

GUILHERME HENRIQUE DANIEL BORBA

Engenheiro Naval, Escola Politécnica da USP, 1974

UM MÉTODO PARA A ANÁLISE DE CASCOS
RESISTENTES DE SUBMARINOS, UTILIZANDO A
TEORIA DE CASCAS FINAS
(PROGRAMA TRIDENTE)



*
Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para a obtenção do Tí-
tulo de Mestre em Engenharia

Orientador: Prof.Dr. ALFREDO COARACY BRASIL GANDOLFO
Professor Titular do Departamento de En-
genharia Naval da EPUSP

São Paulo, 1983

À Esther e ao Ricardo

AGRADECIMENTOS

Ao professor Dr. ALFREDO COARACY BRASIL GANDOLFO, pela orientação recebida.

Ao professor Dr. RONALDO DE BREYNE SALVAGNI, pelas sugestões valiosas e pelo auxílio permanente.

Aos professores Dr. EDISON GONÇALVES e Capitão-de-Fragata (EN) JORGE PINHEIRO DA COSTA VEIGA, pelas contribuições ao desenvolvimento do trabalho.

Ao Contra-Almirante (EN) ELCIO DE SÁ FREITAS, pelos ensinamentos sobre a Teoria de Cascas Finas e pela doação de vários trabalhos sobre o assunto.

Aos colegas Capitães-de-Corveta (EN) ADERBAL CAMINA DA NETO e SERGIO P.C. GARCIA, pelos inúmeros trabalhos enviados da Inglaterra e dos Estados Unidos.

À Sra. NEUSA MARIA JORGINO e ao Terceiro-Sargento - (ES) FRANCISCO GOMES DA SILVA, pela dedicação e pelo capricho na datilografia.

E, em especial, à minha esposa, ESTHER, pelo incentivo permanente e pelo companheirismo em todos os momentos.

SUMÁRIO

Desenvolve-se um método para a análise de cascas axissimétricas compostas e reforçadas, através da Teoria de Cascas Finas. Utilizando este método, é elaborado um programa de computador, denominado de TRIDENTE, capaz de analisar cascas compostas de trechos em forma de cilindros e de troncos de cones, e que pode ser expandido para a análise de trechos com outros formatos.

ABSTRACT

A method, based on the Theory of Thin Shells, is developed for the analysis of composite and reinforced axisymmetric shells. Using this method, a computer program, called TRIDENTE, is done. It can analyse shells composed by simple shells in the shapes of cylinders and frustrums of cone, but it can be expanded in order to analyse other shapes.

ÍNDICE

Título	Página
Agradecimentos	1
Sumário	3
Notação e nomenclatura	11
Lista de figuras	18
Lista de tabelas	22
<hr/>	
CAP. 1 - INTRODUÇÃO	1.1
1.1. Análise do casco resistente de um submarino	1.1
1.2. Método proposto	1.3
CAP. 2 - TRONCOS DE CONE E CILINDROS DE REVOLUÇÃO	2.1
2.1. Cascas cônicas de revolução: Solução Exata e Aproximação Assintótica	2.1
2.2. Cascas cônicas e cilíndricas de revolução : Aproximação de Geckeler	2.10
2.3. Parâmetros das constantes de integração e co-eficientes de influência de extremidade	2.16
CAP. 3 - ESFORÇOS DE EXTREMIDADE	3.1
3.1. Introdução	3.1
3.2. Antepara interna rígida	3.2
3.2.1. Antepara na base maior da casca	3.3
3.2.2. Antepara na base menor da casca	3.4
3.3. Interseção sem enrijecedor de duas cascas com geometrias ou materiais diferentes	3.6
3.3.1. Ambas as cascas são curtas	3.8
3.3.2. Uma das cascas é longa ou é um cone	3.8
3.3.3. Ambas as cascas são longas, ou uma é	

Título	Página
longa e a outra é um cone	3.9
3.4. Anel ou caverna de alma espessa	3.9
3.5. Caverna de rigidez finita	3.17
3.6. A análise de um casco de submarino	3.20
3.7. Exemplos numéricos	3.23
3.7.1. Solução pela Teoria de Cascas Finas	3.24
3.7.1.1. Obtenção das expressões para os esforços e para o deslocamento radial do cilindro	3.24
3.7.1.2. Obtenção dos coeficientes de influência de extremidade do cilindro	3.28
3.7.1.3. Obtenção das constantes de integração em função dos esforços de extremidade	3.30
3.7.1.4. Obtenção das tensões na superfície externa do cilindro com a extremidade reforçada por uma caverna	3.30
3.7.1.5. Obtenção das tensões na superfície externa do cilindro com a extremidade refoçada por um anel	3.32
3.7.2. Conclusões	3.35
CAP.4 - MÉTODO PARA A ANÁLISE DE CASCOS RESISTENTES DE SUBMARINOS _ PROGRAMA "TRIDENTE"	4.1
4.1. Método proposto para a análise de cascos resistentes de submarinos	4.1
4.2. O programa TRIDENTE	4.2
4.3. Aplicação do método: análise de um submarino real	4.3

Título	Página
CAP. 5 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	5.1
5.1. Conclusões	5.1
5.2. Recomendações	5.2
 CAP. 6 - APÊNDICES	
APÊNDICE A: MODELAGEM DO CASCO RESISTENTE DE UM SUBMARINO PARA A ANÁLISE POR ELEMENTOS FINI TOS AXISSIMÉTRICOS	A.1
A.1. Introdução	A.1
A.2. Largura da malha	A.4
A.2.1. Estrutura engastada	A.5
A.2.1.1. Solução pela Teoria de Cascas Finas	A.6
A.2.1.2. Análise por elementos finitos	A.8
A.2.2. Estrutura reforçada	A.20
 APÊNDICE B: SOLUÇÃO EXATA PARA CASCAS CÔNICAS DE REVOLUÇÃO	B.1
B.1. Introdução	B.1
B.2. Teoria de Cascas Finas: introdução , simbologia e convenção de sinais	B.2
B.3. Cascas de revolução com módulos de elasticidade longitudinais variáveis	B.11
B.4. Cascas de revolução co módulos de e lasticidade longitudinais, coeficien -	

Título	Página
tes de Poisson e coeficientes de dilatação térmica constantes	B.16
B.5. Cone ou tronco de cone de revolução	B.20
B.6. Solução Exata para cones e troncos de cone de revolução	B.28
B.6.1. Solução Particular: cascas cônicas com resistência à flexão submetidas à pressão externa constante	B.31
B.6.2. Solução Complementar: cascas cônicas com resistência à flexão submetidas apenas aos esforços de extremidade	B.33
B.6.3. Solução Geral: cone ou tronco de cone com resistência à flexão submetido à pressão externa constante e a esforços de extremidade	B.38
B.6.4. Tensões de membrana	B.42
B.6.5. Efeitos de flexão: cascas curtas e longas	B.48
B.6.6. Constantes de integração para troncos de cone curtos	B.54
B.6.7. Coeficientes de influência de extremidade	B.56

Título	Página
APÊNDICE C: SOLUÇÕES APROXIMADAS PARA UM CONE OU UM TRONCO DE CONE DE REVOLUÇÃO	C.1
C.1. Introdução	C.1
C.2. Expansão Assintótica	C.2
C.3. Definição do comportamento de uma casca cônica por uma equação diferencial de quarta ordem	C.3
C.4. Eliminação da derivada de segunda ordem	C.5
C.5. Eliminação das derivadas de segunda e terceira ordens - Aproximação de Geckel- ler	C.8
APÊNDICE D: TENSÕES E DEFORMAÇÕES	D.1
D.1. Generalidades	D.1
D.2. Casca de revolução de material isotrópi- co, de espessura constante, com a super- fície de referência à meia espessura, sob pressão externa constante, esforços de extremidade axissimétricos e sem car- regamento térmico	D.3
APÊNDICE E: APROXIMAÇÃO DE GECKELER PARA CONE OU TRONCO DE CONE DE REVOLUÇÃO	E:1
E.1. Introdução	E.1
E.2. Resolução da equação diferencial aproxi- mada	E.3
E.3. Esforços e deflexões em função de m e y	E.7

Título	Página
E.4. Simplificação das expressões que definem os esforços e deflexões (utilizando a abcissa y)	E.13
E.5. Solução para um cilindro	E.19
E.6. Alcance dos efeitos de flexão - constantes de integração para cascas curtas e longas	E.19
E.7. Constantes de integração usando a abcissa y e β constante, para troncos de cone e cilindros curtos	E.23
E.8. Coeficientes de influência de extremidade, usando a abcissa y e β constante, para troncos de cone e cilindros curtos	E.26
E.9. Solução para troncos de cone e cilindros curtos, usando a abcissa Y e β constante	E.29
E.10. Solução para troncos de cone e cilindros curtos, usando a abcissa y e β variável	E.37
E.11. Exemplo numérico	E.41
E.12. Constantes de integração e coeficientes de influência, usando as abcissas y e Y , para troncos de cone e cilindros longos	E.47
E.13. Constantes de integração e coeficientes de influência para cones	E.51

Título	Página
E.14. Conclusões	E.52
APÊNDICE F : PROGRAMA TRIDENTE: CÁLCULO DAS TENSÕES	
EM UMA CASCA AXISSIMÉTRICA COMPOSTA E REFORÇADA	F.1
F.1. Manual do programa TRIDENTE	F.1
F.1.1. Introdução	F.1
F.1.2. Entrada de dados	F.12
F.2. Descrição do programa	F.17
F.2.1. Introdução	F.17
F.2.2. Programa principal	F.19
F.2.3. Subrotina COEFTR	F.23
F.2.4. Subrotina COECIL	F.23
F.2.5. Subrotinas CAVER, ANEL, UNIAO e ANTRIG	F.23
F.2.6. Subrotina LEQT2F	F.27
F.2.7. Subrotina SOLTRC	F.27
F.2.8. Subrotina SOLCIL	F.27
F.3. Listagem do programa	F.28
F.4. Exemplo de aplicação	F.52
F.4.1. Solução usando ICAS(IC)=45	F.54
F.4.1.1. Dados de entrada	F.54
F.4.1.2. Listagem de saída do programa	F.57
F.4.2. Solução usando ICAS(IC)=15	F.70
F.4.2.1. Dados de entrada	F.70
F.4.2.2. Listagem de saída do programa	F.70
CAP. 7 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	7.1

NOTAÇÃO E NOMENCLATURA

A simbologia abaixo é utilizada ao longo de todo o trabalho, tanto no corpo principal como nos apêndices. Estes, no entanto, usam alguns símbolos adicionais específicos para cada um deles, e que são definidos ao longo dos próprios Apêndices. A seção B.2 define a simbologia adotada no Apêndice B.

A_θ, A_ψ	Componentes, ao longo das curvas paramétricas de uma superfície, do comprimento unitário de uma linha da superfície (fig. 1 e pag. B.4)
B_1, B_2, B_3, B_4	Constantes de integração
A, B, C, D, E	Índices inferiores, que definem a localização das grandezas nas extremidades de duas cascas vizinhas (figs. 3.3, 3.4 e 3.7b)
A_C	Área da seção transversal de uma caverna ou de um conjunto anel-caverna (ver nas pags. 3.13 e 3.18)
$B_{iM_j}, B_{iH_j}, B_{iM_k}, B_{iH_k}, B_{ip} (i=1,2,3,4)$	Parâmetros das constantes de integração (ver expressão (2.47))
C_1, C_2, C_3, C_4	Constantes de integração
$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$	Módulo de rigidez à flexão

E	Módulo de elasticidade longitudinal
E_C	Mód. de elasticidade longit. do material de uma caverna ou de um anel (pags. 3.13 e 3.18)
H	Força radial (figs. 2 e 3)
I_C	Momento de inércia de uma caverna ou de um anel (pags. 3.13 e 3.18)
M_x, M_θ	Momentos fletores (figura 3)
$M_{x\theta}, M_{\theta x}$	Momentos torsores (figura 3)
N_x, N_θ	Forças normais (fig. 3)
$N_{x\theta}, N_{\theta x}$	Forças tangenciais (fig.3)
<hr/>	
Forças aplicadas nas extremidades de uma casca simples (figuras 2 e 3):	
\bar{H} e \bar{M}	Força radial e momento fletor
\bar{N} e \bar{Q}	Forças normal (fig. 3.9) e cortante
P	Força axial
<hr/>	
$Q = Q_x = Q_\psi = Q_\theta$	Força cortante (figuras 1,2 e 3)
R	Valor do raio r de um ponto da superfície de referência de uma casca cônica, escolhido para o cálculo de β (expressão 2.23)
R_θ, R_ψ	Raios principais de curvatura de uma superfície (fig. 1)
Y, y, x	Coordenadas medidas ao longo da geratriz da superfície de referên

	cia de cascas cônicas e cilíndricas (figs. 2,3 e 2.1)
Z	Coordenada axial usada na análise por elementos finitos (figs. 3.9 e A.1)
$a_{jj}, a_{jk}, a_{kj}, a_{kk}, b_{jj}, b_{jk},$ $b_{kj}, b_{kk}, g_{jj}, g_{jk}, g_{kj}, g_{kk},$ $d_{jj}, d_{jk}, d_{kj}, d_{kk}, c_j, c_k,$ f_j, f_k	Coeficientes de influência de extre- midade de uma casca simples (ver a expressão (2.43))
$\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d}, \bar{g}, \bar{f}$	
$ber_2 \xi, bei_2 \xi, ker_2 \xi, kei_2 \xi$	Funções de Kelvin de segunda ordem
h	Espessura de uma casca (figs. 1,2,3)
c , p	Índices superiores que indicam as so- luções complementar (c), e parti- cular (p) de cada grandeza
j , k	Índices inferiores que indicam a lo- calização de uma grandeza em uma casca cônica ou cilíndrica, em uma das suas extremidades (figs. 2 e 3)
	Deslocamentos de pontos da superfície de referência (figs. 1,2 e 3):
m = -w	- perpendicularmente à superfície
$\bar{m} = -\bar{w}$	-radial (perpendicular ao eixo de simetria)
u = u_ψ	- ao longo da geratriz
u_θ	- circunferencial
k_a, k_z	Definidos pelas expressões (3.13)

p	Pressão
q , q _ψ	Carregamento distribuído na superfície de uma casca (fig. 1)
r	Raio da superfície de referência de uma casca cônica ou cilíndrica (figuras 2 e 3)
r _p	Raio externo de um anel ou de uma caverna (fig. 3.4)
r _θ	Distância de um ponto da superfície de referência de uma casca cônica ou cilíndrica ao eixo de simetria, medida ortogonalmente à geratriz (figs. 2 e 3)
α	Semi-ângulo no ápice da superfície de referência de uma casca cônica
$\beta = \sqrt[4]{\frac{3 \cos^2 \alpha}{R^2 h^2} (1 - \nu^2)}$	
γ _{xθ} , γ _{xn} , γ _{θn}	Distorções (deformações angulares)
δ ₁ , δ ₂	Dimensões de um anel ou de uma caverna (fig. 3.4)
ε _x , ε _θ , ε _n	Deformações lineares (seção A.2)
l	Comprimento de uma casca (fig. 2,3)
ν	Coeficiente de Poisson
$\bar{\theta}_\psi = \bar{\theta}$; $\bar{\theta}_\theta$	Rotações nas seções θ= constante e ψ=constante (ou x=constante)
σ _ψ =σ _x , σ _θ , σ _n	Tensões normais (figs. 1 e 3)

σ_{eq}	Tensão equivalente (expressão 4.1)
$\tau_{\psi\theta} = \tau_{x\theta}$, $\tau_{xn} = \tau_{\psi n}$, $\tau_{\theta n}$	Tensões de cisalhamento (fig. 1)
(ψ, θ, ζ)	Sistema de coordenadas em uma casca de revolução (fig. 1)
(x, θ, ζ) ; (Y, θ, ζ) ; (y, θ, ζ)	Sistemas de coordenadas em uma casca cônica ou cilíndrica
cascas cônicas	Engloba cones e troncos de cone
$\xi = 2 \left[12(1-\nu^2) \frac{\cot^2 \alpha}{h^2} \right]^{1/4} \sqrt{x}$	(expressão (2.14))

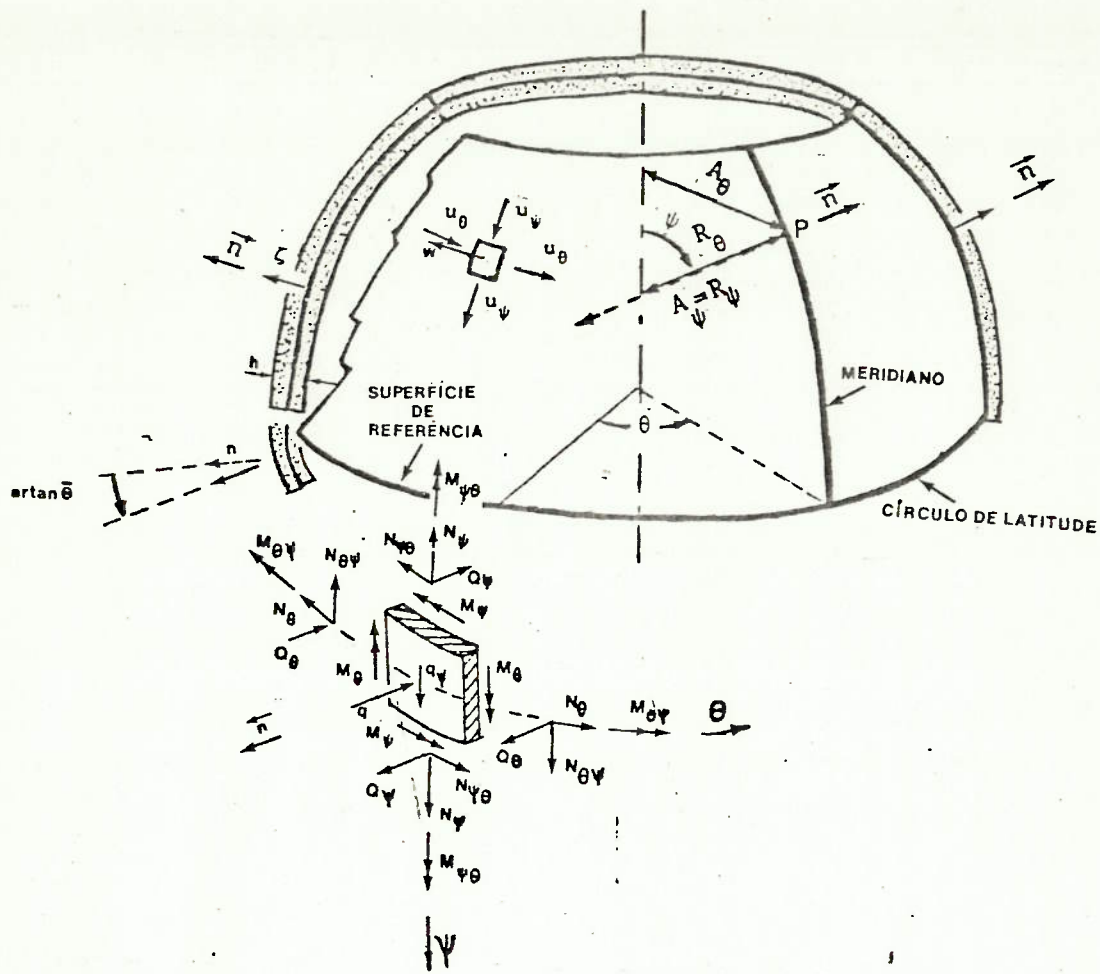


FIGURA 1 - NOTAÇÃO E SENTIDOS POSITIVOS EM UMA CASCA DE REVOLUÇÃO

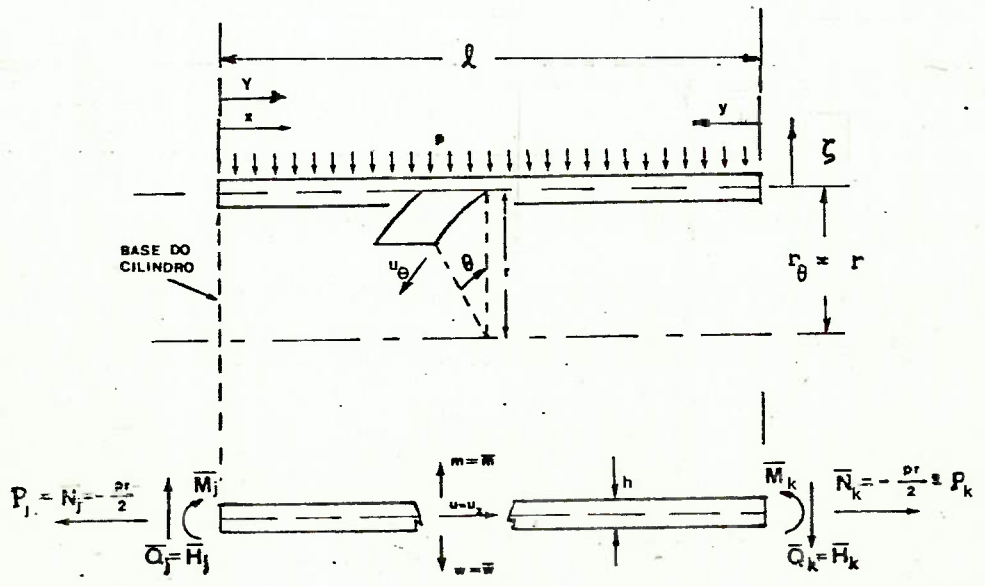


FIGURA 2 - NOTAÇÃO E SENTIDOS POSITIVOS EM UMA CASCA CILÍNDRICA

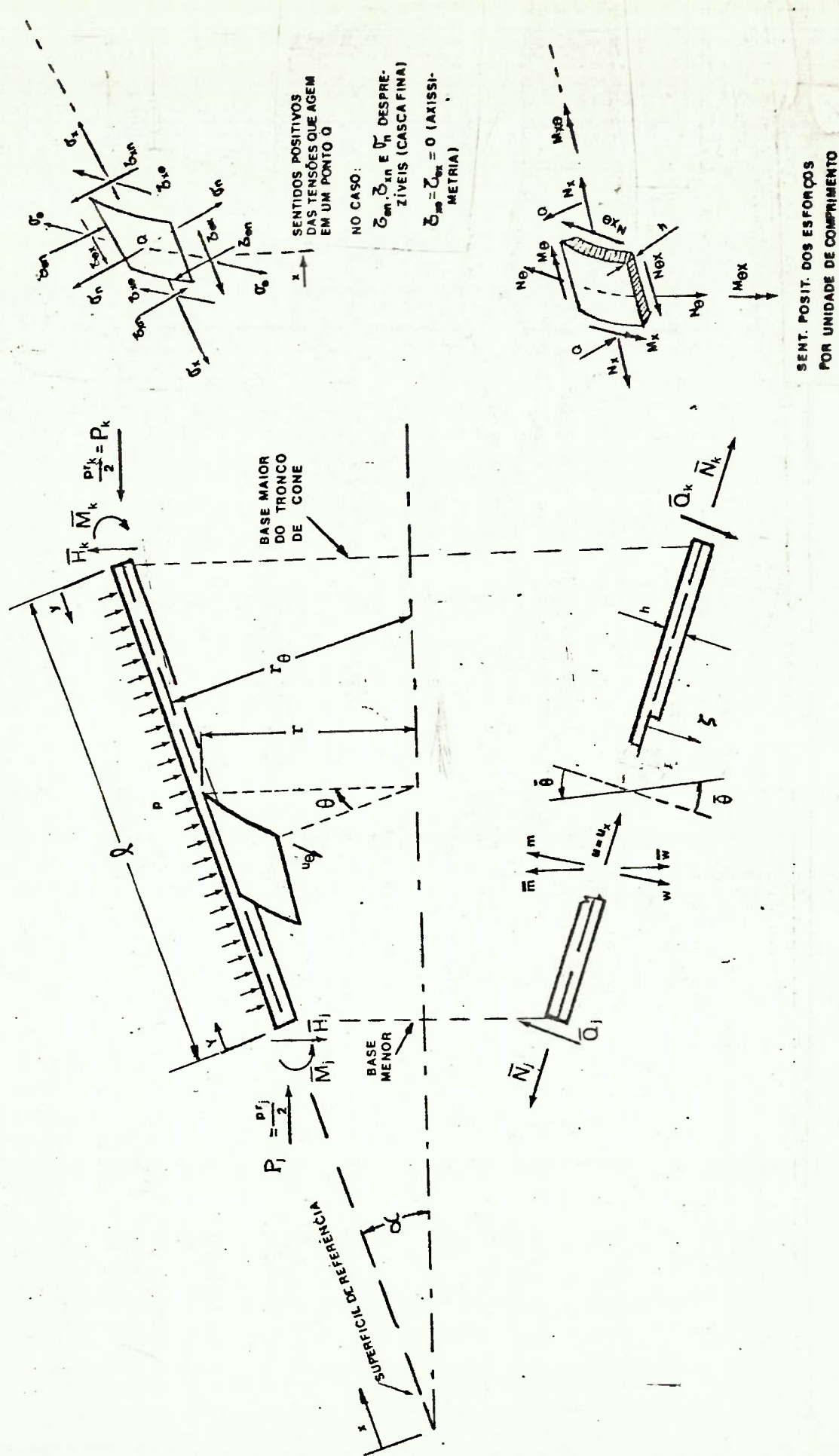


FIGURA 3 - NOTAÇÃO E SENTIDOS POSITIVOS EM UMA CASCA CÔNICA

LISTA DE FIGURAS

FIGURA	ASSUNTO	PÁGINA
1	Notação em uma casca de revolução	16
2	Notação em uma casca cilíndrica	16
3	Notação em uma casca cônica	17
1.1	Casco de um submarino	1.2
1.2	Análise de uma casca simples	1.5
2.1	Tronco de cone de revolução	2.2
2.2	Cilindro de revolução	2.14
3.1.a } 3.1.b }	Esforços em uma antepara interna rígida	3.2
3.2	Antepara interna	3.5
3.3	Interseção de duas cascas de geometrias ou materiais diferentes	3.7
3.4	Esforços em um anel de ligação rígido	3.10
3.5.a	Efeito da rotação do anel	3.13
3.5.b	Efeito da translação radial do anel	3.13
3.6	Perfil tipo T com alma espessa	3.15
3.7.a } 3.7.b }	Esforços em uma caverna de rigidez finita	3.17
3.8	Região de popa de um submarino típico	3.21
3.9	Cilindro sob pressão externa com um anel ou com uma caverna em uma das suas bases	3.25
3.10	Tensões na superfície externa de um cilindro reforçado por uma caverna em uma extremidade	3.34
3.11	Tensões na superfície externa de um cilindro reforçado por um anel em uma extremidade	3.34
4.1	Região de popa do casco resistente de um submarino real	4.5

FIGURA	ASSUNTO	PÁGINA
4.2	Discretização da estrutura de popa do casco resistente de um submarino real	4.6
4.3	Tensões σ_x na superfície externa da popa de um submarino	4.12
4.4	Tensões σ_x na superfície interna da popa de um submarino	4.13
4.5	Tensões σ_θ na superfície externa da popa de um submarino	4.14
4.6	Tensões σ_θ na superfície interna da popa de um submarino	4.15
4.7	Tensões σ_n fornecidas pelo NAVSAP na popa de um submarino	4.16
5.1	Anel de ligação de espessura uniformemente variável	5.3
5.2	Anel de ligação composto	5.3
A.1	Discretização da estrutura de popa de um submarino típico (corte longitudinal)	A.3
A.2	Cilindro sob pressão externa constante, com uma das extremidades engastada	A.5
A.3	Modelos de discretização do cilindro	A.9
A.4	Tensões longitudinais na superfície externa de um cilindro sob pressão externa constante, com uma extremidade engastada, obtidas por modos compatíveis, sem carga aplicada	A.15
A.5	Tensões longitudinais na superfície externa do cilindro acima citado, obtidas por modos incompatíveis, sem carga aplicada	A.16

FIGURA	ASSUNTO	PÁGINA
A.6	Tensões circunferenciais na superfície externa do cilindro acima citado, sem carga aplicada	A.17
A.7	Tensões longitudinais na superfície externa do cilindro acima citado, com carga aplicada	A.18
A.8	Tensões circunferenciais na superfície externa do cilindro acima citado, com carga aplicada	A.19
B.1	Casca de revolução: sistema de coordenadas e sentidos positivos dos esforços internos, carregamento distribuído, deslocamentos e rotação	B.4
B.2	Simbologia e sentidos positivos em um cilindro	B.8
B.3	Simbologia e sentidos positivos em uma casca cônica	B.9
B.4	Simbologias e sentidos positivos utilizados nas superfícies	B.10
B.5	Casca cônica: modificações do sistema de coordenadas	B.20
B.6	Esforços de extremidade em um tronco de cone e em um cone	B.34
B.7	Análise de um trecho do casco resistente de um submarino	B.39
B.8	Tronco de cone sob tensões de membrana	B.46
B.9	Tensões de membrana no tronco de cone	B.47
B.10	Funções $ker_2\xi$ e $kei_2\xi$	B.50
B.11	Funções $ber_2\xi$ e $bei_2\xi$	B.50
E.1	Casca cônica: coordenadas Y e y	E.4
E.2	Funções $e^{\beta y} \cos \beta y$, $e^{\beta y} \sen \beta y$, $e^{-\beta y} \cos \beta y$, $e^{-\beta y} \sen \beta y$	E.20

FIGURA	ASSUNTO	PÁGINA
E.3	Estudo de um cone usando domos esféricos abertos elementares	E.40
E.4	Exemplo numérico: tronco de cone apoiado em uma extremidade	E.41
E.5	Exemplo numérico: modelagem por elementos finitos de um tronco de cone apoiado em uma extremidade	E.41
E.6	Exemplo numérico: tensão σ_x na superfície externa do tronco de cone	E.46
F.1	Numeração de trechos e de descontinuidades para uso no programa TRIDENTE	F.2
F.2	Propriedades geométricas de uma caverna ou de um anel de ligação	F.5
F.3	Localização dos pontos de cada trecho onde devem ser calculadas as tensões	F.9
F.4	Exemplo de estrutura que não pode ser analisada pelo programa TRIDENTE	F.12
F.5	Indexação dos esforços de extremidade	F.24
F.6	Esforços de extremidade de uma estrutura composta	F.26
F.7	Exemplo da aplicação do programa TRIDENTE: região de popa do casco resistente de um submarino	F.53

LISTA DE TABELAS

TABELA	ASSUNTO	PÁGINA
A.1	Razão σ_{θ} (NAVSAP)/ σ_{θ} (CASCAS) nos picos de tensão em um cilindro sob pressão externa constante com uma extremidade engastada	A.12
A.2	Razão σ_x (NAVSAP)/ σ_x (CASCAS) nos picos de tensão em um cilindro sob pressão externa constante com uma extremidade engastada	A.13
A.3	Valores da tensão σ_n na superfície externa de um cilindro sob pressão externa constante e com uma extremidade engastada	A.14
E.1	Condições de apoio e esforços aplicados para a obtenção dos coeficientes de influência de extremidade em um tronco de cone através do programa NAVSAP	E.43
E.2	Valores dos coeficientes de influência de extremidade de um tronco de cone, obtidos pelo programa NAVSAP e pela Aproximação de Geckeler	E.44

1. INTRODUÇÃO

1.1 ANÁLISE DO CASCO RESISTENTE DE UM SUBMARINO

A estrutura de um submarino convencional compreende, a grosso modo, um casco interno, que envolve os compartimentos habitáveis, as praças de máquinas, praças de baterias e alguns tanques, e um casco externo, que lhe confere um formato hidrodinâmico. Excetuando os volumes ocupados por redes e equipamentos, o espaço entre ambos os cascos permanece vazio quando o submarino está flutuando, e fica cheio de água quando ele está totalmente submerso.

No caso de submersão, portanto, é o casco interno que suporta todo o esforço causado pela diferença entre a pressão do meio flúido, atuando externamente a ele, e a pressão atmosférica, que existe no seu interior. Devido a êste fato, o casco interno é conhecido como "casco resistente" (Figura 1.1), e do seu dimensionamento depende a profundidade máxima na qual o submarino poderá submergir sem entrar em colapso; a pressão manométrica da água do mar a esta profundidade é denominada "pressão de colapso".

Assim, a fase inicial, e a mais importante, do projeto estrutural de um submarino é a do dimensionamento do seu casco resistente de modo a que suporte a submersão à profundidade máxima exigida pelo "armador". Nesta fase, são definidas as formas do casco, a espessura do chapeamento, as posições e as

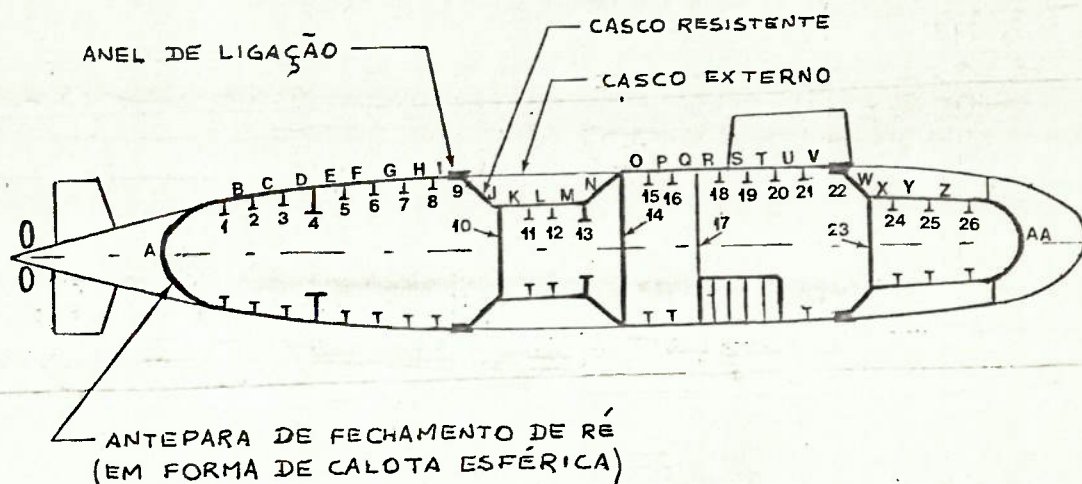


FIGURA 1.1 - CASCO DE UM SUBMARINO

dimensões dos reforços (cavernas e anéis de ligação), das anteparas transversais estanques e dos conveses contínuos, além de serem escolhidos os tipos de materiais. Os efeitos das aberturas e de outros pontos de concentração de tensões no casco resistente são estudados em uma fase posterior, e normalmente ocasionam alterações pequenas na estrutura anteriormente definida.

Não se pode precisar como é, atualmente, executado o projeto de submarinos, devido às poucas informações obtidas a este respeito (na sua grande maioria, elas são sigilosas e pertencem a firmas e governos estrangeiros). No entanto, sabe-se que a análise das tensões no casco resistente, submetido à "pressão de colapso", tem uma grande importância na fase inicial do projeto. Na falta de um método mais adequado para o projeto, po

de-se, inclusive, idealizar um modelo para o casco resistente e, após sucessivas análises das tensões e correções no modelo original, chegar à definição do casco. Na análise, o valor da "pressão de colapso" é considerado constante ao longo de toda a casca.

Um processo já conhecido no Brasil para a análise das tensões é o que utiliza elementos finitos, através do programa de computador denominado de NAVSAP (referência 7). Este método apresenta a vantagem de poder ser aplicado a qualquer tipo de estrutura. No entanto, a preparação dos dados necessários ao processamento é bastante trabalhosa, e os resultados obtidos dependem, em grande parte, da modelagem utilizada (ver Apêndice A).

O objetivo deste trabalho é apresentar um outro processo para a análise dos cascos resistentes de submarinos que permita a comparação dos resultados com os obtidos pelo NAVSAP, aumentando, assim, a confiabilidade na análise.

1.2 MÉTODO PROPOSTO

O processo proposto se baseia na Teoria de Cascas Finas e é aplicável apenas às regiões axissimétricas do casco do submarino. A estrutura é tratada como uma "casca composta", isto é, formada por "cascas simples" e descontinuidades (representados nas Figura 1.1, respectivamente, por letras e números).

Uma "casca simples" é um trecho do chapeamento do casco resistente onde são constantes as propriedades mecânicas do material e a geometria; esta última é definida pela espessura da chapa, pela forma geométrica do trecho (por exemplo: cilindro de revolução, tronco de cone, etc.) e pelas dimensões que a caracterizam (tais como o raio de um cilindro, o ângulo da geratriz do cone com o eixo de simetria, etc.).

Uma descontinuidade é uma seção do casco:

- onde ocorre uma variação na geometria ou nas propriedades do material do chapeamento e/ou
- onde se situa uma caverna, uma antepara ou um anel de ligação (Figura 1.1).

O método utiliza a seguinte sequência de cálculo:

a) obtenção dos coeficientes de influência de extremidade de cada casca simples; estes coeficientes representam os deslocamentos radiais \bar{m}_j e \bar{m}_k e as rotações $\bar{\theta}_j$ e $\bar{\theta}_k$ nas extremidades j e k de cada trecho (Figura 1.2), causadas por esforços de extremidade ($\bar{H}_j, \bar{H}_k, \bar{M}_j$ ou \bar{M}_k), ou por uma pressão externa p, de valores unitários.

b) cálculo dos esforços de extremidade que atuam em cada trecho, causados pela ação do restante da estrutura, inclusive das descontinuidades situadas nas extremidades do trecho.

c) cálculo das tensões no sentido da geratriz (σ_x) e circunferenciais (σ_θ) nas superfícies externa e interna de

cada trecho, considerando-o isolado dos demais, e sob a ação dos esforços de extremidade e da pressão (Figura 1.2). Os valores da tensão σ_n são considerados desprezíveis na Teoria de Cascas Finas.

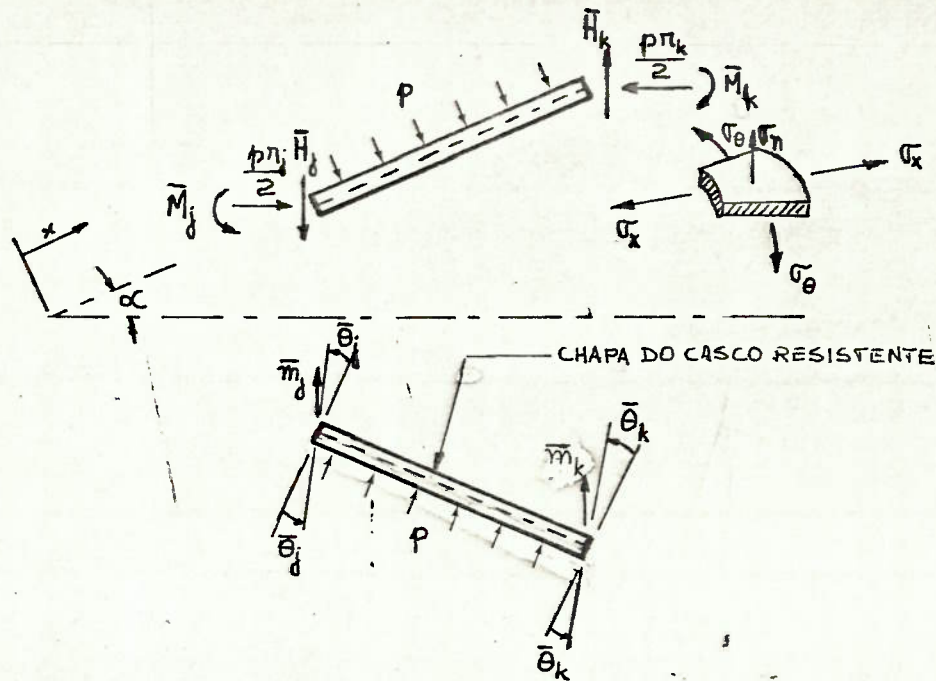


FIGURA 1.2 - ANÁLISE DE UMA CASCA SIMPLES

Para a aplicação deste método, idealizou-se um programa de computador que, no estágio atual, apresenta as seguintes limitações:

a) pode ser utilizado apenas para as regiões axissimétricas do casco resistente que estejam submetidas a esforços de extremidade também axissimétricos.

b) aplica-se apenas a casca simples com o formato de cilindros curtos e troncos de cone curtos, e a descontinuidades dos tipos:

- caverna
- anel de ligação rígido
- antepara transversal interna rígida
- união de duas cascas simples com geometrias e/ou materiais diferentes.

c) o raio de qualquer ponto da superfície situada a meia espessura do chapeamento do casco resistente, deve ser igual ou superior a dez vezes a espessura naquele ponto.

d) as bases menores de todas as cascas cônicas da estrutura devem estar voltadas para o mesmo sentido (para proa ou para popa). Em outras palavras, o raio do chapeamento do casco resistente, em relação ao seu eixo de simetria, deve ser constante (no caso de cascas simples cilíndricas) ou crescer continuamente (no caso de cascas simples cônicas) à medida que se caminha de popa para proa, ou de proa para popa.

Este programa pode ser ampliado com facilidade de modo a levar em conta outros formatos de cascas simples e outros tipos de discontinuidades. Ele tem a vantagem, em relação ao NAVSAP, de exigir muito pouco trabalho do usuário na preparação dos dados de entrada.

Na impossibilidade de se executar experiências práticas para a validação dos conceitos teóricos desenvolvidos ao longo do trabalho, procurou-se têstá-los através de exemplos numéricos, comparando os resultados com os obtidos pela aplicação do programa NAVSAP.

2. TRONCOS DE CONE E CILINDROS DE REVOLUÇÃO

2.1. CASCAS CÔNICAS DE REVOLUÇÃO: SOLUÇÃO EXATA E APROXIMAÇÃO ASSINTÓTICA:

As expressões (2.1) a (2.13), obtidas da Teoria de Cascas Finas, permitem que se calcule os esforços, a rotação e o deslocamento radial em qualquer seção de um cone ou de um tronco de cone de revolução submetido à pressão externa constante (p), a esforços de extremidade axissimétricos ($\bar{H}_j, \bar{M}_j, \frac{Pr_j}{2}, \bar{H}_k, \bar{M}_k$ e $\frac{Pr_k}{2}$) e sem carregamento térmico (Figura 2.1). Elas foram deduzidas no Apêndice B, utilizando as seguintes hipóteses simplificadoras (referência 1):

a) o raio da superfície de referência da casca deve ser igual ou superior a dez vezes a sua espessura. A superfície de referência é o que passa à meia espessura da casca.

b) os deslocamentos dos pontos da casca são pequenos.

c) a tensão normal à superfície de referência é desprezível em face dos valores das tensões σ_x e σ_θ .

d) os pontos da casca situados em uma linha reta ortogonal à superfície de referência antes da deformação da casca permanecem sobre uma reta normal àquela superfície após a deformação, e a espessura da casca, medida sobre esta normal, não se altera devido à deformação. Esta hipótese é semelhante à de Bernoulli-Euler para a teoria de vigas, que considera que "seções planas permanecem planas". Ela acarreta: $\epsilon_n = \gamma_{1n} = \gamma_{2n} = 0$.

e) a casca possui material isotrópico e sua espessura é constante.

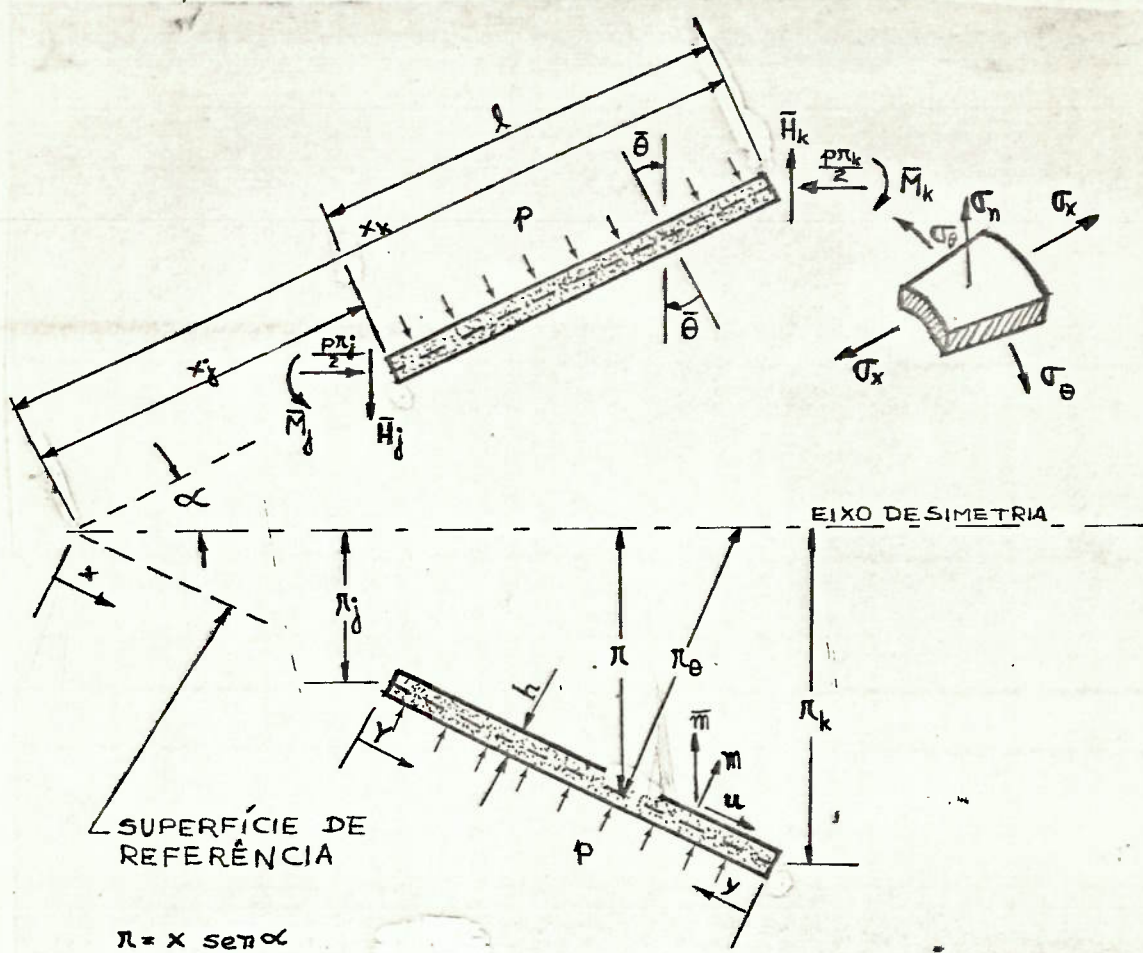


FIGURA 2.1 - TRONCO DE CONE DE REVOLUÇÃO

Este conjunto de expressões representa a Solução Exata para cascas cônicas. Elas foram obtidas a partir da solução da equação diferencial (2.15), e utilizando as relações desenvolvidas na Teoria de Cascas Finas.

$$x^2 \frac{d^4 m}{dx^4} + 2x \frac{d^3 m}{dx^3} - 2 \frac{d^2 m}{dx^2} + \frac{12(1-\nu^2)m}{h^2 \tan^2 \alpha} = \frac{9(1-\nu^2)}{Eh^3} px^2 \quad (2.15)$$

Estas expressões são apresentadas nas páginas seguintes.

$$Q = \frac{\cot \alpha}{x} (C_1 \text{ber}_2 \xi + C_2 \text{bei}_2 \xi + C_3 \text{ker}_2 \xi + C_4 \text{kei}_2 \xi) \quad (2.1)$$

$$H = \frac{\csc \alpha}{x} (C_1 \text{ber}_2 \xi + C_2 \text{bei}_2 \xi + C_3 \text{ker}_2 \xi + C_4 \text{kei}_2 \xi) - \frac{1}{2} p x \tan \alpha \operatorname{sen} \alpha \quad (2.2)$$

$$N_x = \frac{1}{x} (C_1 \text{ber}_2 \xi + C_2 \text{bei}_2 \xi + C_3 \text{ker}_2 \xi + C_4 \text{kei}_2 \xi) - \frac{1}{2} p x \tan \alpha \quad (2.3)$$

$$N_\theta = \frac{1}{2x} (C_1 \xi \text{ber}_1 \xi + C_2 \xi \text{bei}_1 \xi + C_3 \xi \text{ker}_1 \xi + C_4 \xi \text{kei}_1 \xi) - p x \tan \alpha \quad (2.4)$$

$$M_x = \frac{h}{2x [12(1-\nu^2)]^{1/2}} \left[C_1 (\xi \text{ber}_1 \xi + 2\nu \text{bei}_1 \xi) - C_2 (\xi \text{ber}_1 \xi + 2\nu \text{ber}_2 \xi) + C_3 (\xi \text{ker}_1 \xi + 2\nu \text{ker}_2 \xi) - C_4 (\xi \text{ker}_1 \xi + 2\nu \text{kei}_2 \xi) \right] + \frac{ph^2 \tan^2 \alpha}{8(1-\nu)} \quad (2.5)$$

$$M_\theta = \frac{h}{2x [12(1-\nu^2)]^{1/2}} \left[C_1 (2 \text{bei}_2 \xi + \nu \xi \text{bei}_1 \xi) - C_2 (2 \text{ber}_2 \xi + \nu \xi \text{ber}_1 \xi) + C_3 (2 \text{ker}_2 \xi + \nu \xi \text{ker}_1 \xi) - C_4 (2 \text{kei}_2 \xi + \nu \xi \text{kei}_1 \xi) \right] + \frac{ph^2 \tan^2 \alpha}{8(1-\nu)} \quad (2.6)$$

$$N_{x\theta} = N_{\theta x} = M_{x\theta} = M_{\theta x} = \bar{\theta}_\theta = u_\theta = Q_\theta = 0 \quad (2.7)$$

$$\bar{\theta} = \frac{[12(1-\nu^2)]^{1/2}}{Eh^2} (C_1 \text{bei}_2 \xi - C_2 \text{ber}_2 \xi + C_3 \text{kei}_2 \xi - C_4 \text{ker}_2 \xi) + \frac{3px \tan^2 \alpha}{2Eh} \quad (2.8)$$

$$u = u^c + \frac{px^2 \tan \alpha}{2Eh} \left(\nu - \frac{1}{2} \right) \quad (2.9)$$

$$\bar{w} = \frac{\sin \alpha}{Eh} \left[\frac{\xi}{2} C_1 (-\text{ber}_1 \xi - \nu \text{ber}_2 \xi) + C_2 \left(-\frac{\xi}{2} \text{bei}_1 \xi - \nu \text{bei}_2 \xi \right) + C_3 \left(-\frac{\xi}{2} \text{ker}_1 \xi - \nu \text{ker}_2 \xi \right) + C_4 \left(-\frac{\xi}{2} \text{kei}_1 \xi - \nu \text{kei}_2 \xi \right) \right] + \frac{px^2 \tan \alpha \sin \alpha \nu}{Eh} \left(-\frac{x}{2} - 1 \right) \quad (2.10)$$

$$w = w^c - \frac{3px^2 \tan^2 \alpha}{4Eh} \quad (2.11)$$

$$m = -w \quad (2.12) \quad \bar{m} = -\bar{w} \quad (2.13)$$

onde: $\xi = 2 \left[12(1-\nu^2) \frac{\cot^2 \alpha}{h^2} \right]^{1/4} \sqrt{x}$ (2.14)

$\text{ber}_2 \xi, \text{bei}_2 \xi, \text{ker}_2 \xi$ e $\text{kei}_2 \xi$ são funções de Kelvin de 2a. ordem.

As parcelas com o índice superior c nas expressões (2.9) e (2.11) são as soluções complementares dos deslocamentos u e w . Nas outras expressões, as soluções complementares são as que englobam as parcelas contendo as constantes de integração C_1 , C_2 , C_3 e C_4 . As soluções complementares são obtidas a partir da solução da equação homogênea de (2.15). Elas são causadas pela flexão da casca, devido à ação dos esforços de extremidade.

As parcelas das expressões (2.1) a (2.13) que contêm p representam a solução particular da casca, obtida a partir de uma solução particular da equação (2.15).

Os valores das constantes de integração C_1 , C_2 , C_3 e C_4 são determinados a partir dos esforços de extremidade \bar{H}_j , \bar{M}_j , \bar{H}_k e \bar{M}_k . As condições de contorno a serem aplicadas são diferentes para cones, troncos de cone longos e troncos de cone curtos.

Um tronco de cone é curto se (referência 5):

$$\xi_k - \xi_j < 4\sqrt{2} \quad (2.17)$$

Em caso contrário, ele é chamado de longo. Em uma casca longa, os efeitos da flexão causada pelos esforços que atuam em uma das extremidades são desprezíveis na outra. Assim, as parcelas das soluções complementares de \bar{m} , $\bar{\theta}$, H e M_x na extremidade j , decorrentes da aplicação dos esforços \bar{H}_k e \bar{M}_k , possuem valores desprezíveis em relação aos da parcela devida aos esforços \bar{H}_j e \bar{M}_j e aos da solução particular. "Mutatis mutandis", o mesmo ocorre na extremidade k para as parcelas decorrentes de \bar{H}_j e \bar{M}_j (ver a seção B.6.5).

Em uma casca curta, estas parcelas não possuem valores desprezíveis.

Devido a isto, as condições de contorno a serem utilizadas são:

a) para troncos de cone curtos:

$$\begin{aligned} \text{para } x = x_j & : H = \bar{H}_j \quad \text{e} \quad M_x = \bar{M}_j \\ \text{para } x = x_k & : H = \bar{H}_k \quad \text{e} \quad M_x = \bar{M}_k \end{aligned} \quad (2.18)$$

b) para troncos de cone longos:

$$\text{para } x = x_j : C_1 = C_2 = 0 ; H = \bar{H}_j \quad \text{e} \quad M_x = \bar{M}_j \quad (2.19a)$$

$$\text{para } x = x_k : C_3 = C_4 \neq 0 ; H = \bar{H}_k \quad \text{e} \quad M_x = \bar{M}_k \quad (2.19b)$$

Nos cones, só existem esforços de extremidade na base maior ($\bar{H}_k, \bar{M}_k, pr_k/2$) e, devido à axissimetria da casca e destes esforços, $\bar{m}_j = \bar{\theta}_j = 0$. Logo, para o cone:

$$C_3 = C_4 = 0 \quad (2.20)$$

Observa-se que, para os troncos de cone longos, obtem-se duas expressões para o cálculo de cada tipo de esforço, de deslocamento ou de rotação. A primeira, decorrente da aplicação da condição de contorno (2.19a), considera apenas a flexão causada pela aplicação dos esforços \bar{H}_j e \bar{M}_j , somada à solução particular; a segunda, decorrente da condição (2.19b), considera apenas a flexão causada pela aplicação de \bar{H}_k e \bar{M}_k , novamente somada à solução particular. A solução geral para os esforços, os deslocamentos e a rotação, em qualquer ponto da cas

ca, será obtido pela soma destas duas expressões, da qual se subtrai a solução particular, que foi computada duas vezes.

As tensões e deformações nos pontos das superfícies externa e interna da casca cônica são obtidas de (Apêndice D):

$$\sigma_x = \frac{N_x}{h} \pm \frac{6 M_x}{h^2}$$

$$\sigma_\theta = \frac{N_\theta}{h} \pm \frac{6 M_\theta}{h^2}$$

$$\epsilon_x = \frac{1}{Eh} \left[N_x - \nu N_\theta \pm \frac{6}{h} (M_x - \nu M_\theta) \right] \quad (2.21)$$

$$\epsilon_\theta = \frac{1}{Eh} \left[N_\theta - \nu N_x \pm \frac{6}{h} (M_\theta - \nu M_x) \right]$$

$$\tau_{x\theta} = \tau_{\theta n} = \tau_{xn} = \gamma_{x\theta} = \gamma_{xn} = \gamma_{\theta n} = 0 \quad ;$$

os valores de σ_n e ϵ_n são desprezíveis; os sinais superiores são utilizados para a superfície externa, e os inferiores para a interna.

Como o cálculo dos valores das funções de Kelvin e de suas derivadas é bastante trabalhoso, são adotadas, normalmente, soluções aproximadas para a análise dos cascos resistentes de submarino. Uma delas utiliza os termos de ordem mais baixa da Expansão Assintótica (seção C.2), e fornece as seguintes expressões para o cálculo das funções de Kelvin e de suas derivadas:

$$\begin{aligned}
\text{ber}_2 \xi &= - \frac{e^{\xi/\sqrt{2}}}{(2\pi\xi)^{1/2}} \cos \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8} \right) \\
\text{bei}_2 \xi &= - \frac{e^{\xi/\sqrt{2}}}{(2\pi\xi)^{1/2}} \text{sen} \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8} \right) \\
\text{ber}_{\frac{1}{2}} \xi &= - \frac{e^{\xi/\sqrt{2}}}{(2\pi\xi)^{1/2}} \cos \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8} \right) \\
\text{bei}_{\frac{1}{2}} \xi &= - \frac{e^{\xi/\sqrt{2}}}{(2\pi\xi)^{1/2}} \text{sen} \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8} \right) \\
\text{ker}_2 \xi &= - \left(\frac{\pi}{2\xi} \right)^{1/2} e^{-\xi/\sqrt{2}} \cos \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8} \right) \\
\text{kei}_2 \xi &= + \left(\frac{\pi}{2\xi} \right)^{1/2} e^{-\xi/\sqrt{2}} \text{sen} \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8} \right) \\
\text{ker}_{\frac{1}{2}} \xi &= + \left(\frac{\pi}{2\xi} \right)^{1/2} e^{-\xi/\sqrt{2}} \cos \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8} \right) \\
\text{kei}_{\frac{1}{2}} \xi &= - \left(\frac{\pi}{2\xi} \right)^{1/2} e^{-\xi/\sqrt{2}} \text{sen} \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8} \right)
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Esta solução não pode ser utilizada na análise de cones. Quanto à sua validade para a aplicação em troncos de cone, há duas informações divergentes. Segundo a referência 5, ela só pode ser utilizada em troncos de cone onde as três condições são satisfeitas simultaneamente:

a) $\alpha \leq 75^\circ$

b) o valor do raio da superfície de referência (Figura 2.1) deve atender à condição:

$$10h < r < 20h$$

c) $\xi_j > 6$

A referência 14, no entanto, aconselha a só utilizá-la em troncos de cone onde $\xi_j > 15$, sem estabelecer restrições adicionais.

A pesquisa da informação correta não será executada neste trabalho. Ela exigiria que se analisasse vários troncos de cones de geometrias diferentes e se comparasse os resultados obtidos pela Aproximação Assintótica com os decorrentes da aplicação da Solução Exata ou com os fornecidos pela análise por elementos finitos. Ao invés disto, incluir-se-á as expressões (2.22) no programa de computador que sintetiza o método para a análise dos cascos resistentes de submarinos, permitindo, assim, que a pesquisa sobre as restrições reais ao emprego da Aproximação Assintótica sejam feitas mais facilmente em trabalhos posteriores.

2.2 CASCAS CÔNICAS E CILÍNDRICAS DE REVOLUÇÃO:APROXIMAÇÃO DE GEKKELER

Outra solução aproximada para as cascas cônicas de revolução, e que também fornece a solução exata para cascas cilíndricas de revolução, é a Aproximação de Geckeler. Ela é estudada no Apêndice E, onde se verifica a existência de várias alternativas para a sua aplicação. Apesar de não se ter pesquisado exaustivamente qual a alternativa que apresenta resultados mais confiáveis, escolheu-se uma delas: aquela que utiliza a coordenada y (Figura 2.1), contada a partir da base maior do tronco de cone, e que considera β definido por

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3 \cos^2 \alpha}{R^2 h^2} (1-\nu^2)} \quad (2.23)$$

onde $R = \frac{3r_j + r_k}{4}$

As coordenadas x e y se relacionam por:

$$y = x_k - x \quad (2.24)$$

O desenvolvimento matemático desta aproximação (seções E.2, E.3 e E.4) resulta nas seguintes expressões:

$$m^c = \frac{-B_2 - B_1}{2} (\cos \beta y \sinh \beta y) + \frac{B_1 - B_2}{2} (\sin \beta y \cosh \beta y) + \frac{-B_3 - B_4}{2} (\cos \beta y \cosh \beta y) + \frac{B_4 - B_3}{2} (\sin \beta y \sinh \beta y) \quad (2.25)$$

$$m = m^c + \frac{3pr^2}{4Eh\cos^2\alpha} \quad (2.26)$$

$$\bar{m} = m^c \cos\alpha + \frac{pr^2}{Eh\cos\alpha} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \quad (2.27)$$

$$\bar{\theta} = -\frac{dm^c}{dy} + \frac{3pr \tan\alpha}{2Eh \cos\alpha} \quad (2.28)$$

$$Q = Q^c = -D \frac{d^3 m^c}{dy^3}$$

$$H = -\frac{D}{\cos\alpha} \frac{d^3 m^c}{dy^3} - \frac{pr \tan\alpha}{2} \quad (2.30)$$

$$N_x = -D \tan\alpha \frac{d^3 m^c}{dy^3} - \frac{pr}{2\cos\alpha} \quad (2.31)$$

$$N_\theta = \frac{DR^2}{r \cos\alpha} \frac{d^4 m^c}{dy^4} - \nu D \tan\alpha \frac{d^3 m^c}{dy^3} - \frac{pr}{\cos\alpha} \quad (2.32)$$

$$M_x = D \frac{d^2 m^c}{dy^2} + \frac{p h^2 \tan^2\alpha}{8(1-\nu)} \quad (2.33)$$

$$M_\theta = \nu D \frac{d^2 m^c}{dy^2} + \frac{p h^2 \tan^2\alpha}{8(1-\nu)} \quad (2.34)$$

onde: a) $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ (2.35)

b) as soluções complementares compreendem as parcelas que possuem o índice superior c e as que possuem derivadas de m^c ; as parcelas que possuem a pressão p representam as soluções particulares.

c) para os cilindros, deve-se considerar $\alpha=0$.

Os valores das derivadas de m^c em cada ponto da casca são calculados através das expressões (2.36).

$$\frac{dm^c}{dy} = \beta(B_1 \text{sen } \beta y \text{ senh } \beta y - B_2 \text{cos } \beta y \text{ cosh } \beta y - B_3 \text{cos } \beta y \text{ senh } \beta y + B_4 \text{sen } \beta y \text{ cosh } \beta y)$$

$$\frac{d^2m^c}{dy^2} = \beta^2 [(B_1 + B_2) \text{sen } \beta y \text{ cosh } \beta y + (B_1 - B_2) \text{cos } \beta y \text{ senh } \beta y + (B_3 + B_4) \text{sen } \beta y \text{ senh } \beta y + (B_4 - B_3) \text{cos } \beta y \text{ cosh } \beta y]$$

$$\frac{d^3m^c}{dy^3} = 2\beta^3 (B_1 \text{cos } \beta y \text{ cosh } \beta y + B_4 \text{cos } \beta y \text{ senh } \beta y +$$

$$+ B_3 \text{sen } \beta y \text{ cosh } \beta y + B_2 \text{sen } \beta y \text{ senh } \beta y)$$

$$\frac{d^4m^c}{dy^4} = 2\beta^4 [(B_1 + B_2) \text{cos } \beta y \text{ senh } \beta y + (B_2 - B_1) \text{sen } \beta y \text{ cosh } \beta y +$$

$$+ (B_3 + B_4) \text{cos } \beta y \text{ cosh } \beta y + (B_3 - B_4) \text{sen } \beta y \text{ senh } \beta y]$$

As constantes de integração B_1 , B_2 , B_3 e B_4 são obtidas a partir das seguintes condições de contorno.

a) para cones:

$$B_1 = -B_4 \quad (2.37)$$

$$B_2 = -B_3$$

$$\text{para } y = 0 : \quad H = \bar{H}_k \quad \text{e} \quad M_x = \bar{M}_k$$

b) para troncos de cone ou cilindros curtos:

$$\text{para } y = \ell : \quad H = \bar{H}_j \quad \text{e} \quad M_x = \bar{M}_j \quad (2.38)$$

$$\text{para } y = 0 : \quad H = \bar{H}_k \quad \text{e} \quad M_x = \bar{M}_k$$

c) para troncos de cone ou cilindros longos:

$$\begin{aligned} \text{para } y = \ell : \quad B_1 = B_4 \quad \text{e} \quad B_2 = B_3 \\ H = \bar{H}_j \quad \text{e} \quad M_x = \bar{M}_j \end{aligned} \quad (2.39a)$$

$$\begin{aligned} \text{para } y = 0 : \quad B_1 = -B_4 \quad \text{e} \quad B_2 = -B_3 \\ H = \bar{H}_k \quad \text{e} \quad M_x = \bar{M}_k \end{aligned} \quad (2.39b)$$

A letra ℓ representa o comprimento do tronco de cone (Figura 2.1) ou do cilindro (Figura 2.2). Para o troncos de cone, ℓ é definido por

$$\ell = x_k - x_j \quad (2.40)$$

Conforme já foi explicado na seção 2.1, nos troncos de cone ou cilindros longos obter-se-á duas expressões para o cálculo de cada esforço, rotação ou deslocamento. Somando - se as duas expressões, e subtraindo-se do resultado a solução particular, chega-se à solução final para cada uma destas grandezas.

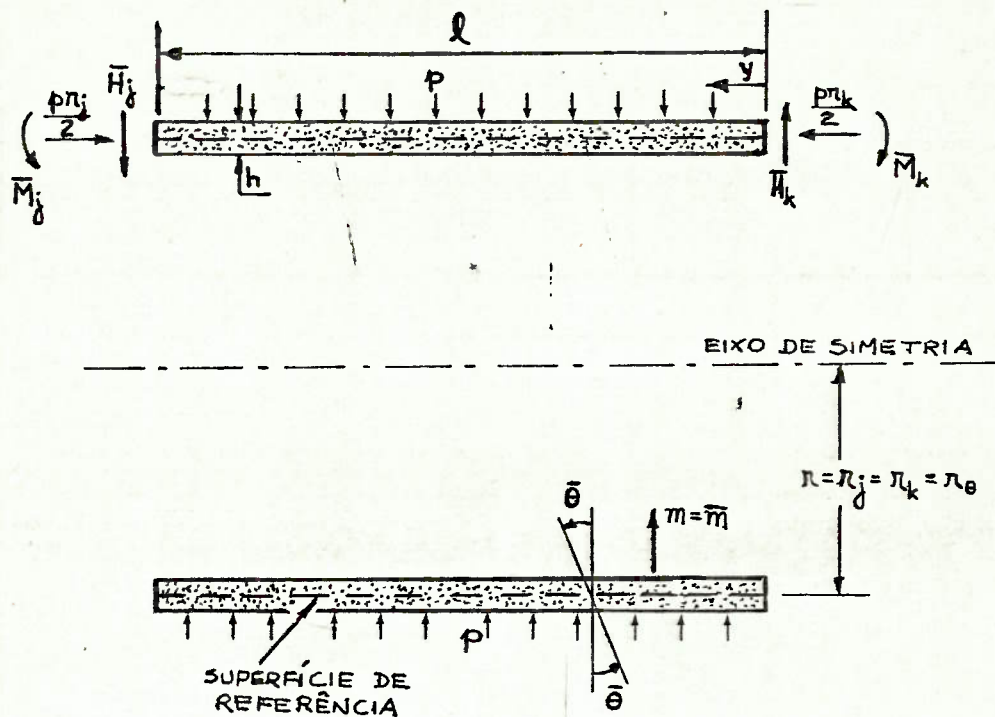


FIGURA 2.2 - CILINDRO DE REVOLUÇÃO

O seguinte critério é utilizado para definir se o cilindro é longo ou curto (referência 3):

$$\text{cilindro longo: } l \geq \frac{3}{\beta} \quad (2.41)$$

$$\text{cilindro curto: } l < \frac{3}{\beta}$$

Este critério também pode ser utilizado para troncos de cone, desde que, ao invés de β , se utilize β_k .

$$\beta_k = \sqrt[4]{\frac{3 \cos^2 \alpha}{r_k^2 h^2} (1 - \nu^2)} \quad (2.42)$$

Como já foi dito, a Aproximação de Geckeler fornece a solução exata para os cilindros de revolução. Seu uso nas cascas cônicas, no entanto, possui limitações. Segundo a referência 1, os erros nos resultados, quando estes são comparados com os fornecidos pela solução exata, são pequenos na análise de cascas cônicas com α próximo de 0° . Esta restrição é um pouco vaga. A referência 3, por exemplo, utiliza a Aproximação de Geckeler, com sucesso, para a análise de um tronco de cone longo com $\alpha = 60^\circ$.

Não se estudará, neste trabalho, quais as limitações ao uso desta Aproximação. No entanto, ela será incluída no programa de computador idealizado para a análise dos cascos resistentes de submarinos de modo a permitir que este estudo seja realizado em trabalhos posteriores.

Para o cálculo das tensões e das deformações nos pontos das superfícies externa e interna das cascas cilíndricas

e cônicas, utiliza-se as expressões já apresentadas em (2.21).

2.3 PARÂMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRAÇÃO E COEFICIENTES DE INFLUÊNCIA DE EXTREMIDADE

Nas duas soluções apresentadas nas seções 2.1 e 2.2, há a necessidade de se obter os esforços de extremidade para, através das condições de contorno, calcular as constantes de integração. Em uma casca composta, estes esforços são obtidos a partir da imposição de que os deslocamentos radiais e as rotações ocorridas em uma descontinuidade devem ser compatíveis com os deslocamentos radiais e as rotações das extremidades que se unem a esta descontinuidade, pertencentes às cascas simples vizinhas. Este estudo será desenvolvido no Capítulo 3, e usará os coeficientes de influência de extremidade das cascas simples.

Para definir os coeficientes de influência de extremidade de uma casca, considera-se que a rotação e o deslocamento radial nas suas extremidades são obtidos por:

$$\bar{\theta}_j = a_{jj}M_j + a_{jk}\bar{M}_k + b_{jj}H_j + b_{jk}H_k + c_jP$$

$$\bar{m}_j = d_{jj}\bar{M}_j + d_{jk}\bar{M}_k + g_{jj}H_j + g_{jk}H_k + f_jP$$

$$\bar{\theta}_k = a_{kj}M_j + a_{kk}\bar{M}_k + b_{kj}H_j + b_{kk}H_k + c_kP$$

$$\bar{m}_k = d_{kj}M_j + d_{kk}\bar{M}_k + g_{kj}H_j + g_{kk}H_k + f_kP$$

(2.43)

onde a, b, c, d, g, f são chamados de coeficientes de influência de extremidade. Seus valores são os da rotação (no caso de a, b e c) e do deslocamento radial (no caso de d, g e f) que ocorrerão na extremidade correspondente ao primeiro subscrito caso seja aplicado isoladamente um momento (no caso de a e d) ou uma força radial (no caso de b e g), de valores unitários, na extremidade designada pelo 2º subscrito, ou uma pressão unitária na superfície do tronco de cone (caso de c e f).

Por exemplo, a_{jk} seria a rotação $\bar{\theta}_j$ ocasionada pela atuação do seguinte carregamento no tronco de cone:

$$\bar{M}_k = 1, \bar{M}_j = \bar{H}_j = \bar{H}_k = p = 0$$

As expressões (2.43) decorrem do fato de que a Teoria das Cascas Finas é uma teoria linear, isto é, pode-se obter a rotação (ou o deslocamento) em uma seção da casca, causada por um conjunto de esforços, através da soma das rotações (ou dos deslocamentos) causados por cada esforço considerado isoladamente. Esta linearização da teoria é uma consequência da hipótese de que os deslocamentos na casca são pequenos.

Devido à definição das cascas longas, verifica-se que, para cilindros e troncos de cone longos:

$$a_{jk} = a_{kj} = b_{jk} = b_{kj} = d_{jk} = d_{kj} = g_{jk} = g_{kj} = 0 \quad (2.44)$$

Em um cone, devido à axissimetria da geometria, do carregamento e dos esforços de extremidade:

$$\bar{\theta}_j = \bar{m}_j = \bar{M}_j = \bar{H}_j = 0 \quad (2.45)$$

Logo, para um cone:

$$a_{jk} = a_{kj} = b_{jk} = b_{kj} = d_{jk} = d_{kj} = g_{jk} = g_{kj} = 0 \quad (2.46)$$

$$a_{jj} = b_{jj} = c_j = d_{jj} = g_{jj} = f_j = 0$$

Os valores dos coeficientes de influência independem dos valores dos esforços de extremidade e da pressão; são função apenas da geometria da casca e das propriedades mecânicas do seu material. Eles podem ser obtidos, para a Aproximação de Gekeler, por exemplo, da seguinte maneira:

a) Utiliza-se as expressões (2.30) e (2.33) nas condições de contorno (2.37), (2.38) ou (2.39), conforme o caso. Resultam 4 equações com 8 incógnitas (as constantes de integração e os esforços de extremidade). Pode-se, portanto, expressar as constantes de integração em função dos esforços de extremidade, na forma:

$$B_i = B_{iMj} \cdot \bar{M}_j + B_{iHj} \cdot \bar{H}_j + B_{iMk} \cdot \bar{M}_k + B_{iHk} \cdot \bar{H}_k + B_{ip} \cdot p \quad (2.47)$$

onde $i = 1, 2, 3$ ou 4 .

Os multiplicadores dos esforços de extremidade são denominados "parâmetros das constantes de integração". Os seus valores só dependem das propriedades geométricas da casca e das propriedades mecânicas do material.

b) Substituí-se as constantes de integração, nas expressões (2.27) e (2.28), pelas expressões (2.47).

c) Finalmente, as expressões resultantes são igualladas às expressões (2.43).

Utilizando a Aproximação de Geckeler, este método foi aplicado para se obter os parâmetros e os coeficientes para cilindros curtos e troncos de cone curtos, resultando nas expressões (E.46), que definem os parâmetros das constantes de integração, e (E.50) e (E.51), que definem os coeficientes de influência. Para a utilização no programa de computador, que faz a análise de cascos resistentes de submarinos, adicionou-se às expressões (E.46) as parcelas definidas em (E.47), pois não foram desprezadas as soluções particulares de M_x e de M_θ (ver a observação nº E.7).

Para a obtenção dos parâmetros e dos coeficientes pela Aproximação Assintótica para troncos de cone curtos, este método foi utilizado diretamente no programa de computador, não tendo havido, neste trabalho, um desenvolvimento algébrico semelhante ao realizado para a Aproximação de Geckeler.

3 . ESFORÇOS DE EXTREMIDADE

3.1 INTRODUÇÃO

A obtenção dos esforços de extremidade, que são utilizados nas condições de contorno (2.18) e (2.38) implica no estudo das descontinuidades existentes nas extremidades da casca. Serão estudados aqui apenas alguns tipos de descontinuidades comuns em um casco de submarino: caverna, anel de ligação rígido, antepara interna, e união sem reforço entre duas cascas. As expressões obtidas podem ser aplicadas a cascas cônicas curtas ou longas, que sejam analisadas pela solução exata (seção B.6), ou por qualquer solução aproximada. Como não são feitas hipóteses restritivas neste sentido, as expressões também podem ser aplicadas em cascas finas com outras geometrias (cones, calotas esféricas, etc.)

Os esforços são fornecidos em função dos coeficientes de influência das cascas. Para cascas longas, eles podem ser calculados imediatamente pelas expressões aqui apresentadas. Para uma casca curta, no entanto, o seu cálculo vai depender da obtenção dos esforços de extremidade nas cascas vizinhas. O item 3.6 abordará este assunto mais detalhadamente.

Os esforços de extremidade obtidos são \bar{H} e \bar{M} . Caso se tenha preferência para o uso de \bar{Q} e \bar{M} nas condições de contorno, pode-se obter \bar{Q} pela expressão (B.82):

$$\bar{Q} = \bar{H} \cdot \cos \alpha + \frac{pr}{2} \sin \alpha$$

3.2 ANTEPARA INTERNA RÍGIDA

Se a antepara for espessa (ver a Observação 3.1), pode-se considerá-la infinitamente rígida; as cascas vizinhas estarão, portanto, engastadas nela (referência 3).

Teremos, então (Figura 3.1.a):

$$\text{casca 1 : } \bar{m}_{k_1} \cong \bar{\theta}_{k_1} = 0$$

$$\text{casca 2 : } \bar{m}_{j_2} = \bar{\theta}_{j_2} = 0$$

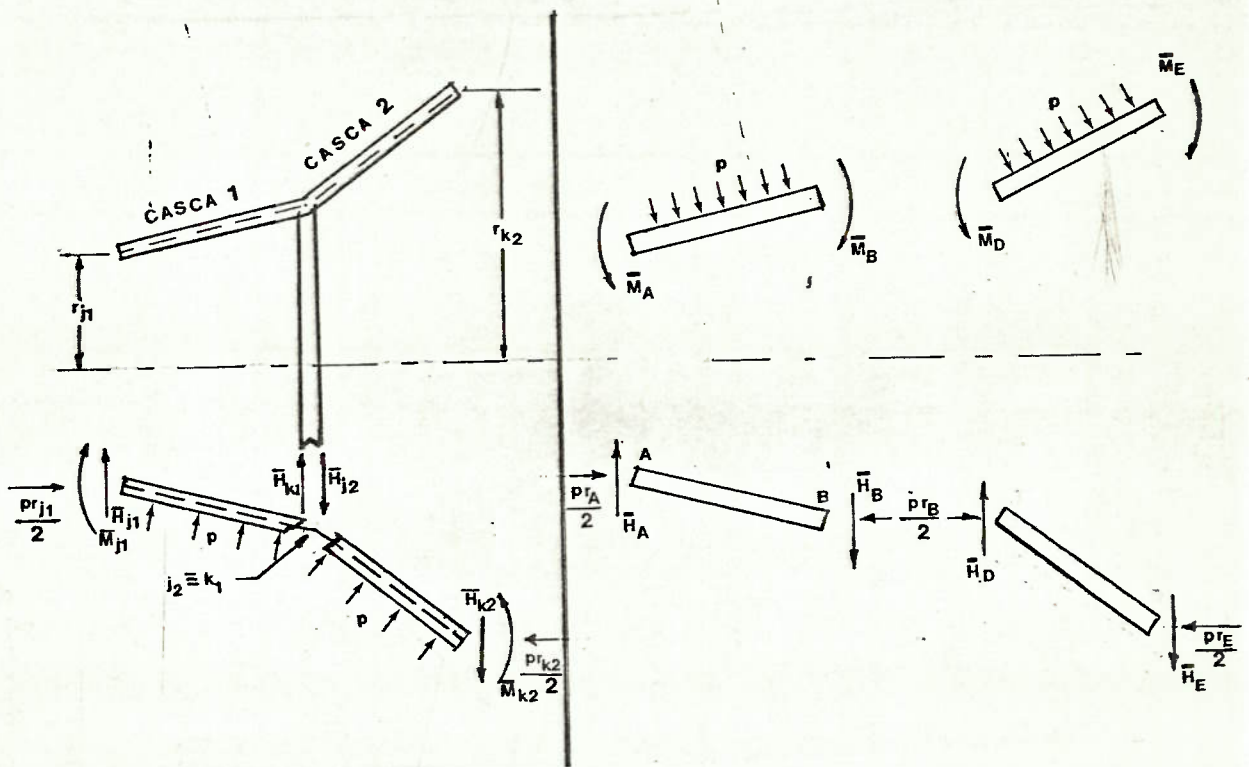


FIGURA 3.1.a

FIGURA 3.1.b

Usando as expressões (2.43), que definem o deslocamento radial e a rotação em termos de coeficientes de influência, tem-se os seguintes casos:

3.2.1 Antepara na Base Maior da Casca

a) de um tronco de cone curto

$$a_{klj1} \bar{M}_{j1} + a_{k1kl} \bar{M}_{k1} + b_{klj1} \bar{H}_{j1} + b_{k1kl} \bar{H}_{k1} + c_{kl} P = 0$$

$$d_{klj1} \bar{M}_{j1} + d_{k1kl} \bar{M}_{k1} + g_{klj1} \bar{H}_{j1} + g_{k1kl} \bar{H}_{k1} + f_{kl} P = 0$$

Para facilitar a metodização dos cálculos em uma estrutura composta de várias cascas, como se verá na seção 3.6, é interessante que se designe as extremidades das cascas por números, representados na Fig. 3.1.b pelas letras A, B, D e E. Tem-se, então:

$$a_{kjl} \bar{M}_A + a_{kk1} \bar{M}_B + b_{kjl} \bar{H}_A + b_{kk1} \bar{H}_B + c_{kl} P = 0$$

(3.1)

$$d_{kjl} \bar{M}_A + d_{kk1} \bar{M}_B + g_{kjl} \bar{H}_A + g_{kk1} \bar{H}_B + f_{kl} P = 0$$

onde o subscrito l indica que os coeficientes de extremidade são da casca número l (Figura 3.1.b).

b) de um tronco de cone longo ou de um cone

$$\bar{H}_B = \frac{c_{kl} d_{kk1} - a_{kk1} f_{kl}}{a_{kk1} g_{kk1} - b_{kk1} d_{kk1}} P$$

(3.2)

$$\bar{M}_B = \frac{b_{kk1} f_{kl} - c_{kl} g_{kk1}}{a_{kk1} g_{kk1} - b_{kk1} d_{kk1}} P$$

3.2.2 Antepara na Base Menor da Casca

a) de um tronco de cone curto

$$a_{jj2} \bar{M}_D + a_{jk2} \bar{M}_E + b_{jj2} \bar{H}_D + b_{jk2} \bar{H}_E + c_{j2} p = 0 \quad (3.3)$$

$$d_{jj2} \bar{M}_D + d_{jk2} \bar{M}_E + g_{jj2} \bar{H}_D + g_{jk2} \bar{H}_E + f_{j2} p = 0$$

onde o subscrito 2 indica que os coeficientes de extremidade são da casca 2 (Figura 3.1.b).

b) de um tronco de cone longo

$$\bar{H}_D = \frac{c_{j2} d_{jj2} - a_{jj2} f_{j2}}{a_{jj2} g_{jj2} - b_{jj2} d_{jj2}} p \quad (3.4)$$

$$\bar{M}_D = \frac{b_{jj2} f_{j2} - c_{j2} g_{jj2}}{a_{jj2} g_{jj2} - b_{jj2} d_{jj2}} p$$

OBSERVAÇÃO Nº3.1: Uma solução mais exata seria obtida ao se considerar a antepara como um apoio elástico. As constantes de mola deste apoio seriam obtidas pelos valores da rotação $\bar{\theta}$ e da diminuição de raio \bar{m} de uma placa plana circular sob a ação de uma carga uniformemente distribuída nas suas bordas e situada no seu plano. Esta carga seria a pressão hidrostática p . A placa seria simplesmente apoiada nas suas bordas, com liberdade para se transladar no seu próprio plano (Figura 3.2).

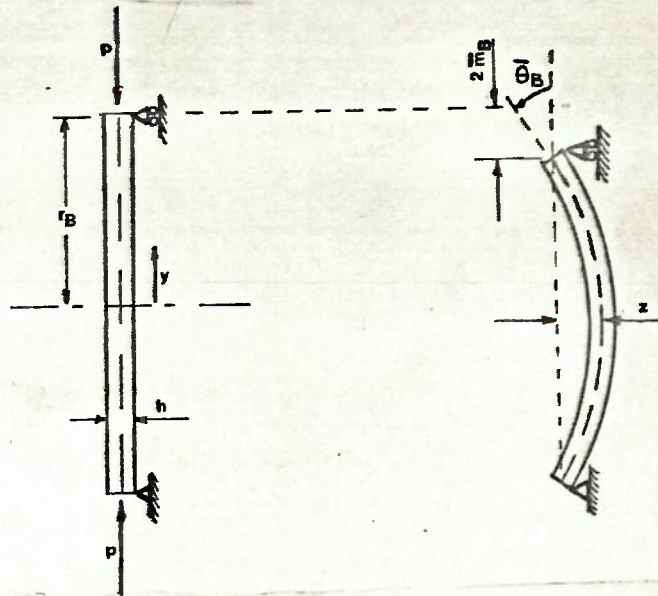


FIGURA 3.2 - ANTEPARA INTERNA

A solução deste problema, desprezando-se efeitos de 2a. ordem, é fornecida na pág. 54 da referência 11.

$$z = \frac{py^4}{64D} + \frac{C_1 y^4}{4} + C_2 \log \frac{y}{r_B} + C_3 \quad (3.5)$$

As expressões para os momentos M e as rotações $\bar{\theta}$ também são fornecidas na referência. As constantes de integração seriam obtidas pelas condições de contorno:

$$\text{em } y = 0 \quad \bar{\theta} = 0$$

$$\text{em } y = r_B \quad M = 0 \quad ; \quad z = 0$$

A solução apresentada nesta Observação seria a aconselhada para anteparas internas de qualquer espessura. Já a solução desenvolvida para uma Antepara Interna Rígida só seria adequada para anteparas com uma espessura superior a um limite mínimo, cujo valor deve ser definido em função de seu material. Isto exige um estudo mais detalhado, que não será realizado neste trabalho.

OBSERVAÇÃO 3.2: Um tratamento idêntico ao da observação anterior poderia ser dado às anteparas planas de fechamento do casco de um submarino. Neste caso, além da carga complanar atuando nas bordas da placa, haveria também a ação da pressão p na sua superfície. Este problema é estudado na pág. 391 da referência 11.

3.3 INTERSEÇÃO SEM ENRIJECEDOR DE DUAS CASCAS DE GEOMETRIAS OU MATERIAIS DIFERENTES

Na união de duas cascas com espessuras, ângulos α , ou materiais diferentes ocorre uma descontinuidade, ou seja, surgem esforços de extremidade nas duas cascas (Figura 3.3).

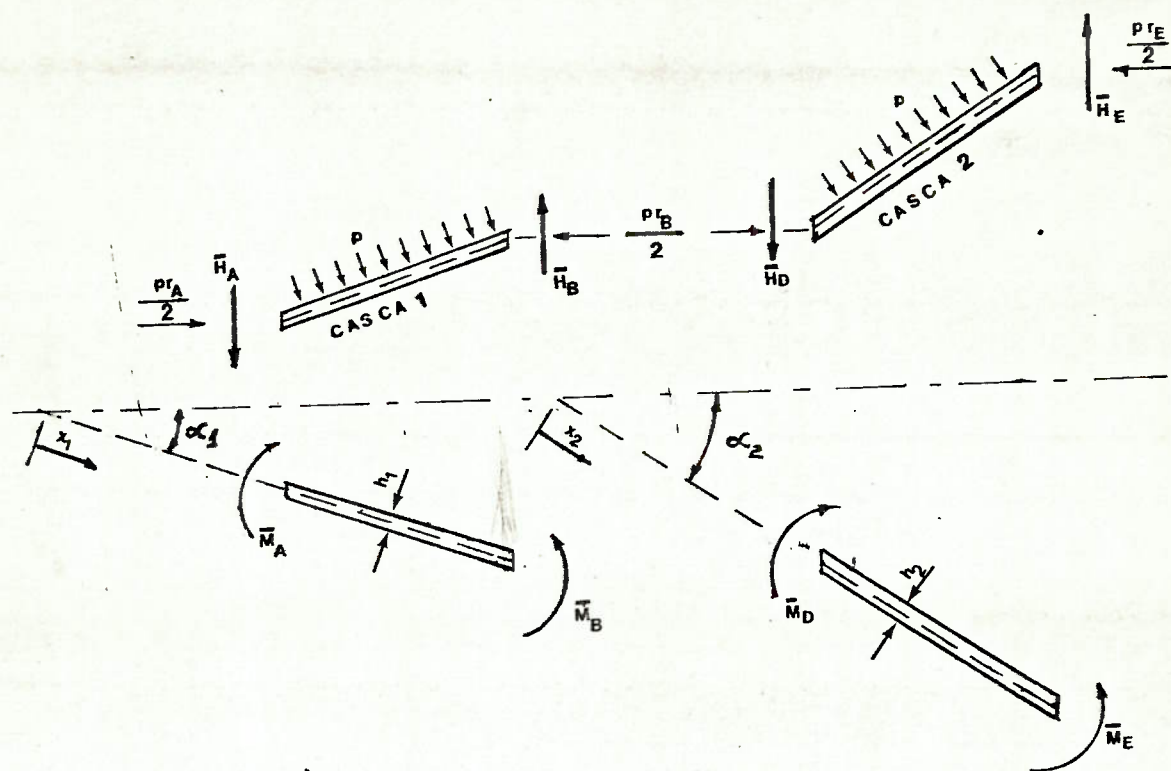


FIGURA 3.3 - INTERSEÇÃO DE DUAS CASCAS DE GEOMETRIAS OU MATERIAIS DIFERENTES

Estabelecendo que $\bar{m}_B = \bar{m}_D$, $\bar{\theta}_B = \bar{\theta}_D$, e como $r_B = r_D$, aplicando as equações de equilíbrio estático, obtêm-se os esforços de extremidade.

