

MARIO VALENTE POSSA

**ESTUDOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA DA MOAGEM COM
SEIXOS PARA TALCO DE DIVERSAS PROCEDÊNCIAS**

**Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção do título
de Mestre em Engenharia.**

São Paulo

1995

MARIO VALENTE POSSA

**ESTUDOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA DA MOAGEM COM
SEIXOS PARA TALCO DE DIVERSAS PROCEDÊNCIAS**

**Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção do título
de Mestre em Engenharia.**

**Área de Concentração: Engenharia
Mineral.**

**Orientador: Prof. Dr. José Renato
Baptista de Lima.**

São Paulo

1995

À minha filha Marianne pela sua compreensão.

AGRADECIMENTOS

Ao amigo e orientador Prof. Dr. José Renato Baptista de Lima pela orientação e incentivo.

Ao Diretor do CETEM, Prof. Dr. Roberto C. Villas Boas e aos Profs. da EPUSP, Dr. Eduardo Camilher Damasceno e Dr. Arthur Pinto Chaves pelo grande empenho para a realização do Curso de Mestrado em Engenharia Mineral (CETEM/EPUSP).

Aos amigos e colegas Regina Coeli Casseres Carrisso, Ney Hamilton Porphírio (in memoriam), Maria de Fátima Mello, Valéria Cristina de Souza, Sueli de Souza Mattos da Silveira, Nilza Maria Miranda de Oliveira, José Costa Novaes, Jorge Andrade Pereira e a todos que direta ou indiretamente colaboram na execução deste trabalho.

SUMÁRIO

Página

RESUMO

ABSTRACT

SIMBOLOGIA

1.	INTRODUÇÃO	1
2.	OBJETIVO	6
3.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
3.1.	Definição de Termos e Conceitos	7
3.1.1.	Processo de Moagem	7
3.1.2.	Modelamento e Simulação	11
3.2.	Modelo Massa-Tamanho	16
3.2.1.	Histórico	16
3.2.2.	Funções de Quebra	23
3.2.2.1.	Função Taxa Específica de Quebra	23
3.2.2.2.	Função Distribuição de Quebra	24
3.3.	Modelamento da Moagem Descontínua	29
3.3.1.	Modelos para Moagem Descontínua	30
3.3.2.	Métodos para a Determinação das Funções de Quebra	33
3.4.	Modelamento da Moagem Contínua	37
3.4.1.	Distribuição de Tempo de Residência	38
3.4.2.	Modelos para a Determinação da Distribuição de Tempo de Residência Utilizando Traçadores	39
3.4.3.	Distribuição de Tempo de Residência em Circuito Fechado	45
3.4.4.	Modelos para a Moagem Contínua	48
4.	MATERIAIS E MÉTODOS	53

4.1.	Amostras	53
4.2.	Amostragem	54
4.3.	Preparação das Amostras	55
4.3.1.	Análises Granulométricas	56
4.3.2.	Análises Químicas	58
4.3.3.	Caracterização Mineralógica	58
4.3.4.	Ensaio de Moagem	58
4.4.	Programa FINDBS	60
4.5.	Metodologia Adotada para os Ensaio de Moagem	65
5.	RESULTADOS E DISCUSSÃO	71
5.1.	Análises Químicas	71
5.2.	Análises Granulométricas	72
5.3.	Caracterização Mineralógica	75
5.4.	Ensaio de Moagem	76
5.4.1.	Modelamento da Moagem Descontínua	76
5.4.1.1.	Função Taxa Específica de Quebra Variando com o Tempo de Moagem	83
5.4.2.	Modelamento da Moagem Contínua	92
6.	CONCLUSÕES	101
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	102

ANEXOS

ANEXO 1 - RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COM A AMOSTRA DA MINA FERRADINHO - MOAGEM DESCONTÍNUA

ANEXO 2 - RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COM A AMOSTRAS DA MINA FERRADINHO COM A FUNÇÃO TAXA ESPECÍFICA DE QUEBRA VARIANDO COM O TEMPO DE MOAGEM - MOAGEM DESCONTÍNUA

ANEXO 3 - RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COM AS AMOSTRAS DAS MINAS FLOR, BARRA MOURA II E PINHEIRO 3 - MOAGEM DESCONTÍNUA

ANEXO 4 - RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COM AS AMOSTRAS DAS MINAS FERRADINHO, BARRA MOURA I, BARRA MOURA II E ARMANDO - MOAGEM CONTÍNUA

LISTA DE TABELAS

LISTA DE FIGURAS

RESUMO

São apresentados os fundamentos dos modelos de balanço massa-tamanho para a moagem com bolas convencionais. Baseados nesses fundamentos, foram desenvolvidos modelos para a moagem de talco utilizando seixos para escalas descontínua e contínua.

Os estudos envolveram amostras de talco do Estado do Paraná das minas Ferradinho, Flor, Barra Moura, Pinheiro 3 e Armando. Ficou constatado que a função taxa específica de quebra variava com o tempo de moagem.

Os valores obtidos por simulação reproduziram aqueles conseguidos experimentalmente, vindo a confirmar a validade dos modelos estabelecidos.

ABSTRACT

This work presents the fundamentals of size-mass balance models for conventional ball milling. Based in these fundamentals, models were developed for talc grinding using pebbles in batch and continuous scales.

The studies involved samples of talc from Parana State of the following mines: Ferradinho, Flor, Barra Moura, Pinheiro 3 and Armando. The results evidenced that the specific rate of breakage function varied according to the time of grinding.

The simulated values were in agreement to those obtained experimentally, confirming the validity of the models.

SIMBOLOGIA

A - amplitude do impulso

$a_{i,j}$ - termo geral de equação de modelo de moagem descontínua

$b_{i,j}$ e $B_{i,j}$ - função distribuição de quebra simples e acumulada

b_i - constante de forma funcional para $b_{i,j}$

C_c - carga circulante

C_j - seletividade do classificador

D - diâmetro interno ao revestimento do moinho (m)

E - energia total absorvida para a quebra (kW)

F - vazão alimentação no moinho (t/h)

f_c - carga de partículas

G_i - função específica de descarga

G_i^* - função específica de descarga padronizada

G_M - matriz de moagem

$h(\bar{E})$ - função distribuição de energia

$H(\theta)$ - função distribuição de tempo de residência adimensional

$h(t)$ - função distribuição de tempo de residência

J - carga de bolas

K - coeficiente energético

k_i - constante

L - comprimento do moinho (m)

m_{bat} - média de respostas da moagem contínua

m_{MP} - média de respostas da moagem descontínua ponderada pela $h(\bar{E})$

P - vazão de produto na moagem (t/h)

p_i - quantidade de material de tamanho i no produto

P_b - porosidade do leito de bolas
 P_M - potência fornecida ao moinho (kW)
 P_p - porosidade do leito de partículas
 Q - vazão de alimentação nova (t/h)
 R_p - razão das aberturas de peneiras sucessivas
 R - vazão do material que retorna ao moinho (t/h)
 $r_i(m)$ - taxa de quebra em cada segmento do moinho (t/h)
 S_j - função taxa específica de quebra (min.^{-1})
 S_i^E - função específica de seleção (kW)
 s_i - constante de forma funcional para S_j
 S_iW - taxa absoluta de quebra
 t - tempo (min.)
 T - quantidade de traçador (kg)
 U - preenchimento intersticial
 $u(t)$ - concentração de traçador na alimentação do moinho
 V_c - velocidade crítica (rpm)
 V_z - vazão volumétrica de polpa na alimentação (m^3/h)
 W - "hold up" - quantidade de minério dentro do moinho (t)
 WI - "work index" (kWh/ston.)
 w_i - massa de material no intervalo de tamanho i (kg)
 x_i - tamanho de partícula (mm)
 Y_i - massa passante no intervalo de tamanho i (kg)
 $y(t)$ - concentração do traçador na descarga do moinho
 α - fração mássica de água ou de sólidos
 α_s - módulo de distribuição de tamanhos de Gaudin-Schuhmann
 β - inclinação de uma reta
 δ - grau de não padronização
 ϕ - intercepto

γ - inclinação de uma reta

Π_i - taxa de produção de finos (min.^{-1})

σ - desvio padrão

σ^2 - variância

τ - tempo de residência médio (min.)

1. INTRODUÇÃO

A moagem de minérios é um processo de mecanismos complexos usado em larga escala no beneficiamento de minérios e cujas bases teóricas ainda não são completamente conhecidas de modo a proporcionar uma clara compreensão do fenômeno de quebra.

Um dos motivos para o interesse no estudo da moagem está ligado ao aspecto econômico. Ela geralmente exige os maiores investimentos na implantação de uma usina de beneficiamento e é responsável pela maior parte do custo operacional face ao seu alto consumo de energia elétrica e de partes de desgaste (revestimentos e corpos moedores). Dessa forma, pequenos acréscimos em sua eficiência acarretam um ganho significativo na redução dos custos totais.

Para tornar a moagem mais eficiente, estudos estão sendo voltados para seu melhor controle e sua otimização onde, o modelamento e a simulação, se destacam como ferramentas fundamentais.

Os primeiros estudos de fragmentação foram desenvolvidos há mais de um século e resultaram nas chamadas leis de cominuição: Rittinger, em 1867; Kick em 1885; Bond, em 1952 e Charles, em 1957.

Essas leis são essencialmente correlações empíricas entre a energia consumida e a redução de tamanho do minério alimentado no moinho, não havendo nenhuma referência aos mecanismos ou estágios envolvidos. A redução de tamanho foi estudada como sendo uma função da quantidade de novas áreas produzidas nas partículas, volume de material quebrado e o diâmetro das partículas cominuídas.

Uma limitação dessa abordagem envolvendo a relação da energia consumida e a redução de tamanho é que somente uma pequena quantidade de energia fornecida ao moinho é destinada à quebra das partículas. De acordo com a avaliação de LYNCH⁽¹⁾, Beke e Austin (apud LYNCH⁽¹⁾) a quantidade de energia consumida efetivamente na quebra é de 0,6% para o primeiro e menos de 3% para os dois últimos. Devido a isso, a partir da metade deste século, inúmeros pesquisadores voltaram seus estudos para uma abordagem do modelamento do processo de moagem baseada no reconhecimento físico dos eventos.

De acordo com REID⁽²⁾, em 1948, Epstein caracterizou o processo de quebra como sendo constituído de inúmeros estágios e cada um deles, por duas funções: função de probabilidade de quebra (função taxa específica de quebra ou função seleção) e função distribuição de quebra. Seguiram-se outros estudos baseados neste conceito, como os de Sedlatschek e Bass, em 1953, que consideraram a variação de tamanho e do tempo, como funções discretizada e contínua, respectivamente. Broadbent e Callcott, em 1956, desenvolveram uma forma de representação do processo de moagem através de um modelo matricial usando os conceitos de quebra propostos por Epstein. Ainda segundo REID⁽²⁾, em 1962, Gardner e Austin determinaram experimentalmente as funções taxa específica de quebra e distribuição de quebra utilizando traçadores radioativos e constataram que o processo de quebra pode ser descrito por uma lei de 1ª ordem, com razoável aproximação para todos os intervalos de tamanhos, independente do tempo de moagem. Através de uma solução iterativa para a equação integro-diferencial de moagem descontínua aplicada a uma alimentação com distribuição de tamanhos conhecida, foram obtidos resultados de distribuição de tamanhos de produtos de moagem semelhantes àqueles conseguidos experimentalmente. Também em 1962, Gaudin e Meloy, utilizando a notação matricial,

apresentaram resultados calculados para moagens teóricas, envolvendo diferentes funções taxa específica de quebra e distribuição de quebra. Os resultados conseguidos mostraram ser semelhantes àqueles obtidos experimentalmente.

Todos esses trabalhos descreveram um modelo matemático para moagens descontínuas e qualquer tentativa para estender essa abordagem para moagem contínua, implicava em supor que o tempo de residência é o mesmo para todas as partículas no interior do moinho.

Em 1965, REID⁽²⁾ estabeleceu uma solução prática para a equação íntegro-diferencial da moagem descontínua, utilizando para sua decomposição um sistema de equações diferenciais. A solução foi escrita em termos das funções taxa específica de quebra e distribuição de quebra. Essa abordagem possibilitou obter resultados para moagem contínua através da função distribuição de tempo de residência que pode ser calculada facilmente utilizando para sua representação, princípios de balanço massa-tamanho.

De acordo com KING;BOURGEOIS⁽³⁾, apesar do sucesso alcançado pelo método de balanço massa-tamanho, por ser um modelo essencialmente descritivo, ele é muito bem aplicado para descrever a operação de moagem, no entanto, não é muito eficiente para projetar novos moinhos. A razão dessa limitação decorre do fato deste se basear no comportamento médio de partículas que estão sujeitas a um grande número de eventos de quebra no interior do moinho, sendo as funções taxa específica de quebra e distribuição de quebra utilizadas para descrever o comportamento médio dessas partículas.

No final da década de 60, a simulação de moagem, segundo LYNCH et al.⁽⁴⁾, começou a ser implementada de maneira significativa como

consequência da difusão da computação na área mineral. Até então, o progresso fora lento porque era difícil desenvolver modelos precisos e os computadores de grande porte eram restritos a um pequeno número de técnicos e investigadores interessados no assunto. Este obstáculo vem sendo minimizado ano a ano graças ao desenvolvimento de microcomputadores com capacidade e velocidade cada vez maiores e custos menores. O desenvolvimento paralelo de programas para a execução de simulação com interação fácil entre os pesquisadores e os modelos, promoveu a realização de muitas pesquisas. Dentre os objetivos das investigações, destaca-se a verificação se a função taxa específica de quebra em um moinho de bolas é dependente de condições operacionais, tais como: tempo de moagem^(5,6), composição mineralógica, granulometria do minério alimentado ou distribuição de tamanhos do meio moedor.

Segundo KING; BOURGEOIS⁽³⁾, três tipos de abordagens principais surgiram na literatura para uso do modelo massa-tamanho, cada uma delas associada a um grupo de pesquisa particular. Na Universidade da Pennsylvania a abordagem tem sido baseada em experimentos cuidadosamente planejados e controlados visando medir os parâmetros específicos do modelo a partir de moinhos de laboratório bem especificados. Tem sido desenvolvidas também descrições empíricas da variação das funções taxa específica de quebra e distribuição de quebra em função das condições operacionais no moinho. No Centro de Cominuição da Universidade de Utah a abordagem para estimar os parâmetros tem sido baseada em ensaios padrão em laboratório, seguida de procedimentos de mudança de escala baseado na energia consumida pelo moinho. Essa mudança de escala, segundo pesquisadores desse centro, influencia mais a função taxa específica de quebra do que a função distribuição de quebra. Por último, no Centro de Pesquisa Mineral Julius Kruttschnitt os pesquisadores desenvolveram um

modelo descritivo que se baseia em um grande número de parâmetros que podem ser estimados a partir de dados levantados em moinhos de bolas em operação. Contrapondo-se às duas abordagens precedentes, a função distribuição de quebra é determinada a partir de dados obtidos em ensaios de duplo pêndulo utilizando uma única partícula de minério.

Numa exaustiva busca de trabalhos publicados até o momento pelos mais consagrados pesquisadores na área de modelamento para moagem, não foram encontrados estudos envolvendo modelos de moagem com seixos, cuja principal aplicação está na cominuição de minérios industriais onde a contaminação com o ferro é prejudicial ao processo de beneficiamento ou na qualidade do produto final.

Em um trabalho executado pelo Centro de Tecnologia Mineral - CETEM/CNPq foram estudados, em escala piloto, o processo de flotação para o minério de talco⁽⁷⁾ de diferentes minas situadas no Estado do Paraná, que é o maior produtor brasileiro de talco bruto e beneficiado⁽⁸⁾. O Brasil é o quarto maior produtor mundial⁽⁹⁾.

O circuito de moagem constava de um moinho cujos corpos moedores eram seixos. Este trabalho despertou o interesse no desenvolvimento de um modelo matemático para esse tipo de moagem. A construção de um modelo para moagem utilizando seixos tem por base o modelo cinético derivado de balanço massa-tamanho para moagem com bolas⁽¹⁰⁾, sendo levados em consideração os diferentes tipos de minério de talco que alimentavam o circuito.

2. OBJETIVO

Desenvolver modelos matemáticos para a realização de simulações de moagem de talco utilizando seixos em ensaios de escalas descontínua e posteriormente contínua, baseado em conceitos do modelo de balanço massa-tamanho, desenvolvido para a moagem com bolas convencionais.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1. Definição de Termos e Conceitos

3.1.1. Processo de Moagem

A moagem com bolas é um dos processos de redução de tamanho de partículas que objetiva, entre outras coisas, liberar o mineral útil do minério para posterior concentração, aumentar a área de superfície das partículas para promover uma maior velocidade de reação de produtos químicos e obter um produto com partículas de tamanho especificado.

Num processo de moagem, a geração de finos é um ponto que requer consideração. Quando a sua produção torna-se excessiva, o que em muitos casos é indesejável, a solução adotada pela indústria é fazer com que o moinho opere em circuito fechado com uma etapa de classificação. O material que já se encontra dentro das especificações de tamanho é descartado do circuito através de um classificador, evitando dessa forma a sobremoagem das partículas. Aquelas que ainda estão acima do tamanho desejado retornam ao moinho, definindo assim, o que é chamado **carga circulante (Cc)**, que pode ser escrita como:

$$C_c = \frac{Q + R}{Q}, \quad (1)$$

sendo:

Q = vazão da alimentação nova (t/h); e

R = vazão do material que retorna ao moinho (t/h).

Dependendo das condições em que o moinho esteja operando dois tipos de ineficiência, de acordo com AUSTIN; CONCHA⁽¹¹⁾, podem ser

encontradas: a **ineficiência indireta**, provocada pela perda de energia devido a sobremoagem e a **ineficiência direta**, decorrente de ações de quebra improdutivas, devido à pouca quantidade, ou ao excesso de minério no moinho ou a uma polpa com altas densidade e viscosidade.

Quanto ao comportamento da quebra de partículas operando em condições normais está relacionado, segundo BERALDO(12), a três tipos de mecanismos de quebra: **compressão**, **impacto** e **abrasão**, ou segundo CRABTREE(13): **impacto**, **abrasão** e "**chipping**".

Na **compressão** as tensões de ruptura na partícula ocorrem segundo o plano principal de cisalhamento sendo provocadas, quando as partículas são comprimidas entre duas superfícies (bola-bola; bola-revestimento; bola-partícula; partícula-partícula ou partícula-revestimento). A força é aplicada lentamente e sua intensidade é um pouco superior à resistência da partícula. A distribuição de tamanhos no produto caracteriza-se por apresentar partículas com grandes diâmetros juntamente com pequena quantidade de partículas finas, geradas nos pontos onde a força é aplicada.

No **impacto** a intensidade da força aplicada é rápida e muito superior à resistência da partícula, resultando numa ruptura total da mesma. Esse tipo de mecanismo provoca uma distribuição que abrange uma ampla faixa de tamanhos.

O mecanismo de quebra por **abrasão** ocorre quando a força aplicada à partícula é insuficiente para fraturá-la, provocando apenas um desgaste em sua superfície. A **abrasão** é verificada em partículas aproximadamente esféricas e a distribuição de tamanhos no produto caracteriza-se por apresentar partículas finas (desgaste) juntamente com a partícula original que teve seu diâmetro pouco reduzido.

O "chipping" é observado em partículas irregulares que são arredondadas devido a quebra de suas bordas. Neste mecanismo de quebra, a intensidade da força é insuficiente para promover uma ruptura completa das partículas e pode ocorrer quando os seus tamanhos são próximos ou maiores do que os tamanhos das bolas. A distribuição de tamanhos das partículas no produto é menos ampla do que aquela provocada pelo mecanismo por impacto.

Numa moagem com bolas todos esses mecanismos podem ser observados e dependendo das condições operacionais e, especialmente, da distribuição de tamanhos das bolas, poderá ocorrer a predominância de um desses.

Quando o moinho está operando a baixas velocidades de rotação, há uma tendência do leito de bolas se comportar como se fosse uma massa compacta que ciclicamente é elevada a uma pequena altura e desliza novamente à sua posição inicial. Ao aumentar a velocidade de rotação, o leito expande e assume uma posição inclinada, as bolas são arremessadas até uma certa altura a partir da qual começam a cair e a rolar sobre a superfície do leito em direção ao fundo do moinho e entrando novamente no leito. O leito expandido permite que as partículas de minério penetrem por entre as bolas e à medida que as bolas caem, ocorrem colisões com aquelas em movimento ascendente, promovendo dessa forma, a quebra das partículas. Este é o principal mecanismo de transferência de energia para a cominuição das partículas e nesta condição, diz-se que o moinho está operando em regime de **cascata** e é indicado para a quebra de material mais fino. Em velocidades de rotação maiores, o moinho começa a operar em regime de **catarata**, no qual uma quantidade de bolas atinge uma altura suficiente para alcançar a parte superior do moinho para então cair em queda livre. Este regime é indicado

para a quebra de material mais grosseiro. Quando a velocidade é ainda maior e o leito começa a centrifugar, diz-se que o moinho atingiu a **velocidade crítica**, que é dada em rotações por minuto (rpm) por:

$$V_c = \frac{42,2}{\sqrt{D}} \quad (\text{rpm}) \quad (2)$$

onde: D = diâmetro interno ao revestimento do moinho (m).

De acordo com SOARES⁽¹⁴⁾ e BERALDO⁽¹⁵⁾, para a cominuição de partículas não muito grandes (em relação aos tamanhos das bolas), dependendo da carga de bolas, do tipo e do perfil dos revestimentos, deve-se operar com uma velocidade correspondente a 75% da velocidade crítica, pois nesta velocidade é que ocorre o maior número de colisões bola-partícula.

A **carga de bolas**, representada por **J**, corresponde a fração do volume ocupada pelo leito de bolas quando o moinho encontra-se parado. Para a determinação do valor de **J** deve ser levado em consideração a porosidade do leito de bolas, **P_b**, que varia ligeiramente com a mistura (distribuição) de tamanhos das bolas. Deste modo, tem-se⁽¹⁶⁾:

$$J = \frac{\text{massa total de bolas} / \text{densidade aparente do leito de bolas}}{\text{volume do moinho}}$$

ou

$$J = \frac{\text{massa total de bolas} / \text{densidade das bolas}}{\text{volume do moinho}} \cdot \frac{1}{1 - P_b} \quad (3)$$

Analogamente, a **carga de partículas**, **f_c**, é expressa por:

$$f_c = \frac{\text{massa total das partículas} / \text{densidade aparente das partículas}}{\text{volume do moinho}}$$

ou

$$f_c = \frac{\text{massa total das partículas} / \text{densidade das partículas}}{\text{volume do moinho}} \cdot \frac{1}{1-P_p} \quad (4)$$

onde: P_p é a porosidade do leito de partículas.

Normalmente é assumido o valor de 0,4 para P_b e P_p (16).

O preenchimento intersticial, U , representa a fração do volume entre as bolas (vazios) ocupada pelas partículas e é expresso por:

$$U = \frac{f_c}{P_b \cdot J} \quad (5)$$

3.1.2. Modelamento e Simulação

Pode-se definir **modelo** (17,18) como sendo uma equação ou conjunto de equações que transforma uma entrada (dados) em uma saída (resultados), ou seja, uma descrição matemática simplificada de um processo e que expressa os mecanismos envolvidos, a partir de conhecimentos já adquiridos. O modelo adiciona uma nova dimensão à compreensão humana dentro do processo, vindo a proporcionar uma ajuda na tomada de decisões.

Segundo FINCH et al. (17), quando os valores de entrada de um modelo são modificados através das equações matemáticas (de transformações) e são previstos os resultados (saída), tem-se uma **simulação matemática**. Essas equações podem estar contidas em um programa de computador, vindo a dar origem ao termo **simulação por computador**.

De acordo com AUSTIN et al. (16), a simulação de um processo físico é um modelo matemático que comporta-se de uma maneira próxima àquela do processo real. Geralmente, uma simulação é somente uma representação simplificada do comportamento real, principalmente em um processo complexo como o da moagem. Os modelos matemáticos podem ser mais ou menos

complexos, dependendo do conhecimento existente e de quanto se deseja que a simulação se aproxime da situação real.

Deve ser enfatizado que a simulação é uma ferramenta que auxilia os trabalhos de um investigador. Ela não substitui os ensaios tradicionais, mas é um complemento, que promove a redução do tempo de pesquisa através do auxílio na organização de experimentos para maximizar informações (planejamento experimental) e definindo os parâmetros dos modelos, que por sua vez, fornecem uma nova e conveniente quantificação do desempenho do processo.

Quanto ao seu embasamento teórico, os modelos costumam ser classificados em três tipos:

a) modelos fundamentais, teóricos ou de fenômenos de transporte

São derivados inteiramente de princípios fundamentais, requerendo um entendimento das leis básicas de física e de química que caracterizam o processo. Os parâmetros de entrada podem ser obtidos através de experimentos independentes ou ser encontrados na literatura, sendo válido para uma ampla faixa de valores de parâmetros constituintes do modelo. Tem-se como exemplo, a Lei de Stokes.

b) modelos fenomenológicos

Eles são baseados na teoria do processo, mas contém parâmetros cujos valores devem ser obtidos no próprio processo. Os modelos fenomenológicos são poderosos e representam o processo de forma realista, sendo capazes de realizar extrapolações. Os modelos cinéticos de moagem são exemplos de modelos fenomenológicos onde é incorporada a idéia de que as partículas são

fragmentadas e transportadas a taxas que são dependentes dos tamanhos das partículas.

c) modelos empíricos

São derivados inteiramente de dados experimentais relacionados com o comportamento do processo, para escalas de laboratório, piloto ou industrial.

Os dados experimentais obtidos são correlacionados, geralmente, através do emprego de técnicas de regressão, associando parâmetros de desempenho do processo com as variáveis operacionais.

NAPIER-MUNN;LYNCH(19) consideram que a forma do modelo empírico é mais uma conveniência matemática do que uma descrição da natureza do processo.

Este tipo de modelo é bastante restrito, não podendo ser extrapolado para condições sob as quais as variações não foram estudadas.

Os modelos empíricos são de fácil construção e frequentemente auxiliam no desenvolvimento de modelos fenomenológicos. Tem-se como exemplo de modelo empírico, a consagrada Lei de Bond.

Em processamento mineral os modelos mais utilizados são os fenomenológicos ou os empíricos, ou ainda, a combinação destes, face a sua simplificação. Os modelos fundamentais não são empregados devido a grande complexidade dos mecanismos envolvidos nos processos. No entanto, os fundamentos devem estar presentes em nossas mentes, para que não ocorra a aceitação de modelos fisicamente irreais.

Ainda segundo NAPIER-MUNN; LYNCH(19), os modelos podem ser classificados quanto aos regimes dos processos em modelos **em estado de equilíbrio e dinâmicos**.

Os modelos dinâmicos incorporam características de dependência em relação ao tempo e refletem as respostas dinâmicas do processo em relação a um distúrbio produzido.

Os modelos em estado de equilíbrio prevêm uma única característica para o produto a partir de uma alimentação constante (no que se refere às suas características). A maioria dos modelos relatados na literatura é deste tipo e, na verdade, são casos especiais de modelos dinâmicos cujas derivadas em relação ao tempo são nulas.

As principais aplicações do modelamento e da simulação são(18,20,21):

- simulação de usinas, onde são previstos os resultados advindos de mudanças no circuito de beneficiamento e nas condições operacionais;
- controle automático, onde são realizadas previsões de como as variáveis operacionais controláveis deveriam ser modificadas para a manutenção de um desempenho desejado da usina quando ela está sujeita a distúrbios incontroláveis e não mensuráveis; e
- treinamento de operadores da usina, através de simulações "off-line" onde são mostrados os efeitos das variáveis operacionais nos processos, promovendo com isso, a tomada de decisões.

