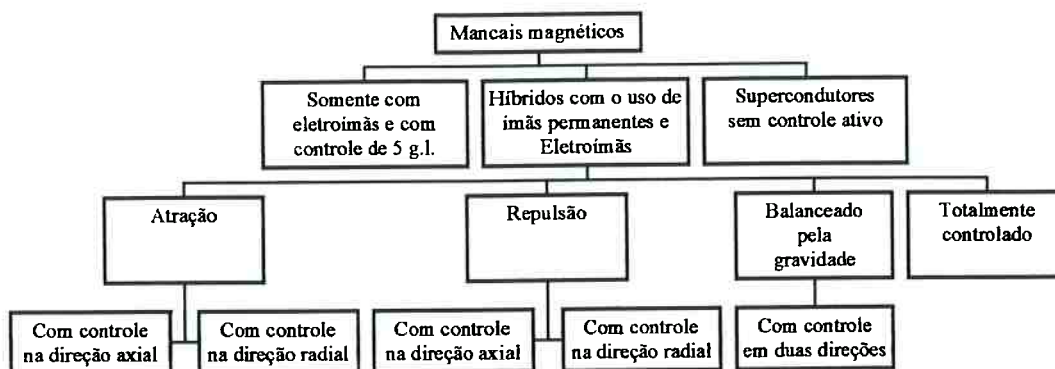


Figura 1.1: Classificação dos mancais magnéticos.

1.2.1 Mancais com controle em cinco graus de liberdade

Vários trabalhos já trataram de mancais magnéticos, tanto lineares quanto rotativos, com controle ativo em cinco graus de liberdade 5-g.l., por exemplo (YOUCEF; REDDY, 1992); (TZENG; WANG, 1994); (WANG, 1994); (GANGBING; RANJAN, 1996); (MARCIO et al., 1996); (LEE, 1996); (ALLAIRE et al., 1996); (NOMAMI; LIU, 2002) e (CHEN; WALTER, 2002). A figura 1.2 mostra um esquema do controle dos 5-g.l. de um mancal rotativo.

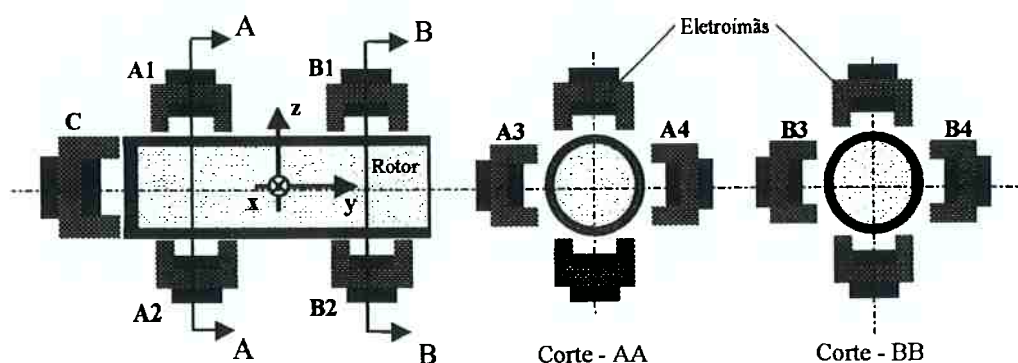


Figura 1.2: Esquema para o controle dos 5-g. l. de um mancal magnético rotativo (YOUCEF; REDDY, 1992).

Os eletroímãs A_1 , A_2 , B_1 e B_2 restringem 2-g.l. do rotor do mancal, que são a translação na direção do eixo z e a rotação em torno do eixo x . O mesmo ocorre com os eletroímãs A_3 , A_4 , B_3 e B_4 que restringem a translação na direção do eixo x e a rotação em torno do eixo z , respectivamente. Já o eletroímã C restringe a translação do rotor na direção do eixo y .

Pela figura 1.3 tem-se o esquema de um mancal magnético linear com controle ativo em 5-g.l. Nesta montagem utiliza-se 08 atuadores para o posicionamento da mesa, sendo que os atuadores de 01 ~ 04 controlam 03 graus de mobilidade da mesa, que são a translação na direção do eixo z , a rotação θ (movimento de “pitch”) e a rotação ϕ (movimento de “roll”) em torno dos eixos y e x , respectivamente. Já os eletroímãs de 05 ~ 08 controlam 2-g.l da mesa, a translação na direção do eixo y e a rotação ψ (movimento de “yaw”) em torno do eixo z .

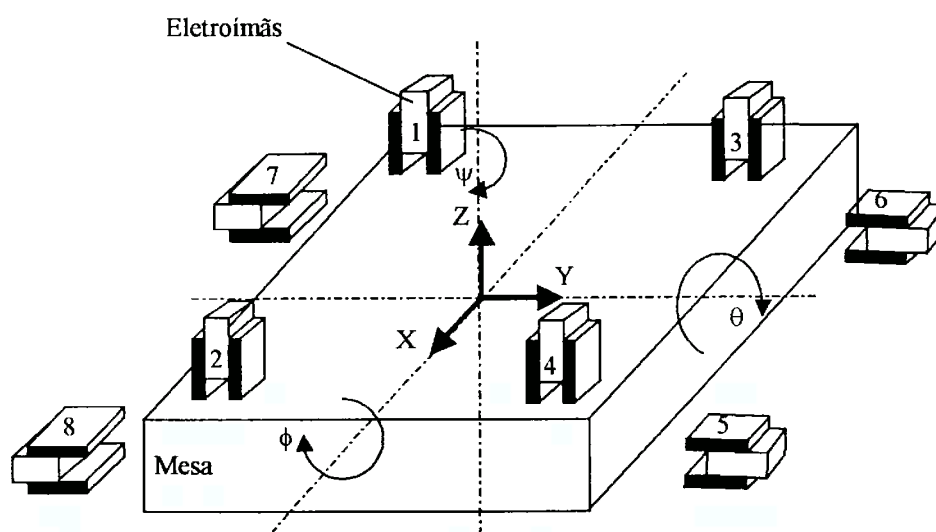


Figura 1.3: Esquema de um mancal magnético linear com controle em 5-g.l.

Uma vez que o controle de cada g.l., tanto para o mancal do tipo linear quanto para o rotativo, requer um sensor, um atuador (eletroímã) e um controlador, o projeto das partes mecânicas, elétricas e do sistema de controle torna-se extremamente complexo e, como consequência, isso faz com que esse tipo de mancal tenha elevado

custo. A figura 1.4 mostra o esquema para o controle de cada g.l. de um mancal magnético rotativo. Tal esquema é semelhante para o controle de 1-g.l. de um mancal linear.

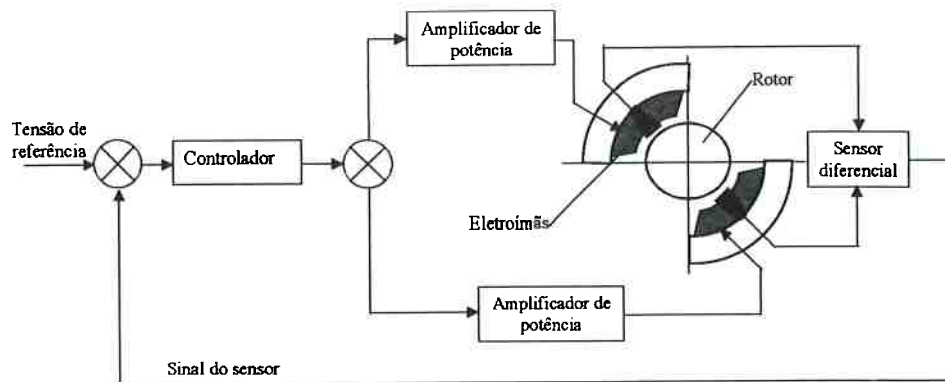


Figura 1.4: Esquema para o controle de um grau de liberdade de um mancal magnético (YOUCEF; REDDY, 1992).

Contudo, cabe ressaltar que mancais magnéticos totalmente controlados são adequados quando a aplicação requer, principalmente, as seguintes características (LEE et al., 2002):

- posicionamento preciso e controlado, da mesa ou do rotor do mancal, em todos os graus de mobilidade;
- controle da rigidez e do amortecimento, da mesa ou do rotor do mancal, em 5-g.l.;
- elevada solicitação de capacidade de carga em todas as direções do sistema.

1.2.2 Mancais híbridos rotativos e lineares

Mancais híbridos são os que utilizam ímãs permanentes em conjunto com eletroímãs. Estes mancais podem ser dos seguintes tipos:

- com controle em 1-g.l. e com os ímãs permanentes sendo utilizados para suportar cargas estáticas radiais, figura 1.5 (GAST et al., 1981). Nesta figura os ímãs C e K são utilizados para levantar e estabilizar o rotor do mancal na direção radial. O eletroímã G garante a estabilidade axial do rotor;

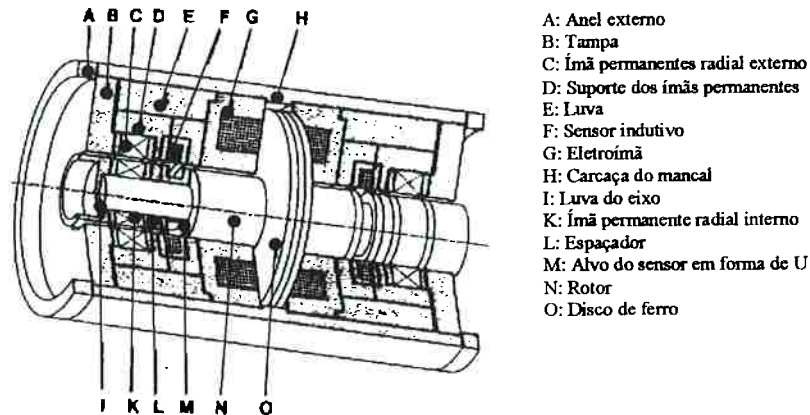


Figura 1.5: Mancal magnético híbrido controlado axialmente (GAST, 1981).

- com controle em 1-g.l., sendo que os demais graus de liberdade são restritos somente pela ação dos ímãs permanentes, e estes trabalham por repulsão, figura 1.6 (MUKHOPADHYAY et al., 1997). Nesta figura os ímãs permanentes também asseguram a estabilidade radial, já os eletroímãs garantem a estabilidade axial. A desvantagem dos ímãs atuarem por repulsão é que isto propicia a desmagnetização dos mesmos (YONNET, 1978); (JATAWANT, 1982) e (CAMPBELL, 1994);

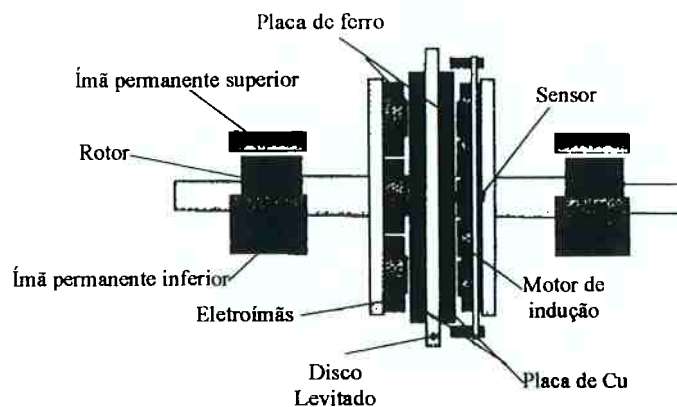


Figura 1.6: Mancal magnético híbrido, trabalhando por repulsão e com controle apenas na direção axial (MUKHOPADHYAY, 1997).

- com controle em 1-g.l., sendo que os ímãs permanentes atuam por atração e são magnetizados radialmente, figura 1.7 (JAYAWANT, 1982);

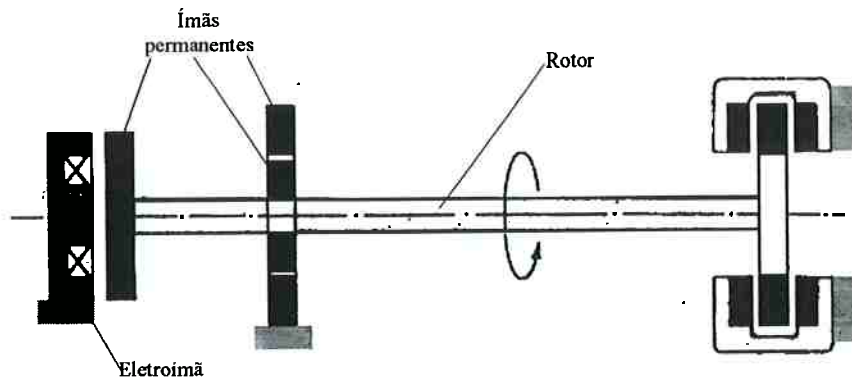


Figura 1.7: Mancal magnético híbrido, controlado na direção axial e utilizando ímãs permanentes magnetizados radialmente (JAYAWANT, 1982).

- com controle em 2-g.l., os ímãs atuam por repulsão e o rotor é balanceado na direção vertical pela gravidade, figura 1.8 (CHARARA et al., 1996);

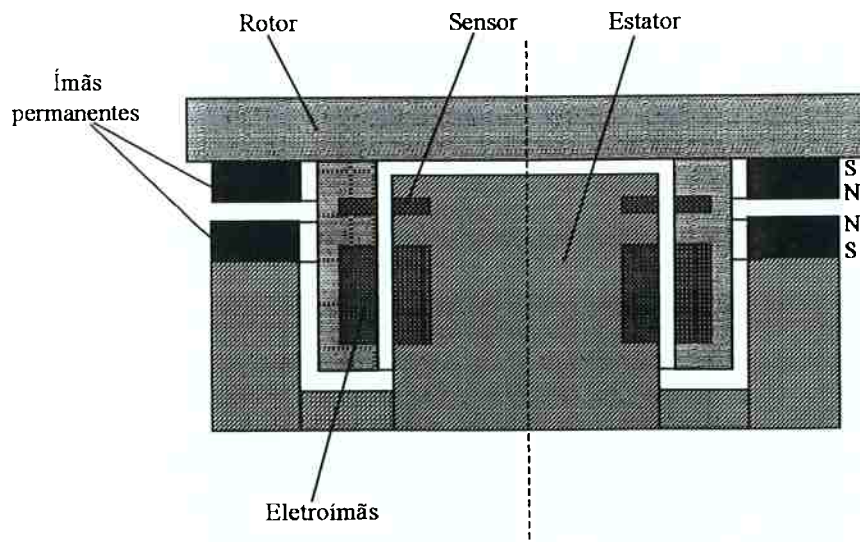


Figura 1.8: Esquema de um mancal magnético híbrido, controlado em duas direções, ímãs permanentes atuando por repulsão e com o rotor balanceado pela gravidade

(CHARARA, 1996).

- com controle em 5-g.l., sendo que os ímãs suportam as cargas estáticas;

- mancal linear híbrido, com controle em 1-g.l. e com os ímãs permanentes atuando por repulsão. Um exemplo deste tipo de mancal é encontrado em SHINSHI et. al. (2001). Neste trabalho apresenta-se um mancal magnético linear com controle em 1-g.l. e com os ímãs permanentes atuando por repulsão, figura 1.9. A desvantagem dos ímãs atuarem por repulsão já foi mencionada, porém na conclusão do artigo os autores concluem que o reduzido curso estável da mesa limita as aplicações práticas do mancal, isto porque o curso obtido, para uma mesa de dimensões 320x160[mm], foi de apenas 2[mm].

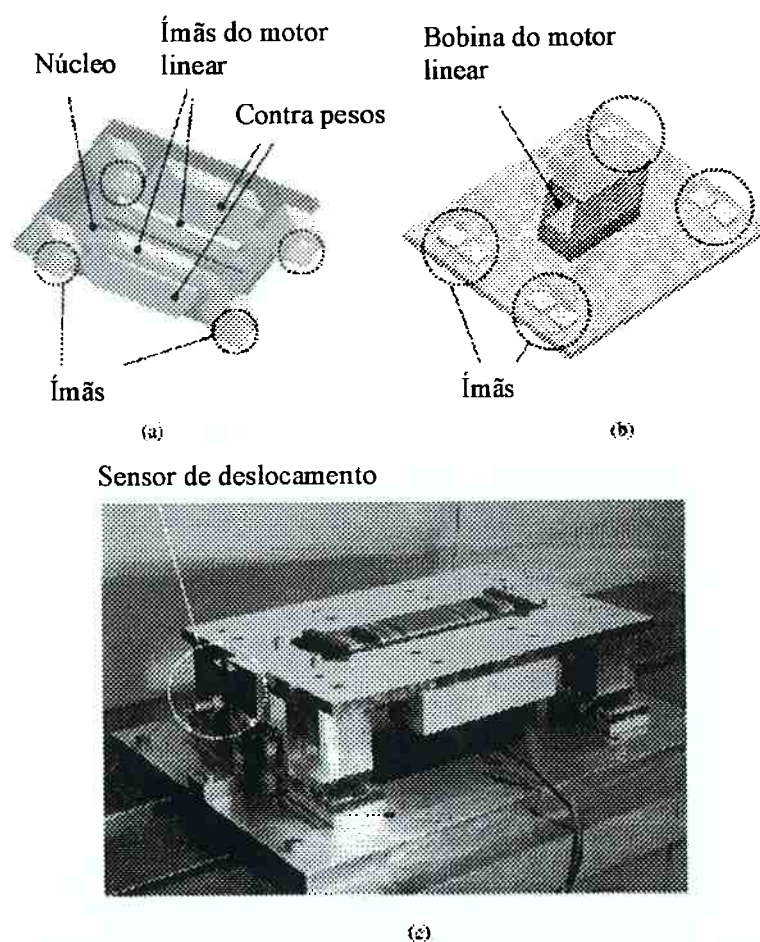


Figura 1.9: Mancal magnético linear por repulsão e com controle em 1-g.l: (a) mesa, (b) base fixa e (c) sistema montado (SHINSHI et al., 2001).

As principais vantagens dos mancais híbridos, tanto rotativos quanto lineares e em relação aos mancais que utilizam apenas eletroímãs, são:

- baixo consumo de energia, isto é, através da escolha apropriada dos ímãs permanentes, pode-se fazer com que toda a carga estática seja suportada pela força magnética gerada pelos ímãs. Utiliza-se a força eletromagnética apenas quando surgem cargas dinâmicas ou distúrbios aplicados sobre a mesa ou sobre o rotor do mancal. Isto é importante, não somente do ponto de vista de economia de energia, mas também no que diz respeito ao aquecimento das bobinas, pois quanto menor for a intensidade da corrente elétrica e o tempo de circulação desta pela bobina, menor será o calor dissipado pela bobina. A baixa dissipação de calor, causada pelo atuador eletromagnético, é um dado de fundamental importância em sistemas cuja finalidade é obter elevada precisão de posicionamento, quanto menor for a variação térmica dos componentes do mancal, menor a possibilidade do surgimento de deformações na estrutura do equipamento;
- relativa simplicidade de projeto e de construção, resultando em mancais de baixo custo e de dimensões reduzidas, quando comparados, por exemplo, com os custos e com as dimensões dos mancais totalmente controlados. Dois modelos de mancais magnéticos híbridos, construídos por DELAMARE et al. (1994) e TAKAHISA et al. (1996), são particularmente interessantes devido aos resultados práticos satisfatórios apresentados, tais como, elevada rigidez radial, precisão de posicionamento axial da ordem de $2\mu\text{m}$ e reduzida vibração na parte passiva do mancal com o rotor destes com rotações de 834rad/s ($\cong 8000\text{rpm}$) no projeto de DELAMARE e 105rad/s ($\cong 1000\text{rpm}$) no de TAKAHISA. O inconveniente destes mancais é, como foi previamente mencionado, o fato de que os ímãs destes atuam por repulsão.

1.2.3 Mancais magnéticos que utilizam materiais supercondutores

A força magnética ou eletromagnética, de atração ou de repulsão e entre dois corpos, é inversamente proporcional à distância que os separa. Deste modo não há

nenhum ponto de equilíbrio entre dois corpos magnetizados, teorema de EARNSHAW (1939). Esta propriedade básica dos campos magnéticos foi utilizada por BRAUNBECK (1939) para demonstrar que a levitação em um campo eletrostático, magnetostático ou estacionário é impossível se a constante dielétrica relativa ϵ_r e a permeabilidade relativa μ_r são ambas maior ou igual a 1, em qualquer ponto do sistema. Como $\epsilon_r \geq 1$ para todos os materiais, a levitação não é possível pela utilização de campos eletrostáticos. Porém, com campos magnéticos e materiais com $\mu_r < 1$ a levitação estável pode ser alcançada. Existem dois tipos de materiais com $\mu_r < 1$, que são os materiais diamagnéticos que possuem μ_r um pouco menor do que 1 e materiais no estado de supercondutividade com $\mu_r = 0$.

As propriedades supercondutoras dos materiais são influenciadas por dois parâmetros, que são a temperatura crítica e o campo crítico. A maioria dos supercondutores exibe uma redução na resistência à passagem de corrente elétrica com a diminuição da temperatura; alguns ‘perdem’ completamente a resistência à circulação de corrente elétrica quando refrigerados abaixo de uma temperatura particular, que é chamada de temperatura crítica. Abaixo desta temperatura estes materiais tornam-se condutores ideais ou supercondutores. Deste modo, se uma corrente elétrica começa a circular em um supercondutor, ela circulará indefinidamente e produzirá um campo magnético enquanto o material é mantido abaixo da temperatura crítica. Esta persistente corrente, circulando pela bobina supercondutora, faz com que esta tenha o comportamento de um ímã permanente (SINHA, 1987). Existem estudos mostrando a possibilidade de obtenção de mancais magnéticos sem nenhum controle ativo através da utilização de materiais supercondutores (MARINESCU et al., 1989) e (TAKAHATA et al., 1991). Contudo, até o presente momento os materiais conhecidos somente desenvolvem a supercondutividade a uma temperatura inferior a 77K, e ainda são remotas as possibilidades para uma aplicação prática, figura 1.10, (MARION-PÉRA et al., 1994).

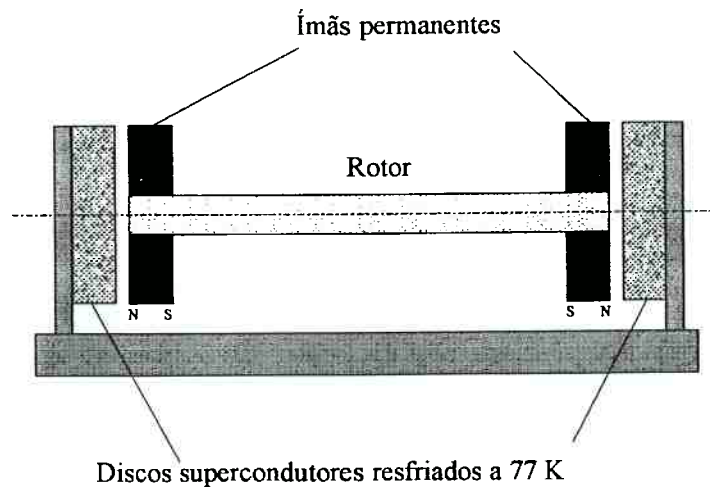


Figura 1.10: Esquema de um mancal magnético utilizando discos supercondutores (MARION-PÉRA et al., 1994).

1.3 Objetivos do trabalho

Analisando cada modelo apresentado de mancal magnético pode-se concluir que os mancais com controle em 5-g.l, sejam estes do tipo híbridos, com os ímãs permanentes atuando por repulsão ou por atração, balanceados pela gravidade ou somente com eletroímãs, são complexos e conseqüentemente possuem elevado custo.

Por outro lado, os mancais que utilizam materiais supercondutores e necessitam ser refrigerados a temperaturas próximas de 77K ainda são inviáveis tanto construtivamente quanto economicamente.

Já os mancais híbridos com controle em apenas 1-g.l, mas que possuem os ímãs permanentes atuando por repulsão, são complexos do ponto de vista construtivo, principalmente devido à dificuldade encontrada para estabilizar o rotor ou a mesa.

Considerando todo este universo de mancais magnéticos apresentados, as seguintes particularidades inerentes a cada modelo podem ser resumidas abaixo:

- a) com controle em 5-g.l, resulta em complexidade do sistema de controle, complexidade essa que pode reduzir a confiabilidade do equipamento e faz com que esta classe de mancal possua elevado custo;
- b) híbridos do tipo repulsão, implicam em desmagnetização dos ímãs;
- c) supercondutores ou com levitação eletrodinâmica, tem-se o problema da supercondutividade ainda ser inviável à temperatura ambiente e problemas relacionados com a velocidade relativa crítica (SINHA, 1987);
- d) híbridos do tipo atração e que utilizam ímãs magnetizados radialmente, resulta que os ímãs magnetizados radialmente são de difícil fabricação e de elevado custo (YONNET, 1978) e (JAYAWANT, 1982);

1.3.1 Primeira etapa, re-análise de um mancal magnético rotativo, híbrido, do tipo atração e com controle uniaxial

Considerando alguns destes problemas, intrínsecos de cada tipo de mancal magnético aqui relatados, foi proposto, como tema de uma pesquisa de mestrado, um trabalho sobre uma determinada classe de mancais magnéticos (SILVA, 2000). A pesquisa apresentou uma nova concepção de mancal magnético híbrido, na qual, somente 1-g.l. de um rotor, a sua posição axial, foi controlada de forma ativa. Os demais movimentos, 4-g.l., do rotor possuíam equilíbrio estável apenas pela ação dos ímãs permanentes, ímãs esses magnetizados axialmente que atuavam por atração, de maneira a minimizar o citado problema da desmagnetização. Esta configuração, com o controle ativo em 1-g.l., é a mais simples possível, como já foi citado, de acordo com o princípio de Earnshaw é impossível se ter uma sustentação magnética sem controle ativo em pelo menos uma das direções do sistema.

O objetivo para a primeira etapa do presente trabalho será de re-representação e de re-análise do mancal magnético rotativo desenvolvido. Isto será efetuado na seguinte forma:

- através da montagem de dois pares de ímãs permanentes, nas extremidades de um rotor, descreve-se o princípio de funcionamento da parte passiva do mancal magnético rotativo;
- análises das principais características físicas dos ímãs permanentes, tais como remanência e força coercitiva;
- apresentação e análise das equações que determinam as forças e as rigidezes magnéticas entre dois ímãs permanentes em forma de coroa circular;
- desenvolvimento de uma relação entre o diâmetro do ímã e o comprimento do rotor. Esta relação é fundamental para a garantia do equilíbrio estável do rotor quanto a movimentos de inclinação deste;
- apresentação do princípio de funcionamento da parte ativa do mancal e desenvolvimento do modelo matemático que representa a dinâmica do sistema;
- construção de um protótipo de acordo com a concepção proposta;
- simulações do atuador eletromagnético através de um software que utiliza o método dos elementos finitos;
- determinação experimental e pelo método dos elementos finitos dos parâmetros do modelo do mancal magnético;
- implementação e análises do controlador do sistema;
- com este protótipo estudar as características e potencialidades desta nova concepção de mancal, tais como o desempenho do sistema na direção axial, a rigidez radial do mancal e o comportamento do rotor em baixas rotações;
- modificação da configuração do sistema visando elevar a rigidez radial do mancal.

1.3.2 Segunda etapa, construção de um mancal magnético linear, híbrido e com controle ativo em um grau de liberdade

Nesta etapa estende-se os conceitos de mancal com controle uniaxial e com ímãs trabalhando por atração para o desenvolvimento de um mancal magnético linear, M.M.L.. Esta nova concepção de mancal será desenvolvida da seguinte maneira:

- através da montagem de dois pares de ímãs permanentes, em cada extremidade de uma mesa, mostra-se o princípio de funcionamento para a parcela passiva do mancal magnético linear;
- apresentação e análise das equações que determinam as forças e as rigidezes magnéticas entre dois ímãs permanentes em forma de paralelepípedo;
- análise das rigidezes e da estabilidade da mesa à rotação;
- construção de um protótipo de acordo com a concepção proposta;
- determinação experimental e por simulações, através do método dos elementos finitos, das constantes do sistema;
- com este protótipo estudar as características e potencialidades desta nova concepção de mancal, tais como o comportamento do sistema na direção controlada, as forças e as rigidezes nas direções passivas e a dinâmica da mesa do mancal.

1.4 Sumário estruturado

1.4.1 Primeira etapa

Na primeira parte deste trabalho é apresentado um estudo completo de um mancal magnético rotativo e híbrido, isto é, que utiliza ímãs permanentes e eletroímãs e com controle em um único grau de liberdade do rotor. A parte passiva do sistema trabalha por atração magnética, ao passo que a parcela ativa trabalha por repulsão e por atração eletromagnética. Este estudo abrange desde as análises teóricas até a implementação prática do sistema, incluindo comparações entre resultados teóricos e experimentais.

No capítulo 1 é apresentada uma introdução ao trabalho, onde faz-se uma breve revisão dos principais modelos de mancais e de suspensões magnéticas e eletromagnéticas.

O objetivo do capítulo 2 é apresentar a estratégia básica para o projeto da parte passiva do mancal magnético. Neste capítulo são apresentadas as principais

características, físicas e geométricas, dos ímãs permanentes. Este estudo aborda as forças e as rigidezes magnéticas que ocorrem entre dois ímãs permanentes em forma de coroa circular e que atuam por atração magnética. Este capítulo também apresenta o desenvolvimento da relação entre o comprimento do rotor do mancal magnético e o diâmetro externo do ímã, relação essa que mostra a condição mínima e necessária para que o rotor do mancal possua equilíbrio estável quanto a movimentos de inclinação. Este capítulo é concluído com a construção de um dispositivo, no qual são realizados vários ensaios para comprovar a relação desenvolvida.

O capítulo 3 trata do controle da posição axial do rotor, sendo este estruturado da seguinte maneira:

- introdução;
- princípio de funcionamento da parte ativa do mancal;
- modelagem do mancal proposto com a apresentação dos modelos dinâmicos do rotor, dos ímãs e do atuador eletromagnético;
- apresentação da estratégia de controle adotada;

O capítulo 4 trata da construção do protótipo do mancal e dos experimentos realizados neste. Este capítulo é desenvolvido de acordo com a seguinte seqüência:

- introdução;
- desenvolvimento e construção do protótipo;
- determinação experimental e numérica (M.E.F.) da força magnética de atração entre dois ímãs permanentes e em função do entreferro;
- apresentação dos critérios empregados para o dimensionamento do eletroímã;
- utilizando um software, baseado no método dos elementos finitos, faz-se várias simulações com o eletroímã;
- realização de ensaios experimentais, com o eletroímã, para a determinação da força eletromagnética em função da corrente elétrica;
- apresentação das características do sensor indutivo e do amplificador de tensão;
- critério adotado para a determinação dos ganhos do controlador;
- experimentos avaliando o desempenho do protótipo.

No capítulo 5 é proposta uma simples alteração no mancal. Esta modificação tem por objetivo melhorar a rigidez radial do protótipo. Este capítulo é desenvolvido da seguinte maneira:

- introdução;
- modificação proposta, onde cita-se as várias possibilidades que aumentam a rigidez radial do mancal;
- opção por aumentar o número de ímãs;
- revisão do critério de comprimento mínimo do rotor em decorrência do aumento do número de ímãs;
- experimentos com o mancal nesta nova configuração.

1.4.2 Segunda etapa

A segunda parte deste trabalho será formada pelo completo desenvolvimento, tanto teórico quanto experimental, de um mancal magnético linear, híbrido, com controle em um único grau de liberdade de uma mesa e com ímãs atuando por atração.

Inicia-se o capítulo 6 com a apresentação da arquitetura proposta para o M.M.L. e, seqüencialmente, mostra-se e analisa-se as equações que determinam as forças e as rigidezes magnéticas que ocorrem entre dois ímãs permanentes atuando por atração magnética e em forma de paralelepípedo. Conclui-se o capítulo com as análises das rigidezes e da estabilidade da mesa à rotação.

O capítulo 7 trata da construção do protótipo do mancal e dos experimentos realizados neste. Este capítulo é desenvolvido da seguinte maneira:

- introdução ao capítulo;
- desenho do protótipo do mancal;
- determinação experimental e por simulações pelo M.E.F. da constante magnética do sistema;
- dimensionamento do eletroímã;
- análise do eletroímã através do M.E.F.;

- determinação experimental da constante eletromagnética e comparação deste resultado com o obtido por simulações pelo M.E.F.;
- construção do protótipo do mancal linear;
- avalia-se o desempenho do mancal na direção controlada. Observa-se, por exemplo, a precisão de posicionamento da mesa e o comportamento do sistema na presença de distúrbios e de ruídos. Ainda nesta etapa analisa-se a rigidez da mesa nas direções não controladas;
- objetivando o aprimoramento da rigidez da mesa à rotação propõe-se algumas alterações no equipamento. Para isto, faz-se uma pequena modificação no protótipo original, por exemplo, instala-se uma haste pendular no centro da mesa do mancal;
- avaliação do protótipo após a modificação deste. Observa-se o desempenho do mancal na direção controlada, as rigidezes do mancal em todas as direções e o comportamento do sistema na presença de distúrbio e de ruídos.

O capítulo 8 apresenta uma outra maneira de se aprimorar às rigidezes da mesa à rotação. Faz-se isto com a adição de dois ímãs, sendo um fixo à haste pendular, citada no parágrafo anterior, e um outro fixo à base do mancal. Este capítulo é concluído com vários resultados que mostram a eficácia da modificação efetuada.

O capítulo 9 apresenta as considerações finais sobre o trabalho. Este é finalizado com as conclusões e com as contribuições das duas propostas de mancais magnéticos apresentadas no decorrer da pesquisa. Este capítulo também apresenta algumas sugestões para trabalhos futuros.

No apêndice A é apresentada uma introdução ao método dos elementos finitos.

Capítulo 2

MANCAL MAGNÉTICO ROTATIVO

O objetivo deste capítulo é abordar todas as etapas necessárias para o projeto da parte passiva do mancal magnético rotativo. Os tópicos tratados neste capítulo são:

- a) apresentação da configuração e do princípio de funcionamento para a parte passiva do mancal magnético rotativo;
- b) estudo das características principais dos ímãs permanentes, tais como a força coercitiva e a remanência magnética, estudo esse que visa apresentar alguns critérios que possibilitam a seleção entre os diversos tipos de ímãs permanentes;
- c) apresentação das equações que determinam as forças e as rigidezes magnéticas entre dois ímãs permanentes em forma de coroa circular, sendo que através da análise destas equações pode-se identificar as direções onde se tem rigidez positiva;
- d) determinação de uma relação entre o comprimento do rotor e o diâmetro do ímã. Esta relação assegura que o rotor do mancal tenha equilíbrio estável quanto a movimentos de inclinação;
- e) constrói-se um dispositivo de acordo com a concepção apresentada para o mancal magnético. A finalidade deste dispositivo é comprovar a relação desenvolvida entre o comprimento do rotor e o diâmetro do ímã;
- f) conclui-se o capítulo com a apresentação de diversas figuras que mostram os resultados realizados utilizando o citado dispositivo, e que comprovam a eficácia da relação desenvolvida entre o comprimento do rotor e o diâmetro do ímã.

2.1 Princípio de funcionamento da parte passiva do mancal magnético rotativo

A configuração para a parte passiva do mancal magnético rotativo é mostrada na figura 2.1. Cabe ressaltar que se chegou a essa arquitetura tendo se por base todas as análises, sobre mancais magnéticos, feitas no capítulo 1. Aqui se propõe a montagem de dois pares de ímãs em cada extremidade de um rotor, onde um par de ímãs é fixo à estrutura do mancal e o outro é preso ao rotor. A polaridade dos ímãs é ajustada de modo que os mesmos atuem por atração magnética. Como será apresentado na próxima seção, garantindo um comprimento mínimo para o rotor, os dois pares de ímãs permanentes garantem a estabilidade radial e angular do rotor. A estabilidade na direção axial é obtida através de uma malha de controle composta por um sensor de proximidade não contactante (sensor indutivo), um controlador e um atuador eletromagnético.

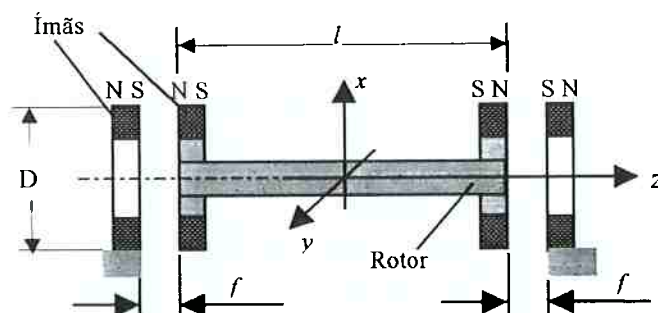


Figura 2.1: Esquema proposto para a parte passiva do mancal magnético rotativo.

2.2 Ímãs permanentes tipo de material e remanência magnética

Para o dimensionamento da parte passiva de mancais magnéticos é importante o conhecimento das características principais, físicas e geométricas, dos ímãs permanentes, tais como o tipo de material, a remanência magnética e as suas

dimensões. Os ímãs permanentes que utilizam em sua composição materiais como o cobalto (Co), ferro (Fe), boro (B) e alguns elementos de terras raras como o samário (Sm) e o neodímio (Nd) são os que apresentam melhores qualidades magnéticas, se comparados, por exemplo, com os ímãs de ferrite de bário. Os materiais magnéticos dividem-se em duas categorias, duros e macios (*hard* e *soft*), dependendo da facilidade para magnetizá-los ou desmagnetizá-los. Os materiais que apresentam baixos valores de força coercitiva, H_c [A/m], são chamados materiais moles. Por outro lado, os denominados materiais magnéticos duros são aqueles em que a força coercitiva H_c [A/m] é alta. A figura 2.2 mostra uma comparação entre os ciclos de histerese de um material magnético duro e mole.

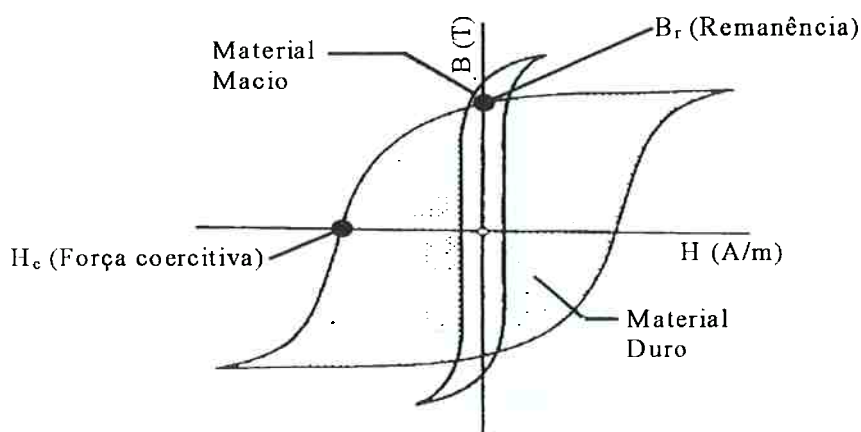


Figura 2.2: Ciclos de histerese de materiais magnéticos duros e moles

(RODRIGUES, 1988).

O ciclo de histerese de um material magnético duro é mais largo, representando um alto valor de H_c [A/m], mas podendo ter um campo magnético remanente B_r [T] inferior ao dos materiais magnéticos moles. Para aplicações onde se necessita reverter a magnetização várias vezes, os materiais macios são os adequados. Um exemplo de aplicação deste material pode ser uma cabeça de um dispositivo de gravação que é sujeita à reversão da magnetização, ciclicamente (TIPLER, 1999). Os materiais duros são ideais para aplicações onde se necessita evitar a desmagnetização, que é o caso de mancais magnéticos trabalhando por atração ou por repulsão

magnética, onde há inclusive um campo eletromagnético desmagnetizante gerado pelo eletroímã.

A região do segundo quadrante do ciclo de histerese é a mais importante para a determinação da qualidade dos ímãs permanentes, pois mostra seu comportamento sob ação de campos opostos. Esta parcela do ciclo de histerese é chamada curva de desmagnetização, figura 2.3.

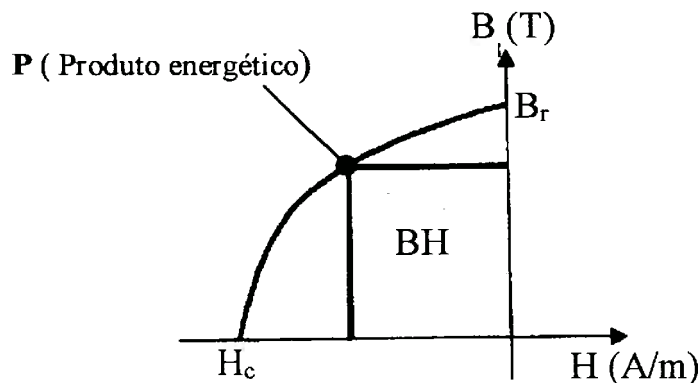


Figura 2.3: Curva de desmagnetização (KRAUS; CAVER, 1978).

Neste quadrante três pontos são significativos. O primeiro ponto surge na interceptação da curva com o eixo vertical, neste ponto o campo magnetizante H [A/m] se anula, mas o material retém a sua magnetização, este ponto é chamado de ponto de remanência B_r [T]. O segundo ponto ocorre quando a curva cruza o eixo horizontal, neste ponto a densidade de fluxo B [T] é reduzida a zero pela ação reversa do campo magnetizante, este é o ponto de força coercitiva H_c [A/m]. O terceiro ponto ocorre onde o produto BH é máximo (chamado de produto energético), este ponto é usado como um índice da qualidade para ímãs permanentes, pois $(BH)_{\text{máx}}$ tem as dimensões de energia por unidade de volume [J/m^3] e indica a densidade máxima de energia armazenada no ímã (ZBIGNIEW, 1976) e (KRAUS; CAVER, 1978). Este fato se reflete no dimensionamento dos ímãs permanentes, pois quanto maior for $(BH)_{\text{máx}}$ menor será o volume de ímã para criar um determinado fluxo magnético. A figura 2.4 mostra uma curva de desmagnetização acompanhada da curva dos produtos BH .

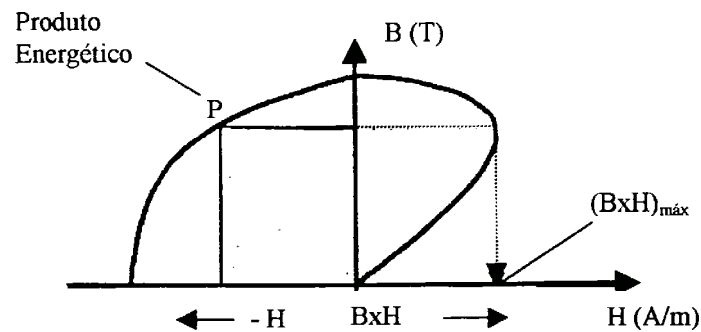


Figura 2.4: Curva de desmagnetização e do produto BH (KRAUS; CAVER, 1978).

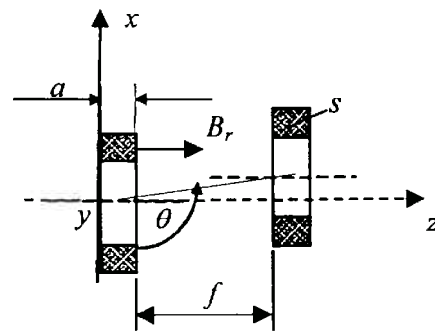
2.3 Força magnética e rigidez num par de ímãs anulares polarizados axialmente

No projeto de mancais magnéticos híbridos o objetivo principal é maximizar tanto as forças quanto as rigidezes magnéticas nas direções passivas, onde não se tem a ação de atuadores. A figura 2.5 ilustra um par de ímãs permanentes em forma de coroa circular, com magnetização axial e trabalhando por atração.

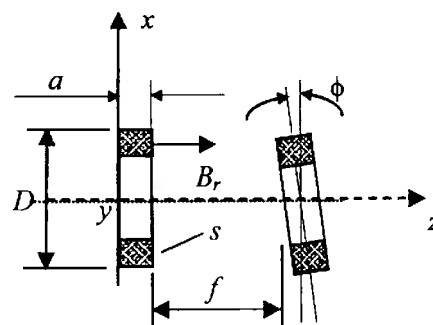
A figura. 2.5(a) mostra o caso em que um dos ímãs é deslocado radialmente, nesta situação a força axial F_a , a força radial F_r , a rigidez axial K_a e a rigidez radial K_r são dadas respectivamente pelas equações 2.1 ~ 2.4 (YONNET, 1981):

$$F_a = \frac{2Q \operatorname{sen}(3\theta)}{\sigma^3} \quad (2.1)$$

$$F_r = -\frac{2Q \cos(3\theta)}{\sigma^3} \quad (2.2)$$



(a) Deslocamento radial θ .



(b) Inclinação relativa ϕ em torno do eixo y .

Figura 2.5: Dois ímãs permanentes em forma de coroa circular.

$$K_r = \frac{6Q \cos(4\theta)}{\sigma^4} \quad (2.3)$$

$$K_a = -2K_r \quad (2.4)$$

Nas equações 2.1 ~ 2.4:

$$Q = \frac{B_r^2 S^2 p}{2\pi\mu_0} \quad (2.5)$$

$$\sigma = f + a \quad (2.6)$$

sendo B_r , S , p , θ , f , μ_0 e a , a magnetização (remanência do ímã), a área da seção transversal, o perímetro do ímã, o deslocamento angular, o entreferro (distância entre

os ímãs), a permeabilidade magnética do vácuo e a espessura do ímã, respectivamente.

Analisando as equações 2.3 e 2.4 conclui-se que, para obter-se elevados valores de rigidez radial e axial, os ímãs permanentes devem ter pequena espessura, grande seção transversal, elevada remanência e grande perímetro. As equações 2.2 e 2.3 mostram que na posição em que os anéis se encontram alinhados, quando o ângulo $\theta = 90^\circ$, figura 2.5a, a força radial F_r é nula e a rigidez radial K_r é positiva, isto mostra porque os ímãs permanentes tendem a manterem-se concêntricos e estáveis radialmente. Por outro lado, para esta mesma situação, as equações 2.1 e 2.4 mostram que a força axial F_a é máxima e a rigidez axial K_a é negativa e possui o dobro do valor da correspondente rigidez radial K_r . Como a rigidez axial K_a é negativa, os ímãs são instáveis axialmente.

2.3.1 Rigidez à rotação

A figura 2.6b mostra o caso em que um dos ímãs é rotacionado de um ângulo ϕ em torno do eixo y . A rigidez K_ϕ , devido a este movimento de rotação, é determinada da seguinte maneira (DELAMARE et al., 1994):

Pelas figuras 2.6a e 2.6b, tem-se:

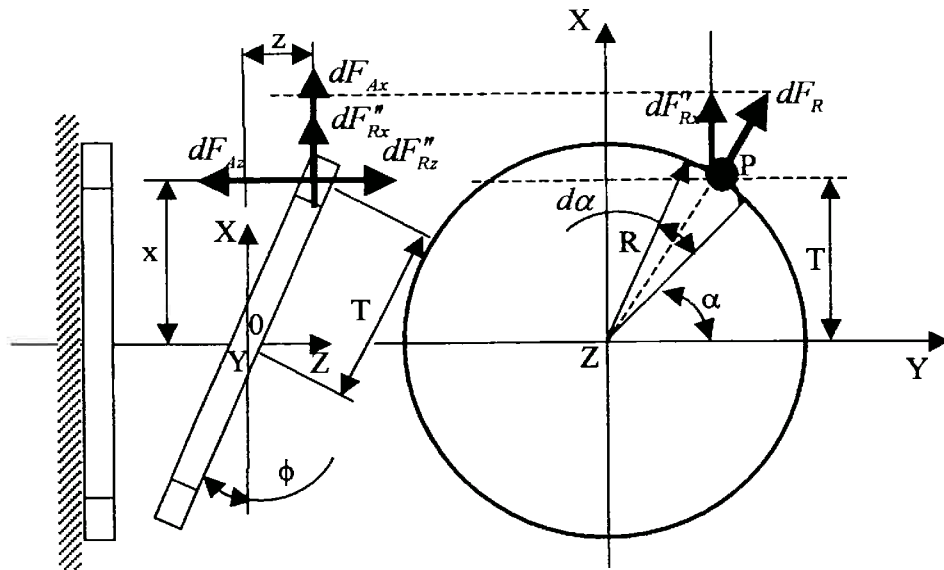
$$x = T \cdot \cos(\phi) \quad (2.7)$$

$$z = T \cdot \text{sen}(\phi) \quad (2.8)$$

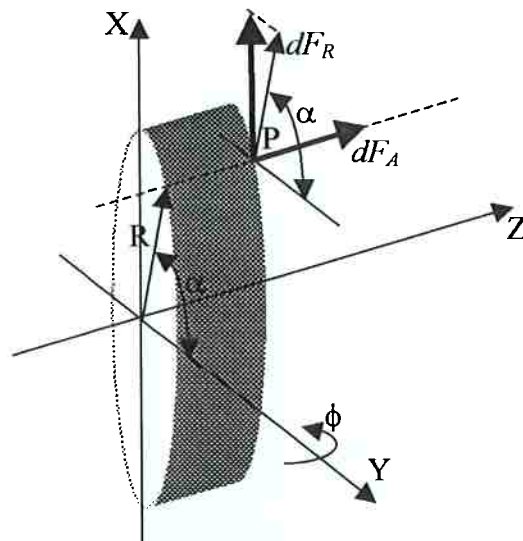
onde

$$T = R \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (2.9)$$

e as forças infinitésimas, que atuam em um ponto P , localizado sobre a superfície da circunferência mostrada na figura 2.6b, são dadas por:



2.6a: Ímã inclinado de ϕ em relação ao outro.



2.6b: Forças que atuam em um ponto P do ímã.

Figura 2.6: Esquema das forças que atuam sobre um ímã.

$$dF_A = f_A R d\alpha \tag{2.10}$$

$$dF_R = f_R R d\alpha \tag{2.11}$$

onde em 2.10 e 2.11 f_A e f_R são densidades lineares de forças. Agora, decompondo

2.10 e 2.11 nas direções x e z , obtém-se:

$$dF_{Az} = f_A R \cos(\phi) d\alpha \quad (2.12)$$

$$dF_{Ax} = f_A R \sin(\phi) d\alpha \quad (2.13)$$

$$dF'_{Rx} = f_R R \sin(\alpha) d\alpha \quad (2.14)$$

$$dF''_{Rx} = f_R R \sin(\alpha) \cos(\phi) d\alpha \quad (2.15)$$

$$dF''_{Rz} = f_R R \sin(\alpha) \sin(\phi) d\alpha \quad (2.16)$$

e o momento infinitesimal, devido a estas forças em torno do ponto 0, é dado por:

$$dM(\phi) = dF''_{Rx} \cdot z - dF''_{Rz} \cdot x + dF_{Az} \cdot x + dF_{Ax} \cdot z \quad (2.17)$$

e substituindo as equações 2.7 ~ 2.16 na equação 2.17, tem-se:

$$M(\phi) = \int_{\alpha} [f_A R^2 \sin(\alpha)] d\alpha \quad (2.18)$$

mas por definição, tem-se:

$$K_{\phi} = \frac{dM(\phi)}{d\phi} \quad (2.19)$$

agora, substituindo 2.18 em 2.19 e efetuando a derivada, obtém-se:

$$K_{\phi} = \int_{\alpha} \left[\frac{\partial f_A}{\partial \phi} R^2 \sin(\alpha) \right] d\alpha \quad (2.20)$$

onde, utilizando regra da cadeia, o termo $\frac{\partial f_A}{\partial \phi}$ é dado por:

$$\frac{\partial f_A}{\partial \phi} = \frac{\partial f_A}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \phi} \quad (2.21)$$

e pelas equações 2.8 e 2.9 e considerando pequeno deslocamento angular ϕ , obtém-se o termo $\frac{\partial z}{\partial \phi}$:

$$\left. \frac{\partial z}{\partial \phi} \right|_{\phi \rightarrow 0} = R \text{sen}(\alpha) \quad (2.22)$$

já o termo $\frac{\partial f_A}{\partial z}$ é determinado da seguinte maneira, integrando a equação 2.10 e isolando f_A , vem:

$$f_A = \frac{F_A}{2\pi R} \quad (2.23)$$

donde tira-se que:

$$\frac{\partial f_A}{\partial z} = \frac{1}{2\pi R} \left(\frac{\partial F_A}{\partial z} \right) \quad (2.24)$$

mas, por definição, tem-se:

$$\frac{\partial F_A}{\partial z} = K_A \quad (2.25)$$

onde K_A representa a rigidez axial entre os pares de ímãs. Agora, de 2.21 ~ 2.25, tem-se:

$$\frac{\partial f_A}{\partial \phi} = \frac{K_A}{2\pi} \text{sen}(\alpha) \quad (2.26)$$

agora, substituindo 2.26 em 2.20 e integrando no intervalo $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, obtém-se:

$$K_\phi = \frac{K_A R^2}{2} \quad (2.27)$$

e, substituindo 2.4 em 2.27, resulta:

$$K_{\phi} = -K_R R^2 \quad (2.28)$$

onde, por intermédio da equação 2.3, conclui-se que, quando os ímãs trabalham por atração, a rigidez radial K_R é positiva e, conseqüentemente, a rigidez a rotação K_{ϕ} será negativa. Cabe observar que K_{ϕ} tem dimensões de $F \cdot L / rad$.

2.4 Comprimento mínimo do rotor

Pela equação 2.3 observa-se que, quando os ímãs trabalham por atração, a rigidez na direção radial K_R é positiva e, portanto, o rotor do mancal possui equilíbrio estável em termos de deslocamentos radiais. Isto significa que partindo de uma situação de equilíbrio, mostrada na figura 2.1, se uma determinada força causar um deslocamento radial Δ_x no rotor, figura 2.7, a resultante das forças magnéticas radiais faz com que o rotor retorne à posição original, quando a força é retirada, figura 2.1.

Já na direção axial, quando os ímãs atuam por atração, a correspondente rigidez é negativa, equação 2.4, e, neste caso, o rotor possui equilíbrio instável nesta direção. Se uma determinada força causar um deslocamento axial Δ_z no rotor, figura 2.8, a resultante das forças magnéticas axiais aumenta no sentido do deslocamento do rotor e, conseqüentemente, este não tende a voltar à posição original, quando a força é retirada, figura 2.1. Em decorrência disso a estabilidade nesta direção deve ser garantida por uma malha de controle ativa, malha esta que será desenvolvida no seguinte capítulo.

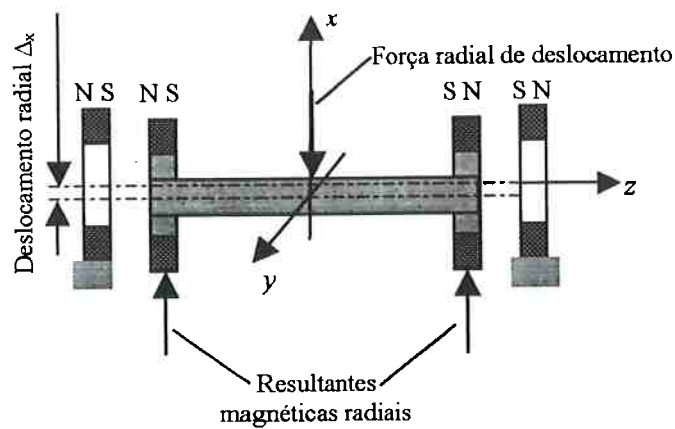


Figura 2.7: Rotor deslocado radialmente de Δ_x , neste caso as resultantes magnéticas radiais retornam o rotor para a posição original (equilíbrio estável).

