

ETORE APOLONIO DE BARROS

**APLICAÇÃO DE UM CONTROLADOR
AUTO-AJUSTÁVEL AO SISTEMA DE
POSICIONAMENTO DINÂMICO DE UMA
PLATAFORMA SEMI-SUBMERSÍVEL**

Dissertação apresentada
à Escola Politécnica da USP
para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia.

SÃO PAULO
1989

FD: 1029

Etore Apolonio de Barros

APLICAÇÃO DE UM CONTROLADOR AUTO-AJUSTÁVEL
AO SISTEMA DE POSICIONAMENTO DINÂMICO
DE UMA PLATAFORMA SEMI-SUBMERSÍVEL

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da USP para a obten
ção do título de Mestre em Enge
nharia

Orientador: Prof.Dr. HELIO MITIO MORISHITA
Professor Assistente-Doutor do
Departamento de Engenharia Naval

São Paulo/1989

À Sra.
Sonia Aurora de Barros

AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Dr. HÉLIO MITIO MORISHITA pela orientação e dedicação demonstradas ao longo de toda a pesquisa.
- Ao Prof. Dr. JOSÉ AUGUSTO PENTEADO ARANHA pela ajuda e incentivo.
- Aos professores doutores KAZUO NISHIMOTO, CELSO PUPO PESCE e CELSO KAZUYUKI MOROOKA, pela atenção dispensada sempre que solicitados.
- A Sr^a. JOSEFA NAOCO URATSUKA pela ajuda na pesquisa bibliográfica.
- Ao Sr. FRANCISCO GOMES DA SILVA pelo trabalho de datilografia.

R E S U M O

Este trabalho trata da aplicação de um controlador de mínima variância auto-ajustável ao sistema de posicionamento dinâmico de uma plataforma semi-submersível. É apresentada a teoria do controlador auto-ajustável, e um modelo matemático da plataforma é desenvolvido através de modelos auto-regressivos de média móvel dos movimentos de alta frequência e equações de manobra para os movimentos de baixa frequência. As forças do vento, corrente e forças de onda de 2ª ordem são adicionadas através de expressões semi-empíricas. O desempenho do controlador é investigado através de simulações em um computador.

A B S T R A C T

This work leads with the application of a self-tuning minimum variance controller to the dynamic positioning system of a semi-submersible rig. The self-tuning controller theory is presented, and a mathematical model of the rig is developed by the use of autoregressive moving average models of the high frequency motions and manoeuvring equations for the low frequency motions. Wind, current and second-order wave forces are included through semi-empirical relations. The controller performance is investigated by computer simulations.

Í N D I C E

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	iii
ÍNDICE	iv
NOMENCLATURA E ABREVIACÕES	vi
LISTA DE FIGURAS	xii
LISTA DE TABELAS	xiv
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	
1.1 - Considerações Gerais	1
1.2 - Revisão Bibliográfica	2
1.3 - Objetivos do trabalho	4
CAPÍTULO 2 - INTRODUÇÃO ÀS TÉCNICAS DE CONTROLE AUTO-AJUSTÁVEL	
2.1 - Conceito de Controle Adaptativo	6
2.2 - Breve REvisão Histórica	6
2.3 - Abordagens do Controle Adaptativo	7
2.4 - Teoria do Controle Auto-Ajustável	9
2.4.1 - Modelo Auto-Regressivo de Média Móvel Esto <u>c</u> ástico	10
2.4.2 - Controlador de Parâmetros Otimizados	11
2.4.2.1 - Projeto do controlador para sig <u>n</u> temas com parâmetros <u>conhec</u> idos	12
2.4.2.2 - Controle auto-ajustável	16
2.4.3 - Controle por Alocação de Polos	19
2.4.3.1 - Controle auto-ajustável. Modelo estocástico	21
2.4.3.2 - Observações acerca do método	23

CAPÍTULO 3 - MODELO DINÂMICO DA PLATAFORMA SEMI-SUBMERSÍVEL

3.1 - Introdução	25
3.2 - Sistemas de Coordenadas Adotados	26
3.3 - Realização do Mar Real	26
3.4 - Modelo de Alta Frequência	29
3.5 - Modelo de Baixa Frequência	30
3.5.1 - Cinemática do Sólido com Relação aos Referenciais Fixo e Móvel	31
3.5.2 - Movimento de um Corpo Flutuante no Plano Horizontal	33
3.5.3 - Dinâmica de um Corpo Flutuante no Plano Admitindo-se Fluido Ideal	33
3.5.4 - Aplicação à Dinâmica da Plataforma Semi-submersível	36
3.5.5 - Equações de Movimento da Plataforma	37
3.5.6 - Efeitos Viscosos	38
3.5.7 - Esforços Provocados Pelo Vento	40
3.5.8 - Forças de Deriva Devidas a Ondas	41
3.6 - Modelo de Simulação da Plataforma GVA-4000	43

CAPÍTULO 4 - APLICAÇÃO DO CONTROLADOR DE MÍNIMA VARIÂNCIA GENERALIZADA AO PROBLEMA DE POSICIONAMENTO DINÂMICO

4.1 - Introdução	51
4.1.1 - Características Gerais de Funcionamento de um Sistema de Posicionamento Dinâmico	51
4.1.2 - Sistema de Sensores de Posição e Aproximamento	52
4.1.3 - Sistema de Controle e Alocação de Empuxos	55
4.1.4 - Sistema Propulsor	56
4.2 - Análise do Modelo Linearizado de Baixa Frequência	59
4.3 - Modelo Dinâmico Admitido Pelo Controlador	65
4.4 - Estrutura do Controlador	66
4.5 - Apresentação e Análise dos Resultados de Simulações	69
4.5.1 - Teste 1 - "Índice de Desempenho I_1 "	75
4.5.2 - Teste 2 - "Índice de Desempenho I_3 "	78
4.5.3 - Teste 3 - "Índice de Desempenho I_2 "	78
4.5.4 - Teste 4 - "Adição do Vento"	86
4.5.5 - Teste 5 - "Filtragem 1"	86
4.5.6 - Teste 6 - "Filtragem 2"	92
4.5.7 - Testes 7 e 8 - "Robustez"	93

CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

5.1 - Introdução	102
5.2 - Conclusões	103
5.3 - Sugestões	104
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	106
APÊNDICE - MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS ("MMQ")	116

NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

- A : matriz correspondente ao vetor de estados.
- A_{ij} : massa adicional na direção i devido a um movimento na direção j .
- A_i : área projetada de um elemento i da superfície da plataforma na direção do escoamento.
- $A(z^{-1})$: polinômio de retardação correspondente à variável de saída do processo.
- $A^*(z^{-1})$: polinômio com polos arbitrários.
- \bar{a} : vetor dos coeficientes do polinômio $A(z^{-1})$.
- a_G : aceleração do baricentro da plataforma.
- a_{abs} : aceleração de um ponto P do sólido.
- B : matriz do vetor de controle.
- $B(z^{-1})$: polinômio correspondente ao sinal de entrada do processo.
- C : matriz relativa ao vetor de saída nas equações do espaço de estados; coeficiente da força de deriva de 2ª ordem.
- C_D : coeficiente de arrasto viscoso.
- C_w : coeficiente de arrasto devido ao vento.
- c_r : perturbação em regime permanente.
- $D(z^{-1})$: polinômio relativo às perturbações estocásticas na saída do processo.
- d : tempo morto do processo.
- $\vec{d}\ell$: elemento infinitesimal de comprimento da linha d'água.
- $E(z^{-1})$: polinômio de retardação relativo ao erro de previsão.
- $e(k+d)$: erro de previsão da variável de saída.

- $e(k)$: erro de estimação dos parâmetros.
- F_D : força de deriva.
- $F'(z^{-1})$: polinômio relacionado às perturbações estocásticas passadas no cálculo do previsor ótimo.
- $F(z^{-1})$: polinômio relacionado à variável de saída na equação da lei de controle.
- G_{xyz} : sistema de coordenadas fixo no baricentro da plataforma.
- $G(z^{-1})$: polinômio relacionado ao sinal de controle na equação da lei de controle.
- $G_V(z^{-1})$: função de transferência relacionada às perturbações estocásticas na saída do processo.
- $g(w)$: função racional de aproximação da função densidade espectral de potência.
- g : aceleração da gravidade.
- $H(s)$: matriz de transferência.
- $H(z^{-1})$: polinômio relacionado à variável de referência na lei de controle.
- h : profundidade.
- $h_{1/3}$: altura significativa de onda.
- I : índice de desempenho.
- I_{zz} : movimento de inércia em relação ao eixo Gz .
- \vec{i} : versor na direção de avanço.
- \vec{j} : versor na direção de deriva.
- \vec{k} : versor na direção de arfagem.
- k : instante de amostragem.
- k_{zz} : raio de giração em torno do eixo z .
- L : comprimento da plataforma; como índice indica movimento de baixa frequência.
- m : massa da plataforma.

N	:	momento de guinada.
$N(k)$:	comprimento de memória assintótico.
N_r	:	momento de massa adicional hidrodinâmica.
n	:	ordem do polinômio de retardação.
$n(k)$:	pertubação estocástica na saída do processo.
\vec{n}	:	versor normal ao elemento de superfície da plataforma.
$Ox_o Y_o Z_o$:	sistema de coordenadas fixo na terra.
o	:	índice relativo ao referencial fixo na terra.
$P(z^{-1})$:	polinômio de ponderação do sinal de saída.
$Q'(z^{-1})$:	polinômio de ponderação do sinal de controle.
$R(z^{-1})$:	polinômio de ponderação do sinal de referência.
R	:	matriz de correlação.
r	:	velocidade angular de guinada.
\dot{r}	:	aceleração angular de guinada; índice referente ao movimento de guinada.
S	:	superfície molhada da plataforma.
$S(w)$:	função de densidade espectral de potência.
s	:	variável de Laplace.
T	:	esforço aplicado pelo sistema propulsor; intervalo de amostragem do controlador.
T_L	:	energia cinética do fluido.
T_{pico}	:	período de pico do espectro de onda.
T_s	:	intervalo de amostragem utilizado na simulação da altura de onda e movimento de alta frequência.
U	:	velocidade do fluido.
\bar{U}	:	vetor dos sinais de controle.
U_∞	:	sinal de controle em regime permanente.
$U(k)$:	sinal de controle.

- u : velocidade na direção de avanço em relação ao fluido.
- u_1 : velocidade na direção de avanço em relação à terra.
- V : volume ocupado pelo fluido.
- \bar{V} : velocidade média do vento.
- \vec{V}_O^C : velocidade de corrente com relação ao referencial $Ox_o Y_o Z_o$.
- \vec{V}_P : velocidade total de um ponto da plataforma.
- V_w : velocidade do vento.
- v : velocidade na direção de deriva relativa ao fluido; índice relativo ao esforço viscoso.
- v_1 : velocidade na direção de deriva relativa à terra.
- $v(k)$: ruído-branco.
- w : frequência angular; índice relativo ao vento.
- w_1 : frequência angular característica do espectro de mar.
- w_D : índice relativo à força de deriva.
- w_L : índice relativo à linha d'água da plataforma.
- w_s : frequência de amostragem.
- X : esforço na direção de avanço.
- $X_{\dot{u}}$: massa adicional na direção de avanço.
- $X_{\dot{v}}$: massa adicional na direção de avanço devida à aceleração na direção de deriva.
- x : coordenada de um ponto da plataforma com relação ao eixo Gx ; índice relativo à direção de avanço.
- x_{hf} : deslocamento de alta frequência na direção de avanço.
- Y : esforço na direção de deriva.
- Y_{∞} : sinal de saída em regime permanente.

- $Y_{\dot{v}}$: massa adicional na direção de deriva.
- $Y_{\dot{r}}$: massa adicional na direção de deriva devido à aceleração de guinada.
- y : coordenada de um ponto da plataforma com relação ao eixo G_y ; índice relativo ao movimento de deriva.
- $y(k)$: variável de saída.
- $y^*(k+d/k)$: previsor ótimo da variável de saída.
- $y_u(k)$: sinal de saída do processo determinístico.
- y_{h_f} : deslocamento de alta frequência na direção de deriva.
- z : deslocamento de alta frequência na direção de arfagem; índice relativo ao momento de guinada.
- Γ : matriz de transformação de coordenadas
- Γ_k : vetor de ganhos de estimação.
- γ_{onda} : direção de incidência da onda relativa a OX_O .
- γ_r : ângulo de incidência da corrente relativo à plataforma.
- γ_w : ângulo de incidência do vento relativo à plataforma.
- δ_{ij} : função Delta de Dirac.
- ϵ_p : erro de previsão relativo à variável $\phi^*(k+d/k)$.
- $\xi(k)$: altura de onda.
- $\xi_r(k)$: altura relativa de onda.
- ϕ : variável auxiliar para estimativa dos parâmetros do controlador; função potencial de velocidades.
- $\phi^*(k+d/k)$: previsor ótimo de ϕ .
- λ : fator de esquecimento.
- ∇^2 : operador laplaciano.
- ψ : vetor formado pelos sinais de saída, controle e referência.

- $\bar{\Psi}$: matriz formada pelos sinais de saída e controle.
- $\Sigma(k)$: medida de informação fornecida pelo processo de estimação.
- σ_v : desvio-padrão do ruído-branco.
- τ : atraso do processo.
- $\hat{\cdot}$: indica valores estimados
- " : indica normalização com relação ao sistema "bis".

Os índices a, b, c, f, g, h e r são referentes aos polinômios $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $C(z^{-1})$, $F(z^{-1})$, $G(z^{-1})$, $H(z^{-1})$ e $R(z^{-1})$, respectivamente.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA		PÁGINA
2.1	Diagrama de blocos do controlador de ganhos programados.	8
2.2	Diagrama de blocos do controlador por modelo de referência.	8
2.3	Diagrama de blocos do controlador auto-ajustável.	9
2.4	Esquema da estrutura do controlador.	16
2.5	Esquema do rastreamento através de um servo-compensador.	24
3.1	Sistema de coordenadas fixo no baricentro da plataforma.	27
3.2	Movimentos de avanço, deriva e guinada e definição das direções do vento, onda e corrente.	27
3.3	Composição da força de deriva em ondas irregulares.	47
3.4	Altura de onda.	48
3.5	Movimento de avanço de alta frequência.	48
3.6	Movimento de deriva de alta frequência.	49
3.7	Movimento de guinada de alta frequência.	49
3.8	Movimento de arfagem de alta frequência.	50
4.1	Esquema básico da atuação de um SPD.	51
4.2	Sistema de sensores hidro-acústicos	
	a) Sistema de linha de base longa	53
	b) Sistema de linha de base curta	53
	c) Sistema de linha de base ultra-curta	53
4.3	Sistema de corda tensionada.	
	a) Cálculo da posição	54
	b) Componentes principais	54
4.4	Sistema de medida de posição através de micro-ondas.	54
4.5	Propulsão principal.	
	a) Hélice simples	57
	b e c) Hélice com dutos	57

FIGURA	PÁGINA
4.6	Propulsão lateral: instalação em túneis. 57
4.7	Propulsão de direção variável a e b) Hélices azimutais 58 c) Propulsor cicloidal 58
4.8	Lugar das raízes de $h_i(z)$. 65
4.9	Modelo do sistema admitido - Movimento de deriva. 66
4.10	Resultados apresentados por Kallström (1983b) a) Disposição dos propulsores na plataforma GVA-4000 72 b-d) Deslocamentos 73 e-l) Empuxo por propulsor 74
4.11	Teste 1 a-c) Deslocamentos 76 d-f) Esforços aplicados pelo sistema propulsor 77
4.12	Teste 2 a-c) Deslocamentos 79 d-f) Esforços aplicados pelo sistema propulsor 80 g-i) Parâmetros do controlador estimados 81
4.13	Teste 3 a-c) Deslocamentos 83 d-f) Esforços aplicados pelo sistema propulsor 84
4.14	Teste 4 a-c) Deslocamentos 87 d-f) Esforços aplicados pelo sistema propulsor 88
4.15	Teste 5 a-c) Deslocamentos 90 d-f) Esforços aplicados pelo sistema propulsor 91
4.16	Efeito de "aliasing". 92
4.17	Teste 6 - "Sem Filtragem" a-c) Deslocamentos 94 d-f) Esforços aplicados pelo sistema propulsor 95
4.18	Teste 6 - "Com Filtragem" a-c) Deslocamentos 96 d-f) Esforços aplicados pelo sistema propulsor 97
4.19	Teste 7 a-c) Deslocamentos 98 d-f) Esforços aplicados pelo sistema propulsor 99
4.20	Teste 8 a-c) Deslocamentos 100 d-f) Esforços aplicados pelo sistema propulsor 101

LISTA DE TABELAS

TABELA		PÁGINA
3.1	Dados característicos da plataforma GVA-4000.	46
3.2	Modelo de mar simulado.	46
3.3	Coefficientes dos modelos de alta frequência.	47
4.1	Esforços ambientais médios.	71
4.2	Alocação de empuxos otimizada.	71
4.3	Condições ambientais simuladas nos testes.	71
4.4	Fatores de ponderação utilizados no controle de cada movimento.	72

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

A pesquisa e exploração de recursos oceânicos realizadas através de navios e plataformas semi-submersíveis prevêm a manutenção da embarcação em uma determinada posição e aproamento.

No entanto, a ação de ondas, ventos e correntes marítimas tendem a deslocar a embarcação da posição requerida. Com o intuito de contrabalançar tais esforços, utilizam-se sistemas de amarração ou de geração de empuxo através de propulsores convenientemente alocados ao longo da embarcação.

Nos sistemas de amarração, estendem-se cabos a partir de diversos pontos da embarcação até o fundo do mar. Com o aumento da profundidade, as excursões naturais da embarcação aumentam e a dificuldade em manter-se os cabos estendidos é maior. De fato, a partir de certas profundidades torna-se impraticável o uso de sistemas de amarração.

O mesmo não ocorre nos sistemas de posicionamento baseados na ação de propulsores. Ao contrário do sistema de amarração, não há um aumento do custo do sistema em função do aumento da profundidade na qual a embarcação opera.

Inicialmente, a ação do sistema propulsivo era governada manualmente. No entanto, a partir da década de sessenta, passou-se à utilização de controladores automáticos que, baseados na medida do deslocamento em relação à posição desejada e numa dada lei de controle, determinam os esforços a serem fornecidos pelo sistema propulsor. Tem-se então os chamados sistemas de posicionamento dinâmico (SPD).

Além dos elementos citados, outro processo presente nos SPD é

a filtragem dos "movimentos de alta frequência", que são movimentos oscilatórios de média nula causados pelas ondas do mar. Levando-se em conta conjuntamente o método de filtragem e a lei de controle, duas são as principais abordagens utilizadas nos projetos de SPD, filtros de rejeição de banda ("notch filters") e controle PID (proporcional, integral e derivativo) para cada um dos movimentos separadamente, e filtro de Kalman e controle ótimo multivariável.

Sendo maiores as vantagens dos sistemas de posicionamento dinâmico sobre os sistemas de amarração com o aumento da profundidade, devido ao crescente interesse na exploração de petróleo em grandes lâminas d'água, como no caso brasileiro, a utilização dos SPD em sistemas de produção tende a aumentar.

Além disso, o aumento da confiabilidade dos sistemas de controle automático tornam ainda mais atraente o uso dos SPD (Fylling et alii, 1987).

1.2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os SPD foram desenvolvidos a partir dos anos sessenta visando a sua utilização em atividades de prospecção e exploração de petróleo.

No início, o projeto dos SPD fazia uso do controle PID e do filtro de rejeição de banda para cada um dos movimentos controlados. Uma das principais desvantagens desta abordagem tradicional, segundo Balchen et alii (1980) refere-se ao fato de não se levar em conta o acoplamento entre os movimentos, o que resultaria em uma ação integral lenta por parte do controlador. Outra desvantagem seria o atraso de fase introduzido pelo filtro.

A partir de 1974, novos sistemas foram desenvolvidos com base na teoria de controle moderno, utilizando a técnica do filtro de Kalman, para a estimação de estados e parâmetros, e o controle ótimo

multivariável (Balchen et alii, 1980; Saelid et alii, 1983; Grimble et alii, 1979, 1980a,b; Fung e Grimble, 1983).

Além da abordagem do espaço de estados e do controle ótimo, uma possível alternativa é o uso do controle adaptativo voltado ao modelo de entradas e saídas, cujo desenvolvimento é recente.

A pesquisa atual em controle adaptativo ocupa-se primordialmente de duas abordagens, o controlador por modelo de referência e o controlador auto-ajustável.

A idéia do controlador por modelo de referência foi originariamente proposta por Whitaker, Yamron e Kezer (1958). Um desenvolvimento posterior foi atingido nos trabalhos de Parks (1966), Monopoli (1974) e Landau (1974). O livro de Landau (1979) apresenta um estudo extensivo desta abordagem, baseando-se nos trabalhos realizados até 1977 (Goodwin e Sin, 1984).

A outra abordagem, o controle auto-ajustável, tem atraído muito o interesse das pesquisas atuais em controladores adaptativos. O regulador auto-ajustável foi proposto originariamente por Kalman (1958) e desenvolvido um pouco mais no trabalho de Chang e Rissanem (1968), que propuseram o uso de um estimador de parâmetros através do método dos mínimos quadrados em conjunto com um controlador de mínima variância. No entanto, o trabalho que deu o impulso para o desenvolvimento da teoria foi realizado por Aström e Wittenmark (1973). Além deste, outros controladores baseados no método da mínima variância também foram propostos nos trabalhos de Clarke e Gawthrop (1975, 1979) e Gawthrop (1977).

A flexibilidade do controlador auto-ajustável permite que outros métodos de controle também sejam utilizados. O método da alocação de polos, por exemplo, é investigado por Edmunds (1976), Wouters (1977), Wellstead et alii (1979) e Aström e Wittenmark (1980). Tem-se também o controlador "dead-beat" (Isermann, 1981) e o con

trolador "PID" - auto-ajustável (Gawthrop, 1986; Radke e Isermann, 1987) como exemplos da aplicação do controle auto-ajustável.

No caso de sistemas multivariáveis tem-se a extensão dos métodos citados anteriormente. O controle de mínima variância é tratado nos trabalhos de Borisson (1979), Bayoumi et alii (1981), Favier e Hassani (1982), Bucholt e Kummel (1981), Koivo (1980) e Schumann (1979). Já Prager e Wellstead (1980), Shieh, Wong e Tsay (1983) e Elliot e Wollovich (1982) utilizam o método da alocação de polos, enquanto Radker (1982) investiga o caso do "dead-beat". Tem-se também os casos de utilização do "PID" (Penttinem e Koivo, 1980) e do controlador de espaço de estados com alocação de auto-valores (Benzasson e Harris, 1984).

As características do controle auto-ajustável também propiciaram o interesse na sua aplicação a sistemas não-lineares (Aström, 1982; Anderson e Ljung, 1984; Goodwin e Sin, 1984; Seborg et alii, 1986; Agarwal e Seborg, 1987). Além disso, a facilidade de implementação dos algoritmos em microprocessadores também constitui outra de suas vantagens (Aström, 1980a; Kurz, Isermann, Schumann, 1980; Isermann, 1980; Clarke e Gawthrop, 1981; Radke e Isermann, 1987).

Vários são os exemplos de plantas para as quais estudou-se a aplicação dos controladores adaptativos: reatores químicos, motores diesel, turbinas a gás, trocadores de calor, controle de PH, etc. Particularmente na área naval, alguns trabalhos trataram da utilização do controle auto-ajustável em sistemas de piloto-automático (Broome e Lambert, 1978; Kallström et alii, 1979; Aström, 1980b; Tiano et alii, 1979; Tiano e Volta, 1981; Amerongen, 1985).

1.3 - OBJETIVOS DO TRABALHO

Dando continuidade aos trabalhos desenvolvidos pelo Departamento

to de Engenharia Naval da Escola Politécnica da USP nas áreas de posicionamento dinâmico (Donha, 1983, 1989) e controle adaptativo (Morishita, 1985, 1988), este trabalho visa o estudo preliminar da dinâmica de uma plataforma semi-submersível sob a ação de um SPD baseado numa lei de controle adaptativa auto-ajustável.

Desenvolve-se inicialmente as teorias de algumas técnicas de controle auto-ajustável no capítulo 2. No capítulo 3, analisa-se o modelo dinâmico de uma plataforma semi-submersível sob a ação de esforços devidos a ondas, correntes e ventos. A modelagem leva em conta os movimentos do plano horizontal, avanço, deriva e guinada, que são os visados pelo sistema de controle, além do movimento de arfagem, que influencia as forças de onda de baixa frequência. No capítulo 4, é proposta a aplicação de uma das técnicas de controle discutidas ao problema de posicionamento da plataforma. Além disso, efetua-se a análise do desempenho do controlador através dos resultados de simulações num computador digital. O capítulo 5 reserva-se a conclusões e sugestões para pesquisas futuras.

CAPÍTULO 2

INTRODUÇÃO ÀS TÉCNICAS DE CONTROLE AUTO-AJUSTÁVEL

2.1 - CONCEITO DE CONTROLE ADAPTATIVO

A definição de um controlador adaptativo é ainda hoje uma questão controversa. Entretanto, pode-se afirmar que a sua característica fundamental é a capacidade de responder às mudanças na dinâmica do processo e das perturbações não só pela retro-alimentação mas, sobretudo através da alteração nos parâmetros do controlador.

2.2 - BREVE REVISÃO HISTÓRICA

No começo da década de 50, foi intensa a pesquisa de controladores adaptativos. Era basicamente motivada pelo projeto de pilotos automáticos para aviões de alto desempenho que operavam em amplas faixas de altitude e velocidade (Gregory, 1959). O controle convencional só possuía um bom desempenho para uma dada condição operacional. Sendo assim, o desenvolvimento de um controlador que atendesse a uma ampla faixa operacional era necessário. Contudo, não havia uma teoria subjacente e o "hardware" disponível era incipiente para a sua implementação. Em vista disto, as primeiras tentativas no projeto de controladores adaptativos foram mal sucedidas.

Durante a década de 60, várias contribuições à teoria de controle foram importantes para o desenvolvimento do controle adaptativo. Surgiram as teorias de espaço de estados e da estabilidade, além de importantes avanços na teoria do controle estocástico. A programação dinâmica desenvolvida por Bellman (1957, 1961), a teoria do controle dual apresentada por Feldbaum (1960, 1961a,b e 1965) e as

contribuições feitas por Tsypkin (1971) possibilitaram um maior entendimento dos processos adaptativos. Além disso, o desenvolvimento da teoria de identificação de sistemas e estimação de parâmetros (Aström e Eykhoff, 1971) possibilitou o aprimoramento de novas ferramentas que seriam utilizadas futuramente pelo controle adaptativo.

Tais progressos, aliados ao grande desenvolvimento da tecnologia micro-eletrônica vieram possibilitar uma sólida retomada na pesquisa e desenvolvimento de controladores adaptativos na década de 70.

Atualmente há uma base teórica razoavelmente bem estabelecida para o desenvolvimento de controladores adaptativos e várias aplicações bem sucedidas constam da literatura (Aström, 1983).

2.3 - ABORDAGENS DO CONTROLE ADAPTATIVO

Pode-se destacar três abordagens principais de atuação dos controladores adaptativos (Aström, 1983), que determinam a maneira pela qual os parâmetros do controlador são ajustados.

a) Controladores com Ganhos Programados

Neste controlador, cujo esquema é mostrado na figura 2.1, a variação dos parâmetros é calculada em função da variação do ponto de operação do sistema através de funções previamente estabelecidas. Para tanto, utilizam-se variáveis auxiliares que se correlacionam bem com as mudanças na dinâmica do processo e se calculam em função destas as variações nos parâmetros do controlador.

Tal procedimento é conhecido como ganho programado porque foi utilizado inicialmente para acomodar mudanças somente no ganho do processo.

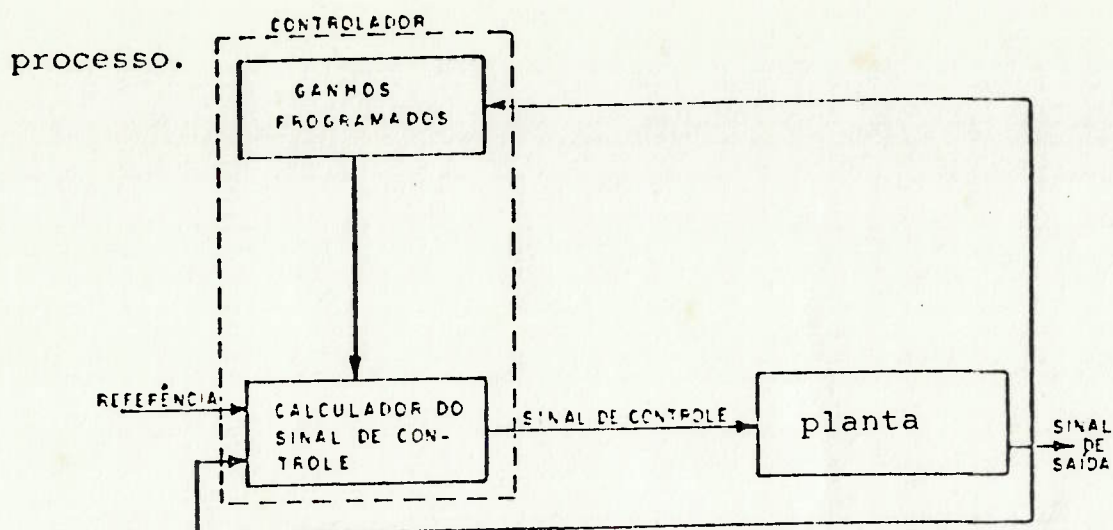


Figura 2.1 Diagrama de blocos do controlador de ganhos programados

b) Controladores por Modelo de Referência

Uma outra maneira de ajuste dos parâmetros baseia-se num modelo de referência que dita como a saída do processo deve responder ao sinal de comando. O sistema consiste de duas malhas conforme o ilustrado na figura 2.2. A malha interna representa a malha convencional formada pelo controlador e o processo. A malha externa ajusta os parâmetros do controlador de modo a fazer com que o erro entre a saída do modelo e a saída do processo seja pequeno.

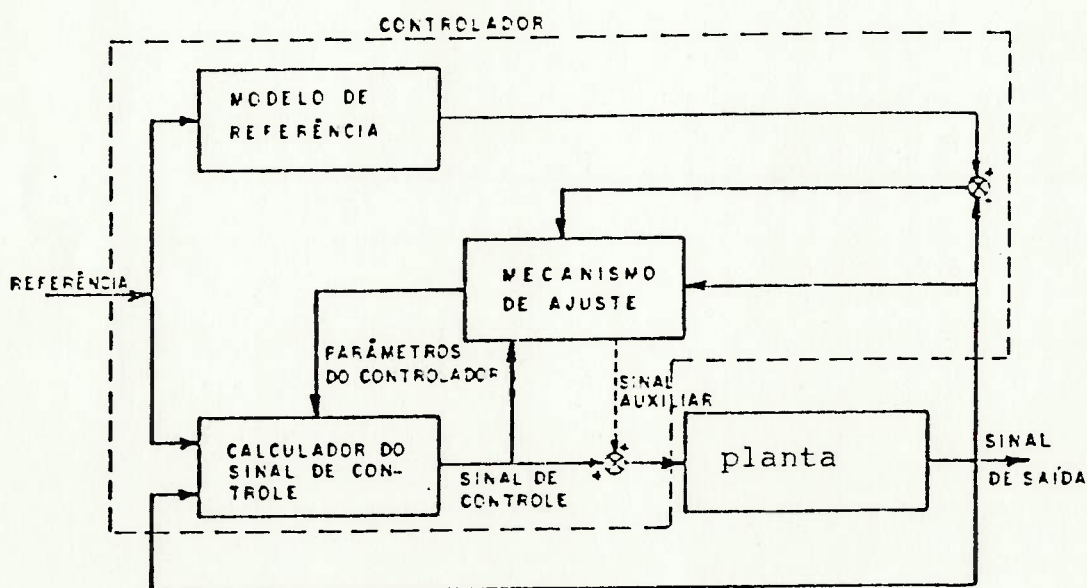


Figura 2.2 Diagrama de blocos do controlador por modelo de referência

c) Controlador Auto-Ajustável

A terceira abordagem é também formada por duas malhas. A malha interna é a mesma do esquema anterior. A malha externa é composta por um estimador dos parâmetros do processo e pelo calculador dos parâmetros do controlador.

Deve-se ressaltar que este esquema, ilustrado na figura 2.3, é a forma "explícita" do controlador auto-ajustável. A forma "implícita" re-parametriza o modelo do sistema, controlador e processo, em função dos parâmetros do controlador. Desta maneira, os novos parâmetros estimados são diretamente utilizados no controlador, eliminando-se assim a etapa de cálculo.

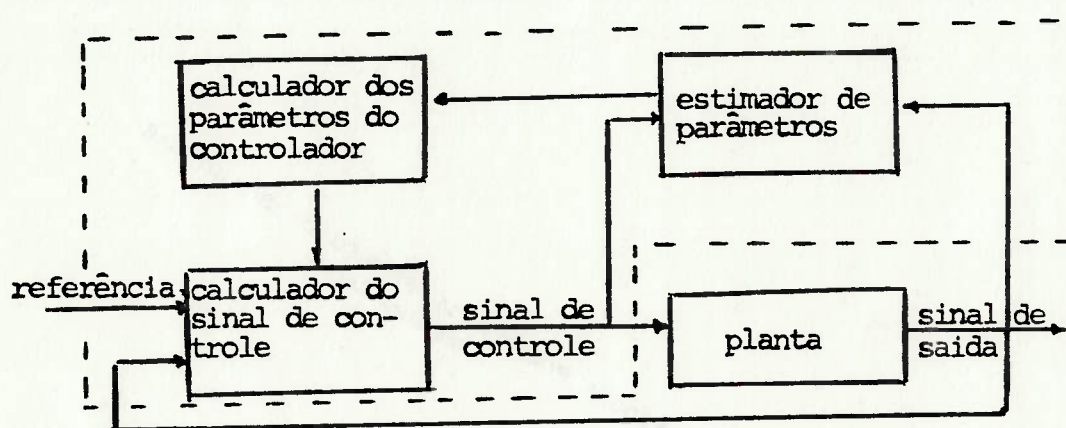


Figura 2.3 Diagrama de blocos do controlador auto-ajustável

Embora tenha sido feita uma diferenciação entre o controle por modelo de referência e o auto-ajustável, estes estão intimamente relacionados. Há uma certa equivalência entre ambos, que é mostrada nos trabalhos de Egardt (1979, 1980), Landau (1979) e Aström (1980).

2.4 - TEORIA DO CONTROLE AUTO-AJUSTÁVEL

Inicialmente, pode-se agrupar os métodos de controle auto-ajustá

vel em duas categorias, os controladores de alocação de polos e os controladores de parâmetros otimizados (minimização de um índice de desempenho ou mínima variância generalizada). O relacionamento entre estas categorias é realizado por um terceiro tipo de controlador, que será denominado generalizado, o qual minimiza um índice de desempenho atendendo a critérios de alocação de polos (Hughes e Alidina, 1980; Mendes et alii, 1984) ou de resposta em frequência (Hughes e Alidina, 1982).

Antes do estudo de tais métodos será apresentado o modelo utilizado na representação do processo.

2.4.1 - Modelo Auto-Regressivo de Média Móvel Estocástico

O processo univariável é representado na forma discretizada através de:

$$A(z^{-1}) y(k) = z^{-d} B(z^{-1}) u(k) + C(z^{-1}) v(k) + C_r \quad (2.1)$$

onde:

$k = t/T$, sendo t o tempo e T , o intervalo de amostragem.

z^{-1} é o operador de retardamento definido por: $z^{-1} g(k) = g(k-1)$.

$y(k)$ = sinal de saída ou variável controlada.

$u(k)$ = sinal de controle, ou variável de entrada.

$v(k)$ é um ruído branco gaussiano de média nula e variância finita tal que:

$$E\{u(i) v(j)\} = 0 \quad \forall i, j > 0$$

$$E\{v(i) v(j)\} = \delta_{ij} \sigma_v^2$$

onde:

δ_{ij} é o delta de Kroenecker.

$d = \tau/T+1$, sendo τ , o atraso do processo

$A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ e $C(z^{-1})$ são polinômios definidos por:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b}$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_{n_c} z^{-n_c}$$

$$b_0 \neq 0$$

$C_r = A(1)y_\infty + B(1)u_\infty$, sendo u_∞ e y_∞ os valores dos sinais de entrada e saída do processo em regime permanente, em torno dos quais será feita a linearização do modelo dinâmico do processo. Em alguns casos, C_r será omitido, admitindo-se que $u(k)$ seja substituído por $u(k) - u_\infty$ e $y(k)$, por $y(k) - y_\infty$, estimando-se u_∞ e y_∞ (Isermann, 1981).

2.4.2 - Controlador de Parâmetros Otimizados

Este tipo de controlador baseia-se na minimização de um índice de desempenho, que, na sua forma mais geral, denominada de mínima variância generalizada, inclui uma ponderação dos sinais de entrada, saída e de referência (Clarke e Gawthrop, 1975).

Ele é uma generalização do regulador auto-ajustável proposto por Aström e Wittenmark (1973), cuja lei de controle, baseia-se na minimização da variância do sinal de saída.

O controlador proposto por Clark e Gawthrop (1975) aborda o rela

cionamento entre as fases de identificação e controle de forma "implícita" ou direta, na qual o sistema é modelado em função dos parâmetros do controlador. Isto resulta na simplificação do algoritmo, pois, após a fase de identificação dos novos parâmetros, pode-se passar diretamente ao cálculo do sinal de controle.

