

EDUARDO CÉSAR SANSONE

**ABORDAGEM NÃO CONVENCIONAL NA REPRESENTAÇÃO
MATEMÁTICA DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DAS ROCHAS**

Tese apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Doutor em
Engenharia

SÃO PAULO
2001

EDUARDO CÉSAR SANSONE

**ABORDAGEM NÃO CONVENCIONAL NA REPRESENTAÇÃO
MATEMÁTICA DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DAS ROCHAS**

Tese apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Doutor em
Engenharia

Área de Concentração:
Engenharia Mineral

Orientador:
Prof. Dr. Lineu A. Ayres da Silva

SÃO PAULO
2001

Sansone, Eduardo César

Abordagem não convencional na representação matemática do comportamento mecânico das rochas. São Paulo, 2001.

179p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Minas.

1. Mecânica de rochas 2. Mineração subterrânea
I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica.
Departamento de Engenharia de Minas II. t

AGRADECIMENTOS

Expresso meus sinceros agradecimentos a meu orientador, o Prof. Dr. Lineu A. Ayres da Silva, pela amizade de que tenho o privilégio de desfrutar, pelos ensinamentos que tem me transmitido desde o curso de graduação e pelo auxílio nas minhas atividades de pesquisa junto ao Laboratório de Mecânica de Rochas da Escola Politécnica da USP.

Agradeço o incentivo, as sugestões e os conhecimentos transmitidos pelo Prof. Dr. Wildor Theodoro Hennies, pelo Prof. Dr. Antonio Stellin Júnior e pelo Prof. Dr. Laurindo de Salles Leal Filho, todos professores do Departamento de Engenharia de Minas da Escola Politécnica da USP.

Agradeço a amizade e a ajuda sempre pronta e eficiente do técnico laboratorista Jorge Sakamoto. E aos amigos de todas as horas, Eng. de Minas Luiz Carlos Rusilo e Eng. de Minas Ricardo Deguti de Barros Filho.

Agradeço ao IPT - Instituto de Pesquisas Tecnológicas, na pessoa do diretor da DIGEO - Divisão de Geologia, Dr. Omar Yazbek Bitar, pela cessão dos dados de ensaios realizados sobre rochas evaporíticas do estado de Sergipe, e em especial ao Eng. de Minas Lúcio Flávio Maia Coelho por toda a ajuda fornecida.

Agradeço a todo o pessoal técnico e administrativo do Departamento de Engenharia de Minas da Escola Politécnica da USP, em especial a Yukiko Osawa Rodrigues, Maria Cristina Martinez Bonesio, Antonio Angelini Filho, Washington Ferreira Canechia e Mônica do Carmo P. Floriano.

Agradeço também o apoio dado pelo CNPq - Conselho Nacional de Pesquisa.

RESUMO

O projeto de uma obra em rocha, bem como, o estudo das suas condições de estabilidade depende do conhecimento do comportamento mecânico da rocha componente do maciço rochoso e de uma adequada representação matemática deste comportamento em associação às várias metodologias de projeto. Este comportamento mecânico, normalmente caracterizado pelo relacionamento entre tensões e deformações na rocha, tradicionalmente é expresso através de modelos constitutivos, como os modelos elástico, elastoplástico e viscoelástico.

Neste trabalho são utilizados métodos adaptativos como uma alternativa à abordagem tradicional da representação matemática do comportamento mecânico das rochas. A contribuição deste trabalho consiste em verificar a viabilidade de uma forma alternativa de se representar matematicamente este comportamento utilizando sistemas de processamento paralelos e distribuídos. As vantagens em relação aos modelos constitutivos estão associadas ao fato da não necessidade da formulação de hipóteses sobre o comportamento da rocha, já que a representação é obtida diretamente a partir de dados experimentais.

São desenvolvidas aplicações na determinação de parâmetros mecânicos a partir de dados de ensaios em rocha; na representação matemática do comportamento mecânico a partir de ensaios de compressão uniaxial sobre corpos de prova de granito, arenito e itabirito; na representação do comportamento de mármore a partir de resultados de ensaios de compressão com fase de pós-ruptura e segundo diferentes condições de confinamento; e na representação do comportamento a partir de ensaios de fluência sobre corpos de prova de taquidrita pura e taquidrita impura.

ABSTRACT

The design of rock excavations and the study of the stability conditions depends on the rock mechanical behavior and the mathematical representation of this behavior in the design methodologies. The mechanical behavior, characterized by the stress and strain relationship, traditionally is expressed through constitutive laws, as the elastic, elastoplastic and viscoelastic.

Here we use adaptative methods as an alternative to the traditional approach of the mathematical representation of the rock mechanical behavior. The contribution of this work is to verify the viability of an alternative way of representing this behavior mathematically using parallel and distributed processing systems. The advantage to the constitutive laws is not to need to formulate hypotheses about the rock behavior, since the representation is obtained from experimental data.

Applications are developed determining mechanical parameters from data of tests in rock; representing the mechanical behavior from uniaxial compression tests on granite, sandstone and itabirite; representing the behavior of marble from compression tests in post-failure phase; and representing the behavior from fluency tests on evaporites.

ÍNDICE GERAL

1.	INTRODUÇÃO E OBJETIVOS	1
1.1.	A necessidade da representação matemática do comportamento mecânico das rochas	1
1.2.	O comportamento mecânico das rochas	3
1.3.	Objetivos	6
1.4.	Estrutura do trabalho	7
2.	MODELOS CONSTITUTIVOS PARA ROCHAS.....	9
2.1.	Tensões.....	9
2.2.	Deformações.....	14
2.3.	Tensões e deformações em um plano.....	16
2.4.	Propostas para modelos constitutivos.....	19
2.5.	Elementos básicos.....	19
2.6.	Leis constitutivas	21
2.6.1.	Modelo elástico	21
2.6.2.	Modelo elastoplástico	25
2.6.3.	Modelo viscoelástico	27
3.	REDES NEURAIS ARTIFICIAIS	31
3.1.	Definição	31
3.2.	Inspiração biológica	31
3.3.	O neurônio artificial	33
3.4.	RNA's x computadores convencionais.....	34
3.5.	Vantagens das RNA's	35
3.6.	Aplicações das RNA's.....	36
3.6.1.	Associação, classificação e agrupamento.....	36
3.6.2.	Reconhecimento de padrões	37
3.6.3.	Regressão e generalização	37
3.6.4.	Otimização.....	37
3.7.	Histórico do desenvolvimento das RNA's	37
3.8.	Características das RNA's	39
3.8.1.	Fatores de peso.....	39
3.8.2.	Função de soma	40
3.8.3.	Função de transferência.....	40
3.8.4.	Fator de escala e limites	41
3.8.5.	Função de saída.....	42
3.8.6.	Função de erro.....	42
3.9.	Arquitetura de RNA's.....	42
3.9.1.	Redes para frente ("feedforward")	44
3.9.2.	RNA's recorrentes ("feedback").....	44
3.9.3.	RNA's lateralmente conectadas.....	45
3.10.	Aprendizado	45
3.10.1.	Leis de aprendizado	46

3.10.2.	Regra de Hebb.....	46
3.10.3.	Regra de Widrow-Hoff (regra delta)	47
3.10.4.	Regra delta generalizada	49
3.10.5.	Lei de Hopfield	49
3.10.6.	Lei de Kohonen.....	50
3.10.7.	Lei de Grossberg.....	50
3.11.	Algoritmos de treinamento	50
3.11.1.	Aprendizado supervisionado	50
3.11.2.	Aprendizado não supervisionado.....	52
3.11.3.	O algoritmo de retropropagação de erros.....	53
3.11.4.	Considerações na implementação do algoritmo de retropropagação de erros	59
3.12.	Generalização em RNA's.....	60
3.13.	Seleção do tipo mais adequado de RNA à solução de um problema	62
3.14.	Fases no desenvolvimento de aplicações baseadas em RNA's.....	63
3.14.1.	Coleta de dados e separação em conjuntos.....	63
3.14.2.	Configuração da RNA.....	64
3.14.3.	Treinamento	64
3.14.4.	Teste.....	65
3.14.5.	Integração	65
3.15.	Limitações das RNA's.....	66
4.	APLICAÇÕES DAS RNA'S.....	67
4.1.	Aplicações das RNA's em engenharia de minas	67
4.2.	Aplicações das RNA's na mecânica de rochas	68
4.3.	Aplicações das RNA's na representação do comportamento mecânico de materiais.....	69
5.	ATIVIDADES EXPERIMENTAIS.....	72
5.1.	Ensaio mecânicos	72
5.1.1.	Corte dos cilindros	73
5.1.2.	Corte das faces dos corpos de prova.....	74
5.1.3.	Regularização das superfícies de carga.....	75
5.1.4.	Verificação dimensional	75
5.1.5.	Ensaio de compressão uniaxial.....	77
5.2.	Resultados.....	78
5.2.1.	Resultados dos 5 ensaios em arenito	78
5.2.2.	Resultados dos 3 ensaios em basalto	80
5.2.3.	Resultados dos 19 ensaios em calcário	81
5.2.4.	Resultados dos 4 ensaios em diabásio.....	85
5.2.5.	Resultados dos 10 ensaios em gnaisse.....	87
5.2.6.	Resultados dos 26 ensaios em granito	89
5.2.7.	Resultados dos 14 ensaios em itabirito.....	93
5.2.8.	Resultados dos 6 ensaios em quartzito.....	96
5.2.9.	Resultados dos 17 ensaios em xisto	98
5.2.10.	Comparação entre os resultados dos ensaios para todas as litologias.....	102

5.2.11.	Distribuição dos resultados dos parâmetros mecânicos para os 104 ensaios.....	103
5.3.	Pesquisas realizadas.....	105
6.	UTILIZAÇÃO DE RNA'S NA IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MECÂNICOS A PARTIR DE DADOS DE ENSAIOS EM ROCHA.....	106
6.1.	Arquitetura da RNA e processo de treinamento.....	107
6.2.	Identificação de parâmetros mecânicos a partir de dados de ensaios em todas as litologias.....	108
6.3.	Identificação de parâmetros mecânicos a partir de dados de ensaios em granito.....	110
6.4.	Identificação de parâmetros mecânicos a partir de dados de ensaios em calcário.....	111
6.5.	Análise dos resultados.....	112
7.	USO DE RNA'S NA REPRESENTAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO A PARTIR DE ENSAIOS DE COMPRESSÃO UNIAXIAL.....	114
7.1.	Arquitetura da RNA e processo de treinamento.....	114
7.2.	Representação do comportamento mecânico a partir de dados de ensaios em granito.....	116
7.3.	Representação do comportamento mecânico a partir de dados de ensaios em arenito.....	119
7.4.	Representação do comportamento mecânico a partir de dados de ensaios em itabirito.....	119
7.5.	Metodologia para a representação do comportamento mecânico médio a partir de múltiplos ensaios.....	120
7.6.	Comparação da metodologia com modelos constitutivos elástico e elastoplástico....	125
7.6.1.	Modelo numérico de ensaio de compressão uniaxial.....	125
7.6.2.	Modelo constitutivo elástico.....	127
7.6.3.	Modelo constitutivo elastoplástico.....	130
8.	USO DE RNA'S NA REPRESENTAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO A PARTIR DE ENSAIOS DE COMPRESSÃO UNIAXIAL COM FASE DE PÓS-RUPTURA.....	134
8.1.	Dados utilizados.....	135
8.2.	Arquitetura da RNA e processo de treinamento.....	136
8.3.	Representação do comportamento mecânico em pós-ruptura de mármore.....	137
8.3.1.	Teste da RNA treinada.....	139
9.	USO DE RNA'S NA REPRESENTAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO A PARTIR DE ENSAIOS DE FLUÊNCIA.....	141
9.1.	Dados utilizados.....	141
9.2.	Arquitetura da RNA e processo de treinamento.....	141
9.3.	Representação do comportamento mecânico a partir de dados de ensaios em taquidrita pura.....	142
9.4.	Representação do comportamento mecânico a partir de dados de ensaios em taquidrita impura.....	146

10.	CONCLUSÕES.....	151
10.1.	Vantagens da metodologia proposta.....	151
10.2.	Dificuldades da metodologia proposta.....	152
10.3.	Balanço: vantagens x dificuldades.....	153
10.4.	Sugestões para futuras pesquisas.....	154
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	156
	BIBLIOGRAFIA CONSULTADA.....	161

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1	Métodos de projeto para obras em rocha.....	1
Figura 1.2	Curvas tensão x deformação para ensaio de compressão em rocha.....	4
Figura 1.3	Cálculo do módulo de elasticidade e do coeficiente de Poisson.....	5
Figura 2.1	Convenção de sinais para tensões (tração positiva).....	9
Figura 2.2	Convenção de sinais para tensões (compressão positiva).....	10
Figura 2.3	Rotação de coordenadas e definição dos co-senos diretores	11
Figura 2.4	Planos octaédricos.....	14
Figura 2.5	Deformações em um elemento de um corpo contínuo	15
Figura 2.6	Deformações normal e de cisalhamento	16
Figura 2.7	Rotação de coordenadas em um plano	17
Figura 2.8	Círculo de Mohr.....	18
Figura 2.9	Tipos de modelos constitutivos: a) elástico não linear e b) elástico linear.....	20
Figura 2.10	Tipos de modelos constitutivos: a) plástico, b) perfeitamente plástico, c) elastoplástico, c1) perfeitamente elastoplástico, c2) elastoplástico com endurecimento e c3) elastoplástico com amolecimento.....	20
Figura 2.11	Tipos de modelos constitutivos: a) viscoelástico com fluência a tensão constante e b) viscoelástico com relaxação a deformação constante	21
Figura 2.12	Superfícies de plastificação no espaço das tensões principais: a) Critério de Drucker-Prager e b) Critério de Mohr-Coulomb.....	26
Figura 2.13	Mola.....	28
Figura 2.14	Amortecedor	28
Figura 2.15	Modelo de Maxwell	28
Figura 2.16	Modelo de Kelvin.....	29
Figura 3.1	Transformação de dados de entrada em dados de saída	31
Figura 3.2	Neurônio biológico	32
Figura 3.3	Neurônio artificial	33
Figura 3.4	Neurônio linear.....	34
Figura 3.5	Neurônio artificial com função de ativação	34
Figura 3.6	Algumas funções de transferência.....	41
Figura 3.7	Rede neural artificial típica.....	43
Figura 3.8	Tipos de conexões entre duas camadas de neurônios	43
Figura 3.9	RNA multicamadas para frente	44
Figura 3.10	RNA recorrente.....	45
Figura 3.11	RNA lateralmente conectada	45
Figura 3.12	Gráfico erro quadrático x peso	48
Figura 3.13	Superfície de erro.....	49
Figura 3.14	Processo de treinamento	52
Figura 3.15	Determinação do gradiente.....	54
Figura 3.16	Iterações no método da descida via gradiente.....	54
Figura 3.17	RNA do tipo retropropagação de erros com uma camada oculta.....	55
Figura 3.18	Retropropagação dos erros	56
Figura 3.19	RNA do tipo retropropagação de erros com duas camadas ocultas.....	59
Figura 5.1	Fluxograma geral dos trabalhos.....	73

Figura 5.2	Extração de cilindros.....	74
Figura 5.3	Corte em serra com disco diamantado.....	74
Figura 5.4	Retificação dos corpos de prova.....	75
Figura 5.5	Determinação dos erros angulares	76
Figura 5.6	Determinação do erro de planicidade.....	76
Figura 5.7	Verificação dimensional em máquina de medição tridimensional.....	76
Figura 5.8	Sistema de realização de ensaios servo-controlados.....	77
Figura 5.9	Sala de ensaios	77
Figura 5.10	Corpo de prova com medidores de deformação	78
Figura 5.11	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ARENITO-I-01.....	79
Figura 5.12	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ARENITO-I-02.....	79
Figura 5.13	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ARENITO-I-03.....	79
Figura 5.14	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ARENITO-I-04.....	79
Figura 5.15	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ARENITO-I-05.....	80
Figura 5.16	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-BASALTO-I-01.....	81
Figura 5.17	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-BASALTO-I-02.....	81
Figura 5.18	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-BASALTO-I-03.....	81
Figura 5.19	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-I-01.....	83
Figura 5.20	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-I-02.....	83
Figura 5.21	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-I-03.....	83
Figura 5.22	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-I-04.....	83
Figura 5.23	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-I-05.....	83
Figura 5.24	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-II-01	83
Figura 5.25	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-II-02	83
Figura 5.26	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-II-03	83
Figura 5.27	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-II-04	84
Figura 5.28	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-II-05	84
Figura 5.29	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-II-06	84
Figura 5.30	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-II-07	84
Figura 5.31	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-III-01	84
Figura 5.32	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-III-02.....	84
Figura 5.33	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-III-03	84
Figura 5.34	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-III-04	84
Figura 5.35	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-IV-01	85
Figura 5.36	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-IV-02.....	85
Figura 5.37	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-IV-03.....	85
Figura 5.38	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-DIABÁSIO-I-01.....	86
Figura 5.39	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-DIABÁSIO-I-02.....	86
Figura 5.40	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-DIABÁSIO-I-03.....	86
Figura 5.41	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-DIABÁSIO-I-04.....	86
Figura 5.42	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GNAISSE-I-01	88
Figura 5.43	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GNAISSE-I-02.....	88
Figura 5.44	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GNAISSE-II-01.....	88

Figura 5.45	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GNAISSE-II-02.....	88
Figura 5.46	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GNAISSE-II-03.....	88
Figura 5.47	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GNAISSE-II-04.....	88
Figura 5.48	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GNAISSE-II-05.....	88
Figura 5.49	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GNAISSE-II-06.....	88
Figura 5.50	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GNAISSE-II-07.....	89
Figura 5.51	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GNAISSE-II-08.....	89
Figura 5.52	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-I-01	90
Figura 5.53	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-I-02	90
Figura 5.54	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-I-03	90
Figura 5.55	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-I-04	90
Figura 5.56	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-I-05	91
Figura 5.57	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-I-06	91
Figura 5.58	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-I-07	91
Figura 5.59	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-I-08	91
Figura 5.60	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-I-09	91
Figura 5.61	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-I-10	91
Figura 5.62	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-I-11	91
Figura 5.63	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-I-12	91
Figura 5.64	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-I-13	92
Figura 5.65	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-II-01.....	92
Figura 5.66	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-II-02.....	92
Figura 5.67	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-II-03.....	92
Figura 5.68	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-II-04.....	92
Figura 5.69	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-II-05.....	92
Figura 5.70	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-III-01.....	92
Figura 5.71	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-III-02.....	92
Figura 5.72	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-III-03.....	93
Figura 5.73	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-IV-01	93
Figura 5.74	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-IV-02	93
Figura 5.75	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-IV-03	93
Figura 5.76	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-IV-04	93
Figura 5.77	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-GRANITO-IV-05	93
Figura 5.78	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-ITABIRITO-I-01	95
Figura 5.79	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-ITABIRITO-I-02	95
Figura 5.80	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-ITABIRITO-I-03	95
Figura 5.81	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-ITABIRITO-I-04	95
Figura 5.82	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-ITABIRITO-I-05	95
Figura 5.83	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-ITABIRITO-I-06	95
Figura 5.84	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-ITABIRITO-I-07	95
Figura 5.85	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-ITABIRITO-I-08	95
Figura 5.86	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-ITABIRITO-I-09	96
Figura 5.87	Curvas $\sigma \times \varepsilon$ para CP-ITABIRITO-I-10	96

Figura 5.88	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-11	96
Figura 5.89	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-12	96
Figura 5.90	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-13	96
Figura 5.91	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-14	96
Figura 5.92	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-QUARTZITO-I-01	97
Figura 5.93	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-QUARTZITO-I-02	97
Figura 5.94	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-QUARTZITO-I-03	98
Figura 5.95	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-QUARTZITO-I-04	98
Figura 5.96	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-QUARTZITO-I-05	98
Figura 5.97	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-QUARTZITO-I-06	98
Figura 5.98	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-01.....	100
Figura 5.99	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-02.....	100
Figura 5.100	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-03.....	100
Figura 5.101	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-04.....	100
Figura 5.102	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-05.....	100
Figura 5.103	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-06.....	100
Figura 5.104	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-07.....	100
Figura 5.105	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-08.....	100
Figura 5.106	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-09.....	101
Figura 5.107	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-10.....	101
Figura 5.108	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-11.....	101
Figura 5.109	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-12.....	101
Figura 5.110	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-13.....	101
Figura 5.111	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-14.....	101
Figura 5.112	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-15.....	101
Figura 5.113	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-16.....	101
Figura 5.114	Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-17.....	102
Figura 5.115	Distribuição dos resultados de σ_c para todas as litologias	102
Figura 5.116	Distribuição dos resultados de E para todas as litologias	103
Figura 5.117	Distribuição dos resultados de v para todas as litologias	103
Figura 5.118	Distribuição de frequência dos resultados de σ_c para todos os ensaios	104
Figura 5.119	Distribuição de frequência dos resultados de E para todos os ensaios.....	104
Figura 5.120	Distribuição de frequência dos resultados de v para todos os ensaios	104
Figura 5.121	Pesquisas realizadas.....	105
Figura 6.1	Processo de identificação de parâmetros mecânicos.....	106
Figura 6.2	Casos de treinamento e de comparação.....	107
Figura 6.3	Processo de treinamento da RNA.....	108
Figura 6.4	Comparação entre os valores esperados de σ_c e os calculados através da RNA.....	108
Figura 6.5	Comparação entre os valores esperados de E e os calculados através da RNA.....	109
Figura 6.6	Comparação entre os valores esperados de v e os calculados através da RNA.....	109

Figura 6.7	Comparação entre os valores esperados de σ_c e os calculados através da RNA.....	109
Figura 6.8	Comparação entre os valores esperados de E e os calculados através da RNA.....	110
Figura 6.9	Comparação entre os valores esperados de ν e os calculados através da RNA.....	110
Figura 6.10	Comparação entre os valores esperados de σ_c e os calculados através da RNA.....	111
Figura 6.11	Comparação entre os valores esperados de E e os calculados através da RNA.....	111
Figura 6.12	Comparação entre os valores esperados de ν e os calculados através da RNA.....	111
Figura 6.13	Comparação entre os valores esperados de σ_c e os calculados através da RNA.....	112
Figura 6.14	Comparação entre os valores esperados de E e os calculados através da RNA.....	112
Figura 6.15	Comparação entre os valores esperados de ν e os calculados através da RNA.....	112
Figura 7.1	Metodologia empregada	114
Figura 7.2	Pesquisas realizadas em ensaios de compressão uniaxial.....	114
Figura 7.3	Treinamento de RNA's para diferentes litologias	115
Figura 7.4	Treinamento até $\Sigma \text{ Erro}^2 = 0,1$	116
Figura 7.5	Treinamento até $\Sigma \text{ Erro}^2 = 0,05$	117
Figura 7.6	Treinamento até $\Sigma \text{ Erro}^2 = 0,01$	117
Figura 7.7	Treinamento até $\Sigma \text{ Erro}^2 = 0,005$	118
Figura 7.8	Treinamento até $\Sigma \text{ Erro}^2 = 0,0005$	118
Figura 7.9	Treinamento até $\Sigma \text{ Erro}^2 = 0,0005$	119
Figura 7.10	Treinamento até $\Sigma \text{ Erro}^2 = 0,0005$	120
Figura 7.11	Dificuldade na determinação da curva média $\sigma \times \epsilon_A$	121
Figura 7.12	Metodologia empregada	121
Figura 7.13	Curvas tensão x deformação para 5 ensaios.....	122
Figura 7.14	Curvas $\sigma \times \epsilon_A$ normalizadas e curva média obtida através da RNA	122
Figura 7.15	Curvas $\sigma \times \epsilon_A$ denormalizadas.....	122
Figura 7.16	Curvas $\sigma \times \epsilon_c$ normalizadas e curva média obtida através da RNA.....	123
Figura 7.17	Curvas $\sigma \times \epsilon_c$ denormalizadas.....	123
Figura 7.18	Curvas $\sigma \times \epsilon_\nu$ normalizadas e curva média obtida através da RNA	123
Figura 7.19	Curvas $\sigma \times \epsilon_\nu$ denormalizadas.....	123
Figura 7.20	Curvas tensão x deformação para 5 ensaios e curvas médias obtidas através da RNA	124
Figura 7.21	RNA treinada para representar o comportamento mecânico médio a partir de 5 ensaios	124
Figura 7.22	Casos estudados e comparações	125
Figura 7.23	Processo de cálculo em um ciclo do método dos elementos distintos	126
Figura 7.24	Modelo numérico de corpo de prova submetido a ensaio de compressão	

	uniaxial	127
Figura 7.25	Deformações na direção do carregamento	128
Figura 7.26	Distribuição da tensão principal maior no corpo de prova	128
Figura 7.27	Corpo de prova deformado (deformações exageradas)	128
Figura 7.28	Curva $\sigma \times \epsilon_C$	129
Figura 7.29	Curva $\sigma \times \epsilon_A$	129
Figura 7.30	Comparação entre as curvas $\sigma \times \epsilon_A$ para o modelo constitutivo elástico e para a RNA.....	129
Figura 7.31	Comparação entre o modelo constitutivo elástico e a RNA treinada para representar o comportamento mecânico da rocha	130
Figura 7.32	Deformações no sentido do carregamento	130
Figura 7.33	Plastificações no corpo de prova.....	131
Figura 7.34	Distribuição da tensão principal maior no corpo de prova	131
Figura 7.35	Corpo de prova deformado (deformações exageradas)	132
Figura 7.36	Curvas $\sigma \times \epsilon_C$	132
Figura 7.37	Curvas $\sigma \times \epsilon_A$	132
Figura 7.38	Comparação entre as curvas $\sigma \times \epsilon_A$ para o modelo constitutivo elastoplástico e para a RNA.....	133
Figura 7.39	Comparação entre o modelo constitutivo elastoplástico e a RNA treinada para representar o comportamento mecânico da rocha	133
Figura 8.1	Curva tensão x deformação para material frágil	134
Figura 8.2	Curva tensão x deformação para material dúctil	134
Figura 8.3	Tipos de ruptura de rocha.....	135
Figura 8.4	Metodologia empregada	135
Figura 8.5	Curvas $\sigma \times \epsilon_A$ para 8 ensaios em mármore do Tennessee.....	136
Figura 8.6	Curva $\sigma \times \epsilon_A$ para $\sigma_3 = 0$ e resultados obtidos através da RNA treinada	137
Figura 8.7	Curva $\sigma \times \epsilon_A$ para $\sigma_3 = 3,4$ MPa e resultados obtidos através da RNA treinada	137
Figura 8.8	Curva $\sigma \times \epsilon_A$ para $\sigma_3 = 6,9$ MPa e resultados obtidos através da RNA treinada	137
Figura 8.9	Curva $\sigma \times \epsilon_A$ para $\sigma_3 = 20,7$ MPa e resultados obtidos através da RNA treinada	138
Figura 8.10	Curva $\sigma \times \epsilon_A$ para $\sigma_3 = 26,7$ MPa e resultados obtidos através da RNA treinada	138
Figura 8.11	Curva $\sigma \times \epsilon_A$ para $\sigma_3 = 34,5$ MPa e resultados obtidos através da RNA treinada	138
Figura 8.12	Curva $\sigma \times \epsilon_A$ para $\sigma_3 = 48,3$ MPa e resultados obtidos através da RNA treinada	139
Figura 8.13	Curva $\sigma \times \epsilon_A$ para $\sigma_3 = 13,8$ MPa e resultados interpolados através da RNA treinada	139
Figura 8.14	Curvas $\sigma \times \epsilon_A$ e resultados obtidos através da RNA treinada.....	140
Figura 9.1	Metodologia empregada	141
Figura 9.2	Casos estudados	142
Figura 9.3	Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-11 e resultados obtidos através da	

	RNA treinada.....	143
Figura 9.4	Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-12 e resultados obtidos através da RNA treinada.....	143
Figura 9.5	Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-15 e resultados obtidos através da RNA treinada.....	143
Figura 9.6	Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-19 e resultados obtidos através da RNA treinada.....	144
Figura 9.7	Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-21 e resultados obtidos através da RNA treinada.....	144
Figura 9.8	Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-24 e resultados obtidos através da RNA treinada.....	144
Figura 9.9	Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-22 e resultados interpolados através da RNA treinada.....	145
Figura 9.10	Generalização do comportamento mecânico da rocha através da RNA (σ_1 e σ_3 fixos).....	145
Figura 9.11	Visão tridimensional da generalização do comportamento mecânico da rocha através da RNA (σ_1 e σ_3 fixos).....	146
Figura 9.12	Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-10 e resultados obtidos através da RNA treinada.....	147
Figura 9.13	Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-16 e resultados obtidos através da RNA treinada.....	147
Figura 9.14	Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-18 e resultados obtidos através da RNA treinada.....	147
Figura 9.15	Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-23 e resultados obtidos através da RNA treinada.....	148
Figura 9.16	Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-26 e resultados obtidos através da RNA treinada.....	148
Figura 9.17	Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-28 e resultados obtidos através da RNA treinada.....	148
Figura 9.18	Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-14 e resultados interpolados através da RNA treinada.....	149
Figura 9.19	Generalização do comportamento mecânico da rocha através da RNA (σ_1 e T fixos).....	149
Figura 9.20	Visão tridimensional da generalização do comportamento mecânico da rocha através da RNA (σ_1 e T fixos).....	150
Figura 10.1	Carregamento variável no tempo.....	152
Figura 10.2	Exemplo de RNA para uma abordagem incremental na representação do comportamento mecânico das rochas.....	154

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1	Comparação entre computadores convencionais e RNA's	35
Tabela 3.2	Seleção de RNA's	63
Tabela 5.1	Ensaio em arenito	78
Tabela 5.2	Índices estatísticos	79
Tabela 5.3	Ensaio em basalto	80
Tabela 5.4	Índices estatísticos	80
Tabela 5.5	Ensaio em calcário	82
Tabela 5.6	Índices estatísticos	82
Tabela 5.7	Ensaio em diabásio	85
Tabela 5.8	Índices estatísticos	86
Tabela 5.9	Ensaio em gnaisse	87
Tabela 5.10	Índices estatísticos	87
Tabela 5.11	Ensaio em granito	89
Tabela 5.12	Índices estatísticos	90
Tabela 5.13	Ensaio em itabirito	94
Tabela 5.14	Índices estatísticos	94
Tabela 5.15	Ensaio em quartzito	97
Tabela 5.16	Índices estatísticos	97
Tabela 5.17	Ensaio em xisto	99
Tabela 5.18	Índices estatísticos	99
Tabela 7.1	Parâmetros mecânicos dos corpos de prova e determinados através da RNA..	124
Tabela 9.1	Ensaio de fluência em taquidrita pura	142
Tabela 9.2	Ensaio de fluência em taquidrita impura	146

1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

1.1. A NECESSIDADE DA REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DAS ROCHAS

O projeto de uma obra em rocha, bem como o estudo das suas condições de estabilidade pode ser realizado através de vários métodos (FRANKLIN e DUSSEAULT, 1989). Na figura que segue apresentamos alguns dos principais métodos de projeto utilizados, e na seqüência fazemos uma breve descrição de cada um.

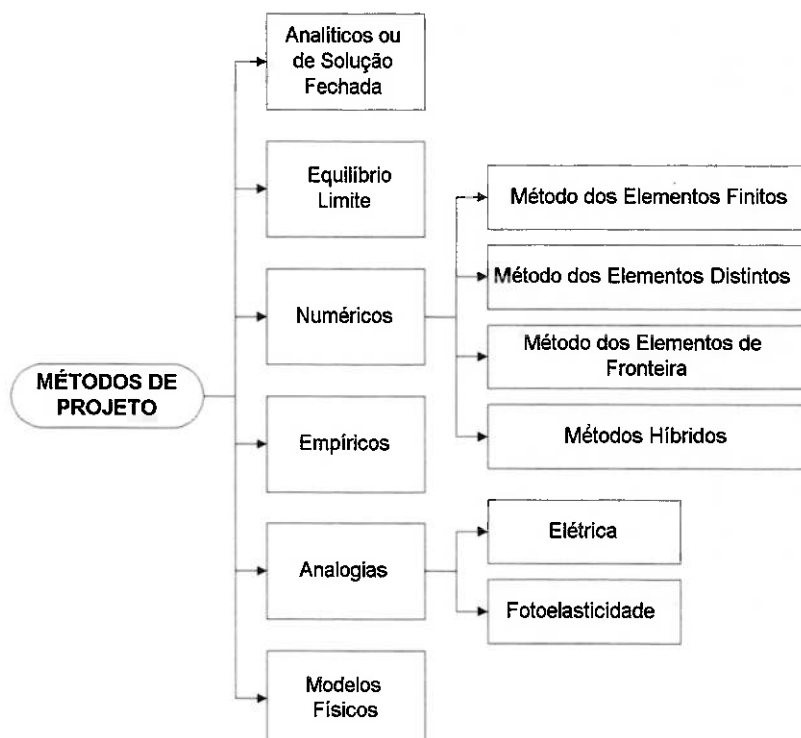


Figura 1.1 - Métodos de projeto para obras em rocha

Métodos analíticos ou de solução fechada são aqueles onde o comportamento de uma escavação ou construção em rocha pode ser expresso através de equações a partir das quais uma única solução pode ser encontrada. Para o desenvolvimento destas soluções, várias hipóteses simplificadoras são formuladas, tais como: continuidade do meio, homogeneidade, isotropicidade etc. Exemplos deste tipo de abordagem são as equações baseadas na teoria da elasticidade para a previsão da distribuição de tensões no entorno de túneis e a teoria da "área tributária", utilizada na previsão da tensão atuante sobre pilares em minas subterrâneas lavradas através do método de câmaras e pilares. Os métodos analíticos são normalmente limitados a geometrias simples, pequeno número de materiais e leis de comportamento simples, como a elástica e a viscoelástica.

Os métodos de equilíbrio limite são normalmente utilizados na análise da estabilidade de taludes em solo ou rocha e fundações de barragens. Ao contrário das técnicas baseadas na mecânica dos sólidos, estes métodos não se preocupam com a determinação de tensões e deformações, estes consideram apenas o balanço de forças solicitantes e resistentes atuando sobre maciços rochosos potencialmente instáveis, permitindo o cálculo, por exemplo, de fatores de segurança.

Já os métodos numéricos são utilizados em problemas que envolvem a determinação de tensões e deformações, quando não existem soluções fechadas disponíveis ou quando a complexidade do problema dificulta a determinação de uma solução simples. Os métodos numéricos podem resolver problemas com geometrias complexas, maior número de materiais (por exemplo: camadas de litologias diferentes) e leis de comportamento mais complicadas. As soluções podem ser obtidas a partir de iterações onde a exatidão da solução é gradativamente aumentada, até um ponto definido pelo binômio: tempo de processamento x grau de precisão requerido. Dentre estes métodos, os mais conhecidos são o dos elementos finitos, dos elementos de contorno e dos elementos distintos. O método dos elementos finitos baseia-se na discretização de um meio contínuo em um número finito de elementos, sobre os quais é estabelecido um balanço de forças e determinadas as deformações resultantes. O método dos elementos de contorno baseia-se na discretização das fronteiras de um meio contínuo e o método dos elementos distintos representa um meio descontínuo como um conjunto de blocos individuais que interagem trocando esforços. Os métodos híbridos são combinações destes métodos.

Métodos empíricos baseiam-se na experiência de profissionais e no histórico de obras bem ou mal sucedidas. Estes métodos utilizam dados obtidos a partir de descrições qualitativas e de classificações quantitativas de fatores como a qualidade do maciço rochoso e o desempenho do maciço em relação aos diversos tipos de obras. Fornecem resultados na forma de fórmulas empíricas ou ábacos baseados em correlações levantadas sobre obras já realizadas. Exemplos deste tipo de abordagem são as classificações de maciços rochosos como o "RMR" de Bieniawski e o "Q-System" de Barton, bem como, metodologias de escavação de túneis como o "NATM" e o "Método Norueguês".

As analogias físicas têm base no fato das equações que governam fenômenos como o campo elétrico e o campo magnético possuírem expressões análogas àquelas que governam a distribuição de tensões e deformações em meios contínuos elásticos. Desta forma, as tensões e deformações em maciços rochosos podem ser simuladas por circuitos elétricos (analogia elétrica) ou por corpos que refratam a luz polarizada (analogia fotoelástica).

Finalmente, os modelos físicos compõem uma série de técnicas que procuram reproduzir em laboratório, através de modelos em escala, o comportamento do maciço rochoso em relação à realização de escavações. Cuidados especiais devem ser tomados na seleção dos materiais componentes dos modelos, bem como, das técnicas de aplicação dos esforços; já que relações de semelhança dimensional devem ser preservadas para que o modelo possa representar adequadamente o protótipo de campo.

A aplicação de todos estes métodos depende em maior ou em menor grau de um conhecimento do comportamento mecânico da rocha na qual a obra é realizada. Especialmente os métodos analíticos e os métodos numéricos baseiam sua formulação em hipóteses sobre como se dá o relacionamento entre tensões e deformações na rocha.

Durante muitos anos, os engenheiros se guiaram pelas expressões baseadas na lei de Hooke para explicar o comportamento da rocha com relação às tensões. Essa lei diz que, para um material elástico, as deformações são proporcionais às tensões. Timoshenko e outros desenvolveram uma

extensa literatura baseada no comportamento elástico que tem servido de base para o projeto de estruturas e componentes feitos de metais e outros materiais que exibem um comportamento considerado linear nas condições de uso (LEVY e DUBOIS, 1984).

Infelizmente, a lei de Hooke não representa adequadamente a relação tensão x deformação para materiais que, como as rochas, apresentam comportamentos complexos, tais como: fratura frágil, microfissuras, fluência etc. Havendo, assim, a necessidade do desenvolvimento de outros modelos.

Os modelos de materiais são usualmente desenvolvidos da seguinte forma (GHABOUSSI e GARRET, 1991):

- O material é ensaiado e o seu comportamento é observado.
- São feitas hipóteses para explicar o comportamento do material.
- Um modelo matemático é desenvolvido a partir do conjunto de hipóteses.
- O modelo matemático é usado para prever o comportamento em situações ainda não testadas e é confrontado com resultados de novos ensaios.
- As hipóteses e o correspondente modelo matemático são então modificados para incluir comportamentos observados, mas, não explicados pelo modelo original.

Este trabalho de definição de regras formais ou fórmulas é trabalhoso e demorado, e a dificuldade cresce com a complexidade do comportamento do material que se deseja representar.

Nas atividades de projeto, o modelo tem como função principal simular o comportamento mecânico do material, não sendo necessário que o modelo explique o seu comportamento intrínseco.

1.2. O COMPORTAMENTO MECÂNICO DAS ROCHAS

As rochas são um exemplo de materiais que necessitam de modelos mais complexos. As rochas em razão de sua heterogeneidade podem exibir comportamento tanto elástico, quanto plástico ou viscoso, ou ainda uma combinação destes; dependendo de condições intrínsecas à rocha, como sua composição mineralógica, estrutura, tamanho de cristais e de grãos etc., e de condições extrínsecas, como o regime de aplicação de carga, confinamento, temperatura etc.

A figura que segue mostra curvas típicas tensão x deformação axial, circunferencial (ou lateral) e volumétrica (a convenção de sinais usual em mecânica de rochas confere sinal positivo à deformação de encurtamento e negativo à deformação de alongamento) determinadas a partir de ensaio de compressão uniaxial em amostra cilíndrica de rocha frágil (BIENIAWSKI, 1967).

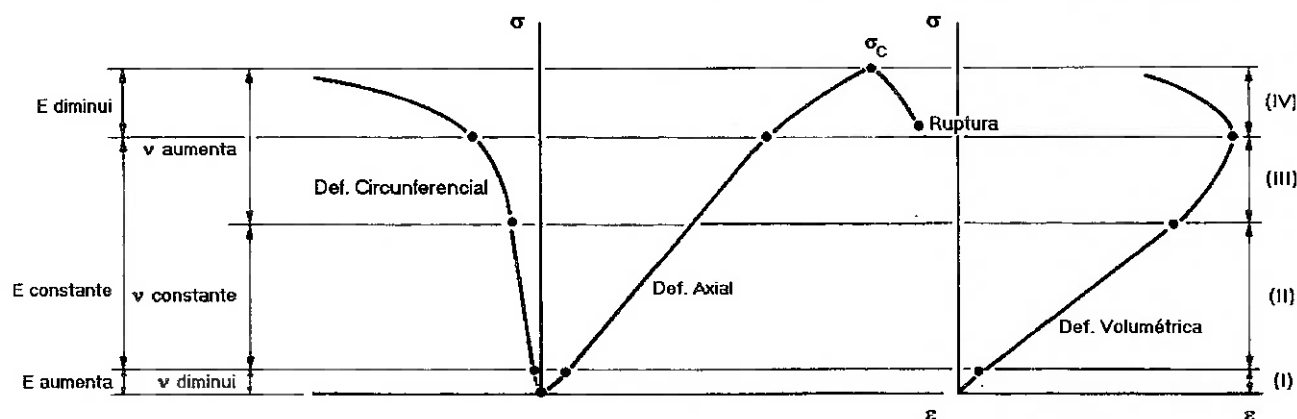


Figura 1.2 - Curvas tensão x deformação para ensaio de compressão em rocha

O comportamento mecânico da rocha ao longo do ensaio pode ser dividido em 4 regiões:

Região I

Nesta região a curva tensão x deformação axial tem sua concavidade voltada para cima. O raio de curvatura aumenta com o aumento da tensão axial aplicada. A relação tensão x deformação circunferencial tem a concavidade voltada para baixo no mesmo intervalo de tensão. Com o aumento da tensão axial aplicada, o módulo de elasticidade (E) aumenta e o coeficiente de Poisson (ν) diminui. Esta região é caracterizada pelo fechamento de poros e de microfissuras presentes na rocha. O valor absoluto, bem como a taxa de aumento do módulo de elasticidade é função da deformabilidade do material e da quantidade de poros e microfissuras presentes.

Os parâmetros mecânicos são calculados através das seguintes expressões.

Módulo de elasticidade:

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon_A}$$

Coefficiente de Poisson:

$$\nu = \frac{\Delta\varepsilon_C}{\Delta\varepsilon_A}$$

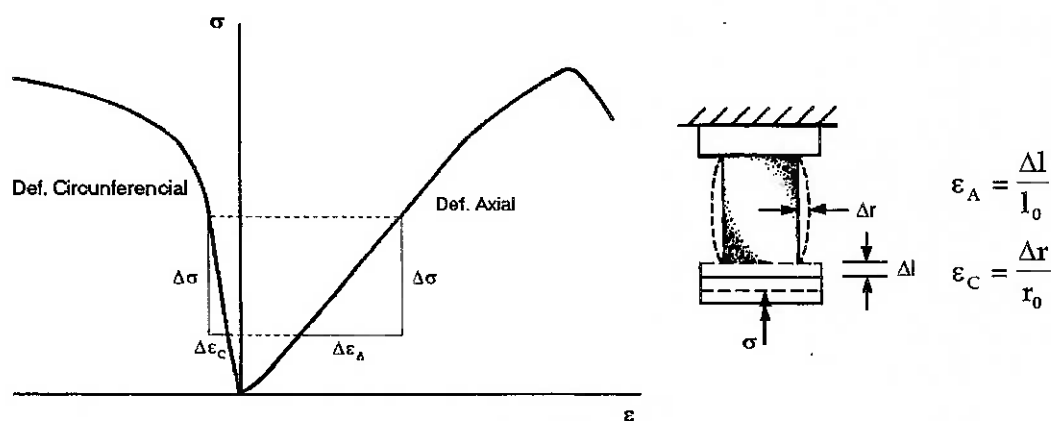


Figura 1.3 - Cálculo do módulo de elasticidade e do coeficiente de Poisson

Região II

Ao longo desta região o módulo de elasticidade permanece constante, ou seja, a rocha se comporta elasticamente. A razão entre a deformação circunferencial e a deformação axial é também aproximadamente constante, assim, o coeficiente de Poisson também permanece constante. A região II termina quando a tensão principal maior atinge um valor crítico após o qual qualquer aumento na carga aplicada resulta em ruptura localizada, isto é, microfraturamento. Se um descarregamento ocorrer tanto na região I quanto na região II, um pequeno ciclo de histerese é observado, atribuído ao atrito no escorregamento das faces das microfissuras fechadas; e as deformações são restituídas.

Região III

Nesta região ocorrem modificações permanentes na estrutura microscópica da rocha. Ocorre microfraturamento e a deformação circunferencial aumenta a uma taxa maior que a deformação axial. Esta região é caracterizada por um aumento no volume em razão do processo de microfraturamento. Esta mudança é atribuída à fragmentação de grãos individuais da rocha e/ou a uma perda da estrutura granular. Nesta região as fissuras crescem em um regime estável, assim, caso cesse o aumento da carga, estas cessam também seu crescimento. A região III termina quando a inclinação da curva tensão x deformação volumétrica se torna infinita.

Região IV

Nesta região a deformação circunferencial aumenta rapidamente e o coeficiente de Poisson aparente atinge grandes valores (maiores que 0,5) nas proximidades da ruptura. Esta região é caracterizada pelo crescimento das fissuras de maneira instável, ou seja, caso cesse o aumento da carga, estas não cessam seu crescimento. Caso a carga seja aplicada até a ruptura total, fraturas atravessando a amostra se formarão a partir do sistema inicial de microfraturamento, resultando na completa ruptura de grãos e no aparecimento de superfícies de fratura macroscópicas.

Uma grande variedade de pesquisas têm sido realizadas e modelos constitutivos com características variadas estão sendo propostos para representar relações tensão x deformação nas rochas. As principais dificuldades envolvidas na utilização destes modelos se concentram na complexidade matemática das formulações, na grande quantidade de parâmetros, alguns com difícil quantificação, e finalmente na ineficiência destes modelos em representar adequadamente o comportamento mecânico das rochas quando submetidas a diferentes condições de aplicação da carga, confinamento, temperatura etc.

1.3. OBJETIVOS

As redes neurais artificiais (RNA's) se constituem na expressão matemática do que atualmente se acredita ser a forma de funcionamento do cérebro humano. São constituídas por unidades de processamento, denominadas "neurônios", conectadas entre si. Cada neurônio é alimentado com valores numéricos vindos de outros neurônios com os quais está conectado. Este, então, calcula um valor resultante e o transmite adiante para outros neurônios da RNA. As RNA's mais comuns são formadas por camadas de neurônios (de entrada, ocultas e de saída) e o fluxo de informações percorre o sentido da camada de entrada para a camada de saída.

As conexões entre neurônios são caracterizadas por pesos que multiplicam os valores numéricos transferidos de um neurônio para outro. Os pesos das ligações entre neurônios são ajustados de modo a se obter valores de saída compatíveis com os de entrada. Os algoritmos que realizam esta função são chamados de algoritmos de treinamento. Nas aplicações mais comuns, as RNA's são treinadas apresentando-se os valores de entrada e de saída esperada (MASSARANI, 1997).

As RNA's, adequadamente construídas, podem representar relacionamentos arbitrários entre variáveis a partir de dados utilizados no treinamento e possuem comprovada capacidade de generalização.

O objetivo de nossa pesquisa é utilizar as RNA's como uma alternativa à abordagem tradicional da representação matemática do comportamento mecânico das rochas. Assim, ao invés do uso de modelos constitutivos: elástico, elastoplástico ou viscoelástico; uma RNA treinada a partir de dados de ensaios responderá pela relação tensão x deformação característica de cada rocha.

Após realizado o treinamento da RNA, esta funciona como uma "caixa-preta". O conhecimento a respeito do comportamento da rocha é absorvido dos dados provenientes de ensaios, ficando armazenado nos pesos das ligações entre os neurônios. As informações para explicar o comportamento da rocha não estão disponíveis nas RNA's, mas pode-se simular o seu comportamento, o que satisfaz as necessidades das atividades de projeto.

A operação de uma RNA já treinada é extremamente simples e pode facilmente ser incorporada em métodos de projeto, tais como as soluções analíticas e os métodos numéricos. É possível adicionar dados de novos ensaios ao conjunto de dados de treinamento de uma RNA e refazer o treinamento de forma a aumentar o seu "conhecimento" a respeito da rocha.

A contribuição deste trabalho consiste em verificar a viabilidade de uma forma alternativa de se representar matematicamente o comportamento mecânico das rochas utilizando RNA's, especialmente no caso uniaxial de tensão em regime de carregamento monotônico. As vantagens em relação aos modelos constitutivos estão associadas ao fato da não necessidade da formulação de hipóteses sobre o comportamento da rocha, já que a representação do comportamento é obtida diretamente a partir de dados experimentais.

1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho busca integrar o conhecimento já consolidado a respeito do comportamento mecânico das rochas e dos modelos constitutivos de materiais, com as vantagens da tecnologia emergente das RNA's. Permitindo assim, através de uma pesquisa tecnológica, fornecer resultados práticos para o engenheiro de projetos.

No desenvolvimento do trabalho procuramos detalhar a abordagem tradicional da representação do comportamento das rochas, assim, o capítulo 2 trata dos conceitos básicos envolvidos nos modelos constitutivos. No capítulo 3 discutimos os fundamentos teóricos, o funcionamento e os princípios envolvidos no desenvolvimento de aplicações baseadas em RNA's. E no capítulo 4 apresentamos uma revisão bibliográfica das aplicações das RNA's na engenharia de minas, na mecânica de rochas e na representação matemática do comportamento mecânico de materiais.

A partir do capítulo 5 iniciamos a descrição das atividades experimentais desenvolvidas na aplicação da metodologia proposta. Neste capítulo descrevemos a campanha de ensaios realizada pelo autor no Laboratório de Mecânica de Rochas do Departamento de Engenharia de Minas da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo sobre 9 litologias: arenito, basalto, calcário, diabásio, gnaise, granito, itabirito, quartzito e xisto, com um total de 104 corpos de prova ensaiados.

No capítulo 6 verificamos a adequação da utilização de RNA's na identificação do comportamento mecânico das rochas, utilizando a capacidade de reconhecimento de padrões das RNA's para a determinação dos parâmetros mecânicos a partir de dados de ensaios em rocha. Analisamos alternativas utilizando grupos de resultados de ensaios sobre as 9 litologias e sobre ensaios em granito e calcário individualmente.

No capítulo 7 desenvolvemos a metodologia alternativa à utilização de modelos constitutivos (base de nosso trabalho), utilizando RNA's para a representação matemática do comportamento mecânico a partir de ensaios de compressão uniaxial sobre corpos de prova de granito, arenito e itabirito. Propomos também, uma metodologia para a representação do comportamento mecânico médio a partir de múltiplos ensaios.

No capítulo 8 utilizamos uma RNA para a representação do comportamento mecânico de mármore a partir de resultados de ensaios de compressão realizados por Wawersik e Fairhurst na universidade de Minnesota, com fase de pós-ruptura e segundo diferentes condições de confinamento.

No capítulo 9 desenvolvemos uma RNA para a representação do comportamento mecânico a partir de ensaios de fluência com o objetivo de verificar as dificuldades de se capturar o comportamento de materiais com características viscoelásticas. Utilizamos dados de ensaios de compressão realizados sobre corpos de prova de taquidrita pura e taquidrita impura ensaiados no IPT - "Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo" sob diferentes condições de tensão de confinamento, temperatura e tempo de aplicação das cargas.

As conclusões e propostas para trabalhos futuros são apresentadas no capítulo 10, e ao final, são listadas as referências bibliográficas e a bibliografia consultada para a realização deste trabalho.

2. MODELOS CONSTITUTIVOS PARA ROCHAS

Para uma adequada compreensão do problema é importante uma discussão inicial sobre os conceitos básicos relativos à manifestação de tensões e deformações nas rochas, de forma a permitir uma posterior aplicação destas idéias no detalhamento dos modelos constitutivos básicos, os modelos elástico, elastoplástico e viscoelástico. É o que trataremos nos próximos itens.

2.1. TENSÕES

A figura que segue mostra um elemento infinitesimal que compõe um corpo contínuo. Tensões são aplicadas em cada uma das seis faces do elemento.

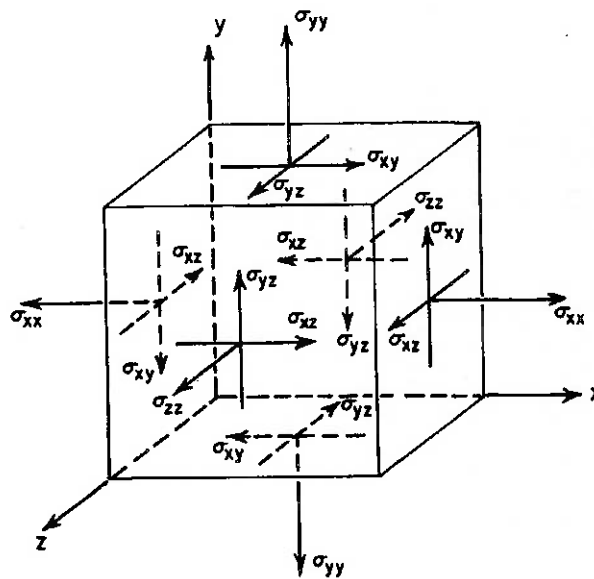


Figura 2.1 - Convenção de sinais para tensões (tração positiva)

O estado de tensão atuante no corpo pode ser expresso em termos do tensor de tensões:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Cada componente da tensão representa uma força que age em uma direção específica, em relação ao sistema de coordenadas, e sobre uma área unitária. Assim σ_{xy} é a tensão na direção positiva do eixo x que atua sobre uma área unitária cuja normal está na direção positiva de y. Os termos σ_{xx} , σ_{yy} e σ_{zz} representam tensões normais e os restantes são tensões de cisalhamento que atendendo a uma condição de equilíbrio podem ser escritos da seguinte maneira:

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = \tau_{xy} \quad (2.2a)$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{zx} = \tau_{xz} \quad (2.2b)$$

$$\sigma_{yz} = \sigma_{zy} = \tau_{yz} \quad (2.2c)$$

Assim:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

A convenção de sinais da figura anterior é usual na mecânica do contínuo, na qual as tensões são positivas quando o sentido da força e da normal da face na qual a força atua são ambos positivos ou ambos negativos. Isto torna a tração positiva. Em razão da compressão ser mais comum que a tração em problemas de mecânica de rochas, a convenção usual é considerar a compressão como positiva. Se esta convenção é utilizada, é conveniente inverter o sistema inteiro, como mostrado na figura que segue.

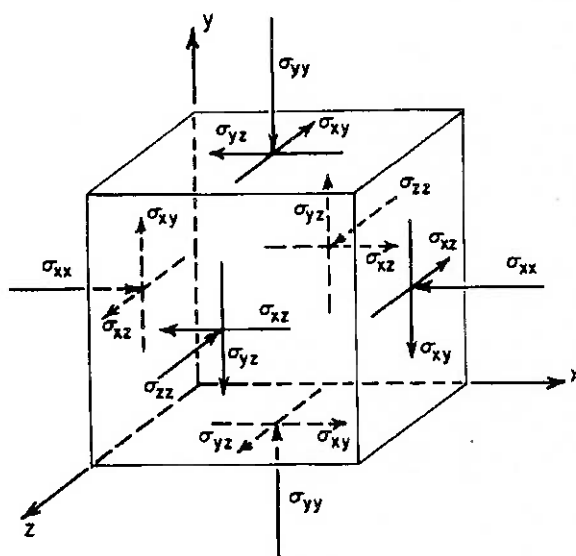


Figura 2.2 - Convenção de sinais para tensões (compressão positiva)

A pressão em um fluido aparece como um caso especial do tensor de tensões. Se p é a intensidade da pressão, o tensor de tensões correspondente é:

$$[p] = \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Quando pressões de poros, tensões totais e tensões efetivas são utilizadas, é importante manter a convenção de sinais clara. Um enfoque é utilizar a mesma convenção para todas as tensões, isto é, tensões normais e pressões de poros são ambas positivas em tração ou ambas positivas em compressão.

Se a mesma convenção de sinais é utilizada para a tensão total e para a pressão de poros, a tensão efetiva $[\bar{\sigma}]$ será:

$$[\bar{\sigma}] = [\sigma] - [p] \tag{2.5a}$$

ou

$$[\bar{\sigma}] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} - p & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} - p & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} - p \end{bmatrix} \tag{2.5b}$$

A figura que segue mostra dois sistemas de coordenadas, x, y, z e a, b, c . A inclinação dos sistemas pode ser caracterizada pelos co-senos diretores, que são os co-senos dos ângulos entre pares de eixos de coordenadas. Estes co-senos podem ser simbolizados pelos nomes das coordenadas dentro de parênteses; assim, (y, a) é o co-seno do ângulo entre o eixo y e o eixo a .

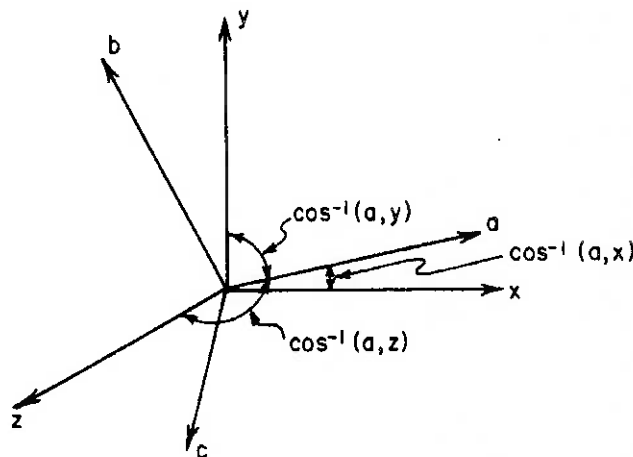


Figura 2.3 - Rotação de coordenadas e definição dos co-senos diretores

Um ponto com coordenadas (x, y, z) em um sistema, terá coordenadas (a, b, c) no outro sistema, definidas por:

$$\begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (x,a) & (y,a) & (z,a) \\ (x,b) & (y,b) & (z,b) \\ (x,c) & (y,c) & (z,c) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \tag{2.6}$$

A matriz 3×3 matriz na equação anterior é denominada matriz de rotação ou matriz de transformação $[T]$. Qualquer vetor $\{v\}$ expresso no sistema x, y, z pode ser transformado em $\{v^*\}$ no sistema a, b, c por:

$$\{v^*\} = [T] \{v\} \tag{2.7}$$

Uma propriedade da matriz de transformação é que sua inversa é igual à sua transposta:

$$[T]^{-1} = [T]^T \tag{2.8}$$

Assim, a tensão $[\sigma]$ no sistema x, y, z pode ser transformada em $[\sigma^*]$ no sistema a, b, c por:

$$[\sigma^*] = [T] [\sigma] [T]^T \quad (2.9)$$

A partir da teoria de matrizes sabe-se que é possível encontrar-se um conjunto de rotações de coordenadas, que na equação anterior resultará em uma tensão $[\sigma^*]$ que tenha apenas termos na diagonal ou termos normais:

$$[\sigma^*] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

As tensões normais desta diagonal são chamadas de tensões principais. Elas são as soluções da equação:

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} - \sigma \end{vmatrix} = 0 \quad (2.11a)$$

ou

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0 \quad (2.11b)$$

onde:

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \quad (2.12)$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xz} \\ \tau_{xz} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \quad (2.13)$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \quad (2.14)$$

Estes são chamados, respectivamente, primeiro, segundo e terceiro invariantes da tensão. Considerando que as tensões principais são quantidades físicas independentes da escolha do sistema de coordenadas, os invariantes também são independentes desta escolha e devem ser, portanto, invariantes segundo rotações dos eixos de coordenadas.

A média das tensões principais é chamada de tensão normal octaédrica, σ_{oct} , e também é invariante:

$$\sigma_{oct} = \frac{I_1}{3} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3} \quad (2.15a)$$

$$[\sigma_{oct}] = \begin{bmatrix} \sigma_{oct} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{oct} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{oct} \end{bmatrix} \quad (2.15b)$$

Aplicando-se o princípio da superposição das tensões, é possível decompor qualquer estado de tensões em um componente hidrostático e um componente que é resultado da diferença entre o tensor da tensão para o ponto e o componente hidrostático. O componente hidrostático é dado por $[\sigma_{oct}]$ e a tensão desviadora é definida como o tensor:

$$[s] = [\sigma] - [\sigma_{oct}] \quad (2.16a)$$

ou

$$[s] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sigma_{oct} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{oct} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{oct} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} - \sigma_{oct} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} - \sigma_{oct} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} - \sigma_{oct} \end{bmatrix} \quad (2.16b)$$

O tensor da tensão desviadora também tem valores principais e invariantes, que são identificados por J_1 , J_2 e J_3 . As tensões principais desviadoras são soluções da equação:

$$s^3 - J_2 s - J_3 = 0 \quad (2.17)$$

Deve-se notar que $J_1 = 0$ e que J_2 tem sinal oposto ao de I_2 . As seguintes relações podem ser derivadas:

$$J_2 = - \begin{vmatrix} s_{xx} & s_{xy} \\ s_{xy} & s_{yy} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} s_{yy} & s_{yz} \\ s_{yz} & s_{zz} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} s_{xx} & s_{xz} \\ s_{xz} & s_{zz} \end{vmatrix} \quad (2.18a)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (s_{xx}^2 + s_{yy}^2 + s_{zz}^2) + s_{xy}^2 + s_{yz}^2 + s_{xz}^2 \quad (2.18b)$$

$$J_2 = \frac{1}{6} \left[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 \right] + \sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{xz}^2 \quad (2.18c)$$

$$J_2 = \frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right] \quad (2.18d)$$

Se as coordenadas são indicadas por índices 1, 2, e 3 em lugar de x, y, e z, os invariantes podem ser expressos simplesmente por:

$$J_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 s_{ij} s_{ij} \quad (2.19a)$$

ou

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \text{ se o sinal de somatória é omitido.} \quad (2.19b)$$

$$J_3 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 s_{ij} s_{jk} s_{ki} \quad (2.20a)$$

ou

$$J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{ki} \text{ se o sinal de somatória é omitido.} \quad (2.20b)$$

Quando as direções das três tensões principais são tomadas como base para o sistema de

coordenadas, é fácil perceber que os planos que possuem normais que formam ângulos iguais com os três eixos de coordenadas devem ter a tensão normal octaédrica, σ_{oct} , atuando sobre estes como tensão normal. Existem oito destes planos, derivando daí o nome "tensão octaédrica". Estes planos são mostrados na figura que segue.

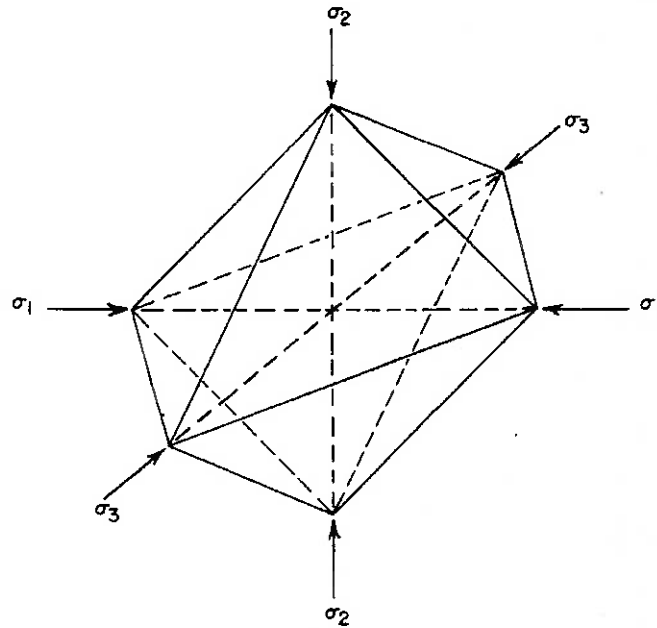


Figura 2.4 - Planos octaédricos

A tensão de cisalhamento que atua em um plano octaédrico é chamada de tensão de cisalhamento octaédrica, τ_{oct} . Sua intensidade é dada por:

$$\tau_{oct}^2 = \frac{1}{9} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] = \frac{2}{3} J_2 \quad (2.21)$$

2.2. DEFORMAÇÕES

Se os deslocamentos sofridos por um corpo são u , v e w nas direções x , y e z , respectivamente, os componentes de deformação serão dados pelas expressões que seguem.

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.22a)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.22b)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.22c)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.22d)$$

$$\varepsilon_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.22e)$$

$$\varepsilon_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.22f)$$

Na figura que segue podemos observar um elemento que compõe um corpo contínuo e as deformações em cada uma de suas faces.