3.3.1 Ambas as Cascas são Curtas

$$\begin{aligned} (a_{kk1} - a_{jj2}) \bar{M}_B + (b_{kk1} - b_{jj2}) \bar{H}_B &= (c_{j2} - c_{k1}) p - \\ -a_{kj1} \bar{M}_A - b_{kj1} \bar{H}_A + a_{jk2} \bar{M}_E + b_{jk2} \bar{H}_E & \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} (d_{kk1} - d_{jj2}) \bar{M}_B + (g_{kk1} - g_{jj2}) \bar{H}_B &= (f_{j2} - f_{k1}) p - \\ -d_{kj1} \bar{M}_A - g_{kj1} \bar{H}_A + d_{jk2} \bar{M}_E + g_{jk2} \bar{H}_E & \end{aligned}$$

$$\bar{M}_D = \bar{M}_B \quad ; \quad \bar{H}_D = \bar{H}_B$$

3.3.2 Uma das Cascas é Longa ou é um Cone

Neste caso, utiliza-se as expressões (3.6), anulando-se alguns coeficientes de extremidade da casca longa:

a) Casca 1 (Figura 3.3) é longa:

$$a_{kj1} = b_{kj1} = d_{kj1} = g_{kj1} = 0 \quad (3.7.a)$$

b) Casca 2 (Figura 3.3) é longa:

$$a_{jk2} = b_{jk2} = d_{jk2} = g_{jk2} = 0 \quad (3.7.b)$$

3.3.3 Ambas as Cascas são Longas (ou uma é Longa e a outra é um Cone)

$$\bar{H}_B = \frac{\bar{c}\bar{d} - \bar{a}\bar{f}}{\bar{a}\bar{g} - \bar{b}\bar{d}} P \quad ; \quad \bar{M}_B = \frac{\bar{f}\bar{b} - \bar{c}\bar{g}}{\bar{a}\bar{g} - \bar{b}\bar{d}} P \quad (3.8)$$

onde:

$$\begin{aligned} \bar{a} &= a_{kk1} - a_{jj2} & \bar{d} &= d_{kk1} - d_{jj2} \\ \bar{b} &= b_{kk1} - b_{jj2} & \bar{g} &= g_{kk1} - g_{jj2} \\ \bar{c} &= c_{k1} - c_{j2} & \bar{f} &= f_{k1} - f_{j2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.4 ANEL OU CAVERNA DE ALMA ESPESSA

A região do anel é estudada como a união entre as extremidades de duas cascas com um enrijecedor de dimensões finitas entre elas, que pode ser um anel, ou uma caverna tipo L ou T de alma espessa ou uma caverna tipo I (Figura 3.4). Cavernas de escantilhões pequenos podem também ser analisadas por este método, embora o apresentado na seção 3.5 seja mais simples. As linhas de ação das forças de membrana axiais que atuam nas duas cascas podem se interseparar em um ponto comum situado no eixo Z que passa no centro de gravidade (ponto C) da seção transversal da caverna (ou do conjunto anel-caverna) (Figura 3.4). No entanto, podem aparecer excentricidades tanto na direção axial como

na radial nas bordas onde as cascas encontram o anel. Os efeitos destas excentricidades nos momentos e forças de extremidade, que podem ser bastante significativos, são levados em consideração na análise que se fará a seguir. A hipótese básica é que não há flexão do anel (ou caverna) no plano de sua seção transversal, ou seja, apesar de haver uma variação no diâmetro do anel, cada seção transversal (causada pelo corte do anel por um plano que contém o eixo de simetria da estrutura) gira em torno do seu centro de gravidade, sem fletir (ref. 3).

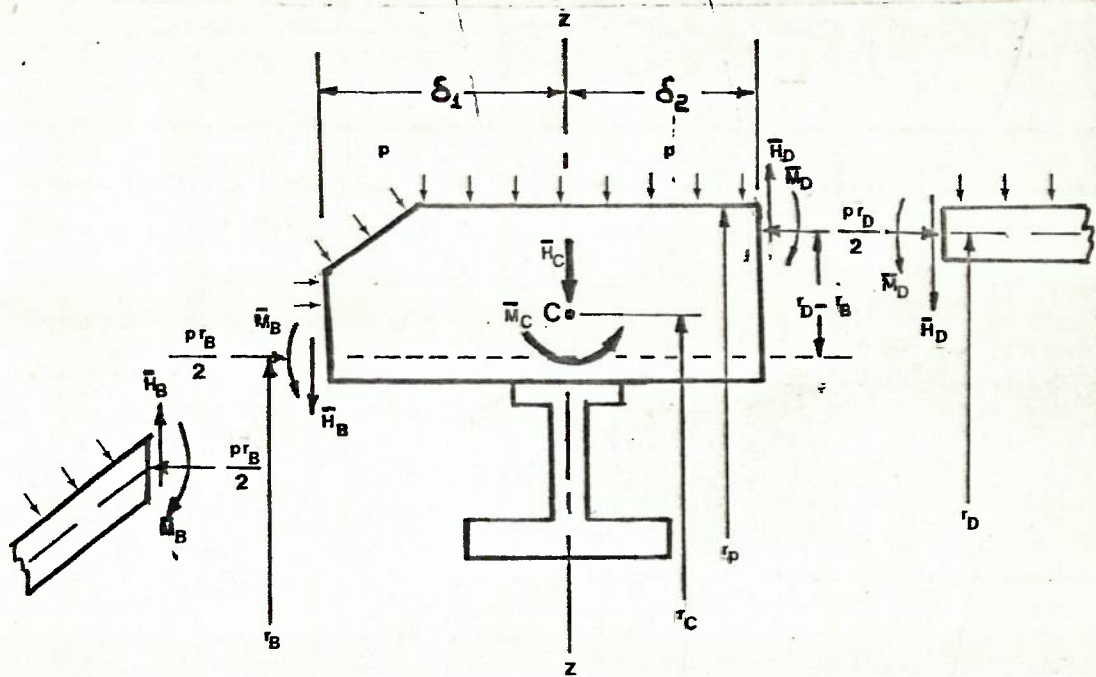


FIGURA 3.4 - ESFORÇOS EM UM ANEL DE LIGAÇÃO RÍGIDO

Relembrando que os esforços representados na Figura são considerados por unidade de comprimento, podemos obter o momento em relação ao centro de gravidade do conjunto anel-caverna (ponto C) e a força radial neste ponto, respectivamente \bar{M}_C e \bar{H}_C , resultantes dos esforços aplicados no anel. Os esforços atuando nas extremidades das cascas são tomados com seus sentidos positivos; os atuando no anel terão, então, sentidos contrários:

$$\bar{H}_C = \frac{1}{r_C} \left[\bar{H}_B r_B - \bar{H}_D r_D + p (\delta_1 + \delta_2) r_P \right] \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_C = \frac{1}{r_C} \left[\bar{M}_B r_B + \bar{H}_B r_B \delta_1 + \frac{p r_B^2}{2} (r_C - r_B) - \right. \\ \left. - \bar{M}_D r_D + \bar{H}_D r_D \delta_2 + \frac{p r_D^2}{2} (r_D - r_C) + \right. \\ \left. + p r_P \left(\frac{\delta_1^2}{2} - \frac{\delta_2^2}{2} \right) - \right. \\ \left. - p (r_D - r_B) \left(\frac{r_B + r_D}{2} \right) \left(\frac{r_B + r_D}{2} - r_C \right) \right] \end{aligned}$$

Chama-se a atenção para esta última parcela, que corresponde ao momento em relação a C da diferença entre as componentes axiais das forças causadas pela pressão nos lados esquerdo e direito do anel mostrado na Figura 20. Nela, desprezou-se as diferenças entre as espessuras das duas cascas, levando-se em consideração apenas os raios de suas superfícies de referência.

Dando uma forma mais compacta à última expressão, tem-se:

$$\begin{aligned} \bar{M}_C = \frac{1}{r_C} \left[\bar{M}_B r_B - \bar{M}_D r_D + \bar{H}_B r_B \delta_1 + \bar{H}_D r_D \delta_2 + \frac{p}{2} r_P (\delta_1^2 - \delta_2^2) + \right. \\ \left. + \frac{p}{4} (r_D - r_B) (r_D^2 + r_B^2) \right] \quad (3.11) \end{aligned}$$

OBSERVAÇÃO Nº3.3: Comparando-se as expressões (3.10) e (3.11) com as de número |16| na referência 3, verifica-se que deve haver um erro na expressão para o momento naquele trabalho. Lá, a última parcela apresentada em (3.11) aparece, utilizando a simbologia aqui adotada, na forma:

$$\frac{P}{8r_C} (r_D - r_B) (r_D + r_B)^2$$

No restante, as expressões se equivalem, exceto pelo fato de que as da referência não podem ser aplicadas a cascas curtas

Considera-se a rotação $\bar{\theta}_C$ do anel em torno de C como positiva quando possui o mesmo sentido de \bar{M}_C . Pela convenção aqui adotada, uma rotação $\bar{\theta}_C$ positiva acarretará as rotações $\bar{\theta}_B$ e $\bar{\theta}_D$ negativas e deslocamentos radiais, em B no sentido do eixo de simetria, e em D no sentido oposto (Figura 3.5.a). Caso só ocorra o deslocamento radial do ponto C, sem rotação do anel, D e B terão deslocamentos iguais e no mesmo sentido (Figura 3.5.b). Logo, devido à compatibilidade dos deslocamentos e rotações, pode-se escrever:

$$-\bar{\theta}_B = \bar{\theta}_C = -\bar{\theta}_D$$

$$\bar{m}_B = \bar{m}_C + \delta_1 \bar{\theta}_C \tag{3.12}$$

$$\bar{m}_D = \bar{m}_C - \delta_2 \bar{\theta}_C$$

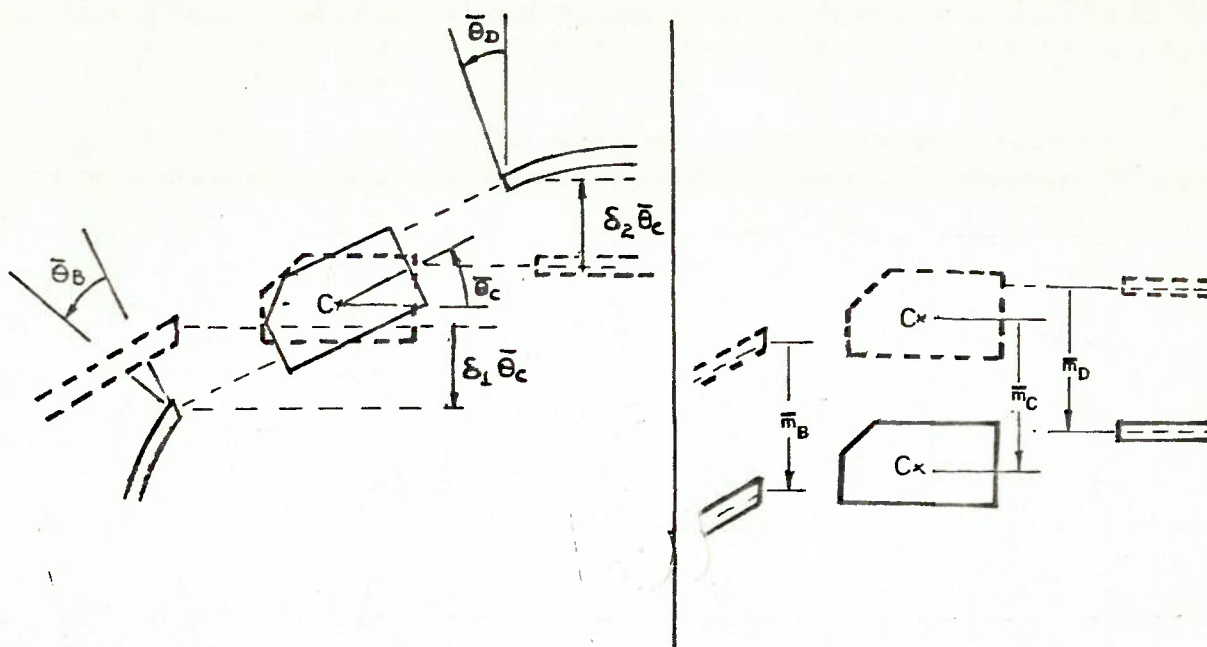


FIGURA 3.5.a - EFEITO DA ROTAÇÃO DA SEÇÃO DO ANEL

FIGURA 3.5.b - EFEITO DA TRANSLAÇÃO RÁDIAL DA SEÇÃO DO ANEL

Segundo a referência 9, $\bar{\theta}_C$ e \bar{m}_C podem ser expressos por:

$$\bar{\theta}_C = k_z r_C \bar{M}_C \quad \text{onde} \quad k_z = \frac{r_C}{E_C I_C} \quad (3.13)$$

$$\bar{m}_C = k_a r_C \bar{H}_C \quad \text{onde} \quad k_a = \frac{r_C}{E_C A_C}$$

A_C é a área da seção transversal do conjunto anel-caverna, mostrada na Fig. 3.4, I_C é o momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo Z (Fig. 3.4) e E_C é o módulo de elasticidade longitudinal do material do conjunto anel-caverna.

Substituindo, em (3.13), \bar{H}_C e \bar{M}_C pelas expressões (3.10) e (3.11), tem-se:

$$\bar{\theta}_C = k_z \left[\bar{M}_B r_B - \bar{M}_D r_D + \bar{H}_B r_B \delta_1 + \bar{H}_D r_D \delta_2 + \frac{P}{2} r_P (\delta_1^2 - \delta_2^2) + \frac{P}{4} (r_D - r_B) (r_D^2 + r_B^2) \right] \quad (3.14)$$

$$\bar{m}_C = k_a \left[\bar{H}_B r_B - \bar{H}_D r_D + P (\delta_1 + \delta_2) r_P \right] \quad (3.15)$$

Utilizando-se estas expressões nas quatro condições (3.12) obtém-se o sistema final de quatro equações para os esforços de extremidade. Caso ambas as cascas sejam curtas, as rotações e deslocamentos nas suas extremidades serão dados por:

$$\bar{\theta}_B = a_{kj1} \bar{M}_A + a_{kk1} \bar{M}_B + b_{kj1} \bar{H}_A + b_{kk1} \bar{H}_B + c_{k1} P$$

$$\bar{m}_B = d_{kj1} \bar{M}_A + d_{kk1} \bar{M}_B + g_{kj1} \bar{H}_A + g_{kk1} \bar{H}_B + f_{k1} P$$

$$\bar{\theta}_D = a_{jj2} \bar{M}_D + a_{jk2} \bar{M}_E + b_{jj2} \bar{H}_D + b_{jk2} \bar{H}_E + c_{j2} P$$

$$\bar{m}_D = d_{jj2} \bar{M}_D + d_{jk2} \bar{M}_E + g_{jj2} \bar{H}_D + g_{jk2} \bar{H}_E + f_{j2} P$$

onde os subscritos 1 e 2 indicam coeficientes de extremidade das cascas 1 e 2, respectivamente, e A e E indicam os esforços nas duas outras extremidades destas cascas. As quatro equações seriam, então, as fornecidas em (3.16).

Caso uma das cascas fosse longa ou um cone, alguns coefi

cientos se anulariam, conforme mostrado em (3.7.a) e (3.7.b). Caso ambas fossem longas, ou uma delas longa e a outra um cone, todos os coeficientes mostrados em (3.7.a) e (3.7.b) se anulariam.

É importante notar que no caso do enrijecedor ser uma caverna, deve-se considerar a chapa contígua a ela como parte do enrijecedor, conforme mostra a área sombreada na Figura 3.6, para o cálculo de r_C , A_C e I_C .

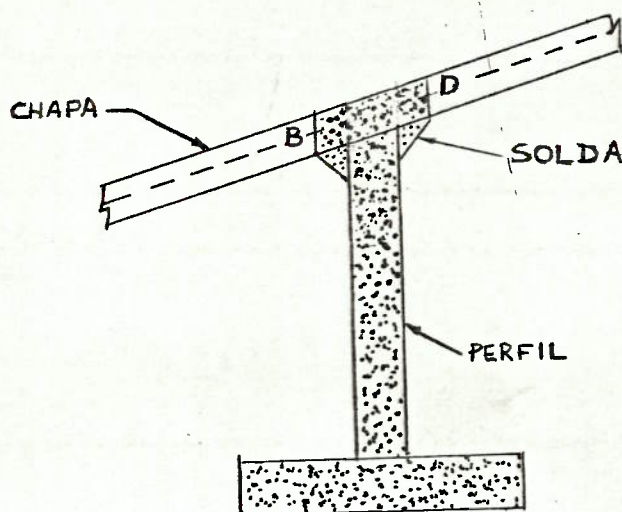


FIGURA 3.6 - PERFIL TIPO T COM ALMA ESPESSA

$$a_{kjl} \bar{M}^+ b_{kj1} \bar{H}^+ + (k_z r_B + a_{kk1}) \bar{M}_B + (b_{kk1} + k_z r_B \delta_1) \bar{H}_B - k_z r_D \bar{M}_D +$$

$$+ k_z r_D \delta_2 \bar{H}_D = \left[-c_{k1} - \frac{1}{2} k_z r_P (\delta_1^2 - \delta_2^2) - \frac{1}{4} k_z (r_D - r_B) (r_D^2 + r_B^2) \right] P$$

$$-d_{kj1} \bar{M}_A - g_{kj1} \bar{H}_A + (\delta_1 k_z r_B - d_{kk1}) \bar{M}_B + (\delta_1^2 k_z r_B - g_{kk1} + k_z r_B) \bar{H}_B - \delta_1 k_z r_D \bar{M}_D +$$

$$+ (\delta_1 \delta_2 k_z r_D - k_z r_A) \bar{H}_D = \left[f_{k1} - \frac{1}{2} \delta_1 k_z r_P (\delta_1^2 - \delta_2^2) - \frac{1}{4} \delta_1 k_z (r_D - r_B) (r_D^2 + r_B^2) - k_z r_A \right] P$$

$$k_z r_B \bar{M}_B + k_z r_B \delta_1 \bar{H}_B + (a_{jj2} - k_z r_D) \bar{M}_D + (b_{jj2} + k_z r_D \delta_2) \bar{H}_D + a_{jk2} \bar{M}_E + b_{jk2} \bar{H}_E =$$

$$\left[-e_{j2} - \frac{1}{2} k_z r_P (\delta_1^2 - \delta_2^2) - \frac{1}{4} k_z (r_D - r_B) (r_D^2 + r_B^2) \right] P$$

$$- \delta_2 k_z r_B \bar{M}_B + (k_z r_B - \delta_1 \delta_2 k_z r_B) \bar{H}_B + (\delta_2 k_z r_D - d_{jj2}) \bar{M}_D + (-g_{jj2} - k_z r_D - \delta_2^2 k_z r_D) \bar{H}_D -$$

$$- d_{jk2} \bar{M}_E - g_{jk2} \bar{H}_E = \left[f_{j2} - k_z r_A P \right] + \frac{1}{2} \delta_2 k_z r_P (\delta_1^2 - \delta_2^2) +$$

$$+ \frac{1}{4} \delta_2 k_z (r_D - r_B) (r_D^2 + r_B^2) \right] P$$

(3.16)

3.5 CAVERNA DE RIGIDEZ FINITA

No caso da descontinuidade ser uma barra chata ou uma caverna tipo T ou L de alma pouco espessa, pode-se fazer a hipótese que a união da caverna e das superfícies de referência das cascas adjacentes se dá ao longo de uma única linha circunferencial B com centro no eixo de simetria (Figura 3.7.a).

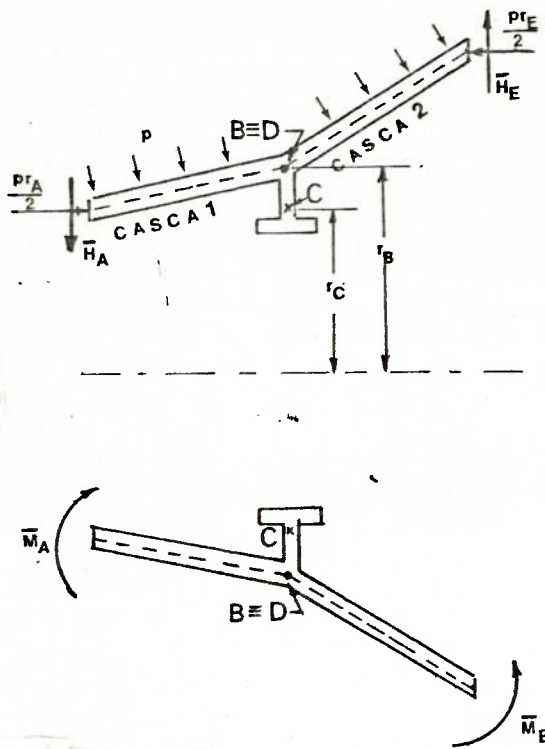


FIGURA 3.7.a

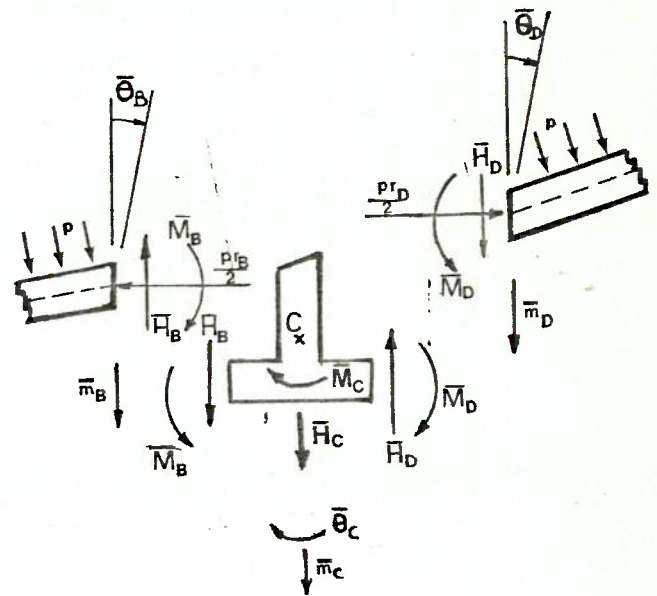


FIGURA 3.7.b

Os esforços nas extremidades das cascas foram considerados como tendo os sentidos positivos da convenção aqui adotada. As reações na caverna terão, portanto, sentidos opostos. O momento resultante \bar{M}_C na caverna em torno de seu centro de gravidade C e a força resultante \bar{H}_C podem ser obtidos por (Figura

3.7.b):

$$\bar{M}_C = \frac{1}{r_C} (\bar{M}_D r_D - \bar{M}_B r_B)$$

$$\bar{H}_C = \frac{1}{r_C} (\bar{H}_B r_B - \bar{H}_D r_D)$$
(3.17)

Devido à hipótese feita, as forças radiais não provocam momentos e $r_B = r_D$.

A compatibilidade entre os deslocamentos e as rotações resulta em:

$$\bar{\theta}_C = \bar{\theta}_B = \bar{\theta}_D$$

$$\bar{m}_C = \bar{m}_B = \bar{m}_D$$
(3.18)

Se a seção transversal da caverna, obtida pelo corte por um plano contendo o eixo de simetria, possuir dimensões pequenas em comparação com o raio do seu centro de gravidade, tem-se (ref.9):

$$\bar{\theta}_C = \frac{r_C^2}{E_C I_C} \bar{M}_C$$
(3.19)

onde:

E_C é o módulo de elasticidade longitudinal da caverna.

I_C é o momento de inércia da área da seção transversal da caverna em relação ao eixo Z (Figura 3.7.b: eixo radial passando em C).

Também pela referência 9:

$$\bar{m}_C = \frac{r_C^2}{E_C A_C} H_C \quad (3.20)$$

onde A_C é a área da seção transversal da caverna.

Usando as expressões (3.17) em (3.19), obtém-se:

$$\bar{\theta}_C = \frac{r_C r_B}{E_C I_C} (\bar{M}_D - \bar{M}_B)$$

$$\bar{m}_C = \frac{r_C r_B}{E_C A_C} (\bar{H}_B - \bar{H}_D)$$

Finalmente, de (3.18), chega-se a:

$$\bar{\theta}_B = \bar{\theta}_D = \frac{r_C r_B}{E_C I_C} (\bar{M}_D - \bar{M}_B) \quad (3.21)$$

$$\bar{m}_B = \bar{m}_D = \frac{r_C r_B}{E_C A_C} (\bar{H}_B - \bar{H}_D)$$

Tem-se, então, quatro equações para determinar os esforços de extremidade. Se ambas as cascas forem curtas, as equações serão:

$$\begin{aligned} a_{kjl} \bar{M}_A + \left(a_{kk1} + \frac{r_C r_B}{E_C I_C} \right) \bar{M}_B + b_{kjl} \bar{H}_A + b_{kk1} \bar{H}_B &= \\ &= \frac{r_C r_D}{E_C I_C} \bar{M}_D - c_{k1} P \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} d_{kjl} \bar{M}_A + d_{kk1} \bar{M}_B + g_{kjl} \bar{H}_A + \left(g_{kk1} - \frac{r_C r_B}{E_C A_C} \right) \bar{H}_B &= \\ &= - \frac{r_C r_D}{E_C A_C} \bar{H}_D - f_{k1} P \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a_{jj2} - \frac{r_C r_D}{E_C I_C}) \bar{M}_D + a_{jk2} \bar{M}_E + b_{jj2} \bar{H}_D + b_{jk2} \bar{H}_E &= \\ &= - \frac{r_C r_B}{E_C I_C} \bar{M}_B - c_{j2} P \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} d_{jj2} \bar{M}_D + d_{jk2} \bar{M}_E + (g_{jj2} + \frac{r_C r_D}{E_C A_C}) \bar{H}_D + g_{jk2} \bar{H}_E &= \\ &= \frac{r_C r_B}{E_C A_C} \bar{H}_B - f_{j2} P \end{aligned}$$

Caso uma das cascas seja longa ou seja um cone, alguns coeficientes se anularão; podem ser utilizadas as igualdades (3.7.a) e (3.7.b). Caso ambas as cascas sejam longas, ou uma delas seja longa e a outra seja um cone, todos os coeficientes mostrados em (3.7.a) e (3.7.b) se anularão.

3.6 ANÁLISE DE UM CASCO DE SUBMARINO

Conforme já dito no Capítulo 2, a análise de uma casca composta, onde aparecem enrijecedores e/ou cascas de geometrias ou materiais diferentes, é feita pela análise isolada de cada trecho entre duas descontinuidades, sob o efeito da pressão e dos esforços de extremidade.

O primeiro passo é definir e numerar os trechos e os pontos (que na realidade, são linhas circunferenciais: ver Figura 3.8 a serem utilizados na análise. Em seguida, obter os coeficientes de influência dos trechos e as propriedades geométricas das seções transversais dos enrijecedores. Nos trechos onde a

CLASSE	PELA REF [3]		VALOR MÍNIMO DE x_k EM RELAÇÃO A x_l PARA QUE O TRECHO SEJA LONGO	CLASSE	PELA REF [5]
	$\frac{3}{b} x_l$	INTERVALO ONDE HÁ EFEITO DE FLEXÃO (EM VALORES DE x_l)			
1	403,85	1985 A 2389	2560,3	L	L
2	515,2	2716 A 3231	3954,5	L	C
3	560,9	3231 A 3746	4614,3	C	C
4	595,3	3269 A 3830	5143,5	C	C
5	623,99	3830 A 4391	5608,5	C	C
6	564,01	3718 A 4313	2004,7	C	C
7	567,73	4313 A 4909	20304,07	C	C

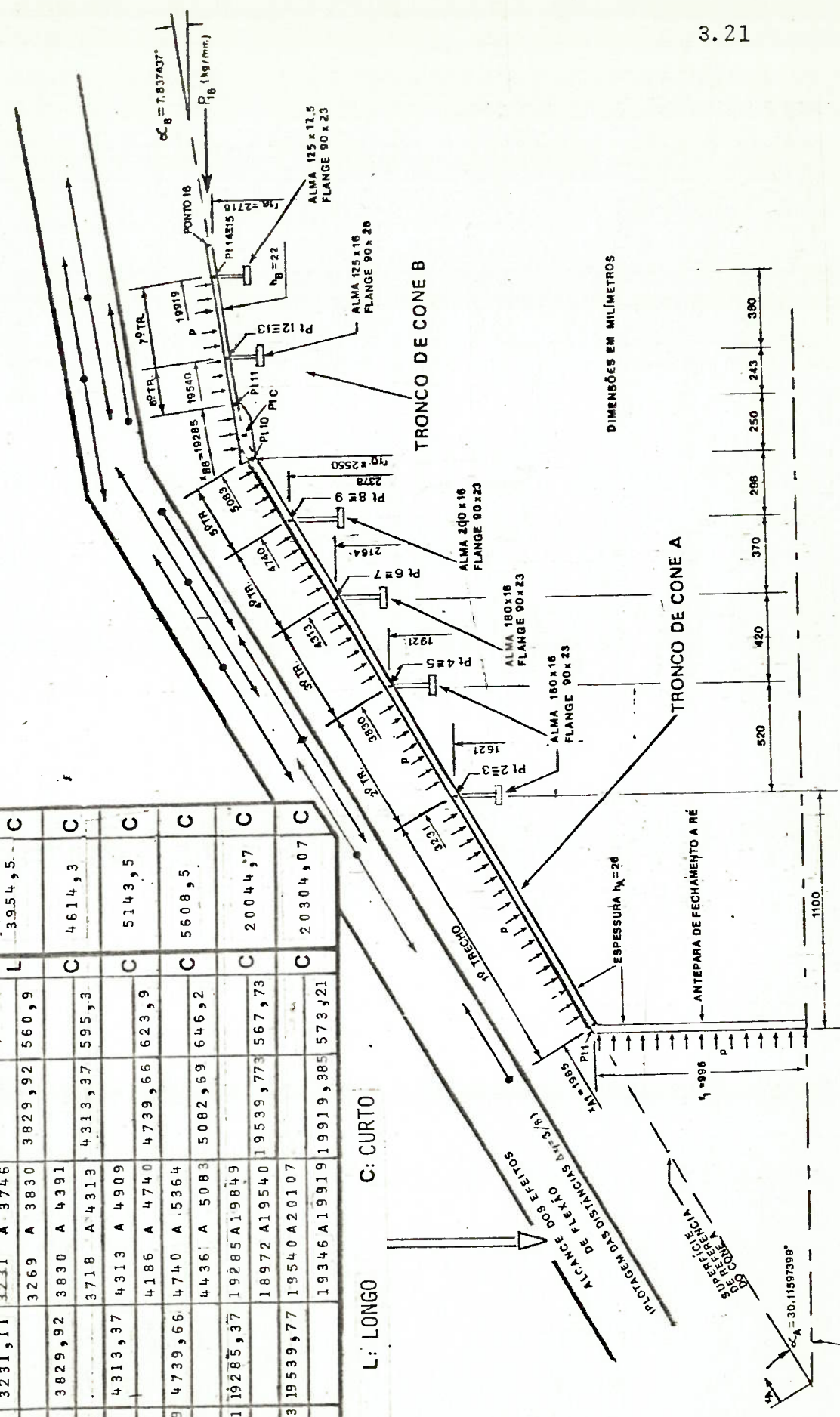


FIGURA 3.8: REGIÃO DE POPA DE UM SUBMARINO TÍPICO

casca é um tronco de cone longo ou um cone, apenas alguns coeficientes precisam ser determinados, conforme mostrado em (3.7.a) e (3.7.b).

A seguir, deve-se determinar os esforços de extremidade. Nos trechos longos ou nos cones, isto é feito com facilidade, pois, como se viu nas seções 3.2 a 3.5, bastará a resolução de sistemas de duas equações com duas incógnitas. Nos trechos curtos, no entanto, o número de incógnitas é sempre maior que o de equações, e será necessário o conhecimento dos esforços que atuam na extremidade k do trecho, por exemplo, para que se determine os que atuam em j . Em um conjunto de trechos curtos adjacentes, haverá, portanto, a necessidade de se conhecer os esforços que atuam nas extremidades imediatamente à esquerda e imediatamente à direita do conjunto, para que se possa obter os esforços nas extremidades dos trechos que compõem o conjunto.

A Figura 3.8 mostra a região de popa do casco resistente de um submarino típico, com os trechos de casca já definidos. O alcance Δx_f dos efeitos de flexão em cada trecho é calculado por dois processos. Os dois valores são fornecidos na tabela e um deles é representado na figura por uma seta com a origem na extremidade cujos esforços causaram a flexão. Na tabela, a base menor de cada trecho é designada pelo subscrito j e a maior por k . Verifica-se que, a exceção do 1º trecho, todos os outros são curtos (pelo critério da referência 5)*. Portanto, só se pode determinar, de imediato, os esforços de extremidade no ponto 1. Caso haja algum trecho à direita, não mostrado no desenho, que seja longo ou que se una a uma antepara espessa, os esforços na

* Ver observação B.2, página B.53

sua extremidade mais à direita podem ser determinados. Poder-se-á, assim, determinar todos os esforços nos trechos contidos entre este ponto e o Ponto 1.

Quando se desejar a análise de apenas uma região da estrutura (por exemplo, o 2º trecho na Figura 3.8), outra alternativa pode ser utilizada. Pode-se considerar que uma seção distante desta região (o Ponto 14, por exemplo) é engastada, e obter, assim, os esforços de extremidade. Naturalmente, haverá um erro grosseiro nos esforços obtidos para os trechos mais próximos da seção considerada engastada (5º, 6º e 7º trechos, no exemplo), mas este erro vai se reduzindo progressivamente à medida que a distância à seção aumenta. O problema está na definição de uma distância entre a seção engastada e o trecho a ser analisado que cause erros pequenos nesta análise. Este assunto é discutido com mais detalhes no Apêndice A.

Após obtidos os esforços de extremidade, o último passo será a análise de cada trecho, isoladamente, conforme descrito no Capítulo 2.

3.7 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Apresenta-se dois exemplos numéricos, consistindo de uma casca cilíndrica de revolução submetida à pressão externa constante e a uma força normal \bar{N} em uma das suas extremidades; a outra extremidade é reforçada por um anel ou por uma caverna, conforme o exemplo, e está sobre um apoio simples que impede a sua translação paralelamente ao eixo de simetria do cilindro (Figura 3.9). Compara-se os resultados obtidos pela

utilização da Teoria de Cascas Finas, fazendo uso das expressões desenvolvidas neste capítulo, com os resultados fornecidos pela Análise por Elementos Finitos (referência 7). Nesta última análise, utiliza-se a modelagem do tipo LIM, apresentada no Apêndice A, que apresentou resultados bem próximos dos obtidos pela Teoria de Cascas Finas no estudo realizado naquele Apêndice. A discretização da estrutura, em ambos os casos, está mostrada na Figura 3.9; os elementos são axissimétricos, usa-se o modo incompatível de deslocamentos (Apêndice A) e apenas um dos nós, em cada caso, é impedido de se transladar na direção Z, o que permite a rotação da seção inferior da estrutura.

Considera-se, também, que a força \bar{N} aplicada na extremidade livre no cilindro corresponde à ação da pressão em toda a sua base superior. Como \bar{N} é uma força de compressão, seu valor deve ser negativo. Logo,

$$\bar{N} = - \frac{\pi r^2 p}{2\pi r} = - \frac{pr}{2} \quad (3.23)$$

$$\therefore \bar{N} = - 602,6 \text{ kgf/mm}$$

3.7.1 Solução pela Teoria de Cascas Finas

3.7.1.1 Obtenção das expressões para os esforços e para o deslocamento radial do cilindro.

As soluções para a força cortante e para a rotação

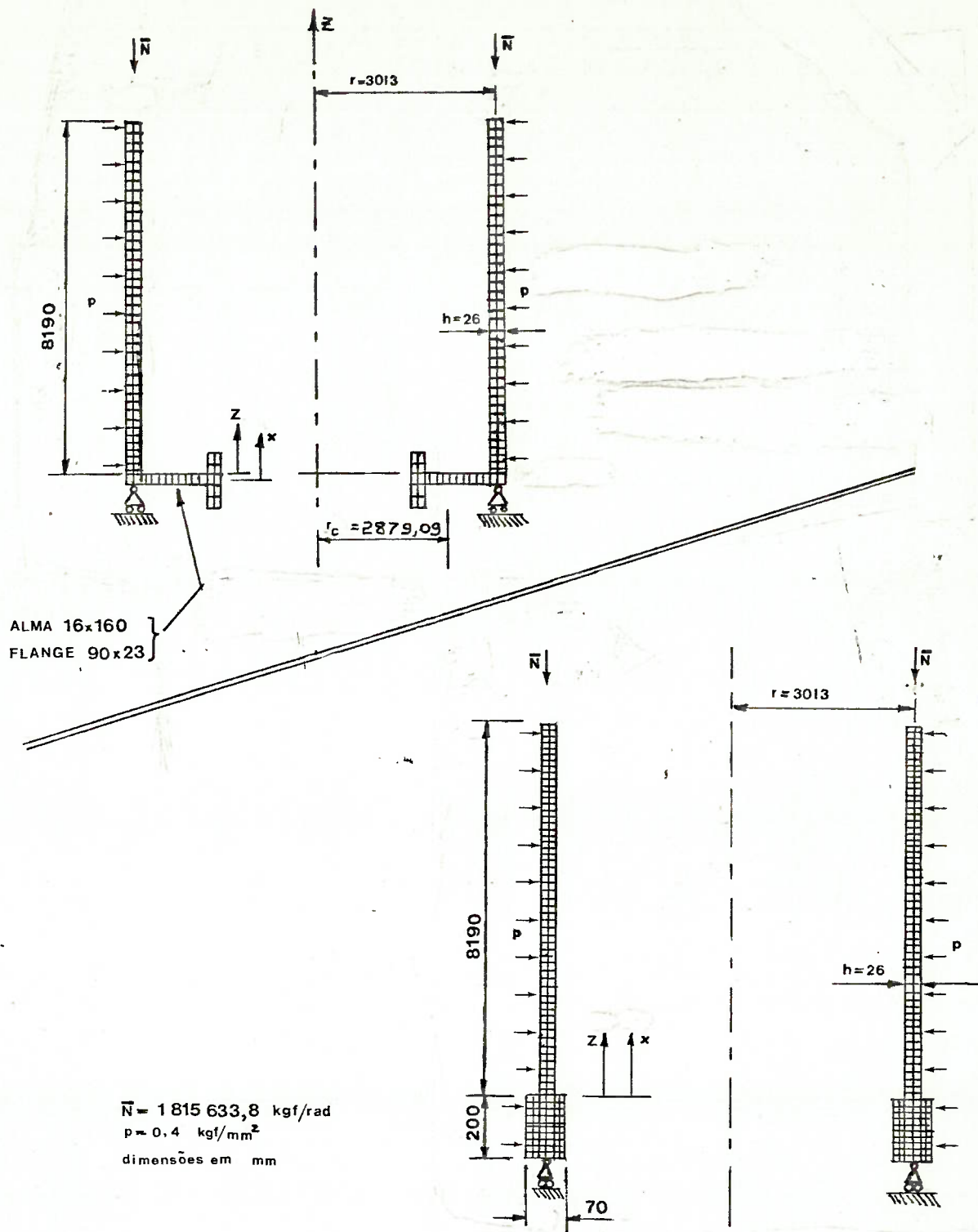


FIGURA 3.9 - CILINDRO SOB PRESSÃO EXTERNA COM UM ANEL OU COM UMA CAVERNA EM UMA DAS SUAS BASES

de um cilindro longo são dadas na referência 1 (página 134 e expressões 5.17h da referência):

$$Q = e^{-\beta x} (B_1 \cos \beta x + B_2 \operatorname{sen} \beta x) \quad (3.24a)$$

$$\bar{\theta} = \frac{e^{-\beta x}}{2\beta^2 D} (B_2 \cos \beta x - B_1 \operatorname{sen} \beta x) \quad (3.24b)$$

onde

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{r^2 h^2}}$$

$$\text{No caso, } \beta = 4,5925556 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$$

Para a obtenção dos esforços e do deslocamento radial, utiliza-se as expressões da Seção B.3, considerando - se nulas as cargas térmicas e utilizando-se a coordenada x em lugar de ψ . Além disto, para o cilindro, tem-se:

$$\psi = \pi/2$$

$$A_\theta = r_\theta = r$$

$$A_\psi = R_\psi = r_\psi \text{ tendem a } \infty$$

e, da expressão (B.31) :

$$\lim_{r_\psi \rightarrow \infty} (r_\psi d\psi) = dx$$

$$r_\psi \rightarrow \infty$$

As soluções particulares para os esforços e para o deslocamento são fornecidas na referência 1 (expressões 5.18b e 5.18c, referência 1).

Portanto, obtem-se:

a) a partir da expressão (B.9):

$$F_1(\psi) = \frac{1}{r \operatorname{sen} \psi} \left[C_1 + \int_{\psi_0}^{\psi} r r_{\psi} (q \cos \psi + q_{\psi} \operatorname{sen} \psi) d\psi \right]$$

No caso, $q = p$ e $q_{\psi} = 0$

$$\text{Logo, } F_1(\psi) = F_1(x) = \frac{C_1}{r}$$

Da expressão (B.8), tem-se:

$$N_{\psi} = Q \cot \psi - F_1(\psi)$$

$$\therefore N_x = -F_1(x) = -\frac{C_1}{r}$$

Como, em $x=0$, devido à reação do apoio, atua a força normal \bar{N} , tem-se:

$$N_x = \bar{N} = -\frac{pr}{2} \quad (3.26)$$

b) Utilizando a expressão (B.10), tem-se:

$$N_{\theta} = \frac{d}{dx} (rQ) - pr$$

$$\text{Logo: } N_{\theta} = r\beta e^{-\beta x} \left[(B_2 - B_1) \cos \beta x - (B_1 + B_2) \operatorname{sen} \beta x \right] - pr \quad (3.27)$$

c) De (B.14), obtem-se:

$$M_x = D \frac{d\bar{\theta}}{dx}$$

$$\therefore M_x = \frac{e^{-\beta x}}{2\beta} \left[(-B_1 - B_2) \cos \beta x + (B_1 - B_2) \operatorname{sen} \beta x \right] \quad (3.28)$$

d) Obtem-se M_θ a partir da expressão (B.15)

$$M_\theta = \nu M_x \quad (3.29)$$

e) Da relação 5.16b, referência 1, tem-se:

$$m = \bar{m} = - \frac{r(N_\theta - \nu N_x)}{Eh}$$

Logo,

$$m = \bar{m} = - \frac{r^2}{Eh} \beta e^{-\beta x} \left[(B_2 - B_1) \cos \beta x - (B_1 + B_2) \operatorname{sen} \beta x \right] +$$

$$+ \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \frac{pr^2}{Eh} \quad (3.30)$$

3.7.1.2 - Obtenção dos coeficientes de influência de extremidade do cilindro

Estes coeficientes serão utilizados na formulação - desenvolvida neste Capítulo. Para a sua obtenção, parte-se das expressões (2.43):

$$\begin{aligned}\bar{\theta}_j &= a_{jj} \bar{M}_j + a_{jk} \bar{M}_k + b_{jj} \bar{H}_j + b_{jk} \bar{H}_k + c_j P \\ \bar{m}_j &= d_{jj} \bar{M}_j + d_{jk} \bar{M}_k + g_{jj} \bar{H}_j + g_{jk} \bar{H}_k + f_j P\end{aligned}\quad (3.31)$$

Os coeficientes relativos ao deslocamento \bar{m}_k e à rotação $\bar{\theta}_k$, que ocorreriam na extremidade superior do cilindro, não interessam no presente exercício. Além disto, devido ao cilindro ser longo:

$$a_{jk} = b_{jk} = d_{jk} = g_{jk} = 0$$

Deve-se, portanto, obter 6 coeficientes:

a) a_{jj} e d_{jj} ; considera-se que $p = 0$ e que atuam na extremidade j do cilindro, ou seja, em $x=0$, os esforços $\bar{M}_j = 1$ e $\bar{H}_j = 0$. Como, para cascas cilíndricas, $H = Q$, as expressões (3.24a) e (3.28) conduzem a:

$$B_1 = 0 \quad \text{e} \quad B_2 = -2\beta$$

Usando estes valores em (3.24b) e em (3.30), tem-se:

$$\bar{\theta}_j = a_{jj} = -\frac{1}{\beta D} \quad ; \quad \bar{m}_j = d_{jj} = \frac{2\beta^2 r^2}{Eh} \quad (3.32)$$

b) b_{jj} e g_{jj} ; agora, considera-se $\bar{H}_j = 1$ e $\bar{M}_j = p=0$; obtem-se:

$$b_{jj} = -\frac{1}{2\beta^2 D} \quad g_{jj} = \frac{2r^2}{Eh} \beta \quad (3.33)$$

c) c_j e f_j ; considera-se $p = 1$ e $\bar{H}_j = \bar{M}_j = 0$ e se obtem:

$$c_j = 0 \quad f_j = (1 - \frac{\nu}{2}) \frac{r^2}{Eh} \quad (3.34)$$

Utilizando-se os dados do problema nas expressões acima, tem-se:

$$\begin{aligned} a_{jj} &= -6,442 \times 10^{-6} & g_{jj} &= 0,152718 \\ b_{jj} &= -7,0136 \times 10^{-4} & d_{jj} &= 7,0136 \times 10^{-4} \\ c_j &= 0 & f_j &= 14,1327 \end{aligned}$$

3.7.1.3 - Obtenção das constantes de integração em função dos esforços de extremidade

Em $x = 0$ atuam os esforços de extremidade de \bar{H}_j e \bar{M}_j . Logo:

$$(Q)_{x=0} = \bar{H}_j \quad (M_x)_{x=0} = \bar{M}_j$$

Logo, de (3.24a) e de (3.28) se obtem

$$B_1 = \bar{H}_j \quad ; \quad B_2 = -\bar{H}_j - 2 \beta \bar{M}_j \quad (3.35)$$

3.7.1.4 - Obtenção das tensões na superfície externa do cilindro com a extremidade reforçada por uma caverna.

Utiliza-se os conceitos descritos na seção 3.5. As grandezas associadas à caverna são:

$$\begin{aligned} A_C &= 4630 \text{ mm}^2 & r &= r_B = r_D = 3013 \text{ mm} \\ I_C &= 1451\,863,3 \text{ mm}^4 & E_C &= 21000 \text{ kgf/mm}^2 \\ r_C &= 2879,09 \text{ mm} \end{aligned}$$

Faz-se uso do sistema de equações (3.22), considerando o cilindro como a casca nº2 (Figura 3.7.a); portanto:

$$\bar{H}_D = \bar{H}_j \quad ; \quad \bar{M}_D = \bar{M}_j \quad ; \quad \bar{H}_E = \bar{M}_E = 0$$

Utiliza-se, apenas, as duas últimas equações do sistema (3.22), pois as duas primeiras foram obtidas a partir das igualdades $\bar{\theta}_B = \bar{\theta}_C$ e $\bar{m}_B = \bar{m}_C$ e, no caso, $\bar{\theta}_B = \bar{m}_B = 0$ (não existe a Casca nº1 mostrada na Figura 3.7.a). Pela mesma razão, $\bar{H}_A = \bar{M}_A = \bar{H}_B = \bar{M}_B = 0$. O resultado é:

$$\bar{H}_j = -23,53 \text{ kgf/mm}$$

$$\bar{M}_j = 56,72 \text{ kgf.mm/mm}$$

E, de (3.35), se obtém:

$$B_1 = -23,53 \quad e \quad B_2 = 23,009$$

As expressões para as tensões são obtidas a partir das relações (2.21), e de (3.26) a (3.29):

$$\begin{aligned}\sigma_x &= -23,177 + e^{-\beta x}(-0,497\cos\beta x - 45,334\sin\beta x) \\ \sigma_\theta &= -46,354 + e^{-\beta x}(24,819\cos\beta x - 13,873\sin\beta x)\end{aligned}\quad (3.36)$$

onde $\beta = 4,592556 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$, x é fornecido em mm e as tensões em kgf/mm^2 .

Deve-se notar que, devido às hipóteses feitas no item 3.5, a contagem de x é feita a partir da linha de centro da caverna (Figura 3.9). Portanto

$$x = Z + 8$$

onde Z é a coordenada axial utilizada na Análise por Elementos Finitos.

Os valores obtidos para as tensões estão registrados nos gráficos da Figura 3.10.

3.7.1.5 - Obtenção das tensões na superfície externa do cilindro com a extremidade reforçada por um anel de ligação

Utilizou-se os conceitos descritos no item 3.4. Os valores das grandezas associadas ao anel são:

$$\begin{aligned}r = r_B = r_C = r_D &= 3013 \text{ mm} & E_C &= 21\,000 \text{ kgf/mm}^2 \\ \delta_1 = \delta_2 &= 125 \text{ mm} & I_C &= 91\,145\,833 \text{ mm}^4 \\ r_P &= 3048 \text{ mm} & k_Z &= 1,574 \times 10^{-9} (\text{kgf}\cdot\text{mm})^{-1} \\ A_C &= 17\,500 \text{ mm}^2 & k_a &= 8,199 \times 10^{-6} \text{ mm/kgf}\end{aligned}$$

Pela mesma razão apresentada no item anterior, faz-se uso apenas das duas últimas equações do sistema (3.16), considerando o cilindro como a casca nº2 e

$$\bar{H}_D = \bar{H}_j$$

$$\bar{M}_D = \bar{M}_j$$

$$\bar{H}_A = \bar{H}_E = \bar{H}_B = \bar{M}_A = \bar{M}_E = M_B = 0$$

Obtem-se:

$$\bar{H}_j = -12,59 \text{ kgf/mm} \quad \text{e} \quad \bar{M}_j = 122,155 \text{ kgf.mm/mm}$$

o que resulta em:

$$B_1 = -12,59 \quad \text{e} \quad B_2 = 11,47$$

As tensões são, então, fornecidas por:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -23,177 + e^{-\beta x} (1,084 \cos \beta x - 23,253 \sin \beta x) \\ \sigma_\theta &= -46,3538 + e^{-\beta x} (13,1318 \cos \beta x - 6,378 \sin \beta x) \end{aligned} \quad (3.37)$$

onde $\beta = 4,592556 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$, x é fornecido em mm e as tensões em kgf/mm^2 .

Os valores obtidos para estas tensões em vários pontos da superfície externa do cilindro estão registrados nos gráficos da Figura 3.11.

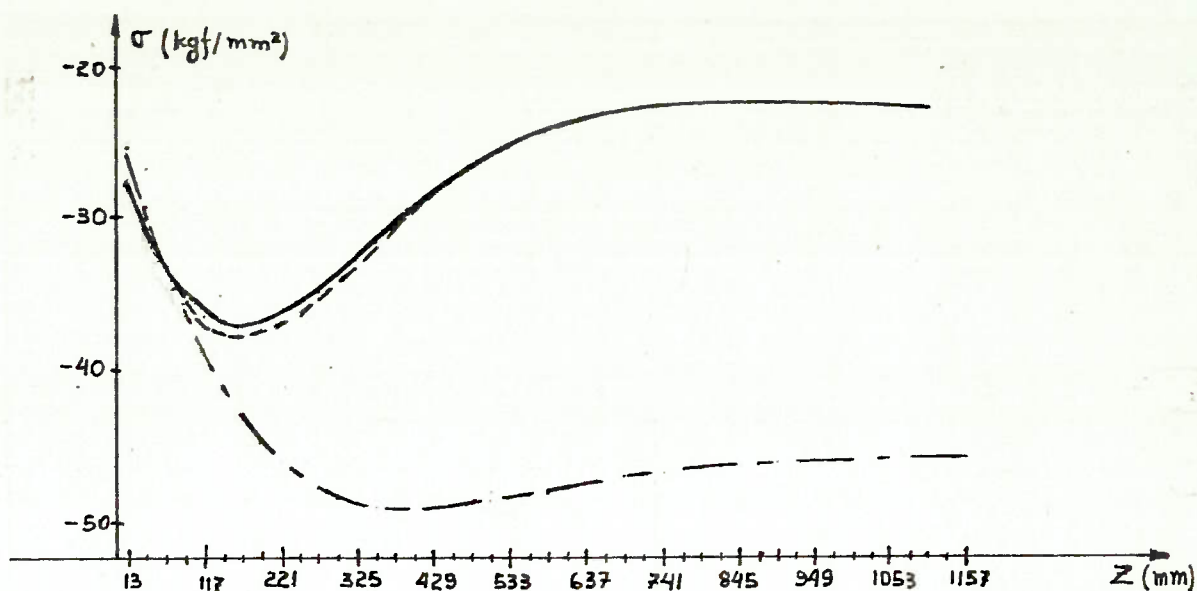


FIGURA 3.10: TENSÕES NA SUPERFÍCIE EXTERNA DE UM CILINDRO REFORÇADO POR UMA CAVERNA EM UMA EXTREMIDADE

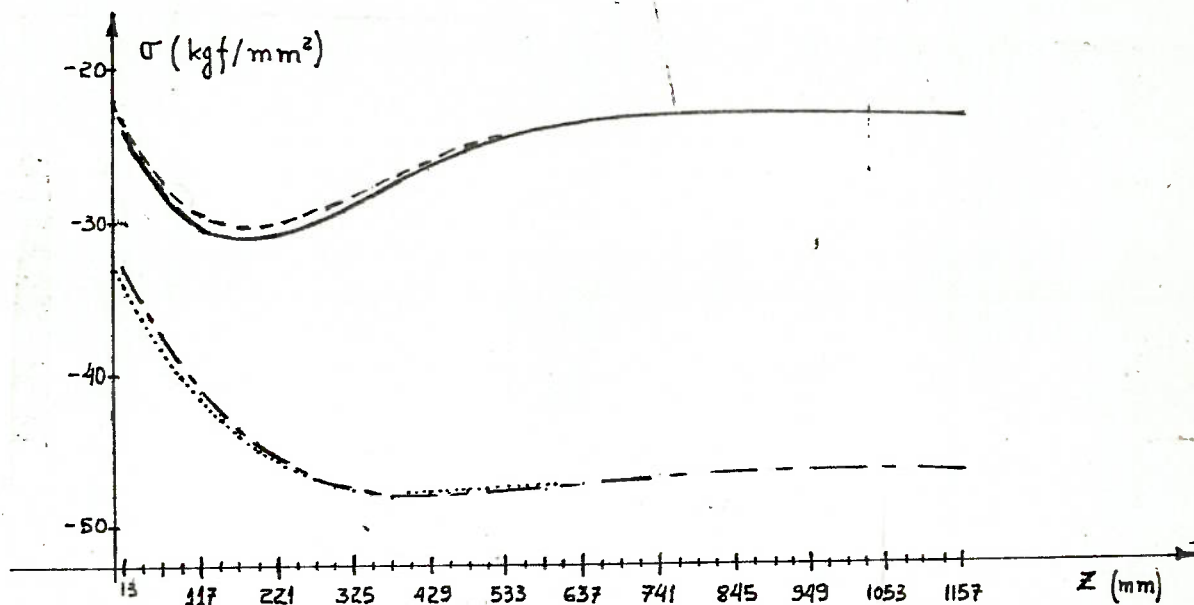


FIGURA 3.11: TENSÕES NA SUPERFÍCIE EXTERNA DE UM CILINDRO REFORÇADO POR UM ANEL EM UMA EXTREMIDADE.

Convenção nas Figuras 3.10 e 3.11:

- | | | |
|-----------|-----------------|---|
| — | σ_x | } obtidos pelo programa NAVSAP |
| - - - | σ_θ | |
| - · - · - | σ_x | } obtidos pelas expressões (3.36) e (3.37), nas regiões onde não coincidem com os valores obtidos pelo NAVSAP |
| ····· | σ_θ | |

3.7.2 - Conclusões

Verifica-se, pelas figuras 3.10 e 3.11, que a formulação desenvolvida neste capítulo fornece valores para as tensões bem próximos dos obtidos pelo programa NAVSAP. As relações $\sigma(\text{cap.3})/\sigma(\text{NAVSAP})$ nos valores absolutos máximos de tensão, nos dois casos mostrados, são:

a) reforço com caverna (Fig. 3.10):

$$\sigma_x (\text{CAP.3})/\sigma_x (\text{NAVSAP}) = 1,023$$

$$\sigma_\theta (\text{CAP.3})/\sigma_\theta (\text{NAVSAP}) = 1,0$$

b) reforço com anel (Fig. 3.11):

$$\sigma_x (\text{CAP.3})/\sigma_x (\text{NAVSAP}) = 0,97$$

$$\sigma_\theta (\text{CAP.3})/\sigma_\theta (\text{NAVSAP}) = 1,0$$

4. MÉTODO PARA A ANÁLISE DE CASCOS RESISTENTES DE SUBMARINOS-PROGRAMA TRIDENTE

4.1 MÉTODO PROPOSTO PARA A ANÁLISE DE CASCOS RESISTENTES DE SUBMARINOS

O método proposto se aplica apenas às regiões axis simétricas dos cascos resistentes de submarinos. Ele foi utilizado na elaboração de um programa de computador, denominado de PROGRAMA TRIDENTE.

A descrição deste programa (Apêndice F) explica o método com mais detalhes. Faz-se, neste Capítulo, uma apresentação resumida do processo:

a) São definidas as extremidades de cada "casca simples" (também denominada de trecho) e a posição e o tipo de cada descontinuidade que compõem a região a ser analisada. Obtem-se as suas propriedades geométricas e mecânicas.

b) Calcula-se os coeficientes de influência de extremidade e os parâmetros das constantes de integração de cada casca simples.

c) Estuda-se cada descontinuidade, e, utilizando os coeficientes de influência das cascas vizinha a ela, obtém-se as equações mostradas no Capítulo 3, onde as incógnitas são os esforços de extremidade. Se a estrutura é composta de NC trechos, haverá $4 \cdot NC$ equações a $4 \cdot NC$ incógnitas.

d) Resolve-se este sistema de equações, obtendo-se os valores dos esforços de extremidade.

e) Estudando-se cada trecho separadamente, sob a ação dos esforços de extremidade que nele atuam, e da pressão, obtém-se as tensões, deformações, deslocamentos e rotações em qualquer local do trecho.

4.2 O PROGRAMA TRIDENTE

A descrição do programa, o manual do usuário e a aplicação do programa na análise da região de popa de um submarino real constam do Apêndice F.

O programa, na sua forma atual, só analisa as regiões do casco do submarino compostas de troncos de cone curtos e de cilindros curtos, e só leva em conta as descontinuidades estudadas no Capítulo 3. Utiliza, na resolução daquelas cascas, tanto a Aproximação Assintótica como a Aproximação de Geckeler, estudadas no Capítulo 2. Outra limitação do programa é a de que todos os troncos de cone da região a ser analisada devem ter a sua base menor voltada para o mesmo sentido (para a proa ou para a popa do submarino), isto é, os raios do casco resistente devem ser constantes ou crescentes, mas nunca decrescentes, à medida que se caminha na linha de centro do submarino da popa para a proa, ou da proa para a popa. Além disto, o programa só fornece as tensões nas superfícies externa e interna do casco.

No entanto, estas limitações podem ser diminuídas

facilmente pela adição de subrotinas que calculem os coeficientes de influência e as tensões em cascas de outros formatos (cones e domos esféricos, por exemplo) e que forneçam as expressões que permitam a obtenção dos esforços de extremidade para outros tipos de descontinuidades.

Seria fácil por exemplo, dar ao programa a possibilidade de analisar cascas de revolução com a forma de cones, troncos de cone longos ou cilindros longos. Para isto, bastaria adicionar subrotinas que calculassem os seus coeficientes de extremidade, pois o programa atual já está preparado para obter as tensões nestes tipos de cascas; para elaborar estas subrotinas, utiliza-se-ia as expressões apresentadas nas seções E.12 e E.13.

Além disto, se também se quizesse obter os valores das deformações, rotações e deslocamentos em vários locais do casco resistente, bastaria que se utilizasse as expressões do Capítulo 2 e do Apêndice D.

Como o programa foi desenvolvido apenas como uma ferramenta para a aplicação do método proposto, procurou-se, inicialmente, testar a validade do método (o que é o objetivo deste trabalho) para então, posteriormente, ampliar a capacidade do programa.

4.3 APLICAÇÃO DO MÉTODO: ANÁLISE DE UM SUBMARINO REAL

Aplica-se o método, utilizando o PROGRAMA TRIDENTE, à região de pôpa do casco resistente de um submarino real. (Fi

gura 4.1). Nesta região, tanto o chapeamento como as cavernas e o anel de ligação são de aço HY-80, que possui a tensão de escoamento de 56 kgf/mm^2 , módulo de elasticidade longitudinal de 21.000 kgf/mm^2 e coeficiente de Poisson de 0,3 (referências 20, 21 e 22). A análise deste casco é apresentada na Seção F.4, que contém os valores dos dados de entrada e a listagem dos resultados.

Como a região a ser analisada é composta somente de trechos com as formas troncos de cone, executou-se dois processos: no primeiro, utilizou-se a Aproximação de Geckeler, e no outro a Aproximação Assintótica. Em ambos considerou-se a antepara de fechamento de ré do casco do submarino como infinitamente rígida (ver a Observação 3.2).

Os resultados foram comparados com os da análise por elementos finitos, executada pelo programa NAVSAP (referência 7), onde se utilizou 1626 nós e 1036 elementos axissimétricos, de razão de aspecto 1 e com a espessura igual à metade da espessura do chapeamento (Figura 4.2). Utilizou-se modos incompatíveis de deslocamento; assim, esta discretização corresponde ao modelo definido como LIM no Apêndice A, onde se verifica que ela apresenta resultados muito próximos dos obtidos pela Teoria de Cascas Finas

Para que haja coincidência nas condições de apoio da estrutura, na análise pelo programa NAVSAP considera-se a antepara de fechamento como tendo rigidez infinita (ou seja, o chapeamento estaria engastado nos nós 193, 194 e 195); os nós não pertencentes à antepara têm liberdade para se deslocar nas direções Y e Z (Figura 4.2).

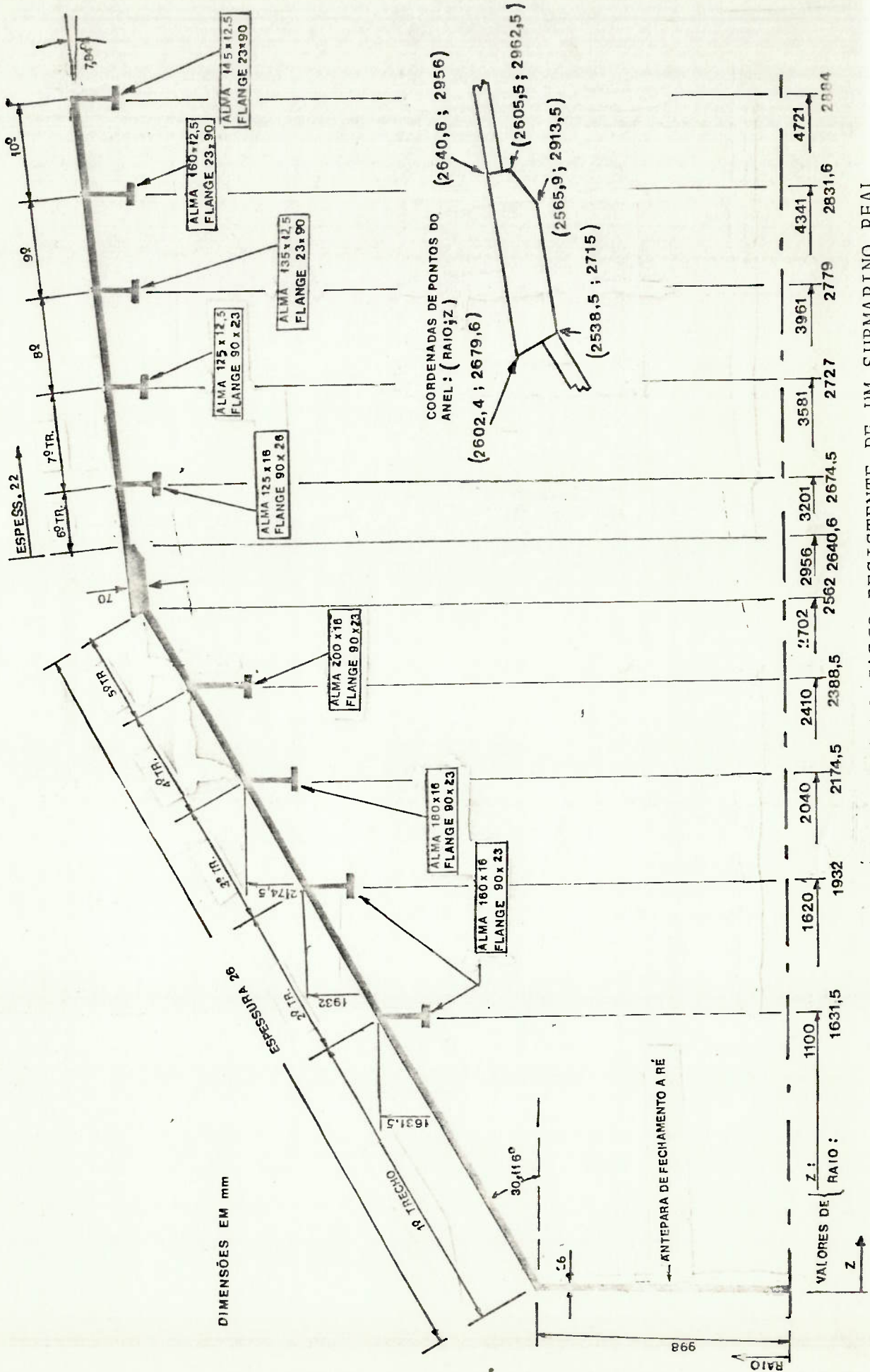


FIGURA 4.1: REGIÃO DE POPA DO CASCO RESISTENTE DE UM SUBMARINO REAL

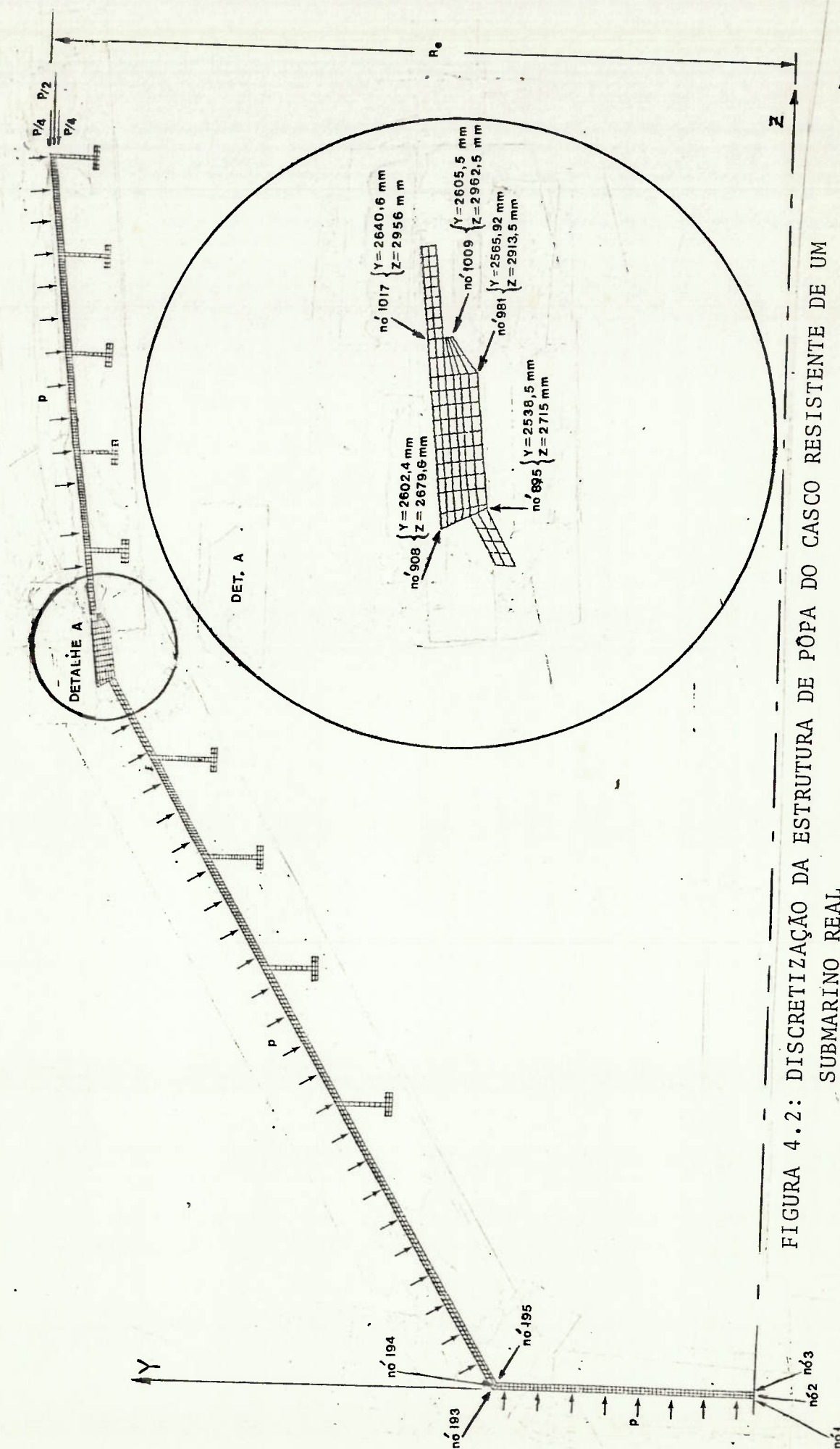


FIGURA 4.2: DISCRETIZAÇÃO DA ESTRUTURA DE PÓPA DO CASCO RESISTENTE DE UM SUBMARINO REAL

A estrutura está submetida à pressão $p=0,30867\text{kgf/mm}^2$. O esforço P aplicado na extremidade à direita da estrutura corresponde à componente radial da força causada pela pressão sobre a seção transversal. Seu valor é obtido do produto da pressão pela área do círculo externo da seção (círculo de raio R_e); este valor é mais próximo do valor real que o considerado na Teoria de Cascas Finas (e, conseqüentemente, no programa TRIDENTE), obtido pelo produto da pressão pela área do círculo que passa a meia-espessura do chapeamento na seção.

Os valores das tensões resultantes das análises pelos programas TRIDENTE (utilizando a Aproximação de Geckeler) e NAVSAP estão representados graficamente nas figuras 4.3 a 4.7. Os resultados fornecidos pelo programa TRIDENTE, utilizando a Aproximação Assintótica não constam destas figuras, por terem apresentado valores exageradamente altos para as tensões. Comparando-se os resultados fornecidos por esta Aproximação com os obtidos pela Aproximação de Geckeler (seção F.4), verifica-se que:

- a) os valores dos coeficientes de influência são diferentes.
- b) os valores dos esforços de extremidade são próximos, exceto o de $F(2)$ (que corresponde ao \bar{H}_j do 1º trecho).
- c) os valores das tensões só são próximos no 1º, 3º e 5º trechos; nos outros, a Aproximação Assintótica fornece resultados exageradamente altos.

Todos os trechos da estrutura obedecem às limitações a) e c) da página 2.9, mas não obedecem à limitação b), pois em todos eles $r > 20h$. A limitação definida pela referência 14 também é obedecida, pois o menor valor de ξ_j encontrado na estrutura é o de 41,6, no 1º trecho. Verifica-se, no entanto, que o comportamento da Aproximação Assintótica não é uniforme em todos os trechos, já que ela fornece valores corretos para as tensões em apenas tres deles. Estes valores são considerados corretos - porque são próximos dos valores obtidos tanto pela Aproximação de Geckeler como pelo programa NAVSAP. Como não se verificou nenhum erro de programação no programa TRIDENTE, conclui-se que as expressões (2.22) devem ser estudadas com mais cuidado, de modo a verificar a sua validade e as limitações ao seu uso.

Já a Aproximação de Geckeler fornece tensões σ_x e σ_θ bem próximas das resultantes da análise por elementos finitos, nas superfícies externa e interna da casca composta (Figura 4.3 a 4.6). Mesmo no 1º trecho, que é longo, as expressões obtidas através das condições de contorno (2.38) para cascas curtas, fornecem valores corretos. Isto demonstra que a formulação obtida para cascas curtas também podem ser utilizadas para cascas longas. No entanto, conforme dito na página E.22, os erros nos resultados, para cascas muito longas, podem ser consideráveis. Deve-se, pois, em trabalhos posteriores, verificar a abrangência desta formulação, tanto para cascas longas como para cones.

Uma atenção especial deve ser dada às tensões σ_n (Figura 4.7). Ela não é calculada pelo programa TRIDENTE, pois uma das hipóteses utilizadas para o desenvolvimento da Teoria de Cascas Finas é de que o seu valor é desprezível em face dos valores de σ_x e σ_θ . No entanto, verifica-se que, nos pontos da Figura 4.7 emoldurados por um círculo, os valores de σ_n fornecidos pelo programa NAVSAP são bastante altos. Estes pontos são sempre próximos de partes muito rígidas da estrutura, no caso a antepara de fechamento a ré e o anel de ligação. A referência 24, executando a análise por elementos finitos desta mesma estrutura, já havia feito esta observação. Nestes pontos, portanto, os valores de σ_n devem ser considerados para o cálculo da tensão equivalente. Pelo critério da energia de distorção, que é o usado no projeto de estrutura de submarinos, a tensão equivalente seria obtida por (referência 8):

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_n - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_n - \sigma_x)^2 + (\sigma_x - \sigma_\theta)^2]} \quad (4.1)$$

e o critério de projeto seria $\sigma_{eq} \leq \sigma_{admissível}$

Por este critério, caso σ_n fosse desprezada no ponto A (Figura 4.7), $\sigma_{eq} = 50,6 \text{ kgf/mm}^2$; caso não fosse, $\sigma_{eq} = 47,0 \text{ kgf/mm}^2$. No ponto B ter-se-ia:

$$\text{com } \sigma_n \cong 0 \text{ kgf/mm}^2 \rightarrow \sigma_{eq} = 18,4 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\text{com } \sigma_n = 7,5 \text{ kgf/mm}^2 \rightarrow \sigma_{eq} = 12,6 \text{ kgf/mm}^2$$

Pode-se notar que as diferenças entre os valores é grande. Esta diferença, em todos os pontos da estrutura analisada, é a favor da segurança; este comportamento, no entanto, pode não ser o mesmo em outras estruturas de submarino, o que torna importante o estudo desta tensão. O fato da análise pelo NAVSAP, utilizando modos compatíveis de deslocamento, resultar em valores muito maiores para σ_n que a que utiliza modos incompatíveis (ver na Seção A.2) pode significar que as modelagens utilizadas para a análise, tanto no Apêndice A como neste capítulo, falham na determinação desta tensão. Um esclarecimento sobre o assunto só poderá ser conseguido através da realização de experiências práticas com modelos reais.

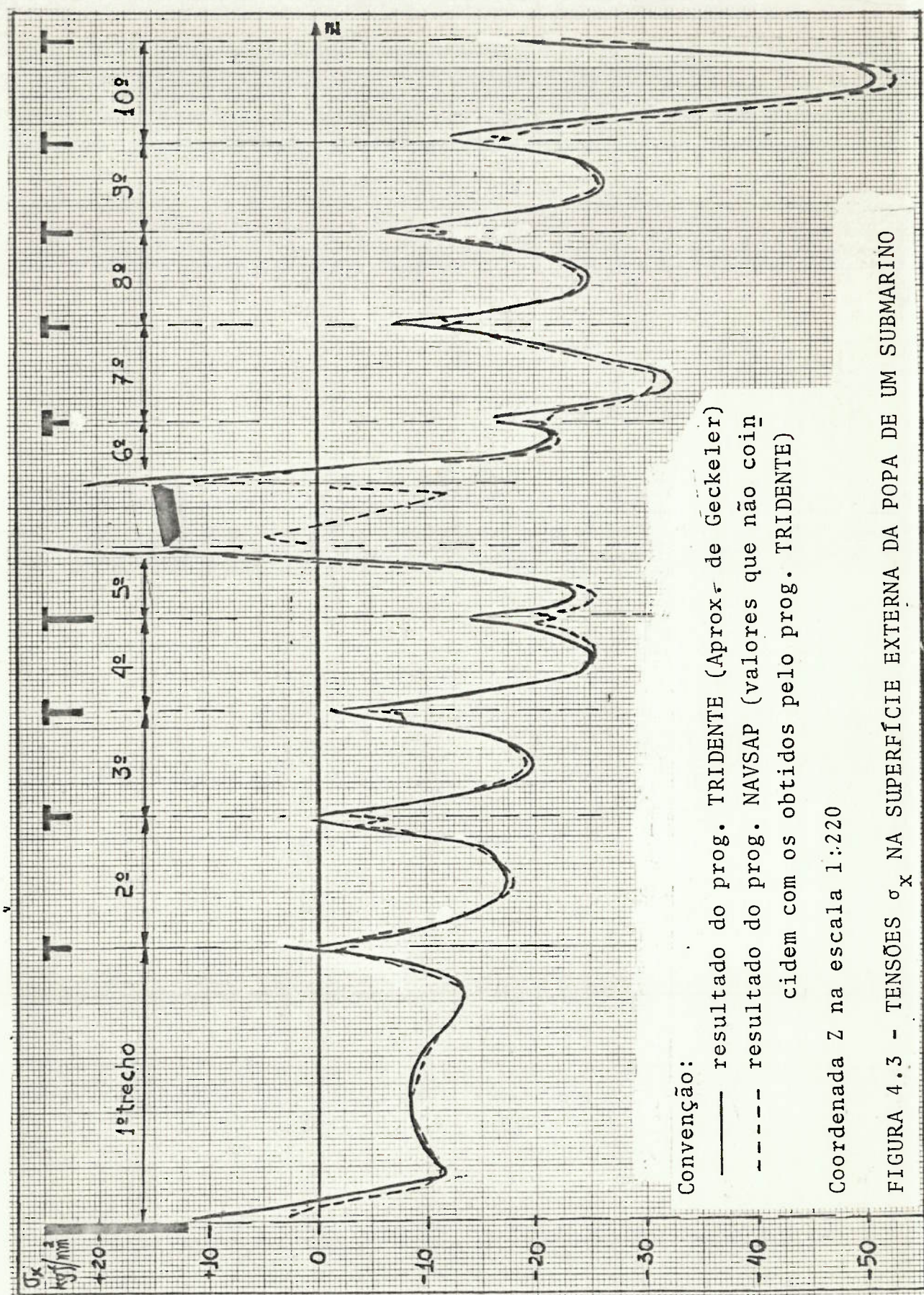
Deve-se, ainda, citar dois fatores que poderiam contribuir para a diferença entre os resultados da Aproximação de Geckeler e do programa NAVSAP:

a) O fato da força P ter valores diferentes nas duas análises: o valor de P é menor na Teoria de Cascas Finas, onde o cálculo utiliza o raio da superfície de referência. Para verificar o erro que seria introduzido por esta discrepância, realizou-se uma outra análise com o programa NAVSAP, considerando-se como valor de P o utilizado pela Teoria de Cascas Finas. Verificou-se que a variação nos valores das tensões é muito pequena: os valores absolutos de σ_θ e de σ_n permaneceram idênticos, e os de σ_x decresceram de, no máximo, $0,3 \text{ kgf/mm}^2$. Como a estrutura analisada é típica de um submarino convencional, conclui-se que, na análise destas estruturas, este fator não é relevante.

b) Os erros nos resultados devido à não consideração

dos esforços de extremidade \bar{H} e \bar{M} no extremo direito da estrutura (este assunto é apresentado na Seção A.1); como, em ambas as análises (pelos programas TRIDENTE e pelo NAVSAP), considerou-se exatamente o mesmo tamanho da estrutura, era de se esperar que estes erros ocorressem igualmente em ambos os resultados, como, de fato, aconteceu.

Concluindo-se, verifica-se que as tensões σ_x e σ_θ fornecidas pelo programa TRIDENTE, utilizando a Aproximação de Geckeler, apresentam valores confiáveis, revelando a validade do método proposto neste trabalho.


 FIGURA 4.3 - TENSÕES σ_x NA SUPERFÍCIE EXTERNA DA POPA DE UM SUBMARINO

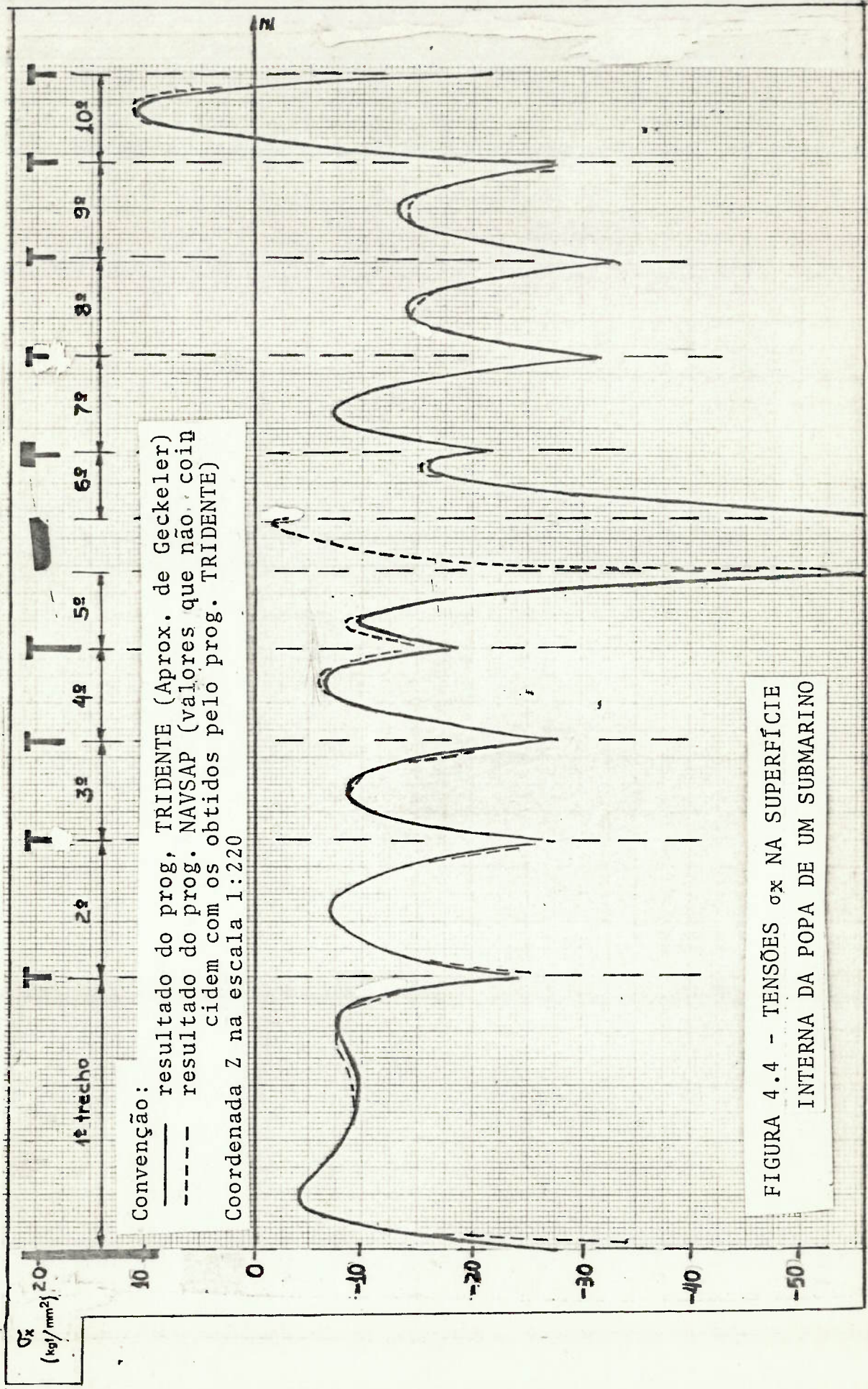


FIGURA 4.4 - TENSÕES σ_x NA SUPERFÍCIE INTERNA DA POPA DE UM SUBMARINO

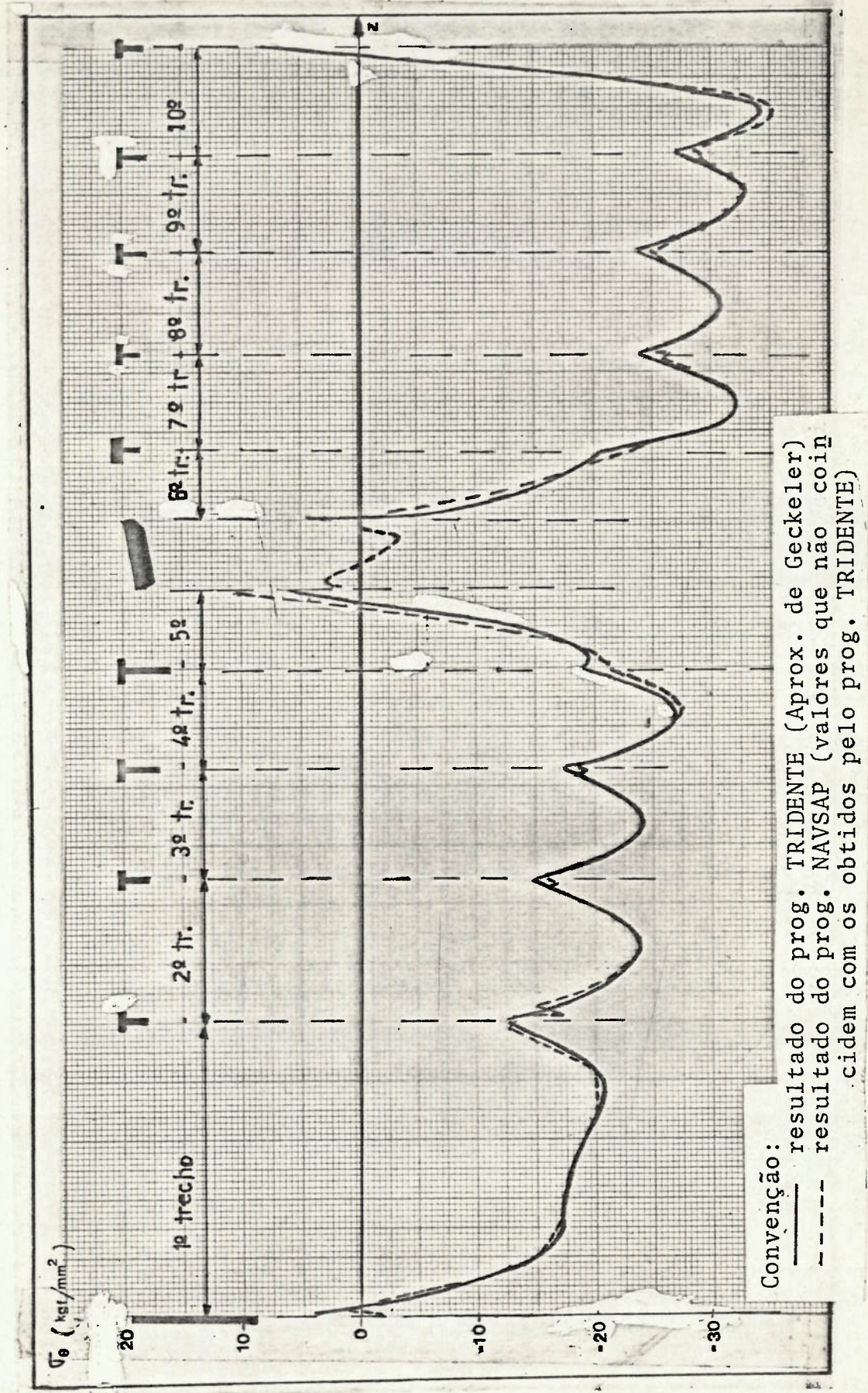


FIGURA 4.5 - TENSÕES σ_{θ} NA SUPERFÍCIE EXTERNA DA POPA DE UM SUBMARINO

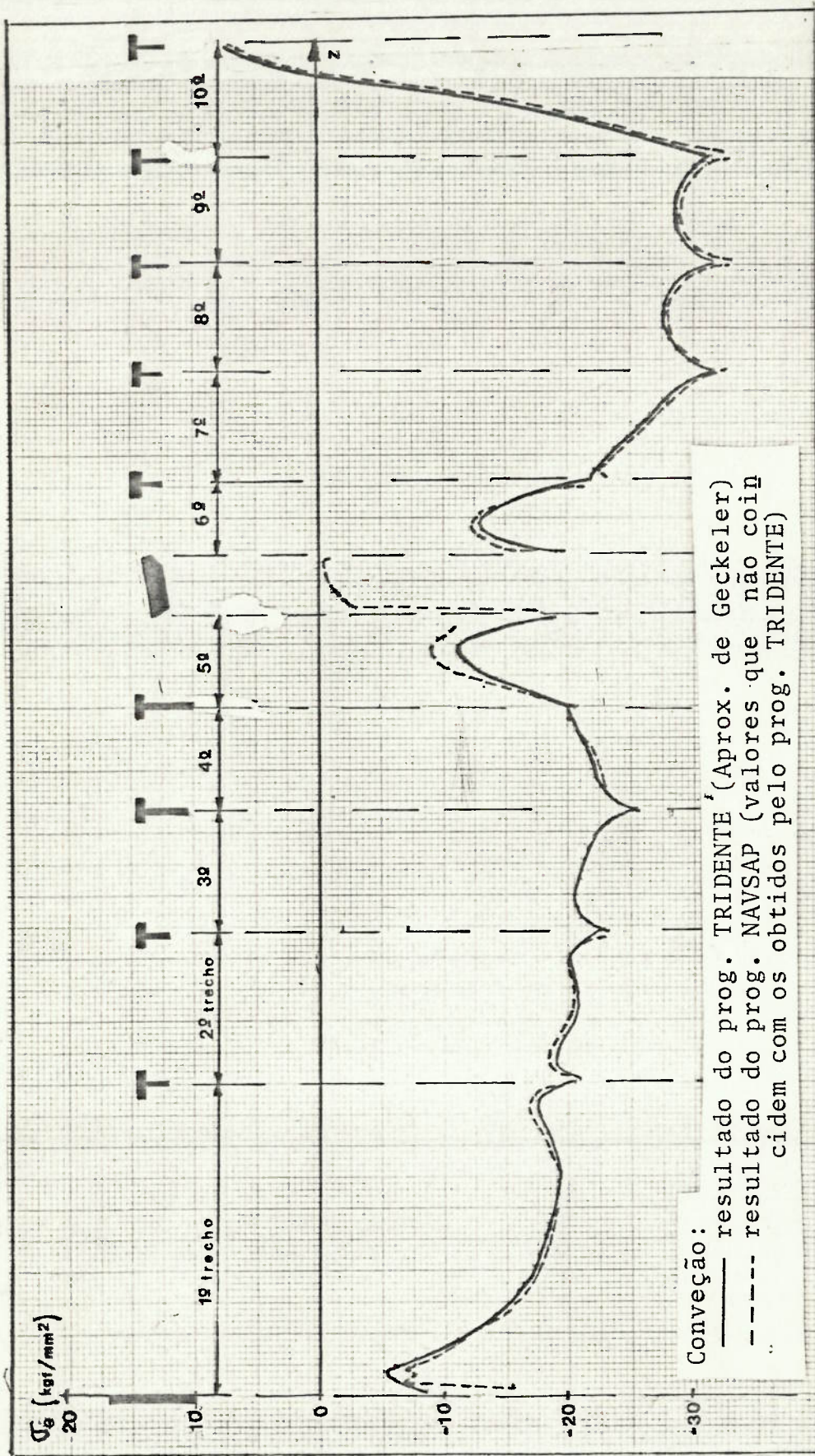


FIGURA 4.6 - TENSÕES σ_{θ} NA SUPERFÍCIE INTERNA DA POPA DE UM SUBMARINO

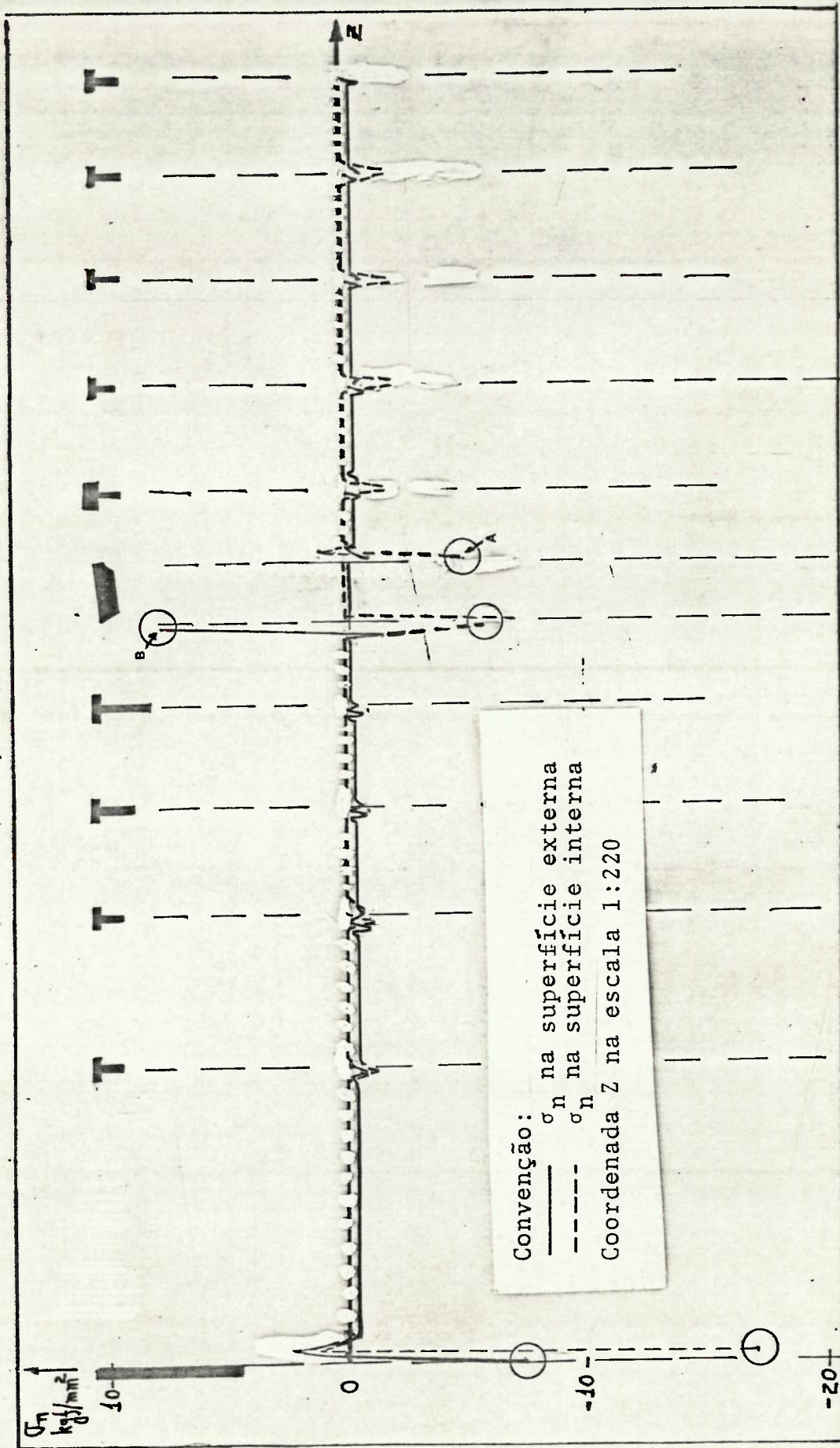


FIGURA 4.7 - TENSÕES σ_n FORNECIDAS PELO NAVSAP NA POPA DE UM SUBMARINO

5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

5.1 CONCLUSÕES

Na seção 4.3, verificou-se que os resultados obtidos pelo método proposto para as tensões σ_x e σ_θ , em uma região do casco resistente de um submarino típico, são bem próximos dos resultantes da análise pelo programa NAVSAP. Em relação à tensão σ_n , no entanto, ocorre uma discrepância entre os resultados: enquanto ela não é calculada pelo método proposto, pois seus valores são considerados desprezíveis pela Teoria de Cascas Finas, os resultados apresentados pelo NAVSAP em alguns pontos da estrutura contrariam esta hipótese. No entanto, a magnitude destes últimos varia bastante de acordo com a modelagem utilizada, (ver o Apêndice A), o que diminui a sua confiabilidade. A única maneira de se verificar os valores reais de σ_n é, portanto, através da realização de experiências com modelos reais.