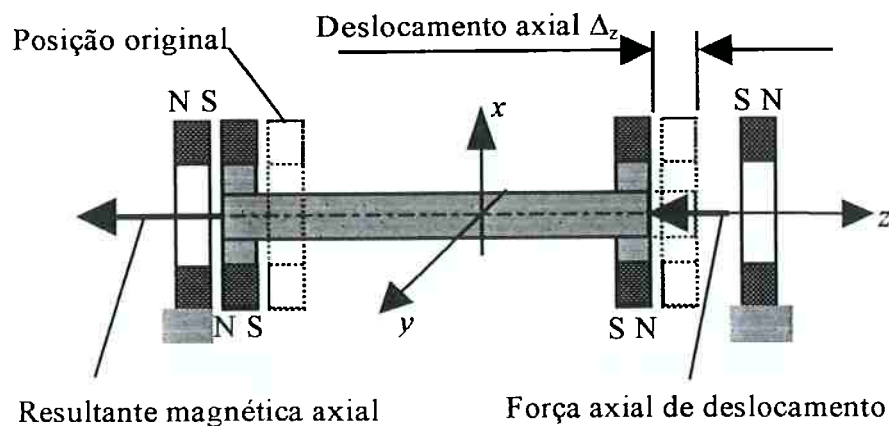


Figura 2.8: Rotor deslocado axialmente de Δ_z , neste caso a resultante magnética axial não retorna o rotor para a posição original (equilíbrio instável).

Falta, portanto, analisar o equilíbrio do rotor em termos de movimentos de inclinação deste em torno de um eixo perpendicular ao de rotação, eixo y , figura 2.9. No parágrafo seguinte é apresentado o desenvolvimento de uma relação entre o comprimento do rotor e o diâmetro do ímã, relação essa que assegura que o rotor do mancal possui equilíbrio estável para movimentos de inclinação deste em torno dos eixos x e y .

Pela figura 2.9 tem-se que l é o comprimento do rotor, a distância entre os ímãs. E, considerando o par de ímãs do lado esquerdo do mancal, figura 2.9, quando

o rotor é girado de um ângulo ϕ em torno de um ponto P , conforme é indicado na figura, surge a rigidez magnética K_ϕ , dada pela equação 2.27 e, como os ímãs estão trabalhando por atração, esta rigidez é negativa. E, em decorrência disto, a inclinação ϕ inicial do rotor tende a aumentar cada vez mais, pois tem-se uma condição de equilíbrio instável entre os ímãs. Fenômeno semelhante ocorre com o par de ímãs do lado direito do mancal.

Contudo, a inclinação do rotor também causa um deslocamento radial Δ_x dos ímãs fixos neste em relação aos ímãs fixos contra a base, figura 2.9. E, de acordo com a equação 2.3 e com a figura 2.7, este deslocamento gera uma força magnética radial F_R com sentido oposto ao deslocamento. As forças radiais nas duas extremidades do mancal são mostradas na figura 2.9. Para o caso em que o rotor tenha tanto movimento de translação na direção x quanto movimento de rotação em torno de y , figura 2.9, resulta que as forças magnéticas radiais terão direções iguais e sentidos opostos, porém, intensidades diferentes.

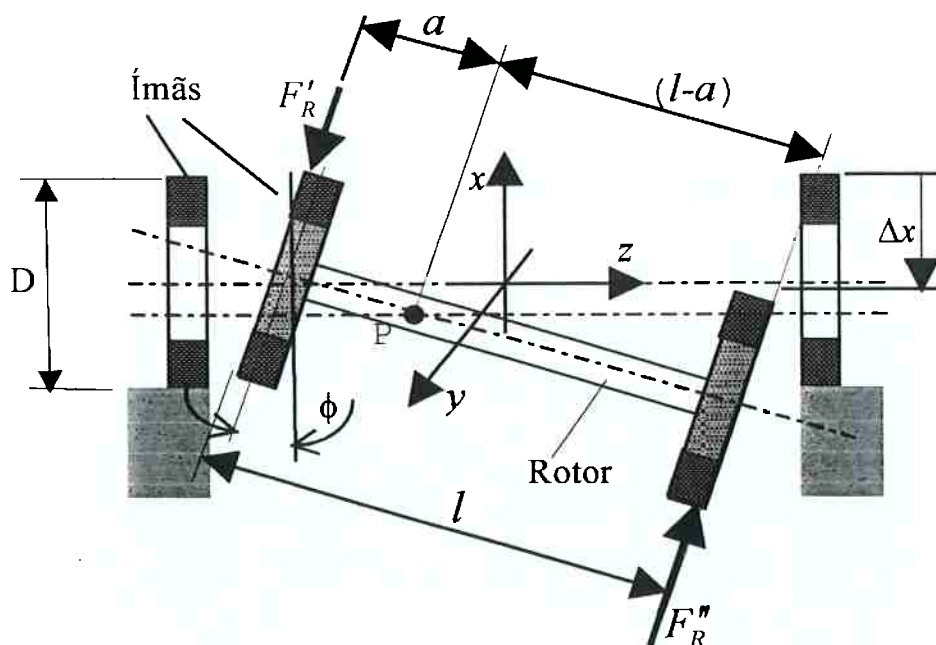


Figura 2.9: Rotor inclinado e deslocado transversalmente.

Contudo, já foi visto anteriormente que o rotor é estável em termos de translações na direção radial, equação 2.3 e figura 2.7, e, por isto, pode-se considerar

apenas o movimento de inclinação do rotor em torno do ponto P localizado sobre o centro deste, figura 2.10. E, nesta condição, as forças magnéticas radiais possuem intensidades iguais. Neste caso a resultante dessas forças é zero, logo não causam translação, mas sim rotação do rotor, rotação essa definida pelo seguinte momento em torno do ponto P :

$$\sum M_{F_R} = F_R l \quad (2.29)$$

onde a força radial é dada por:

$$F_R = \Delta_x K_R \quad (2.30)$$

e M_{F_R} é denominado de momento do binário (BEER; JOHNSTON, 1991).

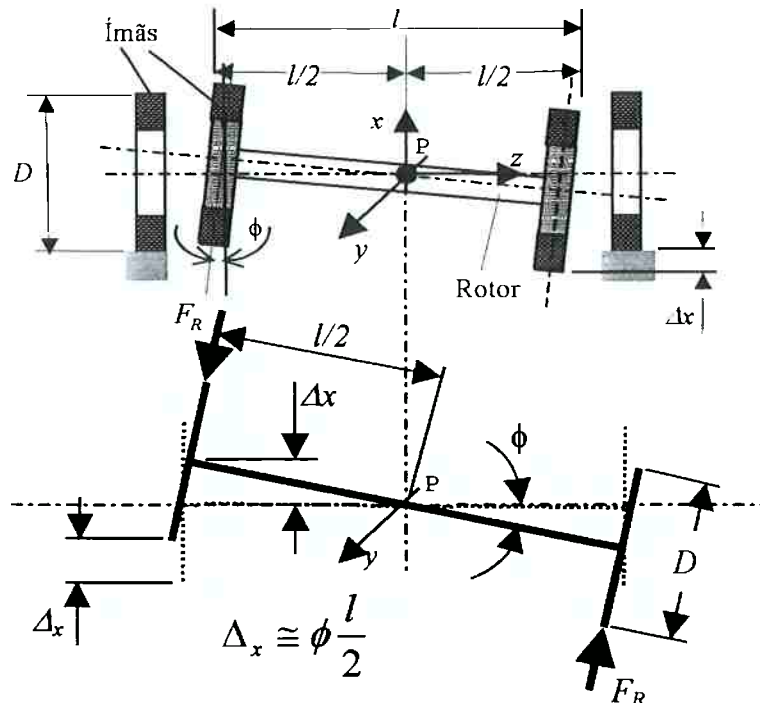


Figura 2.10: Rotor inclinado de ϕ em torno de y .

Agora considerando a rigidez magnética a inclinação dos ímãs, dada pela

equação 2.27, e supondo que a inclinação do rotor em torno de P seja pequena, $\Delta_x \cong \frac{1}{2}\phi$, figura 2.10, obtém-se, considerando as duas extremidades do rotor, a seguinte relação para o momento de inclinação:

$$\sum M_\phi = 2.K_\phi.\phi = \frac{2R^2 K_A \Delta_x}{l} \quad (2.31)$$

E o rotor do mancal terá equilíbrio estável, quanto a movimentos de inclinação, se a seguinte relação for satisfeita:

$$\sum M_{F_r} + \sum M_\phi = 0 \quad (2.32)$$

Finalmente, substituindo as equações 2.29 ~ 2.31 na equação 2.32, obtém-se a seguinte relação entre o comprimento do rotor e o diâmetro externo do ímã:

$$l = 2R \quad (2.33)$$

esta relação determina o limiar, para movimentos de inclinação, entre o equilíbrio estável e instável do rotor.

Substituindo a equação 2.33 na equação 2.27 obtém-se a equação que relaciona a rigidez à inclinação K_ϕ com o comprimento l do rotor:

$$K_\phi = \frac{K_A l^2}{8} \quad (2.34)$$

E analisando a equação 2.34 observa-se que quanto maior for a distância l entre os pares de ímãs, maior será a rigidez contra a inclinação do rotor.

Partindo destas análises chega-se a uma relação que assegura o equilíbrio estável do rotor quanto a movimentos de inclinação deste, e também possibilita obter maior rigidez à inclinação (SILVA; HORIKAWA, 1999) e (SILVA; HORIKAWA, 2000):

$$\frac{l}{D} > 1 \quad (2.35)$$

2.5 Confirmação do critério de l_{min} através de experimentos

Para a confirmação do resultado apresentado pela equação 2.35, sem o qual não seria possível dar seqüência ao projeto do mancal, construiu-se um dispositivo conforme mostra a figura 2.11. Este dispositivo restringe dois graus de liberdade do rotor, que são a translação na direção do eixo z e a rotação em torno do eixo x. O presente dispositivo é constituído de um eixo de alumínio, quatro ímãs permanentes em forma de coroa circular (FeBa) e de uma estrutura também de alumínio. As dimensões do dispositivo são como mostradas na figura.

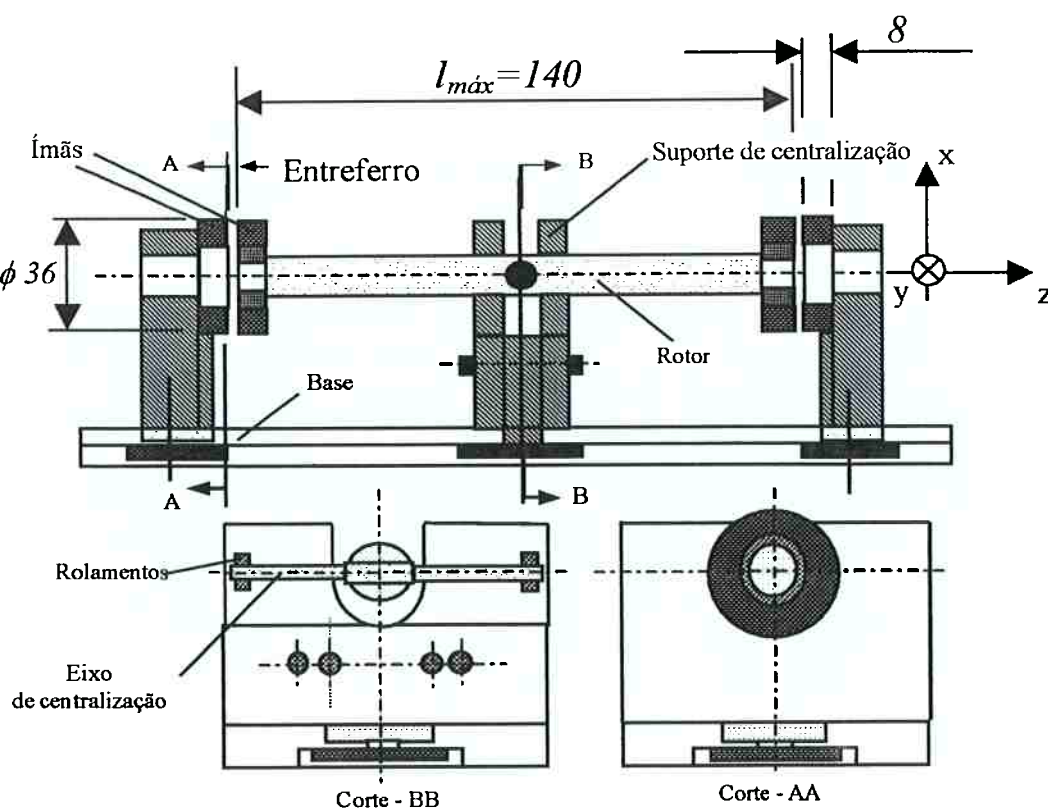


Figura 2.11: Dispositivo para teste da relação $\frac{l}{D}$.

2.5.1 Fotografias do rotor levantado

A seguir mostra-se uma série de fotografias com o sistema rotor e ímãs montados e levitados magneticamente. Em todos os casos analisados o diâmetro externo dos ímãs é de 36mm, já o comprimento do rotor é variável.

Na figura 2.12 o comprimento do rotor é de 28mm, $l < D$ e, nesse caso, de acordo com a equação 2.35, o rotor está inclinado e este não possui equilíbrio rotacional estável em torno do eixo y .

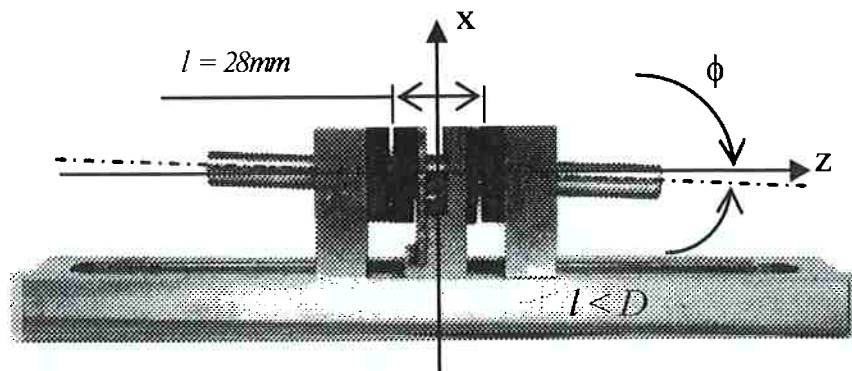


Figura 2.12: O rotor gira em torno de y até que os ímãs se toquem, e permanece nesta posição (instável em ϕ).

Na figura 2.13 o comprimento do rotor é de 70mm, $l > D$ e, nesse caso, o rotor está centralizado e tem equilíbrio rotacional estável em torno de y .

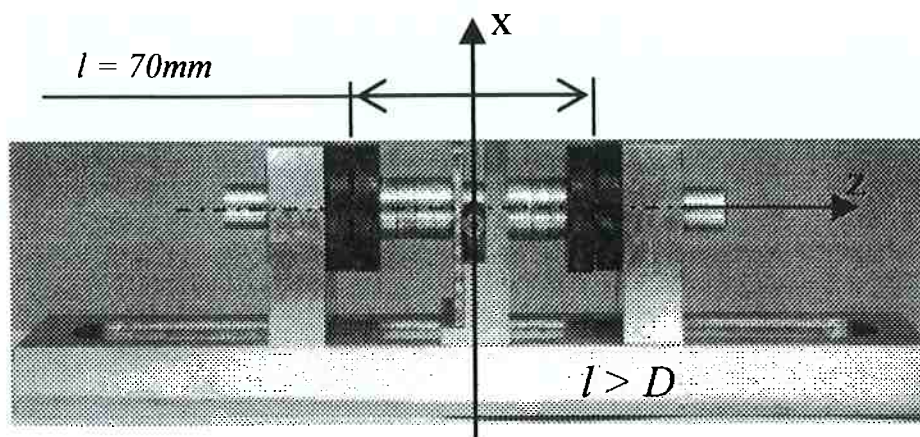


Figura 2.13: O rotor se mantém alinhado e permanece nesta posição (estável em ϕ).

Na figura 2.14 o comprimento do rotor é de 140mm, $l \gg D$ e, neste caso, o rotor está também centralizado e tem equilíbrio rotacional estável em torno de y .

Nas figuras 2.15 e 2.16 o comprimento do rotor é de 140mm. Na figura 2.15 mostra-se uma condição onde é aplicada uma força que tira o rotor da condição de equilíbrio. Já na figura 2.16 observa-se a posição do rotor quando a força é retirada, e, nesta condição, nota-se que o rotor retorna a posição de equilíbrio. Isto é devido à ação do momento de restauração que tende a manter os ímãs concêntricos.

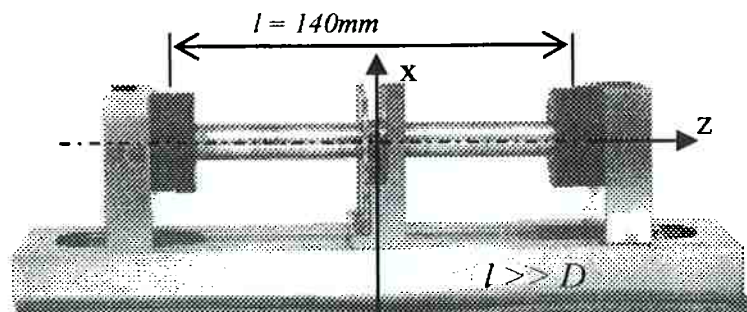


Figura 2.14: O rotor se mantém alinhado e permanece nesta posição (estável em ϕ).

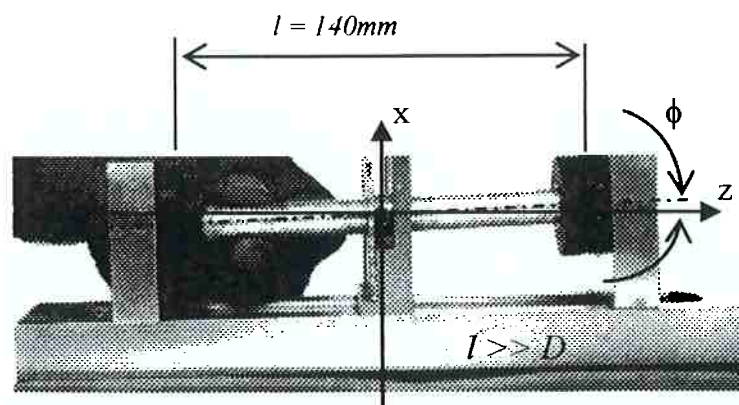


Figura 2.15: Rotor inclinado em torno de y por ação de uma força externa.

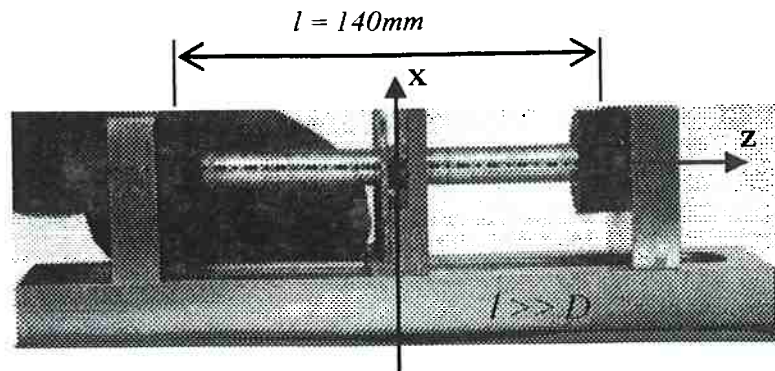


Figura 2.16: O rotor retorna ao equilíbrio após a retirada da força.

Na figura 2.17 o comprimento do rotor é de 28mm, e este é estabilizado pela ação de uma força externa. Assim que esta força é removida, o rotor gira em torno de y e os ímãs se tocam, figura 2.18. Isso mostra que, nesse caso, o rotor não possui equilíbrio estável em torno de y .

Estes experimentos mostraram a eficácia do critério de comprimento mínimo desenvolvido para o modelo de mancal proposto, sem o qual não é possível manter o rotor com equilíbrio estável para movimentos de inclinação deste.

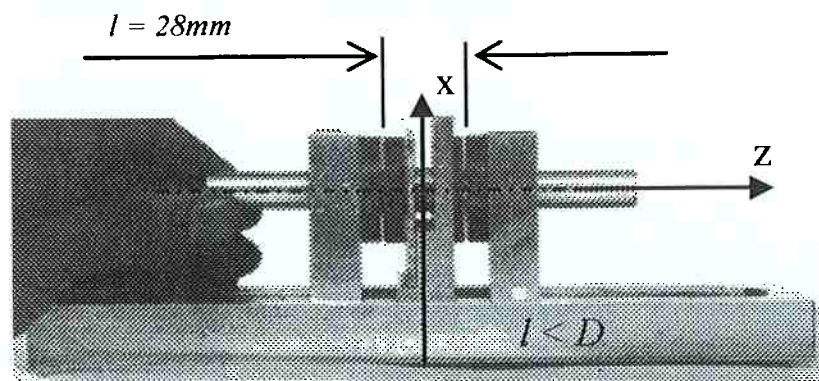


Figura 2.17: Rotor alinhado através da ação de uma força externa.

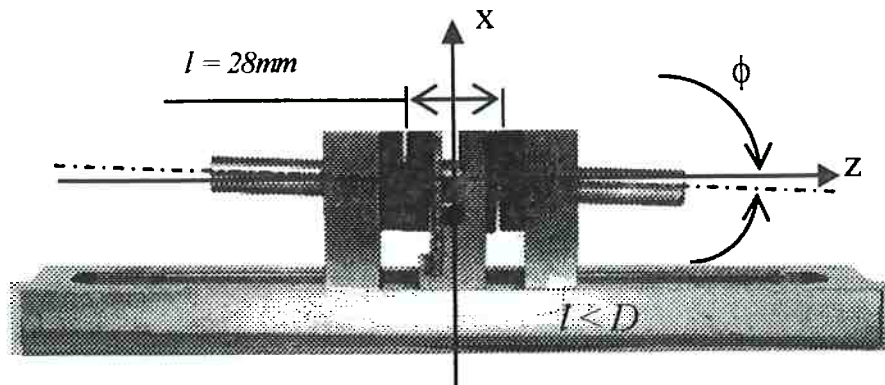


Figura 2.18: Após a retirada da força externa o rotor inclina em torno de y, e os ímãs se tocam (instável em ϕ).

2.6 Conclusões do capítulo

Este capítulo apresentou os tópicos principais e necessários para o desenvolvimento da parte passiva de um mancal magnético rotativo. Assim mostrou-se:

- a arquitetura e o princípio de funcionamento para a parte passiva do mancal magnético rotativo;
- as relações principais e necessárias para escolha apropriada dos ímãs permanentes e as equações que possibilitam analisar as forças e as rigidezes magnéticas entre um par de ímãs em forma de coroa circular;
- desenvolveu-se uma relação entre o comprimento do rotor e o diâmetro externo do ímã. Esta relação assegura o equilíbrio estável do rotor para movimentos de inclinação deste;
- construiu-se um dispositivo no qual realizaram-se vários experimentos que comprovaram a relação desenvolvida para assegurar o equilíbrio estável do rotor para movimentos de inclinação deste.

O objetivo do próximo capítulo é apresentar o princípio de funcionamento da parte ativa do mancal, desenvolver o modelamento matemático para este e apresentar a estratégia de controle que será utilizada para o controle da posição axial do rotor.

Capítulo 3

CONTROLE DA POSIÇÃO AXIAL DO ROTOR

O objetivo desse capítulo é apresentar o princípio de funcionamento da parte ativa do mancal magnético rotativo e o modelo matemático para o controle da posição axial do rotor. Deste modo, determina-se as respectivas funções de transferências para a dinâmica do rotor na direção axial, para o atuador eletromagnético e para o controlador do sistema.

3.1 Princípio de funcionamento da parte ativa do mancal magnético rotativo

A figura 3.1 mostra o esquema do mancal proposto. Um rotor passa através de dois atuadores eletromagnéticos estacionários, sendo que nas extremidades do rotor montam-se dois ímãs permanentes. Cada atuador é uma combinação de um eletroímã e de um ímã permanente. A polaridade de cada ímã é ajustada para ocorrer uma força de atração magnética entre os pares de ímãs, conforme é mostrado na figura 3.1. Utiliza-se, para medir o deslocamento axial do rotor, um sensor analógico de posição do tipo indutivo.

O sistema funciona da seguinte maneira, na direção radial do mancal magnético a suspensão e a estabilidade radial do rotor são devidas somente às forças magnéticas radiais entre os pares de ímãs. Vide equação 2.3 que mostra que a rigidez radial K_R é positiva. Já a estabilidade do rotor, quanto a movimentos de rotação em torno dos respectivos eixos x e y , é assegurada pela relação apresentada na equação 2.33. Na direção do eixo z o sistema é instável, vide equação 2.4 que mostra que a

rigidez K_A , quando os ímãs atuam por atração, é negativa, e para estabilizar o rotor nesta direção é utilizado o sistema de controle.

O sensor de posição fornece na sua saída uma tensão contínua proporcional ao deslocamento do alvo que está sendo medido. Esta variação é comparada com uma tensão de referência para gerar um sinal de erro, sinal esse que, após passar pelo controlador, é aplicado na entrada do amplificador de tensão. E a tensão de saída do amplificador é aplicada aos eletroímãs, que por sua vez produzem as forças eletromagnéticas, necessárias para estabilizar axialmente o rotor.

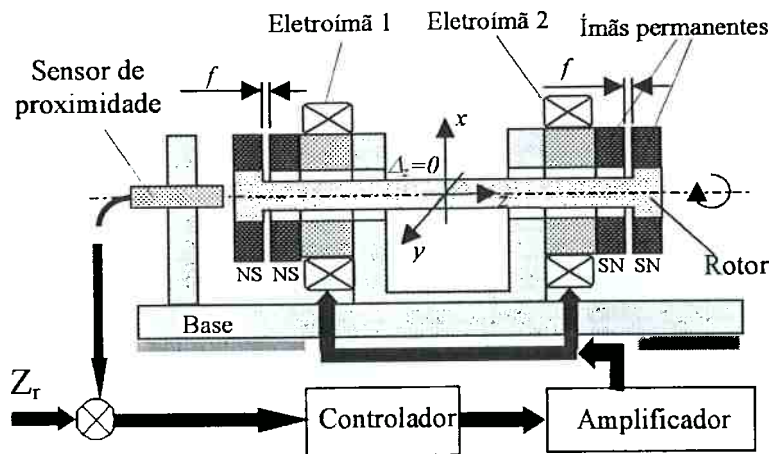


Figura 3.1 Configuração do mancal magnético rotativo proposto.

Os atuadores eletromagnéticos, eletroímãs 1 e 2, funcionam da seguinte maneira, pela figura 3.1 tem-se que a resultante da força magnética entre os quatro ímãs é nula, quando o deslocamento axial do rotor (Δ_z) for nulo. Nesta condição, nenhuma corrente circula pelas bobinas. Na figura 3.2 o rotor é deslocado axialmente para a esquerda de Δ_z e, nesta situação, surge uma força resultante magnética F_{res_mag} com direção axial e no sentido do deslocamento do rotor. E, para que o rotor volte para a sua posição de equilíbrio, $\Delta_z = 0$, é necessário que o pólo da face esquerda do eletroímã 1 seja diferente do pólo da face interna do ímã permanente esquerdo fixo no rotor, figura 3.2, pois desta maneira produz-se uma força eletromagnética de atração $F_{elem_atração}$ entre esta face do eletroímã 1 e a correspondente face do ímã permanente esquerdo. O pólo da face direita do eletroímã 2 deve ser igual ao pólo da face interna

do ímã permanente fixo na extremidade direita do rotor, figura 3.2, sendo que desse modo tem-se uma força eletromagnética de repulsão F_{elem_rep} entre esta face do eletroímã 2 e a correspondente face do ímã permanente direito.

No caso de um Δ_z para a direita ocorre exatamente o oposto, as correntes nos eletroímãs circulam em sentido contrário ao citado anteriormente. E, em consequência disso, aumenta a força eletromagnética de atração no lado direito do rotor e diminui no lado esquerdo deste.

Para obter a condição mostrada na figura 3.1, com o rotor na posição central, posiciona-se o sensor de modo que os entreferros f entre os ímãs, tanto do lado esquerdo quanto do lado direito, sejam iguais. Deste modo, como a resultante magnética é nula, não há necessidade de corrente circulando pelas bobinas. E se o rotor é deslocado para a esquerda o sinal da corrente nas bobinas é conforme apresentado na figura 3.2. Quando o rotor desloca-se para a direita, o sensor inverte o sinal da corrente nas bobinas e, conseqüentemente, invertendo a polaridade dos eletroímãs.

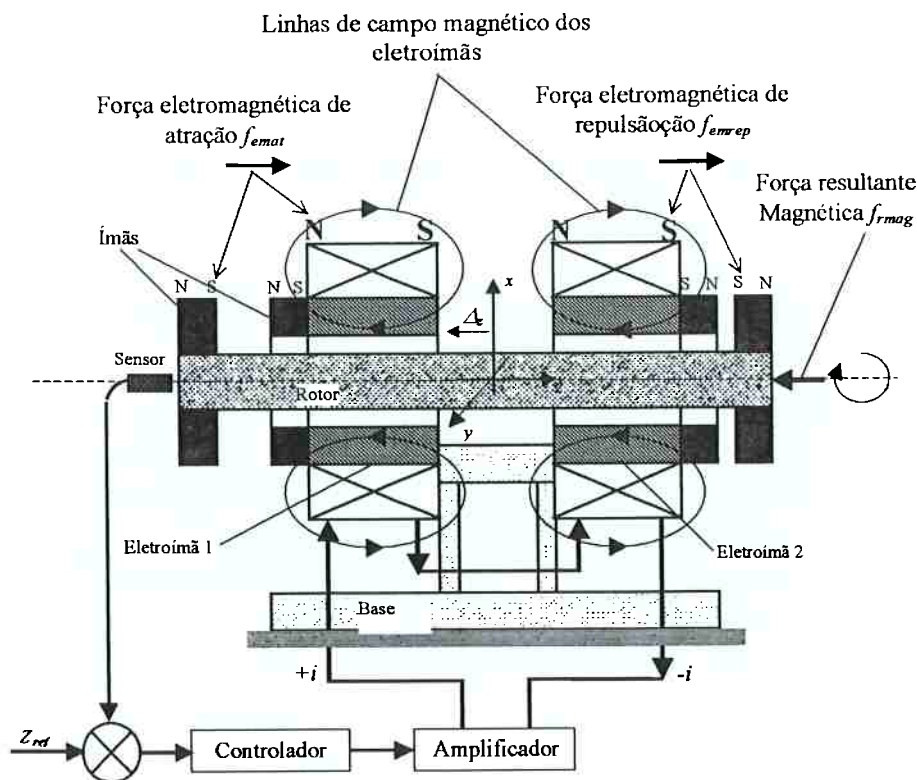


Figura 3.2: Rotor deslocado de Δ_z para a esquerda.

3.2 Modelagem do mancal proposto

Algumas simplificações são assumidas para a modelagem matemática do sistema de controle da posição axial do rotor do mancal magnético, são elas:

- a) considera-se que o rotor é simétrico e que os eixos x , y e z estejam localizados no CG deste;
- b) quando o rotor gira com uma velocidade angular Ω , este pode, em algumas situações, por exemplo, para o caso de um desbalanceamento, tanto girar em torno dos eixos x e y , quanto transladar na direção destes eixos, pois nestas direções este tipo de mancal não possui controle ativo. Contudo, admite-se que estes desvios sejam pequenos e, portanto, são desconsiderados no modelamento matemático do mancal;
- c) admite-se que os deslocamentos do rotor, ao longo do eixo z , sejam pequenos, e estes ocorrem em torno da posição de equilíbrio. A rigor, as inclinações e os deslocamentos do rotor, citados no subitem (b), podem fazer com que o sensor que mede o deslocamento Δ_z do rotor, figura 3.1, interprete tais inclinações e deslocamentos como deslocamentos Δ_z do rotor. Porém, admite-se que estes deslocamentos também sejam pequenos e, por isso, são desconsiderados no modelamento matemático do sistema;
- d) a força de atração magnética F_{mag} e a força eletromagnética F_{elem} podem ser linearizadas em torno de um ponto de operação. Tanto a força de atração magnética entre dois ímãs, dada pela equação 2.1, quanto a força eletromagnética, gerada por um eletroímã, variam não linearmente com o entreferro f (SLOCUM, 1992). Porém, admitindo que a variação do entreferro seja pequena, pode-se obter um modelo matemático linearizado em torno do ponto nominal de operação do mancal.

3.2.1 Modelo dinâmico do rotor e do atuador

O modelo dinâmico do mancal proposto é apresentado na figura 3.3. Conforme citado, a rigor, as forças magnética e eletromagnética são não lineares. Mas, considerando apenas pequenas variações no entreferro, tanto a força magnética entre os ímãs permanentes $F_{mag}(t)$ quanto a força eletromagnética nos eletroímãs $F_{elem}(t)$ foram linearizadas com relação ao deslocamento $z(t)$ (posição z do rotor em relação a um ponto arbitrário) e à corrente $i(t)$, respectivamente, da seguinte forma:

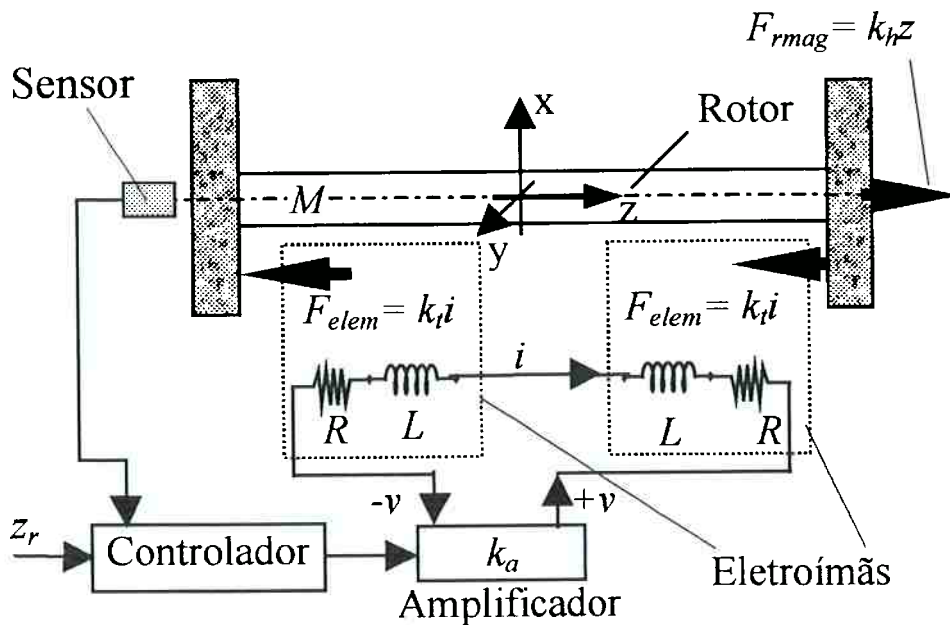


Figura 3.3: Modelo dinâmico do mancal proposto.

$$F_{mag}(t) = k_h z(t) \quad (3.1)$$

$$F_{elem}(t) = k_t z(t) \quad (3.2)$$

onde, k_h e k_t são as constantes magnética e eletromagnética. Utilizando as equações 3.1 e 3.2, em conjunto com a segunda lei de Newton, determina-se a equação diferencial para o movimento do rotor na direção do eixo z :

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + k_h z(t) = k_t i(t) \quad (3.3)$$

Aplicando a transformada de Laplace na equação 3.3 e admitindo condições iniciais quiescentes, obtém-se a função de transferência $G(s)$, que relaciona a saída $Z(s)$ com a entrada $I(s)$:

$$G(s) = \frac{Z(s)}{I(s)} = \frac{\frac{k_t}{M}}{s^2 + \frac{k_h}{M}} \quad (3.4)$$

Analisando a função de transferência, dada pela equação 3.4, pode-se notar que existem dois pólos complexos conjugados localizados sobre o eixo imaginário, o que caracteriza a instabilidade do sistema em malha aberta. Estes pólos são dados por:

$$s = \pm j \sqrt{\frac{k_h}{M}} \quad (3.5)$$

3.2.2 Dinâmica da bobina

Admitindo o uso de eletroímãs com indutância L e resistência R , a relação entre a tensão $v(t)$ que é aplicada nas bobinas e a corrente $i(t)$ que nelas circula assume a seguinte forma:

$$\frac{d(Li)}{dt} + Ri(t) = v(t) \quad (3.6)$$

onde as parcelas $\frac{d(Li)}{dt}$ e Ri representam as respectivas tensões devido à indutância e a resistência da bobina. Admitindo indutância L constante, condições iniciais quiescentes e aplicando Laplace na equação 3.6, obtém-se:

$$\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{s + \frac{R}{L}} \quad (3.7)$$

Na equação 3.7 o pólo R/L representa a frequência natural da bobina, e este deve estar situado o mais distante possível à esquerda do eixo imaginário no plano s , isto porque a resposta dinâmica da bobina deve ser mais rápida do que a resposta dinâmica do conjunto rotor, ímãs permanentes e eletroímãs. Para que isto ocorra deve-se projetar a bobina de modo que esta possua baixa indutância. Porém, cabe observar que, quanto mais baixa for a indutância da bobina, menor a constante k_t e, portanto, maior a corrente necessária para obter uma mesma força eletromagnética. Este efeito é mostrado através de resultados experimentais no capítulo seguinte.

3.3 A estratégia de controle

A análise da equação 3.4 mostra que o sistema é instável em malha aberta, pois existem dois pólos complexos conjugados localizados sobre o eixo imaginário, portanto, para obter a estabilidade do sistema de mancal magnético proposto, é necessário a utilização de um controlador. Optou-se, neste trabalho, pela utilização da estratégia PID, pois essa estratégia de controle está suficientemente consolidada e fornece resultados satisfatórios para mancais magnéticos. Cabe salientar que foge ao escopo do presente trabalho implementar, comparar e analisar estratégias de controle aplicadas a mancais magnéticos, sendo, portanto, o objetivo principal deste trabalho a validação de uma arquitetura de mancal magnético. Assim, deixa-se para trabalhos futuros o estudo e a implementação de outras estratégias de controle. Por exemplo, sugere-se o trabalho de KOSKINEN (1993), onde é implementado e testado um controlador Fuzzy, GREEN; CRAIG (1998) propõem um controlador adaptativo não linear, VISCHER; BLEULER (1993) apresentam um observador de estado de ordem total para a utilização em um sistema de levitação magnética sem sensor (Sensorless) e KIM; LEE (1996) propõem, implementam e analisam um controlador ótimo isotrópico.

Controlador Proporcional – O termo proporcional varia a tensão de saída na razão direta da amplitude do sinal de erro de entrada. Se as rigidezes, magnética e eletromagnética, fossem positivas, isto é, $K_{mag} + K_{elem} > 0$, o rotor do mancal, para uma dada perturbação externa, oscilaria em movimento harmônico e com amplitude constante em torno do ponto de equilíbrio. Porém, em mancais magnéticos, estas rigidezes são negativas e, por isto, a força eletromagnética que retorna o rotor para a posição de equilíbrio aumenta, em vez de diminuir, proporcionalmente com o erro de posição. Portanto, um mancal magnético com um simples controlador proporcional possui oscilações com amplitudes crescentes ao longo do tempo, é um sistema instável por falta de um mecanismo que forneça amortecimento a este.

Controlador Proporcional + Derivativo – A inclusão do termo derivativo estabiliza e melhora a margem de estabilidade do sistema em malha fechada. O mecanismo de instabilidade pode, com algumas ressalvas, ser explicado da seguinte maneira:

Devido à dinâmica do sistema leva-se algum tempo antes que uma mudança na variável de controle seja percebida na saída do processo. O efeito do termo derivativo pode ser interpretado como uma antecipação da saída do processo, estimativa do erro futuro, onde a antecipação é feita pela extrapolação do erro atual por uma reta tangente a curva de erro. Contudo, um mancal magnético utilizando um controlador com os termos proporcional e derivativo será estável, porém, este controlador não anulará erros de regime para entrada em degrau e terá erro infinito para entrada em rampa. E isto se deve ao fato que o controlador (PD) somente acrescenta um zero ao sistema, sem alterar o tipo deste (BOLTON, 1995); (KUO, 1995) e (LEWIS; YANG, 1997).

Controlador Proporcional + Integral + Derivativo - Mancais magnéticos são sistemas não lineares, que são linearizados em torno de um ponto de operação, portanto é ideal que o sistema permaneça sempre neste ponto, não tenha erro em regime. Para que isto ocorra é necessário à introdução do termo integrador. O sistema original, dado pela equação 3.4, é do tipo zero, e a inclusão do termo integrador acrescenta um pólo na origem do sistema alterando de um o seu tipo (o sistema passa

a ser do tipo um) e, conseqüentemente, com erro em regime nulo para entrada em degrau.

Em um artigo de ZHOU et al. (1995) os autores utilizaram um controlador PID em um mancal magnético com um rotor de 2m de comprimento, pesando 110kg e com rotação de 280rad/s ($\cong 2673rpm$) e obtiveram bons resultados de posicionamento do rotor e um sistema bastante robusto a distúrbios externos (impactos de baixa frequência) aplicados sobre o rotor. Em BITTAR (1993) e em SHINSHI et al. (1996) são apresentadas comparações entre um controlador PID e um controlador ÓTIMO, utilizados, respectivamente, para a levitação magnética de uma barra flexível e para o controle eletromagnético do posicionamento de um rotor. Observa-se nesses trabalhos que os resultados apresentados, pelo sistema controlado com o PID, estão próximos, quando se analisa o desempenho na região de baixa frequência, dos obtidos com o controlador ÓTIMO. Porém, quando se analisa a característica de robustez, na região de alta frequência, observa-se que o controlador ÓTIMO é superior ao PID. Isto porque o controlador ÓTIMO possui banda passante limitada, ao passo que o controlador clássico PID tende a crescer infinitamente, mostrando que este responderá a ruídos de alta frequência, em vez de rejeitá-los. Estes efeitos são explicados quando se analisa a função sensibilidade de controle, que é definida como (GRIMBLE, 1994):

$$C(s) = K(s)(I + GK(s))^{-1} \quad (3.8)$$

onde $G(s)$ e $K(s)$ representam as respectivas funções de transferência da planta a ser controlada e do controlador do sistema.

Como em baixas frequências tem-se que $GK(s) \gg 1$, pois a sensibilidade deve ser grande nesta região, por exemplo, para se ter um bom ('tracking'), isto faz com que a função sensibilidade de controle $C(s)$ se aproxime do inverso do módulo da função de transferência da planta $G(s)$, isto é, $C(s) \cong G(s)^{-1}$, a função $C(s)$ não é afetada, ou pode se dizer que é pouco influenciada pelo controlador na região de baixas frequências. Por outro lado, em altas frequências, deve se fazer $GK(s) \ll 1$, pois a sensibilidade deve ser baixa nesta faixa, por exemplo, para que o sistema seja pouco sensível a ruídos de alta frequência. Nesta condição resulta que $C(s) \cong K(s)$, e isto

mostra que na faixa de altas frequências a função sensibilidade de controle $C(s)$ é totalmente ou quase totalmente dominada pelo controlador.

O diagrama de blocos do sistema de controle para a direção z do rotor é apresentado na figura 3.4. Cada função de transferência deste diagrama e também o que cada uma representa no mancal é apresentado a seguir.

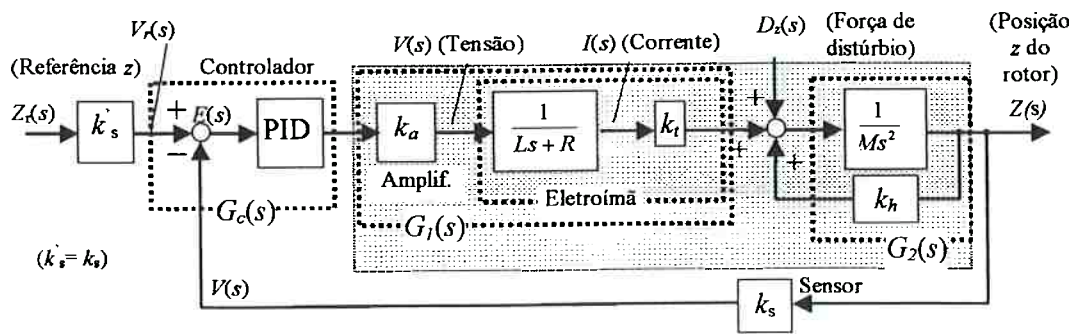


Figura 3.4: Diagrama de blocos do sistema de controle do mancal magnético.

A função de transferência $G_c(s)$ representa o controlador PID, (proporcional + integral + derivativo), utilizado para estabilizar o rotor do mancal na direção do eixo z . Esta função é representada no domínio de Laplace da seguinte maneira (ASTRÖM; HÄGGLUND, 1995) e (BISHOP; DORF, 1998):

$$G_c(s) = P(s) + I(s) + D(s) \quad (3.9)$$

sendo:

$$P(s) = K E(s) \quad (3.10)$$

$$I(s) = \frac{K}{T_i} \cdot \frac{1}{s} E(s) \quad (3.11)$$

$$D(s) = \frac{-KT_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} V(s) \quad (3.12)$$

e, pela figura 3.4, tem-se:

$$E(s) = V_r(s) - V(s) \quad (3.13)$$

onde $V_r(s)$, $V(s)$ e $E(s)$ são, respectivamente, as transformadas de Laplace da tensão de referência, da tensão medida na saída da planta e do sinal de erro. Os termos K , T_i

e T_d são o ganho proporcional e as constantes de tempo do integrador e do derivador, respectivamente. No controlador derivativo, dado pela equação 3.12, há um filtro com constante de tempo T_d/N , sendo N uma constante que limita a amplificação, pelo derivador, de ruídos de alta frequência (ASTRÖM; HÄGGLUND, 1995). Ainda analisando a equação 3.12 observa-se que a ação de controle derivativa não atua sobre o sinal de erro $E(s)$, e sim sobre a tensão medida na saída da planta $V(s)$, isto porque o sinal de referência $V_r(s)$ é geralmente constante ou muda bruscamente de valor, quando, por exemplo, ocorre uma mudança na referência, e, portanto, a contribuição desse sobre a parcela derivativa é praticamente desprezível.

Segundo ASTRÖM; HÄGGLUND (1995) e ELLIS (2000) muitos aspectos de um sistema de controle podem ser analisados e compreendidos pela teoria de sistemas lineares, porém, alguns efeitos não lineares devem ser considerados. Admitindo que qualquer atuador possui limitações físicas, por exemplo, em um atuador eletromagnético a força no entreferro é dada por:

$$F_{elem} = \frac{AB^2}{2 \cdot \mu_0} \quad (3.14)$$

onde A é a área do entreferro, μ_0 é a permeabilidade magnética no vácuo e B é o fluxo magnético no entreferro. E, recomenda-se, para um eletroímã com núcleo de aço silício, que o fluxo magnético máximo $B_{m\acute{a}x}$ seja por volta de 1,3T, sendo que, acima deste valor, o núcleo do eletroímã fica saturado. E a consequência disto é que a força eletromagnética não ultrapassará uma determinada intensidade. Então, quando um sistema de controle trabalha em uma faixa larga, podem ocorrer situações em que as variáveis de controle atinjam valores elevados e, conseqüentemente, causando a saturação do atuador. Nesta condição a malha de realimentação é interrompida, pois o atuador permanecerá no seu limite, independentemente da saída do processo, e isto gerará um sinal de erro crescente. Se um controlador com ação integral, por exemplo, o PID, é utilizado, este integrará um erro que aumenta continuamente, e isto significa que a ação integral pode atingir valores elevados, ou como é dito no jargão de controle, a ação integral “*winds up*”, ou perde a sincronização. Quando isto acontece é preciso que ocorra uma mudança no sinal de erro por um longo intervalo de tempo,

até que o sistema se restabeleça. E a consequência disto, é que qualquer controlador, com uma ação integral e com o atuador saturado, pode causar sobre-sinais elevados na resposta do sistema.

Existem várias maneiras de evitar a perda de sincronização “windup” do integrador. Uma delas é mostrada na figura 3.5, onde insere-se um bloco não linear entre a saída do controlador e a entrada do atuador, bloco este que descreve matematicamente o comportamento do atuador. E pela diferença entre o sinal de saída u e o de entrada v , do bloco não linear, gera-se um sinal de erro e_s , com isto a parcela integral fica:

$$I = \int \left(\frac{K}{T_i} e(t) + \frac{K}{T_i} e_s(t) \right) dt \quad (3.15)$$

O sinal de erro e_s quando o atuador não está saturado, $v = u$, é nulo, desta maneira, este não afeta o funcionamento normal do controlador, porém, quando o atuador satura, por exemplo, quando $v > u$, o sinal de realimentação da malha auxiliar fará com que o erro e_s vá para zero. Isto significa que a malha de realimentação auxiliar irá integrar o sinal $-e_s$ até um valor onde a saída v do controlador seja igual ao valor limite de saturação. E isto previne que o integrador perca a sintonia, “winds up”. Onde a velocidade com que a saída do controlador torna-se nula depende da constante de tempo T_i .

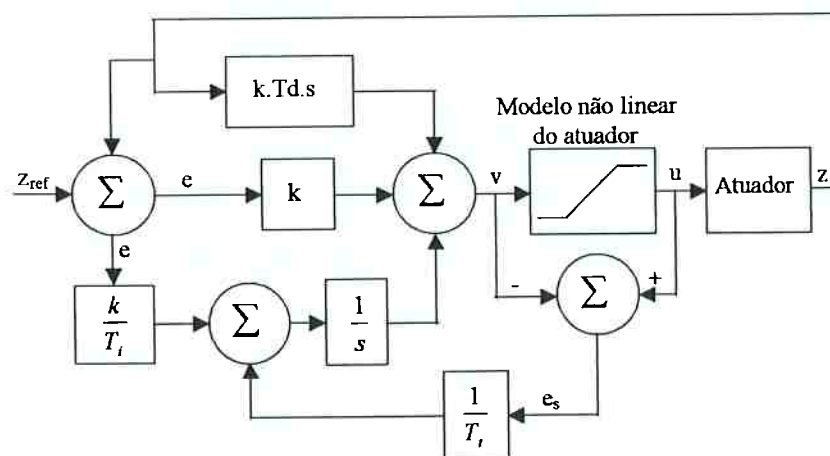


Figura 3.5: Sistema de controle com anti “windup”.

A função de transferência $G_1(s)$ representa a dinâmica das bobinas incluindo o atuador eletromagnético (constante eletromagnética k_t) e o amplificador de tensão (constante k_a). Esta função é representada no domínio de Laplace da seguinte maneira:

$$G_1(s) = \frac{F_{em}(s)}{V(s)} = k_a k_t \frac{1}{Ls + R} \quad (3.16)$$

onde $F_{em}(s)$ e $V(s)$ são, respectivamente, as transformadas de Laplace da força eletromagnética gerada pelo dois eletroímãs e da tensão aplicada na entrada do amplificador.

A função de transferência $G_2(s)$ representa a dinâmica do rotor em conjunto com a constante da força resultante magnética k_h . Esta função é representada no domínio de Laplace da seguinte maneira:

$$\frac{Z(s)}{F_{mag}(s)} = \frac{1}{Ms^2 + k_h} \quad (3.17)$$

onde $Z(s)$ e $F_{mag}(s)$ são, respectivamente, as transformadas de Laplace da posição z do rotor e da força resultante magnética, gerada entre os ímãs permanentes.

3.4 Conclusões do capítulo

Este capítulo apresentou o princípio de funcionamento para a parte ativa do mancal magnético, o modelamento matemático do sistema e a estratégia de controle que será utilizada para assegurar estabilidade do rotor na direção do eixo z . O próximo capítulo aborda a construção de um protótipo de mancal magnético rotativo e os ensaios experimentais efetuados neste.

Capítulo 4

CONSTRUÇÃO DO PROTÓTIPO DO MANCAL MAGNÉTICO ROTATIVO E EXPERIMENTOS

Este capítulo aborda a construção e as análises, teóricas e experimentais, do protótipo do mancal magnético rotativo. São apresentados o desenho do protótipo, os componentes e os materiais utilizados na sua construção, as simulações e os ensaios experimentais realizados para a determinação das constantes do sistema, as características principais do sensor e do amplificador, os critérios para a determinação das constantes do controlador e os resultados de vários ensaios realizados com o protótipo que mostram a sua eficácia.

4.1 Desenvolvimento do protótipo

O desenho do protótipo do mancal magnético rotativo, com as dimensões principais, é apresentado na figura 4.1. O equipamento possui uma estrutura e um rotor de alumínio, dois eletroímãs, figura 4.5, e quatro ímãs permanentes de ferrite de bário, em forma de anéis e que trabalham por atração magnética. Utilizou-se alumínio para o rotor e para toda a estrutura do mancal para evitar interferências entre estes elementos os ímãs e os eletroímãs. Foram utilizados ímãs de *FeBa* de dimensões padronizadas e disponíveis no mercado. O mancal possui, também, três sensores de proximidade do tipo indutivo, sendo que, apenas um destes sensores é utilizado para o controle da posição axial do rotor. Os outros dois sensores são utilizados para medir os deslocamentos na direção do eixo x , a inclinação e as oscilações em torno do eixo y e a rotação Ω do rotor.

