

LEANDRO COSTA DE OLIVEIRA

**CONTRIBUIÇÕES PARA A OTIMIZAÇÃO DA USINAGEM DE
CAVIDADES 2 ½ D**

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do Título de Doutor em Engenharia.

**CONSULTA
FT-1816**

São Paulo
2003

OK

LEANDRO COSTA DE OLIVEIRA

**CONTRIBUIÇÕES PARA A OTIMIZAÇÃO DA USINAGEM DE
CAVIDADES 2 ½ D**

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do Título de Doutor em Engenharia.

Área de Concentração:
Engenharia Mecânica

Orientador:
Professor Associado
Marcos de Sales Guerra Tsuzuki

São Paulo
2003

Ficha catalográfica

Dedico este trabalho a minha esposa Marta e aos meus queridos filhos Leandro, Antonio Carlos e José Pedro.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me dar vida, saúde e os dias felizes que tenho.

Agradeço a minha querida Marta, minha esposa, pela motivação, compreensão, paciência e companheirismo, durante mais esta etapa de nossa vida.

Agradeço aos meus queridos pais, Fausto e Alcy, que nunca mediram esforços para que eu chegasse até aqui.

Agradeço a minha sogra Maria Helena e a minha cunhada Raquel, pelo apoio e atenção aos meus filhos, tantas vezes necessário.

Agradeço ao Professor Doutor Marcos de Sales Guerra Tsuzuki por sua orientação, amizade, disponibilidade, compreensão e por ser, para sempre, um grande exemplo de inteligência, bom senso, integridade e liderança, a ser seguido por mim.

Agradeço aos Professores Doutores Oswaldo Horikawa e Ricardo Cury Ibrahim por suas contribuições no Exame de Qualificação.

Agradeço aos professores, funcionários e colegas do Grupo de Mecatrônica da Escola Politécnica que colaboraram nesta etapa da minha formação.

Agradeço ao meu colega Professor Luiz Fernando Soares Camargo, pela minha substituição na disciplina de Princípios de Usinagem, durante meu afastamento.

Agradeço à CAPES – Coordenadoria de Aperfeiçoamento e Pesquisa, através do PICDT-UFSM, pelo incentivo financeiro recebido.

Aos familiares, aos amigos, a todos que estiveram na minha torcida,

Muito Obrigado!

RESUMO

Este trabalho apresenta algumas contribuições para otimização da usinagem de cavidades 2 ½ D. A estratégia de usinagem considerada é dividida em usinagem interna e usinagem dos cantos. A usinagem interna é realizada através de trajetórias equidistantes ao contorno (*offset*) obtidas através do uso de Diagrama de Voronoi e a usinagem dos cantos segue o mesmo princípio equidistante ao contorno. O Diagrama de Voronoi é parametrizado pela distância ao contorno. Assim, pode-se determinar a melhor situação de espaçamento entre trajetórias visando a otimização do processo. Através do uso de Programação Dinâmica, pode-se também identificar a melhor combinação de dimensões das ferramentas disponíveis para remover o material da cavidade em menor tempo.

ABSTRACT

This work presents some contributions for optimization of the 2 ½ D pocket machining. The machining strategy considered is divided in internal machining and corners machining. The internal machining is carried through equidistant paths to the contour (offset) made by using Voronoi Diagram and the corner machining follows the same principle. As the Voronoi Diagram is parametric, the spaces between the paths can change. Thus, the best situation of spaces between paths can be determined aiming at the optimization of the process. By using Dynamic Programming, the best combination of dimensions of the available tools can also be identified to remove the material of the pocket in smaller time.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	IV
RESUMO	V
ABSTRACT	VI
LISTA DE FIGURAS	X
LISTA DE TABELAS	XII
LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS	XIV
LISTA DE SÍMBOLOS.....	XV
1 INTRODUÇÃO.....	1
2 REVISÃO DE LITERATURA	3
2.1 MÁQUINAS-FERRAMENTAS COM CNC	3
2.2 FUNDAMENTOS DE USINAGEM.....	5
2.2.1 <i>Movimentos de Usinagem e Plano de Trabalho</i>	6
2.2.2 <i>Velocidade de Corte</i>	7
2.2.3 <i>Avanço por Dente</i>	7
2.2.4 <i>Velocidade de Avanço</i>	8
2.2.5 <i>Profundidade de Corte</i>	8
2.2.6 <i>Dados e Condições de Corte</i>	9
2.3 USINAGEM DE CAVIDADES 2 ½ D.....	9
2.3.1 <i>Cavidades 2 ½ D</i>	10
2.3.2 <i>Estratégias de Usinagem</i>	11
2.3.2.1 <i>Usinagem em Ziguezague</i>	11
2.3.2.2 <i>Usinagem em Offset</i>	13
2.3.3 <i>Sistemas CAD/CAM</i>	14
3 CONSIDERAÇÕES SOBRE A GEOMETRIA PARA DEFINIÇÃO DA TRAJETÓRIA DA FERRAMENTA.....	16

3.1. USINAGEM INTERNA	17
3.1.1 Diagrama de Voronoi	17
3.1.2 Representação do Diagrama de Voronoi.....	18
3.1.3 Parametrização de Bissetores.....	19
3.1.4 Geração do Diagrama de Voronoi	23
3.1.5 Geração do Caminho de Corte	23
3.1.6 Aplicação na Usinagem 2 ½ D.....	24
3.1.7 Desbaste	25
3.1.8 Acabamento.....	25
3.2 USINAGEM DE CANTOS	25
3.2.1 Método de Veeramani & Gau	25
3.2.2 Nova Proposta de Usinagem de Cantos.....	28
3.2.3– Comparação Teórica entre os Métodos de Usinagem de Cantos.....	33
4. SELEÇÃO AUTOMÁTICA DE FERRAMENTAS.....	38
5 RESULTADOS	41
5.1 EXEMPLO 1	42
5.2 EXEMPLO 2.....	46
5.3 EXEMPLO 3	48
6 DISCUSSÃO.....	51
7 CONCLUSÕES.....	55
ANEXO A –COMPARAÇÃO NUMÉRICA ENTRE MÉTODOS DE USINAGEM DE CANTOS	57
ANEXO B – CASOS COM VELOCIDADE DE CORTE DIFERENTE PARA UMA FERRAMENTA	66
ANEXO C – CASOS COM ROTAÇÃO MÁXIMA DE 4000 rpm.....	69
ANEXO D – CASOS COM LIMITE DE ROTAÇÃO E FERRAMENTAS COM NÚMERO DE ARESTAS DIFERENTES.....	72

ANEXO E – CASO COM DIFERENTES ESPAÇAMENTOS ENTRE TRAJETÓRIAS.....	75
LISTA DE REFERÊNCIAS	76
APÊNDICE A – CONSIDERAÇÕES SOBRE PROGRAMAÇÃO C++ E STL80	
APÊNDICE B – ARQUITETURA DO SISTEMA.....	83

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Máquina-Ferramenta (Fresadora) com CNC.....	5
Figura 2 - Fresamento Frontal ou de Topo (Ferraresi, 1977)	6
Figura 3 – Movimentos de usinagem e plano de trabalho (Diniz <i>et al.</i> , 2000).....	7
Figura 4 – Avanço por dente (Diniz <i>et al.</i> , 2000).....	8
Figura 5 – Profundidade de corte (Diniz <i>et al.</i> , 2000).....	9
Figura 6 – Tipos de cavidades segundo Hatna <i>et al.</i> (1998).....	10
Figura 7 – Trajetória inicial em ziguezague.	12
Figura 8 – Trajetória final eqüidistante ao contorno.....	12
Figura 9 – Geração do caminho de corte com o uso do Diagrama de Voronoi.....	14
Figura 10 – Tipos de estratégias de caminhos de corte.	15
Figura 11 - Diagrama de Voronoi.....	17
Figura 12 – Aplicação para Geração do Caminho de Corte.	18
Figura 13 – Representação do Diagrama de Voronoi.....	18
Figura 14 - Pontos p1 e p2 possuem o mesmo <i>offset</i>	19
Figura 15 – Caminho de corte com 1 ferramenta.	24
Figura 16 – Caminho de corte com 2 ferramentas.....	24
Figura 17 – Usinagem dos Cantos segundo Veeramani & Gau (1997a).....	26
Figura 18 - Método de Veeramani & Gau (1997a).....	26
Figura 19 – Nova proposta de Usinagem de Cantos.....	28
Figura 20 - Nova proposta de usinagem de cantos – detalhamento.....	29
Figura 21 – Algumas combinações de dimensões de ferramentas e ângulos de canto, onde D é o diâmetro da maior ferramenta, d é o diâmetro da menor ferramenta e α é o ângulo do canto.	30
Figura 22 – Comparação entre métodos de usinagem de cantos para D = 20 mm e d=2 mm.....	32
Figura 23 – Comparação entre métodos de usinagem de cantos.	33
Figura 24 – Parcelas de movimentos considerados nos métodos de usinagem de cantos	34
Figura 25 – Comparação de movimentos.	35
Figura 26 – Determinação de região não usinada para comparação.....	36

Figura 27 – Quadro com recomendações do fabricante (Sandvik, 2001).....	41
Figura 28 – Cavidade do exemplo 1.....	42
Figura 29 – Cavidade do exemplo 2.....	46
Figura 30 – Cavidade do exemplo 3.....	48
Figura 31 - Pontos usados para a definição do algoritmo de usinagem do canto.....	92

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Representação da estrutura de dados considerada	19
Tabela 2 – Tabela de Programação Dinâmica	40
Tabela 3 – Dados de corte considerados	43
Tabela 4 – Comprimento do caminho de corte, considerando uma passada	43
Tabela 5 – Comprimento do caminho de corte para a profundidade da cavidade.	43
Tabela 6 – Tempos de usinagem obtidos	44
Tabela 7 – Tempos acumulados de usinagem e seleção de ferramentas	44
Tabela 8 – Comprimento do caminho de corte	46
Tabela 9 – Tempos de usinagem obtidos	47
Tabela 10 – Tempos acumulados de usinagem e seleção de ferramentas	47
Tabela 11 – Comprimento do caminho de corte	48
Tabela 12 – Tempos de usinagem obtidos	49
Tabela 13 – Tempos acumulados de usinagem e seleção de ferramentas	49
Tabela 14 – Dados de corte considerados	52
Tabela 15 – Dados de corte considerados	53
Tabela 16 – Comprimento do caminho de corte para Exemplo 1 – Anexo B	66
Tabela 17 – Tempos de usinagem para Exemplo 1 – Anexo B	66
Tabela 18 – Tempos acumulados de usinagem e seleção de ferramentas para Exemplo 1 – Anexo B	66
Tabela 19 – Comprimento do caminho de corte para Exemplo 2 – Anexo B	67
Tabela 20 – Tempos de usinagem para Exemplo 2 – Anexo B	67
Tabela 21 – Tempos acumulados de usinagem e seleção de ferramentas para Exemplo 2 – Anexo B	67
Tabela 22 – Comprimento do caminho de corte para Exemplo 3 – Anexo B	68
Tabela 23 – Tempos de usinagem para Exemplo 3 – Anexo B	68
Tabela 24 – Tempos acumulados de usinagem e seleção de ferramentas para Exemplo 3 – Anexo B	68
Tabela 25 – Comprimento do caminho de corte para Exemplo 1 – Anexo C	69
Tabela 26 – Tempos de usinagem para Exemplo 1 – Anexo C	69

Tabela 27 – Tempos acumulados de usinagem e seleção de ferramentas para Exemplo 1 – Anexo C	69
Tabela 28 – Comprimento do caminho de corte para Exemplo 2 – Anexo C	70
Tabela 29 – Tempos de usinagem para Exemplo 2 – Anexo C	70
Tabela 30 – Tempos acumulados de usinagem e seleção de ferramentas para Exemplo 2 – Anexo C	70
Tabela 31 – Comprimento do caminho de corte para Exemplo 3 – Anexo C	71
Tabela 32 – Tempos de usinagem para Exemplo 3 – Anexo C	71
Tabela 33 – Tempos acumulados de usinagem e seleção de ferramentas para Exemplo 3 – Anexo C	71
Tabela 34 – Comprimento do caminho de corte para Exemplo 1 – Anexo D	72
Tabela 35 – Tempos de usinagem para Exemplo 1 – Anexo D	72
Tabela 36 – Tempos acumulados de usinagem e seleção de ferramentas para Exemplo 1 – Anexo D	72
Tabela 37 – Comprimento do caminho de corte para Exemplo 2 – Anexo D	73
Tabela 38 – Tempos de usinagem para Exemplo 2 – Anexo D	73
Tabela 39 – Tempos acumulados de usinagem e seleção de ferramentas para Exemplo 2 – Anexo D	73
Tabela 40 – Comprimento do caminho de corte para Exemplo 3 – Anexo D	74
Tabela 41 – Tempos de usinagem para Exemplo 3 – Anexo D	74
Tabela 42 – Tempos acumulados de usinagem e seleção de ferramentas para Exemplo 3 – Anexo D	74
Tabela 43 – Comprimento do caminho de corte para Exemplo 1 – Anexo E	75
Tabela 44 – Tempos de usinagem para Exemplo 1 – Anexo E	75
Tabela 45 – Tempos acumulados de usinagem e seleção de ferramentas para Exemplo 1 – Anexo E	75

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

CNC – Comando Numérico Computadorizado

CAD – *Computer-Aided Design*

CAM – *Computer-Aided Manufacturing*

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

LISTA DE SÍMBOLOS

V_c – Velocidade de corte [m/min]

d – Diâmetro da ferramenta [mm]

n – Rotação da ferramenta [rpm]

V_f – Velocidade de avanço [mm/min]

f_z – Avanço por dente [mm]

z – Número de dentes da ferramenta

R – Raio da ferramenta maior [mm]

r – Raio da ferramenta menor [mm]

θ – Ângulo do canto

α, γ – Ângulos auxiliares

ρ – Fator de espaçamento de trajetórias

$P_n(i,j)$ – Tempo total de usinagem

$P_{n-1}^*(i)$ – Mínimo tempo de usinagem para atingir o estado i no estágio j

$C(i,j)$ – Tempo associado com o uso de ferramenta de corte

l – Comprimento da trajetória equidistante ao contorno para cada lado do canto

p, q, l_t – Lados do triângulo auxiliar usado na comparação dos métodos de usinagem de cantos

n_1 – Número de trajetórias paralelas para o Método de Veeramani & Gau

n_2 – Número de trajetória equidistantes ao contorno para o Método *Offset*

x – Espaçamento entre trajetórias

1 INTRODUÇÃO

A usinagem em máquinas-ferramentas com Comando Numérico Computadorizado (CNC) tornou-se um grande recurso na produção de peças mecânicas. A flexibilidade e precisão proporcionada por estes equipamentos associada à capacidade de trabalhar geometrias mais complexas, de forma programada e repetitiva, tem contribuído para a difusão de seu uso.

Este desenvolvimento produzido pelo avanço da indústria eletrônica e da informática está promovendo, há alguns anos, uma verdadeira revolução na fabricação. A utilização de sistemas computacionais de auxílio ao projeto (CAD – *Computer-Aided Design*) e à fabricação (CAM – *Computer-Aided Manufacturing*) já são indispensáveis, somados a outros sistemas de bancos de dados, gerenciamento de projetos e produção, análise de tensões, planejamento de processos, dentre outros.

Tratando-se especificamente de processos de fabricação por usinagem, destaca-se a flexibilidade de produção com o uso de *magazines* para troca automática de ferramentas, sendo que a maioria destas máquinas possuía diversas ferramentas visando atender um conjunto variado de geometrias, o que reduziu consideravelmente os tempos totais de usinagem.

A geração da trajetória 2 ½ D, ou caminho de corte, na usinagem de uma determinada peça, pode ser realizada com o uso de sistemas computacionais desenvolvidos para este fim, entretanto, em sua maioria, são consideradas estratégias padronizadas de usinagem com o uso de uma única ferramenta. Recentemente alguns autores pesquisaram a possibilidade de utilizar ferramentas de raios variados na definição da trajetória 2 ½ D (Bala & Chang, 1991; Cota, 1995). Eles consideravam na análise um espaçamento entre trajetórias igual ao raio da ferramenta. Conforme veremos, esta análise é um tanto simplista e apresentaremos uma proposta que considera os seguintes aspectos: espaçamento entre trajetórias, raio da ferramenta, usinagem de cantos e trajetória de usinagem. O espaçamento entre trajetórias está associado intrinsecamente ao material a ser usinado, ao raio da ferramenta, à velocidade de avanço e ao material da ferramenta. Resumindo, este estudo baseia-se na utilização de determinadas estratégias de usinagem e na aplicação de um método

para identificar, de um conjunto disponível de ferramentas, qual combinação permite um menor tempo de fabricação.

O texto está organizado da seguinte forma:

No capítulo 2 apresenta-se os Fundamentos de Usinagem, o caso específico de Usinagem de Cavidades 2 ½ D, as Estratégias de usinagem (*zigzag* e *offset*) e os sistemas CAD/CAM. No capítulo 3 é apresentada a estratégia de usinagem interna utilizando-se do Diagrama de Voronoi parametrizado. Também é apresentada a estratégia de usinagem de cantos com a nova proposta feita neste trabalho, que será comparada com a proposta feita por Veeramani & Gau (1997a), através de uma demonstração teórica e também por dados calculados. No capítulo 4 é demonstrada a metodologia empregada para este a Seleção Automática de Ferramentas. O capítulo 5 são apresentados os resultados de algumas situações testadas, no capítulo 6 os resultados são discutidos e no capítulo 7 são apresentadas as conclusões.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo são abordados os fundamentos de usinagem que servem para embasar o estudo de usinagem de cavidades 2 ½ D e sua otimização como objetivo desta pesquisa. Estes conceitos são bastante difundidos e são apresentados para proporcionar uma melhor compreensão dos assuntos tratados posteriormente.

2.1 Máquinas-Ferramentas com CNC

O homem criou as máquinas e as ferramentas para facilitar seu trabalho no que diz respeito ao esforço físico, velocidade e repetibilidade. Através dos tempos, muitas máquinas foram inventadas para facilitar as diversas atividades de trabalho que existem, desde aquelas onde o uso de alavancas permitia aumentar a capacidade de movimentação de carga, passando pelas diversas aplicações usando a energia dos rios e do vento, usando força animal, e até aquelas que permitiam a produção de energia através de um meio combustível. Aos poucos, a energia antes produzida de forma natural ou com ação animal, foi substituída pela energia mecânica produzida pelas máquinas a vapor e posteriormente pelos motores de combustão.

Com o passar do tempo, foi possível utilizar a energia elétrica, que permitiu um grande avanço na redução do tamanho de determinadas máquinas. Durante o período de obtenção de conhecimento tecnológico para controlar esta forma de energia, muito foi desenvolvido em elementos de transmissão e acionamentos.

Com esse desenvolvimento foi possível pensar em meios de tornar a fabricação de determinados produtos mais ágil, ou seja, com melhor aproveitamento das máquinas para com isso reduzir o tempo de fabricação. Foram desenvolvidos melhores materiais para ferramentas e diversos tipos de mecanismos para permitir o que se chamou de ciclo de fabricação (conjunto de etapas realizadas para a fabricação de um determinado produto).

Para realizar as etapas de um processo de fabricação foram desenvolvidas as máquinas-ferramentas, ou máquinas operatrizes, que, em função de suas diversas formas e dimensões, tornaram possível a fabricação de uma infinidade de tipos de peças e conseqüentemente, de outras máquinas. E, portanto, foram modernizadas e adequadas às necessidades e aos recursos disponíveis para proporcionar maior

produção, segurança e qualidade. Mesmo assim, muitas limitações persistiram, principalmente tratando-se de geometrias complexas.

A vinculação da forma da peça a um determinado tipo de máquina-ferramenta, se deve, fundamentalmente, ao fato de que a variação de movimento das máquinas é difícil de ser controlada. Logo, foram utilizados dispositivos copiadores, que permitiam a reprodução de uma determinada trajetória por uma ferramenta. Este método foi, sem dúvida, um grande avanço, porém necessitava que diversos modelos fossem confeccionados.

Então, para trabalhar geometrias complexas sem o uso de modelos convencionais, foi criado o Comando Numérico (CN). Desde o desenvolvimento da primeira máquina-ferramenta com Comando Numérico no MIT (*Massachusetts Institute of Technology*) em 1952 (Machado, 1987), e posteriormente com o advento dos microprocessadores e o desenvolvimento do Comando Numérico Computadorizado (CNC), as máquinas-ferramentas ficaram mais precisas, versáteis e robustas.

Existem máquinas que determinam o perfil da peça através de movimentos regradados ou através da geometria da própria ferramenta. Outras, necessitam de um controle de posicionamento para, em função disso, usinar o perfil desejado. Neste segundo caso, estão as máquinas-ferramentas que utilizam Comando Numérico Computadorizado, como os tornos, as fresadoras, os centros de torneamento, os centros de usinagem, furadeiras, entre outras. Este recurso possibilita rapidez e precisão de posicionamento, além de outras vantagens como troca automática de ferramentas, variação de velocidades e um controle de todas as etapas de usinagem de uma peça.

A utilização do Comando Numérico Computadorizado proporcionou também um menor número de peças e de dispositivos de usinagem a serem trocados para cada operação diferente, reduzindo consideravelmente o tempo de preparação das máquinas.

A Fig. 1 mostra uma máquina-ferramenta com Comando Numérico Computadorizado. A máquina é uma fresadora, onde a ferramenta, chamada fresa, atua de forma rotativa e remove um volume de material através de sua movimentação produzindo a forma desejada.



Figura 1 - Máquina-Ferramenta (Fresadora) com CNC.

2.2 Fundamentos de Usinagem

Segundo Ferraresi (1977), entende-se por usinagem a operação que visa conferir a uma peça a forma, a dimensão ou o acabamento, ou ainda uma combinação destes, onde há produção de cavaco. Neste trabalho, o processo de usinagem considerado é o fresamento.

Fresamento, segundo Diniz *et al.* (2000), é um processo de fabricação por usinagem caracterizado por:

- a ferramenta, chamada fresa, é provida de arestas cortantes dispostas simetricamente em torno de um eixo;
- o movimento de corte é proporcionado pela rotação da fresa ao redor do seu eixo;
- o movimento de avanço é geralmente feito pela própria peça em usinagem, que está fixada na mesa da máquina, o qual obriga a peça a passar sob a ferramenta em rotação, que lhe dá forma e dimensão desejadas.

A fim de definir alguns conceitos relevantes sobre Tecnologia de Usinagem, considerou-se a obra de Diniz *et al.* (2000), baseada na norma NBR 6162, que trata de “Conceitos da Técnica de Usinagem – Movimentos e Relações Geométricas”, apresentando a terminologia adotada pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Especificamente neste estudo, que trata de usinagem de cavidades $2 \frac{1}{2} D$, os conceitos são abordados considerando este tipo de geometria e a usinagem por fresamento frontal ou de topo, ilustrado na Fig. 2.

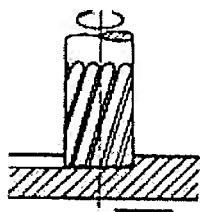


Figura 2 - Fresamento Frontal ou de Topo (Ferraresi, 1977).

2.2.1 Movimentos de Usinagem e Plano de Trabalho

Conforme a Fig. 3, podemos considerar:

- Movimento de corte – é o movimento entre ferramenta e peça, que sem a ocorrência concomitante do movimento de avanço, provoca remoção de cavaco durante uma única rotação da ferramenta;
- Movimento de avanço – é o movimento entre ferramenta e peça que, juntamente com o movimento de corte, possibilita uma remoção contínua do cavaco;
- Movimento efetivo de corte – é o movimento entre ferramenta e peça que resulta o processo de usinagem, sendo uma composição dos movimentos de corte e avanço;
- Plano de Trabalho – trata-se do plano formado pelas direções de corte e de avanço.

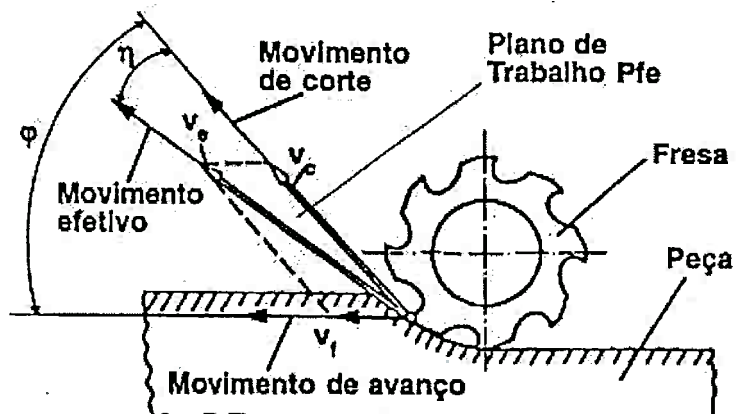


Figura 3 - Movimentos de usinagem e plano de trabalho (Diniz *et al.*, 2000).

2.2.2 Velocidade de Corte

A velocidade de corte, para operações de fresamento, que usa ferramenta rotativa, é a velocidade tangencial instantânea resultante da rotação da ferramenta, onde os movimentos de corte e avanço ocorrem concomitantemente. Assim, é definida por

$$V_c = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{1000} \quad (1)$$

onde

- V_c – Velocidade de corte [m/min],
- d – diâmetro da ferramenta [mm], e
- n – rotação da ferramenta [rpm].

2.2.3 Avanço por Dente

Corresponde à distância entre duas superfícies em usinagem consecutivas, considerada a direção de avanço, o que pode ser observado na Fig. 4.

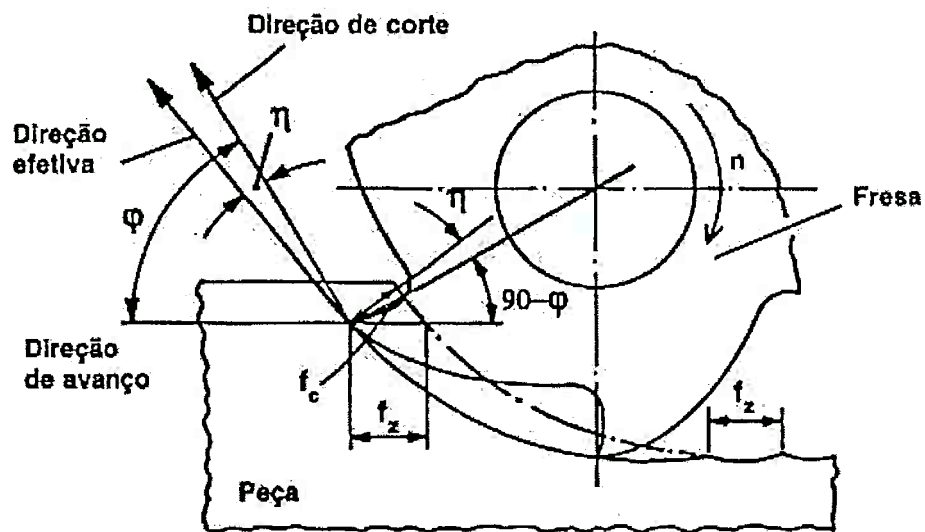


Figura 4 – Avanço por dente (Diniz *et al.*, 2000).

2.2.4 Velocidade de Avanço

Para o fresamento, a velocidade de avanço tem uma relação importante com a velocidade de corte, uma vez que está diretamente relacionada à rotação de trabalho, sendo definida por

$$V_f = f_z \cdot z \cdot n \quad (2)$$

onde

V_f – Velocidade de avanço [mm/min],

f_z – avanço por dente [mm],

z – número de dentes da ferramenta, e

n – rotação da ferramenta [rpm].

2.2.5 Profundidade de Corte

É a profundidade ou penetração da ferramenta em relação à peça, medida perpendicularmente ao plano de trabalho, como representado na Fig. 5.

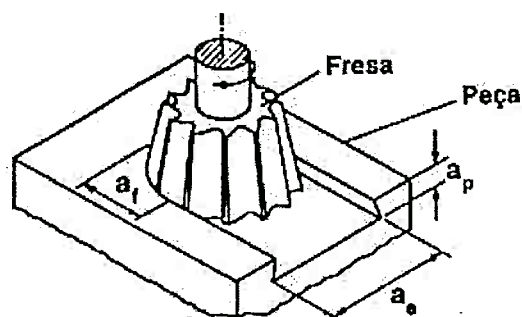


Figura 5 - Profundidade de corte (Diniz *et al.*, 2000).