Baseado no método proposto, foi elaborado o programa de computador denominado TRIDENTE, que é capaz de analisar cascas axissimétricas compostas e reforçadas. Nesta análise, o TRIDENTE substitui com vantagens o NAVSAP, pois:

a) o levantamento dos dados necessários ao TRIDENTE é mais fácil; para a análise da estrutura mostrada nas Figuras 4.1 e 4.2, por exemplo, dispendeu-se em torno de 170 horas de trabalho na organização dos dados para o NAVSAP, enquanto para o TRIDENTE foram necessárias apenas 7 horas.

b) menor custo de computação: a análise da estrutura acima citada pelo programa NAVSAP custou 32,9 UU (unidade utilizada no Centro de Computação Eletrônica da Universidade de São Paulo-CCE/USP), e a mesma análise, realizada pelo TRIDENTE custou 8,5 UU.

No entanto, o programa TRIDENTE, no seu estágio atual, ainda é muito limitado. São fornecidas, na seção 5.2, algumas sugestões para ampliar a sua capacidade. Uma grande limitação, porém, permanecerá: a de que o programa só analisa estruturas axissimétricas, tendo a sua aplicação restrita à fase inicial do projeto de um casco resistente de submarino. A análise da estrutura final, com conveses, anteparas longitudinais, escotilhas e aberturas no casco resistente, que pode ser executada pelo NAVSAP, não poderá ser feita pelo TRIDENTE.

5.2 RECOMENDAÇÕES

O programa TRIDENTE pode ser aplicado, no estágio em que se encontra, apenas a cascas compostas e reforçadas de revolução contendo trechos com a forma de troncos de cone curtos e cilindros curtos. Não se utilizou, na sua elaboração as condições de contorno específicas que também o capacitassem a analisar trechos de revolução em forma de cone, tronco de cone longo ou cilindro longo; no entanto, verificou-se que o seu algoritmo permite esta análise, pelo menos dentro de certas limitações. Estas devem ser pesquisadas em trabalhos futuros, ou então devem ser adicionadas subrotinas ao programa que levem em

conta aquelas condições de contorno específicas. O TRIDENTE pode também, analisar trechos com outras geometrias (calotas esféricas, domos esféricos, calotas parabólicas, etc.), desde que as subrotinas contendo as suas formulações particulares sejam nele incluídas.

Quanto aos tipos de descontinuidades, uma das limitações do programa é considerar como antepara de rigidez infinita tanto as anteparas internas como as anteparas de fechamento. O desenvolvimento de algoritmos para estas duas descontinuidades não é difícil, conforme foi citado nas observações N^os 3.1 e 3.2. A outra limitação é que ele não está apto a considerar anéis de ligação de espessura uniformemente variável (Figura 5.1) ou anéis de ligação compostos deste tipo com o anel de rigidez infinita (Figura 5.2). O estudo realizado na referência 4, porém, apresenta as formulações necessárias para a inclusão destes tipos de descontinuidades na análise do casco de um submarino.

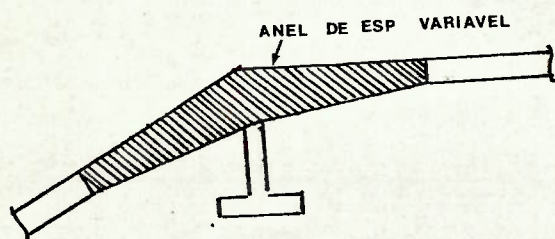


FIGURA 5.1 - ANEL DE ESPESSURA UNIFORMEMENTE VARIÁVEL

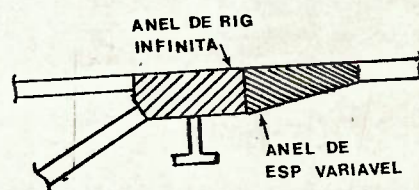


FIGURA 5.2 - ANEL COMPOSTO

Para aumentar a capacidade do programa e melhorar a quantidade de informações, ele deve ser alterado de modo a:

- pode analisar cascas compostas de trechos cônicos (cones ou troncos de cone) com os ápices voltados tanto para proa como para popa.

- fornecer, na listagem de saída, os valores dos deslocamentos e da tensão equivalente em cada ponto.

- substituir a subrotina LEQT2F da programoteca do CCE/USP por uma subrotina que calcule equações matriciais onde uma das matrizes possui banda; isto reduziria o tempo de processamento do programa e permitiria a sua utilização em computadores que não possuíssem a subrotina LEQT2F na sua programoteca.

Deve-se, ainda, em trabalhos futuros, estudar as limitações da Aproximação de Geckeler, e qual a melhor alternativa para o seu uso em cascas cônicas (ou seja, qual o valor de β e qual a coordenada, se x,y ou Y: ver na Seção E.14). Para cilindros, ela fornece a solução exata e não tem limitações. Se, para cascas cônicas, o seu emprego for muito limitado, é conveniente substituí-la pela Solução Exata, nos moldes em que ela foi aplicada na referência 6. O uso da Aproximação Assintótica não é vantajoso, pois alia a complexidade de cálculo com uma restrição muito grande de utilização. A Solução Exata, apesar de dar mais trabalho para ser desenvolvida em um programa de computador, serviria não somente para a análise de cascas cônicas como também para a das anteparas de fechamento planas (bastaria que se considerasse $\alpha=90^\circ$).

Caso a Aproximação de Geckeler seja mantida para a análise de cascas cônicas, seria interessante que o programa fosse necessário a magnitude dos desvios nos resultados, em relação à Solução Exata; para tal, pode-se utilizar a referência 2.

APÊNDICE A

MODELAGEM DO CASCO RESISTENTE DE UM SUBMARINO PARA A ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS AXISSIMÉTRICOS

A.1 - INTRODUÇÃO

Pretende-se comparar os valores das tensões nas superfícies externa e interna do casco de um submarino típico obtidos pela Teoria das Cascas Finas com os fornecidos pela análise do casco por elementos finitos (referência 7). Para tal, estuda-se, inicialmente, como deve ser modelada a estrutura para que esta última análise forneça resultados confiáveis.

No estudo da modelagem, os seguintes fatores principais devem ser apreciados:

- a) tipos de elementos;
- b) vinculação dos nós;
- c) tamanho de uma sub-estrutura;
- d) largura da malha;
- e) esforços de contorno.

Estudar-se-á a modelagem por elementos do tipo axis-simétrico. Naturalmente, este tipo de elemento só pode ser usado para as partes do casco que tenham uma geometria axissimétrica; a necessidade de se incluir conveses, anteparas longitudinais ou outra parte que não atenda aos requisitos de simetria impediria a sua utilização. Além disto, o carregamento, que no

caso compreende a pressão externa, considerada constante, e os esforços de contorno, também deve ser simétrico em relação ao mesmo eixo de simetria da estrutura.

Este tipo de elemento é, na realidade, um anel (Figura A.1). Os nós são circunferências, e permanecem como circunferências após a deformação da estrutura. Por isto, eles só possuem dois graus de liberdade: as translações nas direções de Z e de r (Figura A.1); esta última não é permitida para os nós situados no eixo de simetria.

Na análise por elementos finitos, pelo menos um dos nós da estrutura deve ser impedido de se transladar na direção de Z , para evitar o movimento de toda a estrutura como corpo rígido. Este nó representa o "apoio" da estrutura. Caso haja equilíbrio entre a pressão e os esforços de contorno, a vinculação deste nó não acarretará erros consideráveis nos resultados obtidos na sua vizinhança; caso não haja, haverá um erro nos valores das tensões obtidas em cada ponto da casca, de valor tanto menor quanto maior for a sua distância ao "nó de apoio". Assim, é sempre interessante que se coloque o apoio distante do trecho da estrutura que se quer analisar.

Caso se queira fazer a análise de uma determinada parte do casco (o 5º trecho da Figura A.1, por exemplo), não será necessário considerar todo o casco do submarino. Pode-se "cortar" o casco a distâncias razoáveis do trecho a ser analisado e considerar apenas a sub-estrutura restante; no caso da Figura A.1, por exemplo, só se considerou a sub-estrutura da popa do submarino até a seção AA. Deve-se, no entanto, aplicar esfor

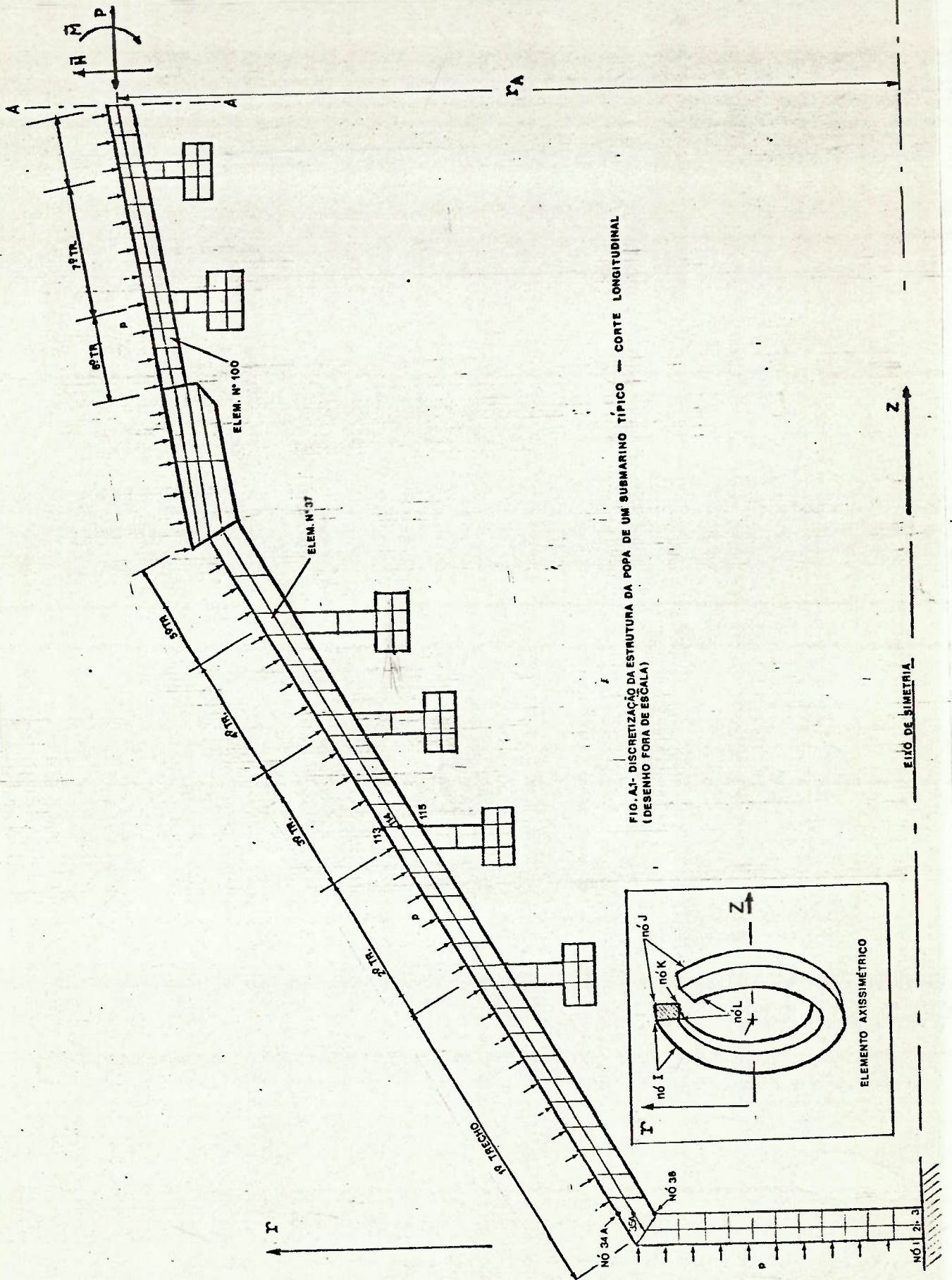


FIG. A.1- DISCRETIZAÇÃO DA ESTRUTURA DA POPA DE UM SUBMARINO TÍPICO — CORTE LONGITUDINAL
 (DESENHO FORA DE ESCALA)

EIXO DE SIMETRIA

ços de contorno nas extremidades da sub-estrutura com a finalidade de substituírem os efeitos sobre ela do restante da estrutura não considerada na análise (P, \bar{H} e \bar{M} na Figura A.1). Como, normalmente, só a componente axial da força decorrente da pressão hidrostática (P) é conhecida, é importante que a distância entre o trecho a ser analisado e o "corte" seja suficientemente grande de modo a que os erros nos resultados causados pela não consideração de \bar{H} e \bar{M} , sejam pequenos.

Verifica-se, assim, dos dois parágrafos anteriores, que a melhor alternativa para a análise de um trecho de um casco de submarino por elementos axissimétricos é considerar uma sub-estrutura onde este trecho seja central e colocar o apoio em uma das extremidades. O apoio, a não ser quando situado no eixo de simetria, deve permitir a rotação da seção da estrutura, conforme pode ser visto na Figura E.6.0 estudo da modelagem se resume, então, à abordagem de dois fatores: a largura da malha e as distâncias do trecho a ser analisado, às extremidades da sub-estrutura. Só será estudada, neste trabalho, a influência da largura da malha na precisão dos valores obtidos.

A.2 - LARGURA DA MALHA

Utiliza-se como parâmetro para o exame da largura da malha a razão de aspecto do elemento, ou seja, a razão entre a sua largura e a sua espessura. Esta pode ser igual à espessura do chapeamento e das cavernas do casco do submarino, ou um submúltiplo destas. Verifica-se, também, a influência do modo de deslocamento das faces dos elementos: modos incompatíveis per

mitem a flexão do elemento, enquanto modos compatíveis não a permitem (referência 25).

A.2.1 - ESTRUTURA ENGASTADA

Para simplificar a análise, usa-se uma estrutura mais simples que a do submarino e cuja solução pela Teoria de Cascas Finas já seja conhecida. Trata-se de um tanque cilíndrico de espessura constante, engastado na sua base e submetido a uma pressão externa constante (Figura A.2). Os valores do diâmetro e da espessura do tanque, assim como da pressão, são próximos dos de um submarino convencional.

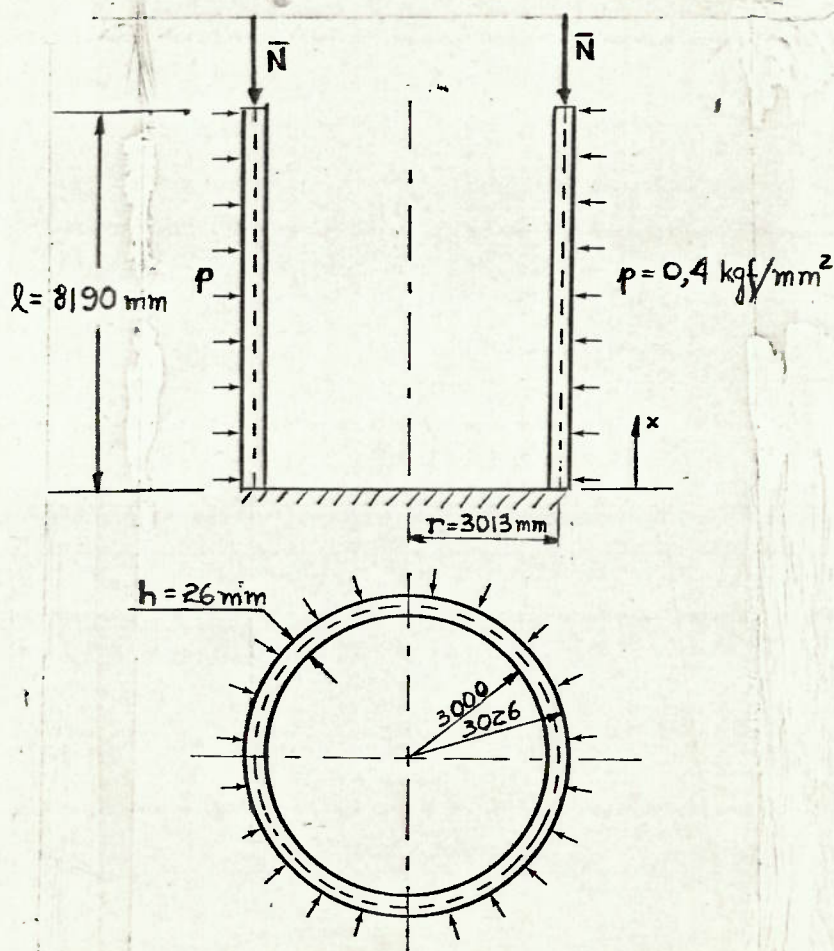


FIGURA A.2

Estuda-se o problema para dois casos: a inexistência da força normal \bar{N} , e esta com o valor de 600 kgf/mm, que corresponde à força decorrente da atuação da pressão na base superior do cilindro. Naturalmente, este último caso é o que mais se assemelha ao problema do submarino totalmente submerso.

A.2.1.1 - Solução pela Teoria de Cascas Finas

Utilizando um problema semelhante, resolvido na referência 11, página 485, e lembrando que a simbologia e a convenção de sinais desta referência diferem das aqui adotadas, tem-se:

$$\frac{d^4 m}{dx^4} + 4\beta^4 m = \frac{p}{D} \quad \text{onde } \beta^4 = \frac{3(1-\nu^2)}{r^2 h^2} \quad (A.1)$$

A solução desta equação é:

$$m = e^{-\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + e^{\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) + \frac{pr^2}{Eh} \quad (A.2)$$

A seção E.6 mostra que um cilindro pode ser considerado longo se $\beta l \geq 3$. Com $\nu=0,3$ e $E = 21000 \text{ kgf/mm}^2$, obtém-se $\beta = 4,5925556 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$, concluindo que o cilindro é longo. Logo, tem-se $C_3 = C_4 = 0$. As condições de contorno do problema são:

$$\text{em } x = 0: \quad m = 0 \quad \text{e} \quad \bar{\theta} = 0$$

Da primeira condição: $C_1 = -\frac{pr^2}{Eh}$

Para aplicar a segunda condição, deve-se derivar m :

$$\bar{\theta} = \frac{dm}{dx} = \beta e^{-\beta x} [C_2(\cos \beta x - \text{sen } \beta x) - C_1(\cos \beta x + \text{sen } \beta x)]$$

Aplicando a 2a. condição, chega-se a $C_2 = C_1$

Logo,

$$m = \frac{pr^2}{Eh} [1 - e^{-\beta x}(\cos \beta x + \text{sen } \beta x)] \quad (\text{A.3})$$

Da referência 11, tem-se:

$$M_x = D \frac{d^2 m}{dx^2}, \quad N_\theta = -\frac{Eh}{r} w, \quad M_\theta = \nu M_x \quad (\text{A.4})$$

onde os sinais de M_x e M_θ foram invertidos devido à diferença na convenção de sinais.

Logo,

$$M_x = \frac{p\beta^2 h^2 r^2}{6(1-\nu^2)} e^{-\beta x} (\cos \beta x - \text{sen } \beta x) \quad (\text{A.5})$$

$$N_\theta = -pr [1 - e^{-\beta x}(\cos \beta x + \text{sen } \beta x)] \quad (\text{A.6})$$

E, por inspeção na Figura A.2, obtém-se:

$$N_x = \bar{N}$$

Utilizando as expressões (D.5.a) e (D.5.b) para as tensões na fibra externa de uma casca, tem-se:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{h} + \frac{6M_x}{h^2} \quad e \quad \sigma_\theta = \frac{N_\theta}{h} + \frac{6M_\theta}{h^2}$$

Logo,

$$\sigma_x = \frac{\bar{N}}{h} + \frac{p\beta^2 r^2}{(1-\nu^2)} e^{-\beta x} (\cos \beta x - \text{sen } \beta x) \quad (\text{A.7})$$

$$\sigma_\theta = -\frac{pr}{h} [1 - e^{-\beta x} (\cos \beta x + \text{sen } \beta x)] + \frac{\nu p \beta^2 r^2}{(1-\nu^2)} e^{-\beta x} (\cos \beta x - \text{sen } \beta x) \quad (\text{A.8})$$

Utilizando os valores disponíveis, tem-se:

$$\sigma_x = \frac{\bar{N}}{26} + 84,16387181 e^{-\beta x} (\cos \beta x - \text{sen } \beta x) \quad (\text{A.9})$$

$$\sigma_\theta = -46,3538615 [1 - e^{-\beta x} (\cos \beta x + \text{sen } \beta x)] +$$

$$+ 25,24916 e^{-\beta x} (\cos \beta x - \text{sen } \beta x). \quad (\text{A.10})$$

onde $\beta = 4,5925556 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$; x deve ser fornecido em mm, \bar{N} em kgf e as tensões são obtidas em kgf/mm².

Os valores das tensões na superfície externa do cilindro para $\bar{N} = 0$ e para $\bar{N} = 600 \text{ Kg/mm}$, estão representados nas Figuras A.4, A.5, A.6, A.7 e A.8. No item seguinte, eles serão comparados com os obtidos por elementos finitos, utilizando várias larguras de malha.

A.2.1.2 - Análise por elementos finitos

Utiliza-se onze discretizações diferentes na estrutura, conforme mostrado na Figura A.3. Cada modelo é designado por um número, correspondente à razão de aspecto do elemen-

to, seguido da letra I (modos incompatíveis) ou de C (modos compatíveis) e da letra E ou de M, conforme a espessura do elemento seja igual à da chapa ou metade desta.

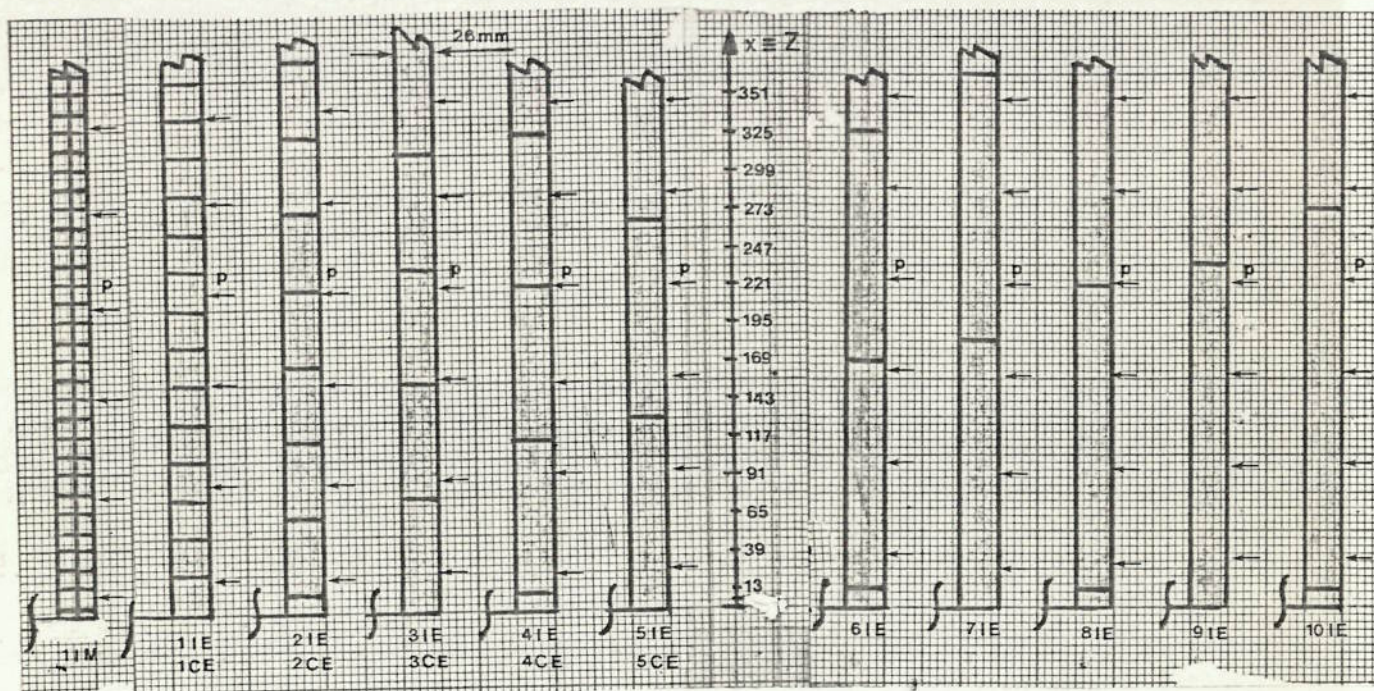


FIGURA A.3 - MODELOS DE DISCRETIZAÇÃO DO CILINDRO

Vão ser comparadas as tensões na superfície externa do cilindro, que são fornecidas pelo programa NAVSAP nos centros dos lados dos elementos. Para facilitar esta comparação, estes são dispostos de modo a que seus lados tenham os centros na mesma coordenada Z dos centros dos elementos do modelo 1IE. Obtêm-se as tensões somente nestes pontos, que estão definidos na Figura A.3; Z corresponde ao x usado nas fórmulas (A.9) e (A.10).

Como mostra o item E.6, os efeitos de flexão

devido ao engastamento ficam consideravelmente amortecidos para $Z > 3/\beta$, no caso $Z > 653$ mm. O valor das tensões no restante do cilindro sofre variações muito pequenas. Logo, só foram consideradas as tensões no trecho entre o ponto de engastamento e um pouco além de $Z = 653$ mm.

Estas tensões estão representadas nas Figuras A.4 a A.8.

Comparando-se as tensões longitudinais σ_x , para $\bar{N} = 0$, resultantes da análise por modos compatíveis com as obtidas pela Teoria de Cascas, verifica-se que, à medida que se aumenta a razão de aspecto, maiores discrepâncias existem entre os resultados (Figura A.4). Assim, descarta-se de vez este tipo de modelagem, exceto para a razão de aspecto 1 (modelo 1CE) que apresenta resultados muito bons.

As tensões longitudinais σ_x (com $\bar{N} = 0$) resultantes da análise por modos incompatíveis (Figura A.5) são iguais às obtidas por cascas para as razões de aspecto 1 e 2, bem próximas destas para as razões 4 e 5, e um pouco afastadas para as razões 3 e 6; para as razões 7, 8, 9 e 10 apresentam discrepâncias bastante grandes.

Em vista destes resultados, a análise passa a se concentrar apenas nas razões de aspecto de 1 a 6 para modos incompatíveis, e 1 para modo compatíveis. Pela observação das Figuras A.5 a A.8, nota-se que os melhores resultados são obtidos com os modelos 1IM, 1IE e 2IE. Os modelos 4IE, 5IE e 6IE fornecem valores menos concordantes em todo o trecho. Os desvios dos resultados obtidos com o modelo 1CE são maiores que os dos

modelos 4IE, 5IE e 6IE em pontos afastados do engastamento. No entanto, os seus resultados na região vizinha ao engastamento são tão próximos quanto os de 1IM, 1IE e 2IE, e no caso de σ_x com $\bar{N} = 600 \text{ kgf/mm}$ são até mais próximos. Quanto ao modelo 3IE os resultados obtidos são bens próximos dos de 1IM, 1IE e 2IE na vizinhança do engastamento. A partir de uma certa distância, no entanto, as tensões começam a apresentar valores distantes dos obtidos pela Teoria de Cascas Finas.

Conclui-se, portanto, que as análises por modos incompatíveis com elementos de razão de aspecto 1 ou 2, de espessura igual à da casca, ou de razão de aspecto 1 com meia espessura da casca são as que apresentam, de um modo geral, os melhores resultados para as tensões longitudinais e circunferenciais ao longo de toda a superfície externa do cilindro. No entanto, para a análise das mesmas tensões na superfície externa vizinha ao engastamento, é preferível a utilização de modos compatíveis com elementos de razão de aspecto 1 e de espessura igual à da casca.

As Tabelas A.1 e A.2 apresentam a razão entre as tensões σ_x e σ_θ na superfície externa do cilindro ($\sigma(\text{NAVSAP}) / \sigma(\text{CASCAS})$) obtidas com os vários modelos, nas regiões de picos de tensão. Observa-se que, para $\bar{N} = 600 \text{ kgf/mm}$, que é o caso que mais se assemelha ao da estrutura de um submarino submerso, os valores de σ_x menos discrepantes, nos pontos próximos ao engastamento, estão entre 70% e 80% dos valores obtidos pela teoria de cascas. Esta discrepância rapidamente se anula a distâncias um pouco maiores. Portanto, deve-se levar em consideração este desvio ao se analisar as tensões, por elementos finitos, em trechos

vizinhos a um engastamento.

Quanto aos valores das tensões normais à superfície de referência (σ_n : ver a Seção B.2) nos pontos da superfície externa, verifica-se que os resultados obtidos por modos compatíveis, mesmo usando o modelo 1CE, são exageradamente elevados, tanto para $\bar{N} = 0$ como para $\bar{N} = 600$ kgf/mm. Lembra-se que a tensão σ_n é desprezada na Teoria de Cascas Finas por apresentar valores de magnitudes inferiores aos de σ_x e de σ_θ . Os resultados obtidos por modos incompatíveis são bem mais coerentes com esta hipótese, conforme mostra a Tabela A.3.

TENSÃO	x (mm)	455	559	585
	MOD.			
σ_θ ($\bar{N} = 0$)	1IE e 2IE		1,0	
	1CE			1,017
	2CE		0,968	
	3IE			1,002
	4IE			1,003
	5IE			1,006
	6IE		1,008	
	7IE	1,004		
σ_θ ($\bar{N}=600$ kgf/mm)	1IM		0,989	
	1IE e 2IE		0,989	
	1CE			1,0
	2CE		0,961	
	3IE			1,01
	4IE			0,992
	5IE			0,994
	6IE		0,996	
7IE	0,999			

TABELA A.1 - RAZÃO σ_θ (NAVSAP)/ σ_θ (CASCAS) NO PICO DE TENSÃO

TENSÃO	x (mm)	39	65	91	325	351	377	403	455
σ_x (N/mm ²)	MOD.								
	1IE e 2IE	0,998				0,995			
	1CE	1,019				0,95			
	2CE	0,75				0,687			
	3IE	1,036				1,014			
	4IE		1,083				1,034		
	5IE		1,133				1,043		
6IE			1,24				1,09		
7IE			1,345					1,166	
σ_x (N=600 kgf/mm ²)	1IM	0,748				0,931			
	1IE e 2IE	0,751				0,932			
	1CE	0,781				0,914			
	2CE	0,399				0,818			
	3IE	0,806				0,939			
	4IE		0,852				0,946		
	5IE		0,928				0,949		
6IE							0,969		
7IE								0,994	

TABELA A.2 - RAZÃO σ_x (NAVSAP) / σ_x (CASCAS) NOS PICOS DE TENSÃO

FORÇA	x (mm)		13	39	91	143	195	247	299	351
	MOD.									
N = 0	1IM		-1,78	-0,42	-0,34	-0,35	-0,36	-0,36		
	1IE		-0,14	-0,25	-0,24	-0,26	-0,28	-0,31		
	2IE			-0,16	-0,21	-0,25	-0,29	-0,32	-0,35	-0,37
	3IE			0,14			-0,29			-0,41
	1CE		31,3	24,5	13,5	5,3	-0,44	-4,16		
	2CE			18,03	10,6	4,9	0,63	-2,32	-4,2	-5,3
N=600 kgf/mm	1IM		-3,8	0,7	-0,19	-0,27	-0,31	-0,32		
	1IE			0,21	-0,34	-0,24	-0,31	-0,33	-0,36	-0,38
	2IE			-3,53			-0,56			-0,424
	3IE			21,5	11,5	4,5	-0,38			
	1CE		22,5	15,4	9,01	4,1	0,5	-2,0	-3,6	-4,5
	2CE									

TABELA A.3 - VALORES DA TENSÃO σ_n EM kgf/mm^2 NA SUPERFÍCIE EXTERNA DO CILINDRO

σ_x COM FORÇA $N = 0$

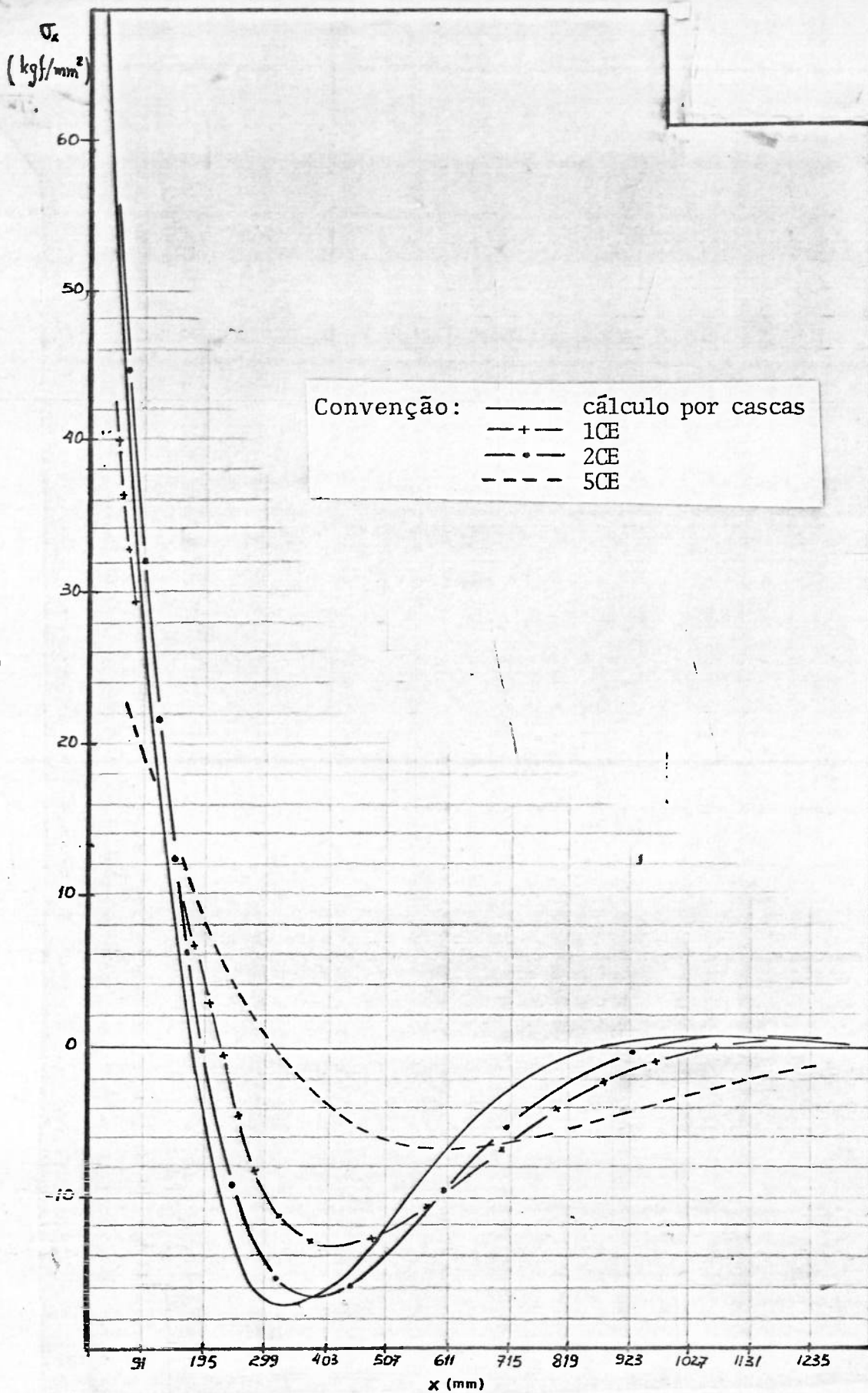


FIGURA A.4 - TENSÕES LONGITUDINAIS NA SUPERFÍCIE EXTERNA DO CILINDRO, OBTIDAS POR MODOS COMPATÍVEIS, SEM CARGA APLICADA

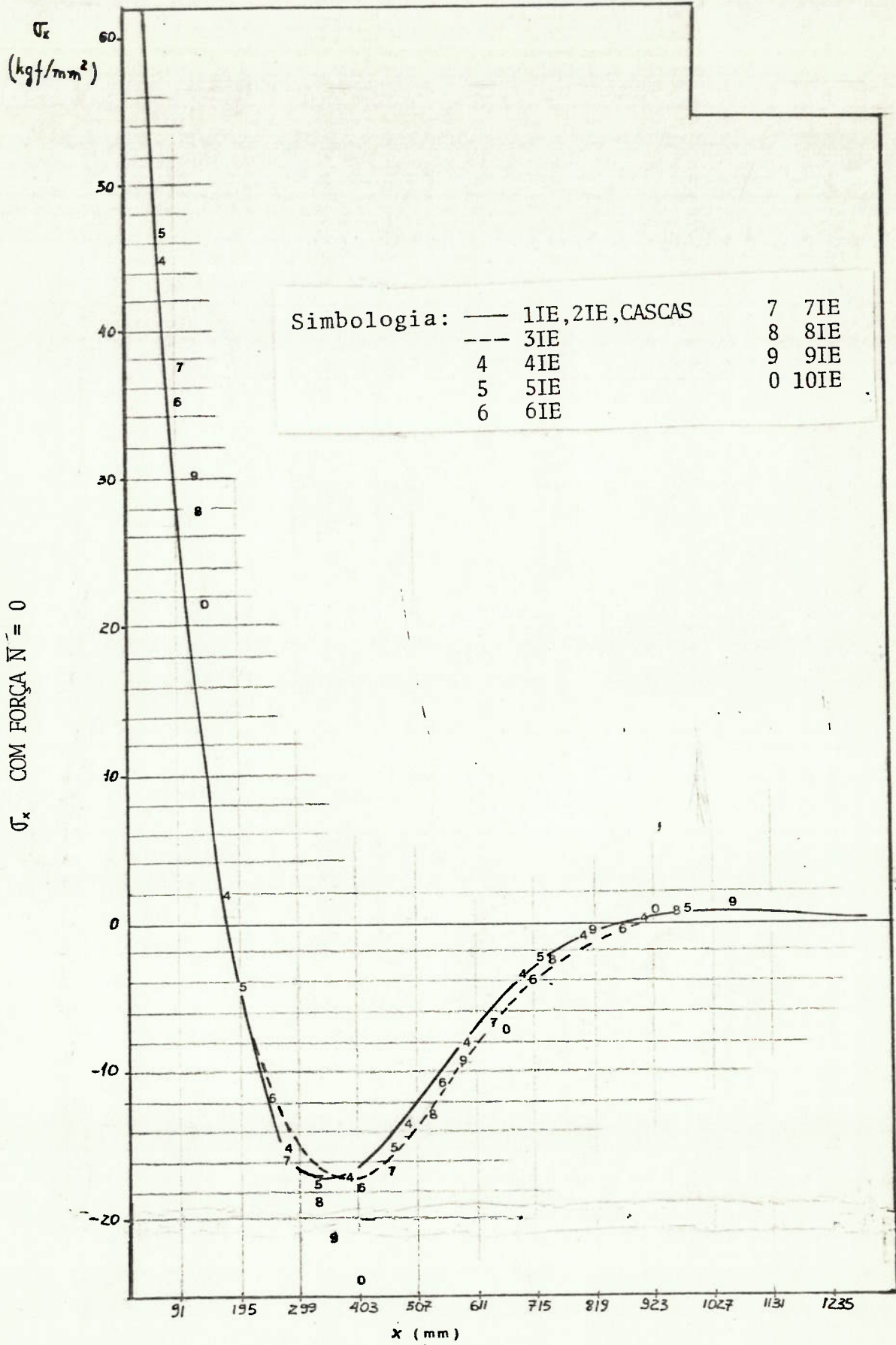


FIGURA A.5 - TENSÕES LONGITUDINAIS NA SUPERFÍCIE EXTERNA DO CILINDRO, OBTIDAS POR MODOS INCOMPATÍVEIS, SEM CARGA APLICADA

σ_{θ} COM FORÇA $\bar{N} = 0$

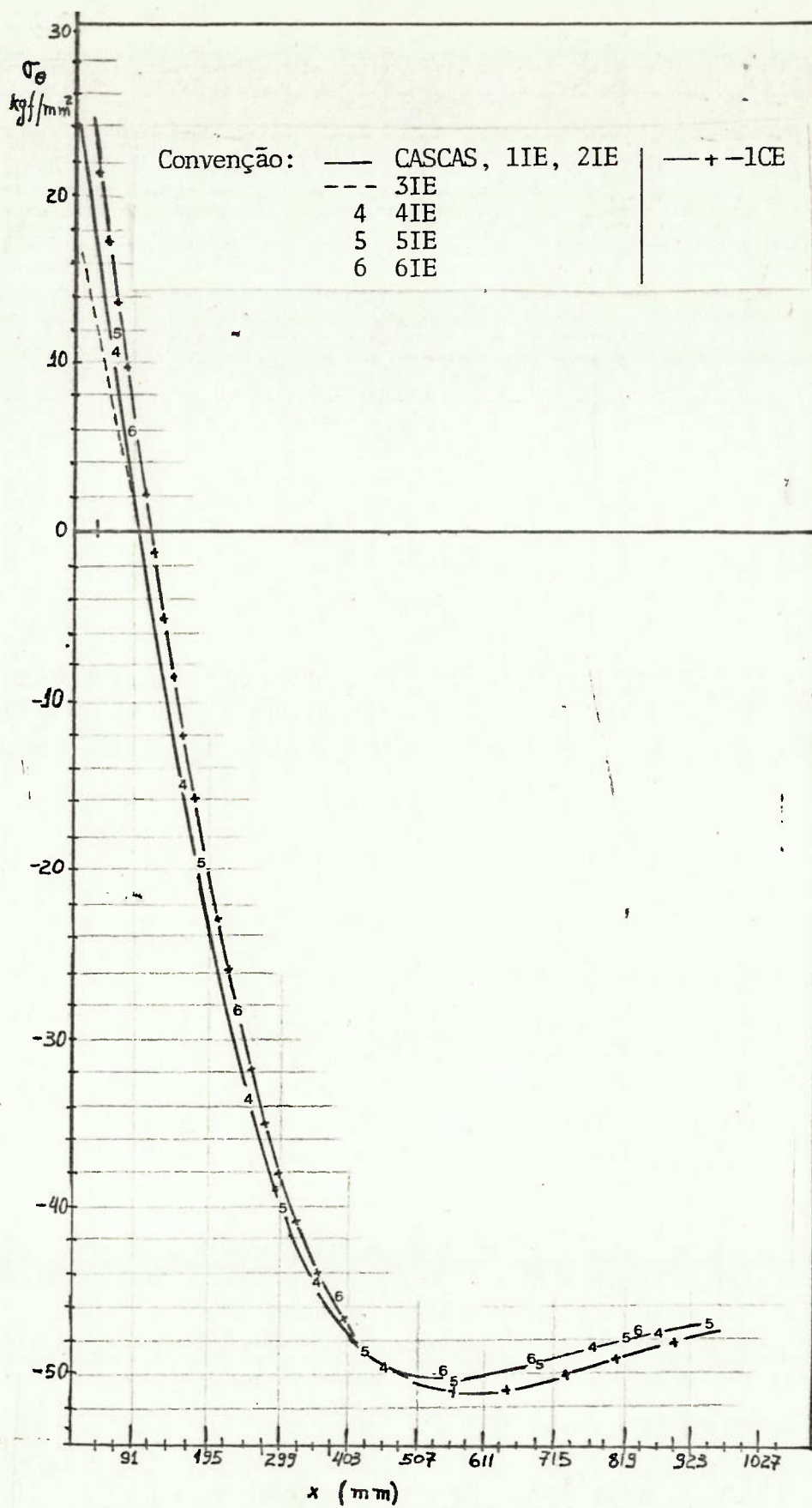


FIGURA A.6 - TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS NA SUPERFÍCIE EXTERNA, SEM CARGA APLICADA

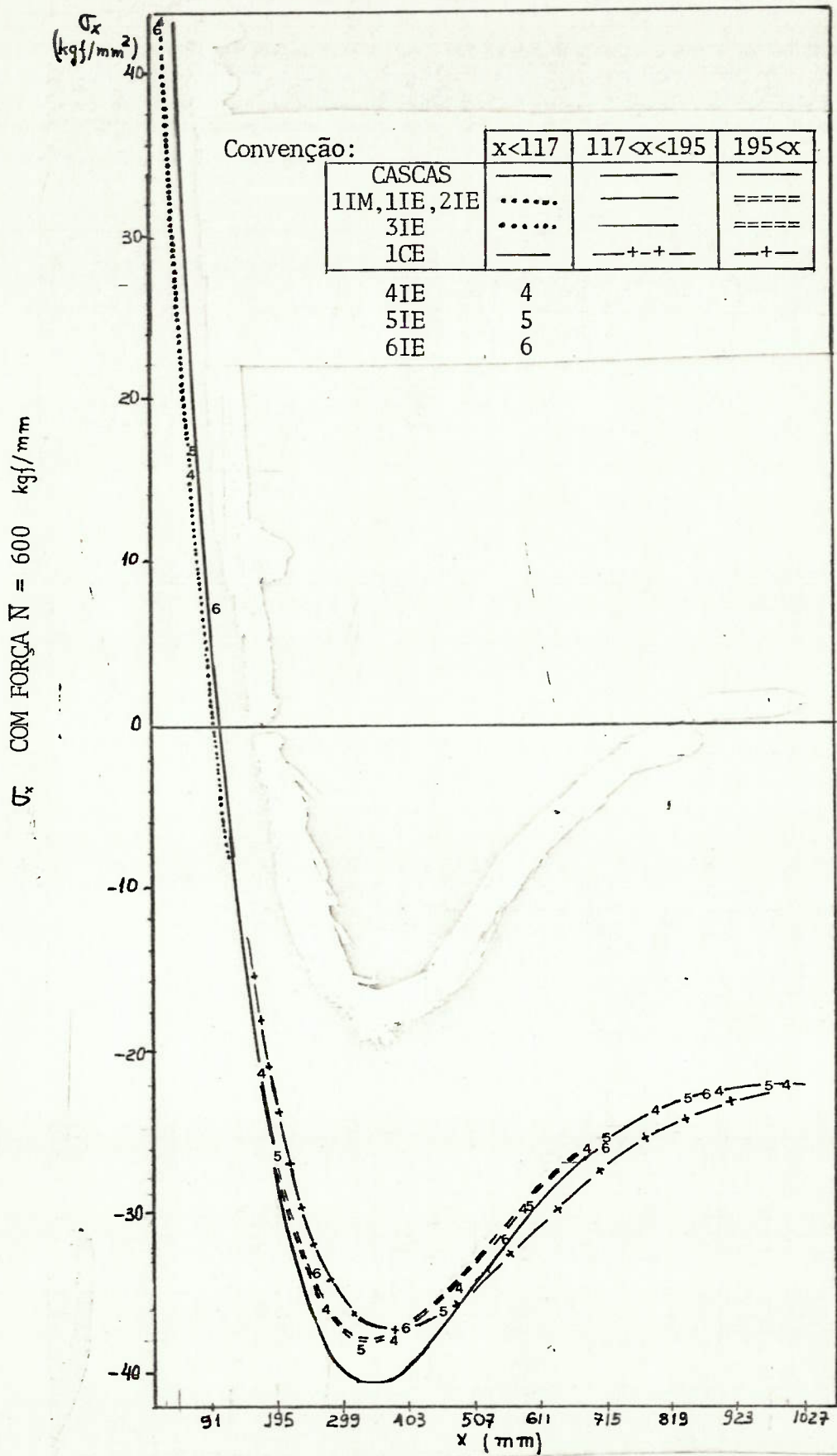
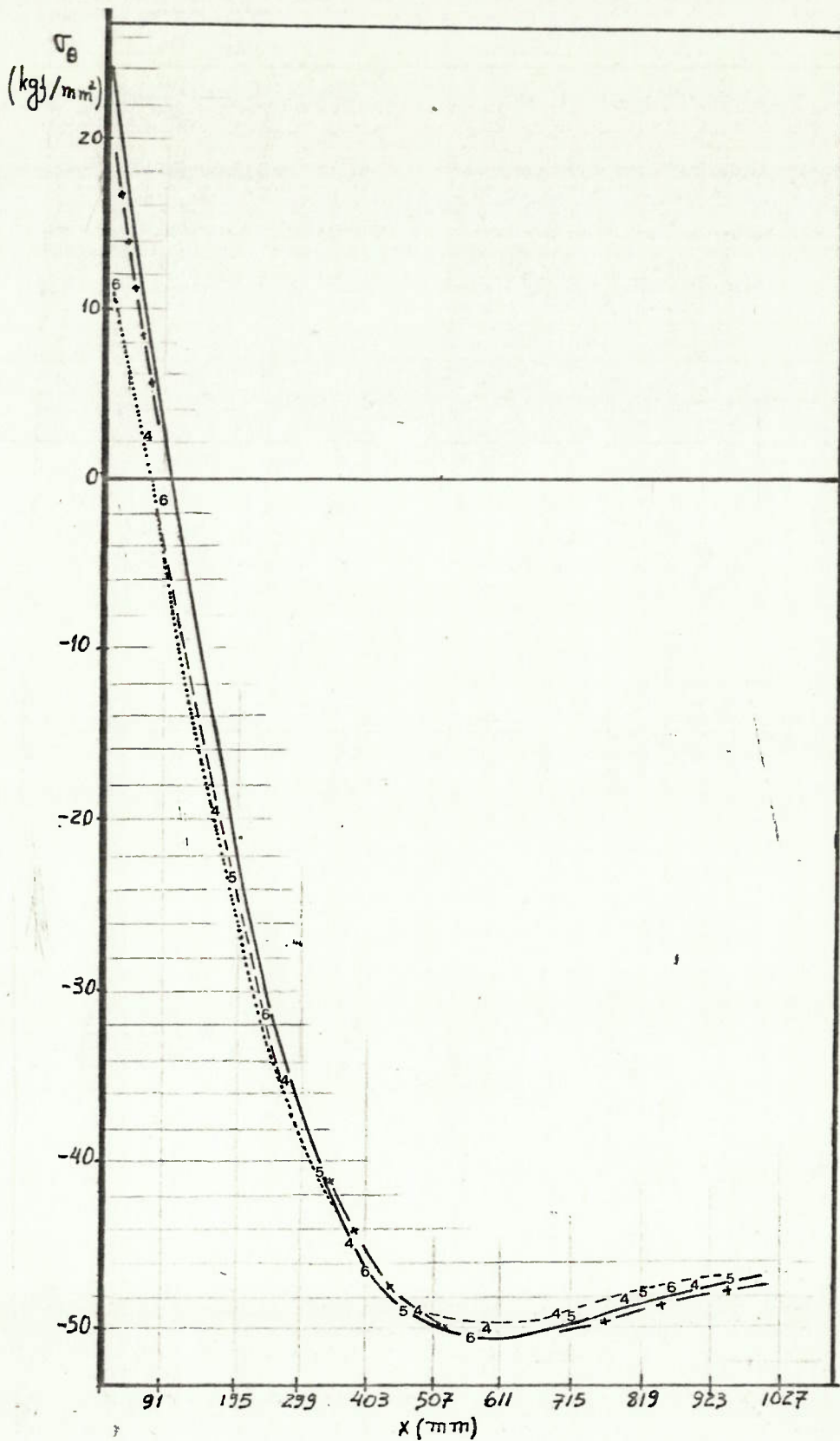


FIGURA A.7 - TENSÕES LONGITUDINAIS NA SUPERFÍCIE EXTERNA (COM CARGA APLICADA)

σ_{θ} COM FORÇA $N = 600$ kgf/mm



	$x < 91$	$91 < x < 351$	$351 < x < 507$	$507 < x$
CASCAS	—	—	—	—
1IE, 2IE, 1IM	—	—
3IE	----	----	—	----
1CE	-+-	—	-+-	-+-
4IE	4			
5IE	5			
6IE	6			

FIGURA A.8 - TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS NA SUPERFÍCIE EXTERNA, COM CARGA APLICADA

A.2.2 - ESTRUTURA REFORÇADA

No Capítulo 3 são desenvolvidas formulações que permitem o estudo, pela Teoria de Cascas Finas, de estruturas reforçadas por anéis de ligação ou por cavernas. Utilizando - as, pode-se fazer um estudo, semelhante ao realizado no item A.2.1, para a verificação das melhores modelagens para a análise por elementos finitos destes tipos de estrutura. O exemplo numérico constante da Seção 3.7 já realiza parte deste estudo, ao comparar os resultados obtidos pela Teoria de Cascas Finas com os fornecidos pelo programa NAVSAP (referência 7) utilizando o modelo LIM.

APÊNDICE BSOLUÇÃO EXATA PARA CASCAS CÔNICAS DE REVOLUÇÃOB.1 - INTRODUÇÃO

O estudante que tentar se aprofundar no estudo dos cascos resistentes de submarinos pela Teoria de Cascas Finas, utilizando apenas os conhecimentos adquiridos nos livros didáticos sobre o assunto, pode encontrar dificuldades. Isto ocorre porque há uma lacuna entre as informações prestadas naqueles livros e as formulações utilizadas nas aplicações da teoria em trabalhos de pesquisa, tais como os realizados no David Taylor Model Basin (DTMB). Lá, o assunto é explanado de uma maneira mais geral, enquanto nestes trabalhos são adotadas soluções específicas para determinadas geometrias e condições de carregamento da estrutura.

A finalidade deste apêndice é preencher este vazio, no que diz respeito a cascas cônicas de revolução. Partindo-se da solução geral para as cascas de revolução apresentada na referência 1, chega-se à Solução Exata para as cascas cônicas.

No decorrer do Apêndice são apresentadas, também observações sobre alguns trabalhos de pesquisas tomados como referência, de modo a auxiliar o leitor que pretenda consultá-los.

B.2.. TEORIA DE CASCAS FINAS: INTRODUÇÃO, SIMBOLOGIA E CONVENÇÃO DE SINAIS

Para facilitar a leitura deste trabalho, parte-se da formulação apresentada na referência 1 para cascas de revolução de um modo geral; particularizando, a cada capítulo, a geometria da casca, o seu material e o tipo de carregamento, chega-se, na seção B.6, a expressões válidas para um cone ou um tronco de cone que façam parte do casco resistente de um submarino e que auxiliam na análise do seu comportamento estrutural quando está totalmente submerso. Estas expressões compõem a solução chamada de exata para um cone ou tronco de cone, denominação um tanto imprópria, pois a Teoria de Cascas Finas, como qualquer outra, é construída a partir de algumas hipóteses simplificadoras; no caso, são as hipóteses de Lóve (ref.1):

1. o raio da superfície de referência da casca deve ser igual ou superior a dez vezes a sua espessura, daí a casca ser considerada fina; esta condição é normalmente obedecida pelos cascos de submarino.

2. os deslocamentos da casca são pequenos, o que acarreta a linearidade da Teoria, ou seja, a negligência de efeitos de segunda ordem e a possibilidade de se obter as deflexões, deformações e tensões causadas por um conjunto de esforços pela soma dos efeitos de cada esforço considerado isoladamente.

3. a tensão normal à superfície de referência (σ_n) é desprezível em face dos valores das tensões σ_x e σ_θ .

4. os pontos da casca situados em uma linha reta ortogonal à superfície de referência antes da deformação da casca permanecem sobre uma reta normal àquela superfície após a deformação, e a espessura da casca medida sobre esta normal, não se altera devido à deformação. Devido a esta hipótese, tem-se:

$$\epsilon_n = \gamma_{1n} = \gamma_{2n} = 0$$

A superfície de referência é uma superfície arbitrariamente escolhida entre a mais externa e a mais interna da casca. Neste trabalho, ela é tomada a meia espessura. A coordenada ζ é contada a partir dela, ao longo de sua normal e no sentido da superfície externa. Assim, os pontos da fibra mais externa da casca terão $\zeta = h/2$ e os da fibra interna terão $\zeta = -h/2$, onde h é a espessura. As duas outras coordenadas que compõem o sistema de localização de um ponto da casca (ψ e θ nas seções B.3 e B.4, e x e θ da seção B.5 em diante) são medidas sobre a superfície de referência (figuras B.1 e B.2).

Neste trabalho, adota-se a simbologia (com algumas exceções) e a convenção de sinais usadas na referência 1. Para as cascas de revolução o sistema de coordenadas é o ψ, θ, ζ . Em um ponto P situado na superfície de referência, $\zeta=0$, a sua posição será definida por ψ e θ (Figura B.1). Um ponto situado na normal à superfície de referência que passa por P terá os mesmos valores que este para ψ e θ , e ζ será a sua distância ao ponto P medida ao longo da normal; \vec{n} é o vetor unitário normal. ψ é o ângulo entre o eixo de simetria da casca e \vec{n} ; θ é o ângulo medido em um plano ortogonal ao eixo de simetria, a partir de um meridiano tomado como referência até o meridiano que passa pelo ponto. Os vetores tangentes aos meridianos (\vec{t}_ψ) e aos círculos de latitude (\vec{t}_θ) formam

um triedro direto com \vec{n} , na ordem \vec{t}_ψ , \vec{t}_θ , \vec{n} . R_ψ e R_θ são os raios principais de curvatura da superfície de referência; podem, também, ser denominados r_ψ e r_θ . A_ψ e A_θ são obtidos por:

$$A_\psi = \left| \frac{d\vec{r}}{d\psi} \right|_{\theta = \text{cte}} \quad A_\theta = \left| \frac{d\vec{r}}{d\theta} \right|_{\psi = \text{cte}}$$

onde \vec{r} é o vetor posição de um ponto da superfície de referência em relação a um referencial fixo no espaço. O raio da superfície de referência, medido perpendicularmente ao eixo de simetria, é $r = A_\theta$

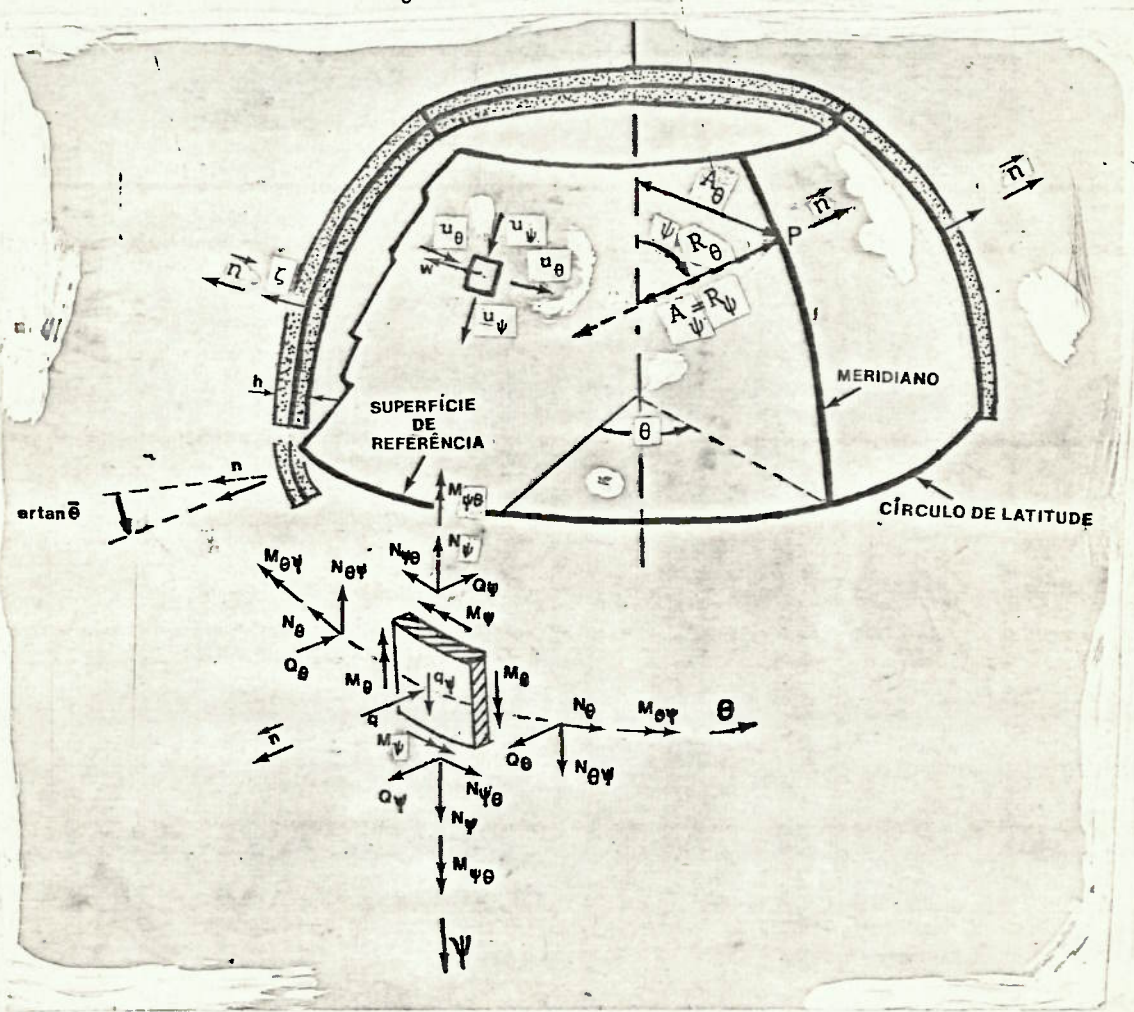


FIG. B.1: CASCA DE REVOLUÇÃO: SISTEMA DE COORDENADAS E SENTIDOS POSITIVOS DOS ESFORÇOS INTERNOS, CARREGAMENTO DISTRIBUÍDO, DESLOCAMENTOS E ROTAÇÃO.

Q, N e M designam os esforços internos atuantes em uma seção da casca. Q_ψ e Q_θ são forças cortantes normais à superfície de referência (Fig. 4); ao se analisar uma parte elementar da casca, serão positivos se possuírem o mesmo sentido que \vec{n} na seção com o maior valor de ψ (ou de θ , respectivamente), e sentido oposto ao de \vec{n} na seção de menor valor de ψ (ou de θ). $N_{\psi\theta}$ e $N_{\theta\psi}$ são forças tangenciais atuando no plano de referência e $M_{\psi\theta}$ e $M_{\theta\psi}$ são momentos torsores; seus sentidos positivos estão definidos na Figura B.1. N_ψ e N_θ são forças normais sendo positivas quando de tração e negativas quando de compressão. M_ψ e M_θ são momentos fletores, e são positivos quando tracionam a superfície externa da casca. Na Teoria de Cascas Finas, os valores de todos os esforços são medidos por unidade de comprimento. Assim, os esforços que atuam em uma seção onde $\psi = \text{constante}$, tais como M_ψ , Q_ψ e N_ψ , são momentos e forças por unidade de comprimento do círculo de latitude da superfície de referência que está contido nesta seção. Da mesma maneira, os esforços atuando em uma seção onde $\theta = \text{constante}$ são medidos por unidade de comprimento do meridiano da superfície de referência que passa por esta seção.

q e q_ψ são cargas distribuídas que atuam na superfície de referência. q possui a direção de \vec{n} e é positiva quando tem o sentido oposto ao de \vec{n} ; q_ψ é tangente ao meridiano em cada ponto e positiva quando no sentido mostrado na Figura B.1

u_ψ , u_θ e w são os deslocamentos de um ponto da superfície de referência devido à sua deformação; u_ψ e u_θ

são os deslocamentos tangentes a um meridiano e a um círculo de latitude, respectivamente, e w tem a direção normal à superfície de referência. Seus sentidos positivos estão mostrados na figura B:1

$\bar{\theta}_\psi = \bar{\theta}$ é denominada rotação e é a tangente do ângulo de rotação de \vec{n} no plano de um meridiano, causada pela deformação da superfície de referência; é positiva quando a rotação desloca a seta do vetor \vec{n} no sentido positivo de ψ .

E_ψ , E_θ , G_ψ e G_θ são os módulos de elasticidade longitudinal e módulos de elasticidade transversal, respectivamente, ao longo de um meridiano (subscrito ψ) ou de um círculo de latitude (subscrito θ).

$\alpha_{t\psi}$ e $\alpha_{t\theta}$ são os coeficientes de dilatação térmica linear ao longo de um meridiano e ao longo de um círculo de latitude, respectivamente. T representa uma distribuição de temperatura conhecida. $\nu_{\psi\theta}$ é o coeficiente de Poisson que relaciona uma tensão normal na direção tangente a um meridiano, a uma força normal atuando na direção tangente a um círculo de latitude.

Para um cone, tronco de cone ou um cilindro, o sistema de coordenadas utilizado é o x, θ, r . Para os dois primeiros, x é contado a partir do ápice da superfície de referência; para o cilindro, a partir de uma de suas bases (Figuras 5 e 6). As abscissas y e Y são usadas, no Capítulo 11, em substituição a x , sendo cotadas a partir das bases. A convenção de sinais e a simbologia para os esforços se mantêm semelhantes às apresentadas na Figura B.1, exceto pelo subscrito ψ , que é

substituído por x . Q_ψ e u_ψ passam a ser denominados de Q_x e u_x e, a partir da seção B.6, de Q e u . Introduce-se o deslocamento \bar{w} , perpendicular ao eixo de simetria e obtido da composição de w e u . Para facilitar a comparação das fórmulas obtidas com as de algumas referências, adota-se os símbolos m e \bar{m} para os deslocamentos w e \bar{w} , respectivamente, com os sinais invertidos. Pela observação da Figura B.3 verifica-se que:

$$\bar{w} = -\bar{m} = w \cos \alpha + u_x \operatorname{sen} \alpha \quad (\text{B.1})$$

Para o cilindro, $\bar{w} = w$

As deformações ϵ_θ e ϵ_x serão positivas quando corresponderem a uma expansão, e negativas no caso de uma contração. ϵ_θ é a deformação no sentido circunferencial e ϵ_x é ao longo da geratriz. Pela observação das Figs. B.2 e B.3 pode-se estabelecer uma relação entre ϵ_θ na superfície de referência e \bar{w}

$$\epsilon_{\theta_s} = \frac{2\pi(r+\bar{w}) - 2\pi r}{2\pi r} \quad \therefore \quad \epsilon_{\theta_s} = \frac{\bar{w}}{r} \quad (\text{B.2})$$

As figuras B.2 e B.3 mostram também os sentidos positivos dos esforços de extremidade. A carga distribuída q , no caso da estrutura de um submarino submerso, é a pressão hidrostática p , e $q\psi = 0$.

Os sentidos positivos e os símbolos para as tensões em uma casca cônica são mostrados na figura B.3.

A não ser quando definido de maneira diferente, cone significará, no decorrer de todo o trabalho, um cone fechado no ápice; a expressão casca cônica se refere tanto á

ó cones como a troncos de cone.

Como algumas referências não mostram explicitamente a sua simbologia e convenção de sinais, estas são apresentadas na figura B.4.

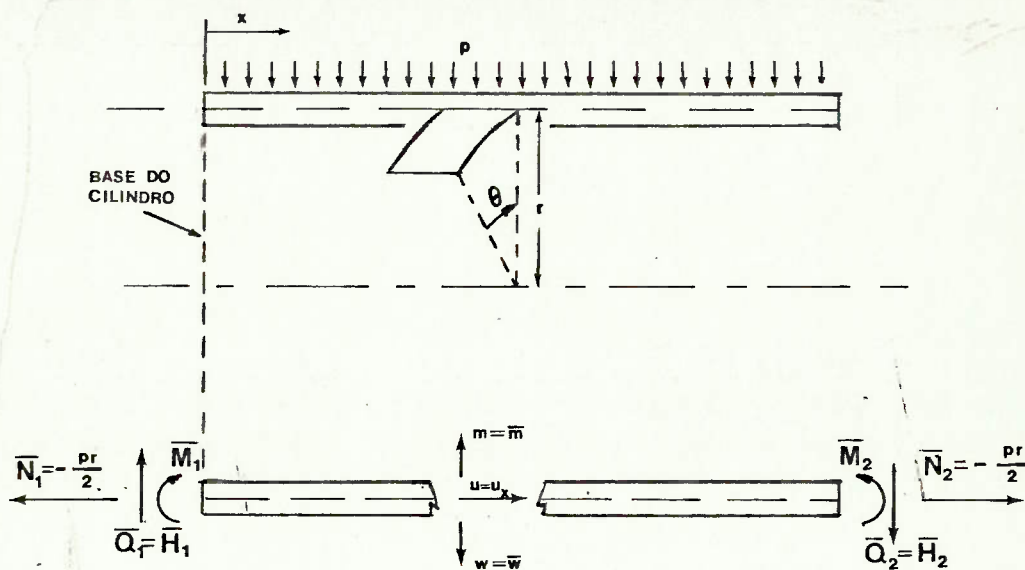


FIGURA B.2: SIMBOLOGIA E SENTIDOS POSITIVOS PARA UM CILINDRO

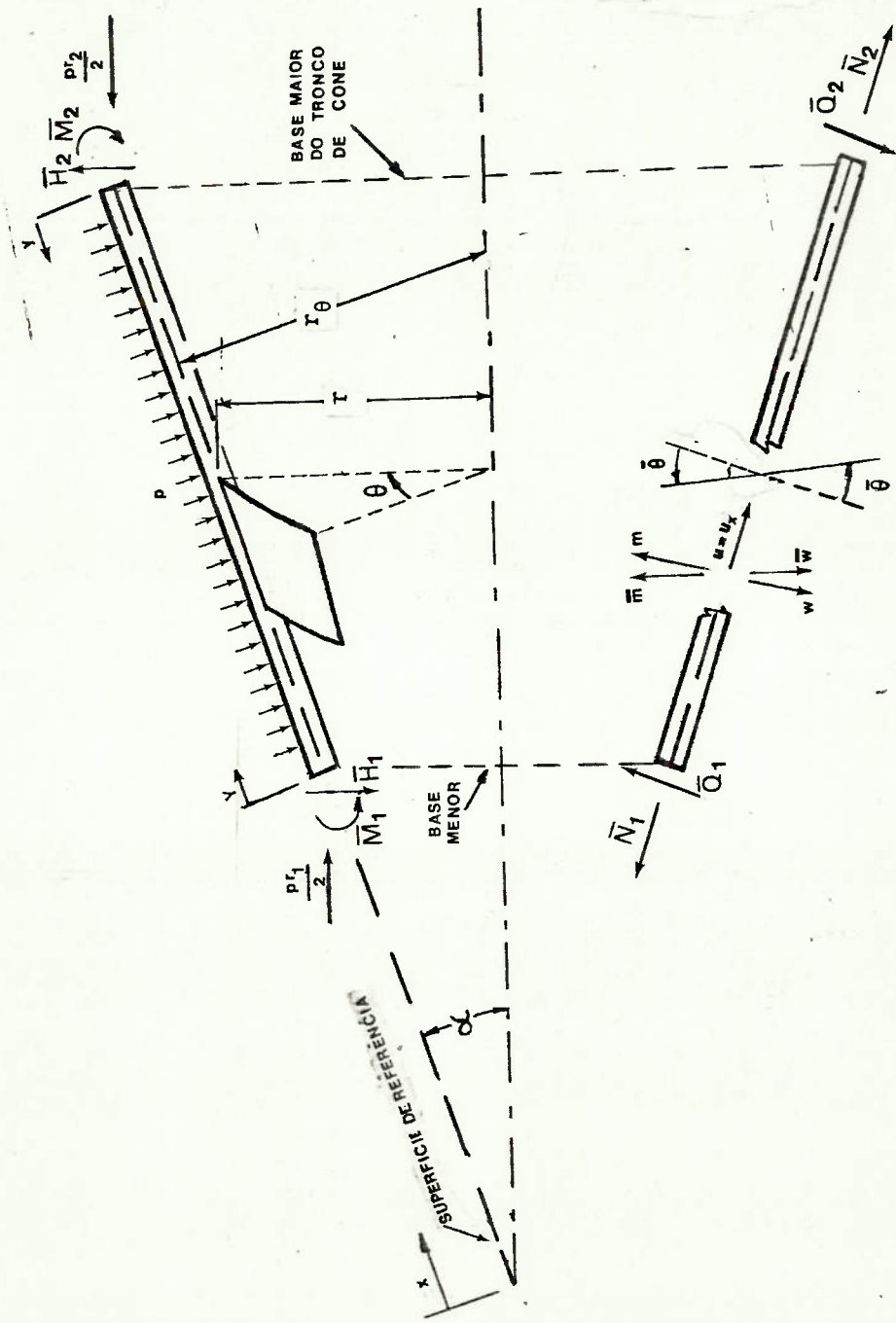
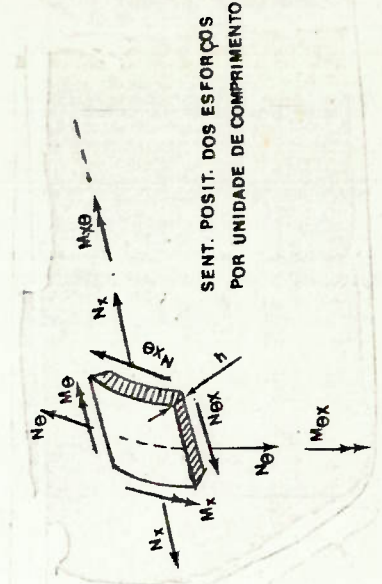
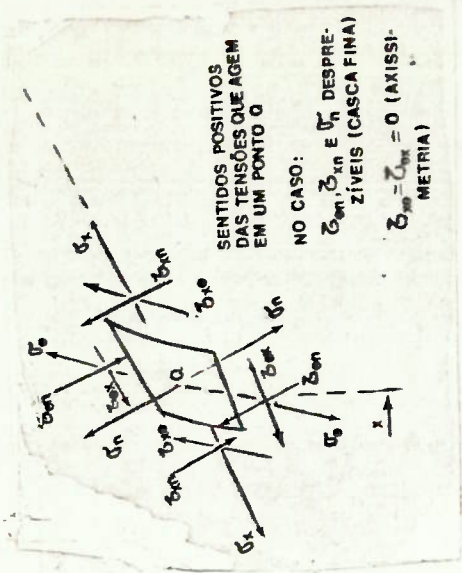


FIGURA B.3: SIMBOLOGIA E SENTIDOS POSITIVOS DAS GRANDEZAS EM UMA CASCA CÔNICA

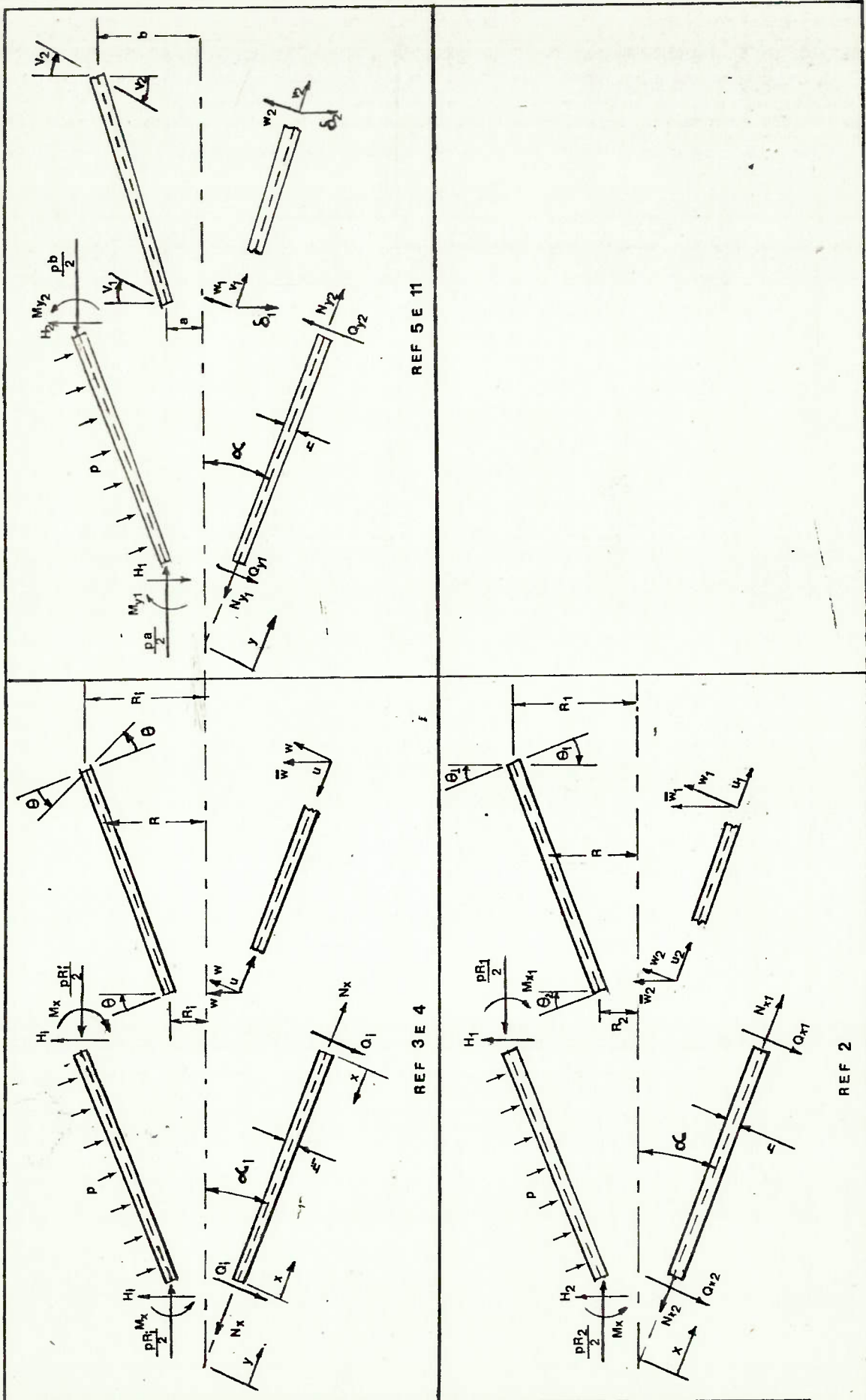


FIGURA B.4: SIMBOLOGIA E SENTIDOS POSITIVOS UTILIZADOS NAS REFERÊNCIAS

B.3 CASCAS DE REVOLUÇÃO COM MÓDULOS DE ELASTICIDADE LONGITUDINAL VARIÁVEIS

Serão adotadas as seguintes hipóteses:

- A casca será formada por uma camada apenas de material ortotrópico com resistência à flexão.
- A casca estará sob carregamento distribuído axisimétrico e esforços de extremidade axissimétricos.
- Os valores dos coeficientes de Poisson serão constantes em toda a casca.
- Os valores dos módulos de elasticidade longitudinal, coeficientes de dilatação térmica, espessura e cargas distribuídas q e q_ψ variam apenas com a coordenada ψ .
- A temperatura T variará com as coordenadas ζ (ou seja, ao longo da espessura) e ψ

Tem-se, então:

a) são constantes: $\nu_{\psi\theta}$, $\nu_{\theta\psi}$,

b) variam apenas com ψ : r_θ , r_ψ , h , T_0 , q , q_ψ , $\alpha_{t\psi}$, $\alpha_{t\theta}$, E_ψ , E_θ .

Devido à localização da superfície de referência à meia espessura da casca e ao fato de que nenhuma grandeza varia com θ , obtém-se (fórmulas |5.1|, |5.2|, |5.4|, |5.5|, e 2º parágrafo da pg. 122 da ref. 1).

$$N_\theta = N_{\theta\psi} = N_{\psi\theta} = M_{\theta\psi} = M_{\psi\theta} = \bar{\theta}_\theta = 0 \quad (\text{B.3.a})$$

$$\tau = \gamma_{\psi\theta} = 0 \quad (\text{B.3.b})$$

$$q_\theta = Q_\theta = 0 \quad (\text{B.3.c})$$

$$u_\theta = 0 \quad (\text{B.3.d})$$

A rotação $\bar{\theta}_\psi$ passa a ser designada, a partir daqui,

como $\bar{\theta}$.