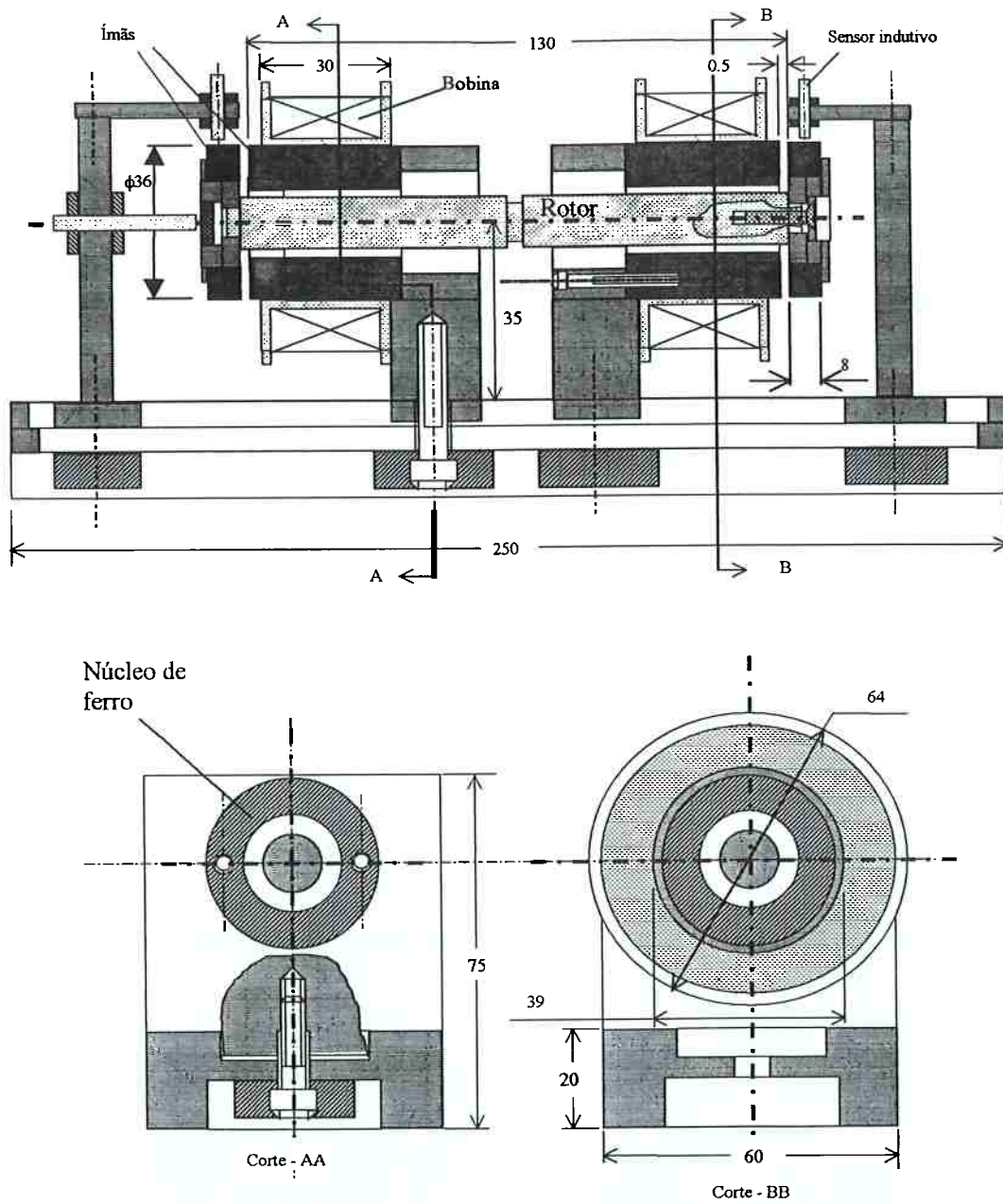


Figura 4.1: Desenho do protótipo do mancal magnético rotativo.

4.2 Determinação da constante magnética k_h

A constante k_h relaciona, proporcionalmente, a força resultante magnética, F_{res_mag} , gerada pelos ímãs permanentes, com o entreferro f entre os ímãs. Esta constante foi determinada da seguinte maneira:

- usando um software, (MAXWELL 2D), que utiliza o método dos elementos finitos na solução de problemas magnéticos e eletromagnéticos, fez-se várias simulações para a determinação da força magnética em função do entreferro entre dois ímãs permanentes. As características dos ímãs simulados foram de ímãs de $FeBa$ em forma de anéis, com $B_r \cong 0,25T$ e com dimensões e direção de magnetização conforme mostrado na figura 4.2. O valor da indução remanente, B_r , foi fornecido pelo distribuidor dos ímãs (METALMAG), tendo como base uma curva de desmagnetização para ímãs permanentes de ferrite de bário com estrutura anisotrópica, (orientada);

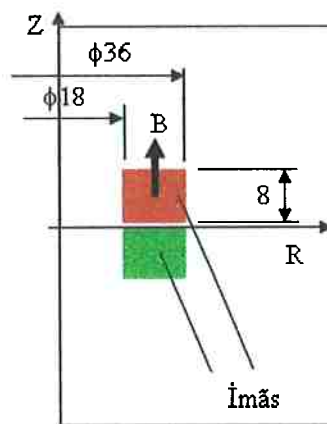


Figura 4.2: Desenho dos ímãs no software MAXWELL 2D.

- determinação experimental da força de atração magnética em função do entreferro e para um par de ímãs permanentes com características iguais aos simulados. Este ensaio foi realizado utilizando o dispositivo apresentado na figura 4.3. Onde coloca-se dois ímãs face a face, um é fixo na viga flexível de rigidez conhecida (4600 N/m) e o outro é fixo em um micrômetro, que está preso na base. Um sensor indutivo de proximidade fixo à estrutura e com ganho de 5000 V/m mede o deslocamento da viga flexível, quando ocorrem variações no entreferro f entre os ímãs. Este sensor está conectado a um osciloscópio no qual obtêm-se as leituras em Volts. Sendo conhecida a rigidez da viga e o seu correspondente deslocamento, obtêm-se a força de atração magnética em função

do entreferro f entre os ímãs. Utilizando os resultados, simulados e experimentais, construiu-se o gráfico da figura 4.4. Nesta figura também se observa uma curva que descreve a força magnética obtida a partir da equação 2.1. Nota-se, por intermédio da figura 4.4, que os resultados experimental e analítico estão bem próximos;

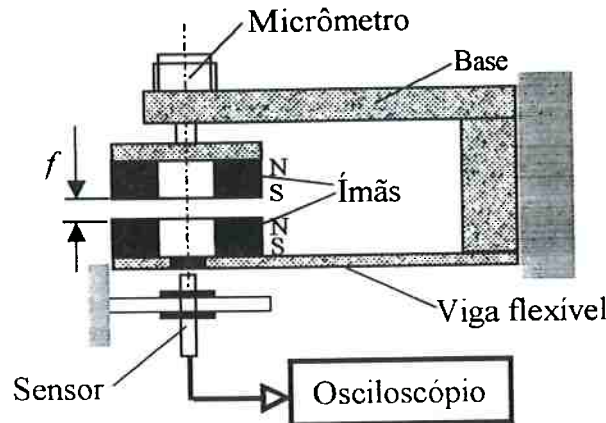


Figura 4.3: Dispositivo para medir a força magnética axial entre dois ímãs.

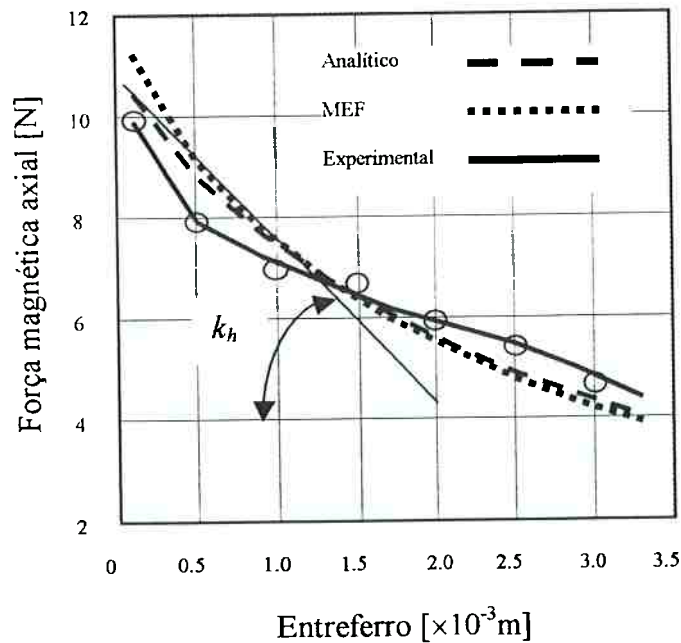
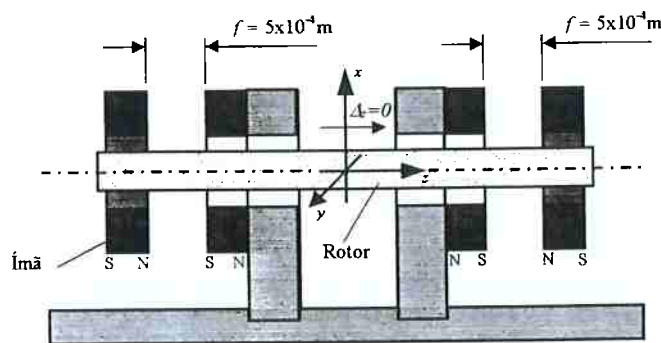


Figura 4.4: Força magnética versus o entreferro.

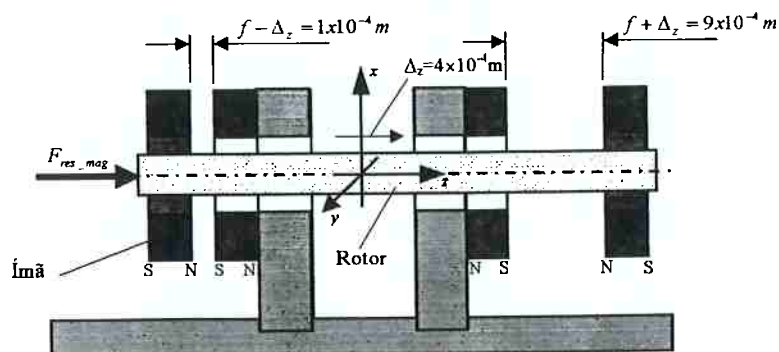
- observando o esquema mostrado na figura 4.5a tem-se que quando o deslocamento axial Δ_z do rotor é nulo, a resultante da força magnética entre os

quatro ímãs também é nula. Se o rotor se deslocar axialmente de Δ_z , admitindo deslocamento para a direita, e sendo $\Delta_z < f$, para não ocorrer o contato entre os ímãs, nesta situação surge uma resultante de força magnética com direção axial e no sentido do deslocamento do rotor, figura 4.5b);

- a medida do entreferro nominal f entre os ímãs é de $5 \times 10^{-4} \text{m}$. É utilizado $\Delta_z = 4 \times 10^{-4} \text{m}$, pois o deslocamento máximo do rotor tem que ser menor do que o entreferro nominal f . Isto é feito para não ocorrer o choque entre os ímãs fixo no rotor e os fixos no eletroímã. A figura 4.5b mostra que o entreferro entre os ímãs situados à esquerda é de $1 \times 10^{-4} \text{m}$, e entre os situados à direita é de $9 \times 10^{-4} \text{m}$. Com estes valores e utilizando o gráfico da figura 4.4 determina-se a resultante da força magnética F_{res_mag} ;



(a) rotor centralizado, força resultante magnética nula $\Delta_z = 0$.



(b) rotor deslocado axialmente para a direita $\Delta_z = 4 \times 10^{-4} \text{m}$.

Figura 4.5: Esquema simplificado do mancal magnético.

- o valor do entreferro nominal, $f = 5 \times 10^{-4} \text{m}$, foi determinado através de análises das equações 2.1, 2.2, 2.3 e 2.4, que representam as respectivas forças e rigidezes magnéticas, em conjunto com a equação 2.6 que representa a soma do entreferro f com a espessura a do ímã. Analisando estas equações observa-se que as forças magnéticas diminuem na razão inversa do cubo de a , e que as rigidezes radial e axial diminuem na razão inversa de a elevada à quarta potência. Em vista disso, optou-se pela escolha de um valor de um entreferro nominal que não permitisse, facilmente, o choque entre os ímãs, mas que também possibilitasse obter valores satisfatórios de forças e de rigidezes magnéticas;
- a força resultante magnética, F_{res_mag} , é determinada através do gráfico da figura 4.4 da seguinte maneira, isto é: lê-se os valores das forças magnéticas para os entreferros de $1 \times 10^{-4} \text{m}$ e $9 \times 10^{-4} \text{m}$, respectivamente, figuras 4.4 e 4.5; faz-se a subtração do maior valor lido de força pelo menor; o resultado é a força resultante magnética F_{res_mag} , que de acordo com o gráfico da figura 4.4 é de aproximadamente 3N ; a constante k_h é determinada pela divisão da força resultante magnética, F_{res_mag} , pelo deslocamento Δ_z , figura 4.5. O valor da constante k_h , calculado, é de 7500N/m .

4.2.1 Simulações usando o software (MAXWELL 2D)

As simulações, tanto dos ímãs quanto do eletroímã, foram realizadas no software (MAXWELL 2D) da seguinte maneira:

- desenho da geometria do dispositivo a ser analisado. No presente trabalho, tanto os ímãs quanto o eletroímã possuem geometria circular. Em decorrência disto, foi utilizado simetria axi-simétrica para o desenho da geometria a ser analisada, figura 4.2;
- subdivisão da geometria em várias partes, que são os elementos finitos (geração da malha). A geração da malha é feita respeitando as fronteiras e com maior

- especificação das propriedades físicas dos materiais que constituem o sistema a ser analisado;
- imposição dos valores das fontes de campo no objeto, por exemplo, a densidade de corrente elétrica na bobina;
- imposição das condições de contorno pertinentes ao fenômeno e ao objeto analisado;
- exploração dos resultados, onde se obtém, por exemplo, a força magnética gerada pelos ímãs e a força eletromagnética produzida pelo eletroímã em função da corrente. Vide apêndice A para maiores detalhes a respeito do M.E.F..

Os resultados obtidos por simulação e para a força magnética em função do entreferro são apresentados na figura 4.4. A figura 4.6 mostra as linhas de campo magnético produzidas pelos ímãs. Através desta figura observa-se que ocorre um grande espriamento do campo magnético, espriamento este que implica na perda de uma parte da energia magnética que poderia gerar força de atração no entreferro. Isto é uma das principais desvantagens de se trabalhar com o circuito magnético fechado pelo ar.

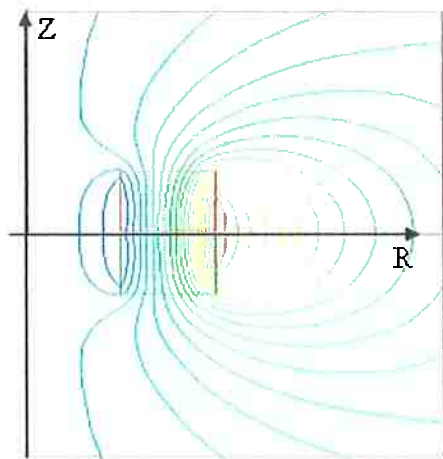


Figura 4.6: Linhas de fluxo magnético dos ímãs.

4.3 Dimensionamento do eletroímã

4.3 Dimensionamento do eletroímã

O desenho do eletroímã que é utilizado neste mancal magnético é apresentado na figura 4.7. O critério principal adotado para o dimensionamento do eletroímã é que este deve gerar força eletromagnética F_{elemag} em função da corrente i maior ou igual à força resultante magnética F_{res_mag} , pois se a força eletromagnética F_{elemag} , gerada pelo eletroímã, for menor do que a força resultante magnética F_{res_mag} , o rotor do mancal não permanece estável e também não suporta cargas na direção axial.

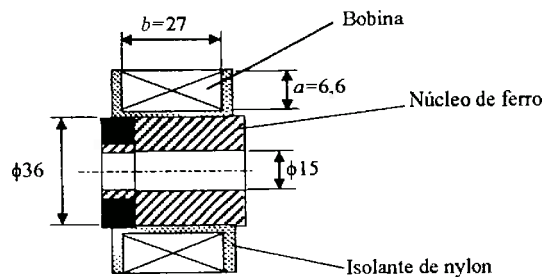


Figura 4.7: Desenho do eletroímã do mancal magnético.

Em YONNET (1981) e SINHA (1987) é apresentado um modelo matemático para a força de levitação magnética produzida por um atuador magnético híbrido e em forma de E (eletroímã de 03 pernas). Contudo, para a dedução do mencionado modelo, assume-se que o espraiamento do campo magnético pelas bordas do atuador é desprezível e que este possui circuito magnético fechado pelo núcleo ferromagnético. Porém, a hipótese de que o vazamento seja pequeno pelas bordas é muito subjetiva, ou seja, é um dado difícil de se quantificar para que se possa determinar uma constante de ajuste entre os modelos real e analítico. Já a hipótese do circuito magnético fechado pelo núcleo ferromagnético, dependendo da arquitetura que se deseja para o atuador, nem sempre pode ser satisfeita. Desta maneira, o levantamento preciso da relação entre a força eletromagnética, a corrente elétrica e o entreferro, para atuadores eletromagnéticos híbridos e com circuito magnético fechado pelo ar, torna-se possível apenas pela construção de um protótipo e pelo ensaio do mesmo em laboratório, o que em muitos casos faz com que o tempo e o

custo, das etapas de dimensionamento e de otimização do atuador, sejam elevados. Uma alternativa viável, para levantar com precisão e rapidez tal relação, é utilizar um software que modele e simule virtualmente um dado modelo de atuador, por exemplo, baseado no M.E.F..

Em decorrência disso, na primeira etapa deste trabalho, o eletroímã foi dimensionado da seguinte maneira, primeiramente desenhou-se um eletroímã com geometria e dimensões conforme mostrado na figura 4.7. E seguindo os procedimentos descritos no subitem 4.2.1 realizou-se várias simulações para a determinação da força eletromagnética em função da corrente. A geometria do eletroímã, da maneira com que o mesmo foi simulado, é mostrado na figura 4.8.

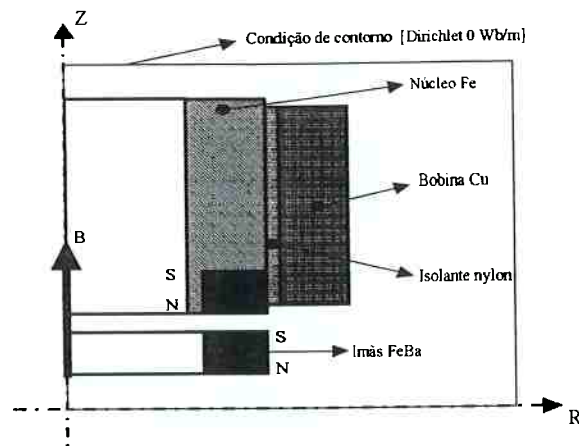


Figura 4.8: Desenho da geometria do eletroímã (simetria axi-simétrica).

Para os diâmetros interno e externo do núcleo do eletroímã foram adotados, por conveniência, os mesmos dos ímãs. O comprimento do núcleo do eletroímã, para efeito de força eletromagnética, não é importante, pois, sendo a permeabilidade do ferro maior que a permeabilidade do vácuo, pode-se desprezar a relutância do material ferromagnético (ROTTERS, 1941). O fio escolhido para ser enrolado na bobina foi do tipo AWG 24. Este fio tem seção transversal de $0,2047 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ e a corrente máxima permitida, neste caso, é de 2 A (LANGFORD, 1967). As dimensões da bobina estão representadas na figura 4.7. A quantidade de espiras da bobina foi determinada da seguinte maneira, primeiramente escolheu-se uma bobina com 250 espiras, tendo-se como base às dimensões do fio e as mostradas na figura 4.7. E

realizou-se várias simulações com esta montagem. Porém, os resultados obtidos nas simulações, para a força eletromagnética em função da corrente aplicada na bobina, não foram considerados satisfatórios, observou-se que para esta quantidade de espiras a força eletromagnética máxima era inferior a força resultante magnética produzida pelos ímãs. Para contornar esta deficiência do atuador, optou-se, após várias simulações, por dobrar o valor do número de espiras da bobina.

Os resultados obtidos, para a força eletromagnética em função da corrente aplicada na bobina, são apresentados na figura 4.9. A figura 4.10 mostra as linhas de campo magnético produzidas pelo eletroímã. Nesta figura observa-se que o eletroímã possui grande parte do circuito magnético fechado pelo ar.

4.3.1 Ensaio experimentais do eletroímã

Após se considerar satisfatórios os resultados obtidos por simulação, construiu-se um eletroímã de acordo com a figura 4.7. E, seqüencialmente, realizou-se vários ensaios experimentais para a determinação da força eletromagnética em função da corrente. Estes ensaios foram efetuados da seguinte maneira:

- o eletroímã é fixo no dispositivo mostrado na figura 4.11 e este é alimentado por uma fonte de corrente contínua;
- a força eletromagnética em função da corrente é determinada para o ponto de operação nominal do mancal, entreferro de 5×10^{-4} m;
- aplica-se corrente na bobina para manter o peso de valor conhecido suspenso, então, diminui-se a intensidade da corrente até que o peso caia e, por fim, lê-se o valor desta corrente. Os resultados destes ensaios são mostrados na figura 4.9. Observa-se, através desta figura, que os resultados simulados e experimentais estão bem próximos;
- a constante k_t , que relaciona, proporcionalmente, a força eletromagnética com a corrente elétrica, é o coeficiente angular da reta do gráfico da figura 4.9.

Obs.: os resultados apresentados na figura 4.9 desconsideram as forças de atração magnéticas entre os ímãs permanentes, pois as mesmas já são conhecidas.

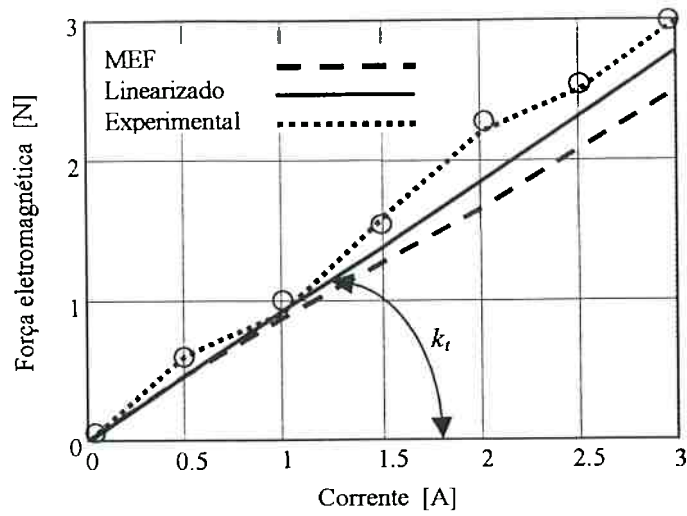


Figura 4.9: Força eletromagnética versus a corrente.

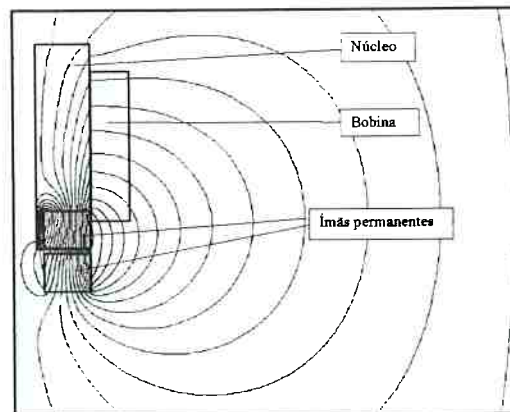


Figura 4.10: Linhas de campo magnético do eletroímã.

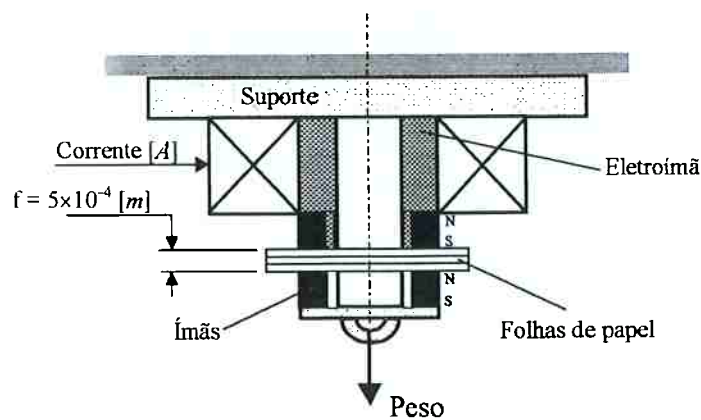


Figura 4.11: Esquema do dispositivo para determinação da força eletromagnética em função da corrente.

4.3.2 Determinação da indutância e da resistência da bobina

O cálculo aproximado da indutância e da resistência, para bobinas cilíndricas e com espiras circulares, é dado por (KURT, 1992):

$$L = 1,05 \cdot D \cdot N^2 \sqrt[4]{\left(\frac{D}{u}\right)^3} \quad (4.1)$$

$$R = \frac{N \cdot \rho l_m}{A} \quad (4.2)$$

sendo:

$$l_m = l_0 + \pi \cdot a \quad (4.3)$$

onde D , N , u , ρ , l_m , l_0 , b , a e A são o diâmetro médio da bobina, o número de espiras, o perímetro do fio da bobina, a resistividade do cobre, o comprimento médio do fio enrolado na bobina, o comprimento interno do enrolamento, a largura da bobina, a espessura do enrolamento e a seção transversal do fio, respectivamente, figura 4.12. Com as equações 4.1 ~ 4.3 e com os valores apresentados nas figuras 4.7 e 4.12 determina-se o valor da resistência e da indutância da bobina. Os valores calculados, considerando as duas bobinas, figura 4.1, são 12Ω e $0,12mH$ para a resistência e para a indutância, respectivamente. Estes resultados foram verificados utilizando um multímetro, e os valores medidos foram de 12Ω e $0,1mH$, respectivamente.

Para verificar se o tempo de resposta da bobina utilizada é realmente menor do que o tempo de resposta do sistema rotor com os ímãs, substituem-se os valores determinados, para a resistência R e para a indutância L da bobina, na equação 3.7 e os valores da constante magnética k_h em conjunto com a massa M do rotor com os ímãs na equação 3.5, a massa medida é de $M = 0,2kg$. Efetuados os cálculos, os tempos de resposta são de $1ms$ e de $6,6ms$ para a bobina e para o sistema rotor com os ímãs, respectivamente.

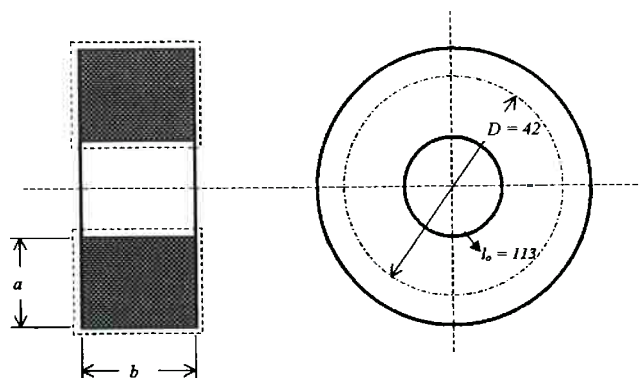


Figura 4.12: Esquema da bobina.

4.4 Sensor de posição

O sensor de posição utilizado é um sensor indutivo do tipo corrente parasita, analógico, de forma tubular e que fornece na sua saída uma tensão proporcional à variação da distância medida. Este sensor apresenta linearidade de $\cong 1\%$ em uma faixa de tensão compreendida entre $-5V$ à $+5V$ e possui um ganho k_s de $5000V/m$. Este ganho foi considerado satisfatório para aplicação direta do sinal de saída do sensor sem a necessidade de amplificação. A figura 4.13 mostra um gráfico da tensão aplicada em Volts em função da saída do sensor em metros. Este gráfico é fornecido pelo fabricante do sensor e é válido quando o material do anteparo é aço. Realizou-se vários ensaios que comprovaram os dados do gráfico fornecido.

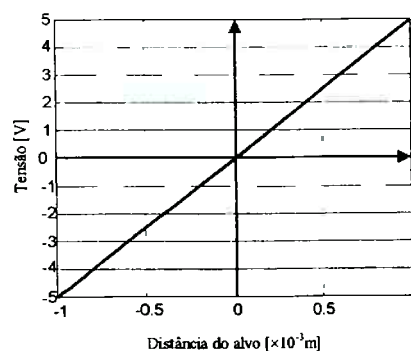


Figura 4.13: Faixa de medição linear do sensor (fonte: Applied Electronics Corp Japan).

O sinal de saída do sensor, apontado para um alvo parado, é mostrado na figura 4.14. Analisando esta figura observa-se que a amplitude do sinal é de aproximadamente $0,35\mu\text{m}$. Os dados técnicos do sensor são apresentados na tabela 4.1.

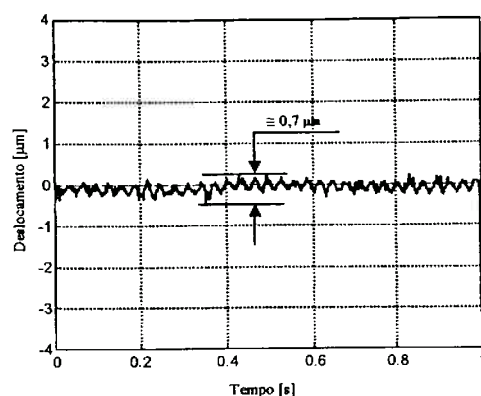


Figura 4.14: Sinal de saída do sensor apontado para um alvo parado.

Tensão de alimentação	± 12 VDC
Tensão de saída à mínima distância	-5V
Tensão de saída à máxima distância	+5V
Faixa de distância perceptível pelo sensor	$0\text{---}2 \times 10^{-3}\text{m}$
Espessura do alvo recomendável	$> 0,2 \times 10^{-3}\text{m}$
Diâmetro da ponta	$4 \times 10^{-3}\text{m}$

Tabela 4.1: Dados técnicos do sensor indutivo de proximidade.

4.5 Amplificador de tensão

A figura 3.4 mostra um amplificador com um ganho k_a localizado entre a saída do controlador e a entrada da bobina. Este amplificador é necessário, pois o sinal de saída do controlador é muito baixo, da ordem de alguns milivolts, e é solicitado cerca de 12V para acionar a bobina. Este amplificador possui um ganho de 10V, sendo

alimentado com uma tensão contínua de $\pm 30V$. Para a medição do ganho do amplificador foi realizado um ensaio em laboratório da seguinte maneira, utilizando um gerador de funções aplica-se na entrada do amplificador um sinal de onda quadrada com amplitude de $0,1V$, e através de um osciloscópio mede-se a amplitude do sinal de saída do amplificador. Com os resultados dos ensaios construiu-se o gráfico da figura 4.15. Este gráfico mostra a amplitude dos respectivos sinais de entrada e de saída, em volts e em função do tempo em segundos.

Utilizando o mesmo procedimento, citado para obter o gráfico da figura 4.15, obteve-se o gráfico da figura 4.16. Esta figura mostra que o tempo de resposta do amplificador, para uma entrada em degrau de amplitude $0,1V$, é de $1 \times 10^{-6}s$. Comparando este tempo de resposta, com o tempo de resposta da bobina e do sistema rotor mais ímãs, mostrados no subitem 4.3.2, observa-se que se pode desprezar a dinâmica do amplificador, uma vez que esta não interfere no comportamento do sistema.

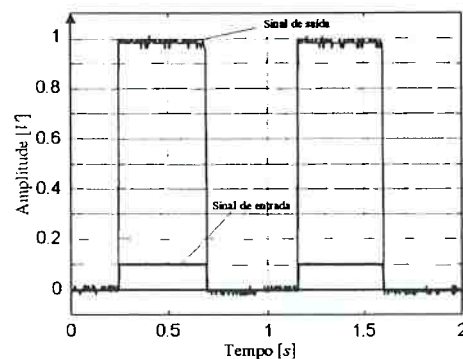


Figura 4.15: Determinação do ganho k_a do amplificador de tensão.

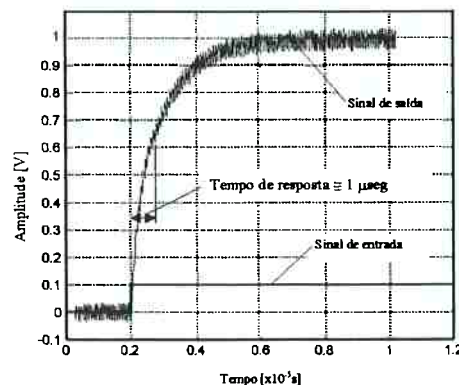


Figura 4.16: Tempo de resposta do amplificador.

4.6 Síntese do sistema de controle

4.6.1 Determinação das constantes do controlador PID

Existem, na literatura de sistemas de controle, vários métodos para a determinação das constantes de um controlador PID, por exemplo, os critérios de Ziegler-Nichols, o método dos pólos dominantes, o método do círculo M e o método da alocação de pólos (ASTRÖM; HÄGGLUND, 1995). Neste trabalho optou-se por utilizar o método da alocação de pólos. Para a utilização deste método reduziu-se, em um grau, a ordem do modelo da planta a ser controlada, o sistema original, dado pelas equações 3.4 e 3.7, é de terceira ordem:

$$G_p(s) = \frac{\frac{k_t}{LM}}{\left(s + \frac{R}{L}\right) \cdot \left(s^2 + \frac{k_h}{M}\right)} \quad (4.4)$$

e o sistema de ordem reduzida é dado por:

$$G_{p_r}(s) = \frac{\frac{k_t}{MR}}{s^2 + \frac{k_h}{M}} \quad (4.5)$$

onde o critério adotado, para a redução da ordem do sistema, foi considerar que o pólo real representado por R/L é estável e possui ordem de grandeza bem maior do que a parte real dos pólos complexos conjugados dominantes e, deste modo, não afeta, significativamente, a dinâmica do sistema e, portanto pode ser cancelado. Outro dado importante na redução da ordem do sistema é que este deve preservar as características de resposta em frequência do sistema original. A comparação entre os modelos original e reduzido é mostrada na figura 4.17. Nesta figura vê-se que na região onde o sistema irá atuar, zona de baixa frequência, os modelos são similares. Nesta figura também se observa que a incerteza de modelagem, isto é, a diferença entre os modelos original e reduzido, é significativa apenas na banda de alta

freqüência. Isso se deve ao fato de que, geralmente, as incertezas de modelagem aumentam proporcionalmente com a freqüência (OWEN; ZAMES, 1992).

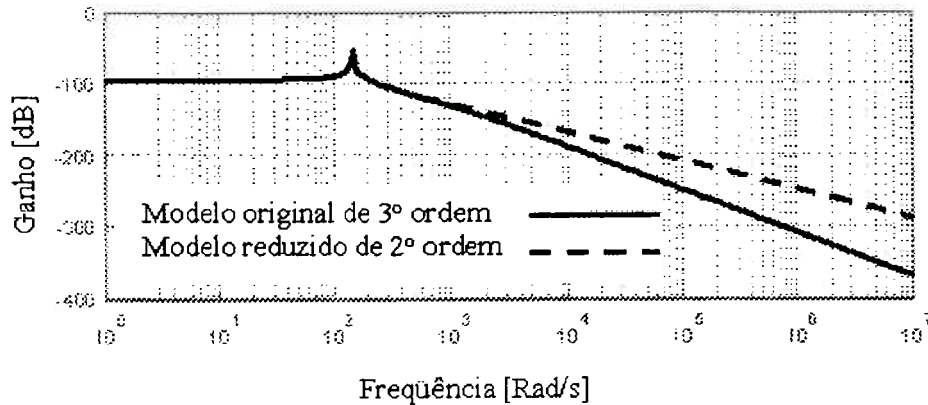


Figura 4.17: Comparação em freqüência entre os modelos original e reduzido.

A função sensibilidade complementar $T(s)$ para este sistema de mancal magnético é obtida com o auxílio da figura 3.4 e por intermédio das equações 3.9 ~ 3.12 e 4.5, isto é:

$$T(s) = \frac{Bk}{T_i} \cdot \frac{(T_i T_d s^2 + T_i s + 1)}{s^3 + Bk T_d s^2 + (a + Bk)s + \frac{Bk}{T_i}} \quad (4.6)$$

onde

$$B = \frac{k_s k_a k_t}{RM} \quad (4.7)$$

$$a = \frac{k_h}{M} \quad (4.8)$$

O denominador da equação 4.6 é a equação característica do sistema de malha fechada, ou seja:

$$s^3 + Bk T_d s^2 + (a + Bk)s + \frac{Bk}{T_i} = 0 \quad (4.9)$$

Segundo ASTRÖM; HÄGGLUND (1995) uma equação característica de malha fechada ideal para um sistema de terceira ordem é dada por:

$$(s + \alpha\omega)(s^2 + 2\xi\omega.s + \omega^2) = 0 \quad (4.10)$$

e esta equação possui dois pólos dominantes com amortecimento relativo ξ e frequência ω e um pólo real localizado em $-\alpha\omega$. Igualando os coeficientes das equações 4.9 e 4.10, obtém-se:

$$BkT_d = \omega(\alpha + 2\xi) \quad (4.11)$$

$$(a + Bk) = \omega^2(1 + 2\xi\omega) \quad (4.12)$$

$$\frac{Bk}{T_i} = \alpha\omega^3 \quad (4.13)$$

Estas três equações determinam os parâmetros k , T_i e T_d do controlador PID. Isolando estes parâmetros nestas equações, vem:

$$k = \frac{\omega^2(1 + 2\xi\alpha) - a}{B} \quad (4.14)$$

$$T_i = \frac{Bk}{\alpha\omega^3} \quad (4.15)$$

$$T_d = \frac{\omega(\alpha + 2\xi)}{Bk} \quad (4.16)$$

Observando a equação 4.14 nota-se que a escolha do parâmetro ω pode ser crítica, isto porque o ganho de controle é negativo para $\omega < \omega_c$, onde a frequência crítica é dada por:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{\alpha}{1 + 2\xi\alpha}} \quad (4.17)$$

Portanto, a frequência crítica ω_c limita a largura de banda mínima do sistema. A equação 4.14 mostra, também, que o ganho de controle k aumenta na razão direta do quadrado do parâmetro ω e, novamente, a escolha deste torna-se crítica, uma vez que o controlador deve atuar apenas na região onde o modelo é válido, figura 4.17. Desse modo, a frequência ω limita a largura de banda máxima do sistema.

4.6.2 Análise da estabilidade

A estabilidade de sistemas lineares pode ser analisada pela equação característica do sistema. A condição necessária e suficiente para a estabilidade é que as raízes da equação característica do sistema possuam parte real negativa, $\text{Re}(s) < 0$. Este conceito, geralmente, indica estabilidade nominal ou absoluta, mas não estabilidade relativa ou estabilidade robusta. Isto pode ser explicado pela localização dos pólos da equação característica no plano s , pois o sistema pode possuir pólos com parte real negativa, indicando estabilidade absoluta, porém, estes pólos podem estar localizados muito próximos do eixo imaginário no semiplano s esquerdo aberto (D'AZZO; HOUPIS, 1981).

A seguir aborda-se os conceitos de estabilidade relativa e de estabilidade robusta, no domínio da frequência, utilizando os conceitos de margem de ganho e de fase e através de análises dos diagramas de Bode e de Nyquist.

Recordando o critério de estabilidade de Nyquist, que pode ser enunciado da seguinte forma:

“Uma condição necessária e suficiente para a estabilidade do sistema em malha fechada é que o número de voltas do diagrama polar de Nyquist de $L(j\omega)$, em torno do ponto $-1 + j0$ e no sentido anti-horário, seja igual ao número de pólos instáveis de malha aberta (BISHOP; DORF, 1998)”. Onde $L(j\omega)$ é a função de transferência do ramo direto (malha aberta).

A margem de ganho é a medida de quanto o ganho de malha aberta pode variar sem ocorrer à perda de estabilidade em malha fechada. A margem de ganho é definida por:

$$M_g \triangleq \frac{1}{|L(j\omega_{-180^\circ})|} \quad (4.18)$$

onde ω_{-180° é a frequência onde a fase de $L(j\omega)$ cruza a linha de -180° , no diagrama de Bode, ou o ponto $-1 + j0$ no diagrama polar de Nyquist. Para sistemas de fase mínima, margem de ganho positiva indica estabilidade. Na prática recomenda-se que a margem de ganho seja $M_g > +6dB$.

A margem de fase indica o quanto à fase de $L(j\omega)$ pode ser atrasada, na frequência de cruzamento do ganho, até que ocorra a instabilidade do sistema em malha fechada. A frequência de cruzamento do ganho, ω_g , é a frequência na qual o módulo de $L(j\omega)$ vale 0 dB, no diagrama de Bode, ou quando o gráfico de $L(j\omega)$, no diagrama polar de Nyquist, cruza a circunferência de raio unitário com centro no ponto $-1 + j0$. A margem de fase é dada por:

$$M_f \triangleq 180 + \Phi \quad (4.19)$$

onde Φ é o ângulo de fase de $L(j\omega_g)$. De maneira análoga à margem de ganho, em sistemas de fase mínima, margem de fase positiva indica estabilidade. A experiência recomenda que a margem de fase situe-se entre 30° e 60° (BISHOP; DORF, 1998).

Fica evidente que as margens de ganho e de fase indicam, claramente, a estabilidade relativa do sistema. Isto pode ser ilustrado por intermédio da figura 4.18, que mostra o diagrama polar de um sistema genérico. Observa-se que o sistema, representado pela figura, possui margem de ganho infinita e margem de fase por volta de 90° . Estas margens mostram que, do ponto de vista de estabilidade nominal ou relativa, este sistema é muito bom, porém, nota-se que o lugar geométrico de $L(j\omega)$, para uma dada frequência ω_i , encontra-se muito próximo do ponto $-1 + j0$, e, portanto, de acordo com o critério de estabilidade de Nyquist, isto mostra que o

sistema pode se tornar instável. A instabilidade pode ocorrer, por exemplo, se uma incerteza de modelagem de $L(j\omega)$, na frequência ω_i , envolver o ponto $-1 + j0$. Deste modo, as margens de ganho e de fase não garantem estabilidade robusta quando se trabalha com incertezas de modelagem.

Segundo DORF; BISHOP (1998) a estabilidade robusta de um sistema escalar e na presença de incerteza de modelagem do tipo multiplicativa é assegurada se e somente se a função sensibilidade complementar $T(s)|_{s=j\omega}$ possuir um limite superior, isto é:

$$|T(j\omega)| < \left| \frac{1}{\Delta_M(j\omega)} \right|, \forall \omega \in \mathfrak{R} \quad (4.20)$$

onde $\Delta_M(j\omega)$ representa a incerteza multiplicativa. A análise da estabilidade robusta, levando em consideração às incertezas multiplicativas, deve-se ao fato de que estes tipos de 'perturbações' satisfazem as propriedades de serem pequenas em baixas frequências, onde o modelo nominal é bem conhecido ou se aproxima do modelo real, e é grande em altas frequências, onde o modelo é inexato, figura 4.17. As referências CASTRUCCI; SALES (1990), CRUZ (1996), DONHA (2000) e ACKERMANN (2002) são indicadas para maiores detalhes a respeito da teoria sobre o estudo de incertezas, estabilidade robusta e desempenho robusto, tanto para sistemas escalares quanto multivariáveis.

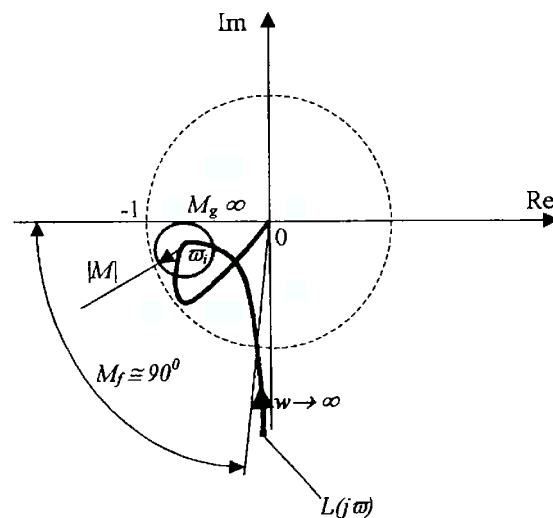


Figura 4.18: Exemplo de um diagrama polar de Nyquist de um sistema genérico.

4.7 Resultados analíticos e experimentais

4.7.1 Desempenho do rotor na direção axial

Nesta etapa é apresentado o protótipo do mancal magnético, figura 4.19, e vários resultados, analíticos e experimentais, obtidos, respectivamente, com o modelo matemático e com o protótipo, são mostrados, analisados e comentados. Os resultados analíticos foram determinados através de simulações no software MATLAB®, e os experimentais obtidos através da aquisição de dados do sinal de saída da planta, ou seja, do sinal emitido pelo sensor de posição, que mede o deslocamento axial do rotor.

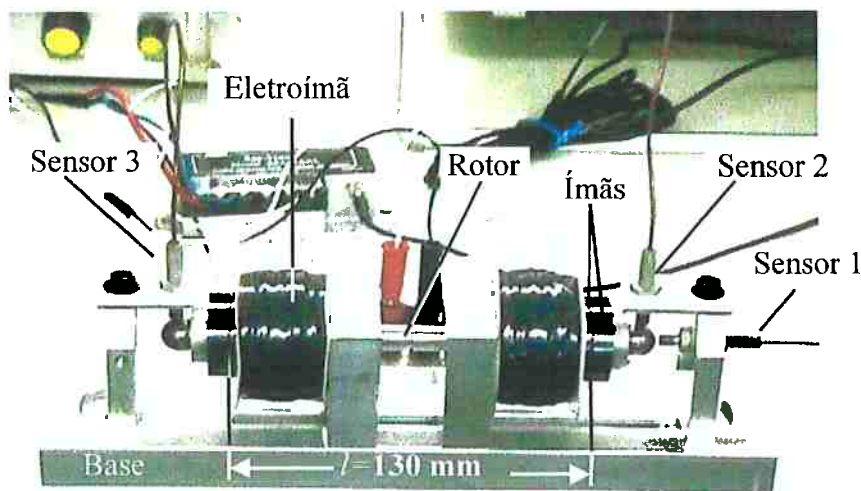


Figura 4.19: Mancal magnético rotativo.

O controlador PID, dado pela equação 3.9, foi implementado digitalmente em um PC-Pentium com um (clock) de 160 MHz. Para isto o controlador foi discretizado da seguinte maneira (ASTRÖM; HÄGGLUND, 1995):

$$P(t_k) = ke(t_k) \quad (4.21)$$

$$I(t_{k+1}) = I(t_k) + \frac{k \cdot \rho}{T_i} e(t_k) \quad (4.22)$$

$$D(t_k) = \frac{T_d}{T_d + N \cdot \rho} D(t_{k-1}) - \frac{k T_d N}{T_d + N \cdot \rho} [z(t_k) - z(t_{k-1})] \quad (4.23)$$

sendo

$$e(t_k) = (z_r(t_k) - z(t_k)) \quad (4.24)$$

onde t_k representa os instantes de amostragem e ρ é o período de amostragem. Para a discretização da equação 4.23 foi utilizado o método da diferença para trás (Backward Differences). O período de amostragem utilizado foi de $1,66 \times 10^{-4}$ s. Cabe salientar que a implementação digital possibilita apenas o cálculo com precisão finita, assim é conveniente analisar os efeitos devido a erros de truncamento. Observando a equação 4.22 nota-se que, se a frequência de amostragem, $f_a = 1/\rho$, for muito alta, o

termo de correção, $\frac{k \cdot \rho}{T_i} e(t_k)$, será pequeno em comparação com o termo $I(t_k)$, e o

mesmo pode ser anulado, ("rounded off"), a menos que o comprimento da palavra, ("word length"), seja suficientemente grande. A consequência de um possível truncamento é um erro ("offset"), chamado de erro de integração. No presente caso o termo de correção vale, (vide valores das constantes k e T_i na tabela 4.4):

$$\frac{k \cdot \rho}{T_i} = 91,4 \times 10^{-3} \quad (4.25)$$

e este resultado mostra que é necessário, para evitar que o termo de correção seja anulado, uma precisão de no mínimo 4 bits. O computador, no qual o sistema foi implementado, possui precisão de 32 bits, e, deste modo, a frequência de amostragem escolhida não compromete o desempenho do integrador.

Utilizou-se uma placa de aquisição de dados com conversores A/D de 16 bits, D/A de 12 bits e com uma taxa de aquisição máxima de 100kHz. Ainda, segundo ASTRÖM; HÄGGLUND (1995) é aconselhável a utilização de um pré-filtro analógico, "antialiasing filter", localizado entre o sinal medido pelo sensor e a entrada do conversor A/D. Este filtro deve eliminar todas as componentes do sinal

analógico com frequências acima da metade da frequência de amostragem. Em decorrência disto é utilizado um filtro (“Butterworth”) de segunda ordem, filtro esse que possui a seguinte função de transferência:

$$G_f(s) = \frac{1,26 \times 10^8}{s^2 + 2,6 \times 10^3 s + 1,26 \times 10^8} \quad (4.26)$$

A figura 4.20 mostra o diagrama de blocos da implementação do sistema de controle do mancal. Observa-se, por esta figura, que existe um bloco não linear após a saída U do controlador. Esta não-linearidade é devida a dois fatores, que são a limitação imposta pela placa AD/DA na tensão de saída do controlador e a saturação do amplificador de potência. Os intervalos de operação, (“range”), da placa e do amplificador de potência, são de $\pm 5V$ e de $\pm 30V$, respectivamente. Porém, como é mostrado na figura 4.15, o amplificador de potência possui ganho $k_a = 10$, deste modo, a amplitude máxima do sinal de controle está limitada a $\pm 3V$. Assim, se o sistema atuar dentro da região linear, ou seja, se a tensão de controle não exceder $\pm 3V$, estas não linearidades não afetarão, obviamente, o comportamento do mancal. Contudo, como é descrito no capítulo 3 e subitem 3.3, se a tensão U do controlador ultrapassar a região linear, é necessário, para evitar a saturação do integrador “windup”, inserir uma malha que limite a ação integral enquanto o sistema estiver saturado “reset”. Esta malha é mostrada na figura 3.5.

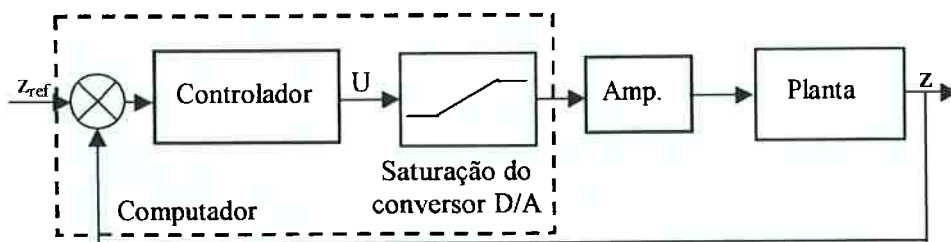


Figura 4.20: Diagrama de blocos com saturação do conversor D/A.

Todos os parâmetros do mancal e os seus respectivos valores são mostrados na tabela 4.2.

Mediante a figura 4.21 vê-se a posição axial z do rotor quando $\Omega = 0rpm$ e sem nenhum distúrbio sendo aplicado, tanto axialmente quanto radialmente, sobre

este. Nesta figura observa-se que, para esta situação, o deslocamento axial do rotor apresenta uma vibração contínua com amplitude de aproximadamente $0,5\mu\text{m}$. Esta vibração é devida, principalmente, a ruídos gerados pelos componentes elétricos do sistema. Este fato indica que o controlador do sistema está posicionando o rotor, axialmente, com elevada precisão. Isto pode ser confirmado quando compara-se as figuras 4.14 e 4.21, donde se observa que as amplitudes das oscilações possuem valores aproximados, ou seja, o controlador do sistema posiciona o rotor com precisão quase da ordem de resolução do sensor.

Sistema	Símbolo	Valor	Unidade
Constante Magnética	k_h	$7,5 \times 10^3$	N/m
Constante Eletromagnética	k_t	1,0	N/A
Massa do Rotor	M	0,2	kg
Ganho do Sensor	$k_s = k_s'$	5×10^3	V/m
Ganho do Amplificador	k_a	10	-
Entreferro	z_o	5×10^{-4}	m
Indutância da Bobina	L	0,012	H
Resistência da Bobina	R	12	Ω
Controlador	Valor		Unidade
k_p	5,67		-
T_i	0,0103		s
T_d	0,0072		s
N	5000		-

Tabela 4.2: Parâmetros do mancal magnético rotativo e do controlador.

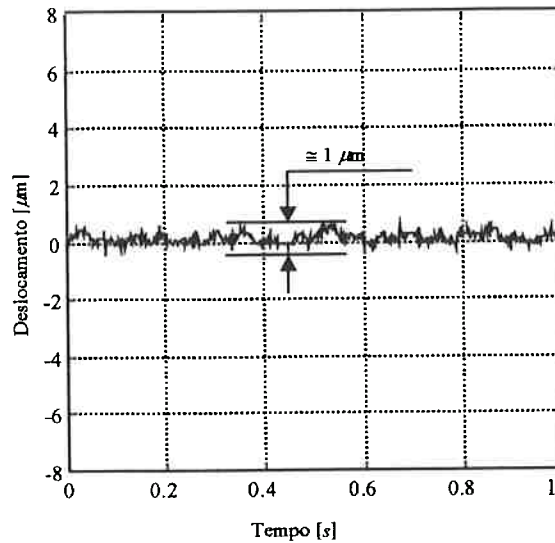


Figura 4.21: Vibrações do rotor na direção axial.

4.7.2 Comportamento do transitório do sistema através de uma entrada em degrau

A figura 4.22 mostra os resultados, analítico e experimental, do comportamento do rotor na direção axial e quando se muda a referência, de contínua, para a forma de degrau com amplitude de $60\mu\text{m}$. A resposta ao degrau, analítica, foi obtida utilizando a equação 4.6. Observa-se que o sistema apresenta sobre-sinal percentual de aproximadamente 15% e 25% para os modelos analítico e experimental, respectivamente. Nota-se que em mais ou menos 0,05s o rotor alcança a posição comandada e mantém a nova posição com uma precisão de aproximadamente $0,5\mu\text{m}$ de amplitude. Este resultado mostra a capacidade deste mancal em realizar o posicionamento do rotor de forma rápida e precisa. Tal capacidade abre possibilidade, por exemplo, para compensar erros sistemáticos de movimento de rotação na direção axial.

Como foi acima mencionado, figura 4.20, a amplitude do sinal de controle U é limitada a $\pm 3V$. E a consequência sobre o sistema, quando esta região linear é ultrapassada, já foi previamente comentada, vide capítulo 3 e subitem 3.3. O entreferro de operação do mancal magnético é de $5 \times 10^{-4}\text{m}$, deste modo, a amplitude

máxima de um sinal de referência é limitada pelo entreferro, pois para mudança de referência com valores iguais ou próximos de $5 \times 10^{-4} \text{m}$ ocorre o choque entre o conjunto rotor mais ímãs e a estrutura do mancal. Portanto, para testar a faixa de operação linear do sistema aplicou-se como referência um degrau de amplitude $4 \times 10^{-4} \text{m}$, e observou-se a amplitude do sinal de controle, figura 4.23. Pela figura nota-se que, para esta amplitude do sinal de referência, o sistema trabalha na região linear.

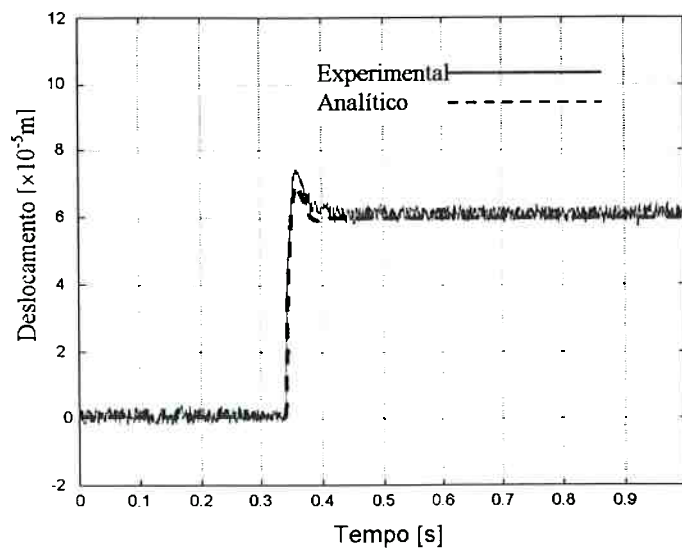


Figura 4.22: Resposta ao degrau.