Primeiramente, será apresentada a teoria do controlador para o caso dos parâmetros do processo serem conhecidos. Na posterior extensão para o caso de parâmetros desconhecidos será obtido o algoritmo de controle auto-ajustável.

2.4.2.1 - Projeto do controlador para sistemas com parâmetros conhecidos

Será adotada a seguinte representação para o processo:

$$A(z^{-1}) y(k) = z^{-d} B(z^{-1}) u(k) + C(z^{-1}) v(k) + c_r$$

A variável de controle $u(k)$ deve ser tal que minimize um índice de desempenho do tipo:

$$I = E (P(z^{-1})y(k+d) - R(z^{-1})y_r(k))^2 + (Q'(z^{-1})u(k))^2 \quad (2.2)$$

onde:

$$P(z^{-1}) = p_0 + p_1 z^{-1} + \dots + p_{d-1} z^{-d+1}$$

$$R(z^{-1}) = r_0 + r_1 z^{-1} + \dots + r_{n_r} z^{-n_r}$$

$$Q'(z^{-1}) = q'_0 + q'_1 z^{-1} + \dots + q'_{n_q} z^{-n_q}$$

Algumas formas particulares da expressão (2.2) merecem destaque:

$$I_1 = E\{ (y(k+d))^2 \}$$

$$I_2 = E\{ [(y(k+d) - y_r(k))^2 - \lambda' u^2(k)] \}$$

$$I_3 = E\{ [(y(k+d) - y_r(k))^2 + \lambda' (u(k) - u(k-1))^2] \}$$

O índice I_1 caracteriza o controle de mínima variância proposto por Aström e Wittenmark (1973). O índice I_2 representa um compromisso entre o desvio da saída e a magnitude do sinal de controle. Através deste critério, se y_r não possuir um valor médio nulo, não se pode assegurar que a média do sinal de saída seja igual à média de y_r , a não ser que $\lambda'=0$.

O critério representado por I_3 penaliza a variação do sinal de entrada e, embora garanta a igualdade entre os valores médios de y e y_r , resulta em um pior desempenho do controlador.

Para o cálculo de $u(k)$ que minimize (2.2) é necessário a estimação de $y(k+d)$, que no instante "k" não é conhecido. Para tal tarefa será utilizado o previsor ótimo $y^*(k+d)$, que calcula no instante "k" o valor estimado de "y" "d" passos adiante:

$$y^*(k+d/k) = h(y(k), y(k-1), \dots; u(k-1), \dots)$$

$$\triangleq y(k+d) - e(k+d) \quad (2.3a)$$

onde:

$$e(k+d) = E(z^{-1}) v(k+d) \quad (2.3b)$$

é o erro de previsão, sendo:

$$E(z^{-1}) = e_0 + e_1 z^{-1} + \dots + e_{d-1} z^{-d+1} \quad (2.3c)$$

$y^*(k+j)$ pode ser representado na forma recursiva abaixo (Clarke e Gawthrop, 1975):

$$y^{*(k+j/k)} = \frac{F'_j(z^{-1})}{C(z^{-1})} y(k) + \frac{E_j(z^{-1})B_j(z^{-1})}{C(z^{-1})} u(k), \quad 0 < j < d \quad (2.4)$$

onde:

$$F'(z^{-1}) = f'_0 + f'_1 z^{-1} + \dots + f'_{n-1} z^{-n+1}$$

sendo que $F'(z^{-1})$ e $E(z^{-1})$ satisfazem a:

$$\frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})} = E(z^{-1}) + z^{-d} \frac{F'(z^{-1})}{A(z^{-1})}$$

Substituindo $y(k+d)$ por $y^{*(k+d/k)}$, dado por (2.3a), na expressão (2.2) tem-se:

$$I = E\{ [P(z^{-1}) (y^{*(k+d/k)} + e(k+d))]^2 - (R(z^{-1})y_r(k))^2 + (Q'(z^{-1})u(k))^2 \} \quad (2.5)$$

onde $P(z^{-1})e(k+d)$ é não-correlacionado com u_{k-i} , y_{k-i} e $y_{r_{k-i}}$, $i > 0$. Portanto, tomando $E\{ (P(z^{-1})e(k+d))^2 \} = \sigma^2$ tem-se:

$$I = [(P(z^{-1})y^{*(k+d/k)} - R(z^{-1})y_r(k))]^2 + (Q'(z^{-1})u(k))^2 + \sigma^2$$

que é minimizado tomando-se $u(k)$ tal que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial u(k)} &= 2(P(z^{-1})y^{*(k+d/k)} - R(z^{-1})y_r(k))b_0 + \\ &+ 2q'_0 Q'(z^{-1})u(k) = 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Definindo a função polinomial $Q(z^{-1}) = \frac{q'_0 Q'(z^{-1})}{b_0}$ e a função ϕ^* tal que:

$$\phi^*(k+d/k) \triangleq P(z^{-1})y^*(k+d/k) + Q(z^{-1})u(k) - R(z^{-1})y_r(k) \quad (2.7)$$

a expressão (2.6) pode ser resumida como:

$$\phi^*(k+d/k) = 0$$

Além disso, define-se a função $\phi(k+d)$

$$\phi(k+d) = \phi^*(k+d/k) + \varepsilon_p(k+d)$$

onde, $\varepsilon_p(k+d) = p(z^{-1})e(k+d)$ é não-correlacionado com $\phi^*(k+d/k)$, que é o previsor ótimo de $\phi(k+d)$ de acordo com o critério dos mínimos quadrados.

Substituindo a expressão (2.4) de $y^*(k+d/k)$ na expressão (2.7) obtêm-se:

$$C(z^{-1})\phi^*(k+d/k) = F(z^{-1})y(k) + G(z^{-1})u(k) + H(z^{-1})y_r(k) + \delta \quad (2.8a)$$

onde:

$$F(z^{-1}) = \sum_{j=0}^{d-1} p_j F'_{d-j}(z^{-1}) \quad (2.8b)$$

$$G(z^{-1}) = \sum_{j=0}^{d-1} p_j z^{-j} E_j(z^{-1}) B_j(z^{-1}) + C(z^{-1}) Q(z^{-1}) \quad (2.8c)$$

$$H(z^{-1}) = -C(z^{-1}) R(z^{-1}) \quad (2.8d)$$

$$\delta = \sum_{j=0}^{d-1} p_j E_{d-j}(1) c_r \quad (2.8e)$$

Sendo assim, uma outra maneira de expressar a lei de controle é:

$$F(z^{-1})y(k) + G(z^{-1})u(k) + H(z^{-1})y_r(k) + \delta = 0 \quad (2.9)$$

Com base na equação acima e na representação do processo adotada, pode-se esquematizar a estrutura do controlador através da figura 2.4.

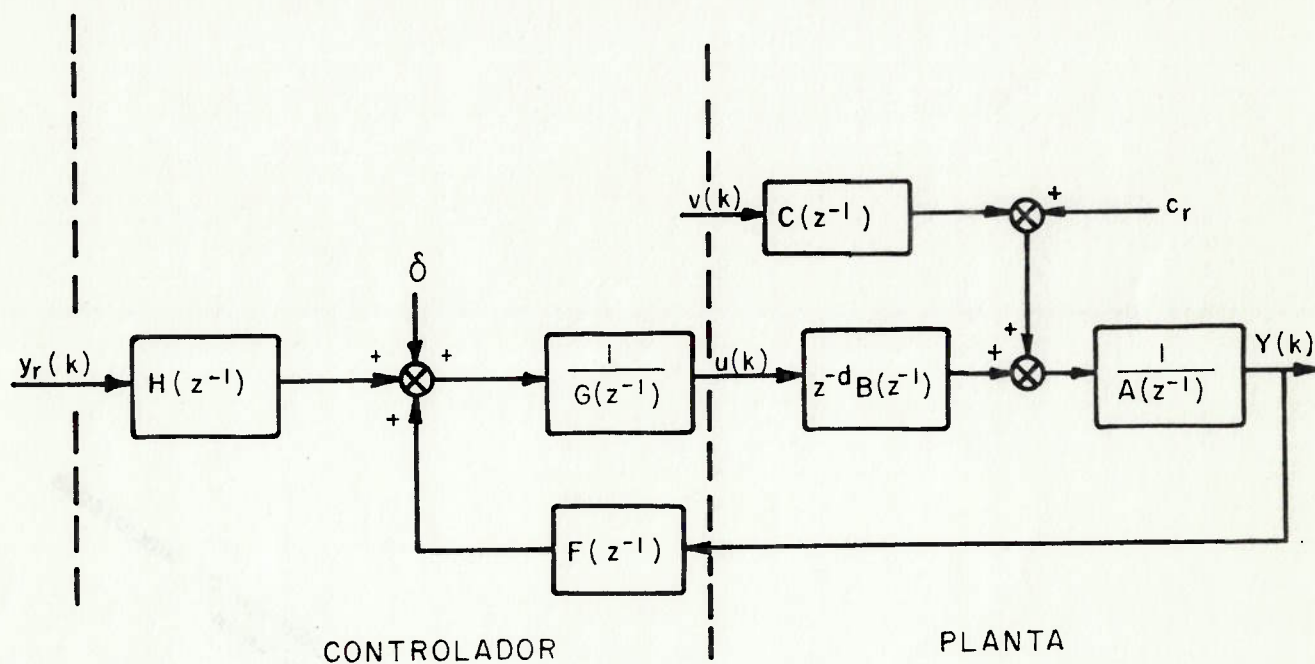


Figura 2.4 Esquema da estrutura do controlador

2.4.2.2 - Controle auto-ajustável

No caso dos coeficientes dos polinômios $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, e do polinômio que representa as perturbações estocásticas, $C(z^{-1})$, não serem conhecidos, pode-se estimá-los através de métodos recursivos como o dos mínimos quadrados, variável instrumental, etc. (Eykhoff, 1984). No caso do controlador considerado, será utilizada a abordagem implícita, que estima diretamente os parâmetros do controlador, ou seja, os coeficientes de $F(z^{-1})$, $G(z^{-1})$ e $H(z^{-1})$. Para isto, utiliza-se um sistema equivalente ao representado pelas equações (2.1) e

(2.2).

$$C(z^{-1})\phi^*(k+d/k) = F(z^{-1})y(k) + G(z^{-1})u(k) + H(z^{-1})y_r(k) \quad (2.10a)$$

$$\phi(k+d) = \phi^*(k+d/k) + \varepsilon_p(k+d) \quad (2.10b)$$

Sejam:

$$\theta^T = [f_0, f_1, \dots; g_0, g_1, \dots; h_0, h_1, \dots] \quad (2.11a)$$

$$\psi^T(k) = [y(k), y(k-1), \dots; u(k), u(k-1), \dots; y_r(k), y_r(k-1), \dots, 1] \quad (2.11b)$$

Admitindo $C(z^{-1}) = 1$ e aplicando (2.11) a (2.10) tem-se:

$$\phi(k+d) = \psi(k)\theta + \varepsilon_p(k+d) \quad (2.12)$$

Como os componentes de $\psi(k)$ não são correlacionados com $\varepsilon_p(k+d)$, pode-se usar o método dos mínimos quadrados recursivo para se estimar " θ " a cada instante " k ". Seja $\hat{\theta}(k-1)$ a estimativa disponível de θ no instante " $k-1$ ", a estimativa de θ no instante k é dada pelo algoritmo:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \Gamma_k (\phi(k) - \psi(k-d)\hat{\theta}(k-1))$$

$$\Gamma_k = \Omega_{k-1} \psi(k-d) (1 + \psi^T(k-d) \Omega_{k-1} \psi(k-d))^{-1}$$

$$\Omega_k = (I - \Gamma_k \psi^T(k-d)) * \Omega_{k-1}$$

O sinal de controle $u(k)$ é calculado de modo a satisfazer a equa

ção:

$$\hat{\phi}^*(k+d/k) = F(z^{-1})y(k) + G(z^{-1})u(k) + H(z^{-1})y_r(k) = 0 \quad (2.13)$$

onde:

$$\hat{F}(z^{-1}) = \hat{f}_0 + \hat{f}_1 z^{-1} + \dots + \hat{f}_{n_f} z^{-n_f}$$

$$\hat{G}(z^{-1}) = \hat{g}_0 + \hat{g}_1 z^{-1} + \dots + \hat{g}_{n_g} z^{-n_g}$$

$$\hat{H}(z^{-1}) = \hat{h}_0 + \hat{h}_1 z^{-1} + \dots + \hat{h}_{n_h} z^{-n_h}$$

Sendo \hat{F}_i , \hat{G}_i e \hat{H}_i as estimativas no instante "k" dos parâmetros f_i , g_i e h_i , respectivamente.

Em geral $C(z^{-1})$ é um polinômio de ordem maior que zero. Neste caso, a equação (2.12) passa a ser:

$$\phi(k+d) = \psi^T(k) \theta + \varepsilon_p(k+d) + (1 - C(z^{-1})) \hat{\phi}^*(k+d/k) \quad (2.14)$$

A correlação entre $\hat{\phi}^*(k+d/k)$ e $\psi(k)$ implicaria em desvios nos parâmetros estimados pelo método dos mínimos quadrados. No entanto, a lei de controle impõe que $\hat{\phi}^*$ se anule. Portanto, admitindo-se que $\hat{\theta}$ tenda a θ , a equação (2.13) tende à lei ótima de controle, $\hat{\phi}^*=0$, e o último termo da equação (2.14) será anulado.

Podem ser destacadas algumas vantagens dos controladores do tipo apresentado. Entre elas está o atendimento a plantas de fase não-mínima, o bom desempenho no rastreamento e a redução do esforço de controle, no caso dos controladores que incluem a ponderação sobre o sinal de controle.

Cabe também observar que a principal desvantagem reside na alta sensibilidade a mudanças no valor do atraso do sistema ("d"), o qual necessita ser conhecido com boa precisão.

Além disto, não há um método para se determinar os polinômios de ponderação da função de custo, utilizando-se para tal a "tentativa e erro".

2.4.3 - Controle por Alocação de Polos

Esta técnica possui suas raízes nos métodos clássicos de controle, onde o objetivo era o de alocar os polos do sistema em malha fechada em posições pré-determinadas de acordo com a resposta requerida em regime transitório. A facilidade com que o engenheiro pode avaliar o desempenho do sistema em regime transitório através da posição dos polos constitui uma motivação importante para o desenvolvimento do método.

Dado o sistema escalar determinístico, sem perturbações:

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})u(k) = B'(z^{-1})u(k) \quad (2.15)$$

a lei de controle é dada por:

$$u(k) = \frac{(M(z^{-1})y_r(k) - G(z^{-1})y(k))}{F(z^{-1})} \quad (2.16)$$

onde:

$$M(z^{-1}) = 1 + m_1 z^{-1} + \dots + m_{n_m} z^{-n_m}$$

$$G(z^{-1}) = g_0 + g_1 z^{-1} + \dots + f_{n_f} z^{-n_g}$$

$$F(z^{-1}) = 1 + f_1 z^{-1} + \dots + f_{n_f} z^{-n_f}$$

$y_r(k)$ = variável de referência.

O objetivo do controle por alocação de polos é deslocar os polos

do sistema em malha aberta ($A(z^{-1})=0$) para posições especificadas para o sistema em malha fechada através do polinômio $A^*(z^{-1}) = 1+a_1z^{-1} + \dots + a_{n^*}z^{-n^*}$, arbitrário.

Ou seja, de posse de algumas características do processo a ser controlado, o engenheiro especifica os polos desejados para o sistema em malha fechada. A ação de controle é então baseada nestas posições escolhidas, conforme o exposto a seguir.

Substituindo a expressão para $u(k)$ na equação (2.16) tem-se:

$$\begin{aligned} [A(z^{-1})F(z^{-1})+B'(z^{-1})G(z^{-1})]y(k) &= \\ &= B'(z^{-1})M(z^{-1})y_r(k) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Os polos do sistema em malha fechada serão deslocados para as posições dadas por $A^*(z^{-1})$, impondo-se que:

$$A(z^{-1})F(z^{-1})+B'(z^{-1})G(z^{-1}) = A^*(z^{-1}) \quad (2.18)$$

Substituindo (2.18) em (2.17) tem-se a equação da malha fechada:

$$y(k) = \frac{B'(z^{-1})M(z^{-1})}{A^*(z^{-1})} y_r(k)$$

Assim sendo, deve-se determinar $G(z^{-1})$ e $F(z^{-1})$ que satisfaçam a (2.18), já que $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$ são supostamente determinados e $A^*(z^{-1})$ é arbitrário.

Tal tarefa é realizada mediante a igualdade dos coeficientes de mesma potência de z^{-1} , o que resulta num conjunto de equações simultâneas que têm como incógnitas os coeficientes $g_0, g_1, \dots, g_{n_g}, f_1, \dots, f_{n_f}$.

Para garantir que a equação (2.18) tenha solução única impõe-se que:

a) $A(z^{-1})$ e $B'(z^{-1})$ devem ser primos entre si.

b) sendo $n = \max \text{ ordem } (A(z^{-1}), B'(z^{-1}))$,

$A^*(z^{-1})$ possui ordem $(2n-1)$.

De fato, neste caso tem-se o seguinte sistema de equações expresso na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{a}_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 & & & & \\ & a_1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & a_{n-1} & \\ & & & & a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 & & & & \\ & b_1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & b_{n-1} & \\ & & & & b_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_{n-1} \\ g_0 \\ g_1 \\ \vdots \\ g_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0^* \\ \vdots \\ a_{2n-1}^* \end{bmatrix} \quad (2.18a)$$

Sendo $A(z^{-1})$ e $B'(z^{-1})$ primos entre si, pode-se provar que a matriz formada por seus coeficientes na equação (2.18a) é inversível o que garante a unicidade da solução para os coeficientes de $G(z^{-1})$ e $F(z^{-1})$.

2.4.3.1 - Controle auto-ajustável. Modelo estocástico

Será apresentada a proposta de Wellstead et alii (1979a) para o regulador auto-ajustável por alocação de polos. No caso de rastreamento pode-se utilizar a abordagem clássica, que introduz o sinal de referência através de um servo-compensador em avanço conforme ilustra a figura 2.5 (Wellstead et alii, 1979b). Neste caso, entre

tanto, o esforço computacional aumenta significativamente em comparação com o regulador (Wellstead et alii, 1979a,b).

Seja o processo sujeito a perturbações estocásticas representado por:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})z^{-d}u(k) + C(z^{-1})v(k)$$

Sendo a lei de controle expressa por:

$$u(k) = \frac{G(z^{-1})}{F(z^{-1})} y(k) \quad (2.19)$$

os polos do sistema em malha fechada serão deslocados para as posições definidas por $A^*(z^{-1})$ impondo-se que:

$$A(z^{-1})F(z^{-1}) - z^{-k}B(z^{-1})G(z^{-1}) = A^*(z^{-1})C(z^{-1}) \quad (2.20)$$

Desta forma, a função de transferência em malha fechada será dada por:

$$y(k) = \frac{F(z^{-1})}{A^*(z^{-1})} v(k) \quad (2.21)$$

Para a equação (2.20) ter solução única impõe-se:

$$n_G = n_a - 1$$

$$n_F = n_b + d - 1$$

e

$$n_{A^*} < n_a + n_b + d - n_G$$

Sendo os coeficientes dos polinômios $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ e $C(z^{-1})$ não conhecidos, utiliza-se a expressão (2.19) admitindo-se $G(z^{-1})=1$, e

estima-se pelo método dos mínimos quadrados recursivo os coeficientes de $\bar{A}(z^{-1})$ e $\bar{B}(z^{-1})$ que formam o modelo:

$$y(k) = \bar{A}(z^{-1})y(k) + \bar{B}(z^{-1})u(k) + e(k)$$

onde:

$$\bar{A}(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a}$$

$$\bar{B}(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b-d}$$

$e(k)$ = erro de modelagem

A seguir, determina-se $F(z^{-1})$ e $G(z^{-1})$ tais que:

$$\bar{A}(z^{-1})F(z^{-1}) - \bar{B}(z^{-1})G(z^{-1}) = A^*(z^{-1})$$

Apesar de se estar admitindo $C(z^{-1})=1$, pode-se provar que os polinômios do regulador convergem para os obtidos pela equação (2.20), quando os coeficientes de $\bar{A}(z^{-1})$ e $\bar{B}(z^{-1})$ convergem para valores de regime. Além disso, os valores de $e(k)$ tornam-se idênticos aos de $v(k)$ (Wellstead et alii 1979b).

2.4.3.2 - Observações acerca do método

O método proposto é bem menos sensível do que o anterior com relação a valores desconhecidos do atraso "d" ou que sejam variantes no tempo. Para isto, acrescenta-se ao polinômio $B(z^{-1})$ "d max" termos, onde "dmax" é o atraso máximo esperado.

Devido a estas características e à imposição de polos, pode-se dizer que a vantagem principal do método reside na sua robustez. Ainda em relação a isto, poder-se-ia levantar a questão do caso em que os polinômios estimados não sejam primos. Se $\hat{A}(z^{-1})$ e $\hat{B}'(z^{-1})$ não forem relativamente primos tem-se o cancelamento de polos e ze

ros. Para que tal cancelamento seja exato, tem-se que $\hat{A}(z^{-1})$ e $\hat{B}'(z^{-1})$ fazem parte de um conjunto de medida nula, o que garante a solução de (2.8) com probabilidade 1. No entanto, pode-se ter valores muito altos dos coeficientes de $F(z^{-1})$ e $G(z^{-1})$ quando $\hat{A}(z^{-1})$ e $\hat{B}'(z^{-1})$ estão próximos do cancelamento exato, o que afetaria entre outras a estabilidade numérica da solução.

O cancelamento de polos e zeros dentro do círculo de raio unitário não representa problemas, já que pode ser solucionado impondo-se que $A^*(z^{-1})$ possua as raízes comuns a $\hat{A}(z^{-1})$ e $\hat{B}'(z^{-1})$. O mesmo não seria possível no caso de polos e zeros fora do círculo de raio unitário devido a instabilidade associada. Entretanto, pode-se afirmar que tal preocupação é de caráter eminentemente teórico, não sendo verificada na prática (Wellstead et alii, 1979a; Goodwin e Sin, 1984).

Conforme salientado anteriormente, uma desvantagem do método está no trato com o rastreamento. Neste caso, uma alternativa menos complexa que o servo-compensador está na incorporação de um integrador na malha e na utilização da lei de controle:

$$u(k) = \frac{G(z^{-1})}{F(z^{-1})} (y(k) - y_r(k))$$

Mas o bom desempenho de tal esquema está restrito ao caso de variações lentas no sinal de referência.

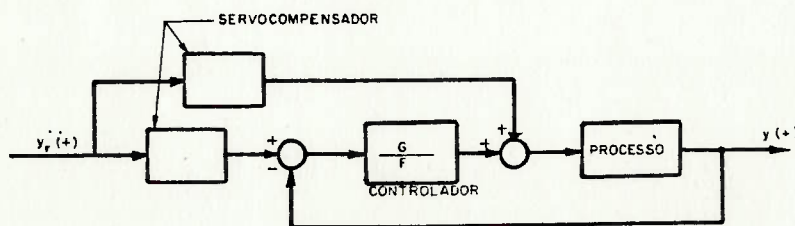


Figura 2.5 - Esquema do Rastreamento através de um Servo-Compensador

CAPÍTULO 3

MODELO DINÂMICO DA PLATAFORMA SEMI-SUBMERSÍVEL

3.1 - INTRODUÇÃO

Devido a complexidade de um SPD, para o seu projeto é mais interessante, inicialmente, testar o desempenho do sistema de controle através de simulações em um computador do que através de experimentos com modelos em tanques de prova.

Sendo assim, pesquisou-se equações simplificadas que descrevam a ação ambiental sobre a plataforma semi-submersível em estudo, além das forças aplicadas pelo sistema propulsor, obtendo-se um modelo dinâmico dos seus movimentos no plano horizontal.

Pode-se dividir os esforços ambientais que atuam sobre uma estrutura oceânica em duas categorias, esforços de alta frequência e esforços de baixa frequência. Os esforços de alta frequência são devidos a ondas do mar, sendo linearmente proporcionais à altura de onda e variando com a mesma frequência das ondas. Os esforços de baixa frequência compõem-se da ação do vento, correntes e forças de onda de baixa frequência. Ao ser movimentada em virtude de tais esforços, a estrutura oceânica passa também a ser submetida a reações hidrodinâmicas sob forma de massas adicionais e forças de amortecimento.

A ação dos propulsores de um SPD deve responder exclusivamente aos esforços de baixa frequência, pois a magnitude e frequência dos esforços de alta frequência inviabilizam o seu contrabalanceamento na prática. Isto não representa uma séria restrição ao desempenho do SPD, pois os movimentos devidos a tais esforços são pequenos em amplitude e possuem média nula. Sendo assim, as forças do sistema propulsor fazem parte exclusivamente do modelo de baixa fre

quência.

Pode-se concluir do que foi exposto acima que supõe-se uma independência entre os movimentos de alta frequência e os de baixa frequência, o que é justificável teoricamente (Triantafillou, 1982).

Portanto, serão desenvolvidos os dois modelos de movimento separadamente, aplicando-os à simulação da dinâmica da plataforma GVA-4000.

3.2 - SISTEMAS DE COORDENADAS ADOTADOS

O modelo de baixa frequência utiliza dois sistemas de coordenadas na descrição dos movimentos. O primeiro, $O X_0, Y_0, Z_0$ é fixo à terra. O segundo, $G x, y, z$ é fixo ao baricentro G da plataforma segundo à figura 3.1.

As direções de incidência de ondas, correntes e ventos definidas com relação ao eixo X_0 , e as decomposições da velocidade nos eixos x (avanço), y (deriva) e a velocidade de rotação em torno do eixo z (guinada), estão representadas na figura 3.2.

Para o modelo de alta frequência, pressupõe-se um terceiro sistema de coordenadas além dos anteriores. Tal sistema, de eixos x', y' e z' paralelos a X_0, Y_0, Z_0 , respectivamente, é fixo à posição do baricentro G devida ao movimento de baixa frequência. Em relação a esta posição a plataforma oscila em avanço (componente no eixo x'), deriva (componente no eixo y') e guinada (rotação em torno do eixo z'). Será considerado também a oscilação vertical em z' , ou seja, a arfagem, para o cálculo das forças de deriva devidas a ondas.

3.3 - REALIZAÇÃO DO MAR REAL

Será admitido o espectro de mar unidimensional I.S.S.C., dado pe

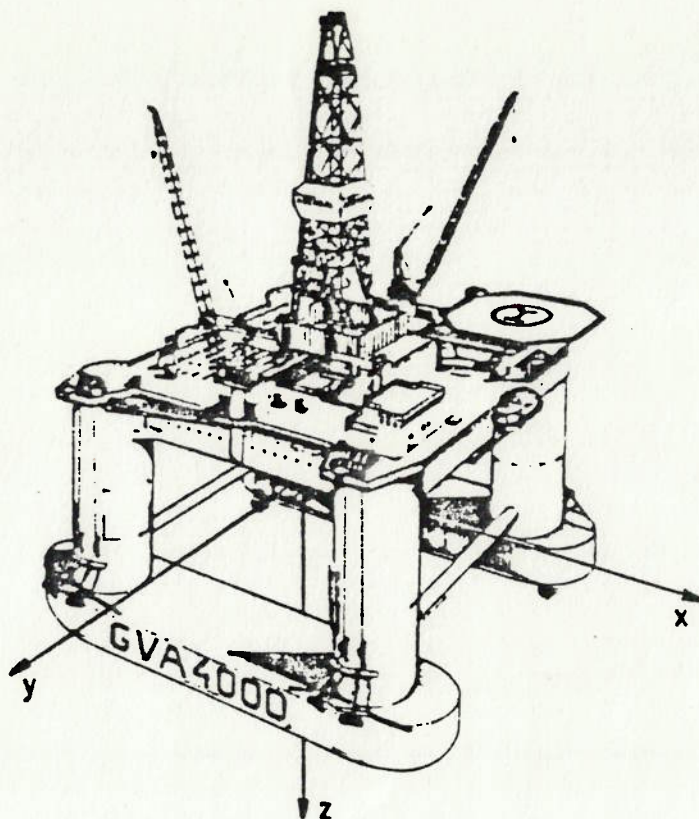


Figura 3.1 Sistema de coordenadas fixo no baricentro da plataforma

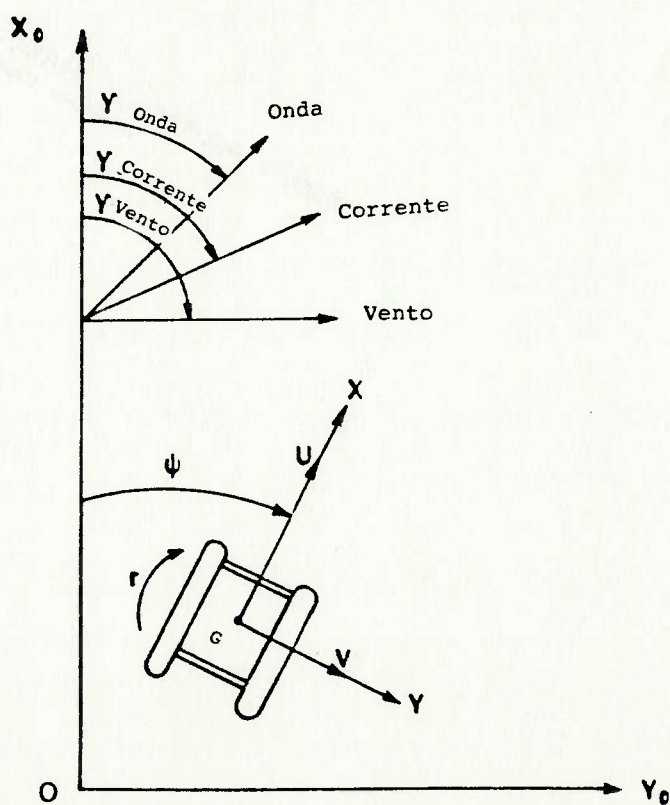


Figura 3.2 Movimentos de avanço, deriva e guinada e definição das direções de incidência do vento, onda e corrente

la expressão:

$$S(w) = \frac{A}{w^5} \exp\left(\frac{-B}{w^4}\right) \quad (3.1)$$

onde:

$$A = 173 h_{1/3}^2 / (2\pi/w_1)^4$$

$$B = 691 / (2\pi/w_1)^4$$

sendo w_1 , a frequência angular característica e $h_{1/3}$, a altura significativa de onda (m).

A expressão anterior pode ser aproximada por uma função de densidade espectral racional $g(w)$ (Tamehiro et alii, 1977) cuja determinação utiliza as seguintes hipóteses:

- a) Os espectros dados por (3.1) e por $g(w)$ possuem os mesmos valores de máximo e as mesmas respectivas frequências angulares.

b)
$$\int_0^{\infty} S(w) dw = \int_0^{\infty} g(w) dw$$

Sendo $g(w)$ racional, de acordo com o Teorema da Decomposição Espectral existe a função racional $G(s)$ tal que:

$$g(w) = G(iw) * G(-iw) = |G(iw)|^2$$

Isto implica que, alimentando-se o filtro $G(s)$ com um ruído branco (média nula e variância unitária), obtém-se um sinal de saída com densidade espectral $g(w)$. A função $G(s)$ proposta por Tamehiro et alii (1977) é dada por:

$$G(s) = \frac{a_0 s}{s^2 + a_1 s + a_2} \quad (3.2)$$

onde:

$$\begin{aligned} a_0 &= 0,117 h_{1/3} w_1 \\ a_1 &= 0,341 w_1 \\ a_2 &= 0,596 w_1^2 \end{aligned}$$

No caso de sistemas discretos, o Teorema da Fatorização Espectral garante que a função racional $g(w)$ pode ser dada por:

$$g(w) = H(e^{-iw}) \cdot H(e^{iw}) = |H(e^{iw})|^2$$

Isto justifica o modelo auto-regressivo e de média móvel utilizado por Kallström (1983a,b; 1985):

$$\begin{aligned} \xi(k) + a_1 \xi(k-1) + \dots + a_n \xi(k-n) &= \lambda (v(k) + c_1 v(k-1) + \dots \\ &+ \dots c_n v(k-n)) \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde:

$v(k)$ é um ruído branco gaussiano.

$\xi(k)$ é a altura de onda medida no instante $k.T_s$, sendo T_s o intervalo de amostragem.

a_1, \dots, a_n e λ, c_1, \dots, c_n são parâmetros que foram estimados através do método da máxima verossimilhança.

n é a ordem estimada através do critério de informação de Akaike. Neste caso, realiza-se a medida das alturas de ondas obtidas ao se gerar experimentalmente o espectro dado por (3.1) para $h_{1/3}$ e w_1 escolhidos. A seguir, utiliza-se tais medidas e um método de identificação de sistemas para a estimação dos parâmetros do filtro.

3.4 - MODELO DE ALTA FREQUÊNCIA

As pequenas amplitudes presentes nos movimentos devidos às forças de onda de 1ª ordem permitem a obtenção de modelos lineares e

desacoplados com boa precisão em relação à realidade.

Sendo assim, pode-se tratar da modelagem dos movimentos de alta frequência através de funções de transferência obtidas para cada grau de liberdade e alimentadas pelo processo estocástico que representa a evolução da altura de onda com o tempo.

É comum também uma abordagem menos física do modelo através da construção de filtros ajustados de modo que o sinal de saída seja próximo do movimento observado (Weiss e Devries, 1977; Grimble et alii, 1980; Ambrosino, et alii, 1987). Nesta categoria insere-se o modelo discreto auto-regressivo e de média móvel proposto por Kallström (1983a,b; 1985) para a modelagem dos movimentos de alta frequência da plataforma GVA-4000:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = b_1 \xi(k-1) + \dots + b_n \xi(k-n) \quad (3.4)$$

onde, $y(k)$ é o deslocamento em um dos graus de liberdade considerados (avanço, por exemplo) no instante $k \cdot T_s$. A variável de entrada é a altura de onda ξ . Os parâmetros a_1, \dots, a_n e b_1, \dots, b_n e a ordem n foram obtidos pelos mesmos métodos citados em 3.3, utilizando dados de ensaio com um modelo em escala da plataforma GVA-4000.

3.5 - MODELO DE BAIXA FREQUÊNCIA

Na representação dos movimentos devidos a correntes, ventos, forças de onda de baixa frequência e sistema propulsor, utilizam-se as equações gerais do movimento da embarcação em águas calmas (modelo de manobra). O modelo a ser apresentado baseia-se no trabalho de Norrbin (1970).

3.5.1 - Cinemática do Sólido com Relação aos Referenciais Fixo e M_ovel

Consideremos o movimento de um sólido no plano $X_o Y_o$ definido pelo sistema de referência ortogonal fixo $OX_o Y_o$. Além deste, definimos o sistema ortogonal Gxy_o fixo ao baricentro do sólido conforme a figura 3.1.

A relação entre os vetores

$$\vec{OP} = \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \end{bmatrix}, \quad \vec{GP} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

onde P é um ponto do sólido, é dada por:

$$\vec{OP} - \vec{OG} = \Gamma \vec{GP} \quad (3.5)$$

onde Γ é a matriz de transformação:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\text{sen } \psi \\ \text{sen } \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

sendo ψ o ângulo de "guinada" conforme ilustra a figura 3.1.

Aplicando-se a transformação no sentido oposto, tem-se:

$$\vec{GP} = \Gamma^{-1} (\vec{OP} - \vec{OG}) = \Gamma^T (\vec{OP} - \vec{OG})$$

sendo Γ^T a transposta da matriz Γ .

Qualquer vetor \vec{h} do sistema fixo no sólido tem a sua derivada total calculada através da relação:

$$\dot{\vec{h}}_{\text{abs}} = \dot{\vec{h}} + \vec{\Omega} \times \vec{h} \quad (3.7)$$

onde $\vec{\Omega}$ é o vetor de velocidade angular, ou seja $\Omega = \dot{\psi} \vec{k}$ (\vec{k} é o versor normal ao plano $X_O Y_O$).

Ou, de forma equivalente tem-se:

$$\vec{h}_O = r \vec{h}$$

Sendo \vec{h}_O , um vetor qualquer do sistema fixo $O X_O Y_O$.

Assim, a projeção de $\dot{\vec{h}}_{abs}$ no referencial fixo ao corpo é dada por:

$$\dot{\vec{h}}_{abs} = r^T (\Gamma \dot{\vec{h}} + \dot{r} \vec{h})$$

$$\therefore \dot{\vec{h}}_{abs} = \dot{\vec{h}} + r^T \dot{r} \vec{h} \quad (3.8)$$

Portanto, a velocidade do ponto P pode ser expressa por:

$$\vec{v}_{P_{abs}} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -r \\ r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

onde:

$$u = \dot{x}$$

$$v = \dot{y}$$

$$r = \dot{\psi}$$

Aplicando-se novamente a expressão (3.8) tem-se:

$$a_{abs} = \begin{bmatrix} \dot{u} - rv + r^2 x - \dot{r} y \\ \dot{v} + ru - r^2 y + \dot{r} x \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

que é a aceleração linear do ponto P. A aceleração angular é dada

por $\ddot{\psi} \cdot \vec{k}$.