A solução é obtida pela resolução das duas equações diferenciais seguintes (eq. |5.10| e |5.12| da ref. 1).

$$\frac{r_{\theta}}{r_{\psi}} \frac{d^2 \bar{\theta}}{d\psi^2} + \left[\frac{r_{\theta}}{r_{\psi}} \cot \psi + \frac{d}{d\psi} \left(\frac{r_{\theta}}{r_{\psi}} \right) + \frac{r_{\theta}}{r_{\psi}} \frac{1}{D_{\psi}} \frac{dD_{\psi}}{d\psi} \right] \frac{d\bar{\theta}}{d\psi}$$

$$- \left[\frac{r_{\psi} D_{\theta}}{r_{\theta} D_{\psi}} \cot^2 \psi + v_{\psi\theta} - v_{\psi\theta} \cot \psi \frac{1}{D_{\psi}} \frac{dD_{\psi}}{d\psi} \right] \bar{\theta} =$$

(B.4)

$$= \frac{(r_{\theta} Q_{\psi}) r_{\psi}}{D_{\psi}} + r_{\theta} (\alpha_{t\psi} + v_{\psi\theta} \alpha_{t\theta}) \frac{dT_1}{d\psi}$$

$$+ T_1 r_{\psi} \cot \psi \left[\alpha_{t\psi} + v_{\psi\theta} \alpha_{t\theta} - (\alpha_{t\theta} + v_{\theta\psi} \alpha_{t\psi}) \frac{D_{\theta}}{D_{\psi}} \right]$$

$$\frac{r_{\theta}}{r_{\psi}} \frac{d^2 (r_{\theta} Q_{\psi})}{d\psi^2} + \left[\frac{r_{\theta}}{r_{\psi}} \cot \psi + \frac{d}{d\psi} \left(\frac{r_{\theta}}{r_{\psi}} \right) - \frac{r_{\theta}}{r_{\psi}} \frac{1}{E_{\theta} h} \frac{d(E_{\theta} h)}{d\psi} \right] \frac{d(r_{\theta} Q_{\psi})}{d\psi}$$

$$- \left[\frac{r_{\psi} E_{\theta}}{r_{\theta} E_{\psi}} \cot^2 \psi - v_{\psi\theta} - \frac{v_{\psi\theta} \cot \psi}{E_{\theta} h} \frac{d(E_{\theta} h)}{d\psi} \right] (r_{\theta} Q_{\psi}) =$$

(B.5)

$$= - E_{\theta} h r_{\psi} \bar{\theta} + G(\psi).$$

onde D_{ψ} e D_{θ} serão definidos nas expressões B.17.b, e

onde (eq. |5.12a|, ref. 1):

$$G(\psi) = - \frac{d}{d\psi} \left[\frac{r_\theta^2}{r_\psi} F_1 + r_\theta v_{\psi\theta} F_1 - q r_\theta^2 \right]$$

$$+ \left[\frac{r_\theta^2}{r_\psi} F_1 + v_{\psi\theta} r_\theta F_1 - q r_\theta^2 \right] \frac{1}{E_\theta h} \frac{d(E_\theta h)}{d\psi}$$

(B.6)

$$- \cot \psi \left[\frac{E_\theta}{E_\psi} (r_\psi + v_{\theta\psi} r_\theta) F_1 + (r_\theta + v_{\psi\theta} r_\psi) \left(F_1 \frac{r_\theta}{r_\psi} - q r_\theta \right) \right]$$

$$- E_\theta h \left[\frac{d}{d\psi} (\alpha_{t\theta} r_\theta T_o) - T_o (r_\psi \alpha_{t\psi} - r_\theta \alpha_{t\theta}) \cot \psi \right]$$

tendo sido utilizada a identidade (eq. |5.10|, ref. 1)

$$\frac{r_\theta}{r_\psi} \cot \psi + \frac{d}{d\psi} \left(\frac{r_\theta}{r_\psi} \right) = \cot \psi - \frac{r_\theta}{r_\psi^2} \frac{dr_\psi}{d\psi} \quad (B.7)$$

Tem-se a seguinte formulação, dada pela ref. 1 (os nºs entre barras referem-se à numeração das fórmulas na ref. 1).

$$|5.11g| \quad N_\psi = Q_\psi \cot \psi - F_1(\psi) \quad (B.8)$$

onde $F_1(\psi)$ é função do carregamento distribuído na superfície da casca.

$$|5.11h| \quad F_1(\psi) = \frac{1}{r \sin \psi} \left[C_1 + \int_{\psi_0}^{\psi} r r_{\psi} (q \cos \psi + q_{\psi} \sin \psi) d\psi \right] \quad (B.9)$$

C_1 é a componente axial de qualquer força de extremidade (axissimétrica) aplicada à borda da casca onde $\psi = \psi_0$

$$|5.11i| \quad N_{\theta} = \frac{1}{r_{\psi}} \frac{d(r_{\theta} Q_{\psi})}{d\psi} + \frac{r_{\theta}}{r_{\psi}} F_1(\psi) - q r_{\theta} \quad (B.10)$$

$$|5.11b| \quad F(\psi) = \frac{N_{\psi}(r_{\psi} + v_{\theta} r_{\psi})}{E_{\psi} h} - \frac{N_{\theta}(r_{\theta} + v_{\psi} r_{\theta}) + T_0(\alpha_{t\psi} r_{\psi} - \alpha_{t\theta} r_{\theta})}{E_{\theta} h} \quad (B.11)$$

$$|5.11c| \quad u_{\psi} = \sin \psi \int \frac{F(\psi) d\psi}{\sin \psi} \quad (B.12)$$

$$|5.11c| \quad w = \frac{r_{\theta}}{E_{\theta} h} (N_{\theta} - v_{\psi} N_{\psi}) + r_{\theta} \alpha_{t\theta} T_0 - \cos \psi \int \frac{F(\psi) d\psi}{\sin \psi} \quad (B.13)$$

Nas integrações acima, a constante de integração é

considerada nula, pois não se está interessado nos movimentos de translação da casca como corpo rígido.

$$|5.5| \quad M_{\psi} = D_{\psi} \left[\frac{1}{r_{\psi}} \frac{d\bar{\theta}}{d\psi} + \frac{v_{\psi\theta}}{r_{\theta}} \bar{\theta} \cot \psi - (\alpha_{t\psi} + v_{\psi\theta} \alpha_{t\theta}) T_1 \right] \quad (B.14)$$

$$|5.5| \quad M_{\theta} = D_{\theta} \left[\frac{1}{r_{\theta}} \bar{\theta} \cot \psi + \frac{v_{\theta\psi}}{r_{\psi}} \frac{d\bar{\theta}}{d\psi} - (\alpha_{t\theta} + v_{\theta\psi} \alpha_{t\psi}) T_1 \right] \quad (B.15)$$

$$|5.6| \quad T_0 = \frac{1}{h} \int_{\zeta} T \, d\zeta, \quad T_1 = \frac{12}{h^3} \int_{\zeta} T \zeta \, d\zeta \quad (B.16)$$

$$|5.7| \quad \begin{Bmatrix} K_{\psi} \\ K_{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E_{\psi} \\ E_{\theta} \end{Bmatrix} \frac{h}{1 - v_{\psi\theta} v_{\theta\psi}} \quad (B.17a)$$

$$|5.7| \quad \begin{Bmatrix} D_{\psi} \\ D_{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E_{\psi} \\ E_{\theta} \end{Bmatrix} \frac{h^3}{12(1 - v_{\psi\theta} v_{\theta\psi})} \quad (B.17b)$$

$$|2.16| \quad \bar{\theta} = \frac{u_{\psi}}{R_{\psi}} - \frac{1}{A_{\psi}} \frac{dw}{d\psi} \quad (B.18)$$

B.4 - CASCAS DE REVOLUÇÃO COM MÓDULOS DE ELASTICIDADE LONGITUDINAL, COEFICIENTES DE POISSON E COEFICIENTES DE DILATAÇÃO TÉRMICA CONSTANTES.

Serão adotadas as seguintes hipóteses:

- A casca é formada por uma camada apenas de material ortotrópico, com resistência à flexão.
- A casca estará submetida a carregamento distribuído axissimétrico e esforços de extremidade axissimétricos.
- Os valores dos módulos de elasticidade longitudinal, coeficientes de Poisson e coeficientes de dilatação térmica, serão constantes em toda a casca.
- Os valores da espessura e das cargas distribuídas q e q_ψ , variarão apenas com a coordenada ψ .
- A temperatura T variará com as coordenadas ζ ou seja, ao longo da espessura) e ψ .

Define-se duas novas variáveis (eq. |5.13a|, ref.1):

$$U = r_\theta Q_\psi \quad ; \quad W = h^2 \bar{\theta} \quad (B.19a)$$

Em vista das particularidades da casca, tem-se:

$$|5.13b, ref.1| \quad \frac{1}{D_\psi} \frac{dD_\psi}{d\psi} = -\frac{3}{h} \frac{dh}{d\psi} \quad ; \quad \frac{1}{E_\theta h} \frac{d(E_\theta h)}{d\psi} = -\frac{1}{h} \frac{dh}{d\psi} \quad (B.19b)$$

Assim, as equações (B.4) e (B.5) tomam a forma (eq. |5.14a|, ref.1):

$$L(W) - 2f(\psi)W = 12(1-\nu_{\psi\theta}\nu_{\theta\psi}) \frac{U}{E_\psi} + H(\psi) \quad (B.20)$$

$$L(U) = -E_\theta W + G_1(\psi) \quad (B.21)$$

onde o operador diferencial L é definido por (eq. |5.14b|, ref.1).

$$L(\dots) = \frac{r_\theta h}{r_\psi^2} \frac{d^2(\dots)}{d\psi^2} + \left[\frac{r_\theta h}{r_\psi^2} \cot \psi + \frac{h}{r_\psi} \frac{d}{d\psi} \left(\frac{r_\theta}{r_\psi} \right) - \right. \\ \left. - \frac{r_\theta}{r_\psi^2} \frac{dh}{d\psi} \right] \frac{d(\dots)}{d\psi} - \left[\frac{E_\theta h}{r_\theta E_\psi} \cot^2 \psi - \nu_{\psi\theta} \frac{h}{r_\psi} - \frac{\nu_{\psi\theta} \cot \psi}{r_\psi} \frac{dh}{d\psi} \right] (\dots) \quad (B.22)$$

e as seguintes novas funções foram definidas:

[5.14c, ref.1]

$$f(\psi) = \frac{\nu_{\psi\theta} h}{r_\psi} + \left[\frac{r_\theta}{r_\psi} \cot \psi + \frac{d}{d\psi} \left(\frac{r_\theta}{r_\psi} \right) - \nu_{\psi\theta} \cot \psi \right] \frac{1}{r_\psi} \frac{dh}{d\psi} + \frac{r_\theta}{r_\psi^2} \frac{d^2 h}{d\psi^2} \quad (B.23)$$

$f(\psi)$ é uma função apenas da geometria da casca, independentemente do carregamento ou dos esforços de extremidade!

[5.14d, ref.1]

$$H(\psi) = \frac{h^3}{r_\psi} \left\{ (\alpha_{t\psi} + \nu_{\psi\theta} \alpha_{t\theta}) r_\theta \frac{dT_1}{d\psi} + T_1 r_\psi \cot \psi \left[\alpha_{t\psi} + \nu_{\psi\theta} \alpha_{t\theta} - (\alpha_{t\theta} + \nu_{\theta\psi} \alpha_{t\psi}) \frac{E_\theta}{E_\psi} \right] \right\} \quad (B.24)$$

$$[5.14e, ref.1] \quad G_1(\psi) = G(\psi) \frac{h}{r_\psi} \quad (B.25)$$

$H(\psi)$ é função apenas do "carregamento térmico" ou seja, da variação de temperatura, enquanto $G_1(\psi)$ é função dos carregamentos térmico e mecânico.

Separando as variáveis nas equações (B.20) e (B.21), obtem-se o seguinte sistema de equações diferenciais do 4º grau:

$$LL(U) = -2fL(U) + 12(1 - \nu_{\psi\theta} \nu_{\theta\psi}) \frac{E_{\theta}}{E_{\psi}} U = L(G_1) - 2G_1 f - HE_{\theta} \quad (B.26)$$

[5.15a, ref. 1]

$$LL(W) - 2L(fW) + 12(1 - \nu_{\psi\theta} \nu_{\theta\psi}) \frac{E_{\theta}}{E_{\psi}} W = \frac{G_1 h^3}{D_{\psi}} + L(H) \quad (B.27)$$

A solução geral destas equações diferenciais, por serem não homogêneas, é dada pela soma da solução da equação homogênea (solução complementar) com uma solução particular da equação não homogênea (solução particular). Assim, qualquer uma das equações (B.26) ou (B.27) pode ser resolvida, obtendo-se U ou W , respectivamente; a solução obtida é, então, utilizada na equação apropriada entre as de nº (B.20) ou (B.21) para a obtenção da outra variável (ref.1).

A solução complementar é representada pelo subscrito c e a particular pelo subscrito p . Logo, obtem-se:

$$\begin{aligned} U &= U^c + U^p \\ W &= W^c + W^p \\ \bar{\theta} &= \bar{\theta}^c + \bar{\theta}^p \\ Q &= Q^c + Q^p \\ N_{\psi} &= N_{\psi}^c + N_{\psi}^p \end{aligned} \quad (B.28)$$

e assim por diante, para todas as variáveis envolvidas no problema.

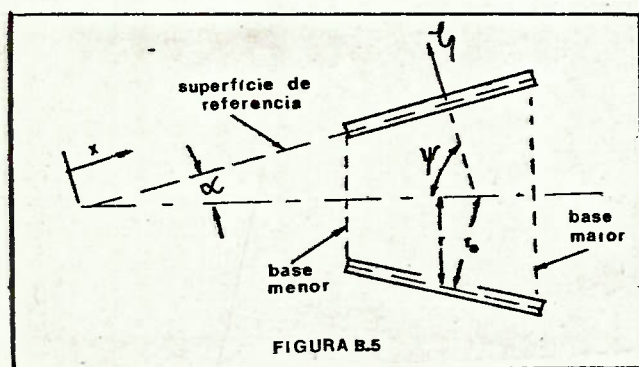
A solução particular de cada variável é a causada apenas pela aplicação, na casca, dos carregamentos distribuídos q e q_ψ e térmico T_0 e T_1 . A solução complementar é a resultante apenas da aplicação dos esforços de extremidade de flexão (força cortante e momento fletor).

B.5 - CONE OU TRONCO DE CONE DE REVOLUÇÃO

Serão feitas as seguintes hipóteses:

- A casca é formada por uma camada apenas de material ortotrópico de espessura constante.
- A casca possui resistência à flexão.
- A casca está submetida a carregamento distribuído axissimétrico e a esforços de extremidade axissimétricos.
- Os valores dos módulos de elasticidade longitudinal, dos coeficientes de Poisson e dos coeficientes de dilatação térmica são constantes em toda a casca.
- A temperatura T varia com as coordenadas ζ e ψ .

No caso do cone ou tronco de cone, a coordenada ψ é constante em todos os pontos, e igual a $(\pi/2) - \alpha$, onde α é o semi-ângulo no ápice (fig.B.5). Assim, é interessante que se utilize outro sistema de coordenadas (x, θ, ζ) .



Sistema (ψ, θ, ζ)	Sistema (x, θ, ζ)
$R_{\psi}^2 = A_{\psi}^2 = r_{\psi}^2 = \infty$	$R_x = \infty$
	$A_x = 1$ (B.29)
$A_{\theta} = r = x \operatorname{sen} \alpha$	$A_{\theta} = r = R = x \operatorname{sen} \alpha$
$R_{\theta} = r_{\theta} = x \tan \alpha$	$R_{\theta} = r_{\theta} = x \tan \alpha$

Como $\alpha = \frac{\pi}{2} - \psi$, tem-se:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \psi &= \cos \alpha & \tan \psi &= \cot \alpha \\ \cos \psi &= \operatorname{sen} \alpha & \cot \psi &= \tan \alpha \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

Da eq. |4:14| da ref. 1, tem-se:

$$\lim_{r_{\psi} \rightarrow \infty} (r_{\psi} d\psi) = dx \quad (\text{B.31})$$

Todas as variáveis com o subscrito ψ passam a ter, devido à mudança de variáveis, o subscrito x , sendo, em decorrência, feitas as modificações apropriadas nas suas formulações.

A seguir, redefine-se, para o caso específico do cone (ou tronco de cone), as variáveis anteriormente citadas.

a) $F_1(x)$; de (B.9), obtém-se:

$$F_1(x) = \frac{1}{x \sin \alpha \cos \alpha} \left[C_1 + \int_{x_0}^x x \sin \alpha (q \sin \alpha + q_x \cos \alpha) dx \right]$$

$$F_1(x) = \frac{1}{x \cos \alpha} \left[\frac{C_1}{\sin \alpha} + \int_{x_0}^x x (q \sin \alpha + q_x \cos \alpha) dx \right] \quad (\text{B.32}) .$$

onde a constante de integração C_1 continua a ser a componente axial de qualquer força de extremidade aplicada à base da casca cônica (abscissa x_0).

b) N_x ; de (B.8), obtém-se:

$$N_x = Q_x \tan \alpha - F_1(x) \quad (\text{B.33})$$

c) N_θ ; de (B.10), obtém-se:

$$N_\theta = \frac{d}{dx} (Q_x \cdot x \tan \alpha) + \frac{r_\theta}{r_\psi} F_1(\psi) - q x \tan \alpha$$

$$\therefore N_\theta = \left[\frac{d}{dx} (x Q_x) - q x \right] \tan \alpha \quad (\text{B.34})$$

d) $F(x)$; a relação (B.11) é:

$$F(\psi) = \frac{N_{\psi}}{E_{\psi}h} (r_{\psi} + v_{\theta\psi} r_{\theta}) - \frac{N_{\theta}}{E_{\theta}h} (r_{\theta} + v_{\psi\theta} r_{\psi}) + T_0 (\alpha_{t\psi} r_{\psi} - \alpha_{t\theta} r_{\theta})$$

Devido à presença do valor infinito de r_{ψ} em quase todos os termos, toma-se $F(x)$ como:

$$F(x) = \frac{F(\psi)}{r_{\psi}} \quad (B.35)$$

Logo,

$$\frac{F(\psi)}{r_{\psi}} = \frac{N_{\psi}}{E_{\psi}h} (1 + v_{\theta\psi} \frac{r_{\theta}}{r_{\psi}}) - \frac{N_{\theta}}{E_{\theta}h} (\frac{r_{\theta}}{r_{\psi}} + v_{\psi\theta}) + T_0 (\alpha_{t\psi} - \alpha_{t\theta})$$

Como, para um material ortotrópico (eq. |2.1c|, ref.1)

$$\frac{v_{x\theta}}{E_{\theta}} = \frac{v_{\theta x}}{E_x} \quad (B.36)$$

$$F(x) = \frac{N_x}{E_x h} (1+0) - \frac{N_{\theta}}{E_{\theta} h} (0 + v_{x\theta}) + T_0 (\alpha_{tx} - 0)$$

$$\therefore F(x) = \frac{N_x - v_{\theta x} N_{\theta}}{E_x h} + T_0 \alpha_{tx} \quad (B.37)$$

e) u_x ; de (B.12), obtêm-se:

$$u_\psi = \text{sen } \psi \int \frac{F(\psi)}{\text{sen } \psi} d\psi$$

$$\therefore u_\psi = \text{sen } \psi \int \frac{F(\psi)}{r_\psi \text{ sen } \psi} r_\psi d\psi$$

Utilizando (B.29), (B.30) e (B.35), e como $\cos \alpha$ não varia com x :

$$u_x = \int F(x) dx \quad (\text{B.38})$$

f) w ; de (B.13), obtêm-se:

$$w = \frac{x \tan \alpha}{E_\theta h} (N_\theta - v_{x\theta} N_x) + x \tan \alpha \alpha_{t\theta} T_0 - \text{sen } \alpha \int \frac{F(x)}{\cos \alpha} dx$$

$$\therefore w = \tan \alpha \left[\frac{x}{E_\theta h} (N_\theta - v_{x\theta} N_x) + x \alpha_{t\theta} T_0 - u_x \right] \quad (\text{B.39})$$

g) M_x ; de (B.14), obtêm-se:

$$M_x = D_x \left[\frac{d\bar{\theta}}{dx} + \frac{v_{x\theta} \bar{\theta}}{x} - (\alpha_{tx} + v_{x\theta} \alpha_{t\theta}) T_1 \right] \quad (\text{B.40})$$

h) M_θ ; de (B.15), obtêm-se:

$$M_\theta = D_\theta \left[\frac{\bar{\theta}}{x} + v_{\theta x} \frac{d\bar{\theta}}{dx} - (\alpha_{t\theta} + v_{\theta x} \alpha_{tx}) T_1 \right] \quad (\text{B.41})$$

i) Operador L ; de (B.22), otem-se:

$$L(\dots) = h x \tan \alpha \frac{d^2(\dots)}{dx^2} + \left[\frac{r_\theta h \cot \psi}{r_\psi^2} \frac{d(\dots)}{d\psi} + h \frac{d}{dx} \left(\frac{x \tan \alpha}{r_\psi} \right) \right.$$

$$\left. \frac{d(\dots)}{d\psi} - 0 \right] - \left[\frac{E_\theta h \tan^2 \alpha}{E_\psi x \tan \alpha} - 0 - 0 \right] (\dots)$$

$$\therefore L(\dots) = h x \tan \alpha \frac{d^2(\dots)}{dx^2} + 0 + h \frac{\tan \alpha}{r_\psi} \frac{d(\dots)}{d\psi} - \frac{E_\theta}{xE_x} h \tan \alpha (\dots)$$

$$\therefore L(\dots) = h \tan \alpha \left[x \frac{d^2(\dots)}{dx^2} + \frac{d(\dots)}{dx} - \frac{E_\theta}{xE_x} (\dots) \right] \quad (B.42)$$

j) f(x) ; de (B.23), obtém-se :

$$f(x) = 0 + \left[0 + 0 - v_{x\theta} \tan \alpha \right] 0 + 0$$

$$\therefore f(x) = 0 \quad (B.43)$$

k) H(x) ; de (B.24), obtém-se:

$$H(x) = h^3 \left\{ (\alpha_{tx} + v_{x\theta} \alpha_{t\theta}) r_\theta \frac{dT_1}{dx} + T_1 \tan \alpha \left[\alpha_{tx} + v_{x\theta} \alpha_{t\theta} - (\alpha_{t\theta} + v_{\theta x} \alpha_{tx}) \frac{E_\theta}{E_x} \right] \right\} \quad (B.44)$$

1) $G_1(x)$; de (B.25), obtém-se:

$$\begin{aligned}
 G_1(\psi) = & - \frac{h}{r_\psi} \frac{d}{d\psi} \left[\frac{r_\theta^2}{r_\psi} F_1 + r_\theta v_\psi F_1 - q r_\theta^2 \right] + \frac{h}{r_\psi} \left[\frac{r_\theta^2}{r_\psi} F_1 + \right. \\
 & + v_\psi r_\theta F_1 - q r_\theta^2 \left. \right] \frac{1}{E_\theta h} \frac{d(E_\theta h)}{d\psi} - \frac{h}{r_\psi} \cot \psi \left[\frac{E_\theta}{E_\psi} (r_\psi + v_\psi r_\theta) F_1 + \right. \\
 & + (r_\theta + v_\psi r_\psi) \left(F_1 \frac{r_\theta}{r_\psi} - q r_\theta \right) \left. \right] - \frac{E_\theta h^2}{r_\psi} \left[\frac{d}{d\psi} (\alpha_{t\theta} r_\theta T_O) - \right. \\
 & \left. - T_O (r_\psi \alpha_{t\psi} - r_\theta \alpha_{t\theta}) \cot \psi \right]
 \end{aligned}$$

Modificando-se uma parcela de cada vez:

1a. parcela

$$\begin{aligned}
 & - h \frac{d}{dx} \left[0 + x \tan \alpha v_{x\theta} F_1 - q x^2 \tan^2 \alpha \right] = \\
 & = - h \tan \alpha \frac{d}{dx} (x v_{x\theta} F_1 - q x^2 \tan \alpha)
 \end{aligned}$$

2a. parcela

$$\frac{h}{E_\theta h} \left[0 + v_{x\theta} x \tan \alpha F_1 - q x^2 \tan^2 \alpha \right] \frac{d}{dx} (E_\theta h) = 0$$

3a. parcela

$$- h \tan \alpha \left[\frac{E_{\theta}}{E_x} (1+0) F_1 + (0+v_{x\theta}) (0-q x \tan \alpha) \right] =$$

$$= - h \tan \alpha \left(\frac{E_{\theta}}{E_x} F_1 - v_{x\theta} q x \tan \alpha \right)$$

4a. parcela

$$- E_{\theta} h^2 \left[\frac{d}{dx} (\alpha_{t\theta} r_{\theta} T_O) - T_O (\alpha_{tx} - 0) \tan \alpha \right]$$

Logo,

$$G_1(x) = - h \tan \alpha \left[\frac{d}{dx} (x v_{x\theta} F_1 - q x^2 \tan \alpha) + \frac{E_{\theta}}{E_x} F_1 - v_{x\theta} q x \tan \alpha \right] -$$

$$- E_{\theta} h^2 \left[\frac{d}{dx} (\alpha_{t\theta} r_{\theta} T_O) - T_O \alpha_{tx} \tan \alpha \right] \quad (B.45)$$

m) $\bar{\theta}$; de (B.18), tem-se:

$$\bar{\theta} = \frac{u_{\psi}}{R_{\psi}} - \frac{1}{A_{\psi}} \frac{dw}{d\psi}$$

Usando (B.29):

$$\bar{\theta} = \frac{u_x}{r_{\psi}} - \frac{1}{r_{\psi}} \frac{dw}{d\psi} \quad \therefore \quad \bar{\theta} = - \frac{dw}{dx} \quad (B.46)$$

Posteriormente, necessitar-se-á de um deslocamento m , igual a w mas com sentido positivo oposto ao de w , para facilitar a comparação com as expressões das referências que possuem uma convenção de sinais oposta à aqui utilizada para w .

Logo,

$$m = -w \quad e \quad \bar{\theta} = \frac{dm}{dx} \quad (B.47)$$

B.6 - SOLUÇÃO EXATA PARA CONE OU TRONCO DE CONE DE REVOLUÇÃO

São feitas as seguintes hipóteses:

- A casca possui material isotrópico e espessura constante.
- A casca possui resistência à flexão.
- A casca está submetida a pressão externa constante e a esforços de extremidade axissimétricos.
- A casca não está sujeita a carregamento térmico.

Todas as equações anteriores continuam válidas. Além disto, neste caso específico, tem-se:

$$q = p \quad ; \quad q_x = 0 \quad (B.48)$$

$$E_x = E_\theta = E \quad ; \quad v_{x\theta} = v_{\theta x} = v$$

$$T_0 = T_1 = 0$$

A substituição das relações fornecidas em (B.48) nas equações (B.32) a (B.47) fornece a formulação para as variáveis do problema.

A formulação será válida para o estudo de um submarino submerso se for desprezada a variação da pressão hidrostática ao longo do submarino. Esta é uma hipótese aceitável, pois às profundidades máximas de mergulho de um submarino convencional, entre 200 e 400 metros, a variação da pressão hidrostática ao longo de seu diâmetro, em torno de 7 metros, acarretará, devido à não axissimetria deste carregamento, esforços no sentido da

coordenada θ que podem ser considerados desprezíveis em vista dos esforços restantes. Quanto aos esforços no sentido da abcissa x , pode-se trabalhar a favor da segurança, considerando a pressão hidrostática no ponto mais inferior do casco resistente do submarino como o valor de p . A hipótese acima é utilizada em todos os trabalhos sobre estruturas de submersíveis que o autor tem conhecimento.

Inicialmente, estudar-se-ã, em separado, as soluções particular e complementar, que serão somadas, posteriormente, compondo a solução geral.

Para que se obtenha a forma das equações (B.20) e (B.21) específica para este caso, deve-se, primeiramente, conseguir as formulações específicas para $G_1(x)$ e $H(x)$.

A partir daqui, adota-se as simbologias u e Q , respectivamente para as variáveis u_x e Q_x , não havendo mais necessidade do índice x uma vez que $u_\theta = Q_\theta = 0$ (eq. (B3c), (B3d))

$$1) \text{ De (B.32) } F_1(x) = \frac{1}{x \cos \alpha} \left[\frac{C_1}{\sin \alpha} + p \sin \alpha \int_{x_0}^x x \, dx \right],$$

onde se tem que obter C_1 . No ponto de abcissa x_0 , tem-se:

$$F_1(x_0) = \frac{1}{x_0 \cos \alpha} \left[\frac{C_1}{\sin \alpha} + p \sin \alpha \int_{x_0}^{x_0} x \, dx \right]$$

$$\therefore F_1(x_0) = \frac{C_1}{x_0 \cos \alpha \sin \alpha} \quad (\text{B.49})$$

Para se determinar C_1 , adota-se o ápice de um cone como o ponto de abscissa x_0 . Logo, $x_0 = 0$ e $C_1 = 0$ de modo a não haja uma divisão por zero em (B.49). Resulta, então:

$$F_1(x) = \frac{p \tan \alpha}{x} \int_0^x x \, dx \therefore F_1(x) = \frac{p x \tan \alpha}{2} \quad (\text{B.50})$$

Esta expressão também é válida para troncos de cone.

2) De (B.45), obtem-se $G_1(x)$

$$G_1(x) = -h \tan \alpha \left[\frac{d}{dx} (F_1 v x - p x^2 \tan \alpha) + F_1 v p x \tan \alpha \right]$$

$$G_1(x) = -h \tan \alpha \left[\frac{d}{dx} \left(\frac{v p x^2}{2} \tan \alpha - p x^2 \tan \alpha \right) + \frac{p x}{2} \tan \alpha - v p x \tan \alpha \right]$$

$$\therefore G_1(x) = \frac{3}{2} h p x \tan^2 \alpha \quad (\text{B.51})$$

3) De (B.44), obtem-se $H(x) = 0$

Utilizando $G_1(x)$ e $H(x)$ nas equações diferenciais (B.20) e (B.21), e lembrando, de (B.43), que $f(x) = 0$, obtem-se o sistema de equações diferenciais específico para este caso.

$$L(W) = 12(1-v^2) \frac{U}{E} \quad (\text{B.52})$$

$$L(U) = -E W + \frac{3}{2} h p x \tan^2 \alpha$$

onde:

$$\text{de (B.42), obtem-se: } L(\dots) = h \tan \alpha \left[x \frac{d^2(\dots)}{dx^2} + \frac{d(\dots)}{dx} - \frac{1}{x} (\dots) \right]$$

$$\text{de (B.19a), obtem-se: } W = h^2 \bar{\theta} ; U = r_\theta Q = x Q \tan \alpha \quad (\text{B.53})$$

B.6.1 - SOLUÇÃO PARTICULAR: CASCAS CÔNICAS COM RESISTÊNCIA
 À FLEXÃO SUBMETIDAS APENAS À PRESSÃO EXTERNA CONS-
 TANTE

Uma solução particular do sistema de equações diferen-
 ciais (B.52) será:

$$(eq. |5.24c|, ref.1) \quad Q^P = 0 \quad (B.54)$$

$$\bar{\theta}^P = \frac{3px \tan^2 \alpha}{2Eh} \quad (B.55)$$

As outras grandezas constantes da solução particular do
 problema são, então, obtidas a partir da formulação já apresenta-
 da.

$$a) \text{ De (B.33) } N_x^P = -F_1^P(x) \quad \therefore N_x^P = -\frac{px}{2} \tan \alpha \quad (B.56)$$

$$b) \text{ De (B.34) } N_\theta^P = -px \tan \alpha \quad (B.57)$$

$$c) \text{ De (B.37) } F^P(x) = \frac{N_x^P - vN_\theta^P}{Eh} = \frac{1}{Eh} \left(-\frac{px}{2} \tan \alpha + vpx \tan \alpha \right)$$

$$\therefore F^P(x) = \frac{px \tan \alpha}{Eh} \left(v - \frac{1}{2} \right) \quad (B.58)$$

$$d) \text{ De (B.38) } u^P = \int F^P(x) dx$$

$$\text{logo } u^P = \frac{px^2 \tan \alpha}{2Eh} \left(v - \frac{1}{2} \right) \quad (B.59)$$

onde a constante de integração é nula porque não interessam ao es

tudo os movimentos de translação da estrutura como corpo rígido.

$$e) \text{ De (B.39) } w^P = \tan \alpha \left[\frac{x}{Eh} (N^P - vN_x^P) - u^P \right]$$

$$\therefore w^P = \tan \alpha \left[(-px \tan \alpha + \frac{v}{2} px \tan \alpha) \frac{x}{Eh} - \frac{px^2 \tan \alpha}{2Eh} \left(v - \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$w^P = - \frac{3px^2 \tan^2 \alpha}{4Eh} \quad (\text{B.60})$$

$$f) \text{ De (B.1) } \bar{w}^P = w^P \cos \alpha + u^P \sin \alpha$$

$$\bar{w}^P = \frac{px^2 \tan \alpha \sin \alpha}{Eh} \left(\frac{v}{2} - 1 \right), \quad (\text{B.61})$$

g) De (B.40), obtem-se:

$$M_x^P = D \left[\frac{d\bar{\theta}^P}{dx} + \frac{v\bar{\theta}^P}{x} \right] = \frac{Eh^3}{12(1-v^2)} \left(\frac{3p \tan^2 \alpha}{2Eh} + v \frac{3p \tan^2 \alpha}{2Eh} \right)$$

$$M_x^P = \frac{p h^2 \tan^2 \alpha}{8(1-v)} \quad (\text{B.62})$$

h) De (B.41), obtem-se:

$$M_{\theta}^D = D \left(\frac{\bar{\theta}^D}{x} + \nu \frac{d\bar{\theta}^D}{dx} \right) = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{3p \tan^2 \alpha}{2Eh} + \nu \frac{3p \tan^2 \alpha}{2Eh} \right)$$

$$M_{\theta}^D = \frac{p h^2 \tan^2 \alpha}{8(1-\nu)} \quad (\text{B.63})$$

B.6.2 SOLUÇÃO COMPLEMENTAR: CASCA CÔNICA COM RESISTÊNCIA À FLEXÃO SUBMETIDA APENAS AOS ESFORÇOS DE EXTREMIDADE

Conforme já foi explicado, a análise de uma casca entre duas descontinuidades consecutivas é feita substituindo-se cada descontinuidade por um momento fletor e uma força cortante. O valor destes dois esforços de extremidade dependerá do tipo de descontinuidade (caverna, antepara, anel de ligação, mudança de espessura, etc) e das suas propriedades mecânicas e geométricas. Formulações para a definição destes valores são desenvolvidas no Capítulo 3.

Assim, em um tronco de cone ter-se-ia esforços \bar{Q}_1 e \bar{M}_1 aplicados na base menor e \bar{Q}_2 e \bar{M}_2 na base maior. Em um cone fechado no ápice, só haveria \bar{Q}_2 e \bar{M}_2 (fig. B.6)

A solução complementar é a solução das equações diferenciais homogêneas do sistema de equações (B.52) ou seja, a resolução do sistema:

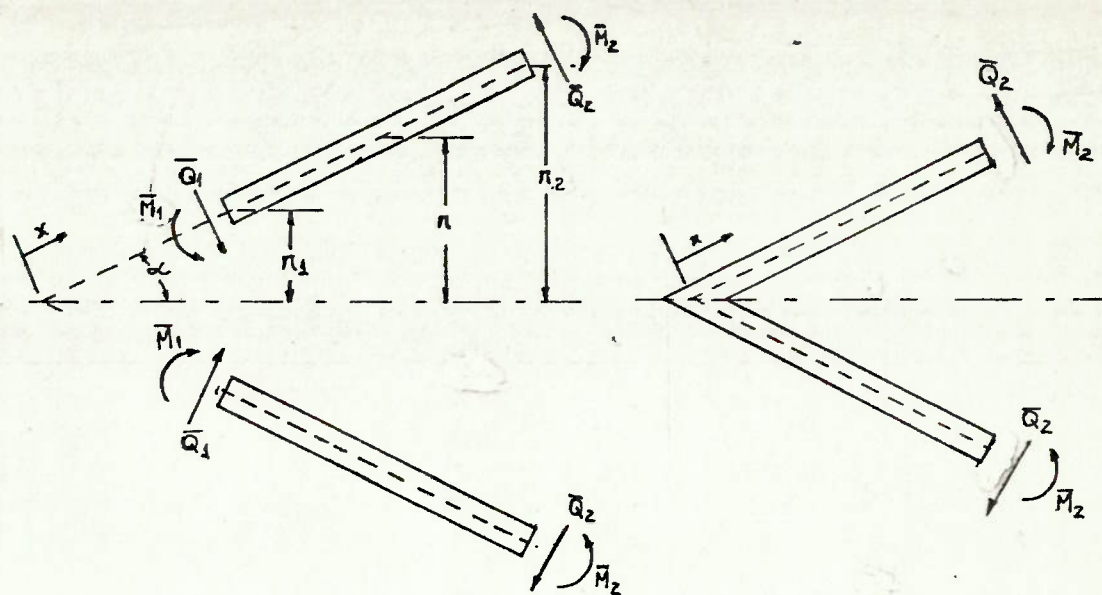


FIGURA B.6 - ESFORÇOS DE EXTREMIDADE EM UM TRONCO DE CONE E EM UM CONE

$$L(W^C) = 0 \quad (B.64a)$$

$$L(U^C) = 0 \quad (B.64b)$$

onde $L(\dots)$ é definido em (B.53)

$$W^C = h^2 \bar{\theta}^C \quad (B.65a)$$

$$U^C = r_\theta Q^C = x Q^C \tan \alpha \quad (B.65b)$$

Esta solução representará os esforços internos resultantes apenas da aplicação dos esforços de extremidade, ou seja, sem levar em conta a pressão hidrostática.

A solução do sistema de equações (B.64) é dada por (ref.1):

$$Q^C = \frac{1}{x} (A_1 \text{ber}_2 \xi + A_2 \text{bei}_2 \xi + A_3 \text{ker}_2 \xi + A_4 \text{kei}_2 \xi) \quad (B.66.a)$$

$$\bar{\theta}^C = - \frac{\tan \alpha}{Eh^2} \left[12(1-\nu^2) \right]^{1/2} (A_2 \text{ber}_2 \xi - A_1 \text{bei}_2 \xi + A_4 \text{ker}_2 \xi - A_3 \text{kei}_2 \xi) \quad (B.66.b)$$

onde

$$\xi = 2 \left[12(1-\nu^2) \frac{\cot^2 \alpha}{h^2} \right]^{1/4} \sqrt{x}, \quad (\text{B.67})$$

A_1, A_2, A_3 e A_4 são constantes de integração e $\text{ber}_2 \xi, \text{bei}_2 \xi, \text{ker}_2 \xi$ e $\text{kei}_2 \xi$, são funções de Kelvin de segunda ordem de ξ .

Pode-se, então, obter a formulação para a solução complementar de todas as grandezas a partir da formulação já apresentada. Nas fórmulas abaixo, um apóstrofo representa derivação em relação a ξ :

(a) De (B.33) tem-se:

$$N_x^C = Q^C \tan \alpha - F_1(x)$$

No caso, $F_1(x) = 0$, pois está se considerando $p=0$ (B.68)

$$\therefore N_x^C = \frac{\tan \alpha}{x} (A_1 \text{ber}_2 \xi + A_2 \text{bei}_2 \xi + A_3 \text{ker}_2 \xi + A_4 \text{kei}_2 \xi) \quad (\text{B.69})$$

b) De (B.34), tem-se:

$$N_\theta^C = \left[\frac{d}{dx} (xQ^C) \right] \tan \alpha$$

$$\text{Como } \frac{d}{dx} = \frac{\xi}{2x} \frac{d}{d\xi} : \quad (\text{B.70})$$

$$N_\theta^C = \frac{\xi \tan \alpha}{2x} (A_1 \text{ber}_{1/2} \xi + A_2 \text{bei}_{1/2} \xi + A_3 \text{ker}_{1/2} \xi + A_4 \text{kei}_{1/2} \xi) \quad (\text{B.71})$$

c) De (B.37) tem-se:

$$F^C(x) = \frac{1}{Eh} (N_x^C - \nu N_\theta^C)$$

$$F^C(x) = \frac{\tan \alpha}{xEh} \left[A_1 \left(\text{ber}_2 \xi - \frac{\nu \xi}{2} \text{ber}_{\frac{1}{2}} \xi \right) + A_2 \left(\text{bei}_2 \xi - \frac{\nu \xi}{2} \text{bei}_{\frac{1}{2}} \xi \right) + A_3 \left(\text{ker}_2 \xi - \frac{\nu \xi}{2} \text{ker}_{\frac{1}{2}} \xi \right) + A_4 \left(\text{kei}_2 \xi - \frac{\nu \xi}{2} \text{kei}_{\frac{1}{2}} \xi \right) \right] \quad (\text{B.72})$$

d) De (B.38) e (B.39) tem-se:

$$u^C = \int F^C(x) dx \quad (\text{B.73})$$

$$w^C = \tan \alpha \left[\frac{x}{Eh} (N_\theta^C - \nu N_x^C) - u^C \right] \quad (\text{B.74})$$

Para evitar que se trabalhe com integrais de funções de Kelvin, vai-se utilizar somente \bar{w} daqui por diante.

De (B.1) $\bar{w} = w \cos \alpha + u \sin \alpha$

$$\therefore \bar{w} = \tan \alpha \left[\frac{x}{Eh} (N_\theta - \nu N_x) - u \right] \cos \alpha + u \sin \alpha$$

$$\bar{w} = \frac{x \sin \alpha}{Eh} (N_\theta - \nu N_x) \quad (\text{B.75})$$

Logo, a solução complementar para \bar{w} será:

$$\bar{w}^C = \frac{x \sin \alpha}{Eh} (N_\theta^C - \nu N_x^C)$$

$$\bar{w}^C = \frac{\text{sen } \alpha \tan \alpha}{Eh} \left[A_1 \left(\frac{\xi}{2} \text{ber}_{1/2} \xi - v \text{ber}_2 \xi \right) + A_2 \left(\frac{\xi}{2} \text{bei}_{1/2} \xi - v \text{bei}_2 \xi \right) + \right. \\ \left. + A_3 \left(\frac{\xi}{2} \text{ker}_{1/2} \xi - v \text{ker}_2 \xi \right) + A_4 \left(\frac{\xi}{2} \text{kei}_{1/2} \xi - v \text{kei}_2 \xi \right) \right] \quad (\text{B.76})$$

e) De (B.40), tem-se:

$$M_x^C = D \left(\frac{d\bar{\theta}^C}{dx} + \frac{v\bar{\theta}^C}{x} \right)$$

Logo:

$$M_x^C = \frac{h \tan \alpha}{2x [12(1-v^2)]^{1/2}} \left[A_1 (\xi \text{bei}_{1/2} \xi + 2v \text{bei}_2 \xi) - A_2 (\xi \text{ber}_{1/2} \xi + \right. \\ \left. + 2v \text{ber}_2 \xi) + A_3 (\xi \text{kei}_{1/2} \xi + 2v \text{kei}_2 \xi) - A_4 (\xi \text{ker}_{1/2} \xi + 2v \text{ker}_2 \xi) \right] \quad (\text{B.77})$$

f) De (B.41), tem-se:

$$M_\theta^C = D \left(\frac{\bar{\theta}^C}{x} + v \frac{d\bar{\theta}^C}{dx} \right)$$

Logo:

$$M_\theta^C = \frac{h \tan \alpha}{2x [12(1-v^2)]^{1/2}} \left[A_1 (2\text{bei}_2 \xi + \xi v \text{bei}_{1/2} \xi) - A_2 (2\text{ber}_2 \xi + \xi v \text{ber}_{1/2} \xi) + \right. \\ \left. + A_3 (2\text{kei}_2 \xi + \xi v \text{kei}_{1/2} \xi) - A_4 (2\text{ker}_2 \xi + \xi v \text{ker}_{1/2} \xi) \right] \quad (\text{B.78})$$

B.6.3 SOLUÇÃO GERAL: CONE OU TRONCO DE CONE COM RESISTÊNCIA À FLEXÃO SUBMETIDO À PRESSÃO EXTERNA CONSTANTE E A ESFORÇOS DE EXTREMIDADE

Somando-se as soluções complementar e particular do sistema de equações diferenciais, obtém-se a solução geral para cada esforço ou deslocamento envolvido no problema. Na página seguinte está a formulação completa da solução exata, pela Teoria de Cascas Finas, para cones ou troncos de cone axissimétricos, de material isotrópico e espessura constante, submetidos a pressão hidrostática externa constante ao longo de toda a casca, a esforços axissimétricos nas suas bases, e sem carregamento térmico. Nesta formulação, os C_i são constante de integração a serem obtidas das condições de contorno.

$$C_i = A_i \tan \alpha \quad (i=1,2,3,4)$$

Comparando-se estas fórmulas com as apresentadas por Wenk & Taylor (ref. 2) e por Baltrukonis (ref.5: Baltrukonis só apresenta a solução complementar), verifica-se sua concordância à exceção de alguns sinais, que são invertidos naquelas publicações devido à diferença na convenção dos mesmos.

Para facilitar a análise por cascas, é conveniente que se substitua o conjunto de forças de extremidade \bar{N}_i , \bar{Q}_i que atuam na base i por um conjunto equivalente composto de uma for

ça radial. H_i e uma força axial. Este novo par de esforços deve ter a mesma resultante que o par anterior (fig. B.7).

A força axial seria a devida à atuação da pressão na base i . No caso de se estar analisando uma casca $j-k$, por exemplo, que faz parte de uma estrutura composta de várias cascas, como a de um submarino (fig. B.7), ela representaria a componente axial do esforço, devido à pressão externa, que o restante da estrutura do submarino faria sobre a casca. Logo, ela pode ser obtida facilmente, levando-se em consideração que, na Teoria de Cascas, os esforços são tomados por unidades de comprimento, por:

$$\frac{\pi p r_i^2}{2 \pi r_i}, \text{ ou seja, } \frac{p r_i}{2}$$

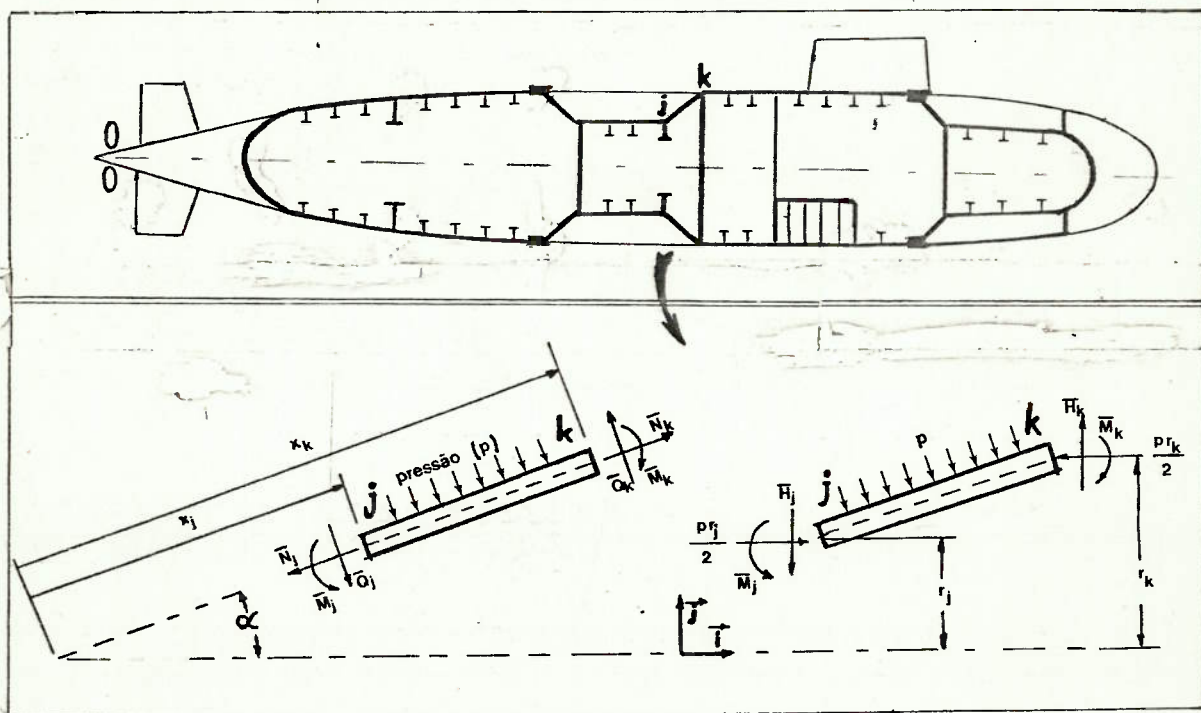


FIGURA B.7 - ANÁLISE DE UM TRECHO DO CASCO RESISTENTE DE UM SUBMARINO

Definindo sentidos positivos para H (fig.B.7) teremos, então, usando notação vetorial:

a) na base menor (base \vec{j})

$$\frac{pr}{2} \vec{i} = (Q \operatorname{sen} \alpha - N_x \cos \alpha) \vec{i} \quad (\text{B.79})$$

$$- H \vec{j} = (-Q \cos \alpha - N_x \operatorname{sen} \alpha) \vec{j} \quad (\text{B.80})$$

Sabe-se, ainda, de (B.33) que $N_x = Q \tan \alpha - F_1(x)$; como $F_1(x) = F_1^D(x) + F_1^C(x)$ resulta, de (B.50) e (B.68)

$$F_1(x) = \frac{p \times \tan \alpha}{2}$$

De (B.79), obtém-se a identidade:

$$\frac{pr}{2} = \frac{p \times \operatorname{sen} \alpha}{2}, \text{ pois sabe-se de (B.29) que } r = x \operatorname{sen} \alpha$$

De (B.80), obtém-se:

$$H = \frac{Q}{\cos \alpha} - \frac{p \times \tan \alpha \operatorname{sen} \alpha}{2} \quad (\text{B.81})$$

que também pode ser representado por:

$$Q = H \cos \alpha + \frac{pr}{2} \operatorname{sen} \alpha \quad (\text{B.82})$$

b) na base maior (base k)

$$-\frac{pr}{2} \vec{i} = (-Q \operatorname{sen} \alpha + N_x \operatorname{cos} \alpha) \vec{i} \quad (\text{B.83})$$

que resulta na mesma identidade já obtida; a outra relação é:

$$H \vec{j} = (Q \operatorname{cos} \alpha + N_x \operatorname{sen} \alpha) \vec{j}$$

que também resulta nas relações (B.81) e (B.82).

Assim, obtém-se a solução geral para H :

$$H = \frac{1}{x \operatorname{cos} \alpha \tan \alpha} (C_1 \operatorname{ber}_2 \xi + C_2 \operatorname{bei}_2 \xi + C_3 \operatorname{ker}_2 \xi + C_4 \operatorname{kei}_2 \xi) - \frac{px \tan \alpha \operatorname{sen} \alpha}{2} \quad (\text{B.84})$$

OBSERVAÇÃO NºB.1: Na referência 3 conforme está mostrado na fig. B.4 , os sentidos positivos de Q e H são do eixo de simetria para fora da casca tanto na base menor quanto na maior. Por isto, nesta referência,

$$Q = H \operatorname{cos} \alpha \pm \frac{pr}{2} \operatorname{sen} \alpha$$

onde o sinal superior vale para a base maior e o inferior para a menor. É interessante alertar ao leitor menos atento que, mesmo neste caso, existe equivalência entre os pares de forças (N_x, Q) e $(H, \frac{pr}{2})$, pois, na base menor, a expressão (B.31) toma a forma:

$$N_x = -Q \tan \alpha - \frac{px \tan \alpha}{2}$$

Introduz-se, também os deslocamentos m e \bar{m} , que nada mais são que os deslocamentos w e \bar{w} , respectivamente, com os sinais trocados

Assim:

$$\text{de (B.60)} \quad m = -w = -w^c + \frac{3px^2 \tan \alpha}{4Eh} \quad (\text{B.85})$$

$$\text{de (B.61)} \quad \bar{m} = -\bar{w} = -\bar{w}^c - \frac{px^2 \tan \alpha \sin \alpha}{Eh} \left(\frac{\nu}{2} - 1 \right) \quad (\text{B.86})$$

Assim, as expressões (B.3), e de (B.85) a (B.95), reunidas nas páginas B.43 e B.44, permitem a obtenção de todos os esforços, deslocamentos e rotação em um cone ou tronco de cone pela solução exata.

B.6.4 TENSÕES DE MEMBRANA

As constantes de integração C_1 , C_2 , C_3 e C_4 da solução geral são obtidas por intermédio das condições de contorno. Estas podem ser impostas pelo deslocamento \bar{w} ou pela rotação $\bar{\theta}$ que obrigatoriamente devem ocorrer em cada uma das bases de um tronco de cone ou um cone, ou ainda pela igualdade das expressões para M_x e Q nestas bases com os valores dos esforços \bar{Q}_j , \bar{M}_j , \bar{Q}_k e

$$Q = \frac{\cot \alpha}{x} (C_1 \text{ber}_2 \xi + C_2 \text{bei}_2 \xi + C_3 \text{ker}_2 \xi + C_4 \text{kei}_2 \xi) \quad (\text{B.87})$$

$$H = \frac{\csc \alpha}{x} (C_1 \text{ber}_2 \xi + C_2 \text{bei}_2 \xi + C_3 \text{ker}_2 \xi + C_4 \text{kei}_2 \xi) - \frac{1}{2} p x \tan \alpha \operatorname{sen} \alpha \quad (\text{B.88})$$

$$N_x = \frac{1}{x} (C_1 \text{ber}_2 \xi + C_2 \text{bei}_2 \xi + C_3 \text{ker}_2 \xi + C_4 \text{kei}_2 \xi) - \frac{1}{2} p x \tan \alpha \quad (\text{B.89})$$

$$N_\theta = \frac{1}{2x} (C_1 \xi \text{ber}_2 \xi + C_2 \xi \text{bei}_2 \xi + C_3 \xi \text{ker}_2 \xi + C_4 \xi \text{kei}_2 \xi) - p x \tan \alpha \quad (\text{B.90})$$

$$M_x = \frac{h}{2x [12(1-\nu^2)]^{1/2}} \left[C_1 (\xi \text{ber}_2 \xi + 2\nu \text{bei}_2 \xi) - C_2 (\xi \text{ber}_2 \xi + 2\nu \text{ber}_2 \xi) + C_3 (\xi \text{ker}_2 \xi + 2\nu \text{ker}_2 \xi) - C_4 (\xi \text{ker}_2 \xi + 2\nu \text{kei}_2 \xi) \right] + \frac{\text{ph}^2 \tan^2 \alpha}{8(1-\nu)} \quad (\text{B.91})$$

$$M_\theta = \frac{h}{2x [12(1-\nu^2)]^{1/2}} \left[C_1 (2 \text{bei}_2 \xi + \nu \xi \text{bei}_2 \xi) - C_2 (2 \text{ber}_2 \xi + \nu \xi \text{ber}_2 \xi) + C_3 (2 \text{ker}_2 \xi + \nu \xi \text{ker}_2 \xi) - C_4 (2 \text{kei}_2 \xi + \nu \xi \text{kei}_2 \xi) \right] + \frac{\text{ph}^2 \tan^2 \alpha}{8(1-\nu)} \quad (\text{B.92})$$

$$N_{x\theta} = N_{\theta x} = M_{x\theta} = M_{\theta x} = \bar{\theta} = u_\theta = Q_\theta = 0 \quad (\text{B.3})$$

$$\bar{\theta} = \frac{[12(1-\nu^2)]^{1/2}}{Eh^2} (C_1 \text{bei}_2 \xi - C_2 \text{ber}_2 \xi + C_3 \text{kei}_2 \xi - C_4 \text{ker}_2 \xi) + \frac{3px \tan^2 \alpha}{2Eh} \quad (\text{B.93})$$

$$u = u^C + \frac{px^2 \tan \alpha}{2Eh} \left(\nu - \frac{1}{2} \right)$$

$$\bar{w} = \frac{\sin \alpha}{Eh} \left[\frac{\xi}{2} C_1 (-\text{ber}_1 \xi - \nu \text{ber}_2 \xi) + C_2 \left(-\frac{\xi}{2} \text{bei}_1 \xi - \nu \text{bei}_2 \xi \right) + C_3 \left(-\frac{\xi}{2} \text{ker}_1 \xi - \nu \text{ker}_2 \xi \right) + C_4 \left(-\frac{\xi}{2} \text{kei}_1 \xi - \nu \text{kei}_2 \xi \right) \right] + \frac{px^2 \tan \alpha \sin \alpha \nu}{Eh} \left(\frac{-}{2} - 1 \right) \quad (\text{B.94})$$

$$w = w^C - \frac{3px^2 \tan^2 \alpha}{4Eh} \quad (\text{B.95})$$

$$\dot{m} = -\bar{w} \quad (\text{B.85})$$

$$\bar{m} = -\bar{w} \quad (\text{B.86})$$

\bar{M}_k que nelas atuam (figura B.7. A imposição dos valores do deslocamento \bar{w} e da rotação θ em uma das bases, no entanto, sempre acarretará a obtenção de esforços de extremidade \bar{Q} e \bar{M} atuando nesta extremidade. Portanto, pode-se estudar apenas as condições de contorno envolvendo \bar{Q}_j , \bar{M}_j , \bar{Q}_k e \bar{M}_k para a obtenção das constantes de integração.

No caso de um tronco de cone que faça parte de uma casca composta, como é o caso j-k na fig. B.7, o seu estudo é feito isoladamente, sob a ação da pressão e dos esforços de extremidade \bar{Q}_j , \bar{N}_j , \bar{M}_j , \bar{Q}_k , \bar{N}_k , \bar{M}_k , (ou \bar{H}_j , $\frac{pr_j}{2}$, \bar{M}_j , \bar{H}_k , $\frac{pr_k}{2}$, \bar{M}_k), como mostrado na figura. Estes esforços substituem o restante da estrutura do submarino de um lado e de outro do tronco de cone j-k, inclusive as descontinuidades existentes nas suas extremidades.

Se for feita a análise do tronco de cone levando em consideração apenas a pressão p e os esforços \bar{N}_j^p e \bar{N}_k^p , obtêm-se as tensões de membrana. Uma membrana não responde a momentos ou a forças cortantes, ou seja, a atuação de momentos fletores, torções e forças cortantes sobre ela não gera tensões. Esta análise corresponderá, assim, a uma situação hipotética em que as duas bases do tronco de cone estivessem fechadas por diafragmas feitos de um material que não transmitisse momentos nem forças cortantes às suas extremidades. Ao se submeter este conjunto a uma pressão externa p , as únicas ações dos diafragmas sobre o tronco de cone seriam os esforços \bar{N}_{j_m} e \bar{N}_{k_m} (Figura B.8) onde:

$$\bar{N}_{j_m} = - \frac{pr_j}{2 \cos \alpha} \quad ; \quad \bar{N}_{k_m} = - \frac{pr_k}{2 \cos \alpha} \quad (B.96)$$

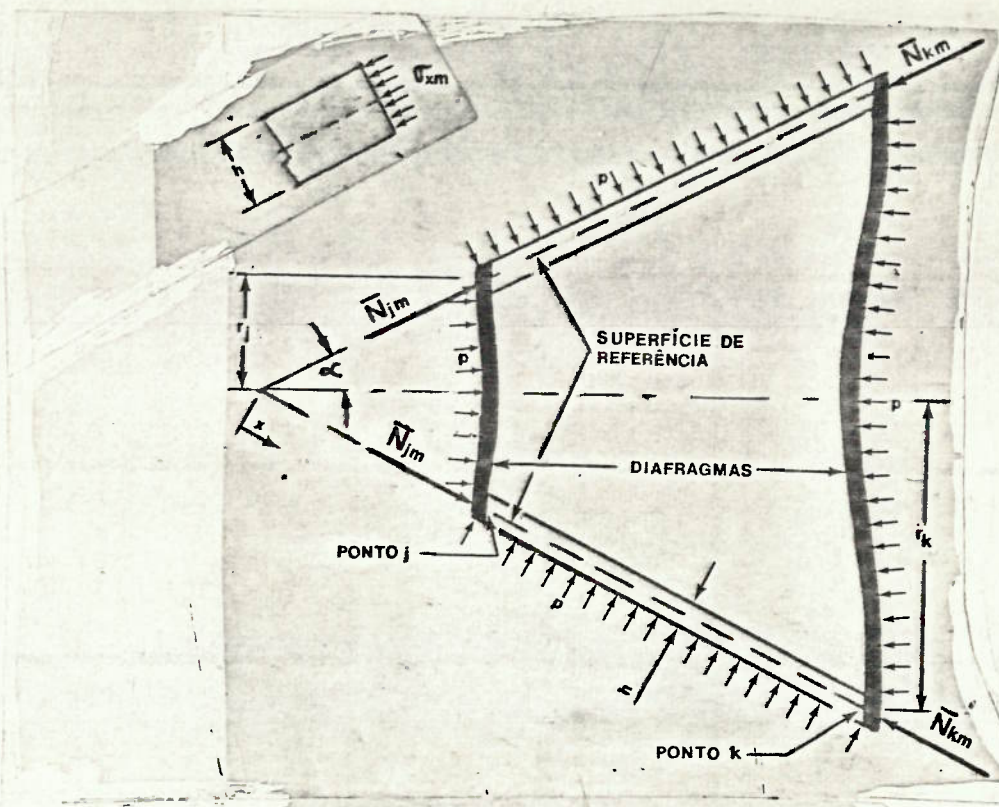


FIG.B8—TRONCO DE CONE SOB TENSÃO DE MEMBRANA

Utiliza-se o subscrito m para indicar grandezas de membrana, ou seja, as decorrentes do estudo da casca quando esta se comporta como uma membrana.

Os esforços internos em um ponto qualquer da casca de raio r , seriam:

$$N_{x_m} = -\frac{pr}{2\cos\alpha} = -\frac{px}{2}\tan\alpha$$

(B.97)

$$N_{\theta_m} = -\frac{pr}{\cos\alpha} = -px\tan\alpha$$

$$Q_{x_m} = M_{x_m} = M_{\theta_m} = N_{x\theta_m} = N_{\theta x_m} = M_{x\theta_m} = M_{\theta x_m} = 0$$

Verifica-se que $N_{x_m} = N_x^D$ e $N_{\theta_m} = N_{\theta}^D$.

De acordo com as expressões (D.5.a) a (D.5.c) do Apêndice D, as tensões de membrana neste ponto seriam:

$$\sigma_{x_m} = - \frac{P}{2h} x \tan \alpha$$

$$\sigma_{\theta_m} = - \frac{P}{h} x \tan \alpha$$

(B.98)

$$\sigma_{n_m} = \tau_{x\theta_m} = \tau_{\theta n_m} = \tau_{xn_m} = 0$$

Como se nota, as tensões de membrana independem das coordenadas θ e ζ . Portanto, a sua distribuição é uniforme ao longo da espessura (Figura B.8). A Figura B.9 mostra a variação de σ_{θ_m} e σ_{x_m} ao longo da geratriz de um tronco de cone. Caso a casca em estudo fosse um cone, as tensões de membrana no ápice seriam nulas.

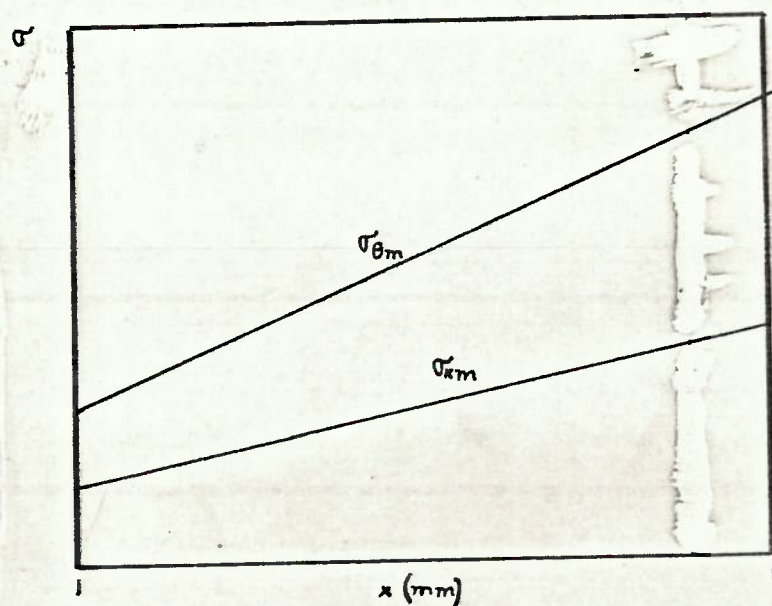


FIGURA B.9 - TENSÕES DE MEMBRANA NO TRONCO DE CONE

B.6.5 EFEITOS DE FLEXÃO - CASCAS CURTAS E LONGAS

Conforme já foi mencionado, as condições de contorno para a obtenção das constantes de integração serão:

$$\begin{aligned} Q_j &= \bar{Q}_j & ; & & Q_k &= \bar{Q}_k \\ M_{xj} &= \bar{M}_j & ; & & M_{xk} &= \bar{M}_k \end{aligned} \quad (B.99)$$

onde Q_j , Q_k , M_{xj} e M_{xk} representam as expressões (B.87) e (B.91), obtidas em j e k , respectivamente.

Outra alternativa é utilizar a fórmula (B.82) e obter as condições de contorno em função da força radial H :

$$\begin{aligned} H_j &= \bar{H}_j & ; & & H_k &= \bar{H}_k \\ M_{xj} &= \bar{M}_j & ; & & M_{xk} &= \bar{M}_k \end{aligned}$$

Como a pressão é conhecida, pode-se subtrair dos esforços de extremidade as parcelas que a contêm, e igualar o resultado às soluções complementares de M_x e H nas bases j e k :

$$\begin{aligned} H_{xj}^C &= \bar{H}_j^C & \text{onde } \bar{H}_j^C &= \bar{H}_j + \frac{px_j \operatorname{sen} \alpha \tan \alpha}{2} \\ H_{xk}^C &= \bar{H}_k^C & \text{onde } \bar{H}_k^C &= \bar{H}_k + \frac{px_k \operatorname{sen} \alpha \tan \alpha}{2} \\ M_{xj}^C &= \bar{M}_j^C & \text{onde } \bar{M}_j^C &= \bar{M}_j - \frac{ph^2 \tan^2 \alpha}{8(1-\nu)} \\ M_{xk}^C &= \bar{M}_k^C & \text{onde } \bar{M}_k^C &= \bar{M}_k - \frac{ph^2 \tan^2 \alpha}{8(1-\nu)} \end{aligned} \quad (B.100)$$

A inclusão de \bar{Q}_j , \bar{M}_j , \bar{Q}_k e \bar{M}_k na análise feita no item anterior causaria a flexão da casca; a distribuição de σ_x e σ_θ não seria mais uniforme ao longo da espessura e apareceriam tensões de cisalhamento. Nas fórmulas (B.85) a (B.95), verifica-se que as parcelas que contêm p correspondem aos esforços de membrana, à exceção das existentes nas expressões para M_x e M_θ ; os valores destas duas últimas, são, no entanto, muito pequenos em face das outras parcelas, sendo inclusive desprezados nas referências 3 e 4 (ver a observação nºE.3 no Apêndice E). Pode-se, assim, dizer que os efeitos de flexão são basicamente representados pelas parcelas contendo as funções de Kelvin e suas derivadas. Também se nota, naquela formulação, que as constantes C_1 e C_2 sempre multiplicam $\text{ber}_{2\xi}$, $\text{bei}_{2\xi}$ e suas derivadas, enquanto C_3 e C_4 só multiplicam $\text{ker}_{2\xi}$, $\text{kei}_{2\xi}$ e suas derivadas. O comportamento destas funções é ilustrado nas Figuras B.10 e B.11, reproduzidas da referência 6.

Verifica-se que $\text{ber}_{2\xi}$ e $\text{bei}_{2\xi}$, após um período de oscilação, tendem a valores infinitos à medida que ξ cresce, enquanto $\text{ker}_{2\xi}$ e $\text{kei}_{2\xi}$ tendem ao infinito quando ξ tende a zero: as derivadas têm as mesmas tendências das funções primitivas.

Em um cone, portanto, em cujo ápice $\xi = 0$, deve-se considerar $C_3 = C_4 = 0$ de modo a eliminar $\text{ker}_{2\xi}$, $\text{kei}_{2\xi}$ e suas derivadas da solução.

Em um tronco de cone, as quatro constantes de integração teriam a tarefa de, multiplicadas pelas funções de Kelvin e suas derivadas, igualar os resultados da sua soma (ou diferença) na base j a \bar{Q}_j e \bar{M}_j^C , e na base k a \bar{Q}_k e \bar{M}_k^C . Verifica-se pe-

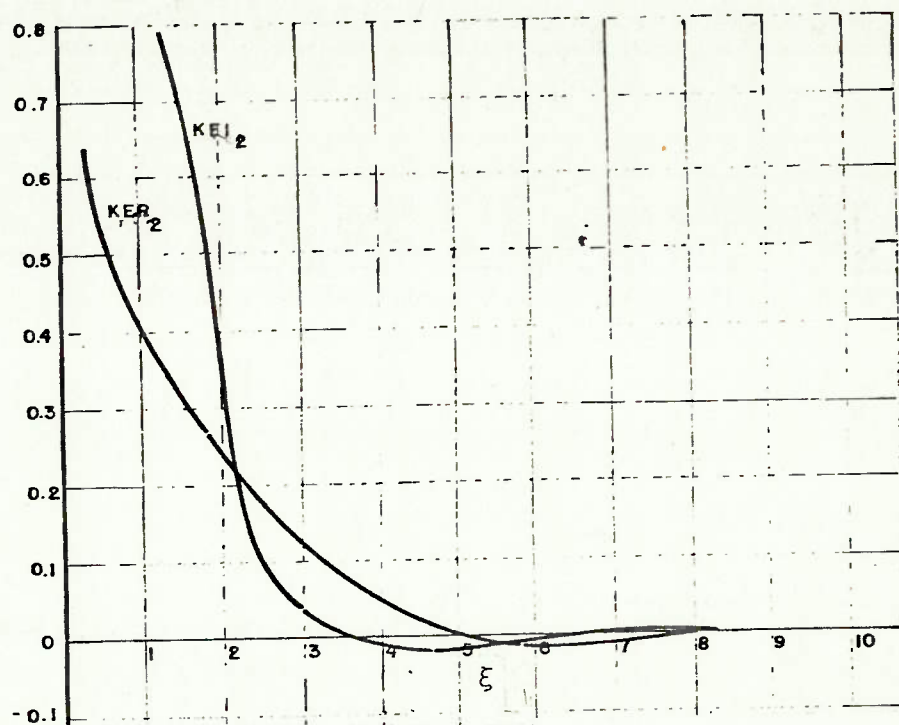


FIGURA B.10 - FUNÇÕES $kei_2 \xi$ E $ker_2 \xi$

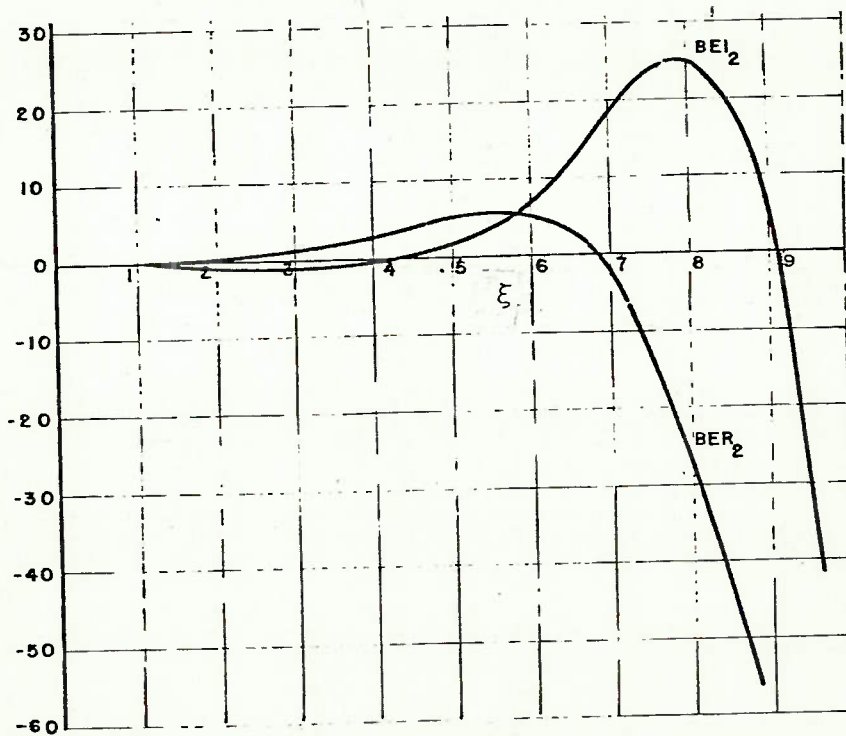


FIGURA B.11 - FUNÇÕES $bei_2 \xi$ E $ber_2 \xi$

la figura B.10, no entanto, que a partir de $\xi = 8\sqrt{\pi}$, os valores de $\ker_2 \xi$ e $\kei_2 \xi$ e suas derivadas se tornam desprezíveis (referência 1). Mesmo após multiplicadas por C_3 e C_4 , de modo a atender às condições de contorno na extremidade j , as parcelas contendo $\ker_2 \xi_j$, $\kei_2 \xi_j$, $\ker_1 \xi_j$ e $\kei_1 \xi_j$ nas expressões para os esforços internos, tensões, deformações e deflexões teriam valores muito pequenos a partir de uma distância Δx_f da extremidade j .

Definindo o comprimento l de um tronco de cone por:

$$l = x_k - x_j$$

nota-se que, se l for igual ou maior que Δx_f , estas parcelas terão valores desprezíveis na extremidade k , ou seja, os efeitos de \bar{Q}_c e \bar{M}_j^c não atingem a extremidade k . Em contrapartida, ao se aplicar as condições de contorno em k , os valores de C_3 e C_4 deverão ser muito próximos de zero para que as parcelas contendo $\ker_2 \xi_k$, $\kei_2 \xi_k$, $\ker_1 \xi_k$ e $\kei_1 \xi_k$ não tenham um valor extremamente alto na extremidade j . Nota-se, pela figura B.11, que as funções $\text{bei}_2 \xi$ e $\text{ber}_2 \xi$ também variam entre valores desprezíveis e valores bastante altos em um espaço $\Delta \xi = 8\sqrt{\pi}$ (referência 1). Assim, utilizando o mesmo raciocínio, se $l \geq \Delta x_f$, os efeitos de \bar{Q}_k e \bar{M}_k^c seriam desprezíveis na extremidade j , e C_1 e C_2 deveriam estar próximos de zero para que as parcelas contendo $\text{bei}_2 \xi_j$, $\text{ber}_2 \xi_j$, $\text{bei}_1 \xi_j$ e $\text{ber}_1 \xi_j$ não tivessem valores excessivamente altos na extremidade k . Para facilitar o cálculo matemático da solução de um tronco de cone que possua $l \geq \Delta x_f$, portanto, as

seguintes condições de contorno podem ser utilizadas, acarretando erros toleráveis:

$$\begin{aligned} \text{em } j: \quad C_1 = C_2 = 0 \quad ; \quad Q_j = \bar{Q}_j \quad ; \quad M_{xj} = \bar{M}_j \\ \text{em } k: \quad C_3 = C_4 = 0 \quad ; \quad Q_k = \bar{Q}_k \quad ; \quad M_{xk} = \bar{M}_k \end{aligned} \quad (\text{B.101})$$

Neste caso, os esforços, tensões, deformações e deflexões em cada ponto do tronco de cone serão obtidos pela soma da solução particular das mesmas grandezas com as duas soluções complementares, a devida aos esforços \bar{Q}_j e \bar{M}_j e a decorrente de \bar{Q}_k e \bar{M}_k .

Estes troncos de cone são chamados de longos ou semi-infinitos. Pode-se afirmar que os troncos de cone que obedecem à condição abaixo são longos:

$$\xi_k - \xi_j > 8\sqrt{\pi} \quad (\text{ver a observação nº B.2})$$

onde j e k designam as suas bases menor e maior, respectivamente. Em decorrência, troncos de cone curtos seriam aqueles onde:

$$\xi_k - \xi_j < 8\sqrt{\pi}$$

Para troncos de cone curtos, as condições de contorno (B.99) não devem ser utilizadas: todas as constantes devem atender simultaneamente às quatro condições de contorno (B.99) ou (B.100). Este procedimento também pode ser utilizado para cascas

longas, em lugar da utilização de (B.101) Neste caso, no entanto, lidar-se-á com alguns valores extremamente pequenos, próximos a zero, e outros extremamente grandes, e pequenos erros de arredondamento podem levar a desvios grosseiros na solução final.

OBSERVAÇÃO Nº B.2: A condição $\xi_k - \xi_j \geq 8\sqrt{\pi}$ é exageradamente rigorosa e foi citada apenas para efeitos explicativos. Usando a Expansão Assintótica (Apêndice C), a referência 5 define esta condição como:

$$\xi_k - \xi_j \geq 4\sqrt{2}$$

A referência 3, utilizando a Aproximação de Geckeler (ver Apêndice C), estabelece a condição:

$$\Delta x_f = \frac{3}{\beta_k}, \quad \text{onde } \beta_k = \sqrt{\frac{3(1-v^2)\cos^2\alpha}{r_k^2 h^2}}$$

Outros trabalhos que utilizam a Aproximação de Geckeler estabelecem:

$$\Delta x_f = \frac{\pi}{\beta_k}, \quad \text{onde } \beta_k \text{ é obtido pela expressão acima.}$$

Se α , h e r_k forem previamente fixados, os comprimentos l mínimos que um tronco de cone deve ter para ser considerado longo, por estas três últimas condições, são bem menores que o definido pela primeira. Se esta for utilizada, portanto, podem ocorrer os erros acima citados, devido ao arredondamento dos valores.

Verifica-se que o tronco de cone é curto ou longo em função de sua própria geometria e do material de que é constituído, independentemente dos valores dos esforços de contorno.

B.6.6 CONSTANTES DE INTEGRAÇÃO PARA TRONCOS DE CONE CURTOS

Utilizando as condições de contorno definidas em (B.100) ter-se-ia um sistema de quatro equações a quatro incógnitas.

A primeira e a terceira equações deste sistema seriam:

$$x_j \cdot \text{sen } \alpha \bar{H}_j^C = C_1 \text{ber}_{\frac{1}{2}} \xi_j + C_2 \text{bei}_{\frac{1}{2}} \xi_j + C_3 \text{ker}_{\frac{1}{2}} \xi_j + C_4 \text{kei}_{\frac{1}{2}} \xi_j$$

$$\frac{2x_j V^2}{h} \bar{M}_j^C = C_1 (\xi_j \text{bei}'_{\frac{1}{2}} \xi_j + 2\nu \text{bei}_{\frac{1}{2}} \xi_j) - C_2 (\xi_j \text{ber}'_{\frac{1}{2}} \xi_j + 2\nu \text{ber}_{\frac{1}{2}} \xi_j) + C_3 (\xi_j \text{kei}'_{\frac{1}{2}} \xi_j + 2\nu \text{kei}_{\frac{1}{2}} \xi_j) - C_4 (\xi_j \text{ker}'_{\frac{1}{2}} \xi_j + 2\nu \text{ker}_{\frac{1}{2}} \xi_j)$$

onde $V^2 = [12(1-\nu^2)]^{1/2}$ e um apóstrofo indica derivação em relação a ξ .

Logo, o sistema de equações (B.100) pode ser escrito, matricialmente (referência 5):

$$[e] \{\bar{F}\} = [\Omega] \{C\}$$

onde:

$$[e] = \begin{bmatrix} x_j \text{sen } \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_k \text{sen } \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2x_j V^2}{h} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2x_k V^2}{h} \end{bmatrix} \quad (\text{B.102})$$

$$\{\bar{F}\} = \begin{Bmatrix} \bar{H}_j^c \\ \bar{H}_k^c \\ \bar{M}_j^c \\ \bar{M}_k^c \end{Bmatrix} \quad \{C\} = \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix}$$

$$[\Omega] = \begin{bmatrix} \text{ber}_2 \xi_j & \text{bei}_2 \xi_j & \text{ker}_2 \xi_j & \text{kei}_2 \xi_j \\ \text{ber}_2 \xi_k & \text{bei}_2 \xi_k & \text{ker}_2 \xi_k & \text{kei}_2 \xi_k \\ (\xi_j \text{bei}_2 \xi_j + 2\nu \text{ber}_2 \xi_j) & -(\xi_j \text{ber}_2 \xi_j + 2\nu \text{bei}_2 \xi_j) & (\xi_j \text{kei}_2 \xi_j + 2\nu \text{ker}_2 \xi_j) & -(\xi_j \text{ker}_2 \xi_j + 2\nu \text{kei}_2 \xi_j) \\ (\xi_k \text{bei}_2 \xi_k + 2\nu \text{ber}_2 \xi_k) & -(\xi_k \text{ber}_2 \xi_k + 2\nu \text{bei}_2 \xi_k) & (\xi_k \text{kei}_2 \xi_k + 2\nu \text{ker}_2 \xi_k) & -(\xi_k \text{ker}_2 \xi_k + 2\nu \text{kei}_2 \xi_k) \end{bmatrix}$$

Logo:

$$\{C\} = [\Omega]^{-1} [e] \{\bar{F}\} \quad (\text{B.103})$$

onde $[\Omega]^{-1}$ é a matriz inversa de $[\Omega]$.

B.6.7 COEFICIENTES DE INFLUÊNCIA DE EXTREMIDADE

Os deslocamentos e as rotações nas bases menor e maior de um tronco de cone podem ser representados por:

$$\bar{\theta}_j = a_{jj}M_j + a_{jk}M_k + b_{jj}H_j + b_{jk}H_k + c_j p$$

$$\bar{m}_j = d_{jj}M_j + d_{jk}M_k + g_{jj}H_j + g_{jk}H_k + f_j p$$

$$\bar{\theta}_k = a_{kj}M_j + a_{kk}M_k + b_{kj}H_j + b_{kk}H_k + c_k p$$

(B.104)

$$\bar{m}_k = d_{kj}M_j + d_{kk}M_k + g_{kj}H_j + g_{kk}H_k + f_k p$$

onde a, b, c, d, g, f são chamados de coeficientes de influência de extremidade. Seus valores são os da rotação (no caso de a, b e c) e do deslocamento radial (no caso de d, g e f) que ocorrerão na extremidade correspondente ao primeiro subscrito caso seja aplicado isoladamente um momento (no caso de a e d) ou uma força radial (no caso de b e g), de valores unitários, na extremidade designada pelo 2º subscrito, ou uma pressão unitária na superfície do tronco de cone (caso de c e f).

Por exemplo, a_{jk} seria a rotação $\bar{\theta}_j$ ocasionada pela atuação do seguinte carregamento no tronco de cone:

$$M_k = 1, M_j = H_j = H_k = p = 0$$

Os subscritos j e k representam, respectivamente, a base menor

de um tronco de cone ou o ápice de um cone, e a base maior de um cone ou de um tronco de cone.

Em um tronco de cone longo, como já foi visto no item B.6.5, os efeitos dos esforços de extremidade atuando em uma das bases são desprezíveis na outra. Portanto, neste caso, pode-se considerar:

$$a_{jk} = a_{kj} = b_{jk} = b_{kj} = d_{jk} = d_{kj} = g_{jk} = g_{kj} = 0 \quad (\text{B.105})$$

Em um cone, devido à axissimetria da geometria, do carregamento e dos esforços de extremidade:

$$\bar{\theta}_j = \bar{m}_j = \bar{M}_j = \bar{H}_j = 0 \quad (\text{B.106})$$

Logo, para um cone:

$$a_{jk} = a_{kj} = b_{jk} = b_{kj} = d_{jk} = d_{kj} = g_{jk} = g_{kj} = 0 \quad (\text{B.107})$$

$$a_{jj} = b_{jj} = c_j = d_{jj} = g_{jj} = f_j = 0$$

Os valores dos coeficientes de influência independem dos valores dos esforços de extremidade e da pressão; são função apenas da geometria da casca e das propriedades mecânicas do seu material. Eles podem ser obtidos, pela solução exata para cascas cônicas, através das expressões (B.86) e (B.93) das páginas B.43 e B.44, aplicadas às extremidades j e k , que resultam nas expressões (B.108)

$$\bar{\theta}_j^C = \frac{[12(1-\nu^2)]^{1/2}}{Eh^2} (C_1 \text{ber}_2 \xi_j - C_2 \text{ber}_2 \xi_j + C_3 \text{kei}_2 \xi_j - C_4 \text{ker}_2 \xi_j)$$

$$\begin{aligned} \bar{m}_j^C = \frac{\text{sen } \alpha}{2Eh} & [C_1(2\nu \text{ber}_2 \xi_j - \xi_j \text{ber}_1 \xi_j) + C_2(2\nu \text{bei}_2 \xi_j - \xi_j \text{bei}_1 \xi_j) + \\ & + C_3(2\nu \text{ker}_2 \xi_j - \xi_j \text{ker}_1 \xi_j) + C_4(2\nu \text{kei}_2 \xi_j - \xi_j \text{kei}_1 \xi_j)] \end{aligned}$$

(B.108)

$$\bar{\theta}_k^C = \frac{[12(1-\nu^2)]^{1/2}}{Eh^2} (C_1 \text{bei}_2 \xi_k - C_2 \text{ber}_2 \xi_k + C_3 \text{kei}_2 \xi_k - C_4 \text{ker}_2 \xi_k)$$

$$\begin{aligned} \bar{m}_k^C = \frac{\text{sen } \alpha}{Eh} & [C_1(2\nu \text{ber}_2 \xi_k - \xi_k \text{ber}_1 \xi_k) + C_2(2\nu \text{bei}_2 \xi_k - \xi_k \text{bei}_1 \xi_k) + \\ & + C_3(2\nu \text{ker}_2 \xi_k - \xi_k \text{ker}_1 \xi_k) + C_4(2\nu \text{kei}_2 \xi_k - \xi_k \text{kei}_1 \xi_k)] \end{aligned}$$

onde:

$$\begin{Bmatrix} \bar{\theta}_j^C \\ \bar{\theta}_k^C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_j \\ x_k \end{Bmatrix} \left(\frac{3p \tan^2 \alpha}{2Eh} \right) \dots$$

(B.109)

$$\begin{Bmatrix} \bar{m}_j^C \\ \bar{m}_k^C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{m}_j \\ \bar{m}_k \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x_j^2 \\ x_k^2 \end{Bmatrix} \left(\frac{p \tan \alpha \text{sen } \alpha}{Eh} \right) \left(\frac{\nu}{2} - 1 \right)$$

As expressões (B.108) podem ser representadas matricialmente por:

$$\{\delta\} = [\emptyset] \{C\} \quad (\text{B.110})$$

onde:

$$[\emptyset] = \begin{bmatrix} 2\nu\text{ber}_2\xi_j - \xi_j\text{ber}'_2\xi_j & 2\nu\text{bei}_2\xi_j - \xi_j\text{bei}'_2\xi_j & 2\nu\text{ker}_2\xi_j - \xi_j\text{ker}'_2\xi_j & 2\nu\text{kei}_2\xi_j - \xi_j\text{kei}'_2\xi_j \\ 2\nu\text{ber}_2\xi_k - \xi_k\text{ber}'_2\xi_k & 2\nu\text{bei}_2\xi_k - \xi_k\text{bei}'_2\xi_k & 2\nu\text{ker}_2\xi_k - \xi_k\text{ker}'_2\xi_k & 2\nu\text{kei}_2\xi_k - \xi_k\text{kei}'_2\xi_k \\ \text{bei}_2\xi_j & -\text{ber}_2\xi_j & \text{kei}_2\xi_j & -\text{ker}_2\xi_j \\ \text{bei}_2\xi_k & -\text{ber}_2\xi_k & \text{kei}_2\xi_k & -\text{ker}_2\xi_k \end{bmatrix} \quad (\text{B.111})$$

$$\{\delta\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{2Eh}{\text{sen } \alpha} \\ \frac{2Eh}{\text{sen } \alpha} \\ \frac{Eh^2}{v^2} \\ \frac{Eh^2}{v^2} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \bar{m}_j^c \\ \bar{m}_k^c \\ \bar{\theta}_j^c \\ \bar{\theta}_k^c \end{array} \right\} \quad \{C\} = \left\{ \begin{array}{l} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{array} \right\}$$

$$v = [12(1-\nu^2)]^{1/2} \quad (\text{B.112})$$

Utilizando a expressão (B.103) em (B.110), obtêm-se:

$$\{\delta\} = [\emptyset] [\Omega]^{-1} [e] \{\bar{F}\} \quad (B.113)$$

A matriz $\{\delta\}$ também pode ser obtida em função dos coeficientes de influência, por intermédio das expressões (B.104) onde p é considerado nulo, pois se está considerando apenas a solução complementar.

$$\{\delta\} = [k] \{\bar{F}\} \quad (B.114)$$

onde:

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{2Eh}{\text{sen } \alpha} g_{jj} & \frac{2Eh}{\text{sen } \alpha} g_{jk} & \frac{2Eh}{\text{sen } \alpha} d_{jj} & \frac{2Eh}{\text{sen } \alpha} d_{jk} \\ \frac{2Eh}{\text{sen } \alpha} g_{kj} & \frac{2Eh}{\text{sen } \alpha} g_{kk} & \frac{2Eh}{\text{sen } \alpha} d_{kj} & \frac{2Eh}{\text{sen } \alpha} d_{kk} \\ \frac{Eh^2}{v^2} b_{jj} & \frac{Eh^2}{v^2} b_{jk} & \frac{Eh^2}{v^2} a_{jj} & \frac{Eh^2}{v^2} a_{jk} \\ \frac{Eh^2}{v^2} b_{kj} & \frac{Eh^2}{v^2} b_{kk} & \frac{Eh^2}{v^2} a_{kj} & \frac{Eh^2}{v^2} a_{kk} \end{bmatrix}$$

e $\{\bar{F}\}$ foi definido em (B.102).

Igualando (B.113) e (B.114), e multiplicando à direita ambos os termos por $\{\bar{F}\}^{-1}$, obtêm-se:

$$[k] = [\emptyset] [\Omega]^{-1} [e] \quad (B.115)$$

Através de (B.115), pode-se determinar os coeficientes de influência, exceto os relativos à pressão. Estes são determinados posteriormente, pelas seguintes expressões, obtidas de (B.104)

$$\bar{\theta}_j^P = a_{jj} \bar{M}_j^P + a_{jk} \bar{M}_k^P + b_{jj} \bar{H}_j^P + b_{jk} \bar{H}_k^P + c_j p$$

$$\bar{m}_j^P = d_{jj} \bar{M}_j^P + d_{jk} \bar{M}_k^P + g_{jj} \bar{H}_j^P + g_{jk} \bar{H}_k^P + f_j p$$

(B.116)

$$\bar{\theta}_k^P = a_{kj} \bar{M}_j^P + a_{kk} \bar{M}_k^P + b_{kj} \bar{H}_j^P + b_{kk} \bar{H}_k^P + c_k p$$

$$\bar{m}_k^P = d_{kj} \bar{M}_j^P + d_{kk} \bar{M}_k^P + b_{kj} \bar{H}_j^P + b_{kk} \bar{H}_k^P + f_k p$$

Observa-se, nas expressões (B.116), que todos os termos independentes dos esforços de extremidade. As soluções particulares da rotação, do deslocamento radial e dos esforços de extremidade são obtidos diretamente, ao se conhecer a pressão, a geometria e o material da casca, através das expressões (B.55), (B.62) (B.84) e (B.86). Tendo sido obtidos anteriormente, por (B.115), os outros coeficientes de influência, as únicas incógnitas em (B.116) são c_j , f_j , c_k e f_k .