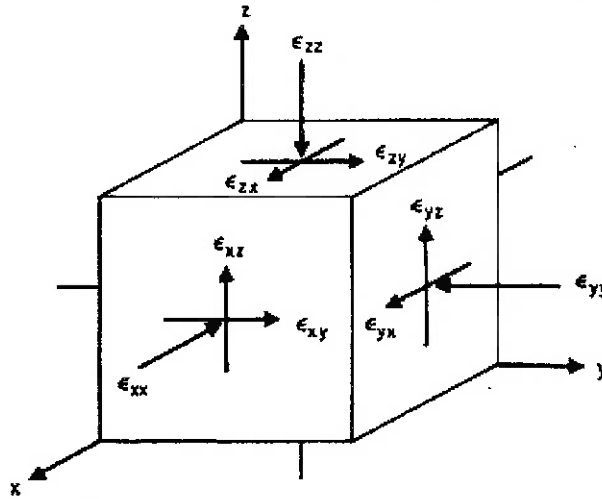


Figura 2.5 - Deformações em um elemento de um corpo contínuo

O tensor de deformações pode ser escrito da seguinte maneira:

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{1}{2}\varepsilon_{xy} & \frac{1}{2}\varepsilon_{xz} \\ \frac{1}{2}\varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \frac{1}{2}\varepsilon_{yz} \\ \frac{1}{2}\varepsilon_{zx} & \frac{1}{2}\varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Os termos ε_{xx} , ε_{yy} e ε_{zz} correspondem às deformações normais ou alongações, e os restantes são as deformações de cisalhamento ou distorções angulares que atendendo a uma condição de compatibilidade geométrica podem ser escritos como segue:

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \gamma_{xy} \quad (2.24a)$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \gamma_{xz} \quad (2.24b)$$

$$\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = \gamma_{yz} \quad (2.24c)$$

Assim:

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{1}{2}\varepsilon_{xy} & \frac{1}{2}\varepsilon_{xz} \\ \frac{1}{2}\varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \frac{1}{2}\varepsilon_{yz} \\ \frac{1}{2}\varepsilon_{zx} & \frac{1}{2}\varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{1}{2}\varepsilon_{xy} & \frac{1}{2}\varepsilon_{xz} \\ \frac{1}{2}\varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \frac{1}{2}\varepsilon_{yz} \\ \frac{1}{2}\varepsilon_{xz} & \frac{1}{2}\varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_{yy} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

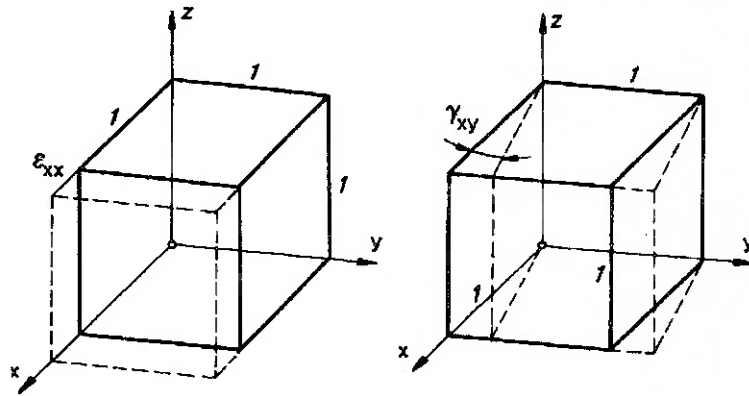


Figura 2.6 - Deformações normal e de cisalhamento

Este tensor obedece a todas as leis de transformação descritas no item anterior para tensões. Possui invariantes, valores principais etc.

A deformação pode ser decomposta em um componente octaédrico normal:

$$\epsilon_{oct} = \frac{\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}}{3} \tag{2.26a}$$

$$[\epsilon_{oct}] = \begin{bmatrix} \epsilon_{oct} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{oct} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{oct} \end{bmatrix} \tag{2.26b}$$

E um componente desviador:

$$[e] = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} - \epsilon_{oct} & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \epsilon_{yy} - \epsilon_{oct} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \epsilon_{zz} - \epsilon_{oct} \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

Se o volume de um pequeno elemento for expresso por V , a deformação volumétrica, ϵ_{vol} , será definida por:

$$\epsilon_{vol} = \frac{\Delta V}{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz} = 3\epsilon_{oct} \tag{2.28}$$

Deve ser lembrado que todas as relações aqui descritas são válidas apenas quando os deslocamentos ocorridos são tais que o corpo contínuo sofre deformações e rotações infinitesimais.

2.3. TENSÕES E DEFORMAÇÕES EM UM PLANO

Muitos problemas importantes envolvem tensões e deformações que atuam apenas em um plano, por exemplo o plano xy . Assim, embora σ_{zz} possa existir, σ_{xz} e σ_{yz} são nulas e podem ser

ignoradas. O problema da determinação das tensões principais se reduz a um problema envolvendo três componentes: σ_{xx} , σ_{yy} e σ_{xy} .

A figura que segue mostra dois sistemas de coordenadas x, y e a, b .

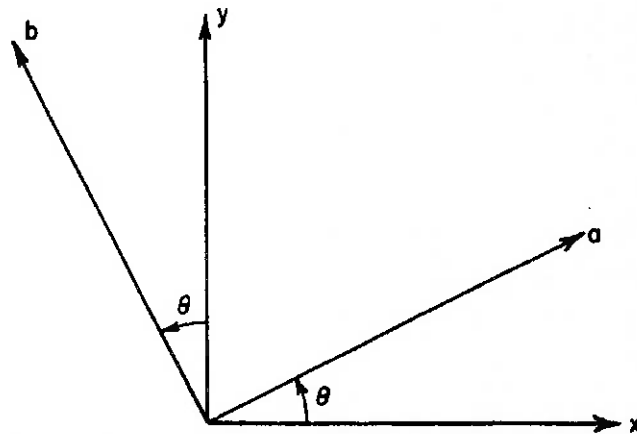


Figura 2.7 - Rotação de coordenadas em um plano

A matriz de rotação $[T]$ neste caso será:

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

As tensões principais se tornam:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2} \quad (2.30a)$$

$$\sigma_2 = \sigma_{zz} \quad (2.30b)$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2} \quad (2.30c)$$

A tensão de cisalhamento máxima, τ_{\max} , será:

$$\tau_{\max} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2} \quad (2.31)$$

O diagrama de Mohr é uma representação conveniente do estado bidimensional de tensões. Na figura que segue podemos observar uma representação onde a convenção de sinais utilizada é a que confere sinal positivo às tensões de compressão.

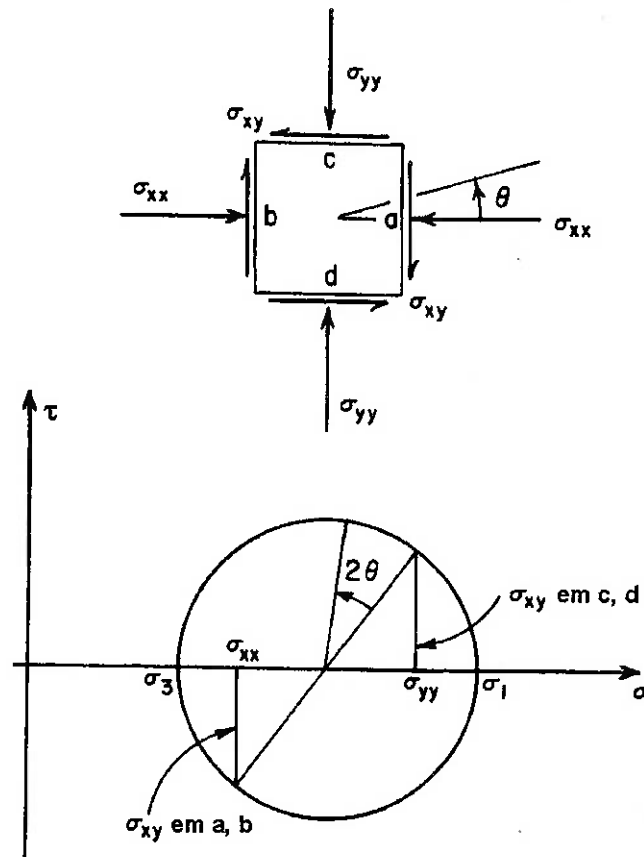


Figura 2.8 - Círculo de Mohr

Neste diagrama de Mohr, tensões de cisalhamento positivas provocam momentos em sentido anti-horário no corpo. Desta forma, no círculo de Mohr, as faces a e b possuem tensões de cisalhamento negativas, enquanto as faces c e d possuem tensões positivas.

A mesma análise bidimensional pode ser feita para as deformações. As deformações principais serão:

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2}\right)^2 + \varepsilon_{xy}^2} \quad (2.32a)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{zz} = 0 \quad (2.32b)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2}\right)^2 + \varepsilon_{xy}^2} \quad (2.32c)$$

E a deformação máxima de cisalhamento será:

$$\gamma_{\max} = 2\varepsilon_{\max} = \sqrt{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + \gamma_{xy}^2} \quad (2.33)$$

Caso nenhum deslocamento aconteça fora do plano considerado, o material está em um estado de deformação plana. Se não houver forças fora deste plano, ocorre o estado de tensões planas.

2.4. PROPOSTAS PARA MODELOS CONSTITUTIVOS

Vários modelos de comportamento mecânico têm sido adotados para representar o relacionamento entre tensões e deformações no carregamento de uma amostra de rocha. Segundo a proposta de Hohenemser-Prager (ASSZONYI e RICHTER, 1979) um modelo constitutivo geral pode ser dado pela seguinte expressão:

$$[s] = 2G[e] + 2\eta[\dot{e}] - t[\dot{s}] + [C_0] \quad (2.34)$$

Onde:

$[s]$ = tensor da tensão desviadora

$[\dot{s}]$ = derivada no tempo do tensor da tensão desviadora

$[e]$ = tensor da deformação desviadora

$[\dot{e}]$ = derivada no tempo do tensor da deformação desviadora

G = módulo de cisalhamento

η = coeficiente de viscosidade

t = tempo de relaxação

$[C_0]$ = tensor constante de plasticidade

Este modelo inclui como casos particulares as equações de estado de todos os corpos reológicos simples:

$$[s] = 0 \quad (\text{fluido de Pascal}) \quad (2.35a)$$

$$[s] = 2G[e] \quad (\text{sólido elástico de Hooke}) \quad (2.35b)$$

$$[s] = 2\eta[\dot{e}] \quad (\text{fluido de Newton}) \quad (2.35c)$$

$$[s] = [C_0] \quad (\text{sólido plástico de Saint-Venant}) \quad (2.35d)$$

$$[s] = 2G[e] + 2\eta[\dot{e}] \quad (\text{sólido viscoelástico de Kelvin}) \quad (2.35e)$$

$$[s] = 2G[e] - t[\dot{s}] \quad (\text{sólido elástico com relaxação}) \quad (2.35f)$$

$$[s] = 2\eta[\dot{e}] - t[\dot{s}] \quad (\text{fluido de Maxwell}) \quad (2.35g)$$

$$[s] = 2G[e] + [C_0] \quad (\text{sólido elastoplástico}) \quad (2.35h)$$

$$[s] = 2\eta[\dot{e}] + [C_0] \quad (\text{fluido viscoplástico de Bingham}) \quad (2.35i)$$

$$[s] = 2G[e] + 2\eta[\dot{e}] - t[\dot{s}] \quad (\text{sólido de Poynting-Thomson}) \quad (2.35j)$$

$$[s] = 2G[e] + 2\eta[\dot{e}] + [C_0] \quad (\text{sólido elastoviscoplástico}) \quad (2.35l)$$

$$[s] = 2G[e] - t[\dot{s}] + [C_0] \quad (\text{sólido elastoplástico de Prandtl-Reuss}) \quad (2.35m)$$

Os componentes básicos deste modelo, bem como da maioria das propostas de modelos constitutivos, são o elemento elástico, o elemento plástico e elementos viscosos.

2.5. ELEMENTOS BÁSICOS

A figura que segue mostra uma curva tensão x deformação obtida no carregamento de uma amostra cilíndrica de rocha onde a trajetória de carregamento é idêntica à de descarregamento. Todas as deformações são restituídas quando a carga é removida, este é o chamado

comportamento elástico. Se a relação for linear como no item b, o material é elástico linear (BROWN, 1993).

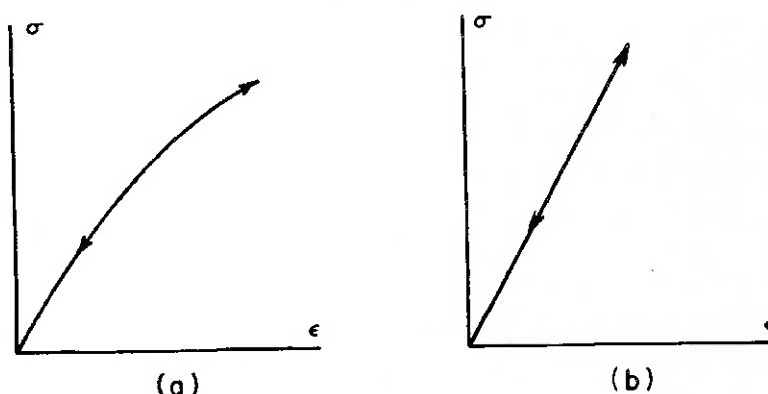


Figura 2.9 - Tipos de modelos constitutivos: a) elástico não linear e b) elástico linear

Quando alguma parcela da deformação não é restituída após o descarregamento, como no item a da figura seguinte, as deformação não restituídas são chamadas de deformações plásticas e o material exibe comportamento plástico. O item b mostra o comportamento perfeitamente plástico, no qual não há nenhuma deformação restituída.

Normalmente existe alguma parcela de deformações que são restituíveis, levando a um comportamento elastoplástico. No exemplo, no item c há 3 tipos de comportamento elastoplástico, distinguidos pelo que ocorre após a tensão ter atingido o nível de plastificação. A curva 1 corresponde ao caso perfeitamente elastoplástico, a tensão de plastificação não é afetada por deformações na região plástica. A curva 2 representa o caso elastoplástico com endurecimento, e a curva 3, o caso elastoplástico com amolecimento.

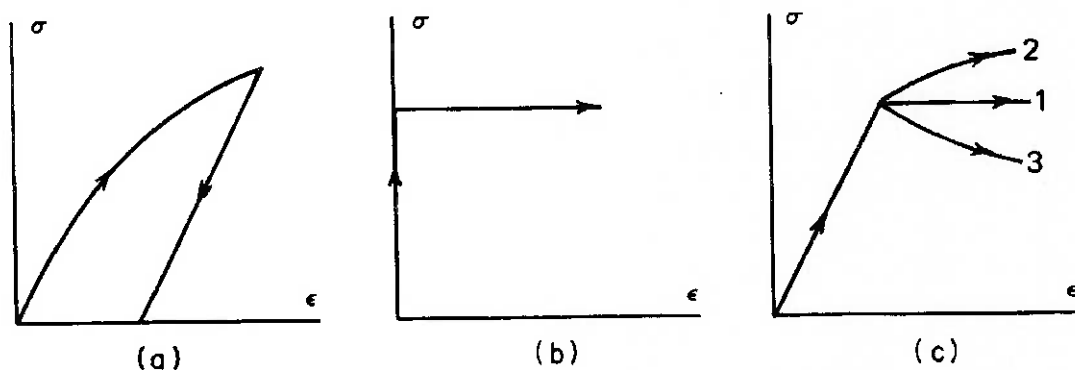


Figura 2.10 - Tipos de modelos constitutivos: a) plástico, b) perfeitamente plástico, c) elastoplástico, c1) perfeitamente elastoplástico, c2) elastoplástico com endurecimento e c3) elastoplástico com amolecimento

Todos os casos acima envolvem deformações e tensões que ocorrem simultaneamente. Os materiais com comportamento viscoso ou viscoelástico apresentam deformações que se desenvolvem enquanto o carregamento permanece constante (figura seguinte item a) ou tensões que diminuem enquanto a deformação permanece constante (item b). Materiais linearmente viscoelásticos apresentam um relação linear entre a tensão e a deformação a um dado momento. Em outras palavras, se a carga é aplicada por um tempo t , alguma deformação ocorrerá, e se o

dobro da carga for aplicada pelo mesmo tempo t , teremos o dobro da deformação.

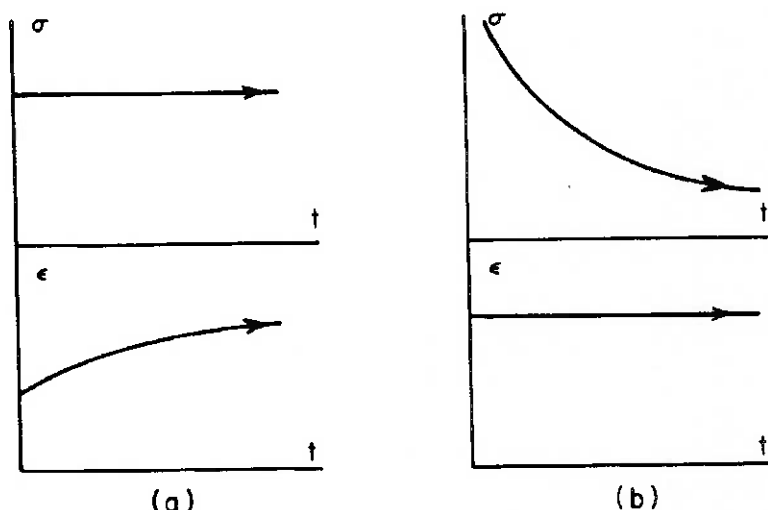


Figura 2.11 - Tipos de modelos constitutivos: a) viscoelástico com fluência a tensão constante e b) viscoelástico com relaxação a deformação constante

O equacionamento de cada um destes modelos básicos é apresentado na seqüência.

2.6. LEIS CONSTITUTIVAS

2.6.1. MODELO ELÁSTICO

A teoria da elasticidade é largamente utilizada para o cálculo de tensões, deformações infinitesimais e deslocamentos induzidas na rocha após a execução de uma escavação ou carregamento. Claramente, rochas e maciços rochosos não se comportarão sempre elasticamente ou mesmo como materiais contínuos. Não obstante, para uma gama extensa de problemas de engenharia, soluções úteis podem ser obtidas tratando a rocha como um material de comportamento linear homogêneo e isotrópico. Quando necessário, anisotropias e comportamento elástico não linear podem ser introduzidos (BROWN, 1993).

A teoria da elasticidade pode ser utilizada para avaliar vários fatores importantes na mecânica de rochas. Especificamente em relação a escavações subterrâneas temos: tensões máximas e mínimas nos contornos de escavações, deslocamentos nestes contornos induzidos pela escavação, extensão da zona de influência de uma escavação, extensão de regiões com concentração de tensões, aumento na energia de deformação armazenada e a energia dinâmica liberada, quando uma escavação é criada.

As condições a serem satisfeitas para se obter uma solução para a distribuição de tensões e de deslocamentos em um caso particular são: as condições de contorno do problema, as equações diferenciais de equilíbrio, as equações constitutivas para o material e as equações de compatibilidade de deformações.

Para os tipos de problemas tratados pela mecânica de rochas, as condições de contorno são as

tensões “in situ” no maciço rochoso e os deslocamentos impostos nos limites do maciço rochoso pela escavação ou estrutura. Uma das principais dificuldades encontradas na mecânica de rochas é a determinação das tensões no maciço rochoso no domínio do problema antes da escavação. Suposições equivocadas sobre as magnitudes e orientações das tensões principais “in situ” podem conduzir a erros significantes nas tensões calculadas no contorno de escavações subterrâneas e a céu aberto.

As equações diferenciais de equilíbrio estático são:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X = 0 \quad (2.36a)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y = 0 \quad (2.36b)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + Z = 0 \quad (2.36c)$$

Onde σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} e τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{zx} são os componentes de tensão direta e de cisalhamento em um sistema de coordenadas tridimensional x , y , z . E X , Y , Z são as forças de corpo por unidade de volume nas direções positivas x , y , z .

Estas expressões indicam que variações dos componentes da tensão em um corpo submetido a carregamento não são mutuamente independentes. Estas variações estão relacionadas e determinam o estado de tensão do corpo.

O caso mais geral de modelo constitutivo elástico linear é aquele no qual qualquer componente de deformação é uma função linear de todos os componentes de tensão:

$$\{\varepsilon\} = [D]^{-1} \{\sigma\} \quad (2.37)$$

Onde $\{\varepsilon\}$ e $\{\sigma\}$ são vetores coluna com seis componentes de deformação (ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{zz} , γ_{xy} , γ_{yz} e γ_{xz}) e tensão (σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , τ_{xy} , τ_{yz} e τ_{xz}) respectivamente, e os elementos da matriz 6×6 $[D]$ caracterizam a rigidez do material.

Para um material isotrópico elástico linear, a equação (2.37) se reduz à lei de Hooke que consiste em três expressões para deformações diretas da forma:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} \left[\sigma_{xx} - \nu (\sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \right] \quad (2.38a)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} \left[\sigma_{yy} - \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \right] \quad (2.38b)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E} \left[\sigma_{zz} - \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \right] \quad (2.38c)$$

E três para deformações de cisalhamento da forma:

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (2.39a)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad (2.39b)$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \quad (2.39c)$$

Onde E é o módulo de elasticidade, ν é o coeficiente de Poisson e $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ é o módulo de rigidez ou módulo de cisalhamento do material.

É uma premissa fundamental da teoria de elasticidade que incrementos de tensão e incrementos de deformação estão relacionados exclusivamente por equações da forma da equação (2.37) com parâmetros elásticos constantes. Assim, materiais elásticos são independentes da trajetória de carregamento e exibem conservação de energia ou recuperação de deformação no descarregamento.

As equações de compatibilidade de deformações surgem da exigência de continuidade física do campo de deslocamentos em um corpo contínuo. Consistindo em três equações da forma:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (2.40a)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} \quad (2.40b)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial x \partial z} \quad (2.40c)$$

E três da forma

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (2.41a)$$

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (2.41b)$$

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (2.41c)$$

Na mecânica de rochas são geralmente utilizadas representações de problemas em termos de deformações planas. Se as deformações são restringidas ao plano x, y temos:

$$\varepsilon_{zz} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0 \quad (2.42)$$

Sendo que os componentes restantes de deformação (ε_{xx} , ε_{yy} e γ_{xy}) não são funções de z . Neste caso, e com forças de corpo nulas, as equações (2.36) e (2.38)-(2.41) podem ser combinadas para resultar:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = 0 \quad (2.43)$$

A equação anterior demonstra que distribuições de tensão bidimensionais para elasticidade isotrópica são independentes das propriedades elásticas do meio, e que distribuições de tensão para deformação plana são iguais a aquelas para tensões planas. Daí a possibilidade da utilização de analogias fotoelásticas na análise de distribuições de tensão em problemas de deformações planas como os que envolvem escavações subterrâneas longas com seção constante. Como indicado através da equação anterior, a soma das tensões normais planas satisfaz a equação de Laplace. Daí a possibilidade, também da utilização de analogias elétricas na obtenção de soluções para as tensões elásticas e deslocamentos no entorno de escavações mineiras.

Para se obter soluções analíticas para elasticidade plana, as equações de equilíbrio e a equação (2.43) devem ser resolvidas sujeitas às condições de contorno impostas. Airy introduziu uma função de tensão $U(x,y)$ tal que:

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \quad (2.44a)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (2.44b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \quad (2.44c)$$

Estas expressões satisfazem as equações de equilíbrio para duas dimensões e forças de corpo nulas. Quando substituídas na equação (2.43), elas produzem a equação biarmônica:

$$\nabla^4 U = 0 \quad (2.45)$$

onde:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (2.46)$$

Vários métodos são utilizados para se obter soluções para problemas particulares em termos de funções de tensão de Airy. Por exemplo, um polinômio da forma:

$$U = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C_{mn} x^m y^n \quad (2.47)$$

Pode ser usado no caso de carregamentos contínuos aplicados no contorno da escavação.

Para problemas planos, a teoria das variáveis complexas fornece um método mais elegante e poderoso de solução da equação biarmônica. O desenvolvimento de soluções analíticas para problemas em elasticidade é ajudado consideravelmente pelo fato de o princípio da superposição ser aplicável se todas as equações diferenciais e as condições de contorno forem lineares. Com

freqüência, soluções analíticas não podem ser obtidas e neste caso é possível recorrer-se a métodos de resolução numéricos.

2.6.2. MODELO ELASTOPLÁSTICO

A teoria incremental da plasticidade é um ramo da mecânica do contínuo que foi desenvolvida como uma tentativa de modelar analiticamente a deformação plástica de metais. A deformação plástica é permanente ou irrecuperável. A deformação perfeitamente plástica acontece a volume constante sob tensão constante (BROWN, 1993).

Mecanismos de deformação plástica podem acontecer em rochas e maciços rochosos em escala microscópica e macroscópica. Mecanismos plásticos de deformação em rocha incluem microfissuramento, deslizamento intragranular e plasticidade em cristais. Em maciços rochosos, fontes adicionais de deformação plástica irrecuperável são o deslizamento em descontinuidades e a rotação e o esmagamento localizado de blocos de rocha.

Em virtude da deformação plástica ser acompanhada de mudanças permanentes nas posições atômicas, estas deformações não podem ser definidas exclusivamente em termos do estado atual de tensões. As deformações plásticas dependem da história de carregamento, e assim análises através da teoria da plasticidade enfocam carregamentos incrementais, onde são somadas as deformações incrementais para se obter a deformação plástica total. Em alguns problemas de engenharia, as deformações plásticas são muito maiores que as deformações elásticas, que podem então, ser negligenciadas. Este nem sempre é o caso das deformações em rocha, e assim uma análise elastoplástica pode ser requerida. Assim, o incremento de deformação total será a soma dos incrementos de deformação elástica e plástica:

$$\{\dot{\varepsilon}\} = \{\dot{\varepsilon}^e\} + \{\dot{\varepsilon}^p\} \quad (2.48)$$

A função de potencial plástico, $Q(\{\sigma\})$ é definida como:

$$\{\dot{\varepsilon}^p\} = \lambda \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \quad (2.49)$$

Onde λ é uma constante positiva de proporcionalidade que pode variar ao longo da história de carregamento. Assim, da forma incremental da equação (2.37) e das equações (2.48) e (2.49) obtemos:

$$\{\dot{\varepsilon}\} = [D]^{-1} \{\dot{\sigma}\} + \lambda \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \quad (2.50)$$

Também é necessário definir os estados de tensão nos quais a ruptura acontecerá e a deformação plástica será iniciada. Para este propósito, uma função de plastificação, $F(\{\sigma\})$, é definida de forma que $F = 0$ na ruptura.

Os conceitos de fluxo plástico foram desenvolvidos para metais perfeitamente plásticos com endurecimento utilizando funções de ruptura tais como a de Tresca e von Mises, que são independentes do componente hidrostático de tensão. Embora estes conceitos sejam aplicados a alguns materiais rochosos, não se pode assumir que eles necessariamente se aplicarão às rochas onde a fratura frágil tipicamente acontece.

Rochas e maciços rochosos exibem com freqüência características de amolecimento. O modelamento do comportamento de amolecimento através da teoria da plasticidade apresenta várias dificuldades. A plasticidade é uma teoria contínua, mas o amolecimento em um sólido contínuo isotrópico é teoricamente impossível porque introduz instabilidade. O amolecimento só pode existir em um material heterogêneo. A heterogeneidade em um material inicialmente homogêneo que está uniformemente deformado se dá pela ocorrência de tensões de cisalhamento e fraturas. Podem estar associados a não-normalidade e a não-unicidade da solução com tal comportamento. Embora haja muitas dificuldades envolvidas, esforços têm sido feitos para modelar tensões de cisalhamento e fraturas em rocha utilizando a teoria da plasticidade.

Para se obter representações realísticas das tensões de plastificação em rochas e maciços rochosos, foi necessário desenvolver funções de plastificação que são mais complexas que as funções clássicas introduzidas para metais. Segundo Drucker e Prager (BROWN, 1993), estas funções são freqüentemente da forma $F(I_1, J_2) = 0$ onde I_1 é o primeiro invariante do tensor de tensão e J_2 é o segundo invariante do tensor da tensão desviadora.

A função de plastificação de Drucker e Prager é dada por:

$$F(I_1, J_2) = \sqrt{J_2} + \alpha I_1 - k = 0 \quad (2.51)$$

Onde os parâmetros α e k representam, respectivamente, os componentes de atrito e de coesão da resistência ao cisalhamento.

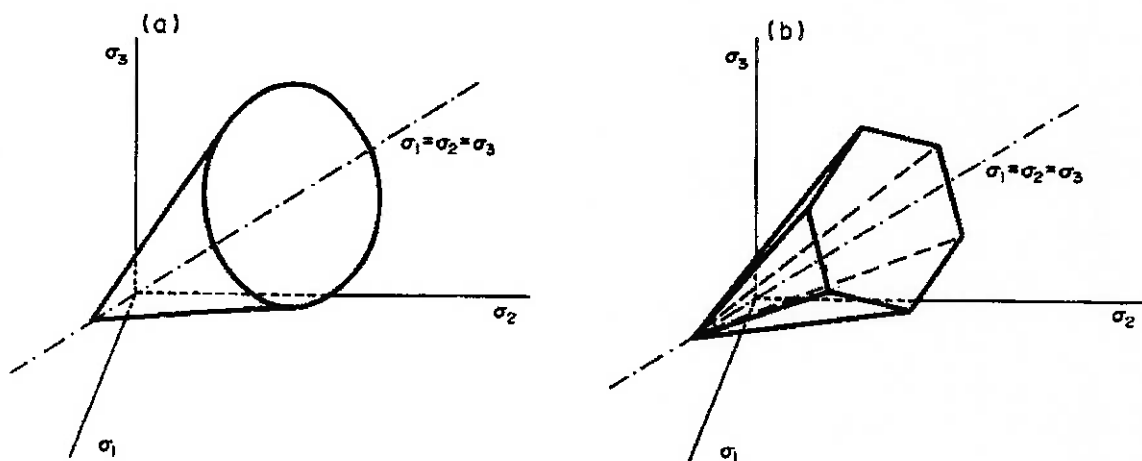


Figura 2.12 - Superfícies de plastificação no espaço das tensões principais:
a) Critério de Drucker-Prager e b) Critério de Mohr- Coulomb

A superfície de plastificação do critério de Drucker-Prager se apresenta como um cone no espaço das tensões principais, enquanto que a superfície do critério de Mohr-Coulomb é uma pirâmide de

seção hexagonal.

O critério de Drucker-Prager se constitui basicamente em uma simplificação do critério de Mohr-Coulomb, tradicionalmente aplicado na mecânica de rochas, pois a implementação deste último apresenta dificuldades matemáticas em razão da ocorrência de não unicidade nas condições de ruptura nas arestas da superfície da pirâmide. Assim, o critério de Drucker-Prager com a introdução de uma superfície com contorno suave, se apresenta como uma saída mais viável no desenvolvimento de metodologias numéricas.

Outros critérios de plastificação aplicados às rochas incluem os critérios de Bresler-Pister, Willam-Warnke e Hsien-Ting-Chen (CHEN e SALEEB, 1994).

2.6.3. MODELO VISCOELÁSTICO

De acordo com a teoria da elasticidade, os sólidos elásticos obedecem à lei de Hooke e para pequenas deformações, estas são proporcionais à tensão aplicada. Os sólidos elásticos possuem forma definida e quando estão sob a ação de forças externas se deformam atingindo uma nova condição de equilíbrio. A energia resultante do trabalho das forças externas durante a deformação do corpo é integralmente armazenada na forma de energia elástica. Quando as forças externas são removidas, a energia armazenada é capaz de restabelecer a forma original (MASSARANI, 1997).

Segundo a teoria da hidrodinâmica os líquidos viscosos obedecem à lei da Newton. Sua tensão é proporcional à taxa de deformação e independente da deformação. Os líquidos viscosos não têm forma definida e escoam de forma irreversível sob a ação de forças externas.

Certos tipos de rochas podem apresentar propriedades intermediárias entre um sólido elástico e um líquido viscoso. Uma mesma rocha sob certas condições pode exibir características de um sólido e de um líquido. Por um lado, um corpo não "perfeitamente sólido" quando submetido a uma tensão constante não mantém uma deformação constante. Deforma-se contínua e lentamente com o tempo, ou seja flui. Quando o mesmo corpo está restringido a uma deformação constante, a tensão necessária para mantê-lo nesta condição diminui com o tempo. Por outro lado, um corpo não "perfeitamente líquido" escoando sob tensão constante, armazena parte da energia proveniente do trabalho das forças externas durante a deformação ao invés de dissipá-la totalmente. Esta energia é usada na recuperação de parte da deformação quando a ação das forças externas cessa. Os materiais reais exibem tal comportamento chamado de comportamento viscoelástico.

A principal característica do comportamento viscoelástico em rochas é o fato de ser essencialmente determinado pelo tempo. Rochas com comportamento viscoelástico sob tensão constante têm sua deformação aumentada com o tempo. Rochas com comportamento viscoelástico sob deformação constante tem a tensão diminuída com o tempo.

Os elementos básicos utilizados nos modelos do comportamento viscoelástico são a mola e o

amortecedor.

A mola helicoidal, linear e sem massa, obedece à lei de Hooke:

$$\sigma(t) = E \varepsilon(t) \quad (2.52)$$

Onde E é o módulo de elasticidade da rocha.



Figura 2.13 - Mola

O amortecedor viscoso ideal que se alonga com uma velocidade proporcional à força aplicada, obedece à lei de Newton:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{\sigma(t)}{\eta} \quad (2.53)$$

Onde η é o coeficiente de viscosidade.



Figura 2.14 - Amortecedor

O modelo de Maxwell consiste em uma mola e um amortecedor associados em série como mostra a figura que segue.



Figura 2.15 - Modelo de Maxwell

Para este sistema, pode-se escrever as equações:

$$\sigma^E(t) = \sigma^\eta(t) = \sigma(t) \quad (2.54)$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon^E(t) + \varepsilon^\eta(t) \quad (2.55)$$

$$\sigma^E(t) = E \varepsilon^E(t) \quad (2.56)$$

$$\sigma^\eta(t) = \eta \dot{\varepsilon}^\eta(t) \quad (2.57)$$

Onde os índices E e η indicam mola e amortecedor respectivamente. Derivando a equação (2.55) e (2.56) com relação ao tempo e usando as equações (2.54) e (2.57) obtém-se a equação diferencial do

modelo de Maxwell:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{\dot{\sigma}(t)}{E} + \frac{\sigma(t)}{\eta} \quad (2.58)$$

O modelo de Maxwell é de particular interesse no experimento de relaxação de tensão. No caso $\dot{\varepsilon}(t) = 0$ e:

$$\dot{\sigma}(t) = -\frac{E}{\eta}\sigma(t) \quad (2.59)$$

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{E}{\eta}dt \quad (2.60)$$

Considerando $\sigma = \sigma_0$ para $t = 0$ e integrando (2.60) obtém-se:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{E}{\eta}t} \quad (2.61)$$

Observa-se que a tensão decai exponencialmente com uma constante de tempo $\tau_R = \frac{\eta}{E}$ denominada tempo de relaxação.

Já o modelo de Kelvin consiste de uma mola e um amortecedor associados em paralelo como mostra a figura que segue.

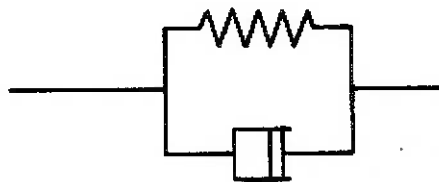


Figura 2.16 - Modelo de Kelvin

As equações correspondentes são:

$$\sigma(t) = \sigma^E(t) + \sigma^\eta(t) \quad (2.62)$$

$$\varepsilon^E(t) = \varepsilon^\eta(t) = \varepsilon(t) \quad (2.63)$$

$$\sigma^E(t) = E\varepsilon^E(t) \quad (2.64)$$

$$\sigma^\eta(t) = \eta\dot{\varepsilon}^\eta(t) \quad (2.65)$$

A equação diferencial resultante é:

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) = \eta\dot{\varepsilon}(t) \quad (2.66)$$

O modelo de Kelvin representa o comportamento em fluência de forma adequada para uma

primeira aproximação. Para a fluência sob carregamento constante, $\sigma = \sigma_0$, mostra-se que:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 - e^{-\frac{E}{\eta} t} \right) \quad (2.67)$$

Para a recuperação, ou seja, $\sigma = 0$:

$$E\varepsilon(t) + \eta\dot{\varepsilon}(t) = 0 \quad (2.68)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 e^{-\frac{t}{\tau'}} \quad (2.69)$$

Onde $\tau' = \frac{\eta}{E}$ é o tempo característico chamado de “tempo de retardação”.

3. REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

3.1. DEFINIÇÃO

Uma rede neural artificial (RNA) é um paradigma de processamento de informação que é inspirado no modo como os sistemas nervosos biológicos, como o cérebro humano, processam as informações. O elemento chave deste paradigma é uma nova formulação do sistema de processamento de informações. Este sistema é composto de um número grande de elementos de processamento altamente interconectados, os neurônios, trabalhando em conjunto para resolver problemas específicos.

Uma definição formal para RNA é apresentada por Hecht-Nielsen (HECHT-NIELSEN, 1990):

“Uma rede neural é uma estrutura distribuída de processamento de informações, composta de elementos processadores (que podem possuir memória local e podem executar operações sobre informações locais), interconectados por vias unidirecionais de dados, denominadas conexões. Cada elemento processador tem uma única conexão de saída, que pode se ligar a várias conexões colaterais; cada uma portando o mesmo sinal - o sinal de saída do elemento de processamento. O sinal de saída do elemento de processamento pode ser de qualquer tipo matemático. O processamento das informações, em cada elemento, pode ser definido arbitrariamente, com a restrição de que deve ser totalmente local; ou seja, deve depender somente dos valores correntes dos sinais de entrada que chegam ao elemento, através das conexões e de valores armazenados na memória local.”

Em outras palavras, pode-se dizer que RNA é uma estrutura de processamento paralelo e distribuído, na forma de um grafo orientado, composta de elementos processadores interligados por conexões, que efetua a transformação de dados de entrada em dados de saída.

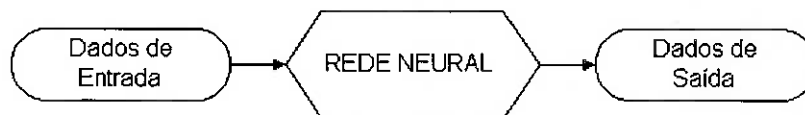


Figura 3.1 - Transformação de dados de entrada em dados de saída

3.2. INSPIRAÇÃO BIOLÓGICA

O neurônio é a célula básica dos sistemas nervosos biológicos. O cérebro humano consiste de cerca de 100 bilhões (10^{11}) neurônios interconectados. Um único neurônio pode ter de 1.000 a 10.000 conexões com outros neurônios.

A estrutura de um neurônio é representada na figura que segue. O neurônio é composto de núcleo, corpo da célula (soma), dendritos e axônio. O soma e seu núcleo não desempenham um papel significativo no processo de entrada e saída de informações. No entanto, é no soma que atuam os mecanismos que fornecem energia à célula e permitem a sua ativação. Os dendritos recebem os sinais vindos de outros neurônios. O axônio transmite o sinal a outros neurônios. No

contato entre o axônio enviado de sinal e o dendrito receptor de sinal existe uma região denominada sinapse.

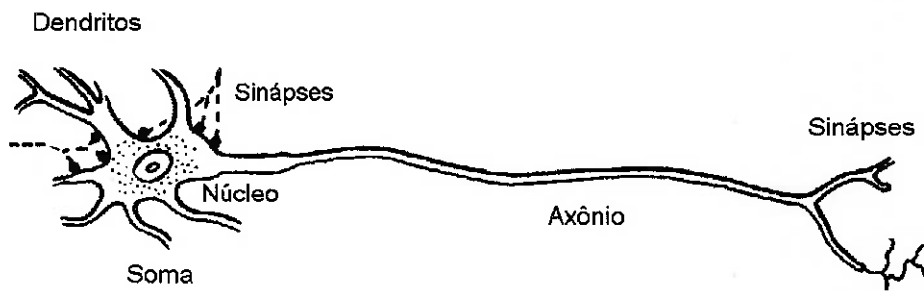


Figura 3.2 - Neurônio biológico

A transmissão de informações ocorre através de processos eletroquímicos que se desenvolvem em cada neurônio e em seus contatos. Os sinais são transmitidos entre os neurônios através de impulsos elétricos da ordem de 70 mV que viajam ao longo do axônio. Estes impulsos são transmitidos de um neurônio a outro por intermédio das sinapses encontradas no conjunto de ramificações que emerge do corpo da célula, os dendritos. Quando um impulso atinge a membrana pré-sináptica é iniciada a liberação de pequenas quantidades de substâncias químicas, os neurotransmissores, que viajam através da fenda sináptica e são recebidos pela membrana pós-sináptica no dendrito receptor. Neste ponto o neurotransmissor provoca uma mudança no potencial elétrico da membrana dendrítica. Esta mudança de potencial pós-sináptico (PPS) pode ocasionar o aumento ou a diminuição da polarização da membrana. Quando há aumento na polarização, o PPS tende a inibir a geração de impulsos elétricos no neurônio receptor, enquanto que quando há diminuição, o PPS tende a propiciar a geração de impulsos elétricos. A intensidade e o tipo do PPS produzido depende de fatores como a geometria da sinapse e o tipo de neurotransmissor. Cada PPS viaja ao longo de seu dendrito e se transmite pelo soma. O neurônio receptor soma ou integra os efeitos de milhares destes PPS's sobre sua árvore dendrítica ao longo de um intervalo do tempo. Se o potencial integrado excede um valor limiar, a célula dispara e gera um novo potencial que viaja ao longo de seu axônio. Isto inicia novamente toda a sucessão de eventos nos neurônios que a este estão conectados (ANDERSON e MCNEIL, 2001).

Ao passo que os neurônios aprendem a reagir a certos sinais, as conexões sinápticas entre os neurônios se tornam mais fortes ou mais fracas. A força da conexão sináptica determina o quanto forte o neurônio receptor considera o sinal. Os sinais de neurônios diferentes são assim diferentemente ponderados com base na força das conexões sinápticas. Se o efeito total de todos os sinais recebidos for adequado, o neurônio é ativado e começa a enviar sinal aos outros neurônios por intermédio de seu axônio.

Desta forma, as redes neurais biológicas (neurônios ligados por meio de conexões sinápticas) servem como um exemplo natural de engenharia de processamento de informações. Como resultado de milhões de anos de evolução, os sistemas nervosos evoluíram para um sistema compacto e otimizado com poder de computação capaz de lidar com as incontáveis situações com que os seres vivos podem se deparar.

O processamento no cérebro humano é paralelo e distribuído, com regiões responsáveis por

funções específicas. Acredita-se que o conhecimento está armazenado também de forma distribuída no cérebro. A configuração das ligações entre os neurônios, as sinapses, seria a forma de se armazenar o conhecimento. Considerando-se 100 bilhões de neurônios, o máximo de 10.000 ligações para cada um deles e que cada ligação possui dois estados (binário) tem-se $10^{11} \times 10^4 = 10^{15}$ bits de informação que poderiam ser armazenadas.

Com a variação dos pesos das sinapses, ocorre o mecanismo de retenção de conhecimento. As sinapses podem aumentar ou inibir um impulso nervoso que passa pela conexão. Quanto mais freqüente é a passagem de impulsos pela sinapse, maior é a amplificação deste impulso, maior é o peso da sinapse. A ligação é reforçada com o uso. Com a exposição do indivíduo a informações, ocorrem mudanças na forma e no peso das ligações entre os neurônios. Os hábitos são formados pela repetição de estados e comportamentos que reforçam as sinapses das regiões responsáveis pelos mesmos. Muda-se um hábito evitando repeti-lo. À medida que o tempo passa, diminui o esforço necessário para evitar o procedimento que caracteriza o hábito, pois as sinapses correspondentes também enfraquecem.

3.3. O NEURÔNIO ARTIFICIAL

O elemento processador das RNA's é inspirado em um modelo simplificado do neurônio biológico, sendo muitas vezes denominado, por este motivo, de neurônio artificial. Neste trabalho a denominação "neurônio" se refere sempre ao neurônio artificial.

O neurônio artificial possui várias entradas e uma saída. A saída é relacionada com a entrada, através de uma função de transferência, com ou sem o auxílio de uma memória local, conforme mostrado na figura que segue (os valores x_i correspondem às entradas e y é a saída do neurônio) (ZERBINI, 1993).

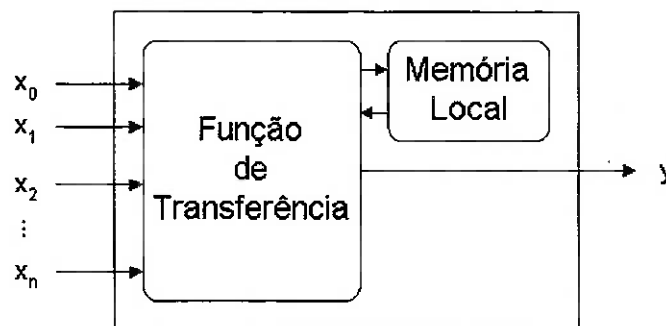


Figura 3.3 - Neurônio artificial

A função de transferência pode ser modificada ao longo do tempo (aprendizado), permitindo que o neurônio artificial crie, na saída, uma nova representação dos dados de entrada. Devido a esta característica, estes elementos processadores são também denominados de neurônios adaptativos.

O modelo mais simples foi o desenvolvido por Widrow e é composto por um elemento processador com propriedades lineares, denominado de ADALINE ("ADAPtive LINear Element"). Conforme mostrado na figura que segue. A saída é resultante da soma ponderada das

entradas. O ajuste da função de transferência é feito alterando-se os pesos nas conexões de entrada.

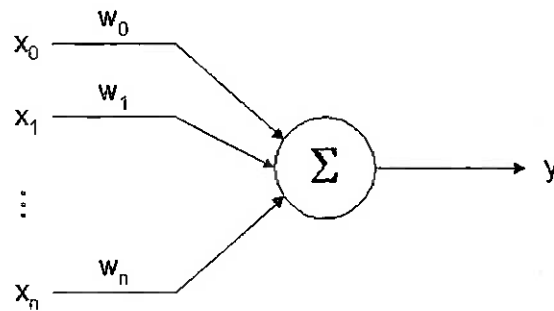


Figura 3.4 - Neurônio linear

A função de transferência deste modelo para $(n+1)$ variáveis de entrada pode ser dada pela seguinte expressão matemática:

$$y = w_0 \cdot x_0 + w_1 \cdot x_1 + \dots + w_n \cdot x_n = \sum_{i=0}^n w_i \cdot x_i$$

Através do uso de uma função de ativação não linear, é possível criar um modelo de neurônio adaptativo que classifica as entradas, conforme mostrado na figura que segue.

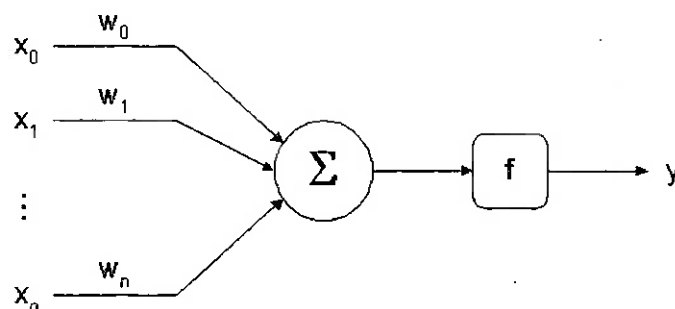


Figura 3.5 - Neurônio artificial com função de ativação

3.4. RNA'S X COMPUTADORES CONVENCIONAIS

As RNA's abordam a resolução de problemas de maneira diferente dos computadores convencionais. Os computadores convencionais baseados nas idéias de Turing e Von Neumann utilizam um enfoque algorítmico, isto é, seguem um conjunto de instruções pré-determinadas para resolver um problema. Assim, a menos que os passos específicos que o computador precisa seguir sejam previamente conhecidos, este não pode resolver o problema. Os computadores convencionais podem realizar qualquer tarefa que seja um procedimento, isto é, que se traduza em um conjunto de regras. Isso restringe o campo de aplicações aos problemas já plenamente compreendidos e com soluções já propostas. Se um programa de computador for escrito para determinar uma reação diante de uma situação, então todas as alternativas possíveis devem ser consideradas. Caso uma alternativa não prevista ocorra, o programa não terá como determinar a

reação adequada.

As RNA's processam informações de uma maneira semelhante ao cérebro humano, pois estas são arranjos de um número grande de elementos de processamento (neurônios) altamente interconectados trabalhando em paralelo para resolver um problema específico. As RNA's não podem ser programadas para executar uma seqüência de tarefas específicas, elas aprendem através de exemplos, através de um processo de treinamento. As RNA's tem a capacidade de aprender com a experiência, reter conhecimento e generalizá-lo para situações não apresentadas durante o treinamento.

O computador criado por von Neumann utiliza endereçamento de memórias para armazenar o conhecimento. Nas RNA's o conhecimento retido está distribuído por toda a rede de neurônios e não é acessível de forma organizada. O aprendizado se dá pelo ajuste de parâmetros das ligações entre os neurônios segundo um procedimento de treinamento e pelo arranjo dessas ligações.

Tabela 3.1 - Comparação entre computadores convencionais e RNA's

Computador Convencional	RNA
Executa programas	Aprende
Executa operações lógicas	Executa operações não lógicas, transformações e comparações
É dependente do modelo ou do programador	Descobre relações ou regras a partir de dados e exemplos
Testa uma hipótese por vez	Testa todas as possibilidades em paralelo

As dificuldades na implementação das RNA's residem em primeiro lugar na forma de apresentar as informações e no método de alterar os parâmetros das ligações entre os neurônios para possibilitar o aprendizado. Em segundo lugar, a construção física de RNA's é tecnologicamente uma tarefa difícil. Já existem implementações em "hardware" de RNA's, com centenas ou milhares de neurônios, utilizadas no controle de processos. Com a capacidade atual de encapsulamento de componentes, a quantidade de neurônios presentes no cérebro humano com o número de conexões existentes não caberia em um "chip" de superfície menor que 5.000 m². O que é feito atualmente é simular o modelo neurológico em computadores convencionais através de paradigmas de RNA's em "software". E esta é a forma como as RNA's serão utilizadas no desenvolvimento desta tese.

3.5. VANTAGENS DAS RNA'S

As principais vantagens das RNA's são:

- Aprendizado por exemplos: um sistema de computação que utiliza uma forma de aprendizado por exemplos é útil quando a complexidade computacional do problema a ser resolvido é alta, no sentido de que o problema não possui todas as suas variáveis conhecidas.

- Independência do problema: uma RNA antes do aprendizado não possui nenhum conhecimento sobre o problema que se pretende resolver. Assim, uma mesma RNA pode ser aplicada a problemas diferentes sem a necessidade de qualquer modificação na sua estrutura.
- Auto-organização: uma RNA cria sua própria representação ou organização da informação recebida durante o aprendizado ou operação.
- Tolerância a erros: RNA's são intrinsecamente tolerantes a erros, pois aprendem a reconhecer padrões ruidosos, distorcidos ou até mesmo incompletos
- Obtenção de resultados desejados: caso uma RNA não forneça resultados aceitáveis, a sua arquitetura pode ser modificada em busca de otimizações.
- Processamento distribuído e paralelo: a própria arquitetura da rede e a natureza dos neurônios propiciam um processamento distribuído e paralelo. O paralelismo se dá nos níveis de módulos de RNA's, camadas, neurônios e conexões.
- Facilidade de inserção em novas tecnologias: as RNA's podem ser desenvolvidas, treinadas, testadas, verificadas e traduzidas para uma implementação de "hardware" de baixo custo.
- Implementação realística: diversos modelos de RNA's têm sido construídos em "hardware", a fim de otimizar as implementações e aumentar sua faixa de utilização. Novas arquiteturas de sistemas de computação têm surgido sem utilizar uma arquitetura von Neumann.

3.6. APLICAÇÕES DAS RNA'S

O poder das RNA's está relacionado às suas características de processamento não-linear, adaptativo e paralelo. Neste sentido, as RNA's têm encontrado sucesso em aplicações relacionadas a processamento de sinais e imagens, reconhecimento de fala e texto, sistemas especialistas, análise de imagens médicas, visão artificial, sensoriamento remoto, robótica, controle de sistemas industriais e pesquisa científica. Os domínios de aplicação das RNA's podem ser divididos de maneira geral nas seguintes categorias: associação, classificação, agrupamento, reconhecimento de padrões, regressão e generalização, bem como otimização (ANDERSON e MCNEIL, 2001).

3.6.1. ASSOCIAÇÃO, CLASSIFICAÇÃO E AGRUPAMENTO

Neste tipo de aplicação as RNA's são utilizadas na classificação ou reconhecimento de padrões estáticos ou variáveis no tempo. Idealmente, uma RNA classificadora deve ser treinada de tal forma que quando uma versão ligeiramente distorcida de um estímulo seja apresentada, esta ainda possa ser reconhecida corretamente. De forma equivalente, a RNA deve possuir imunidade a ruídos, isto é, deve poder recuperar "sinais limpos" a partir de fontes ruidosas.

- Associação: subdividida em autoassociação e heteroassociação. Nas aplicações de autoassociação recupera-se um padrão completo a partir de informações parciais do padrão desejado. Já na heteroassociação recupera-se um padrão B a partir um padrão A fornecido.
- Classificação supervisionada: nestas aplicações a tarefa realizada é de aproximação ou interpolação. Exemplos são o reconhecimento de fala e de texto.
- Agrupamento não-supervisionado: neste tipo de aplicação os pesos sinápticos da RNA são ajustados através de um método não-supervisionado, isto é, a rede adapta os pesos e verifica o

resultado com base exclusiva nos valores alimentados.

3.6.2. RECONHECIMENTO DE PADRÕES

Em muitos problemas de classificação a tarefa a ser executada é a complementação de informações, ou seja, a recuperação de um padrão original a partir de informações parciais. Há dois tipos de problemas de reconhecimento de padrões: o temporal e o estático. O uso correto de informações contextualizadas é fundamental em um reconhecimento bem sucedido.

3.6.3. REGRESSÃO E GENERALIZAÇÃO

As RNA's são bastante eficazes em aplicações onde técnicas de regressão linear ou não-linear atuam capturando um padrão apresentado. Nestes problemas a RNA deve ser treinada com um grande número de dados, e esta é considerada treinada adequadamente se puder aproximar com precisão os valores do conjunto de treinamento e ainda puder fornecer boas interpolações para valores diferentes dos treinados. Em termos gerais, generalização corresponde à capacidade da RNA fornecer respostas corretas a estímulos para os quais esta não foi previamente treinada.

3.6.4. OTIMIZAÇÃO

As RNA's se constituem em uma importante ferramenta em problemas de otimização, os quais normalmente envolvem a determinação de um mínimo ou um máximo global de uma função característica do sistema.

Uma vez que a função característica esteja definida, a determinação dos pesos sinápticos é tarefa relativamente simples. Em algumas aplicações, a função característica está diretamente disponível, mas, em outras, a função característica deve ser deduzida a partir da dinâmica do sistema e de restrições impostas. A principal dificuldade associada a problemas de otimização é a grande possibilidade de obtenção de uma solução que converge para um ponto ótimo local, ao invés de global. Para resolver este problema, técnicas estatísticas têm sido introduzidas na teoria das RNA's.

3.7. HISTÓRICO DO DESENVOLVIMENTO DAS RNA'S

O trabalho que deu início à pesquisa sobre RNA's foi publicado em 1943 por Warren McCulloch e Walter Pitts. No artigo "A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity" foi apresentada uma teoria geral sobre processamento paralelo de informações baseados em redes binárias, onde descreveram as propriedades de um neurônio.

Em 1949, Hebb descreveu um mecanismo de aprendizado baseado no reforço das ligações sinápticas pela repetição do uso. Assim, se uma determinada ligação entre neurônios é usada com

maior frequência, então ela cresce em importância, aumentando seu peso. Segundo Hebb, o conhecimento estaria armazenado na configuração das ligações sinápticas. Este processo de aprendizado constituiu a base para o desenvolvimento das RNA's.

Em 1958, Frank Rosenblatt e seus colaboradores desenvolveram o "perceptron". Sua forma mais simples consiste em uma rede formada por duas camadas: a camada de entrada e a camada de saída. Cada neurônio da camada de entrada se conecta com todos os neurônios da camada de saída e os neurônios de uma mesma camada não se conectam entre si. Os sinais caminham da entrada para a saída, não percorrendo o sentido inverso. Portanto, o fluxo de informações é unidirecional e para frente ("feedforward").

Rosenblatt desenvolveu um algoritmo para treinar o "perceptron" e provou a convergência de um método para ajustar os pesos iterativamente até que cálculos desejados fossem executados. Os resultados obtidos com o "perceptron" geraram grandes expectativas.

Alguns anos depois, o "perceptron" foi duramente criticado por Minsky e Papert. No livro "Perceptrons" publicado em 1969, Minsky e Papert mostraram a incapacidade do "perceptron" em resolver o problema trivial da função lógica XOR (ou-exclusivo). As pesquisas no campo das RNA's estagnaram devido a este trabalho. Alguns poucos pesquisadores continuaram a trabalhar no assunto. Este panorama durou quase duas décadas.

Minsky e Papert eram cientistas do MIT envolvidos com pesquisas relacionadas com sistemas especialistas, que na época concorriam com as RNA's na busca de recursos junto ao governo norte-americano. Erraram ao generalizar as limitações observadas no "perceptron" sem camadas intermediárias, para o "perceptron" com muitas camadas.

Durante os anos 70 as pesquisas com RNA's foram discretas, porém consistentes. Widrow desenvolveu a rede ADALINE utilizada atualmente como supressor de ecos em chamadas telefônicas de longa distância e como supressor de ruído em "modems" com altas taxas de transmissão.

Hopfield publicou em 1982, um trabalho com RNA's aplicadas na solução de problemas de restrição: "N Rainhas" e o "Problema do Viajante". Desenvolveu RNA's que hoje levam seu nome. O fato de ser prêmio Nobel em física, originou uma grande interesse pelos resultados e chamou a atenção para o assunto.

Em 1986, Rumelhart provou a capacidade do "perceptron" de resolver o problema da função XOR, desde que ele possuísse ao menos uma única camada oculta.

Rumelhart desenvolveu um algoritmo para ajustar os pesos de RNA's multicamadas. Este algoritmo é conhecido como retropropagação de erros ("backpropagation") e se tomou muito popular. Nos anos seguintes, as pesquisas relacionadas ao campo das RNA's se intensificaram. Atualmente existem dezenas de tipos de redes utilizadas nas mais diversas aplicações.

A partir de 1987, a área da neurocomputação tornou-se mais consolidada e começaram a ser

organizadas conferências e simpósios, grupos de interesse e publicações de revistas especializadas. Em 1987 foi realizada a primeira conferência internacional sobre RNA's "IEEE International Conference on Neural Networks". Em 1988 foi fundada a "International Neural Networks Society - INNS" e foi lançada a revista "Neural Computation". Em 1989, foi lançada a revista "IEEE Transactions on Neural Networks" (MASSARANI, 1997).

A seguinte cronologia sobre as RNA's pode ser traçada:

- 1943: Warren McCulloch e Walter Pitts desenvolveram pesquisas pioneiras sobre neurônios como dispositivos lógicos.
- 1949: Donald Hebb, em seu livro "The Organization of Behavior", definiu um postulado para explicar o mecanismo de aprendizado nas células do cérebro, a partir de estudos do comportamento neuropsicológico.
- 1957: Frank Rosenblatt e Charles Wightman desenvolveram, com sucesso, o primeiro neurocomputador, denominado "Mark I Perceptron"; Rosenblatt em 1958 provou que, para classes linearmente separáveis, o "perceptron" aprende a classificá-las com um número finito de interações; os resultados deste trabalho incentivaram as pesquisas na área;
- 1958: Karl Steinbuch propôs a rede "learnmatrix", que é uma RNA que utiliza uma versão booleana da lei de Hebb.
- 1960: Bernard Widrow desenvolveu um modelo de RNA denominado de ADALINE (ADaptive LINear Element) que utiliza o algoritmo de aprendizado chamado regra delta.
- 1969: Marvin Minsky e Seymour Papert mostraram que o "perceptron" somente aprende problemas que podem ser linearmente separáveis (o "perceptron" não implementa a função lógica trivial do ou-exclusivo); este trabalho influenciou negativamente no avanço das pesquisas na área de RNA's, principalmente nos Estados Unidos.
- 1974: Paul Werbos, em sua tese de doutoramento, apresentou o modelo inicial para o algoritmo de retropropagação de erros, "backpropagation".
- 1980: Teuvo Kohonen definiu uma estrutura de RNA que se auto-organiza (aprendizado não supervisionado).
- 1982: John Hopfield definiu uma RNA realimentada com propriedades de convergência.
- 1986: David Rumelhart e James McClelland editaram uma coletânea de trabalhos em RNA's, denominada "Parallel Distributed Processing - PDP". Este trabalho incentivou, de forma marcante, as pesquisas na área de redes neurais.

3.8. CARACTERÍSTICAS DAS RNA'S

Os principais elementos componentes das RNA's são: fatores de peso, função de soma, função de transferência, fator de escala e limites, função de saída e função de erro. Nos itens seguintes discutimos cada um destes elementos (ANDERSON e MCNEIL, 2001).

3.8.1. FATORES DE PESO

Um neurônio normalmente recebe muitas entradas simultâneas. Cada entrada tem seu próprio

peso relativo que caracteriza o impacto que a entrada deve ter sobre a função de soma do neurônio. Estes pesos executam a mesma função das forças sinápticas dos neurônios biológicos. Em ambos os casos, algumas entradas tornam-se mais importantes que outras, permitindo que exerçam um efeito maior sobre o neurônio na produção da resposta neural.

Pesos são coeficientes adaptáveis internos das RNA's que determinam a intensidade do sinal de entrada no neurônio artificial. São uma medida da força da conexão de uma entrada. Estas forças podem ser modificadas em resposta a conjuntos de treinamento e de acordo com a específica topologia da RNA ou suas regras de aprendizado.

3.8.2. FUNÇÃO DE SOMA

O primeiro passo na operação de um neurônio é a execução da soma ponderada de todas as suas entradas. Matematicamente, as entradas e os pesos correspondentes são vetores que podem ser representados como $(x_0, x_1, x_2, \dots, x_n)$ e $(w_0, w_1, w_2, \dots, w_n)$. A soma ponderada de todas as entradas corresponde ao produto interno destes dois vetores, ou seja: $x_0 w_0 + x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_n w_n$.

Geometricamente, o produto interno de dois vetores pode ser considerado como uma medida da semelhança entre eles. Se os vetores apontam na mesma direção, o produto interno é máximo; se os vetores apontam em direções opostas (defasados de 180°), o produto interno é mínimo.

A função de adição pode ser mais complexa que a simples soma do produto entre as entradas e seus pesos. As entradas e os pesos podem ser combinados de muitas formas diferentes antes do resultado ser enviado à função de transferência. Além da soma ponderada, a função de soma pode selecionar o mínimo, máximo ou outros algoritmos de normalização. O algoritmo específico para a combinação das entradas neurais é determinado pelo paradigma e pela arquitetura de rede escolhida.

Algumas funções de soma têm um processo adicional aplicado ao resultado antes deste ser enviado à função de transferência. Este processo é chamado de função de ativação. O propósito da utilização de uma função de ativação é permitir a variação no tempo do resultado da soma. Atualmente funções de ativação tem interesse mais restrito à pesquisa. A maioria das implementações de RNA's atuais utiliza uma "função de ativação identidade" que é equivalente a não se utilizar uma.

3.8.3. FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

O resultado da função de soma, normalmente, a soma ponderada, é transformado em uma saída do neurônio por um processo algorítmico conhecido como a função de transferência. Na função de transferência a soma total é comparada com algum valor limiar para a determinação da saída do neurônio. Se a soma for maior que o limiar, o neurônio gera um sinal. Se a soma for menor que o limiar, nenhum sinal (ou até um sinal inibitório) é gerado.

A função de transferência é geralmente não-linear. Funções lineares possuem uso limitado, porque sua saída é simplesmente proporcional à entrada. Este era o problema dos antigos modelos de RNA's, os "perceptrons", que como uma composição de funções lineares atuam, também, como funções lineares.

O tipo de função de transferência pode variar de acordo com o tipo de saída desejada para o neurônio. Se a saída desejada for: 0 e 1, -1 e 1 ou outras combinações numéricas, a função de transferência será do tipo "limite rígido", podendo ser uma função "sinal" ou uma função "passo", como pode ser observado na figura que segue.

Outro tipo de função de transferência, a função "rampa", pode mapear a entrada dentro de uma determinada faixa e ainda agir como um limite rígido fora desta faixa. Trata-se de uma função linear limitada a um valor mínimo e um valor máximo, tornando-se então não-linear. Outra opção é a função "sigmóide" ou "curva S". A curva S se aproxima de um valor mínimo e um valor máximo através de assíntotas. A denominação comum é de função sigmóide quando os limites são 0 e 1 e função "tangente hiperbólica" quando os limites são -1 e 1. A principal característica matemática deste tipo de função é que tanto ela própria quanto a sua derivada são contínuas em todo o seu domínio.

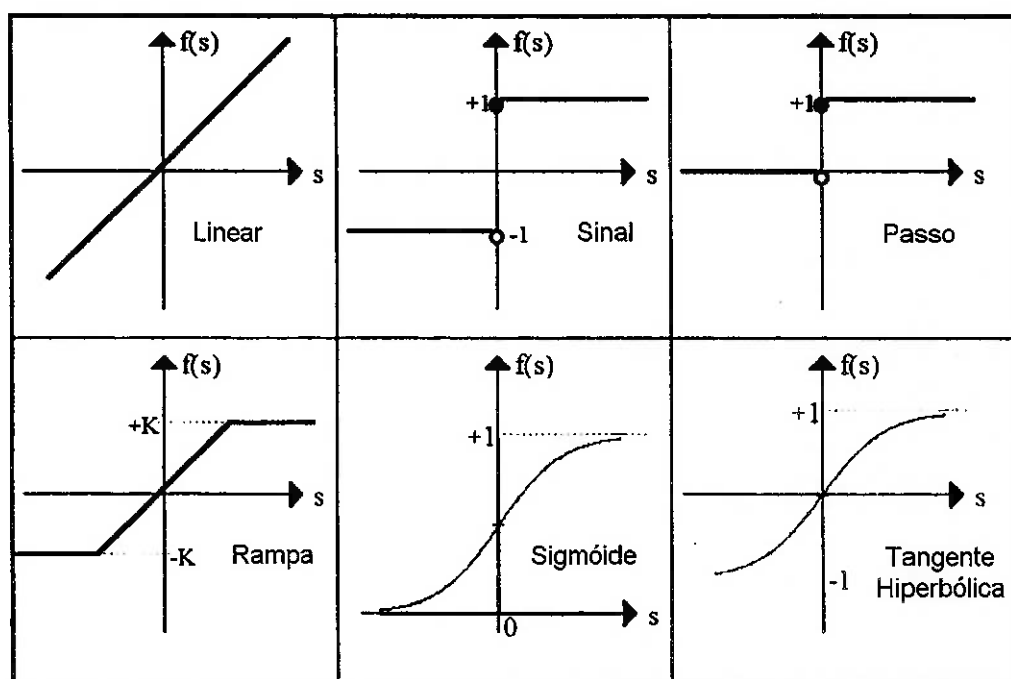


Figura 3.6 - Algumas funções de transferência

3.8.4. FATOR DE ESCALA E LIMITES

Após a aplicação da função de transferência ao neurônio, o resultado pode passar por processos adicionais de aplicação de fator de escala e de limites. Na aplicação de fator de escala, multiplica-se o resultado da função de transferência por uma constante, estabelecendo-se uma compensação. Na aplicação de limites, assegura-se que o resultado da função de transferência exceda a um limite superior ou a um limite inferior.