2.2.6 Dados e Condições de Corte

Para cada situação de usinagem, considerando um determinado material de peça e um determinado material de ferramenta, pode-se definir condições de corte associando a isso uma expectativa de vida da ferramenta, ou seja, o tempo entre uma afiação e outra ou mesmo entre as substituições de pastilhas intercambiáveis. Assim, deve-se analisar os dados de corte disponíveis em catálogos de ferramentas e adequar a situação de trabalho com as condições de corte documentadas na literatura sobre a teoria da usinagem. Por exemplo, o fornecedor de uma ferramenta recomenda o seu uso para alguns tipos de materiais de peças e oferece uma orientação sobre valores de velocidade de corte, avanço e profundidade, que podem ser utilizados diretamente ou deverão sofrer uma adaptação com relação às características especiais de uma determinada operação de usinagem (se desbaste ou acabamento, por exemplo) ou mesmo considerando possibilidades da máquina-ferramenta em questão. Então, há a necessidade de uma correta utilização destes dados disponíveis.

2.3 Usinagem de Cavidades 2 ½ D

Este trabalho considera especificamente a usinagem de cavidades 2 ½ D, sendo apresentadas a seguir algumas informações sobre este tipo de cavidade, as máquinas-ferramentas com CNC, as estratégias mais usuais de usinagem e os sistemas CAD/CAM.

A grande maioria dos processos de usinagem industrial pode ser realizada utilizando usinagem 2 ½ D. Segundo Held (1991a), mais de 80 % das peças

mecânicas podem ser usinadas usando este conceito pois a maioria destas possui forma de curvas de nível, pela própria funcionalidade e facilidade de montagem, apresentando paralelismo e perpendicularismo em suas faces. Além disso, as superfícies de forma livre muitas vezes são desbastadas em $2 \frac{1}{2} D$, ou seja, criando planos de corte (Park, 2003).

2.3.1 Cavidades $2 \frac{1}{2} D$

As cavidades existentes em peças mecânicas, segundo Hatna *et al.* (1998), podem ser classificadas em seis categorias:

- a) cavidade plana (Fig. 6a);
- b) cavidade de contorno livre (Fig. 6b);
- c) cavidade de canto (Fig. 6c);
- d) cavidade de face de múltiplas entradas (Fig. 6d);
- e) cavidade multi-faces (Fig. 6e), e;
- f) cavidade de forma livre (Fig. 6f).

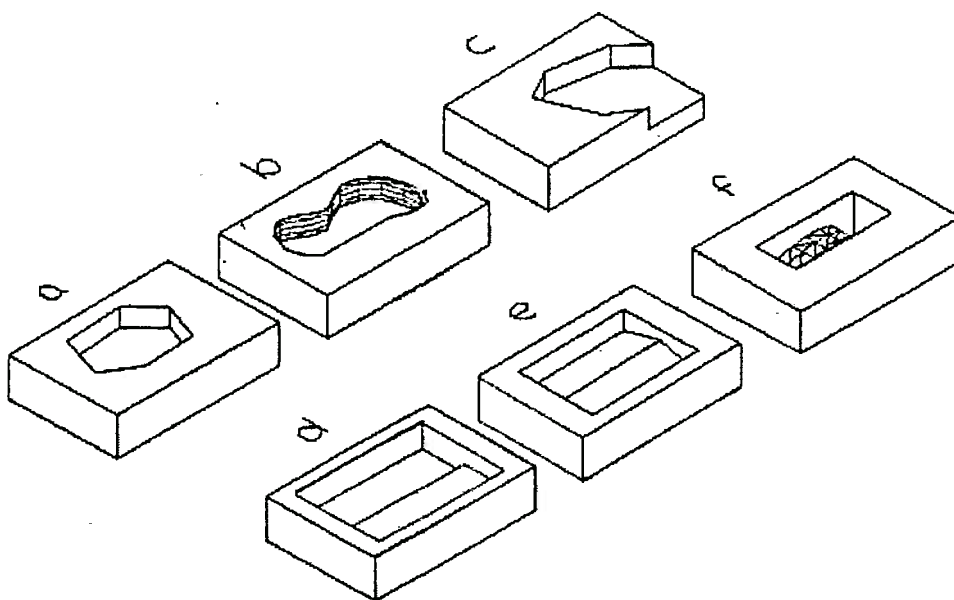


Figura 6 - Tipos de cavidades segundo Hatna *et al.* (1998).

Os 4 primeiros tipos, que se enquadram na definição de cavidades $2 \frac{1}{2} D$, podem ser usinados com uma ferramenta rotativa (fresa) de extremidade cilíndrica.

Em função da profundidade da cavidade e da máxima profundidade de corte permitida à ferramenta, a operação poderá ser executada em um ou mais planos.

As geometrias $2 \frac{1}{2} D$ podem ser definidas por um desenho plano, limitado por arcos e segmentos de reta, que através de uma operação chamada extrusão ou *sweeping* adquire volume. No caso específico de cavidades $2 \frac{1}{2} D$, pode-se considerar o deslocamento do contorno provocando uma reentrância na peça de base perpendicular ao contorno. Desta forma, esta cavidade pode ser compreendida apenas por uma vista superior com a informação da profundidade da cavidade (Oliveira & Tsuzuki, 1999b).

2.3.2 Estratégias de Usinagem

Para usinagem de cavidades $2 \frac{1}{2} D$ as estratégias mais usuais são usinagem paralela a uma direção, com destaque para a movimentação em ziguezague, e a usinagem equidistante ao contorno, denominada *offset*.

2.3.2.1 Usinagem em Ziguezague

A usinagem em ziguezague é realizada através de movimentos paralelos a uma determinada direção (Fig. 7). Wang *et. al.* (1988), realizaram um estudo analítico para usinagem de faces poligonais planas e verificaram que para contornos poligonais convexos, os movimentos paralelos à maior aresta ou à diagonal proporcionaram um menor comprimento da trajetória da ferramenta. Assim, formularam um método de subdivisão das faces poligonais em triângulos, observando trajetórias paralelas às maiores arestas dos triângulos.

Observa-se que neste tipo de trajetória, em ziguezague, torna-se necessária a remoção das saliências deixadas pela ferramenta, pois na usinagem de cavidades há regiões de material não usinado nas mudanças de direção, diferentemente da usinagem de faces, onde a ferramenta pode ir além do contorno. Isto é realizado com movimentos paralelos às arestas. Portanto, além do movimento em ziguezague existe um movimento equidistante ao contorno para remoção do material que não foi removido (Fig. 8).

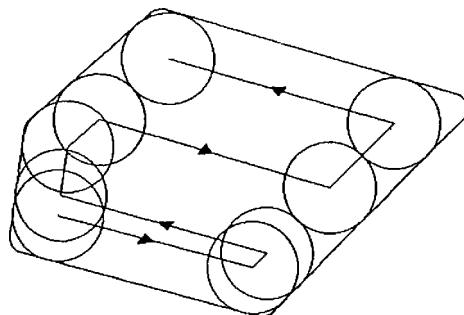


Figura 7 - Trajetória inicial em ziguezague.

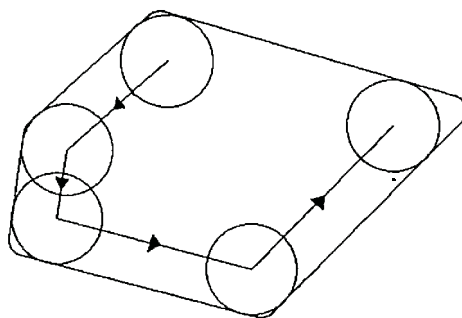


Figura 8 - Trajetória final equidistante ao contorno.

Neste tipo de trajetória, os estudos encontrados na literatura foram direcionados à obtenção de um método matemático para geração de um menor caminho de corte e também para a determinação de qual seria a melhor direção para as trajetórias paralelas. Neste aspecto, Wang *et al.* (1988) apresentaram sua proposta para usinagem de faces, assunto também analisado por Jamil (1998), restringindo as faces para 3 lados e, portanto, convexas. Autores como Prabhu *et al.* (1990), Lakkaraju *et al.* (1992) e Sun & Tsai (1994) dedicaram-se à determinação de um método matemático para otimização da trajetória para usinagem de faces poligonais. Tratando de cavidades, Jamil (1997) apresentou proposta destacando a possibilidade de tratamento de cavidades de contorno não convexo, onde a determinação da direção dos movimentos paralelos teve uma metodologia específica. Held (1991b), Tang *et al.* (1998), Park & Choi (2000) e Arkin *et al.* (2000) consideraram este

aspecto incluindo cavidades com ilhas, sendo que, neste caso, busca-se um menor número de retrações além da redução do caminho de corte.

2.3.2.2 Usinagem em *Offset*

De acordo com Tsuzuki & Moscato (1995), a estratégia de usinagem paralela ao contorno, também conhecida por usinagem em *offset*, utiliza o conceito de deslocar elementos do contorno paralelamente para definir o caminho de corte.

Esta estratégia pode ser dividida em duas técnicas principais:

- a) contorno das reentrâncias, e;
- b) diagramas de Voronoi.

Os algoritmos que implementam a primeira técnica estão concentrados na definição de *offsets* sucessivos a partir do contorno original. O problema principal nesta técnica é a necessidade de se determinar as auto-intersecções.

Vários autores propuseram métodos para obtenção do caminho de corte equidistante ao contorno. Ferreira (1993), propôs uma técnica que ele denominou por “*shrinking*”, que é baseada na teoria de grafos. Cota *et al.* (1993,1995), propuseram e aprimoraram uma técnica baseada em subcontornos que são deslocados paralelamente ao contorno original.

Persson (1978), propôs uma técnica eficiente baseada em duas etapas. Inicialmente, toda reentrância é dividida em sub-áreas independentes e, em seguida, o caminho de corte é criado diretamente a partir das sub-áreas. A idéia principal do método é que um ponto entre dois segmentos de caminho de corte consecutivos possui a mesma distância mínima de dois elementos de contorno e está a uma distância maior de qualquer outro elemento de contorno. Considerando o conjunto de pontos que possuem esta propriedade obtemos um grafo conhecido como Diagrama de Voronoi, que é uma ferramenta de geometria computacional apresentada por Voronoi (1908) *apud* Held (1991a). Outros autores como Jeong & Kim (1998), Meshkat & Sakkas (1987) e Srinivasan & Nackman (1987) também exploraram o estudo do Diagrama de Voronoi. Jeong & Kim (1999) e Held *et al.* (1994) consideraram o uso de mapas de proximidade. Held (1998), Choi & Park (1999), Manuel *et al.* (1996) e Lambregts *et al.* (1996) apresentaram outras propostas, também com trajetórias equidistantes ao contorno.

Desta forma, tendo-se o diagrama de Voronoi, o algoritmo para gerar o caminho de corte fica assim:

- 1) construa um segmento de *offset* elementar a partir do elemento de contorno;
- 2) interseccione o segmento de *offset* elementar com os bissetores que delimitam a área de Voronoi associada ao segmento de *offset*.
- 3) conecte os segmentos de *offset* de forma a produzir o caminho de corte.

A Fig. 9 ilustra os passos citados acima.

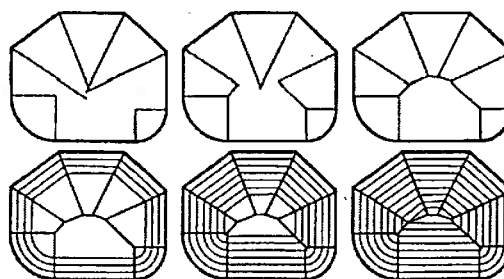


Figura 9 - Geração do caminho de corte com o uso do Diagrama de Voronoi.

2.3.3 Sistemas CAD/CAM

Os Sistemas CAD (*Computer Aided Design*) e CAM (*Computer Aided Manufacturing*) são os meios mais modernos para elaboração de programas CNC. Tais sistemas permitem uma interpretação da geometria das peças armazenadas em arquivo criado no CAD e a geração de programas CNC de acordo com algumas informações fornecidas pelo programador-usuário através do módulo CAM.

Segundo Volpato & Ahrens (1995), em termos gerais, os sistemas CAD/CAM disponíveis no mercado exigem os seguintes passos para a obtenção de programas CNC:

- Preparação das superfícies a serem usinadas;
- Seleção dos parâmetros e variáveis do processo (tolerâncias, sobremetal, ferramentas, parâmetros de corte, etc.);
- Geração automática das trajetórias das ferramentas;

- Pós-processamento dos programas, adequando ao formato dos comandos e características das máquinas.

A necessidade do desenvolvimento destas ferramentas de programação se deve à complexidade das formas criadas e à dificuldade de elaboração de programas CNC para estas geometrias. As aplicações da indústria aeronáutica, com uso de peças de alumínio e de forma intensa na produção de matrizes para injeção de peças plásticas, são exemplos de geometrias bastante complexas onde este recurso se tornou indispensável.

A Figura 10 ilustra algumas das possibilidades de movimentação da ferramenta para usinagem de cavidades disponíveis no *software* Mastercam, versão 7.0 (1998).

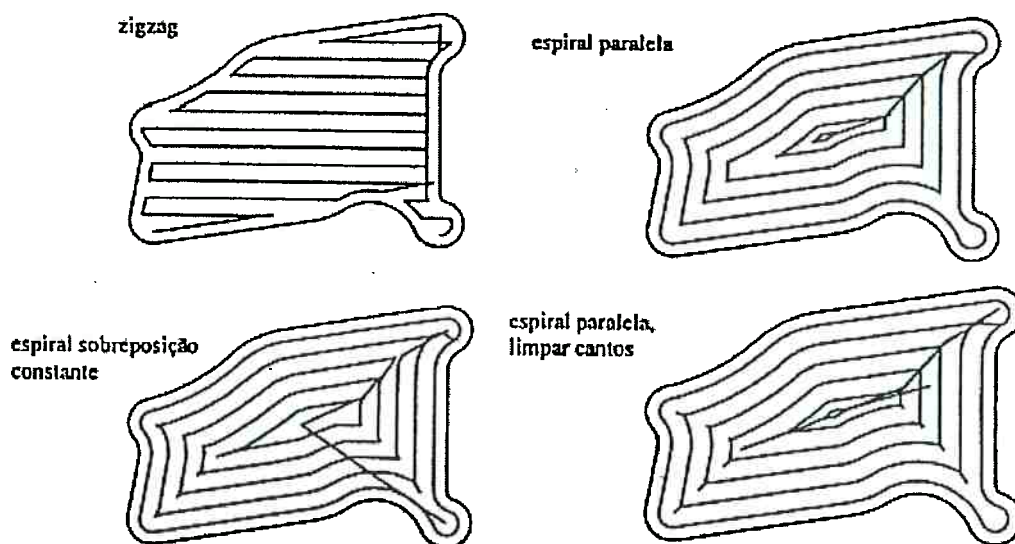


Figura 10 - Tipos de estratégias de caminhos de corte.

Apesar da grande contribuição dada por estes sistemas computacionais para a operacionalização desta tarefa de produzir os programas CNC, observa-se algumas limitações, ou mesmo, alguns aspectos que podem ser aprimorados. Por exemplo, o uso de mais de uma ferramenta para usinagem de cavidades, fato que pode alterar consideravelmente o trabalho a ser realizado, seja com relação ao tempo de execução, como também a própria qualidade do resultado final, é um aspecto ainda não considerado pela maioria dos sistemas CAD/CAM disponíveis no mercado.

3 CONSIDERAÇÕES SOBRE A GEOMETRIA PARA DEFINIÇÃO DA TRAJETÓRIA DA FERRAMENTA

Neste estudo foram consideradas as cavidades $2 \frac{1}{2} D$ usinadas em máquina-ferramenta com CNC, em que a ferramenta rotativa atua perpendicularmente ao fundo da cavidade. Para sua obtenção foram escolhidas estratégias sistematizadas de usinagem que serão descritas nas próximas seções. As ferramentas adotadas foram fresas de topo, sendo que suas dimensões e condições de corte sugeridas consideradas a partir de dados do fabricante.

Held (1991a) afirmou que cerca de 80 % das operações de usinagem de cavidade poderiam ser trabalhadas como $2 \frac{1}{2} D$. Nos dias de hoje, não se tem um valor quantitativo para ser comparado a esta afirmação, entretanto, sabe-se que o avanço na fabricação de máquinas-ferramentas com CNC possibilitou que geometrias de forma livre, com maior complexidade, possam ser obtidas por este meio. Assim, pode-se verificar que para estas geometrias mais complexas surgiu uma nova possibilidade para substituição dos meios artesanais. Com relação às cavidades $2 \frac{1}{2} D$, observa-se que o percentual de ocorrência é bastante grande. Por isto consideramos em nosso trabalho apenas cavidades $2 \frac{1}{2} D$.

As geometrias consideradas foram contornos poligonais convexos, com cantos arredondados. Estas geometrias compreendem um número bastante representativo de situações encontradas na indústria, uma vez que além das cavidades $2 \frac{1}{2} D$ propriamente ditas, existem as cavidades de forma livre que são desbastadas em planos de corte. Com relação aos contornos poligonais côncavos, pode-se dizer que tratam-se também de situações bastante usadas, e também podem configurar os contornos de forma livre. Tais variações servem para complementar o alcance deste sistema computacional, e a utilização deste domínio geométrico permite a demonstração da metodologia proposta e avaliação de sua funcionalidade e eficiência.

A geração do caminho de corte da ferramenta é realizada de acordo com estratégias específicas de usinagem, divididas em 2 etapas: usinagem interna (desbaste e acabamento) e usinagem de cantos.

3.1. Usinagem Interna

A usinagem interna é aquela que promove a maior remoção de material. Das estratégias mais usuais de zigzague e *offset*, optou-se pelo uso da segunda por permitir trajetórias em qualquer geometria sem haver variações no número de retrações e possibilitando a realização da usinagem de toda a cavidade em um determinado tipo de fresamento, priorizando o concordante, que determina uma maior vida à ferramenta. Para a determinação do caminho de corte da ferramenta, considerando trajetórias equidistantes ao contorno, adotou-se o uso do Diagrama de Voronoi, descrito a seguir.

3.1.1 Diagrama de Voronoi

O Diagrama de Voronoi consiste num conjunto de pontos que possuem a seguinte propriedade: dividem a área interna da cavidade (*pocket*) em sub-áreas chamadas regiões de Voronoi. Estas regiões são formadas pelos pontos que guardam a menor distância de um elemento de contorno da cavidade e uma distância maior de cada um dos outros elementos. Os lugares dos pontos que definem estas regiões são os bissetores de pares de elementos de contorno. Estes bissetores também são chamados de limites de Voronoi e são constituídos de pontos que equidistam de uma distância mínima de dois lados e guardam uma distância maior em relação aos demais elementos de contorno. A Fig. 11 ilustra um Diagrama de Voronoi com as propriedades descritas acima.

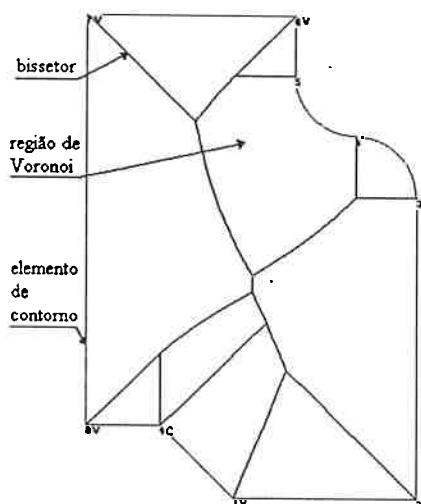


Figura 11 - Diagrama de Voronoi.

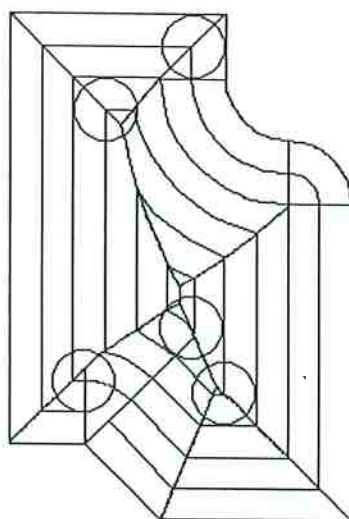


Figura 12 - Aplicação para Geração do Caminho de Corte (Oliveira & Tsuzuki, 2000)

A Fig. 12 demonstra a aplicação do Diagrama de Voronoi na geração do caminho de corte de usinagem.

3.1.2 Representação do Diagrama de Voronoi

Para representar um Diagrama de Voronoi optou-se por uma estrutura de dados onde a principal componente é a aresta. Cada aresta possui associado a si as seguintes informações: quatro ponteiros para as arestas que incidem na presente aresta e dois ponteiros para os objetos que definem a presente aresta. Desta forma, cada bissetor está associado ao contorno, conforme ilustra a Fig. 13 e a Tab. 1.

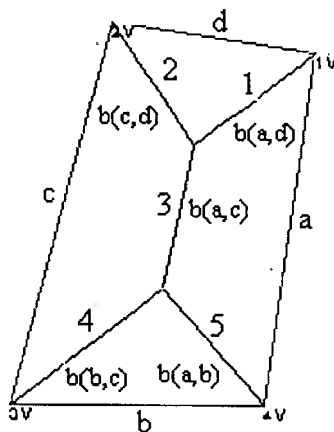


Figura 13 - Representação do Diagrama de Voronoi.

Tabela 1. Representação da estrutura de dados considerada.

Aresta	Ant. 2	Ant. 1	Prox. 2	Prox. 1	Face esq.	Face dir.
1	/	/	3	2	A	d
2	/	/	1	3	D	c
3	2	1	5	4	A	c
4	/	/	3	5	C	b
5	/	/	4	3	B	a

3.1.3 Parametrização de Bissetores

Uma vez que a distância de *offset* é muito utilizada durante todo o processamento, tanto no que diz respeito à construção do Diagrama de Voronoi como na determinação do caminho de corte, optou-se por expressar os bissetores como funções de seus *offsets* em relação aos elementos de contorno.

Um problema porém surge nesta representação: um bissetor b pode possuir dois pontos $p1$ e $p2$ com o mesmo *offset* em relação aos elementos de contorno – vide Figura 14.

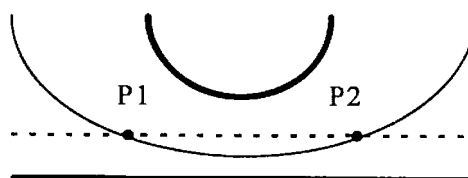


Figura 14 - Pontos $p1$ e $p2$ possuem o mesmo *offset*.

A solução adotada neste estudo foi proposta por Held (1991), e consiste em dividir os bissetores em dois tipos: bissetores geométricos (as arestas de um diagrama de Voronoi) e bissetores analíticos (bissetores geométricos se dividem nos pontos de extrema distância de *offset* - mínima ou máxima distância).

Para parametrizar um bissetor analítico, inicialmente, não distinguimos entre um segmento de linha limitado e sua reta suporte, ou entre um arco circular e o círculo que contém o arco. As linhas e círculos são representados pelas suas equações

implícitas, e desta maneira é muito fácil representar as curvas de “*offset*”. Para um círculo possuímos:

$$(x - xc)^2 + (y - yc)^2 = r^2 \quad (3)$$

o *offset* do círculo - com *offset* t é fornecido por:

$$(x(t) - xc)^2 + (y(t) - yc)^2 = (r + k \cdot t)^2 \quad (4)$$

onde (xc, yc) representam o centro do círculo e r representa o raio do círculo. Por analogia, para a reta:

$$a \cdot x + b \cdot y + c = 0 \quad (5)$$

onde $a^2 + b^2 = 1$, o *offset* da reta é fornecido por:

$$a \cdot x(t) + b \cdot y(t) + c + k \cdot t = 0 \quad (6)$$

onde a , b e c são os coeficientes normalizados da reta. Em ambas as fórmulas a direção de escorregamento é dada por $k = \pm 1$. O caso em que $k = +1$ pode ser interpretado como um engrandecimento do círculo, e opostamente, o caso em que $k = -1$ significa uma diminuição do círculo. Para a reta, o parâmetro k indica se o *offset* da reta está situado à direita ou à esquerda da reta.

As fórmulas de parametrização para os bissetores (utilizando o *offset* t como parâmetro) podem ser obtida pela solução das equações de intersecção dos elementos de *offset* apresentados. As fórmulas finais já foram apresentadas por Persson (1978) e estão apresentadas abaixo. Observe que Persson forneceu apenas as fórmulas para retas que não são paralelas e para círculos que não são concêntricos.

Reta-Reta

$$\begin{aligned} a_1 \cdot x(t) + b_1 \cdot y(t) + c_1 + k_1 \cdot t &= 0 \\ a_2 \cdot x(t) + b_2 \cdot y(t) + c_2 + k_2 \cdot t &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

onde,

$$a_1^2 + b_1^2 = 1 \text{ e } a_2^2 + b_2^2 = 1$$

Bissetor Linear

$$x(t) = (b_1 \cdot c_2 - b_2 \cdot c_1) / \Delta + t \cdot (b_1 \cdot k_2 - b_2 \cdot k_1) / \Delta \quad (8)$$

$$y(t) = (a_2 \cdot c_1 - a_1 \cdot c_2) / \Delta + t \cdot (a_2 \cdot k_1 - a_1 \cdot k_2) / \Delta$$

$$\Delta = a_1 \cdot b_2 - b_1 \cdot a_2$$

Círculo-Reta

$$(x(t) - xc_1)^2 + (y(t) - yc_1)^2 = (r_1 + k_1 \cdot t)^2 \quad (9)$$

$$a_2 \cdot x(t) + b_2 \cdot y(t) + c_2 + k_2 \cdot t = 0$$

onde,

$$a_2^2 + b_2^2 = 1$$

Bissetor Parabólico

$$x(t) = xc_1 - a_2 \cdot h - k_2 \cdot a_2 \cdot t \pm b_2 \sqrt{r_1(t)^2 - h(t)^2} \quad (10)$$

$$y(t) = yc_1 - b_2 \cdot h - k_2 \cdot b_2 \cdot t \pm a_2 \sqrt{r_2(t)^2 - h(t)^2}$$

$$r_1(t) = r_1 + k_1 \cdot t$$

$$h = a_2 \cdot xc_1 + b_2 \cdot yc_1 + c_2$$

$$h(t) = h + k_2 \cdot t$$

Círculo-Círculo

$$(x(t) - xc_1)^2 + (y(t) - yc_1)^2 = (r_1 + k_1 \cdot t)^2 \quad (11)$$

$$(x(t) - xc_2)^2 + (y(t) - yc_2)^2 = (r_2 + k_2 \cdot t)^2$$

Bissetor Hiperbólico/Elíptico

$$x(t) = xc_1 - d_x \cdot h - d_x \cdot \Delta \cdot t \pm d_y \sqrt{r_1(t)^2 - h(t)^2} \quad (12)$$

$$y(t) = yc_1 - d_y \cdot h - d_y \cdot \Delta \cdot t \pm d_x \sqrt{r_1(t)^2 - h(t)^2}$$

$$r_1(t) = r_1 + k_1 \cdot t$$

$$r_2(t) = r_2 + k_2 \cdot t$$

$$d = \sqrt{(xc_1 - xc_2)^2 + (yc_1 - yc_2)^2}$$

$$d_x = (xc_2 - xc_1) / d$$

$$d_y = (yc_2 - yc_1) / d$$

$$\Delta = (k_2 \cdot r_2 - k_1 \cdot r_1) / d$$

$$h = (r_2^2 - r_1^2 - d^2) / 2d$$

$$h(t) = (r_2(t)^2 - r_1(t)^2 - d^2) / 2d$$

Retas Paralelas - caso não previsto por Persson (1978)

$$a_1 \cdot x(t) + b_1 \cdot y(t) + c_1 + k_1 \cdot t = 0 \quad (13)$$

$$a_2 \cdot x(t) + b_2 \cdot y(t) + c_2 + k_2 \cdot t = 0$$

Retas paralelas com o mesmo sentido - Bissetor Linear

$$(a_1 + a_2) \cdot x + (b_1 + b_2) \cdot y + (c_1 + c_2) \cdot z = 0 \quad (14)$$

$$t = |c_1 - c_2| / 2$$

Retas paralelas com sentidos opostos - Bissetor Linear

$$(a_1 - a_2) \cdot x + (b_1 - b_2) \cdot y + (c_1 - c_2) \cdot z = 0 \quad (15)$$

$$t = |c_1 - c_2| / 2$$

Arcos Concêntricos - caso não previsto por Persson (1978)

$$(x - xc)^2 + (y - yc)^2 = r_1^2 \quad (16)$$

$$(x - xc)^2 + (y - yc)^2 = r_2^2$$

Bissetor Circular

$$(x - xc)^2 + (y - yc)^2 = (r_1 + r_2)^2 / 4 \quad (17)$$

$$t = |r_1 - r_2| / 2$$

3.1.4 Geração do Diagrama de Voronoi

O algoritmo implementado, baseado na proposta inicial de Persson (1978) é o seguinte:

1. Todos os ângulos internos maiores que 180° são transformados em arcos de circunferência de raio nulo;
2. Os bissetores de todos os pares de arestas adjacentes são determinados;
3. Determina-se a intersecção entre todos os bissetores que possuem uma aresta em comum, e seleciona-se a aresta cujo ponto de intersecção possui o menor valor de “*offset*”. Cada bissetor possui duas intersecções, uma com cada bissetor adjacente, assim deve-se verificar qual o ponto de intersecção está mais próximo do ponto inicial do bissetor. Após esta verificação, o ponto mais próximo é selecionado
4. Este lado é removido da lista auxiliar de arestas. Desta maneira, as arestas adjacentes a esta aresta removida, passam a se comportar como se fossem adjacentes.;
5. Determina-se o bissetor associado ao novo par de arestas adjacentes que surgiu com a remoção da aresta do passo 3, e realiza-se novamente o passo 3, até que exista apenas uma única aresta na lista auxiliar de arestas.

