IURI BALDACONI DA SILVA BISPO

**INFERÊNCIA BAYESIANA DE ONDAS DO MAR
A PARTIR DE MOVIMENTOS DE UMA
PLATAFORMA FPSO: UMA NOVA
METODOLOGIA DE CALIBRAÇÃO VALIDADA
COM DADOS DE CAMPO É CAPAZ DE
REDUZIR ERROS DE ESTIMAÇÃO.**

São Paulo
2017

IURI BALDACONI DA SILVA BISPO

**INFERÊNCIA BAYESIANA DE ONDAS DO MAR
A PARTIR DE MOVIMENTOS DE UMA
PLATAFORMA FPSO: UMA NOVA
METODOLOGIA DE CALIBRAÇÃO VALIDADA
COM DADOS DE CAMPO É CAPAZ DE
REDUZIR ERROS DE ESTIMAÇÃO.**

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do Título de Doutor em Ciências.

São Paulo
2017

IURI BALDACONI DA SILVA BISPO

**INFERÊNCIA BAYESIANA DE ONDAS DO MAR
A PARTIR DE MOVIMENTOS DE UMA
PLATAFORMA FPSO: UMA NOVA
METODOLOGIA DE CALIBRAÇÃO VALIDADA
COM DADOS DE CAMPO É CAPAZ DE
REDUZIR ERROS DE ESTIMAÇÃO.**

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do Título de Doutor em Ciências.

Área de Concentração:
Engenharia. Naval e Oceânica

Orientador:
Prof. Dr. Alexandre Nicolaos Simos

São Paulo
2017

Catálogo-na-publicação

Bispo, Iuri Baldaconi da Silva

Inferência Bayesiana de ondas do mar a partir de movimentos de uma plataforma FPSO: Uma nova metodologia de calibração validada com dados de campo e capaz de reduzir erros de estimação. / I. B. S. Bispo -- São Paulo, 2017.

141 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica.

1.Inferência Bayesiano 2.Espectro direcional 3.Ondas 4.Hiperparâmetros I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica II.t.

Aos mestres, com todo meu respeito e admiração...

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente aos meus pais. Sem o apoio incondicional de minha mãe, Magali Baldaconi, e de meu pai, João Sérgio da Silva Bispo, eu não teria chegado até aqui. Mais que me incentivar, eles me ensinaram o que é ser livre, e isso eu não poderia aprender em nenhum outro lugar.

À minha irmã, Nadja, pelo apoio, pelos puxões de orelha quando necessários e pelos momentos que dividimos, todos, os alegres e os tristes. À minha irmã, Giulia, pelas piadas que só nós rimos, pelas besteiras que compartilhamos e pela preocupação de querer, acima de qualquer coisa, meu bem. Ao meu irmão Vinícius, pela motivação e pela compreensão de me ter ausente mais que o normal, algo de que não me orgulho.

Aos meus avós, por terem sido também pais enquanto os meus se esforçavam para que pudéssemos ir mais longe: à Dona Irene pelas bolachas na lata, os domingos em família e por me mostrar o mundo como ele é de verdade, mas com um carinho que agora é só saudade. À Dona Nair “Lila” que me mostrou que a força de alguém não vem do físico apenas, mas muito da força de vontade. Ao meu avô Dante, por ter me ensinado tantas coisas desde tão cedo, por me mostrar que o mundo vai nos encantar até o fim e por me fazer ver que a curiosidade é uma qualidade rara quando bem aproveitada.

À minha esposa e eterna “namorada”, a pequena Mariana Polimeno Custódio, com quem eu aprendi a ser uma pessoa melhor para poder ter um mundo melhor. Não caberiam nestas páginas toda minha admiração e gratidão por ter você ao meu lado durante estes anos de doutoramento e por você ter sido paciente quando eu não tive condição alguma de ser. Você é meu porto seguro pra onde eu quero sempre voltar depois da tormenta.

Ao meu orientador, Professor Dr. Alexandre Nicolaos Simos, por toda dedicação, confiança e paciência em me orientar, desde o mestrado. Por me mostrar que a valorização do meu trabalho começa comigo mesmo e por ser um exemplo de pesquisador a tantos estudantes e profissionais da pesquisa, eu incluso.

Ao Professor Dr. Eduardo Aoun Tannuri, por ser um exemplo de pessoa e de profissional, sabendo valorizar as capacidades individuais dos colegas e sempre fomentando boas ideias.

Ao Professor Dr. José Jaime da Cruz, por todo apoio e toda a contribuição, não apenas neste doutoramento, mas desde quando eu, ainda na graduação, fui pedir conselhos. Nunca imaginei que nossos caminhos se cruzariam assim novamente.

Ao Professor Dr. Guilherme Rosa Franzini, por todas as valiosas contribuições no decorrer deste doutorado. Desde a formatação deste texto até sugestões valiosas para o enriquecimento deste trabalho.

Aos colegas de trabalho no TPN, Asdrubal Nascimento, Jordi Mas-Soler, Felipe Lopes, Pedro de Mello e Thiago Hallak, pelas discussões e sugestões que certamente contribuíram para que esta tese fosse melhor.

Aos colegas, amigas e amigos do IPT, presentes ainda ou não no instituto, André Kogishi, Danyllo Guedes, Ricardo Gurgel, Felipe Kleine, José Carlos Zanutto, Emerson

Canille, Everson Germano, Paulo Jabardo, André Barsaglini, Priscila Leal, João Dantas, José Rodolfo, Eduardo Tadashi, Ana Gilda, Priscila Tavaraya, Larissa Felicidade, Marcelo Kobayashi, Ros Mari Zenha, Luciana Casciny, Nilson Taira, Marcio Nunes, Marcos Tadeu, Olga Yoshida, Rubens Telles, Fabio Souza, Felipe Jaloretto, Augusto Ferrari, Hugo Bezerra, Ana Maria Souza, Samuel Barsanelli, Joel Francisco, Juliano Marques, Eber Chaves, Wellington Chaves, Eduardo Prata e provavelmente muitos outros que só não foram aqui mencionados por desleixo deste colega relapso.

Ao amigo Bruno Castro, por atrapalhar o desenvolvimento deste trabalho com cerveja e churrasco.

Ao pessoal todo de Três Pontas-MG, que me acolheu em sua família, em especial ao “Seu” Zé Carlos, o Barão, à Celinha, à Lu e ao Cláudio Nino.

Aos amigos Lucas, Daniela, Fernando Lima, Maria Pia e Amanda Pavani, que compartilham de toda forma de sucesso e de fracasso com igual sinceridade, assim como livros, músicas e filmes.

Aos amigos de longa data da Estação Ciência, que um dia me ensinaram a crescer e hoje me ensinam a não esmorecer.

À todos meus professores ao longo da vida, podem estar certos que há um pouco de cada um de vocês nesta tese. Em especial, à professora Sonia Garcia do IME-USP, pelas conversas de fim de tarde. À todos que se inspiram no método Montessoriano para ensinar.

À Uderzo e Goscinnny, por terem me despertado interesse por assuntos tão variados de maneira tão divertida.

Aos músicos por vocação, pois sem eles a vida seria tediosa e não saberíamos expressar nossos sentimentos em forma de melodias. Aos escritores que tem algo a ensinar em seus livros, em especial a Douglas Adams, por descrever nossas frustrações e anseios de forma tão irreverente: *So long, and thanks for all the fish!*

À Sandra Villas Bôas, pelas conversas que iluminam não só a minha mente, mas também o meu ser, e ao Marcelo Okabe, pelo apoio nestes últimos meses. Um agradecimento especial à Lania Camilo, do PNV.

À todos que me mostraram o que é amizade verdadeira, principalmente neste ano.

Agradeço ao IPT, pelas horas concedidas para desenvolvimento deste trabalho.

Por fim, agradeço também à Statoil do Brasil pelo apoio por meio do convênio de pesquisa e pelo fornecimento dos dados que tornaram este estudo possível. À Petrobras por aceitar o convênio de pesquisa e auxiliar com a cooperação tecnológica, além de ter fomentado trabalhos anteriores. À Agência Nacional do Petróleo (ANP), que tornou possível o convênio de pesquisa de acordo com a Lei de Participação Especial.

“Be curious. Read widely. Try new things. I think that a lot of what people call intelligence just boils down to curiosity.”