3.8.5. FUNÇÃO DE SAÍDA

Cada neurônio produz um sinal que pode ser enviado a centenas de outros neurônios, da mesma forma que o neurônio biológico recebe muitas entradas e produz apenas uma saída. Normalmente, a saída é equivalente ao resultado da função de transferência. Porém, algumas topologias de RNA's modificam o resultado da função de transferência para propiciar a competição entre elementos de processamento vizinhos. Através da competição entre os neurônios, possibilita-se que os neurônios com menor força sejam inibidos.

3.8.6. FUNÇÃO DE ERRO

A maioria dos métodos de treinamento de RNA's baseiam-se no cálculo da diferença entre a saída final calculada pela RNA e o valor esperado para esta saída. Este erro é determinado por intermédio de uma função de erro de modo a adaptar-se à arquitetura de rede particular. As arquiteturas mais básicas usam este erro diretamente, mas algumas, calculam o quadrado do erro, mesmo que retendo seu sinal; algumas calculam o cubo do erro, outros paradigmas modificam o erro de modo a ajustar-se aos seus propósitos específicos. O erro de um neurônio artificial é propagado na função de aprendizado de outro neurônio. Este erro é então chamado de erro atual.

O erro atual é propagado em sentido reverso para uma camada anterior durante o treinamento da RNA. Este valor retropropagado passa por uma transformação, normalmente aplicando-se a derivada da função de transferência ou alguma outra operação dependente do tipo de RNA. Normalmente, este valor retropropagado é multiplicado pelo valor dos pesos das conexões de entrada antes de um novo ciclo de aprendizado.

3.9. ARQUITETURA DE RNA'S

As RNA's são formadas por neurônios conectados entre si. A forma de conexão, a quantidade de neurônios, as funções de transferência e o processo de treinamento definem uma RNA.

Uma RNA possui pontos de entrada e de saída de informações que constituem as camadas de entrada e de saída respectivamente. A camada de entrada não é formada propriamente por neurônios. São pontos para o armazenamento de informações que serão passadas para os neurônios da rede. Às vezes são apresentados com outro nome, por exemplo, pontos de entrada, para evitar confusão com os neurônios de processamento. A camada de saída é formada por neurônios que realizam o processamento de sinais recebidos de outros neurônios da RNA. As saídas dessa camada, uma por neurônio, são as informações enviadas pela RNA ao exterior.

Os neurônios colocados entre as camadas de entrada e de saída formam o que é conhecido como camada oculta. O número de camadas ocultas e a forma de conexão entre os neurônios, depende das necessidades e é especificado pelo projetista da RNA.

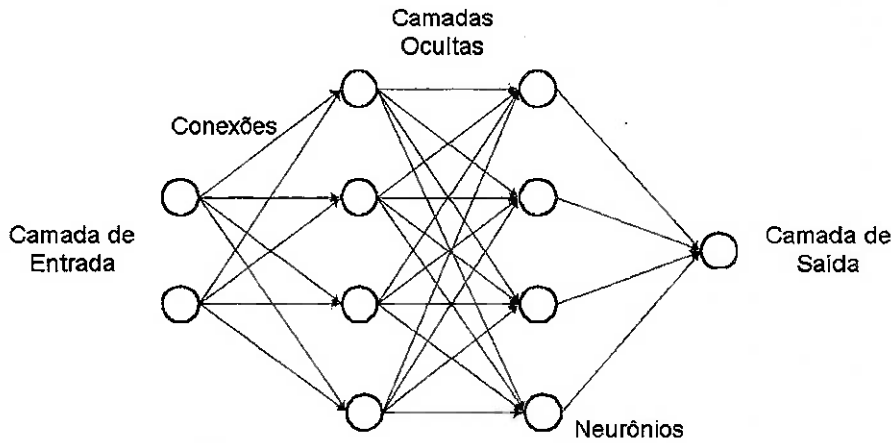


Figura 3.7 - Rede neural artificial típica

A duas estruturas básicas que compõem as RNA's são: neurônios e conexões. O comportamento da RNA depende fundamentalmente da interação entre estas duas estruturas. Existem três tipos de camadas de neurônios: de entrada, oculta e de saída. Duas camadas de neurônios se comunicam através de uma rede de conexões com pesos. Existem quatro tipos destas conexões: para frente, recorrente, lateral e com atraso, como pode ser visto na figura que segue.

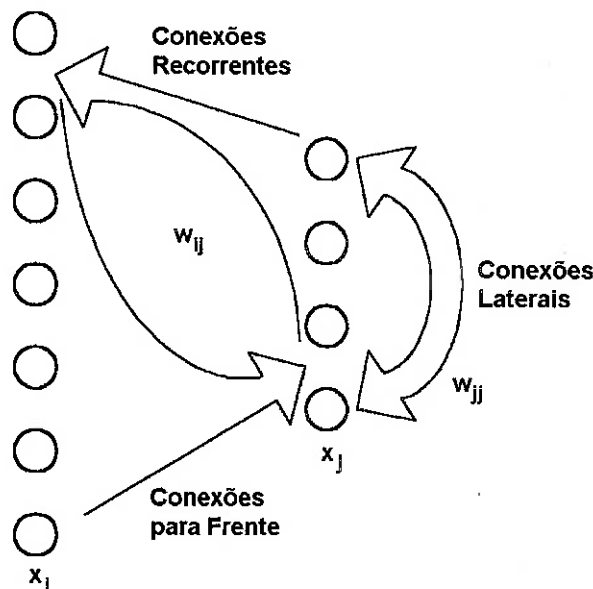


Figura 3.8 - Tipos de conexões entre duas camadas de neurônios

1. **Conexões para frente:** em todos os modelos neurais, os dados de uma camada de nível inferior são propagados adiante a neurônios de uma camada superior, por meio de uma rede de conexões para frente.
2. **Conexões recorrentes:** redes recorrentes trazem dados de uma camada de nível superior, de volta para uma camada inferior.
3. **Conexões laterais:** a troca de dados entre neurônios de uma mesma camada permite o estabelecimento de relações de hierarquia entre estas. Um exemplo típico de RNA com conexões laterais é o circuito "vencedor-leva-tudo", que desempenha um papel importante na seleção da entrada vencedora.
4. **Conexões com atraso:** podem ser incorporados elementos de atraso nas conexões para compor modelos que representem sistemas com dinâmica temporal. Estas conexões apresentam

desempenho mais satisfatório no reconhecimento de padrões temporais.

A arquitetura de uma RNA é definida pela quantidade de camadas ocultas, pelo número de neurônios em cada camada e pela forma de conexão entre os neurônios.

Existem diversos tipos de arquiteturas e nenhuma regra rígida que estabeleça o melhor arranjo de seus parâmetros para uma determinada aplicação. Nos itens que se seguem, temos alguns exemplos de arquiteturas.

3.9.1. REDES PARA FRENTE (“FEEDFORWARD”)

As RNA’s para frente permitem que os sinais viajem em apenas uma direção: da entrada para a saída. Não existem realimentações (retornos), isto é, a saída de qualquer camada não afeta aquela mesma camada. RNA’s para frente tendem a estabelecer associações diretas entre as entradas e as saídas, por este motivo, são extensivamente utilizadas no reconhecimento de padrões.

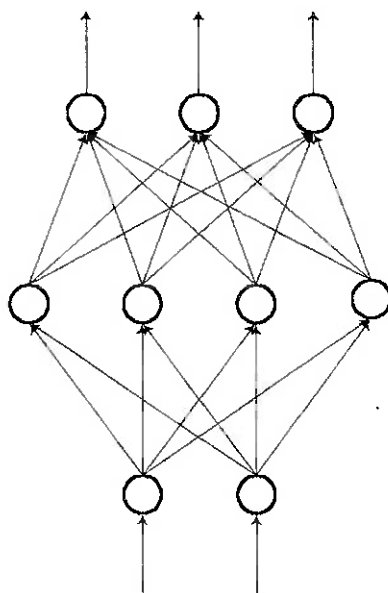


Figura 3.9 - RNA multicamadas para frente

3.9.2. RNA’S RECORRENTES (“FEEDBACK”)

Nas RNA’s recorrentes o fluxo de informações entre as camadas da rede se dá nos dois sentidos (da entrada para a saída e da saída para a entrada), sendo que as conexões possuem pesos específicos para cada sentido. Estas RNA’s são muito poderosas e sua estrutura pode se tornar extremamente complicada. As RNA’s recorrentes são dinâmicas, seu estado muda continuamente até que atinjam um ponto de equilíbrio.

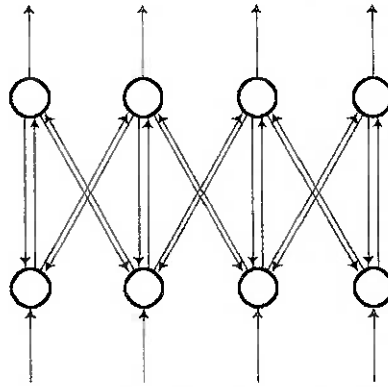


Figura 3.10 - RNA recorrente

3.9.3. RNA'S LATERALMENTE CONECTADAS

As RNA's lateralmente conectadas possuem camadas de neurônios onde a informação é transmitida internamente à camada.

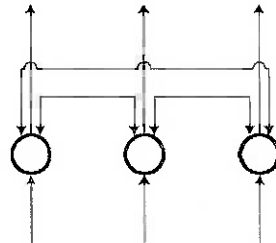


Figura 3.11 - RNA lateralmente conectada

3.10. APRENDIZADO

O processo de aprendizado é essencial em qualquer arquitetura de RNA, conseqüentemente a escolha de um algoritmo de aprendizado adequado é fundamental no desenvolvimento de aplicações baseadas em RNA's. O aprendizado implica na mudança do comportamento dos neurônios como resultado de mudanças no ambiente, ou seja, as entradas e saídas. Como as funções de soma e de ativação são fixadas no momento da construção da RNA e os dados de entrada e saída não podem ser alterados, uma mudança no comportamento dos neurônios só pode ser resultado de ajustes nos pesos das conexões, de forma a permitir uma adequada correspondência entre os valores de entrada e de saída esperados. Assim é necessário um método lógico que permita, durante a fase de treinamento, a modificação dos pesos das conexões. Várias leis de aprendizado estão disponíveis para as diferentes arquiteturas de RNA's, entre elas estão as de: Hebb, Widrow-Hoff (regra delta), regra delta generalizada, Hopfield, Kohonen e Grossberg. Estas leis aparecem inseridas no processo de aprendizado, quer este seja do tipo supervisionado ou não supervisionado (ANDERSON e MCNEIL, 2001).

3.10.1. LEIS DE APRENDIZADO

Muitas leis de aprendizado são de uso comum, e a maioria delas se constituem em variações da lei mais conhecida e antiga, a regra de Hebb. Atualmente, as pesquisas para o desenvolvimento de novas leis de aprendizado têm se baseado no sucesso ou no fracasso prático de idéias inovadoras. Algumas pesquisas têm como objetivo principal a reprodução de modelos de aprendizado biológico, enquanto outras advêm de experimentações com novas tecnologias de ensino/aprendizado. De qualquer maneira, o entendimento do processo de aprendizado das RNA's ainda é muito limitado, já que o fenômeno se manifesta nos sistemas biológicos de um modo muito mais complexo que as simplificações representadas pelas leis atualmente em utilização.

As principais leis são apresentadas nos próximos itens.

3.10.2. REGRA DE HEBB

A regra baseia-se na idéia de que se dois neurônios conectados produzem saídas semelhantes como resultado do mesmo estímulo (dados de entrada), então a força da conexão entre estes neurônios deve ser fortalecida; caso contrário, deve ser enfraquecida. Os pesos das conexões devem ser aumentados se os valores normalizados das saídas forem ambos positivos, ou ambos negativos. Nos dois casos, basta que o comportamento dos neurônios apresente certa semelhança ou correlação. Se o valor das saídas forem, porém, de sinais opostos, há evidência de falta de semelhança, e o peso da conexão entre os neurônios deve ser reduzido.

O modo mais simples para implementar tal idéia é modificar o peso da conexão entre dois neurônios de acordo com a equação que segue.

Modificação no peso da conexão entre os neurônios i e j :

$$\Delta w_{ij} = r \cdot y_i \cdot y_j$$

Onde:

r = taxa de aprendizado (normalmente entre 0 e 1)

y_i = valor da saída do neurônio emissor do sinal

y_j = valor da saída do neurônio receptor do sinal

O treinamento de uma RNA de acordo com tal regra, consiste em aplicar a equação anterior para cada conexão da RNA e para cada par de dados entrada/saída do conjunto de treinamento, corrigir o valor dos pesos com o Δw_{ij} calculado e prosseguir o processo com um novo par de dados entrada/saída.

A regra de Hebb é muito simples, e é efetiva quando existe uma forte correlação entre os dados de entrada e saída. Porém há casos onde tal método de treinamento não funciona, mesmo que exista um conjunto de pesos para as conexões que permita à RNA, a partir dos dados de entrada, gerar

os dados de saída com sucesso.

3.10.3. REGRA DE WIDROW-HOFF (REGRA DELTA)

Desenvolvida por Widrow e Hoff, a regra delta é uma das regras de aprendizado mais largamente utilizadas. Para um determinado conjunto de dados de entrada (vetor de entrada), o conjunto de dados de saída (vetor de saída) produzido é comparado com a resposta correta. Se a diferença for zero, nenhum aprendizado acontece; caso contrário, os pesos são ajustados de maneira a reduzir esta diferença. A mudança de um peso w_i para w_j é determinada por:

$$\Delta w_{ij} = r \cdot y_i \cdot e_j$$

Onde:

r = taxa de aprendizado

y_i = valor da saída do neurônio emissor do sinal

e_j = diferença entre a saída esperada e a saída atual do neurônio receptor do sinal

Se o conjunto de dados de entrada se constituir em um conjunto linearmente independente, associações arbitrárias entre estes dados podem ser aprendidas utilizando a regra delta.

Pode ser demonstrado que para RNA's com funções de ativação lineares e sem camadas ocultas, o gráfico erro x peso das conexões é um parabolóide no espaço n-dimensional. Considerando que a constante de proporcionalidade é negativa, o gráfico desta função possui concavidade voltada para cima e apresenta um valor mínimo. O vértice deste parabolóide representa o ponto onde o erro é minimizado. O vetor de pesos correspondente a este ponto é então o vetor de pesos ideal.

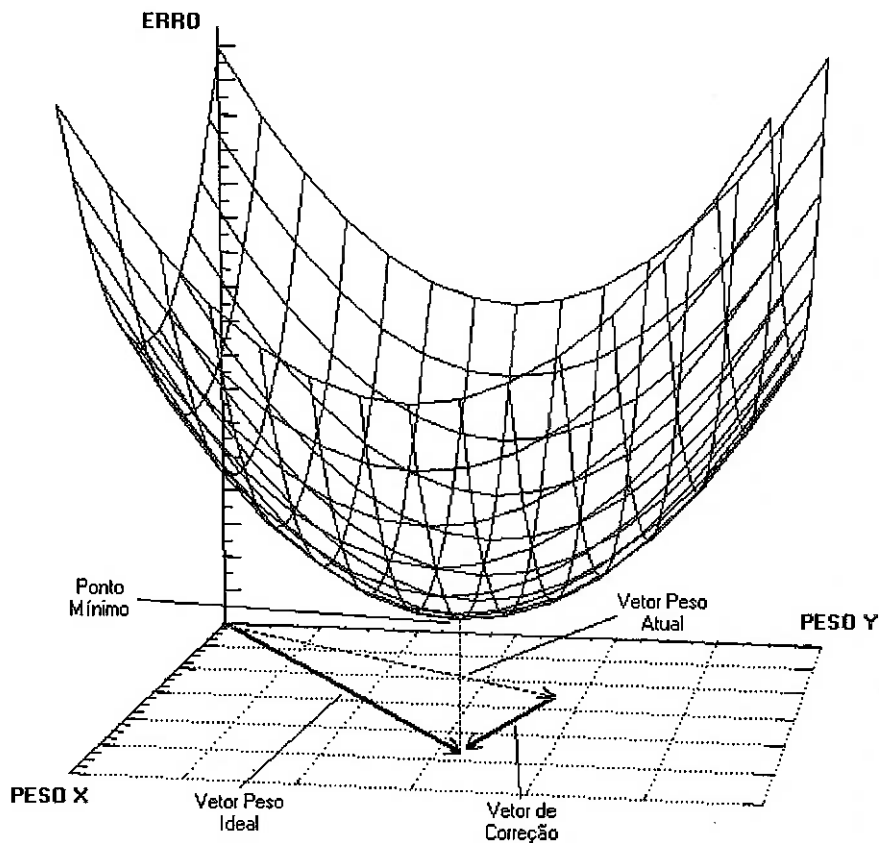


Figura 3.12 - Gráfico erro quadrático x peso

A regra delta de aprendizado não só move o vetor de pesos atual para mais próximo do vetor de pesos ideal, mas faz isso do modo mais eficiente. A regra delta implementa uma descida via gradiente movendo o vetor de pesos de um ponto qualquer na superfície do parabolóide para o seu ponto mais baixo, o vértice.

Mas a regra delta funciona em todos os casos? Como dito acima, para o caso de RNA's sem camada oculta, com função de ativação linear, a regra delta sempre determinará o melhor conjunto de valores de pesos para as conexões. Por outro lado, quando existem camadas ocultas, a superfície de erro não é um parabolóide e assim não tem um único ponto mínimo. Desta forma, não há nenhuma regra tão poderosa como a regra delta para RNA's com camadas ocultas, e existem muitas teorias propostas para a solução deste problema. Estas teorias incluem a regra delta generalizada e modelo de aprendizado competitivo não supervisionado.

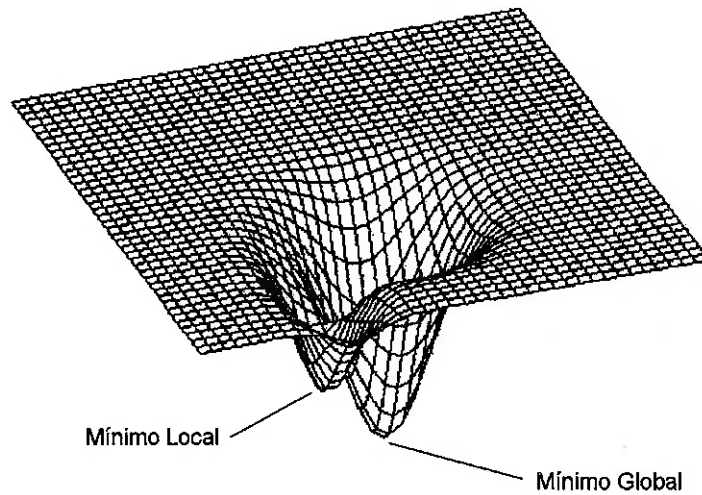


Figura 3.13 - Superfície de erro

3.10.4. REGRA DELTA GENERALIZADA

Uma forma generalizada da regra delta foi desenvolvida por Rumelhart, Hinton e Williams, para RNA's com camadas ocultas. Eles demonstraram que este método funciona para as funções de ativação da classe semilinear (funções crescentes e diferenciáveis).

Para a generalização da regra delta, consideramos, a título de exemplo, uma RNA com uma camada de entrada, uma camada de saída e uma camada oculta. À RNA são apresentados dados de entrada que produzem resultados que atuam como dados de entrada da camada intermediária oculta. Os resultados da camada intermediária, por sua vez, atuam como dados de entrada da camada de saída. Este vetor é comparado com o vetor de saída esperado. A partir do erro calculado é possível aplicar-se a regra delta para corrigir os pesos das conexões que atingem a camada de saída. Já para a camada intermediária são conhecidos os dados de entrada e os de saída, mas não são conhecidos os valores esperados para esta saída. Para que o erro possa ser determinado propaga-se de volta os dados esperados da camada de saída para a camada intermediária e compara-se com os dados de saída desta camada. A partir do erro calculado aplica-se a regra delta para corrigir os pesos das conexões que atingem a camada intermediária.

Este processo pode ser facilmente estendido para RNA's com mais de uma camada oculta.

3.10.5. LEI DE HOPFIELD

É semelhante à regra de Hebb com a exceção de que esta especifica a magnitude do fortalecimento ou do enfraquecimento das conexões. Segundo a lei de Hopfield, se a saída esperada e a entrada são ambas ativas ou ambas inativas, o peso da conexão deve ser aumentado pela taxa de aprendizado, caso contrário, o peso deve ser diminuído pela taxa de aprendizado.

3.10.6. LEI DE KOHONEN

Kohonen desenvolveu uma lei para um modelo de rede com aprendizado não supervisionado, que ele denominou de auto-organização.

Para uma dada entrada, o ajuste dos pesos é feito no sentido de diminuir a distância entre o vetor de entrada e o vetor formado pelos pesos. Esta lei possui a seguinte característica: após um longo período de treinamento, o vetor de pesos irá convergir no sentido de ficar alinhado com o vetor formado pela média dos vetores de entrada.

3.10.7. LEI DE GROSSBERG

Grossberg desenvolveu uma lei de aprendizado para um modelo específico de RNA. Essa lei permite um aprendizado não supervisionado, que ele denominou de auto-aprendizado.

Para uma dada entrada, o ajuste dos pesos é feito no sentido de diminuir a distância entre o vetor de entrada e o vetor formado pela correlação entrada/saída. Esta lei possui a seguinte característica: após um longo período de treinamento o vetor de pesos irá convergir no sentido de ficar alinhado com o vetor formado pela média do produto entrada pela saída.

3.11. ALGORITMOS DE TREINAMENTO

Após a definição da estrutura da RNA e antes que esta possa ser utilizada em uma aplicação particular, a RNA deve ser treinada. Antes do início do processo de treinamento, os pesos das conexões entre os neurônios são inicializados com números aleatórios.

O treinamento pode ser de dois tipos: supervisionado ou não supervisionado. O treinamento supervisionado envolve o fornecimento à RNA das saídas esperadas, quer ajustando manualmente o desempenho da RNA, quer fornecendo as saídas esperadas em conjunto com as entradas. No treinamento não supervisionado a RNA deve estabelecer uma inter-relação entre as entradas sem qualquer ajuda externa.

A grande maioria das RNA's utiliza o treinamento supervisionado. O treinamento não supervisionado é normalmente utilizado na execução de caracterizações iniciais de dados. Porém, este método de aprendizado é o que mais se assemelha a um verdadeiro "auto-aprendizado", e sua aplicação futura parece ser bastante promissora, mas atualmente este ainda não é completamente compreendido e não está totalmente definido, ficando assim restrito a aplicações em laboratório (ANDERSON e MCNEIL, 2001).

3.11.1. APRENDIZADO SUPERVISIONADO

Neste tipo de treinamento a saída calculada pela RNA é comparada com o seu valor esperado. Os

pesos das conexões (que no início do processo de treinamento são estabelecidos aleatoriamente), são ajustados de forma que em uma próxima comparação a RNA produza uma aproximação melhor entre a saída da RNA e os valores esperados. O algoritmo de aprendizado tenta minimizar os erros produzidos em todos os neurônios. Esta redução do erro global se dá a partir da modificação contínua dos pesos das conexões até que uma precisão aceitável para a aplicação seja alcançada.

Desta forma o treinamento de uma RNA através de um algoritmo de treinamento do tipo supervisionado consiste em apresentar dados de entrada e dados de saída esperados à RNA. Estes dados recebem o nome de "conjunto de treinamento". Ou seja, para cada conjunto de dados de entrada fornecidos à RNA, as saídas correspondentes também são fornecidas. Na maioria das aplicações, estes dados são obtidos a partir da coleta de informações em situações reais.

A fase de treinamento pode consumir muito tempo, em sistemas com baixa capacidade de processamento o aprendizado pode levar até dias.

O treinamento é considerado completo quando a RNA atinge o nível de desempenho definido pelo usuário. Este nível representa que a RNA alcançou a precisão estatística desejada no cálculo das saídas esperadas para uma determinada sucessão de entradas. Quando nenhum aprendizado adicional é necessário, os pesos das conexões são congelados e a RNA está pronta para operação. Alguns tipos de RNA's permitem treinamento contínuo, a uma taxa muito mais lenta, enquanto em operação. Isto ajuda a RNA a se adaptar gradualmente a condições variáveis.

Os conjuntos de treinamento precisam ser grandes o bastante para conter todas as informações necessárias para que a RNA aprenda as características e relações importantes entre os dados. Não só os conjuntos devem ser grandes mas as sessões de treinamento devem incluir uma grande variedade de dados. Caso a RNA seja treinada com um exemplo de cada vez, todos os pesos determinados para um específico dado poderiam ser alterados drasticamente com o aprendizado do próximo dado. Os dados de entrada anteriores poderiam ser esquecidos com o aprendizado de um novo. Desta forma, o sistema deve aprender todos os dados em conjunto, e o algoritmo de aprendizado deve propiciar que se determine o melhor ajuste de pesos para o conjunto total de dados de entrada.

A maneira como os dados de entrada e saída são representados é um componente importante do processo de treinamento de uma RNA. As RNA's trabalham apenas com dados numéricos. Desta forma, dados colhidos em outros formatos devem ser previamente convertidos. Adicionalmente, pode ser necessário aplicar fatores de escala aos dados, ou normalizá-los de acordo com o paradigma da RNA. Este pré-processamento de dados vindos do mundo real, visando convertê-los para formato legível por máquina é comum no trabalho com computadores tradicionais. Assim, muitas técnicas de condicionamento que se aplicam diretamente a implementações de RNA's, já estão disponíveis. Cabe ao projetista da RNA determinar o melhor formato para os dados de acordo com a estrutura da rede a ser utilizada.

Após o treinamento da RNA com o conjunto de dados de treinamento, é importante a verificação do seu desempenho sobre dados que esta ainda não conhece. Caso a RNA não forneça resultados

razoáveis para estes dados de validação, o processo de treinamento ainda não está concluído. De fato, esta verificação é importante para se assegurar que a RNA simplesmente não memorize um determinado conjunto de dados, mas sim aprenda os padrões gerais implícitos na aplicação.

Assim, o processo de treinamento deve ser um compromisso entre o ajuste entre os resultados calculados pela RNA e valores previamente conhecidos, e a capacidade de generalização. Ou seja, seu desempenho no fornecimento de respostas adequadas a quaisquer estímulos. Tal compromisso pode ser mantido através da observação da evolução dos erros obtidos para o conjunto de dados de treinamento e também para um conjunto de dados de validação durante o processo de treinamento.

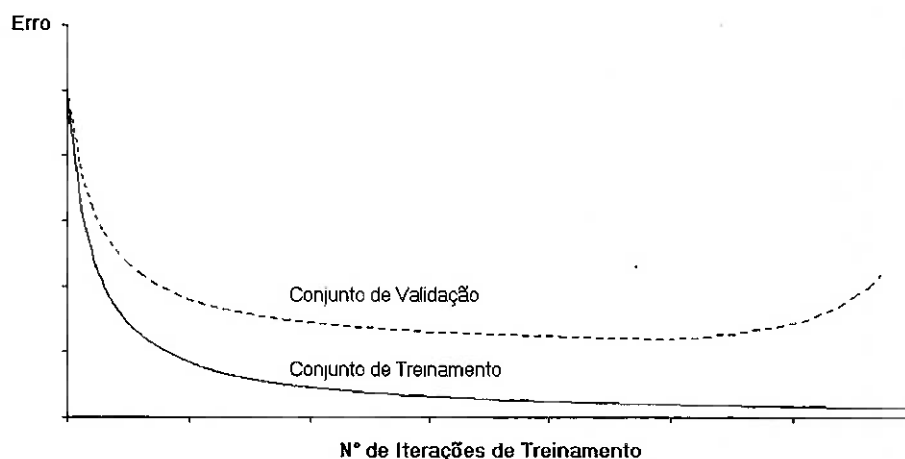


Figura 3.14 - Processo de treinamento

O momento adequado para a finalização do processo de treinamento deve ser o ponto onde o andamento da curva do erro obtido para o conjunto de dados de validação se altere, passando de diminuição para aumento. A partir deste ponto, um treinamento adicional levaria a uma perda de capacidade de generalização, com a RNA simplesmente “decorando” os dados de treinamento.

3.11.2. APRENDIZADO NÃO SUPERVISIONADO

No treinamento não supervisionado, a RNA recebe os dados de entrada, mas não recebe as saídas correspondentes. A RNA, por si própria, deve realizar a tarefa de agrupar os dados de entrada identificando o padrão subjacente. Este método freqüentemente recebe o nome de “auto-organização” ou “adaptação”.

A utilização deste tipo de aprendizado é uma grande promessa para o futuro, pois poderá permitir que os sistemas artificiais aprendam por si próprios. Atualmente, este método de aprendizado é limitado às RNA's conhecidas como “mapas de auto-organização”. Mas, estes tipos de RNA's ainda não têm um uso difundido.

O aprendizado não supervisionado é conhecido, também, por aprendizado “auto-supervisionado”. Já que as RNA's treinadas através deste método não utilizam nenhuma influência externa para realizar o ajuste dos pesos de suas conexões. Ao invés, elas monitoram o

seu desempenho internamente. Estas RNA's procuram regularidades ou tendências nos dados de entrada, e fazem adaptações de acordo com a função da rede.

Mesmo sem conhecimento prévio do que é certo ou errado, a RNA ainda necessita de certa quantidade de informação para propiciar a auto-organização. Esta informação está contida na topologia da RNA e nas regras de aprendizado.

Um algoritmo de aprendizado não supervisionado deve enfatizar a cooperação entre grupos de neurônios. Segundo este enfoque, os grupos devem trabalhar juntos. Se algum estímulo externo ativar um neurônio do grupo, a atividade do grupo deve ser aumentada como um todo. Da mesma forma, se um estímulo externo diminuir a atividade de um neurônio do grupo, este estímulo terá efeito inibitório sobre o grupo inteiro.

A competição entre neurônios também pode se constituir em uma técnica de aprendizado. O treinamento de grupos competitivos pode amplificar as respostas destes grupos a estímulos específicos. Desta forma, os neurônios associam-se entre si, bem como, com respostas apropriadas. Normalmente, quando o processo de aprendizado competitivo estiver em efeito, são atualizados só os pesos que se conectam ao neurônio vencedor.

3.11.3. O ALGORITMO DE RETROPROPAGAÇÃO DE ERROS

O algoritmo de retropropagação de erros é o método mais importante para o treinamento supervisionado de RNA's. Seu nome deriva do fato de que neste método os sinais de erro são propagados, camada por camada, para trás ao longo da rede. O uso do termo retropropagação (do inglês "backpropagation") se popularizou após 1986 quando Rumelhart, Hinton e Williams apresentaram os resultados de suas pesquisas sobre modelos de processamento paralelo distribuído. De fato, eles não foram os primeiros a desenvolverem o algoritmo, na verdade eles o redescobriram, já que a idéia básica foi descrita inicialmente por Werbos em sua tese de doutorado em 1974, no contexto geral de redes com as RNA's representando um caso particular. Infelizmente, o trabalho de Werbos permaneceu quase desconhecido da comunidade científica por mais que uma década. Uma generalização semelhante do algoritmo foi desenvolvida independentemente por Parker em 1985, e também por LeCun no mesmo ano (AMPAZIS, 2001).

O algoritmo de retropropagação de erros é baseado na seleção de uma função de erro denominada de "função de custo", cujos valores são determinados a partir de uma comparação entre os valores calculados pela RNA e os valores esperados para esta saída, a qual é dependente dos parâmetros da RNA, tais como os pesos e os valores limiares. A idéia básica é que a função de custo define uma superfície no espaço de pesos e conseqüentemente um processo iterativo como o "método da descida via gradiente" pode ser utilizado para sua minimização. O método da descida via gradiente é baseado na característica do gradiente de sempre apontar na direção da máxima variação da função (acréscimo ou decréscimo); movendo-se na direção do gradiente negativo (decréscimo) induz-se um movimento de descida que tende a alcançar o mínimo da superfície da função sobre seu espaço de parâmetros, os pesos. Esta é uma técnica rigorosa e bem estabelecida para minimização de funções e é o fator principal por trás do sucesso do algoritmo de

retropropagação de erros.

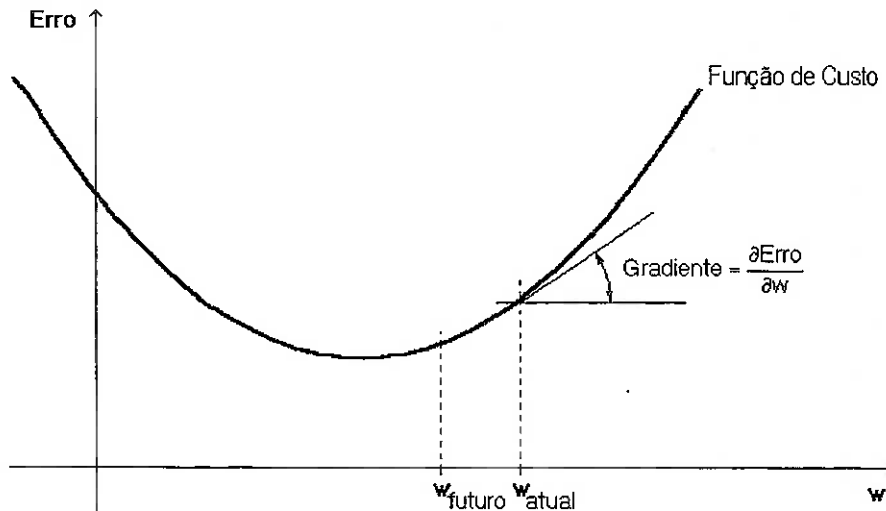


Figura 3.15 - Determinação do gradiente

A natureza geral do método de treinamento por retropropagação de erros torna a rede multicamadas para frente, a RNA com maior número de utilizações relatadas. Aplicações com este tipo de RNA são encontrados em todas áreas que utilizam RNA's para resolver problemas que necessitam de treinamento supervisionado.

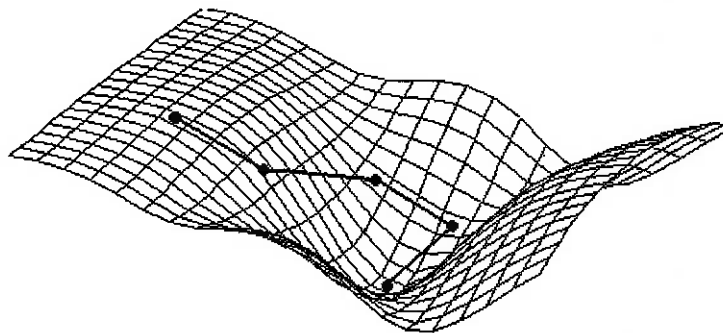


Figura 3.16 - Iterações no método da descida via gradiente

Uma RNA multicamadas com uma camada oculta é mostrada na figura que segue. As unidades de saída e as unidades da camada oculta podem também receber valores de "bias" (unidades de processamento I). A informação flui durante a utilização da rede na direção indicada na figura. Durante a fase de retropropagação de erros do treinamento, os sinais são enviados no sentido contrário ao indicado.

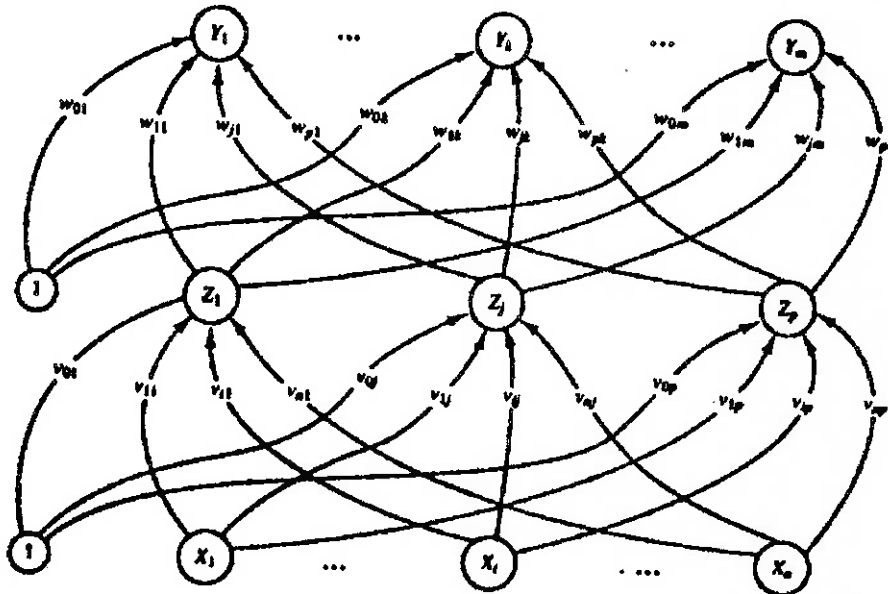


Figura 3.17 - RNA do tipo retropropagação de erros com uma camada oculta

O treinamento de uma RNA por retropropagação de erros tem três etapas (MASSARANI, 1997):

- Propagação para frente (da entrada para a saída) dos valores de entrada do par de treinamento.
- Retropropagação do erro associado.
- Ajuste dos pesos das ligações.

Durante a propagação para frente cada unidade de entrada X_i recebe um sinal e o transmite para cada unidade na camada oculta Z_1, \dots, Z_p . Cada unidade da camada oculta calcula seu sinal de ativação (z_i) e o transmite para cada unidade da camada de saída Y_k . Finalmente cada unidade de saída calcula seu sinal de ativação (y_k) gerando a resposta da RNA para o dado vetor de entrada.

Durante o treinamento, cada unidade de saída compara seu sinal de ativação computado, com o valor esperado (t_k), determinando o erro associado para aquele vetor de treinamento e para aquela unidade de saída, δ_k ($k = 1, \dots, m$). δ_k é usado para distribuir o erro na unidade de saída Y_k de volta para todas as unidades na camada anterior (as unidades da camada oculta conectados a Y_k). Da mesma forma, o fator δ_j ($j = 1, \dots, p$) é calculado para cada unidade da camada oculta Z_j .

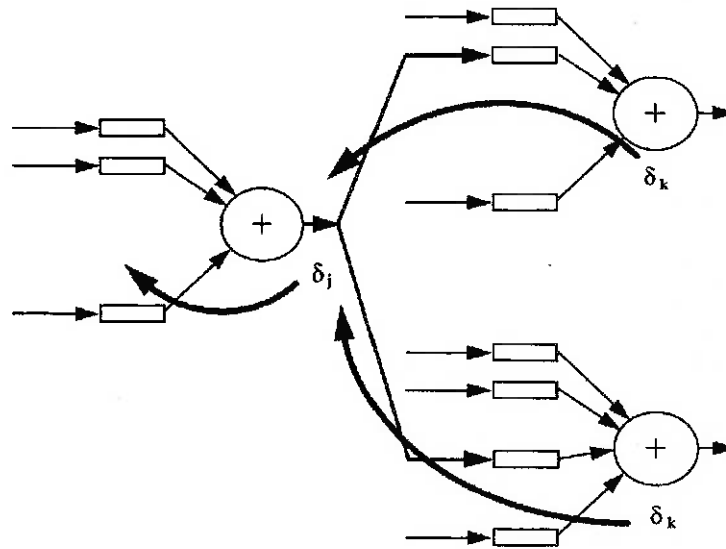


Figura 3.18 - Retropropagação dos erros

Após todos os fatores δ serem determinados, todos os pesos de todas as camadas são ajustados simultaneamente. O ajuste do peso w_{jk} , (da unidade da camada oculta Z_j para a unidade de saída Y_k) é baseado no fator δ_k e no valor de ativação z_j da unidade da camada oculta Z_j . O ajuste do peso v_{ij} (da unidade de entrada X_i para a unidade da camada oculta Z_j) é baseada no fator δ_j e no valor de ativação x_i da unidade de entrada.

Após o treinamento, o uso da RNA se resume à fase de propagação para a frente dos valores de entrada. São necessários cálculos simples para se obter um vetor de saída para um dado vetor de entrada.

O algoritmo de treinamento por retropropagação de erros é o seguinte:

Passo 0:

Inicializar os pesos (valores pequenos e aleatórios).

Passo 1:

Enquanto a condição de parada for falsa repetir os passos 2 a 9.

Passo 2:

Para cada par de treinamento executar os passos 3 a 8.
(propagação dos valores de entrada)

Passo 3:

Cada unidade de entrada (X_i , $i = 1, \dots, n$) recebe um sinal x_i e o transmite para todas as unidades da camada seguinte (camada oculta).

Passo 4:

Cada unidade da camada oculta soma os sinais que recebe multiplicados pelos pesos das respectivas ligações:

$$z_in_j = v_{0j} + \sum_{i=1}^n x_i v_{ij}$$

Aplica-se a função de transferência para calcular o seu sinal de ativação:

$$z_j = f(z_in_j)$$

E o transmite para todas as unidades na camada seguinte (camada de saída).

Passo 5:

Cada unidade de saída (Y_k , $k = 1, \dots, m$) soma os sinais que recebe multiplicados pelos pesos das respectivas ligações:

$$y_in_k = w_{0k} + \sum_{j=1}^p z_j w_{jk}$$

E aplica sua função de ativação para calcular o sinal de saída:

$$y_k = f(y_in_k)$$

(Retropropagação de erros)

Passo 6:

Os valores obtidos nas unidades de saída (Y_k , $k = 1, \dots, m$) são comparados com os valores esperados correspondentes aos valores de entrada para aquele par de treinamento e calcula-se um valor de erro:

$$\delta_k = (t_k - Y_k) f'(y_in_k)$$

O termo para correção dos pesos é calculado:

$$\Delta w_{jk} = \alpha \delta_k z_j$$

E também o termo para correção do peso do bias:

$$\Delta w_{0k} = \alpha \delta_k$$

δ_k é enviado para a camada anterior.

Passo 7:

Cada unidade da camada oculta (Z_j , $j = 1, \dots, p$) soma os valores recebidos:

$$\delta_in_j = \sum_{k=1}^m \delta_k w_{jk}$$

E multiplica o resultado pela derivada da função de transferência para calcular o valor do erro:

$$\delta_j = \delta_{in_j} f'(z_{in_j})$$

O termo para correção dos pesos é calculado:

$$\Delta v_{ij} = \alpha \delta_j x_i$$

E também o termo para correção do peso do bias:

$$\Delta v_{0j} = \alpha \delta_j$$

(Ajuste dos pesos)

Passo 8:

Cada unidade de saída (Y_k , $k = 1, \dots, m$) ajusta seus pesos ($j = 0, \dots, p$):

$$w_{jk}(\text{novo}) = w_{jk}(\text{antigo}) + \Delta w_{jk}$$

Cada unidade da camada oculta (Z_j , $k = 1, \dots, p$) ajusta seus pesos ($j = 0, \dots, p$):

$$v_{ij}(\text{novo}) = v_{ij}(\text{antigo}) + \Delta v_{ij}$$

Passo 9:

Teste da condição de parada.

Mesmo que uma única camada oculta seja suficiente para resolver qualquer problema de aproximação de função, existem casos que são resolvidos de forma mais simples usando uma rede com duas ou mais camadas.

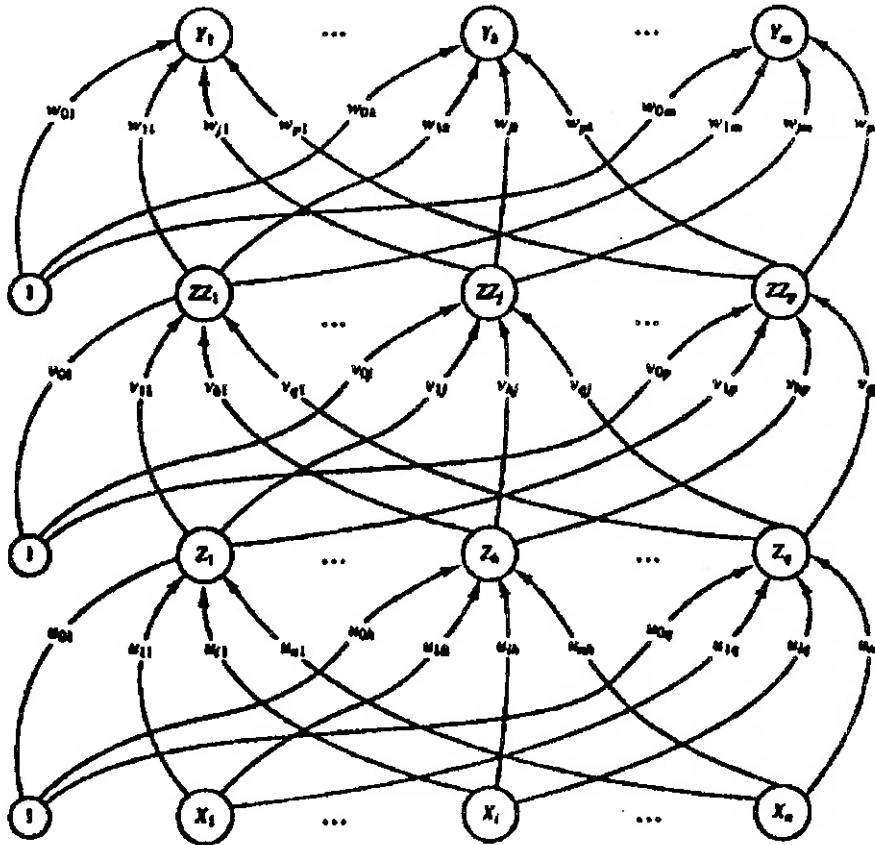


Figura 3.19 - RNA do tipo retropropagação de erros com duas camadas ocultas

3.11.4. CONSIDERAÇÕES NA IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO DE RETROPROPAGAÇÃO DE ERROS

O primeiro passo no aprendizado através do algoritmo de retropropagação de erros, é a inicialização da RNA. Uma escolha adequada para os valores iniciais dos parâmetros livres (isto é: pesos das conexões e limiares) da rede pode acelerar o aprendizado significativamente. É importante observar que caso todos os pesos sejam inicializados com valores iguais e a solução final requeira que pesos desiguais sejam utilizados, o sistema pode não aprender. Isto ocorre em razão dos erros serem retropropagados pelas conexões em proporção aos valores dos pesos. Desta forma, todos os neurônios conectados diretamente aos neurônios de saída receberão um sinal de erro idêntico, e como os ajustes nos pesos dependem dos sinais de erro, os pesos das conexões desses neurônios para os neurônios de saída acabam por permanecer iguais. Isto é conhecido como o problema da "quebra de simetria". Simetrias internas deste tipo conferem à função de custo, aparência periódica com múltiplos pontos de mínimo ou vales e planaltos quase planos (mínimos temporários). Os últimos são os mais problemáticos, porque o sistema pode ficar preso a um planalto durante o treinamento e pode levar um tempo imenso para achar o caminho de descida da superfície da função de custo. Sem modificações no conjunto de treinamento ou no algoritmo de aprendizado, a RNA pode escapar deste tipo de "mínimo" mas o desempenho do treinamento nesta fase é muito baixo em razão do gradiente muito pequeno da função de custo. Na curva erro x tempo de treinamento, um mínimo temporário pode ser reconhecido como uma fase na qual o erro permanece quase constante durante um longo período de treinamento. Depois de um tempo de treinamento geralmente longo, a parte aproximadamente plana da superfície de

energia é abandonada, resultando em uma queda súbita na curva do erro. O problema da determinação de pesos desiguais pode ser contornado inicializando o sistema com pesos aleatórios. Entretanto com o prosseguimento do processo de aprendizado simetrias internas na RNA podem se desenvolver e mínimos temporários podem novamente aparecer.

A prática habitual é fixar todos os parâmetros livres da RNA em números aleatórios que são distribuídos uniformemente dentro de uma faixa estreita de valores. Isto é feito porque se os pesos forem muito grandes, as funções de transferência do tipo sigmóide saturarão logo no início do processo de treinamento e o sistema se fixará a uma espécie de ponto de sela próximo do ponto de partida. Este fenômeno é conhecido como "saturação prematura". A saturação prematura é evitada escolhendo-se os valores iniciais dos pesos e limiares da RNA distribuídos uniformemente em uma faixa de pequenos valores. A razão para este procedimento é que quando os pesos são pequenos, os neurônios operam em suas regiões lineares tornando impossível a saturação da função de transferência.

O método da descida via gradiente também pode conduzir a mínimos locais da função de custo. Estes são vales isolados da superfície da função de custo nos quais o sistema pode ficar "preso" antes de alcançar o mínimo global. Isto acontece porque nestes vales qualquer mudança nos valores dos pesos provoca um aumento na função de custo e conseqüentemente a RNA não pode escapar para nenhuma direção. Mínimos locais são fundamentalmente diferentes de mínimos temporários porque os mínimos locais fazem o desempenho do treinamento cair a zero e conseqüentemente o processo de aprendizado termina, embora o mínimo localizado possa estar longe do mínimo global. Mínimos locais podem ser abandonados incluindo um termo de momento na atualização dos pesos ou adicionando "ruído" durante o processo de treinamento. O termo de momento também pode apressar significativamente o tempo de treinamento gasto em um mínimo temporário, pois este faz com que os pesos se modifiquem a uma taxa mais rápida (AMPAZIS, 2001).

3.12. GENERALIZAÇÃO EM RNA'S

Durante o processo aprendizado através do método supervisionado, as saídas da RNA devem se aproximar de certos valores específicos correspondentes às entradas, ambos presentes no conjunto de treinamento. Esta capacidade pode ser útil em si mesma, mas, mais freqüentemente o propósito da utilização de uma RNA é generalizar, isto é, aproximar as saídas da RNA de valores que têm correspondência a entradas que não estão presentes no conjunto de treinamento.

A generalização nem sempre é possível, esta depende de vários fatores. A generalização implica em um conhecimento anterior. Em qualquer aplicação prática, deve-se saber quais valores de entrada são pertinentes para a caracterização do padrão que se busca identificar. Deve-se utilizar a topologia de RNA, função de transferência e tipo de treinamento mais adequados à função que se quer aprender. E deve-se saber que os valores que se quer generalizar devem manter certa semelhança aos dados de treinamento. Assim, há três condições tipicamente necessárias, embora não suficientes, para uma boa generalização:

1. Os valores de entrada da rede devem conter informações suficientes em relação às saídas esperadas, de forma que haja uma função matemática que relacione saídas corretas a entradas, com o grau desejado de precisão. Não se pode esperar que uma RNA aprenda um relacionamento inexistente.
2. A função que se pretende aprender (aquela que relaciona entradas às saídas corretas) deve possuir andamento suave. Ou seja, uma pequena modificação nas entradas deve produzir uma pequena variação nas saídas. Algumas topologias de RNA's podem ser treinadas para representar descontinuidades, desde que a função consista em um número finito de intervalos contínuos. Funções com andamento pouco suave como as produzidas por geradores de números pseudo-aleatórios e algoritmos de encriptação não podem ser generalizadas através de RNA's. Frequentemente uma transformação não linear do espaço de valores de entradas pode aumentar a suavidade da função e em conseqüência melhorar a generalização.

Para aplicações de classificação, não existe a necessidade de andamento suave para a função. Em particular, RNA's multicamadas para frente com uma camada oculta treinadas através da minimização da taxa de erro, se constituem em classificadores universais se o número de neurônios na camada oculta mantiver uma relação adequada com o número de dados de treinamento. Porém, é possível obter melhores resultados na generalização de amostras cujos limites de classificação sejam fronteiras suaves.

3. Os dados de treinamento devem ser um subconjunto suficientemente grande e representativo ("amostra" em terminologia estatística) do conjunto de todos os valores que se queira generalizar (a "população" em terminologia estatística). A importância desta condição está relacionada ao fato de que existem, em termos gerais, dois tipos diferentes de generalização: interpolação e extrapolação. A interpolação se aplica à generalização a partir de dados de entrada que estão rodeados por valores presentes no conjunto de treinamento; todos os outros casos enquadram-se na extrapolação. Em particular, valores que estão fora da faixa coberta pelos dados de treinamento requerem extrapolação. Valores dentro de grandes "buracos" nos dados de treinamento também podem requerer efetivamente uma extrapolação. Resultados interpolados através de RNA's adequadamente treinadas possuem boa confiabilidade, mas extrapolações são notavelmente imprecisas. Conseqüentemente é importante a disponibilidade de dados de treinamento suficientes de modo a evitar a necessidade de extrapolações.

Desta forma, para uma função de entrada/saída com andamento suave, caso o valor que se queira testar na RNA esteja próximo de algum dado de treinamento, a saída correta para este valor de teste estará próxima das saídas corretas para os dados de treinamento. Caso se disponha de uma amostra adequada para o processo de treinamento, todos os valores da população estarão próximos de um número suficiente de dados de treinamento. Conseqüentemente, nestas condições e com treinamento adequado, uma RNA poderá generalizar a população com maior confiabilidade.

Caso sejam conhecidas mais informações sobre a função, como por exemplo que as saídas mantenham uma relação linear com as entradas, é possível tirar proveito desta informação colocando restrições na RNA ou ajustando-a a um modelo mais específico, como um modelo

linear, visando melhorar a generalização. A extrapolação é muito mais precisa em modelos lineares que em modelos não lineares, embora ainda não tão precisa quanto a interpolação. É possível também, utilizar estas informações para escolher os dados de treinamento com maior eficiência. Por exemplo, em um modelo linear, deve-se escolher dados de treinamento nos limites exteriores do espaço de entrada ao invés de distribuí-los uniformemente ao longo do espaço de entrada (SARLE, 2001).

3.13. SELEÇÃO DO TIPO MAIS ADEQUADO DE RNA À SOLUÇÃO DE UM PROBLEMA

Em razão de todas as RNA's serem baseadas no conceito de neurônios, conexões e funções de transferência, existe uma semelhança entre as diferentes estruturas ou arquiteturas de RNA's. A maioria das variações se origina das várias regras de aprendizado e de como essas regras modificam a topologia típica da rede (ANDERSON e MCNEIL, 2001).

Basicamente, a maioria das aplicações de RNA's se enquadram nas cinco categorias a seguir:

1. Predição.
2. Classificação.
3. Associação de dados.
4. Conceituação de dados.
5. Filtragem de dados.

A tabela que segue exibe as diferenças entre as diferentes categorias de aplicações de RNA's e mostra quais tipos mais comuns de topologias de RNA's se enquadram em cada categoria. A classificação é apenas indicativa, já que uma mesma estrutura de RNA pode, com melhor ou pior desempenho, ser aplicada a diferentes tipos de problemas. Em particular RNA's treinadas por retropropagação de erros ("backpropagation") são utilizadas para resolver quase todos os tipos de problemas, e é a estrutura mais popular para as quatro primeiras categorias de problemas.

Tabela 3.2 - Seleção de RNA's

Aplicação	Tipo de RNA *	Uso da RNA
Predição	<ul style="list-style-type: none"> - Backpropagation - Delta bar delta - Extended delta bar delta - Directed random search - Higher order neural networks - Self-organizing map into back-propagation 	Utiliza valores de entrada para predizer um resultado de saída. (por exemplo: apontar as melhores ações no mercado de capitais, previsão do tempo, identificação de pessoas com risco de câncer etc.).
Classificação	<ul style="list-style-type: none"> - Learning vector quantization - Counterpropagation - Probabilistic neural networks 	Utiliza valores de entrada para realizar uma classificação (por exemplo: a entrada é uma letra A, o bloco de dados de vídeo é um avião e que tipo de avião).
Associação de dados	<ul style="list-style-type: none"> - Hopfield - Boltzmann machine - Hamming network - Bidirectional associative memory - Spation-temporal pattern recognition 	Semelhante à classificação, mas também reconhece dados que contêm erros (por exemplo: não apenas identifica os caracteres que foram adquiridos via "scanner", mas também identifica quando o "scanner" não funciona adequadamente).
Conceituação de dados	<ul style="list-style-type: none"> - Adaptive resonance network - Self organizing map 	Analisa as entradas de forma a inferir relações de agrupamento (por exemplo: extrair de um banco de dados os nomes das pessoas mais propícias a adquirir certo produto).
Filtragem de dados	<ul style="list-style-type: none"> - Recirculation 	Suavização de um sinal de entrada (por exemplo: remoção do ruído de sinais telefônicos).

* Os nomes dos tipos de RNA's são apresentados em inglês, pois esta é a forma como são mais conhecidos na literatura.

3.14. FASES NO DESENVOLVIMENTO DE APLICAÇÕES BASEADAS EM RNA'S

O desenvolvimento de aplicações baseadas em RNA's pode ser dividido nas seguintes fases: coleta de dados e separação em conjuntos, configuração da RNA, treinamento, teste e integração. Nos itens seguintes discutimos cada uma destas fases. (MENDES FILHO, 2001).

3.14.1. COLETA DE DADOS E SEPARAÇÃO EM CONJUNTOS

Os dois primeiros passos do processo de desenvolvimento de RNA's são a coleta de dados relativos ao problema e a sua separação em um conjunto de treinamento e um conjunto de testes.

Esta tarefa requer uma análise cuidadosa do problema para minimizar ambiguidades e erros nos dados. Além disso, os dados coletados devem ser significativos e devem cobrir amplamente o domínio do problema; não devem cobrir apenas as operações normais ou rotineiras, mas também as exceções e as condições limites do domínio do problema.

Normalmente, os dados coletados são separados em duas categorias: dados de treinamento, que serão utilizados para o treinamento da RNA e dados de teste, que serão utilizados para verificar seu desempenho sob condições reais de utilização. Além dessa divisão, pode-se usar também uma subdivisão do conjunto de treinamento, criando um conjunto de validação, utilizado para verificar a eficiência da rede quanto à sua capacidade de generalização durante o treinamento, e podendo ser empregado como critério de parada do treinamento.

Depois de determinados estes conjuntos, eles são, geralmente, colocados em ordem aleatória para prevenção de tendências associadas à ordem de apresentação dos dados. Além disso, pode ser necessário pré-processar estes dados, através de normalizações, escalonamentos e conversões de formato para torná-los mais apropriados à sua utilização na RNA.

3.14.2. CONFIGURAÇÃO DA RNA

O terceiro passo é a definição da configuração da RNA, que pode ser dividido em três etapas:

1. Seleção do paradigma neural apropriado à aplicação.
2. Determinação da topologia da RNA a ser utilizada: o número de camadas, o número de neurônios em cada camada, etc.
3. Determinação de parâmetros do algoritmo de treinamento e funções de ativação (este passo tem um grande impacto na desempenho do sistema resultante).

Existem metodologias, “dicas” e “truques” na condução destas tarefas. Normalmente estas escolhas são feitas de forma empírica. A definição da configuração de RNA's é ainda considerada uma arte que requer grande experiência dos projetistas.

3.14.3. TREINAMENTO

O quarto passo é o treinamento da RNA. Nesta fase, seguindo o algoritmo de treinamento escolhido, serão ajustados os pesos das conexões. É importante considerar, nesta fase, alguns aspectos tais como a inicialização da rede, o modo de treinamento e o tempo de treinamento.

Uma boa escolha dos valores iniciais dos pesos da RNA pode diminuir o tempo necessário para o treinamento. Como já dito, os valores iniciais dos pesos da rede devem ser números aleatórios uniformemente distribuídos em um intervalo definido. A escolha errada destes pesos pode levar a uma saturação prematura.

Quanto ao modo de treinamento, este pode ser realizado de duas maneiras:

- **Modo padrão:** a correção dos pesos acontece a cada apresentação à RNA de um exemplo do conjunto de treinamento. Cada correção de pesos baseia-se somente no erro do exemplo apresentado naquela iteração. Assim, em cada ciclo ocorrem N correções.
- **Modo "em lote":** apenas uma correção é feita por ciclo. Todos os exemplos do conjunto de treinamento são apresentados à RNA, seu erro médio é calculado e a partir deste erro, fazem-se as correções dos pesos.

O modo padrão é bastante utilizado devido ao menor armazenamento de dados, além de ser menos suscetível ao problema de mínimos locais, devido à pesquisa de natureza estocástica que realiza. Por outro lado, no modo "em lote" se tem uma melhor estimativa do vetor gradiente, o que torna o treinamento mais estável. A eficiência relativa dos dois modos de treinamento depende do problema que está sendo tratado.

Vários fatores podem influenciar o tempo de treinamento, porém sempre será necessário utilizar algum critério de parada. O critério de parada do algoritmo de retropropagação de erros não é bem definido, e geralmente é utilizado um número máximo de ciclos. Mas, devem ser considerados a taxa de erro médio por ciclo e a capacidade de generalização da RNA. Pode ocorrer que em um determinado instante do treinamento a generalização comece a degenerar, causando o problema do super-treinamento, ou seja a RNA se especializa no conjunto de dados do treinamento e perde a capacidade de generalização.

O treinamento deve ser interrompido quando a RNA apresentar uma boa capacidade de generalização e quando a taxa de erro for suficientemente pequena, ou seja menor que um erro admissível. Assim, deve-se encontrar um ponto ótimo de parada com erro mínimo e capacidade de generalização preservada.

3.14.4. TESTE

O quinto passo é o teste da RNA. Durante esta fase o conjunto de teste é utilizado para determinar o desempenho da rede com dados que não foram previamente utilizados. O desempenho da rede, medido nesta fase, é uma boa indicação de seu desempenho real.

Devem ser considerados ainda outros testes, como a análise do comportamento da RNA utilizando entradas especiais e análise dos pesos atuais da rede, pois se existirem valores muito pequenos, as conexões associadas podem ser consideradas insignificantes e assim serem eliminadas. De modo inverso, valores substancialmente maiores que os outros podem indicar que houve super-treinamento da RNA.

3.14.5. INTEGRAÇÃO

Finalmente, com a RNA treinada e avaliada, ela pode ser integrada em um sistema do ambiente

operacional da aplicação. Para maior eficiência da solução, este sistema deverá conter facilidades de utilização como interface conveniente e facilidades de aquisição de dados através de planilhas eletrônicas, interfaces com unidades de processamento de sinais ou arquivos padronizados. Uma boa documentação do sistema e o treinamento de usuários são necessários para o sucesso do mesmo.

Além disso, o sistema deve periodicamente monitorar sua desempenho e fazer a manutenção da RNA quando for necessário ou indicar aos projetistas a necessidade de retreinamento. Outras melhorias poderão ainda ser sugeridas quando os usuários forem se tornando mais familiares com o sistema, estas sugestões poderão ser muito úteis em novas versões ou em novos produtos.

3.15. LIMITAÇÕES DAS RNA'S

As RNA's que utilizam o algoritmo de retropropagação de erros, assim como muitos outros tipos de RNA's, podem ser vistas como "caixas pretas", nas quais quase não se sabe porque chegam a um determinado resultado, uma vez que os modelos não apresentam justificativas para suas respostas. Neste sentido, muitas pesquisas vêm sendo realizadas visando a extração de conhecimento de RNA's, e a criação de procedimentos explicativos, onde se tenta justificar o comportamento da rede em determinadas situações.

Uma outra limitação refere-se ao tempo de treinamento de RNA's utilizando o algoritmo de retropropagação de erros, que tende a ser muito grande. Algumas vezes são necessários milhares de ciclos para se chegar à níveis de erros aceitáveis, principalmente se estiver sendo simulado em computadores seriais, pois a CPU deve calcular as funções para cada unidade e suas conexões separadamente, o que pode ser problemático em redes muito grandes ou com grande quantidade de dados. Muitos estudos estão sendo realizados para implementação de RNA's em computadores paralelos, além da construção de "chips" neurais como "Intel 80170NX Electronically Trainable ANN" ou placas aceleradoras como "BrainMaker Accelerator Board CNAPS".

É muito difícil definir a arquitetura ideal da RNA de forma que ela seja tão grande quanto o necessário para conseguir obter as representações necessárias, e ao mesmo tempo pequena o suficiente para se ter um treinamento mais rápido. Não existem regras claras para se definir quantos neurônios devem existir nas camadas intermediárias, quantas camadas ou como devem ser as conexões entre essas unidades. Para resolver este tipo de problema, algoritmos genéticos podem ser utilizados para encontrar automaticamente arquiteturas ótimas de RNA's (MENDES FILHO, 2001).

4. APLICAÇÕES DAS RNA'S

Os conceitos fundamentais relativos às RNA's foram introduzidos no início da década de 40 e um longo processo conduziu ao surgimento das primeiras aplicações comerciais na década de 80. Na engenharia de minas, o início da utilização das RNA's data do começo da década de 90, e um sumário dos principais trabalhos desenvolvidos é apresentado aqui.

