

JOSÉ ARNALDO BARRA MONTEVECHI

**CONTRIBUIÇÃO PARA IDENTIFICAÇÃO DE
SIMILARIDADES ENTRE PEÇAS
- ABORDAGEM BASEADA NA LÓGICA FUZZY
EM SISTEMAS DE APOIO
COMPUTADORIZADOS -**

Tese apresentada à Escola
Politécnica da Universidade
de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em
Engenharia.

São Paulo
1995

JOSÉ ARNALDO BARRA MONTEVECHI

**CONTRIBUIÇÃO PARA IDENTIFICAÇÃO DE
SIMILARIDADES ENTRE PEÇAS
- ABORDAGEM BASEADA NA LÓGICA FUZZY
EM SISTEMAS DE APOIO
COMPUTADORIZADOS -**

Tese apresentada à Escola
Politécnica da Universidade
de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em
Engenharia.

Área de Concentração:
Engenharia Mecânica

Orientador:
Prof. Dr. Paulo Eigi Miyagi

1995

À minha esposa Léa, meu filho Lucas e meus pais,
incentivadores e sempre compreensivos com o pouco
tempo que esta tese de doutoramento permitiu-me
dedicar-lhes.

AGRADECIMENTOS

Para a conclusão desta tese muitas pessoas contribuíram para dar um maior embasamento científico, com materiais para referências bibliográficas, com o suporte indispensável para o desenvolvimento do trabalho, com discussões, ajudando na tradução e preparação de textos a serem publicados em congressos internacionais, no desenvolvimento do software ou incentivando a continuidade do mesmo. Fica aqui expresso meus sinceros agradecimentos, a todos que de alguma forma puderam contribuir e a quem minha dívida será inesgotável.

Particularmente gostaria de citar, os professores, Marcos R. P. Barretto, Germano L. Torres, Dagoberto A. Almeida, Eduardo V. G. Filho, Eduardo A. Alvarenga, Marcos A. Souza, Newton A. Ferreira, João C. E. Ferreira, Aureo C. Ferreira, José H. G. Júnior e Luiz G. Mariano, e os alunos Alexandre F. Pinho e Everton Francisco.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Paulo Eigi Miyagi, cujas opiniões e sugestões foram decisivas para que este trabalho pudesse ser concluído.

Finalmente a conclusão deste trabalho se deve a oportunidade de capacitação que o Departamento de Produção da Escola Federal de Engenharia de Itajubá concedeu-me, ao auxílio da CAPES, aos dados utilizados da IMBEL e que na pessoa do Superintendente Alte S. E. Zylberberge foram colocados a disposição e ao incentivo constante e encorajador de minha esposa e meus pais.

ERRATA

onde esta escrito:

modificar para:

Lista de abreviaturas:

Anthropocentric

Anthropocentric

Abstract

mechanical parts similarities

part similarities

It may be not sufficient to describe part features using yes or no labels, when accurate classification is required.

However, when accurate classification is required a *yes or no labels* based approach may not be sufficient to describe part features.

In the context of man-made anthropocentric system, to obtain an efficient and flexible classification which considers uncertainties, thus eliminating the shortcoming of the currently employed methods, this work propose a procedure that makes use of Fuzzy logic for the part family formation.

This thesis describes a procedure that makes use of *fuzzy logic* for the part family formation in order to obtain an efficient and flexible classification which considers uncertainties, thus eliminating the shortcoming of the currently employed methods.

The object of this methodology, is to develop an alternative procedure to traditional methods for obtaining similarity. To this purpose, it is necessary to integrate appropriate approaches that can incorporate the uncertainty

The aim of the thesis is to develop an alternative procedure to traditional methods for obtaining similarity by integrating appropriate approaches that can incorporate the uncertainty,

First are described details of a data base.

Initially, the details of a data base are described.

which consists of choosing one threshold value.

by means of choosing one threshold value.

Once this threshold value is chosen, two elements will be in the same group if, for example, in case of similarity function, the similarity between

Let us suppose the situation where two elements will be in the same group. In the case of similarity function such a situation takes place if the similarity between

it is necessary to employ

it is required to employ

a procedure is introduced

a procedure is shown

this non-quantitative information

this information

Página 2 - linha 14

Anthropocentric

Anthropocentric

Página 8 - linha 9

novas técnicas quem

novas técnicas que

Página 54 - linha 17

que os objetivos maiores

que um dos maiores objetivos

Página 69 - Nota de rodapé

existesse

existisse

Página 75 - Figura III 9

uma atividade e relação

uma atividade em relação

onde esta escrito:

modificar para:

Página 91 - linha 8

pode se

pode-se

Página 92 - linha 17

pode se

pode-se

Página 107 - equação 3.52

$C = F \circ R$

$C = R \circ F$

Página 112 - Figura III 25

acrescentar a seguinte regra:

qualquer $\rightarrow AT(i, j) = -2$

Página 117 - linha 4

caso A é que não é há o que

caso A é que não existe o que

Página 120 - linha 5

equação 3

equação 3.56

Página 165 - linha 9

maior índice linear

menor índice linear

Página 168 - Figura V 16 - quarta linha da matriz

peça 4 $|0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0|$

peça 4 $|1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0|$

Página 168 - linha 13

• linha 4 - peças similares 3 e 4

• linha 4 - peças similares 1, 3 e 4

Página 234 - linha 4

qualquer sistema de diagnóstico

sistema de diagnóstico

Página 236 - linha 11

incurvas

inclusas

Página 239 - linha 15

quando o problema a classificação

quando o problema é a classificação

Página 240 - linha 18

pode ser de extrema vantagem

pode ser vantajosa

Página 242 - linha 11

Anthropicentric

Anthropocentric

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA ABREVIATURAS

SIMBOLOGIA

RESUMO

ABSTRACT

I. INTRODUÇÃO	1
I.1. Considerações gerais	1
I.2. Desenvolvimentos, considerações e estudos importantes realizados com este trabalho	6
I.3. Organização do texto	7
II. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	8
II.1. Considerações iniciais	8
II.2. Métodos para formação de famílias	8
II.3. Inspeção Visual.....	9
II.4. Sistemas de Classificação e Codificação	11
II.5. Análise de Fluxo de Fábrica.....	16
II.6. Métodos baseados em arranjo	22
II.6.1. Ranked Order Clustering (ROC).....	25
II.6.2. Bond Energy Analysis (BEA)	26
II.6.3. Direct Cluster Algorithm (DCA).....	27
II.6.4. Cluster Identification Algorithm (CI).....	27

II.6.5. Extended CI Algorithm.....	28
II.7. Métodos baseados em análise de agrupamentos.....	28
II.7.1. Single Linkage Cluster Analysis.....	31
II.7.2. Average Linkage Clustering.....	32
II.8. Métodos que utilizam programação matemática	33
II.9. Formulação por grafos.....	34
II.10. Reconhecimento de Padrões.....	35
II.11. Redes Neurais na formação de famílias.....	38
II.12. Formação de famílias considerando a incerteza.....	40
II.12.1. Aplicação de análise de agrupamento e reconhecimento de padrões Fuzzy para Tecnologia de Grupo.....	42
II.12.2. Formação de famílias de peças para aplicações de TG baseada na matemática Fuzzy	43
II.12.3. Agrupamento Fuzzy para formação de células de manufatura.....	46
II.12.4. Formação concorrente de família de peças e células de manufatura baseada na teoria de conjuntos Fuzzy.....	47
II.13. Comentários sobre os métodos de obtenção de similaridades.....	51
III. METODOLOGIA.....	56
III.1. Considerações iniciais.....	56
III.2. Lógica Fuzzy.....	57
III.3. A base de dados.....	59
III.4. Representação das peças.....	64
III.5. Atribuição de pertinências.....	65
III.5.1. Características quantitativas.....	65

III.5.2. Características qualitativas	67
a) A metodologia do método AHP	69
b) Quantificando dados qualitativos	74
III.6. Atribuição de pesos diferentes às características a serem analisadas	77
III.7. Eliminação de características semelhantes	79
III.8. Obtenção de agrupamentos similares	80
III.8.1. Matriz de semelhanças	81
III.8.2. Relação equivalente Fuzzy	83
III.8.3. Obtenção das famílias	85
III.9 Formação de Células de Manufatura	87
III.9.1. Matrizes não binárias	88
III.9.2. Função de pertinência entre componentes e máquinas	90
III.9.3. Algoritmo de agrupamento	93
a) Algoritmo original	94
b) Modificação do algoritmo original	99
III.10. Classificação de novas peças	102
III.10.1. Critérios de distância	103
III.10.2. Máxima proximidade	105
III.10.3. Inferência Reversa Fuzzy	106
a) A Inferência Reversa Fuzzy	107
b) A Estrutura do Algoritmo	109
c) Limitação inicial	114
III.11. Avaliação dos agrupamentos formados	122
III.11.1. Índice linear de incerteza	122
III.11.2. Índice quadrático de incerteza	123

III.11.3. Avaliação da incerteza através da entropia.....	124
III.11.4. Medida de incerteza de DeLuca e Termini.....	124
III.12. Síntese do capítulo III.....	125
IV. SOFTWARE PROTÓTIPO.....	128
IV.1. Considerações iniciais.....	128
IV.2. A Base de Dados.....	128
IV.3. A Análise de Similaridades.....	135
IV.3.1. Diagramas.....	135
IV.3.2. As principais telas.....	144
IV.4. Hardware utilizado.....	156
IV.5. Considerações finais.....	156
V. ESTUDOS DE CASOS.....	158
V.1. Considerações iniciais.....	158
V.2. Atribuição de pertinência para dados quantitativos.....	158
V.3. Um exemplo de aplicação do AHP para obtenção de pertinência qualitativa ...	160
V.4. Exemplo de eliminação de características correlatas.....	165
V.5. Um exemplo do porque do fechamento transitivo.....	167
V.6. A relação de composição MAX PROD.....	169
V.7. Estudo das equações de similaridades.....	170
V.8. Exemplo de atribuição de pertinências para obtenção de matriz não binária	174
V.8.1. Atribuição de pertinências por gráficos.....	174
V.8.2. Atribuição de pertinência pelo AHP.....	176
V.9. Exemplo de aplicação do algoritmo não binário para formação de células de manufatura.....	178

V.10. Inferência Reversa Fuzzy	181
V.11. Testes com os índices de incerteza	189
V.12. Casos de uma Empresa	194
V.12.1. Similaridade de Forma Básica.....	195
V.12.2. Análise de Similaridade utilizando gráfico para atribuição de pertinência	213
V.12.3. Estudo de Caso com uso do AHP.....	220
V.12.4. Atribuição Simultânea de Pertinência por Métodos Diferentes	226
V.13. Considerações Finais.....	233
 VI. CONCLUSÕES	 236
VI.1. Contribuições do trabalho.....	236
VI.2. Sugestões para futuros trabalhos.....	240
VI.3. Observações finais	241
 ANEXO A - REVISÃO SOBRE LÓGICA FUZZY.....	 243
ANEXO B - RELAÇÃO DE ARTIGOS ORIGINADOS DESTE TRABALHO.....	278
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	280
BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA.....	287
APÊNDICE A - Rank Order Clustering	
APÊNDICE B - Bond Energy Analysis	
APÊNDICE C - Cluster Identification Algorithm	
APÊNDICE D - Extended CI Algorithm	
APÊNDICE E - Coeficiente de Similaridade de McAuley	
APÊNDICE F - Métodos que utilizam programação matemática	
APÊNDICE G - Formulação por grafos	

APÊNDICE H - Certificado de primeira colocação do Trabalho Fuzzy na Análise de Similaridades por Computador na IV Mostra de Ciência e Tecnologia da EFEI.

LISTA DE FIGURAS

Figura I 1 - Dificuldade na utilização de sistemas

Figura I 2 - Previsão da provável trajetória da bola

Figura II 1 - Características de projeto e manufatura que normalmente compõe um SCC

Figura II 2 - Exemplo de códigos flexibilizados

Figura II 3 - Exemplo de peças encontradas após a flexibilização mostrada na Figura II 2

Figura II 4 - Análise de grupo

Figura II 5 - Separação em famílias e células de manufatura

Figura II 6 - Rearranjo da matriz

Figura II 7 - Peças excepcionais

Figura II 8 - Algoritmo DCA

Figura II 9 - Diagrama de blocos do sistema especialista

Figura II 10 - Matriz binária

Figura II 11 - Estrutura das técnicas usadas para obtenção de similaridades

Figura II 12 - Aspectos dos principais métodos e técnicas sobre formação de famílias

Figura III 1 - Relacionamento dos itens do capítulo III

Figura III 2 - Base de dados única

Figura III 3 - Características de projeto e manufatura

Figura III 4 - Características das peças prismáticas para a base de dados

Figura III 5 - Vantagens da base de dados

Figura III 6 - Matriz peças × características

Figura III 7 - Atribuição de pertinência por gráficos

Figura III 8 - Tabela para verificação de consistência

Figura III 9 - A escala de SAATY (1977)

Figura III 10 - Matriz de pertinências

Figura III 11 - Matriz com pesos das características consideradas

Figura III 12 - Matriz com as características correlatas eliminadas

Figura III 13 - Matriz de semelhanças

Figura III 14 - Matriz transitiva ou relação equivalente Fuzzy

- Figura III 15 - Exemplo de decomposição de uma relação de similaridade
- Figura III 16 - Decomposição em árvore (peças A, B, ..., E)
- Figura III 17 - Função de pertinência de tolerâncias $\mu(x)$ possíveis de serem obtidas por determinada máquina
- Figura III.18 - Algoritmo original para células de manufatura
- Figura III 19 - Exemplo de famílias naturais
- Figura III 20 - Diagrama de Venn, para o coeficiente de similaridade
- Figura III 21 - Exemplo para cálculo do coeficiente de similaridade
- Figura III 22 - Exemplo de dominância para entradas não binárias
- Figura III 23 - Exemplo de peça dominante e isolada
- Figura III 24 - Regras de comparação
- Figura III 25 - Proposta para padronização dos valores
- Figura III 26 - Comparação dois-a-dois em uma coluna
- Figura III 27 - Regras de comparação dois-a-dois
- Figura III 28 - Regras de comparação dois-a-dois para detecção de incompatibilidade
- Figura III 29 - Combinações possíveis entre X_i e N
- Figura III 30 - Regras para geração de $MB(i,j)$
-
- Figura IV 1 - Tela principal da base de dados
- Figura IV 2 - Tela para alteração de informações
- Figura IV 3 - Características que descrevem as peças
- Figura IV 4 - Exemplo de atributos qualitativos
- Figura IV 5 - Exemplo de atributos quantitativos
- Figura IV 6 - Detalhe de uma etapa do processo
- Figura IV 7 - Informações sobre as máquinas
- Figura IV 8 - Informações sobre fresadora
- Figura IV 9 - Diagrama geral da metodologia proposta
- Figura IV 10 - Diagrama para Formação da Matriz Pertinência
- Figura IV 11 - Diagrama de atribuição de pesos e eliminação de características semelhantes
- Figura IV 12 - Diagrama para obtenção de similaridades entre peças
- Figura IV 13 - Formação de células
- Figura IV 14 - Classificação de novas peças

Figura IV 15 - Diagrama para comparação *dois-a-dois* com análise de incompatibilidade

Figura IV 16 - Diagrama geral do algoritmo de inferência reversa Fuzzy

Figura IV 17 - Tela inicial

Figura IV 18 - Opção entre formação de células e formação de famílias

Figura IV 19 - Seleção das características

Figura IV 20 - Escolha do tipo de atribuição de pertinência

Figura IV 21 - Escolha do alfa-cut

Figura IV 22 - Famílias formadas e índices

Figura IV 23 - Editor gráfico

Figura IV 24 - Escolha do gráfico

Figura IV 25 - Editor de Saaty

Figura IV 26 - Escala de Saaty no “help” do FASIC

Figura IV 27 - Tela de apresentação dos gráficos de uma máquina

Figura IV 28 - Tela do editor gráfico para máquinas

Figura IV 29 - Tela de seleção de máquinas para atribuição por Saaty

Figura IV 30 - Tela de apresentação das famílias e células

Figura IV 31 - Tela de apresentação das famílias naturais

Figura IV 32 - Tela com as imagens das peças da família formada

Figura V 1 - Matriz peças x características para atribuição de pertinências

Figura V 2 - Matriz de pertinências usando a expressão (3.5)

Figura V 3 - Matriz de pertinências usando a expressão (3.6)

Figura V 4 - Matriz de pertinências usando a expressão (3.7)

Figura V 5 - Atributos de complexidade de forma para 7 peças

Figura V 6 - Matriz A de comparações por pares para a característica complexidade de forma

Figura V 7 - Obtenção do autovetor normalizado

Figura V 8 - Obtenção de t

Figura V 9 - Pesos atribuídos a valores qualitativos

Figura V 10 - Resposta do software para atributo qualitativo da característica complexidade de forma

Figura V 11 - Exemplo para eliminação de características com grande correlação

Figura V 12 - Eliminação de características correlatas

- Figura V 13 - Matriz de semelhanças entre 5 peças
- Figura V 14 - Matriz para α -cut igual 0.7
- Figura V 15 - Matriz do fechamento transitivo
- Figura V 16 - Matriz para α -cut igual 0.7 da matriz do fechamento transitivo
- Figura V 17 - Matriz do fechamento transitivo MAX PROD
- Figura V 18 - Matriz para α -cut igual 0.7 (MAX PROD)
- Figura V 19 - Matriz peça \times característica
- Figura V 20 - Matrizes de similaridades
- Figura V 21 - Famílias para as equações 3.19 e 3.22
- Figura V 22 - Famílias para as equações 3.20 e 3.23
- Figura V 23 - Famílias para a equação 3.21
- Figura V 24 - Exemplo de funções de pertinências para características que serão analisadas relativas à máquina 1
- Figura V 25 - Pertinências atribuídas a cada par peça \times característica para a máquina 1
- Figura V 26 - Importância relativa das máquinas para processar a peça X1
- Figura V 27 - Dados para a análise de similaridade de processo
- Figura V 28 - Matriz não binária peça \times máquina
- Figura V 29 - Resultado da análise da matriz não binária
- Figura V 30 - Matriz não binária
- Figura V 31 - Resultados apresentados pelo software
- Figura V 32 - Famílias previamente formadas
- Figura V 33 - Nova peça rotacional
- Figura V 34 - Nova peça prismática
- Figura V 35 - Vetor e matriz para primeiro exemplo
- Figura V 36 - Tela de resultados para primeiro exemplo
- Figura V 37 - Vetor e matriz para segundo exemplo
- Figura V 38 - Tela de resultados para o segundo exemplo
- Figura V 39 - Índices de incerteza para alguns vetores
- Figura V 40 - Exemplo 2 para cálculo de índices de incerteza
- Figura V 41 - Exemplo 3 para cálculo de índices de incerteza
- Figura V 42 - Exemplo 4 para cálculo de índices de incerteza
- Figura V 43 - Exemplo 5 para cálculo de índices de incerteza

Figura V 44 - Exemplo 6 para cálculo de índices de incerteza

Figura V 45 - Representação esquemática para a qualidade da informação avaliada pelos índices linear e quadrático

Figura V 46 - Informações Referentes a alfa-cut igual a 0.6

Figura V 47 - Peças da Família 1 para alfa-cut igual 0.6

Figura V 48 - Peças da Família para alfa-cut igual a 0.6 (continuação)

Figura V 49 - Peças da Família 1 para alfa-cut igual a 0.6 (continuação)

Figura V 50 - Peça isolada para alfa-cut igual a 0.6

Figura V 51 - Peças da Família 3 para alfa-cut igual a 0.6

Figura V 52 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.7

Figura V 53 - Peças da Família 1 para alfa-cut igual a 0.7

Figura V 54 - Peça da Família 2 para alfa-cut igual a 0.7

Figura V 55 - Peças da Família 3 para alfa-cut igual a 0.7

Figura V 56 - Peças da Família 3 para alfa-cut igual a 0.7 (continuação)

Figura V 57 - Peças da Família 3 para alfa-cut igual a 0.7 (continuação)

Figura V 58 - Peças da Família 4 para alfa-cut igual a 0.7

Figura V 59 - Peça da Família 5 para alfa-cut igual a 0.7

Figura V 60 - Peça da Família 6 para alfa-cut igual a 0.7

Figura V 61 - Peças da Família 7 para alfa-cut igual a 0.7

Figura V 62 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.8

Figura V 63 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.8 (continuação)

Figura V 64 - Peças da Família 1 para alfa-cut igual a 0.8

Figura V 65 - Peças da Família 3 para alfa-cut igual a 0.8

Figura V 66 - Peças da Família 4 para alfa-cut igual a 0.8

Figura V 67 - Peças da Família 6 para alfa-cut igual a 0.8

Figura V 68 - Peças da Família 10 para alfa-cut igual a 0.8

Figura V 69 - Peças da Família 13 para alfa-cut igual a 0.8

Figura V 70 - Peças da Família 18 para alfa-cut igual a 0.8

Figura V 71 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.9

Figura V 72 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.9 (continuação)

Figura V 73 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.9 (continuação)

Figura V 74 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.9 (continuação)

Figura V 75 - Peças da Família 1 para alfa-cut igual a 0.9

Figura V 76 - Peças da Família 7 para alfa-cut igual a 0.9
Figura V 77 - Peças da Família 26 para alfa-cut igual a 0.9
Figura V 78 - Peças da Família 30 para alfa-cut igual a 0.9
Figura V 79 - Informações referentes a alfa-cut igual a 1.0
Figura V 80 - Informações referentes a alfa-cut igual a 1.0 (continuação)
Figura V 81 - Informações referentes a alfa-cut igual a 1.0 (continuação)
Figura V 82 - Informações referentes a alfa-cut igual a 1.0 (continuação)
Figura V 83 - Informações referentes a alfa-cut igual a 1.0 (continuação)
Figura V 84 - Peças da Família 33 para alfa-cut igual a 1.0
Figura V 85 - Peças da Família 34 para alfa-cut igual a 1.0
Figura V 86 - Peças da Família 36 para alfa-cut igual a 1.0
Figura V 87 - Gráfico para atribuição de pertinências
Figura V 88 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.6
Figura V 89 - Informações para alfa-cut igual a 1
Figura V 90 - Gráfico para atribuição de pertinência
Figura V 91 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.6
Figura V 92 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.7
Figura V 93 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.8
Figura V 94 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.9
Figura V 95 - Informações referentes a alfa-cut igual a 1
Figura V 96 - Seleção de característica com pertinência por gráfico
Figura V 97 - Gráfico para atribuição de pertinências
Figura V 98 - Famílias formadas para alfa-cut igual a 1
Figura V 99 - Seleção da característica a ser analisada pelo AHP
Figura V 100 - Matriz de Saaty para a característica Complexidade de Forma
Figura V 101 - Famílias para alfa-cut igual a 0.6
Figura V 102 - Famílias para alfa-cut igual a 0.7
Figura V 103 - Peças de complexidade baixa da família 1 para alfa-cut igual a 1
Figura V 104 - Peças de complexidade muito baixa da Família 2 para alfa-cut igual a 1
Figura V 105 - Peças de complexidade média da Família 3 para alfa-cut igual a 1
Figura V 106 - Peças de complexidade muito alta da Família 4 para alfa-cut igual a 1
Figura V 107 - Peças de complexidade alta da Família 5 para alfa-cut igual a 1
Figura V108 - Seleção das características

- Figura V 109 - Seleção do modo de atribuição de pertinência
- Figura V 110 - Gráfico para atribuição de pertinência
- Figura V 111 - Matriz de Saaty para atribuição de pertinência
- Figura V 112 - Famílias e índices de incerteza para alfa-cut igual a 0.9
- Figura V 113 - Famílias e índices de incerteza para alfa-cut igual a 0.9 (continuação)
- Figura V 114 - Peças da Família 1 para alfa-cut igual a 0.9
- Figura V 115 - Peças da Família 1 para alfa-cut igual a 0.9 (continuação)
- Figura V 116 - Peças da Família 2 para alfa-cut igual a 0.9
- Figura V 117 - Peças da Família 5 para alfa-cut igual a 0.9
- Figura V 118 - Peças da Família 8 para alfa-cut igual a 0.9
- Figura V 119 - Peças da Família 10 para alfa-cut igual a 0.9
- Figura V 120 - Peças da Família 13 para alfa-cut igual a 0.9
- Figura V 121 - Peças da Família 14 para alfa-cut igual a 0.9
- Figura V 122 - Peças da Família 15 para alfa-cut igual a 0.9
- Figura V 123 - Dados contidos nos agrupamentos

LISTA DE ABREVIATURAS

AFF - Análise de Fluxo de Fábrica.

AHP - Analytic Hierarchy Process.

ALC - Average Linkage Clustering.

BD - Base de dados.

BEA - Bond Energy Analysis.

CAD - Computer Aided Design.

CA - Consistência Aleatória.

CI - Cluster Identification Algorithm.

DCA - Direct Cluster Algorithm.

FASIC - Fuzzy na Análise de Similaridades por Computador.

FMS - Flexible Manufacturing Systems.

HD - Hard Disk.

IC - Índice de Consistência.

ICM - Intercellular Movements.

MAX - Máximo.

Mb - Mega byte.

MIN - Mínimo.

ME - Medida de Efetividade.

MMAS - Man Made Anthropocentric Systems

OOP - Object Oriented Programming.

RAM - Random Access Memory.

RC - Razão de Consistência.

ROC - Ranked Order Clustering.

SCC - Sistema de Classificação e Codificação.

SGBD - Sistema de gerenciamento de base de dados.

SVGA - Super Video Graphics Array.

TG - Tecnologia de Grupo.

SIMBOLOGIA

$\mu(x)$ - função de pertinência

X - lote de peças

x_i - vetor que representa a peça i

A - matriz de comparação por pares

λ_{\max} - maior autovalor

w - autovetor

x'_i - vetor peças com pertinências atribuídas

x''_i - vetor peças com a importância da característica considerada

\varnothing_j - peso da característica para análise

r_{ij} - matriz de correlação entre características

S_{ij} - matriz de similaridades

\circ - composição max min

\otimes - composição min max

R_{ij} - matriz transitiva

R_α - matriz de equivalência para um determinado α cut

V_i - vetor médio dos agrupamentos

v - índice linear de incerteza

η - índice quadrático de incerteza

π - entropia

ξ - entropia modificada

\wedge - mínimo

\vee - máximo

\hat{R} - fechamento transitivo

MB - matriz binária

AT - matriz A temporária

RESUMO

A proposta desta tese é uma metodologia para análise de similaridades entre peças, que considere a incerteza, baseado na lógica Fuzzy dentro do contexto de sistemas feitos pelo homem e para o homem. Esta metodologia reúne conceitos e técnicas que existem de forma isoladas e propõe soluções para aspectos não abordados.

Inicialmente é introduzido o uso de uma base de dados descritiva, fato que permite a Tecnologia de Grupo atingir o seu objetivo básico, que é o de providenciar uma base de dados comum para toda a empresa.

É mostrado de uma forma abrangente a maneira de se atribuir pertinências a cada uma das características que serão analisadas. Estas características podem ter atributos quantitativos ou qualitativos. Os atributos qualitativos permitirão o uso de dados subjetivos ou seja informações não quantificáveis.

Para se avaliar a similaridade entre peças, sobre diversos aspectos, tais como, processo, geometria, materiais e produção, foram testadas várias funções de similaridade.

A técnica de formação de células de manufatura, baseada em matrizes não binárias, é utilizada quando se deseja simultaneamente agrupamentos de máquinas e peças. Para isto, um algoritmo foi aprimorado para que a possibilidade de máquinas alternativas para processarem as peças fosse considerada.

A atribuição de novas peças às famílias previamente formadas traz uma proposta do uso da inferência reversa Fuzzy para o problema.

Também são analisados índices que podem ser utilizados para avaliação dos agrupamentos obtidos.

Em conjunto com a metodologia foi desenvolvido também o protótipo de um software, que é o primeiro passo de um ambiente integrado de desenvolvimento. A aplicação em vários casos confirma a validade do trabalho desenvolvido.

ABSTRACT

The mechanical part similarities, which is the basic aspect for family formation, consist of a close classification in geometry, function, material and /or process. It may be not sufficient to describe part features using yes or no labels, when accurate classification is required. In the context of man-made anthropocentric system, to obtain an efficient and flexible classification which considers uncertainties, thus eliminating the shortcoming of the currently employed methods, this work propose a procedure that makes use of Fuzzy logic for the part family formation. Fuzzy membership function permits taking into account the inherent uncertainties into part features description.

The object of this methodology, is to develop an alternative procedure to traditional methods for obtaining similarity. To this purpose, it is necessary to integrate appropriate approaches that can incorporate the uncertainty which nowadays serve isolated aspects of similarity analysis.

First are described details of a data base. The grouping principle employed is also described which consists of choosing one threshold value to the similarity. Once this threshold value is chosen, two elements will be in the same group if, for example, in case of similarity function, the similarity between them is greater than the threshold value. Since the similarity relationship is not necessarily transitive, it is necessary to employ the Fuzzy matrix theory to form the closest structure which permits the separating data in exclusive and separated groups.

For process similarity a procedure is introduced to search information of similarities that should guide the formation of manufacturing cells.

Another important aspect described is the possibility to use qualitative data, such as, complex, easy, hard, high surface roughness, etc.... How to translate this non-quantitative information into numerical values, which is essential to similarity analysis, is also presented.

Also, it is described the use of Fuzzy backward reasoning for the classification of new parts in established families. This is a new and interesting technique for Group Technology.

I. INTRODUÇÃO

I.1. Considerações gerais

As empresas têm procurado melhores índices de produtividade e qualidade de tal modo a sobreviverem no atual contexto da globalização da economia. Normalmente, para melhorar estes índices é necessário que considere e aplique técnicas de racionalização desde o processo de concepção até a produção e distribuição dos diversos componentes que a empresa trabalha.

Mas a racionalização, do ponto de vista de projeto e fabricação de partes, depara com problemas, como por exemplo, a identificação das peças que podem ser usadas com ou sem modificação e que atendem as especificações de quem projeta. Ou seja, é necessário identificar similaridades entre peças para que se possa pensar em alguma racionalização (otimização) no número de componentes. Da mesma forma pode-se querer similaridade de processos, para uma racionalização do uso dos equipamentos da empresa. E assim é normal que para se racionalizar deve-se pensar em algum tipo de similaridade. Estas similaridades, tanto para projeto como produção, são representadas por famílias de peças constituídas por peças que possuem semelhanças em relação à determinadas características.

A Tecnologia de Grupo (TG) é uma filosofia que concede grande ajuda neste processo de racionalização baseada na identificação de similaridades (MONTEVECHI et al. 1989) (MONTEVECHI 1993). Filosofia na qual existem dois pontos cruciais. O primeiro está relacionado com a identificação de similaridades, enquanto que o segundo com a maneira

de arquivar informações. Informações que devem ser de fácil acesso e de uso geral para a empresa.

Ferramentas que auxiliem a obtenção de similaridades e arquivamento de informações vêm sendo desenvolvidas a bastante tempo. Mas ainda existem muitas limitações e problemas com as atuais formulações e que são sintetizadas no próximo capítulo.

Como será visto no capítulo II, quando se deseja recuperar informações com objetivos do departamento de projetos, normalmente se utiliza os Sistemas de Classificação e Codificação (SCC). Quando se deseja formar famílias de peças com objetivos de formar células de manufatura ou roteamento de um FMS, a Análise de Fluxo de Fábrica (AFF) é a técnica normalmente empregada.

Nestes sistemas, além dos problemas que serão comentados, também não são observados, na maioria das vezes, o conceito atual que se tem procurado para os sistemas de manufatura, que é o de desenvolver classes de sistemas feitos pelo homem e para o homem. Este fato é reconhecido muitas vezes como “*man-made anthropocentric systems*” ou MMAS.

O relacionamento entre homem e sistemas na maioria das vezes é deficiente, devido a não propiciar uma entrada de informações que seja próxima da maneira do homem se expressar e que represente o que realmente deseja, fato esquematicamente mostrado na Figura I 1. Por exemplo, como alerta MORITA et al. (1993), as escalas tradicionais muitas vezes não são suficientes para expressar o julgamento humano. Existem ocasiões em que é necessário mais que números para expressar o que queremos, sentimos e julgamos.

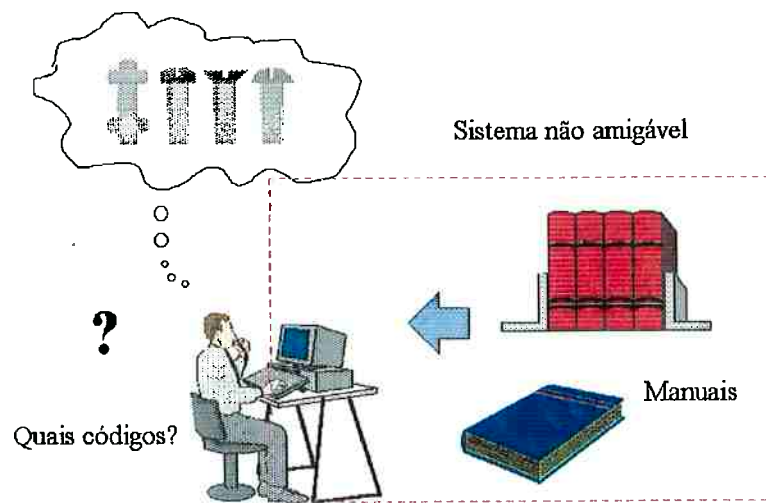


Figura I 1 - Dificuldade na utilização de sistemas

As pessoas, muitas vezes, têm conhecimento sobre o que acontece no mundo físico. Considerando a Figura I 2, qualquer um pode prever provavelmente o que irá acontecer com a bola a ser arremessada pelo jogador, ela deve ser jogada para cima em direção à esquerda e depois seguir uma certa trajetória para cair na cesta. Como um computador reage frente a um problema desta natureza? A resposta certamente é a de se programar as leis que governam o movimento previsto para a bola. Há um problema com esta abordagem, é que muitos podem não conhecer todas as equações apropriadas para o caso e os vários distúrbios nos parâmetros envolvidos, mas são capazes de fazer uma previsão quanto ao que deve acontecer. Ao contrário das equações, as pessoas não precisam de medidas numéricas exatas. Elas muitas vezes precisam de descrições qualitativas.

Pode-se afirmar que os computadores são muito mais apropriados para a modelagem de processos físicos com manipulação de informações quantitativas. Afinal, a capacidade que os computadores têm de solucionar equações simultaneamente supera em muito a

de um ser humano. Entretanto não se pode fugir da maneira do homem pensar. As equações em si não dizem nada sobre como devem ser usadas, isto fica em geral a cargo de um especialista. Então o conhecimento do homem é parte do que se deve modelar. E embora algum tipo de modelagem qualitativa pareça ser necessária para automação de problemas, ela sozinha também não é suficiente. O objetivo não é substituir o tradicional, mas proporcionar uma fundamentação para programas que possam considerar o mundo físico onde existe interação com o homem, propiciando um método que também se encaixe na maneira de como as pessoas pensam em resolver o problema.

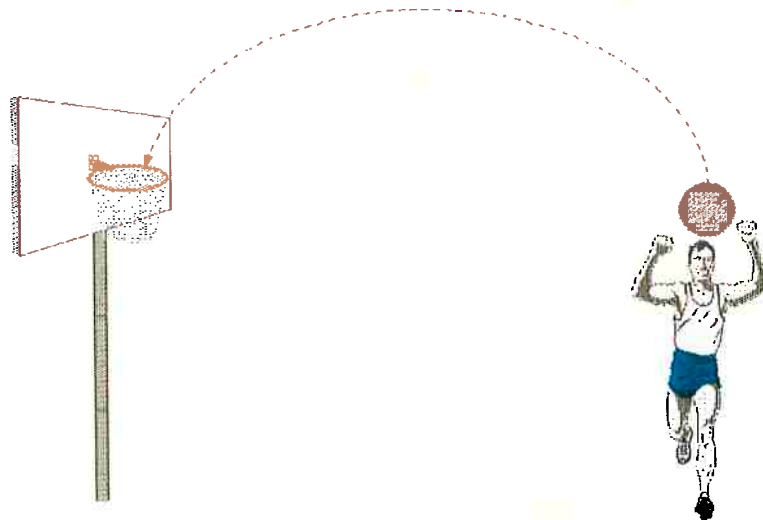


Figura I 2 - Previsão da provável trajetória da bola

Desta forma pode-se pensar em um ambiente de trabalho mais produtivo, dispensando grandes tempos em treinamento e consulta de manuais.

O mesmo acontece quanto ao problema de obtenção de similaridades quando se utiliza de sistemas tradicionais como os citados. Muitas vezes as pessoas têm conhecimento sobre o que desejam quando querem recuperar similaridades, mas na maioria das vezes é

necessário ao homem se adequar a maneira do método para resolver o problema e a sua entrada de dados que é realizada de forma totalmente particular. Estes sistemas não permitem a manipulação de dados subjetivos e incertos que são freqüentes nas empresas.

Se é desejado que todos em uma empresa pensem em racionalizar e utilizem uma ferramenta apropriada para isto, para que este objetivo seja atingido, é necessário que a ferramenta seja simples de se usar, agregando uma maneira das pessoas se expressarem facilmente e uma formulação matemática adequada para o problema. Não se pode ter o requisito de “*treinamento de astronauta*”¹ e querer um uso geral deste conhecimento que certamente será restrito.

Para se obter uma classificação de peças eficiente e flexível, que considere as incertezas inerentes ao processo produtivo, que propicie um ambiente em que a iteração com o homem seja mais fácil e que atenda também os dois pontos cruciais da TG citados anteriormente, a abordagem baseada na lógica Fuzzy para formação de famílias de peças é uma das técnicas mais promissoras. Para comprovar esta hipótese foi desenvolvida um metodologia para a identificação da correlação peças × famílias associada a um sistema de apoio computadorizado e baseada na aplicação da teoria Fuzzy dentro do conceito de MMAS. Deve consistir, portanto, em uma alternativa aos SCC e AFF para atividades de obtenção de similaridades. A proposta é validada através de estudos de casos, que ilustram a funcionalidade de cada item da metodologia, bem como casos reais analisados em uma empresa.

¹ Este termo é utilizado para expressar a necessidade de se ter um treinamento especializado e específico para o uso de sistemas.

I.2. Desenvolvimentos, considerações e estudos importantes realizados com este trabalho

Este trabalho, dentro do contexto apresentado no item anterior, teve como objetivo específico dentro do contexto de MMAS, o desenvolvimento de uma metodologia para obtenção de similaridades baseado na lógica Fuzzy, de tal forma que pudesse comprovar a hipótese formulada.

Desta forma, metas parciais envolvendo a necessidade de alguns desenvolvimentos, considerações e estudos foram estabelecidas. Entre as principais, pode-se citar as seguintes:

- Revisão dos principais métodos de obtenção de similaridades;
- Concepção e desenvolvimento de uma metodologia, utilizando os conceitos da teoria Fuzzy, para classificação de peças em famílias, considerando aspectos de geometria e manufatura;
- Análise de dados que podem estar inseridos em uma base de dados que não seja exclusiva para identificação de similaridades;
- Desenvolvimento de uma maneira de avaliar o grau de dispersão, usando conceitos de Fuzzy, para analisar a informação contida nos agrupamentos formados;
- Formulação de procedimento de características incertas ou subjetivas, como “complexa, duro, muito importante, ...”, que se deseja classificar para identificação de similaridades;
- Formulação para a classificação de novas peças em famílias previamente estabelecidas;

- Elaboração de um software protótipo para testar a metodologia desenvolvida neste trabalho.

I.3. Organização do texto

O primeiro capítulo, a Introdução, situa o trabalho quanto a natureza da metodologia proposta. O segundo capítulo, Revisão bibliográfica, descreve os principais métodos de obtenção de similaridades existentes, procurando sintetizar as principais características e suas limitações. O terceiro capítulo, Metodologia, sintetiza a base matemática necessária para a proposta do trabalho desenvolvido. O quarto capítulo, Software protótipo, mostra sucintamente um programa protótipo que representa a nova ferramenta que pode ser utilizada pelo setor industrial. O quinto capítulo, Estudos de casos, comenta resultados obtidos com a ferramenta desenvolvida. O sexto e último capítulo, Conclusões, aborda os resultados gerais obtidos, comenta as vantagens e limitações da metodologia e propõe novos temas a serem investigados, para a continuidade deste trabalho.

II. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

II.1. Considerações iniciais

Este capítulo, apresenta de uma maneira sucinta, os principais métodos propostos na literatura que tratam o problema da obtenção de similaridades. Descreve métodos tradicionais como os Sistemas de Classificação e Codificação (SCC) e Análise de Fluxo de Fábrica (AFF), mostrando suas limitações e principais características. São utilizados, muitas vezes, relatos e exemplos publicados com a finalidade de uma melhor compreensão dos métodos em questão.

Também são apresentadas as novas técnicas quem vêm sendo estudadas por pesquisadores, incluindo o que foi feito até o momento quanto à inclusão da incerteza na formulação do problema.

II.2. Métodos para formação de famílias

Embora não exista uma maneira única de classificar os métodos de formação de famílias, é usado aqui a divisão que parece ser a mais conveniente. Esta divisão é empregada por LORINI (1993), MONTEVECHI (1989), GONÇALVES FILHO (1988). A diferença é que nestes trabalhos as técnicas mais recentes abordadas em publicações especializadas, incluindo o tratamento de incerteza e informações não quantificáveis, ou não foram abordadas ou não tiveram uma análise mais aprofundada, principalmente por não estarem relacionadas com os seus objetivos principais.

Os métodos existentes podem ser divididos em três grandes áreas, que são:

- Análise visual;
- Sistemas de classificação e codificação (SCC);
- Análise de fluxo de fábrica (AFF).

Principalmente nos dois últimos tipos, SCC e AFF, encontram-se um grande número de técnicas que são empregadas para dar solução ao problema de obtenção de similaridades, podendo citar:

- Reconhecimento de padrões;
- Técnicas de agrupamento;
- Sistemas especialistas;
- Lógica Fuzzy;
- Redes Neurais;
- Grafos, etc...

Para se fazer considerações e distinguir os métodos, a seguir são abordadas as principais técnicas.

II.3. Inspeção Visual

É o método mais simples que se conhece para obtenção de famílias de peças, entretanto o menos eficaz. Consiste simplesmente da classificação das peças em famílias pela investigação visual, de desenhos ou fotografias.

Tem a vantagem de ser pouco dispendioso, mas uma grande desvantagem é a de necessitar de grande experiência de quem faz a separação. Uma outra limitação do método é o tamanho da amostra que se pode trabalhar. E a grande desvantagem é não poder desfrutar dos benefícios do conceito da TG de se ter uma sistema automático de recuperação de informações sobre as peças.

Embora com citações em bibliografia de casos onde foi usado este método, atualmente a sua aplicação é muito limitada.

A aplicação mais conhecida deste método é a da Langston Company Division (EUA) que classificou 21.000 peças usando fotografias (GONÇALVES FILHO 1988) (GONÇALVES FILHO 1982). Foram originadas 3.000 fotos, que selecionadas visualmente originaram famílias.

É claro que para os tempos de hoje, onde se necessita de mudanças e reprogramações constantes nas linhas de produção, com a crescente complexidade das peças e introdução de novas tecnologias, é praticamente inviável o uso deste meio para uma classificação segura em famílias de peças.

Embora com todas limitações relacionadas acima, como citado por GROOVER (1987), o primeiro relato de uso de TG nos Estados Unidos, com sucesso, deve-se às implementações realizadas utilizando este método.

II.4. Sistemas de Classificação e Codificação

A utilização dos Sistemas de Classificação e Codificação (SCC) teve início por volta de 1960. Embora todos os departamentos de uma empresa devessem ter os benefícios conseguidos com um SCC, estes sistemas tem sido usados principalmente em duas áreas que são os normalmente chamados departamentos de projeto e manufatura.

Um SCC permite identificar as similaridades entre as peças através de um código numérico ou alfanumérico. Este código reflete através dos dígitos que o compõe, quais são as características principais da peça. Cada uma destas características pode ser introduzida no SCC através de um ou mais dígitos, representando cada um deles um determinado atributo. Nota-se que um SCC pode possuir tantos dígitos quanto se queira, de acordo com a aplicação que se pretender, mas normalmente variam entre 6 e 30 dígitos (GROOVER 1987). Tipos de características relacionadas com projeto e manufatura, que podem compor um determinado código podem ser vistas na Figura II 1.

CARACTERÍSTICAS DE PROJETO	
Forma externa básica	Dimensões principais
Forma interna básica	Dimensões de menor importância
Razão entre comprimento/diâmetro	Tolerâncias
Material	Acabamento superficial
Função da peça	
CARACTERÍSTICAS DE MANUFATURA	
Processo principal	Seqüência de operações
Operações de menor importância	Tempo de produção
Maior dimensão	Tamanho do lote
Razão entre comprimento e diâmetro	Produção anual
Máquina ferramenta	Fixações necessárias
Acabamento superficial	Ferramentas necessárias

Figura II 1 - Características de projeto e manufatura que normalmente compõe um SCC

Existem vários sistemas disponíveis no mercado, como o OPITZ, VUOSO, KK1, KK3, etc. Mas nenhum destes códigos pode ser aplicado diretamente a qualquer empresa, sempre é necessário uma customização. Outra opção existente para a empresa que decide por utilizar um SCC, é a de desenvolver seu próprio sistema (MONTEVECHI; LEPIKSON 1990). Muitas vezes o que se faz, é a adoção de um SCC de domínio público, alterando-o convenientemente para a empresa. Um código de domínio público que é sempre citado é o de OPITZ (OPITZ; WIENDAHL 1987).

Os SCC podem ser divididos em várias categorias, tais como funcionais ou descritivos, critérios qualitativos ou quantitativos, orientados para o projeto ou para a produção, estrutura tipo cadeia ou hierárquica, monocódigo ou policódigo, códigos compostos ou separados, etc. Entretanto na maioria dos casos, cada sistema emprega uma combinação destas características, tornando difícil uma comparação entre sistemas com base estritamente nestes pontos de vista.

O primeiro passo para utilização de um SCC é a codificação de todas as peças segundo suas características geométricas, de forma ou de detalhes de fabricação. A codificação pode ser manual, com auxílio do computador, ou segundo algumas pesquisas, diretamente da base de dados de um sistema CAD (Computer Aided Design) (KUSIAK 1985) (ELMARAGHY; GU 1988). Este fato é muito interessante pois permite que a codificação seja obtida com maior segurança de fidelidade à representação da peça, além é claro de diminuir o tempo necessário para esta atividade.

A obtenção de similaridades é obtida pela comparação e análise dos códigos. As peças de mesmo código constituem similaridades relacionadas à todos os atributos do SCC.

Existem basicamente duas técnicas principais para a formação de famílias de peças, que representarão as peças similares relativas a atributos escolhidos. Uma é conhecida como "Code Number Field" e outra como "Characteristic Data" (GONÇALVES FILHO 1988).

A primeira técnica usa uma matriz onde colunas correspondem aos dígitos do código e as linhas aos números. A família de peças é definida especificando em cada coluna da matriz os vários números aceitos naquela família. O processo de classificação é completado comparando cada peça com a matriz pré definida.

A segunda técnica, parecida com a primeira, mas com distinção na literatura, compreende da fixação de campos do código que não se pode mudar, o sistema fornece todas as peças que possuem as características previamente selecionadas.

Um relato sobre a utilização do primeiro método pode ser visto em GRILLO (1988), que mostra a utilização de um SCC comercial o MULTICLASS utilizado em uma empresa. Como exemplo mostra-se a seguir um caso da obtenção de família, decorrente deste sistema. Na Figura II 2 é mostrado o código de uma peça da qual se deseja encontrar similares e os códigos flexibilizados para a pesquisa.

Com a flexibilidade dada o sistema busca, em um banco de dados, peças que se encaixam nos requisitos designados, buscando assim a formação de uma possível família de peças. Para finalizar o exemplo, a Figura II 3, mostra a resposta do sistema apresentando as peças encontradas que se encaixam na flexibilidade designada.

Nota-se que o grande problema do método é a necessidade de se conhecer previamente a natureza da família que se deseja obter, como por exemplo uma família de eixos com

comprimento entre 200 e 350 mm, diâmetro entre 50 e 70 mm e material alumínio. Estes números e informações têm de ser traduzidos em códigos convenientes, que os representam, mediante a consulta a manuais. Este fato é uma desvantagem, pois muitas vezes o que não se conhece é a estrutura da família e na maioria das vezes o que se deseja é isto.

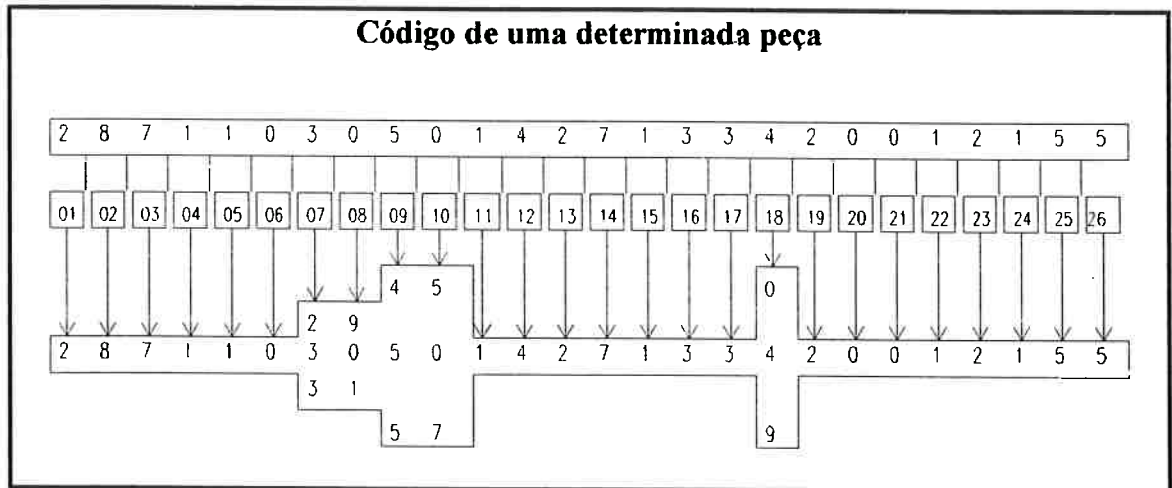


Figura II 2 - Exemplo de códigos flexibilizados

PEÇAS ENCONTRADAS	
Numero da peça (fábrica)	Código
239810	2871- 1030 - 5014 - 2713 - 3420 - 0121 - 55
239819	2871- 1030 - 5014 - 2713 - 3420 - 0121 - 55
239813	2871- 1030 - 5019 - 2713 - 3420 - 0121 - 55
239807	2871- 1031 - 5019 - 2713 - 3420 - 0121 - 55
239880	2871- 1031 - 5019 - 2713 - 3420 - 0121 - 55
239809	2871- 1031 - 5019 - 2713 - 3420 - 0121 - 55

Figura II 3 - Exemplo de peças encontradas após a flexibilização mostrada na Figura II 2

Os principais problemas dos SCC comerciais levantados em uma pesquisa realizada por

HYER; WEMMERLÖV (1989) são:

- Dificuldade em planejar ou selecionar um SCC;
- Deficiências em manuais e ajuda a como utilizar o software;
- Instalação e manutenção do sistema.

É a principal causa da não implantação por muitas empresas, segundo KUSIAK (1987 a) é provavelmente o alto custo dos sistemas comerciais disponíveis. A adoção deste sistemas pelas indústrias requer tempo de desenvolvimento e/ou implantação, além do tempo necessário à codificação das peças.

A maioria dos SCC existentes são úteis para reduzir variações e facilitar a recuperação de informações de projeto, raramente eles tem a característica de terem rotinas para encontrar famílias para manufatura celular. Isto é devido ao fato que eles agrupam peças as quais são similares em forma mas diferentes em tolerâncias, e portanto, deveriam ser processadas em máquinas diferentes (BALLAKUR; STEUDEL 1987). Segundo LUONG (1993) a maioria dos SCC são gerados com ênfase em características de dimensões e formas. E para similaridade de processos a forma de uma peça freqüentemente tem pequena relevância. OFFODILE et al. (1994) aliam o fato de que os SCC naturalmente são sistemas proprietários e por esta razão pouco conhecidos em literatura sobre células e TG. Comentam ainda que os SCC, mesmo sendo mencionados por HYER; WEMMERLOV (1989) como muito utilizados pelas empresas americanas, devem ter no código uma das possíveis razões do atraso em algoritmos de agrupamento para tais sistemas. Esta preocupação deste autor vem deste 1991, quando preocupado com a natureza limitativa dos códigos para obtenção de similaridades, propôs o uso de coeficientes de similaridade para serem usados em SCC (OFFODILE 1991).

Coeficientes de similaridade, que são vistos em item específico deste capítulo, é uma poderosa ferramenta para obtenção de similaridades, mas para o uso em SCC é de difícil adaptação, pois para cada SCC seria necessário estabelecer um sistema particular de atribuição de valores de acordo com o código do sistema. Fato semelhante ocorre com a interessante proposta de MITAL et al. (1988) que propõem o uso do conceito de pertinências para melhorar o processo de codificação, tornando este mais seletivo, da mesma maneira está intimamente relacionado com o SCC em questão.

E um grande problema que os SCC tem é relativo a sua base de dados. As informações que deveriam ser transparentes e possíveis de serem utilizadas por toda a empresa, normalmente são específicas do departamento usuário do SCC (BILLO et al. 1988). Este fato se confronta com a idéia principal da TG em democratizar e reunir todas as informações importantes em uma única base de dados.

II.5. Análise de Fluxo de Fábrica

A Análise de Fluxo de Fábrica (AFF) é uma técnica inicialmente planejada pelo professor J. L. Burbidge, para encontrar as famílias de peças, e o grupo associado de máquinas para assim formar células de manufatura (MONTEVECHI 1990 b). Pode-se notar, então, que a similaridade buscada é a de processo de fabricação.

Este método não usa um SCC ou informações de um desenho para a identificação das famílias. A AFF é usada para analisar a seqüência de operações e rotas das peças produzidas por uma empresa.

A técnica original prevista por Burbidge consiste de 4 fases mas, para a obtenção dos grupos de máquinas que poderão formar células de manufatura, pode-se sintetizar em 3 fases, sendo elas, análise de fluxo de fábrica, análise de grupo e estudo de "layout".

Na primeira fase, o fluxo de material entre departamentos da fábrica é analisado e simplificado. Na fase seguinte, a técnica analisa o fluxo em cada departamento. Aqui, a idéia é agrupar as peças em famílias e as máquinas em grupos de maneira que cada família possa ser completamente processada dentro de uma célula de manufatura. Algumas vezes a separação ideal não pode ser encontrada e algumas soluções precisam ser adotadas.

Finalmente, na última fase a preocupação é obter o melhor "layout" de máquinas para a célula. Na maior parte das vezes, o que se deseja é uma racionalização departamental, uma escolha de famílias para um FMS (sistemas flexível de manufatura), uma seleção de famílias de desenhos com características geométricas semelhantes, etc... Estes fatos fazem com que apenas a segunda fase da metodologia de Burbidge se torne importante para a maioria das aplicações em que se deseja conhecer a estrutura de famílias existentes. As etapas desta fase são:

1. dados iniciais - escolha da população de peças que se deseja conhecer a estrutura de famílias. Os dados normalmente são os números das peças e suas rotas. Dados adicionais, tais como tamanho do lote, tempos padrões e taxa anual de produção, podem ser úteis para o projeto de células.
2. classificação das rotas - consiste de arranjar as peças de acordo com as similaridades de processo.
3. análise - verificação dos grupos formados pela classificação anterior, podendo assim

selecionar as famílias.

Na fase 2, classificação das rotas, é onde se tem notado um grande interesse de pesquisadores em desenvolver metodologias, pois aqui ao contrário do que acontece com a maioria dos métodos existentes nos SCC, a estrutura de famílias não é conhecida previamente e o que se deseja é justamente esta estrutura.

O inconveniente do método é que na maioria das vezes o dados são retirados das folhas de processos de cada peça, e que nem sempre estão atualizados. Os processos são preparados por diferentes processistas e isto gera diferenças nos processos para peças similares. Estes processos podem conter passos ilógicos e desnecessários. Conseqüentemente o agrupamento final proveniente da análise pode não ser ótima. Embora com esta deficiência, a AFF tem a vantagem de necessitar menos tempo para ser implantado que os SCC.

Uma vez que a AFF usa dados de manufatura ao invés de dados de projeto para identificar as famílias de peças, é possível tratar adequadamente duas características. A primeira é o caso de peças de geometria básica bastante diferentes que podem contudo necessitar de processos idênticos ou similares. A segunda é o caso de peças de geometria similares que podem contudo necessitar de processos bastante diferentes.

A grande desvantagem de utilizar AFF é que, na maioria das formulações, não existe nenhuma providência para a racionalização dos planos da manufatura. Considera-se exclusivamente os processos existentes, sem questionar se são adequados ou lógicos .

A análise de grupo é basicamente uma matriz, na qual são assinaladas as máquinas utilizadas para fabricação de cada peça. Na matriz, as máquinas e/ou peças são trocadas

de posição até que se formem as famílias. A Figura II 4 mostra um exemplo, do objetivo básico desta técnica.

Com este princípio de obtenção de famílias, através da manipulação de linhas e colunas, existem vários métodos, alguns até possíveis de serem executados manualmente se a massa de dados não for muito grande. Com o aumento do volume de dados é necessário que o método seja programado em um computador para a obtenção dos resultados.

Os algoritmos baseados neste princípio utilizam uma matriz chamada **peça × máquina**. Para serem programados usam um "1" na entrada na linha *i* e coluna *j* da matriz, que indica que a peça *j* tem uma operação processada na máquina *i*, e usam "0" para a indicação contrária. Após a execução do algoritmo, cujo resultado é a diagonalização das entradas "1", são facilmente identificadas as famílias e por conseguinte as possíveis células de manufatura. Também é possível observar que determinadas peças poderiam ser replanejadas ou até mesmo compradas de terceiros.

O efeito do uso do resultado da manipulação de dados, que originou a matriz B na Figura II 4, pode ser melhor entendido pela Figura II 5. As peças são organizadas em famílias e as máquinas em células.

As implicações que a implantação de células têm, sobre os índices que medem a produtividade e qualidade da produção, estão bastante discutidas na literatura e detalhes podem ser vistos em BURGESS et al. (1993), SHAFER; MEREDITH (1993) e FLYNN; JACOBS (1986).

maqs.	peças																												
	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
A	x	x																		x			x		x				
B		x					x			x		x	x					x					x				x		
C	x		x		x										x		x												x
D		x					x					x	x												x			x	
E								x						x		x													
F							x							x		a			x				x						
G	x		x		x										x		x		x		x		x						
H	x		x		x										x		x				x		x						x
I								x							x					x			x					x	
J							x								x					x			x					x	
K				x		x		x		x													x						x
L				x		x			x		x												x						
M		x										x	x												x				
N		x					x			x		x	x						x						x			x	
O				x		x		x		x		x											x					x	
P				x		x			x		x												x						x
Q	x		x		x											x		x				x							x
R		x								x		x	x						x										
S				x		x				x		x											x						x
T								x							x					x			x	x			x		

matriz A – antes do agrupamento

maqs.	peças																												
	02	12	13	24	27	07	10	18	01	03	05	15	17	20	23	25	29	04	06	09	11	21	28	08	14	19	22	26	16
B	x	x	x	x	x	x	x	x																					
D	x	x	x	x	x	x																							
M	x	x	x	x																									
N	x	x	x	x	x	x	x	x																					
R	x	x	x	x			x	x																					
A								x	x					x	x	x													
C								x	x	x	x	x						x											
G								x	x	x	x	x																	
H								x	x	x	x	x																	
Q								x	x	x	x	x																	
K																													
L																													
O																													
P																													
S																													
T																													
E																													
F																													
I																													
J																													

matriz B – depois do agrupamento

Figura II 4 - Análise de grupo

Pela natureza das informações em que se apoia, AFF é restrita à área de manufatura e não traz, isoladamente, outros benefícios tecnológicos adicionais aos demais ambientes industriais. Neste tipo de método, em que o objetivo quase sempre é a obtenção de

células de manufatura, normalmente uma análise subsequente, mais detalhada é necessária para se ajustar e ratificar a formação das células, fundamentando-se em parâmetros e condicionamentos operacionais estabelecidos, entre outros, naqueles relativos aos seguintes aspectos:

- custos de produção;
- tempo de processamento;
- frequência de movimentação de uma peça durante o processo;
- limite de ciclos que um sistema de movimentação suporta;
- tempo máximo disponível de processamento por máquina;
- limite de máquinas por células;
- limite de porte das máquinas por células.

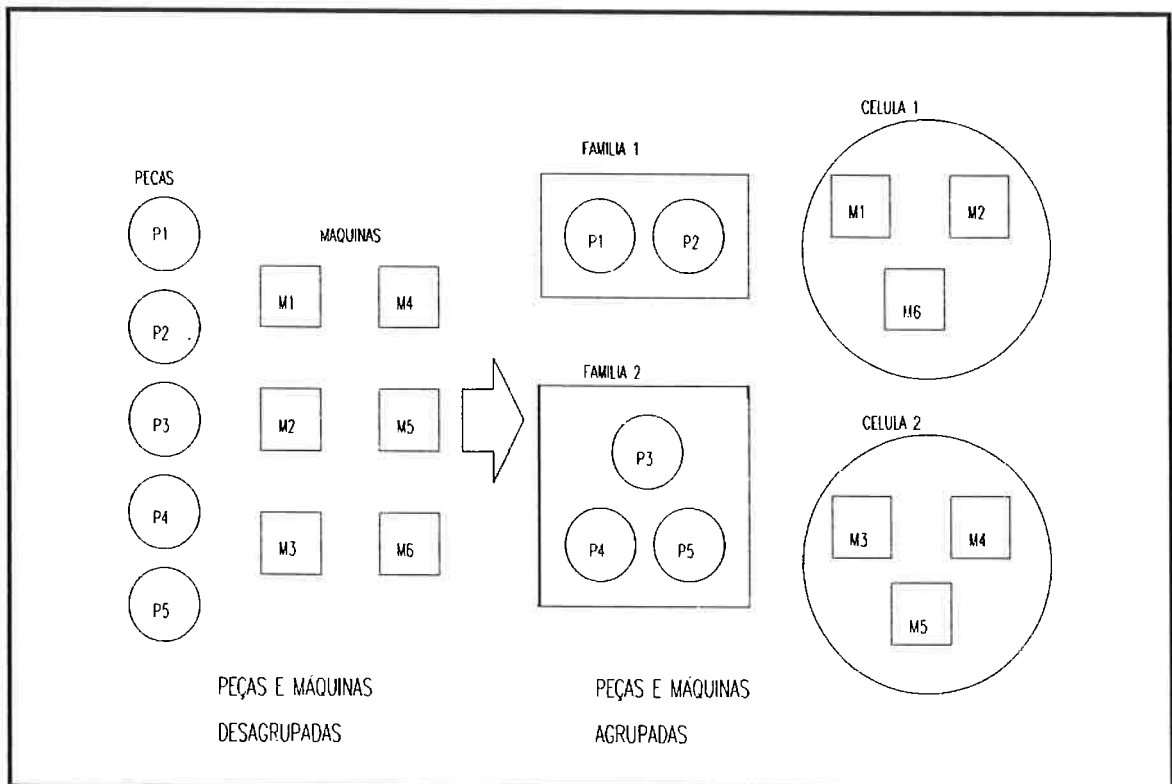


Figura II 5 - Separação em famílias e células de manufatura

Os algoritmos facilitam em muito a análise de grupo, mas nem sempre têm resultados claros quanto à diagonalização, principalmente em casos de um grande número de peças e um menor número de máquinas. Para resolver este problema apareceram classes de algoritmos que se preocupam com as similaridades entre as peças para a formação de famílias. A seguir, são abordados os princípios destes algoritmos, que se destinam exclusivamente à formação de células de manufatura, e que na maioria das vezes estão baseados nos seguintes métodos:

- baseados em arranjo;
- análise de agrupamento;
- programação matemática;
- formulação por grafos.

II.6. Métodos baseados em arranjo

Estes métodos sintetizam o princípio, descrito no item anterior, de obtenção de famílias pela manipulação e rearranjo da matriz (peça \times máquina) de entrada.

Um exemplo do objetivo destes métodos pode ser melhor compreendido pela Figura II 6 a seguir. No processo inicial a visualização dos grupos de peças ou máquinas não é visível. As técnicas de arranjo permitem que através da transformação da matriz inicial, por permutação de linhas e colunas, se obtenha outra matriz, estruturada de tal forma que seja fácil identificar os grupos de peças e de máquinas.

A matriz B da Figura II 6 indica quais as famílias e quais os grupos de máquinas capaz

de processar cada uma das famílias. Para o caso foram obtidas duas famílias de peças, a primeira formada pelas peças 1 e 3, a segunda família pelas peças 2, 4 e 5. As células obtidas foram duas, a primeira formada pelas máquinas 2 e 4, a segunda pelas máquinas 1 e 3.

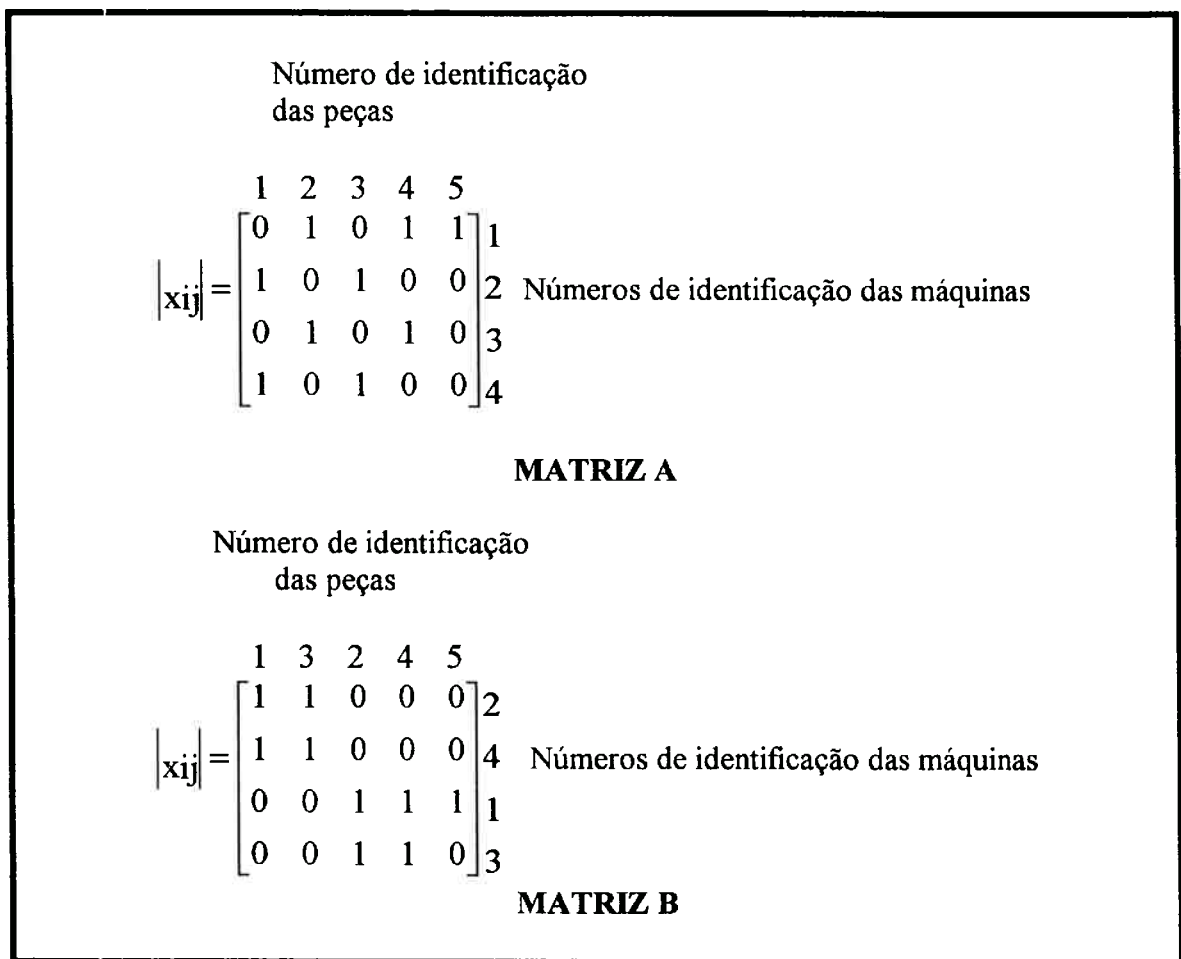


Figura II 6 - Rearranjo da matriz

Como citado, o inconveniente dos métodos que utilizam este princípio está na limitação de trabalho com grandes quantidades de dados, uma vez que a análise do resultado de matrizes de grandes dimensões implica em difícil visualização dos grupos, pois em muitos casos não se verifica que a matriz **peça × máquina** tenha uma estrutura diagonal

dos blocos.

Outro problema é como trabalhar com as peças excepcionais. Considerando, como mostrado na Figura II 7, o caso da análise da matriz A, rearranjando as entradas resulta na matriz B, na qual pode se constatar que a peça 3 é excepcional, ou seja precisa de trabalho em máquinas de duas células diferentes. A pergunta que se faz é, a qual família a peça 3 pertence? Para solucionar este problema é que apareceram outros métodos que são comentados em outros itens deste capítulo.

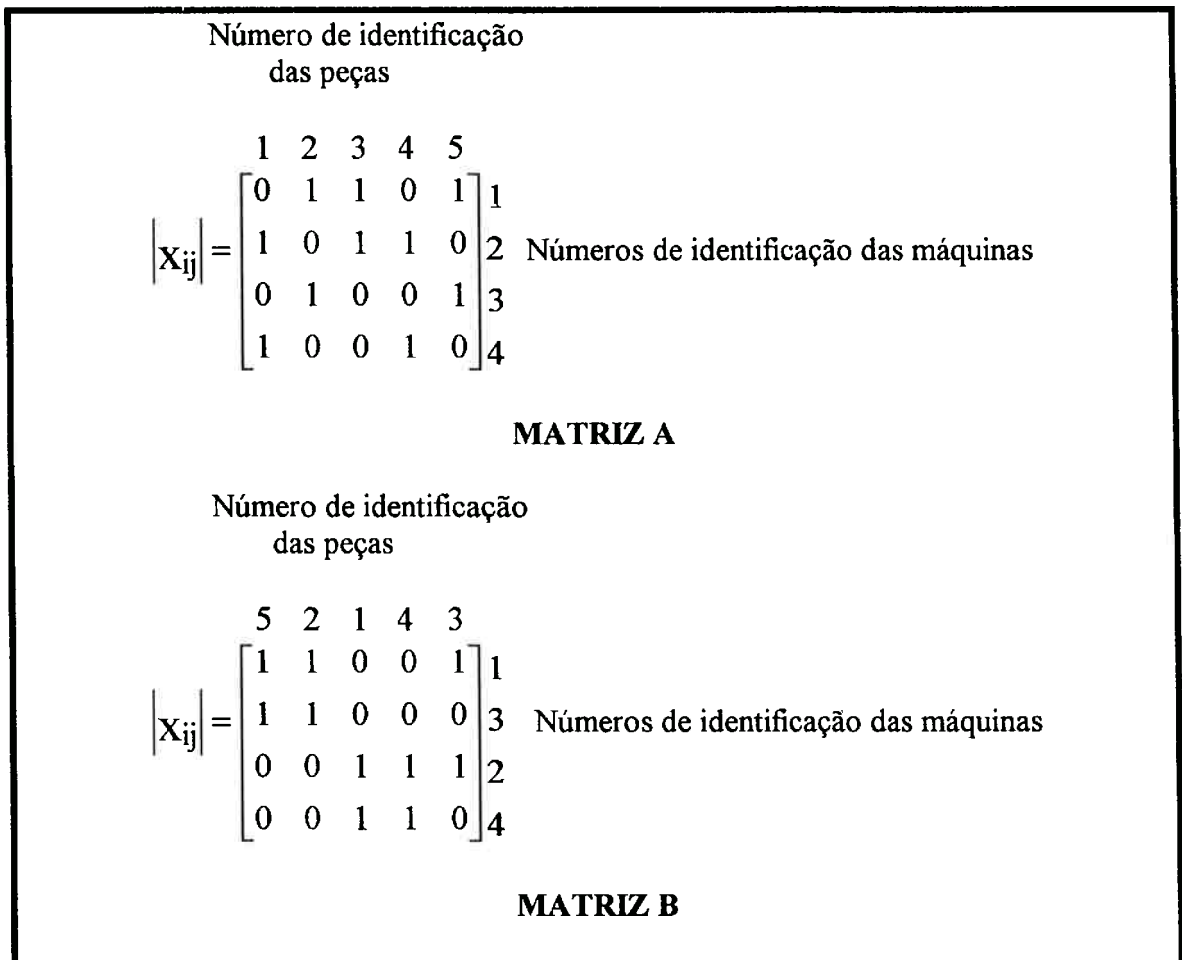


Figura II 7 - Peças excepcionais

Os algoritmos mais populares desta categoria são:

- Rank Order Method (ROC);
- Bond Energy Analysis (BEA);
- Direct Clustering Method (DCA);
- Cluster Identification Algorithm (CI);
- Extended CI Algorithm.

Embora estes algoritmos sejam simples eles não refletem, na maioria das vezes, a realidade da manufatura tais como volume de produção, seqüência de operações, tempos de processamento, balanceamento, limite físico das células, etc... (CHU 1993) (MINIS et al. 1990) (VENUGOPAL; NARENDRAN 1992) (SINGH 1993). Outro grande problema é que a maioria destes algoritmos possuem a debilidade em tratar com máquinas gargalos (SEIFODDINI 1990). A seguir é comentado rapidamente os principais algoritmos desta natureza.

II.6.1. Ranked Order Clustering (ROC)

Este algoritmo foi apresentado por KING (1980), quando foi chamado de ROC, e posteriormente aperfeiçoado por KING; NARKORNCHAI (1982) que resultou na versão ROC2. O ROC é um algoritmo usado para agrupar pequenos números de máquinas. Para solucionar problemas de maior complexidade computacional desenvolveram o ROC2. Os algoritmos têm uma deficiência de que a solução final é dependente da matriz de incidência **peça** × **máquina** inicial (CO; ARAAR 1988).

Na sua concepção original, o método estabelece uma ponderação sobre a matriz binária. Um valor decimal é atribuído a cada palavra binária correspondentes as linhas e colunas. Com estes valores, o algoritmo ROC rearranja as linhas e colunas da matriz de modo iterativo e finito, até que linhas e colunas fiquem dispostas em ordem decrescente. Detalhes do algoritmo podem ser vistos no Apêndice A.

Nota-se neste algoritmo que a característica de utilizar potências (2^n) traz uma consequência direta quanto as possibilidades computacionais. Outro problema é o fato que quando existem máquinas gargalos ou peças excepcionais, a separação em agrupamentos precisa sofrer intervenção de quem faz a análise para a decisão (LUONG 1993). Este algoritmo que é um dos mais conhecidos tem a característica de convergir rapidamente para a obtenção da resposta.

II.6.2. Bond Energy Analysis (BEA)

MCCORMICK et al. (1972) desenvolveram este algoritmo. Uma medida de efetividade (ME) é usada no algoritmo, definida de tal modo que um arranjo que possui alta densidade de entradas 1 próximas define uma maior ME, que um mesmo arranjo no qual a disposição das entradas 1 esteja mais dispersa. A definição da ME para um arranjo considera, para cada elemento, o vínculo que existe deste com seus vizinhos na corrente disposição. A resposta deste algoritmo independe do arranjo inicial da matriz. Maiores detalhes deste método podem ser vistos no Apêndice B.

II.6.3. Direct Cluster Algorithm (DCA)

Um interessante algoritmo baseado em rearranjo é o Direct Cluster Algorithm proposto por CHAN; MILNER (1982). Os passos do algoritmo podem ser vistos na Figura II 8. Baseado no resultado final dos passos do algoritmo apresentado, algumas linhas e colunas na matriz binária têm de ser rearranjados para que agrupamentos satisfatórios sejam obtidos. Pode-se notar que o algoritmo é bastante simples. O algoritmo trabalha com peças excepcionais. Mas a separação das famílias tem de ser feita visualmente na matriz resposta. Neste caso pode haver dúvidas a qual família atribuir a peça excepcional. O mesmo raciocínio é válido para as máquinas gargalo, que o algoritmo também trata. Este algoritmo que converge rapidamente é similar ao ROC, a diferença esta na ponderação que é feita com a posição das entradas 1 (SEIFODDINI 1990).

Passo 1	Determinar o número total de 1 em cada linha e coluna na matriz binária.
Passo 2	Organizar as linhas na ordem crescente correspondente ao número total de 1.
Passo 3	Organizar cada coluna em ordem decrescente correspondente ao número total de 1.
Passo 4	Repetir os passos anteriores até que a posição de cada elemento das linhas e colunas não mais sofram trocas.

Figura II 8 - Algoritmo DCA

II.6.4. Cluster Identification Algorithm (CI)

Este algoritmo, chamado de Identificação de Agrupamentos, foi desenvolvido por KUSIAK; CHOW (1987). Ele permite verificar a existência de agrupamentos

mutuamente exclusivos na matriz de incidência binária, contanto que eles existam.

Segundo KUSIAK (1990) este algoritmo do ponto de vista computacional é muito eficiente. Detalhes deste método podem ser vistos no Apêndice C. O problema do algoritmo é o fato de trabalhar somente com dados mutuamente exclusivos. Peças excepcionais ou máquinas gargalo invalidam esta proposta (KUSIAK 1991). A vantagem é sua simplicidade.