-- Aaron Swartz

RESUMO

Este trabalho tem como objeto de estudo o método Bayesiano de estimação de espectros direcionais com base em movimentos de navios. Existem aspectos inerentes a este método de estimação que o tornam uma ferramenta muito peculiar, embora de alto potencial de aplicação para obtenção de estatísticas de ondas que descrevam com certa precisão as condições do mar em que o navio se encontra.

Buscando aprimorar este método e torná-lo operacional, de modo que possa ser usado em diversas plataformas do tipo FPSO, neste trabalho é feita uma proposta de pré-calibração de parâmetros internos do método (hiperparâmetros) que controlam a suavidade do espectro direcional obtido como solução, tanto em função da direção quanto da frequência.

Esta metodologia de pré-calibração proposta é capaz de corrigir erros de sobrestimação de energia no espectro direcional, causados especificamente por um aspecto inerente à estimação de ondas por movimentos de embarcações: incertezas em sua função de transferência que conduzem o método Bayesiano a sobrestimar a energia como forma de compensar um desequilíbrio entre a informação de movimento lida pelo navio e a obtida com a aproximação da solução.

Neste trabalho, é demonstrado, por meio de dados de campo obtidos em uma extensa campanha de monitoramento, que utilizando uma metodologia com pouco custo computacional, o método Bayesiano pode ser utilizado para estimação em tempo real e suas estatísticas são confiáveis para períodos de onda acima de 8 s e, além disso, o método é relativamente robusto, suportando bem incertezas e incorreções na modelagem matemática que descreve o navio.

Palavras-Chave – Inferência Bayesiana, Espectro Direcional, Ondas, Hiperparâmetros.

ABSTRACT

This work aims to study the Bayesian method of estimation of directional wave spectra based on vessel motions. There are aspects inherent to this estimation method that make it a very peculiar tool, although of high potential of application to obtain statistics of waves that describe with certain precision the conditions of the sea in which the ship is.

In order to improve this method and make it operational, so that it can be used in several FPSO-type platforms, this work proposes a pre-calibration of internal parameters of the method (hyperparameters) that control the smoothness of the directional spectrum obtained as solution, both in terms of direction and frequency.

This proposed pre-calibration methodology is capable of correcting errors of energy overestimation in the directional wave spectrum, caused specifically by an inherent aspect to the estimation of waves by vessel motions: uncertainties in their transfer function that lead the Bayesian method to overestimate the energy as a way of compensating for an imbalance between the motion information recorded by the ship and the one obtained with the approximation of the solution.

In this work, it is demonstrated, through field data obtained in an extensive monitoring campaign, that using a methodology with little computational cost, the Bayesian method can be used for real-time estimation and its statistics are reliable for periods of wave above 8 s and, in addition, the method is relatively robust, bearing well uncertainties and inaccuracies in the mathematical modeling that describes the ship.

Keywords – Bayesian Inference, Directional Spectrum, Waves, Hyperparameters.

LISTA DE FIGURAS

1	Fotos do acidente ocorrido na ciclovia Tim Maia, na cidade do Rio de Janeiro, em 21 de abril de 2016.	23
2	Representação de espectro direcional de ondas teórico. Energia disposta em 2 sistemas de ondas, em direções e frequências de pico distintas.	26
3	Fotos aéreas do <i>FPSO Peregrino</i>	29
4	Espectro de frequências teórico.	36
5	Localização do Campo de Peregrino, na Bacia de Campos.	58
6	Localização do FPSO Peregrino e dos pontos de simulação numérica da NOAA para as Bacias de Campos e de Santos.	58
7	Representação do sistema de exploração adotado pela <i>Statoil</i> para o Campo de Peregrino. As duas plataformas fixas fazem a perfuração dos poços, conectando-os ao <i>turret</i> do FPSO pelos <i>risers</i> destacados em amarelo e vermelho.	60
8	Diagramas simplificados do funcionamento do sistema <i>turret</i>	61
9	Exemplos de séries temporais de movimentos reais durante 30 min de registros.	62
10	Exemplo da malha numérica do FPSO Peregrino para o calado de 24 m utilizada na obtenção dos RAOs via <i>WAMIT</i> [®]	63
11	Convenção adotada para os RAOs e para a medição dos movimentos em cada GDL.	64
12	Exemplos de espectros de movimento já filtrados, obtidos a partir das séries da figura 9. As barras verdes indicam as frequências em que as caudas de cada curva atingem 5 % de m_0 do respectivo espectro.	65
13	Referenciais adotados para interpretação dos espectros direcionais estimados pelo método Bayesiano e pelo radar.	67
14	Referenciais e exemplo de espectro.	68
15	Fluxo do sistema de estimação.	69

16	Diagrama de altura e direção média de ondas em relação ao Norte no ponto NOAA-SANTOS, calculadas pelo <i>hindcast</i> da NOAA entre dezembro de 2014 e dezembro de 2016.	70
17	Diagrama de altura e direção média de ondas em relação ao Norte no ponto NOAA-CAMPOS, calculadas pelo <i>hindcast</i> da NOAA entre dezembro de 2014 e dezembro de 2016.	71
18	Diagrama de altura e direção média de ondas em relação ao Norte, medidas pelo radar entre dezembro de 2014 e dezembro de 2016.	72
19	Diagrama de velocidade e direção de ventos em relação ao Norte no local do FPSO, entre dezembro de 2014 e dezembro de 2016.	73
20	Diagrama de altura e direção média de ondas em relação ao FPSO, medidas pelo radar entre dezembro de 2014 e dezembro de 2016.	74
21	Diagrama de aproamento do FPSO Peregrino entre dezembro de 2014 e dezembro de 2016.	74
22	Diagrama de velocidade e direção de ventos em relação à popa do FPSO Peregrino em seu local de operação, entre dezembro de 2014 e dezembro de 2016.	75
23	Séries temporais de H_s , T_1 e θ_m para junho de 2015.	76
24	Exemplo de espectros direcionais para 24/06/2015, às 04:49: Bayesiano e Radar.	77
25	Exemplo de espectros direcionais para 24/06/2015, às 23:35: Bayesiano e Radar.	77
26	Séries temporais de H_s , T_1 e θ_m para abril de 2016.	78
27	Exemplo de espectros direcionais para 21/04/2016, às 11:46: Bayesiano e Radar.	78
28	Dados ruidosos a serem ajustados por um modelo polinomial.	81
29	Diagrama de relação entre os conceitos apresentados nesta seção.	88
30	Diagramas de dispersão dos períodos medidos em <i>heave</i> , T_z e T_1 , e dos períodos médios e de pico do mar estimados pelo radar.	96
31	Relação estabelecida entre u_1 e T_1	101

32	Relação estabelecida entre u_2 e T_1	102
33	Caso exemplo de sobrestimação de energia no espectro: ocorre queda da largura de banda conforme a energia vai sendo sobrestimada.	103
34	Espectros direcionais do caso 25/04/2015 às 15:28:48.	104
35	RAO de <i>pitch</i> para o calado intermediário: diversos pontos de cancelamento das direções preferenciais recaem em períodos que coincidem com o do mar.	105
36	Desvios da altura significativa de onda em relação às estimativas do radar: comparação entre as metodologias de pré-calibração e validação do método em escala real.	110
37	Desvios do período médio de onda em relação às estimativas do radar: comparação entre as metodologias de pré-calibração e validação do método em escala real.	111
38	Desvios da direção média de onda em relação às estimativas do radar: comparação entre as metodologias de pré-calibração e validação do método em escala real.	112
39	Desvios do espalhamento direcional em relação às estimativas do radar: comparação entre as metodologias de pré-calibração e validação do método em escala real.	113
40	Amplitude dos RAOs dos seis graus de liberdade para calado 8,0 m	132
41	Amplitude dos RAOs dos seis graus de liberdade para calado 16,5 m	133
42	Amplitude dos RAOs dos seis graus de liberdade para calado 24,0 m	134
43	Frequências de ocorrência de K_{yy} relativo ao erro mínimo de espectro, em cada calado, para <i>pitch</i>	138
44	Relação entre calados e K_{yy}	139

LISTA DE TABELAS

1	Características principais do casco do FPSO Peregrino	59
2	Estatísticas do caso exemplo – 15/05/2015 às 02:17:53	67
3	Exemplo de variação da aproximação de um polinômio a um conjunto de pontos de acordo com os valores dos hiperparâmetros D e λ . As linhas da tabela indicam a mudança de grau do polinômio aproximador e as colunas indicam a variação do parâmetro de suavização, sendo que quanto maior o valor, mais suaves serão estes polinômios.	85
4	Estatísticas do caso exemplo – 25/04/2015 às 15:28:48	105
5	Características inerciais principais do FPSO Peregrino em diversas configurações de carregamento.	131

LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto Grego

θ	Direções de propagação de onda, entre 0 e 2π .
ω	Frequências angulares de onda.
ω_p	Frequência de pico angular, em rad/s
β_J	Parâmetro de forma de espectro
γ	<i>Peak-shape parameter</i>
θ_m	Direção média de incidência de onda em graus
ϵ	Parâmetro de largura de banda ()
ν	Parâmetro de largura de banda

Alfabeto Romano

$S(\omega, \theta)$	Espectro direcional em função de frequência e direção de propagação.
$S(\omega)$	Espectro de frequências ou de potência
$D(\omega, \theta)$	Função de espalhamento direcional
H_s	Altura significativa de onda em metros
T_p	Período de pico em segundos
T_{01}	Período médio em segundos
s_θ	Parâmetro de espalhamento direcional
$E(\cdot)$	Valor esperado, esperança ou média de uma variável

SUMÁRIO

Objetivos e organização da tese	17
1 Introdução	22
2 Revisão Bibliográfica	35
2.1 Métodos de Determinação do Espectro Direcional	36
2.1.1 Determinação do Espectro de Frequências	36
2.1.2 Determinação de $D(\omega, \theta)$ por Meio de Bóias Oceanográficas	40
2.2 Estimação do Espectro Direcional pela Abordagem Bayesiana	42
2.2.1 Formulação Bayesiana para Estimação do Espectro Direcional	42
2.2.2 Estimação do espectro direcional a partir de movimentos de 1ª ordem	47
2.3 Radares de ondas	52
2.4 Estudo da influência do <i>turret</i> na resposta da embarcação	54
3 Campanha de Monitoramento	57
3.1 Dados do FPSO Peregrino	57
3.2 Modelagem numérica do FPSO	61
3.3 Sistema de inferência do espectro direcional	63
3.4 Condições ambientais do Campo de Peregrino e a influência na operação do FPSO	68
3.5 Exemplo de estimação e dificuldades inerentes ao método	76
4 Descrição dos hiperparâmetros	79
4.1 Afinal, o que são hiperparâmetros?	79
4.2 Um exemplo prático e ilustrativo	81
4.3 Alguns conceitos importantes	86

5	Metodologia de pré-calibração dos hiperparâmetros	89
5.1	Considerações sobre métodos de determinação dos hiperparâmetros	89
5.1.1	<i>Akaike Bayesian Information Criterion - ABIC</i>	90
5.1.2	Uso do critério <i>ABIC</i> em outros trabalhos	92
5.1.3	Seleção de hiperparâmetros baseada em experimentos	93
5.1.4	Discussão sobre os fundamentos da pré-calibração	94
5.2	Metodologia de pré-calibração dos hiperparâmetros	97
5.2.1	Exemplo de estimação com correção de erro	102
5.2.2	Algoritmo final para pré-calibração com correção de erros de estimação	106
5.3	Considerações finais sobre a metodologia de pré-calibração proposta	106
6	Aplicação da metodologia de pré-calibração dos hiperparâmetros - Análise dos resultados	108
6.0.1	Considerações finais sobre a melhoria das estimações com a meto- dologia de pré-calibração proposta	111
6.0.2	Considerações finais sobre o desempenho geral do método Bayesiano de estimação atrelado ao uso dos movimentos do FPSO Peregrino, em campanha de monitoramento, na escala real	112
7	Conclusão e sugestões de continuidade	114
	Referências	117
	Apêndice A – Conceitos básicos de estatística Bayesiana	122
A.1	Introdução	122
A.2	Conceitos básicos de estatística Bayesiana	123
A.2.1	O teorema de Bayes	123
A.3	Abordagem Bayesiana à solução de sistemas lineares de alta ordem	124
	Apêndice B – Alguns Métodos Clássicos de Determinação de Hiper- parâmetros	127

Apêndice C – Dados principais e RAOs do FPSO Peregrino	130
Apêndice D – Verificação do Raio de Giração do FPSO Devido ao Sistema <i>Turret</i>	135

OBJETIVOS E ORGANIZAÇÃO DA TESE

*“E quindi non importa tanto l’argomento della
tesi quanto l’esperienza di lavoro che essa
comporta.”*

-- Umberto Eco

A tese de doutorado aqui apresentada, desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo¹, tem como objeto de estudo o método Bayesiano de estimação de espectros direcionais de onda, especificamente baseado nos movimentos de primeira ordem de uma embarcação. Neste trabalho, em especial, o navio que fornece as informações de movimento é um FPSO com amarração do tipo *turret*.

De modo a estabelecer em que contexto o estudo é realizado, considera-se importante primeiramente destacar as hipóteses assumidas para o desenvolvimento desta tese:

- O modelo que representa o comportamento da embarcação no mar é fornecido pela **teoria linear no domínio da frequência** e descreve a dinâmica do navio em resposta à excitação das ondas, ou seja, presume-se que as respostas do navio são lineares em relação às ondas incidentes. Mais especificamente, são consideradas apenas as respostas de primeira ordem da embarcação. A suposição feita é de que este modelo linear descreve o sistema físico suficientemente bem para o propósito da aplicação.
- Adota-se, para a estimação do espectro direcional de ondas, um **método de inferência Bayesiano**, ou seja, considera-se como conhecida a distribuição de probabilidade dos erros entre os movimentos medidos do navio e os respectivos espectros de movimento obtidos pelo modelo teórico dado pela hipótese anterior (verossimilhança), impondo-se também uma condição de suavidade dos espectros de mar por meio de distribuições de probabilidade dos ruídos do espectro de ondas (priori). O produto destas distribuições de probabilidade define um modelo matemático (posteriori), o qual pode ser utilizado para determinar o espectro direcional de onda mais provável de ter induzido os movimentos registrados da embarcação. Portanto, supõe-se que o método Bayesiano é capaz de encontrar a solução do problema inverso definido pelo modelo matemático adotado.

¹PNV/EPUSP

- Supõe-se a **estacionariedade do mar** no tempo de aquisição estabelecido para o registro dos movimentos: 30 min, amostrados a cada 1 s.

Assim, unindo-se estas hipóteses, determina-se um **método Bayesiano de estimação de espectros direcionais de onda baseado nos movimentos de primeira ordem de um determinado sistema oceânico**. Este método Bayesiano, como será apresentado na revisão bibliográfica feita para este trabalho, possui extensa literatura, com aplicações a diferentes tipos de embarcação e em condições ambientais variadas (existem aplicações a outros tipos de problemas físicos, tais como em sismologia ou mesmo reconhecimento de imagens por visão computacional, sendo que, por diversas vezes, estas referências se fazem também necessárias).

Embora este assunto tenha sido amplamente estudado em outros trabalhos, ainda existem questões em aberto na aplicação do método como utilizado aqui, sendo que algumas delas definem os objetivos desta tese como enumerado a seguir:

1. O primeiro objetivo deste trabalho é a **validação do método Bayesiano de estimação em escala real**. Como será visto ao longo do texto, embora diversas aplicações tenham sido feitas anteriormente em outros estudos com o método mencionado, nenhuma realizou uma comparação sistemática e rigorosa com algum outro sistema de medição por um período de tempo longo como o adotado no caso deste estudo: uma campanha de monitoramento com duração de 24 meses, com estimações a cada 30 minutos, utilizando um FPSO com amarração do tipo *turret* como fonte de dados de movimento, tendo como paradigma os dados de parâmetros espectrais fornecidos por um radar de ondas.
2. Um segundo propósito deste estudo é a **verificação da aplicação do método Bayesiano de estimação utilizando movimentos de primeira ordem de um FPSO com amarração do tipo *turret***. Esta aplicação específica, por si só, já inclui diversas incertezas e desafios ao trabalho, pois neste tipo de embarcação tornam-se relevantes questões como a variação do aproamento e incidência de vento, dado que o aproamento do FPSO dependerá das condições ambientais e, consequentemente, isso pode fazer com que ele fique em posições de menos movimento, dificultando a estimação pelo método Bayesiano aqui adotado. Não existe na literatura, ao menos no conhecimento do autor desta tese, nenhum outro trabalho com estudo semelhante envolvendo este tipo de embarcação. Obviamente, este item está intrinsecamente interligado ao anterior, dado que a validação do método só pode ser feita

nesse estudo após comprovar que este é aplicável ao navio em questão, identificando possíveis limitações.