Este método para a obtenção dos coeficientes de influência se baseou na referência 5, onde é estabelecida uma "matriz de coeficientes de influência adimensionais" que permite analisar os resultados obtidos pela solução aproximada por Expansão Assintótica. Esta solução será vista na Seção C.2.

APÊNDICE C

SOLUÇÕES APROXIMADAS PARA CONE OU TRONCO DE CONE DE REVOLUÇÃO

São adotadas as seguintes hipóteses:

- A casca possui material isotrópico e espessura constante.
- A casca possui resistência à flexão.
- A casca está submetida a pressão externa constante e esforços de extremidade axissimétricos.
- Não existe carregamento térmico.

C.1 INTRODUÇÃO

A solução exata mostrada no Apêndice B é de difícil manipulação, pois as funções de Kelvin são séries infinitas. Por isto, soluções simplificadas foram desenvolvidas e são amplamente usadas. Não se pretende, neste trabalho, estudá-las profundamente. A intenção é apenas informativa, de modo a facilitar a leitura dos trabalhos sobre cascos de submarinos. No Apêndice D, são apresentadas expressões que permitem obter as tensões e deformações a partir dos esforços, independentemente do tipo de solução adotado para calculá-los.

Uma atenção especial é dada à Aproximação de Geckeler, pois ela fornece uma formulação apropriada também a solução de cascas cilíndricas. No Apêndice E ela é desenvolvida para troncos de cone e cilindros curtos.

Neste capítulo, o subscrito j indica o ápice de um cone ou a base menor de um tronco de cone, enquanto k indica a sua base maior. A simbologia é a utilizada no Apêndice B.

C.2 EXPANSÃO ASSINTÓTICA

O capítulo 7 da referência 1 mostra como se obter esta a aproximação para as cascas de revolução de um modo geral. Utilizando apenas os termos de ordens mais baixas da expansão, a referência 5 fornece as seguintes expressões para substituírem as funções de Kelvin e suas derivadas na solução exata do Capítulo 7.

$$\begin{aligned}
 \text{ber}_2 \xi &= - \frac{e^{\xi/\sqrt{2}}}{(2\pi\xi)^{1/2}} \cos \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8} \right) \\
 \text{bei}_2 \xi &= - \frac{e^{\xi/\sqrt{2}}}{(2\pi\xi)^{1/2}} \text{sen} \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8} \right) \\
 \text{ber}'_2 \xi &= - \frac{e^{\xi/\sqrt{2}}}{(2\pi\xi)^{1/2}} \cos \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8} \right) \\
 \text{bei}'_2 \xi &= - \frac{e^{\xi/\sqrt{2}}}{(2\pi\xi)^{1/2}} \text{sen} \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8} \right) \\
 \text{ker}_2 \xi &= - \left(\frac{\pi}{2\xi} \right)^{1/2} e^{-\xi/\sqrt{2}} \cos \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8} \right) \\
 \text{kei}_2 \xi &= + \left(\frac{\pi}{2\xi} \right)^{1/2} e^{-\xi/\sqrt{2}} \text{sen} \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8} \right) \\
 \text{ker}'_2 \xi &= + \left(\frac{\pi}{2\xi} \right)^{1/2} e^{-\xi/\sqrt{2}} \cos \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8} \right) \\
 \text{kei}'_2 \xi &= - \left(\frac{\pi}{2\xi} \right)^{1/2} e^{-\xi/\sqrt{2}} \text{sen} \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8} \right)
 \end{aligned} \tag{C.1}$$

Esta solução só é válida para valores de ξ suficientemente grandes, ou seja, não pode ser aplicada a um cone fechado no

ápice. Não é válida, também, para troncos de cone com ângulo α próximo de 90° . Segundo a referência 5, poderia ser aplicada quando $\xi > 6$; para troncos de cone com a razão r/h entre 10 e 20, o valor de α poderia ser até de 75° . A referência 14, página 374, no entanto, aconselha a que só seja utilizada para $\xi > 15$.

C.3 DEFINIÇÃO DO COMPORTAMENTO DE UMA CASCA CÔNICA POR UMA EQUAÇÃO DIFERENCIAL DE QUARTA ORDEM

O comportamento de um tronco de cone ou um cone sob as condições definidas no título deste capítulo é expresso pelo sistema de equações diferenciais (B.52). Substituindo L , U e W pelas expressões (B.53), as equações ficam com o seguinte aspecto:

$$h \tan \alpha \left(x \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d}{dx} - \frac{1}{x} \right) (h^2 \bar{\theta}) = 12(1-\nu^2) \frac{xQ \tan^3 \alpha}{E} \quad (\text{C.2.a})$$

$$-h \tan \alpha \left(x \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d}{dx} - \frac{1}{x} \right) (xQ \tan \alpha) = Eh^2 \bar{\theta} - \frac{3}{2} hpx \tan^2 \alpha \quad (\text{C.2.b})$$

Como h e $\tan \alpha$ são constantes, estas equações se transformam em:

$$x \frac{d^2 \bar{\theta}}{dx^2} + \frac{d \bar{\theta}}{dx} - \frac{\bar{\theta}}{x} - \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3} xQ = 0 \quad (\text{C.3.a})$$

$$x \frac{d^2(xQ)}{dx^2} + \frac{d(xQ)}{dx} - Q = -\frac{Eh \bar{\theta}}{\tan^2 \alpha} + \frac{3}{2} px \quad (\text{C.3.b})$$

Estas são as mesmas expressões (1) apresentadas na refe-

rência 2.

Para que se obtenha uma equação diferencial somente em termos de $\bar{\theta}$, aplica-se, inicialmente, o operador L à expressão (C.3.a)

$$x^2 \frac{d^4 \bar{\theta}}{dx^4} + 2x \frac{d^3 \bar{\theta}}{dx^3} - \frac{2}{x} \frac{d\bar{\theta}}{dx} - \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3} \left[x \frac{d^2(xQ)}{dx^2} + \frac{d(xQ)}{dx} - Q \right] = 0$$

Finalmente, substitui-se os termos contendo Q pela expressão equivalente fornecida em (C.3.b), obtendo-se:

$$x^2 \frac{d^4 \bar{\theta}}{dx^4} + 2x \frac{d^3 \bar{\theta}}{dx^3} - \frac{2}{x} \frac{d\bar{\theta}}{dx} + \frac{12(1-\nu^2)}{h^2 \tan^2 \alpha} \bar{\theta} = \frac{18(1-\nu^2)px}{Eh^3} \quad (C.4)$$

Utilizando-se $\bar{\theta} = \frac{dm}{dx}$ nesta equação e integrando-a, obtém-se a equação diferencial de 4º grau em m que define o comportamento do cone ou do tronco de cone (referência 2):

$$x^2 \frac{d^4 m}{dx^4} + 2x \frac{d^3 m}{dx^3} - 2 \frac{d^2 m}{dx^2} + \frac{12(1-\nu^2)m}{h^2 \tan^2 \alpha} = \frac{9(1-\nu^2)}{Eh^3} px^2 + \text{constante} \quad (C.5)$$

Como a constante representa translação paralela ao eixo de simetria, ela pode ser desprezada sem afetar a análise elástica.

Esta equação corresponde, assim, às duas equações diferenciais de segunda ordem (C.3.a) e (C.3.b). Segundo as referências 2 e 9, esta equação foi primeiramente solucionada por Dubois (ref.16) em termos de funções especiais; estas funções e suas formas assintóticas foram por ele tabuladas, em termos de séries infinitas. Posteriormente, Flügge (ref.15) as resolveu

em termos de funções de Bessel de segunda ordem que ele expressou como as funções tabuladas por Schleicher (ref.17). Watts e Burrows (ref.19) chegaram a soluções idênticas à de Flügge .

A solução desta equação em termos de funções de Kelvin de 2a. ordem é a mostrada na Seção B.6 . A referência 6 apresenta um programa de computador que obtém esta solução, para cones e troncos de cone, utilizando 15 termos da série infinita que define cada função de Kelvin, para ξ entre 0 e 10; para ξ maiores, foram utilizadas as funções U tabeladas por Schleicher (referência 12, pags. 418-419).

As aproximações apresentadas a seguir foram obtidas pela eliminação de derivadas de ordem mais baixa na equação (C.5) . A referência 2 fornece uma solução "quase-exata" para esta equação, obtida a partir da referência 19, chegando aos valores percentuais dos erros ocasionados na solução de cone e troncos de cone longos por aquelas aproximações.

C.4 ELIMINAÇÃO DA DERIVADA DE SEGUNDA ORDEM

A forma homogênea da equação (C.5) é:

$$x^2 \frac{d^4 m^C}{dx^4} + 2x \frac{d^3 m^C}{dx^3} - 2 \frac{d^2 m^C}{dx^2} + \frac{12(1-\nu^2)}{h^2 \tan^2 \alpha} m^C = 0 \quad (C.6)$$

As referências 3 e 9 mostram que, se as derivadas de segunda a terceira ordem desta equação forem desprezadas os erros resultantes são muito pequenos.

Eliminando apenas a derivada de 2a. ordem, Wenk e Taylor

(ref.9) chegaram à seguinte solução complementar para o deslocamento m :

$$m^C = \xi [A_1 J_0(\pm\sqrt{i}\xi) + A_2 J_0(\pm\sqrt{-i}\xi) + A_3 N_0(\pm\sqrt{i}\xi) + A_4 N_0(\pm\sqrt{-i}\xi)] \quad (C.7)$$

onde $i = \sqrt{-1}$, A_1, A_2, A_3 e A_4 são constantes de integração, ξ é definido em (62), e J_0 e N_0 indicam as derivadas em relação a ξ das funções de Bessel de primeiro e segundo tipos, ambas de ordem zero. Estas funções podem ser substituídas pelas seguintes funções de Schleicher (ref.17):

$$\begin{aligned} \psi_1(\xi) &= \frac{1}{2} [J_0(\sqrt{i}\xi) + J_0(\sqrt{-i}\xi)] \\ \psi_2(\xi) &= -\frac{i}{2} [J_0(\sqrt{i}\xi) - J_0(\sqrt{-i}\xi)] \\ \psi_3(\xi) &= \psi_1(\xi) + \frac{i}{2} [N_0(\sqrt{i}\xi) - N_0(\sqrt{-i}\xi)] \\ \psi_4(\xi) &= \psi_2(\xi) + \frac{1}{2} [N_0(\sqrt{i}\xi) + N_0(\sqrt{-i}\xi)] \end{aligned} \quad (C.8)$$

Adicionando a solução particular já obtida em (B.60), a solução geral para m será:

$$m = \sqrt{x} [C_1 \psi_1(\xi) + C_2 \psi_2(\xi) + C_3 \psi_3(\xi) + C_4 \psi_4(\xi)] + \frac{3px^2}{4hE} \tan^2 \alpha \quad (C.9)$$

Para cones, utiliza-se $C_3 = C_4 = 0$ (ref.9). Para troncos de cone longos, cujo ângulo α não esteja próximo de 90° , utiliza-se as seguintes condições de contorno (ref.11, pág.564):

$$\text{em } j: \quad C_3 = C_4 = 0 \quad ; \quad Q_j = \bar{Q}_j \quad ; \quad M_{xj} = \bar{M}_j$$

$$\text{em } k: \quad C_1 = C_2 = 0 \quad ; \quad Q_k = \bar{Q}_k \quad ; \quad M_{xk} = \bar{M}_k$$

Os esforços, deslocamentos e a rotação podem ser determinados, a partir de m , pelas expressões apresentadas na seção B.5.

Esta solução também é mostrada na referência 11, pág. 562, e é utilizada pela referência 14 na dedução de expressões para o comportamento de um anel de espessura variável.

Os valores das funções de Schleicher e suas derivadas são fornecidos na tabela 86, pág. 491 da referência 11, para $\xi < 6$. Para $\xi > 6$, as seguintes fórmulas obtidas pela aproximação assintótica fornecem valores bastante precisos (referências 9 e 14):

$$\begin{aligned} \psi_1(\xi) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\xi}} e^{\xi/\sqrt{2}} \cos\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8}\right) \\ \psi_2(\xi) &= -\frac{1}{\sqrt{2\pi\xi}} e^{\xi/\sqrt{2}} \operatorname{sen}\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8}\right) \\ \psi_1'(\xi) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\xi}} e^{\xi/\sqrt{2}} \cos\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) \\ \psi_2'(\xi) &= -\frac{1}{\sqrt{2\pi\xi}} e^{\xi/\sqrt{2}} \operatorname{sen}\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) \\ \psi_3(\xi) &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi\xi}} e^{-\xi/\sqrt{2}} \operatorname{sen}\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) \\ \psi_4(\xi) &= -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi\xi}} e^{-\xi/\sqrt{2}} \cos\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

$$\psi_3(\xi) = -\sqrt{\frac{2}{\pi\xi}} e^{-\xi/\sqrt{2}} \operatorname{sen} \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8} \right)$$

$$\psi_4(\xi) = \sqrt{\frac{2}{\pi\xi}} e^{-\xi/\sqrt{2}} \operatorname{cos} \left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8} \right)$$
(C.10)

A referência 18 também fornece os valores destas funções para $6 < \xi < 10$. Caso haja necessidade de um maior número de dígitos significativos, pode-se utilizar as expansões em série fornecidas na página 491 da referência 11.

Esta aproximação pode ser utilizada caso "o raio r não varie muito rapidamente com x " (ref.9), ou seja, para valores de α que não estejam próximos de 90° .

C.5 ELIMINAÇÃO DAS DERIVADAS DE SEGUNDA E TERCEIRA ORDENS - APROXIMAÇÃO DE GECKELER

Ao serem desprezadas as derivadas de segunda e terceira ordens, a equação (C.6) toma a seguinte forma:

$$x^2 \frac{d^4 m^C}{dx^4} + \frac{12(1-v^2)}{h^2 \tan^2 \alpha} m^C = 0$$

Como $r = x \operatorname{sen} \alpha$, pode-se escrever:

$$\frac{d^4 m^C}{dx^4} + 4\beta^4 m^C = 0$$
(C.11)

onde

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3 \cos^2 \alpha}{R^2 h^2} (1-v^2)}$$
(C.12)

Esta equação resulta:

$$m^C = e^{-\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + e^{\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) \quad (C.13)$$

A solução desta equação diferencial é semelhante à solução para uma casca de revolução cilíndrica fina; a formulação obtida pode ser utilizada na solução de cascas cilíndricas, desde que se considere $\alpha=0$ (ref.3). Por isto, diz-se que a casca cônica é substituída, na análise, por um cilindro equivalente de raio R (ver na expressão C.12).

Esta aproximação foi obtida, inicialmente, por Geckeler (ref.10). É utilizada pela referência 3 para a análise das tensões e deformações de cones, troncos de cone longos e cilindros longos na interseção com descontinuidades, tais como cavernas, anéis de ligação, anteparas, etc.

Para cascas cônicas (cone ou troncos de cone) de espessura constante e material isotrópico esta aproximação pode ser utilizada sem erros apreciáveis quando r e r_0 (fig. B.5) forem da mesma magnitude (ref.1); isto implica em ângulos α não muito grandes. A referência 1 estabelece a restrição de que α deve estar próximo de 0° . É uma limitação bastante imprecisa; a referência 3 a usa, por exemplo, com sucesso, para um tronco de cone longo com $\alpha = 60^\circ$.

APÊNDICE D

. TENSÕES E DEFORMAÇÕES

D.1 GENERALIDADES

Para qualquer tipo de casca de material isotrópico, a ref. 1 fornece:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{h} + \frac{12M_1}{h^3} \zeta - \frac{1}{1-\nu} \left[E \alpha_t T - \frac{N_T}{h} - \frac{12M_T}{h^3} \zeta \right] \quad (D.1.a)$$

(|2.32|, ref.1)

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{h} + \frac{12M_2}{h^3} \zeta - \frac{1}{1-\nu} \left[E \alpha_t T - \frac{N_T}{h} - \frac{12M_T}{h^3} \zeta \right] \quad (D.1.b)$$

$$\tau_{12} = \frac{N_{12}}{h} + \frac{12M_{12}}{h^3} \zeta \quad (D.1.c)$$

$$\sigma_n \cong 0 \quad (D.1.d)$$

onde os índices 1 e 2 se referem às coordenadas principais da casca, que no caso em estudo são x e θ , e

$$N_T = \int_{\zeta} E \alpha_t (1+\nu) T d\zeta \quad (D.2.a)$$

(|2.25|, ref.1)

$$M_T = \int_{\zeta} E \alpha_t (1+\nu) T d\zeta \quad (D.2.b)$$

Segundo a referência 1, a obtenção de τ_{1n} e τ_{2n} a partir de Q_1 e Q_2 não é tão precisa quanto a determinação de σ_1 , σ_2 e τ_{12} . Neste caso, faz-se a hipótese, tal qual é feito na teoria das vigas, que estas tensões de cisalhamento transversais pos-

suem uma distribuição parabólica ao longo da espessura, e que elas possuem valores pré-definidos nas superfícies da casca. Assim, obtem-se as seguintes expressões para estas tensões:

(|2.33|, ref.1)

$$\tau_{in} = \frac{6 Q_i}{5 h} \left[1 - \left(\frac{\zeta}{h/2} \right)^2 \right] - \frac{1}{4} \left\{ q_i^+ \left[1 - 2 \left(\frac{\zeta}{h/2} \right) - 3 \left(\frac{\zeta}{h/2} \right)^2 \right] + q_i^- \left[1 + 2 \left(\frac{\zeta}{h/2} \right) - 3 \left(\frac{\zeta}{h/2} \right)^2 \right] \right\}, \quad (i=1,2) \quad (D.3)$$

onde, por conveniência, introduziu-se um fator de forma de 6/5, que representa a razão entre as tensões máxima e média de cisalhamento ao longo da espessura.

q_i^+ e q_i^- são respectivamente, as cargas de cisalhamento distribuídas aplicadas à superfície externa e interna da casca na direção i .

Quanto às deformações, tem-se, para qualquer casca de material isotrópico:

$$\begin{aligned} &(|2.4|, \text{ref.1}) \\ \epsilon_1 &= \frac{1}{E} (\sigma_1 - \nu \sigma_2) + \alpha_t T \\ \epsilon_2 &= \frac{1}{E} (\sigma_2 - \nu \sigma_1) + \alpha_t T \\ \gamma_{12} &= \frac{\tau_{12}}{G} \end{aligned} \quad (D.4)$$

$$\epsilon_n \cong -0$$

$$(|2.1|, \text{ref.1}) \quad \gamma_{1n} = \frac{\tau_{1n}}{G} \quad \text{onde } G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (\text{módulo de}$$

elasticidade transversal)

$$\gamma_{2n} = \frac{\tau_{2n}}{G}$$

D.2 CASCA DE REVOLUÇÃO DE MATERIAL ISOTRÓPICO, DE ESPESSURA CONSTANTE, COM A SUPERFÍCIE DE REFERÊNCIA A MEIA ESPESSURA, SOB PRESSÃO EXTERNA CONSTANTE, ESFORÇOS DE EXTREMIDADE AXISSIMÉTRICOS E SEM CARREGAMENTO TÉRMICO.

$$\text{Tem-se} \quad N_T = M_T = T = 0$$

$$\text{De (B.48)} \quad q_x = 0 \quad \therefore \quad q_i^+ = 0, \\ q_i^- = 0$$

$$\text{De (B.3)} \quad N_{x\theta} = N_{\theta x} = M_{x\theta} = M_{\theta x} = Q_\theta = 0$$

Logo, para as fibras mais externa e mais interna da casca, (onde $\zeta = \pm h/2$)

$$\sigma_x = \frac{N_x}{h} \pm \frac{6M_x}{h^2} \quad (\text{D.5.a})$$

$$\sigma_\theta = \frac{N_\theta}{h} \pm \frac{6M_\theta}{h^2} \quad (\text{D.5.b})$$

$$\sigma_n = \tau_{x\theta} = \tau_{\theta n} = \tau_{xn} = 0 \quad (\text{D.5.c})$$

$$\epsilon_x = \frac{1}{Eh} \left[N_x - \nu N_\theta \pm \frac{6}{h} (M_x - \nu M_\theta) \right] \quad (\text{D.5.d})$$

$$\epsilon_\theta = \frac{1}{Eh} \left[N_\theta - \nu N_x \pm \frac{6}{h} (M_\theta - \nu M_x) \right] \quad (\text{D.5.e})$$

$$\gamma_{x\theta} = \epsilon_n = \gamma_{xn} = \gamma_{\theta n} = 0 \quad (\text{D.5.f})$$

o sinal superior correspondendo à fibra mais externa e o inferior à mais interna.

Para pontos na superfície de referência (onde $\zeta = 0$)

$$\sigma_{xs} = \frac{N_x}{h} \quad (\text{D.6.a})$$

$$\sigma_{\theta s} = \frac{N_\theta}{h} \quad (\text{D.6.b})$$

$$\tau_{ns} = \tau_{x\theta s} = \tau_{\theta ns} = 0 \quad (\text{D.6.c})$$

$$\tau_{xns} = \frac{6}{5} \frac{Q_x}{h} \quad (\text{D.6.d})$$

$$\epsilon_{xs} = \frac{1}{Eh} (N_x - \nu N_\theta) \quad (\text{D.6.e})$$

$$\epsilon_{\theta s} = \frac{1}{Eh} (N_\theta - \nu N_x) \quad (\text{D.6.f})$$

$$\epsilon_{ns} = \gamma_{\theta n} = \gamma_{x\theta} = 0 \quad (\text{D.6.g})$$

$$\gamma_{xns} = \frac{12Q_x}{5Eh} (1+\nu) \quad (\text{D.6.h})$$

Observa-se, assim, que, para se obter as tensões e deformações em cada ponto, é necessário que já se tenha o conhecimento dos esforços internos, quer sejam eles calculados pela solução exata, quer o sejam por qualquer solução aproximada.

É interessante que se tenha também as relações entre deformações e deslocamentos na superfície de referência. Das expressões (2.19) da referência 1, obtém-se:

$$\epsilon_{xs} = \frac{du}{dx} \quad (D.7)$$

Pela geometria, verifica-se que ϵ_{θ} na superfície de referência será:

$$\epsilon_{\theta s} = \frac{2\pi(r+\bar{w}) - 2\pi r}{2\pi r} \quad ; \quad \text{logo,} \quad \epsilon_{\theta s} = \frac{\bar{w}}{r} \quad (D.8)$$

APÊNDICE EAPROXIMAÇÃO DE GECKELER PARA CONE OU TRONCO DE CONE
DE REVOLUÇÃOE.1 INTRODUÇÃO

Conforme já citado na seção C.1, a resolução de problemas de cascas cônicas de revolução com o uso da Solução Exata é bastante difícil, pois exige que se trabalhe com séries infinitas.

Uma das soluções aproximadas que podem ser usadas é a Aproximação de Geckeler, que, além de simplificar a manipulação algébrica, permite também a solução de cascas cilíndricas de revolução. Ela permite, assim, que uma mesma formulação seja usada para se obter os coeficientes de influência de extremidade de cones, troncos de cone e cilindros, axissimétricos, necessários à obtenção dos valores dos esforços de extremidade que atuam em cada um dos trechos de uma casca composta. Permite, também, que, posteriormente, se obtenha as tensões em qualquer casca com uma destas tres formas geométricas.

Desenvolve-se, portanto, neste Apêndice a formulação derivada da Aproximação de Geckeler que permite a análise de cones, troncos de cone e cilindros, quer sejam curtos ou longos. A sua aplicação em um exemplo numérico resulta em valores bem próximos dos obtidos pela Análise por Elementos Finitos. No entanto, permanecem algumas indefinições quanto à melhor aplicação deste método, que só poderão ser esclarecidas após a sua utilização

ção em várias experiências numéricas, pois as referências bibliográficas não fornecem informações suficientes para isto.

Uma das indefinições se refere ao valor máximo do semi-ângulo α no ápice das cascas cônicas (Figura E.1) para o qual esta Aproximação fornece resultados confiáveis, conforme pode ser visto na seção C.5. As outras estão ligadas à definição do valor a ser tomado para o parâmetro β (expressão E.2) e à escolha do sistema de coordenadas.

Tendo em vista estas indefinições, são desenvolvidas as formulações para os dois tipos de sistemas de coordenadas, e para os valores de β considerados constantes ou variáveis. Compara-se os resultados obtidos pelas várias formulações no exemplo numérico realizado na Seção E.11, e algumas conclusões e recomendações preliminares são transcritas na Seção E.14.

No decorrer do Apêndice, são feitas algumas observações sobre os trabalhos constantes da bibliografia consultada, principalmente sobre a referência 3, onde a Aproximação de Geckeler é utilizada para a análise de cones, troncos de cone e cilindros longos. A finalidade de sua inclusão no texto é auxiliar aqueles que pretendem estudar o assunto.

As hipóteses adotadas para o desenvolvimento aqui realizado são:

- a casca possui material isotrópico
- a espessura é constante ao longo de toda a casca
- a casca resiste à flexão

- a casca está submetida à pressão externa constante e a esforços de extremidade axissimétricos.
- não há carregamento térmico.

E.2 RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL APROXIMADA

Como já visto na seção C.5, a forma homogênea da equação diferencial de quarta ordem cuja solução fornece a formulação para os esforços e deflexões em um cone ou tronco de cone pode ser simplificada para:

$$\frac{d^4 m^c}{dx^4} + 4\beta^4 m^c = 0 \quad (E.1)$$

onde β é tomado com um valor constante para uma determinada casca e definido por:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3\cos^2 \alpha}{R^2 h^2} (1-\nu^2)} \quad (E.2)$$

onde R é o raio r de um ponto significativo da superfície de referência da casca; na seção E.14, verificar-se-á qual o valor mais apropriado para R que acarrete maior precisão nos valores obtidos para as tensões e deformações na casca.

Vai-se estudar cascas curtas, pois sua formulação também pode ser aplicada, com algumas simplificações, a cascas longas. Introduz-se as abcissas Y e y , contadas, respectivamente, da base menor j de um tronco de cone (ou do ápice de um cone) no sentido positivo de x , e da base maior k no sentido negativo de x (Figura E.1).

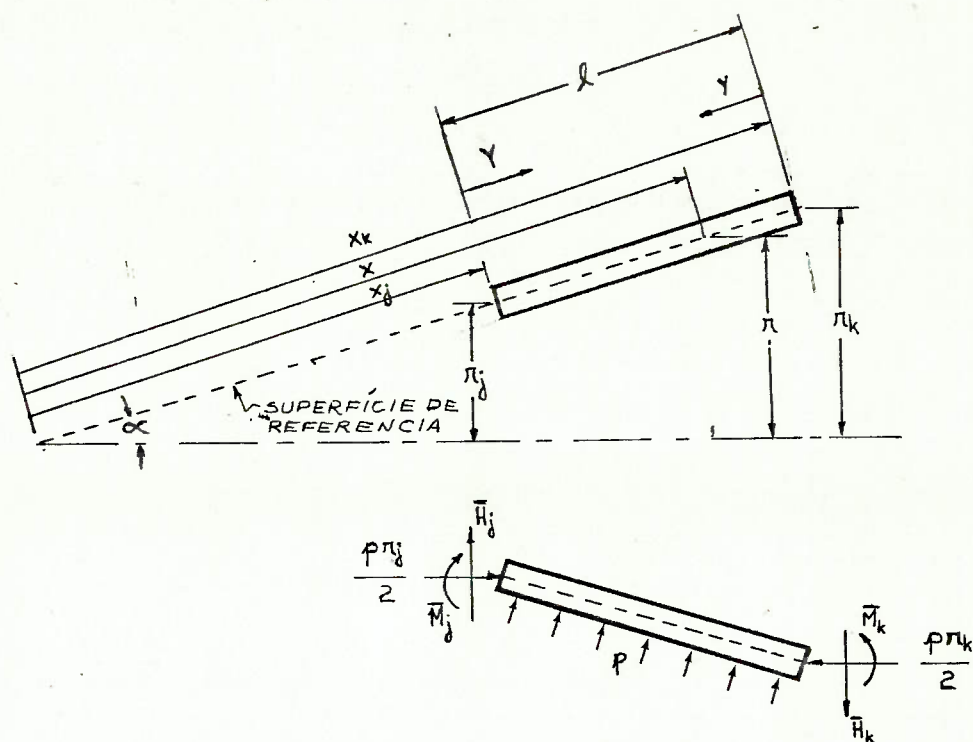


FIGURA E.1

Logo, para um ponto qualquer de abcissa x da superfície de referência da casca, tem-se:

$$x = x_k - y \quad (E.3.a)$$

$$x = x_j + Y \quad (E.3.b)$$

Assim, tem-se as relações entre as derivadas:

$$\frac{d^n(\dots)}{dx^n} = (-1)^n \frac{d^n(\dots)}{dy^n} \quad (n=1,2,\dots,) \quad (E.4)$$

$$\frac{d^n(\dots)}{dx^n} = \frac{d^n(\dots)}{dY^n}$$

A equação diferencial (E.1) pode, então, ser representada de duas maneiras:

$$\frac{d^4 m^C}{dy^4} + 4\beta^4 m^C = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{d^4 m^C}{dY^4} + 4\beta^4 m^C = 0 \quad (E.5)$$

cujas soluções serão, respectivamente:

$$m_y^C = e^{-\beta y} (C_5 \cos \beta y + C_6 \sin \beta y) + e^{\beta y} (C_7 \cos \beta y + C_8 \sin \beta y) \quad (E.6.a)$$

$$m_Y^C = e^{-\beta Y} (C_9 \cos \beta Y + C_{10} \sin \beta Y) + e^{\beta Y} (C_{11} \cos \beta Y + C_{12} \sin \beta Y) \quad (E.6.b)$$

Como y e Y não são variáveis independentes, relacionando-se pela expressão $y = x_k - x_j - Y$, as duas formas para m^C apresentadas em (E.6.a) e (E.6.b), deveriam representar a mesma solução. Os coeficientes de influência obtidos pelos dois métodos, por exemplo, deveriam ser idêntidos. Verificar-se-á, no entanto, que isto não ocorre (Ver as seções E.9 e E.11).

Denomina-se de comprimento da casca (l)a:

$$l = x_k - x_j \quad (E.7)$$

As condições de contorno para a determinação das constantes de integração serão:

$$\bar{Q}_j^c = Q_j^c \quad \text{onde} \quad \bar{Q}_j^c = \bar{Q}_j - \bar{Q}_j^p \quad (E.8.a)$$

$$\bar{Q}_k^c = Q_k^c \quad \bar{Q}_k^c = \bar{Q}_k - \bar{Q}_k^p$$

$$\bar{M}_j^c = M_{xj}^c \quad \bar{M}_j^c = \bar{M}_j - \bar{M}_j^p \quad (E.8.b)$$

$$\bar{M}_k^c = M_{xk}^c \quad \bar{M}_k^c = \bar{M}_k - \bar{M}_k^p$$

onde os subscritos j e k designam, respectivamente, a base menor de um tronco de cone (ou o ápice de um cone) e a base maior de um tronco de cone ou de um cone. \bar{Q}_j , \bar{Q}_k , \bar{M}_j e \bar{M}_k são os esforços aplicados nestas bases (esforços de extremidade); ao se subtrair de seus valores os correspondentes à solução particular para a casca, obtém-se \bar{Q}^c e \bar{M}^c . Estes valores são, então, iguais às expressões (E.30) e (E.31), que serão obtidas a seguir, e que são representadas por Q_j^c , Q_k^c , M_{xj}^c e M_{xk}^c em (E.8.a) e (E.8.b). Para a aplicação destas condições, deve-se, inicialmente, obter as expressões dos esforços em função de m , que é o assunto da próxima seção. Lembra-se, também, as soluções particulares da equação não homogênea, obtidas no Apêndice B, após se ter substituído $(x \operatorname{sen} \alpha)$ por r .

$$m^p = -w^p = \frac{3pr^2}{4Eh \cos^2 \alpha} \quad (B.60)$$

$$\bar{\theta}_P = \frac{3pr \tan \alpha}{2Eh \cos \alpha} \quad (\text{B.55})$$

$$N_x^P = -\frac{pr}{2 \cos \alpha} \quad (\text{B.56})$$

$$N_\theta^P = -\frac{pr}{\cos \alpha} \quad (\text{B.57})$$

$$M_\theta^P = M_x^P = \frac{ph^2 \tan^2 \alpha}{8(1-\nu)} \quad (\text{B.62) e (B.63)}$$

$$\bar{m}^P = -\bar{w}^P = \frac{pr^2}{Eh \cos \alpha} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \quad (\text{B.61})$$

$$Q^P = 0 \quad (\text{B.54})$$

$$H^P = -\frac{1}{2} pr \tan \alpha \quad (\text{B.84})$$

$$u^P = \frac{pr^2}{2Eh \sin \alpha \cos \alpha} \left(\nu - \frac{1}{2}\right) \quad (\text{B.59})$$

E.3 ESFORÇOS E DEFLEXÕES EM FUNÇÃO DE m E y

Como já visto no Apêndice B, a solução geral para cada variável envolvida no problema é dada pela soma de suas soluções particular e complementar. Vai-se, nesta seção, obter as soluções gerais para os esforços, deslocamentos e a rotação, definindo as parcelas que compõem as soluções particulares e as complementares. Relembra-se que $r = x \sin \alpha$. (E.9)

E.3.1 Determinação de $\bar{\theta}$

De (B.46), e como $m = -w$, obtém-se:

$$\bar{\theta} = \frac{dm}{dx} \quad ; \quad \text{logo} \quad \bar{\theta} = - \frac{dm}{dy} \quad (\text{E.10})$$

E.3.2 Determinação de Q

Relembrando a equação (C.3.a):

$$x \frac{d^2\bar{\theta}}{dx^2} + \frac{d\bar{\theta}}{dx} - \frac{\bar{\theta}}{x} = \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3} x Q$$

Pode-se explicitar Q, obtendo-se:

$$Q = D \left(\frac{d^3m}{dx^3} + \frac{1}{x} \frac{d^2m}{dx^2} - \frac{1}{x^2} \frac{dm}{dx} \right) \quad (\text{E.11})$$

Logo,

$$Q = D \left[- \frac{d^3m}{dy^3} + \frac{1}{x_k - y} \frac{d^2m}{dy^2} + \frac{1}{(x_k - y)^2} \frac{dm}{dy} \right] \quad (\text{E.12})$$

Já se verificou, no Apêndice B, que $Q^P = 0$, ou seja, $Q = Q^C$.

E.3.3 Determinação de N_x

De (B.33), (B.58) e (B.68), tem-se:

$$N_x = Q \tan \alpha - \frac{pr}{2 \cos \alpha}$$

Substituindo Q pela expressão (E.12), chega-se a:

$$N_x = D \tan \alpha \left(\underbrace{-\frac{d^3 m^C}{dy^3} + \frac{1}{x_k - y} \frac{d^2 m^C}{dy^2} + \frac{1}{(x_k - y)^2} \frac{dm^C}{dy}}_{N_x^C} \right) - \underbrace{\frac{pr}{2 \cos \alpha}}_{N_x^D} \quad (E.13)$$

Só são consideradas as derivadas de m^C , pois se verifica que o termo contendo a soma das derivadas de m^D resulta em um valor nulo.

E.3.4 Determinação de N_θ

De (B.34), tem-se:

$$N_\theta = \left[\frac{d}{dx} (xQ) - px \right] \tan \alpha$$

Substituindo Q pela expressão (E.12), obtêm-se:

$$N_\theta = D \tan \alpha \left(x \frac{d^4 m}{dx^4} + 2 \frac{d^3 m}{dx^3} - \frac{1}{x} \frac{d^2 m}{dx^2} + \frac{1}{x^2} \frac{dm}{dx} \right) - px \tan \alpha \quad (E.14)$$

Mudando a variável para y, chega-se a:

$$N_\theta = D \tan \alpha \left[\underbrace{(x_k - y) \frac{d^4 m^C}{dy^4} - 2 \frac{d^3 m^C}{dy^3} - \frac{1}{x_k - y} \frac{d^2 m^C}{dy^2} - \frac{1}{(x_k - y)^2} \frac{dm^C}{dy}}_{N_\theta^C} \right] - \underbrace{\frac{pr}{\cos \alpha}}_{N_\theta^D} \quad (E.15)$$

Não foram consideradas as derivadas de m^P pela mesma razão fornecida em E.3.3.

E.3.5 Determinação de M_x

De (B.40) e (B.47), tem-se:

$$M_x = D \left(\frac{d\bar{\theta}}{dx} + \nu \frac{\bar{\theta}}{x} \right)$$

Logo,

$$M_x = D \left(\frac{d^2m}{dy^2} - \frac{\nu}{x_k - y} \frac{dm}{dy} \right) \quad (\text{E.16})$$

onde a parcela complementar será:

$$M_x^c = D \left(\frac{d^2m^c}{dy^2} - \frac{\nu}{x_k - y} \frac{dm^c}{dy} \right) \quad (\text{E.17})$$

E.3.6 Determinação de M_θ

De (B.41) e (B.46), tem-se:

$$M_\theta = D \left(\frac{\bar{\theta}}{x} + \nu \frac{d\bar{\theta}}{dx} \right)$$

Logo,

$$M_\theta = D \left(\nu \frac{d^2m}{dy^2} - \frac{1}{x_k - y} \frac{dm}{dy} \right) \quad (\text{E.18})$$

onde a parcela complementar será:

$$M_{\theta}^C = D \left(v \frac{d^2 m^C}{dy^2} - \frac{1}{x_k - y} \frac{dm^C}{dy} \right) \quad (\text{E.19})$$

E.3.7 Derivadas de m

As expressões para m^P e suas derivadas em relação a y podem ser obtidas a partir de (B.60), e considerando que:

$$r = (x_k - y) \operatorname{sen} \alpha \therefore \frac{dr}{dy} = - \operatorname{sen} \alpha \quad (\text{E.20})$$

$$m^P = \frac{3pr^2}{4Eh \cos^2 \alpha}$$

$$\frac{dm^P}{dy} = - \frac{3pr \tan \alpha}{2Eh \cos \alpha} \quad (\text{E.21})$$

$$\frac{d^2 m^P}{dy^2} = \frac{3p \tan^2 \alpha}{2Eh}$$

$$\frac{d^n m^P}{dy^n} = 0 \quad \text{para} \quad (n=3, 4, 5, \dots)$$

As derivadas de m^C em relação a y serão:

$$\begin{aligned} \frac{dm^C}{dy} = & \beta e^{-\beta y} [C_5(-\cos \beta y - \operatorname{sen} \beta y) + C_6(\cos \beta y - \operatorname{sen} \beta y)] + \\ & + \beta e^{\beta y} [C_7(\cos \beta y - \operatorname{sen} \beta y) + C_8(\operatorname{sen} \beta y + \cos \beta y)] \end{aligned} \quad (\text{E.22})$$

$$\frac{d^2 m^C}{dy^2} = 2\beta^2 e^{-\beta y} [C_5(\text{sen } \beta y) + C_6(-\text{cos } \beta y)] +$$

$$+ 2\beta^2 e^{\beta y} [C_7(-\text{sen } \beta y) + C_8(\text{cos } \beta y)]$$

$$\frac{d^3 m^C}{dy^3} = 2\beta^3 e^{-\beta y} [C_5(\text{cos } \beta y - \text{sen } \beta y) + C_6(\text{sen } \beta y + \text{cos } \beta y)] +$$

$$+ 2\beta^3 e^{\beta y} [C_7(-\text{sen } \beta y - \text{cos } \beta y) + C_8(\text{cos } \beta y - \text{sen } \beta y)]$$
(E.22)

$$\frac{d^4 m^C}{dy^4} = 4\beta^4 e^{-\beta y} [C_5(-\text{cos } \beta y) + C_6(-\text{sen } \beta y)] +$$

$$+ 4\beta^4 e^{\beta y} [C_7(-\text{cos } \beta y) + C_8(-\text{sen } \beta y)]$$

Para facilitar a obtenção das constantes de integração e dos coeficientes de influência, é interessante que se obtenha m^C e suas derivadas em termos de funções hiperbólicas, tomando se novas constantes de integração B_1 , B_2 , B_3 e B_4 tais que:

$$2(C_5 + C_6) = B_1 - B_4 \quad ; \quad 2(C_6 - C_5) = B_3 - B_2$$

$$2(C_8 - C_7) = B_1 + B_4 \quad ; \quad 2(C_8 + C_7) = -B_2 - B_3$$
(E.23)

Os resultados estão em (E.24)

$$m^C = \frac{-B_2-B_1}{2} (\cos \beta y \sinh \beta y) + \frac{B_1-B_2}{2} (\sin \beta y \cosh \beta y) + \frac{-B_3-B_4}{2} (\cos \beta y \cosh \beta y) + \frac{B_4-B_3}{2} (\sin \beta y \sinh \beta y)$$

$$\frac{dm^C}{dy} = \beta (B_1 \sin \beta y \sinh \beta y - B_2 \cos \beta y \cosh \beta y - B_3 \cos \beta y \sinh \beta y + B_4 \sin \beta y \cosh \beta y)$$

$$\frac{d^2m^C}{dy^2} = \beta^2 [(B_1+B_2) \sin \beta y \cosh \beta y + (B_1-B_2) \cos \beta y \sinh \beta y + (B_3+B_4) \sin \beta y \sinh \beta y + (B_4-B_3) \cos \beta y \cosh \beta y]$$

(E.24)

$$\frac{d^3m^C}{dy^3} = 2\beta^3 (B_1 \cos \beta y \cosh \beta y + B_4 \cos \beta y \sinh \beta y + B_3 \sin \beta y \cosh \beta y + B_2 \sin \beta y \sinh \beta y)$$

$$\frac{d^4m^C}{dy^4} = 2\beta^4 [(B_1+B_2) \cos \beta y \sinh \beta y + (B_2-B_1) \sin \beta y \cosh \beta y + (B_3+B_4) \cos \beta y \cosh \beta y + (B_3-B_4) \sin \beta y \sinh \beta y]$$

E.4 SIMPLIFICAÇÃO DAS EXPRESSÕES QUE DEFINEM OS ESFORÇOS E DEFLEXÕES (UTILIZANDO A ABCISSA y)

Vai-se utilizar as simplificações propostas pela referência 3 e também utilizadas na referência 4. Segundo a referência 3, o erro proveniente desta simplificação em relação à solução

exata apresentada no Apêndice B deve ser da mesma ordem de grandeza do acarretado, em relação à mesma solução, pela aproximação de Geckeler.

Pelas mesmas razões expostas na referência 3 e que levaram à aproximação de Geckeler, pode-se desprezar as derivadas de m^c de ordem mais baixa em vista das de maior ordem (ver observações nºs E.4 e E.5 nas páginas seguintes).

A expressão para \bar{m} também é simplificada. Resulta a seguinte formulação:

$$\bar{m} = \underbrace{m^c \cos \alpha}_{\bar{m}^c} + \underbrace{\frac{pr^2}{Eh \cos \alpha} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right)}_{\bar{m}^p} \quad (\text{ver observação E.1}) \quad (\text{E.25})$$

$$\bar{\theta} = - \frac{dm^c}{dy} + \frac{3pr \tan \alpha}{2Eh \cos \alpha} \quad (\text{E.26})$$

$$Q = Q^c = -D \frac{d^3 m}{dy^3} \quad (\text{E.27})$$

$$N_x = -D \tan \alpha \underbrace{\frac{d^3 m^c}{dy^3}}_{N_x^c} - \underbrace{\frac{pr}{2 \cos \alpha}}_{N_x^p} \quad (\text{E.28})$$

$$N_\theta = \underbrace{\frac{DR^2}{r \cos \alpha} \frac{d^4 m^c}{dy^4} - \nu D \tan \alpha \frac{d^3 m^c}{dy^3}}_{N_\theta^c} - \underbrace{\frac{pr}{\cos \alpha}}_{N_\theta^p} \quad (\text{ver obs. nº E.2}) \quad (\text{E.29})$$

$$M_x = M_x^c = D \frac{d^2 m^c}{dy^2} \quad (\text{ver observação nº E.3}) \quad (\text{E.30})$$

$$M_{\theta} = M_{\theta}^C = vD \frac{d^2 m^C}{dy^2} \quad (\text{ver observação nº E.3}) \quad (\text{E.31})$$

OBSERVAÇÃO Nº E.1: Sabe-se, da expressão B.1, que:

$$\bar{w} = w \cos \alpha + u \sin \alpha$$

Como utilizou-se as letras \bar{m} e m para designar os deslocamentos \bar{w} e w com sinal invertido:

$$\bar{m} = -\bar{w} \quad \text{e} \quad m = -w$$

Logo,

$$\bar{m} = m \cos \alpha - u \sin \alpha$$

As grandezas simbolizadas neste trabalho por \bar{m} , m , u e y o são na referência 3 por \bar{w} , w , u_x e x , com a mesma convenção de sinais.

Baseadas na referência 9, página 9, onde é mostrado que o erro acarretado ao desprezar a solução complementar de u é pequeno, as referências 3 e 4 desprezam o valor de u^C . Assim, \bar{m} passa a ser:

$$\bar{m} = m^C \cos \alpha + \bar{m}^D \quad (\text{E.32})$$

Usando a expressão (B.61) para \bar{m}^D , obtém-se a expressão (E.25) para \bar{m} .

OBSERVAÇÃO Nº E.2: A relação (E.29) foi obtida a partir do Apêndice C da referência 3, onde foi observado que haveria necessidade de se considerar um termo adicional na expressão:

$$N_{\theta} = \frac{Dr}{\cos \alpha} \frac{d^4 m}{dy^4} - \frac{pr}{\cos \alpha} \quad (\text{E.33})$$

que se obteria para N_{θ} ao se desprezar as derivadas de menor ordem.

A referência mostra que uma nova parcela deve ser incluída na expressão para N_{θ} . Usando (D.6.f) e (D.8), tem-se duas expressões para a deformação $\epsilon_{\theta s}$ em um ponto da superfície de referência:

$$\epsilon_{\theta s} = \frac{1}{Eh} (N_{\theta} - \nu N_x)$$

$$\epsilon_{\theta s} = - \frac{\bar{m}}{r}$$

Igualando estas duas expressões e explicitando N_{θ} , obtém-se:

$$N_{\theta} = - \frac{Eh \bar{m}}{r} + \nu N_x \quad (\text{E.34})$$

Substituindo \bar{m} pela expressão (169), tem-se:

$$N_{\theta} = - \frac{Eh}{r} \left[m^c \cos \alpha + \frac{pr^2}{Eh \cos \alpha} \left(1 - \frac{\nu}{2} \right) \right] + \nu N_x \quad (\text{E.35})$$

Substitui-se, agora, m^c pela sua forma explicitada na equação homogênea (E.1) e N_x pela expressão (E.28):

$$m^c = - \frac{1}{4\beta^4} \frac{d^4 m}{dy^4} \quad (E.36)$$

obtendo-se:

$$N_\theta = \frac{Eh \cos \alpha}{4r\beta^4} \frac{d^4 m}{dy^4} - \frac{pr}{\cos \alpha} - \nu D \tan \alpha \frac{d^3 m}{dy^3} \quad "$$

Se, agora, fosse usada a definição de β em (E.2), obter-se-ia, finalmente, a expressão (E.29). A referência 3, no entanto, considera $R = r$ e obtém:

$$N_\theta = D \frac{R}{\cos \alpha} \frac{d^4 m}{dy^4} - \frac{pR}{\cos \alpha} + \nu Q \tan \alpha \quad (E.37)$$

Tem-se a impressão de que (E.37) só valeria para o ponto significativo cujo raio R seria usado na definição de β ; deve-se lembrar que R é uma constante, enquanto r , que designa o raio de qualquer ponto da superfície de referência, é, obviamente, uma variável. Como a referência 3 usa o mesmo símbolo R para ambas as grandezas, presume-se que considera β , na realidade, uma variável. Na obtenção de σ_θ , por exemplo, outro termo também é simplificado pela consideração de que $R = r$.

Vai-se estudar os dois casos: em um, β é considerado constante para toda a casca, e no outro β assume um valor diferente para cada ponto da superfície de referência da casca.

OBSERVAÇÃO NºE.3 A referência 3 despreza as soluções particulares de M_x e M_θ , resultando as expressões (E.30) e (E.31). Se aquelas fossem levadas em conta, ter-se-ia:

$$M_x = D \frac{d^2 m^c}{dy^2} + \frac{ph^2 \tan^2 \alpha}{8(1-\nu)} \quad (E.38)$$

$$M_\theta = \nu D \frac{d^2 m^c}{dy^2} + \frac{ph^2 \tan^2 \alpha}{8(1-\nu)}$$

No exemplo numérico da seção E.11, verifica-se que os valores de M_x^p e M_θ^p são realmente desprezíveis.

OBSERVAÇÃO Nº E.4: As derivadas de menor ordem de m^p não devem ser desprezadas em vista das de maior ordem de m^p . Na realidade, como se pode ver em (E.21), aquelas possuem valores maiores do que estas, a não ser para $0 < r < 1$, que representa uma região pequena no ápice de um cone. Além disto, o raciocínio realizado na referência 3 para concluir que as derivadas de menor ordem poderiam ser desprezadas foi feito utilizando a equação homogênea sendo, portanto, adequado apenas às derivadas de m^c .

OBSERVAÇÃO NºE.5: Caso as derivadas de menor ordem não fossem desprezadas, Q , N_x , N_θ , M_x e M_θ seriam expressos pelas fórmulas (E.11) a (E.18). A formulação não se aplicaria, assim, ao ápice de um cone, onde $x=x_k$, $y=0$, pois haveria divisões por zero.

E.5 SOLUÇÃO PARA UM CILINDRO

Todas as expressões obtidas neste capítulo pela Aproximação de Geckeler podem ser utilizadas para um cilindro circular de material isotrópico e espessura constante, com resistência à flexão, submetido à pressão externa constante, a esforços de ex-tremidade axissimétricos e sem carregamento térmico. Para isto, basta que se considere $\alpha = 0$ na formulação apresentada.

E.6 ALCANCE DOS EFEITOS DE FLEXÃO - CONSTANTES DE INTEGRAÇÃO PARA CASCAS CURTAS E LONGAS

As constantes de integração são determinadas pela aplicação das condições de contorno. De um modo geral, são utilizadas as equações definidas em (E.8.a) e (E.8.b). No entanto, para os cones, estas equações devem ser modificadas, e para os troncos de cone denominados de longos ou semi-infinitos (ver item B.6.5), a sua modificação acarreta uma simplificação nos cálculos para a obtenção das constantes. Estas modificações podem ser obtidas pela análise da representação gráfica das funções de βy existentes nas expressões (E.6.a) e (E.22) (Figura E.2). Verifica-se que são funções oscilatórias, mas as que contêm $e^{-\beta y}$ tendem

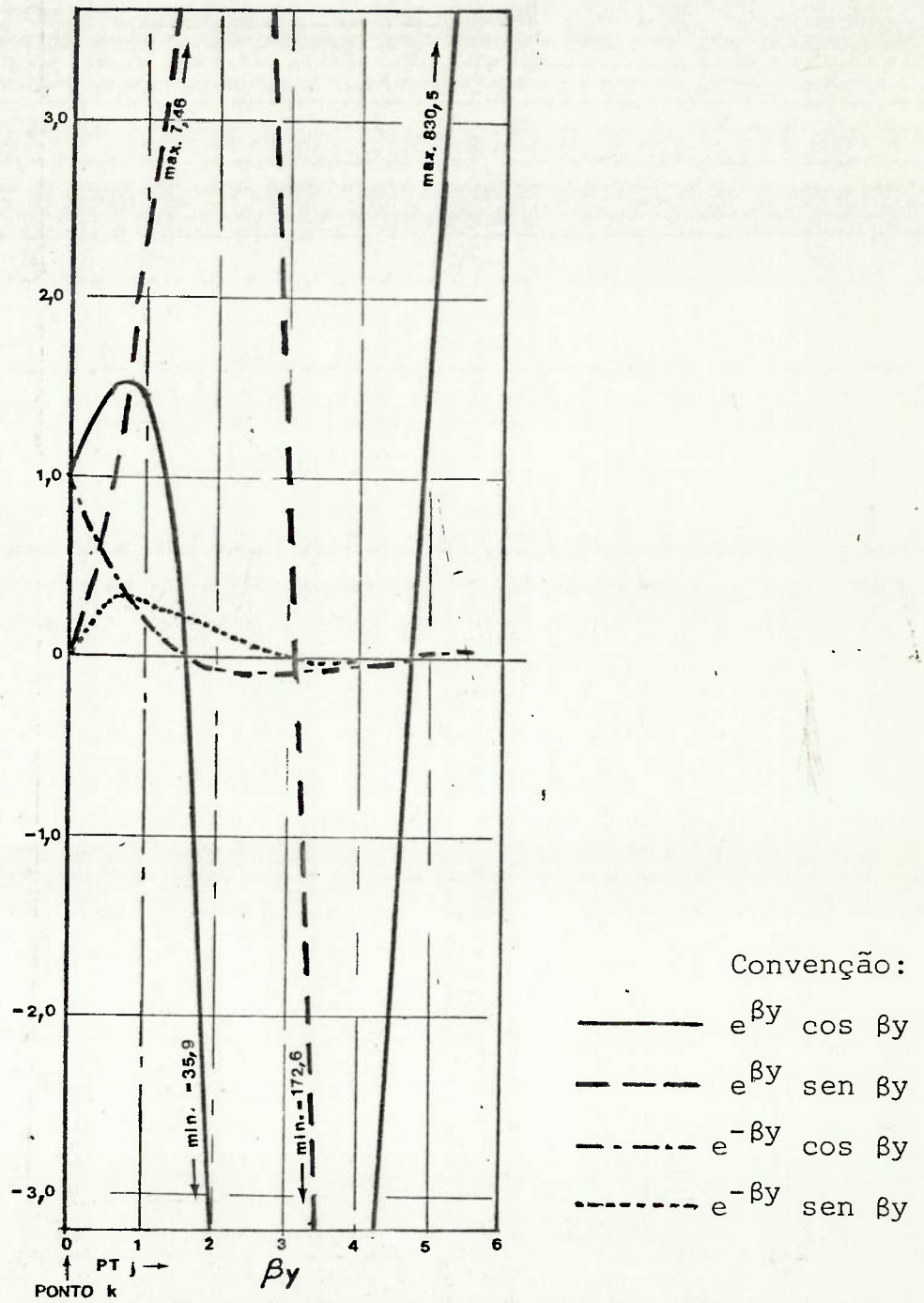


FIGURA E.2

a zero quando βy cresce, enquanto as que contêm $e^{\beta y}$ possuem amplitudes sempre crescentes à medida que βy cresce. Segundo a referência 3, a partir de $\beta y = 3$, os valores das funções que contêm $e^{-\beta y}$ podem ser desprezados. Assim, se uma casca for longa, ou seja, se seu comprimento for igual ou maior que $3/\beta$, as parcelas contendo $e^{-\beta y}$ dos efeitos de flexão ocasionados pelos esforços \bar{Q}_k e \bar{M}_k que atuam na extremidade k terão valores desprezíveis na extremidade j . Da mesma forma, em uma casca longa, as parcelas contendo $e^{\beta y}$ dos efeitos de flexão ocasionados pelos esforços \bar{Q}_j e \bar{M}_j terão valores desprezíveis na extremidade k .

Portanto, estas funções possuem um comportamento semelhante às funções de Kelvin de 2a. ordem (item B.6.5. Nas expressões (E.25) a (E.31), as soluções complementares para os esforços, deslocamentos e para a rotação representam os efeitos de flexão. Nestas soluções, as constantes C_5 e C_6 sempre multiplicam as funções $\pm e^{-\beta y} \sin \beta y$ e $\pm e^{-\beta y} \cos \beta y$, enquanto C_7 e C_8 sempre multiplicam as funções $\pm e^{\beta y} \sin \beta y$ e $\pm e^{\beta y} \cos \beta y$. Utilizando o raciocínio desenvolvido no item B.6.5, pode-se, então, utilizar as seguintes condições de contorno modificadas para os troncos de cone e cilindros longos:

$$\begin{aligned} \text{na extremidade } j: \quad Q_j &= \bar{Q}_j, \quad M_{xj} = \bar{M}_j, \quad C_5 = C_6 = 0 \\ \text{na extremidade } k: \quad Q_k &= \bar{Q}_k, \quad M_{xk} = \bar{M}_k, \quad C_7 = C_8 = 0 \end{aligned} \quad (\text{E.39})$$

O valor das tensões, deformações, esforços, deslocamentos e da rotação em qualquer ponto de uma carga longa será, então, ob-

tido pela soma da solução particular às duas soluções complementares, a primeira devido a \bar{Q}_j e \bar{M}_j e a segunda devido a \bar{Q}_k e \bar{M}_k .

Um tronco de cone ou cilindro longo ou semi-infinito será a que possui $l \geq 3/\beta_k$, onde β_k é o menor valor de β obtido na casca, ou seja, o valor calculado usando-se $R = r_k$ (referência 3). Conseqüentemente, uma casca curta seria a que possuísse $l < 3/\beta_k$. Alguns autores mais rigorosos consideram a casca como longa quando $l \geq \pi/\beta_k$.

A simplificação das condições de contorno mostrada em (E.39) não é mandatória para cascas longas (ref.11). Pode-se fazer com que todas as constantes de integração atendam às quatro condições de contorno. No entanto, neste caso, lidar-se-á com alguns valores extremamente pequenos, próximos a zero, e outros extremamente grandes, e pequenos erros decorrentes do arredondamento destes valores podem causar desvios grosseiros na solução. Isto ocorreria, por exemplo, na multiplicação de um valor com 23 casas inteiras por um número decimal sem dígitos inteiros, caso fossem considerados apenas alguns dígitos significativos em ambos.

Para troncos de cone e cilindros curtos, a simplificação mostrada em (E.39) não pode ser utilizada. Neste caso, é interessante que se use m^c e suas derivadas na forma das expressões (E.24)

Para cones, curtos ou longos, as funções que contêm $e^{\beta y}$ não devem ser consideradas (referências 1 e 11). Assim, deve-se ter as seguintes condições de contorno:

$$C_7 = C_8 = 0$$

em k:

$$Q_k = \bar{Q}_k \quad ; \quad M_{xk} = \bar{M}_k$$

(E.40)

E.7 CONSTANTES DE INTEGRAÇÃO, USANDO A ABCISSA y
E β CONSTANTE, PARA TRONCOS DE CONE E CILINDROS CURTOS

Substituindo as derivadas de m^c fornecidas em (E.24) nas expressões (E.27) e (E.30) e aplicando as condições de contorno, obtém-se as constantes de integração B_1 , B_2 , B_3 e B_4 :

$$\begin{aligned}
 B_1 &= -\frac{1}{2D\beta^3} \bar{Q}_k^c \\
 B_3 &= \frac{J(W-Z)}{2D\beta^3(J^2-1)} \bar{Q}_j^c + \frac{J(K-L)}{2D\beta^3(J^2-1)} \bar{Q}_k^c + \frac{J}{D\beta^2(J^2-1)} \bar{M}_j^c - \frac{J^2}{D\beta^2(J^2-1)} \bar{M}_k^c \\
 B_2 &= -\frac{1}{2D\beta^3 U} \bar{Q}_j^c + \frac{S}{2UD\beta^3} \bar{Q}_k^c - \frac{Z}{D\beta^2} \bar{M}_k^c - (Z+W)B_3 \\
 B_4 &= \frac{1}{D\beta^2} \bar{M}_k^c + B_3
 \end{aligned} \tag{E.41}$$

Onde são utilizadas as seguintes funções de βl :

$$\begin{aligned}
 S(\beta l) &= \cos \beta l \cosh \beta l & X(\beta l) &= \sin \beta l \cosh \beta l \\
 T(\beta l) &= \cos \beta l \sinh \beta l & U(\beta l) &= \sin \beta l \sinh \beta l \\
 Z(\beta l) &= \frac{\cos \beta l}{\sin \beta l} & K(\beta l) &= \frac{\cosh \beta l}{\sin \beta l} \\
 L(\beta l) &= \frac{\cos \beta l}{\sinh \beta l} & W(\beta l) &= \frac{\cosh \beta l}{\sinh \beta l} \\
 J(\beta l) &= \frac{\sinh \beta l}{\sin \beta l}
 \end{aligned} \tag{E.42}$$

Usando-se as expressões (B.82) e (E.30), tem-se:

$$\bar{Q}_j^C = \bar{Q}_j = \bar{H}_j \cos \alpha + \frac{Pr_j}{2} \operatorname{sen} \alpha \quad (\text{E.43})$$

$$\bar{Q}_k^C = \bar{Q}_k = \bar{H}_k \cos \alpha + \frac{Pr_k}{2} \operatorname{sen} \alpha$$

$$\bar{M}_j^C = \bar{M}_j \quad \text{e} \quad \bar{M}_k^C = \bar{M}_k \quad (\text{E.44})$$

OBSERVAÇÃO NºE.6: Caso a solução particular de M_x não fosse desprezada (ver observação nºE3), (E.44) seria:

$$\bar{M}_j^C = \bar{M}_j - \frac{ph^2 \tan^2 \alpha}{8(1-\nu)} \quad \text{e} \quad \bar{M}_k^C = \bar{M}_k - \frac{ph^2 \tan^2 \alpha}{8(1-\nu)} \quad (\text{E.45})$$

Substituindo, em (E.41), \bar{Q}_j^C , \bar{Q}_k^C , \bar{M}_j^C e \bar{M}_k^C pelas relações a cima, obtêm-se as constantes de integração sob outra forma, como mostrado em (E.46)

OBSERVAÇÃO NºE.7: Caso a solução particular de M_x não tivesse sido desprezada, e conseqüentemente, as expressões (E.45) tivessem sido usadas, dever-se-ia acrescentar as seguintes parcelas às constantes de integração:

$$\text{em } B_{3p} : \frac{3(J^2 - J)(1 + \nu) \tan^2 \alpha}{2Eh\beta^2(J^2 - 1)}$$

$$\text{em } B_{2p} : \frac{3 [(Z+W)J - Z - WJ^2](1 + \nu) \tan^2 \alpha}{2Eh\beta^2(J^2 - 1)} \quad (\text{E.47})$$

B_{4p} seria idêntica a B_{3p}

$$\begin{aligned}
 B_1 &= \underbrace{\left[-\frac{\cos \alpha}{2D\beta^3} \bar{H}_k + \left[-\frac{r_k \operatorname{sen} \alpha}{4D\beta^3} \right] p \right]}_{B_{1H_k}} \\
 B_3 &= \underbrace{\left[\frac{J(W-Z)\cos \alpha}{2D(J^2-1)\beta^3} \bar{H}_j + \frac{J(K-L)\cos \alpha}{2D(J^2-1)\beta^3} \bar{H}_k + \left[\frac{J}{D(J^2-1)\beta^2} \bar{M}_j + \left[-\frac{J^2}{D(J^2-1)\beta^2} \bar{M}_k + \right] \right] \right]}_{B_{3H_j}} \\
 &\quad + \underbrace{\left[\frac{J \operatorname{sen} \alpha}{4D(J^2-1)} \left[\frac{r_j(W-Z)}{\beta^3} + \frac{r_k(K-L)}{\beta^3} \right] \right]}_{B_{3p}} p \\
 B_2 &= \underbrace{\left[-\frac{\cos \alpha \left[J^2-1+(W^2-Z^2)JU \right]}{2UD(J^2-1)\beta^3} \bar{H}_j + \left[\frac{(J^2-1)ZM-(Z+W)J(K-L)}{-2D(J^2-1)\beta^3} \right] \cos \alpha \bar{H}_k + \left[\frac{(Z+W)J}{D(J^2-1)\beta^2} \bar{M}_j + \right] \right]}_{B_{2H_j}} \\
 &\quad + \underbrace{\left[\frac{Z+WJ^2}{D(J^2-1)\beta^2} \bar{M}_k + \left[\frac{\operatorname{sen} \alpha}{4UD} \left(\frac{r_j}{\beta^3} - \frac{r_k}{\beta^3} \right) - \frac{J(Z+W)\operatorname{sen} \alpha}{4D(J^2-1)} \left[\frac{r_j(W-Z)}{\beta^3} + \frac{r_k(K-L)}{\beta^3} \right] \right] \right]}_{B_{2M_k}} p \\
 B_4 &= \underbrace{\left[B_{3H_j} \bar{H}_j + B_{3H_k} \bar{H}_k + B_{3M_j} \bar{M}_j + \left[\frac{1}{D\beta^2} + B_{3M_k} \right] \bar{M}_k + B_{3p} p \right]}_{B_{4H_j}} \\
 &\quad + \underbrace{\left[B_{4H_k} \bar{H}_k + B_{4M_j} \bar{M}_j + \left[\frac{1}{D\beta^2} + B_{3M_k} \right] \bar{M}_k + B_{4p} p \right]}_{B_{4M_k}}
 \end{aligned}$$

(E.46)

Com os valores das constantes de integração, os esforços e as deflexões em qualquer ponto da superfície de referência já podem ser obtidos por (E.25) a (E.31). Como se viu no Capítulo 3, os esforços de extremidade \bar{H}_j , \bar{H}_k , \bar{M}_j e \bar{M}_k são obtidos em função dos coeficientes de influência de extremidade da casca. Deve-se, pois, determiná-los.

E.8 COEFICIENTES DE INFLUÊNCIA DE EXTREMIDADE USANDO A ABCISSA y E β CONSTANTE, PARA TRONCOS DE CONE E CILINDROS CURTOS

Como já visto no item B.6.7, pode-se definir as rotações e os deslocamentos nas extremidades j e k da casca utilizando coeficientes de influência:

$$\bar{\theta}_j = a_{jj} \bar{M}_j + a_{jk} \bar{M}_k + b_{jj} \bar{H}_j + b_{jk} \bar{H}_k + c_{jP}$$

$$\bar{\theta}_k = a_{kj} \bar{M}_j + a_{kk} \bar{M}_k + b_{kj} \bar{H}_j + b_{kk} \bar{H}_k + c_{kP}$$

(E.48)

$$\bar{m}_j = d_{jj} \bar{M}_j + d_{jk} \bar{M}_k + g_{jj} \bar{H}_j + g_{jk} \bar{H}_k + f_{jP}$$

$$\bar{m}_k = d_{kj} \bar{M}_j + d_{kk} \bar{M}_k + g_{kj} \bar{H}_j + g_{kk} \bar{H}_k + f_{kP}$$

Conforme já dito anteriormente, estes coeficientes independem dos esforços de extremidade e da pressão. Podem ser obtidos através das expressões (E.25) e (E.26), utilizando-se as deri

vadas de m^c fornecidas em (E.24) e sabendo-se que:

$$\text{em } y = 0 \quad \bar{\theta} = \bar{\theta}_k \quad \text{e} \quad \bar{m} = \bar{m}_k \quad (\text{E.49})$$

$$\text{em } y = \ell \quad \bar{\theta} = \bar{\theta}_j \quad \text{e} \quad \bar{m} = \bar{m}_j$$

Obtém-se os seguintes coeficientes para a rotação $\bar{\theta}$:

$$a_{jj} = \beta (-UB_{1M_j} + SB_{2M_j} + TB_{3M_j} - XB_{4M_j})$$

$$a_{jk} = \beta (-UB_{1M_k} + SB_{2M_k} + TB_{3M_k} - XB_{4M_k})$$

$$b_{jj} = \beta (-UB_{1H_j} + SB_{2H_j} + TB_{3H_j} - XB_{4H_j})$$

$$b_{jk} = \beta (-UB_{1H_k} + SB_{2H_k} + TB_{3H_k} - XB_{4H_k})$$

$$c_j = \beta (-UB_{1p} + SB_{2p} + TB_{3p} - XB_{4p}) + \frac{3r_j \tan \alpha}{2Eh \cos \alpha} \quad (\text{E.50})$$

$$a_{kj} = \beta B_{2M_j}$$

$$a_{kk} = \beta B_{2M_k}$$

$$b_{kj} = \beta B_{2H_j}$$

$$b_{kk} = \beta B_{2H_k}$$

$$c_k = \beta B_{2p} + \frac{3r_k \tan \alpha}{2Eh \cos \alpha}$$

$$\begin{aligned}
d_{jj} &= \frac{\cos \alpha}{2} \left[T(-B_{2M_j} - B_{1M_j}) + X(B_{1M_j} - B_{2M_j}) + S(-B_{3M_j} - B_{4M_j}) + U(B_{4M_j} - B_{3M_j}) \right] \\
d_{jk} &= \frac{\cos \alpha}{2} \left[T(-B_{2M_k} - B_{1M_k}) + X(B_{1M_k} - B_{2M_k}) + S(-B_{3M_k} - B_{4M_k}) + U(B_{4M_k} - B_{3M_k}) \right] \\
g_{jj} &= \frac{\cos \alpha}{2} \left[T(-B_{2H_j} - B_{1H_j}) + X(B_{1H_j} - B_{2H_j}) + S(-B_{3H_j} - B_{4H_j}) + U(B_{4H_j} - B_{3H_j}) \right] \\
g_{jk} &= \frac{\cos \alpha}{2} \left[T(-B_{2H_k} - B_{1H_k}) + X(B_{1H_k} - B_{2H_k}) + S(-B_{3H_k} - B_{4H_k}) + U(B_{4H_k} - B_{3H_k}) \right] \\
f_j &= \frac{\cos \alpha}{2} \left[T(-B_{2p} - B_{1p}) + X(B_{1p} - B_{2p}) + S(-B_{3p} - B_{4p}) + U(B_{4p} - B_{3p}) \right] + \frac{r_j^2 (1-\nu/2)}{Eh \cos \alpha} \\
d_{kj} &= -\frac{\cos \alpha}{2} (B_{3M_j} + B_{4M_j}) \\
d_{kk} &= -\frac{\cos \alpha}{2} (B_{3M_k} + B_{4M_k}) \\
g_{kj} &= -\frac{\cos \alpha}{2} (B_{3H_j} + B_{4H_j}) \\
g_{kk} &= -\frac{\cos \alpha}{2} (B_{3H_k} + B_{4H_k}) \\
f_k &= -\frac{\cos \alpha}{2} (B_{3p} + B_{4p}) + \frac{r_k^2 (1-\nu/2)}{Eh \cos \alpha}
\end{aligned}$$

(E.51)

Obtêm-se, também, os coeficientes para o deslocamento radial, que estão relacionados em (E.51).

E.9 SOLUÇÃO PARA TRONCOS DE CONE E CILINDROS CURTOS, USANDO A ABCISSA Y E β CONSTANTE

Como já visto em (E.6.b), a solução da equação diferencial (E.5) será:

$$m_Y^C = e^{-\beta Y} (C_9 \cos \beta Y + C_{10} \sin \beta Y) + e^{\beta Y} (C_{11} \cos \beta Y + C_{12} \sin \beta Y)$$

As derivadas de m^C serão:

$$\begin{aligned} \frac{dm^C}{dY} = & \beta e^{-\beta Y} [C_9(-\cos \beta Y - \sin \beta Y) + C_{10}(\cos \beta Y - \sin \beta Y)] + \\ & + \beta e^{\beta Y} [C_{11}(\cos \beta Y - \sin \beta Y) + C_{12}(\sin \beta Y + \cos \beta Y)] \end{aligned} \quad (E.52)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 m^C}{dY^2} = & 2\beta^2 e^{-\beta Y} [C_9(\sin \beta Y) + C_{10}(-\cos \beta Y)] + \\ & + 2\beta^2 e^{\beta Y} [C_{11}(-\sin \beta Y) + C_{12}(\cos \beta Y)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3 m^C}{dY^3} = & 2\beta^3 e^{-\beta Y} [C_9(\cos \beta Y - \sin \beta Y) + C_{10}(\sin \beta Y + \cos \beta Y)] + \\ & + 2\beta^3 e^{\beta Y} [C_{11}(-\sin \beta Y - \cos \beta Y) + C_{12}(\cos \beta Y - \sin \beta Y)] \end{aligned}$$

$$\frac{d^4 m^c}{dY^4} = 4\beta^4 e^{-\beta Y} \left[C_9(-\cos \beta Y) + C_{10}(-\operatorname{sen} \beta Y) \right] +$$

$$+ 4\beta^4 e^{\beta Y} \left[C_{11}(-\cos \beta Y) + C_{12}(-\operatorname{sen} \beta Y) \right] \quad (\text{E.52})$$

Seguindo o mesmo raciocínio usado na obtenção da solução com a abcissa y , teremos, por uma alteração nas constantes de integração, as expressões para m^c e suas derivadas.

$$2(C_9 + C_{10}) = B_5 - B_8 \quad ; \quad 2(C_{10} - C_9) = B_7 - B_6 \quad (\text{E.53})$$

$$2(C_{12} - C_{11}) = B_5 + B_8 \quad ; \quad 2(C_{12} + C_{11}) = -B_6 - B_7$$

$$m^c = \frac{-B_6 - B_5}{2} \cos \beta Y \operatorname{senh} \beta Y + \frac{B_5 - B_6}{2} \operatorname{sen} \beta Y \cosh \beta Y +$$

$$+ \frac{-B_7 - B_8}{2} \cos \beta Y \cosh \beta Y + \frac{B_8 - B_7}{2} \operatorname{sen} \beta Y \operatorname{senh} \beta Y$$

$$\frac{dm^c}{dY} = \beta(B_5 \operatorname{sen} \beta Y \operatorname{senh} \beta Y - B_6 \cos \beta Y \cosh \beta Y -$$

$$- B_7 \cos \beta Y \operatorname{senh} \beta Y + B_8 \operatorname{sen} \beta Y \cosh \beta Y) \quad (\text{E.54})$$

$$\frac{d^2 m^c}{dY^2} = \beta^2 \left[(B_5 + B_6)(\operatorname{sen} \beta Y \cosh \beta Y) + (B_5 - B_6)(\cos \beta Y \operatorname{senh} \beta Y) + \right.$$

$$\left. + (B_7 + B_8)(\operatorname{sen} \beta Y \operatorname{senh} \beta Y) + (B_8 - B_7)(\cos \beta Y \cosh \beta Y) \right]$$

$$\frac{d^3 m^c}{dY^3} = 2\beta^3 (B_5 \cos \beta Y \cosh \beta Y + B_8 \cos \beta Y \operatorname{senh} \beta Y +$$

$$+ B_7 \operatorname{sen} \beta Y \cosh \beta Y + B_6 \operatorname{sen} \beta Y \operatorname{senh} \beta Y)$$

$$\frac{d^4 m^C}{dY^4} = 2\beta^4 \left[(B_5 + B_6)(\cos \beta Y \sinh \beta Y) + (B_6 - B_5)(\sin \beta Y \cosh \beta Y) + (B_7 + B_8)(\cos \beta Y \cosh \beta Y) + (B_7 - B_8)(\sin \beta Y \sinh \beta Y) \right]$$

As derivadas de m^P serão:

$$\frac{dm^P}{dY} = \frac{3pr \tan \alpha}{2Eh \cos \alpha}$$

$$\frac{d^2 m^P}{dY^2} = \frac{3p \tan^2 \alpha}{2Eh}$$

(E.55)

$$\frac{d^n m^P}{dY^n} = 0 \quad \text{para } n \geq 3$$

As expressões simplificadas para os esforços e deslocamentos serão:

$$\bar{\theta} = + \frac{dm^C}{dY} + \frac{3pr \tan \alpha}{2Eh \cos \alpha}$$

$$Q = + D \frac{d^3 m}{dY^3}$$

$$N_x = + D \tan \alpha \left(\frac{d^3 m}{dY^3} \right) - \frac{pr}{2 \cos \alpha} \quad (E.56)$$

$$N_\theta = \frac{DR^2}{r \cos \alpha} \frac{d^4 m}{dY^4} + \nu D \tan \alpha \frac{d^3 m}{dY^3} - \frac{pr}{\cos \alpha}$$

$$M_x = M_x^C = D \frac{d^2 m^C}{dY^2} \quad ; \quad M_\theta = M_\theta^C = \nu M_x^C$$

$$\bar{m} = m^C \cos \alpha + \frac{pr^2}{Eh \cos \alpha} (1-\nu/2) \quad (\text{E.56})$$

As novas condições de contorno serão:

$$\text{em } Y = 0 : \quad Q_j = \bar{Q}_j \quad \text{e} \quad M_{xj}^C = \bar{M}_j^C \quad (\text{E.57})$$

$$\text{em } Y = l : \quad Q_k = \bar{Q}_k \quad \text{e} \quad M_{xk}^C = \bar{M}_k^C$$

Aplicando a elas as expressões para Q e M_x^C fornecidas em (E.56), teremos as constantes de integração:

$$\begin{aligned} B_5 &= \frac{1}{2D\beta^3} \bar{Q}_j^C \\ B_7 &= \frac{J(L-K)}{2D\beta^3(J^2-1)} \bar{Q}_j^C + \frac{J(Z-W)}{2D\beta^3(J^2-1)} \bar{Q}_k^C - \frac{J^2}{D\beta^2(J^2-1)} \bar{M}_j^C + \frac{J}{D\beta^2(J^2-1)} \bar{M}_k^C \\ B_6 &= -\frac{S}{2UD\beta^3} \bar{Q}_j^C + \frac{1}{2UD\beta^3} \bar{Q}_k^C - \frac{Z}{D\beta^2} \bar{M}_j^C - (Z+W)B_7 \\ B_8 &= \frac{1}{D\beta^2} \bar{M}_j^C + B_7 \end{aligned} \quad (\text{E.58})$$

As funções S , T , X , U , Z , K , W , L e J foram definidas em (E.42).

Usando-se as expressões (B.82) e (E.34), obtêm-se as constantes de integração em função de \bar{H} , \bar{M}_x e p (ver (E.59)). Utilizando-se as expressões para $\bar{\theta}$ e \bar{m} fornecidas em (E.34) e as derivadas de m^C relacionadas em (E.54), chega-se aos coeficientes de influência de extremidade (ver (E.62) e (E.63)).

$$\begin{aligned}
 & B_{5H_j} \quad B_{5p} \\
 B_5 &= \left[\frac{\cos \alpha}{2D\beta^3} \right] \overline{H}_j + \left[\frac{r_j \text{sen } \alpha}{4D\beta^3} \right] P \\
 \\
 B_7 &= \left[\frac{J(L-K) \cos \alpha}{2D\beta^3(J^2-1)} \right] \overline{H}_j + \left[\frac{J(Z-W) \cos \alpha}{2D\beta^3(J^2-1)} \right] \overline{H}_k + \left[\frac{J^2}{D\beta^2(J^2-1)} \right] \overline{M}_j + \left[\frac{J}{D\beta^2(J^2-1)} \right] \overline{M}_k + \\
 & \quad B_{7H_j} \quad B_{7H_k} \quad B_{7M_j} \quad B_{7M_k} \\
 & \quad + \left[\frac{J \text{sen } \alpha [(L-K)r_j + (Z-W)r_k]}{4D\beta^3(J^2-1)} \right] P \quad B_{7p} \\
 \\
 B_6 &= \left[\frac{[Z(W(J^2-1) - J(Z+W)(K-L))] \cos \alpha}{2D\beta^3(J^2-1)} \right] \overline{H}_j + \left[\frac{[(J^2-1) + JU(W^2-Z^2)] \cos \alpha}{2UD\beta^3(J^2-1)} \right] \overline{H}_k + \left[\frac{Z+WJ^2}{D\beta^2(J^2-1)} \right] \overline{M}_j + \\
 & \quad B_{6H_j} \quad B_{6H_k} \quad B_{6M_j} \\
 & \quad + \left[\frac{J(Z+W)}{D\beta^2(J^2-1)} \right] \overline{M}_k + \left[\frac{\text{sen } \alpha (r_k - Sr_j)}{4UD\beta^3} \right] \frac{f(Z+W) \text{sen } \alpha [(L-K)r_j + (Z-W)r_k]}{4D\beta^3(J^2-1)} P \quad B_{6p} \\
 \\
 B_8 &= \left[\frac{1}{D\beta^2} + B_{7M_j} \right] \overline{M}_j + \left[\frac{1}{D\beta^2} + B_{7M_k} \right] \overline{M}_k + \left[B_{7p} \right] P \\
 & \quad B_{8H_j} \quad B_{8H_k} \quad B_{8M_j} \quad B_{8M_k} \quad B_{8p}
 \end{aligned}$$

(E.59)

OBSERVAÇÃO Nº E.8: Caso não houvesse sido desprezada a solução particular de M_x , as constantes de integração deveriam ser acrescidas das seguintes parcelas:

$$\text{em } B_{7p} : \frac{3(J-J^2)(1+\nu)\tan^2\alpha}{2Eh\beta^2(J^2-1)} \quad (\text{E.60})$$

$$\text{em } B_{6p} : \frac{3[J(Z+W)-Z-WJ^2](1+\nu)\tan^2\alpha}{2Eh\beta^2(J^2-1)}$$

B_{8p} ficaria idêntico ao novo B_{7p} .

São os seguintes os coeficientes de influência para a rotação θ .

$$a_{jj} = -\beta B_{6M_j}$$

$$a_{jk} = -\beta B_{6M_k}$$

$$b_{jj} = -\beta B_{6H_j}$$

$$b_{jk} = -\beta B_{6H_k}$$

$$c_j = -\beta B_{6p} + \frac{3r_j \tan \alpha}{2Eh \cos \alpha}$$

$$a_{kj} = \beta (UB_{5M_j} - SB_{6M_j} - TB_{7M_j} + XB_{8M_j}) \quad (E.62)$$

$$a_{kk} = \beta (UB_{5M_k} - SB_{6M_k} - TB_{7M_k} + XB_{8M_k})$$

$$b_{kj} = \beta (UB_{5H_j} - SB_{6H_j} - TB_{7H_j} + XB_{8H_j})$$

$$b_{kk} = \beta (UB_{5H_k} - SB_{6H_k} - TB_{7H_k} + XB_{8H_k})$$

$$c_k = \beta (UB_{5p} - SB_{6p} - TB_{7p} + XB_{8p}) + \frac{3r_k \tan \alpha}{2Eh \cos \alpha}$$

Os coeficientes de influência para \bar{m} são:

$$d_{jj} = \frac{\cos \alpha}{2} (-B_{7M_j} - B_{8M_j})$$

(E.63)

$$d_{jk} = \frac{\cos \alpha}{2} (-B_{7M_k} - B_{8M_k})$$

$$\begin{aligned}
g_{jj} &= \frac{\cos \alpha}{2} (-B_{7H_j} - B_{8H_j}) \\
g_{jk} &= \frac{\cos \alpha}{2} (-B_{7H_k} - B_{8H_k}) \\
f_j &= \frac{\cos \alpha}{2} (-B_{7p} - B_{8p}) + \frac{r_j^2}{Eh \cos \alpha} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \\
d_{kj} &= \frac{\cos \alpha}{2} \left[(-B_{6M_j} - B_{5M_j})T + (B_{5M_j} - B_{6M_j})X + (-B_{7M_j} - B_{8M_j})S + (B_{8M_j} - B_{7M_j})U \right] \quad (E.63) \\
d_{kk} &= \frac{\cos \alpha}{2} \left[(-B_{6M_k} - B_{5M_k})T + (B_{5M_k} - B_{6M_k})X + (-B_{7M_k} - B_{8M_k})S + (B_{8M_k} - B_{7M_k})U \right] \\
g_{kj} &= \frac{\cos \alpha}{2} \left[(-B_{6H_j} - B_{5H_j})T + (B_{5H_j} - B_{6H_j})X + (-B_{7H_j} - B_{8H_j})S + (B_{8H_j} - B_{7H_j})U \right] \\
g_{kk} &= \frac{\cos \alpha}{2} \left[(-B_{6H_k} - B_{5H_k})T + (B_{5H_k} - B_{6H_k})X + (-B_{7H_k} - B_{8H_k})S + (B_{8H_k} - B_{7H_k})U \right] \\
f_k &= \frac{\cos \alpha}{2} \left[(-B_{6p} - B_{5p})T + (B_{5p} - B_{6p})X + (-B_{7p} - B_{8p})S + (B_{8p} - B_{7p})U \right] + \frac{r_k^2}{Eh \cos \alpha} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right)
\end{aligned}$$

Verifica-se que algumas das expressões dos coeficientes de influência obtidas com a abcissa Y , (E.62) e (E.63), não coincidem com as obtidas pelo uso da abcissa y , como as de b_{jj} e b_{kj} , por exemplo. Outras, como as de a_{jj} e a_{kj} , são coincidentes. Apesar disto, a maioria dos valores por elas fornecidos, pelo menos no exemplo numérico apresentado neste capítulo, são bem próximos. No entanto, como foi dito na página E.5, era de se esperar que as formulações obtidas pelo uso de uma abcissa coincidissem com as obtidas pelo uso da outra.

Não se obteve uma razão plausível para explicar tal discordância.

E.10 SOLUÇÃO PARA TRONCOS DE CONE E CILINDROS CURTOS, USANDO A ABCISSA y E β VARIÁVEL

A referência 3, ao que tudo indica, considera o raio r de cada ponto da casca no qual se calculam as tensões, deformações e deflexões, como o valor de R para o cálculo de β . Assim, o deslocamento e a rotação em j seriam calculados utilizando:

$$\beta_j = \sqrt{\frac{3\cos^2\alpha(1-\nu^2)}{r_j^2 h^2}} \quad (\text{E.64})$$

Em k , utilizar-se-ia β_k , obtido com $R = r_k$.

Deste modo, as constantes de integração passariam a ser representadas pelas expressões (E.66), onde:

$$\begin{aligned} \bar{S} &= \cos \beta_j l \cosh \beta_j l & \bar{X} &= \sin \beta_j l \cosh \beta_j l \\ \bar{T} &= \cos \beta_j l \sinh \beta_j l & \bar{U} &= \sin \beta_j l \sinh \beta_j l \\ \bar{Z} &= \frac{\cos \beta_j l}{\sin \beta_j l} & \bar{K} &= \frac{\cosh \beta_j l}{\sin \beta_j l} \\ \bar{L} &= \frac{\cos \beta_j l}{\sinh \beta_j l} & \bar{W} &= \frac{\cosh \beta_j l}{\sinh \beta_j l} \\ \bar{J} &= \frac{\sinh \beta_j l}{\sin \beta_j l} \end{aligned} \quad (\text{E.65})$$

$$B_1 = \left[-\frac{\cos \alpha}{2D\beta_k^3} \right] \bar{H}_k + \left[-\frac{rk \operatorname{sen} \alpha}{4D\beta_k^3} \right] P$$

$$B_3 = \left[\frac{\bar{J}(\bar{W}-\bar{Z}) \cos \alpha}{2D\beta_j^3 (\bar{J}^2-1)} \right] \bar{H}_j + \left[\frac{\bar{J}(\bar{K}-\bar{L}) \cos \alpha}{2D\beta_k^3 (\bar{J}^2-1)} \right] \bar{H}_k + \left[\frac{\bar{J}}{D\beta_j^2 (\bar{J}^2-1)} \right] \bar{M}_j + \left[-\frac{\bar{J}^2}{D\beta_k^2 (\bar{J}^2-1)} \right] \bar{M}_k +$$

$$+ \left\{ \frac{\bar{J} \operatorname{sen} \alpha}{4D(\bar{J}^2-1)} \left[\frac{r_j(\bar{W}-\bar{Z})}{\beta_j^3} + \frac{r_k(\bar{K}-\bar{L})}{\beta_k^3} \right] \right\} P \quad (E.66)$$

$$B_2 = \left\{ -\frac{\cos \alpha [\bar{J}^2-1+(\bar{W}^2-\bar{Z}^2)\bar{J}\bar{U}]}{2\bar{U}D\beta_j^3 (\bar{J}^2-1)} \right\} \bar{H}_j + \left\{ \frac{[(\bar{J}^2-1)\bar{Z}\bar{W}-(\bar{Z}+\bar{W})\bar{J}(\bar{K}-\bar{L})] \cos \alpha}{2D\beta_k^3 (\bar{J}^2-1)} \right\} \bar{H}_k + \left[-\frac{(\bar{Z}+\bar{W})\bar{J}}{D\beta_j^2 (\bar{J}^2-1)} \right] \bar{M}_j +$$

$$+ \left[\frac{\bar{Z}+\bar{W}\bar{J}^2}{D\beta_k^2 (\bar{J}^2-1)} \right] \bar{M}_k + \left\{ \frac{\operatorname{sen} \alpha (\bar{S}rk - r_j)}{4\bar{U}D - \beta_k^2} - \frac{r_j}{\beta_j^3} - \frac{\bar{J}(\bar{Z}+\bar{W}) \operatorname{sen} \alpha}{4D(\bar{J}^2-1)} \right\} \left[\frac{r_j(\bar{W}-\bar{Z})}{\beta_j^3} + \frac{r_k(\bar{K}-\bar{L})}{\beta_k^3} \right] P$$

$$B_4 = \left[B_{3Hj} \right] \bar{H}_j + \left[B_{3Hk} \right] \bar{H}_k + \left[B_{3Mj} \right] \bar{M}_j + \left[\frac{1}{D\beta_k^2} + B_{3Mk} \right] \bar{M}_k + \left[B_{3P} \right] P$$

As expressões para os coeficientes de influência seriam as mesmas que (E.50) e (E.51), desde que se substituisse S, T, Z, L, J, X, U, K e W , respectivamente, por $\bar{S}, \bar{T}, \bar{Z}, \bar{L}, \bar{J}, \bar{X}, \bar{U}, \bar{K}$ e \bar{W} , e se considerasse, nas expressões (E.50), β como β_j para os coeficientes $a_{jj}, a_{jk}, b_{jj}, b_{jk}$ e c_j e β como β_k para os coeficientes $a_{kj}, a_{kk}, b_{kj}, b_{kk}$ e j_k .