4.1. APLICAÇÕES DAS RNA'S EM ENGENHARIA DE MINAS

Em 1992 Crida e Jager (CRIDA e JAGER, 1992) utilizaram a capacidade de identificação de padrões das RNA's no reconhecimento de tipos litológicos a partir de imagens. As imagens de rochas são difíceis de serem segmentadas por que elas podem conter muitas informações sobre tipos litológicos diferentes, assim, na segmentação ocorre uma perda de informação. Através de RNA's foi possível identificar formas, tamanhos e posições dos minerais, simplificando o trabalho.

Em 1994 Clarici et al. (CLARICI, MILLAR e OWEN, 1994) analisaram diversas possibilidades de aplicação de RNA's na engenharia de minas, especialmente na lavra. Ainda em 1994 Villar et al. (VILLAR, PÉREZ, GOMEZ e FINCH, 1994) utilizaram RNA's no controle do nível de células de flotação de coluna.

Também em 1994 Mohaghegh (MOHAGHEGH, 1999) treinou RNA's para prever a heterogeneidade de reservatórios de petróleo a partir da interpretação de dados geofísicos relativos à permeabilidade de formação de hidrocarbonetos. Esta tarefa normalmente é realizada por meio de correlações estatísticas entre permeabilidade e porosidade, saturação de água e outros parâmetros geofísicos. Os resultados obtidos foram considerados satisfatórios.

Em 1995 Cai (CAI, 1995) utilizou uma RNA treinada para, a partir de informações do maciço rochoso de interesse, realizar uma classificação voltada ao desmonte. Em 1996 Ruokonen (RUOKONEN, 1996) aplicou RNA's na simulação de um concentrador de minério.

Em 1997 Lin et al. (LIN, WANG e FENG, 1997) desenvolveram um sistema especialista baseado em RNA's voltado para o projeto de suporte em minas subterrâneas, onde a partir de informações geométricas, parâmetros geomecânicos e uma base de dados sobre obras já realizadas, foi possível apontar alternativas para aplicação de tirantes, concreto projetado e tela metálica.

Ainda em 1997 Huang (HUANG, 1999) estudou aplicações para as RNA's em problemas de engenharia de rochas, tais como: relação entre parâmetros característicos da qualidade de agregados, como resistência ao impacto, índice de abrasão, densidade, resistência pontual, conteúdo de quartzo e conteúdo de minerais frágeis; previsão da profundidade de identações em rocha, para identadores cilíndricos, hemisféricos e truncados, a partir de valores da força aplicada, densidade, resistência à compressão uniaxial, módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson; e a definição, em uma jazida, de limites entre zonas com diferentes minérios ou diferentes teores do mesmo minério.

Também em 1997 Veiga e Meech (VEIGA e MEECH, 1999) utilizaram RNA's na análise do risco ambiental em minerações. Em 1998 Kanj e Roegiers (KANJ e ROEGIERS, 1998) treinaram RNA's para a previsão da produção de areia em poços a partir de parâmetros como a porosidade, conteúdo de argila, tempo e pressão neutra.

Ainda em 1998 Miller et al. (MILLER, HOWIE, UTT e SUNDERMAN, 1999) desenvolveram um sistema de classificação da competência da rocha em função de parâmetros obtidos na operação de perfuração para atirantamento de galerias, a partir do treinamento de uma RNA com parâmetros de perfuração, tais como: velocidade de penetração, torque, rotação, empuxo, energia específica e orientação.

Em 1999 Meulenkamp e Grima (MEULENKAMP e GRIMA, 1999) utilizaram RNA's na determinação da resistência à compressão uniaxial de rocha a partir de dados de dureza superficial, porosidade, densidade, tamanho de grãos e tipo litológico; levantados sobre quatro litologias diferentes. Concluíram que os resultados obtidos através de RNA's são mais precisos que os determinados através de métodos estatísticos.

Em 2000 Jamsa-Jounela et al. (JAMSA-JOUNELA, KARESVUORI e LAURILA, 2000) aplicaram RNA's no monitoramento on-line do processo de flotação de oximinerais.

4.2. APLICAÇÕES DAS RNA'S NA MECÂNICA DE ROCHAS

Em 1991 Zhang et al. (ZHANG, SONG e NIE, 1991), em um trabalho pioneiro, utilizaram RNA's em dois problemas. No primeiro, a partir de dados mineralógicos como a presença de quartzo, feldspato e argilas em amostras de arenito, identificaram parâmetros mecânicos relativos à compressibilidade da rocha. No segundo problema, a partir de informações de uma mina subterrânea de carvão, como a espessura da camada, o comprimento da face, a espessura da rocha de cobertura e o tipo de rocha da cobertura, apontaram condições ideais para aplicação de suporte.

Em 1992 Lee e Sterling (LEE e STERLING, 1992) identificaram modos de ruptura de rocha em escavações subterrâneas através de RNA's. Em 1994 King e Signer (KING e SIGNER, 1994) aplicaram RNA's na detecção de problemas no teto de galerias em minas de carvão. Ainda em 1994 Xu e Huang (XU e HUANG, 1994) utilizaram RNA's na previsão das condições de estabilidade de taludes em rocha.

Em 1995 Moon et al. (MOON, NA e LEE, 1995) desenvolveram um sistema especialista para o projeto preliminar de túneis e taludes, baseado em RNA's. O sistema era composto de módulos com RNA's acessíveis através de uma interface gráfica em computador. RNA's tinham a função de avaliar a estabilidade de túneis através da determinação do possível modo de ruptura e do tempo de sustentação de suportes, a partir de um banco de dados sobre obras já realizadas. O sistema também realizava classificações segundo as metodologias "RMR", e "Q-System" e uma RNA estabelecia uma comparação entre os dois procedimentos. Outro módulo era capaz de determinar as condições de estabilidade e fatores de segurança para taludes.

Ainda em 1995 Yi e Lindqvist (YI e LINDQVIST, 1995) utilizaram RNA's para a determinação de parâmetros de qualidade de rochas. Também em 1995 Zhang et al. (ZHANG, CHUGH e YANG, 1995) aplicaram RNA's no projeto de pilares na lavra subterrânea de carvão através do método "longwall", a partir de parâmetros geométricos utilizados em outras minerações.

Em 1996 Feng et al. (FENG, WANG e YAO, 1996) desenvolveram uma aplicação baseada em RNA's para a previsão em tempo real da pressão exercida pela maciço rochoso sobre suportes no teto de uma mina subterrânea de carvão. Os autores enfatizaram os benefícios da metodologia, que, fornecendo resultados rápidos, pode ser acoplada a sistemas de monitoramento das condições de estabilidade de túneis.

Em 1997 Hudson, J. A. e Hudson J. L. (HUDSON, J. A. e HUDSON, J. L., 1997) na apresentação do congresso internacional NYRocks'97, falaram sobre as novas tendências no desenvolvimento de ferramentas computacionais aplicadas à mecânica de rochas e enfatizaram a importância das RNA's.

Ainda em 1997 Yang e Zhang (YANG e ZHANG, 1997) aplicaram RNA's na previsão da condição de estabilidade de galerias de transporte em uma mina subterrânea de carvão, alimentando valores relativos a parâmetros geométricos como largura e altura, parâmetros geomecânicos como a resistência à compressão, RQD, J_n , J_r , J_a , J_w , SRF e orientação das famílias de descontinuidades, além da densidade e tipo litológico, foi possível obter-se um índice relativo à condição de estabilidade da escavação.

Em 1998 Cai et al. (CAI, ZHAO e HUDSON, 1998) utilizaram RNA's na automatização do processo de classificação de problemas em mecânica de rochas através da metodologia desenvolvida Hudson, o "Rock Engineering System", baseado em matrizes de interações. O sistema era alimentado com parâmetros relativos a propriedades mecânicas da rocha, condições de contorno do problema e uma base de dados relativos a obras já realizadas, e fornecia como resultado um indicador relativo ao estado da matriz de interações correspondente ao estado em questão.

4.3. APLICAÇÕES DAS RNA'S NA REPRESENTAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE MATERIAIS

Em 1991 Ghaboussi e Garret (GHABOUSSI e GARRET, 1991) iniciaram a utilização de RNA's na representação do comportamento mecânico de materiais, desenvolvendo RNA's para simular o comportamento de concreto em estado plano de tensões para condições de carregamento biaxial e cíclico uniaxial. Segundo Ghaboussi, a principal dificuldade nas pesquisas sobre o modelamento de materiais com comportamentos complexos é a construção de modelos matemáticos capazes de descrever as relações entre tensões e deformações. Ainda segundo Ghaboussi, modelos confiáveis de comportamento de materiais baseados em RNA's podem ser incorporados em programas de elementos finitos como uma alternativa aos métodos de representação de materiais complexos atualmente em uso.

Em 1993 Pidaparti (PIDAPARTI, 1993) utilizou RNA's para desenvolver um modelo do comportamento tensão x deformação para o laminado grafite-epoxi submetido a carregamento cíclico. Concluiu que as RNA's podem ser utilizadas para modelar materiais compostos. Pidaparti afirmou que modelos baseados em RNA's fornecem melhores soluções que os métodos convencionais, como por exemplo a regressão não-linear, para tratar grandes conjuntos de dados com ruídos.

Em 1994 Okuda et al. (OKUDA, MIYAZAKI e YAGAWA, 1994) aplicaram RNA's no modelamento de materiais viscoplásticos em substituição aos modelos constitutivos. O objetivo foi estimar a deformação de materiais submetidos a condições de carregamento cíclico. O comportamento tensão interna x deformação plástica foi representado por uma RNA diferente para cada tensão interna. A tensão total foi obtida através da soma dos valores apresentados pelas RNA's para as tensões internas.

Em 1995 Ellis et al. (ELLIS, YAO, ZHAO e PENUMADU, 1995) utilizaram RNA's para a representação do comportamento mecânico de areia. Ainda em 1995 Millar e Calderbank (MILLAR e CALDERBANK, 1995) realizaram o modelamento da deformabilidade de amostras de arenito através de RNA's utilizando uma abordagem incremental na determinação de tensões.

Em 1996 Qingbin (QINGBIN, 1996) desenvolveu um modelo constitutivo baseado em RNA's para um material com comportamento viscoelástico. O problema consistiu na determinação do valor da tensão de compressão que provoca no material uma determinada taxa de deformação para dada deformação e dada temperatura. Desta forma, a RNA foi alimentada com valores da taxa de variação da deformação, da deformação e da temperatura e a saída obtida foi o valor de tensão. A RNA final apresentou um erro máximo de 9% para os valores de tensão em casos não utilizados no treinamento, o que foi encarado como resultado encorajador pelo autor.

Ainda em 1996 Ghaboussi (GHABOUSSI, 1996) apresentou um procedimento para gerar modelos constitutivos a partir de ensaios de materiais. Segundo Ghaboussi, um único ensaio pode conter informações em quantidade semelhante ao de uma bateria de testes. A utilização de RNA's para modelar o comportamento do material torna possível a extração de muitas informações de um único ensaio. O procedimento consistiu em combinar análises não lineares, utilizando o método dos elementos finitos e RNA's. Um ensaio foi representado através de modelos de elementos finitos e serviu como fonte de dados de treinamento para a RNA. Como exemplo foi desenvolvido um modelo constitutivo para o grafite-epoxi laminado.

Também em 1996 Amorosi et al. (AMOROSI, MILLAR e RAMPELO, 1996) utilizaram RNA's para a representação do comportamento mecânico de argila consolidada utilizando uma abordagem incremental. Foram utilizados resultados de ensaios triaxiais e a RNA foi treinada alimentando-se valores da tensão axial, da tensão de confinamento, dos incrementos de deformação no sentido axial e lateral, pressão de poros e da taxa de consolidação da argila; como resultado a RNA apresentou valores para a tensão axial e pressão de poros para cada instante posterior.

Também em 1996 Sumpter e Noid (SUMPTER e NOID, 1996) fizeram um apanhado das aplicações de RNA's no estudo de materiais. Diversos trabalhos foram relacionados nas seguintes áreas:

auxílio à espectrografia, processamento de sinais de sensores, previsão de propriedades a partir da estrutura do material, previsão de reações químicas específicas, otimização e controle de processos de produção de materiais e representação matemática do comportamento mecânico de materiais. No caso da representação do comportamento de materiais são citadas somente 7 referências num total de 364 trabalhos relacionados.

Em 1997 Dovstam e Dalenbring (DOVSTAM e DALENBRING, 1997) propuseram um método misto para estimar o amortecimento de materiais isotrópicos e homogêneos. Os parâmetros das forças de amortecimento são estimados por RNA's combinadas com modelos analíticos. O método exigiu medidas estáticas do módulo de elasticidade e do coeficiente de Poisson e a determinação de modos de vibração livre e outros parâmetros com o uso de modelos de elementos finitos. Comparações com medidas feitas em ensaios dinâmicos demonstraram a boa precisão dos resultados obtidos pelo método proposto.

Ainda em 1997 Massarani (MASSARANI, 1997) utilizou RNA's na representação do comportamento mecânico de materiais viscoelásticos. Massarani utilizou dados de ensaios em polietileno para treinar uma RNA e obter curvas isócronas tensão x deformação. Também determinou curvas isócronas tensão x deformação a partir de dados com ruídos e treinou RNA's para simular o comportamento de um material viscoelástico quando submetido a uma trajetória de carregamento complexa. Este trabalho se constituiu em nosso primeiro contato com o tema e propiciou a inspiração inicial para a realização de nossa pesquisa.

Em 1999 Pernot e Lamarque (PERNOT e LAMARQUE, 1999) utilizaram RNA's para a representação do comportamento mecânico de concreto e areia. Também utilizaram uma RNA na classificação do comportamento mecânico de solos em três categorias: elástico linear, perfeitamente elastoplástico e elastoplástico com amolecimento.

5. ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

Iniciamos aqui a descrição das atividades experimentais realizadas para o desenvolvimento da proposta de nosso trabalho.

5.1. ENSAIOS MECÂNICOS

Os dados experimentais utilizados em nossa pesquisa foram obtidos a partir de ensaios para determinação de parâmetros mecânicos que foram realizados pelo autor no Laboratório de Mecânica de Rochas do Departamento de Engenharia de Minas da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo sob a supervisão do Prof. Titular Lineu A. Ayres da Silva, coordenador do laboratório.

A pesquisa envolveu a análise de 16 tipos de rochas, correspondentes a 9 litologias diferentes, classificadas da seguinte maneira:

- Arenito.
- Basalto.
- Calcário I.
- Calcário II.
- Calcário III.
- Calcário IV.
- Diabásio.
- Gnaisse I.
- Gnaisse II.
- Granito I.
- Granito II.
- Granito III.
- Granito IV.
- Itabirito.
- Quartzito.
- Xisto.

Os ensaios de compressão uniaxial, em um total de 104, foram realizados de acordo com a sugestão de método de ensaio proposta pela ISRM - "International Society for Rock Mechanics" (Sociedade Internacional para a Mecânica de Rochas): "Suggested Methods for Determining the Uniaxial Compressive Strength and Deformability of Rock Materials" (BROWN, 1981).

A seqüência dos trabalhos executados seguiu o procedimento a seguir:

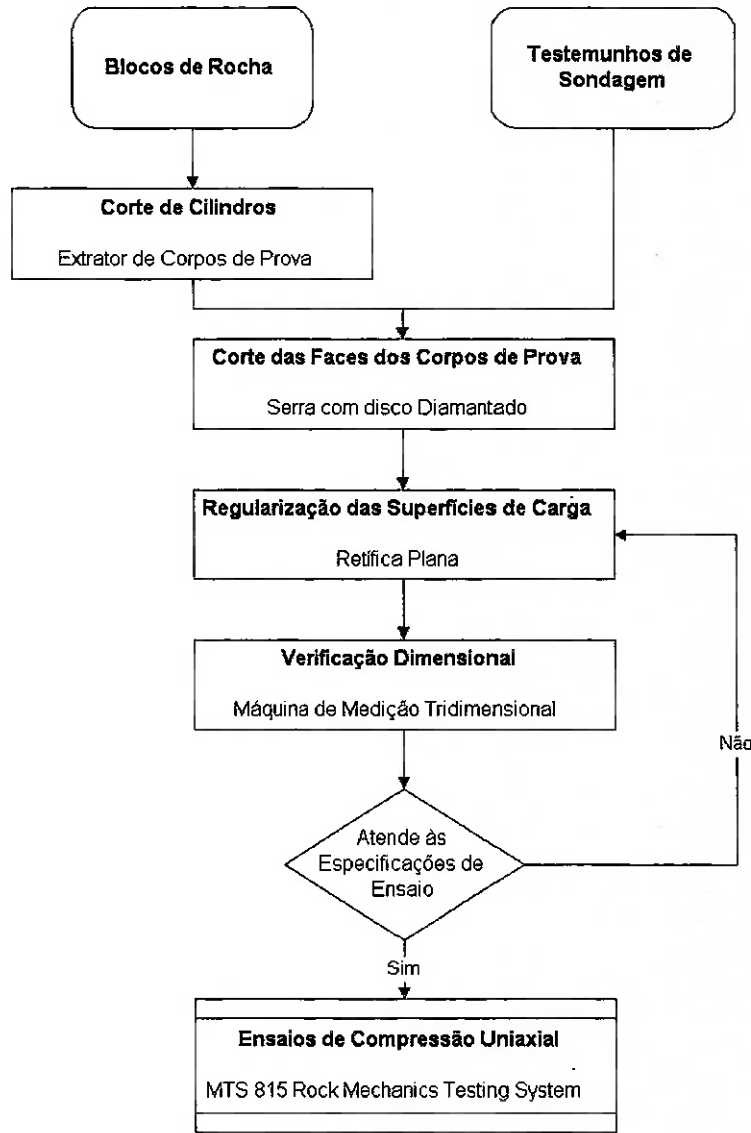


Figura 5.1 - Fluxograma geral dos trabalhos

5.1.1. CORTE DOS CILINDROS

As rochas amostradas na forma de blocos foram inicialmente submetidas a corte para extração de cilindros com diâmetro de 2" (50,8 mm) ou NX (54 mm), de acordo com o especificado na sugestão de norma da ISRM.

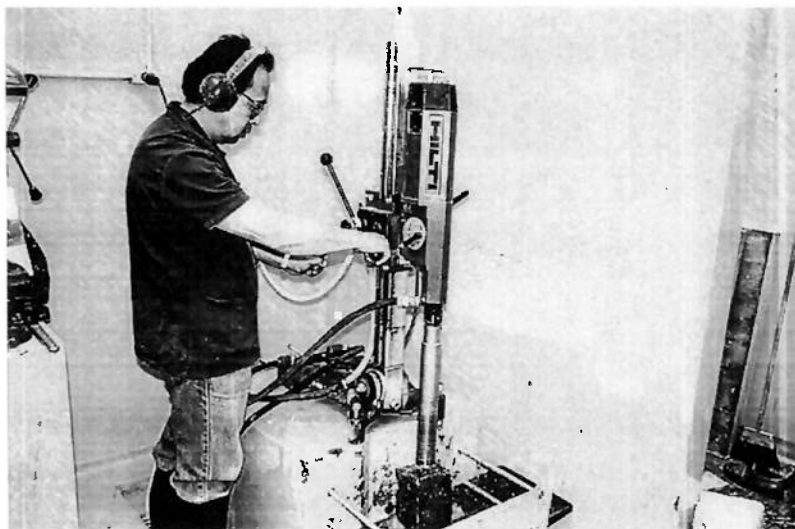


Figura 5.2 - Extração de cilindros

Equipamento: Máquina de extração de corpos de prova.
Fabricante: Hilti do Brasil Ltda.
Modelo: DCM-2

5.1.2. CORTE DAS FACES DOS CORPOS DE PROVA

Após o corte dos cilindros, ou como etapa inicial para as rochas amostradas sob a forma de testemunhos de sondagem, foi realizado o corte com serra com disco diamantado, onde foram produzidos corpos de prova com alturas variando entre 130 mm e 160 mm (relação altura/diâmetro variando entre 2,5 e 3) de acordo com o especificado na sugestão de norma da ISRM.



Figura 5.3 - Corte em serra com disco diamantado

Equipamento: Serra com disco diamantado.
Fabricante: Norton S. A.
Modelo: Clipper BW-III

5.1.3. REGULARIZAÇÃO DAS SUPERFÍCIES DE CARGA

Após a operação de corte, os corpos de prova tiveram suas faces retificadas, com o intuito de assegurar a perpendicularidade das faces em relação ao eixo do corpo de prova, paralelismo entre as faces e planicidade das superfícies. Garantido assim uniformidade quando da aplicação de carga durante os ensaios de compressão.

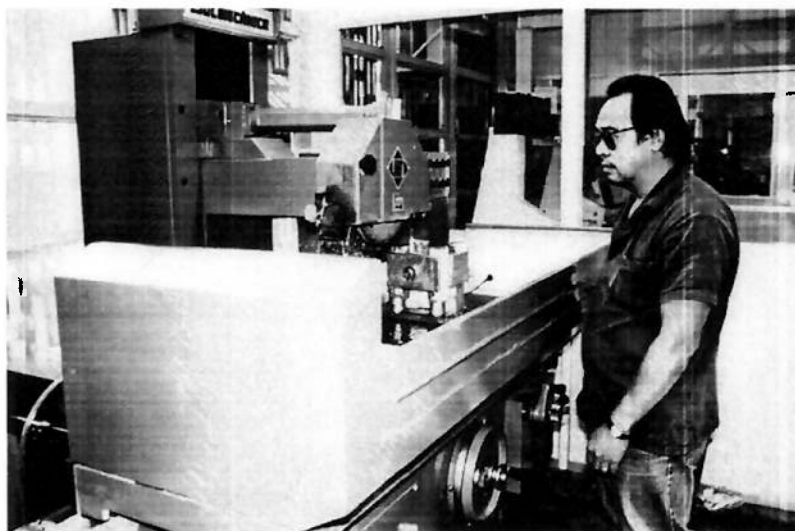


Figura 5.4 - Retificação dos corpos de prova

Equipamento: Retífica plana.
Fabricante: Sulmecânica Industrial Ltda.
Modelo: RAPH-640/E.

5.1.4. VERIFICAÇÃO DIMENSIONAL

Nesta operação foram verificados os seguintes parâmetros dimensionais dos corpos de prova:

- Diâmetro.
- Altura.
- Ângulo entre a normal ao plano da primeira face e o eixo do corpo de prova cilíndrico.
- Ângulo entre a normal ao plano da segunda face e o eixo do corpo de prova cilíndrico.
- Ângulo entre o plano da primeira face e o plano da segunda face.
- Erro de planicidade na primeira face.
- Erro de planicidade na segunda face.

De acordo com o especificado na sugestão de norma da ISRM os erros angulares devem ser inferiores a $3,5'$ e os erros de planicidade inferiores a $0,02$ mm.

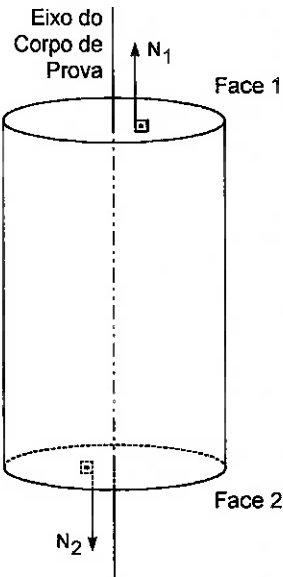


Figura 5.5 - Determinação dos erros angulares

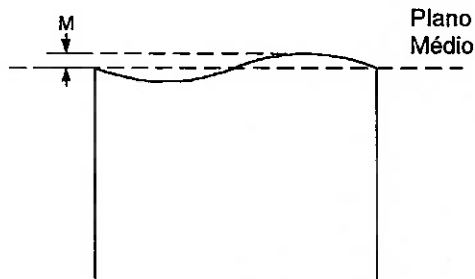


Figura 5.6 - Determinação do erro de planicidade

Para os corpos de prova nos quais tenham sido constatados erros angulares ou de planicidade acima dos valores tolerados, uma nova etapa de retificação foi executada.



Figura 5.7 - Verificação dimensional em máquina de medição tridimensional

Equipamento: Máquina de medição tridimensional.

Fabricante: Mitutoyo do Brasil Ltda.

Modelo: B-231 (com apalpador de precisão: fabricação Renishaw Inc., modelo MIP).

5.1.5. ENSAIOS DE COMPRESSÃO UNIAXIAL

Os ensaios de compressão com determinação dos parâmetros elásticos da rocha foram realizados com a utilização de um sistema de ensaios com ciclo fechado de controle servo-hidráulico composto de: quadro de reação rígido, conjunto hidráulico de alta performance, 2 servo-válvulas, atuador com capacidade de carga de 2.600 kN em compressão e 1.400 kN em tração, célula de pressão diferencial, conjunto de extensômetros axial e circunferencial, sistema de controle digital e "software" proprietário de operação.

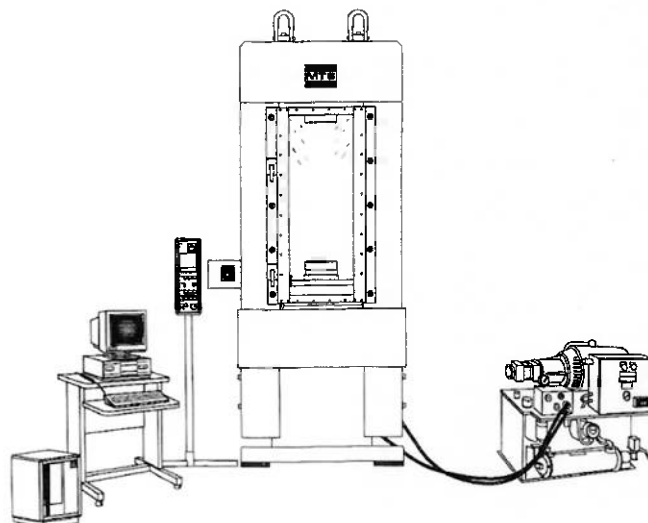


Figura 5.8 - Sistema de realização de ensaios servo-controlados

Equipamento: Sistema de realização de ensaios servo-controlados em mecânica de rochas.
Fabricante: MTS Systems Co.
Modelo: MTS 815 Rock Mechanics Testing System.

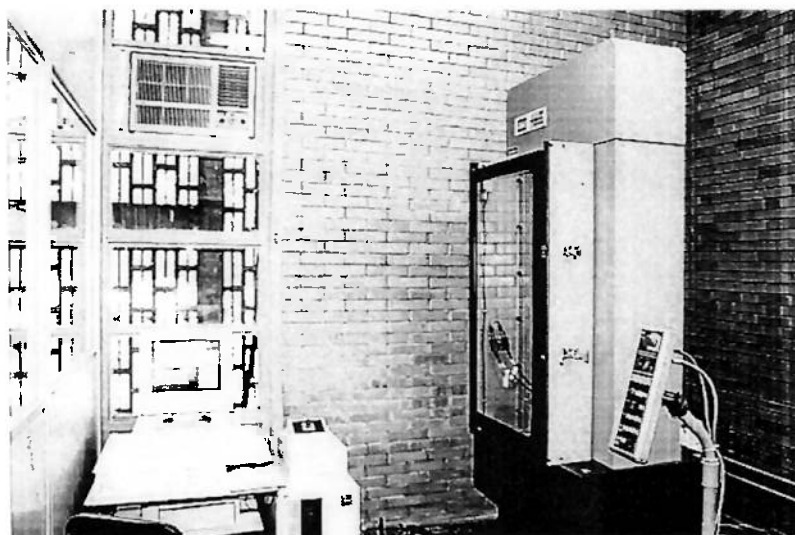


Figura 5.9 - Sala de ensaios

As deformações ocorridas durante a aplicação da carga foram acompanhadas via computador em tempo real e utilizadas no sistema fechado de servo-controle, através do uso de extensômetros montados sobre o corpo de prova, como vemos a seguir.

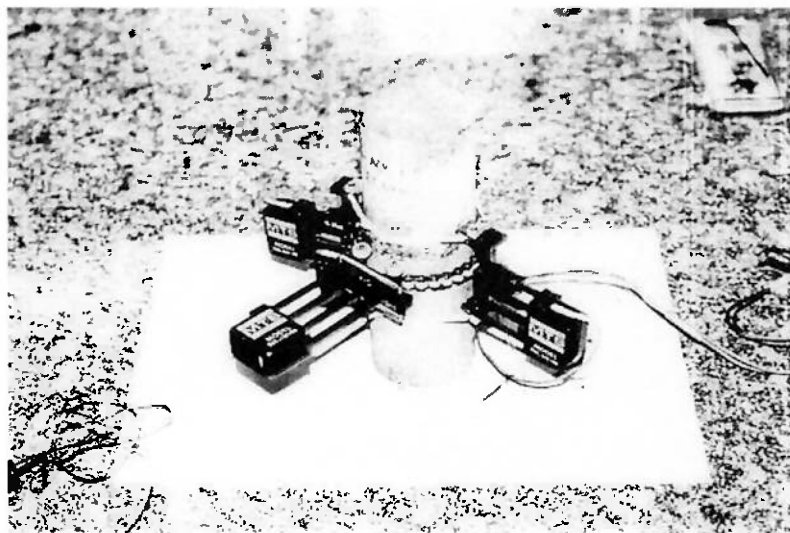


Figura 5.10 - Corpo de prova com medidores de deformação

5.2. RESULTADOS

Na seqüência apresentamos os resultados dos 104 ensaios de compressão uniaxial com determinação dos seguintes parâmetros característicos do comportamento mecânico da rocha:

- Resistência à compressão uniaxial, σ_c .
- Módulo de elasticidade, E.
- Coeficiente de Poisson, ν .

5.2.1. RESULTADOS DOS 5 ENSAIOS EM ARENITO

A seguir podemos observar a tabela com os resultados dos ensaios para cada corpo de prova e na seqüência a tabela com os índices estatísticos para os parâmetros determinados.

Tabela 5.1 - Ensaio em arenito

Corpo de Prova		Parâmetro		
Denominação	Litologia	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
CP-ARENITO-I-01	Arenito I	33,8	7.392	0,71
CP-ARENITO-I-02	Arenito I	35,2	9.293	0,63
CP-ARENITO-I-03	Arenito I	56,4	12.003	0,31
CP-ARENITO-I-04	Arenito I	54,9	12.039	0,24
CP-ARENITO-I-05	Arenito I	57,6	12.485	0,25

Tabela 5.2 - Índices estatísticos

Índice Estatístico	Parâmetro Mecânico		
	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
Corpos de Prova	5	5	5
Média	47,6	10.642	0,43
Intervalo de Confiança de -95 %	32,7	7.895	0,15
Intervalo de Confiança de +95 %	62,5	13.390	0,71
Mediana	54,9	12.003	0,31
Soma	237,9	53.212	2,14
Mínimo	33,8	7.392	0,24
Máximo	57,6	12.485	0,71
Quartil Inferior	35,2	9.293	0,25
Quartil Superior	56,4	12.039	0,63
Faixa de Variação Total	23,8	5.093	0,47
Faixa de Variação do Quartil	21,2	2.746	0,38
Variância	143,7	4.895.720	0,05
Desvio Padrão	12,0	2.213	0,22
Erro Padrão	5,4	990	0,10
Assimetria	-0,59	-0,97	0,62
Erro Padrão da Assimetria	0,91	0,91	0,91
Kurtosis	-3,25	-1,03	-2,85
Erro Padrão da Kurtosis	2,00	2,00	2,00

A seguir apresentamos os gráficos tensão x deformação para os ensaios realizados.

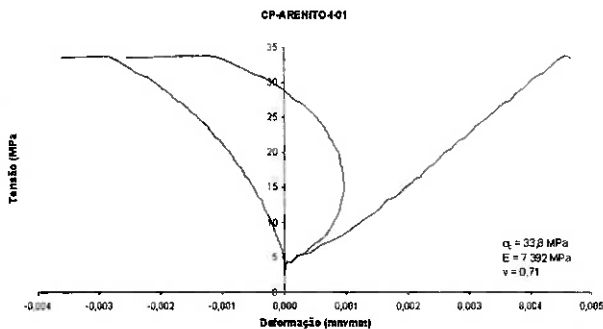


Figura 5.11- Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ARENITO-I-01

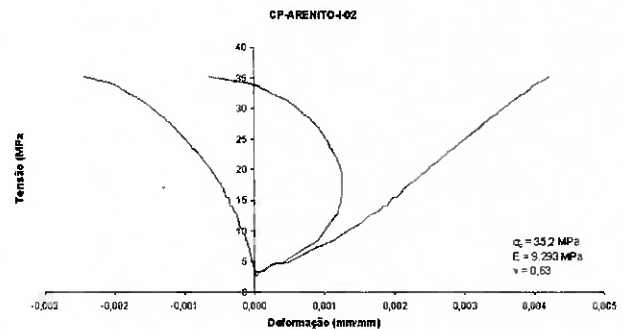


Figura 5.12 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ARENITO-I-02

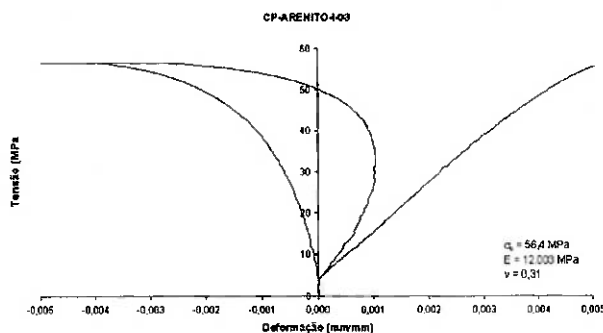


Figura 5.13 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ARENITO-I-03

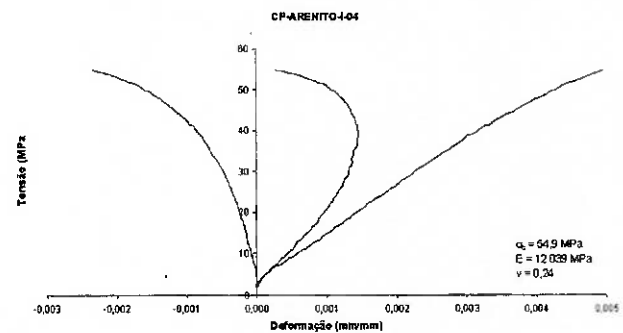


Figura 5.14 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ARENITO-I-04

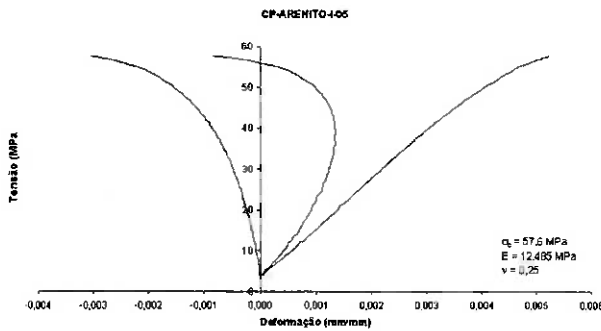


Figura 5.15 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ARENITO-I-05

5.2.2. RESULTADOS DOS 3 ENSAIOS EM BASALTO

A seguir podemos observar a tabela com os resultados dos ensaios para cada corpo de prova e na seqüência a tabela com os índices estatísticos para os parâmetros determinados.

Tabela 5.3 - Ensaio em basalto

Corpo de Prova		Parâmetro		
Denominação	Litologia	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
CP-BASALTO-I-01	Basalto I	52,1	74.048	0,25
CP-BASALTO-I-02	Basalto I	38,1	71.436	0,21
CP-BASALTO-I-03	Basalto I	71,5	73.980	0,24

Tabela 5.4 - Índices estatísticos

Índice Estatístico	Parâmetro Mecânico		
	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
Corpos de Prova	3	3	3
Média	53,9	73.155	0,23
Intervalo de Confiança de -95 %	12,3	69.457	0,18
Intervalo de Confiança de +95 %	95,5	76.852	0,28
Mediana	52,1	73.980	0,24
Soma	161,7	219.464	0,69
Mínimo	38,1	71.436	0,21
Máximo	71,5	74.048	0,25
Quartil Inferior	-	-	-
Quartil Superior	-	-	-
Faixa de Variação Total	33,4	2.611	0,04
Faixa de Variação do Quartil	-	-	-
Variância	280,7	2.215.202	0,00
Desvio Padrão	16,8	1.488	0,02
Erro Padrão	9,7	859	0,01
Assimetria	0,48	-1,73	-1,03
Erro Padrão da Assimetria	1,22	1,22	1,22
Kurtosis	-	-	-
Erro Padrão da Kurtosis	-	-	-

A seguir apresentamos os gráficos tensão x deformação para os ensaios realizados.

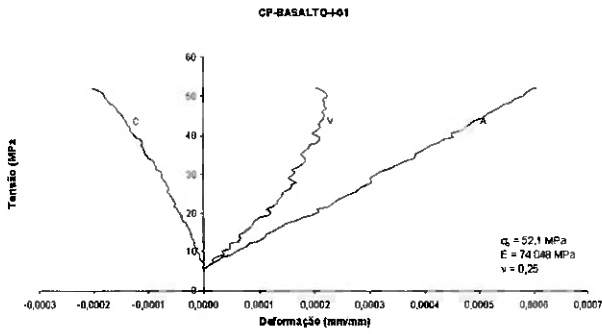


Figura 5.16 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-BASALTO-I-01

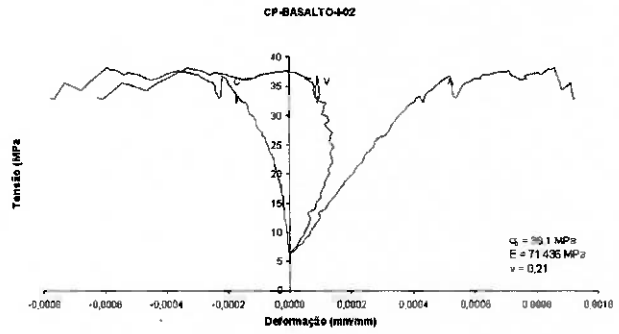


Figura 5.17 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-BASALTO-I-02

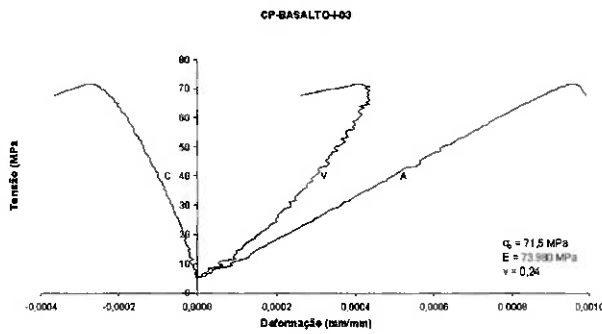


Figura 5.18 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-BASALTO-I-03

5.2.3. RESULTADOS DOS 19 ENSAIOS EM CALCÁRIO

A seguir podemos observar a tabela com os resultados dos ensaios para cada corpo de prova e na seqüência a tabela com os índices estatísticos para os parâmetros determinados.

Tabela 5.5 - Ensaio em calcário

Corpo de Prova		Parâmetro		
Denominação	Litologia	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
CP-CALCARIO-I-01	Calcário I	115,7	82.122	0,28
CP-CALCARIO-I-02	Calcário I	50,3	81.021	0,35
CP-CALCARIO-I-03	Calcário I	70,1	85.054	0,26
CP-CALCARIO-I-04	Calcário I	94,2	83.081	0,25
CP-CALCARIO-I-05	Calcário I	102,4	80.782	0,25
CP-CALCARIO-II-01	Calcário II	167,3	81.585	0,20
CP-CALCARIO-II-02	Calcário II	165,2	83.434	0,25
CP-CALCARIO-II-03	Calcário II	89,4	66.702	0,24
CP-CALCARIO-II-04	Calcário II	88,2	69.693	0,23
CP-CALCARIO-II-05	Calcário II	88,8	59.049	0,19
CP-CALCARIO-II-06	Calcário II	100,2	69.046	0,17
CP-CALCARIO-II-07	Calcário II	93,1	68.457	0,20
CP-CALCARIO-III-01	Calcário III	51,5	9.462	0,20
CP-CALCARIO-III-02	Calcário III	42,7	12.931	0,31
CP-CALCARIO-III-03	Calcário III	39,8	9.265	0,23
CP-CALCARIO-III-04	Calcário III	37,6	6.280	0,16
CP-CALCARIO-IV-01	Calcário IV	142,7	80.185	0,29
CP-CALCARIO-IV-02	Calcário IV	96,0	78.272	0,24
CP-CALCARIO-IV-03	Calcário IV	151,3	79.151	0,29

Tabela 5.6 - Índices estatísticos

Índice Estatístico	Parâmetro Mecânico		
	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
Corpos de Prova	19	19	19
Média	94,0	62.398	0,24
Intervalo de Confiança de -95 %	74,4	48.457	0,22
Intervalo de Confiança de +95 %	113,6	76.340	0,27
Mediana	93,1	78.272	0,24
Soma	1.786,5	1.185.571	4,60
Mínimo	37,6	6.280	0,16
Máximo	167,3	85.054	0,35
Quartil Inferior	51,5	59.049	0,20
Quartil Superior	115,7	81.585	0,28
Faixa de Variação Total	129,8	78.774	0,19
Faixa de Variação do Quartil	64,2	22.536	0,08
Variância	1.656,5	836.666.394	0,00
Desvio Padrão	40,7	28.925	0,05
Erro Padrão	9,3	6.636	0,01
Assimetria	0,39	-1,34	0,36
Erro Padrão da Assimetria	0,52	0,52	0,52
Kurtosis	-0,63	0,10	0,13
Erro Padrão da Kurtosis	1,01	1,01	1,01

A seguir apresentamos os gráficos tensão x deformação para os ensaios realizados.

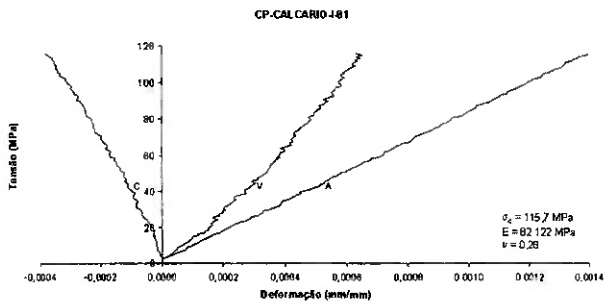


Figura 5.19 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-I-01

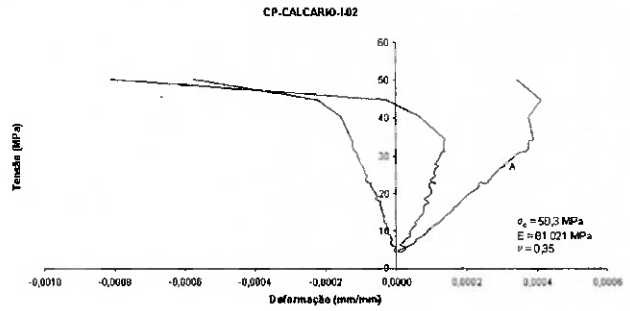


Figura 5.20 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-I-02

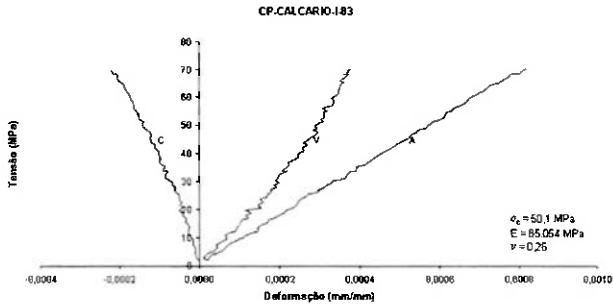


Figura 5.21 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-I-03

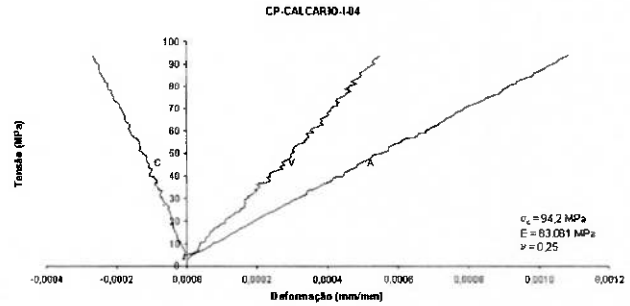


Figura 5.22 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-I-04

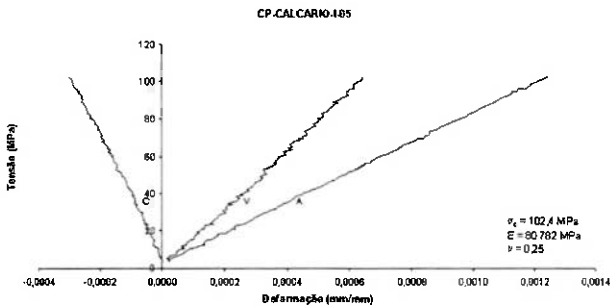


Figura 5.23 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-I-05

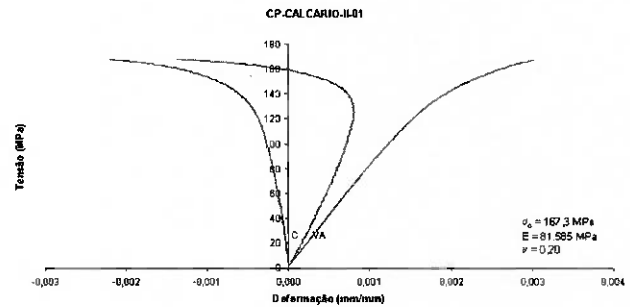


Figura 5.24 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-II-01

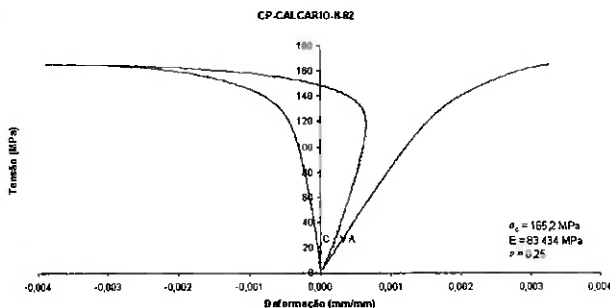


Figura 5.25 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-II-02

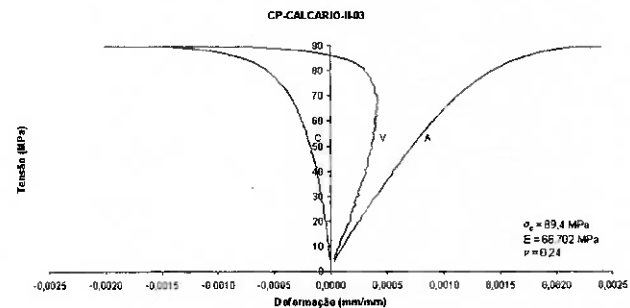


Figura 5.26 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-II-03

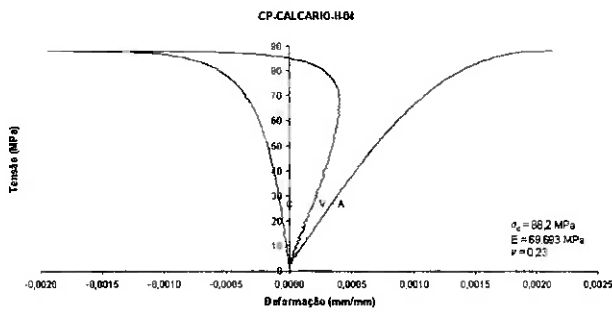


Figura 5.27 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-II-04

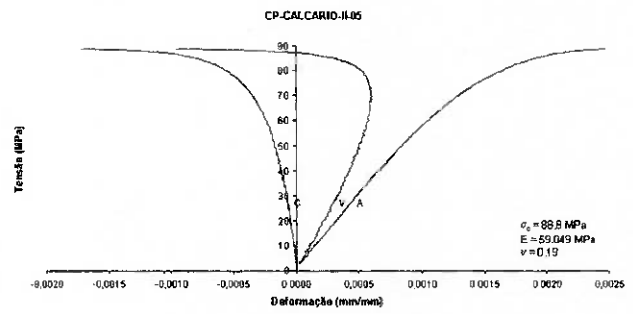


Figura 5.28 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-II-05

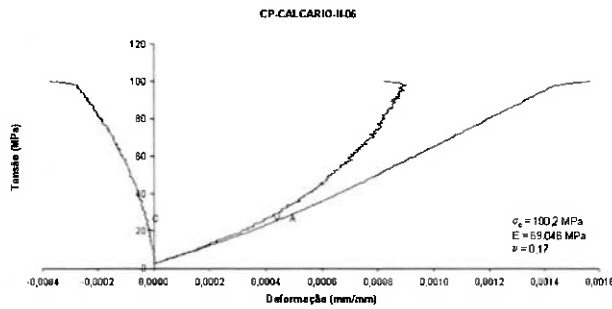


Figura 5.29 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-II-06

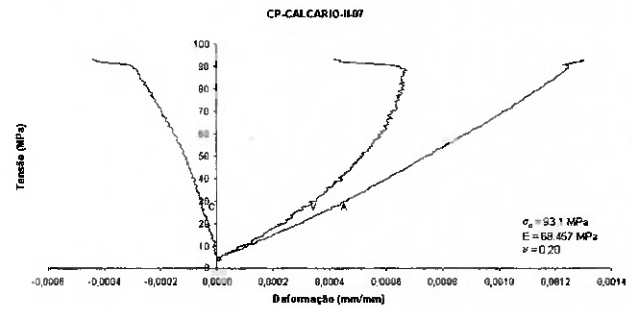


Figura 5.30 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-II-07

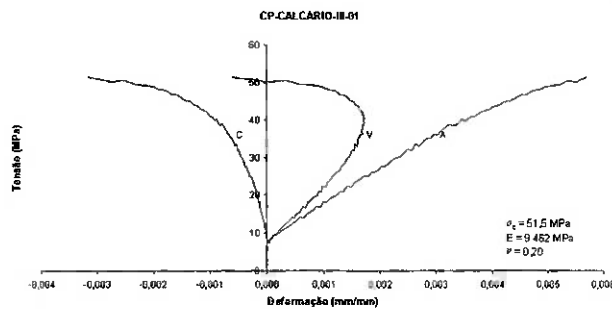


Figura 5.31 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-III-01

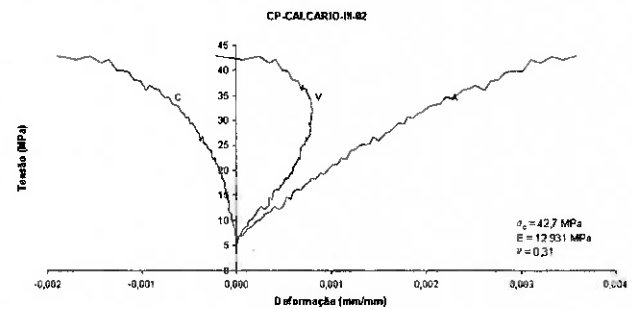


Figura 5.32 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-III-02

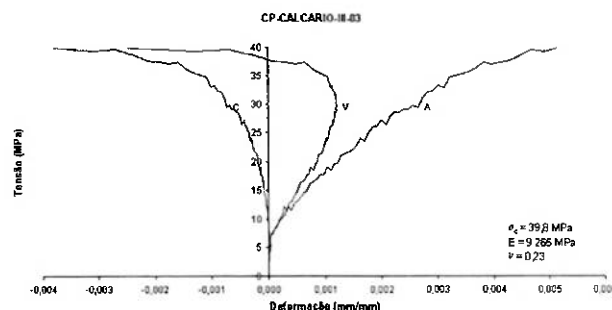


Figura 5.33 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-III-03

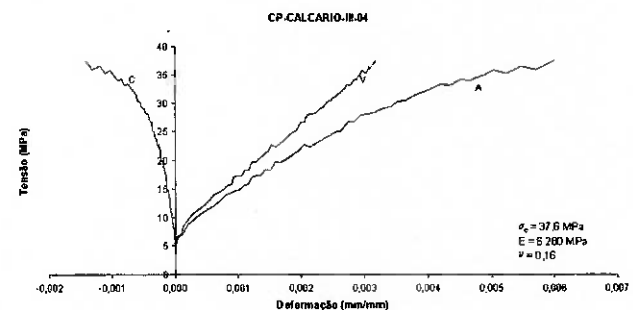


Figura 5.34 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-III-04

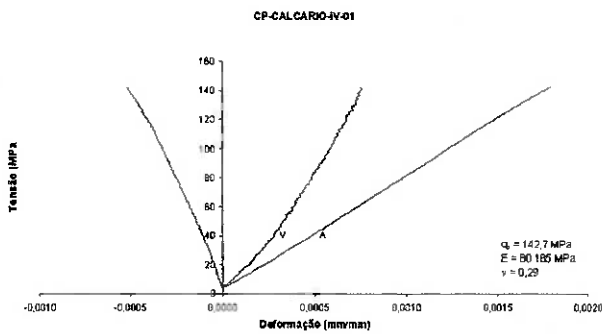


Figura 5.35 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-IV-01

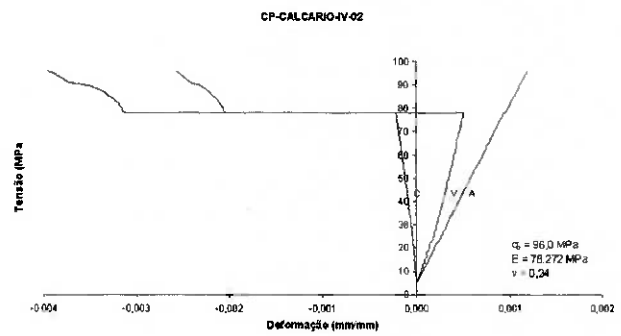


Figura 5.36 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-IV-02

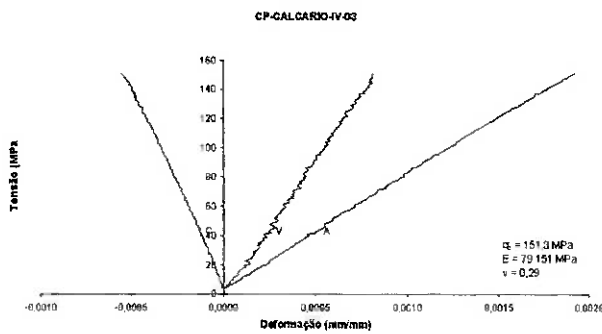


Figura 5.37 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-CALCÁRIO-IV-03

5.2.4. RESULTADOS DOS 4 ENSAIOS EM DIABÁSIO

A seguir podemos observar a tabela com os resultados dos ensaios para cada corpo de prova e na seqüência a tabela com os índices estatísticos para os parâmetros determinados.

Tabela 5.7 - Ensaio em diabásio

Corpo de Prova		Parâmetro		
Denominação	Litologia	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
CP-DIABASIO-I-01	Diabásio I	151,9	75.358	0,26
CP-DIABASIO-I-02	Diabásio I	125,8	75.616	0,23
CP-DIABASIO-I-03	Diabásio I	162,2	75.083	0,26
CP-DIABASIO-I-04	Diabásio I	125,2	76.110	0,25

Tabela 5.8 - Índices estatísticos

Índice Estatístico	Parâmetro Mecânico		
	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
Corpos de Prova	4	4	4
Média	141,3	75.542	0,25
Intervalo de Confiança de -95 %	111,5	74.846	0,23
Intervalo de Confiança de +95 %	171,0	76.237	0,27
Mediana	138,8	75.487	0,26
Soma	565,1	302.167	1,00
Mínimo	125,2	75.083	0,23
Máximo	162,2	76.110	0,26
Quartil Inferior	125,5	75.220	0,24
Quartil Superior	157,0	75.863	0,26
Faixa de Variação Total	37,0	1.028	0,03
Faixa de Variação do Quartil	31,5	643	0,02
Variância	349,6	191.084	0,00
Desvio Padrão	18,7	437	0,01
Erro Padrão	9,3	219	0,01
Assimetria	0,26	0,65	-1,60
Erro Padrão da Assimetria	1,01	1,01	1,01
Kurtosis	-4,52	0,20	2,41
Erro Padrão da Kurtosis	2,62	2,62	2,62

A seguir apresentamos os gráficos tensão x deformação para os ensaios realizados.

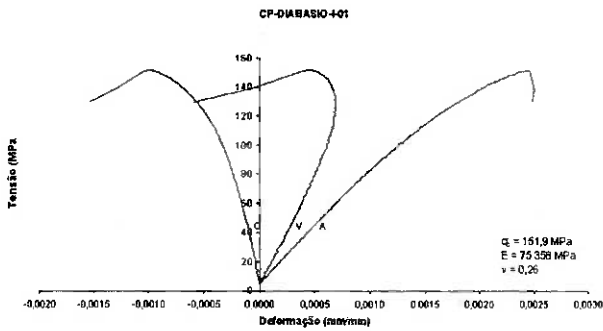


Figura 5.38 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-DIABÁSIO-I-01

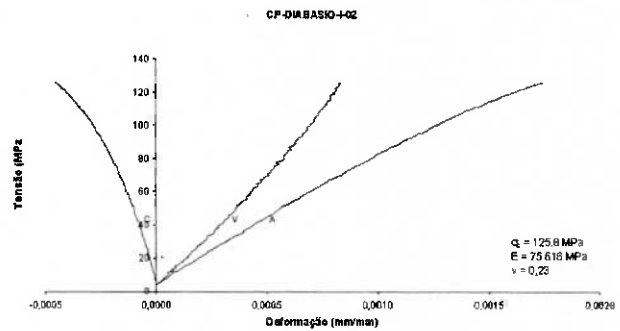


Figura 5.39 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-DIABÁSIO-I-02

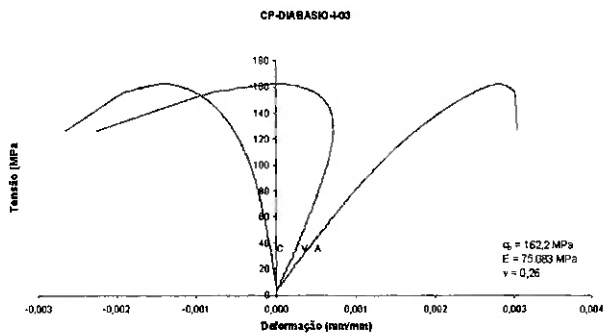


Figura 5.40 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-DIABÁSIO-I-03

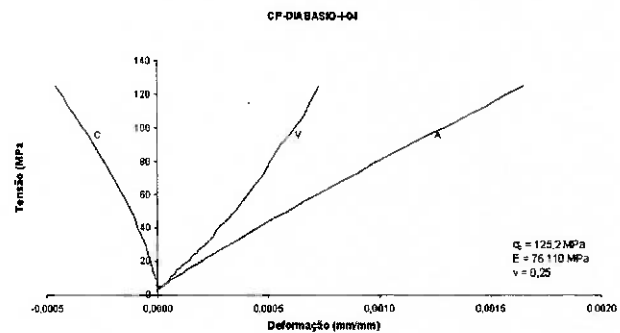


Figura 5.41 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-DIABÁSIO-I-04

5.2.5. RESULTADOS DOS 10 ENSAIOS EM GNAISSE

A seguir podemos observar a tabela com os resultados dos ensaios para cada corpo de prova e na seqüência a tabela com os índices estatísticos para os parâmetros determinados.

Tabela 5.9 - Ensaios em gnaissse

Corpo de Prova		Parâmetro		
Denominação	Litologia	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
CP-GNAISSE-I-01	Gnaissse I	207,2	81.327	0,24
CP-GNAISSE-I-02	Gnaissse I	211,5	80.876	0,25
CP-GNAISSE-II-01	Gnaissse II	112,4	61.066	0,23
CP-GNAISSE-II-02	Gnaissse II	122,2	61.244	0,25
CP-GNAISSE-II-03	Gnaissse II	141,0	86.983	0,21
CP-GNAISSE-II-04	Gnaissse II	147,6	78.595	0,21
CP-GNAISSE-II-05	Gnaissse II	103,1	48.049	0,31
CP-GNAISSE-II-06	Gnaissse II	146,4	66.688	0,26
CP-GNAISSE-II-07	Gnaissse II	144,3	61.511	0,29
CP-GNAISSE-II-08	Gnaissse II	173,0	71.764	0,25

Tabela 5.10 - Índices estatísticos

Índice Estatístico	Parâmetro Mecânico		
	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
Corpos de Prova	10	10	10
Média	150,9	69.810	0,25
Intervalo de Confiança de -95 %	124,6	61.104	0,23
Intervalo de Confiança de +95 %	177,1	78.516	0,27
Mediana	145,4	69.226	0,25
Soma	1.508,6	698.104	2,50
Mínimo	103,1	48.049	0,21
Máximo	211,5	86.983	0,31
Quartil Inferior	122,2	61.244	0,23
Quartil Superior	173,0	80.876	0,26
Faixa de Variação Total	108,4	38.934	0,10
Faixa de Variação do Quartil	50,7	19.632	0,03
Variância	1.343,0	148.108.919	0,00
Desvio Padrão	36,6	12.170	0,03
Erro Padrão	11,6	3.848	0,01
Assimetria	0,63	-0,28	0,32
Erro Padrão da Assimetria	0,69	0,69	0,69
Kurtosis	-0,48	-0,70	-0,13
Erro Padrão da Kurtosis	1,33	1,33	1,33

A seguir apresentamos os gráficos tensão x deformação para os ensaios realizados.

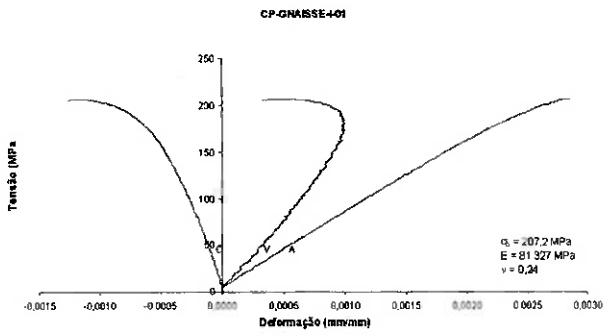


Figura 5.42 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GNAISSE-I-01

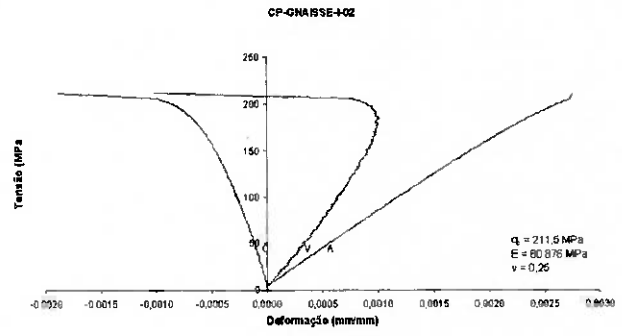


Figura 5.43 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GNAISSE-I-02

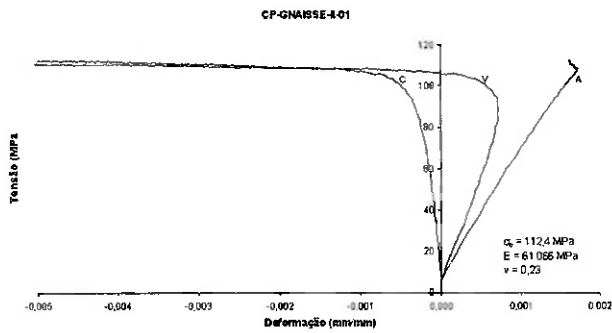


Figura 5.44 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GNAISSE-II-01

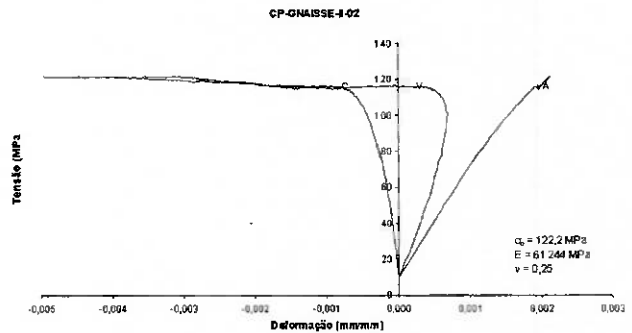


Figura 5.45 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GNAISSE-II-02

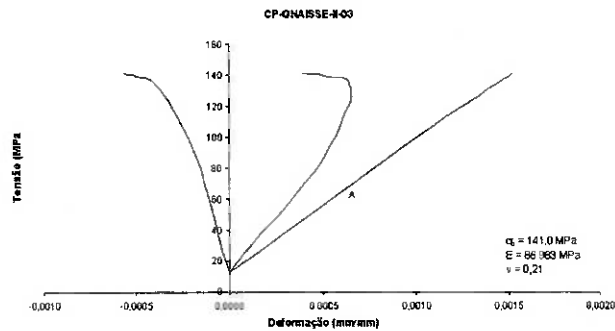


Figura 5.46 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GNAISSE-II-03

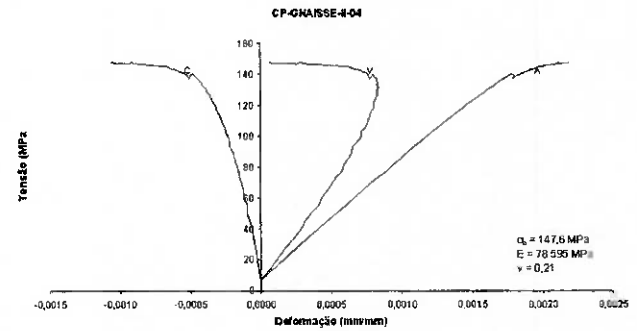


Figura 5.47 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GNAISSE-II-04

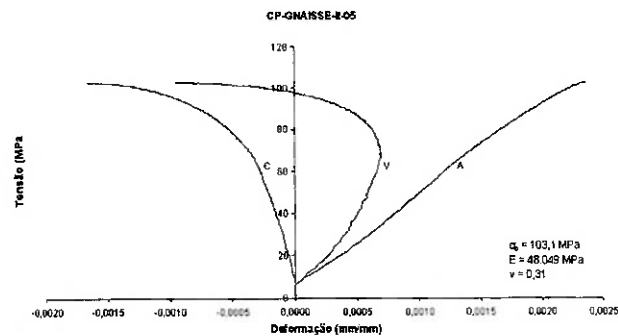


Figura 5.48 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GNAISSE-II-05

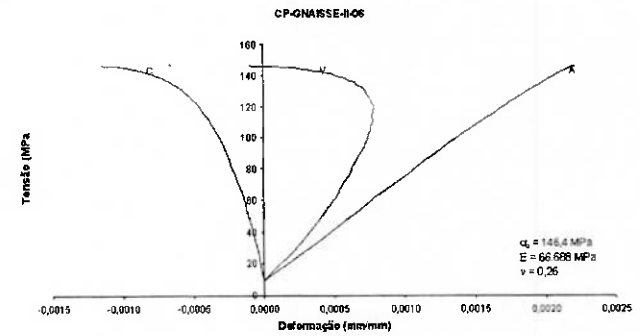


Figura 5.49 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GNAISSE-II-06

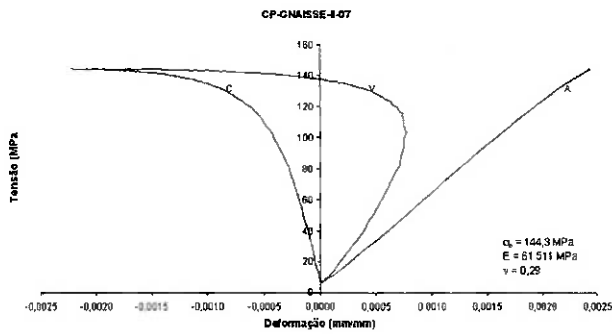


Figura 5.50 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GNAISSE-II-07

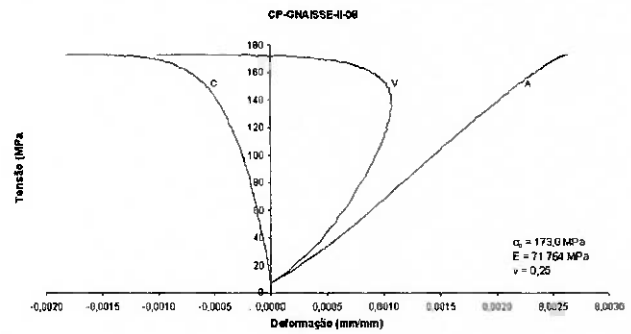


Figura 5.51 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GNAISSE-II-08

5.2.6. RESULTADOS DOS 26 ENSAIOS EM GRANITO

A seguir podemos observar a tabela com os resultados dos ensaios para cada corpo de prova e na seqüência a tabela com os índices estatísticos para os parâmetros determinados.