3.5.2 - Movimento de um Corpo Flutuante no Plano Horizontal

Pode-se aplicar as expressões obtidas anteriormente para a descrição do movimento de um corpo flutuante. No entanto, uma modificação deve ser introduzida no caso da presença de uma corrente homogênea e constante:

Seja $\vec{V}_O^C = \begin{bmatrix} u_O^C \\ v_O^C \end{bmatrix}$ a velocidade de corrente com relação ao referencial $Ox_O y_O$ fixo na "terra", o termo $\Gamma^T V_O^C$ deve ser adicionado ao cálculo da velocidade do ponto P.

Ou seja, a velocidade do ponto P em relação à "terra" terá como componentes:

$$u_1 = u - ry + u_O^C \cos \psi + v_O^C \sin \psi \quad (3.11)$$

e

$$v_1 = v + rx + v_O^C \cos \psi - u_O^C \sin \psi \quad (3.12)$$

É fácil verificar que a expressão da aceleração permanece inalterada.

3.5.3 - Dinâmica de um Corpo Flutuante no Plano, Admitindo-se Fluido Ideal

A aceleração do corpo ocasiona um aumento na energia cinética do fluido que o circunda. Tal aumento de energia manifesta-se sob a forma de uma resistência ao movimento do corpo.

Seja T_L a energia cinética do fluido devida ao movimento do corpo:

$$T_L = 1/2 \int_V \rho U^2 d\tau$$

onde U é a velocidade do elemento fluido e ρ , a sua massa específica. A integral é tomada ao longo do volume ocupado pelo fluido.

Admitindo-se o fluido homogêneo e aplicando-se o Teorema de Green tem-se:

$$T_L = 1/2 \int_V \rho U^2 d\tau = 1/2 \rho \left[\int_V \phi \nabla^2 \phi d\tau - \int_S \phi \frac{\partial \phi}{\partial n} ds \right]$$

onde:

ϕ , é o potencial de velocidade

S é a superfície molhada do corpo

$\partial \phi / \partial n$ é a velocidade do elemento fluido normal à superfície do corpo

como ϕ satisfaz a $\nabla^2 \phi = 0$, tem-se:

$$T_L = - 1/2 \rho \int_S \phi \frac{\partial \phi}{\partial n} ds \quad (3.13)$$

Escrevendo-se o potencial ϕ na forma linearizada com relação às componentes u , v e r , do sistema fixo no corpo, tem-se:

$$\phi = \phi_1 u + \phi_2 v + \phi_3 r \quad (3.14)$$

Aplicando (3.14) em (3.13), obtemos:

$$T_L = - 1/2 * \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{ij} u_i u_j$$

$$A_{ij} = \int_S \phi_i \frac{\partial \phi_j}{\partial n} ds$$

onde A_{ij} são as conhecidas "derivadas hidrodinâmicas" do corpo. Ou seja:

$$2T_L = -X_u \cdot u^2 - Y_v \cdot v^2 - N_r \cdot r^2 - 2X_v \cdot uv - \\ - 2X_r \cdot ur - 2Y_r \cdot vr \quad (3.15)$$

A força e o momento que atuam sobre o corpo podem ser expressos em função da variação da energia cinética do fluido através de (Milne-Thomson, 1968):

$$\vec{F} = - \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_L}{\partial \vec{V}} \right) + \vec{\Omega} \times \frac{\partial T_L}{\partial \vec{V}} \right] \quad (3.16)$$

$$\vec{M} = - \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_L}{\partial \vec{\Omega}} \right) + \vec{\Omega} \times \frac{\partial T_L}{\partial \vec{\Omega}} + \vec{V} \times \frac{\partial T_L}{\partial \vec{V}} \right] \quad (3.17)$$

onde:

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$$

$$\vec{M} = N \vec{k}$$

$$\frac{\partial T_L}{\partial \vec{V}} = \frac{\partial T_L}{\partial u} \vec{i} + \frac{\partial T_L}{\partial v} \vec{j}$$

$$\frac{\partial T_L}{\partial \vec{\Omega}} = \frac{\partial T_L}{\partial r} \vec{k}$$

Aplicando-se (3.15) nas expressões (3.16) e (3.17) tem-se:

$$F_x = X_u \cdot \dot{u} + X_v \cdot \dot{v} + X_r \cdot \dot{r} - Y_v \cdot vr - X_v \cdot ur - Y_r \cdot r^2$$

$$F_y = Y_v \cdot \dot{v} + X_u \cdot ur + Y_r \cdot r + X_v \cdot (\dot{u} + ur) + X_r \cdot r^2$$

$$N = N_r \cdot \dot{r} + (Y_v - X_u) uv + Y_r \cdot (\dot{v} + ur) + X_v \cdot (u^2 - v^2) + X_r \cdot (\dot{u} - vr)$$

3.5.4 - Aplicação à Dinâmica da Plataforma Semi-Submersível

Admitindo-se que a plataforma seja simétrica com relação aos planos xz e yz, as expressões anteriores reduzem-se a:

$$F_x = X_u \dot{u} - Y_v v r \quad (3.18)$$

$$F_y = Y_v \dot{v} + X_u u r \quad (3.19)$$

$$N = N_r \dot{r} + (Y_v - X_u) u v \quad (3.20)$$

Admitindo-se a presença de corrente, tem-se:

$$u_1 = u + u_c^c \cos \psi + v_c^c \sin \psi = u + u_c$$

e

$$v_1 = v + v_c^c \cos \psi - u_c^c \sin \psi = v + v_c$$

Sendo assim:

$$F_x = X_u (\dot{u}_1 - \dot{u}_c) - Y_v (v_1 - v_c) r$$

$$F_y = Y_v (\dot{v}_1 - \dot{v}_c) + X_u (u_1 - u_c) r$$

$$N = N_r \dot{r} + (Y_v - X_u) (u_1 - u_c) (v_1 - v_c)$$

Ou seja,

$$F_x = X_u \dot{u}_1 + (Y_v - X_u) v_c r - Y_v v_1 r \quad (3.21)$$

$$F_y = Y_v \dot{v}_1 + (Y_v - X_u) u_c r + X_u u_1 r \quad (3.22)$$

$$N = N_r r + (Y_v - X_u) (u_c v_c - u_l v_c - v_l u_c + u_l v_l) \quad (3.23)$$

3.5.5 - Equações de Movimento da Plataforma

Aplicando-se os resultados anteriores ao movimento da plataforma em fluido ideal e, pela 2a. Lei de Newton, tem-se:

$$m \cdot a_{G_X} = F_x$$

$$m \cdot a_{G_Y} = F_y$$

$$I_{zz} \cdot \dot{r} = N$$

Ou seja, de (3.10) e (3.21) a (3.23) tem-se:

$$m \cdot (\dot{u}_l - r v_l) = X_u \dot{u}_l + (Y_v - X_u) v_c r - Y_v v r$$

$$m \cdot (\dot{v}_l + r u_l) = Y_v \dot{v}_l + (Y_v - X_u) u_c r + X_u u_l r$$

$$I_{zz} \cdot r = N_r r + (Y_v - X_u) (u_c v_c - u_l v_c - v_l u_c + u_l v_l)$$

onde:

m é a massa da plataforma

a_G é a aceleração do seu baricentro

I_{zz} é o momento de inércia em relação ao eixo z

Através da adimensionalização, utilizando o sistema "bis" (Norbinn, 1970), tem-se:

$$(1 - X_u'') \dot{u}_l = (Y_v'' - X_u'') v_c r + (1 - Y_v'') v_l r \quad (3.24)$$

$$(1 - Y_v'') \dot{v}_l = (Y_v'' - X_u'') u_c r + (X_u'' - 1) u_l r \quad (3.25)$$

$$L(k_{zz}'' - N_r'')r = \frac{1}{L}(Y_v'' - X_u'')u_1 v_1 + \frac{1}{L}(Y_v'' - X_u'')(u_c v_c - u_1 u_c - u_c v_1) \quad (3.26)$$

onde:

$$X_u'' = \frac{X_{\dot{u}}}{m}; \quad Y_v'' = \frac{Y_{\dot{v}}}{m}; \quad N_r'' = \frac{N_{\dot{r}}}{mL}$$

$$k_{zz}'' = \frac{k_{zz}}{L}$$

sendo:

L o comprimento da plataforma

k_{zz} o raio de giração em torno do eixo z

3.5.6 - Efeitos Viscosos

Ao considerar-se o movimento em fluido real deve levar-se em conta os esforços oriundos da viscosidade.

Tal efeito pode ser considerado através da divisão da embarcação em vários elementos cujo coeficiente de arrasto, C_D , seja conhecido. A seguir, passa-se ao cálculo do arrasto total:

$$F_V = -\frac{1}{2}\rho \left(\sum_{i=1}^N C_{D_i} A_i \right) V_r^2$$

onde:

N é o número de elementos considerados

A_i é a área projetada do elemento perpendicular ao escoamento

V_r é a velocidade da embarcação relativa à água:

$$V_r = \sqrt{(u_1 - u_c)^2 + (v_1 - v_c)^2}$$

O termo A_i é função do ângulo relativo entre o escoamento e o a proamento da plataforma.

Assim, o valor de A_i varia toda a vez que o aproamento muda.

Naturalmente, uma abordagem mais simples para o cálculo da força de arrasto é obtida quando se decompõe V_r nas direções x e y (A_i possui um valor constante em cada direção):

$$F_{V^x} = -\frac{1}{2} \rho \left(\sum_{i=1}^N C_D A_{ix} \right) (V_r \cos \gamma_r)^2 = -C'_{Dx} (u_1 - u_c)^2 \quad (3.27)$$

$$F_{V^y} = -\frac{1}{2} \rho \left(\sum_{i=1}^N C_D A_{iy} \right) (V_r \sen \gamma_r)^2 = -C'_{Dy} (v_1 - v_c)^2 \quad (3.28)$$

onde:

γ_r é a direção do escoamento relativa à embarcação

C'_D substitui a $1/2 \rho \left(\sum_{i=1}^N C_D A_i \right)$, que são constantes em (3.27) e (3.28)

Um critério mais conservador é proposto pela Sociedade Classificadora DNV (Olsen, 1976) e que é utilizado por Kallström (1983a,b ; 1985). Decompõe-se a força total nas direções x e y, mas admite-se que os termos C'_D sejam os mesmos das expressões anteriores. Ou seja:

$$F_{V^x} = -C'_{Dx} V_r^2 \cos \gamma_r = C'_{Dx} \sqrt{(u_c - u_1)^2 + (v_c - v_1)^2} * (u_c - u_1)$$

$$F_{V^y} = -C'_{Dy} V_r^2 \sen \gamma_r = C'_{Dy} \sqrt{(u_c - u_1)^2 + (v_c - v_1)^2} * (v_c - v_1)$$

Para o momento viscoso será utilizada a expressão obtida em ensaios com modelos em escala da plataforma GVA-4000 (Kallström, 1983a, b; 1985):

$$N_v = C'_{Dz} V_r^2 \sen 2\gamma_r + N_r * |r|/r$$

onde C'_{Dz} e N_r são constantes negativas.

3.5.7 - Esforços Provocados Pelo Vento

Na representação da velocidade do vento, será adotada a abordagem normalmente utilizada no projeto de estruturas oceânicas (Olsen, 1976), que divide a velocidade do vento em duas parcelas:

$$V_w = \bar{V} + V_{\text{turb.}}$$

onde:

\bar{V} é a velocidade média

$V_{\text{turb.}}$ é a velocidade devida à turbulência (rajada)

Ambas são estimadas com base em dados estatísticos da área de interesse. No caso da estimação de \bar{V} , pode-se utilizar a medida da velocidade média do vento durante um minuto num período de recorrência de "N" anos (Olsen, 1976). Quanto à parcela devida à turbulência, pode-se caracterizá-la através de uma função da densidade espectral de potência (Davenport, 1978). Da mesma forma que a realização do mar real, um filtro colorido representado pela função de transferência linear $G(s)$ pode ser ajustado à função de densidade espectral (Kallström, 1983a,b).

Tendo-se a velocidade do vento a cada instante, calcula-se os esforços através de expressões análogas às dos esforços viscosos, utilizando o mesmo critério na decomposição das forças (Kallström, 1983 a,b), ou seja:

$$F_{wx} = C'_{wx} * V_w^2 * \cos \gamma_{wr}$$

$$F_{wy} = C'_{wy} * V_w^2 * \sin \gamma_{wr}$$

onde, γ_{wr} é o ângulo de incidência do vento relativo à estrutura. Para fins práticos, como a velocidade da plataforma é bem menor que

a velocidade do vento, tem-se:

$$\gamma_{wr} = \gamma_w - \psi$$

onde γ_w é a direção do vento relativa ao referencial fixo $Ox_o Y_o$.

3.5.8 - Forças de Deriva Devidas a Ondas

Dá-se este nome às forças de onda de 2a. ordem, as quais induzem na embarcação um movimento lento de deriva na direção da onda caso não haja restrições.

A importância de tais forças, apesar de possuírem pequena magnitude, reside no fato de poderem excitar movimentos lentos de grande amplitude sobre embarcações amarradas. Este fenômeno se deve à coincidência entre as frequências das forças de deriva em ondas irregulares e as frequências naturais dos movimentos horizontais de embarcações amarradas. Isto aliado ao fato do amortecimento dos movimentos lentos no plano horizontal ser muito pequeno pode ocasionar oscilações de grande amplitude (Pinkster, 1980).

Costuma-se dividir a força de deriva em duas parcelas, a força média de deriva e a parcela oscilatória de baixa frequência. Ao contrário das forças de 1a. ordem, a primeira parcela não é nula, e seu cálculo relaciona-se à força de deriva devida a ondas regulares, enquanto a segunda parcela está associada com as frequências dos grupos de onda que virtualmente compõem o trem de ondas irregulares (Remery e Hermans, 1971). Sendo assim, pode-se ilustrar a composição de tais forças através da figura 3.3.

Segundo Pinkster (1980), para embarcações de superfície em águas profundas, pode-se aproximar o cálculo da força de deriva através da seguinte integral ao longo da linha d'água:

$$F_D = - C \int_{WL} \frac{1}{2} \rho g (\xi - z^{(1)})^2 \cdot \vec{n} \cdot \vec{d}\ell = - C \int_{WL} \frac{1}{2} \rho g \xi_r^2 \cdot \vec{n} \cdot \vec{d}\ell$$

onde:

F_D é a força de deriva

$z^{(1)}$ movimento em arfagem de 1ª ordem

\vec{n} é a normal à superfície de acordo com o sistema de coordenadas G-x-y-z

C é uma constante que relaciona a força total de deriva com a parcela $\int_{WL} \frac{1}{2} \rho g \xi_r^2 \vec{n} \cdot \vec{d}\ell$

ξ_r é a altura relativa de onda: $\xi - z^{(1)}_{WL}$

No caso da obtenção de F_D através de ensaios com modelos passa-se à expressão:

$$F_D = - C \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \rho g \xi_{ri}^2(t) * n_i \Delta \ell_i$$

onde:

n é o número de estações ao longo da linha d'água do modelo nas quais é medida a altura relativa de onda

$\xi_{ri}(t)$ é a medida da altura relativa de onda na estação i e no instante t

n_i é a normal à superfície na estação i

$\Delta \ell_i$ é o comprimento da estação i

Baseado no trabalho de Pinkster (1980), Kallström (1983a,b;1985) propõe expressões simplificadas para o cálculo das forças de deriva:

$$X_{WD} = - C_x (\xi - z)^2 * \cos(\gamma_{onda} - \psi)$$

$$Y_{WD} = - C_y (\xi - z)^2 * \sin(\gamma_{onda} - \psi)$$

onde:

ξ e z são obtidos através dos filtros descritos nas seções 3.2 e 3.3

γ_{onda} é a direção da onda relativa ao referencial fixo na terra $Ox_0 Y_0$

3.6 - MODELO DE SIMULAÇÃO DA PLATAFORMA GVA-4000

Baseado nas considerações anteriores será apresentado o modelo de simulação dinâmica da plataforma GVA-4000.

Adotando-se o espectro dado pela I.S.S.C. (3.1), será testado o mar caracterizado pelos valores de frequência angular característica (w_1) e altura significativa de onda ($h_{1/3}$) apresentados na tabela 3.2. A mesma tabela mostra os coeficientes da equação (3.3) utilizados na sua realização.

Na simulação dos movimentos de alta frequência é adotada a expressão (3.4) cujos coeficientes correspondentes aos movimentos de avanço, deriva, guinada e arfagem são apresentados na tabela 3.3. Os resultados da utilização dos modelos acima estão ilustrados nas figuras 3.4 a 3.8.

No caso dos movimentos de baixa frequência, adicionando-se os esforços aplicados pelo sistema propulsor, tem-se:

$$(1-X_{\dot{u}}'') \dot{u}_1 = (1-Y_{\dot{v}}'') v_1 r + (Y_{\dot{v}}'' - X_{\dot{u}}'') v_c r + X_{v/m} + X_{wD/m} + X_{w/m} + T_{x/m} \quad (3.29)$$

$$(1-Y_{\dot{v}}'') \dot{v}_1 = (X_{\dot{u}}'' - 1) u_1 r + (Y_{\dot{v}}'' - X_{\dot{u}}'') u_c r + Y_{v/m} + Y_{wD/m} + Y_{w/m} + T_{y/m} \quad (3.30)$$

$$L(k_{zz}'' - N_r'') r = \frac{1}{L} (Y_{\dot{v}}'' - X_{\dot{u}}'') u_1 v_1 + \frac{1}{L} (Y_{\dot{v}}'' - X_{\dot{u}}'') (u_c v_c - u_1 v_c - u_c v_1) + N_{v/mL} + N_{w/mL} + T_{z/mL} \quad (3.31)$$

As massas adicionais (Kallström, 1983a) e demais dados relativos à massa e geometria da plataforma estão apresentados na tabela 3.1.

As expressões utilizadas para os esforços viscosos são:

$$X_V = -m * 0.0123 * V_r^2 * \cos \gamma_r \quad (3.32)$$

$$Y_V = -m * 0.0170 * V_r^2 * \sen \gamma_r \quad (3.33)$$

$$N_V = (m * L) * (-0.000946 * V_r^2 * \sen(2\gamma_r) - 3.75 |r| r) \quad (3.34)$$

Com relação ao vento, Kallström (1983a,b) admite uma velocidade média de 15 m/s e um espectro de potência dado por:

$$\phi_{\text{turb}} = 917 w (1 + 162 w^2)^{-4/3}$$

cujo o período de pico é 105s e o desvio padrão 2,7 m/s.

A realização da parcela de turbulência é obtida através da entrada de um ruído branco discreto (média nula, desvio padrão 3,1 m/s e intervalo de amostragem de 0,32s) no filtro:

$$G(s) = \frac{b_1 s}{s^2 + a_1 s + a_2}$$

com $a_1 = 0,17$; $a_2 = 0,003$ e $b_1 = 0,93$.

As expressões dos esforços, obtidas através de testes em tunel de vento com um modelo em escala da GVA-4000 são (Kallström, 1983a, b):

$$X_W = m * 5,49 * 10^{-5} * V_w^2 * \cos(\gamma_w - \psi)$$

$$Y_W = m * 5,91 * 10^{-5} * V_w^2 * \sen(\gamma_w - \psi)$$

$$N_w = (m \cdot L) * 1,18 * 10^{-6} * V_w^2 * \text{sen}[4(\gamma_w - \psi)]$$

Para as forças de onda de baixa frequência, tem-se:

$$X_{wD} = m * 0,0021 * (\xi(t) - z(t))^2 * \text{cos}(\gamma_{\text{onda}} - \psi)$$

$$Y_{wD} = m * 0,0014 * (\xi(t) - z(t))^2 * \text{sen}(\gamma_{\text{onda}} - \psi)$$

Os deslocamentos em relação ao referencial fixo na terra são obtidos através da integração das equações:

$$\dot{X}_O = u_1 * \text{cos } \psi - v_1 * \text{sen } \psi \quad (3.35)$$

$$\dot{Y}_O = u_1 * \text{sen } \psi - v_1 * \text{cos } \psi \quad (3.36)$$

$$\dot{\psi}_O = r \quad (3.37)$$

Finalmente, os deslocamentos totais são obtidos somando-se as parcelas de alta frequência e de baixa frequência:

$$X_T = X_O + x_{h_f}$$

$$Y_T = Y_O + y_{h_f}$$

$$\psi_T = \psi_O + \psi_{h_f}$$

onde x_{h_f} , y_{h_f} e ψ_{h_f} são os deslocamentos em avanço, deriva e guinada de alta frequência.

Tabela 3.1 - Dados característicos da plataforma GVA 4000

Comprimento total	85,6 m
Boca	76,8 m
Comprimento do pontoon	80,6 m
Boca do pontoon	16,0 m
Altura do pontoon	7,5 m
Diâmetro das colunas	12,9 m
Calado de operação	20,5 m
Deslocamento operacional	25310 m ³
Raio de giração em torno do eixo z (k_{zz})	31,2 m
Massa adicional em avanço ($X_{\dot{u}}''$)	-0,15
Massa adicional em deriva ($Y_{\dot{v}}''$)	-0,50
Massa adicional em guinada ($N_{\dot{r}}''$)	-0,086

Tabela 3.2 - Modelo de mar simulado

$h_{1/3}$	5,6 m
T_{pico}	12 s
$w_1 = 1.296 * 2\pi / T_{pico}$	0,68 rad/s
$a_1 = -1,85$	$c_1 = -0,00997$
$a_2 = 0,233$	$c_2 = -0,380$
$a_3 = 1,23$	$c_3 = -0,0321$
$a_4 = -0,599$	$c_4 = -0,394$
$\lambda = 0,107$	

Tabela 3.3 - Coeficientes dos modelos de alta frequência

	AVANÇO (m)	DERIVA (m)	GUINADA (graus)	ARFAGEM (m)
a_1	-2,38	-1,72	-0,442	-0,211
a_2	1,69	-0,172	0,0341	-1,64
a_3	-0,150	1,62	-0,475	0,199
a_4	-0,144	-0,716	0,0170	0,757
b_1	0,00791	0,0120	-0,134	-0,0247
b_2	-0,00527	-0,0115	0,0717	0,0355
b_3	-0,0116	-0,0111	-0,0304	0,0375
b_4	0,0110	0,0129	0,0656	-0,0525

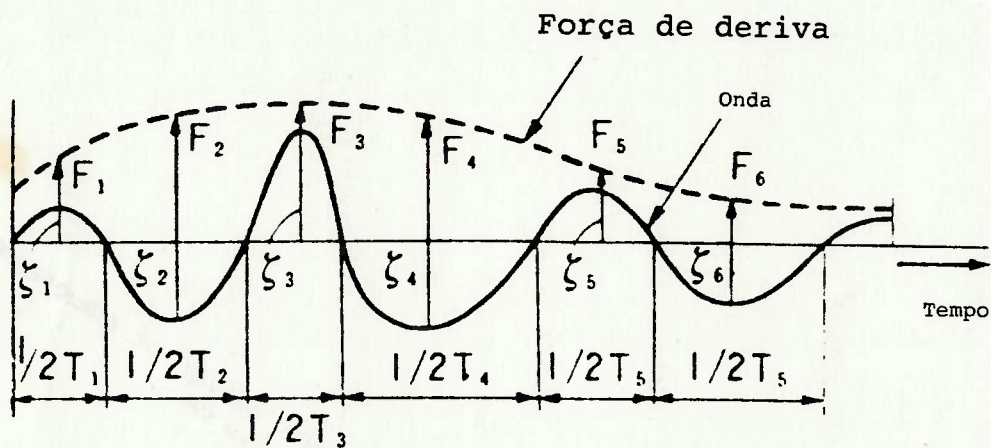


Figura 3.3 Composição da força de deriva em ondas irregulares



Figura 3.4 Altura de onda

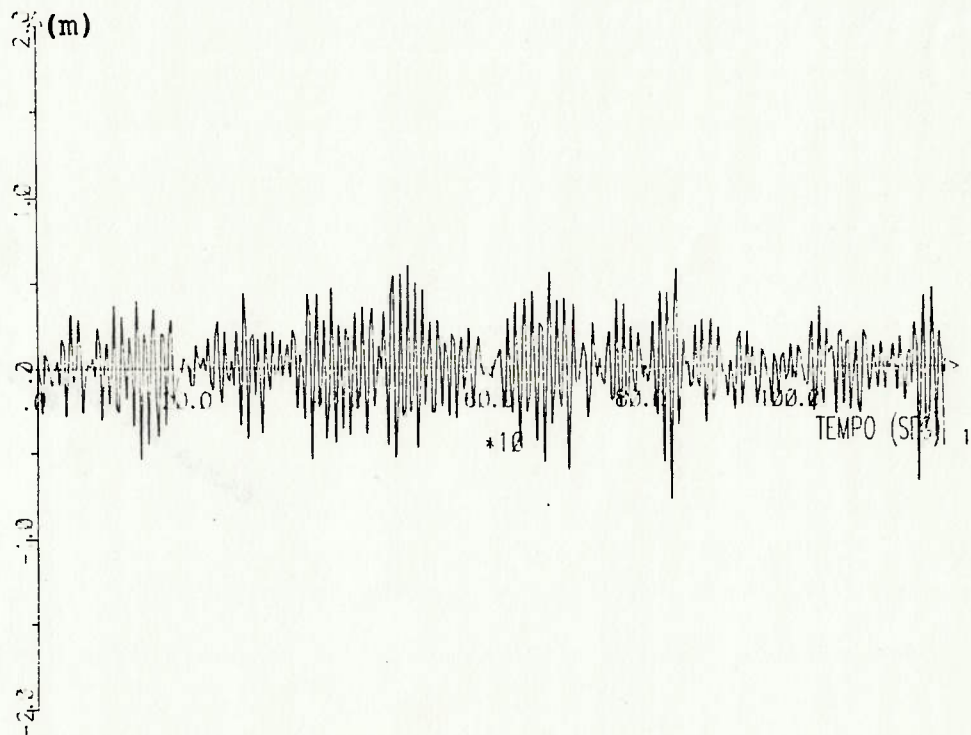


Figura 3.5 Movimento de avanço de alta frequência

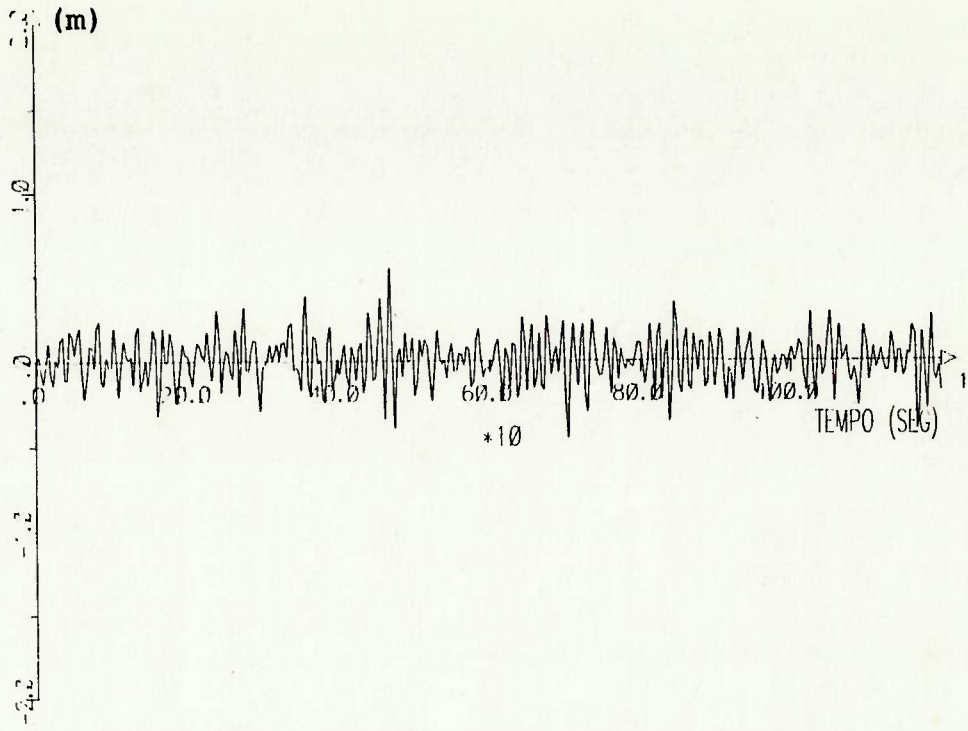


Figura 3.6 Movimento de deriva de alta frequência

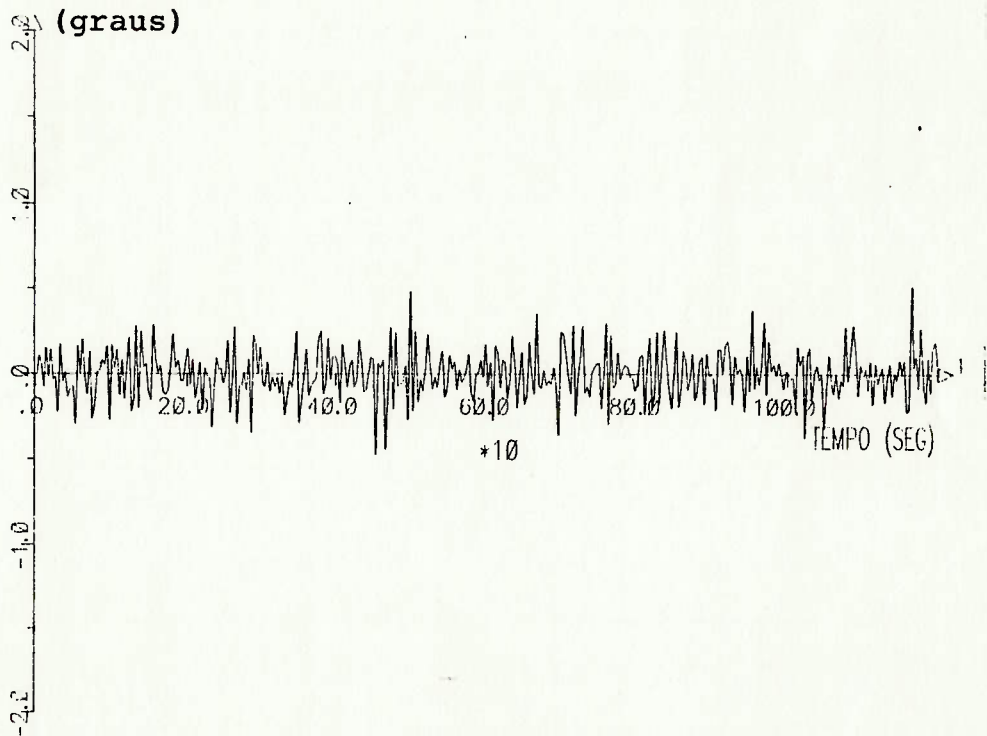


Figura 3.7 - Movimento de guinada de alta frequência



Figura 3.8 - Movimento de arfagem de alta frequência

CAPITULO 4

APLICAÇÃO DO CONTROLADOR DE MÍNIMA VARIÂNCIA
GENERALIZADA AO PROBLEMA DE POSICIONAMENTO DINÂMICO

4.1 - INTRODUÇÃO

4.1.1 - Características Gerais de Funcionamento de um Sistema de Po
sicionamento Dinâmico

Um sistema de posicionamento dinâmico visa a manutenção da posi
ção e aproamento da embarcação dentro de limites pré-definidos. Pa
ra tal, vale-se unicamente dos esforços aplicados por propulsores.
Pode-se esquematizar a atuação de um SPD através da figura 4.1.

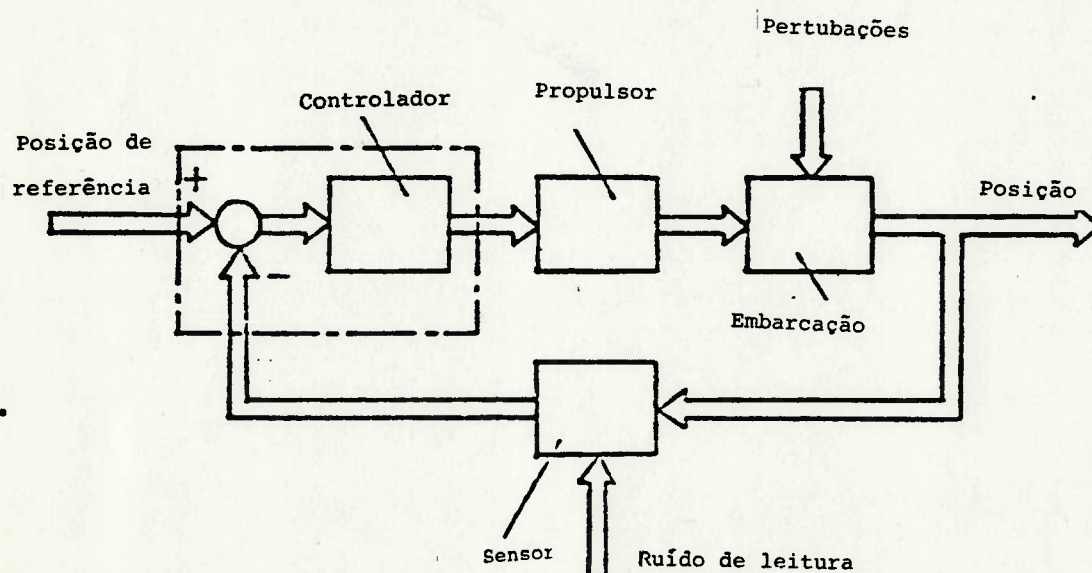


Figura 4.1 Esquema básico da atuação de um SPD

A posição e o aproamento são medidos através de um sistema de sensores. Os desvios em relação aos valores desejados de posição e aproamento são utilizados como sinais de entrada para o controlador, que calcula os valores requeridos de empuxo e os envia aos atuadores do sistema propulsor.

4.1.2 - Sistema de Sensores de Posição e Aproamento

Há três tipos de sistemas de sensores comumente utilizados para a medida de posição: os sistemas hidro-acústicos, sistemas de rádio e os sistemas de corda tensionada. O aproamento é medido através de uma agulha giroscópica.

Os sistemas hidro-acústicos baseiam-se na medida de sinais acústicos trocados entre emissores e receptores distribuídos no fundo do mar e na embarcação. As figuras 4.2a a 4.2c mostram os esquemas mais utilizados.

O sistema de corda tensionada consiste em uma massa sobre o fundo do mar ligada a embarcação através de uma corda mantida à tensão constante. Através de inclinômetros mede-se os ângulos nos planos longitudinal e transversal da embarcação entre a corda e a vertical. Conhecendo-se a profundidade local, pode-se calcular a posição da embarcação conforme ilustram as figuras 4.3a e 4.3b.

Tanto os sistemas hidro-acústicos como os de corda tensionada, possuiriam desvios em suas medidas devidos aos movimentos de caturro e balanço da embarcação. Para compensar os efeitos destes movimentos, utilizam-se as "unidades verticais de referência" (V.R.U.), que operam como inclinômetros localizados o mais próximo possível da linha de centro da embarcação. Os sinais enviados por estes dispositivos aos sensores de posição permitem uma correção nas medidas

O sistema de rádio utiliza a informação trocada entre duas esta

ções, uma fixa e outra solidária à embarcação através de sinais de microondas. Pode-se assim obter a distância entre as estações e o ângulo entre o segmento que une as estações e uma direção de referência tomada a partir da estação fixa, conforme mostra a figura 4.4. Com estes dados, calcula-se o deslocamento em relação à posição de referência.

Pode-se citar também sistemas que empregam satélites, ou sistemas de rádio como os DECA e LORAN, embora estes possuam utilização mais restrita (Morgan, 1978, Lough, 1987).