No cálculo das tensões em um determinado ponto P , considera-se o β existente nas expressões (E.24) para as derivadas de m^c como β_P , calculado com $R=r_P$, ou seja, o raio r do ponto P .

OBSERVAÇÃO E.9: A referência 3 não apresenta justificativa para a utilização de um valor de β variável. A referência 23, na página 247, após deduzir a formulação para a Aproximação de Geckeler para uma casca esférica, considera que esta formulação é válida para um cone, desde que com um valor de β_P conveniente. Este valor seria obtido considerando o cone como formado de vários domos esféricos abertos elementares de raio r_0 (Figura E.3)

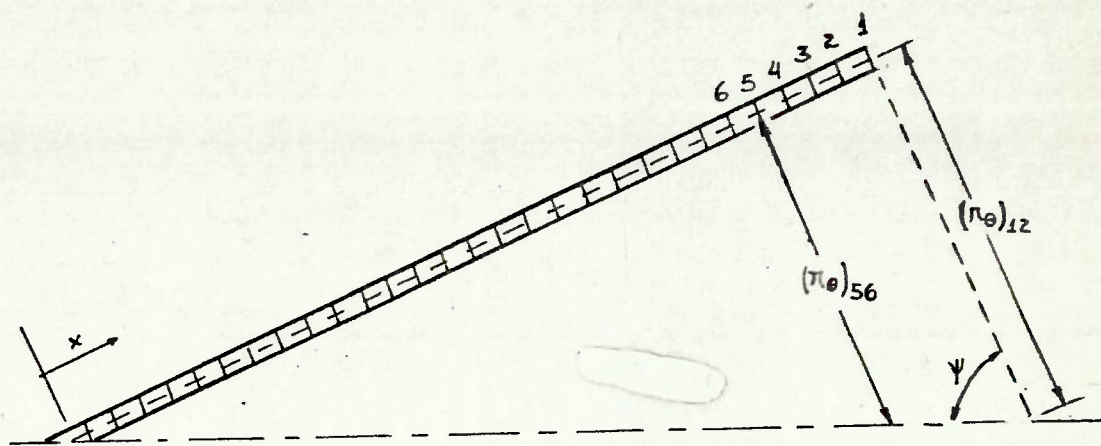


FIGURA E.3

Para cada domo , ter-se-ia um valor de β_P constante ,
 igual a

$$\beta_P = \sqrt[4]{\frac{3 \tan^2 \alpha (1 - \nu^2)}{h^2}} \int_0^y \frac{1}{\sqrt{x}} dy$$

Como, no caso do cone, $y = l - x$, isto resulta:

$$\beta_P = \sqrt[4]{\frac{3 \tan^2 \alpha (1 - \nu^2)}{h^2}} (\sqrt{x} - \sqrt{l}) \quad (\text{E.67})$$

No ponto k, β é considerado como:

$$\beta_k = \sqrt[4]{\frac{3 \tan^2 \alpha (1 - \nu^2)}{h^2}} \sqrt{x} \quad (\text{E.68})$$

E.11 EXEMPLO NUMÉRICO

Através de um exemplo, vai-se comparar os resultados obtidos pela Aproximação de Geckeler, considerando as várias alternativas apresentadas anteriormente, com os fornecidos pela análise por elementos finitos, através do programa NAVSAP (referência 7). Analisa-se um tronco de cone curto, submetido a esforços de extremidade conhecidos, e simplesmente apoiado na base maior (Figura E.4).

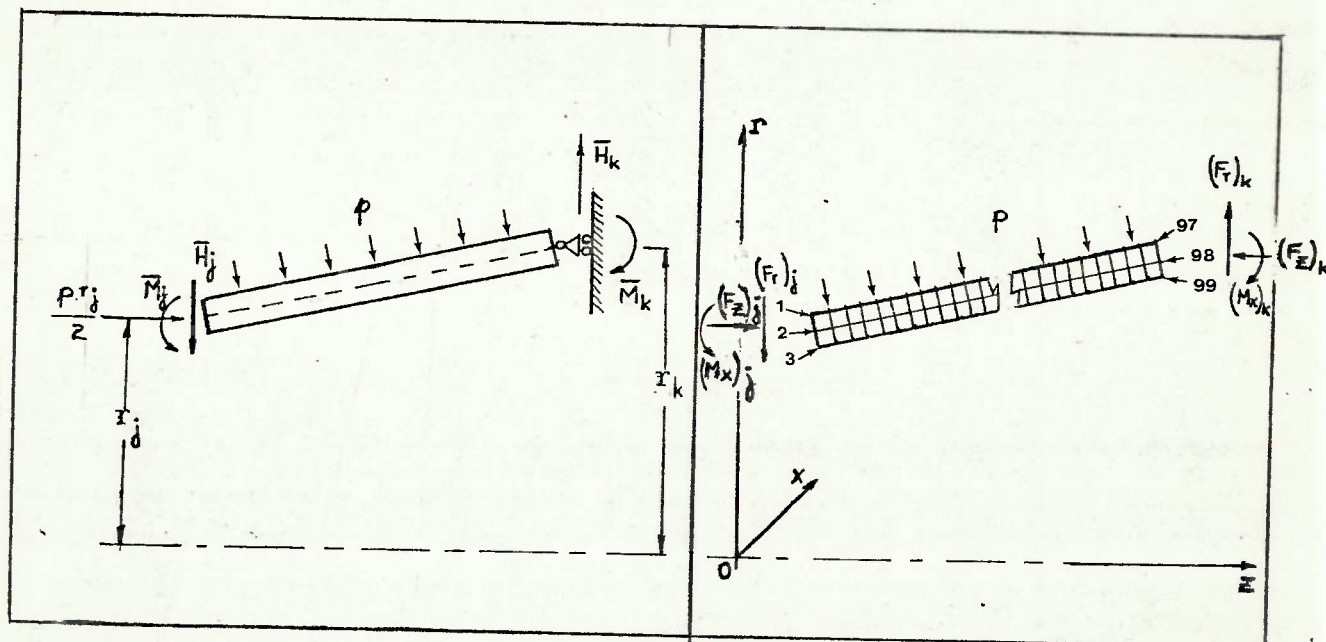


FIGURA E.4

FIGURA E.5

Dados:	h	$=$	26mm	p	$=$	$0,4 \text{ kgf/mm}^2$
	α	$=$	30°	H_j	$=$	$461,095 \text{ kgf/mm}$
	r_j	$=$	$2168,75\text{mm}$	\bar{M}_j	$=$	$922,19 \text{ kgf/mm}$
	r_k	$=$	$2373,47\text{mm}$	H_k	$=$	$631,986 \text{ kgf/mm}$
	ν	$=$	$0,3$	\bar{M}_k	$=$	$1053,29 \text{ kgf/mm}$
	E	$=$	21000 kgf/mm^2			

Na solução por elementos finitos, utiliza-se 99 nós e 64 elementos axissimétricos de razão de aspecto aproximadamente 1 (Figura E.5); foram utilizados modos incompatíveis de deslocamento. Como mostra a análise feita no Apêndice A, esta modelagem fornece soluções bem próximas das obtidas pela Teoria de Cascas.

Para se obter os coeficientes de influência, foram feitos vários processamentos do programa, com os dados diferindo apenas no valor da pressão, nos valores dos esforços de extremidade e na vinculação dos nós. Estes detalhes estão registrados na Tabela E.1, onde 1 designa um nó vinculado e 0 um nó livre. As rotações e a translação na direção OX (Figura E.5) são automaticamente restringidas para todos os nós, devido ao tipo de elemento utilizado. Para os nós não mencionados na Tabela E.1, as translações nos sentidos Or e OZ são livres. F_r , F_z e M_x são os esforços de extremidade, respectivamente forças nas direções Or e OZ (esta correspondendo a $pr/2$) e momento em torno de OX.

Verifica-se, pela Tabela E.2, que as discrepâncias nos valores dos coeficientes de influência (assinaladas com *) são poucas e só ocorrem no cálculo feito pela utilização da abcissa Y. Valores mais próximos dos fornecidos por elementos finitos

OBTENÇÃO DE	NÚMEROS DOS NÓS VINCULADOS	TRANSLAÇÃO		ESFORÇOS APLICADOS						
		Or	OZ	P	(F _r) _j	(F _z) _j	(M _x) _j	(F _r) _k	(F _z) _k	(M _x) _k
a _{jj} , a _{kj} , d _{jj} , d _{kj}	98	0	1	não	não	sim	não	não	não	não
a _{jk} , a _{kk} , d _{jk} , d _{kk}	2	0	1	não	não	não	não	não	não	sim
b _{jj} , g _{jj} , b _{kj} , g _{kj}	-	-	-	não	sim	não	não	não	não	não
b _{jk} , g _{jk} , b _{kk} , g _{kk}	-	-	-	não	não	não	sim	não	não	não
f _j , c _j , f _k , c _k	98	0	1	sim	não	não	não	não	não	não
1ª SOLUÇÃO DO PROBLEMA	97, 98, 99	0	1	sim	sim	sim	sim	sim	sim	sim
2ª SOLUÇÃO DO PROBLEMA	98	0	1	sim	sim	sim	sim	sim	sim	sim

TABELA E.1



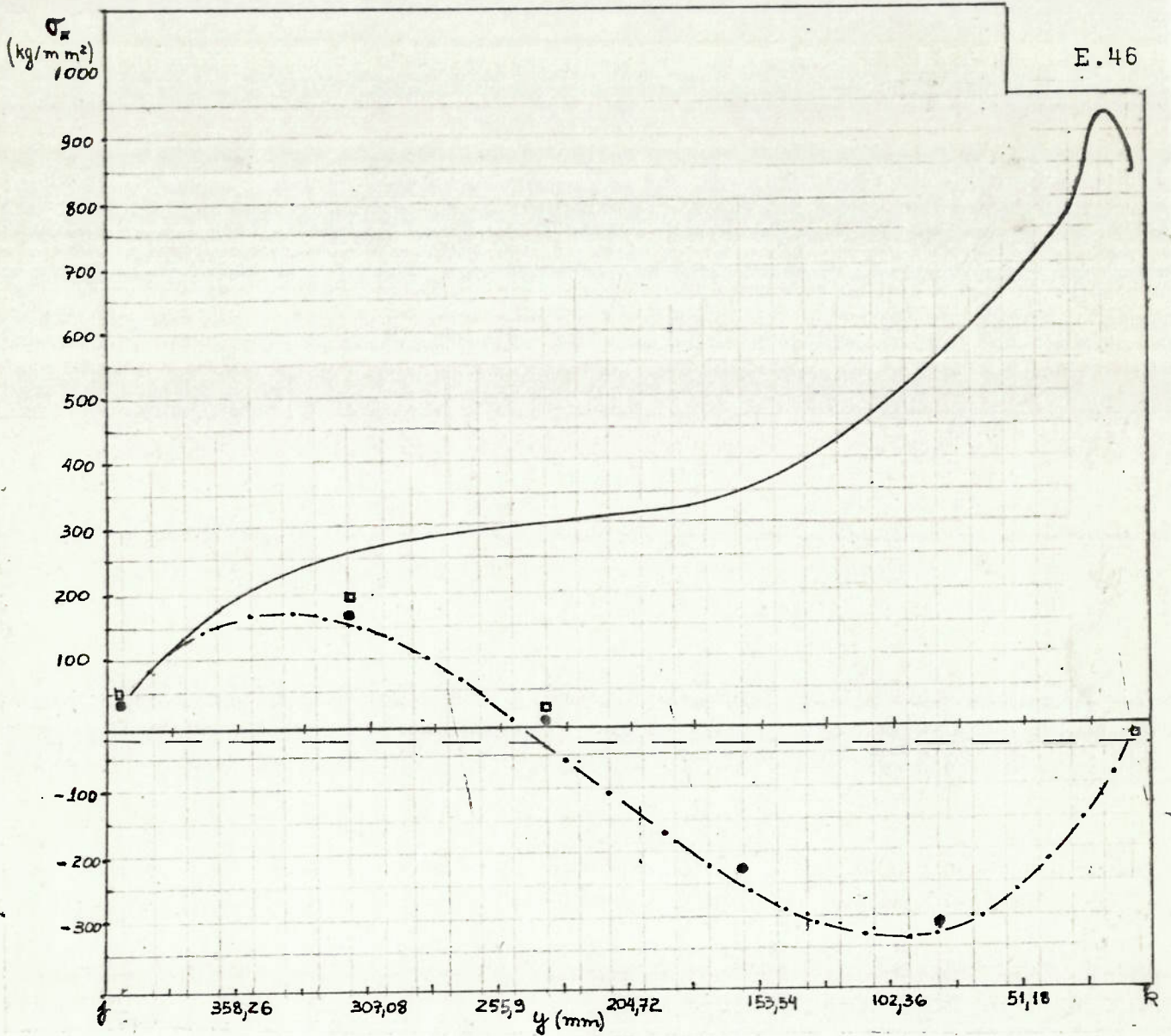
FÓRMU- LAS COEF. INFL.	NAVSAP	(E.50) e (E.51)		(E.62)e(E.63)
		abscissa y $R=r_k$ $\beta=cte$	abscissa y $R=r_j$ $\beta=cte$	abscissa Y $R=(r_j+r_k)/2$ $\beta=cte$
a_{jj}	$-6,35 \times 10^{-6}$	$-6,665 \times 10^{-6}$	$-6,226 \times 10^{-6}$	$-6,442 \times 10^{-6}$
a_{jk}	$9,119 \times 10^{-7}$	$10,62 \times 10^{-7}$	$7,018 \times 10^{-7}$	$8,762 \times 10^{-7}$
b_{jj}	$-5,703 \times 10^{-4}$	$-6,336 \times 10^{-4}$	$-5,601 \times 10^{-4}$	$-5,961 \times 10^{-4}$
b_{jk}	$-2,96 \times 10^{-4}$	$-3,101 \times 10^{-4}$	$-2,426 \times 10^{-4}$	$-2,833 \times 10^{-4}$
c_j	-0,543	-0,6052	-0,513	-0,558
d_{jj}	$5,78 \times 10^{-4}$	$6,347 \times 10^{-4}$	$5,601 \times 10^{-4}$	$5,961 \times 10^{-4}$
d_{jk}	$-2,792 \times 10^{-4}$	$-3,101 \times 10^{-4}$	$-2,426 \times 10^{-4}$	$-2,755 \times 10^{-4}$
g_{jj}	0,0960	0,114	0,097	-0,105*
g_{jk}	0,0382	0,0408	0,032	0,0366
f_j	97,211	107,763	93,145	99,526
a_{kj}	$-8,738 \times 10^{-7}$	$-10,62 \times 10^{-7}$	$-7,016 \times 10^{-7}$	$-8,762 \times 10^{-7}$
a_{kk}	$6,548 \times 10^{-6}$	$6,665 \times 10^{-6}$	$6,226 \times 10^{-6}$	$9,321 \times 10^{-6}$ *
b_{kj}	$-2,577 \times 10^{-4}$	$-3,101 \times 10^{-4}$	$-2,426 \times 10^{-4}$	$5,752 \times 10^{-3}$ *
b_{kk}	$-6,214 \times 10^{-4}$	$-6,336 \times 10^{-4}$	$-5,601 \times 10^{-4}$	$-5,833 \times 10^{-4}$
c_k	-0,5843	-0,624	-0,5313	-0,576
d_{kj}	$-2,73 \times 10^{-4}$	$-3,101 \times 10^{-4}$	$-2,426 \times 10^{-4}$	$-2,755 \times 10^{-4}$
d_{kk}	$6,128 \times 10^{-4}$	$6,336 \times 10^{-4}$	$5,601 \times 10^{-4}$	$5,961 \times 10^{-4}$
g_{kj}	-0,035	-0,041	-0,033	-0,0031*
g_{kk}	-0,111	-0,114	-0,097	-0,1066
f_k	-88,191	-93,504	-76,876	-85,004

TABELA E.2

seriam obtidos utilizando a abcissa y , com $\beta = (3r_j + r_k)/4$. Esta última alternativa não foi testada, mas os resultados apresentados na Tabela E.2, além dos obtidos utilizando a abcissa y e $\beta = (r_j + r_k)/2$ levam a esta conclusão. Também não foi testada a alternativa de considerar β variável, conforme descrito na seção E.10.

Constatou-se que, pelo menos neste exemplo numérico, a solução particular de M_x é realmente desprezível para a obtenção dos coeficientes de influência (ver Observações E.3, E.6, E.7, E.8). Os valores de B_{2p} e B_{3p} variam de -106,333 a -130,4713 e de 100,462 a 119,663, respectivamente, conforme R varie de r_j a r_k . As parcelas correspondentes a M_x^D que foram desprezadas estariam, de acordo com (E.47) em torno de -0,041 para B_{2p} e 0,993 para B_{3p} .

Quanto à solução do problema, obteve-se as tensões por elementos finitos utilizando dois tipos de vinculação, mostradas na Tabela E.1. As tensões σ_x na superfície externa do tronco de cone estão representadas na Figura E.6. Verifica-se que os valores obtidos pela Aproximação de Geckeler são bem próximos dos obtidos por elementos finitos, desde que, por este método, apenas o nó 98 esteja apoiado (corresponde à 2a. solução do problema, na Tabela E.1). Na realidade, esta modelagem representa mais fielmente o problema real, pois permite que haja rotação em torno do eixo OX nas duas extremidades da casca, o que não ocorre quando se apoia os nós 97, 98 e 99 simultaneamente (Figura E.5).



Convenção:

- NAVSAP (nós 97, 98 e 99 com apoio simples)
- .-.- NAVSAP (nó 98 com apoio simples)
- Aproximação de Geckeler; abc.y, $R = r_k$
- Aproximação de Geckeler; abc.Y, $R = (r_j + r_k) / 2$
- - - σ_x de membrana

FIGURA E.6- TENSÃO σ_x NA SUPERFÍCIE EXTERNA

Verifica-se também, que os valores mais próximos dos encontrados por elementos finitos correspondem aos obtidos utilizando a abcissa y e o valor de β calculado com $R=r_k$.

E.12 CONSTANTES DE INTEGRAÇÃO E COEFICIENTES DE INFLUÊNCIA, USANDO AS ABCISSAS y E Y , PARA TRONCOS DE CONE E CILINDROS LONGOS

Neste caso, é mais interessante utilizar as expressões (E.6.a) e (E.22) para m^c e suas derivadas. Utiliza-se as condições de contorno:

$$m \rightarrow 0 \quad \text{se} \quad y \rightarrow \infty$$

$$M_{xk} = \bar{M}_k \quad \text{em} \quad y = 0$$

$$Q_k = \bar{Q}_k \quad \text{em} \quad y = 0$$

Com isto, obter-se-á a solução particular de cada grande

za somada à solução complementar somente devida aos esforços de extremidade aplicados em k. De maneira idêntica, ao se utilizar a abcissa Y, poder-se-á obter a solução de flexão somente devida aos esforços de extremidade aplicados em j, somada novamente à solução particular. Somando estes dois resultados, e da soma retirando a solução particular, que foi computada duas vezes, ter-se-á a solução completa.

E.12.1 Usando a Abcissa y

Das condições de contorno, obtém-se:

$$C_7 = C_8 = 0$$

$$C_5 = \frac{1}{2D\beta^3} (\beta M_k - \bar{Q}_k) \quad (E.69)$$

$$C_6 = - \frac{M_k}{2D\beta^2}$$

Com estes valores em (E.22) e (E.25) a (E.31), obtém-se os esforços, os deslocamentos e a rotação.

Os coeficientes de influência podem ser obtidos a partir de (E.25) e (E.26):

$$\bar{\theta}_k = \frac{1}{D\beta} M_k - \frac{1}{2D\beta^2} \bar{Q}_k + \frac{3pr \tan \alpha}{2Eh \cos \alpha} \quad (E.70)$$

$$\bar{m}_k = \frac{\cos \alpha}{2D\beta^2} M_k - \frac{\cos \alpha}{2D\beta^3} \bar{Q}_k + \frac{pr^2}{Eh \cos \alpha} \left(1 - \frac{v}{2}\right) \quad (E.71)$$

Usando (B.82), tem-se os coeficientes de influência para a extremidade k.

$$\begin{aligned}
 a_{kk} &= \frac{1}{D\beta} & d_{kk} &= \frac{\cos \alpha}{2D\beta^2} \\
 b_{kk} &= -\frac{\cos \alpha}{2D\beta^2} & g_{kk} &= -\frac{\cos^2 \alpha}{2D\beta^3}
 \end{aligned}
 \tag{E.72}$$

$$c_k = \frac{3r_k \tan \alpha}{2Eh \cos \alpha} - \frac{r_k \sin \alpha}{4D\beta^2} \qquad f_k = \frac{r_k^2}{Eh \cos \alpha} \left(1 - \frac{v}{2}\right) - \frac{r_k \sin \alpha \cos \alpha}{4D\beta^3}$$

Se for utilizado $R = r_k$ para o cálculo de β , como sugere a referência 3, obter-se-á:

$$\begin{aligned}
 a_{kk} &= \frac{V^3}{E} \sqrt{\frac{2r_k}{h^5 \cos \alpha}} \\
 b_{kk} &= -\frac{V^2 r_k}{Eh^2} \\
 c_k &= \frac{3r_k \tan \alpha}{2Eh \cos \alpha} - \frac{V^2 r_k^2 \tan \alpha}{2Eh^2} \\
 d_{kk} &= \frac{V^2 r_k}{Eh^2} \\
 g_{kk} &= -\frac{\sqrt{2}V}{E} \sqrt{\frac{r_k^3 \cos \alpha}{h^3}} \\
 f_k &= \frac{r_k^2}{Eh \cos \alpha} \left(1 - \frac{v}{2}\right) - \frac{V}{E} \sqrt{\frac{r_k^5 \sin^2 \alpha}{2h^3 \cos \alpha}}
 \end{aligned}
 \tag{E.73}$$

onde $V^4 = 12(1-v^2)$. (E.74)

E .12.2 Usando a Abcissa Y

Na extremidade j , as condições de contorno serão:

$$\begin{aligned}
 m &\rightarrow 0 && \text{se } Y \rightarrow \infty \\
 M_{xj} &= \bar{M}_j && \text{em } Y = 0 \\
 Q_j &= \bar{Q}_j && \text{em } Y = 0
 \end{aligned}
 \tag{E.75}$$

Usando-as em (E.52) e (E.56), obtêm-se:

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= C_{12} = 0 \\
 C_9 &= \frac{1}{2D\beta^3} (\beta\bar{M}_j + \bar{Q}_j) \\
 C_{10} &= -\frac{\bar{M}_j}{2D\beta^2}
 \end{aligned}
 \tag{E.76}$$

Com estes valores em (E.56), obter-se-ã os esforços, os deslocamentos e a rotação.

Os coeficientes de influência serão:

$$\begin{aligned}
 a_{jj} &= -\frac{1}{D\beta} && d_{jj} = \frac{\cos \alpha}{2D\beta^2} \\
 b_{jj} &= -\frac{\cos \alpha}{2D\beta^2} && g_{jj} = \frac{\cos^2 \alpha}{2D\beta^3} \\
 c_j &= \frac{3r_j \tan \alpha}{2Eh \cos \alpha} - \frac{r_j \sin \alpha}{4D\beta^2} \\
 f_j &= \frac{r_j^2}{Eh \cos \alpha} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) + \frac{r_j \sin \alpha \cos \alpha}{4D\beta^3}
 \end{aligned}
 \tag{E.77}$$

Caso seja utilizado $R = r_j$ para o cálculo de β , como sugere a referência 3, obtêm-se:

$$a_{jj} = -\frac{v^3}{E} \sqrt{\frac{2r_j}{h^5 \cos \alpha}}$$

$$b_{jj} = -\frac{v^2 r_j}{E h^2}$$

$$c_j = \frac{3r_j \tan \alpha}{2Eh \cos \alpha} - \frac{v^2 r_j^2 \tan \alpha}{2Eh^2}$$

(E.78)

$$d_{jj} = \frac{v^2 r_j}{E h^2}$$

$$g_{jj} = \frac{\sqrt{2V}}{E} \sqrt{\frac{r_j^3 \cos \alpha}{h^3}}$$

$$f_j = \frac{r_j^2}{Eh \cos \alpha} \left(1 - \frac{v}{2}\right) + \frac{V}{E} \sqrt{\frac{r_j^5 \sin^2 \alpha}{2 h^3 \cos \alpha}}$$

E.13 CONSTANTES DE INTEGRAÇÃO E COEFICIENTES DE INFLUÊNCIA PARA CONES

Óbviamente, a solução geral para os cones será a soma da particular com a complementar devida aos esforços de extremidade atuando somente em k, conforme visto na seção E.6. Deve ser utilizada apenas a abcissa y e a formulação a ela relacionada. As constantes de integração e os coeficientes de influência são, então, os mencionados em (E.69) e (E.73).

E.14 CONCLUSÕES

O uso da Aproximação de Geckeler em um programa de computador que se destine ao cálculo das tensões e das deformações em uma casca composta e reforçada, tal como o casco resistente de um submarino, apresenta grandes vantagens em relação à Solução Exata para Cascas Cônicas (Apêndice B) ou às outras Soluções Aproximadas (Apêndice C). Pode-se citar as seguintes:

a) uma mesma formulação pode ser utilizada para cascas de revolução cônicas e cilíndricas.

b) fornece resultados bastante próximos dos exatos para uma gama muito maior de geometrias de cascas cônicas que as compatíveis com os outros tipos de aproximações; a Aproximação Assintótica, por exemplo, não pode ser utilizada para cones fechados no ápice.

c) os cálculos necessários para a determinação das constantes de integração e dos coeficientes de influência são mais simples que os exigidos pela Solução Exata, onde as expressões para os esforços, deslocamentos e a rotação contêm séries infinitas.

Portanto, é desejável que esta Aproximação seja estudada e testada de maneira mais completa. Isto pode ser feito pela resolução de problemas de cascas cônicas e cilíndricas simples (não compostas) com várias geometrias, e pela posterior comparação dos resultados com as soluções exatas. Deve-se testar as várias alternativas que foram apresentadas neste Capítulo para a utilização da Aproximação.

O primeiro conjunto de alternativas se refere à escolha do valor de β . Este parâmetro pode ser considerado constante para toda a casca, conforme foi visto nas seções E.7, E.8 e E.9, ou variável; Neste último caso, há ainda, duas opções, apresentadas na seção E.10. Se, porventura, for considerado constante, deve-se analisar qual o valor de β que produz os melhores resultados.

O segundo conjunto de alternativas se prende à escolha da abcissa. O uso da coordenada y simplifica os cálculos para a obtenção das constantes de integração e dos coeficientes de influência tanto para troncos de cone como para cones, em relação à utilização da coordenada x . O uso de Y simplificaria estes cálculos apenas para os troncos de cone. O uso da abcissa x (Figura B.6) não foi considerado neste Apêndice, mas pode apresentar melhores resultados do que os obtidos pelo uso de y ou Y , apesar de exigir um maior volume de cálculos.

O terceiro conjunto de alternativas de refere à consideração ou não dos valores de M_x^D e M_0^D (Observação nºs E.3, E.7 e E.8) na obtenção das constantes de integração, dos coeficientes de influência, das tensões e das deformações.

Para troncos de cone longos e para cilindros e cones, algumas conclusões podem ser obtidas pela utilização das referências 1, 3 e 11. No entanto, não foi obtida nenhuma bibliografia que estudasse detalhadamente a utilização da Aproximação de Gekeler em troncos de cone curtos. Do exemplo numérico resolvido no item E.11, porém, algumas conclusões preliminares podem ser tiradas para a sua utilização em cascas curtas:

a) o valor mais apropriado para β , caso este parâmetro seja considerado constante para toda a casca, parece ser o obtido com $R = (3r_j + r_k)/4$, pelo menos no que diz respeito aos resultados para os coeficientes de influência.

b) os valores dos coeficientes de influência de extremidade e das tensões σ_x na superfície externa de um tronco de cone (Figura E.6) são mais próximos dos obtidos por elementos finitos quando se utiliza a abcissa y do que quando é usada a coordenada Y .

c) os valores de M_x^D podem ser desprezados na obtenção das constantes de integração e dos coeficientes de influência.

Estas conclusões não devem ser encaradas como definitivas, podendo, inclusive, estarem limitadas ao único exemplo numérico executado.

APENDICE F

PROGRAMA TRIDENTE: CÁLCULO DAS TENSÕES EM UMA CASCA AXISSIMÉTRICA COMPOSTA E REFORÇADA

F.1 - MANUAL DO PROGRAMA TRIDENTE

F.1.1 - INTRODUÇÃO

Este programa fornece as tensões nas superfícies externa e interna de uma casca composta de trechos reforçados em forma de cilindros ou troncos de cone axissimétricos submetida a pressão externa ou interna constante em toda a casca e a esforços de extremidade simétricos em relação ao mesmo eixo de simetria da estrutura. Não são consideradas as tensões causadas pela dilatação da estrutura devido a gradientes de temperatura. O material da casca é considerado isotrópico. As restrições ao uso do programa serão citadas no decorrer desta Introdução.

O primeiro passo na preparação dos dados a serem fornecidos ao programa é identificar e numerar as descontinuidades existentes na estrutura. As descontinuidades são:

- a) qualquer reforço ou antepara;
- b) as extremidades da estrutura;
- c) qualquer local de união entre dois trechos da estrutura onde haja a alteração de uma ou mais das

seguintes propriedades: espessura HH (IC), semi-ângulo ALF (IC) (Figura F.3), ou propriedades mecânicas do material.

Utiliza-se como índice para esta numeração a variável inteira IR ($IR=1,2,3,\dots$). Na estrutura mostrada na Figura F.1, nota-se as seguintes descontinuidades:

$IR=1$: extremidade de menor diâmetro da estrutura, sem reforço.

$IR=2$ e $IR=3$: cavernas na interseção de dois troncos de cone.

$IR=4$: união sem reforço de dois troncos de cone de geometrias diferentes.

$IR=5$: antepara interna rígida.

$IR=6$: anel de ligação.

$IR=7$: extremidade de maior diâmetro da estrutura, reforçada por uma caverna.

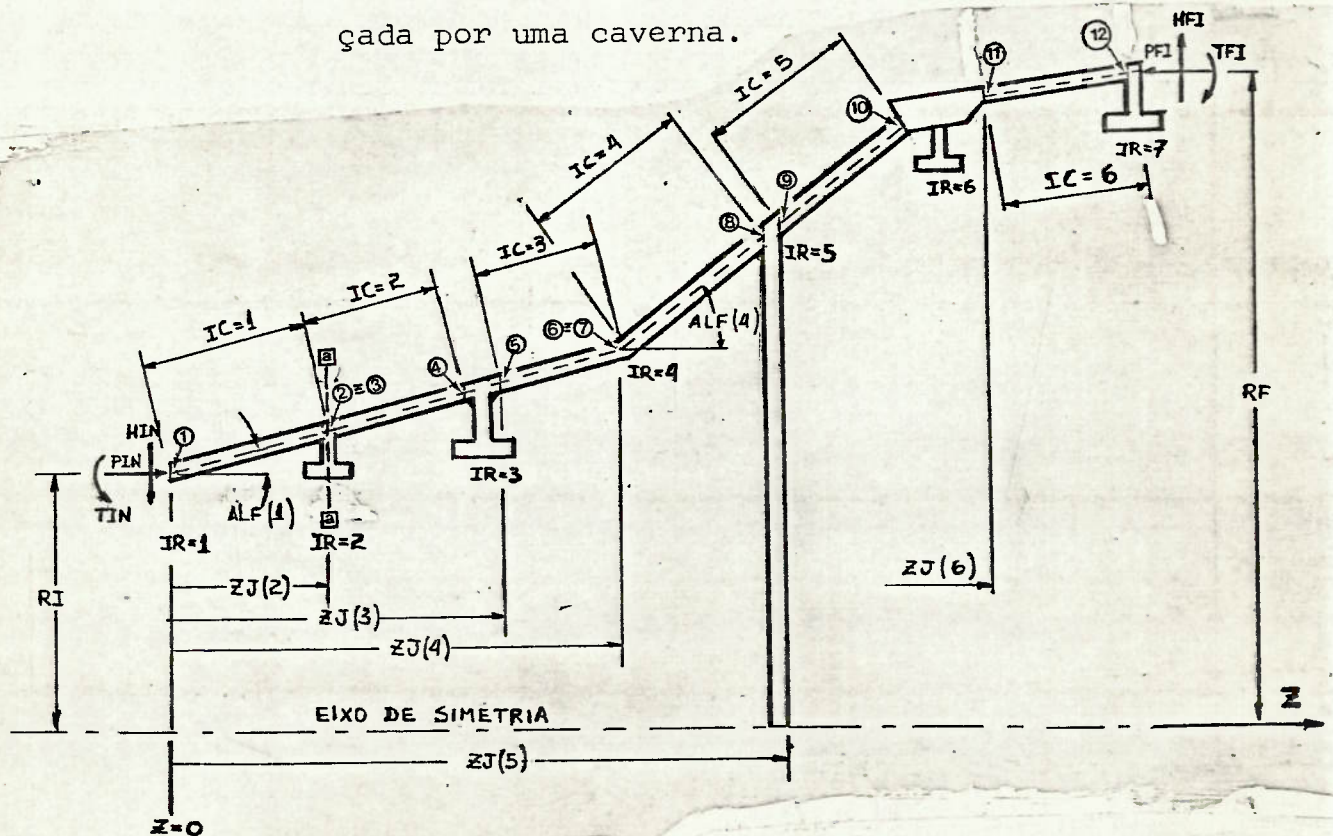


FIGURA F-1

A numeração das descontinuidades sempre deve ser feita da extremidade de menor para a de maior diâmetro. O número total de descontinuidades é designado pela variável NR. No caso da Figura F.1, NR = 7.


A seguir, deve-se numerar os trechos entre descontinuidades, também a partir da extremidade de menor diâmetro; o índice para esta numeração é IC (IC=1,2,3,...). O número total de trechos é designado por NC. A seguinte igualdade deve ser sempre satisfeita:

$$NR = NC + 1 \quad (F.1)$$

O programa está dimensionado para a análise de estruturas compostas de, no máximo, 15 trechos, ou seja, $NC \leq 15$.

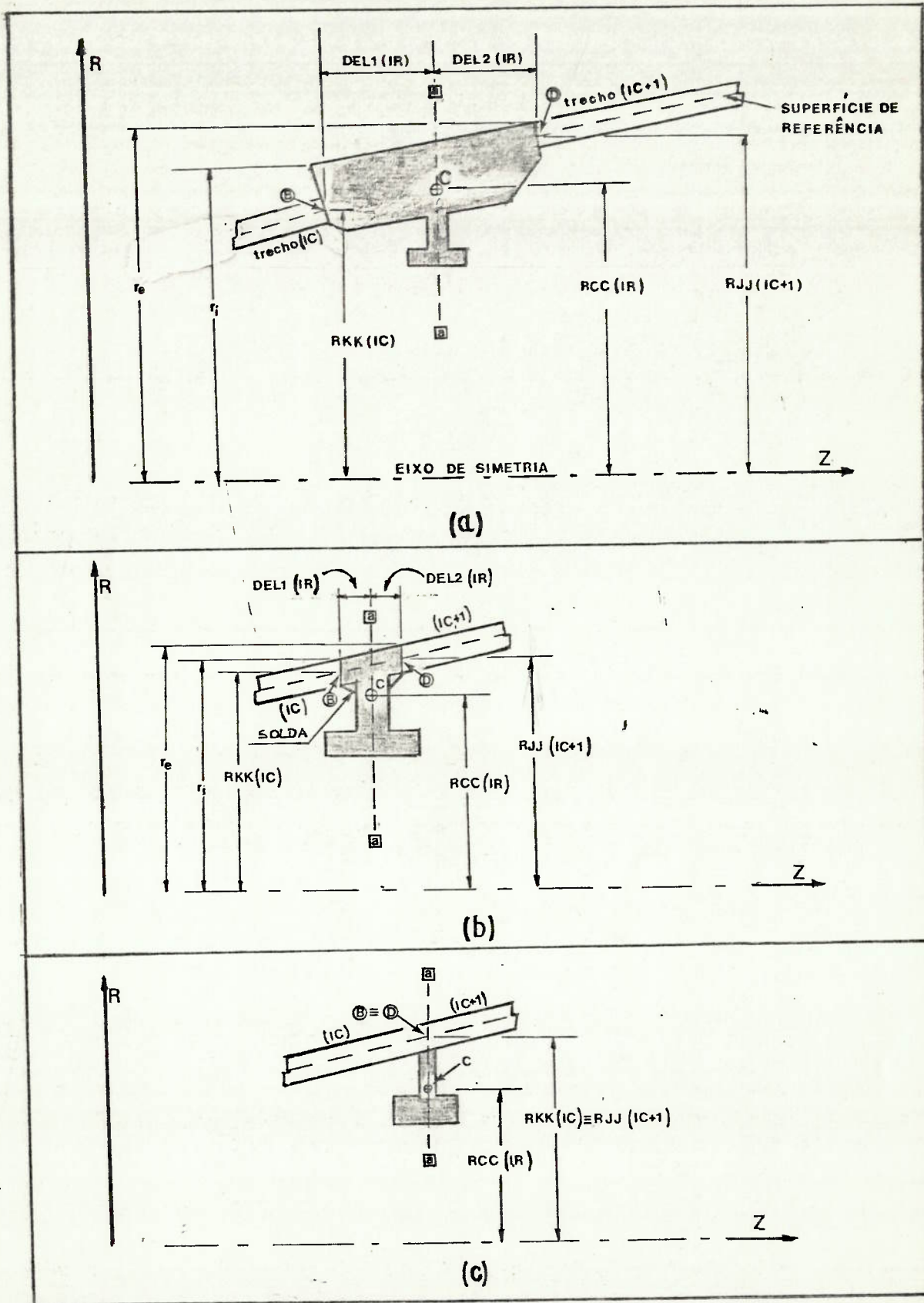
O passo seguinte é definir o tipo de cada descontinuidade; este tipo é caracterizado pela variável IDES(IR) da seguinte maneira:

IDES (IR) = 0 : união sem reforço ou antepara entre dois trechos com propriedades geométricas e/ou mecânicas diferentes, ou ainda uma extremidade da estrutura, sem reforço (Na Figura F.1: IDES(1)=IDES(4)=0).

IDES (IR) = 10: caverna tipo T, L ou barra chata, de alma pouco espessa. O programa considera toda a massa da caverna concentrada em uma linha radial passando no centro de gravidade da caverna (Na Figura F.1: IDES (2)=10; a linha radial é .

IDES (IR) = 30: caverna tipo T, L ou barra chata, de alma espessa, anel de ligação ou caverna tipo I. Neste caso, o programa leva em conta a espessura da alma da caverna. (Na Figura F.1: $IDES(3)=IDES(6)=IDES(7)=30$). Para cavernas de alma pouco espessa tanto se pode considerar $IDES(IR)=10$ como $IDES(IR)=30$.

IDES (IR) = 40: antepara transversal interna espessa. O programa considera a antepara como infinitamente rígida. Assim, as extremidades dos trechos adjacentes são consideradas engastadas na antepara (Figura F.1: $IDES(5)=40$; as extremidades ⑦ e ⑧, respectivamente dos trechos 4 e 5, são consideradas engastadas). A princípio, esta hipótese não é válida para anteparas transversais internas pouco espessas nem para anteparas transversais externa planas, pois aquelas possuem rigidez finita e estas também sofrem o carregamento transversal ao seu plano devido à pressão. No entanto, o programa não está, por enquanto, apto a resolver estes dois problemas específicos. Até o momento, portanto, todas as anteparas transversais planas, internas ou externas, espessas ou não, de-



⊕ e ⊖ : extremidades dos trechos

FIGURA F-2

vem ser consideradas do tipo $IDES(IR) = 40$.

Em seguida, deve-se obter as propriedades de cada descontinuidade, quais sejam (Figura F.2):

RCC(IR): raio do centro de gravidade C da seção transversal da descontinuidade.

ACC(IR): área da seção transversal da descontinuidade.

ZCC(IR): momento de inércia da seção transversal da descontinuidade em relação a um eixo radial $\bar{a}-\bar{a}$ que passa por C.

ECC(IR): módulo de elasticidade longitudinal do material da descontinuidade

DEL1(IR) e DEL2(IR): distâncias axiais entre o ponto C e as interseções da descontinuidade com as superfícies de referência dos trechos adjacentes. A superfície de referência de um trecho é a que passa na metade da sua espessura (nas Figuras F.1 e F.2 são definidas por linhas tracejadas). DEL1(IR) é a distância à intersecção com o trecho que se une à descontinuidade pela sua base maior; DEL2(IR) é a distância à intersecção com o trecho que se une à descontinuidade pela sua base menor.

RPP(IR): raio externo médio da descontinuidade.

As áreas a serem consideradas para o cálculo de RCC(IR), ACC(IR) e ZCC(IR) são as áreas sombreadas na Figura F.2. Caso uma caverna seja considerada uma descontinuidade do tipo

IDES(IR) = 30, esta área inclui a chapa da casca na região onde fica a caverna (Figura F.2(b)); caso seja considerada do tipo IDES(IR)=10, a chapa não é incluída (Figura F.2(c)).

Pela observação das Figuras F.2(a) e F.2(b), nota-se que:

$$RPP(IR) = \frac{r_e + r_i}{2} \quad (F.2)$$

Dependendo do tipo de descontinuidade, não é necessário fornecer todas as propriedades acima como dados de entrada do programa. Devem ser fornecidas, obrigatoriamente:

- se IDES(IR) = 0 : IR, IDES(IR)
- se IDES(IR) = 10 : IR, IDES(IR), RCC(IR), ACC(IR), ZCC(IR), ECC(IR).
- se IDES(IR) = 30 : IR, IDES(IR), RCC(IR), ACC(IR), ZCC(IR), ECC(IR), DEL1(IR), DEL2(IR), DEL2(IR), RPP(IR).
- se IDES(IR) = 40 : IR, IDES(IR).

O programa não considera os valores fornecidos para as propriedades que não devem ser obrigatoriamente fornecidas.

O passo seguinte é definir as características e propriedades de cada trecho (Figura F.3):

XNOM(IC): nome do trecho, contendo , no máximo, 72 caracteres alfanuméricos.

ICAS(IC): geometria do trecho. Para cilindros, usar ICAS(IC)=45. Para troncos de cone, pode-se tanto usar ICAS(IC)=15 como ICAS(IC)=45, pois há dois processos de resolução.

- RJJ(IC): raio da superfície de referência na base menor (ou seja, a extremidade de menor diâmetro) do tronco de cone.
- RKK(IC): raio da superfície de referência na base maior (ou seja, a extremidade de maior diâmetro) do tronco de cone. Para os cilindros, $RJJ(IC) = RKK(IC)$
- ALF(IC): semi-ângulo do ápice, em graus. Para os cilindros, $ALF(IC) = 0$.
- HH(IC): espessura do trecho
- EE(IC): módulo longitudinal de elasticidade do material
- CCQEF(IC): coeficiente de Poisson do material do trecho.
- ZJ(IC): distância axial entre um ponto usado como referência para toda a estrutura e o ponto da superfície de referência na base menor do trecho.
- NP(IC): número de abcissas do trecho onde se quer obter as tensões.

As posições das extremidades de cada trecho, ou seja, os pontos da superfície de referência nas suas bases menor e maior, dependerão dos tipos das descontinuidades contíguas a ele. Para $IDES(IR) = 0$ ou $IDES(IR) = 10$, a extremidade da base maior de um trecho IC coincide com a extremidade da base menor do trecho $IC + 1$; na Figura F.1, a extremidade ② na base maior do trecho $IC = 1$ coincide com a extremidade ③ na base menor do trecho $IC = 2$, como também coincidem as extremidades ⑥ e ⑦, respectivamente da base maior do trecho $IC = 3$ e da base menor do trecho $IC = 4$. Para $IDES(IR) = 30$ ou $IDES(IR) = 40$, esta coincidência não ocorre, como pode ser visto nas outras extremidades dos trechos na Figura F.1. Após definidas estas posições pode-se obter RJJ(IC), ZJ(IC) e RKK(IC) (Figura F.3).

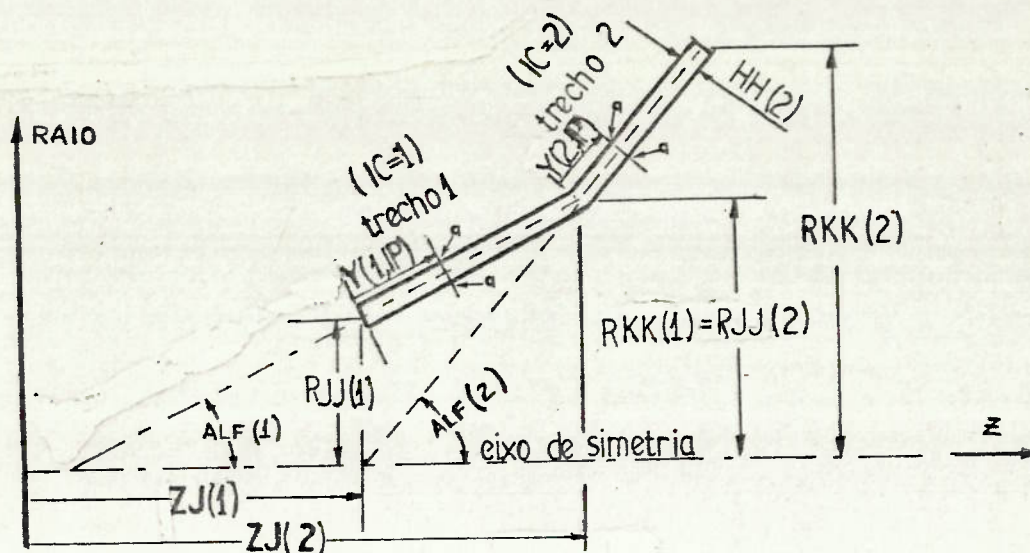


FIGURA F-3

NP(IC) é o número de abscissas em cada trecho onde se quer as tensões. Para cada abscissa $Y(IC,IP)$, o programa fornece as tensões normais no sentido da geratriz e no sentido circunferencial nos pontos da superfície externa e interna (pontos q na Figura F.3). Fornece, ainda os raios e as coordenadas axiais Z destes pontos. A abscissa $Y(IC,IP)$ é sempre contada a partir da extremidade da base menor do trecho. O programa está dimensionado para obter as tensões para, no máximo, 50 valores de $Y(IC,IP)$ em cada trecho, ou seja:

$$NP(IC) \leq 50 \quad (F.3)$$

Ao se selecionar $ICAS(IC)=45$, o programa utiliza a Aproximação de Geckeler, que fornece resultados precisos na solução de cilindros, e de troncos de cone com $ALF(IC)$ próximo a zero. Os erros nos resultados se tornam crescentes à medida que $ALF(IC)$ aumenta.

Ao se selecionar $ICAS(IC)=15$, o programa utiliza a Aproximação Assintótica (referência 5) para a solução de troncos de cone. Esta aproximação só pode ser utilizada para os trechos que obedecem às condições abaixo:

$$a) \quad \xi_j \geq 6 \quad , \quad \text{onde:}$$

$$\xi_j = 2 \sqrt{\frac{12 * [1 - \text{CCOEF}(\text{IC})^2]}{\text{HH}(\text{IC})^2 * \tan^2[\text{ALF}(\text{IC})]}} \sqrt{\frac{\text{RJJ}(\text{IC})}{\text{sen}[\text{ALF}(\text{IC})]}} \quad (\text{F.4})$$

$$b) \quad 10 \leq r/h \leq 20$$

$$c) \quad \text{ALF}(\text{IC}) \leq 75^\circ \quad (\text{F.5})$$

Para troncos de cone que não atendam às condições acima, os erros nos resultados podem ser consideráveis. Para cones fechados no ápice, haverá divisões por zero durante a resolução do problema, e esta não será concluída.

O último passo na coleta de dados é a obtenção dos esforços de contorno que atuam nas extremidades da estrutura: HIN e TIN na extremidade de menor diâmetro e HFI e TFI na extremidade de maior diâmetro (Figura F.1). Além disto, o usuário deve fornecer ao programa os raios das superfícies de referência, RI e RF, onde estes esforços estão aplicados, ou seja, os raios das superfícies de referência dos trechos adjacentes à estrutura, de um lado e de outro, e que não estão nela incluídos (seriam os trechos IC = 0 e IC = 7, na Figura E.1). Os outros dois esforços de contorno mostrados na Figura F.1, PIN e PFI, são automaticamente considerados pelo programa como:

$$\text{PIN} = \frac{\text{QP} * \text{RI}}{2} \quad ; \quad \text{PFI} = \frac{\text{QP} * \text{RF}}{2} \quad (\text{F.6})$$

onde QP é a pressão.

Os sentidos positivos dos esforços de contorno são os mostrados na Figura F.1. Seus valores são os de força por unidade de comprimento (no caso de HIN e de HFI) ou de momento por unidade de comprimento (no caso de TIN e de TFI), pois:

$$HIN = \frac{\text{força}}{2*\pi*RI} \quad ; \quad TIN = \frac{\text{momento}}{2*\pi*RI} \quad (F.7)$$

$$HFI = \frac{\text{força}}{2*\pi*RF} \quad ; \quad TFI = \frac{\text{momento}}{2*\pi*RF}$$

Se uma extremidade da estrutura for uma descontinuidade do tipo antepara interna espessa (IDES(IR)=40) os esforços de contorno nela atuantes serão considerados automaticamente nulos pelo programa.

Este programa só está preparado para resolver estruturas cujo diâmetro vá aumentando progressivamente ao longo de Z, como a da Figura F.1. Estruturas como as da Figura F.4 não podem ser resolvidas por ele. Além disto, a formulação nele utilizada é adequada para troncos de cone curtos, ou seja, aqueles onde:

$$\xi_k - \xi_j < 4\sqrt{2} \quad (F.8)$$

onde ξ_j e ξ_k são obtidos da expressão (F.4), utilizando, respectivamente, RJJ(IC) e RKK(IC). Para troncos de cone não muito longos, isto é, quando a diferença $\xi_k - \xi_j$ não for muito superior a $4\sqrt{2}$, os resultados ainda são confiáveis. Para troncos de cone

muito longos, no entanto, poderá haver erros de precisão na solução do problema, acarretando resultados incorretos.

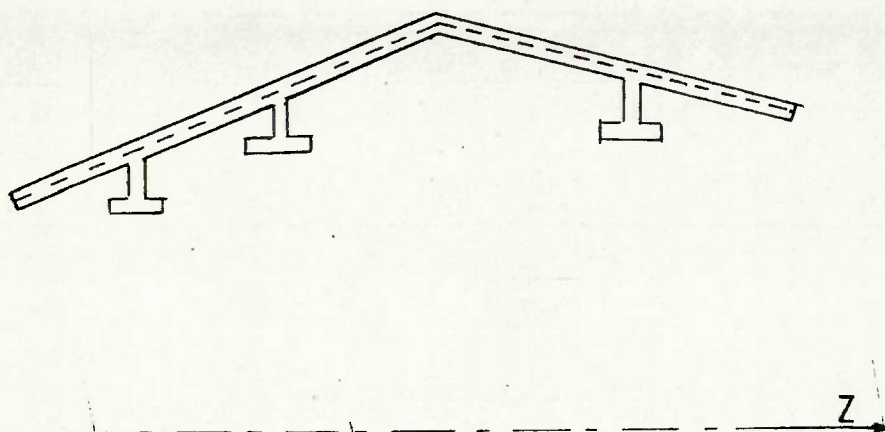


FIGURA F-4

F.1.2 - ENTRADA DE DADOS

I) 1º Cartão: DENOMINAÇÃO DA ESTRUTURA (20A4)

Col. 1 a 80: XNOME: nome da estrutura a ser analisada (máximo de 80 caracteres alfanuméricos).

II) 2º Cartão: DADOS COMUNS A TODA A ESTRUTURA (2I5,F10.0)

Coluna	Observação	Variável
1 a 5	1	NC(nº de trechos)
6 a 10	1	NR(nº de descontinuidades)
11 a 20	2	QP(pressão).

Observações:

- 1) NR deve ser igual a $NC+1$; caso sejam fornecidos valores errados pelo usuário, é impressa uma mensagem de erro e o programa é encerrado. IC e IR são as variáveis contadoras do nº do trecho e do nº de uma descontinuidade, respectivamente.
- 2) Uma pressão externa à estrutura, como no caso de um submarino, é positiva. Pressões internas são negativas.

III) DADOS DOS TRECHOS

Seguem-se NC conjuntos de cartões, um para cada trecho. Os conjuntos de cartões devem ser fornecidos na ordem crescente de numeração dos trechos. Dentro de cada conjunto, os dados devem ser fornecidos na seguinte ordem:

III.1) 1º cartão (18A4):

Coluna 1 a 72 XNOM(IC): nome do trecho (máximo de 72 caracteres alfanuméricos).

III.2) 2º cartão (2I5, 7F10.0).

Coluna	Observação	Variável
1 a 5		ICAS(IC): geometria da casca
6 a 10	1	NP(IC): nº de abcissas do trecho onde se quer as tensões.
11 a 20	2	RJJ(IC): raio da base menor do tronco de cone, na superfície de referência (ou seja, a meia espessura).
21 a 30	2	RKK(IC): raio da base maior do tronco de cone, na superfície de referência.
31 a 40		ALF(IC): semi-ângulo no ápice, em graus.

Coluna	Observação	Variável
41 a 50		HH(IC): espessura do trecho.
51 a 60		EE(IC): módulo de elasticidade longitudinal do material do trecho.
61 a 70		CCOEF(IC): coeficiente de Poisson do material do trecho.
71 a 80	2	ZJ(IC): distância axial entre um ponto usado como referência para toda a estrutura e a extremidade da base menor do trecho.

Observações:

- 1) Definem-se NP(IC) pontos localizados na superfície de referência do trecho (ou seja a meia espessura). IP é a variável contadora destes pontos.
Serão fornecidos quatro valores de tensão para cada ponto: tensões normais no sentido da geratriz e no sentido circumferencial, nos locais de encontro da reta normal à superfície de referência que passa pelo ponto com as superfícies externa e interna do trecho.
- 2) Recomenda-se a leitura da introdução para que estes valores sejam corretamente fornecidos. O fornecimento de ZJ(IC) é opcional. Caso seja fornecido, são impressos os valores do raio e da coordenada axial Z dos pontos da superfície exter-

na e da superfície interna onde foram obtidas as tensões.

III.3) - Segue-se N cartões

(N = valor inteiro de $\frac{NP}{8} + 1$)

Em cada cartão (8F10.0):

Coluna	Observação	Dado
1 a 10	1	Y(IC,IP)
11 a 20	1	Y(IC,IP)
21 a 30	1	Y(IC,IP)
31 a 40	1	Y(IC,IP)
41 a 50	1	Y(IC,IP)
51 a 60	1	Y(IC,IP)
61 a 70	1	Y(IC,IP)
71 a 80	1	Y(IC,IP)

Observação nº 1: Y(IC,IP) é a abcissa, medida na superfície de referência e a partir da base menor do tronco de cone, dos pontos onde se quer obter as tensões (ver no item F.1.1 - Introdução). Estes cartões podem ser fornecidos em qualquer ordem.

IV) DADOS DAS DESCONTINUIDADES

Deve ser fornecido obrigatoriamente 1 cartão para cada descontinuidade. Os cartões podem ser fornecidos em qualquer ordem.

1 cartão (2I5,7F10.0)

Coluna	Observação	Variável
1 a 5	2	IR: número da descontinuidade (<u>ver</u> <u>Introdução</u>).

Coluna	Observação	Variável
5 a 10	1,2	IDES(IR): número que identifica a descontinuidade.
11 a 20	2	RCC(IR): raio do centro de gravidade da descontinuidade.
21 a 30	2	ACC(IR): área da seção transversal da descontinuidade.
31 a 40	2	ZCC(IR): momento de inércia da área da seção transversal da descontinuidade.
41 a 50	2	ECC(IR): módulo de elasticidade longitudinal.
51 a 60	2	DEL1(IR) } distâncias axiais do centro de gravidade às interseções com as superfícies de referência dos trechos vizinhos.
61 a 70		DEL2(IR) }
71 a 80	2	RPP(IR): raio externo médio.

Observações:

- 1) Para a designação do tipo da descontinuidade, ver o item F.1.1 - Introdução.
- 2) Relembra-se que, dependendo do tipo de descontinuidade, apenas alguns destes dados necessitam ser fornecidos (ver no item F.1.1).

V - ESFORÇOS DE CONTORNO

1 cartão (6F10.0)

Coluna	Observação	Variável
1 a 10	1	RI: raio do ponto de aplicação dos esforços de contorno na base menor da estrutura.

Coluna	Observação	Variável
11 a 20	1	TIN: momento na base menor.
21 a 30	1	HIN: força radial na base menor.
31 a 40	1	RF: raio do ponto de aplicação dos esforços de contorno na base maior da estrutura.
41 a 50	1	TFI: momento na base maior.
51 a 60	1	HFI: força radial na base maior.

Observação:

1) Relembra-se que:

- a) o programa não admite esforços de contorno na direção do eixo de simetria da estrutura.
- b) os esforços de contorno são forças por unidade de comprimento ou momentos por unidade de comprimento (ver o item F.1.1). Seus sentidos positivos estão definidos na Figura F.1.

F.2 - DESCRIÇÃO DO PROGRAMA

F:2.1 - INTRODUÇÃO

O programa TRIDENTE foi concebido com a finalidade de analisar as regiões axissimétricas do casco resistente de um submarino, fornecendo as tensões normais em pontos previamente escolhidos das superfícies externa e interna do casco. No estágio atual, ele só analisa as regiões em forma de tronco de co

ne curto ou cilindro curto, sujeito às limitações expostas no item F.1.2. Para a análise destes trechos, ele possui quatro sub-rotinas:

COEFTR e COECIL: obtêm os coeficiente de influência de extremidade e os parâmetros das constantes de integração dos trechos.

SOLTRC e SOLCIL: calcula as tensões nos trechos.

As sub-rotinas COEFTR e SOLTRC são específicas para a análise de troncos de cone curtos, enquanto as sub-rotinas - COECIL e SOLCIL analisam trechos de ambas as geometrias.

Desde que sejam criadas subrotinas semelhantes para a obtenção dos coeficientes de influência, dos esforços internos e das tensões para trechos com outras geometrias, tais como troncos de cone longos, cones, calotas esféricas, etc., a maioria dos cascos de submarinos atualmente existentes poderão ser analisados, quase que totalmente, pelo programa.

Nos diagramas de bloco que serão apresentados a seguir, os blocos com linhas tracejadas representam estas suas possíveis expansões, que o tornarão mais completo.

Uma limitação do algoritmo usado, imposta pela Teoria de Casca Finas, é a de que o raio da superfície de referência, em cada ponto da estrutura; deve ser superior a 10 vezes a espessura neste ponto.

Outra limitação atual do programa, conforme descrito no item F.1.2, é a de só poder analisar estruturas cujo diâmetro cresce continuamente à medida que se percorre o eixo de simetria em um determinado sentido. Logo, para a análise de estruturas como a mostrada na Figura F.4, ele deve sofrer uma adaptação que, a princípio, não parece ser difícil.

Os blocos desenhados em linha contínua representam o estágio atual do programa.

F.2.2 - PROGRAMA PRINCIPAL

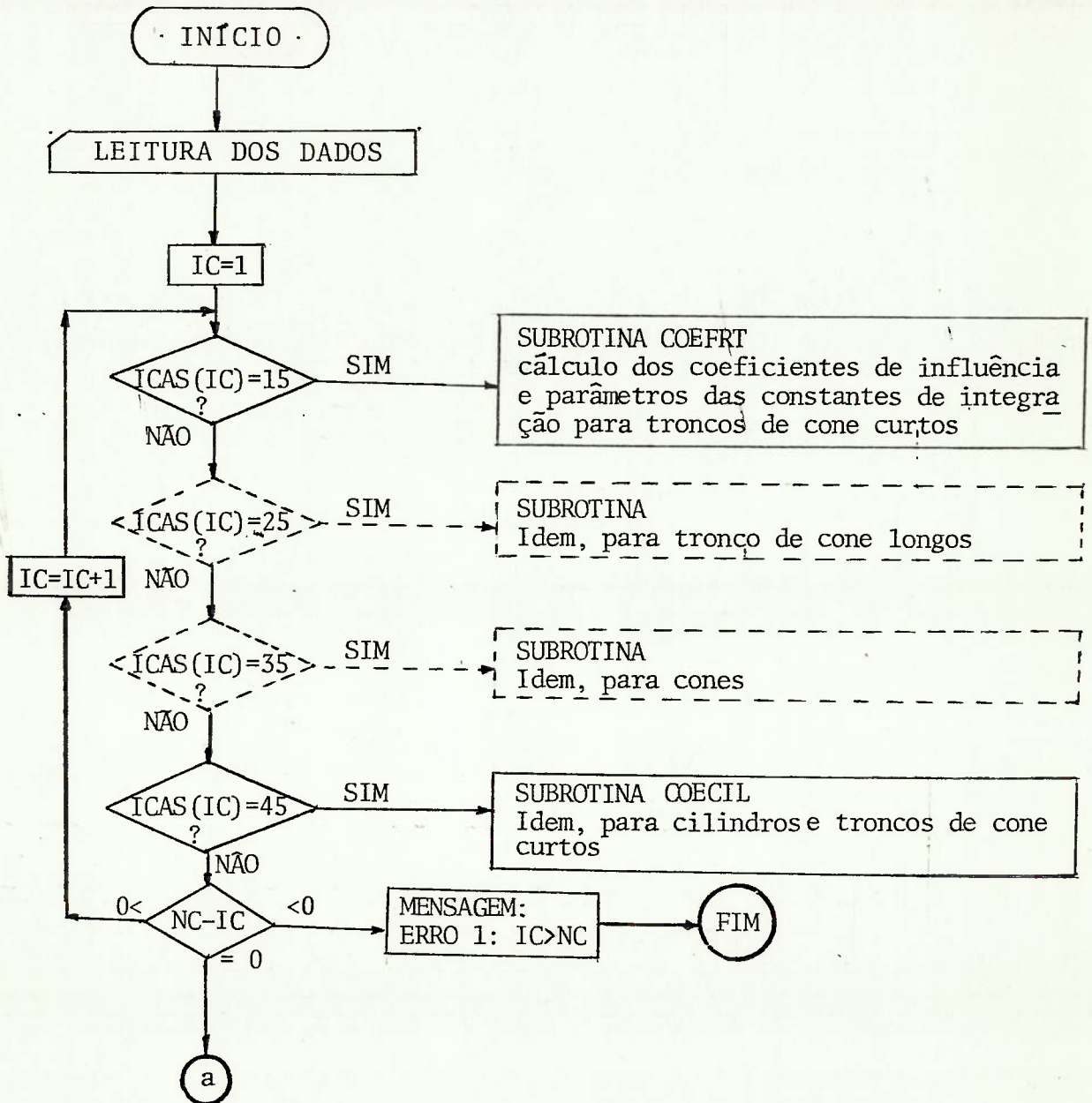
O programa principal tem apenas as seguintes finalidades:

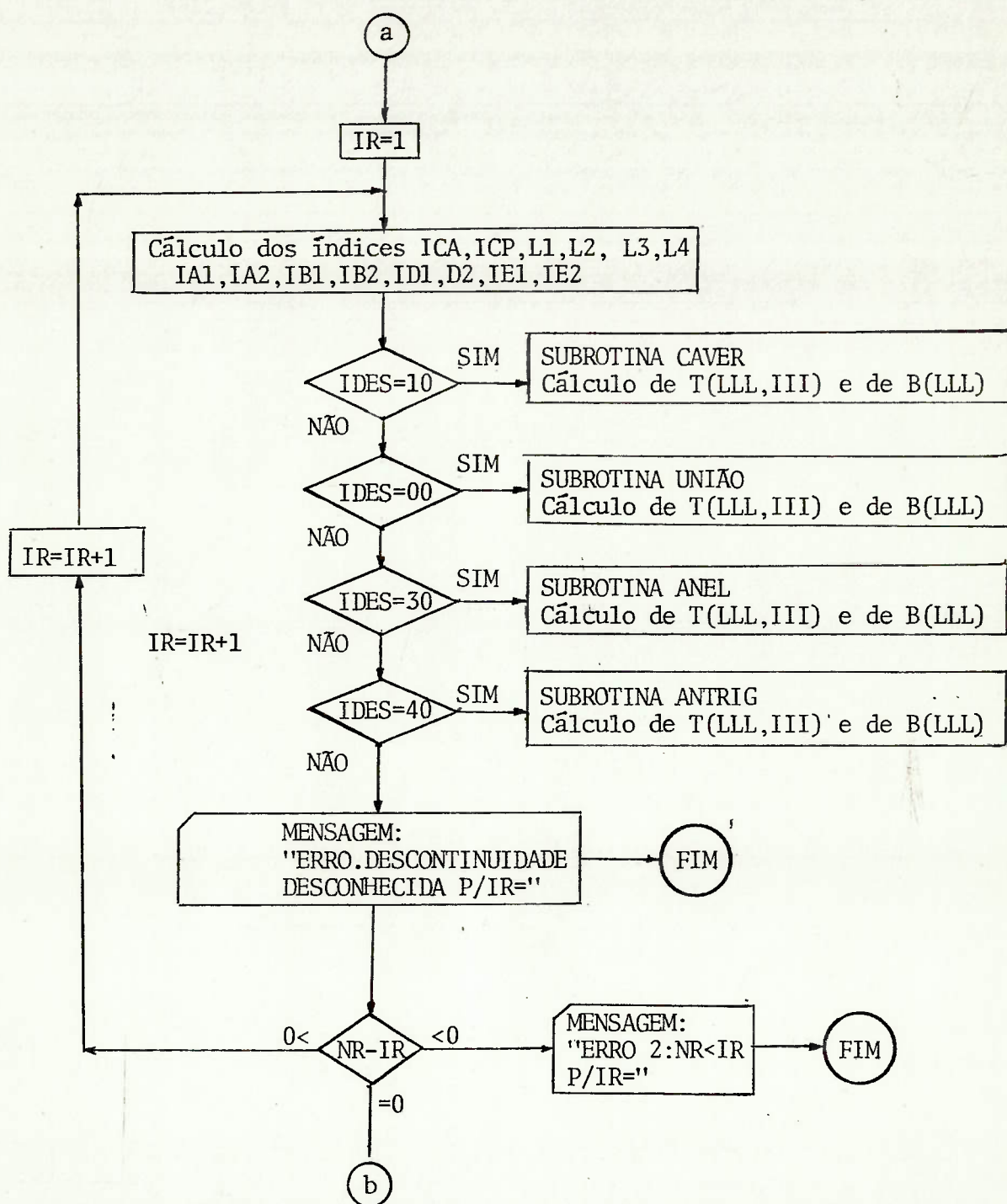
- a) leitura dos dados de entrada;
- b) seleção das subrotinas a serem utilizadas de acordo com a geometria do trecho (cone, cilindro, etc), definida pela variável inteira ICAS(IC), para a obtenção dos coeficientes de influência do trecho, os parâmetros das constantes de integração e, posteriormente, as constantes de integração e as tensões;
- c) seleção da subrotina a ser utilizada, de acordo com o tipo de descontinuidade, definida pela variável inteira IDES(IR), para a obtenção dos termos das matrizes [T] e {B}. A resolução, pela subrotina LEQT2F, da programoteca do Centro de Computação Eletrônica da Universidade de São Paulo, da equação matricial:

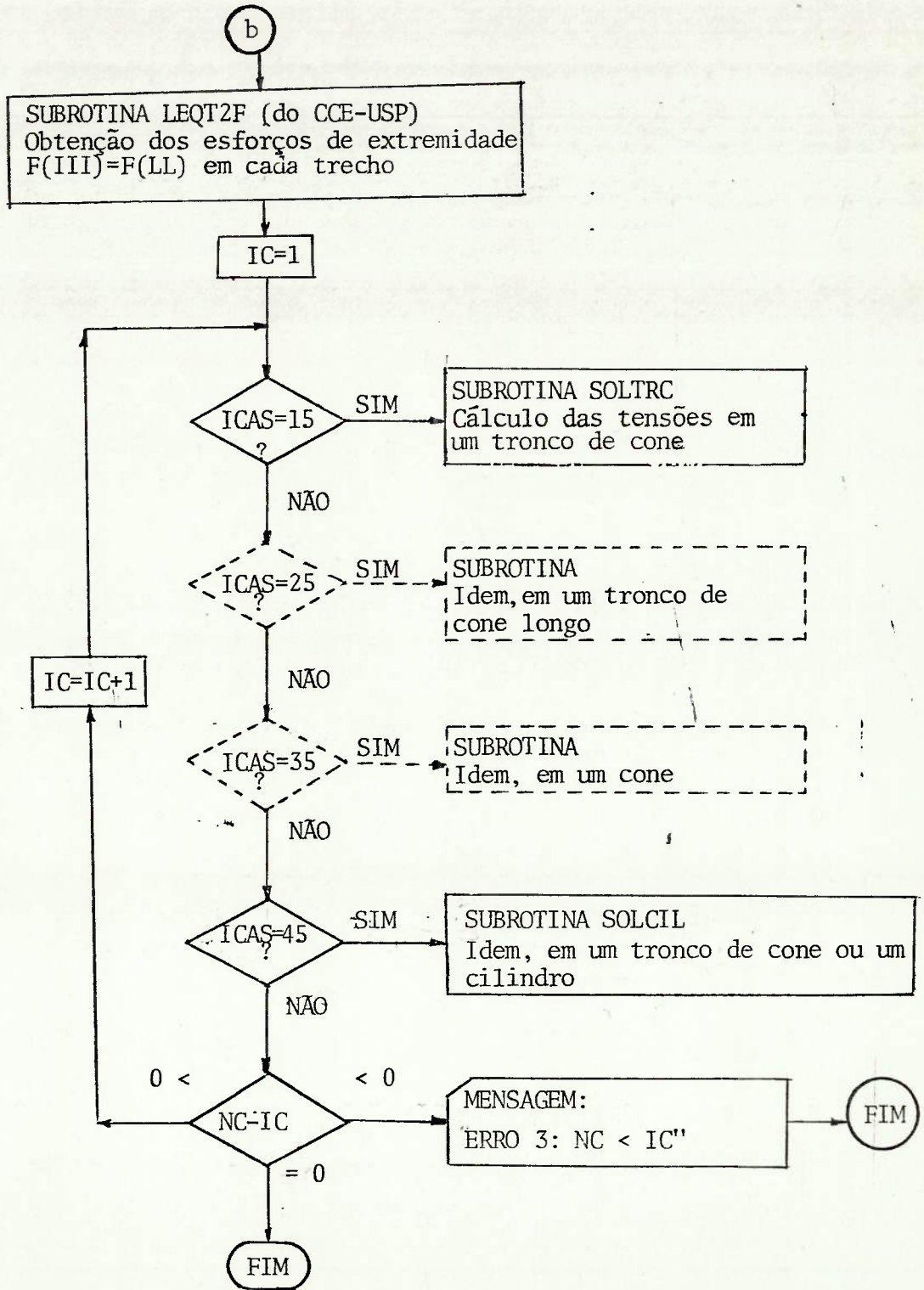
$$\{F\} = [T]^{-1} \cdot \{B\} \quad (F.9)$$

fornece os esforços de contorno F(III) que atuam nas extremidades de cada trecho; F(III) são os termos da matriz {F} (Figura F.6).

O Diagrama de Blocos do Programa Principal é apresentado a seguir.







F.2.3 Subrotina COEFTR

Esta subrotina utiliza as expressões (C.1) do Apêndice C, para obter as funções de Kelvin e suas derivadas, nos dois extremos de cada trecho em forma de um tronco de cone curto. Usa estes valores nas equações (B.88) e (B.91) e, utilizando um processo semelhante ao descrito nas seções E.7 e E.8, obtém os parâmetros das constantes de integração (denominados de B_{1Hj} , B_{1HK} , B_{1Mj} , etc. naquelas seções) e os coeficientes de influência de extremidade de cada trecho.

F.2.4 Subrotina COECIL

Utilizando as expressões (E.42), (E.50) e (E.51), esta subrotina calcula os parâmetros das constantes de integração e os coeficientes de influência de extremidade de cada trecho em forma de tronco de cone curto ou cilindro curto. Utiliza, no cálculo de β (expressão (E.2)) o valor de R obtido de:

$$R = \frac{3r_j + r_k}{4} = \frac{3 \cdot R_{JJ}(IC) + R_{KK}(IC)}{4}$$

As parcelas citadas na observação nº E.7 (expressões (E.47)) não são desprezadas no cálculo realizado.

F.2.5 Subrotinas CAVER, ANEL, UNIÃO e ANTRIG

Estas subrotinas calculam os parâmetros T(LLL,

III) que multiplicam os esforços de extremidade F(III) e os segundos termos (B(LL)) das equações desenvolvidas no Capítulo 3. Para cada descontinuidade de número IR, onde $1 < IR < NR$ (Figura F.5), existem quatro equações, conforme $LLL=L1, L2, L3$ ou $L4$, do tipo:

$$\begin{aligned} T(LL, IA1) * F(IA1) + T(LL, IA2) * F(IA2) + T(LL, IB1) * F(IB1) + \\ + T(LL, IB2) * F(IB2) + T(LL, ID1) * F(ID1) + T(LL, ID2) * F(ID2) + \\ + T(LL, IE1) * F(IE1) + T(LL, IE2) * F(IE2) = B(LL) \end{aligned} \quad (F.10)$$

Os valores de $T(LL, III)$ e $B(LL)$ são, respectivamente, os termos das matrizes $[T]$ e $\{B\}$. Os esforços F(III) ainda são desconhecidos.

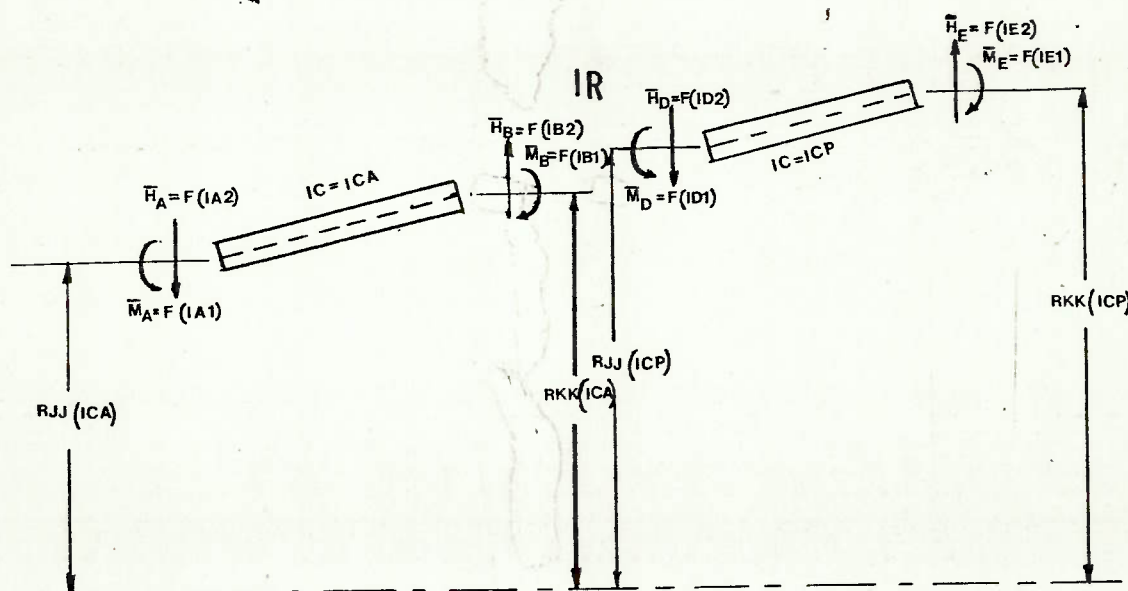


FIGURA F-5

Para $IR=1$ ou $IR=NR$, ou seja, para as descontinuidades situadas nas extremidades da estrutura que está sendo analisada, s \tilde{o} existem 2 equa \tilde{c} o \tilde{e} s, e os esfor \tilde{c} os de contorno HIN , TIN , $Hf1$ e $Tf1$ s \tilde{a} o levados em conta para o c \tilde{a} lculo dos termos $B(LLL)$.

Utilizando o exemplo fornecido na Figura F.1, pode-se ver que (Figura F.6):

a) para $IR=1$, as equa \tilde{c} o \tilde{e} s ser \tilde{a} o:

$$T(1,1)*F(1)+T(1,2)*F(2)+T(1,3)*F(3)+T(1,4)*F(4)=B(1)$$

$$T(2,1)*F(1)+T(2,2)*F(2)+T(2,3)*F(3)+T(2,4)*F(4)=B(2)$$

b) para $IR=2$, haver \tilde{a} quatro equa \tilde{c} o \tilde{e} s, que ser \tilde{a} o:

$$T(LLL,1)*F(1)+T(LLL,2)*F(2)+T(LLL,3)*F(3)+T(LLL,4)*F(4)+$$

$$+T(LLL,5)*F(5)+T(LLL,6)*F(6)+T(LLL,7)*F(7)+T(LLL,8)*F(8)=B(LLL)$$

para $LLL = 3,4,5$ e 6 .

c) e assim, por diante, at \tilde{e} $IR=NR$.

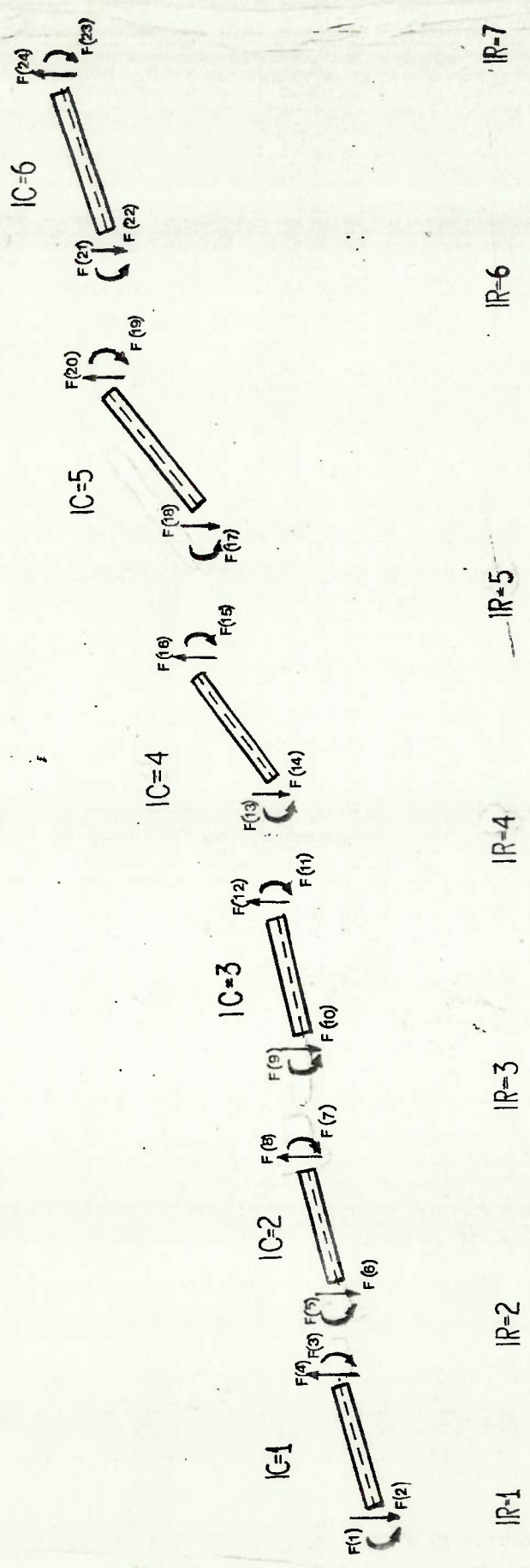


FIGURA F-6

F.2.6 Subrotina LEQT2F

É uma subrotina da programoteca do Centro de Computação Eletrônica da Universidade de São Paulo que obtém os valores dos esforços de extremidade em cada trecho, $F(III)$, pela resolução da equação matricial.

$$\{F\} = [T]^{-1} \cdot \{B\}$$

F.2.7 Subrotina SOLTRC

Utiliza as expressões (C.1) para o cálculo das funções de Kelvin e suas derivadas nos pontos da superfície de referência de cada trecho, cujas coordenadas $Y(IC,IP)$ foram fornecidas pelo usuário. Usando estes valores, nas expressões (B.89) a (B.92), (D.5.a) e (D.5.b), obtém as tensões nos pontos da superfície externa e interna do trecho (pontos q , na Figura F.3). A formulação pode ser utilizada para trechos em forma de tronco de cone, quer sejam curtos ou longos.

F.2.8 Subrotina SOLCIL

Utiliza as expressões (E.28), (E.29), (E.38), (D.5.a) e (D.5.b) para o cálculo das tensões nos mesmos pontos - acima citados, nos trechos em forma de cone, tronco de cone ou cilindro, quer sejam curtos ou longos.