Tabela 5.11 - Ensaio em granito

Corpo de Prova		Parâmetro		
Denominação	Litologia	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
CP-GRANITO-I-01	Granito I	109,9	42.160	0,42
CP-GRANITO-I-02	Granito I	98,6	44.004	0,32
CP-GRANITO-I-03	Granito I	111,0	43.256	0,37
CP-GRANITO-I-04	Granito I	100,2	41.717	0,40
CP-GRANITO-I-05	Granito I	128,8	45.638	0,27
CP-GRANITO-I-06	Granito I	105,7	47.338	0,32
CP-GRANITO-I-07	Granito I	93,6	40.974	0,30
CP-GRANITO-I-08	Granito I	86,8	46.870	0,45
CP-GRANITO-I-09	Granito I	107,7	51.437	0,33
CP-GRANITO-I-10	Granito I	111,0	49.550	0,29
CP-GRANITO-I-11	Granito I	118,0	49.677	0,30
CP-GRANITO-I-12	Granito I	105,8	53.316	0,31
CP-GRANITO-I-13	Granito I	117,4	50.910	0,34
CP-GRANITO-II-01	Granito II	93,9	56.433	0,62
CP-GRANITO-II-02	Granito II	158,7	56.830	0,32
CP-GRANITO-II-03	Granito II	100,1	60.957	0,23
CP-GRANITO-II-04	Granito II	165,1	60.116	0,27
CP-GRANITO-II-05	Granito II	146,8	59.083	0,32
CP-GRANITO-III-01	Granito III	155,2	62.988	0,24
CP-GRANITO-III-02	Granito III	136,7	58.471	0,30
CP-GRANITO-III-03	Granito III	158,7	65.543	0,22
CP-GRANITO-IV-01	Granito IV	124,2	57.890	0,24
CP-GRANITO-IV-02	Granito IV	150,0	60.644	0,33
CP-GRANITO-IV-03	Granito IV	108,4	62.448	0,25
CP-GRANITO-IV-04	Granito IV	75,2	89.700	0,56
CP-GRANITO-IV-05	Granito IV	187,9	65.530	0,24

Tabela 5.12 - Índices estatísticos

Índice Estatístico	Parâmetro Mecânico		
	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
Corpos de Prova	26	26	26
Média	121,4	54.749	0,33
Intervalo de Confiança de -95 %	110,1	50.490	0,29
Intervalo de Confiança de +95 %	132,7	59.008	0,37
Mediana	111,0	54.874	0,31
Soma	3.155,5	1.423.480	8,57
Mínimo	75,2	40.974	0,22
Máximo	187,9	89.700	0,62
Quartil Inferior	100,2	46.870	0,27
Quartil Superior	146,8	60.644	0,34
Faixa de Variação Total	112,7	48.726	0,39
Faixa de Variação do Quartil	46,6	13.774	0,07
Variância	780,5	111.173.787	0,01
Desvio Padrão	27,9	10.544	0,10
Erro Padrão	5,5	2.068	0,02
Assimetria	0,67	1,31	1,66
Erro Padrão da Assimetria	0,46	0,46	0,46
Kurtosis	-0,25	3,47	2,94
Erro Padrão da Kurtosis	0,89	0,89	0,89

A seguir apresentamos os gráficos tensão x deformação para os ensaios realizados.

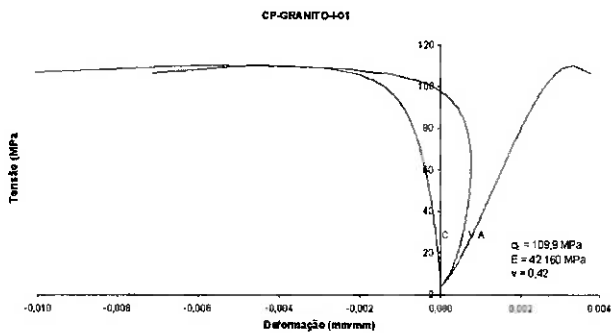


Figura 5.52 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-I-01

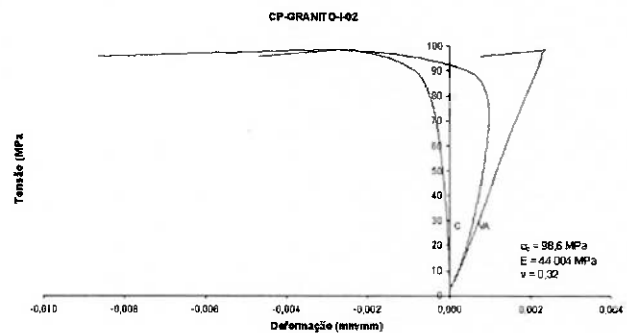


Figura 5.53 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-I-02

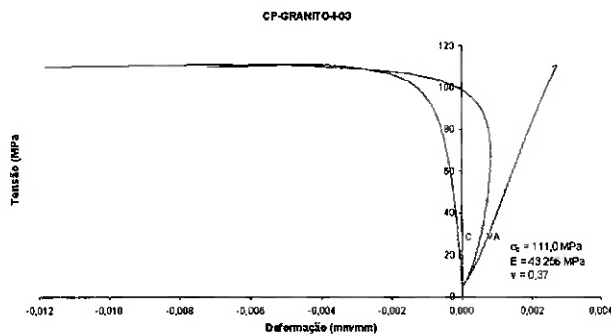


Figura 5.54 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-I-03

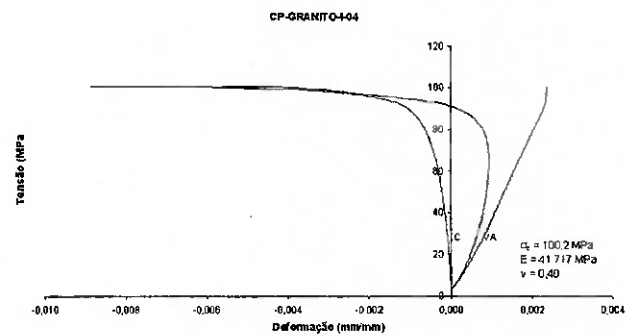


Figura 5.55 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-I-04

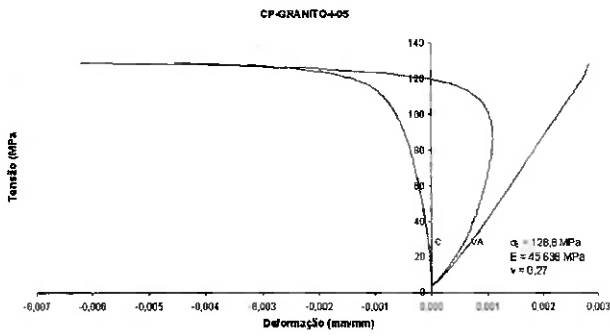


Figura 5.56 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-I-05

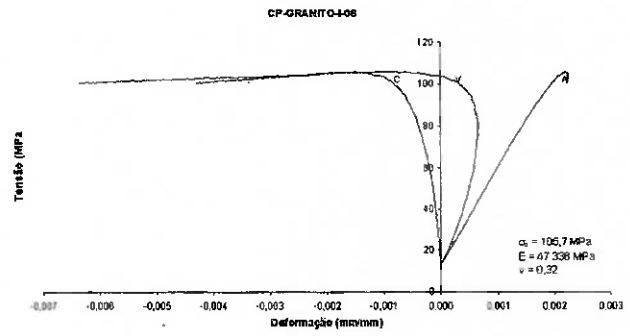


Figura 5.57 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-I-06

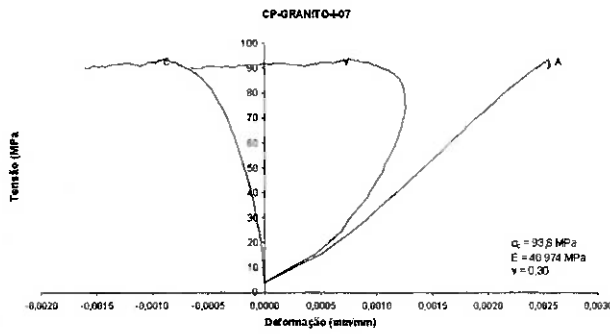


Figura 5.58 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-I-07

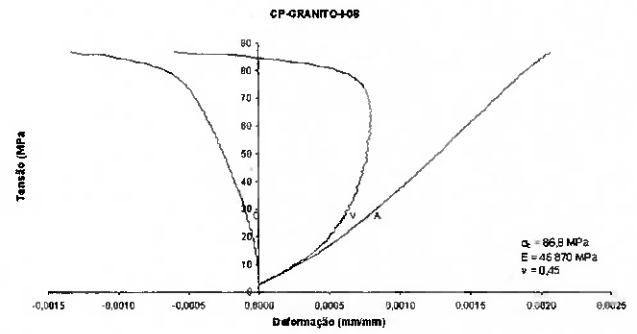


Figura 5.59 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-I-08

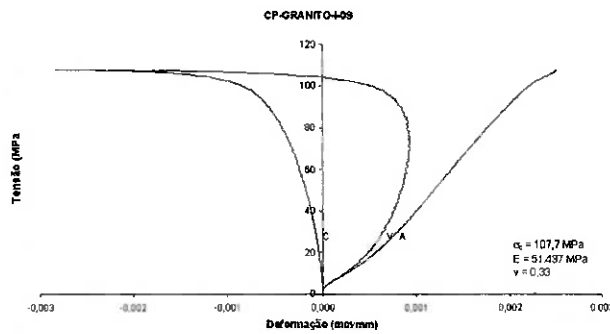


Figura 5.60 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-I-09

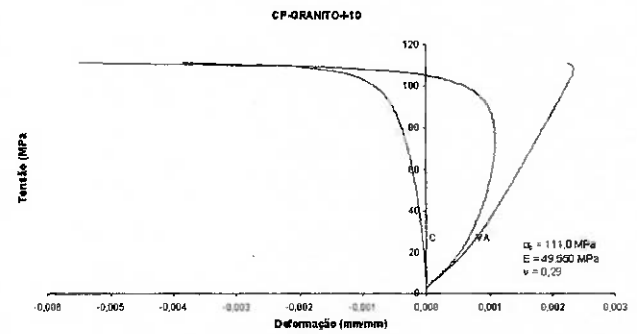


Figura 5.61 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-I-10

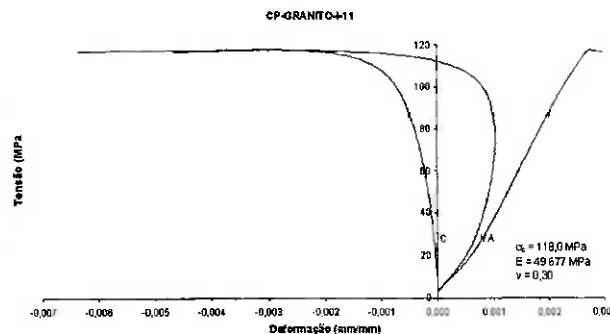


Figura 5.62 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-I-11

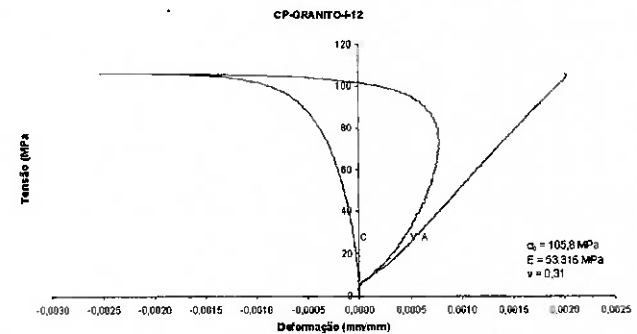


Figura 5.63 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-I-12

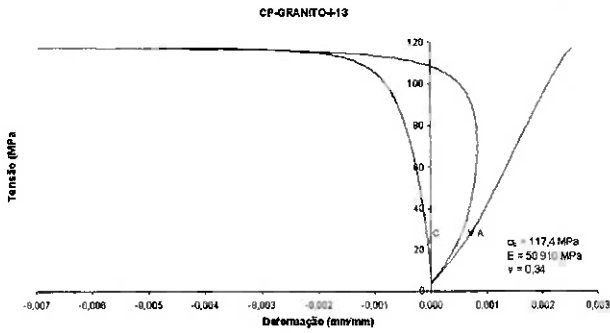


Figura 5.64 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-I-13

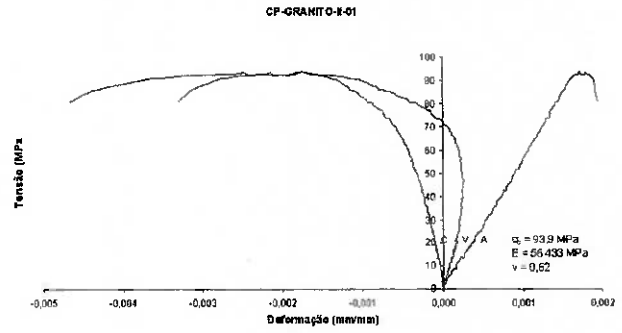


Figura 5.65 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-II-01

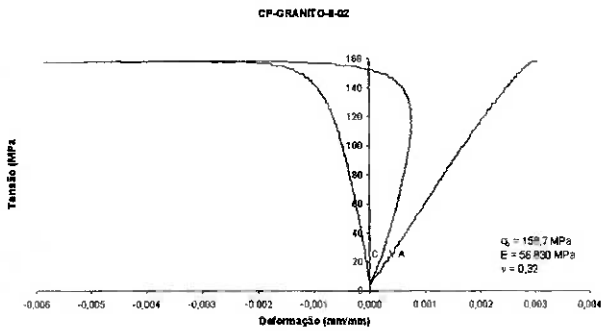


Figura 5.66 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-II-02

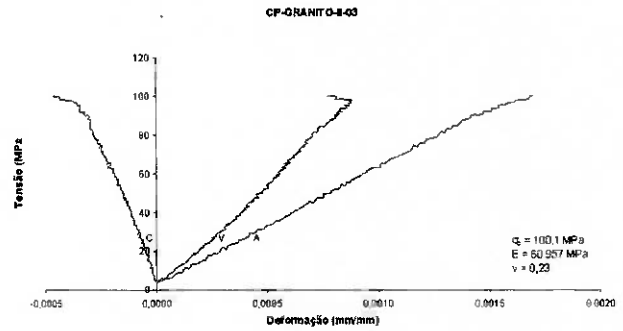


Figura 5.67 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-II-03

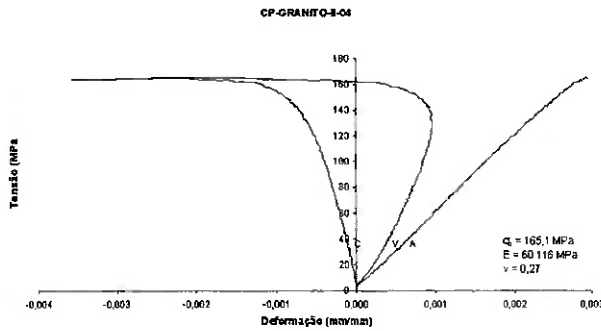


Figura 5.68 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-II-04

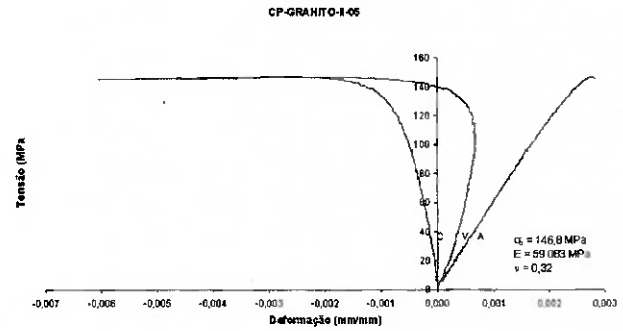


Figura 5.69 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-II-05

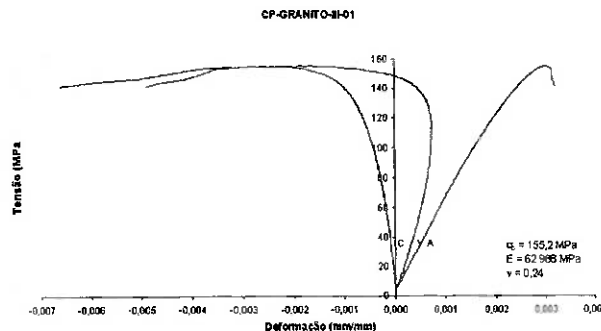


Figura 5.70 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-III-01

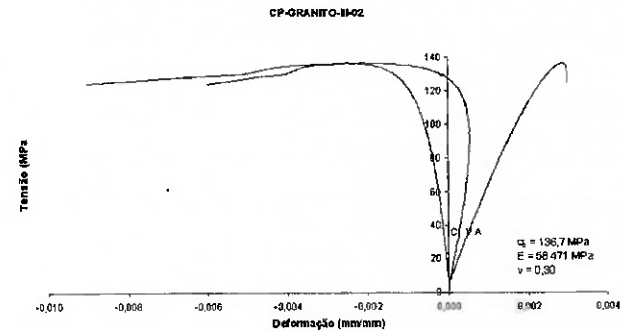


Figura 5.71 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-III-02

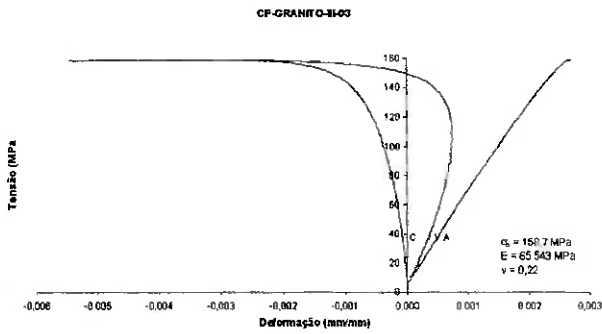


Figura 5.72 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-III-03

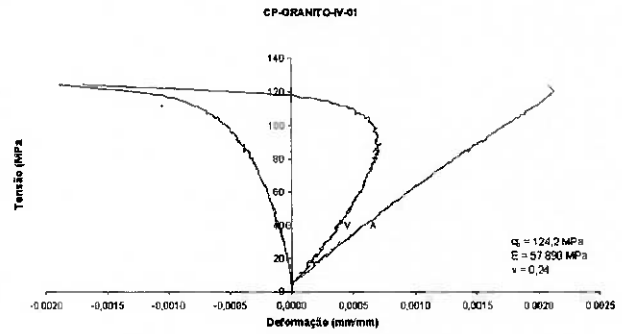


Figura 5.73 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-IV-01

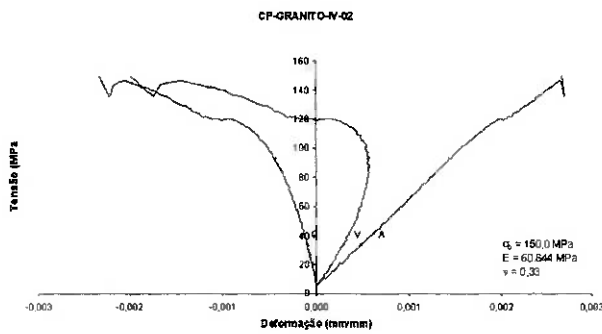


Figura 5.74 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-IV-02

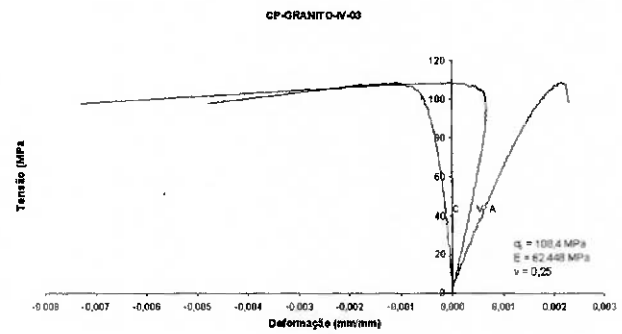


Figura 5.75 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-IV-03

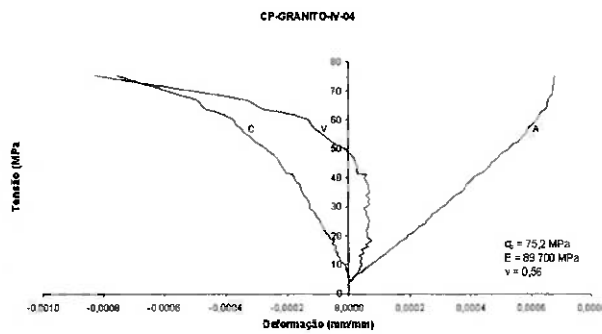


Figura 5.76 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-IV-04

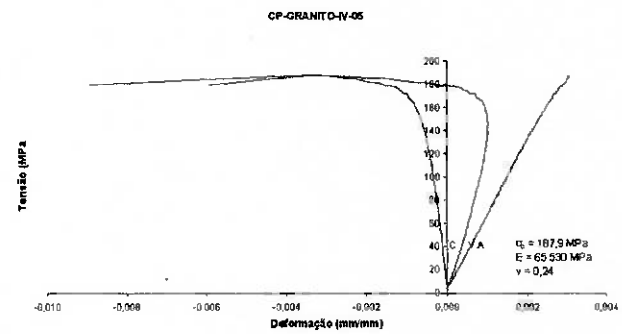


Figura 5.77 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-GRANITO-IV-05

5.2.7. RESULTADOS DOS 14 ENSAIOS EM ITABIRITO

A seguir podemos observar a tabela com os resultados dos ensaios para cada corpo de prova e na seqüência a tabela com os índices estatísticos para os parâmetros determinados.

Tabela 5.13 - Ensaios em itabirito

Corpo de Prova		Parâmetro		
Denominação	Litologia	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
CP-ITABIRITO-I-01	Itabirito	153,5	59.815	0,12
CP-ITABIRITO-I-02	Itabirito	200,8	109.563	0,17
CP-ITABIRITO-I-03	Itabirito	82,9	33.994	0,11
CP-ITABIRITO-I-04	Itabirito	119,2	68.447	0,10
CP-ITABIRITO-I-05	Itabirito	43,8	47.155	0,15
CP-ITABIRITO-I-06	Itabirito	50,4	53.977	0,14
CP-ITABIRITO-I-07	Itabirito	138,5	92.688	0,13
CP-ITABIRITO-I-08	Itabirito	116,5	95.583	0,14
CP-ITABIRITO-I-09	Itabirito	60,0	107.199	0,09
CP-ITABIRITO-I-10	Itabirito	38,4	18.457	0,49
CP-ITABIRITO-I-11	Itabirito	138,5	92.688	0,13
CP-ITABIRITO-I-12	Itabirito	91,9	29.798	0,22
CP-ITABIRITO-I-13	Itabirito	81,5	19.749	0,50
CP-ITABIRITO-I-14	Itabirito	168,9	56.833	0,19

Tabela 5.14 - Índices estatísticos

Índice Estatístico	Parâmetro Mecânico		
	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
Corpos de Prova	14	14	14
Média	106,1	63.282	0,19
Intervalo de Confiança de -95 %	77,2	44.916	0,11
Intervalo de Confiança de +95 %	134,9	81.648	0,27
Mediana	104,2	58.324	0,14
Soma	1.484,7	885.947	2,68
Mínimo	38,4	18.457	0,09
Máximo	200,8	109.563	0,50
Quartil Inferior	60,0	33.994	0,12
Quartil Superior	138,5	92.688	0,19
Faixa de Variação Total	162,3	91.106	0,42
Faixa de Variação do Quartil	78,4	58.694	0,06
Variância	2.504,5	1.011.829.115	0,02
Desvio Padrão	50,0	31.809	0,13
Erro Padrão	13,4	8.501	0,04
Assimetria	0,30	0,08	2,00
Erro Padrão da Assimetria	0,60	0,60	0,60
Kurtosis	-0,83	-1,38	2,93
Erro Padrão da Kurtosis	1,15	1,15	1,15

A seguir apresentamos os gráficos tensão x deformação para os ensaios realizados.

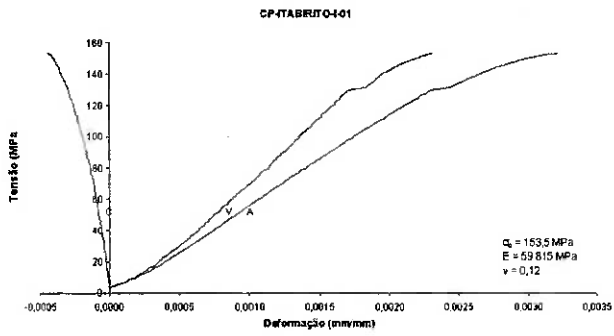


Figura 5.78 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-01

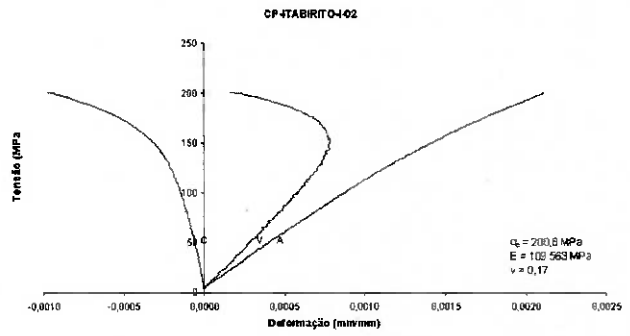


Figura 5.79 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-02

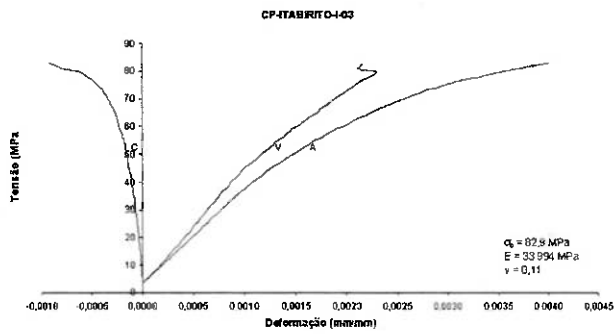


Figura 5.80 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-03

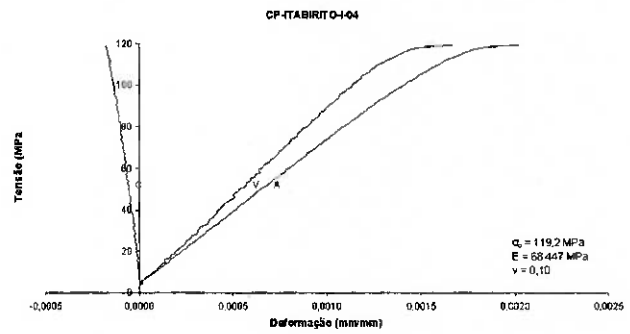


Figura 5.81 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-04

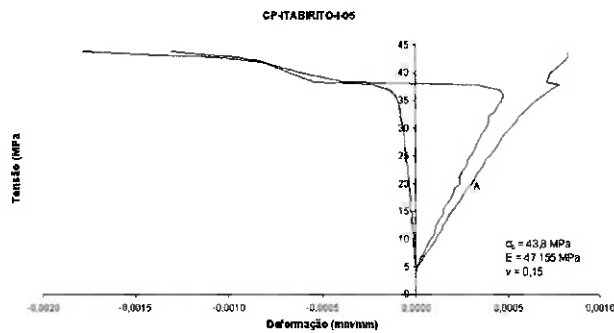


Figura 5.82 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-05

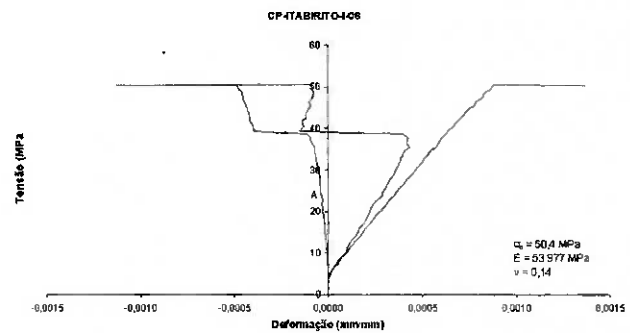


Figura 5.83 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-06

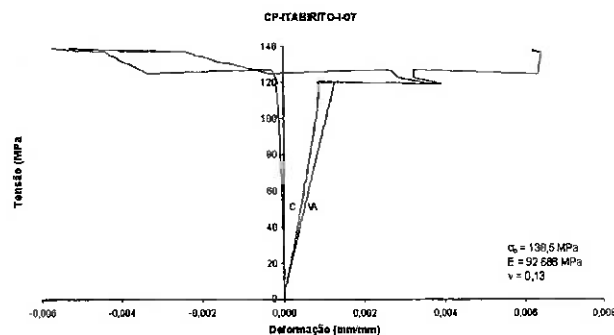


Figura 5.84 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-07

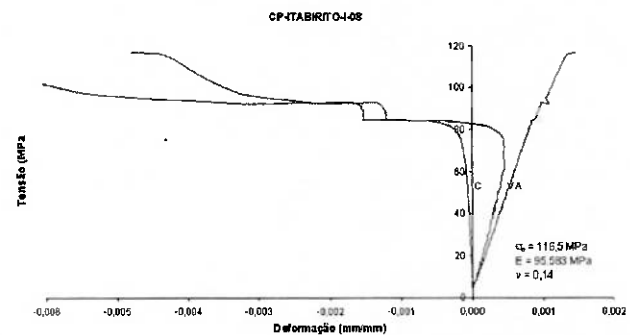


Figura 5.85 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-08

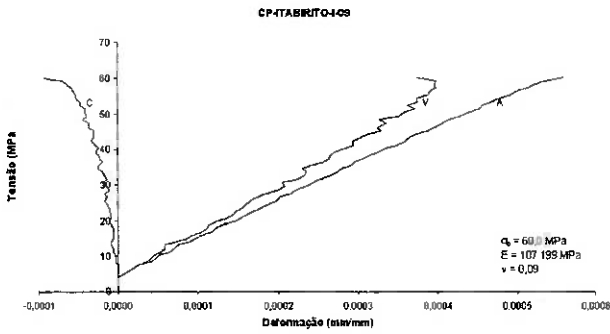


Figura 5.86 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-09

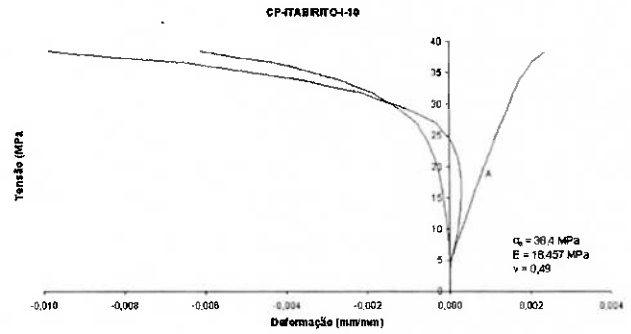


Figura 5.87 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-10

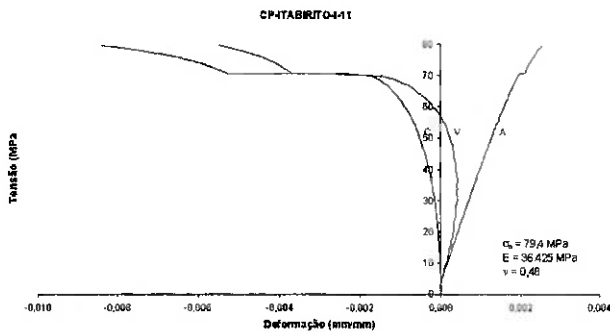


Figura 5.88 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-11

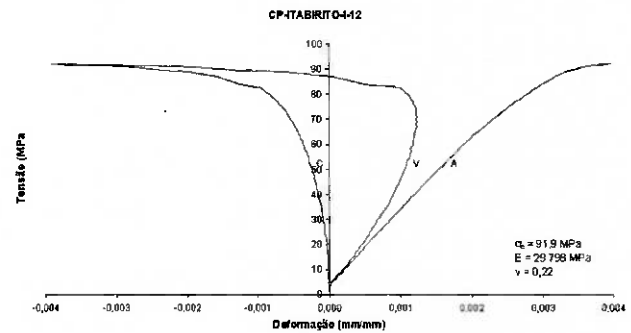


Figura 5.89 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-12

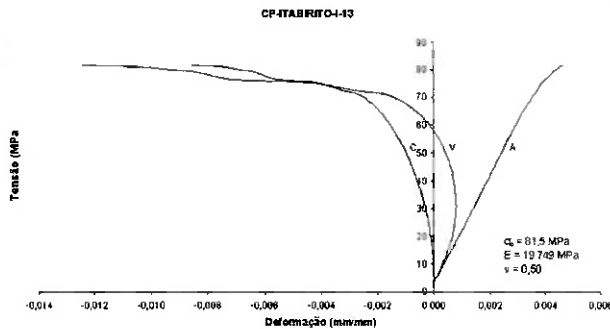


Figura 5.90 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-13

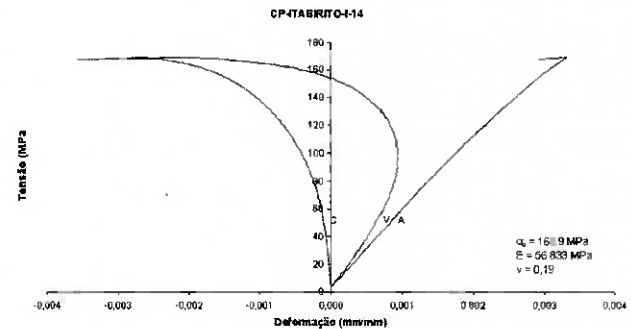


Figura 5.91 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-ITABIRITO-I-14

5.2.8. RESULTADOS DOS 6 ENSAIOS EM QUARTZITO

A seguir podemos observar a tabela com os resultados dos ensaios para cada corpo de prova e na seqüência a tabela com os índices estatísticos para os parâmetros determinados.

Tabela 5.15 - Ensaios em quartzito

Corpo de Prova		Parâmetro		
Denominação	Litologia	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
CP-QUARTZITO-I-01	Quartzito I	147,3	68.705	0,20
CP-QUARTZITO-I-02	Quartzito I	160,3	73.401	0,29
CP-QUARTZITO-I-03	Quartzito I	128,4	38.552	0,09
CP-QUARTZITO-I-04	Quartzito I	48,4	24.311	0,13
CP-QUARTZITO-I-05	Quartzito I	168,9	73.680	0,23
CP-QUARTZITO-I-06	Quartzito I	180,4	72.610	0,22

Tabela 5.16 - Índices estatísticos

Índice Estatístico	Parâmetro Mecânico		
	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
Corpos de Prova	6	6	6
Média	139,0	58.543	0,19
Intervalo de Confiança de -95 %	88,7	35.926	0,12
Intervalo de Confiança de +95 %	189,2	81.161	0,27
Mediana	153,8	70.657	0,21
Soma	833,8	351.259	1,17
Mínimo	48,4	24.311	0,09
Máximo	180,4	73.680	0,29
Quartil Inferior	128,4	38.552	0,13
Quartil Superior	168,9	73.401	0,23
Faixa de Variação Total	132,0	49.369	0,20
Faixa de Variação do Quartil	40,5	34.849	0,10
Variância	2.290,7	464.497.283	0,01
Desvio Padrão	47,9	21.552	0,07
Erro Padrão	19,5	8.799	0,03
Assimetria	-1,74	-1,12	-0,24
Erro Padrão da Assimetria	0,85	0,85	0,85
Kurtosis	3,25	-0,79	-0,75
Erro Padrão da Kurtosis	1,74	1,74	1,74

A seguir apresentamos os gráficos tensão x deformação para os ensaios realizados.

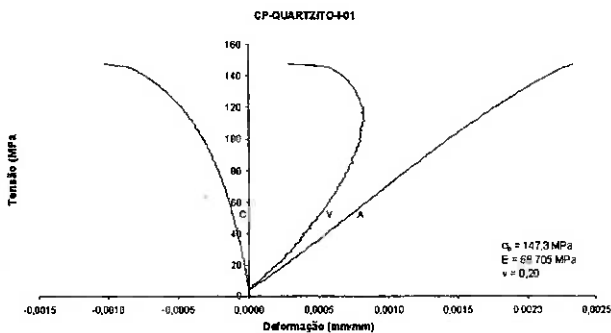


Figura 5.92 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-QUARTZITO-I-01

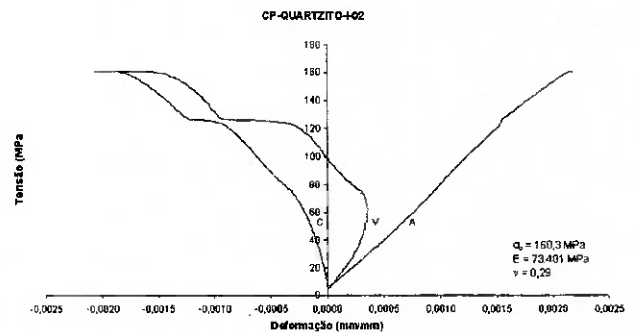


Figura 5.93 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-QUARTZITO-I-02

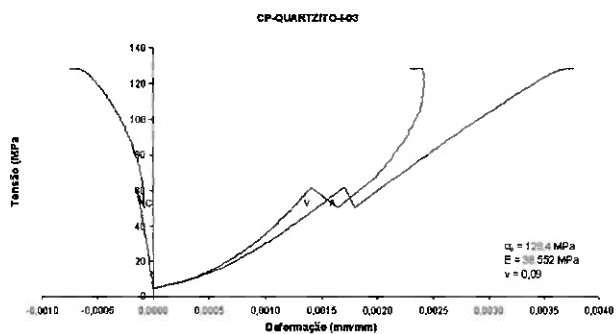


Figura 5.94 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-QUARTZITO-I-03

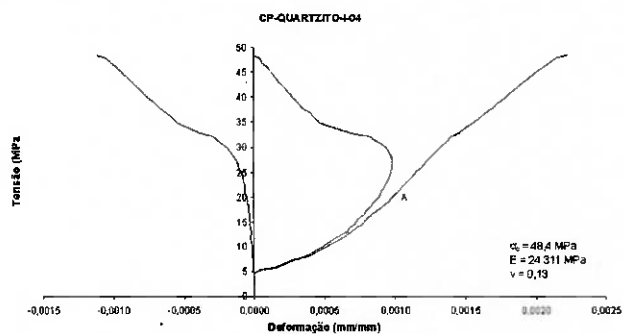


Figura 5.95 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-QUARTZITO-I-04

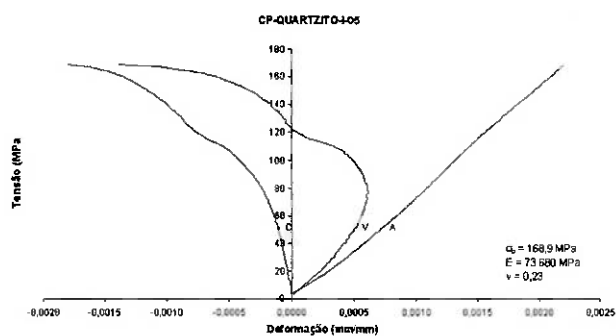


Figura 5.96 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-QUARTZITO-I-05

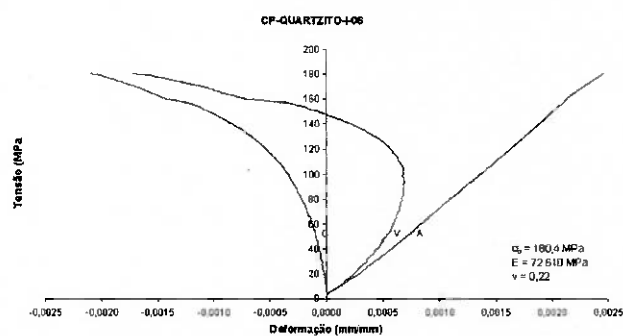


Figura 5.97 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-QUARTZITO-I-06

5.2.9. RESULTADOS DOS 17 ENSAIOS EM XISTO

A seguir podemos observar a tabela com os resultados dos ensaios para cada corpo de prova e na seqüência a tabela com os índices estatísticos para os parâmetros determinados.

Tabela 5.17 - Ensaio em xisto

Corpo de Prova		Parâmetro		
Denominação	Litologia	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
CP-XISTO-I-01	Xisto I	118,3	66.829	0,29
CP-XISTO-I-02	Xisto I	118,4	66.880	0,24
CP-XISTO-I-03	Xisto I	102,2	67.860	0,25
CP-XISTO-I-04	Xisto I	94,9	64.929	0,27
CP-XISTO-I-05	Xisto I	99,6	62.736	0,29
CP-XISTO-I-06	Xisto I	112,7	80.248	0,19
CP-XISTO-I-07	Xisto I	119,0	87.468	0,22
CP-XISTO-I-08	Xisto I	118,1	63.697	0,28
CP-XISTO-I-09	Xisto I	114,1	57.125	0,32
CP-XISTO-I-10	Xisto I	146,8	80.787	0,21
CP-XISTO-I-11	Xisto I	102,0	60.036	0,24
CP-XISTO-I-12	Xisto I	99,9	78.339	0,15
CP-XISTO-I-13	Xisto I	342,8	83.923	0,24
CP-XISTO-I-14	Xisto I	92,9	65.486	0,25
CP-XISTO-I-15	Xisto I	140,8	58.741	0,23
CP-XISTO-I-16	Xisto I	117,0	64.860	0,25
CP-XISTO-I-17	Xisto I	135,3	64.908	0,21

Tabela 5.18 - Índices estatísticos

Índice Estatístico	Parâmetro Mecânico		
	σ_c (MPa)	E (MPa)	ν
Corpos de Prova	17	17	17
Média	127,9	69.109	0,24
Intervalo de Confiança de -95 %	98,4	64.328	0,22
Intervalo de Confiança de +95 %	157,5	73.890	0,26
Mediana	117,0	65.486	0,24
Soma	2.174,9	1.174.852	4,12
Mínimo	92,9	57.125	0,15
Máximo	342,8	87.468	0,32
Quartil Inferior	102,0	63.697	0,22
Quartil Superior	119,0	78.339	0,27
Faixa de Variação Total	249,9	30.343	0,17
Faixa de Variação do Quartil	17,0	14.642	0,05
Variância	3.307,1	86.470.062	0,00
Desvio Padrão	57,5	9.299	0,04
Erro Padrão	13,9	2.255	0,01
Assimetria	3,64	0,78	-0,17
Erro Padrão da Assimetria	0,55	0,55	0,55
Kurtosis	14,15	-0,67	0,51
Erro Padrão da Kurtosis	1,06	1,06	1,06

A seguir apresentamos os gráficos tensão x deformação para os ensaios realizados.

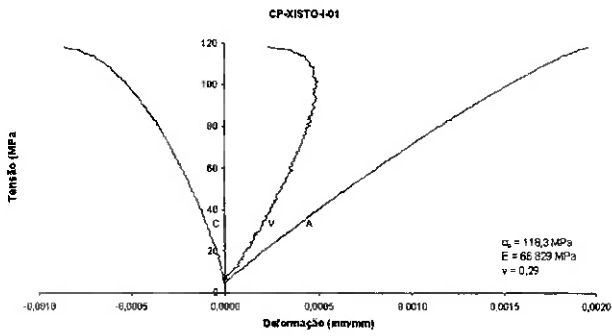


Figura 5.98 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-01

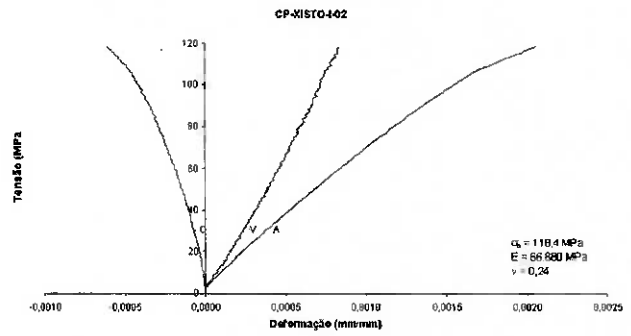


Figura 5.99 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-02

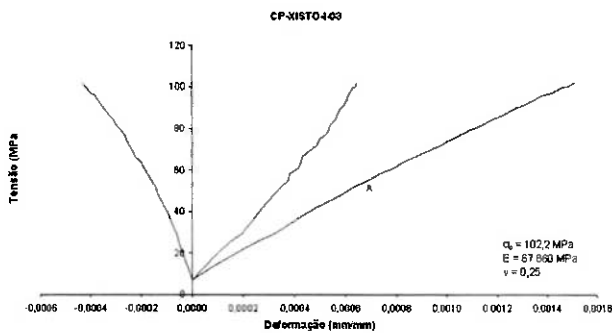


Figura 5.100 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-03

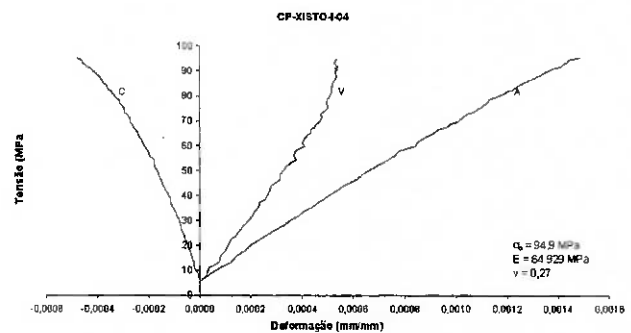


Figura 5.101 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-04

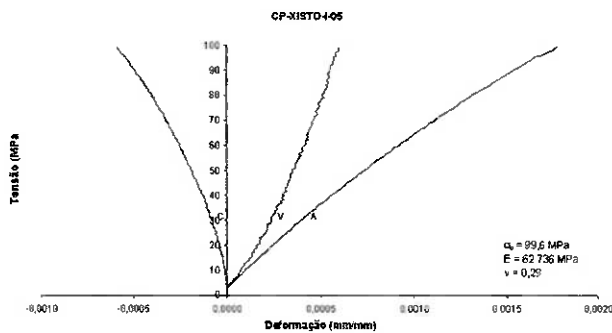


Figura 5.102 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-05

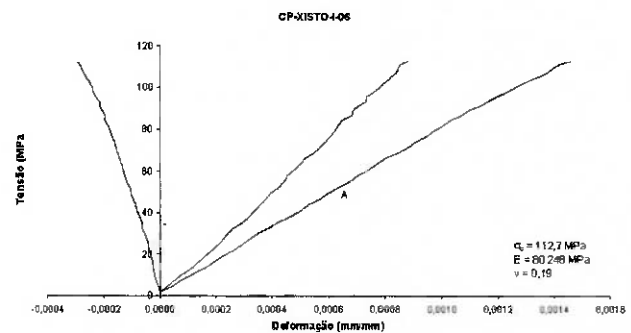


Figura 5.103 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-06

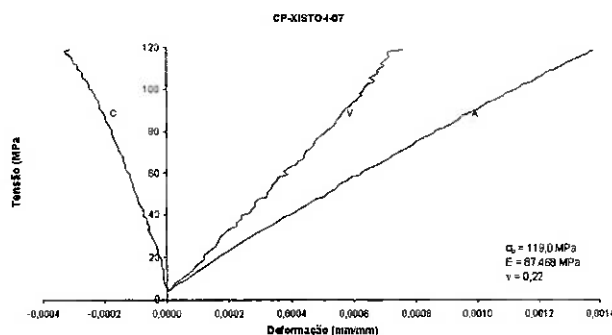


Figura 5.104 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-07

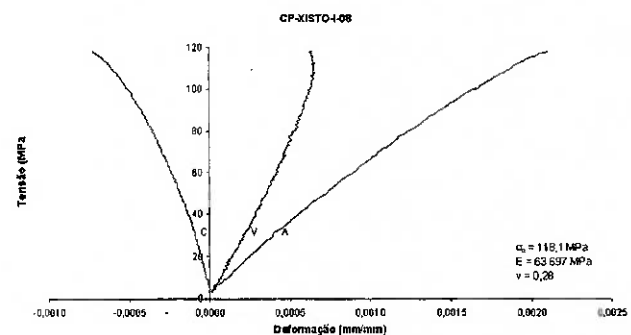


Figura 5.105 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-08

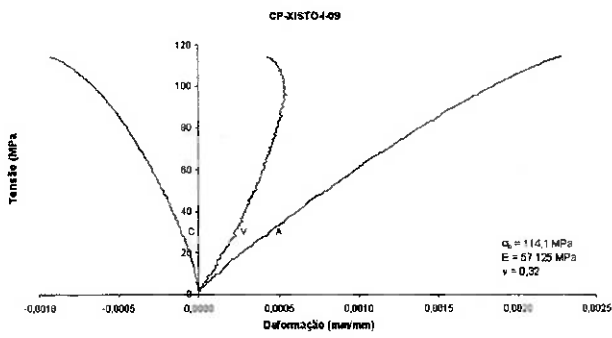


Figura 5.106 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-09

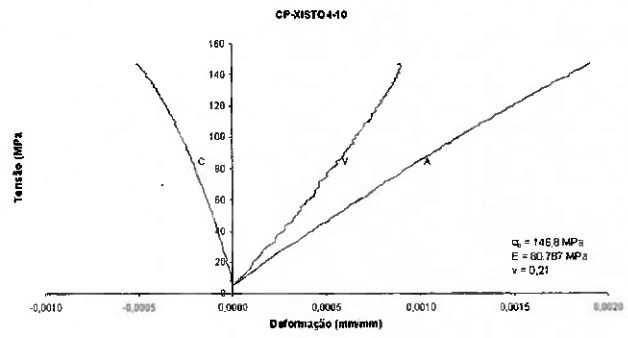


Figura 5.107 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-10

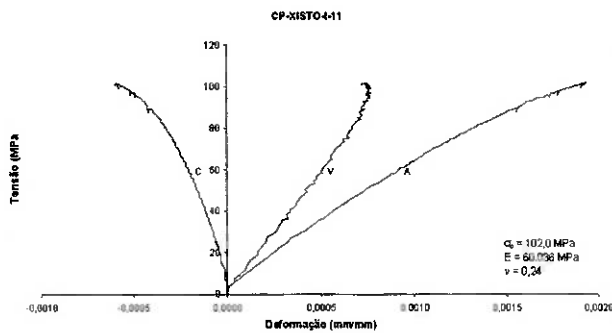


Figura 5.108 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-11

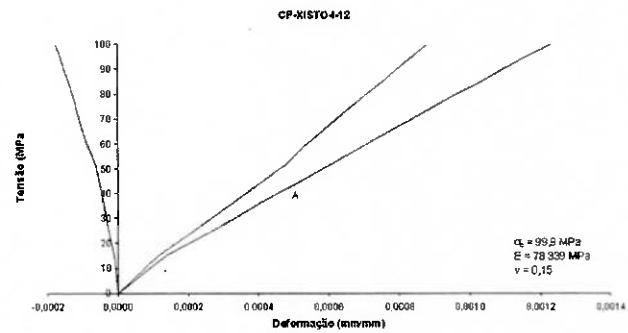


Figura 5.109 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-12

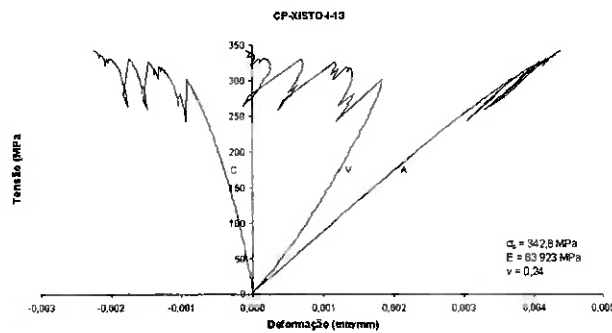


Figura 5.110 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-13

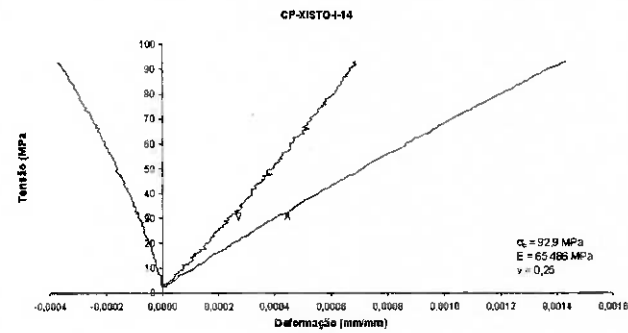


Figura 5.111 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-14

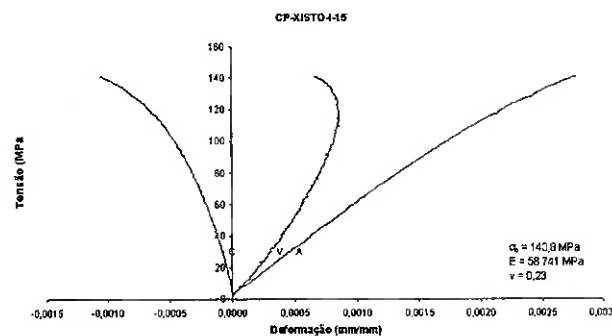


Figura 5.112 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-15

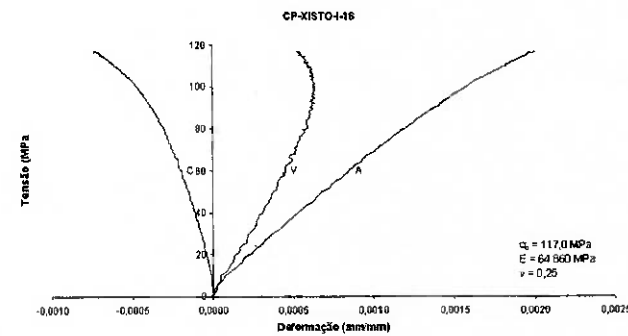


Figura 5.113 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-16

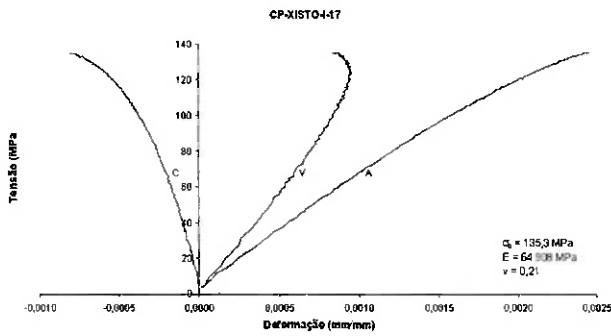


Figura 5.114 - Curvas $\sigma \times \epsilon$ para CP-XISTO-I-17

5.2.10. COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS DOS ENSAIOS PARA TODAS AS LITOLOGIAS

Na seqüência apresentamos gráficos comparativos entre as 9 litologias, para os 3 parâmetros mecânicos determinados. Os gráficos exibem valores mínimos e máximos, região compreendida entre 25 % e 75 % das ocorrências e a mediana.

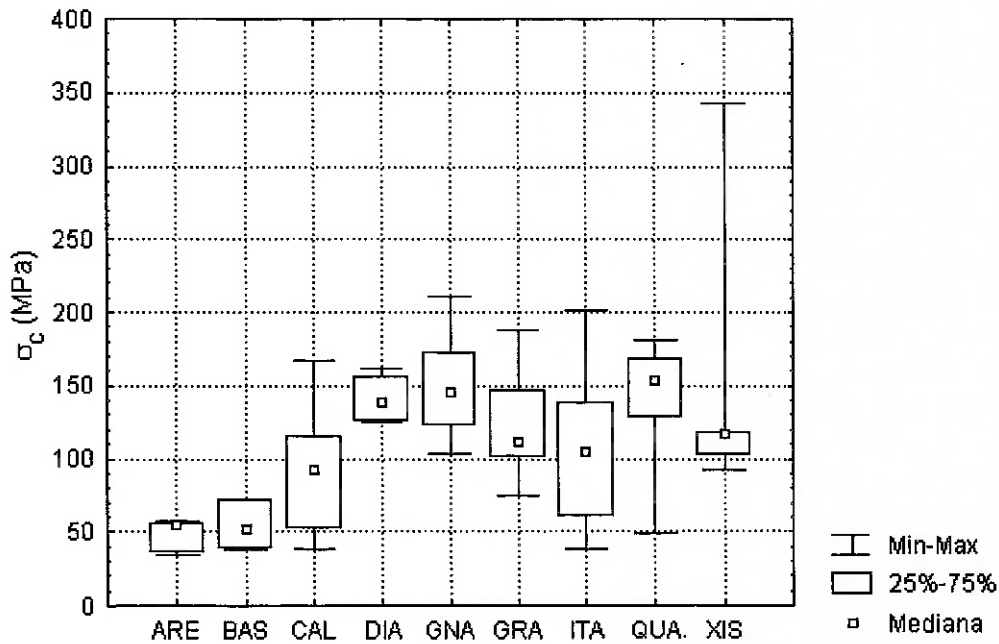


Figura 5.115 - Distribuição dos resultados de σ_c para todas as litologias

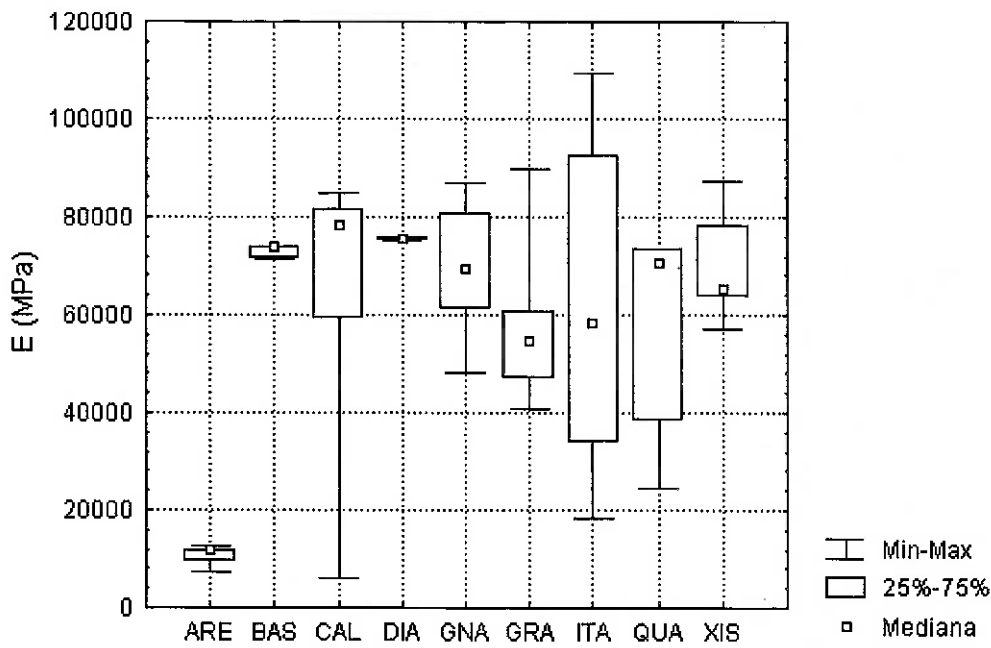


Figura 5.116 - Distribuição dos resultados de E para todas as litologias

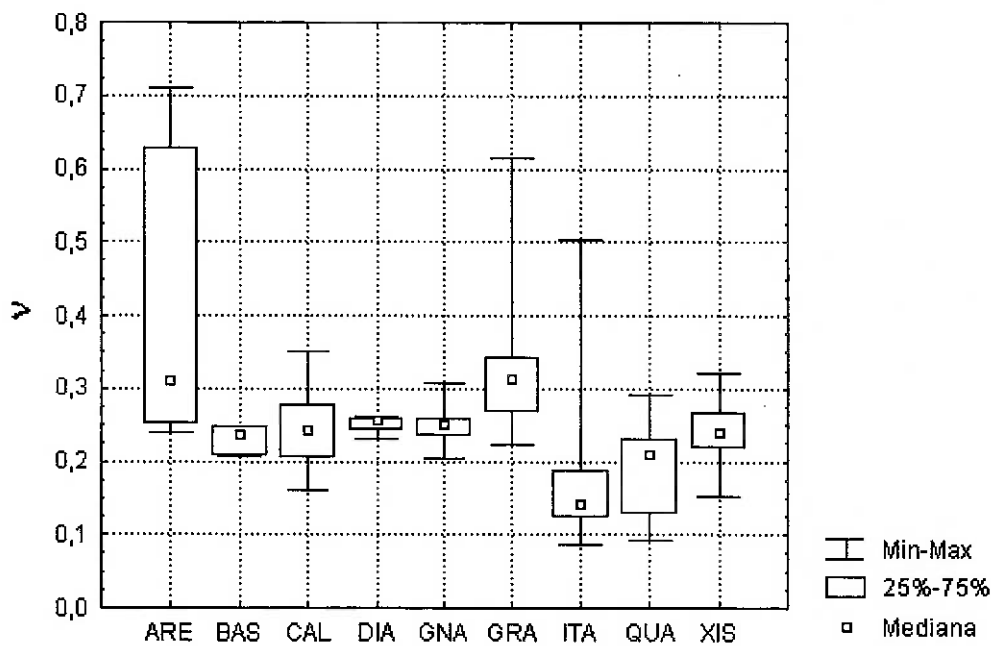


Figura 5.117 - Distribuição dos resultados de v para todas as litologias

5.2.11. DISTRIBUIÇÃO DOS RESULTADOS DOS PARÂMETROS MECÂNICOS PARA OS 104 ENSAIOS

Na seqüência apresentamos gráficos com a distribuição das freqüências dos resultados obtidos para os 3 parâmetros mecânicos determinados nos 104 ensaios realizados. Observamos que as 3 distribuições de freqüência se assemelham a distribuições normais, assegurando a confiabilidade estatística dos resultados.