O conceito básico neste algoritmo é definir o Diagrama de Voronoi através da busca de pontos de intersecção entre bissetores com menor valor de *offset* para pontos de intersecção entre bissetores com maior valor de *offset*.

3.1.5 Geração do Caminho de Corte

O caminho de corte é determinado segundo o algoritmo abaixo:

1. o usuário especifica uma ferramenta de qualquer raio, sendo que o *offset* inicial é menor ou igual ao raio específico. Determina-se o ponto mais interno

com seu respectivo *offset*. Desta maneira é possível calcular o número de passadas da ferramenta;

2. Através do raio da ferramenta e do número da passada atual, determina-se quais bissetores possuem *offset* inicial menor que o nível do *offset* atual e quais bissetores possuem *offset* final maior que o nível de *offset* atual;
3. Monta-se uma lista contendo a aresta, os pontos final e inicial, e o *offset* correspondente. Esta lista é ordenada segundo a ordem crescente de identificação da aresta. Desta forma, o caminho de corte é traçado sempre no sentido anti-horário.

3.1.6 Aplicação na Usinagem $2 \frac{1}{2} D$

A obtenção do Diagrama de Voronoi, com bissetores parametrizados possibilita muitas combinações de uso de ferramentas, de avanços e espaçamentos diferentes. Deste modo, de acordo com fatores tecnológicos referentes aos materiais de ferramenta e peça, algumas soluções são escolhidas. As Figs. 15 e 16 demonstram duas situações para uma mesma cavidade, sendo a primeira com o uso de uma única ferramenta de 3 mm e na segunda com duas ferramentas em situação bem definida, sendo a de 20 mm para o desbaste e a de 12 mm para o contorno (acabamento).

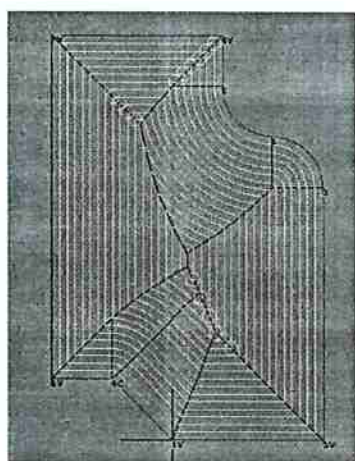


Figura 15 - Caminho de corte com 1 ferramenta.

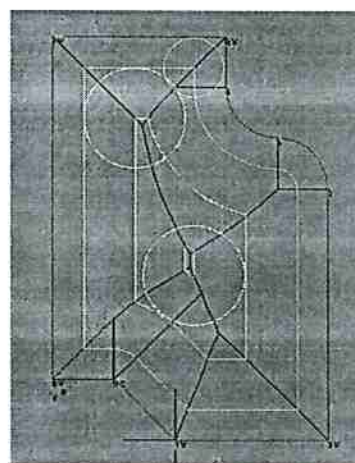


Figura 16 - Caminho de corte com 2 ferramentas.

3.1.7 Desbaste

A etapa de desbaste representa a maior remoção de material e, portanto, tem fundamental importância no tempo de usinagem. Nesta etapa são recomendados os valores de largura de usinagem e profundidade de corte com valor máximo de metade do diâmetro da ferramenta e o contorno da cavidade fica com um sobre-metal de 1/10 do diâmetro da ferramenta, que será removido na etapa posterior de acabamento.

3.1.8 Acabamento

Esta etapa tem por objetivo remover o sobre-metal deixado na etapa de desbaste de modo a conferir precisão dimensional e qualidade de acabamento em função das condições de corte empregadas, adequadas a este fim. O valor da largura de usinagem é de no máximo 1/10 do diâmetro da ferramenta e a profundidade de corte pode chegar ao valor do diâmetro da ferramenta.

3.2 Usinagem de Cantos

Esta etapa caracteriza-se pela remoção do material não usinado com as ferramentas maiores até a dimensão que configure o arredondamento do canto da cavidade.

3.2.1 Método de Veeramani & Gau

Visando uma sistematização deste procedimento, Veeramani & Gau (1997a), propuseram uma trajetória em ziguezague paralela ao arco de concordância existente no canto, e posteriormente um movimento equidistante ao contorno do canto para a remoção das saliências (Fig. 17).

O movimento tem a seqüência A-B-C-D-E-F-G-H, depois uma retração até A e posteriormente a usinagem entre A-H-I.

Para calcular o comprimento do caminho de corte para usinar o canto, usa-se o equacionamento proposto pelos autores:

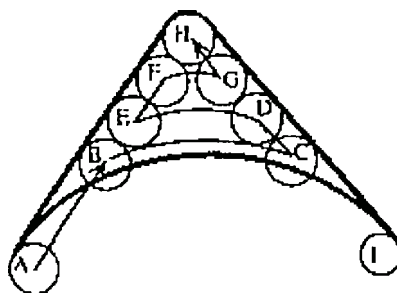


Figura 17 – Usinagem dos Cantos segundo Veeramani & Gau (1997a).

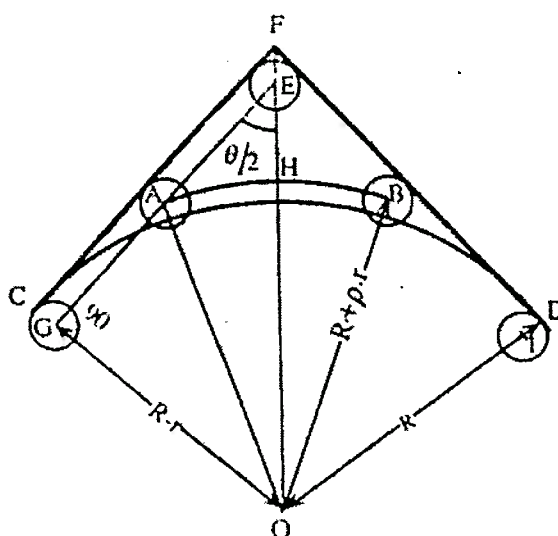


Figura 18 – Método de Veeramani & Gau (1997a).

Baseado na Fig. 18, os autores consideraram que o comprimento do caminho de corte é a soma dos movimentos paralelos ao arco de concordância correspondente ao diâmetro da maior ferramenta, com os segmentos ascendentes, mais os movimentos eqüidistantes ao contorno executados para usinar o material não removido anteriormente devido à mudanças de direção. Assim, temos que ρ corresponde a um fator de espaçamento que vale 1 para espaçamento igual ao raio da

ferramenta e nt é o número de trajetórias paralelas ao arco de concordância, dado por:

$$nt = \frac{\frac{(R-r)}{\text{sen}(\theta/2)} - (R + \rho r)}{2\rho r}, \quad (18)$$

Os movimentos paralelos ao arco de concordância são somados por:

$$\sum_{i=1}^{nt} \left\{ \pi [(R + \rho r(2i-1))] \left[90 - \theta/2 - \cos^{-1} \left(\frac{(R-r)}{(R + \rho r(2i-1))} \right) \right] \right\}, \quad (19)$$

Então, os movimentos ascendentes que são executados ora de um lado, ora de outro, cujo total corresponde a uma trajetória ascendente são dados por:

$$GA + (AE + BE)/2 = GA + AE = GE = (R-r) \cot(\theta/2), \quad (20)$$

Como nas mudanças de direção restam saliências não removidas na etapa anterior, torna-se necessário a execução de uma trajetória equidistante ao contorno dada por:

$$2GE = 2(R-r) \cot(\theta/2), \quad (21)$$

Portanto, o comprimento do caminho de corte para usinagem de cantos proposto por Veeramani & Gau (1997a) corresponde à soma do valores obtidos nas Equações 19, 20 e 21. Se, por acaso, a relação entre as dimensões das duas ferramentas consideradas, a maior e a menor, for pequena e não determinar a geração de trajetórias paralelas ao arco de concordância, o valor comprimento do caminho de corte será o resultado da Equação 21.

3.2.2 Nova Proposta de Usinagem de Cantos

Considerando a possibilidade de realizar movimentos equidistantes ao contorno para usinar o canto, é possível reduzir o tempo de usinagem, sendo necessário realizar uma trajetória sobre o bissetor do canto para remover o material restante quando o espaçamento entre trajetórias escolhido for maior que o raio da ferramenta. A Fig. 19 ilustra esta nova proposta.

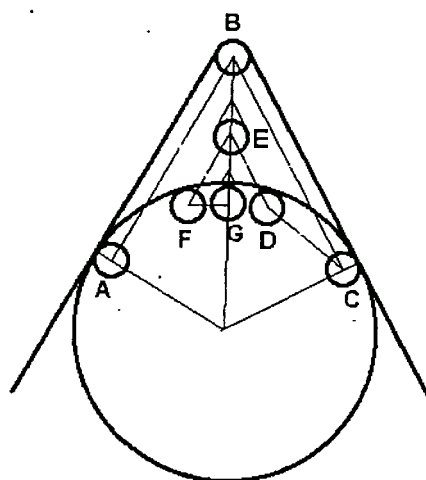


Figura 19 – Nova Proposta de Usinagem dos Cantos.

Na abordagem proposta por Oliveira & Tsuzuki (2001), a seqüência de movimentação da ferramenta é A-B-C-D-E-F-G-B. Deste modo, observa-se uma trajetória sem retrações ou movimentos em vazio. As posições da ferramenta são determinadas de forma equidistante ao contorno, sendo que D, F e G são obtidos através da interseção entre o movimento paralelo ao limite da cavidade e a circunferência que representa a área usinada pela ferramenta maior. Os pontos A e C são obtidos na posição da tangente entre a circunferência da ferramenta maior e o limite do contorno.

A Fig. 20 ilustra esta nova proposta, cujo equacionamento é apresentado a seguir.

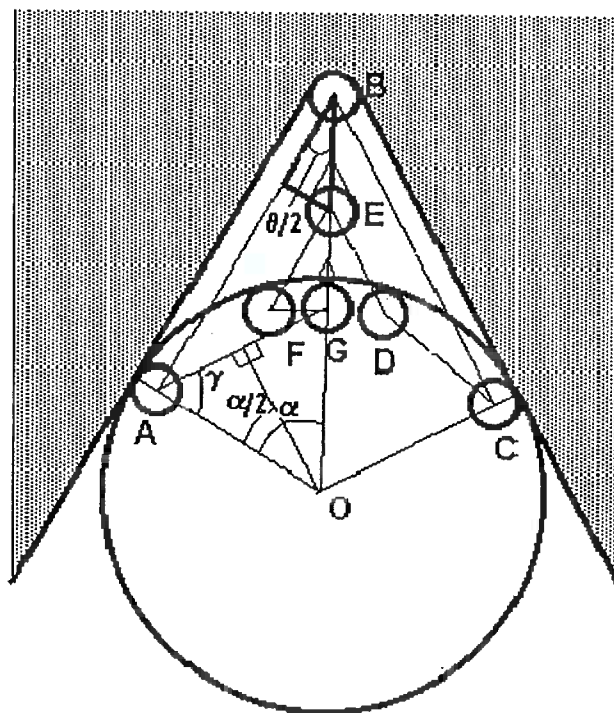


Figura 20 - Nova proposta de usinagem de cantos - detalhamento.

Buscando identificar a melhor situação de usinagem de cantos, ambas estratégias foram implementadas e diversas combinações de diâmetros de ferramentas e dimensões angulares dos cantos foram testadas (Figura 21), sendo os resultados apresentados no Anexo A.

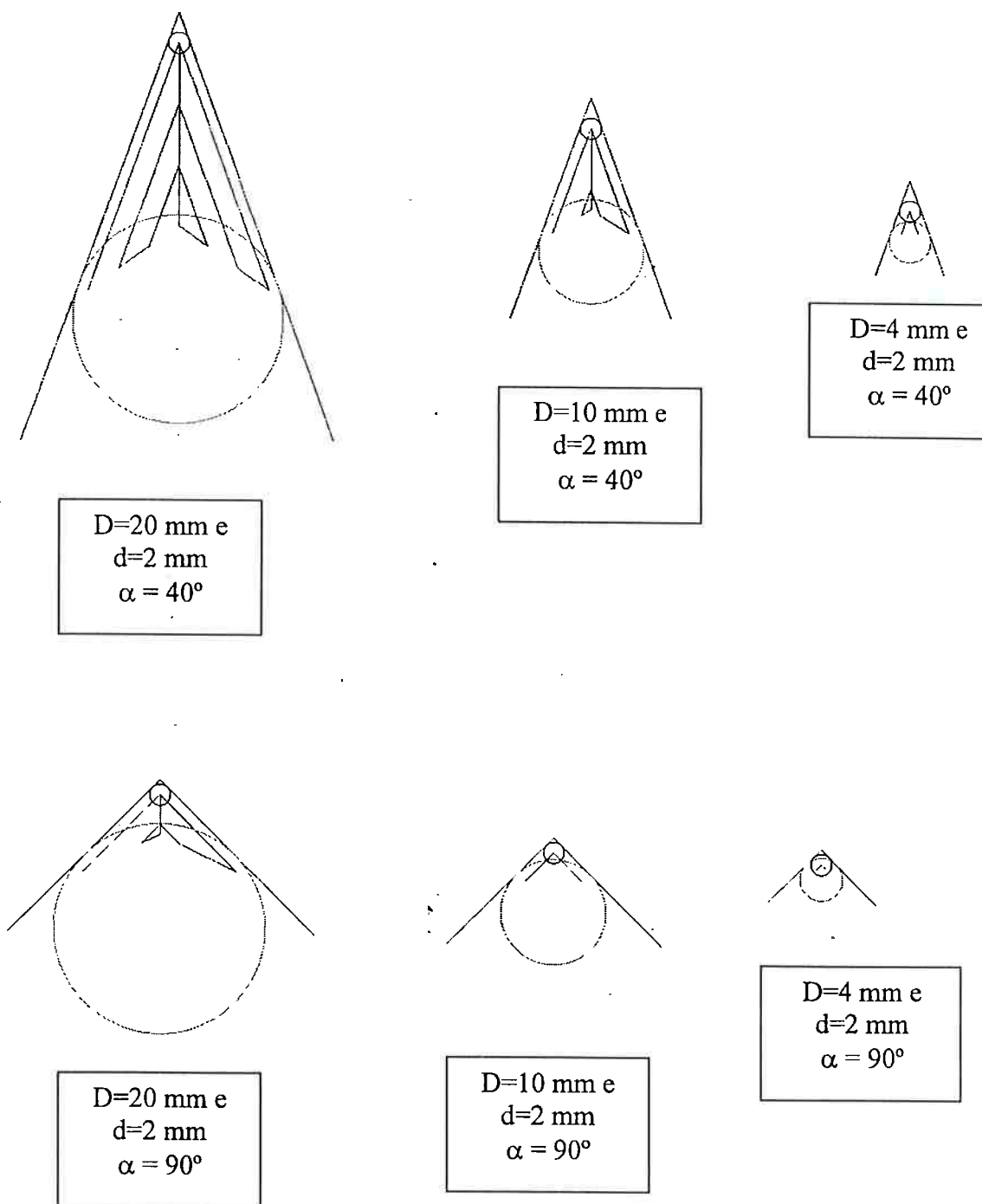


Figura 21 - Algumas combinações de dimensões de ferramentas e ângulos de canto, onde “D” é o diâmetro da maior ferramenta, “d” é o diâmetro da menor ferramenta e “ α ” é ângulo do canto.

Da Fig. 20, temos que:

$$EB = \frac{(r \cdot \rho)}{\text{sen}(\theta/2)}, \quad (22)$$

E a distância entre os centros das ferramentas é:

$$OB = \frac{(R - r)}{\text{sen}(\theta/2)}, \quad (23)$$

Logo, a distância sobre o bissetor, que não foi usinada é:

$$GB = OB - (R - r), \quad (24)$$

E os novos ângulos considerados são:

$$\alpha = \pi/2 - \theta/2, \quad (25)$$

$$\gamma = \pi/2 - \alpha/2, \quad (26)$$

Chamando de N_p o número de passadas, dado por:

$$N_p = GB/EB, \quad (27)$$

que será depois arredondado para o número inteiro seguinte.

Então, determina-se:

$$AG = (R - r) * \text{sen}(\alpha/2) * 2, \text{ e} \quad (28)$$

$$AB = (R - r) * \text{cot}(\theta/2), \quad (29)$$

Calcula-se variando i de 1 até N_p , fazendo:

$$\text{comprimento} = \sum_{i=1}^{N_p} 2 \cdot i \cdot (AB / N_p) \quad (30)$$

$$\text{comprimento} = \sum_{i=1}^{N_p} \frac{2i(R-r) \cdot \cot(\theta/2)}{\frac{(R-r)}{\sin(\theta/2)} - (R-r)} + (R-r) \cdot \sin(\alpha/2) \cdot 2$$

$$\frac{r}{\sin(\frac{\theta}{2})}$$
(31)

Os resultados da comparação entre os métodos, sendo ρ igual a 1, demonstram que o Método Equidistante ao Contorno (*Offset*) apresentou menor comprimento de corte para usinagem dos cantos comparando-o com a proposta de Veeramani & Gau (1997a). A Fig. 22 ilustra o resultado da comparação entre o comprimento do caminho de corte para $D = 20$ mm, o diâmetro maior e $d = 2$ mm, o diâmetro menor.

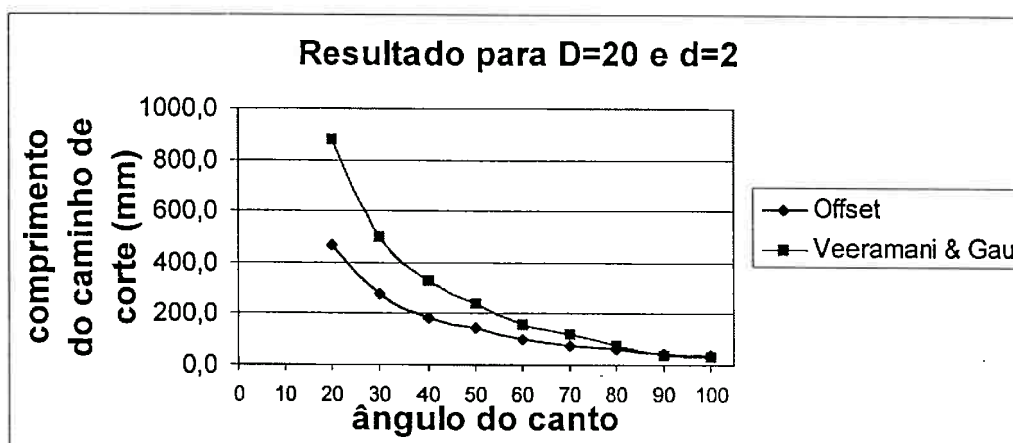


Figura 22 - Comparação entre os métodos de usinagem de cantos para $D = 20$ mm e $d = 2$ mm.

A Fig. 23 apresenta a comparação dos métodos, sendo o comprimento do caminho de corte obtido para o método *offset* dividido pelo resultado obtido para o método de Veeramani & Gau (1997a), para 5 situações de combinação de ferramentas e ângulos variando entre 20° e 100° .

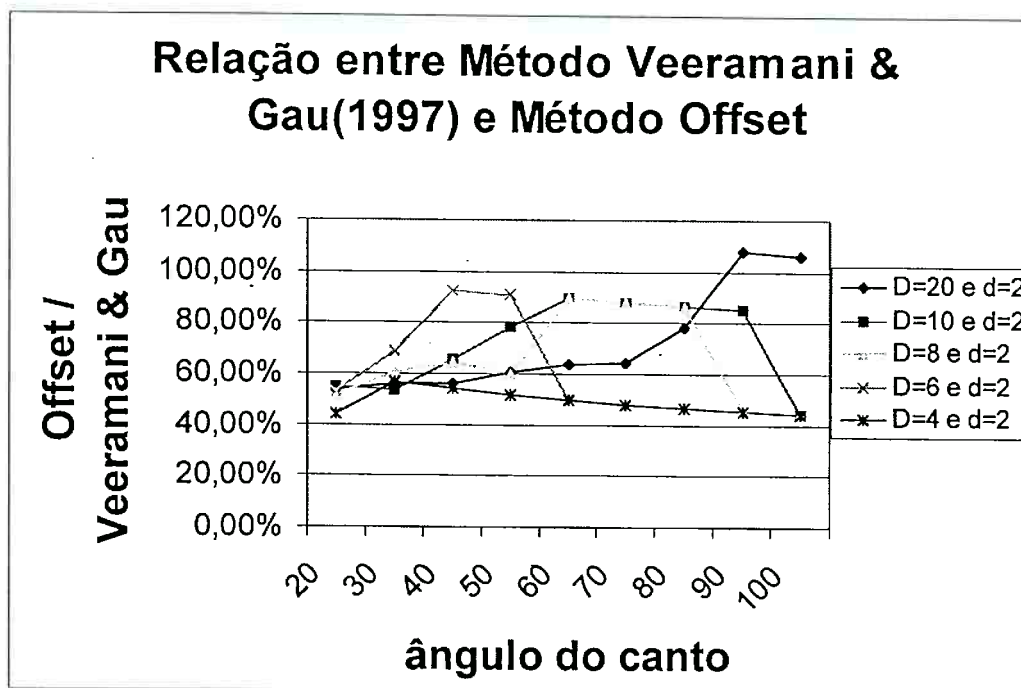


Figura 23 - Comparação entre os métodos de usinagem de cantos.

3.2.3 Comparação Teórica entre os Métodos de Usinagem de Cantos

Os métodos de usinagem de cantos apresentados têm estratégias diferentes e os resultados do comprimento do caminho de corte também são distintos. Entretanto, podemos fazer algumas simplificações de modo a compreender o relacionamento possível entre estes resultados.

O método proposto por Veeramani & Gau (1997a) tem como resultado a soma de três parcelas bem definidas, que são:

- O somatório dos movimentos equidistantes ao arco de concordância determinado pela maior ferramenta;
- Uma trajetória equidistante ao contorno da cavidade, cuja extensão é igual à metade do contorno do canto, correspondente aos movimentos

ascendentes de uma trajetória paralela até a outra, ora de um lado, ora de outro;

- Uma trajetória eqüidistante ao contorno da cavidade, com o objetivo de remover qualquer porção de material não removido nas etapas anteriores, devido a mudanças de direção.

Já o método *offset*, que apresentamos neste trabalho, tem o seu resultado do comprimento de caminho de corte, também formado por duas parcelas, a saber:

- O somatório dos movimentos eqüidistantes ao contorno, e;
- Um movimento em trajetória linear entre duas posições eqüidistantes ao centro da maior ferramenta.

Estas informações podem ser melhor compreendidas através na visualização da Fig. 24, onde fazemos uma aproximação das trajetórias, considerando os segmentos curvos com se fossem retas. Tal medida reduz o comprimento real destes segmentos curvos, porém nosso objetivo é demonstrar que o método *offset* tem menor comprimento de corte que o método proposto por Veeramani & Gau (1997a) e, portanto, se validarmos tal proposta com segmentos retos, isto será válido para segmentos curvos, que tem maior comprimento.

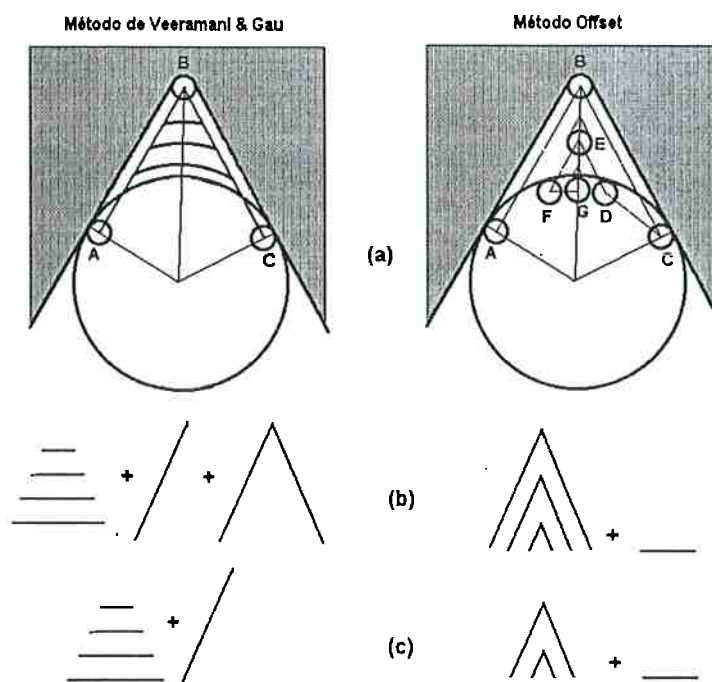


Figura 24 – Parcelas de movimentos considerados nos métodos de usinagem de cantos.

As representações dos métodos estão na Fig. 24(a). Na Fig. 24(b) temos uma representação das parcelas que determinam o comprimento do caminho de corte para cada método. Observa-se, então, que pode-se fazer uma simplificação da trajetória eqüidistante ao contorno da cavidade, que é comum aos dois métodos. Assim, na Fig. 24(c) temos a representação dos movimentos que devem ser comparados.

Fazendo outra simplificação, descartamos a segunda parcela de cada método, na Fig. 24 (c), sabendo que o movimento do primeiro método é maior. Logo, nessas simplificações, estamos sempre relacionando os movimentos maiores do primeiro método como se fossem iguais aos do segundo.

Portanto, temos na Fig. 25 a representação dos movimentos a comparar. Para facilitar a compreensão, os movimentos foram representados pela metade, de modo que, como nosso objetivo é compará-los, tal medida não compromete nossa resolução.

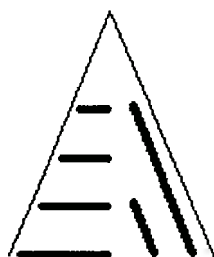


Figura 25 - Comparação de movimentos.

Considerando que a distância entre as trajetórias é mesma, ou seja, estamos comparando movimentos com mesmo espaçamento, temos para o método de Veeramani & Gau, o comprimento do caminho de corte dado pela Equação 32:

$$\text{comprimento} = \sum_{i=1}^{n_1} \frac{lt}{n_1} \cdot \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot i = \sum_{i=1}^{n_1} \frac{x}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} \cdot \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot i = \sum_{i=1}^{n_1} x \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot i \quad (32)$$

Onde lt é o comprimento da trajetória eqüidistante ao contorno para metade do canto, n_1 é o número de trajetórias paralelas existentes, determinado pela Equação 37, e x é a distância entre as trajetórias, ou seja, o espaçamento.

Para a análise, consideramos a Fig. 26:

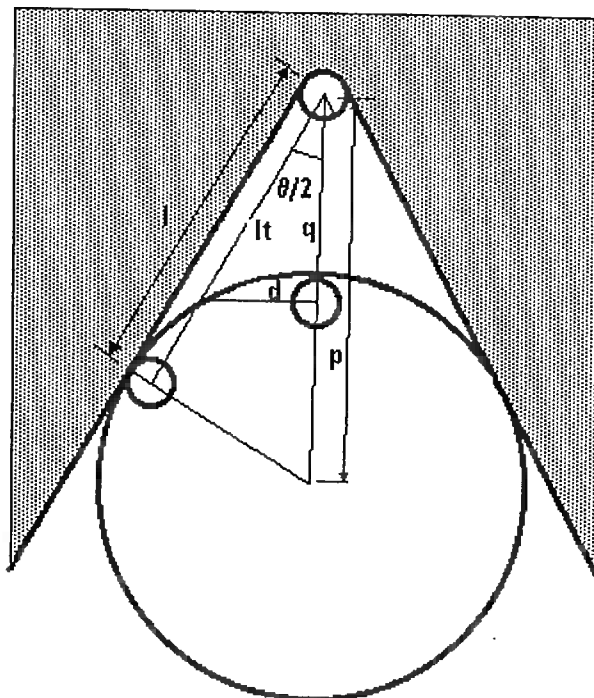


Figura 26 - Determinação de região a usinar para comparação.