II.6.5. Extended CI Algorithm

Para tratar com peças que acarretam em movimentos intercelulares, e que o método anterior não pode ser aplicado, KUSIAK (1990) desenvolveu este algoritmo. Segundo KUSIAK (1990) ele tem a vantagem de aliar a experiência de quem faz a análise do agrupamento de peças e máquinas e a eficiência do algoritmo apresentado anteriormente (CI Algorithm). O problema existente, por outro lado, é o fato de que para o algoritmo funcionar é necessário a indicação de máquinas que devem fazer parte da célula em questão. A síntese do algoritmo pode ser vista no Apêndice D.

II.7. Métodos baseados em análise de agrupamentos

Genericamente o objetivo de análise de agrupamento é a divisão de uma coleção de objetos, cada objeto representado por um certo número de características, em grupos de

objetos similares, através de alguns critérios ou medidas de similaridades.

As medidas de similaridades que podem ser expressas por coeficientes, incorporam mais flexibilidade ao processo de agrupamento máquina-peça e dão mais facilidades para aplicação de recursos computacionais.

Formalmente, dado N objetos representados pelos vetores X_1, X_2, \dots, X_n em um espaço R^n , o processo de agrupamento procura a separação do espaço em subregiões $R_1^n, R_2^n, \dots, R_m^n$ onde cada objeto pertence a uma e somente uma destas regiões. Em outras palavras, as subregiões satisfazem as condições (2.1) e (2.2).

$$R_1^n \cup R_2^n \cup \dots \cup R_m^n = R^n \quad (2.1)$$

$$R_i^n \cap R_j^n = 0, i \neq j \quad (2.2)$$

Além de uma função similaridade, estes tipos de algoritmos podem utilizar de uma função distância, como exemplo cita-se a distância Euclideana, que é bastante comum nos algoritmos apresentados na literatura (KUSIAK 1985). Dado dois vetores X_i e X_j a distância Euclideana D_{ij} entre eles é expressa por (2.3).

$$D_{ij} = |X_i - X_j| = \left(\sum_{k=1}^n (X_{ik} - X_{jk})^2 \right)^{1/2} \quad (2.3)$$

Na equação (2.3) n é o espaço dimensional e X_{ik} é o valor da variável para a posição k do vetor i . É óbvio que quanto menor a distância D_{ij} , maior a similaridade entre X_i e X_j . Medidas de distância também são chamadas como medidas de dissimilaridades. Estas funções são muito empregadas em algoritmos para agrupamento.

Um algoritmo de agrupamento baseado nesta técnica é uma poderosa ferramenta para descobrir a estrutura do grupo existente em um lote de dados. Também mostra-se como importante passo intermediário no projeto de sistemas de reconhecimento de padrões (Pattern Recognition).

A escolha do coeficiente de similaridade e do algoritmo de agrupamento depende do problema estudado. Medidas diferentes de similaridade usadas com o mesmo algoritmo podem dar agrupamentos distintos, quando aplicadas para o mesmo lote de dados. Nos métodos que utilizam coeficientes de similaridade, a base é definir medidas de similaridade entre máquinas, ferramentas, características de projeto, etc...

A maioria dos trabalhos sobre formação de células têm usado coeficientes de similaridade em conjunto com heurísticas ou alguma programação matemática. Os métodos heurísticos normalmente usam um coeficiente de similaridade e um conjunto de regras de maneira a reunir peças em uma determinada classe em contraste aos métodos, normalmente que usam programação linear, com objetivo de maximizar ou minimizar certo índice.

Uma vantagem dos coeficientes de similaridade é que eles podem ser desenvolvidos levando em consideração dados da fabricação, que são importantes para a análise, o que não ocorre com os métodos baseados em arranjo das matrizes (SEIFODDINI 1989) (SEIFODDINI; HSU 1994). Vários fatores já foram considerados, tais como, volume de peças, informações sobre sequenciamento, ferramentas e setups. Isto faz com que cada vez mais ferramentas sofisticadas sejam desenvolvidas e se adaptem aos objetivos da manufatura celular (SHAFER; ROGER 1993 a).

Uma desvantagem citada por KING; NAKORNCHAI (1982) é que usualmente, quando um coeficiente de similaridade é usado, é necessário que um valor limiar (“*threshold value*”) seja considerado para que se obtenha a solução. E quanto deve ser este valor é um problema que envolve muita arbitrariedade.

A seguir são comentados os dois algoritmos mais citados na literatura, mas uma síntese sobre os coeficientes de similaridade pode ser vista em SHAFER; ROGERS (1993 a) e SHAFER; ROGERS (1993 b).

II.7.1. Single Linkage Cluster Analysis

Análise de agrupamento foi primeiramente aplicada para o problema de formação de famílias de peças em análise de fluxo de fábrica por MCAULEY (BALLAKUR; SEUDEL 1987). O método chamado “**Single Linkage Cluster Analysis**”, faz uso de um coeficiente de similaridade definido para cada par de máquinas A e B como a razão entre o número de componentes que visitam ambas as máquinas e a soma do número de componentes que visitam a máquina A ou a máquina B. Uma matriz de similaridades entre duas máquinas é a entrada para o agrupamento das máquinas em células, que é apresentada em forma de um diagrama chamado de “**dendograma**”.

O coeficiente de similaridade proposto por McAuley pode ser calculado da maneira descrita no Apêndice E. Uma das desvantagens deste coeficiente é que ele não trata com a duplicação das máquinas gargalo. Uma outra desvantagem é a falha em reconhecer o problema de encadeamento, onde dois agrupamentos (células) podem se juntar simplesmente porque dois de seus elementos são similares (SEIFODDINI; WOLF 1986).

Outra característica importante é que o método agrupa máquinas. É necessário um passo adicional para que em seguida sejam atribuídas as peças as células obtidas.

A principal contribuição de McAuley não é especificamente o algoritmo apresentado, mas um caminho sistemático de abordar o problema de agrupamento. Com este algoritmo pioneiro abriu-se caminho para uma série de novos desenvolvimentos (MOSIER; TAUBE 1985).

II.7.2. Average Linkage Clustering

O uso do algoritmo proposto por SEIFODDINI; WOLFE (1986), o "**Average Linkage Clustering**" (ALC) evita problemas que aparecem no coeficiente de similaridade proposto por McAuley. Este algoritmo trata com a duplicação de máquinas gargalos e evita o problema do encadeamento que acontece no método anterior. Para evitar o problema do encadeamento é definido no algoritmo que o coeficiente de similaridade entre qualquer dois agrupamentos é a média dos coeficientes de similaridade entre todos membros dos dois agrupamentos. O número total de movimentos entre duas células, chamado por eles de ICM (Intercellular movements), indica quais as peças excepcionais. Este problema é resolvido removendo as peças excepcionais ou adicionando máquinas idênticas, tornando possível a obtenção de agrupamentos mutuamente exclusivos. A complexidade computacional deste algoritmo é maior que a do anterior. Há necessidade da informação do valor limiar e a resposta pode ser expressa em dendogramas.

II.8. Métodos que utilizam programação matemática

Tem-se nesta categoria, algoritmos baseados nos mais diversos métodos de programação matemática, como por exemplo a programação quadrática, formulação da mediana, etc..., geralmente com objetivos muito específicos na análise dos resultados, como minimizar custos ou tempos, ou maximizar similaridades de processos, buscando sempre uma solução ótima.

A vantagem de considerar estes fatores importantes do ponto de vista da produção, se transforma em desvantagem do ponto de vista computacional. A medida que aumenta o número de restrições, complica-se a programação dos algoritmos baseados em programação matemática.

Um melhor esclarecimento do processo de funcionamento de alguns métodos propostos na literatura encontra-se no Apêndice F. Normalmente a informatização da programação quadrática, primeira formulação do Apêndice F, mostra-se ser complexa, e dá-se preferência a formulações mais fáceis de trabalhar. Que é o caso da formulação da mediana também mostrada no Apêndice F.

KUSIAK (1987a) apresentou um algoritmo, baseado na formulação generalizada da mediana (Apêndice F), que considera processos alternativos, e considera também os custos de produção associados com cada um dos processos. Desta forma o objetivo era também minimizar estes custos.

A programação matemática embora apresente a vantagem em relação a maioria dos métodos vistos até aqui devido ao fato de considerar, por exemplo, custos, tem o

inconveniente de normalmente se ter de especificar o número de famílias antes de iniciar o processo de obtenção de peças similares. LEE; DIAZ (1993) coloca este ponto como grande desvantagem, pois na verdade esta é uma das informações que normalmente se deseja saber. Outro ponto importante, é que a formulação precisa ser obtida com as restrições perfeitamente conhecidas. Se num momento a restrição é custo, e em outro, a restrição é volume da produção, fatalmente são necessárias duas formulações diferentes.

Muitas outras formulações estão publicadas na literatura, como por exemplo, LOGENDRAN (1993), (MIN; SHIN 1993), SHTUB (1989), CO; ARAAR (1988), HWANG et al. (1988), ADIL et al. (1993), RIBEIRO; PRADIN (1993), SRINIVASAN (1994), IRANI et al. (1993) e VENUGOPAL; NARENDRAN (1992).

II.9. Formulação por grafos

Um grafo pode representar um conjunto de entidades chamadas "vértices ou nós" e suas relações mútuas chamadas "arestas ou edge". A representação gráfica usual de grafos utiliza pontos (círculos ou outra forma geométrica) e linhas (ou curvas) para representar os vértices e arestas respectivamente.

Na formulação por grafos, a matriz de incidência **peça** × **máquina** é representada por um grafo. Os seguintes três tipos de grafos podem ser utilizados:

- Grafo bipartite;
- Grafo de transição;
- Grafo de fronteira.

Muitas vezes é usado coeficiente de similaridade na modelagem por grafos, e segundo SINGH (1993) o problema das formulações apresentadas é a não consideração de questões como volume de produção, processos alternativos, etc.

Vários artigos que relacionam formação de famílias e grafos foram publicados na literatura. Detalhes sobre eles podem ser vistos em ELMARAGHY; GU (1988), CHANDRASEKHARAN; RAJAGOPALAN (1986), VANNELLI; HALL (1993) e VANNELLI ; KUMAR (1986).

Detalhes desta formulação encontra-se no Anexo G.

II.10. Reconhecimento de Padrões

Um objetivo comum de sistemas baseados em reconhecimento de padrões é o reconhecimento de membros de uma dada classe em um lote contendo muitas classes de modelos. Um modelo descreve um membro de uma categoria representando uma classe.

A tarefa de reconhecimento de padrões pode ser dividida em três fases:

- aquisição;
- pré-processamento de dados;
- decisão de classificação.

Em geral, este tipo de sistema aceita entrada de dados, transforma-os em um formato adequado e responde com uma saída indicando a classificação do dado de entrada. Reconhecimento de Padrões tem sido tradicionalmente usado em diagnósticos médicos, previsão do tempo, processamento de imagens, reconhecimento de voz, etc.

A aplicação de reconhecimento de padrões em TG normalmente consiste na classificação de novas peças em famílias previamente formadas. Com a utilização prévia de uma análise de agrupamento, pode-se formar várias famílias. Aplicando reconhecimento de padrões as novas peças são, então, classificadas na família mais adequada, sem que seja necessário analisar todo o lote de peças novamente.

Os dados de entrada podem ser representados por um vetor $X(i)$ cujos componentes são as características para descrever o objeto que se quer reconhecer. Cada componente de um vetor X pode ser pensado como uma variável no espaço n-dimensional, e cada vetor aparece como um ponto no espaço. Vetores com características comuns ou pertencentes a mesma classe são agrupados juntos no espaço amostral.

A pesquisa de PEKLINIK; GRUM (1980) e PEKLINIK et al. (1984) é talvez a mais conhecida nesta aplicação. Os autores usam funções potenciais para classificar novas peças em famílias pré definidas.

Primeiramente, o projetista precisa codificar as peças de acordo com uma lista de características previamente formadas. As características tiradas da lista são transferidas para uma matriz binária onde um campo escuro significa que a peça possui a característica. A seguir a matriz binária é lida por um dispositivo ótico dentro do computador na forma de vetor binário. Portanto, uma peça pode ser pensada como um ponto no espaço n-dimensional. Este vetor é então comparado com a peça de referência (chamada de peça composta) descrita por outro vetor $F(r)$ e é atribuída para a família a qual tem o mais alto potencial. Em outras palavras, o processo de decisão é acompanhado pela procura e determinação do máximo valor da função potencial. As funções são expressões matemáticas cujos resultados guiam a classificação das peças em

agrupamentos inicialmente estabelecidos.

A pesquisa necessita uma especificação a priori do número e características das famílias de peças, e como já comentado nem sempre são conhecidas. O sistema não é capaz de criar novas famílias quando uma peça não é qualificada em qualquer uma das famílias existentes.

LOGAR; PEKLENIK segundo GONÇALVES FILHO (1988) apresentaram uma pesquisa heurística para encontrar as peças referências. O método inicia pela identificação da peça mais complexa ou composta em um conjunto de dados como representativo da primeira família de peças.

A seguir, peças menos complexas tendo um conjunto de características como um subconjunto do conjunto de características das peças complexas são atribuídas para formar a primeira família de peças. Depois, a segunda peça mais complexa, entre as peças remanescentes, é identificada e o processo de atribuição é repetido formando a segunda família. Este processo é repetido até a exaustão dos dados. Se o número de famílias é grande, então um algoritmo é utilizado para as peças compostas, para juntar as famílias mais similares. A similaridade entre as peças complexas é calculada por uma função distância.

A pesquisa é uma tentativa para sobrepor a maior desvantagem do método anterior, mas sua eficiência, comenta GONÇALVES FILHO (1988), é questionável. Por exemplo, se uma peça muito complexa é apresentada no conjunto de dados ela pode dominar todas as peças remanescente.

Outro trabalho sobre reconhecimento de padrões é o proposto por GONÇALVES

FILHO (1988). O autor em seu trabalho já expressava a preocupação com as limitações impostas pelos SCC, e propõe um sistema para obtenção de famílias com objetivos de projeto e planejamento do processo baseado em informações de forma, que se expressa por informações binárias, e informações quantitativas sobre grandezas como comprimento, diâmetro etc..., descritas por valores reais. O sistema inicialmente baseado em uma amostra de peças, classifica estas peças em famílias. Em seguida as demais peças são classificadas à estas famílias previamente encontradas. São usados critérios de distância para classificação das peças. O método foi proposto basicamente para características de peças rotacionais. O trabalho tem a preocupação em dar um tratamento matemático, através de técnicas de agrupamento, para o problema de obtenção de similaridades para características geométricas. Entretanto, um procedimento que considere explicitamente a importância das características, que o autor mostrou ser necessário, para uma maior eficiência dos agrupamentos obtidos, é uma necessidade para atingir os objetivos do método proposto. O autor usa da experiência do projetista para atribuição destas importâncias, mas sem uma forma sistemática e metodológica.

II.11. Redes Neurais na formação de famílias

Rede Neural é uma técnica recente a qual tem sido objeto de diversos estudos por matemáticos, estatísticos, físicos, engenheiros e pessoal que trabalha com computação.

Embora redes neurais tenham sido aplicadas com sucesso em várias áreas incluindo a manufatura, seu uso em manufatura celular (formação de células em particular) é

relativamente recente, com poucos trabalhos publicados sobre o assunto.

Rede Neural é um sistema que processa informações dinamicamente em resposta a entradas externas. Uma rede neural normalmente é composta dos seguintes elementos:

- **Conjunto de neurônios.** Uma rede neural consiste de neurônios (ou unidades de processamento) que enviam e recebem sinais do ambiente externo ou de outros neurônios na rede. Os neurônios são organizados em vários níveis, dependendo da arquitetura de rede utilizada.
- **Padrão de conectividade.** Os neurônios formam uma rede resultante das ligações existentes entre eles. Estas conexões podem ser entre neurônios dentro do mesmo nível ou entre níveis diferentes. As conexões também podem ser excitatórias ou inibitórias, dependendo do peso destas.
- **Regra de propagação.** A regra de propagação é usada para agregar sinais de outros neurônios. Muitas regras de propagação são utilizadas na prática.
- **Regra de ativação.** Uma vez que os sinais de entrada são agregados, os neurônios aplicam uma regra de ativação para converter a entrada agregada com seu nível prévio de ativação em um novo nível de ativação.
- **Função de transferência.** Uma função de transferência então planeja o valor de ativação de um neurônio em um sinal de saída para ser enviado a outros neurônios.
- **Regra de aprendizado.** Aprendizagem em uma rede neural envolve um processo de troca de padrões e firmeza da conectividade entre neurônios. A aprendizagem pode ser supervisionada ou não, podendo existir ambas em um mesmo modelo.

Todos os elementos citados visam simular o processo de aprendizado e raciocínio do cérebro humano. A expectativa com esta modelagem é a de poder resolver problemas de

difícil solução por métodos convencionais. A técnica é bastante promissora pois permite a programação de restrições e objetivos variados, fato freqüente em problemas da manufatura celular. Um problema que pode ocorrer, com esta metodologia, é que na maioria das vezes é necessário que exista um período de aprendizado pela rede. Isto é feito alimentando o sistema com problemas em que se sabe a resposta previamente, para que pesos convenientes sejam atribuídos dentro da estrutura da rede. E nem sempre existem exemplos suficientes para que um bom aprendizado seja garantido.

Os algoritmos que utilizam redes neurais para formação de famílias são normalmente as formulações com objetivo de classificação em padrões, com as quais se podem classificar diferente padrões em diversas classes. Algoritmos deste tipo foram desenvolvidos por CHU (1993), MOON; CHI (1992), KUSIAK; CHUNG (1991), VENUGOPAL; NARENDRAN (1994), RAO; GU (1994), SURESH; KAPARTHI (1994) e CHUNG; KUSIAK (1994).

II.12. Formação de famílias considerando a incerteza

As técnicas vistas até agora não consideram incertezas e imprecisões na formação de famílias. Para incorporar as incertezas as quais são inerentes nas medidas de similaridade entre peças, a matemática Fuzzy pode ser utilizada. No processo de decisão nos sistemas de manufatura freqüentemente se depara com ambigüidades. Sobre tais circunstâncias, Fuzzy tem provado ser uma ferramenta efetiva para levar em consideração o imprevisto.

Embora haja distinção entre os métodos anteriores, quase todos eles são baseados na

lógica de classificação binária. Em outras palavras 0 ou 1 é atribuído para cada característica individual, podendo ser esta característica geométrica ou de processo de fabricação. Entretanto, na realidade a atribuição de características de fabricação é um processo que envolve imprecisão. Outra deficiência dos métodos anteriores, descrita por XU; WANG (1989) é que eles assumem que as famílias de peças são mutuamente exclusivas e que cada peça somente pertence a uma determinada família. Na realidade, é claro que algumas peças definitivamente pertencem a uma determinada família, mas existem algumas peças que esta afirmação não é totalmente e exclusivamente verdadeira.

A utilização da função de pertinência permite a inclusão da incerteza inerente em características de peças e assim pode produzir resultados mais realistas. Utilizando esta técnica, a formação de famílias de peças pode tornar-se mais flexível. O valor da função de pertinência, o qual está entre 0 e 1, reflete qual a quantidade de uma determinada característica uma peça tem. Ou seja, a característica não é mais descrita por dois estados. Quanto mais próximo de 1, maior quantidade da característica investigada a peça possui.

Mesmo já tendo sido alertado por WEMMERLÖV; HYER (1987), como um item importante de ser investigado, poucos trabalhos utilizando lógica Fuzzy foram publicados na literatura. SINGH (1993) que apresentou um trabalho de revisão sobre métodos de formação de famílias também constata esta deficiência. A seguir são discutidos brevemente os trabalhos encontrados relativo a este tema.

II.12.1. Aplicação de análise de agrupamento e reconhecimento de padrões Fuzzy para Tecnologia de Grupo¹

O trabalho de JIANYING (1987) propõe um algoritmo que visa a formação de famílias de peças e classificação de peças com base em características geométricas. A proposta foi para solucionar problemas de peças rotacionais de uma empresa. O autor, apresenta como ponto interessante, o cálculo de uma função peso, para realçar as características mais importantes para classificação, embora neste ponto o artigo não seja claro quanto a proposta.

O início da metodologia é a montagem de uma matriz de características \times peças que se deseja analisar. Para atribuir valores a esta matriz no intervalo entre [0,1], o autor utiliza algumas equações que fazem uma ponderação sobre os dados levantados. Nota-se neste ponto, que esta atribuição está baseada nos valores quantitativos, não representando ainda dados Fuzzy, uma vez que as características são completamente definidas. Este é o ponto de maior desvantagem da metodologia. Dados qualitativos e subjetivos, como por exemplo, alta ou baixa complexidade, não podem ser manipulados.

Escolhe-se em seguida alguma função de similaridade e obtém-se uma nova matriz, quadrada. Esta matriz relaciona as peças analisadas e apresenta valores entre 0 e 1 que indicam a similaridade entre elas. Números próximos de 1 significam grande semelhança. Como esta matriz não é transitiva, ou seja não é apropriada para a separação de agrupamentos mutuamente exclusivos, calcula-se, baseado na teoria Fuzzy, o

¹ Trabalho desenvolvido por JIANYING (1987).

fechamento transitivo, que também resultará em outra matriz $n \times n$, e que permitirá a obtenção de agrupamentos mutuamente exclusivos. Com base em um valor limiar de similaridade, fornecido por quem faz a análise, são separados os diversos agrupamentos possíveis na amostra. No trabalho o autor não é claro no cálculo da matriz transitiva. Não apresenta o teste necessário para que se comprove a propriedade de transitividade.

O esquema básico do sistema pode ser visto na Figura II 9. O autor divide o procedimento em duas partes importantes. A primeira é uma fase de treinamento, onde são classificadas peças selecionadas, que servirão para determinar os agrupamentos e referências de cada um deles. Na segunda fase, as demais peças são atribuídas aos grupos já formados usando para isto o princípio da mínima distância e o cálculo de pertinências. As peças selecionadas na primeira fase constituem a amostra de aprendizado do sistema.

Finalizando, o autor se preocupou muito com o aspecto da lógica da obtenção de similaridades, e nada com o uso de dados que não os quantitativos.

II.12.2. Formação de famílias de peças para aplicações de TG baseada na matemática Fuzzy²

Este trabalho foi desenvolvido por XU; WANG (1989). Para incorporar as incertezas do ambiente de manufatura, eles propuseram um algoritmo que possui como característica, a formação de famílias com objetivos de manufatura. Entretanto as características que

² Trabalho desenvolvido por XU; WANG (1989).

são trabalhadas para solução do problema, são características geométricas, discutidas e levantadas com projetistas, que são importantes para o processo de manufatura da peça. Não são consideradas as máquinas que participam do processo de cada peça. O algoritmo pode ser dividido em duas etapas, a primeira visa a formação das famílias, e a segunda visa a classificação de novas peças nas famílias previamente formadas. Na primeira etapa existem duas alternativas, baseadas em agrupamento utilizando a matemática Fuzzy. A primeira alternativa é aquela em que não se sabe o número de famílias que se irá formar, precisando aqui entrar com um valor limiar para a similaridade entre as peças. O procedimento é semelhante ao relatado no algoritmo do item anterior, só que o autor não detalha os passos para se chegar ao resultado. Este fato prejudica a análise do método, porque falta informação sobre o tratamento de transitividade que a matriz de similaridade deve ter.

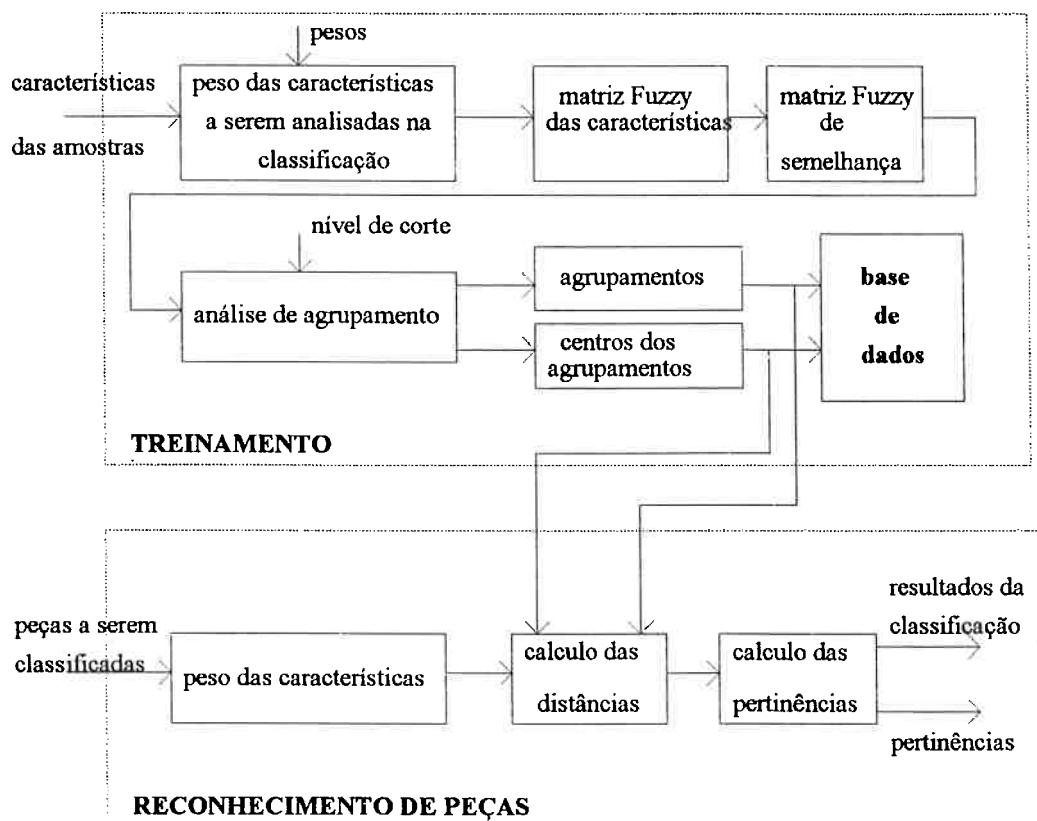


Figura II 9 - Diagrama de blocos do sistema especialista

Na segunda alternativa, se sabe o número de famílias, e este número é a entrada necessária para os cálculos. Esta segunda alternativa é chamada de classificação Fuzzy. Para a execução deste algoritmo é necessário selecionar dois parâmetros que o autor não explica como fazer adequadamente. Outro problema que também não foi abordado é o processo para obtenção da matriz não binária, que é o primeiro passo para a formação das famílias, e onde se considera a possibilidade de uma peça poder pertencer a outras famílias.

Segundo os autores, as duas alternativas não apresentam diferenças significativas. Mas, para que o resultado da classificação Fuzzy seja adequado, é necessário saber o número de famílias apropriado para o caso. É aconselhado utilizar a primeira alternativa, para estimar o número de famílias e a seguir, usar a classificação Fuzzy, para decisão sobre qual a família mais adequada para cada peça.

Outra etapa do trabalho esta baseada no procedimento de Pattern Recognition, utilizando também Fuzzy para classificação de novas peças. Nesta etapa é necessário que haja a indicação de um valor limiar de similaridade para a comparação que se irá fazer. Se a nova peça não puder ser classificada em uma das famílias previamente formadas, devido ao fato de sua similaridade com as peças referências estar abaixo do valor indicado como limiar, esta peça é colocada em um arquivo de espera, e é tentada uma nova classificação quando há a aumento na massa de dados de entrada.

A deficiência maior do trabalho, também como no apresentado no item anterior, é a do tratamento dos dados que podem ser utilizados para as características que especificam as peças. Os autores iniciam o artigo mostrando que as pertinências podem ser obtidas por gráficos, mas não mostram detalhes dos que foram utilizados. Não há indicação de

possibilidade de tratamento de informações subjetivas.

II.12.3. Agrupamento Fuzzy para formação de células de manufatura³

Este algoritmo foi apresentado por CHU; HAYYA (1991). O algoritmo se diferencia em relação ao de XU; WANG (1989) e ao apresentado por JIANYING (1987), pois, ao invés de trabalhar com informações de natureza geométrica, ele trabalha com o processo de obtenção das peças. O objetivo principal é o de formar células de manufatura. Embora o autor o considere diferente, devido ao fato de trabalhar com informações de processo. A formulação matemática é semelhante à parte da proposta de XU; WANG (1989), quanto a formação de famílias quando se sabe o número delas. Os autores mostram uma maneira de iniciar o algoritmo, apresentando uma forma de obtenção da matriz não binária de atribuição de peças a famílias para a classificação Fuzzy.

Apresenta também como uma característica interessante a indicação de um fator que permite uma realocação das peças em outras famílias, mediante a consulta a um índice calculado pelo algoritmo, indicando prioridade de realocação.

O algoritmo é limitado já que prevê exclusivamente a formação de células de manufatura, quando se sabe a priori o número destas. Como entrada do algoritmo, além da pertinência das peças em cada uma das máquinas, é necessário informar o número de células, o índice de incerteza (Degree of Fuzziness) e um fator de comparação para

³ Trabalho desenvolvido por CHU; HAYYA (1991).

parada da execução do algoritmo. O algoritmo trabalha com peças excepcionais, mas possui restrições quando o número de famílias é grande. O algoritmo também é muito sensível aos parâmetros de entrada, como o índice de incerteza, o número de famílias e o fator de comparação para encontrar a solução final. Este fato, que é constatado pelos próprios autores, faz com que este algoritmo tenha de se ser utilizado com muito cuidado.

As vantagens do método apresentado estão relacionadas com a indicação de pertinência de cada peça em relação às famílias, bem como da pertinência das máquinas em relação às células, outro fator importante é que peças excepcionais não afetam o algoritmo e finalmente a consideração de um índice de realocação de peças, relacionado com as prioridades.

Este algoritmo funciona como os de rearranjo da matriz de incidência **peça × máquina**, tendo a desvantagem, além das já comentadas, de não considerar aspectos adicionais, como custo, por exemplo, na obtenção das células e famílias.

II.12.4. Formação concorrente de família de peças e células de manufatura baseada na teoria de conjuntos Fuzzy⁴

Este interessante artigo, apresentado por ZHANG; WANG (1992), propõe a utilização da incerteza em algoritmos para formação de células de manufatura. Os autores estudam

⁴ Trabalho desenvolvido por ZHANG; WANG (1992).

dois algoritmos, que em sua origem trabalham com a matriz binária (0 se a peça não é processada na máquina e 1 caso contrário). Os algoritmos, adaptados para a condição de incerteza, foram os propostos por McAuley e o de King. Estes algoritmos são os Single Linkage Clustering e o ROC (Rank Order Clustering) respectivamente.

O ponto mais interessante da proposta de ZHANG, WANG (1992) é a obtenção da matriz de pertinências entre peça \times máquina. Nos métodos tradicionais, inclusive nos modificados pelos autores, a matriz de incidência é da forma da Figura II 10.

$$\begin{array}{cc}
 & \begin{matrix} X_1 & X_2 & X_3 & \dots & X_n \end{matrix} \\
 \begin{matrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_m \end{matrix} & \left| \begin{array}{ccccc} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \dots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \dots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \dots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ u_{m1} & u_{m2} & u_{m3} & \dots & u_{mn} \end{array} \right.
 \end{array}$$

Figura II 10 - Matriz binária

onde,

- X_j é uma peça, $j = 1, 2, \dots, n$;
- Y_i é uma máquina, $i = 1, 2, \dots, m$;
- u_{ij} representa a relação entre a peça j e a máquina i , ($u_{ij} = 0$ ou 1);

Devido a inflexibilidade da matriz binária, que significa somente sim ou não, os autores propõem o uso da matriz não binária. Para que isto ocorra, uma modificação é feita na matriz da Figura II 10, que é a de u_{ij} representar a pertinência da peça j em relação à

máquina i . E a pertinência estará no intervalo entre 0 e 1. Mas para obter esta matriz é proposto o cálculo de um índice combinado a partir das diversas características das peças, e que são importantes para a escolha de máquinas. Uma característica que é citada como exemplo é a tolerância, a qual pode ser usada para se saber o quanto uma máquina é adequada para processar uma determinada operação na peça. O que se tem na verdade são funções de pertinência, de como cada característica da peça é importante em relação a cada máquina. Estes dados são obtidos por funções de pertinência apropriadas e que compõem uma outra matriz, que é formada pelos valores de cada relação característica \times peças que se está analisando. De todas características relativas a uma máquina, a que indicará o valor a ser usado na matriz não binária, é aquela de menor pertinência. Desta forma é montada a matriz de pertinência de peças em relação às máquinas a partir das características das peças.

Depois de formada a matriz de elementos entre 0 e 1, esta é a entrada para os dois algoritmos mencionados. Para o primeiro, foi necessário que fosse mudado a maneira de se calcular o coeficiente de similaridade. Ele foi definido da seguinte maneira:

$$S_{ij} = 1 - \frac{\sum_{k=1}^n |u_{ik} - u_{jk}|}{m}$$

onde:

- S_{ij} = coeficiente de similaridade entre a máquina i e j ;
- u_{ik} = o pertinência entre a peça k e a máquina n .

Este coeficiente reflete o grau de relação entre as máquinas. Depois de calculado os diversos coeficientes para cada par de máquina, estas podem ser agrupadas de acordo

com estes coeficientes e um valor limiar escolhido. No caso particular deste algoritmo, as peças têm de ser atribuídas depois do agrupamento de máquinas serem obtidos. Esta tarefa pode ser difícil.

Para o segundo algoritmo modificado, o ROC, a maneira de se obter o resultado é a mesma apresentada na descrição do algoritmo original. Só que ao invés de se ter valores 0 ou 1, tem-se as pertinências de cada peça em relação a máquina. A vantagem deste algoritmo é, que ao contrário do anterior, ao se obter as células já se encontram as peças que devem ser nelas processadas. Outra vantagem deste algoritmo é o fato de não se ter de fixar nenhum parâmetro como valor limiar para que a análise ocorra. Mas, como no algoritmo original, é necessário que a decisão sobre as famílias e células seja feita sobre a matriz resposta. Basicamente as vantagens e desvantagens dos dois algoritmos modificados continuam as mesmas dos originais

O interessante desta proposta é que após obtido os agrupamentos de máquinas, existe agora a possibilidade de se analisar máquinas mais adequadas para processamento das famílias de peças, além é claro, de poder eliminar as que fazem operações semelhantes.

A desvantagem do procedimento comentado é que a maneira de atribuição de pertinências por gráficos, proposta para a obtenção da matriz não binária, não permite flexibilidade e agilidade. Obter gráficos para todas as características tecnológicas relativas a cada máquina, pode ser inviável, se o número de características e/ou máquinas for elevado.

II.13. Comentários sobre os métodos de obtenção de similaridades

Neste capítulo foram abordados diversos métodos existentes e publicados sobre o problema da obtenção de similaridades e portanto a formação de famílias de peças. Como pode-se notar, existem uma série de abordagens e cada qual com suas particularidades, vantagens e desvantagens. Este estudo dá suporte ao desenvolvimento de uma nova metodologia, uma vez que como é visto, no capítulo III a seguir, pretende-se atender características existentes nos Sistemas de Classificação e Codificação (SCC) e nos métodos de Análise de Fluxo de Fábrica (AFF). SCC dão um panorama dos dados importantes necessários a manufatura e principalmente a projetos. Na AFF, por sua vez, é onde se encontram os métodos mais sistematizados para formação de famílias de peças.

A Figura II 11 sintetiza como pode-se classificar as diversas técnicas quanto à sua utilização nas três grandes abordagens para o problema da obtenção de similaridades.

Um quadro com um resumo dos aspectos mais importantes, sobre as metodologias principais e técnicas analisadas neste capítulo, pode ser visto na Figura II 12. A formulação por grafos não está mencionada na Figura II 12, devido ao fato de se ter características semelhantes a técnicas de arranjo e coeficiente de similaridade, lembrando apenas, que esta formulação se preocupa exclusivamente com a formação de células de manufatura.

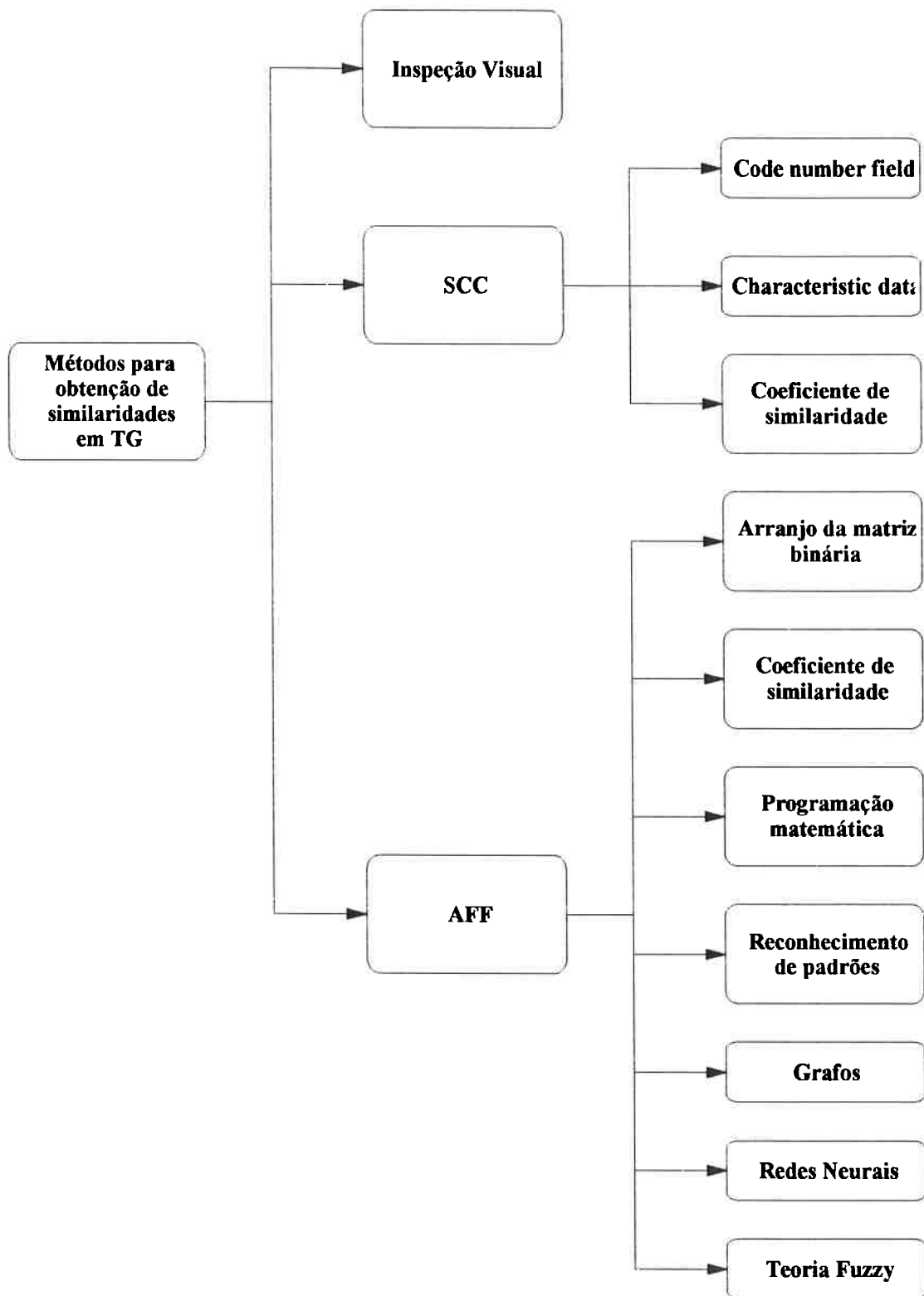


Figura II 11 - Estrutura das técnicas usadas para obtenção de similaridades

ANÁLISE VISUAL	SCC	AFF
<ul style="list-style-type: none"> • método simples; • necessidade de grande experiência de quem faz a análise; • limitação da quantidade de dados com que se trabalha; • pioneiro na implantação com sucesso da TG; 	<ul style="list-style-type: none"> • necessidade de uma base de dados; • base de dados específica a aplicação que se destina; • alto custo; • tempo de desenvolvimento e codificação; • codificação baseada em manuais; • tempo de implantação; • maioria atende a aspectos de projeto; 	<ul style="list-style-type: none"> • idéia simples; • atende essencialmente a manufatura; • usa lógica binária; • maior uso para formação de células; • várias técnicas são empregadas para formação de famílias; • utiliza as informações das fichas de processo de cada peça; • métodos elaborados e complexos;
ARRANJO DA MATRIZ BINÁRIA	COEFICIENTE DE SIMILARIDADE	PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA
<ul style="list-style-type: none"> • Tenta obter a diagonalização da matriz binária; • Na maioria das vezes não tratam com informações adicionais importantes para a manufatura; • Exclusivo para obtenção de células; • Dificuldade de analisar o resultado quando o número de peças e máquinas é grande. 	<ul style="list-style-type: none"> • Podem considerar informações adicionais importantes para a manufatura; • Utilizam funções de similaridade ou cálculo de distâncias; • Normalmente necessitam de valores limiares; 	<ul style="list-style-type: none"> • Consideram restrições e objetivos que normalmente existem na manufatura; • Formulações restritas aos objetivos previamente especificados; • Complexos do ponto de vista computacional; • Normalmente é necessário se estabelecer o número de famílias previamente.
RECONHECIMENTO DE PADRÕES	REDES NEURAIIS	FUZZY
<ul style="list-style-type: none"> • normalmente utilizado para classificação de peças em famílias previamente formadas; • utiliza funções distância; 	<ul style="list-style-type: none"> • técnica recente utilizada para formação de famílias; • necessidade de padrões pré-estabelecidos; 	<ul style="list-style-type: none"> • considera a incerteza; • flexíveis na classificação; • utiliza funções distância; • limitação da maneira de se estabelecer pertinências. • usa técnicas de agrupamento; • usado principalmente para formação de células;

Figura II 12 - Aspectos dos principais métodos e técnicas sobre formação de famílias

Todos os métodos com objetivo único de formação de famílias, com exceção dos que utilizam Fuzzy, pressupõem que as informações são corretas e precisas. Este é um fato relevante para que Fuzzy tenha grande interesse em novos desenvolvimentos, uma vez que as empresas normalmente possuem dados incertos e informações não quantificáveis sobre dados de seus produtos ou serviços.

Como foi constatado, poucos trabalhos foram publicados sobre Fuzzy relativo à similaridades para o ambiente industrial e naqueles publicados notou-se a maior inclinação a trabalhos destinados a aplicações da manufatura. O espectro de peças que foram abordados são restritas às peças rotacionais e a regra de composição testada era a proposta por ZADEH (1965). Nenhuma metodologia proposta avalia as informações contidas nos agrupamentos obtidos e não fazem investigações quanto as alternativas de funções de similaridade ou distância. Outro aspecto levantado é uma deficiência nos tipos de funções de pertinência disponíveis relativas às características que se quer estudar. E nenhuma metodologia trata o problema de uma forma mais ampla, de tal modo que possa atender tanto a aspectos de projeto como de manufatura.

A maioria dos métodos se preocupam exclusivamente com a formação de células, o que não permite que os objetivos maiores da TG sejam atingidos, e que é o de possibilitar uma base de dados que possa ser compartilhada por toda a empresa. Sozinhas, as técnicas de agrupamento não tratam com informações relativas a material, geometria ou tolerâncias, por exemplo. Como estes métodos têm objetivos específicos, KUSIAK (1987 b) e ARVINDH; IRANI (1994) já apontam que uma solução que permita abordar o problema de uma forma mais ampla, pode ser um sistema híbrido onde se encontre metodologias integradas, somando as vantagens dos SCC e AFF.

Uma outra observação é a de que na maioria dos métodos investigados não havia a preocupação, alertada no capítulo I, de se propiciar um ambiente em que o homem iterege de forma mais efetiva e fácil. Podendo, assim, exprimir as suas necessidades quanto a recuperação de similaridades, sem ter de se adequar a forma normalmente rígida de entrada de dados. Esta observação é também uma das preocupações deste trabalho.

É claro que esta revisão não esgota o assunto, já que existe um número muito grande de publicações, principalmente sobre manufatura celular. Entretanto, procurou-se ter uma abordagem dos métodos mais comentados e relacionados por pesquisadores que trabalham com o tema, o que permite uma visão geral e concisa sobre o atual estágio de formulações para o problema da obtenção de similaridade.

O algoritmo para formação de células de manufatura proposto por GONÇALVES FILHO (1988), que é baseado em técnicas de agrupamento e heurística, não foi apresentado neste capítulo, pois é a base da proposta de uma nova formulação para similaridade de processos e formação de células de manufatura, e está comentado no capítulo III.

III. METODOLOGIA

III.1. Considerações iniciais

Neste capítulo é apresentada a nova metodologia baseada nos conceitos da lógica Fuzzy. Cada item é detalhado com os fundamentos que permitem a análise de similaridades entre peças. É considerada a incerteza que normalmente existe nos processos e informações que são necessárias para as decisões nas empresas, de modo a atender aos objetivos pretendidos e citados no capítulo I.

A utilização de pertinências permite a inclusão da incerteza inerente em características de peças. A função de pertinência é concebida para ser flexível e para oferecer alternativas a como fazer a atribuição às diversas características que podem ser analisadas.

A metodologia é a base necessária para a concepção de um software protótipo. Desta maneira uma ferramenta computacional também foi desenvolvida, permitindo que a busca de similaridades se tornasse uma tarefa simples, mas racional do ponto de vista matemático, permitindo que o conhecimento de especialistas sejam sistematizados de tal maneira a poderem ser usados por outros. Desta forma é atingido uma das premissas do trabalho em se ter um sistema em que a interface com o homem fosse fácil e mais natural. Além disto, a outra preocupação que dirigiu a concepção da metodologia, foi a base de dados, cujas informações devem possibilitar uma disponibilidade de um armazenamento eficiente dos dados e que possam estar inseridos em uma única fonte de consulta. Deste modo se estará atendendo aos dois pontos essenciais da TG comentados no capítulo I.

Para melhor entender o conteúdo deste capítulo, a Figura III 1 mostra esquematicamente como os diversos itens estão relacionados. Pode-se ver que a metodologia pode ser dividida em 3 grandes partes. A primeira é referente a formação de famílias de peças, com informações exclusivas sobre a similaridade entre peças. A segunda parte é referente a obtenção de células de manufatura, onde se identifica de uma forma concorrente os grupos de máquinas, que podem ser células e as famílias de peças. A terceira parte é relativa a classificação de novas peças em famílias previamente estabelecidas. As três partes foram estabelecidas de tal forma a poderem se relacionar, para permitir uma análise efetiva sobre similaridades. Por exemplo, é possível primeiramente se buscar determinada similaridade geométrica e em seguida buscar grupos de máquinas para processar as peças selecionadas. Em uma análise deste tipo, provavelmente se estará buscando racionalizações de tempo de preparação de máquinas. A classificação de novas peças, atende ao caso de considerar uma nova peça numa base já instalada e analisada previamente de famílias. A avaliação dos agrupamentos se aplica a todos os resultados obtidos. As três partes reunidas constituem numa metodologia abrangente para obtenção de similaridades.

III.2. Lógica Fuzzy

Conforme citado no capítulo I, o processo de decisão nos sistemas de manufatura freqüentemente envolvem incertezas e ambigüidades. Sobre tais circunstâncias Fuzzy tem provado ser uma ferramenta efetiva para levar em consideração o impreciso. A teoria Fuzzy ou teoria dos Conjuntos Difusos embora tenha seu início no ano de 1965 quando ZADEH (1965) propôs a metodologia, só recentemente tem sido aplicada com

sucesso em problemas do dia a dia das empresas. Como citado por LAPRADE; TORRES (1993), o Japão é o país pioneiro na utilização da teoria Fuzzy em sistemas industriais ou do dia a dia como controle de metrô, controle de máquinas fotográficas, máquinas de lavar roupas e etc.

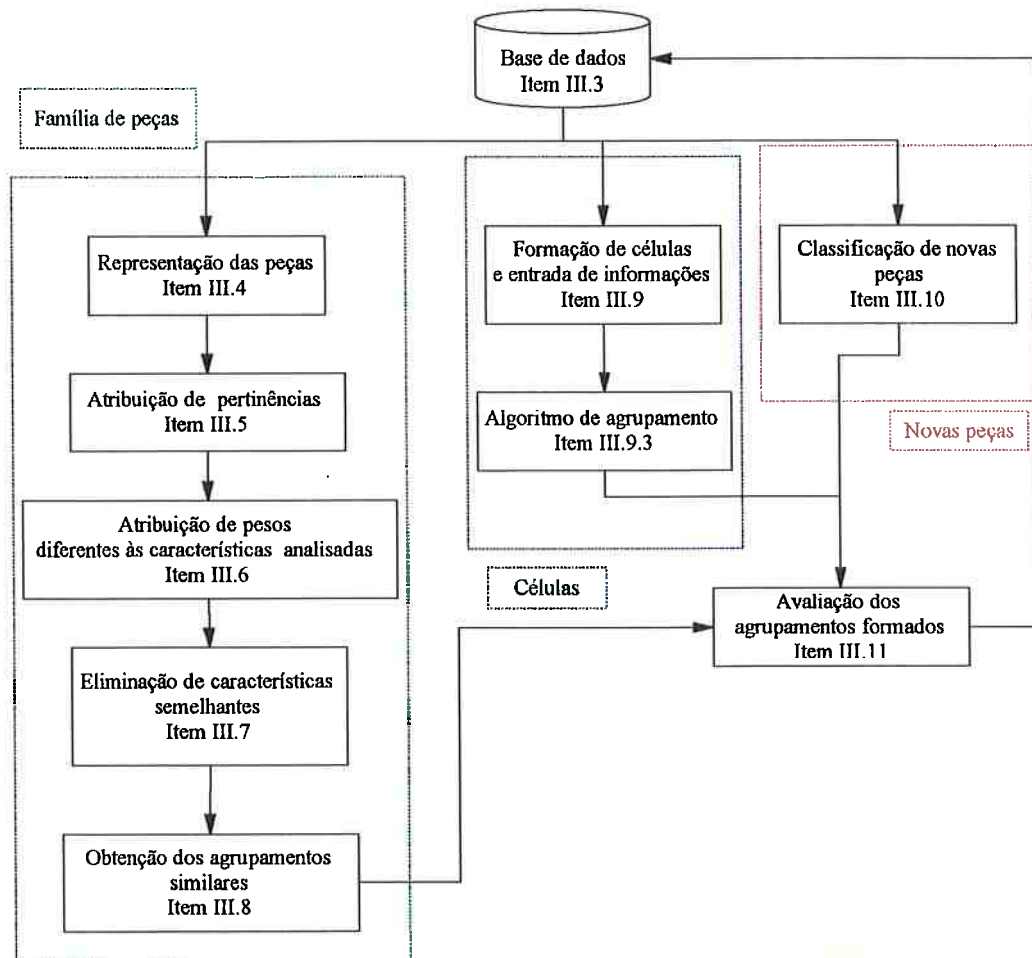


Figura III 1 - Relacionamento dos itens do capítulo III

A maioria dos processos industriais são complexos devido ao número de variáveis envolvidas e a dificuldade de quantificação destas variáveis. Por vezes, diversas destas grandezas têm seus valores estabelecidos através de processos subjetivos, sendo classificados por meios de valores lingüísticos, como grande, pequeno, muito grande, entre outros. Os valores das grandezas classificadas desta maneira são passados para

números que, em muitas vezes, não representavam valores corretos das grandezas. Isto é necessário pois a matemática clássica opera somente com números não aceitando valores lingüísticos.

Como citado por vários pesquisadores, a lógica Fuzzy é um passo em direção de aproximar a precisão da matemática clássica e a "imprecisão" do mundo real. Esta aproximação é importante para melhor compreender os processos mentais e do conhecimento. A teoria Fuzzy consegue manipular e operar quantidades exatas e inexatas (quantificadas através de valores lingüísticos). Uma revisão dos pontos importantes para a metodologia, sobre lógica Fuzzy, que foram importantes para a formulação desta pesquisa, encontram-se no Anexo A. Este anexo sintetiza a simbologia usada e sua explicação (este é um problema devido às diferenças significativas que existem entre alguns símbolos usados na matemática clássica e a matemática Fuzzy). Além disto, não existe ainda uma padronização para publicações que tratam com a incerteza. Vários livros e artigos foram utilizados para a conceituação necessária MCNEILL; THRO (1994), COX (1994), TERANO et al. (1994) e KAUFMANN (1975). Deste último foram utilizados vários exemplos para melhor ilustrar os conceitos apresentados no Anexo A.

III.3. A base de dados

Um ponto de extrema importância, para a obtenção das famílias de peças, que considere aspectos de geometria e manufatura, é a base de dados que providenciará as características que serão classificadas por suas similaridades. Na base de dados devem

estar disponíveis todas as informações importantes sobre as diversas características dos componentes. Os dados devem estar organizados de tal modo a serem facilmente acessados por toda as áreas de uma empresa e deste modo atender ao princípio fundamental da TG em providenciar uma base de dados única, como ilustrado esquematicamente na Figura III 2. Esta característica permitirá com que os dados sejam analisados segundo a ótica do problema em questão. Estes dados devem estar disponíveis da forma que o ser humano entenda, e possa utilizá-los mais efetivamente.

São propostas aqui, algumas características importantes que podem ser registradas para cada peça e que podem exemplificar a metodologia. A princípio são consideradas as características de projeto e manufatura recomendadas para sistemas de classificação e codificação. Mas deve-se lembrar que não é desenvolvido um código, as peças são arquivadas pela descrição de suas características, para evitar os problemas já comentados sobre o inconveniente das base de dados de um SCC. As características que normalmente são recomendadas são as da Figura III 3 a seguir.



Figura III 2 - Base de dados única

Cada característica é identificada de maneira unívoca, sendo facilmente resgatada quando solicitada. Algumas das características que são utilizadas, estão melhor detalhadas na Figura III 4. Para preencher os dados necessários é preciso ter disponível além do desenho, as fichas de processo e informações adicionais sobre os lotes produzidos, ao longo do tempo, para cada componente que deverá ser cadastrado. O universo de características escolhidas para exemplificar a potencialidade da metodologia são as que caracterizam as peças prismáticas, que não são consideradas nos trabalhos pesquisados que abordam similaridades geométricas.

CARACTERÍSTICAS DE PROJETO	
Forma externa básica	Dimensões principais
Forma interna básica	Dimensões de menor importância
Acabamento superficial	Tolerâncias
Material	
CARACTERÍSTICAS DE MANUFATURA	
Processo principal	Máquinas ferramenta
Operações de menor importância	Tempo de produção
Maior dimensão	Tamanho do lote
Acabamento superficial	Produção anual

Figura III 3 - Características de projeto e manufatura

Na base de dados, as características podem ter seus atributos de duas formas. A primeira forma é a mais comum e trata com dados quantitativos. Estes dados são, por exemplo, características em que não há dúvidas quanto ao seu valor, como as dimensões das peças. A segunda forma trata com dados qualitativos, que são atributos dados de forma linguística, como por exemplo complexidade de forma, cujos atributos podem ser complexa, pouco complexa, nenhuma complexidade, etc... Este tipo de atributo viabiliza o procedimento de obtenção de informações, para que, o conhecimento de especialista se materialize em conhecimento disponível para a empresa.

CARACTERÍSTICA	DETALHAMENTO	ATRIBUTOS
Furos passantes	diâmetro máx.	
	diâmetro min.	
	número de furos	
Furos não passantes	diâmetro máx.	
	diâmetro min.	
	número de furos	
Pockets	comprimento máx	
	comprimento min.	
	largura max.	
	largura min.	
	profundidade máx.	
	profundidade min.	
	número de pockets	
Planos	área máx.	
	área min.	
	número de planos	
Ranhuras	comprimento máx.	VALORES NUMÉRICOS
	comprimento min.	
	número de ranhuras	E SUBJETIVOS QUE
Furos roscados	diâmetro máx.	
	diâmetro min.	CARACTERIZAM AS
	passo máx.	
	passo min.	CARACTERÍSTICAS
	número de furos	
Superfícies inclinadas	inclinação máx.	DE CADA PEÇA
	inclinação mín.	
	área máx.	
	área min.	
	núm. sup. inclin.	
Forma básica	(A) comprimento total	
	(B) altura máxima	
	(C) largura máxima	
Tecnologia	tolerância mais apertada	
	melhor acabamento	
	nível de complexidade	
Material	resistência	
	dureza	
	velocidade de corte ótima	
Complexidade de forma	núm. de superfícies com trabalhos diferentes	
	núm. de superfícies especiais	
	núm. de elementos rotacionais	
	núm. de engrenagens	
Lote	núm. máx. para produção	
	núm. min. para produção	
Produção anual	núm. máx.	
	núm. min.	
Processos	núm de operações em torno	
	núm de operações em furadeira	
	núm de operações em fresadora	
	núm de operações em retífica	

Figura III 4 - Características das peças prismáticas para a base de dados

Em resumo, as vantagens que esta base de dados deve proporcionar em relação a as originadas principalmente em SCC, estão descritas na Figura III 5.

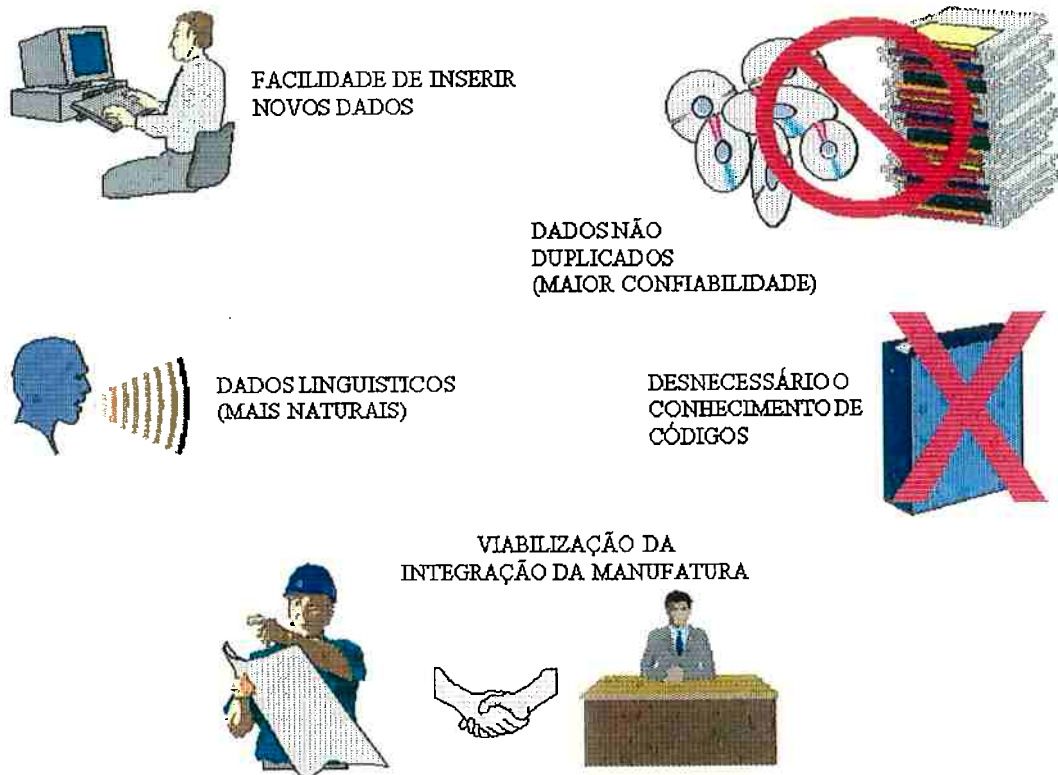


Figura III 5 - Vantagens da base de dados

Para obter as vantagens desejadas, a base de dados é desenvolvida usando os conceitos de orientação por objetos. Isto significa que a informação sobre cada peça, encapsula a informação de todas as suas particularidade. Uma base de dados orientada por objetos permite o arquivamento de estruturas complexas de dados que são importantes para engenharia (WINBLAD et al. 1993), permitindo ainda facilidade em fornecer informações para a parte lógica da metodologia. Aspectos mais detalhados sobre a base

de dados, inclusive informações adicionais sobre máquinas e processos, são vistos no próximo capítulo.

III.4. Representação das peças

Para classificação das peças quanto a similaridades, representa-se estas por vetores, sendo X um lote de n peças. A representação deste conjunto é dada em (3.1).

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (3.1)$$

Cada um dos componentes de (3.1) tem m características. Assim uma peça é representada por um vetor de m dimensões, como é mostrado em (3.2).

$$x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}) \quad (3.2)$$

$x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}$ são os valores das características da peça i . O lote de peças consiste então de uma matriz $n \times m$. Esta matriz tem a forma apresentada na Figura III 6.

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & \dots & x_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n1} & \dots & \dots & x_{nm} \end{bmatrix}$$

Figura III 6 - Matriz peças \times características

A matriz da Figura III 6 é formada com os valores das características que são importantes para a análise de agrupamentos. As características são selecionadas através

de uma escolha realizada na base de dados sobre as peças. Os valores das características podem ser dados quantitativos ou qualitativos.

III.5. Atribuição de pertinências

Na base de dados, como já comentado, podem estar inseridos dois tipos de dados, quantitativos e qualitativos. Desde que as características podem ser quantitativas ou qualitativas é importante que o procedimento de agrupamento possa tratar com estes dois tipos de características de uma maneira unificada. É necessário manipular os dados destas características de uma forma normalizada, de outra maneira pode haver problemas de escala. Nesta metodologia os dados das diferentes características são expressos em termos de pertinência. Para isto, para cada característica a ser analisada nas peças são atribuídas pertinências entre 0 e 1, o que elimina o problema de escala. A matriz da Figura III 6 deve assim ser transformada para que isto aconteça. Neste sentido, funções de pertinência adequadas para cada característica deverão estar disponíveis.

III.5.1. Características quantitativas

Valores de pertinência para características quantitativas podem ser expressas diretamente em função dos valores das características retiradas da base de dados. Por exemplo a característica comprimento, imaginando que os valores obtidos para 7 peças fossem dados pelo vetor (3.3).

$$[10.00; 7.2; 4.5; 6.75; 6.25; 9.00; 3.50]$$

(3.3)

Os valores de pertinência para esta característica podem ser obtidos dividindo cada valor de comprimento pelo maior valor do vetor (para o caso 10.00). Este procedimento resulta em um outro vetor, que é o de pertinência e que é dado por (3.4).

$$[1.00; 0.720; 0,45; 0.675; 0.625; 0.900; 0.350] \quad (3.4)$$

As pertinências também podem ser atribuídas utilizando algumas das expressões a seguir, sugeridas por JIANYING (1987).

$$x'_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_{j\max}} \quad (3.5)$$

$$x'_{ij} = \frac{x_{ij} - x_{j\min}}{x_{j\max} - x_{j\min}} \quad (3.6)$$

$$x'_{ij} = 1 - \frac{|x_{ij} - \bar{x}_j|}{x_{j\max} - x_{j\min}} \quad (3.7)$$

onde, os parâmetros utilizados são calculados da seguinte maneira:

- $x_{j\max} = \max(x_{ij})$
- $x_{j\min} = \min(x_{ij})$
- $\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij}$
- $i = 1, 2, \dots, n$ e $j = 1, 2, \dots, m$

Além disto também pode-se utilizar gráficos com as funções de pertinência, que

atribuirão automaticamente o valor da função de pertinência às características selecionadas para a matriz da Figura III 6. Como exemplo, imaginando que se está classificando uma família de eixos longos, e a peça em questão possui 100mm de comprimento. Se a função de pertinência for a da Figura III 7, a pertinência que a peça terá para esta característica geométrica é 0.8. As demais peças que forem da amostra a ser analisada terão seus valores de pertinência atribuídos da mesma forma.

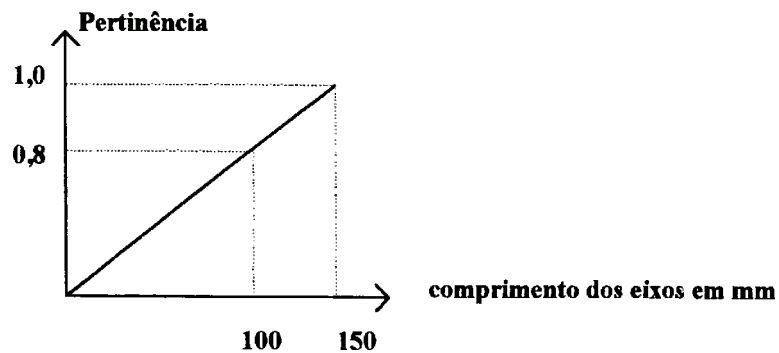


Figura III 7 - Atribuição de pertinência por gráficos

A possibilidade de manipular funções permite uma grande flexibilidade ao processo de atribuição de pertinências.

III.5.2. Características qualitativas

Ao contrário de algumas características que são únicas e definidas de forma não ambígua, as incertas não possuem definição clara. Estas características normalmente são qualitativas e descrevem os atributos em termos incertos, tais como, “grande, estreito, médio, complexo, alto, baixo...”. Exemplos destas características podem ser, rugosidade

das peças, velocidade de corte ou complexidade de forma. No caso da característica velocidade de corte, pode-se ter, por exemplo, uma classificação pelos atributos: alta velocidade, média velocidade ou baixa velocidade.

Uma maneira de se quantificar estas características é usar o método AHP (Analytic Hierarchy Process) que tem sido utilizado como ferramenta de suporte em tomadas de decisão e foi proposto por SAATY (1977). O método fundamenta-se em comparação dos atributos das diversas características, dois a dois. Desta forma é possível obter uma escala de importância de cada um dos atributos, fato essencial para obtenção das famílias de peças que considerem incertezas. É montada uma matriz quadrada avaliando-se a importância de um atributo sobre o outro, utilizando para isto uma escala adequada quando é feita a comparação. Definida a matriz de comparação, calcula-se o autovalor e seu correspondente autovetor para a matriz. O autovetor dá a ordem de prioridade ou hierarquia dos atributos estudados, que para o problema estudado representará os pesos (pertinência) dos diversos atributos designados para uma dada característica. O autovalor é a medida que permitirá avaliar a consistência ou a qualidade da solução obtida.

Usar o método AHP foi uma proposta de ARIEH; TRIANTAPHYLLOU (1992), que se preocupam com este problema, mas não tratam adequadamente a obtenção de similaridades, a possibilidade de usar gráficos e o uso do AHP para outros pontos importantes, que são abordados neste trabalho.

a) A metodologia do método AHP

O AHP (Analytic Hierarchy Process) é um método que permite atribuir pertinências para atributos em que se necessita ter uma ponderação e valores numéricos não podem ser obtidos diretamente. O problema é então encontrar o valor relativo ou prioridade de cada atributo com respeito a característica em questão. Esta lista de prioridade torna-se então pesos, que podem ser usados como pertinências na classificação por similaridades que se deseja.

O AHP trabalha com uma matriz de comparação, isto é, pares de atributos, cujas entradas indicam a força com a qual um atributo domina outro.

Se, por exemplo, as pertinências são w_i , $i = 1, \dots, n$, onde n é o número de atributos, então uma entrada a_{ij} é uma estimativa de w_i/w_j ¹. A formulação de escalação é traduzida em um problema do maior autovalor. A teoria matemática assegura a existência de um autovalor real positivo para matrizes com entradas positivas cujo autovetor associado é um vetor de pesos (SAATY 1977). Este autovetor pode ser normalizado para ter a soma de seus valores igual a um, ou para que o maior valor encontrado seja um. Estes autovetores são únicos.

Supondo que deseja-se comparar um conjunto de n atributos, que definem uma característica, em pares de acordo com suas pertinências. Designando os atributos por

¹ n representa o número de atributos que são usados para determinar uma característica (por exemplo, alta velocidade, média velocidade e baixa velocidade podem ser atributos da característica velocidade de corte, e então $n = 3$), w_i representa o valor numérico do atributo se existesse uma escala e a_{ij} os termos da matriz A que significam a estimativa da importância de um atributo sobre o outro, que é um dado a ser fornecido por quem faz a análise.

A_1, \dots, A_n e suas pertinências por w_1, \dots, w_n . As comparações por pares podem ser representadas por uma matriz como indicado em (3.8).

$$A = a_{ij} = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & \dots & A_n \\ A_1 & \left[\begin{array}{cccc} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \dots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \dots & w_2/w_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \dots & w_n/w_n \end{array} \right] & & & \end{matrix} \quad (3.8)$$

A matriz (3.8) tem em todas entradas valores reais e positivos, satisfazendo ainda a propriedade (3.9).

$$a_{ji} = 1/a_{ij} \quad (3.9)$$

A matriz (3.8) recebe o nome de matriz recíproca positiva. Pode-se ver que se a matriz (3.8) for multiplicada pelo vetor transposto w^T que tem como valores w_1, \dots, w_n , é obtido o vetor nw . Com isto, o problema toma a forma indicada em (3.10).

$$Aw = nw \quad (3.10)$$

O raciocínio até agora assume que w (pertinência) é conhecida. Entretanto o que se tem, normalmente, é a matriz A e assim para calcular w , é necessário resolver o sistema de equações indicado por (3.11).

$$(A - nI)w = 0 \quad (3.11)$$

Em (3.11) w é desconhecido e o sistema de equações terá uma solução não zero se e somente se n é um autovalor de A . Isto é uma raiz da equação característica de A . Mas A tem dimensão 1 ($\dim \{A\} = 1 \Rightarrow$ todas as linhas da matriz são linearmente dependentes da primeira) desde que cada linha seja uma constante múltipla da primeira

linha. Assim todos os autovalores λ_i , $i = 1, \dots, n$, serão zero exceto um. Portanto somente um dos λ_i , que é chamado λ_{\max} , terá um valor diferente de zero e é o valor n .

A solução w para este problema é qualquer coluna de A . As soluções se diferem por uma constante multiplicativa. Entretanto, é conveniente normalizar esta solução para que a soma dos atributos seja igual a 1 ou para que o atributo de maior intensidade tenha pertinência 1. O resultado é uma solução única não importando qual coluna foi usada. Desta maneira foram obtidas pertinências proveniente da matriz de razões.

A matriz A satisfaz a propriedade de consistência (3.12), sendo chamada de consistente. Por exemplo, se for dado qualquer linha de A , pode-se determinar as entradas restantes desta relação.

$$a_{ij}a_{jk} = a_{ik} \quad (3.12)$$

Agora supondo que se está tratando com a situação em que as pertinências não são conhecidas, e se tem a estimativa das razões na matriz, para este caso a consistência citada pode não ocorrer, que é o caso mais comum a ser observado para o problema de obtenção de similaridades. Para uma representação, realista, da situação em comparações de preferência, deve-se considerar a inconsistência em julgamentos, porque, mesmo se esforçando os sentimentos e preferências humanas são inconsistentes e intransitivos.

Sabe-se que em qualquer matriz, pequenas perturbações nos coeficientes implicam em pequenas perturbações nos autovalores. Assim o problema mostrado por (3.11) torna-se o representado por (3.13).

$$A'w' = \lambda_{\max}w' \quad (3.13)$$

Também sabe-se que uma matriz de entradas positivas tem um autovalor real positivo cujo módulo excede a todos os outros autovalores (SAATY 1977). O correspondente autovetor tem entradas não negativas e quando normalizado é único. Alguns dos autovalores remanescentes podem ser complexos.

Supondo que se tenha a matriz recíproca positiva, com seus valores obtidos através de estimativa. Para se ter uma estimativa global de inconsistência para uma perturbação das suas entradas, é necessário se saber quanto é próximo λ_{\max} de n e/ou w' de w . Se eles não são próximos pode-se revisar a estimativa feita na matriz. Nota-se que melhorando a consistência não significa que se está obtendo uma resposta próxima da solução real. Significa somente que as estimativas das razões na matriz, são mais próximas de serem logicamente relacionadas que se forem escolhidas aleatoriamente.

A partir daqui é usado $A = (a_{ij})$ para estimar a matriz e w para o autovetor. A matriz recíproca A de entradas positivas só é consistente se $\lambda_{\max} = n$.

Com a inconsistência, sempre λ_{\max} é maior que n . Para estimar o autovetor, para o caso de não consistência, uma maneira é multiplicar as entradas de cada linha da matriz A e tirar a raiz n (número de atributos) (SAATY 1977). Desde que deseja-se ter valores que somados resultem em 1, normaliza-se o vetor encontrado anteriormente pela soma de todas as entradas deste vetor. Se deseja-se ter o elemento de maior valor com pertinência 1, basta dividir o vetor previamente encontrado pelo mais alto valor. Este autovetor é que poderá ser usado para quantificar dados qualitativos em TG.

Mas, a consistência dos julgamentos não é óbvia e tem de ser examinada. Uma medida de consistência é a razão de consistência (RC). A razão de consistência é obtida

primeiramente estimando λ_{\max} . SAATY (1977) estima λ_{\max} somando as colunas da matriz A e multiplicando este resultado (que é um vetor) por w , normalizado para que o somatório dos valores do autovetor seja 1. Ele estabelece, então, a expressão (3.14) como um índice de consistência (IC) para a estimativa feita para a matriz recíproca A .

$$IC = \frac{(\lambda_{\max} - n)}{(n - 1)} \tag{3.14}$$

A razão de consistência (RC) é obtida por (3.15), onde CA é um índice de consistência aleatória, originado de uma amostra de 500 matrizes recíprocas positivas geradas aleatoriamente com as entradas do conjunto $\{1/9, 1/8, \dots, 1, 2, \dots, 8, 9\}$.

$$RC = \frac{IC}{CA} \tag{3.15}$$

Se os cálculos produzem um RC maior que 0.10, então é recomendada uma revisão da matriz de julgamento A , até RC ser menor ou igual a 0.10. Uma tabela obtida para valores de CA em função do número de atributos que se está estudando (ordem da matriz) é visto na Figura III 8.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CA aleatória	0	0	0.58	0.9	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45

Figura III 8 - Tabela para verificação de consistência

SAATY (1977) afirma que quanto maior a ordem da matriz menos significante são as perturbações sobre o autovetor. Se a ordem da matriz é pequena, o efeito de uma perturbação sobre o autovetor pode ser grande. Pode-se assumir que quando o índice de consistência mostra que as perturbações da consistência são grandes, e portanto o

resultado é precário, a informação não pode ser usada para uma resposta razoável. Pode-se tentar melhorar a consistência, para um ponto, onde sua confiança indicada para o índice seja aceitável e o valor do índice seja pequeno (quando comparado com seu valor de uma matriz recíproca gerada aleatoriamente e de mesma ordem).

b) Quantificando dados qualitativos

É apresentado agora a escala recomendada por SAATY (1977) que foi testada com resultados satisfatórios quando comparada a outras escalas. A escala é usada para a estimativa das razões da matriz recíproca positiva, que sintetiza a comparação dos atributos de uma determinada característica. A matriz tendo seu autovetor calculado fornece as pertinências para a característica qualitativa que se deseja estudar.

Os julgamentos das pessoas são tomados qualitativamente e uma correspondente escala de valores é atribuída a eles. Como comentado, não se espera uma consistência para todas as entradas da matriz, porque os sentimentos das pessoas não correspondem a uma fórmula exata. Entretanto, para se ter uma melhora na consistência nos julgamentos numéricos, qualquer valor de a_{ij} é atribuído comparando o atributo i com o j , o valor recíproco é atribuído automaticamente para a_{ji} . Este valor é $a_{ji} = 1/a_{ij}$. Usualmente deve-se atribuir os valores que são maiores que a unidade. Se um atributo é julgado ser α vezes mais forte que um outro, então para a outra combinação deve-se atribuir $1/\alpha$ como valor de intensidade.

O argumento em favor da escala proposta por SAATY (1977) é que ela pode ser usada para reproduzir resultados já conhecidos em física, economia, ou em qualquer área que

exista uma escala. Esta escala é útil para valores de $n < 10$.

Devido a experimentos psicológicos que mostram que um indivíduo não pode simultaneamente comparar mais que 7 objetos (mais ou menos dois) sem se confundir, SAATY (1977) escolheu 9 como limite. O grau de importância proposto é o da Figura III 9.

Intensidade de importância	Definição	Explicação
1	Igual importância	Duas atividades contribuem igualmente para o objetivo
3	Fraca importância de uma sobre a outra	Experiência e julgamento favorecem ligeiramente uma atividade e relação a outra
5	Essencial ou forte importância	Experiência e julgamento favorecem fortemente uma atividade em relação a outra
7	Importância demonstrada	Uma atividade é fortemente favorecida e sua dominância é demonstrada na prática
9	Absoluta importância	A evidência favorecendo uma atividade sobre a outra é a mais alta ordem de afirmação
2, 4, 6, 8	Valores intermediários entre dois julgamentos sucessivos	Quando se deseja um maior compromisso
Recíprocos dos valores acima	Se uma atividade i tem um dos valores não zero acima quando comparado com a atividade j , então j tem um valor recíproco quando comparado com i .	
Racionais	Razões surgidas da escala	Se a consistência foi forçada para obtenção de n valores numéricos para cobrir a matriz

Figura III 9 - A escala de SAATY (1977)

Pode-se notar que o número zero não é utilizado na escala. Isto é natural já que o recíproco deste número é indeterminado. Os recíprocos de todos os valores, que são maiores ou iguais a 1, devem ser colocados na posição transposta da matriz recíproca

positiva, sendo estes valores obtidos diretamente após o julgamento de dois atributos (não sendo obtido por julgamento).

No momento de se preencher a matriz de comparações A , considerando dois atributos, i no lado esquerdo (linha) da matriz e outro atributo j acima (coluna) é necessário estimar qual dos dois tem a propriedade em discussão maior e quanto mais forte (usando a escala de 1 a 9). Isto leva a obtenção de a_{ij} . O valor recíproco a_{ji} é então automaticamente atribuído.