Em uma operação de moagem, os fluxos são caracterizados por uma distribuição de tamanhos, sendo o peneiramento o método mais simples e seguro para se obter essa distribuição. Um **intervalo de tamanho i** é definido

como sendo uma faixa de tamanhos limitada por duas peneiras consecutivas e as frações em massa retida nos diferentes intervalos de tamanho i , simbolizado por w_i , representa uma distribuição de tamanhos. O intervalo denominado **fundo**, $i = n$ denotado por w_n é definido como a fração em massa dos tamanhos menores do que o menor tamanho da abertura da peneira utilizada.

O desaparecimento de cada tamanho permite definir a taxa com a qual cada tamanho se quebra e, segundo SOARES⁽¹⁴⁾, essa taxa depende também da moabilidade do material e das condições em que se realiza a moagem. A fração de material contida no intervalo i que se quebra por unidade de tempo é definida por **taxa específica de quebra (S_i)**. A quantidade total de material de tamanho i contida no moinho que se quebra por unidade de tempo é denominada **taxa absoluta de quebra (S_iW)**.

Dentro de um intervalo de tamanhos, a distribuição de massa em intervalos de tamanhos menores da fração de material que se quebra é denominada **função distribuição de quebra primária ($b_{i,j}$)**. Por quebra primária entende-se o produto obtido a partir de um único evento de quebra.

Um outro conceito que surge como fundamental nas características do produto de moagem é o denominado **tempo de residência**. Este representa o tempo de atuação dos mecanismos de quebra no material alimentado ao moinho. Numa moagem contínua, as partículas não tem todas o mesmo tempo de residência, configurando então, uma **distribuição de tempo de residência (DTR)**, que é função das condições de mistura e de transporte existentes no moinho. O comportamento encontrado na prática, se apresenta como uma combinação de duas situações ideais: a primeira, denominada "**plug-flow**" se caracteriza por não haver uma mistura no sentido do fluxo, ou seja, o material que alimenta o moinho em dado instante percorre junto todo o seu

comprimento e sai todo no mesmo instante; na segunda situação, **misturador perfeito**, o material contido no moinho está perfeitamente homogêneo e, conseqüentemente, a descarga apresenta a mesma distribuição de tamanhos do conteúdo do moinho.

O **tempo de residência médio** (τ) é definido pela razão entre a quantidade de massa retida no interior do moinho, "**hold-up**" (**W**) e a vazão da alimentação (**F**), sendo dada por:

$$\tau = \frac{W}{F} \quad (6)$$

3.2. Modelo Massa-Tamanho

3.2.1. Histórico

Os primeiros modelos⁽²²⁾ foram desenvolvidos há mais de um século vindo a constituir-se nas chamadas leis de cominuição que correlacionam a energia consumida e o grau de cominuição das partículas.

Vários estudiosos tais como: Rittinger, Kick, Bond e Charles formularam modelos sobre este assunto, partindo de hipóteses diferentes.

Rittinger, em 1867, formulou a chamada 1ª Lei de Cominuição, considerando que o trabalho necessário para realizar a quebra era proporcional à nova superfície gerada, chegando a seguinte equação:

$$E = K \left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \right) \quad (7)$$

onde: E = energia total absorvida para a quebra;

K = coeficiente energético; e

x_1 e x_2 = diâmetros inicial e final da partícula, respectivamente.

Posteriormente, Kick, em 1885, sugeriu que o trabalho necessário para a quebra era proporcional à redução volumétrica das partículas cominuídas (relação de redução), definindo a 2ª Lei de Cominuição, dada por:

$$E = K \ln \left(\frac{x_1}{x_2} \right). \quad (8)$$

Bond, em 1952, desenvolveu a 3ª Lei de Cominuição partindo de uma grande quantidade de ensaios (laboratório e industrial) que foram correlacionados através de regressões. Essa lei é empírica e o tamanho é definido como sendo a abertura da peneira pela qual passam 80% do material, tanto para o tamanho inicial (alimentação) quanto para o final (produto). A equação da 3ª Lei é dada por:

$$E = WI \left(\frac{10}{\sqrt{x_1}} - \frac{10}{\sqrt{x_2}} \right) \quad (9)$$

onde: WI = "work index" - índice energético de resistência à moagem.

Numericamente o "work index" corresponde ao trabalho expresso em kWh por tonelada curta, necessário para reduzir o minério desde um tamanho teoricamente infinito até 80% passante em 147 μm (100 malhas).

O método de Bond, quando comparada com as duas primeiras leis, foi a que melhor representou o fenômeno de moagem nas faixas de tamanhos que normalmente são praticadas no tratamento de minérios⁽²²⁾. No entanto, segundo BERALDO⁽¹²⁾, a lei de Bond apresentava limitações que poderiam levar a resultados bastante discrepantes, quando ocorressem pequenas alterações nas condições operacionais. Bond e Rowland tentaram corrigir essas limitações adotando coeficientes de correção.

Mais tarde, Charles, em 1957, considerou que a energia necessária a obtenção de um determinado grau de cominuição é dada pela expressão:

$$dE = -K \frac{dx}{x^n} \quad (10)$$

onde: dE = variação infinitesimal da energia aplicada a uma massa unitária de minério;

K = coeficiente energético;

dx = variação infinitesimal de tamanho de partícula; e

n = constante.

Nesta equação, para a Lei de Rittinger, n terá o valor 2, assim:

$$\int_0^{E_R} dE = \int_{x_1}^{x_2} -K \frac{dx}{x^2}$$

$$E_R = -K \left[\frac{1}{x} \right]_{x_1}^{x_2}$$

$$E_R = K \left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \right). \quad (11)$$

Para a Lei de Kick, a expressão de Charles é válida, se $n = 1$:

$$\int_0^{E_K} dE = \int_{x_1}^{x_2} -K \frac{dx}{x}$$

$$E_K = -K [\ln x]_{x_1}^{x_2}$$

$$E_K = K \ln \frac{x_1}{x_2}. \quad (12)$$

Para a Lei de Bond $n = 1,5$, que é a média dos valores de n para as leis de Rittinger e Kick :

$$\int_0^{E_B} dE = \int_{x_1}^{x_2} -K \frac{dx}{x^{1,5}}$$

$$\int_0^{E_B} dE = \int_{x_1}^{x_2} -K x^{-3/2} dx$$

$$E_B = 2K \left(\frac{1}{\sqrt{x_2}} - \frac{1}{\sqrt{x_1}} \right). \quad (13)$$

Portanto, n não é uma constante como pensavam Rittinger, Kick e Bond, mas sim, uma variável em função da faixa granulométrica.

Hukki, em 1961, segundo YAMAMOTO(22), investigou quais os campos de aplicação mais característicos de cada uma das três primeiras leis apresentando na forma de um diagrama as faixas de variação das energias necessárias para a cominuição em operações de britagem e moagem:

- para partículas maiores que $10^6 \mu\text{m}$, a energia para a redução de tamanho é constante correspondendo razoavelmente a região de validade da Lei de Kick;
- para partículas menores que $1 \mu\text{m}$, a energia cresce proporcionalmente ao quadrado da redução de tamanho, correspondendo razoavelmente a validade da Lei de Rittinger; e
- a região intermediária é onde a Lei de Bond é válida e é nela que se encontram as principais moagens industriais de minério.

Na Figura 1 é apresentada a relação estabelecida por Hukki para o consumo de energia de cominuição em função da granulometria do produto.

O método de Bond, no beneficiamento de minérios, é extremamente útil, sendo aplicado ainda hoje com sucesso no dimensionamento de moinhos de bolas e de barras. Tem a desvantagem(23), no entanto, de englobar todos os fatores cinéticos em um único parâmetro descritivo (**WI**) e de não apresentar a distribuição de tamanhos dos produtos obtidos na moagem.

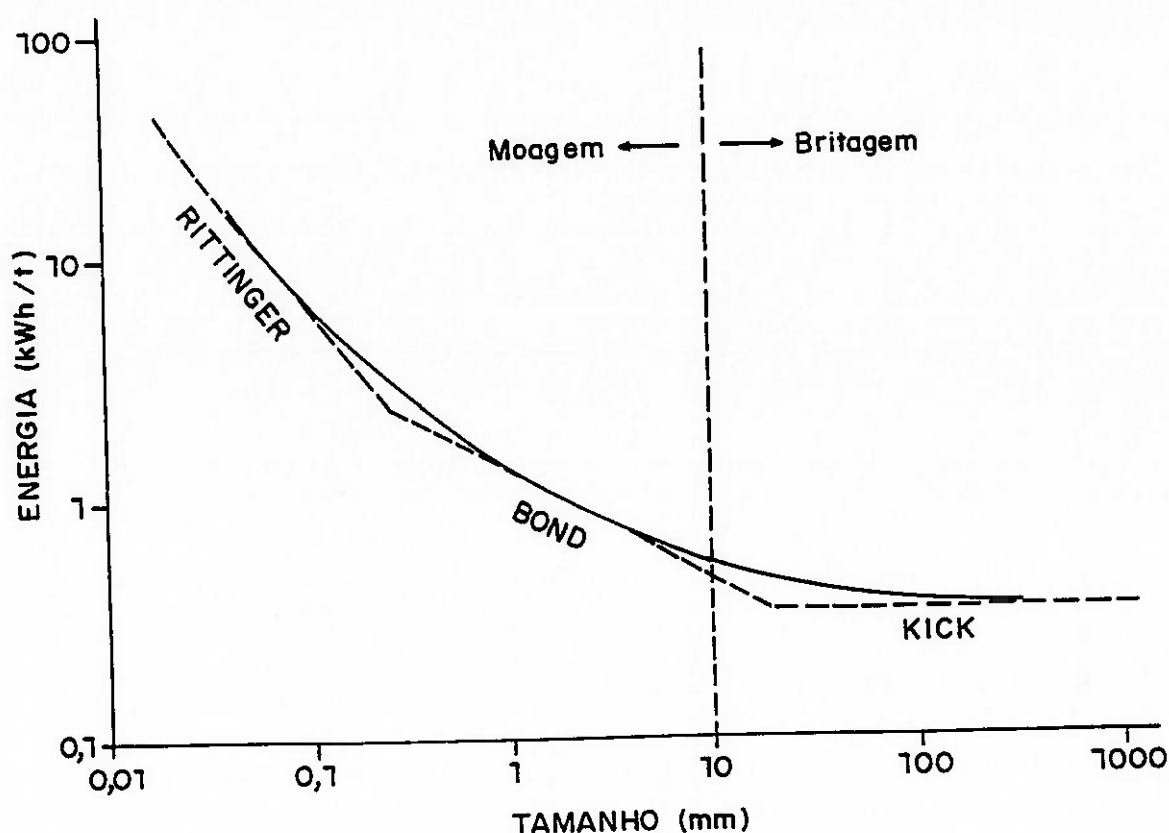


Figura 1 - Relação entre energia fornecida e tamanho da partícula na cominuição

Fonte: YAMAMOTO, M.S. - Estudo da variação do índice energético WI, segundo a granulometria do ensaio obtida através de um moinho de bolas padrão, em circuito fechado.

As abordagens tradicionais, feitas por Bond e Charles, são na verdade, segundo AUSTIN(24), soluções aproximadas das equações de balanço massa - tamanho. Os estudos envolvendo a cinética de quebra na moagem tiveram início ainda na primeira metade deste século. De acordo com AUSTIN(24) e OBLAD(25), Kolgomorov, em 1941, sob condições específicas, demonstrou que o processo de quebra poderia ser tratado como uma série de eventos discretos no tempo, onde a distribuição de massa - tamanho do produto tenderia assintoticamente para uma distribuição log-normal,

independentemente da distribuição de tamanhos da alimentação. Brown, segundo AUSTIN⁽²⁴⁾, também em 1941, fez a primeira tentativa de descrever o processo de moagem por meio de equações do tipo balanço massa - tamanho.

Estudos mais detalhados foram realizados posteriormente por Epstein, em 1948, que introduziu duas funções básicas de moagem: a função taxa específica de quebra e a função distribuição de quebra. Em 1953, Sedlatschek e Bass e, em 1955, Brenner e Vidmajer, desenvolveram, de acordo com OBLAD⁽²⁵⁾, uma equação onde o tempo era considerado como uma função contínua na moagem descontínua. O modelo apresentado por Sedlatschek e Bass era discretizado no tamanho e contínuo no tempo. Já o de Brenner e Vidmajer era contínuo tanto no tamanho quanto no tempo.

Sedlatschek e Bass (apud AUSTIN⁽²⁴⁾), mostraram que a probabilidade da seleção de quebra aplicada a um grande número de partículas obedece a uma lei de 1ª ordem, mostrando que a taxa de desaparecimento das partículas de um dado intervalo de tamanho é proporcional à massa inicial presente no intervalo.

Em 1954, Bass (apud REID⁽²⁾), apresentou uma teoria matemática para o processo de moagem e foi o primeiro a derivar a equação fundamental do balanço massa - tamanho para moagem descontínua sob a forma de equação íntegro-diferencial. Nesta equação, Bass leva em conta não só o material que desaparece de um intervalo, mas também a quantidade de material que aparece no intervalo proveniente de intervalos maiores, sendo a variação final de massa dada pela soma destas duas componentes, como apresentado a seguir:

$$\frac{dM_i}{dt} = -S_i M_i(t) + \sum_{j=1}^{i-1} S_j b_{i,j} M_j(t) \quad (14)$$

BROADBENT;CALLCOTT(26), em 1956, usando os conceitos estabelecidos por Epstein, propuseram a representação matricial do processo de moagem, com as distribuições massa - tamanho em intervalos finitos. Para REID(2), essa matriz foi de grande importância para descrever o processo, mas as suposições introduzidas pelos autores para definir a representação matemática do trabalho experimental ficaram sujeitas a sérias críticas.

Em 1961, Filippov, de acordo com OBLAD(25), desenvolveu formas funcionais para descrever as funções taxa e distribuição de quebra.

Em 1962, Gardner e Austin, usando técnica de radiotraçadores, puderam acompanhar o comportamento da quebra das partículas para diferentes intervalos de tamanhos, tornando possível a determinação experimental das funções de quebra. Neste estudo, várias conclusões importantes foram obtidas, dentre elas, a de que a lei de 1ª ordem para a quebra era uma aproximação razoável para todos os intervalos de tamanhos, independentemente do tempo de moagem(2,24,25).

Ainda Gardner e Austin, desenvolveram uma equação para moagem descontínua usando os conceitos de seus antecessores, bem como uma solução iterativa baseada na técnica de diferenças finitas, que permitiu, utilizando computador, a realização de simulações de moagem descontínuas a partir do conhecimento da distribuição de tamanhos da alimentação.

Gardner e Meloy, através de notação matricial, apresentaram resultados calculados para moagens teóricas similares àqueles obtidos experimentalmente, partindo de diferentes funções de quebra(2,24).

Os estudos realizados até então, apresentavam modelos matemáticos para moagens descontínuas e qualquer tentativa de estender esses estudos

para moagem contínua, implicava em supor que o tempo de residência no moinho para todas as partículas seria o mesmo.

Em 1965, Reid apresentou uma solução prática para a equação de moagem descontínua estabelecida por Bass o que possibilitou a sua utilização para moagem contínua incorporando às duas funções de quebra já existentes na equação, a função distribuição de tempo de residência(2,27).

3.2.2. Funções de Quebra

3.2.2.1. Função Taxa Específica de Quebra

Considerando um ensaio de moagem descontínua e em estado de equilíbrio, a quantidade de material W no interior do moinho será constante ao longo de todo o ensaio. Partindo com uma alimentação constituída por uma faixa específica de tamanhos e denominando esta faixa de intervalo 1, tem-se $w_1(t)$, para $t = 0$, igual a 100%. Após um tempo de moagem t_1 , a amostra é retirada, peneirada, pesada e colocada novamente dentro do moinho para ser moída por mais um tempo tal que o tempo total seja igual a t_2 e assim sucessivamente. É razoável considerar que a taxa de desaparecimento do intervalo 1, deva obedecer uma lei de 1ª ordem já que:

Taxa de desaparecimento do intervalo 1 devido a quebra é proporcional a $w_1(t) W$,

$$\text{ou: } \frac{dw_1(t)W}{dt} \propto w_1(t) W$$

como W é constante:

$$\frac{dw_1(t)}{dt} = - S_1 w_1(t) \quad (15)$$

onde S_1 é a constante de proporcionalidade e denominada de taxa específica de quebra, com unidade igual ao inverso do tempo (min.^{-1}).

Então, se S_1 não varia com o tempo, a solução da equação (15) pode ser dada por sua integração:

$$w_1(t) = w_1(0) \exp(-S_1 t) \quad (16)$$

isto é:

$$\log w_1(t) = \log w_1(0) - \frac{S_1 t}{2,3} \quad (17)$$

A Figura 2 apresenta um resultado característico onde se verifica a condição de 1ª ordem.

É importante ressaltar que não há uma explicação baseada em fundamentos teóricos que justifique o processo de moagem obedecer uma cinética de 1ª ordem. Entretanto, esta hipótese em muitas situações tem se verificado como uma boa aproximação da realidade.

3.2.2.2. Função Distribuição de Quebra Primária

Para explicar o processo de moagem é necessário descrever a distribuição de tamanho de seu produto. Se esta distribuição pode ser determinada antes de quaisquer dos fragmentos serem selecionados para um outro evento de quebra então, o resultado é uma distribuição de quebra primária. Neste contexto, o evento de quebra é considerado quando as partículas-produto têm tamanho inferior ao intervalo de origem. Um fato que deve ser observado é o de que os valores obtidos para as condições reais de moagem são tomados como a média de um conjunto de ações de quebra sobre muitas partículas, não podendo estes serem comparados diretamente com os resultados de ensaios com partículas isoladas(16).

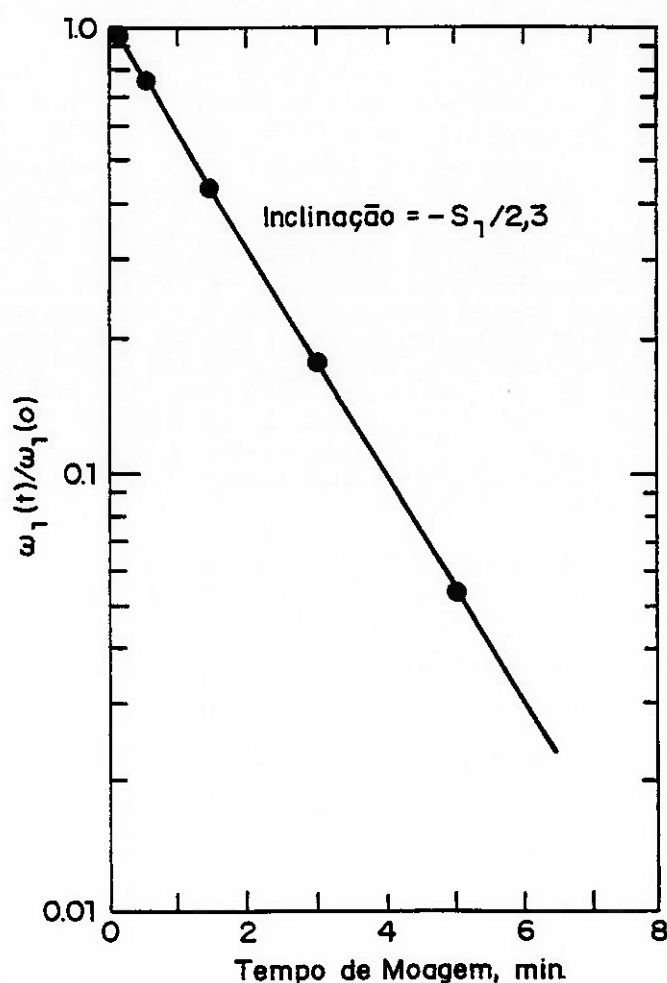


Figura 2 - Função taxa específica de quebra - S_i : antracito, intervalo de tamanho inicial, 1,98 x 0,85mm.

Fonte: AUSTIN, L.G.; KLIMPEL, R.R.; LUCKIE, P.T. - Process engineering of size reduction : ball milling.

A distribuição de quebra primária dos fragmentos pode ser caracterizada por duas formas. A primeira delas é pela fração em massa dos produtos i , originados pela quebra de partículas do intervalo j e designado por $b_{i,j}$, onde $i > j$. A segunda forma de uso comum é para valores acumulados de $b_{i,j}$ e definida pela fração de massa acumulada de todos os produtos i originados

pela quebra de partículas pertencentes ao intervalo j e simbolizada por $B_{i,j}$, onde:

$$\sum_{k=j+1}^n b_{k,j} = 1 \quad (18)$$

$$B_{i,j} = \sum_{k=i+1}^n b_{k,j} \quad (19)$$

$$b_{i,j} = B_{i-1,j} - B_{i,j} \quad (20)$$

$$B_{j,j} = 1 \quad (21)$$

$$B_{n,j} = 0 \quad (22)$$

sendo n , o último intervalo.

Os valores de $B_{i,j}$ podem ser ajustados por uma função empírica⁽¹⁶⁾ constituída pela soma de duas linhas retas em uma escala logarítmica, isto é:

$$B_{i,j} = \phi_j \left(\frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\gamma + (1 - \phi_j) \left(\frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\beta \quad 0 \leq \phi_j \leq 1 \quad (23)$$

onde ϕ_j é o intercepto e γ e β as inclinações das retas, sendo todas características do material (ver Figura 3).

A função distribuição de quebra é **padronizada** quando todas as partículas que se quebram, apresentam uma distribuição de fragmentos com diâmetros similares, ou seja, a distribuição independe da granulometria do intervalo original. Nestes casos, os valores de todos os parâmetros $B_{i,j}$ ou $b_{i,j}$ dependem apenas da diferença entre seus índices⁽²⁸⁾. Como exemplo, tem-se para $i-j = 2$, $b_{3,1} = b_{4,2} = b_{5,3} \dots\dots$

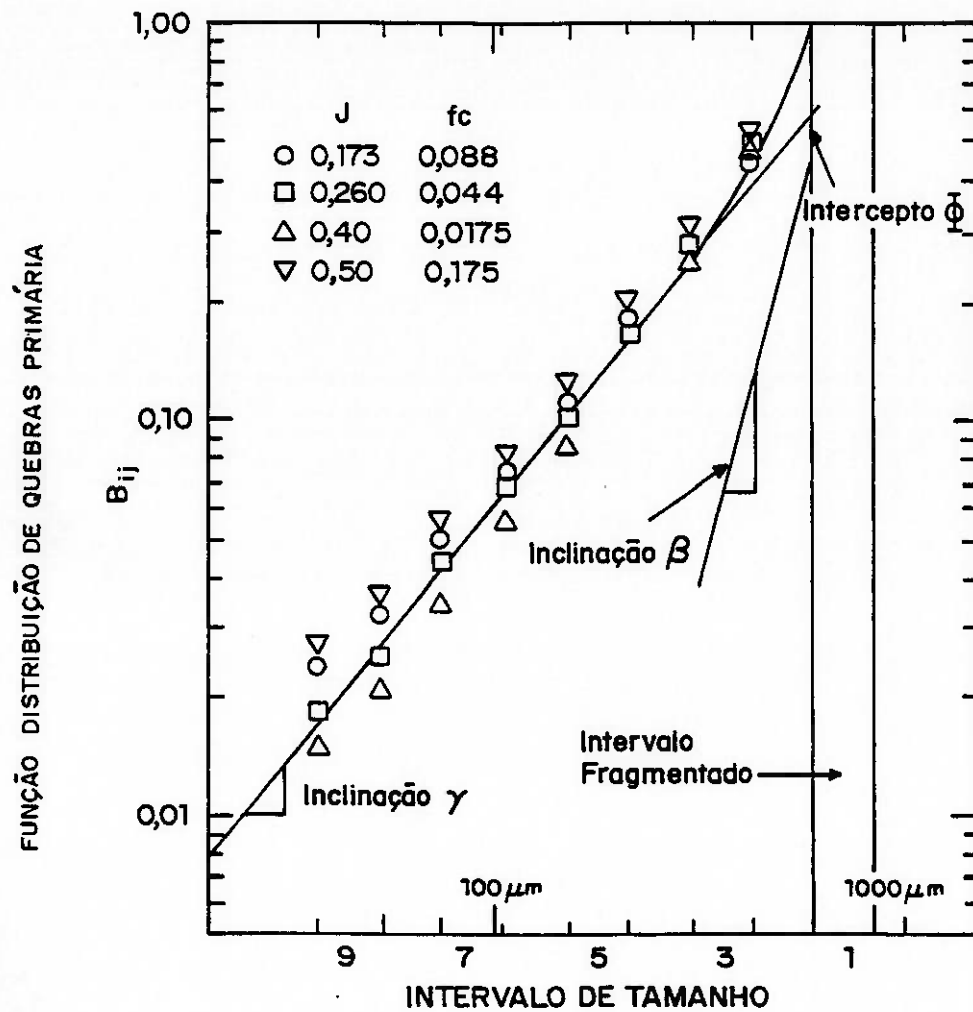


Figura 3 - Função distribuição de quebra primária acumulada $B_{i,j}$: quartzo, intervalo de tamanho inicial $0,85 \times 0,60$ mm, moinho com $D=0,6$ m.

Fonte: AUSTIN, L.G.; KLIMPEL, R.R.; LUCKIE, P.T. - Process engineering of size reduction : ball milling.

Caso os valores de $B_{i,j}$ ou $b_{i,j}$ dependam da granulometria do intervalo original, diz-se que $B_{i,j}$ são não-padronizados. O grau de não-padronização pode ser caracterizado por um parâmetro adicional δ definido por(16):

$$\phi_{j+1} = \phi_j R^{-\delta} \quad \delta \geq 0 \quad (24)$$

onde: $R = 1/\sqrt{2}$.

A Figura 4 apresenta um exemplo de função distribuição de quebra padronizada e outro, na Figura 5, para não-padronizada. Na Figura 4 apenas uma curva é traçada, correspondendo aos valores de $B_{i,1}$, pois todos os valores podem ser representados a partir desta curva. Na Figura 5, todas as curvas têm que ser traçadas já que os valores da distribuição são não-padronizados.

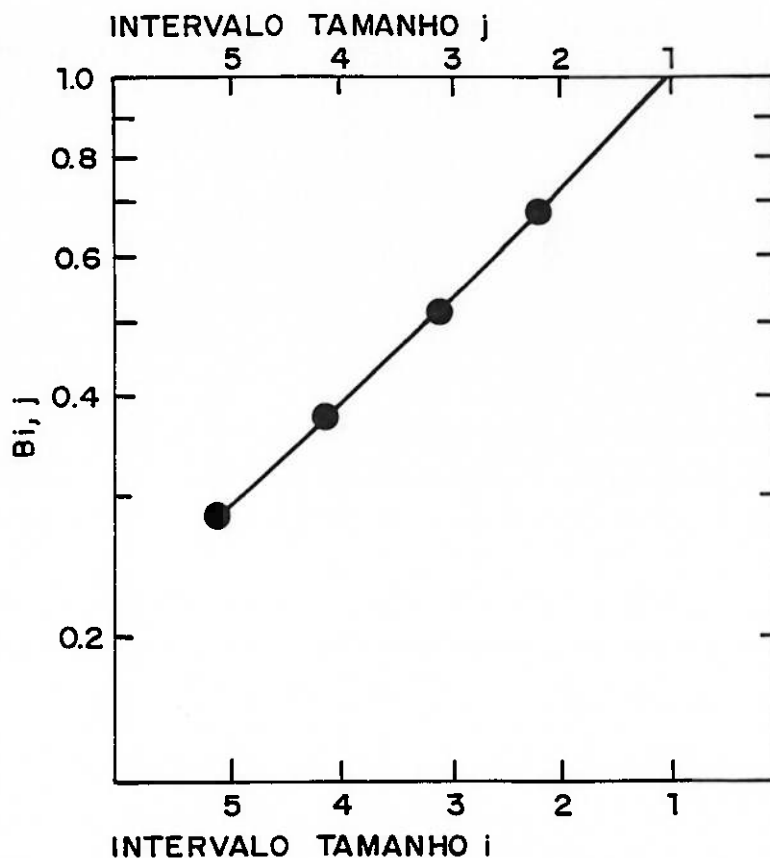


Figura 4 - Função distribuição de quebra padronizada.