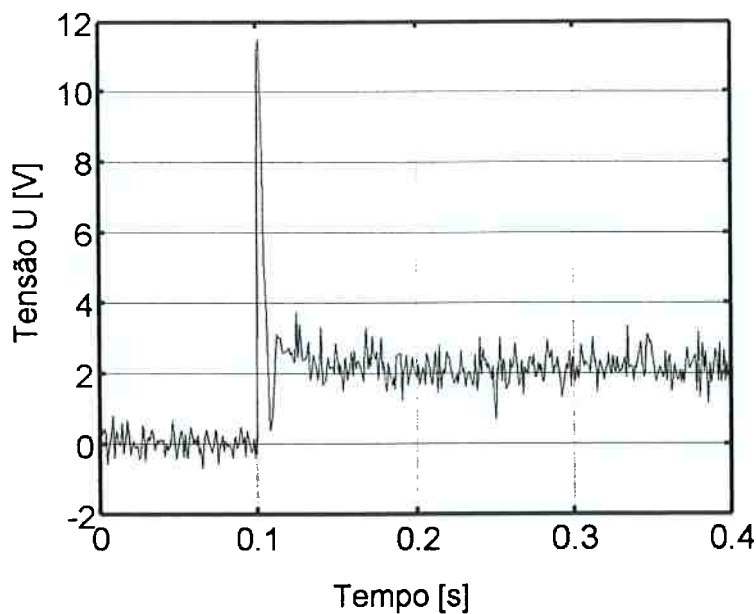


Figura 4.23: Sinal de saída do controlador.

4.7.3 Comportamento do sistema na presença de distúrbios

A figura 4.24 mostra a resposta a forças impulsivas aplicadas sobre o rotor na direção axial. Em função da força, o rotor se desloca momentaneamente da sua posição nominal de operação, mas a posição original é restaurada rapidamente. Já a figura 4.25 mostra a posição axial do rotor quando o sistema é submetido a uma entrada de distúrbio na forma de uma onda senoidal de amplitude $20\mu\text{m}$ e de frequência 52rad/s . Cabe ressaltar que foi escolhido, por exemplo 52rad/s , uma vez que isto equivale a $\Omega \cong 500\text{rpm}$, e esta foi uma rotação na qual realizou-se vários experimentos. Desta maneira pode-se considerar que a amplitude do distúrbio é gerada por um desbalanceamento do rotor, quando este gira com a mencionada rotação e ou por erros de forma do alvo do sensor. Observa-se, através da figura 4.25, que o sistema rejeita o distúrbio de forma satisfatória, pois o deslocamento axial do rotor possui uma vibração contínua de aproximadamente $2\mu\text{m}$ de amplitude. Este resultado, conjuntamente com os apresentados nas figuras 4.22 e 4.24, mostra que o sistema possui um bom desempenho, isto porque este tanto rejeita satisfatoriamente distúrbios de baixa frequência como acompanha com precisão, uma determinada referência.

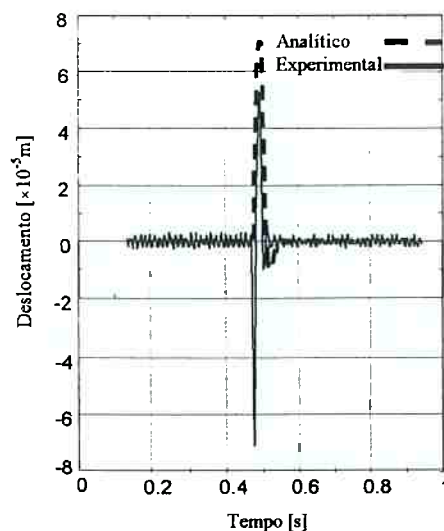


Figura 4.24: Resposta ao impulso aplicado axialmente sobre o rotor.

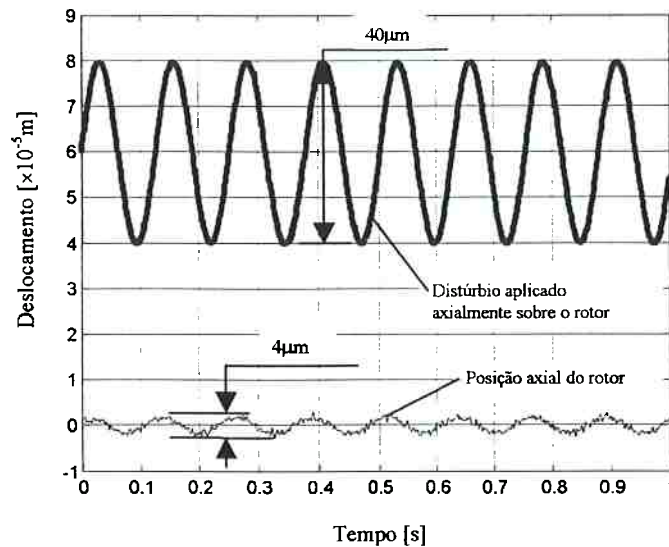


Figura 4.25: Resposta do sistema a um distúrbio senoidal.

4.7.4 Análise da sensibilidade e da robustez do mancal

Neste parágrafo objetiva-se analisar a sensibilidade e a robustez do sistema de controle do mancal, assim mostra-se e comenta-se os gráficos das respectivas funções $L(s)$, $T(s)$, $S(s)$ e $C(s)$. A função $L(s)$ representa a função de transferência do ramo direto e, como foi mostrado no parágrafo 4.6.2, pode-se avaliar as margens de estabilidade do sistema através desta. A figura 4.26 mostra o diagrama de Bode, ganho e fase, da função $L(s)$ do presente sistema. Observa-se, por esta figura, que o sistema possui margem de ganho infinita e margem de fase de aproximadamente 81° . Ainda nesta figura nota-se que a curva de $L(s)$, na região próxima da frequência de cruzamento, possui inclinação menor do que -20 decibéis por década. De acordo com DORF; BISHOP (1998) estes resultados mostram que o sistema possui excelente estabilidade relativa.

Para mancais magnéticos, que são sistemas não lineares e onde se assume que o sistema trabalhará em uma região suposta linear e em torno de um ponto de operação pré-estabelecido, é importante que o sistema possua boa margem de estabilidade relativa, pois esta zona linear, geralmente é muito restrita e, deste modo

se deve assegurar que o sistema mantenha a estabilidade, mesmo em situações em que este atue fora desta citada região.

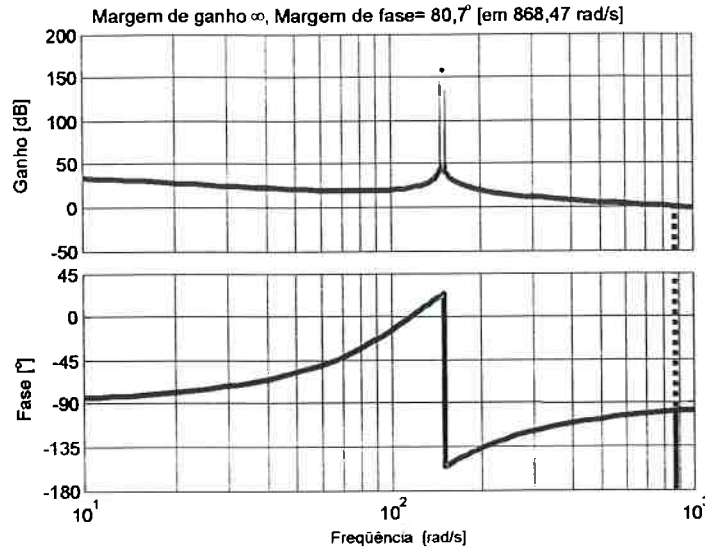


Figura 4.26: Resposta do sistema em malha aberta ($L(s)$).

Neste sistema de mancal magnético as constantes k_t e k_h , mostradas na tabela 4.4, dependem do ponto nominal de operação do sistema. Deste modo é conveniente analisar a sensibilidade do sistema em relação a estas constantes. A sensibilidade da função de transferência de malha fechada $T(s)$, dada pela equação 4.6, em relação ao parâmetro $B(k_t)$, determinado pela equação 4.7, é dada por:

$$S_B^T = \frac{\partial T}{\partial B} \left(\frac{B}{T} \right) = \frac{s^3 + as}{s^3 + BkT_a \cdot s^2 + (a + Bk)s + \frac{Bk}{T_i}} \quad (4.27)$$

e em relação ao parâmetro $a(k_h)$, dado pela equação 4.8, é:

$$S_a^T = \frac{\partial T}{\partial a} \left(\frac{a}{T} \right) = \frac{-as}{s^3 + BkT_a \cdot s^2 + (a + Bk)s + \frac{Bk}{T_i}} \quad (4.28)$$

e as amplitudes das sensibilidades S_B^T e S_a^T em função da frequência são mostradas na figura 4.27. Onde, por intermédio desta figura, observa-se que entre 0 e 200rad/s a

sensibilidade de $T(s)$, em relação aos parâmetros $B(k_t)$ e $a(k_h)$, é baixa. Já, acima desta frequência, nota-se que a sensibilidade em relação a $B(k_t)$ começa a ser significativa, porém em relação a $a(k_h)$ volta a diminuir. Este resultado indica, claramente que uma deterioração da constante eletromagnética k_t afetará, para frequências acima de $200rad/s$, o comportamento do sistema em malha fechada.

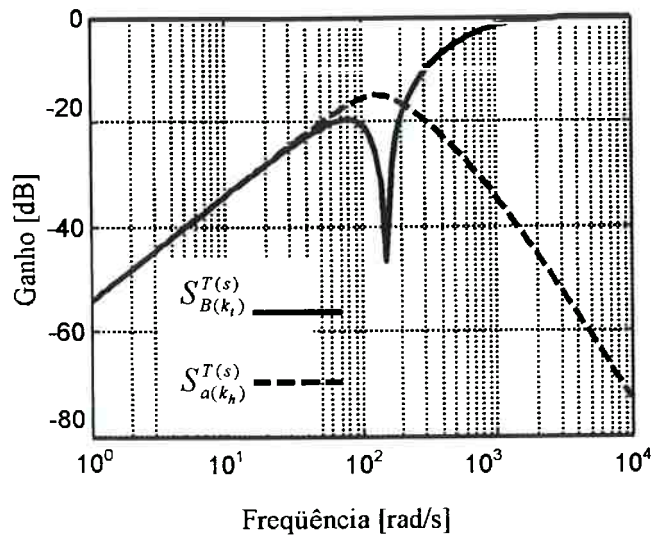


Figura 4.27: Sensibilidade de $T(s)$ em relação aos parâmetros $B(k_t)$ e $a(k_h)$.

A figura 4.28 mostra a resposta do sistema a uma entrada em degrau de amplitude $100\mu m$ e para variações das constantes k_h e k_t de $\pm 50\%$. Nota-se, pela figura, que a resposta do sistema exibe pouca sensibilidade em relação à variação dos parâmetros. É evidente que uma entrada em degrau é um sinal de baixa frequência, daí decorre a baixa sensibilidade do sistema a variações dos parâmetros.

A figura 4.29 mostra o diagrama de Bode, ganho, para as funções sensibilidade complementar $T(s)$ e sensibilidade $S(s)$. A curva de $T(s)$, para o intervalo de frequências compreendido entre 0 e $100rad/s$, possui ganho de $0dB$, isto indica que, nesta região, o sistema tem erro de acompanhamento do sinal de referência nulo. Já na região acima da frequência de cruzamento, para $\omega > 1000rad/s$, $T(s)$ apresenta atenuação de $-20dB$ por década. É evidente que quanto maior for a atenuação de $T(s)$, acima da frequência de cruzamento, melhor será a rejeição de ruídos de alta frequência. A curva da função sensibilidade $S(s)$

mostra que, na região de frequências entre 0 e 100rad/s , o sistema atenuará distúrbios na razão de -20dB por década.

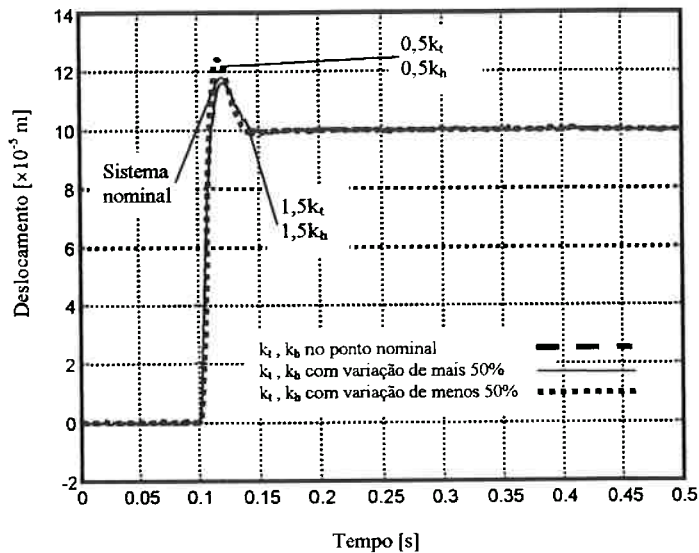


Figura 4.28: Resposta do sistema a uma entrada em degrau e com variações dos parâmetros k_t e k_h .

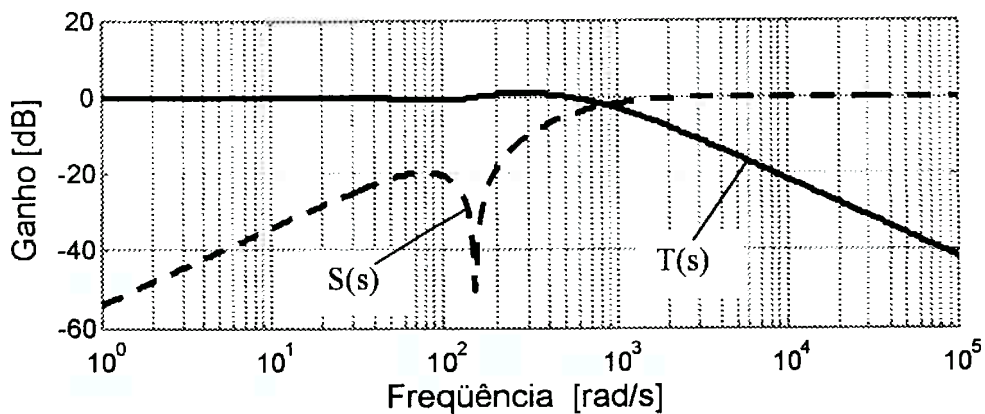


Figura 4.29: Funções sensibilidade complementar $T(s)$ e sensibilidade $S(s)$.

Em mancais magnéticos a função sensibilidade $S(s)$ também representa o inverso da rigidez em malha fechada (“*compliance of the system*”), ou seja:

$$S(s) = \frac{Z(s)}{F_{dist}(s)} = \frac{G_p(s)}{1+L(s)} \quad (4.29)$$

onde $Z(s)$, $F_{dist}(s)$ e $G_p(s)$ representam, respectivamente, o deslocamento axial do rotor, a força de distúrbio e a planta do sistema, vide figura 3.4. Pela figura 4.29 observa-se que a sensibilidade $S(s)$ é pequena na região onde os distúrbios são geralmente significativos, ou seja, $S(s \rightarrow 0) \rightarrow 0$. Este resultado, aplicado na equação 4.29, mostra que o sistema exibe rigidez infinita quando uma força de distúrbio, de baixa frequência, é aplicada axialmente sobre o rotor.

O desempenho do sistema, em malha fechada e no domínio da frequência, está relacionado com os picos das funções sensibilidade $S(s)$ e $T(s)$ (DONHA, 2000). Recomenda-se que os picos de $T(s)$ e de $S(s)$ possuam magnitude menores que 2 e 6 dB, respectivamente. A figura 4.29 mostra que o sistema, na região de frequências compreendida entre 100 e 400 rad/s, apresenta magnitude de aproximadamente 3 dB, para a função $T(s)$. Isto mostra que o presente sistema possui desempenho, se não ótimo, ao menos satisfatório.

A figura 4.30 mostra o diagrama de Bode, ganho, da função sensibilidade de controle $C(s)$. Através desta figura observa-se que o ganho de $C(s)$ cresce em altas frequências e, portanto, o controlador PID amplifica na razão de 20dB por década ruídos de alta frequência, em vez de atenuá-los. Este efeito é mostrado nas figuras 4.31 e 4.32. Na figura 4.31 observa-se o sinal de saída do controlador quando um ruído randômico de amplitude 3 μm e frequência 1MHz é inserido no ramo de realimentação do sistema. Cabe ressaltar, que por questão de uniformização de medidas, o sinal mostrado na figura 4.31 foi convertido de volt para metro pelo ganho k_s do sensor. Observa-se, por intermédio da figura 4.31, que o ruído é, como já foi mencionado, significativamente amplificado, porém na figura 4.32 nota-se que o sinal de saída da planta é atenuado, pois o mesmo apresenta amplitude de aproximadamente 2 μm , atenuação esta devida à característica passa baixa da planta do sistema, figura 4.17.

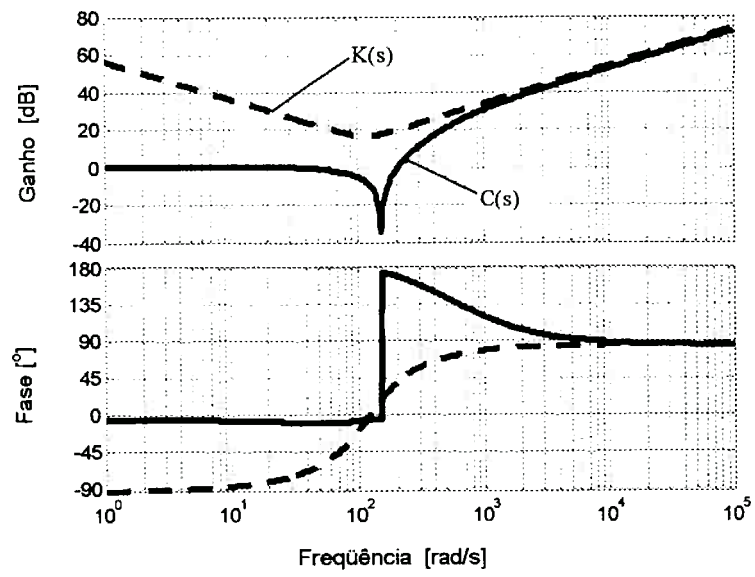


Figura 4.30: Função sensibilidade de controle $C(s)$.

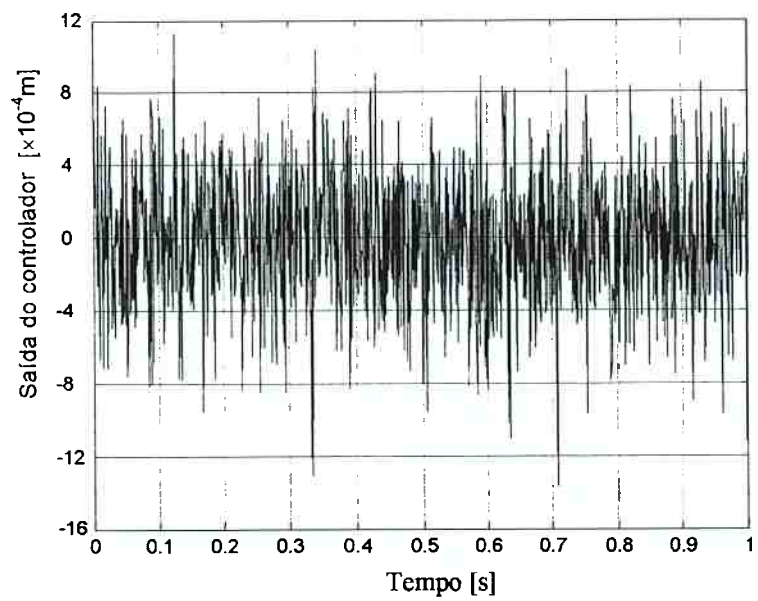


Figura 4.31: Sinal de saída do controlador.

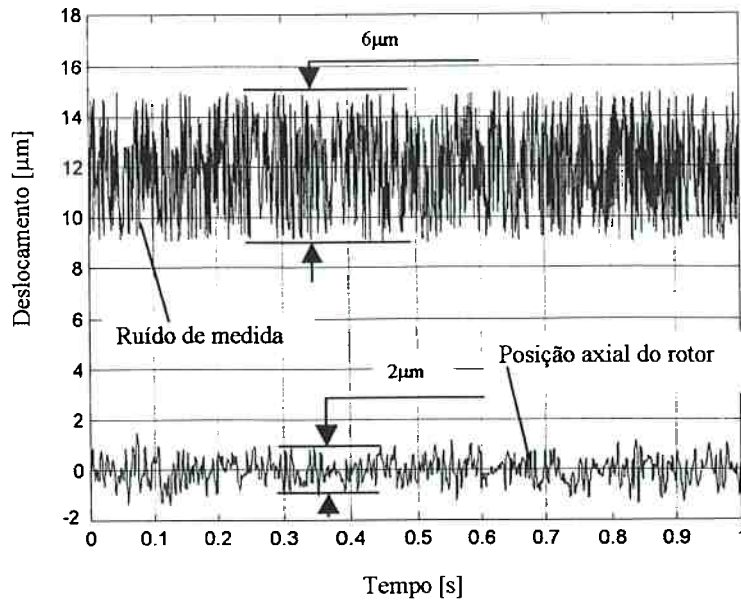


Figura 4.32: Sinal de saída da planta na presença de um ruído de medida.

A equação 4.20 apresenta o critério de estabilidade robusta na presença de incertezas multiplicativas. Para avaliar o comportamento do presente sistema na presença de uma dinâmica não modelada, por exemplo a dinâmica desconsiderada para a redução da ordem do sistema, equação 4.4, construiu-se o gráfico da figura 4.33. Nesta figura $\Delta_M(s)$ representa a incerteza de modelagem multiplicativa, e é dada por, figura 4.34:

$$\Delta_M = G_0^{-1}G_\Delta - I \quad (4.30)$$

onde G_0 é a planta nominal, dada por 4.5, e G_Δ é a planta considerando a incerteza multiplicativa, que é dada por 4.4, e substituindo as equações 4.4 e 4.5 em 4.30, tem-se:

$$\Delta_M(s) = \frac{-s}{s + \frac{R}{L}} \quad (4.31)$$

Observa-se através da figura 4.33 que, para esta particular incerteza, o sistema exibe estabilidade robusta.

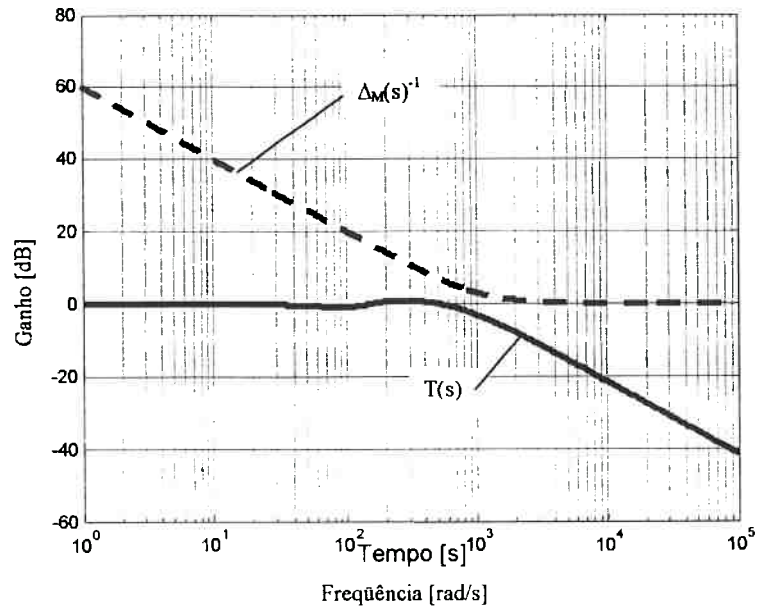


Figura 4.33: Análise da estabilidade robusta na presença de incerteza multiplicativa.

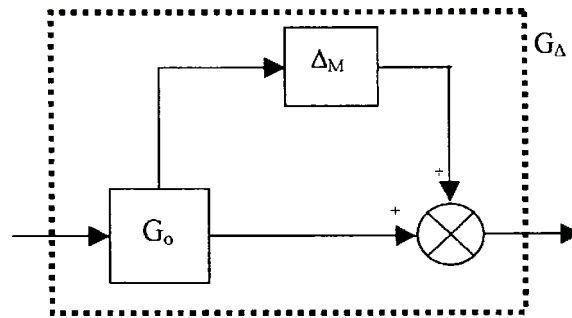


Figura 4.34: Planta com incerteza multiplicativa.

4.7.5 Rigidez radial do mancal magnético

A figura 4.35 mostra os resultados, analítico e experimental, da rigidez radial do protótipo. O resultado analítico é determinado pela equação 2.3. A folga com que o mancal está trabalhando é de $5 \times 10^{-4} \text{ m}$ e, portanto os resultados apresentados nesta figura somente são válidos para esta condição. Verifica-se pela figura, que a rigidez

radial do mancal, quando os ímãs estão concêntricos, é de aproximadamente $9 \times 10^{-3} \text{ N/m}$ e a curva apresenta destacada não linearidade e esta aumenta conforme aumenta o deslocamento radial do rotor.

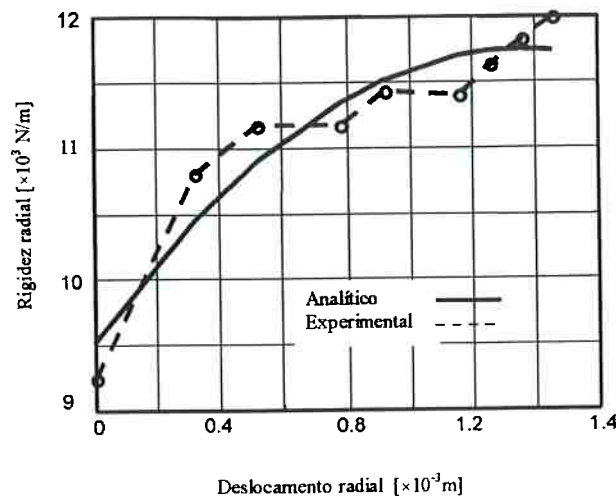


Figura 4.35: Rigidez radial do mancal.

4.7.6 Resultados experimentais do rotor em rotação

Em conjunto com o sensor utilizado para a medição do deslocamento axial do rotor, o protótipo também foi equipado com dois outros sensores de proximidade, sensores 2 e 3 indicados na figura 4.19. Estes sensores são utilizados para medir os deslocamentos radiais das extremidades do rotor, o sensor 2 mede o deslocamento x da extremidade direita e o sensor 3 o respectivo deslocamento da extremidade esquerda do rotor, vide figura 4.19. A figura 4.36 mostra as leituras dos sensores nas direções radial e axial, (sensores 1, 2 e 3), com o rotor girando a $5,2 \text{ rad/s}$ ($\cong 50 \text{ rpm}$). Nesta rotação observa-se que o rotor mantém-se posicionado axialmente com um erro menor que $1 \mu\text{m}$ de amplitude. Em conjunto com o erro devido aos ruídos elétricos, figura 4.21, observa-se erros sincronizados com a rotação, erros esses observados tanto axialmente quanto radialmente. Há três possíveis causas para estes erros. A primeira é o erro de planicidade e de montagem dos alvos que os sensores estão medindo, a segunda é a não-uniformidade da magnetização dos ímãs permanentes que

produzem forças cíclicas na direção axial e a terceira é proveniente do desbalanceamento do rotor, desbalanceamento este, que como é bem conhecido no estudo da dinâmica de rotores, que eleva a amplitude das oscilações, tanto radial quanto axial. Observa-se que os sensores 2 e 3 mediram erros cíclicos, sincronizados com a rotação, com amplitude da ordem de $80\mu\text{m}$. Ainda na figura 4.38 observa-se que as oscilações radiais, tanto da extremidade direita quanto da extremidade esquerda do rotor, estão em fase. Isto mostra que o rotor translada ao longo da direção x , mas não inclina em torno dos eixos x e y , figura 4.5.

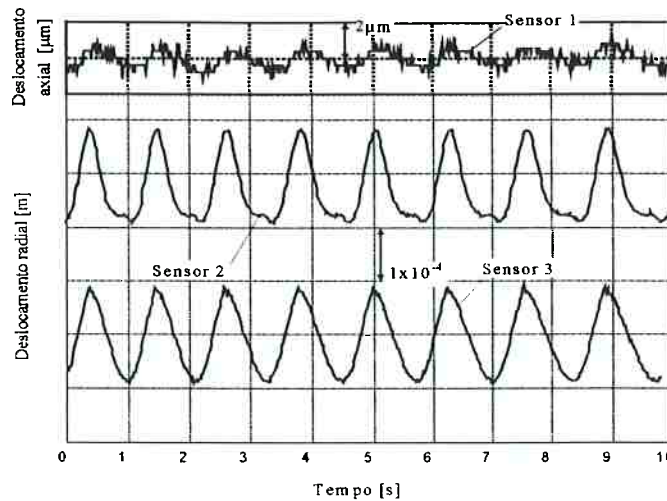


Figura 4.36: Oscilações do rotor ($\Omega \cong 50\text{rpm}$).

Medições semelhantes foram repetidas com o rotor girando a 52rad/s ($\cong 500\text{rpm}$). A figura 4.37 mostra os resultados. Na direção axial a amplitude do erro aumentou para aproximadamente $2\mu\text{m}$. Cabe ressaltar que, mesmo com um aumento de dez vezes na rotação, o que, certamente, contribuiu para elevar a intensidade dos distúrbios axiais, a capacidade de atenuação de distúrbios do sistema de controle se mantém satisfatória. Observa-se, por outro lado, que na direção radial a amplitude das oscilações aumentaram com a elevação da rotação do rotor, medem aproximadamente $170\mu\text{m}$, e isto demonstra que o rotor, como já foi mencionado, está desbalanceado. Na figura 4.37 também se observa que o sinal do sensor 2 está, alguns graus defasado em relação ao sinal do sensor 3, isto mostra que, para esta rotação o rotor além de transladar ao longo do eixo x também oscila em torno do eixo y . Estes movimentos,

de translação e de rotação, podem ser explicados da seguinte maneira. Segundo LALANNE; FERRARIS (1998) os modos de vibração de um rotor dependem da distribuição de massa ao longo deste e das respectivas rigidezes, do rotor e dos mancais. Mostra-se que um aumento na rigidez dos mancais altera, significativamente, os três primeiros modos de vibração do rotor, associados com as três mais baixas freqüência naturais deste. Assim, para mancais com baixa rigidez, em relação à rigidez do rotor, os dois primeiros modos de vibração causam deformações, flexão, desprezíveis no rotor. Nos dois primeiros modos, o rotor permanece rígido (modos de corpo rígido) e percorre uma trajetória cilíndrica no primeiro modo e cônica no segundo. O terceiro modo é atingido apenas em elevadas rotações, e este aumentará a amplitude da flexão do rotor, desta maneira se a rigidez dos mancais é baixa, o terceiro modo de vibração equivale, praticamente ao primeiro modo de uma viga flexível bi-apoiada.

Cabe ressaltar que no presente trabalho restringiu-se, por limitações técnicas do equipamento, à máxima rotação do rotor a 500rpm, e em decorrência disso, não fez-se um estudo da dinâmica do rotor. Tal abordagem será sugerida, na conclusão do trabalho, como tema para continuação do mesmo.

Para maiores detalhes a respeito da dinâmica de rotores sugere-se por exemplo, as referências TONDL (1965) e GENTA (1998).

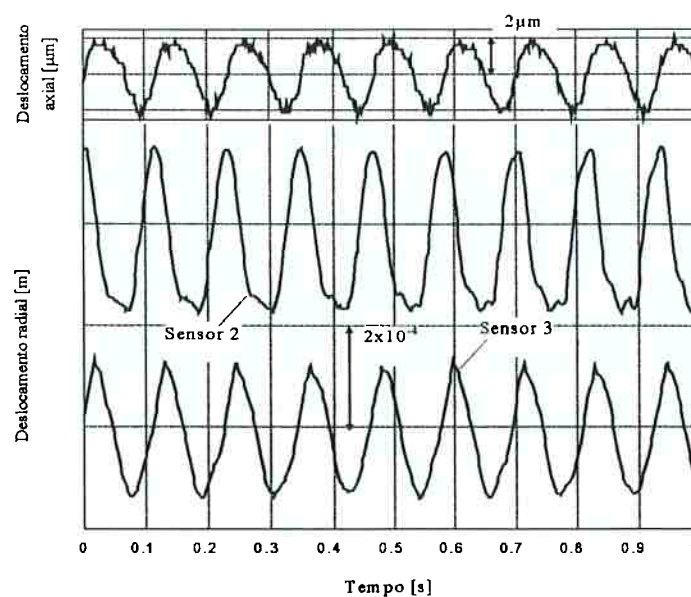


Figura 4.37: Oscilações do rotor ($\Omega \cong 500\text{rpm}$).

4.8 Conclusões do capítulo

Este capítulo apresentou o protótipo do sistema de mancal magnético, as simulações, analíticas e experimentais, realizadas com o equipamento e várias análises e conclusões inferidas a partir dos resultados obtidos. Mostrou-se que o sistema de controle é capaz de:

- realizar com precisão o posicionamento do rotor;
- rejeitar distúrbios de baixa frequência aplicados axialmente sobre o rotor;
- manter o rotor estável e com desempenho satisfatório tanto na presença de variações paramétricas da planta quanto na presença de incertezas de modelagem do tipo multiplicativa.

No capítulo seguinte propõe-se uma modificação no mancal para aprimorar a rigidez radial deste.

Capítulo 5

APRIMORAMENTO DA RIGIDEZ RADIAL

A rigidez radial do protótipo do mancal magnético, construído utilizando quatro ímãs permanentes, é de aproximadamente $9 \times 10^3 \text{ N/m}$, figura 4.35. Esta rigidez é considerada baixa e, portanto, neste capítulo discute várias alternativas para aumentá-la. Cabe ressaltar que uma das principais vantagens em elevar a rigidez dos mancais é o fato de que isto contribui para a eliminação dos modos de corpo rígido do rotor, vide capítulo 4 e subitem 4.7.6 e LALANNE; FERRARIS (1998).

5.1 Análises das equações de Yonnet

A equação que determina a rigidez radial entre dois ímãs permanentes, em função do entreferro, da remanência, da área da seção transversal, do perímetro, da espessura do ímã e do deslocamento angular na direção radial, é apresentada no capítulo 2, equação 2.3. Analisando esta equação observa-se que há várias maneiras de aumentar a rigidez radial:

- pode-se utilizar ímãs com elevada magnetização. Consegue-se isto utilizando ímãs de terras raras, por exemplo, os de *SmCo*;
- quanto às dimensões dos ímãs, pode-se substituí-los por outros de seção transversal e de perímetro maiores, porém com espessura reduzida em relação aos anteriores;
- e pode-se, também reduzir o entreferro entre os ímãs.

5.1.1 Aumento na quantidade de ímãs

As propostas apresentadas, para a melhoria da rigidez radial, são de evidente eficácia e, portanto aqui não serão tratadas. Aqui se propõe uma outra forma de melhorar a rigidez radial. Tal solução consiste no aumento da quantidade de ímãs. Trata-se de uma solução simples, que requer apenas, pequenas alterações no protótipo já construído, somente acrescenta-se mais dois ímãs permanentes em cada extremidade do rotor, neste novo arranjo, cada ímã permanente fixo ao rotor passa a ter um ímã estacionário em ambos os lados, conforme é mostrado na figura 5.1. Cabe salientar que nenhuma alteração foi efetuada no rotor ou no eletroímã do protótipo.

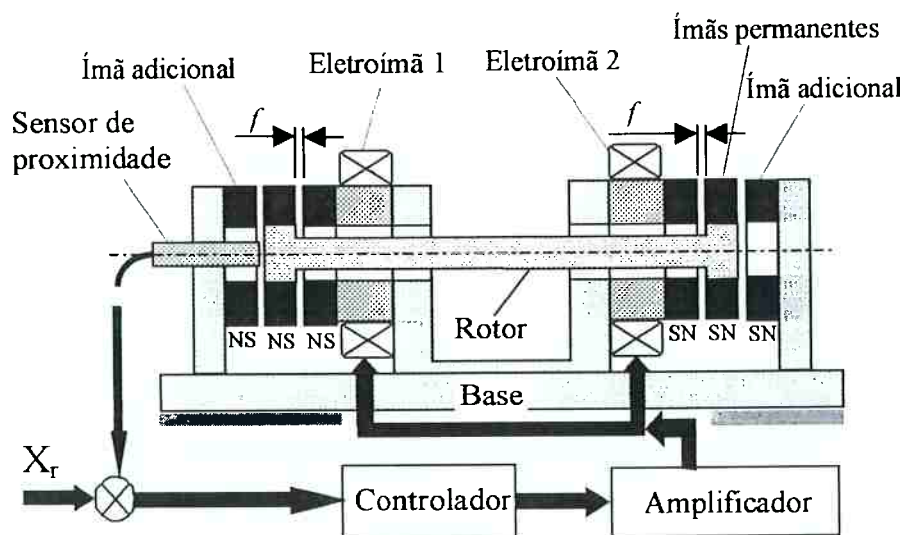


Figura 5.1: Versão do mancal com o uso de seis ímãs permanentes.

5.2 Revisão do critério de comprimento mínimo do rotor

Nesta nova configuração, o critério de comprimento mínimo, para garantia da estabilidade do rotor, apresentado no capítulo 2, se mantém o mesmo. Isto porque se o momento de inclinação M_ϕ , dado pela equação 2.31, duplica em função dos dois ímãs adicionais, o mesmo fenômeno também ocorre com o momento M_{Fr} , devido à

força de restauração, equação 2.29, e, deste modo, chega-se à mesma conclusão dada pela equação 2.35.

5.3 Alteração da constante magnética k_h

A constante magnética k_h , determinada experimentalmente no capítulo 4 e para o protótipo com quatro ímãs, passa a ser $2.k_h$. Isto porque a inclusão dos dois ímãs permanentes apenas duplica a força resultante magnética na direção axial.

As demais constantes do sistema, apresentadas na tabela 4.2, permanecem inalteradas. A rigor, as diversas constantes do mancal foram alteradas, e em decorrência disso, haveria a necessidade de re-projeto do controlador. Porém, como é mostrado nas figuras 4.27 e 4.28, observa-se que o sistema de controle exibe baixa sensibilidade à variações das constantes k_t e k_h . E por isto, optou-se por utilizar as mesmas constantes do controlador.

5.4 Experimentos com seis ímãs

O protótipo do mancal com seis ímãs permanentes é apresentado na figura 5.2. Dois ímãs adicionais de ferrite de bário, montados em uma estrutura de alumínio, foram fixados na base do mancal e posicionados em frente de cada ímã fixo ao rotor. Estes ímãs possuem dimensões iguais a dos ímãs fixos no rotor, e a polaridade de cada um é ajustada para gerar uma força de atração magnética entre as faces.

5.4.1 Desempenho na direção axial

A vibração axial do rotor, sem que nenhum distúrbio seja aplicado sobre este, e para rotação nula, é mostrada na figura 5.3. Verifica-se, através desta figura, que o rotor possui uma vibração contínua menor que $0,5\mu\text{m}$ de amplitude. Estas vibrações

são devidas, somente a ruídos elétricos do sensor e do amplificador do sistema. Isto mostra que o controlador posiciona o rotor axialmente com elevada precisão.

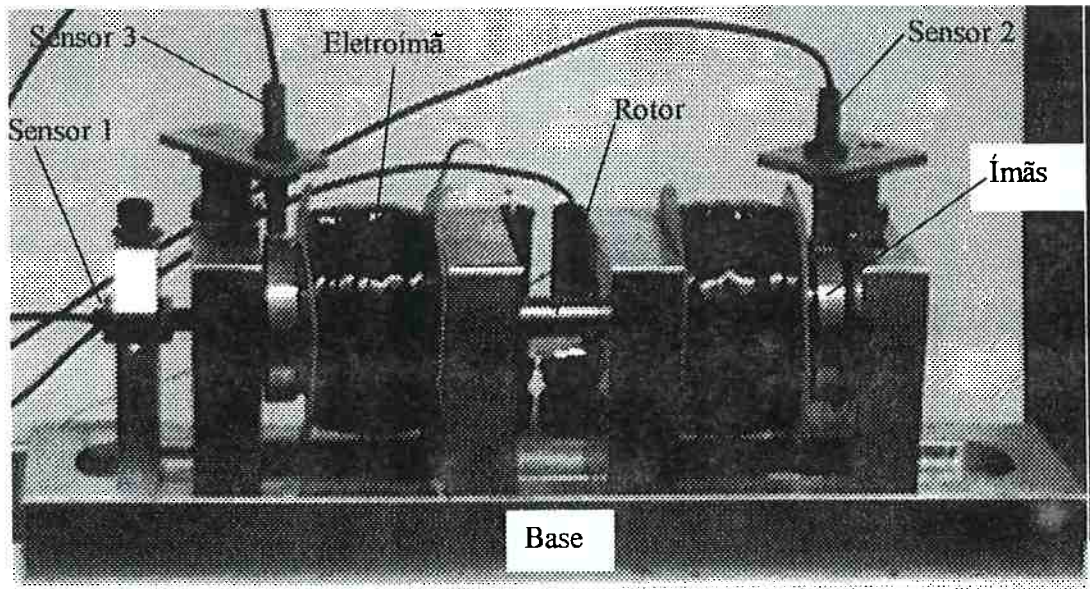


Figura 5.2: Protótipo do mancal magnético com seis ímãs permanentes.

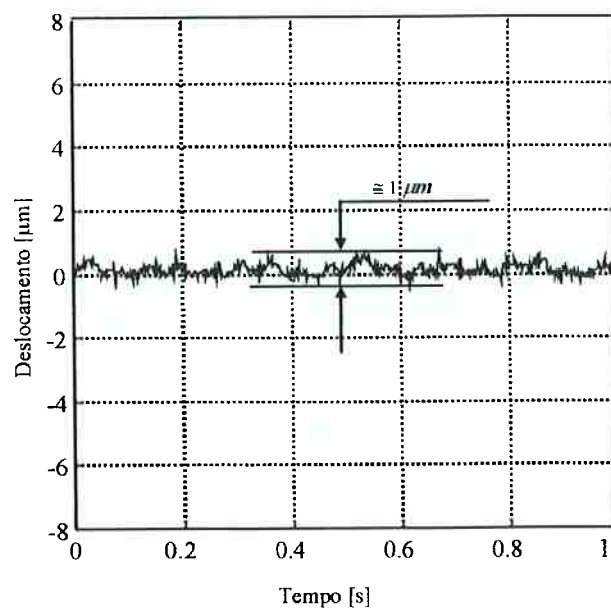


Figura 5.3: Vibrações do rotor na direção axial.

5.4.2 Rigidez radial do mancal

Conforme previsto, a rigidez na direção radial foi duplicada pela adição dos dois ímãs. Na figura 5.4, para a posição de concentricidade entre os ímãs, observa-se que a rigidez radial vale aproximadamente $18 \times 10^3 \text{ N/m}$.

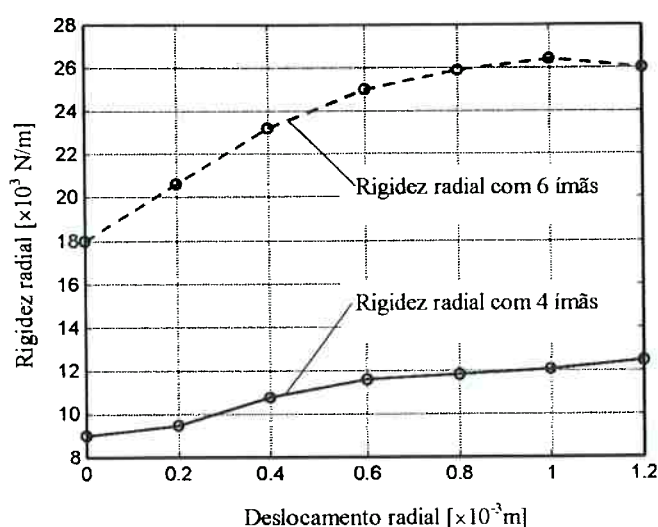


Figura 5.4: Rigidez radial do mancal com quatro e com seis ímãs permanentes.

5.4.3 Comportamento do rotor em rotação

A figura 5.5 mostra as leituras dos sensores 1, 2 e 3 com o rotor girando a 52 rad/s ($\cong 500 \text{ rpm}$). Observa-se, pelas leituras dos sensores 2 e 3, que a amplitude das oscilações do rotor, na direção radial, medem aproximadamente $170 \mu\text{m}$ e portanto, muito próximas às observadas na configuração com quatro ímãs, mostradas na figura 4.39. Esta não diminuição da amplitude das oscilações, mesmo quando se eleva a rigidez do mancal, é mostrada em TONDL (1965) e GENTA (1998). Observa-se, contudo, que as curvas relativas aos sensores 2 e 3, apresentadas na figura 5.5, diferem daquelas da figura 4.39. Isto é devido à colocação dos ímãs adicionais, que exigiu a remoção e a reinstalação dos sensores do mancal, e conseqüentemente,

alterando a posição do alvo que é medido pelos sensores. Contudo, agora nota-se através da figura 5.5, que os sinais medidos pelos sensores 2 e 3 estão em fase. Isto se deve ao aumento da rigidez, como foi explicado no capítulo 4 e subitem 4.7.6, os modos de vibração do rotor mudam com o aumento da rigidez dos mancais.

A amplitude das oscilações do rotor, na direção axial e medida pelo sensor 1, é de aproximadamente $2\mu\text{m}$, igual à apresentada com o modelo de quatro ímãs, figura 4.38. Isto comprova a baixa sensibilidade do controlador em relação a variações dos parâmetros da planta.

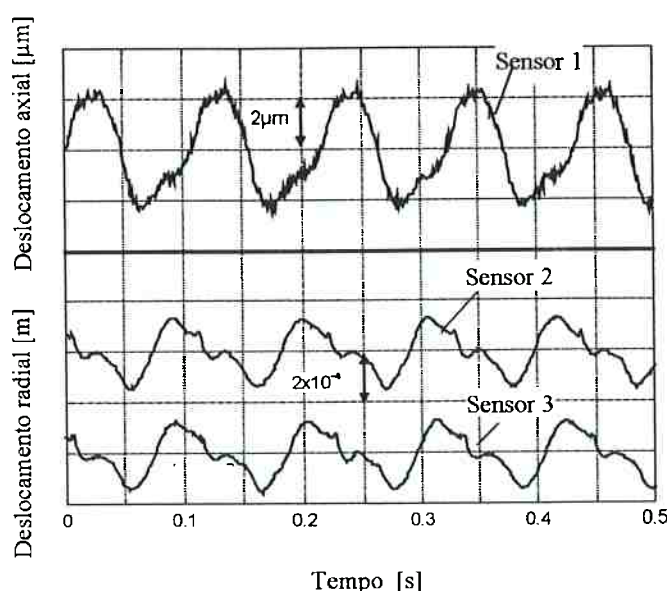


Figura 5.5: Oscilações do rotor com seis ímãs permanentes ($\Omega \cong 500\text{rpm}$).

5.5 Conclusões do capítulo

Mostrou-se neste capítulo uma maneira simples, de aumentar a rigidez radial do mancal. Dobrou-se o valor da rigidez e efetuou-se vários experimentos com o protótipo sem a necessidade de alterações nos parâmetros do controlador do sistema.

Nos próximos capítulos estende-se os conceitos desenvolvidos, para o mancal rotativo e com controle uniaxial, no desenvolvimento de um mancal magnético linear e com controle ativo em um único grau de liberdade de uma mesa suspensa por ímãs permanentes.

Capítulo 6

MANCAL MAGNÉTICO LINEAR

A partir desta etapa objetiva-se estender o conceito de mancal magnético híbrido, com os ímãs atuando por atração e com controle em apenas um grau de liberdade, no desenvolvimento de um mancal magnético linear, M.M.L.. Para isto propõe-se, para a parte passiva deste novo mancal, uma configuração semelhante à proposta para o mancal magnético rotativo, vide figura 2.1, isto é, substitui-se apenas, o rotor pela mesa. A figura 6.1 mostra um esquema do M.M.L. proposto. A mesa, com dois atuadores eletromagnéticos fixos nas extremidades, onde cada atuador é uma combinação de eletroímã e ímã permanente, é localizada entre dois ímãs fixos à base. Todos os ímãs possuem forma de paralelepípedos retangulares, ímãs esses cujas polaridades são ajustadas para que os mesmos atuem no modo de atração. A força magnética de atração assegura a levitação estável da mesa em termos de movimentos de translação desta ao longo da direção y e também para rotações ϕ , θ e ψ em torno dos eixos x , y e z , respectivamente. Já o equilíbrio estável da mesa ao longo da direção z é assegurado por um sistema de controle, sistema esse composto de dois atuadores eletromagnéticos, de um sensor de proximidade não contactante, de um amplificador e de um controlador.

6.1 Desenvolvimento da parte passiva do M.M.L.

Agora aborda-se todas as etapas necessárias para o projeto da parte passiva do M.M.L.. Inicia-se da seguinte maneira:

- a) apresentação das equações que determinam as forças e as rigidezes magnéticas entre dois ímãs permanentes em forma de paralelepípedo, sendo que através da análise destas equações pode-se identificar as direções onde se tem rigidez positiva;

- b) determinação de relações entre o comprimento, a largura e a altura da mesa, relações estas que asseguram o equilíbrio estável da mesa para movimentos de rotação.

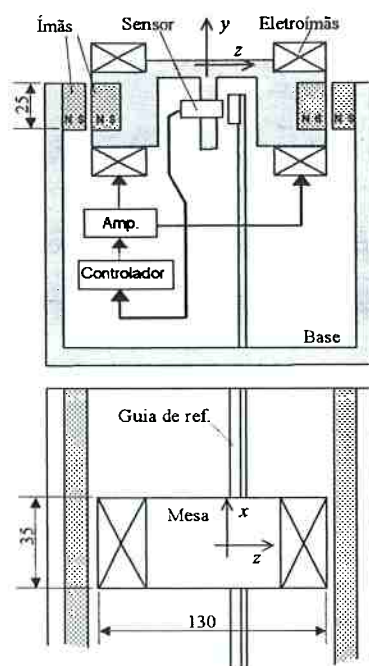


Figura 6.1: Esquema proposto para o mancal magnético linear.

6.1.1 Análise das forças e das rigidezes magnéticas entre ímãs em forma de paralelepípedo

A relevância da análise das forças e das rigidezes magnéticas, para os mancais magnéticos com controle ativo em apenas um grau de liberdade, foi comentada no capítulo 2 e item 2.2. Em decorrência desta necessidade, estuda-se aqui as forças e as rigidezes magnéticas entre dois ímãs de FeBa, magnetizados na direção do eixo z e em forma de paralelepípedo, figura 6.2. As forças e as rigidezes magnéticas são analisadas utilizando as equações 6.1 ~ 6.14 (AKOUN; YONNET, 1984). Na figura 6.2 α , β e γ representam os respectivos deslocamentos do sistema de coordenadas X , Y e Z , do baricentro do ímã móvel e em relação ao sistema X_o , Y_o e Z_o localizado no

baricentro do ímã fixo. Inicia-se estas análises com a variação do parâmetro α . As dimensões dos ímãs analisados são conforme mostradas na tabela 6.1.

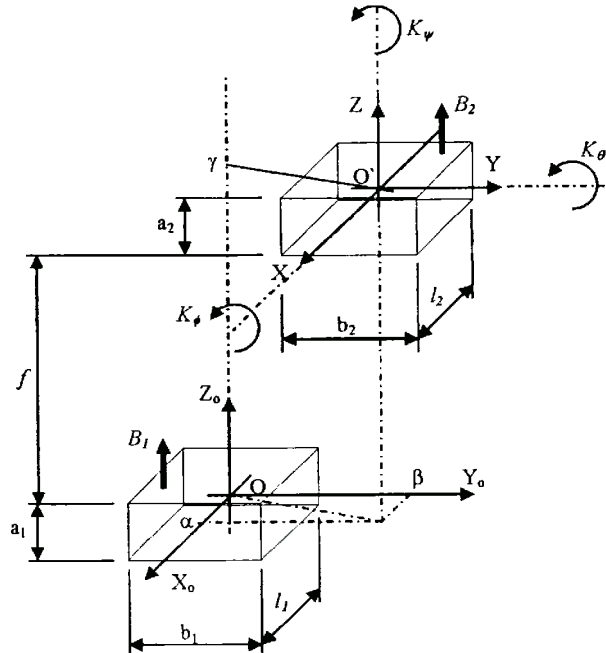


Figura 6.2: Ímãs permanentes em forma de paralelepípedo.