Onde:

$$l = (R - r) \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (33)$$

e

$$p = \frac{l}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}. \quad (34)$$

Logo

$$q = p - (R - r) = \frac{l}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} - (R - r) \quad (35)$$

e

$$lt = q \cos\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (36)$$

Então,

$$n_1 = \frac{lt}{x} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (37)$$

Da mesma forma, para o segundo método, temos que:

$$\text{comprimento} = \sum_{i=1}^{n_2-1} \left| \frac{x}{\text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)} \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \frac{x}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \right| \cdot \frac{i}{n_2} = \quad (38)$$

$$\text{comprimento} = \sum_{i=1}^{n_2-1} x \cdot \left| \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) + \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right| \frac{i}{n_2} = \quad (39)$$

Onde n_2 é dado pela equação por:

$$n_2 = n_1 \cdot \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{lt}{x} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (40)$$

Assim, observamos que para o segundo método (*offset*), o comprimento do caminho de corte é determinado por um somatório com menos itens, além deste valor ser reduzido em uma unidade. Logo, mesmo tendo este método a soma de valores de tangente e cotangente do ângulo do canto, tal valor é dividido pelo número de passadas, que no caso é menor que o número de passadas do primeiro método, além do somatório também ter menos itens. Isto explica o fato de o resultado obtido para o comprimento do caminho de corte para o segundo método ser menor que o obtido no primeiro método na maioria dos testes realizados e apresentados no Anexo A.

4. SELEÇÃO AUTOMÁTICA DE FERRAMENTAS

É possível classificar os fatores que contribuem para otimizar o tempo de usinagem em fatores geométricos e fatores tecnológicos. A seguir apresentamos alguns fatores tecnológicos:

- seleção de ferramentas (material, afiação);
- determinação adequada das condições de corte (velocidades de corte, avanço, profundidade, etc.);
- condições de sujeição da peça, da ferramenta e rigidez da máquina;
- uso de fluidos de corte (quando indicado).

Os fatores geométricos são obtidos exclusivamente a partir da geometria da peça a ser usinada e da geometria da ferramenta. Podemos citar os seguintes fatores geométricos:

- seleção de estratégias de usinagem (paralela ao contorno, ziguezague e usinagem de cantos), objetivando reduzir o tempo de usinagem;
- utilizar um conjunto maior de ferramentas de mesma geometria com diâmetros variados objetivando reduzir o tempo de usinagem.

Entretanto, consideramos que alguns fatores não são exclusivamente tecnológicos ou exclusivamente geométricos. Por exemplo, o comprimento da trajetória da ferramenta (fator geométrico) depende em realidade do espaçamento entre as trajetórias, que está associado a fatores tecnológicos. Também é necessário considerar a profundidade de corte, comparando com a profundidade máxima recomendada para cada ferramenta. E, por último, a velocidade de avanço de cada ferramenta pode ser diferente, dependendo do seu diâmetro, assim é conveniente determinar o tempo de usinagem e não apenas o comprimento da trajetória. Sabemos que a velocidade de usinagem não é constante, mas o fato de considerá-la constante nos fornece uma aproximação do tempo de usinagem mais fiel quando comparado unicamente ao comprimento da trajetória.

Muitos pesquisadores tem se interessado por este tema. Bala & Chang (1991) afirmaram que a dimensão da ferramenta é um dos fatores que mais afetam o tempo usinagem e desenvolveram, então, uma proposta de estratégia de geração de trajetória para usinagem de cavidades $2 \frac{1}{2} D$ usando duas ferramentas.

Veeramani & Gau (1997a, 1997b, 2000) apresentaram uma proposta de seleção automática de ferramentas, considerando a possibilidade de determinar o caminho de corte de menor tempo de usinagem em cavidades de contorno triangular. Posteriormente considerando cavidades $2 \frac{1}{2} D$, de modo geral, eles utilizaram a definição de uma estrutura tridimensional conhecida como Montanha Voronoi, sendo necessário realizar operações booleanas entre sólidos. Nesta nova estrutura não é possível identificar qual lado do Voronoi é interno e qual é o externo. Assim, em nossa proposta de Voronoi parametrizado temos as mesmas características que a Montanha Voronoi e não necessitamos realizar operações booleanas, permitindo a qualquer momento identificar o contorno real da cavidade.

De acordo com Oliveira & Tsuzuki (1999a,1999c), a sistematização das estratégias de usinagem permite a aplicação de um método de seleção de ferramentas de corte, baseado em programação dinâmica. Este método possibilita a escolha, dentre um determinado conjunto de ferramentas, e qual seqüência de uso garante um menor tempo de usinagem. O método é simples e de fácil implementação.

De acordo com Novaes (1978), a Programação Dinâmica não se caracteriza como um tipo de algoritmo ou processo de otimização. É na realidade, um enfoque especial, um método lógico, que pode ser aplicado a um grande número de problemas dos mais variados tipos. Um dos seus conceitos básicos é o de **estágio**, que indica um instante de tempo representativo da evolução do processo em análise. Portanto, é um método que busca a obtenção de uma seqüência de pontos ótimos no processo analisado, ou seja, um ponto ótimo em cada **estágio**.

Para aplicar a Programação Dinâmica, cada ferramenta de corte representa um **estado**, e cada uso da ferramenta representa um **estágio**. O estágio inicial (0) corresponde ao material bruto. O método consiste de N estágios, onde N representa o número total de ferramentas de corte de dimensões distintas, no intervalo considerado. O último estágio deverá corresponder ao uso da ferramenta de corte cujo diâmetro é igual ao dobro do raio do canto da cavidade.

O relacionamento recursivo que é característico deste problema pode ser representado por:

$$P_n(i, j) = C(i, j) + P_{n-1}^*(i) \quad (41)$$

sendo $1 \leq i \leq N$, $j > i \geq n-1$, $n > 1$.

$$P_{n-1}^*(i) = \text{Min}\{P_{n-1}(k, i)\} \quad (42)$$

sendo $0 \leq k \leq i-1$.

$P_n(i, j)$ é o tempo total de usinagem do material bruto (estágio 0) para o estágio n , onde a ferramenta usada (estado) no estágio $n-1$ é i e a ferramenta usada (estado) no estágio n é j , e $P_{n-1}^*(i)$ representa o mínimo tempo de usinagem para atingir o estado i no estágio $n-1$.

$C(i, j)$ representa o tempo associado com o uso da ferramenta de corte j (incluindo o tempo de troca de ferramenta) para usinar a área não usinada depois do uso da ferramenta i .

Com os tempos calculados, monta-se uma tabela (Tabela 2) com os tempos acumulados e determina-se, partindo da última ferramenta, qual o menor tempo encontrado. Com este valor identifica-se qual estado é executado. De forma decrescente, segue-se este procedimento, identificando em função do estado, qual a ferramenta deve anteceder até chegar à primeira ferramenta.

Tabela 2. Tabela de Programação Dinâmica

Ferramenta	Maior			Menor	
	Estágio	1	2		N-1
0	$P_1(0,1)$	$P_2(0,2)$...	$P_{N-1}(0,N-1)$	$P_N(0,N)$
1		$P_2(1,2)$...	$P_{N-1}(1,N-1)$	$P_N(1,N)$
2				$P_{N-1}(2,N-1)$	$P_N(2,N)$
-					
N-3					$P_N(N-3,N)$
N-2					$P_N(N-2,N)$
N-1					$P_N(N-1,N)$
$P^*(i)$					

5 RESULTADOS

As condições de corte, ou seja, os valores utilizados de velocidade de corte, velocidade de avanço, espaçamento entre trajetórias e profundidade de corte são recomendados pelos fabricantes. Obviamente, são valores que variam da combinação de material de ferramenta com material de peça a ser usinada.

Neste capítulo apresentamos algumas aplicações considerando dados recomendados pela Sandvik Coromant (Sandvik, 2001), conforme Fig. 27.

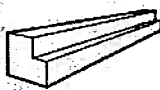
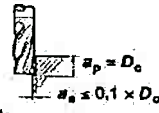
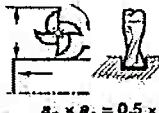
Materiais			Acabamento — GC 1010		Desbaste - canais — GC 1020																																																																							
																																																																												
ISO	CMC No	HB	Velocidade de corte vc m/min		Velocidade de corte vc m/min																																																																							
P	01.1	125	200-350	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Dc mm</th> <th>Avanço/dente fz mm/z</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0,5</td><td>0,001-0,005</td></tr> <tr><td>1</td><td>0,001-0,01</td></tr> <tr><td>2</td><td>0,01-0,02</td></tr> <tr><td>3</td><td>0,01-0,02</td></tr> <tr><td>4</td><td>0,02-0,04</td></tr> <tr><td>5</td><td>0,03-0,06</td></tr> <tr><td>6</td><td>0,03-0,07</td></tr> <tr><td>7</td><td>0,04-0,08</td></tr> <tr><td>8</td><td>0,05-0,09</td></tr> <tr><td>9</td><td>0,07-0,10</td></tr> <tr><td>10</td><td>0,07-0,12</td></tr> <tr><td>12</td><td>0,08-0,13</td></tr> <tr><td>14</td><td>0,08-0,14</td></tr> <tr><td>16</td><td>0,09-0,15</td></tr> <tr><td>18</td><td>0,10-0,16</td></tr> <tr><td>20</td><td>0,10-0,16</td></tr> <tr><td>25</td><td>0,10-0,16</td></tr> </tbody> </table>	Dc mm	Avanço/dente fz mm/z	0,5	0,001-0,005	1	0,001-0,01	2	0,01-0,02	3	0,01-0,02	4	0,02-0,04	5	0,03-0,06	6	0,03-0,07	7	0,04-0,08	8	0,05-0,09	9	0,07-0,10	10	0,07-0,12	12	0,08-0,13	14	0,08-0,14	16	0,09-0,15	18	0,10-0,16	20	0,10-0,16	25	0,10-0,16	125-220	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Dc mm</th> <th>Avanço/dente fz mm/z</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0,001-0,005</td></tr> <tr><td>2</td><td>0,005-0,015</td></tr> <tr><td>3</td><td>0,01-0,02</td></tr> <tr><td>4</td><td>0,015-0,03</td></tr> <tr><td>5</td><td>0,02-0,03</td></tr> <tr><td>6</td><td>0,02-0,04</td></tr> <tr><td>7</td><td>0,02-0,04</td></tr> <tr><td>8</td><td>0,03-0,045</td></tr> <tr><td>9</td><td>0,03-0,045</td></tr> <tr><td>10</td><td>0,035-0,05</td></tr> <tr><td>12</td><td>0,035-0,06</td></tr> <tr><td>14</td><td>0,04-0,07</td></tr> <tr><td>16</td><td>0,05-0,08</td></tr> <tr><td>18</td><td>0,06-0,08</td></tr> <tr><td>20</td><td>0,06-0,08</td></tr> <tr><td>25</td><td>0,06-0,09</td></tr> </tbody> </table>	Dc mm	Avanço/dente fz mm/z	1	0,001-0,005	2	0,005-0,015	3	0,01-0,02	4	0,015-0,03	5	0,02-0,03	6	0,02-0,04	7	0,02-0,04	8	0,03-0,045	9	0,03-0,045	10	0,035-0,05	12	0,035-0,06	14	0,04-0,07	16	0,05-0,08	18	0,06-0,08	20	0,06-0,08	25	0,06-0,09
	Dc mm	Avanço/dente fz mm/z																																																																										
	0,5	0,001-0,005																																																																										
	1	0,001-0,01																																																																										
	2	0,01-0,02																																																																										
3	0,01-0,02																																																																											
4	0,02-0,04																																																																											
5	0,03-0,06																																																																											
6	0,03-0,07																																																																											
7	0,04-0,08																																																																											
8	0,05-0,09																																																																											
9	0,07-0,10																																																																											
10	0,07-0,12																																																																											
12	0,08-0,13																																																																											
14	0,08-0,14																																																																											
16	0,09-0,15																																																																											
18	0,10-0,16																																																																											
20	0,10-0,16																																																																											
25	0,10-0,16																																																																											
Dc mm	Avanço/dente fz mm/z																																																																											
1	0,001-0,005																																																																											
2	0,005-0,015																																																																											
3	0,01-0,02																																																																											
4	0,015-0,03																																																																											
5	0,02-0,03																																																																											
6	0,02-0,04																																																																											
7	0,02-0,04																																																																											
8	0,03-0,045																																																																											
9	0,03-0,045																																																																											
10	0,035-0,05																																																																											
12	0,035-0,06																																																																											
14	0,04-0,07																																																																											
16	0,05-0,08																																																																											
18	0,06-0,08																																																																											
20	0,06-0,08																																																																											
25	0,06-0,09																																																																											
01.2	Aços sem liga	150	180-250	120-190																																																																								
02.1	Aços baixa-liga	175	140-240	90-160																																																																								
02.2	Aços baixa-liga	330	120-200	80-120																																																																								
03.11	Aços alta-liga	200	140-190	90-130																																																																								
M	05.11 ¹⁾	200	90-160	40- 90																																																																								
	05.21 ¹⁾	Aços inoxidáveis	200	80-120																																																																								
	05.51 ¹⁾	230	60- 90	50- 90																																																																								
S	20.22	Ligas resistentes ao calor	350	40- 50																																																																								
	23.22	Ligas de titânio	350	50- 80																																																																								
H	04	Aços duros	HRC55	40- 70																																																																								
	04	HRC63	30- 50	30- 50																																																																								
F	07.1	Ferros fundidos maleáveis	130	170-260																																																																								
	07.2	230	130-190																																																																									
	09.1	Ferros nodulares SG	160	200-300																																																																								
	09.2	250	150-200																																																																									
	08.1	Ferros fundidos	180	150-220																																																																								
N	30.22	Ligas de alumínio (fundidas)	90	1000	1000																																																																							

Figura 27 - Quadro com recomendações do fabricante (Sandvik, 2001).

Assim, de acordo com as informações deste fabricante, pode-se dizer que para usinar um aço sem liga, de dureza Brinell em torno de 150 HB, numa operação de desbaste, com uma ferramenta de 10 mm de diâmetro, recomenda-se velocidade de corte entre 120 e 190 m/min e avanço/dente de 0,07 a 0,12 mm/dente. Ainda pode-se extrair que a largura de usinagem e profundidade máxima de corte devem ser de no máximo 5 mm para operações de desbaste e para acabamento indica-se profundidade de até 10 mm, sendo que a largura de usinagem deve ser no máximo 1 mm.

Considerando que tais informações são fornecidas em intervalos de valores, pode-se definir três níveis de utilização. Os valores maiores, que permitem um maior

rendimento, também exigem mais dos equipamentos, e são portanto indicados para equipamentos novos e com potência satisfatória. Os valores menores são indicados para equipamentos mais usados e com deficiências, onde não há possibilidade de obtenção de melhores condições. Para as situações intermediárias, recomenda-se o uso de valores médios.

Em nosso trabalho observamos tanto para a usinagem interna, quanto para a usinagem de cantos, o uso de um espaçamento máximo entre trajetórias igual ao raio da ferramenta. Tal medida visa garantir a aplicação das condições de corte, onde autores como Diniz *et al.* (2000), preconizam o uso de máxima profundidade possível, em torno de $2/3$ da profundidade útil e valores menores de avanço, tanto radial, quanto avanço por dente. Observamos que estes valores podem ser variados e com isso os resultados bastante alterados.

5.1 Exemplo 1

Num primeiro exemplo, ilustrado na Fig. 28, consideramos o uso dos dados descritos na tabela 3, em que temos valores de rotações bastante elevados para atender à velocidade de corte utilizada, cujo valor escolhido foi de 190 m/min para todas as ferramentas. Neste caso, considerou-se que todas as ferramentas são do mesmo material, com o mesmo número de arestas de corte e por isso, necessita-se de uma máquina-ferramenta que possibilite valores elevados de rotação da ferramenta.

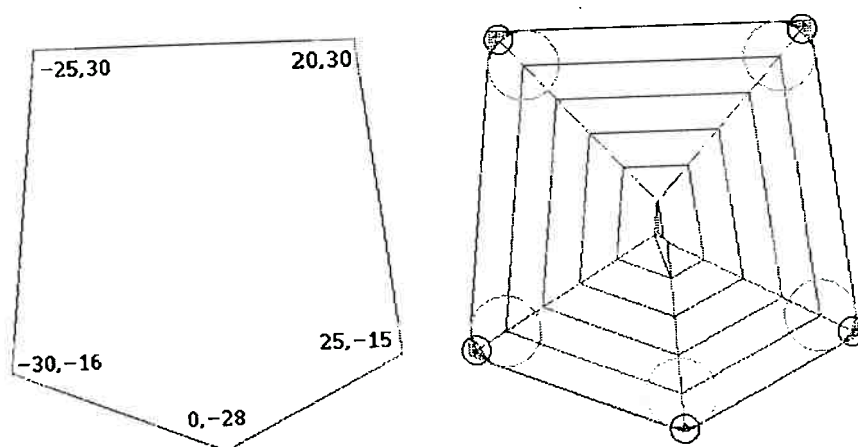


Figura 28 - Cavidade do exemplo 1.

Aplicando os valores das condições de corte, considerando a possibilidade de obtenção dos valores recomendados, resultou a tabela 6, dos tempos de usinagem para cada etapa e ferramenta, sendo que o tempo de troca de ferramenta utilizado foi de 5 segundos.

Tabela 6. Tempos de usinagem obtidos.

avl. mm/1'	635,03	737,09	780,18	861,82	907,18	1043,26	907,18	544,31
Diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	17,32	20,67	34,87	40,61	52,99	71,06	337,48	1709,95
1		1,20	2,84	3,09	3,42	4,88	17,95	70,49
2			1,70	2,06	2,44	2,55	12,30	49,50
3				0,51	0,98	1,28	5,62	22,44
4					0,49	0,85	2,93	15,38
5						0,43	1,96	9,93
6							0,98	3,67
7								1,22

Aplicando a Programação Dinâmica com o objetivo de selecionar as ferramentas que determinam o menor tempo de usinagem, obteve-se a tabela 7, com os tempos acumulados.

Tabela 7 – Tempos acumulados de usinagem e seleção de ferramentas.

	1	2	3	4	5	6	7	8
diam. Mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	17,32	20,67	34,87	40,61	52,99	71,06	337,48	1709,95
1		23,53	25,17	25,41	25,75	27,21	40,27	92,81
2			27,38	27,73	28,12	28,22	37,97	75,18
3				30,68	31,14	31,44	35,78	52,61
4					30,90	31,26	33,34	45,79
5						31,17	32,70	40,67
6							33,18	35,87
7								33,92
Min	17,32	20,67	25,17	25,41	25,75	27,21	32,70	33,92

A leitura do resultado inicia pela menor ferramenta escolhida, de 1 mm de diâmetro, que tem o raio igual ao raio do canto da cavidade. Como o menor valor, 33,92 s, está na linha referente à etapa 7, busca-se na coluna da ferramenta 7 qual o menor tempo, sendo encontrado o valor de 32,70 s. Este valor, por estar na linha

referente à etapa 5, nos conduz à coluna da ferramenta 5, onde o menor valor, 25,75s, está na linha referente à ferramenta 1, que é, portanto, a última ferramenta selecionada.

Assim, foram selecionadas as ferramentas de diâmetros iguais a 1, 2, 6 e 20 mm.

5.2 Exemplo 2

O segundo exemplo aparece na Fig. 29, e consideramos o uso dos dados descritos na tabela 3, ou seja, as mesmas condições do exemplo anterior.

Sabendo-se que a profundidade desta cavidade é de 10 mm, temos na tabela 8 os valores do comprimento do caminho de corte para a diversas etapas e ferramentas disponíveis.

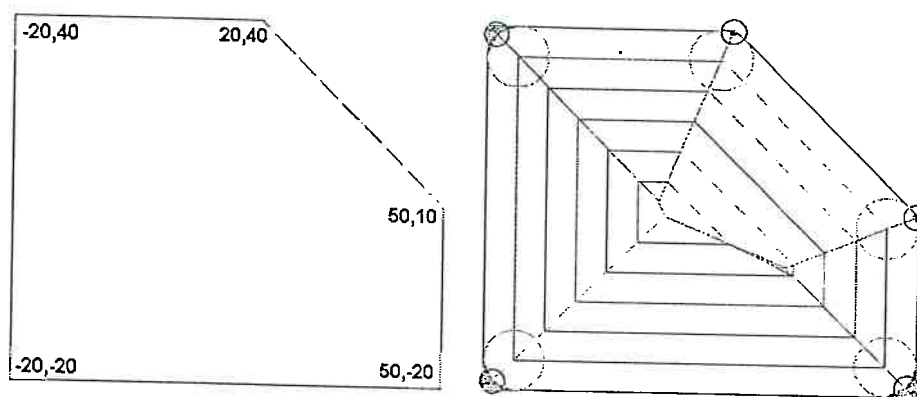


Figura 29 – Cavidade do exemplo 2.

Tabela 8 – Comprimento do caminho de corte.

Diam	20	16	10	8	6	4	2	1
	269,29	396,54	677,00	874,86	2371,78	3635,50	11084,46	37231,75
		15,31	38,28	45,94	107,20	207,24	430,74	1261,70
			22,97	30,63	76,56	91,88	335,01	883,55
				7,66	30,62	45,94	155,43	358,95
					15,32	30,62	68,91	279,20
						15,32	45,93	161,90
							22,98	57,45
								19,15

Aplicando os valores das condições de corte, considerando a possibilidade de obtenção dos valores recomendados, resultou a Tabela 9, dos tempos de usinagem para cada etapa e ferramenta, sendo que o tempo de troca de ferramenta utilizado foi de 5 segundos.

Tabela 9 – Tempos de usinagem.

	1	2	3	4	5	6	7	8
avl. mm/1'	635,03	737,09	780,18	861,82	907,18	1043,26	907,18	544,31
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	25,44	32,28	52,07	60,91	156,87	209,08	733,11	4104,10
1		1,25	2,94	3,20	7,09	11,92	28,49	139,08
2			1,77	2,13	5,06	5,28	22,16	97,39
3				0,53	2,03	2,64	10,28	39,57
4					1,01	1,76	4,56	30,78
5						0,88	3,04	17,85
6							1,52	6,33
7								2,11

Aplicando a Programação Dinâmica com o objetivo de selecionar as ferramentas que determinam o menor tempo de usinagem, obteve-se a Tabela 10, com os tempos acumulados.

Tabela 10 – Tempos acumulados de usinagem e seleção de ferramentas.

	1	2	3	4	5	6	7	8
Diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	25,44	32,28	52,07	60,91	156,87	209,08	733,11	4104,10
1		31,69	33,39	33,64	37,53	42,36	58,93	169,52
2			38,46	38,82	41,75	41,97	58,85	134,08
3				38,92	40,41	41,03	48,67	77,95
4					39,66	40,40	43,20	69,42
5						43,41	45,57	60,38
6							46,92	51,74
7								45,31
Min	25,44	31,69	33,39	33,64	37,53	40,40	43,20	45,31

A leitura do resultado inicia pela menor ferramenta escolhida, de 1 mm de diâmetro, que tem o raio igual ao raio do canto da cavidade. Como o menor valor, 45,31 s, está na linha referente à etapa 7, busca-se na coluna da ferramenta 7 qual o menor tempo, sendo encontrado o valor de 43,20 s. Este valor, por estar na linha referente à etapa 4, nos conduz à coluna da ferramenta 4, sendo que o menor valor, 33,64 s, está na linha referente à etapa 1, que nos conduz a coluna 1, que é, portanto, a última ferramenta selecionada, com tempo de 25,44 s.

Assim, foram selecionadas as ferramentas de diâmetros iguais a 1, 2, 8 e 20 mm.

5.3 Exemplo 3

O terceiro aparece na Figura 30, e consideramos o uso dos dados descritos na tabela 3, ou seja, as mesmas condições dos exemplos anteriores.

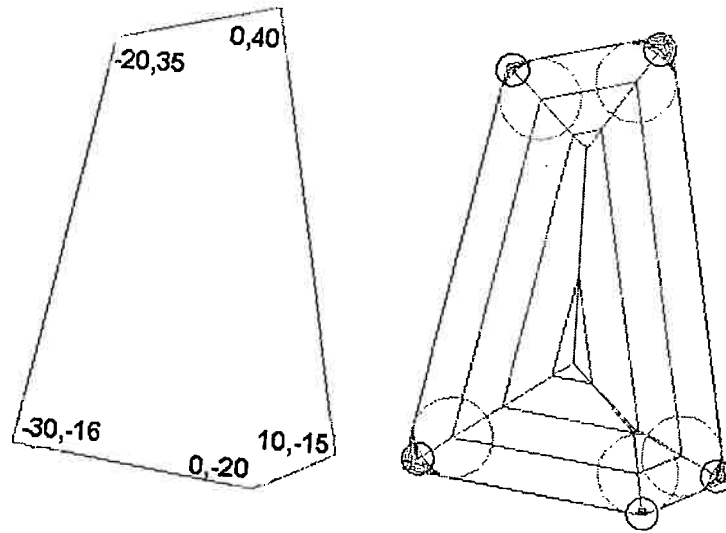


Figura 30 – Cavidade do Exemplo 3.

Os dados do comprimento do caminho de corte estão na Tabela 11, sendo que a profundidade desta cavidade é de 20 mm e as mesmas condições de corte dos exemplos anteriores.

Tabela 11 – Comprimento do caminho de corte.

diam	20	16	10	8	6	4	2	1
	93,47	276,82	548,76	734,39	2027,27	3158,71	8168,35	33196,20
		29,80	74,52	89,42	208,64	298,04	650,85	2357,10
			44,70	59,62	149,04	178,84	506,20	1591,20
				14,90	59,60	89,40	186,30	650,90
					29,80	59,60	111,75	506,20
						29,80	74,50	303,70
							37,25	111,80
								37,30

Aplicando os valores das condições de corte, considerando a possibilidade de obtenção dos valores recomendados, resultou a Tabela 12, dos tempos de usinagem para cada etapa e ferramenta, sendo que o tempo de troca de ferramenta utilizado foi de 5 segundos.

para cada etapa e ferramenta, sendo que o tempo de troca de ferramenta utilizado foi de 5 segundos.

Tabela 12 – Tempos de usinagem.

	1	2	3	4	5	6	7	8
avl. mm/1'	635,03	737,09	780,18	861,82	907,18	1043,26	907,18	544,31
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	8,83	22,53	42,20	51,13	134,08	181,66	540,24	3659,26
1		2,43	5,73	6,23	13,80	17,14	43,05	259,83
2			3,44	4,15	9,86	10,29	33,48	175,40
3				1,04	3,94	5,14	12,32	71,75
4					1,97	3,43	7,39	55,80
5						1,71	4,93	33,48
6							2,46	12,32
7								4,11

Aplicando a Programação Dinâmica com o objetivo de selecionar as ferramentas que determinam o menor tempo de usinagem, obteve-se a Tabela 13, com os tempos acumulados.

Tabela 13 – Tempos acumulados de usinagem e seleção de ferramentas.

	1	2	3	4	5	6	7	8
Diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	8,83	22,53	42,20	51,13	134,08	181,66	540,24	3659,26
1		16,26	19,56	20,06	27,63	30,97	56,88	273,66
2			24,70	25,41	31,11	31,54	54,74	196,66
3				25,60	28,50	29,70	36,88	96,31
4					27,03	28,48	32,45	80,86
5						33,74	36,96	65,51
6							35,95	45,81
7								41,56
min	8,83	16,26	19,56	20,06	27,03	28,48	32,45	41,56

A leitura do resultado inicia pela menor ferramenta escolhida, de 1 mm de diâmetro, que tem o raio igual ao raio do canto da cavidade. Como o menor valor, 41,56, está na linha referente à etapa 7, busca-se na coluna da ferramenta 7 qual o menor tempo, sendo encontrado o valor de 32,45 s. Este valor, por estar na linha referente à etapa 4, nos conduz à coluna da ferramenta 4, sendo que o menor valor, 20,06 s, está na linha referente à etapa 1, que nos conduz a coluna 1, que é, portanto, a última ferramenta selecionada, com tempo de 8,83 s.

Assim, foram selecionadas as ferramentas de diâmetros iguais a 1, 2, 8 e 20 mm.