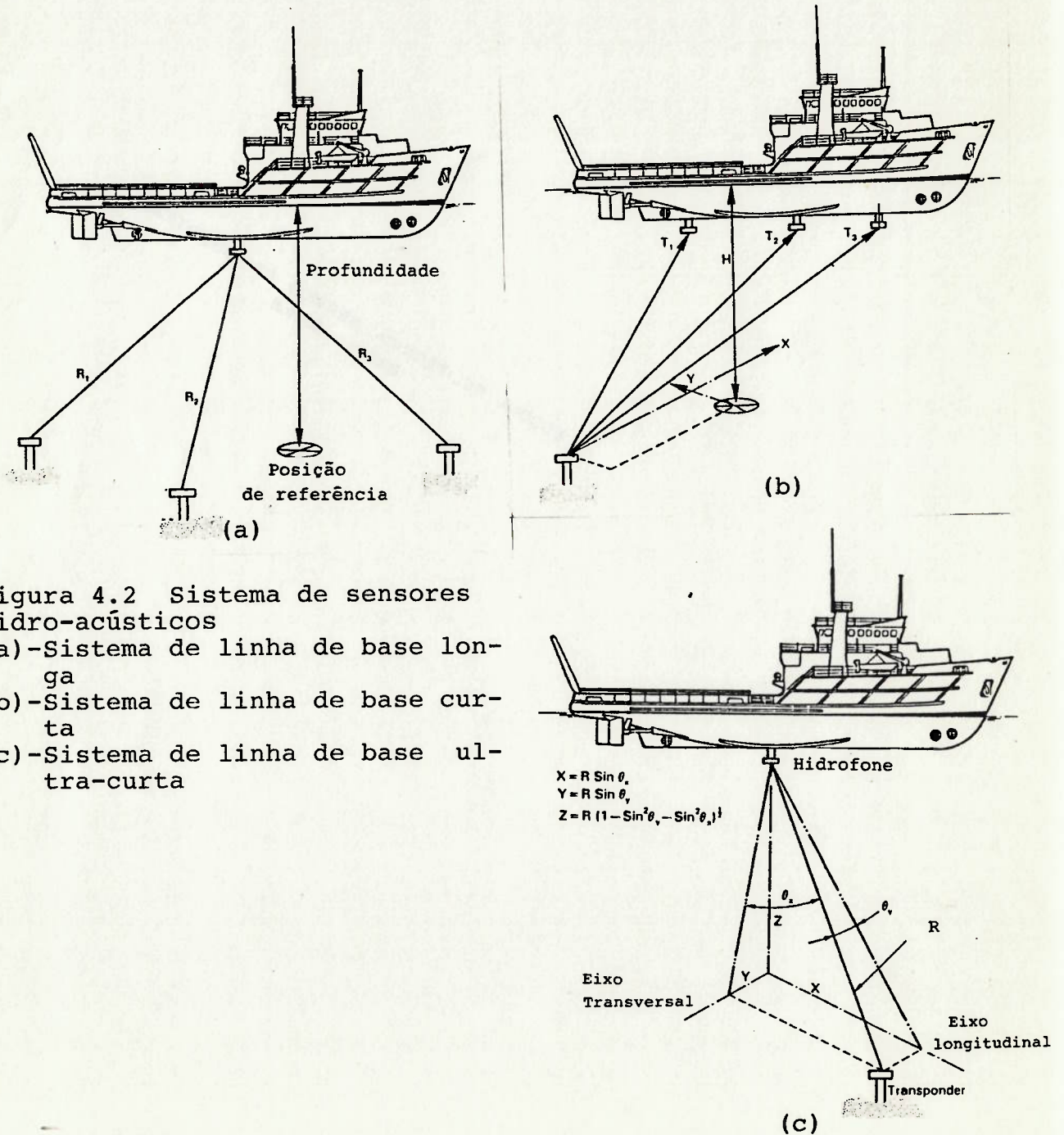
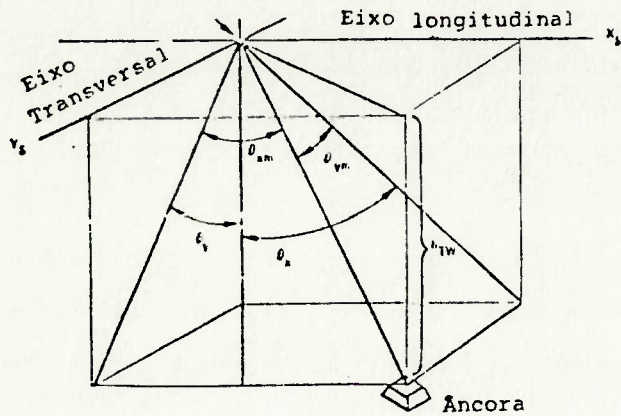


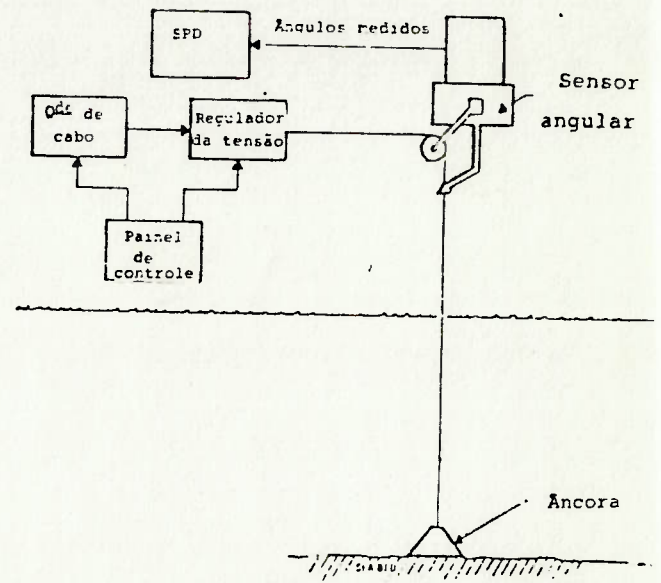
Figura 4.2 Sistema de sensores hidro-acústicos
 (a)-Sistema de linha de base longa
 (b)-Sistema de linha de base curta
 (c)-Sistema de linha de base ultra-curta



$$x = h \cdot \tan \theta_x = h \cdot \frac{\sin \theta_{xm}}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_{xm} - \sin^2 \theta_{ym}}}$$

$$y = h \cdot \tan \theta_y = h \cdot \frac{\sin \theta_{ym}}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_{xm} - \sin^2 \theta_{ym}}}$$

(a)



(b)

Figura 4.3 Sistema de corda tensionada: (a) Cálculo da posição
(b) Componentes principais

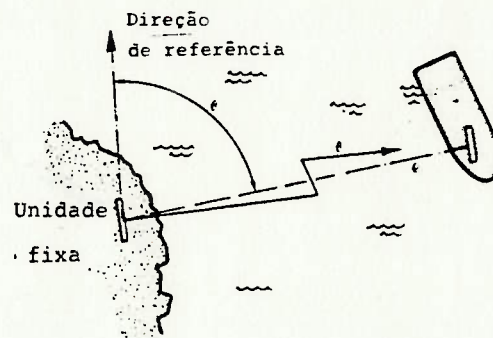


Figura 4.4 Sistema de medida de posição através de microondas

4.1.3 - Sistema de Controle e Alocação de Empuxos

O controlador opera normalmente sob a forma de um computador de bordo. Em situações de emergência, utiliza-se o controle manual através de "joy-sticks", que permitem o controle conjunto de todos os propulsores ou de cada um independentemente.

Utiliza-se a retro-alimentação para controlar os movimentos devidos a esforços de onda e correntes e, normalmente, a pré-alimentação para controlar os movimentos impostos pelo vento. Neste caso, os sinais enviados por sensores de velocidade e direção do vento são utilizados no cálculo das forças de empuxo, que atuam sobre a embarcação antecipadamente aos movimentos que seriam induzidos. O controle pode ser multivariável, ou pode ser feito através de três malhas independentes, uma para cada um dos movimentos.

Conforme discutido anteriormente, as características dos movimentos de alta frequência permitem que estes sejam tratados de forma independente. Por isto, utilizam-se três filtros para os sinais de deslocamento em alta frequência, um para cada movimento. Os filtros utilizados são do tipo rejeição de banda ou filtros de Kalman.

Uma vez calculados pelo sistema de controle, as forças nas direções de avanço e deriva e o momento de guinada devem ser distribuídos entre os propulsores. O problema de alocação dos empuxos torna-se complexo na medida em que se tenha vários propulsores podendo ou não atuar em direções variáveis (propulsores azimutais). Neste caso, utilizam-se alguns critérios simplificados de alocação (Reinhart, 1976; Morgan, 1978), ou resolve-se o problema de forma mais rigorosa, através de métodos de otimização que visam minimizar a energia gasta pelo sistema propulsor (Hellström, Moberg, 1983; Matsumoto et alii, 1985).

4.1.4 - Sistema Propulsor

Pode-se dividir o sistema propulsor em três componentes principais: o motor, o sistema de controle da propulsão e o propulsor.

O motor geralmente é do tipo elétrico. Embora também possam ser utilizados motores hidráulicos, os motores elétricos são preferidos por sua boa integração com o sistema de geração de energia da embarcação e por sua disponibilidade.

Os sistemas de controle de propulsão dividem-se basicamente em duas categorias, controle do passo e controle de rotação do propulsor (Morgan, 1978).

Os dois tipos de controle estão integrados com o motor elétrico. No caso do controle do passo, o propulsor possui rotação constante. Sendo assim, é conveniente a escolha de um motor de corrente alternada.

Se o controle for de rotação, o controlador pode atuar diretamente sobre a rotação do motor elétrico, que neste caso pode ser de corrente alternada com um conversor ou de corrente contínua.

Quanto aos propulsores, estes podem ser classificados em relação ao tipo e à disposição na embarcação.

No caso da propulsão principal, fixa na direção longitudinal da embarcação e relacionada não só ao posicionamento dinâmico, como também ao seu traslado de maneira geral, utilizam-se hélices comuns ou com dutos, conforme a figura 4.5.

Para a propulsão lateral, pode-se utilizar hélices simples, com dutos ou no interior de túneis que atravessam a embarcação de um bordo a outro, como ilustra a figura 4.6.

Finalmente, pode-se citar a propulsão de direção variável, realizada através de hélices azimutais (simples ou com dutos) ou de propulsores cicloidais, ilustrados na figura 4.7.

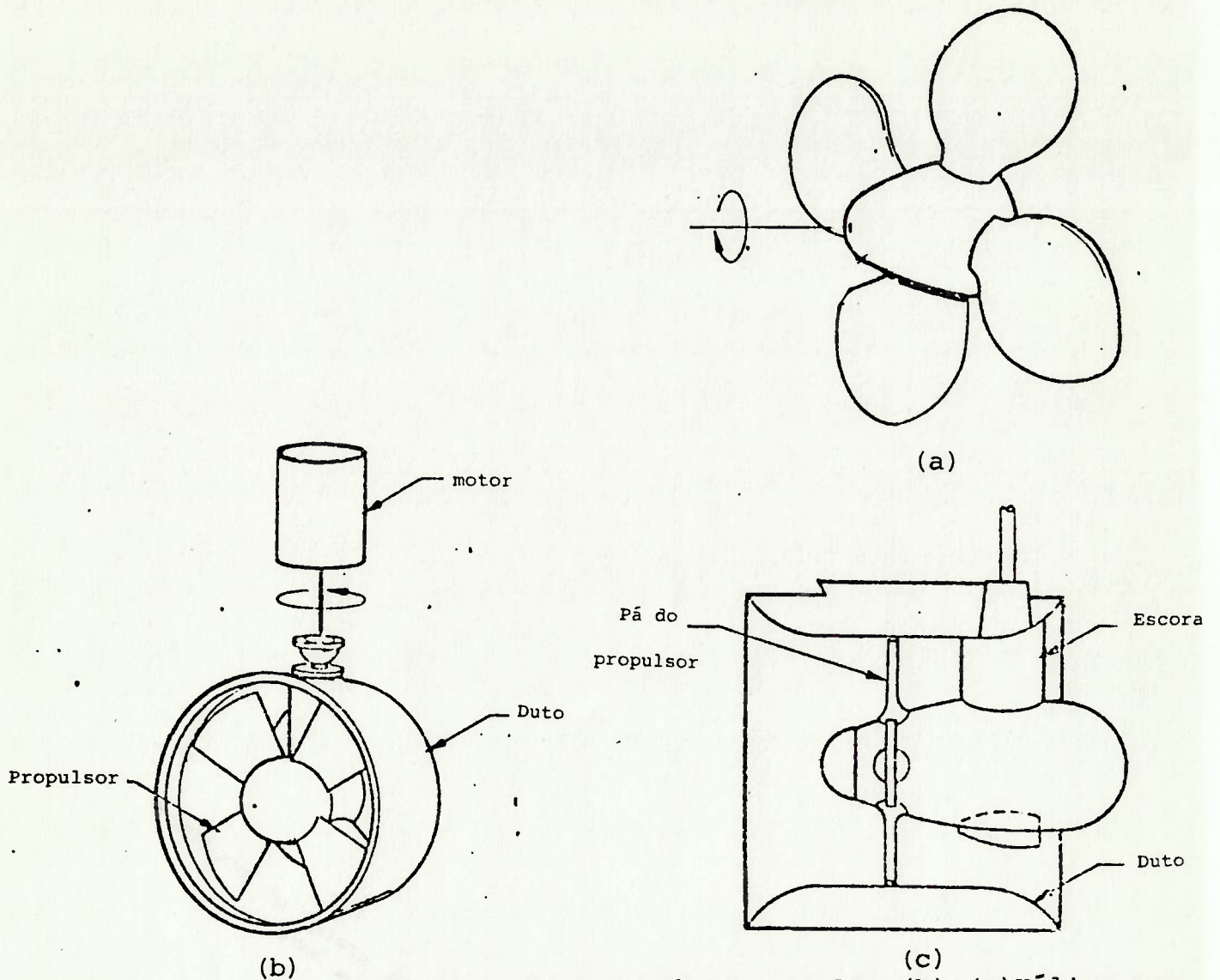


Figura 4.5 Propulsão principal: (a) Hélice simples; (b) e (c) Hélice com dutos

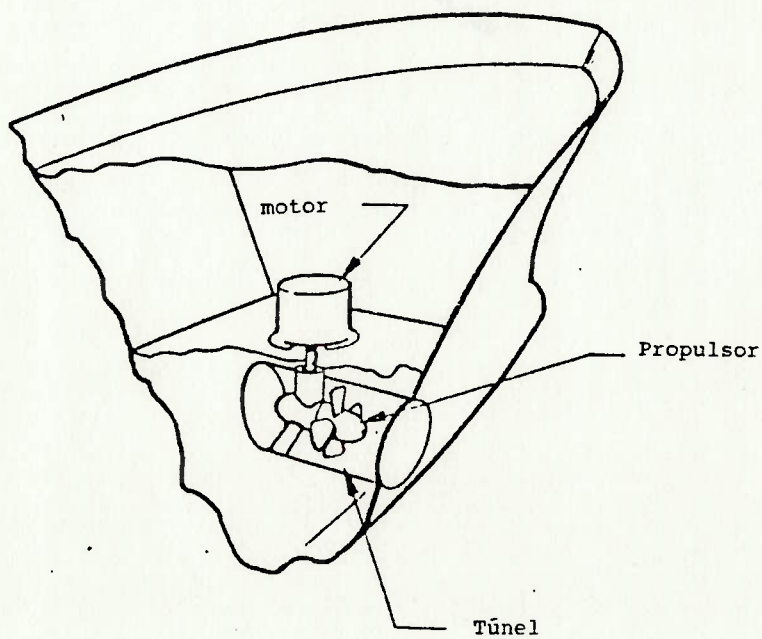


Figura 4.6 Propulsão lateral: instalação em túneis

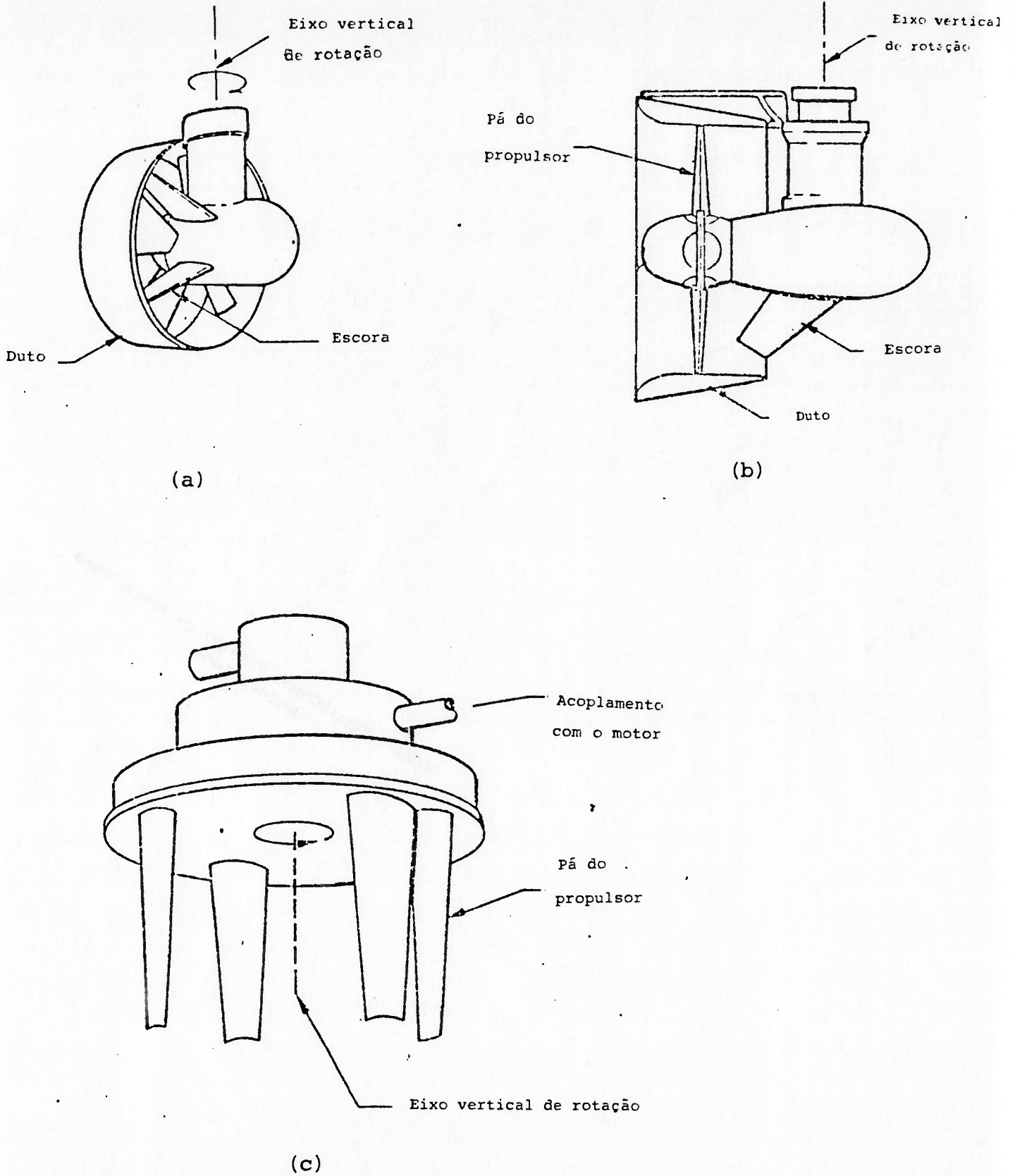


Figura 4.7 Propulsão de direção variável
(a) e (b) Hélices azimutais
(c) Propulsor cicloidal

4.2 - ANÁLISE DO MODELO LINEARIZADO DE BAIXA FREQUÊNCIA

Inicialmente será feita a linearização das equações (3.29-3.37) com relação às variáveis u_1, v_1, r , em torno dos valores $u_1=v_1=r=0$ e $u_c=u_c^0$ e $v_c=v_c^0$.

Não serão consideradas as forças de baixa frequência devidas às ondas e ao vento. O modelo matemático obtido é dado pelas seguintes equações:

$$\dot{u}_1 = - \left[\frac{C_{Dx}}{(1-X_u'')} * \left(\frac{u_c^{02}}{u_c^{02}+v_c^{02}} + \sqrt{u_c^{02}+v_c^{02}} \right) \right] * u_1 -$$

$$- \left(\frac{C_{Dx} * v_c^0 * u_c^0}{(1-X_u'') * \sqrt{u_c^{02}+v_c^{02}}} \right) * v_1 - \left[\frac{(X_u''-Y_v'') * v_c^0}{1-X_u''} \right] * r + \frac{T_x}{(1-X_u'') * m}$$

$$\dot{v}_1 = - \left(\frac{C_{Dy} * v_c^0 * u_c^0}{(1-Y_v'') * \sqrt{u_c^{02}+v_c^{02}}} \right) * u_1 - \left[\frac{C_{Dy}}{(1-Y_v'')} * \left(\frac{u_c^{02}}{u_c^{02}+v_c^{02}} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \sqrt{u_c^{02}+v_c^{02}} \right) \right] * v_1 - \left[\frac{(X_u''-Y_v'')}{(1-Y_v'')} * u_c^0 \right] * r + \frac{T_y}{(1-Y_v'') * m}$$

$$\dot{r} = \left[\frac{(X_u''-Y_v''+C_{DZ} * L) * v_c^0}{L^2 (k_{ZZ}''^2 - N_r'')} \right] * u_1 + \left[\frac{(X_u''-Y_v''+C_{DZ} * L) * u_c^0}{L^2 (k_{ZZ}''^2 - N_r'')} \right] * v_1 +$$

$$+ \frac{T_z}{L^2 (k_{ZZ}''^2 - N_r'') * m}$$

$$\dot{x}_0 = u_1$$

$$\dot{y}_0 = v_1$$

$$\dot{\psi} = r$$

Utilizando a representação de espaço de estados, tem-se:

$$\dot{\bar{X}} = A\bar{X} + B\bar{U}$$

$$\bar{Y} = C\bar{X}$$

onde:

$$\bar{x} = [u_1 \ v_1 \ r \ x_0 \ y_0 \ \psi]^T$$

$$\bar{U} = [T_x \ T_y \ T_z]^T$$

$$\bar{Y} = [x_0 \ y_0 \ \psi]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = - \frac{C_{Dx}}{(1-X_u^0)} * \left(\frac{u_c^{02}}{\sqrt{u_c^{02}+v_c^{02}}} + \sqrt{u_c^{02}+v_c^{02}} \right) , \quad C_{Dx} = C'_{Dx}/m$$

$$a_{12} = - \frac{C_{Dx} * v_c^0 * u_c^0}{(1-X_u^0) * \sqrt{u_c^{02}+v_c^{02}}}$$

$$a_{13} = \frac{(Y_v'' - X_u'')}{1 - X_u''} * v_c^o$$

$$a_{21} = - \frac{C_{Dy} * v_c^o * u_c^o}{(1 - Y_v'') * \sqrt{u_c^{o2} + v_c^{o2}}} \quad , \quad C_{Dy} = C_{Dy}'/m$$

$$a_{22} = - \frac{C_{Dy}}{(1 - Y_v'')} * \left(\frac{u_c^{o2}}{\sqrt{u_c^{o2} + v_c^{o2}}} + \sqrt{u_c^{o2} + v_c^{o2}} \right)$$

$$a_{23} = \frac{(Y_v'' - X_u'')}{(1 - Y_v'')} * u_c^o$$

$$a_{31} = \frac{(X_u'' - Y_v'' + C_{Dz} * L) * v_c^o}{L^2 * (k_{ZZ}^2 - N_r'')} \quad , \quad C_{Dz} = -C_{Dz}'/mL$$

$$a_{32} = \frac{(X_u'' - Y_v'' + C_{Dz} * L) * u_c^o}{L^2 * (k_{ZZ}^2 - N_r'')}$$

$$b_1 = \frac{1}{(1 - X_u'') * m}$$

$$b_2 = \frac{1}{(1 - Y_v'') * m}$$

$$b_3 = \frac{1}{L^2 * (k_{ZZ}^2 - N_r'') * m}$$

Aplicando a transformada de Laplace tem-se:

$$\bar{Y}(s) = C(SI - A)^{-1} B \bar{U}(s) = H(s) \bar{U}(s)$$

onde I é a matriz identidade 6×6 .

O termo $H(s)$ corresponde à matriz de transferência do sistema, que é dada por:

$$H(s) = C \frac{\text{Adj}(SI-A)}{\det(SI-A)} B$$

Ou seja:

$$H(s) = \frac{1}{g(s)} * \begin{bmatrix} h'_{11}(s) & h'_{12}(s) & h'_{13}(s) \\ h'_{21}(s) & h'_{22}(s) & h'_{23}(s) \\ h'_{31}(s) & h'_{32}(s) & h'_{33}(s) \end{bmatrix}$$

onde:

$$g(s) = s[s^3 - (a_{11} + a_{22})s^2 + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} - a_{13}a_{31} + a_{23}a_{32})s + a_{11}a_{23}a_{32} + a_{22}a_{13}a_{31} - a_{12}a_{23}a_{31} - a_{13}a_{21}a_{32}]$$

$$h'_{11}(s) = b_1 * (s^2 - a_{22}s - a_{23}a_{32})$$

$$h'_{12}(s) = b_1 * (a_{12}s + a_{13}a_{32})$$

$$h'_{13}(s) = b_1 * (-a_{13}s + a_{13}a_{22} - a_{12}a_{23})$$

$$h'_{21}(s) = b_2 * (a_{21}s + a_{23}a_{31})$$

$$h'_{22}(s) = b_2 * (s^2 - a_{11}s - a_{13}a_{31})$$

$$h'_{23}(s) = b_2 * (a_{23}s - a_{11}a_{23} + a_{13}a_{21})$$

$$h'_{31}(s) = b_3 * (-a_{31}s - a_{21}a_{32} + a_{22}a_{31})$$

$$h'_{32}(s) = b_3 * (a_{32}s + a_{12}a_{31} - a_{11}a_{32})$$

$$h'_{ss}(s) = b_3 * [s^2 - (a_{11} + a_{22})s + a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}]$$

Serão considerados alguns casos particulares:

1) Ausência de corrente, ou seja, $u_C^0 = v_C^0 = 0$:

Neste caso, a matriz $H(s)$ passa a ser:

$$H(s) = \begin{bmatrix} \frac{b_1}{s^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{b_2}{s^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b_3}{s^2} \end{bmatrix}$$

Os três movimentos estão desacoplados.

2) Ausência de corrente na direção de deriva, $v_C^0 = 0$, e corrente de 1 m/s na direção de avanço, $u_C^0 = 1$ m/s. Nesta situação a matriz de transferência é dada por:

$$H(s) = \begin{bmatrix} \frac{b_1}{s(s-a_{11})} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{b_2}{s(s-a_{22})-a_{23}a_{32}} & \frac{b_2*a_{23}}{s[s(s-a_{22})-a_{23}a_{32}]} \\ 0 & \frac{b_3*a_{32}}{s[s(s-a_{22})-a_{23}a_{32}]} & \frac{b_3*(s-a_{22})}{s[s(s-a_{22})-a_{23}a_{32}]} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{b_1}{s(s+0,023)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{b_2}{s(s+0,020)+7*10^{-5}} & \frac{0,23*b_2}{s[s(s-0,02)+7*10^{-5}]} \\ 0 & \frac{3*10^{-4}*b_3}{s[s(s-0,23)+7*10^{-5}]} & \frac{b_3(s-0,02)}{s[s(s-0,02)+7*10^{-5}]} \end{bmatrix}$$

Considerando somente os termos da diagonal principal, pode-se simplificar $H(s)$:

$$H(s) = \begin{bmatrix} \frac{b_1}{s(s+0,023)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{b_2}{s(s+0,023)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b_3}{s^2} \end{bmatrix}$$

3) Para o caso de $v_c^0 = 1$ m/s e $u_c^0 = 0$, chega-se analogamente ao item anterior a:

$$H(s) = \begin{bmatrix} \frac{b_1}{s(s+0,021)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{b_2}{s(s+0,021)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b_3}{s^2} \end{bmatrix}$$

No caso 1), tem-se a função de transferência $\frac{b_i}{s^2}$ ($i=1,2,3$) para cada movimento. Ao discretizar-se tal caso, admitindo-se o segurador de ordem zero, tem-se:

$$h_i(z) = \frac{b_i T^2 (z+1)}{2(z-1)^2}, \quad i=1,2,3$$

onde T é o intervalo de amostragem.

O lugar das raízes no plano Z é representado pela figura 4.8.

Pode-se concluir que o sistema é instável para qualquer valor de b_i . Tal situação é atenuada nos casos 2) e 3), onde os polos, para

os movimentos de avanço e deriva, estão deslocados à esquerda de $Z=1$.

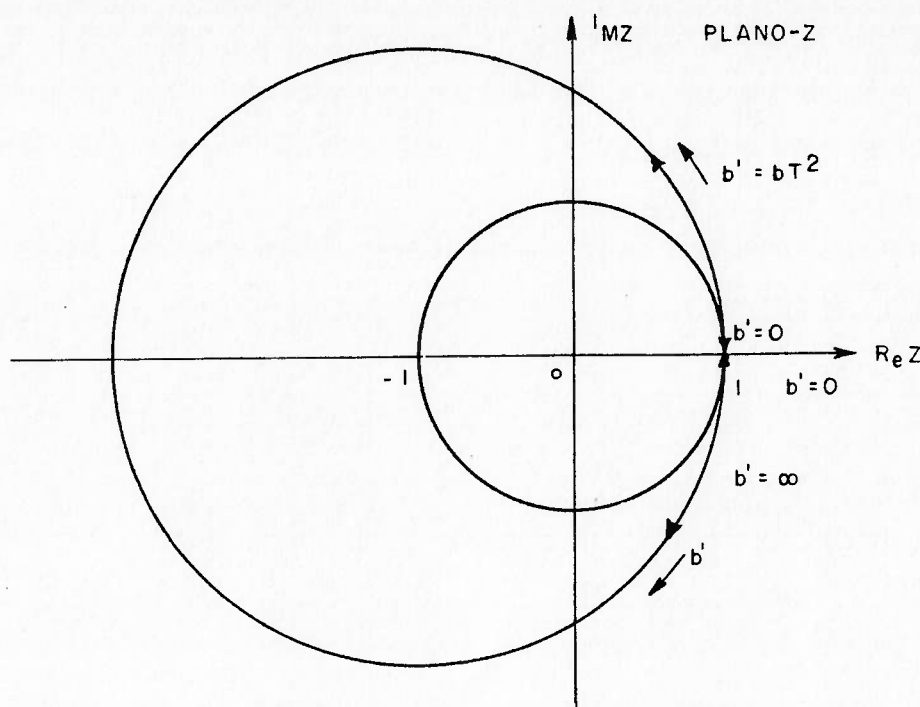


Figura 4.8 Lugar das raízes de $h_i(Z)$

4.3 - MODELO DINÂMICO ADMITIDO PELO CONTROLADOR

Com base nos casos analisados no item anterior, serão admitidos três modelos de baixa frequência, um para cada movimento, representados por funções de transferência de 2a. ordem. Conforme o apresentado no capítulo 3, pode-se admitir o desacoplamento entre os movimentos de alta frequência, além da superposição linear aos movimentos de baixa frequência. Isto permite que os movimentos de alta frequência sejam somados à saída do processo como perturbações, junto com os ruídos de leitura nos sensores.

Pode-se ilustrar o modelo proposto através do diagrama de blocos ilustrado pela figura 4.9, tomando-se o movimento de deriva como exemplo:

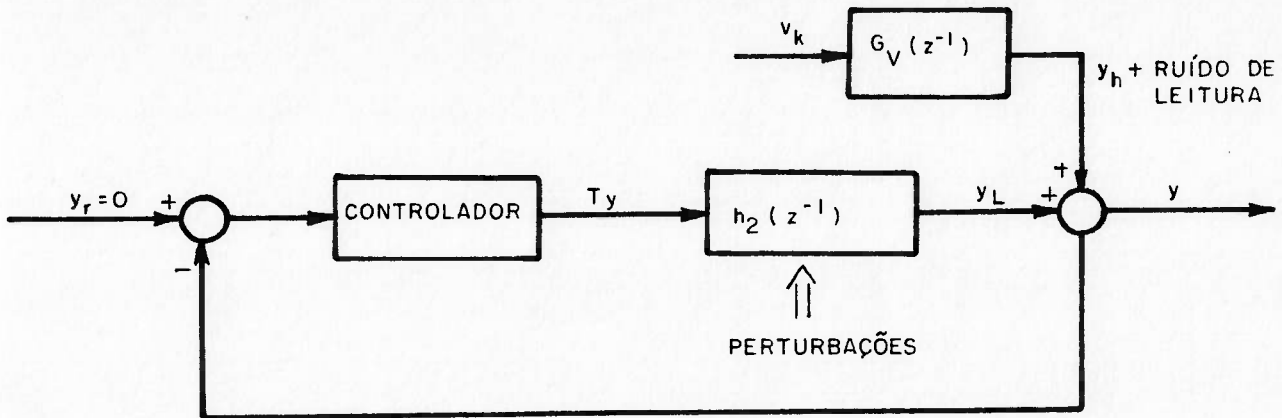


Figura 4.9 - Modelo do Sistema Admitido - Movimento de Deriva

onde:

$$h_2(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{z^{-1}(b_0 + b_1 z^{-1})}{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

Além disso, admite-se que $G_V(z^{-1})$ possa ser expresso na forma:

$$G_V(z^{-1}) = \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})}$$

onde, ordem $[C(z^{-1})] \leq$ ordem $[A(z^{-1})]$.

4.4 - ESTRUTURA DO CONTROLADOR

Será utilizado o controlador de mínima variância generalizada que visa a minimização de:

$$I = E\{(P(z^{-1})y(k+d))^2 + (Q'(z^{-1})u(k))^2\}$$

Inicialmente, foram consideradas duas formas particulares do índice de desempenho:

$$I_1 = E\{(p_o y(k+d))^2 + (\lambda' u(k))^2\}$$

$$I_2 = E\{(p_o y(k+d))^2 + (\lambda'(1-z^{-1})u(k))^2\}$$

No entanto, ao procurar-se atender à minimização de I_2 , os polos do sistema em malha fechada são deslocados no sentido de $z=1$, o que acentua o problema de instabilidade discutido anteriormente.

O mesmo não ocorre no caso da minimização de I_1 . Mas, por outro lado, tem-se o erro em regime permanente caso o controlador tenha que responder a esforços cuja média seja diferente de zero.

Soluções que atenuam este problema foram tentadas através da minimização de:

$$I_3 = E\{(p_o y(k+d))^2 + (\lambda'(1-q_1 z^{-1})u(k))^2\}$$

onde, $0 < q_1 < 1$.

Na escolha do período de amostragem, T_s , procurou-se responder à dinâmica de baixa frequência, ou seja, a movimentos na faixa de 0 a 0.25 rad/s, o que implica em uma frequência mínima de amostragem de 0.5 rad/s de acordo com o Teorema da Amostragem. Ao mesmo tempo, como se está admitindo que o período de amostragem e o de atuação do controlador são iguais, deve haver a preocupação com frequências altas, que implicariam em fadiga do sistema propulsor. Para se atender a este critério, admitiu-se um limite superior igual à frequência de atuação do controlador proposto por Kallström (1983a,b), ou seja, 0.62 rad/s.

Com base nos critérios acima chegou-se a um período de amostra

gem de 12 segundos (ou seja, $w_s = 0.52 \text{ rad/s}$).

Para cada movimento, o algoritmo de controle estima os coeficientes de $F(z^{-1})$ e $G(z^{-1})$, definidos no capítulo 2 por:

$$F(z^{-1}) = \sum_{j=0}^d P_j F'_{d-j}(z^{-1})$$

$$G(z^{-1}) = \sum_{j=0}^d P_j z^{-j} G'_{d-j}(z^{-1}) + Q(z^{-1})C(z^{-1})$$

O que implica, de acordo com as considerações anteriores, em:

$$F(z^{-1}) = p_0 F'(z^{-1})$$

$$G(z^{-1}) = p_0 G'(z^{-1}) + Q(z^{-1})C(z^{-1})$$

No processo de estimação, necessita-se do conhecimento prévio das ordens de $F(z^{-1})$ e $G(z^{-1})$. Admitindo-se que $\text{ordem}(C(z^{-1})) = \text{ordem}(A(z^{-1}))$ e, utilizando as identidades:

$$1) C(z^{-1}) = E_j(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-j}F'_j(z^{-1}), \text{ onde } \text{ordem}(E_j(z^{-1})) = j-1, j < d; \text{ e}$$

$$2) G'_j(z^{-1}) = E_j(z^{-1})B(z^{-1}),$$

tem-se:

$$\text{ordem}(F(z^{-1})) = \max[\text{ordem}(A(z^{-1})), \text{ordem}(C(z^{-1}))] - 1 = 1$$

$$\text{ordem}(G(z^{-1})) = \max[\text{ordem}(B(z^{-1})), \text{ordem}(z(z^{-1}), C(z^{-1}))] =$$

$$= \begin{cases} 2 & \text{para } Q(z^{-1}) = \lambda \\ 3 & \text{para } Q(z^{-1}) = \lambda * (1 - q_1 z^{-1}) \end{cases}$$

4.5 - APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS DE SIMULAÇÕES

Foi proposta uma série de testes com a finalidade de avaliar o desempenho do algoritmo de controle proposto.

Primeiramente, visando-se uma comparação, as figuras 4.10b a 4.10l, mostram os gráficos de deslocamento e empuxo apresentados por Kallström (1983a,b) na simulação dos movimentos da plataforma GVA-4000 submetida a esforços de onda, corrente e vento. As condições adotadas para o teste foram:

- 1) $\gamma_{\text{onda}} = 225^\circ$, $T_{\text{pico}} = 12 \text{ s}$, $H_{1/3} = 5,6 \text{ m}$
- 2) $\gamma_{\text{corrente}} = 190^\circ$, $|\vec{V}_c^0| = 1 \text{ m/s}$
- 3) $\gamma_w = 240^\circ$, $\bar{V}_w = 15 \text{ m/s}$

O autor utilizou um controlador ótimo multivariável em conjunto com filtros de Kalman para os movimentos de alta frequência.

O sistema propulsor compõe-se de oito hélices azimutais dispostos conforme ilustra a figura 4.10a. Kallström (1983a,b) realizou a alocação de empuxos através de um algoritmo de otimização que teve como dados de entrada os esforços ambientais médios apresentados na tabela 4.1. Obteve assim, os valores iniciais de empuxo e direção por propulsor, conforme mostra a tabela 4.2. Durante a simulação variou somente o empuxo por propulsor, mantendo suas direções iguais às iniciais.

Em nosso trabalho, entretanto, não foi levado em conta o problema de alocação de empuxos, observando-se somente os valores totais T_x , T_y e T_z .

Os valores iniciais adotados para forças e momento aplicados pelo sistema propulsor basearam-se também na tabela 4.1. Os valores máximos permitidos foram escolhidos com base no empuxo máximo por

propulsor, 383 KN em "bollard-pull", e na hipótese de que o momento seja gerado em grande parte pelos propulsores externos. Tem-se as sim:

$$|T_x|_{\max} = |T_y|_{\max} = 1200 \text{ KN}$$

$$|T_z|_{\max} = 38500 \text{ KN.m}$$

Os resultados foram considerados a partir do instante $t=500 \text{ s}$, desprezando-se o transitório, no qual as oscilações dos parâmetros estimados são maiores.