F.3 LISTAGEM DO PROGRAMA TRIDENTE

WORKFILE: BORDA/TRIDENTE90 (02/18/83)

```

10 $SET AUTOBIND
20 $BIND=FROM BIB/IMSL/1,BIB/IMSL/2,BIB/IMSL/3
30 C      *** PROGRAMA TRIDENTE ***
40 C      * ANALISE DE TENSOES NAS SUPERFICIES EXTERNA E INTERNA DO CASCO *
50 C      * RESISTENTE DE UM SUBMARINO *
60 CCOMMON/DADOS/RJJ(15),RKK(15),ALF(15),HH(15),EE(15),CCOEF(15),AL(15)
70 C      1),XNDM(15,16)
80 C(MMCN/PARESF/T(60,60),B(60)
90 CCOMMON/DESC/RCC(15),ACC(16),ZCC(16),ECC(16),DEL1(16),DEL2(16),
100 LRFP(16)
110
120 CCOMMON/INDEX/ICA,ICP,L1,L2,L3,L4,IA1,IA2,IB1,IB2,IDA,ID1,IE1,IE2
130 CCOMMON/CONTR/IN,HIN,IFI,HFI,RI,RF
140 C DIMENSION XNOME(20),ICAS(15),NP(15),IDES(15),Y(15,50),WKAREA(3780)
150 C      1,ZJ(15),TT(60,60),F(60)
160 C      REAL*8 T,B,BB,TTT
170 C      READ(5,9050) XNOME
180 C      READ(5,9100) AC,NR,QP
190 C      WRITE(6,21) XNOME,NC,NR,QP
200 C      21 FORMAT(1H0,19X,6** PROGRAMA TRIDENTE **0,/,1H,20A4,/,1H ,
210 C      10NUMERO DE TRECHOS (NC)= 0,12/1H ,ENUMERO DE DESCONTINUIDADES = 0,
220 C      2 12/1H ,OPRESSAO=0,F15.5,/,1H0,0DADCS DOS TRECHOS0,/)
230 C      GO TO IC=1,NC
240 C      READ(5,9200) (XNDM(IC,J),J=1,18)
250 C      READ(5,9100) ICAS(IC),NP(IC),RJJ(IC),RKK(IC),ALF(IC),HH(IC),EE(IC)
260 C      1 ,CCOEF(IC),ZJ(IC)
270 C      READ(5,9150) (Y(IC,IP),IP=1,NP(IC))
280 C      WRITE(6,22)(XNDM(IC,J),J=1,18)
290 C      22 FORMAT(1H ,18A4)
300 C      WRITE(6,24) ICAS(IC),NP(IC),RJJ(IC),RKK(IC),ALF(IC),HH(IC),EE(IC),
310 C      1CCOEF(IC),ZJ(IC)
320 C      24 FORMAT(1H ,21C4S(IC)= 0,12,3X,0NP(IC)= 0,12,3X,0RJJ(IC)= 0,F12.5,
330 C      13X,0RKK(IC)= 0,F12.5,3X,0ALF(IC)= 0,F10.5/1H ,0HH(IC)= 0,F10.5,
340 C      23X,0EE(IC)= 0,E12.6,3X,0CCOEF. POISSON= 0,F10.5,3X,0ZJ(IC)=0,F12.5)
350 C      10 CONTINUE

```

```

360   NRR=NC+1
370   IF(NRR-NR) 15,17,15
380   READ(5,9100)(IR,IDES(IR),RCC(IR),ACC(IR),ZCC(IR),ECC(IR),DEL1(IR),
390   1DEL2(IR),RPP(IR),IRR=1,NR)
400   READ(5,9150) RI,TIN,HIN,RF,TFI,HFI
410   WRITE(6,600) RI,HIN,TIN,RF,HFI,TFI
420   FCRMAT(1H0,1X,RESFORCOS APLICADOS/1H,17X,DR,1D0,6X,CFORCA RADIAL
430   10,4X,OMENTO/1H,1X,GBASE MENOR/12.5,2X,E12.6,2X,E12.6/1H,1X,
440   20,FASE MAIOR/6,12.5,2X,E12.6,2X,E12.6//)
450   GO TO 18
460   15 WRITE(6,16)
470   16 FORMAT(1H0,CEFFC:0 NUMERO DE DESCONTINUIDADES NAO E NC+10)
480   GO TO 500
490   18 DO 20 IC=1,NC
500   IF(ICAS(IC)-15) 620,25,620
510   25 CALL COEFTR(OP,IC)
520   GO TO 20
530   620 IF(ICAS(IC)-45) 20,625,20
540   625 CALL COECIL(OP,IC)
550   20 CONTINUE
560   WRITE(6,23)
570   23 FORMAT(1H0)

580   DO 35 IR=1,NR
590   WRITE(6,30) IR
600   30 FORMAT(1H0,CEDESCONTINUIDADE NUMERO E,12)
610   WRITE(6,117) IR,IDES(IR),RCC(IR),ACC(IR),ZCC(IR),ECC(IR),DEL1(IR)
620   1,1DEL2(IR),RFP(IR)
630   117 FORMAT(1H,2X,DIR=0,12,3X,IDES(IR)=0,12,3X,CFCC(IR)=0,10,4,3X,
640   10,ACC(IR)=0,10,4,3X,0ZCC(IR)=0,10,4,1H,2X,0ECC(IF)=0,10,4,3X,
650   25,DEL1(IR)=0,10,4,3X,0DEL2(IR)=0,10,4,3X,0RPP(IR)=0,10,4)
660   ICA=IR-1
670   ICP=IR
680   L1=IR*4-5
690   L2=IR*4-4
700   L3=IR*4-3
710   L4=IR*4-2

```

```

720 IA1=4*IR-7
730 IA2=4*IR-6
740 IB1=4*IP-5
750 IR2=4*IR-4
760 ID1=4*IR-3
770 ID2=4*IR-2
780 IE1=4*IP-1
790 IE2=4*IP
800 IFIDES(IR)-10)50,40,50
810 40 CALL CAVER (QP,IR,RJJ,RKK,NR)
820 60 TO 35
830 50 IFIDES(IR)70,60,70
840 60 CALL UNIAD(QP,IR,NR)
850 60 TO 35
860 70 IFIDES(IR)-30)50,80,90
870 80 CALL ANEL(QP,IR,RJJ,RKK,NR)
880 60 TO 35
890 90 IFIDES(IR)-40)110,100,110
900 100 CALL ANTRIG(QP,IR,NR)
910 60 TO 35
920 110 WRITE(6,115) IR
930 115 FORMAT(IHO,/,/,'ERRO: DESCONTINUIDADE DESCONHECIDA P/ IR=',I2)
940 35 CONTINUE
950 NT=4*NC
960 NJ=1
970 IAA=60
980 IDGT=0
990 ID 150 LL=1,NT
1000 BB=8(LL)
1010 F(LL)=SNGL(BB)
1020 ID 150 II=1,NT
1030 III=T(LL,II)
1040 TT(LL,II)=SNGL(III)
1050 CONTINUE
1060 CALL LEQT2F (TT,MU,NT,IAA,F,IDGT,KKAREA,IERRC)
1070 WRITE(6,165)
1080 165 FORMAT(IHO,/,/,'40X, DESFORÇOS DE EXTREMIDADEO)

```

```

1090 WRITE(6,175)(LL,F(LL),LL=1,NT)
1100 FCRMAT(140,5(2X,5F(0,12,0))=0,D12.6))
1110 DC 180 IC=1,NC
1120 WRITE(6,185)(XNM(IC),J=1,18)
1130 FCRMAT(140,2 TENSORES EM 0,18A4/140,0 SUPERFICIE 0,5X,2 PONTOS DA
1140 1 SUPERFICIE EXTERNA 0,12X,2 PONTOS DA SUPERFICIE I
1150 2 INTERNA 0/14,4X,0 DE 0/14,0 REFERENCIA 0,2(3X,0L 0 C A L I Z A C A 00,
1160 36X,0 TENSORES NORMAIS 0,5X)/14,5X,0 Y 0,4X,2(5X,0 BRAID 0,10X,0 Z 0,8X,0 DIR
1170 4 ECAD X 0,3X,0 DIRECAO TETA 0,0//)
1180 IFCAS(IC)-15) 200,190,200
1190 CALL SOLTRC (IC,GP,F,NP,Y,ZJ)
1200 GO TO 180
1210 IFCAS(IC)-45) 180,250,180
1220 CALL SOLCIL(IC,GP,F,NP,Y,ZJ)
1230 180 CONTINUE
1240 9050 FCRMAT(2044)
1250 9100 FCRMAT(215,7F10.0)
1260 9150 FCRMAT(8F10.0)
1270 9200 FCRMAT(1844)
1280 500 CALL EXIT
1290 END

```

```

1300 SUBROUTINE COEFFR (QP,IC)
1310 *CALCULO DOS COEFICIENTES DE INFLUENCIA E DOS PARAMETROS DAS *
1320 *CONSTANTES DE INTEGRACAO / TRONCOS DE CCNE CURTOS*
1330 COMMON/PARCTE/C1M(15),C2M(15),C3M(15),C4M(15),C1MK(15),
1340 1C2MK(15),C3MK(15),C4MK(15),C1HJ(15),C2HJ(15),C3HJ(15),C4HJ(15),C1H
1350 2K(15),C2HK(15),C3HK(15),C4HK(15),C1P(15),C2P(15),C3P(15),C4P(15)
1360 COMMON/GEOM/AJJ(15),BJJ(15),CJJ(15),DJJ(15),GJJ(15),FJJ(15),AJK(15),
1370 1BJK(15),DJK(15),GJK(15),AKJ(15),BKJ(15),DKJ(15),GKJ(15),AKK(15),
1380 2BKK(15),CKK(15),DKK(15),GKK(15),FK(15)
1390 COMMON/DADOS/RJJ(15),RKK(15),ALF(15),HH(15),EE(15),CCOEF(15),AL(15)
1400 1),XNDM(15,18)
1410 REAL*8 VV,COSA,SENA,TANA,BRJ,BIJ,KRJ,KIJ,BRK,BJK,KRK,KIK,DEFJ,
1420 1 BBIJ,DKRJ,CKIJ,DKRK,DKIK,DKIK,AUX1J,AUX2J,AUX1K,AUX2K,AUX3J,
1430 2 BRJD,BIJC,KRJD,BRKD,BIKD,KRKO,AUX3K,AUX4J,AUX4K,AUX5K,AUX5J,
1440 3 KIKD,EPJ,EPK,SRA,SRE,SRI,SRO,SRU,TRA,TRE,TRI,TRU,URA,URE,
1450 4 URI,URO,URU,C4PN,CCOF,CO,WRJ,WRK,KIJ,VIK,GRJ,GRK,OIJ,GIK,PI,
1460 5 AL,ALF A

```

```

1470 REAL*8 C1MJ,C2MJ,C3MJ,C4MJ,C1MK,
1480 C2MK,C3MK,C4MK,C1HJ,C2HJ,C3HJ,C4HJ,C1HK,
1490 C2HK,C3HK,C4HK,C1P,C2P,C3P,C4P
1500 REAL*8 AJJ,BJJ,CJ,DJJ,GJJ,FJ,AJK,
1510 BJ,K,DJK,GJK,AKJ,BKJ,DKJ,GKJ,AKK,
1520 BKK,CK,DKK,GKK,FK
1530 PI=3.141592654
1540 AL(IC)=ALF(IC)*PI/180
1550 CDEF=CCCEF(IC)
1560 E=EE(IC)
1570 H=HH(IC)
1580 VV=(12*(1-CDEF**2))**0.25
1590 ALFA=AL(IC)
1600 COSA=DCOS(ALFA)
1610 SENA=DSIN(ALFA)
1620 TANA=DTAN(ALFA)
1630 RJ=RJJ(IC)
1640 RK=RKK(IC)
1650 XJ=RJ/SENA
1660 XK=RK/SENA
1670 EPSJ=2.0*VV*(XJ**2/(H**2*TANA**2))**0.25
1680 EFSK=2.0*VV*(XK**2/(H**2*TANA**2))**0.25
1690 AUX1J=(-DEXF(EPSJ/2.0**0.5))/(2.0*FI*EPSJ)**0.5
1700 AUX1K=(-DEXF(EPSK/2.0**0.5))/(2.0*PI*EPSK)**0.5
1710 AUX2J=(EPSJ/2.0**0.5)-PI/8.0
1720 AUX2K=(EPSK/2.0**0.5)-PI/8.0
1730 AUX3J=(EPSJ/2.0**0.5)+PI/8.0
1740 AUX3K=(EPSK/2.0**0.5)+PI/8.0
1750 AUX4J=(PI/(2.0*EPSJ))**0.5
1760 AUX4K=(PI/(2.0*EPSK))**0.5
1770 AUX5J=DEXP(-EPSJ/2.0**0.5)
1780 AUX5K=DEXP(-EPSK/2.0**0.5)
1790 BRJ=AUX1J*DCOS(AUX2J)
1800 BRK=AUX1K*DCOS(AUX2K)
1810 BIJ=AUX1J*DSIN(AUX2J)
1820 BIK=AUX1K*DSIN(AUX2K)

```

1836 BRJD=AUX1J*DCOS(AUX3J)
 1840 BRKD=AUX1K*DCOS(AUX3K)
 1850 BIJD=AUX1J*DSIN(AUX3J)
 1860 BJKD=AUX1K*ESIN(AUX3K)
 1870 KFJ=-AUX4J*AUX5J*DCOS(AUX3J)
 1880 KRK=-AUX4K*AUX5K*DCOS(AUX3K)
 1890 KIJD=AUX4J*AUX5J*DSIN(AUX3J)
 1900 KIK=AUX4K*AUX5K*DSIN(AUX3K)
 1910 KRJD=AUX4J*AUX5J*DCOS(AUX2J)
 1920 KFKD=AUX4K*AUX5K*DCOS(AUX2K)
 1930 KIJD=-AUX4J*AUX5J*DSIN(AUX2J)
 1940 KIKD=-AUX4K*AUX5K*DSIN(AUX2K)
 1950 DBRJ=-EPSJ*BRJD-2*COEF*BRJ
 1960 BERK=-EPSK*BRKD-2*CDEF*BRK
 1970 CEIJ=+EPSJ*EIJD+2*COEF*SIJ
 1980 DEIK=+EPSK*BIKD+2*COEF*BIK
 1990 CKRJ=-EPSJ*KRJD-2*CDEF*KRJ
 2000 DKRK=-EPSK*KRKD-2*COEF*KRK
 2010 CKIJ=+EPSJ*KIJD+2*COEF*KIJ
 2020 DKIK=+EPSK*KIKD+2*COEF*KIK
 2030 SRA=BRK*BIJ-BIK*BRJ
 2040 SFC=(-XK)*TANA*ERJ/SRA
 2050 SRI=XJ*TANA*BRK/SRA
 2060 SFD=(KRK*BRJ-ERK*KRJ)/SRA
 2070 SRU=(KIK*BRJ-BRK*KIJ)/SRA
 2080 TFA=(DBIJ/ERJ)*(BIJ*SRO+KRJ)-DBRJ*SRC-DKIJ
 2090 TRE=(-2.)*XJ*VV**2/(H*TRA)
 2100 TRI=((DBIJ/BRJ)*(XJ*TANA-BIJ*SRI)+DEFJ*SRI)/TRA
 2110 TRO=(DBRJ-DBIJ*BIJ/BRJ)*SRE/TRA
 2120 TFU=(CKRJ+DERJ*SRU-(DBIJ/BRJ)*(KIJ+BIJ*SRU))/TRA
 2130 URA=(DBIK*BIJ/BRJ-DBRK)*(SRO*TRU+SRU)*(DBIK/ERJ)*(KRJ*TRU+MIJ)-
 2140 IDMRK-DKIK*TRU
 2150 UFE=((-DEIK)*TRE/BRJ)*(SRO*BIJ+KRJ)*TRE*(DBRK*SRO+DKIK))/UFA
 2160 UFI=((DBIK/BRJ)*(XJ*TANA-BIJ*(SRI+SFG*TRI))-KFJ*TRI)*
 2170 I(CBRK)*(SRI+SRO*TRI)+DKIK*TRI)/URA
 2180 UFO=((DBRK-DBIK*BIJ/BRJ)*(SRE+SRO*TRO)+DKIK*TRO-
 2190 IDBIK*KRJ*TRO/BRJ)/URA
 2200 URU=(-2.)*XK*VV**2/(H*URA)

2210 C4MJ(IC)=URE
 2220 C4HJ(IC)=URI*CO5A
 2230 C4HK(IC)=URC*CO5A
 2240 C4MK(IC)=URU
 2250 C4PM=(H*2*TANA*2)/(8*(1-COEF))
 2260 C4P(IC)=(URJ*URJ*URQ*RK)*SENA/2.0-(URE+URU)*C4PM
 2270 C3MJ(IC)=TRE*TRU*C4MJ(IC)
 2280 C3HJ(IC)=TRI*CO5A*TRU*C4HJ(IC)
 2290 C3HK(IC)=TRC*CO5A*TRU*C4HK(IC)
 2300 C3MK(IC)=TRU*C4MK(IC)
 2310 C3P(IC)=(TRJ*RJ*TRQ*RK)*SENA/2.0-TRE*C4PM+TRU*C4P(IC)
 2320 C2MJ(IC)=SRQ*C3MJ(IC)+SRU*C4MJ(IC)
 2330 C2HJ(IC)=SRI*CO5A+SRO*C3HJ(IC)+SRU*C4HJ(IC)
 2340 C2HK(IC)=SRE*CO5A+SRO*C3HK(IC)+SRU*C4HK(IC)
 2350 C2MK(IC)=SRC*C3MK(IC)+SRU*C4MK(IC)
 2360 C2P(IC)=(SRE*RK+SRI*RJ)*SENA/2.0+SRQ*C3P(IC)+SRU*C4P(IC)
 2370 C1MJ(IC)=(C-BIJ)*C2MJ(IC)-KRJ*C3MJ(IC)-KIJ*C4MJ(IC)/BRJ
 2380 C1MK(IC)=(C-BIJ)*C2MK(IC)-KRJ*C3MK(IC)-KIJ*C4MK(IC)/BRJ
 2390 C1HK(IC)=(C-BIJ)*C2HK(IC)-KRJ*C3HK(IC)-KIJ*C4HK(IC)/BRJ
 2400 C1HJ(IC)=(XJ*SENA-BIJ*C2HJ(IC)-KRJ*C3HJ(IC)-KIJ*C4HJ(IC))/BRJ
 2410 C1P(IC)=(XJ*ANARJ*SENA/2.0-BIJ*C2P(IC)-KRJ*C3P(IC)-KIJ*C4P(IC))/BRJ
 2420 CCOF=VV*2/CEH**2)
 2430 AJJ(IC)=CCOF*(C1MJ(IC)*BIJ-C2MJ(IC)*BRJ+C3MJ(IC)*KIJ-C4MJ(IC)*KRJ)
 2440 AKJ(IC)=CCOF*(C1MJ(IC)*BLK-C2MJ(IC)*BRK+C3MJ(IC)*KIK-C4MJ(IC)*KPK)
 2450 AJK(IC)=CCOF*(C1MK(IC)*BIJ-C2MK(IC)*BRJ+C3MK(IC)*KIJ-C4MK(IC)*KRJ)
 2460 AKK(IC)=CCOF*(C1MK(IC)*BIK-C2MK(IC)*BRK+C3MK(IC)*KIK-C4MK(IC)*KPK)
 2470 BJJ(IC)=CCOF*(C1HJ(IC)*BIJ-C2HJ(IC)*BRJ+C3HJ(IC)*KIJ-C4HJ(IC)*KRJ)
 2480 BKJ(IC)=CCOF*(C1HJ(IC)*BIK-C2HJ(IC)*BRK+C3HJ(IC)*KIK-C4HJ(IC)*KPK)
 2490 BJK(IC)=CCOF*(C1HK(IC)*BIJ-C2HK(IC)*BRJ+C3HK(IC)*KIJ-C4HK(IC)*KRJ)
 2500 BKK(IC)=CCOF*(C1HK(IC)*BIK-C2HK(IC)*BRK+C3HK(IC)*KIK-C4HK(IC)*KPK)
 2510 CJK(IC)=CCOF*(C1P(IC)*BIJ-C2P(IC)*BRJ+C3P(IC)*KIJ-C4P(IC)*KRJ)+
 2520 I(3.0*BJ*TANA)/(2.0*E*H*CO5A)
 2530 CK(IC)=CCOF*(C1P(IC)*BIK-C2P(IC)*BRK+C3P(IC)*KIK-C4P(IC)*KPK)+
 2540 I(3.0*RK*TANA)/(2.0*E*H*CO5A)
 2550

```

2560 CC=SENA/(E*F)
2570 WRJ=COEF*BRJ-EPJS*BRJD/2.0
2580 WFK=COEF*BRK-EPK*BRKD/2.0
2590 WIJ=COEF*BIJ-EPJS*BIJD/2.0
2600 WIK=COEF*BIK-EPK*BIKD/2.0
2610 GFJ=COEF*KRJ-EPJS*KRJD/2.0
2620 QRK=COEF*KRK-EPK*KRKD/2.0
2630 GIJ=COEF*KIJ-EPJS*KIJD/2.0
2640 QIK=COEF*KIK-EPK*KIKD/2.0
2650 DJJ(IC)=CO*(C1MJ(IC)*WRJ+C2MJ(IC)*WIK+C3MJ(IC)*GRJ+C4MJ(IC)*GIJ)
2660 DKJ(IC)=CO*(C1MJ(IC)*WRK+C2MJ(IC)*WIK+C3MJ(IC)*GRK+C4MJ(IC)*GJK)
2670 DJK(IC)=CO*(C1MK(IC)*WRJ+C2MK(IC)*WIK+C3MK(IC)*GRJ+C4MK(IC)*GIJ)
2680 UKK(IC)=CO*(C1MK(IC)*WRK+C2MK(IC)*WIK+C3MK(IC)*GRK+C4MK(IC)*GJK)
2690 CJJ(IC)=CO*(C1PJ(IC)*WRJ+C2HJ(IC)*WIK+C3HJ(IC)*GRJ+C4HJ(IC)*GIJ)
2700 GJJ(IC)=CO*(C1HJ(IC)*WRK+C2HJ(IC)*WIK+C3HJ(IC)*GRK+C4HJ(IC)*GJK)
2710 GJK(IC)=CO*(C1HK(IC)*WRJ+C2HK(IC)*WIK+C3HK(IC)*GRJ+C4HK(IC)*GIJ)
2720 GKK(IC)=CO*(C1HK(IC)*WRK+C2HK(IC)*WIK+C3HK(IC)*GRK+C4HK(IC)*GJK)
2730 FJJ(IC)=CO*(C1PJ(IC)*WRJ+C2P(IC)*WIK+C3P(IC)*GRJ+C4P(IC)*GIJ)+
1(CRJ**2*(1.0-COEF/2.0))/(E*H*COISA)
2740 FKK(IC)=CO*(C1P(IC)*WRK+C2P(IC)*WIK+C3P(IC)*GRK+C4P(IC)*GJK)+
1(CPK**2*(1.0-COEF/2.0))/(E*H*COISA)
2770 WRITE(6,9100)(XNDM(IC,J),J=1,18)
2780 WRITE(6,9300) EPSJ,EPK
2790 WRITE(6,9500)
2800 WRITE(6,9600)(C1HJ(IC),C1MJ(IC),C1HK(IC),C1MK(IC),C1P(IC),
2810 WRITE(6,9610)(C2HJ(IC),C2MJ(IC),C2HK(IC),C2MK(IC),C2P(IC)
2820 WRITE(6,9620)(C3HJ(IC),C3MJ(IC),C3HK(IC),C3MK(IC),C3P(IC)
2830 WRITE(6,9630)(C4HJ(IC),C4MJ(IC),C4HK(IC),C4MK(IC),C4P(IC)
2840 WRITE(6,9700)
2850 WRITE(6,9710) AJJ(IC),EJJ(IC),DJJ(IC),GJJ(IC),CJJ(IC),FJJ(IC)
2860 WRITE(6,9720) AJK(IC),BJK(IC),DKJ(IC),GJK(IC)
2870 WRITE(6,9730) FJK(IC),EKJ(IC),DKJ(IC),GKJ(IC)
2880 WRITE(6,9740) AKK(IC),BKK(IC),DKK(IC),GKK(IC),CKK(IC),FKK(IC)
2890 FORMAT(IH0//////18A4)
2900 FCRMAT(1H-,ZARGUMENTO EM J=0,D12.6,5),ZARGUMENTO EM K=0,D12.6,/)
2910 FCRMAT(1H,26X,EPARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRACAO0,/,15X,0H
2920 1J0,22X,0MJ0,22X,0HK0,22X,0MK0,22X,0P0,/)

```



```

293C FORMAT(1H , 1X, 0C10, 5(2X, D22.15))
294C FCRMAT(1H , 1X, 0C20, 5(2X, 022.15))
295C FCRMAT(1H , 1X, 0C30, 5(2X, D22.15))
296C FCRMAT(1H , 1X, 0C40, 5(2X, D22.15))
297C FCRMAT(1H , 25X, 0C0EFFICIENTES DE INFLUENCIA 0. //, 11X, EA0, 13X, CE0, 13X
1, 0D0, 13X, 0G0, 13X, 0C0, 13X, 0F0, //)
9710 FCRMAT(1H , 1X, 0JJ0, 6(2X, D12.6))
9720 FCRMAT(1H , 1X, 0JK0, 4(2X, D12.6))
9730 FCRMAT(1H , 1X, 0KJ0, 4(2X, D12.6))
9740 FCRMAT(1H , 1X, 0KK0, 6(2X, D12.6))
FEURN
END

```

```

SUBROUTINE ANEL(GP, IR, RJJ, RKK, NR)
C CALC. DOS PARAM. DOS ESF. DE EXTR. /ANEL DO CAVERNA (ALMA ESPESSA)
COMMON/PAPESF/T(60,60),B(60)
COMMON/GEOM/AJJ(15),BJJ(15),CJ(15),DJJ(15),GJJ(15),FJ(15),AJK(15),
1BJK(15),DJK(15),GJK(15),AKJ(15),BKJ(15),DKJ(15),GKJ(15),AKK(15),
2BKK(15),CKK(15),DKK(15),GKK(15),FK(15)
COMMON/DESC/RCC(16),ACC(16),ZCC(16),FCC(16),DEL1(16),DEL2(16),
1RPP(16)
COMMON/INDEX/ICA,ICP,L1,L2,L3,L4,IA1,IA2,IB1,IB2,IDI,IE1,IE2
COMMON/CONTOR/TIN,HIN,TFI,HFI,RI,RF
DIMENSION RJJ(15),RKK(15)
REAL*8 T,B
REAL*8 AJJ,EJJ,CJ,DJJ,GJJ,FJ,AJK,
1BJK,DJK,GJK,AKJ,BKJ,DKJ,GKJ,AKK,
2BKK,CK,CKK,CKK,FK
REAL*8 QA,QZ,RZRI,QZRI,QZRF,QZRR,QZDE
WRITE(6,4020) IR
4020 FORMAT(1H , 2X, EDESCONTINUIDADE NUMERO 0, I2, 3X, CANEL OU CAVERNAB)
QA=RCC(IR)/(ECC(IR)*ZCC(IR))
QZDE=0.5*QZ*RPP(IR)*(DEL1(IR)**2-DEL2(IR)**2)
IF(IR-1) 100,200,300
100 WRITE(6,150) IR
150 FCRMAT(1H0, CERR08: IR MENOR QUE 1 P/ IR= 0, I2)
GO TO 5000

```

```

330C RZRI=QZ*RI
3310 QZRI=0.25*GZ*(RJJ(ICP)-RI)*(RJJ(ICP)**2*RI**2)
3320 T(CL3, ID1)=4JJ(ICP)-QZ*RJJ(ICP)
3330 T(CL3, ID2)=EJJ(ICP)+QZ*RJJ(ICP)*DEL2(IR)
3340 T(CL3, IE1)=4JK(ICP)
3350 T(CL3, IE2)=BJK(ICP)
336C B(CL3)=(-CJ(ICP)-QZDE-QZRI)*QP-RZRI*(VIN+DEL1(IR)*HIN)
337C T(CL4, ID1)=GZ*RJJ(ICP)*DEL2(IR)-DJJJ(ICP)
338C T(CL4, ID2)=-GJJ(ICP)-(QA+QZ*DEL2(IR)**2)*RJJ(ICP)
339C T(CL4, IE1)=-DJJK(ICP)
340C T(CL4, IE2)=-GJK(ICP)
341C B(CL4)=(FJ(ICP)-QA*RPP(ICP))*(DEL1(IR)-DEL2(IR))*(QZDE+QZRI)*DEL2(IR)
342C 1)*QP+QZ*DEL2(IR)*RI*VIN-(QA-QZ*DEL2(IR)*DEL1(IR))*RI*HIN
343C WRITE(6,4050) (LLL, III, T(LLL, III), III=ID1, IE2), LLL=L3, L4)
344C WRITE(6,4150) (LLL, B(LLL), LLL=L3, L4)
345C GO TO 5000
346C
347C
348C
349C
350C QZRF=0.25*QZ*(RF-RKK(ICA))*(RF**2+RKK(ICA)**2)
351C T(CL1, IA1)=AKJ(ICA)
352C T(CL1, IA2)=BKJ(ICA)
353C T(CL1, IB1)=AKK(ICA)+QZ*RKK(ICA)
354C T(CL1, IB2)=EKK(ICA)+QZ*DEL1(IR)*RKK(ICA)
355C B(CL1)=(-CK(ICA)-QZDE-QZRF)*QP+QZ*RF*IFI-QZ*DEL2(IR)*RF*HFI
356C T(CL2, IA1)=-DKJ(ICA)
357C T(CL2, IA2)=-CKJ(ICA)
358C
359C
360C
361C
362C
363C
364C
365C
366C
367C
368C
369C
370C
371C
372C
373C
374C
375C
376C
377C
378C
379C
380C
381C
382C
383C
384C
385C
386C
387C
388C
389C
390C
391C
392C
393C
394C
395C
396C
397C
398C
399C
400C
401C
402C
403C
404C
405C
406C
407C
408C
409C
410C
411C
412C
413C
414C
415C
416C
417C
418C
419C
420C
421C
422C
423C
424C
425C
426C
427C
428C
429C
430C
431C
432C
433C
434C
435C
436C
437C
438C
439C
440C
441C
442C
443C
444C
445C
446C
447C
448C
449C
450C
451C
452C
453C
454C
455C
456C
457C
458C
459C
460C
461C
462C
463C
464C
465C
466C
467C
468C
469C
470C
471C
472C
473C
474C
475C
476C
477C
478C
479C
480C
481C
482C
483C
484C
485C
486C
487C
488C
489C
490C
491C
492C
493C
494C
495C
496C
497C
498C
499C
500C
501C
502C
503C
504C
505C
506C
507C
508C
509C
510C
511C
512C
513C
514C
515C
516C
517C
518C
519C
520C
521C
522C
523C
524C
525C
526C
527C
528C
529C
530C
531C
532C
533C
534C
535C
536C
537C
538C
539C
540C
541C
542C
543C
544C
545C
546C
547C
548C
549C
550C
551C
552C
553C
554C
555C
556C
557C
558C
559C
560C
561C
562C
563C
564C
565C
566C
567C
568C
569C
570C
571C
572C
573C
574C
575C
576C
577C
578C
579C
580C
581C
582C
583C
584C
585C
586C
587C
588C
589C
590C
591C
592C
593C
594C
595C
596C
597C
598C
599C
600C
601C
602C
603C
604C
605C
606C
607C
608C
609C
610C
611C
612C
613C
614C
615C
616C
617C
618C
619C
620C
621C
622C
623C
624C
625C
626C
627C
628C
629C
630C
631C
632C
633C
634C
635C
636C
637C
638C
639C
640C
641C
642C
643C
644C
645C
646C
647C
648C
649C
650C
651C
652C
653C
654C
655C
656C
657C
658C
659C
660C
661C
662C
663C
664C
665C
666C
667C
668C
669C
670C
671C
672C
673C
674C
675C
676C
677C
678C
679C
680C
681C
682C
683C
684C
685C
686C
687C
688C
689C
690C
691C
692C
693C
694C
695C
696C
697C
698C
699C
700C
701C
702C
703C
704C
705C
706C
707C
708C
709C
710C
711C
712C
713C
714C
715C
716C
717C
718C
719C
720C
721C
722C
723C
724C
725C
726C
727C
728C
729C
730C
731C
732C
733C
734C
735C
736C
737C
738C
739C
740C
741C
742C
743C
744C
745C
746C
747C
748C
749C
750C
751C
752C
753C
754C
755C
756C
757C
758C
759C
760C
761C
762C
763C
764C
765C
766C
767C
768C
769C
770C
771C
772C
773C
774C
775C
776C
777C
778C
779C
780C
781C
782C
783C
784C
785C
786C
787C
788C
789C
790C
791C
792C
793C
794C
795C
796C
797C
798C
799C
800C
801C
802C
803C
804C
805C
806C
807C
808C
809C
810C
811C
812C
813C
814C
815C
816C
817C
818C
819C
820C
821C
822C
823C
824C
825C
826C
827C
828C
829C
830C
831C
832C
833C
834C
835C
836C
837C
838C
839C
840C
841C
842C
843C
844C
845C
846C
847C
848C
849C
850C
851C
852C
853C
854C
855C
856C
857C
858C
859C
860C
861C
862C
863C
864C
865C
866C
867C
868C
869C
870C
871C
872C
873C
874C
875C
876C
877C
878C
879C
880C
881C
882C
883C
884C
885C
886C
887C
888C
889C
890C
891C
892C
893C
894C
895C
896C
897C
898C
899C
900C
901C
902C
903C
904C
905C
906C
907C
908C
909C
910C
911C
912C
913C
914C
915C
916C
917C
918C
919C
920C
921C
922C
923C
924C
925C
926C
927C
928C
929C
930C
931C
932C
933C
934C
935C
936C
937C
938C
939C
940C
941C
942C
943C
944C
945C
946C
947C
948C
949C
950C
951C
952C
953C
954C
955C
956C
957C
958C
959C
960C
961C
962C
963C
964C
965C
966C
967C
968C
969C
970C
971C
972C
973C
974C
975C
976C
977C
978C
979C
980C
981C
982C
983C
984C
985C
986C
987C
988C
989C
990C
991C
992C
993C
994C
995C
996C
997C
998C
999C
1000C

```

```

3680 1 (L1,IB1)=AKK(ICA)+QZ*RRK(ICA)
3690 T(L1,IB2)=BKK(ICA)+QZ*DEL1(IR)*RKK(ICA)
3700 T(L1,IB1)=-GZ*RRJJ(ICP)
3710 T(L1,IB2)=QZ*DEL2(IR)*RJJ(ICP)
3720 B(L1)=(-CK(ICA)-GZDE-QZRR)*QP
3730 T(L2,IA1)=-EKJ(ICA)
3740 T(L2,IA2)=-GKJ(ICA)
3750 T(L2,IB1)=QZ*DEL1(IR)*RKK(ICA)-DKK(ICA)
3760 T(L2,IB2)=Q*RRKK(ICA)-GKK(ICA)+QZ*DEL1(IR)**2*RKK(ICA)
3770 T(L2,IB1)=-GZ*DEL1(IR)*RJJ(ICP)
3780 T(L2,IB2)=QZ*DEL1(IR)*RJJ(ICP)-QA*RRJJ(ICP)
3790 B(L2)=(FK(ICA)-QA*RRP(IR)*(DEL1(IR)+DEL2(IR))-QZDE+QZRR)*DEL1(IR)
3800 1)*QP
3810 T(L3,IB1)=QZ*RRK(ICA)
3820 T(L3,IB2)=QZ*DEL1(IR)*RKK(ICA)
3830 T(L3,IB1)=AJJ(ICP)-QZ*RRJJ(ICP)
3840 T(L3,IB2)=EJJ(ICP)+QZ*DEL2(IR)*RJJ(ICP)
3850 T(L3,IE1)=AJK(ICP)
3860 T(L3,IE2)=BJK(ICP)
3870 B(L3)=(-CJ(ICP)-GZDE-QZRR)*QP
3880 T(L4,IB1)=-QZ*DEL2(IR)*RKK(ICA)
3890 T(L4,IB2)=(GA-QZ*DEL2(IR)*DEL1(IR))*RKK(ICA)
3900 T(L4,IB1)=QZ*DEL2(IR)*RJJ(ICP)-DJJ(ICP)
3910 T(L4,IB2)=-EJJ(ICP)-(QA+QZ*DEL2(IR)**2)*RJJ(ICP)
3920 T(L4,IE1)=-DJK(ICP)
3930 T(L4,IE2)=-CJK(ICP)
3940 B(L4)=(FJ(ICP)-QA*RRP(IR)*(DEL1(IR)+DEL2(IR)))+(QZDE+QZRR)*DEL2(IR)
3950 1)*QP
3960 WRITE(6,4050) (LLL,III,T(LLL,III),III=IAL,IE2),LLL=L1,L4)
3970 WRITE(6,4150) (LLL,B(LLL),LLL=L1,L4)
4050 FORMAT(1H,5(4X,0T(0,12,0,0,12,0))=0,D12.6)
4150 FORMAT(1H,4(4X,0B(0,12,0))=0,D12.6)
4000 RETURN
4010 END
4020 SUBROUTINE CAVER(QP,IR,RRJJ,RRK,NR)
4030 *CALCULO DOS PARAM. DOS ESF. DE EXTREMID./ CAVERNA DE ALPA FINA*
4040 COMMON/PARESF/T(60,60),B(60)
4050 COMMON/GEOM/AJJ(15),BJJ(15),CJ(15),GJJ(15),FJ(15),AJK(15)

```

```

4060 1BJK(15),DJK(15),GJK(15),AKJ(15),BKJ(15),DKJ(15),GKJ(15),AKK(15),
4070 2BKK(15),CK(15),DKK(15),GKK(15),FK(15)
4080 COMMON/DESC/RCC(16),ACC(16),ZCC(16),ECC(16)
4090 COMMON/INDEX/ICA,ICP,L1,L2,L3,L4,IAL,IA2,IB1,IB2,IC1,IC2,IE1,IE2
4100 COMMON/CONT/CTR/TIN,HIN,TFI,HFI
4110 DIMENSION RJJ(15),RKK(15)
4120 REAL*8 T,B
4130 REAL*8 AJJ,EJJ,CJ,DJJ,GJJ,FJ,AJK,
4140 1BJK,DJK,GJK,AKJ,BKJ,DKJ,GKJ,AKK,
4150 2BKK,CK,DKK,GKK,FK
4160 REAL*8 RKA,RKZ
4170 TKZ=9CCC(IR)/(ECC(IR)*ZCC(IR))
4180 RKA=RCC(IR)/(ECC(IR)*ACC(IR))
4190 WRITE(6,4020) IR
4200 4020 FORMAT(1H ,2X,ODESCONTINUIDADE NUMERO D,I2,3X,ECAVERNA DE ALMA FIN
4210 1AC)
4220 1F(IR-1) 100,200,300
4230 100 WRITE(6,150) IR
4240 150 FORMAT(1H0 ,2ERR06:IR MENOR QUE 1 P/ IR= 0,12)
4250 GO TO 5000
4260 200 T(L3,ID1)=AJJ(ICP)-RKZ*RJJ(ICP)
4270 T(L3,ID2)=BJJ(ICP)
4280 T(L3,IE1)=AJK(ICP)
4290 T(L3,IE2)=BJK(ICP)
4300 E(L3)=-CJ(ICP)*OP-RKZ*RJJ(ICP)*TIN
4310 T(L4,ID1)=DJJ(ICP)
4320 T(L4,ID2)=GJJ(ICP)+RKA*RJJ(ICP)
4330 T(L4,IE1)=DJK(ICP)
4340 T(L4,IE2)=GJK(ICP)
4350 B(L4)=-FJ(ICP)*OP+RKA*RJJ(ICP)*HIN
4360 WRITE(6,4050) (LLL,III,T(LLL,III),III=ID1,IE2),LLL=L3,L4)
4370 WRITE(6,4150) (LLL,B(LLL),LLL=L3,L4)
4380 GO TO 5000
4390 T(L1,IA1)=AKJ(ICA)
4400 T(L1,IA2)=EKJ(ICA)
4410 T(L1,IB1)=AKK(ICA)+RKZ*RKK(ICA)
4420 T(L1,IB2)=BKK(ICA)
4430 E(L1)=-CK(ICA)*OP

```

```

444C T(L2,IA1)=DKJ(ICA)
4450 T(L2,IA2)=GKJ(ICA)
4460 T(L2,IB1)=DKK(ICA)
4470 T(L2,IE2)=GKK(ICP)-RKA*ARKK(ICA)
4480 B(L2)=-FK(ICA)*QP
4490 IFCNR-IR) 4(0,500,600
4500 WRITE(6,450) IR
4510 FORMAT(IH0,DERRO7: NR MENOR QUE IR F/ IR= 0, I2)
4520 GO TO 5000
4530 B(L1)=B(L1)+RKZ*ARKK(ICA)*IFI
4540 E(L2)=B(L2)-RKA*ARKK(ICA)*HFI
4550 WRITE(6,4050) (CLL,III),T(LLL,III),III=IA1,IE2),LLL=L1,L2)
4560 WRITE(6,4150) (LLL,B(LLL),LLL=L1,L2)
4570 GO TO 5000
4580 T(L1,IE1)=-RKZ*RJJ(ICP)
4590 T(L2,IE2)=RKA*RJJ(ICP)
4600 T(L3,IE1)=AJJ(ICP)-RKZ*RJJ(ICP)
4610 T(L3,IE2)=EJJ(ICP)
4620 T(L3,IE1)=AJK(ICP)
4630 T(L3,IE2)=BJK(ICP)
4640 T(L3,IB1)=RKZ*ARKK(ICA)
4650 E(L3)=-CJ(ICP)*QP
4660 T(L4,IE1)=DJJ(ICP)
4670 T(L4,IE2)=EJJ(ICP)+RKA*RJJ(ICP)
4680 T(L4,IE1)=DJK(ICP)
4690 T(L4,IE2)=GJK(ICP)
4700 T(L4,IB2)=-RKA*ARKK(ICA)
4710 B(L4)=-FJ(ICP)*QP
4720 WRITE(6,4050) (CLL,III),T(LLL,III),III=IA1,IE2),LLL=L1,L4)
4730 FORMAT(IH,5(4X,DT(0,I2,0,0,I2,0)= 0,D12.5))
4740 WRITE(6,4150) (LLL,B(LLL),LLL=L1,L4)
4750 FORMAT(IH,4(4X,EB(0,I2,0)= 0,D12.6))
4760 RETURN
4770 END

```

```

4780 SUBROUTINE ANTRIG(OP,IR,NR)
4790 *CALC. DOS PARAMETROS DOS ESF. DE ESFREMIO./ANTEPAR/ INT. RIGIDA*
4800 C(CMON/PARESF/1(60,60),B(60)
4810 C(CMON/GEOM/AJJ(15),BJJ(15),CJJ(15),GJJ(15),FJJ(15),AJK(15),
4820 1BJK(15),DJK(15),GJK(15),AKJ(15),BKJ(15),DKJ(15),EKJ(15),AKK(15),
4830 2BKK(15),CK(15),DKK(15),GKK(15),FK(15)
4840 C(CMON/INDEX/IC1,ICP,L1,L2,L3,L4,IA1,IA2,IB1,IB2,ID1,ID2,IE1,IE2
4850 REAL*8 T,B
4860 REAL*8 AJJ,BJJ,CJ,DJJ,GJJ,FJ,AJK,
4870 1BJK,DJK,GJK,AKJ,BKJ,DKJ,GKJ,AKK,
4880 2BKK,CK,CKK,CKK,FK
4890 WRITE(6,4020) IR
4900 FORMAT(1H,2X,CESCONTINUIDADE NUMERO 0,12,3X,QUANTEPARA RIGIDAD)
4910 IF(IR-1) GO TO 300
4920 WRITE(6,150) IR
4930 FORMAT(1H,2X,CESCONTINUIDADE NUMERO 0,12,3X,QUANTEPARA RIGIDAD)
4940 GO TO 5000
4950 T(L3,IB1)=AJJ(ICP)
4960 T(L3,IB2)=BJJ(ICP)
4970 T(L3,IE1)=AJK(ICP)
4980 T(L3,IE2)=BKJ(ICP)
4990 B(L3)=-CJ(ICP)*OP
5000 T(L4,IB1)=DJJ(ICP)
5010 T(L4,IB2)=GJJ(ICP)
5020 T(L4,IE1)=DJK(ICP)
5030 T(L4,IE2)=GJK(ICP)
5040 B(L4)=-FJ(ICP)*OP
5050 WRITE(6,4050) (L1L1,III,T(L1L1,III),III=ID1,IE2),L1L1=L3,L4)
5060 WRITE(6,4150) (L1L1,B(L1L1),L1L1=L3,L4)
5070 GO TO 5000
5080 T(L1,IA1)=AKJ(ICA)
5090 T(L1,IA2)=BKJ(ICA)
5100 T(L1,IB1)=AKK(ICA)
5110 T(L1,IB2)=BKK(ICA)
5120 E(L1)=-CK(ICA)*OP
5130 T(L2,IA1)=DKJ(ICA)
5140 T(L2,IA2)=GKJ(ICA)
5150 T(L2,IB1)=DKK(ICA)

```

```

5160 T(L2,IB2)=GKK(ICA)
5170 B(L2)=-FK(ICA)*QP
5180 WRITE(6,4050) ((LLL,III),T(LLL,III),III=IA1,IE2),LLL=L1,L2)
5190 WRITE(6,4150) (LLL,B(LLL),LLL=L1,L2)
5200 IF(NR-IR) 400,500,600
5210 WRITE(6,450) IR
5220 FORMAT(1H0,ERR05: NR MENOR QUE IR / IR= 0,12)
5230 GO TO 5000
5240 GO TO 5000
5250 T(L3,ID1)=AJJ(ICP)
5260 T(L3,ID2)=BJJ(ICP)
5270 T(L3,IE1)=AJK(ICP)
5280 T(L3,IE2)=BJK(ICP)
5290 B(L3)=-CJ(ICP)*QP
5300 T(L4,ID1)=GJJ(ICP)
5310 T(L4,ID2)=GJJ(ICP)
5320 T(L4,IE1)=GJK(ICP)
5330 T(L4,IE2)=GJK(ICP)
5340 B(L4)=-FJ(ICP)*QP
5350 WRITE(6,4050) ((LLL,III),T(LLL,III),III=ID1,IE2),LLL=L3,L4)
5360 WRITE(6,4150) (LLL,B(LLL),LLL=L3,L4)
5370 FORMAT(1H,5(4X,0I(0,12,0,0,0,12,0))= 0,012.6)

5380 F(RYAT(1H,4(4X,0B(0,12,0))= 0,012.6)
5390 RETURN
5400
5410 END
5420 SUBROUTINE UN14C(OP,IR,NR)
5430 *CALCULO DOS PARAM. DOS ESF. DE EXTREMID./UNIAO SEM ENRIJECEDOR
5440 COMMON/PARESF/T(60,60),B(60)
5450 COMMON/GEOM/AJJ(15),BJJ(15),CJ(15),DJJ(15),GJJ(15),FJ(15),AJK(15),
5460 2BKJ(15),DKJ(15),GKJ(15),AKJ(15),FK(15)
5470 COMMON/INDEY/ICA,ICP,L1,L2,L3,L4,IA1,IA2,IB1,IB2,ID1,ID2,IE1,IE2
5480 COMMON/CCNTCR/TIN,HIN,TFI,HFI
5490 REAL*8 T,B
5500 REAL*8 AJJ,BJJ,CJ,DJJ,GJJ,FJ,AJK,BJK,CJK,GJK,AKJ,BKJ,DKJ,GKJ,
5510 1 AKK,EKK,CK,DKK,GKK,FK

```

```

5520 WRITE(6,4020) IR
5530 FJRMAY(1H,2X,6DESCONTINUO, NUMEROC,13,X,0UNJAC SEM ENRIJECECORO)
5540 IF(IR=1)100,200,300
5550 WRITE(6,150) IR
5560 FCRMAT(1H0,ZERR010:IR MENOR QUE 1 P/ IR= 0,I2)
5570 GC TO 5000
5580 T(L3,101)=1.
5590 B(L3)=TIN
5600 T(L4,102)=1.
5610 B(L4)=HIN
5620 WRITE(6,4050) (LLL,II,I(LLL,III),III=ID1,102),LLL=L3,L4)
5630 WRITE(6,4150) (LLL,B(LLL),LLL=L3,L4)
5640 GO TO 5000
5650 IF(NR-IR) 400,500,600
5660 WRITE(6,450) IR
5670 FCRMAT(1H0,ZERR011: NR MENOR QUE IR P/ IR= 0,I2)
5680 GC TO 5000
5690 T(L1,101)=1.
5700 B(L1)=IFI
5710 T(L2,102)=1.
5720 B(L2)=HFI
5730 WRITE(6,4050) (LLL,III,I(LLL,III),III=IB1,102),LLL=L1,L2)
5740 WRITE(6,4150) (LLL,B(LLL),LLL=L1,L2)
5750 GO TO 5000
5760 T(L1,101)=AKJ(ICA)
5770 T(L1,102)=BKJ(ICA)
5780 T(L1,101)=AKK(ICA)
5790 T(L1,102)=BKK(ICA)
5800 T(L1,101)=-AJJ(ICP)
5810 T(L1,102)=-EJJ(ICP)
5820 T(L1,101)=-AJK(ICP)
5830 T(L1,102)=-EJK(ICP)
5840 B(L1)=(CJ(ICP)-CK(ICA))*QP
5850 T(L2,101)=DKJ(ICA)
5860 T(L2,102)=GKJ(ICA)
5870 T(L2,101)=DKK(ICA)
5880 T(L2,102)=GKK(ICA)
5890 T(L2,101)=-DJJ(ICP)

```



```

5900 T(L2>ID2)=-CJJ(ICP)
5910 T(L2>IE1)=-DJK(ICP)
5920 T(L2>IE2)=-GJK(ICP)
5930 B(L2)=(FJ(ICP)-FK(ICA))*QP
5940 T(L3>IB1)=1.
5950 T(L3>ID1)=-1.
5960 B(L3)=0.
5970 T(L4>IB2)=1.
5980 T(L4>ID2)=-1.
5990 B(L4)=0.
6000 WRITE(6,4050) (LLL,III,T(LLL,III),III=IA1,IE2),LLL=L1,L4)
6010 FORMAT(1H,5(4X,0T(0,I2,E,0,I2,0)=0,D12.6))
6020 WRITE(6,4150) (LLL,8(LLL),LLL=L1,L4)
6030 FORMAT(1H,4(4X,0I2,0)=0,D12.6))
6040 RETURN
6050 END

SUBROUTINE SOLTRC(IC,QP,F,NP,Y,ZJ)
C *CALCULO DAS CONSTANTES DE INTEGRACAO E DAS TENSOES*
C **TRONCO DE CONE**
COMMON/DADOS/RJJ(15),RKK(15),ALF(15),HH(15),EE(15),CCOEF(15),AL(15)
1),XNOM(15,18)
COMMON/PARCTE/C1MJ(15),C2MJ(15),C3PJ(15),C4MJ(15),C1MK(15),
1C2MK(15),C3NK(15),C4MK(15),C1HJ(15),C2HJ(15),C3HJ(15),C4HJ(15),C1H
2K(15),C2HK(15),C3HK(15),C4HK(15),C1P(15),C2P(15),C3P(15),C4P(15)
DIMENSION NP(15),Y(15,50),ZJ(15),F(60)
REAL*8 C1MJ,C2MJ,C3MJ,C4MJ,C1MK,C2MK,C3MK,C4MK,C1HJ,C2HJ,C3HJ,C4HJ
1,C1HK,C2HK,C3HK,C4HK,C1P,C2P,C3P,C4P,ALFA
REAL*8 GNX,GNT,GMX,GMT,BER,BEIKER,KEI,DBER,CBEI,DKER,DKEI,
1C1,C2,C3,C4,PI,EPS,VV,COSA,TANA,SENA,XP,AUX1,AUX2,AUX3,AUX4,AUX5,
2BEIX,BERX,KEIX,KERX,BEIT,BERT,KEIT,KERT,SGXE,SGXI,SGTE,SGTI
ID3=4*IC-3
ID4=4*IC-2
IC3=4*IC-1
IC4=4*IC
C1=C1MJ(IC)*F(IC3)+C1HJ(IC)*F(ID4)+C1MK(IC)*F(IE3)+C1HK(IC)*F(IE4)
1+C1P(IC)*QP

```

```

6260 C2=C2MJ(IC)*F(ID3)+C2HJ(IC)*F(ID4)+C2MK(IC)*F(IE3)+C2HK(IC)*F(IE4)
6270 1+C2P(IC)*QP
6280 C3=C3MJ(IC)*F(ID3)+C3HJ(IC)*F(ID4)+C3MK(IC)*F(IE3)+C3HK(IC)*F(IE4)
6290 1+C3P(IC)*QP
6300 C4=C4MJ(IC)*F(IE3)+C4HJ(IC)*F(ID4)+C4MK(IC)*F(IE3)+C4HK(IC)*F(IE4)
6310 1+C4P(IC)*QP
6320 PI=3.141592654
6330 CCEF=CCDEF(IC)
6340 E=EE(IC)
6350 H=HH(IC)
6360 VV=(12*(1-CDEF**2))**0.25
6370 ALFA=ALC(IC)
6380 COSA=DCOS(ALFA)
6390 SENAD=DSIN(ALFA)
6400 TANA=DTAN(ALFA)
6410 FJ=RJJ(IC)
6420 XJ=RJ/SENA
6430 NPP=NP(IC)
6440 DD 100 IP=1,NPP
6450 XF=XJ+Y(IC,IP)
6460 EPS=2.0*VV*(XP**2/(H**2*TANA**2))**0.25
6470 AUX1=(-DEXP(EPS/2.0**0.5))/(2.0*PI*EPS)**0.5
6480 AUX2=(EPS/2.0**0.5)-PI/8.0
6490 AUX3=(EPS/2.0**0.5)+PI/8.0
6500 AUX4=(PI/(2.0*EPS))**0.5
6510 AUX5=DEXP(-EPS/2.0**0.5)
6520 BER=AUX1*DCOS(AUX2)
6530 BEI=AUX1*DSIN(AUX2)
6540 DDER=AUX1*DCOS(AUX3)
6550 DBEI=AUX1*DSIN(AUX3)
6560 KER=-AUX4*AUX5*DCOS(AUX3)
6570 KEI= AUX4*AUX5*DSIN(AUX3)

6580 DKER= AUX4*AUX5*DCOS(AUX2)
6590 DKEI=-AUX4*AUX5*DSIN(AUX2)
6600 BCIX=EPS*DBEI+2.0*CDEF*BEI
6610 BERX=EPS*DBER+2.0*CDEF*BER
6620 KEIX=EPS*DKEI+2.0*CDEF*KEI

```

```

6630 KERX=EPS*DKER+2.0*COEF*KER
6640 BEIT=2.0*BEI+EPS*COEF*DBEI
6650 ESRT=2.0*BER+EPS*COEF*DBER
6660 KEIT=2.0*KEI+EPS*COEF*DKEI
6670 KERT=2.0*KER+EPS*COEF*DKER
6680 QNX=(1.0/XP)*(C1*BER+C2*BEI+C3*KER+C4*KEI)-QP*XP*TANA/2.
6690 QNT=(EPS/(2.0*XP))*(C1*DBER+C2*DBEI+C3*DKER+C4*CKEI)-QP*XP*TANA
6700 GMPA=(QP*(H*TANA)**2)/(8.0*(1-CCDF))
6710 QNX=(H/(2.0*XP*V**2))*(C1*BEIX-C2*BERX+C3*KEIX-C4*KERX)+QMPA
6720 QNT=(H/(2.0*XP*V**2))*(C1*BEII-G2*BERT+C3*KEII-C4*KERT)+QMPA
6730 SGXE=QNX/H+6.0*QNX/H**2
6740 SCXI=QNX/H-6.0*QNX/H**2
6750 SGTE=QNT/H+6.0*QNT/H**2
6760 SGTI=QNT/H-6.0*QNT/H**2
6770 ZS=ZJ(IC)+Y(IC,IP)*COISA
6780 RS=RJ+Y(IC,IP)*SENA
6790 ZE=ZS-(H/2.0)*SENA
6800 ZI=ZS+(H/2.0)*SENA
6810 RI=RS+(H/2.0)*COISA
6820 RIN=RS-(H/2.0)*COISA
6830 WHITE(5,150) Y(IC,IP),RE,ZE,SGXE,SGTE,RIN,ZI,SGXI,SGTI
6840 150 FORMATCH ,F10.4,2(2X,F10.4,2X,F10.2,2(2X,D12.6))
6850 100 CONTINUE
6860 RETURN
6870 END
6880 SUBROUTINE COECIL (QP,IC)
6890 *CALCULO DOS COEFICIENTES DE INFLUENCIA E DOS PARAMETROS DAS
6900 *CONSTANTES DE INTEGRACAO / TRONCOS DE CONE E CILINDROS CURTOS*
6910 C (COMMON/ PARCIE/ C1MJ(15),C2MJ(15),C3MJ(15),C4MJ(15),C1MK(15),
6920 1C2MK(15),C3MK(15),C4MK(15),C1HJ(15),C2HJ(15),C3HJ(15),C4HJ(15),C1H
6930 2K(15),C2HK(15),C3HK(15),C4HK(15),C1P(15),C2P(15),C3P(15),C4P(15)
6940 COMMON/ GEOM/ AJJ(15),BJJ(15),CJJ(15),DJJ(15),GJJ(15),FJJ(15),AJK(15),
6950 1EJK(15),DJK(15),GJK(15),AKJ(15),BKJ(15),DKJ(15),GKJ(15),AKK(15),
6960 2EKK(15),CK(15),DKK(15),GKK(15),FK(15)
6970 COMMON/ DADOS/ RJJ(15),RKK(15),ALF(15),HH(15),EE(15),CCOEF(15),AL(15
6980 1),XNOM(15,18)
6990 REAL*8 VV,CCSA,SENA,TANA,RE,DD,BETA,EL,SS,TT,ZZ,LL,JJ,XX,UU,KK,
7000 1 AL,ALFA,PI,WW,CJ2,DB2,DB3

```

```

7010 REAL*8 C1MJ,C2MJ,C3MJ,C4MJ,C1MK,
7020 1C2MK,C3MK,C4MK,C1HJ,C2HJ,C3HJ,C4HJ,C1HK,
7030 2C2HK,C3HK,C4HK,C1P,C2P,C3P,C4P
7040 REAL*8 AJJ,EJJ,CJ,DJJ,GJJ,FJ,AJK,
7050 1BJK,DJK,GJK,AKJ,BKJ,DKJ,GKJ,AKK,
7060 2BKK,CK,CKK,CKK,FK
7070 PI=3.141592654
7080 AL(IC)=ALF(IC)*PI/180
7090 COEF=CCOEF(IC)
7100 E=EE(IC)
7110 H=HH(IC)
7120 ALFA=AL(IC)
7130 COSA=DCOS(ALFA)
7140 SENAS=DSIN(ALFA)
7150 TAN A=DTAN(ALFA)
7160 RJ=RJJ(IC)
7170 RK=RKK(IC)

7180 XJ=RJ/SENA
7190 XK=RK/SENA
7200 RE=(3.*RJ+RK)/4
7210 DC=E*H**3/(12.*(1.-COEF**2))
7220 DET A=(3*(COSA/(RB*H))**2*(1.-COEF**2))**0.25
7230 BL=(XK-XJ)*EETA
7240 SS=DCOS(BL)*DCOSH(BL)
7250 TT=DCOS(BL)*DSINH(BL)
7260 ZZ=DCOS(BL)/DSIN(BL)
7270 LL=DCOS(BL)/DSINH(BL)
7280 JJ=DSINH(BL)/DSIN(BL)
7290 XX=DSIN(BL)*DCOSH(BL)
7300 UU=DSIN(BL)*DSINH(BL)
7310 KK=DCOSH(BL)/DSIN(BL)
7320 WW=DCOSH(BL)/DSINH(BL)
7330 CJ2=(JJ**2)-1.
7340 DE2=DD*BETA**2
7350 DB3=DB2*BETA
7360 C1HK(IC)=-COSA/(2.*DB3)

```

7370 CIP(IC)=-RK*SENA/(4.*DB3)
 7380 C3HJ(IC)=JJ*(WW-ZZ)*COSA/(2.*DB3*CJ2)
 7390 C3HK(IC)=JJ*(KK-LL)*COSA/(2.*DB3*CJ2)
 7400 C3MJ(IC)=JJ/(DB2*CJ2)
 7410 C3MK(IC)=- (JJ**2)/(DB2*CJ2)
 7420 C3P(IC)=JJ*SENA*(RJ*(WW-ZZ)+RK*(KK-LL))/(4.*DB3*CJ2)+(3.*(JJ**2)-JJ
 7430 1)*(1.+COEF)*TANA**2)/(2.*E*H*BETA**2*CJ2)
 7440 C2HJ(IC)=-COSA*(CJ2+(H*H**2-ZZ**2)*JJ*UU)/(2.*UU*DB3*CJ2)
 7450 C2HK(IC)=COSA*(CJ2+ZZ*WW-(ZZ+WW)*JJ*(KK-LL))/(2.*DB3*CJ2)
 7460 C2MJ(IC)=- (ZZ+WW)*JJ/(DB2*CJ2)
 7470 C2MK(IC)=(ZZ+WW*JJ**2)/(DB2*CJ2)
 7480 C2PC(IC)=(SENA*(SS*RR*JJ)/(4.*UU*DB3))-JJ*(ZZ+WW)*SENA*(RJ*(WW-ZZ)+
 7490 1RK*(KK-LL))/(4.*DB3*CJ2)+(3.*(JJ*(ZZ+WW)-ZZ*WW*JJ**2)*(1.+COEF)*
 7500 1TANA**2)/(2.*E*H*BETA**2*CJ2)
 7510 C4HJ(IC)=C3HJ(IC)
 7520 C4HK(IC)=C3HK(IC)
 7530 C4MJ(IC)=C3MJ(IC)
 7540 C4MK(IC)=C3MK(IC)+1./DB2
 7550 C4P(IC)=C3P(IC)
 7560 A JJ(IC)=BETA*(-UU*C1MJ(IC)+SS*C2MJ(IC)+TT*C3MJ(IC)-XX*C4MJ(IC))
 7570 A JK(IC)=BETA*(-UU*C1MK(IC)+SS*C2MK(IC)+TT*C3MK(IC)-XX*C4MK(IC))
 7580 B JJ(IC)=BETA*(-UU*C1HJ(IC)+SS*C2HJ(IC)+TT*C3HJ(IC)-XX*C4HJ(IC))
 7590 B JK(IC)=BETA*(-UU*C1HK(IC)+SS*C2HK(IC)+TT*C3HK(IC)-XX*C4HK(IC))
 7600 C J(IC)=BETA*(-UU*C1P(IC)+SS*C2P(IC)+TT*C3P(IC)-XX*C4P(IC))
 7610 1 3.*RJ*TANA/(2.*E*H*COSA)
 7620 A KJ(IC)=BETA*C2MJ(IC)
 7630 A KK(IC)=BETA*C2MK(IC)
 7640 B KJ(IC)=BETA*C2HJ(IC)
 7650 B KK(IC)=BETA*C2HK(IC)
 7660 C K(IC)=BETA*C2P(IC)+3.*RK*TANA/(2.*E*H*COSA)
 7670 D JJ(IC)=0.5*COSA*(TT*(-C2MJ(IC)-C1MJ(IC))+XX*(C1MJ(IC)-C2MJ(IC)))+
 7680 1 SS*(-C3MJ(IC)-C4MJ(IC))+UU*(C4MJ(IC)-C3MJ(IC))
 7690 D JK(IC)=0.5*COSA*(TT*(-C2MK(IC)-C1MK(IC))+XX*(C1MK(IC)-C2MK(IC)))+
 7700 1 SS*(-C3MK(IC)-C4MK(IC))+UU*(C4MK(IC)-C3MK(IC))
 7710 G JJ(IC)=0.5*COSS*(TT*(-C2HJ(IC)-C1HJ(IC))+XX*(C1HJ(IC)-C2HJ(IC)))+
 7720 1 SS*(-C3HJ(IC)-C4HJ(IC))+UU*(C4HJ(IC)-C3HJ(IC))
 7730 G JK(IC)=0.5*COSS*(TT*(-C2HK(IC)-C1HK(IC))+XX*(C1HK(IC)-C2HK(IC)))+
 7740 1 SS*(-C3HK(IC)-C4HK(IC))+UU*(C4HK(IC)-C3HK(IC))

```

7750 FJ(IC)=0.5*COISA*(JI*(-C2P(IC)-C1P(IC))+XX*(C1P(IC)-C2P(IC)))+
7760 1 SS*(-C3P(IC)-C4P(IC))+UU*(C4P(IC)-C3P(IC))+RJ**2*(1.-COEF/2.)/
7770 2 (E*H*COISA)
7780 DKJ(IC)=-0.5*COISA*(C3MJ(IC)+C4MJ(IC))
7790 DKK(IC)=-0.5*COISA*(C3MK(IC)+C4MK(IC))
7800 GKJ(IC)=-0.5*COISA*(C3HJ(IC)+C4HJ(IC))
7810 GKK(IC)=-0.5*COISA*(C3HK(IC)+C4HK(IC))
7820 FK(IC)=-0.5*CCS1*(C3P(IC)+C4P(IC))+RK**2*(1.-COEF/2.)/(E*H*COISA)
7830 WRITE(6,9100)(XNOM(IC,J),J=1,10)
7840 WRITE(6,9500)
7850 WRITE(6,9600)C1FJ(IC),C1MJ(IC),C1HK(IC),C1MK(IC),C1P(IC)
7860 WRITE(6,9610)C2HJ(IC),C2MJ(IC),C2HK(IC),C2MK(IC),C2P(IC)
7870 WRITE(6,9620)C3HJ(IC),C3MJ(IC),C3HK(IC),C3MK(IC),C3P(IC)
7880 WRITE(6,9630)C4HJ(IC),C4MJ(IC),C4HK(IC),C4MK(IC),C4P(IC)
7890 WRITE(6,9700)
7900 WRITE(6,9710) AJJ(IC),BJJ(IC),DJJ(IC),GJJ(IC),CJ(IC),FJ(IC)
7910 WRITE(6,9720) AJK(IC),BJK(IC),DKJ(IC),GKJ(IC)
7920 WRITE(6,9730) AKJ(IC),EKJ(IC),DKK(IC),GKK(IC),FK(IC)
7930 WRITE(6,9740) AKK(IC),EKK(IC),DKK(IC),GKK(IC),FK(IC)
7940 FORMAT(IH0//////18A4)
7950 FFORMAT(IH,26X,6PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRACAO,/,15X,6H
7960 1J6,22X,6MJ6,22X,6HK6,22X,6MK6,22X,6P6,/)
7970 FFORMAT(IH,1X,6C16,5(2X,622.15))
7980 FFORMAT(IH,1X,6C26,5(2X,622.15))
7990 FFORMAT(IH,1X,6C36,5(2X,622.15))
8000 FFORMAT(IH,1X,6C46,5(2X,622.15),/)
8010 FFORMAT(IH,25X,6COEFICIENTES DE INFLUENCIA6,/,11X,6AE,13X,6EE,13X
8020 1,6D6,13X,6GE,13X,6C6,13X,6F6,/)
8030 FFORMAT(IH,1X,6JJ6,6(2X,612.6))
8040 FFORMAT(IH,1X,6JK6,4(2X,612.6))
8050 FFORMAT(IH,1X,6KJ6,4(2X,612.6))
8060 FFORMAT(IH,1X,6KK6,6(2X,612.6))
8070 RETURN
8080 END

```

```

8090 SUBROUTINE SOLCIL(IC,OP,F,NP,Y,ZJ)
8100 *CALCULO DAS CONSTANTES DE INTEGRACAO E DAS TENSOES*
8110 *CILINDRO,CCNE CU TRONCO DE CONE - APROXIMACAO DE GECKELER*
8120 C CMON/DADOS/RJJ(15),RKK(15),ALF(15),HH(15),EE(15),CCOEF(15),AL(15
8130 1),XNOM(15,18)
8140 C(CMYCN/PAPCTE/C1MJ(15),C2MJ(15),C3MJ(15),C4MJ(15),C1MK(15),
8150 1C2MK(15),C3MK(15),C4MK(15),C1HJ(15),C2HJ(15),C3HJ(15),C4HJ(15),C1H
8160 2K(15),C2HK(15),C3HK(15),C4HK(15),C1P(15),C2P(15),C3P(15),C4P(15)
8170 DIMENSION NRC(15),Y(15,50),ZJ(15),F(60)
8180 REAL*8 C1MJ,C2MJ,C3MJ,C4MJ,C1MK,C2MK,C3MK,C4MK,C1HJ,C2HJ,C3HJ,C4HJ
8190 1,C1HK,C2HK,C3HK,C4HK,C1P,C2P,C3P,C4P,ALFA
8200 REAL*8 ONX,ONT,OMX,OMT,D2MC,D3MC,D4MC,SS,SH,CC,CH,BETAY,BETA
8210 1C1,C2,C3,C4,PI,EPS,VV,COSA,TANA,SENA,XP,SGXE,SGXI,SGTE,SGTI
8220 ID3=4*IC-3
8230 ID4=4*IC-2
8240 IE3=4*IC-1
8250 IE4=4*IC
8260 C1=C1MJ(IC)*F(ID3)+C1HJ(IC)*F(ID4)+C1MK(IC)*F(IE3)+C1HK(IC)*F(IE4)
8270 1+C1P(IC)*QP
8280 C2=C2MJ(IC)*F(IE3)+C2HJ(IC)*F(ID4)+C2MK(IC)*F(IE3)+C2HK(IC)*F(IE4)
8290 1+C2P(IC)*QP
8300 C3=C3MJ(IC)*F(ID3)+C3HJ(IC)*F(ID4)+C3MK(IC)*F(IE3)+C3HK(IC)*F(IE4)
8310 1+C3P(IC)*QP
8320 C4=C4MJ(IC)*F(ID3)+C4HJ(IC)*F(ID4)+C4MK(IC)*F(IE3)+C4HK(IC)*F(IE4)
8330 1+C4P(IC)*QP
8340 PI=3.141592654
8350 CCEF=CCOEF(IC)
8360 E=EE(IC)
8370 H=HH(IC)
8380 ALFA=ALF(IC)*PI/180.
8390 COSA=COS(ALFA)
8400 SENA=DSIN(ALFA)
8410 TANA=DTAN(ALFA)
8420 RJ=RJJ(IC)
8430 XJ=RJ/SENA
8440 RK=RKK(IC)

```

```

8450 XK=RK/SENA
8460 RB=(3.*RJ+RK)/4.
8470 D=E*H**3/(12.*(1.-COEF**2))
8480 BETA=(3*(COSA/(RE*H))**2*(1.-COEF**2))**0.25
8490 NPP=NP(IC)
8500 LO 100 IP=1,NPP
8510 XP=XJ+Y(IC,IP)
8520 RF=XP*SENA
8530 YY=XK-XP
8540 BETA=ETA*YY
8550 SS=DSIN(BETAY)
8560 SF=DSINH(BETAY)
8570 CC=DCOS(BETAY)
8580 CF=DCOSH(BETAY)
8590 D2MC=BETA**2*((C1+C2)*SS*CH+(C1-C2)*(C*SH*(C3+C4)*SS*SH+(C4-C3)*
1 CC*CH)
8600
8610 D3MC=2.*BETA**3*(C1*CC*CH+C4*CC*SH+C3*SS*CH+C2*SS*SH)
8620 D4MC=2.*BETA**4*((C1+C2)*CC*SH+(C2-C1)*SS*CH+(C3+C4)*CC*CH+(C3-C4)
1*SS*SH)
8630
8640 QNX=-D*TANA*D3MC-QP*RP/(2.*COSA)
8650 QNT=0*RB**2*D4MC/(RP*COSA)-CDEF*D*TANA*D3MC-QP*RP/COSA
8660 QMX=D*D2MC*QP*(H*TANA)**2)/(8.*(1.-COEF))
8670 QMT=CDEF*D2MC*QP*(H*TANA)**2)/(8.*(1.-COEF))
8680 SGXE=QNX/H+6.C*QMX/(H**2)
8690 SGXE=QNX/H+6.0*QMX/(H**2)
8700 SXI=QNT/H-6.0*QMT/(H**2)
8710 SGTE=QNT/H+6.0*QMT/(H**2)
8720 SGTI=QNT/H-6.0*QMT/(H**2)
8730 Z5=ZJ(IC)+Y(IC,IP)*COSA
8740 RS=RJ+Y(IC,IP)*SENA
8750 ZE=Z5-(H/2.C)*SENA
8760 ZI=Z5+(H/2.C)*SENA
8770 RE=RS+(H/2.0)*COSA
8780 RIN=RS-(H/2.0)*COSA
8790 WRITE(6,150)Y(IC,IP),RE,ZE,SGXE,SGTE,RIN,ZI,SGXI,SGTI
8800
150 FCRVAT(1H ,F10.4,2(2X,F10.4,2X,F10.2,2(2X,D12.6)))
100 CONTINUE
8810
8820 RETURN
8830 END

```


F.4 EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Utiliza-se o programa na análise da estrutura da p \hat{o} pa do casco resistente de um submarino (Figura F.7). São exe-
cutados dois processamentos: no primeiro, define-se $ICAS(IC) = 45$
para todos os trechos em forma de tronco de cone. No segundo ,
utiliza-se $ICAS(IC) = 15$ para estes mesmos trechos.

A análise dos resultados obtidos é feita no Ca-
pítulo 4.

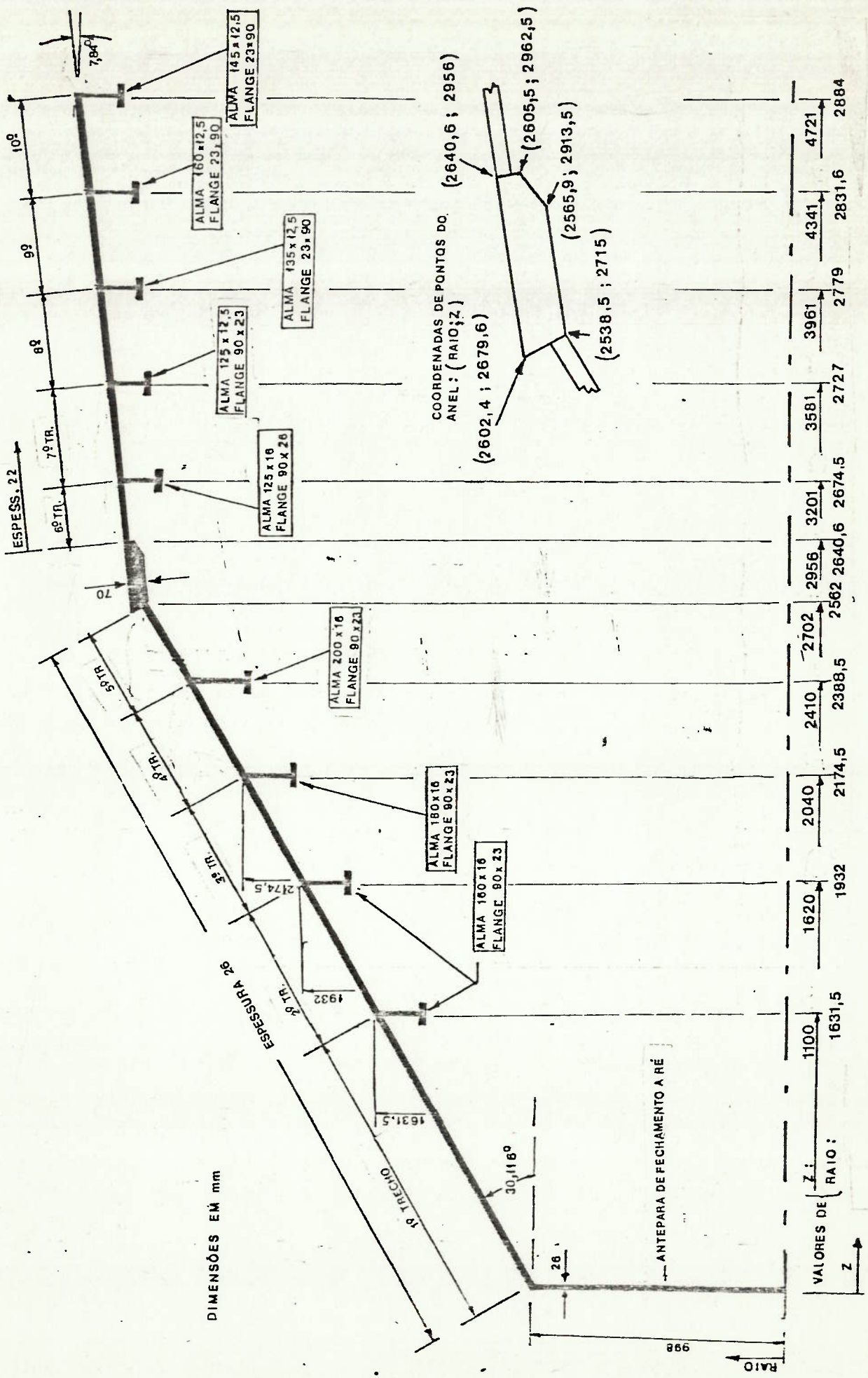


FIGURA F. 7 - REGIÃO DE POPA DO CASCO RESISTENTE DE UM SUBMARINO

F.4.1.2. Listagem de saída do programa

*** PROGRAMA TRIDENTE ***

FOIPA DE UM SUBMARINO TÍPICO

ALUNHO DE TRECHOS (NC) = 10
 ALUNHO DE DESCONTINUIDADES = 11
 PRESSAO = 0.30267

CARGO DOS TRECHOS

1 PRIMEIRO TRECHO			
ICAS(IC) = 45	NFI(IC) = 31	RJJ(IC) = 1821.60000	RKK(IC) = 1021.11250
FFI(IC) = 26.00000	EEI(IC) = .210000E+05	COEF. POISSON = 0.30000	ZJ(IC) = 13.00000
2 SEGUNDO TRECHO			
ICAS(IC) = 45	NFI(IC) = 11	RJJ(IC) = 1821.11250	RKK(IC) = 1821.61000
FFI(IC) = 26.00000	EEI(IC) = .210000E+05	COEF. POISSON = 0.30000	ZJ(IC) = 1108.00000
3 TERCEIRO TRECHO			
ICAS(IC) = 45	NFI(IC) = 11	RJJ(IC) = 1521.61000	RKK(IC) = 2154.11000
FFI(IC) = 26.00000	EEI(IC) = .210000E+05	COEF. POISSON = 0.30000	ZJ(IC) = 1628.00000
4 QUARTO TRECHO			
ICAS(IC) = 45	NFI(IC) = 11	RJJ(IC) = 2164.11000	RKK(IC) = 2378.11000
FFI(IC) = 26.00000	EEI(IC) = .210000E+05	COEF. POISSON = 0.30000	ZJ(IC) = 2048.00000
5 QUINTO TRECHO			
ICAS(IC) = 45	NFI(IC) = 21	RJJ(IC) = 2378.11000	RKK(IC) = 2550.25000
FFI(IC) = 26.00000	EEI(IC) = .210000E+05	COEF. POISSON = 0.30000	ZJ(IC) = 2418.00000
6 SEXTO TRECHO			
ICAS(IC) = 45	NFI(IC) = 11	RJJ(IC) = 2625.73000	RKK(IC) = 2164.49700
FFI(IC) = 22.00000	EEI(IC) = .210000E+05	COEF. POISSON = 0.30000	ZJ(IC) = 2958.00000
7 SETIMO TRECHO			
ICAS(IC) = 45	NFI(IC) = 11	RJJ(IC) = 2664.49700	RKK(IC) = 2716.63000
FFI(IC) = 22.00000	EEI(IC) = .210000E+05	COEF. POISSON = 0.30000	ZJ(IC) = 3209.00000
8 OITAVO TRECHO			
ICAS(IC) = 45	NFI(IC) = 11	RJJ(IC) = 2716.63000	RKK(IC) = 2769.00700
FFI(IC) = 22.00000	EEI(IC) = .210000E+05	COEF. POISSON = 0.30000	ZJ(IC) = 3587.20000
9 NONO TRECHO			
ICAS(IC) = 45	NFI(IC) = 11	RJJ(IC) = 2769.00700	RKK(IC) = 2821.38000
FFI(IC) = 22.00000	EEI(IC) = .210000E+05	COEF. POISSON = 0.30000	ZJ(IC) = 3967.20000
10 DECIMO TRECHO			
ICAS(IC) = 45	NFI(IC) = 11	RJJ(IC) = 2821.38000	RKK(IC) = 2873.75500
FFI(IC) = 22.00000	EEI(IC) = .210000E+05	COEF. POISSON = 0.30000	ZJ(IC) = 4347.25000

ESFERAS APLICADAS

	RAIO	FORÇA RADIAL	MOMENTO
BASE HEADR	0.00000	C.	C.
BASE MAIOR	0.00000	C.	C.

???

PRIMEIRO TRECHO

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRACAO

	HJ	MJ	PK	AK	P
C1	0.	0.	-.3855114452E7479D-01	0.	-.181268061099934C+02
C2	-.16031446658321C0-04	-.25027073508426C0-07	-.3855114452E7479D-01	-.617182886E751695D-C3	-.181564724749192D+C2
C3	-.173279D-09	-.1283173691C015D-06	-.385511502101333D-01	-.617182886E751695D-C3	-.161569156038649D+C2
CA	-.175540373349455D-04	-.1283173691C015D-06	-.385511502101333D-01	-.268782373902824D-1C	-.181569156038649D+C2

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	C	F
JJ	-.427315D-05	-.266935D-C3	-.266935D-C3	-.333498D-C1	-.418188D+C0	-.584583D+C2
JK	-.173279D-09	-.110996D-C6	-.110996D-C6	-.152157E-04		
KJ	-.173279D-09	-.110996D-C6	-.110996D-C6	-.152157E-04		
KK	-.427315D-05	-.266935D-C3	-.266935D-C3	-.333498D-C1	-.122722D+C0	-.189763D+C2

SEGUNDO TRECHO

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRACAO

???

	HJ	MJ	HK	MK	P
C1	0.	0.	-.6536C1661239678D-01	0.	-.386556C18067698D+02
C2	-.243037861925351D-02	-.7432709782885190D-04	-.654027333233023D-01	-.916234939332641D-03	-.37578787057288D+02
C3	-.321129731151280D-02	-.159946113317983D-04	-.694557236411448D-01	-.913215212888765D-03	-.402564373461469D+02
CA	-.321129731151280D-02	-.159946113317983D-04	-.694557236411448D-01	-.280139453699600D-C6	-.402564373461469D+02

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	F
JJ	-.521580D-05	-.395092D-03	-.395092D-03	-.600800D-C1	-.346787D+02
JK	-.423125D-06	-.138355D-04	-.138355D-04	-.277781D-02	
KJ	-.423125D-06	-.138355D-04	-.138355D-04	-.277781D-02	
KK	-.521580D-05	-.395092D-03	-.395092D-03	-.600800D-C1	-.281767D+02

TERCEIRO TRECHO

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRACAO

	HJ	MJ	HK	MK	P
C1	0.	0.	-87621984654429D-01	0.	-548957945032313D+02
C2	-15666337788953D-C1	.439164687512430D-04	-89011453310232D-C1	-107618562677201D-02	-646445291385841D+02
C3	-194673116427118D-01	.95374645705822D-04	.50431754191147D-01	-107532186486704D-02	.676501269724542D+02
C4	.194673116427118D-01	.95374645705822D-04	.904341754191147D-01	-845916310401917D-05	.676501269724542D+02

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	C	F
JJ	.566228D-05	-468742D-03	.468742D-03	-782266D-01	-310061D+00	.609623D+02
JK	-231268D-06	-825002D-04	-825002D-04	-168395D-01		
KJ	.231268D-06	.825002D-04	.825002D-04	-168395D-01		
KK	.566228D-05	-468742D-03	.468742D-03	-782266D-01	-336436D+00	-500894D+02

QUARTO TRECHO

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRACAO

	HJ	MJ	HK	MK	P
C1	0.	0.	-10368313732834D+00	0.	-715117053080808D+02
C2	-44744069553546D-01	.105166627860884D-03	-112926082093724D+00	.125012493406362D-02	-106017224527665D+03
C3	.368212090835045D-01	-257539534189094D-03	-11429330866686D+00	-126674425072658D-02	-101904774857491D+03
C4	.368212090835045D-01	-257539534189094D-03	.11429330866686D+00	-531998949580866D-04	.101924774857491D+03

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	C	F
JJ	-622409D-05	-562233D-03	.562233D-03	.988702D-01	-503189D+00	.925588D+02
JK	.528800D-06	-1222775D-03	-1222775D-03	.318508D-01		
KJ	-528800D-06	.1222775D-03	.1222775D-03	-318508D-01		
KK	-622409D-05	-562233D-03	.562233D-03	-988702D-01	-523455D+00	-760399D+02

QUINTO TRECHO

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRACAO

????

	HJ	NJ	HK	MK	P
C1	0.	0.	-118280070360706D+00	0.	-87484556443925D+02
C2	-114446055336095D+00	-819902571177412D-03	-164564551603503D+00	-166501333366194D-02	-200709833090463D+03
C3	-658108109214203D-01	-630425033370899D-03	-154056224942965D+00	-155815714414571D-02	-159128010654604D+03
C4	-654108109214203D-01	-630425033370899D-03	-154056224942965D+00	-253067805063141D-03	-159128010654604D+03

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	C	F
JJ	-793364D+05	-784230D-03	-784230D-03	-133295D+00	-940329D+00	-144014D+03
JK	-30428D+05	-545325D-03	-545325D-03	-565811D-01		
KJ	-30428D+05	-545325D-03	-545325D-03	-565811D-01		
KK	-793364D+05	-784230D-03	-784230D-03	-133295D+00	-951636D+00	-125943D+03

SEXTO TRECHO

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRACAO

????

	HJ	NJ	HK	MK	P
C1	0.	0.	-161536814127780D+00	0.	-296224596561619D+02
C2	-246588830619101D+00	-186150277873804D-02	-254788388006198D+00	-295295378578618D-02	-986890673600460D+02
C3	-113746354123522D+00	-13218082478497C-02	-246824152511190D+00	-244607354818752D-02	-65715037060348D+02
C4	-113746354123522D+00	-13218082478497D-02	-246824152511190D+00	-71427821342795D-03	-65715037060348D+02

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	C	F
JJ	-156811D+04	-156542D-02	-156542D-02	-243786D+00	-522281D+00	-776304D+02
JK	-95665D+05	-130946D-02	-130946D-02	-112684D+00		
KJ	-95665D+05	-130946D-02	-130946D-02	-112684D+00		
KK	-156811D+04	-156542D-02	-156542D-02	-243786D+00	-522867D+00	-519161D+02

SETIPO TRECHO 7777

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRACAO

	HJ	MJ	HK	PK	P
C1	0.	0.	-165141725083598D+00	0.	-108764447586473D+C2
C2	-460068177386466D-01	-256462032383527D-03	-16823385008376D+00	-188336360972897D-02	-506057360877444D+02
C3	-651036705580712D-01	458084671336904D-03	187065400031943D+00	-186969845646338D-C2	-469166124546007D+02
C4	651036705580712D-01	458084671336904D-03	187065400031943D+00	-112232839144963D-C3	-469166124546007D+C2

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	C	F
JJ	-993057D-05	-981709D-03	981709D-03	-185318E+00	-263718D+00	592339D+02
JK	135191D-05	453806D-03	-453806D-03	644555E-C1		
KJ	-135191D-05	-453806D-03	-453806D-03	-644955E-C1		
KK	933057D-05	-981709D-03	981709D-03	-185318E+00	-265558D+00	-327723D+02

OITAVO TRECHO 7777

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRACAO

	HJ	MJ	HK	PK	P
C1	0.	0.	-169993926269893D+00	0.	-323964510638299D+C2
C2	-901423329390891D-01	-27212403219568D-03	-152015111559242D+00	-192555043438909D-02	-535259128317555D+C2
C3	67651490400135D-C1	47504704652522D-03	153456153356192D+00	-196986337556941D-C2	-4945024512831546D+C2
C4	67651490400135D-C1	-47504704652522D-03	153456153356192D+00	-110158888368776D-03	-4945024512831546D+C2

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	L	F
JJ	100526D-04	-100455D-02	100455D-02	191252E+00	-276319D+00	622504D+02
JK	-142069D-05	-470610D-03	-470610D-03	670196E-C1		
KJ	-142069D-05	-470610D-03	-470610D-03	-670196E-C1		
KK	100526D-04	100455D-02	100455D-02	191252E+00	-276319D+00	-347486D+02

ACNO TRECHO

PARAMETROS CAS CONSTANTES DE INTEGRACAO

	HJ	HK	HK	HK	P
C1	0.	-1748099037754560+00	0.	-197263773123560D-02	-3396377561215800+02
C2	-288719426908702D-03	-199426852673369D+00	-199426852673369D+00	-1954084334247120-02	-569841464195704D+02
C3	500086669542746E-03	-1997585670375320+00	-1997585670375320+00	-1954084334247120-02	-522961485142542D+02
C4	500086669542746D-03	-1997585670375320+00	-1997585670375320+00	-122961485142542D+02	-522961485142542D+02

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	F
JJ	-1020120-04	-1031310-02	1031310-02	-1978930+00	-6559090+02
JK	-1548790-05	-4954150-03	-4954150-03	-7020240-C1	
XJ	-1548790-05	-4954150-03	-4954150-03	-7020240-C1	
KK	-1020120-04	-1031310-02	1031310-02	-1978930+00	-3702420+02

DECIMO TRECHO

PARAMETROS CAS CONSTANTES DE INTEGRACAO

	HJ	HK	HK	HK	P
C1	0.	-1758721380302040+00	0.	-2020343284513110-02	-355757132209000D+02
C2	-326066292337969D-03	-206586016962338D+00	-206586016962338D+00	-19986636944723700-02	-6059178533291910+02
C3	-5254733524281400-03	-2665286513830870+00	-2665286513830870+00	-19986636944723700-02	-52244892143340+02
C4	-7412836707770620-01	-5254733524281400-03	-5254733524281400-03	-1381554799797510-03	-52244892143340+02

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	F
JJ	-1035100-04	-1058420-02	1058420-02	-2045990+00	-690+280+02
JK	-167860-05	-5205650-03	-5205650-03	7343500-01	
KJ	-167860-05	-5205650-03	-5205650-03	-7343500-01	
KK	-1035100-04	-1058420-02	1058420-02	-2045990+00	-3939100+02

DESCRITIVO DE NUMERO 1.

IR=1	DESG(IR)=40	RCC(IR)=0.	DEL1(IR)=0.0000	RPP(IR)=0.0000	ZCC(IR)=0.
ECC(IR)=0.	DEL2(IR)=0.0000	DEL2(IR)=0.0000	DEL2(IR)=0.0000	RPP(IR)=0.0000	ZCC(IR)=0.
DESCRITIVO DE NUMERO 1	ANTEPARA FIGULA	IR(1, 2)=	-2669350-03	IR(1, 3)=	-1732790-09
IR(1, 1)=	-4273150-05	IR(1, 4)=	-1109960-06	IR(2, 4)=	-1521970-04
IR(2, 2)=	-3334980-01	IR(2, 3)=	-1109960-06	IR(2, 4)=	-1521970-04
IR(1, 2)=	4291440+00	IR(2, 1)=	-1804430+02	IR(2, 1)=	-2669350-03

DESCRITIVO DE NUMERO 2

IR=2	DESG(IR)=10	RCC(IR)=	-1492E+04	ACC(IR)=	-5046E+04
ECC(IR)=	+2100E+05	DEL1(IR)=	0.0000	DEL2(IR)=	0.0000
DEL2(IR)=	+2100E+05	DEL2(IR)=	0.0000	RPP(IR)=	0.0000

E(19) = .1921250*00 B(20) = -.5195040*02 B(21) = .5958650*01 B(22) = .3620210*02

DESCONTINUIDADE NUMERO 7

IP=7 DESC(1R)=10 RCC(1R)=.2555E+04 ACC(1R)=.4693E+04 ZCC(1R)=.1630E+07
RCC(1R)=.2100E+05 DEL(1R)= 0.0000 CEL(2R)= C.C000 RPP(1R)= 0.0000
DESCONTINUIDADE NUMERO 7 CAVERNA DE ALFA FINA
I(23,21)= -.9508650*05 I(23,22)= .1307460*02 I(23,23)= .2148130*03 I(23,24)= -.1565420*02
I(23,25)= 0. I(23,26)= 0. I(23,27)= 0. I(23,28)= 0. I(24,21)= -.1309460*02
I(24,22)= 0. I(24,23)= 0. I(24,24)= 0. I(24,25)= 0. I(24,26)= -.6915440*01
I(25,21)= 0. I(25,22)= 0. I(25,23)= .1991320*03 I(25,24)= 0.
I(25,25)= 0. I(25,26)= -.4538060*03 I(25,27)= 0. I(25,28)= -.4538060*03
I(26,21)= 0. I(26,22)= 0. I(26,23)= C. I(26,24)= -.5915440*01 I(26,25)= -.2514720*00
I(26,26)= 0. I(26,27)= -.4538060*03 I(26,28)= -.6445500*01 I(26,29)= .9817090*03
E(23)= .1613930*00 E(24)= .1602490*02 E(25)= .6139970*01 E(26)= -.1828370*02

DESCONTINUIDADE NUMERO 8

IP=8 DESC(1R)=10 RCC(1R)=.2608E+04 ACC(1R)=.3908E+04 ZCC(1R)=.1421E+07
RCC(1R)=.2100E+05 DEL(1R)= 0.0000 CEL(2R)= C.C000 RPP(1R)= 0.0000
DESCONTINUIDADE NUMERO 8 CAVERNA DE ALFA FINA
I(27,25)= -.1351910*05 I(27,26)= -.4538060*03 I(27,27)= 0. I(27,28)= -.9817090*03
I(27,29)= 0. I(27,30)= 0. I(27,31)= 0. I(27,32)= 0. I(28,25)= -.4538060*03
I(28,26)= 0. I(28,27)= 0. I(28,28)= 0. I(28,29)= 0. I(28,30)= 0. I(28,31)= 0.
I(29,25)= 0. I(29,26)= 0. I(29,27)= 0. I(29,28)= 0. I(29,29)= 0. I(29,30)= 0.
I(30,25)= 0. I(30,26)= 0. I(30,27)= 0. I(30,28)= 0. I(30,29)= 0. I(30,30)= 0.
I(31,31)= -.4706100*03 I(31,32)= .6701960*01 I(31,33)= .8529130*01 I(31,34)= -.1921680*02
E(27)= .8196570*01 E(28)= .1011580*02 E(29)= .6701960*01 E(30)= 0. E(31)= -.1921680*02

DESCONTINUIDADE NUMERO 9

IP=9 DESC(1R)=10 RCC(1R)=.2654E+04 ACC(1R)=.4633E+04 ZCC(1R)=.1423E+07
RCC(1R)=.2100E+05 DEL(1R)= 0.0000 CEL(2R)= C.C000 RPP(1R)= 0.0000
DESCONTINUIDADE NUMERO 9 CAVERNA DE ALFA FINA
I(31,29)= -.1420690*05 I(31,30)= -.4706100*03 I(31,31)= 0. I(31,32)= .2566420*03
I(31,33)= 0. I(31,34)= 0. I(31,35)= 0. I(31,36)= 0. I(31,37)= 0. I(31,38)= 0.
I(32,31)= 0. I(32,32)= 0. I(32,33)= 0. I(32,34)= 0. I(32,35)= 0. I(32,36)= 0.
I(32,37)= 0. I(32,38)= 0. I(32,39)= 0. I(32,40)= 0. I(32,41)= 0. I(32,42)= 0.
I(33,33)= -.2566190*03 I(33,34)= -.1031310*02 I(33,35)= 0. I(33,36)= .1544750*05
I(33,37)= 0. I(33,38)= 0. I(33,39)= 0. I(33,40)= 0. I(33,41)= 0. I(33,42)= 0.
I(34,30)= 0. I(34,31)= 0. I(34,32)= -.8679340*01 I(34,33)= -.1031310*02
I(34,34)= 0. I(34,35)= -.7020240*01 I(34,36)= .6998630*01 I(34,37)= -.2024590*02
E(31)= .8587070*01 E(32)= .1072590*02 E(33)= .6998630*01 E(34)= -.2024590*02

DESCONTINUIDADE NUMERO 10

IP=10 DESC(1R)=10 RCC(1R)=.2692E+04 ACC(1R)=.4395E+04 ZCC(1R)=.1427E+07
RCC(1R)=.2100E+05 DEL(1R)= 0.0000 CEL(2R)= C.C000 RPP(1R)= 0.0000
DESCONTINUIDADE NUMERO 10 CAVERNA DE ALFA FINA
I(35,43)= -.1544790*05 I(35,39)= 0. I(35,40)= 0. I(35,41)= 0. I(35,42)= 0.
I(35,43)= 0. I(35,44)= -.4954150*03 I(35,45)= .2636350*03 I(35,46)= -.1031310*02
I(35,47)= 0. I(35,48)= 0. I(35,49)= 0. I(35,50)= 0. I(35,51)= 0. I(35,52)= 0.
I(36,35)= 0. I(36,36)= -.2811190*00 I(36,37)= 0. I(36,38)= 0. I(36,39)= 0.
I(36,40)= 0. I(36,41)= 0. I(36,42)= 0. I(36,43)= 0. I(36,44)= 0. I(36,45)= 0.
I(37,37)= 0. I(37,38)= -.1658420*02 I(37,39)= .1670660*05 I(37,40)= -.5205650*03
I(38,34)= 0. I(38,35)= 0. I(38,36)= -.8322620*01 I(38,37)= .1458420*02
I(38,40)= 0. I(38,41)= -.7343590*01 I(38,42)= -.8322620*01 I(38,43)= -.2878260*00
E(35)= .9056280*01 E(36)= .1142830*02 E(37)= .9483770*01 E(38)= -.2131150*02

DESCONTINUIDADE NUMERO 11

IP=11 DESC(1R)=10 ACC(1R)=.2753E+04 ACC(1R)=.4158E+04 ZCC(1R)=.1424E+07
RCC(1R)=.2100E+05 DEL(1R)= 0.0000 CEL(2R)= C.C000 RPP(1R)= 0.0000
DESCONTINUIDADE NUMERO 11 CAVERNA DE ALFA FINA
I(39,32)= -.1670660*05 I(39,38)= 0. I(39,39)= .2748310*03 I(39,40)= -.1058420*02
I(40,32)= -.7343590*01 I(40,39)= .1658420*02 I(40,40)= -.2852150*00 I(40,41)= 0.