Fonte: LAGUITTON, D.; LEUNG, J.; FLAMENT, F.; HOUDOUIN, D.; SPRING, R. - RTD and mixers - computer programs for residence time determination of process units by tracer experiments.

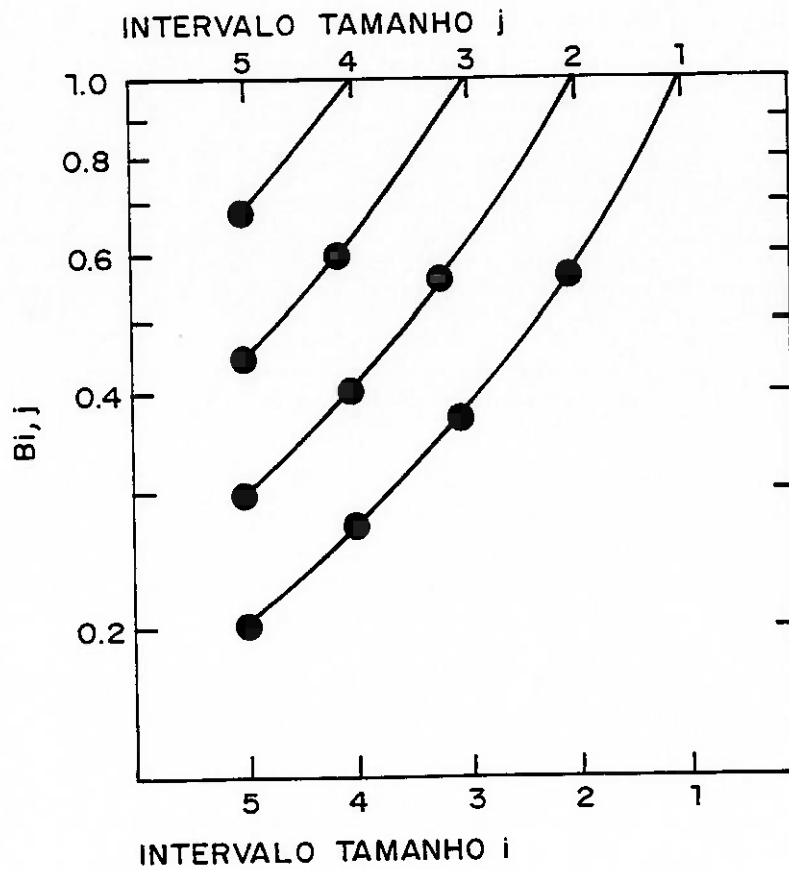


Figura 5 - Função distribuição de quebra não-padronizada.

Fonte: LAGUITTON, D.; LEUNG, J.; FLAMENT, F.; HOUDOUIN, D.; SPRING, R. - RTD and mixers - computer programs for residence time determination of process units by tracer experiments.

3.3. Modelamento da Moagem Descontínua

O modelo de balanço massa-tamanho, desenvolvido para o processo de moagem, se fundamenta no balanço de massas do material fragmentado de um intervalo de tamanho e que se distribui em intervalos de tamanhos menores.

Para sua aplicação são necessárias informações sobre a cinética de quebra das partículas e o tempo de residência das partículas no interior do moinho.

3.3.1. Modelos para Moagem Descontínua

A cinética de quebra é convenientemente descrita considerando-se a taxa com que diferentes intervalos de tamanhos perdem material devido à fragmentação - taxa específica de quebra (S_i) e a taxa na qual cada intervalo de tamanhos recebe o produto de quebra proveniente de intervalos mais grosseiros - distribuição de quebra primária ($B_{i,j}$).

A partir dessas duas funções, tornou-se possível estabelecer um modelo matemático, para moagem descontínua, considerando-se a cinética de fragmentação como sendo de 1ª ordem e dada por:

$$\frac{dw_i(t)W}{dt} = -S_i w_i(t)W + \sum_{j=1}^{i-1} b_{i,j} S_j w_j(t)W \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (25)$$

onde:

W = quantidade de material dentro do moinho ("hold up");

$w_i(t)$ = percentagem de material de intervalo i no moinho;

S_i = taxa de desaparecimento de material de intervalo i durante um tempo t ;

S_j = taxa de desaparecimento de material de intervalo j durante um tempo t ; e

$b_{i,j}$ = distribuição de material que parte do intervalo j e se distribui nos intervalos de tamanhos i , para $i > j$, expresso em percentagem.

O primeiro termo da equação refere-se a quantidade de material que desaparece do intervalo proveniente da quebra. O segundo termo dá a quantidade de material que chega ao intervalo como produto da quebra de partículas de intervalos mais grosseiros.

A solução dessa equação, para tempos determinados, fornece a simulação da distribuição de tamanho do produto para moagem descontínua. Esta solução foi apresentada por Reid, em 1965, como segue(14,16):

para $i = 1$, tem-se a equação (15):

$$\frac{dw_1(t)}{dt} = -S_1 w_1(t)$$

por integração, a equação (16):

$$w_1(t) = w_1(0) \exp(-S_1 t)$$

para $i = 2$:

$$\frac{dw_2(t)}{dt} = -S_2 w_2(t) + b_{2,1} S_1 w_1(t) \quad (26)$$

ou:

$$\frac{dw_2(t)}{dt} + S_2 w_2(t) = b_{2,1} S_1 w_1(0) \exp(-S_1 t). \quad (27)$$

multiplicando por $\exp(S_2 t)$:

$$\exp(S_2 t) \frac{dw_2(t)}{dt} + \exp(S_2 t) S_2 w_2(t) = b_{2,1} S_1 w_1(0) \exp[-(S_1 - S_2)t] \quad (28)$$

ou:

$$\frac{d[w_2(t)\exp(S_2 t)]}{dt} = b_{2,1} S_1 w_1(0) \exp[(S_2 - S_1)t] \quad (29)$$

por integração:

$$w_2(t) = \frac{b_{2,1} S_1 w_1(0)}{S_2 - S_1} \exp(-S_1 t) - \frac{b_{2,1} S_1 w_1(0) \exp(-S_2 t)}{S_2 - S_1} + w_2(0) \exp(-S_2 t). \quad (30)$$

Procedendo similarmente para $i=3, i=4$ etc. e deduzindo o termo geral, $a_{i,j}$, tem-se:

$$w_i(t) = \sum_{j=1}^i a_{i,j} \exp(-S_j t), \quad n \geq i \geq 1 \quad (31)$$

$$a_{i,j} = \begin{cases} 0 & i < j \\ w_i(0) - \sum_{\substack{k=1 \\ i > 1}}^{i-1} a_{i,k} & i = j \\ \frac{1}{S_i - S_j} \sum_{k=j}^{i-1} S_k b_{i,k} a_{k,j} & i > j \end{cases}$$

De acordo com SOARES(14) e AUSTIN et al.(16), nesta forma os valores de $a_{i,j}$ não dependem do tempo de moagem, mas são dependentes da distribuição de tamanhos da alimentação.

Uma outra abordagem para o modelo massa-tamanho tem por base estudos realizados por Herbst e Fuerstenau, em 1973 e é empregada no Centro de Cominuição da Universidade de Utah. O modelo de moagem descontínua é descrito em termos de energia específica E em vez de tempo de moagem t .

Em estudos de laboratório eles concluíram que as taxas específicas de quebra poderiam ser proporcionais, com boa aproximação, à energia específica consumida pelo moinho (P_M / W) na moagem^(20,29,30).

$$S_i = S_i^E (P_M / W) \quad (32)$$

onde:

S_i^E = função específica de seleção;

P_M = potência fornecida ao moinho (kW); e

W = quantidade de material no interior do moinho ("hold up").

A estimativa dos valores de S_i^E é obtida através de um torquímetro acoplado ao moinho de laboratório.

De acordo com HERBST;LO⁽³¹⁾ e OBLAD⁽³²⁾ a função específica de seleção S_i^E é essencialmente independente das dimensões do moinho e reflete a potência utilizada na quebra das partículas. Mais ainda, eles confirmaram os numerosos estudos, já publicados, de que a função distribuição de quebra, $b_{i,j}$, independe das dimensões do moinho e das condições operacionais.

Dessa forma, o modelo de moagem descontínua incorporando o conceito de energia específica, torna-se:

$$\frac{dw_i(\bar{E})}{dt} = -S_i^E w_i(\bar{E}) + \sum_{j=1}^{i-1} b_{i,j} S_j^E (\bar{E}) \quad (33)$$

onde: $\bar{E} = \frac{P_M t}{W}$.

3.3.2. Métodos para Determinação das Funções de Quebra

De acordo com GUPTA et al.⁽³³⁾, várias técnicas vêm sendo apresentadas para estimar os parâmetros de quebra que são utilizados na

equação de moagem descontínua. Estas técnicas podem ser classificadas em duas categorias no que diz respeito ao material que alimenta o moinho: método de um intervalo de tamanho e método com mais de um intervalo de tamanho.

A maneira mais simples para determinar as funções de quebra é, segundo AUSTIN;LUCKIE(34), pela moagem descontínua de uma alimentação constituída por um único intervalo de tamanho, como o método desenvolvido por HERBST; FUERSTENAU(35). Para a aplicação deste método é assumido que:

- a função distribuição de quebra é padronizada; e
- a função específica de quebra é constante para diferentes tempos de moagem e dependente das condições operacionais.

A distribuição de tamanhos do meio moedor no moinho de laboratório deve ser semelhante à do moinho de escala contínua.

Neste estudo, os autores introduzem o conceito de taxa de produção de finos, Π_j , que é constante, para pequenos tempos de moagem, para todos os intervalos de tamanhos i e é expressa por:

$$\Pi_j = \frac{dY_j(t)}{dt} = B_{i,j} S_j \quad j = 1, 2, 3, \dots, i - 1 \quad (34)$$

onde:

Y_j = massa passante no tamanho i .

A taxa de produção de finos pode ser expressa também por:

$$\Pi_i = K_o \left(\frac{x_i}{(x_1 \cdot x_2)^{1/2}} \right)^{\alpha_s} \quad (35)$$

onde:

$K_0 = \text{constante};$

x_1 e $x_2 =$ aberturas das peneiras que definem o intervalo de tamanho do material alimentado ($x_1 =$ passante e $x_2 =$ retido); e

$\alpha_s =$ módulo da distribuição de tamanhos de Gaudin-Schuhmann.

O valor de α_s corresponde à inclinação da reta dada pela equação:

$$\ln \Pi_i = \text{constante} + \alpha_s \ln \frac{x_i}{(x_1 \cdot x_2)^{1/2}} \quad (36)$$

O valor de Π_i corresponde a inclinação da parte reta da curva que tem por coordenadas Y_i e tempo de moagem t .

A partir da determinação de S_1 pela equação (16) da moagem descontínua, os demais valores de S_j são calculados através da equação:

$$S_j = S_1 \left[\frac{(x_j \cdot x_{j+1})^{1/2}}{(x_1 \cdot x_2)^{1/2}} \right]^{\alpha_s} \quad (37)$$

onde:

x_j e $x_{j+1} =$ intervalo de tamanho para o qual se quer calcular S .

Obtidos então, os valores de Π_i e S_j , a função $B_{i,j}$ fica determinada por:

$$B_{i,j} = \frac{\Pi_i}{S_j} \quad (38)$$

Como o método admite que a função distribuição de quebra é padronizada, basta calcular somente os valores de $B_{i,1}$.

Com relação aos métodos desenvolvidos para alimentação com mais de um intervalo de tamanho, KLIMPEL;AUSTIN⁽³⁶⁾ apresentaram o método da estimativa indireta (retro-cálculo) que estima os parâmetros das funções de quebra a partir de formas funcionais empíricas.

LAGUITTON et al.⁽¹⁰⁾ apresentam as seguintes opções de formas funcionais para a estimativa das funções $B_{i,j}$ e S_i :

a) equações para a função distribuição de quebra:

- 1) $B_{i,j}$ padronizado e representado por 3 constantes (b_1 , b_2 e b_3), conforme equação (23):

$$B_{i,j} = b_1(x_i / x_j)^{b_2} + [1 - b_1] (x_i / x_j)^{b_3} \quad (39)$$

- 2) $B_{i,j}$ não padronizado e representado por 4 constantes (b_1 , b_2 , b_3 e b_4):

$$B_{i,j} = b_1 (1/x_j)^{b_4} (x_i / x_j)^{b_2} + [1 - b_1(1/x_j)^{b_4}] (x_i / x_j)^{b_3} \quad (40)$$

- 3) $B_{i,j}$ não padronizado e representado por 6 constantes (b_1 , b_2, \dots, b_6):

$$B_{i,j} = b_1 (1/x_j)^{b_4} (x_i / x_j)^{e_1} + [1 - b_1(1/x_j)^{b_4}] (x_i / x_j)^{e_2} \quad (41)$$

onde: $e_1 = b_2 + b_5 \ln(x_j) / \ln(R_p)$; e

$$e_2 = b_3 + b_6 \ln(x_j) / \ln(R_p)$$

sendo R_p a razão das aberturas de peneiras sucessivas.

b) equações para a função taxa específica de quebra:

- 1) S_i representado por 2 constantes (s_1 e s_2):

$$S_i = s_1 (x_i)^{s_2} \quad \text{ou:}$$

$$\ln (S_i) = \ln (s_1) + s_2 \ln (x_i) \quad (42)$$

2) S_i representado por 3 constantes (s_1 , s_2 e s_3):

$$\ln (S_i) = \ln (s_1) + s_2 \ln (x_i) + s_3 [\ln (x_i)]^2 \quad (43)$$

3) S_i representado por mais de 3 constantes (s_1 , s_2 , s_3 , s_n):

$$\ln (S_i) = \ln (s_1) + s_2 \ln (x_i) + s_3 [\ln (x_i)]^2 + \dots s_n [\ln (x_i)]^{n-1}. \quad (44)$$

As formas escolhidas deverão ser aquelas que apresentem a melhor concordância entre os resultados simulados e os obtidos experimentalmente. Em essência, deve-se encontrar os conjuntos de constantes (b_1 , b_2 , b_3 ,..... b_n e s_1 , s_2 , s_3 ,..... s_n) mais adequados, de modo a fornecer o melhor ajuste entre os resultados. Para esse ajuste, são empregadas técnicas de minimização, como por exemplo o método dos mínimos quadrados e técnicas de otimização como o algoritmo de Powell.

A utilização do método da estimativa indireta poderá fornecer mais de um conjunto de constantes das formas funcionais que resultem numa boa simulação da distribuição de tamanhos do produto. Neste caso, é necessário que se faça uma verificação, com dados experimentais válidos, para que seja escolhido o conjunto que mais se aproxima da realidade, dentro de variações estatisticamente definidas⁽³⁸⁾.

3.4. Modelamento da Moagem Contínua

Em uma moagem contínua, as várias partículas que entram ao mesmo tempo no moinho seguem diferentes trajetórias até a descarga. Com isso, diferentes partículas permanecerão diferentes tempos no interior do moinho.

Para a simulação de moagem contínua torna-se necessário então, incorporar às funções de quebra já descritas para a moagem descontínua (S_i e $B_{i,j}$) uma função que descreva matematicamente a distribuição desses diferentes tempos em que as partículas estão sendo descarregadas do moinho. Essa distribuição é denominada distribuição de tempo de residência (DTR). No caso de moagem em circuito fechado, deve ser incluído no modelo, o processo de classificação para que possa ser considerada a recirculação de fluxo.

3.4.1. Distribuição de Tempo de Residência

De acordo com LAGUITTON et al.(28), a distribuição do tempo de residência (DTR), expressa por $h(t)$, é tal que $h(t) dt$ representa a fração de material alimentado que permanece no moinho por um tempo entre t e $t + dt$. A área sob a curva da DTR é igual a unidade:

$$\int_0^{\infty} h(t) dt = 1. \quad (45)$$

O tempo de residência médio (τ) das partículas no moinho é dado pela equação:

$$\tau = \frac{W}{F} = \int_0^{\infty} h(t) t dt. \quad (46)$$

Segundo PRASHER(23) e LAGUITTON et al.(28), sob condições normais de operação, a DTR expressa em tempo adimensional $\theta = t / \tau$, permanece praticamente inalterada para moinhos de diferentes diâmetros. A DTR adimensional $H(\theta)$ é definida pela equação:

$$H(\theta) = \tau h(t), \quad (47)$$

cujo valor médio é igual a 1.

As condições de mistura das partículas no interior do moinho pode ser relacionada com a dispersão do tempo de residência em torno do seu valor médio τ . Essa dispersão pode ser quantificada pela variância da distribuição $h(t)$:

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} h(t) (t - \tau)^2 dt. \quad (48)$$

Duas condições ideais limites podem ser identificadas:

- quando não ocorre mistura, todas as partículas estão sujeitas a um mesmo tempo de moagem $t = \tau$ e neste caso, não ocorre dispersão ($\sigma^2 = 0$). Esse comportamento caracteriza a condição "plug flow" e é o que ocorre na moagem descontínua; e
- a outra condição limite é a de misturador perfeito onde o material está perfeitamente homogêneo e o produto na descarga apresenta a mesma distribuição de tamanhos do material contido no interior do moinho(28,39). Nessa condição o desvio padrão é igual ao tempo de residência médio ou $\tau^2 = \sigma^2$.

Numa situação real de moagem contínua, a condição de mistura apresenta um comportamento intermediário entre "plug flow" e misturador perfeito (Figura 6).

3.4.2. Modelos para a Determinação da Distribuição de Tempo de Residência Utilizando Traçadores

A função distribuição de tempo de residência objetiva não só caracterizar as propriedades de transporte mas também as de mistura através do moinho.

Uma técnica utilizada é o emprego de traçadores solúveis em água (NaCl, LiCl, KBr ou CuCl₂) ou traçadores sólidos que são marcados por

irradiação ou por impregnação fluorescente. A escolha de um traçador deve obedecer a cinco critérios:

- não reagir com o minério;
- os elementos que o compõem, não devem estar presentes no minério;
- seja facilmente identificável;
- tenha baixo custo; e
- tenha reduzido risco ao operador.

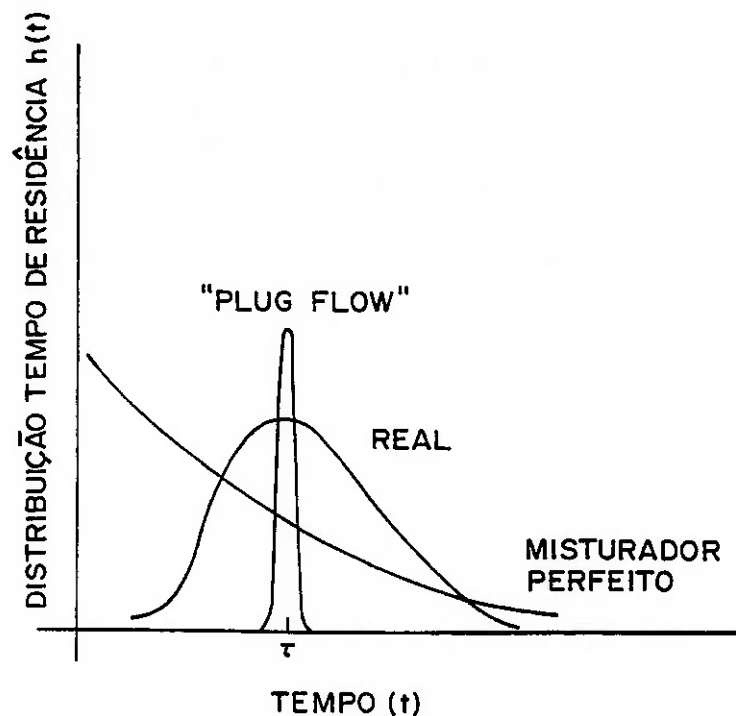


Figura 6 - Distribuições de tempos de residência ideal e real.

Fonte: LAGUITTON, D.; LEUNG, J.; FLAMENT, F.; HOUDOUIN, D.; SPRING, R. - RTD and mixers - computer programs for residence time determination of process units by tracer experiments.

É assumido que o traçador terá as mesmas propriedades de transporte e mistura da polpa no interior do moinho. Dessa forma, um modelo que descreva a variação da concentração do traçador na descarga do moinho $y(t)$ ao longo de um período de tempo t , a partir de uma concentração na alimentação $u(t)$, estimará a distribuição de tempo de residência das partículas.

Dois tipos de modelos são os mais utilizados: modelo de resposta a um impulso e modelo de misturadores perfeitos em série⁽²⁸⁾.

a) modelo de resposta a um impulso

Uma função utilizada para representação da concentração do sinal de entrada $u(t)$ de um traçador é a função impulso $A\delta(t)$ onde $\delta(t)$ é zero para qualquer valor de t , exceto para $t=0$ e A é a amplitude do impulso (quantidade total de traçador injetado ⁽⁴⁰⁾). A concentração $u(t)$ é zero antes do impulso, cresce instantaneamente no momento da injeção do traçador e retorna a zero após o impulso.

A Figura 7, apresenta esse tipo de sinal. Ele representa a fração de tempo Δt para a injeção de uma quantidade T de um traçador, no fluxo da alimentação do moinho e com uma vazão F .

A concentração inicial $u(0)$ é dada por:

$$u(0) = \frac{T}{F\Delta t} \quad (49)$$

como o traçador é conservado, segue que:

$$A = \int_0^{\infty} y(t) dt, \quad (50)$$

dividindo por A :

$$1 = \frac{1}{A} \int_0^{\infty} y(t) dt$$

mas: $\int_0^{\infty} h(t) dt = 1$

$$\int_0^{\infty} h(t) dt = \frac{1}{A} \int_0^{\infty} y(t) dt$$

então: $y(t) = A h(t)$. (51)

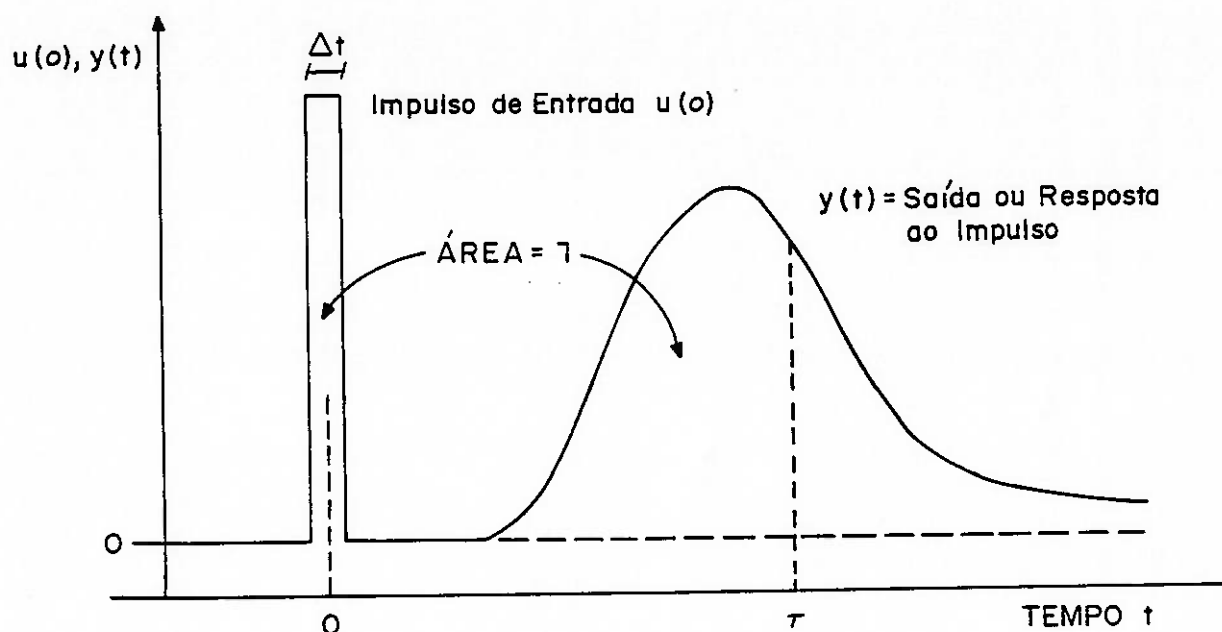


Figura 7 - Representação do impulso (entrada) e da resposta ao impulso (saída).

Fonte: LEVENSPIEL, O. - Chemical reaction engineering.

Quando $A = 1$ (impulso unitário), a curva de concentração $y(t)$ é a resposta ao impulso unitário e equivale ao modelo DTR, $h(t)$. Para qualquer sinal de entrada $u(z)$, o sinal de saída $y(t)$ pode ser calculado por:

$$y(t) = \int_{z=0}^{z=t} u(z) h(t-z) dz \quad (52)$$

ou ainda na sua forma discretizada:

$$y_i = \sum_{j=0}^i u_j h_{i-j} \Delta t \quad (53)$$

onde:

y_i = medida do sinal na saída no instante i ,

h_j = valor da distribuição do tempo de residência no instante j ,

u_j = medida do sinal na entrada no instante j ; e

Δt = intervalo de tempo entre duas amostragens (i e j).

b) modelo misturadores perfeitos em série

Os modelos de misturadores perfeitos em série podem ser de misturadores de volumes iguais, mais simples, ou de volumes diferentes, mais sofisticados.

De acordo com LAGUITTON et al.(28) e LEVENSPIEL(39), no caso de um único misturador perfeito, a concentração do traçador na descarga do moinho é dada por:

$$y(t) = A h(t) = \frac{A}{\tau} \exp(-t/\tau)$$

e

$$\tau h(t) = \exp(-t/\tau). \quad (54)$$

Para n misturadores perfeitos iguais e em série, a equação (54) assume a forma:

$$\tau h(t) = \left(\frac{t}{\tau}\right)^{n-1} \frac{1}{(n-1)!} \exp(-t/\tau). \quad (55)$$

Nestes modelos de misturadores perfeitos em série pode ser adicionado um componente de "plug flow". Neste caso, de acordo com LAGUITTON et al.(28), basta substituir nas equações t por $t-d$, onde d é a diferença entre o tempo zero de adição do traçador e o tempo em que o mesmo começa a ser descarregado do moinho.

Quando o número de misturadores perfeitos em série aumenta, a variância da distribuição de tempo de residência diminui e com isso, há uma tendência para o regime "plug flow".

De acordo com PRASHER(23), experiências realizadas por Weller, em 1980, revelaram que não se obtém um bom ajuste para a DTR utilizando o modelo de misturadores perfeitos iguais e em série. Melhores ajustes são obtidos quando são empregados misturadores perfeitos de diferentes volumes.

Para o caso de três misturadores com volumes V_1 , V_2 e V_3 , respectivamente, tem-se:

$$h(t) = \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} \left[\frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_3} \exp(-t/\tau_1) - \frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_3} \exp(-t/\tau_2) \right] + \left(\frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_3} - \frac{\tau_3}{\tau_1 - \tau_3} \right) \exp(-t/\tau_3) \quad (56)$$

onde: τ_i é o tempo de residência médio do misturador i .