Os valores dos coeficientes de $P(z^{-1})$ e $Q(z^{-1})$ foram obtidos a través de vários testes preliminares visando a obtenção de uma tole rância de aproximadamente ± 2 graus para o aproamento e ± 5 metros pa ra os deslocamentos em avanço e deriva nas condições ambientais de operação. Costuma-se sugerir ± 2 graus para o aproamento e $\pm 3\%$ da profundidade de operação para os movimentos de translação no plano horizontal (Grimble et alii, 1980; Matsumoto et alii, 1985; Lough, 1985). Adotou-se portanto, um limite conservador para os movimentos de translação, pois espera-se que as profundidades de operação se jam bem maiores do que 200 metros.

Foi dada ênfase aos testes realizados sem a presença do vento, pois, conforme já foi citado, a compensação de seus esforços costu ma ser realizada através da pré-alimentação.

Tabela 4.1 - Esforços ambientais médios

	F_x (KN)	F_y (KN)	N (KN.m)
Vento	-160	-299	-511
Corrente	-314	- 77	-2231
Força de deriva	- 85	- 85	0
Total	-559	-461	-2742

Tabela 4.2 - Alocação de empuxos otimizada

EMPUXO POR PROPULSOR (KN)		DIREÇÃO DO PROPULSOR	
T_1	90	α_1	45°
T_2	99	α_2	41°
T_3	76	α_3	52°
T_4	81	α_4	38°
T_5	105	α_5	29°
T_6	111	α_6	40°
T_7	136	α_7	40°
T_8	100	α_8	52°

Tabela 4.3 - Condições ambientais simuladas nos testes

TESTE	ONDA			CORRENTE		VENTO	
	T_{pico} (s)	$h_{1/3}$ (m)	γ_{onda}	$ \vec{V}_c^x $ (m/s)	$\gamma_{corrente}$	\bar{V} (m/s)	γ_w
1	12	5,6	225°	1	190°	-	-
2	12	5,6	225°	1	190°	-	-
3	12	5,6	225°	1	190°	-	-
4	12	5,6	225°	1	190°	15	240°
5/6	12	5,6	225°	1	190°	-	-
7	12	5,6	225°	1	$190^\circ/270^\circ$	-	-
8	12	5,6	225°	1	190°	10	190°

Tabela 4.4 - Fatores de ponderação utilizados no controle de cada movimento

TESTE	AVANÇO			DERIVA			GUINADA		
	p_0	$\lambda (*10^{-6})$	q_1	p_0	$\lambda (*10^{-6})$	q_1	p_0	$\lambda (*10^{-8})$	q_1
1	0,09	0,9	-	0,09	0,9	-	0,5	0,3	-
2	0,09	0,9	0,3	0,09	0,9	0,3	0,5	0,3	-
3	0,09	0,9	1,0	0,09	0,9	0,3	0,5	0,3	-
4	0,15	0,9	0,3	0,15	0,9	0,3	0,5	0,3	-
5/6	0,09	0,9	0,3	0,09	0,9	0,3	0,5	0,3	-
7	0,09	0,9	0,3	0,09	0,9	0,3	0,5	0,3	-
8	0,09	0,9	0,3	0,09	0,9	0,3	0,5	0,3	-

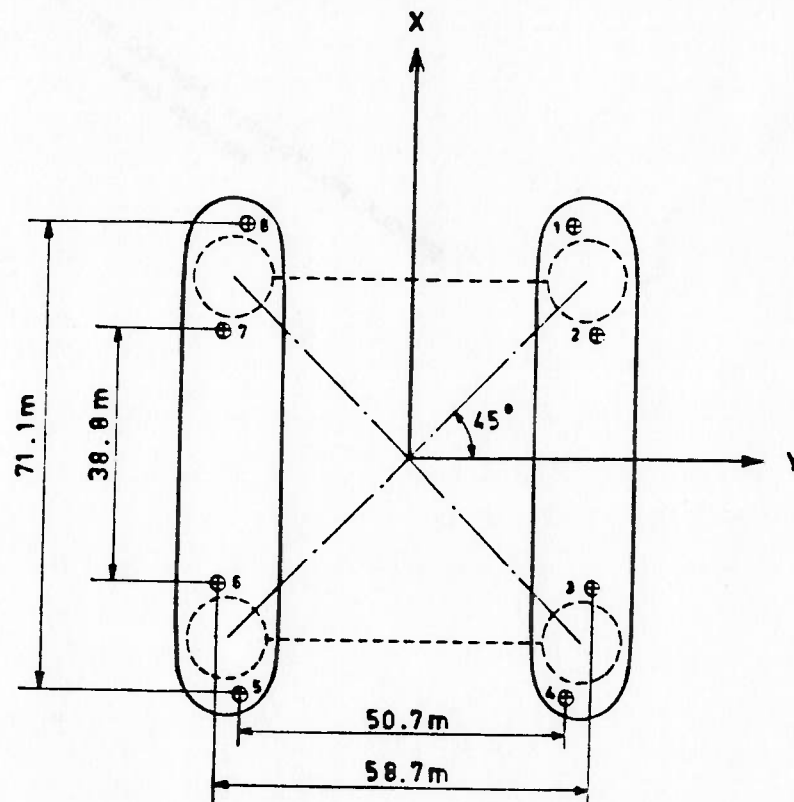
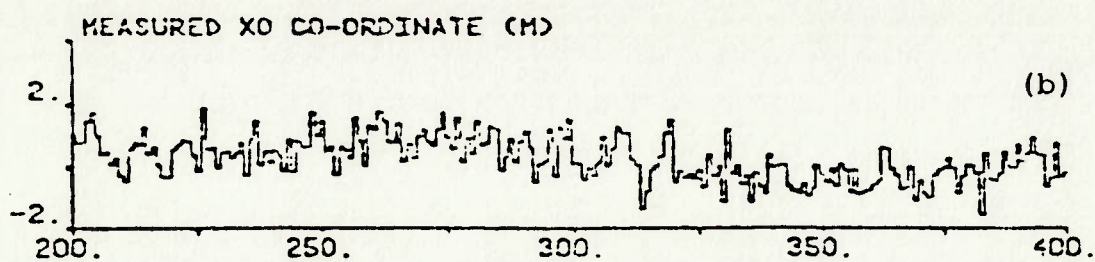
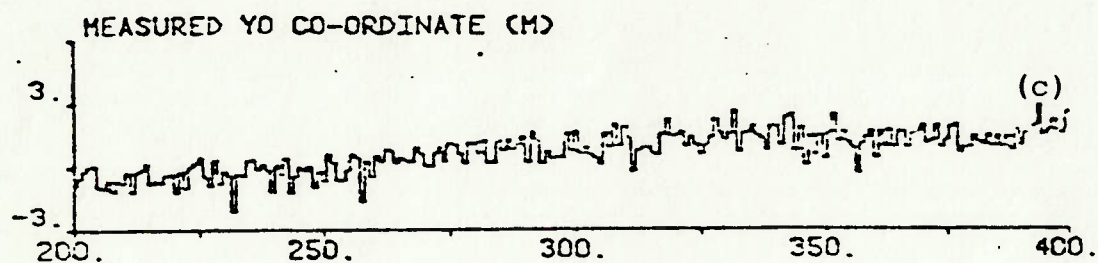


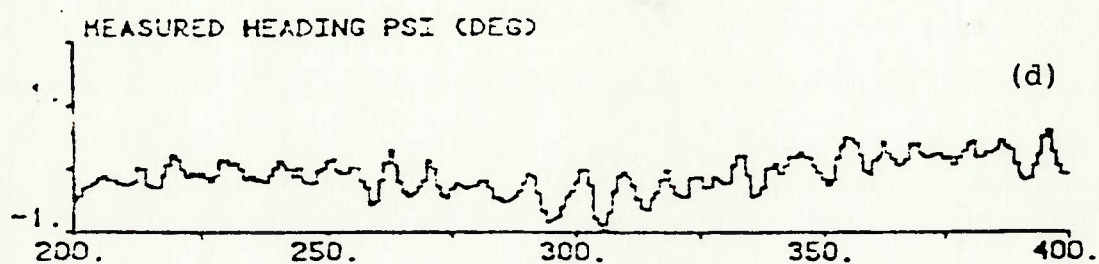
Figura 4.10a - Resultados apresentados por Kallström (1983b)
- Disposição dos propulsores na plataforma GVA-4000



MOVIMENTO DE AVANCO



MOVIMENTO DE DERIVA



MOVIMENTO DE GUINADA

Figura 4.10b-d - Resultados apresentados por Kallström (1983b)
Deslocamentos

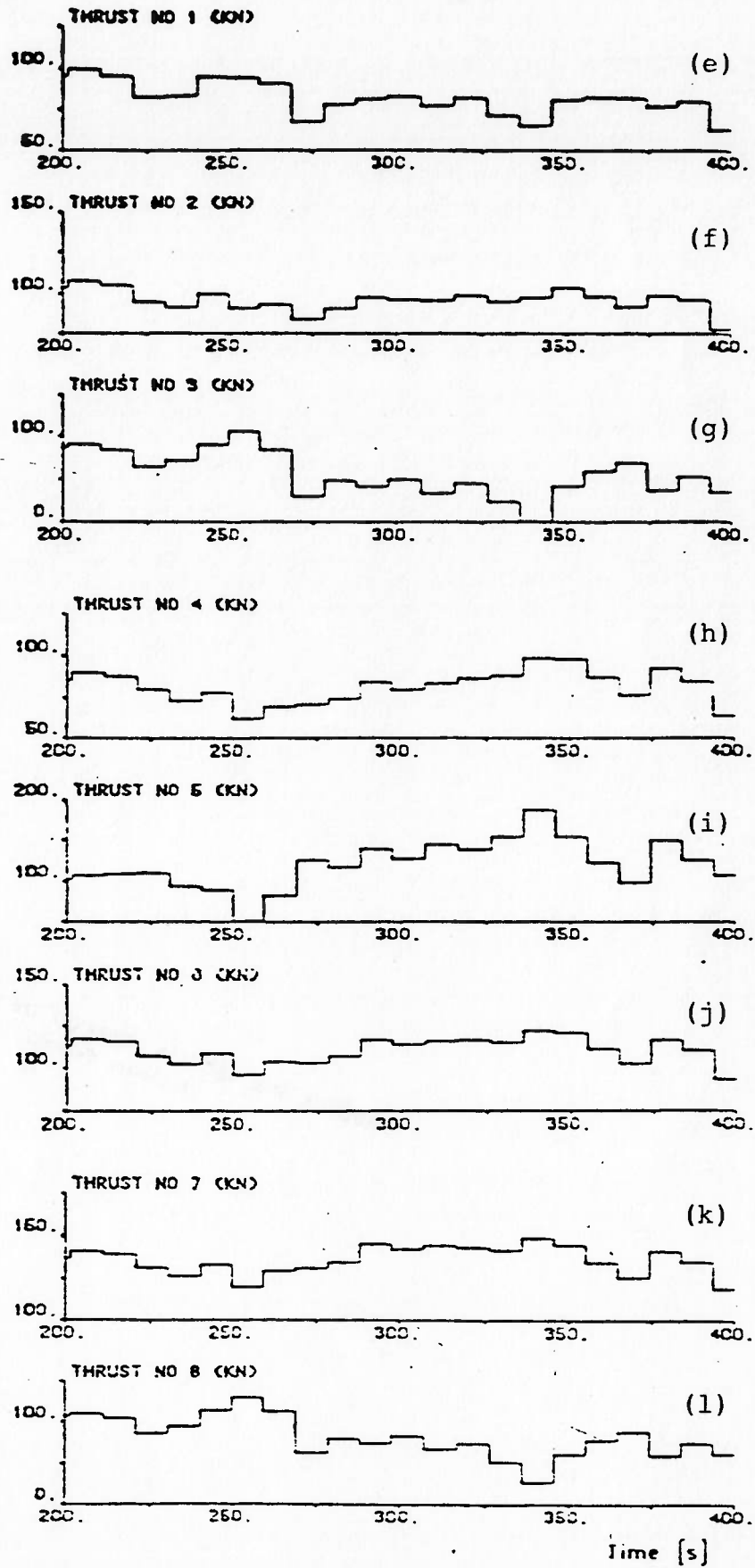


Figura 4.10e-1 - Resultados apresentados por Kallström (1983b) - Empuxo por propulsor

A seguir são apresentados os resultados e comentários dos testes realizados. Os resultados estão na forma de gráficos dos deslocamentos nas direções dos eixos X e Y, das variações do aproamento e das variações em T_x , T_y e T_z . Levando-se em conta a pequena amplitude do ângulo de aproamento, os deslocamentos em X, Y e ψ serão denominados movimento de "avanço", "deriva" e "guinada", respectivamente.

As escalas utilizadas em todos os testes foram:

- a) Movimentos de avanço e deriva - 1:10 m.
- b) Movimento de guinada - 1:10⁰.
- c) Empuxos T_x e T_y - 1:1000 KN.
- d) Momento T_z - 1:30 KN.m.

4.5.1 - Teste 1 - "Índice de Desempenho I_1 "

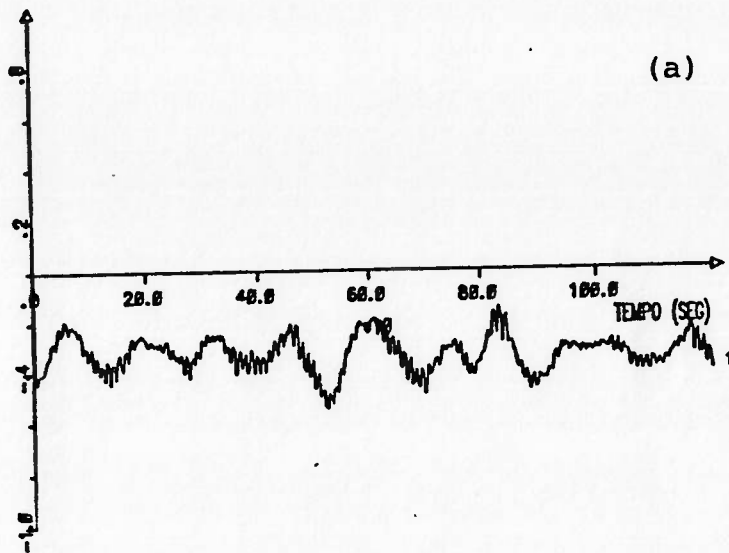
Neste teste, o algoritmo de controle visa à minimização do índice de desempenho I_1 , o que ocasiona um desvio no sinal de saída em regime permanente caso u_∞ seja diferente de zero pois, impondo-se $\phi^*(k+d|k)=0$, tem-se:

$$p_0 y^*(k+d|k) + \lambda u(k) = 0 \quad (4.1)$$

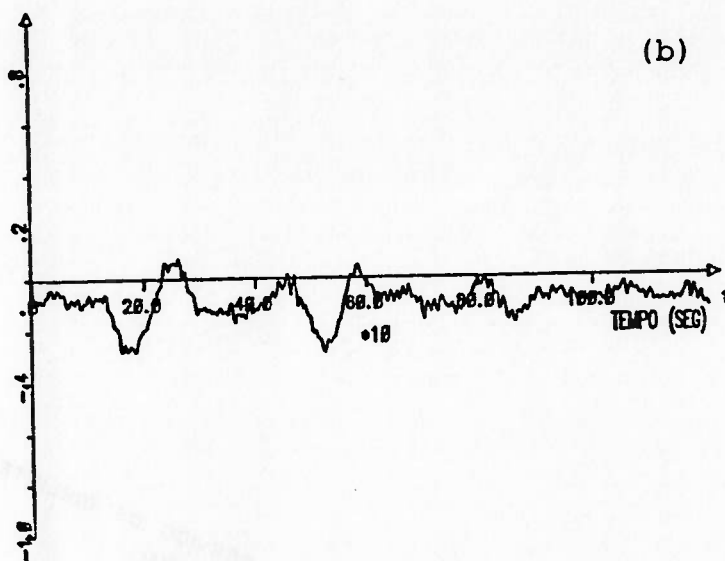
Sendo assim, um aumento em $|u_\infty|$ implica também em maiores valores de $|y_\infty|$.

Tal desvio é evidenciado pelos gráficos apresentados nas figuras 4.11a a 4.11f, principalmente no caso do avanço, onde a componente da força devida à corrente é maior.

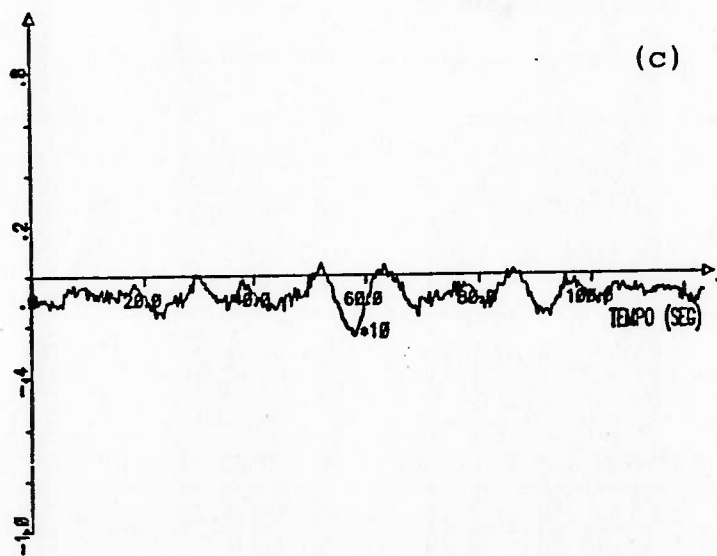
Pode-se notar também variações nas forças e no momento devidos ao sistema propulsor da mesma ordem de grandeza dos valores apresenta



MOVIMENTO DE AVANÇO



MOVIMENTO DE DERIVA



MOVIMENTO DE GUBNADA

Figura 4.11a-c Teste 1 - Deslocamentos

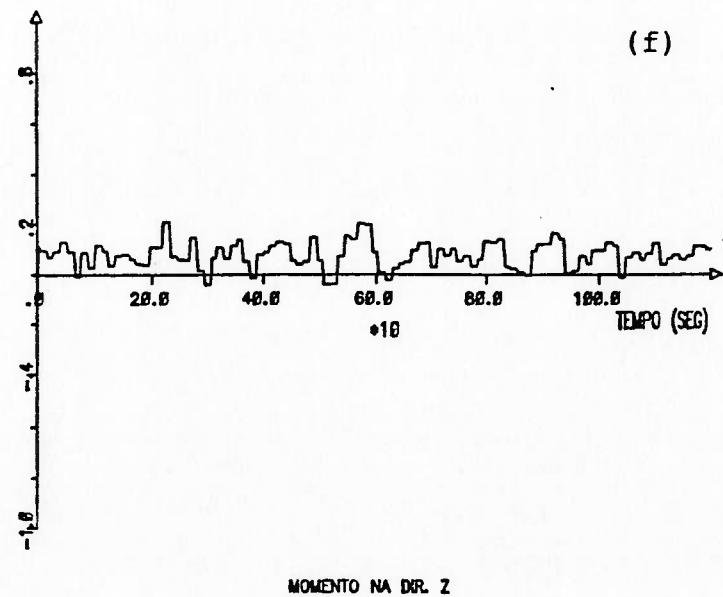
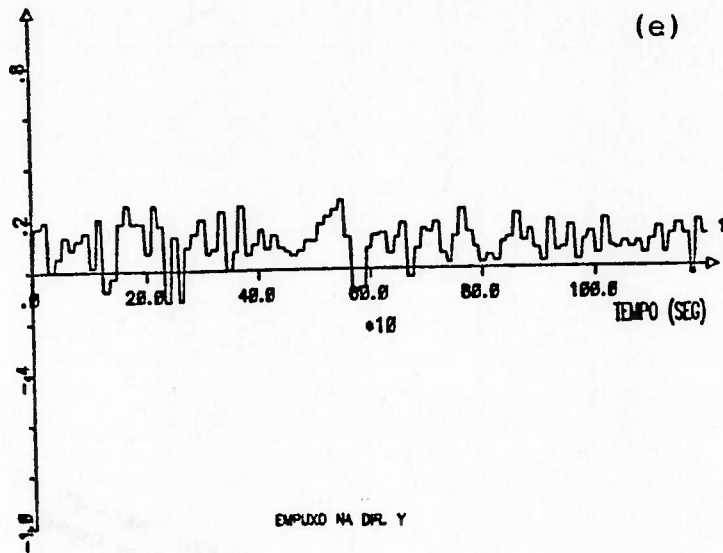
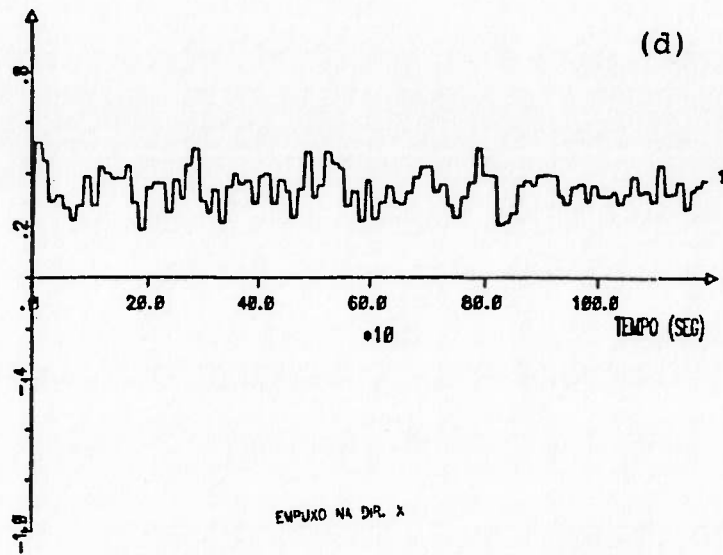


Figura 4.11d-f Teste 1 - Esforços aplicados pelo sistema propulsor

dos por Kallström (1983b).

4.5.2 - Teste 2 - "Índice de Desempenho I_3 "

Ao se passar do índice I_1 para o índice I_3 , no controle do avanço e deriva, nota-se uma diminuição dos desvios. Voltando-se a analisar a condição $\phi^*(k+d|k)=0$, tem-se:

$$p_0 y^*(k+d|k) + \lambda(u(k) - q_1 u(k-1)) = 0, \quad q_1 > 0 \quad (4.2)$$

Em relação a (4.1), o valor absoluto do segundo termo diminui em regime permanente, logo, $|y_\infty|$ diminui.

Pode-se notar, no entanto, um aumento na oscilações dos movimentos, bem como nos valores do empuxo. Isto será analisado a seguir.

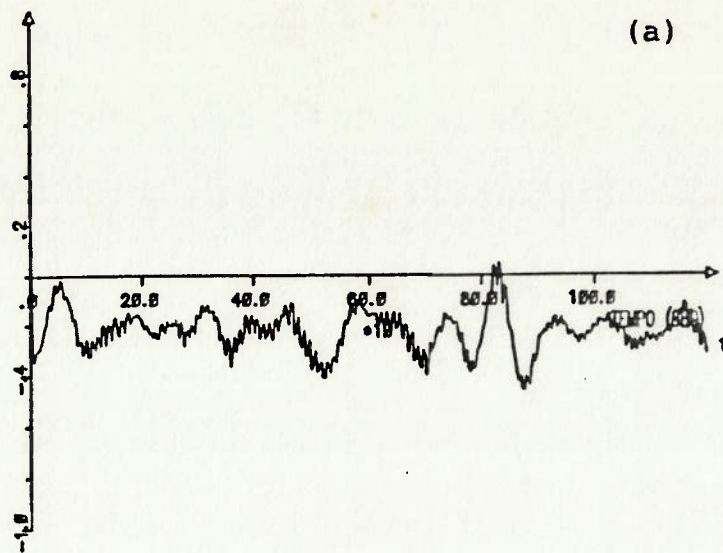
Também é apresentada neste teste a evolução dos parâmetros do controlador com o tempo. Pode-se verificar pelas figuras 4.12g a 4.12i a convergência dos valores estimados.

4.5.3 - Teste 3 - "Índice de Desempenho I_2 "

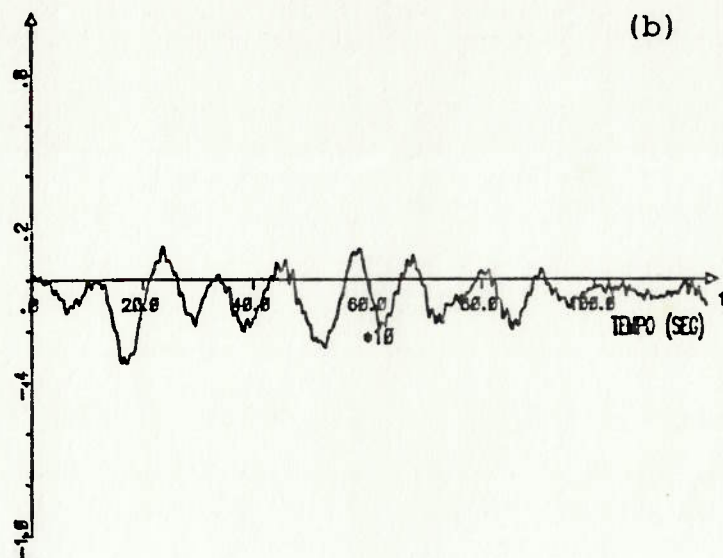
Com o intuito de se eliminar o desvio, testou-se a utilização do índice I_2 para o movimento de avanço, mantendo-se o controle dos demais movimentos nas mesmas condições do teste anterior.

De acordo com as figuras 4.13a a 4.13f pode-se concluir que as oscilações aumentaram demasiadamente, chegando a níveis inadmissíveis nos casos do movimento de avanço e do empuxo T_x .

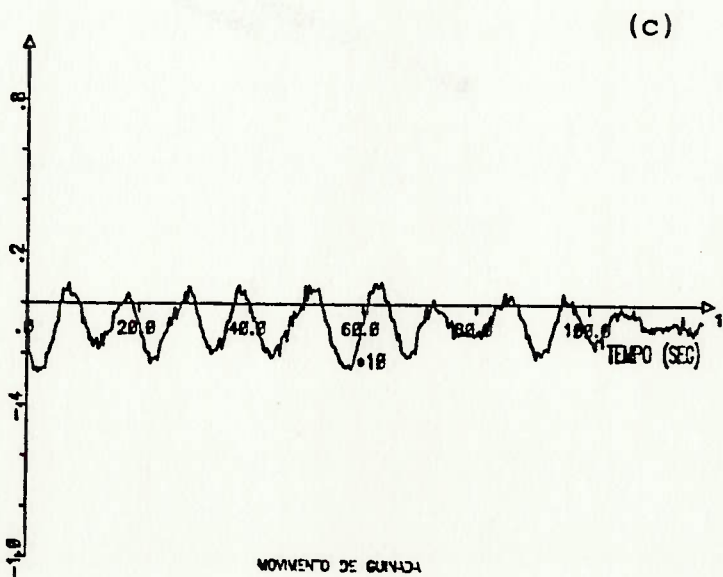
Para comentar tal comportamento, será analisada a função de transferência do sistema em malha fechada, cujo cálculo é realizado através de:



MOVIMENTO DE AVANCO

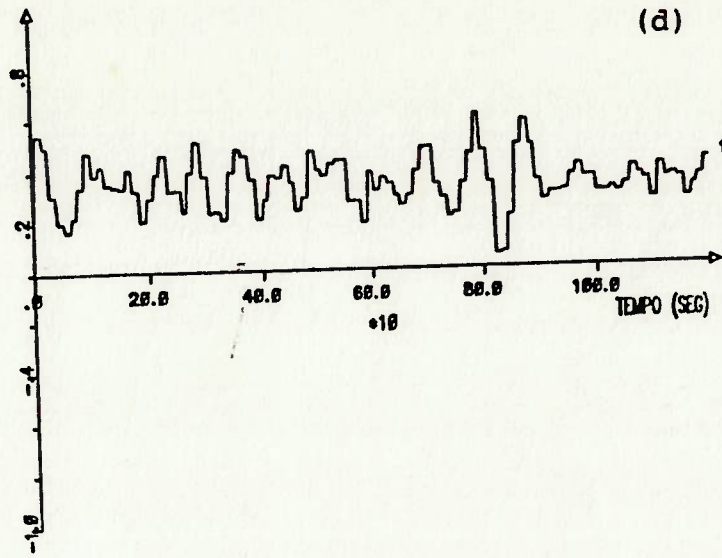


MOVIMENTO DE DERIVA

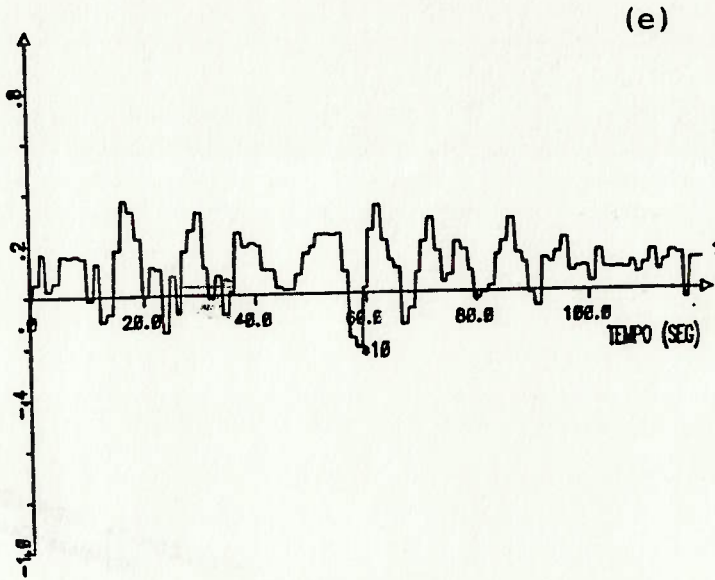


MOVIMENTO DE GUNADA

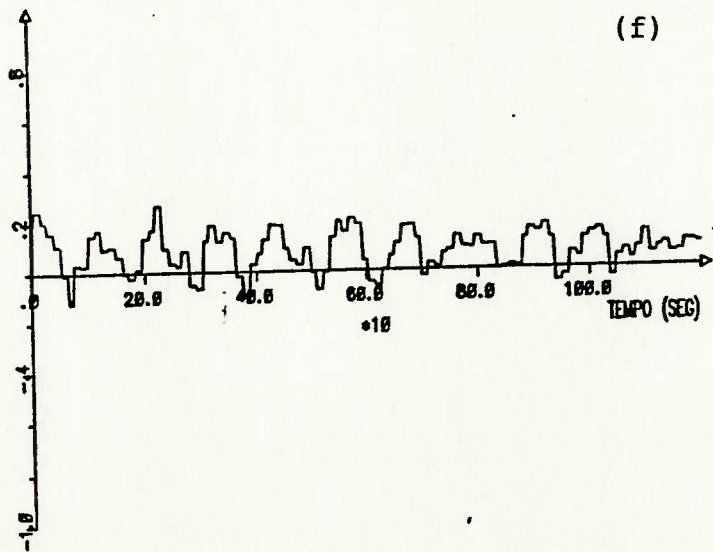
Figura 4.12a-c Teste 2 - Deslocamentos



EMPUXO NA DIR. X

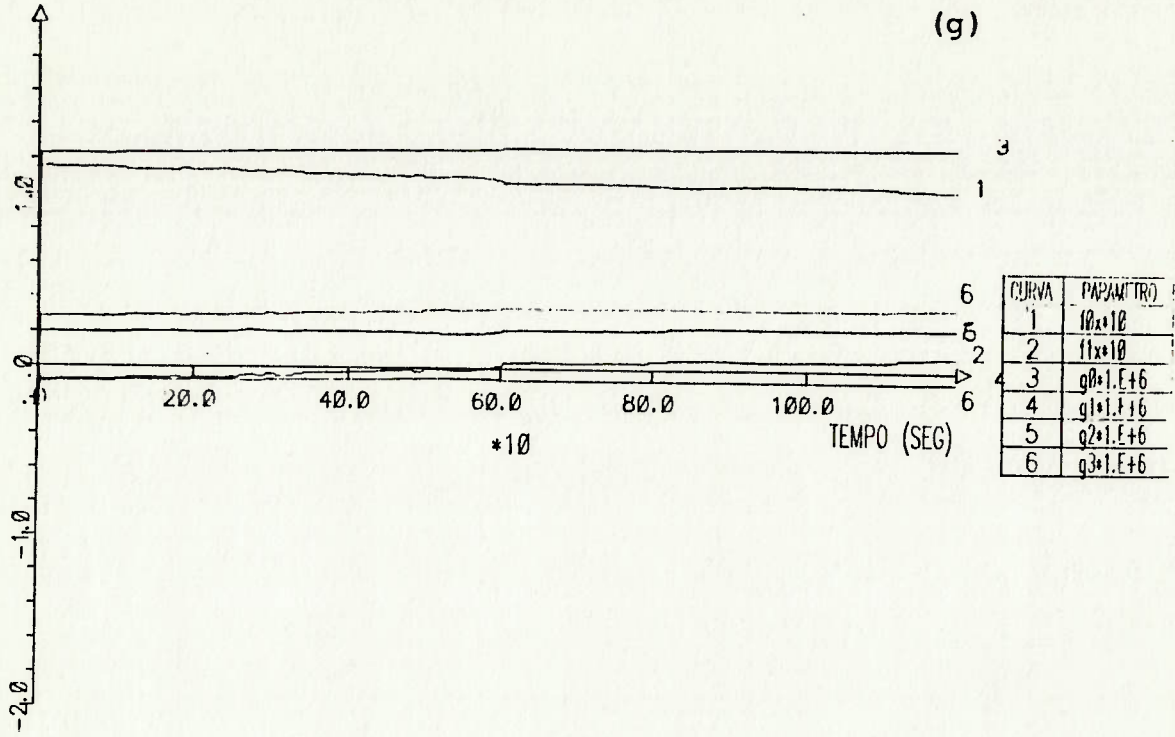


EMPUXO NA DIR. Y

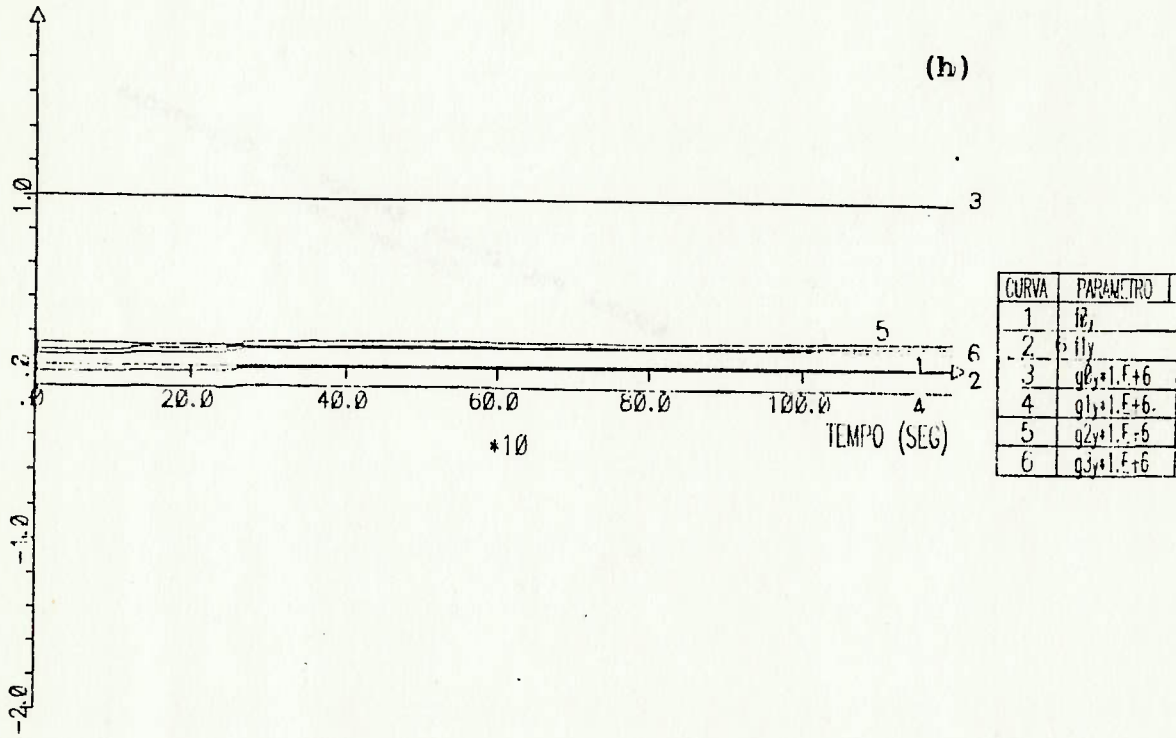


MOMENTO NA DIR. Z

Figura 4.12d-f Teste 2 - Esforços aplicados pelo sistema propulsor

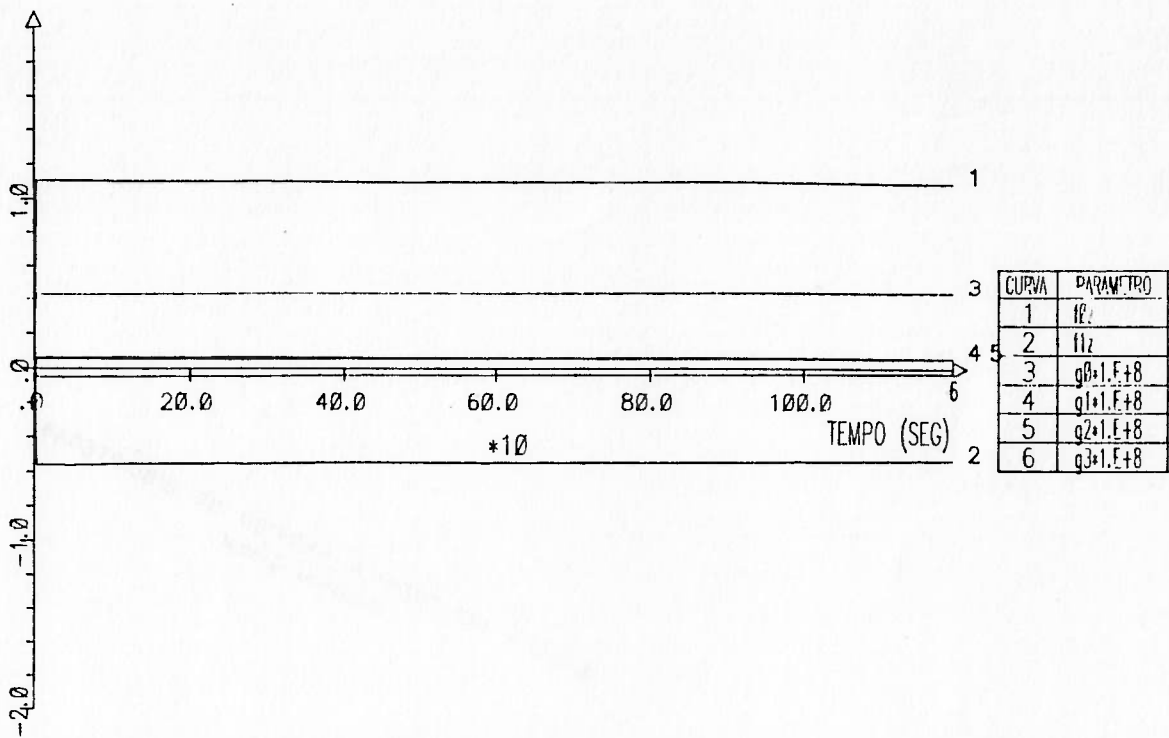


PARAMETROS - AVANÇO



PARAMETROS - DERIVA

Figura 4.12g-h - Teste 2 - Parâmetros estimados do controlador



PARAMETROS -GUINADA

Figura 4.12i - Teste 2 - Parâmetros estimados do controlador

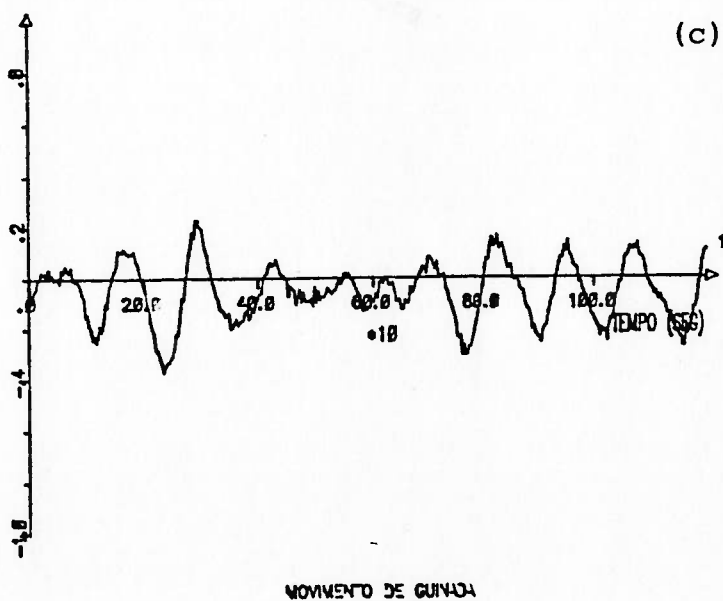
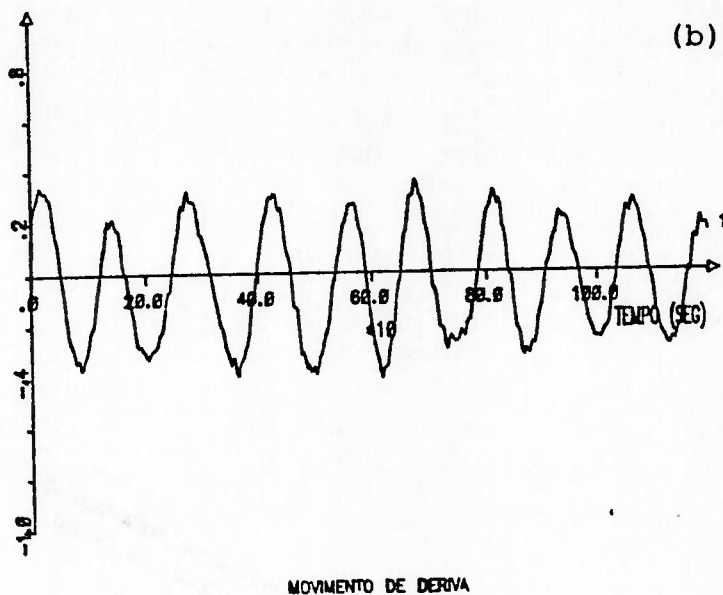
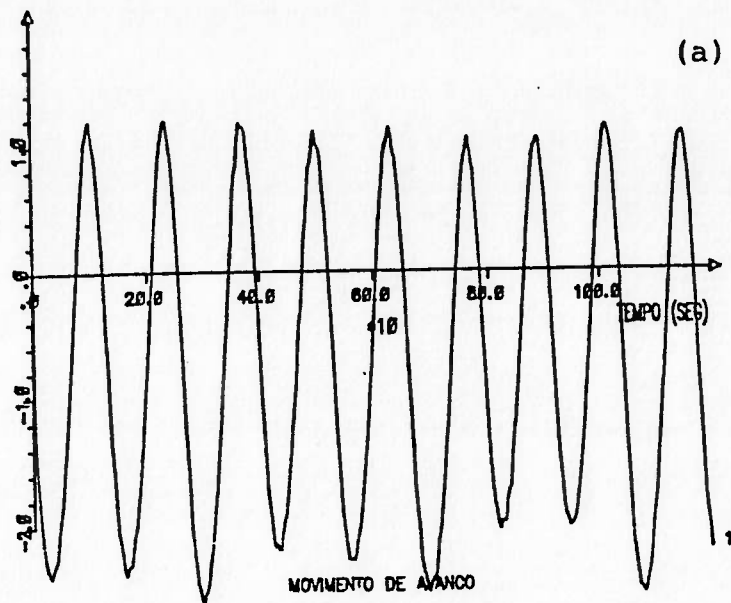


Figura 4.13a-c Teste 3 - Deslocamentos

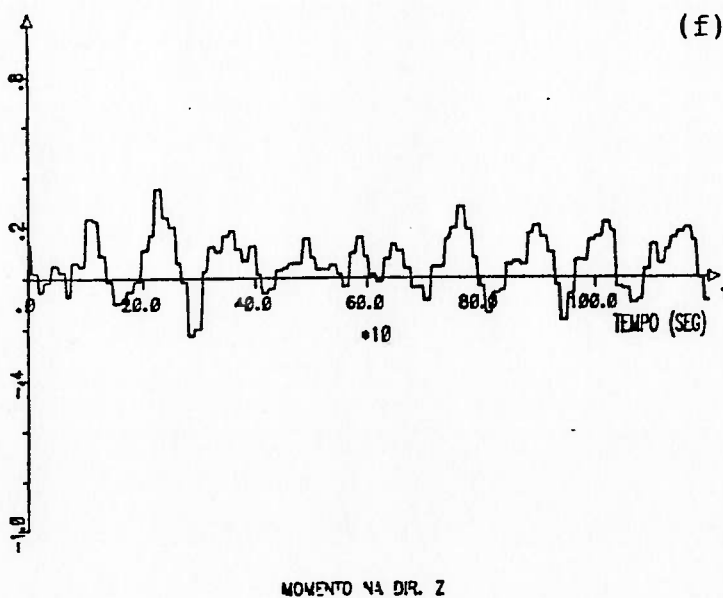
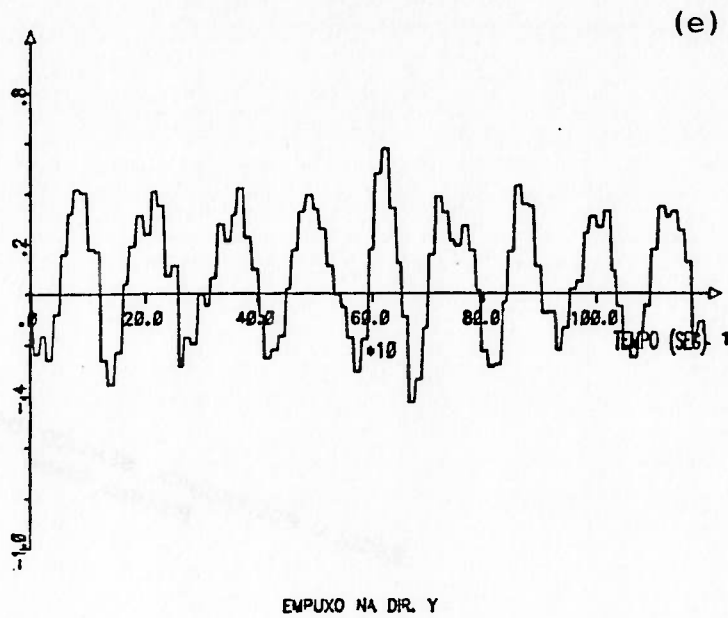
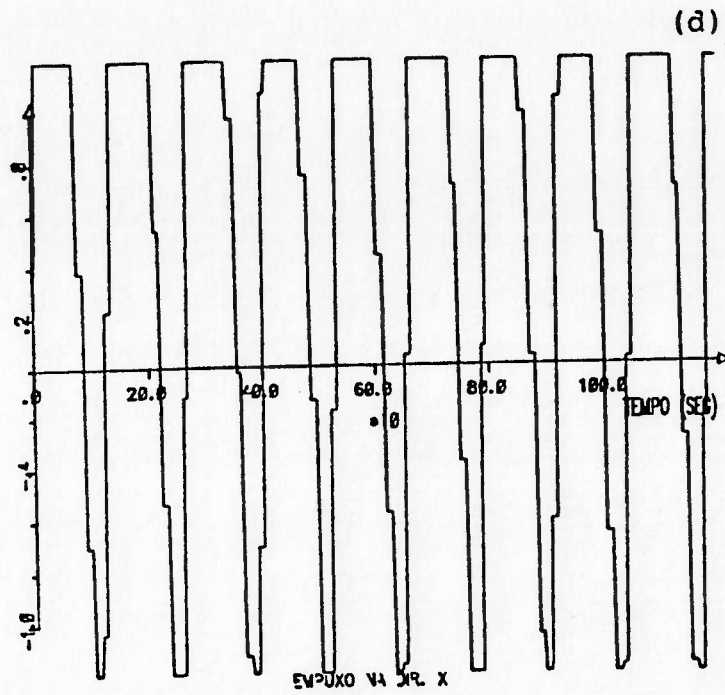


Figura 4.13d-f Teste 3 - Esforços aplicados pelo sistema propulsor

$$1) \quad u(k) = -(H w(k) + F y(k) + \delta) * \frac{1}{G}$$

$$2) \quad y(k) = z^{-1} \frac{B}{A} u(k) + \frac{C}{A} v(k) + \frac{1}{A} c_r$$

Ou seja:

$$y(k) = z^{-1} \frac{B}{AG} (-F y(k) - \delta) + \frac{C}{A} v(k) + \frac{1}{A} c_r$$

$$\rightarrow y(k) = \frac{GC}{AG+z^{-1}BF} v(k) + \frac{G(1)-p_0 e_0 b(1)}{AG + z^{-1} BF} \cdot c_r$$

pois, $\delta = p_0 e_0 c_r$.

Além disso, tem-se:

$$G = p_0 e_0 B + CQ$$

$$F = z(C - e_0 A)$$

Portanto,

$$y(k) = \frac{p_0 e_0 B + CQ}{QA + p_0 B} v(k) + \frac{CQ}{QA + p_0 B} c_r$$

De acordo com a seção 4.2, $B(z^{-1})$ está próximo de:

$$B(z^{-1}) = \frac{T^2}{2m(1-X_u)} z^{-1} (1+z^{-1}) \quad (\text{tomando o avanço como exemplo})$$

isto é,

$$B(z^{-1}) = \beta' z^{-1} (1+z^{-1})$$

onde $\beta' \approx 2 * 10^{-9}$.

Logo,

$$\begin{aligned} QA + p_0 B &= \lambda(1-q_1 z^{-1})A + \beta z^{-1}(1+z^{-1}) \approx \\ &\approx 10^{-6} [(1-q_1 z^{-1})A + 2*10^{-4} z^{-1}(1+z^{-1})] \end{aligned}$$

Portanto, os polos do sistema em malha fechada são dominados pelos zeros de QA.

Ainda conforme a seção 4.2, os zeros de A(z) estão próximos de $z=1$. Com o aumento de q_1 , os polos do sistema são deslocados ainda mais à direita, diminuindo o amortecimento do sistema, o que ocasiona o aumento das amplitudes das oscilações conforme mostram os resultados do teste 2. Finalmente, com $q_1=1$, tal situação tornou-se crítica.

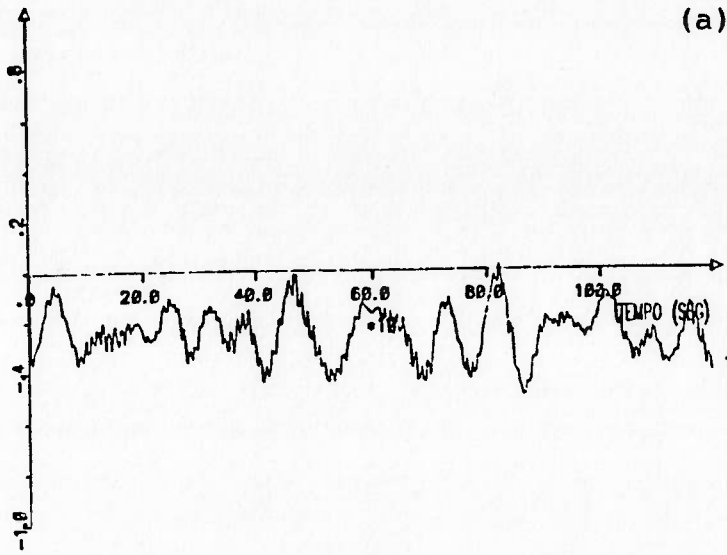
4.5.4 - Teste 4 - "Adição do Vento"

Após os testes anteriores, adotou-se a minimização de I_3 com $q_1 = 0.3$. Neste teste, foi incluído o efeito do vento, o que implicou no aumento dos parâmetros p_0 para se atender às tolerâncias desejadas.

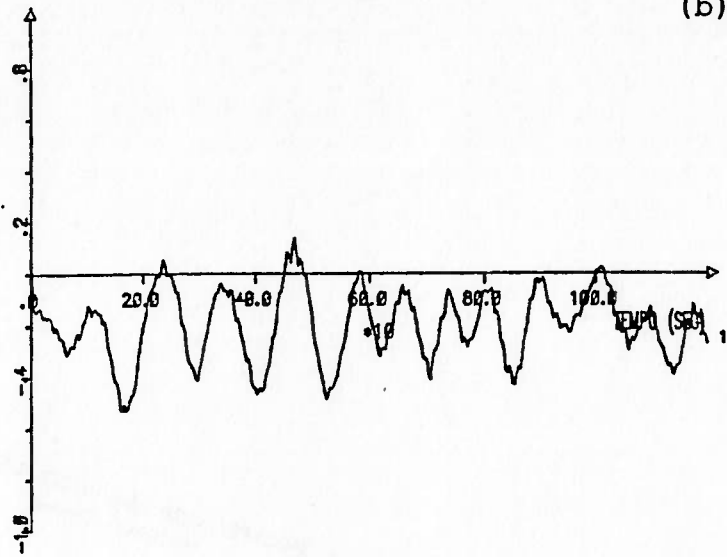
Isto provocou um aumento dos ganhos do controlador, o que o tornou mais sensível às perturbações de alta frequência, que neste caso também provinham das rajadas de vento. As figuras 4.14a a 4.14f ilustram o aumento nas oscilações dos movimentos e dos empuxos.

4.5.5 - Teste 5 - "Filtragem- 1"

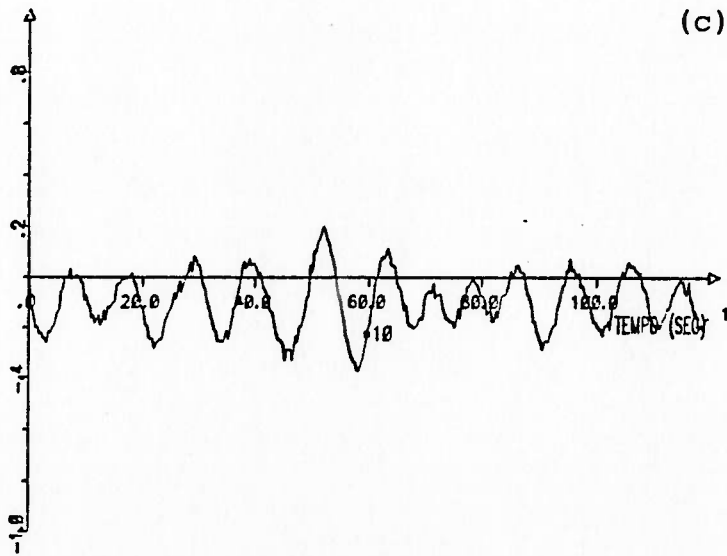
Voltando-se às condições ambientais iniciais, ou seja, sem o e



MOVIMENTO DE AVANCO

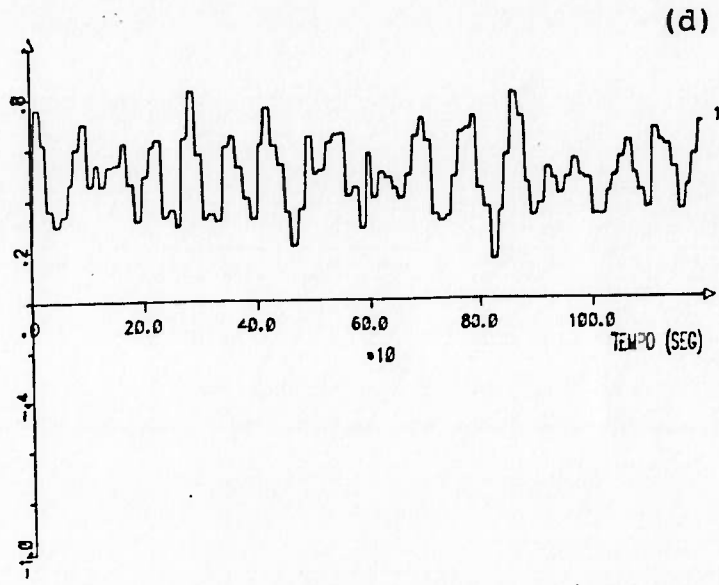


MOVIMENTO DE DERIVA

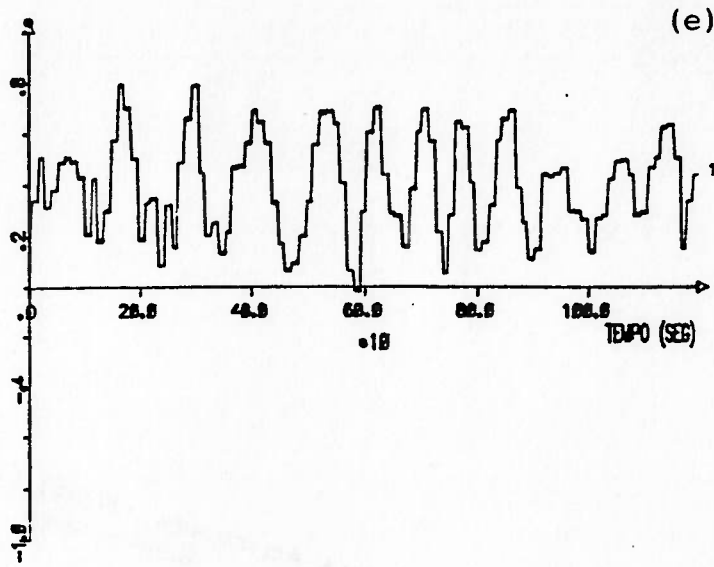


MOVIMENTO DE GUNADA

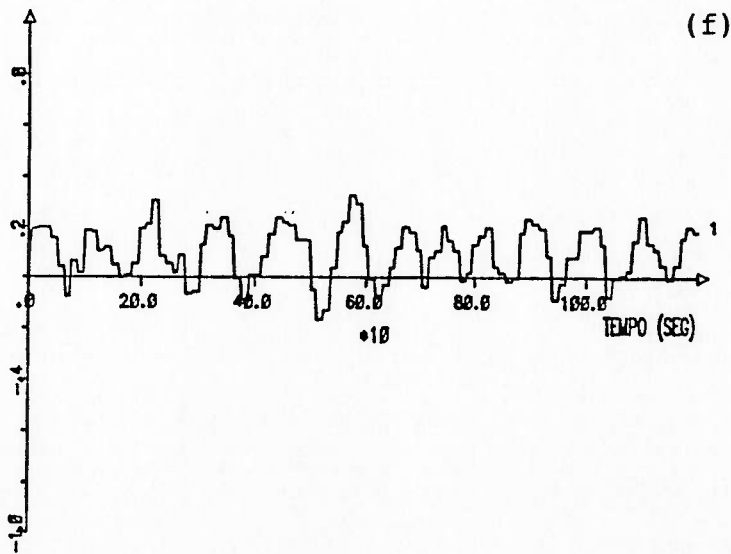
Figura 4.14a-c Teste 4 - Deslocamentos



EMPUXO NA DIR. X



EMPUXO NA DIR. Y



MOMENTO NA DIR. Z

Figura 4.14-d-f Teste 4 - Esforços aplicados pelo sistema propulsor

feito do vento, passou-se à análise da resposta do controlador com relação aos movimentos de alta frequência.

Conforme já foi mencionado, a abordagem atualmente utilizada em SPDs utiliza a filtragem dos sinais devidos aos movimentos de alta frequência, quer através de filtros de rejeição de banda ou através de filtros de Kalman.

Tal não é o caso do controlador proposto, onde não se adotou nenhuma filtragem explícita do deslocamento medido. O objetivo do teste 5 é o de avaliar as consequências deste procedimento.

Para isto, eliminou-se os movimentos de alta frequência dos deslocamentos medidos, ou seja, o controlador passa a receber:

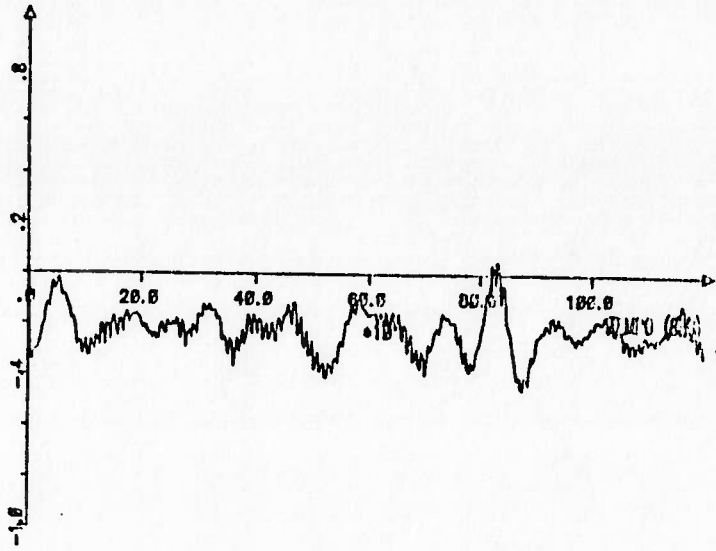
$$y(k) = y_L(k) + v(k)$$

onde y_L é o deslocamento em baixa frequência e $v(k)$ é o ruído de leitura do sistema.

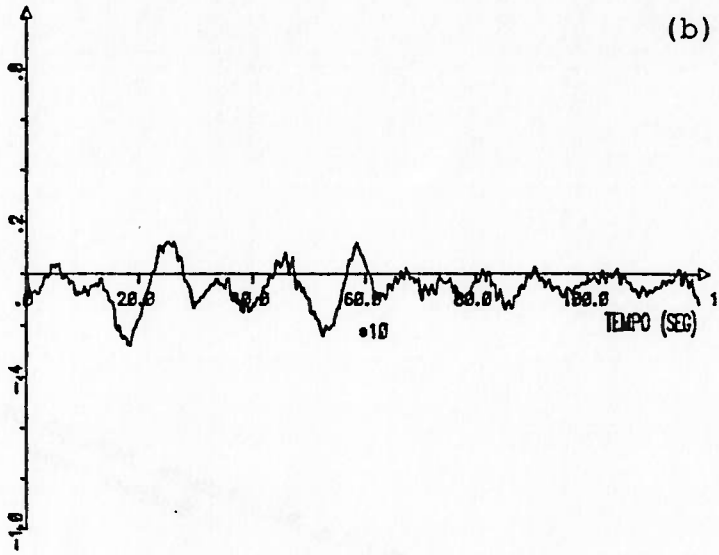
De acordo com as figuras 4.15a e 4.15d, os resultados para o movimento de avanço estão bem próximos dos obtidos no teste 2. Tal semelhança não é tão acentuada com relação aos esforços aplicados na direção de deriva e guinada. Os gráficos 4.15b,c mostram uma pequena diminuição nas oscilações T_y e T_z . Isto talvez possa ser explicado pela menor relação sinal/ruído ao se comparar com o movimento de avanço (ou seja, $|y|$ é menor e o ruído possui praticamente a mesma amplitude). No caso da guinada, além da menor relação sinal ruído, tem-se um ganho maior para o controlador, o que o torna mais sensível às perturbações.

Contudo, as diferenças com relação às variações nos sinais de controle não são tão grandes quanto se poderia esperar por não se utilizar um filtro para os movimentos de alta frequência.

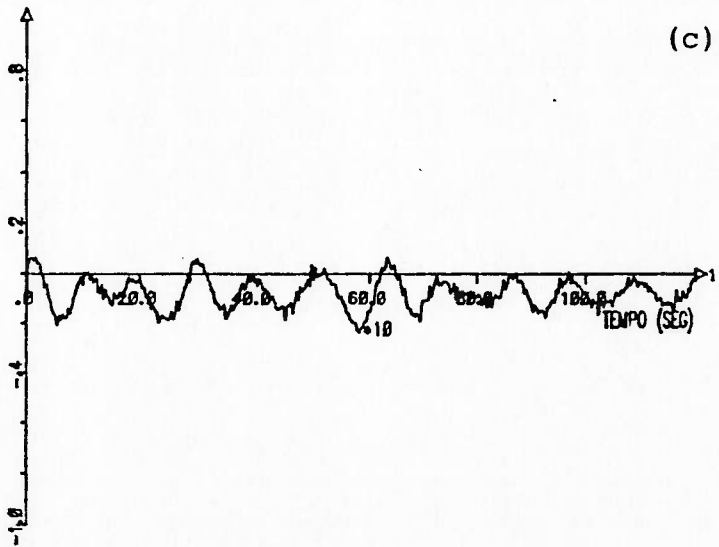
Com relação a estes resultados dois aspectos serão comentados. O primeiro diz respeito ao cálculo do previsor ótimo. A estimativa



MOVIMENTO DE AVANCO

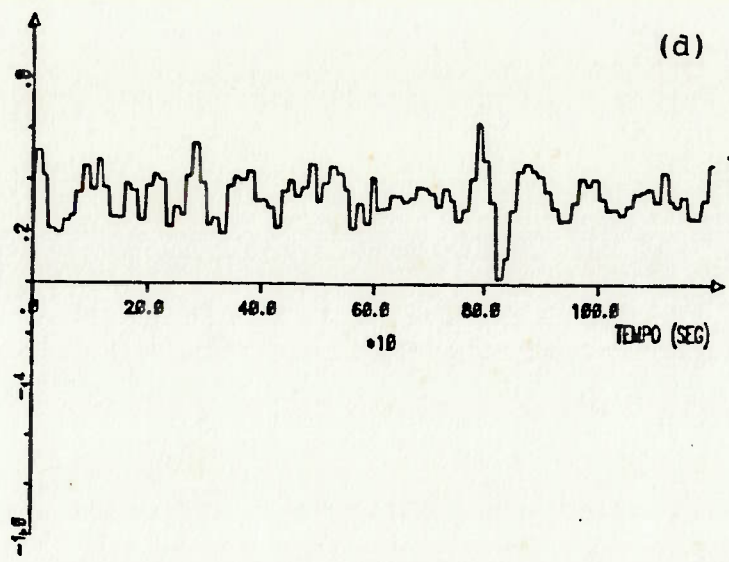


MOVIMENTO DE DERIVA

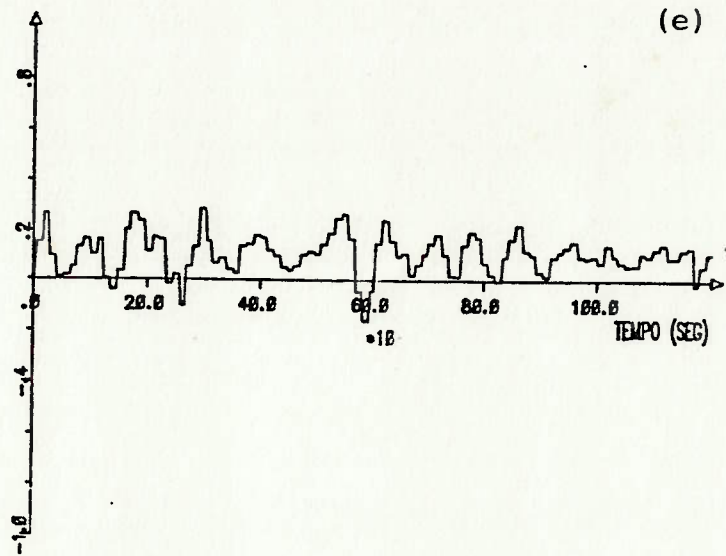


MOVIMENTO DE GIRAÇÃO

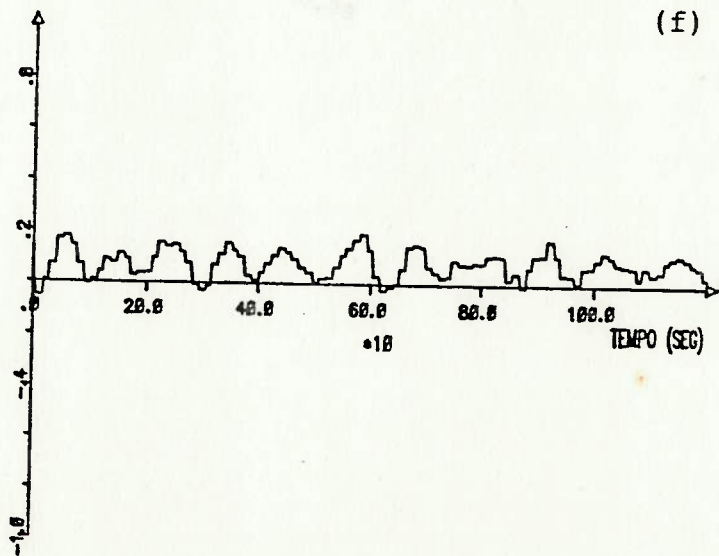
Figura 4.15a-c Teste 5 - Deslocamentos



EMPUXO NA DIR. X



EMPUXO NA DIR. Y



MOMENTO NA DIR. Z

Figura 4.15d-f Teste 5 - Esforços aplicados pelo sistema propulsor

do sinal de saída leva em conta as perturbações estocásticas através do termo $C(z^{-1})$. A resposta aos movimentos de alta frequência podem explicar o fato das curvas de deslocamento do teste 2 serem mais "lisas" do que as curvas do teste 5. No entanto, com uma frequência de amostragem de 0.52 rad/s, não se responde diretamente aos movimentos de alta frequência, que estão compreendidos na faixa de 0.3 a 0.5 rad/s, dando ao fenômeno de "aliasing" ilustrado na figura 4.16

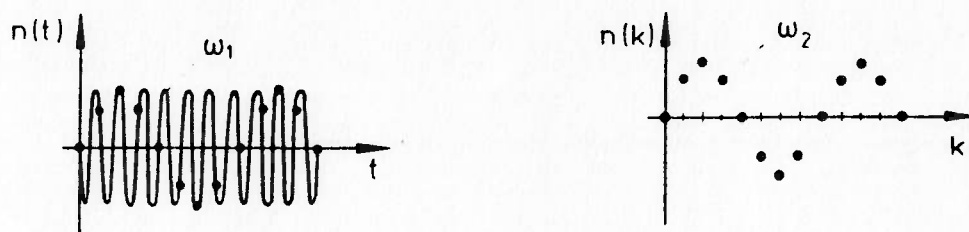


Figura 4.16 - Efeito de "aliasing" - Geração de um sinal de frequência ω_2 ao se amostrar um sinal de frequência ω_1 com um período de amostragem T_0 tal que $\omega_1/2 < \pi/T_0 < \omega_1$.

O segundo aspecto é o fato dos movimentos de primeira ordem terem pequena amplitude em relação à tolerância desejada para os deslocamentos. Isto é o que ocorre normalmente na operação de uma plataforma, pois o seu próprio projeto é voltado para a obtenção de pequenos deslocamentos em 1ª ordem.

4.5.6 - Teste 6 - "Filtragem 2"

Realizou-se este teste com o intuito de evidenciar a influência das amplitudes dos movimentos de alta frequência na modulação da propulsão.

Como em Grimble et alii, 1980a,b e Ambrosino et alii, 1987, admi

tiu-se que os deslocamentos em 1ª ordem fossem iguais às alturas de onda. Ou seja, a plataforma responde com a mesma amplitude da onda que a excita (no caso da guinada passa-se de metros para graus).

Da mesma forma que nos testes 2 e 5 compara-se os resultados do caso real, figuras 4.17a a 4.17f com aqueles obtidos quando o controlador recebe o sinal de deslocamento sem a presença do movimento de alta frequência, conforme as figuras 4.18a a 4.18f.

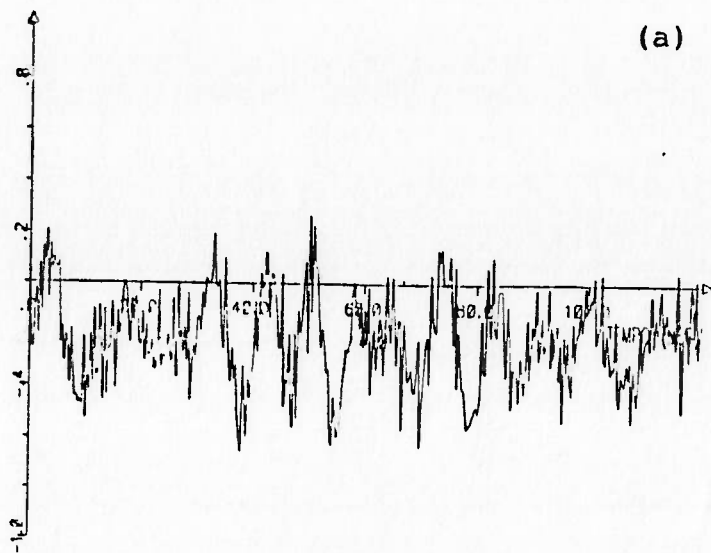
Como era de se esperar, as diferenças entre os dois casos são muito mais pronunciadas, pois as amplitudes dos movimentos de alta frequência são bem maiores do que as dos testes 2 e 5.

4.5.7 - Testes 7 e 8 - "Robustez"

Ambos os testes relacionam-se com a robustez do controlador. No teste 7, simula-se a mudança instantânea da direção de corrente, de 190 para 270° no instante $t=500$ s. No teste 8, introduz-se uma excitação constante entre $t=500$ e $t=800$ segundos, através da força do vento, sendo que $V_w = \bar{V} = 10$ m/s.

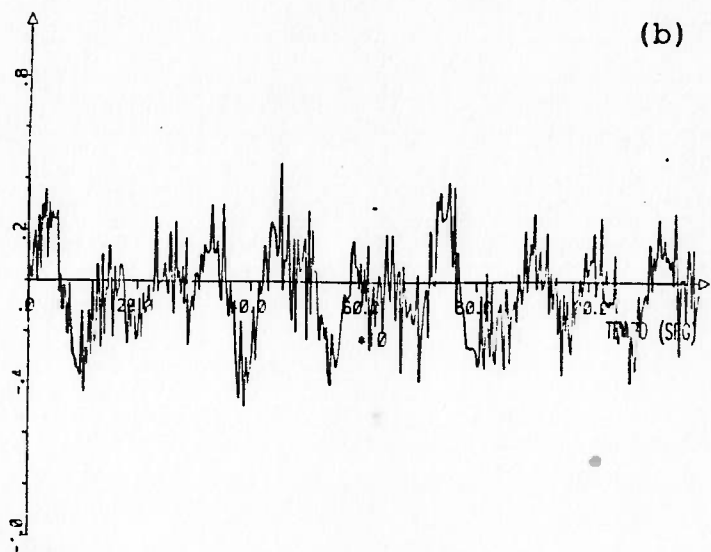
As figuras 4.19a a 4.20f indicam o bom desempenho do controlador por responder às mudanças bruscas nas perturbações sem afetar a estabilidade do sistema, e por manter os deslocamentos em níveis aceitáveis.