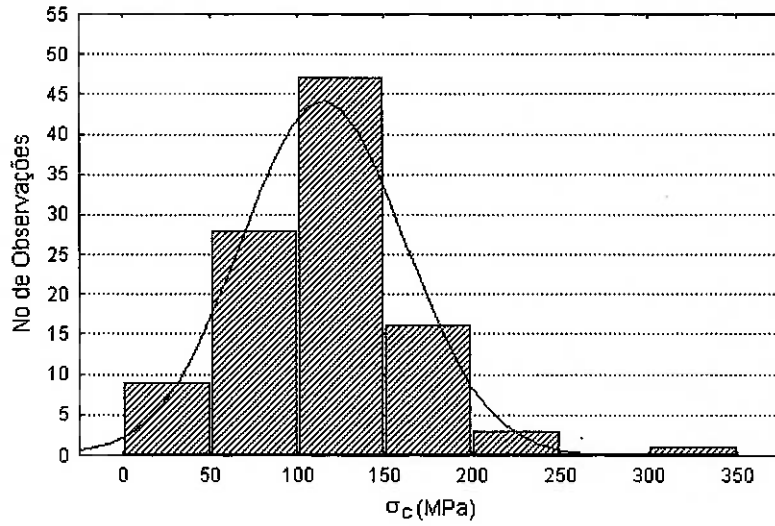


Figura 5.118 - Distribuição de frequência dos resultados de σ_c para todos os ensaios

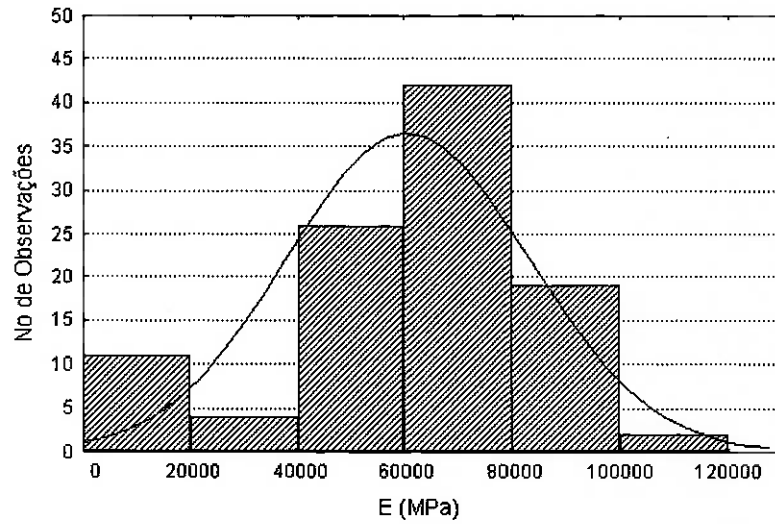


Figura 5.119 - Distribuição de frequência dos resultados de E para todos os ensaios

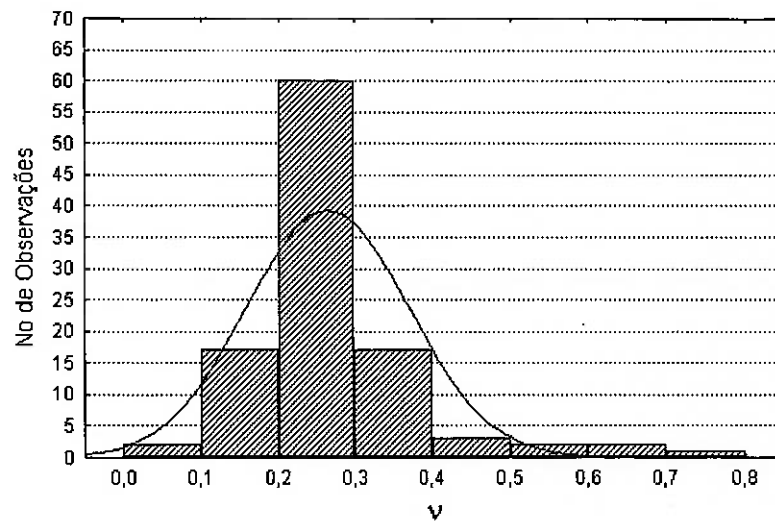


Figura 5.120 - Distribuição de frequência dos resultados de ν para todos os ensaios

5.3. PESQUISAS REALIZADAS

O raciocínio utilizado no procedimento para a obtenção de um modelo matemático do comportamento mecânico de um material é a lógica indutiva. Esta foi introduzida na pesquisa das ciências naturais na primeira metade do século XVII por Francis Bacon e consiste em observar o fenômeno relacionando as situações em que está presente, ausente e sua intensidade. A seguir identificam-se os parâmetros que modificam o fenômeno e as relações de dependência entre eles. E finalmente uma lei geral a respeito do fenômeno é induzida.

As RNA's utilizam o mesmo processo da lógica indutiva. Se uma RNA for treinada com dados de ensaios de um determinado material, a RNA poderá encontrar uma relação de dependência entre as variáveis presentes nos ensaios. A RNA será induzida pelas informações presentes nos dados de ensaios a encontrar uma regra da mesma forma que um pesquisador agindo conforme o processo convencional.

Com dados incompletos tanto o processo convencional como a RNA são induzidos a modelos pouco confiáveis e ambos os processos podem melhorar seus modelos com informações complementares. O número de dados para treinamento será o maior conjunto de dados disponível a respeito do material. Novas informações devem sempre ser incluídas como dados de treinamento para gerar modelos mais completos.

Assim, as pesquisas realizadas compreenderam a identificação de parâmetros mecânicos a partir de dados de ensaios, bem como o desenvolvimento de uma metodologia para a representação matemática do comportamento mecânico das rochas para ensaios de compressão uniaxial, compressão triaxial com fase de pós-ruptura e ensaios de fluência.

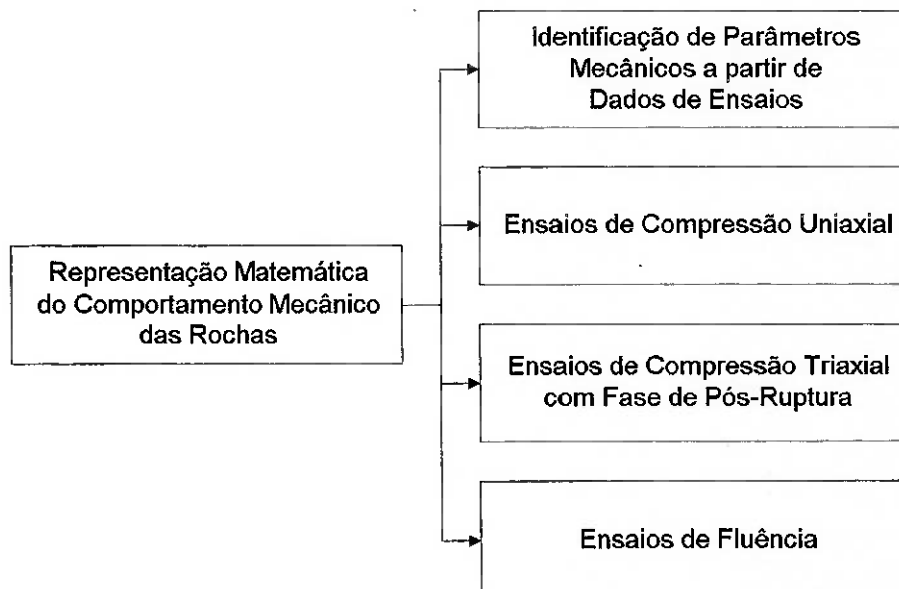


Figura 5.121 - Pesquisas realizadas

6. UTILIZAÇÃO DE RNA'S NA IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MECÂNICOS A PARTIR DE DADOS DE ENSAIOS EM ROCHA

O objetivo desta etapa inicial da pesquisa é verificar a adequação do uso das RNA's à caracterização do comportamento mecânico das rochas, através da utilização de sua capacidade de identificação de padrões. O problema em questão é o da identificação dos parâmetros característicos do comportamento mecânico em ensaios sobre corpos de prova de rocha, onde a partir da apresentação de dados tensão x deformação obtidos em ensaio de compressão uniaxial a RNA deve determinar a resistência à compressão uniaxial, σ_c , o módulo de elasticidade, E e o coeficiente de Poisson, ν .

Esta aplicação se diferencia de um simples cálculo dos parâmetros através de suas definições usuais, na medida em que uma RNA treinada para este objetivo determina os valores numéricos dos parâmetros a partir de aspectos como: amplitude, inclinação e regiões de menor ou maior variação das curvas tensão x deformação.

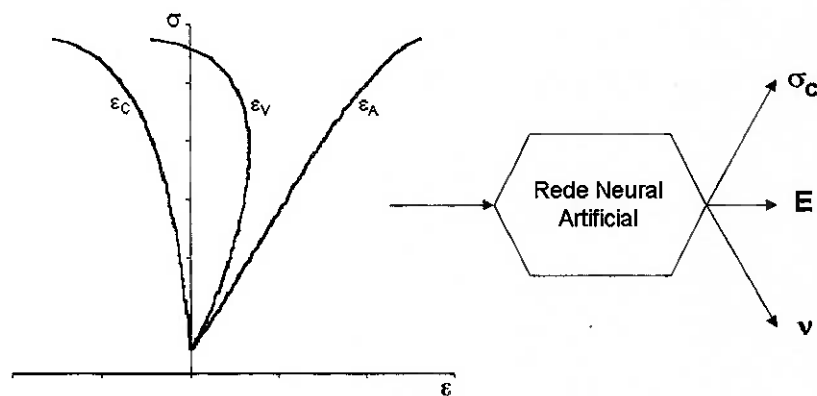


Figura 6.1 - Processo de identificação de parâmetros mecânicos

O problema do treinamento é garantir a capacidade de generalização de uma RNA. Como já discutido, o treinamento supervisionado é baseado numa medida de erro obtida da diferença entre o vetor de saída calculado pela RNA e o vetor de saída do par de treinamento. Os pesos são ajustados até que o erro atinja um valor aceitável definido pelo pesquisador. O que se deve evitar é que a RNA aproxime o resultado correto de um vetor de saída somente para um vetor de entrada que fez parte do conjunto de treinamento. A solução é utilizar um conjunto de dados de teste para verificar a precisão e a capacidade de generalização da RNA.

É consenso que o conjunto de dados de treinamento deve representar estatisticamente o domínio do problema. Considerando-se o conjunto de dados de treinamento como sendo um espaço N -dimensional, com N o número de vetores de treinamento, a probabilidade de se escolher aleatoriamente um vetor do conjunto de treinamento de um determinado volume deverá ser a mesma de se escolher um vetor de todo o domínio do problema neste mesmo volume. Os conjuntos de dados de treinamento e de testes devem ser obtidos aleatoriamente.

Para que a RNA possa realizar sua tarefa é necessário que esta seja previamente treinada com dados de ensaios sobre corpos de prova de rocha e seus respectivos resultados. Nesta pesquisa foram utilizados os seguintes conjuntos de dados:

1. Dados de ensaios realizados em 104 corpos de prova de 9 tipos litológicos (arenito, basalto, calcário, diabásio, gnaiss, granito, itabirito, quartzito e xisto).
2. Dados de ensaios realizados em 26 corpos de prova de granito.
3. Dados de ensaios realizados em 19 corpos de prova de calcário.

No caso 1 comparamos os valores esperados com os obtidos através da RNA treinada, utilizando dados do próprio conjunto de treinamento e dados de um conjunto de teste. Para os casos 2 e 3 é apresentada apenas a comparação feita com os dados do conjunto de teste.

Na figura que segue podemos observar os diferentes casos de treinamento e de comparação.

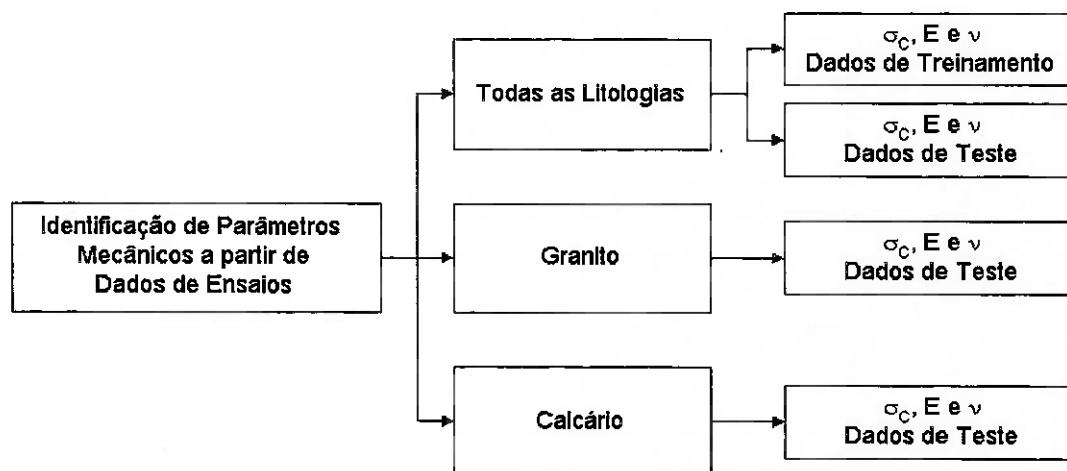


Figura 6.2 - Casos de treinamento e de comparação

6.1. ARQUITETURA DA RNA E PROCESSO DE TREINAMENTO

A RNA utilizada foi do tipo multicamadas para frente de 3 camadas com 50 elementos de processamento na camada de entrada, 40 na camada oculta e 3 na camada de saída. A implementação foi feita em computador utilizando o programa NeuroSolutions versão 3.0 produzido pela NeuroDimension Inc., que é um sistema dedicado ao desenvolvimento de aplicações baseadas em RNA's, que combina uma interface de projeto de RNA's modular, baseada em ícones, com uma implementação de procedimentos de aprendizagem avançados.

A rede foi treinada através do algoritmo de retropropagação de erros, utilizando funções de transferência do tipo sigmóide. O processo de treinamento foi conduzido acompanhando-se a evolução da somatória do erro quadrático para o conjunto de dados de treinamento e para um conjunto de dados de validação. A RNA foi treinada até que o erro calculado sobre o conjunto de validação inverteu a tendência de queda e passou a crescer. Neste momento o erro calculado sobre o conjunto de treinamento era da ordem de 0,0005. Posteriormente o desempenho da RNA foi observado utilizando-se os dados do conjunto de teste.

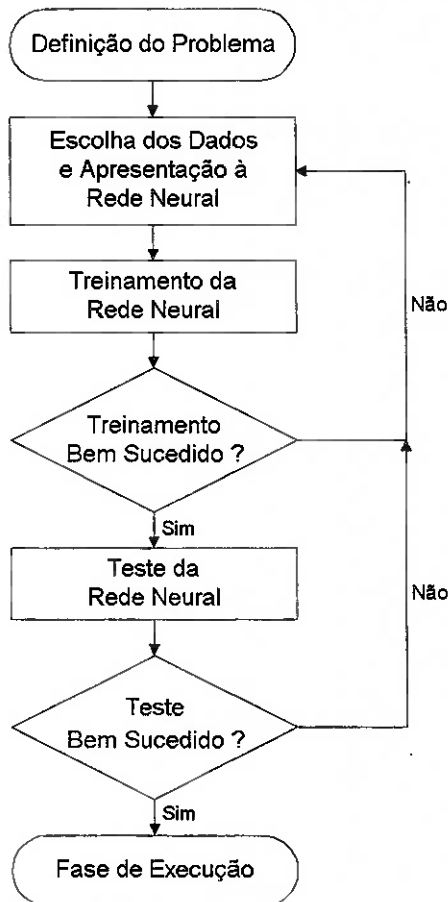


Figura 6.3 - Processo de treinamento da RNA

6.2. IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MECÂNICOS A PARTIR DE DADOS DE ENSAIOS EM TODAS AS LITOLOGIAS

A seguir apresentamos uma comparação entre os resultados obtidos através de uma RNA treinada com dados dos 9 tipos litológicos e os resultados esperados para 5 corpos de prova escolhidos aleatoriamente no próprio conjunto de treinamento.

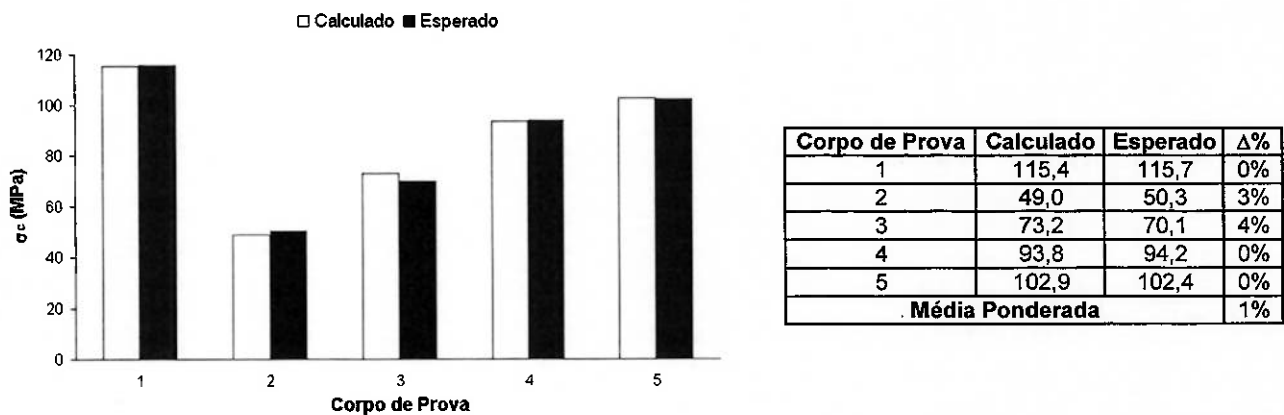
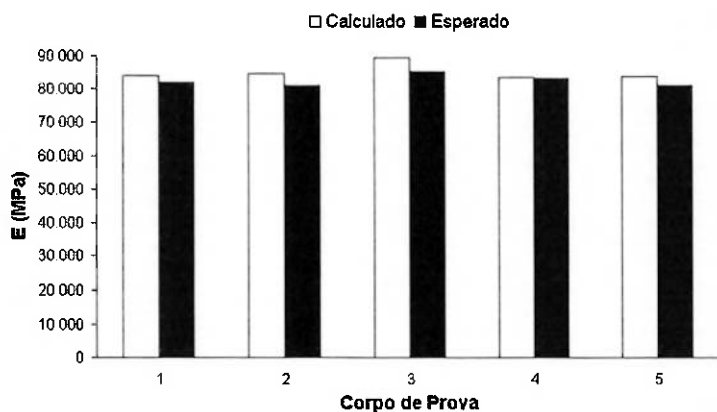
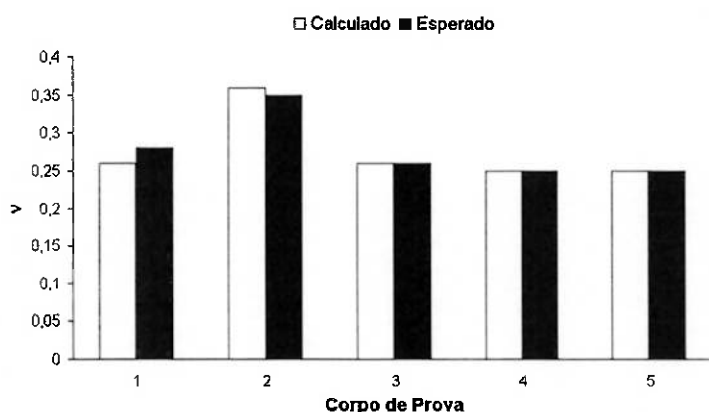


Figura 6.4 - Comparação entre os valores esperados de σ_c e os calculados através da RNA



Corpo de Prova	Calculados	Esperados	$\Delta\%$
1	84.137	82.122	2%
2	84.624	81.021	4%
3	89.524	85.054	5%
4	83.554	83.081	1%
5	83.684	80.782	4%
Média Ponderada			3%

Figura 6.5 - Comparação entre os valores esperados de E e os calculados através da RNA

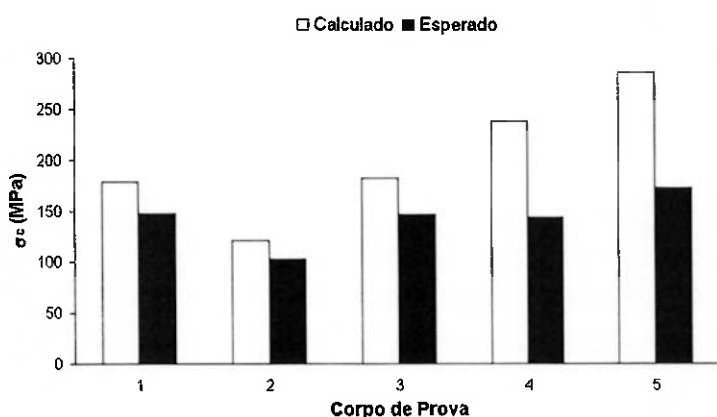


Corpo de Prova	Calculados	Esperados	$\Delta\%$
1	0,26	0,28	7%
2	0,36	0,35	3%
3	0,26	0,26	0%
4	0,25	0,25	0%
5	0,25	0,25	0%
Média Ponderada			2%

Figura 6.6 - Comparação entre os valores esperados de ν e os calculados através da RNA

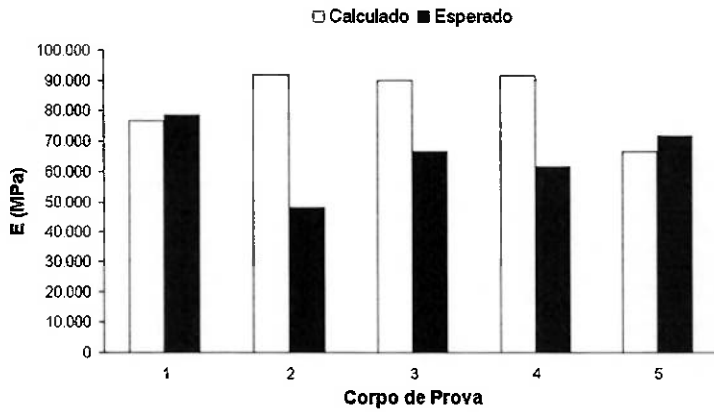
Os resultados obtidos foram, como era de se esperar, muito bons, apresentando um desvio percentual médio (ponderado em relação aos valores esperados) máximo de 3 %.

A seguir apresentamos uma comparação entre os resultados calculados através da RNA treinada com dados dos 9 tipos litológicos e os resultados esperados para 5 corpos de prova pertencentes ao conjunto de teste (dados não conhecidos pela RNA).



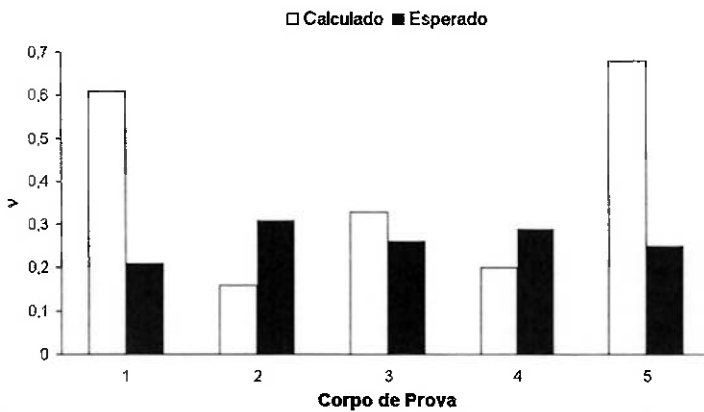
Corpo de Prova	Calculados	Esperados	$\Delta\%$
1	178,4	147,6	21%
2	121,5	103,1	18%
3	182,9	146,4	25%
4	238,8	144,3	65%
5	286,8	173	66%
Média Ponderada			41%

Figura 6.7 - Comparação entre os valores esperados de σ_c e os calculados através da RNA



Corpo de Prova	Calculado	Esperado	$\Delta\%$
1	76.550	78.595	3%
2	91.880	48.049	91%
3	90.000	66.688	35%
4	91.491	61.511	49%
5	66.587	71.764	7%
Média Ponderada			32%

Figura 6.8 - Comparação entre os valores esperados de E e os calculados através da RNA



Corpo de Prova	Calculado	Esperado	$\Delta\%$
1	0,61	0,21	190%
2	0,16	0,31	48%
3	0,33	0,26	27%
4	0,2	0,29	31%
5	0,68	0,25	172%
Média Ponderada			86%

Figura 6.9 - Comparação entre os valores esperados de ν e os calculados através da RNA

Os resultados obtidos não foram satisfatórios. Tal fato, está relacionado à diversidade de litologias empregadas no treinamento, já que as características das curvas tensão x deformação podem variar bastante de litologia para litologia, prejudicando a capacidade de generalização da RNA.

A solução para este problema é individualizar o treinamento de RNA's para litologias específicas, onde o comportamento mecânico da rocha guarda relações de semelhança de ensaio para ensaio.

6.3. IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MECÂNICOS A PARTIR DE DADOS DE ENSAIOS EM GRANITO

A seguir apresentamos uma comparação entre os resultados calculados através de uma RNA treinada com dados de ensaios realizados exclusivamente em granito e os resultados esperados para 5 corpos de prova pertencentes ao conjunto de teste.

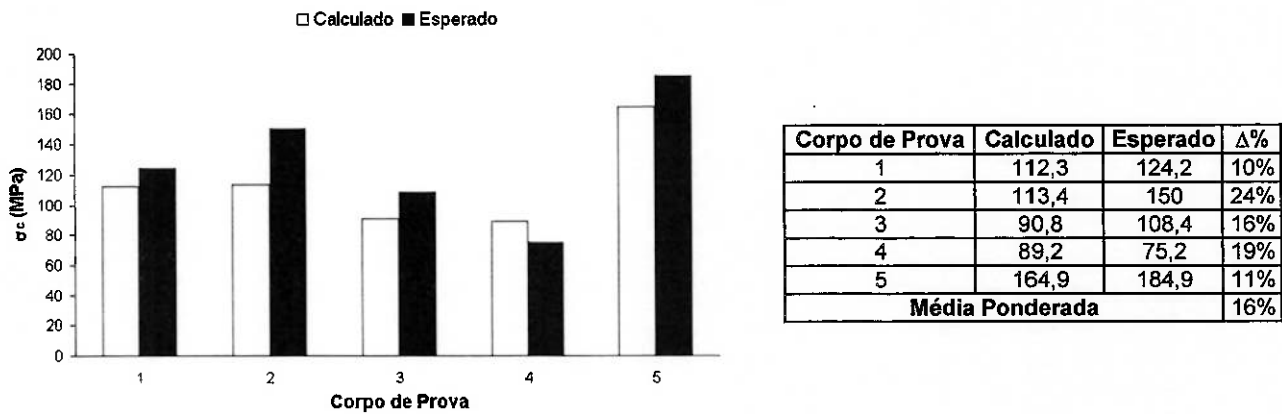


Figura 6.10 - Comparação entre os valores esperados de σ_c e os calculados através da RNA

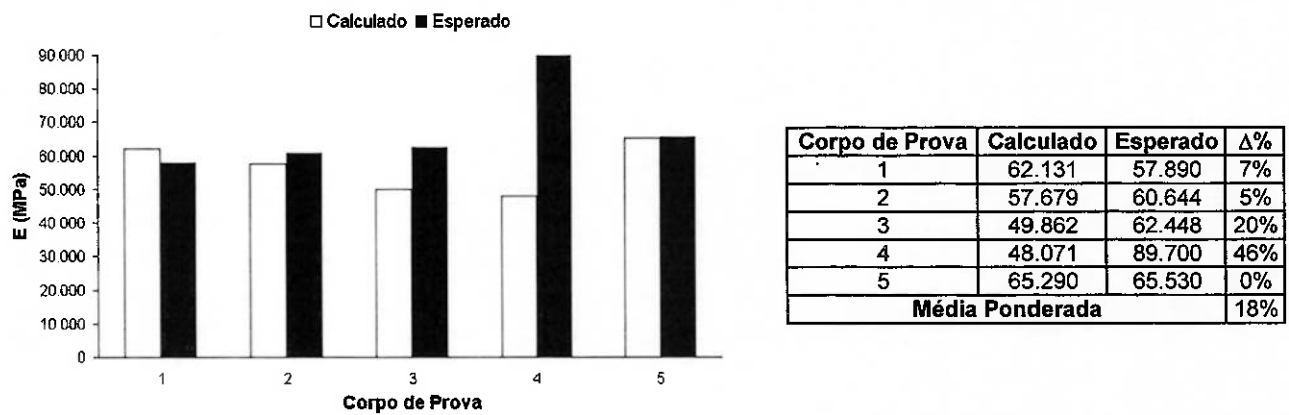


Figura 6.11 - Comparação entre os valores esperados de E e os calculados através da RNA

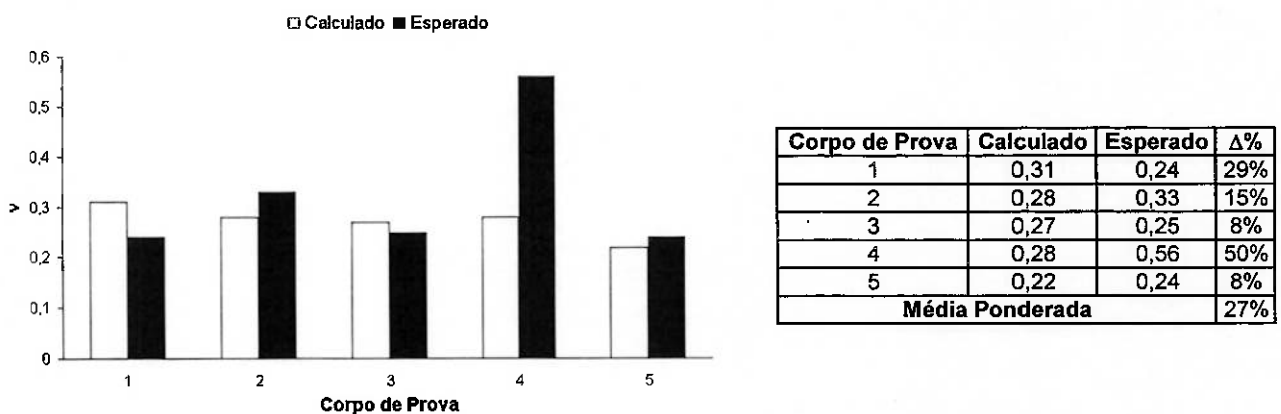


Figura 6.12 - Comparação entre os valores esperados de ν e os calculados através da RNA

Neste caso o desvio percentual médio obtido variou na faixa de 16 % a 27 %.

6.4. IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MECÂNICOS A PARTIR DE DADOS DE ENSAIOS EM CALCÁRIO

A seguir apresentamos uma comparação entre os resultados calculados através de uma RNA treinada com dados de ensaios realizados exclusivamente em calcário e os resultados esperados para 5 corpos de prova pertencentes ao conjunto de teste.

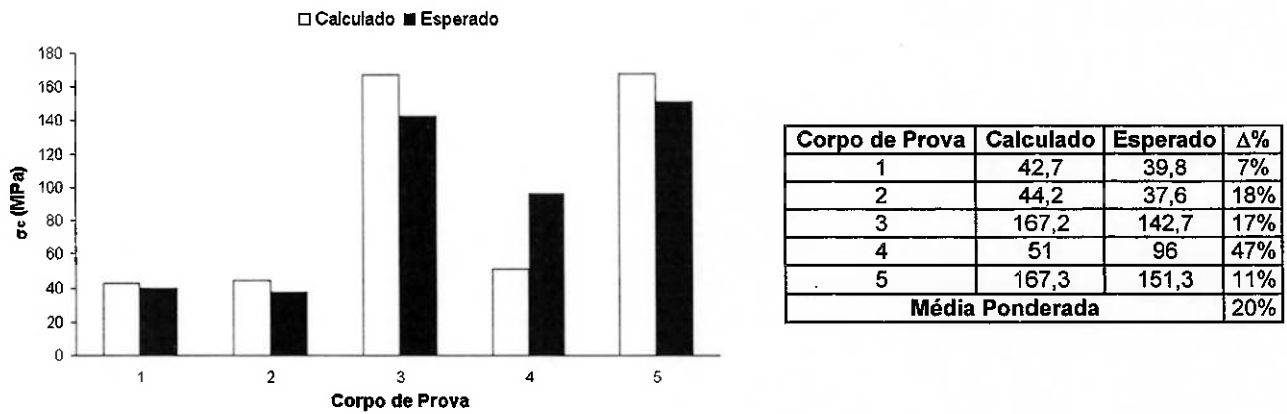
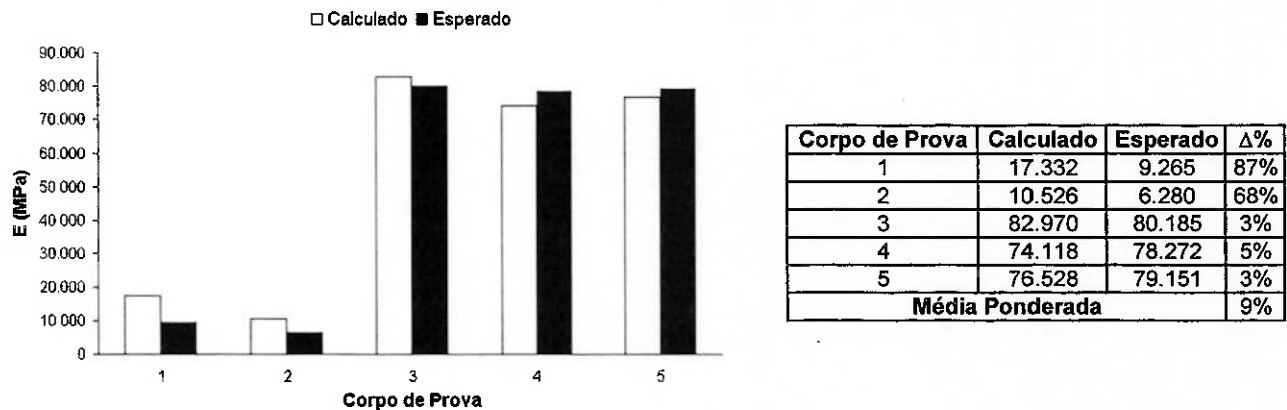
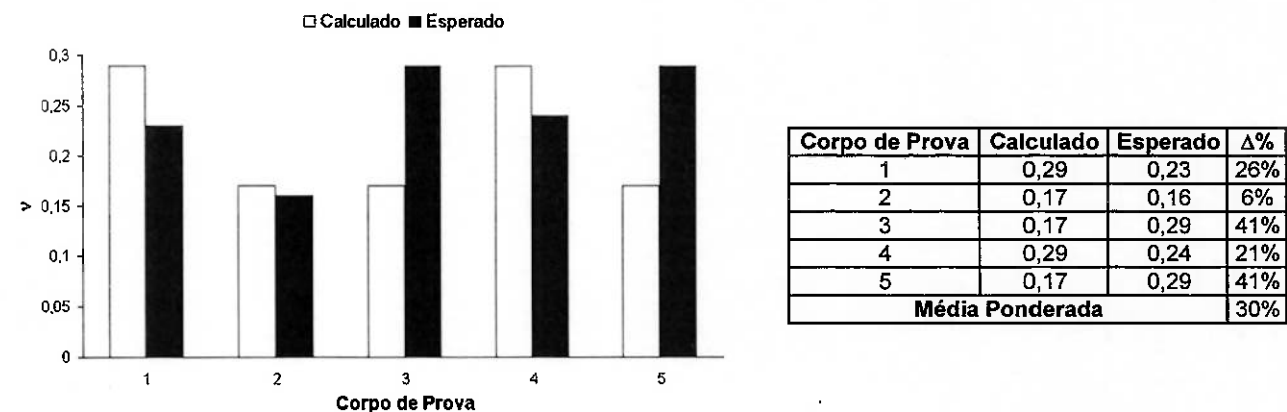

 Figura 6.13 - Comparação entre os valores esperados de σ_c e os calculados através da RNA


Figura 6.14 - Comparação entre os valores esperados de E e os calculados através da RNA


 Figura 6.15 - Comparação entre os valores esperados de ν e os calculados através da RNA

Neste caso o desvio percentual médio obtido variou na faixa de 9 % a 30 %.

6.5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados obtidos com as RNA's treinadas a partir de conjuntos de dados de ensaios realizados sobre amostras de mesma litologia (granito e calcário), mostram resultados satisfatórios (especialmente para σ_c e E, e considerando-se a própria variabilidade natural dos resultados de ensaios em rocha), atestando a possibilidade da utilização das RNA's na identificação dos

parâmetros mecânicos das rochas. Note-se que melhores resultados podem ser obtidos a partir da ampliação da base de dados utilizada para cada tipo litológico com a incorporação de resultados de novos ensaios.

7. USO DE RNA'S NA REPRESENTAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO A PARTIR DE ENSAIOS DE COMPRESSÃO UNIAXIAL

Nesta etapa da pesquisa buscamos desenvolver uma metodologia que forneça uma alternativa à utilização dos modelos constitutivos tradicionais, ou seja, a representação matemática do comportamento mecânico das rochas através de RNA's.

Por intermédio desta metodologia uma RNA poderá ser treinada para se constituir em um análogo matemático do material rochoso, ou seja, alimentando o valor da tensão aplicada à RNA, esta fornecerá as deformações correspondentes, como mostrado na figura a seguir.

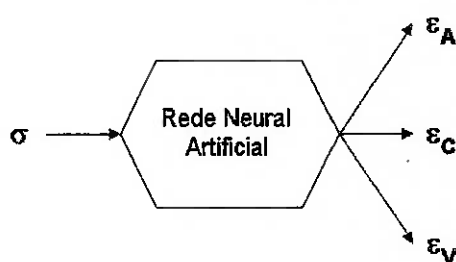


Figura 7.1 - Metodologia empregada

A pesquisa foi desenvolvida em três etapas. Na primeira etapa foram analisadas as condições de treinamento de RNA's para a representação matemática do comportamento mecânico das rochas, na segunda etapa foi proposta uma metodologia para a determinação do comportamento mecânico médio através da síntese dos resultados de vários ensaios realizados sobre uma mesma litologia, e na terceira etapa estabelecemos uma comparação entre a utilização de modelos constitutivos elástico e elastoplástico e a metodologia proposta.

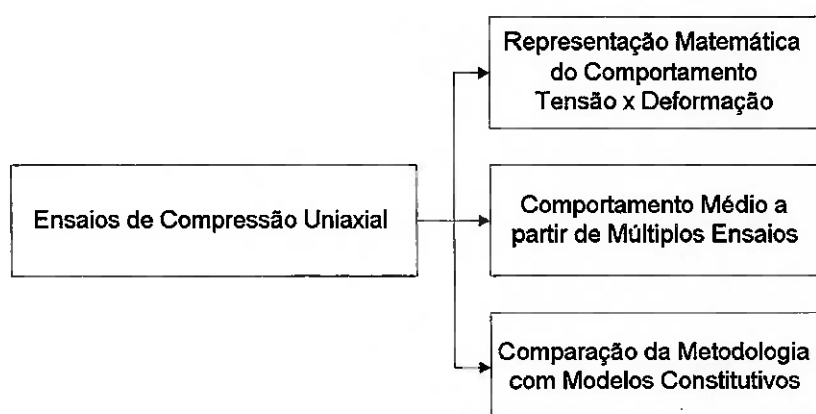


Figura 7.2 - Pesquisas realizadas em ensaios de compressão uniaxial

7.1. ARQUITETURA DA RNA E PROCESSO DE TREINAMENTO

O comportamento de um material pode ser representado como uma função, ou seja, uma regra de variação de um parâmetro com a variação de outros. Assim, para rochas no caso uniaxial uma função que mostra a variação das deformações com a variação da tensão descreve o

comportamento do material e se constitui em um modelo do material. Um modelo mais complexo pode ser, por exemplo, uma relação que estabeleça a deformação em função do tempo, tensão e temperatura. Todos os modelos de materiais são traduzidos em funções mais ou menos complexas. A dificuldade no desenvolvimento de modelos de materiais está na definição destas funções.

Todos os paradigmas de RNA's desempenham a mesma tarefa: recebem um vetor de entrada e executam uma transformação neste vetor gerando um vetor de saída. Em outras palavras, as RNA's estabelecem a relação entre os parâmetros de entrada e de saída.

As RNA's adequadas para representar rochas devem ter a capacidade de representar funções. O conhecimento necessário sobre o funcionamento das RNA's para a aplicação diz respeito à essa capacidade. É conhecido que as RNA's multicamadas para frente são aproximadores universais. Estes tipos de RNA's podem aproximar qualquer função com o grau de precisão desejado.

Nesta pesquisa uma RNA foi utilizada para representar a função que relaciona as deformações axial, ε_A ; circunferencial, ε_C , e volumétrica, ε_V , com a tensão aplicada, σ . A RNA tem a tensão como entrada e as 3 deformações como saídas. A RNA utilizada é do tipo multicamadas para frente de 3 camadas com 1 elemento de processamento na camada de entrada, 20 na camada oculta e 3 na camada de saída. A RNA foi treinada através do algoritmo de retropropagação do erro, utilizando funções de transferência do tipo sigmóide. O processo de treinamento foi conduzido acompanhando-se a evolução do erro para o conjunto de dados de treinamento e para um conjunto de dados de validação.

A metodologia foi aplicada em amostras de três litologias diferentes: granito, arenito e itabirito. Para o granito o processo de treinamento foi conduzido em 5 etapas até que a somatória do erro quadrático sobre o conjunto de treinamento fosse menor que 0,01; 0,05; 0,01; 0,005 e 0,0005 a fim de se observar como a RNA converge para os resultados desejados durante o treinamento. Para o arenito e o itabirito o processo de treinamento foi conduzido em uma única etapa até que a somatória do erro quadrático fosse da ordem de 0,0005.

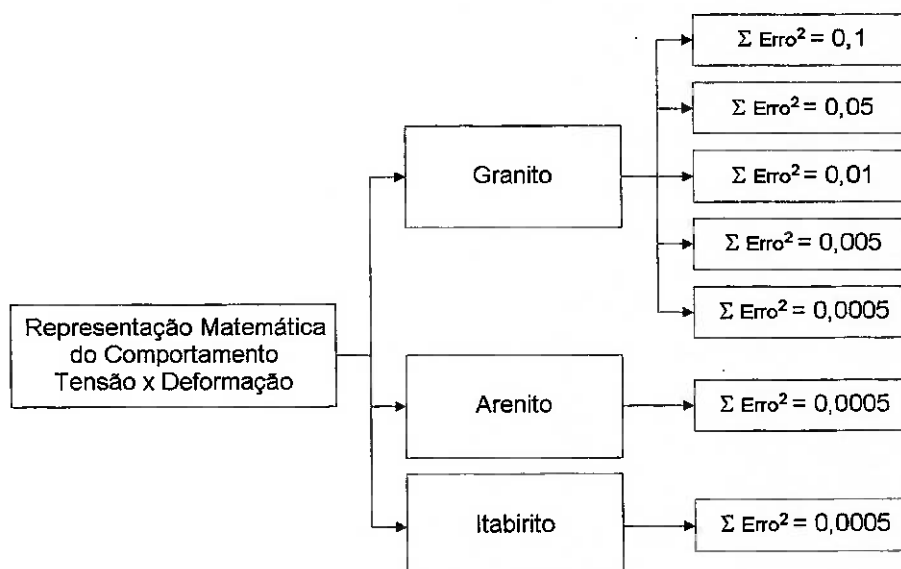


Figura 7.3 - Treinamento de RNA's para diferentes litologias

7.2. REPRESENTAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO A PARTIR DE DADOS DE ENSAIOS EM GRANITO

A seguir podemos observar como evolui o processo de treinamento da RNA utilizada na representação matemática do comportamento mecânico de granito no caso uniaxial em regime de carregamento monotônico.

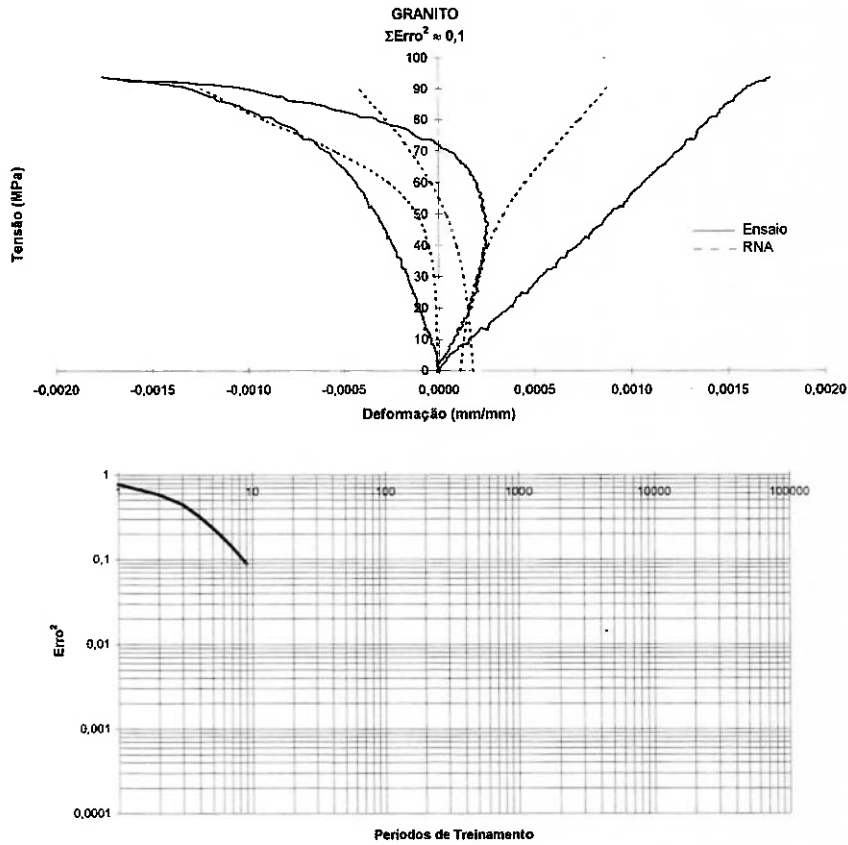


Figura 7.4 - Treinamento até $\Sigma \text{Erro}^2 = 0,1$

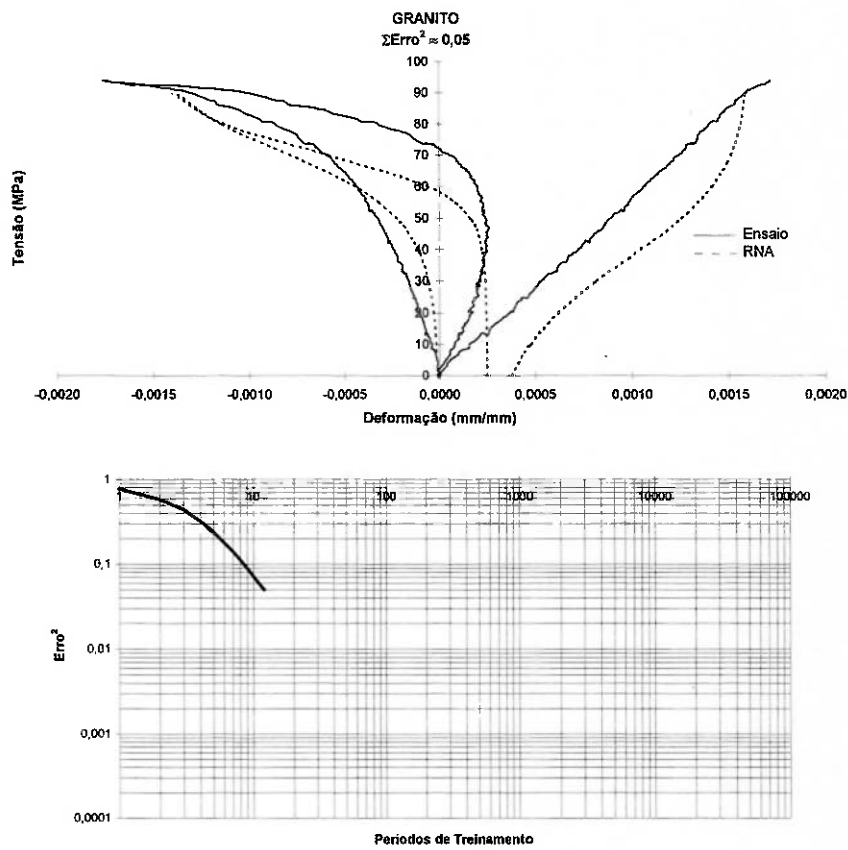


Figura 7.5 - Treinamento até $\Sigma \text{Erro}^2 = 0,05$

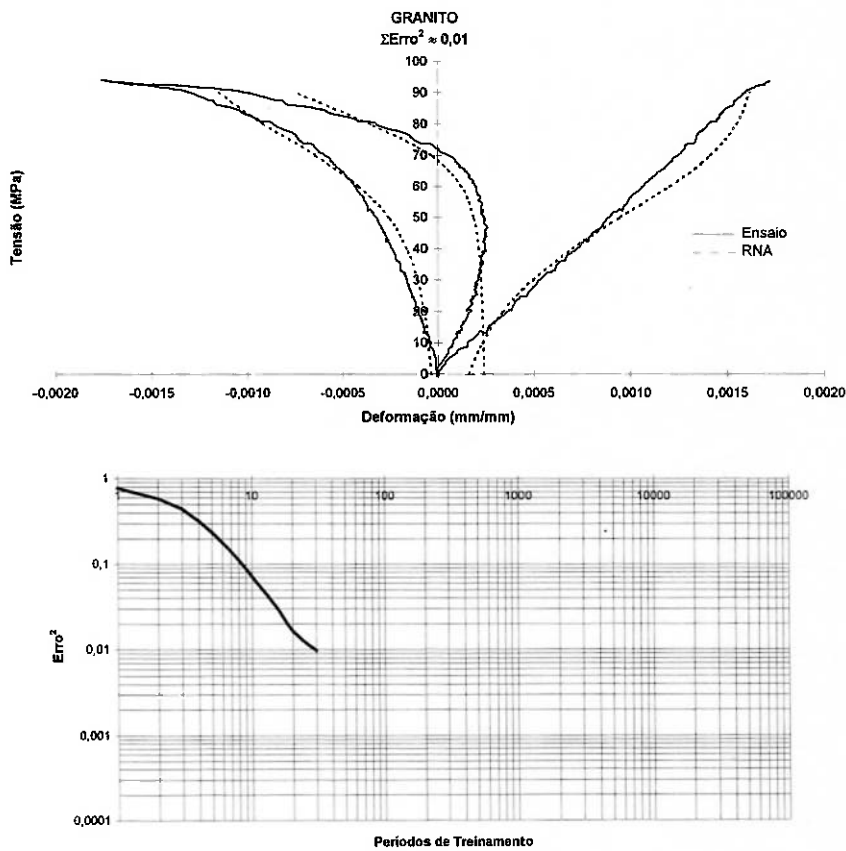


Figura 7.6 - Treinamento até $\Sigma \text{Erro}^2 = 0,01$

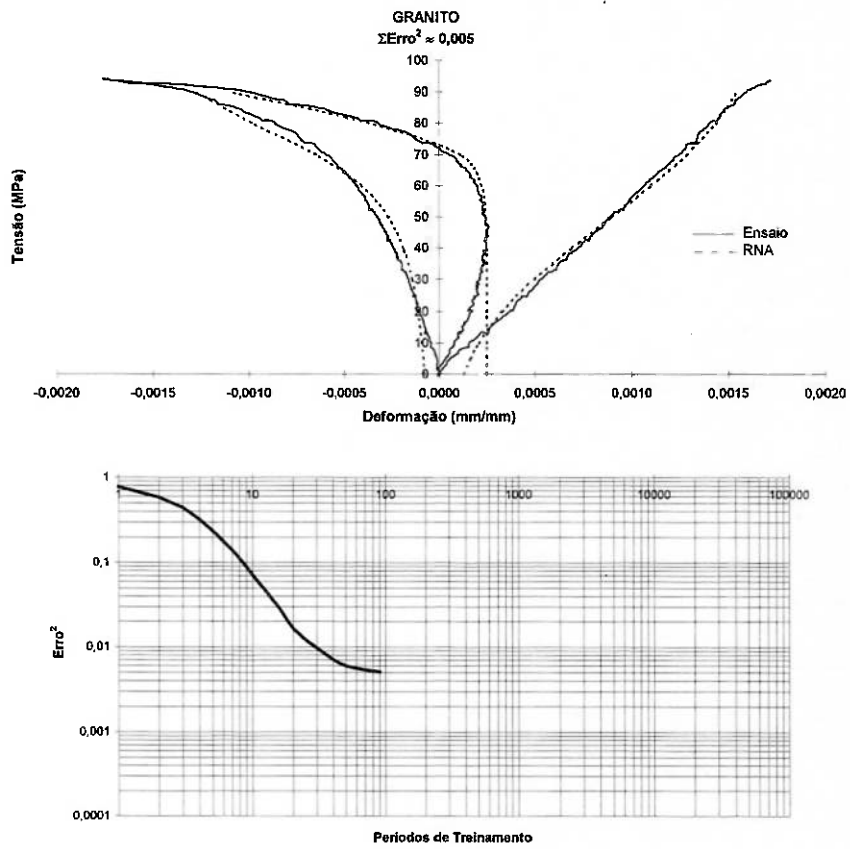


Figura 7.7 - Treinamento até $\Sigma \text{Erro}^2 = 0,005$

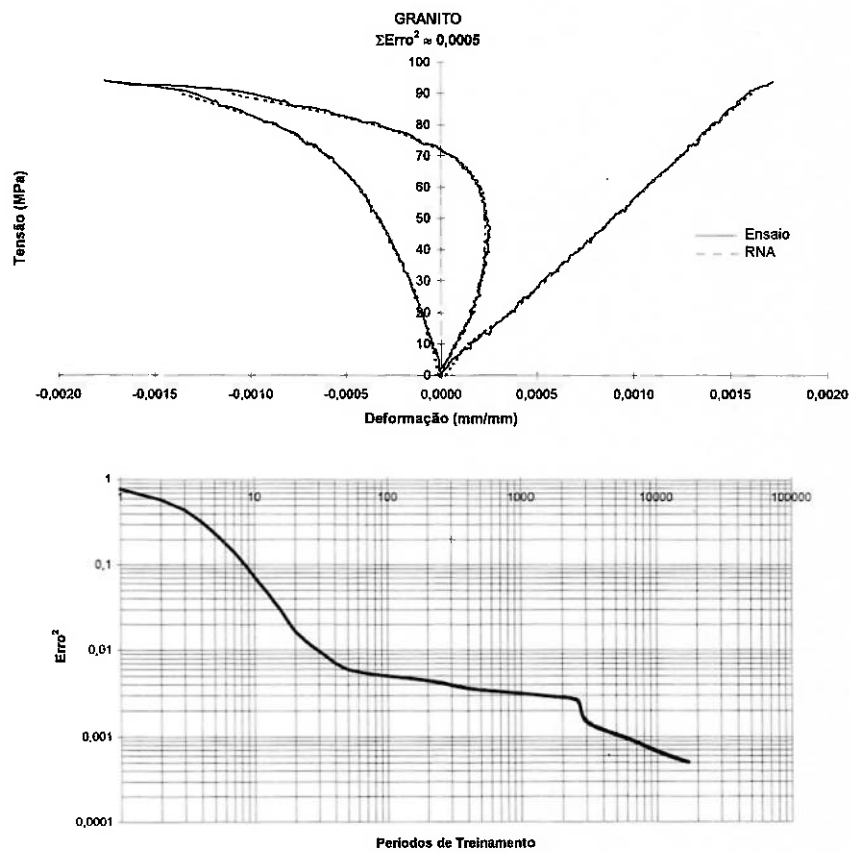


Figura 7.8 - Treinamento até $\Sigma \text{Erro}^2 = 0,0005$

Ao fim do processo de treinamento observamos que a RNA aprendeu com boa precisão o relacionamento entre a tensão aplicada e as deformações resultantes para esta litologia.

7.3. REPRESENTAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO A PARTIR DE DADOS DE ENSAIOS EM ARENITO

A seguir podemos observar o processo de treinamento da RNA utilizada na representação matemática do comportamento mecânico de arenito no caso uniaxial em regime de carregamento monotônico.

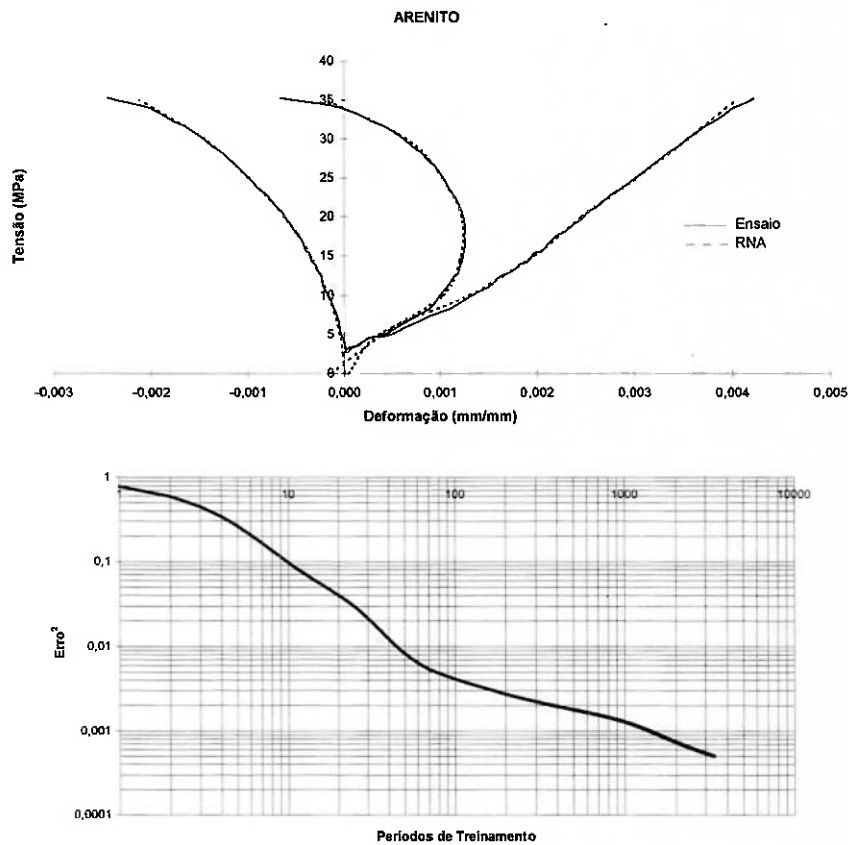


Figura 7.9 - Treinamento até $\Sigma \text{Erro}^2 = 0,0005$

Para esta litologia observamos que o treinamento novamente foi bem sucedido e a RNA aprendeu com boa precisão o relacionamento entre a tensão aplicada e as deformações resultantes.

7.4. REPRESENTAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO A PARTIR DE DADOS DE ENSAIOS EM ITABIRITO

A seguir podemos observar o processo de treinamento da RNA utilizada na representação matemática do comportamento mecânico de itabirito no caso uniaxial em regime de carregamento monotônico.

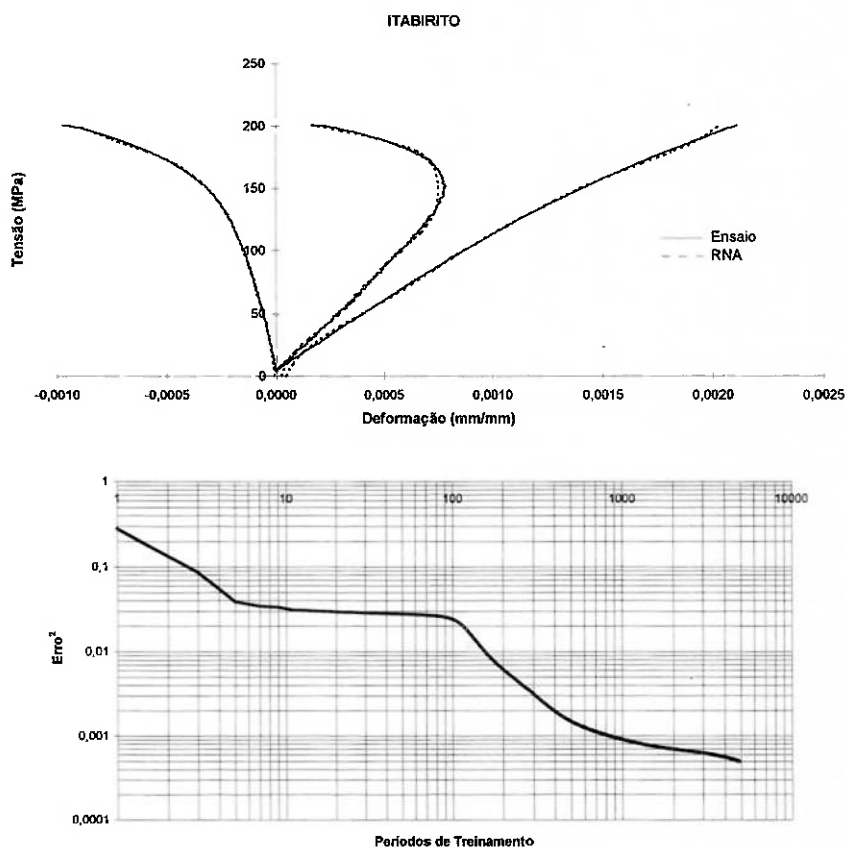


Figura 7.10 - Treinamento até $\Sigma \text{Erro}^2 = 0,0005$

Também para esta litologia o treinamento foi bem sucedido e a RNA aprendeu com boa precisão o relacionamento entre a tensão aplicada e as deformações resultantes.

A evolução dos valores de erros para os conjuntos de treinamento e de validação permaneceu equivalente ao longo do processo de treinamento das três litologias indicando que não ocorreu perda de generalidade, ou seja, a RNA não “decorou” os dados do conjunto de treinamento.

7.5. METODOLOGIA PARA A REPRESENTAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO MÉDIO A PARTIR DE MÚLTIPLOS ENSAIOS

Os maciços rochosos são eminentemente heterogêneos, desta forma a caracterização de seu comportamento mecânico e a determinação do valor numérico de seus parâmetros deve ser realizada sobre corpos de prova obtidos através de um trabalho de amostragem e setorização do maciço. Para fins de determinação dos parâmetros mecânicos de uma litologia em particular, a ISRM - “International Society of Rock Mechanics” (Sociedade Internacional de Mecânica de Rochas) recomenda a realização de um mínimo de 5 ensaios (BROWN, 1981).

Desta forma a metodologia proposta não pode se basear na utilização de dados de apenas um único ensaio. A RNA deve ser treinada com dados de múltiplos ensaios de forma a capturar seu comportamento médio.

Ensaio realizados em corpos de prova diferentes mas pertencentes ao mesmo material rochoso apresentam curvas tensão x deformação com andamento semelhante, apesar de uma possível variação na amplitude das variáveis σ , ϵ_A , ϵ_C e ϵ_V . Assim sendo, não é possível efetuar-se uma média direta das curvas, pois obteríamos uma distorção na curva resultante como mostra a figura a seguir.

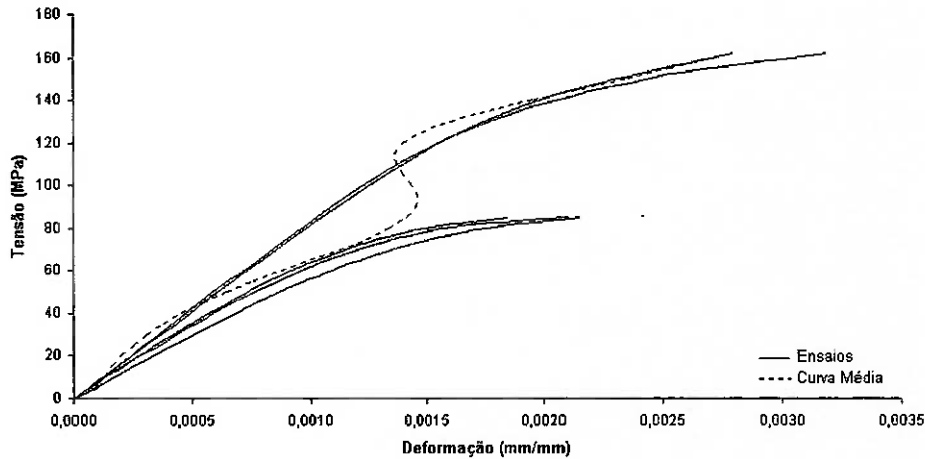


Figura 7.11 - Dificuldade na determinação da curva média $\sigma \times \epsilon_A$

Dessa forma para a aplicação da metodologia descrita anteriormente deve-se proceder o treinamento da RNA utilizando-se os dados de vários ensaios realizados sobre a mesma rocha, procedendo-se previamente a uma normalização das curvas tensão x deformação. O processo de normalização consiste na aplicação de uma transformação linear que converte os valores máximos de cada variável (σ , ϵ_A , ϵ_C , ϵ_V) ao valor 1, ficando assim preservado o andamento das curvas tensão x deformação, característico de cada litologia e evitando-se distorções na determinação da curva média.

Após o treinamento da RNA e a determinação das curvas médias normalizadas aplica-se uma transformação linear inversa, restituindo-se as curvas médias $\sigma \times \epsilon_A$, $\sigma \times \epsilon_C$ e $\sigma \times \epsilon_V$ através de um processo de denormalização. O processo completo é ilustrado na figura que segue.

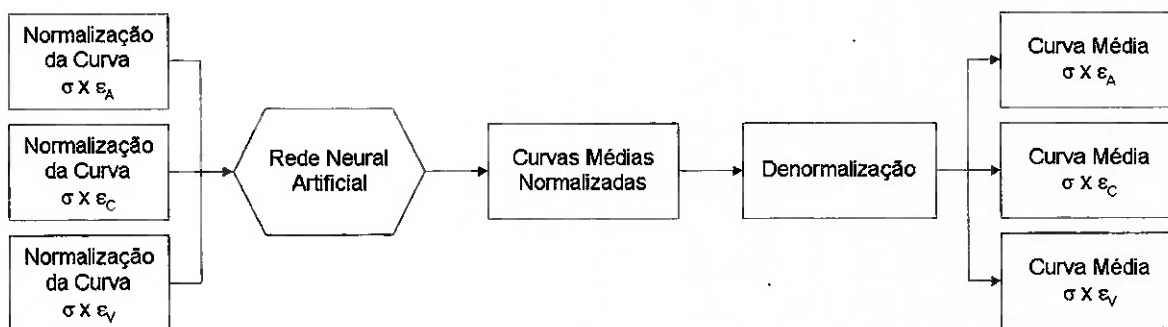


Figura 7.12 - Metodologia empregada

Para a aplicação prática da metodologia utilizamos os dados de 5 ensaios realizados sobre calcário, os corpos de prova são: CP-CALCARIO-II-01, CP-CALCARIO-II-02, CP-CALCARIO-II-03, CP-CALCARIO-II-04 e CP-CALCARIO-II-05. Na figura que segue, vemos os 5 conjuntos de curvas

tensão x deformação.