Dimensões dos ímãs de FeBa analisados				
Ímã N ^o	l [m]	a [m]	b [m]	B _r [T]
1	$l_1 = 100 \times 10^{-3}$	$a_1 = 10 \times 10^{-3}$	$b_1 = 25 \times 10^{-3}$	$\cong 0,25$
2	$l_2 = 100 \times 10^{-3}$	$a_2 = 10 \times 10^{-3}$	$b_2 = 25 \times 10^{-3}$	//
3	$l_2 = 50 \times 10^{-3}$	$a_2 = 10 \times 10^{-3}$	$b_2 = 25 \times 10^{-3}$	//
4	$l_2 = 25 \times 10^{-3}$	$a_2 = 10 \times 10^{-3}$	$b_2 = 25 \times 10^{-3}$	//

Tabela 6.1: Dimensões dos ímãs analisados.

$$F_x(\alpha, \beta, \gamma) = Q \cdot \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l \sum_p \sum_q (-1)^{(i+j+k+l+p+q)} \cdot \phi_x(u, j, v, k, l, w, p, q) \cdot r(u, j, v, k, l, w, p, q) \quad (6.1)$$

$$F_y(\alpha, \beta, \gamma) = Q \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l \sum_p \sum_q (-1)^{(i+j+k+l+p+q)} \cdot \phi_y(u_{i,j}, v_{k,l}, w_{p,q}, r(u_{i,j}, v_{k,l}, w_{p,q})) \quad (6.2)$$

$$F_z(\alpha, \beta, \gamma) = Q \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l \sum_p \sum_q (-1)^{(i+j+k+l+p+q)} \cdot \phi_z(u_{i,j}, v_{k,l}, w_{p,q}, r(u_{i,j}, v_{k,l}, w_{p,q})) \quad (6.3)$$

onde

$$\phi_x(u, v, w, r) = 0.5(v^2 - w^2) \cdot \ln(r - u) + u \cdot v \cdot \ln(r - v) + v \cdot w \cdot \operatorname{atan}\left(\frac{u \cdot v}{r \cdot w}\right) + 0.5r \cdot u \quad (6.4)$$

$$\phi_y(u, v, w, r) = 0.5(u^2 - w^2) \cdot \ln(r - v) + u \cdot v \cdot \ln(r - u) + u \cdot w \cdot \operatorname{atan}\left(\frac{u \cdot v}{r \cdot w}\right) + 0.5r \cdot v \quad (6.5)$$

$$\phi_z(u, v, w, r) = -u \cdot w \cdot \ln(r - u) - w \cdot v \cdot \ln(r - v) + u \cdot v \cdot \operatorname{atan}\left(\frac{u \cdot v}{r \cdot w}\right) - r \cdot w \quad (6.6)$$

$$u_{i,j} = \alpha + (-1)^j \cdot \frac{b_2}{2} - (-1)^i \cdot \frac{b_1}{2} \quad (6.7)$$

$$v_{k,l} = \beta + (-1)^l \cdot \frac{b_2}{2} - (-1)^k \cdot \frac{b_1}{2} \quad (6.8)$$

$$w_{p,q} = \gamma + (-1)^q \cdot \frac{a_2}{2} - (-1)^p \cdot \frac{a_1}{2} \quad (6.9)$$

$$r(u, v, w) = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (6.10)$$

$$Q = \frac{B_1 B_2}{4\pi\mu} \quad (6.11)$$

Nas equações de 6.1 ~ 6.11

$$\mu = 4\pi 10^{-7} [H/m] \quad (\text{permeabilidade magnética no vácuo}) \quad (6.12)$$

$$(i, j, k, l, p, q) = \{0, 1\}^6 \quad (6.13)$$

$$\gamma = f + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2} \quad (6.14)$$

As figuras 6.3 ~ 6.5 mostram as variações das forças magnéticas F_x , F_z e F_y , em função do deslocamento α do ímã móvel, figura 6.2, forças estas oriundas de dois ímãs de iguais dimensões, ímãs 1 e 2, conforme descrito na tabela 6.1, e com um entreferro f constante de 1×10^{-3} m. Analisando a figura 6.3 observa-se que a rigidez K_x , na direção do eixo x , é negativa, isto porque, no intervalo $-10 \leq \alpha \leq 10$ [$\times 10^{-3}$ m], a função $F_x(\alpha)$ é decrescente. Observação: esta mesma analogia será, daqui por diante, empregada na análise das demais figuras. Isto implica que ímãs de comprimentos, l_1 e l_2 , iguais, em forma de paralelepípedo e atuando por atração, exibem instabilidade na direção paralela a estes comprimentos.

Na figura 6.4 observa-se que a rigidez magnética K_z também é negativa, isto mostra que, ímãs atuando por atração, independentemente da geometria, são instáveis na direção paralela à direção de magnetização, figura 6.2. Por outro lado, analisando a figura 6.5, observa-se que a força magnética F_y é nula para variações ao longo do eixo x . Isto indica que a rigidez K_y , para variações nesta direção, não sofre alteração.

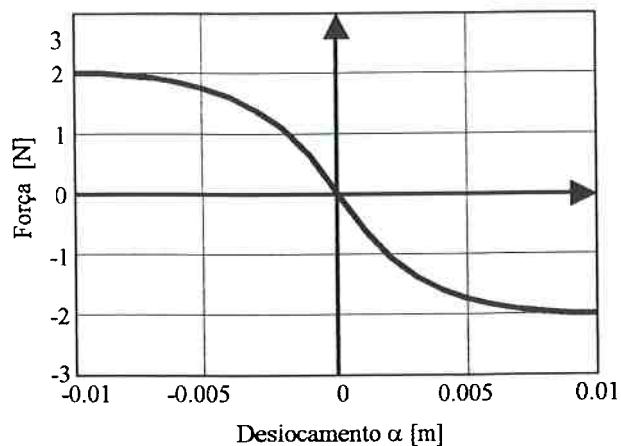


Figura 6.3: Força magnética F_x entre os ímãs 1 e 2.

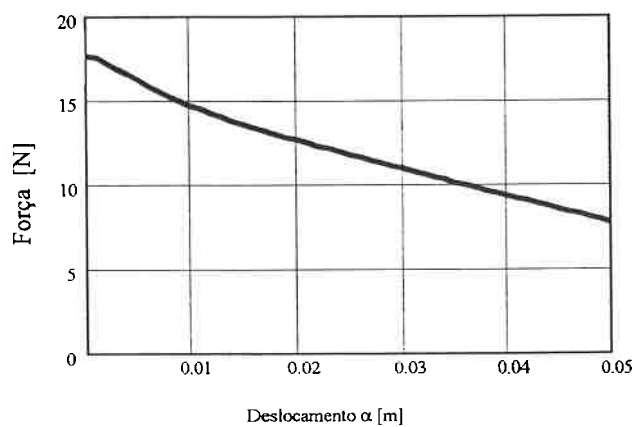


Figura 6.4: Força magnética F_z entre os ímãs 1 e 2.

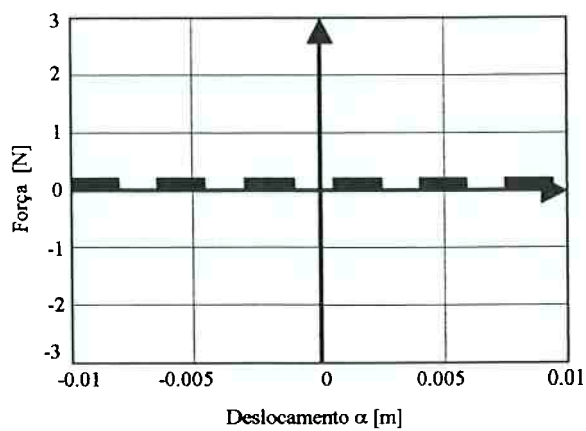


Figura 6.5: Força magnética F_y entre os ímãs 1 e 2.

As figuras 6.6 ~ 6.8 também mostram as variações das forças magnéticas F_x , F_z e F_y em função do deslocamento α do ímã móvel, figura 6.1. Porém, agora estas forças são analisadas entre dois ímãs de diferentes dimensões, ímãs 1 e 3, conforme descrito na tabela 6.1 e mantendo-se o entreferro f constante de 1×10^{-3} m. Analisando a figura 6.6 observa-se que a rigidez K_x , no intervalo $-15 \leq \alpha \leq 15 [\times 10^{-3} \text{m}]$, é positiva, e torna-se negativa para o intervalo $-15 \geq \alpha \geq 15 [\times 10^{-3} \text{m}]$. Este comportamento mostra que ímãs em forma de paralelepípedo, com $l_1 > l_2$ e atuando por atração, exibem uma região de estabilidade na direção paralela a estes respectivos comprimentos. Isto indica haver uma relação de compromisso, entre l_1 e l_2 , que garante a existência de um intervalo α no qual a rigidez K_x é positiva.

A análise da figura 6.7 mostra que a rigidez magnética K_z , para $0 \leq \alpha \leq 25 [\times 10^{-3} \text{m}]$ praticamente não se altera em função do deslocamento, e é negativa para $\alpha \geq 25 [\times 10^{-3} \text{m}]$.

A figura 6.8, para a rigidez K_y , pode ser interpretada de maneira análoga à figura 6.5.

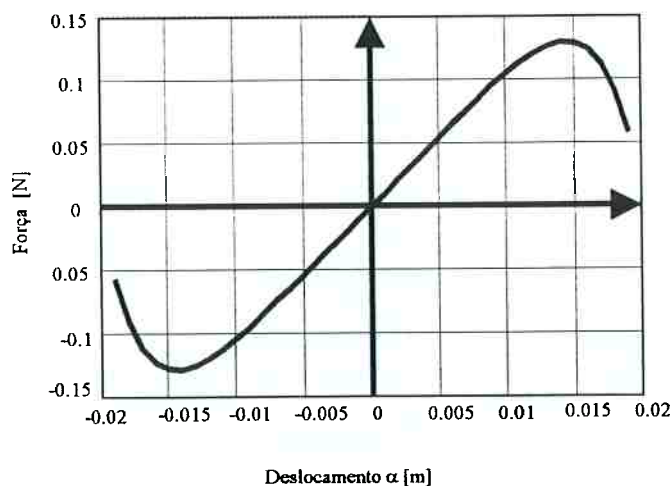


Figura 6.6: Força magnética F_x entre os ímãs 1 e 3.

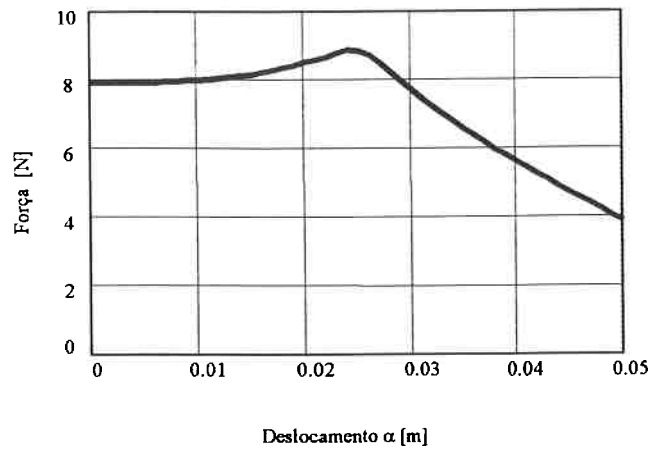


Figura 6.7: Força magnética F_z entre os ímãs 1 e 3.

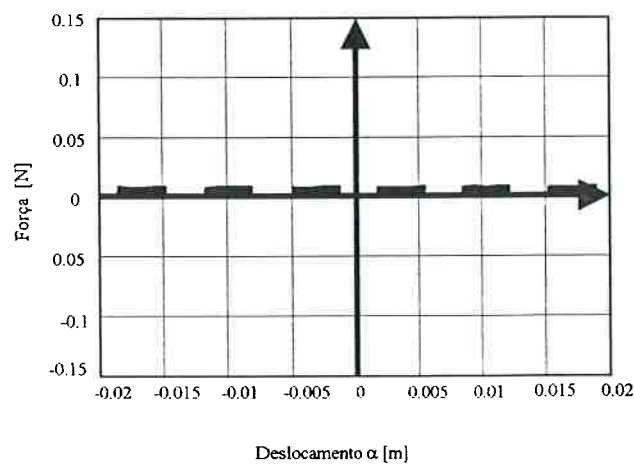


Figura 6.8: Força magnética F_y entre os ímãs 1 e 3.

Com a apresentação das figuras 6.9 ~ 6.11, forças entre os ímãs 1 e 4, que mostram um comportamento similar das rigidezes K_x , K_z e K_y ao apresentado nas figuras 6.5 ~ 6.7, concluí-se as análises da estabilidade entre os ímãs para variações do parâmetro α . Cabe salientar a análise da figura 6.9, pois esta mostra claramente que, para $l_1 \ll l_2$, aumenta a região de deslocamento α em que a rigidez K_x mantém-se positiva.

Análises das forças e das rigidezes magnéticas, semelhantes às apresentadas, podem ser feitas para variações dos parâmetros β e γ . Algumas destas análises, feitas entre os ímãs 1 e 4, são mostradas nas figuras 6.12 e 6.13. A figura 6.12 mostra que,

quando o deslocamento β , ao longo do eixo y , é nulo, a força magnética F_z é máxima e a força magnética F_y é nula. Para o intervalo $0 \leq \beta \leq 10 [\times 10^{-3} \text{m}]$ nota-se que F_y é crescente, portanto $K_y > 0$, e resulta que ter-se-á equilíbrio estável, neste intervalo, para deslocamentos ao longo do eixo y . Nesta figura também se observa o comportamento da força F_x , e nota-se que esta se mantém inalterada para variações ao longo do eixo y .

Na figura 6.13 analisa-se o comportamento das forças magnéticas F_x , F_y e F_z , agora, variando o parâmetro γ (entreferro). Através desta nota-se que somente a força magnética F_z varia em função de γ , ao passo que as demais componentes mantêm-se inalteradas.

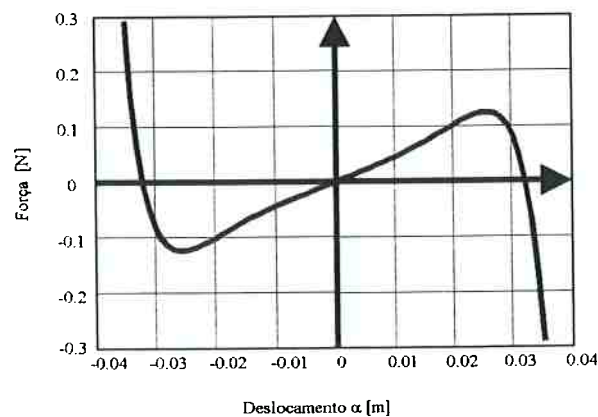


Figura 6.9: Força magnética F_x entre os ímãs 1 e 4.

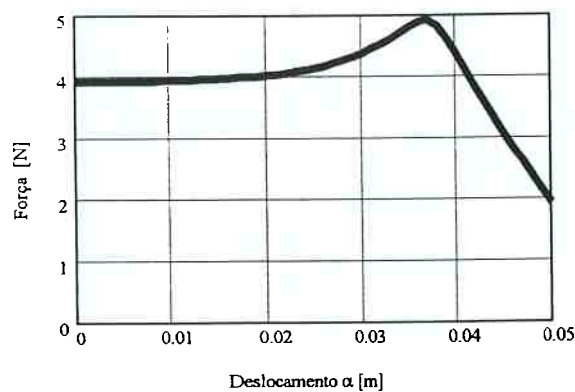


Figura 6.10: Força magnética F_z entre os ímãs 1 e 4.

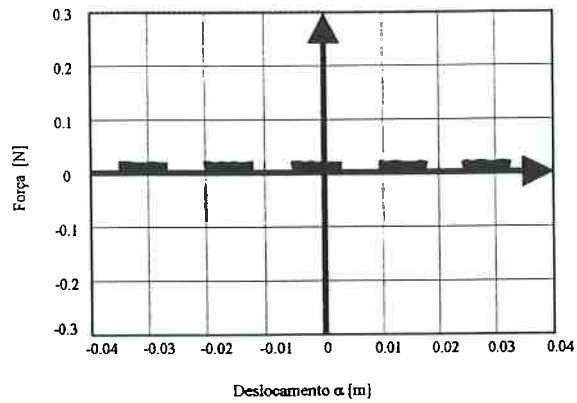


Figura 6.11: Força magnética F_y entre os ímãs 1 e 4.

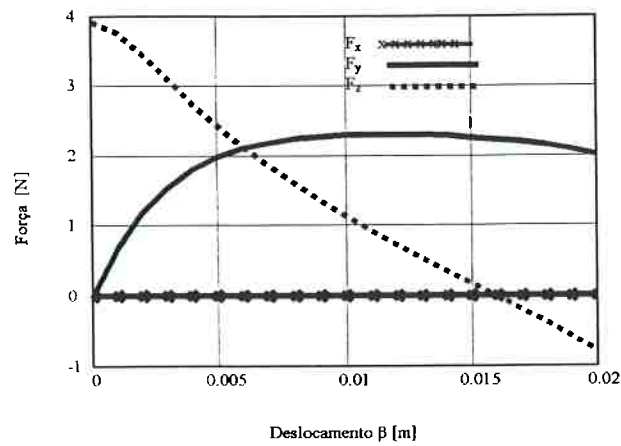


Figura 6.12: Forças magnéticas F_x , F_y e F_z entre os ímãs 1 e 4 e em função do deslocamento β ao longo do eixo y .

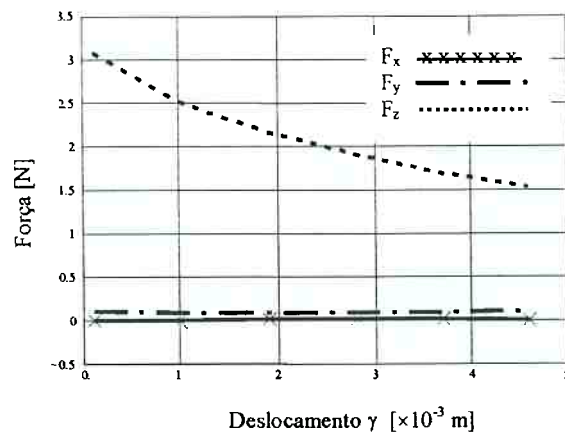


Figura 6.13: Forças magnéticas F_x , F_y e F_z entre os ímãs 1 e 4 e em função do deslocamento γ ao longo do eixo z .

6.1.2 Análise da rigidez e da estabilidade da mesa à rotação

Este item tem por objetivo determinar as rigidezes angulares k_ϕ , k_θ e k_ψ em torno dos eixos x , y e z , respectivamente, rigidezes essas oriundas de um par de ímãs permanentes em forma de paralelepípedo, figura 6.14. Após isto desenvolve-se duas equações que relacionam respectivamente, a altura h e o comprimento l dos ímãs com a largura b da mesa. Estas relações asseguram que a mesa do mancal possui equilíbrio estável para movimentos de rotação em torno dos eixos x e y .

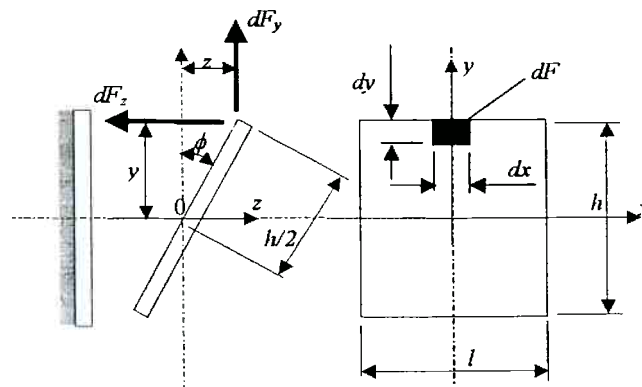


Figura 6.14: Ímã rotacionado de ϕ .

Seja f uma densidade superficial de força, então os incrementos infinitesimais das forças nas direções y e z são dados por:

$$dF_y = f_y \cdot dx \cdot dy \quad (6.15)$$

e

$$dF_z = f_z \cdot dx \cdot dy \quad (6.16)$$

onde

$$-\frac{l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2} \quad \text{e} \quad -\frac{h}{2} \leq y \leq \frac{h}{2} \quad (6.17)$$

Pela figura 6.14 o momento infinitesimal $dM_\phi(\phi)$, em torno do ponto 0 e devido às forças dF_y e dF_z , é dado por:

$$d_{\phi}M(\phi) = f_y dy dz \cdot z + f_z dy dz \cdot y \quad (6.18)$$

onde por intermédio da figura 6.14, tira-se:

$$y = \frac{h}{2} \cos \phi \quad (6.19)$$

$$z = \frac{h}{2} \sin \phi \quad (6.20)$$

e a rigidez $k_{\phi}(\phi)$ é determinada por:

$$k_{\phi}(\phi) = \frac{h}{2} \iint_{x,y} \left[\frac{\partial f_z}{\partial \phi} \cos \phi - f_z \sin \phi \right] dx dy + \frac{h}{2} \iint_{x,y} \left[\frac{\partial f_y}{\partial \phi} \sin \phi - f_y \cos \phi \right] dx dy \quad (6.21)$$

e assumindo que a inclinação ϕ seja pequena, tem-se:

$$k_{\phi}(\phi \rightarrow 0) = \frac{h}{2} \iint_{x,y} \left[\frac{\partial f_z}{\partial \phi} \right] dx dy + \frac{h}{2} \iint_{x,y} [f_y] dx dy \quad (6.22)$$

onde o termo $\left[\frac{\partial f_z}{\partial \phi} \right]$ é obtido pela regra da cadeia:

$$\frac{\partial f_z}{\partial \phi} = \frac{\partial f_z}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial \phi} \quad (6.23)$$

e integrando as equações 6.15 e 6.16 no domínio dado por 6.17, vem:

$$f_z = \frac{F_z}{h.l} \quad (6.24)$$

$$f_y = \frac{F_y}{hl} \quad (6.25)$$

agora derivando a equação 6.24 em relação a z , resulta:

$$\frac{\partial f_z}{\partial z} = \frac{1}{hl} \left(\frac{\partial F_z}{\partial z} \right) = \frac{k_z}{hl} \quad (6.26)$$

e da equação 6.20, tira-se:

$$\left. \frac{\partial z}{\partial \phi} \right|_{\phi \rightarrow 0} = \frac{h}{2} \quad (6.27)$$

e substituindo as equações 6.26 e 6.27 na equação 6.23, resulta:

$$\frac{\partial f_z}{\partial \phi} = \frac{k_z}{2l} \quad (6.28)$$

Finalmente, substituindo os resultados dados por 6.25 e 6.28 na equação 6.22 e efetuando a integral, vem:

$$k_\phi = \frac{h^2}{4} k_z + \frac{h}{2} F_y \quad (6.29)$$

Como os ímãs apenas giram em torno do eixo x , posição de concentricidade entre estes, a força F_y é nula, e com isto a equação 6.29 fica:

$$k_\phi = \frac{h^2}{4} k_z \quad (6.30)$$

Análise semelhante à apresentada para a dedução da equação 6.30 pode ser estendida, com o auxílio das respectivas figuras 6.15 e 6.16, para obter as rigidezes k_θ e k_ψ em torno dos eixos y e z , respectivamente. Tais deduções resultam:

$$k_\theta = \frac{l^2}{4} k_z \quad (6.31)$$

$$k_{\psi} = \frac{l^2}{4} k_y \tag{6.32}$$

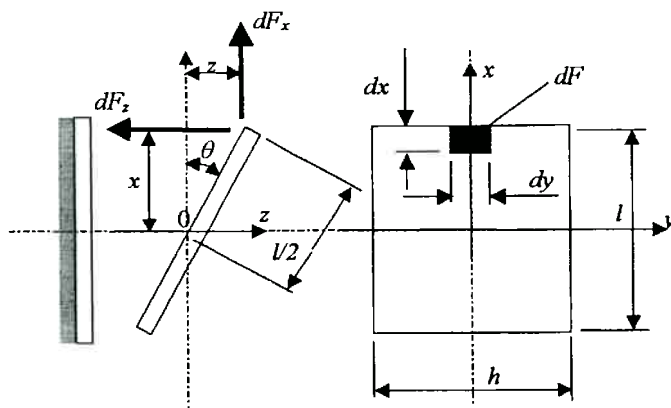


Figura 6.15: Ímãs retangulares e rotacionados de um ângulo θ em torno do eixo y .

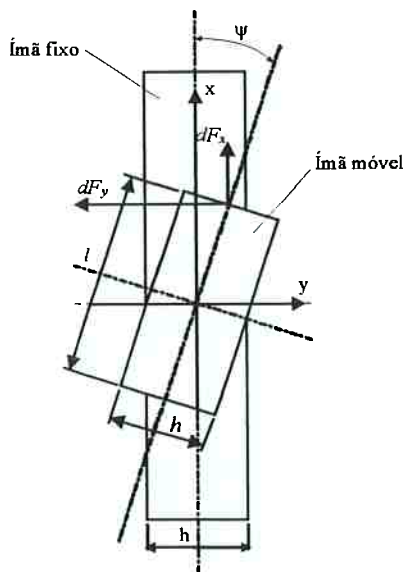


Figura 6.16: Ímã rotacionado de um ângulo ψ em torno do eixo z .

6.1.3 Comprimento e largura mínimos da mesa

Como foi mencionado, na introdução do presente capítulo, o M.M.L. é semelhante ao mancal magnético rotativo, vide figuras 2.6 e 6.1, e, em decorrência desta similaridade, todas as análises para o equilíbrio estável do rotor, feitas no

capítulo 2 e subitem 2.3, podem ser estendidas para o mancal linear. Então, utilizando essas considerações, conjuntamente com a figura 6.17, pode-se fazer:

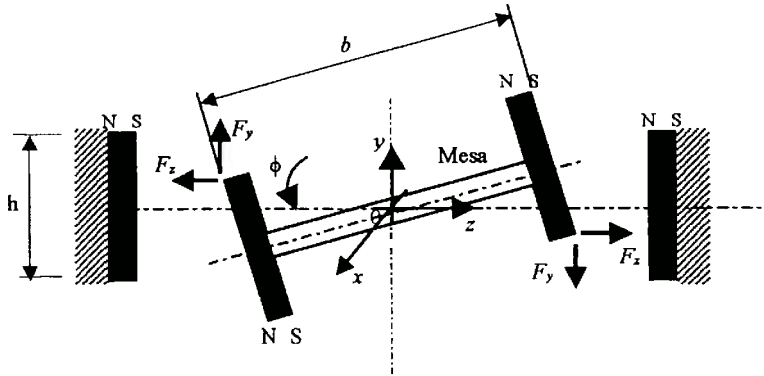


Figura 6.17: Mesa inclinada de um ângulo ϕ em torno do eixo x .

$$\sum M_i + \sum M_r = 0 \quad (6.33)$$

onde os momentos de inclinação M_i e de rotação M_r , considerando as duas extremidades da mesa, são dado por:

$$\sum M_i = 2 \cdot k_\phi \cdot \phi \quad (6.34)$$

$$\sum M_r = 2 \left(k_y \frac{b}{2} \phi \right) \frac{b}{2} \quad (6.35)$$

e substituindo as equações 6.30, 6.34 e 6.35 na equação 6.33, obtém-se:

$$2 \left(\frac{h^2}{4} k_z \right) \cdot \phi + 2 \left(k_y \frac{b}{2} \phi \right) \frac{b}{2} = 0 \quad (6.36)$$

porém, o teorema de Earnshaw, (EARNSHAW, 1939), estabelece que $k_x + k_y + k_z = 0$, contudo, para a o plano yz , que é o caso mostrado na figura 6.17, a rigidez ao longo da direção x é nula:

$$k_y + k_z = 0 \quad (6.37)$$

agora substituindo 6.37 em 6.36, resulta:

$$b = h \quad (6.38)$$

Esta é a condição mínima, sendo que o equilíbrio estável é assegurado quando (SILVA; HORIKAWA, 2003) e (SILVA; HORIKAWA, 2005):

$$b > h \quad (6.39)$$

Resultado similar ao dado por 6.39 é obtido para a relação que assegura o equilíbrio estável da mesa à rotação em torno do eixo y :

$$b > l \quad (6.40)$$

onde l é o comprimento dos ímãs fixos à mesa. Uma suspensão passiva estável é obtida satisfazendo as equações 6.39 e 6.40, simultaneamente.

6.2 Comprovação experimental da relação b/h

Para comprovar o resultado apresentado pela equação 6.39, sem o qual não seria possível dar seqüência ao projeto do mancal linear, construiu-se um dispositivo conforme mostra a figura 6.18. Este dispositivo restringe três graus de liberdade da mesa, que são as translações nas direções dos eixos x e z e a rotação θ em torno do eixo y .

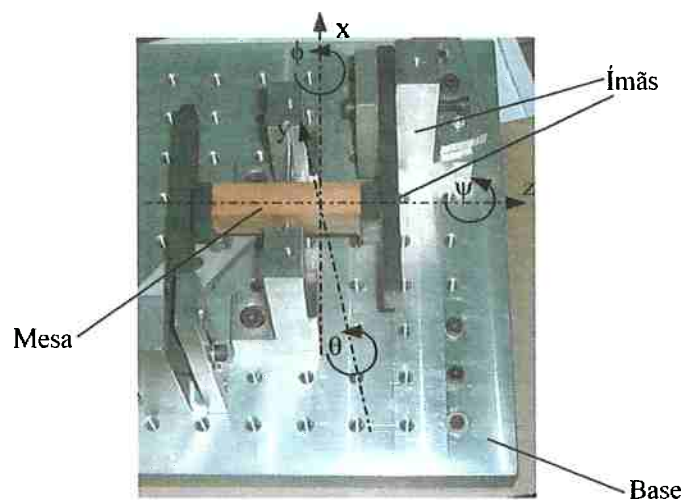


Figura 6.18: Dispositivo para comprovar a relação $\frac{b}{h}$.

6.2.1 Fotografias da mesa levitada

A seguir mostra-se uma série de fotografias com o sistema mesa e ímãs montados e levitados magneticamente. Em todos os casos analisados as dimensões dos ímãs fixos à mesa são de $10 \times 25 \times 25$ mm, já o comprimento b da mesa é variável.

Na figura 6.19 o comprimento b da mesa é de 24mm e a altura h dos ímãs é de 25mm, $b < h$, e, nesse caso, de acordo com a equação 6.39, a mesa está inclinada e esta não possui equilíbrio rotacional estável em torno do eixo x .

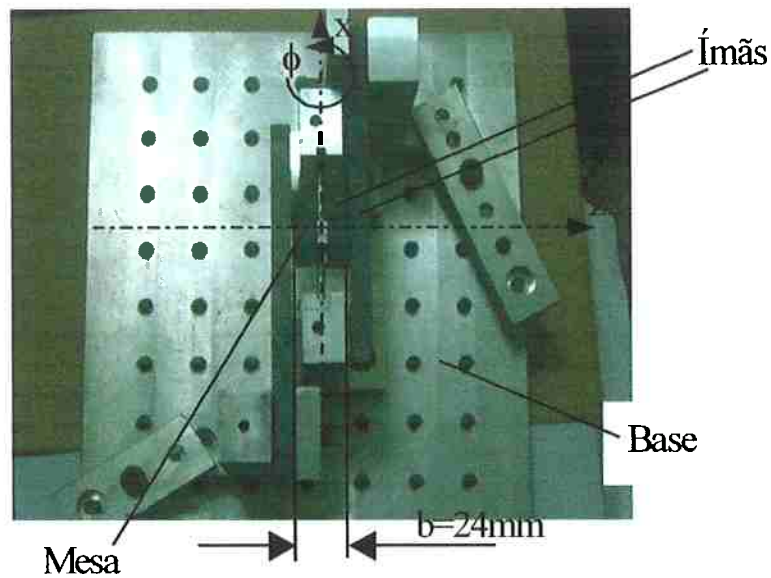


Figura 6.19: ($b < h$) e a mesa gira em torno do eixo x (instável em ϕ).

Na figura 6.20 o comprimento b da mesa é de 30mm, $b > h$ e nesse caso, a mesa está centralizada e possui equilíbrio rotacional estável em torno do eixo.

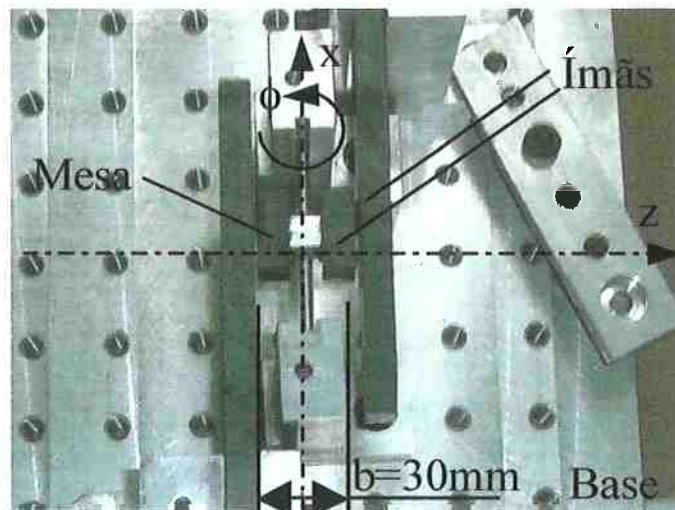


Figura 6.20: ($b > h$) e a mesa se mantém alinhada e permanece nesta posição (estável em ϕ).

Na figura 6.21 o comprimento b da mesa é de 100mm, $b \gg h$ e neste caso, a mesa está, também centralizada e possui equilíbrio rotacional estável em torno do eixo x .



Figura 6.21: ($b \gg h$) e a mesa mantém-se alinhada e permanece nesta posição (estável em ϕ).

6.3 Conclusões do capítulo

Este capítulo apresentou os tópicos principais necessários para o projeto da parte passiva do mancal magnético linear. Dessa forma, apresentou-se:

- as equações que possibilitam analisar as forças e as rigidezes magnéticas entre um par de ímãs permanentes em forma de paralelepípedo;
- as relações que asseguram o equilíbrio estável da mesa à rotação em torno dos respectivos eixos x e y .
- construiu-se um dispositivo para comprovar a relação entre o comprimento b da mesa e a altura h do ímã.

O próximo capítulo aborda a construção do protótipo do mancal magnético linear, onde mostra-se vários resultados, teóricos e experimentais, efetuados com o modelo matemático do sistema e com o protótipo do mancal.

Capítulo 7

PROTÓTIPO DO MANCAL MAGNÉTICO LINEAR E EXPERIMENTOS

Este capítulo aborda a construção e as análises, analíticas e experimentais, do protótipo do mancal magnético linear (M.M.L.). São apresentados o desenho do protótipo, os componentes e os materiais utilizados na sua construção, os ensaios analíticos e experimentais realizados para a determinação de algumas constantes do sistema e os resultados de vários experimentos realizados com o protótipo, resultados esses que visam mostrar as potencialidades da concepção proposta.

7.1 Desenvolvimento do protótipo

O desenho do protótipo do mancal magnético linear, com as respectivas dimensões, é apresentado na figura 7.1. O equipamento possui uma estrutura e uma mesa de alumínio, dois eletroímãs, quatro ímãs permanentes de ferrite de bário e dois ímãs permanentes de neodímio ferro boro, todos em forma de paralelepípedos retangulares e que trabalham por atração magnética. Utilizou-se alumínio para a mesa e para toda a estrutura do mancal para evitar interferências entre estes elementos, os ímãs e os eletroímãs. Foram utilizados ímãs de *FeBa* ($B_r \cong 0,25\text{T}$; $H_c \cong 190\text{kA/m}$) e de *NeFeBo* ($B_r \cong 1,1\text{T}$; $H_c \cong 900\text{kA/m}$) de dimensões padronizadas e disponíveis no mercado. O mancal também possui três sensores de proximidade do tipo indutivo, sendo que, apenas um destes sensores é utilizado para o controle da posição z da mesa. Os outros dois sensores são utilizados para medir o deslocamento da mesa na direção do eixo y e as rotações desta em torno dos eixos x e z , respectivamente.

da mesa na direção do eixo y e as rotações desta em torno dos eixos x e z , respectivamente.

Quanto ao princípio de funcionamento do M.M.L., o modelo matemático da dinâmica da mesa para a direção z , a dinâmica dos atuadores eletromagnéticos e o controlador do sistema, segue-se o que foi apresentado nos capítulos 3 e 6.

Na determinação das constantes k_h e k_f , para o M.M.L., utiliza-se a mesma metodologia descrita no capítulo 4 e subitens 4.2 e 4.3. Apenas alguns detalhes, inerentes aos ímãs e ao eletroímã do M.M.L., serão aqui introduzidos.

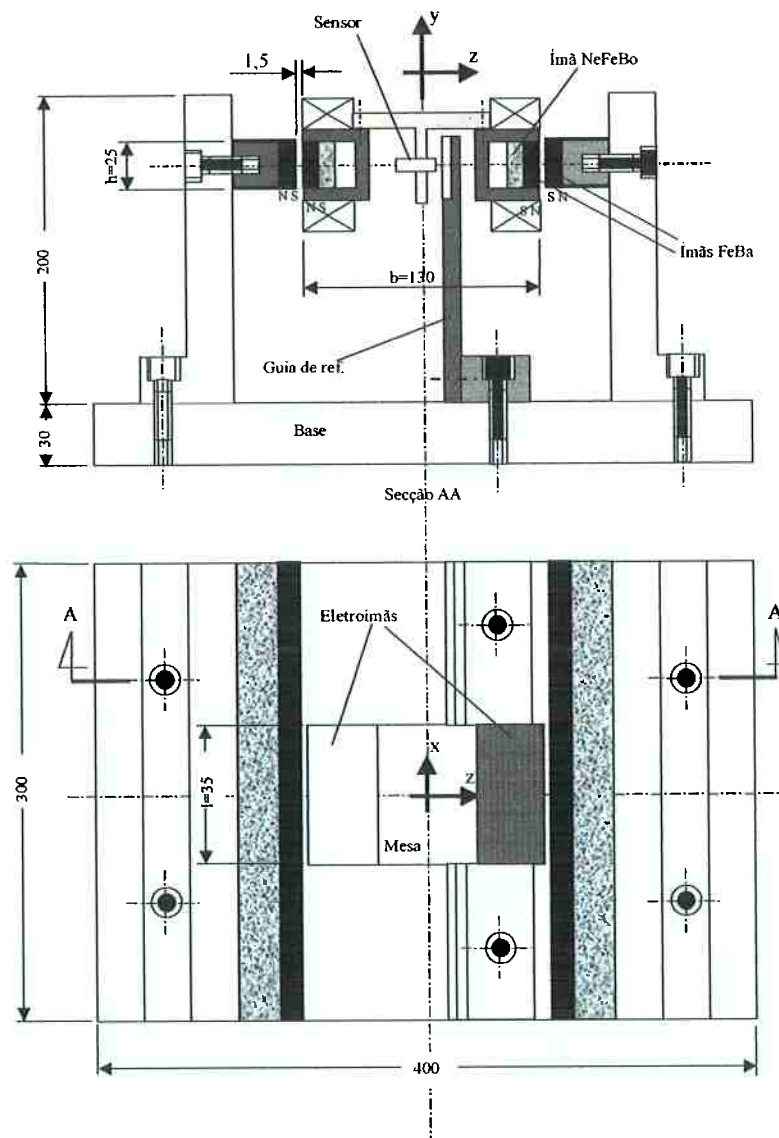


Figura 7.1: Desenho do protótipo do mancal magnético linear proposto.

No software MAXWELL 2D fez-se simulações para a determinação da força magnética em função do entreferro entre os ímãs. Simulou-se ímãs com as seguintes características: ímãs de *FeBa* e *NeFeBo*, todos os ímãs em forma de paralelepípedos retangulares, com $B_r \cong 0,25T$ e $B_r \cong 1,1T$ para o ímã de *FeBa* e para o de *NeFeBo*, respectivamente. As dimensões e a direção de magnetização são conforme mostrado na figura 7.2.

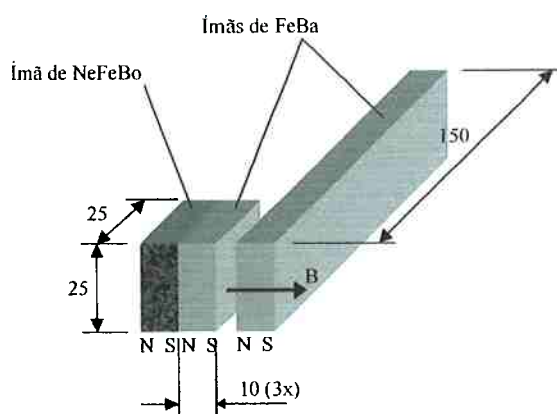


Figura 7.2: Dimensões dos ímãs utilizados [mm].

Os resultados destas simulações são mostrados no gráfico da figura 7.5. A figura 7.3 mostra as linhas de fluxo magnético produzidas pelos ímãs, vide capítulo 4 e subitem 4.2.1 para análise do efeito do fechamento do circuito magnético pelo ar.

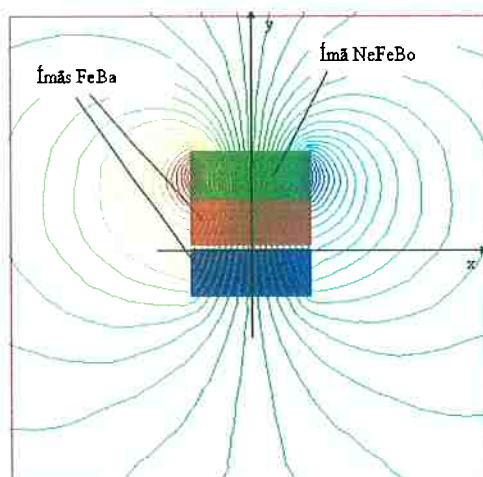


Figura 7.3: Linhas de fluxo magnético dos ímãs.

Os ensaios experimentais foram realizados utilizando o dispositivo mostrado na figura 7.4. Neste dispositivo coloca-se os ímãs face a face, sendo que dois são fixos em uma viga flexível de alumínio, viga esta cuja rigidez vale $37,7 \times 10^3 \text{ N/m}$, e um é fixo em uma viga rígida de aço, que é articulada por uma extremidade e possui a outra extremidade apoiada em micrômetro, que está preso na base. O sensor indutivo de proximidade, que é solidário à base e que possui ganho de $5 \times 10^3 \text{ V/m}$, mede o deslocamento da viga flexível quando ocorre a variação do entreferro f entre os ímãs. Este sensor está conectado a um osciloscópio no qual obtêm-se as leituras em Volts. Sendo conhecida a rigidez da viga e o seu correspondente deslocamento, obtém-se a força de atração magnética em função do entreferro f entre os ímãs, figura 7.5. A constante k_f é o coeficiente angular da reta mostrada na figura 7.5.

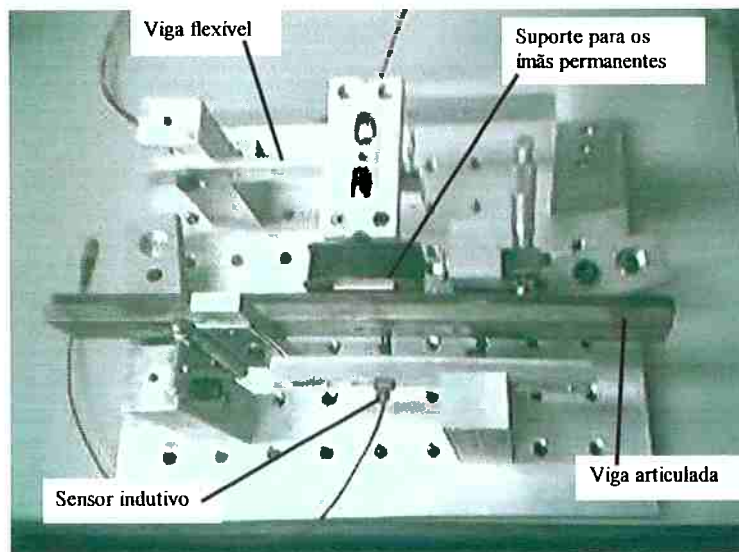


Figura 7.4: Dispositivo para medir as forças magnética e eletromagnética.

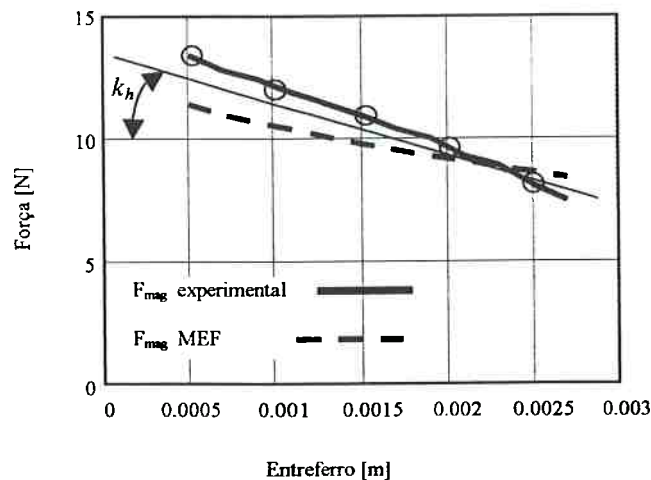


Figura 7.5: Força magnética em função do entreferro.

O desenho do eletroímã, que é utilizado no M.M.L., é apresentado na figura 7.6. Para a largura e para a altura do núcleo do eletroímã foram adotados, por conveniência, as mesmas dimensões do ímã permanente. O fio escolhido para ser enrolado na bobina foi do tipo AWG 27. Este fio tem seção transversal de $0,07097 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ e a corrente máxima permitida, neste caso, é de 1,1A (LANGFORD, 1967).

Fez-se várias simulações com o eletroímã mostrado na figura 7.6. O desenho da geometria simulada é mostrado na figura 7.7. Os resultados destas simulações são mostrados na figura 7.9. A figura 7.8 mostra como o circuito magnético do eletroímã é fechado pelo ar.

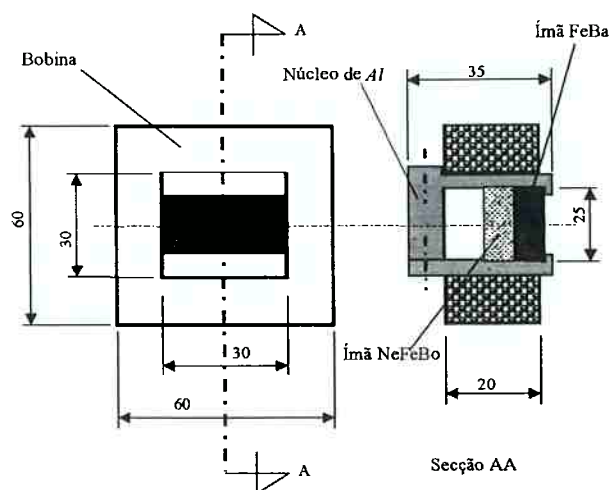


Figura 7.6: Esquema do eletroímã do mancal magnético.

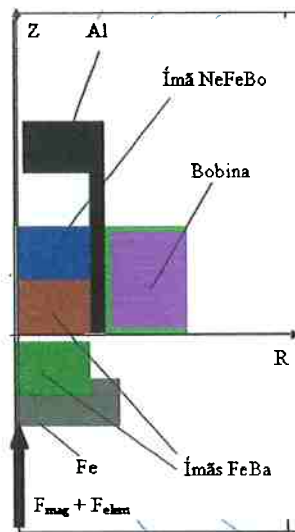


Figura 7.7: Desenho da geometria do eletroímã (simetria axi-simétrica).

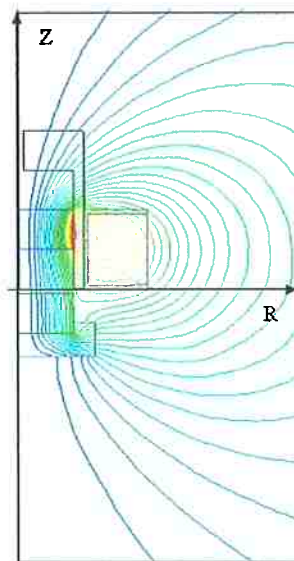


Figura 7.8: Linhas de fluxo magnético do eletroímã.

Após considerar satisfatório os resultados simulados, construiu-se o atuador eletromagnético, tendo como base às dimensões mostradas na figura 7.6. Seqüencialmente, utilizando o dispositivo mostrado na figura 7.4, efetuou-se vários ensaios experimentais com o atuador. Os resultados obtidos experimentalmente são

mostrados na figura 7.9. A constante k_f é o coeficiente angular da reta mostrada na figura 7.9.

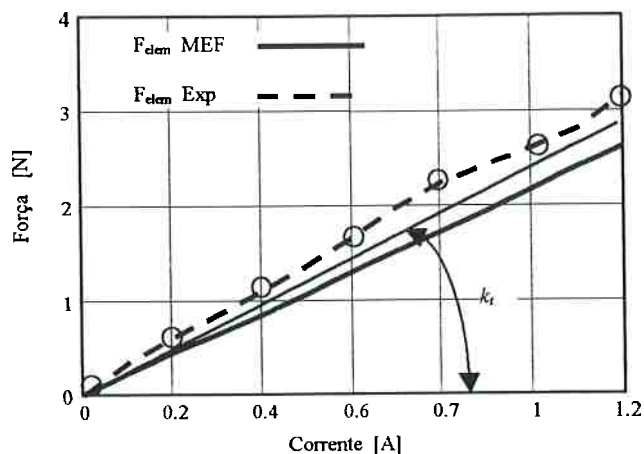


Figura 7.9: Força eletromagnética em função da corrente (entreferro $1,5 \times 10^{-3}$ m).

7.2 Resultados analíticos e experimentais

7.2.1 Desempenho da mesa na direção do eixo z

Nesta etapa é apresentado o protótipo do mancal magnético linear, figura 7.10, e vários resultados, analíticos e experimentais, obtidos respectivamente, com o modelo matemático e com o protótipo, são mostrados, analisados e comentados. Os resultados analíticos foram determinados através de simulações no software MATLAB®, e os experimentais obtidos através da aquisição de dados do sinal de saída da planta, ou seja, do sinal emitido pelo sensor de posição, que mede o deslocamento z da mesa. O sensor e o amplificador do M.M.L. são os mesmos utilizados para o mancal rotativo. O modelo dinâmico da mesa é mostrado na figura 7.11, e a função de transferência, em malha fechada do M.M.L., é dada pela equação 4.6. Todos os parâmetros do M.M.L. e os seus respectivos valores estão representados na tabela 7.1.

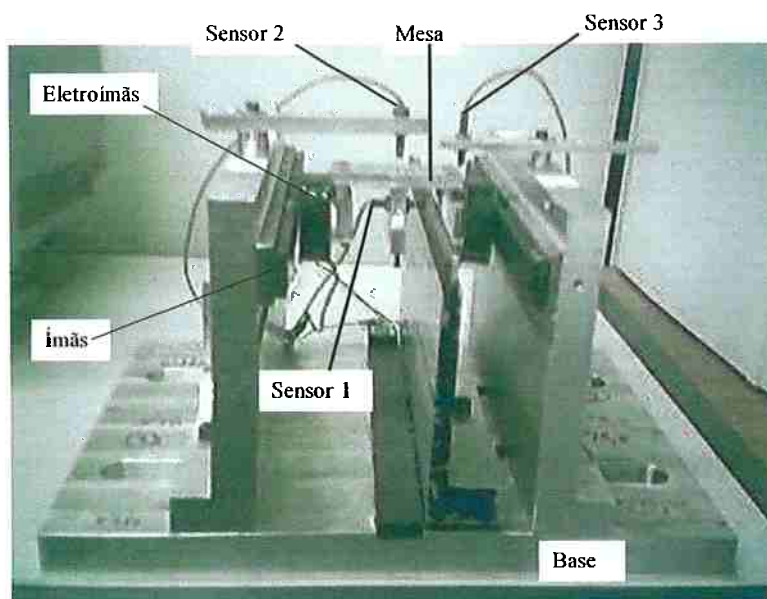


Figura 7.10: Mancal magnético linear.

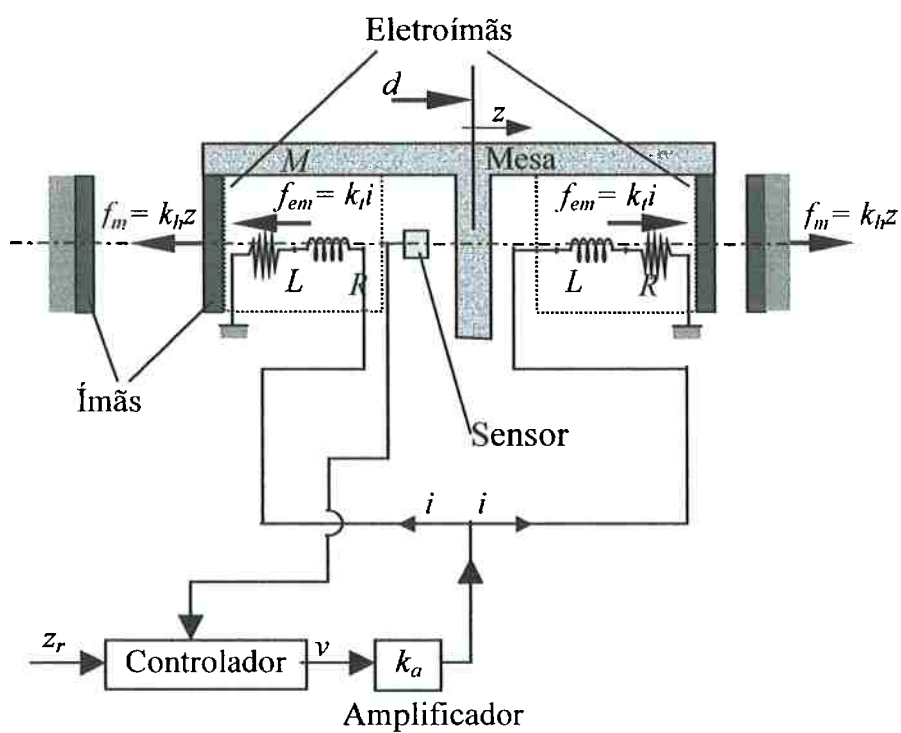


Figura 7.11: Modelo dinâmico do M.M.L..

Sistema	Símbolo	Valor	Unidade
Constante Magnética	k_h	$2,5 \times 10^3$	N/m
Constante Eletromagnética	k_t	2,42	N/A
Massa da mesa	M	0,9	kg
Ganho do Sensor	$k_s = k_s'$	5×10^3	V/m
Ganho do Amplificador	k_a	10	-
Entreferro	z_o	$1,5 \times 10^{-4}$	m
Indutância da Bobina	L	65×10^{-3}	H
Resistência da Bobina	R	44	Ω
Controlador	Valor	Unidade	
k_p	4,77	-	
T_i	0,0292	s	
T_d	0,0204	s	
N	5000	-	

Tabela 7.1: Parâmetros do M.M.L. e do controlador.

A figura 7.12 mostra a posição z da mesa, sem que esta esteja transladando na direção do eixo x e sem nenhum distúrbio sendo aplicado sobre ela. Observa-se que, para esta situação, a posição z da mesa apresenta uma vibração contínua com amplitude de $\cong 3 \mu m$. Esta vibração é devida, principalmente a ruídos gerados pelos componentes elétricos do sistema. Este fato indica que o controlador do sistema está posicionando a mesa, na direção do eixo z , com boa precisão.

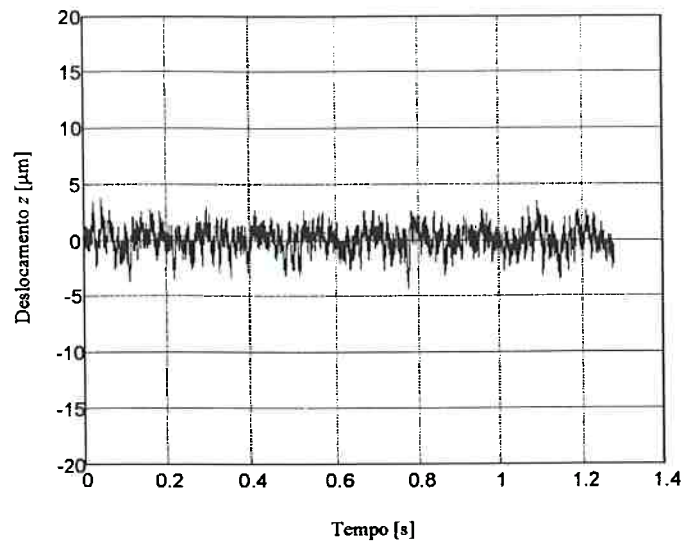


Figura 7.12: Vibrações da mesa na direção do eixo z.