3. Por meio da campanha de monitoramento utilizada para atender os objetivos 1 e 2, procurar-se-á identificar, com base em comparações com um sistema independente e alternativo, eventuais pontos fracos do método Bayesiano, tais como imprecisões nas estimações ou limitações ao tipo de aplicação. **Identificadas imprecisões ou problemas do método, são propostas maneiras de mitigar ou solucionar** tais questões, sempre que for possível.
4. Dadas as hipóteses mencionadas anteriormente, ou seja, supondo-se que a representação matemática do sensor de ondas (navio) é apropriada e que o método Bayesiano é capaz de determinar a solução do sistema linear, resta como opção de aprimoramento a **(pré-)calibração de parâmetros internos do método de estimação** (também chamados **hiperparâmetros**).

Tradicionalmente, técnicas Bayesianas são adotadas também para a seleção dos hiperparâmetros. Entretanto, como será apresentado neste trabalho, existem evidências de que esta abordagem nem sempre gera resultados realistas. Assim sendo, este trabalho apresenta uma metodologia de calibração dos hiperparâmetros feita *a priori*, buscando relações de dependência destes com parâmetros espectrais quantificáveis, tais como *período médio de onda* (T_1) ou *parâmetros de largura de banda* (ϵ ou ainda ν). O que diferencia este trabalho é que esta pré-calibração é feita com dados reais, ou seja, relacionando empiricamente os hiperparâmetros a parâmetros espectrais que evidenciam se um determinado espectro de mar é plausível ou não.

Tendo em vista uma boa organização do texto, a tese está estruturada em sete capítulos, os quais são brevemente detalhados a seguir.

No primeiro capítulo é apresentada uma introdução ao tema de trabalho, determinando a aplicabilidade da tecnologia proposta e algumas considerações práticas sobre o uso deste tipo de sistema de estimação, além de suas potencialidades e também limitações observadas durante este estudo, bem como uma descrição breve dos avanços atingidos com esta tese.

Em seguida, no Capítulo 2, é feita uma revisão bibliográfica geral sobre medição e estimação de espectros de onda, sendo as referências colocadas em ordem cronológica para estabelecer uma sequência dos fatos e facilitar a compreensão de como essa área do conhecimento se desenvolveu ao longo dos anos. Esta revisão serve também para fundamentação teórica necessária à compreensão do trabalho desenvolvido e, também por isso, é

complementada pela descrição do método Bayesiano tal qual adotado neste estudo, sendo isso feito apresentando-se o histórico desta técnica de inferência como dada pelos principais autores da área. Ao final do capítulo é feito um breve estudo das poucas referências encontradas sobre a influência do sistema *turret* nos RAOs de algumas embarcações de porte semelhante ao FPSO empregado e, em seguida, são relatadas algumas evidências presentes na literatura sobre o uso de radares de ondas, discutindo-se algumas de suas capacitações e limitações.

No terceiro capítulo é apresentado um detalhamento da campanha de monitoramento, com dados do navio e questões relevantes de posicionamento dos sensores para o sistema de estimação, o qual também é descrito nesta parte do texto. O modelo numérico utilizado para geração das funções de transferência do navio, seguida de uma descrição do sistema de estimação, detalhando o fluxo da informação e o ponto ainda a ser estudado, no caso, os hiperparâmetros. Ao final, são apresentadas as principais características ambientais do Campo de Peregrino, além de informações sobre as estatísticas de ondas fornecidas pelo radar.

O Capítulo 4 apresenta em detalhes os hiperparâmetros para aprimoramento do método Bayesiano, além de mostrar as influências destes na aproximação da solução de sistemas lineares em geral. Alguns conceitos sobre aproximação e interpolação, bem como sobre o compromisso entre viés e variância são dados para esclarecer o funcionamento dos métodos de determinação de hiperparâmetros, inclusive do método de pré-calibração proposto.

O quinto capítulo é motivado pela descrição de alguns casos de estimação divergentes, explicitando a relação destas ocorrências com incertezas das funções de transferência que descrevem a resposta do navio à excitação das ondas. Este capítulo inicia-se com uma breve descrição do método *ABIC* – critério comumente utilizado para determinação de valores para os hiperparâmetros – além de uma apresentação das abordagens adotadas pelas principais referências na área sobre a determinação de hiperparâmetros no problema de estimação do espectro direcional, destacando a opção pela pré-calibração como meio de evitar alguns inconvenientes do uso de outras metodologias. Em seguida, é feita a descrição da metodologia adotada para a pré-calibração dos hiperparâmetros a fim de mitigar os desvios e solucionar os problemas encontrados apresentados antes.

No Capítulo 6, são apresentados os resultados obtidos com a aplicação da metodologia de pré-calibração dos hiperparâmetros, evidenciando, por meio da análise dos desvios das estatísticas de mar em relação aos dados do radar, a melhora nas estimações. Estes

resultados servirão também como forma de validação do método Bayesiano em escala real.

O Capítulo 7 finaliza a tese, apresentando as conclusões e sugestões de trabalhos futuros possíveis após os passos dados em decorrência deste estudo.

O texto é complementado ainda pelos apêndices:

(A): Conceitos básicos de estatística Bayesiana;

(B): Breve revisão bibliográfica de alguns métodos habitualmente empregados para a determinação de hiperparâmetros;

(C): Dados principais do FPSO Peregrino ao longo da discretização nos calados, bem como as representações gráficas de suas funções de transferências obtidas pelo modelo numérico e;

(D): Verificação do raio de giração e a das funções de transferência do navio à influência das linhas de amarração.

1 INTRODUÇÃO

“We can only see a short distance ahead, but we can see plenty there that needs to be done.”

-- Alan Turing

Existe uma vasta gama de aplicações nas quais o conhecimento detalhado das condições de mar se faz necessário. De projetos de engenharia para concepção e operação de portos e navios, ou dos consequentes impactos aos quais estruturas *offshore* estão sujeitas, à segurança da população em áreas costeiras ou ainda das tripulações em embarcações em alto-mar, todos estes tópicos guardam em comum uma profunda relação com as condições de mar e, consequentemente, com o conhecimento prévio e histórico das características físicas das ondas na região de estudo.

Nos dias de hoje, com as evidentes mudanças climáticas que vêm ocorrendo nas últimas décadas, esse tipo de estudo se faz cada dia mais necessário, dado que estas informações podem auxiliar também na previsão das condições de navegabilidade ou mesmo em riscos iminentes na costa. Como exemplo, diversos estudos mostram que a ocorrência de alguns eventos extremos de ondas, como as chamadas *rogue waves*, podem aumentar nas regiões dos trópicos e em locais onde o clima já se apresenta severo, como o Mar do Norte (ver Wang, Zwiers e Swail (2003), Caires, Swail e Wang (2006), Grabemann e Weisse (2008) e Mori et al. (2010), por exemplo).

Infelizmente, não são raros os casos de acidentes na região costeira por conta de ressacas do mar ou mesmo de naufrágios quando as condições do mar não estão favoráveis à navegação. Um caso recente foi o rompimento de parte da ciclovia Tim Maia (Figura 1), em 21 de abril de 2016, na cidade do Rio de Janeiro.

O projeto da ciclovia, além de não ter levado em consideração o efeito de *wave runup* (galgamento) adequado na região do costão rochoso (ver Brito (2007)), também não previa a ocorrência de ondas como as observadas, as quais, embora atípicas, não são tão raras quanto se esperaria (ver Candella (1997)).

Obviamente, este trabalho não tem qualquer pretensão de analisar as causas ou consequências de tais acidentes, ou muito menos solucionar o problema de previsão do estado de mar. Entretanto, é importante ilustrar a necessidade do conhecimento das carac-

Figura 1: Fotos do acidente ocorrido na ciclovia Tim Maia, na cidade do Rio de Janeiro, em 21 de abril de 2016.

Fonte: Jornais *O Globo* e *Último Segundo*

terísticas das ondas nas mais variadas aplicações.

Um dos efeitos mais relevantes ao facilitar o acesso a dados confiáveis de **medição ou estimação** das ondas é o aprimoramento dos modelos numéricos de previsão de ondas do mar por meio dos *hindcasts*, especialmente para casos críticos como os de eventos extremos de ondas. As deficiências causadas pela ausência de dados de entrada em modelos numéricos previsionais são claramente apresentadas por Campos (2009), indicando a necessidade premente de mais dados de estatísticas de ondas serem disponibilizados à comunidade científica.