6 DISCUSSÃO

Neste trabalho, a estratégia para usinagem de cavidades 2 ½ D foi dividida em usinagem interna e usinagem de cantos. Para a primeira etapa, a usinagem interna, utilizou-se o caminho de corte em trajetórias eqüidistantes ao contorno, obtidas através do Diagrama de Voronoi. Este diagrama, parametrizado, permite a escolha dos valores de espaçamento entre trajetórias, que se caracteriza como uma das variáveis importantes a serem consideradas. Assim, pode-se alterar o espaçamento entre trajetórias, de acordo com as recomendações do fabricante de ferramentas, adequando outros parâmetros como profundidade de corte e velocidades de corte e avanço. O uso de trajetórias em *offset* permite um mesmo tipo de fresamento em toda a usinagem da cavidade, ou seja, pode-se optar por uso de fresamento concordante que proporciona maior vida à ferramenta (Stemmer, 1993; Diniz, 2000). Em estudo recente, Kim & Choi (2002) compararam a eficiência de três métodos de usinagem paralela a uma direção (zigue, ziguezague e ziguezague adaptado) e o método *offset* e concluíram ser o método ziguezague adaptado o que determina o menor tempo de usinagem. Nesta pesquisa foram consideradas as acelerações e desacelerações da máquina-ferramenta e a diferença foi maior em rotações elevadas. Entretanto, como os autores afirmam, tal resultado se deve ao movimento uniforme proporcionado nas mudanças de direção pelo uso de interpolações circulares. Assim, a opção do tipo de estratégia a utilizar não segue uma indicação única. Algumas variáveis como a própria geometria da cavidade, o tipo de meio utilizado para programação, ou mesmo fatores tecnológicos como o espaçamento entre trajetórias, podem indicar o uso de um ou outro método.

A usinagem dos cantos, também com trajetórias eqüidistantes ao contorno, teve uma redução de tempo de usinagem comparada com a proposta de Veeramani & Gau, (1997a). Choy & Chan (2003) apresentaram uma nova estratégia para usinagem de cantos. Em sua proposta o objetivo principal foi atenuar o esforço da ferramenta e em alguns casos verificou-se até um aumento no tempo de usinagem com a aplicação de tal metodologia. Assim, a usinagem de cantos é uma área de pesquisa que já está com alguns resultados.

Alguns testes foram realizados e ilustram como a alteração dos valores considerados para as condições de corte pode mudar completamente o resultado do trabalho.

Considerando o exemplo 1, Fig. 28, temos que numa situação especial, a ferramenta de diâmetro 20 mm, por ser de outro material, tenha como valor recomendado de velocidade de corte de 120 m/min. Assim, chega-se a uma nova combinação de ferramentas selecionadas: 1, 2, 4, e 16 mm; e, obviamente, um novo tempo final de usinagem igual a 35,42 s. Os dados para este exemplo e os demais estão detalhados no anexo B.

Supondo que para usinar as mesmas cavidades apresentadas utilize-se uma máquina-ferramenta com rotação máxima para a ferramenta de corte de 4000 rpm. Neste caso, considerando as mesmas ferramentas já relacionadas, observa-se que apenas as ferramentas de 16 e 20 mm tem possibilidade de usar a velocidade de corte recomendada de 190 m/min, sendo que para as demais este valor é reduzido, mesmo usando-se o valor máximo de rotação permitido. Assim, tem-se na Tabela 14 as novas condições de corte adotadas devido a esta restrição.

Tabela 14 – Dados de corte considerados.

Z	diâmetro	av./dente	Prof	Ae	n	av./volta	av./minuto
3	1	0,003	2	0,5	4000	0,009	36
3	2	0,01	4	1	4000	0,03	120
3	4	0,023	5	2	4000	0,069	276
3	6	0,03	6	3	4000	0,09	360
3	8	0,038	10	4	4000	0,114	456
3	10	0,043	12	5	4000	0,129	516
3	16	0,065	17	8	3779,93	0,195	737,09
3	20	0,07	21	10	3023,94	0,21	635,03

Para estas condições de corte, e usando os mesmos exemplos observou-se, conforme detalhado no anexo C, que apenas para o exemplo 1 não houve alteração na combinação de ferramentas escolhidas: 1, 2, 4 e 16 mm. O resultado do tempo total de usinagem também aumentou de 35,42 s da primeira simulação para 66,2 s no caso do uso de máquina-ferramenta com rotação máxima de 4000 rpm. Nos exemplos 2 e 3 houve alteração nas ferramentas selecionadas, sendo que para a segunda simulação foram escolhidas 5 ferramentas e o tempo total de usinagem foi

aumentado, justamente em função da menor rotação e conseqüentemente valores menores de velocidade de corte e de avanço.

Um outro teste realizado foi o de considerar as ferramentas de mesmo material, e portanto, mesmas condições de corte recomendadas, porém com a ferramenta de 4 mm com 2 arestas de corte e a ferramenta de 20 mm com 4 arestas de corte. A situação apresentada no capítulo 5 considerava todas as ferramentas com 3 arestas de corte. Assim, a Tabela 15 apresenta os novos dados de corte considerados, tendo mantida a restrição de rotação máxima de 4000 rpm:

Tabela 15 – Dados de corte considerados.

Z	diâmetro	desbaste		vc		190	
		av./dente	prof	ae	n	av./volta	av./minuto
3	1	0,003	2	0,5	4000	0,009	36
3	2	0,01	4	1	4000	0,03	120
2	4	0,023	5	2	4000	0,046	184
3	6	0,03	6	3	4000	0,09	360
3	8	0,038	10	4	4000	0,114	456
3	10	0,043	12	5	4000	0,129	516
3	16	0,065	17	8	3779,93	0,195	737,0863
4	20	0,07	21	10	3023,944	0,28	846,7043

Observou-se com esta nova situação que para o exemplo 1 encontrou-se uma nova seleção de ferramentas: 1, 2, 4, 8 e 20 mm, sendo que o tempo total de usinagem teve pequena variação para 64,54 s. No exemplo 2 a seleção de ferramentas foi mantida, também com pequena variação no tempo de usinagem. A situação anterior somava 95,55 s e agora obteve-se 93,52 s. Já o terceiro exemplo teve sugerido a mesma combinação de ferramentas: 1, 2, 4, 8 e 20 mm, tendo o tempo de usinagem aumentado de 134,35 s para 138,42 s. As tabelas desta simulação encontram-se no anexo D.

No anexo E é apresentado um caso para usinagem do Exemplo 1, com espaçamento entre trajetórias igual à metade do raio da ferramenta. Desta forma, observa-se valores diferentes de comprimento do caminho de corte, exceto para aquelas situações de usinagem de cantos em que há apenas uma movimentação equidistante ao contorno pelo fato de as ferramentas serem de dimensões próximas. Este caso pode ser comparado com o Exemplo 1 do Capítulo 5 e percebe-se, então, que o tempo de usinagem foi maior, devido ao maior comprimento do caminho de corte pelo menor espaçamento entre trajetórias. Entretanto, em função disso, algumas condições de corte

poderão ser alteradas, por caracterizar uma usinagem com menor seção de corte (profundidade X avanço) e com isso o resultado final poderá ser outro, adequando-se às situações específicas, como por exemplo, a necessidade de se trabalhar com uma maior velocidade de corte para viabilizar prazos de entrega. Assim, mesmo com um maior caminho de corte poder-se-á encontrar um menor tempo de usinagem.

Com estas simulações, supondo algumas possíveis situações, observa-se que a seleção de ferramentas e conseqüentemente o menor tempo de usinagem pode variar para cada caso.

A metodologia adotada para a seleção automática de ferramentas de corte mostrou-se eficiente visto que com qualquer alteração nos parâmetros iniciais pode-se determinar um novo resultado e uma nova combinação de ferramentas que fornece o menor tempo de usinagem.

7 CONCLUSÕES

O estudo realizado possibilitou a verificação de algumas conclusões:

- A sistematização da usinagem da cavidade em usinagem interna e usinagem de cantos proporcionou a aplicação da metodologia de seleção de ferramentas e a determinação do menor tempo de usinagem. Assim, foi possível a aplicação da Programação Dinâmica que identifica as melhores situações em cada etapa / estágio da usinagem;

- Com relação a usinagem interna observou-se que as trajetórias equidistantes ao contorno, determinadas através do Diagrama de Voronoi, possibilitam uma versatilidade na escolha do espaçamento entre trajetórias e com isso permitem a adequação de situações bastante diversificadas na geração do caminho de corte;

- A nova estratégia de usinagem de cantos também proporcionou as mesmas vantagens observadas na usinagem interna, além de apresentar uma redução no tempo de usinagem, quando comparada com a proposta anterior, de Veeramani & Gau (1997a). A comparação entre as propostas foi discutida e apresentada através de equacionamento teórico e de dados calculados;

- A seleção de ferramentas, considerando o menor tempo de usinagem, possibilita a escolha da combinação que oferece a melhor situação, e permitindo de forma bastante simples a determinação de nova seleção para o caso de alteração nos dados disponíveis, ou seja, havendo quebra de uma ferramenta anteriormente disponível, refaz-se a simulação e obtém-se uma nova combinação de ferramentas a partir do novo conjunto disponível. Da mesma forma, havendo a alteração da máquina em uso, utiliza-se os dados de corte compatíveis com este outro equipamento e determina-se uma nova situação. Nos exemplos apresentados verificou-se diferentes resultados para algumas variações de condições de corte, o que ilustra o quanto estas situações podem indicar uma nova seleção de ferramentas.

Alguns desdobramentos são bastante claros nesta pesquisa, como a possibilidade de aplicação em outros tipos de cavidades, sejam cavidades $2 \frac{1}{2} D$ côncavas, apenas complementando o Diagrama de Voronoi para este tipo de situação. Uma outra situação é sua aplicação para cavidades de forma livre, adequando para isso a sistematização da usinagem, de modo a aplicar a mesma

metodologia. Nesta situação não se tem a usinagem interna e a usinagem de cantos, mas pode-se estruturar uma usinagem em planos de corte para o desbaste inicial, com um tipo de ferramenta, fresas de topo, por exemplo, e posteriormente a usinagem de acabamento com fresas de extremidade semi-esférica. (Oliveira, 1997)

A aplicação apresentada e os possíveis desdobramentos desta pesquisa indicam o quanto o uso adequado das informações num sistema de fabricação, no caso considerado, a usinagem de cavidades $2 \frac{1}{2} D$ em máquina-ferramenta com Comando Numérico Computadorizado, pode proporcionar vantagens que conduzem à desejada redução de custos de fabricação.

ANEXO A – COMPARAÇÃO NUMÉRICA ENTRE MÉTODOS DE USINAGEM DE CANTOS

O método de usinagem de cantos proposto por Veeramani & Gau (1997a) foi comparado com a nova proposta aqui apresentada. Foram testados ângulos entre 10 e 170°, considerando as ferramentas disponíveis no estudos de caso deste trabalho, ou seja, de diâmetros 1, 2, 4, 6, 8, 10, 16 e 20 mm. O método de Veeramani & Gau (1997a) é indicado por **met_1** e o novo método é indicado por **met_2**. A diferença percentual entre os métodos, ou seja, método 2 dividido por método 1 é indicado por **d**.

angulo= 10.0	ferr(D,d)= 20.0,16.0	met_2= 45.72	met_1= 72.57	d= 0.63
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 20.0,16.0	met_2= 22.69	met_1= 37.97	d= 0.60
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 20.0,16.0	met_2= 14.93	met_1= 26.26	d= 0.57
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 20.0,16.0	met_2= 10.99	met_1= 20.24	d= 0.54
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 20.0,16.0	met_2= 8.58	met_1= 16.49	d= 0.52
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 20.0,16.0	met_2= 6.93	met_1= 13.86	d= 0.50
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 20.0,16.0	met_2= 5.71	met_1= 11.85	d= 0.48
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 20.0,16.0	met_2= 4.77	met_1= 10.21	d= 0.47
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 20.0,16.0	met_2= 4.00	met_1= 8.83	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 20.0,16.0	met_2= 3.36	met_1= 7.61	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 20.0,16.0	met_2= 2.80	met_1= 6.50	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 20.0,16.0	met_2= 2.31	met_1= 5.46	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 20.0,16.0	met_2= 1.87	met_1= 4.49	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 20.0,16.0	met_2= 1.46	met_1= 3.55	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 20.0,16.0	met_2= 1.07	met_1= 2.64	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 20.0,16.0	met_2= 0.71	met_1= 1.75	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 20.0,16.0	met_2= 0.35	met_1= 0.87	d= 0.40
Diferenca media= 47.59				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 20.0,10.0	met_2= 114.30	met_1= 317.51	d= 0.36
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 20.0,10.0	met_2= 56.71	met_1= 127.99	d= 0.44
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 20.0,10.0	met_2= 37.32	met_1= 65.64	d= 0.57
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 20.0,10.0	met_2= 27.47	met_1= 50.61	d= 0.54
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 20.0,10.0	met_2= 21.45	met_1= 41.23	d= 0.52
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 20.0,10.0	met_2= 17.32	met_1= 34.64	d= 0.50
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 20.0,10.0	met_2= 14.28	met_1= 29.61	d= 0.48
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 20.0,10.0	met_2= 11.92	met_1= 25.54	d= 0.47
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 20.0,10.0	met_2= 10.00	met_1= 22.07	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 20.0,10.0	met_2= 8.39	met_1= 19.01	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 20.0,10.0	met_2= 7.00	met_1= 16.24	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 20.0,10.0	met_2= 5.77	met_1= 13.66	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 20.0,10.0	met_2= 4.66	met_1= 11.22	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 20.0,10.0	met_2= 3.64	met_1= 8.88	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 20.0,10.0	met_2= 2.68	met_1= 6.61	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 20.0,10.0	met_2= 1.76	met_1= 4.38	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 20.0,10.0	met_2= 0.87	met_1= 2.18	d= 0.40
Diferenca media= 45.09				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 20.0,8.0	met_2= 213.85	met_1= 427.38	d= 0.50
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 20.0,8.0	met_2= 109.80	met_1= 181.32	d= 0.61
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 20.0,8.0	met_2= 74.48	met_1= 111.63	d= 0.67
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 20.0,8.0	met_2= 32.97	met_1= 60.73	d= 0.54
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 20.0,8.0	met_2= 25.73	met_1= 49.48	d= 0.52
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 20.0,8.0	met_2= 20.78	met_1= 41.57	d= 0.50
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 20.0,8.0	met_2= 17.14	met_1= 35.54	d= 0.48
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 20.0,8.0	met_2= 14.30	met_1= 30.64	d= 0.47

angulo= 90.0	ferr(D,d)= 20.0,8.0	met_2= 12.00	met_1= 26.49	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 20.0,8.0	met_2= 10.07	met_1= 22.82	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 20.0,8.0	met_2= 8.40	met_1= 19.49	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 20.0,8.0	met_2= 6.93	met_1= 16.39	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 20.0,8.0	met_2= 5.60	met_1= 13.46	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 20.0,8.0	met_2= 4.37	met_1= 10.66	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 20.0,8.0	met_2= 3.22	met_1= 7.93	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 20.0,8.0	met_2= 2.12	met_1= 5.26	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 20.0,8.0	met_2= 1.05	met_1= 2.62	d= 0.40
Diferenca media= 47.45				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 20.0,6.0	met_2= 329.50	met_1= 643.98	d= 0.51
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 20.0,6.0	met_2= 128.10	met_1= 270.08	d= 0.47
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 20.0,6.0	met_2= 86.90	met_1= 158.65	d= 0.55
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 20.0,6.0	met_2= 65.73	met_1= 103.59	d= 0.63
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 20.0,6.0	met_2= 52.56	met_1= 57.72	d= 0.91
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 20.0,6.0	met_2= 43.37	met_1= 48.50	d= 0.89
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 20.0,6.0	met_2= 19.99	met_1= 41.46	d= 0.48
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 20.0,6.0	met_2= 16.68	met_1= 35.75	d= 0.47
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 20.0,6.0	met_2= 14.00	met_1= 30.90	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 20.0,6.0	met_2= 11.75	met_1= 26.62	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 20.0,6.0	met_2= 9.80	met_1= 22.73	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 20.0,6.0	met_2= 8.08	met_1= 19.12	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 20.0,6.0	met_2= 6.53	met_1= 15.71	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 20.0,6.0	met_2= 5.10	met_1= 12.43	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 20.0,6.0	met_2= 3.75	met_1= 9.25	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 20.0,6.0	met_2= 2.47	met_1= 6.13	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 20.0,6.0	met_2= 1.22	met_1= 3.06	d= 0.40
Diferenca media= 51.20				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 20.0,4.0	met_2= 468.01	met_1= 981.16	d= 0.48
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 20.0,4.0	met_2= 237.14	met_1= 430.75	d= 0.55
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 20.0,4.0	met_2= 129.17	met_1= 240.88	d= 0.54
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 20.0,4.0	met_2= 97.10	met_1= 147.42	d= 0.66
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 20.0,4.0	met_2= 77.22	met_1= 98.56	d= 0.78
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 20.0,4.0	met_2= 49.57	met_1= 55.43	d= 0.89
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 20.0,4.0	met_2= 41.66	met_1= 47.38	d= 0.88
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 20.0,4.0	met_2= 35.36	met_1= 40.86	d= 0.87
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 20.0,4.0	met_2= 30.12	met_1= 35.31	d= 0.85
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 20.0,4.0	met_2= 13.43	met_1= 30.42	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 20.0,4.0	met_2= 11.20	met_1= 25.98	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 20.0,4.0	met_2= 9.24	met_1= 21.86	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 20.0,4.0	met_2= 7.46	met_1= 17.95	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 20.0,4.0	met_2= 5.82	met_1= 14.21	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 20.0,4.0	met_2= 4.29	met_1= 10.57	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 20.0,4.0	met_2= 2.82	met_1= 7.01	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 20.0,4.0	met_2= 1.40	met_1= 3.49	d= 0.40
Diferenca media= 57.81				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 20.0,2.0	met_2=1040.87	met_1=2026.95	d= 0.51
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 20.0,2.0	met_2= 470.94	met_1= 879.22	d= 0.54
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 20.0,2.0	met_2= 279.67	met_1= 497.17	d= 0.56
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 20.0,2.0	met_2= 183.42	met_1= 326.63	d= 0.56
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 20.0,2.0	met_2= 144.78	met_1= 239.11	d= 0.61
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 20.0,2.0	met_2= 102.53	met_1= 160.12	d= 0.64
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 20.0,2.0	met_2= 72.58	met_1= 117.75	d= 0.62
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 20.0,2.0	met_2= 61.24	met_1= 77.90	d= 0.79
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 20.0,2.0	met_2= 42.89	met_1= 39.73	d= 1.08
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 20.0,2.0	met_2= 36.36	met_1= 34.23	d= 1.06
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 20.0,2.0	met_2= 24.32	met_1= 29.23	d= 0.83
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 20.0,2.0	met_2= 20.25	met_1= 24.59	d= 0.82
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 20.0,2.0	met_2= 8.39	met_1= 20.20	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 20.0,2.0	met_2= 6.55	met_1= 15.98	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 20.0,2.0	met_2= 4.82	met_1= 11.89	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 20.0,2.0	met_2= 3.17	met_1= 7.89	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 20.0,2.0	met_2= 1.57	met_1= 3.93	d= 0.40
Diferenca media= 62.66				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 20.0,1.0	met_2=2075.96	met_1=4008.39	d= 0.52

angulo= 20.0	ferr(D,d)= 20.0,1.0	met_2= 928.12	met_1=1751.20	d= 0.53
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 20.0,1.0	met_2= 578.84	met_1=1023.96	d= 0.57
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 20.0,1.0	met_2= 376.31	met_1= 670.54	d= 0.56
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 20.0,1.0	met_2= 254.68	met_1= 444.17	d= 0.57
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 20.0,1.0	met_2= 190.50	met_1= 327.73	d= 0.58
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 20.0,1.0	met_2= 144.45	met_1= 250.29	d= 0.58
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 20.0,1.0	met_2= 98.60	met_1= 176.84	d= 0.56
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 20.0,1.0	met_2= 73.77	met_1= 105.67	d= 0.70
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 20.0,1.0	met_2= 54.33	met_1= 67.80	d= 0.80
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 20.0,1.0	met_2= 38.97	met_1= 62.44	d= 0.62
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 20.0,1.0	met_2= 26.86	met_1= 25.95	d= 1.03
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 20.0,1.0	met_2= 17.40	met_1= 21.32	d= 0.82
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 20.0,1.0	met_2= 13.67	met_1= 16.87	d= 0.81
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 20.0,1.0	met_2= 5.09	met_1= 12.55	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 20.0,1.0	met_2= 3.35	met_1= 8.32	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 20.0,1.0	met_2= 1.66	met_1= 4.15	d= 0.40
Diferenca media= 61.51				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 16.0,10.0	met_2= 68.58	met_1= 161.88	d= 0.42
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 16.0,10.0	met_2= 34.03	met_1= 56.95	d= 0.60
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 16.0,10.0	met_2= 22.39	met_1= 39.38	d= 0.57
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 16.0,10.0	met_2= 16.48	met_1= 30.37	d= 0.54
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 16.0,10.0	met_2= 12.87	met_1= 24.74	d= 0.52
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 16.0,10.0	met_2= 10.39	met_1= 20.78	d= 0.50
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 16.0,10.0	met_2= 8.57	met_1= 17.77	d= 0.48
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 16.0,10.0	met_2= 7.15	met_1= 15.32	d= 0.47
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 16.0,10.0	met_2= 6.00	met_1= 13.24	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 16.0,10.0	met_2= 5.03	met_1= 11.41	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 16.0,10.0	met_2= 4.20	met_1= 9.74	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 16.0,10.0	met_2= 3.46	met_1= 8.20	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 16.0,10.0	met_2= 2.80	met_1= 6.73	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 16.0,10.0	met_2= 2.18	met_1= 5.33	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 16.0,10.0	met_2= 1.61	met_1= 3.96	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 16.0,10.0	met_2= 1.06	met_1= 2.63	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 16.0,10.0	met_2= 0.52	met_1= 1.31	d= 0.40
Diferenca media= 46.38				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 16.0,8.0	met_2= 91.44	met_1= 254.01	d= 0.36
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 16.0,8.0	met_2= 45.37	met_1= 102.39	d= 0.44
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 16.0,8.0	met_2= 29.86	met_1= 52.51	d= 0.57
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 16.0,8.0	met_2= 21.98	met_1= 40.49	d= 0.54
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 16.0,8.0	met_2= 17.16	met_1= 32.98	d= 0.52
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 16.0,8.0	met_2= 13.86	met_1= 27.71	d= 0.50
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 16.0,8.0	met_2= 11.43	met_1= 23.69	d= 0.48
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 16.0,8.0	met_2= 9.53	met_1= 20.43	d= 0.47
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 16.0,8.0	met_2= 8.00	met_1= 17.66	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 16.0,8.0	met_2= 6.71	met_1= 15.21	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 16.0,8.0	met_2= 5.60	met_1= 12.99	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 16.0,8.0	met_2= 4.62	met_1= 10.93	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 16.0,8.0	met_2= 3.73	met_1= 8.98	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 16.0,8.0	met_2= 2.91	met_1= 7.10	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 16.0,8.0	met_2= 2.14	met_1= 5.29	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 16.0,8.0	met_2= 1.41	met_1= 3.51	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 16.0,8.0	met_2= 0.70	met_1= 1.75	d= 0.40
Diferenca media= 45.09				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 16.0,6.0	met_2= 178.21	met_1= 377.87	d= 0.47
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 16.0,6.0	met_2= 91.50	met_1= 149.20	d= 0.61
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 16.0,6.0	met_2= 62.07	met_1= 92.03	d= 0.67
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 16.0,6.0	met_2= 46.95	met_1= 50.61	d= 0.93
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 16.0,6.0	met_2= 21.45	met_1= 41.23	d= 0.52
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 16.0,6.0	met_2= 17.32	met_1= 34.64	d= 0.50
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 16.0,6.0	met_2= 14.28	met_1= 29.61	d= 0.48
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 16.0,6.0	met_2= 11.92	met_1= 25.54	d= 0.47
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 16.0,6.0	met_2= 10.00	met_1= 22.07	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 16.0,6.0	met_2= 8.39	met_1= 19.01	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 16.0,6.0	met_2= 7.00	met_1= 16.24	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 16.0,6.0	met_2= 5.77	met_1= 13.66	d= 0.42

angulo= 130.0	ferr(D,d)= 16.0,6.0	met_2= 4.66	met_1= 11.22	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 16.0,6.0	met_2= 3.64	met_1= 8.88	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 16.0,6.0	met_2= 2.68	met_1= 6.61	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 16.0,6.0	met_2= 1.76	met_1= 4.38	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 16.0,6.0	met_2= 0.87	met_1= 2.18	d= 0.40
Diferenca media= 49.64				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 16.0,4.0	met_2= 282.43	met_1= 620.41	d= 0.46
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 16.0,4.0	met_2= 143.82	met_1= 279.23	d= 0.52
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 16.0,4.0	met_2= 96.87	met_1= 159.43	d= 0.61
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 16.0,4.0	met_2= 56.34	met_1= 87.04	d= 0.65
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 16.0,4.0	met_2= 45.05	met_1= 75.44	d= 0.60
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 16.0,4.0	met_2= 37.18	met_1= 41.57	d= 0.89
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 16.0,4.0	met_2= 31.25	met_1= 35.54	d= 0.88
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 16.0,4.0	met_2= 26.52	met_1= 30.64	d= 0.87
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 16.0,4.0	met_2= 12.00	met_1= 26.49	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 16.0,4.0	met_2= 10.07	met_1= 22.82	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 16.0,4.0	met_2= 8.40	met_1= 19.49	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 16.0,4.0	met_2= 6.93	met_1= 16.39	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 16.0,4.0	met_2= 5.60	met_1= 13.46	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 16.0,4.0	met_2= 4.37	met_1= 10.66	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 16.0,4.0	met_2= 3.22	met_1= 7.93	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 16.0,4.0	met_2= 2.12	met_1= 5.26	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 16.0,4.0	met_2= 1.05	met_1= 2.62	d= 0.40
Diferenca media= 54.38				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 16.0,2.0	met_2= 649.54	met_1=1285.60	d= 0.51
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 16.0,2.0	met_2= 286.89	met_1= 556.72	d= 0.52
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 16.0,2.0	met_2= 191.39	met_1= 337.79	d= 0.57
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 16.0,2.0	met_2= 123.42	met_1= 205.11	d= 0.60
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 16.0,2.0	met_2= 97.59	met_1= 136.87	d= 0.71
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 16.0,2.0	met_2= 67.62	met_1= 100.50	d= 0.67
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 16.0,2.0	met_2= 46.45	met_1= 67.15	d= 0.69
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 16.0,2.0	met_2= 39.29	met_1= 35.75	d= 1.10
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 16.0,2.0	met_2= 33.36	met_1= 30.90	d= 1.08
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 16.0,2.0	met_2= 22.41	met_1= 26.62	d= 0.84
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 16.0,2.0	met_2= 18.91	met_1= 22.73	d= 0.83
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 16.0,2.0	met_2= 8.08	met_1= 19.12	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 16.0,2.0	met_2= 6.53	met_1= 15.71	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 16.0,2.0	met_2= 5.10	met_1= 12.43	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 16.0,2.0	met_2= 3.75	met_1= 9.25	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 16.0,2.0	met_2= 2.47	met_1= 6.13	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 16.0,2.0	met_2= 1.22	met_1= 3.06	d= 0.40
Diferenca media= 62.21				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 16.0,1.0	met_2=1296.01	met_1=2569.43	d= 0.50
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 16.0,1.0	met_2= 605.13	met_1=1112.76	d= 0.54
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 16.0,1.0	met_2= 373.01	met_1= 651.37	d= 0.57
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 16.0,1.0	met_2= 235.27	met_1= 426.97	d= 0.55
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 16.0,1.0	met_2= 168.90	met_1= 300.40	d= 0.56
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 16.0,1.0	met_2= 124.41	met_1= 208.94	d= 0.60
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 16.0,1.0	met_2= 92.62	met_1= 147.94	d= 0.63
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 16.0,1.0	met_2= 68.91	met_1= 115.21	d= 0.60
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 16.0,1.0	met_2= 50.74	met_1= 84.04	d= 0.60
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 16.0,1.0	met_2= 36.60	met_1= 53.86	d= 0.68
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 16.0,1.0	met_2= 25.52	met_1= 24.36	d= 1.05
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 16.0,1.0	met_2= 21.20	met_1= 20.49	d= 1.03
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 16.0,1.0	met_2= 13.74	met_1= 16.83	d= 0.82
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 16.0,1.0	met_2= 5.46	met_1= 13.32	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 16.0,1.0	met_2= 4.02	met_1= 9.91	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 16.0,1.0	met_2= 2.64	met_1= 6.57	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 16.0,1.0	met_2= 1.31	met_1= 3.28	d= 0.40
Diferenca media= 60.91				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 10.0,8.0	met_2= 22.86	met_1= 36.28	d= 0.63
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 10.0,8.0	met_2= 11.34	met_1= 18.98	d= 0.60
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 10.0,8.0	met_2= 7.46	met_1= 13.13	d= 0.57
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 10.0,8.0	met_2= 5.49	met_1= 10.12	d= 0.54
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 10.0,8.0	met_2= 4.29	met_1= 8.25	d= 0.52