Cabe salientar que, no protótipo mostrado na figura 7.10, verificou-se, durante os ensaios, que a rigidez à rotação em torno do eixo z, K_ψ , era muito baixa. Por intermédio da figura 7.13 vê-se que o valor máximo de K_ψ , para $\psi \cong 0,04rad$, é de $\cong 2,5Nm/rad$, e com esta rigidez a mesa do mancal permanecia inclinada em demasia em torno do eixo z, o que impossibilitou a continuidade das análises com o protótipo mostrado na figura 7.10. Em consequência disto, no item seguinte, apresenta-se uma primeira alternativa para o aprimoramento das rigidezes da mesa à rotação.

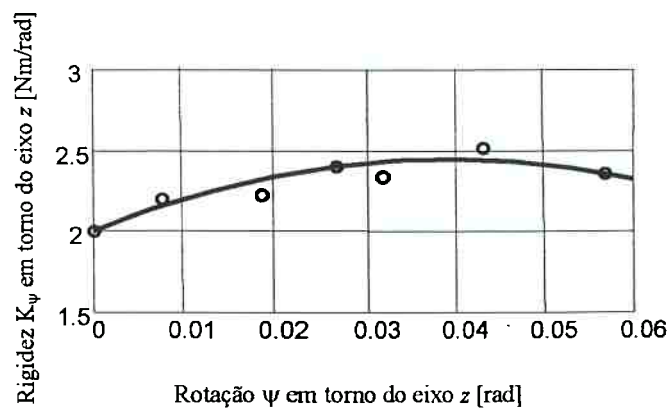


Figura 7.13: Rigidez angular K_ψ em torno do eixo z.

7.3 Aprimoramento das rigidezes da mesa à rotação

As equações 6.30 ~ 6.32 determinam as rigidezes da mesa à rotação em torno dos respectivos eixos x , y e z . Analisando estas equações observa-se que há várias maneiras de aumentar tais rigidezes:

- as rigidezes K_y e K_z podem-se ser elevadas, por exemplo, utilizando-se ímãs com elevada magnetização, vide equações 6.1 ~ 6.14. Consegue-se isto utilizando ímãs de terras raras, por exemplo, os de $SmCo$;
- pode-se aumentar, também tanto o comprimento b da mesa quanto a altura h dos ímãs, vide figura 6.14.

7.3.1 Aprimoramento das rigidezes por intermédio de uma haste pendular

As propostas apresentadas, para a melhoria das rigidezes da mesa à rotação, são de evidente eficácia e, portanto, aqui não serão tratadas. Aqui se propõe uma outra forma de melhorar tais rigidezes. Tal solução consiste na inclusão de uma haste pendular, de comprimento a e de peso P , localizada no centro da mesa figura 7.14. Optou-se por este recurso, pois trata-se de uma solução simples, que requer apenas pequenas alterações no protótipo já construído.

Valendo-se da figura 7.14 tem-se que o momento devido ao peso da haste em torno do eixo x é dado por:

$$M(P, h, \phi) = P \cdot \frac{a}{2} \cdot \text{sen } \phi \quad (7.1)$$

e por definição, tem-se:

$$K_{\phi} = \frac{dM(\phi)}{d\phi} \quad (7.2)$$

agora substituindo 7.1 em 7.2, efetuando a derivada e considerando pequeno deslocamento angular, $\phi \rightarrow 0$, obtém-se:

$$K'_{\phi}(P, a) = P \cdot \frac{a}{2} \quad (7.3)$$

onde $K'_{\phi}(P, a)$ é a rigidez incremental, em torno do eixo x , devida à adição da haste pendular. Adicionando 7.3 em 6.30, vem:

$$K_{\phi}^n(h, a, P) = K_{\phi} + K'_{\phi} \quad (7.4)$$

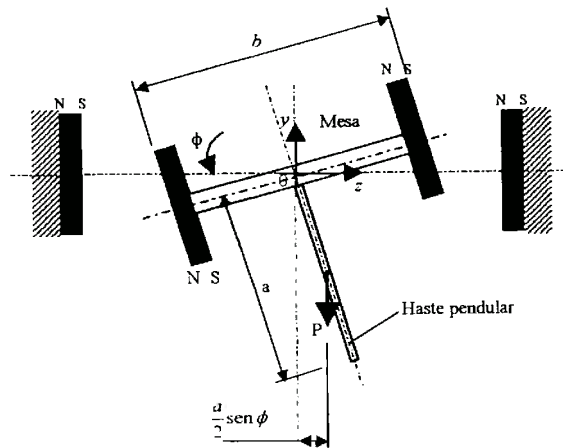


Figura 7.14: Mesa com a haste pendular.

O momento devido ao peso P em torno do eixo z é análogo à equação 7.1, substitui-se apenas, o ângulo ϕ pelo ângulo ψ . Em razão disto, a rigidez incremental à rotação em torno do eixo z é análoga à equação 7.3. Isto posto, e considerando a equação 6.32, obtém-se a seguinte relação para a rigidez em torno do eixo z :

$$K_{\psi}^n(a, l, P) = K_{\psi} + K'_{\psi} \quad (7.5)$$

As equações 7.4 e 7.5 mostram que as rigidezes K_{ϕ} e K_{ψ} , dadas respectivamente por 6.30 e 6.32, tem suas intensidades acrescidas pelas respectivas rigidezes incrementais $K'_{\phi}(P, a)$ e $K'_{\psi}(P, a)$.

7.4 Resultados experimentais do mancal com a haste pendular

7.4.1 Rigidezes da mesa à rotação

Nas análises que se seguem mostra-se o comportamento do M.M.L. com uma haste pendular de comprimento $a = 140[\text{mm}]$ localizada no centro da mesa, onde a massa do pêndulo é de $0,15\text{kg}$, $P = 1,5\text{N}$, figura 7.15.

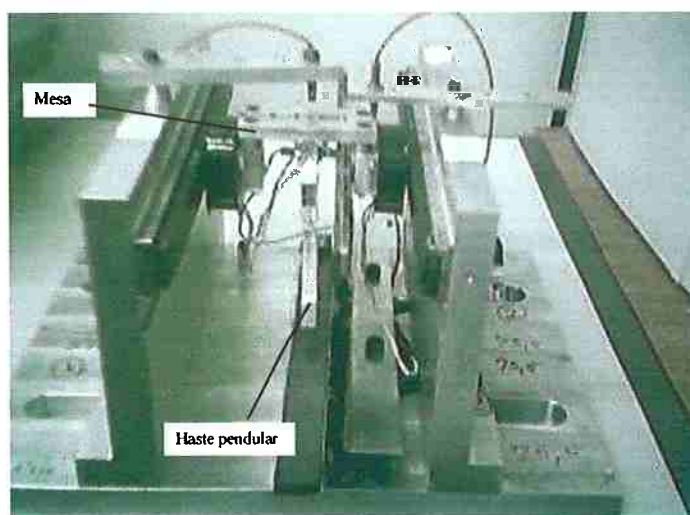


Figura 7.15: Mancal com a haste pendular.

Mediante a figura 7.16 observa-se os resultados das rigidezes ao longo da direção y . Estes resultados são para as seguintes situações, para a mesa com e sem o pêndulo. A folga com que o mancal está trabalhando é de $1,5 \times 10^{-3}\text{m}$ e, portanto os resultados apresentados nesta figura somente são válidos para esta condição. A figura mostra que a rigidez radial do mancal, quando os ímãs estão concêntricos, $\Delta_y = 0$, é de $\cong 5800\text{N/m}$ para a mesa sem o pêndulo e de $\cong 5400\text{N/m}$ para a versão com o pêndulo, e as curvas apresentam destacada não linearidade e esta aumenta conforme aumenta o deslocamento Δ_y da mesa. Esta não linearidade explica a diferença entre os valores de rigidez para a posição de concentricidade entre os ímãs.

7.16 pode-se concluir que a inclusão da haste pendular não contribui para deteriorar a rigidez vertical K_y .

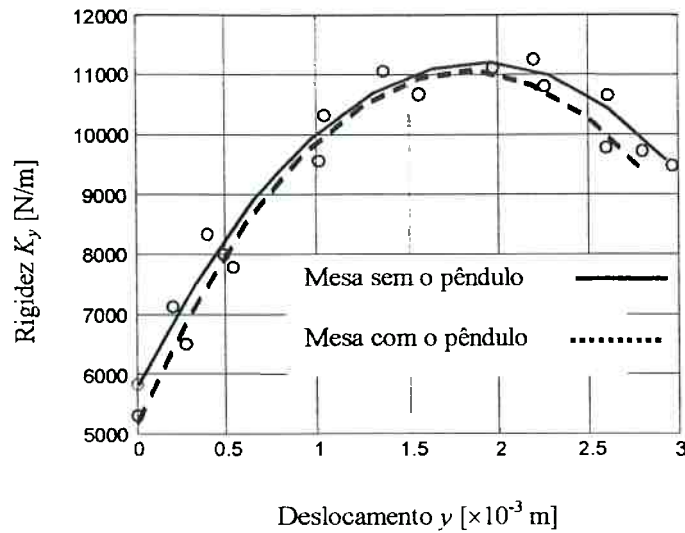


Figura 7.16: Rigidez do mancal na direção do eixo y .

A figura 7.17 mostra as rigidezes K_ϕ em torno do eixo x . Observa-se que, para as situações analisadas e quando o deslocamento angular ϕ é nulo, os valores das rigidezes situam-se entre 37 e 50 Nm/rad. Nesta figura nota-se, claramente o aprimoramento da rigidez angular K_ϕ devido ao peso e ao comprimento da haste pendular, equação 7.4.

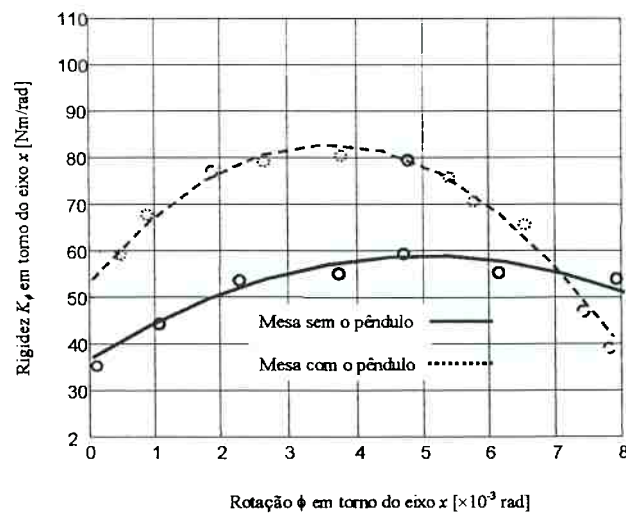


Figura 7.17: Rigidez K_ϕ em torno do eixo x .

As rigidezes K_ψ , em torno do eixo z , são mostradas na figura 7.18. Mediante a figura se observa que a rigidez, para deslocamento angular ψ nulo e mesa sem o pêndulo, possui intensidade de 2Nm/rad. Já, para este mesmo deslocamento angular, porém, agora para a mesa com o pêndulo, a rigidez angular vale 2,6Nm/rad. Estes resultados estão de acordo com a equação 7.5, pois esta equação mostra que a rigidez K_ψ possui parte de sua intensidade elevada na razão direta do produto $\frac{a}{2}P$.

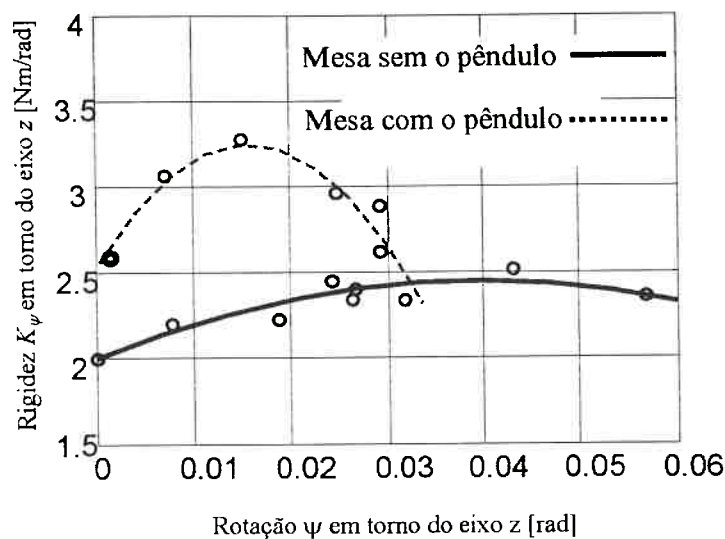


Figura 7.18: Rigidez angular K_ψ em torno do eixo z .

7.4.2 Desempenho do protótipo na direção controlada

A figura 7.19 mostra a posição z da mesa sem que esta esteja transladando na direção do eixo x e sem nenhum distúrbio sendo aplicado sobre a mesa. Observa-se que, para esta situação, a posição z da mesa apresenta uma vibração contínua com amplitudes de $2,5\mu\text{m}$. Similarmente ao que é mostrado na figura 7.12 esta vibração é devida, principalmente a ruídos gerados pelos componentes elétricos do sistema. Comparando as figuras 7.12 e 7.19 observa-se que ocorreu uma pequena redução na amplitude dos sinais, isto se deve, provavelmente à alteração da massa da mesa, devido à adição do pêndulo, e que, conseqüentemente, altera a dinâmica do sistema.

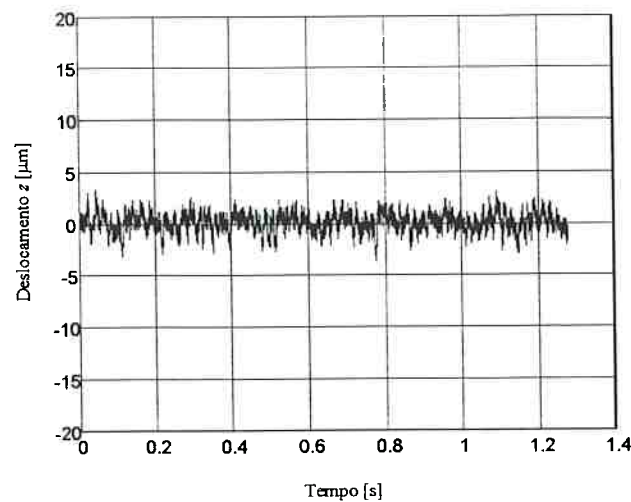


Figura 7.19: Vibrações da mesa na direção do eixo z (mesa com o pêndulo).

7.4.3 Comportamento do transitório do sistema através de uma entrada em degrau

A figura 7.20 mostra os resultados, analítico e experimental, do comportamento da mesa na direção do eixo z e quando se muda a referência, de contínua para a forma de degrau e com amplitude de $200\mu\text{m}$. A resposta ao degrau analítica foi obtida utilizando a equação 4.6. Pela figura observa-se que o sistema apresenta sobre-sinal percentual de mais ou menos 7% e 20% para os modelos experimental e analítico, respectivamente. Nota-se que em aproximadamente 0,1s a mesa alcança a posição comandada e mantém a nova posição com uma precisão de $2,5\mu\text{m}$ de amplitude. Este resultado mostra a capacidade deste mancal em realizar o posicionamento da mesa de forma rápida e precisa. Tal capacidade abre possibilidade, por exemplo, para compensar erros sistemáticos de movimento de translação da mesa na direção do eixo z.

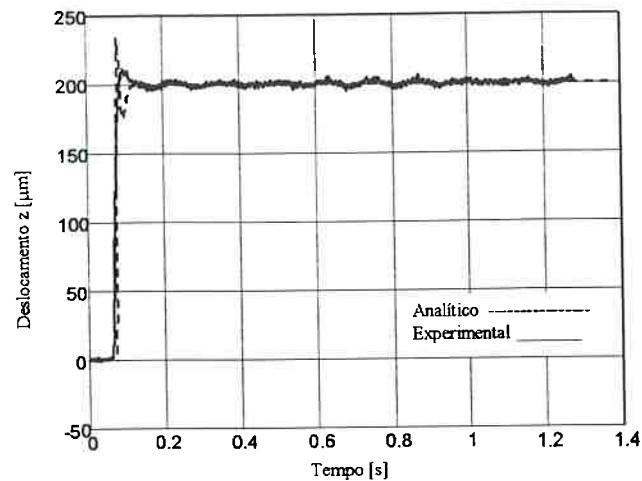


Figura 7.20: Resposta ao degrau (mesa com o pêndulo).

Como foi mencionado no capítulo 4, subitem 4.7.1 e figura 4.20 existe uma limitação na saída do sinal de controle, portanto avalia-se o comportamento do M.M.L. quando esta região é ultrapassada e para os casos com e sem a ação do termo “*anti-windup*”. As figuras 7.21, 7.22 e 7.23 mostram, respectivamente, a posição z da mesa, as trajetórias no plano de fase e o sinal de saída do controlador, quando o sistema é submetido a um sinal de referência na forma de degrau e com amplitude de $700\mu\text{m}$. Nota-se, através da figura 7.21, que o sistema quando a ação “*anti-windup*” é desligada exibe oscilações de amplitude e frequência constantes, ou seja, entra em um ciclo limite, figura 7.22, (SLOTINE; LI, 1991). Porém, quando a ação “*anti-windup*” é ligada, observa-se, através das figuras 7.21 e 7.22, que tais oscilações desaparecem. Já a figura 7.23 mostra as amplitudes dos sinais de controle para ambos os casos, com e sem o “*anti-windup*”, e nesta figura, vê-se que para o último caso a amplitude do sinal de controle aumenta com o decorrer do tempo. Vide capítulo 3 e item 3.3 para maiores detalhes a respeito da ação “*anti-windup*” sobre o comportamento do sistema.

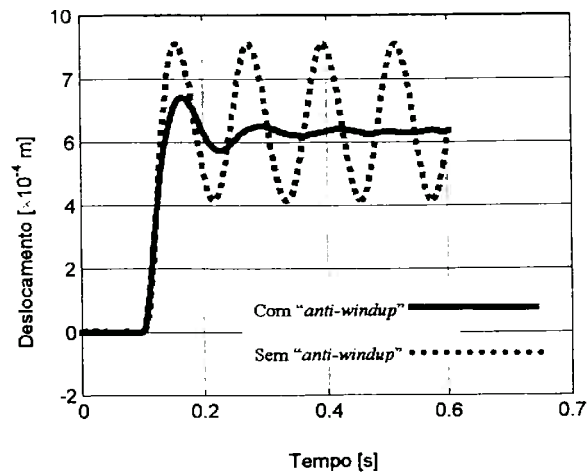


Figura 7.21: Oscilações da mesa na direção z com e sem a ação “anti-windup”.

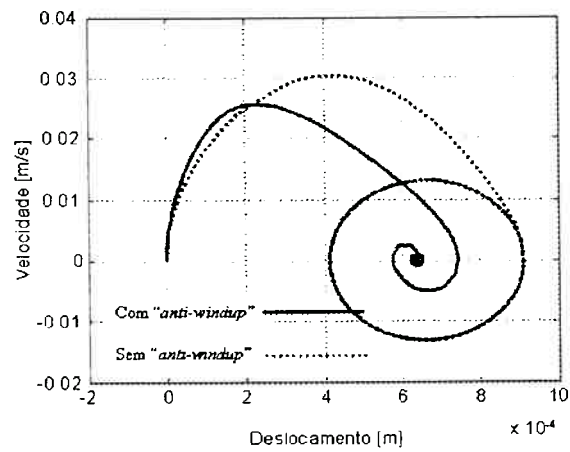


Figura 7.22: Trajetórias do sistema no plano de fase com e sem a ação “anti-windup”.

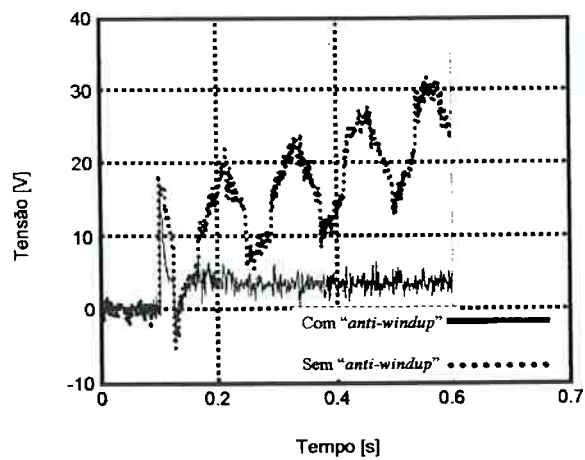


Figura 7.23: Amplitudes dos sinais de controle com e sem a ação “anti-windup”.

7.4.4 Comportamento do sistema na presença de distúrbios e de ruídos

A figura 7.24 mostra a resposta a forças impulsivas aplicadas sobre a mesa na direção do eixo z . Em função da força, a mesa se desloca, momentaneamente, da sua posição nominal de operação, mas a posição original é restaurada rapidamente.

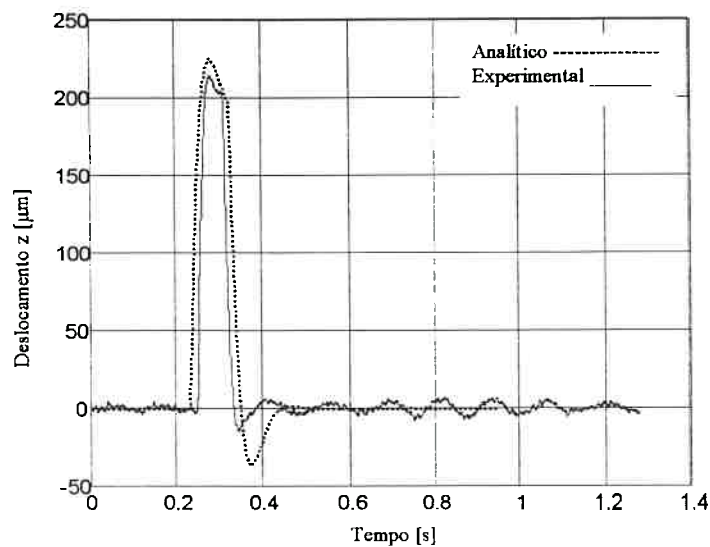


Figura 7.24: Resposta ao impulso (mesa com o pêndulo).

Já a figura 7.25 mostra a posição z da mesa quando o sistema é submetido, simultaneamente, a uma entrada de distúrbio, na forma de uma onda senoidal de amplitude $200\mu\text{m}$ e de frequência 1Hz e a um ruído randômico de amplitude $5\mu\text{m}$ e de frequência 1MHz . Observa-se, nesta figura, que o sistema rejeita, satisfatoriamente tanto o ruído quanto o distúrbio, o sinal de saída da planta exhibe uma vibração contínua de aproximadamente $0,7\mu\text{m}$ de amplitude.

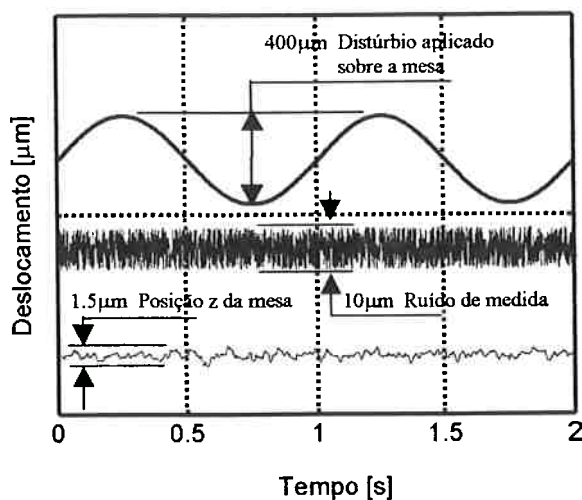


Figura 7.25: Resposta do sistema ao distúrbio e ao ruído.

7.4.5 Sensibilidade e robustez do M.M.L.

O comportamento do M.M.L., no domínio da frequência, é similar ao do mancal magnético rotativo, isto porque ambos os sistemas possuem modelos dinâmicos semelhantes, muda-se apenas, as constantes do sistema. A figura 7.26 mostra o diagrama de Bode, ganho e fase, da função $L(s)$ do M.M.L.. Observa-se, nesta figura, que o sistema possui margem de ganho infinita e margem de fase de aproximadamente $70,7^\circ$. Ainda nesta figura vê-se que a curva de $L(s)$, na região próxima da frequência de cruzamento, possui inclinação menor do que -20 decibéis por década. De acordo com DORF; BISHOP (1997) estes resultados mostram que o sistema possui excelente estabilidade relativa.

A figura 7.27 mostra o diagrama de Bode, ganho, para as funções sensibilidade complementar $T(s)$ e sensibilidade $S(s)$, respectivamente. A curva de $T(s)$, para o intervalo de frequências compreendido entre 0 e 100 rad/s, possui ganho de 0 dB, isto indica que, nesta região o sistema tem erro de acompanhamento do sinal de referência nulo. Já, na região acima da frequência de cruzamento, $\omega > 300$ rad/s, $T(s)$ apresenta atenuação por volta -20 decibéis por década. A curva da função sensibilidade $S(s)$ mostra que, na região de frequências entre 0 e 200 rad/s, o sistema atenuará distúrbios na razão de -20 decibéis por década.

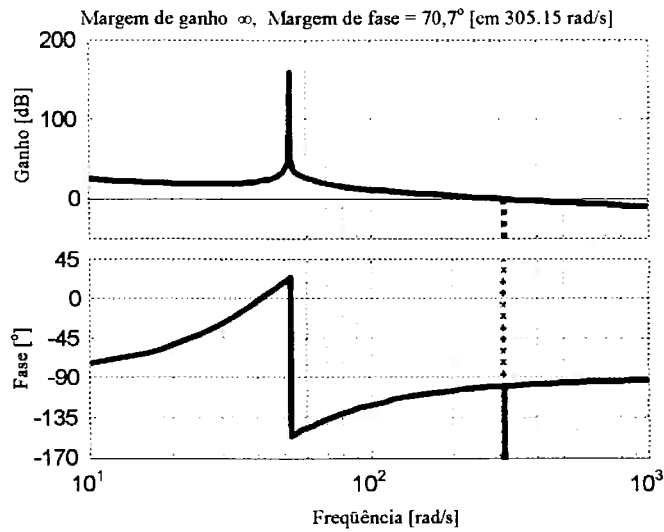


Figura 7.26: Resposta do sistema em malha aberta ($L(s)$).

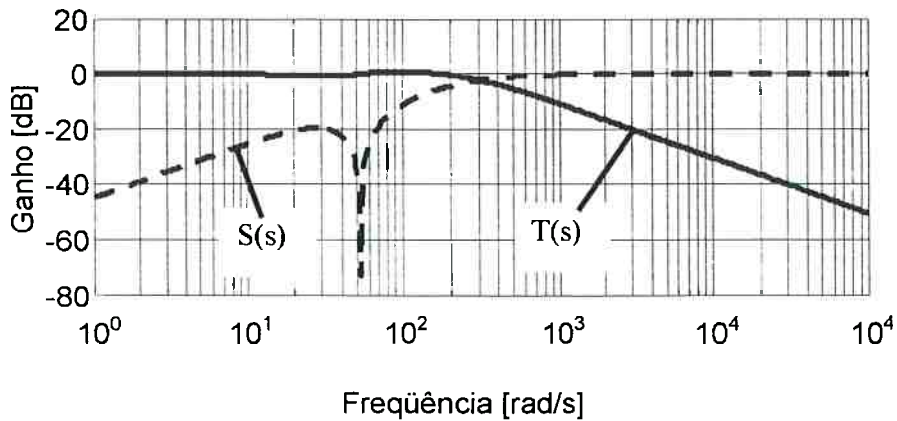


Figura 7.27: Funções sensibilidade complementar $T(s)$ e sensibilidade $S(s)$.

A figura 7.28 mostra o comportamento do sistema na presença de uma dinâmica não modelada, por exemplo, a dinâmica desconsiderada para a redução da ordem da planta, equações 4.4 e 4.5. Pelo critério de estabilidade robusta, dado pela equação 4.20, conclui-se que o sistema para esta incerteza multiplicativa é robusto.

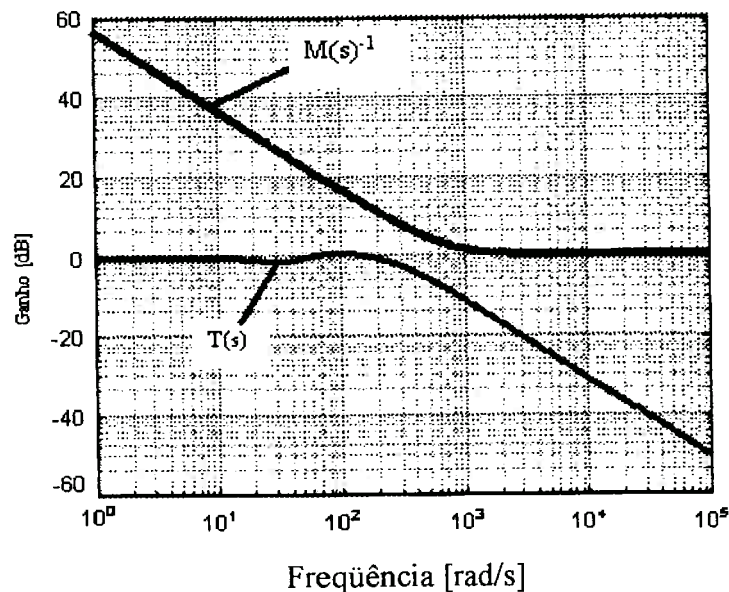


Figura 7.28: Análise da estabilidade robusta na presença de incerteza multiplicativa.

7.4.6 Comportamento da mesa nas direções não controladas e quando ocorrem distúrbios na direção controlada

Em conjunto com o sensor utilizado para medir deslocamento z da mesa, o protótipo também foi equipado com dois outros sensores de proximidade, sensores 2 e 3 mostrados na figura 7.10. Estes sensores são utilizados para medir o deslocamento y e as rotações em torno dos eixos x e z da mesa. A figura 7.29 mostra as leituras dos sensores na direção do eixo z e as oscilações da mesa em torno dos eixos x e z (sensores 1, 2 e 3) e com a mesa submetida a uma entrada em degrau de $200\mu\text{m}$ de amplitude na direção de z . Nota-se que as oscilações, em torno dos eixos x e z , possuem deslocamentos máximo de aproximadamente $50\mu\text{m}$ e de $200\mu\text{m}$, respectivamente. Este resultado mostra haver um “forte” acoplamento entre o deslocamento da mesa na direção z e as respectivas rotações desta em torno dos eixos x e z . Este acoplamento deve-se, principalmente, às baixas intensidades das rigidezes da mesa à rotação, conforme é mostrado nas figuras 7.17 e 7.18.

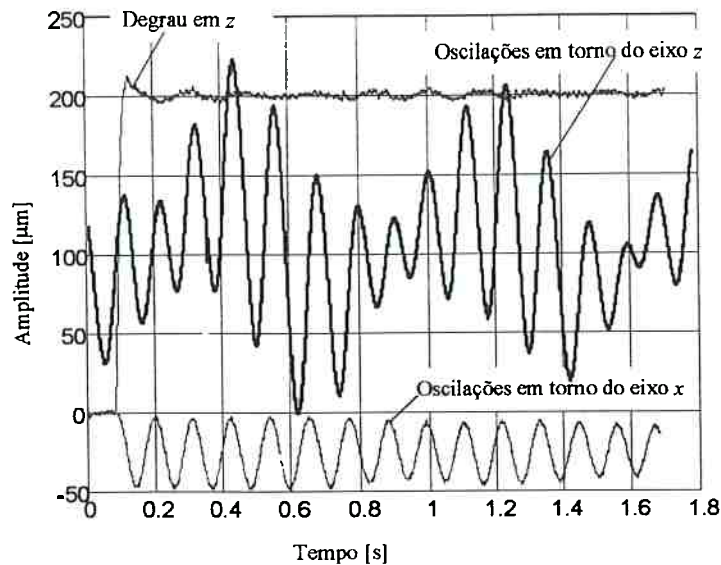


Figura 7.29: Leitura do sensor na direção do eixo z e oscilações da mesa em torno dos eixos x e z (mesa com o pêndulo).

7.5 Conclusões do capítulo

Este capítulo apresentou o protótipo do M.M.L., as simulações analíticas e experimentais realizadas com o equipamento e várias análises e conclusões inferidas a partir dos resultados obtidos. Constatou-se que, na primeira versão do protótipo, as rigidezes da mesa à rotação eram extremamente baixas, e em decorrência disto, para elevar tais rigidezes, efetuou-se uma alteração no protótipo, e a eficácia de tal modificação foi comprovada através de vários resultados experimentais. Mostrou-se também, que o sistema é capaz de realizar com precisão o posicionamento da mesa; rejeitar distúrbios aplicados sobre a mesa na direção controlada e permanecer estável e com desempenho satisfatório tanto na presença de variações paramétricas da planta quanto na presença de incertezas de modelagem do tipo multiplicativas.

Cabe ressaltar que, embora a inclusão da haste pendular tenha contribuído de maneira satisfatória para elevar os valores das rigidezes da mesa à rotação, é aconselhável procurar aprimorar estas rigidezes, pois, como é mostrado na figura 7.29, deve-se diminuir o acoplamento entre o deslocamento da mesa na direção z e as

oscilações desta em torno dos eixos x e z . Em decorrência disso, no próximo capítulo, propõe-se, implementa-se e analisa-se uma nova maneira de se aprimorar tais rigidezes.

Capítulo 8

MELHORIA DAS RIGIDEZES DA MESA À ROTAÇÃO UTILIZANDO UM “PÊNDULO MAGNÉTICO”

No capítulo 7 e subitem 7.3, almejando elevar as rigidezes da mesa à rotação, propôs-se, implementou-se e analisou-se uma modificação no protótipo do mancal. Para isto adaptou-se no centro da mesa do mancal uma haste pendular de peso P e de comprimento α , e os experimentos realizados, após esta modificação, mostraram um significativo aprimoramento das rigidezes à inclinação. Contudo este aumento das rigidezes à rotação, ganho com a solução pendular, ainda não foi considerado satisfatório, como foi comentado na conclusão do capítulo 7, e deste modo, agora no presente capítulo, propõe-se uma segunda solução, que é aqui nomeada de “pêndulo magnético”. Este “pêndulo magnético” consiste, apenas na adição de um ímã permanente na extremidade inferior da haste pendular, haste essa já fixa ao centro da mesa, figura 7.14, o ímã fixo à haste atua por atração com um outro ímã fixo à estrutura do mancal, figura 8.1. O proposto “pêndulo magnético” aprimora as rigidezes da mesa à rotação, sem afetar significativamente, as rigidezes no mancal nas outras direções. Como a solução, aqui mencionada é fundamentada, principalmente em forças magnéticas, ela é válida mesmo na ausência de gravidade.

8.1 O “pêndulo magnético”

Tomando-se como base a figura 8.1, desconsiderando a componente da força peso, pois a contribuição desta sobre as rigidezes à inclinação já foi tratada no capítulo 7 e equação 7.3 e assumindo que a inclinação ϕ da mesa seja pequena,

obtem-se o momento em torno do eixo x devido às forças magnéticas que atuam sobre a haste:

$$M_{oposição}(\phi) = a(F_y\phi + F_z) \quad (8.1)$$

onde em 8.1 a é o comprimento da haste e F_y e F_z são as forças magnéticas entre os ímãs permanentes, forças estas dadas respectivamente pelas equações 6.2 e 6.3. A equação 8.1 mostra a contribuição das forças magnéticas e do comprimento da haste para o momento que se opõe ao giro da mesa em torno dos eixos x e z .

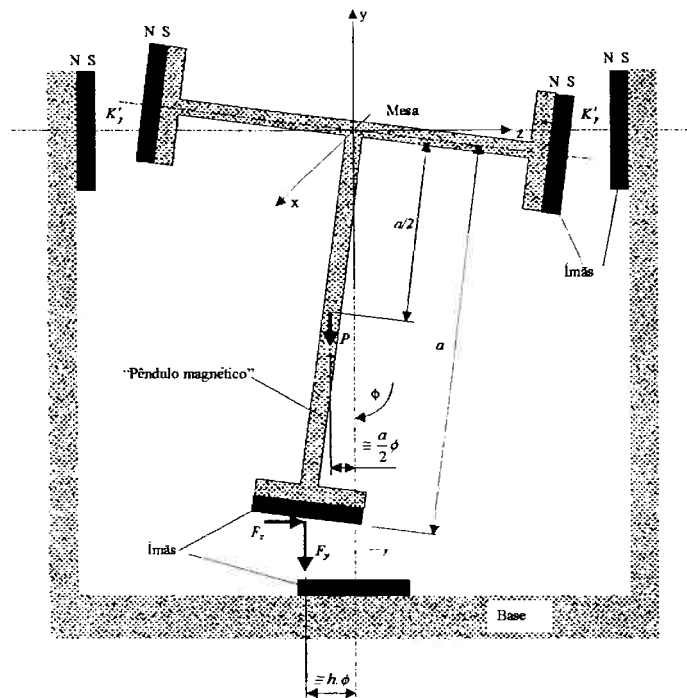


Figura 8.1: Esquema do M.M.L. com o “pêndulo magnético”.

Agora, por intermédio da equação 7.2 e substituindo 8.1 nesta equação, obtém-se:

$$\hat{K}_\phi(a, F_y) = aF_y \quad (8.2)$$

sendo $\hat{K}_\phi(\alpha, F_y)$ a rigidez da mesa à rotação, rigidez esta oriunda da contribuição do “pêndulo magnético”.

Agora somando-se as equações 6.30, 7.3 e 8.2, tem-se a rigidez total da mesa à rotação em torno do eixo x :

$$K_{\phi-total} = K_\phi + K'_\phi + \hat{K}_\phi \quad (8.3)$$

e pela soma das equações 6.32, 7.3 e 8.2, tem-se a rigidez total da mesa à rotação em torno do eixo z :

$$K_{\psi-total} = K_\psi + K'_\psi + \hat{K}_\psi \quad (8.4)$$

Até aqui se mostrou que o proposto “pêndulo magnético” contribui satisfatoriamente para o aprimoramento das rigidezes da mesa à rotação em torno dos eixos x e z , porém, deve-se analisar também, o efeito deste sobre as demais rigidezes do mancal, especificamente a rigidez na direção do eixo y , pois é nesta direção que o “pêndulo magnético” introduz um efeito negativo.

Valendo-se das figuras 6.2, 6.12 e 6.13 onde se mostra que, para ímãs que atuam por atração a rigidez ao longo da direção de magnetização é negativa, e é positiva na direção perpendicular a esta direção. Com base nesta analogia e sabendo-se que todos os ímãs mostrados na figura 8.1 atuam por atração, tem-se:

$$K'_y > 0 \quad (8.5)$$

e

$$K''_y < 0 \quad (8.6)$$

onde K'_y é a rigidez entre cada par de ímãs fixo à mesa e a base do mancal, e K''_y é a rigidez entre o ímã fixo na haste e o fixo à estrutura do mancal. Agora, com o auxílio da figura 8.1 e das equações 8.5 e 8.6, tem-se:

$$K_y'' = 2.K_y' - K_y'' \quad (8.7)$$

sendo K_y'' a rigidez resultante ao longo da direção y . A equação 8.7 mostra o mencionado efeito negativo que o “pêndulo magnético” introduz na rigidez vertical do mancal, pois esta rigidez sofre um decremento do valor da intensidade da rigidez K_y'' . Este resultado impõe uma solução de compromisso entre as rigidezes da mesa à rotação e a rigidez vertical desta. Solução essa que pode ser revolvida da seguinte maneira:

$$f_y \gg f_z \quad (8.8)$$

onde f_y e f_z são os respectivos entreferrros ao longo das direções y e z .

8.2 Análises do M.M.L. com o “pêndulo magnético”

Nas análises que se seguem mostra-se o comportamento do M.M.L. com o “pêndulo magnético”, pêndulo esse de comprimento $a = 140[\text{mm}]$ e de peso $P=1,5\text{N}$, vide figura 7.15, e que possui um ímã permanente, de FeBa em forma de paralelepípedo retangular e com dimensões $10 \times 25 \times 25[\text{mm}]$, fixo na extremidade inferior, ímã esse que atua por atração com um outro ímã de características iguais ao mencionado, porém com dimensões $10 \times 25 \times 300[\text{mm}]$, e que é fixo à base do mancal, vide figura 8.2. Para satisfazer a condição de compromisso, imposta pela equação 8.7, escolheu-se tendo-se por base a figura 6.13, um entreferro $f_y = 2,5[\text{mm}]$, resultando, neste caso em uma rigidez magnética $K_y'' \cong 282\text{N/m}$. A equação 8.7 requer, ainda o valor de $2.K_y'$, e este vale mediante a figura 7.16, $\cong 5500\text{N/m}$. E substituindo estes valores na equação 8.7 determina-se o valor da rigidez vertical resultante:

$$K_y^m = 5218N/m \quad (8.9)$$

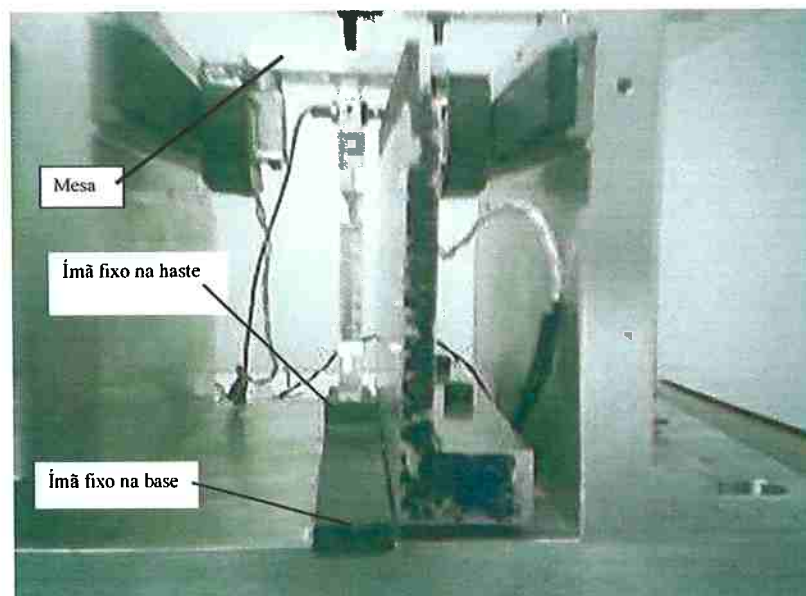


Figura 8.2: Mancal com um ímã fixo na haste pendular, ímã esse que atua por atração com outro ímã fixo à base.

8.2.1 Rigidezes do M.M.L. com o “pêndulo magnético”

Por intermédio da figura 8.3 vê-se os resultados das rigidezes ao longo da direção y , resultados esses válidos para as seguintes situações, para a mesa com e sem o pêndulo e com o “pêndulo magnético”. As análises dos resultados do protótipo com e sem o pêndulo já foram feitas no capítulo 7 e figura 7.16, portanto não serão aqui rerepresentadas. Mediante a figura 8.3 observa-se que as rigidezes K_y , para a mesa com e sem o pêndulo, possuem intensidades maiores do que a correspondente rigidez para a mesa com o “pêndulo magnético”. A razão deste resultado já foi comentada e explicada durante o desenvolvimento da equação 8.7.

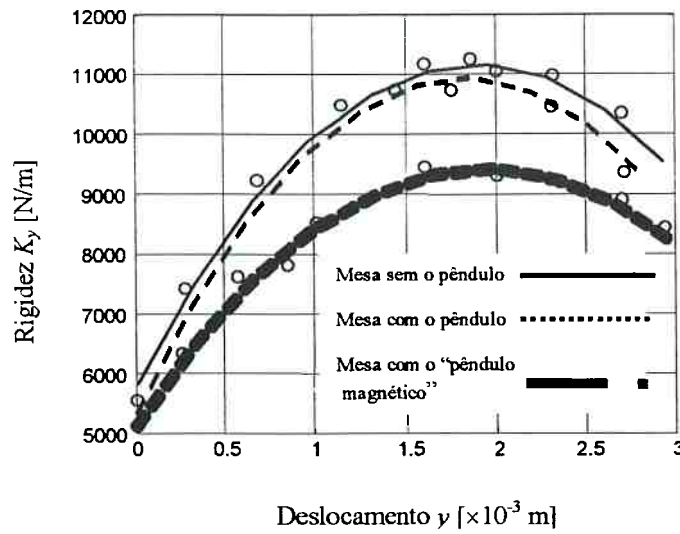


Figura 8.3: Rigidez do mancal na direção do eixo y .

A figura 8.4 mostra as rigidezes K_ϕ em torno do eixo x . Observa-se que, para as situações analisadas e quando o deslocamento angular ϕ é nulo, os valores das rigidezes situam-se entre 38 e 60 Nm/rad. Mediante esta figura nota-se como a rigidez angular K_ϕ é aprimorada pelo “pêndulo magnético”, conforme é mostrado pelas equações 8.2 e 8.3.

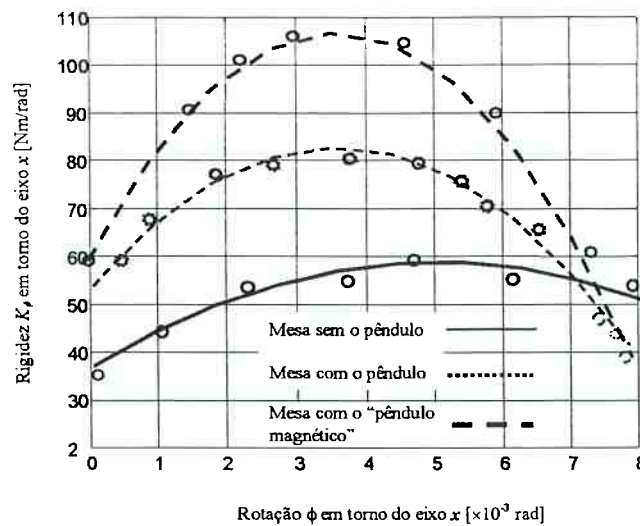


Figura 8.4: Rigidez K_ϕ em torno do eixo x .

As rigidezes K_ψ , em torno do eixo z , são mostradas na figura 8.5. Pela figura se observa que as rigidezes, para deslocamento angular ψ nulo e mesa sem e com o pêndulo, possuem intensidades de $\cong 2Nm/rad$ e de $\cong 2,5Nm/rad$, respectivamente. Já, para este mesmo deslocamento angular, entretanto para a mesa com o “pêndulo magnético”, a rigidez angular vale $\cong 2,8Nm/rad$. Este aprimoramento, da rigidez K_ψ , é explicado pelas equações 8.3 e 8.4.

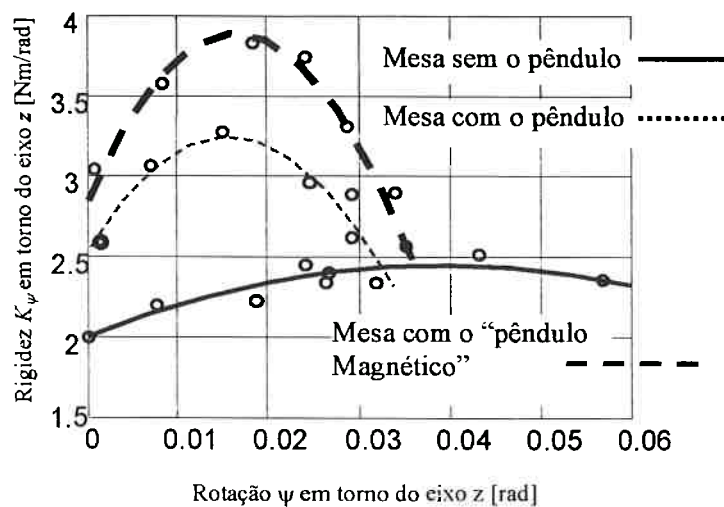


Figura 8.5: Rigidez angular K_ψ em torno do eixo z .

8.2.2 Desempenho do M.M.L. na direção controlada e com o pêndulo magnético

Mediante as figuras 8.6(a) e 8.6(b) vê-se a posição z da mesa para as seguintes condições, mesa com a haste pendular e com o “pêndulo magnético”, sem que esta esteja transladando na direção do eixo x e sem nenhum distúrbio sendo aplicado sobre a mesa. Observa-se que, nestas condições a posição z da mesa apresenta uma vibração contínua com amplitudes de aproximadamente $2,5\mu m$ e $1,5\mu m$ para as versões com a haste pendular e com o “pêndulo magnético”, respectivamente. Estas vibrações são devidas principalmente a ruídos gerados pelos componentes elétricos do sistema. Comparando as figuras 8.6(a) e 8.6(b) nota-se que ocorreu uma pequena redução na

amplitude dos sinais, isto se deve provavelmente, a alteração da dinâmica do sistema, alteração essa causada pela adição da haste pendular e do ímã do “pêndulo magnético”.

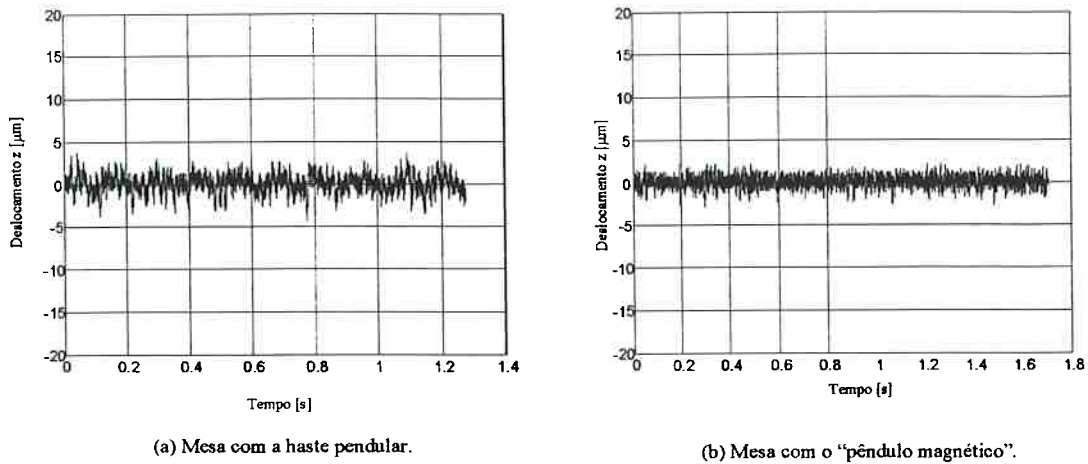


Figura 8.6: Vibrações da mesa na direção do eixo z.

As figuras 8.7(a) e 8.7(b) mostram os resultados, analítico e experimental, do comportamento da mesa do mancal, com a haste pendular e com o “pêndulo magnético”, na direção do eixo z e quando se muda a referência, de contínua para a forma de degrau e com amplitude de $200\mu\text{m}$. Obteve-se a resposta ao degrau, teórica, por intermédio da equação 4.6. Mediante as figuras nota-se que o sistema apresenta sobre-sinal percentual de $\cong 8\%$ e de $\cong 20\%$ e tempo de acomodação de $\cong 0,1\text{s}$, para os modelos experimental e analítico, respectivamente.

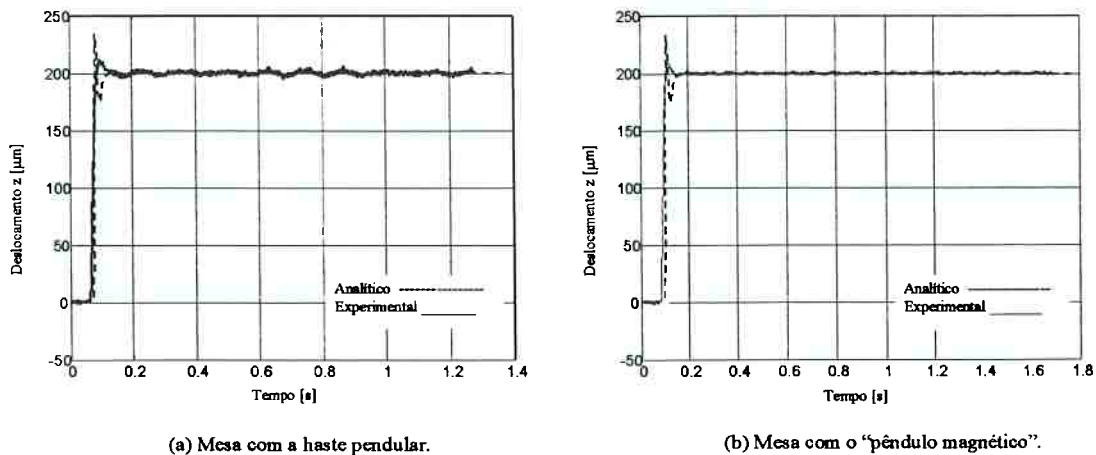


Figura 8.7: Resposta ao degrau.

Pelas figuras 8.8(a) e 8.8(b) vê-se as respostas a forças impulsivas aplicadas sobre a mesa na direção do eixo z . Em função da força, a mesa se desloca, momentaneamente, da sua posição nominal de operação, mas a posição original é restaurada rapidamente.

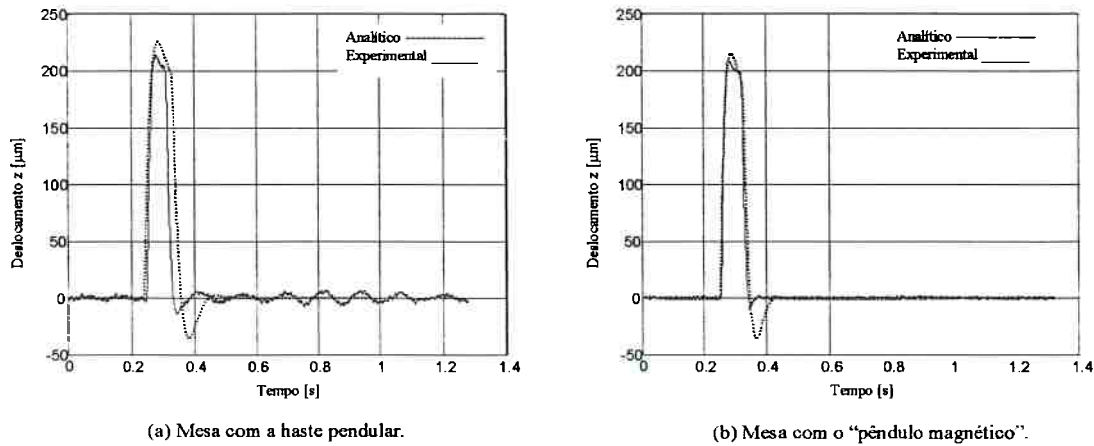
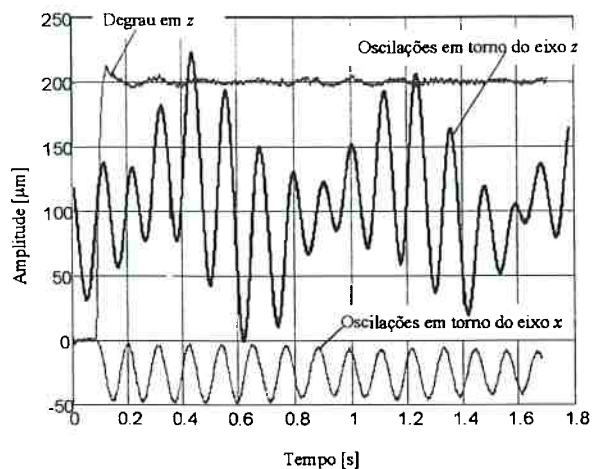
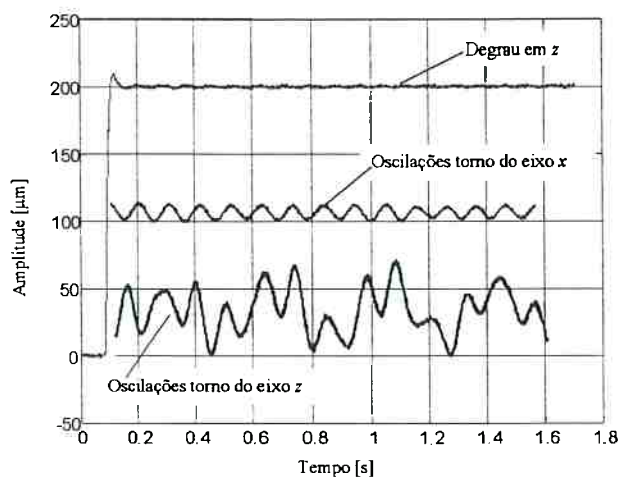


Figura 8.8: Resposta ao impulso.