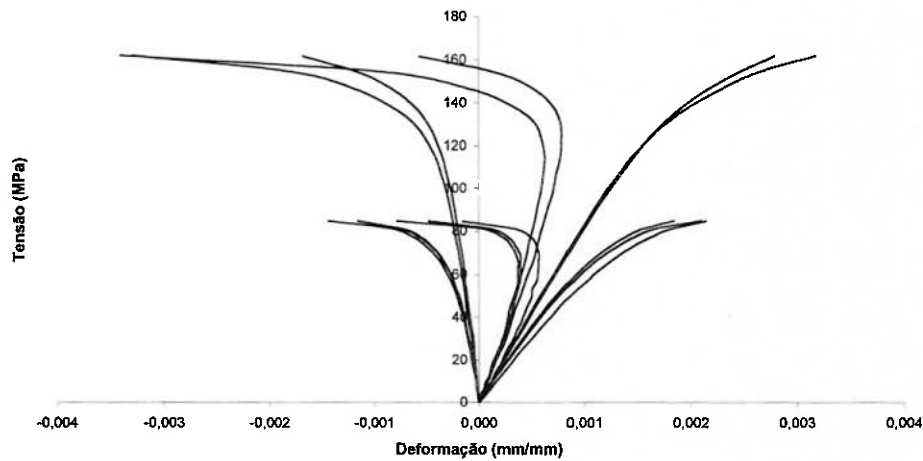


Figura 7.13 - Curvas tensão x deformação para 5 ensaios

Para cada um dos 3 grupos de curvas, $\sigma \times \epsilon_A$, $\sigma \times \epsilon_C$ e $\sigma \times \epsilon_V$, foi aplicado o processo de normalização e determinada a curva média através do treinamento de uma RNA e posteriormente realizada a denormalização. Os resultados são apresentados na seqüência.

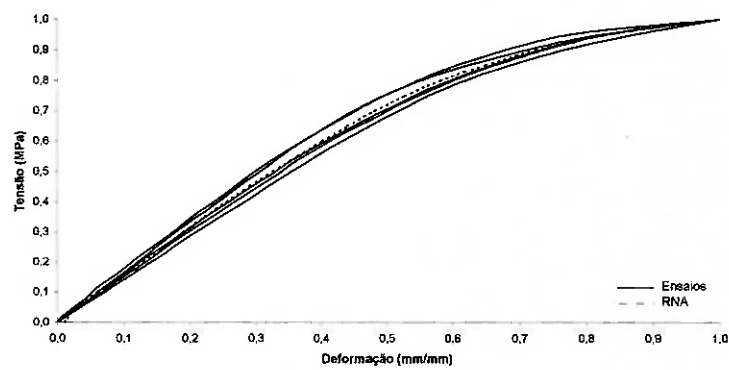


Figura 7.14 - Curvas $\sigma \times \epsilon_A$ normalizadas e curva média obtida através da RNA

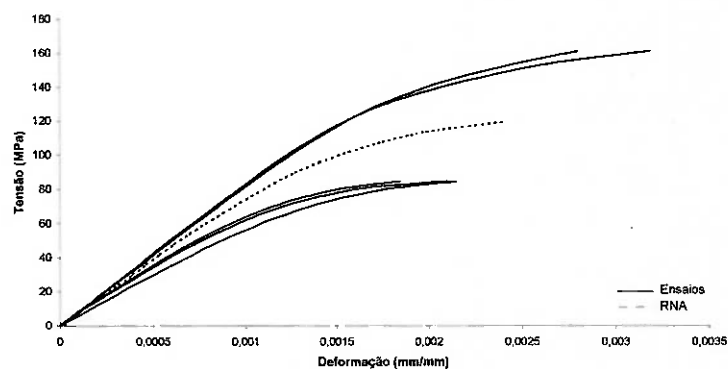


Figura 7.15 - Curvas $\sigma \times \epsilon_A$ denormalizadas

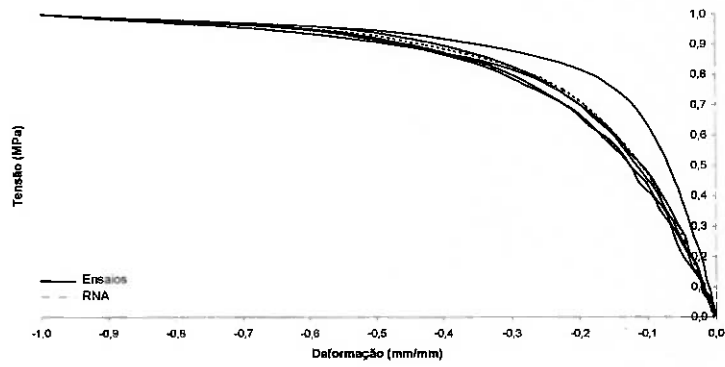


Figura 7.16 - Curvas $\sigma \times \epsilon_c$ normalizadas e curva média obtida através da RNA

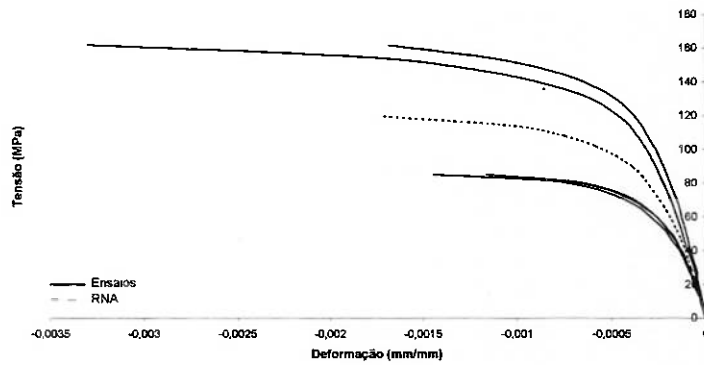


Figura 7.17 - Curvas $\sigma \times \epsilon_c$ denormalizadas

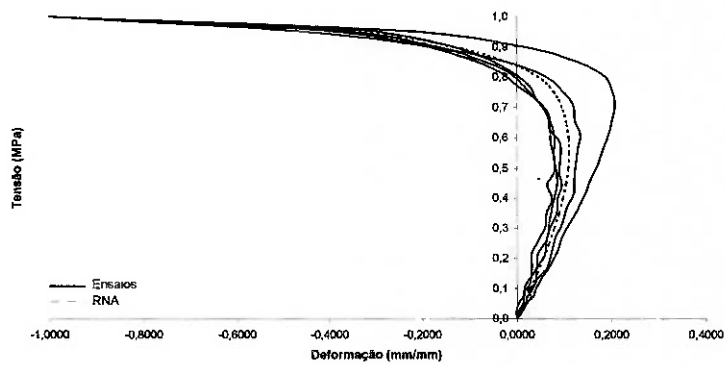


Figura 7.18 - Curvas $\sigma \times \epsilon_v$ normalizadas e curva média obtida através da RNA

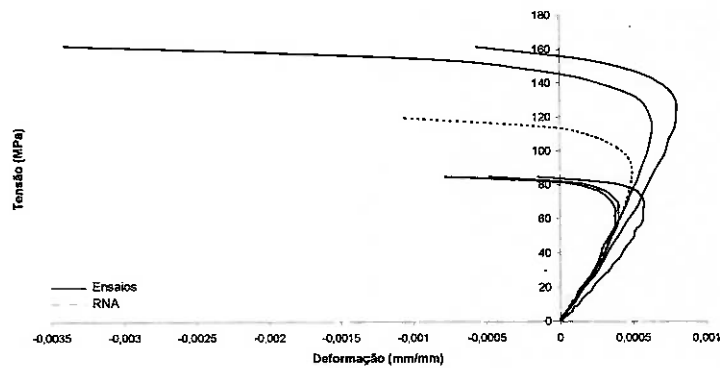


Figura 7.19 - Curvas $\sigma \times \epsilon_v$ denormalizadas

A seguir apresentamos as curvas dos 5 ensaios e as curvas médias que representarão matematicamente o comportamento mecânico da litologia.

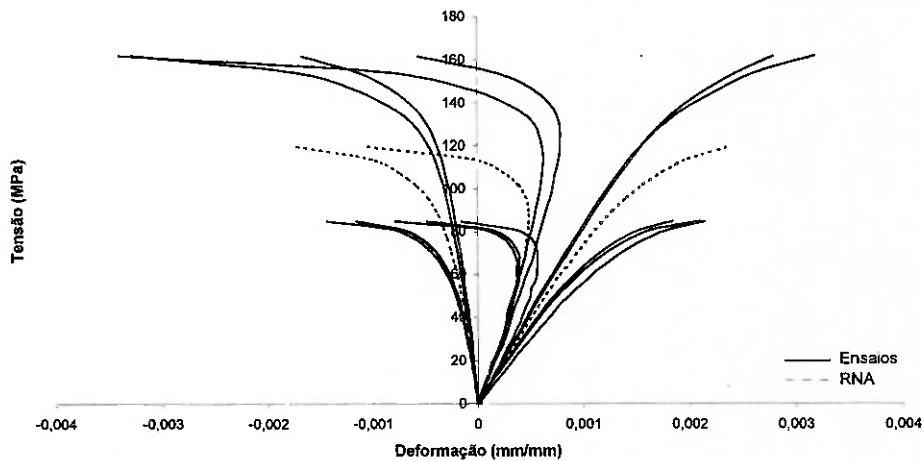


Figura 7.20 - Curvas tensão x deformação para 5 ensaios e curvas médias obtidas através da RNA

A RNA treinada funciona matematicamente como uma função que fornece valores das deformações axial, circunferencial e volumétrica a partir do valor da tensão aplicada. Além de representar o comportamento médio dos 5 corpos de prova ensaiados, as curvas obtidas apresentam valores de σ_c , E e ν que correspondem com uma boa aproximação à média dos valores determinados para cada corpo de prova individualmente.

Tabela 7.1 - Parâmetros mecânicos dos corpos de prova e determinados através da RNA

Parâmetro	Corpo de Prova					Média	RNA	$\Delta\%$
	1	2	3	4	5			
σ_c	167,3	165,2	89,4	88,2	88,8	119,8	119,8	0%
E	81.585	83.434	66.702	69.693	59.049	72.093	75.981	5%
ν	0,20	0,25	0,24	0,23	0,19	0,22	0,24	7%

Como produto final da metodologia podemos observar na figura que segue a representação das três curvas tensão x deformação obtidas a partir da RNA treinada.

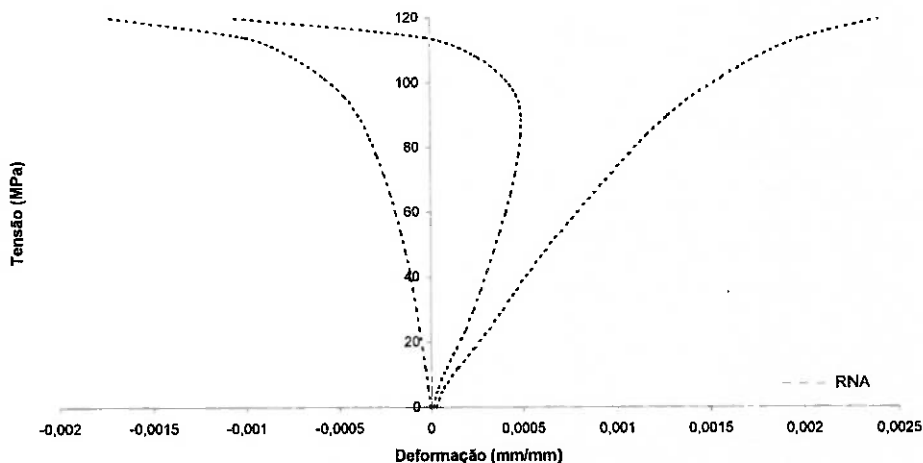


Figura 7.21 - RNA treinada para representar o comportamento médio a partir de 5 ensaios

7.6. COMPARAÇÃO DA METODOLOGIA COM MODELOS CONSTITUTIVOS ELÁSTICO E ELASTOPLÁSTICO

O objetivo desta etapa da pesquisa é comparar a metodologia desenvolvida para a representação matemática do comportamento mecânico das rochas com a abordagem tradicional, os modelos constitutivos. Para tal analisamos os resultados obtidos a partir de 2 modelos numéricos que simulam um ensaio de compressão uniaxial. No primeiro modelo numérico foi utilizado o modelo constitutivo elástico e no segundo foi utilizado o modelo constitutivo elastoplástico.

Os casos analisados podem ser vistos na figura que segue:

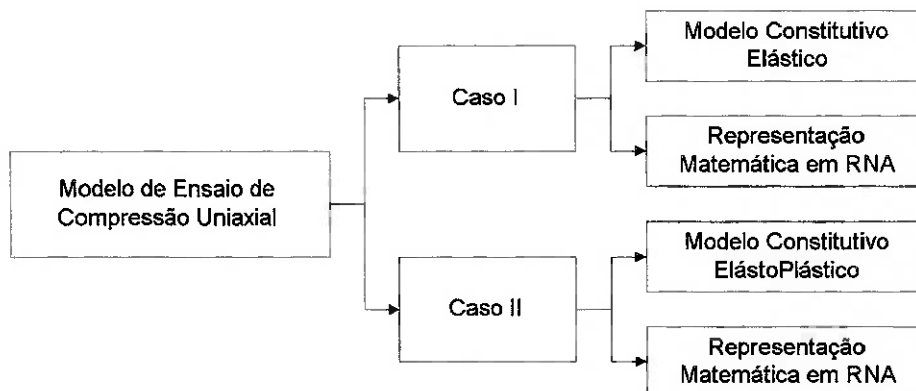


Figura 7.22 - Casos estudados e comparações

7.6.1. MODELO NUMÉRICO DE ENSAIO DE COMPRESSÃO UNIAXIAL

Os modelos numéricos foram desenvolvidos utilizando-se o programa UDEC - Universal Distinct Element Code, desenvolvido pela Itasca Consulting Group Inc. Este programa baseia-se em um algoritmo para análise bidimensional de meios descontínuos sujeitos a carregamentos estáticos e dinâmicos. O meio descontínuo é representado por um conjunto de blocos discretos e as discontinuidades são tratadas como condições de contorno entre os blocos. Grandes deslocamentos ao longo das discontinuidades e rotação de blocos são permitidos. Os blocos individuais podem se comportar tanto como materiais rígidos quanto como materiais deformáveis. Os blocos deformáveis são subdivididos em um malha de elementos de diferenças finitas, e cada elemento responde segundo uma lei tensão x deformação predefinida com caráter linear ou não-linear. O movimento relativo das discontinuidades é também governado por relações força x deslocamento lineares ou não-lineares, para movimentos na direção normal e de cisalhamento.

No método dos elementos distintos um maciço rochoso é representado como um conjunto de blocos e as juntas são vistas como interfaces entre estes blocos. As forças de contato e os deslocamentos nas interfaces do conjunto de blocos tensionados são determinados através de uma série de cálculos baseados na forma de movimentação dos blocos. Os movimentos resultam da propagação através do sistema de perturbações causadas pela aplicação de carregamentos ou pelo peso próprio dos blocos. Este é um processo dinâmico no qual a velocidade de propagação das perturbações depende das propriedades físicas do sistema discretizado.

O comportamento dinâmico é representado numericamente por um algoritmo que é executado iterativamente a partir de incrementos de tempo, onde cada incremento é limitado pela condição de que velocidades e acelerações devam ser constantes dentro destes intervalos. A aplicação do algoritmo baseia-se no conceito de que o incremento de tempo utilizado deve ser suficientemente pequeno para que no intervalo correspondente a um único passo do método, perturbações não possam se propagar de um bloco para a sua vizinhança imediata. Isto corresponde à condição de existência de uma velocidade máxima, segundo a qual, a informação pode ser transmitida em qualquer meio físico. O procedimento de solução é idêntico ao utilizado pelo método das diferenças finitas explícito para análise contínua. A restrição do incremento de tempo se aplica a contatos e a blocos. Para blocos rígidos, a massa e a rigidez da interface entre os blocos definem o valor do incremento; para blocos deformáveis, o tamanho de cada elemento da malha de discretização é utilizado, e a rigidez do sistema inclui contribuições do módulo de elasticidade da rocha intacta e da rigidez dos contatos.

Os cálculos realizados através do método dos elementos distintos se alternam entre a aplicação de uma lei força x deslocamento em todos os contatos e a 2ª lei de Newton nos blocos. A lei força x deslocamento é aplicada para a determinação das forças de contato a partir dos deslocamentos conhecidos ou pré-fixados. A 2ª lei de Newton fornece a aceleração dos blocos como resultado de forças conhecidas ou pré-fixadas atuantes nestes. Se os blocos são deformáveis, o movimento é calculado nos nós dos elementos triangulares de diferenças finitas dentro dos blocos, e a aplicação do modelo constitutivo do material do bloco fornece as novas tensões nos elementos. A figura a seguir ilustra o processo (CUNDALL, 1987; CUNDALL e HART, 1993).

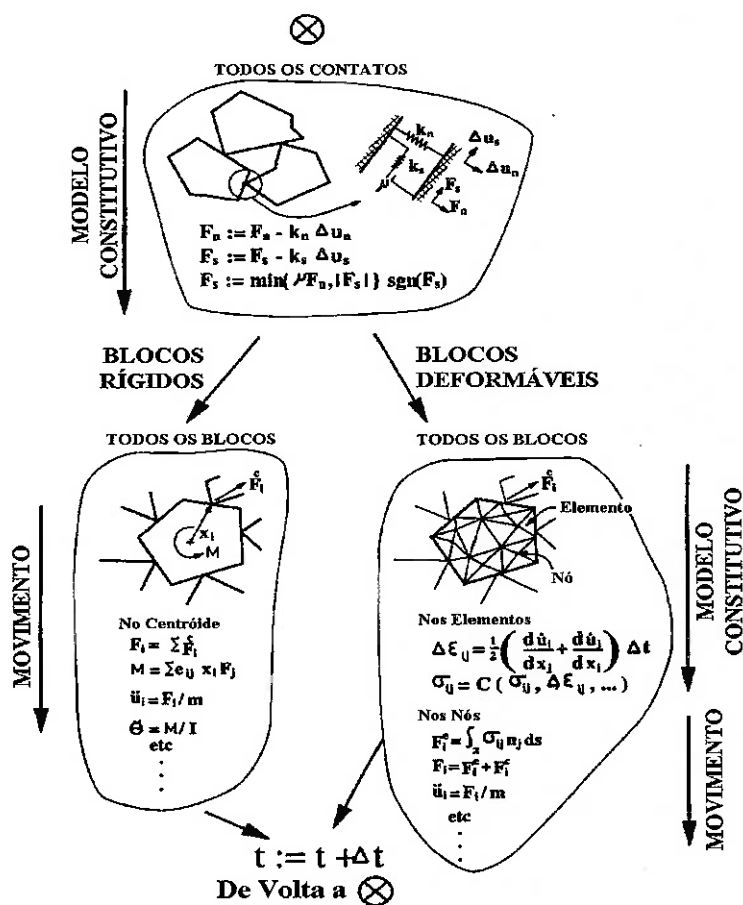


Figura 7.23 - Processo de cálculo em um ciclo do método dos elementos distintos

No modelo utilizado nesta pesquisa a geometria é composta por dois blocos rígidos representando as placas de aplicação de carga de uma prensa de ensaios mecânicos e um bloco deformável, representando o corpo de prova de rocha cilíndrico com diâmetro de 54 mm e comprimento de 135 mm a ser submetido a ensaio.

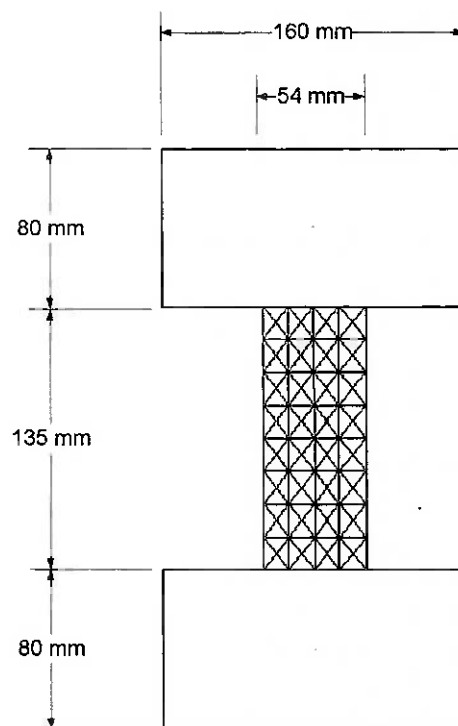


Figura 7.24 - Modelo numérico de corpo de prova submetido a ensaio de compressão uniaxial

Para os dois modelos o material a ser ensaiado é o calcário sobre o qual foi aplicada a metodologia descrita nos itens anteriores, e obtida uma RNA treinada que representa o comportamento do material. Seus parâmetros mecânicos são:

$$\sigma_c = 119,8 \text{ MPa}$$

$$E = 75.981 \text{ MPa}$$

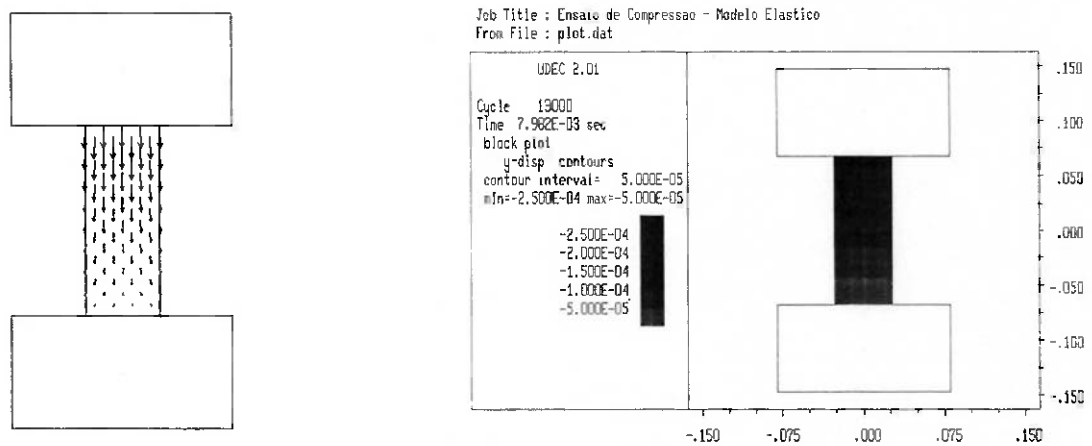
$$\nu = 0,24$$

No modelo, a placa inferior é fixa e o carregamento é aplicado na direção vertical, de cima para baixo.

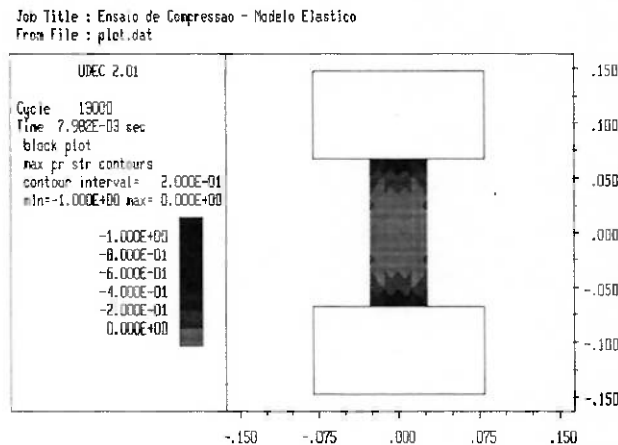
7.6.2. MODELO CONSTITUTIVO ELÁSTICO

O ensaio de compressão uniaxial foi simulado aplicando-se carga a uma razão de 0,5 MPa/s, desde 0 até 150 MPa, como recomenda a sugestão de norma de ensaio de compressão uniaxial da ISRM - "International Society of Rock Mechanics" (Sociedade Internacional de Mecânica de Rochas) (BROWN, 1981).

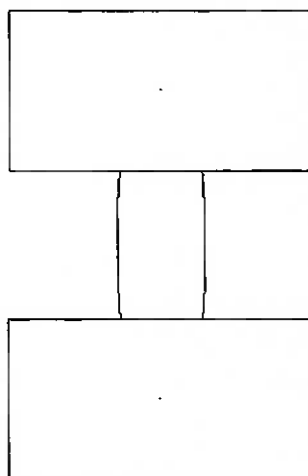
As deformações apresentadas pelo modelo numérico ocorrem em maior grau na direção do carregamento e podem ser observadas na figura que segue.



A tensão principal maior no modelo numérico se concentra nas regiões de contato com as placas da prensa em razão do atrito, e sua distribuição pode ser observada na figura que segue.



A configuração final do corpo de prova apresenta um achatamento com conseqüente dilatação lateral e pode ser observada na figura que segue.



As curvas $\sigma \times \epsilon_C$ e $\sigma \times \epsilon_A$ determinadas no centro do corpo de prova tem andamento linear, confirmando as características do modelo constitutivo elástico, como pode ser observado nas figuras que seguem.

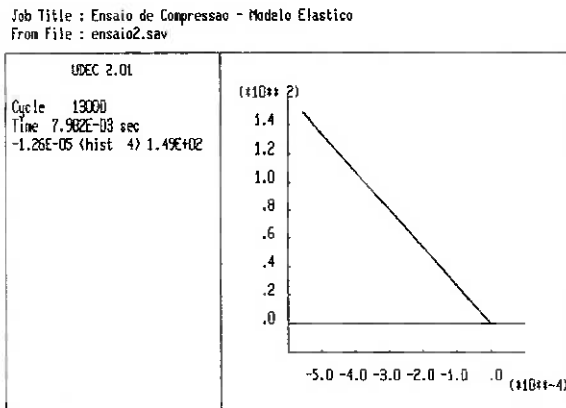


Figura 7.28 - Curva $\sigma \times \epsilon_C$ - modelo constitutivo elástico

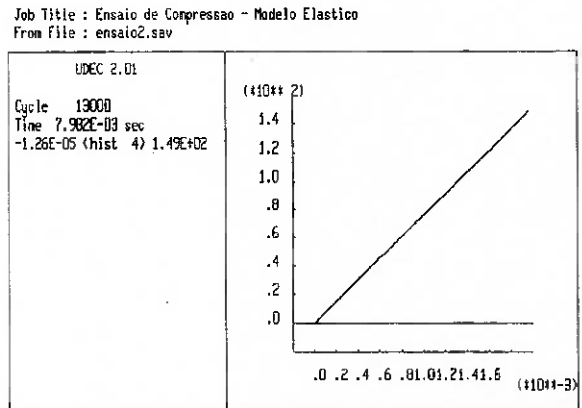


Figura 7.29 - Curva $\sigma \times \epsilon_A$ - modelo constitutivo elástico

Comparando as curvas $\sigma \times \epsilon_A$ para o modelo constitutivo elástico e para o comportamento real do material representado matematicamente através da RNA previamente treinada, observamos uma semelhança no comportamento para a região de baixas tensões, mas a partir da região onde as microfissuras do material rochoso começam a ser mobilizadas e ocorrem deformações plásticas, as duas curvas divergem. O modelo constitutivo elástico não consegue prever a ruptura do material no ponto correspondente à tensão $\sigma_C = 119,8$ MPa, comportamento que fica caracterizado através da metodologia desenvolvida. No modelo constitutivo elástico incrementos de tensão resultarão em incrementos de deformação proporcionais sem qualquer limite.

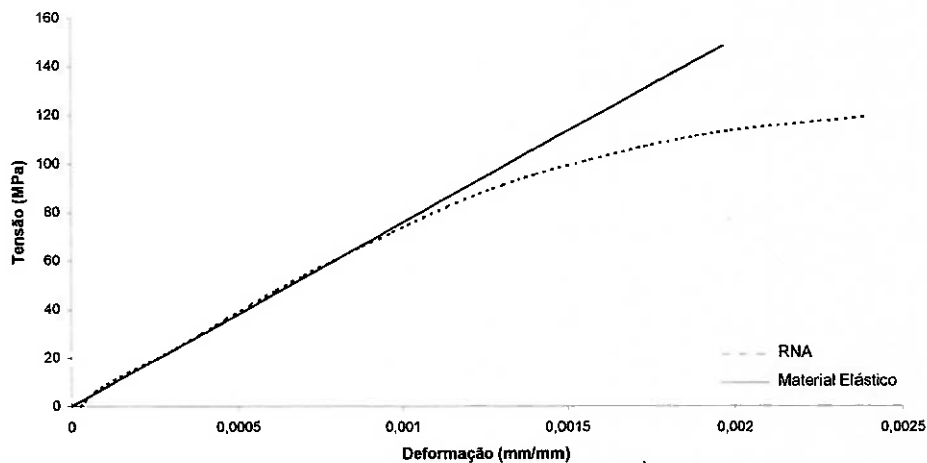


Figura 7.30 - Comparação entre as curvas $\sigma \times \epsilon_A$ para o modelo constitutivo elástico e para a RNA

Na figura que segue apresentamos uma comparação entre as três curvas tensão x deformação determinadas a partir do modelo constitutivo elástico e a partir da metodologia de treinamento da RNA.

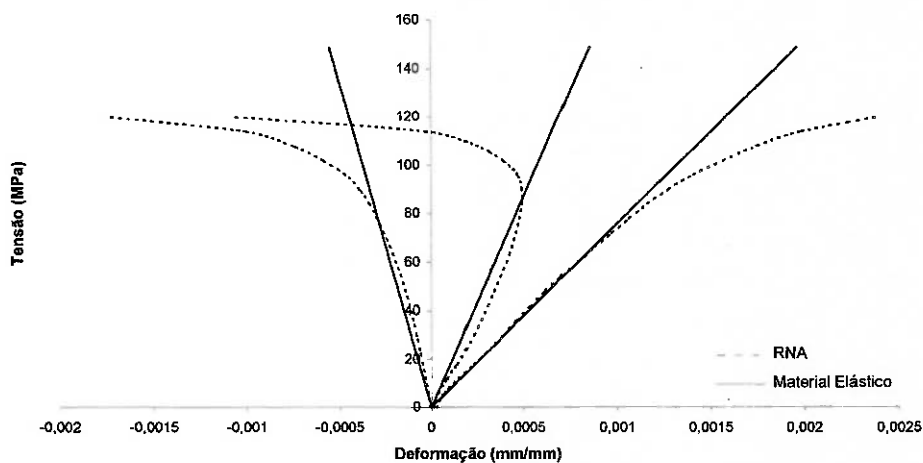


Figura 7.31 - Comparação entre o modelo constitutivo elástico e a RNA treinada para representar o comportamento mecânico da rocha

Observa-se semelhança entre as curvas obtidas através do modelo elástico e através da RNA para a fase inicial de carregamento a baixas tensões, mas para tensões mais altas o modelo elástico não representa adequadamente o comportamento da rocha, nem pode prever sua ruptura.

7.6.3. MODELO CONSTITUTIVO ELASTOPLÁSTICO

Neste caso o modelo de ensaio foi simulado segundo as mesmas condições do caso anterior. O corpo de prova agora segue um comportamento baseado no modelo constitutivo elastoplástico utilizando o critério de plastificação de Drucker-Prager.

As deformações apresentadas pelo modelo indicam a ocorrência de ruptura por um plano inclinado na região média do corpo de prova ao ser ultrapassado o limite máximo de elasticidade ditado pelo critério de plastificação de Drucker-Prager e podem ser observadas na figura que segue.

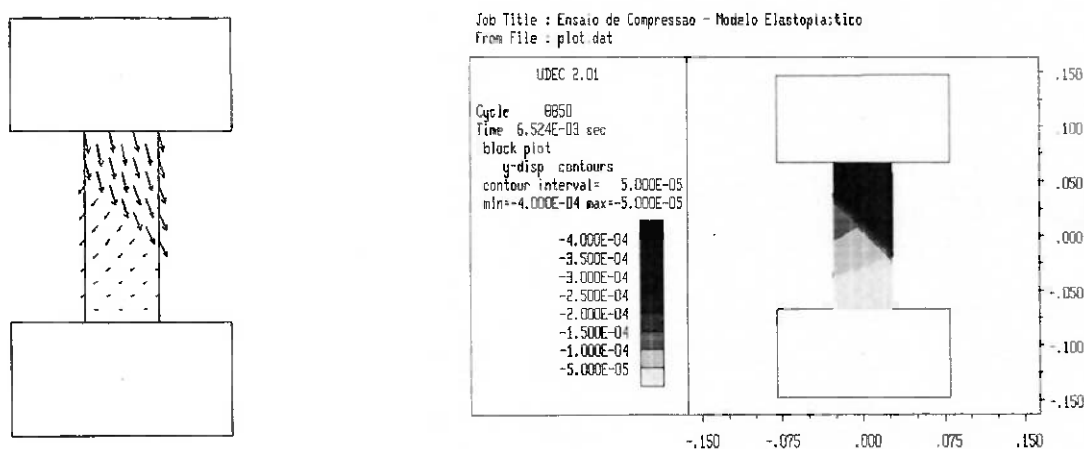


Figura 7.32 - Deformações no sentido do carregamento

As regiões do modelo numérico onde ocorrem plastificações podem ser observadas na figura que

segue.

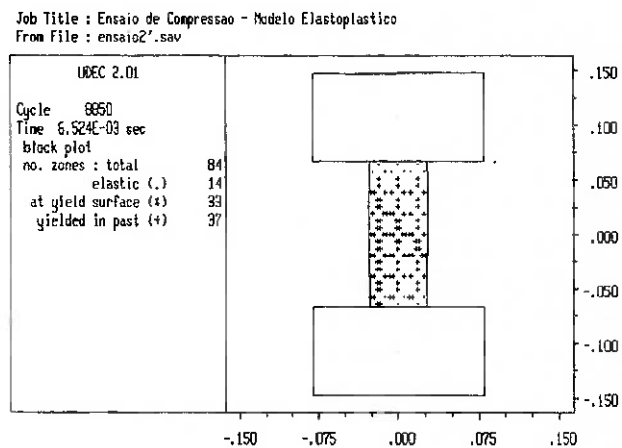


Figura 7.33 - Plastificações no corpo de prova

A distribuição da tensão principal maior no modelo numérico mostra o alívio ocorrido na região onde se deu a ruptura e pode ser observada na figura que segue.

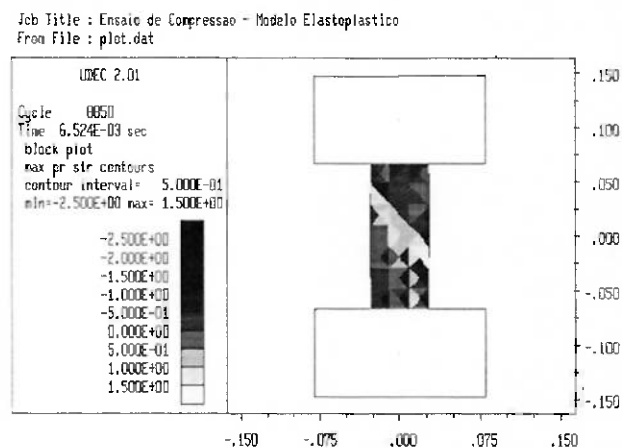


Figura 7.34 - Distribuição da tensão principal maior no corpo de prova

A configuração final do corpo de prova indica claramente a ocorrência de ruptura através da formação de um plano inclinado e pode ser observada na figura que segue.

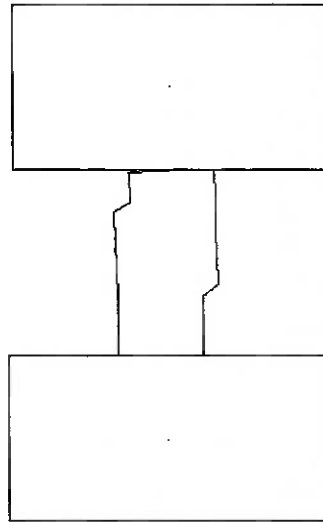


Figura 7.35 - Corpo de prova deformado (deformações exageradas)

As curvas $\sigma \times \epsilon_C$ e $\sigma \times \epsilon_A$ determinadas no centro do corpo de prova exibem as características do modelo constitutivo elastoplástico como pode ser observado nas figuras que seguem.

Job Title : Ensaio de Compressao - Modelo Elastoplastico
From File : ensaio'.sav

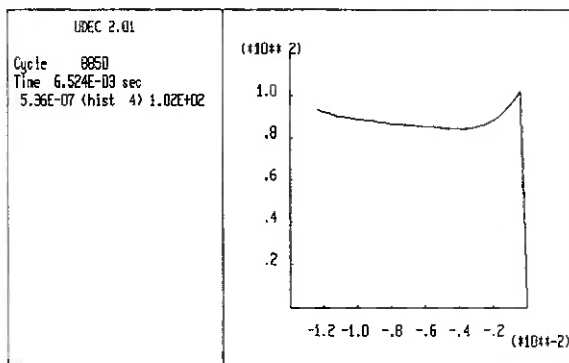


Figura 7.36 - Curvas $\sigma \times \epsilon_C$ - modelo constitutivo elastoplástico

Job Title : Ensaio de Compressao - Modelo Elastoplastico
From File : ensaio'.sav

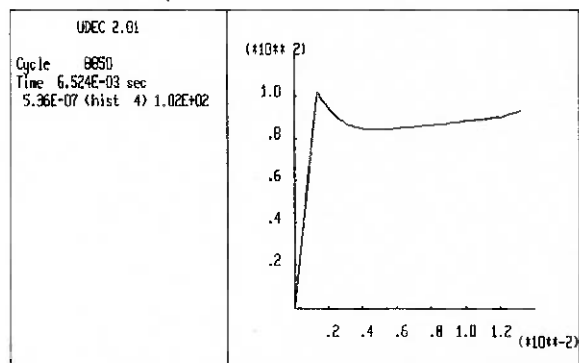


Figura 7.37 - Curvas $\sigma \times \epsilon_A$ - modelo constitutivo elastoplástico

O modelo constitutivo elastoplástico prevê um comportamento elástico para a região de baixas tensões, assemelhando-se, como no primeiro caso (modelo constitutivo elástico) ao comportamento real do material. Após certo limite estabelecido pelo critério de plastificação de Drucker-Prager, ocorre plastificação em situação até de decremento de tensão. As deformações plásticas previstas pelo modelo elastoplástico não correspondem ao comportamento real do material previsto pela metodologia de treinamento da RNA, pois após o início da plastificação o modelo elastoplástico prevê um aumento da deformação sob condição de aplicação de tensão constante, enquanto que a rocha componente do maciço rochoso apresenta, na verdade, perda gradual da capacidade de absorção de carga na fase de pós-ruptura.

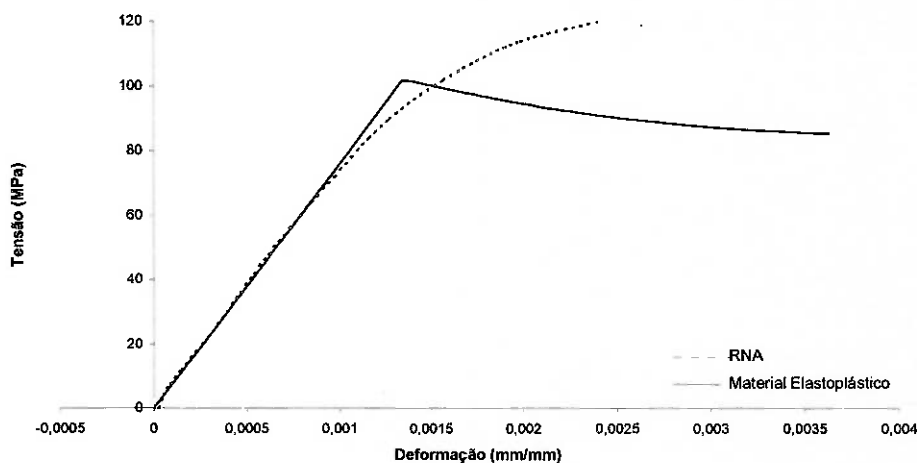


Figura 7.38 - Comparação entre as curvas $\sigma \times \epsilon_A$ para o modelo constitutivo elastoplástico e para a RNA

Na figura que segue apresentamos uma comparação entre as três curvas tensão x deformação determinadas a partir do modelo constitutivo elastoplástico e a partir da metodologia de treinamento da RNA.

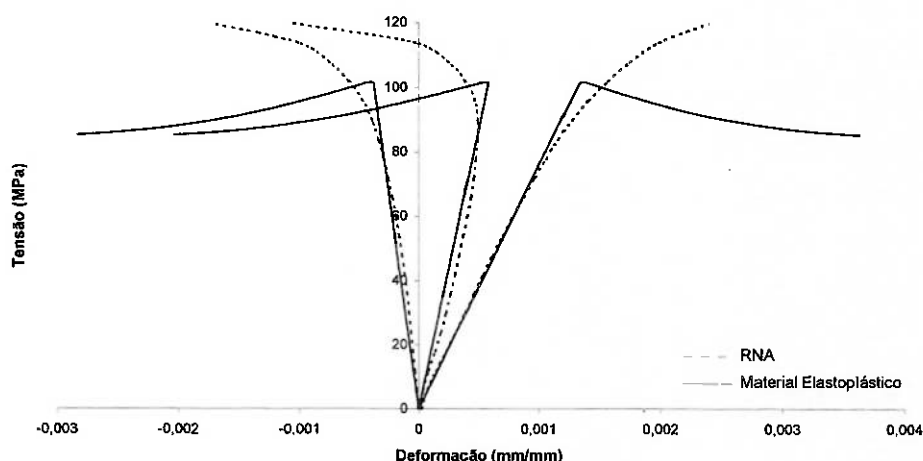


Figura 7.39 - Comparação entre o modelo constitutivo elastoplástico e a RNA treinada para representar o comportamento mecânico da rocha

Observa-se também neste caso uma semelhança entre as curvas obtidas através do modelo elastoplástico e através da RNA para a fase inicial de carregamento a baixas tensões, mas para tensões mais altas o modelo elastoplástico, da mesma maneira que o modelo elástico, não representa adequadamente o comportamento da rocha.

8. USO DE RNA'S NA REPRESENTAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO A PARTIR DE ENSAIOS DE COMPRESSÃO UNIAXIAL COM FASE DE PÓS-RUPTURA

Um importante elemento no estudo do comportamento mecânico das rochas é o conhecimento da curva tensão x deformação completa, obtida através da condução de um ensaio de compressão além da máxima resistência da rocha (RUMMEL e FAIRHURST, 1970). O interesse no estudo das características da rocha após ultrapassar a condição de ruptura reside na busca da compreensão de fenômenos observados na prática, em que o rompimento de porções de rocha, não tem o colapso geral da estrutura como consequência imediata. Exemplo claro são pilares em processo de ruptura, atuando ainda como elementos de suporte em minas subterrâneas.

As rochas são em sua maioria materiais ditos "frágeis" (BIENIAWSKI, 1967), pois exibem uma rápida perda de sua capacidade de resistir a esforços externos quando deformadas além de uma resistência de pico; em contraste aos materiais "dúcteis", como aço e alumínio, que retêm considerável resistência além do pico. Este comportamento pode ser observado em compressão e tração.

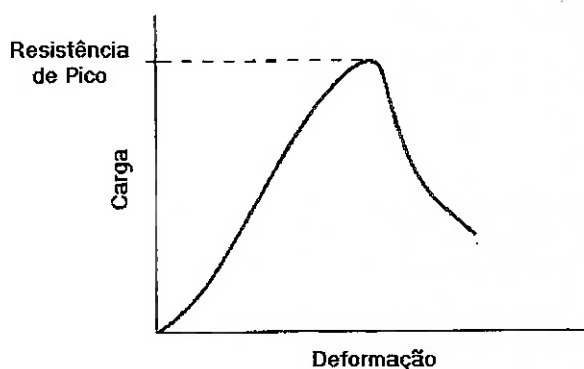


Figura 8.1 - Curva tensão x deformação para material frágil

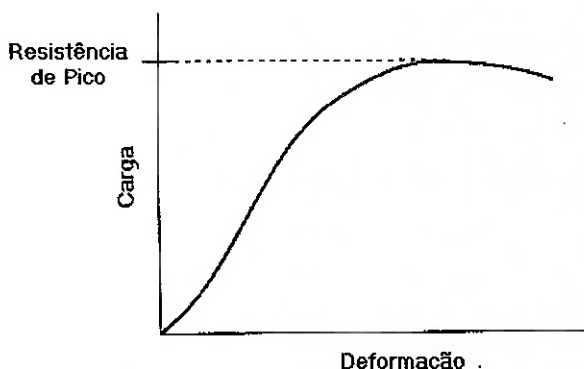


Figura 8.2 - Curva tensão x deformação para material dúctil

Ainda que a capacidade de resistência possa diminuir consideravelmente na fase de pós-ruptura, o comportamento nesta região pode ser crítico para o desempenho geral da rocha como elemento de sustentação em obras mineiras e civis. Se a deformação no sentido transversal (deformação circunferencial) do material é inibida através da imposição de confinamento, a carga de pico deverá sofrer um acréscimo e a inclinação da curva na região de pós-ruptura irá diminuir. Sob suficiente restrição lateral poderá ocorrer "endurecimento" da rocha e a carga continuará a

aumentar ao invés de diminuir.

O processo de ruptura das rochas pode ser classificado em dois tipos: classe I e classe II. Materiais que apresentam ruptura classe I exibem aumento monotônico da deformação axial quando uma curva tensão x deformação completa é obtida. Tais materiais são relativamente fáceis de controlar em ensaios de pós-ruptura, ainda que a carga possa cair abruptamente após a resistência de pico. Já para materiais que apresentam ruptura classe II a inclinação da curva tensão x deformação axial tem uma inclinação positiva no descarregamento, como pode ser visto na figura a seguir. Este comportamento é também ilustrado na curva tensão x deformação para uma amostra de calcário, também apresentada a seguir. Este tipo de ruptura requer equipamento especial de ensaio com sistema de servo-controle para que uma vez que a resistência de pico seja atingida, o atuador da prensa seja recolhido de forma que a carga aplicada fique abaixo do valor a que a ruptura ocorre, e então, repetindo o procedimento em ciclos, aumenta-se a carga até que a ruptura seja atingida novamente, e posteriormente reduz-se a carga até que a taxa de deformação se estabilize.

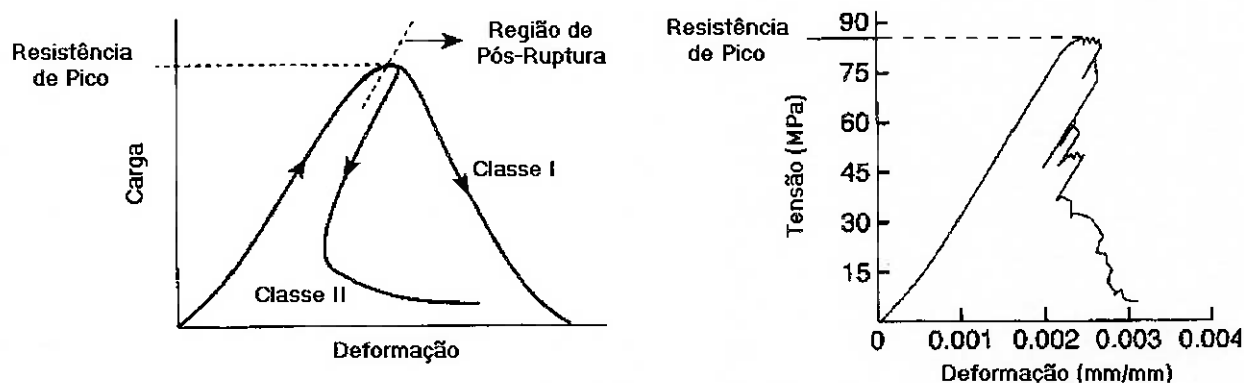


Figura 8.3 - Tipos de ruptura de rocha

Assim sendo, nesta fase da pesquisa buscamos aplicar a metodologia desenvolvida a ensaios de compressão triaxial com determinação da curva tensão x deformação completa. Assim, uma RNA foi treinada para representar o comportamento mecânico de uma rocha em pós-ruptura, onde alimentando o valor da tensão axial aplicada (σ_1) e da tensão de confinamento (σ_3) à RNA, esta fornecerá a deformação axial (ϵ_A) correspondente, como mostrado na figura a seguir.

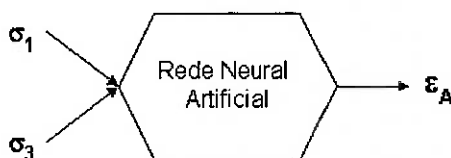


Figura 8.4 - Metodologia empregada

8.1. DADOS UTILIZADOS

Os dados utilizados são os de 8 ensaios realizados por Wawersik e Fairhurst (WAWERSIK e FAIRHURST, 1970) na universidade de Minnesota em amostras de mármore do estado do Tennessee (E. U. A.). Os corpos de prova foram ensaiados em uma máquina de ensaios rígida utilizando-se controle de deformações e sob 8 condições diferentes de confinamento: 0; 3,4 MPa;

6,9 MPa; 13,8 MPa; 20,7 MPa; 27,6 MPa; 34,5 MPa e 48,3 MPa.

Observa-se que a rocha ensaiada apresenta modo de ruptura classe I, ou seja, aumento monotônico da deformação axial ao longo do ensaio.

Os gráficos tensão x deformação para os ensaios são exibidos na figura que segue.

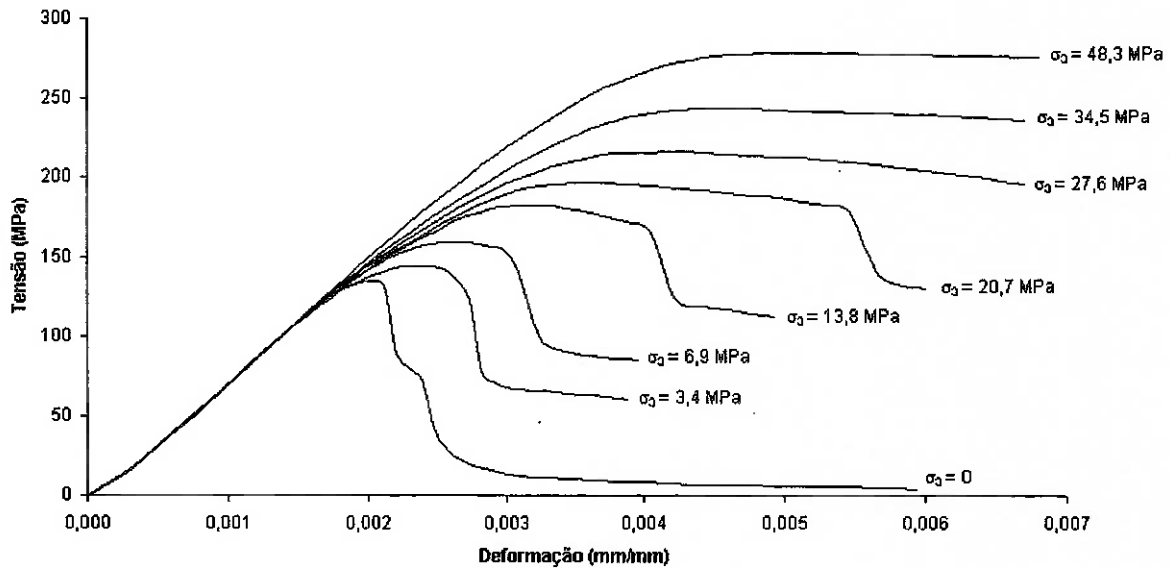


Figura 8.5 - Curvas $\sigma \times \epsilon_A$ para 8 ensaios em mármore do Tennessee

8.2. ARQUITETURA DA RNA E PROCESSO DE TREINAMENTO

A RNA utilizada foi do tipo multicamadas para frente de 3 camadas com 2 elementos de processamento na camada de entrada, 30 na camada oculta e 1 na camada de saída. A rede foi treinada através do algoritmo de retropropagação do erro, utilizando funções de transferência do tipo sigmóide. O processo de treinamento foi conduzido acompanhando-se a evolução da somatória do erro quadrático para o conjunto de dados de treinamento e para um conjunto de dados de validação. A RNA foi treinada até que o erro calculado sobre o conjunto de validação inverteu a tendência de queda e passou a crescer. Neste momento o erro calculado sobre o conjunto de treinamento era da ordem de 0,0003.

O conjunto de treinamento constituiu-se dos dados tensão x deformação para as seguintes condições de confinamento: 0; 3,4 MPa; 6,9 MPa; 20,7 MPa; 27,6 MPa; 34,5 MPa e 48,3 MPa. Reservando-se os dados do ensaio com tensão de confinamento igual a 13,8 MPa para o teste da RNA treinada.

8.3. REPRESENTAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO EM PÓS-RUPTURA DE MÁRMORE

Nas figuras que seguem podemos observar como a RNA treinada para a representação matemática do comportamento mecânico do mármore caracteriza com boa precisão as curvas tensão x deformação completas de cada um dos 7 ensaios realizados sob diferentes condições de tensão axial e tensão de confinamento, cujos dados fazem parte do conjunto de treinamento.

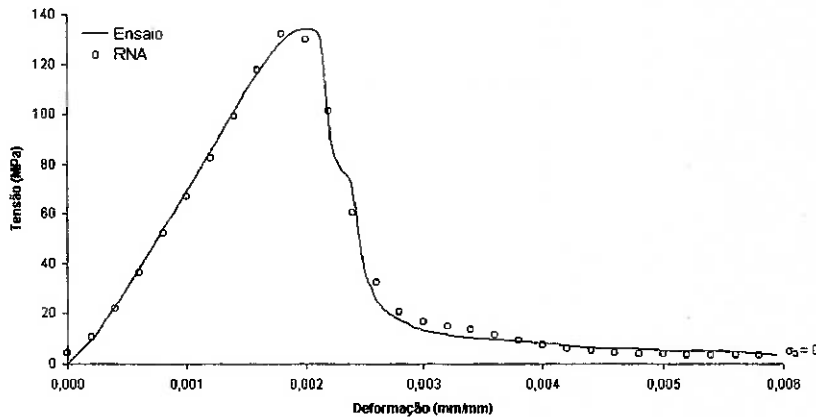


Figura 8.6 - Curva $\sigma \times \epsilon_A$ para $\sigma_3 = 0$ e resultados obtidos através da RNA treinada

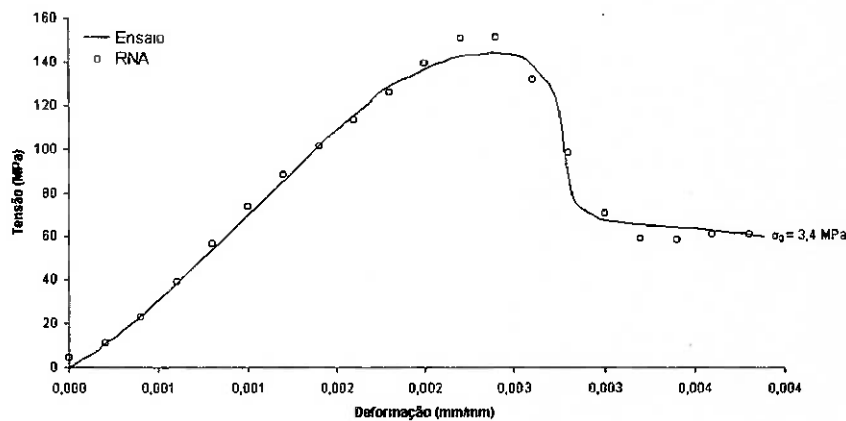


Figura 8.7 - Curva $\sigma \times \epsilon_A$ para $\sigma_3 = 3,4$ MPa e resultados obtidos através da RNA treinada

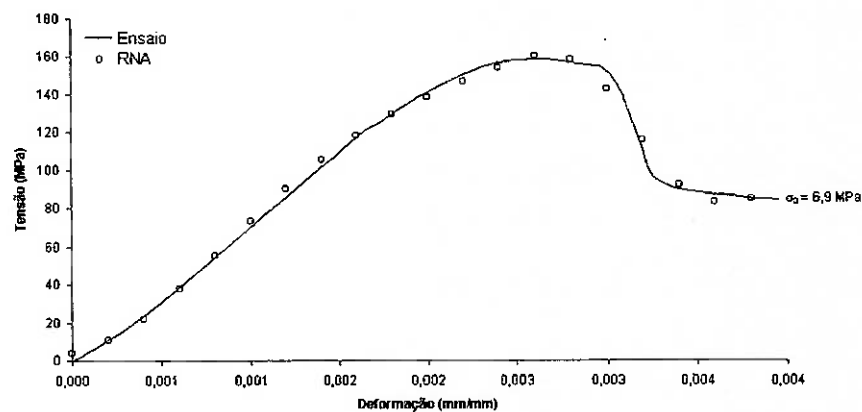


Figura 8.8 - Curva $\sigma \times \epsilon_A$ para $\sigma_3 = 6,9$ MPa e resultados obtidos através da RNA treinada

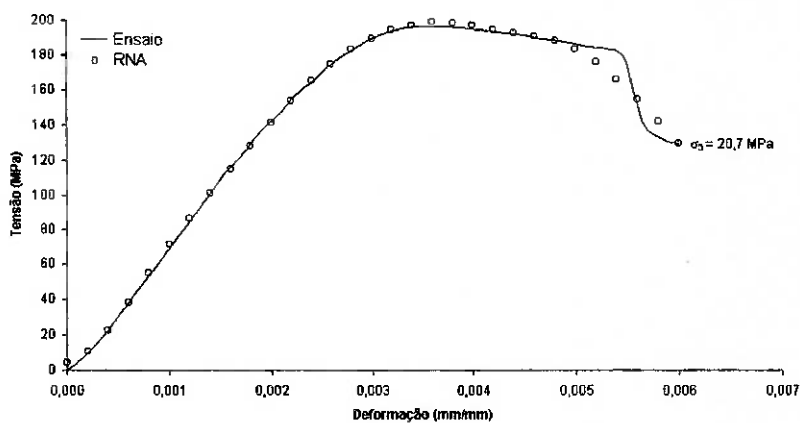


Figura 8.9 - Curva $\sigma \times \epsilon_A$ para $\sigma_3 = 20,7$ MPa e resultados obtidos através da RNA treinada

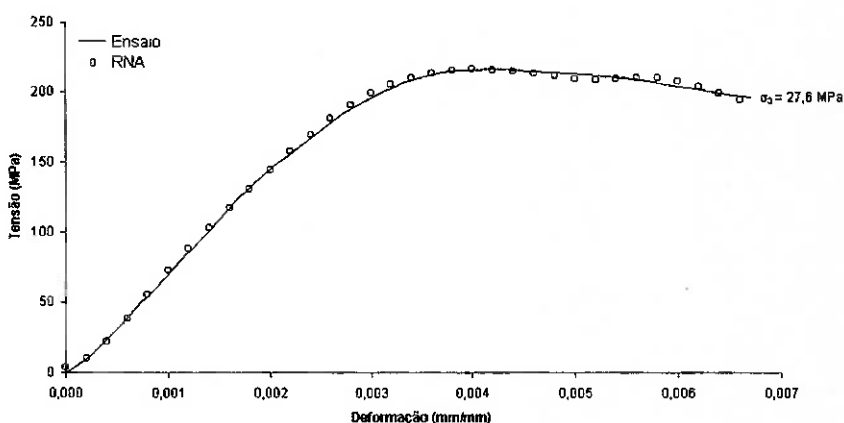


Figura 8.10 - Curva $\sigma \times \epsilon_A$ para $\sigma_3 = 26,7$ MPa e resultados obtidos através da RNA treinada

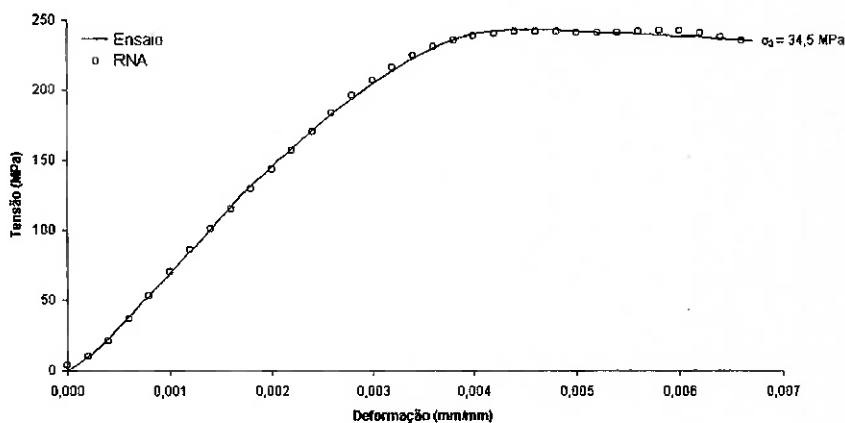


Figura 8.11 - Curva $\sigma \times \epsilon_A$ para $\sigma_3 = 34,5$ MPa e resultados obtidos através da RNA treinada

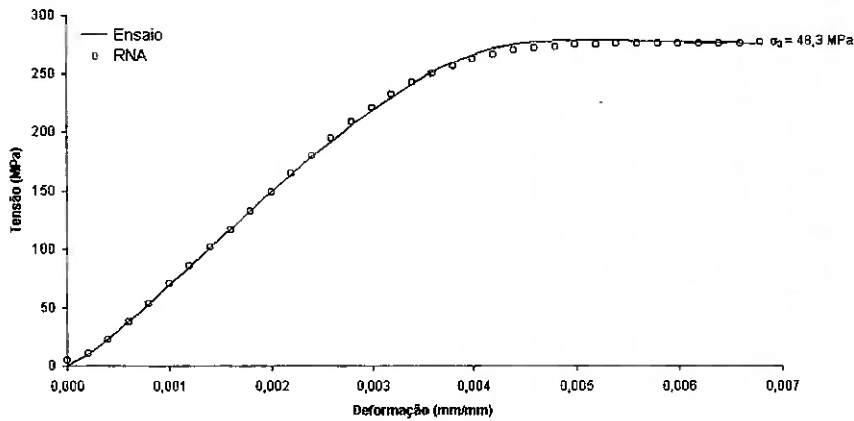


Figura 8.12 - Curva $\sigma \times \epsilon_A$ para $\sigma_3 = 48,3$ MPa e resultados obtidos através da RNA treinada

8.3.1. TESTE DA RNA TREINADA

Na figura que segue podemos observar a interpolação realizada pela RNA treinada para a condição de confinamento $\sigma_3 = 13,8$ MPa.

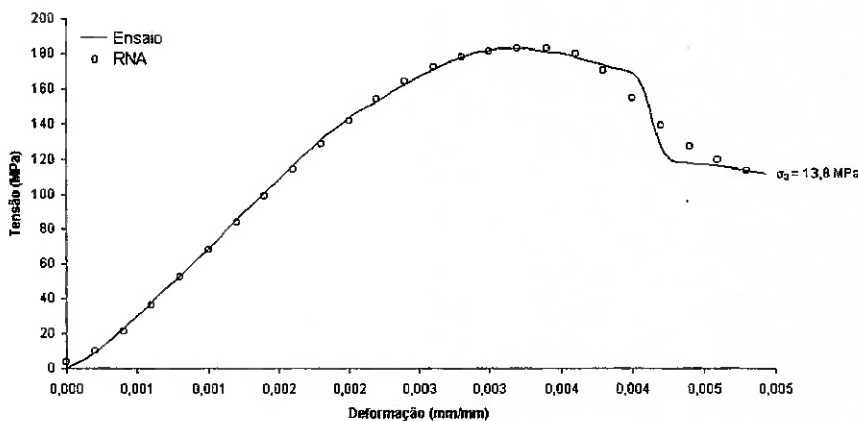


Figura 8.13 - Curva $\sigma \times \epsilon_A$ para $\sigma_3 = 13,8$ MPa e resultados interpolados através da RNA treinada

O desempenho da interpolação foi bom e observamos que a fase de pós-ruptura da curva preservou as características das curvas para as condições de confinamento: 0; 3,4 MPa e 6,9 MPa, também reproduzidas na curva para $\sigma_3 = 20,7$ MPa.

Na figura que segue temos as curvas para os 8 ensaios bem como os resultados obtidos com a RNA treinada. A partir desta RNA é possível estabelecer outras interpolações, determinando-se o comportamento da rocha para tensões de confinamento não ensaiadas.