O número necessário de julgamentos a serem feitos, notando que $a_{ii}=1$ e $a_{ij} = 1/ a_{ji}$, é dado pela expressão (3.16), onde n representa o número de atributos que está se estudando.

$$\frac{n^2 - n}{2} \quad (3.16)$$

Deve ser lembrado que a consistência é necessária, mas não é condição suficiente para que o julgamento tenha sido feito da melhor maneira possível. A consistência pode ser boa, mas a correspondente dos julgamentos pode ser pobre.

SAATY (1977) testou a sua proposta em problemas de diversos tipos em que se sabia o valor real, para que a força da sua proposta fosse testada. Este procedimento permitiu a validação de seu método.

Normalmente, para designar uma característica, de uma forma qualitativa em TG, o número 10, colocado como limite, é mais que suficiente. Apesar a afirmação de TRIANTAPHYLLOU; MANN (1990) e TRIANTAPHYLLOU et al. (1990) que o método tem altas taxas de falhas, isto é principalmente devido ao fato de que foram

testadas matrizes de ordem até 30, muito acima do índice de confiabilidade estipulado por SAATY (1977). O índice de falha (inversão de ordenação) para ordem até 10 fica em torno do valor de 0.10 utilizado para aceitação ou não das respostas.

A proposta de SAATY (1977) representa uma maneira sistematizada de obtenção de valores, permitindo conforme sua afirmativa uma discussão do porque dos valores atribuídos na matriz recíproca. Em suas mais de 30 aplicações realizadas ele afirma que as pessoas envolvidas se mostraram satisfeitas com a iteração e com as saídas. Um exemplo da aplicação do método é mostrado no capítulo sobre estudos de casos.

III.6. Atribuição de pesos diferentes às características a serem analisadas

O propósito deste item é permitir enfatizar características importantes de acordo com certos critérios, para aumentar a distância entre grupos de peças, e para fazer a classificação de acordo com similaridades mais simples. Esta etapa deve ser realizada após a atribuição de pertinências, feitas pelos procedimentos descritos no item anterior, sobre a matriz da Figura III 6. A matriz de pertinências é representada pela Figura III 10, onde **n** é o número de peças e **m** o número de características.

$$\begin{bmatrix} x'_{11} & \cdots & \cdots & x'_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x'_{n1} & \cdots & \cdots & x'_{nm} \end{bmatrix}$$

Figura III 10 - Matriz de pertinências

Devido ao fato de que cada uma das características tem diferente influência sobre a classificação, o vetor característico efetivo de uma peça pode ser recalculado por (3.17).

$$x''_i = (x''_{i1}, x''_{i2}, \dots, x''_{im}) \quad (3.17)$$

onde:

- $x''_{ij} = \varnothing_j x'_{ij}$
- $i=1, 2, \dots, n$
- $j = 1, 2, \dots, m$
- \varnothing_j = fator peso para a contribuição das características para a classificação.

Este fator \varnothing_j permite atribuir a importância das características que se quer analisar na formação de famílias. Para esta proposta a maneira de se atribuir os pesos pode ser feita de duas formas. Na primeira o analista define o peso que ele considera apropriado para cada uma das características a serem analisadas. Os valores possíveis se encontram no intervalo de 0 a 1. Quanto mais próximo de 1, maior a importância da característica para a análise em questão.

Outra maneira de se obter os pesos de cada uma das características, é também utilizar o AHP, mostrado anteriormente. Os atributos da matriz de comparação representam as características que serão analisadas. O autovetor obtido define o peso conveniente para cada uma das características de acordo com a importância de cada uma para a análise em questão, de acordo com a opinião do(s) analista(s). A utilização do AHP permite uma atribuição mais racional que a atribuição individual de pesos. Após a atribuição de pesos obtem-se a matriz da Figura III 11.

$$\begin{bmatrix} x'_{li} & \cdots & \cdots & x'_{im} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x'_{nl} & \cdots & \cdots & x'_{nm} \end{bmatrix}$$

Figura III 11 - Matriz com pesos das características consideradas

A atribuição de pesos é um passo importante para a obtenção de similaridades, uma vez que ela permite atribuir aos dados uma forma de interpretação de sua magnitude que permite um agrupamento mais fácil. Na classificação sobre diferentes propósitos, os pesos das características podem ser diferentes.

III.7. Eliminação de características semelhantes

Nsta etapa, quando as características (com pertinências atribuídas as diversas peças) são muito próximas, uma delas pode ser eliminada da análise. Isto resulta na diminuição na ordem da matriz peça \times característica. Este fato faz com que o processo de obtenção de similaridades seja simplificado, já que um menor número de características serão analisadas.

A maneira de se realizar a eliminação é através da correlação entre as características. Quando algumas características possuem grande correlação, uma delas pode ser eliminada da análise. Uma expressão, para cálculo da correlação (r), que pode ser usada é mostrada em (3.18).

$$r_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n \min(x''_{ki}, x''_{kj})}{\sum_{k=1}^n \max(x''_{ki}, x''_{kj})} \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, m \quad (3.18)$$

Onde:

- **n** = número de peças;
- **m** = número de características.

A utilização de (3.18) leva a uma matriz quadrada, cuja ordem é o número de características que se está analisando. A característica a ser retirada é aquela que tem menor índice de incerteza linear ou quadrático. Estes índices são mostrados em item específico deste capítulo (III.11.1 e III.11.2). Com a eliminação das características correlatas a matriz da Figura III 11 transforma-se na da Figura III 12, onde **p** é o número de características que permaneceram.

$$\begin{bmatrix} x''_{li} & \dots & \dots & x''_{ip} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x''_{nl} & \dots & \dots & x''_{np} \end{bmatrix}$$

Figura III 12 - Matriz com as características correlatas eliminadas

III.8. Obtenção de agrupamentos similares

Com a matriz peça × característica, as pertinências atribuídas, os pesos das características calculados ou fornecidos e a eliminação de características correlatas, pode-se agora obter os agrupamentos de peças similares de acordo com as características escolhidas. Para isto é necessário a obtenção de uma outra matriz, quadrada, que define

a semelhança entre as peças. Em seguida é necessário verificar se esta matriz é transitiva e em seguida obter os agrupamentos para um nível de similaridade mínimo estipulado.

III.8.1. Matriz de semelhanças

A relação S indica a semelhança entre diferentes peças. S é uma matriz $n \times n$ e satisfaz as seguintes propriedades:

- Reflexiva $\forall i, k \ S_{ik} = 1 \ i = k;$
- Simétrica $\forall i, k \ S_{ik} = S_{ki} \ i \neq k;$

Para obter a matriz S pode-se usar diversas fórmulas para o cálculo, e que normalmente são chamadas de coeficientes de similaridade, propostas na literatura (XU; WANG 1989), entre elas temos as expressões (3.19) a (3.23), onde X_i e X_j representam a comparação entre as n peças. É preciso tomar cuidado com o nome dado a estes coeficientes, pois o resultado não gera relação de similaridade com as propriedades previstas na teoria sobre Fuzzy e sim uma relação de semelhança (itens A.7 e A.8 do Anexo A).

$$S(X_i, X_j) = 1 - \frac{\sum_{k=1}^p |\mu_k(x''_{ik}) - \mu_k(x''_{jk})|}{\sum_{k=1}^p \max(\mu_k(x''_{ik}), \mu_k(x''_{jk}))} \quad (3.19)$$

$$S(X_i, X_j) = \frac{\sum_{k=1}^p \min(\mu_k(x''_{ik}), \mu_k(x''_{jk}))}{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^p (\mu_k(x''_{ik}) + \mu_k(x''_{jk}))} \quad (3.20)$$

$$S(X_i, X_j) = \frac{\sum_{k=1}^p \mu_k(x''_{ik}) * \mu_k(x''_{jk})}{((\sum_{k=1}^p (\mu_k(x''_{ik})^2)) * (\sum_{k=1}^p (\mu_k(x''_{jk})^2)))^{1/2}} \quad (3.21)$$

$$S(X_i, X_j) = 1 - \frac{\sum_{k=1}^p |\mu_k(x''_{ik}) - \mu_k(x''_{jk})|}{\sum_{k=1}^p \max(\mu_k(x''_{ik}), \mu_k(x''_{jk}))} \quad (3.22)$$

$$S(X_i, X_j) = 1 - \frac{\sum_{k=1}^p |\mu_k(x''_{ik}) - \mu_k(x''_{jk})|}{\sum_{k=1}^p (\mu_k(x''_{ik}) + \mu_k(x''_{jk}))} \quad (3.23)$$

Estas medidas normalmente têm uma variação mínima, e elas usualmente produzem os mesmos resultados se os agrupamentos são compactos e bem separados. Entretanto, se os agrupamentos são próximos um do outro, resultados diferentes podem ser obtidos. Resultados são avaliados no capítulo V. Os coeficientes de similaridade mostrados têm as seguintes propriedades:

- $0 \leq S(x_i, x_j) \leq 1 \quad p / x_i \neq x_j;$
- $S(x_i, x_j) = S(x_j, x_i);$
- $S(x_i, x_i) = 1.$

Com uma das expressões dos coeficientes de similaridade é possível chegar à matriz da Figura III 13. A Figura III 13 representa uma matriz simétrica que pode ser usada diretamente em análise de agrupamento. Existem propostas diferentes de representação da semelhança, como proposto por TAN et al. (1994), mas a representação por matriz é mais simples e fácil de entender e analisar.

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & \cdots & \cdots & S_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{n1} & \cdots & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix}$$

Figura III 13 - Matriz de semelhanças

A semelhança entre peças consiste da classificação destas em relação à geometria, função, material e/ou processo que é obtida pela manipulação das pertinências calculadas.

Para a matriz de semelhança da Figura III 13 corresponder a uma relação de similaridade, como mostrado detalhadamente no item A.7 do Anexo A e definida por ZADEH (1971), é necessário que uma terceira propriedade seja observada, que é a de ser transitiva. Este fato nem sempre ocorre sendo necessário obter uma outra matriz em que esta propriedade seja observada (POTOCZNY 1984). Este procedimento é comentado a seguir.

III.8.2. Relação equivalente Fuzzy

Como citado a matriz da Figura III 13 pode não satisfazer a propriedade de ser transitiva. Não se pode concluir então, que se **A** é semelhante a **B**, e **B** é semelhante a **C**, então **A** é semelhante a **C**. Para poder contornar este problema é preciso transformar a matriz de semelhanças em uma matriz que tenha a característica de ser transitiva.

Pode-se usar então a teoria Fuzzy para transformar esta matriz em uma relação equivalente, e que permitirá a formação de agrupamentos mutuamente exclusivos. As

relações de composição de uma matriz Fuzzy são definidas por (3.24) e (3.25)².

$$R^2 = R \circ R \quad (3.24)$$

onde:

$$r_{ik}^2 = \bigvee_{j=1}^n (r_{ij} \wedge r_{jk}) \quad (3.25)$$

Pode-se utilizar outras relações de composição, que não a MAX-MIN, para se chegar a matriz R^2 . Como demonstrado no item A 6 do Apêndice A o fechamento transitivo Fuzzy R da matriz da Figura III 13 é a matriz equivalente Fuzzy a qual pode ser obtida por (3.26)³.

$$\hat{R} = R \cup R^2 \cup \dots \cup R^k \quad (3.26)$$

A expressão (3.26) que representa o fechamento transitivo de uma relação binária, está explicada também no Apêndice A. Aqui, para se implementar em software este cálculo é necessário que se teste a ocorrência do fenômeno de não convergência⁴. A matriz transitiva obtida a partir da matriz de semelhanças é a da Figura III 14, esta matriz tem as propriedades definidas para uma relação de similaridade e leva a agrupamentos mutuamente exclusivos, e também recebe o nome de relação equivalente Fuzzy. Alguns pesquisadores se preocupam com desenvolvimentos de algoritmos para facilitar a

² As expressões (3.24) e (3.25) representam a composição MAX MIN aplicada a composição de uma matriz e ela mesmo. A operação de composição é explicada detalhadamente no item A.4.1 do Anexo A. Os símbolos utilizados também estão relacionados no mesmo Anexo. Em (3.25) n é o número de peças.

³ O cálculo do fechamento transitivo é detalhado no item A.6 do Anexo A. k representa o número de iterações menos 1 em que se encontrou a matriz que permite obter o fechamento transitivo representado por (3.26).

⁴ Problema que pode acontecer na obtenção do fechamento transitivo e mostrado na Figura A 23 do Anexo A.

obtenção da matriz transitiva, como por exemplo, GUOYAO (1992), LI (1990) e MISHREF; EMAM (1992). Mas a programação da lógica apresentada (e detalhada no item A.6 do Anexo A) é racional, e neste trabalho optou-se por ir obtendo as relações de composição e verificando se já existia ou não uma relação transitiva.

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & \cdots & \cdots & r_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{n1} & \cdots & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix}$$

Figura III 14 - Matriz transitiva ou relação equivalente Fuzzy

Outra relação de composição que foi utilizada é a MAX PROD, definida no item A9 do Anexo A, cujas propriedades são semelhantes a MAX MIN para a obtenção da matriz transitiva. A análise das duas regras de composição é feita no capítulo V.

III.8.3. Obtenção das famílias

Finalmente dado um nível α , se obtém R_α da relação equivalente Fuzzy R da Figura III 14, de acordo com (3.27)⁵. Para diferentes valores de α , pode-se obter diferentes classificações das peças analisadas. Com um valor grande de α , menos peças são classificadas em cada família e portanto mais famílias são formadas⁶.

⁵ A definição de R_α é dada no item A.4.2 do Anexo A.

⁶ α é também chamado neste de trabalho como α -cut ou alfa-cut, com mesmo significado.

$$R_\alpha \left(\alpha r_{ik} \right)_{n \times n} = \begin{cases} r_{ik} = 1 & \text{se } r_{ik} \geq \alpha \\ 0 & \text{se } r_{ik} < \alpha \end{cases} \quad (3.27)$$

$i, k = 1, 2, \dots, n$

Um exemplo, da decomposição, para obtenção das famílias pode ser melhor compreendido através das Figura III 15 e Figura III 16. Na Figura III 15 é mostrado a atribuição de alguns valores α , na Figura III 16, para cada um dos níveis (α), ilustra-se os diferentes agrupamentos formados. Por exemplo, para $\alpha = 0.9$, existem três agrupamentos, o primeiro composto das peças A, D e E, o segundo pela peça B e o terceiro pela peça C.

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D & E \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.7 & 1 & 0.9 \\ 0.8 & 1 & 0.7 & 0.8 & 0.8 \\ 0.7 & 0.7 & 1 & 0.7 & 0.7 \\ 1 & 0.8 & 0.7 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} =$$

$$\left(\begin{matrix} 0.7 \cdot \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} \begin{bmatrix} 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 \end{bmatrix} \right. \\ \left. 0.8 \cdot \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} \begin{bmatrix} 1.0 & 1.0 & 0 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 & 0 & 1.0 & 1.0 \\ 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 \\ 1.0 & 1.0 & 0 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 & 0 & 1.0 & 1.0 \end{bmatrix} \right)$$

$$\left(\begin{matrix} 0.9 \cdot \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 & 1.0 & 1.0 \\ 0 & 1.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 \\ 1.0 & 0 & 0 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 0 & 0 & 1.0 & 1.0 \end{bmatrix} \right. \\ \left. 1.0 \cdot \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 \\ 1.0 & 0 & 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \right)$$

Figura III 15 - Exemplo de decomposição de uma relação de similaridade

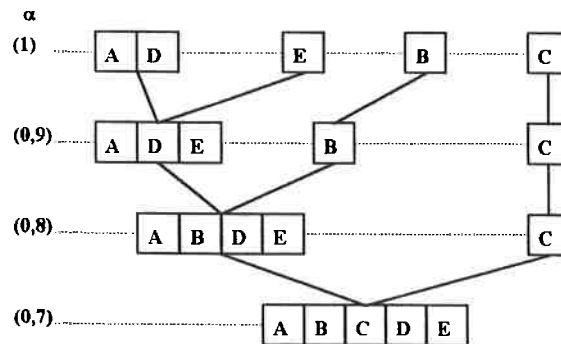


Figura III 16 - Decomposição em árvore (peças A, B, ..., E)

III.9. Formação de Células de Manufatura

O objetivo deste etapa é providenciar uma maneira de se obter além das peças similares quanto a processo, informações sobre as máquinas que podem constituir células de manufatura, com a inclusão da incerteza usualmente encontrada na indústria. A formulação apresentada até o item anterior somente agrupa as peças, informações sobre as máquinas que as processam não são consideradas adequadamente. Para contornar esta característica é que se propõe um item específico da Metodologia para a questão de formação de células de manufatura.

Para início do processo é estabelecido um procedimento através do qual, uma matriz peça \times máquina, não binária possa ser construída. Esta parte é muito importante, porque ao contrário da maioria dos métodos que identificam a informação como sendo 0 ou 1, ou seja, a máquina processa ou não determinada peça, é possível determinar que mesmo uma outra máquina não estando prevista, apesar de possíveis restrições, ela pode também executar a operação em questão.

Após a obtenção da matriz peça × máquina não binária um algoritmo para formação das células e das famílias das peças deverá ser necessariamente utilizado. Para tanto foi modificado um algoritmo utilizado em problemas convencionais, onde a informação é 0 ou 1, para que agora seja possível analisar uma matriz não binária.

A vantagem em relação aos métodos tradicionais, que utilizam as matrizes binárias, é o mecanismo existente de se especificar máquinas alternativas para determinada característica de uma peça. Na realidade, uma característica de peça pode ser usualmente elaborada (obtida) em mais de uma máquina. Devido a inabilidade dos métodos tradicionais tratarem com este fato é que se torna importante uma metodologia para resolver esta questão.

III.9.1. Matrizes não binárias

Imaginando que n peças e m máquinas estão sendo consideradas para a obtenção de células de manufatura, normalmente a representação de quais máquinas processam cada peça é dada por uma matriz peça × máquina, como é visto em (3.28).

$$\text{MATRIZ BINÁRIA} \Rightarrow \begin{matrix} & X_1 & X_2 & X_3 & \cdots & X_n \\ \begin{matrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ u_{m1} & u_{m2} & u_{m3} & \cdots & u_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.28)$$

onde:

- X_j é uma peça e $j = 1, 2, 3, \dots, n$;

- Y_i é uma máquina e $i = 1, 2, 3, \dots, m$;
- u_{ij} representa a relação entre a peça j e a máquina i ($u_{ij} = 0$ ou 1).

Por exemplo, $u_{12} = 1$ significa que a peça 2 é trabalhada na máquina 1. Devido a inflexibilidade desta matriz, que não mostra a possibilidade de outra máquina também poder fazer a peça 2, uma outra matriz é desenvolvida, e é a chamada matriz não binária, representada por (3.29).

$$\text{MATRIZ NÃO BINÁRIA} \Rightarrow \begin{matrix} & X_1 & X_2 & X_3 & \dots & X_n \\ Y_1 & \left[\begin{array}{cccccc} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \dots & u_{1n} \\ Y_2 & u_{21} & u_{22} & u_{23} & \dots & u_{2n} \\ Y_3 & u_{31} & u_{32} & u_{33} & \dots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ Y_m & u_{m1} & u_{m2} & u_{m3} & \dots & u_{mn} \end{array} \right. & \end{matrix} \quad (3.29)$$

onde:

- X_j é uma peça e $j = 1, 2, 3, \dots, n$;
- Y_i é uma máquina e $i = 1, 2, 3, \dots, m$;
- u_{ij} representa a relação entre a peça j e a máquina i .

Em (3.29) observa-se as propriedades (3.30) e (3.31).

$$0 \leq u_{ij} \leq 1 \text{ para } i = 1, 2, 3, \dots, m; j = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (3.30)$$

$$\sum_{j=1}^n u_{ij} > 0 \text{ para } i = 1, 2, 3, \dots, m. \quad (3.31)$$

A propriedade definida por (3.30) indica a intensidade (adequabilidade) com que uma máquina é indicada para processar uma determinada peça, um número próximo de 1 significa uma grande potencialidade para processar a peça, enquanto número próximo de 0, indica que a máquina definitivamente não é adequada.

III.9.2. Função de pertinência entre componentes e máquinas

Os elementos da matriz (3.29) podem ser calculados através de funções combinadas entre máquinas e peças. Os seguintes passos são necessários para a obtenção destes valores:

1. Definir a função de pertinência para cada par característica \times máquina;
2. Calcular a pertinência para cada par característica \times máquina;
3. Calcular o índice combinado para cada par máquina \times peça, porque usualmente uma peça tem mais de uma característica processada pela mesma máquina. Este índice, chamado de combinado, vai para a matriz não binária.

Para exemplificar uma função de pertinência para um par característica \times máquina, pode-se pensar nas tolerâncias possíveis de se obter em uma determinada máquina. Esta função pode ser representada pelo gráfico da Figura III 17. As equações que representam as informações do gráfico para atribuição de pertinências são as mostradas por (3.32).

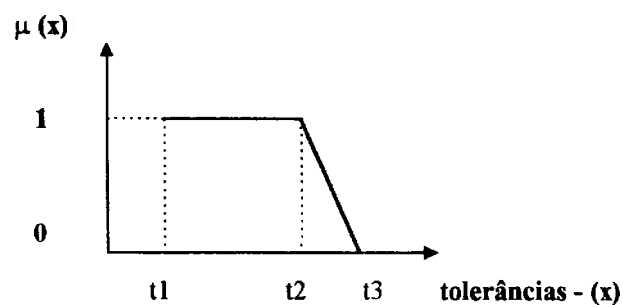


Figura III 17 - Função de pertinência de tolerâncias $\mu(x)$ possíveis de serem obtidas por determinada máquina

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x \leq t_1 \\ 1 & t_1 < x \leq t_2 \\ \frac{t_3 - x}{t_3 - t_2} & t_2 < x \leq t_3 \\ 0 & x > t_3 \end{cases} \quad (3.32)$$

Assim, para se obter a matriz não binária, é necessário se obter funções de pertinência das principais características de peças, em função da capacidade de determinada máquina poder executá-la. O principal critério, para selecionar estas características, é a seleção adequada das que podem contribuir para diferenciação das peças na hora do agrupamento. É claro, que é necessário obter para cada máquina a função de pertinência para a característica que está sendo estudada.

Após a obtenção de todas as funções de pertinência que relacionam máquinas \times características, pode se passar para uma outra etapa que é o cálculo do índice combinado para cada par máquina \times peça. Seja:

- $X_j = \{x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jp}\}$ $j = 1, 2, 3, \dots, n$ conjunto Fuzzy das características do componente j ;
- $M = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_m\}$ conjunto das máquinas disponíveis;
- $\mu_{Y_i}(x_{jk})$ pertinência para máquina i relativa a característica k do componente j ;

onde:

- n = número de peças;
- p = número de características;

- m = número de máquinas.

De acordo com a teoria de ZADEH (1965), a pertinência entre a máquina i e o componente j pode ser dada por (3.33)⁷.

$$\mu_{Y_i}(X_j) = \bigwedge_{1 \leq k \leq p} \{ \mu_{Y_i}(x_{jk}) \} \quad (3.33)$$

Utilizando este procedimento pode-se facilmente determinar a pertinência para todos os pares máquina \times peça, e construir a matriz não binária. É importante notar que a matriz binária utilizada na maioria dos métodos possui uma interpretação diferente da não binária. Na primeira, as entradas indicam a relação de incidência entre uma peça e uma máquina. A relação de correspondência deve permanecer na matriz resultante, por exemplo, deve-se garantir que todas as máquinas devem estar em um grupo, onde as peças tenham entradas 1 para aquelas máquinas. Por outro lado, algumas entradas se tornarão elementos excepcionais. Na matriz não binária, a entrada representa o grau com o qual um componente pode ser processado sobre uma máquina. Não é necessário assegurar que todas as peças não zero estejam nos grupos, desde que existam máquinas alternativas. Se as máquinas necessárias não são agrupadas na célula para alguns componentes, então os elementos de fora para estas peças tornam-se elementos excepcionais.

Pode se ter problemas para se elaborar funções de pertinências (gráficos) para todas as características importantes, como tolerância, velocidade de corte, qualidade de acabamento, etc... para cada máquina. A aplicação do AHP consiste numa forma

⁷ Esta expressão dá um comportamento pessimista para análise, já que a pertinência a ser atribuída entre máquina e peça representa a condição, onde a máquina tem maior dificuldade em processar a peça em questão.

alternativa e fácil de se atribuir pesos à matriz. Para aplicação do método, seleciona-se máquinas que podem fazer determinada operação relativa a cada peça e aplicando, o método já explicado, obtém-se o autovetor que define a pertinência de cada uma das máquinas analisadas. Um item específico do capítulo de estudos de casos exemplifica a obtenção da matriz não binária.

III.9.3. Algoritmo de agrupamento

Com a matriz não binária montada é necessário que se utilize um algoritmo de agrupamento apropriado para avaliar as possíveis células de manufatura. Para este caso foi escolhido como base um algoritmo de formação de famílias e células proposto por GONÇALVES FILHO (1988) e posteriormente estudado e modificado por MONTEVECHI (1989). Este algoritmo em sua forma original traz uma solução para os casos de matrizes binárias, onde se separa as famílias de peças automaticamente, não deixando margem para critérios pessoais de avaliação e atribuição. Este algoritmo é adaptado, neste trabalho, para poder trabalhar com matrizes não binárias e mantém a característica de separar automaticamente às famílias de peças. Este fato constitui em uma vantagem em relação a outros algoritmos, tais como o Single Linkage Analysis e o ROC, que foram adaptados por ZHANG; WANG (1992) (item II.12.4), mas que não possuem esta característica, que é importante para a análise da matriz não binária.

Para se utilizar o algoritmo citado é necessário que ele seja reestruturado e modificado para incorporar a incerteza. Esta modificação é mostrada a seguir.

O algoritmo é baseado em Análise de Fluxo de Fábrica (AFF) combinando técnicas de

agrupamento e heurística.

a) Algoritmo original

A síntese do algoritmo pode ser vista na Figura III 18, e um exemplo de famílias naturais (citada no algoritmo) pode ser visto na Figura III 19.

1 - Encontrar os vetores dominantes.
2 - Atribuir os vetores dominados aos dominantes (famílias naturais), observando o procedimento de reordenação dos dados de entrada.
3 - Calcular o centróide Z_i para cada agrupamento.
4 - Eliminar as peças sozinhas. Calcular o coeficiente de similaridades S entre cada peça sozinha e os vetores dominantes que permaneceram. Se $S \leq 0.5$, atribuir a peça ao correspondente vetor dominante, caso contrário tirar a peça do lote de dados. Calcular os centróides atualizados.
5 - Calcular o parâmetro \bar{R} para a separação inicial. Que é para o início dos cálculos, a melhor separação.
6 - Se a separação das famílias de peças for menor que 2 executar o passo 9.
7 - Calcular a distância "Hamming" entre centróides. Juntar as famílias de peças correspondentes ao par de centróides mais próximos. Subtrair o número de famílias de um.
8 - Calcular \bar{R} da separação anterior. Comparar com o \bar{R} da separação anterior. Se \bar{R} for menor esta separação passa a ser a melhor separação. Voltar para o passo 6.
9 - Apresentar a melhor solução.

Figura III 18 - Algoritmo original para células de manufatura⁸

⁸ As variáveis Z_i , S , e \bar{R} são mostrados a seguir e melhor detalhado em MONTEVECHI (1989).

	máq. 1	máq. 2	máq. 3	máq. 4	máq. 5
peça 1	1	1	1	0	0
peça 2	0	1	1	0	0
peça 3	0	0	1	0	0
peça 4	0	0	0	1	1
peça 5	0	0	0	0	1

Figura III 19 - Exemplo de famílias naturais

Na Figura III 19 pode se identificar facilmente que as peças 1, 2 e 3 são processadas pelo conjunto de máquinas 1, 2 e 3, enquanto que as peças 4 e 5 pelas máquinas 4 e 5. Nota-se neste exemplo que não existe nenhuma peça excepcional, não havendo portanto dúvidas quanto a formação dos agrupamentos de máquinas. A este tipo de famílias que podem existir em uma base de dados dá-se o nome de famílias naturais. Para se achar estas famílias existe um procedimento de ordenação dos dados de entradas, para garantir consistência matemática, que pode ser melhor compreendido em MONTEVECHI (1989). O conceito de dominante e dominado também pode ser entendido pela análise da Figura III 19. Pode se observar que as peças 1 e 4 são as que possuem maiores números de elementos 1 em relação as demais peças de suas famílias naturais. São portanto estas peças as dominantes de suas famílias, enquanto que as demais são as dominadas.

Como se observa no algoritmo, a eliminação de peças isoladas é feita a partir do cálculo efetuado com o coeficiente de similaridades definido por GONÇALVES FILHO (1988). Dado duas peças P1 e P2, o coeficiente de similaridades $S(P1, P2)$ é calculado por (3.33).

$$S(P1, P2) = \frac{n(P1 - P2)}{n(P1 \cap P2)} \quad (3.33)$$

onde:

- $n(P1 - P2)$ = número de máquinas que processam a peça P1 e não processam a peça P2;
- $n(P1 \cap P2)$ = número de máquinas comuns para as peças P1 e P2.

O diagrama de Venn da Figura III 20 representa esquematicamente a definição deste coeficiente.

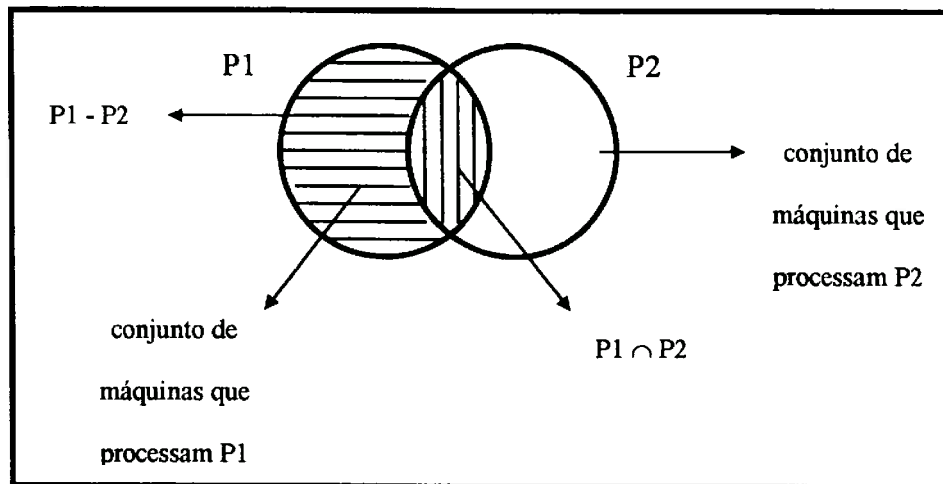


Figura III 20 - Diagrama de Venn, para o coeficiente de similaridade

Para exemplificar este coeficiente, considere as peças P1 e P2 sendo processadas pelas máquinas indicadas na Figura III 21. Observando a Figura III 21, $n(P1 - P2) = 2$ e $n(P1 \cap P2) = 3$, portanto aplicando (3.33) o coeficiente $S(P1, P2) = 2/3$. Os valores possíveis dos coeficientes de similaridade proposto por GONÇALVES FILHO (1988) ficam dentro do intervalo $(0, \infty)$. Se o coeficiente $S(P1, P2) = 0$, o conjunto de máquinas que processam a peça P1 está contido no conjunto de máquinas que processam P2. Neste caso o vetor binário representando a peça P2 é chamado de dominante e o vetor

binário que representa P1 de dominado. Assim, as peças podem ser processadas nas mesmas máquinas. Se a interseção é nula ($n(P1 \cap P2) = 0$) então o coeficiente $S(P1, P2)$ não é definido e as peças P1 e P2 precisam ser processadas em duas células distintas.

	máq. 1	máq. 2	máq. 3	máq. 4	máq. 5	máq. 6	máq. 7
peça 1	1	1	1	1	1	0	0
peça 2	1	1	1	0	0	1	1

Figura III 21 - Exemplo para cálculo do coeficiente de similaridade

O coeficiente mostrado é utilizado para eliminar peças isoladas, que não se encaixam em nenhuma das famílias naturais encontradas. Estas peças são as excepcionais. Como proposto por GONÇALVES FILHO (1988) se o valor do coeficiente, entre a peça isolada e uma dominante, for menor ou igual a 0.5, então o número de máquinas comuns é alto o suficiente para justificar a união da peça isolada à família natural que a peça dominante representa. Este fato resulta portanto em agrupamentos mais amplos. Pode-se notar que o conceito deste coeficiente é diferente da maioria dos coeficientes de similaridade, como mostrado no item III .8.1. As propriedades e características vistas para estes coeficientes não se aplicam à expressão (3.33). Entretanto como (3.33) é denominado por coeficiente de similaridade, optou-se por não alterar a nomenclatura original.

Depois da eliminação das peças isoladas é usado um algoritmo de agrupamento hierárquico, o método centróide, baseado na distância “Hamming”, que une os grupos minimizando a distância entre os centróides. A função de distância utilizada representa o número de diferentes características possuídas entre as peças. Dado as peças X e Y e seus correspondentes vetores (x_1, x_2, \dots, x_n) e (y_1, y_2, \dots, y_n) , a função distância (d) é

definida por (3.34).

$$d(X, Y) = \sum_{k=1}^n |x_k - y_k| \quad (3.34)$$

Para a representação binária, esta distância entre duas peças, define o número de características diferentes entre elas.

Considerando um conjunto de vetores representativos de peças divididas em M grupos w_1, w_2, \dots, w_n e o número de peças em cada grupo sendo N_j e $j = 1, 2, \dots, m$. Cada peça no conjunto de dados é representada por um vetor X_i tendo n componentes. O vetor médio ou centróide (Z) de cada grupo j é representado pela expressão (3.35).

$$Z_j = \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.35)$$

\bar{R} é o parâmetro de medida que terá seu valor analisado para dar a melhor separação das peças em famílias. Para seu cálculo são necessários alguns passos, que a seguir são descritos. Dada uma separação com M agrupamentos, a medida de dispersão (S_i) de cada agrupamento é dada por (3.36).

$$S_i = \frac{1}{N_i} \sum_{k=1}^{N_i} |X_k - Z_i| \quad (3.36)$$

Em (3.36) N_i é o número de peças do agrupamento i . A distância entre centróides de cada agrupamento é calculada pela expressão (3.37).

$$M_{ij} = \sum_{k=1}^n |X_k - Y_k| \quad (3.37)$$

Na expressão (3.37) X_k é o centróide do agrupamento i e Y_k do agrupamento j . A

medida de separação de agrupamento, R_{ij} , entre dois agrupamentos i e j é definida por (3.38).

$$R_{ij} = \frac{[S_i + S_j]}{M_{ij}} \quad (3.38)$$

S_i e S_j são medidas de dispersão para os agrupamentos i e j , respectivamente. Finalmente (3.39) calcula o valor de \bar{R} . Quanto menor o valor deste parâmetro, melhor é a partição do conjunto em famílias.

$$\bar{R} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M R_i \quad (3.39)$$

Em (3.39) M é o número de agrupamentos e R_i é o máximo de R_{ij} , para $i \neq j$.

Maiores detalhes sobre o algoritmo pode ser visto em GONÇALVES FILHO (1988), MONTEVECHI (1989) e MONTEVECHI (1990 a).

b) Modificação do algoritmo original

Para utilizar o algoritmo, mostrado anteriormente, em casos em que se deseja utilizar a matriz não binária é preciso fazer algumas modificações. As modificações são detalhadas a seguir.

O primeiro aspecto que necessariamente deve de ser adaptado é o conceito de dominante e dominado. Para isto é necessário considerar um valor de pertinência que represente a adequabilidade mínima de uma máquina em processar determinada operação do processo da peça. Quem está fazendo a análise deve fornecer este valor. As peças dominantes são

aquelas com maior número de elementos acima deste valor.

A Figura III 22 ilustra um exemplo de dominante e dominada se o valor mínimo de pertinência escolhida for 0.7.

	máq. 1	máq. 2	máq. 3	máq. 4	máq. 5	máq. 6	máq. 7
peça 1	0.7	0.8	0.9	0.2	0.2	0	0
peça 2	0.6	0.9	0.2	0.2	0	0.2	0.2

Figura III 22 - Exemplo de dominância para entradas não binárias

Na Figura III 22 a peça 1 é a dominante, pois tem maior número de elementos acima de 0.7 escolhido como valor mínimo necessário de adequabilidade para as máquinas. Cada elemento para peça 1 e peça 2 indicam o quanto uma máquina é adequada para processar cada uma.

Para não se ter dúvidas quanto a dominante é necessário observar uma regra adicional, a qual é que se duas peças tem o mesmo número de elementos acima do valor escolhido, a dominante é aquela com maior número de elementos de maior valor.

Outra modificação necessária é a do coeficiente de similaridade (3.33), que passa a ser calculado por (3.40).

$$S(X_i, X_j) = \frac{\sum_{k=1}^p (u_{ik} - u_{jk}) \text{ para todo } u_{ik} \geq e \text{ e } u_{jk} < \text{ que o índice escolhido}}{\sum_{k=1}^p (u_{ik} + u_{jk}) / 2 \text{ para todo } u_{ik} \text{ e } u_{jk} \geq \text{ que o índice escolhido}} \quad (3.40)$$

onde:

- X_i = vetor dominante;
- X_j = peça isolada;
- p = número de máquinas que estão sendo analisadas;
- i = número de peças dominantes;
- j = número de peças isoladas.

Como exemplo, para o caso da Figura III 23, se o índice de adequabilidade escolhido for 0.7, a peça 1 é a dominante e a peça 2 é uma dominada. Constituindo, portanto, as peças 1 e 2 um agrupamento natural. Já a peça 3 está isolada.

	máq. 1	máq. 2	máq. 3	máq. 4	máq. 5	máq. 6	máq. 7
peça 1	0.8	0.9	1	0.2	0.6	0	0
peça 2	0.8	0.2	0.9	0.3	0.5	0.2	0.4
peça 3	0.7	0.8	0.4	0.1	0.8	0.1	0

Figura III 23 - Exemplo de peça dominante e isolada

O coeficiente (3.40) entre a peça 1 (dominante) e a peça 3 (isolada) é calculado como a seguir:

$$S_{1,3} = \frac{(1-0.4)}{\frac{0.8+0.7}{2} + \frac{0.9+0.8}{2}} = 0.375 < 0.5$$

Para o exemplo, a peça isolada pode ser agrupada junto a 1 e 2, já que o coeficiente encontrado foi menor que 0.5. O termo do denominador de (3.40) está relacionado com o nível de adequabilidade das máquinas que processam tanto a peça dominante como a peça isolada. Quanto menor a pertinência estabelecida para a adequabilidade da máquina, maior é o denominador e portanto menor o índice de similaridade obtido, o que eleva a

probabilidade de se agrupar a peça isolada ao agrupamento em questão.

A idéia original do numerador de (3.40) é a de indicar quantas máquinas processam uma peça dominante e que não processam a peça sózinha (isolada). Nesta nova relação, para se usar pertinências, o numerador expressa o grau que as máquinas do dominante, que não são adequadas para processar a peça isolada, são mais adequadas que a do vetor que se quer associar. Para que o numerador tenha um valor pequeno, que leve a um coeficiente que indica o agrupamento, é necessário que exista um grande número de máquinas que sejam adequadas para processar ambas as peças.

É claro que a expressão (3.40) se for usada para matriz binária terá o mesmo valor de (3.33).

Os demais passos para se calcular a melhor separação em famílias continua como o algoritmo original, ou seja, a melhor separação é aquela que minimiza \bar{R} .

III.10. Classificação de novas peças

Aqui são apresentadas técnicas que permitem classificar novas peças às famílias que já tenham sido obtidas anteriormente. A primeira técnica que pode ser empregada é aquela que utiliza de critérios de distância, sendo a nova peça atribuída àquela família de menor valor de distância. A segunda técnica é a de máxima proximidade utilizando as regras de composição MAX MIN e MIN MAX para classificação da nova peça. A terceira é um método novo, cuja proposta é a de utilizar de inferência reversa Fuzzy para obtenção da solução.

As duas primeiras técnicas são as normalmente utilizadas. Entretanto, o conjunto destas técnicas propicia alternativas quando a utilização de uma delas não for adequada.

III.10.1. Critérios de distância

Uma vez que as peças são agrupadas em famílias, os valores médios das famílias podem ser consideradas como peças conceituais as quais são consideradas como padrões de referência para a classificação de novas peças⁹.

Seja **P** a partição incluindo **s** classes, dada por (3.41).

$$P = \{P_1, P_2, \dots, P_s\} \quad (3.41)$$

onde:

- $P_i = (x_{i1}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{ic})$;
- **C** - número de peças na classe **i**;
- $X_{ij} = \{x'_{ij1}, \dots, x'_{ij2}, \dots, x'_{ijm}\}$;
- x'_{ijm} - representa a característica **m** da peça **j** do agrupamento **i**;

Se **V_i** é o centro do agrupamento da classe **i**, dado por (3.42).

$$V_i = (v_{i1}, \dots, v_{ik}, \dots, v_{im}) \quad (3.42)$$

onde $i = 1, 2, \dots, s$.

⁹ O valor médio dos agrupamentos são calculados por (3.43).

E, cada elemento do vetor V_i é a média aritmética das pertinências atribuídas a cada uma das características das várias peças na mesma classe, dada por (3.43).

$$v_{ik} = \frac{1}{C} \sum_{j=1}^C x'_{ijk} \quad (3.43)$$

onde:

- $i = 1, 2, \dots, s$
- $k = 1, 2, \dots, m$

V_i é o representativo da classe i , e obviamente pode ser usado como peça de referência.

Deseja-se agora classificar uma nova peça Y , dado por (3.44).

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_m) \quad (3.44)$$

A distância (ρ) entre Y e o centro do agrupamento i , pode ser definida por diversas fórmulas, como (3.45), (3.46) e (3.47).

$$\rho(Y, V_i) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m |y_j - v_{ij}| \quad (3.45)$$

$$\rho(Y, V_i) = \left\{ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (y_j - v_{ij})^2 \right\}^{1/2} \quad (3.46)$$

$$\rho(Y, V_i) = \left\{ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (y_j - v_{ij})^p \right\}^{1/p} \quad (p > 1) \quad (3.47)$$

As equações (3.45), (3.46) e (3.47) representam respectivamente as distâncias de Hamming, Euclidean e Minkowski.

A distância mínima é calculada por uma das funções distância, e então a peça é classificada na classe k , onde se observa o menor valor entre ela e o centro dos agrupamentos analisados. Esta relação é conhecida como princípio da mínima distância.

É claro que a nova peça, deve ter as pertinências atribuídas da mesma forma que foram atribuídas as pertinências as características utilizadas na obtenção de similaridades dos agrupamentos previamente formados. Para isto devem estar convenientemente documentados os gráficos, equações e autovetores utilizados para cada característica.

III.10.2. Máxima proximidade

Este índice permite calcular a proximidade entre o vetor que representa a peça nova que se está querendo classificar e o vetor médio (expressão 3.43) de cada agrupamento obtido anteriormente. A expressão que permite o cálculo é a (3.49).

$$\frac{1}{2}[X_i \circ V_i + X_i \otimes V_i] \quad (3.49)$$

onde, X_i são as novas peças e V_i é o centróide dos agrupamentos já estabelecidos. As composições utilizadas na expressão são definidas da forma mostrada em (3.50)¹⁰.

$$\begin{aligned} X_i \circ V_i &= \vee(X_i \wedge V_i) \\ X_i \otimes V_i &= \wedge(X_i \vee V_i) \end{aligned} \quad (3.50)$$

A expressão (3.49) gera um número entre 0 e 1. Uma determinada peça X deve ser

¹⁰ A simbologia utilizada nesta expressão é também mencionada no Anexo A e na lista de simbologia no início deste trabalho.

atribuída ao agrupamento de maior valor de proximidade, isto é representado por (3.51), onde c representa o número de agrupamentos disponíveis.

$$(X, V_i) = \bigvee_{1 \leq k \leq c} (X, V_k) \quad (3.51)$$

Este cálculo é utilizado por XU; WANG (1989) e é comentado no capítulo V (estudos de casos).

III.10.3. Inferência Reversa Fuzzy

Utilizando inferência reversa Fuzzy, é possível obter uma classificação da nova peça em uma das famílias previamente estabelecidas, com grande rapidez e maior facilidade. Isto deve-se ao fato de se responder a um menor número de perguntas e sem o rigor que exigem os SCC.

A formulação do problema consiste no seguinte:

- $F = \{F1, F2, \dots, Fn\}$ - o espaço das famílias de peças;
- $C = \{C1, C2, \dots, Cm\}$ - características tecnológicas importantes das peças;
- $R = [r_{i,j}]$ $i = 1, n$ e $j = 1, m$ - matriz relação Fuzzy entre família e características tecnológicas;

O espaço das famílias de peças (F) representa o número de famílias que foram obtidas durante o processo de agrupamento. (C) são as características que foram selecionadas para a obtenção de similaridades e (R) sintetiza a importância de cada característica para as famílias já estabelecidas.

Inferência reversa Fuzzy é uma ferramenta utilizada em sistemas de diagnóstico, onde as entradas são os efeitos e as saídas as causas. Se as entradas conhecidas forem os efeitos, consideradas pelo vetor C , que representa a importância das diversas características que foram escolhidas para a formação de famílias, e que o analista atribui valores de importância de cada uma destas características referentes a nova peça, utilizando o raciocínio inverso pode-se obter o vetor F que mostrará a pertinência da peça em questão, para cada uma das famílias previamente formadas. Assim a peça é agrupada na família de maior pertinência. Pode-se calcular F utilizando a expressão (3.52).

$$C = F \circ R \quad (3.52)$$

a) A Inferência Reversa Fuzzy

Para ilustrar esta técnica considera-se, por exemplo, um problema de classificação de uma nova peça, em uma situação na qual uma peça rotacional deva ser incluída em uma de cinco famílias de peças já existentes, através da análise de sete características importantes, que permitem diferenciá-las. Este problema leva à relação (3.53).

As incógnitas a_1 , a_2 , a_3 , a_4 e a_5 representam a pertinência com que a nova peça rotacional pertence a cada uma das cinco famílias, e é isto que se deseja calcular. O vetor da igualdade representa a pertinência da característica para a peça que se deseja classificar (efeito), e a matriz representa a importância de cada característica para cada uma das cinco famílias já formadas.

$$\begin{bmatrix} 0.9 \\ 0 \\ 0.7 \\ 0.7 \\ 0 \\ 0.7 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9 & 0.9 \\ 0.7 & 0.6 & 0.2 & 0 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0.7 & 0 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0.9 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9 & 0 & 0.1 & 0 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

Usando a regra de composição MAX-MIN, tem-se as seguintes equações:

$$0.9 = (0.9 \wedge a_1) \vee (0.7 \wedge a_2) \vee (0 \wedge a_3) \vee (0 \wedge a_4) \vee (0 \wedge a_5) \quad (3.54)$$

$$0 = (0 \wedge a_1) \vee (0 \wedge a_2) \vee (0 \wedge a_3) \vee (0.9 \wedge a_4) \vee (0.9 \wedge a_5) \quad (3.55)$$

$$0.7 = (0.7 \wedge a_1) \vee (0.6 \wedge a_2) \vee (0.2 \wedge a_3) \vee (0 \wedge a_4) \vee (0.8 \wedge a_5) \quad (3.56)$$

$$0.7 = (0 \wedge a_1) \vee (0 \wedge a_2) \vee (0.7 \wedge a_3) \vee (0 \wedge a_4) \vee (0.6 \wedge a_5) \quad (3.57)$$

$$0 = (0 \wedge a_1) \vee (0 \wedge a_2) \vee (0 \wedge a_3) \vee (0.9 \wedge a_4) \vee (0 \wedge a_5) \quad (3.58)$$

$$0 = (0 \wedge a_1) \vee (0.2 \wedge a_2) \vee (0.9 \wedge a_3) \vee (0 \wedge a_4) \vee (0 \wedge a_5) \quad (3.59)$$

$$0 = (0 \wedge a_1) \vee (0.9 \wedge a_2) \vee (0 \wedge a_3) \vee (0.1 \wedge a_4) \vee (0 \wedge a_5) \quad (3.60)$$

Assim, obtém-se os valores de a_j à partir das seguintes relações:

Equação (3.54):

$$\begin{aligned} (0.9 \wedge a_1) \leq 0.9 &\Rightarrow a_1 \geq 0.9 \\ (0.7 \wedge a_2) \leq 0.9 &\forall a_2 \\ (0 \wedge a_3) \leq 0.9 &\forall a_3 \\ (0 \wedge a_4) \leq 0.9 &\forall a_4 \\ (0 \wedge a_5) \leq 0.9 &\forall a_5 \end{aligned}$$

Equação (3.55):

$$\begin{aligned} (0 \wedge a_1) \leq 0 &\forall a_1 \\ (0 \wedge a_2) \leq 0 &\forall a_2 \\ (0 \wedge a_3) \leq 0 &\forall a_3 \\ (0.9 \wedge a_4) \leq 0 &\Rightarrow a_4 = 0 \\ (0.9 \wedge a_5) \leq 0 &\Rightarrow a_5 = 0 \end{aligned}$$

Equação (3.56):

$$\begin{aligned} (0.7 \wedge a_1) \leq 0.7 &\Rightarrow a_1 \geq 0.7 \\ (0.6 \wedge a_2) \leq 0.7 &\forall a_2 \\ (0.2 \wedge a_3) \leq 0.7 &\forall a_3 \\ (0 \wedge a_4) \leq 0.7 &\forall a_4 \\ (0.8 \wedge a_5) \leq 0.7 &\Rightarrow a_5 \leq 0.7 \end{aligned}$$

Equação (3.57):

$$\begin{aligned} (0 \wedge a_1) \leq 0.7 &\forall a_1 \\ (0 \wedge a_2) \leq 0.7 &\forall a_2 \\ (0.7 \wedge a_3) \leq 0.7 &\Rightarrow a_3 \geq 0.7 \\ (0 \wedge a_4) \leq 0.7 &\forall a_4 \\ (0.6 \wedge a_5) \leq 0.7 &\forall a_5 \end{aligned}$$

Equação (3.58):

$$\begin{aligned} (0 \wedge a_1) \leq 0 &\forall a_1 \\ (0 \wedge a_2) \leq 0 &\forall a_2 \\ (0 \wedge a_3) \leq 0 &\forall a_3 \\ (0.9 \wedge a_4) \leq 0 &\Rightarrow a_4 = 0 \\ (0 \wedge a_5) \leq 0 &\forall a_5 \end{aligned}$$

Equação (3.59):

$$\begin{aligned} (0 \wedge a_1) \leq 0.7 &\forall a_1 \\ (0.2 \wedge a_2) \leq 0.7 &\forall a_2 \\ (0.9 \wedge a_3) \leq 0.7 &\Rightarrow a_3 = 0.7 \\ (0 \wedge a_4) \leq 0.7 &\forall a_4 \\ (0 \wedge a_5) \leq 0.7 &\forall a_5 \end{aligned}$$

Equação (3.60):

$$\begin{aligned}(0 \wedge a_1) &\leq 0 \quad \forall a_1 \\ (0.9 \wedge a_2) &\leq 0 \Rightarrow a_2 = 0 \\ (0 \wedge a_3) &\leq 0 \quad \forall a_3 \\ (0.1 \wedge a_4) &\leq 0 \Rightarrow a_4 = 0 \\ (0 \wedge a_5) &\leq 0 \quad \forall a_5\end{aligned}$$

Das equações (3.54) a (3.60), pode-se concluir que: $a_1 \geq 0.9$; $a_2 = 0$; $a_3 = 0.7$; $a_4 = 0$ e $a_5 = 0$. Como a_1 é a pertinência mais alta, a conclusão é que a nova peça deve fazer parte da família 1.

Como pode ser observado o método manipula várias equações, onde muitas variáveis devem ser consideradas simultaneamente para se obter a resposta. Por outro lado, a lógica do método não é complexa e uma série de regras e análises são executadas de uma maneira bastante repetitiva. Pode-se então considerar um algoritmo computacional que execute o mesmo procedimento que o raciocínio humano para analisar grandes quantidades de dados.

b) A Estrutura do Algoritmo

Através de uma visão geral do procedimento de trabalho utilizado na resolução do problema apresentado, pode-se distinguir as seguintes etapas:

- 1 - Entrada dos dados: Fase na qual deve-se entrar com os valores que irão compor o sistema, como na expressão (3.53);
- 2 - Montagem das equações: Permite uma visualização mais adequada do problema e canaliza o raciocínio para cada equação separadamente;

- 3 - Análise de cada equação: nesta fase observa-se qual o valor (ou faixa de valores) que cada variável a_j deve possuir para que a equação seja verdadeira;
- 4 - Análise global: compara-se as respostas obtidas para cada variável a_j em cada equação e busca-se determinar um valor (ou faixa de valores) que atenda simultaneamente a todas equações;
- 5 - Comparação de variáveis: a variável a_j com valor mais alto indica a família a qual a nova peça deverá pertencer.

Cada etapa pode ser incorporada em um procedimento computacional, conforme descrito a seguir.

Etapa 1: A entrada de dados, por tratar-se de uma etapa bastante comum em qualquer processo numérico, não necessita de nenhuma explicação. Deve-se apenas, neste ponto, padronizar a nomenclatura dos elementos. O vetor de variáveis $A(j)$, é composto por valores que são obtidos como resposta. O vetor da nova peça $Y(i)$, é fornecido por quem faz análise do problema. A matriz $X(i,j)$ que relaciona a importância da característica tecnológica para classificação em uma determinada família. No exemplo, do item anterior, i varia de 1 até 7 (n = número de características) e j varia de 1 até 5 (m = número de famílias).

Etapa 2: Para facilitar o raciocínio é usual dividir a matriz em equações, possibilitando melhor visão do problema e auxiliando na solução. No algoritmo computacional isto é desnecessário.

Etapa 3: O início do algoritmo propriamente dito está na análise das equações. Através da comparação entre $Y(i)$ e $X(i,j)$ define-se um valor ou faixa de valores para cada variável. Há regras bem definidas para esta comparação e para efeito computacional

deve-se armazenar tais resultados durante o processamento. A forma mais apropriada é uma matriz, de forma que cada elemento relacione-se facilmente com os dados que são sua origem. É criada então a matriz $AT(i,j)$ [matriz A Temporária]. Esta matriz representa os valores que foram calculados para cada variável, como por exemplo, os valores a_j obtidos através das equações (3.54) a (3.60) mostrados anteriormente. Essas regras são apresentadas na Figura III 24.

$$\begin{aligned}
 Y(i) = 0 \text{ e } X(i, j) = 0 &\Leftrightarrow AT(i, j) = \text{qualquer} \\
 Y(i) = 0 \text{ e } X(i, j) > 0 &\Leftrightarrow AT(i, j) = 0 \\
 Y(i) > 0 \text{ e } X(i, j) < Y(i) &\Leftrightarrow AT(i, j) = \text{qualquer} \\
 Y(i) > 0 \text{ e } X(i, j) = Y(i) &\Leftrightarrow AT(i, j) \geq Y(i) \\
 Y(i) > 0 \text{ e } X(i, j) > Y(i) &\Leftrightarrow AT(i, j) \leq Y(i)
 \end{aligned}$$

Figura III 24 - Regras de comparação

Há ainda uma observação na última regra. Se a equação tiver somente uma variável com resposta do tipo *menor-igual*, (ou seja, demais variáveis são *zero* ou *qualquer*) então a variável deixa de ter valor *menor-igual-à-Y(i)* e passa a ter valor *igual-à-Y(i)*.

Mas há ainda um inconveniente, que é o de armazenar os sinais *igual-a*, *maior-ou-igual-a*, *menor-ou-igual-a* e ainda *qualquer*. A solução é adotar uma padronização, cuja proposta está apresentada na Figura III 25.

0	→	AT(i, j) = 0
≥ Y(i)	→	AT(i, j) = Y(i)
≤ Y(i)	→	AT(i, j) = -Y(i)
= Y(i)	→	AT(i, j) = Y(i) + 1

Figura III 25 - Proposta para padronização dos valores

Aplicando este algoritmo ao exemplo que está sendo analisado (3.53), obtém-se a matriz **AT(i,j)**, mostrada em (3.61).

$$\begin{matrix}
 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\
 AT = & \begin{bmatrix}
 0.9 & -2 & -2 & -2 & -2 \\
 -2 & -2 & -2 & 0 & 0 \\
 0.7 & -2 & -2 & -2 & -0.7 \\
 -2 & -2 & 0.7 & -2 & -2 \\
 -2 & -2 & -2 & 0 & -2 \\
 -2 & -2 & 1.7 & -2 & -2 \\
 -2 & 0 & -2 & 0 & -2
 \end{bmatrix}
 \end{matrix} \tag{3.61}$$

A matriz (3.61) corresponde à análise dos valores (e faixas) possíveis das variáveis **a_j**, que seriam obtidos originalmente através das equações (3.54) à (3.60).

Etapa 4: A análise global resume-se agora em varrer cada coluna da matriz **AT(i,j)** e buscar a solução que atenda a todas as equações simultaneamente. Para tanto realiza-se comparações do tipo *dois-a-dois*, isto é, compara-se dois elementos da coluna e define-se o valor (ou faixa) que atenda os dois. Este resultado é comparado com o próximo elemento da coluna para se obter nova resposta e assim sucessivamente até o final, onde obtém-se a resposta final da variável em questão.

Tomando como exemplo a primeira coluna da matriz $AT(i,j)$ [variável a_1], temos na Figura III 26 uma visualização do processo.

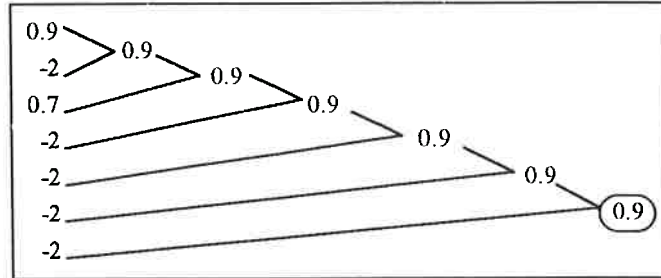


Figura III 26 - Comparação dois-a-dois em uma coluna.

Novamente, para efeito computacional, chama-se a primeira variável a ser comparada de **P** (Primeira) e a segunda de **S** (Segunda). **P** e **S** são variáveis auxiliares no processo, bem como a variável **R** (Resposta) que recebe o valor da comparação. Esta análise é baseada em uma série de doze (12) regras, que estão na Figura III 27.

Este algoritmo, quando aplicado ao exemplo do item anterior, resulta nos seguintes valores das variáveis $A(j)$: $a_1 \geq 0.9$; $a_2 = 0$; $a_3 = 0.7$; $a_4 = 0$ e $a_5 = 0$.

Etapa 5: Finalmente varre-se o vetor $A(j)$ e busca-se o maior valor. O índice desse valor corresponde à família a qual a nova peça deverá pertencer. No exemplo observa-se que a variável a_1 possui o maior valor; logo a nova peça deverá ser incluída na família 1.

Se $P = -2$ então $R = S$

Se $S = -2$ então $R = P$

Se $P = S$ então $R = P$

Se $(P = 0 \text{ e } S < 0)$ ou $(P < 0 \text{ e } S = 0)$ então $R = 0$

Se $(P > 0 \text{ e } P \leq 1)$ e $(S > 0 \text{ e } S \leq 1)$ e $P > S$ então $R = P$

Se $(P > 0 \text{ e } P \leq 1)$ e $(S > 0 \text{ e } S \leq 1)$ e $P < S$ então $R = S$

Se $P < 0$ e $(S > 0 \text{ e } S \leq 1)$ e $S = P * (-1)$ então $R = S + 1$

Se $S < 0$ e $(P > 0 \text{ e } P \leq 1)$ e $P = S * (-1)$ então $R = P + 1$

Se $P > 1$ e $(S > 0 \text{ e } S \leq 1)$ e $S \leq P - 1$ então $R = P$

Se $S > 1$ e $(P > 0 \text{ e } P \leq 1)$ e $P \leq S - 1$ então $R = S$

Se $P > 1$ e $S < 0$ e $S * (-1) \geq P - 1$ então $R = P$

Se $S > 1$ e $P < 0$ e $P * (-1) \geq S - 1$ então $R = S$

Figura III 27 - Regras de comparação *dois-a-dois*.

c) Limitação Inicial

A "Análise global" (etapa 4) apresenta a maior dificuldade para o algoritmo. Pode-se ter três tipos de problemas a serem analisados, sendo eles:

- Grupo A - Problemas sem Solução;
- Grupo B - Problemas com Solução Direta;
- Grupo C - Problemas com Possibilidade de Solução.

A restrição do algoritmo encontra-se nos problemas com possibilidade de solução (grupo C), pois dependendo de certos parâmetros, detalhados adiante, pode-se fazer com que o

problema passe para o grupo A ou B.

Antes de detalhar os grupos torna-se necessário definir dois termos, adotados para a elaboração do algoritmo, que são a *incompatibilidade* e a *solução alternativa*.

Quando não existe um valor (ou faixa) de $a(j)$, inicialmente estabelecidos, que atenda a todas equações simultaneamente pode ser que o problema não possua solução. Isto é denominado de *incompatibilidade*. Para detetá-la basta acrescentar às regras de comparação *dois-a-dois*, já existentes, outras oito, que estão listadas na Figura III 28.

Se $(P > 0 \text{ e } S = 0)$ ou $(P = 0 \text{ e } S > 0)$ então INCOMPATIBILIDADE
 Se $(P > 0 \text{ e } P \leq 1)$ e $S < 0$ e $P > S * (-1)$ então INCOMPATIBILIDADE
 Se $(S > 0 \text{ e } S \leq 1)$ e $P < 0$ e $S > P * (-1)$ então INCOMPATIBILIDADE
 Se $P > 1$ e $S > 1$ e $P \neq S$ então INCOMPATIBILIDADE
 Se $P > 1$ e $(S > 0 \text{ e } S \leq 1)$ e $S > P - 1$ então INCOMPATIBILIDADE
 Se $S > 1$ e $(P > 0 \text{ e } P \leq 1)$ e $P > S - 1$ então INCOMPATIBILIDADE
 Se $P > 1$ e $S < 0$ e $S * (-1) < P - 1$ então INCOMPATIBILIDADE
 Se $S > 1$ e $P < 0$ e $P * (-1) < S - 1$ então INCOMPATIBILIDADE

Figura III 28 - Regras de comparação *dois-a-dois* para deteção de incompatibilidade

Após a deteção da incompatibilidade deve-se proceder a verificação das equações envolvidas. Esta verificação tem por finalidade identificar se uma das equações (ou as duas) admitem o que é chamado de *Solução Alternativa*. Solução alternativa corresponde a diferentes faixas de valores originalmente atribuídas para $a(j)$, sem que as equações deixem de ter solução.

Quando as faixas inicialmente estabelecidas para $a(j)$ possuem solução alternativa? Para obter esta resposta é analisada uma equação com apenas duas variáveis $a(j)$, como pode ser observado em (3.62)¹¹.

$$N = (X_{i,j} \wedge a_j) \vee (X_{i,j+1} \wedge a_{j+1}) \tag{3.62}$$

De modo a tornar o desenvolvimento mais simples a equação (3.62) terá seus termos modificados. Tem-se então a equação (3.63).

$$N = (X_1 \wedge a_1) \vee (X_2 \wedge a_2) \tag{3.63}$$

Para solução da equação faz-se a análise independente de cada termo, como em (3.64) e (3.65).

$$(X_1 \wedge a_1) \leq N \tag{3.64}$$

$$(X_2 \wedge a_2) \leq N \tag{3.65}$$

O valor ou faixa inicialmente a ser atribuído a a_1 dependerá da relação entre X_1 e N . Pode-se ter $X_1 > N$, $X_1 = N$ ou $X_1 < N$. O mesmo raciocínio vale para a_2 . Desta forma deve-se analisar todas as combinações, cujas possibilidades estão na Figura III 29.

caso A	caso B	caso C
$X_1 > N$	$X_1 > N$	$X_1 > N$
$X_2 > N$	$X_2 = N$	$X_2 < N$
caso D	caso E	caso F

¹¹ Nesta expressão os termos a_j representam as incógnitas que se deseja obter como resposta do problema. X_{ij} são os elementos da matriz que relaciona a importância das características com as famílias previamente formadas.

$X_1 = N$	$X_1 = N$	$X_1 = N$
$X_2 > N$	$X_2 = N$	$X_2 < N$
caso G	caso H	caso I
$X_1 < N$	$X_1 < N$	$X_1 < N$
$X_2 > N$	$X_2 = N$	$X_2 < N$

Figura III 29 - Combinações possíveis entre X_i e N

A primeira observação é que o caso D é semelhante a B, G é semelhante a C e H é semelhante a F. Portanto, existem seis (06) casos a analisar. Cada caso é analisado, a seguir, e para melhor entendimento exemplos numéricos são utilizados.

Caso A: $X_1 > N$ e $X_2 > N$

Relação		Exemplo	
Equação	Solução 1	Equação	Solução 1
$(X_1 \wedge a_1) \leq N$	$a_1 \leq N$	$(0.7 \wedge a_1) \leq 0.6$	$a_1 \leq 0.6$
$(X_2 \wedge a_2) \leq N$	$a_2 \leq N$	$(0.8 \wedge a_2) \leq 0.6$	$a_2 \leq 0.6$

A conclusão para o caso A é que não há o que foi chamado de solução alternativa. Não é possível alterar as faixas de valores estipuladas inicialmente para a_1 e a_2 , sem comprometer a possibilidade de solução da equação (3.63).

Caso B: $X_1 > N$ e $X_2 = N$

Relação			Exemplo		
Equação	Solução 1	Solução 2	Equação	Solução 1	Solução 2
$(X_1 \wedge a_1) \leq N$	$a_1 \leq N$	$a_1 = N$	$(0.7 \wedge a_1) \leq 0.6$	$a_1 \leq 0.6$	$a_1 = 0.6$
$(X_2 \wedge a_2) \leq N$	$a_2 \geq N$	$a_2 = \forall$	$(0.6 \wedge a_2) \leq 0.6$	$a_2 \geq 0.6$	$a_2 = \forall$

A conclusão para o caso B é que possui a chamada solução alternativa, já que existe outra faixa de valores possível além da inicialmente encontrada, para que a equação

tenha solução.

Caso C: $X_1 > N$ e $X_2 < N$

Relação		Exemplo	
Equação	Solução 1	Equação	Solução 1
$(X_1 \wedge a_1) \leq N$	$a_1 = N$	$(0.7 \wedge a_1) \leq 0.6$	$a_1 = 0.6$
$(X_2 \wedge a_2) \leq N$	$a_2 = \forall$	$(0.5 \wedge a_2) \leq 0.6$	$a_2 = \forall$

A conclusão para este caso, como no primeiro, é que também não possui solução alternativa.

Caso E: $X_1 = N$ e $X_2 = N$

Equação	Relação			Equação	Exemplo		
	Solução 1	Solução 2	Solução 3		Solução 1	Solução 2	Solução 3
$(X_1 \wedge a_1) \leq N$	$a_1 \geq N$	$a_1 \geq N$	$a_1 = \forall$	$(0.6 \wedge a_1) \leq 0.6$	$a_1 \geq 0.6$	$a_1 \geq 0.6$	$a_1 = \forall$
$(X_2 \wedge a_2) \leq N$	$a_2 \geq N$	$a_2 = \forall$	$a_2 \geq N$	$(0.6 \wedge a_2) \leq 0.6$	$a_2 \geq 0.6$	$a_2 = \forall$	$a_2 \geq 0.6$

A conclusão para o caso E é bastante interessante. As faixas de valores inicialmente estabelecidas para a_1 e a_2 , podem ser duas outras como mostrado. Estas novas faixas garantem a continuidade de solução para a equação (3.63).

Caso F: $X_1 = N$ e $X_2 < N$

Relação		Exemplo	
Equação	Solução 1	Equação	Solução 1
$(X_1 \wedge a_1) \leq N$	$a_1 \geq N$	$(0.6 \wedge a_1) \leq 0.6$	$a_1 \geq 0.6$
$(X_2 \wedge a_2) \leq N$	$a_2 = \forall$	$(0.5 \wedge a_2) \leq 0.6$	$a_2 = \forall$

Da mesma maneira que analisado para os outros casos, pode-se concluir que não existe solução alternativa para este caso.

Caso I : $X_1 < N$ e $X_2 < N$

Relação		Exemplo	
Equação	Solução 1	Equação	Solução 1
$(X_1 \wedge a_1) \leq N$	$a_1 = \forall$	$(0.5 \wedge a_1) \leq 0.6$	$a = \forall$
$(X \wedge a) \leq N$	$a = \forall$	$(0.5 \wedge a) \leq 0.6$	$a = \forall$

Também para este caso não existe solução alternativa. Nota-se que neste exemplo, embora exista grande flexibilidade de valores para a_1 e a_2 , é um caso em que o sistema não terá solução se existirem apenas dois termos.

Como conclusão final, tem-se dois casos onde existe solução alternativa. O primeiro caso é quando uma equação possui mais de uma variável com faixas de valores do tipo “maior-ou-igual-a”. O outro caso é quando uma variável é do tipo “maior-ou-igual-a” e outra do tipo “menor-ou-igual-a”. No primeiro caso, qualquer uma das variáveis “maior-ou-igual-a” pode ser transformada em “qualquer”, ou seja, a equação necessita de apenas uma variável do tipo “maior-ou-igual-a” para ser verdadeira. No segundo caso a variável “maior-ou-igual-a” pode ser transformada em “qualquer”, desde que simultaneamente a variável “menor-ou-igual-a” seja transformada em “igual-a”.

De modo a operacionalizar isto em termos do algoritmo, adotou-se como solução a criação de uma nova matriz de ordem i,j , e que foi denominada de $MA(i,j)$. (Matriz Auxiliar). Esta nova matriz deriva de $AT(i,j)$, e é gerada a partir da varredura de cada uma de suas linhas. Se o valor de $AT(i,j)$ possui valor do tipo “igual-a” ou o tipo “qualquer” então atribui-se à $MA(i,j)$ o valor zero (0). Se possui valor do tipo “maior-ou-igual-a” ou “menor-ou-igual-a”, então atribui-se o valor um (1). Além disso, deve-se verificar se há somente um valor “1” em cada uma das linhas de $MA(i,j)$. Se houver, deve ser modificada para zero, já que não pode haver solução alternativa com apenas

uma das variáveis, que é a responsável pela validação da equação. Pode-se escrever isto em forma de regras, como mostra a Figura III 30, que utiliza a padronização adotada na Figura III 25.

Se $AT(i,j) = -2$ ou $AT(i,j) > 1$ ou $AT(i,j) = 0$ então $MA(i,j) = 0$

Se $[AT(i,j) > 0$ e $AT(i,j) \leq 1]$ ou $AT(i,j) < 0$ então $MA(i,j) = 1$

Se (somente um elemento da linha = 1) então (torna-lo igual a zero)

Figura III 30 - Regras para geração de $MB(i,j)$

Para o exemplo analisado tem-se a seguinte matriz $MA(i,j)$, apresentada em (3.66)

$$\begin{matrix}
 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\
 MA & \begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix} & & & & \\
 & & & & & & (3.66)
 \end{matrix}$$

Esta matriz mostra que a única equação que permite solução alternativa é a equação 3, com as variáveis a_1 e a_5 , que pela regra estipulada receberam 1, indicando portanto possibilidade de outra faixa de valores.

Agora, já de posse dos conceitos de *incompatibilidade* e de *solução alternativa*, pode-se entender melhor os grupos de problemas citados. O problema é considerado como sem solução (grupo A) quando ocorre uma incompatibilidade entre equações e estas não possuem a solução alternativa, ou seja, duas ou mais equações requerem que a mesma

variável tenha valores diferentes, como por exemplo, $a_1 = 0$ e $a_1 = 0.1$ ou $a_1 = 0.5$ e $a_1 \leq 0.2$. E para que as equações possam ser válidas não é possível alterar os valores inicialmente estabelecidos para as variáveis $a(j)$.

Problemas do grupo B, que são os de solução direta são os problemas cuja solução é realizada sem que ocorra nenhuma incompatibilidade. O caso que foi analisado é um exemplo deste tipo de problema.

Problemas do grupo C, com possibilidade de solução, são os problemas onde ocorrem incompatibilidades entre equações e que possuem solução alternativa, ou seja é possível pensar em outra faixa de valores para $a(j)$ que não a inicialmente proposta. Esta solução alternativa pode alterar o problema de modo que este passe a ter solução direta, mas também pode-se chegar a conclusão que não possui solução, ou até mesmo que surja uma nova incompatibilidade em uma outra variável. Isto torna a abordagem do problema bastante complicada, principalmente nos casos onde há a possibilidade de solução alternativa em mais de uma variável ou equação.

Para uma proposta inicial do algoritmo definiu-se algumas restrições que poderão ser estudadas futuramente. Estas restrições são:

1. Se ocorrer incompatibilidade na variável a_i entre duas equações e a solução alternativa implica em alterar a variável a_j , sendo que $j < i$ então assume-se que não há solução. Definiu-se isto pois a_j já foi calculada e sua alteração irá implicar em inúmeros recálculos.
2. Se ocorrer incompatibilidade na variável a_i e sua solução alternativa implica em alterar a_j ou a_k ou a_l , sendo $j > k > l > i$, então utiliza-se da solução oferecida

pela variável mais próxima de a_i , no caso a_i , desconsiderando todas as outras possibilidades.

Um exemplo de problema do grupo C, que pode ser resolvido pelo algoritmo proposto é analisado no capítulo V no item referente a inferência reversa Fuzzy.

III.11. Avaliação dos agrupamentos formados

Após a formação das famílias ou a classificação de novas peças em famílias previamente formadas, para que se tenha uma idéia das informações contidas nos agrupamentos formados, é necessário a utilização de algumas medidas.

Para o cálculo destes índices, é necessário, que seja primeiramente calculado o vetor médio das várias peças que façam parte do mesmo agrupamento. Para este cálculo usa-se as expressões definidas em (3.42) e (3.43). Testes com estes índices são mostrados no capítulo V, de tal modo a orientar a utilização de cada um deles, bem como suas particularidades.

III.11.1. Índice linear de incerteza

O primeiro índice a ser utilizado é o chamado de "índice linear de incerteza" (v), que é definido com respeito a distância Hamming generalizada. Este índice é calculado por (3.67).

$$v(A) = \frac{2}{n} \cdot d(A, \underline{A}) \quad (3.67)$$

onde, $d(A, \underline{A})$ é calculado por (3.68). \underline{A} representa a relação de fechamento ordinária a uma relação Fuzzy A definida no Anexo A (item A.3.9).

$$d(A, \underline{A}) = \sum_{i=1}^n \left| \mu_A(x_i) - \mu_{\underline{A}}(x_i) \right| \quad (3.68)$$

III.11.2. Índice quadrático de incerteza

O segundo índice a ser testado é o chamado de "índice quadrático de incerteza" (η), que é definido com relação a distância Euclidean relativa. Este índice é calculado por (3.69).

$$\eta(A) = \frac{2}{\sqrt{n}} \cdot e(A, \underline{A}) \quad (3.69)$$

onde, $e(A, \underline{A})$ é calculado por (3.70). \underline{A} e A têm o mesmo significado do índice anterior.

$$e(A, \underline{A}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\mu_A(x_i) - \mu_{\underline{A}}(x_i) \right)^2} \quad (3.70)$$

O número 2 aparece no numerador das expressões (3.67) e (3.69) para que se obtenha os índices entre 0 e 1.

III.11.3. Avaliação da incerteza através da entropia

Sabe-se que a entropia de um sistema mede o grau de desordem dos componentes de um sistema com respeito à probabilidade de estado. A entropia é uma quantidade que varia entre 0 e 1. Pode-se usar este conceito para avaliar a incerteza de um conjunto. A fórmula geral que permite o cálculo da entropia (H) a partir da incerteza pode ser definida como em (3.71).

$$H(A) = -\frac{1}{\ln N} \sum_{i=1}^N \pi_A(x_i) \cdot \ln \pi_A(x_i) \quad (3.71)$$

onde,

$$\pi_A(x_i) = \frac{\mu_A(x_i)}{\sum_{i=1}^N \mu_A(x_i)} \quad (3.72)$$

sendo x_i os elementos do vetor médio A de um determinado agrupamento e N o número de elementos que compõem este vetor médio.

III.11.4. Medida de incerteza de DeLuca e Termini

Neste ítem é mostrado outro índice publicado em literatura que se propõe a avaliar a incerteza das respostas obtidas quando se usam informações incertas. Esta medida tem o significado bastante diferente da anterior, ou seja entropia clássica, porque nenhum

conceito probabilístico é utilizado. Esta medida pode ser calculada por (3.73).

$$\xi(A) = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\mu_A(x_i) \log_2 \mu_A(x_i) + (1 - \mu_A(x_i)) \log_2 (1 - \mu_A(x_i))] \quad (3.73)$$

onde, x_i são os elementos do vetor médio A de um determinado agrupamento e N é o número de elementos que compõem este vetor médio. Na literatura é comum ver esta medida (ξ) também associada ao nome entropia (XUECHENG 1992), e para não confundir com a medida anterior, esta medida é chamada aqui de entropia modificada, apenas com o objetivo de diferenciação.

III.12. Síntese do capítulo III

Neste capítulo foi apresentada a teoria que permite a obtenção de similaridades utilizando os conceitos da lógica Fuzzy. Esta teoria permitiu a elaboração de um software que representa o protótipo de uma nova ferramenta. Procurou-se aqui aprimorar ou utilizar conceitos já existentes e desenvolver novos procedimentos para problemas não solucionados.

A maioria dos trabalhos consultados que tratam da obtenção de similaridades, com a inclusão da incerteza, têm como grande deficiência a atribuição de pertinência, que é um fator extremamente importante dentro dos conceitos da teoria Fuzzy. Procurou-se na metodologia trabalhar com todas as possibilidades existentes de atribuição de pertinências. Pertinências para dados quantitativos, embora pareçam ser óbvias, trazem um novo enfoque quando tratada por métodos gráficos. Muitas vezes estes gráficos representam o conhecimento dos especialistas da empresa, que passam a fazer parte do

domínio tecnológico. Este caso acontece, por exemplo, na representação da potencialidade de uma máquina em obter determinada tolerância. Uma interface gráfica de pertinência é considerada fundamental para facilitar a atribuição de pertinências, que é realizada através do valor quantitativo retirado da base de dados confrontado com o gráfico disponível.