(a)



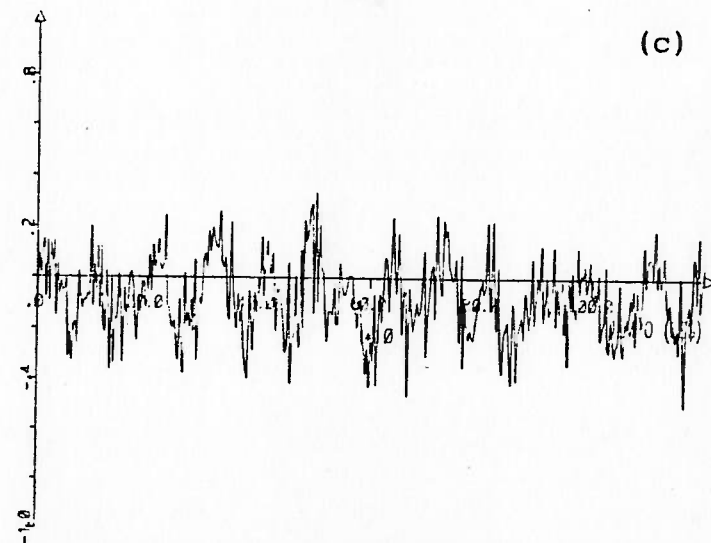
MOVIMENTO DE AVANÇO

(b)



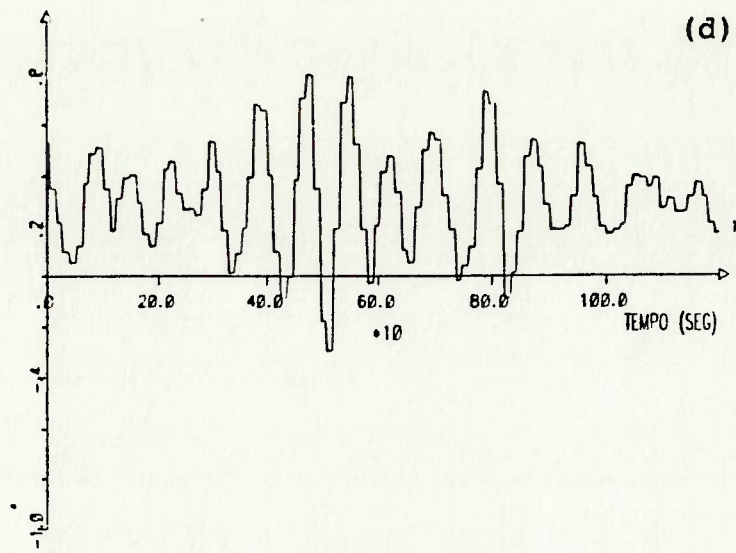
MOVIMENTO DE DERIVA

(c)

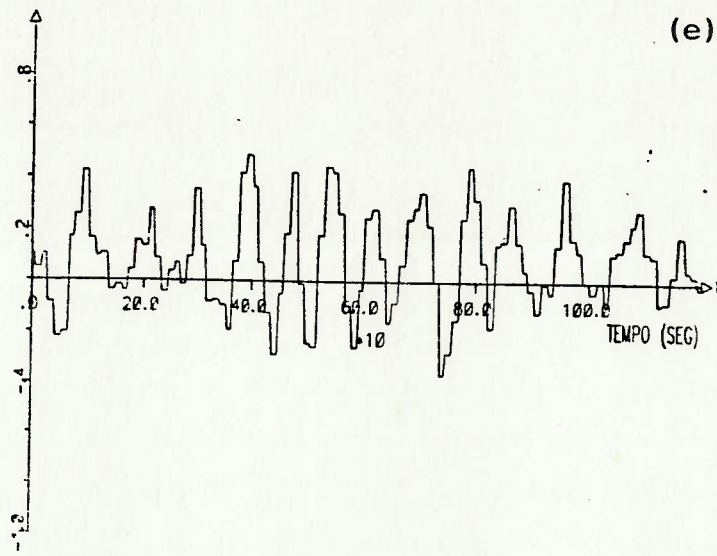


MOVIMENTO DE GIRAÇÃO

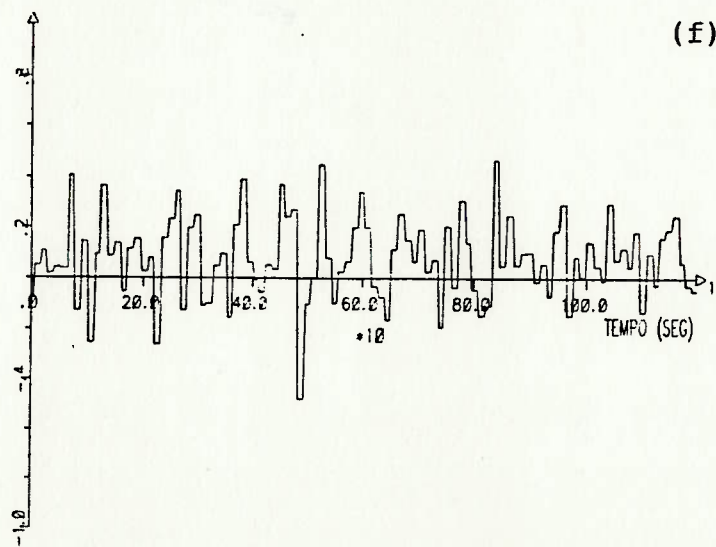
Figura 4.17a-c - Teste 6 - "Sem Filtragem" - Deslocamentos



EMPUXO NA DIR. X



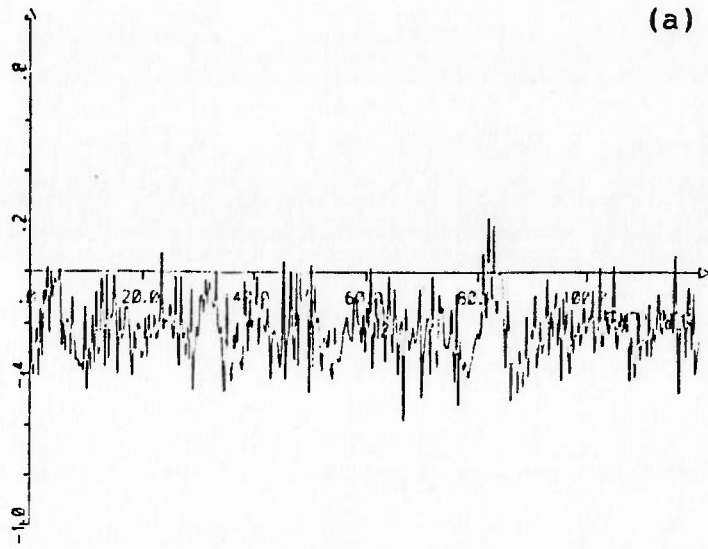
EMPUXO NA DIR. Y



MOMENTO NA DIR. Z

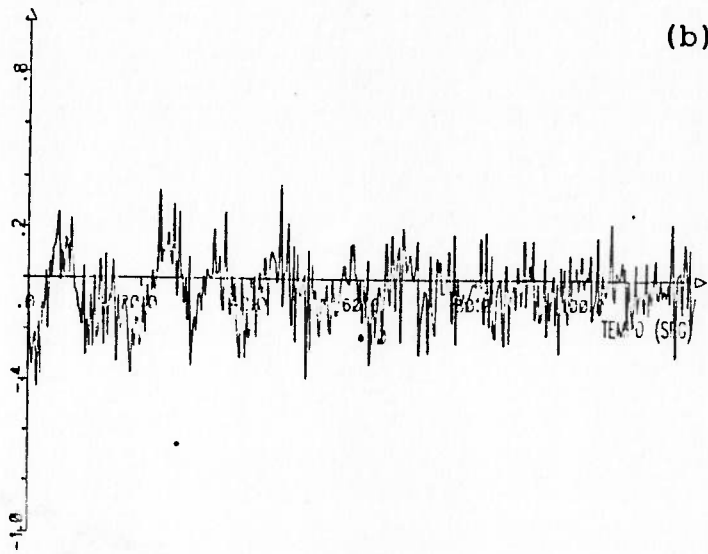
Figura 4.17d-f - Teste 6 - "Sem Filtragem" - Esforços aplicados pelo sistema propulsor

(a)



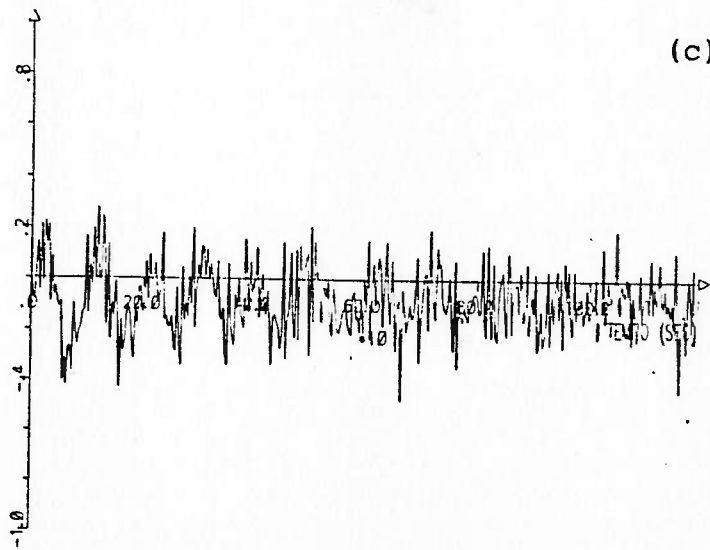
MOVIMENTO DE AVANCO

(b)



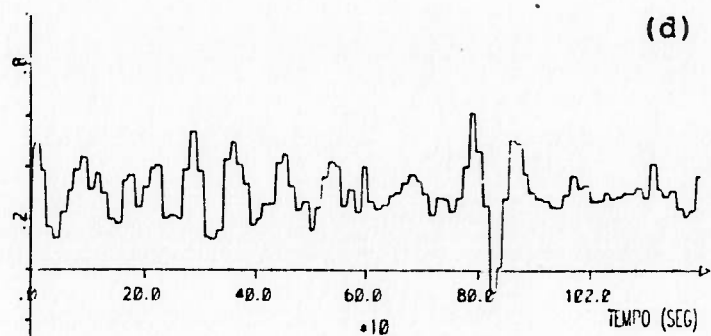
MOVIMENTO DE DERIVA

(c)

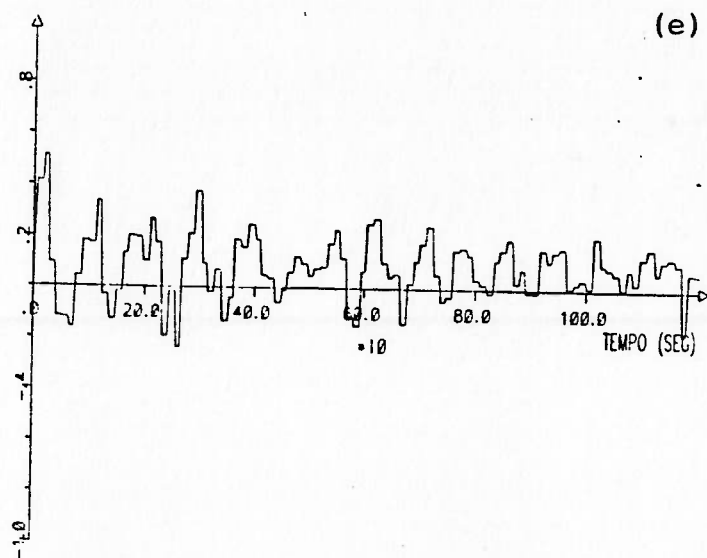


MOVIMENTO DE GIRAÇÃO

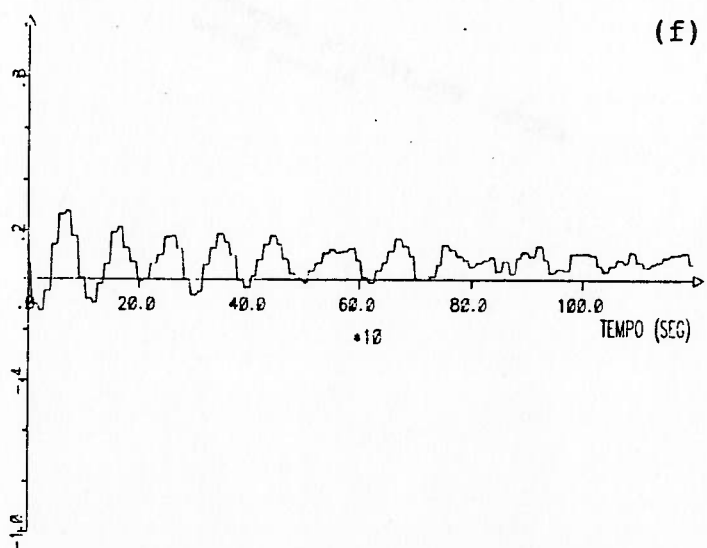
Figura 4.18a-c - Teste 6 - "Com Filtragem" - Deslocamentos



EMPUSO NA DIR. x



EMPUSO NA DIR. y



MOMENTO NA DIR. z

Figura 4.18d-f - Teste 6 - "Com Filtragem" - Esforços aplicados pelo sistema propulsor

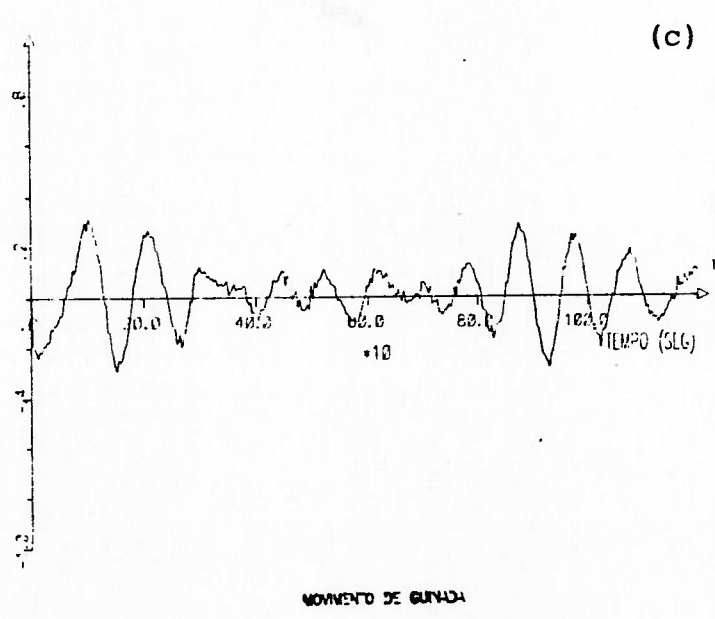
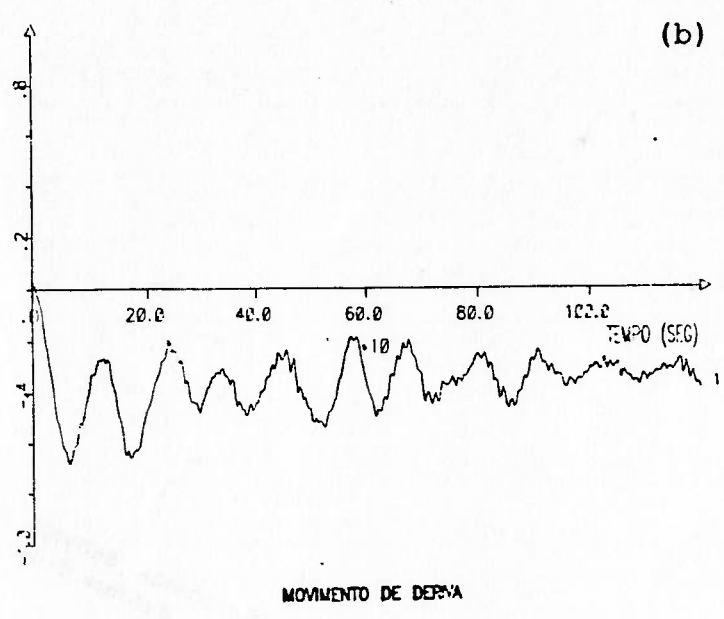
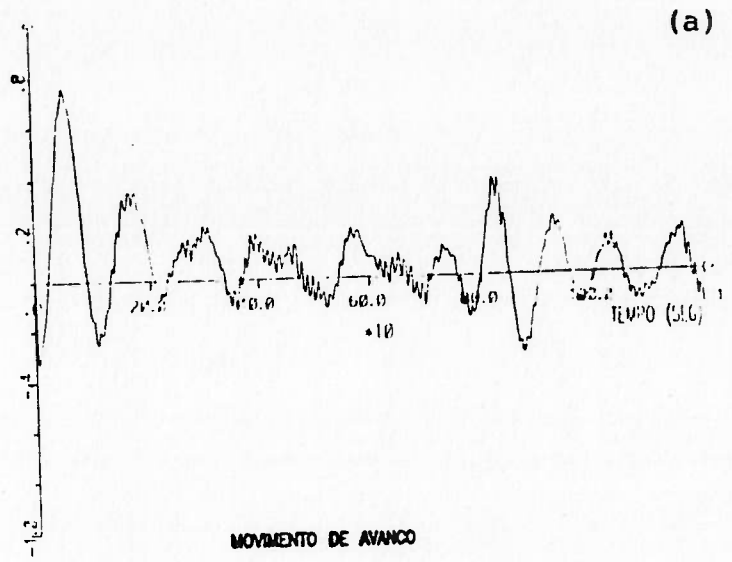
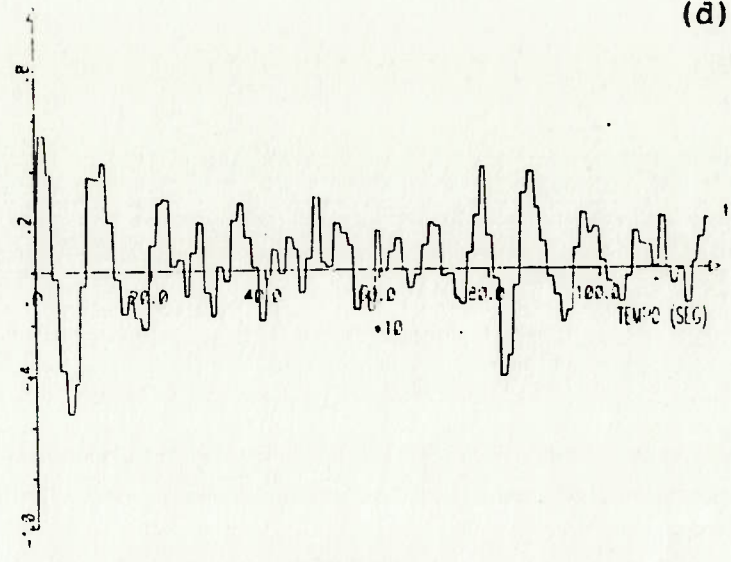
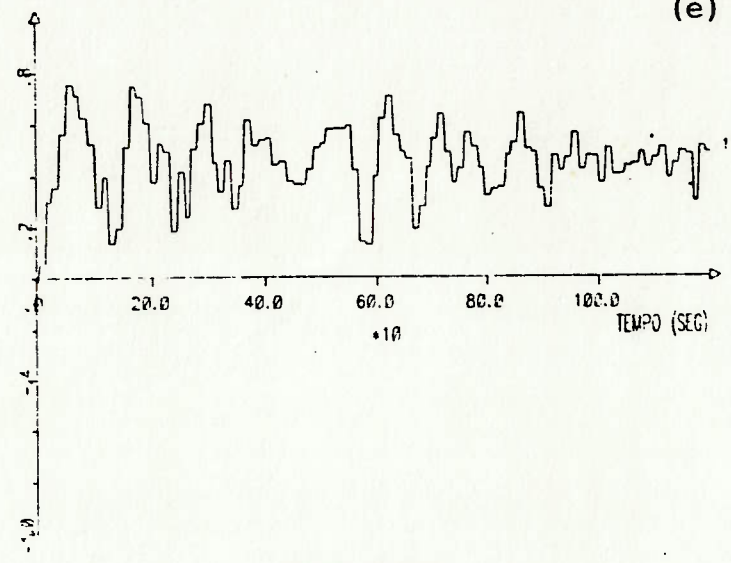


Figura 4.19a-c - Teste 7 - Deslocamentos



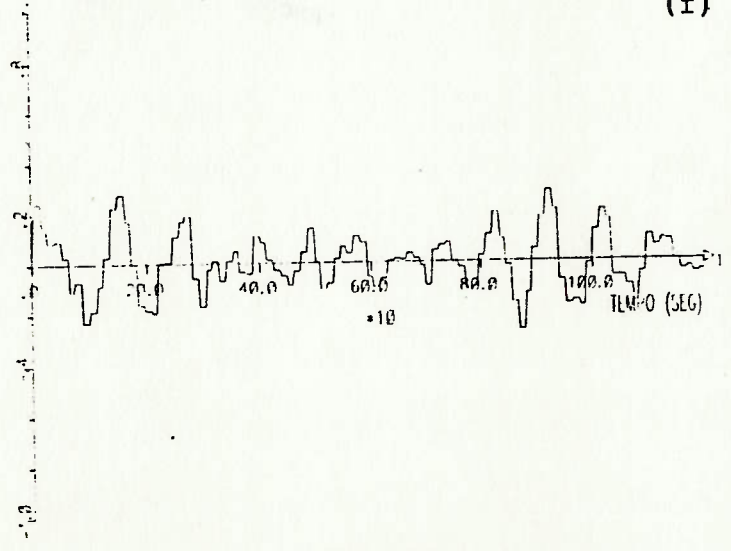
EMPUXO NA DIR. X

(e)



EMPUXO NA DIR. Y

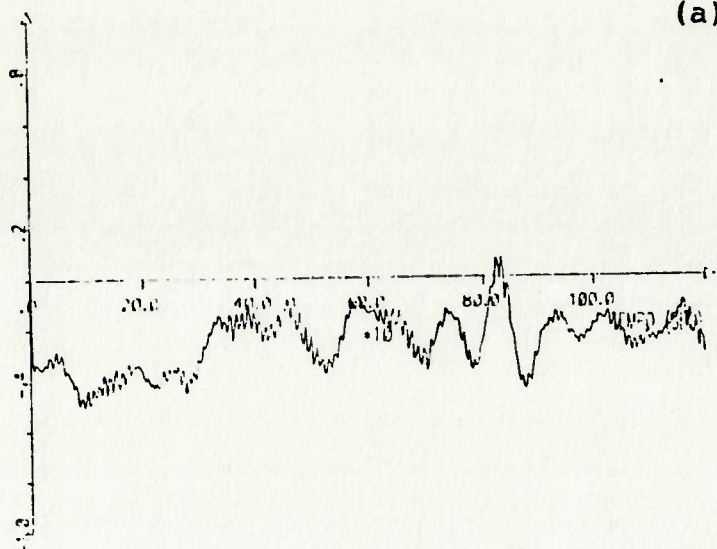
(f)



MOMENTO NA DIR. Z

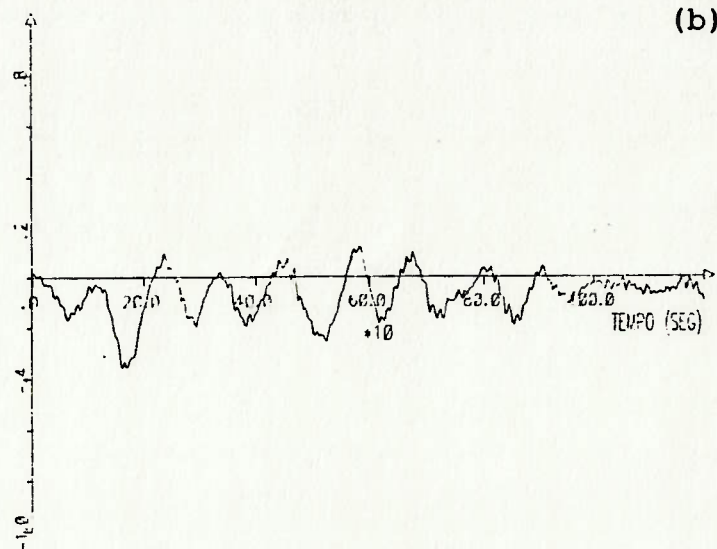
Figura 4.19d-f - Teste 7 - Esforços aplicados pelo sistema propul sor

(a)



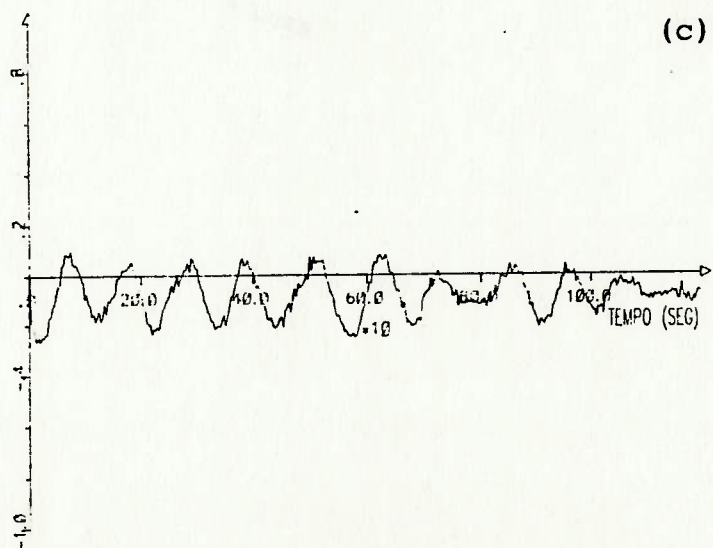
MOVIMENTO DE AVANÇO

(b)



MOVIMENTO DE DESVIA

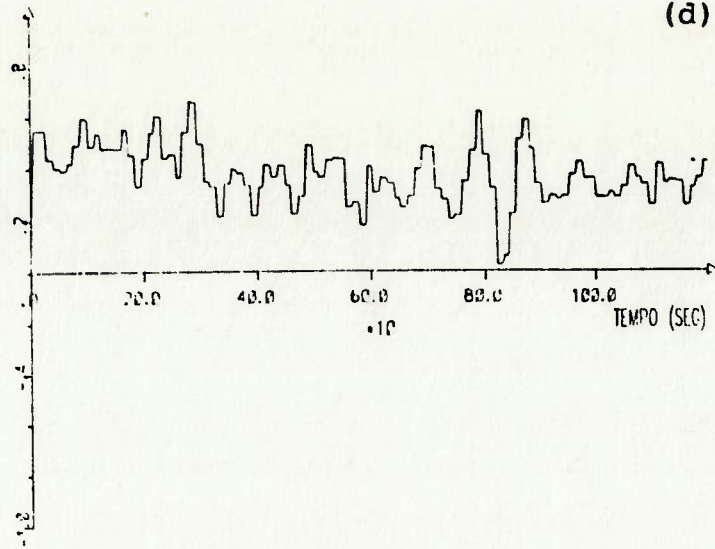
(c)



MOVIMENTO DE GUNADA

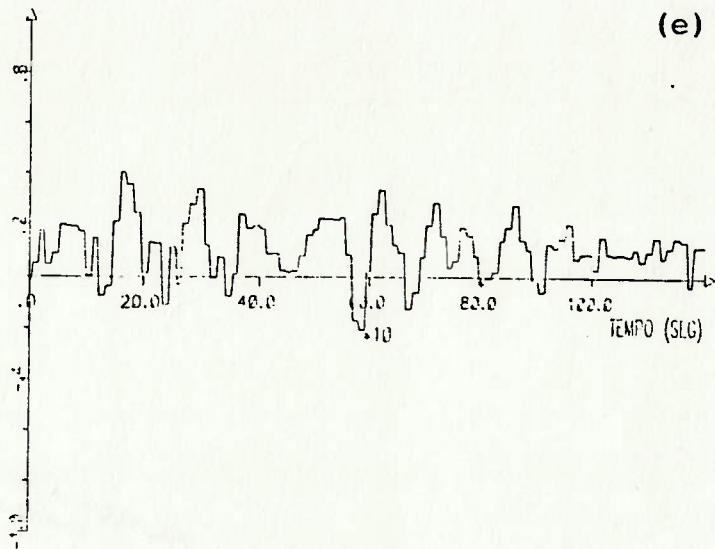
Figura 4.20a-c - Teste 8 - Deslocamentos

(d)



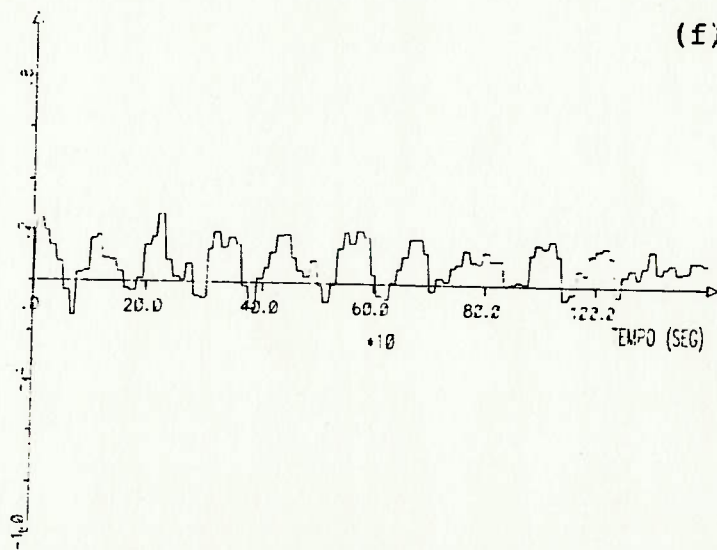
EMPUXO NA DIR. X

(e)



EMPUXO NA DIR. Y

(f)



MOMENTO NA DIR. Z

Figura 4.20d-f - Teste 8 - Esforços aplicados pelo sistema propulsor

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

5.1 - INTRODUÇÃO

Neste trabalho foi proposta a aplicação de um controlador auto-ajustável ao sistema de posicionamento dinâmico de uma plataforma semi-submersível. Utilizou-se três controladores de mínima variância generalizada, um para cada movimento do plano horizontal, avanço, deriva e guinada.

Destacam-se, entre outras, as vantagens de simplicidade do algoritmo de controle e atendimento a plantas com parâmetros desconhecidos. Esta última motiva a aplicação na área naval devido às dificuldades em se determinar parâmetros relacionados à dinâmica da embarcação, tais como suas derivadas hidrodinâmicas.

Nenhum processo explícito de filtragem foi utilizado para atenuar os sinais de alta frequência provenientes dos esforços de onda de 1ª ordem.

Para testar o desempenho do algoritmo de controle foram realizadas as simulações em um computador digital baseadas em um modelo da plataforma GVA-4000. A modelagem matemática utilizada foi composta por:

- a) Filtros para geração de ondas alimentados por ruídos-brancos;
- b) Filtros alimentados pela altura de onda, que fornecem os movimentos de alta frequência para cada grau de liberdade; e
- c) Modelo de baixa frequência: formado pelo modelo de manobra da embarcação em águas calmas (fluido ideal), junto com expressões semi-empíricas que representaram os esforços viscosos, os esforços devidos ao vento e as forças de onda de 2ª ordem. Além destes tem-se também os esforços aplicados pelo sistema

propulsor.

Os testes realizados tiveram como referência os resultados apresentados por Kallström (1983a,b) na simulação da mesma plataforma com a aplicação de um controlador ótimo multivariável junto com um filtro de Kalman para os movimentos de alta frequência.

5.2 - CONCLUSÕES

As características de pequeno amortecimento dos movimentos de baixa frequência da plataforma no plano horizontal influenciaram significativamente o desempenho do controlador com relação ao índice de custo quadrático admitido pela lei de controle. Chegou-se desta forma a restrições ao ganho da parcela integral do controlador.

Deve-se ressaltar aqui que, embora os movimentos induzidos pelos esforços de 2ª ordem também provoquem o surgimento de forças de amortecimento, tais efeitos são bem pequenos. Por isto observa-se as grandes amplitudes dos movimentos de embarcações amarradas quando excitadas por esforços de 2ª ordem na frequência de ressonância.

Sendo assim, não houve um comprometimento das conclusões acima por se desprezar estas parcelas de amortecimento.

Outra característica importante para o desempenho do controlador é a pequena amplitude dos movimentos de alta frequência, o que é inerente ao projeto de uma plataforma semi-submersível. Isto, aliado à escolha de um intervalo de amostragem adequado, resultou na ausência de grandes variações do sinal de controle apesar do controlador responder às perturbações de alta frequência. O mesmo possivelmente não ocorreria no caso de navios, onde as amplitudes de tais movimentos costumam ser bem maiores.

Os resultados obtidos sugerem que a vantagem do uso de filtros sofisticados como os de Kalman não é tão grande ao se tratar de pla

taformas semi-submersíveis. No mínimo, pode-se pensar em filtros mais simples como os de restrição de banda, sem perdas consideráveis com relação ao filtro de Kalman.

5.3 - SUGESTÕES

Os assuntos pesquisados durante a elaboração deste trabalho sugerem algumas linhas de interesse relacionadas ao tema proposto.

Primeiramente, com relação à modelagem, chamou-nos a atenção a pesquisa de técnicas para a realização de espectros de mar através de filtros alimentados por ruídos-brancos. Neste sentido, cabe-nos destacar o uso de técnicas analíticas de adaptação de funções de transferência que aproximem o espectro de mar desejado, prescindindo-se assim de técnicas de estimação que requerem dados obtidos em ensaios (Tamehiro et alii, 1977; Grimble et alii, 1980a,b). A modelagem através de filtros também pode ser pesquisada para a representação dos movimentos de alta frequência (Weiss e Devries, 1977).

Outro aspecto da modelagem que pode ser destacado, o qual não foi levado em conta no presente trabalho é a pesquisa referente à dinâmica dos atuadores do sistema propulsor, à interferência do propulsor com o casco e com outros propulsores. Além disso, pode-se tratar também da questão da alocação dos empuxos.

O aprofundamento da questão da filtragem dos movimentos de alta frequência pode ser tentado através de pesquisa de parâmetros que meçam de maneira mais concreta as vantagens e desvantagens de cada técnica (energia gasta na propulsão ao longo de uma simulação, por exemplo). Além disso, pode-se pesquisar a extensão do filtro autoajustável apresentado por Fung e Grimble (1983) para o modelo de entradas e saídas, visando a aplicação do controlador proposto para outras embarcações.

No que tange ao controle, outra questão que não foi explorada refere-se à comparação entre a abordagem multivariável e a escolhida no trabalho. Finalmente, tem-se a pesquisa de outras técnicas de controle auto-ajustável, tais como a de alocação de polos, que foi apresentada neste trabalho.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. AGARWAL, M.; SEBORG, D.E. Self-tuning controllers for nonlinear systems. **Automatica**, Oxford, 23(2):209-14, Mar.1987.
2. ALLIDINA, A.Y.; HUGHES, F.M. Generalized self-tuning controller with pole assignment. **IEE Proceedings**. Part D: Control theory and Applications, London, 127(1):13-18, Jan.1980.
3. AMBROSINO, G. et alii. Design of a dynamic positioning system for a multiple moored lay-vessel. In: TRIANNIAL WORLD CONGRESS OF THE INTERNATIONAL FEDERATION OF AUTOMATIC CONTROL, 10., Munich,1987. **Automatic control: world congress, 1987**. Oxford, Pergamon, 1988. v.6, p.249-53.
4. AMERONGEN, J. van. Applications of adaptive control to ship steering. In: IFAC/IFORS SYMPOSIUM ON IDENTIFICATION AND SYSTEM PARAMETER ESTIMATION, 7., York, 1985. **Identification and system parameter estimation: 1985**. Oxford, Pergamon, 1985. v.2, p.1279-84.
5. ASTROM, K.J. Theory and applications of adaptive control: a survey. **Automatica**, Oxford, 19(5):471-86, Sept.1983.
6. _____. Why use adaptive techniques for steering large tankers? **International Journal of Control**, London, 32(4):689-708, Oct. 1980.
7. _____; EYKHOFF, P. System identification: a survey. **Automatica**, Oxford, 7(1):123-62, Mar.1971.
8. _____; WITTENMARK, B. On self-tuning regulator. **Automatica**, Oxford, 9(2):185-99, Mar.1973.
9. _____; _____. Self-tuning controllers based on pole-zero placement. **IEE Proceedings**. Part D: Control Theory and Applications, London, 127(3):120-30, May 1980.