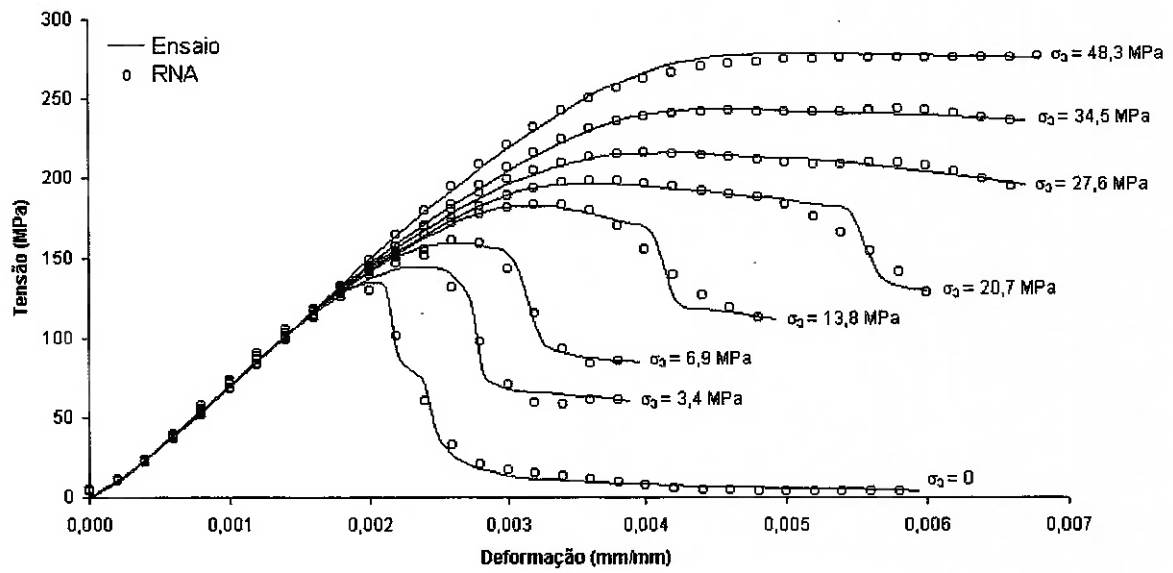


Figura 8.14 - Curvas $\sigma \times \epsilon_A$ e resultados obtidos através da RNA treinada

9. USO DE RNA'S NA REPRESENTAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO A PARTIR DE ENSAIOS DE FLUÊNCIA

Para o caso do uso de RNA's na representação do comportamento viscoelástico das rochas, as preocupações são as mesmas tratadas anteriormente. Especificamente, a necessidade é a de representar o comportamento de um material caracterizado pela dependência do tempo e da temperatura. As dificuldades e vantagens da abordagem com RNA's são mantidas.

O objetivo desta fase da pesquisa é verificar as dificuldades de se capturar o comportamento de materiais com um modelo constitutivo viscoelástico. Aplicando a metodologia desenvolvida, uma RNA é treinada para se constituir em um análogo matemático do material rochoso, ou seja, alimentando os valores de tensão axial aplicada (σ_1), tensão de confinamento (σ_3), temperatura (T) e tempo de aplicação das tensões (t) à RNA, esta fornecerá o valor da deformação axial (ϵ_A) correspondente, como mostrado na figura a seguir.

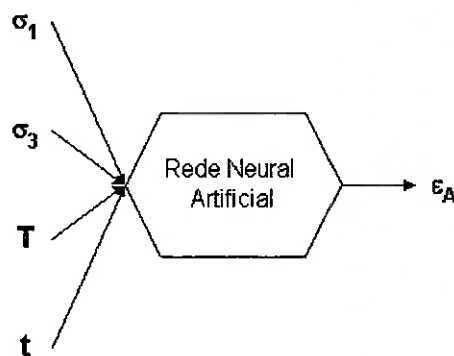


Figura 9.1 - Metodologia empregada

9.1. DADOS UTILIZADOS

Os dados utilizados são os de ensaios realizados no IPT - "Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo" e gentilmente cedidos para a realização desta pesquisa. As rochas são a taquidrita pura e a taquidrita impura e foram ensaiadas segundo diferentes condições de confinamento, temperatura e tempo.

A taquidrita ($\text{CaMg}_2 \text{Cl}_6 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$) é uma rocha evaporítica de rara ocorrência, cuja exploração em jazidas no estado do Sergipe visa a obtenção do metal magnésio. A determinação do comportamento mecânico deste tipo de rocha é de capital importância na escolha do método de mineração, no dimensionamento de aberturas e suportes, no processo de ventilação e na prevenção de fenômenos tais como "rockbursts".

9.2. ARQUITETURA DA RNA E PROCESSO DE TREINAMENTO

As RNA's utilizadas foram do tipo multicamadas para frente de 3 camadas com 4 elementos de

processamento na camada de entrada, 30 na camada oculta e 1 na camada de saída. A rede foi treinada através do algoritmo de retropropagação do erro, utilizando funções de transferência do tipo sigmóide. O processo de treinamento foi conduzido acompanhando-se a evolução da somatória do erro quadrático para o conjunto de dados de treinamento e para um conjunto de dados de validação. A RNA foi treinada até que o erro calculado sobre o conjunto de validação inverteu a tendência de queda e passou a crescer. Neste momento o erro calculado sobre o conjunto de treinamento era da ordem de 0,0001.

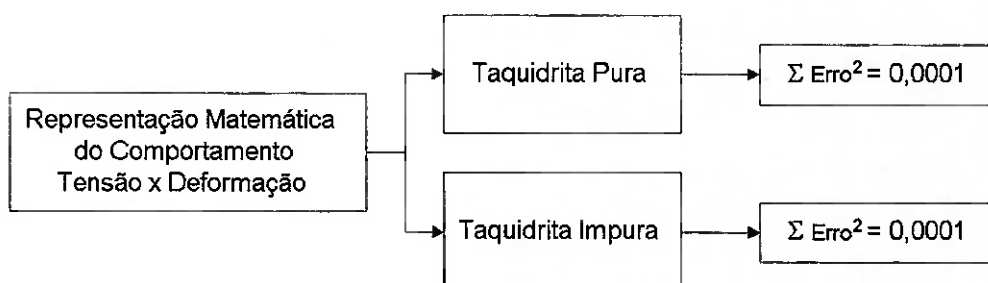


Figura 9.2 - Casos estudados

9.3. REPRESENTAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO A PARTIR DE DADOS DE ENSAIOS EM TAQUIDRITA PURA

A seguir temos tabelas que apresentam os resultados dos ensaios realizados sobre 7 corpos de prova de taquidrita pura segundo 2 condições de temperatura (33° C e 43° C), 2 condições de tensão axial (14 MPa e 15 MPa) e 3 condições de tensão de confinamento (7 MPa, 9 MPa e 11 MPa).

Tabela 9.1 - Ensaio de fluência em taquidrita pura

Corpo de Prova	σ_1 (MPa)	σ_3 (MPa)	T (°C)
HC-11	15	7	33
HC-12	15	7	43
HC-15	15	9	33
HC-19	15	9	43
HC-21	14	11	33
HC-22	14	11	33
HC-24	14	11	43

σ_1 (MPa)	σ_3 (MPa)	Temperatura (°C)		Total
		33	43	
14	11	HC-21/HC-22	HC-24	3
	7	HC-11	HC-12	2
15	9	HC-15	HC-19	2
	Total		4	3

O conjunto de treinamento constituiu-se dos dados deformação x tempo para os seguintes corpos de prova: HC-11, HC-12, HC-15, HC-19, HC-21 e HC-24. Reservando-se os dados do ensaio sobre o corpo de prova HC-22 para o teste da RNA treinada.

A seguir podemos observar como a RNA treinada para a representação matemática do

comportamento mecânico da taquidrita pura pode simular com boa precisão o comportamento de cada um dos 6 ensaios de fluência realizados sob diferentes condições de tensão axial, tensão de confinamento e temperatura.

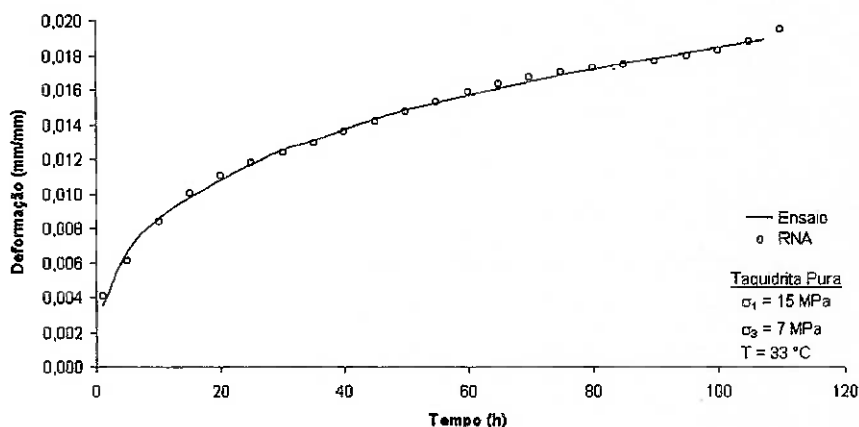


Figura 9.3 - Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-11 e resultados obtidos através da RNA treinada

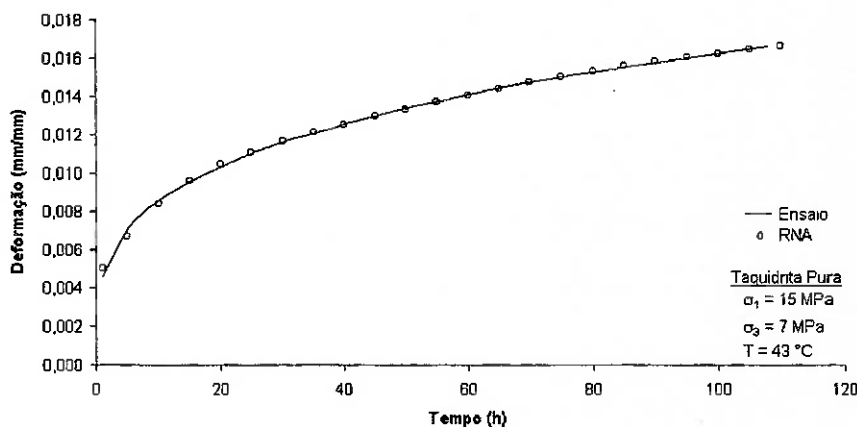


Figura 9.4 - Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-12 e resultados obtidos através da RNA treinada

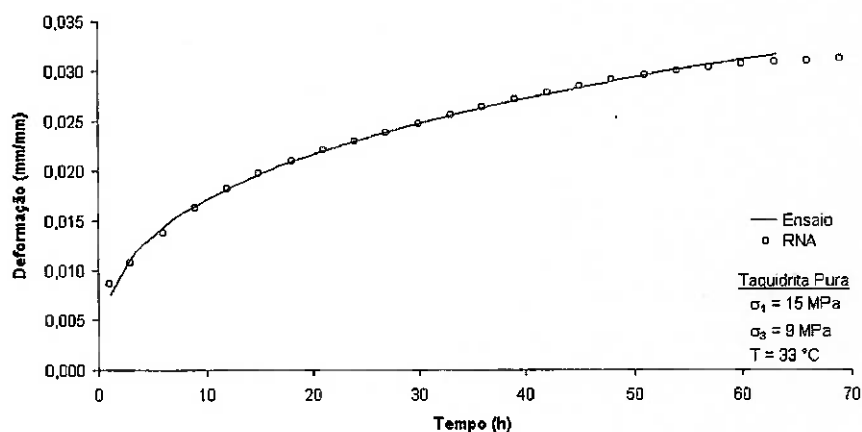


Figura 9.5 - Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-15 e resultados obtidos através da RNA treinada

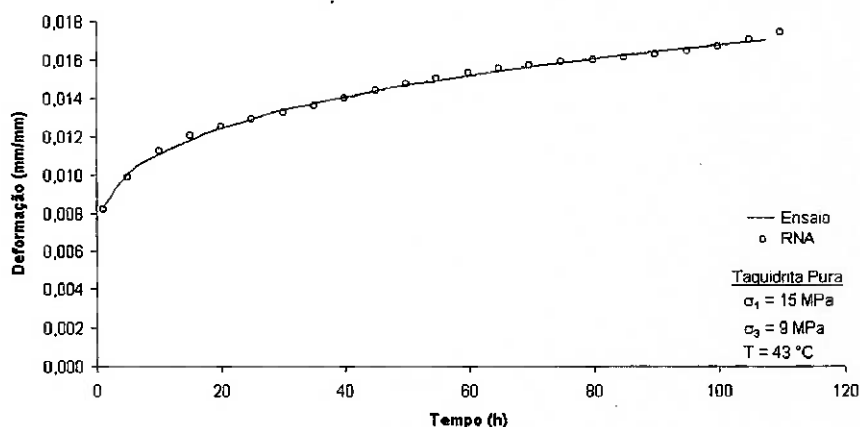


Figura 9.6 - Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-19 e resultados obtidos através da RNA treinada

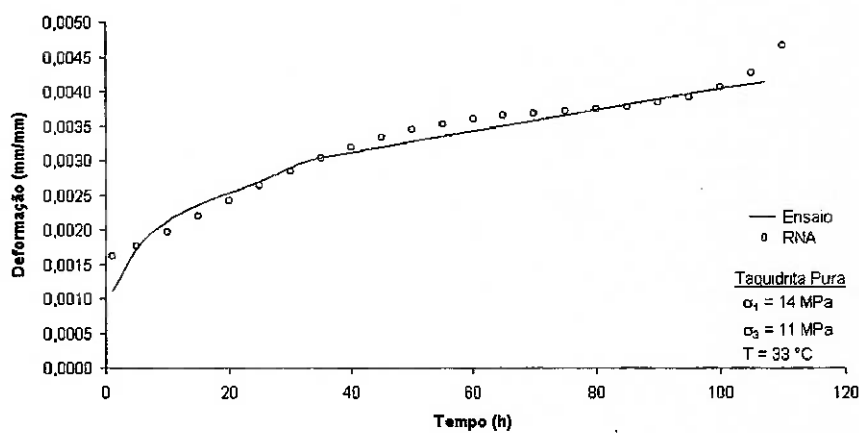


Figura 9.7 - Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-21 e resultados obtidos através da RNA treinada

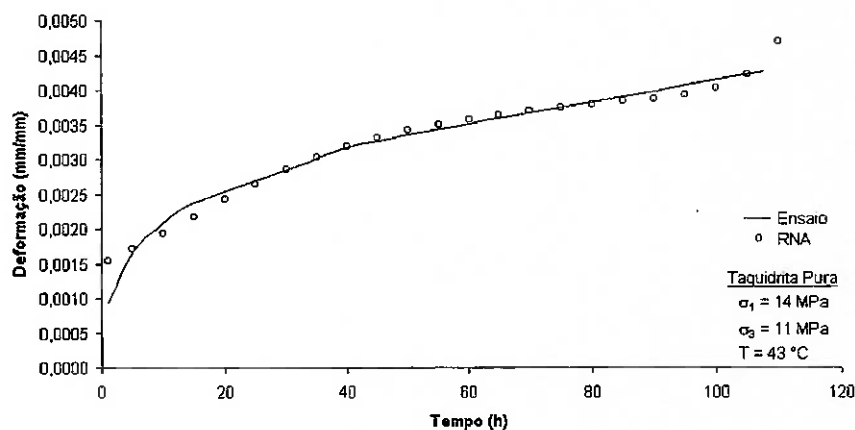


Figura 9.8 - Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-24 e resultados obtidos através da RNA treinada

Na figura que segue podemos observar a interpolação realizada pela RNA treinada, para os resultados obtidos no ensaio sobre o corpo de prova HC-22. O teste demonstrou a adequação da RNA treinada à representação do comportamento mecânico da rocha.

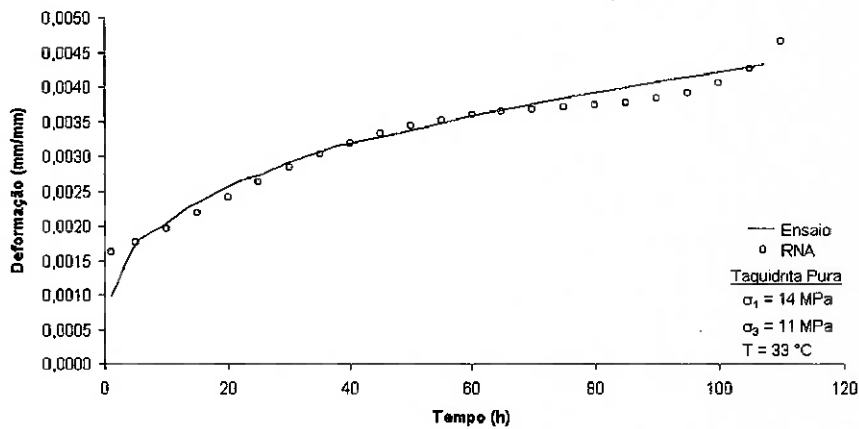


Figura 9.9 - Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-22 e resultados interpolados através da RNA treinada

Para demonstrar a capacidade de generalização das RNA's apresentamos no gráfico a seguir curvas de fluência (deformação \times tempo) para condições fixas de tensão axial e tensão de confinamento ($\sigma_1 = 15$ MPa e $\sigma_3 = 7$ MPa), para 4 condições de temperatura, sendo que as curvas para $T = 23^\circ\text{C}$ e $T = 53^\circ\text{C}$ foram obtidas por extrapolação a partir da RNA treinada.

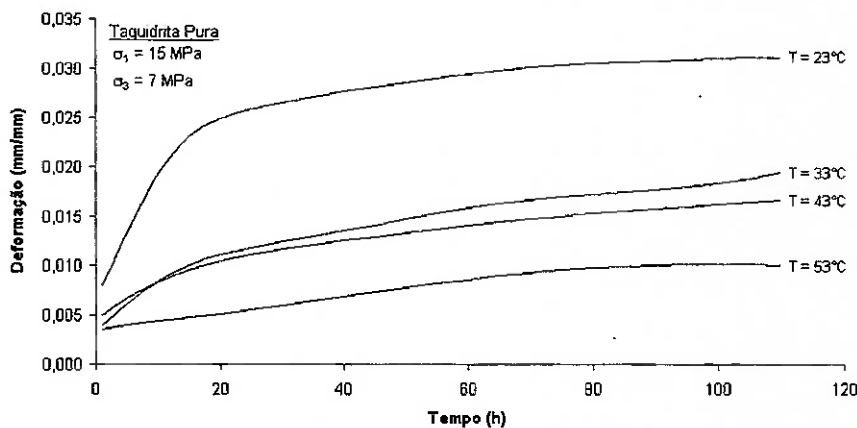


Figura 9.10 - Generalização do comportamento mecânico da rocha através da RNA (σ_1 e σ_3 fixos)

A seguir podemos observar o mesmo gráfico em uma apresentação tridimensional.

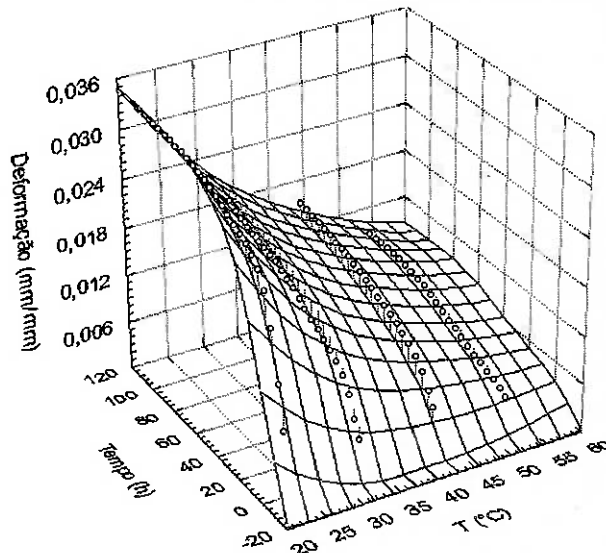


Figura 9.11 - Visão tridimensional da generalização do comportamento mecânico da rocha através da RNA (σ_1 e σ_3 fixos)

9.4. REPRESENTAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO A PARTIR DE DADOS DE ENSAIOS EM TAQUIDRITA IMPURA

A seguir temos tabelas que apresentam os resultados dos ensaios realizados sobre 7 corpos de prova de taquidrita impura segundo 2 condições de temperatura (33° C e 43° C), 3 condições de tensão axial (14 MPa, 15 MPa e 18 MPa) e 4 condições de tensão de confinamento (7 MPa, 9 MPa, 10 MPa e 11 MPa).

Tabela 9.2 - Ensaios de fluência em taquidrita impura

Corpo de Prova	σ_1 (MPa)	σ_3 (MPa)	T (°C)
HC-10	15	7	33
HC-14	15	7	43
HC-16	15	9	33
HC-18	15	9	43
HC-23	14	11	33
HC-26	14	11	43
HC-28	18	10	33

σ_1 (MPa)	σ_3 (MPa)	Temperatura (°C)		Total
		33	43	
14	11	HC-23	HC-26	2
	7	HC-10	HC-14	
15	9	HC-16	HC-18	2
	10	HC-28	-	
18	10	HC-28	-	1
Total		4	3	7

O conjunto de treinamento constituiu-se dos dados deformação x tempo para os seguintes corpos de prova: HC-10, HC-16, HC-18, HC-23, HC-26 e HC-28. Reservando-se os dados do ensaio sobre o corpo de prova HC-14 para o teste da RNA treinada.

A seguir podemos observar como a RNA treinada para a representação matemática do comportamento mecânico da taquidrita impura pode simular com boa precisão o comportamento de cada um dos 6 ensaios de fluência realizados sob diferentes condições de tensão axial, tensão de confinamento e temperatura.

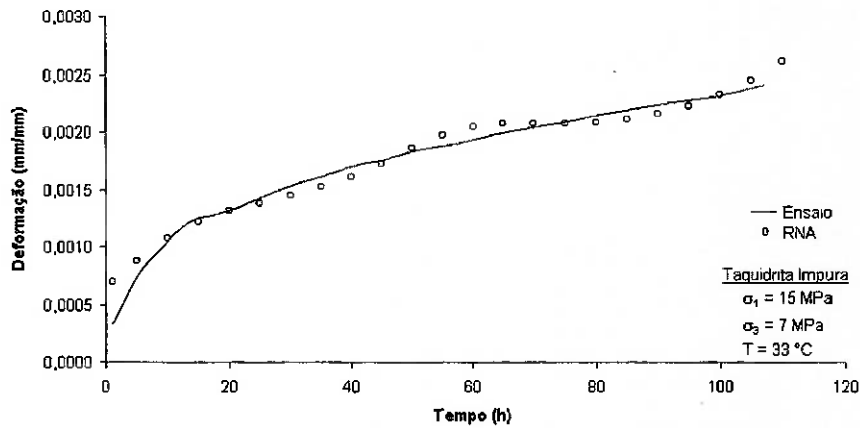


Figura 9.12 - Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-10 e resultados obtidos através da RNA treinada

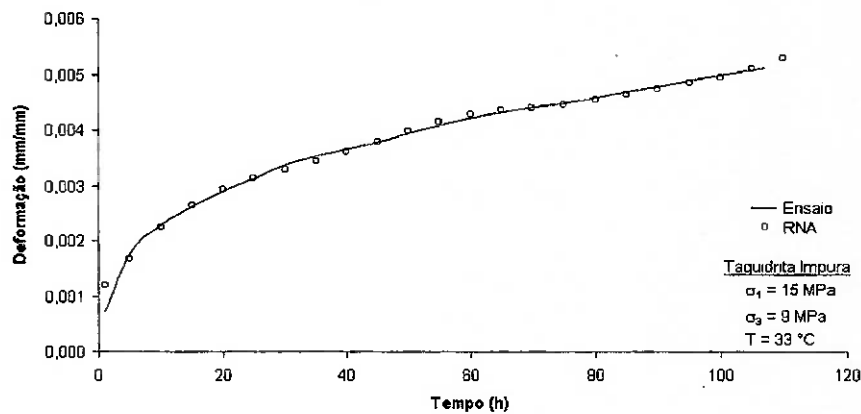


Figura 9.13 - Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-16 e resultados obtidos através da RNA treinada

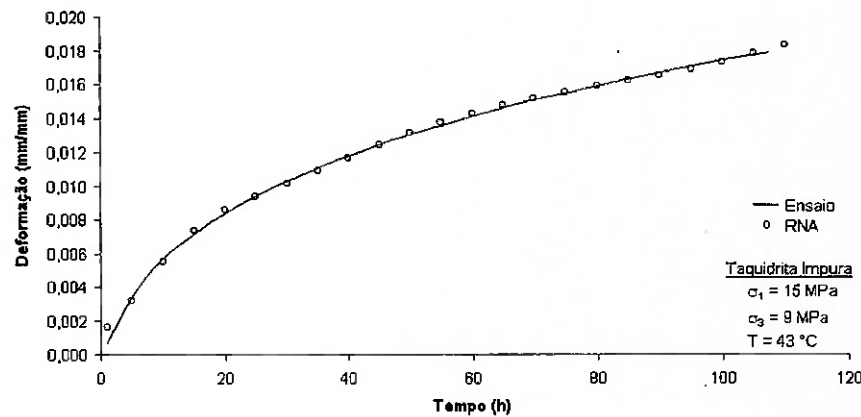


Figura 9.14 - Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-18 e resultados obtidos através da RNA treinada

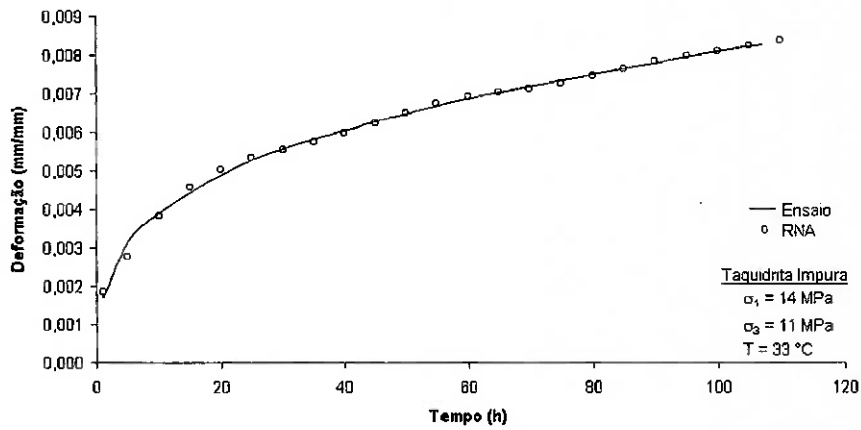


Figura 9.15 - Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-23 e resultados obtidos através da RNA treinada

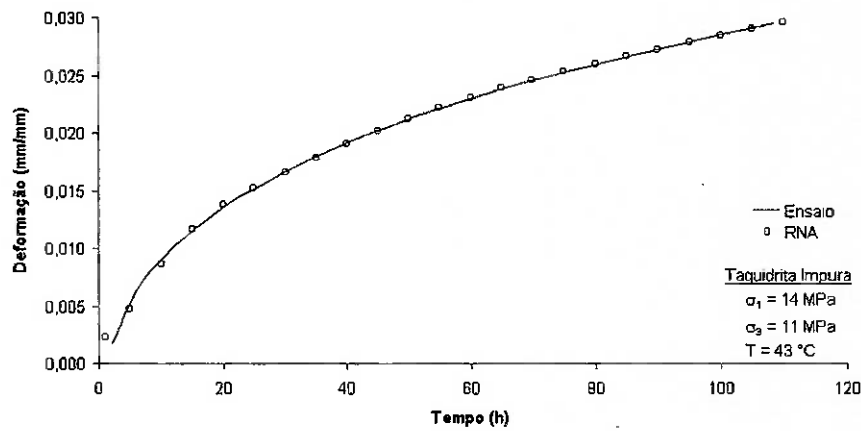


Figura 9.16 - Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-26 e resultados obtidos através da RNA treinada

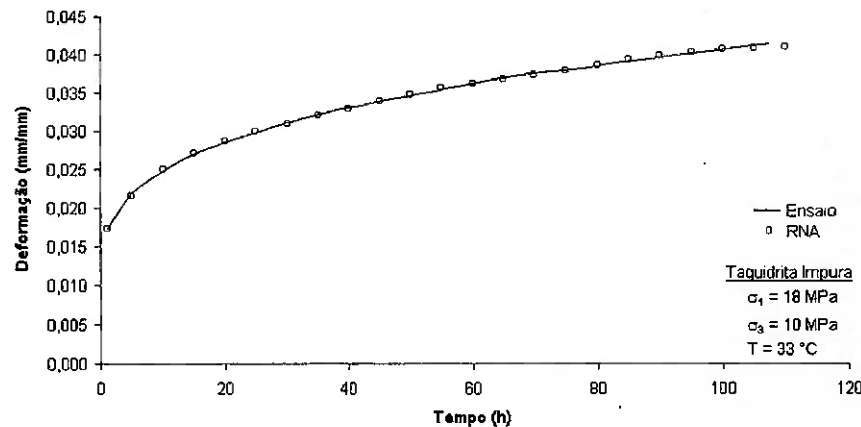


Figura 9.17 - Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-28 e resultados obtidos através da RNA treinada

Na figura que segue podemos observar a interpolação realizada pela RNA treinada, para os resultados obtidos no ensaio sobre o corpo de prova HC-14. O teste demonstrou adequação da RNA treinada à representação do comportamento mecânico da rocha.

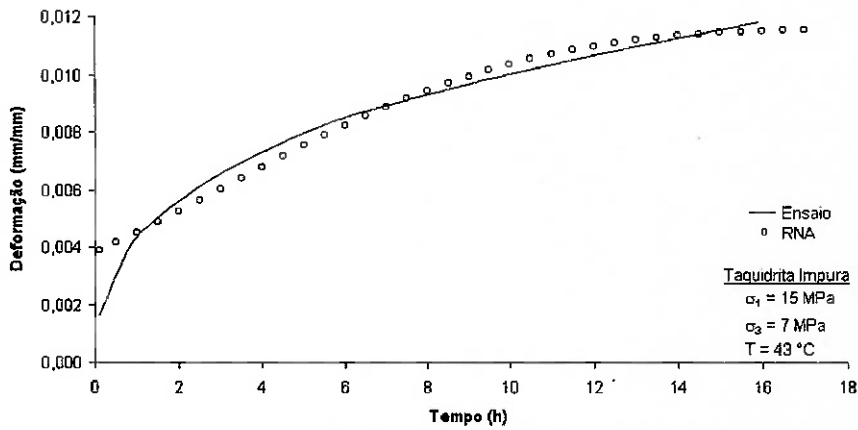


Figura 9.18 - Curva $\epsilon \times t$ para o corpo de prova HC-14 e resultados interpolados através da RNA treinada

Para demonstrar novamente a capacidade de generalização das RNA's apresentamos no gráfico a seguir curvas de fluência (deformação x tempo) para condições fixas de tensão axial e temperatura ($\sigma_1 = 15 \text{ MPa}$ e $T = 33^\circ \text{ C}$), para 5 condições de tensão de confinamento, sendo que as curvas para $\sigma_3 = 6 \text{ MPa}$, $\sigma_3 = 8 \text{ MPa}$ e $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ foram obtidas por extrapolação a partir da RNA treinada.

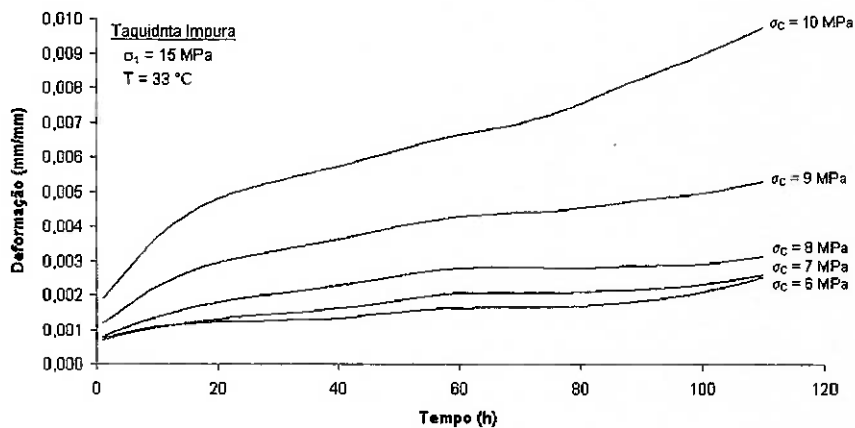


Figura 9.19 - Generalização do comportamento mecânico da rocha através da RNA (σ_1 e T fixos)

A seguir podemos observar o mesmo gráfico em uma apresentação tridimensional.

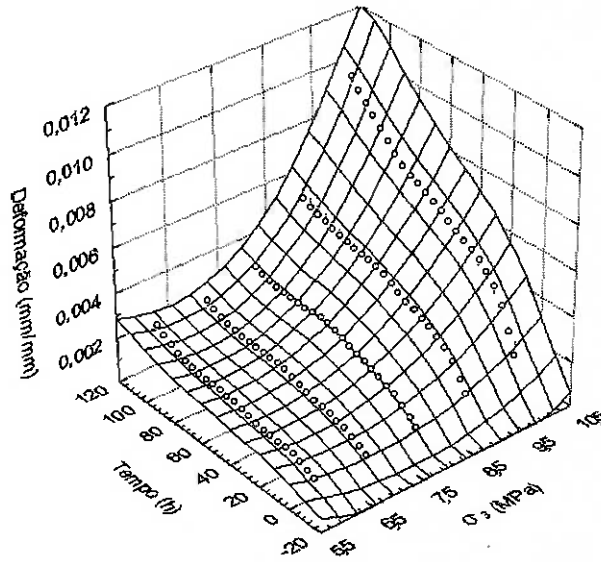


Figura 9.20 - Visão tridimensional da generalização do comportamento mecânico da rocha através da RNA (σ_1 e T fixos)

10. CONCLUSÕES

O objetivo básico de nossa pesquisa foi demonstrar a viabilidade técnica da utilização de uma metodologia alternativa aos modelos constitutivos na representação matemática do comportamento mecânico das rochas. A metodologia proposta se baseou na utilização de RNA's, que treinadas a partir de dados de ensaios mecânicos sobre corpos de prova da litologia de interesse, aprendem o relacionamento tensão x deformação característico e se constituem em "caixas-pretas" aonde as informações adquiridas ficam armazenadas sob a forma dos pesos das conexões sinápticas e respondem a estímulos de tensão fornecendo as deformações correspondentes.

A metodologia foi utilizada com sucesso em três aplicações diferentes. Na primeira aplicação, RNA's foram treinadas para representar o comportamento de três litologias diferentes: granito, arenito e itabirito, em ensaios de compressão uniaxial (variável independente: tensão axial - variáveis dependentes: deformações axial, circunferencial e volumétrica). Na segunda aplicação, uma RNA aprendeu o comportamento de um mármore ensaiado em compressão triaxial e levado até a fase de pós-ruptura, segundo condições diferentes de confinamento (variáveis independentes: tensão axial e tensão de confinamento - variável dependente: deformação axial). Na terceira aplicação, RNA's foram treinadas para aprenderem o comportamento de duas litologias: taquidrita pura e taquidrita impura em ensaios de fluência (variáveis independentes: tensão axial, tensão de confinamento, temperatura e tempo de aplicação da carga - variável dependente: deformação axial).

10.1. VANTAGENS DA METODOLOGIA PROPOSTA

As principais vantagens são:

Durante a aplicação da metodologia não é necessária a formulação de nenhuma hipótese a respeito do comportamento do material. Nas aplicações desenvolvidas a preocupação foi somente a de definir uma RNA que representasse os dados de treinamento e de teste com determinada precisão. Os dados obtidos a partir de ensaios compõem o conjunto de treinamento de onde o comportamento mecânico das rochas é apreendido. Na verdade nem se considerou que a massa de dados proveio de uma rocha com comportamento elástico, elastoplástico ou viscoelástico.

Não são utilizadas regras formais ou expressões matemáticas na definição do modelo de comportamento, pois a utilização de RNA's para representar rochas dispensa o uso de equações e regras que normalmente limitam a aplicação dos modelos constitutivos analíticos.

Sempre existe a possibilidade de melhorar o modelo via RNA, com a realização de novos ensaios, pois a RNA pode ser treinada novamente e pode incorporar novos dados à sua representação da rocha.

As RNA's são de fácil utilização após treinadas, já que nenhuma aproximação numérica é necessária para a implementação computacional. Uma vez treinada, a utilização de uma RNA

consiste em propagar os sinais da entrada para a saída realizando operações matemáticas simples.

10.2. DIFICULDADES DA METODOLOGIA PROPOSTA

A metodologia proposta foi desenvolvida para o caso do regime de carregamento monotônico, ou seja, considera-se que ocorre o carregamento ou o descarregamento da rocha a um ritmo constante. Isto se deve ao fato da parte central da metodologia ter sido desenvolvida a partir de dados experimentais que foram obtidos de ensaios de compressão uniaxial realizados segundo norma de ensaio (sugestão de norma da ISRM - "International Society for Rock Mechanics") que recomenda regime de aumento do carregamento constante. Desta forma a metodologia não está apta a prever o comportamento tensão x deformação da rocha para trajetórias de carregamento complexas, como a exemplificada na figura que segue.

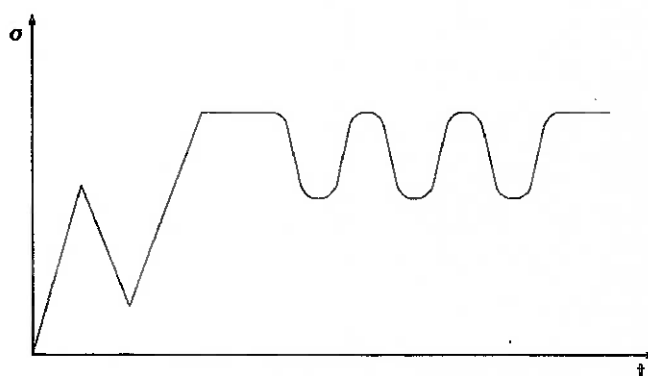


Figura 10.1 - Carregamento variável no tempo

Além desta limitação, outras dificuldades técnicas encontradas, foram:

A grande dificuldade no uso das RNA's é a definição do paradigma a ser utilizado e, no caso específico das RNA's multicamadas para frente utilizadas nesta pesquisa, a determinação do número de camadas ocultas e do número de neurônios por camada. Sabe-se que RNA's multicamadas para frente podem, desde que adequadamente construídas e treinadas, aproximar qualquer função com uma precisão desejada, mas o que não se sabe, é qual a configuração ideal da RNA e qual o tamanho do conjunto de dados de treinamento necessário para isso. Uma possível solução para este problema são os algoritmos genéticos, que constroem automaticamente RNA's, otimizando o número de camadas e de neurônios de acordo com o nível de precisão requerido.

O tempo dispendido no processo de treinamento das RNA's é normalmente grande. O tempo de aprendizado está relacionado à complexidade da estrutura da RNA, ao número de dados de treinamento, ao algoritmo utilizado e ao nível de precisão desejado. O treinamento de algumas das RNA's utilizadas nesta pesquisa demandou períodos que variaram de minutos a horas em um microcomputador comum. Este tempo pode ser radicalmente diminuído com a utilização de computadores de grande porte ou processadores especialmente desenvolvidos para o treinamento de RNA's.

As RNA's normalmente necessitam de um grande número de dados para seu treinamento, assim

uma das maiores dificuldades quando o objetivo é representar comportamentos complexos de rochas, envolvendo inúmeras variáveis, são as complicações técnicas na realização dos ensaios. Os modelos constitutivos tradicionais procuram definir parâmetros representativos do material que possam ser obtidos a partir de poucos ensaios. A abordagem utilizando RNA's exige uma maior quantidade de ensaios. Desta forma, a síntese de RNA's para a representação do comportamento mecânico de rochas depende da qualidade dos dados experimentais.

Não existem regras bem definidas para a determinação do conjunto de treinamento ideal. É consenso que quanto mais dados para treinamento, melhor. Mas não se sabe como precisar a quantidade de dados suficiente para um treinamento supervisionado, nem sua distribuição no domínio de interesse. Ainda existe a dificuldade de como representar os dados de treinamento, sendo necessárias, muitas vezes, etapas de pré-processamento com a normalização dos dados.

O funcionamento das RNA's ainda não está completamente esclarecido, assim com o pouco conhecimento que se tem a respeito das RNA's, a definição da arquitetura e o número de dados de treinamento suficientes para treinar uma RNA são estabelecidos de forma empírica.

As RNA's não explicam o comportamento da rocha. Desta forma, o conhecimento a respeito da rocha não é acessível, ficando distribuído pela RNA na forma dos pesos das conexões sinápticas. As RNA's não aumentam o conhecimento a respeito do comportamento do material.

10.3. BALANÇO: VANTAGENS X DIFICULDADES

A abordagem centrada no caso do regime de carregamento monotônico foi preferida, pois nas obras em rocha, de modo diverso das aplicações de materiais na construção civil e na indústria mecânica, os carregamentos aplicados estão próximos da condição monotônica, ou podem ser decompostos em trechos com aumento ou diminuição da carga nesta condição. Ou seja, não é comum a solicitação da rocha segundo carregamentos que apresentem repentinas e contínuas variações de amplitude e direção, ou mesmo condições cíclicas. De qualquer maneira, a metodologia utilizada pode, sem grandes dificuldades, ser estendida para considerar trajetórias de carregamento complexas, através de uma abordagem incremental, como normalmente é feito nas análises da teoria da plasticidade.

As desvantagens relacionadas à definição das RNA's, determinação do conjunto de treinamento ideal e demora no treinamento, se devem ao pouco conhecimento do funcionamento das RNA's. Essas desvantagens são transitórias e irão desaparecer à medida que avançar o desenvolvimento dos paradigmas de RNA's, dos algoritmos de treinamento e dos sistemas computacionais.

O fato do conhecimento a respeito do comportamento do material ser inacessível não tem importância para o uso em projeto, que é a motivação deste trabalho. A necessidade, neste caso, é de um modelo que possa representar o comportamento do material em aplicações práticas e não explicá-lo.

O número de ensaios necessários para se obter os dados para o treinamento é uma desvantagem

do uso de RNA's. Os modelos constitutivos analíticos são baseados em regras e expressões que definem parâmetros da rocha obtidos a partir de poucos ensaios. Ao contrário das RNA's, os modelos constitutivos permitem a economia de ensaios.

Os resultados das aplicações desenvolvidas na pesquisa foram obtidos sem o estabelecimento de hipóteses a respeito do material e sem a definição de expressões matemáticas, sendo esta a grande vantagem do uso de RNA's na representação do comportamento mecânico das rochas.

Nenhuma aproximação numérica é necessária com o uso de RNA's na representação dos comportamentos elástico, elastoplástico e viscoelástico. Qualquer não linearidade fica impregnada nos pesos das conexões distribuídas pela RNA.

A partir desta análise de vantagens e dificuldades a seguinte conclusão pode ser obtida:

As RNA's são viáveis para representar matematicamente o comportamento mecânico das rochas para os casos uniaxial e triaxial de tensões.

10.4. SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

Esta pesquisa não se esgota com a produção deste trabalho, pelo contrário, ela abre um novo campo e suscita mais perguntas que podem ser temas para novas pesquisas, especialmente nas seguintes direções:

Extensão da metodologia a uma abordagem incremental, de modo que seja possível a previsão do comportamento mecânico da rocha quando submetida a diferentes trajetórias de carregamento. Nesta abordagem para os mesmos dados de um ensaio de compressão uniaxial, é possível proceder-se ao treinamento de uma RNA, por exemplo, alimentado valores da tensão axial aplicada (σ_1), da deformação axial correspondente (ε_A), da variação local da tensão axial ($\Delta\sigma_1$) e da variação local da deformação axial ($\Delta\varepsilon_A$) (a cada momento no tempo σ_1 e ε_A caracterizam o estado mecânico atual da rocha e $\Delta\sigma_1$ e $\Delta\varepsilon_A$ informam o gradiente, ou seja, a tendência do comportamento), e obtém-se como resultado a variação da deformação axial para um instante posterior ($\Delta\varepsilon_A(t+1)$), como mostrado na figura que segue.

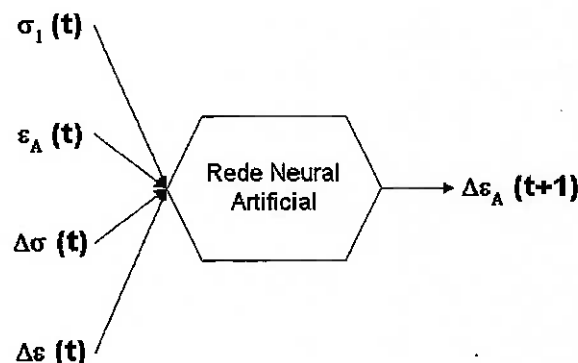


Figura 10.2 - Exemplo de RNA para uma abordagem incremental na representação do comportamento mecânico das rochas

Desenvolvimento da formulação de um elemento finito como sendo uma RNA, assim o modelo da rocha estaria embutido no elemento. O comportamento da rocha seria dado pelo processamento interno de cada elemento e distribuído por toda a malha.

Desenvolvimento de RNA's para analisar melhor o caso triaxial de tensões, pois o uso de RNA's para representar o comportamento de rochas pode ser muito vantajoso no caso de tensões triaxiais, devido à grande dificuldade de se desenvolver modelos constitutivos analíticos.

Investigação da quantidade de dados de treinamento necessários, pois uma das dificuldades no uso de RNA's para representar o comportamento de rochas está na quantidade de dados de treinamento, e portanto, de ensaios necessários. Um desenvolvimento importante seria determinar a quantidade de dados de treinamento que possa gerar uma RNA capaz de representar de forma adequada um determinado comportamento de uma rocha.

Utilização das RNA's para modelar outros comportamentos complexos de rochas, pois existem comportamentos que exigem modelos constitutivos sofisticados e difíceis de serem utilizados e que poderiam ser substituídos por RNA's.

Desenvolvimento de RNA's para modelar rochas com características viscoelásticas considerando a fluência e a relaxação para várias temperaturas. No presente trabalho foi desenvolvida uma aplicação considerando somente ensaios de fluência sobre corpos de prova de taquidrita pura e taquidrita impura. Pode-se desenvolver RNA's que representem também a relaxação do material.

Ainda, para que melhores modelos do comportamento mecânico das rochas baseados em RNA's possam ser desenvolvidos, alguns estudos são necessários. Especificamente:

É necessário aumentar-se o conhecimento a respeito do funcionamento das RNA's, pois é preciso explicar melhor como os resultados são obtidos, especialmente em paradigmas mais complicados, para que sejam usados de forma mais consciente.

Deve-se desenvolver procedimentos para a síntese de RNA's. Assim, as dificuldades nesta tarefa devem ser diminuídas através do desenvolvimento de algoritmos e métodos para a definição da configuração mais adequada para cada aplicação.

É necessária uma padronização dos procedimentos de ensaio de rochas com comportamento complexo, pois a exigência de um maior número de ensaios necessários para o treinamento de RNA's, requer formas simples de realizar ensaios em rochas que apresentem comportamentos mais complexos, como: fluência, relaxação etc.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMOROSI, A.; MILLAR, D. L.; RAMPELO, S. On the use of artificial neural networks as generic descriptors of geomaterial mechanical behaviour. In: ISRM INTERNATIONAL SYMPOSIUM - EUROCK'96, Turin, 1996. **Proceedings**. Rotterdam, Balkema, p.161-8, 1996.
- AMPAZIS, N. **Introduction to Neural Networks**. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <<http://www.iit.demokritos.gr/neural/intro/>>. Acesso em 14/02/2001.
- ANDERSON, D.; MCNEIL, G. **Artificial Neural Networks Technology**. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <http://www.dacs.dtic.mil/techs/neural/neural_ToC.html>. Acesso em 12/02/2001.
- ASSZONYI, C.; RICHTER, R. **The continuum theory of rock mechanics**. Clausthal, Trans Tech Publications, 1979.
- BIENIAWSKI, Z. T. Mechanism of brittle fracture of rock - part I: theory of the fracture process. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, Oxford, v. 4, n.4, p.395-430, Oct. 1967.
- BROWN, E. T. **Rock characterization testing and monitoring: ISRM suggested methods**. Oxford, Pergamon, 1981.
- BROWN, E. T. The nature and fundamentals of rock engineering. In: HUDSON, J. A. et al. **Comprehensive rock engineering: principles, practice & projects**. Oxford, Pergamon, v.1, cap.1, p.1-23, 1993.
- CAI, J. G.; ZHAO, J.; HUDSON, J. A. Computerization of rock engineering systems using neural networks with an expert system. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, Heidelberg, v.31, n.3, p.135-52, 1998.
- CAI, Y. D. The application of artificial neural-network in determining the blasting classification of rocks. In: 2ND INT. CONF. ENGINEERING BLASTING TECHNIQUE, Beijing, 1995. **Proceedings**. Peking University Press, p.24-7, 1995.
- CHEN, W.; SALEEB, A. F. **Constitutive equations for engineering materials**. Amsterdam, Elsevier, 1994.
- CLARICI, E.; MILLAR, D. L.; OWEN, D. B. On the practical use of artificial neural networks in minerals engineering. In: ATTI III CONGRESSO ITALO BRASILIANO DI INGEGNERIA MINERARIA, 1994. **Proceedings**. EPUSP/Universita di Cagliari/ Anim, p.183-7, 1994.
- CRIDA, R. C.; JAGER, G. Rock recognition using neural networks. In: Third SOUTH AFRICAN WORKSHOP ON PATTERN RECOGNITION, Pretoria, 1992. **Proceedings**. Pretoria, Pretoria University, p.130-5, 1992.

- CUNDALL, P. A. Distinct elements models of rock and soils structures. In: BROWN, J. A., ed. **Analytical and computational methods in engineering rock mechanics**. London, Allen & Unwin, 1987.
- CUNDALL, P. A.; HART, R. D. Numerical modeling of discontinua. In: HUDSON, J. A. et al. **Comprehensive rock engineering: principles, practice & projects**. Oxford, Pergamon, v.2, cap.9, p.231-44, 1993.
- DOVSTAM, K.; DALENBRING, M. Damping function estimation based on modal receptance models and neural nets. **Computational Mechanics**, v.19, n.4, p.271-86, 1997.
- ELLIS, G. W.; YAO, C.; ZHAO, R.; PENUMADU, D. Stress-strain modeling of sands using artificial neural networks. **Journal of Geotechnical Engineering - ASCE**, v.121, n.5, p.429-35, 1995.
- FENG, X. T.; WANG, Y. J.; YAO, J. G. A neural network model for real-time roof pressure prediction in coal mines. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, Oxford, v.33, n.6, p.647-53, 1996.
- FRANKLIN, J. A.; DUSSEAU, M. B. **Rock engineering**. New York, MacGraw-Hill, 1989.
- GALLAGHER, R. H. **Finite element analysis - Fundamentals**. New Jersey, Prentice-Hall, 1975.
- GHABOUSSI, J. Neural network constitutive models determined from structural tests. In: 1996 11TH CONFERENCE ON ENGINEERING MECHANICS, New York, 1996. **Proceedings ASCE**. v.2, p.701-4, 1996.
- GHABOUSSI, J.; GARRET JR., J. H. Knowledge-based modeling of material behavior with neural network. **Journal of Engineering Mechanics**, v.117, n.1, p.132-153, 1991.
- HECHT-NIELSEN, R. **Neurocomputing**. New York, Addison-Wesley, 1990.
- HUANG, Y. **Application of Artificial Neural Networks to Rock Engineering Problems**. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <<http://epubl.luth.se/1402-1544/1997/16/>>. Acesso em 14/09/1999.
- HUDSON, J. A.; HUDSON, J. L. Rock mechanics and the internet. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, Oxford, v.34, n.3/4, p.603, 1997.
- JAMSA-JOUNELA, S. L.; KARESUVUORI, J.; LAURILA, H. Flotation process neural data analysis and on-line monitoring. In: 32ND ANNUAL OPERATOR'S CONFERENCE OF THE CANADIAN MINERAL PROCESSORS. **Proceedings**. Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum, Ottawa, p.441-57, 2000.
- KANJ, M.; ROEGIERS, J. C. A neural approach to sand production prediction in well.

International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Oxford, v.35, n.4/5, p.489, 1998.

KING, R. L.; SIGNER, S. P. Using artificial neural networks for feature detection in coal mine roofs. In: 8TH INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER METHODS AND ADVANCES IN GEOMECHANICS, Morgantown, 1994. **Proceedings**. Rotterdam, Balkema, p.1853-7, 1994.

LEE, C.; STERLING, R. Identifying probable failure modes for underground openings using a neural network. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, Oxford, v.29, n.1, p.49-67, 1992.

LEVY, S.; DUBOIS, J. H. **Plastics product design engineering handbook**. New York, Chapman and Hall, 1984.

LIN, Y. M.; WANG, L.; FENG, X. T. Closed intelligent system for optimal support design of underground excavations. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, Oxford, v.34, n.3-4, p.675, 1997.

MASSARANI, M. **Uso de redes neurais artificiais para representar o comportamento viscoelástico de materiais**. São Paulo, 1997. 139p. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

MENDES FILHO, E. F. **Redes Neurais Artificiais**. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <<http://www.icmc.sc.usp.br/~andre/neural1.html>>. Acesso em 29/01/2001.

MEULENKAMP, F.; GRIMA, M. A. Application of neural networks for the prediction of the unconfined compressive strength (UCS) from Equotip hardness. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, Oxford, v.36, n.1, p.29-39, 1999.

MILLAR, D. L.; CALDERBANK, P. A. On the investigation of a multilayer feedforward neural network model of rock deformability behaviour. In: 8TH INTERNATIONAL CONGRESS INT. SOC. ROCK MECHANICS, Tokyo, 1995. **Proceedings**. Rotterdam, Balkema, v.2, p.933-8, 1995.

MILLER, G. G.; HOWIE, W. L.; UTT, W. K.; SUNDERMAN, C. B. **Control systems for drilling**. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <<http://www.cdc.gov/nriosh/pit/csd.html>>. Acesso em 10/02/1999.

MOHAGHEGH, S. **Artificial neural networks for predicting reservoir heterogeneity**. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <<http://www.nrcce.wvu.edu/news/artificial.htm>>. Acesso em 10/02/1999.

MOON, H. K.; NA, S. M.; LEE, C. W. Artificial Neural-Network Integrated with Expert-System for Preliminary Design of Tunnels and Slopes. In: 8th INTERNATIONAL CONGRESS ON

- ROCK MECHANICS, Tokyo, Japan. **Proceedings**. Rotterdam, Balkema, p.901-5, 1995
- OKUDA, H.; MIYAZAKI, H.; YAGAWA, G. A neural network approach for modeling of viscoplastic material behaviors. In: 1994 PRESSURE VESSELS AND PIPING CONFERENCE, Minneapolis, 1994. **Proceedings**. Advanced Computers Applications ASME PVP, v.274, p.141-145, 1994.
- PERNOT, S.; LAMARQUE, C. H. Application of Neural Networks to the Modelling of Some Constitutive Laws. **Neural Networks**, v.12, p.371-92, 1999.
- PIDAPARTI, R. M. Material model for composites using neural networks. **AIAA Journal**, v.31, n.8, p.1533-5, 1993.
- QINGBIN, L. Acquiring the constitutive relationship for a thermal viscoplastic material using an artificial neural network. **Journal of Materials Processing Technology**, v.62, n.1-3, p.206-10, 1996.
- RUMMEL, F.; FAIRHURST, C. Determination of the post-failure behavior of brittle rock using a servo-controlled testing machine. **Rock Mechanics**, v. 2, n. 4, p. 189-206, 1970.
- RUOKONEN, E. Application of the expert system based on neural network at the kei concentrators. In: TOOL ENVIRONMENTS AND DEVELOPMENT METHODS FOR INTELLIGENT SYSTEMS, Oulu, 1996. **Proceedings**. University of Oulu, Oulo, Report A n.4, 1996.
- SARLE, W. S. **Neural Networks FAQ**. [online] Disponível na Internet via FTP. URL: <ftp://ftp.sas.com/pub/neural/FAQ.html>. Acesso em 20/02/2001.
- SUMPTER, B. G.; NOID, D. W. On the design, analysis and characterization of materials using computacional neural networks. **Polymers Annual Review of Materials Science**, v.25, p.223-77, 1996.
- VEIGA, M. M.; MEECH, J. A. Fuzzy-neural systems for adaptive reasoning on environmental risk analysis. In: FIRST INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INFORMATION TECHNOLOGIES IN THE MINERAL INDUSTRY VIA THE INTERNET, Atenas, 1997. **Proceedings**. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <http://www.metal.ntua.gr/msslab/MineIT97/papers/VM25/Vm25tl.htm>. Acesso em 19/09/1999.
- VILLAR, R.; PÉREZ, R.; GOMEZ, C.; FINCH, J. A. Use of a neural network for level sensing in flotation columns, flotation. In: V MEETING OF SOUTHERN HEMISPHERE ON MINERAL PROCESSING AND III LATIN AMERICAN CONGRESS ON FROTH FLOTATION, Concepcion, 1994. **Proceedings**. Academic Press, v.2, p.85-100, 1994.
- WAWERSIK, W. R.; FAIRHURST, C. A study of brittle rock fracture in laboratory compression experiments. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, Oxford, v.7,

p.561-75, 1970.

XU, Q.; HUANG, R. Q. Artificial neural network methods for spatial prediction of slope stability. In: 7TH INTERNATIONAL CONGRESS INT. ASSOC. ENGINEERING GEOLOGY, Lisbon, 1994. **Proceedings**. Rotterdam, Balkema, p.4725-8, 1994.

YANG, Y.; ZHANG, Q. A hierarchical analysis for rock engineering using artificial neural networks. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, Heidelberg, v.30, n.4, p.207-22, 1997.

YI, H.; LINDQVIST, P. A. The prediction of rock quality parameters by using neural-network models. In: 4TH INT. SYMP. MINE PLANNING AND EQUIPMENT SELECTION, Calgary, 1995. **Proceedings**. Rotterdam, Balkema, p.933-7, 1995.

ZERBINI, R. C. **Metodologia para classificação de vcg através de redes neurais**. São Paulo, 1993. 124p. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

ZHANG, Q.; SONG, J.; NIE, X. Application of neural network models to rock mechanics and rock engineering. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, Oxford, v.28, n.6, p.535-40, 1991.

ZHANG, Y. CHUGH, Y. P.; YANG, G. Fuzzy neural network for chain pillar design in longwall coal mining. In: 35TH U.S. SYMPOSIUM ON ROCK MECHANICS. **Proceedings**. Rotterdam, Balkema, June, p.593-8, 1995.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

- ALVES, M. A. L. **Utilização de frequências naturais e redes neurais artificiais para detecção de defeitos em estruturas**. São Paulo, 1997. 118p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- ANDREEV, G. E. **Brittle failure of rock materials: test results and constitutive models**. Rotterdam, A. A. Balkema, 1995.
- ARAI, F.; TANAKA, T.; FUKUDA, T. Recurrent neural network modeling and control of flexible plate material. In: 1994 IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON NEURAL NETWORKS, Orlando, 1994. **Proceedings**, v.6, p.3770-3, Piscataway, 1994.
- ARSLAN, A.; INCE, R. The neural network approximation to the size effect in fracture of cementitious materials. **Engineering Fracture Mechanics**; v.54, n.2, p.248-261, 1996.
- AYRES DA SILVA, L. A. **Análise de tensões e deformações**. São Paulo, EPUSP/PMI, 2000.
- AYRES DA SILVA, L. A. **Comportamento mecânico das escavações subterrâneas**. São Paulo, EPUSP/PMI, 1998.
- AYRES DA SILVA, L. A.; HENNIES, W. T. Methodology for rock mass compressive strength characterization from laboratory tests. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON SCALE EFFECTS IN ROCK MASSES, 2, Lisbon, 1993. **Proceedings**. Rotterdam, Balkema, p.217-24, 1993.
- AYRES DA SILVA, L. A.; QUADROS, E. F.; GONÇALVES, H. H. S. **South American Conference in Rock Mechanics - Design and Construction in Mining, Petroleum and Civil Engineering**. São Paulo, EPUSP, 1998.
- BAHDER, T. B. **Mathematica for scientists and engineers**. New York, Addison-Wesley, 1995.
- BIENIAWSKI, Z. T. **Rock mechanics design in mining and tunneling**. Rotterdam, Balkema, 1984.
- BRADY, B. H. G. Dynamic behavior of rock. In: HUDSON, J. A. et al. **Comprehensive rock engineering: principles, practice & projects**. Oxford, Pergamon, v.1, cap.24, p.611-24, 1993.
- BRADY, B. H. G.; BROWN, E. T. **Rock mechanics for underground mining**. London, Allen & Unwin, 1985.
- CHEN, H. M.; et al. Neural network for structure control. **Journal of Computing in Civil Engineering**. v.9, n.2, p.168-176, 1993.
- CIVIDINI, A. Constitutive behavior and Numerical modelling. In: HUDSON, J. A. et al. **Comprehensive rock engineering: principles, practice & projects**. Oxford, Pergamon, v.1,

cap.16, p.395-426, 1993.

- DESAL, C.; CHRISTIAN, J. T. **Numerical methods in geotechnical engineering**. New York, MacGraw-Hill Book Company, 1977.
- FAUSETT, L. **Fundamentals of neural networks - Architectures, algorithms and applications**. New Jersey, Prentice-Hall, 1994.
- FENG, X. T.; WANG, Y. J. Integrated intelligent modelling on slope stability analysis. In: ISRM INTERNATIONAL SYMPOSIUM - EUROCK'96, Turin, 1996. **Proceedings**. Rotterdam, Balkema, p.577-82, 1996.
- FLOOD, I.; KARTAM, N. Neural networks in civil engineering I: principles and understanding. **Journal of Computing in Civil Engineering**, v.8, n.2, p.131-148, 1994.
- FLOOD, I.; KARTAM, N. Neural networks in civil engineering II: systems and applications. **Journal of Computing in Civil Engineering**, v.8, n.2, p.149-162, 1994.
- GALLAGHER, R. H. **Finite element analysis - Fundamentals**. New Jersey, Printice-Hall, 1975.
- GOODMAN, R. E. **Introduction to rock mechanics**. New York, Wiley, 1980.
- HART, R. D. An introduction to distinct element modeling for rock engineering. In: HUDSON, J. A. et al. **Comprehensive rock engineering: principles, practice & projects**. Oxford, Pergamon, v.2, cap.10, p.245-62, 1993.
- HERGET, G. **Stresses in rock**. Rotterdam, Balkema. 1988.
- HOEK, E.; BROWN, E. T. **Underground excavations in rock**. London, The Institute of Mining Metallurgy, 1980.
- HUDSON, J. A. **Rock mechanics in engineering practice**. London, Butterworths, 1989. (CIRIA Ground Engineering Report).
- INMAN, D. **Neural Networks - Parallel Distributed Processing: An Introduction**. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <<http://www.scism.sbu.ac.uk/inmandw/tutorials/pdp/pdpintro.html>>. Acesso em 14/02/2001.
- KOVÁCS, Z. L. **Redes neurais artificiais - Fundamentos e aplicações**. São Paulo, Edição Acadêmica, 1996.
- LADE, P. V. Rock strength criteria: the theories and the evidence. In: HUDSON, J. A. et al. **Comprehensive rock engineering: principles, practice & projects**. Oxford, Pergamon, v.1, cap.11, p.255-84, 1993.

- MAREN, A.; HARSTON, C.; PAP, R. **Handbook of neural computing applications**. San Diego, Academic Press, 1990.
- MARTINS, J. B. Numerical methods in geomechanics. In: NATO ADVANCED STUDY INSTITUTE, 1981. **Proceedings**. Braga, University of Minho, 1982.
- MTS SYSTEMS CORPORATION. **Model 815 - rock and concrete mechanics testing system: technical description**. Eden Praire, 1995. /Manual de equipamento/
- OKUBO, S.; FUKUI, K; NISHIMATSU, Y. Control performance of servo-controlled testing machines in compression and creep tests. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts**, v.30, n.3, p.247-56, 1993.
- PARRY, R. H. G. **Mohr circles, stress paths, and geotechnics**. London, 1995.
- PATTERSON, D. W. **Artificial neural networks - Theory and applications**. New York, Prentice-Hall, 1996.
- PELLS, P. J. N. Uniaxial Strength testing. In: HUDSON, J. A. et al. **Comprehensive rock engineering: principles, practice & projects**. Oxford, Pergamon, v.3, cap.3, p.67-85, 1993.
- SANSONE, E. C. **Estudo de aspectos geomecânicos aplicados ao projeto de minas subterrâneas**. São Paulo, 1997. 228p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- SANSONE, E. C.; AYRES DA SILVA, L. A. Pillar stability analysis in high grade manganese ore underground mines. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM OF THE INTERNATIONAL SOCIETY FOR ROCK MECHANICS; CONGRESO SULAMERICANO DE MECANICA DE ROCAS, 4, Santiago, 1994. **Proceedings**. Santiago, Sochige/Editec, v.1, p.471-8, 1994.
- STERGIOU, C.; SIGANOS, D. **Neural Networks**. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <http://www.doc.ic.ac.uk/~nd/surprise_96/journal/vol4/cs11/report.html>. Acesso em 15/02/2001.
- TAFFNER, M. A.; XEREZ, M.; RODRIGUES FILHO, I. W. **Redes neurais artificiais - Introdução e princípios da Neurocomputação**. Blumenau, Editora EKO, 1996.
- TATIBANA, C. Y.; KAETSU, D. Y. **Uma Introdução às Redes Neurais**. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <<http://www.din.uem.br/ia/neurais/>>. Acesso em 29/01/2001.
- WAWERSIK, W. R.; FAIRHURST, C. A study of brittle rock fracture in laboratory compression experiments. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, Oxford, v.7, p.561-75, 1970.
- WIDROW, B.; LEHR, M. A. 30 years of adaptive neural networks: perceptron, madaline, and

backpropagation. **Proceedings of the IEEE**, v.78, n.9, 1990.

WOLFRAM, S. **Mathematica - a system for doing mathematics by computer**. New York, Addison-Wesley, 1993.

YOSHIKAWA, N. K. **Análise de parâmetros geomecânicos de interesse à lavra de minas**. São Paulo, 1990. 221p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.