Outro potencial de uma interface mais amigável é que para obtenção das famílias não é mais necessário, como nos SCC, consultar manuais para se saber os códigos relativos a atributos de determinada característica. O que é necessário é conhecer a faixa que se deseja. Citando um exemplo, quando se deseja eixos acima de 100 mm de diâmetro, para atribuir pertinências, é só apresentar um gráfico onde os diâmetros acima de 100 mm recebam 1 como atributo. No caso de SCC seria necessário descobrir em manual qual o código relativo a eixos acima do valor desejado, o que sem dúvida é um trabalho desagradável.

Atributos qualitativos, utilizando a proposta de SAATY (1977), fazem com que a metodologia seja extremamente flexível e atenda ao fato que nem sempre existem números para as características que especificam uma peça, fato normalmente comum nas empresas. O uso da metodologia para a identificação de máquinas mais adequadas, consiste em uma proposta nova de utilização do método.

A lógica do problema, que analisa os valores de pertinência atribuídos, foi elaborada com base no que é atualmente disponível da teoria para tratar com o problema. A utilização de índices que avaliam a qualidade dos agrupamentos obtidos, permite uma seleção mais consciente dos melhores agrupamentos, fato que não é possível nos métodos que tratam com a incerteza.

Na classificação de novas peças, a proposta do algoritmo e da utilização do método de inferência reversa Fuzzy consiste também em uma nova facilidade introduzida com este trabalho.

A metodologia representa a base de uma alternativa, para tratar além dos aspectos mencionados relativo à incerteza, também propiciar uma interface mais simples para quem faz a análise de similaridades.

IV.. SOFTWARE PROTÓTIPO

IV.1. Considerações iniciais

Neste capítulo é descrito o software protótipo desenvolvido e que foi utilizado para testar a metodologia proposta. Inicialmente são comentados aspectos sobre a base de dados que representa uma importante característica, uma vez que ela permite uma unificação de informações para a empresa.

Em seguida, é mostrado como são selecionadas as características que devem ser analisadas, as maneiras de se atribuir pertinências, as configurações possíveis e a formação de células de manufatura.

Diagramas são utilizados para um entendimento mais fácil da lógica implementada. Para ilustrar a facilidade e iteração com o usuário as principais telas de interface do software protótipo também são mostradas.

O software apresentado completa e confirma a validade da metodologia que não pode estar separada de um programa eficiente para que os objetivos pretendidos sejam alcançados. Desta maneira, esta primeira versão, aqui apresentada, é a base para que novas versões, com maior número de características, possam ser implementadas.

IV.2. A Base de Dados

A definição de base de dados (BD) nada mais é do que um sistema que armazena e

manipula dados ou informações. Ou seja, é um gerenciador de dados que tem por objetivo principal gerar informações para tomada de decisões.

Após uma avaliação feita com diversos tipos de BD e visto a crescente utilização do Windows¹ como ambiente de trabalho, foi feita uma opção pelo aplicativo Microsoft Access².

Um aspecto positivo do Access é que, na sua utilização, não se faz necessário a chamada abordagem procedural, onde o programador deve informar ao sistema todos os passos na estruturação de uma base de dados, como por exemplo, informar detalhes sobre a localização de cada registro. A orientação por objetos do Access permite facilidade no desenvolvimento e principalmente na manutenção da base de dados. Nela os dados são armazenados em tabelas que se comparam a arquivos de fácil criação e manutenção. Isto permite o aumento da base de dados facilmente, a qualquer momento.

Outra vantagem da orientação por objetos é a evolução em relação as atuais limitações do modelo relacional, como a sua inabilidade em suportar grandes volumes e tipos variados de dados. Segundo especialistas em aplicações de engenharia as novas bases de dados deverão ser implementadas utilizando o conceito de objetos (WINBLAD et al. 1993).

A Figura IV 1 é a tela principal do software relativa a base de dados. Como pode ser visto é possível consultar, alterar, incluir, excluir, obter relatórios ou ver a imagem das peças e produtos pelos comandos existentes. A base de dados implementada para testar a

¹ Sistema operacional comercializado pela Microsoft Corporation.

² Gerenciador de base de dados comercializada pela Microsoft Corporation.

metodologia apresentada é referente à peças prismáticas. O ícone que representa as peças rotacionais é a expansão natural do protótipo aqui apresentado. Pode-se notar também a disponibilidade em se manipular as informações sobre as máquinas, que é importante para a formação de células de manufatura.

A Figura IV 2 é a tela que permite alterar informações sobre as peças. Como se vê estão disponíveis as imagens do produto e da peça, para uma identificação mais fácil do componente em questão. Esta característica só é possível pela natureza da programação por objetos. A tela para entrar com nova peça é semelhante a esta.

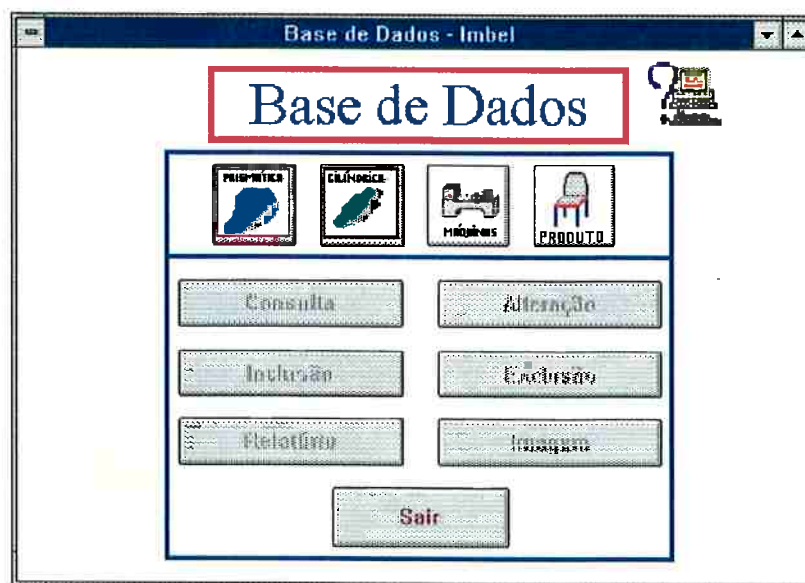


Figura IV 1 - Tela principal da base de dados

A Figura IV 3 mostra as características que descrevem as peças prismáticas, que foram escolhidas como mostrado na Figura III 4 do capítulo anterior. A tela de alterações, para este caso, também é semelhante a de se inserir os dados para novas peças. Os ícones são ativos e seu acionamento permite obter ou informar os valores dos atributos relacionados

à característica em questão.

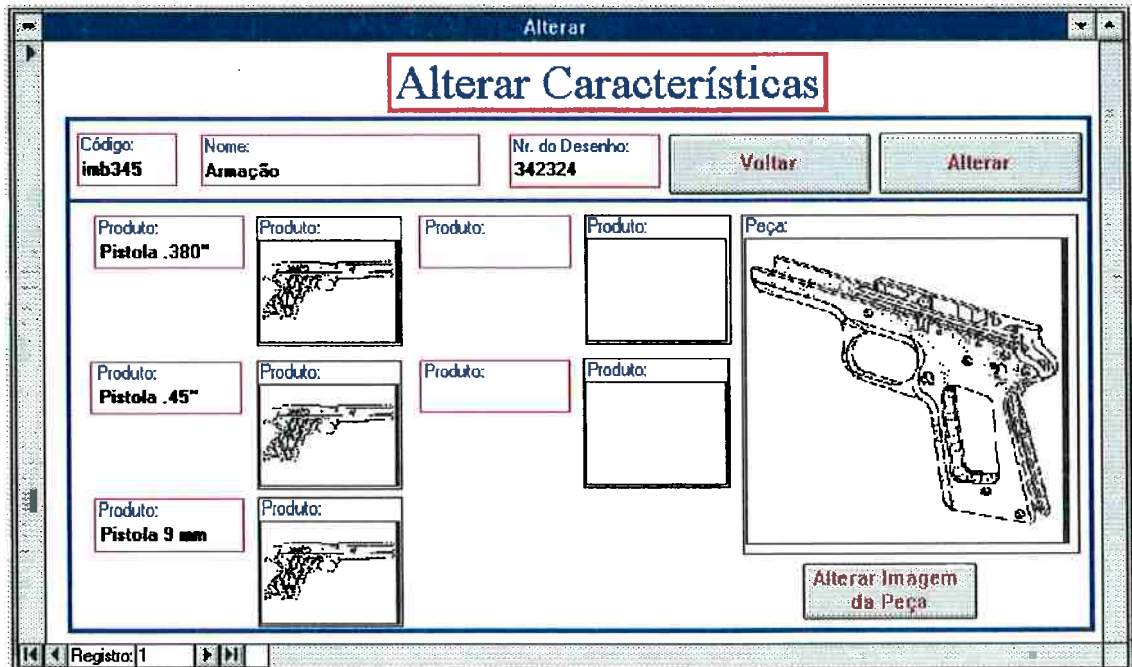


Figura IV 2 - Tela para alteração de informações

A Figura IV 4 mostra para a característica “material”, os atributos que podem quantificá-la. Para o caso, os valores são qualitativos, pois representam parâmetros cujos valores numéricos não estão disponíveis. Exemplo de atributos quantitativos é mostrado na Figura IV 5 para a característica “forma básica”.



Figura IV 3 - Características que descrevem as peças

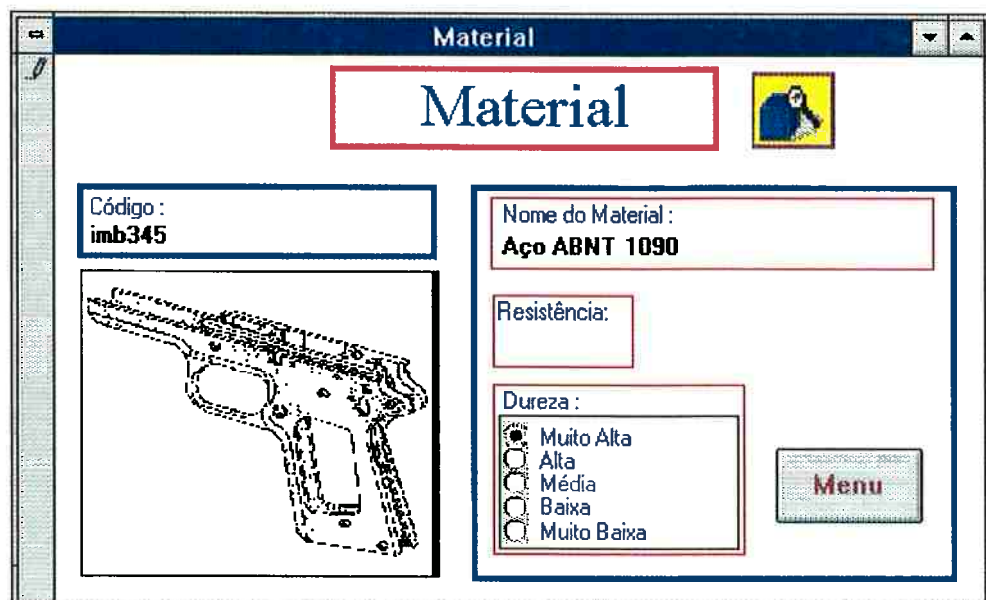


Figura IV 4 - Exemplo de atributos qualitativos

A tela da Figura IV 6 sintetiza as informações importantes para o processo das peças. Para cada etapa do processo é necessário preencher uma página desta. Estas informações

são importantes para o processo de obtenção de células. A referência à capacidade de fixação nos três eixos representa a necessidade destas dimensões, para que o material em bruto (blank) possa ser fixado sem problemas nas máquinas.



Figura IV 5 - Exemplo de atributos quantitativos



Figura IV 6 - Detalhe de uma etapa do processo

As possibilidades da base de dados sobre máquinas estão mostradas na Figura IV 7. A Figura IV 8 mostra as informações previstas para uma fresadora.

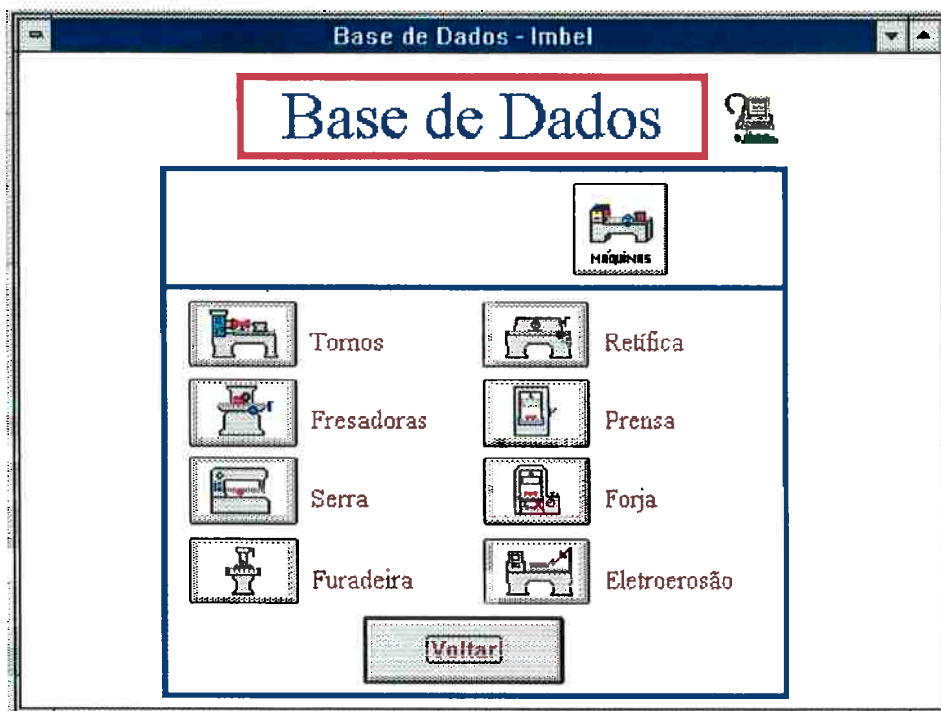


Figura IV 7 - Informações sobre as máquinas



Figura IV 8 - Informações sobre fresadora

IV.3. A Análise de Similaridades

Foi utilizado, para o desenvolvimento desta parte do software, que se destina a análise dos dados fornecidos pela base de dados, o programa Visual Basic 3.0 for Windows³. Este software gerência a combinação de recursos já existentes na linguagem Basic com ferramentas de projeto visual e introduz simplicidade e facilidade de uso, sem sacrifício do desempenho ou das características gráficas que fazem do Windows um ambiente agradável de trabalhar.

O Visual Basic é uma das primeiras linguagens de computação a suportar a programação orientada a eventos, um estilo de programação especialmente recomendado para o tratamento de interação gráfica com os usuários.

IV.3.1. Diagramas

O diagrama da Figura IV 9 representa de maneira generalizada as principais etapas realizadas pelo programa que analisa as informações provenientes da base de dados, sendo baseado na metodologia apresentada no capítulo III.

O diagrama está dividido em três partes (similaridade de peças, formação de células e classificação de novas peças). A parte chamada de similaridade de peças trata com a formação de famílias que representam as similaridades de materiais, geometria, produção e/ou processo. Esta etapa agrupa peças de acordo com características previamente

³ Linguagem de programação comercializada pela Microsoft Corporation.

escolhidas e utiliza para a formação das famílias o procedimento indicado no item III.8 do capítulo anterior.

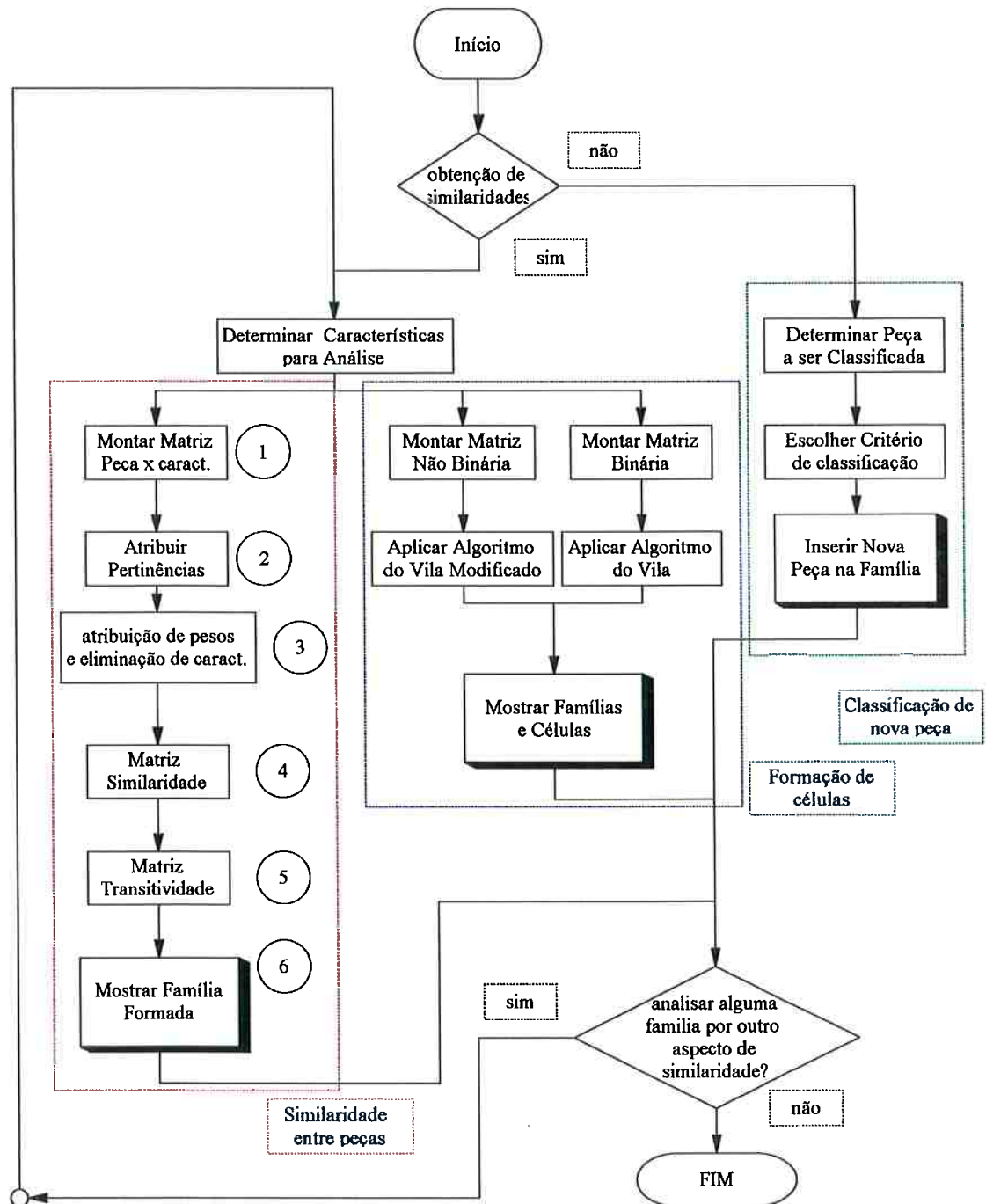


Figura IV 9 - Diagrama geral da metodologia proposta

A parte relativa à formação de células usa um algoritmo que além de agrupar as peças, também fornece informações sobre as máquinas que podem compor células de manufatura e está baseada nas considerações feitas no item III.9. Aqui se utiliza o nome “*Vila*” de tal forma a identificar a origem do algoritmo proposto para análise da matriz não binária.

A terceira parte, classificação de nova peça, baseia-se na abordagem mostrada no item III.10. Nota-se que é possível analisar as famílias obtidas novamente para outras características a serem escolhidas. Isto possibilita que peças possam ser analisadas por aspectos de geometria e em seguida verificar as similaridades de processos, para uma ou mais famílias obtidas.

O diagrama da Figura IV 10 representa a etapa de atribuição de pertinências às características selecionadas para análise, sendo esta por atribuição quantitativa, qualitativa ou através de interface gráfica. Os aspectos importantes utilizados foram descritos no item III.5 do capítulo anterior. O diagrama explicita o procedimento para o bloco identificado pelo número 2 no diagrama geral mostrado na Figura IV 9.

O diagrama da Figura IV 11 representa a etapa de atribuição de pesos e/ou eliminação de características semelhantes, conforme os itens III.6 e III.7 e sintetizado no bloco identificado pelo número 3 do diagrama geral. Podendo manter a mesma matriz de pertinência, obtida no passo anterior.

O diagrama da Figura IV 12 representa as etapas para obtenção da matriz de semelhança e a matriz transitiva. Com a formação destas matrizes é possível após a escolha de um

determinado α -cut⁴ desenvolver as famílias de peças e seus respectivos índices, Linear, Quadrático, Entropia e o Entropia Modificada. O diagrama detalha melhor os blocos do diagrama geral identificados por 4, 5 e 6.

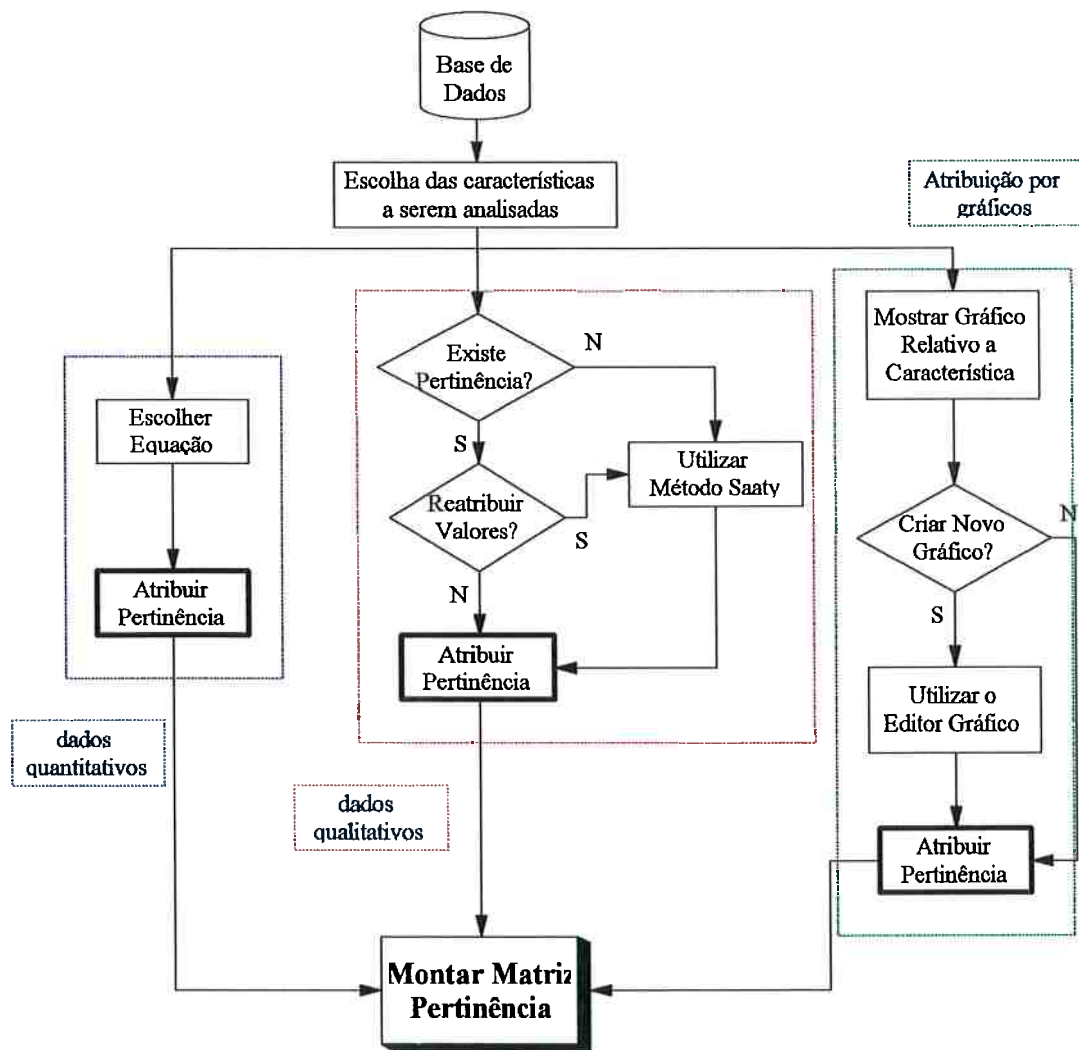


Figura IV 10 - Diagrama para formação da Matriz Pertinência

⁴ Representa o nível utilizado em III.8.3 para obtenção dos agrupamentos.

O diagrama da Figura IV 13 descreve o procedimento para a formação de células de manufatura de acordo com a metodologia explicada no item III.9. Pode-se identificar neste diagrama a possibilidade de se trabalhar com a matriz binária (uso do algoritmo convencional) e com a matriz não binária (uso do algoritmo modificado).

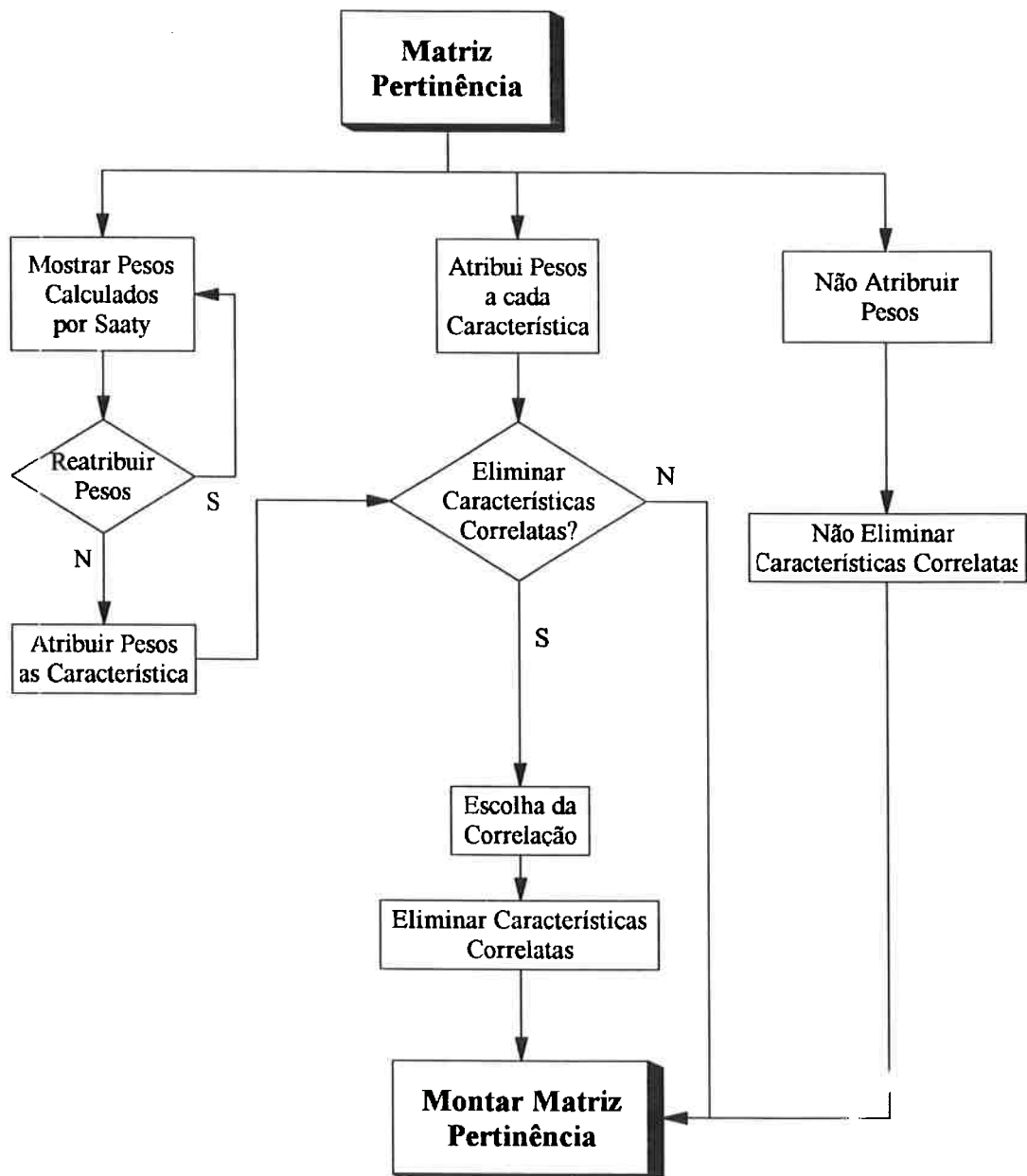


Figura IV 11 - Diagrama de atribuição de pesos e eliminação de características semelhantes

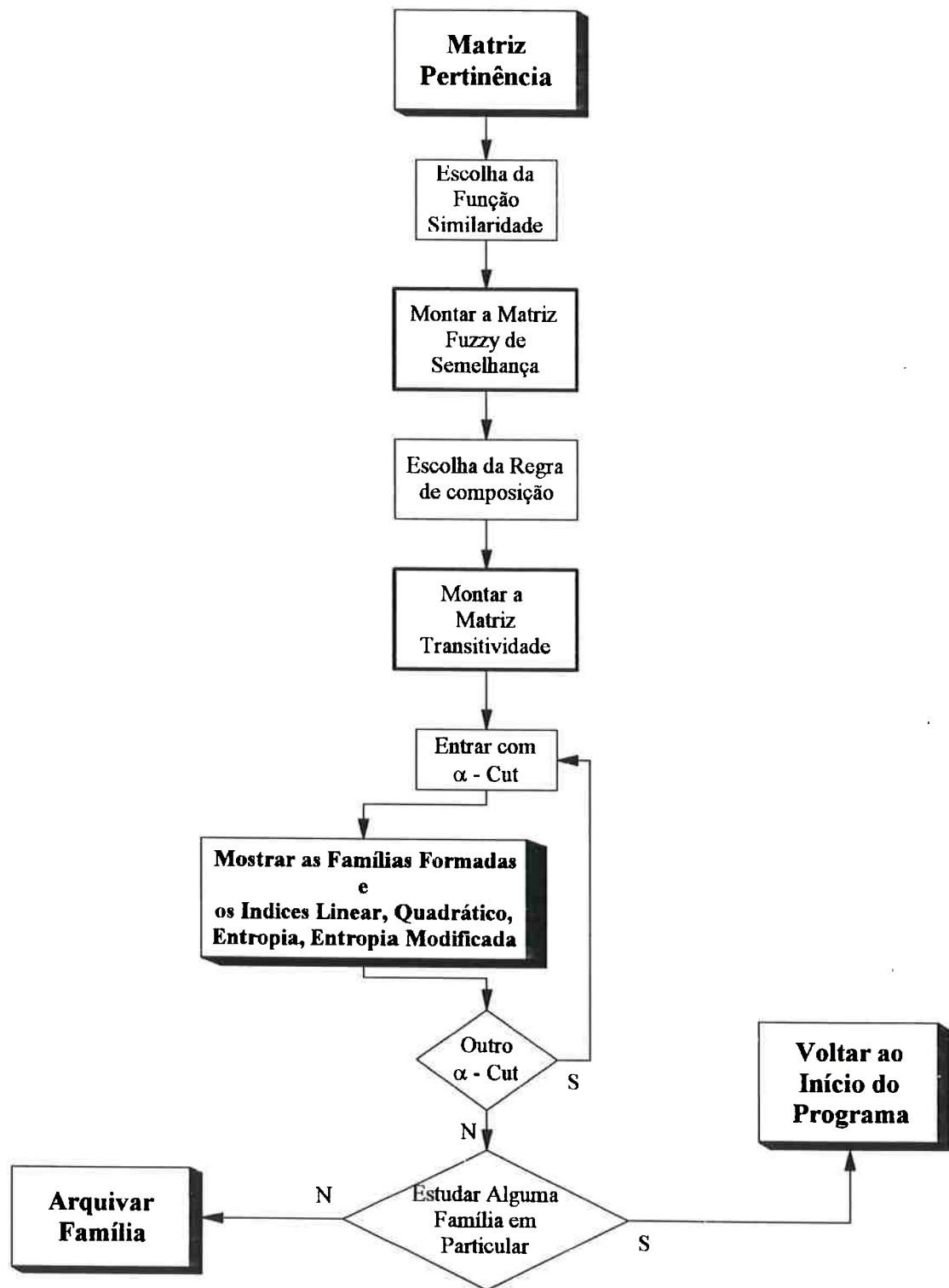


Figura IV 12 - Diagrama para obtenção de similaridades entre peças⁵

⁵ α - Cut representa o nível utilizado no item III.8.3 para obtenção dos agrupamentos.

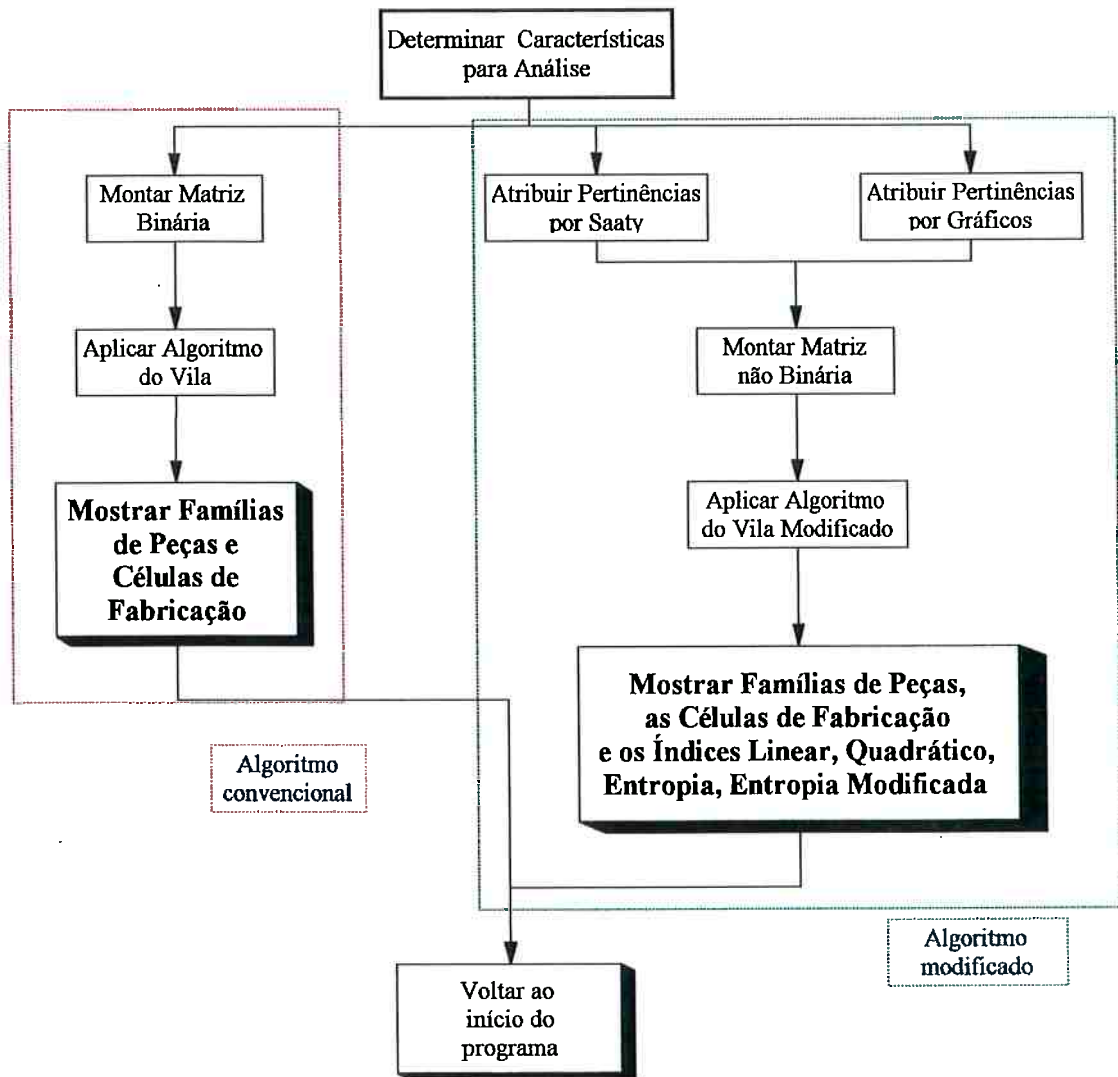


Figura IV 13 - Formação de células

A etapa de classificação de novas peças está mais detalhada no diagrama da Figura IV 14.

Os dois próximos diagramas são relativos à inferência reversa Fuzzy, visto no item III.10.3. O diagrama apresentado na Figura IV 15 apresenta a comparação *dois-a-dois* com a análise de incompatibilidade. A Figura IV 16 mostra, de maneira resumida o algoritmo completo proposto no capítulo anterior (item III.10.3).

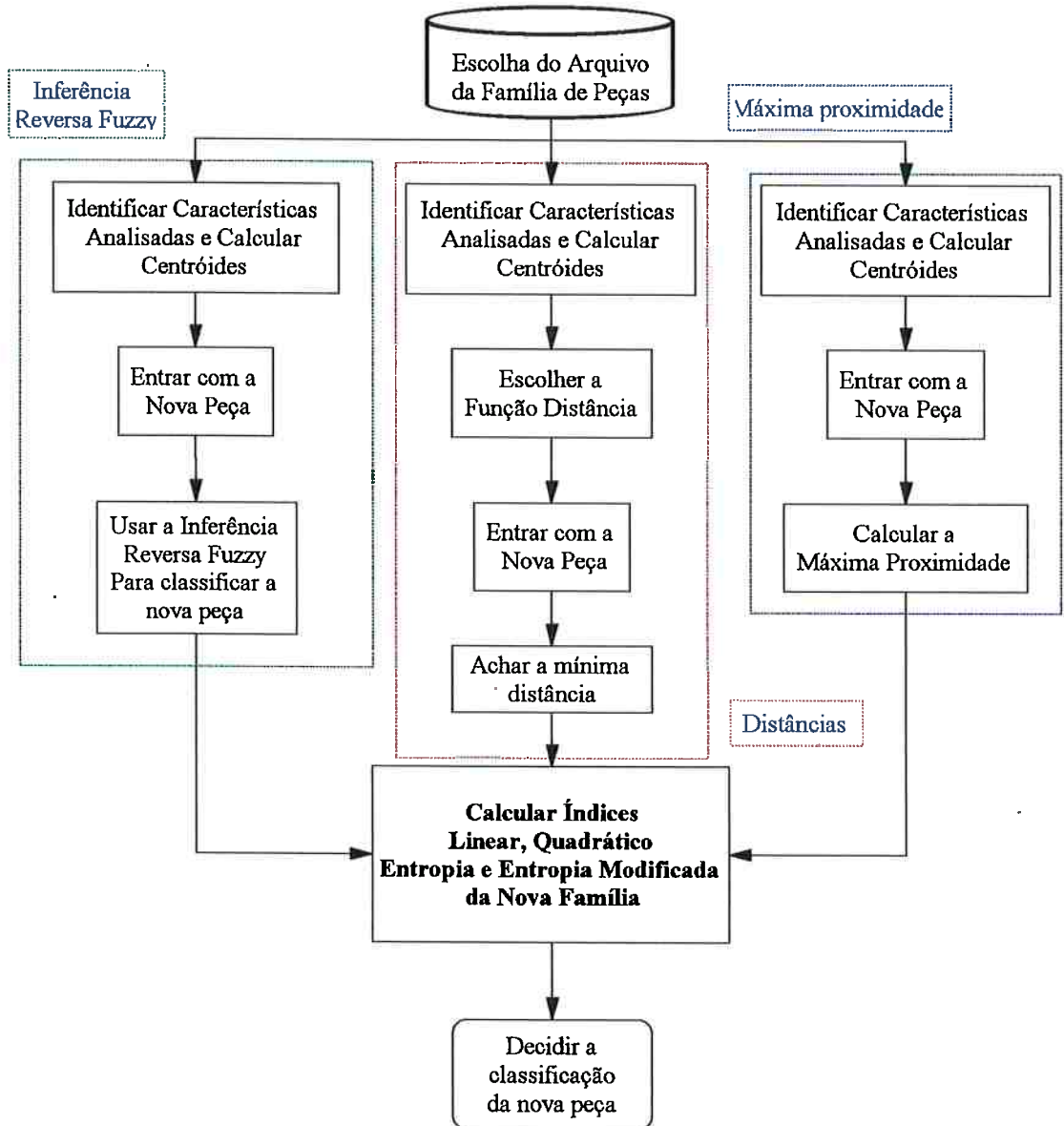


Figura IV 14 - Classificação de novas peças

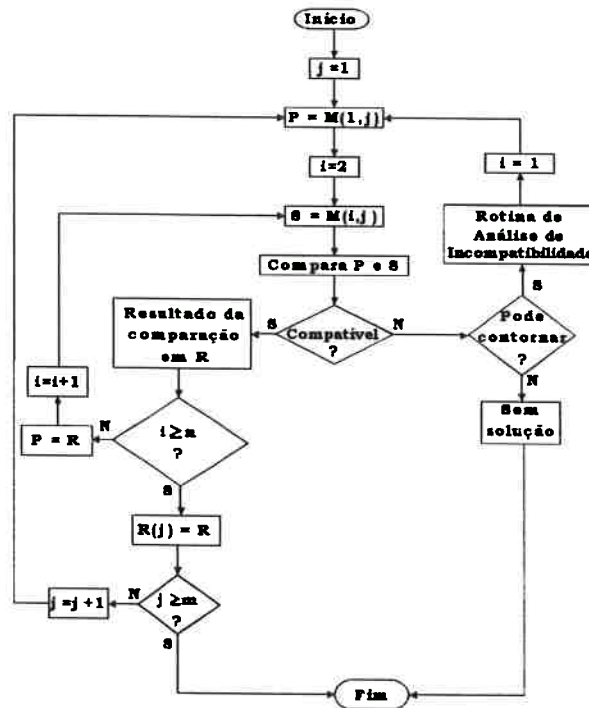


Figura IV 15 - Diagrama para comparação *dois-a-dois* com análise de incompatibilidade

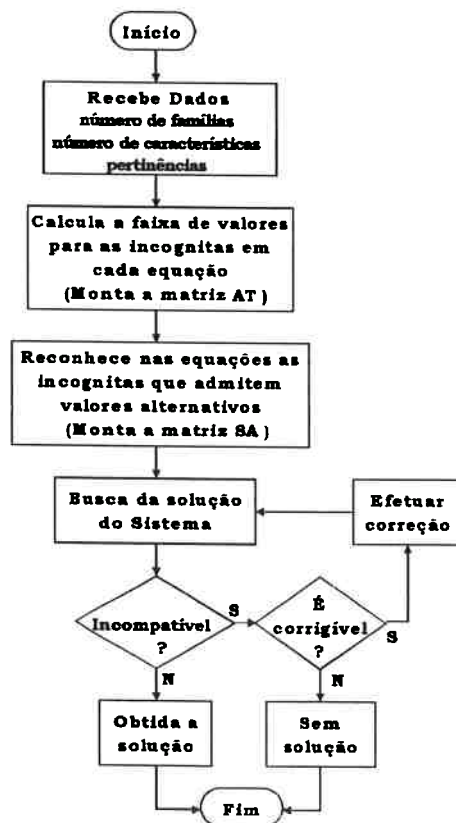


Figura IV 16 - Diagrama geral do algoritmo de inferência reversa Fuzzy

IV.3.2. As principais telas

O software recebeu o nome de FASIC⁶ (Fuzzy na Análise de Similaridade por Computador). A Figura IV 17 mostra a entrada do programa, onde se seleciona a Base de Dados para a formação de famílias de peças. Pode-se notar pela Figura IV 17 que o programa deixa claro pelo item “Configurações” qual a relação matemática que está sendo utilizada para a obtenção da Similaridade, Transitividade e a Atribuição Quantitativa de Pertinência. Também pode-se notar, pela Figura IV 17 que o programa possui uma série de sub menus, sendo estes: Arquivo, Base de dados, Editar, Configurar e Ajuda.

O menu Arquivo possibilita acessar uma família já formada, gravar uma família gerada pelo programa, iniciar um novo estudo de caso, finalizar o trabalho com uma família previamente aberta e sair do programa.

O menu Base de Dados permite abrir um Banco de Dados já existente ou gerar um novo Banco de Dados.

O menu Editar possibilita a edição de Gráficos e da Matriz de Saaty. Este menu também permite a inserção de uma nova peça em uma família formada.

O menu Configurar permite alterar as relações matemáticas para a formação das matrizes de Similaridade e Transitividade, assim como a relação de Atribuição Quantitativa de Pertinências. Também por este menu, pode-se determinar se o programa deve atribuir

⁶ O protótipo deste software foi apresentado na IV EFEITEC, no qual obteve a primeira colocação entre os trabalhos apresentados na amostra. O certificado recebido encontra-se no Apêndice H.

pesos as pertinências calculadas e/ou eliminar características semelhantes. A Atribuição de Pesos pode se dar ou por atribuição uma a uma, ou seja, característica por característica ou de maneira qualitativa (por Saaty).

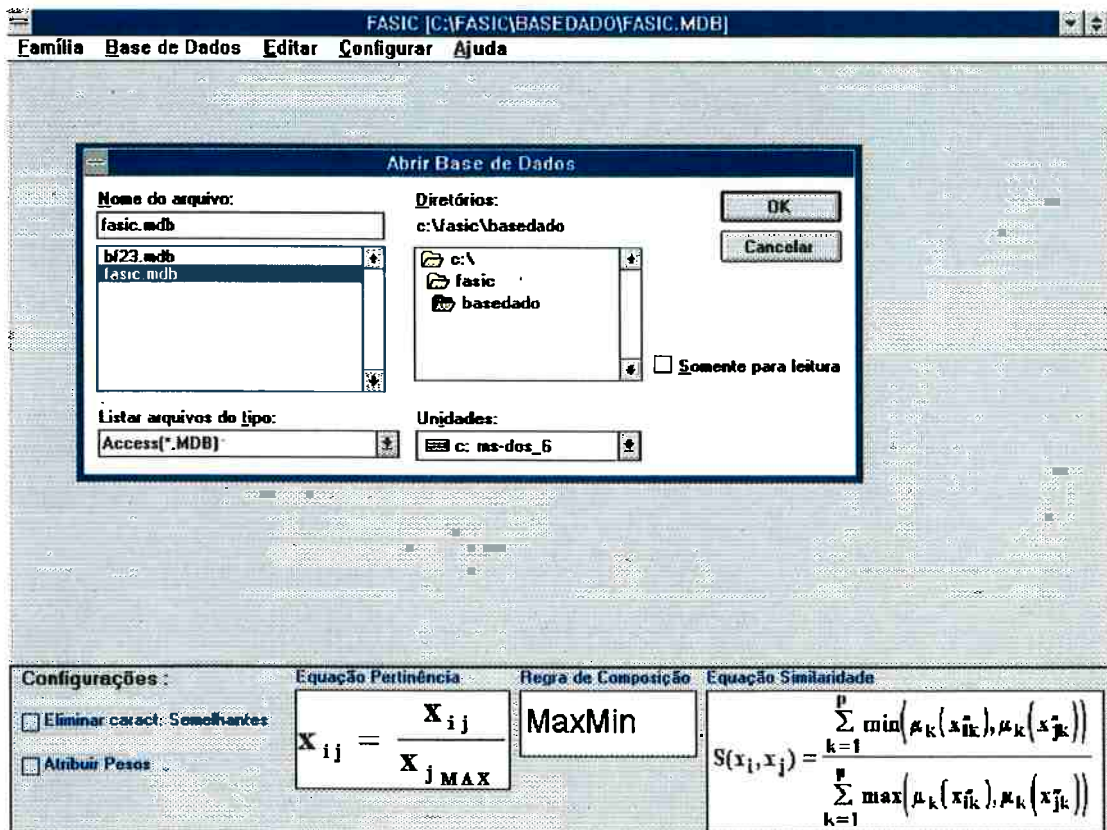


Figura IV 17 - Tela inicial

Após escolher a Base de Dados para análise, determina-se se o programa obterá similaridades entre peças (segundo as características de Geometria, Processo, Produção e Material) ou formará Células de Fabricação. Esta escolha é realizada através de uma tela representada na Figura IV 18.

Para a obtenção da similaridade entre peças, deve-se determinar quais características serão consideradas na análise do problema (Figura IV 19). Para esta escolha, deve-se selecionar com o mouse as características desejadas.

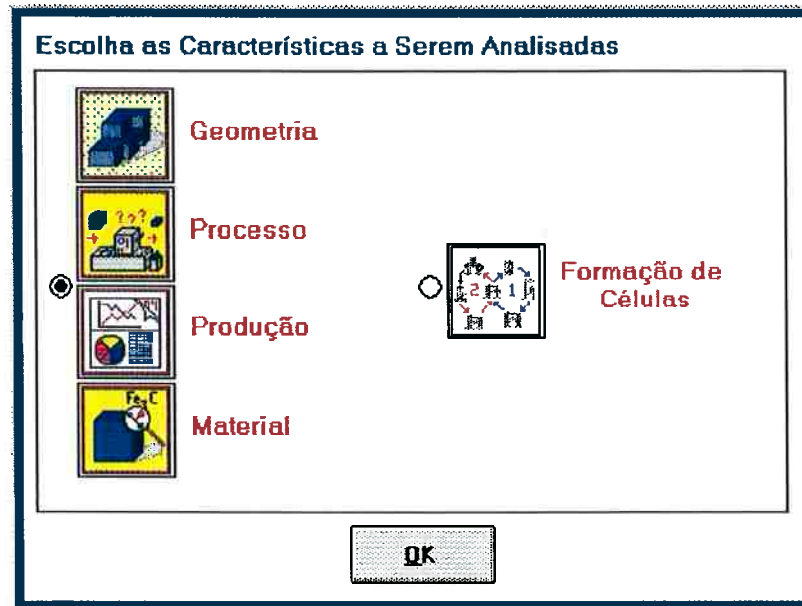


Figura IV 18 - Opção entre formação de células e formação de famílias



Figura IV 19 - Seleção das características

Na Figura IV 20 determina-se os “campos” de cada característica que serão analisados. Paralelamente, determina-se, também qual deverá ser a forma de atribuição de pertinência (Equação, Gráfico ou Saaty) desta característica. Nota-se que a medida em que se faz as escolhas, estas aparecem de maneira clara em forma de tabela na parte inferior da tela.

Após determinar quais características serão analisadas (Figura IV 20), faz-se a escolha do α -cut (Figura IV 21) para, assim, gerar as Famílias de Peças, juntamente com seus índices Linear, Quadrático, Entropia, Entropia Modificada (Figura IV 22).

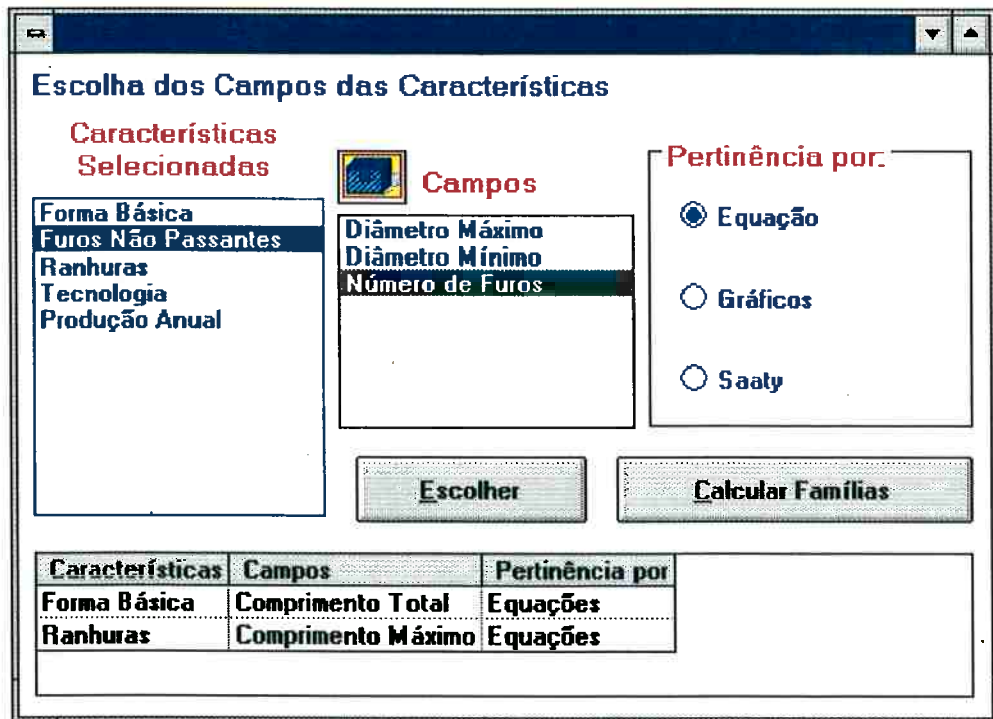


Figura IV 20 - Escolha do tipo de atribuição de pertinência

Nota-se na Figura IV 22 a facilidade de visualização das famílias formadas e de seus respectivos índices. Percebe-se, também, que o programa mostra quais características foram analisadas para gerar tal família. Neste ponto o programa possibilita visualizar

famílias com outro α -cut, bastando “clique” no botão “Outro α -cut” e posteriormente escolher qual α -cut deseja para a nova análise (Figura IV 21). O α -cut, como mostrado no item III.8.3, é o nível que indicará a semelhança mínima desejada entre peças.

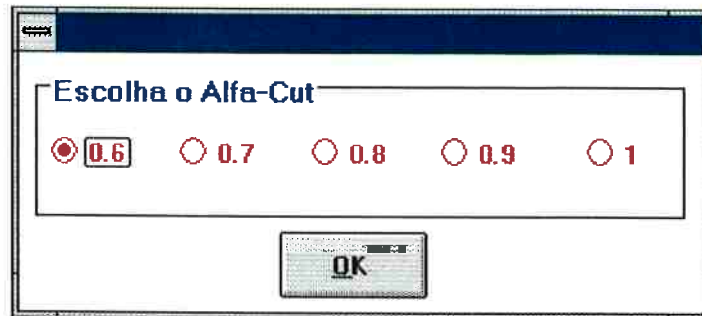


Figura IV 21 - Escolha do alfa-cut⁷

Alfa-Cut: <input type="text" value="0.7"/>		Índices			
Famílias	Peças	Linear	Quadrático	Entropia	Entr. Modificada
1	1 3 21 26 32 38 39	0,14	0,24	0,00	0,25
2	2 5 7 10 12 13 14 16 18 19 20 23 25 27 28 29 33 34 35 36 40 41 42 43	0,38	0,39	0,98	0,69
3	4 22	0,27	0,46	0,00	0,32
4	6 11 17 24	0,07	0,13	0,00	0,17
5	8 9 15	0,53	0,56	0,87	0,81
6	30	0,04	0,07	0,00	0,11
7	31	0,57	0,65	0,81	0,77
8	37 44	0,33	0,46	0,94	0,48

Características Analisadas :

- Forma Básica / Comprimento Total
- Furos Passantes / Diâmetro Máximo
- Furos Passantes / Número de Furos Passantes

Buttons: **Outro Alfa-Cut**, **Mostrar Icones Peças**, **Salvar Análise**, **Sair**, **Selecionar Família**

Figura IV 22 - Famílias formadas e índices

⁷ Foi previsto para o software o alfa-cut entre 0.6 e 1, devido ao fato que dificilmente se desejará similaridades inferior a 0.6. Entretanto é possível alterar o valor desta faixa facilmente.

Pode-se mostrar os desenhos das peças de cada família, que se encontram armazenados na Base de Dados, facilitando ainda mais a tarefa do usuário.

Ainda na Figura IV 22 pode-se gravar a família gerada, ou selecionar determinada família e voltar ao início do programa apenas com as peças da família escolhida. Isto possibilita um melhor refino da família, simplificando sua formação.

A seguir tem-se as Figuras IV 23 e IV 24 que tratam da parte do Editor de Gráficos. O Editor Gráfico pode ser acionado pelo menu Editar (conforme dito anteriormente) ou pode ser acionado sempre que, ao se selecionar uma característica e optar-se por atribuição gráfica, o gráfico correspondente a esta característica não exista. Caso exista, o programa apresenta a tela da Figura IV 24, onde o usuário poderá optar pelos gráficos existentes.

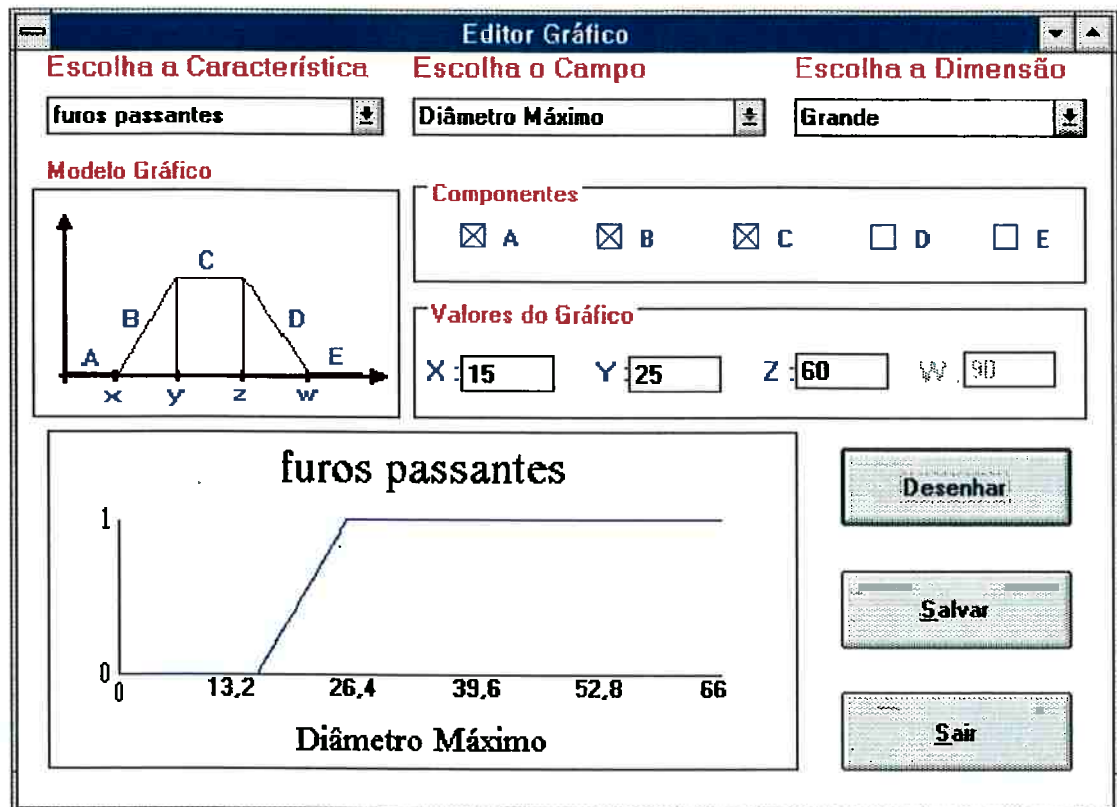


Figura IV 23 - Editor gráfico

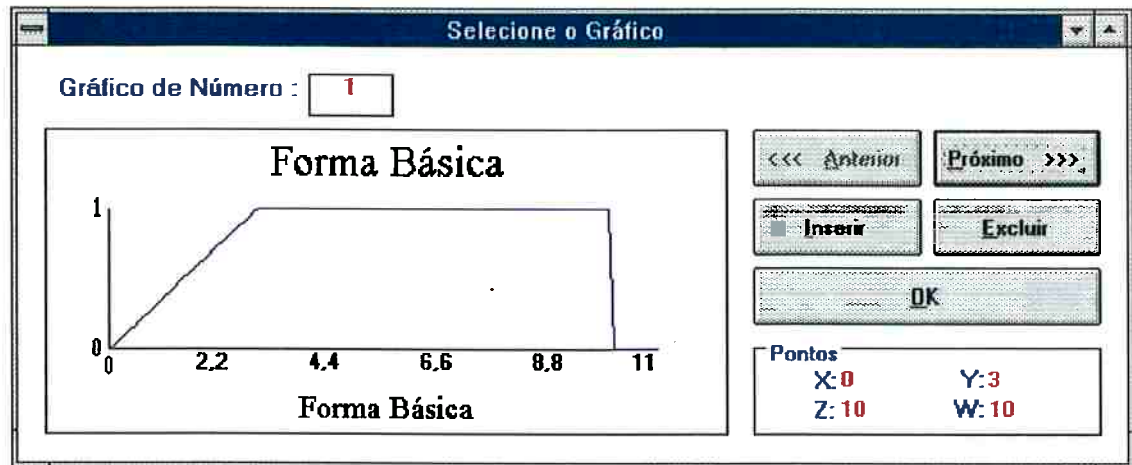


Figura IV 24 - Escolha do gráfico

Quando o Editor Gráfico é acionado, é possível editar gráficos (compostos por segmentos de reta) para quaisquer características, para qualquer campo e qualquer dimensão.

O Editor Gráfico (com funções baseadas em segmentos de reta) é de fácil manuseio. Primeiramente escolhe-se as componentes (A, B, C, D e E) que pertencerá ao gráfico (conforme modelo representado na tela da Figura IV 23). Após a escolha das componentes, entra-se com os valores dos pontos x , y , z e w , permitindo, dessa maneira, a plotagem do gráfico. Permite-se construir qualquer quantidade de gráficos, salvando todos eles.

Na Figura IV 25 tem-se o Editor de Matriz de Saaty. Com este é possível atribuir pertinência de forma qualitativa às características. Da mesma maneira que pode-se gravar mais de um gráfico para cada característica, pode-se gravar mais de uma matriz para cada característica.

É possível modificar o vetor pertinência sempre que se julgar necessário, até que se encontre determinados valores satisfatórios para a atribuição de pertinência.

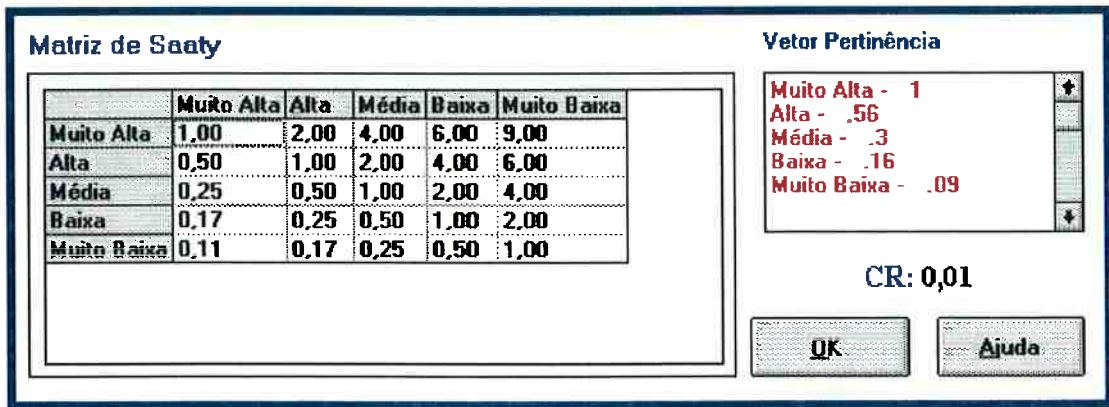


Figura IV 25 - Editor de Saaty

Os valores atribuídos à matriz são os recomendados pela escala proposta por Saaty, que está disponível no “help” desta etapa do programa como mostra a Figura IV 26.

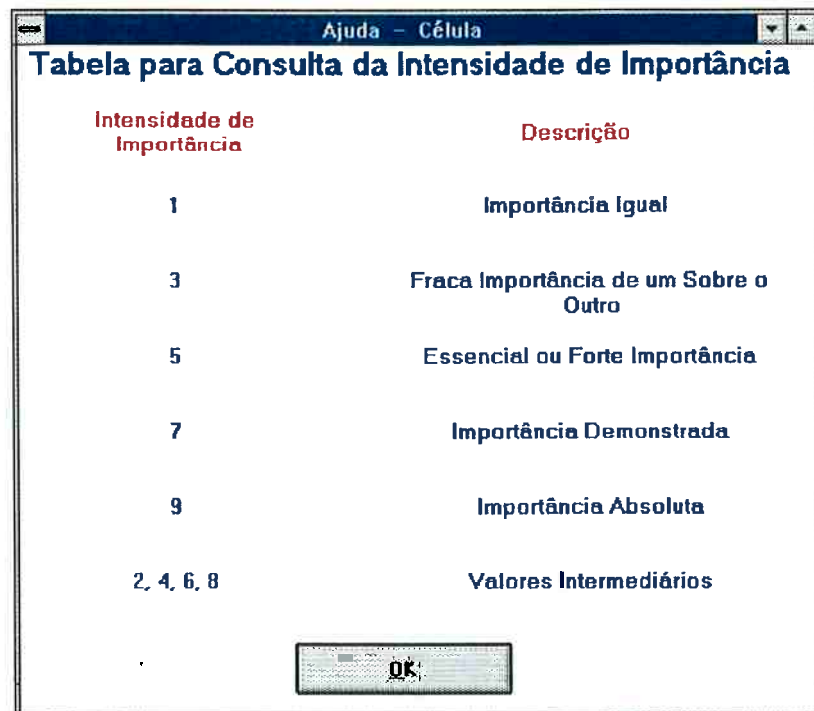


Figura IV 26 - Escala de Saaty no “help” do FASIC

Se opção na Figura IV 18 for pela formação de células de manufatura é possível consultar os gráficos, se estiverem disponíveis, que explicitam as pertinências dos diversos parâmetros previstos das operações possíveis para cada tipo de máquina. Um exemplo pode ser visto na Figura IV 27, onde são mostrados gráficos previstos para operação de fresar de uma determinada máquina.

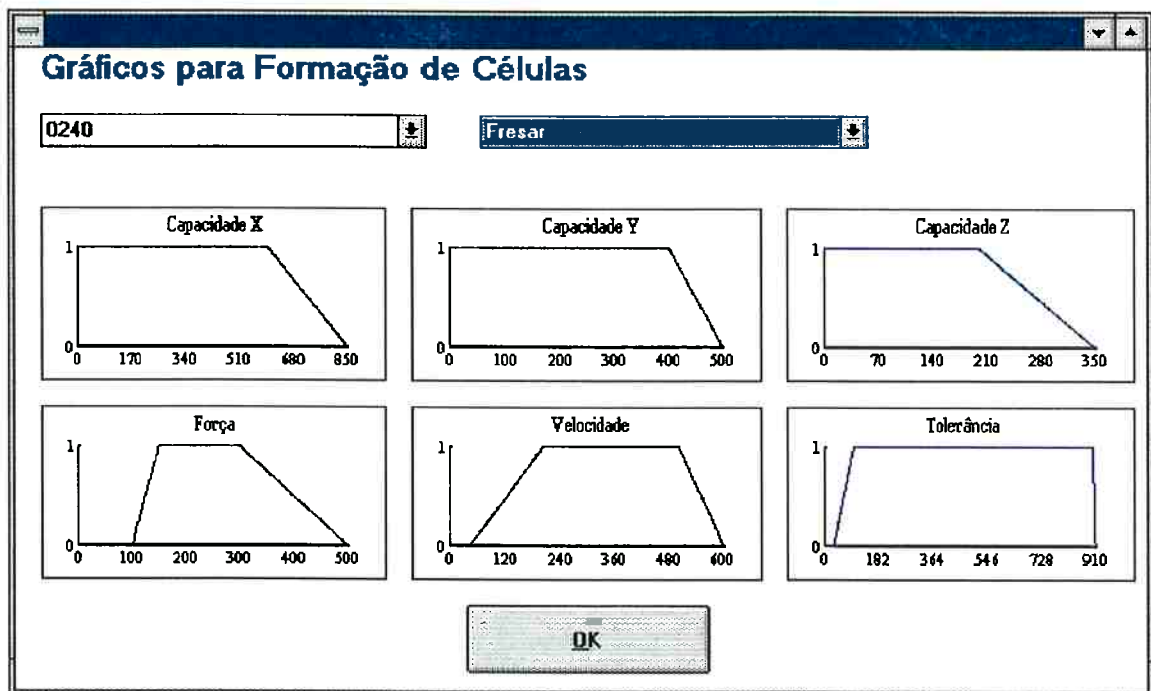


Figura IV 27 - Tela de apresentação dos gráficos de uma máquina

Os gráficos podem ser criados ou modificados, para isto um editor gráfico está disponível, como é mostrado na Figura IV 28. Estes gráficos são armazenados e sintetizam o conhecimento existente sobre as máquinas analisadas.

Como a obtenção de gráficos pode ser demorada, como previsto na metodologia, é possível utilizar o AHP para escolha de máquinas. A Figura IV 29 mostra um exemplo

para escolha de máquinas com potencial para determinada operação de uma peça.

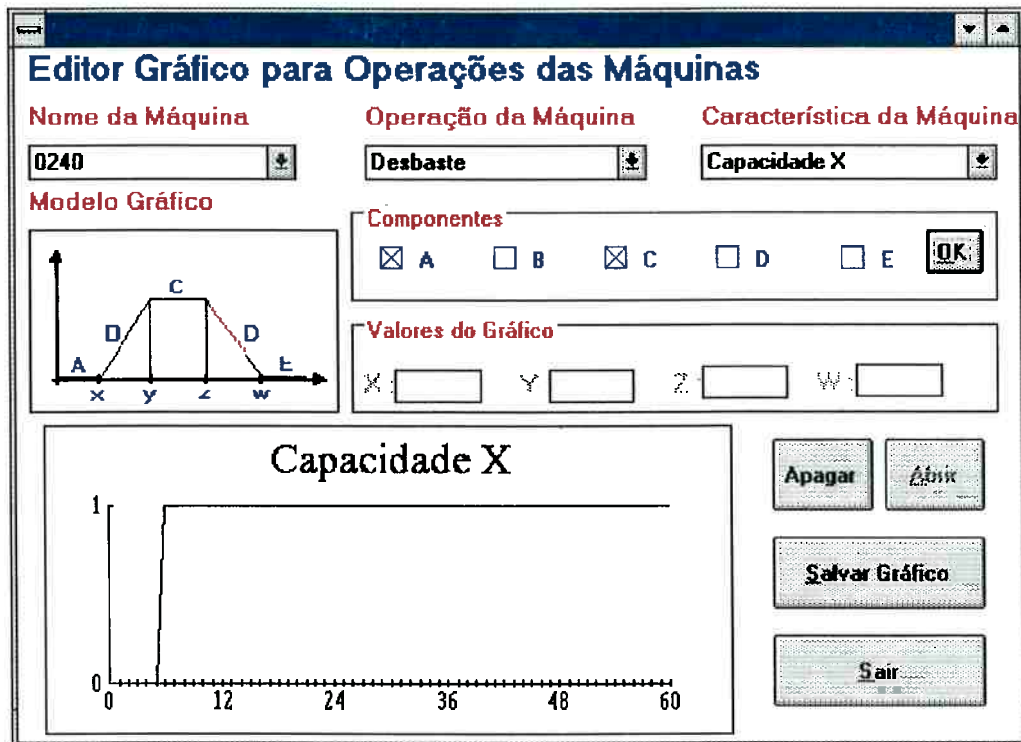


Figura IV 28 - Tela do editor gráfico para máquinas

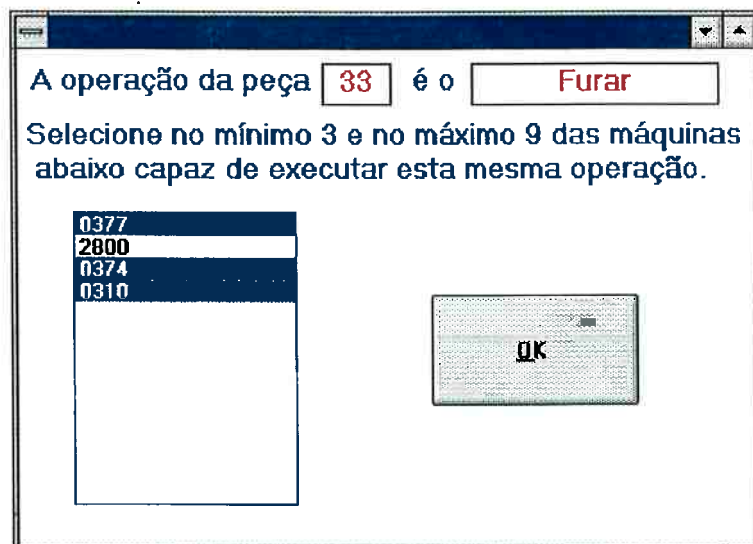


Figura IV 29 - Tela de seleção de máquinas para atribuição por Saaty

Após a escolha de até 9 máquinas, que podem fazer a operação, as pertinências são obtidas após a entrada de dados, exatamente como mostrado na Figura IV 25 só que com comparação das máquinas. Após a obtenção da matriz não binária, somando os dados obtidos pelos gráficos e os do AHP, o algoritmo de formação de células, apresentado no item III.9, é aplicado originando os resultados como mostrados nas Figuras IV 30 e IV 31.

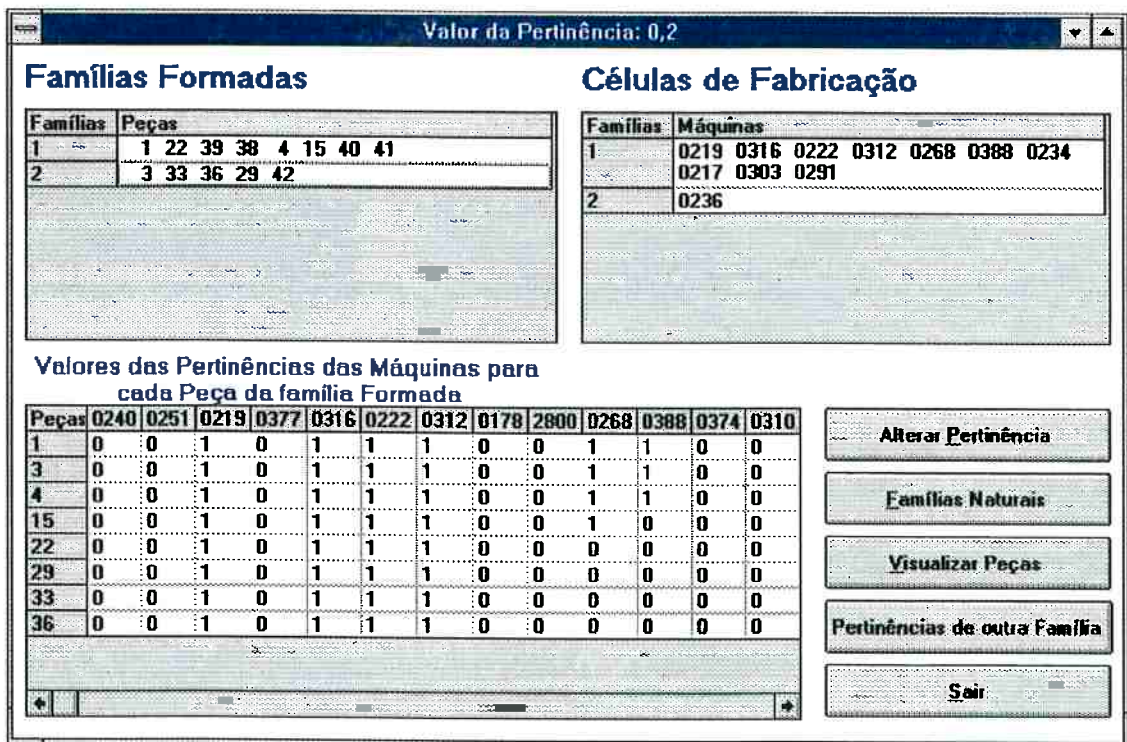


Figura IV 30 - Tela de apresentação das famílias e células

O resultado para cada família de peça é mostrado também com ícones, de tal modo a facilitar a identificação dos agrupamentos obtidos. Esta característica é mostrada na Figura IV 32.