angulo= 60.0	ferr(D,d)= 10.0,8.0	met_2= 3.46	met_1= 6.93	d= 0.50
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 10.0,8.0	met_2= 2.86	met_1= 5.92	d= 0.48
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 10.0,8.0	met_2= 2.38	met_1= 5.11	d= 0.47
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 10.0,8.0	met_2= 2.00	met_1= 4.41	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 10.0,8.0	met_2= 1.68	met_1= 3.80	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 10.0,8.0	met_2= 1.40	met_1= 3.25	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 10.0,8.0	met_2= 1.15	met_1= 2.73	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 10.0,8.0	met_2= 0.93	met_1= 2.24	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 10.0,8.0	met_2= 0.73	met_1= 1.78	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 10.0,8.0	met_2= 0.54	met_1= 1.32	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 10.0,8.0	met_2= 0.35	met_1= 0.88	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 10.0,8.0	met_2= 0.17	met_1= 0.44	d= 0.40
Diferenca media= 47.59				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 10.0,6.0	met_2= 45.72	met_1= 105.98	d= 0.43
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 10.0,6.0	met_2= 22.69	met_1= 37.97	d= 0.60
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 10.0,6.0	met_2= 14.93	met_1= 26.26	d= 0.57
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 10.0,6.0	met_2= 10.99	met_1= 20.24	d= 0.54
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 10.0,6.0	met_2= 8.58	met_1= 16.49	d= 0.52
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 10.0,6.0	met_2= 6.93	met_1= 13.86	d= 0.50
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 10.0,6.0	met_2= 5.71	met_1= 11.85	d= 0.48
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 10.0,6.0	met_2= 4.77	met_1= 10.21	d= 0.47
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 10.0,6.0	met_2= 4.00	met_1= 8.83	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 10.0,6.0	met_2= 3.36	met_1= 7.61	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 10.0,6.0	met_2= 2.80	met_1= 6.50	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 10.0,6.0	met_2= 2.31	met_1= 5.46	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 10.0,6.0	met_2= 1.87	met_1= 4.49	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 10.0,6.0	met_2= 1.46	met_1= 3.55	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 10.0,6.0	met_2= 1.07	met_1= 2.64	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 10.0,6.0	met_2= 0.71	met_1= 1.75	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 10.0,6.0	met_2= 0.35	met_1= 0.87	d= 0.40
Diferenca media= 46.42				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 10.0,4.0	met_2= 106.92	met_1= 213.69	d= 0.50
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 10.0,4.0	met_2= 54.90	met_1= 90.66	d= 0.61
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 10.0,4.0	met_2= 37.24	met_1= 55.82	d= 0.67
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 10.0,4.0	met_2= 16.48	met_1= 30.37	d= 0.54
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 10.0,4.0	met_2= 12.87	met_1= 24.74	d= 0.52
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 10.0,4.0	met_2= 10.39	met_1= 20.78	d= 0.50
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 10.0,4.0	met_2= 8.57	met_1= 17.77	d= 0.48
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 10.0,4.0	met_2= 7.15	met_1= 15.32	d= 0.47
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 10.0,4.0	met_2= 6.00	met_1= 13.24	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 10.0,4.0	met_2= 5.03	met_1= 11.41	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 10.0,4.0	met_2= 4.20	met_1= 9.74	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 10.0,4.0	met_2= 3.46	met_1= 8.20	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 10.0,4.0	met_2= 2.80	met_1= 6.73	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 10.0,4.0	met_2= 2.18	met_1= 5.33	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 10.0,4.0	met_2= 1.61	met_1= 3.96	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 10.0,4.0	met_2= 1.06	met_1= 2.63	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 10.0,4.0	met_2= 0.52	met_1= 1.31	d= 0.40
Diferenca media= 47.45				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 10.0,2.0	met_2= 234.01	met_1= 490.58	d= 0.48
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 10.0,2.0	met_2= 118.57	met_1= 215.37	d= 0.55
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 10.0,2.0	met_2= 64.58	met_1= 120.44	d= 0.54
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 10.0,2.0	met_2= 48.55	met_1= 73.71	d= 0.66
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 10.0,2.0	met_2= 38.61	met_1= 49.28	d= 0.78
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 10.0,2.0	met_2= 24.78	met_1= 27.71	d= 0.89
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 10.0,2.0	met_2= 20.83	met_1= 23.69	d= 0.88
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 10.0,2.0	met_2= 17.68	met_1= 20.43	d= 0.87
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 10.0,2.0	met_2= 15.06	met_1= 17.66	d= 0.85
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 10.0,2.0	met_2= 6.71	met_1= 15.21	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 10.0,2.0	met_2= 5.60	met_1= 12.99	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 10.0,2.0	met_2= 4.62	met_1= 10.93	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 10.0,2.0	met_2= 3.73	met_1= 8.98	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 10.0,2.0	met_2= 2.91	met_1= 7.10	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 10.0,2.0	met_2= 2.14	met_1= 5.29	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 10.0,2.0	met_2= 1.41	met_1= 3.51	d= 0.40

angulo= 170.0	ferr(D,d)= 10.0,2.0	met_2= 0.70	met_1= 1.75	d= 0.40
Diferenca media= 57.81				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 10.0,1.0	met_2= 520.43	met_1=1013.47	d= 0.51
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 10.0,1.0	met_2= 235.47	met_1= 439.61	d= 0.54
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 10.0,1.0	met_2= 139.83	met_1= 248.58	d= 0.56
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 10.0,1.0	met_2= 91.71	met_1= 163.31	d= 0.56
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 10.0,1.0	met_2= 72.39	met_1= 119.56	d= 0.61
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 10.0,1.0	met_2= 51.27	met_1= 80.06	d= 0.64
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 10.0,1.0	met_2= 36.29	met_1= 58.88	d= 0.62
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 10.0,1.0	met_2= 30.62	met_1= 38.95	d= 0.79
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 10.0,1.0	met_2= 21.44	met_1= 19.86	d= 1.08
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 10.0,1.0	met_2= 18.18	met_1= 17.11	d= 1.06
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 10.0,1.0	met_2= 12.16	met_1= 14.61	d= 0.83
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 10.0,1.0	met_2= 10.12	met_1= 12.29	d= 0.82
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 10.0,1.0	met_2= 4.20	met_1= 10.10	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 10.0,1.0	met_2= 3.28	met_1= 7.99	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 10.0,1.0	met_2= 2.41	met_1= 5.95	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 10.0,1.0	met_2= 1.59	met_1= 3.94	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 10.0,1.0	met_2= 0.79	met_1= 1.97	d= 0.40
Diferenca media= 62.66				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 8.0,6.0	met_2= 22.86	met_1= 36.28	d= 0.63
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 8.0,6.0	met_2= 11.34	met_1= 18.98	d= 0.60
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 8.0,6.0	met_2= 7.46	met_1= 13.13	d= 0.57
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 8.0,6.0	met_2= 5.49	met_1= 10.12	d= 0.54
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 8.0,6.0	met_2= 4.29	met_1= 8.25	d= 0.52
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 8.0,6.0	met_2= 3.46	met_1= 6.93	d= 0.50
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 8.0,6.0	met_2= 2.86	met_1= 5.92	d= 0.48
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 8.0,6.0	met_2= 2.38	met_1= 5.11	d= 0.47
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 8.0,6.0	met_2= 2.00	met_1= 4.41	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 8.0,6.0	met_2= 1.68	met_1= 3.80	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 8.0,6.0	met_2= 1.40	met_1= 3.25	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 8.0,6.0	met_2= 1.15	met_1= 2.73	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 8.0,6.0	met_2= 0.93	met_1= 2.24	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 8.0,6.0	met_2= 0.73	met_1= 1.78	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 8.0,6.0	met_2= 0.54	met_1= 1.32	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 8.0,6.0	met_2= 0.35	met_1= 0.88	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 8.0,6.0	met_2= 0.17	met_1= 0.44	d= 0.40
Diferenca media= 47.59				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 8.0,4.0	met_2= 45.72	met_1= 127.01	d= 0.36
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 8.0,4.0	met_2= 22.69	met_1= 51.19	d= 0.44
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 8.0,4.0	met_2= 14.93	met_1= 26.26	d= 0.57
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 8.0,4.0	met_2= 10.99	met_1= 20.24	d= 0.54
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 8.0,4.0	met_2= 8.58	met_1= 16.49	d= 0.52
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 8.0,4.0	met_2= 6.93	met_1= 13.86	d= 0.50
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 8.0,4.0	met_2= 5.71	met_1= 11.85	d= 0.48
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 8.0,4.0	met_2= 4.77	met_1= 10.21	d= 0.47
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 8.0,4.0	met_2= 4.00	met_1= 8.83	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 8.0,4.0	met_2= 3.36	met_1= 7.61	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 8.0,4.0	met_2= 2.80	met_1= 6.50	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 8.0,4.0	met_2= 2.31	met_1= 5.46	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 8.0,4.0	met_2= 1.87	met_1= 4.49	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 8.0,4.0	met_2= 1.46	met_1= 3.55	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 8.0,4.0	met_2= 1.07	met_1= 2.64	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 8.0,4.0	met_2= 0.71	met_1= 1.75	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 8.0,4.0	met_2= 0.35	met_1= 0.87	d= 0.40
Diferenca media= 45.09				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 8.0,2.0	met_2= 141.21	met_1= 310.20	d= 0.46
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 8.0,2.0	met_2= 71.91	met_1= 139.61	d= 0.52
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 8.0,2.0	met_2= 48.44	met_1= 79.71	d= 0.61
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 8.0,2.0	met_2= 28.17	met_1= 43.52	d= 0.65
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 8.0,2.0	met_2= 22.52	met_1= 37.72	d= 0.60
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 8.0,2.0	met_2= 18.59	met_1= 20.78	d= 0.89
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 8.0,2.0	met_2= 15.62	met_1= 17.77	d= 0.88
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 8.0,2.0	met_2= 13.26	met_1= 15.32	d= 0.87
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 8.0,2.0	met_2= 6.00	met_1= 13.24	d= 0.45

angulo= 100.0	ferr(D,d)= 8.0,2.0	met_2= 5.03	met_1= 11.41	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 8.0,2.0	met_2= 4.20	met_1= 9.74	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 8.0,2.0	met_2= 3.46	met_1= 8.20	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 8.0,2.0	met_2= 2.80	met_1= 6.73	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 8.0,2.0	met_2= 2.18	met_1= 5.33	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 8.0,2.0	met_2= 1.61	met_1= 3.96	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 8.0,2.0	met_2= 1.06	met_1= 2.63	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 8.0,2.0	met_2= 0.52	met_1= 1.31	d= 0.40
Diferenca media= 54.38				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 8.0,1.0	met_2= 324.77	met_1= 642.80	d= 0.51
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 8.0,1.0	met_2= 143.45	met_1= 278.36	d= 0.52
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 8.0,1.0	met_2= 95.70	met_1= 168.89	d= 0.57
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 8.0,1.0	met_2= 61.71	met_1= 102.55	d= 0.60
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 8.0,1.0	met_2= 48.80	met_1= 68.44	d= 0.71
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 8.0,1.0	met_2= 33.81	met_1= 50.25	d= 0.67
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 8.0,1.0	met_2= 23.23	met_1= 33.58	d= 0.69
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 8.0,1.0	met_2= 19.64	met_1= 17.88	d= 1.10
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 8.0,1.0	met_2= 16.68	met_1= 15.45	d= 1.08
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 8.0,1.0	met_2= 11.20	met_1= 13.31	d= 0.84
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 8.0,1.0	met_2= 9.46	met_1= 11.37	d= 0.83
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 8.0,1.0	met_2= 4.04	met_1= 9.56	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 8.0,1.0	met_2= 3.26	met_1= 7.85	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 8.0,1.0	met_2= 2.55	met_1= 6.22	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 8.0,1.0	met_2= 1.88	met_1= 4.63	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 8.0,1.0	met_2= 1.23	met_1= 3.07	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 8.0,1.0	met_2= 0.61	met_1= 1.53	d= 0.40
Diferenca media= 62.21				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 6.0,4.0	met_2= 22.86	met_1= 46.16	d= 0.50
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 6.0,4.0	met_2= 11.34	met_1= 18.98	d= 0.60
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 6.0,4.0	met_2= 7.46	met_1= 13.13	d= 0.57
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 6.0,4.0	met_2= 5.49	met_1= 10.12	d= 0.54
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 6.0,4.0	met_2= 4.29	met_1= 8.25	d= 0.52
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 6.0,4.0	met_2= 3.46	met_1= 6.93	d= 0.50
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 6.0,4.0	met_2= 2.86	met_1= 5.92	d= 0.48
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 6.0,4.0	met_2= 2.38	met_1= 5.11	d= 0.47
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 6.0,4.0	met_2= 2.00	met_1= 4.41	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 6.0,4.0	met_2= 1.68	met_1= 3.80	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 6.0,4.0	met_2= 1.40	met_1= 3.25	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 6.0,4.0	met_2= 1.15	met_1= 2.73	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 6.0,4.0	met_2= 0.93	met_1= 2.24	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 6.0,4.0	met_2= 0.73	met_1= 1.78	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 6.0,4.0	met_2= 0.54	met_1= 1.32	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 6.0,4.0	met_2= 0.35	met_1= 0.88	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 6.0,4.0	met_2= 0.17	met_1= 0.44	d= 0.40
Diferenca media= 46.80				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 6.0,2.0	met_2= 71.28	met_1= 167.86	d= 0.42
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 6.0,2.0	met_2= 36.60	met_1= 68.71	d= 0.53
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 6.0,2.0	met_2= 24.83	met_1= 36.20	d= 0.69
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 6.0,2.0	met_2= 18.78	met_1= 20.24	d= 0.93
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 6.0,2.0	met_2= 15.02	met_1= 16.49	d= 0.91
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 6.0,2.0	met_2= 6.93	met_1= 13.86	d= 0.50
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 6.0,2.0	met_2= 5.71	met_1= 11.85	d= 0.48
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 6.0,2.0	met_2= 4.77	met_1= 10.21	d= 0.47
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 6.0,2.0	met_2= 4.00	met_1= 8.83	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 6.0,2.0	met_2= 3.36	met_1= 7.61	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 6.0,2.0	met_2= 2.80	met_1= 6.50	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 6.0,2.0	met_2= 2.31	met_1= 5.46	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 6.0,2.0	met_2= 1.87	met_1= 4.49	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 6.0,2.0	met_2= 1.46	met_1= 3.55	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 6.0,2.0	met_2= 1.07	met_1= 2.64	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 6.0,2.0	met_2= 0.71	met_1= 1.75	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 6.0,2.0	met_2= 0.35	met_1= 0.87	d= 0.40
Diferenca media= 51.25				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 6.0,1.0	met_2= 174.83	met_1= 364.11	d= 0.48
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 6.0,1.0	met_2= 88.28	met_1= 152.90	d= 0.58

angulo= 30.0	ferr(D,d)= 6.0,1.0	met_2= 49.69	met_1= 93.97	d= 0.53
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 6.0,1.0	met_2= 37.21	met_1= 55.36	d= 0.67
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 6.0,1.0	met_2= 24.13	met_1= 40.28	d= 0.60
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 6.0,1.0	met_2= 19.82	met_1= 27.02	d= 0.73
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 6.0,1.0	met_2= 16.59	met_1= 14.81	d= 1.12
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 6.0,1.0	met_2= 11.05	met_1= 12.77	d= 0.87
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 6.0,1.0	met_2= 9.41	met_1= 11.04	d= 0.85
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 6.0,1.0	met_2= 8.00	met_1= 9.51	d= 0.84
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 6.0,1.0	met_2= 3.50	met_1= 8.12	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 6.0,1.0	met_2= 2.89	met_1= 6.83	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 6.0,1.0	met_2= 2.33	met_1= 5.61	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 6.0,1.0	met_2= 1.82	met_1= 4.44	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 6.0,1.0	met_2= 1.34	met_1= 3.30	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 6.0,1.0	met_2= 0.88	met_1= 2.19	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 6.0,1.0	met_2= 0.44	met_1= 1.09	d= 0.40
Diferenca media= 59.76				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 4.0,2.0	met_2= 22.86	met_1= 63.50	d= 0.36
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 4.0,2.0	met_2= 11.34	met_1= 25.60	d= 0.44
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 4.0,2.0	met_2= 7.46	met_1= 13.13	d= 0.57
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 4.0,2.0	met_2= 5.49	met_1= 10.12	d= 0.54
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 4.0,2.0	met_2= 4.29	met_1= 8.25	d= 0.52
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 4.0,2.0	met_2= 3.46	met_1= 6.93	d= 0.50
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 4.0,2.0	met_2= 2.86	met_1= 5.92	d= 0.48
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 4.0,2.0	met_2= 2.38	met_1= 5.11	d= 0.47
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 4.0,2.0	met_2= 2.00	met_1= 4.41	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 4.0,2.0	met_2= 1.68	met_1= 3.80	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 4.0,2.0	met_2= 1.40	met_1= 3.25	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 4.0,2.0	met_2= 1.15	met_1= 2.73	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 4.0,2.0	met_2= 0.93	met_1= 2.24	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 4.0,2.0	met_2= 0.73	met_1= 1.78	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 4.0,2.0	met_2= 0.54	met_1= 1.32	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 4.0,2.0	met_2= 0.35	met_1= 0.88	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 4.0,2.0	met_2= 0.17	met_1= 0.44	d= 0.40
Diferenca media= 45.09				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 4.0,1.0	met_2= 70.61	met_1= 155.10	d= 0.46
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 4.0,1.0	met_2= 35.96	met_1= 69.81	d= 0.52
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 4.0,1.0	met_2= 24.22	met_1= 39.86	d= 0.61
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 4.0,1.0	met_2= 14.08	met_1= 21.76	d= 0.65
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 4.0,1.0	met_2= 11.26	met_1= 18.86	d= 0.60
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 4.0,1.0	met_2= 9.29	met_1= 10.39	d= 0.89
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 4.0,1.0	met_2= 7.81	met_1= 8.88	d= 0.88
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 4.0,1.0	met_2= 6.63	met_1= 7.66	d= 0.87
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 4.0,1.0	met_2= 3.00	met_1= 6.62	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 4.0,1.0	met_2= 2.52	met_1= 5.70	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 4.0,1.0	met_2= 2.10	met_1= 4.87	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 4.0,1.0	met_2= 1.73	met_1= 4.10	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 4.0,1.0	met_2= 1.40	met_1= 3.37	d= 0.42
angulo= 140.0	ferr(D,d)= 4.0,1.0	met_2= 1.09	met_1= 2.66	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 4.0,1.0	met_2= 0.80	met_1= 1.98	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 4.0,1.0	met_2= 0.53	met_1= 1.31	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 4.0,1.0	met_2= 0.26	met_1= 0.66	d= 0.40
Diferenca media= 54.38				
angulo= 10.0	ferr(D,d)= 2.0,1.0	met_2= 11.43	met_1= 31.75	d= 0.36
angulo= 20.0	ferr(D,d)= 2.0,1.0	met_2= 5.67	met_1= 12.80	d= 0.44
angulo= 30.0	ferr(D,d)= 2.0,1.0	met_2= 3.73	met_1= 6.56	d= 0.57
angulo= 40.0	ferr(D,d)= 2.0,1.0	met_2= 2.75	met_1= 5.06	d= 0.54
angulo= 50.0	ferr(D,d)= 2.0,1.0	met_2= 2.14	met_1= 4.12	d= 0.52
angulo= 60.0	ferr(D,d)= 2.0,1.0	met_2= 1.73	met_1= 3.46	d= 0.50
angulo= 70.0	ferr(D,d)= 2.0,1.0	met_2= 1.43	met_1= 2.96	d= 0.48
angulo= 80.0	ferr(D,d)= 2.0,1.0	met_2= 1.19	met_1= 2.55	d= 0.47
angulo= 90.0	ferr(D,d)= 2.0,1.0	met_2= 1.00	met_1= 2.21	d= 0.45
angulo= 100.0	ferr(D,d)= 2.0,1.0	met_2= 0.84	met_1= 1.90	d= 0.44
angulo= 110.0	ferr(D,d)= 2.0,1.0	met_2= 0.70	met_1= 1.62	d= 0.43
angulo= 120.0	ferr(D,d)= 2.0,1.0	met_2= 0.58	met_1= 1.37	d= 0.42
angulo= 130.0	ferr(D,d)= 2.0,1.0	met_2= 0.47	met_1= 1.12	d= 0.42

angulo= 140.0	ferr(D,d)= 2.0,1.0	met_2=	0.36	met_1=	0.89	d= 0.41
angulo= 150.0	ferr(D,d)= 2.0,1.0	met_2=	0.27	met_1=	0.66	d= 0.41
angulo= 160.0	ferr(D,d)= 2.0,1.0	met_2=	0.18	met_1=	0.44	d= 0.40
angulo= 170.0	ferr(D,d)= 2.0,1.0	met_2=	0.09	met_1=	0.22	d= 0.40
Diferença media=		45.09				

ANEXO B – CASOS COM VELOCIDADE DE CORTE DIFERENTE PARA UMA FERRAMENTA

Dados obtidos com o uso de velocidade de corte de 120 m/min para a ferramenta de 20 mm.

Cavidade do exemplo 1 – Profundidade de 5 mm.

Tabela 16 - Comprimento do caminho de corte

Est/Diam	20	16	10	8	6	4	2	1
0	183,35	253,95	453,48	583,38	801,17	1235,65	5102,58	15512,40
1		14,78	36,96	44,35	51,74	84,90	271,42	639,48
2			22,17	29,56	36,96	44,35	186,02	449,10
3				7,39	14,78	22,17	84,90	203,58
4					7,39	14,78	44,34	139,50
5						7,39	29,56	90,06
6							14,78	33,27
7								11,10

Tabela 17 – Tempos de Usinagem

	1	2	3	4	5	6	7	8
avl. mm/1'	401,07	737,09	780,18	861,82	907,18	1043,26	907,18	544,31
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	27,43	20,67	34,87	40,61	52,99	71,06	337,48	1709,95
1		1,20	2,84	3,09	3,42	4,88	17,95	70,49
2			1,70	2,06	2,44	2,55	12,30	49,50
3				0,51	0,98	1,28	5,62	22,44
4					0,49	0,85	2,93	15,38
5						0,43	1,96	9,93
6							0,98	3,67
7								1,22

Tabela 18 – Tempos Acumulados de Usinagem e Seleção de Ferramentas

	1	2	3	4	5	6	7	8
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	27,43	20,67	34,87	40,61	52,99	71,06	337,48	1709,95
1		33,63	35,27	35,52	35,85	37,31	50,38	102,92
2			27,38	27,73	28,12	28,22	37,97	75,18
3				32,89	33,35	33,65	37,99	54,82
4					33,22	33,58	35,66	48,11
5						33,54	35,07	43,04
6							34,20	36,89
7								35,42
Min	27,43	20,67	27,38	27,73	28,12	28,22	34,20	35,42

Ferramentas selecionadas: 1, 2, 4 e 16 mm.

Cavidade do exemplo 2 – Profundidade de 10 mm

Tabela 19 - Comprimento do caminho de corte

Est/Diam	20	16	10	8	6	4	2	1
0	269,29	396,54	677,00	874,86	2371,78	3635,50	11084,46	37231,75
1		15,31	38,28	45,94	107,20	207,24	430,74	1261,70
2			22,97	30,63	76,56	91,88	335,01	883,55
3				7,66	30,62	45,94	155,43	358,95
4					15,32	30,62	68,91	279,20
5						15,32	45,93	161,90
6							22,98	57,45
7								19,15

Tabela 20 – Tempos de Usinagem

	1	2	3	4	5	6	7	8
avl. mm/1'	401,07	737,09	780,18	861,82	907,18	1043,26	907,18	544,31
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	40,29	32,28	52,07	60,91	156,87	209,08	733,11	4104,10
1		1,25	2,94	3,20	7,09	11,92	28,49	139,08
2			1,77	2,13	5,06	5,28	22,16	97,39
3				0,53	2,03	2,64	10,28	39,57
4					1,01	1,76	4,56	30,78
5						0,88	3,04	17,85
6							1,52	6,33
7								2,11

Tabela 21 – Tempos Acumulados de Usinagem e Seleção de Ferramentas

	1	2	3	4	5	6	7	8
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	40,29	32,28	52,07	60,91	156,87	209,08	733,11	4104,10
1		46,53	48,23	48,48	52,38	57,20	73,77	184,36
2			39,05	39,41	42,34	42,56	59,44	134,67
3				44,58	46,07	46,69	54,33	83,61
4					45,42	46,17	48,97	75,19
5						48,22	50,38	65,19
6							49,08	53,90
7								51,08
Min	40,29	32,28	39,05	39,41	42,34	42,56	48,97	51,08

Ferramentas selecionadas: 1, 2, 8 e 16 mm.

Cavidade do exemplo 3 – Profundidade de 20 mm

Tabela 22 - Comprimento do caminho de corte

Est/Diam	20	16	10	8	6	4	2	1
0	93,47	276,82	548,76	734,39	2027,27	3158,71	8168,35	33196,20
1		29,80	74,52	89,42	208,64	298,04	650,85	2357,10
2			44,70	59,62	149,04	178,84	506,20	1591,20
3				14,90	59,60	89,40	186,30	650,90
4					29,80	59,60	111,75	506,20
5						29,80	74,50	303,70
6							37,25	111,80
7								37,30

Tabela 23 – Tempos de Usinagem

	1	2	3	4	5	6	7	8
avl. mm/1'	401,07	737,09	780,18	861,82	907,18	1043,26	907,18	544,31
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	13,98	22,53	42,20	51,13	134,08	181,66	540,24	3659,26
1		2,43	5,73	6,23	13,80	17,14	43,05	259,83
2			3,44	4,15	9,86	10,29	33,48	175,40
3				1,04	3,94	5,14	12,32	71,75
4					1,97	3,43	7,39	55,80
5						1,71	4,93	33,48
6							2,46	12,32
7								4,11

Tabela 24 – Tempos Acumulados de Usinagem e Seleção de Ferramentas

	1	2	3	4	5	6	7	8
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	13,98	22,53	42,20	51,13	134,08	181,66	540,24	3659,26
1		21,41	24,71	25,21	32,78	36,12	62,03	278,81
2			29,85	30,56	36,27	36,69	59,89	201,81
3				30,75	33,66	34,86	42,04	101,46
4					32,18	33,64	37,60	86,01
5						38,89	42,11	70,66
6							41,10	50,96
7								46,71
Min	13,98	21,41	24,71	25,21	32,18	33,64	37,60	46,71

Ferramentas seleccionadas: 1, 2, 8 e 20 mm.

ANEXO C – CASOS COM ROTAÇÃO MÁXIMA DE 4000 rpm

Dados obtidos com o uso de rotação máxima de 4000 rpm.

Cavidade de exemplo 1 – Profundidade de 5 mm.

Tabela 25 - Comprimento do caminho de corte

Est/Diam	20	16	10	8	6	4	2	1
0	183,35	253,95	453,48	583,38	801,17	1235,65	5102,58	15512,40
1		14,78	36,96	44,35	51,74	84,90	271,42	639,48
2			22,17	29,56	36,96	44,35	186,02	449,10
3				7,39	14,78	22,17	84,90	203,58
4					7,39	14,78	44,34	139,50
5						7,39	29,56	90,06
6							14,78	33,27
7								11,10

Tabela 26 – Tempos de Usinagem

	1	2	3	4	5	6	7	8
avl. mm/1'	635,03	737,09	516,00	456,00	360,00	276,00	120,00	36,00
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	17,32	20,67	52,73	76,76	133,53	268,62	2551,29	25854,00
1		1,20	4,30	5,84	8,62	18,46	135,71	1065,80
2			2,58	3,89	6,16	9,64	93,01	748,50
3				0,97	2,46	4,82	42,45	339,30
4					1,23	3,21	22,17	232,50
5						1,61	14,78	150,10
6							7,39	55,45
7								18,50

Tabela 27 – Tempos Acumulados de Usinagem e Seleção de Ferramentas

	1	2	3	4	5	6	7	8
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	17,32	20,67	52,73	76,76	133,53	268,62	2551,29	25854,00
1		23,53	26,62	28,16	30,95	40,78	158,03	1088,12
2			28,25	29,56	31,83	35,31	118,68	774,17
3				32,59	34,08	36,44	74,07	370,92
4					34,39	36,37	55,33	265,66
5						37,55	50,73	186,05
6							47,70	95,76
7								66,20
Min	17,32	20,67	26,62	28,16	30,95	35,31	47,70	66,20

Ferramentas selecionadas: 1, 2, 4 e 16 mm.