Ainda de acordo com PRASHER(23), um modelo mais sofisticado, desenvolvido por Marchand et al., em 1980, constituído por um misturador perfeito com volume grande, dois misturadores menores e um "plug flow" em série, promove ajustes bastante satisfatórios. Este modelo é expresso por:

$$h(t) = \frac{K_3}{\tau_S + \tau_L} \left\{ \left[\frac{-(t-d)}{\tau_S} - \Omega \right] \exp \left[\frac{-(t-d)}{\tau_S} \right] + \Omega \exp \left[\frac{-(t-d)}{\tau_L} \right] \right\} \quad (57)$$

onde: d , τ_S e τ_L são os tempos de residência médios do "plug flow", de cada misturador perfeito de volume menor e do misturador perfeito de volume maior, respectivamente; $\Omega = \tau_L / (\tau_L - \tau_S)$ e $K_3 = \text{constante}$.

O tempo de residência médio total é dado por:

$$\tau = d + 2\tau_S + \tau_L.$$

3.4.3. Distribuição de Tempo de Residência em Circuito Fechado

No caso de circuito fechado de moagem deve ser levado em consideração a recirculação de material para o moinho. Uma situação típica de recirculação de traçador pode ser esquematizado como mostrado na Figura 8.

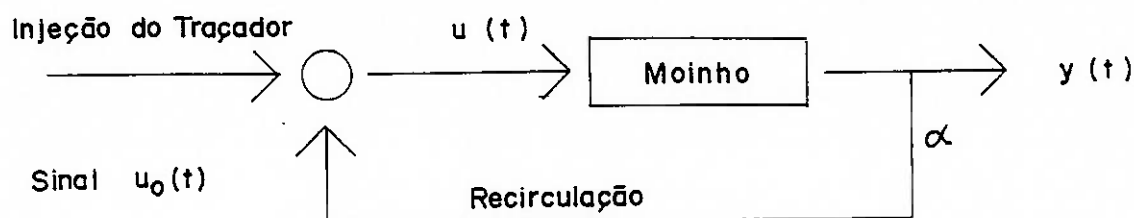


Figura 8 - Recirculação do traçador em circuito fechado de moagem.

Fonte: LAGUITTON, D.; LEUNG, J.; FLAMENT, F.; HOUDOUIN, D.; SPRING, R. - RTD and mixers - computer programs for residence time determination of process units by tracer experiments.

O verdadeiro sinal de entrada é a soma do sinal $u_0(t)$ mais o sinal do traçador recirculado.

De acordo com LAGUITTON et al.(28) em algumas circunstâncias, o fluxo recirculado pode ser considerado como sendo um fluxo que está com um atraso de um tempo d em relação àquele alimentado e que retorna ao moinho uma fração constante do traçador presente na descarga. Para essa situação simplificada:

$$u(t) = u_0(t) + \alpha y(t-d) \quad (58)$$

onde:

α = fração de água (traçador líquido) ou de sólido (traçador sólido) da descarga que retorna à alimentação do moinho; e

d = tempo decorrido entre o instante da injeção do traçador na alimentação e o instante em que o traçador aparece na descarga do moinho.

GARDNER et al.(40) apresentaram um modelo para a determinação da distribuição de tempo de residência em circuito fechado, conforme mostrado na Figura 9, utilizando traçador radioativo.

É assumido que a **DTR** dentro do moinho permanece constante e é igual para todos os tamanhos de partículas.

A concentração do traçador no tempo t na entrada do moinho é $u(t)$ e na descarga, $y(t)$.

A concentração de traçadores nos intervalos de tamanhos i são $C_{SQi}(t)$, $C_{MQi}(t)$, $C_{MPi}(t)$, $C_{SPi}(t)$, e $C_{Ri}(t)$, respectivamente, para a alimentação nova, alimentação do moinho, descarga do moinho, produto da moagem ("overflow" do classificador) e material recirculado. Q e R são as vazões da alimentação nova e do material recirculado; $h(t)$, $M_i(t)$, e W , a distribuição de tempo de

residência, massa de material no intervalo de tamanho i e massa total no interior do moinho ("hold up"), respectivamente e C_i a seletividade do classificador para o intervalo de tamanho i . A seletividade do classificador é definida como sendo a fração de partículas alimentada no classificador que se dirige para o "overflow" ou "underflow". É assumido que o "hold up" na caixa de mistura e no classificador é desprezível e que somente o tempo de residência está restrito ao moinho.

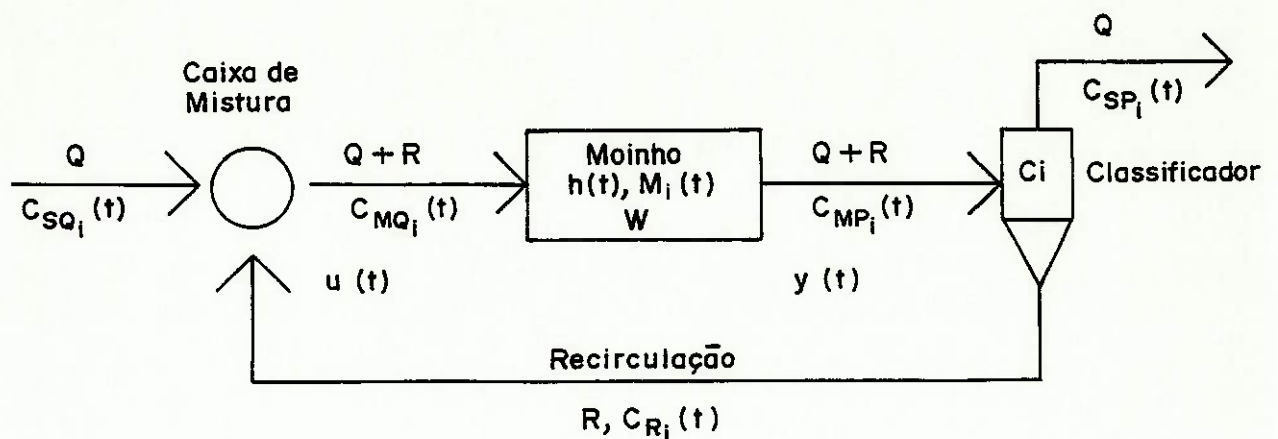


Figura 9 - Circuito de moagem contínua em circuito fechado.

Fonte: GARDNER, R.P.; AISSA, M.; VERGHESE, K. Determination of ball mill residence time distributions from tracer data taken in closed-circuit operation.

Por essa abordagem há duas equações de continuidade que podem ser consideradas: uma na caixa de mistura e outra no classificador.

$$(Q+R) C_{MQi}(t) = R C_{Ri}(t) + Q C_{SQi}(t) \quad i = 1,2,\dots,n \quad (59)$$

$$(Q+R) C_{MPi}(t) = R C_{Ri}(t) + Q C_{SPi}(t) \quad i = 1,2,\dots,n \quad (60)$$

A equação envolvendo a seletividade do classificador é:

$$C_i = Q C_{SPi}(t) / [(Q+R) C_{MPi}(t)] \quad i = 1,2,\dots,n. \quad (61)$$

Combinando essas três equações, pode-se obter uma equação que caracterize a concentração de traçador em torno do moinho:

$$(Q+R)(1-C_i) C_{MPi}(t) = (Q+R) C_{MQi}(t) - Q C_{SQi}(t) \quad i = 1,2,\dots,n. \quad (62)$$

A concentração total de traçador na entrada e na descarga do moinho é dada por:

$$u(t) = \sum_{i=1}^n C_{MQi}(t) \quad (63)$$

e

$$y(t) = \sum_{i=1}^n C_{MPi}(t). \quad (64)$$

A distribuição de tempo de residência $h(t)$ pode ser obtida através da equação (52) :

$$y(t) = \int_{z=0}^{z=t} u(z) h(t-z) dz .$$

3.4.4. Modelos para Moagem Contínua

Na moagem contínua não é possível descrever a distribuição de tamanhos do material contido ao longo de todo o comprimento do moinho. Por esta razão, não podemos ter um modelo massa-tamanho para moagem contínua semelhante aos desenvolvidos para a moagem descontínua.

No entanto, se considerarmos um caso especial em que assumimos que o moinho esteja operando em regime de misturador perfeito, é possível

desenvolver um modelo. Neste caso, a distribuição de tamanhos no produto é a mesma daquela do material contido no interior do moinho.

Para qualquer tempo t , a variação da quantidade de material de tamanho i no interior do moinho é igual a diferença entre as quantidades (percentuais) de material de tamanho i alimentada ao moinho f_i e a contida no produto da descarga p_i menos o desaparecimento de massa devido à moagem e mais a massa de tamanho i gerada a partir de tamanhos maiores. Sejam W , F e P a massa de tamanho i gerada a partir de tamanhos maiores. Sejam W , F e P a massa de material no interior do moinho, a vazão de sólidos na alimentação e a vazão de sólidos na descarga, respectivamente. Então o balanço massa-tamanho pode ser expresso matematicamente por:

$$\frac{dw_i}{dt} = Ff_i - Pp_i - WS_iw_i + W\sum_{j=1}^{i-1} b_{i,j}S_jw_j \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (65)$$

Considerando ainda essa condição ideal em que a DTR é caracterizada por um regime de misturador perfeito, quando a moagem estiver atingido o equilíbrio, obtém-se as seguintes simplificações:

$$F = P; \quad \frac{dw_i}{dt} = 0 \quad e \quad w_i = p_i.$$

Substituindo na equação (65), tem-se:

$$p_i = \frac{f_i + \tau \sum_{j=1}^{i-1} b_{i,j} S_j p_j}{1 + S_i \tau} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (66)$$

onde: $\tau = \frac{W}{F}$ é o tempo de residência médio.

Na prática, como já apresentado nos itens 3.4.1 e 3.4.2, a distribuição de tempo de residência não corresponde àquela de um misturador perfeito. Para

LAGUITTON et al.⁽¹⁰⁾, a DTR pode ser descrita como sendo constituída por dois um mais misturadores perfeitos em série adicionados, a um "plug flow".

Levando em consideração a abordagem que emprega o conceito de energia específica E , desenvolvida por Herbst e Fuerstenau (Centro de Cominuição da Universidade de Utah), de acordo com HERBST;LO⁽³¹⁾, o tempo em que as partículas permanecem no moinho em uma moagem contínua, pode ser relacionado com a energia fornecida ao moinho, através de uma função densidade de energia, dada por:

$$h(\bar{E}) d\bar{E} = h(t) dt \quad (67)$$

e o modelo para a moagem contínua:

$$m_{MP} = \int_0^{\infty} m_{BAT}(\bar{E}) h(\bar{E}) d\bar{E} \quad (68)$$

onde, m_{MP} é uma média de respostas da moagem descontínua, m_{BAT} , ponderada pela distribuição de energia $h(\bar{E})$ alimentada no moinho.

Na abordagem empregada pelo Centro de Pesquisa Mineral Julius Kruttschnitt, de acordo com NARAYANAN⁽⁴¹⁾ e LIRA;KAVETSKY⁽⁴²⁾, no modelo desenvolvido por Whiten, Kavetsky e Narayanan, denominada modelo de multi-segmentos, o moinho é hipoteticamente dividido em M segmentos (seções) e cada segmento é considerado estar operando em regime de misturador perfeito. A equação deste modelo é a mesma apresentada pela equação (66).

No entanto, é adicionado a este modelo o conceito de função específica de descarga G para cada tamanho i , que é definida pela equação:

$$G_i = \frac{p_i}{\tau w_i} \quad (69)$$

Os tempos de residência são introduzidos neste modelo através do princípio de que o "hold up" é proporcional ao volume do moinho sendo o tempo de residência médio uma função da vazão volumétrica da alimentação. Assim, a função específica de descarga, é dada por:

$$G_i = \left(\frac{4 V_z}{D^2 L} \right) G_i^* \quad (70)$$

onde:

V_z = vazão volumétrica de polpa da alimentação;

D = diâmetro do moinho;

L = comprimento do moinho; e

G_i^* = função específica de descarga padronizada.

De acordo com NARAYANAN(41), a função específica de descarga padronizada é igual a unidade para partículas de tamanho "zero" e aproxima-se a zero para partículas de tamanhos grosseiros. Ela é determinada em função da quantidade de partículas maiores que 2 mm.

A função taxa específica de quebra é considerada a mesma para todos os segmentos. A taxa de quebra (t/h) de partículas de tamanho i em cada segmento, $r_i(m)$, é proporcional a quantidade de material de tamanho i em cada segmento $Ww_i(m)$. Essa relação é expressa por:

$$r_i(m) = S_i Ww_i(m). \quad (71)$$

A função distribuição de quebra é determinada com partículas unitárias através de um equipamento dotado com duplo pêndulo e monitorado por computador. Ele fornece a relação entre a energia de quebra e a redução de

tamanho, permitindo ainda, calcular precisamente a energia transferida à partícula pelo mecanismo de impacto^(43,44).

De acordo com LIRA⁽⁴⁵⁾, essa técnica para a determinação da função distribuição de quebra tem vantagem sobre as demais, porque não há a interação com outras partículas e mecanismos de transporte.

4. MATERIAIS E MÉTODOS

4.1. Amostras

As amostras utilizadas no presente trabalho foram coletadas em uma usina piloto instalada pelo Centro de Tecnologia Mineral - CETEM/CNPq na cidade de Ponta Grossa, com o objetivo de beneficiar talco através do processo de flotação e obter produtos para uso nas indústrias de tinta e de papel. No circuito de moagem da usina constava um moinho cujos corpos moedores eram seixos. O minério de talco alimentado à usina foi proveniente de minas localizadas não só no município de Ponta Grossa, como também, dos municípios de Castro e de Bocaiúva do Sul, no Paraná.

Dentre as amostras estudadas foram escolhidas, para o desenvolvimento de modelos de moagem com seixos, cinco minas cujas empresas que pertencem e localizações estão apresentadas, a seguir, no Quadro 1.

Quadro 1 - Amostras das minas estudadas, empresas e localizações.

MINAS	EMPRESA	MUNICÍPIO
Ferradinho	Violani	Bocaiúva do Sul
Flor	Lagoa Bonita	Castro
Barra Moura	Klabin	Ponta Grossa
Pinheiro 3	Giraldi	Ponta Grossa
Armando	Itaiacoca	Ponta Grossa

No estudo envolvendo a mina Barra Moura foram coletadas amostras representativas de dois tipos de talco existentes na área de lavra,

denominadas: Barra Moura Talco Creme (Barra Moura I) e Barra Moura Talco Rosa (Barra Moura II).

4.2. Amostragem

De acordo com o estudo realizado, dois tipos de amostragem foram empregados na coleta de amostras.

No desenvolvimento do modelo para moagem descontínua as amostras foram coletadas em cada uma das pilhas de alimentação da usina.

Foram tomados incrementos em diferentes pontos da pilha que após homogeneização e quarteamento, vieram a constituir uma amostra com aproximadamente 200 kg.

As minas escolhidas para este estudo foram: Ferradinho, Flor, Barra Moura II e Pinheiro 3.

Para desenvolver o modelo da moagem contínua foram tomadas amostras representativas da alimentação e da descarga do moinho, das minas: Ferradinho, Barra Moura I, Barra Moura II e Armando.

Cada uma dessas amostras foi constituída a partir da tomada de incrementos a cada 30 minutos, após o circuito entrar em regime, para uma jornada de trabalho de cerca de 8 horas.

A quantidade de cada amostra era em torno de 10 kg.

Na Figura 10 são mostrados os pontos de amostragem onde foram tomadas as amostras para o desenvolvimento dos modelos para moagens descontínuas e contínuas.

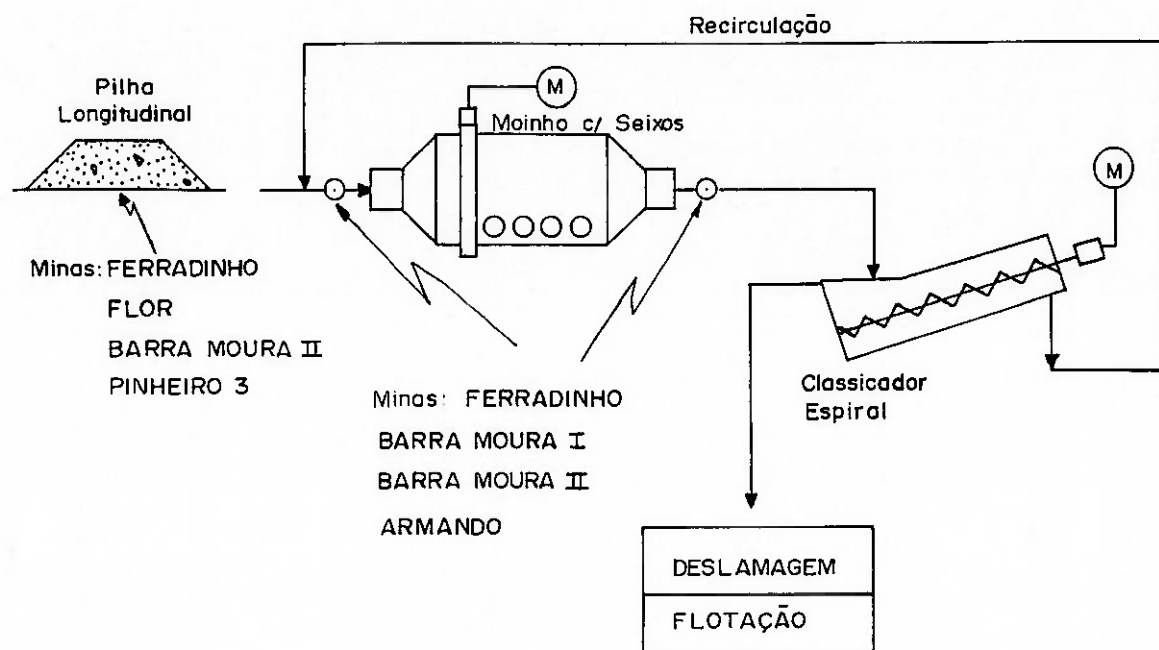


Figura 10 - Pontos de amostragem para a tomada de amostras.

4.3. Preparação das Amostras

As amostras provenientes da pilha de alimentação da usina, destinadas ao desenvolvimento do modelo de moagem descontínua, foram secas ao ar livre, desagregadas manualmente em uma peneira com abertura de 6,680mm, homogeneizadas e quarteadas em pilha tronco de pirâmide tendo sido retomadas as extremidades e redistribuídas sobre a mesma.

Foram retiradas amostras para a realização de ensaios de moagem a seco, para análises granulométricas e químicas e caracterização mineralógica.

As amostras representativas da alimentação e da descarga do moinho nos ensaios contínuos da usina piloto, utilizadas para o desenvolvimento do modelo de moagem contínua, foram preparadas e estudadas da mesma forma que as amostras anteriores, exceto que não foram destinadas amostras para ensaios de moagem.

Na Figura 11, a seguir, estão apresentadas as etapas envolvidas na preparação das amostras e os estudos realizados.

4.3.1. Análises Granulométricas

Nas análises granulométricas realizadas para as amostras representativas de cada uma das minas estudadas e da alimentação e da descarga do moinho dos ensaios em usina piloto foram empregadas quantidades em torno de 1 kg. Já para as amostras das alimentações e dos produtos obtidos nos ensaios de moagem em laboratório, as quantidades variaram de acordo com àquelas utilizadas nestes ensaios, que foram calculadas de modo a proporcionarem um preenchimento intersticial U igual a unidade.

Todas as análises granulométricas foram realizadas a úmido em coluna vibratória por um tempo de peneiramento de 30 minutos. Foram empregadas peneiras com aberturas em milímetros: 3,327; 2,362; 1,651; 1,168; 0,833; 0,589; 0,417; 0,295; 0,208; 0,147; 0,104, 0,074 e 0,053. Os tamanhos menores que 0,053 mm foram analisados através de cicloclassificador que para as condições adotadas, proporcionou separações em 0,0349, 0,0313, 0,0228, 0,0161 e 0,0119 mm. Através de curvas de distribuição granulométrica,

segundo o modelo de Rosin-Rammler, determinou-se as separações nos tamanhos em milímetros: 0,037; 0,026; 0,018, 0,012 e 0,008.

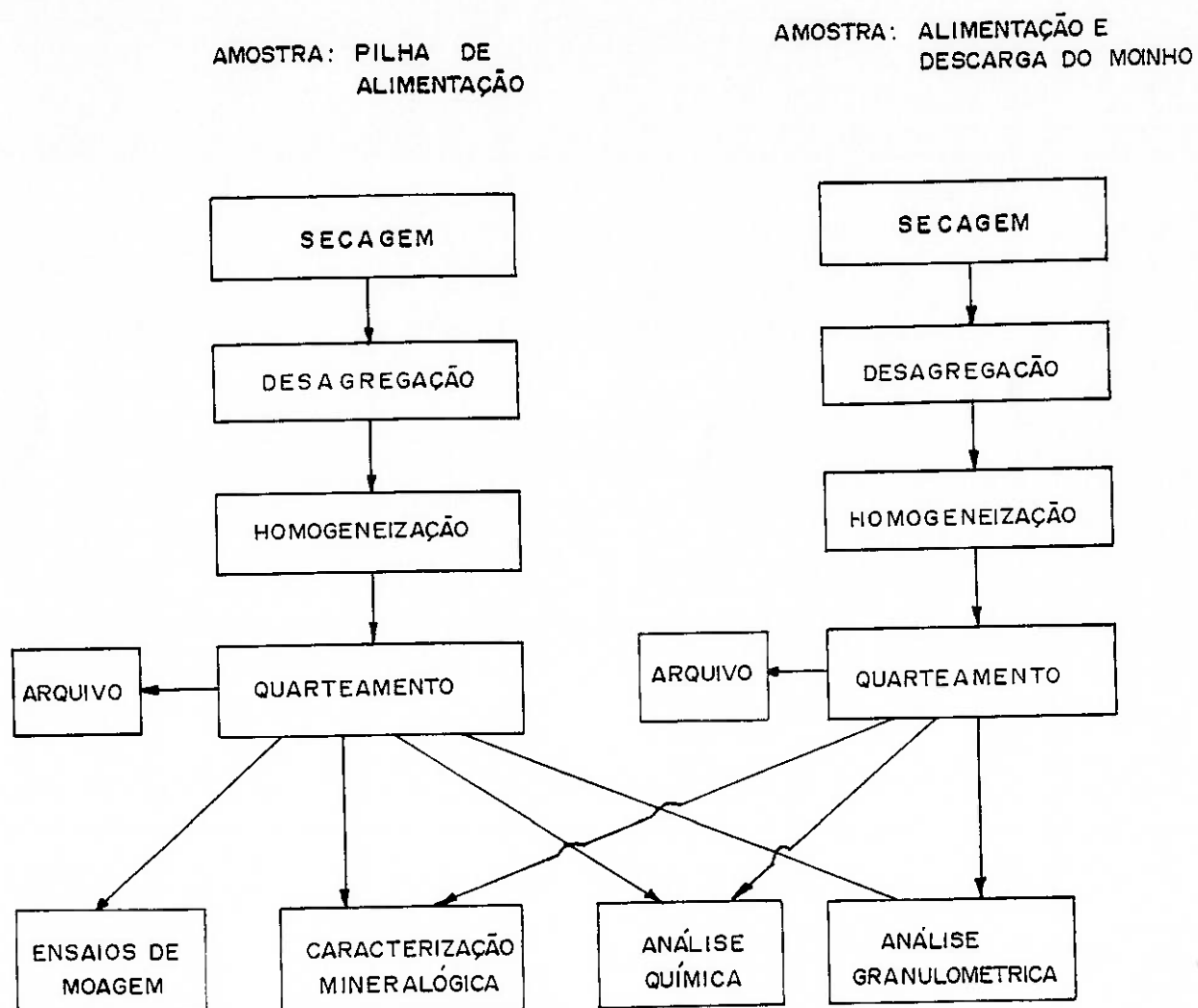


Figura 11 - Etapas de preparação das amostras e estudos realizados.

4.3.2. Análises Químicas

Foi destinado aproximadamente 1 kg de cada uma das amostras representativas das minas para análises químicas. Elas foram cominuídas abaixo de 0,104 mm, homogeneizadas e quarteadas de modo a obter-se uma amostra final de cerca de 100 g.

As análises químicas foram realizadas por via úmida para a identificação dos compostos e características: MgO ; SiO_2 ; Al_2O_3 ; Fe_2O_3 ; CaO ; K_2O ; Na_2O ; MnO ; umidade; perda ao fogo; matérias voláteis e resíduo insolúvel em ácido clorídrico (concentração 1:1 em volume).

4.3.3. Caracterização Mineralógica

Para o estudo de caracterização mineralógica foram utilizadas amostras com cerca de 150 g. Estas foram inicialmente desagregadas através de ultrassom e peneiradas em 0,044 mm. Cada um dos produtos (acima e abaixo de 0,044mm) foi analisado por microscopia ótica e difração de raios X, sendo os resultados encontrados correlacionados e compatibilizados com aqueles obtidos por análises químicas.

4.3.4. Ensaio de Moagem

As especificações dos moinhos empregados na moagem na usina piloto e nos ensaios em laboratório bem como suas condições operacionais são apresentadas a seguir:

a) moagem na usina piloto

O moinho utilizado na usina piloto é da marca DENVER apresentando as seguintes dimensões: 406 mm de diâmetro e 813 mm de comprimento.

As condições operacionais de moagem foram as seguintes:

- velocidade de rotação do moinho: 46 rpm (70% da velocidade crítica);
- volume do moinho ocupado pelos seixos: 40%;
- massa de seixos: 64 kg;
- distribuição de tamanhos dos seixos

faixas de tamanhos (mm)	massa (%)
+ 72	53
72 X 55	26
55 X 39	15
39 X 28	6

- densidade real dos seixos: 2,6;
- percentagem de sólidos na moagem: 40 - 50%;
- vazão de alimentação nova no circuito: 70 - 100 kg/h (seco); e
- carga circulante: 30 - 300%.

b) moagem descontínua

O moinho empregado nos ensaios de moagem descontínua foi construído no CETEM e possui as seguintes dimensões internas: 252 mm de diâmetro e 196 mm de comprimento.

As condições de moagem foram as seguintes:

- moagem a seco;

- velocidade de rotação do moinho: 59 rpm (70% da velocidade crítica);
- volume ocupado pelos seixos: 40%;
- massa de seixos: 6105 g;
- distribuição de tamanhos dos seixos:

faixas de tamanhos (mm)	massa (%)
38,1 X 25,4	53
25,4 X 19,1	26
19,1 X 12,7	15
12,7 X 6,3	6

- densidade real dos seixos: 2,7; e
- quantidade de amostra para $U = 1,0$: em torno de 1100g.

4.4. Programa FINDBS

O programa FINDBS⁽¹⁰⁾ foi desenvolvido no CANMET, Canada Centre for Mineral and Energy Technology e permite a determinação das funções taxa específica de quebra e distribuição de quebra para moagens descontínuas e contínuas.

Os modelos empregados no programa FINDBS são do tipo massa-tamanho utilizando as equações (25) e (66).

Essas equações são colocadas sob a forma matricial. Dessa forma, a matriz coluna de distribuição de tamanhos do produto da moagem P , pode ser obtida através da multiplicação da matriz coluna da alimentação F pela matriz de moagem G_M :

$$P = G_M F \quad (72)$$

A matriz G_M é colocada sob a forma de matriz diagonal da seguinte forma:

$$G_M = Z V Z^{-1} \quad (73)$$

onde V é uma matriz diagonal e Z a matriz gerada pelo produto das matrizes B , I e S , sob a forma $(B-I)S$ sendo B a matriz dos valores $b_{i,j}$ e S a matriz diagonal dos valores S_j e I a matriz identidade.

A matriz V depende somente de S e das propriedades de transporte e mistura no moinho. Para o regime "plug flow":

$$V_{ii} = \exp(-\tau S_i) \quad (74)$$

onde, τ é o tempo de residência médio ou o tempo de moagem (moagem descontínua).