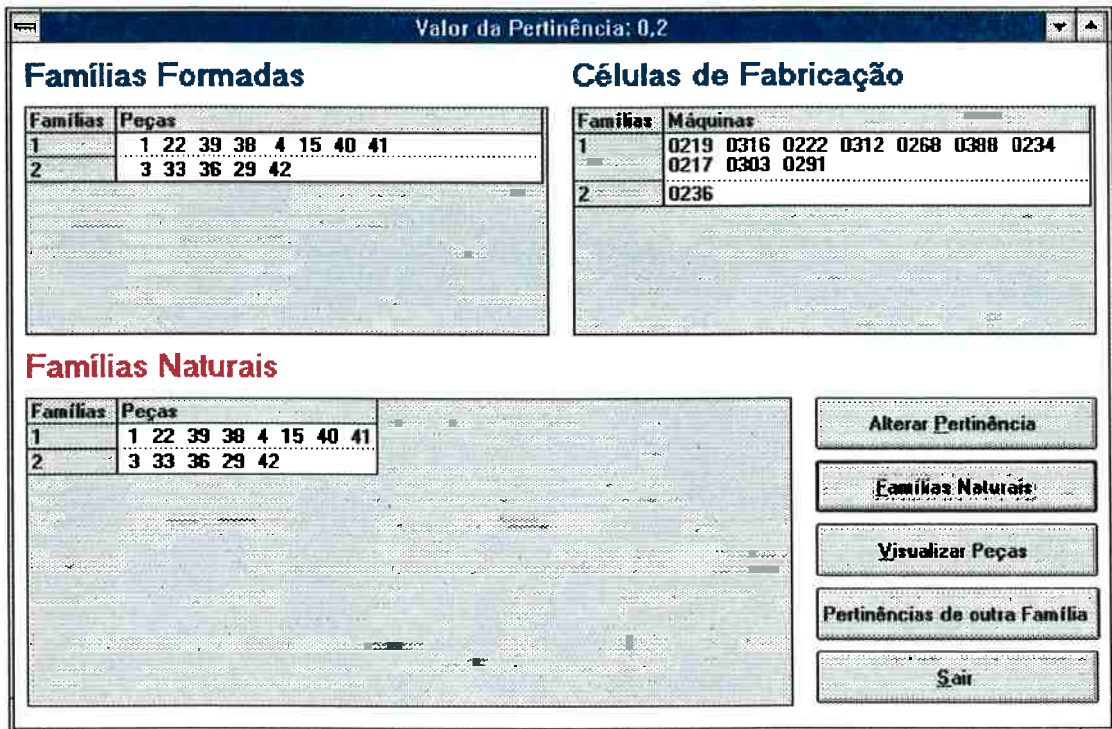


Figura IV 31 - Tela de apresentação das famílias naturais

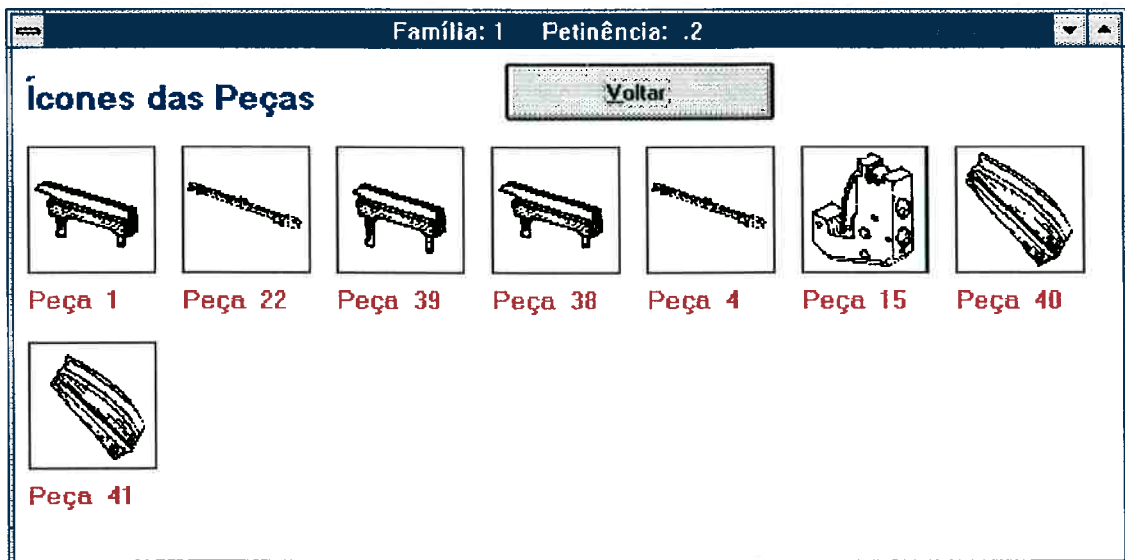


Figura IV 32 - Tela com as imagens das peças da família formada

IV.4. Hardware utilizado

Para o protótipo desenvolvido utilizou-se de um microcomputador tipo IBM PC 486 DX2/66 com 8Mb RAM com monitor SVGA (resolução 800x600 e 256 cores) e mouse.

Uma vez que o programa trabalha com matrizes de ordem elevada, uma grande disponibilidade de memória RAM se torna necessária. Para a configuração utilizada é possível analisar 800 peças simultaneamente sem a necessidade de se utilizar a memória virtual. Utilizando memória virtual é possível aumentar o número de peças analisadas, entretanto o desempenho em termos de velocidade não é adequado. Por exemplo, se for utilizado este recurso, uma memória virtual de 20 Mb com os mesmos 8 Mb de RAM eleva o número de peças possíveis de serem analisadas para 2.000.

O protótipo necessitou de aproximadamente 10 Mb para a sua instalação. São criados durante o manuseio do programa vários arquivos de dados, contendo informações necessárias para a obtenção dos resultados. Estes arquivos poderão ocupar com o decorrer do tempo, uma parte significativa no disco rígido.

IV.5. Considerações finais

Procurou-se no desenvolvimento desta ferramenta atender ao problema levantado por LUONG (1993), que dizia que embora os benefícios da TG estejam bem documentados, ela não tem sido usada com efeito nas indústrias. E uma das razões para isto é a dificuldade de se saber o que codificar, manter a consistência no processo de codificação

e sua interpretação pelos usuários. Com a metodologia implementada, no software apresentado, não existe o problema dos códigos, uma vez que os dados necessários são os que descrevem as peças. As características podem ser somadas às já existentes sem prejudicar o procedimento matemático desenvolvido para obtenção de similaridades, o que não é possível nos SCC. Desta forma os benefícios pretendidos pela TG podem ser obtidos mais facilmente.

Outras telas de interface e resultados, que não aparecem neste capítulo, são mostradas junto com estudos de casos.

V. ESTUDOS DE CASOS

V.1. Considerações iniciais

Neste capítulo são mostrados exemplos e os testes realizados utilizando a metodologia proposta e o software protótipo descrito no capítulo IV. Além de testes com exemplos já analisados por outros métodos publicados, com objetivo de avaliar a efetividade da proposta, são mostrados os resultados obtidos para novos testes e a aplicação em uma empresa. Alguns dos exemplos têm a finalidade de consolidar um melhor entendimento dos vários elementos que foram inseridos na metodologia proposta.

V.2. Atribuição de pertinência para dados quantitativos

Uma das maneiras de se atribuir pertinência a dados quantitativos é utilizar as expressões (3.5), (3.6) e (3.7) apresentadas anteriormente. A seguir através de um pequeno exemplo é mostrado as características de cada uma delas. Se a matriz a ser analisada for a da Figura V 1, os resultados das pertinências atribuídas pelas expressões estão nas Figuras V 2, V 3 e V 4. Os valores da Figura V 1 são recuperados da base de dados e representam o valor da característica para cada peça. Neste caso, se por exemplo, a característica C1 for comprimento, a peça 1 tem 100 mm.

	Características			
	C1	C2	C3	C4
Peça 1	100	0.1	200	1
Peça 2	90	1.2	300	2
Peça 3	10	0.8	500	15

Figura V 1 - Matriz peças × características para atribuição de pertinências

	Características			
	C1	C2	C3	C4
Peça 1	1	0.08	0.4	0.06
Peça 2	0.9	1	0.6	0.13
Peça 3	0.1	0.66	1	1

Figura V 2 - Matriz de pertinências usando a expressão (3.5)

	Características			
	C1	C2	C3	C4
Peça 1	1	0	0	0
Peça 2	0.88	1	0.33	0.07
Peça 3	0	0.63	1	1

Figura V 3 - Matriz de pertinências usando a expressão (3.6)

	Características			
	C1	C2	C3	C4
Peça 1	0.62	0.45	0.55	0.64
Peça 2	0.74	0.54	0.889	0.715
Peça 3	0.37	0.91	0.44	0.35

Figura V 4 - Matriz de pertinências usando a expressão (3.7)

Pela análise das respostas para cada uma das equações pode-se tirar conclusões para uso de cada uma delas. A expressão (3.5) não atribui valor zero de pertinência, ao contrário da (3.6). Esta expressão parece ser mais interessante, pois permite uma maior diferenciação entre os dados, já que usa toda a escala entre 0 e 1. A expressão (3.7)

atribui maior pertinência a valores em torno da média, e deve ser utilizada quando este fato é desejado na análise de similaridades.

V.3. Um exemplo de aplicação do AHP para obtenção de pertinência qualitativa

Para melhor entendimento da proposta de SAATY (1977), que neste trabalho é utilizada para quantificação de dados subjetivos e qualitativos importantes na obtenção de similaridades, é detalhada a obtenção de pertinências para uma determinada característica.

Considerando que uma das características selecionadas para análise de similaridades é a complexidade de forma. A esta característica são especificados atributos qualitativos, como por exemplo, muito complexa, complexa, média complexidade, baixa complexidade e nenhuma complexidade. Não é possível analisar esta característica sem uma atribuição de pesos correspondentes aos atributos especificados. Pode se dar pesos mediante a consulta a um especialista, mas qual o critério utilizado? Para tentar se ter uma solução mais adequada e próxima da realidade pode-se usar a metodologia do AHP.

De uma base de dados foi detectado, por exemplo, que existiam 7 peças que farão parte da análise de similaridades. Estas peças e os atributos dados para a característica “**complexidade de forma**” podem ser vistos na Figura V 5.

Pela análise da Figura V 5 pode-se concluir que embora existam 7 peças, apenas 5 atributos diferentes classificam todas elas. É preciso agora atribuir pesos a cada um destes atributos. O primeiro passo é a obtenção da matriz recíproca positiva (A), como

indicado na Figura V 6. Os valores atribuídos são especificados por quem faz a análise baseado na escala proposta por Saaty. É claro que a importância é julgada para os objetivos que se deseja no momento.

CARACTERÍSTICA: COMPLEXIDADE DE FORMA	
Peças	Atributos
1	muito complexa
2	complexa
3	média complexidade
4	baixa complexidade
5	nenhuma complexidade
6	complexa
7	muito complexa

Figura V 5 - Atributos de complexidade de forma para 7 peças

Nota-se que atribuir os valores entre 1 e 9 é relativamente simples. Deve-se deixar o valor recíproco, que é o inverso, para atribuição automática. Agora pode-se gerar o autovetor desta matriz, o que é feito aplicando a formula (5.1), que representa a diretriz dada pelo método descrito no capítulo III.

	muito complexa	complexa	média complexidade	baixa complexidade	nenhuma complexidade
muito complexa	1	3	5	7	7
complexa	1/3	1	3	5	7
média complexidade	1/5	1/3	1	3	5
baixa complexidade	1/7	1/5	1/3	1	3
nenhuma complexidade	1/7	1/7	1/5	1/3	1

Figura V 6 - Matriz A de comparações por pares para a característica complexidade de forma

$$V_i = \left(\prod_{j=1}^n a_{ij} \right)^{1/n} \tag{5.1}$$

onde n é o número de atributos que se está analisando. Aplicando (5.1) para cada uma das linhas da matriz, mostrada na Figura V 6, chega-se ao autovetor normalizado para que o maior peso seja 1 e que é mostrado na Figura V 7.

Atributos	Autovetor obtido por (5.1)	Autovetor normalizado
muito complexa	3.743	1.000
complexa	2.036	0.544
média complexidade	1.000	0.267
baixa complexidade	0.491	0.131
nenhuma complexidade	0.267	0.071
Σ		2.013

Figura V 7 - Obtenção do autovetor normalizado

Para que se possa usar os valores propostos como pesos para os atributos, é necessário que se verifique a consistência da resposta obtida. Primeiramente é necessário normalizar o vetor obtido para que o somatório de seus valores seja igual a 1. Para isto basta dividir cada entrada do vetor normalizado da Figura V 7 pelo Σ destas entradas. O novo autovetor é o indicado por (5.2). Dependendo do problema que se está analisando, (5.2) pode ser o autovetor de interesse.

$$V = [0.497 \ 0.27 \ 0.133 \ 0.065 \ 0.035] \tag{5.2}$$

Obtido o autovetor (5.2) é necessário agora calcular o autovalor λ_{max} , com ele é possível verificar a consistência desejada. λ_{max} é calculado por (5.3).

$$\lambda_{max} = V.t \tag{5.3}$$

onde t é obtido pelo Σ das colunas da matriz da Figura V 6. O resultado do Σ pode ser visto na Figura V 8.

	muito complexa	complexa	média complexidade	baixa complexidade	nenhuma complexidade
muito complexa	1	3	5	7	7
complexa	1/3	1	3	5	7
média complexidade	1/5	1/3	1	3	5
baixa complexidade	1/7	1/5	1/3	1	3
nenhuma complexidade	1/7	1/7	1/5	1/3	1
Σ	1.819	4.676	9.533	16.333	23

Figura V 8 - Obtenção de t

Aplicando-se (5.3) tem-se (5.4) e o valor do autovalor que se deseja (λ_{\max}).

$$\lambda_{\max} = \begin{bmatrix} 0.497 & 0.27 & 0.133 & 0.065 & 0.035 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1819 \\ 4676 \\ 9533 \\ 16333 \\ 23 \end{bmatrix} = 5.311 \quad (5.4)$$

Usando a expressão 3.14 apresentada no item III.5.2 chega-se ao índice de consistência (IC), mostrado em (5.5).

$$IC = \frac{(\lambda_{\max} - n)}{(n-1)} = \frac{5.311 - 5}{5 - 1} = 0.078 \quad (5.5)$$

Para se saber se este índice representa uma consistência aceitável é necessário calcular um outro valor que é a razão entre IC e um outro valor retirado de uma tabela em função

do número de atributos que se está estudando. Este valor para ser aceitável deve ser ≤ 0.10 . Aqui o valor a ser usado é retirado da Figura III 7.

O valor para o caso em estudo é 1.12 ($n = 5$). A razão $0.078/1.12 = 0.069 \leq 0.10$, e portanto do ponto de vista matemático o autovetor obtido pode ser usado para atribuição de pesos aos atributos estudados. Se este valor fosse > 0.10 seria necessário uma reavaliação da matriz da Figura V 6.

Após estes cálculos os valores de pesos atribuídos as peças, que consistirão suas pertinências, estão descritos na Figura V 9.

CARACTERÍSTICA: COMPLEXIDADE DE FORMA		
Peças	Atributos	Pesos
1	muito complexa	1
2	complexa	0.544
3	média complexidade	0.267
4	baixa complexidade	0.131
5	nenhuma complexidade	0.071
6	complexa	0.544
7	muito complexa	1

Figura V 9 - Pesos atribuídos a valores qualitativos

Os resultados do software estão mostrados na Figura V 10, com todos os valores importantes para a obtenção do resultado. Desta forma, agora se tem pertinências que serão atribuídas à característica “**complexidade de forma**”, que antes considerava apenas informações qualitativas. Este fato é essencial para que em uma identificação de similaridades a “**complexidade de forma**” possa ser considerada.

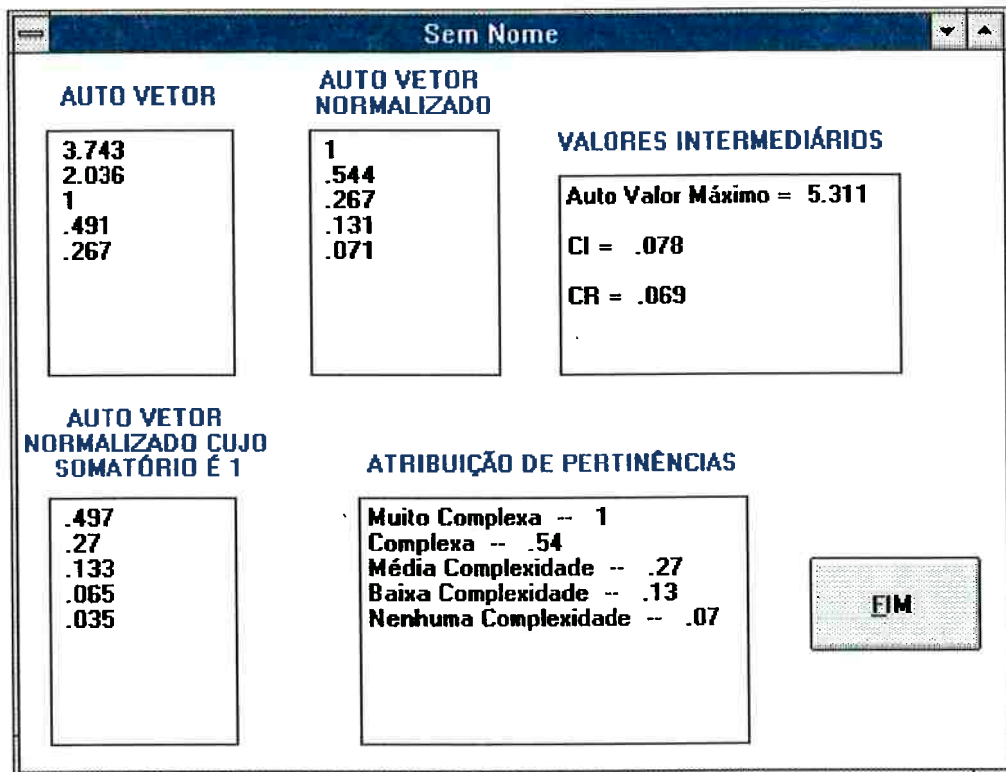


Figura V 10 - Resposta do software para atributo qualitativo da característica complexidade de forma

V.4. Exemplo de eliminação de características correlatas

Como exemplo, se a matriz que se está analisando, for a da Figura V 11, em que são analisadas apenas duas características, de acordo com a expressão 3.18, a correlação entre elas é 0.83. Desta maneira, se esta correlação for julgada suficientemente alta, uma das características pode ser removida da análise de agrupamento, pois elas são consideradas semelhantes para efeito de classificação quanto a similaridades. O processo de comparação entre peças para a obtenção de matriz de similaridade é continuado apenas com a característica com maior índice linear e quadrático como previsto na metodologia. Para o caso analisado a característica 2 é mantida.

	característica 1	característica 2
peça 1	0.8	0.7
peça 2	0.9	0.8
peça 3	0.5	0.4
peça 4	0	0
peça 5	0.2	0.1

Figura V 11 - Exemplo para eliminação de características com grande correlação

Aplicando a expressão 3.18, tem-se que:

$$r_{12} = \frac{\min(0.8;0.7) + \min(0.9;0.8) + \min(0.5;0.4) + \min(0;0) + \min(0.2;0.1)}{\max(0.8;0.7) + \max(0.9;0.8) + \max(0.5;0.4) + \max(0;0) + \max(0.2;0.1)} = 0.83$$

É claro que $r_{ij} = r_{ji}$. A Figura V 12 mostra a matriz de correlação obtida para a comparação, o valor mínimo que se espera para manter ou não a característica e qual (is) delas se mantém.

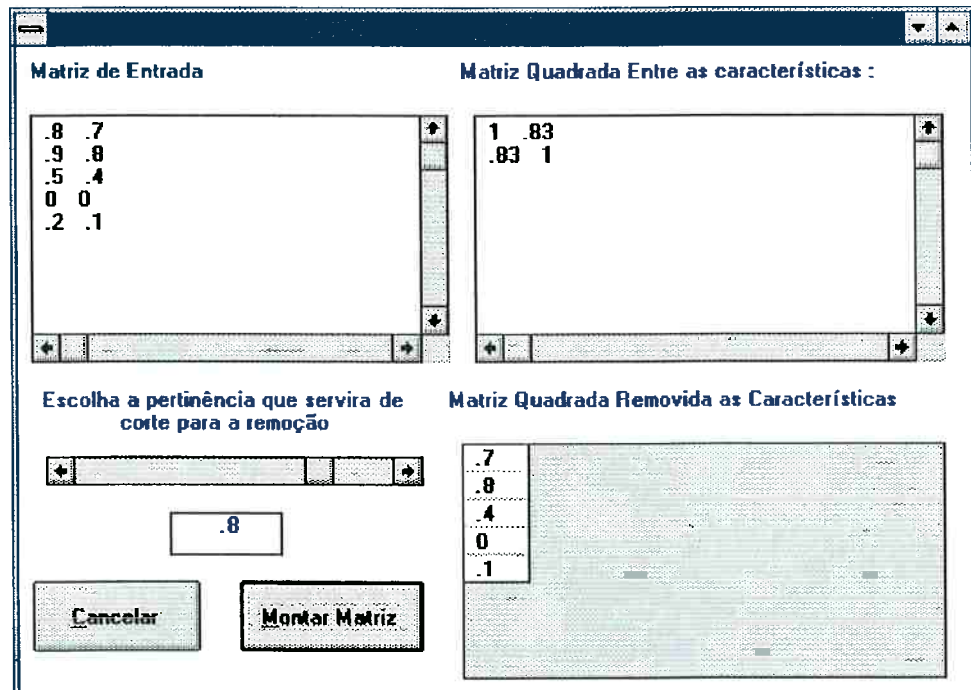


Figura V 12 - Eliminação de características correlatas

V.5. Um exemplo do porque do fechamento transitivo

Este item exemplifica o porque uma relação de semelhança (item III.8.1 do capítulo III) precisa ser trabalhada para que resultados sobre agrupamentos possam aparecer. Aqui é mostrado o caso de uma matriz de semelhança, que por não ser transitiva, não informa corretamente os agrupamentos obtidos para um certo valor de corte dado (α -cut). A Figura V 13 mostra a matriz de semelhanças que é analisada.

	peça 1	peça 2	peça 3	peça 4	peça 5
peça 1	1	0.1	0.8	0.2	0.3
peça 2	0.1	1	0	0.3	1
peça 3	0.8	0	1	0.7	0
peça 4	0.2	0.3	0.7	1	0.6
peça 5	0.3	1	0	0.6	1

Figura V 13 - Matriz de semelhanças entre 5 peças

Se o nível de corte (α -cut) desejado for de 0.7 a matriz de semelhanças passa a ser a representada pela matriz da Figura V 14.

	peça 1	peça 2	peça 3	peça 4	peça 5
peça 1	1	0	1	0	0
peça 2	0	1	0	0	1
peça 3	1	0	1	1	0
peça 4	0	0	1	1	0
peça 5	0	1	0	0	1

Figura V 14 - Matriz para α -cut igual 0.7

Se for feita uma análise linha a linha, os agrupamentos resultantes da Figura V 14, são os seguintes:

- linha 1 - peças similares 1 e 3;

- linha 2 - peças similares 2 e 5;
- linha 3 - peças similares 1, 3 e 4;
- linha 4 - peças similares 3 e 4;
- linha 5 - peças similares 2 e 5.

Pode-se ver que existe inconsistência nas respostas obtidas, havendo incerteza quanto às peças que realmente devem pertencer ao mesmo grupo. Por outro lado se for calculada a matriz transitiva, mostrada na Figura V 15, e aplicar o mesmo nível de corte (0.7) mostrado na Figura V 16, o problema não aparece.

	peça 1	peça 2	peça 3	peça 4	peça 5
peça 1	1	0.6	0.8	0.7	0.6
peça 2	0.6	1	0.6	0.6	1
peça 3	0.8	0.6	1	0.7	0.6
peça 4	0.7	0.6	0.7	1	0.6
peça 5	0.6	1	0.6	0.6	1

Figura V 15 - Matriz do fechamento transitivo

	peça 1	peça 2	peça 3	peça 4	peça 5
peça 1	1	0	1	1	0
peça 2	0	1	0	0	1
peça 3	1	0	1	1	0
peça 4	0	0	1	1	0
peça 5	0	1	0	0	1

Figura V 16 - Matriz para α -cut igual 0.7 da matriz do fechamento transitivo

A análise de cada linha da matriz da Figura V 16, leva a seguinte conclusão:

- linha 1 - peças similares 1, 3 e 4;
- linha 2 - peças similares 2 e 5;
- linha 3 - peças similares 1, 3 e 4;
- linha 4 - peças similares 3 e 4;

- linha 5 - peças similares 2 e 5.

Como pode ser entendido não há mais dúvida com os agrupamentos a serem formados para o nível de corte estipulado. Como já comentado na metodologia, se a matriz de semelhança tiver a propriedade de transitividade não haverá problemas de formação das famílias para qualquer nível de corte estipulado.

V.6. A relação de composição MAX PROD

Quando da formulação da metodologia considerou-se que diferentes regras de composição para obtenção da relação equivalente Fuzzy e de separação em famílias, fossem possíveis de serem utilizadas. O resultado poderia ser mais conveniente, podendo ter uma abordagem mais otimista ou pessimista. A regra de composição testada foi a MAX PROD (item A.9 do Anexo A). Infelizmente nesta regra o fechamento transitivo da matriz de semelhança não leva a separação de agrupamentos mutuamente exclusivos, como mostrado no item anterior para a regra de composição MAX MIN. Isto está evidenciado pelo exemplo mostrado a seguir. Se a matriz de similaridades for a mesma da Figura V 13 analisada para a regra MAX MIN, o resultado da matriz transitiva para a regra MAX PROD é o mostrado na Figura V 17, e a matriz para nível de corte igual a 0.7 na Figura V 18.

	peça 1	peça 2	peça 3	peça 4	peça 5
peça 1	1	0.34	0.8	0.56	0.34
peça 2	0.344	1	0.42	0.6	1
peça 3	0.8	0.42	1	0.7	0.42
peça 4	0.56	.6	0.7	1	0.6
peça 5	0.34	1	0.42	0.6	1

Figura V 17 - Matriz do fechamento transitivo MAX PROD

	peça 1	peça 2	peça 3	peça 4	peça 5
peça 1	1	0	1	0	0
peça 2	0	1	0	0	1
peça 3	1	0	1	1	0
peça 4	0	0	1	1	0
peça 5	0	1	0	0	1

Figura V 18 - Matriz para α -cut igual 0.7 (MAX PROD)

A análise da matriz da Figura V 18, leva a seguinte conclusão:

- linha 1 - peças similares 1 e 3;
- linha 2 - peças similares 2 e 5;
- linha 3 - peças similares 1, 3 e 4;
- linha 4 - peças similares 3 e 4;
- linha 5 - peças similares 2 e 5.

Pode-se ver a inconsistência nas respostas obtidas, havendo dúvidas quanto às peças que devem pertencer a cada agrupamento.

V.7. Estudo das equações de similaridades

Neste item é apresentado o comportamento das equações de similaridades relacionadas no capítulo III. Para se verificar o comportamento de cada uma, um exemplo é analisado.

A matriz peça \times características analisada é a da Figura V 19.

Peças	M 1	M 2	M 3	M 4	M 5	M 6	M 7	M 8
1	1	.7	.6	.7	.8	.9	.7	.7
2	.7	1	.6	.7	.7	.7	.7	.7
3	.6	.6	1	.6	.6	.6	.6	.6
4	.7	.7	.6	1	.7	.7	.8	.9
5	.8	.7	.6	.7	1	.8	.7	.7
6	.9	.7	.6	.7	.8	1	.7	.7
7	.7	.7	.6	.8	.7	.7	1	.8
8	.7	.7	.6	.9	.7	.7	.8	1

Figura V 19 - Matriz peça \times característica

As matrizes de similaridades calculadas pelas 5 equações citadas na metodologia estão mostradas na Figura V 20. A correspondência entre as equações mostradas na metodologia e o nome dado na análise é a seguinte:

Equação	Nome
3.19	similaridade 1
3.20	similaridade 2
3.21	similaridade 3
3.22	similaridade 4
3.23	similaridade 5

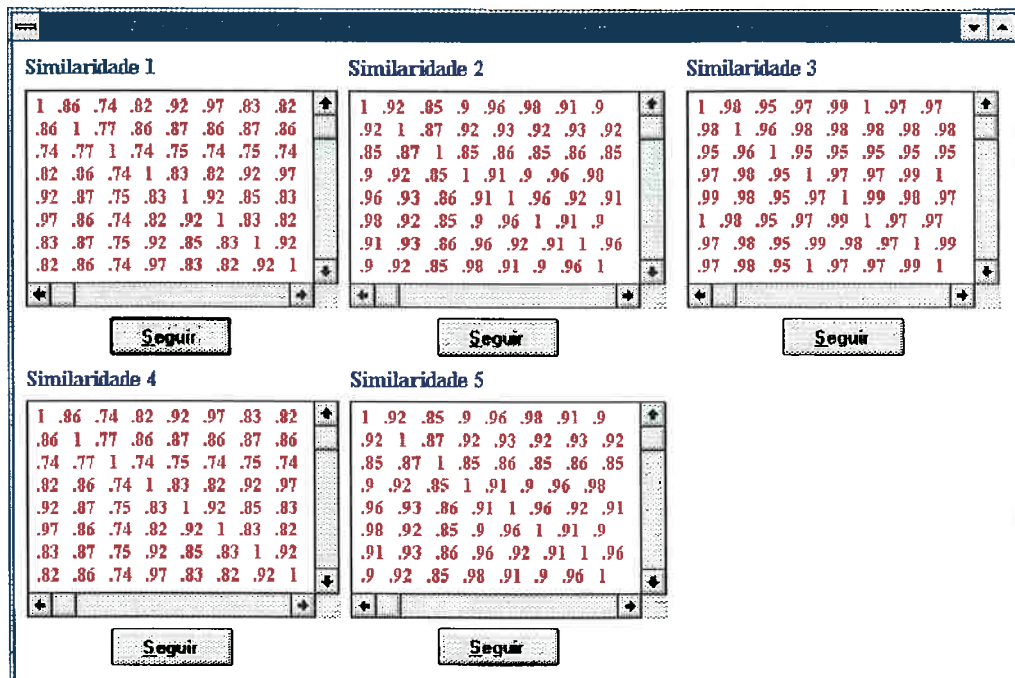


Figura V 20 - Matrizes de similaridades

Como conclusões, do resultado apresentado, pode se ver primeiramente, que como esperado a similaridade 1, obtida pela equação 3.19, leva a resultados mais pessimistas na obtenção dos valores de similaridade. A equação corresponde exatamente a 3.22, pois pode-se verificar os mesmos resultados, apesar da diferença na maneira de calcular. As equações 3.20 e 3.23 também levam a resultados iguais e de uma maneira geral atribui similaridades entre a 3.19 que é a mais pessimista e a 3.21 que é a mais otimista. Uma

equação que atribui valores mais pessimistas provavelmente conduzirá a um maior número de agrupamentos de menor número de peças em cada um, sendo mais exigente com a similaridade entre peças. Esta colocação é confirmada pelas respostas de agrupamentos mostradas nas Figuras V 21, V 22 e V 23. A Figura V 21 mostra os agrupamentos obtidos para as equações 3.19 e 3.22, a Figura V 22 para as equações 3.20 e 3.23 e a Figura V 23 para a 3.21. Como previsto as equações 3.19 e 3.22 são as mais pessimistas identificando agrupamentos mais cedo (α -cut menor) que as demais equações. Isto pode ser identificado, para o exemplo analisado, onde para α -cut igual a 0.8, estas equações já dividem a amostra em duas famílias.

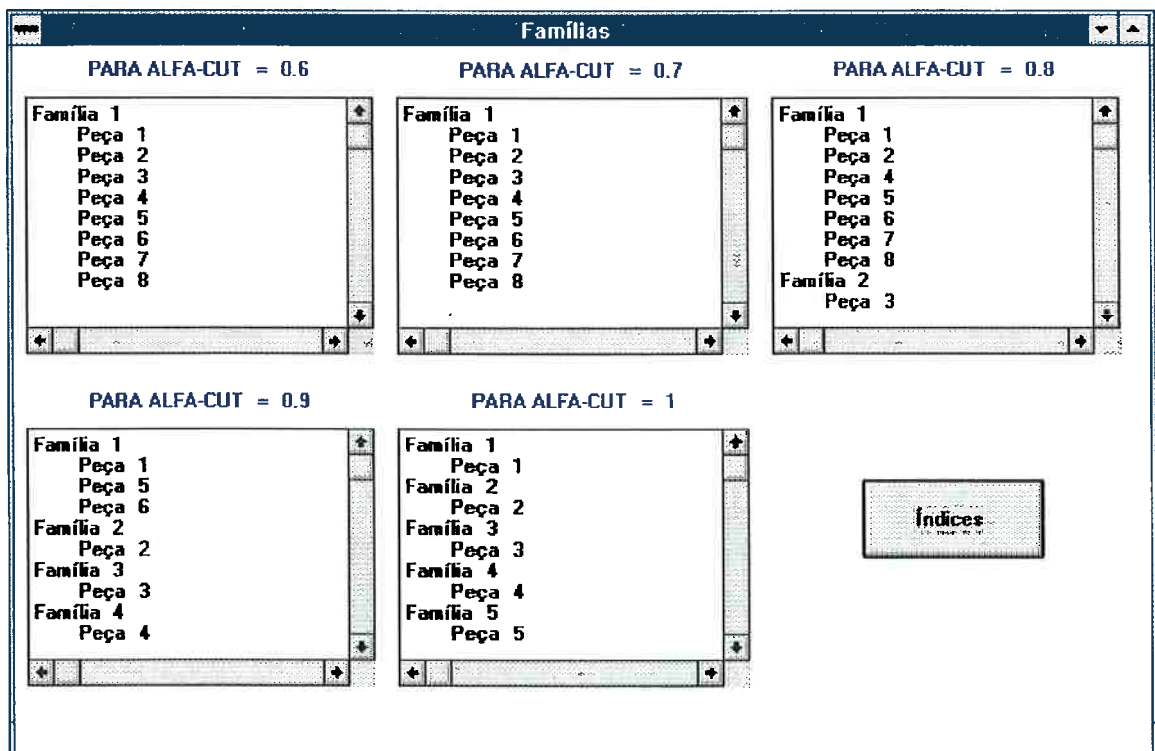


Figura V 21 - Famílias para as equações 3.19 e 3.22

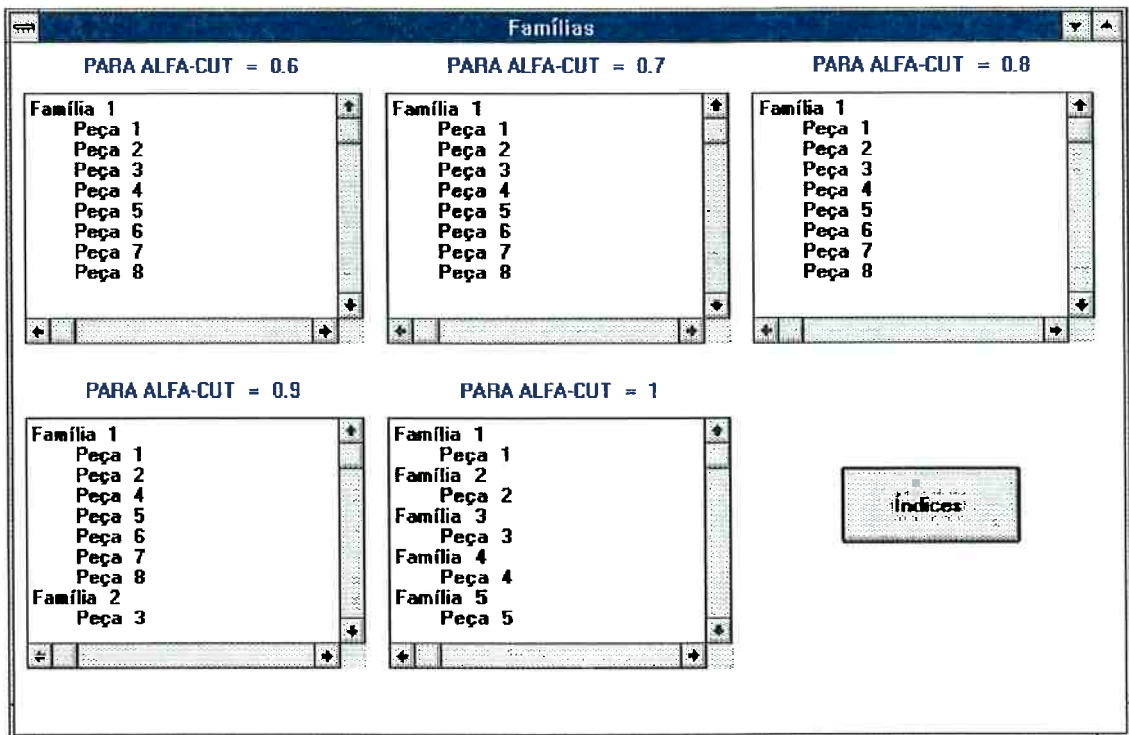


Figura V 22 - Famílias para as equações 3.20 e 3.23

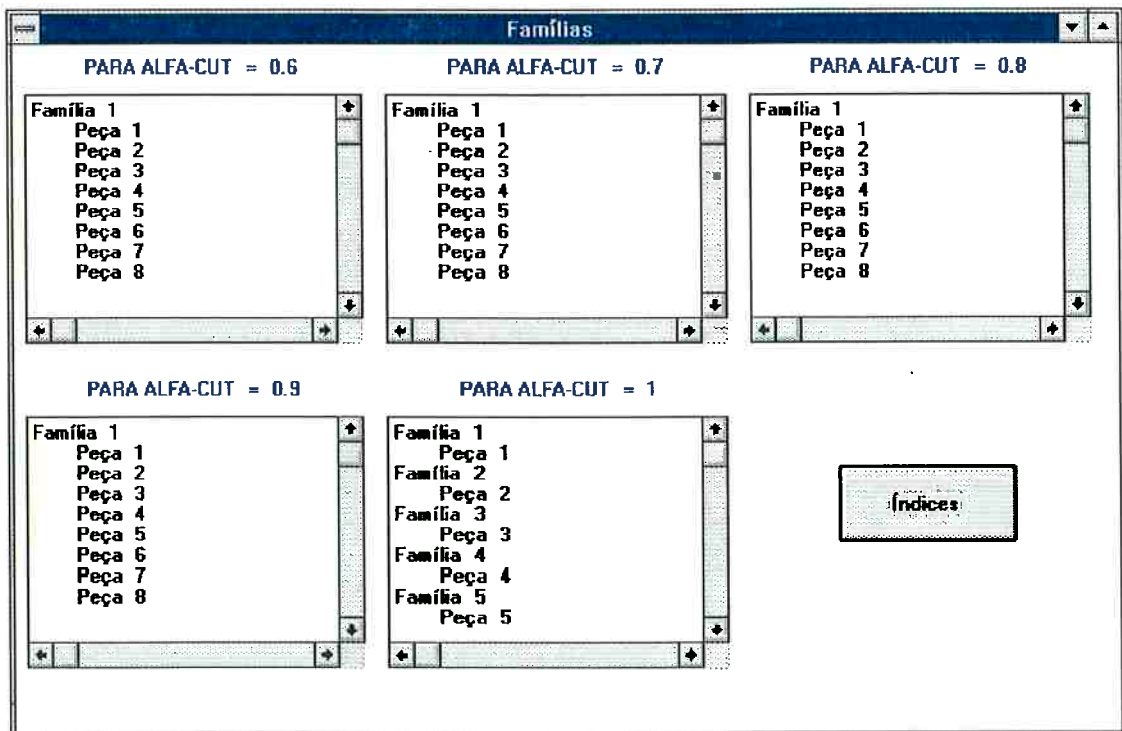


Figura V 23 - Famílias para a equação 3.21

V.8. Exemplo de atribuição de pertinências para obtenção de matriz não binária

É exemplificado a seguir a maneira de se atribuir pertinências às máquinas em relação às peças que elas processam. As duas formas podem acontecer simultaneamente, para obtenção da matriz não binária.

V.8.1. Atribuição de pertinências por gráficos

Para ilustrar este procedimento descrito no item III.9 sobre formação de células de manufatura, considerando as funções de pertinência da Figura V 24, para um caso hipotético da máquina 1 de m disponíveis, para cada uma de 7 peças que se deseja agrupar. Entrando-se com o valor x (retirada de uma base de dados) da característica em questão pode-se chegar a tabela da Figura V 25. As pertinências que estão mostradas significam a adequabilidade da máquina 1 para a característica em questão para cada uma das 7 peças.

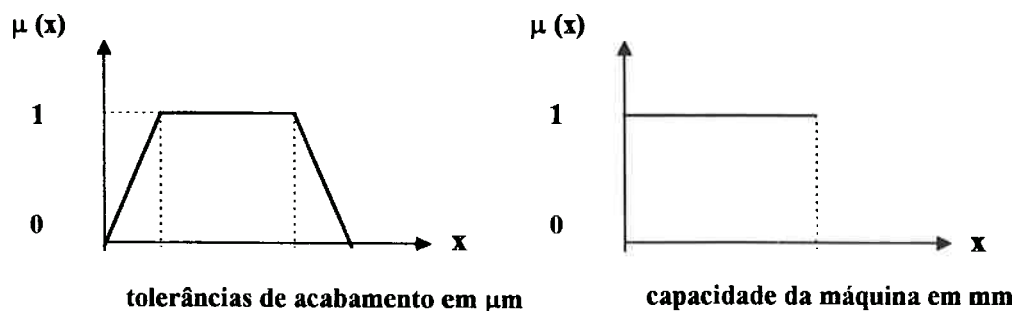


Figura V 24 - Exemplo de funções de pertinências para características que são analisadas relativas à máquina 1

Peças	tolerância de acabamento	capacidade da máquina
1	1	1
2	1	0
3	1	1
4	0.8	1
5	1	0
6	0.1	1
7	0.9	1

Figura V 25 - Pertinências atribuídas a cada par peça × característica para a máquina 1

Do mesmo modo que se atribui os valores da Figura V 25, deve-se repetir o processo para todas as máquinas a serem analisadas, chegando portanto a m matrizes semelhantes a esta. Aplicando a fórmula (3.33) para a matriz da Figura V 25, chega-se ao vetor (5.6), que representa as pertinências relativas à máquina 1 para as 7 peças.

$$\text{pertinências (máquina 1)} = [1 \ 0 \ 1 \ 0.8 \ 0 \ 0.1 \ 0.9] \quad (5.6)$$

Repetindo-se o processo para as m máquinas são obtidos m vetores semelhantes ao (5.6), que constituirão a matriz não binária que deverá ser analisada para obtenção de similaridades de processo. Se para o exemplo das 7 peças fossem disponíveis um universo de 7 máquinas, após a execução do procedimento discutido, poderia se chegar a uma matriz não binária como por exemplo (5.7). A matriz (5.7) é que deverá ser analisada para se ter uma solução de similaridade de processo, e portanto a formação de células de manufatura. Em (5.7) Y_i são as máquinas e X_j são as peças que compõem a matriz não binária.

Utilizando a metodologia do AHP, apresentada anteriormente, chega-se aos pesos (obtidos pelo cálculo do autovetor) que devem ser atribuídos à cada máquina em relação à peça 1. Os pesos são respectivamente, para $Y_1 = 1$, $Y_3 = 0.25$, $Y_5 = 0.5$ e $Y_6 = 0.5$. Para as outras máquinas que não podem processar a peça, são atribuídos o valor zero (por exemplo as máquinas Y_2 , Y_4 e Y_7). Para saber se os pesos obtidos são consistentes é necessário usar o procedimento descrito na metodologia do AHP e já discutido.

Repetindo-se o processo para outras peças, outros vetores semelhantes ao obtido para a peça 1 podem ser calculados, constituindo a matriz não binária que deverá ser analisada para obtenção de similaridades de processo. Se para o exemplo 7 peças fossem disponíveis um universo de 7 máquinas, após a execução do procedimento discutido, poderia se chegar a uma matriz não binária como (5.8), semelhante à obtida pelo processo de atribuição por gráficos. Os dois processos podem ser usados em conjunto, utilizando atribuição por gráficos para máquinas que os tenha disponíveis e pelo AHP para as que não tenham.

$$\begin{matrix}
 & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 & X_6 & X_7 \\
 Y_1 & \left[\begin{array}{ccccccc}
 1 & 0 & 1 & 0.8 & 0 & 0.1 & 0.9 \\
 0 & 1 & 0.3 & 0 & 0.7 & 0.8 & 0 \\
 0.25 & 0.7 & 0 & 0 & 0.8 & 0.8 & 0 \\
 0 & 0.7 & 0 & 0.3 & 0.7 & 0 & 0.3 \\
 0.5 & 0.1 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\
 0.5 & 0.2 & 0.8 & 0.8 & 0.3 & 0 & 0.7 \\
 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0.8 & 0.9 & 0
 \end{array} \right] & (5.8)
 \end{matrix}$$

V.9. Exemplo de aplicação do algoritmo não binário para formação de células de manufatura

Aqui é mostrado um exemplo numérico para ilustrar o algoritmo apresentado, proposto no item III.9.3, que também foi utilizado por ZHANG; WANG (1992), onde é utilizado outros algoritmos modificados, como o de McAuley (single linkage clustering) e o de King (rank order clustering), para trabalhar com a matriz não binária, conforme comentado no capítulo II (item II.12.4). O objetivo é verificar a resposta que o algoritmo modificado gera através do sistema implementado.

Para o exemplo é assumido que para processar 7 peças, existam 7 máquinas disponíveis (de três tipos de operações: furação, fresamento e retificação). As características e processos das peças envolvidos no problema estão descritos na Figura V 27.

Depois da atribuição de pertinências, usando o processo mostrado no item V.5, chega-se a matriz da Figura V 28, que é a matriz não binária. Pode-se analisar pela Figura V 30 o resultado da execução do algoritmo proposto para a matriz da Figura V 28. Para o caso existem 2 famílias de peças e 2 células que podem ser formadas. A solução é a mesma dos algoritmos apresentados por ZHANG; WANG (1992).

Uma particularidade deste exemplo é que se apenas uma fresadora for suficiente, a FR2 pode ser retirada da célula 1, uma vez que as pertinências da máquina FR3 são maiores. Fato semelhante ocorre com a furadeira F3 da célula 2. Este tipo de análise é a grande vantagem em se trabalhar com matrizes não binárias. Matrizes binárias, que a maior parte dos algoritmos utilizam, não permite a discussão de alternativas de máquinas para o processamento das peças que devem ser fabricadas.

PEÇAS:	1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7
MÁQUINAS	
Furadeiras:	F1, F2 e F3
Fresadoras:	FR1, FR2 e FR3
Retífica:	R1
PROCESSOS DAS PEÇAS	
Peça 1:	Furação e fresamento
Peça 2:	Furação, fresamento e retificação
Peça 3:	Furação, fresamento e retificação
Peça 4:	Furação e fresamento
Peça 5:	Furação, fresamento e retificação
Peça 6:	Furação e retificação
Peça 7:	Furação e fresamento

Figura V 27 - Dados para a análise de similaridade de processo

$$\begin{matrix}
 & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & P_5 & P_6 & P_7 \\
 F_1 & \left[\begin{array}{ccccccc}
 1 & 0 & 1 & 0.8 & 0 & 0.1 & 0.9 \\
 0 & 1 & 0.3 & 0 & 0.7 & 0.8 & 0 \\
 0.3 & 0.7 & 0 & 0 & 0.8 & 0.8 & 0 \\
 0 & 0.7 & 0 & 0.3 & 0.7 & 0 & 0.3 \\
 0.6 & 0.1 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\
 0.7 & 0.2 & 0.8 & 0.8 & 0.3 & 0 & 0.7 \\
 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0.8 & 0.9 & 0
 \end{array} \right]
 \end{matrix}$$

Figura V 28 - Matriz não binária peça × máquina

família 1 →	P ₃ P ₁ P ₇ P ₄	família 2 →	P ₂ P ₅ P ₆
celula 1 {	← F ₁	celula 2 {	F ₁
	F ₂		← F ₂
	F ₃		← F ₃
	FR ₁		← FR ₁
	← FR ₂		FR ₂
	← FR ₃		FR ₃
	R ₁		← R ₁

Figura V 29 - Resultado da análise da matriz não binária

A Figura V 30 mostra a tela do software com a matriz não binária para análise. No caso a matriz é transposta em relação à da Figura V 28. A Figura V 31 mostra os resultados para o caso, o valor de pertinência mínimo de adequabilidade de máquina foi 0.7. Este índice é comentado no item III.9.2.

Peças	M 1	M 2	M 3	M 4	M 5	M 6	M 7
1	1	0	.3	0	.6	.7	0
2	0	1	.7	.7	.1	.2	1
3	1	.3	0	0	.5	.8	.5
4	.8	0	0	3	0	.8	0
5	0	.7	.8	.7	0	.3	.8
6	.1	.8	.8	0	0	0	.9
7	.9	0	0	.3	.5	.7	0

Figura V 30 - Matriz não binária

Resposta – Separação de Número 1

Família Formada:

Família 1
 Peça 2 – 0 1 .7 .7 .1 .2 1
 Peça 5 – 0 .7 .8 .7 0 .3 .8
 Peça 6 – .1 .8 .8 0 0 0 .9

Família 2
 Peça 1 – 1 0 .3 0 .6 .7 0
 Peça 3 – 1 .3 0 0 .5 .8 .5
 Peça 4 – .8 0 0 .3 0 .8 0
 Peça 7 – .9 0 0 .3 .5 .7 0

Índices

Família 1
 Índice Linear : .34
 Índice Quadrático : .44
 Entropia : .61
 Entropia Modificada : .5

Família 2
 Índice Linear : .33
 Índice Quadrático : .4
 Entropia : .6
 Entropia Modificada : .51

Matriz Ordenada

Peças	M 2	M 7	M 3	M 4	M 6	M 5	M 1
2	1	1	.7	.7	.2	.1	0
5	.7	.8	.8	.7	.3	0	0
6	.8	.9	.8	0	0	0	.1
1	0	0	.3	0	.7	.6	1
3	.3	.5	0	0	.8	.5	1
4	0	0	0	.3	.8	0	.8
7	0	0	0	.3	.7	.5	.9

Figura V 31 - Resultados apresentados pelo software

V.10. Inferência Reversa Fuzzy

Para testar o algoritmo proposto para inferência reversa Fuzzy, que atribui novas peças à famílias previamente formadas, e mostrar como o software apresenta resultados, são utilizados dois exemplos. Nestes exemplos uma peça rotacional e outra prismática são atribuídas às famílias que já existiam. As famílias disponíveis estão mostradas na Figura V 32 .

As peças que são classificadas estão mostradas nas Figura V 33 e Figura V 34.

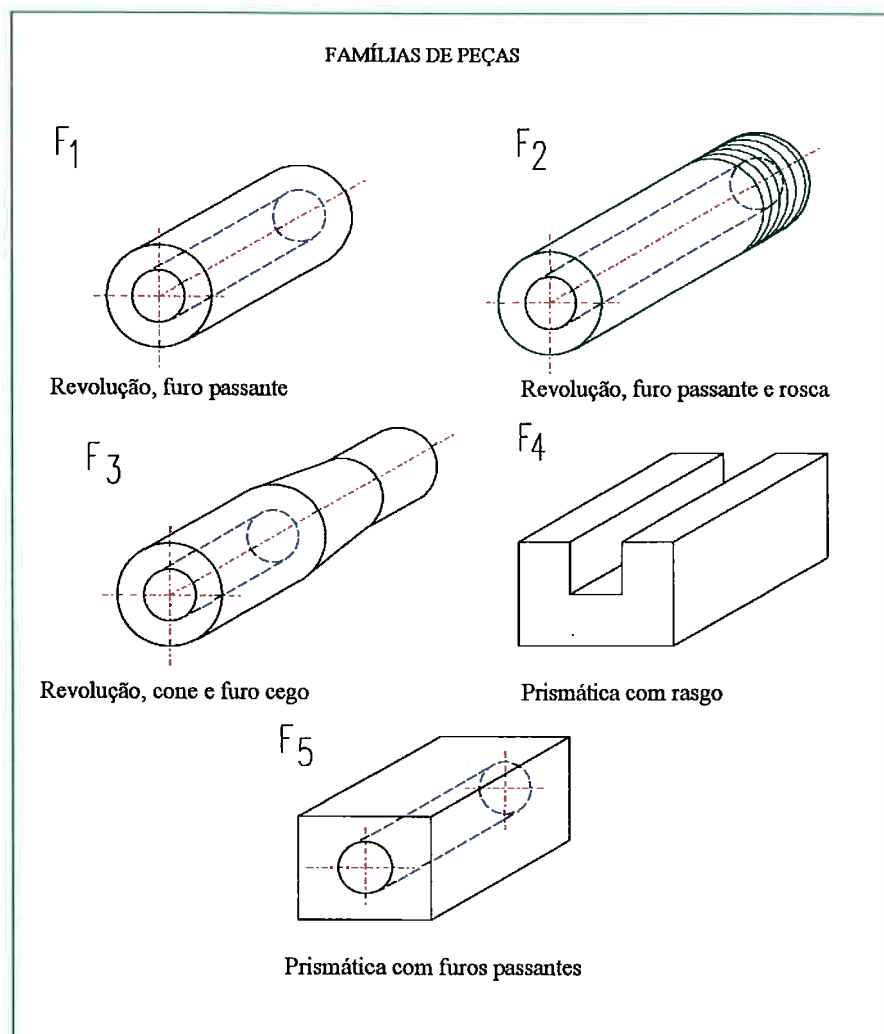


Figura V 32 - Famílias previamente formadas

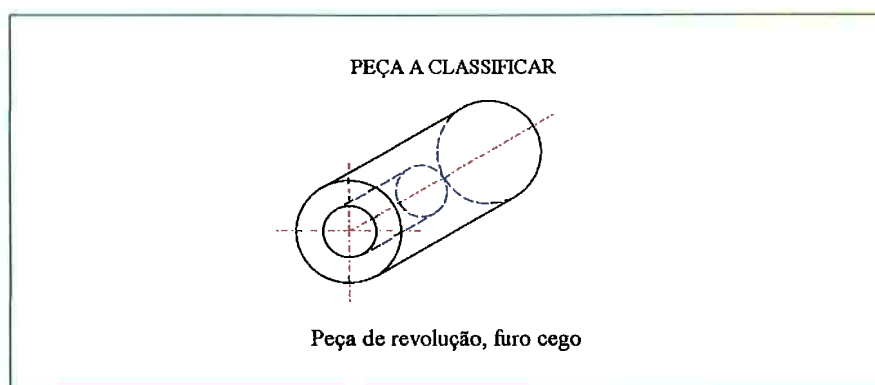


Figura V 33- Nova peça rotacional

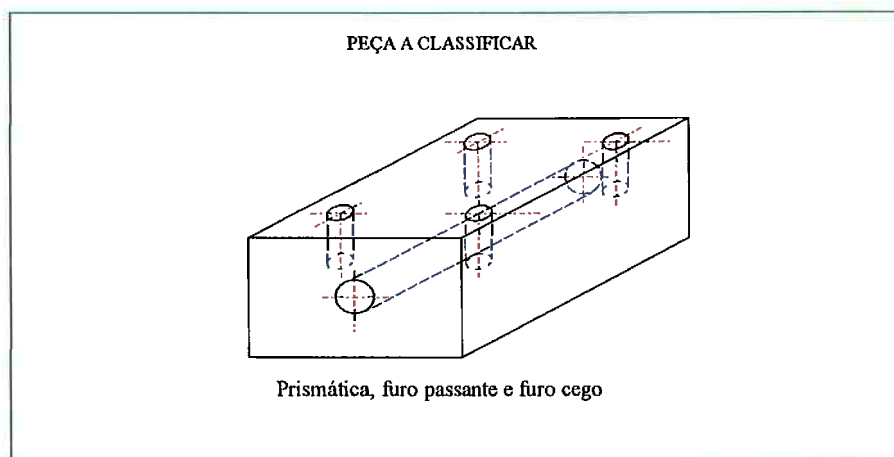


Figura V 34 - Nova peça prismática

A Figura V 35 mostra o vetor no qual o analista informa a importância de cada uma das 7 características (revolução, prismática, furos passantes, furos não passantes, cone e rosca), para classificação em uma das 5 famílias da Figura V 32, para a peça da Figura V 33. A matriz da Figura V 29 é a relação entre cada família e as 7 características que permitirão a identificação das famílias. O resultado encontra-se na Figura V 36. A nova peça deve ser inserida na família 1. Este caso foi mostrado mais detalhadamente no capítulo III para ilustrar passos importantes do algoritmo proposto.

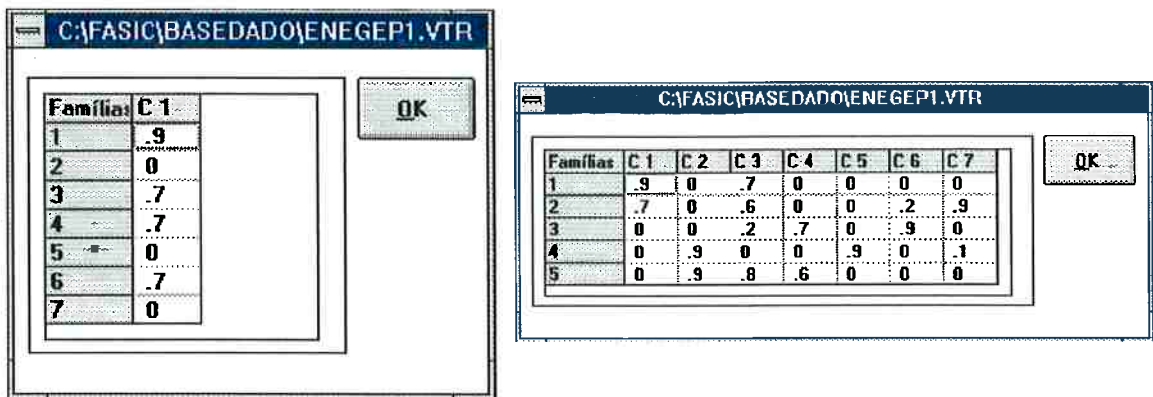


Figura V 35 - Vetor e matriz para primeiro exemplo

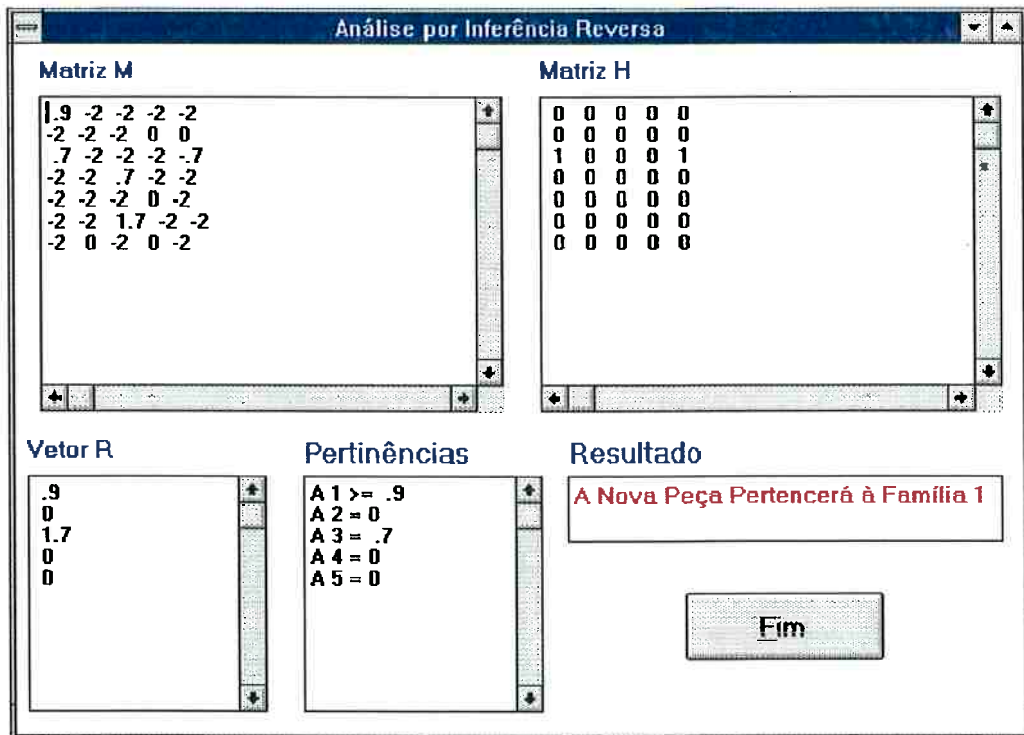


Figura V 36 - Tela de resultados para primeiro exemplo

Para a nova peça prismática da Figura V 34, a análise é conduzida da mesma forma. A Figura V 37 mostra o vetor e matriz para a análise, e a Figura V 38 o resultado. A nova peça deve ser inserida na família 5.

Como previsto, no capítulo III (Metodologia), este caso deve ser melhor detalhado, já que consiste em um exemplo onde ocorre incompatibilidade e utiliza de solução

alternativa para dar uma resposta ao sistema de equações provenientes do problema. O sistema de equações que o problema origina da relação (5.9) está mostrado pelas expressões (5.10) a (5.16).



Figura V 37 - Vetor e matriz para segundo exemplo

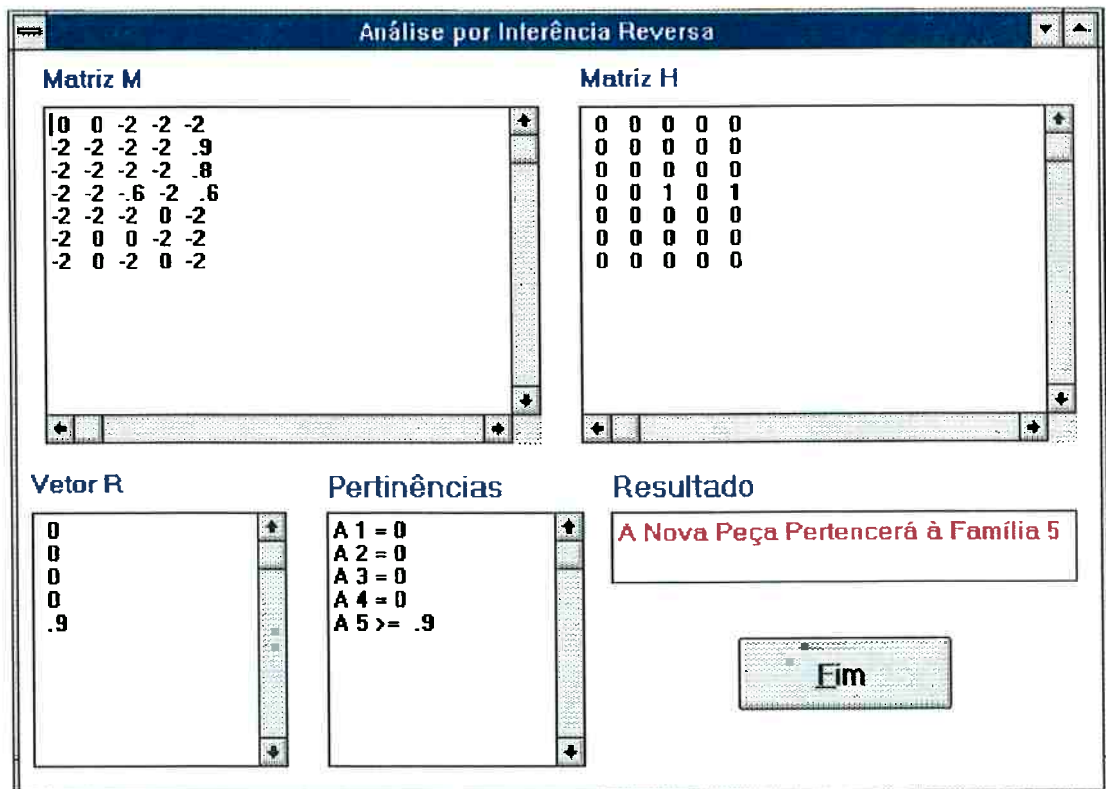


Figura V 38 - Tela de resultados para o segundo exemplo

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.9 \\ 0.8 \\ 0.6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9 & 0.9 \\ 0.7 & 0.6 & 0.2 & 0 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0.7 & 0 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0.9 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9 & 0 & 0.1 & 0 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} a1 \\ a2 \\ a3 \\ a4 \\ a5 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Usando MAX-MIN, tem-se:

$$0 = (0.9 \wedge a1) \vee (0.7 \wedge a2) \vee (0 \wedge a3) \vee (0 \wedge a4) \vee (0 \wedge a5) \quad (5.10)$$

$$0.9 = (0 \wedge a1) \vee (0 \wedge a2) \vee (0 \wedge a3) \vee (0.9 \wedge a4) \vee (0.9 \wedge a5) \quad (5.11)$$

$$0.8 = (0.7 \wedge a1) \vee (0.6 \wedge a2) \vee (0.2 \wedge a3) \vee (0 \wedge a4) \vee (0.8 \wedge a5) \quad (5.12)$$

$$0.6 = (0 \wedge a1) \vee (0 \wedge a2) \vee (0.7 \wedge a3) \vee (0 \wedge a4) \vee (0.6 \wedge a5) \quad (5.13)$$

$$0 = (0 \wedge a1) \vee (0 \wedge a2) \vee (0 \wedge a3) \vee (0.9 \wedge a4) \vee (0 \wedge a5) \quad (5.14)$$

$$0 = (0 \wedge a1) \vee (0.2 \wedge a2) \vee (0.9 \wedge a3) \vee (0 \wedge a4) \vee (0 \wedge a5) \quad (5.15)$$

$$0 = (0 \wedge a1) \vee (0.9 \wedge a2) \vee (0 \wedge a3) \vee (0.1 \wedge a4) \vee (0 \wedge a5) \quad (5.16)$$

Das equações:

Equação (5.10)

$$(0.9 \wedge a1) \leq 0 \Rightarrow a1 = 0$$

$$(0.7 \wedge a2) \leq 0 \Rightarrow a2 = 0$$

$$(0 \wedge a3) \leq 0 \quad \forall a3$$

$$(0 \wedge a4) \leq 0 \quad \forall a4$$

$$(0 \wedge a5) \leq 0 \quad \forall a5$$

Equação (5.11)

$$(0 \wedge a1) \leq 0.9 \quad \forall a1$$

$$(0 \wedge a2) \leq 0.9 \quad \forall a2$$

$$(0 \wedge a3) \leq 0.9 \quad \forall a3$$

$$(0.9 \wedge a4) \leq 0.9 \Rightarrow a4 \geq 0.9$$

$$(0.9 \wedge a5) \leq 0.9 \Rightarrow a5 \geq 0.9$$

Equação (5.12)

$$(0.7 \wedge a1) \leq 0.8 \quad \forall a1$$

$$(0.6 \wedge a2) \leq 0.8 \quad \forall a2$$

$$(0.2 \wedge a3) \leq 0.8 \quad \forall a3$$

$$(0 \wedge a4) \leq 0.8 \quad \forall a4$$

$$(0.8 \wedge a5) \leq 0.8 \Rightarrow a5 \geq 0.8$$

Equação (5.13)

$$(0 \wedge a1) \leq 0.6 \quad \forall a1$$

$$(0 \wedge a2) \leq 0.6 \quad \forall a2$$

$$(0.7 \wedge a3) \leq 0.6 \Rightarrow a3 \leq 0.6$$

$$(0 \wedge a4) \leq 0.6 \quad \forall a4$$

$$(0.6 \wedge a5) \leq 0.6 \quad a5 \geq 0.6$$

Equação (5.14)

$$(0 \wedge a1) \leq 0 \quad \forall a1$$

$$(0 \wedge a2) \leq 0 \quad \forall a2$$

$$(0 \wedge a3) \leq 0 \quad \forall a3$$

$$(0.9 \wedge a4) \leq 0 \Rightarrow a4 = 0$$

$$(0 \wedge a5) \leq 0 \quad \forall a5$$

Equação (5.15)

$$(0 \wedge a1) \leq 0 \quad \forall a1$$

$$(0.2 \wedge a2) \leq 0 \Rightarrow a2 = 0$$

$$(0.9 \wedge a3) \leq 0 \Rightarrow a3 = 0$$

$$(0 \wedge a4) \leq 0 \quad \forall a4$$

$$(0 \wedge a5) \leq 0 \quad \forall a5$$

Equação (5.16):

$$(0 \wedge a1) \leq 0 \quad \forall a1$$

$$(0.9 \wedge a2) \leq 0 \Rightarrow a2 = 0$$

$$(0 \wedge a3) \leq 0 \quad \forall a3$$

$$(0.1 \wedge a4) \leq 0 \Rightarrow a4 = 0$$

$$(0 \wedge a5) \leq 0 \quad \forall a5$$

A incompatibilidade ocorre na variável a_4 em relação as equações (5.11) ($a_4 \geq 0.9$) e (5.13) ($a_4 = 0$) e a solução alternativa envolve a_4 e a_5 na equação (5.11), já que (5.13) não possui solução alternativa, de acordo com as regras estabelecidas. Por se tratar de um caso mais completo, sua análise é realizada passo-a-passo, de acordo com o algoritmo proposto.

Passo 1 - Entrada de Dados

Fornecer o vetor $Y(i)$ com as pertinências da nova peça em relação às características, com a opinião de quem faz a análise. A variável i tem valor 7 neste caso, pois são sete características que estão sendo analisadas.

Fornecer a matriz $X(i,j)$ com a importância de cada característica para cada uma das famílias já formadas. A variável j tem valor 5 já que são cinco famílias que são testadas para verificar qual receberá a nova peça.

Tem-se então (5.17), que corresponde aos valores já vistos na Figura V 37. A diferença é que para os cálculos é necessário transpor a matriz.

$$Y(i) = \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0 \\ 0.7 \\ 0.7 \\ 0 \\ 0.7 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X(i, j) = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9 & 0.9 \\ 0.7 & 0.6 & 0.2 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0.7 & 0 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0.9 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9 & 0 & 0.1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Passo 2 - Cálculo da Matriz $AT(i,j)$

Baseado no conjunto de regras apresentadas na Figura III 22, a padronização da Figura

III.23 e observando-se os valores do vetor $Y(i)$ e da matriz $X(i,j)$ obtidos no passo 1, obtém-se a matriz $AT(i,j)$ apresentada em (5.18).

$$AT(i,j) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 & -2 & -2 \\ -2 & -2 & -2 & 0.9 & 0.9 \\ -2 & -2 & -2 & -2 & 0.8 \\ -2 & -2 & -0.6 & -2 & 0.6 \\ -2 & -2 & -2 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 0 & -2 & -2 \\ -2 & 0 & -2 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Passo 3 - Cálculo da Matriz MB(i,j)

Baseado na matriz $AT(i,j)$ e nas regras da Figura III.28, tem-se em (5.19) a matriz binária $MB(i,j)$.

$$MB(i,j) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Pode-se observar em (5.19) que a equação (5.11), segunda linha, admite solução alternativa através das variáveis a_4 e a_5 , quarta e quinta coluna, que receberam entrada 1, enquanto que a equação (5.13), quarta linha, admite solução alternativa com as variáveis a_3 e a_5 , terceira e quinta coluna, que também receberam entrada 1.

Passo 4 - Varredura das Colunas da Matriz AT(i,j)

Baseado no conjunto de regras das Figuras III.25 e III.26, varre-se coluna por coluna a

matriz $AT(i,j)$. Ao final de cada coluna o valor da variável R , prevista no algoritmo, é passada para o vetor $A(j)$.

Observa-se que, neste caso, durante a execução do algoritmo, a quarta coluna de (5.18) irá indicar uma incompatibilidade entre as equações (5.11) e (5.14), como inicialmente comentado. Em análise simultânea da matriz $MB(i,j)$ (5.19), é detetado que a equação (5.11) admite solução alternativa. As variáveis a_4 e a_5 receberam valor 1 para equação (5.11) na matriz MB indicando possibilidade de solução alternativa. A equação (5.14) não permite solução alternativa em suas variáveis (recebeu 0 em todas as colunas).

Baseado no estudo das soluções alternativas da equação (5.11) conclui-se que $a_4 =$ qualquer e $a_5 \geq 0.9$ é uma faixa de valores alternativa para a equação e que soluciona a incompatibilidade entre (5.11) e (5.14). Estes valores são alterados na matriz $AT(i,j)$, que passa a ser a representada por (5.20)

$$AT(i,j) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 & -2 & -2 \\ -2 & -2 & -2 & -2 & 0.9 \\ -2 & -2 & -2 & -2 & 0.8 \\ -2 & -2 & -0.6 & -2 & 0.6 \\ -2 & -2 & -2 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 0 & -2 & -2 \\ -2 & 0 & -2 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Como consequência da alteração de $AT(i,j)$ deve-se alterar $MB(i,j)$, que passa a ser a representada por (5.21).

$$MB(i,j) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Portanto, resolvendo a incompatibilidade, retorna-se ao processamento no início da coluna 4. Verifica-se então que para este caso não ocorrerão mais incompatibilidades até encerrar o processamento da matriz. Logo, é um problema que deixou de ser do grupo C (com possibilidade de solução) e passou a ser do grupo B (solução direta).

Após o término da execução do algoritmo obtém-se o vetor $A(j)$, apresentado em (5.22).

$$A(j) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0.9] \quad (5.22)$$

Passo 5 - Análise Final

Comparando-se os valores em $A(j)$ e buscando-se o maior, conclui-se que a peça prismática deve pertencer a família 5. O resultado, é claro, é o mesmo indicado pelo software e mostrado na Figura V 38.

V.11. Testes com os índices de incerteza

Este item apresenta o tipo de indicação quanto a qualidade da informação que os índices identificados na metodologia podem ter. Como visto, os índices são calculados para o

vetor que representa a média dos agrupamentos formados. E o que se deseja é conhecer a priori, para ajudar a decisão de quais são os melhores agrupamentos, qual a qualidade da informação que se tem nos agrupamentos obtidos. Normalmente isto é referenciado em publicações como medida de nebulosidade ou de incerteza.

Primeiramente analisa-se a Figura V 39, onde para os vetores com 6 entradas (que representam a média das características analisadas quanto a similaridades) foram calculados os 4 índices.

COMPONENTES DOS VETORES							ÍNDICES			
	1	2	3	4	5	6	linear	quadrático	entropia	entropia mod.
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	1	0.47
3	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.4	0.4	1	0.72
4	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.6	0.6	1	0.88
5	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.8	0.8	1	0.97
6	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	1	1	1	1
7	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.8	0.8	1	0.97
8	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.6	0.6	1	0.88
9	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.4	0.4	1	0.72
10	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.2	0.2	1	0.47
11	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0	0	1	0

Figura V 39 - Índices de incerteza para alguns vetores

Pela análise da Figura V 39 pode-se constatar que para vetores cujos componentes são de igual valor o resultado dos índices linear e quadrático são os mesmos. Para entradas iguais a entropia é sempre igual a 1, com exceção de entradas zero. Nota-se que os índices linear e quadrático crescem de 0 a 1 entre os vetores 0 e 6, e decresce entre 6 e 11. Isto é muito importante pois estes índices mostram com segurança a quantidade de incerteza dos vetores. Os valores 0 significam para a metodologia proposta que determinada característica com certeza não é observada no agrupamento observado,

enquanto 1 significa a completa presença desta característica. O vetor 6 é o que tem a maior carga de incerteza, já que 0.5 indica que não se sabe se a característica é observada ou não no agrupamento. A entropia modificada tem comportamento semelhante aos índices linear e quadrático, mas apresenta valores normalmente mais pessimistas.

Verificando agora a Figura V 40, pode-se notar o caso onde existe diferença entre os índices lineares e quadráticos. Mas a entropia modificada continua originando valores ainda mais pessimistas.

COMPONENTES DOS VETORES							ÍNDICES			
	1	2	3	4	5	6	linear	quadrático	entropia	entropia mod.
1	0.8	0.9	1	0.2	0.2	0.2	0.3	0.34	0.88	0.56
2	1	1	1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.28	0.86	0.36
3	0.8	0.9	1	0	0	0	0.1	0.18	0.61	0.2

Figura V 40 - Exemplo 2 para cálculo de índices de incerteza

Conclui-se que os valores calculados para vetores com entradas diferentes leva a uma indicação mais conservadora do índice quadrático, gerando valores de maior incerteza. Os índices linear e quadrático indicam com clareza que o vetor (3) é o de menor quantidade de informação incerta. Isto se deve fato do maior número de entradas 0 ou 1 (informações certas) e ao menor número de valores diferentes destes mais próximos de uma condição de certeza.

Outra observação interessante quanto a entropia pode ser vista pela análise das Figura V 41 a Figura V 44.

COMPONENTES DOS VETORES							ÍNDICES			
	1	2	3	4	5	6	linear	quadrático	entropia	entropia mod.
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0.61	0
2	1	1	1	1	0	0	0	0	0.77	0
3	1	1	1	1	1	0	0	0	0.9	0
4	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0

Figura V 41 - Exemplo 3 para cálculo de índices de incerteza

COMPONENTES DOS VETORES							ÍNDICES			
	1	2	3	4	5	6	linear	quadrático	entropia	entropia mod.
1	1	1	1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.28	0.86	0.32
2	1	1	1	1	0.2	0.2	0.13	0.23	0.91	0.24
3	1	1	1	1	1	0.2	0.07	0.16	0.95	0.12
4	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0

Figura V 42 - Exemplo 4 para cálculo de índices de incerteza

COMPONENTES DOS VETORES							ÍNDICES			
	1	2	3	4	5	6	linear	quadrático	entropia	entropia mod.
1	0.9	0.9	0.9	0	0	0	0.1	0.14	0.61	0.23
2	0.9	0.9	0.9	0.9	0	0	0.13	0.16	0.77	0.31
3	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0	0.17	0.18	0.9	0.39
4	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.2	0.2	1	0.47

Figura V 43 - Exemplo 5 para cálculo de índices de incerteza

COMPONENTES DOS VETORES							ÍNDICES			
	1	2	3	4	5	6	linear	quadrático	entropia	entropia mod.
1	0.8	0.8	0.8	0	0	0	0.2	0.28	0.61	0.36
2	0.8	0.8	0.8	0.8	0	0	0.27	0.33	0.77	0.48
3	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0	0.33	0.37	0.9	0.6
4	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.4	0.4	1	0.72

Figura V 44 - Exemplo 6 para cálculo de índices de incerteza

Através da análise destas últimas 4 figuras pode-se constatar o seguinte, a entropia mostra com maior aproximação para o valor 1, que o número de entradas iguais está aumentando. Um ponto que pode ser usado é que para o caso da Figura V 41, onde os vetores significam certeza de se ter ou não a plenitude das características investigadas, uma entropia maior indica com segurança o vetor com o maior número de características presentes. O problema com a entropia é que sozinho este índice não parece ser possível de ser usado para se escolher melhores agrupamentos. Se o valor obtido para este índice for 1 para determinado vetor, o que se sabe é que todas suas entradas são iguais. Mas, se este valor é maior ou menor quando comparado com o obtido para outro agrupamento não se pode inferir qual o melhor ou pior.