Por intermédio das figuras 8.9(a) e 8.9(b) observa-se às leituras dos sensores na direção do eixo z e às oscilações da mesa em torno dos eixos x e z , sensores 1, 2 e 3, figura 7.10. Na presente situação a mesa é submetida a uma entrada em degrau de $200\mu\text{m}$ de amplitude na direção de z . Pela figura 8.9(a) nota-se que, na condição em que a mesa do mancal utiliza a haste pendular, as oscilações em torno dos eixos x e z , possuem deslocamentos máximo de aproximadamente $50\mu\text{m}$ e de $200\mu\text{m}$, respectivamente. Já a figura 8.9(b) mostra as oscilações da mesa com o “pêndulo magnético”. Para esta situação, as oscilações da mesa em torno dos eixos x e z , apresentam uma significativa redução na amplitude dos deslocamentos, vê-se que os deslocamentos totais são da ordem de $15\mu\text{m}$ e de $65\mu\text{m}$ em torno dos eixos x e z , respectivamente. Este resultado é consequência direta do aumento das rigidezes K_ϕ e K_ψ , devido à ação da força de atração magnética entre o ímã fixo no pêndulo e o fixo à estrutura, conforme é mostrado nas equações 8.1 ~ 8.4.



(a) Mesa com a haste pendular.



(b) Mesa com o "pêndulo magnético".

Figura 8.9: Leitura do sensor na direção do eixo z e oscilações da mesa em torno dos eixos x e z.

8.3 Conclusões do capítulo

No presente capítulo mostrou-se uma alternativa para aprimorar as rigidezes à rotação da mesa do M.M.L.. Para isto foi proposto e implementado um "pêndulo magnético". Este "pêndulo magnético" aprimorou as rigidezes da mesa à rotação, sem ter afetado significativamente as rigidezes do mancal nas outras direções. Como a

solução implementada é fundamentada, principalmente em forças magnéticas, ela é válida mesmo na ausência de gravidade.

No próximo capítulo será apresentada a conclusão do trabalho.

Capítulo 9

CONCLUSÕES

Neste trabalho propôs-se, implementou-se, analisou-se e discutiu-se uma nova concepção de mancal magnético. Esta classe de mancal possui controle ativo somente em um grau de liberdade. O equilíbrio estável, tanto do rotor quanto da mesa, é assegurado por ímãs permanentes que atuam por atração. Em uma primeira etapa descreveu-se todos os passos necessários para o projeto de um mancal magnético rotativo e, através de experimentos, mostrou-se que o rotor do mancal mantém-se estável e suspenso e com precisão de posicionamento axial da ordem de $0,5\mu\text{m}$ de amplitude. A rigidez radial do mancal, no primeiro modelo, foi considerada baixa e, em decorrência disto, foram propostas várias alternativas para elevar o valor desta rigidez. Entre as várias alternativas, propostas para melhorar a mencionada rigidez, optou-se por aumentar a quantidade de ímãs permanentes. Nesta nova configuração o valor da rigidez radial alcançou, aproximadamente o dobro do valor apresentado no primeiro protótipo.

Em uma segunda etapa estendeu-se os conceitos desenvolvidos para o mancal magnético rotativo para a construção de um mancal linear, M.M.L.. Mostrou-se, através de um protótipo, que a extensão é viável e, pelos experimentos efetuados neste, observou-se que a mesa do M.M.L. mantém-se estável e suspensa e posicionada ao longo da direção controlada com precisão da ordem de $3\mu\text{m}$ de amplitude. No primeiro protótipo do M.M.L. notou-se que as rigidezes da mesa à rotação, em torno dos eixos x e z , eram muito baixas, deste modo, ao iniciar o movimento de translação da mesa ao longo do eixo x , ocorria a inclinação desta em torno do eixo z . E para contornar esta deficiência, propôs-se, implementou-se e analisou-se uma pequena alteração no protótipo do mancal, adaptou-se no centro da mesa do mancal uma haste pendular de peso P e de comprimento a , e os experimentos realizados após esta modificação, mostraram um significativo

aprimoramento das rigidezes à inclinação. Contudo este aumento das rigidezes à rotação, ganho com a solução pendular, ainda não foi considerado satisfatório, e deste modo, propôs-se uma segunda solução, que foi chamada de “pêndulo magnético”. Este “pêndulo magnético” consiste apenas, na adição de um ímã permanente na extremidade inferior de uma haste pendular fixa ao centro da mesa, ímã esse que gera uma força de atração devido à sua interação com um outro ímã fixo a estrutura do mancal. Os experimentos realizados, após estas modificações, mostraram um significativo aprimoramento das rigidezes da mesa à inclinação.

9.1 Considerações sobre mancais magnéticos híbridos e com controle uniaxial

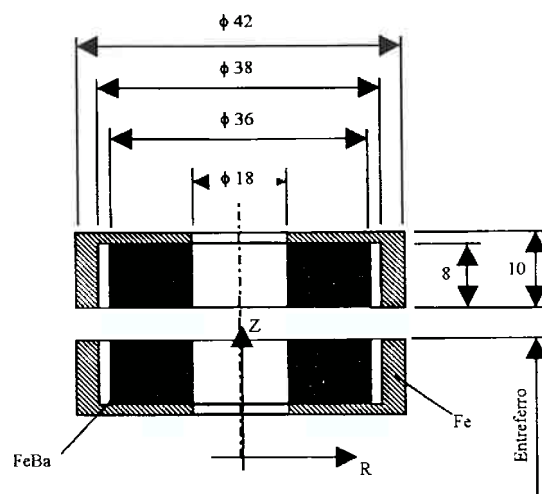
A seguir são apresentadas algumas considerações a respeito de vários detalhes observados durante o desenvolvimento, tanto do mancal magnético rotativo quanto do M.M.L.. O objetivo destas considerações é propor melhorias para trabalhos futuros.

9.1.1 Considerações a respeito dos ímãs permanentes

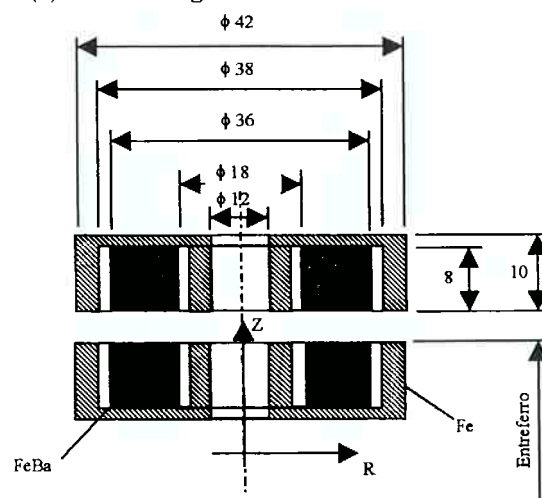
O primeiro aspecto a considerar é com relação aos ímãs permanentes utilizados. Para o mancal rotativo foram utilizados ímãs de ferrite de bário, por conveniência. Ímãs esses suficientes para obter, na parte passiva do mancal, razoáveis intensidades de rigidezes, tanto radial quanto axial. Contudo, para a implementação de um modelo deste tipo de mancal magnético, em nível industrial, é recomendável a utilização de ímãs de terras raras, por exemplo os feitos de samário cobalto. Utilizando estes ímãs obtém-se considerável aumento das rigidezes passivas, axial e radial. Neste trabalho, para o mancal rotativo, optou-se por utilizar ímãs permanentes magnetizados axialmente, em forma de anéis e atuando por atração. Porém, outras formas geométricas também podem ser utilizadas, por exemplo, ímãs em forma de cilindros, magnetizados radialmente e que atuam por repulsão (MUKHOPADHYAY,

1997). Porém, a principal vantagem de utilizar ímãs trabalhando por atração é a minimização da desmagnetização dos ímãs.

Cabe ressaltar que uma outra maneira de se aprimorar a eficiência de um circuito magnético é através do fechamento deste. Para isto utiliza-se um material ferromagnético, por exemplo o aço silício. Para comparar o aprimoramento das forças magnéticas produzidas por dois ímãs de FeBa, iguais aos utilizados para o mancal rotativo, e para os casos com e sem o circuito magnético fechado, realizou-se algumas simulações no software (MAXWELL 2D). As figuras 9.1a e 9.1b mostram duas maneiras de fechamento do circuito magnético. Estes modelos, conjuntamente com o modelo mostrado na figura 4.2, foram simulados, e os resultados são mostrados nas figuras 9.2 e 9.3.



(a) circuito magnético fechado externamente.



(b) circuito magnético fechado externamente e internamente.

Figura 9.1: Ímãs com circuito magnético fechado.

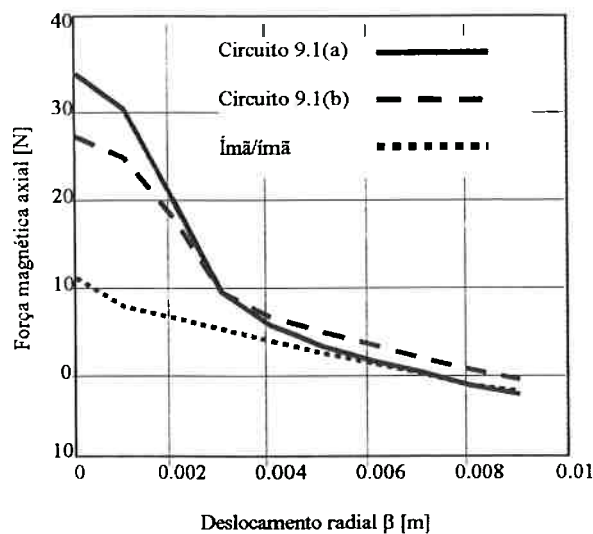


Figura 9.2: Força magnética axial (entreferro 5×10^{-4} [m]).

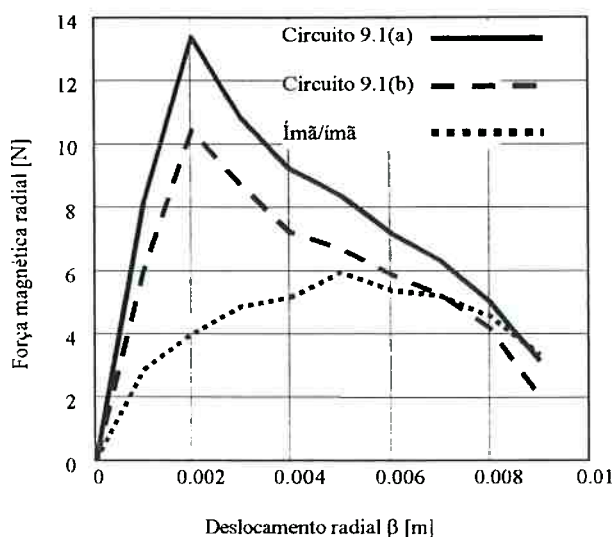


Figura 9.3: Força magnética radial (entreferro 5×10^{-4} [m]).

A figura 9.2 mostra que, para deslocamentos radiais $0 \leq \beta \leq 2 \times 10^{-4}$ [m], ocorre um aumento significativo, da força magnética axial, quando compara-se por exemplo, esta força com a correspondente força gerada com o circuito aberto (ímã/ímã). Analogia semelhante, porém para o intervalo $0 \leq \beta \leq 4 \times 10^{-4}$ [m], pode ser estendida para a força magnética radial, conforme é mostrado na figura 9.3.

É interessante observar, pelas figuras 9.2 e 9.3, que o fato de se utilizar um volume maior de ferro para o fechamento do circuito magnético, figura 9.1(b),

devida principalmente, às perdas no ferro. Segundo KURT (1992) a potência das perdas no ferro, P_{Fe} , pode ser determinada por:

$$P_{Fe} = p_{Fe10} \left(\frac{\hat{B}}{T} \frac{f}{50Hz} \right)^2 m_{Fe} (1 - \chi) \quad (9.1)$$

onde p_{Fe10} é a potência específica das perdas no ferro, que é a soma das potências das perdas por histerese e por correntes de Foucault por unidade de massa. Ela é indicada por um valor de crista $\hat{B} = 1T$ ou $\hat{B} = 1,5T$ e uma frequência $f = 50Hz$. Ainda na equação 9.1 os termos m_{Fe} e χ representam a massa de ferro do circuito e um fator de correção de laminação, respectivamente.

Analisando a equação 9.1 conclui-se que, entre outros fatores, a potência das perdas no ferro é diretamente proporcional à massa de ferro do circuito. Isto mostra o porque da redução das forças magnéticas, quando se compara as configurações mostradas na figura 9.1, pois o circuito do esquema 9.1b possui um volume maior de ferro do que o correspondente circuito do esquema 9.1a.

As figuras 9.4 (a) e (b) mostram como o circuito magnético é fechado pelo núcleo ferromagnético, vê-se por estas figuras, que praticamente, não ocorre o espraiamento do fluxo magnético no entreferro, quando comparado com a figura 9.4(c). É esta concentração, de fluxo magnético no entreferro, que propicia a elevação da força magnética entre os ímãs.

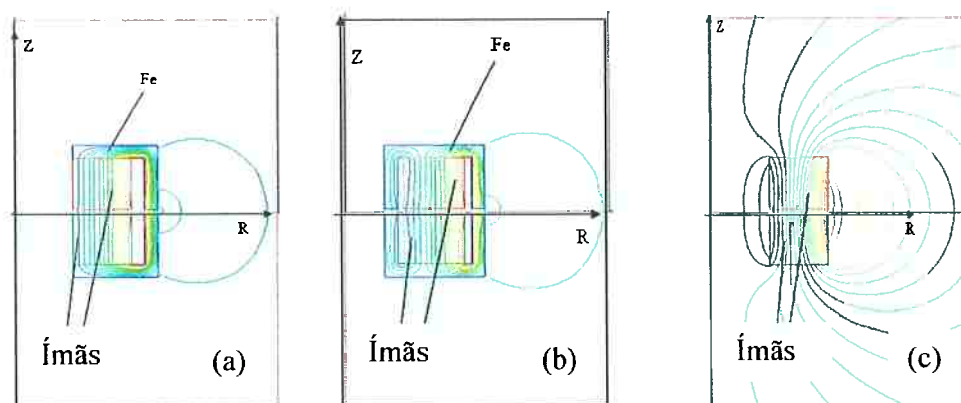


Figura 9.4 (a), (b) e (c): Linhas de fluxo magnético entre os ímãs.

9.1.2 Considerações a respeito do eletroímã

No que diz respeito ao atuador eletromagnético, (eletroímã), foram utilizados, para ambas as versões dos mancais, modelos de eletroímãs cujo circuito magnético é fechado pelo ar, figuras 4.10 e 7.8. Estes atuadores apresentaram resultados práticos poucos satisfatórios. A pouca eficiência dos atuadores foi constatada analisando-se, principalmente, a relação entre a corrente aplicada e a força eletromagnética obtida, ou seja, é preciso elevada intensidade de corrente elétrica circulando pela bobina para se obter baixa intensidade de força eletromagnética. Esta baixa eficiência faz com que o sistema tenha principalmente, a seguinte deficiência, isto é; assegura-se rigidez infinita ao longo da direção controlada, apenas quando a força aplicada sobre o rotor ou sobre a mesa, ao longo desta direção, não é superior a $12N$, o que é considerada uma faixa muito baixa para aplicações práticas (O'CONNOR, 1992; DELAMARE et al., 1994 e LICHUAN et. al., 2002).

Outro dado importante, a respeito do atuador, é que não se deve utilizar como interface (alvo), ímãs permanentes, e também, deve-se evitar, como foi utilizado neste trabalho o uso de ímãs acoplados ao núcleo do eletroímã, pois verificou-se que isto também contribui para a diminuição da eficiência do atuador. Portanto, o projeto do atuador eletromagnético é uma tarefa de fundamental importância quando se almeja obter mancais com elevada eficiência. Em decorrência disto, na fase final do presente trabalho, dedicou-se algumas horas a simulações de várias possíveis configurações de atuadores, tanto para o mancal rotativo quanto para o M.M.L.. A figura 9.6 mostra uma das versões simuladas para o mancal rotativo. Nesta figura observa-se que se optou por separar o eletroímã dos ímãs, pois notou-se, após testar várias diferentes configurações, que esta separação contribuía para elevar a eficiência, tanto das forças magnéticas entre os ímãs quanto da força eletromagnética gerada pelo atuador. Nas figuras 9.6 e 9.7 vê-se a geometria simulada do mancal e as linhas de fluxo magnético deste, respectivamente. A figura 9.8 mostra os resultados, simulados, das forças eletromagnéticas em função da corrente, para um entreferro constante de $5 \times 10^{-4} [m]$, para os modelos de atuadores mostrados nas figuras 4.7 e 9.5 e com ambas as bobinas

claramente, a superioridade do atuador com circuito magnético fechado pelo núcleo ferromagnético e tendo por alvo um disco de *Fe*, superioridade essa em relação ao atuador com circuito fechado pelo ar e tendo por alvo um ímã.

Simulações semelhantes às apresentadas foram efetuadas também, para o mancal linear M.M.L.. Uma versão que apresentou resultados satisfatórios, quando comparada com a versão desenvolvida durante o trabalho, é mostrada na figura 9.9. As figuras 9.10, 9.11 e 9.12. mostram respectivamente, a geometria simulada, as linhas de fluxo magnético e as forças eletromagnéticas em função da corrente. Cabe ressaltar que a versão simulada, figura 9.9, possui a mesma quantidade de espiras do modelo desenvolvido durante o trabalho, figura 7.6.

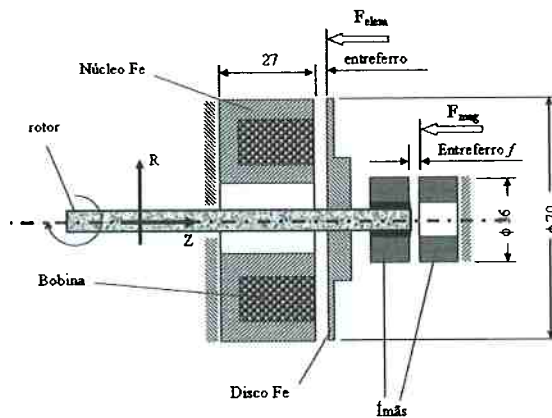


Figura 9.5: Configuração proposta, de mancal rotativo, para aprimoramento da eficiência do mancal ($\frac{1}{2}$ mancal).

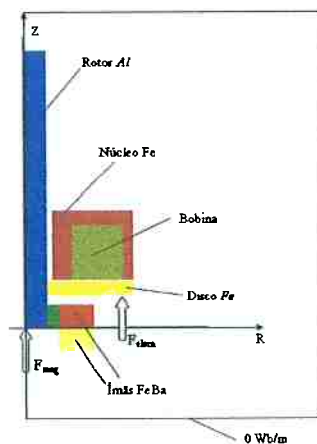


Figura 9.6: Desenho da geometria do mancal (simetria axi-simétrica).

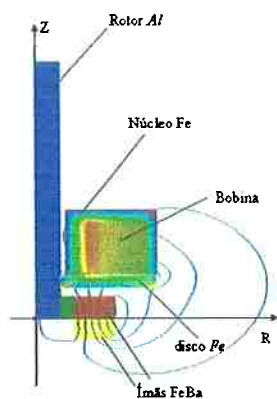


Figura 9.7: Linhas de fluxo magnético do atuador e dos ímãs.

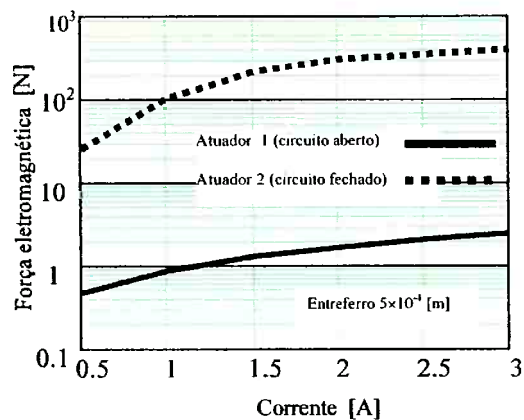


Figura 9.8: Forças eletromagnéticas em função da corrente e para atuadores com circuito aberto e fechado.

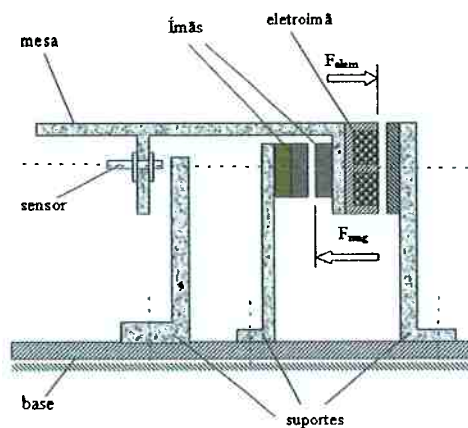


Figura 9.9: Configuração proposta, de M.M.L., para aprimoramento da eficiência do mancal ($\frac{1}{2}$ mancal).

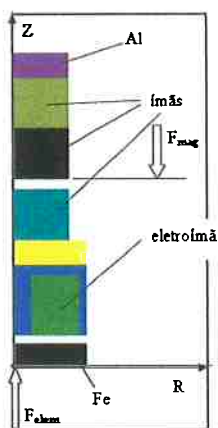


Figura 9.10: Geometria simulada para um M.M.L. com circuito fechado (simetria axi-simétrica).

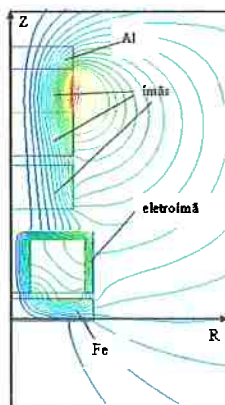


Figura 9.11: Linhas de fluxo magnético do atuador e dos ímãs.

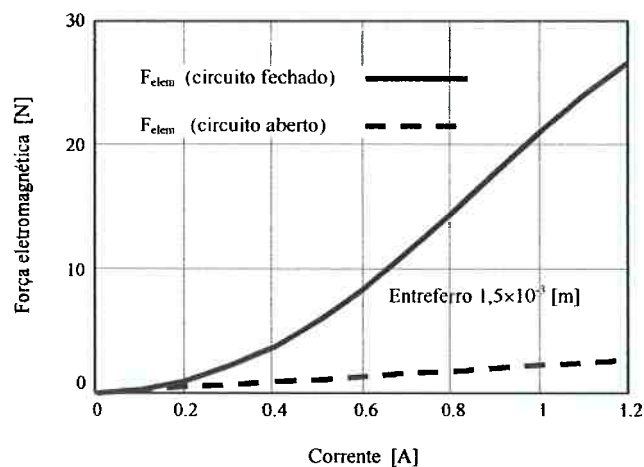


Figura 9.12: Forças eletromagnéticas em função da corrente e para atuadores com circuito aberto e fechado (M.M.L.).

9.1.3 O controlador

No presente trabalho utilizou-se um controlador do tipo proporcional integral derivativo (PID), pois este é de fácil implementação e de baixo custo, e para mancais magnéticos apresenta bons resultados práticos.

Este sistema de mancal magnético também funcionaria com um controlador do tipo proporcional derivativo (PD), contudo a utilização deste controlador não anularia o erro em regime para uma entrada em degrau, e o sistema teria erro infinito para uma entrada em rampa. A utilização de um integrador adiciona um pólo na origem, e isto faz com que o sistema tenha erro em regime nulo para uma entrada em degrau. Isto porque este sistema de levitação é na realidade não linear, mas que no entanto foi linearizado para atuar em torno de um ponto de equilíbrio, e, se o controlador não possuir um pólo na origem, o sistema não irá trabalhar em torno do ponto de equilíbrio fixado, ou seja terá um certo erro em regime, e portanto, se o sistema tender para um ponto de equilíbrio muito diferente do fixado é provável que o mesmo não permaneça estável em malha fechada.

Com relação a controladores para mancais magnéticos, cabe observar que, pode-se utilizar várias outras técnicas de controle. Há técnicas de controle moderno que estão cada vez mais superando as técnicas de controle clássico, tais como as técnicas de controle robusto H_2 e H^∞ , o controle adaptativo, o controle difuso (“fuzzy control”) e as redes neurais (“neural networks”).

Neste trabalho o controle PID foi implementado na sua forma digital. Sendo que as principais vantagens da implementação de um controlador na forma digital em relação à implementação na forma analógica são:

- maior flexibilidade na implementação do controlador ou do compensador dinâmico da malha de realimentação: no campo, basta reprogramar o computador;
- maior facilidade para implementar controladores complexos, por exemplo, lineares multivariáveis, ou não lineares (ótimos ou auto-otimizantes e adaptativos) CASTRUCCI; CURTI (1981);

- maior imunidade a ruídos (na transmissão dos sinais digitais, só pode ocorrer erro quando o receptor troca sinal de amplitude 0 por 1, ou vice versa.) CASTRUCCI; SALES, 1990;
- menor custo e maior confiabilidade na realização das várias malhas de um processo complexo;
- facilidade para incluir no computador as funções de alarme, de comando para partida e para desligamento do processo programado, bem como a função de supervisão global de processos complexos.

9.1.4 Resultados experimentais

Pelos resultados, obtidos com os dois protótipos de mancais rotativos, modelos de 4 e de 6 ímãs, conclui-se que a precisão de posicionamento axial do rotor sem rotação, foi por volta de $0,5\mu\text{m}$ de amplitude, o que foi considerada satisfatória, pois com esta precisão, pode-se utilizar o mancal para diversas aplicações práticas (LICHUAN et. al., 2002). Contudo esta precisão pode ser aprimorada, por exemplo utilizando um sensor com melhor resolução. Em rotação o rotor apresentou oscilações, tanto na direção axial quanto na radial, oscilações essas que podem ser reduzidas ou eliminadas, e para tal sugere-se utilizar ímãs de melhor precisão geométrica e magnetizados uniformemente, realizar o balanceamento do rotor e como já foi citado, aprimorar o atuador eletromagnético. As rigidezes, na direção radial e para a posição de concentricidade entre os ímãs, foram de 9000 N/m e de 18000 N/m , para os modelos de 4 e de 6 ímãs, respectivamente. Com estes valores pode-se utilizar o mancal para algumas aplicações (CHEN et. al., 2002).

Com relação aos resultados experimentais, obtidos com o protótipo do M.M.L., pode-se inferir que a precisão de posicionamento da mesa, para a direção controlada e sem o movimento de translação desta ao longo do eixo x , é de $2,5\mu\text{m}$ de amplitude, o que foi considerada satisfatória, pois com esta precisão, pode-se utilizar o mancal para diversas aplicações práticas (KONKOLA; TRUMPER, 2002). Contudo esta precisão pode ser aprimorada utilizando um sensor com melhor resolução, por

exemplo, um sensor capacitivo e também se pode utilizar uma estratégia de controle que possibilite melhor atenuação de ruídos de alta frequência, como foi mencionado ao longo do trabalho. Quando a mesa está transladando ao longo do eixo x , ou quando ocorrem distúrbios sobre esta, ao longo da direção controlada, as oscilações desta, tanto em torno de x quanto em torno de z , exibem amplitudes elevadas. Estas oscilações podem ser reduzidas aprimorando-se principalmente, as rigidezes nas direções não controladas, por exemplo utilizando ímãs de terras raras e melhorando a arquitetura do atuador.

9.1.5 Trabalhos futuros

Conclui-se o presente trabalho com subsídios suficientes para se formular, extrair e ou propor algumas conclusões a respeito do projeto, da implementação e dos resultados obtidos com esta concepção de mancal magnético.

É importante salientar que este trabalho não esgotou todas as possibilidades de projeto de sistemas de mancais magnéticos do tipo híbrido e com controle uniaxial. Muitas outras configurações podem ser estudadas e aplicadas no sentido de promover um aprimoramento dos resultados obtidos.

Objetiva-se assim que o presente trabalho sirva de referência para leitores interessados em utilizar os resultados e as discussões aqui apresentados ou até mesmo, dar seqüência ao trabalho desenvolvido nesta tese. Várias são as propostas para dar continuidade à pesquisa aqui desenvolvida. Algumas delas são:

- aprimorar as rigidezes nas direções passivas, deve-se utilizar ímãs permanentes com melhores características magnéticas, por exemplo os ímãs de SmCo ou de NeFeBo;
- melhorar o eletroímã, por exemplo efetuando o fechamento do circuito magnético;
- realizar o estudo do comportamento dinâmico do rotor;
- desenvolver formas de se introduzir amortecimento externo no sistema, por exemplo através de correntes parasitas;
- realizar o acionamento do rotor utilizando, por exemplo um motor de indução sem escovas;

- testar outras estratégias de controle, e compará-las com o controlador clássico PID;
- implementar um mecanismo para o acionamento da mesa, de preferência um sistema de posicionamento de alta precisão e sem atrito mecânico, por exemplo um fuso de posicionamento magnético proposto por KIKUCHI; TSURUMOTO (1994);
- desenvolver um mancal magnético linear com controle em um único grau de liberdade, e a mesa possuindo movimentos de translação nas direções x , y e z .

Apêndice A

O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

A.1 Objetivo do apêndice

O objetivo deste apêndice deve-se ao fato de que neste trabalho utilizou-se, para a simulação de alguns equipamentos magnéticos e eletromagnéticos, um programa de computador baseado no Método dos Elementos Finitos. E com a intenção de não somente ter utilizado o programa, mas também de aprender e compreender o funcionamento do mesmo é o que motivou e justifica o presente apêndice. Desta maneira é apresentada uma pequena introdução ao Método dos Elementos Finitos, e aborda-se diretamente, o caso bidimensional, pois é nesta dimensão que os casos analisados no presente trabalho foram tratados.

A.2 Uma resumida introdução ao Método dos Elementos Finitos

Globalmente falando, pode-se dizer que todos os fenômenos naturais, sejam eles biológicos, mecânicos, elétricos, magnéticos, geológicos e etc, podem ser representados pelas leis da física através de equações algébricas, diferenciais ou integrais, que relacionam as grandezas pertinentes ao fenômeno a que se quer analisar. Geralmente, a formulação matemática de uma equação ou equações, do tipo acima citadas, para a descrição de um fenômeno natural não é uma tarefa muito complicada, porém, na maioria dos casos, notadamente aqueles que possuem domínio de estudo

complexo, a solução destas equações, por métodos analíticos, é geralmente impraticável. Nestes casos a utilização de métodos numéricos é uma alternativa para a solução destas equações. Dentre os diversos métodos numéricos dos quais se tem conhecimento, o Método das Diferenças Finitas e os métodos variacionais, como por exemplo, os métodos de Rits e de Galerkin são os mais citados na literatura.

Na solução de uma equação diferencial, pelo Método das Diferenças Finitas a idéia básica é a de substituir as derivadas parciais da equação por aproximações baseadas em expansões em séries de Taylor na região dos pontos de interesse. As equações discretas resultantes são solucionadas, após a imposição das condições de contorno, para os valores da solução nos nós da malha. O Método das Diferenças Finitas é conceitualmente simples, porém ele possui diversas desvantagens, por exemplo, dentre as mais significativas têm-se a imprecisão das derivadas da solução aproximada, a dificuldade na imposição das condições de contorno ao longo de fronteiras irregulares, a dificuldade em representar com precisão domínios geometricamente complexos e a inabilidade para a utilização de malhas de geometria não-uniformes e não-retangulares.

Na solução variacional, de equações diferenciais, a equação a ser resolvida é colocada em uma forma variacional, também chamada de forma fraca, equivalente, e então, a solução aproximada é assumida como uma combinação $(\sum c_j \phi_j)$ das funções de aproximação ϕ_j dadas, e os parâmetros c_j são determinados pela forma variacional. Os métodos variacionais possuem como principal desvantagem o fato de que para domínios arbitrários torna-se difícil a formulação das funções de aproximação.

O Método dos Elementos Finitos contorna a dificuldade apresentada pelos métodos variacionais, uma vez que ele fornece um processo sistemático para a derivação das funções de aproximação. O método é dotado de duas características básicas que contribuem para a sua superioridade sobre os outros métodos que com ele competem. Primeiramente, um problema de domínio geométrico complexo é representado por uma coleção de subdomínios de geometria simplificada, chamados de elementos finitos. Segundo, sobre cada elemento finito deriva-se as funções de aproximação usando a idéia básica de que qualquer função contínua pode ser

representada por uma combinação linear de polinômios algébricos. As funções de aproximação são derivadas usando os conceitos da teoria da interpolação, e são por isso chamadas de funções de interpolação. Deste modo, o Método dos Elementos Finitos pode ser interpretado como uma aplicação, sobre partes domínio, dos métodos variacionais, por exemplo, os métodos de Ritz e de Galerkin, nos quais as funções de aproximação são polinômios algébricos e os parâmetros indeterminados representam os valores da solução em um número de pontos pré-estabelecidos, os chamados nós, sobre a fronteira e no interior dos elementos. A teoria da interpolação mostra que a ordem, ou o grau, das funções de interpolação, depende do número de nós do elemento (HUGHES et. al., 1994).

A.3 Passos para a implementação do Método dos Elementos Finitos

Como foi mencionado, o Método dos Elementos Finitos é uma aplicação, sobre cada elemento que compõe o domínio, de um método variacional. Deste modo, dada uma equação diferencial que representa um fenômeno e as condições de contorno pertinentes a este, procede-se da seguinte maneira para a solução do mesmo (REDDY, 1993):

1. Divisão, ou representação, de um dado domínio em uma coleção de elementos finitos pré-selecionados. (Este passo pode ser adiado até que a formulação das equações dos elementos finitos esteja completa.)
 - a. Para os elementos pré-selecionados construa a malha de elemento finito;
 - b. Defina o número de nós e de elementos;
 - c. Defina as propriedades geométricas, por exemplo, as coordenadas, a área da secção transversal, e etc dos elementos, necessárias para o problema.
2. Derivação das equações do elemento para todos os elementos que formam a malha.
 - a. Elabore a formulação variacional da equação diferencial que governa o fenômeno sobre um típico elemento finito;

- b. Assuma que uma típica variável dependente u seja da forma

$$u = \sum_{i=1}^n u_i \psi_i \quad (\text{A.1})$$

e a substitua na etapa 2a para obter as equações dos elementos na forma

$$[K^{(e)}] \{u^{(e)}\} = \{F^{(e)}\} \quad (\text{A.2});$$

- c. Desenvolva ou selecione, se já existirem na literatura, funções de interpolação ψ_i para o elemento e calcule as matrizes do elemento.
3. Monte as equações dos elementos para obter as equações de todo o problema.
- Identifique as condições de continuidade entre os elementos para as variáveis primárias, (relação entre o número de graus de liberdade local e global, ou seja a conectividade dos elementos), relacionando os nós dos elementos com os nós globais;
 - Identifique as condições de “equilíbrio” entre as variáveis secundárias (relação entre as fontes locais ou componentes de forças e as componentes das fontes globalmente especificadas);
 - Monte as equações dos elementos usando os passos 3a e 3b e observando a superposição dos vértices dos elementos.
4. Imposição das condições de contorno pertinentes ao problema.
- Identifique os graus de liberdade globais primários especificados;
 - Identifique os graus de liberdade globais secundários especificados (observe se esta etapa já não foi realizada no passo 3b).
5. Resolva as equações resultantes deste processo.
6. Pós-processamento dos resultados.
- Calcule o gradiente da solução ou outras quantidades desejadas em função dos graus de liberdade primários calculados no passo 5;
 - Apresente os resultados na forma de tabelas ou gráficos.
- As parcelas que compõem a equação A.2 são chamadas, na literatura de elementos finitos, de matriz de rigidez do elemento $K^{(e)}$, vetor de deslocamento do elemento $u^{(e)}$ e vetor de forças do elemento $F^{(e)}$.

A.4 Solução pelo Método dos Elementos Finitos de um problema bidimensional

As etapas de 01 a 05 são agora passo a passo apresentadas. Isto é feito com o objetivo de demonstrar a solução, pelo Método dos Elementos Finitos, de um problema genérico bidimensional, em regime estacionário e representado por uma equação diferencial parcial linear de segunda ordem em duas variáveis independentes, que possui a seguinte forma:

$$-a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - b \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - c \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} - d \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + eu - f = 0 \quad \text{em } \Omega \quad (\text{A.3})$$

onde u é a função solução da equação, a, \dots, f são funções de x e y e Ω é o domínio de estudo. A equação A.3 é classificada em três tipos:

elípticas: $b^2 - ac < 0$, $a\alpha^2 + 2b\alpha\eta + c\eta^2 = 1$ é uma elipse;

parabólicas: $b^2 - ac = 0$ $a\alpha^2 + 2b\alpha\eta + c\eta^2 + d\alpha + e\eta = 0$ é uma parábola

hiperbólicas: $b^2 - ac > 0$ $a\alpha^2 + 2b\alpha\eta + c\eta^2 = 1$ é uma hipérbole (KAPLAN, 1972).

Reescrevendo a equação A.3, tem-se:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(c \frac{\partial u}{\partial x} + d \frac{\partial u}{\partial y} \right) + eu - f = 0 \quad (\text{A.4})$$

São fornecidas as seguintes relações, denominadas respectivamente, de condição de contorno natural (Neumann) e condição de contorno essencial (Dirichlet):

$$\hat{n}_x \left(a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \hat{n}_y \left(c \frac{\partial u}{\partial x} + d \frac{\partial u}{\partial y} \right) = q_n \quad \text{em } \Gamma_1 \quad (\text{A.5})$$

e

$$u = \tilde{u} \quad \text{em } \Gamma_2 \quad (\text{A.6})$$

onde Γ_1 e Γ_2 são as fronteiras do domínio, figura A.1a, e \hat{n}_x e \hat{n}_y são as componentes, ou seja, os co-senos diretores do vetor unitário \hat{n} normal a fronteira Γ :

$$\hat{n} = \hat{n}_x \vec{i} + \hat{n}_y \vec{j} \quad (\text{A.7})$$

A.4.1 Formulação variacional

Sequencialmente desenvolve-se a forma variacional da equação A.4, contudo, nesta etapa, não se preocupa com que tipo de elemento o domínio em questão será discretizado. Considera-se, apenas que Ω^e é um típico elemento, seja ele triangular ou quadrilateral, da malha de elementos, e desenvolve-se o Método dos Elementos Finitos para a equação A.4 sobre Ω^e . Deste modo multiplica-se a equação A.4 por uma função de teste v , onde assume-se que esta possua a derivada primeira em relação a x e a y , e integra-se este produto sobre o domínio do elemento Ω^e , fazendo:

$$\int_{\Omega^e} v \left[-\frac{\partial}{\partial x} (\Pi_1) - \frac{\partial}{\partial y} (\Pi_2) + eu - f \right] dx dy = 0 \quad (\text{A.8})$$

onde

$$\Pi_1 = a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{A.9})$$

$$\Pi_2 = c \frac{\partial u}{\partial x} + d \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{A.10})$$

e com o objetivo de igualmente distribuir as derivadas entre u e v , integra-se por partes os dois primeiros termos de A.8. Para a realização deste passo deve-se observar a seguinte identidade, que é derivada pelo teorema do gradiente:

$$\int_{\Omega} (\nabla F) G dx dy dz = - \int_{\Omega} (\nabla G) F dx dy dz + \oint_{\Gamma} \hat{n} F G ds \quad (\text{A.11})$$

onde \hat{n} é dado pela equação A.7. Utilizando a equação A.11 e a condição de contorno natural, dada pela equação A.5, tem-se a forma variacional da equação A.4, que é a base para o modelo de elemento finito desta equação:

$$\int_{\Omega'} \left[\frac{\partial v}{\partial x} (\Pi_1) + \frac{\partial v}{\partial y} (\Pi_2) + e v u - v f \right] dx dy - \oint_{\Gamma'} v q_n ds = 0 \quad (\text{A.12})$$

A.4.2 Formulação do elemento-finito

Por intermédio das equações A.9 e A.10 observa-se que, para que os dois primeiros termos desta equação e a condição de contorno natural q_n , dada pela equação A.5, não se anulem, a função de aproximação u deve ser no mínimo bilinear em x e em y . Supondo que u seja aproximada pela seguinte equação:

$$u = \sum_{j=1}^n u_j \psi_j \quad (\text{A.13})$$

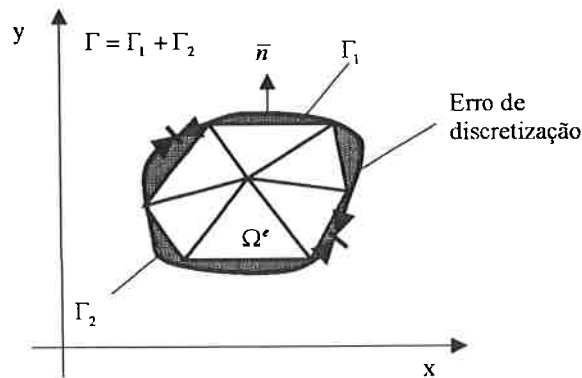
onde u_j são os valores de u nos pontos (x_j, y_j) e ψ_j são funções de interpolação linear com a seguinte propriedade

$$\psi_i(x_j, y_j) = \delta_{ij} \quad (\text{A.14})$$

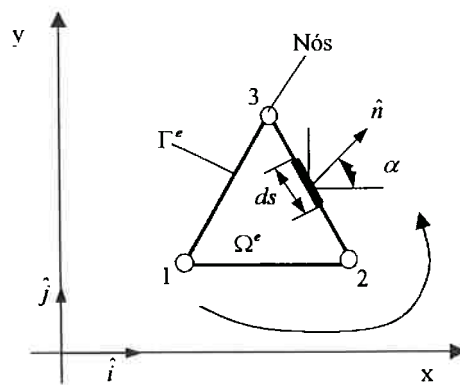
onde $\delta_{i,j}$ é o delta de Kronecker. A forma específica de ψ_i depende da geometria do elemento finito com o qual o domínio será discretizado, por exemplo, elemento triangular ou retangular, tanto de lados retos quanto curvos. No que se segue, deriva-se ψ_i para um elemento triangular de lados retos.

Na equação A.12 substitui-se u pela equação A.13 e v por ψ_i , e obtém-se:

$$\sum_{j=1}^n \left\{ \int_{\Omega^e} \left[\frac{\partial \psi_i}{\partial x}(P_1) + \frac{\partial \psi_i}{\partial y}(P_2) + e \psi_i \psi_j \right] dx dy \right\} u_j - \int_{\Omega} f \psi_i dx dy - \int_{\Gamma^e} \psi_i q_n ds = 0 \tag{A.14}$$



(a) domínio discretizado por elementos triangulares.



(b) um típico elemento triangular.

Figura A.1: Discretização de um domínio de estudo.

onde $i, j = 1, 2, \dots, n$ e os termos P_1 e P_2 são dados por:

$$P_1 = a \frac{\partial \psi_j}{\partial x} + b \frac{\partial \psi_j}{\partial y} \quad (\text{A.15})$$

$$P_2 = c \frac{\partial \psi_j}{\partial x} + d \frac{\partial \psi_j}{\partial y} \quad (\text{A.16})$$

Reescrevendo a equação A.14 na forma matricial, tem-se:

$$\sum_{i,j=1}^n K_{ij}^{(e)} u_j^{(e)} = F_i^{(e)} \quad (\text{A.17})$$

sendo

$$K_{ij}^{(e)} = \int_{\Omega^e} \left[\frac{\partial \psi_i}{\partial x} (P_1) + \frac{\partial \psi_i}{\partial y} (P_2) + e \psi_i \psi_j \right] dx dy \quad (\text{A.18})$$

$$F_i^{(e)} = \int_{\Omega^e} f \psi_i dx dy + \int_{\Gamma^e} \psi_i q_n ds \quad (\text{A.19})$$

e observa-se que $K_{ij}^{(e)} = K_{ji}^{(e)}$, $[K]$ é simétrica se e somente se $b = c$. A equação A.17 representa o modelo de elemento finito para a equação A.4.

A.4.3 Funções de interpolação

Agora adotando, para um elemento triangular de três nós, figura A.1b, a seguinte função de interpolação linear:

$$u(x, y) = c_1 + c_2 x + c_3 y \quad (\text{A.20})$$

onde considera-se que o conjunto $\{1, x, y\}$ é linearmente independente e completo, reescrevendo a equação A.20 de maneira que esta satisfaça as seguintes condições:

$$u(x_i, y_i) = u_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{A.21})$$

onde (x_i, y_i) e $(i = 1, 2, 3)$ são as coordenadas globais dos vértices, numerados no sentido anti-horário, do elemento triangular, figura A.1b, determina-se as três constantes c_i da equação A.20 em função de u_i da equação A.21:

$$\begin{cases} u_1 \equiv u(x_1, y_1) = c_1 + c_2 x_1 + c_3 y_1 \\ u_2 \equiv u(x_2, y_2) = c_1 + c_2 x_2 + c_3 y_2 \\ u_3 \equiv u(x_3, y_3) = c_1 + c_2 x_3 + c_3 y_3 \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

ou na forma matricial

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{Bmatrix} \quad (\text{A.23})$$

e resolvendo a equação A.23 para c_i ($i = 1, 2, 3$), obtém-se:

$$\begin{cases} c_1 = \frac{1}{2A_e} [u_1(x_2 y_3 - x_3 y_2) + u_2(x_3 y_1 - x_1 y_3) + u_3(x_1 y_2 - x_2 y_1)] \\ c_2 = \frac{1}{2A_e} [u_1(y_2 - y_3) + u_2(y_3 - y_1) + u_3(y_1 - y_2)] \\ c_3 = \frac{1}{2A_e} [u_1(x_3 - x_2) + u_2(x_1 - x_3) + u_3(x_2 - x_1)] \end{cases} \quad (\text{A.24})$$

onde A_e é a área do triângulo, dada por:

$$A_e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} \quad (\text{A.25})$$

e substituindo a equação A.24 na equação A.20, tem-se:

$$u(x, y) = u_1\psi_1(x, y) + u_2\psi_2(x, y) + u_3\psi_3(x, y) = \sum_{i=1}^n u_i\psi_i^e \quad (\text{A.26})$$

onde ψ_i^e são as funções de interpolação linear para o elemento triangular:

$$\psi_i^{(e)} = \frac{1}{2A_e}(\alpha_i + \beta_i x + \gamma_i y) \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{A.27})$$

e α_i , β_i e γ_i são constantes dadas por:

$$\begin{cases} \alpha_i = x_j y_k - x_k y_j \\ \beta_i = y_j - y_k \\ \gamma_i = x_k - x_j \end{cases} \quad (\text{A.28})$$

onde $i \neq j \neq k$ e i , j e k permutam na seguinte ordem:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline i & j & k \\ \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline 3 & 1 & 2 \\ \hline \end{array} \quad (\text{A.29})$$

As funções de interpolação linear ψ_i^e são mostradas na figura A.2. Observa-se que ψ_i possui as seguintes propriedades:

$$\psi_i(x_j, y_j) = \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (\text{A.30})$$

$$\sum_{i=1}^3 \psi_i = 1 \quad (\text{A.31})$$

A equação A.26 determina uma superfície plana que passa através de u_1 , u_2 e u_3 . Isto mostra que o uso de funções de interpolação linear ψ_i , para um triângulo,

resulta que a discretização de uma superfície curva $u(x, y)$ será representada por uma

função plana $\sum_{i=1}^3 u_i \psi_i$, figura A.3.

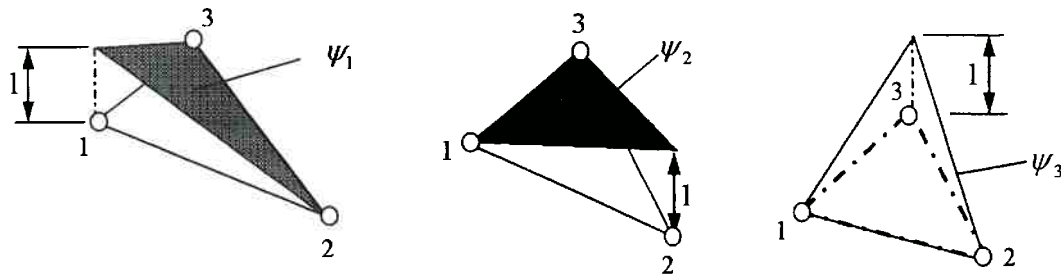


Figura A.2: Funções de interpolação linear para um elemento triangular de 03 nós.

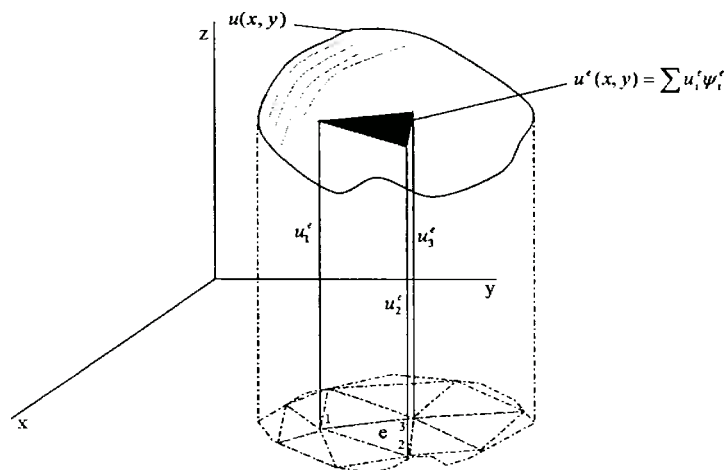


Figura A.3: Representação de uma função contínua $u(x, y)$ por funções de interpolação linear de elementos triangulares com 03 nós.

A.4.4 Cálculo das matrizes dos elementos

O cálculo das matrizes dos elementos $[K^{(e)}]$ e $\{F^{(e)}\}$, dadas pelas equações A.18 e A.19, por métodos convencionais, por exemplo por integração exata é, na maioria dos casos, impraticável. Contudo, quando os termos a, b, c, d, e e f são constantes, é possível avaliar as integrais por solução exata sobre o elemento em

análise. O segundo termo do lado direito da equação A.19, a integral sobre a fronteira Γ^e do elemento, pode ser calculado desde que q_n seja conhecido. Para um elemento interior ao domínio, elemento este que não possui nenhum dos seus lados localizados sobre a fronteira do domínio, a contribuição da integral $\oint_{\Gamma^e} \psi_i q_n ds$ é anulada por uma contribuição similar, porém de sentido oposto à esta e gerada pelo elemento adjacente, (equilíbrio interno do sistema).

Agora reescreve-se a matriz $[K^{(e)}]$, dada pela equação A.18, como uma soma de quatro matrizes básicas $[S^{\alpha\beta}]$, onde $(\alpha, \beta = 1,2)$, e $[S]$:

$$[K^{(e)}] = a[S^{11}] + b[S^{12}] + c[S^{12}]^T + d[S^{22}] + e[S] \quad (\text{A.32})$$

onde

$$S_{ij}^{11} = \int_{\Omega^e} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \frac{\partial \psi_j}{\partial x} dx dy \quad (\text{A.33})$$

$$S_{ij}^{12} = \int_{\Omega^e} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \frac{\partial \psi_j}{\partial y} dx dy \quad (\text{A.34})$$

$$S_{ij}^{22} = \int_{\Omega^e} \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \frac{\partial \psi_j}{\partial y} dx dy \quad (\text{A.35})$$

$$S_{ij} = \int_{\Omega^e} \psi_i \psi_j dx dy \quad (\text{A.36})$$

Os dois termos do lado direito da equação A.19 são renomeados como:

$$f_i^{(e)} = \int_{\Omega^e} f \psi_i dx dy \quad (\text{A.37})$$

e

$$Q_i^{(e)} = \oint_{\Gamma^e} q_n \psi_i ds \quad (\text{A.38}).$$

Para um triângulo, deriva-se as seguintes fórmulas de integração exata para a avaliação da integral sobre este. Seja um triângulo definido no plano xy por três pontos (x_i, y_i) onde $i = 1, 2, 3$ e com a origem do sistema de coordenadas localizada no baricentro deste, figura A.4:

$$\bar{x} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 x_i = 0 \quad (\text{A.39})$$

$$\bar{y} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 y_i = 0 \quad (\text{A.40})$$

seja

$$I_{mn} = \int_{\Delta} x^m y^n dx dy \quad (\text{A.41})$$

e obtém-se:

$$I_{00} = \int_{\Delta} dx dy = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} = A \quad (\text{A.42})$$

onde A é a área do triângulo, e, prosseguindo, tem-se:

$$I_{10} = \int_{\Delta} x dx dy = A\bar{x} = 0 \quad (\text{A.43})$$

$$I_{01} = \int_{\Delta} y dx dy = A\bar{y} = 0 \quad (\text{A.44})$$

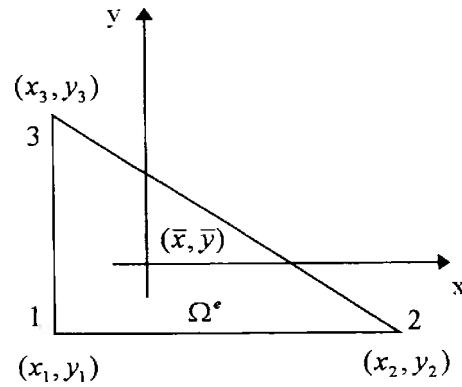


Figura A.4: Coordenadas de um elemento triangular.

$$I_{11} = \int_{\Delta} xy dx dy = \frac{A}{12} \left(\sum_{i=1}^3 x_i y_i \right) \quad (\text{A.45})$$

$$I_{20} = \int x^2 dx dy = \frac{A}{12} \left(\sum_{i=1}^3 x_i^2 \right) \quad (\text{A.46})$$

$$I_{02} = \int y^2 dx dy = \frac{A}{12} \left(\sum_{i=1}^3 y_i^2 \right) \quad (\text{A.47})$$

Agora usando as funções de interpolação linear ψ_i , dada por A.27, e observando que:

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial x} = \frac{\beta_i}{2A} \quad (\text{A.48})$$

e

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial y} = \frac{\gamma_i}{2A} \quad (\text{A.49})$$

calcula-se as matrizes das equações A.32 e A.37:

$$S_{ij}^{11} = \frac{1}{4A} \beta_i \beta_j \quad (\text{A.50})$$

$$S_{ij}^{12} = \frac{1}{4A} \beta_i \gamma_j \quad (\text{A.51})$$

$$S_{ij}^{22} = \frac{1}{4A} \gamma_i \gamma_j \quad (\text{A.52})$$

$$S_{ij} = \frac{1}{4A} \left\{ (\alpha_i \alpha_j) + \frac{1}{A} [I_{20} \beta_i \beta_j + I_{11} (\gamma_i \beta_j + \gamma_j \beta_i) + I_{02} \gamma_i \gamma_j] \right\} \quad (\text{A.53})$$

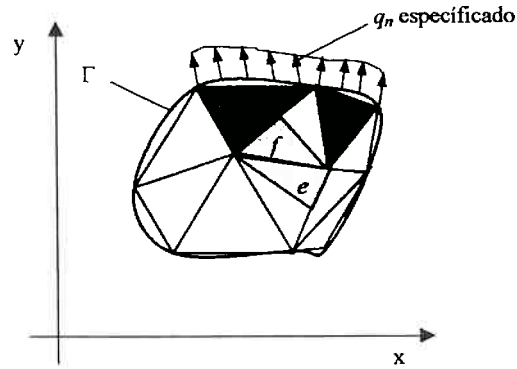
$$f_i^e = \frac{1}{2} f \alpha_i \quad (\text{A.54})$$

Como as coordenadas dos nós dos elementos finitos são conhecidas, calcula-se, por intermédio da equação A.28, as constantes α_i , β_i e γ_i , e efetua-se a substituição destas nas equações A.50 ~ A.54, para obter as matrizes dos elementos.