Para regimes com um misturador perfeito:

$$V_{ii} = \frac{1}{1 + \tau S_i} \quad (75)$$

Para moagens contínuas com n misturadores perfeitos em série, mais um "plug flow", a matriz V é dada por:

$$V_{ii} = \exp \left[-S_i \left(\tau - \sum_1^n \tau_n \right) \frac{1}{(1 + \tau_1 S_i)(1 + \tau_2 S_i) \dots (1 + \tau_n S_i)} \right] \quad (76)$$

onde τ_n é o tempo de residência médio do n-ésimo misturador e τ é o tempo de residência médio total.

As funções distribuições de quebra e taxa específica de quebra podem ser alimentadas ao programa sob a forma de matriz ou através de formas funcionais. A representação através de matriz implica na criação de arquivos de dados constituídos pelos valores de $B_{i,j}$ e S_i . Os valores dessas funções podem ser estimados de duas formas:

- estimativa direta a partir de ensaios de moagem com um único intervalo de tamanhos, como por exemplo, a adoção do método desenvolvido por Herbst e Fuerstenau⁽³⁵⁾ e
- estimativa indireta (retro-cálculo) com a utilização de formas funcionais que descrevem a variação dos parâmetros das funções B e S com o tamanho das partículas.

No programa FINDBS são apresentadas as seguintes opções de formas funcionais para a estimativa das funções B e S (equações 39 a 44):

a) equações para a função distribuição de quebra:

1) $B_{i,j}$ padronizado e representado por 3 constantes (b_1 , b_2 e b_3):

$$B_{i,j} = b_1(x_i / x_j)^{b_2} + [1 - b_1] (x_i / x_j)^{b_3} \quad (39)$$

2) $B_{i,j}$ não padronizado e representado por 4 constantes (b_1 , b_2 , b_3 e b_4):

$$B_{i,j} = b_1 (1/x_j)^{b_4} (x_i / x_j)^{b_2} + [1 - b_1(1/x_j)^{b_4}] (x_i / x_j)^{b_3} \quad (40)$$

3) $B_{i,j}$ não padronizado e representado por 6 constantes (b_1 , b_2, \dots, b_6):

$$B_{i,j} = b_1 (1/x_j)^{b_4} (x_i / x_j)^{e_1} + [1 - b_1(1/x_j)^{b_4}] (x_i / x_j)^{e_2} \quad (41)$$

onde: $e_1 = b_2 + b_5 \ln(x_j) / \ln(R_p)$; e

$$e_2 = b_3 + b_6 \ln(x_j) / \ln(R_p)$$

sendo R_p a razão das aberturas de peneiras sucessivas.

b) equações para a função taxa específica de quebra:

1) S_i representado por 2 constantes (s_1 e s_2):

$$S_i = s_1 (x_i)^{s_2} \quad \text{ou}$$

$$\ln(S_i) = \ln(s_1) + s_2 \ln(x_i) \quad (42)$$

2) S_i representado por três constantes (s_1 , s_2 e s_3):

$$\ln(S_i) = \ln(s_1) + s_2 \ln(x_i) + s_3 [\ln(x_i)]^2 \quad (43)$$

3) S_i representado por mais de 3 constantes (s_1 , s_2 , s_3 , s_n):

$$\ln(S_i) = \ln(s_1) + s_2 \ln(x_i) + s_3 [\ln(x_i)]^2 + \dots s_n [\ln(x_i)]^{n-1}. \quad (44)$$

Dependendo da complexidade da forma da curva são utilizadas formas funcionais de maior grau.

As formas funcionais escolhidas deverão ser aquelas que apresentem maior concordância entre os resultados simulados e os obtidos experimentalmente.

O programa FINDBS tem por objetivo estimar as constantes b_1 , b_2 , b_3 , b_4 , e s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , das formas funcionais escolhidas.

Essa estimativa dos valores das constantes é realizada através da minimização de uma função de erro, utilizando-se um dos seguintes métodos:

$$a) Er = \sum_{i=1}^n (w_i - \hat{w}_i)^2; \quad (77)$$

$$b) Er = \sum_{i=1}^n (w_i - \hat{w}_i)^2 / \hat{w}_i \text{ (Qui Quadrado); e} \quad (78)$$

$$c) Er = \sum_{i=1}^n \text{Peso}_i (w_i - \hat{w}_i)^2 \text{ (forma ponderada).} \quad (79)$$

onde Er é a função erro, n é o número de intervalos de tamanhos e w_i e \hat{w}_i são os valores experimentais e obtidos por simulação (estimados) da massa de material no intervalo de tamanho i, respectivamente.

A técnica usual para minimizar a função erro com respeito a algumas variáveis é resolver o conjunto de equações obtidas pela diferenciação da função com respeito a cada variável e igualando a derivada a zero.

No presente caso, os valores das constantes desconhecidas podem ser obtidas pela resolução do seguinte sistema de equações:

$$\frac{\delta Er}{\delta b_k} = 0 \quad (80)$$

$$\frac{\delta Er}{\delta s_k} = 0 \quad (81)$$

onde k = 1, 2, 3, 4, dependendo das formas funcionais escolhidas.

Esse sistema é fortemente não linear e de difícil resolução. Então, no programa FINDBS é incorporado uma rotina que contém o algoritmo de Powell caracterizado por ser um método que não envolve o cálculo formal das derivadas.

O programa requer também a distribuição do tempo de residência. Foi adotado neste trabalho o modelo constituído por três misturadores perfeitos e

um "plug flow", cujo tempo de residência médio foi distribuído da seguinte forma:

20% para o primeiro misturador perfeito;

30% para o segundo misturador perfeito;

20% para o terceiro misturador perfeito; e

30% para o "plug flow".

O programa FINDBS foi desenvolvido para operar em micro computador.

4.5. Metodologia Adotada para os Ensaios de Moagem

a) moagem descontínua

Como já mencionado, a amostra da mina Ferradinho foi a escolhida para a determinação das funções taxa específica de quebra e distribuição de quebra, constituintes do modelo, sendo as demais amostras destinadas para a calibração e para a verificação da validade deste modelo para o minério de talco de outras procedências (minas Flor, Barra Moura II e Pinheiro 3).

Na estimativa dos valores dessas funções foi estudado o método da estimativa indireta (retro-cálculo).

Para a aplicação deste método, LAGUITTON et al.⁽¹⁰⁾, recomendam que a amostra (mina Ferradinho) seja preparada de modo a formar três ou quatro conjuntos de amostras constituídas por diferentes intervalos de tamanhos, mas que abranja todos os intervalos da amostra inicial. Dessa forma, a amostra apresentará três ou quatro "top sizes", os quais não recebem a contribuição de quebra de partículas mais grosseiras.

Os mesmos autores ainda, sugerem a distribuição de tamanhos e os tempos de moagem para cada conjunto.

Assim, os ensaios de moagem foram realizados de acordo com as condições mostradas na Tabela 1.

A alimentação e os produtos de cada moagem foram submetidos a análises granulométricas utilizando-se peneiras e cicloclassificador. Os resultados obtidos no cicloclassificador foram compatibilizados com àqueles das peneiras, através de curvas de distribuição granulométrica, segundo o modelo de Rosin-Rammler.

Os resultados dessas análises são os dados de entrada no programa FINDBS para a estimativa das funções distribuição de quebra e taxa específica de quebra. A partir da comparação entre os resultados de moagem obtidos experimentalmente e simulados, pode-se estabelecer quais as formas funcionais mais adequadas para essas funções para a amostra da mina Ferradinho.

Com cada uma das amostras destinadas à calibração do modelo foram realizados ensaios de moagem utilizando-as tal qual em diferentes tempos de moagem (5, 10 e 15 minutos). Foram dados de entrada no programa FINDBS os resultados de análises granulométricas da alimentação e dos produtos de cada ensaio de moagem e as funções de quebra determinadas a partir da amostra da mina Ferradinho. Caso os produtos simulados sejam concordantes com os obtidos experimentalmente, estarão definidas as funções de quebra para a moagem descontínua. Caso contrário, outras formas funcionais deverão ser avaliadas, até que se obtenham valores ajustados.

Tabela 1 - Distribuição de tamanhos e os tempos de moagem para cada conjunto.

Conjuntos	Faixas Granulométricas (mm)	Massas Retidas (%)	Tempos/Conjunto (min.)
1	+2,362	64,2	1,5;2,5 e 4,5
	2,362 X 1,651	20,4	
	1,651 X 1,168	15,4	
2	1,168 X 0,833	67,4	1,5;2,5 e 4,5
	0,833 X 0,589	20,2	
	0,589 X 0,417	10,1	
3	0,417 X 0,295	54,8	2,0;4,0 e 6,0
	0,295 X 0,208	24,7	
	0,208 X 0,147	20,5	
4	0,147 X 0,104	48,4	2,5;4,0 e 7,5
	0,104 X 0,074	26,0	
	-0,074	25,6	

b) moagem contínua

A função distribuição de quebra independe das condições operacionais portanto, para a moagem contínua, ela será a mesma daquela obtida para a moagem descontínua.

Torna-se necessário então, fazer a determinação das funções taxa específica de quebra e distribuição de tempo de residência.

Para esse estudo, da mesma forma que no anterior, foi escolhido o ensaio de moagem em usina piloto envolvendo a amostra da mina Ferradinho,

sendo que os demais ensaios, com as amostras das minas Barra Moura I e Barra Moura II, foram destinados para a calibração do modelo. O ensaio com a amostra da mina Armando foi destinado para verificar a validade do modelo proposto.

Com as amostras representativas da alimentação e da descarga do moinho foram realizadas análises granulométricas utilizando peneiras e cicloclassificador.

Na estimativa da distribuição de tempo de residência foi adotada a técnica empregada por LAGUITTON et al.⁽¹⁰⁾ que consiste em estimar o tempo de residência médio através de uma fórmula empírica dada por:

$$\tau = \frac{1}{F} \cdot 1000 \text{ (minutos)} \quad (82)$$

onde F deve ser expresso em quilos ou em toneladas por hora.

Na Tabela 2, a seguir, tem-se os valores das vazões referentes às alimentações nova e na entrada do moinho.

Tabela 2 - Vazões referentes às alimentações nova e na entrada do moinho encontradas nos ensaios contínuos de moagem.

Minas	Alimentação Nova (kg/h)	Alimentação no Moinho (kg/h)
Ferradinho	130,3	423,4
Barra Moura I	108,0	307,4
Barra Moura II	124,1	150,9
Armando	72,8	250,3

Dessa forma, tem-se os seguintes tempos de residência médio para os ensaios em usina piloto (Tabela 3):

Tabela 3 - Estimativa do tempo de residência médio para os ensaios em usina piloto.

Minas	Tempo de Residência Médio τ (min.)
Ferradinho	2,36
Barra Moura I	3,25
Barra Moura II	6,62
Armando	4,00

A estimativa do tempo de residência médio juntamente com a função distribuição de quebra definida para a moagem descontínua e os resultados das análises granulométricas da alimentação e da descarga do moinho são dados de entrada no programa FINDBS.

Com a amostra da mina Ferradinho, como já mencionado, foi realizada uma primeira tentativa de determinação da função taxa específica de quebra, escolhendo uma forma funcional que proporcione a melhor concordância entre os valores obtidos para o produto simulado e aqueles encontrados experimentalmente nos ensaios realizados na usina piloto.

Com as demais amostras, Barra Moura I e Barra Moura II, foi avaliada a função taxa específica de quebra determinada para a amostra da mina Ferradinho, sendo este dado de entrada ao programa FINDBS juntamente com a estimativa do tempo de residência médio e os resultados de análises granulométricas da alimentação e da descarga do moinho de cada amostra em questão. Obtendo-se dados ajustados entre os valores obtidos experimentalmente e os simulados, fica definida num primeiro momento, as funções de quebra da moagem contínua. Caso contrário novas formas funcionais deverão ser avaliadas.

Finalmente, com a amostra da mina Armando foi realizada uma análise final do modelo utilizando as funções de quebra definidas anteriormente juntamente com a estimativa do seu tempo de residência médio e os resultados de análises granulométricas da alimentação e da descarga do moinho da usina piloto.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1. Análises Químicas

Os resultados de análises químicas, via úmida, das seis amostras representativas das minas estudadas estão apresentados na Tabela 4, a seguir:

Tabela 4 - Análises químicas das amostras representativas das minas estudadas.

COMPOSTOS / CARACTERÍS- TICAS	FERRADINHO (%)	FLOR (%)	BARRA MOURA I (%)	BARRA MOURA II (%)	PINHEIRO 3 (%)	ARMANDO (%)
MgO	33,0	25,5	26,4	20,7	19,7	23,8
SiO ₂	57,0	63,5	60,5	64,0	68,5	64,7
Al ₂ O ₃	1,4	2,6	2,7	4,2	2,3	2,1
Fe ₂ O ₃	0,15	0,62	0,90	1,90	1,50	1,35
CaO	1,1	0,89	1,3	1,4	1,4	2,28
K ₂ O	<0,1	0,29	<0,1	0,14	0,11	0,04
Na ₂ O	2,2	1,9	2,3	1,7	1,8	0,14
MnO	0,02	0,03	0,05	0,09	0,24	0,03
umidade	0,42	0,40	0,53	0,78	0,42	0,34
perda ao fogo	5,1	4,4	5,4	5,6	4,2	5,4
mat. volátil	4,5	3,8	4,1	4,2	3,6	3,9
resíduo insolúvel*	91,3	92,5	89,9	87,5	90,9	90,1

*Resíduo insolúvel em ácido clorídrico, concentração 1:1 em volume

As amostras são constituídas predominantemente por SiO₂ e MgO, alcançando juntos, teores da ordem de 90%, sendo que a mina que contém

maior teor em MgO, tem o menor teor em SiO₂ e vice-versa. A mina Ferradinho apresenta o maior teor em MgO (33,0%) e a mina Pinheiro 3, maior teor em SiO₂ (68,5%).

5.2 Análises Granulométricas

As análises granulométricas das amostras coletadas na pilha da alimentação da usina piloto e na alimentação e na descarga do moinho têm seus resultados apresentados nas Tabelas 5, 6 e 7.

A mina Ferradinho coletada na pilha da alimentação da usina piloto é aquela que apresenta a distribuição de tamanhos mais grosseira, com a menor quantidade de finos (- 0,037 mm) e a mina Pinheiro 3 tem a maior quantidade de finos.

A mina Ferradinho apresenta, tanto na alimentação quanto na descarga do moinho, a distribuição de tamanhos mais grosseira e a mina Barra Moura II possui uma maior quantidade de finos (- 0,008 mm).

Tabela 5 - Análises granulométricas das amostras coletadas na pilha de alimentação da usina piloto.

MINAS E MASSAS RETIDAS (%)				
FRAÇÃO GRANULOMÉTRICA (mm)	FERRADINHO	FLOR	BARRA MOURA II	PINHEIRO 3
3,327 X 2,362	17,7	-	-	-
2,362 X 1,651	12,0	-	-	-
1,651 X 1,168	12,3	-	-	-
1,168 X 0,833	8,5	-	-	-
0,833 X 0,589	5,7	-	-	-
0,589 X 0,417	5,9	-	-	-
0,417 X 0,295	4,3	-	-	-
0,295 X 0,208	3,9	-	-	-
0,208 X 0,147	4,6	6,0	2,5	3,0
0,147 X 0,104	2,0	3,0	1,0	1,5
0,104 X 0,074	2,3	6,0	2,5	2,5
0,074 X 0,053	1,8	7,0	10,0	4,0
0,053 X 0,037	2,0	11,0	6,0	9,0
- 0,037	17,0	67,0	78,0	80,0

Tabela 6 - Análises granulométricas das amostras coletadas na alimentação do moinho da usina piloto.

MINAS E MASSAS RETIDAS (%)				
FRAÇÃO GRANULOMÉTRICA (mm)	FERRADINHO	BARRA MOURA I	BARRA MOURA II	ARMANDO
0,208 X 0,147	51,5	41,5	9,1	34,2
0,147 X 0,104	16,8	13,3	5,7	13,0
0,104 X 0,074	5,6	6,5	5,4	10,4
0,074 X 0,053	2,4	3,3	4,9	7,5
0,053 X 0,037	0,3	0,8	2,3	1,3
0,037 X 0,026	1,6	2,4	3,3	2,1
0,026 X 0,018	3,7	4,8	6,9	4,8
0,018 X 0,012	2,0	2,6	4,2	3,4
0,012 X 0,008	2,2	2,9	5,5	4,2
- 0,008	13,9	21,9	52,7	19,1

Tabela 7 - Análises granulométricas das amostras coletadas na descarga do moinho da usina piloto.

MINAS E MASSAS RETIDAS (%)				
FRAÇÃO GRANULOMÉTRICA (mm)	FERRADINHO	BARRA MOURA I	BARRA MOURA II	ARMANDO
0,208 X 0,147	37,9	27,9	5,2	21,3
0,147 X 0,104	17,5	13,9	4,2	12,6
0,104 X 0,074	7,2	8,7	4,9	10,7
0,074 X 0,053	3,8	5,9	5,2	8,5
0,053 X 0,037	1,4	1,4	2,5	2,6
0,037 X 0,026	2,3	3,6	2,8	2,5
0,026 X 0,018	3,2	4,2	5,1	3,3
0,018 X 0,012	2,8	3,6	4,5	21,3
0,012 X 0,008	3,1	3,8	4,7	12,6
- 0,008	20,8	27,0	60,9	31,3

5.3. Caracterização Mineralógica

Na Tabela 8 está apresentada a composição mineralógica semiquantitativa das seis amostras representativas das minas de talco estudadas.

Neste estudo ficou constatado uma predominância dos minerais de talco e de quartzo, sendo que o talco nas frações granulométricas finas apresenta-se sob a forma lamelar e nas frações mais grosseiras, na forma de aglomerados resistentes à desagregação no ultra-som. Foram identificados em

pequenas quantidades a caolinita e a tremolita e em quantidades ainda menores, óxido de ferro hidratado, óxido de manganês e zirconita.

Tabela 8 - Composição mineralógica semiquantitativa das seis amostras representativas das minas de talco.

MINERAIS	FERRADINHO (%)	FLOR (%)	BARRA MOURA I (%)	BARRA MOURA II (%)	PINHEIRO 3 (%)	ARMANDO (%)
Talco	72,0	70,0	70,0	55,0	55,0	72,0
Quartzo	20,0	22,0	20,0	35,0	35,0	20,0
Tremolita	4,5	3,5	4,5	3,5	5,5	3,5
Caolinita	3,0	4,0	5,0	6,0	4,0	4,0
Outros*	<0,5	<0,5	<0,5	<0,5	<0,5	<0,5

*Óxido de Ferro Hidratado, Óxido de Manganês e Zirconita

5.4. Ensaio de Moagem

5.4.1. Modelamento da Moagem Descontínua

Os resultados obtidos nos ensaios de moagem utilizando o método indireto para os quatro conjuntos de materiais baseados na Tabela 1 vieram a formar os dados de entrada do programa FINDBS que, utilizando as formas funcionais representadas pelas equações (39) e (42), determinou os valores das funções taxa específica de quebra e distribuição de quebra.

$$B_{ij} = b_1(x_i / x_j)^{b_2} + [1 - b_1] (x_i / x_j)^{b_3} \quad (39)$$

$$\ln(S_i) = \ln(s_1) + s_2 \ln(x_i) \quad (42)$$

Nas Tabelas 9A, 9B, 9C, 9D e 10 e Anexo 1 são apresentados os resultados encontrados para os valores observados (experimentais) e simulados pelo modelo, bem como os valores das constantes das formas funcionais (equações 39 e 42).

Tabela 9A - Resultados obtidos na moagem (observados e simulados) em escala descontínua para diferentes tempos. Conjunto 1 de material da mina Ferradinho.

Conjunto 1							
Fração Granulométrica (mm)	Massas Retidas (%)						
	Alimentação	t = 1,5 min.		t = 2,5 min.		t = 2,5 min.	
		Obs.	Simul.	Obs.	Simul.	Obs.	Simul.
3,327 X 2,362	64,2	13,05	22,91	7,86	11,52	3,33	2,92
2,362 X 1,651	20,4	28,00	21,17	19,22	16,01	10,26	7,17
1,651 X 1,168	15,4	19,32	17,52	19,51	15,93	15,80	10,31
1,168 X 0,833	-	7,77	8,04	10,04	10,21	11,61	9,92
0,833 X 0,589	-	5,40	4,35	7,30	6,38	9,97	8,01
0,589 X 0,417	-	3,76	3,00	6,02	4,51	8,21	6,31
0,417 X 0,295	-	2,31	2,45	3,56	3,67	5,02	5,26
0,295 X 0,208	-	1,91	2,16	2,80	3,22	4,32	4,66
0,208 X 0,147	-	2,28	1,93	3,26	2,91	4,84	4,27
0,147 X 0,104	-	1,11	1,74	1,63	2,64	2,71	3,95
0,104 X 0,074	-	1,10	1,56	1,55	2,39	2,19	3,64
0,074 X 0,053	-	0,96	1,41	1,48	2,17	2,08	3,35
0,053 X 0,037	-	1,20	1,26	1,36	1,95	2,46	3,07
0,037 X 0,026	-	0,34	1,13	0,37	1,76	0,50	2,79
0,026 X 0,018	-	1,23	1,01	1,67	1,58	2,13	2,53
0,018 X 0,012	-	0,69	0,90	0,92	1,42	1,27	2,29
- 0,012	-	9,57	7,37	11,45	11,75	13,30	19,53

Tabela 9B - Resultados obtidos na moagem (observados e simulados) em escala descontínua para diferentes tempos. Conjunto 2 de material da mina Ferradinho.

Conjunto 2							
Fração Granulométrica (mm)	Massas Retidas (%)						
	Alimentação	t = 1,5 min.		t = 2,5 min.		t = 2,5 min.	
		Obs.	Simul.	Obs.	Simul.	Obs.	Simul.
1,168 X 0,833	69,7	32,15	36,55	26,16	23,76	13,52	10,05
0,833 X 0,589	20,2	21,59	24,09	21,11	21,98	19,34	15,16
0,589 X 0,417	10,1	14,33	14,53	15,68	15,57	16,99	14,48
0,417 X 0,295	-	5,02	5,15	6,14	7,51	7,97	9,89
0,295 X 0,208	-	3,57	2,71	4,88	4,27	7,06	6,53
0,208 X 0,147	-	2,96	1,94	3,27	3,04	4,68	4,79
0,147 X 0,104	-	1,50	1,63	1,98	2,53	2,75	3,96
0,104 X 0,074	-	1,29	1,44	1,49	2,24	2,25	3,50
0,074 X 0,053	-	1,35	1,29	1,57	2,01	2,22	3,18
0,053 X 0,037	-	1,74	1,15	2,04	1,81	2,49	2,89
0,037 X 0,026	-	0,29	1,03	0,30	1,63	0,66	2,63
0,026 X 0,018	-	1,35	0,92	1,58	1,46	1,70	2,39
0,018 X 0,012	-	0,81	0,83	0,94	1,31	1,20	2,16
- 0,012	-	12,05	6,74	12,86	10,87	17,17	18,38

Tabela 9C - Resultados obtidos na moagem (observados e simulados) em escala descontínua para diferentes tempos. Conjunto 3 de material da mina Ferradinho.

Conjunto 3							
Fração Granulométrica (mm)	Massas Retidas (%)						
	Alimentação	t = 2,0 min.		t = 3,0 min.		t = 6,0 min.	
		Obs.	Simul.	Obs.	Simul.	Obs.	Simul.
0,417 X 0,295	54,8	34,05	31,96	31,56	24,41	25,63	10,87
0,295 X 0,208	24,7	22,55	24,60	21,81	22,91	22,00	16,17
0,208 X 0,147	20,5	13,76	20,84	14,81	20,43	15,58	17,53
0,147 X 0,104	-	6,22	5,68	6,72	7,65	7,16	10,84
0,104 X 0,074	-	3,66	2,58	4,13	3,75	4,93	6,49
0,074 X 0,053	-	2,40	1,70	2,75	2,47	3,24	4,43
0,053 X 0,037	-	2,23	1,39	2,56	2,00	3,13	3,53
0,037 X 0,026	-	0,42	1,22	0,52	1,75	0,57	3,08
0,026 X 0,018	-	1,07	1,08	1,27	1,56	1,45	2,77
0,018 X 0,012	-	0,80	0,97	0,86	1,40	0,97	2,51
- 0,012	-	12,84	7,97	13,01	11,67	15,34	21,78

Tabela 9D - Resultados obtidos na moagem (observados e simulados) em escala descontínua para diferentes tempos. Conjunto 4 de material da mina Ferradinho.

Conjunto 4							
Fração Granulométrica (mm)	Massas Retidas (%)						
	Alimentação	t = 2,5 min.		t = 4,0 min.		t = 7,5 min.	
		Obs.	Simul.	Obs.	Simul.	Obs.	Simul.
0,147 X 0,104	48,4	22,08	31,73	20,51	24,63	16,10	13,64
0,104 X 0,074	26,0	21,74	25,08	20,22	23,39	19,17	18,34
0,074 X 0,053	25,6	24,25	24,51	24,93	23,54	23,09	20,60
0,053 X 0,037	-	9,69	5,16	10,42	7,40	12,87	10,64
0,037 X 0,026	-	0,98	2,16	1,03	3,36	1,18	5,73
0,026 X 0,018	-	2,40	1,37	2,66	2,14	3,28	3,73
0,018 X 0,012	-	1,38	1,11	1,53	1,71	1,81	2,94
- 0,012	-	17,48	8,89	18,70	13,83	22,50	24,39

Tabela 10 - Valores das constantes das formas funcionais.

CONSTANTES	VALORES
b ₁	0,54
b ₂	5,26
b ₃	0,34
s ₁	0,40
s ₂	0,45

Os resultados mostraram que não houve um ajuste satisfatório entre os valores observados e simulados pelo modelo.

Isso pode ser atribuído a variação da função taxa específica de quebra com o tempo de moagem, não sendo verificada portanto, a condição de 1ª ordem, considerada nas equações (25) e (66) nos modelos massa-tamanho. Na Tabela 11 são apresentados os valores para o primeiro intervalo granulométrico (S_1), calculados de acordo com a equação (17).

Tabela 11 - Valores da função taxa específica de quebra para o primeiro intervalo granulométrico (S_1) - mina Ferradinho.

CONJUNTO	TEMPOS DE MOAGEM (min.)	VALORES DE S_1
1	1,5	1,00
	2,5	0,84
	4,5	0,66
2	1,5	0,52
	2,5	0,39
	4,5	0,36
3	2,0	0,24
	3,0	0,18
	6,0	0,13
4	2,5	0,31
	4,0	0,21
	7,5	0,15

Esses resultados vêm a confirmar estudos realizados por BEKE⁽⁶⁾, AUSTIN et al.⁽¹⁶⁾ e RAJAMANI;GUO⁽⁴⁶⁾ onde verificaram que a taxa específica de quebra pode decrescer com o aumento do tempo de moagem.

Segundo esses autores, isso pode ocorrer devido, principalmente, às partículas finas recobrirem aquelas mais grosseiras promovendo um efeito de amortecimento ou então, às partículas finas formarem aglomerados com alta resistência à quebra.

Novos ensaios foram então realizados visando estabelecer uma nova equação que determinasse a função taxa específica de quebra variando com o tempo de moagem.

Como a função distribuição de quebra independe das condições operacionais, segundo muitos autores (apud HERBST;LO⁽³¹⁾ e OBLAD ⁽³²⁾), esta foi definida, de acordo com a equação (39), como sendo:

$$B_{i,j} = 0,54 \left(\frac{x_i}{x_j} \right)^{5,26} + (1-0,54) \left(\frac{x_i}{x_j} \right)^{0,34} \quad (83)$$

5.4.1.1. Função Taxa Específica de Quebra Variando com o Tempo de Moagem

Estudos realizados por BEKE⁽⁶⁾ mostraram que a função taxa específica de quebra como uma função exponencial do tempo de moagem.