Os índices linear e quadrático são indicadores adequados da qualidade de certeza ou incerteza de determinado vetor que representa a média do agrupamento. Este fato está representado na Figura V 45. Quando aplicado (estes índices) para o vetor que expressa a média dos agrupamentos, pode-se ter uma indicação das informações contidas nos agrupamentos obtidos.



Figura V 45 - Representação esquemática para a qualidade da informação avaliada pelos índices linear e quadrático

A entropia modificada por ter indicação semelhante aos índices linear e quadrático, pode ser utilizada quando for necessário um desempate, ou simplesmente ser dispensado.

V.12. Casos de uma Empresa

Os estudos de casos reais foram baseados em informações obtidas na Indústria de Material Bélico do Brasil - IMBEL, Fábrica 5, localizada em Itajubá - M.G. Esta empresa, vinculada ao Ministério do Exército, é tradicional fabricante de armas militares leves e principal fornecedora das Forças Armadas do Brasil, além dos principais exércitos de países amigos. Entre os produtos que fabrica destacam-se as pistolas e os fuzís. As pistolas dividem-se em diversos modelos baseados em três calibres distintos, .380 pol, 9 mm e .45 pol. Já os fuzís, comumente denominados de FAL (Fuzil Automático Leve), podem ser divididos entre os modelos com coronha rígida ou coronha rebatível (paraquedista), cano longo ou cano curto, automático ou semi-automático, além de possuir variações de calibre (7.62 mm, 5.56 mm ou .22 pol). Todas estas variações de modelo dentro de um mesmo produto base faz com que existam diversas peças muito similares em vários aspectos, indo de encontro aos interesses deste trabalho.

A base de dados gerada é composta de 44 peças prismáticas selecionada de diversos produtos. Este número, apesar de inicialmente parecer pequeno, foi suficiente para realizar todas as análises pretendidas, já que uma classificação visual poderia ser realizada, para apoiar a comprovação dos resultados.

Os dados relativos a cada uma das peças e famílias, apesar de disponíveis e de fácil recuperação através do software, são citados apenas de maneira geral, uma vez que foi

necessário manter a confidencialidade das informações tecnológicas.

V.12.1. Similaridade de Forma Básica

Esta análise é baseada na característica que normalmente é a primeira a ser imaginada quando pensa-se em similaridade, ou seja, a similaridade de forma. Para recuperar esta similaridade no software desenvolvido utiliza-se a característica Forma Básica, que divide-se em Comprimento, Altura e Largura.

Utilizou-se os parâmetros “default” de inicialização do software, que são, regra de composição MAXMIN, equação de atribuição de pertinência para dados quantitativos (3.5) e equação de similaridade (3.19).

Para alfa-cut igual a 0.6 as famílias obtidas pelo sistema, bem como os índices de incerteza para cada família, estão indicadas na Figura V 46. Os dados gerais obtidos foram:

Família	Figura	Comprimento (mm)	Altura (mm)	Largura (mm)
1	V 47 à V 49	15.9 à 99	3.5 à 10	2.7 à 57
2	V 50	11	9.3	3
3	V 51	145 à 180	100 à 115	19.3 à 20

Alfa-Cut:

Famílias	Peças	Índices			
		Linear	Quadrático	Entropia	Entr. Modificada
1	1	0.44	0.44	1.00	0.76
	2				
	3				
	4				
	5				
	6				
	7				
	8				
	9				
	10				
	11				
	12				
	13				
	14				
2	30	0.13	0.13	0.98	0.34
	37 44	0.33	0.42	0.93	0.57
3					

Características Analisadas :

- Forma Básica / Comprimento Total
- Forma Básica / Altura Máxima
- Forma Básica / Largura Máxima

Figura V 46 - Informações Referentes a alfa-cut igual a 0.6

Ícones das Peças da Família Selecionada

Peça 1 Peça 2 Peça 3 Peça 4

Peça 5 Peça 6 Peça 7 Peça 8 Peça 9

Peça 10 Peça 11 Peça 12 Peça 13 Peça 14

Figura V 47 - Peças da Família 1 para alfa-cut igual 0.6



Figura V 48 - Peças da Família para alfa-cut igual a 0.6 (continuação)



Figura V 49 - Peças da Família 1 para alfa-cut igual a 0.6 (continuação)

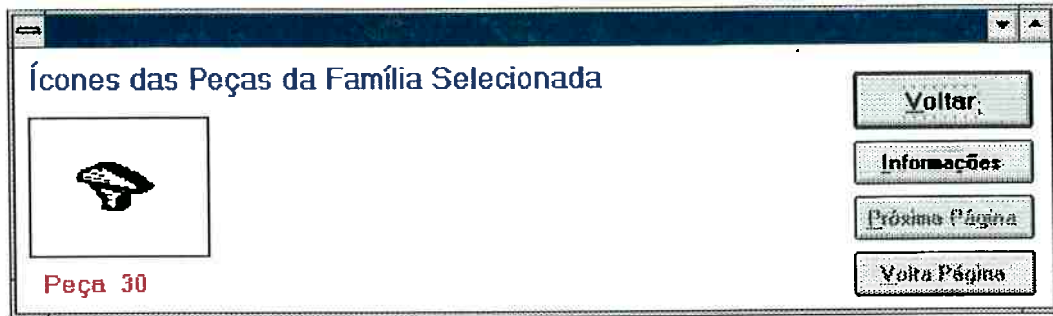


Figura V 50 - Peça isolada para alfa-cut igual a 0.6

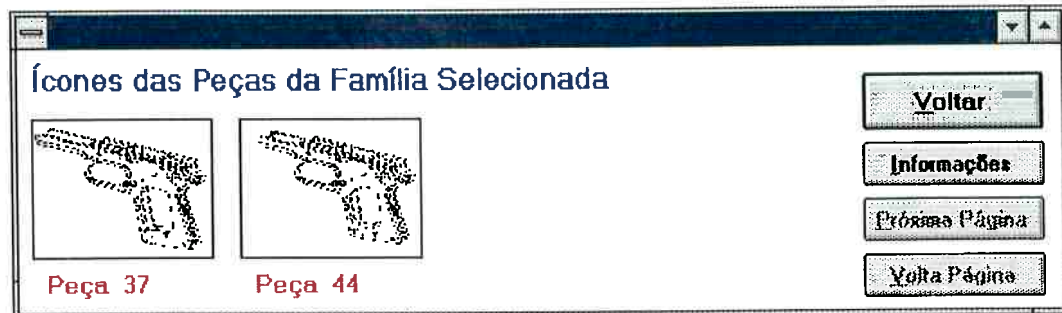


Figura V 51 - Peças da Família 3 para alfa-cut igual a 0.6

Para alfa-cut igual a 0.7 as famílias obtidas e seus índices de incerteza para cada família, estão indicadas na Figura V.52. De maneira geral os dados levantados foram:

Família	Figura	Comprimento (mm)	Altura (mm)	Largura (mm)
1	V 53	33.5 à 37	6.5 à 15	3.5 à 7.2
2	V 54	54	22	2.7
3	V 55 à V 57	16 à 77	3.5 à 60	5.5 à 36
4	V 58	70 à 74	6.5	6.5
5	V 59	66	38	57
6	V 60	11	9.3	3
7	V 61	145 à 180	100 à 115	19.3 à 20

Alfa-Cut:

		Índices			
Famílias	Peças	Linear	Quadrático	Entropia	Entr. Modificada
1	1 21 25 38 39	0,26	0,28	0,93	0,54
2	2	0,36	0,41	0,83	0,62
3	3 5 6 7 8 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 23 24 26 27 28 29 31 32 33 34 35 36 40 41 42 43	0,45	0,45	1,00	0,77
4	4 22	0,38	0,48	0,73	0,60
5	9	0,47	0,57	0,88	0,62
6	30	0,13	0,13	0,98	0,34
7	37 44	0,33	0,42	0,93	0,57

Características Analisadas :

Forma Básica / Comprimento Total
 Forma Básica / Altura Máxima
 Forma Básica / Largura Máxima

Figura V 52 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.7

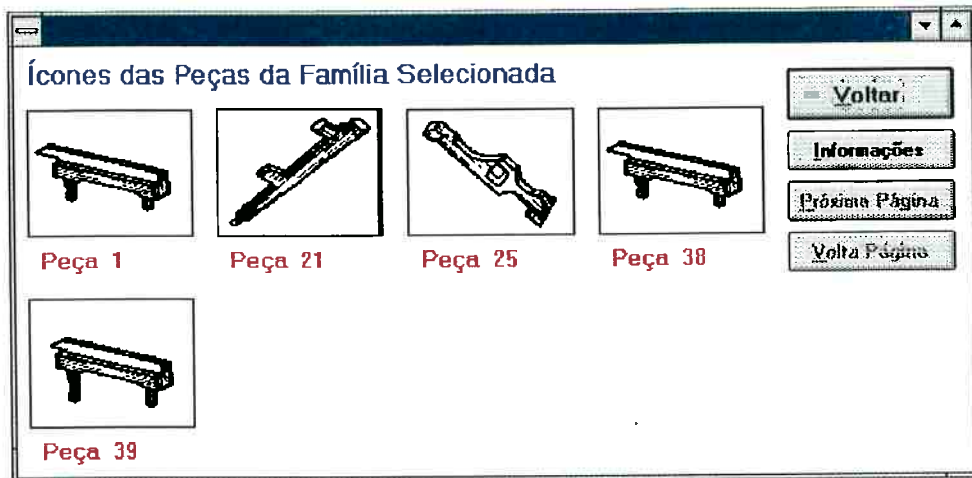


Figura V 53 - Peças da Família 1 para alfa-cut igual a 0.7

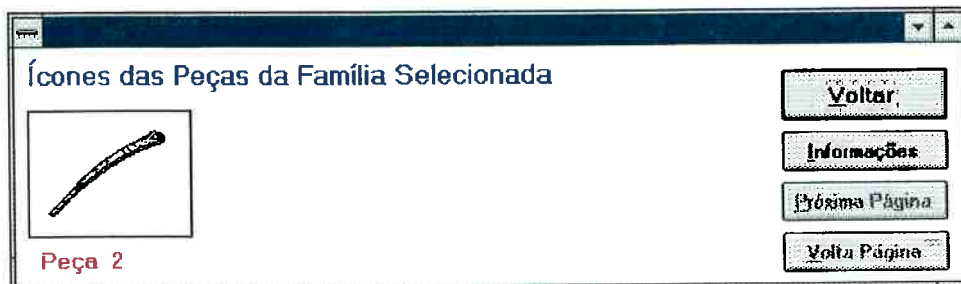


Figura V 54 - Peça da Família 2 para alfa-cut igual a 0.7

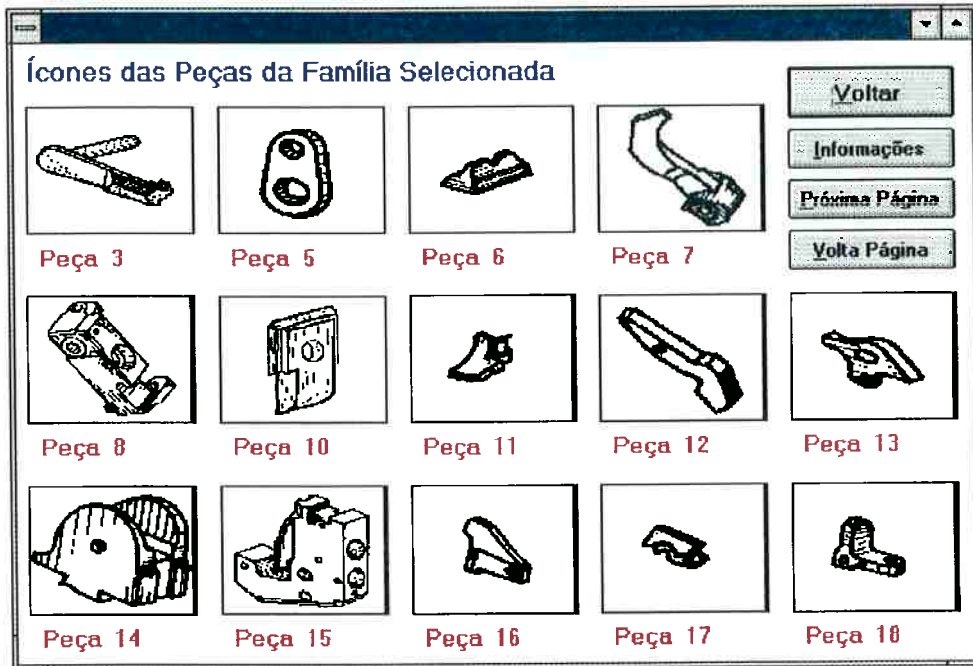


Figura V 55 - Peças da Família 3 para alfa-cut igual a 0.7



Figura V 56 - Peças da Família 3 para alfa-cut igual a 0.7 (continuação)



Figura V 57 - Peças da Família 3 para alfa-cut igual a 0.7 (continuação)



Figura V 58 - Peças da Família 4 para alfa-cut igual a 0.7



Figura V 59 - Peça da Família 5 para alfa-cut igual a 0.7

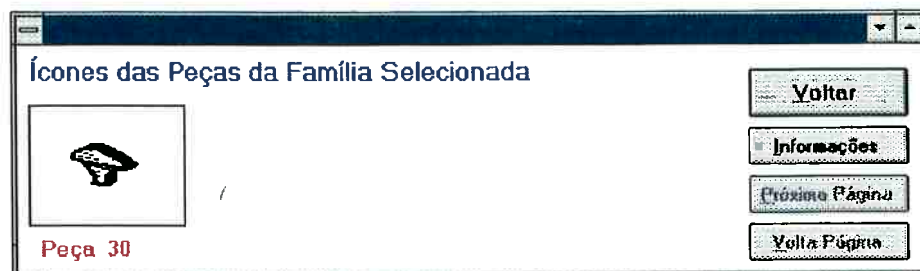


Figura V 60 - Peça da Família 6 para alfa-cut igual a 0.7



Figura V 61 - Peças da Família 7 para alfa-cut igual a 0.7

Para alfa-cut igual a 0.8 as famílias obtidas pelo sistema, bem como os índices de incerteza para cada família, estão indicadas nas Figuras V 62 e V 63. As famílias compostas de apenas uma peça foram omitidas para não tornar a documentação ainda mais extensa.

Família	Figura	Comprimento (mm)	Altura (mm)	Largura (mm)
1	V 64	33.5 à 42	12.5 à 15	3.5 à 4.6
3	V 65	22.6 à 43	27.5 à 38	7 à 12
4	V 66	70 à 74	6.5	6.5
6	V 67	33 à 53	5.6 à 24	15.45 à 18.5
10	V 68	18 à 20.9	10 à 11	11.5 à 15
13	V 69	31 à 41	46 à 46.5	12 à 15.67
18	V 70	145 à 180	100 à 115	19.3 à 20

Alfa-Cut:

Famílias	Peças	Índices			
		Linear	Quadrático	Entropia	Entr. Modificada
1	1 21 38 39	0.26	0.28	0.92	0.54
2	2	0.36	0.41	0.83	0.62
3	3 20 26 28 33 34 35 36	0.41	0.43	0.96	0.72
4	4 22	0.38	0.48	0.73	0.60
5	5 6 23 24	0.23	0.24	0.95	0.50
6	7 12 13 14 18 27 40 41	0.45	0.47	0.97	0.76
7	8	0.83	0.84	0.99	0.97
8	9	0.47	0.57	0.88	0.62
9	10	0.22	0.22	0.99	0.50
10	11 17	0.29	0.31	0.92	0.57

Características Analisadas :

- Forma Básica / Comprimento Total
- Forma Básica / Altura Máxima
- Forma Básica / Largura Máxima

Figura V 62 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.8

Alfa-Cut:

		Índices			
Famílias	Peças	Linear	Quadrático	Entropia	Ent. Modificada
10	11 17	0,29	0,31	0,92	0,57
11	15	0,81	0,81	0,98	0,96
12	16	0,25	0,26	0,97	0,54
13	19 29 42 43	0,58	0,60	0,97	0,85
14	25	0,27	0,29	0,90	0,54
15	30	0,13	0,13	0,98	0,34
16	31	0,70	0,76	0,88	0,86
17	32	0,53	0,60	0,82	0,75
18	37 44	0,33	0,42	0,93	0,57

Características Analisadas :

- Forma Básica / Comprimento Total
- Forma Básica / Altura Máxima
- Forma Básica / Largura Máxima

Figura V 63 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.8 (continuação)



Figura V 64 -Peças da Família 1 para alfa-cut igual a 0.8

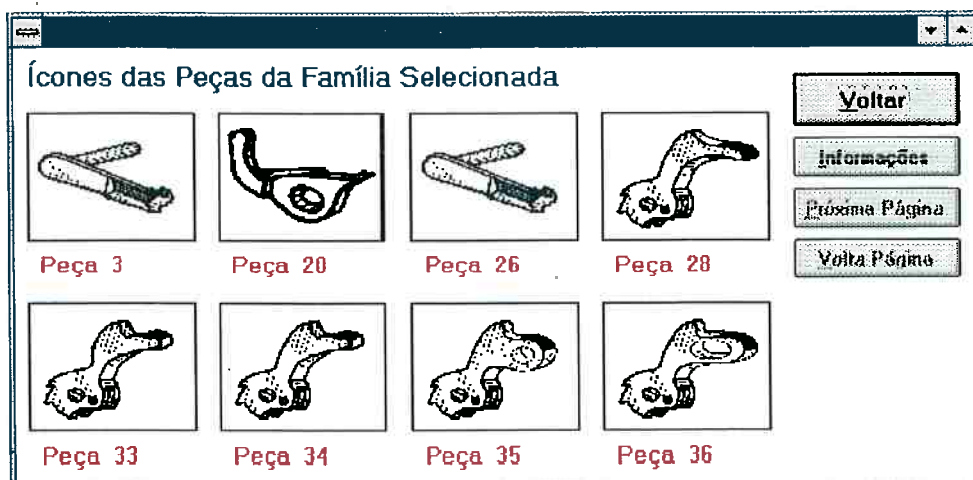


Figura V 65 - Peças da Família 3 para alfa-cut igual a 0.8



Figura V 66 - Peças da Família 4 para alfa-cut igual a 0.8

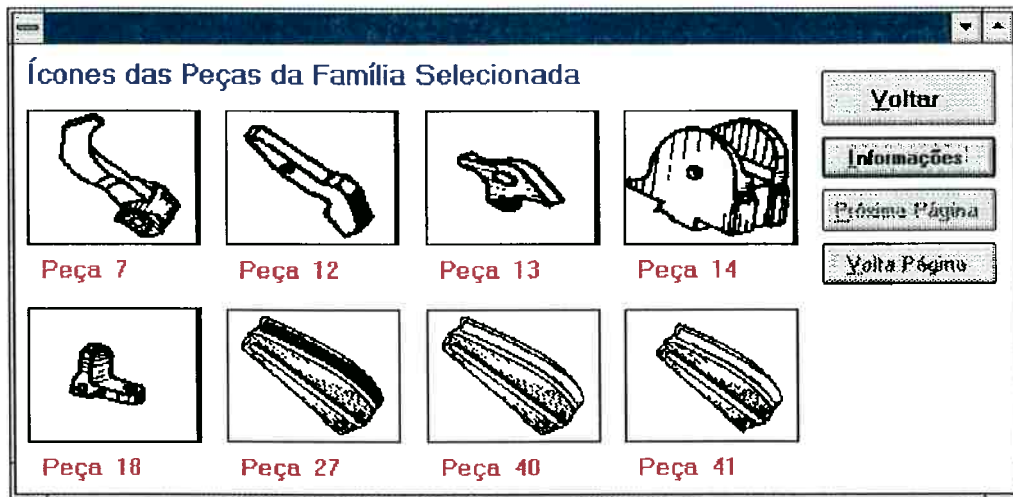


Figura V 67 - Peças da Família 6 para alfa-cut igual a 0.8

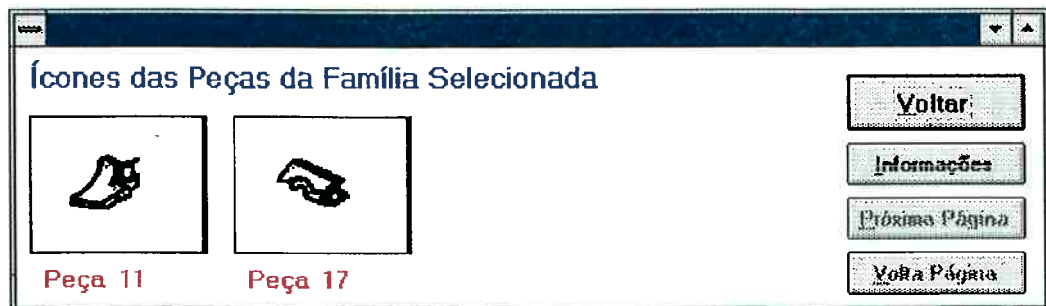


Figura V 68 - Peças da Família 10 para alfa-cut igual a 0.8



Figura V 69 - Peças da Família 13 para alfa-cut igual a 0.8



Figura V 70 - Peças da Família 18 para alfa-cut igual a 0.8

Para alfa-cut igual a 0.9 as famílias obtidas pelo sistema, bem como os índices de incerteza para cada família, estão indicadas nas Figuras V 71, V 72, V 73 e V 74. Novamente as famílias compostas por uma só peça não são apresentadas. Os dados gerais são:

Família	Figura	Comprimento (mm)	Altura (mm)	Largura (mm)
1	V 75	33.5 à 34	13.9 à 15	3.5 à 4.6
7	V 76	50 à 53	20 à 22	15.45 à 16
26	V 77	40.5 à 41	46 à 46.5	15.56 à 15.7
30	V 78	22.6 à 28.1	33.1 à 37.1	7.8

Alfa-Cut: <input type="text" value=".9"/>		Índices			
Famílias	Peças	Linear	Quadrático	Entropia	Entr. Modificada
1	1 38 39	0,26	0,28	0,93	0,54
2	2	0,36	0,41	0,83	0,62
3	3 28	0,39	0,40	0,98	0,70
4	4 22	0,38	0,48	0,73	0,60
5	5	0,20	0,23	0,82	0,44
6	6	0,19	0,21	0,92	0,44
7	7 27 40 41	0,49	0,50	0,99	0,80
8	8	0,83	0,84	0,99	0,97
9	9	0,47	0,57	0,88	0,62
10	10	0,22	0,22	0,99	0,50

Características Analisadas :

Figura V 71 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.9.

Alfa-Cut: <input type="text" value=".9"/>		Índices			
Famílias	Peças	Linear	Quadrático	Entropia	Entr. Modificada
11	11	0,32	0,35	0,92	0,61
12	12	0,37	0,42	0,84	0,64
13	13	0,35	0,39	0,86	0,62
14	14	0,47	0,49	0,95	0,76
15	15	0,81	0,81	0,98	0,96
16	16	0,25	0,26	0,97	0,54
17	17	0,26	0,28	0,94	0,54
18	18	0,48	0,49	0,98	0,78
19	19	0,52	0,56	0,94	0,79
20	20	0,46	0,49	0,93	0,75

Características Analisadas :

Figura V 72 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.9 (continuação)

Alfa-Cut:

		Índices			
Famílias	Peças	Linear	Quadrático	Entropia	Entr. Modificada
21	21	0,27	0,31	0,89	0,55
22	23	0,22	0,23	0,98	0,50
23	24	0,27	0,27	0,99	0,56
24	25	0,27	0,29	0,90	0,54
25	26	0,46	0,46	0,99	0,77
26	29 42 43	0,60	0,62	0,97	0,86
27	30	0,13	0,13	0,98	0,34
28	31	0,70	0,76	0,88	0,86
29	32	0,53	0,60	0,82	0,75
30	33 34 35 36	0,39	0,42	0,93	0,69

Características Analisadas :

Forma Básica / Comprimento Total
 Forma Básica / Altura Máxima
 Forma Básica / Largura Máxima

Figura V 73 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.9 (continuação)

Alfa-Cut:

		Índices			
Famílias	Peças	Linear	Quadrático	Entropia	Entr. Modificada
24	25	0,27	0,29	0,90	0,54
25	26	0,46	0,46	0,99	0,77
26	29 42 43	0,60	0,62	0,97	0,86
27	30	0,13	0,13	0,98	0,34
28	31	0,70	0,76	0,88	0,86
29	32	0,53	0,60	0,82	0,75
30	33 34 35 36	0,39	0,42	0,93	0,69
31	37	0,23	0,39	0,92	0,31
32	44	0,45	0,48	0,94	0,73

Características Analisadas :

Forma Básica / Comprimento Total
 Forma Básica / Altura Máxima
 Forma Básica / Largura Máxima

Figura V 74 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.9 (continuação)



Figura V 75 - Peças da Família 1 para alfa-cut igual a 0.9



Figura V 76 - Peças da Família 7 para alfa-cut igual a 0.9

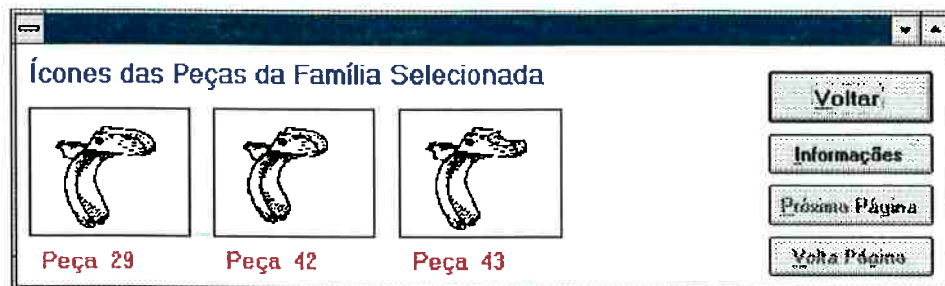


Figura V 77 - Peças da Família 26 para alfa-cut igual a 0.9



Figura V 78 - Peças da Família 30 para alfa-cut igual a 0.9

Para alfa-cut igual a 1.0 as famílias obtidas pelo sistema, bem como os índices de incerteza para cada família, estão indicadas nas Figuras V 79, V 80, V 81, V 82 e V 83.

Família	Figura	Comprimento (mm)	Altura (mm)	Largura (mm)
33	V 84	28.1	37.1	7.8
34	V 85	22.6	33.1 à 33.6	7.8
36	V 86	34	15	3.5

Alfa-Cut:

Famílias	Peças	Índices				↑
		Linear	Quadrático	Entropia	Entr. Modificada	
1	1	0,26	0,28	0,94	0,54	
2	2	0,36	0,41	0,83	0,62	
3	3	0,39	0,40	0,98	0,71	
4	4	0,37	0,47	0,74	0,60	
5	5	0,20	0,23	0,82	0,44	
6	6	0,19	0,21	0,92	0,44	
7	7	0,49	0,50	0,99	0,80	
8	8	0,83	0,84	0,99	0,97	
9	9	0,47	0,57	0,88	0,62	
10	10	0,22	0,22	0,99	0,50	↓

Características Analisadas :

Forma Básica / Comprimento Total

Forma Básica / Altura Máxima

Forma Básica / Largura Máxima

↑

↓

Outro Alfa-Cut

Salvar Análise

Selecionar Família

Mostrar Ícones Peças

Sair

Figura V 79 - Informações referentes a alfa-cut igual a 1.0

Alfa-Cut:

Famílias	Peças	Índices				↑
		Linear	Quadrático	Entropia	Entr. Modificada	
11	11	0,32	0,35	0,92	0,61	
12	12	0,37	0,42	0,84	0,64	
13	13	0,35	0,39	0,86	0,62	
14	14	0,47	0,49	0,95	0,76	
15	15	0,81	0,81	0,98	0,96	
16	16	0,25	0,26	0,97	0,54	
17	17	0,26	0,28	0,94	0,54	
18	18	0,48	0,49	0,98	0,78	
19	19	0,52	0,56	0,94	0,79	
20	20	0,46	0,49	0,93	0,75	↓

Características Analisadas :

Forma Básica / Comprimento Total

Forma Básica / Altura Máxima

Forma Básica / Largura Máxima

↑

↓

Outro Alfa-Cut

Salvar Análise

Selecionar Família

Mostrar Ícones Peças

Sair

Figura V 80 - Informações referentes a alfa-cut igual a 1.0 (continuação)

Alfa-Cut: 1		Índices			
Famílias	Peças	Linear	Quadrático	Entropia	Entr. Modificada
21	21	0,27	0,31	0,89	0,55
22	22	0,39	0,50	0,72	0,60
23	23	0,22	0,23	0,98	0,50
24	24	0,27	0,27	0,99	0,56
25	25	0,27	0,29	0,90	0,54
26	26	0,46	0,46	0,99	0,77
27	27	0,49	0,51	0,98	0,79
28	28	0,38	0,39	0,98	0,69
29	29	0,59	0,61	0,97	0,86
30	30	0,13	0,13	0,98	0,34

Características Analisadas :

Forma Básica / Comprimento Total
 Forma Básica / Altura Máxima
 Forma Básica / Largura Máxima

Outro Alfa-Cut Mostrar Icones Peças
 Salvar Análise Sair
 Selecionar Família

Figura V 81 - Informações referentes a alfa-cut igual a 1.0 (continuação)

Alfa-Cut: 1		Índices			
Famílias	Peças	Linear	Quadrático	Entropia	Entr. Modificada
31	31	0,70	0,76	0,88	0,86
32	32	0,59	0,60	0,82	0,75
33	33 34	0,41	0,44	0,93	0,71
34	35 36	0,37	0,40	0,93	0,67
35	37	0,23	0,39	0,92	0,31
36	38 39	0,25	0,27	0,91	0,53
37	40	0,50	0,51	0,99	0,80
38	41	0,48	0,49	0,99	0,79
39	42	0,60	0,62	0,97	0,86
40	43	0,61	0,62	0,98	0,87

Características Analisadas :

Forma Básica / Comprimento Total
 Forma Básica / Altura Máxima
 Forma Básica / Largura Máxima

Outro Alfa-Cut Mostrar Icones Peças
 Salvar Análise Sair
 Selecionar Família

Figura V 82 - Informações referentes a alfa-cut igual a 1.0 (continuação)

Alfa-Cut: 1		Índices			
Famílias	Peças	Linear	Quadrático	Entropia	Enr. Modificada
33	33 34	0,41	0,44	0,93	0,71
34	35 36	0,37	0,40	0,93	0,67
35	37	0,23	0,39	0,92	0,31
36	38 39	0,25	0,27	0,91	0,53
37	40	0,50	0,51	0,99	0,80
38	41	0,48	0,49	0,99	0,79
39	42	0,60	0,62	0,97	0,86
40	43	0,61	0,62	0,98	0,87
41	44	0,45	0,48	0,94	0,73

Características Analisadas :

Forma Básica / Comprimento Total
 Forma Básica / Altura Máxima
 Forma Básica / Largura Máxima

Outro Alfa-Cut Mostrar Ícones Peças
 Salvar Análise Sair
 Selecionar Família

Figura V 83 - Informações referentes a alfa-cut igual a 1.0 (continuação)



Figura V 84 - Peças da Família 33 para alfa-cut igual a 1.0



Figura V 85 - Peças da Família 34 para alfa-cut igual a 1.0



Figura V 86 - Peças da Família 36 para alfa-cut igual a 1.0

Como era esperado o aumento do alfa-cut leva a um maior rigor na obtenção dos agrupamentos, bem como o aumento destes, como pode-se comparar através das Figuras e dos dados apresentados. Entretanto, o uso de alfa-cut igual a 1 leva a recuperação de peças similares que tenham quase que os mesmos valores das características. Os resultados são mais praticos para alfa-cut entre 0.7 e 0.9, onde se nota nitidamente o agrupamento de peças similares.

Os índices para avaliação da incerteza (linear, quadrático e entropia modificada) permitem uma avaliação, como esperado, de quanto os agrupamentos formados estão próximos ou não dos limites inferior e superior das características selecionadas. Por exemplo, a Família 3, composta pelas peças 37 e 44, para alfa-cut igual a 0.6 a 0.8, possuem comprimento entre 145 e 180 mm, altura entre 100 e 115 mm e largura entre 19.3 e 20 mm. Estes valores que são quantitativamente grandes perto dos demais valores inseridos na base de dados, leva a atribuição de pertinência alta para as características analisadas. Este fato deveria levar a baixos valores dos índices citados, e é exatamente o que foi observado. Nota-se que o índice linear seria suficiente para a análise. A entropia não é um bom indicador para o caso estudado.

V.12.2. Análise de Similaridade utilizando gráfico para atribuição de pertinência

Nesta análise utiliza-se um gráfico onde é aplicada pertinência 1 para peças menores que 30 mm de comprimento e pertinência 0 para peças maiores de 31 mm. As peças entre 30 e 31 mm de comprimento têm sua pertinência aplicada conforme o gráfico. Este gráfico está na Figura V 87.

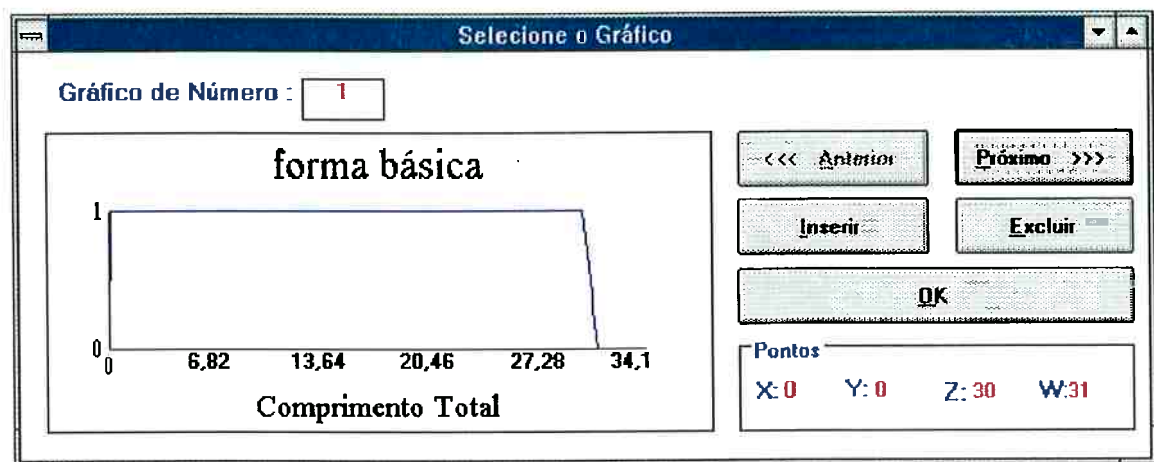


Figura V 87 - Gráfico para atribuição de pertinências

A Figura V 88 apresenta a tela com as famílias e índices de incerteza para alfa-cut igual a 0.6, enquanto que a Figura V 89 apresenta o mesmo, mas para alfa-cut igual a 1. Observa-se que todos os valores de alfa-cut apresentam a mesmas famílias. Isto ocorre devido ao fato de não existirem peças com comprimento entre 30 e 31 mm. Portanto, independente do alfa-cut, as peças com até 30 mm de comprimento sempre estarão em uma família enquanto que as peças a partir de 31 mm de comprimento estarão em outra. Isto leva a conclusão de que a utilização de gráficos consiste em uma ferramenta bastante poderosa onde o responsável pela análise poderá definir limites para as características, fato este que não ocorre com o uso das equações de atribuição de pertinência. Para este caso optou-se por não apresentar as Figuras das peças pois o que

mais interessa são os valores dos comprimentos obtidos para cada família.

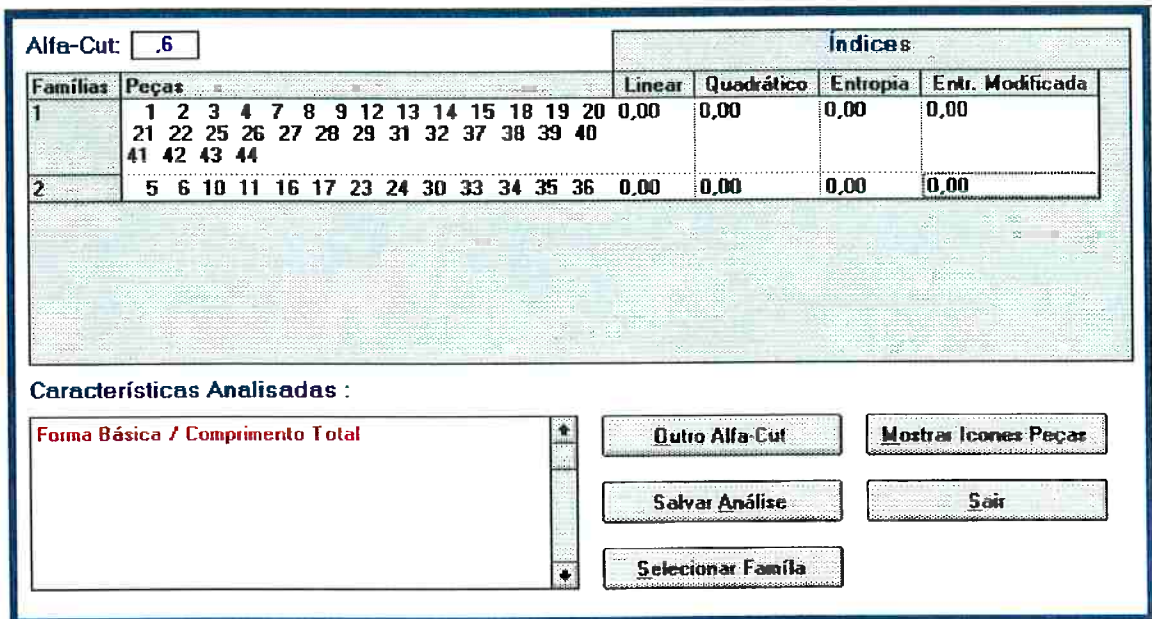


Figura V 88 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.6

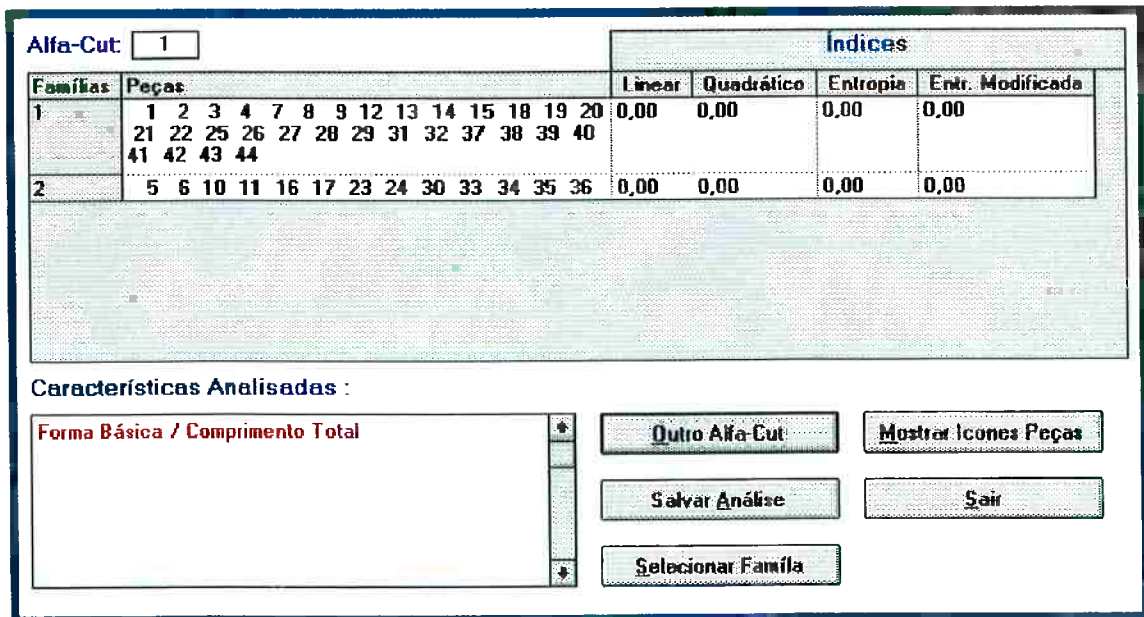


Figura V 89 - Informações para alfa-cut igual a 1

Para observar o comportamento do sistema na formação das famílias alterou-se o gráfico utilizado anteriormente. Nesta análise utiliza-se um gráfico onde é aplicada pertinência 1 para peças menores que 35 mm de comprimento e pertinência 0 para peças maiores de

45 mm. As peças entre 30 e 31 mm de comprimento terão sua pertinência aplicada conforme o gráfico da Figura V 90. Portanto, espera-se que as peças cujo comprimento encontre-se até 35 mm sejam agrupados em uma família enquanto que as peças de comprimento a partir de 45 mm sejam agrupados em outra. As peças de comprimento intermediário são portanto o foco desta análise.

As famílias para alfa-cut igual a 0.6 estão na Figura V 91; para alfa-cut igual a 0.7 na Figura V 92; para alfa-cut 0.8 na figura V 93; para alfa-cut igual a 0.9 na Figura V 94 e para alfa-cut 1.0 na figura V 95.

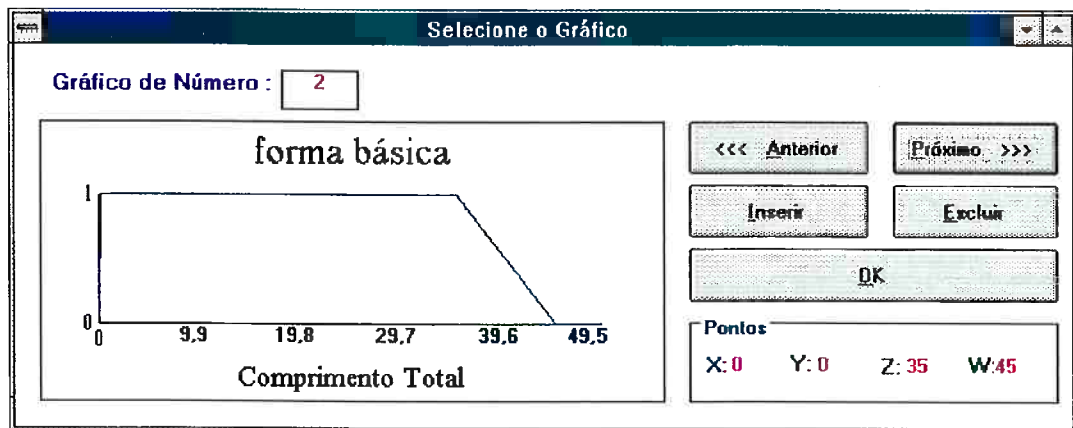


Figura V 90 - Gráfico para atribuição de pertinência

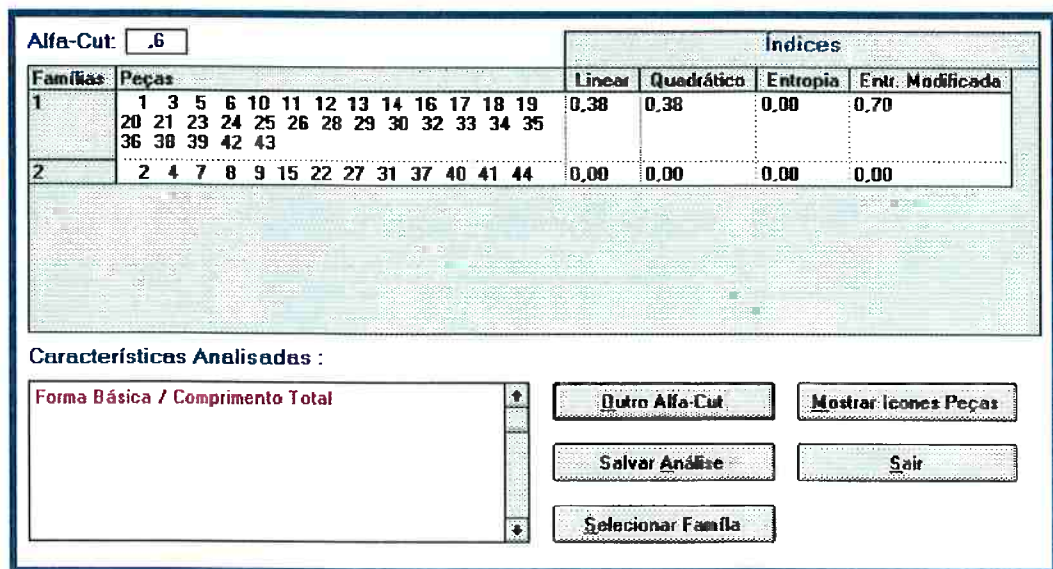


Figura V 91 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.6

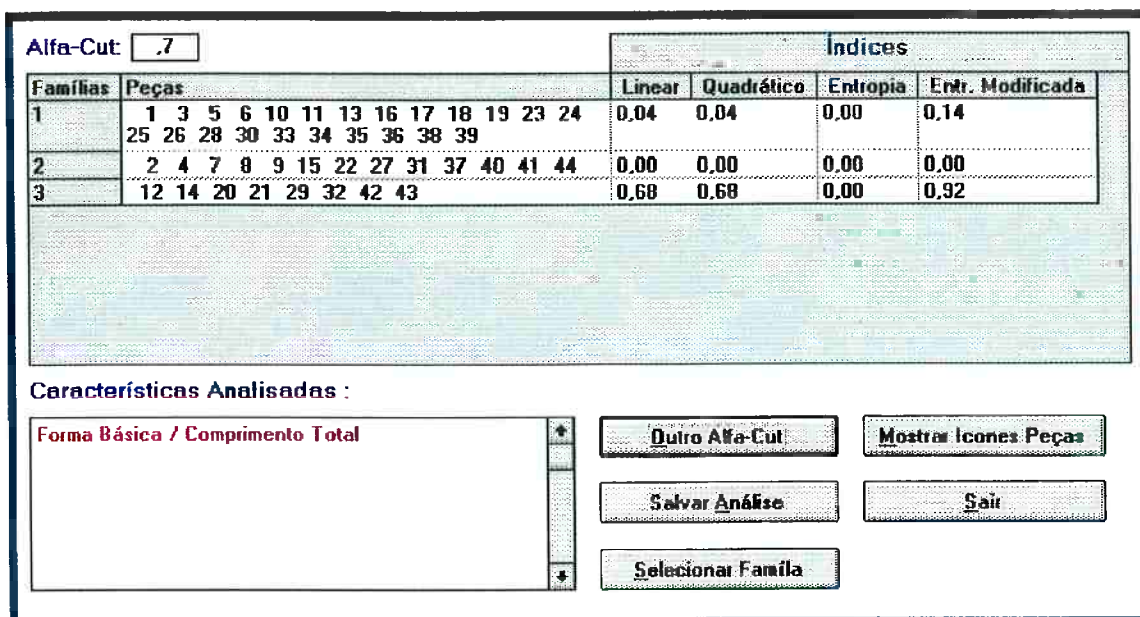


Figura V 92 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.7

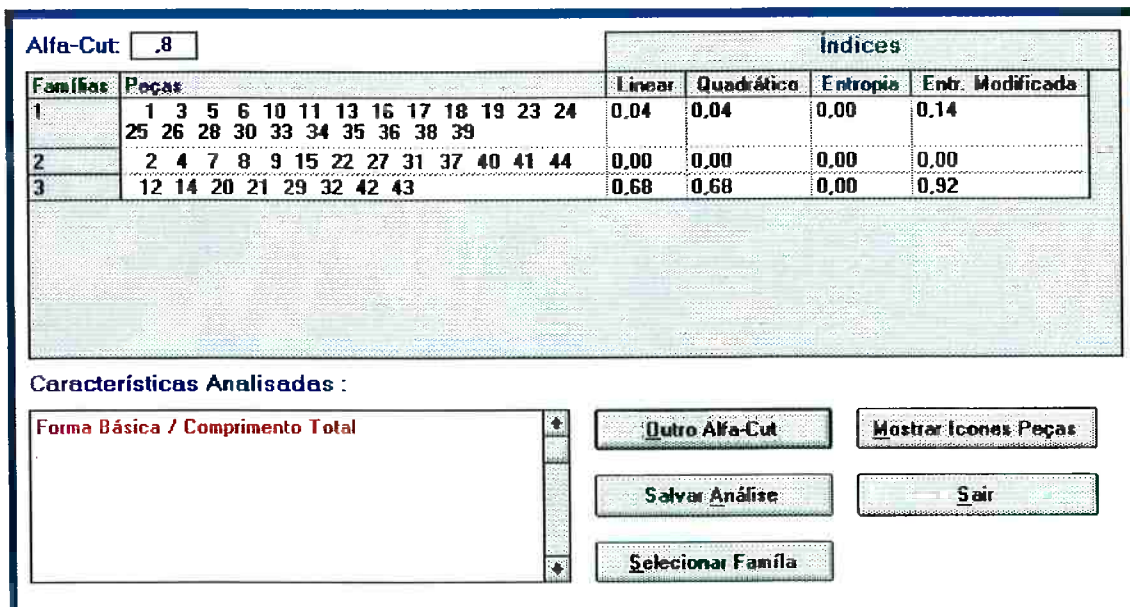


Figura V 93 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.8

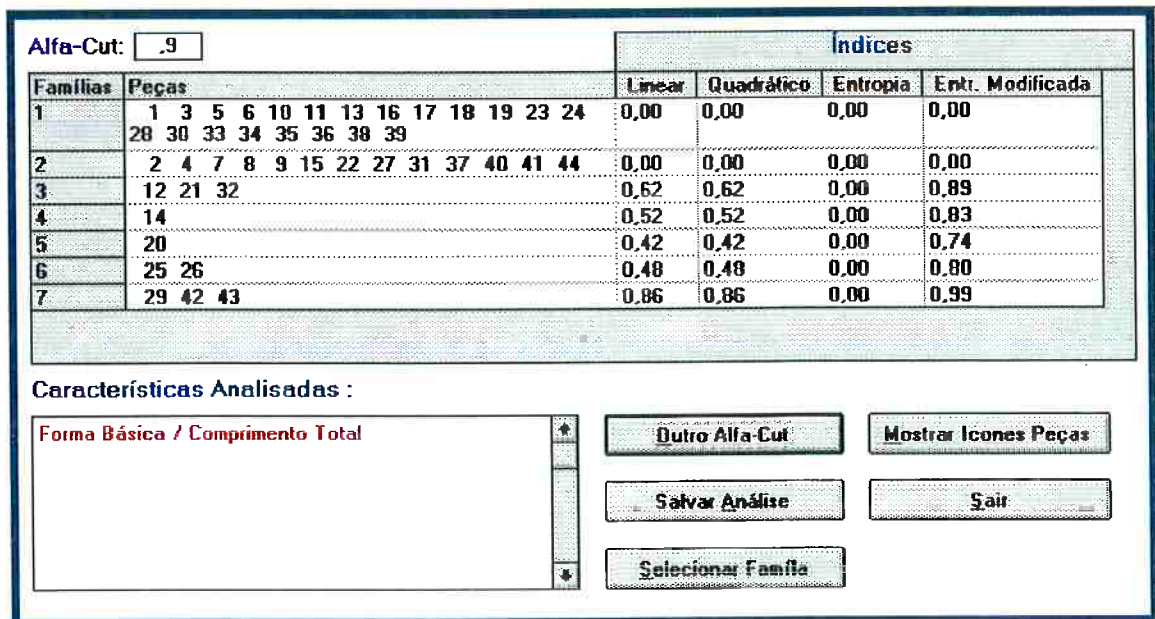


Figura V 94 - Informações referentes a alfa-cut igual a 0.9

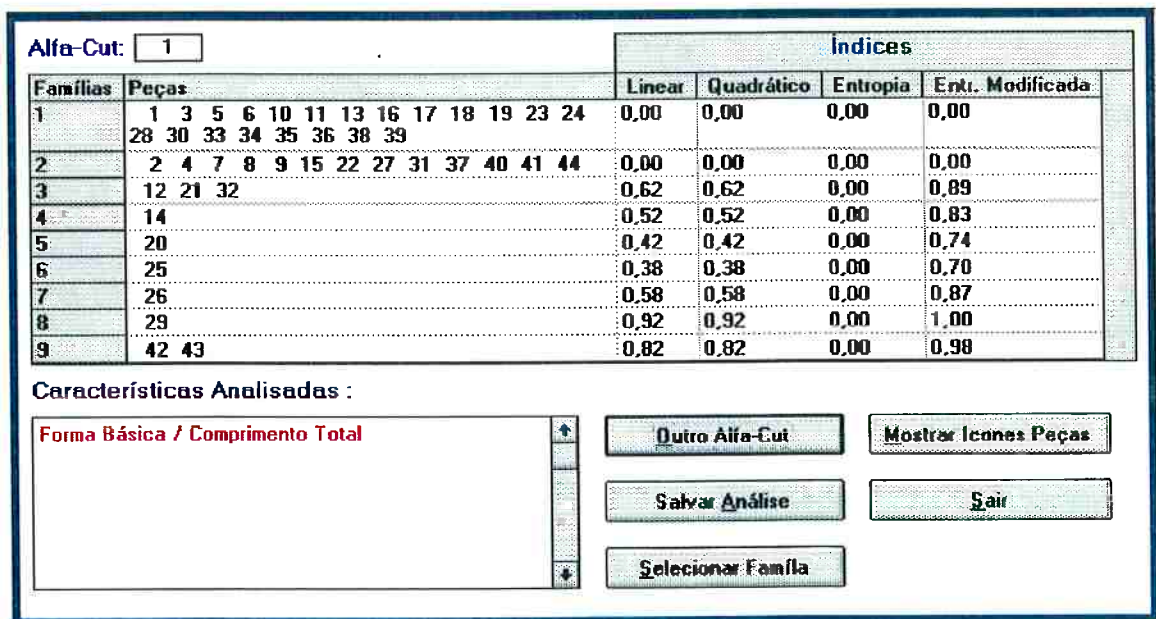


Figura V 95 - Informações referentes a alfa-cut igual a 1

O quadro a seguir resume as informações obtidas para cada caso (dimensões em milímetros). Os termos F1, F2, ..., F9 representam as 9 famílias obtidas.

alfa-cut	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9
0.6	11 à 43	45 à 180	-	-	-	-	-	-	-
0.7	11 à 38	45 à 180	40,5 à 43	-	-	-	-	-	-
0.8	11 à 38	45 à 180	40.5 à 43	-	-	-	-	-	-
0.9	11 à 35,4	45 à 180	42	42.5	43	37 à 38	40.5 à 41		
1.0	11 à 35.4	45 à 180	42	42.5	43	37	38	40.5	41

Uma observação inicial mostra que para alfa-cut igual a 1 a família 1 contém apenas peças de comprimento até 35 mm, enquanto que a família 2 contém as peças a partir de 45 mm como esperado. As peças intermediárias formaram famílias isoladas (só haverá mais de uma peça nestas famílias se estas possuírem o mesmo comprimento).

Para valores de alfa-cut menores que 1 as peças entre 35 e 45 mm de comprimento ou formam uma família independente ou são agrupadas na família 1 (pertinência = 1).

Um outro tipo de gráfico é utilizado em uma terceira análise. Este gráfico atribuirá pertinência igual a 1 para peças cujo comprimento estiver no intervalo entre 30 e 49 mm. Para peças com comprimento menor que 29 mm é atribuída pertinência 0, da mesma forma que para peças com comprimento acima de 50 mm. As peças com comprimento entre 29 e 30 mm e entre 49 e 50 mm terão sua pertinência atribuída conforme o gráfico da Figura V 97. A Figura V 96 apresenta a seleção da característica Comprimento com atribuição de pertinência por gráfico.

A Figura V 98 mostra a tela com as famílias e seus respectivos índices de incerteza para alfa-cut igual a 1, que nesta análise é o mesmo para os demais alfa-cut's, pois não há peças com comprimento nos intervalos 29 a 31 mm e 49 a 50 mm.

Escolha dos Campos das Características

Características Selecionadas	Campos	Pertinência por:
Forma Básica	Comprimento Total Altura Máxima Largura Máxima	<input type="radio"/> Equação <input checked="" type="radio"/> Gráficos <input type="radio"/> Saaty
<input type="button" value="Escolher"/> <input type="button" value="Calcular Famílias"/> <input type="button" value="Cancelar"/>		
Características	Campos	Pertinência por
Forma Básica	Comprimento Total	Gráficos

Figura V 96 - Seleção de característica com pertinência por gráfico

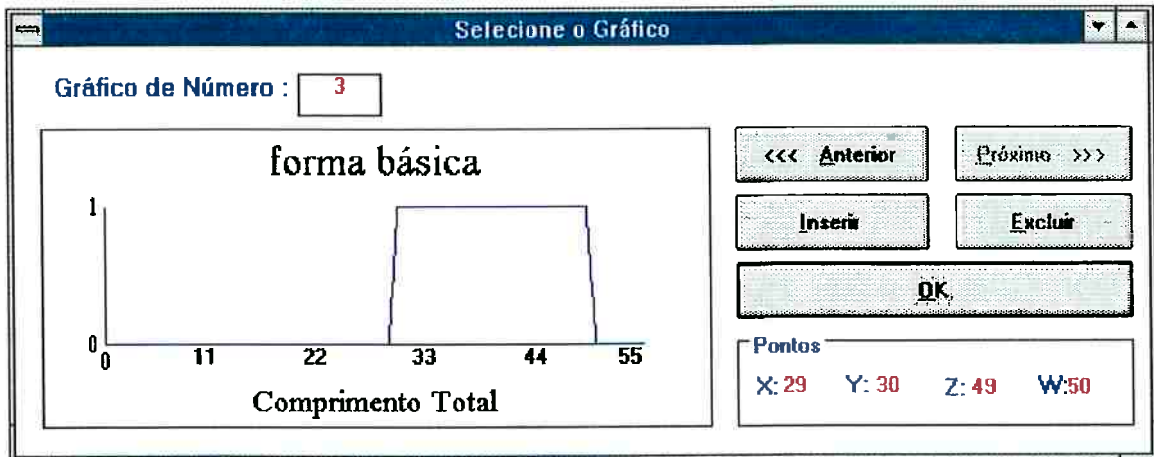


Figura V 97 - Gráfico para atribuição de pertinências

Alfa-Cut: <input type="text" value="1"/>		Índices			
Famílias	Peças	Linear	Quadrático	Entropia	Entr. Modificada
1	1 3 12 13 14 18 19 20 21 25 26 28 29 32 38 39 41 42 43	0,00	0,00	0,00	0,00
2	2 4 5 6 7 8 9 10 11 15 16 17 22 23 24 27 30 31 33 34 35 36 37 40 44	0,00	0,00	0,00	0,00

Características Analisadas :

Forma Básica / Comprimento Total

Outro Alfa-Cut

Mostrar Ícones Peças

Salvar Análise

Sair

Selecionar Família

Figura V 98 - Famílias formadas para alfa-cut igual a 1

As informações de comprimento para as peças de cada família são o esperado, ou seja, a família 1 possui peças com comprimento entre 31 e 45 mm, a família 2 entre 50 e 180 mm e entre 11 a 28,1 mm, ou seja, a família 1 é composta das peças que receberam pertinência 1 e a família 2 é composta das peças que receberam pertinência 0.

V.12.3. Estudo de Caso com uso do AHP

O objetivo deste estudo é analisar o comportamento da formação de famílias através da atribuição de pertinência por Saaty (método AHP). Utilizou-se a regra de composição MaxMin e a equação de de similaridade (3.19). Selecionou-se para este fim a característica Nível de Complexidade, como apresentado na Figura V 99.

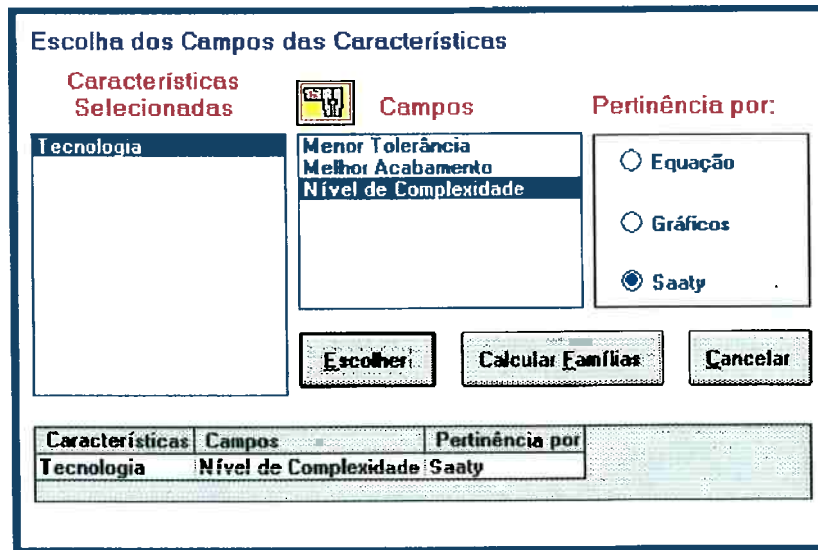


Figura V 99 - Seleção da característica a ser analisada pelo AHP

Na base de dados cada peça é caracterizada em termos de complexidade com os termos linguísticos *Muito Alta*, *Alta*, *Média*, *Baixa* e *Muito Baixa*. Portanto, através do AHP define-se pesos a esses termos, possibilitando assim a utilização do algoritmo de agrupamento. Para tanto, foi editada a matriz de Saaty apresentada na Figura V 100, de acordo com a importância de um atributo sobre o outro. A Figura V.101 apresenta as famílias formadas para alfa-cut 0.6. A família 1 é composta de peças cuja complexidade é *Muito Baixa* e *Baixa*. A família 2 é formada por peças de complexidade *Média*. As peças de complexidade *Alta* e *Muito Alta* formam a família 3.

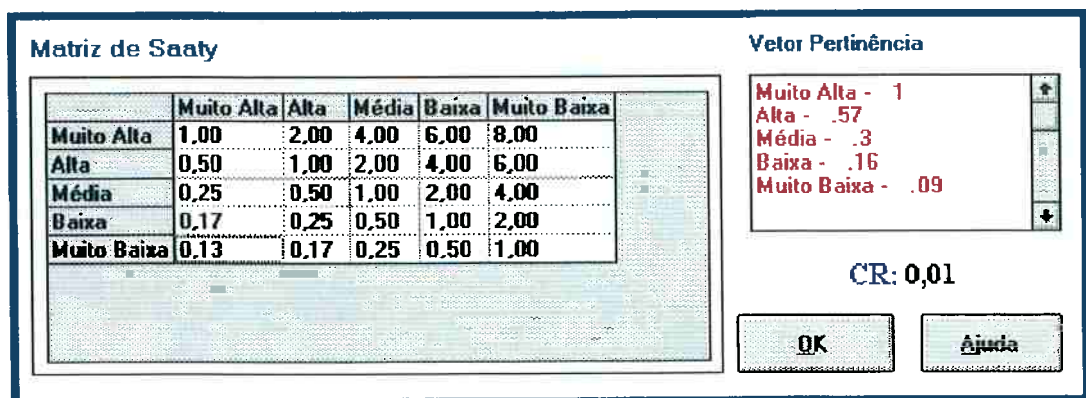


Figura V 100 - Matriz de Saaty para a característica Complexidade de Forma

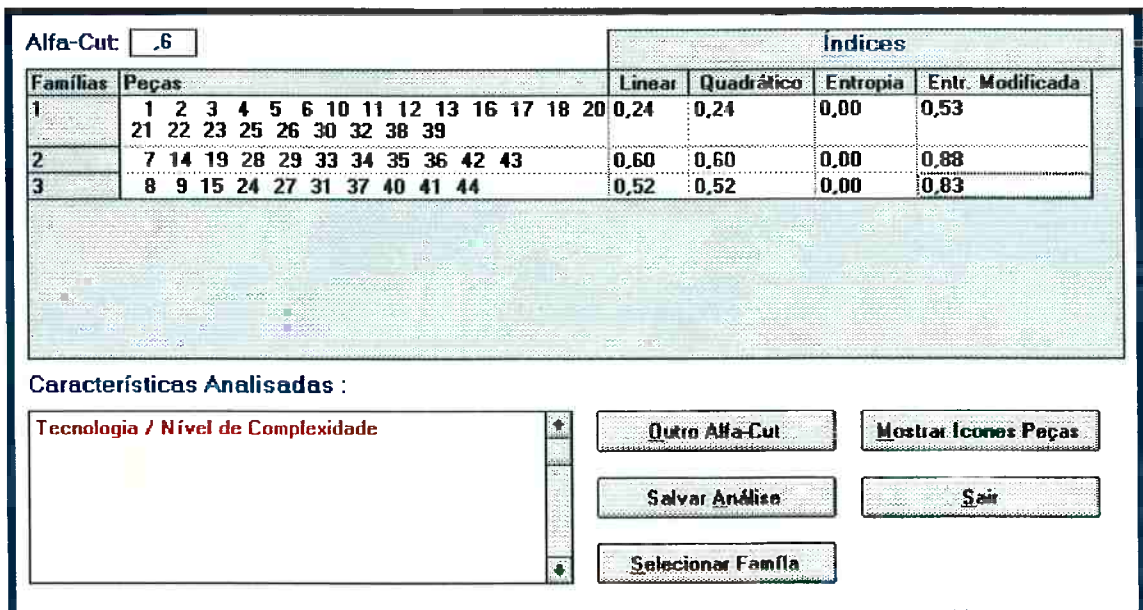


Figura V 101 - Famílias para alfa-cut igual a 0.6

A Figura V 102 apresenta as famílias formadas para alfa-cut 0.7 (que são as mesmas para alfa-cut 0.8, 0.9 e 1.0).

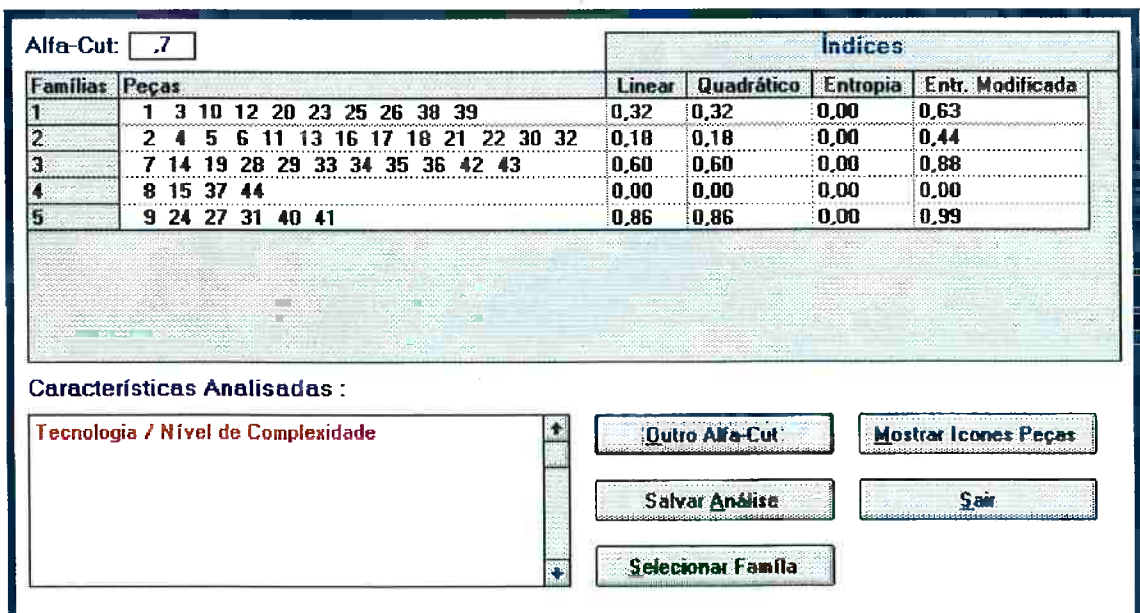


Figura V 102 - Famílias para alfa-cut igual a 0.7

Os desenhos das peças de cada família para alfa-cut igual a 1 são apresentadas nas Figuras seguintes, conforme o quadro abaixo.

Família	Figura	Nível de Complexidade
1	V 103	Baixa
2	V 104	Muito baixa
3	V 105	Média
4	V 106	Muito Alta
5	V 107	Alta

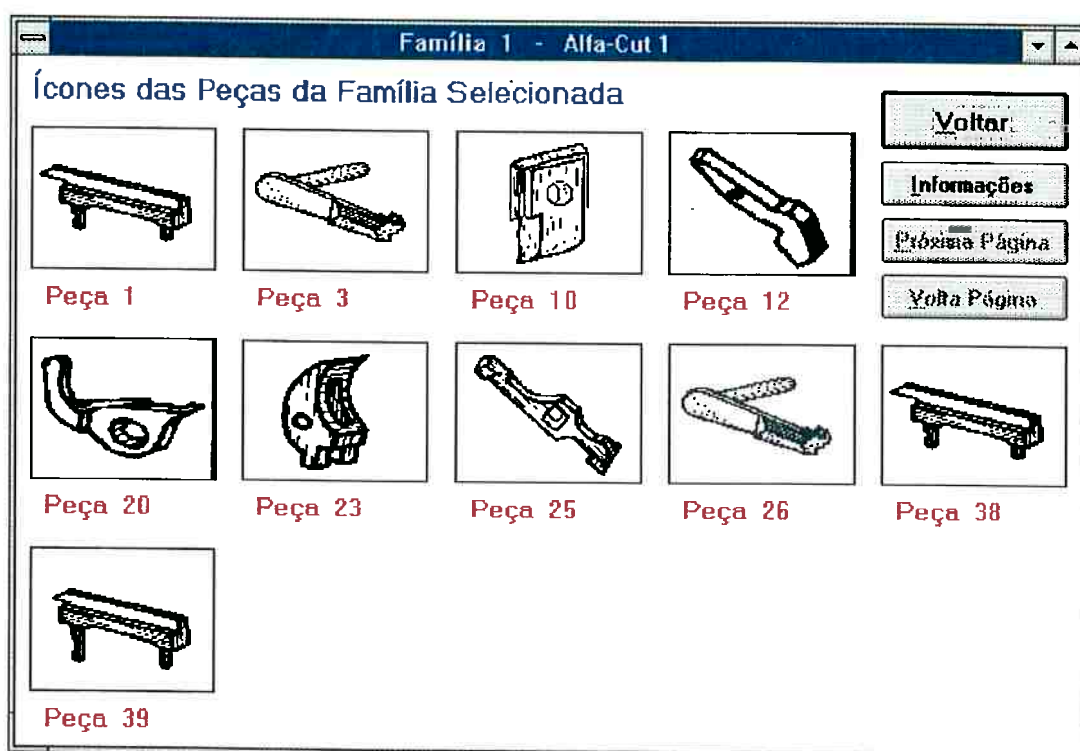


Figura V 103 - Peças de complexidade baixa da família 1 para alfa-cut igual a 1

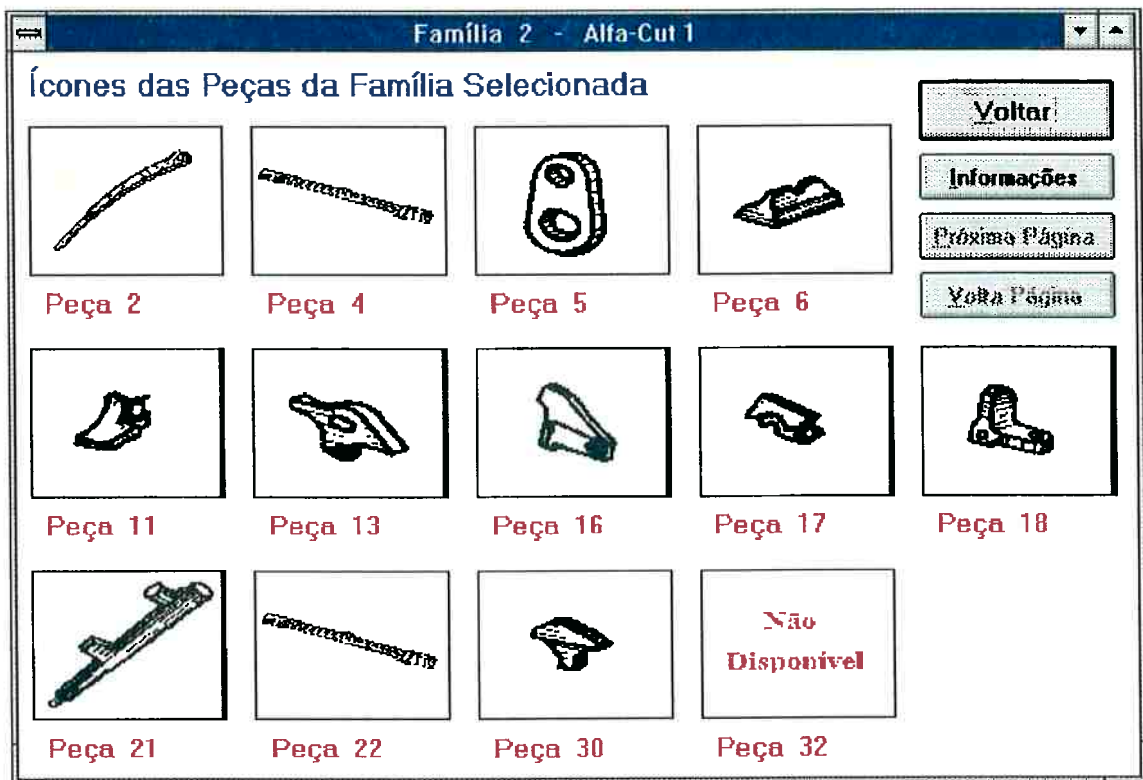


Figura V 104 - Peças de complexidade muito baixa da Família 2 para alfa-cut igual a 1

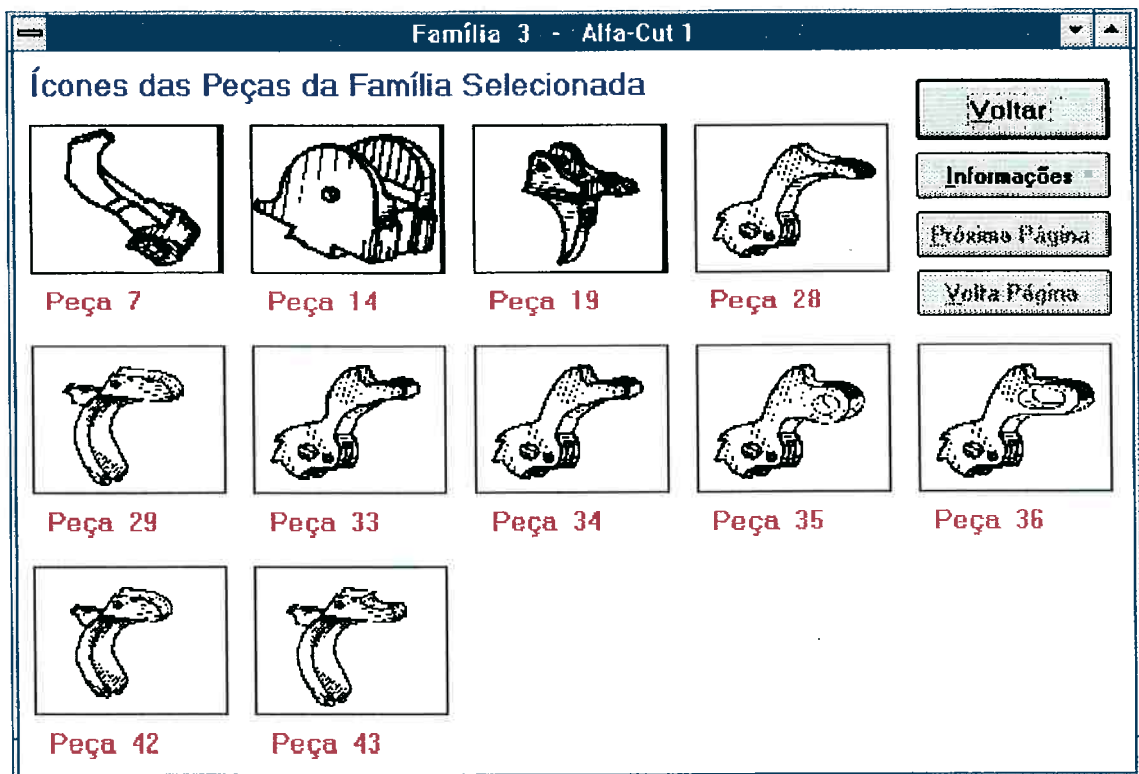


Figura V 105 - Peças de complexidade média da Família 3 para alfa-cut igual a 1

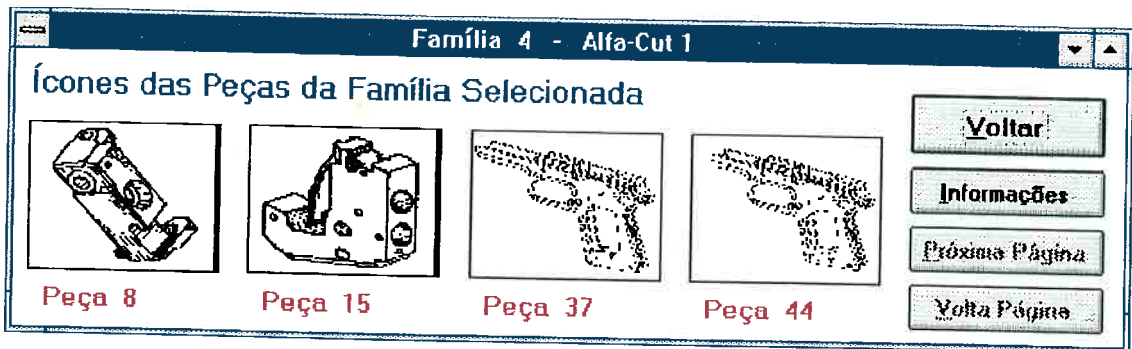


Figura V 106 - Peças de complexidade muito alta da Família 4 para alfa-cut igual a 1

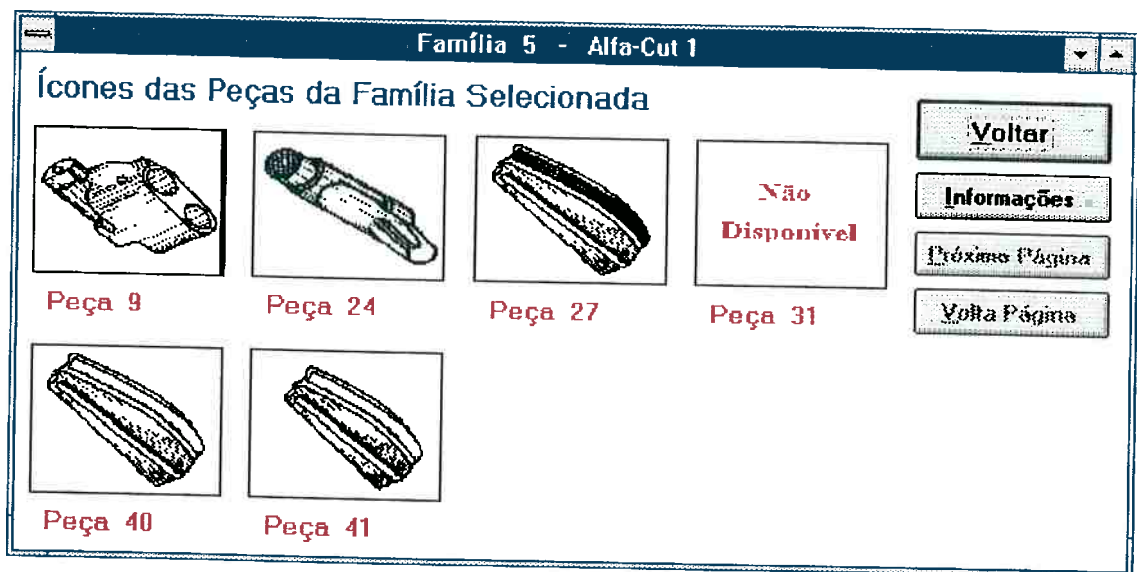


Figura V 107 - Peças de complexidade alta da Família 5 para alfa-cut igual a 1

A partir de alfa-cut igual a 0.7 a divisão se deu exatamente como a atribuição feita quanto a complexidade de forma utilizada na base de dados para cada peça. Como está sendo realizada uma análise com somente esta característica, este era o resultado esperado.