Embora já existam tecnologias disponíveis há muitos anos para obtenção dos parâmetros que descrevem um certo estado de mar, a elaboração de técnicas **de medição e de registro** que sejam **simples e de fácil implementação** é certamente bem-vinda. Estas novas tecnologias poderão ser amplamente empregadas, proporcionando sua adoção para obtenção de dados para utilização em tempo real em operações *offshore*, ou ainda para fornecimento de dados de entrada de modelos previsionais (*nowcasts*), ou mesmo que somente para registros históricos que possam servir futuramente a quaisquer projetos que

necessitem destas informações para sua execução, tais como obras costeiras ou validação de modelos numéricos.

Os exemplos de uso de estatísticas de ondas apresentados até o momento são generalistas do ponto de vista da aplicabilidade da tecnologia mas, a partir deste ponto, são destacadas aplicações específicas à Engenharia Naval e Oceânica. Nesta área do conhecimento, informações detalhadas sobre o estado de mar ao qual uma embarcação está sujeita auxiliam no desenvolvimento de novas tecnologias, beneficiando suas diversas ramificações, como nos exemplos elencados a seguir:

- A exploração de petróleo e gás em águas profundas é hoje uma realidade da indústria petrolífera brasileira, criando novas perspectivas para a pesquisa nacional em diversas áreas, dados os desafios a serem superados para que seja possível a exploração em tais condições. Em termos práticos, na área de Engenharia Naval e Oceânica, um problema a ser considerado é o das condições ambientais às quais as embarcações estão sujeitas em alto-mar, em localidades de exploração de águas profundas, onde existem grandes dificuldades de instrumentação para obtenção de dados de monitoramento do estado de mar.
- Unidades de produção de petróleo como, por exemplo, FPSOs (Floating Production Storage and Offloading), podem ser auxiliadas em sua operação, pois sabendo-se as características do estado de mar no local onde a embarcação está posicionada, podem ser tomadas decisões de reorientação desta com relação à direção média de incidência das ondas, buscando-se a redução da influência do mar sobre os movimentos da embarcação e, conseqüentemente, reduzindo-se o tempo de parada da produção.
- Sendo possível a obtenção das informações de ondas em tempo real para uma faixa de frequências de ondas ampla, estas podem ainda ser utilizadas para alimentação de sistemas de posicionamento dinâmico de FPSOs e de outras embarcações, como mencionado em Souza et al. (2017).
- Em diversos tipos de embarcação, o conhecimento do estado de mar também pode ser utilizado em situações de emergência, principalmente quando em condições ambientais severas, com o propósito de garantir a segurança das instalações e da tripulação. Operações de risco como içamento de cargas, lançamento de dutos e cabos, também podem ser otimizadas ao existirem tais informações em tempo real, tornando-as mais eficientes e seguras.

- As estatísticas de mar podem auxiliar em projetos estruturais, auxiliando engenheiros na determinação das possíveis forças atuantes nas estruturas de sistemas oceânicos.
- As condições de mar podem ser utilizadas na verificação e na validação de modelos analíticos e numéricos de previsão do comportamento de embarcações, uma vez que este tipo de ferramenta é de grande utilidade no ramo da Engenharia Naval e Oceânica, principalmente devido às grandes escalas envolvidas, o que muitas vezes impossibilita medições e estudos específicos através de ensaios com modelos em escala reduzida.
- Podem ser também beneficiados estudos feitos por meio de ensaios em escala reduzida, uma vez que a comparação de resultados com a escala real faz-se possível ao serem obtidas informações do comportamento da embarcação sujeita a um certo estado de mar, o qual se torna agora conhecido (mesmo que estimado).

Assim, tanto as forças em estruturas *offshore* e seu comportamento hidrodinâmico quanto a erosão induzida pelas ondas na região costeira, possuem em comum exatamente a dependência das características físicas das ondas, as quais podem ser descritas por parâmetros estatísticos, sendo os seguintes os mais comumente adotados: altura significativa (H_s), período de pico (T_p), período médio de onda (T_1), direção média de incidência das ondas (θ_m) e espalhamento direcional (s_θ).

Estes parâmetros podem ser extraídos de um elemento muito importante no estudo do comportamento das ondas do mar, o **espectro direcional de ondas**, $S(\omega, \theta)$. Esta representação da energia contida em um determinado mar descreve a fenomenologia complexa e aleatória das ondas do mar em termos das contribuições energéticas de ondas que se propagam em direções distintas (θ), ao longo de variadas frequências (ω).

Um exemplo de espectro direcional de ondas é apresentado na figura 2, em sua forma teórica (os modelos matemáticos serão detalhados mais à frente), com apenas dois picos de energia, cada um representando um sistema de ondas distinto.

Embora o conceito de espectro direcional de ondas tenha sido desenvolvido há cerca de 60 anos, apenas nas últimas três décadas avanços significativos foram alcançados na medição deste importante elemento de análise do estado de mar. Diversos dispositivos de medição, com variados princípios físicos de operação, estão disponíveis atualmente. Métodos clássicos mais antigos como, por exemplo, bóias oceanográficas do tipo *pitch and roll*, foram complementados por novas tecnologias, como bóias com GPS, radares de

Figura 2: Representação de espectro direcional de ondas teórico. Energia disposta em 2 sistemas de ondas, em direções e frequências de pico distintas.

ondas a bordo de embarcações, radares costeiros de alta frequência (*HF radar*), radares de abertura real (RAR) ou sintética (SAR) e inclusive alguns do tipo SAR instalados em satélites, cobrindo boa parte do globo terrestre.

A acessibilidade a estas tecnologias fez com que a medição do espectro direcional de ondas fosse possível, ainda que muitas vezes a um custo considerável, fazendo com que a obtenção de estatísticas do estado de mar tivesse um uso operacional, tanto para aplicações de engenharia quanto na área previsional. Ao mesmo tempo, as dificuldades inerentes à medição e análise de espectros direcionais ainda existem.

Nenhum dos instrumentos usados nos dias de hoje pode fornecer todos os dados necessários para fazer uma estimativa sólida do espectro direcional completo. Suposições devem ser feitas sobre suas propriedades, a fim de extrair o espectro a partir dos dados medidos, e essas premissas, diferentes para cada tipo de instrumento, juntamente com o ruído e as respostas imperfeitas dos sensores, podem ter um efeito negativo significativo sobre os espectros e estatísticas de ondas resultantes.

Um bom exemplo é a estimativa da direção média de onda, a qual é geralmente bem definida para cada sistema de ondas e vários instrumentos e métodos concordam razoavelmente bem. Entretanto, existem outras estatísticas mais subjetivas como, por exemplo, o espalhamento direcional de onda, o qual depende em muito da resolução

espacial utilizada tanto para a medição quanto para a estimação do espectro.

É necessária, portanto, uma compreensão dos pontos fortes e fracos de cada instrumento de medição e também de cada método de estimação do espectro, para que seja possível julgar quais parâmetros podem ser robustamente determinados e quais propriedades do espectro direcional são meramente indicativas. Além disso, devem ser feitas considerações sobre a aplicabilidade de cada tecnologia em particular, levando-se em consideração os locais de operação, os custos de instalação e manutenção, a capacidade de medição, dentre outras.

Tradicionalmente, os espectros direcionais de onda são obtidos por meio dos dados coletados por bóias oceanográficas, utilizando-se as séries temporais dos movimentos de *pitch* e *roll* para a obtenção do espectro direcional de ondas por meio de algum método de estimação. Entretanto, existe o problema das dificuldades envolvidas em sua instalação e manutenção nas condições atuais de exploração de petróleo em alto-mar, a qual tem sido realizada em águas cada vez mais profundas, sendo isto uma tendência das empresas exploradoras.

Dada a complexidade de instalação e manutenção das bóias oceanográficas em locais de grande profundidade no oceano, uma alternativa mais prática é a utilização de sistemas de registro das condições de mar localizados a bordo das embarcações. Neste sentido, a tecnologia mais imediata a se pensar é o radar marinho, o qual, quando comparado às bóias oceanográficas, é relativamente mais simples de ser instalado e mantido, possuindo também a precisão necessária.

Motivado também por esta facilidade de instalação e manutenção de sistemas de determinação de espectro direcional localizados a bordo, uma metodologia alternativa e possivelmente complementar à utilização de radares (ver Stredulinsky e Thornhill (2011)) vem sendo estudada desde o ano 2000, no Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da EPUSP. Sua implementação operacional é relativamente simples, bastando-se a utilização de um computador comum conectado a um conjunto de acelerômetros e giroscópios (mais especificamente, *rate-gyros*), sendo que as bases inerciais (MRU) presentes na maioria das embarcações atuais já cumprem este papel. Trata-se, portanto, de um sistema de baixo custo inicial, com fácil instalação e manutenção.