Com uma amostra representativa da mina Ferradinho foram programados ensaios de moagem com tempos de 2, 6, 10, 15 e 20 minutos.

A partir dos resultados obtidos nesses ensaios e tendo por base os estudos realizados por Beke, foi determinada uma função taxa específica de quebra variando com o tempo de moagem.

Dessa forma, na equação (42) os valores das constantes s_1 e s_2 seriam determinados por:

$$s_1 = k_1 \exp(k_2 t) \quad (84)$$

$$s_2 = k_3 \exp(k_4 t^2) \quad (85)$$

Através de minimização e otimização os valores obtidos para k_1 , k_2 , k_3 e k_4 estão apresentados na Tabela 12, a seguir:

Tabela 12 - Valores das constantes k_1 , k_2 , k_3 e k_4 para a moagem descontínua - mina Ferradinho.

CONSTANTES	VALORES
k_1	0,3577
k_2	-0,0250
k_3	0,5287
k_4	0,00067

A equação da função taxa específica de quebra variando com o tempo de moagem descontínua resulta em:

$$\ln S_i = \ln [0,3577 \exp(-0,0250 t)] + 0,5287 \exp(0,00067 t^2) \ln(x_i) \quad (86)$$

Na Tabela 13 estão apresentados os valores de s_1 e s_2 , que são dados de entrada para o programa FINDBS na simulação dos ensaios de moagem realizados com a amostra da mina Ferradinho.

Tabela 13 - Valores das constantes s_1 e s_2 - mina Ferradinho.

CONSTANTES	TEMPO DE MOAGEM				
	2 min.	6 min.	10 min.	15 min.	20 min.
s_1	0,3402	0,3079	0,2785	0,2458	0,2170
s_2	0,5301	0,5416	0,5653	0,6147	0,6912

Os resultados encontrados para os valores observados e simulados nos ensaios de moagem com a mina Ferradinho com o tempo de moagem variando de 2 a 20 minutos estão mostrados na Tabela 14, na página a seguir, Figura 12 e Anexo 2.

Visando verificar a validade do modelo foram realizadas simulações com o talco de outras minas (Flor, Barra Moura II e Pinheiro 3) com tempos de moagem de 5, 10 e 15 minutos. Na Tabela 15, estão apresentados os valores das constantes s_1 e s_2 para estes tempos de moagem.

Na Tabela 16, Figuras 13, 14 e 15 e Anexo 3 são apresentados os resultados obtidos.

Tabela 15 - Valores das constantes s_1 e s_2 para as minas Flor, Barra Moura II e Pinheiro 3.

CONSTANTES	TEMPO DE MOAGEM		
	5 min.	10 min.	15 min.
s_1	0,3157	0,2785	0,2458
s_2	0,5376	0,5653	0,6147

Tabela 14 - Resultados obtidos nos ensaios de moagem (observados e simulados) em escala descontínua - mina Ferradinho.

Fração Granulométrica (mm)	Alimentação	Massas Retidas (%)												
		t = 2 min.		t = 6 min.		t = 10 min.		t = 15 min.		t = 20 min.				
		Obs.	Simul.	Obs.	Simul.	Obs.	Simul.	Obs.	Simul.	Obs.	Simul.			
+ 2,362	17,7	5,1	4,9	0,9	0,5	0,3	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2,362 X 1,651	12,0	8,5	7,6	2,3	1,9	0,5	0,5	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
1,651 X 1,168	12,3	9,4	9,4	3,0	3,9	0,6	1,5	0,1	0,5	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2
1,168 X 0,833	8,5	9,6	8,8	5,3	5,6	3,2	3,0	1,3	1,4	0,3	0,7	0,7	0,7	0,7
0,833 X 0,589	5,7	5,0	7,2	4,8	6,3	4,2	4,4	1,9	2,8	1,4	1,9	1,9	1,9	1,9
0,589 X 0,417	5,9	7,7	6,8	8,5	6,6	4,6	5,5	4,0	4,2	2,6	3,4	3,4	3,4	3,4
0,417 X 0,295	4,3	5,4	5,7	8,0	6,4	3,7	5,9	5,3	4,9	5,3	4,8	4,8	4,8	4,8
0,295 X 0,208	3,9	3,9	5,2	5,9	6,1	7,5	6,1	6,2	5,9	3,3	5,8	5,8	5,8	5,8
0,208 X 0,147	4,6	4,6	5,5	7,0	6,3	8,3	6,5	8,3	6,5	5,9	6,6	6,6	6,6	6,6
0,147 X 0,104	2,0	4,8	3,6	6,7	5,1	8,6	5,8	7,0	6,1	7,8	6,4	6,4	6,4	6,4
0,104 X 0,074	2,3	3,0	3,4	4,1	4,8	5,5	5,4	7,4	5,8	6,8	6,2	6,2	6,2	6,2
0,074 X 0,053	1,8	3,1	2,9	4,2	4,2	5,2	4,9	4,8	5,4	7,9	5,7	5,7	5,7	5,7
0,053 X 0,037	2,0	3,8	3,0	5,0	4,1	6,3	4,8	6,9	5,2	6,0	5,6	5,6	5,6	5,6
- 0,037	17,0	26,1	26,0	34,3	38,2	41,5	45,6	47,1	50,8	52,5	52,7	52,7	52,7	52,7

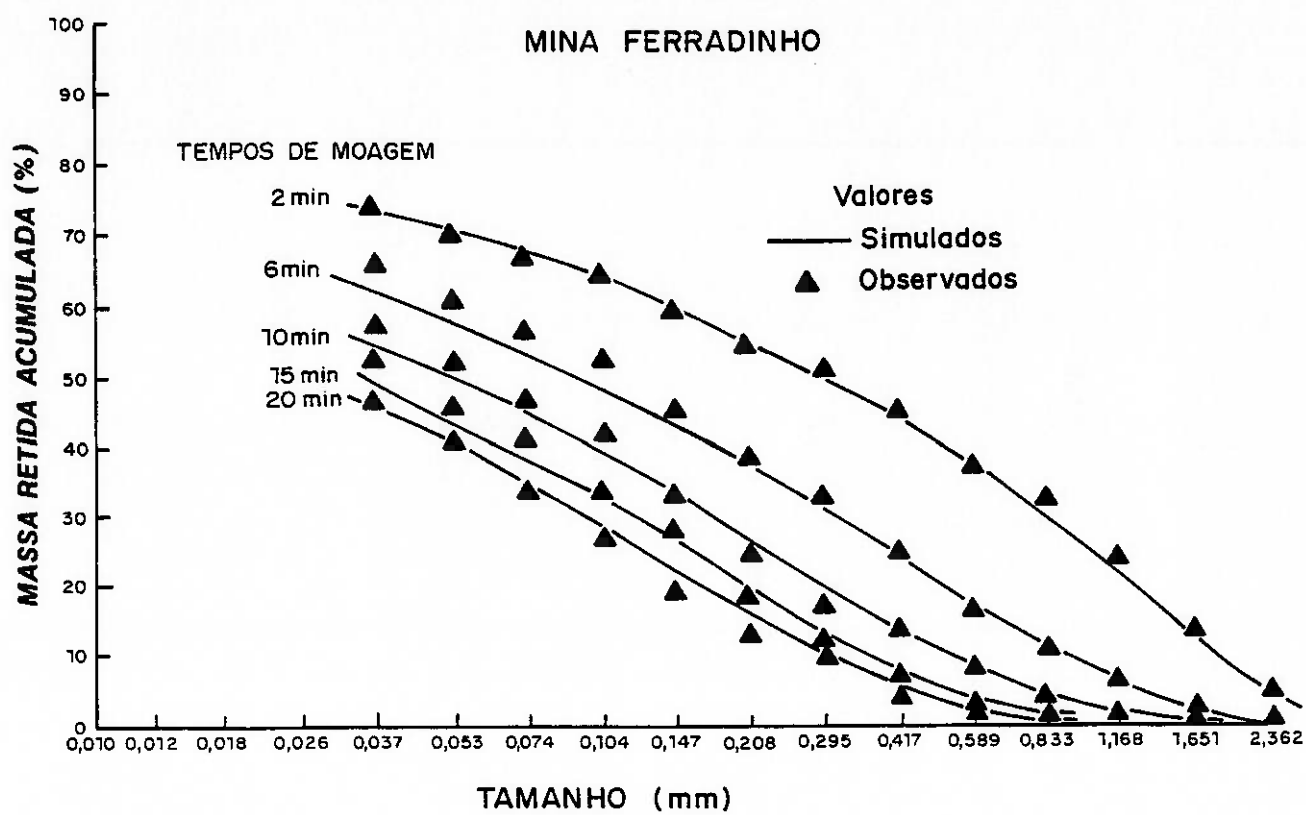


Figura 12 - Resultados obtidos nos ensaios de moagem em escala descontínua com a mina Ferradinho.

Tabela 16 - Resultados obtidos nos ensaios de moagem (observados e simulados) em escala descontínua - minas: Flor, Barra Moura II e Pinheiro 3.

Minas	Fração Granulométrica (mm)	Massas Retidas (%)						
		Alimentação	t = 5 min.		t = 10 min.		t = 15 min.	
			Obs.	Simul.	Obs.	Simul.	Obs.	Simul.
Flor	+ 0,147	6,0	3,5	3,0	1,5	1,9	0,0	1,5
	0,147 X 0,104	3,0	3,0	2,8	3,0	2,4	2,5	2,1
	0,104 X 0,074	6,0	5,0	4,7	4,0	4,0	3,5	3,7
	0,074 X 0,053	7,0	6,0	6,1	5,0	5,5	5,0	5,3
	0,053 X 0,037	11,0	9,5	9,5	9,5	8,6	9,0	8,4
	- 0,037	67,0	73,0	73,9	77,0	77,6	80,0	79,0
Barra Moura II	+ 0,147	2,5	2,0	1,3	1,0	0,8	0,0	0,6
	0,147 X 0,104	1,0	1,0	1,0	0,8	0,9	1,0	0,8
	0,104 X 0,074	2,5	2,0	1,9	2,2	1,6	2,0	1,5
	0,074 X 0,053	10,0	8,0	7,3	6,0	6,0	5,0	6,5
	0,053 X 0,037	6,0	5,0	5,9	5,5	5,7	5,0	5,6
	- 0,037	78,0	82,0	82,5	84,5	85,0	87,0	85,9
Pinheiro 3	+ 0,147	3,0	2,0	1,5	1,0	1,0	0,0	0,7
	0,147 X 0,104	1,5	1,0	1,4	1,0	1,2	1,2	1,1
	0,104 X 0,074	2,5	2,0	2,0	2,0	1,8	1,8	1,7
	0,074 X 0,053	4,0	3,0	3,3	3,0	2,9	2,0	2,8
	0,053 X 0,037	9,0	7,0	7,3	6,0	6,4	6,0	6,1
	- 0,037	80,0	85,0	84,5	87,0	86,7	89,0	87,6

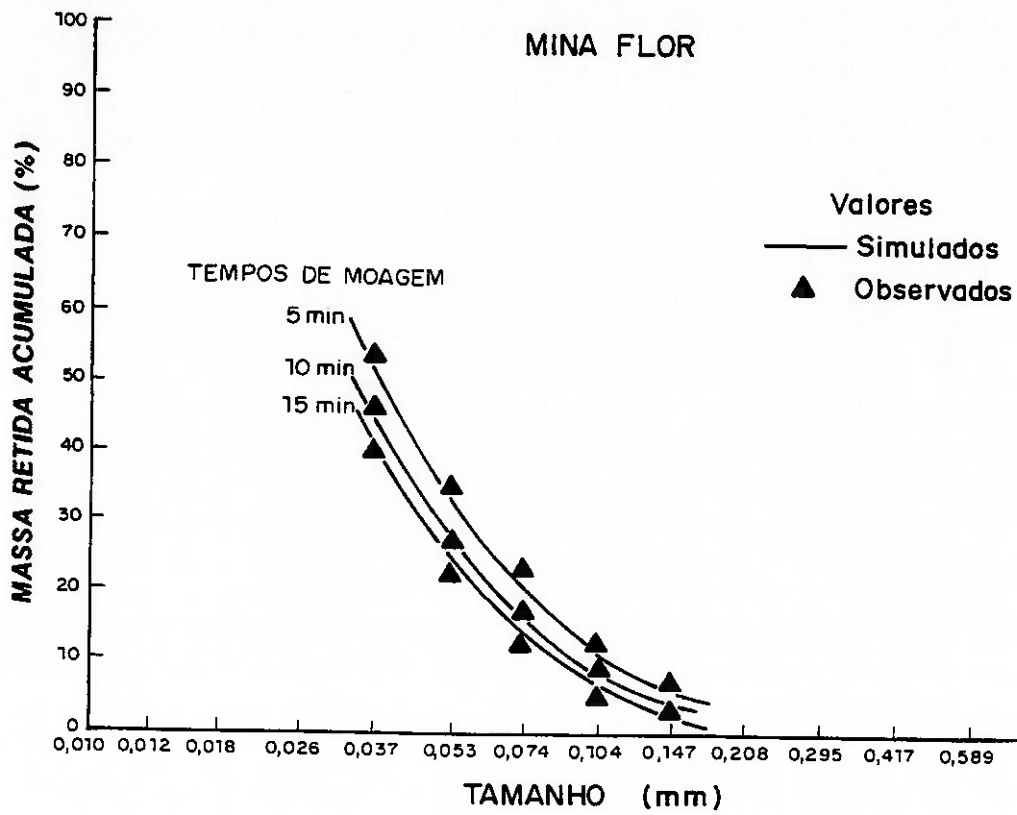


Figura 13 - Resultados obtidos nos ensaios de moagem em escala descontínua com a mina Flor.

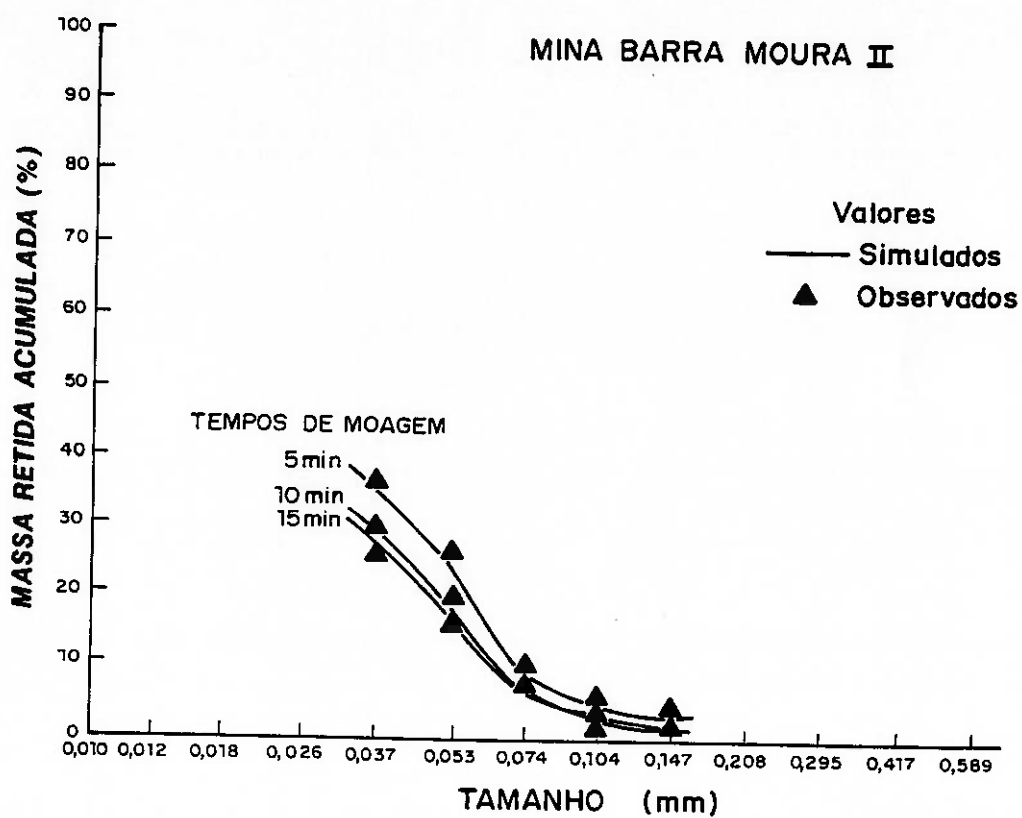


Figura 14 - Resultados obtidos nos ensaios de moagem em escala descontínua com a mina Barra Moura II.

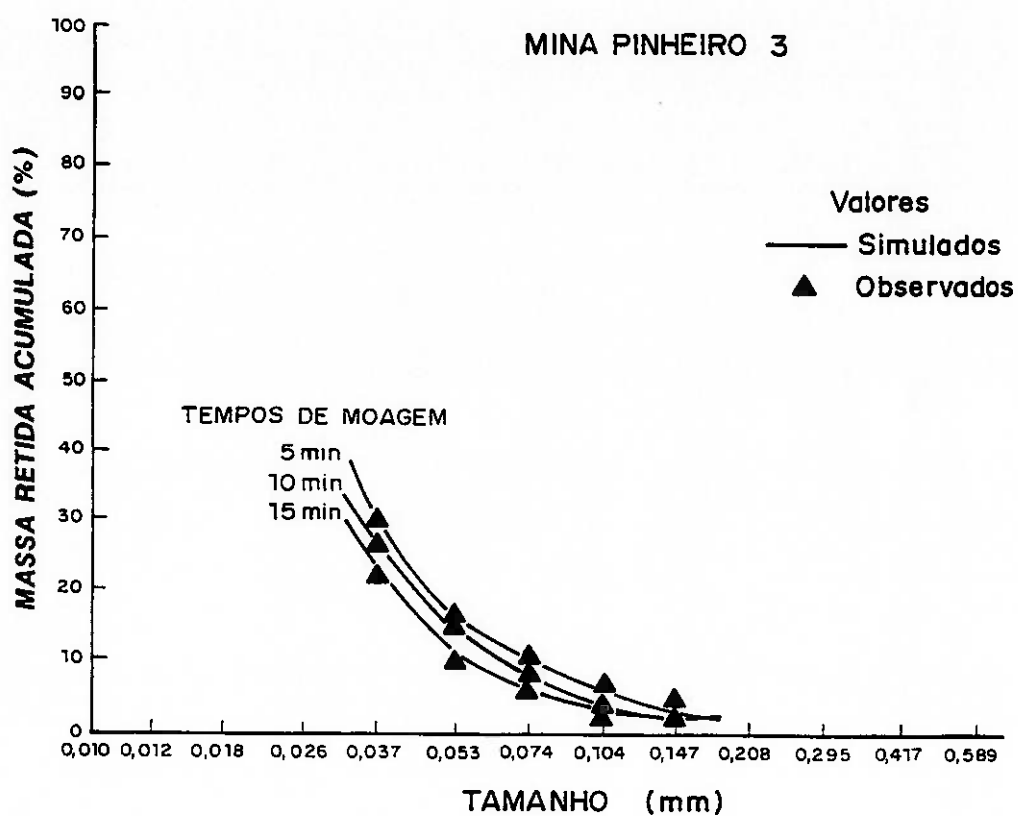


Figura 15 - Resultados obtidos nos ensaios de moagem em escala descontínua com a mina Pinheiro 3.

Como pode ser constatado nos resultados encontrados, a função taxa específica de quebra (equação 86) juntamente com a função distribuição de quebra (equação 83) reproduziram os valores observados, demonstrando a validade do modelo proposto para a moagem descontínua de talco de diferentes minas.

5.4.2. Modelamento da Moagem Contínua

Pelo fato da função distribuição de quebra manter-se constante para um mesmo minério a equação (83) foi utilizada no modelamento da moagem contínua.

Já a função taxa específica de quebra, por depender das condições operacionais e das dimensões do moinho, teve que ser definida para a moagem contínua.

Através do estudo envolvendo os ensaios de moagem em escala piloto com as amostras das minas Ferradinho, Barra Moura I e Barra Moura II ficou constatado, conforme resultados apresentados na Tabela 17, que a função taxa específica de quebra varia com o tempo de moagem (determinados pela equação 17).

Tabela 17 - Valores da função taxa específica de quebra para o primeiro intervalo granulométrico na moagem contínua.

MINAS	TEMPOS DE MOAGEM (min.)	VALORES DE S_1
Ferradinho	2,36	0,130
Barra Moura I	3,25	0,122
Barra Moura II	6,62	0,084

Dessa forma, a exemplo do que ocorreu no modelamento da moagem descontínua, foi necessário estabelecer uma equação para a função taxa específica de quebra que levasse em consideração a sua variação com o tempo de moagem.

Tendo por base as equações (84) e (85), os valores encontrados para k_1 , k_2 , k_3 e k_4 estão apresentados na Tabela 18, a seguir:

Tabela 18 - Valores das constantes k_1 , k_2 , k_3 e k_4 para a moagem contínua.

CONSTANTES	VALORES
k_1	0,1201
k_2	-0,0871
k_3	-0,1765
k_4	-0,00835

A equação da função taxa específica de quebra variando com o tempo de moagem contínua resultou em:

$$\ln S_i = \ln [0,1201 \exp(-0,0871 t)] - 0,1765 \exp(-0,00835 t^2) \ln (x_i) \quad (87)$$

Na Tabela 19 estão apresentados os valores das constantes s_1 e s_2 para os ensaios de moagem contínua realizados com as amostras da minas Ferradinho, Barra Moura I e Barra Moura II. Esses valores são dados de entrada para o programa FINDBS.

Tabela 19 - Valores das constantes s_1 e s_2 para moagem contínua.

CONSTANTES	MINAS		
	FERRADINHO	BARRA MOURA I	BARRA MOURA II
s_1	0,0978	0,0905	0,0675
s_2	-0,1685	-0,1616	-0,1224

Na Tabela 20, Figuras 16, 17 e 18 e Anexo 4 são apresentados os valores observados e simulados encontrados para os ensaios contínuos.

Como pode ser constatado, os resultados encontrados para os valores simulados reproduziram satisfatoriamente os valores observados.

Para confirmar a validade do modelo foi realizada uma simulação com a mina Armando, cujos valores de s_1 e s_2 , para um tempo de residência médio de 4,00, são apresentados na Tabela 21.

Tabela 20 - Resultados obtidos na moagem (observados e simulados) em escala contínua.

Minas	Fração Granulométrica (mm)	Massas Retidas (%)		
		Alimentação	Produto	
Tempo de Moagem			Observado	Simulado
Ferradinho t = 2,36 min.	+ 0,147	51,5	37,9	38,4
	0,147 X 0,104	16,8	17,5	17,8
	0,104 X 0,074	5,6	7,2	7,7
	0,074 X 0,053	2,4	3,8	3,8
	0,053 X 0,037	0,3	1,4	1,5
	0,037 X 0,026	1,6	2,3	2,0
	0,026 X 0,018	3,7	3,2	3,3
	0,018 X 0,012	2,0	2,8	2,4
	0,012 X 0,008	2,2	3,1	2,2
- 0,008	13,9	20,8	21,0	
Barra Moura I t = 3,25 min.	+ 0,147	41,5	27,9	28,7
	0,147 X 0,104	13,3	13,9	14,1
	0,104 X 0,074	6,5	8,7	7,7
	0,074 X 0,053	3,3	5,9	4,4
	0,053 X 0,037	0,8	1,4	2,1
	0,037 X 0,026	2,4	3,6	2,5
	0,026 X 0,018	4,8	4,2	4,0
	0,018 X 0,012	2,6	3,6	3,0
	0,012 X 0,008	2,9	3,8	3,0
- 0,008	21,9	27,0	30,5	
Barra Moura II t = 6,62 min.	+ 0,147	9,1	5,2	5,4
	0,147 X 0,104	5,7	4,2	4,7
	0,104 X 0,074	5,4	4,9	4,5
	0,074 X 0,053	4,9	5,2	4,1
	0,053 X 0,037	2,3	2,5	2,7
	0,037 X 0,026	3,3	2,8	2,8
	0,026 X 0,018	6,9	5,1	4,6
	0,018 X 0,012	4,2	4,5	3,8
	0,012 X 0,008	5,5	4,7	3,9
- 0,008	52,7	60,9	63,5	

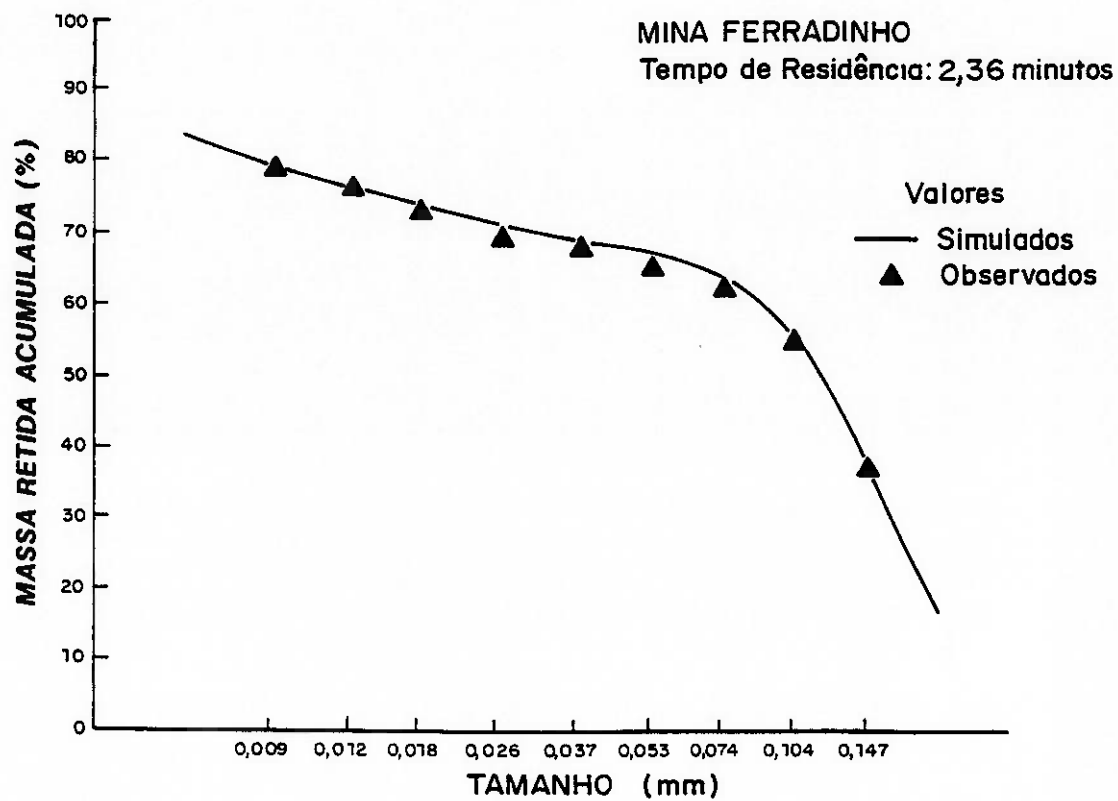


Figura 16 - Resultados obtidos na moagem em escala contínua com a mina Ferradinho.