V.12.4. Atribuição Simultânea de Pertinência por Métodos Diferentes

Este estudo tem a finalidade de observar a formação de famílias quando atribui-se pertinências através de métodos distintos em uma mesma análise. Selecionou-se, como pode ser observado na Figura V 108, as características Forma Básica, Furos Passantes e Tecnologia. Para a característica Forma Básica utilizou-se o item Altura Máxima com atribuição de pertinência por gráfico, onde atribui-se 1 para altura até 15 mm e 0 para altura a partir de 40 mm (Figura V 110). A característica Furos Passantes teve como item selecionado o Número de Furos Passantes, e a atribuição de pertinências é através de equações (equação (3.5)). Finalmente, a característica Tecnologia teve o item Nível de Complexidade selecionado, com atribuição de pertinências através de Matriz de Saaty (Figura V 111). Todas estas seleções podem ser observadas na Figura V 109.

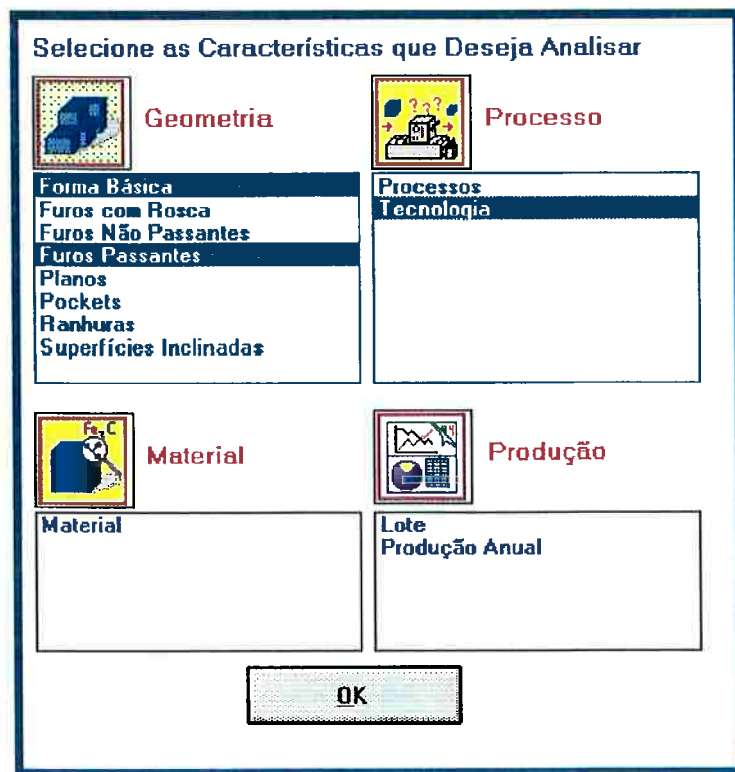


Figura V108 - Seleção das características

Escolha dos Campos das Características

Características Seleccionadas

- Forma Básica
- Furos Passantes
- Tecnologia

Campos

- Menor Tolerância
- Melhor Acabamento
- Nível de Complexidade

Pertinência por:

- Equação
- Gráficos
- Saaty

Escolher Calcular Famílias Cancelar

Características	Campos	Pertinência por
Forma Básica	Altura Máxima	Gráficos
Furos Passantes	Número de Furos Passantes	Equações
Tecnologia	Nível de Complexidade	Saaty

Figura V 109 - Seleção do modo de atribuição de pertinência

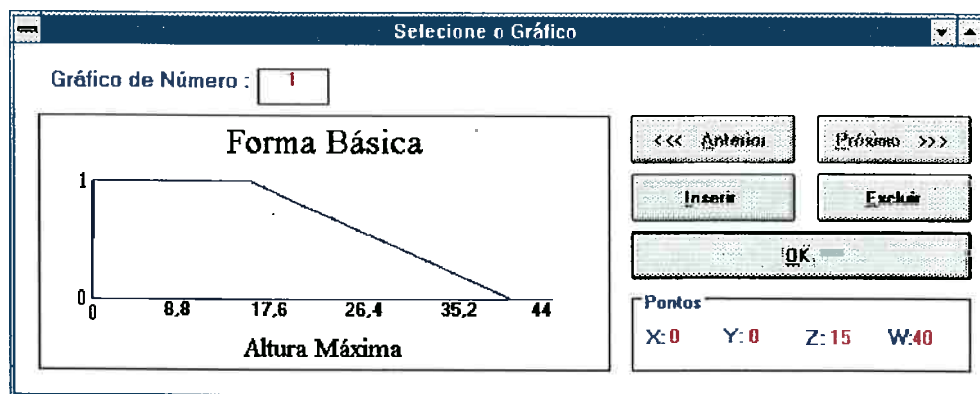


Figura V 110 - Gráfico para atribuição de pertinências

Matriz de Saaty

	Muito Alta	Alta	Média	Baixa	Muito Baixa
Muito Alta	1,00	3	5,00	7,00	9,00
Alta	0,33	1,00	3,00	5,00	7,00
Média	0,20	0,33	1,00	3,00	5,00
Baixa	0,14	0,20	0,33	1,00	3,00
Muito Baixa	0,11	0,14	0,20	0,33	1,00

Vetor Pertinência

- Muito Alta - 1
- Alta - .52
- Média - .25
- Baixa - .12
- Muito Baixa - .06

CR: 0,05

OK Ajuda

Figura V 111 - Matriz de Saaty para atribuição de pertinências

Para não tornar esta análise muito longa, selecionou-se apenas um alfa-cut, no caso 0.9, para apresentação das famílias. Essas famílias podem ser observadas, juntamente com seus respectivos índices de incerteza, nas Figuras V 112 e V 113. As informações do quadro abaixo têm a função de agrupar as características das famílias formadas para este alfa-cut. As famílias que não são citadas são compostas de apenas uma peça.

Família	Figura	Altura Máxima (mm)	Número de Furos Passantes	Nível de Complexidade
1	V 114 e V 115	3.5 à 16.5	0 à 2	Muito Baixa e Baixa
2	V 116	22 à 24	1	Muito Baixa
5	V 117	40 à 60	2 à 4	Muito Alta
8	V 118	46 à 46.5	1	Média
10	V 119	12.5 à 22	0 à 2	Alta
13	V 120	37.1	3	Média
14	V 121	33.1 à 33.6	4	Média
15	V 122	100 à 115	12	Muito Alta

Alfa-Cut: <input type="text" value="0.9"/>		Índices			
Famílias	Peças	Linear	Quadrático	Entropia	Entr. Modificada
1	1 4 5 6 10 11 12 13 14 17 21 22 23 25 30 32 38 39	0.09	0.11	0.39	0.23
2	2 18	0.31	0.39	0.52	0.54
3	3	0.41	0.59	0.45	0.51
4	7	0.41	0.44	0.73	0.69
5	8 15	0.17	0.29	0.46	0.27
6	9	0.43	0.57	0.65	0.60
7	16	0.29	0.31	0.60	0.57
8	19 29 42 43	0.22	0.30	0.50	0.40
9	20	0.25	0.26	0.96	0.53

Características Analisadas :

Forma Básica / Altura Máxima
Furos Passantes / Número de Furos Passantes
Tecnologia / Nível de Complexidade

Outro Alfa-Cut Mostrar Icones Peças

Salvar Análise Sair

Selecionar Família

Figura V 112 - Famílias e índices de incerteza para alfa-cut igual a 0.9

Alfa-Cut: .9		Índices			
Famílias	Peças	Linear	Quadrático	Entropia	Ent. Modificada
7	16	0,29	0,31	0,60	0,57
8	19 29 42 43	0,22	0,30	0,50	0,40
9	20	0,25	0,26	0,96	0,53
10	24 27 31 40 41	0,51	0,60	0,81	0,72
11	26	0,32	0,44	0,51	0,49
12	28	0,60	0,66	0,92	0,82
13	33 34	0,41	0,43	0,96	0,72
14	35 36	0,57	0,57	0,99	0,86
15	37 44	0,00	0,00	0,63	0,00

Características Analisadas :

Forma Básica / Altura Máxima
 Furos Passantes / Número de Furos Passantes
 Tecnologia / Nível de Complexidade

Outro Alfa-Cut Mostrar Ícones Peças
 Salvar Análise Sair
 Selecionar Família

Figura V 113 - Famílias e índices de incerteza para alfa-cut igual a 0.9 (continuação)



Figura V 114 - Peças da Família 1 para alfa-cut igual a 0.9

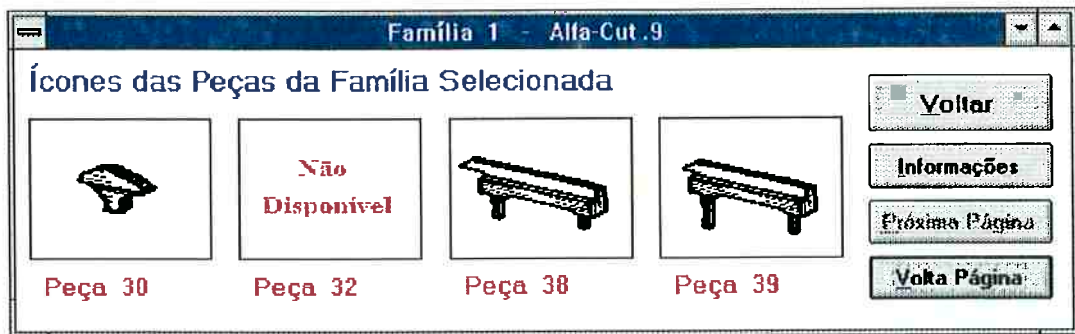


Figura V 115 - Peças da Família 1 para alfa-cut igual a 0.9 (continuação)

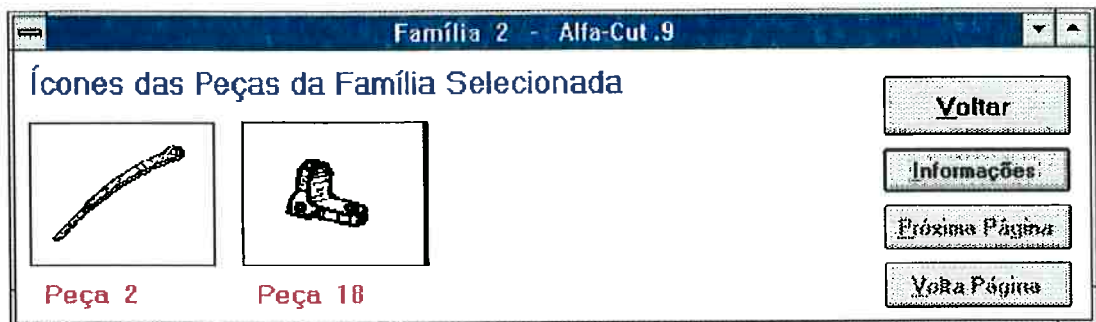


Figura V 116 - Peças da Família 2 para alfa-cut igual a 0.9



Figura V 117 - Peças da Família 5 para alfa-cut igual a 0.9

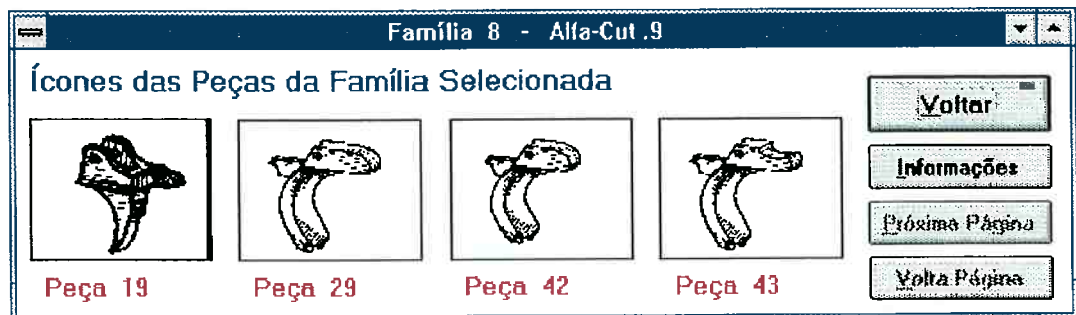


Figura V 118 - Peças da Família 8 para alfa-cut igual a 0.9

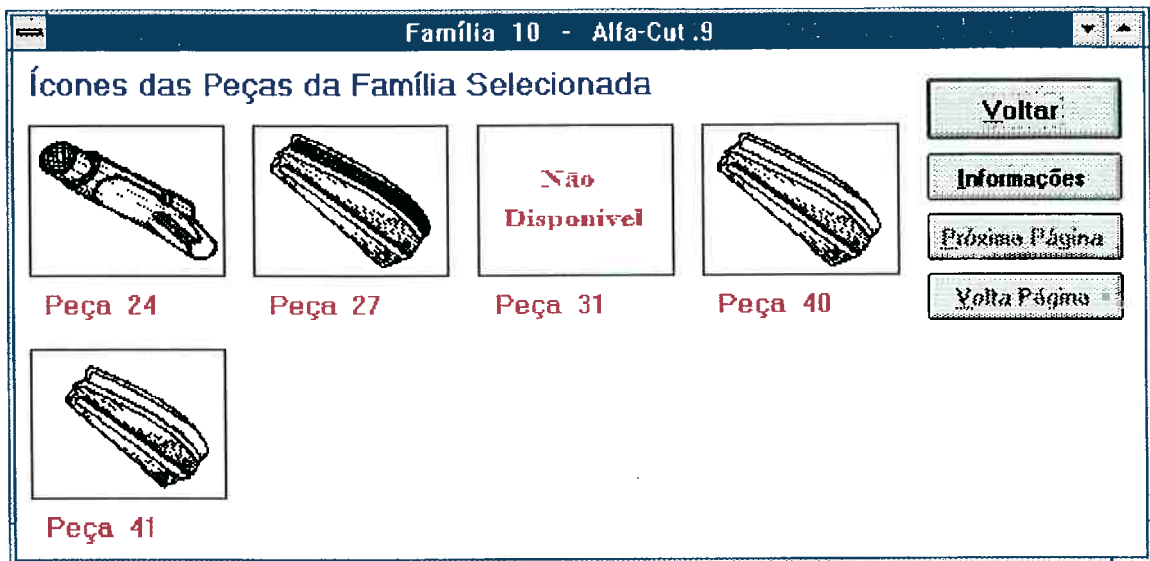


Figura V 119 - Peças da Família 10 para alfa-cut igual a 0.9



Figura V 120 - Peças da Família 13 para alfa-cut igual a 0.9



Figura V 121 - Peças da Família 14 para alfa-cut igual a 0.9

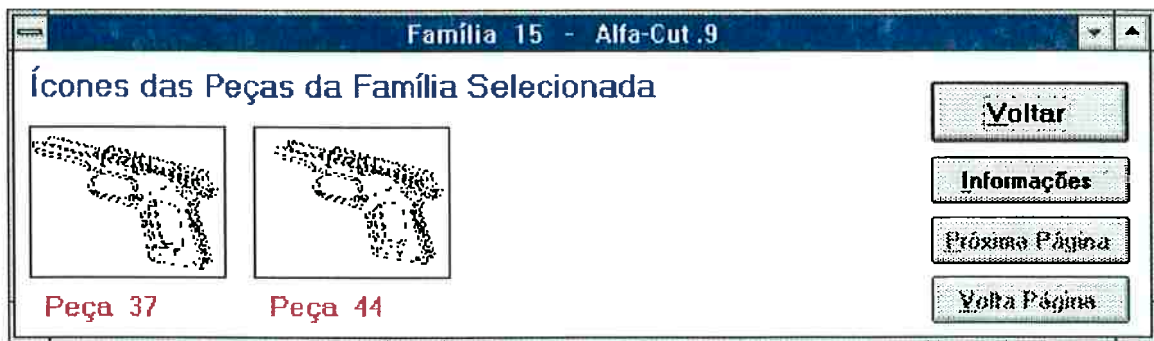


Figura V 122 - Peças da Família 15 para alfa-cut igual a 0.9

Pode-se entender melhor como foi realizado o agrupamento para alfa-cut igual a 0.9 através da Figura V 123. Existe superposição se as características forem consideradas isoladamente, mas por exemplo, o caso da altura máxima para a família 5 conter a família 8, as outras características são excludentes. O número de furos passantes para a família 5 está entre 2 e 4 furos, enquanto que a família 8 tem apenas 1. O nível de complexidade das peças da família 5 é muito baixa, enquanto que a família 8 é de peças de média complexidade. De uma maneira geral, pelo menos para uma característica, as famílias não possuem atributos que coincidam, comprovando a separação dos dados de acordo com suas similaridades.

Outro ponto interessante é que os índices linear, quadrático e entropia modificada eram esperados ser pequenos para a família 15, já que esta é a que tem pertinência 0 (zero) para a altura máxima, pertinência 1 para furos passantes e para complexidade, e os valores calculados para os três índices é 0 (zero), comprovando a hipótese. Também valores baixos para estes índices eram esperados para a família 1, que ao contrário da família 15, possui altas pertinências para a característica altura, mínima e baixa para o número de furos passantes e nível de complexidade. E como pode ser verificado na Figura V 112 os valores para os índices são pequenos.

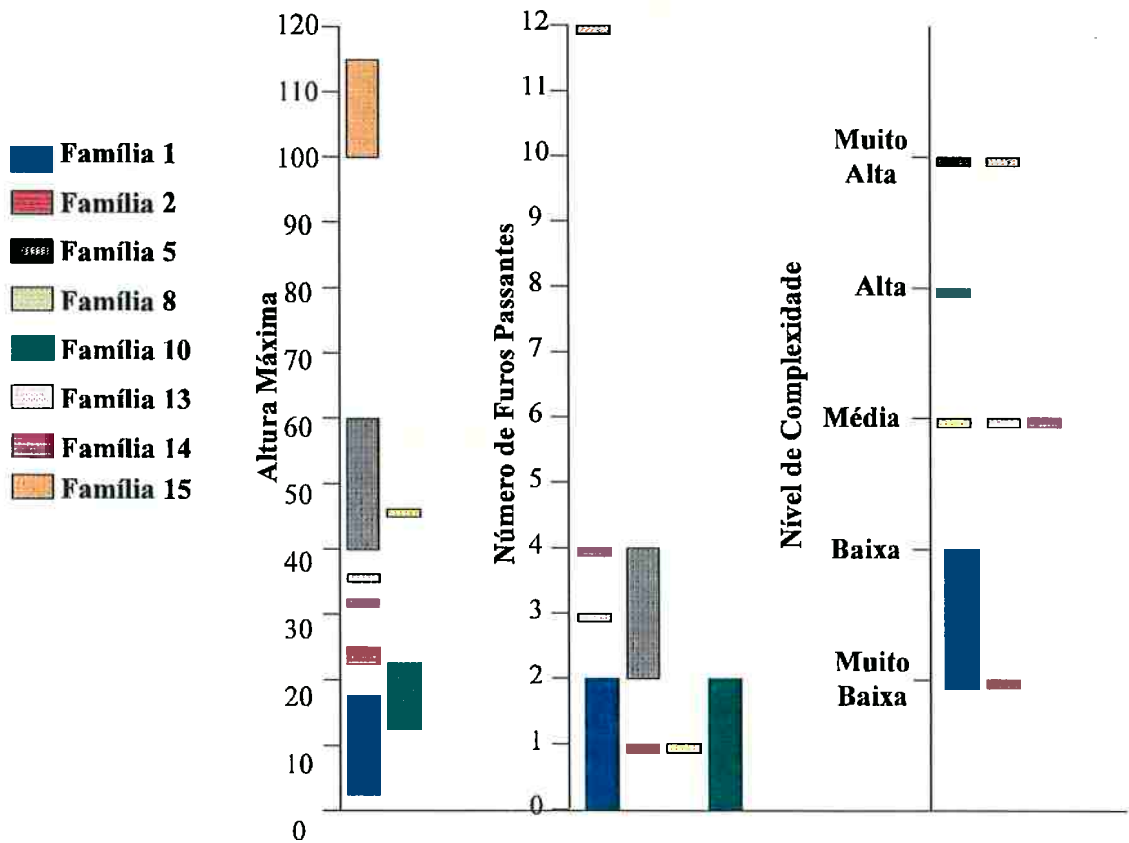


Figura V 123 - Dados contidos nos agrupamentos

V.13. Considerações Finais

Além dos estudos de casos apresentados neste capítulo, diversos outros casos foram analisados e poderiam ser apresentados, mas os selecionados servem para explicitar e validar a metodologia proposta deste trabalho.

Os dois problemas analisados para a inferência reversa Fuzzy foram também estudados pelos métodos apresentados nos itens III.10.1 e III.10.2. Para a equação (3.45) para o critério de mínima distância e para a equação (3.49), para o critério de máxima proximidade, os resultados obtidos foram os mesmos que o apresentado no item V 10

pelo método da inferência reversa Fuzzy. Entretanto cabe ressaltar que o critério da mínima distância constitui no método mais simples dos três, sendo bastante eficiente para classificação de novas peças. Mas a inferência reversa Fuzzy consiste em uma ferramenta poderosa, pois o conceito pode ser utilizado em qualquer sistema de diagnóstico. Uma desvantagem deste método é que muitas vezes não existe solução para o caso estudado.

Através dos exemplos, analisados através dos dados obtidos na empresa, pode-se comprovar a utilidade da metodologia implementada em um software. Pode-se notar, através dos exemplos, que o uso dos coeficientes de incerteza podem ajudar também na avaliação das informações contidas nos agrupamentos encontrados para determinado alfa-cut. A utilização do índice linear, na maioria dos casos, já seria suficiente para uma interpretação. Uma análise que pode ser feita por este índice é quanto a certeza de se ter ou não as características analisadas. Valores próximos de zero, o agrupamento provavelmente tem os valores das características analisadas próximas do limite inferior ou superior dos dados obtidos da base de dados. Isto é importante, e na maioria das vezes o desejado. Pois, assim o agrupamento obtido é formado por peças onde as características analisadas estão presentes ou não. Por exemplo, se uma das características analisadas é o comprimento, e os valores das peças estão entre 100 e 1000 mm, o valor zero para o índice linear indica que provavelmente o agrupamento é constituído por peças ou de comprimento 100mm ou 1000 mm. Valores intermediários de comprimento levariam a valores do índice linear tendendo para 1. Uma certeza que se tem é quando este índice é igual a zero para um agrupamento, para determinado alfa-cut, este agrupamento não se dividirá mais para um valor maior do alfa-cut, podendo assim a análise ser interrompida. Mas é importante ressaltar que o índice expressa o comportamento da média dos agrupamentos. A entropia não traz informações

interessantes, a não ser a que o valor zero indica que apenas uma característica esta sendo analisada.

A utilização dos índices de incerteza, principalmente o linear, consiste numa alternativa para se avaliar as máquinas que poderão consistir células de manufatura. Para um bom agrupamento é importante que o valor do índice seja o mais próximo de zero, o que significa uma maior probabilidade do grupo de máquinas ser adequado para processar determinada família de peças. A análise de poder ou não dispensar determinada máquina, pelo atual estágio do método, é deixada a um analista. Entretanto, a indicação de máquinas alternativas é um aspecto importante do algoritmo, consistindo em uma proposta mais abrangente que a maioria dos métodos tradicionais que usam a matriz binária. Infelizmente, encontrou-se poucos relatos de resultados de utilização de matrizes não binárias. O único em que havia uma discussão foi apresentado no item V 9, com mesmo resultado. A aplicação do método no caso real comprovou um fato comum, a completa inexistência de dados. De qualquer modo a metodologia acaba consistindo-se em um roteiro para uma melhor documentação sobre os equipamentos da empresa. O uso do AHP permite uma discussão mais ágil sobre quais máquinas são mais adequadas para cada operação de uma peça. É uma alternativa aos gráficos, que sem dúvida representam com mais propriedade as características importantes relativas a cada uma das máquinas.

VI. CONCLUSÕES

Este último capítulo sintetiza os resultados deste trabalho. Inicialmente são salientadas as contribuições desta proposta. A seguir são relacionados temas que podem ser desenvolvidos em trabalhos futuros. No último item são feitos os comentários finais.

VI.1. Contribuições do trabalho

A utilização de uma base de dados com orientação à objetos permite que um importante fundamento da TG seja respeitado. Este fundamento, como visto, é o de se ter apenas uma referência para os dados de uma empresa. Isto evitará, a duplicação de dados o que constantemente leva à informações dúbias. Pode-se inserir novas características muito facilmente o que representa a possibilidade de uma análise de similaridades mais ampla. Estas características podem ser inseridas na base de dados à medida que for necessário o estudo sobre outros parâmetros.

A aplicação da teoria Fuzzy, para o problema de obtenção de similaridades considerando a incerteza, foi resultado de uma síntese do que estava disponível para aplicações genéricas ou quando específicas ao problema, de uma forma mais simples ou incompleta.

A atribuição de pertinências, confere a metodologia uma flexibilidade muito grande para manipular tanto as informações quantitativas e qualitativas das peças, quanto a opinião

de quem deseja obter informações de similaridade. A possibilidade de se utilizar interfaces gráficas para exprimir o que é importante, para certa análise, (diâmetros acima de 20 mm, por exemplo) faz com que haja grande facilidade em se obter respostas para o questionamento desejado. A utilização do AHP para atribuir valores numéricos à dados subjetivos, também representa um importante ponto. Desta maneira, ao contrário dos SCC em que se necessitam ter todas as características perfeitamente definidas, bem como seus atributos, para que o sistema funcione, no sistema proposto as características que não foram quantitativamente definidas têm um tratamento sistemático baseado na opinião de especialistas da empresa, permitindo assim seu uso imediato em análise de similaridades. Este fato é de particular importância para se implantar sistemas com os objetivos pretendidos neste trabalho, e isto se deve ao fato de que muitas vezes informações quantitativas não estão disponíveis ou quando as informações são de natureza não quantificável.

Outro ponto importante quanto a utilização de pertinências por interface gráfica, é a sua forma de explicitar e documentar o conhecimento dos processistas e especialistas quanto às características de cada máquina. Este conhecimento normalmente nas empresas está na “cabeça” das pessoas que tratam diretamente com o assunto. Embora na fase de implantação, esta proposta necessite de um tempo considerável para disponibilizar as informações gráficas para várias funções de cada máquina, uma vez isto realizado, o conhecimento estará formalizado. Isto permite uniformizar e manter o domínio tecnológico da empresa, que antes estava na memória das pessoas. A partir deste ponto, as decisões relativas à indicação de máquinas adequadas para as novas peças, são feitas rapidamente. A maneira proposta para agilizar o processo de indicação de máquinas alternativas é utilizar, em conjunto com as informações gráficas, o AHP. O método como

visto permite rapidamente indicar máquinas mais adequadas, sendo possível ser utilizado em uma fase inicial, enquanto os dados mais específicos não estão disponíveis.

As etapas de atribuição de pesos às características analisadas e eliminação de características correlatas permitem que ocorra uma separação em agrupamentos mais evidente. Isto se deve ao fato de que apenas as diferenças significativas entre as peças terão maiores pesos para obtenção das similaridades. Deste modo os agrupamentos têm uma separação mais clara. A possibilidade de utilização do AHP para atribuir importância às características oferece um critério para a colocação de pesos, necessitando antes é claro, que seja obtido o autovetor com os valores para cada uma das características.

Como visto na metodologia, várias funções de similaridades podem ser usadas além de outras regras de composição. Baseados nos testes com o sistema, adotou-se o conceito passado por Zadeh, de ser pessimista em relação ao problema em que a incerteza esta presente. Isto significa usar as equações de similaridade 3.19 e 3.21 (que têm o mesmo resultado) e usar a regra de composição MAX MIN. Isto leva a critérios mais rígidos na obtenção dos agrupamentos. Entretanto o sistema faculta a utilização de formulações menos pessimistas se assim for desejado.

A utilização dos índices de incerteza permitem uma análise das informações contidas nos agrupamentos formados. Principalmente o índice linear e o quadrático de incerteza podem ajudar no processo de escolha de qual o α -cut mais adequado, que sempre é questionado devido a arbitrariedade na sua indicação. A proposta de utilização destes índices constitui um caminho para suprir o problema.

A utilização da inferência reversa Fuzzy para a atribuição de novas peças à famílias

previamente formadas é uma aplicação inédita desta técnica. A essência da teoria Fuzzy está inserida nesta formulação, onde a informação linguística passa a ter um formalismo para o seu tratamento, permitindo que a partir da análise de observações de importância de cada característica se classifique a nova peça em uma família já formada. O algoritmo que permite a solução computacional do método representa um desenvolvimento significativo para solução de problemas de raciocínio reverso.

Mesmo a inferência reversa Fuzzy consistindo em uma importante técnica, ela é muito sensível aos valores da matriz que representa a importância das características para cada uma das famílias. Nem sempre é possível obter uma resposta para o problema estudado, simplesmente porque não existe resposta com o uso desta técnica. A alternativa mais simples e que sempre oferece uma solução é a utilização do conceito de distância. A nova peça será atribuída ao agrupamento mais próximo. A máxima proximidade é também um critério interessante e representa uma boa alternativa aos critérios de distância. Estas 3 alternativas disponibilizadas representam possibilidades de estudo mais abrangente para tomada de decisões, quando o problema a classificação de novas peças em famílias já existentes.

Outro ponto importante, deste trabalho, é a flexibilidade que a metodologia, testada através do software protótipo, tem para tratar o problema de obtenção de similaridades. É possível recuperar informações geométricas, de materiais, produção e processo, o que atribui uma abrangência geral a esta técnica, o que não se observa na maioria dos métodos já propostos como relatado no capítulo II.

KUSIAK (1990) lembra que um dos atributos humanos considerados da inteligência é a habilidade em considerar informações incertas. Uma metodologia que se preocupe com

este atributo, está dando um passo para sistemas que possam usar a maneira do homem em resolver problemas. Deste modo, a constatação feita por BURBIDGE (1975), de que é relativamente simples obter grupos e famílias visualmente para uma pequena amostra, sendo que o processo mental combina reconhecimento de padrões, aplicação do conhecimento e intuição, mas é surpreendentemente difícil encontrar um método adequado para o computador obter os mesmos resultados, passa a ter uma possibilidade de resposta.

VI.2. Sugestões para futuros trabalhos

Uma extensão natural do trabalho, para que a metodologia possa ser plenamente utilizada de uma forma mais ampla dentro do contexto de MMAS, é estender o conceito de similaridades além das características abordadas nesta proposta. Similaridade pode ser usada, por exemplo, para obter peças de mesma função, para obter ferramentais semelhantes ou agrupar máquinas de características semelhantes. A utilização do conceito apresentado é uma ferramenta muito útil para obter os agrupamentos para qualquer tipo de semelhança que se desejar.

O trabalho pode ser continuado também com as extensões dos objetivos apresentados após a obtenção dos agrupamentos segundo algum tipo de similaridade. Como pode se notar, a utilização destes conceitos pode ser de extrema vantagem para a programação da produção mas, obtido os agrupamentos, se torna necessário outras análises, como sequenciamento, carga de máquinas, tempo de produção, etc... Todos estes estudos

podem ser realizados inserindo também a incerteza que existe em informações consideradas em tais estudos, como por exemplo, quais realmente são os tempos de setup, estimativa de pedidos, etc...

Funções de pertinência mais elaboradas, que as lineares, também podem representar e originar um refinamento das funções previstas neste trabalho. Não foram realizados estudos destas funções porque no primeiro estágio de implantação de um sistema desta natureza, é difícil que analistas possam necessitar de uma diferenciação dos dados, que não seja linear.

A continuidade do desenvolvimento do algoritmo de inferência reversa Fuzzy poderá providenciar uma técnica muito útil à soluções de outros problemas de raciocínio reverso, onde se busca a causa em função dos efeitos observados. Esta técnica pode ser usada em qualquer sistema de diagnóstico. Embora a proposta deste trabalho resolva o problema, a solução, se existente, é função da matriz utilizada. Um algoritmo que indique mudanças que possibilitem resultados, ou seja que permitam um aprendizado é uma grande contribuição.

VI.3. Observações finais

Este trabalho atinge o objetivo específico pretendido (citado no capítulo I). Peças poderão ser agrupadas por características geométricas e de manufatura, considerando a incerteza e indefinições que possam existir. Além destas características também podem ser usadas as informações de produção que estejam relacionadas na base de dados. Finalmente o sistema pode ser implementado gradativamente, crescendo a medida que

novas características tornem-se importantes para análises.

A análise de similaridades, como mostrada neste trabalho, é um exemplo clássico da necessidade de considerar informações de natureza quantitativa, qualitativa e informações não quantificáveis no projeto de sistemas. O homem está habilitado a analisar a informação incerta mas nem sempre consegue fornecer informações precisas e claras para as máquinas. A máquina pode gerar resultados precisos mas não é habilitada para analisar a informação incerta ou não quantificável. A metodologia apresentada aqui é uma proposta em que conceitos ou informações incertas e não quantificáveis podem ser analisadas, por computadores facilitando a interpretação do pensamento humano. Assim o sistema se insere na premissa atual de se desenvolver sistemas feitos pelo homem e para o homem ou os “*man-made anthropocentric systems*”.

Finalmente, a natureza multidisciplinar deste trabalho permitiu que vários artigos e resumos, sobre as diversas partes do assunto, fossem publicados e apresentados em importantes e diversificados eventos. Isto permite uma avaliação parcial deste trabalho de tal modo a comprovar a validade das propostas. Uma relação das publicações encontra-se no Anexo B.

ANEXO A - REVISÃO SOBRE LÓGICA FUZZY

Um conjunto difuso ou Fuzzy A de um universo E é caracterizado por uma função de pertinência $\mu_A: E \rightarrow [0,1]$ que associa para cada elemento x de E um número $\mu_A(x)$ no intervalo $[0,1]$ representando o grau de pertinência de x em A . A função $\mu_A(x)$ dá-se o nome de "função de pertinência" ou "membership" como é chamada na maioria das publicações no exterior.

$\mu_A(x)$ próximo de 1, indica que existe uma alta probabilidade de $x \in A$. Por outro lado $\mu_A(x)$ próximo de 0, indica uma baixa probabilidade de $x \in A$.

Considerando $A = \{[x, \mu_A(x)]\}$ com $x \in E$, existem duas possibilidades para um conjunto desta natureza: E ser finito ou infinito. Para o caso de E finito a representação é a (A.1) (elementos do universo) e (A.2) (funções de pertinência dos elementos do conjunto universo, para o caso em consideração).

$$E = [x_1, x_2, \dots, x_n] \quad (A.1)$$

$$A = \sum_{i=1}^n \mu_A(x_i) / x_i = \mu_A(x_1) / x_1 + \mu_A(x_2) / x_2 + \dots + \mu_A(x_n) / x_n \quad (A.2)$$

onde, o sinal + indica a operação OU ou união (não é a operação de soma aritmética). O sinal / é usado para se atribuir a pertinência do elemento.

Já para o caso de E ser infinito a representação é a (A.3).

$$A = \int_x \mu_A(x) / x \quad (A.3)$$

Na expressão (A.3) o sinal da integral indica a união dos elementos que compõem o conjunto que se está representando (significado também diferenciado de seu uso normal na matemática clássica).

Para o estudo sobre similaridades de peças os conjuntos analisados são de elementos discretos e finitos, e sobre esta ótica serão estudadas as propriedades analisadas nos próximos itens.

A.1. Álgebra dos conjuntos Fuzzy

Cabe neste item descrever sucintamente as operações e relações possíveis de se utilizar quando se está tratando com conjuntos Fuzzy, este fato é de extrema importância pois serve de base para qualquer algoritmo que utilize da teoria Fuzzy e que manipula seus conjuntos.

A.1.1. Equivalência

A equivalência entre dois conjuntos Fuzzy **A** e **B** pertencentes ao mesmo universo **E**, se dá quando ocorre (A.4).

$$A = B \Leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x), \forall x \in E \quad (\text{A.4})$$

A.1.2. Subconjunto Fuzzy

Diz-se que A é um subconjunto de B , quando ocorre (A.5).

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x), \forall x \in E \quad (\text{A.5})$$

Como exemplo pode-se citar, um caso hipotético, onde:

$$A = 0.3/x_1 + 0.6/x_2 + 0.3/x_3 + 0.4/x_4 \quad \text{e} \quad B = 0.5/x_1 + 0.9/x_2 + 0.6/x_3 + 0.5/x_4$$

como pode-se notar $A \subseteq B$.

A.1.3. Complemento

O complemento de um conjunto Fuzzy A indicado por \bar{A} é definido por (A.6).

$$\bar{A} \Leftrightarrow \mu_{\bar{A}} = 1 - \mu_A(x), \forall x \in E \quad (\text{A.6})$$

Como exemplo se $E = [1, 2, 3, \dots, 10]$ e $A = [0.8/3 + 0.5/5 + 0.2/7]$ o complemento de A é:

$$\bar{A} = [1/1 + 1/2 + 0.2/3 + 1/4 + 0.5/5 + 1/6 + 0.8/7 + 1/8 + 1/9 + 1/10]$$

A.1.4. Conjunto vazio e conjunto total

O conjunto vazio representado por \emptyset , significa que todos os elementos possuem pertinência zero, que é descrito por (A.7).

$$\emptyset \Leftrightarrow \mu_{\emptyset}(x) = 0, \forall x \in E \quad (\text{A.7})$$

O conjunto total é o que possui todos os elementos do universo E , com pertinências todas iguais a 1, que é descrito por (A.8).

$$E \Leftrightarrow \mu_E(x) = 1, \forall x \in E \quad (\text{A.8})$$

A.1.5. Reunião

Nesta operação comum em qualquer problema de conjuntos, na lógica Fuzzy pode ser realizada de diversas maneiras, sendo que a mais utilizada na prática é baseada na lógica de Zadeh.

A união de dois conjuntos Fuzzy é representada por “ \cup ”. No caso citado como mais comum (Zadeh), as funções de pertinência são calculadas de acordo com (A.9).

$$A \cup B \Leftrightarrow \mu_{A \cup B}(x) = \max [\mu_A(x), \mu_B(x)], \forall x \in E \quad (\text{A.9})$$

Uma maneira, também utilizada, para representar as operações de **max** e **min**, é através dos símbolos “ \vee ” para **max** e “ \wedge ” para **min**. Para esta representação tem-se as igualdades (A.10) e (A.11).

$$\max [\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) \quad (\text{A.10})$$

$$\min [\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) \quad (\text{A.11})$$

A.1.6. Interseção

A interseção de dois conjuntos difusos **A** e **B** do universo **E** é denotada por $A \cap B$, com funções de pertinência também dependentes da lógica utilizada, como no caso da operação de união. Esta relação é descrita por (A.12).

$$A \cap B \Leftrightarrow \mu_{A \cap B}(x) = \min [\mu_A(x), \mu_B(x)], \forall x \in E \quad (\text{A.12})$$

A.1.7. Soma exclusiva

A soma exclusiva “ \oplus ” de dois conjuntos difusos **A** e **B** do universo **E** é denotada por (A.13).

$$A \oplus B = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B) \quad (\text{A.13})$$

A.1.8. Produto algébrico

O produto algébrico “ \cdot ” de dois conjuntos difusos **A** e **B** do universo **E** é denotada pelo produto das pertinências dos elementos de cada conjunto, calculado por (A.14).

$$AB = \mu_{AB}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \quad \forall x \in E \quad (\text{A.14})$$

A.1.9. Diferença Absoluta

A operação de diferença absoluta “-” é denotada pela relação (A.15) entre as pertinências dos elementos de dois conjuntos difusos.

$$|A-B| = \mu_{|A-B|}(x) = |\mu_A(x) - \mu_B(x)| \quad \forall x \in E \quad (\text{A.15})$$

A.1.10. Soma algébrica

A operação de soma algébrica “+” é dada por (A.16).

$$A+B \Leftrightarrow \mu_{A+B}(x) = \mu_A + \mu_B - \mu_A \cdot \mu_B \quad \forall x \in E \quad (\text{A.16})$$

A.2. Propriedades dos conjuntos Fuzzy

As principais propriedades relativas aos conjuntos Fuzzy são relacionadas a seguir.

- $\emptyset \subseteq A \subseteq E$;
- *Reflexiva*: $A \subseteq A$;
- *Igualdade*: Se $A \subseteq B$ e $B \subseteq A \Rightarrow A = B$;
- *Transitiva*: Se $A \subseteq B$ e $B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$;
- *Comutativa*: $A \cup B = B \cup A$ e $A \cap B = B \cap A$;
- *Absorção*: $A \cup (A \cap B) = A$ e $A \cap (A \cup B) = A$;
- *Distributiva*: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ e

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C);$$

- **Lei de Morgan:** $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ e $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$;
- **Identidade:** $A \cup U = U$ e $A \cap U = A$; $A \cup \emptyset = A$ e $A \cap \emptyset = \emptyset$;
- **Negação da complementaridade:** em geral $A \cup \bar{A} \neq E$ e $A \cap \bar{A} \neq \emptyset$
- $A \cdot A \subseteq A$ e $A \dot{+} A \supseteq A$;
- $A \cdot B = B \cdot A$ e $A \dot{+} B = B \dot{+} A$;
- $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$ e $(A \dot{+} B) \dot{+} C = A \dot{+} (B \dot{+} C)$;
- $A \cdot (A \dot{+} B) \subseteq A$ e $A \dot{+} (A \cdot B) \supseteq A$;
- $A \cdot (B \dot{+} C) \subseteq AB \dot{+} AC$ e $A \dot{+} (B \cdot C) \supseteq (A \dot{+} B) \cdot (A \dot{+} C)$;
- $\overline{A \cdot B} = \bar{A} \dot{+} \bar{B}$ e $\overline{A \dot{+} B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$;
- $A \cdot \emptyset = \emptyset$ e $A \cdot E = A$;
- $A \dot{+} \emptyset = A$ e $A \dot{+} E = E$;
- $A \cdot \bar{A} \supseteq \emptyset$ e $A \dot{+} \bar{A} \subseteq E$;
- $A \cdot B \subseteq A \cap B$ e $A \dot{+} B \supseteq A \cup B$;
- $A \cdot (B \cup C) = (A \cdot B) \cup (A \cdot C)$ e $A \cdot (B \cap C) = (A \cdot B) \cap (A \cdot C)$;
- $A \dot{+} (B \cup C) = (A \dot{+} B) \cup (A \dot{+} C)$;
- $A \dot{+} (B \cap C) = (A \dot{+} B) \cap (A \dot{+} C)$;
- $A \cup (B \cdot C) \supseteq (A \cup B) \cdot (A \cup C)$;
- $A \cap (B \cdot C) \supseteq (A \cap B) \cdot (A \cap C)$;
- $A \cup (B \dot{+} C) \subseteq (A \cup B) \dot{+} (A \cup C)$;
- $A \cap (B \dot{+} C) \subseteq (A \cap B) \dot{+} (A \cap C)$;

A.3. Relações Fuzzy

Normalmente se está interessado na relação entre entradas e saídas de um sistema. Até agora trabalhou-se com um único universo (E) e com conjuntos pertencentes a ele. Para relacionar conjuntos Fuzzy, por exemplo A e B , de universos diferentes $E1$ e $E2$, é que se faz uso das relações Fuzzy. A relação entre A e B utiliza o conceito da declaração condicional Fuzzy, que tem a implicação linguística $A \Rightarrow B$ (se A então B). A relação entre A e B , também chamada de relação de implicação R , é expressa em termos do produto cartesiano dos conjuntos A e B , representada por (A.17).

$$R = A \times B \quad (A.17)$$

Para conjuntos finitos, uma função de pertinência comumente usada é definida por (A.18).

$$\mu_R(x,y) = \mu_{A \times B}(x,y) = \min [\mu_A(x), \mu_B(y)], \quad x \in E1 \text{ e } y \in E2 \quad (A.18)$$

Esta relação Fuzzy também pode ser expressa em forma matricial, como se mostra na Figura A 1.

$$R = \begin{bmatrix} \mu_R(x1,y1) & \mu_R(x1,y2) & \dots & \mu_R(x1,yn) \\ \mu_R(x2,y1) & \mu_R(x2,y2) & \dots & \mu_R(x2,yn) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mu_R(xm,y1) & \mu_R(xm,y2) & \dots & \mu_R(xm,yn) \end{bmatrix}$$

Figura A 1 - Forma matricial de uma relação Fuzzy

Uma declaração condicional Fuzzy pode consistir de conjuntos difusos de mais de dois universos diferentes.

Como no caso de conjuntos, as relações Fuzzy, também possuem sua álgebra, que segue o mesmo raciocínio anterior, mas por questão de nomenclatura, simbologia e importância para o desenvolvimento da metodologia será discutida a seguir.

A.3.1. Notações importantes

Seja P o conjunto de n elementos e M as funções de pertinências possíveis; uma relação Fuzzy é um subconjunto Fuzzy de P , tomando os valores em M . Por exemplo, sejam dois espaços definidos em (A.19) e (A.20), e (A.21) o intervalo possível para as pertinências dos elementos da relação entre $E1$ e $E2$.

$$E1 = \{x1, x2, x3\} \quad (A.19)$$

$$E2 = \{y1, y2, y3, y4, y5\} \quad (A.20)$$

$$M = [0, 1] \quad (A.21)$$

A Figura A 2, mostra uma relação Fuzzy de duas dimensões entre elementos de $E1$ X $E2$.

$$\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0.3 & 1 \\ 0 & 0.8 & 0 & 0 & 1 \\ 0.4 & 0.4 & 0.5 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}$$

Figura A 2 - Relação Fuzzy de duas dimensões

Como notação, uma relação Fuzzy de duas dimensões em $E1$ X $E2$ pode ser escrita como mostrado em (A.22).

$$x \in E_1, y \in E_2: xRy \quad (\text{A.22})$$

Os símbolos usados muito comumente na relação MAX-MIN, são:

- \bigvee_x máximo com relação a um elemento ou variável x ;
- \bigwedge_x mínimo com relação a um elemento ou variável x ;

Assim, escrever como (A.23) é equivalente a (A.24).

$$\mu_1(x) = \bigvee_y \mu(x, y) \quad (\text{A.23})$$

$$\mu_1(x) = \max_y \mu(x, y) \quad (\text{A.24})$$

A mesma equivalência existe entre (A.25) e (A.26)

$$\mu_1(x) = \bigwedge_y \mu(x, y) \quad (\text{A.25})$$

$$\mu_1(x) = \min_y \mu(x, y) \quad (\text{A.26})$$

A.3.2. União de duas relações

A união de duas relações R e S , representada por $R \cup S$, é uma relação que pode ser definida por (A.27) ou (A.28).

$$\mu_{R \cup S}(x, y) = \mu_R(x, y) \vee \mu_S(x, y) \quad (\text{A.27})$$

$$\mu_{R \cup S}(x, y) = \max[\mu_R(x, y), \mu_S(x, y)] \quad (\text{A.28})$$

Se $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ são relações, a união entre elas é dada por (A.29).

$$\mu_{R_1 \cup R_2 \cup \dots \cup R_n}(x, y) = \bigvee_{R_i} \mu_{R_i}(x, y) \quad (\text{A.29})$$

Nota-se ainda, as representações (A.30) e (A.31) para designar a união entre relações.

$$R = \bigcup_i R_i \quad (\text{A.30})$$

ou

$$R = \sum_i R_i \quad (\text{A.31})$$

Um exemplo da operação de união, pode ser visto na Figura A 3.

$$R = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 & 1 & 0 \\ 0.8 & 1 & 0 & 0.2 \\ 0.5 & 0 & 0.4 & 0 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 & 0.7 & 0 \\ 0.1 & 0.8 & 1 & 1 \\ 0.6 & 0.9 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$$

$$R \cup S = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 & 1 & 0 \\ 0.8 & 1 & 1 & 1 \\ 0.6 & 0.9 & 0.4 & 0.2 \end{bmatrix}$$

Figura A 3 - União entre duas relações

A.3.3. Interseção de duas relações

A interseção de duas relações R e S , representada por $R \cap S$, é uma relação que pode ser definida por (A.32) ou (A.33).

$$\mu_{R \cap S}(x, y) = \mu_R(x, y) \wedge \mu_S(x, y) \quad (A.32)$$

$$\mu_{R \cap S}(x, y) = \min[\mu_R(x, y), \mu_S(x, y)] \quad (A.33)$$

Se $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ são relações, a interseção entre elas é dada por (A.34).

$$\mu_{R_1 \cap R_2 \cap \dots \cap R_n}(x, y) = \bigwedge_{R_i} \mu_{R_i}(x, y) \quad (A.34)$$

Nota-se ainda, a representação (A.35) para designar a interseção entre relações.

$$R = \bigcap_i R_i \quad (A.35)$$

Por exemplo, o resultado da operação de interseção para as relações R e S da Figura A 3, é mostrado na Figura A 4.

$$R \cap S = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 & 0.7 & 0 \\ 0.1 & 0.8 & 0 & 0.2 \\ 0.5 & 0 & 0.3 & 0 \end{bmatrix}$$

Figura A 4 - Interseção entre duas relações

A.3.4. Produto algébrico de duas relações

A definição do produto algébrico de duas relações R e S é representada pela expressão (A.36).

$$\mu_{R.S}(x, y) = \mu_R(x, y) \cdot \mu_S(x, y) \quad (A.36)$$

Para o mesmo exemplo da Figura A 3, o resultado da operação produto algébrico é

mostrado na Figura A 5.

$$R.S = \begin{bmatrix} 0.09 & 0 & 0.7 & 0 \\ 0.08 & 0.8 & 0 & 0.2 \\ 0.3 & 0 & 0.12 & 0 \end{bmatrix}$$

Figura A 5 - Produto algébrico entre duas relações

A.3.5. Distributividade

As propriedades de distributividade, quanto as operações de união, interseção e produto algébrico são dadas por (A.37), (A.38), (A.39) e (A.40).

$$R \cap (S \cup T) = (R \cap S) \cup (R \cap T) \quad (\text{A.37})$$

$$R \cup (S \cap T) = (R \cup S) \cap (R \cup T) \quad (\text{A.38})$$

$$R.(S \cup T) = (R.S) \cup (R.T) \quad (\text{A.39})$$

$$R.(S \cap T) = (R.S) \cap (R.T) \quad (\text{A.40})$$

A.3.6. Soma algébrica de duas relações

A definição de soma algébrica de duas relações R e S , representada por $R+S$, é mostrada em (A.41).

$$\mu_{R+S}(x,y) = \mu_R(x,y) + \mu_S(x,y) - \mu_R(x,y) \cdot \mu_S(x,y) \quad (\text{A.41})$$

Na expressão (A.41), os sinais +, - e ., indicam as operações ordinárias de soma,

subtração e multiplicação. O exemplo da Figura A 3 é novamente calculado para esta operação, e o resultado pode ser visto na Figura A 6.

$$R+S = \begin{bmatrix} 0.51 & 0.2 & 1 & 0 \\ 0.82 & 1 & 1 & 1 \\ 0.8 & 0.9 & 0.58 & 0.2 \end{bmatrix}$$

Figura A 6 - Soma algébrica entre duas relações

Para esta operação, as propriedades de distributividade são dadas por (A.42) e (A.43).

$$R+(S \cup T) = (R+S) \cup (R+T) \tag{A.42}$$

$$R+(S \cap T) = (R+S) \cap (R+T) \tag{A.43}$$

A.3.7. Complemento de uma relação

O complemento de uma relação R , chamado de \bar{R} , é uma operação definida por (A.44).

$$\forall (x,y) \in E_1 \times E_2 \quad \mu_{\bar{R}}(x,y) = 1 - \mu_R(x,y) \tag{A.44}$$

Um exemplo de complemento de uma relação pode ser visto na Figura A 7.

$$R = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0 \\ 0.5 & 0 & 1 & 0.9 \\ 0.4 & 0 & 0.1 & 0.8 \end{bmatrix} \quad \bar{R} = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.6 & 0.8 & 1 \\ 0.5 & 1 & 0 & 0.1 \\ 0.6 & 1 & 0.9 & 0.2 \end{bmatrix}$$

Figura A 7 - Complemento de uma relação

A.3.8. Soma exclusiva de duas relações

A definição de soma exclusiva de duas relações R e S , representada por $R \oplus S$, é mostrada em (A.45).

$$R \oplus S = (R \cap \bar{S}) \cup (\bar{R} \cap S) \quad (\text{A.45})$$

Um exemplo desta operação, pode ser visto na Figura A 8.

$$\begin{aligned}
 R &= \begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0 \\ 0.1 & 1 & 0.8 \end{bmatrix} & S &= \begin{bmatrix} 0.2 & 0.6 & 1 \\ 0.8 & 0 & 0.2 \end{bmatrix} \\
 \bar{R} &= \begin{bmatrix} 0 & 0.7 & 1 \\ 0.9 & 0 & 0.2 \end{bmatrix} & \bar{S} &= \begin{bmatrix} 0.8 & 0.4 & 0 \\ 0.2 & 1 & 0.8 \end{bmatrix} \\
 R \cap \bar{S} &= \begin{bmatrix} 0.8 & 0.3 & 0 \\ 0.1 & 1 & 0.8 \end{bmatrix} & \bar{R} \cap S &= \begin{bmatrix} 0 & 0.6 & 1 \\ 0.9 & 0 & 0.2 \end{bmatrix} \\
 R \oplus S &= \begin{bmatrix} 0.8 & 0.6 & 1 \\ 0.8 & 1 & 0.8 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Figura A 8 - Soma exclusiva entre duas relações

A.3.9. Relação de fechamento ordinário a uma relação Fuzzy

Sendo R uma relação Fuzzy, uma relação de fechamento ordinário pode ser dado pelas expressões definidas em (A.46).

$$\begin{aligned}
 \mu_{\underline{R}}(x, y) &= 0 && \text{se } \mu_R(x, y) < 0.5 \\
 \mu_{\underline{R}}(x, y) &= 1 && \text{se } \mu_R(x, y) > 0.5 \\
 \mu_{\underline{R}}(x, y) &= 0 \text{ ou } 1 && \text{se } \mu_R(x, y) = 0.5
 \end{aligned}
 \tag{A.46}$$

Por convenção utiliza-se a relação indicada em (A.47).

$$\mu_R(x, y) = 0.5 \Rightarrow \mu_{\underline{R}}(x, y) = 0
 \tag{A.47}$$

A Figura A 9 ilustra como obter a relação de fechamento ordinário de uma relação Fuzzy, baseado nas definições de (A.46). Se não se convencionar a expressão (A.47), quando existe função de pertinência igual a 0,5, duas relações de fechamento são possíveis.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.2 & 1 & 0 & 0.8 \\ 0.5 & 0.4 & 0 & 0.6 & 0.9 & 0.1 \\ 0.6 & 1 & 0.8 & 0 & 0 & 0.7 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura A 9 - Relação de fechamento ordinário

A.4. Composição entre duas relações Fuzzy

A.4.1. Composição MAX-MIN

Sendo a relação $R1 \subset X \times Y$ e $R2 \subset Y \times Z$, a composição MAX-MIN de $R1$ e $R2$, representada por $R2 \circ R1$ é calculada pela expressão (A.48) ou (A.49).

$$\mu_{R2 \circ R1}(x, z) = \bigvee_y \left[\mu_{R1}(x, y) \wedge \mu_{R2}(y, z) \right] \quad (\text{A.48})$$

$$\mu_{R2 \circ R1}(x, z) = \max_y \left[\min \left(\mu_{R1}(x, y), \mu_{R2}(y, z) \right) \right] \quad (\text{A.49})$$

Nas expressões (A.48) e (A.49) $x \in X$, $y \in Y$ e $z \in Z$. Um exemplo desta composição é mostrado na Figura A 10.

$$R1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 & 1 & 0.7 \\ 0.3 & 0.5 & 0 & 0.2 & 1 \\ 0.8 & 0 & 1 & 0.4 & 0.3 \end{bmatrix} \quad R2 = \begin{bmatrix} 0.9 & 0 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 1 & 0.8 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0.7 & 1 \\ 0.4 & 0.2 & 0.3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.8 \end{bmatrix}$$

$$R2 \circ R1 = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.7 & 0.3 & 0.7 \\ 0.3 & 1 & 0.5 & 0.8 \\ 0.8 & 0.3 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura A 10 - Composição MAX-MIN

Na Figura A 10 a relação $R_1 \subset X \times Y$, onde:

$$X = \{x_1, x_2, x_3\} \text{ e } Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5\}$$

A relação $R_2 \subset Y \times Z$ onde:

$$Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5\} \text{ e } Z = \{z_1, z_2, z_3, z_4\}$$

Para melhor entender o exemplo da Figura A 10, o cálculo de (x_1, z_1) da composição $R_2 \circ R_1$ é mostrado a seguir.

$$\min [\mu_{R_1}(x_1, y_1), \mu_{R_2}(y_1, z_1)] = \min (0.1; 0.9) = 0.1;$$

$$\min [\mu_{R_1}(x_1, y_2), \mu_{R_2}(y_2, z_1)] = \min (0.2; 0.2) = 0.2;$$

$$\min [\mu_{R_1}(x_1, y_3), \mu_{R_2}(y_3, z_1)] = \min (0; 0.8) = 0;$$

$$\min [\mu_{R_1}(x_1, y_4), \mu_{R_2}(y_4, z_1)] = \min (1; 0.4) = 0.4;$$

$$\min [\mu_{R_1}(x_1, y_5), \mu_{R_2}(y_5, z_1)] = \min (0.7; 0) = 0;$$

$$\mu(x_1, z_1) = \max_{y_i} \left[\min(\mu_{R_1}(x_1, y_i), \mu_{R_2}(y_i, z_1)) \right] = \max(0.1; 0.2; 0; 0.4; 0);$$

$$\mu(x_1, z_1) = 0.4.$$

A composição MAX-MIN é associativa, que é a propriedade mostrada em (A.50).

$$(R_3 \circ R_2) \circ R_1 = R_3 \circ (R_2 \circ R_1) \quad (A.50)$$

Também pode-se tomar as representações (A.51), (A.52) e (A.53), para operações de composição com uma relação R .

$$R \circ R = R^2 \quad (A.51)$$

$$R \circ R^2 = R^2 \circ R = R^3 \quad (\text{A.52})$$

$$R \circ R \circ \dots \circ R = R^K \quad (\text{A.53})$$

Na expressão (A.53), K é o número de vezes que se repete R . A composição MAX-MIN é distributiva com relação à operação de união, mas não é com relação à interseção, isto é explicitado através de (A.54) e (A.55).

$$R \circ (S \cup T) = (R \circ S) \cup (R \circ T) \quad (\text{A.54})$$

$$R \circ (S \cap T) \neq (R \circ S) \cap (R \circ T) \quad (\text{A.55})$$

Outra propriedade importante é a (A.56).

$$S \subset T \Rightarrow R \circ S \subset R \circ T \quad (\text{A.56})$$

A.4.2. Subconjunto ordinário de um nível α em uma relação Fuzzy

Sendo $\alpha \in [0,1]$, chama-se subconjunto ordinário do nível α a relação Fuzzy $R \subset X \times Y$, o subconjunto ordinário " G_α " definido por (A.57).

$$G_\alpha = \{(x,y) \mid \mu_R(x,y) \geq \alpha\} \quad (\text{A.57})$$

Um exemplo pode ser visto para a matriz da Figura A 11, onde:

$$G_{0,8} = \{(x_1,y_2); (x_1,y_3); (x_2,y_2); (x_2,y_4); (x_3,y_1)\}.$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.8 & 1 & 0 \\ 0.5 & 1 & 0.3 & 0.9 \\ 1 & 0.2 & 0.6 & 0.7 \end{bmatrix}$$

Figura A 11 - Relação R

Pode-se também definir um subconjunto ordinário G_α com ajuda da relação ordinária R_α , tal que obedeça as relações de (A.58).

$$\begin{cases} \mu_{R_\alpha}(x,y) = 1 & \text{se } \mu_R(x,y) \geq \alpha \\ \mu_{R_\alpha}(x,y) = 0 & \text{se } \mu_R(x,y) < \alpha \end{cases} \quad (\text{A.58})$$

Reconsiderando o exemplo da Figura A 11, temos dois casos para $\alpha = 0.4$ e $\alpha = 0.7$, representado na Figura A 12.

$$R_{0.4} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad R_{0.7} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura A 12 - Subconjuntos ordinários

Uma importante propriedade é a da expressão (A.59).

$$\alpha_1 \geq \alpha_2 \Rightarrow G_{\alpha_1} \subset G_{\alpha_2} \quad (\text{A.59})$$

Outro importante teorema é o da decomposição, palavra que não está relacionada com a operação de composição apresentada anteriormente. Este teorema pode ser sintetizado através de (A.60) e (A.61).

$$R = \bigvee_{\alpha} \alpha \cdot R_{\alpha} \quad 0 < \alpha \leq 1 \tag{A.60}$$

$$\begin{aligned} \mu_{R_{\alpha}}(x,y) &= 1 && \text{se } \mu_R(x,y) \geq \alpha \\ \mu_{R_{\alpha}}(x,y) &= 0 && \text{se } \mu_R(x,y) < \alpha \end{aligned} \tag{A.61}$$

Em (A.60) todos elementos da relação ordinária R_{α} são multiplicados por α . Um exemplo pode ser visto na Figura A 13.

$$R = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.8 & 1 & 0 \\ 0.5 & 1 & 0.3 & 0.9 \\ 1 & 0.2 & 0.6 & 0.7 \end{bmatrix} =$$

$$\bigvee \left(\begin{array}{l} 0.2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; 0.3 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}; \\ 0.5 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}; 0.6 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}; \\ 0.7 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; 0.8 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\ 0.9 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; 1 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \right)$$

Figura A 13 - Subconjuntos ordinários de níveis que compõem uma relação R

A.4.3. Composição das relações de fechamento ordinário

Chamando de \underline{R} uma relação de fechamento ordinário da relação R , a implicação de

(A.62) é verdadeira.

$$R_2 \circ R_1 = R \Rightarrow \underline{R_2} \circ \underline{R_1} = \underline{R} \quad (A.62)$$

Na expressão (A.62), o símbolo “o” representa a operação MAX-MIN. O exemplo da Figura A 14 mostra esta propriedade.

$$R_2 \circ R_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 & 1 & 0.7 \\ 0.3 & 0.5 & 0 & 0.2 & 1 \\ 0.8 & 0 & 1 & 0.4 & 0.3 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 0.9 & 0 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 1 & 0.8 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0.7 & 1 \\ 0.4 & 0.2 & 0.3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.7 & 0.3 & 0.7 \\ 0.3 & 1 & 0.5 & 0.8 \\ 0.8 & 0.3 & 0.7 & 1 \end{bmatrix} = R$$

$$\underline{R_2} \circ \underline{R_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \underline{R}$$

Figura A 14 - Composição de relação de fechamento ordinário para nível de corte igual a 0.7

A.5. Propriedades das relações binárias Fuzzy

Aqui serão considerados os casos onde em uma relação R , $E1=E2=E$ e $M=[0,1]$. A matriz da Figura A 15 representa um exemplo de uma relação $E \times E$.

$$\begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 1 & 0.8 \\ 0.8 & 0.3 & 0 & 0.7 & 1 \\ 0.8 & 0.3 & 0.2 & 0 & 0.9 \\ 0.6 & 0 & 1 & 0.5 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 1 & 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}$$
Figura A 15 - Exemplo de relação $E \times E$

A seguir serão examinadas as principais propriedades das relações Fuzzy.

A.5.1. Simetria

Uma relação binária Fuzzy simétrica é definida pela expressão (A.63).

$$\forall (x, y) \in E \times E: \mu_R(x, y) = \mu \Rightarrow \mu_R(y, x) = \mu \quad (\text{A.63})$$

Um exemplo de relação simétrica pode ser visto na Figura A 16.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0 & 0.1 & 0.9 \\ 0.1 & 1 & 0.2 & 0.3 & 0.4 \\ 0 & 0.2 & 0.8 & 0.8 & 1 \\ 0.1 & 0.3 & 0.8 & 0.7 & 1 \\ 0.9 & 0.4 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Figura A 16 - Exemplo de relação simétrica

Um outro exemplo, que se pode pensar para simetria, é se X e Y pertencem ao conjunto dos números reais, a relação Y esta próximo de X , é uma relação simétrica. O que for usado para expressar a proximidade entre Y e X é o mesmo que entre X e Y .

A.5.2. Reflexividade

Esta propriedade é definida por (A.64).

$$\forall (x, x) \in ExE: \mu_R(x, x) = 1 \tag{A.64}$$

Um exemplo de reflexividade pode ser visto na Figura A 17.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.2 & 0.3 \\ 0 & 1 & 0.1 & 1 \\ 0.2 & 0.7 & 1 & 0.4 \\ 0 & 1 & 0.4 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura A 17 - Exemplo de reflexividade

O exemplo citado, como "Y esta próximo de X", além de simétrico também é reflexivo.

A.5.3. Transitividade

Sendo $x, y, z \in R$, a relação que define a propriedade de transitividade de uma relação Fuzzy é dada pela expressão (A.65) ou (A.66).

$$\forall (x, y), (y, z) \in ExE:$$

$$\mu_R(x, z) \geq \bigvee_y [\mu_R(x, y) \wedge \mu_R(y, z)] \tag{A.65}$$

$$\mu_R(x, z) \geq \max_y [\min(\mu_R(x, y), \mu_R(y, z))] \tag{A.66}$$

Um exemplo de transitividade, ou relação transitiva, é a Figura A 18.

$$\begin{bmatrix} 0.2 & 1 & 0.4 & 0.4 \\ 0 & 0.6 & 0.3 & 0 \\ 0 & 1 & 0.3 & 0 \\ 0.1 & 1 & 1 & 0.1 \end{bmatrix}$$

Figura A 18 - Exemplo de relação transitiva

Para verificação completa, se a relação da Figura A 18 é transitiva, são necessárias 16×4 operações. Se a matriz é $n \times n$, são necessárias n^3 operações para verificar a transitividade, a menos que haja alguma regra ou algoritmo que possa minimizar este número de operações.

O cálculo para verificar a transitividade, para a matriz da Figura A 18, é obtido com a composição $R \circ R$, que é a composição MAX-MIN. A relação obtida, R^2 deve ser menor ou igual a R . A comprovação da transitividade da matriz da Figura A 58 é mostrada na Figura A 19.

$$R \circ R = \begin{bmatrix} 0.2 & 1 & 0.4 & 0.4 \\ 0 & 0.6 & 0.3 & 0 \\ 0 & 1 & 0.3 & 0 \\ 0.1 & 1 & 1 & 0.1 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 0.2 & 1 & 0.4 & 0.4 \\ 0 & 0.6 & 0.3 & 0 \\ 0 & 1 & 0.3 & 0 \\ 0.1 & 1 & 1 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$R^2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.6 & 0.4 & 0.2 \\ 0 & 0.6 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0.6 & 0.3 & 0 \\ 0.1 & 1 & 0.3 & 0.1 \end{bmatrix} \Rightarrow R \geq R^2$$

Figura A 19 - Comprovação da transitividade da matriz da Figura A 18

Outros exemplos de relações Fuzzy transitivas podem ser:

- Y é muito maior que X;
- A é mais claro que B;
- X é uma distância relativa de Y.

Por outro lado a relação “X é semelhante a Y” não é transitiva. Pode se ter “X semelhante a Y” e “Y é semelhante a Z”, sem necessariamente ter que “X é semelhante a Z”. Este fato é muito importante, pois é o que pode ocorrer na formação de famílias de peças, e devido a este fato será detalhado como operar com "semelhança". Para isto é necessário obter a partir de uma relação R Fuzzy uma outra relação que tenha propriedade de ser transitiva.

A.6. Fechamento Transitivo de uma relação binária Fuzzy

Sendo R uma relação Fuzzy em $E \times E$, tem-se que $R^2 = R \circ R$, que pode ser obtido por (A.67) ou (A.68), que são expressões equivalentes.

$$\mu_{R^2}(x, z) = \bigvee_y [\mu_R(x, y) \wedge \mu_R(y, z)] \quad (\text{A.67})$$

$$\mu_{R^2}(x, z) = \max_y [\min(\mu_R(x, y), \mu_R(y, z))] \quad (\text{A.68})$$

As propriedades (A.65) e (A.66) que definem a transitividade podem ser representadas da maneira descrita em (A.69).

$$R \circ R \subset R \quad (A.69)$$

Supondo (A.70) e (A.71), tem-se evidentemente (A.72).

$$R^2 \subset R \quad (A.70)$$

$$R^{k+1} \subset R^k \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (A.71)$$

$$R^k \subset R \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (A.72)$$

Chama-se fechamento transitivo de uma relação binária Fuzzy " \hat{R} " o cálculo mostrado em (A.73).

$$\hat{R} = R \cup R^2 \cup R^3 \cup R^4 \cup \dots \quad (A.73)$$

E tem-se assim o teorema "*o fechamento transitivo de uma relação binária Fuzzy é uma relação transitiva binária*", que é fácil de provar, pois de acordo com (A.73), pode-se escrever (A.74).

$$\hat{R}^2 = \hat{R} \circ \hat{R} = R^2 \cup R^3 \cup R^4 \cup \dots \quad (A.74)$$

Comparando-se (A.74) com (A.73), tem-se (A.75) que comprova a transitividade de \hat{R} .

$$\hat{R}^2 \subset \hat{R} \quad (A.75)$$

Importantes propriedades são as (A.76) e (A.77).

$$(R \supset R^2) \Leftrightarrow (R = \hat{R}) \Rightarrow R \text{ é transitiva} \quad (A.76)$$

$$(R = R^2) \Leftrightarrow (R = \hat{R}) \Rightarrow R \text{ é transitiva} \quad (A.77)$$

Com o teorema apresentado é possível construir uma relação transitiva de qualquer relação Fuzzy.

Outro teorema de interesse é que para qualquer relação binária Fuzzy, se tem algum k que (A.78) é observado, tem-se (A.79).

$$R^{k+1} = R^k \tag{A.78}$$

$$\hat{R} = R \cup R^2 \cup \dots \cup R^k \tag{A.79}$$

É provado que em uma relação $R \subset E \times E$, onde E é finito e de dimensão n , então tem-se (A.80).

$$\hat{R} = R \cup R^2 \cup \dots \cup R^n \tag{A.80}$$

E para (A.80), devido a (A.71), existe k tal que $k \leq n$.

Como exemplo de fechamento transitivo tem-se o caso da Figura A 20, onde \hat{R} representa o fechamento transitivo para a relação R . A Figura A 21 comprova que $\hat{R}^2 \subset \hat{R}$.

$$R = \begin{bmatrix} 0.8 & 1 & 0.1 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}, R^2 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.8 & 0.1 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}, R^3 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.8 & 0.1 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{R} = R \cup R^2 = \begin{bmatrix} 0.8 & 1 & 0.1 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0.2 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} 0.8 & 0.8 & 0.1 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 & 1 & 0.1 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$$

Figura A 20 - Cálculo do fechamento transitivo

$$\hat{R}^2 = \hat{R} \circ \hat{R} = \begin{bmatrix} 0.8 & 1 & 0.1 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 0.8 & 1 & 0.1 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.8 & 0.1 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$$

Figura A 21- Comprovação da transitividade de \hat{R}

A Figura A 22 ilustra um caso em que R é transitiva, caso que comprova $\hat{R} = R$.

$$R = \begin{bmatrix} 0.2 & 1 & 0.4 \\ 0 & 0.6 & 0.3 \\ 0 & 1 & 0.3 \end{bmatrix}, R^2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.6 & 0.3 \\ 0 & 0.6 & 0.3 \\ 0 & 0.6 & 0.3 \end{bmatrix}, R^3 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.6 & 0.3 \\ 0 & 0.6 & 0.3 \\ 0 & 0.6 & 0.3 \end{bmatrix}$$

$$\hat{R} = R \cup R^2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 1 & 0.4 \\ 0 & 0.6 & 0.3 \\ 0 & 1 & 0.3 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} 0.2 & 0.6 & 0.3 \\ 0 & 0.6 & 0.3 \\ 0 & 0.6 & 0.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2 & 1 & 0.4 \\ 0 & 0.6 & 0.3 \\ 0 & 1 & 0.3 \end{bmatrix} = R$$

Figura A 22 - Caso em que $\hat{R} = R$.

Para o caso da relação $R \subset E \times E$, onde E é finito, não existem somente casos favoráveis quanto ao fechamento transitivo, e com a propriedade (A.78). Para entender melhor o que acontece, a Figura A 23 ilustra um caso onde não acontece a propriedade (A.78).

No exemplo da Figura A 23 para a relação R é calculado sucessivamente R^2, R^3, \dots e verifica-se que não há convergência, não existe um valor de $R^{k+1} = R^k$. Mas devido a (A.80), pode-se parar com $k = 3$, e obter \hat{R} .

Neste exemplo, verifica-se que para $k > 3$, tem-se (A.81) e (A.82).

$$\begin{array}{l}
 R = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.6 & 0.2 \\ 1 & 0.2 & 0.7 \\ 0 & 0.8 & 0.1 \end{bmatrix} \quad R^2 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.3 & 0.6 \\ 0.3 & 0.7 & 0.2 \\ 0.8 & 0.2 & 0.7 \end{bmatrix} \quad R^3 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.6 & 0.3 \\ 0.7 & 0.3 & 0.7 \\ 0.3 & 0.7 & 0.2 \end{bmatrix} \quad R^4 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.3 & 0.6 \\ 0.3 & 0.7 & 0.2 \\ 0.8 & 0.2 & 0.7 \end{bmatrix} \\
 R^5 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.6 & 0.3 \\ 0.7 & 0.3 & 0.7 \\ 0.3 & 0.7 & 0.2 \end{bmatrix} \quad R^6 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.3 & 0.6 \\ 0.3 & 0.7 & 0.2 \\ 0.8 & 0.2 & 0.7 \end{bmatrix} \quad R^7 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.6 & 0.3 \\ 0.7 & 0.3 & 0.7 \\ 0.3 & 0.7 & 0.2 \end{bmatrix} \quad R^8 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.3 & 0.6 \\ 0.3 & 0.7 & 0.2 \\ 0.8 & 0.2 & 0.7 \end{bmatrix} \\
 R^3 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.6 & 0.3 \\ 0.7 & 0.3 & 0.7 \\ 0.3 & 0.7 & 0.2 \end{bmatrix} \quad R^4 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.3 & 0.6 \\ 0.3 & 0.7 & 0.2 \\ 0.8 & 0.2 & 0.7 \end{bmatrix} \dots\dots\dots \hat{R} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 1 & 0.7 & 0.7 \\ 0.8 & 0.8 & 0.7 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Figura A 23 - Exemplo de não convergência

$$R^4 = R^6 = \dots = R^{2v} = R^{2v+2} = \dots = R_p \tag{A.81}$$

$$R^7 = R^9 = \dots = R^{2v+1} = R^{2v+3} = \dots = R_i \tag{A.82}$$

Como pode se notar ocorre um fenômeno cíclico, que pode ser detectado e mesmo assim obter a relação de fechamento transitivo.

Outra afirmativa importante é que nem sempre a composição entre duas relações transitivas resulta em uma relação transitiva.

A.7. Relação de Similaridade

Uma relação binária Fuzzy que tem as três propriedades abaixo é chamada de relação de similaridade ou uma relação Fuzzy equivalente, são elas:

1. transitiva (definida em (A.65) e (A.66));
2. reflexiva (definida em (A.64));

3. simétrica (definida A.63)).

O exemplo da Figura A 24 mostra um exemplo de relação Fuzzy de similaridade. A reflexividade e simetria podem ser vistas diretamente. Para verificar a transitividade é suficiente calcular R^2 , já que $R^2 = R$.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.7 & 1 & 0.9 \\ 0.8 & 1 & 0.7 & 0.8 & 0.8 \\ 0.7 & 0.7 & 1 & 0.7 & 0.7 \\ 1 & 0.8 & 0.7 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura A 24 - Relação em que se verifica a similaridade

A.8. Relação de Semelhança

A é semelhante a B, B é semelhante a C, C é semelhante a D K é semelhante a L, portanto A é semelhante a L. Nota-se que esta dedução é incorreta (sem validade).