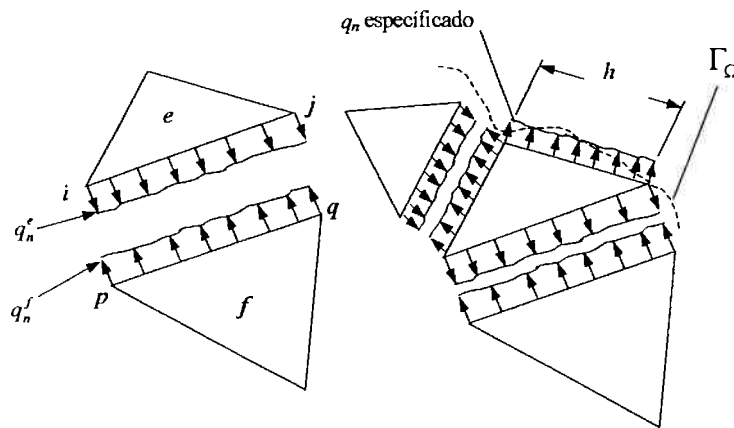
A.4.5 Cálculo da Integral de contorno

Agora, admitindo que q_n^e seja função da distância s ao longo da fronteira Γ^e , calcula-se a integral sobre a fronteira do elemento dada pela equação A.38. Observa-se que, quando uma parcela da fronteira Γ^e do elemento não coincide com a fronteira Γ do domínio Ω , não é necessário o cálculo da integral, isto porque, para as partes de Γ^e que estão no interior do domínio, e quando os lados (i, j) do elemento e e (p, q) do elemento f são coincidentes, por exemplo na interface dos elementos e e f , a parcela q_n^e do lado (i, j) do elemento e cancela-se com a respectiva parcela q_n^f do lado (p, q) do elemento f . Isto pode ser interpretado como o equilíbrio interno do sistema (Figura A.5b). Quando Γ^e coincide com a fronteira do domínio, implica

que, ou q_n^e é conhecido e geralmente, é função de s ou é uma incógnita a ser determinada. Na segunda hipótese a variável primária será especificada sobre a parte da fronteira onde q_n não é especificado (Figura A.5c).



(a) domínio Ω discretizado.



(b) condição de equilíbrio na interface.

(c) determinação de q_n em Γ_Ω .

Figura A.5: Determinação de q_n sobre a fronteira Γ_Ω e condição de equilíbrio entre elementos.

A fronteira Γ^e de um elemento bidimensional linear é um conjunto de elementos unidimensionais lineares. Deste modo, calcula-se sobre a fronteira Γ^e uma integral de linha. Por exemplo, dado um elemento finito que possui uma parte de sua fronteira situada sobre a fronteira do domínio (Figura A.5a), e considerando-se que nesta região q_n é conhecido, então:

$$\int_0^h q_n(s) \psi_i(s) ds \equiv Q_i \tag{A.55}$$

é a contribuição de q_n para o i -ésimo nó. Na equação A.55 h representa o comprimento do lado do elemento que está sujeito a ‘força’ q_n e $\psi_i(s)$ são funções de interpolação unidimensionais. Quando $\psi_i(x, y)$ são funções lineares implica que, $\psi_i(s)$ são também funções lineares, e neste caso $i = 1, \dots, 2$, vide figura A.6 e equações A.56 e A.57. Quando $\psi_i(x, y)$ são funções quadráticas, então $\psi_i(s)$ são também, funções quadráticas e $i = 1, 2, \dots, 3$.

$$\psi_1(s) = 1 - \frac{s}{h} \tag{A.56}$$

$$\psi_2(s) = \frac{s}{h} \tag{A.57}$$

Por exemplo utilizando as equações A.55, A.56 e A.57, tem-se:

$$Q_i = \begin{cases} \int_0^h q_n \psi_i ds & \text{para qualquer } q_n \\ \frac{q_n h}{2} & \text{para } q_n \text{ const} \end{cases} \tag{A.58}$$

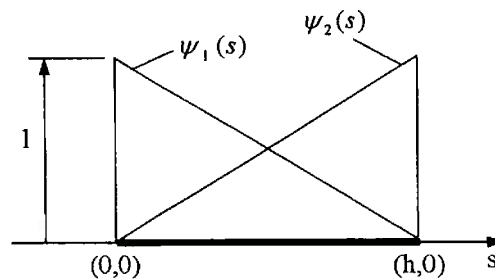


Figura A.6: Fronteira Γ_e de um elemento finito.

A.4.6 Montagem da matriz de rigidez e do vetor de forças

Para a montagem da matriz de rigidez e do vetor de forças do sistema global, deve-se primeiramente, especificar a ordenação global das equações. Para isto constrói-se uma matriz, chamada de matriz de armazenamento AM , que relaciona o número de graus de liberdade por nós i e o número global de nós NN com o número global de equações P :

$$AM(i, NN) = \begin{cases} P & \text{se } NN \in \eta - \eta_{gi} \\ 0 & \text{se } NN \in \eta_{gi} \end{cases} \quad (\text{A.59})$$

onde $1 \leq P \leq n_{eq}$. Sendo n_{eq} o número de equações resultantes do sistema após a imposição das condições de contorno q_n :

$$n_{eq} = NN \cdot i - r \quad (\text{A.60})$$

onde em A.60 r é a dimensão do conjunto η_{gi} . Na equação A.59 η e η_{gi} representam os respectivos conjuntos de numeração global e de nós cujo valor q_n é conhecido:

$$\eta = \{1, 2, \dots, NN\} \quad (\text{A.61})$$

$$\eta_{gi} = \{q_n^{NN}\}^r \quad (\text{A.62})$$

E a matriz que representa a relação entre a numeração global NN , a numeração local n e o número de elementos e é dada por:

$$TT(n, e) = NN \quad (\text{A.63})$$

Define-se agora, a matriz que relaciona o número de graus de liberdade i , o número de nós local n e o número de elementos e com o número global de equações P :

$$P = LM(i, n, e) \tag{A.64}$$

Para efeito de ilustração da montagem de uma matriz de rigidez e de um vetor de forças, considere um domínio de estudo discretizado por e elementos triangulares, de n nós por elemento e com número global de nós NN , figura A.7.

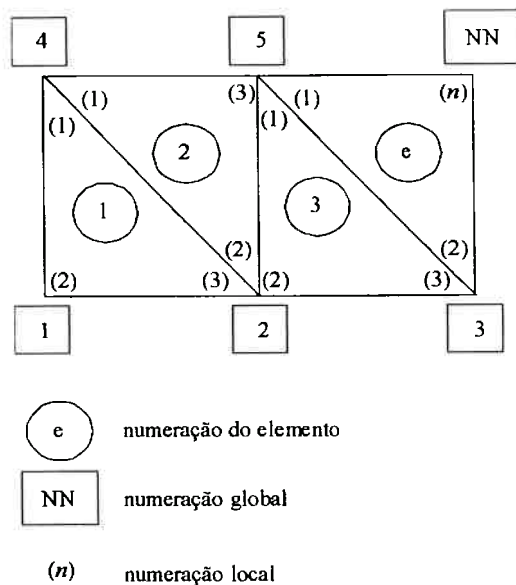


Figura A.7: Malha de 03 nós por elemento, elementos triangulares, numeração local e global e número de elementos.

Admite-se ainda, que neste caso o sistema possui apenas um grau de liberdade i por nó, e que as condições de contorno q_n são especificadas nos nós 1 e 4. Por

intermédio da figura A.7 e mediante as equações A.59 ~ A.63, obtém-se a matriz de rigidez global K e o vetor de forças global F . Isto é feito da seguinte maneira:

1) constrói-se a matriz de armazenamento AM , de A.59 ~ A.62 tem-se:

$$\eta = \{1,2,3,4,5,6\} \tag{A.65}$$

$$\eta_g = \{1,4\}^2 \tag{A.66}$$

$$n_{eq} = 4 \tag{A.67}$$

		Número global de nós NN					
		1	2	3	4	5	NN ($NN = 6$)
$\{i = 1$	0	1	2	0	3	4	$n_{eq} = 4$
	$AM(i, NN)$						

Tabela A.1: Matriz de armazenamento AM .

2) da equação A.63 tem-se:

		Número de elementos (e)				
		1	2	3	4	$(n_{el} = 4)$
Numeração local (n)	1	4	4	5	5	
	2	1	2	2	3	
	3	2	5	3	6	
		$TT(n, e)$				

Tabela A.2: Relação entre numeração global e local.

3) e de A.64 tem-se:

		Número de elementos (e)					
		1	2	3	4	($n_{el} = 4$)	
Numeração	local (n)	1	$i = 1$	0	0	3	3
		2	$i = 1$	0	1	1	2
		3	$i = 1$	1	3	2	4
		$LM(i, n, e)$					

Tabela A.3: Número global de equações P .

4) e valendo-se da tabela A.3, tem-se:

$$\left. \begin{aligned} LM(1, e) &= 3 \\ LM(2, e) &= 1 \\ LM(3, e) &= 2 \\ LM(3, e) &= 4 \end{aligned} \right\} \quad (A.68)$$

5) pela equação A.68 tira-se a contribuição para a matriz de rigidez global K e para o vetor de forças global F :

$$\left. \begin{aligned} K_{11} &\leftarrow K_{11} + k_{22}^e \\ K_{12} &\leftarrow K_{12} + k_{23}^e \\ K_{13} &\leftarrow K_{13} + k_{21}^e \\ K_{14} &\leftarrow K_{14} + k_{23}^e \\ K_{22} &\leftarrow K_{22} + k_{33}^e \\ K_{23} &\leftarrow K_{23} + k_{31}^e \\ K_{24} &\leftarrow K_{24} + k_{33}^e \\ K_{33} &\leftarrow K_{33} + k_{11}^e \\ K_{34} &\leftarrow K_{34} + k_{13}^e \\ K_{44} &\leftarrow K_{44} + k_{33}^e \end{aligned} \right\} \quad (A.69)$$

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= F_1 + F_2^e \\ F_2 &= F_2 + F_3^e \\ F_3 &= F_3 + F_1^e \\ F_4 &= F_4 + F_3^e \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.70})$$

onde a matriz de rigidez, dada por A.69, é simétrica, F_n^e é dada por A.19 e no presente caso $n = 1,2,3$.

A.5 Problemas variáveis no tempo

Nesta etapa aplica-se o Método dos Elementos Finitos a problemas bidimensionais variáveis no tempo. Um exemplo de um problema bidimensional variável no tempo é o estudo de campos eletromagnéticos dinâmicos (CARDOSO, 1985). Em problemas variáveis no tempo os parâmetros indeterminados u_j , na equação A.13, são funções do tempo t , ao passo que os ψ_j são funções das coordenadas espaciais x, y . Isto implica diretamente, em uma solução em duas etapas, sendo que a ambas aplicam-se métodos aproximados. Primeiramente encontra-se a solução espacial e seqüencialmente, a solução dependente do tempo. Este processo é comumente chamado de aproximação semidiscreta no espaço.

A.5.1 Aproximação semidiscreta

A aproximação variacional semidiscreta no espaço é feita de maneira similar à efetuada para o problema invariante no tempo. Este processo resulta em um conjunto de equações diferenciais ordinárias no tempo, que devem ser futuramente aproximadas para obter-se um conjunto de equações algébricas.

Valendo-se da equação A.4, porém nesta etapa admite-se que esta é variante no tempo:

$$c_1 \frac{\partial u}{\partial t} + c_2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(c \frac{\partial u}{\partial x} + d \frac{\partial u}{\partial y} \right) + eu - f = 0 \quad (\text{A.71})$$

e desenvolve o modelo variacional de A.71:

$$\int_{\Omega'} v \left[c_1 \frac{\partial u}{\partial t} + c_2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(c \frac{\partial u}{\partial x} + d \frac{\partial u}{\partial y} \right) + eu - f \right] dx dy = 0 \quad (\text{A.72})$$

seqüencialmente aplica-se a relação dada por A.11 nas seguintes parcelas de A.72:

$$\int_{\Omega'} v \frac{\partial}{\partial x} \left(a \frac{\partial u}{\partial x} \right) dx dy = - \int_{\Omega'} \frac{\partial v}{\partial x} \left(a \frac{\partial u}{\partial x} \right) dx dy + \oint_{\Gamma'} \hat{n}_x \left(a \frac{\partial u}{\partial x} \right) v ds \quad (\text{A.73})$$

$$\int_{\Omega'} v \frac{\partial}{\partial x} \left(b \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx dy = - \int_{\Omega'} \frac{\partial v}{\partial x} \left(b \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx dy + \oint_{\Gamma'} \hat{n}_x \left(b \frac{\partial u}{\partial y} \right) v ds \quad (\text{A.74})$$

e repete-se o processo para a direção y . Após isto, substitui-se as parcelas para a direção x , dadas por A.73 e A.74, conjuntamente com as respectivas parcelas derivadas para a direção y na equação A.72, donde obtém-se:

$$\int_{\Omega'} \left[c_1 v \frac{\partial u}{\partial t} + c_2 v \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial v}{\partial x} (\Pi_1) + \frac{\partial v}{\partial y} (\Pi_2) + evu \right] dx dy - \int_{\Omega'} v f dx dy - \oint_{\Gamma'} v q_n ds = 0 \quad (\text{A.75})$$

onde q_n , Π_1 e Π_2 são dadas, respectivamente, por A.5, A.9 e A.10.

Como foi mencionado, para problemas variáveis no tempo, a equação A.13 assume a seguinte característica:

$$u(x, t) = \sum_{j=1}^n u_j(t) \psi_j(x, y) \quad (\text{A.76})$$

e

$$v = \psi_i(x, y) \quad (\text{A.77})$$

Agora substituindo as equações A.76 e A.77 na equação A.75, obtém-se a seguinte equação diferencial matricial para o elemento:

$$[M^e]\{\ddot{u}\} + [C^e]\{\dot{u}\} + [K^e]\{u\} = \{F^e\} \quad (\text{A.77})$$

onde

$$M_{i,j}^e = \int_{\Omega^e} c_2 \psi_i \psi_j dx dy \quad (\text{A.78})$$

$$C_{i,j}^e = \int_{\Omega^e} c_1 \psi_i \psi_j dx dy \quad (\text{A.79})$$

e $K_{i,j}^e$ e F_i^e são dadas, respectivamente, por A.18 e A.19.

Seqüencialmente, utilizando os passos descritos no subitem A.3.6, monta-se as matrizes globais, e isto resulta na seguinte equação diferencial matricial para o domínio de estudo:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (\text{A.80})$$

A equação A.80 pode ser analisada da seguinte maneira:

$$[C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad \text{para } 0 < t \leq T_0 \quad (\text{A.81})$$

para equações que envolvem derivadas temporais de primeira ordem, e:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad \text{para } 0 < t \leq T_0 \quad (\text{A.82})$$

para equações que possuem derivadas temporais de segunda ordem. Seqüencialmente mostra-se um método de aproximação para as equações A.81 e A.82.

A.5.2 Aproximação temporal para uma equação de primeira ordem variante no tempo

Considerando a equação A.81, e introduzindo a seguinte família de aproximação θ :

$$\theta \{ \dot{u} \}_{n+1} + (1-\theta) \{ \dot{u} \}_n = \frac{\{ u \}_{n+1} - \{ u \}_n}{\Delta t_{n+1}} \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq 1 \quad \text{A.83}$$

onde $\{ \cdot \}_n$ representa o valor da quantidade entre as chaves calculada no instante $t = t_n = \sum_{i=1}^n \Delta t_i$, e $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$ é o n-ésimo intervalo de tempo. Quando o intervalo de tempo considerado $[0, T_0]$ é igualmente espaçado, então $t_n = n\Delta t$. Com base na equação A.83 pode-se obter, dependendo do valor assumido para θ , os seguintes esquemas de aproximação:

$$\theta = 0 \quad \text{método da diferença para frente ou método de EULER} \quad \text{(A.84)}$$

este método é condicionalmente estável,

$$\theta = \frac{1}{2} \quad \text{método de Crank-Nicolson} \quad \text{(A.85)}$$

$$\theta = \frac{2}{3} \quad \text{método de Galerkin} \quad \text{(A.86)}$$

estes métodos são incondicionalmente estáveis, e

$$\theta = 1 \quad \text{método da diferença para trás} \quad \text{(A.87)}$$

que também é condicionalmente estável.

Substituindo a aproximação dada pela equação A.83 na equação A.81, e considerando os instantes t_n e t_{n+1} obtém-se:

$$[C]\{u\}_{n+1} = [C]\{u\}_n + \theta\Delta t_{n+1}(\{F\}_{n+1} - [K]\{u\}_{n+1}) + (1-\theta)\Delta t_{n+1}(\{F\}_n - [K]\{u\}_n) \quad (\text{A.88})$$

agora rearranjando os termos de A.88 para escrever $\{u\}_{n+1}$ em termo de $\{u\}_n$, tem-se:

$$\{u\}_{n+1} = [\hat{C}]^{-1} [\hat{K}]\{u\}_n + [\hat{F}] \quad (\text{A.89})$$

onde

$$[\hat{C}] = [C] + \theta\Delta t_{n+1} [K] \quad (\text{A.90})$$

$$[\hat{K}] = [C] - (1-\theta)\Delta t_{n+1} [K] \quad (\text{A.91})$$

$$[\hat{F}] = \Delta t_{n+1} [\theta\{F\}_{n+1} + (1-\theta)\{F\}_n] \quad (\text{A.92})$$

A solução no instante $t = t_{n+1}$ é obtida em razão da solução no instante $t = t_n$. No instante $t = 0$ a solução é obtida valendo-se das condições iniciais do problema, e deste modo, a equação A.89 pode ser usada para determinar a solução no instante $t = \Delta t_1$. O vetor coluna $\{F\}$ é conhecido em todos os instantes de tempo, então $\{F\}_{n+1}$ é previamente determinado.

Deve-se observar que a precisão da solução aproximada depende diretamente do intervalo de tempo Δt , e quanto menor este for, melhor será o resultado aproximado, porém, na prática, dependendo do caso em análise utiliza-se, para reduzir o tempo de computação, o maior intervalo de tempo possível. Contudo, um grande intervalo de tempo tanto diminui a precisão da solução, quanto pode causar

oscilações numéricas não desejadas nesta. Assim, para assegurar a estabilidade da solução, faz-se uma estimativa do maior intervalo de tempo possível. A análise da estabilidade da equação A.89 mostra que esta é estável e não possui oscilações se e somente se os menores autovalores λ da equação

$$|[\hat{K}] - \lambda[\hat{C}]| = 0 \quad (\text{A.93})$$

são positivos. Mais especificamente tem-se que, para:

$$0 < \lambda < 1 \quad (\text{A.94})$$

o sistema é estável e não possui oscilações, para:

$$-1 < \lambda < 0 \quad (\text{A.95})$$

o sistema é estável, porém, possui oscilações, e para:

$$\lambda < -1 \quad (\text{A.96})$$

o sistema é instável.

Mostra-se que os métodos de Galerkin e de Crank-Nicolson são métodos estáveis, e podem ocorrer oscilações numéricas, contudo, eles nunca se tornam instáveis.

A.5.3 Aproximação temporal para uma equação de segunda ordem variante no tempo

Existem vários métodos de aproximação para a solução da equação A.82, sendo o método de integração direta de Newmark o mais usado. No método de Newmark a primeira derivada temporal $\{\dot{u}\}$ e a função $\{u\}$ são aproximadas pelas seguintes equações

$$\{\dot{u}\}_{n+1} = \{\dot{u}\}_n + [(1 - \alpha)\{\ddot{u}\}_n + \alpha\{\ddot{u}\}_{n+1}]\Delta t \quad (\text{A.97})$$

$$\{u\}_{n+1} = \{u\}_n + \{\dot{u}\}_n \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \{\ddot{u}\}_n + \beta \{\ddot{u}\}_{n+1} \right] (\Delta t)^2 \quad (\text{A.98})$$

onde α e β são parâmetros que controlam a precisão e a estabilidade da solução. A escolha de $\alpha = \frac{1}{2}$ e $\beta = \frac{1}{4}$ é conhecida por fornecer, em problemas lineares, uma solução incondicionalmente estável, o que corresponde ao método da aceleração média constante. O caso em que $\alpha = \frac{1}{2}$ e $\beta = \frac{1}{6}$ corresponde ao método da aceleração linear.

Agora substituindo as equações A.97 e A.98 na equação A.82, obtém-se:

$$\{u\}_{n+1} = [\hat{M}]^{-1} \{\hat{F}\}_{n,n+1} \quad (\text{A.99})$$

onde

$$[\hat{M}] = [K] + \alpha_0 [M] \quad (\text{A.100})$$

$$\{\hat{F}\} = \{F\}_{n+1} + [M](\alpha_0 \{u\}_n + \alpha_1 \{\dot{u}\}_n + \alpha_2 \{\ddot{u}\}_n) \quad (\text{A.101})$$

Uma vez que a solução de $\{u\}$, no instante $t_{n+1} = (n+1)\Delta t$, é conhecida, a primeira e a segunda derivada de $\{u\}$, no instante t_{n+1} , são determinadas da seguinte maneira:

$$\{\ddot{u}\}_{n+1} = \alpha_0 (\{u\}_{n+1} - \{u\}_n) - \alpha_1 \{\dot{u}\}_n - \alpha_2 \{\ddot{u}\}_n \quad (\text{A.102})$$

$$\{\dot{u}\}_{n+1} = \{\dot{u}\}_n + \alpha_3 \{\ddot{u}\}_n + \alpha_4 \{\ddot{u}\}_{n+1} \quad (\text{A.103})$$

onde

$$\alpha_0 = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \quad (\text{A.104})$$

$$\alpha_1 = \alpha_0 \Delta t \quad (\text{A.105})$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2\beta} - 1 \quad (\text{A.106})$$

$$\alpha_3 = (1 - \alpha)\Delta t \quad (\text{A.107})$$

A solução das equações A.99, A.102 e A.103 é iniciada impondo-se as condições iniciais $\{u\}_0$, $\{\dot{u}\}_0$ e $\{\ddot{u}\}_0$. Cabe ressaltar que nem sempre a condição $\{\ddot{u}\}_0$ é previamente conhecida, neste caso determina-se $\{\ddot{u}\}_0$ com base na equação A.82 para o instante $t = 0$.

Deve-se observar que, embora o método de Newmark seja incondicionalmente estável, isto é, a solução é estável para qualquer valor de Δt , porém ela pode ser imprecisa. Em decorrência disto é necessário determinar o valor admissível de Δt que assegure a precisão da solução. A seguinte equação fornece uma estimativa para Δt :

$$\Delta t = \frac{1}{\pi f_{\min}} \quad (\text{A.108})$$

onde f_{\min} é a menor frequência natural associada ao problema em análise. Uma outra maneira de se estimar Δt é considerar que o menor autovalor de

$$\left(\alpha_0 [M] - \lambda [\hat{M}] \right) \{u\} = 0 \quad (\text{A.109})$$

seja menor do que 1.

A.6 Aplicação do Método dos Elementos Finitos em Sistemas Elétricos e Eletromagnéticos

Como foi mencionado, na introdução deste apêndice, o Método dos Elementos Finitos pode ser utilizado para a solução de diversos problemas físicos, sendo que o mesmo deve ser representado por uma equação diferencial. Deste modo, até aqui se apresentou o Método dos Elementos Finitos para a solução de uma equação diferencial genérica. Agora se particulariza a aplicação do Método dos Elementos Finitos para a solução de problemas Elétricos e Eletromagnéticos.

A.6.1 Equações de Maxwell

As quatro equações básicas da teoria eletromagnética, equações de Maxwell, são dadas por:

$$\oint E dl = - \int_s \frac{\partial B}{\partial t} ds \quad (\text{A.110})$$

esta é a primeira equação de Maxwell (lei de Faraday) na forma integral, que mostra que a integral do campo elétrico E [V/m], ao longo de um caminho fechado l , é igual ao negativo da taxa de variação do fluxo do campo magnético B através de qualquer superfície limitada pela curva. Como não se trata de uma superfície fechada, o fluxo do campo magnético pode ser diferente de zero. A lei de Faraday descreve o modo como as linhas de campo magnético se comportam em uma região na qual o campo magnético está variando e relaciona o vetor campo elétrico \vec{E} à taxa de variação do vetor campo magnético \vec{B} [Wb/m^2];

$$\oint H dl = I + \int_s \frac{\partial D}{\partial t} ds \quad (\text{A.111})$$

esta é a segunda equação de Maxwell (lei circuital de Ampère generalizada) na forma integral, que mostra que a integral do vetor intensidade magnética \vec{H} [A/m], ao longo de uma curva fechada l , é igual a soma de dois termos, sendo o primeiro a corrente I que atravessa a superfície limitada pela curva l e o segundo a taxa de variação do vetor deslocamento \vec{D} [C/m^3] através da mesma superfície;

$$\oint_s B ds = 0 \quad (\text{A.112})$$

$$\oint_S E ds = \frac{1}{\epsilon_o} Q_{\text{int}} \quad (\text{A.113})$$

estas são a terceira e a quarta equações de Maxwell, leis de Gauss para os campos magnético e elétrico, na forma integral. A terceira lei de Maxwell, equação A.112, mostra que o fluxo do campo magnético B através de uma superfície fechada é nulo. A quarta equação de Maxwell, equação A.113, mostra que o fluxo do campo elétrico através de uma superfície fechada é igual a carga no interior da superfície dividida pela permissividade dielétrica do vácuo ϵ_o [F/m].

O Método dos Elementos Finitos é aplicado para a solução de uma equação diferencial, por exemplo, como mostrado para a solução da equação A.4. Deste modo, é conveniente desenvolver as quatro equações de Maxwell na forma pontual ou diferencial. Isto é feito aplicando, nas formas integrais das quatro equações de Maxwell, os teoremas da divergência e de Stokes, que são dados respectivamente por:

$$\oint_S U ds = \int_V \nabla \cdot U dv \quad (\text{A.114})$$

$$\oint_S (\Delta x U) ds = \oint_S U dl \quad (\text{A.115}).$$

A primeira equação de Maxwell na forma pontual é obtida tomando-se por base a equação A.110, da seguinte maneira, aplica-se o teorema de Stokes, equação A.115, no lado esquerdo da equação A.110, e obtém-se:

$$\int_S (\nabla \times E) ds = - \int_S \frac{\partial B}{\partial t} ds \quad (\text{A.116})$$

onde as integrais de superfície podem ser tomadas sobre superfícies idênticas. As superfícies são perfeitamente gerais e podem ser escolhidas como diferenciais:

$$(\nabla \times E) ds = -\frac{\partial B}{\partial t} ds \quad (\text{A.117})$$

e

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (\text{A.118}).$$

A segunda equação de Maxwell, na forma pontual, é determinada por intermédio da equação A.111, de maneira análoga à utilizada para a determinação da equação A.118:

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (\text{A.119})$$

onde

$$J = \frac{I}{S} \quad (\text{A.120})$$

em A.120 J [A/m^2] é o vetor densidade de corrente e S [m^2] é a superfície.

A terceira e quarta equações de Maxwell na forma pontual são determinadas respectivamente, por meio das equações A.112 e A.113, aplica-se o teorema da divergência, dado por A.114, no lado direito das equações A.112 e A.113, e obtém-se:

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (\text{A.121})$$

$$\varepsilon_o (\nabla \cdot E) = \rho \quad (\text{A.122})$$

onde ρ [C/m^3] é a densidade volumétrica de cargas.

As equações auxiliares, que relacionam D à E e B à H e que são necessárias para definir e relacionar as quantidades que aparecem nas equações de Maxwell, são dadas por:

$$D = \varepsilon.E \quad (\text{A.123})$$

$$B = \mu H \quad (\text{A.124})$$

onde μ [H/m] é a permeabilidade magnética do meio.

A equação da continuidade, na forma pontual, é definida como:

$$\nabla \cdot J = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (\text{A.125})$$

e a lei de Ohm, ou corrente de condução, é dada por:

$$J = \sigma E \quad (\text{A.126})$$

sendo σ [$Mhos/m$] a condutividade.

Os respectivos potenciais elétrico e magnético V [V/m] e A [Wb/m] são extremamente úteis e relacionam-se com os campos elétrico e magnético segundo as seguintes equações:

$$E = -\nabla V - \frac{\partial A}{\partial t} \quad (\text{A.127})$$

$$B = \nabla \times A \quad (\text{A.128})$$

A.6.2 Casos de estudo

Utilizando as equações de Maxwell pode-se realizar vários estudos, sendo que os dois mais importantes são, no regime estacionário, ou seja, quando as variáveis em análise não são funções do tempo, o campo eletrostático e o campo magnetostático. Já, utilizando a equação da continuidade e a lei de Ohm estuda-se o campo de correntes estacionárias (eletrocinética).

Na eletrostática pode-se determinar, por exemplo, a distribuição do campo elétrico em um domínio de estudo, a capacitância de dispositivos de perfis irregulares e etc.

Na eletrocinética pode-se determinar as resistências ôhmicas em condutores de perfis irregulares, resistências de aterramento e resistência de isolação.

Na magnetostática aborda-se a distribuição do campo magnético no domínio de estudo, as perdas no ferro, a indutância do circuito magnético, as forças e os momentos que agem no equipamento, as regiões onde ocorrem saturações e etc.

Quando as variáveis em análise são funções do tempo, tem-se os problemas magnetodinâmicos, que são classificados em duas categorias, o regime lentamente variável e o regime rapidamente variável. No primeiro não é considerada a corrente de deslocamento, pois admite-se que a taxa de variação do vetor deslocamento \vec{D} é desprezível, já no segundo caso, também chamado de modelo de propagação, a corrente de deslocamento não é desconsiderada. O estudo do regime lentamente variável aplica-se à análise dos transitórios eletromagnéticos das máquinas elétricas rotativas e estacionárias, isto tem como objetivo a determinação dos parâmetros transitórios e dos esforços oriundos das correntes induzidas nos enrolamentos da máquina. Já no regime rapidamente variável aborda-se, por exemplo, o estudo do transitório em linhas de transmissão (CARDOSO, 1985).

Mediante a quarta equação de Maxwell na forma pontual, equação A.122, da relação dada por A.127 e considerando regime estacionário, uma região linear, isotrópica e homogênea, a permissividade dielétrica do meio ε não é afetada pela intensidade do campo elétrico, obtém-se a seguinte relação:

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (\text{A.129})$$

que é conhecida como equação de Poisson na eletrostática. Para o caso bidimensional, onde o campo elétrico não varia na direção perpendicular ao domínio de estudo, tem-se:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (\text{A.130})$$

Utilizando a equação da continuidade, a lei de Ohm e a relação dada por A.127, e considerando o caso invariante no tempo, obtém-se a equação de Poisson para a eletrocinética:

$$\nabla \cdot \sigma \nabla V = 0 \quad (\text{A.13A})$$

e que no caso bidimensional é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma \frac{\partial V}{\partial y} \right) = 0 \quad (\text{A.132}).$$

Agora, substituindo as equações A.127 e A.128 na segunda lei de Maxwell na forma pontual, dada pela equação A.119, utilizando as relações constitutivas A.123 e A.124 e considerando um meio homogêneo, obtém-se:

$$\nabla_x \nabla_x A = \mu \cdot J + \mu \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \left(-\nabla V - \frac{\partial A}{\partial t} \right) \quad (\text{A.133})$$

e, utilizando a seguinte identidade vetorial:

$$\nabla_x \nabla_x A = \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla^2 A \quad (\text{A.134})$$

tem-se:

$$\nabla^2 A - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = -\mu \cdot J + \nabla \left(\mu \varepsilon \frac{\partial V}{\partial t} + \nabla \cdot A \right) \quad (\text{A.135})$$

onde o segundo termo entre parênteses do lado direito da equação A.135 é identicamente nulo e é chamado de condição de Lorentz para o potencial:

$$\left(\nabla \cdot A + \mu \varepsilon \frac{\partial V}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{A.136})$$

esta condição reduz a equação A.135 à seguinte forma:

$$\nabla^2 A - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \mu \cdot J = 0 \quad (\text{A.137}),$$

que é denominada de equação de onda não-homogênea para o vetor potencial magnético \vec{A} (CHENG, 1993). Para o caso magnetostático tem-se:

$$\nabla^2 A + \mu \cdot J = 0 \quad (\text{A.138})$$

porém na magnetostática tem-se a presença de meios ferromagnéticos e, neste caso, a permeabilidade magnética μ passa a ser função do campo magnético, esta deixa de ser constante. Em decorrência disto a equação A.138 é reescrita como:

$$\nabla^2 \nu A + J = 0 \quad (\text{A.139})$$

onde

$$\nu = \frac{1}{\mu} \quad (\text{A.140})$$

é a relutividade do meio. Para o caso bidimensional, onde se considera que as correntes fluem na direção perpendicular ao plano do domínio de estudo, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) + J = 0 \quad (\text{A.141})$$

O tratamento da não linearidade, imposta pelos meios ferromagnéticos na equação A.141, é abordada em CARDOSO (1995).

As equações A.130, A.132, A.137 e A.141 são resolvidas, por exemplo, pelo Método dos Elementos Finitos. Supondo que se queira resolver, por exemplo a equação A.137, utilizando o desenvolvimento mostrado para a solução da equação A.71, então, por comparação entre estas equações tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} c_1, b, c, e = 0 \\ c_2 = -\mu\mathcal{E} \\ f = \mu J \\ u = A(x, y, t) \end{array} \right. \quad (\text{A.142})$$

onde as condições de contorno são dadas por A.5 e A.6 e a condição inicial é:

$$A(x, y, 0) = A_0 \quad (\text{A.143})$$

As referências WILLIAN (1994) e TIPLER (1999) são indicadas para maiores detalhes sobre a teoria eletromagnética. Para maiores detalhes a respeito do Método dos Elementos Finitos sugere-se as referências CARDOSO (1985); ZIENKIEWICZ (1991); REDDY (1993); HUGHES et. al. (1994) e SILVESTER; FERRARI (1996).

BIBLIOGRAFIA

- [1] ALLAIRE, P.E ; MASLEN, E.H ; KIM, H.C ; BEARSON, G.B ; OLSEN, D.B. Design of a magnetic bearing-supported prototype centrifugal artificial heart pump. **STLE TRIBOLOGY Transactions**, Vol. 39, No.3, pp. 663-669, 1996.
- [2] ACKERMANN, J. **Robust control: the parameter space approach**. 2.ed. Springer-Verlag, 2002. 483p.
- [3] AKOUN, G. ; YONNET, J.P. 3D Analytical calculation of the forces exerted between two cuboidal magnets. **IEEE Trans. on Mag.**, Vol. 20, No.5, pp. 1962 – 1964, September 1984.
- [4] ASTRÖM, K.J. ; HÄGGLUND, T. **PID controllers: Theory, Design and Tuning**. Instrument society of America, 1995.
- [5] BITTAR, A. **Levitação magnética de uma barra flexível**. São Paulo, 1993. 158p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- [6] BISHOP, R.H.; DORF, R.C. **Modern control systems**. 8.ed. Addison-Wesley Longman, Inc.,1998. 855p.
- [7] BOLTON, W. **Engenharia de controle**. Trad. de Valceres Vieira Rocha e Silva. 1.ed. São Paulo, Makron Books, 1995. 497p.
- [8] BEER, F.P ; JOHNSTON, E.R. **Mecânica vetorial para engenheiros**. Trad. De Mário Alberto Tenan ; revisão técnica Giogio E.O Giacaglia. 5.ed. São Paulo, Makron, McGraw-Hill, 1991. 982p.
- [9] BRAUNBECK, W. Free suspension of objects by electric and magnetic fields. **Z. Phys.**, 1939, 112, pp. 753 – 763.
- [10] CHARARA, A.; DE MIRAS, J ; CARON, B. Nonlinear control of a magnetic levitation system without premagnetization. **IEEE Trans. on Control system technology**, Vol. 4, No. 5, pp513.-523, 1996.
- [11] CAMPBELL, P. **Permanent magnet materials and their applications**. Vol. 1, Cambridge University Press, 1994. 191p.
- [12] CARDOSO J.R. **Problemas de campos eletromagnéticos estáticos e dinâmicos: uma abordagem pelo método dos elementos finitos**. São Paulo, 1985. 159p. Tese Doutorado – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

- [13] CARDOSO J.R. **Introdução ao método dos elementos finitos para engenheiros eletricitas.** 1995.
- [14] CASTRUCCI, P.B.L ; CURTI, R. **Sistemas não lineares.** São Paulo, Edgar Blucher, 1981. 156p.
- [15] CASTRUCCI, P.B.L ; SALES, R.M. **Controle digital.** São Paulo, Edgar Blucher, 1990. 171p.
- [16] CHENG D.K. **Fundamentals of engineering electromagnetics.** New Jersey, Prentice-Hall, 1993. 495p.
- [17] CHEN, C. ; ANTAKI, J. ; LUDLOW, J. ; BEARNSON, G. Optimal design of permanent magnet bearing with application to the heartquest ventricular assist device. Proc. of the 8th ISMB (2002), p. 555 - 560.
- [18] CHEN, H.M ; WALTER, T. A rotor controlled magnetic bearing. Proc. of the 8th ISMB (2002), p. 21 - 26.
- [19] CRUZ, J.J.D. **Controle robusto multivariável.** Edusp, São Paulo, Brasil, 1996. 168p.
- [20] D'AZZO, J.J. ; HOUPIS, C.H. **Linear control systems analysis and design.** McGraw – Hill, Inc., 1981.
- [21] DELAMARE, J. ; YONNET, J.P. ; RULLIERE, E. A compact magnetic suspension with only one axis control. **IEEE Trans. on Mag.**, Vol. 30, No.6, pp. 4746-4748, 1994.
- [22] DELAMARE, J. **Suspensions magnétiques partiellement passives.** Thèse de doctorat, INPG, Grenoble, France, January 1994.
- [23] DONHA, D.C. **Sistemas de controle marítimos.** Associate professor thesis, Polytechnic of São Paulo., São Paulo, Brazil, February 2000.
- [24] EARNSHAW, S. On nature of molecular forces. **Trans. Cambridge philosophical society**, Vol. 17 – Part 1, pp. 97-112, 1939.
- [25] EDWARD, A.K. ; JOHN, P.B. Magnetic repulsion bearing for turbine engines. **IEEE Trans. on Mag.**, Vol. 24, No.6, pp. 3141 – 3143, November 1988.
- [26] ELLIS, G. **Control system design guide.** 2.ed. Academic Press, San Diego, 2000. 465p.
- [27] FUMIO, M. ; TAKESHI, Y. System modeling and control design of a horizontal-shaft magnetic bearing. **IEEE Trans. on Mag.**, Vol. 22, No.3, pp. 196-203, May 1986.

- [28] FALCONE, G.F. **Eletromecânica**. São Paulo, Edgar Blucher, 1985.
- [29] GANGBING, S. ; RANJAN, M. Integrated adaptive robust control of active magnetic bearing. **IEEE Trans. on Mag.**, Vol. 22, No.3, pp. 1784-1790, 1996.
- [30] GAST, A. ; MIRAHMADI. ; WAGNER, F.E. Directivity and stability of coaxial permanent magnetic systems. V.2 at the **Fifth International Workshop on Rare Earth-Cobalt Permanent Magnets and their Applications**, Roanoke, VA, June 1981.
- [31] GENTA, G. **Vibration of structures and machines**. 3.ed. Springer-Verlag New York, 1998. 591p.
- [32] GREEN, S.A. ; CRAIG, K.C. Robust, digital, nonlinear control of magnetic – levitation systems. **Transactions of the ASME**, Vol. 120, pp. 488 – 495, December 1998.
- [33] GRIMBLE, M.J. **Robust industrial control**. Prentice Hall, Hemel Hempstead, 1994.
- [34] HORIKAWA, O.; SATO, K.; SHIMOKOHBE, A. An active air journal bearing. **Nanotechnology**, 3, pp.84-90, 1992.
- [35] HOUPIS, C.H ; LAMONT, G.B. **Digital control systems theory**. Hardware, Software, McGraw-Hill, Int. Student Ed.,1985.
- [36] HUGHES T. J. R. ; ONATE, E. ; ZIENKIEWICZ, O. C. **Recent developments in finite element analysis, A book dedicated to Robert L. Taylor**. Int. Center, Barcelona, 1994. 317p.
- [37] JAYAWANT, B.V. Electromagnetic suspension and levitation. **IEE PROC.**, Vol. 129, Pt. A, No. 8, November 1982.
- [38] JOUNG, Y.S.C. CHANG, I.B ; HAN, D.C. An experimental study on the high precision linear motion table with magnetic bearing suspension. **Proceedings of ASPE 10'th Annual Meeting**, Oct. 1995, pp. 328.
- [39] JOUNG, Y.H.J.A. ; KIM, O.S. ; CHANG, I.B. ; HAN, D.C. A study on a high precision linear motion table with magnetic bearing suspension. **Proceedings of ASPE 11'th Annual Meeting**, Oct. 1996, pp. 328.
- [40] KAPLAN, W. **Cálculo avançado** . Trad. de Frederic Tsu. Vol. 1 e 2, 4ed., São Paulo, Edgard Blücher, 1972. 750p

- [41] KIM, O.S. ; AHN, H.J. ; JOUNG, Y.S.C. ; HAN, D.C. Micropositioning of a linear motion table with magnetic bearing suspension. **Proceedings of ASPE 12'th Annual Meeting**, Oct. 1997, pp. 406.
- [42] KRAUS, J.D.; CAVER, K.R. **Eletromagnetismo**. Trad. de Weber Figueiredo da Silva. 2.ed. Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1978.
- [43] KOSKINEN, H. Fuzzy control schemes for active magnetic bearings. **Proceedings of the FLAP'93**, Linz, Austria, June 1993.
- [44] KURT, G. **Manual de fórmulas técnicas**. Trad. de Carlos Antônio Lauand. 3.ed. São Paulo, Hemus, 1992.
- [45] KUO, B.C. **Automatic control systems**. 7.ed. Prentice Hall, Inc.,1995. 897p.
- [46] KIKUCHI, S. ; TSURUMOTO, K. Trial construction of a new magnetic skew gear using permanent magnet. **IEEE Trans. on Mag.**, Vol. 30, No.6, pp. 4767 – 4769, November 1994.
- [47] KIM, C.S. ; LEE, C.W. Isotropic optimal control of active magnetic bearing system. **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, Vol.118, pp. 721 – 726, December 1996.
- [48] KONKOLA, P.T. ; TRUMPER, D.L. Magnetic bearing Stages for Electron Lithography. Proc. of the 8th ISMB (2002), p. 567 - 573.
- [49] LANGFORD, J. **Radio designer's handbook**. London, Iliffe books LTD, 1967.
- [50] LALANNE, M.; FERRARIS, G. **Rotordynamics predictions in engineering**. 2.ed. John Wiley & Sons Ltd ,1997. 254p.
- [51] LEE, C.W. ; JEONG, H.S. Dynamic modeling and optimal control of cone-shaped active magnetic bearing systems. **Control Eng. Practice**, Vol. 4, No.10, pp. 1393 – 1403, 1996.
- [52] LEWIS, P.H. ; YANG, C. **Basic control systems engineering**. 1.ed. Prentice Hall, Inc.,1997. 450p
- [53] LICHUAN, L. ; SHINSHI, T. ; SHIMOKOHBE, A. State feedback control for active magnetic bearings based on current change rate alone. **IEEE Trans. on Mag.**, Vol. 40, No.6, pp. 3512 – 3517, November 2004.
- [54] LICHUAN, L. ; SHINSHI, T. ; KUROKI, J. ; SHIMOKOHBE, A. A simple and miniaturized bearing for cost-sensitive applications. Proc. of the 8th ISMB (2002), p. 561 - 565.

- [55] MARION-PÉRA, M.C. ; YONNET, J.P. Study of a permanent magnetic arrangements for superconducting passive bearings. **IEEE Trans. on Mag.**, Vol. 30, No.6, pp. 4743-4745, November 1994.
- [56] MARINESCU, M. ; MARINESCU, N. TENBRINK, J. ; KRAUTH, H. Passive axial stabilization of a magnetic radial bearing by superconductors. **IEEE Trans. On Mag.** , Vol. 25, No.5, pp. 3233 – 3236, September 1989.
- [57] MARCIO, S. ; DARREN, M.D. Nonlinear control of active magnetic bearings: A backstepping approach. **IEEE Trans. on Control system technology**, Vol. 4, No. 5, pp545-552, 1996.
- [58] MARKERT, R. ; SKRICKA, N. ; ZHANG, X. Unbalance compensation on flexible rotors by magnetic bearing using transfer functions. Proc. of the 8th ISMB (2002), p. 417 - 422.
- [59] MILLMAN, J. ; HALKIAS, C.C. **Eletrônica : dispositivos e circuitos**. Trad. de Elédio José Robalinho. 2.ed. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1981.
- [60] MOLENAAR, A. ; AUER, F. ; VAN BEEK, H.F. Application of magnetic bearing for contactless ultra high precision positioning. **Proceedings of the Fifth International Symposium on Magnetic Bearings, 5ISMB**, Kanazawa, Japan, pp. 441 – 445, 1996.
- [61] MOLENAAR, A. ; VAN BEEK, H.F. Minimization of the air gap in electromagnetic systems for levitation and propulsion through the application of high μ_r winding material. **Conference Proceedings Actuator 96, AXON Technology Consult GmbH**, Bremen, D, pp. 450 – 453, 1996.
- [62] MUKHOPADHYAY, S.C. ; OHJI, T.S. ; YAMADA. S. ; MATSUMURA, F. Disturbance attenuation and faster stabilization via permanent magnet placement on repulsion type magnetic bearing. **Proc. of IEEE PEDS**, Vol.1, pp. 255 – 261, Singapore, May 26 – 29, 1997.
- [63] NONAMI, K. ; LIU, Zi.-he. Zero power nonlinear control of magnetic bearing system. Proc. of the 8th ISMB (2002), p. 83 - 89.
- [64] OHKAMI, Y.; OKAMOTO, O.; KIDA, T.; MURAKAMI, C.; NAKAJIMA, A. A comparison study of various types of magnetic bearings utilizing permanent magnets. V.1 at the **Fifth International Workshop on Rare Earth-Cobalt Permanent Magnets and their Applications**; Roanoke, VA, June 1981.
- [65] O'CONNOR, L. Active magnetic bearing give systems a lift. **Mechanical Engineering**, Vol. 114, No. 7, pp.52-57, Jul. 1992.
- [66] ORSINI, L.Q. **Eletromagnetismo**. São Paulo, EPUSP, 1984.

- [67] OWEN, J.C ; ZAMES, G. Robust H_∞ disturbance minimization by duality. **Systems and Control Letters**, pp. 255 – 263, 1992.
- [68] REDDY, J.N. **An introduction on the finite element method**. 2.ed. McGraw-Hill Companies, Inc., 1993. 495p.
- [69] ROTERS, H.C. **Electromagnetic devises**. 1.ed. New York, Jonh Wiley and Sons Inc., 1941.
- [70] RODRIGUES, A.L. Os materiais magnéticos permanentes na construção de máquinas elétricas. **Eletricidade**, Vol.32, No. 245, pp. 201-211, Maio 1988.
- [71] SANDERS, M.J. **A new linear active magnetic suspension configuration; a permanent magnet biased no-coplanar circuit**. Master's Thesis, Lab. for micro engineering, TU Delf, 1997.
- [72] SANG, H.L. ; JEEUK, C. M. ; SANG, W.L. ; OUI, S.K. ; IN, B.C. ; DONG, C.H. Design of novel permanent magnet biased linear magnetic bearing and its application to high-precision linear stage. Proc. of the 8th ISMB (2002), p. 543 - 548.
- [73] SHINSHI, T. ; SATO, K. ; MURAI, S. ; SHIMOKOHBE, A. Noncontact precision positioning by electromagnetic actuators. **Japan/USA Symposium on Flexible Automation**, Vol. 2, pp. 1151 – 1157, ASME 1996.
- [74] SHINSHI, T ; CHOI, K.B. ; CHO, Y.G. ; LI, L. SHIMOKOHBE. A. Stabilization of permanent magnet repulsive forces type levitation table with one degree-of-freedom control. Proc. of the 6th ISMST. (2001).
- [75] SHIMOKOHBE, A. The state of the art of nano-meter motion control in Japan. **Industrial Measurements & Automation, Proceedings of TIMA-96**, pp. 2 – 8, 1996.
- [76] SILVESTER, P.P. e FERRARI, R.L. **Finite element for electrical engineers**. 3.ed. Cambrigde, University Press, 1996. 544p.
- [77] SLOCUM, A.H. **Precision machine design**. Massachusetts Institute of Technology, by Prentice-Hall, Inc, 1992.
- [78] SLOTINE, J.-J.E. ; LI, W. **Applied nonlinear control**. Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, New Jersey, 1991. 461p.
- [79] SKF. **Catálogo geral**. 1989.
- [80] SILVA, I. ; HORIKAWA, O. An 1-d.o.f. Controlled attraction type magnetic bearing. **IEEE International Electric Machines and Drives Conference, IEMDC'99**, Seattle, Washington USA, pp. 481-483, May 1999.

- [81] SILVA, I. HORIKAWA, O. An attraction-type magnetic bearing with control in a single direction. **IEEE Trans. on Ind. Applications.**, Vol. 36, No. 4, pp. 1138-1142, 2000.
- [82] SILVA, I.D. **Mancal magnético do tipo atração com controle uniaxial.** São Paulo, 2000. 114p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- [83] SILVA, I. ; HORIKAWA, O. Single axis controlled attraction type magnetic linear bearing. Proc. of the 17th Brazilian Congr. Mechanical Eng. (2003).
- [84] SILVA, I. HORIKAWA, O. Experimental development of a 1–d.o.f. controlled magnetic linear bearing. **IEEE Trans. on Mag.**, a ser publicado em 2005.
- [85] SINHA, P.K. **Electromagnetic suspension: dynamics and control.** London, Peter Peregrinus Ltd, 1987. 290p.
- [86] SKOGESTAD, S. ; POSTLETHWAITE, I. **Multivariable feedback control analysis and design.** John Wiley and Sons, 1996. 572p.
- [87] SCHWEITZER,G. A concept with examples in active magnetic bearings. **Mechatronics**, Vol.2, No.1, pp.65-74, 1992.
- [88] TAKAHISA, O.; MUKHOPADHYAY, S.C.; KUWAHARA, T.; IWAHARA, M. Investigation of configuration of permanent magnets on repulsive type magnetic bearing. **Fifth Int. Simp. On Magnetic Bearings**, pp. 485-490, Kanazawa, Japan, 1996.
- [89] TAKAHATA, R. ; YOTSUYA, T. Rotational decay torques of superconducting magnetic bearing. **IEEE Trans. on Mag.**, Vol. 27, No.2, pp. 2423 – 2426, March 1991.
- [90] TAKESHI, M. ; MITSUNORI, A. Repulsive magnetic bearing using a piezoelectric actuator for stabilization. Proc. of the 8th ISMB (2002), p. 549 - 554.
- [91] TONDL, A. **Some Problems of rotor dynamics.** 1.ed. Publishing House of the Czechoslovak Academy of Sciences Prague, 1965. 434p.
- [92] TIPLER P.A. **Física para cientistas e engenheiros.** Trad. de Horácio Macedo e Ronaldo de Biasi. 4º.ed. Rio de Janeiro, LTC, 1999. 476p.
- [93] TZENG, Y.K. ; WANG, T.C. Optional design of the electromagnetic levitation with permanent and electro magnets. **IEEE Trans. On Mag.**, Vol. 30, No.6, pp. 4731 – 4733, November 1994.

- [94] VISCHER, D. ; BLEULER, H. Self-sensing active magnetic levitation. **IEEE Trans. On Mag.**, Vol. 29, No.2, pp. 1276 – 1281, March 1993.
- [95] WANG, T.C. ; TZENG, Y.K. A new electromagnetic levitation system for rapid transit and high speed transportation. **IEEE Trans. On Mag.** Vol. 30, No.6, pp. 4734 – 4736, November 1994.
- [96] WILLIAMS, M.E. ; TRUMPER, D.L. Precision magnetic bearing six degree of freedom stage. **Proceedings of the 9th Annual Meeting of the American Society for Precision Engineering**, October 2-7, 1994, pp. 65-68.
- [97] WILLIAN H. H. JR. **Eletromagnetismo**. Trad. de Ricardo F.M. e Paulo Cesar P. F., 4.ed. Rio de Janeiro, LTC, 1994. 403p
- [98] YONNET, J.P. Permanent magnet bearing and coupling. **IEEE Trans. on Mag.**, Vol. 17, pp. 1169-1172, 1981.
- [99] YUCEF, T.K. ; REDDY, S. Dynamic analysis and control of high speed and high precision active magnetic bearings. **Transactions of ASME, Journal of dynamic systems, measurement, and control**, Vol. 114, No.4, pp.623-633, Dec. 1992.
- [100] ZBIGNIEW, J. **The nature and properties of engineering materials**. 2.ed. John Wiley & Sons, Inc., 1976. 633p.
- [101] ZHOU, F.B. ; GERBER, R. WHITLEY, S. The levitation of the SIXEP pump shaft using active magnetic bearings. **IEEE Trans. On Mag.**, Vol.31, No. 6, pp. 4196 – 4198, November 1995.
- [102] ZHOU, K. ; GLOVER, K. ; DOYLE, J.C. **Robust and optimal control**. Prentice – Hall, 1995.
- [103] ZIENKIEWICZ, O.C. **Finite element method**. McGraw-Hill Companies, 4^o ed., 1991.