8(C3)= .9542140-01 B(4C)= .1215360+02 B(

ESFORÇOS DE EXTENSÃO

FC(1)= .7152560+04 F(2)= .5562520+03 F(3)= .1515220+04 F(4)= .1198160+03 F(5)= .1527620+04
 FC(6)= .1645050+03 F(7)= .1448020+04 F(8)= .1503830+03 F(9)= .1451580+04 F(10)= .1930930+03
 FC(11)= .1611300+04 F(12)= .1715070+03 F(13)= .1470100+04 F(14)= .2166670+03 F(15)= .2027550+03
 FC(17)= .1931230+03 F(18)= .1720310+03 F(19)= .2316550+03 F(20)= .4504950+04 F(21)= .1867230+03
 FC(24)= .2608100+04 F(25)= .5616520+02 F(26)= .1686130+03 F(27)= .9710980+03 F(28)= .3557650+02 F(29)= .2288170+03
 FC(31)= .27314200+02 F(32)= .9710980+03 F(33)= .1057650+02 F(34)= .9702260+03 F(35)= .7310980+02
 FC(36)= .1037350+04 F(37)= .4218180+02 F(38)= .1055870+04 F(39)= .7546460+02 F(40)= .5971310+03
 FC(41)= .4646020+02 F(42)= .5936820+03 F(43)= .6412440+02 F(44)= .1109420+03 F(45)= .2090510+02

TENSÕES EM 7821 PRIMEIRO TRECHO

SUPERFICIE DE REFERENCIA Y	PONTOS DA SUPERFICIE EXTERNA	PONTOS DA SUPERFICIE INTERNA	TENSÕES NORMAIS DIRECÃO X	TENSÕES NORMAIS DIRECÃO Y	TENSÕES NORMAIS DIRECÃO Z		
C4000	595-8452	-1304050+02	-3950050+01	577-3548	19+52	4-2754860+02	-8461890+01
42-0203	1024-9209	-3418300+01	-1462310+00	991-4386	55+87	-1625150+02	-6510390+01
84-0405	1042-0166	-2715150+01	-3540400+01	101-5223	92-22	-1147740+02	-6543650+01
126-0602	1063-0964	-8609800+01	-7644530+01	104-6061	128+57	-7211560+01	-7680800+01
168-0810	1084-1801	-1000900+02	-1660050+02	1061-6998	164+81	-4906260+01	-9305830+01
210-1013	1105-2639	-1116200+02	-3297460+02	1075-7736	201-26	-4007670+01	-1102410+02
252-1216	1126-3476	-1128030+02	-1462010+02	1103-8573	237-61	-4027690+01	-1261070+02
294-1418	1147-4313	-1054160+02	-1571320+02	1121-9410	273-96	-4582110+01	-1396170+02
336-1620	1168-5151	-1041360+02	-1640690+02	1144-0248	310-31	-5383590+01	-1504990+02
378-1823	1189-5988	-9843370+01	-1682650+02	1167-1285	346-65	-6245340+01	-1589680+02
420-2026	1211-6826	-9736020+01	-1707410+02	1187-1923	383-00	-7053160+01	-1654500+02
462-2229	1231-7664	-8942940+01	-1724590+02	1207-2760	419-35	-7750650+01	-1704000+02
504-2431	1252-8501	-8680120+01	-1735350+02	1231-3598	456-70	-8318470+01	-1744070+02
546-2634	1273-9330	-8543450+01	-1755350+02	1251-4435	492-05	-8759020+01	-1777430+02
588-2836	1295-0175	-8520460+01	-1774800+02	1272-5272	528-39	-9084260+01	-1807370+02
630-3039	1316-1013	-8558420+01	-1798870+02	1293-6110	564-74	-9307190+01	-1835710+02
672-3242	1337-1851	-8768240+01	-1827640+02	1314-6948	601-09	-9436640+01	-1863240+02
714-3444	1358-2688	-8023370+01	-1860660+02	1335-7785	637-44	-9474930+01	-1889770+02
756-3647	1379-3525	-928090+01	-1897770+02	1356-8622	673-79	-9481360+01	-1916220+02
798-3849	1400-4363	-9649130+01	-1936870+02	1377-9460	710-13	-9260230+01	-1934780+02
840-4052	1421-5200	-1041450+02	-1975970+02	1399-0297	746-48	-8986650+01	-1949610+02
882-4255	1442-6030	-1107550+02	-2015530+02	1420-1135	782-83	-8635250+01	-1954190+02
924-4457	1463-6875	-1197960+02	-2054310+02	1441-1972	819-18	-8286820+01	-1947760+02
966-4660	1484-7713	-1250700+02	-2054310+02	1463-2810	855-53	-7779690+01	-1928070+02
1008-4860	1505-8549	-1307420+02	-2044700+02	1483-3646	891-87	-7475630+01	-1895330+02
1050-5060	1526-9385	-1329650+02	-2011810+02	1504-4482	928-22	-7466100+01	-1853300+02
1092-5270	1548-0226	-1285710+02	-1936350+02	1525-5323	964-57	-8084830+01	-1809560+02
1134-5470	1569-1062	-1350370+02	-1860730+02	1546-6159	1000-92	-9627320+01	-1760010+02
1176-5670	1590-1898	-1426640+01	-1656770+02	1567-6995	1037-27	-1235940+02	-1787530+02
1218-5870	1611-2734	-1557620+01	-1425430+02	1588-7831	1073-61	-1727460+02	-1466440+02
1260-6080	1632-3576	-2559340+01	-1226880+02	1609-8673	1109-96	-2423160+02	-2058190+02

TENSÕES EM 7872 SEGUNDO TRECHO

SUPERFICIE DE	PONTOS DA SUPERFICIE EXTERNA	PONTOS DA SUPERFICIE INTERNA	TENSÕES NORMAIS DIRECÃO X	TENSÕES NORMAIS DIRECÃO Y	TENSÕES NORMAIS DIRECÃO Z		
42-0203	1024-9209	-1304050+02	-3950050+01	577-3548	19+52	4-2754860+02	-8461890+01
84-0405	1042-0166	-2715150+01	-3540400+01	991-4386	55+87	-1625150+02	-6510390+01
126-0602	1063-0964	-8609800+01	-7644530+01	101-5223	92-22	-1147740+02	-6543650+01
168-0810	1084-1801	-1000900+02	-1660050+02	104-6061	128+57	-7211560+01	-7680800+01
210-1013	1105-2639	-1116200+02	-3297460+02	1061-6998	164+81	-4906260+01	-9305830+01
252-1216	1126-3476	-1128030+02	-1462010+02	1075-7736	201-26	-4007670+01	-1102410+02
294-1418	1147-4313	-1054160+02	-1571320+02	1103-8573	237-61	-4027690+01	-1261070+02
336-1620	1168-5151	-1041360+02	-1640690+02	1121-9410	273-96	-4582110+01	-1396170+02
378-1823	1189-5988	-9843370+01	-1682650+02	1144-0248	310-31	-5383590+01	-1504990+02
420-2026	1211-6826	-9736020+01	-1707410+02	1167-1285	346-65	-6245340+01	-1589680+02
462-2229	1231-7664	-8942940+01	-1724590+02	1187-1923	383-00	-7053160+01	-1654500+02
504-2431	1252-8501	-8680120+01	-1735350+02	1207-2760	419-35	-7750650+01	-1704000+02
546-2634	1273-9330	-8543450+01	-1755350+02	1231-3598	456-70	-8318470+01	-1744070+02
588-2836	1295-0175	-8520460+01	-1774800+02	1251-4435	492-05	-8759020+01	-1777430+02
630-3039	1316-1013	-8558420+01	-1798870+02	1272-5272	528-39	-9084260+01	-1807370+02
672-3242	1337-1851	-8768240+01	-1827640+02	1293-6110	564-74	-9307190+01	-1835710+02
714-3444	1358-2688	-8023370+01	-1860660+02	1314-6948	601-09	-9436640+01	-1863240+02
756-3647	1379-3525	-928090+01	-1897770+02	1335-7785	637-44	-9474930+01	-1889770+02
798-3849	1400-4363	-9649130+01	-1936870+02	1356-8622	673-79	-9481360+01	-1916220+02
840-4052	1421-5200	-1041450+02	-1975970+02	1377-9460	710-13	-9260230+01	-1934780+02
882-4255	1442-6030	-1107550+02	-2015530+02	1399-0297	746-48	-8986650+01	-1949610+02
924-4457	1463-6875	-1197960+02	-2054310+02	1420-1135	782-83	-8635250+01	-1954190+02
966-4660	1484-7713	-1250700+02	-2054310+02	1441-1972	819-18	-8286820+01	-1947760+02
1008-4860	1505-8549	-1307420+02	-2044700+02	1463-2810	855-53	-7779690+01	-1928070+02
1050-5060	1526-9385	-1329650+02	-2011810+02	1483-3646	891-87	-7475630+01	-1895330+02
1092-5270	1548-0226	-1285710+02	-1936350+02	1504-4482	928-22	-7466100+01	-1853300+02
1134-5470	1569-1062	-1350370+02	-1860730+02	1525-5323	964-57	-8084830+01	-1809560+02
1176-5670	1590-1898	-1426640+01	-1656770+02	1546-6159	1000-92	-9627320+01	-1760010+02
1218-5870	1611-2734	-1557620+01	-1425430+02	1567-6995	1037-27	-1235940+02	-1787530+02
1260-6080	1632-3576	-2559340+01	-1226880+02	1588-7831	1073-61	-1727460+02	-1466440+02
				1609-8673	1109-96	-2423160+02	-2058190+02

REFERENCIA Y	L O C A L I Z A C A O		TENSORES NORMAIS		L O C A L I Z A C A O		TENSORES NORMAIS	
	RAIO	Z	DIRECAO X	DIRECAO Y	RAIO	Z	DIRECAO X	DIRECAO Y
C-0000	1632.3577	1101.48	3566500*01	-1314590*02	1609.8673	1114.52	-2294320*02	-2019540*02
55-8900	1662.4076	1153.28	-6715850*01	-1666390*02	1639.9173	1166.33	-1634610*02	-1908780*02
115-7750	1692.4570	1205.09	-1152360*02	-1856400*02	1699.9667	1218.17	-1186600*02	-1922070*02
175-6890	1722.5059	1256.09	-1455620*02	-2135000*02	1700.0166	1269.94	-9877880*01	-1985030*02
235-5580	1752.5563	1308.70	-1643070*02	-2291100*02	1730.0660	1321.74	-7565410*01	-2047720*02
295-4480	1782.6062	1360.50	-1730600*02	-2375210*02	1760.1159	1373.55	-7627250*01	-2082430*02
359-3380	1812.6562	1412.31	-1726100*02	-2361800*02	1790.1659	1425.35	-7402190*01	-2081610*02
415-2270	1842.7056	1464.11	-1665860*02	-2254550*02	1820.2153	1477.16	-8503970*01	-2057480*02
479-1170	1872.7555	1515.92	-1321400*02	-2061550*02	1850.2652	1528.96	-1201030*02	-2043400*02
535-0070	1902.8054	1567.72	-8032120*01	-1799210*02	1880.3151	1580.77	-1738880*02	-2096060*02
598-8980	1932.8548	1619.53	-1544340*00	-1502400*02	1910.3645	1632.57	-2573240*02	-2236720*02

TENSORES EM 22273 TERCEIRO TRECHO

SUPERFICIE DE REFERENCIA Y	PONTOS DA SUPERFICIE EXTERNA		TENSORES NORMAIS EXTERNA		PONTOS DA SUPERFICIE INTERNA		TENSORES NORMAIS INTERNA	
	RAIO	Z	DIRECAO X	DIRECAO Y	RAIO	Z	DIRECAO X	DIRECAO Y
C-0000	1932.8552	1621.48	-8882630*00	-1537880*02	1910.3648	1634.52	-2626720*02	-2312830*02
46-3300	1957.1048	1683.28	-1782100*01	-1782100*02	1934.6145	1676.33	-1985810*02	-2157740*02
96-0600	1991.3545	1705.09	-1280630*02	-2228510*02	1958.8642	1718.13	-1468340*02	-2094580*02
144-9900	2005.6042	1746.50	-1642640*02	-2227600*02	1983.1139	1759.94	-1123840*02	-2082700*02
192-3200	2029.8538	1788.70	-1666100*02	-2261610*02	2007.3635	1801.75	-9196610*01	-2093250*02
241-0500	2054.1035	1830.51	-1985660*02	-2427340*02	2031.6132	1843.55	-8470370*01	-2109460*02
285-9800	2078.3532	1872.31	-1580170*02	-2415540*02	2055.8629	1885.36	-9048410*01	-2126520*02
338-3100	2102.6028	1914.12	-1715900*02	-2328170*02	2080.1125	1927.16	-1101080*02	-2151480*02
386-6900	2126.8525	1955.93	-1466810*02	-2173020*02	2104.3647	1968.98	-1452230*02	-2230200*02
434-3700	2151.1022	1997.74	-8926270*01	-1968370*02	2128.6149	2010.78	-1980020*02	-2311170*02
483-3080	2175.3519	2039.54	-1744240*01	-1742580*02	2152.8645	2052.59	-12785930*02	-22516410*02

TENSORES EM 22274 QUARTO TRECHO

SUPERFICIE DE REFERENCIA Y	PONTOS DA SUPERFICIE EXTERNA		TENSORES NORMAIS EXTERNA		PONTOS DA SUPERFICIE INTERNA		TENSORES NORMAIS INTERNA	
	RAIO	Z	DIRECAO X	DIRECAO Y	RAIO	Z	DIRECAO X	DIRECAO Y
C-0000	2175.3552	2041.48	-2567860*01	-1766080*02	2152.8648	2054.52	-2700680*02	-2544730*02
42-8500	2198.7549	2078.37	-9381530*01	-2014610*02	2174.2646	2091.42	-2133110*02	-2388300*02
83-3000	2218.1946	2115.26	-1485690*02	-2253700*02	2195.6643	2128.31	-1595920*02	-2300720*02
127-9920	2239.5933	2152.16	-1917200*02	-2456940*02	2217.0650	2165.20	-1181010*02	-2251080*02
176-6020	2260.9920	2189.05	-2229000*02	-2606350*02	2238.4647	2202.10	-8875900*01	-2219280*02
214-2530	2282.3922	2225.94	-2427180*02	-2688400*02	2259.8649	2238.99	-7095490*01	-2187490*02
259-9030	2303.7920	2262.84	-2511330*02	-2689470*02	2281.2647	2275.88	-6300820*01	-2148680*02
298-4520	2325.1922	2299.73	-2468000*02	-2620010*02	2302.6649	2312.78	-65932480*01	-2102870*02
341-2040	2346.5919	2336.62	-2227320*02	-2462890*02	2324.0546	2349.67	-8866340*01	-2088270*02
383-2520	2367.9911	2373.52	-1941540*02	-2236410*02	2345.4648	2386.56	-1241020*02	-2031660*02
424-5095	2389.3911	2410.41	-1406890*02	-1918500*02	2366.8648	2423.45	-1788860*02	-2040730*02

TENSORES EM 22275 QUINTO TRECHO

SUPERFICIE DE	PONTOS DA SUPERFICIE EXTERNA	PONTOS DA SUPERFICIE INTERNA	TENSORES NORMAIS EXTERNA	TENSORES NORMAIS INTERNA
---------------	------------------------------	------------------------------	--------------------------	--------------------------

REFERENCIA Y	L O C A L I Z A C A O		TENSOES NORMAIS		L O C A L I Z A C A O		TENSOES ADMISS	
	PONTOS	DA	SUPERFICIE	EXTERNA	PONTOS	DA	SUPERFICIE	DIREFCAO X DIRECAO YETA
C.0000	2389.3552	2411.48	-14.4466D+02	-15.4209D+02	3366.8648	2424.52	-1.85169D+02	-206878D+02
17.2140	2426.37	2426.37	-171874D+02	-195541D+02	2375.5020	2439.41	-1.82032D+02	-194146D+02
34.6280	2406.6295	2441.26	-192030D+02	-195304D+02	2384.1392	2454.70	-1.42069D+02	-122378D+02
51.6420	2456.15	2456.15	-206777D+02	-194891D+02	2392.7763	2469.19	-1.25516D+02	-171477D+02
68.6560	2423.5038	2471.04	-221515D+02	-152844D+02	2401.4135	2484.08	-1.12445D+02	-161375D+02
86.6700	2432.5409	2485.93	-231590D+02	-168853D+02	2410.0506	2498.97	-1.03205D+02	-152035D+02
102.2840	2443.1781	2500.82	-236616D+02	-183519D+02	2418.6878	2513.86	-978590D+01	-143449D+02
120.4980	2449.8152	2515.71	-237570D+02	-174423D+02	2427.3249	2528.75	-966404D+01	-135648D+02
137.7120	2458.4524	2530.60	-234474D+02	-167536D+02	2435.9621	2543.65	-979712D+01	-128689D+02
154.9260	2467.0896	2545.49	-226524D+02	-156614D+02	2444.5993	2558.54	-107538D+02	-122677D+02
172.1400	2475.7267	2560.38	-219588D+02	-144245D+02	2453.2364	2573.43	-120128D+02	-117744D+02
189.3540	2484.3627	2575.25	-215367D+02	-128663D+02	2461.9769	2588.32	-130060D+02	-111029D+02
206.5680	2493.0027	2590.11	-214518D+02	-113271D+02	2470.7124	2603.21	-161476D+02	-111818D+02
224.7820	2501.6438	2605.00	-214782D+02	-951414D+01	2479.4535	2618.10	-190685D+02	-113370D+02
241.9960	2510.2828	2620.84	-205915D+02	-751196D+01	2488.1925	2633.99	-225950D+02	-112928D+02
259.2100	2518.9218	2635.71	-203277D+01	-542767D+01	2496.9315	2648.88	-267555D+02	-117013D+02
276.4240	2528.5608	2650.58	-205557D+01	-315240D+01	2505.6705	2663.77	-315771D+02	-123626D+02
294.6380	2538.1998	2665.44	-204458D+01	-866357D+00	2514.4095	2678.66	-370848D+02	-133850D+02
311.8520	2547.8388	2680.31	-204291D+02	-152066D+01	2523.1485	2693.55	-435011D+02	-147540D+02
329.0660	2557.4778	2695.17	-174654D+02	-392583D+01	2531.8875	2708.44	-502449D+02	-165390D+02
346.2800	2567.1168	2711.04	-252456D+02	-631587D+01	2540.6265	2724.08	-579292D+02	-187923D+02

TENSOES EM 6 SEXTO TRECHO

SUPERFICIE DE REFERENCIA	L O C A L I Z A C A O		TENSOES NORMAIS		L O C A L I Z A C A O		TENSOES ADMISS	
	PONTOS	DA	SUPERFICIE	EXTERNA	PONTOS	DA	SUPERFICIE	DIREFCAO X DIRECAO YETA
0.0000	2640.6273	2956.50	-202239D+02	-473635D+01	2618.8327	2959.50	-5.85677D+02	-196859D+02
25.4965	2644.1040	2981.76	-921777D+01	-662627D+00	2622.3095	2984.76	-4.65319D+02	-159910D+02
50.9930	2647.5800	3007.02	-413040D+00	-258605D+01	2625.7862	3010.02	-372730D+02	-146548D+02
76.4894	2651.0574	3032.27	-812658D+01	-663631D+01	2629.2629	3035.27	-295343D+02	-130672D+02
101.9860	2654.5341	3057.53	-146600D+02	-994521D+01	2632.7396	3060.53	-236333D+02	-128462D+02
127.4820	2658.0108	3082.79	-181486D+02	-128370D+02	2636.2163	3085.79	-194730D+02	-132430D+02
152.9780	2661.4875	3108.05	-205555D+02	-152470D+02	2639.6930	3111.05	-165480D+02	-141425D+02
178.4750	2664.9642	3133.31	-215436D+02	-171598D+02	2643.1697	3136.31	-159555D+02	-154622D+02
203.9720	2668.4410	3158.57	-212045D+02	-185690D+02	2646.6465	3161.57	-163894D+02	-173511D+02
229.4680	2671.9176	3183.82	-154421D+02	-195680D+02	2650.1231	3186.82	-181506D+02	-191882D+02
254.9650	2675.3944	3209.08	-164530D+02	-201640D+02	2653.5999	3212.08	-211622D+02	-215950D+02

TENSOES EM 7 SETIMO TRECHO

SUPERFICIE DE REFERENCIA	L O C A L I Z A C A O		TENSOES NORMAIS		L O C A L I Z A C A O		TENSOES ADMISS	
	PONTOS	DA	SUPERFICIE	EXTERNA	PONTOS	DA	SUPERFICIE	DIREFCAO X DIRECAO YETA
0.0000	2675.3942	3207.50	-161484D+02	-200726D+02	2653.5998	3210.50	-217931D+02	-217747D+02
26.2300	2680.8074	3245.37	-227325D+02	-243089D+02	2658.0129	3248.37	-152219D+02	-270645D+02
76.4620	2685.8208	3283.25	-271652D+02	-277210D+02	2664.0263	3286.25	-108101D+02	-228320D+02
114.6930	2691.0340	3321.12	-297380D+02	-302830D+02	2669.2395	3324.12	-826532D+02	-237952D+02
152.9280	2696.2468	3358.99	-306570D+02	-319598D+02	2674.4523	3361.99	-734621D+01	-247652D+02
191.4550	2701.4606	3396.87	-301936D+02	-323374D+02	2679.6661	3399.87	-708003D+01	-256522D+02

2294386C 2706.6738 3434.74 --283416D+02 --320145D+02 2684.8793 3437.74 --977103D+01 --264525D+02

2674600C 2711.8948 3472.60 --251553D+02 --308857E+02 2690.0903 3475.60 --129918D+02 --272442D+02

3054648C 2717.1004 3510.49 --206066D+02 --290609D+02 2695.3059 3513.49 --175833D+02 --281833D+02

3444079C 2722.3136 3548.36 --148070D+02 --267837D+02 2700.5191 3551.36 --236189D+02 --294947D+02

3823310C 2727.5269 3586.24 --766344D+01 --242345D+02 2705.7324 3589.24 --311717D+02 --314698D+02

TENSOES EM B QUITAVO TRECHO

SUPERFICIE DE REFERENCIA Y	PONTOS DA SUPERFICIE EXTERNA	PONTOS DA SUPERFICIE INTERNA	TENSÕES NORMAIS		TENSÕES NORMAIS		
			DIRECAO X	DIRECAO YETA	DIRECAO X	DIRECAO YETA	
L O C A L I Z A C A O	DA SUPERFICIE EXTERNA	DA SUPERFICIE INTERNA	L O C A L I Z A C A O	DA SUPERFICIE INTERNA	L O C A L I Z A C A O	DA SUPERFICIE INTERNA	
RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	
0+000C	2727.5272	3585.70	--225378D+01	--242576D+02	2705.7328	3588.70	--313720D+02
3E+115C	2732.7247	3623.46	--137554D+02	--263659D+02	2710.9302	3626.46	--249438D+02
7E+231C	2737.9223	3661.22	--187170D+02	--282319D+02	2716.1278	3664.22	--200217D+02
11E+347C	2743.1199	3698.98	--220250D+02	--296360D+02	2721.3254	3701.98	--165659D+02
15E+462C	2748.3173	3736.74	--242744D+02	--306645D+02	2726.5228	3739.74	--145309D+02
19E+577C	2753.5148	3774.50	--243938D+02	--308535D+02	2731.7203	3777.50	--138869D+02
22E+693C	2758.7123	3812.26	--242455D+02	--305302D+02	2736.9178	3815.26	--146332D+02
26E+808C	2763.9097	3850.01	--221121D+02	--295377D+02	2742.1142	3853.01	--168018D+02
30E+924C	2769.1074	3887.78	--184310D+02	--275507D+02	2747.3129	3890.78	--204562D+02
34E+039C	2774.3043	3925.53	--133079D+02	--260245D+02	2752.5098	3928.53	--256705D+02
38E+156C	2779.5017	3963.29	--645219D+01	--236425E+02	2757.7072	3966.29	--325160D+02

TENSOES EM 9 NONO TRECHO

SUPERFICIE DE REFERENCIA Y	PONTOS DA SUPERFICIE EXTERNA	PONTOS DA SUPERFICIE INTERNA	TENSÕES NORMAIS		TENSÕES NORMAIS		
			DIRECAO X	DIRECAO YETA	DIRECAO X	DIRECAO YETA	
L O C A L I Z A C A O	DA SUPERFICIE EXTERNA	DA SUPERFICIE INTERNA	L O C A L I Z A C A O	DA SUPERFICIE INTERNA	L O C A L I Z A C A O	DA SUPERFICIE INTERNA	
RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	
C+000C	2775.9042	3965.70	--606806D+01	--237440E+02	2758.1098	3968.70	--333549D+02
3E+407C	2781.1415	4003.75	--131180D+02	--262179D+02	2763.3470	4006.75	--263359D+02
7E+815C	2786.3789	4041.80	--182680D+02	--285287D+02	2768.5844	4044.80	--292318D+02
11E+222C	2791.6162	4079.85	--224533D+02	--304422D+02	2773.8217	4082.85	--169708D+02
15E+629C	2800.8534	4117.89	--251082D+02	--318135D+02	2779.0589	4120.89	--144541D+02
19E+037C	2806.0908	4155.94	--263249D+02	--325556E+02	2784.2963	4158.94	--132770D+02
23E+444C	2811.3281	4193.99	--282451D+02	--326633D+02	2789.5336	4196.99	--133971D+02
28E+800C	2816.5654	4231.99	--248737D+02	--320653D+02	2794.7639	4199.99	--180830D+02
30E+259C	2821.8028	4270.09	--221661D+02	--308477D+02	2800.0083	4273.09	--175544D+02
34E+666C	2827.0400	4308.14	--180844D+02	--291397D+02	2805.2455	4311.14	--216928D+02
38E+073C	2832.2773	4346.19	--124869D+02	--274737D+02	2810.4828	4349.19	--273045D+02

TENSOES EM 10 DECIMO TRECHO

SUPERFICIE DE REFERENCIA Y	PONTOS DA SUPERFICIE EXTERNA	PONTOS DA SUPERFICIE INTERNA	TENSÕES NORMAIS		TENSÕES NORMAIS		
			DIRECAO X	DIRECAO YETA	DIRECAO X	DIRECAO YETA	
L O C A L I Z A C A O	DA SUPERFICIE EXTERNA	DA SUPERFICIE INTERNA	L O C A L I Z A C A O	DA SUPERFICIE INTERNA	L O C A L I Z A C A O	DA SUPERFICIE INTERNA	
RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	
C+000C	2832.2772	4345.75	--127580D+02	--271555D+02	2810.4828	4348.75	--275003D+02
3E+407C	2837.5148	4383.80	--236300D+02	--301601D+02	2815.7203	4386.80	--168628D+02
7E+815C	2842.7522	4421.85	--325741D+02	--325722D+02	2820.9577	4424.85	--275405D+02
11E+222C	2847.9897	4459.90	--404216D+02	--339455D+02	2826.1952	4462.90	--235572D+02
15E+629C	2853.2273	4497.95	--459433D+02	--340389D+02	2831.4328	4500.95	--555808D+01
19E+037C	2858.4648	4536.00	--497759D+02	--324174E+02	2836.6703	4539.00	--937521D+01

23C.453C	2663.7023	4574.05	-512173E+02	-2854310+02	2841.9078	4577.05	-1081200+02	-1024310+02
268.9C0C	2860.9451	4612.14	-452788E+02	-230221E+02	2847.1506	4615.14	-928650+01	-54C129D+01
307.259C	2874.1758	4650.14	-444058E+02	-150021D+02	2852.3813	4653.14	-4049040+01	-674396D+00
345.679C	2879.6148	4688.20	-344426D+02	-452396D+01	2857.6203	4692.20	-585197D+01	-404446D+01
384.688C	2884.8524	4726.25	-187154E+02	-823415D+01	2862.8579	4729.25	-214833D+02	-739624D+01

F.4.2. Solução usando ICAS(IC)=15

F.4.2.1. Dados de entrada

Os dados de entrada são os mesmos do item 4.1.1, exceto os valores de ICAS(IC), que passam a ser de 15.

F.4.2.2. Listagem de saída do programa

*** PROGRAMA TRIDENTE ***

POCA DE UM SUBMARIÑO TÍPICO
 ALVEAR DE TRENCHOS (NC) = 10
 NÚMERO DE DESCONTINUIDADES = 11
 FRESSAC = 0.30867

DADOS DOS TRENCHOS

1 PRIMEIRO TRENCHO						
ICAS(IC)= 15	NFI(IC)= 31	RJJ(IC)= 588.60000	RKK(IC)= 1621.11250	ALF(IC)= 30.11597		
FF(IC)= 26.00000	EE(IC)= .210000E+05	CDEF. POISSON=	0.30000	ZJ(IC)= 13.00000		
2 SEGUNDO TRENCHO						
ICAS(IC)= 15	NFI(IC)= 11	RJJ(IC)= 1621.11250	RKK(IC)= 1921.61000	ALF(IC)= 30.11597		
FF(IC)= 26.00000	EE(IC)= .210000E+05	CDEF. POISSON=	0.30000	ZJ(IC)= 1108.00000		
3 TERCEIRO TRENCHO						
ICAS(IC)= 15	NFI(IC)= 11	RJJ(IC)= 1921.61000	RKK(IC)= 2164.11000	ALF(IC)= 30.11597		
FF(IC)= 26.00000	EE(IC)= .210000E+05	CDEF. POISSON=	0.30000	ZJ(IC)= 1628.00000		
4 QUARTO TRENCHO						
ICAS(IC)= 15	NFI(IC)= 11	RJJ(IC)= 2164.11000	RKK(IC)= 2378.11000	ALF(IC)= 30.11597		
FF(IC)= 26.00000	EE(IC)= .210000E+05	CDEF. POISSON=	0.30000	ZJ(IC)= 2048.00000		
5 QUINTO TRENCHO						
ICAS(IC)= 15	NFI(IC)= 21	RJJ(IC)= 2378.11000	RKK(IC)= 2550.25000	ALF(IC)= 30.11597		
FF(IC)= 26.00000	EE(IC)= .210000E+05	CDEF. POISSON=	0.30000	ZJ(IC)= 2418.00000		
6 SEXTO TRENCHO						
ICAS(IC)= 15	NFI(IC)= 11	RJJ(IC)= 2550.25000	RKK(IC)= 2664.49700	ALF(IC)= 7.83730		
FF(IC)= 22.00000	EE(IC)= .210000E+05	CDEF. POISSON=	0.30000	ZJ(IC)= 2958.00000		
7 SEPTIMO TRENCHO						
ICAS(IC)= 15	NFI(IC)= 11	RJJ(IC)= 2664.49700	RKK(IC)= 2716.63000	ALF(IC)= 7.83740		
FF(IC)= 22.00000	EE(IC)= .210000E+05	CDEF. POISSON=	0.30000	ZJ(IC)= 3209.00000		
8 OITAVO TRENCHO						
ICAS(IC)= 15	NFI(IC)= 11	RJJ(IC)= 2716.63000	RKK(IC)= 2769.00700	ALF(IC)= 7.83740		
FF(IC)= 22.00000	EE(IC)= .210000E+05	CDEF. POISSON=	0.30000	ZJ(IC)= 3587.20000		
9 NONO TRENCHO						
ICAS(IC)= 15	NFI(IC)= 11	RJJ(IC)= 2769.00700	RKK(IC)= 2821.38000	ALF(IC)= 7.83740		
FF(IC)= 22.00000	EE(IC)= .210000E+05	CDEF. POISSON=	0.30000	ZJ(IC)= 3967.20000		
10 DECIMO TRENCHO						
ICAS(IC)= 15	NFI(IC)= 11	RJJ(IC)= 2821.38000	RKK(IC)= 2873.75500	ALF(IC)= 7.83740		
FF(IC)= 22.00000	EE(IC)= .210000E+05	CDEF. POISSON=	0.30000	ZJ(IC)= 4347.25000		

ESFERAS APLICADAS

	RAIO	FORÇA RADIAL	MOMENTO
BASE MENOR	0.00000	0.	0.
BASE MAIOR	0.00000	0.	0.

PRIMEIRO TRECHO
 ARGUMENTO EM J= .415580+02 ARGUMENTO EM K= .5321420+02

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRACAO

	HJ	HJ	MK	P
C1	-.492519509766690-15	-.4971220595056840-17	-.1803335813827950-11	-.7999800537075040-14
C2	-.421577765969670-15	-.29810463338368050-17	-.5845736073924060-12	-.2756165172074500-09
C3	-.318987853598980+17	-.5155348163068550+15	-.4710619291630570+14	-.9147174750296810+19
C4	-.272525561844390+17	-.3514660792339480+14	-.1531323273448870+14	-.7822481037483890+19

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	K	B	D	G	F
JJ	-.4050310-05	-.2349230-03	-.2345230-03	-.2724600-01	-.8556990-01
JY	-.1659500-08	-.4220690-06	-.3212350-06	-.3411070-04	-.9577390+01
KJ	-.1009570-08	-.1859010-06	-.2573850-06	-.2080180-04	
KK	-.5000970-05	-.3714400-03	-.3714400-03	-.5516920-01	-.2123000+02

SEGUNDO TRECHO
 ARGUMENTO EM J= .5321420+02 ARGUMENTO EM K= .5793670+02

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRACAO

	HJ	HJ	MK	P
C1	-.1449853955025590-14	-.1259319281656800-16	-.7251859661075650-13	-.1900979863035140-15
C2	-.2751812524696770-15	-.2886347513733120-16	-.40776781818690-13	-.6974627368507050-15
C3	-.2634255542395560+21	-.4998462941138820+18	-.793755275046070+19	-.7020190382988990+17
C4	-.1344163315623980+21	-.2694979550634510+19	-.170560759498190+19	-.1417213697642710+18

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	F
JJ	-.5181850-05	-.3836360-03	-.3836360-03	-.5705480-01	-.3368880+02
JK	-.4034390-06	-.1266190-04	-.1236050-04	-.3857830-02	
KJ	-.4078400-06	-.1042790-04	-.1068190-04	-.3254550-02	
KK	-.5472160-05	-.4410190-03	-.4410190-03	-.2375840+00	-.3470530+02

TECEPC TRECCH
 ARGUMENTO EM J= .579367D+02 ARGUMENTO EM K= .614836D+02 3.72

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRAÇAO

	HJ	HJ	HK	FK	F
C1	-.11511268554739D-14	-.337671625141953D-17	-.797841986596243D-14	.509937055020592D-16	-.565111870716521D-11
C2	-.194127992356872D-15	.316116176376432D-17	.531362356865509D-15	.401287040161748D-16	-.474664981745274D-12
C3	-.101275918829508D+23	-.458487526415744D+20	-.174417432387311D+22	-.559870566734647D+19	-.67373046525402D+25
C4	-.289040742419384D+22	-.793133057505526D+20	.109655411512530D+22	-.284222612590628D+18	-.229591325537334D+25

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	C	F
JJ	-.567693D-05	-.462659D-03	.462659D-03	.760112D-01	-.319010D+00	.612542D+02
JK	-.20683D-06	-.103432D-03	-.942256E-04	-.195352E-01		
FJ	-.18334D-06	-.836671D-04	-.918421D-04	-.173462E-01		
MK	.584476D-05	-.506229D-03	.506229D-03	-.883337E-01	-.360621D+00	-.567293D+02

QUARTO TRECCH
 ARGUMENTO EM J= .614836D+02 ARGUMENTO EM K= .644521E+02 3.727

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRAÇAO

	HJ	HJ	HK	FK	F
C1	-.212221720280718D-15	-.890288964122534D-18	-.482477541596822D-15	-.820341502688956D-17	.4696901174253398D-12
C2	-.212612033510672D-15	-.13267920322717D-17	-.106271193634626D-14	.341535821749216D-17	-.869635953006456D-12
C3	-.947521830146594D+23	-.116326316123965D+21	-.153489211672324D+23	-.118336438869814D+21	-.700739221311110D+26
C4	-.128750648490839D+24	-.127353843735785D+22	-.157885687320086D+23	-.224068378452121D+21	-.113838270609126D+27

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	C	F
JJ	-.626695D-05	-.560437D-03	.560437D-03	.570734D-01	-.525820D+00	.937701D+02
JK	.63561D-06	-.258462D-03	-.241265D-03	-.354151E-01		
FJ	-.578450D-06	-.219558D-03	-.235220D-03	-.322282E-01		
MK	.636221D-05	-.599290D-03	.599290D-03	-.109136E+00	-.546999D+00	-.853370D+02

2272

QUINTO TRECHO
 ARGUMENTO EM J= .644521D+02 ARGUMENTO EM K= .66744CE+02

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRACAO

	HJ	HK	HK	P
CA	.780491521503917D-16	.673274523636450D-18	-.253477696759841D-15	-.867070887817420D-18
C2	.575595631726577D-16	.674926672235324D-18	.15135313051996D-15	-.178289853026271D-12
C3	-.751839617851962D+24	-.117434673743756D+23	-.623666977567165D+24	-.979544886661397D+27
C4	-.152257847610539D+25	-.633057251761793D+22	-.566043024209030D+24	-.148353824780660D+28

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	C	F
JJ	-.806250D-05	-.788660D-03	.788660D-03	.1315800E+00	-.985062D+00	.146234D+03
JK	-.311226D-05	-.602372D-03	-.573423D-03	-.608894E-01		
KJ	-.309870D-05	-.534718D-03	-.561855D-03	-.567754D-01		
KK	-.811702D-05	-.825592D-03	-.825592D-03	-.143702E+00	-.974941D+00	-.133755D+03

2272

SEXTO TRECHO
 ARGUMENTO EM J= .290137D+03 ARGUMENTO EM K= .292049E+03

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRACAO

	HJ	HK	HK	P
C1	-.270869847171141D-84	-.2441339216606713D-86	-.470528470234926D-84	-.385590028725647D-86
C2	-.569796571156865D-86	.142920006619521D-87	.147629296702862D-84	-.822603721024787D-87
C3	.861860185377583D+94	.758989278352984D+92	.534403548186749D+94	-.471598622917281D+92
C4	-.30501450574385D+94	.701682224705789D+91	-.430069364707573D+93	-.833312412175581D+91

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	C	F
JJ	-.157524D-04	-.156821D-02	.156821E-02	.243405E+00	-.527176D+00	.778400D+02
JK	-.970537D-05	-.133356D-02	-.132128E-02	-.114213E+00		
KJ	-.937873D-05	-.130404D-02	-.131616E-02	-.112723E+00		
KK	-.157526D-04	-.158124D-02	.158124E-02	-.247301E+00	-.524788D+00	-.525563D+02

2772

SEIHC TRECHO ARGUMENTO EM J= .2920450+03 ARGUMENTO EM K= .294888E+03

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRAÇÃO

	HJ	HK	MK	P
C1	.575548297773649D-06	.172137157239303D-88	-.248291298022481D-87	.126564335290542D-83
C2	-.14734265C218181D-85	-.805727E289161D-89	.266899612625533D-87	-.120978487173700D-82
C3	-.833369780893511D+94	-.811645703660637D+92	-.564362657508188D+91	-.145904986641049D+97
C4	-.268991219218753D+95	-.184168765610401D+93	-.460682679507411D+92	-.647652790675024D+97

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	C	F
JJ	-.994932D-05	-.981540D-03	.981540E-03	-.184687E+00	-.266197D+00	.593733D+02
JK	.139316D-05	-.467549D-03	-.461028E-03	.638983E-01		
KJ	-.136850D-05	.452180D-03	-.458578E-03	-.646337D-01		
MK	.598501D-05	-.994950D-03	.994950E-03	-.189167E+00	-.267735D+00	-.335158D+02

2772

SEIHC TRECHO ARGUMENTO EM J= .294888E+03 ARGUMENTO EM K= .297717E+03

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRAÇÃO

	HJ	HK	MK	P
C1	.154131588553500D-86	-.9250861CE651713D-89	.627615778008723D-86	-.191855049505231D-88
C2	.159878161E67662D-86	-.894374578547003D-89	.305451E45247721D-86	-.463203123962192D-88
C3	-.154021470482262D+96	-.152723541278454D+94	-.646522336688091D+95	-.305097871327E2D+93
C4	.142873175531066D+96	.389038614582982D+92	-.271152821230931D+95	-.19037388551488D+93

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	C	F
JJ	-.100716D-04	-.100442D-02	-.100442E-02	-.190654E+00	-.278912D+00	-.623971D+02
JK	-.146501D-05	-.484615D-03	-.477958E-03	.684532E-01		
KJ	-.142730D-05	-.468918D-03	-.475448E-03	-.671584E-01		
MK	.101073D-04	.1011792D-02	.101792D-02	-.195609E+00	-.280428E+00	-.355195D+02

ACAO TRECFC
ARGUMENTO EM J= .297717D+03 ARGUMENTO EM K= .300520C+03

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRAÇAO

	HJ	MJ	HK	PK	F
C1	-.30452045C866770D-87	-.14742474E754463D-89	-.7535E6837946889D-87	-.704099552388774D-89	-.203799618858240D-84
C2	-.111219479584224D-87	.82330063423197C-90	-.641646671417829D-87	-.114585386070715D-90	-.145788191038391D-84
C3	-.147516742063105D+97	-.5880242E-1548800D+94	-.39075238324046D+96	-.233891945130987D+94	-.358616220925368D+99
C4	-.61878275333770D+96	-.1C3323127C83572D+95	-.363474722714342D+96	-.156630399980948D+94	-.188909677752874D+99

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	C	F
JJ	-.1C2212D-04	-.1C3126C-02	-.1C3124E-02	-.197255E+0C	-.294263D+00	-.637469D+02
JK	-.1558E1D-05	-.509866D-03	-.5C2944C-03	-.7167C3C-01		
MJ	-.156128D-05	-.493608D-03	-.5C0343E-03	-.703355D-01		
MK	-.1C2357D-04	-.1C4462E-02	-.104442E-02	-.201871E+0C	-.295692D+00	-.378215D+02

DECIMO TRECCHO
ARGUMENTO EM J= .10C520D+03 ARGUMENTO EM K= .303296C+03

PARAMETROS DAS CONSTANTES DE INTEGRAÇAO

	HJ	MJ	HK	PK	F
C1	-.19253795443981D-89	-.2760C242E197354D-91	-.437242345424384D-88	-.398652831919309D-9C	-.226249758050744D-86
C2	-.4725243263174D-88	-.248912453731537D-90	-.136CC108502606D-87	-.52481C6C4428C34D-9C	-.36075076450503D-85
C3	-.168174C7839407D+96	-.54504134481C3854D+95	-.137439297797746D+97	-.398257297099076D+94	-.239082185847513D+99
C4	-.1189225730795157D+98	-.65C1341C5865704D+95	-.3898C1912297026D+97	-.2119758233324354D+95	-.3086C0110913853+100

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

	A	B	D	G	C	F
JJ	-.1C3718D-04	-.1C5845D-02	-.1C5845E-02	-.203957C+0C	-.310123D+00	-.692082D+02
JK	-.171835D-05	-.33537D-03	-.528272E-03	-.74936C-01		
MJ	-.166703D-05	-.518644D-03	-.5255E0D-03	-.735773E-01		
MK	-.1C4255D-04	-.1C7206D-02	-.1C7206E-02	-.208640E+0C	-.311464D+00	-.402152D+02

DECONTINUIDADE NUMERO 1
 JRE=1 ZDES(IR)=40 ACC(IR)=0. ACC(IR)=C.
 ECC(IR)=E. DELI(IR)= G.0000 DEL2(IR)= 0.0000 RPP(IR)= 0.0000
 DECONTINUIDADE NUMERO 1 ANTEPARA FIGIDA
 IC 1, 1)= -.405031D-05 IC 1, 2)= .2234923D-03 IC 1, 3)= .165550D-08 IC 1, 4)= -.422069D-06 IC 2, 1)= .234923D-03

TC 2, 29) = -2724600-01 TC 2, 3) = -2212390-06 TC 2, 4) = -3411070-04 TC
 EC 1) = -2023550-01 BK 2) = -2956250-01 BK
 DESCNTINUIDADE NUMERO 2
 IP= 2 IDES(IRR)=10 RCC(IRR)= -1472E+04 ACC(IRR)= -5046E+04 ZCC(IRR)= -1461E+07
 ECC(IRR)= -2100E+05 DEL(IRR)= 0.0000 DEL2(IRR)= 0.0000 RPP(IRR)= -0.0000
 DESCNTINUIDADE NUMERO 2 CAVERNA DE ALMA FINA
 TC 3, 1) = -1009370-08 TC 3, 2) = -1959010-06 TC 3, 3) = -8382670-04 TC 3, 4) = -3714400-03
 TC 3, 6) = 0. TC 3, 7) = 0. TC 4, 1) = -2573850-06
 TC 4, 3) = -3744400-03 TC 4, 4) = -7779860-01 TC 4, 5) = 0. TC 4, 6) = -2281920-01
 TC 4, 8) = 0. TC 5, 1) = 0. TC 5, 2) = 0. TC 5, 3) = -7882570-04
 TC 5, 4) = 0. TC 5, 6) = -1383630-03 TC 5, 7) = -4834390-06 TC 5, 8) = -1266150-04
 TC 6, 2) = 0. TC 6, 3) = 0. TC 6, 4) = -2281880-01 TC 6, 5) = -3836360-03
 TC 6, 7) = -1236050-04 TC 6, 8) = -2857830-02
 EC 3) = -5308370-01 BK 4) = -6553660-01 BK 5) = -5250440-01 BK 6) = -1039870-02

DESCNTINUIDADE NUMERO 3
 IP= 3 IDES(IRR)=10 RCC(IRR)= -1752E+04 ACC(IRR)= -5046E+04 ZCC(IRR)= -1461E+07
 ECC(IRR)= -2100E+05 DEL(IRR)= 0.0000 DEL2(IRR)= 0.0000 RPP(IRR)= -0.0000
 DESCNTINUIDADE NUMERO 3 CAVERNA DE ALMA FINA
 TC 7, 5) = -4078400-06 TC 7, 6) = -1042790-04 TC 7, 7) = -1177480-03 TC 7, 8) = -4410190-03
 TC 7, 10) = 0. TC 7, 11) = 0. TC 7, 12) = 0. TC 8, 5) = -1068150-04
 TC 8, 7) = -4410190-03 TC 8, 8) = -1039260+00 TC 8, 9) = 0. TC 8, 10) = -3250210-01
 TC 8, 12) = 0. TC 9, 5) = 0. TC 9, 6) = 0. TC 9, 7) = -1122760-03
 TC 9, 9) = -1179470-03 TC 9, 10) = -4626990-03 TC 9, 11) = -2065830-06. TC 9, 12) = -1034320-03
 TC 10, 6) = 0. TC 10, 7) = 0. TC 10, 8) = -3250210-01 TC 10, 9) = -4626990-03
 TC 10, 11) = -9422560-04 TC 10, 12) = -1853520-01 TC 10, 13) = -9846890-01 BK 10) = -1039870-02
 EC 7) = -7333490-01 BK 8) = -1071250+02 BK 9) = -9846890-01 BK 10) = -1039870-02

DESCNTINUIDADE NUMERO 4
 IP= 4 IDES(IRR)=10 RCC(IRR)= -2016E+04 ACC(IRR)= -5366E+04 ZCC(IRR)= -1468E+07
 ECC(IRR)= -2100E+05 DEL(IRR)= 0.0000 DEL2(IRR)= 0.0000 RPP(IRR)= -0.0000
 DESCNTINUIDADE NUMERO 4 CAVERNA DE ALMA FINA
 TC 11, 9) = -1833340-06 TC 11, 10) = -8366710-04 TC 11, 11) = -1474260-03 TC 11, 12) = -5062290-03
 TC 11, 14) = 0. TC 11, 15) = 0. TC 11, 16) = 0. TC 12, 9) = -9184210-04
 TC 12, 11) = 0. TC 12, 12) = -1271040+00 TC 12, 13) = 0. TC 12, 14) = -3872060-03
 TC 12, 16) = 0. TC 13, 9) = 0. TC 13, 10) = 0. TC 13, 11) = -1415790-03
 TC 13, 13) = -1478450-03 TC 13, 14) = -5606370-03 TC 13, 15) = -6356510-06 TC 13, 16) = -2584820-03
 TC 14, 10) = 0. TC 14, 11) = 0. TC 14, 12) = -13972000-01 TC 14, 13) = -5606370-03
 TC 14, 15) = -2412580-03 TC 14, 16) = -3541510-01 TC 14, 17) = -1623050+00 BK 13) = -2894400+02
 EC 11) = -1113130+00 BK 12) = -1751660+02 BK 13) = -1623050+00 BK 14) = -2894400+02

DESCNTINUIDADE NUMERO 5
 IP= 5 IDES(IRR)=10 RCC(IRR)= -2219E+04 ACC(IRR)= -5688E+04 ZCC(IRR)= -1474E+07
 ECC(IRR)= -2100E+05 DEL(IRR)= 0.0000 DEL2(IRR)= 0.0000 RPP(IRR)= -0.0000
 DESCNTINUIDADE NUMERO 5 CAVERNA DE ALMA FINA
 TC 15, 1) = -5784500-06 TC 15, 10) = -2195580-03 TC 15, 15) = -1768260-03 TC 15, 16) = -5992900-03
 TC 15, 18) = 0. TC 15, 19) = 0. TC 16, 16) = -1573310+00 TC 16, 17) = 0. TC 16, 18) = -4419520-01
 TC 16, 20) = 0. TC 17, 13) = 0. TC 17, 14) = 0. TC 17, 15) = -1704390-03
 TC 17, 17) = -1785020-03 TC 17, 18) = -7886600-03 TC 17, 19) = -3312280-05 TC 17, 20) = -6025720-03
 TC 17, 14) = 0. TC 18, 15) = 0. TC 18, 16) = -4419520-01 TC 18, 17) = -7886600-03
 TC 18, 19) = -1688420+00 BK 15) = -2634100+02 BK 17) = -2040590+00 BK 18) = -4513800+02
 EC 15) = -1688420+00 BK 16) = -2634100+02 BK 17) = -2040590+00 BK 18) = -4513800+02

DESCNTINUIDADE NUMERO 6
 IP= 6 IDES(IRR)=30 RCC(IRR)= +2588E+04 ACC(IRR)= -1733E+05 ZCC(IRR)= -9741E+08
 ECC(IRR)= -2100E+05 DEL(IRR)= 114.8130 DEL2(IRR)= 134.5670 RPP(IRR)= 2621.5000
 DESCNTINUIDADE NUMERO 6 MAEL CU CAVERNA
 TC 19, 17) = -3688700-05 TC 19, 18) = -5347180-03 TC 19, 19) = -1134370-04 TC 19, 20) = -4547330-03
 TC 19, 21) = -3327210-05

DESCONTINUIDADE NUMERO 7
 IR= 7 RESERVA=10 ACC(1R)= .2558E+04 ACC(1R)= .4653E+04 ZCC(1R)= .163CE+07
 ECC(1R)= .2100E+05 DEL(1R)= C.CCCC DEL(1R)= C.CCCC RPP(1R)= 0.0000
 DECONTINUIDADE NUMERO 7 CAVERNA DE ALMA FINA
 I(20,20)= .4477330-03 I(19,23)= C. I(19,24)= 0. I(20,17)= .561899E-03
 I(20,20)= .4547330-03 I(20,20)= .204459D+00 I(20,21)= -.382407D-03 I(20,22)= .327608D-01
 I(21,17)= 0. I(21,18)= 0. I(21,19)= .322665D-05 I(21,20)= .370849D-03
 I(21,21)= .190796D+04 I(21,22)= .112048D-02 I(21,23)= .970537D-01 I(21,24)= C.
 I(22,18)= 0. I(22,19)= .434201D-03 I(22,20)= .317707D-01 I(22,21)= .112048D-02
 I(22,22)= .132128D-02 I(22,24)= .116213D+00 I(22,25)= .610975D-01 B(22)= .362668D+02
 E(19)= .199369D+00 B(20)= .2544619C+02 B(21)= .610975D-01 B(22)= .362668D+02

DESCONTINUIDADE NUMERO 7
 IR= 7 RESERVA=10 ACC(1R)= .2558E+04 ACC(1R)= .4653E+04 ZCC(1R)= .163CE+07
 ECC(1R)= .2100E+05 DEL(1R)= C.CCCC DEL(1R)= C.CCCC RPP(1R)= 0.0000
 DECONTINUIDADE NUMERO 7 CAVERNA DE ALMA FINA
 I(20,20)= .4477330-03 I(19,23)= C. I(19,24)= 0. I(20,17)= .561899E-03
 I(20,20)= .4547330-03 I(20,20)= .204459D+00 I(20,21)= -.382407D-03 I(20,22)= .327608D-01
 I(21,17)= 0. I(21,18)= 0. I(21,19)= .322665D-05 I(21,20)= .370849D-03
 I(21,21)= .190796D+04 I(21,22)= .112048D-02 I(21,23)= .970537D-01 I(21,24)= C.
 I(22,18)= 0. I(22,19)= .434201D-03 I(22,20)= .317707D-01 I(22,21)= .112048D-02
 I(22,22)= .132128D-02 I(22,24)= .116213D+00 I(22,25)= .610975D-01 B(22)= .362668D+02
 E(19)= .199369D+00 B(20)= .2544619C+02 B(21)= .610975D-01 B(22)= .362668D+02

DESCONTINUIDADE NUMERO 8
 IR= 8 RESERVA=10 ACC(1R)= .2682E+04 ACC(1R)= .3508E+04 ZCC(1R)= .1423E+07
 ECC(1R)= .2100E+05 DEL(1R)= C.CCCC DEL(1R)= C.CCCC RPP(1R)= 0.0000
 DECONTINUIDADE NUMERO 8 CAVERNA DE ALMA FINA
 I(20,20)= .4477330-03 I(19,23)= C. I(19,24)= 0. I(20,17)= .561899E-03
 I(20,20)= .4547330-03 I(20,20)= .204459D+00 I(20,21)= -.382407D-03 I(20,22)= .327608D-01
 I(21,17)= 0. I(21,18)= 0. I(21,19)= .322665D-05 I(21,20)= .370849D-03
 I(21,21)= .190796D+04 I(21,22)= .112048D-02 I(21,23)= .970537D-01 I(21,24)= C.
 I(22,18)= 0. I(22,19)= .434201D-03 I(22,20)= .317707D-01 I(22,21)= .112048D-02
 I(22,22)= .132128D-02 I(22,24)= .116213D+00 I(22,25)= .610975D-01 B(22)= .362668D+02
 E(19)= .199369D+00 B(20)= .2544619C+02 B(21)= .610975D-01 B(22)= .362668D+02

DESCONTINUIDADE NUMERO 9
 IR= 9 RESERVA=10 ACC(1R)= .2654E+04 ACC(1R)= .4033E+04 ZCC(1R)= .1423E+07
 ECC(1R)= .2100E+05 DEL(1R)= C.CCCC DEL(1R)= C.CCCC RPP(1R)= 0.0000
 DECONTINUIDADE NUMERO 9 CAVERNA DE ALMA FINA
 I(20,20)= .4477330-03 I(19,23)= C. I(19,24)= 0. I(20,17)= .561899E-03
 I(20,20)= .4547330-03 I(20,20)= .204459D+00 I(20,21)= -.382407D-03 I(20,22)= .327608D-01
 I(21,17)= 0. I(21,18)= 0. I(21,19)= .322665D-05 I(21,20)= .370849D-03
 I(21,21)= .190796D+04 I(21,22)= .112048D-02 I(21,23)= .970537D-01 I(21,24)= C.
 I(22,18)= 0. I(22,19)= .434201D-03 I(22,20)= .317707D-01 I(22,21)= .112048D-02
 I(22,22)= .132128D-02 I(22,24)= .116213D+00 I(22,25)= .610975D-01 B(22)= .362668D+02
 E(19)= .199369D+00 B(20)= .2544619C+02 B(21)= .610975D-01 B(22)= .362668D+02

DESCONTINUIDADE NUMERO 10
 IR= 10 RESERVA=10 ACC(1R)= .2652E+04 ACC(1R)= .4345E+04 ZCC(1R)= .1427E+07
 ECC(1R)= .2100E+05 DEL(1R)= C.CCCC DEL(1R)= C.CCCC RPP(1R)= 0.0000
 DECONTINUIDADE NUMERO 10 CAVERNA DE ALMA FINA
 I(20,20)= .4477330-03 I(19,23)= C. I(19,24)= 0. I(20,17)= .561899E-03
 I(20,20)= .4547330-03 I(20,20)= .204459D+00 I(20,21)= -.382407D-03 I(20,22)= .327608D-01
 I(21,17)= 0. I(21,18)= 0. I(21,19)= .322665D-05 I(21,20)= .370849D-03
 I(21,21)= .190796D+04 I(21,22)= .112048D-02 I(21,23)= .970537D-01 I(21,24)= C.
 I(22,18)= 0. I(22,19)= .434201D-03 I(22,20)= .317707D-01 I(22,21)= .112048D-02
 I(22,22)= .132128D-02 I(22,24)= .116213D+00 I(22,25)= .610975D-01 B(22)= .362668D+02
 E(19)= .199369D+00 B(20)= .2544619C+02 B(21)= .610975D-01 B(22)= .362668D+02

DESCONTINUIDADE NUMERO 11
 IR= 11 RESERVA=10 ACC(1R)= .2652E+04 ACC(1R)= .4345E+04 ZCC(1R)= .1427E+07
 ECC(1R)= .2100E+05 DEL(1R)= C.CCCC DEL(1R)= C.CCCC RPP(1R)= 0.0000
 DECONTINUIDADE NUMERO 11 CAVERNA DE ALMA FINA
 I(20,20)= .4477330-03 I(19,23)= C. I(19,24)= 0. I(20,17)= .561899E-03
 I(20,20)= .4547330-03 I(20,20)= .204459D+00 I(20,21)= -.382407D-03 I(20,22)= .327608D-01
 I(21,17)= 0. I(21,18)= 0. I(21,19)= .322665D-05 I(21,20)= .370849D-03
 I(21,21)= .190796D+04 I(21,22)= .112048D-02 I(21,23)= .970537D-01 I(21,24)= C.
 I(22,18)= 0. I(22,19)= .434201D-03 I(22,20)= .317707D-01 I(22,21)= .112048D-02
 I(22,22)= .132128D-02 I(22,24)= .116213D+00 I(22,25)= .610975D-01 B(22)= .362668D+02
 E(19)= .199369D+00 B(20)= .2544619C+02 B(21)= .610975D-01 B(22)= .362668D+02

IR=91 ITC5=IR*10 ACI=IR*10 ACC=IR= .4358E+04 ZC=IR)= .1424E+07
 ECC(IR)= .2100E+05 DELA(C)= .3.00CC CEL2(IR)= C-CC00 MPP(IR)= 0.0000
 DESCONTINUIDADE NUMERO 1 CAVERNA DE ALMA FINA
 I(39)= .1687E30-03 I(39)= .318640-03 I(39)= .1072060-02 I(40)= .5255800-03
 I(40)= .7357230-01 I(40)= .1672060-02 I(40)= .2992560+00 I(40)= .1241320+02 BC
 BC19)= .9613500-01 B(40)= .1241320+02 BC

ESFORÇOS DE EXTENSÃO

FC (2)= .2600190+04 FC (2)= .1307470+03 FC (3)= .1462050+04 FC (4)= .1256150+03 FC (5)= .1473880+04
 FC (6)= .1460280+03 FC (7)= .143988E+04 FC (8)= .1521790+03 FC (9)= .1444060+04 FC (10)= .19336140+03
 FC (11)= .142208E+04 FC (12)= .1723660+03 FC (13)= .141850E+04 FC (14)= .2173190+03 FC (15)= .1576950+03
 FC (16)= .174489E+03 FC (17)= .1315620+03 FC (18)= .2318080+03 FC (19)= .4537470+04 FC (20)= .1707510+03
 FC (21)= .313760E+04 FC (22)= .3587850+02 FC (23)= .194233E+03 FC (24)= .4518030+02 FC (25)= .5320420+03
 FC (26)= .7320430+02 FC (27)= .3697940+02 FC (28)= .4020450+02 FC (29)= .9690680+03 FC (30)= .7321280+02
 FC (31)= .1096900+04 FC (32)= .4237610+02 FC (33)= .1099340+04 FC (34)= .7597030+02 FC (35)= .5840910+03
 FC (36)= .4669390+02 FC (37)= .5805070+03 FC (38)= .842739E+02 FC (39)= .1109040+03 FC (40)= .2133370+02

TENSÕES EM 22721 PRIMEIRO TRENHO

REFERENCIA	LOCA L I Z A C A O	PONTOS	DA	SUPERFICIE	EXTERNA	INTERNA	TENSÕES NORMAIS	DIRECÃO X	DIRECÃO Y	TETA
62000	559.6852	5.42	1547930+02	-664379E+01	977.3568	19.52	-3067600+02	--	9203390+01	
420203	1020.9269	42.81	-353410+01	-4373550+01	990.4386	53.87	-1892420+02	--	7060770+01	
84.6405	1042.0126	79.17	-1363730+01	-393849E+01	1039.5223	92.22	-112020E+02	--	7092900+01	
1204.000	1063.0964	115.52	-8140350+01	-7753950+01	1040.6061	128.57	-6682650+01	--	8266320+01	
150.0010	1084.1001	151.87	-1041160+02	-1086470E+02	1081.6898	164.91	-4481630+01	--	989896E+01	
210.1013	1105.2639	188.22	-1123520E+02	-1313350E+02	1082.7736	201.26	-3810060+01	--	1157330+02	
252.1216	1126.3476	228.57	-1120910+02	-1476640E+02	1165.8373	237.61	-6049260+01	--	1308150+02	
294.1418	1147.4313	260.51	-1107500+02	-1574690E+02	1174.9410	273.96	-754950+01	--	1433720E+02	
336.1620	1168.5151	297.26	-1101810E+02	-1635150E+02	1144.0248	310.31	-5633950+01	--	1533370E+02	
378.1823	1189.5988	333.61	-9581460E+01	-1679190E+02	1164.1085	340.65	-6510210+02	--	161046E+02	
420.2026	1211.6856	369.96	-910470E+01	-1705110E+02	1178.1923	383.00	-7290630+01	--	1669880E+02	
462.2229	1231.7664	406.31	-8765500+01	-1725300E+02	1200.3598	419.35	-7935810+01	--	171664E+02	
504.2431	1252.8501	442.65	-856590E+01	-1743800E+02	1210.3598	457.70	-8437350+01	--	1754990E+02	
546.2634	1273.9338	479.00	-8510200E+01	-1764370E+02	1211.4435	491.05	-8801890+01	--	1788120E+02	
588.2836	1295.0175	515.35	-8575040E+01	-1788750E+02	1212.5872	526.39	-9040720+01	--	1817990E+02	
630.3039	1316.1013	551.70	-8756200+01	-1817110E+02	1213.6110	504.74	-9164210E+01	--	184544E+02	
672.3242	1337.1851	588.05	-9046650+01	-1850340E+02	1314.6948	601.09	-9179750+01	--	1870330E+02	
714.3444	1358.2688	624.39	-9429410E+01	-1886100E+02	1335.7785	631.44	-9092550+01	--	1890680E+02	
756.3647	1379.3525	660.74	-9514150E+01	-1922930E+02	1356.8622	673.79	-8904700+01	--	1851290E+02	
798.3849	1400.4363	697.09	-1048250E+02	-1958120E+02	1377.9460	710.13	-8638520+01	--	191464E+02	
840.4052	1421.5200	733.44	-1118210E+02	-1988140E+02	1399.0297	746.48	-8305400+01	--	1912110E+02	
882.4255	1442.6038	769.79	-1176020E+02	-2008200E+02	1421.1135	782.83	-7945400+01	--	1898120E+02	
924.4457	1463.6875	806.13	-1236110E+02	-2038150E+02	1441.1372	819.18	-7624240E+01	--	1870610E+02	
966.4660	1484.7713	842.48	-1281270E+02	-2068040E+02	1462.2610	855.53	-7432930+01	--	1830210E+02	
1008.4863	1505.8550	878.83	-1302500E+02	-1955790E+02	1483.3646	891.87	-7497710E+01	--	1779500E+02	
1050.5066	1526.9387	915.18	-1274730E+02	-1888900E+02	1504.4482	928.22	-7997700+01	--	1724600E+02	
1092.5270	1548.0224	951.51	-1185670E+02	-1784320E+02	1525.5323	964.57	-9071820+01	--	1675170E+02	
1134.5470	1569.1062	987.87	-1041390E+02	-1646310E+02	1546.6159	1000.92	-1098900+02	--	1646180E+02	
1176.5670	1590.1900	1024.22	-7300850E+01	-1440030E+02	1567.6995	1037.27	-1395040+02	--	1658600E+02	
1218.5870	1611.2734	1060.57	-3227120E+01	-1297530E+02	1588.7831	1073.61	-1815170E+02	--	1736320E+02	
1260.6080	1632.3576	1096.92	-2225030+01	-1119500E+02	1609.8673	1109.96	-2372510E+02	--	1916190E+02	

TENSÕES EM 22222 SECUNDO TRECHO

SUPERFICIE DE REFERENCIA Y	PONTOS DA SUPERFICIE EXTERNA	PONTOS DA SUPERFICIE INTERNA	TENSÕES NORMAIS		TENSÕES NORMAIS			
			DIRECÃO X	DIRECÃO Y	DIRECÃO X	DIRECÃO Y		
L O C A L I Z A Ç A O	L O C A L I Z A Ç A O	L O C A L I Z A Ç A O	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO		
C.0000	1612.2944	1028.45	2567420*07	-3359130*06	1629.9306	1117.55	-1096290*06	-3373370*08
59.8900	1626.6596	1057.82	-141028*08	-2052520*08	1673.9359	1076.93	-1383510*08	-2501270*08
117.7720	1700.3040	1017.20	-185680*08	-102750*08	1717.9403	1036.30	-186640*08	-1798930*08
175.6690	1744.3093	978.58	-184295*08	-320455*07	1761.9456	995.68	-186710*08	-1182600*08
235.5580	1788.3137	935.95	-158440*08	-505633*06	1801.9500	955.06	-183343*08	-597810*07
295.4480	1832.3190	895.33	-120840*08	-296465*07	1841.9553	914.43	-128316*08	-3475650*07
355.3380	1876.3242	854.70	-880410*07	-367730*07	1891.9605	873.81	-910823*07	-1148060*07
415.2270	1920.3287	814.08	-582935*07	-3581580*07	1931.9650	833.18	-604414*07	-2542780*06
475.1170	1964.3339	773.45	-328850*07	-3084970*07	1981.9702	792.56	-362274*07	-9849570*06
535.0070	2008.3391	732.83	-1631150*07	-2427030*07	2021.9754	751.93	-1853360*07	-12664400*07
594.8960	2052.3436	692.21	-5132960*06	-1773300*07	2061.9799	711.31	-6557240*06	-12664400*07

TENSÕES EM 22273 TERCEIRO TRECHO

SUPERFICIE DE REFERENCIA Y	PONTOS DA SUPERFICIE EXTERNA	PONTOS DA SUPERFICIE INTERNA	TENSÕES NORMAIS		TENSÕES NORMAIS			
			DIRECÃO X	DIRECÃO Y	DIRECÃO X	DIRECÃO Y		
L O C A L I Z A Ç A O	L O C A L I Z A Ç A O	L O C A L I Z A Ç A O	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO		
C.0000	1932.2952	1621.48	-7861140*00	-1459570*02	1910.3648	1631.52	-2642030*02	-2268050*02
48.7300	1951.1048	1663.28	-750420*01	-1745950*02	1934.6145	1676.33	-1939790*02	-2117440*02
96.6600	1981.3545	1705.09	-1321050*02	-139120*02	1958.8642	1718.13	-1427630*02	-2057310*02
144.5900	2008.6042	1746.50	-167920*02	-215250*02	1982.1139	1759.94	-1086390*02	-2045640*02
191.4200	2028.8538	1788.70	-167560*02	-233060*02	2007.3635	1801.75	-8965980*01	-2053930*02
241.3500	2054.1035	1830.51	-185980*02	-235200*02	2031.6132	1843.55	-8442670*01	-2066600*02
289.2800	2078.3532	1872.31	-1659440*02	-237620*02	2055.8629	1885.36	-9237640*01	-2081240*02
338.2100	2102.6029	1914.12	-1703950*02	-2286150*02	2080.1125	1927.16	-1337830*02	-2105830*02
386.6450	2126.8526	1955.93	-1382620*02	-2132560*02	2104.3647	1968.98	-1486330*02	-2159540*02
434.9780	2151.1022	1997.74	-851110*01	-153373*02	2128.6149	2010.78	-2012500*02	-2272770*02
483.3060	2175.3518	2039.54	-1936960*01	-1717890*02	2152.8645	2052.59	-2698290*02	-2482130*02

TENSÕES EM 22224 QUARTO TRECHO

SUPERFICIE DE REFERENCIA Y	PONTOS DA SUPERFICIE EXTERNA	PONTOS DA SUPERFICIE INTERNA	TENSÕES NORMAIS		TENSÕES NORMAIS			
			DIRECÃO X	DIRECÃO Y	DIRECÃO X	DIRECÃO Y		
L O C A L I Z A Ç A O	L O C A L I Z A Ç A O	L O C A L I Z A Ç A O	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO		
C.0000	2155.2919	2038.45	-5751840*09	-1150510*09	2177.9281	2057.55	-5807170*09	-3892870*09
62.6400	2186.6297	2009.52	-5258640*09	-2014720*08	2204.2660	2028.82	-5410030*09	-2849300*09
85.3000	2217.9675	1980.59	-4670340*09	-4427770*08	2235.6038	1999.69	-4811460*09	-1978110*09
127.9200	2248.3068	1951.66	-3966460*09	-8655440*08	2266.9431	1970.76	-4118320*09	-1279700*09
176.4620	2280.6446	1922.73	-3256500*09	-1084540*09	2298.2809	1941.83	-3406130*09	-7279610*08
218.7530	2311.9832	1893.79	-2546320*09	-1144640*09	2329.6195	1912.90	-2725190*09	-3163700*08
253.9200	2343.3210	1864.86	-1983040*09	-1139490*09	2360.9573	1883.97	-2106440*09	-2017790*07
291.5540	2374.6596	1835.93	-1460490*09	-1063850*09	2392.2959	1855.04	-1565210*09	-1814090*08
331.2040	2405.9974	1807.00	-1028000*09	-952970*08	2423.6337	1826.11	-1140480*09	-3078460*08
381.6550	2437.3360	1778.07	-675260*08	-8236520*08	2454.9723	1797.16	-737970*08	-1376510*08
426.5055	2468.6742	1749.14	-3881450*08	-6894270*08	2486.3105	1768.25	-4429920*08	-6402380*08

TENSÕES EM 22225 QUINTO TRECHO

SUPERFICIE DE REFERENCIA Y	PUNTOS DA SUPERFICIE EXTERNA		PUNTOS DA SUPERFICIE INTERNA		TENSÕES NORMAIS		TENSÕES NORMAIS	
	L O C A L I Z A C A O	DA DIRECAC X	L O C A L I Z A C A O	DA DIRECAC X	DIRECAC X	DIRECAC X	DIRECAC X	DIRECAC X
	RAIO	TETA	RAIO	TETA	RAIO	TETA	RAIO	TETA
C-0000	2385-3552	2411-48	-1531300+02	-1547070+02	2366-8648	2424-52	-1705550+02	-1966820+02
17-2340	2357-9923	2426-37	-1765050+02	-1551150+02	2375-5020	2439-41	-1533610+02	-1837470+02
34-4200	2406-6235	2441-26	-1583100+02	-1556950+02	2374-1392	2454-30	-1356940+02	-1717730+02
51-6420	2415-2666	2456-15	-2144020+02	-1544470+02	2372-7763	2469-19	-1196960+02	-1606690+02
66-6560	2423-5038	2471-04	-2266350+02	-1917960+02	2401-4135	2484-08	-1075130+02	-1503740+02
84-0700	2432-5409	2485-53	-2148570+02	-1871590+02	2478-0506	2498-97	-9929260+01	-1408110+02
103-2540	2441-1781	2500-82	-2369160+02	-1817350+02	2478-66878	2513-86	-9519250+01	-1321330+02
120-4780	2449-6152	2515-71	-2368260+02	-1741190+02	2477-3249	2528-75	-9537740+01	-1742300+02
137-4710	2452-4524	2530-60	-2330290+02	-1646510+02	2435-9621	2543-65	-1000210+02	-1172260+02
154-9260	2467-0856	2545-49	-2243340+02	-1534200+02	2444-5993	2558-54	-1093060+02	-1112310+02
172-1400	2475-7267	2560-38	-2055470+02	-1401090+02	2473-43	2573-43	-1234210+02	-1061500+02
185-5600	2484-4572	2575-45	-1902040+02	-1252000+02	2461-9769	2588-49	-1428290+02	-1028350+02
206-5700	2493-2027	2590-51	-1650660+02	-1083150+02	2470-7124	2603-55	-1675740+02	-1009000+02
224-3910	2501-9433	2605-40	-1428400+02	-897270+01	2479-4535	2618-62	-1978960+02	-1008220+02
241-3080	2510-6823	2620-30	-9788470+01	-6566130+01	2482-1925	2633-69	-2339800+02	-1020940+02
255-2250	2519-4218	2635-21	-5507230+01	-4828800+01	2456-9315	2648-76	-2760180+02	-1074620+02
276-1420	2528-1608	2650-12	-6274560+00	-2568730+01	2505-6705	2663-82	-3241930+02	-1148590+02
294-0590	2536-8998	2665-04	-4805800+01	-2315560+00	2514-4095	2678-89	-3786570+02	-1256090+02
311-4760	2545-6388	2680-01	-1164350+02	-2155620+01	2523-1485	2693-95	-4395380+02	-1400320+02
328-8930	2554-3778	2695-97	-1785350+02	-4554740+01	2531-8875	2709-02	-5069210+02	-1586310+02
346-3100	2563-1168	2711-04	-2531810+02	-6922050+01	2540-6265	2724-08	-5806450+02	-1819000+02

TENSÕES EM 6 SEXTO TRECHO

SUPERFICIE DE REFERENCIA Y	PUNTOS DA SUPERFICIE EXTERNA		PUNTOS DA SUPERFICIE INTERNA		TENSÕES NORMAIS		TENSÕES NORMAIS	
	L O C A L I Z A C A O	DA DIRECAC X	L O C A L I Z A C A O	DA DIRECAC X	DIRECAC X	DIRECAC X	DIRECAC X	DIRECAC X
	RAIO	TETA	RAIO	TETA	RAIO	TETA	RAIO	TETA
C-0000	2622-2685	2949-92	*****	*****	2637-1915	2966-08	*****	*****
25-4565	2641-0025	2932-62	*****	*****	2655-9255	2948-79	*****	*****
50-5930	2655-7365	2915-33	*****	*****	2674-6595	2931-49	*****	*****
76-4394	2678-4704	2898-03	*****	*****	2693-3934	2914-20	*****	*****
101-1960	2697-2045	2880-74	*****	*****	2712-1275	2896-90	*****	*****
127-4820	2715-9381	2863-44	*****	*****	2730-8611	2879-61	*****	*****
152-4970	2736-6725	2846-15	*****	*****	2749-5955	2862-31	*****	*****
178-4750	2751-4061	2828-85	*****	*****	2768-3291	2845-02	*****	*****
203-5720	2772-1405	2811-56	*****	*****	2787-0635	2827-72	*****	*****
228-6400	2790-8741	2794-27	*****	*****	2805-7971	2810-43	*****	*****
254-4960	2805-6084	2776-97	*****	*****	2824-5315	2793-13	*****	*****

TENSÕES EM 7 SETIMO TRECHO

SUPERFICIE DE REFERENCIA Y	PUNTOS DA SUPERFICIE EXTERNA		PUNTOS DA SUPERFICIE INTERNA		TENSÕES NORMAIS		TENSÕES NORMAIS	
	L O C A L I Z A C A O	DA DIRECAC X	L O C A L I Z A C A O	DA DIRECAC X	DIRECAC X	DIRECAC X	DIRECAC X	DIRECAC X
	RAIO	TETA	RAIO	TETA	RAIO	TETA	RAIO	TETA
C-0000	2674-0121	3203-48	-1450150+69	-2475430+69	2654-9819	3214-52	-1572050+69	-1871110+69
36-2200	2693-1941	3236-55	-5183450+68	-2271320+65	2674-1638	3247-59	-6075250+68	-1823640+69
76-4620	2710-3741	3269-62	-1434430+68	-1726320+69	2693-3468	3280-66	-8163090+67	-1682700+69
114-6930	2731-5596	3302-69	-5834350+68	-1254190+69	2712-5293	3313-73	-4437950+68	-1486960+69

REFERENCIA Y	DA	SUPERFICIE	EXTERNA	PONTOS	DA	SUPERFICIE	INTERNA
DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O
RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO
132-9260	2750-7400	3335-76	647581D+68	2751-7098	3346-80	-825261D+68	-126626D+69
171-1250	2765-8245	3368-83	977221D+68	2752-8942	3379-87	-968085D+68	-104185D+69
225-3560	2789-1070	3401-90	-106660D+69	-252317D+68	3412-94	-100874D+69	-328332D+68
267-1000	2808-2609	3434-96	971553D+68	2759-2507	3446-00	-977934D+68	-634841D+68
303-8880	2827-4719	3468-04	-851182D+68	2800-4417	3479-08	-900480D+68	-456061D+68
344-0790	2846-6544	3501-11	-783012D+68	2827-6242	3512-15	-795967D+68	-524067D+68
393-3100	2865-8369	3534-18	666033D+68	2848-8060	3545-22	-679124D+68	-208442D+68

TENSÕES EM 8 DIYAVO TRECCH

DE	DA	SUPERFICIE	EXTERNA	PONTOS	DA	SUPERFICIE	INTERNA
DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O
RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO
6-0000	2709-1685	3575-12	*****	2724-0915	3595-28	*****	*****
38-1150	2717-1741	3593-26	*****	2752-0972	3569-43	*****	*****
76-2370	2765-1805	3527-41	*****	2780-1036	3543-57	*****	*****
114-3470	2793-1869	3501-55	*****	2808-1100	3517-72	*****	*****
152-4620	2821-1926	3475-70	*****	2836-1156	3491-86	*****	*****
190-5770	2849-1982	3449-85	*****	2864-1213	3466-01	*****	*****
228-6930	2877-2046	3423-99	*****	2892-1277	3440-16	*****	*****
266-8080	2905-2044	3398-14	*****	2920-1274	3414-31	*****	*****
304-9240	2933-2167	3372-28	*****	2948-1397	3388-45	*****	*****
342-0330	2961-2154	3346-43	*****	2976-1424	3362-60	*****	*****
380-1500	2989-2251	3320-58	*****	3004-1481	3336-74	*****	*****

TENSÕES EM 9 MONO TRECCH

DE	DA	SUPERFICIE	EXTERNA	PONTOS	DA	SUPERFICIE	INTERNA
DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O
RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO
6-0000	2778-5221	3561-68	-472210D+70	2759-4919	3972-72	-655031D+70	-196630D+70
38-4070	2797-7929	3594-90	-285317D+70	2778-7627	4003-94	-307339D+70	-225661D+70
76-8150	2816-0642	4028-13	-147928D+70	2798-0339	4039-17	-161638D+70	-232257D+70
115-2220	2836-3350	4061-35	-429690D+69	2817-3047	4072-39	-529512D+69	-223370D+70
153-8250	2855-6058	4094-57	-311618D+69	2836-5755	4105-61	-262072D+69	-204421D+70
192-0170	2874-8770	4127-79	-300037D+69	2855-8468	4138-83	-758998D+69	-179773D+70
230-4440	2894-1478	4161-02	-106967D+70	2875-1176	417-06	-106562D+70	-152610D+70
268-5000	2913-3970	4194-20	-422615D+70	2894-3628	4205-23	-121680D+70	-175520D+70
307-8250	2932-6899	4227-46	-125110D+70	2913-6596	423-50	-125233D+70	-597658D+69
345-4580	2951-9607	4260-69	-115810D+70	2932-9304	4274-72	-120688D+70	-765291D+69
384-0730	2971-2315	4293-93	-105549D+70	2952-2012	4304-95	-110827D+70	-562903D+69

TENSÕES EM 10 DECIMO TRECCH

DE	DA	SUPERFICIE	EXTERNA	PONTOS	DA	SUPERFICIE	INTERNA
DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA	DA
L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O	L O C A L I Z A C A O
RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO	RAIO
6-0000	2811-5185	4319-17	*****	2828-8415	4355-33	*****	*****
38-4070	2842-1402	4313-11	*****	2857-0632	4329-28	*****	*****
76-8150	2870-3611	4287-06	*****	2885-2841	4303-23	*****	*****
115-2260	2898-5828	4261-01	*****	2913-5098	4277-17	*****	*****

1534635C	2926-8045	4234-95	*****	2941-7275	4251-1E	*****
1924C44C	2955-0262	4208-9C	*****	2969-9492	4255-07	*****
23C-653C	2983-2678	4182-85	*****	2998-1709	4199-C1	*****
26645CCC	3011-4974	4156-77	*****	3026-4205	4172-93	*****
307-259C	3035-8824	4130-75	*****	3054-6054	4146-91	*****
345-6790	3067-9121	4104-69	*****	3082-8352	412C-85	*****
384-088C	3096-1338	4078-63	*****	3111-0568	4094-80	*****

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) KRAUSS, H. "Thin elastic shells". John Wiley & Sons, 1967.
- (2) TAYLOR, C.E. & WENK, E.Jr. Analysis of stresses in the conical elements of shell structures. Pressure Vessel and Piping Design Collected Papers (ASME) from 1927 to 1955, reimpresso dos Proceedings of the 2º U.S. National Congress of Applied Mechanics, 1954. É uma condensação do DTMB Report nº 981.
- (3) RAETZ, R.V. & PULOS, J. "A procedure for computing stresses in a conical shell near ring stiffeners or reinforced intersections". DTMB Report nº 1015, 1958.
- (4) RAETZ, R.V. "Analysis of stresses at junctures of axisymmetric shells with flexible insert rings of linearly varying thickness". DTMB Report nº 1444, 1961.
- (5) BALTRUKONIS, J.H. "Influence coefficients for edge-loaded short, thin conical frustrums". Journal of Applied Mechanics, jun, 1959.
- (6) AUGUSTO, O.B. "Análise de tensões em cascas cônicas sob carregamentos axi-simétricos". Seminário na Área de Estruturas do Departamento de Engenharia Naval, EPUSP, 1981.
- (7) SALVAGNI, R.B. e outros. "Manual do programa NAVSAP". Estudo Técnico nº 186/1980 do Escritório Técnico de Construção Naval em São Paulo, Ministério da Marinha.
- (8) SOUZA LIMA, V.M. de "Notas de aula de resistência dos materiais e estabilidade das construções- Noções de teoria de elasticidade e critérios de resistência". (EPUSP)-G. Politécnico).

- (9) WENK, E.Jr. & TAYLOR, C.E. "Analysis of the stresses at the reinforced intersection of conical and cylindrical shells". David Taylor Model Basin, Report nº 826, mar 1953.
- (10) GECKELER, J.W. "Über die festigkeitachsensymmetrischer Schalen. Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Berlin, nº 276, 1926, páginas 1 a 52.
- (11) TIMOSHENKO, S.P. & WOINOWSKY-KRIEGER, S. "Theory of plates and shells". Mac Graw-Hill Book Co., Inc., New York, 2a. Edição, 1959.
- (12) HILDEBRAND, F.B. "Advanced calculus for applications". Prentice Hall, 2a. Edição, 1976.
- (13) HAMPE, E. "Statik rotationsymmetrischer Flächentragwerke". vol. 3: "Kegelschale; Kügelschale" ; VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, 1967.
- (14) FLÜGGE, W. "Stresses in shells". Editora Springer-Verlag, Berlin, 1960.
- (15) FLÜGGE, W. "Statik und Dynamik der Schalen". Editora Julius Springer, Berlin, 1934.
- (16) DUBOIS, F. "Über die Festigkeit der Kegelschale". Tese de Doutoramento, Eidgenössische Technische Hochschule, Zuri que, Suíça, 1917.
- (17) SCHLEICHER, F. "Kreisplatten auf elastischer unterlage". Berlin, 1926.
- (18) JAHNKE-ENDE "Tables of functions". Dover Publications, New York, 1945.

- (19) WATTS, G.W. & BURROWS, W.R. "The basic elastic theory of vessel heads under internal pressure" Journal of Applied Mechanics, vol. 16, 1949, pág. 55 a 73. Uma exposição mais completa é apresentada em "Cone-cylinder juncture problem", de BURROWS, W.R., Standard Oil Company (Indiana) Report (19/março/1944).
- (20) Military Specification MIL-S-18216G (SHIPS) - "Stell plate, alloy, structural, high yield strength (HY-80 and HY-100)". (27/fevereiro/1963).
- (21) Military Specification MIL-S-22664A (SHIPS) - "Stell, alloy, extrusions, structural shapes (HY-80 and HY-100)". (01/outubro/1963).
- (22) Military Specification MIL-S-23009A (SHIPS) - "Steel forgings, alloy, high yield strength (HY-80 a HY-100)". (15/abril/1965).
- (23) GRAVINA, P.B.J. "Sobre a teoria das estruturas elásticas de superfície e sua aplicação ao cálculo das cascas de revolução". Tese para o Concurso da Cadeira de Grandes Estruturas da Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da Universidade de São Paulo, 1956.
- (24) BORBA, G.H.D. "Análise das tensões em um anel forjado de ligação entre duas partes troncônicas de um casco de submarino" - 9º Congresso Nacional de Transportes Marítimos e Construção Naval - set/82 - Sociedade Brasileira de Engenharia Naval.
- (25) ZIENKIEWICZ, O.C. - "The finite element method" - Nova York - McGraw-Hill, 1979 (3a. edição).