Mas, com a ajuda da teoria de subconjuntos Fuzzy, pode-se medir várias classes de semelhança com a ajuda da noção de distância, ou similaridade, e o fechamento transitivo. A noção de similaridade constitui a ponte entre a equivalência e semelhança.

A.8.1. Definição de relação de semelhança

Uma relação R com as propriedades (A.83) e (A.84), a seguir, são chamadas de relações de semelhança.

$$\forall (x, x) \in ExE: \mu_R(x, x) = 1 \text{ (reflexividade)} \tag{A.83}$$

$$\begin{aligned} \forall (x, y) \in ExE: \mu_R(x, y) = \mu \Rightarrow \mu_R(y, x) = \mu & \text{ (simetria)} \\ \mu_R(x, y) = \mu_R(y, x) & \end{aligned} \tag{A.84}$$

A Figura A 25 mostra um exemplo em que **R** é uma relação de semelhança.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & 0.8 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 1 & 0 & 0.3 & 1 \\ 0.8 & 0 & 1 & 0.7 & 0 \\ 0.2 & 0.3 & 0.7 & 1 & 0.6 \\ 0.3 & 1 & 0 & 0.6 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura A 25 - Relação em que se verifica a semelhança

Como pode-se notar na Figura A 25 as propriedades da relação **R** ser reflexiva e simétrica são satisfeitas. A diferença com a relação de similaridade é a de não se observar a existência da propriedade de transitividade. Esta propriedade não é tão evidente como as outras duas, mas pode facilmente ser comprovada pelo uso de (A.65) ou (A.66), como é mostrado na Figura A 26, onde se evidencia que não obedece a transitividade já que **R² > R**.

Uma importante observação a ser lembrada é que a composição **R o R**, conserva a simetria e a reflexividade.

$$R^2 = R \circ R = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & 0.8 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 1 & 0 & 0.3 & 1 \\ 0.8 & 0 & 1 & 0.7 & 0 \\ 0.2 & 0.3 & 0.7 & 1 & 0.6 \\ 0.3 & 1 & 0 & 0.6 & 1 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & 0.8 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 1 & 0 & 0.3 & 1 \\ 0.8 & 0 & 1 & 0.7 & 0 \\ 0.2 & 0.3 & 0.7 & 1 & 0.6 \\ 0.3 & 1 & 0 & 0.6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.8 & 0.7 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.6 & 1 \\ 0.8 & 0.3 & 1 & 0.7 & 0.6 \\ 0.7 & 0.6 & 0.7 & 1 & 0.6 \\ 0.3 & 1 & 0.6 & 0.6 & 1 \end{bmatrix} \quad R \text{ não é transitiva}$$

Figura A 26 - cálculo para verificação de transitividade

A.8.2. Distância MIN-MAX na relação de semelhança

Se R é uma relação de semelhança, então \hat{R} , seu fechamento transitivo é uma relação de similaridade. Pode-se então definir a noção da distância MIN-MAX “ d_R ” em R pela aquela em \hat{R} . Assim, tem-se a expressão (A.85).

$$d_R(x, y) = 1 - \mu_{\hat{R}}(x, y) \tag{A.85}$$

A Figura A 27 mostra o cálculo do fechamento transitivo \hat{R} da relação R da Figura A 25.

Agora calculando $\mu_{\hat{R}}(x, y) = 1 - \mu_{\hat{R}}(x, y)$ o resultado é mostrado na Figura A 28.

$$\begin{aligned}
 R^3 = R^2 \circ R &= \begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.8 & 0.7 & 0.3 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.6 & 1 \\ 0.8 & 0.3 & 1 & 0.7 & 0.6 \\ 0.7 & 0.6 & 0.7 & 1 & 0.6 \\ 0.3 & 1 & 0.6 & 0.6 & 1 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & 0.8 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 1 & 0 & 0.3 & 1 \\ 0.8 & 0 & 1 & 0.7 & 0 \\ 0.2 & 0.3 & 0.7 & 1 & 0.6 \\ 0.3 & 1 & 0 & 0.6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.8 & 0.7 & 0.6 \\ 0.3 & 1 & 0.6 & 0.6 & 1 \\ 0.8 & 0.6 & 1 & 0.7 & 0.6 \\ 0.7 & 0.6 & 0.7 & 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 & 0.6 & 0.6 & 1 \end{bmatrix} \neq R^2 \\
 R^4 = R^3 \circ R &= \begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.8 & 0.7 & 0.6 \\ 0.3 & 1 & 0.6 & 0.6 & 1 \\ 0.8 & 0.6 & 1 & 0.7 & 0.6 \\ 0.7 & 0.6 & 0.7 & 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 & 0.6 & 0.6 & 1 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & 0.8 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 1 & 0 & 0.3 & 1 \\ 0.8 & 0 & 1 & 0.7 & 0 \\ 0.2 & 0.3 & 0.7 & 1 & 0.6 \\ 0.3 & 1 & 0 & 0.6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.6 & 0.8 & 0.7 & 0.6 \\ 0.6 & 1 & 0.6 & 0.6 & 1 \\ 0.8 & 0.6 & 1 & 0.7 & 0.6 \\ 0.7 & 0.6 & 0.7 & 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 & 0.6 & 0.6 & 1 \end{bmatrix} \neq R^3 \\
 R^5 = R^4 \circ R &= \begin{bmatrix} 1 & 0.6 & 0.8 & 0.7 & 0.6 \\ 0.6 & 1 & 0.6 & 0.6 & 1 \\ 0.8 & 0.6 & 1 & 0.7 & 0.6 \\ 0.7 & 0.6 & 0.7 & 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 & 0.6 & 0.6 & 1 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & 0.8 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 1 & 0 & 0.3 & 1 \\ 0.8 & 0 & 1 & 0.7 & 0 \\ 0.2 & 0.3 & 0.7 & 1 & 0.6 \\ 0.3 & 1 & 0 & 0.6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.6 & 0.8 & 0.7 & 0.6 \\ 0.6 & 1 & 0.6 & 0.6 & 1 \\ 0.8 & 0.6 & 1 & 0.7 & 0.6 \\ 0.7 & 0.6 & 0.7 & 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 & 0.6 & 0.6 & 1 \end{bmatrix} = R^4 \\
 \hat{R} = R \cup R^2 \cup R^3 \cup R^4 \cup R^5 &= \begin{bmatrix} 1 & 0.6 & 0.8 & 0.7 & 0.6 \\ 0.6 & 1 & 0.6 & 0.6 & 1 \\ 0.8 & 0.6 & 1 & 0.7 & 0.6 \\ 0.7 & 0.6 & 0.7 & 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 & 0.6 & 0.6 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Figura A 27 - Cálculo do fechamento transitivo

$$\hat{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0.4 & 0.2 & 0.3 & 0.4 \\ 0.4 & 0 & 0.4 & 0.4 & 0 \\ 0.2 & 0.4 & 0 & 0.3 & 0.4 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 & 0 & 0.4 \\ 0.4 & 0 & 0.4 & 0.4 & 0 \end{bmatrix}$$

Figura A 28 - Matriz distância

Da Figura A 28 tem-se a distância entre os elementos da relação. Como a relação é $E \times E$, considerando que as linhas e colunas sejam designadas por letras de A a E, a distância entre A e B é de 0.4, entre D e C é de 0.3 e assim sucessivamente.

A.9. Composição MAX-PROD

Outras regras de composição podem ser usadas no lugar da MAX-MIN e todas as propriedades de similaridade e semelhança podem ser observadas. Um exemplo de outra regra de composição é MAX-PROD (máximo produto indicado por “*”) que é definida pelas expressões A 86 ou A 87.

$$\mu_{R2*R1}(x, z) = \bigvee_y \left[\mu_{R1}(x, y) * \mu_{R2}(y, z) \right] \quad (\text{A.86})$$

$$\mu_{R2*R1}(x, z) = \max_y \left[\left(\mu_{R1}(x, y) * \mu_{R2}(y, z) \right) \right] \quad (\text{A.87})$$

A maneira de se calcular o fechamento transitivo da composição MAX-PROD é a mesma da MAX-MIN, só que utilizando o novo operador.

ANEXO B - RELAÇÃO DE ARTIGOS ORIGINADOS DESTE TRABALHO

A seguir são relacionados os diversos artigos que já foram publicados e outros que estão submetidos.

MONTEVECHI, J.A.B.; MIYAGI, P.E.; BARRETTO, M.R.P. Aplicação da Lógica Fuzzy em Tecnologia de Grupo. I Encontro de pós-graduação em Engenharia Mecânica - POLI - USP - São Paulo - Brasil, 15-20. 1994.

MONTEVECHI, J.A.B.; MIYAGI, P.E.; BARRETTO, M.P.R.; TORRES, G.L. Inferência Reversa Fuzzy para classificação de novas peças em famílias pré estabelecidas. XIV Encontro Nacional de Engenharia de Produção - João Pessoa - Paraíba - Brasil, 560-565. 1994.

MONTEVECHI, J.A.B.; MIYAGI, P.E.; BARRETTO, M.P.R.; TORRES, G.L. Métodos para formação de famílias de peças que utilizam lógica fuzzy. XIV Encontro Nacional de Engenharia de Produção - João Pessoa - Paraíba - Brasil, 413-418. 1994.

MONTEVECHI, J.A.B.; MIYAGI, P.E.; BARRETTO, M.R.P.; TORRES, G.L. Inferência Reversa Fuzzy para classificação de novas peças em famílias pré estabelecidas. XV Congresso Ibero Latino-Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia - Belo Horizonte - M.G. - Brasil, 1405-1412. 1994.

MONTEVECHI, J.A.B.; MIYAGI, P.E.; BARRETTO, M.R.P.; TORRES, G.L. Fuzzy Backward Reasoning for the Classification of New Parts in Established Families - An Application for Group Technology. Sixth International Fuzzy Systems Association World Congress. 549-552. 1995.

MONTEVECHI, J.A.B.; MIYAGI, P.E.; BARRETTO, M.R.P.; TORRES, G.L. Fuzzy logic for similarity analysis. IEEE/ECLA/IFIP International Conference on Architecture and Design Methods for Balanced Automation Systems. 171-178. 1995.

MONTEVECHI, J.A.B.; MIYAGI, P.E. Fuzzy Logic - An application for Group Technology. Applications of Intelligent Software Systems in Power Plant, Process Plant and Structural Engineering Conference Seminar N.13, São Paulo, Brasil. 1995.

MONTEVECHI, J.A.B. O método AHP como indicador de máquina mais adequada a manufatura. XV ENEGEP, First International Congress of Industrial Engineering. 1995.

- MONTEVECHI, J.A.B. Algoritmo de formação de células de manufatura adaptados a incerteza. XV ENEGEP, First International Congress of Industrial Engineering. 1995.
- MONTEVECHI, J.A.B.; GORGULHO JÚNIOR, J.H.C. Uma proposta computacional para Inferência Reversa Fuzzy. XV ENEGEP, First International Congress of Industrial Engineering. 1995.
- MONTEVECHI, J.A.B.; GORGULHO JÚNIOR, J.H. Software baseado em lógica fuzzy para identificação de similaridades. Congresso Ibero Latino Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia. 1995. Artigo submetido.
- MONTEVECHI, J.A.B.; GORGULHO JÚNIOR, J.H.; MIYAGI, P.E.; BARRETTO, M.P.R.; TORRES, G.L. Fuzzy na análise de similaridades por computador. XIII Congresso Brasileiro e II Congresso Ibero Americano de Engenharia Mecânica. 1995. Artigo submetido.
- MONTEVECHI, J.A.B.; MIYAGI, P.E.; BARRETTO, M.R.P.; TORRES, G.L. Quantificando dados qualitativos para obtenção de similaridades em tecnologia de grupo. XIII Congresso Brasileiro e II Congresso Ibero Americano de Engenharia Mecânica. 1995. Artigo submetido.
- MONTEVECHI, J.A.B.; MIYAGI, P.E.; BARRETTO, M.R.P.; TORRES, G.L. Formação de células de manufatura baseadas em informações difusas. XIII Congresso Brasileiro e II Congresso Ibero Americano de Engenharia Mecânica. 1995. Artigo submetido.
- MONTEVECHI, J. A. B.; MIYAGI, P. E. Um sistema de iteração homem X computador para o problema de obtenção de similaridades entre peças. IV Congresso de Engenharia Norte-Nordeste. 1996. Resumo submetido.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADIL, G.K.; RAJAMANI, D.; STRONG, D. A mathematical model for cell formation considering investment and operational costs. **European Journal of Operational Research** 69, p. 330 - 341, 1993.
- ARIEH, D. B.; TRIANTAPHYLLOU, E. Quantifying data for group technology with weighted fuzzy features. **International Journal of Production Research**, p. 1285 - 1299, 1994.
- ARVINDH, B.; IRANI, S.A. Cell formation: the need for an integrated solution of the subproblems. **International Journal of Production Research** 32, n. 5, p. 1197-1218, 1994.
- BALLAKUR, A.; STEUDEL, H.J. A within-cell utilization based heuristic for designing cellular manufacturing systems. **International Journal of Production Research** 25, no. 5, p. 639 - 665, 1987.
- BILLO, R. E.; RUCKER, R.; SHUNK, D.L. Enhancing Group Technology Modeling with Database Abstractions. **Journal of Manufacturing Systems** 7, no.2, p. 95 - 106, 1988.
- BURBIDGE, J.L. **The Introduction of Group Technology**. Butler & Tanner Ltda, Londres, 1975.
- BURGESS, A.G.; MORGAN, I.; VOLLMANN, T.E. Cellular Manufacturing: its impact on the total factory. **International Journal of Production Research** 31, no.9, p. 2059 - 2077, 1993.
- CHAN, H.M.; MILNER, D.A. Direct Clustering Algorithm for Group Formation in Cellular Manufacture. **Journal of Manufacturing Systems** 1, no.1, p. 65 -75, 1982.
- CHANDRASEKHARAN, M.P.; RAJAGOPALAN, R. An ideal seed non-hierarchical clustering algorithm for cellular manufacturing. **International Journal of Production Research** 24 no.2, p. 451 - 464, 1986.
- CHU, C.H. Manufacturing cell formation by competitive learning. **International Journal of Production Research** 31, no.4, p. 829 - 843, 1993.
- CHU, C.H.; HAYYA, J.C; A fuzzy clustering approach to manufacturing cell formation. **International Journal of Production Research** 29 no.7, p. 1475 - 1487, 1991.
- CHUNG, Y.; KUSIAK, A. Grouping Parts with a Neural Network. **Journal of Manufacturing Systems** 13, n. 4, p. 262-274, 1994.

- CO, H.C.; ARAAR, A. Configuring cellular manufacturing systems. **International Journal of Production Research** 26, no. 9, p. 1511 - 1522, 1988.
- COX, E. **The Fuzzy Systems Handbook**. Academic Press Limited, Estados Unidos, 1994.
- ELMARAGHY, H.A.; GU, P. Knowledge-Based System for Assignment of Parts to Machine Cells. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology** 3, p. 33 - 44, 1988.
- FLYNN, B. B.; JACOBS, F.R. A simulation comparison of group technology with traditional job shop manufacturing. **International Journal of Production Research** 24, no. 5, p. 1171 - 1192, 1986.
- GONÇALVES FILHO, E.V. **Introdução a Tecnologia de Grupo: Um novo enfoque em Sistemas de Produção**. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo 1982, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia Mecânica.
- GONÇALVES FILHO, E.V. **Computer-Aided Group Technology Part Family Formation Based on Pattern Recognition Techniques**. Tese de Doutorado, Universidade de Pennsylvania, 1988, USA .
- GRILLO, R.C.M. Introdução do software OIR - Tecnologia de Grupo MULTICLASS/CAPP no sistema CAD/CAM e implementação na engenharia do produto e manufatura. SIMPÓSIO SOBRE CAE/CAD/CAM - SOBRACON - SÃO PAULO. **Anais**. 1988.
- GROOVER, M.P. **Automation, Production Systems, and Computer Integrated Manufacturing**. Prentice - Hall, Inc. 1987.
- GUOYAO, F. An algorithm for computing the transitive closure of a fuzzy similarity matrix. **Fuzzy Sets and Systems** 51, p.189 -194. 1992.
- HWANG, H.; BAEK, W.; LEE, M.K. Clustering algorithms for order picking in a automated storage and retrieval system. **International Journal of Production Research** 26, no. 2, p. 189 - 201, 1988.
- HYER, N.L.; WEMMERLOV, U. Group Technology in the US Manufacturing Industry: a survey of current practices. **International Journal of Production Research** 27, no.8, 1287 - 1304, 1989.
- JIANYING, Z. Application of the Fuzzy Clustering Analysis and the Fuzzy Pattern Recognition to Group Technology. **Journal of Nanjing Aeronautical Institute** 4, no. 1, p. 1 - 12, 1987.
- KAUFMANN, A. **Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets**. Academic Press Limited, Estados Unidos , 1975.
- KING, J.R. Machine-component grouping in production flow analysis: an approach

- using a rank order clustering algorithm. **Int. J. Prod. Res.** 18, no.2, p. 213 - 232, 1980.
- KING, J.R.; NAKORNCHAI Machine-component group formation in Group Technology: review and extension. **Int. J. Prod. Res.** 20, no.2, p. 117 - 133, 1982.
- KUSIAK, A. The part families problem in flexible manufacturing systems. **Annals of Operations Research** 3, p. 279 - 300, 1985.
- KUSIAK, A. The generalized group technology concept. **International Journal of Production Research** 25, no. 4, p. 561 - 569, 1987 a.
- KUSIAK, A. An Expert System For Group technology. **Industrial Engineering** outubro, p. 56 - 61, 1987 b.
- KUSIAK, A. **Intelligent Manufacturing Systems**. New Jersey - Prentice Hall, Inc, 1990.
- KUSIAK, A. Branching Algorithms for Solving the Group Technology Problem. **Journal of Manufacturing Systems** 10, no.4, p. 332 - 343, 1991.
- KUSIAK, A.; CHOW, W. S. Efficient Solving of the Group Technology Problem. **Journal of Manufacturing Systems** no.2, p. 117 - 124, 1987.
- KUSIAK, A.; CHUNG, Y. GT/ART: using neural networks to form machine cells. **Manufacturing Review** 4, n. 4, p. 293-301, 1991.
- LAPRADE, A.; TORRES, G.L. Controle de um veículo utilizando a teoria dos conjuntos nebulosos. I SIMPOSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE - UNESP - Rio Claro - S.P. **Anais**, 1993, p.165 - 174.
- LEE, H.; DIAZ, A.G. A network flow approach to solve clustering problems in group technology. **International Journal of Production Research** 31, no. 3, p. 603 - 612, 1993.
- LI, S.Y. The Simplest Method of Ascending Value to Find Fuzzy Transitive Closure. **Fuzzy Sets Systems** 38, p. 91 - 96, 1990.
- LOGENDRAN, R. Methodology for converting a functional manufacturing system into a cellular manufacturing system. **International Journal of Production Economics** 29, p. 27 - 41, 1993.
- LORINI, F.J. **Tecnologia de Grupo e Organização da Manufatura**. Florianópolis - Editora da UFSC, 1993.
- LUONG, L.H.S. A cellular similarity algorithm for the design of manufacturing cells. **International Journal of Production Research** 31, no.8, p. 1757 - 1766, 1993.
- MCCORMICK, W.T.; SCHWEITZER, P.J.; WHITE, T.W. Problem Decomposition and

- Data Reorganization by a Clustering Technique. **Operation Research** 20 - no.5, p. 993 - 1009, 1972.
- MCNEILL, F.M.; THRO, E. **Fuzzy Logic a Practical Approach**. Academic Press Limited, Estados Unidos, 1994.
- MIN, H.; SHIN, D. Simultaneous formation of machine and human cells in group technology: a multiple objective approach. **International Journal of Production Research** 31, no. 10, p. 2307 - 2318, 1993.
- MINIS, I.; HARHALAKIS, G.; JAJODIA, S. Manufacturing cell formation with multiple, functionally identical machines. **Manufacturing Review** 3, n. 4, p. 252-261, 1990.
- MISHREF, M.A.; EMAM, E.G. Transitivity and subinverses in fuzzy matrices. **Fuzzy Sets and Systems** 52, p. 337 - 343, 1992.
- MITAL, A.; KROMODIHARDJO, S.; CHANNAVEERAIHAH, C. Increasing the sensitivity of parts classification system. **Fuzzy Sets Systems** 28, p. 1 - 13, 1988.
- MONTEVECHI, J.A.B **Tecnologia de Grupo Aplicada ao Projeto de Células de Fabricação**. Florianópolis, 1989 - Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina.
- MONTEVECHI, J.A.B Algoritmo heurístico para formação de famílias de peças. X ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, **Anais**, Belo Horizonte, 1990 a, p. 177-182.
- MONTEVECHI, J.A.B Tecnologia de Grupo nos sistemas produtivos. V SEMINÁRIO DE PESQUISA DA EFEI, **Anais**, Itajubá, 1990 b, p. 18-23.
- MONTEVECHI, J.A.B. Um software para projeto de célula de fabricação. I CONGRESO IBEROAMERICANO DE INGENIERIA MECANICA, **Anais**, 1993, Madrid - Espanha, p. 431-438.
- MONTEVECHI, J.A.B.; FERREIRA, A.C.; GONÇALVES FILHO, E.V. A Tecnologia de Grupo aplicada ao projeto de células de fabricação. X CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, **Anais**, 1989, Rio de Janeiro, Brasil, p. 499-502.
- MONTEVECHI, J.A.B.; LEPIKSON, H.A. Parâmetros para planejamento e implantação de células flexíveis de fabricação. 8 CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, **Anais**, 1990, Belém - Para, p. 1142-1147.
- MORITA, Y.; OKA, Y.; WATANABE, H. A theory of evaluation applied to human-environment systems. **J. Therm. Biol.**, 18, no. 5/6, p. 443-447, 1993.
- MOON, Y.B.; CHI, S.C. Generalized Part Family Formation Using Neural Network Techniques. **Journal of Manufacturing Systems** 11, no. 3, p. 149 - 159, 1992.

- MOSIER, C.; TAUBE, L. The Facets of Group Technology and Their Impacts on Implementation - A State-of-the-Art Survey. **OMEGA International Journal of Management Science** 13, no. 5, p. 381 - 391, 1985.
- OFFODILE, O.F. Application of Similarity Coefficient Method to Parts Coding and Classification Analysis in Group Technology. **Journal of Manufacturing Systems** 10, no. 6, p. 442 - 448, 1991.
- OFFODILE, O.F.; MEHREZ, A.; GRZNAR, J. Cellular Manufacturing: A Taxonomic Review Framework. **Journal of Manufacturing Systems** 13. No.3, p. 196 - 217, 1994.
- OPITZ, H.; WIENDAHL Group Technology and Manufacturing Systems for Small and Medium Quantity Production. **Capabilities of Group Technology - Michigan, The Computer and Automated Systems Association of SME**, p. 85 - 100, 1987.
- PEKLENIK, H.J.; GRUM, J. Investigation of the Computer Aided Classification of Parts. **Annals of the CIRP** 29, no.1, p. 319 - 323, 1980.
- PEKLENIK, J.; GRUM, J.; LOGAR, B. An Integrated Approach to CAD/CAPP/CAM and Group Technology by Pattern Recognition. **16th CIRP International Seminar on Manufacturing Systems - Tokyo - Japan**, 1984.
- POTOCZNY, H.B. On similarity relations in fuzzy relational databases. **Fuzzy Sets and Systems** 12, p. 231 - 235, 1984.
- RAO, H.A.; GU, P. Expert Self-Organizing Neural for the Design of Cellular Manufacturing Systems. **Journal of Manufacturing Systems** 13, n. 5, p. 346-358, 1994.
- RIBEIRO, J.F.F.; PRADIN, B. A methodology for cellular manufacturing design. **International Journal of Production Research** 31, no. 1, p. 235 - 250, 1993.
- SAATY, T. L. A Scaling Method for Priorities in Hierarchical Structures. **Journal of Mathematical Psychology** 15, p. 234 - 281, 1977.
- SEIFODDINI, H. A note on the similarity coefficient method and the problem of improper machine assignment in group technology applications. **International Journal of Production Research** 27, no. 7, p. 1161 -1165, 1989.
- SEIFODDINI, H. A Probabilistic Model for Machine Cell Formation. **Journal of Manufacturing Systems** 9, no. 1, p. 69 - 75, 1990.
- SEIFODDINI, H.; HSU, C.P. Comparative study of similarity coefficients and clustering algorithms in cellular manufacturing. **Journal of Manufacturing Systems** 13, n. 2, p. 119 - 127, 1994.
- SEIFODDINI, H.; WOLFE, P.M. Application of the Similarity Coefficient Method in Group Technology. **IIE Transactions**, p. 271 - 277, 1986.

- SHAFER, S. M.; MEREDITH, J.R. An Empirically-based Simulation Study of Functional versus Cellular Layouts with Operations Overlapping. **International Journal of Operations & Production Management** 13, no.2, p. 47 - 62, 1993.
- SHAFER, S.M.; ROGERS,D.F. Similarity and distance measures for cellular manufacturing. Part I survey. **International Journal of Production Research** 31, no.5, p. 1133 -1142, 1993 a.
- SHAFER,S.M.; ROGERS,D.F. Similarity and distance measures for cellular manufacturing. Part II. An extension and comparison. **International Journal of Production Research** 31, no.6, p. 1315 - 1326, 1993 b.
- SHTUB, A. Modelling group technology cell formation as a generalized assignment problem. **International Journal of Production Research** 27, no. 5, p. 775 -782., 1989.
- SINGH, N. Design of cellular manufacturing systems: An invited review. **European Journal of Operational Research** 69, p. 284 -291, 1993.
- SRINIVASAN, G. A clustering algorithm for machine cell formation in group technology using minimum spanning trees. **International Journal of Production Research** 32, n. 9, p. 2149-2158, 1994.
- SURESH, N.C.; KAPARTHI, S. Performance of fuzzy ART neural network for group technology cell formation. **International Journal of Production Research** 32,n. 7, p. 1693-1713, 1994.
- TAN, S.K.; TEH, H.H.; WANG, PZ. Sequential representation of fuzzy similarity relations. **Fuzzy Sets and Systems** 67, p.181-189, 1994.
- TERANO, T.; ASAI, K.; SUGENO, M. **Applied Fuzzy Systems**. Academic Press Limited, Estados Unidos, 1994.
- TRIANANTAPHYLLOU, E.; MANN, S. H. An evaluation of the eigenvalue approach for determining the membership values in fuzzy sets. **Fuzzy Sets Systems** 35, p. 295 - 301, 1990.
- TRIANANTAPHYLLOU, E.; PARDALOS, P.M.; MANN, S.H. The Problem of Determining Membership Values in Fuzzy Sets in Real World Situations. **Operations Research and Artificial Intelligence: The Integration of Problem Solving Strategies**. Boston, MS: Kluwer Academic Publishers p. 197 - 214., 1990.
- VANNELLI, A.; HALL, R.G. An eigenvector solution methodology for finding part-machine families. **International Journal of Production Research** 31, no. 2, p. 325 - 349, 1993.
- VANNELLI, A.; KUMAR, K.R. A method for finding minimal bottle-neck cells for grouping part-machine families. **International Journal of Production Research** 24, no.2, p. 387 - 400, 1986.

-
- VENUGOPAL, V.; NARENDRAN, T.T. Cell formation in manufacturing systems through simulated annealing: an experimental evaluation. **European Journal of Operational Research** , p. 409-422, 1992.
- VENUGOPAL, V.; NARENDRAN, T.T. Machine-cell formation through neural network models. **International Journal of Production Research** 32, n. 9, p. 2105-2116, 1994.
- WEMMERLOV, U.; HYER, N.L. Research issues in cellular manufacturing. **International Journal of Production Research** 25 n.3, p. 413 -431, 1987.
- WINBLAD, A.L.; EDWARDS, S.D.; KING, D.R. **Software Orientado ao Objeto**. Editora McGraw-Hill Ltda, 1993.
- XU, H.; WANG, H.P. Part family formation for GT applications based on fuzzy mathematics. **International Journal of Production Research** 27 no. 9, p. 1637 - 1651, 1989.
- XUECHENG, L. Entropy, distance measure and similarity measure of fuzzy sets and their relations. **Fuzzy Sets Systems** 52, p. 305 - 318, 1992.
- ZADEH, L.A. Fuzzy Sets. **Information and Control** 8, p. 338-353, 1965.
- ZADEH, L.A. Similarity Relations and Fuzzy Orderings. **Information Sciences** 3, p. 177-200, 1971.
- ZHANG, C.; WANG, H.P. Concurrent Formation of Part Families and Machine Cells Based on the Fuzzy Set Theory. **Journal of Manufacturing Systems** no.11, p. 61 - 67, 1992.

BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA

- ALTING, L.; ZHANG, H. Computer Aided Planning: the state-of-art survey. **International Journal of Production Research** 27, no. 4, p. 553 - 585, 1989.
- ALY, A.A.; SUBRAMANIAM, M. Design of an FMS decision support system. **International Journal of Production Research** 31, no. 10, p. 2257 -2273, 1993.
- ASKIN, R.G.; SUBRAMANIAN, S.P. A cost-based heuristic for group technology configuration. **International Journal of Production Research** 25, no. 1, p. 101 - 113, 1987.
- BALASUBRAMANIAN, K.N.; PANNEERSELVAM, R. Covering technique-based algorithm for machine grouping to form manufacturing cells. **International Journal of Production Research** 31, no. 6, p. 1479 - 1504, 1993.
- BANERJEE, A.; FLYNN, B.B. A simulation study of some maintenance policies in a group technology shop. **International Journal of Production Research** 25, no. 11, p. 1595 - 1609, 1987.
- BATOCCHIO, A.; MAESTRELLI, N.C. O uso de análise de agrupamentos em manufatura celular. **Máquinas e Metais** agosto, p. 110-113, 1994.
- BESANT, C.B.; LUI, C.W.K. **Computer-Aided Design and Manufacture**. Ellis Horwood Limited, Inglaterra, 1986.
- BEZDEK, J. C.; HARRIS, J.D. Fuzzy partitions and relations: an axiomatic basis for clustering. **Fuzzy Sets Systems** 1, p. 111-127, 1978.
- BOW, S.T. **Pattern Recognition Applications to Large Data-Set Problems**. Marcel Dekker, INC., Estados Unidos, 1984.
- BUCKLES, B.P.; PETRY, F.E. A fuzzy representation of data for relational databases. **Fuzzy Sets and Systems** 7, p. 213-226, 1982.
- CHANDRASEKHARAN, M.P.; RAJAGOPALAN, R. GROUPABILITY: an analysis of the properties of binary data matrices for group technology. **International Journal of Production Research** 27, no. 6, p. 1035 - 1052, 1989.
- CHANDRASEKHARAN, M.P.; RAJAGOPALAN, R. MODROC: an extension of rank order clustering for group technology. **International Journal of Production Research** 24, no.5, p. 1221 - 1233, 1986.
- CHANDRASEKHARAN, M.P.; RAJAGOPALAN, R. ZODIAC - an algorithm for concurrent formation of part families and machine cells. **International of Production Research** 25 no. 6, p. 835 - 850, 1987.

- CHOW, W.S.; HAWALESHKA, O. Minimizing intercellular part movements in manufacturing cell formation. **International Journal of Production Research** 31, no.9, p. 2161 - 2170, 1993.
- CHOOBINEH, F. A framework for the design of cellular manufacturing systems. **International Journal of Production Research** 26, no. 7, p. 1161 - 1172, 1988.
- CURTIS, M.A. **Tool Design for Manufacturing**. John Wiley & Sons, INC, EUA, 1986.
- DAHEL, N.E.; SMITH, S.B. Designing flexibility into cellular manufacturing systems. **International Journal of Production Research** 31, no.4, p. 933 - 945, 1993.
- DE LUCA, A.; TERMINI, S. Entropy of L-Fuzzy Sets. **Information and Control** 24, p. 55-73, 1974.
- GALLAGHER, C.C.; KNIGHT, W.A. **Group Technology**. London Butterworths & Co. (Publishers) Ltd, 1973.
- GALLAGHER, C.C.; KNIGHT, W.A. **Group Technology Production Methods in Manufacture**. Ellis Horwood Limited, Inglaterra, 1986.
- GREENWOOD, N.R. **Implementing Flexible Manufacturing Systems**. John Wiley & Sons, Estados Unidos, 1988.
- GUPTA, T. Design of manufacturing cells for flexible environment considering alternative routeing. **International Journal of Production Research** 31, no. 6, p. 1259 -1273, 1993.
- GU, T.; DUBUISSON, B. Similarity of classes and fuzzy clustering. **Fuzzy Sets Systems** 34, p. 213-221, 1990.
- GUPTA, R.M.; TOMPKINS An examination of dynamic behaviour of part-families in group technology. **International Journal of Production Research** 20, no.1, p. 73 - 86, 1982.
- HU, T.C.;ROBINSON, S.M. **Mathematical Programming**. Academic Press, New York, Londres, 1973.
- HYER, N.L.; WEMMERLOV, U. Group Tehnology oriented coding systems: structures, applications, and implementation. **Capabilities of Group Technology - Michigan, The Computer and Automated Systems Association of SME**. Estados Unidos. p. 67 - 84, 1987 a.
- HYER,N.; WEMMERLOV, U. Group Technology and Productivity. **Capabilities of Group Technology - Michigan, The Computer and Automated Systems Association of SME**. Estados Unidos. p. 3 - 12, 1987 b.
- IRANI, S.A., CAVALIER, T.M.; COHEN, P.H. Virtual manufacturing cells: exploiting

- layout design and intercell flows for the machine sharing problem. **International Journal of Production Research** 31, no. 4, p. 791 - 810, 1993.
- JOHN, E.G.; SCHAFER, H.; ROWLANDS, A.R. Computer-based Cell formation Incorporating Process Sequence. **International Journal of Production Research** 12, no. 1, p. 60 - 65, 1992.
- KANDEL, A. **Fuzzy Mathematical Techniques with Applications**. Addison-Wesley Publishing Company, Estados Unidos, 1986.
- KAUFMANN, A.; GUPTA, M.M. **Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science**. Elsevier Science Publishers, Estados Unidos, 1988.
- KICKERT, W.J.M. **Fuzzy theories on decision-making a critical review**. Martinus Nijhoff Social Sciences Division, Inglaterra, 1978.
- KLIR, G. Where do we stand on measures of uncertainty, ambiguity, fuzziness, and the like? **Fuzzy Sets Systems** 24, p. 141-160, 1987.
- KNOPFMACHER, J. On measures of fuzziness. **Journal of Mathematical Analysis and Applications** 49, p. 529-534, 1975.
- KUSHKOV, V.M. Automated grouping of components for flexible automated production. **Soviet Engineering Research** 65, p. 35-36, 1985.
- KUSIAK, A. EXGT-S: A knowledge based system for group technology. **International Journal of Production Research** 26, no. 5, p. 887 - 904, 1988.
- KWANG, H.L.; SONG, Y.S; LEE, K.M. Similarity measure between fuzzy sets and between elements. **Fuzzy Sets Systems** 62, p. 291 - 293, 1994.
- MACHADO, V.C.; TEIXEIRA, J.J.P. Tecnologia de Grupo. **Tecnometal** março, p. 7 - 12, 1988.
- MERCAN, H. M.; ERENGUC, S.S. A multi-family dynamic lot sizing problem with coordinated replenishments: a heuristic procedure. **International Journal of Production Research** 31, no. 1, p. 173 - 189, 1993.
- MONTEVECHI, J.A.B Um método para cálculo de melhor sequenciamento de peças em células de fabricação. X ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, **Anais**, 1990, Belo Horizonte, p. 165-182.
- MOSIER, C.; TAUBE, L. Weighted Similarity Measure Heuristics for the Group Technology Machine Clustering Problem. **OMEGA Int. J. of Mgmt. Sci.** 13, no. 6, p. 577 - 583, 1985.

- MOSIER, C.T. An experiment investigating the application of clustering procedures and similarity coefficients to the GT machine cell formation problem. **International Journal of Production Research** 27, no. 10, p. 1811 - 1835, 1989.
- NAGARKAR, C.V.; FOGG, B. Application of Grop Technology to Manufacture of Sheetmetal Components. **Annals of the CIRP** 28, p. 407 - 411, 1979.
- OZDEMIREL, N.E.; MACKULAK, G.T.; COCHRAN, J.K. A group technology classification and coding scheme for discrete manufacturing simulation models. **International Journal of Production Research** 31, no.3, p. 579 - 601, 1993.
- PRIMROSE, P.L.; LEONARD, R. Predicting future developments in flexible manufacturing technology. **International Journal of Production Research** 26, no. 6, p. 1065 - 1072, 1988.
- PURCHECK, G. Machine-component group formation: an heuristic method for flexible production cells and flexible manufacturing systems. **International Journal of Production Research** 23, n. 5, p. 911-943, 1985.
- RIGHINI, G. Modular Petri nets for simulation of flexible production systems. **International Journal of Production Systems** 31, no. 10, p. 2463 - 2477, 1993.
- SHAFFER, S.M.; MEREDITH, J.R. A comparison of selected manufacturing cell formation techniques. **International Journal of production Research** 28, no. 4, p. 661 - 673, 1990.
- SHIKO, G. A process planning-orientated approach to part family formation problem in group technology applications. **International Journal of Production Research** 30, n. 8, p. 1739-1752, 1992.
- SPENCER, R. Cluster Analysis. **BYTE** setembro, p. 129 - 426, 1984.
- SUNDARAM, R.M.; LIAN, W.S. An approach for designing cellular manufacturing systems. **Manufacturing Review** 3, n. 2, p. 91-97, 1990.
- TAM, K.Y. An Operation Sequence Based Similarity Coefficient for Part Families Formations. **Journal of Manufacturing Systems** 9, no. 1, p. 55 - 67, 1990.
- TEIXEIRA, J.J.P. A Tecnologia de Grupo num Ambiente Integrado de CAD/CAM. **Workshop do Projeto CYTED-D - Santiago do Chile**, 1988.
- TENG, S.H. Cellular Manufacturing Systems Modeling: The Petri Net Approach. **Journal of Manufacturing Systems** 9, no.1, p. 45 - 53, 1990.
- WAGHODEKAR, P.H.; SAHU Machine-component cell formation in group technology: **MACE. Int. J. Prod. Res.** 22 no.6, p. 937 - 948, 1984.

WEI, J.C.; GAITHER, N. A Capacity Constrained Multiobjective Cell Formation Method. **Journal of Manufacturing Systems** 9, no. 3, p. 222 - 232, 1990.

WEN, L.B. Weighted and graded fuzzy clustering. **Fuzzy Sets Systems** 36, p. 37-43, 1990.

ZIMMERMANN, H.J. **Fuzzy Sets, Decision Making and Expert Systems**. Kluwer Academic Publishers, Boston, Estados Unidos, 1987.

Apêndice A - Rank Order Clustering

A fases deste algoritmo estão mostradas, passo a passo, na Figura A 1.

Passo 1	Para cada linha da matriz peça × máquina , atribuir pesos binários e calcular o equivalente decimal.
Passo 2	Organizar a matriz binária em ordem decrescente dos pesos decimais correspondentes.
Passo 3	Repetir os dois passos anteriores para cada coluna.
Passo 4	Repetir os passos anteriores até que a posição de cada elemento em cada linha e coluna não mais seja trocada.

Figura A 1 - Algoritmo ROC

O peso para cada linha e para cada coluna é calculado da maneira descrita em (A.1) e (A.2).

$$\text{Linha } i: \sum_{k=1}^n X_{ik} \cdot 2^{n-k} \quad (\text{A.1})$$

$$\text{Coluna } j: \sum_{k=1}^m X_{kj} \cdot 2^{n-k} \quad (\text{A.2})$$

Nas expressões A1 e A2, X_{ij} , $i = 1, 2, \dots, m$ $j = 1, 2, \dots, n$; m - número de máquinas e n - número de peças.

Para melhor ilustrar a metodologia, considerando a matriz da Figura A 2, primeiramente, estabelece o respectivo valor de cada linha e sua posição correspondente a uma ordem de grandeza decrescente dos valores. Assim, tomando-se a linha 1, o valor da palavra binária (1010) seria o decimal 10, calculado em (A.3).

$$(1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0) = 10 \quad (\text{A.3})$$

peso	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	valor	ordem
	1	2	3	4	5	6		
1	0	0	1	0	1	0	10	5
2	0	1	1	0	0	0	24	4
3	1	0	0	1	0	0	36	2
4	0	1	1	0	1	0	26	3
5	1	0	0	1	0	1	37	1

Figura A 2 - Matriz com ponderação nas linhas

Alterando-se a posição das linhas, de modo que os valores fiquem posicionados em ordem decrescente, passa-se a calcular o valor para as colunas, como na matriz da Figura A 3.

Alterando-se a posição das colunas para a ordem decrescente, e repetindo-se o processo, se necessário, até que todas as linhas e colunas estejam ordenadas, resulta uma matriz classificada, ou seja, com uma definição de agrupamento. Esta matriz é mostrada na Figura A 4 a seguir.

	1	2	3	4	5	6		
5	1	0	0	1	0	0		
3	1	0	0	1	0	1		
4	0	1	1	0	1	0		
2	0	1	1	0	0	0		
1	0	0	1	0	1	0		
	24	6	7	24	5	16	valor	
	1	5	4	2	6	3	ordem	

Figura A 3 - Matriz com ponderação nas colunas

	1	4	6	3	2	5	valor	ordem
5	1	1	1	0	0	0	56	1
3	1	1	1	0	0	0	48	2
4	0	0	0	1	1	1	7	3
2	0	0	0	1	1	0	6	4
1	0	0	0	1	0	1	5	5
	24	24	16	7	6	5	valor	
	1	2	3	4	5	6	ordem	

Figura A 4 - Matriz com linhas e colunas ordenadas

Obtém-se, assim, por meio de um ordenamento decrescente dos valores decimais calculados, tanto para as linhas, quanto para as colunas, o agrupamento das peças em famílias. Neste caso foram obtidas duas famílias distintas, que são:

- família 1 (peças 1-4-6) para a célula 1 (máquinas 5-3);
- família 2 (peças 3-2-5) para a célula 2 (máquinas 1-2-4).

Apêndice B - Bond Energy Analysis

A avaliação para um determinado arranjo X (m, n) é dada pela expressão (B.1), convencionando-se que os elementos vizinhos externos ao arranjo sejam todos nulos:

$$ME = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} (x_{i,j-1} + x_{i,j+1} + x_{i-1,j} + x_{i+1,j}) \quad (B.1)$$

Alguns exemplos, já calculados desta medida pode ser visto na Figura B 1.

<table style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>P1</th> <th>P2</th> <th>P3</th> <th>P4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>M1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>M2</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>M3</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>M4</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">ME = 0</p>		P1	P2	P3	P4	M1	1	0	1	0	M2	0	1	0	1	M3	1	0	1	0	M4	0	1	0	1	<table style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>P1</th> <th>P2</th> <th>P3</th> <th>P4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>M1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>M2</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>M3</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>M4</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">ME = 2</p>		P1	P2	P3	P4	M1	1	0	1	0	M2	0	1	0	1	M3	0	1	0	1	M4	1	0	1	0
	P1	P2	P3	P4																																															
M1	1	0	1	0																																															
M2	0	1	0	1																																															
M3	1	0	1	0																																															
M4	0	1	0	1																																															
	P1	P2	P3	P4																																															
M1	1	0	1	0																																															
M2	0	1	0	1																																															
M3	0	1	0	1																																															
M4	1	0	1	0																																															
<table style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>P1</th> <th>P2</th> <th>P3</th> <th>P4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>M1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>M2</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>M3</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>M4</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">ME = 4</p>		P1	P2	P3	P4	M1	1	1	0	0	M2	0	0	1	0	M3	1	1	0	1	M4	0	0	1	1	<table style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>P1</th> <th>P2</th> <th>P3</th> <th>P4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>M1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>M2</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>M3</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>M4</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">ME = 8</p>		P1	P2	P3	P4	M1	1	1	0	0	M2	1	1	0	0	M3	0	0	1	1	M4	0	0	1	1
	P1	P2	P3	P4																																															
M1	1	1	0	0																																															
M2	0	0	1	0																																															
M3	1	1	0	1																																															
M4	0	0	1	1																																															
	P1	P2	P3	P4																																															
M1	1	1	0	0																																															
M2	1	1	0	0																																															
M3	0	0	1	1																																															
M4	0	0	1	1																																															

Figura B 1 - Valores de efetividade ME

O algoritmo de reorganização da matriz binária está sintetizado na Figura B 2. O algoritmo da Figura B 2 pode ser aplicado para qualquer tipo e tamanho de arranjo desde que os elementos não sejam negativos. A metodologia procura, primeiramente, reorganizar as colunas, buscando deixá-las nas posições em que seja maximizado a ME. Na segunda etapa, busca-se o mesmo objetivo com arrumação das linhas. Assim, em duas passadas pelo arranjo, a otimização da ME terá estabelecido a definição dos blocos na matriz, completando um processo de diagonalização, que é o objetivo.

Passo 1	Selecionar $j=1$. Selecionar uma das colunas arbitrariamente.
Passo 2	Coloque cada uma das colunas ($n-j$) que restam, uma de cada vez, em cada uma das $j+1$ posições, e calcular a contribuição de cada coluna para a ME. Colocar a coluna que dá a maior contribuição para a ME na sua melhor localização. Incrementar j de 1 e repetir os passos precedentes até $j = n$.
Passo 3	Quando todas colunas tiverem sido realocadas, repetir o procedimento para as linhas.

Figura B 2 - Algoritmo BEA

Apêndice C - Cluster Identification Algorithm

A síntese deste algoritmo pode ser vista na Figura C 1.

Passo 1	Fazer o número de iterações $k=1$.
Passo 2	Selecionar qualquer linha i da matriz de incidência $A^{(k)}$ e desenhar uma linha horizontal h_i por esta linha .
Passo 3	Para cada entrada 1 que a linha horizontal h_i cruzar desenhar uma linha vertical v_j .
Passo 4	Para cada entrada 1 que a linha vertical v_j cruzar desenhar outra linha horizontal h_k .
Passo 5	Repetir os passos 3 e 4 até não existir mais cruzamentos de linhas com entradas 1 em $A^{(k)}$. Todas entradas 1 detectadas pelos cruzamentos das linhas em $A^{(k)}$ formam uma célula de fabricação e uma família de peças.
Passo 6	Transformar a matriz de incidência $A^{(k)}$ em $A^{(k+1)}$ pela remoção das linhas e colunas correspondentes a todas linhas horizontais e verticais desenhadas entre os passos 2 e 5.
Passo 7	Se a matriz $A^{(k+1)} = 0$ (onde 0 representa uma matriz a qual todos os elementos são iguais a zero), pare; caso contrário, fazer $k=k+1$ e ir para o passo 2.

Figura C 1 - Algoritmo CI

Uma aplicação deste algoritmo para a solução de um problema é visto a seguir, considerando a matriz de incidência de **peça** \times **máquina** da Figura C 2.

		Número da peça								
		1	2	3	4	5	6	7	8	
A =	1		1	1		1				
	2	1					1			
	3				1			1		
	4	1					1			
	5			1		1			1	
	6				1					
	7		1	1		1			1	

número da máquina

Figura C 2 - Matriz peça \times máquina para exemplificar o algoritmo CI

Passo 1. Fazer $K=1$.

Passo 2. A linha 1 da matriz da Figura C 2 é selecionada e uma linha horizontal h_1 é desenhada. Os resultados dos passos 2 e 3 são apresentados na matriz da Figura C 3.

Passo 3. 3 linhas verticais v_2 , v_3 e v_5 são desenhadas.

Como resultado do traçado as linhas verticais, 5 novos cruzamentos nas entradas 1 são criadas na matriz da Figura C 3, sendo elas (5,3), (5,5), (7,2), (7,3) e (7,5).

Passo 4. Duas linhas horizontais **h5** e **h7** são desenhadas através dos cruzamentos encontrados na matriz da Figura C 3, como mostra a matriz da Figura C 4.

$$A^{(1)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccccccc} \dots & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \vdots & \vdots & & \vdots & 1 & & \\ & \vdots & \vdots & 1 & \vdots & & 1 & \\ 1 & \vdots & \vdots & & \vdots & 1 & & \\ & \vdots & 1 & & 1 & & & 1 \\ & \vdots & \vdots & 1 & \vdots & & & \\ & 1 & 1 & & 1 & & & 1 \end{array} \right] \dots h1 \\ & \begin{matrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ v2 & v3 & v5 \end{matrix} \end{matrix}$$

Figura C 3 - Passo 2 do algoritmo CI

$$A^{(1)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccccccc} \dots & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \vdots & \vdots & & \vdots & 1 & & \\ & \vdots & \vdots & 1 & \vdots & & 1 & \\ 1 & \vdots & \vdots & & \vdots & 1 & & \\ \dots & \dots & 1 & \dots & 1 & \dots & \dots & 1 \\ & \vdots & \vdots & 1 & \vdots & & & \\ \dots & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & \dots & 1 \end{array} \right] \dots h1 \\ & \begin{matrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ v2 & v3 & v5 \end{matrix} \end{matrix}$$

Figura C 4 - Passo 3 e 4 do algoritmo CI

Passo 5. Desde que as entradas (5,8) e (7,8) da matriz da Figura C 4 cruzam entradas 1 na mesma coluna, uma linha vertical **v8** é desenhada, como mostra a matriz da Figura C 5.

Como não há mais entradas 1 que cruzam as linhas, todas as entradas obtidas dos cruzamentos das linhas da matriz da Figura C 5, formam:

- Célula de manufatura 1 composta das máquinas 1, 5 e 7;
- Família de peças 1 composta das peças 2, 3, 5 e 8.

Passo 6. A matriz da Figura C 5 é transformada na matriz da Figura C 6.

Com $k = 2$, segunda iteração, repetindo os passos de 2 a 5, sobre a matriz da Figura C 6, o resultado obtido é mostrado na matriz da Figura C 7.

$$A^{(1)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \dots & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \vdots & \vdots & & \vdots & 1 & & \vdots \\ & \vdots & \vdots & 1 & \vdots & & 1 & \vdots \\ 1 & \vdots & \vdots & & \vdots & 1 & & \vdots \\ \dots & \dots & 1 & \dots & 1 & \dots & \dots & 1 \\ & \vdots & \vdots & 1 & \vdots & & & \vdots \\ \dots & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} \dots h1 \\ \\ \\ \\ \dots h5 \\ \\ \dots h7 \end{matrix} \\ & \begin{matrix} \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ v2 & v3 & & v5 & & v8 \end{matrix} \end{matrix}$$

Figura C 5 - Passo 5 do algoritmo CI

$$A^{(2)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 4 & 6 & 7 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & & 1 & \\ & 1 & & 1 \\ 1 & & 1 & \\ & 1 & & \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Figura C 6 - Passo 6 do algoritmo CI

$$A^{(2)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 4 & 6 & 7 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 & \dots \\ \vdots & 1 & \vdots & 1 \\ 1 & \dots & 1 & \dots \\ \vdots & 1 & \vdots & \end{bmatrix} \\ & \begin{matrix} \vdots & \vdots \\ v1 & v6 \end{matrix} \end{matrix} \begin{matrix} \dots h2 \\ \\ \dots h4 \end{matrix}$$

Figura C 7 - Segunda iteração do algoritmo CI

Apêndice D - Extended CI Algorithm

A síntese deste algoritmo pode ser vista na Figura D 1.

Passo 1	Fazer o número de iterações $k = 1$.
Passo 2	Selecionar aquelas máquinas (linhas da matriz $A^{(k)}$) que baseado na experiência de quem faz a análise, são potenciais candidatas para inclusão na célula CF-k. Desenhar linhas horizontais h_i por cada linha da matriz $A^{(k)}$ correspondentes a estas máquinas. Na ausência de um especialista qualquer máquina pode ser selecionada.
Passo 3	Para cada coluna em $A^{(k)}$ em que uma entrada 1 for cruzada pela linha horizontal, traçar uma linha vertical v_j .
Passo 4	Para cada linha em $A^{(k)}$ correspondente a entrada 1 cruzada pela linha vertical v_j , traçada no passo 3, traçar uma linha horizontal h_i . Baseado nas máquinas correspondentes a todas linhas horizontais traçadas entre os passos 2 e 4, uma célula temporária é formada (CF'-k). Se o especialista percebe que alguma das máquinas não podem ser incluídas nesta célula temporária, apagar a linha horizontal correspondente na matriz $A^{(k)}$. A remoção destas linhas horizontais resultam na célula de manufatura CF-k. Retirar da matriz $A^{(k)}$ as peças (colunas) que são manufuradas em pelo menos uma das máquinas já incluídas em CF-k. Colocar estas peças na lista das que devem ser manufuradas em layout funcional. Traçar uma linha vertical v_j através de cada entrada 1 em $A^{(k)}$ as quais não envolvem qualquer outra máquina que aquelas incluídas em CF-k.
Passo 5	Para todas as entradas 1 cruzadas em $A^{(k)}$, formar uma célula CF-k e uma família FP-k.
Passo 6	Transformar a matriz de incidência $A^{(k)}$ em $A^{(k+1)}$ pela remoção de todas as linhas e colunas correspondentes as linhas e colunas incluídas em CF-k e FP-k, respectivamente.
Passo 7	Se a matriz $A^{(k+1)} = 0$ (onde 0 representa uma matriz com todos os elementos iguais a zero), pare; caso contrário fazer $k = k + 1$ e voltar para o passo 2.

Figura D 1 - Extended CI Algorithm

Como se pode notar, a complexidade deste algoritmo é maior que o anterior, principalmente no passo 4. Uma demonstração da solução de um problema por este algoritmo é vista a seguir.

Dada a matriz de incidência da Figura D 2 deseja-se conhecer as células e famílias mutuamente exclusivas da massa de dados.

Um especialista indica que as máquinas 1 e 4 deveriam ser inclusas na CF-1 e que as máquinas 3 e 5 deveriam ser inclusas na CF-2.

Passo 1. Fazer $K = 1$.

Passo 2. Desde que o especialista indica que as máquinas 1 e 4 devem ser incluídas em CF-1, duas linhas horizontais h_1 e h_4 devem ser traçadas, como mostra a matriz da Figura D 3.

		número das peças												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		
A =	1		1	1				1					número das máquinas	
	2	1				1						1		
	3										1			
	4	1		1			1							
	5					1			1					
	6	1			1				1	1	1			
	7			1	1		1	1		1				

Figura D 2 - Matriz de incidência para exemplificar o Extended CI Algorithm

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		
A ⁽¹⁾ =	1	...	1	1	1	h1
	2	1				1						1		
	3										1			
	4	1	...	1	1	h4
	5					1			1					
	6	1			1				1	1	1			
	7			1	1		1	1		1				

Figura D 3 - Passo 2 do Extended CI Algorithm

Passo 3. Para as colunas 1, 2, 3, 6 e 7 cruzadas pelas linhas horizontais **h1** e **h4** na matriz da Figura D 3, 5 linhas verticais devem ser traçadas, **v1**, **v2**, **v3**, **v6** e **v7**, como mostrado na matriz da Figura D 4.

Passo 4. 3 linhas horizontais **h2**, **h6** e **h7** que são correspondentes as entradas 1 que foram cruzadas pelas linhas verticais traçadas no passo anterior. O resultado desta operação é mostrado na matriz da Figura D 5.

Baseado em todos os cruzamentos, por linhas horizontais e verticais nas entradas 1 da matriz da Figura D 5, uma célula de manufatura temporária é formada **CF'-1**, com as máquinas 1, 2, 3, 6 e 7. Esta célula temporária é avaliada pelo especialista, que por exemplo assume que as máquinas 2 e 6 não podem ser incluídas em **CF'-1**. Como as máquinas 2 e 6 devem ser excluídas, as linhas horizontais **h2** e **h6** são retiradas da matriz da Figura D 5. Note que cada uma das 3 peças 1, 4 e 9 que para serem manufaturadas passam por pelo menos uma das máquinas 2 e 6 (linhas **h2** e **h6**) e por uma das 1, 4 e 7 que agora formam a célula **CF-1** (matriz da Figura D 6 e passo 5). As três peças 1, 4 e 9 são então colocadas à parte em uma lista de peças para serem manufaturadas no layout

funcional. Desde que não existe mais entradas 1 cruzadas, nenhuma linha vertical é mais traçada. Como resultado é obtida a matriz da Figura D 6.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccccccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\
 1 & \left[\begin{array}{cccccccccccc}
 \dots & 1 & 1 & \dots & \dots & \dots & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 2 & 1 & \vdots & \vdots & & 1 & \vdots & \vdots & & & & 1 \\
 3 & \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots & & & & 1 \\
 4 & 1 & \dots & 1 & \dots & \dots & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 5 & \vdots & \vdots & \vdots & & 1 & \vdots & \vdots & 1 & & & \\
 6 & 1 & \vdots & \vdots & 1 & & \vdots & \vdots & 1 & 1 & 1 & \\
 7 & \vdots & \vdots & 1 & 1 & & 1 & 1 & & 1 & & \\
 & \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots & & & & \\
 v1 & v2 & v3 & & & & v6 & v7 & & & &
 \end{array} \right] & \dots & h1 \\
 & & & & & & & & & & & & \dots & h4 \\
 \end{array} \\
 \end{array}$$

Figura D 4 - Passo 3 do Extended CI Algorithm

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccccccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\
 1 & \left[\begin{array}{cccccccccccc}
 \dots & 1 & 1 & \dots & \dots & \dots & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 2 & 1 & \vdots & \vdots & \dots & 1 & \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & 1 \\
 3 & \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots & & & & 1 \\
 4 & 1 & \dots & 1 & \dots & \dots & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 5 & \vdots & \vdots & \vdots & & 1 & \vdots & \vdots & 1 & & & \\
 6 & 1 & \vdots & \vdots & 1 & \dots & \vdots & \vdots & 1 & 1 & 1 & \dots \\
 7 & \vdots & \vdots & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & \dots \\
 & \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots & & & & \\
 v1 & v2 & v3 & & & & v6 & v7 & & & &
 \end{array} \right] & \dots & h1 \\
 & & & & & & & & & & & & \dots & h2 \\
 & & & & & & & & & & & & \dots & h4 \\
 & & & & & & & & & & & & \dots & h6 \\
 & & & & & & & & & & & & \dots & h7 \\
 \end{array} \\
 \end{array}$$

Figura D 5 - Passo 4 do Extended CI Algorithm

Passo 5. As entradas 1 cruzadas na matriz da Figura D 6 indicam:

- Célula de manufatura **CF-1**, composta pelas máquinas 1, 4 e 7;
- Família de peças **FP-1**, composta pelas peças 2, 3, 6 e 7.

Passo 6. A matriz da Figura D 6 é transformada na matriz da Figura D 7.

Passo 7. Fazer $k = K+1$ e ir para o passo 2. A segunda iteração resulta na matriz da Figura D 8.

Da matriz da Figura D 8 obtém-se:

- Célula de manufatura **CF-2**, composta da máquinas 2, 3, 5 e 6;
- Família de peças **FP-2**, composta das peças 5, 8, 10 e 11.

2. Mudança do projeto das peças, com o mesmo objetivo do item 1.
3. Fabricação em outro setor da fábrica.
4. Compra da peça.
5. Fabricação nas duas células, desde que o fluxo de produção não seja intenso e o movimento intercelular controlado.

	2	3	6	7	5	8	10	11	1	4	9
1	1	1		1							
4		1	1							1	
7		1	1	1							1 1
2						1			1	1	
3							1				
5					1	1					
6							1	1		1	1 1

Figura D 9 - Resultado final do Extended CI Algorithm

Finalmente, pode-se repetir o processo, escolhendo outras alternativas para o passo 2 do algoritmo, que resultará em outras alternativas.

Apêndice E - Coeficiente de Similaridade de McAuley

O coeficiente de similaridade proposto por McAuley pode ser calculado da maneira descrita a seguir. Sendo S_{ij} a medida de similaridade, tem-se (E1).

$$S_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n \delta_1(x_{ik}, x_{jk})}{\sum_{k=1}^n \delta_2(x_{ik}, x_{jk})} \quad (E1)$$

onde:

$$\delta_1(x_{ik}, x_{jk}) = \begin{cases} 1 & \text{se } x_{ik} = x_{jk} = 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\delta_2(x_{ik}, x_{jk}) = \begin{cases} 0 & \text{se } x_{ik} = x_{jk} = 1 \\ 1 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

n = número de peças

x_{ik} = 0 ou 1, e indica se a máquina i processa ou não a peça k

Para resolver o problema usando este coeficiente de similaridade, são calculados coeficientes para todas as possibilidades de pares de máquinas. As células são geradas baseadas em um valor limiar, chamado na bibliografia de "*threshold value*", que normalmente é uma entrada necessária para a solução do problema.

Para mostrar como funciona, considere a matriz e os coeficientes S_{ij} calculados da Figura E 1.

Com os valores calculados pode-se montar o que é chamado de "*dendograma*", que representa os agrupamentos para cada nível de um valor que é escolhido e é o chamado valor limiar. O dendograma do problema anterior está mostrado na Figura E 2 a seguir.

	P1	P2	P3	P4	P5
M1	1	1	0	0	1
M2	1	1	0	0	0
M3	0	0	1	1	1
M4	0	0	1	1	0

$S_{12} = S_{34} = 2/3 = 0.75$
 $S_{13} = 1/4 = 0.25$
 $S_{14} = S_{24} = 0/5 = 0$

Figura E 1 - Cálculo do coeficiente de similaridade de McAuley

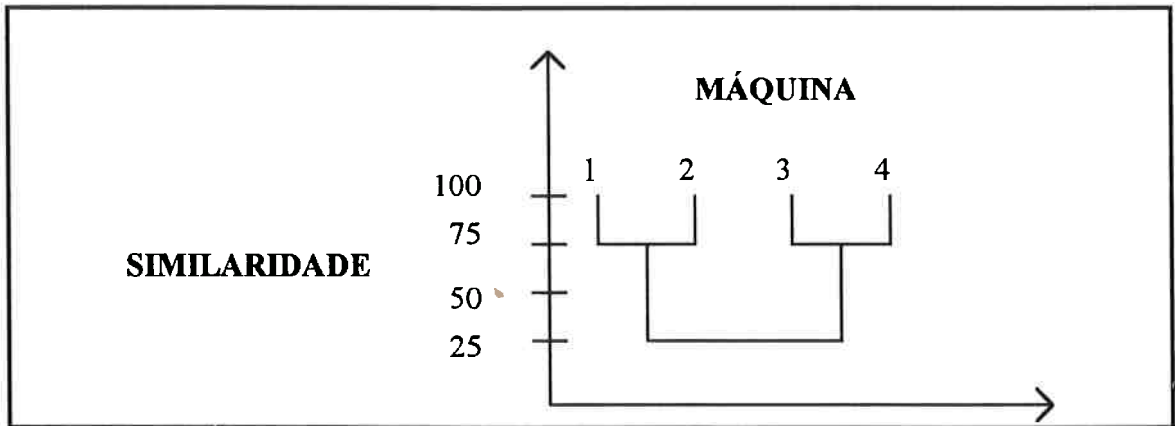


Figura E 2 - Dendograma

Se for assumido um valor limiar para o coeficiente de similaridade $S_{ij}=60\%$, as seguintes células são obtidas pela análise da Figura E 1:

- célula 1 - máquinas 1 e 2;
- célula 2 - máquinas 3 e 4.

Apêndice F - Métodos que utilizam programação matemática

A seguir será brevemente explicado a programação quadrática, formulação da mediana e formulação generalizada da mediana.

F.1. Programação quadrática

Na programação quadrática o número de peças em cada família, bem como o número de famílias são determinados "a priori". Assim são definidos os seguintes parâmetros e variáveis:

- m - número de máquinas
- n - número de peças
- p - número de famílias
- t_j - número de peças em cada família
- D_{ij} - similaridade entre a peça i e a peça j
- $X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se a peça } i \text{ pertence à família } j \\ 0 & \text{se não} \end{cases}$

Assim, a formulação através da programação quadrática consiste em minimizar (F1).

$$\min \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \sum_{l=1}^p D_{ij} x_{il} x_{jl} \quad (F1)$$

Sujeita as seguintes restrições:

- cada peça é atribuída apenas a uma família (F2).

$$\sum_{j=1}^p x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (F2)$$

- o número de peças que constitui cada família é dado por (F3), assegurando que a família j tenha exatamente t_j peças.

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = t_j, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (F3)$$

- garantia de compatibilidade dado por (F4).

$$x_{ij} = 0, \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, p \end{cases} \quad (\text{F4})$$

Para este modelo $\sum_{j=1}^p t_j = n$. Pode-se notar que este modelo é muito restritivo.

F.2. Formulação da mediana

O modelo da mediana é usado para agrupar n peças em p famílias. Com esta formulação pretende-se minimizar a soma total das distâncias entre 2 peças i e j .

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n D_{ij} x_{ij} \quad (\text{F5})$$

Sujeita as seguintes restrições:

- cada peça é atribuída apenas a uma família (F6).

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{F6})$$

- especificação do número de famílias dada por (F7).

$$\sum_{j=1}^n x_{jj} = p \quad (\text{F7})$$

- garantia de que a peça i só pertence à família j dada em (F8).

$$x_{ij} \leq x_{jj}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (\text{F8})$$

- garantia de compatibilidade dado por (F9).

$$x_{ij} = 0, 1 \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (\text{F9})$$

Pode-se notar que nesta formulação se necessita conhecer "a priori" o número de famílias.

F.3. Formulação generalizada da mediana

Nem sempre é possível obter uma matriz com uma estrutura diagonal dos blocos. Uma forma possível de ultrapassar esta situação consiste em considerar a possibilidade de existirem vários processos para produzir a mesma peça. Desta forma, para cada peça poderá existir mais de uma coluna, correspondendo cada uma a um processo de fabricação diferente.

Considerando, como exemplo, a matriz da Figura F 1, verifica-se que a sua transformação não origina uma matriz com estrutura diagonal.

Se para o caso, admitir-se que existem processos alternativos, pode-se então construir uma nova matriz, que por exemplo pode ser a da Figura F2.

Número de identificação das peças						
	1	2	3	4	5	
$ x_{ij} $	0	0	0	1	1	Números de identificação das máquinas
	0	1	1	0	0	
	1	1	0	1	0	
	1	0	1	0	0	
						1 2 3 4

Figura F 1 - Exemplo para aplicação da formulação generalizada da mediana

Número das peças e processos alternativos										
	1		2		3	4		5		
$ x_{ij} $	0	0	1	0	1	0	1	1	1	Números das máquinas
	0	1	1	1	0	1	0	0	0	
	1	0	0	1	1	0	0	1	0	
	1	1	0	0	0	1	1	0	0	
										1 2 3 4

Figura F 2 - Indicação de processos alternativos

A matriz da Figura F2 deve ser construída de tal forma que se obtenha uma matriz final diagonal por blocos. Nota-se que, como resultado final da análise, para cada peça apenas será considerado um único processo de fabricação.

Para a formulação deste modelo importa definir as seguintes variáveis:

- n - número de peças;
- p - número máximo de famílias;
- q - número de processos de fabricação;
- F_k - número de processos de fabricação para a peça K ;
- S_{ij} - similaridade entre os processos de fabricação i e j ;
- $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se o processo } i \text{ pertence à família } j \\ 0 & \text{se não} \end{cases}$

Assim pretende-se maximizar a soma total das similaridades a partir da função objetivo (F10).

$$\max \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q S_{ij} x_{ij} \quad (\text{F10})$$

sujeita as seguintes restrições:

- a cada peça corresponde apenas um processo de fabricação e cada peça é atribuída a apenas uma família (F11).

$$\sum_{i \in F_k} \sum_{j=1}^q x_{ij} = 1, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (\text{F11})$$

- número máximo de famílias dado por (F12).

$$\sum_{j=1}^q x_{jj} \leq p \quad (\text{F12})$$

- garantia de que a peça i só pertence à família j (F13).

$$x_{ij} \leq x_{jj}, \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, q \\ j = 1, 2, \dots, q \end{matrix} \quad (\text{F13})$$

- garantia de compatibilidade dado por (F14).

$$x_{ij} = 0, \quad 1 \begin{cases} i = 1, 2, \dots, q \\ j = 1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (\text{F14})$$

Apêndice G - Formulação por grafos

G.1. Grafos Bipartite

Neste tipo de grafo um conjunto de nós representam as peças e outro as máquinas, as arestas indicam quais máquinas processam cada peça. O grafo bipartite é aquele no qual os nós ou vértices podem ser divididos em dois ou mais conjuntos mutuamente exclusivos, ou seja, tal que não exista nenhuma aresta conectando nós entre eles.

Para discutir a aplicação deste método em TG, considera-se o grafo da Figura G 1 que representa a matriz de incidência peça X máquina. Como pode ser visto na Figura G 1, é possível a decomposição em dois sub grafos, como mostra a Figura G 2. Baseado na Figura G 2, as seguintes duas famílias são formadas:

1. PF-1 = {1, 3};
2. PF-2 = {2, 4, 5}.

As correspondentes células são as seguintes:

1. CF-1 = {2, 4};
2. CF-2 = {2, 4, 5}.

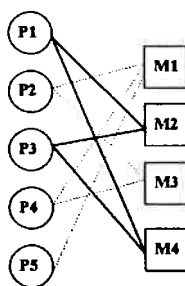


Figura G 1 - Grafo bipartite

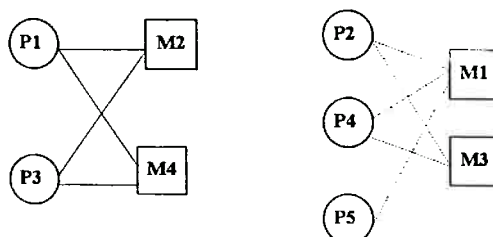


Figura G 2 - Dois sub grafos da Figura G 1

G.2. Grafos de Transição

Em um grafo de transição uma peça é representada por um nó, enquanto que uma máquina é representada por uma aresta. O grafo de transição representando a mesma situação da Figura G 1, é mostrada na Figura G 3.

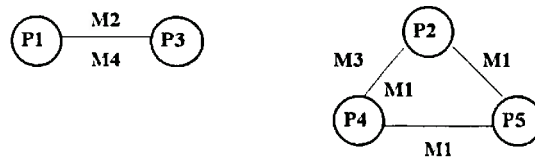


Figura G 3 - Grafos de transição

A representação em grafo de transição é útil para detectar peças excepcionais. Para ilustrar este conceito, considere a matriz de incidência representada por um grafo na Figura G 4. Como pode-se notar, removendo a peça **P5**, dois sub grafos de transição são obtidos como mostrado na Figura G 5.

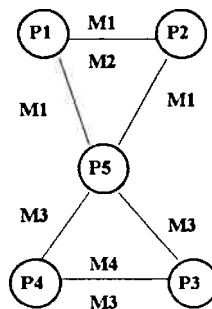


Figura G 4 - Grafo de Transição

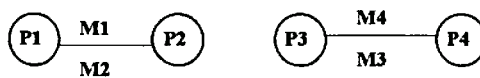


Figura G 5 - Grafo resultado da remoção de peça excepcional

Como resultado, as seguintes duas famílias de peças e suas correspondentes células são obtidas:

- PF-1 = {1, 2};
- PF-2 = {3, 4}.
- CF-1 = {1, 2};
- CF-2 = {3, 4}.

G.3. Grafos de Fronteira

Grafos de fronteira consistem de uma hierarquia de grafos bipartites. Para cada nível de um grafo de fronteira, nós de um grafo bipartite representam máquinas ou peças. O grafo de fronteira correspondente à matriz de incidência da Figura G 6 é demonstrado em dois grafos na Figura G 7. Cada grafo na Figura G 7 representa um agrupamento.

Número de identificação das peças								
		1	2	3	4	5		
$ x_{ij} $	=	0	1	0	1	1] 1	
		1	0	1	0	0] 2
		0	1	0	1	0] 3
		1	0	1	0	0] 4

Números de identificação das máquinas

Figura G 6 - Matriz de incidência peça x máquina

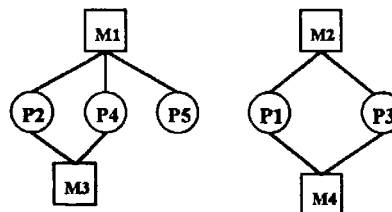


Figura G 7 - Grafo de fronteira correspondente a matriz da Figura G 6

Para aplicar grafos de fronteira, para determinação de peças excepcionais, pode-se pensar no caso demonstrado pela matriz de incidência da Figura G8.

Número de identificação das peças								
		5	2	1	4	3		
$ x_{ij} $	=	1	1	0	0	1] 1	
		1	1	0	0	0] 3
		0	0	1	1	1] 2
		0	0	1	1	0] 4

Números de identificação das máquinas

Figura G 8 - Matriz de incidência com peça excepcional

O grafo de fronteira para a matriz da Figura G8 é apresentado na Figura G 9. Removendo a peça P5 do grafo da Figura G 9 resulta em dois subgrafos mostrados na Figura G 10.

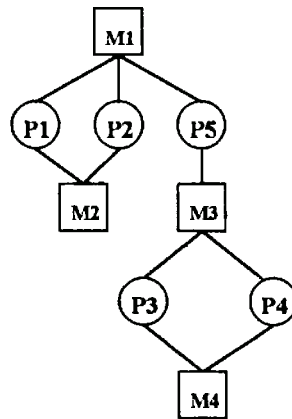


Figura G 9 - Grafo de fronteira correspondente a matriz da Figura G 8

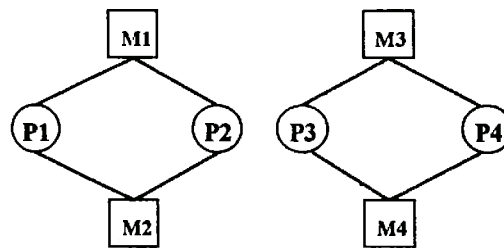


Figura G 10 - Dois subgrafos obtidos a partir do grafo da Figura G 9

Determinar peças excepcionais ou máquinas gargalos é uma tarefa complexa. Muitos artigos têm sido dedicados a este problema. LEE conforme relata KUSIAK (1990) desenvolveu um algoritmo heurístico para detectar estas peças e máquinas. O algoritmo é sintetizado na Figura G 11 a seguir, onde N é o número de nós em um grafo e K é o número máximo de nós em um subgrafo.

Passo 1	Determinar o valor m' , que é calculado por $m' = \lceil (N - 1) / K \rceil > 1$ onde $\lceil x \rceil$ é o menor valor inteiro não menor que x .
Passo 2	Fazer $m = m'$, escolher m nós inicial, um para cada subgrafo.
Passo 3	Determinar o nó comum de cada subgrafo.
Passo 4	Remover o nó comum do grafo. Somar o nó incomum ao subgrafo correspondente.
Passo 5	Repetir os passos 3 e 4 até todos nós estarem atribuídos.

Figura G 11 - Algoritmo de LEE

Como exemplo, para determinar os nós gargalos para o grafo de transição da Figura G 12, utilizando o algoritmo apresentado, será visto a execução de cada um dos passos mostrados na Figura G 11.

PASSO 1 - Assumindo que $K = 3$, tem-se: $m' = \lceil (5 - 1) / 3 \rceil = 2$.

PASSO 2 - Seleciona-se os nós 2 e 5 como os nós de partida.

PASSO 3 - Se $C\{(A)\}$ são os nós em um grafo A e $C\{(A)\} \cap \dots \cap C\{(B)\}$ os nós comuns entre os grafos A e B, então para o caso analisado pode-se afirmar que:

$$C\{(1)\} = \{2, 3\}$$

$$C\{(2)\} = \{3, 5\}$$

$$C\{(1)\} \cap C\{(2)\} = 3, \text{ que é o nó comum entre } C\{(1)\} \text{ e } C\{(2)\}.$$

PASSO 4 - O nó 3 é removido de $C\{(1)\}$ e $C\{(2)\}$. Somando os nós 2 e 5 aos correspondentes subgrafos tem-se $C\{(1)\} = \{1, 2\}$ e $C\{(2)\} = \{4, 5\}$.

PASSO 5 - Desde que não existe mais qualquer nó comum para $C\{(1)\}$ e $C\{(2)\}$ e todos nós foram atribuídos, parar.

Como cada nó do exemplo representa uma peça, então a solução para o problema é:

$$- \text{PF-1} = \{1, 2\}$$

$$- \text{PF-2} = \{4, 5\}$$

Este algoritmo foi aprimorado por VANNELLI ; KUMAR (1986).

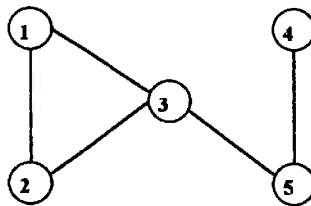


Figura G 12 - Grafo de transição para exemplificar o algoritmo

**Apêndice H - Certificado de primeira
colocação do trabalho Fuzzy na Análise
de Similaridades por Computador na IV
Mostra de Ciência e Tecnologia da EFEI**



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ
REC. LEI 3232 DE 05/JAN/1917

Certificado

Certificamos que o
Prof. José Arnaldo Barra Montevechi,
com o trabalho
"Fuzzy na Análise de Similiaridades por Computador",
obteve a 1ª colocação na
IV Mostra de Ciência e Tecnologia da EFEI,
realizada no período de 24 a 26 de novembro de 1994.

Itajubá, 13 de dezembro de 1994

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'P. S. Waki', written in a cursive style.

Prof. Paulo Sizuo Waki
Pró-Diretor de Pesquisa e Pós-Graduação