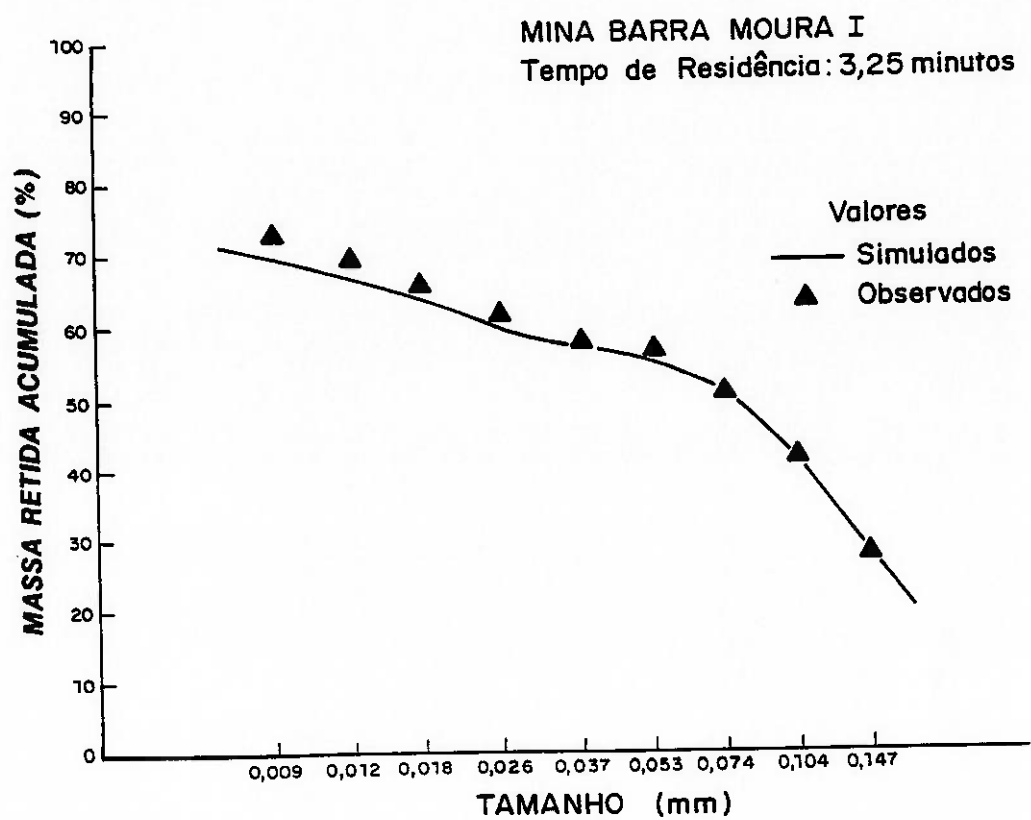


Figura 17 - Resultados obtidos na moagem em escala contínua com a mina Barra Moura I.

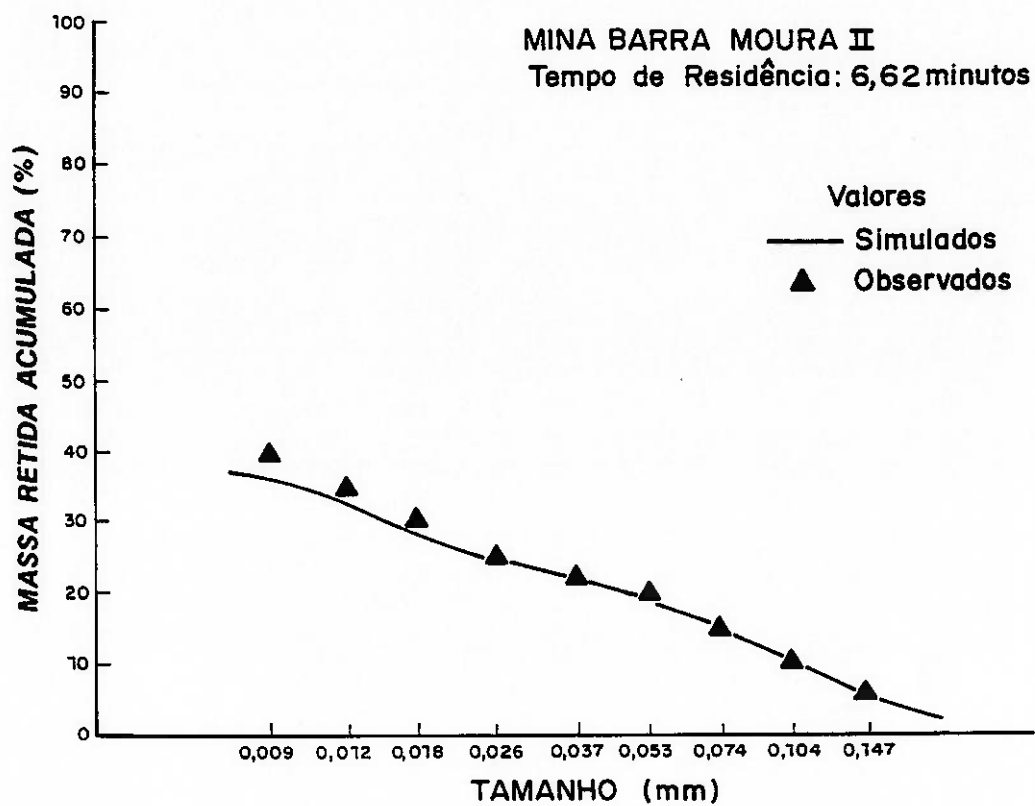


Figura 18 - Resultados obtidos na moagem em escala contínua com a mina Barra Moura II.

Tabela 21 - Valores das constantes s_1 e s_2 para a mina Armando.

CONSTANTES	MINA ARMANDO
s_1	0,0848
s_2	-0,1544

Na Tabela 22, Figura 19 e Anexo 4 estão mostrados os resultados obtidos na simulação da moagem com a mina Armando.

Tabela 22 - Resultados obtidos na simulação da moagem contínua com a mina Armando.

Fração Granulométrica (mm)	Massas Retidas (%)		
	Alimentação	Produto	
		Observado	Simulado
+ 0,147	34,2	21,3	22,5
0,147 X 0,104	13,0	12,6	12,9
0,104 X 0,074	10,4	10,7	9,9
0,074 X 0,053	7,5	8,5	7,5
0,053 X 0,037	1,3	2,6	3,2
0,037 X 0,026	2,1	2,5	2,7
0,026 X 0,018	4,8	3,3	4,0
0,018 X 0,012	3,4	3,7	3,4
0,012 X 0,008	4,2	3,5	3,5
- 0,008	19,1	31,3	30,4

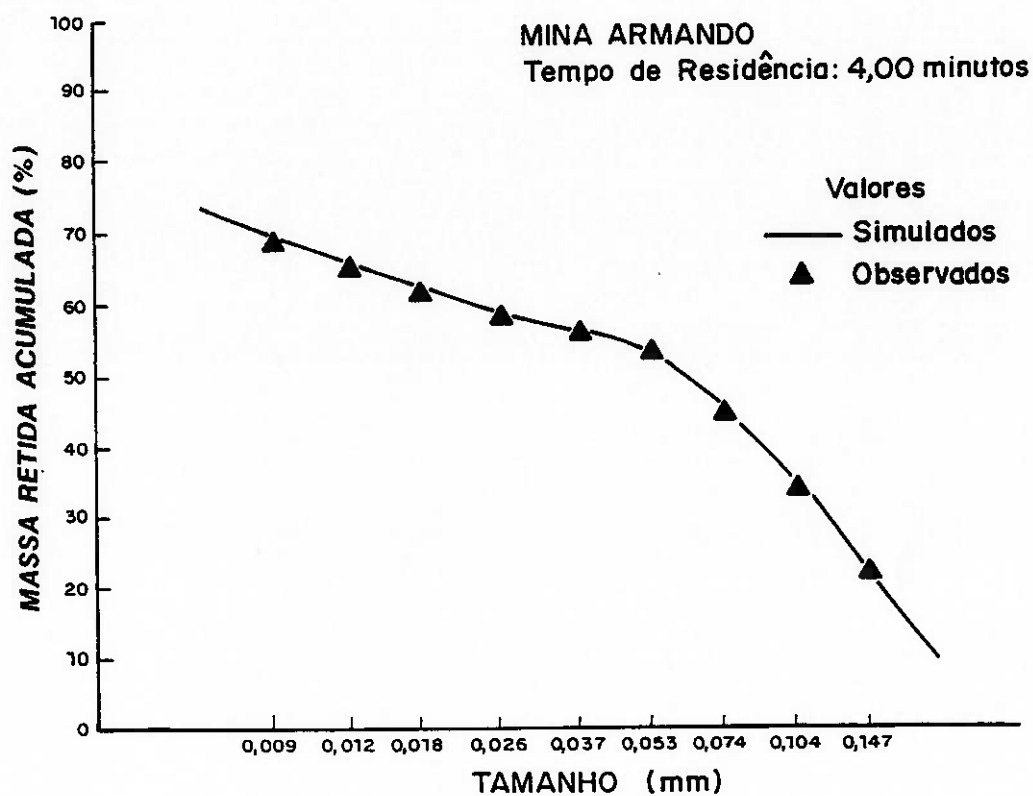


Figura 19 - Resultados obtidos com a moagem em escala contínua com a mina Armando.

De acordo com os resultados obtidos com a amostra da mina Armando, pode-se observar que os valores simulados estão ajustados em relação aos valores observados, confirmando a validade do modelo proposto para moagem contínua.

6. CONCLUSÕES

A realização deste trabalho permitiu concluir que, para as condições estudadas:

- a função taxa específica de quebra na moagem de talco varia com o tempo de moagem;
- a função distribuição de quebra pode ser considerada constante para o minério de talco de diferentes minas;
- o modelo matemático estabelecido para a moagem de talco com seixos, tendo por base os conceitos do modelo massa-tamanho desenvolvido para a moagem com bolas convencionais, é válido, reproduzindo por simulações os valores obtidos experimentalmente; e
- a equação geral do modelo é

$$\frac{dw_i(t)}{dt} = -S_i(t) w_i(t) + \sum_{j=1}^{i-1} b_{i,j} S_j(t) w_j(t) \quad i = 1, 2, 3 \dots n$$

onde :

$$B_{i,j} = 0,54 \left(\frac{x_i}{x_j} \right)^{5,26} + (1 - 0,54) \left(\frac{x_i}{x_j} \right)^{0,34} e$$

$S_i(t)$ dada por:

$$\ln S_i = \ln [0,3577 \exp(-0,0250 t)] + 0,5287 \exp(0,00067 t^2) \ln (x_i) \text{ para}$$

a moagem descontínua e

$$\ln S_i = \ln [0,1201 \exp(-0,0871 t)] - 0,1765 \exp(-0,00835 t^2) \ln (x_i) \text{ para}$$

a moagem contínua.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. LYNCH, A.J. Mineral crushing and grinding circuits, their simulation optimization, design and control. In: FUERSTENAU, D.W. **Developments in Mineral Processing**, v.1, New York, 1977.
2. REID, K.J. A solution to the batch grinding equation. **Chemical Engineering Science**, v. 20, p.953-65, 1965.
3. KING, R.P.; BOURGEOIS, F. A new conceptual model for ball milling. In: XVIII International Mineral Processing Congress, Sydney, p.81-86, 1993.
4. LYNCH, A.J.; NAPIER-MUNN, T.J.; MORRISON, R.D. Simulation in mineral processing - the present and the future. In: III Encontro do Hemisfério Sul sobre Tecnologia Mineral / XV Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Hidrometalurgia, São Lourenço, Minas Gerais, Brasil, p.492-508, 1992.
5. ZHANG, Y.M.; KAVETSKY, A. Investigation of particle breakage mechanisms in a batch ball mill using back-calculation. **International Journal of Mineral Processing**, v. 39, p.41-60, 1993.
6. BEKE, B. Fine grinding and agglomeration - part 2. **Cement Technology**, Nov./Dec., p.199-204, 1976.
7. DA LUZ, A.B.; ALMEIDA, S.L.M.; PONTES, I.F. Talco do Paraná - flotação em escala piloto. CETEM, RP 01/90, 1990.
8. ANUÁRIO MINERAL BRASILEIRO. Departamento Nacional da Produção Mineral, Brasília, 1990.
9. MINERAL COMMODITY SUMARIES. 1992.
10. LAGUITTON, D.; LEUNG J.; GUPTA, V.K.; HODOUIN, D.; SPRING, R. Program for breakage and selection functions determination in the kinetic model of ball mills. In: SPOC Manual, Chapter 7.2, CANMET, Canada Centre for Mineral Technology, 1985.
11. AUSTIN, L.G.; CONCHA, F. Diseño y simulación de circuitos de molienda y clasificación. Programa Iberoamericano de Ciencia y Tecnología para el Desarrollo, curso ministrado no CETEM, 392p., Brasil, 1993.
12. BERALDO, J.L. Moagem de minérios em moinhos tubulares. Curso Moagem de Minérios, 1984.
13. CRABTREE, D.D. Mechanisms of size reduction in comminution systems. **Transactions of AIME**, v.229, p.201-10, 1964.

14. SOARES, O.N. **Simulação da operação de moagem por bolas baseada no balanço massa-tamanho. Minas Gerais, 1991, 178p., Tese de Mestrado, Escola de Engenharia, UFMG.**
15. BERALDO, J.L. **Moagem de minérios em moinhos tubulares.** Editora Edgard Blücher Ltda., São Paulo, 143p., 1987.
16. AUSTIN, L.G.; KLIMPEL, R.R.; LUCKIE, P.T. **Process engineering of size reduction: ball milling.** Society of Mining Engineers - AIME, (várias paginações), 561p., 1984.
17. FINCH, J.A.; LAPLANTE, A.; LEUNG, J. **Modelling and simulation methodology for ore and coal process,** In: SPOC Manual, CANMET, Chapter 4, Modelling and Simulation, SP 85-1/4E, 89p., 1985.
18. BROUSSAUD, A. **Advanced computer methods for mineral processing: their function and potential impact on engineering practices.** In: XVI International Mineral Processing Congress - part A, p.17-46, Sweden, 1988.
19. NAPIER-MUNN, T.J.; LYNCH, A.J. **Modelling and computer simulation of mineral treatment process - current status and future trends.** *Minerals Engineering*, v.5, nº 2, p.143-67, 1992.
20. OBLAD, A.E. **A short course on modelling, simulation, optimisation and automation in crushing, grinding and flotation,** UFMG, Belo Horizonte, Brasil, (várias paginações), 383p., June 1985.
21. HERBST, J.A.; HALES, L.B. **Modelling and simulation techniques to mineral processing.** Curso, Nova Friburgo, Brasil, (várias paginações), 1987.
22. YAMAMOTTO, M.S. **Estudo da variação do índice energético específico - W_i , segundo a granulometria do ensaio obtida através de um moinho de bolas padrão, em circuito fechado.** São Paulo, 1987. Tese de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
23. PRASHER, C.L. **Crushing and Grinding Process Handbook.** John Wiley & Sons Limited, (várias paginações), 474p., 1987.
24. AUSTIN, L.G. **A review introduction to the mathematical description of grinding as a rate process.** *Powder Technology*, v.5, p.1-17, 1971/1972.
25. OBLAD, A.E.; HERBST, J.A. **Industrial results using model-based expert system control of mineral processing plants.** In: XIV Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Hidrometalurgia, v.1, p.513-28, Salvador, 1990.
26. BROADBENT, S.R.; CALLCOTT, T.G. **A matrix analysis of process involving particle assemblies.** *Phil. Trans. Royal Soc.*, v.249, p.99-123, 1956

27. KELSALL, D.F.; REID, K.J. The derivation of a mathematical model for breakage in a small continuous wet ball mill. **A.I.Ch.E., I. Chem. E. Symposium Serie, n° 4, London, p.14-20, 1965.**
28. LAGUITTON, D.; LEUNG, J.; FLAMENT, F.; HOUDOUIN, D.; SPRING, R. RTD and mixers - computer programs for residence time determination of process units by tracer experiments. In: **SPOC Manual, Chapter 7.3, CANMET, Canada Centre for Mineral Technology, 1985.**
29. LO, Y.G.; HERBST, J.A. Analysis of the large ball mills at Bougainville populacional balance approach. **Society of Mining Engineers - AIME, 1987.**
30. LO, Y.C.; HERBST, J.A.; RAJAMANI, K.; ARBITER, N. Design considerations for large diameter ball mills. **International Journal of Mineral Processing, v.22, p.75-93, 1988.**
31. HERBST, J.A.; LO, Y.C. Grinding efficiency with balls or cones as media. **International Journal of Mineral Processing, v.26, p.141-51, 1989.**
32. OBLAD, A.E. Métodos modernos para simulação de moagem "batch" e contínua. **Minérios e Metais, v.4, n° 8, p.11-21, 1976.**
33. GUPTA, V.K.; HODOUIN, D.; BÉRUBÉ, M.A.; EVERELL, M.D. The estimation of rate and breakage distribution parameters from batch grinding data for a complex pyritic ore using a back-calculation method. **Powder Technology, v.28, p.97-106, 1981.**
34. AUSTIN, L.G.; LUCKIE, P.T. Methods for determination of breakage distribution parameters. **Powder Technology, v.5, p.215-22, 1971/1972.**
35. HERBST, J.A.; FUERSTENAU, D.W. The zero order production of fine sizes in comminution and its implications in simulation. **Transactions of Society of Mining Engineers - AIME, v.241, p.538-48, 1968.**
36. KLIMPEL, R.R.; AUSTIN, L.G. The back-calculation of specific rates of breakage and non-normalized breakage distribution parameters from batch grinding data. **International Journal of Mineral Processing, v.4, p.7-32, 1977.**
37. KLIMPEL, R.R.; AUSTIN, L.G. Determination of selection - for - breakage functions in the batch grinding equations by nonlinear optimization. **Industrial Engineering Chemistry Fundamentals, v.9, n° 2, p.230-37, 1970.**
38. KLIMPEL, R.R.; AUSTIN, L.G. The back-calculation of specific rates of breakage from continuous mill data. **Powder Technology, v.38, p77-91, 1984.**

39. LEVENSPIEL, O. **Chemical Reaction Engineering**. John Wiley & Sons Inc., 2^a Ed., Chapter 9, 578p., 1972.
40. GARDNER, R.P.; AISSA, M.; VERGHESE, K. Determination of ball mill residence time distributions from tracer data taken in closed-circuit operation. **Powder Technology**, v.32, p.253-66, 1982.
41. NARAYANAN, S.S. Modelling the performance of industrial ball mills using single particle breakage data. **International Journal of Mineral Processing**, v.20, p.211-18, 1987.
42. LIRA, B.B.; KAVETSKY, A. Applications of a new model-based of ball mill simulation and design. **Minerals Engineering**, v.3, n° 1/2, p.144-63, 1990.
43. MORRELL, S.; STERNS, U.J.; WELLER, K.R. The application of population balance models to very fine grinding in tower mills. In: XVIII International Mineral Processing Congress, p.61-66, Sydney, 1993.
44. KING, R.P. Comminution research - a success story that has not yet ended. In: XVIII International Mineral Processing Congress, p.39-45, Sydney, 1993.
45. LIRA, B.B. Modelos matemáticos de moagem: parâmetros e aplicação. In: XIV Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Hidrometalurgia, v.1, p.546-62, Salvador, 1990.
46. RAJAMANI, R.K.; GUO, D. Acceleration and deceleration of breakage rates in wet ball mills. **International Journal of Mineral Processing**, v. 34, p.103-18, 1992.

ANEXOS

ANEXO 1

**RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COM A AMOSTRA DA MINA
FERRADINHO - MOAGEM DESCONTÍNUA**

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

MINA FERRADINHO METODO INDIRETO

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS : 1 3 1 2 0
 KNOWN B CONSTANT 1: 0.54
 KNOWN B CONSTANT 2: 5.26
 KNOWN B CONSTANT 3: 0.34
 KNOWN S CONSTANT 1: 0.40
 KNOWN S CONSTANT 2: 0.45
 CRITERION TYPE : 1
 SEARCH OPTION : 2

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = 3.327) S.D.RESIDS. = 2.99 D.F. =138

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED					
		1.500		2.500		4.500	
+ 2.362	64.20	13.05	22.91	7.86	11.52	3.33	2.92
+ 1.651	20.40	28.00	21.27	19.22	16.01	10.26	7.17
+ 1.168	15.40	19.32	17.52	19.51	15.93	15.80	10.31
+ 0.833	.00	7.77	8.04	10.04	10.21	11.61	9.92
+ 0.589	.00	5.40	4.35	7.30	6.38	9.97	8.01
+ 0.417	.00	3.76	3.00	6.02	4.51	8.21	6.31
+ 0.295	.00	2.31	2.45	3.56	3.67	5.02	5.26
+ 0.208	.00	1.91	2.16	2.80	3.22	4.32	4.66
+ 0.147	.00	2.28	1.93	3.26	2.91	4.84	4.27
+ 0.104	.00	1.11	1.74	1.63	2.64	2.71	3.95
+ 0.074	.00	1.10	1.56	1.55	2.39	2.19	3.64
+ 0.053	.00	.96	1.41	1.48	2.17	2.08	3.35
+ 0.037	.00	1.20	1.26	1.36	1.95	2.46	3.07
+ 0.026	.00	.34	1.13	.37	1.76	.50	2.79
+ 0.018	.00	1.23	1.01	1.67	1.58	2.13	2.53
+ 0.012	.00	.69	.90	.92	1.42	1.27	2.29
PAN	.00	9.57	7.37	11.45	11.75	13.30	19.53

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED					
		1.500		2.500		4.500	
+ 2.362	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
+ 1.651	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
+ 1.168	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
+ 0.833	69.70	32.15	36.55	26.16	23.76	13.52	10.05
+ 0.589	20.20	21.59	24.09	21.11	21.98	19.34	15.16
+ 0.417	10.10	14.33	14.53	15.68	15.57	16.99	14.48
+ 0.295	.00	5.02	5.15	6.14	7.51	7.97	9.89
+ 0.208	.00	3.57	2.71	4.88	4.27	7.06	6.53
+ 0.147	.00	2.96	1.94	3.27	3.04	4.68	4.79
+ 0.104	.00	1.50	1.63	1.98	2.53	2.75	3.96
+ 0.074	.00	1.29	1.44	1.49	2.24	2.25	3.50
+ 0.053	.00	1.35	1.29	1.57	2.01	2.22	3.18
+ 0.037	.00	1.74	1.15	2.04	1.81	2.49	2.89
+ 0.026	.00	.29	1.03	.30	1.63	.66	2.63
+ 0.018	.00	1.35	.92	1.58	1.46	1.70	2.39
+ 0.012	.00	.81	.83	.94	1.31	1.20	2.16
PAN	.00	12.05	6.74	12.86	10.87	17.17	18.38

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED					
		2.000		3.000		6.000	
+ 2.362	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00

+ 1.651	.00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00
+ 1.168	.00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00
+ 0.833	.00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00
+ 0.589	.00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00
+ 0.417	.00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00
+ 0.295	54.80	34.05 / 31.96	31.56 / 24.41	25.63 / 10.87	
+ 0.208	24.70	22.55 / 24.60	21.81 / 22.91	22.00 / 16.17	
+ 0.147	20.50	13.76 / 20.84	14.81 / 20.43	15.58 / 17.53	
+ 0.104	.00	6.22 / 5.68	6.72 / 7.65	7.16 / 10.84	
+ 0.074	.00	3.66 / 2.58	4.13 / 3.75	4.93 / 6.49	
+ 0.053	.00	2.40 / 1.70	2.75 / 2.47	3.24 / 4.43	
+ 0.037	.00	2.23 / 1.39	2.56 / 2.00	3.13 / 3.53	
+ 0.026	.00	1.42 / 1.22	.52 / 1.75	.57 / 3.08	
+ 0.018	.00	1.07 / 1.08	1.27 / 1.56	1.45 / 2.77	
+ 0.012	.00	.80 / .97	.86 / 1.40	.97 / 2.51	
PAN	.00	12.84 / 7.97	13.01 / 11.67	15.34 / 21.78	

FEED PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED

SIZE		2.500	4.000	7.500
+ 2.362	.00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00
+ 1.651	.00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00
+ 1.168	.00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00
+ 0.833	.00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00
+ 0.589	.00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00
+ 0.417	.00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00
+ 0.295	.00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00
+ 0.208	.00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00
+ 0.147	.00	.00 / .00	.00 / .00	.00 / .00
+ 0.104	48.40	22.08 / 31.73	20.51 / 24.63	16.10 / 13.64
+ 0.074	26.00	21.74 / 25.08	20.22 / 23.39	19.17 / 18.34
+ 0.053	25.60	24.25 / 24.51	24.93 / 23.54	23.09 / 20.60
+ 0.037	.00	9.69 / 5.16	10.42 / 7.40	12.87 / 10.64
+ 0.026	.00	.98 / 2.16	1.03 / 3.36	1.18 / 5.73
+ 0.018	.00	2.40 / 1.37	2.66 / 2.14	3.28 / 3.73
+ 0.012	.00	1.38 / 1.11	1.53 / 1.71	1.81 / 2.94
PAN	.00	17.48 / 8.89	18.70 / 13.83	22.50 / 24.39

B MATRIX

.000													
.504	.000												
.119	.504	.000											
.052	.119	.504	.000										
.038	.052	.119	.504	.000									
.032	.038	.052	.119	.504	.000								
.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000							
.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000						
.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000					
.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000				
.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000			
.016	.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000		
.014	.016	.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000	
.012	.014	.016	.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000
.000													
.011	.012	.014	.016	.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	
.504	.000												
.010	.011	.012	.014	.016	.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	
.119	.504	.000											
.079	.088	.099	.112	.126	.142	.159	.179	.202	.227	.255	.288	.325	
.378	.496	1.000	.000										

RATE CONSTANTS

.687	.588	.503	.430	.368	.315	.270	.231
.091	.077	.066	.000				

ANEXO 2

**RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COM A AMOSTRA DA MINA
FERRADINHO COM A FUNÇÃO TAXA ESPECÍFICA DE QUEBRA
VARIANDO COM O TEMPO DE MOAGEM - MOAGEM
DESCONTÍNUA**

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

MINA FERRADINHO MOAGEM DESCONTINUA 2 MIN.

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS : 1 3 1 2 0
 KNOWN B CONSTANT 1: 0.54
 KNOWN B CONSTANT 2: 5.26
 KNOWN B CONSTANT 3: 0.34
 KNOWN S CONSTANT 1: 0.3402
 KNOWN S CONSTANT 2: 0.5301
 CRITERION TYPE : 1
 SEARCH OPTION : 2

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = 3.327) S.D.RESIDS. = .958 D.F. = 13

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED 2.000000	
+ 2.362	17.70	5.11 /	4.89
+ 1.651	12.00	8.56 /	7.65
+ 1.168	12.30	9.43 /	9.44
+ 0.833	8.50	9.58 /	8.80
+ 0.589	5.70	5.04 /	7.17
+ 0.417	5.90	7.67 /	6.78
+ 0.295	4.30	5.41 /	5.70
+ 0.208	3.90	3.92 /	5.16
+ 0.147	4.60	4.56 /	5.54
+ 0.104	2.00	4.83 /	3.56
+ 0.074	2.30	2.95 /	3.45
+ 0.053	1.80	3.06 /	2.92
+ 0.037	2.00	3.76 /	2.96
- 0.037	17.00	26.12 /	25.99

B MATRIX

.000																						
.504	.000																					
.119	.504*****																					
.052	.119	.504	.000																			
.038	.052	.119	.504	1.251																		
.032	.038	.052	.119	.504	.000																	
.028	.032	.038	.052	.119	.504*****																	
.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000															
.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000														
.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000													
.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000												
.016	.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000											
.014	.016	.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.001										
.112	.126	.142	.159	.179	.202	.227	.255	.288	.325	.378	.496	1.000										
.000																						

RATE CONSTANTS

.643 .535 .446 .371 .309 .257 .214 .178
 .000

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS :

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

MINA FERRADINHO MOAGEM DESCONTINUA 6 MIN.