Cavidade do exemplo 2 – Profundidade de 10 mm.

Tabela 28 - Comprimento do caminho de corte

Est/Diam	20	16	10	8	6	4	2	1
0	269,29	396,54	677,00	874,86	2371,78	3635,50	11084,46	37231,75
1		15,31	38,28	45,94	107,20	207,24	430,74	1261,70
2			22,97	30,63	76,56	91,88	335,01	883,55
3				7,66	30,62	45,94	155,43	358,95
4					15,32	30,62	68,91	279,20
5						15,32	45,93	161,90
6							22,98	57,45
7								19,15

Tabela 29 – Tempos de Usinagem

	1	2	3	4	5	6	7	8
avl. mm/1'	635,03	737,09	516,00	456,00	360,00	276,00	120,00	36,00
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	25,44	32,28	78,72	115,11	395,30	790,33	5542,23	62052,92
1		1,25	4,45	6,04	17,87	45,05	215,37	2102,83
2			2,67	4,03	12,76	19,97	167,51	1472,58
3				1,01	5,10	9,99	77,72	598,25
4					2,55	6,66	34,46	465,33
5						3,33	22,97	269,83
6							11,49	95,75
7								31,92

Tabela 30 – Tempos Acumulados de Usinagem e Seleção de Ferramentas

	1	2	3	4	5	6	7	8
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	25,44	32,28	78,72	115,11	395,30	790,33	5542,23	62052,92
1		31,69	34,89	36,49	48,31	75,50	245,81	2133,28
2			39,36	40,72	49,45	56,66	204,19	1509,27
3				40,90	45,00	49,88	117,61	638,14
4					44,04	48,14	75,94	506,82
5						52,37	72,01	318,87
6							64,63	148,89
7								96,55
Min	25,44	31,69	34,89	36,49	44,04	48,14	64,63	96,55

Ferramentas selecionadas: 1, 2, 4, 8 e 20 mm.

Cavidade do exemplo 3 – Profundidade de 20 mm.

Tabela 31 - Comprimento do caminho de corte

Est/Diam	20	16	10	8	6	4	2	1
0	93,47	276,82	548,76	734,39	2027,27	3158,71	8168,35	33196,20
1		29,80	74,52	89,42	208,64	298,04	650,85	2357,10
2			44,70	59,62	149,04	178,84	506,20	1591,20
3				14,90	59,60	89,40	186,30	650,90
4					29,80	59,60	111,75	506,20
5						29,80	74,50	303,70
6							37,25	111,80
7								37,30

Tabela 32 – Tempos de Usinagem

	1	2	3	4	5	6	7	8
avl. mm/1'	635,03	737,09	516,00	456,00	360,00	276,00	120,00	36,00
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	8,83	22,53	63,81	96,63	337,88	686,68	4084,18	55327,00
1		2,43	8,67	11,77	34,77	64,79	325,43	3928,50
2			5,20	7,84	24,84	38,88	253,10	2652,00
3				1,96	9,93	19,43	93,15	1084,83
4					4,97	12,96	55,88	843,67
5						6,48	37,25	506,17
6							18,63	186,33
7								62,17

Tabela 33 – Tempos Acumulados de Usinagem e Seleção de Ferramentas

	1	2	3	4	5	6	7	8
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	8,83	22,53	63,81	96,63	337,88	686,68	4084,18	55327,00
1		16,26	22,50	25,60	48,60	78,62	339,26	3942,33
2			26,46	29,10	46,10	60,14	274,36	2673,26
3				29,46	37,43	46,93	120,65	1112,33
4					35,56	43,55	86,47	874,26
5						47,04	77,81	546,73
6							67,18	234,89
7								134,35
Min	8,83	16,26	22,50	25,60	35,56	43,55	67,18	134,35

Ferramentas selecionadas: 1, 2, 4, 8 e 20 mm.

ANEXO D - CASOS COM LIMITE DE ROTAÇÃO E FERRAMENTAS COM NÚMERO DE ARESTAS DIFERENTES

Dados obtidos com uso de rotação máxima de 4000 rpm, ferramenta de 4 mm com 2 arestas de corte e ferramenta de 20 mm com 4 arestas de corte.

Cavidade do exemplo 1 - Profundidade de 5 mm.

Tabela 34 - Comprimento do caminho de corte

Est/Diam	20	16	10	8	6	4	2	1
0	183,35	253,95	453,48	583,38	801,17	1235,65	5102,58	15512,40
1		14,78	36,96	44,35	51,74	84,90	271,42	639,48
2			22,17	29,56	36,96	44,35	186,02	449,10
3				7,39	14,78	22,17	84,90	203,58
4					7,39	14,78	44,34	139,50
5						7,39	29,56	90,06
6							14,78	33,27
7								11,10

Tabela 35 - Tempos de Usinagem

	1	2	3	4	5	6	7	8
avl. mm/1'	846,70	737,09	516,00	456,00	360,00	184,00	120,00	36,00
Diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	12,99	20,67	52,73	76,76	133,53	402,93	2551,29	25854,00
1		1,20	4,30	5,84	8,62	27,68	135,71	1065,80
2			2,58	3,89	6,16	14,46	93,01	748,50
3				0,97	2,46	7,23	42,45	339,30
4					1,23	4,82	22,17	232,50
5						2,41	14,78	150,10
6							7,39	55,45
7								18,50

Tabela 36 - Tempos Acumulados de Usinagem e Seleção de Ferramentas

	1	2	3	4	5	6	7	8
Diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	12,99	20,67	52,73	76,76	133,53	402,93	2551,29	25854,00
1		19,20	22,29	23,83	26,62	45,68	153,70	1083,79
2			26,77	28,08	30,36	38,66	117,21	772,70
3				28,26	29,75	34,52	69,74	366,59
4					30,06	33,65	51,00	261,33
5						34,03	46,40	181,72
6							46,04	94,10
7								64,54
Min	12,99	19,20	22,29	23,83	26,62	33,65	46,04	64,54

Ferramentas selecionadas: 1, 2, 4, 8 e 20 mm.

Cavidade do exemplo 2 – Profundidade de 10 mm.

Tabela 37 - Comprimento do caminho de corte

Est/Diam	20	16	10	8	6	4	2	1
0	269,29	396,54	677,00	874,86	2371,78	3635,50	11084,46	37231,75
1		15,31	38,28	45,94	107,20	207,24	430,74	1261,70
2			22,97	30,63	76,56	91,88	335,01	883,55
3				7,66	30,62	45,94	155,43	358,95
4					15,32	30,62	68,91	279,20
5						15,32	45,93	161,90
6							22,98	57,45
7								19,15

Tabela 38 – Tempos de Usinagem

	1	2	3	4	5	6	7	8
avl. mm/1'	846,70	737,09	516,00	456,00	360,00	184,00	120,00	36,00
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	19,08	32,28	78,72	115,11	395,30	1185,49	5542,23	62052,92
1		1,25	4,45	6,04	17,87	67,58	215,37	2102,83
2			2,67	4,03	12,76	29,96	167,51	1472,58
3				1,01	5,10	14,98	77,72	598,25
4					2,55	9,98	34,46	465,33
5						5,00	22,97	269,83
6							11,49	95,75
7								31,92

Tabela 39 – Tempos Acumulados de Usinagem e Seleção de Ferramentas

	1	2	3	4	5	6	7	8
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	19,08	32,28	78,72	115,11	395,30	1185,49	5542,23	62052,92
1		25,33	28,53	30,13	41,95	91,66	239,45	2126,92
2			33,00	34,36	43,09	60,29	197,83	1502,91
3				34,54	38,64	48,51	111,25	631,78
4					37,68	45,11	69,58	500,46
5						47,68	65,65	312,51
6							61,60	145,86
7								93,52
Min	19,08	25,33	28,53	30,13	37,68	45,11	61,60	93,52

Ferramentas selecionadas: 1, 2, 4, 8 e 20 mm.

Cavidade do exemplo 3 – Profundidade de 20 mm.

Tabela 40 - Comprimento do caminho de corte

Est/Diam	20	16	10	8	6	4	2	1
0	93,47	276,82	548,76	734,39	2027,27	3158,71	8168,35	33196,20
1		29,80	74,52	89,42	208,64	298,04	650,85	2357,10
2			44,70	59,62	149,04	178,84	506,20	1591,20
3				14,90	59,60	89,40	186,30	650,90
4					29,80	59,60	111,75	506,20
5						29,80	74,50	303,70
6							37,25	111,80
7								37,30

Tabela 41 – Tempos de Usinagem

	1	2	3	4	5	6	7	8
avl. mm/1'	846,70	737,09	516,00	456,00	360,00	184,00	120,00	36,00
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	6,62	22,53	63,81	96,63	337,88	1030,01	4084,18	55327,00
1		2,43	8,67	11,77	34,77	97,19	325,43	3928,50
2			5,20	7,84	24,84	58,32	253,10	2652,00
3				1,96	9,93	29,15	93,15	1084,83
4					4,97	19,43	55,88	843,67
5						9,72	37,25	506,17
6							18,63	186,33
7								62,17

Tabela 42 – Tempos Acumulados de Usinagem e Seleção de Ferramentas

	1	2	3	4	5	6	7	8
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	6,62	22,53	63,81	96,63	337,88	1030,01	4084,18	55327,00
1		14,05	20,29	23,39	46,40	108,81	337,05	3940,12
2			24,25	26,89	43,89	77,37	272,15	2671,05
3				27,25	35,22	54,44	118,44	1110,12
4					33,36	47,82	84,26	872,06
5						48,07	75,61	544,52
6							71,45	239,16
7								138,62
Min	6,62	14,05	20,29	23,39	33,36	47,82	71,45	138,62

Ferramentas selecionadas: 1, 2, 4, 8 e 20 mm.

ANEXO E – CASO COM DIFERENTES ESPAÇAMENTOS ENTRE TRAJETÓRIAS

Neste caso, considerou-se o espaçamento entre trajetórias igual à metade do raio da ferramenta para a cavidade do Exemplo 1 do capítulo 5, variando apenas esta característica.

Tabela 43 - Comprimento do caminho de corte

Est/diam	20	16	10	8	6	4	2	1
0	287,89	411,51	798,32	1051,19	1486,36	2360,54	9953,82	30648,30
1		14,78	36,96	44,35	74,29	120,63	403,88	1066,17
2			22,17	29,56	36,96	79,72	268,82	718,23
3				7,39	14,78	22,17	120,64	302,91
4					7,39	14,78	134,40	139,50
5						7,39	42,44	118,80
6							14,78	59,79
7								11,10

Tabela 44 – Tempos de Usinagem

	1	2	3	4	5	6	7	8
avl. mm/1'	635,03	737,09	780,18	861,82	907,18	1043,26	907,18	544,31
diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	27,20	33,50	61,40	73,18	98,31	135,76	658,33	3378,40
1		1,20	2,84	3,09	4,91	6,94	26,71	117,53
2			1,70	2,06	2,44	4,58	17,78	79,17
3				0,51	0,98	1,28	7,98	33,39
4					0,49	0,85	8,89	15,38
5						0,43	2,81	13,10
6							0,98	6,59
7								1,22

Tabela 45 – Tempos Acumulados de Usinagem e Seleção de Ferramentas

	1	2	3	4	5	6	7	8
Diam. mm	20	16	10	8	6	4	2	1
0	27,20	33,50	61,40	73,18	98,31	135,76	658,33	3378,40
1		33,40	35,04	35,29	37,11	39,14	58,91	149,73
2			40,11	40,46	40,85	42,99	56,18	117,58
3				40,56	41,02	41,32	48,02	73,43
4					40,78	41,14	49,18	55,67
5						42,54	44,92	55,21
6							45,12	50,73
7								46,15
Min	27,20	33,40	35,04	35,29	37,11	39,14	44,92	46,15

Ferramentas selecionadas: 1, 2, 6 e 20 mm.

LISTA DE REFERÊNCIAS

- Arkin, E. M., Held, M., Smith, C. L. Optimization Problems Related to Zigzag Pocket Machining: **Algorithmica**, v. 26, p. 197-236, 2000.
- Bala, M. & Chang, T.-C. Automatic cutter selection and optimal cutter path generation for prismatic parts. **International Journal Of Production Research**, vol. 29, n. 11, pp.. 2163-2176, 1991.
- Choi, B. K., Park, S. C. A pair-wise offset algorithm for 2D point-sequence curve. **Computer-Aided Design**, v. 31, p. 735-745, 1999.
- Choy, H. S., Chan, K. W. A corner-looping based tool path for pocket milling. **Computer-Aided Design**, v. 35, pp. 155-166, 2003.
- Cota, F. E., Queiroz, A. A., Gonçalves Filho, E. V. Usinagens de cavidades em formas arbitrárias em máquinas-ferramentas de comando numérico. In: Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica – COBEM 93, XII, Brasília, 1993. **Anais**. Brasília: ABCM, 1993. pp. 1599-1602.
- Cota, F. E., Gonçalves Filho, E. V. Otimização de Cavidades em Formas Arbitrárias. In: Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica – COBEM 95, XIII, Belo Horizonte, 1995. **Anais**. Belo Horizonte: ABCM, 1995. 1 CD-ROM.
- Diniz, A. E., Marcondes, F. C., Coppini, N. L. **Tecnologia da Usinagem de Materiais**, São Paulo: Art Liber Editora, 2000.
- Ferraresi, D. **Usinagem dos Metais – Fundamentos da Usinagem dos Metais**, São Paulo: Edgard Blücher, 1977.
- Ferreira, J. C. E. An algorithm for generating the tool paths for machining complex 2 ½ D components. In: Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica – COBEM 93, XII, Brasília, 1993. **Anais**. Brasília: ABCM, 1993. pp. 1587-1590.
- Gamma, E., Helm, R., Johnson, R., Vlissides, J., **Padrões de Projeto: soluções reutilizáveis de software orientado a objetos**. Bookman, 1995.
- Hatna, A., Grieve, R. J., Broomhead, P. Automatic CNC milling of pockets: geometric and technological issues. **Computer Integrated Manufacturing Systems**, v. 11, n. 4, p. 309-330, 1998.
- Held, M. **On the Computational Geometry of Pocket Machining**. Springer-Verlag, 178p. 1991a.

- Held, M. A geometry-based investigation of the tool path generation for zigzag pocket machining. **Visual Compute** ; vol. 7, pp. 296-308, 1991b.
- Held, M., Lukács, G., Andor, L. Pocket machining based on contour-parallel tool paths generated by means of proximity maps. **Computer-Aided Design**, v. 26, n. 3, p. 189-203, March 1994.
- Held, M. Voronoi diagrams and offset curves of curvilinear polygons. **Computer-Aided Design**, v. 30, n. 4, p. 287-301, April 1998.
- Jamil, A. T. M. A computerized algorithm for milling non-convex pockets with numerically controlled machines. **International Journal of Production Research**, vol. 35, n. 7, pp. 1843-1855, 1997.
- Jamil, A. T. M. A semi-analytical method of finding an optimum cutter path for face milling 3-sided convex surfaces. **International Journal of Production Research**, v. 36, n. 2, p. 343-355, 1998.
- Jeong, J., Kim, K. Tool Path Generation for Machining Free-Form Pockets Using Voronoi Diagrams. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 14, pp. 876-881, 1998.
- Jeong, J., Kim, K. Generation of Tool Paths for Machining Free-Form Pockets with Islands Using Distance Maps. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 15, n. 5, p. 311-316, 1999.
- Kim, B. H., Choi, B. K. Machining efficiency comparison direction-parallel tool path with contour-parallel tool path. **Computer-Aided Design**, v. 34, pp. 89-95, 2002.
- Lakkaraju, R. K., Raman, S., Irani, S. A. An analytical model for optimization of NC tool cutting path. **International Journal of Production Research**, v. 30, n. 1, p. 109-127, 1992.
- Lambregts, C. A. H., Delbressine, F. L. M., de Vries, W. A. H., van der Wolf, A. C. H. An efficient automatic tool path generator for 2 ½ D free-form pockets. **Computers in Industry**, v. 29, pp. 151-157, 1996.
- Machado, A. **Comando Numérico Aplicado à Máquinas-Ferramentas**. São Paulo: Ícone, 1987. 396 p.
- Manuel, D., Liang, M., Kolahan, F. A Dynamic Offsetting Approach to Tool Path Generation for Machining Convex Pockets. **Computers Indust. Engineering**, v. 31, n. ½, n.135-138, 1996.

- Mastercam Version 7.0 Mill Reference Manual, 1998, CNC Software, Inc.
- Meshkat, S. N., Sakkas, C. M. Voronoi diagram for multiply connected polygonal domains II: Implementation and application **IBM J. Res. Develop.**, v. 31, n. 3, pp. 373-381, 1987.
- Novaes, A. G. **Métodos de Otimização: aplicações aos transportes**. São Paulo: Edgar Blücher, 1978.
- Oliveira, L. C. de. **Um Sistema de Geração de Trajetórias de Ferramentas em 3 Eixos**, 1997. 92p. Dissertação (Mestrado) – CPGCC - Instituto de Informática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre-RS. 1997.
- Oliveira, L. C. de, Tsuzuki, M. de S. G. Cutting-Tools Selection for 2 ½ D Convex Pocket Machining. In: International Conference of CAD/CAM, Robotics & Factories of the Future - CARS & FOF'99, 15th, Águas de Lindóia-SP, 1999a. **Proceedings**. Águas de Lindóia – SP, 1999a.
- Oliveira, L. C. de, Tsuzuki, M. de S. G. Usinagem de Cavidades 2 ½ D: Uma Revisão. In: Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - SBAI99, 4^o, São Paulo – SP, 1999b. **Anais**. São Paulo, 1999b.
- Oliveira, L. C. de, Tsuzuki, M. de S. G. Um método de seleção de dimensões de ferramentas de corte para usinagem de cavidades em máquinas com CNC. Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM'99, XV, Águas de Lindóia – SP, 1999c. **Anais**. Águas de Lindóia-SP: ABCM, 1999c.
- Oliveira, L. C. de, Tsuzuki, M. de S. G. Aspectos da Implementação do Diagrama de Voronoi e sua Aplicação na Geração do Caminho de Corte de Cavidades 2 ½ D. In: Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM 2000, Natal – RN, 2000. **Anais**. Natal – RN: ABCM, 2000.
- Oliveira, L. C. de, Tsuzuki, M. de S. G. Uma Nova Estratégia de Usinagem de Cavidades 2 ½ D. In: Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM'2001, XVI, Uberlândia – MG, 2001. **Anais**. Uberlândia: ABCM, 2001.
- Park, S. C., Choi, B. K. Tool-path planning for direction-parallel area milling. **Computer-Aided Design**, v. 32, p. 17-25, 2000.
- Park, S. C. Tool-path generation for Z-constant contour machining. **Computer-Aided Design**, v. 35, p. 27-36, 2003.

- Persson, H. NC machining of arbitrarily shaped pockets. **Computer-Aided Design**, v. 10, n. 3, pp. 169-174, 1978.
- Prabhu, P. V., Gramopadhye, A. K., Wang, H. A general mathematical model for optimizing NC tool path for face milling of flat convex polygonal surfaces. **International Journal of Production Research**, v. 28, n. 1, p. 101-130, 1990.
- Sandvik Coromant. Produtos para Usinagem de Metais – Ferramentas Rotativas. 2001.
- Stemmer, C. **Ferramentas de Corte I**, Florianópolis: Editora da UFSC, 1993.
- Sun, R. H., Tsai, Y. C. A modified analytical model for optimization of NC-tool cutting path. **International Journal of Production Research**, v. 32, n. 10, p. 2335-2344, 1994.
- Tang, K., Chou, S., Chen, L. An algorithm for reducing tool retractions in zigzag pocket machining. **Computer-Aided Design**, v. 30, n. 2, p. 123-129, 1998.
- Tsuzuki, M. S. G. & Moscato, L. A. Diagramas de Voronoi e sua Utilidade na Determinação do Caminho de Corte de Reentrâncias Complexas, Boletim Técnico do Depto. de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica da USP, 1995.
- Veeramani, D., Gau, Y.-S. Selection of an optimal set of cutting-tools for a general triangular pocket. **International Journal of Production Research**, v. 35, n. 9, p. 2621-2637, 1997a.
- Veeramani, D., Gau, Y.-S. Selection of an optimal set of cutting-tools for 2 ½ D pocket machining. **Computer-Aided Design**, v. 29, n. 12, pp. 869-877, 1997b.
- Veeramani, D., Gau, Y.-S. Cutter-path generation using multiple cutting-tools sizes for 2 ½ D pocket machining. **IEE Transactions**, v. 32, pp. 661-675, 2000.
- Volpato, N., Ahrens, C. H. A necessidade do auxílio de sistema CAD/CAM na fabricação de moldes de injeção de plástico. In: Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica – COBEM, XIII, 1995, Belo Horizonte. **Anais**. Belo Horizonte: ABCM, 1995.
- Wang, H. S., Chang, H., Wysk, R. A. An Analytical Approach to Optimize NC Tool Path Planning for Face Milling Flat Convex Polygonal Surfaces. **IIE Transactions**, v. 20, n. 3, p. 325- 332, 1988.

APÊNDICE A – CONSIDERAÇÕES SOBRE PROGRAMAÇÃO C++ E STL

Neste trabalho foram utilizados recursos avançados de engenharia de computação, como STL, programação orientada a objetos e padrões de projeto. Com o principal objetivo de definir uma biblioteca que possa ser expansível e de fácil manutenção. A seguir comentaremos sobre estes tópicos.

Os templates foram introduzidos na linguagem C++ há alguns anos. Em algumas situações a melhor maneira de explicar um novo conceito é por meio de um exemplo. Assim, vamos considerar a expressão abaixo:

$$2 * x + (x * x + 1) / (2 * x)$$

onde x pode ser tanto um `double` como um `int`. No último caso a operação de divisão `/` denota uma divisão inteira, fornecendo um resultado inteiro. Por exemplo, se x possui tipo `double` e é igual a `5.0`, o valor da expressão acima é `12.6`, mas se x possui tipo `int` e é igual a `5`, o valor do resultado será `12`. Ao invés de escrevermos duas funções como:

```
double f(double x)
{
    double x2 = 2 * x
    return x2 + (x * x + 1) / x2;
}

int f(int x)
{
    int x2 = 2 * x
    return x2 + (x * x + 1) / x2;
}
```


É possível escrever apenas um template, como o programa completo abaixo ilustra:

```
#include <iostream.h>

template <class T>
T f(T x)
{
    T.x2 = 2 * x;
    Return x2 + (x * x + 1) / x2;
}

int main()
{
    cout << f(5.0) << endl << f(5) << endl;
    return 0;
}
```

A saída deste programa será:

```
12.6
```

```
12
```

No template, **T** representa um tipo, fornecido pelo argumento na chamada de **f**. Aqui, a chamada **f(5.0)** faz com que um **double** (o tipo de **5.0**) substitua **T**, assim, por exemplo, uma divisão de ponto flutuante é utilizada em $(x*x+1)/x2$. Entretanto, **T** será substituído por um inteiro quando a chamada **f(5)** for executada, resultando em uma divisão inteira.

Quando o compilador estiver processando o programa acima, eles criará duas funções separadas, muito similares às funções **f(double)** e **f(int)** que começamos. Segue-se que o compilador necessita ter tanto a definição do template bem como os seus acionamentos para definir quais funções serão criadas. Os templates são colocados em arquivos de cabeçalho.

O STL é um conjunto de templates padrão originalmente projetados por A. A. Stepanov e M. Lee, ambos da Hewlett-Packard, e D. R. Musser do Rensselaer Polytechnic Institute. Após realizar algumas pequenas modificações, o C++ Standard Committee adotou o STL, tornando-o uma parte substancial da biblioteca padrão.

Os padrões de projeto tornam mais fácil reutilizar projetos e arquiteturas bem sucedidas. Expressar técnicas testadas e aprovadas as torna mais acessíveis para os desenvolvedores de novos sistemas. Os padrões de projeto ajudam a escolher alternativas de projeto que tornam um sistema reutilizável e a evitar alternativas que comprometam a reutilização. Os padrões de projeto podem melhorar a documentação e a manutenção de sistemas ao fornecer uma especificação explícita de interações de classes e objetos e o seu objetivo subjacente. Em suma, ajudam um projetista a obter um projeto “certo” mais rápido.

Uma das referências mais citadas na literatura sobre padrões de projeto é o livro *“Padrões de Projeto: soluções reutilizáveis de software orientado a objetos”* escrito por Erich Gamma, Richard Helm, Ralph Johnson e John Vlissides e editado pela Bookman (1995). Neste livro são apresentados 23 padrões de projeto.

APÊNDICE B – ARQUITETURA DO SISTEMA

O sistema desenvolvido apresenta várias estruturas interrelacionadas. A seguir apresentaremos estas estruturas e o algoritmo utilizado pelo sistema.

1. Inicialmente o contorno do polígono é recuperado e armazenado na estrutura **vertice**.
2. Em seguida a partir da estrutura **vertice** cria-se a estrutura das arestas que definem o contorno: **aresta**.
3. Enquanto o número de arestas ativas for maior que 3 devemos realizar os passos de 4 a 6.
4. Determina-se os bissetores que existem entre duas arestas ativas vizinhas, que são armazenados de forma parametrizada na estrutura **bissetor**.
5. Determina-se todas as intersecções existentes entre bissetores que possuem uma aresta ativa em comum. Assim, cada bissetor deverá ter associado duas intersecções. As intersecções são armazenadas na estrutura **intersect**.
6. Em seguida determina-se qual intersecção que define o bissetor com segmento de reta mais curto. Assim, os dois bissetores que definiram esta intersecção devem ser acrescentados à estrutura **element**. A aresta comum a estes dois bissetores deve ser feita inativa para não participar mais do algoritmo. Este ponto de intersecção deve ser considerado como ponto de início do bissetor a ser definido entre esta nova vizinhança (definida com a ação de inativar a aresta que determinou os dois bissetores que participam do diagrama de Voronoi).
7. Ao sair do laço, deve-se determinar o último bissetor existente e acrescentá-lo à estrutura **element**, pois ele também participa do diagrama de Voronoi.