Os estudos anteriores realizados pelo grupo de pesquisa da EPUSP, tais como Tannuri et al. (2001) e Tannuri et al. (2003), demonstraram, através de simulações numéricas, ser possível a estimação do espectro direcional com base no monitoramento dos movimentos da embarcação, indicando a possibilidade de se implementar um sistema de estimação do

espectro direcional instalado a bordo de embarcações. Nesses trabalhos foram utilizados dois tipos de métodos de estimação: paramétrico e não-paramétrico.

O primeiro, não abordado no estudo atual, já era conhecido à época, sendo utilizado em trabalhos na literatura em conjunto com outras técnicas de aquisição de dados de movimento, tais como *wave probes* ou bóias oceanográficas. Já o método não-paramétrico, neste caso, especificamente, denominado **método Bayesiano de estimação de espectros direcionais de onda com base em movimentos de 1ª ordem de uma embarcação**, proposto por Iseki e Ohtsu (2000), estabeleceu uma nova abordagem na estimação espectral, utilizando inferência Bayesiana para a modelagem do problema. Movimentos de 1ª ordem são caracterizados pelas respostas lineares de um corpo que está sujeito à força das ondas, sendo que este responde com movimentos na frequência das ondas do mar. Sendo um modelo linear, este problema pode ser descrito no domínio da frequência, e podem ser definidas funções de transferência que descrevem o comportamento do corpo em resposta às ondas de amplitude unitária. Estas funções de transferência recebem o nome de *Response Amplitude Operator*, ou RAO.

Durante os primeiros estudos, o método Bayesiano se destacou por ser menos custoso computacionalmente, além de não ficar restrito a uma formulação específica de espectro direcional (JONSWAP, Pierson-Moskowitz, etc.). Em linhas gerais, o método Bayesiano determina uma aproximação da solução de um sistema linear que tem como vetor de incógnitas o espectro direcional de onda e como matriz de coeficientes as funções de transferência (RAOs) da embarcação em cada grau de liberdade. Dado que este sistema linear geralmente é de alta ordem e possui a matriz de coeficientes mal condicionada, soluções diretas por meio do método dos mínimos quadrados não costumam ter um bom desempenho, indicando a necessidade de métodos de inferência que estimem uma solução aproximada do problema.

A aproximação da solução pelo método Bayesiano é estabelecida de modo que se obtenha a menor diferença possível entre os espectros de movimento medidos e os resultantes do cruzamento espectral entre os RAOs e o espectro direcional de onda estimado¹. A aproximação deve ainda respeitar critérios de suavidade do espectro, estabelecidos através do comportamento de suas derivadas de segunda ordem e impostos por meio do modelo Bayesiano adotado.

A abordagem Bayesiana advém da suposição de uma distribuição de probabilidade *a priori* para a diferença mencionada acima, fazendo com que o método busque o es-

¹Ao resultado do cruzamento espectral entre os RAOs e o espectro direcional de ondas estimado dar-se-á o nome de espectro de movimento *estimado*

pectro direcional com maior probabilidade de gerar o erro mínimo entre os espectros de movimento medido e estimado. Ou seja, ao determinar o erro mínimo, encontra-se o espectro direcional mais provável de ter gerado os movimentos do navio, considerando-se as restrições de suavidade impostas à solução do problema.

Neste trabalho é adotada a formulação atual do método de inferência, com alguns desenvolvimentos além da versão mais recentemente apresentada em Bispo et al. (2016), baseando-se na utilização dos movimentos de primeira ordem de sistemas oceânicos de grande porte, tais como FPSOs, em uma analogia com a metodologia aplicada às bóias oceanográficas, mas considerando os movimentos de *surge*, *sway*, *heave*, *roll* e *pitch*².

Para determinação dos espectros direcionais por meio da técnica descrita acima, são necessárias medidas de movimento oriundas de alguma embarcação, o que no caso deste trabalho foi atingido por meio de uma extensa campanha de monitoramento do estado de mar, conduzida na região da Bacia de Campos, fazendo uso dos registros de movimento de um FPSO operando no Campo de Peregrino, entre dezembro de 2014 e dezembro de 2016, completando assim 24 meses de medições.

Essa campanha foi feita com o apoio da empresa *Statoil Brasil Óleo e Gás Ltda.* na forma de um convênio de pesquisa com o grupo de estudos da EPUSP, dando continuidade aos trabalhos anteriores. Os dados de movimento são provenientes do FPSO *Peregrino*, pertencente à referida empresa, sendo esta plataforma apresentada nas imagens da figura 3.

Figura 3: Fotos aéreas do *FPSO Peregrino*.

Fonte: www.statoil.com

²O movimento de *yaw* foi descartado devido a problemas de leitura dos dados deste grau de liberdade. Esse assunto será retomado mais à frente.

Durante a referida campanha, foram registrados os movimentos dos cinco graus de liberdade já mencionados, além de serem fornecidos os dados de calado do navio e também de aproamento, tendo em vista que essa plataforma opera com um sistema de ancoragem do tipo *turret* e, portanto, tem giro livre no plano horizontal, estando sujeita às condições de correnteza e vento da região.

Para avaliar o desempenho do sistema de estimação baseado no método Bayesiano, foram coletadas medições dos espectros direcionais de onda e suas respectivas estatísticas fornecidas por um sistema de radar marinho, instalado em uma plataforma fixa, do tipo jaqueta, localizada a aproximadamente 7 km de distância do FPSO.

Como mencionado anteriormente, dado que existem diversos métodos de obtenção do espectro direcional de ondas, variando em condições de aplicação, limites físicos de estimação ou mesmo de precisão, torna-se relevante comparar as diversas metodologias de estimação, as quais neste contexto, implicam em diferentes maneiras de **inferir** sobre o espectro direcional de ondas por meio de aparatos físicos distintos e não apenas de se aplicar diferentes métodos de cálculo utilizando-se um mesmo sistema de aquisição de dados ou de medição. Dessa maneira, a redundância das medições é uma informação valiosa pois, dadas as limitações de cada método, quanto mais deles forem comparados, maior é a chance de se determinar um espectro direcional de onda preciso e que descreva a condição de mar com acurácia.

O sistema proposto pode sere utilizado tanto instalado a bordo da embarcação como remotamente, a depender da aplicação. No caso deste trabalho, fez-se uso dos dados de forma remota, dado que o objetivo era comparar com as estimativas do radar e montar um banco de dados de espectros direcionais estimados na região do Campo de Peregrino. Assim, as séries temporais dos movimentos medidos foram disponibilizadas mensalmente pela empresa, junto com as estimações feitas pelo sistema de radar e de outras informações relevantes ao método Bayesiano de estimação.

A maioria dos estudos anteriores realizados pelo grupo de pesquisa da EPUSP concentrava seus esforços em análises do desempenho geral do método Bayesiano, seja por testes numéricos, ensaios em escala reduzida ou mesmo com dados de movimento reais. O objetivo destes trabalhos anteriores era avaliar a possibilidade do uso desta tecnologia em diferentes embarcações e estabelecer em que condições o método consegue estimar o espectro direcional de ondas, o que pode variar de acordo com cada aplicação (ver Tannuri et al. (2001), Sparano (2008) e Simos et al. (2010)).

Esses estudos foram importantes para a evolução da implementação e principalmente

para determinar as faixas de operação do método, pois, uma vez que o sensor das ondas do mar é a própria embarcação, existem alturas, períodos e direções de onda em que a resposta é muito baixa ou até mesmo inexistente. Isso ocorre porque o navio atua como um filtro passa-baixa, ou seja, as altas frequências de onda, ou ainda inversamente, os baixos períodos, não impõem movimentos significativos de seu casco.

Por meio destes outros trabalhos, foi possível estabelecer empiricamente, especificamente para FPSOs, o limite inferior de período de pico do espectro de 8 s, embora este valor nunca tivesse sido verificado em uma campanha rigorosa de validação do método Bayesiano na escala real. Abaixo deste valor e acima de 6.5 s, ainda é possível observar registros de movimento em alguns graus de liberdade, especialmente em *heave*, dependendo da direção de incidência das ondas. Entretanto, em muitos casos não é possível distingui-los de ruídos e, portanto, não se pode afirmar que estimações de mares com período médio nesta faixa são confiáveis.