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS : 1 3 1 2 0
 KNOWN B CONSTANT 1: 0.54
 KNOWN B CONSTANT 2: 5.26
 KNOWN B CONSTANT 3: 0.34
 KNOWN S CONSTANT 1: 0.3079
 KNOWN S CONSTANT 2: 0.5416
 CRITERION TYPE : 1
 SEARCH OPTION : 2

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = 3.327) S.D.RESIDS. = 1.49 D.F. = 13

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED 6.000000	
+ 2.362	17.70	.88 /	.51
+ 1.651	12.00	2.28 /	1.89
+ 1.168	12.30	2.98 /	3.92
+ 0.833	8.50	5.27 /	5.62
+ 0.589	5.70	4.82 /	6.29
+ 0.417	5.90	8.47 /	6.59
+ 0.295	4.30	8.05 /	6.37
+ 0.208	3.90	5.93 /	6.09
+ 0.147	4.60	7.01 /	6.31
+ 0.104	2.00	6.74 /	5.13
+ 0.074	2.30	4.10 /	4.76
+ 0.053	1.80	4.16 /	4.24
+ 0.037	2.00	4.98 /	4.12
- 0.037	17.00	34.33 /	38.15

B MATRIX

.000													
.504	.000												
.119	.504	*****											
.052	.119	.504	.000										
.038	.052	.119	.504	1.251									
.032	.038	.052	.119	.504	.000								
.028	.032	.038	.052	.119	.504	*****							
.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000						
.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000					
.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000				
.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000			
.016	.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000		
.014	.016	.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.001	
.112	.126	.142	.159	.179	.202	.227	.255	.288	.325	.378	.496	1.000	
.000													

RATE CONSTANTS

.590	.489	.406	.336	.279	.231	.192	.15
.000							

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS :

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

MINA FERRADINHO MOAGEM DESCONTINUA 10 MIN.

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS : 1 3 1 2 0
KNOWN B CONSTANT 1: 0.54
KNOWN B CONSTANT 2: 5.26
KNOWN B CONSTANT 3: 0.34
KNOWN S CONSTANT 1: 0.2785
KNOWN S CONSTANT 2: 0.5653
CRITERION TYPE : 1
SEARCH OPTION : 2

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = 3.327) S.D.RESIDS. = 9.55 D.F. = 13

Table with columns: SIZE, FEED, PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED. Rows include data points like + 2.362 17.70 .25 / .07 and - 0.037 1 7.00 1.52 / 35.62.

B MATRIX

Matrix of numerical values, likely representing correlations or weights between different size fractions.

RATE CONSTANTS

.549 .452 .371 .305 .251 .206 .170 .140
.000

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS :

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

MINA FERRADINHO MOAGEM DESCONTINUA 15 MIN.

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS = 1 3 1 2 0
 KNOWN B CONSTANT 1: 0.54
 KNOWN B CONSTANT 2: 5.26
 KNOWN B CONSTANT 3: 0.34
 KNOWN S CONSTANT 1: 0.2458
 KNOWN S CONSTANT 2: 0.6147
 CRITERION TYPE : 1
 SEARCH OPTION : 2

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = 3.327) S.D.RESIDS. = 1.36 D.F. = 13

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED	
		15.000000	
-	2.362	17.70	.07 / .01
-	1.651	12.00	.11 / .09
+	1.168	12.30	.14 / .48
-	0.833	8.50	1.28 / 1.42
-	0.589	5.70	1.90 / 2.78
+	0.417	5.90	4.00 / 4.20
-	0.295	4.30	4.85 / 5.27
-	0.208	3.90	6.07 / 5.90
+	0.147	4.60	8.35 / 6.47
-	0.104	2.00	7.01 / 6.11
-	0.074	2.30	7.35 / 5.84
+	0.053	1.80	4.82 / 5.42
-	0.037	2.00	6.92 / 5.25
-	0.037	17.00	47.13 / 50.77

COVARIANCE MATRIX

.000																			
.504	.000																		
.119	.504*****																		
.052	.119	.504	.000																
.038	.052	.119	.504	1.251															
.032	.038	.052	.119	.504	.000														
.028	.032	.038	.052	.119	.504*****														
.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000												
.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000											
.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000										
.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000									
.016	.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000								
.014	.016	.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.001							
.112	.126	.142	.159	.179	.202	.227	.255	.288	.325	.378	.496	1.000							
.000																			

RATE CONSTANTS

.515	.416	.336	.272	.220	.177	.143	.116
.000							

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS :

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

MINA FERRADINHO MOAGEM DESCONTINUA 20 MIN.

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS : 1 3 1 2 0
 KNOWN B CONSTANT 1: 0.54
 KNOWN B CONSTANT 2: 5.26
 KNOWN B CONSTANT 3: 0.34
 KNOWN S CONSTANT 1: 0.2170
 KNOWN S CONSTANT 2: 0.6912
 CRITERION TYPE : 1
 SEARCH OPTION : 2

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = 3.327) S.D.RESIDS. = 1.09 D.F. = 13

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED	
		20.000000	
+ 2.362	17.70	.00 /	.00
+ 1.651	12.00	.10 /	.02
+ 1.168	12.30	.06 /	.16
+ 0.833	8.50	.34 /	.71
+ 0.589	5.70	1.44 /	1.86
+ 0.417	5.90	2.58 /	3.41
+ 0.295	4.30	5.32 /	4.84
+ 0.208	3.90	3.28 /	5.83
+ 0.147	4.60	5.90 /	6.62
+ 0.104	2.00	7.81 /	6.41
+ 0.074	2.30	6.75 /	6.17
+ 0.053	1.80	7.89 /	5.74
+ 0.037	2.00	6.02 /	5.55
- 0.037	17.00	52.51 /	52.67

B MATRIX

.000														
.504	.000													
.119	.504*****													
.052	.119	.504	.000											
.038	.052	.119	.504	1.251										
.032	.038	.052	.119	.504	.000									
.028	.032	.038	.052	.119	.504*****									
.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000							
.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000						
.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000					
.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000				
.016	.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000			
.014	.016	.018	.020	.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.001		
.112	.126	.142	.159	.179	.202	.227	.255	.288	.325	.378	.496	1.000		
.000														

RATE CONSTANTS

.498	.392	.309	.243	.191	.150	.118	.093
.000							

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS :

ANEXO 3

**RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COM AS AMOSTRAS DAS
MINAS FLOR, BARRA MOURA II E PINHEIRO 3 - MOAGEM
DESCONTÍNUA**

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

TALCO MINA FLOR MOAGEM 5 MINUTOS

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS : 1 3 1 2 0

KNOWN B CONSTANT 1: 0.54
 KNOWN B CONSTANT 2: 5.26
 KNOWN B CONSTANT 3: 0.34
 KNOWN S CONSTANT 1: 0.3157
 KNOWN S CONSTANT 2: 0.5376
 CRITERION TYPE : 1
 SEARCH OPTION : 2

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = .208) S.D.RESIDS. = .475 D.F. = 5

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED
		5.000000
+ 0.147	6.00	3.50 / 3.04
+ 0.104	3.00	3.00 / 2.81
+ 0.074	6.00	5.00 / 4.71
+ 0.053	7.00	6.00 / 6.07
+ 0.037	11.00	9.50 / 9.48
- 0.037	67.00	73.00 / 73.89

B MATRIX

.000						
.504	.000					
.119	.504	.156				
.052	.119	.504	.000			
.038	.052	.119	.504	.000		
.288	.325	.378	.496	1.000	.000	

RATE CONSTANTS

.136 .113 .094 .078 .064 .000

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS :

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

TALCO MINA FLOR MOAGEM 10 MINUTOS

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS : 1 3 1 2 0
 KNOWN B CONSTANT 1: 0.54
 KNOWN B CONSTANT 2: 5.26
 KNOWN B CONSTANT 3: 0.34
 KNOWN S CONSTANT 1: 0.2785
 KNOWN S CONSTANT 2: 0.5653
 CRITERION TYPE : 1
 SEARCH OPTION : 2

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = .208) S.D.RESIDS. = .613 D.F. = 5

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED
		10.000000
+ 0.147	6.00	1.50 / 1.91
+ 0.104	3.00	3.00 / 2.39
+ 0.074	6.00	4.00 / 4.00
+ 0.053	7.00	5.00 / 5.48
+ 0.037	11.00	9.50 / 8.63
- 0.037	67.00	77.00 / 77.59

B MATRIX

```
.000
.504 .000
.119 .504 .156
.052 .119 .504 .000
.038 .052 .119 .504 .000
.288 .325 .378 .496 1.000 .000
```

RATE CONSTANTS

.115 .094 .077 .064 .052 .000

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS :

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

TALCO MINA FLOR MOAGEM 15 MINUTOS

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS : 1 3 1 2 0
 KNOWN B CONSTANT 1: 0.54
 KNOWN B CONSTANT 2: 5.26
 KNOWN B CONSTANT 3: 0.34
 KNOWN S CONSTANT 1: 0.2458
 KNOWN S CONSTANT 2: 0.6147
 CRITERION TYPE : 1
 SEARCH OPTION : 2

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = .208) S.D.RESIDS. = .867 D.F. = 5

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED
		15.000000
+ 0.147	6.00	.00 / 1.47
+ 0.104	3.00	2.50 / 2.16
+ 0.074	6.00	3.50 / 3.72
+ 0.053	7.00	5.00 / 5.26
+ 0.037	11.00	9.00 / 8.37
- 0.037	67.00	80.00 / 79.02

B MATRIX

.000					
.504	.000				
.119	.504	.156			
.052	.119	.504	.000		
.038	.052	.119	.504	.000	
.288	.325	.378	.496	1.000	.000

RATE CONSTANTS

.094 .076 .061 .049 .040 .000

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS :

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

TALCO MINA BARRA MOURA II MOAGEM 5 MINUTOS

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS : 1 3 1 2 0
 KNOWN B CONSTANT 1: 0.54
 KNOWN B CONSTANT 2: 5.26
 KNOWN B CONSTANT 3: 0.34
 KNOWN S CONSTANT 1: 0.3157
 KNOWN S CONSTANT 2: 0.5376
 CRITERION TYPE : 1
 SEARCH OPTION : 2

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = .208) S.D.RESIDS. = .659 D.F. = 5

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED
		5.000000
+ 0.147	2.50	2.00 / 1.27
+ 0.104	1.00	1.00 / 1.03
+ 0.074	2.50	2.00 / 1.92
+ 0.053	10.00	8.00 / 7.32
+ 0.037	6.00	5.00 / 5.94
- 0.037	78.00	82.00 / 82.53

B MATRIX

.000					
.504	.000				
.119	.504	.156			
.052	.119	.504	.000		
.038	.052	.119	.504	.000	
.288	.325	.378	.496	1.000	.000

RATE CONSTANTS

.136 .113 .094 .078 .064 .000

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS :

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

TALCO MINA BARRA MOURA II MOAGEM 10 MINUTOS

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS : 1 3 1 2 0
 KNOWN B CONSTANT 1: 0.54
 KNOWN B CONSTANT 2: 5.26
 KNOWN B CONSTANT 3: 0.34
 KNOWN S CONSTANT 1: 0.2785
 KNOWN S CONSTANT 2: 0.5653
 CRITERION TYPE : 1
 SEARCH OPTION : 2

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = .208) S.D.RESIDS. = .366 D.F. = 5

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED
		10.000000
+ 0.147	2.50	1.00 / .79
+ 0.104	1.00	.80 / .90
+ 0.074	2.50	2.20 / 1.62
+ 0.053	10.00	6.00 / 6.01
+ 0.037	6.00	5.50 / 5.70
- 0.037	78.00	84.50 / 84.99

B MATRIX

.000						
.504	.000					
.119	.504	.156				
.052	.119	.504	.000			
.038	.052	.119	.504	.000		
.288	.325	.378	.496	1.000	.000	

RATE CONSTANTS

.115 .094 .077 .064 .052 .000

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS :

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

TALCO MINA BARRA MOURA II MOAGEM 15 MINUTOS

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS : 1 3 1 2 0
 KNOWN B CONSTANT 1: 0.54
 KNOWN B CONSTANT 2: 5.26
 KNOWN B CONSTANT 3: 0.34
 KNOWN S CONSTANT 1: 0.2458
 KNOWN S CONSTANT 2: 0.6147
 CRITERION TYPE : 1
 SEARCH OPTION : 2

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = .208) S.D.RESIDS. = .705 D.F. = 5

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED
		15.000000
+ 0.147	2.50	.00 / .61
+ 0.104	1.00	1.00 / .82
+ 0.074	2.50	2.00 / 1.50
+ 0.053	10.00	5.00 / 5.54
+ 0.037	6.00	5.00 / 5.61
- 0.037	78.00	87.00 / 85.92

B MATRIX

.000					
.504	.000				
.119	.504	.156			
.052	.119	.504	.000		
.038	.052	.119	.504	.000	
.288	.325	.378	.496	1.000	.000

RATE CONSTANTS

.094 .076 .061 .049 .040 .000

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS :

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

TALCO MINA PINHEIRO 3 MOAGEM 5 MINUTOS

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS : 1 3 1 2 0
 KNOWN B CONSTANT 1: 0.54
 KNOWN B CONSTANT 2: 5.26
 KNOWN B CONSTANT 3: 0.34
 KNOWN S CONSTANT 1: 0.3157
 KNOWN S CONSTANT 2: 0.5376
 CRITERION TYPE : 1
 SEARCH OPTION : 2

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = .208) S.D.RESIDS. = .429 D.F. = 5

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED
		5.000000
+ 0.147	3.00	2.00 / 1.52
+ 0.104	1.50	1.00 / 1.41
+ 0.074	2.50	2.00 / 2.04
+ 0.053	4.00	3.00 / 3.30
+ 0.037	9.00	7.00 / 7.32
- 0.037	80.00	85.00 / 84.42

B MATRIX

.000						
.504	.000					
.119	.504	.156				
.052	.119	.504	.000			
.038	.052	.119	.504	.000		
.288	.325	.378	.496	1.000	.000	

RATE CONSTANTS

.136 .113 .094 .078 .064 .000

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS :

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

TALCO MINA PINHEIRO 3 MOAGEM 10 MINUTOS

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS : 1 3 1 2 0
 KNOWN B CONSTANT 1: 0.54
 KNOWN B CONSTANT 2: 5.26
 KNOWN B CONSTANT 3: 0.34
 KNOWN S CONSTANT 1: 0.2785
 KNOWN S CONSTANT 2: 0.5653
 CRITERION TYPE : 1
 SEARCH OPTION : 2

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = .200) S.D.RESIDS. = .269 D.F. = 5

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED
		10.000000
+ 0.147	3.00	1.00 / .95
+ 0.104	1.50	1.00 / 1.20
+ 0.074	2.50	2.00 / 1.77
+ 0.053	4.00	3.00 / 2.91
+ 0.037	9.00	6.00 / 6.44
- 0.037	80.00	87.00 / 86.74

B MATRIX

.000					
.504	.000				
.119	.504	.156			
.052	.119	.504	.000		
.038	.052	.119	.504	.000	
.288	.325	.378	.496	1.000	.000

RATE CONSTANTS

.115 .094 .077 .064 .052 .000

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS :

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

TALCO MINA PINHEIRO 3 MOAGEM 15 MINUTOS

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS : 1 3 1 2 0
 KNOWN B CONSTANT 1: 0.54
 KNOWN B CONSTANT 2: 5.26
 KNOWN B CONSTANT 3: 0.34
 KNOWN S CONSTANT 1: 0.2458
 KNOWN S CONSTANT 2: 0.6147
 CRITERION TYPE : 1
 SEARCH OPTION : 2

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = .208) S.D.RESIDS. = .794 D.F. = 5

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED	
		15.000000	
+ 0.147	3.00	.00 /	.74
+ 0.104	1.50	1.20 /	1.08
+ 0.074	2.50	1.80 /	1.66
+ 0.053	4.00	2.00 /	2.77
+ 0.037	9.00	6.00 /	6.16
- 0.037	80.00	89.00 /	87.60

B MATRIX

.000						
.504	.000					
.119	.504	.156				
.052	.119	.504	.000			
.038	.052	.119	.504	.000		
.288	.325	.378	.496	1.000	.000	

RATE CONSTANTS

.094 .076 .061 .049 .040 .000

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS :

ANEXO 4

**RESULTADOS DE SIMULAÇÃO COM AS AMOSTRAS DAS
MINAS FERRADINHO, BARRA MOURA I, BARRA MOURA II E
ARMANDO - MOAGEM CONTÍNUA**

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

MINA FERRADINHO MOAGEM CONTINUA

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS : 1 3 1 2 3

KNOWN B CONSTANT 1: 0.54
 KNOWN B CONSTANT 2: 5.26
 KNOWN B CONSTANT 3: 0.34
 KNOWN S CONSTANT 1: 0.0978
 KNOWN S CONSTANT 2: -0.1685

KNOWN RT FRACTION FOR MIXER 1: 0.2
 KNOWN RT FRACTION FOR MIXER 2: 0.3
 KNOWN RT FRACTION FOR MIXER 3: 0.2

CRITERION TYPE : 3
 SEARCH OPTION : 3

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = .208) S.D.RESIDS. = .256 D.F. = 9

SIZE FEED PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED
 2.360000

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED
+ 0.147	51.50	37.90 / 38.40
+ 0.104	16.80	17.50 / 17.80
+ 0.074	5.60	7.20 / 7.65
+ 0.053	2.40	3.80 / 3.76
+ 0.037	.30	1.40 / 1.54
+ 0.026	1.60	2.30 / 1.95
+ 0.018	3.70	3.20 / 3.30
+ 0.012	2.00	2.80 / 2.34
+ 0.008	2.20	3.10 / 2.19
- 0.008	13.90	20.80 / 21.01

B MATRIX

.000									
.504	.000								
.119	.504	.000							
.052	.119	.504	.000						
.038	.052	.119	.504	.000					
.032	.038	.052	.119	.504	.000				
.028	.032	.038	.052	.119	.504*****				
.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000		
.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000	
.179	.202	.227	.255	.288	.325	.378	.496	1.000	.000

RATE CONSTANTS

.127 .135 .143 .152 .161 .171 .181 .192

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS :

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

INA BARRA MOURA I MOAGEM CONTINUA

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS : 1 3 1 2 3

KNOWN B CONSTANT 1: 0.54

KNOWN B CONSTANT 2: 5.26

KNOWN B CONSTANT 3: 0.34

KNOWN S CONSTANT 1: 0.0905

KNOWN S CONSTANT 2: -0.1616

KNOWN RT FRACTION FOR MIXER 1: 0.2

KNOWN RT FRACTION FOR MIXER 2: 0.3

KNOWN RT FRACTION FOR MIXER 3: 0.2

CRITERION TYPE : 3

SEARCH OPTION : 3

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = .208) S.D.RESIDS. = .478 D.F. = 9

SIZE FEED PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED
3.250000

+ 0.147	41.50	27.90 / 28.73
+ 0.104	13.30	13.90 / 14.13
+ 0.074	6.50	8.70 / 7.74
+ 0.053	3.30	5.90 / 4.41
+ 0.037	.80	1.40 / 2.09
+ 0.026	2.40	3.60 / 2.33
+ 0.018	4.80	4.20 / 4.00
+ 0.012	2.60	3.60 / 3.00
+ 0.008	2.90	3.80 / 3.06
- 0.008	21.90	27.00 / 30.57

B MATRIX

.000									
.504	.000								
.119	.504	.000							
.052	.119	.504	.000						
.038	.052	.119	.504	.000					
.032	.038	.052	.119	.504	.000				
.028	.032	.038	.052	.119	.504*****				
.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000		
.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000	
.179	.202	.227	.255	.288	.325	.378	.496	1.000	.000

RATE CONSTANTS

.117	.123	.130	.138	.146	.154	.163	.173
------	------	------	------	------	------	------	------

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS :

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

MINA BARRA MOURA II MOAGEM CONTINUA

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS = 1 3 1 2 3

KNOWN B CONSTANT 1: 0.54

KNOWN B CONSTANT 2: 5.26

KNOWN B CONSTANT 3: 0.34

KNOWN S CONSTANT 1: 0.0675

KNOWN S CONSTANT 2: -0.1224

KNOWN RT FRACTION FOR MIXER 1: 0.2

KNOWN RT FRACTION FOR MIXER 2: 0.3

KNOWN RT FRACTION FOR MIXER 3: 0.2

CRITERION TYPE : 3

SEARCH OPTION : 3

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = .208) S.D.RESIDS. = .298

D.F. = 9

SIZE FEED PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED
6.620000

+ 0.147	9.10	5.20 / 5.42
+ 0.104	5.70	4.20 / 4.66
+ 0.074	5.40	4.90 / 4.44
+ 0.053	4.90	5.20 / 4.13
+ 0.037	2.30	2.50 / 2.66
+ 0.026	3.30	2.80 / 2.81
+ 0.018	6.90	5.10 / 4.64
+ 0.012	4.20	4.50 / 3.87
+ 0.008	5.50	4.70 / 3.91
- 0.008	52.70	60.90 / 63.44

B MATRIX

.000										
.504	.000									
.119	.504	.000								
.052	.119	.504	.000							
.038	.052	.119	.504	.000						
.032	.038	.052	.119	.504	.000					
.028	.032	.038	.052	.119	.504*****					
.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000			
.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000		
.179	.202	.227	.255	.288	.325	.378	.496	1.000	.000	

RATE CONSTANTS

.082 .085 .089 .093 .097 .101 .106 .110

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS :

DISTRIBUTION AND RATE FUNCTION DETERMINATION

MINA ARMANDO MOAGEM CONTINUA

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS # 1 3 1 2 3

KNOWN B CONSTANT 1: 0.54
 KNOWN B CONSTANT 2: 3.26
 KNOWN B CONSTANT 3: 0.34
 KNOWN S CONSTANT 1: 0.0848
 KNOWN S CONSTANT 2: -0.1544

KNOWN RT FRACTION FOR MIXER 1: 0.2
 KNOWN RT FRACTION FOR MIXER 2: 0.3
 KNOWN RT FRACTION FOR MIXER 3: 0.2

CRITERION TYPE : 3
 SEARCH OPTION : 3

FINAL CONSTANTS (TOP SIZE = .208) S.D.RESIDS. = .250 D.F. = 9

SIZE	FEED	PRODUCT - OBSERVED/PREDICTED
		4.000000
+ 0.147	34.20	21.30 / 22.53
+ 0.104	13.00	12.60 / 12.90
+ 0.074	10.40	10.70 / 9.92
+ 0.053	7.50	8.50 / 7.47
+ 0.037	1.30	2.60 / 3.21
+ 0.026	2.10	2.50 / 2.69
+ 0.018	4.80	3.30 / 3.95
+ 0.012	3.40	3.70 / 3.40
+ 0.008	4.20	3.50 / 3.52
- 0.008	19.10	31.30 / 30.44

B MATRIX

.000									
.504	.000								
.119	.504	.000							
.052	.119	.504	.000						
.038	.052	.119	.504	.000					
.032	.038	.052	.119	.504	.000				
.028	.032	.038	.052	.119	.504*****				
.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000		
.022	.025	.028	.032	.038	.052	.119	.504	.000	
.179	.202	.227	.255	.288	.325	.378	.496	1.000	.000

RATE CONSTANTS

.108 .114 .120 .127 .134 .141 .149 .157

OPTIONS: IBOPT, IBFIX, ISOPT, ISFIX, MIXERS #

LISTA DE TABELAS

	Pag.
Tabela 1 - Distribuição de tamanhos e os tempos de moagem para cada conjunto	67
Tabela 2 - Vazões referentes às alimentações nova e na entrada do moinho encontradas nos ensaios contínuos de moagem	68
Tabela 3 - Estimativa do tempo de residência médio para os ensaios em usina piloto	69
Tabela 4 - Análises químicas das amostras representativas das minas estudadas	71
Tabela 5 - Análises granulométricas das amostras coletadas na pilha de alimentação da usina piloto	73
Tabela 6 - Análises granulométricas das amostras coletadas na alimentação do moinho da usina piloto	74
Tabela 7 - Análises granulométricas das amostras coletadas na descarga do moinho da usina piloto	75
Tabela 8 - Composição mineralógica semiquantitativa das seis amostras representativas das minas de talco	76
Tabela 9A - Resultados obtidos na moagem (observados e simulados) em escala descontínua para diferentes tempos. Conjunto 1 de material da mina Ferradinho	78
Tabela 9B - Resultados obtidos na moagem (observados e simulados) em escala descontínua para diferentes tempos. Conjunto 2 de material da mina Ferradinho	79
Tabela 9C - Resultados obtidos na moagem (observados e simulados) em escala descontínua para diferentes tempos. Conjunto 3 de material da mina Ferradinho	80

Tabela 9D - Resultados obtidos na moagem (observados e simulados) em escala descontínua para diferentes tempos. Conjunto 4 de material da mina Ferradinho	81
Tabela 10 - Valores das constantes das formas funcionais	81
Tabela 11 - Valores da função taxa específica de quebra para o primeiro intervalo granulométrico (S_1) - mina Ferradinho	82
Tabela 12 - Valores das constantes k_1 , k_2 , k_3 e k_4 para a moagem descontínua - mina Ferradinho	84
Tabela 13 - Valores das constantes s_1 e s_2 - mina Ferradinho	85
Tabela 14 - Resultados obtidos nos ensaios de moagem (observados e simulados) em escala descontínua - mina: Ferradinho	86
Tabela 15 - Valores das constantes s_1 e s_2 para as minas Flor, Barra Moura II e Pinheiro 3	85
Tabela 16 - Resultados obtidos nos ensaios de moagem (observados e simulados) em escala descontínua - minas: Ferradinho, Barra Moura II e Pinheiro 3	88
Tabela 17 - Valores da função taxa específica de quebra para o primeiro intervalo granulométrico na moagem contínua	93
Tabela 18 - Valores das constantes k_1 , k_2 , k_3 e k_4 para a moagem contínua	93
Tabela 19 - Valores das constantes s_1 e s_2 para moagem contínua	94
Tabela 20 - Resultados obtidos na moagem (observados e simulados) em escala contínua	95
Tabela 21 - Valores das constantes s_1 e s_2 para a mina Armando	98
Tabela 22 - Resultados obtidos na simulação da moagem contínua com a mina Armando	99

LISTA DE FIGURAS

	Pag.
Figura 1 - Relação entre energia fornecida e tamanho da partícula na cominuição	20
Figura 2 - Função taxa específica de quebra - S_j : antracito, intervalo de tamanho inicial, 1,98 x 0,85 mm	25
Figura 3 - Função distribuição de quebra primária acumulada $B_{i,j}$: quartzo, intervalo de tamanho inicial 0,85 x 0,60 mm, moinho com $D = 0,6$ m	27
Figura 4 - Função distribuição de quebra padronizada	28
Figura 5 - Função distribuição de quebra não-padronizada	29
Figura 6 - Distribuições de tempos de residência ideal e real	40
Figura 7 - Representação do impulso (entrada) e da resposta ao impulso (saída)	42
Figura 8 - Recirculação do traçador em circuito fechado de moagem	45
Figura 9 - Circuito de moagem contínua em circuito fechado	47
Figura 10 - Pontos de amostragem para a tomada de amostras	55
Figura 11 - Etapas de preparação das amostras e estudos realizados	57
Figura 12 - Resultados obtidos nos ensaios de moagem em escala descontínua com a mina Ferradinho	87
Figura 13 - Resultados obtidos nos ensaios de moagem em escala descontínua com a mina Flor	89
Figura 14 - Resultados obtidos nos ensaios de moagem em escala descontínua com a mina Barra Moura II	90
Figura 15 - Resultados obtidos nos ensaios de moagem em escala descontínua com a mina Pinheiro 3	91

Figura 16 - Resultados obtidos na moagem em escala contínua com a mina Ferradinho	96
Figura 17 - Resultados obtidos na moagem em escala contínua com a mina Barra Moura I	97
Figura 18 - Resultados obtidos na moagem em escala contínua com a mina Barra Moura II	98
Figura 19 - Resultados obtidos na moagem em escala contínua com a mina Armando	100