As estruturas principais são **vertice**, **aresta**, **bissetor**, **intersect** e **element** (do Diagrama de Voronoi). As classes que definem estas estruturas são apresentadas abaixo:

ESTRUTURA VÉRTICE

```

template <class V>
class vertice {
public:
    vertice() { t = x = y = V(0.0); };
    vertice(const V _x, const V _y) {
        x = _x; y = _y; ID = 0; t = V(0.0); };
    vertice(const V _x, const V _y, int id) {
        x = _x; y = _y; ID = id; t = V(0.0); };
    ~vertice() {};

    // --> funcoes para manipulacao de coordenadas -----
    void set(const V _x, const V _y, int id) { x = _x; y = _y; ID = id; };
    void set(const V _x, const V _y) { x = _x; y = _y; };
    V getX(void) const { return x; };
    V getY(void) const { return y; };

    void setE1(const int _e1) { e1 = _e1; };
    void setE2(const int _e2) { e2 = _e2; };
    int getE1(void) const { return e1; };
    int getE2(void) const { return e2; };
    V getT(void) const { return t; };
    void setT(const V _t) { t = _t; };

    int getInter(void) const { return intersect; };
    void setInter(const int inter) { intersect = inter; };

private:
    V x;           // --> coordenada X do vertice -----
    V y;           // --> coordenada Y do vertice -----
    int ID;        // --> codigo do ID do vertice -----
    int e1;        // --> codigo do ID da aresta vizinha -----
    int e2;        // --> codigo do ID da aresta vizinha -----
    int intersect; // --> codigo da interseccao -----
    V t;           // --> valor de t associado ao vertice -----
};

```

ESTRUTURA ARESTA

```

template <class V>
class aresta {
public:
    aresta() { flag = true; };
    aresta(const aresta<V> & ee) {
        vi = ee.vi; vf = ee.vf;
        va = ee.va; vb = ee.vb; vc = ee.vc; vk = ee.vk;
        flag = ee.flag; ID = ee.ID;
    };

    aresta(const vertice<V> _vi, const vertice<V> _vf, const int id) {
        vi = _vi;
        vf = _vf;

        va = vi.getY() - vf.getY();
        vb = vf.getX() - vi.getX();
        vc = vi.getX() * vf.getY() - vf.getX() * vi.getY();

        V aux = sqrt(va * va + vb * vb);
        va = va / aux;
        vb = vb / aux;
        vc = vc / aux;
        vk = - 1;
        ID = id;
        flag = true;
    };
};

```

```

aresta(const vertice<V> _vi, const vertice<V> _vf) {
    vi = _vi;
    vf = _vf;

    va = vi.getY() - vf.getY();
    vb = vf.getX() - vi.getX();
    vc = vi.getX() * vf.getY() - vf.getX() * vi.getY();
    V aux = sqrt(va * va + vb * vb);
    va = va / aux;
    vb = vb / aux;
    vc = vc / aux;
    vk = - 1;
    ID = 0;
    flag = true;
};
~aresta() {};

// --> funcoes para manipular os vertices -----
void setVi(const vertice<V> _vi) { vi = _vi; };
void setVf(const vertice<V> _vf) { vf = _vf; };
vertice<V> getVi(void) const { return vi; };
vertice<V> getVf(void) const { return vf; };

// --> funcoes para manipular equacao da reta -----
V getA(void) const { return va; };
V getB(void) const { return vb; };
V getC(void) const { return vc; };
V getK(void) const { return vk; };

// --> funcoes para manipular o parametro t na interseccao de bissetores -
void setT(V t) { vt = t; };
V getT(void) const { return vt; };
void setFlag(bool _flag) { flag = _flag; };
bool getFlag(void) const { return flag; };
int getId(void) const { return ID; };

private:
    vertice<V> vi;
    vertice<V> vf;

    V va;
    V vb;
    V vc;
    V vk;
    bool flag;          // --> indica se a aresta esta ativa ou nao -----
    int ID;             // --> codigo do ID da aresta -----
};

```

ESTRUTURA BISSECTOR

```

template <class V>
class bissetor {
public:
    bissetor(const aresta<V> r1, const aresta<V> r2, const int id) {
        e1 = r1.getId(); e2 = r2.getId(); ID = id;
        analisado = false;

        for (int i = 0 ; i < vecPoint.size() ; i ++) {
            if (vecPoint[i].getE1() == e1 && vecPoint[i].getE2() == e2) {
                vi = vecPoint[i];
                break;
            }
            if (vecPoint[i].getE1() == e2 && vecPoint[i].getE2() == e1) {
                vi = vecPoint[i];
                break;
            }
        }

        V delta = r1.getA() * r2.getB() - r2.getA() * r1.getB();

        // --> situacao em que as arestas sao paralelas -----

```

```

// --> caso que nao foi previsto por Person (1978) -----
if (fabs(delta) < EPS) {
    // --> retas verticais com mesmo sinal -----
    if (fabs(r1.getA() - r2.getA()) < EPS && fabs(r1.getA()) > EPS) {
        xc = (r1.getA() + r2.getA()) / 2;
        yc = (r1.getB() + r2.getB()) / 2;
        cc = (r1.getC() + r2.getC()) / 2;
        tt = fabs(r1.getC() - r2.getC()) / 2;
        flag = 1;
        return;
    }

    // --> retas horizontais com mesmo sinal -----
    if (fabs(r1.getB() - r2.getB()) < EPS && fabs(r1.getB()) > EPS) {
        xc = (r1.getA() + r2.getA()) / 2;
        yc = (r1.getB() + r2.getB()) / 2;
        cc = (r1.getC() + r2.getC()) / 2;
        tt = fabs(r1.getC() - r2.getC()) / 2;
        flag = 1;
        return;
    }

    // --> retas horizontais com sinais opostos -----
    xc = (r1.getA() - r2.getA()) / 2;
    yc = (r1.getB() - r2.getB()) / 2;
    cc = (r1.getC() - r2.getC()) / 2;
    tt = fabs(r1.getC() + r2.getC()) / 2;
    flag = 1;
    return;
}

xc = (r1.getB() * r2.getC() - r2.getB() * r1.getC()) / delta;
xt = (r1.getB() * r2.getK() - r2.getB() * r1.getK()) / delta;
yc = (r2.getA() * r1.getC() - r1.getA() * r2.getC()) / delta;
yt = (r2.getA() * r1.getK() - r1.getA() * r2.getK()) / delta;
flag = 2;

// --> vf indica uma tentativa de determinar o ponto final do -----
// --> bissetor. Entretanto, o valor exato so sera determinado quando -
// --> for processada a determinacao das interseccoes entre os -----
// --> varios bissetores. -----
vf.set(xc + 2000.0 * xt, yc + 2000.0 * yt, vecPoint.size());

// --> determinar o valor para t inicial, que corresponde ao que o ----
// --> vertice comum as duas arestas possui. -----

};

~bissetor() {};

// --> funcoes para manipular os coeficientes da equacao -----
V getXc(void) const { return xc; };
V getYc(void) const { return yc; };
V getXt(void) const { return xt; };
V getYt(void) const { return yt; };

// --> funcoes para manipular os vertices -----
void setVf(const vertice<V> _vf) { vf = _vf; };
vertice<V> getVi(void) const { return vi; };
vertice<V> getVf(void) const { return vf; };
V getFlag(void) const { return flag; };
int getE1(void) const { return e1; };
int getE2(void) const { return e2; };
int getId(void) const { return ID; };
V getDist(void) const { return dist; };
void setDist(const V d) { dist = d; };
bool getAnalise(void) { return analisado; };
void setAnalise(const bool flag) { analisado = flag; };

// --> funcoes para manipular as arestas envolvidas ---
void setArest(const vertice<V> _va) { va = _va; };
vertice<V> getArest(void) const { return va; };

private:
    V xc; // --> valor do termo fixo em x(t) -----

```

```

V yc;           // --> valor do termo fixo em y(t) -----
V xt;           // --> valor do termo variavel em x(t) -----
V yt;           // --> valor do termo variavel em y(t) -----
V tt;           // --> valor de t para o caso de retas paralelas -----
V cc;           // --> valor do termo constante para o caso paralelo --
vertice<V> vi;  // --> vertice inicial do bissetor -----
vertice<V> vf;  // --> vertice final do bissetor -----
V dist;         // --> distancia entre os dois pontos -----
int e1;         // --> uma das arestas envolvida no bissetor -----
int e2;         // --> uma das arestas envolvida no bissetor -----
int flag;       // --> indica se ja foi analisado -----
int ID;         // --> identificador do bissetor -----
bool analisado; // --> indica se ja foi analisado -----
};

```

ESTRUTURA INTERSECÇÃO

```

template <class V>
class intersect {
public:
    intersect(bissetor<V> b1, bissetor<V> b2) {

        if (b1.getE1() == b2.getE1()) ee = b2.getE1();
        if (b1.getE1() == b2.getE2()) ee = b2.getE2();
        if (b1.getE2() == b2.getE1()) ee = b2.getE1();
        if (b1.getE2() == b2.getE2()) ee = b2.getE2();

        if (b1.getE1() == ee) e1 = b1.getE2();
        if (b1.getE2() == ee) e1 = b1.getE1();
        if (b2.getE1() == ee) e2 = b2.getE2();
        if (b2.getE2() == ee) e2 = b2.getE1();
        ib1 = b1.getId();
        ib2 = b2.getId();

        // --> caso em que os dois bissetores se originaram de linhas nao ----
        // --> paralelas -----
        if (b1.getFlag() == 2 && b2.getFlag() == 2) {
            V a1 = vecEdge[e1].getA();
            V a2 = vecEdge[ee].getA();
            V a3 = vecEdge[e2].getA();
            V b1 = vecEdge[e1].getB();
            V b2 = vecEdge[ee].getB();
            V b3 = vecEdge[e2].getB();
            V c1 = vecEdge[e1].getC();
            V c2 = vecEdge[ee].getC();
            V c3 = vecEdge[e2].getC();
            V k1 = vecEdge[e1].getK();
            V k2 = vecEdge[ee].getK();
            V k3 = vecEdge[e2].getK();
            V delta = a1 * b2 * k3 + b1 * k2 * a3 + k1 * a2 * b3 -
                    k1 * b2 * a3 - b1 * a2 * k3 - a1 * k2 * b3;
            V x = k1 * b2 * c3 + b1 * c2 * k3 + c1 * k2 * b3 -
                c1 * b2 * k3 - b1 * k2 * c3 - k1 * c2 * b3;
            V y = k1 * c2 * a3 + c1 * a2 * k3 + a1 * k2 * c3 -
                a1 * c2 * k3 - c1 * k2 * a3 - k1 * a2 * c3;
            t = c1 * b2 * a3 + b1 * a2 * c3 + a1 * c2 * b3 -
                a1 * b2 * c3 - b1 * c2 * a3 - c1 * a2 * b3;
            t = t / delta;
            vint.set(x / delta, y / delta, vecPoint.size()); vint.setT(t);
            vint.setE1(e1); vint.setE2(e2);
            flag = true;
            return;
        }
        // --> caso em que o bissetor 1 se originaram de linhas paralelas e --
        // --> o bissetor 2 se originou de linhas nao paralelas -----
        if (b1.getFlag() == 1 && b2.getFlag() == 2) {
            return;
        }
        // --> caso em que o bissetor 2 se originaram de linhas paralelas e --
        // --> o bissetor 1 se originou de linhas nao paralelas -----
        if (b1.getFlag() == 2 && b2.getFlag() == 1) {

```

```

        return;
    }
    // --> caso em que os dois bissetores se originaram de linhas -----
    // --> paralelas -----
    if (b1.getFlag() == 1 && b2.getFlag() == 1) {
        return;
    }
};

// --> funcoes para manipulacao dos dados da interseccao -----
V getT(void) const { return t; };
int getEE(void) const { return ee; };
int getE1(void) const { return e1; };
int getE2(void) const { return e2; };
int getB1(void) const { return ib1; };
int getB2(void) const { return ib2; };
bool getFlag(void) const { return flag; };
void setFlag(const bool f) { flag = f; };
void setInter(const int inter) { vint.setInter(inter); };
vertice<V> getVInt(void) const { return vint; };

private:
vertice<V> vint; // --> vertice de interseccao -----
V t; // --> valor de t associado a interseccao -----
int ee; // --> aresta comum envolvida na interseccao -----
int e1; // --> aresta envolvida no bissetor -----
int e2; // --> aresta envolvida no bissetor -----
int ib1; // --> indice do bissetor 1 -----
int ib2; // --> indice do bissetor 2 -----
bool flag; // --> indica se ja foi analisado -----
};

```

ESTRUTURA ELEMENTO DO DIAGRAMA DE VORONOI

```

template <class V>
class element {
public:
    element() {};
    element(const int b1) {
        vi = vecBissetor[b1].getVi();
        vf = vecBissetor[b1].getVf();
        xc = vecBissetor[b1].getXc();
        yc = vecBissetor[b1].getYc();
        xt = vecBissetor[b1].getXt();
        yt = vecBissetor[b1].getYt();
        e1 = vecBissetor[b1].getE1();
        e2 = vecBissetor[b1].getE2();
        ID = vecBissetor[b1].getID();
        tmax = vi.getT() > vf.getT() ? vi.getT() : vf.getT();
        tmin = vi.getT() < vf.getT() ? vi.getT() : vf.getT();
    };
    ~element() {};

    // --> funcoes para manipulacao de coordenadas -----
    void setVi(const vertice<V> vv) { vi = vv; };
    void setVf(const vertice<V> vv) { vf = vv; };
    vertice<V> getVi(void) const { return vi; };
    vertice<V> getVf(void) const { return vf; };
    V getXc(void) const { return xc; };
    V getYc(void) const { return yc; };
    V getXt(void) const { return xt; };
    V getYt(void) const { return yt; };
    int getE1(void) const { return e1; };
    int getE2(void) const { return e2; };
    int getID(void) const { return ID; };

    V getTmax(void) const { return tmax; };
    V getTmin(void) const { return tmin; };
    void setTmax(const V _t) { tmax = _t; };

```



```

void setTmin(const V _t) { tmin = _t; };

private:
vertice<V> vi;          // --> vertice inicial -----
vertice<V> vf;          // --> vertice final -----
V xc;                  // --> valor do termo fixo em x(t) -----
V yc;                  // --> valor do termo fixo em y(t) -----
V xt;                  // --> valor do termo variavel em x(t) -----
V yt;                  // --> valor do termo variavel em y(t) -----
int e1;                // --> uma das arestas envolvida no bissetor -----
int e2;                // --> uma das arestas envolvida no bissetor -----
int ID;                // --> identificador do bissetor -----
V tmax;                // --> valor maximo de t para este bissetor -----
V tmin;                // --> valor minimo de t para este bissetor -----
};

```

ALGORITMO PARA DETERMINAR O DIAGRAMA DE VORONOI

```

template <class V>
void determinaVoronoi(vector<vertice<V> > vec)
{
    for (int i = 0 ; i < vec.size() ; i ++)
        vecPoint.push_back(vec[i]);

    // --> cria o diagrama de Voronoi a partir do poligono -----
    criaArestas<V>();

    while (numeroArestas<V>() > 3) {
        vecBissetor.clear();
        criaBissetores<V>();

        vecIntersect.clear();
        determinaInterseccoes<V>();

        // --> determina a intersecção que definiu o par de bissetores mais ---
        // --> curto -----
        for (int k = 0 ; k < vecIntersect.size() ; k ++) {
            if (!vecBissetor[vecIntersect[k].getB1()].getAnalise()) {
                vecBissetor[vecIntersect[k].getB1()].setVf(vecIntersect[k].getVInt());
                vecBissetor[vecIntersect[k].getB1()].setAnalise(true);
            }
            else {
                V d1 = distancia<V>(vecIntersect[k].getVInt(),
                                    vecBissetor[vecIntersect[k].getB1()].getVi());
                V d2 = distancia<V>(vecBissetor[vecIntersect[k].getB1()].getVi(),
                                    vecBissetor[vecIntersect[k].getB1()].getVf());
                if (d1 < d2)
                    vecBissetor[vecIntersect[k].getB1()].setVf(vecIntersect[k].getVInt());
            }
        }

        if (!vecBissetor[vecIntersect[k].getB2()].getAnalise()) {
            vecBissetor[vecIntersect[k].getB2()].setVf(vecIntersect[k].getVInt());
            vecBissetor[vecIntersect[k].getB2()].setAnalise(true);
        }
        else {
            V d1 = distancia<V>(vecIntersect[k].getVInt(),
                                vecBissetor[vecIntersect[k].getB2()].getVi());
            V d2 = distancia<V>(vecBissetor[vecIntersect[k].getB2()].getVi(),
                                vecBissetor[vecIntersect[k].getB2()].getVf());
            if (d1 < d2)
                vecBissetor[vecIntersect[k].getB2()].setVf(vecIntersect[k].getVInt());
        }
    }

    bissor<V> biss = getMenorDistancia<V>();
    intersect<V> inter = vecIntersect[biss.getVf()].getInter();
    vecEdge[inter.getEE()].setFlag(false);
    vecPoint.push_back(inter.getVInt());
}

```

```

        criaElementos<V>(inter);
    }
    vecBissetor.clear();
    criaBissetores<V>();

    vecIntersect.clear();
    determinaInterseccoes<V>();

    for (i = 0 ; i < vecBissetor.size() ; i ++) {
        vecBissetor[i].setVf(vecIntersect[0].getVInt());
        element<V> e1(i);
        vecElement.push_back(e1);
        vecPoint.push_back(vecIntersect[0].getVInt());
    }
    vecBissetor.clear();
    vecIntersect.clear();
}

```

GERAÇÃO DO CAMINHO DE CORTE

Com os elementos (bissetores) parametrizados do Diagrama de Voronoi, determina-se o caminho de corte com a geração de trajetórias equidistantes em função da dimensão da ferramenta. A trajetória mais próxima do contorno está a uma distância igual ao raio da ferramenta e as seguintes tem um espaçamento que pode variar entre o valor do raio ao diâmetro da ferramenta.

À medida que este espaçamento torna-se maior que o raio, ficam regiões não usinadas sobre os bissetores. Estas regiões são usinadas com trajetórias sobre os bissetores.

A estrutura **path** é utilizada para armazenar o caminho de corte:

```

template <class V>
class path {
public:
    path() { x = y = V(0.0); };
    path(const V _x, const V _y, int id) {
        x = _x; y = _y; ID = id; };
    ~path() {};

    // --> funcoes para manipulacao de coordenadas -----
    void set(const V _x, const V _y, int id) { x = _x; y = _y; ID = id; };
    V getX(void) const { return x; };
    V getY(void) const { return y; };

private:
    V x;           // --> coordenada X do vertice -----
    V y;           // --> coordenada Y do vertice -----
    int ID;        // --> codigo do ID do path -----
};

```

O algoritmo que determina o caminho de corte a partir do diagrama de Voronoi é relativamente simples, e está apresentado abaixo, observe que ela possui como parâmetro o raio da ferramenta:

```

template <class V>
void determinaToolPath(V raio)
{
    V maxT = V(0.0);
    for (int i = 0 ; i < vecElement.size() ; i ++ )
        if (maxT < vecElement[i].getTmax())
            maxT = vecElement[i].getTmax();

    V pos = raio;
    vecPath.clear();
    int first, scan, lado, count = 0;
    while (pos < maxT) {
        // --> procura pela primeira aresta -----
        for (i = 0 ; i < vecElement.size() ; i ++ )
            if (vecElement[i].getTmin() < pos &&
                vecElement[i].getTmax() > pos) {
                first = scan = i;
                break;
            }
        V x = vecElement[scan].getXc() + vecElement[scan].getXt() * pos;
        V y = vecElement[scan].getYc() + vecElement[scan].getYt() * pos;
        path<V> pf(x, y, count ++);
        vecPath.push_back(pf);

        lado = 1;
        do {
            for (i = 0 ; i < vecElement.size() ; i ++ ) {
                if (vecElement[i].getTmin() < pos &&
                    vecElement[i].getTmax() > pos && i != scan &&
                    ((vecElement[i].getE1() == vecElement[scan].getE1() && lado == 1) ||
                     (vecElement[i].getE1() == vecElement[scan].getE2() && lado == 2) ||
                     (vecElement[i].getE2() == vecElement[scan].getE1() && lado == 1) ||
                     (vecElement[i].getE2() == vecElement[scan].getE2() && lado == 2))) {
                        if (vecElement[i].getE1() == vecElement[scan].getE1()) lado = 2;
                        if (vecElement[i].getE1() == vecElement[scan].getE2()) lado = 2;
                        if (vecElement[i].getE2() == vecElement[scan].getE1()) lado = 1;
                        if (vecElement[i].getE2() == vecElement[scan].getE2()) lado = 1;
                        break;
                    }
            }

            x = vecElement[i].getXc() + vecElement[i].getXt() * pos;
            y = vecElement[i].getYc() + vecElement[i].getYt() * pos;
            path<V> ps(x, y, count ++);
            vecPath.push_back(ps);
            scan = i;
        } while (first != scan);

        pos += raio;
    }
}

```

USINAGEM DOS CANTOS

A usinagem de cantos é implementada pelo algoritmo descrito abaixo:

1. Determina-se os vértices **v1**, **v2** e **v3**, que definem o canto;

2. Determina-se o ângulo do bissetor, e se for maior que 180 graus, então este canto não é considerado;
3. Determina-se os pontos **VA**, **VB** e **VC** (vide Figura 28);
4. Determina-se o número de passadas para a ferramenta de menor raio;
5. Em seguida, por meio de um laço, determina-se os pontos **VA**, **VB** e **VC** para a seqüência de passadas da ferramenta de menor raio, estes pontos são armazenados em vetores;
6. Finalmente, une-se os pontos **VA**, **VB** e **VC** definindo o caminho de corte para o canto de forma completa.

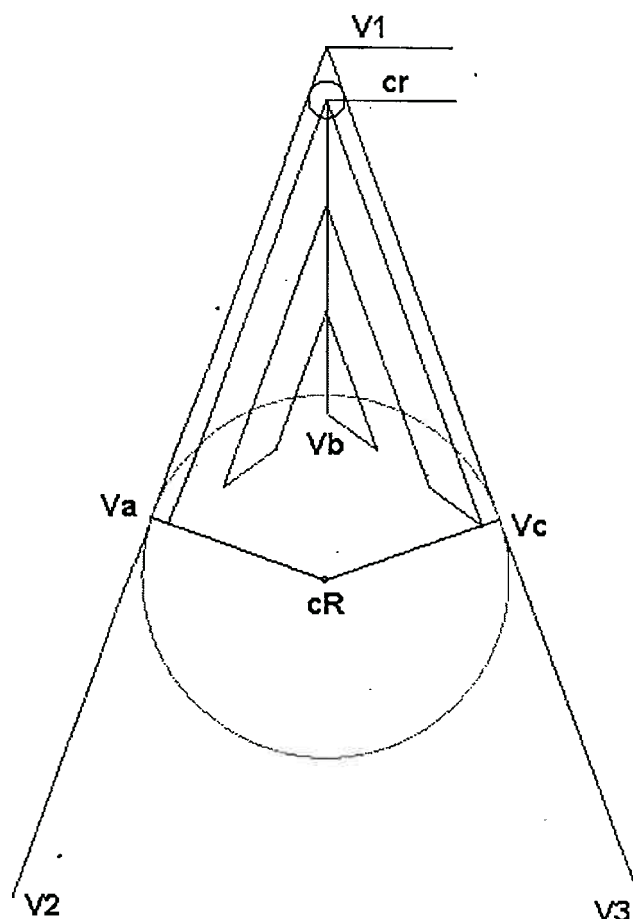


Figura 31 - Pontos usados para a definição do algoritmo de usinagem do canto.

O algoritmo implementado está apresentado a seguir:

```

template <class V>
void determinaCanto(V Raio, V raio)
{
    for (int i = 0 ; i < vecEdge.size() ; i ++){
        vecEdge[i].setFlag(true);
        vecVA.clear();
        vecVB.clear();
        vecVC.clear();
        vecVr.clear();
        vecVR.clear();
        vecPathCanto.clear();
        vecBissetor.clear();
        criaBissetores<V>();

        for (i = 0 ; i < vecBissetor.size() ; i ++){
            // --> Recupera o vertice anterior ao vertice que estamos analisando --
            vertice<V> v1 = vecVertex[(i + vecVertex.size() + 1) % vecVertex.size()];
            // --> Recupera o vertice posterior ao vertice que estamos analisando -
            vertice<V> v3 = vecVertex[(i + vecVertex.size() + 2) % vecVertex.size()];
            // --> Recupera o vertice que esta sendo analisado -----
            vertice<V> v2 = vecVertex[i];
            // --> Determina o angulo do bissetor -----
            V alfa = calculaAngulo<V>(v2, v1, v1, v3);
            if (alfa > 180.0) continue;
            // --> Determina o centro da ferramenta menor -----
            vertice<V> cr(vecBissetor[i].getXc() + vecBissetor[i].getXt() * raio,
                vecBissetor[i].getYc() + vecBissetor[i].getYt() * raio);
            vecVr.push_back(cr);
            // --> Determina o centro da ferramenta maior -----
            vertice<V> cR(vecBissetor[i].getXc() + vecBissetor[i].getXt() * Raio,
                vecBissetor[i].getYc() + vecBissetor[i].getYt() * Raio);
            vecVR.push_back(cR);
            // --> Determina o valor da hipotenusa adjacente -----
            V hipotenusa = vecBissetor[i].getXt() * vecBissetor[i].getXt() +
                vecBissetor[i].getYt() * vecBissetor[i].getYt();
            hipotenusa = sqrt(hipotenusa) * Raio;
            // --> Determina o valor do cateto adjacente -----
            V cateto = sqrt(hipotenusa * hipotenusa - Raio * Raio);
            // --> Determinando o ponto Va -----
            V delta_v1 = modulo(v1, v2);
            V deltx_v1 = (v2.getX() - v1.getX()) / delta_v1;
            V delty_v1 = (v2.getY() - v1.getY()) / delta_v1;
            vertice<V> va(v1.getX() + deltx_v1 * cateto,
                v1.getY() + delty_v1 * cateto);
            vecVA.push_back(va);
            // --> Determinando o ponto Vc -----
            V delta_v2 = modulo(v1, v3);
            V deltx_v2 = (v3.getX() - v1.getX()) / delta_v2;
            V delty_v2 = (v3.getY() - v1.getY()) / delta_v2;
            vertice<V> vc(v1.getX() + deltx_v2 * cateto,
                v1.getY() + delty_v2 * cateto);
            vecVC.push_back(vc);
            // --> Determinando o ponto Vb -----
            V Rr = Raio * (hipotenusa - Raio) / hipotenusa;
            vertice<V> vb(vecBissetor[i].getXc() + vecBissetor[i].getXt() * Rr,
                vecBissetor[i].getYc() + vecBissetor[i].getYt() * Rr);
            vecVB.push_back(vb);
            // --> Numero de vezes que a ferramenta menor devera passar -----
            int t = Rr / raio + 1;
            // --> Precisa continuar a partir daqui -----
            vecAB.clear();
            vecCB.clear();
            vecLB.clear(); int j = 0;

            for (j = 1 ; j < t + 1 ; j ++){
                V delta_va = modulo(va, vb);
                V deltx_va = (vb.getX() - va.getX()) / delta_va;
                V delty_va = (vb.getY() - va.getY()) / delta_va;
                vertice<V> vai(va.getX() + deltx_va * raio * j,
                    va.getY() + delty_va * raio * j);
                vecAB.push_back(vai);
                V delta_vc = modulo(vc, vb);
                V deltx_vc = (vb.getX() - vc.getX()) / delta_vc;
                V delty_vc = (vb.getY() - vc.getY()) / delta_vc;
            }
        }
    }
}

```

```

vertice<V> vac(vc.getX() + deltax_vc * raio * j,
              vc.getY() + delty_vc * raio * j);
vecCB.push_back(vac);

vertice<V> vlb(vl.getX() + vecBissetor[i].getXt() * raio * j,
              vl.getY() + vecBissetor[i].getYt() * raio * j);
vec1B.push_back(vlb);
}
aresta<V> aal(va, vl);
vecPathCanto.push_back(aal);
aresta<V> alc(vl, vc);
vecPathCanto.push_back(alc);
for (j = 0; j < vec1B.size(); j++) {
    if (j % 2 == 0) {
        aresta<V> aal(vecAB[j], vec1B[j]);
        vecPathCanto.push_back(aal);
        aresta<V> alb(vec1B[j], vecCB[j]);
        vecPathCanto.push_back(alb);
        if (j == vec1B.size() - 1) {
            vertice<V> vai(vb.getX(), vb.getY());
            vecCB.push_back(vai);
        }
        aresta<V> abb(vecCB[j], vecCB[j + 1]);
        vecPathCanto.push_back(abb);
    }
    else {
        aresta<V> abl(vecCB[j], vec1B[j]);
        vecPathCanto.push_back(abl);
        aresta<V> ala(vec1B[j], vecAB[j]);
        vecPathCanto.push_back(ala);

        if (j == vec1B.size() - 1) {
            vertice<V> vai(vb.getX(), vb.getY());
            vecAB.push_back(vai);
        }
        aresta<V> aaa(vecAB[j], vecAB[j + 1]);
        vecPathCanto.push_back(aaa);
    }
}
aresta<V> abl(vb, vec1B[0]);
vecPathCanto.push_back(abl);
}
}

```

PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

Os tempos de usinagem são calculados com o valor do comprimento do caminho de corte e com a velocidade de avanço para cada ferramenta. Estes valores são organizados em uma tabela para aplicação do método de seleção de ferramentas de corte através de programação dinâmica. O algoritmo abaixo ilustra o algoritmo considerando apenas o comprimento do caminho de corte:

```

// --> montar tabela de comprimentos -----
for (i = 0; i < diamferr.size(); i++) {
    determinaToolPath<double>(diamferr[i]);
    tabela[0][i] = calculateLengthPath<double>();

    for (int j = 0; j < i; j++) {
        determinaCanto<double>(diamferr[j], diamferr[i]);
        tabela[j + 1][i] = calculateLengthCanto<double>();
    }
}

```

```
// --> montar tabela de comprimentos acumulados -----  
for (i = 1; i < diamferr.size() ; i ++)  
    for (int j = i ; j < diamferr.size() ; j ++)  
        tabela[i][j] = tabela[i][j] + tabela[i - 1][j - 1];
```