Esta faixa de operação pôde ser verificada durante o estudo atual, uma vez que os dados obtidos indicaram o prejuízo das estimações para valores de período médio do mar muito baixos. Essa avaliação foi possível levando em consideração que o sistema alternativo de radar tem a capacidade de medir, com boa acurácia, tais mares com baixos períodos.

Portanto, um primeiro resultado a se destacar da validação do método Bayesiano em escala real é a determinação da efetiva faixa de frequências em que o método consegue estimar espectros direcionais de maneira confiável. Onde foi possível ainda verificar que existem pontos fracos da estimação, mesmo em períodos acima de 8 s, nos períodos em que ocorrem pontos de cancelamento nas funções de transferência que descrevem linearmente a resposta do navio às ondas do mar. Este resultado só foi possível devido à extensa campanha de monitoramento conduzida no estudo aqui apresentado, embora este mesmo padrão se apresente em ensaios em escala reduzida conduzidos em tanque de provas (Souza et al. (2017)).

Também nos estudos anteriores havia pouca disponibilidade de dados para comparação: quando o método foi avaliado em ensaios em escala reduzida ou em simulações computacionais, existiam apenas os dados teóricos para comparação. Já para avaliações de casos reais, como feito em Bispo et al. (2012) e Tannuri et al. (2013), a falta de uma base de dados de comparação levou ao uso de resultados numéricos determinados pelos modelos previsionais da NOAA.

Embora Sparano (2008) tenha realizado uma comparação das estimativas do método

Bayesiano para um caso em escala real com estatísticas fornecidas por um radar e também por uma bóia oceanográfica, estas bases de dados cobriram um período de tempo muito curto e em situações de mar amenas, sendo portanto insuficientes para uma validação do método Bayesiano em escala real.

Naquele estudo também foram apresentados indícios de que a variação do aproamento poderia levar a erros de estimação da componente direcional dos espectros. Esta questão foi retomada no presente estudo de maneira mais aprofundada, uma vez que o FPSO Peregrino é dotado de um sistema *turret* interno em sua proa e possui grande variação de seu aproamento por estar em giro livre, submetido às condições ambientais. Os estudos anteriores envolviam, em sua maioria, o uso de sistemas *spread mooring*, com aproamento constante, o que impossibilitava abordar tal questão.

Por meio do atual estudo foi possível verificar que o método é aplicável a uma embarcação ancorada por sistema *turret* e que variações abaixo de 25° no aproamento, dentro da janela de 30 min de aquisição de dados de movimento, não comprometem as estimações dos espectros. Em outros casos, ocorre prejuízo principalmente na estimação da componente direcional, mas como estas variações não ocorrem tão frequentemente, estes desvios não chegam a se tornar uma limitação à aplicação do método.

Outra importante verificação no estudo aqui apresentado, também já observada nos estudos anteriores, é que o método Bayesiano é robusto, sendo pouco sensível às incertezas na representação do navio pelos RAOs. Os casos em que ocorre perda de precisão das estimativas ou estimação incorreta da direção estão mais relacionados aos pontos de cancelamento dos RAOs, dado que nestes casos, devido à incompatibilidade da resposta medida e da estimada, o espectro é estimado de forma a compensar tal desequilíbrio.

A fim de reduzir as fontes de incerteza e melhorar o modelo matemático que representa o navio no problema de estimação, uma verificação dos RAOs foi conduzida em relação ao raio de giração, dado que o mesmo poderia sofrer influência do sistema de ancoragem tipo *turret*, o qual não foi incluído na modelagem numérica efetuada para geração dos RAOs por ter sido feito uso da malha numérica de um FPSO similar ao utilizado no estudo real.

A malha foi ajustada para as dimensões corretas do FPSO Peregrino, assim como suas inércias foram recalculadas após a determinação do raio de giração melhor ajustado a esta embarcação. Optou-se pela utilização da malha de um FPSO similar por não estarem disponíveis informações detalhadas sobre o casco do FPSO Peregrino e também pelo fato de que, com exceção do sistema de *turret*, outras pequenas diferenças geométricas tem pouca influência sobre a resposta de um navio deste porte. Embora esta seja uma hipótese

forte assumida neste trabalho, dificilmente os FPSOs tem diferenças tão discrepantes ao ponto de resultarem em RAOs totalmente diferentes. Assim, assumir a similaridade entre os cascos é equivalente a usar uma simplificação coerente no modelo numérico adotado para representar o FPSO Peregrino.

Uma das principais dificuldades técnicas associadas à estimativa do espectro direcional de onda baseada em movimentos de uma embarcação de grande porte é exatamente a fraca resposta do navio para frequências específicas e em estreitos intervalos e, por este motivo, é analisada em maiores detalhes neste estudo.

Para representação matemática do sistema físico navio-ondas é empregado um sistema linear e, para determinar uma aproximação da solução deste problema, emprega-se o método Bayesiano de estimação. Portanto, definido o **problema a ser resolvido** e o **método a ser aplicado** para solucioná-lo, uma vez determinadas e reduzidas as incertezas da representação matemática³, **resta como única opção de aprimoramento a calibração de parâmetros internos (hiperparâmetros)** do método, com a finalidade de mitigar possíveis incorreções de estimação decorrentes de limitações advindas da modelagem matemática do sistema físico. Os hiperparâmetros, como será descrito em maiores detalhes, no capítulo 4, influenciam na exatidão da solução, controlando o compromisso entre suavidade e precisão da aproximação da solução.

Assim, um dos principais objetivos desta tese é definir uma metodologia de calibração dos hiperparâmetros do método Bayesiano, de modo que os possíveis desvios que ocorram nas estimações sejam atenuados ou até mesmo corrigidos pela aplicação desta técnica.

Embora existam outros métodos estabelecidos e reconhecidos na literatura para a seleção de valores aos hiperparâmetros, como alguns descritos no capítulo 5 e no apêndice B, a metodologia aqui proposta é definida empiricamente, com base nos dados reais dos espectros, e depende das estatísticas de mar que podem ser obtidas por meio de uma estimação preliminar feita por meio do próprio método Bayesiano. Esta abordagem pode, inclusive, indicar possíveis incorreções no espectro direcional através da largura de banda do espectro, a qual se torna muito baixa em casos específicos de sobrestimação de energia. Ao identificar tais erros de estimação, o hiperparâmetro de suavização na frequência é utilizado para forçar a distribuição da energia em mais faixas de frequência, reduzindo a sobrestimação.

O método proposto tem a vantagem de ser menos custoso computacionalmente e de relacionar características reais do espectro aos hiperparâmetros que controlam o balanço

³Pela correção das inércias para a geração dos RAOs

entre a exatidão e a suavidade das soluções do método Bayesiano. Além disso, não adota uma abordagem Bayesiana, o que embora leve a bons resultados e seja certamente uma solução elegante ao problema, aumenta a complexidade e dificulta a implementação do método de estimação.

Dessa maneira, foi elaborado um processo iterativo de estimação do espectro direcional de ondas, de modo a selecionar valores para os hiperparâmetros que suavizem ou minimizem possíveis aberrações de energia no espectro. Os hiperparâmetros ficam então dependentes dos períodos médios obtidos em uma estimação preliminar, a qual é executada com valores bastante restritivos para o balanço entre a suavização do espectro e a exatidão desta solução do problema matemático. Isso força o método a priorizar a precisão da solução para, em seguida, encontrar outra solução mais suavizada, se necessário.

A calibração do hiperparâmetro que controla a suavidade do espectro direcional em relação à frequência de onda é mais complexa que uma simples dependência do período médio de onda, como ocorre com o outro hiperparâmetro (o qual controla a suavidade do espectro ao longo das direções). Em geral, o método Bayesiano é relativamente insensível às variações do hiperparâmetro de suavização na frequência, principalmente em casos mais ruidosos, ou seja, menos informativos, o que significa que ele desempenha um papel menos importante em relação ao outro hiperparâmetro, mas ainda assim com impacto significativo às estimações de espectro.

Dessa maneira, uma questão crucial para o desenvolvimento deste trabalho – que efetivamente caracteriza o desenvolvimento tecnológico obtido com esta tese – é a **definição de uma relação entre a largura de banda espectral e a ocorrência de casos de sobrestimação da altura significativa**. O estudo aqui descrito apresenta uma nova abordagem para usar o hiperparâmetro que controla a suavidade na frequência, u_2 , a fim de evitar a sobrestimação excessiva de energia em condições de ondas particulares, nas quais o navio responde fracamente, ou seja, quando a energia real está disposta principalmente em uma região de frequências que corresponde aos pontos de cancelamento dos RAOs.