10. BALCHEN, J.G. et alii. A dynamic positioning system based on Kalman filtering and optimal control. **Modeling, Identification and Control**, Oslo, 1(3):135-63, 1980.
11. BAYOUMI, M.M. et alii. A self-tuning regulator for multivariable systems. **Automatica**, Oxford, 17(4):575-92, July 1981.
12. BELLMAN, R. **Adaptive processes: a guided tour**. Princeton, Princeton University Press, 1961. Apud: ÅSTRÖM, K.J. Theory and applications of adaptive control: a survey. **Automatica**, Oxford, 19(5):471-86, Sept.1983.
13. BELLMAN, R.E. **Dynamic programming**. Princeton, Princeton University Press, 1957.
14. BEZANSON, L.W.; HARRIS, S.L. State-space design of multivariable self-tuning regulators. **International Journal of Control**, London, 39(2):395-411, Feb.1984.
15. BORISSON, U. Self-tuning regulator for a class of multivariable systems. **Automatica**, Oxford, 15(2):209-15, Mar.1979.
16. BOX, G.E.P.; JENKINS, G.M. **Time-series analysis, forecasting and control**. San Francisco, Holden-Fay, 1970. 553p.
17. BRINK, A.W. et alii. Adaptive automatic course-keeping control of a supertanker and a container-ship: a simulation study. **International Shipbuilding Progress**, Rotterdam, 26(301):189-214, Sept.1979.
18. BROOME, D.R.; LAMBERT, T.H. An optimising function for adaptive ships autopilots. In: SHIP CONTROL SYSTEMS SYMPOSIUM, 5., Annapolis, 1978. **Proceedings**. S.n.t. V.3, p.J2 1/1-J2 1/17.
19. BUCHHOLT, F.; KUMMEL, M. A multivariable selftuning regulator to control a double effect evaporator. **Automatica**, Oxford, 17(5):737-43, Sept.1981.

20. CLARKE, D.W.; GAWTHROP, P.J. Implementation and application of microprocessor-based self-tuners. **Automatica**, Oxford, 17(1):233-44, Jan.1981.
21. ____; _____. Self-tuning control. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, London, 126(6):633-40, June 1979.
22. ____; _____. Self-tuning controller. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, London, 22(9):929-34, Sept. 1975.
23. DAVENPORT, A.G. Wind structure and wind climate. In: HOLLAND, I. et alii, ed. **Safety structures under dynamic loading**. Trondheim, Tapir, 1978. v.2. Apud: KALLSTROM, C. G. Mooring and dynamic positioning of a semi-submersible: a comparative simulation study. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON OCEAN ENGINEERING AND SHIP HANDLING, 2., Gothenburg, 1983. **Proceedings**. Gothenburg, Swedish Maritime Research Centre SSPA, 1983. p.421.
24. DONHA, D.C. **Estudo, implementação, teste e avaliação de um sistema de posicionamento dinâmico**. São Paulo, 1989. 265+Ap. 108p. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo. Escola Politécnica.
25. _____. **Estudo do posicionamento dinâmico para plataforma semi-submersível**. São Paulo, 1983. 303p. Dissertação (Mestrado)-Universidade de São Paulo. Escola Politécnica.
26. EDMUNDS, J.M. **Digital adaptive polo-shifting regulators**. S.l., 1976. Thesis (Ph.D.) - UMIST. Apud: ASTROM, K.J. Theory and applications of adaptive control: a survey. **Automatica**, Oxford, 19(5):471-86, Sept.1983.
27. ELLIOT, H.; WOLOVICH, W.A. A parameter adaptive control structure for linear multivariable systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, AC-27(2):340-52, Apr.1982.

28. EYKHOFF, P. **System identification**. London, Wiley, 1974. 555p.
29. FAVIER, G.; HASSANI, M. Multivariable self-tuning controllers based on generalized minimum variance strategy. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 21., Orlando, 1982. **Proceedings**. New York, IEEE, 1982. v.2, p.770-7.
30. FELDBAUM, A.A. Dual control theory. **Automation and Remote Control**, New York, 21:874, 1033, 1960; 22:1, 109, 1961. Apud: ÅSTRÖM, K. J.; Theory and applications of adaptive control: a survey. **Automatica**, Oxford, 19(5):471-86, Sept. 1983.
31. _____. **Optimal control systems**. New York, Academic Press, 1965. Apud: ÅSTRÖM, K. J. Theory and applications of adaptive control: a survey. **Automatica**, Oxford, 19(5):471-86, Sept. 1983.
32. FORTESCUE, T.R. et alii. Implementation of self-tuning regulators with variable forgetting factors. **Automatica**, Oxford, 17(6):831-5, Nov. 1981.
33. FREEMAN, T.G. Selecting the best linear transfer function model. **Automatica**, Oxford, 21(4):361-70, July 1985.
34. FUNG, P.T.K.; GRIMBLE, M.J. Dynamic ship positioning using a self-tuning Kalman filter. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, AC-28(3):339-49, Mar.1983.
35. FYLLING, I.J. et alii. Optimization and safety considerations in the design of stationkeeping systems. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON PRACTICAL DESIGN OF SHIPS AND MOBILE UNITS, 3., Trondheim, 1987. **PRADS'87: proceedings**. Trondheim, Norwegian Institute of Technology, 1987. v.1, p.445-61.
36. GAWTHROP, P.J. Some interpretation of the self-tuning controller. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, London, 124(10):889-94, Oct.1977.

37. GOODWIN, G.C.; PAYNE, R.L. **Dynamic system identification: experiment design and data analysis.** New York, Academic Press, 1977. 291p.
38. ____; SIN, K.S. **Adaptive filtering prediction and control.** Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1984. 540p.
39. GREGORY, P.C., ed. **Proceedings of the self adaptive flight control systems symposium.** S.l. Wright Air Development Centre, 1959. (WADC technical report 59-49) Apud: ASTROM, K. J. Theory and applications of adaptive control: a survey. **Automatica**, Oxford, **19(5):471-86**, Sept.1983.
40. GRIMBLE, M.J. Relationship between Kalman and notch filters used in dynamic ship positioning systems. **Electronics Letters**, Stevenage, **14(13):399-400**, 22 June 1978.
41. ____ et alii. The design of dynamic ship positioning control systems using stochastic optimal control theory. **Optimal Control Applications and Methods**, Chichester, **1:167-202**, 1980. |b|
42. _____. Use of Kalman filtering techniques in dynamic ship-positioning systems. **IEE Proceedings**. Part D: Control Theory and Applications, London, **127(3):93-102**, May 1980. |a|
43. HUGHES, F.M.; ALLIDINA, A.Y. Self-tuning controller design incorporating frequency response criteria. In: IFAC SYMPOSIUM ON IDENTIFICATION AND SYSTEM PARAMETER ESTIMATION, 6., Washington, 1982. **Identification and system parameter estimation: 1982.** Oxford, Pergamon, 1983. v.2, p.1383-8.
44. ISERMANN, R. **Digital control systems.** Berlin, Springer, 1981. 566p.
45. _____. Parameters adaptive control algorithms: a tutorial. **Automatica**, Oxford, **18(5):513-28**, Sept.1981.

46. ISERMANN, R. Practical aspects of process identification. **Automatica**, oxford, 16(5):575-87, Sept.1980.
47. KALMAN, R.E. Design of a self-optimizing control system. **Transaction of the American Society of Mechanics Engineers**, New York, 80(2):468-78, Feb.1958.
48. KALLSTROM, C.G. A dynamic positioning system for semi-submersibles. Trabalho apresentado no RINA SYMPOSIUM ON SYSTEM FOR SEMI-SUBMERSIBLES, London, 1983.
49. _____. Mooring and dynamic positioning of a semi-submersible: a comparative simulation study. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON OCEAN ENGINEERING AND SHIP HANDLING, 2., Gothenburg, 1983. **Proceedings**. Gothenburg, Swedish Maritime Research Centre SSPA, 1983. p.417-40.
50. _____. System identification applied to data from scale model tests with a moored semi-submersible. In: IFAC/IFORS SYMPOSIUM ON IDENTIFICATION AND SYSTEM PARAMETER ESTIMATION, 7., York, 1985. **Identification and system parameter estimation: 1985**. Oxford, Pergamon, 1985. v.2, p.1959-64.
51. KOIVO, H.N. A multivariable self-tuning controller. **Automatica**, Oxford, 16(4):351-66, July 1980.
52. KURZ, H. et alii. Experimental comparison and application of various parameter: adaptive control algorithms. **Automatica**, Oxford, 16(2):117-33, Mar.1980.
53. LANDAU, I.D. **Adaptive control: the model reference approach**. New York, Marcel Dekker, 1979.
54. _____. A survey of model reference adaptive techniques: theory and applications. **Automatica**, Oxford, 10(4):353-79, July 1974.
55. LOUGH, A. **Dynamic positioning**. Crawley, Lloyd's Register of Shipping, 1985. 17p. (Lloyd's Register, 97).

56. MATSUMOTO, N. et alii. Design method for characteristics of dynamic positioning system equipped on floating offshore structures. **Nippon Kokan Technical Report: Overseas**, Tokyo, (44):103-11, Aug.1985.
57. MENDES, R.S. et alii. Metodologia para cálculo das ponderações de controladores auto ajustáveis. In: CONGRESSO LATINO-AMERICANO DE AUTOMÁTICA, 1.; CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 5., Campina Grande, 1984. **Anais**. S.l., Universidade Federal da Paraíba, 1984. v.2, p.478-83.
58. MILNE-THOMSON, L.M. **Theoretical hydrodynamics**. 5.ed. London, Macmillan, 1979. 743p.
59. MOBERG, S.; HELLSTRÖM, S.A. Dynamic positioning of a four-column semi-submersible: model tests of interaction forces and a philosophy about optimum strategy when operating the thrusters. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON OCEAN ENGINEERING AND SHIP HANDLING, 2., Gothenburg, 1983. **Proceedings**. Gothenburg, Swedish Maritime Research Centre SSPA, 1983. p.443-59.
60. MONOPOLI, R.V. Model reference adaptive control with an augmented error signal. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, AC-19(5):474-85, Oct.1974.
61. MORGAN, M.J. **Dynamic positioning offshore vessels**. Tulsa, Petroleum Publishing, 1978. 513p.
62. MORISHITA, H.M. **Estudo de controlador adaptativo para uma instalação propulsora marítima**. São Paulo, 1985. 131p. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, Escola Politécnica.
63. ____; BARROS, E.A. Utilização de um controlador adaptativo em uma instalação propulsora marítima. In: CONGRESSO NACIONAL DE TRANSPORTES MARÍTIMOS E CONSTRUÇÃO NAVAL, 12., Rio de Janeiro, 1988. **Projeto, hidrodinâmica, máquinas**. Rio de Janeiro, SOBENA, 1988. p.349-61.

64. NORRBIN, N.H. **Theory and observations on the use of a mathematical model for ship manoeuvring in deep and confined waters.** Goteborg, Statens Skeppsprovvningsanstalt, 1971. 117p. (SSPA publication, 68).
65. OLSEN, O.A. Wind, wave, and current forces on offshore structures. In: THE TECHNOLOGY of offshore drilling, completion and production. Tulsa, Petroleum Publishing, 1976. p.47-93.
66. OSORIO CORDEIRO, A.; MAYNE, D.Q. Deterministic convergence of a self-tuning regulator with variable forgetting factor. **IEE Proceedings.** Part D: Control Theory and Applications, London, 128(1):19-23, Jan.1981.
67. PARKS, P.C. Liapunov redesign of model reference adaptive control systems. **IEEE Transactions on Automatic Control,** New York, AC-11(3):362-7, July 1966.
68. PENTTINEN, J.; KOIVO, H.N. Multivariable tuning regulators for unknown systems. **Automatica,** Oxford, 16(4):393-8, July 1980.
69. PINKSTER, J.A. **Low frequency second order wave exciting forces on floating structures.** Wageningen, Netherlands Ship Model Basin, 1980.
70. PRAGER, D.L.; WELLSTEAD, P.E. Multivariable pole-assignment self-tuning regulators. **IEE Proceedings.** Part D: Control Theory and Applications, London, 128(1):9-17, Jan.1981.
71. RADKE, F. Implementation of multivariable parameter-adaptive control algorithms using modern microprocessor techniques. In: IFAC SYMPOSIUM ON IDENTIFICATION AND SYSTEM PARAMETER ESTIMATION, 6., Washington, 1982. **Identification and system parameter estimation: 1982.** Oxford, Pergamon, 1983. v.2, p.1641-6.

72. RADKE, F.; ISERMANN, R. A parameter-adaptive PID-controller with stepwise parameter optimization. **Automatica**, Oxford, 23(4):449-57, July 1987.
73. REIHART, T.R. Dynamic positioning. In: THE TECHNOLOGY of offshore drilling, completion and production. Tulsa, Petroleum Publishing, 1976. p.129-64.
74. SAELID, S. et alii. Design and analysis of a dynamic positioning system based on Kalman filtering and optimal control. **IEEE Transaction on Automatic Control**, New York, AC-28(3):331-8, Mar.1983.
75. SCHUMANN, R. Identification and adaptive control of multivariable stochastic linear systems. In: IFAC SYMPOSIUM ON IDENTIFICATION AND SYSTEM PARAMETER ESTIMATION, 5., Darmstadt, 1979. **Identification and system parameter estimation**. Oxford, Pergamon, 1980. v.2, p.1203-12.
76. SHIEH, L.S. et alii. Multivariable state-feedback self-tuning controllers. In: IFAC SYMPOSIUM ON IDENTIFICATION AND SYSTEM PARAMETER ESTIMATION, 6., Washington, 1982. **Identification and system parameter estimation: 1982**. Oxford, Pergamon, 1983. v.2, p.1389-94.
77. SODERSTROM, T. On model structure testing in system identification. **International Journal of Control**, London, 26(1):1-18, July 1977.
78. TAMEHIRO, M. et alii. On dynamic positioning system design in particular reference to the positional signal filtering technique. **Journal of the Society of Naval Architects of Japan**, Tokyo, 142: 90-101, Nov.1977.
79. TIANO, A. et alii. Comparison of various adaptive control techniques applied to autopilot design. In: SHIP CONTROL SYSTEMS SYMPOSIUM, 6., Ottawa, 1981. **Proceedings**. S.n.t. v.4, p. Q 2/1-Q 2/31.

80. VAN DEN BOOMM, A.J.W.; VAN DEN ENDEN, A.W.M. The determination of the orders of process and noise dynamics. **Automatica**, Oxford, 10(3):245-56, May 1974.
81. WEISS, I.M.; DEVRIES, T.W. Ship motion measurement filter design. **IEEE Journal of Oceanic Engineering**, New York, OE-2(4):325-30, Oct.1977.
82. WELLSTEAD, P.E.; ZANKER, P. Servo self-tuners. **International Journal of Control**, London, 30(1):27-36, July 1979.
83. _____ et alii. Pole assignement self-tuning regulator. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, London, 126(8):781-7, Aug.1979.
84. WHITAKER, H.P. et alii. **Design of model reference adaptive control systems for aircraft**. Cambridge, Mass., MIT, 1958. (Instrumentation Laboratory, Rep. R-164).
85. WOUNTERS, W.R.E. Adaptive pole placement for linear stochastic systems with unknown parameters. In: **IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL**, 8., New Orleans, 1977. **Proceedings**. New York, IEEE, 1977. v.1, p.159-66.

A P Ê N D I Ç E

MÉTODOS DOS MÍNIMOS QUADRADOS

("MMQ")

A.1 - ANÁLISE DO MÉTODO

Seja um processo linearizado, estacionário e estável, representado por:

$$\begin{aligned}
 y_u(k) + a_1 y_u(k-1) + \dots + a_m y_u(k-m) &= \\
 &= b_1 u(k-d-1) + \dots + b_m u(k-d-m)
 \end{aligned}
 \tag{A.1-1}$$

onde:

$k = 0, 1, 2, \dots$, refere-se ao instante $k \cdot T_0$, sendo T_0 o tempo de amostragem

$$u(k) = U(k) - U_\infty$$

$$y_u(k) = Y_u(k) - Y_\infty$$

sendo:

$U(k)$ e $Y_u(k)$, os sinais de entrada e saída respectivamente

U_∞ e Y_∞ respectivamente os sinais de entrada e saída em regime permanente

d é um número inteiro que representa o tempo de atraso

m é a ordem do processo

Pode-se expressar a função de transferência em z através de:

$$G_p(z) = \frac{y_u(z)}{u(z)} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} * z^{-d} = \frac{b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m}} * z^{-d}$$

A equação (A.1-1) refere-se à parte determinística da dinâmica do sistema. Com o intuito de introduzir perturbações estocásticas, admite-se que o sinal de saída $y(k)$ seja composto pelo sinal $y_u(k)$ acrescido da parcela $n(k)$. Isto é:

$$y(k) = y_u(k) + n(k) \quad (\text{A.1-2})$$

O sinal $n(k)$ faz parte de um processo aleatório auto-regressivo de média móvel ("ARMA"; Box & Jenkins, 1970):

$$n(k) + c_1 n(k-1) + c_2 n(k-2) + \dots + c_p n(k-p) = v(k) + d_1 v(k-1) + \dots + d_p v(k-p) \quad (\text{A.1-3})$$

onde:

p é a ordem do processo

$v(k)$ é o processo aleatório caracterizado por:

$$1) E\{v(k)\} = 0$$

$$2) \text{cov}[v(k), \tau] = E\{v(k) * v(k+\tau)\} = \sigma_v \cdot \delta(\tau), \text{ com } \delta(\tau) = 1 \text{ se } \tau=0 \\ 0 \text{ se } \tau \neq 0$$

ou seja, $v(k)$ é ruído branco.

Analogamente à representação do processo, pode-se expressar a função de transferência do filtro por:

$$G_v(z) = \frac{n(z)}{v(z)} = \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})} = \frac{1 + d_1 z^{-1} + \dots + d_p z^{-p}}{1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_p z^{-p}} \quad (\text{A.1-4})$$

Assim sendo, combinando-se as equações (A.1-3) e (A.1.4) tem-se:

$$y(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d} u(z) + \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})} v(z) \quad (\text{A.1-5})$$

O objetivo do método de identificação é estimar os parâmetros $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ do processo e $C(z^{-1})$, $D(z^{-1})$ do ruído baseando-se nas medidas de $u(k)$ e $y(k)$.

Admite-se que as ordens m e p são conhecidas, caso contrário, pode-se estimá-las por meio dos vários métodos existentes (Isermann, 1980; Freemann, 1985; Söderström, 1976; Van Den Boom e Van

Den Enden, 1974).

Também é admitido que $n(k)$ é estacionário (ou seja, as raízes de $C(z)$ estão no interior do círculo de raio unitário no plano z).

O método dos mínimos quadrados admite que no modelo do sistema, $D(z^{-1})=1$ e $C(z^{-1})=A(z^{-1})$, ou seja:

$$A(z^{-1}) \cdot y(z) = B(z^{-1}) \cdot u(z) + v(z) \quad (\text{A.1-6})$$

Substituindo-se na equação (A.1-6) os parâmetros do processo por suas estimativas, tem-se:

$$y(k) + \hat{a}_1 y(k-1) + \dots + \hat{a}_m y(k-m) = \hat{b}_1 u(k-d-1) + \dots + \hat{b}_m u(k-d-m) + e(k) \quad (\text{A.1-7})$$

onde:

$\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_m$ e $\hat{b}_1, \dots, \hat{b}_m$ são os valores estimados de a_1, \dots, a_m e b_1, \dots, b_m

$e(k)$ é o erro de estimação.

A equação anterior também pode ser apresentada sob a seguinte forma:

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k|k-1) \quad (\text{A.1-8})$$

onde:

$$\hat{y}(k|k-1) = -\hat{a}_1 y(k-1) - \dots - \hat{a}_m y(k-m) + \hat{b}_1 u(k-d-1) + \dots + \hat{b}_m u(k-d-m)$$

Ou seja, $\hat{y}(k|k-1)$ é a estimativa de $y(k)$ baseada nos $k-1$ instantes anteriores.

Expressando-se o cálculo de $y(k|k-1)$ na forma matricial tem-se:

$$\hat{y}(k|k-1) = \psi^T(k) \cdot \hat{\theta}(k-1) \quad (\text{A.1-9})$$

onde:

$$\psi^T(k) = [-y(k-1) \dots -y(k-m) u(k-d-1) \dots u(k-d-m)]$$

$$\hat{\theta}(k) = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \vdots \\ \hat{a}_m \\ \hat{b}_1 \\ \vdots \\ \hat{b}_m \end{bmatrix}$$

Tomando-se um número de medidas maior do que a ordem "m", a fim de garantir maior precisão, tem-se a equação matricial:

$$\bar{e}(m+d+N) = Y(m+d+N) - \psi^T(m+d+N) * \hat{\theta}(m+d+N) \quad (\text{A.1-10})$$

onde:

$N \geq 2m$ (por exemplo)

$$\bar{e}(m+d+N) = [e(m+d) \dots e(m+d+N)]^T$$

$$Y(m+d+N) = \begin{bmatrix} y(m+d) \\ \vdots \\ y(m+d+N) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\psi}(m+d+N) = \begin{bmatrix} -y(m+d-1) \dots -y(d) u(m-1) \dots u(0) \\ -y(m+d) \quad \dots -y(1+d) u(m) \dots u(1) \\ \vdots \\ -y(m+d+N-1) \dots -y(N+d) u(m+N-1) u(N) \end{bmatrix}$$

$$\hat{\theta}^T(m+d+N) = [\hat{a}_1' \dots \hat{a}_m' \quad \hat{b}_1' \dots \hat{b}_m']$$

No método dos mínimos quadrados, o objetivo é minimizar a função de perda $V(\theta)$ dada por:

$$V(\theta) = \bar{e}^T(m+d+N) * \bar{e}(m+d+N) \quad (\text{A.1-11})$$

Portanto, toma-se $\hat{\theta}$ tal que:

$$\left. \frac{dV}{d\theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}} = 0 \quad (\text{A.1-12})$$

Assim, substituindo o valor de $e(m+d+n)$ na equação (A.1-11) pela expressão (A.1-10) e impondo a condição (A.1-12) tem-se a estimativa dos parâmetros pelo MMQ:

$$\hat{\theta}(m+d+N-1) = [\bar{\psi}^T(m+d+N) * \bar{\psi}(m+d+N)]^{-1} \bar{\psi}^T(m+d+N) * Y(m+d+N) \quad (\text{A.1-13})$$

Para efeito de cálculo, a expressão acima leva a desvantagem da necessidade de várias medidas antes de se estimar os parâmetros, além do que, uma nova estimativa de θ implicaria na repetição da versão da matriz produto $\bar{\psi}^T * \bar{\psi}$, o que representaria um aumento considerável no tempo de computação.

Quando se deseja uma estimação "on-line" (caso do controle adaptativo) utiliza-se a forma recursiva que não apresenta as desvantagens citadas. O algoritmo para a obtenção de $\hat{\theta}(k+1)$ é dado por: (Eykhoff, 1974)

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \gamma(k) * [y(k+1) - \psi^T(k+1) * \hat{\theta}(k)] \quad (\text{A.1-14})$$

onde:

$$\gamma(k) = P(k+1) * \psi(k+1) = \frac{1}{\psi^T(k+1) P(k) \psi(k+1) + 1} * P(k) * \psi(k+1) \quad (\text{A.1-15})$$

e

$$P(k+1) = [I - \gamma(k) * \psi^T(k+1)] * P(k) \quad (\text{A.1-16})$$

Inicia-se o processo recursivo arbitrando-se os valores de $\hat{\theta}(0)$ e $P(0)$. Ao se discutir as técnicas de inicialização do algoritmo

timo é útil voltar-se à forma não recursiva apresentada anteriormente e identificar o termo $[\psi^T(k)\psi(k)]^{-1}$ com a matriz $P(k)$ acima (Eykhoff, 1974). Tendo em vista tal observação pode-se citar alguns modos de inicialização do algoritmo:

1. Fazendo-se valer de algumas informações preliminares sobre θ e P :

a) Calcula-se $P(\ell)$ e $\theta(\ell)$ após ℓ iterações:

$$1.1 \quad P(\ell) = [\psi^T(\ell)\psi(\ell)]^{-1}$$

$$1.2 \quad \theta(\ell) = P(\ell) * \psi^T(\ell) + Y(\ell) \quad ; \quad (Y^T(\ell) = [y(1), \dots, y(\ell)])$$

b) Inicia-se o processo iterativo com $P(0) = P(\ell)$ e $\theta(0) = \theta(\ell)$

2. Usando-se $P(0) = \alpha I$, onde α é um escalar com módulo muito grande (por exemplo, $\alpha \sim 10^5$), e $\theta(0)$ arbitrário:

Após uma iteração tem-se:

$$P^{-1}(1) = P^{-1}(0) + \psi(1) * \psi^T(1) \quad (\text{A.1-17})$$

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(1) &= \hat{\theta}(0) + P(1) * \psi(1) \{y(1) - \psi^T(1) * \hat{\theta}(0)\} = \\ &= P(1) * \{\psi(1) * y(1) + P^{-1}(0) * \hat{\theta}(0)\} \end{aligned} \quad (\text{A.1-18})$$

Analogamente, segue que:

$$P^{-1}(\ell) = P^{-1}(0) + \psi^T(\ell) * \psi(\ell) \quad (\text{A.1-19})$$

$$\hat{\theta}(\ell) = P(\ell) \{\psi(\ell) Y(\ell) + P^{-1}(0) \hat{\theta}(0)\} \quad (\text{A.1-20})$$

Se $P^{-1}(0) = 1/\alpha I$ e $\alpha \rightarrow \infty$ então, de acordo com as equações (A.1-19)

e (A.1-20) tem-se:

$$P^{-1}(\ell) \rightarrow \psi^T(\ell) * \psi(\ell)$$

$$\hat{\theta}(\ell) \rightarrow P(\ell) \psi^T(\ell) Y(\ell)$$

Ou seja, chega-se aproximadamente ao mesmo valor inicial do método "explícito" anteriormente apresentado.

Para a convergência do método dos mínimos quadrados, pode-se enumerar as condições que o sistema deve satisfazer:

- 1 - As ordens m , p e o atraso d são conhecidos;
- 2 - Os sinais $U(k)$ e $Y(k)$ devem ser mensuráveis e os valores de U_∞ e Y_∞ devem ser conhecidos para a determinação de $u(k)$ e $y(k)$ (métodos para se estimar U_∞ e Y_∞ são expostos por Isermann, 1981).
- 3 - O sinal $u(k)$ deve ser persistentemente excitante, no mínimo de ordem m (Aström e Eykhoff, 1971; Isermann, 1980). As condições ótimas para $u(k)$ são discutidas em Goodwin e Payne, 1977.
- 4 - O erro $e(k)$ deve ser não-correlacionado com $\psi^T(k)$. Isto implica em que $e(k)$ deve ser não-correlacionado com $e(k+\tau)$, onde τ é um inteiro não-nulo.
- 5 - A média $E\{e(k)\}$ deve ser nula.

As condições 4 e 5 significam que $e(k)$ deve ser ruído branco, o que pode ser explicado pelo seguinte (Eykhoff, 1974):

Da equação (A.1-1) pode-se expressar $y_u(k)$ por:

$$y_u(k) = b_1 u(k-1) + \dots + b_m u(k-m) - a_1 y_u(k+d-1) - \dots - a_m y_u(k+d-m)$$

Ou seja:

$$y_u(k) = \psi^T * \theta$$

onde:

$$\psi^T = [-y_u(k+d-1) - \dots - y_u(k+d-m) u(k-1) \dots u(k+d-m)]$$

$$\theta(k) = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_m \\ b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Assim sendo,

$$Y(m+d+N) = \psi'(m+d+N) * \theta(m+d+N) + n(m+d+N)$$

onde:

$$\psi'(m+d+N) = \begin{bmatrix} -y_u(m+d-1) - \dots - y_u(d)u(m-1) & \dots & u(0) \\ -y_u(m+d) - \dots - y_u(1+d)u(m) & \dots & u(1) \\ \vdots & & \\ -y_u(m+d+N-1) \dots - y_u(N+d)u(m+N-1) & \dots & u(N) \end{bmatrix}$$

$$\theta^T(m+d+N) = [a_1', \dots, a_m', b_1', \dots, b_m']$$

$$\bar{n}^T(m+d+N) = [n(m+d) \dots n(m+d+N)]^T$$

Esse último vetor é composto pelos ruídos na leitura de y desde o "instante" $m+d$ até $m+d+N$.

Seja $\psi_n(m+d+N)$ definida por:

$$\psi_n(m+d+N) = \psi(m+d+N) - \psi'(m+d+N) \quad (\text{A.1-21})$$

(portanto, ψ_n possui zeros no lugar dos sinais $u(k)$ e os ruídos $n(k)$ no lugar de $y(k)$ ao se comparar com ψ).

Logo, de acordo com (A.1-13) tem-se:

$$\hat{\theta} = [\psi^T * \psi]^{-1} * \psi^T y = [\psi^T * \psi]^{-1} * \psi^T * [\psi * \theta - \psi_n * \theta + \bar{n}] \quad (\text{A.1-22})$$

O valor esperado de $\hat{\theta}$ é dado por:

$$E\{\hat{\theta}\} = \theta - E\{[\psi^T * \psi]^{-1} * [\psi^T * \psi_n * \theta - \psi^T * \bar{n}]\} \quad (\text{A.1-23})$$

O último termo da equação acima expressa o desvio da estimativa. Analisando as propriedades assintóticas de $\hat{\theta}$ para um número crescente de observações, isto é, $k \rightarrow \infty$, pode-se chegar às condições que implicam num desvio nulo.

Multiplicando e dividindo por k o termo do desvio, obtém-se:

$$k * \left[\frac{\psi^T \psi}{k} \right]^{-1} * \left[\left(\frac{\psi^T * \psi_n}{k} \right) * \theta - \frac{\psi^T * \bar{n}}{k} \right] \quad (\text{A.1-24})$$

Sendo u e n processos estocásticos estacionários, os termos divididos por k serão compostos por estimadores consistentes das autocorrelações e das correlações entre os sinais. Ou seja, tomando-se o limite em probabilidade de $\hat{\theta}$, $p \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\theta}$, tem-se:

$$p \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\theta} = \theta - k * \left[p \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\psi^T \psi}{k} \right]^{-1} * \left[p \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\psi^T * \psi_n}{k} - p \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\psi^T * \bar{n}}{k} \right] \quad (\text{A.1-25})$$

onde:

$$p \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\psi^T \psi}{k} = 0$$

$$p \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\psi^T \psi_n}{k} = \begin{bmatrix} -\rho_{nn}(0) & \dots & -\rho_{nn}(1-m) & \vdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \\ -\rho_{nn}(1-m) & \dots & -\rho_{nn}(0) & \vdots & \\ & & & & \\ & & & & 0 \end{bmatrix}$$

Ou:

$$p \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\psi^T \psi_n}{k} = \begin{bmatrix} R & \vdots & 0 \\ \hline & & \\ 0 & \vdots & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1-26})$$

$$p \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\psi^T \bar{\psi}_n}{k} = \begin{bmatrix} -\rho_{nn}(1) \\ \vdots \\ -\rho_{nn}(m) \\ \hline 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1-27})$$

Portanto, admitindo-se que a matriz Q é positiva definida tem-se:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E(\hat{\theta}) = \theta - Q^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} R & \vdots & 0 \\ \hline & & \\ 0 & \vdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_m \\ b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\rho_{nn}(1) \\ \vdots \\ -\rho_{nn}(0) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{A.1-28})$$

Logo, pode-se concluir que haverá um desvio assintótico a menos que o termo entre chaves seja nulo. Esta condição pode ser expressa por:

$$R\bar{a} = - \begin{bmatrix} \rho_{nn}(1) \\ \vdots \\ \rho_{nn}(m) \end{bmatrix} \quad (\text{A.1-29})$$

onde:

$$\bar{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}$$

A equação (A.1-29) é equivalente a se impor que $n(k)$ seja gerado por um ruído branco $v(k)$: $n(k) + a_1 n(k-1) + \dots + a_m n(k-m) = v(k)$, pois multiplicando-se ambos os membros por $n(k-i)$ e tomando a média vem:

$$\begin{aligned} E\{n(k) * n(k-1) + a_1 n^2(k-1) + \dots + a_m n(k-m) * n(k-1)\} &= E\{v(k) * n(k-1)\} \\ \vdots & \\ E\{n(k) * n(k-m) + a_1 n(k-1) n(k-m) + \dots + a_m n^2(k-m)\} &= E\{v(k) * n(k-m)\} \end{aligned}$$

Como $n(k-i)$, $i=1, \dots, m$, depende somente dos valores anteriores a $v(k)$, o segundo membro é igual a zero, ou seja:

$$\begin{aligned} E\{a_1 n^2(k-1) + \dots + a_m n(k-1) n(k-m)\} &= -E\{n(k-1) * n(k)\} \\ \vdots & \\ E\{a_1 n(k-1) n(k-m) + \dots + a_m n^2(k-m)\} &= -E\{n(k) n(k-m)\} \end{aligned}$$

o que é idêntico à expressão (A.1-29).

A condição acima, referente a estimativas sem desvios, corresponde à condição de que $e(k)$ seja um "erro branco", pois:

$$e(k) = \hat{A}(z^{-1}) y_u(k) + \hat{A}(z^{-1}) n(k) - \hat{B}(z^{-1}) u(k) \quad (\text{modelo})$$

$$0 = A(z^{-1}) y_u(k) + B(z^{-1}) u(k) \quad (\text{processo})$$

para $\hat{A}(z^{-1}) = A(z^{-1})$ e $\hat{B}(z^{-1}) = B(z^{-1})$, somando-se as duas equações tem-se:

$$e(k) = A(z^{-1}) n(k) = v(k)$$

Assim, uma limitação do método dos Mínimos Quadrados consiste na suposição de um filtro de ruído do tipo:

$$G_v(z) = \frac{n(z)}{V(z)} = \frac{1}{A(z^{-1})}$$

A.2 - INTRODUÇÃO DO FATOR DE ESQUECIMENTO

No método visto anteriormente todos os sinais amostrados utilizados no processo de estimação possuem o mesmo peso independentemente da "idade" de cada valor amostrado. Para a estimação de parâmetros que variam com o tempo isso não é conveniente; necessita-se de um método que "esqueça" gradualmente o passado.

Introduzindo-se o fator de esquecimento na expressão que define a função de perda $V(\theta)$ tem-se:

$$V = \sum_{k=1}^J \lambda^{J-K} \cdot e(k) \quad ; \quad 0 < \lambda < 1 \quad (\text{A.2-1})$$

Assim, os valores mais "antigos" de $e(k)$ possuem pesos menores que os valores mais recentes (ou seja $J-K$ tendendo a zero, sendo " λ " o fator de esquecimento).

Com a introdução de λ as equações (A.1-15) e (A.1-16) passam a ter as seguintes expressões:

$$\gamma(k) = P(k+1) * \psi(k+1) = \frac{1}{\lambda + \psi^T(k+1) P(k) \psi(k+1)} * P(k) * \psi(k+1) \quad (\text{A.2-2})$$

$$P(k+1) = [I - \gamma(k) * \psi^T(k+1)] * P(k) / \lambda \quad (\text{A.2-3})$$

O fato de se escolher λ constante produz inconvenientes conforme o processo evolui no tempo. Sendo $P(k)$ dividido por um número menor que 1 em módulo, ele tende a aumentar exponencialmente conforme a expressão (A.2-3). Isto implica num sistema de controle extremamente sensível a qualquer perturbação ou erro numérico. É interessante portanto um fator de esquecimento que acompanhe a evolução do sistema.

Um fator de esquecimento variável foi proposto por Fortescue, Kershebaum e Ydstie (1981). Baseia-se no erro entre a variável de saída e o seu valor estimado: se o erro for grande diminui, caso contrário, aproxima-se de 1,0.

Para o cálculo desse fator de esquecimento, define-se inicialmente uma medida do conteúdo de informação que o processo de estimação fornece: (Fortescue, 1977; Albert e Sittler, 1966).

$$\Sigma(k) = \lambda(k) \Sigma(k-1) + [1 - \psi^T(k) * \gamma(k)] e^2(k) \quad (\text{A.2-4})$$

Procura-se obter um fator de esquecimento que varie de modo a manter $\Sigma(k)$ constante, ou seja:

$$\Sigma(k) = \Sigma(k-1) = \Sigma(k-2) = \dots = \Sigma_0$$

A quantidade esquecida corresponderá a cada passo à quantidade de

novas informações obtidas com os últimos dados.

Portanto:

$$\lambda(k) = 1 - 1/N(k) \quad (\text{A.2-5})$$

onde:

$$N(k) = \Sigma_0 / [1 - \psi^T(k) \gamma(k)] * e^2(k)$$

A variável $N(k)$ é equivalente ao "comprimento de memória assintótico" apresentado por Clarke e Gawthrop (1975) e pode ser interpretada como uma medida da velocidade de adaptação do algoritmo a um processo que varia com o tempo.

O algoritmo recursivo de estimação com a introdução do fator de esquecimento variável passa a ter a seguinte expressão:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \gamma(k) * [y(k+1) - \psi^T(k+1) * \hat{\theta}(k)] \quad (\text{A.2-6})$$

onde:

$$\gamma(k) = \frac{P(k) + \psi(k+1)}{\lambda + \psi^T(k+1) P(k) \psi(k+1)} \quad (\text{A.2-7})$$

$$P(k) = [I - \gamma(k) * \psi^T(k+1)] P(k) / \lambda \quad (\text{A.2-8})$$

$$\lambda(k) = 1 - [1 - \psi^T(k) * \gamma(k)] e^2(k) / \Sigma_0 \quad (\text{A.2-9})$$

Se $\lambda(k) < \lambda_{\min}$ então $\lambda(k) = \lambda_{\min}$

onde λ_{\min} é o valor mínimo de $\lambda(k)$.

λ_{\min} e Σ_0 são arbitrários.

O valor de λ mínimo é definido previamente para se evitar que $\lambda(k)$, dado pela expressão (A.2-9), possua valores não positivos.

Além desses dois métodos para se ponderar os dados antigos, o exponencial (λ é constante) e o de fator de esquecimento variável,

um terceiro método consiste em se considerar apenas um número fini to de dados anteriores aos atuais, sendo que os dados mais antigos são completamente descartados (Goodwin and Payne, 1970).