Estes passos apresentados acima são descritos em detalhes nos capítulos a seguir, conforme organização da tese incluída no capítulo anterior.

As rotinas computacionais desenvolvidas tanto para a implementação do método Bayesiano quanto para a análise e apresentação dos resultados foram criadas utilizando-se o *software* MATLAB R2014b[®], utilizando suas bibliotecas validadas para otimização e paralelização de processos, quando necessário.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

“For a successful technology, reality must take precedence over public relations, for nature cannot be fooled.”

-- Richard Feynman

A revisão da bibliografia especializada é apresentada, destacando a evolução histórica dos métodos de medição e de estimação das estatísticas que descrevem a condição do mar. O texto abordará inicialmente as referências relativas aos métodos de medição de ondas mais tradicionais, bem como das técnicas algébricas de obtenção do espectro para, em seguida, apresentar os métodos de estimação de espectros direcionais baseados nos movimentos de 1ª ordem de embarcações, tal qual o método Bayesiano aqui empregado.

Os fundamentos teóricos necessários à compreensão desta tese são apresentados já nesta revisão bibliográfica. Optou-se por fazer este apanhado de conceitos para facilitar a leitura do restante do texto, tornando-o mais compacto. Assim, tanto a evolução histórica dos métodos de estimação quanto a modelagem matemática atual implementada no algoritmo de estimação são descritas neste capítulo.

Ao final do capítulo existem duas breves seções sobre trabalhos envolvendo estimação de estatísticas de ondas por meio de radares e sobre a influência do sistema de amarração *turret* na dinâmica dos FPSOs. A primeira busca levantar informações sobre o desempenho de radares para determinação de estatísticas de ondas, de modo que sejam documentadas possíveis limitações desta tecnologia por meio da literatura especializada, estabelecendo alguma “métrica da confiabilidade” do sistema utilizado como paradigma. Já a segunda serve de balizamento para verificação de possíveis efeitos do sistema *turret* que possam estar sendo negligenciados na modelagem atual, pois sabendo que tipo de influência ele tem sobre as funções de transferência da embarcação, podem ser identificadas fontes de incerteza do método Bayesiano.

Vale antecipar que as duas últimas seções são escassas de fontes, ao menos no conhecimento do autor desta tese, estando então o estudo restrito aos poucos artigos e livros apresentados neste capítulo, sendo, de certa maneira, influenciado pelos resultados por eles apresentados.

2.1 Métodos de Determinação do Espectro Direcional

Uma definição mais formal do espectro direcional de ondas se faz necessária, dado que até agora o assunto foi discutido apenas de forma geral, com exemplos intuitivos. O espectro direcional pode ser definido como uma função dependente da frequência, ω , e da direção de propagação da onda, θ , de acordo com a expressão:

$$S(\omega, \theta) = S(\omega) D(\omega, \theta) \quad (2.1)$$

onde $S(\omega)$ é chamado espectro de frequências (ou de potência) e $D(\omega, \theta)$ é chamada função de espalhamento direcional (DSF), definida no intervalo $[0; 2\pi]$ ¹.

2.1.1 Determinação do Espectro de Frequências

O espectro de frequências representa a magnitude da energia média contida em cada frequência que compõe um registro de mar. A integração deste espectro ao longo das frequências indica o grau de severidade do mar (ver Ochi (1998)), sendo esta área proporcional a altura significativa de onda, H_s . Um espectro de potência é apresentado como exemplo na figura 4, onde verifica-se que, pela posição do pico, as ondas de maior energia possuem frequência 0,395 rad/s.

Figura 4: Espectro de frequências teórico.

Mares de **cristas-longas**, em que é possível estabelecer uma única direção de propagação da onda, podem ser bem descritos com base apenas na amplitude e na frequência de onda, independente da direção de propagação. Neste sentido, o espectro de frequências,

¹Para a representação do espectro de frequências em função de f , em Hz, utiliza-se a relação $S(f) = 2\pi S(\omega)$. Toda a expressão eq. (2.1) pode ser reescrita com dependência de f como $S(f, \theta) = S(f) D(f, \theta)$, sendo esta versão utilizada mais adiante na seção 2.2.

pela sua independência da componente direcional, é usado frequentemente para a representação de mares chamados também de *swell*.

Já as ondas de mar que se propagam com certa dispersão angular formam mares de **cristas-curtas**, situação em que a observação do mar é feita no local de geração das ondas ou próxima a ele. Este tipo de mar deve ter, necessariamente, uma representação de espalhamento direcional, dado que existe mais de uma direção de propagação das ondas. Mares deste tipo são também chamados de *mares locais*.

Mares reais são frequentemente formados pela composição de mares diferentes, com direções de propagação geralmente distintas. Nestes casos, a utilização do espectro direcional tem grande utilidade, sendo possível representar diferentes estados de mar em um mesmo espectro com mais de um pico de energia. Casos como estes são chamados de **mares cruzados**.

Para que seja possível a determinação das frequências que estão presentes em um determinado sinal de onda irregular, é comum o uso do procedimento de decomposição do registro de mar em uma **série de Fourier**, sendo esta a técnica clássica de obtenção do espectro de frequências (ver Ochi (1998)).

A medição do espectro de frequência realizada por Barber e Ursell (1947) – um dos primeiros trabalhos sobre o assunto – faz uso do conceito de espectro de frequências ao considerar que, independente da direção, ao obter as séries temporais das pressões causadas pela incidência das ondas, no fundo de uma região de águas rasas, $S(\omega)$ pode ser determinado pela decomposição destes registros em uma série de Fourier. Neste estudo ainda não existia uma formulação adequada para a representação do espectro de frequência, sendo o mesmo obtido apenas empiricamente e tendo grande influência de ruído de medição. Ainda assim, foi possível determinar a amplitude e o período das ondas com certa precisão, podendo então estimar a velocidade de propagação de ondas de *swell* por longas distâncias.

Buscando aprimorar os métodos de previsão do comportamento do mar existentes à época, Pierson, Neumann e James (1955) apresentaram novas metodologias de observação do espectro de frequências, formulando um modelo matemático incompleto para $S(\omega)$. Este trabalho visava fornecer ferramentas para meteorologistas e oceanógrafos terem condição de prever o estado de mar.

Nos anos subsequentes, diversas formulações para o espectro de frequências foram propostas, cada qual com suas particularidades e limitações (Goda (2000)). Dentre estas, destacam-se duas mais importantes, dada a maior abrangência de aplicações possíveis:

o modelo semi-empírico definido por Pierson e Moskowitz (1963), hoje em dia sob uma versão particular conhecida por **espectro de Bretschneider**²; e o modelo *JONSWAP*, introduzido por Hasselmann et al. (1973), sendo esta formulação o resultado de um extenso programa de medição de ondas chamado *Joint North Sea Wave Project*, realizado entre 1968 e 1969 no Mar do Norte.

Algumas outras das principais formulações em uso na atualidade são descritas em Ochi (1998), onde também é apresentada uma breve evolução histórica de alguns destes modelos. Goda (2000) é outra importante referência sobre modelos atuais de espectros de frequência, sendo inclusive nesta referência que se baseia a formulação *JONSWAP* dada pela expressão eq. (2.2) abaixo.

$$S(\omega) = 2\pi\beta_J \frac{H_s^2 \omega_p^4}{\omega^5} \exp\left[\frac{-1,25\omega_p^4}{\omega^4}\right] \gamma^{\exp\left[-\frac{(\omega-\omega_p)^2}{2\sigma^2\omega_p^2}\right]} \quad (2.2)$$

onde, H_s é a altura significativa de onda e ω_p é a frequência angular de pico relacionada ao período de pico por $T_p = 2\pi/\omega_p$. O parâmetro σ define a largura do pico de acordo com a expressão eq. (2.3) e β_J é um parâmetro de forma do espectro, o qual, segundo Goda (2000), é calculado pela expressão eq. (2.4).

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_a \approx 0,07, & \text{para } \omega \leq \omega_p \\ \sigma_b \approx 0,09, & \text{para } \omega > \omega_p. \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\beta_J = \frac{0,0624}{0,230 + 0,0336\gamma - 0,185(1,9 + \gamma)^{-1}} (1,094 - 0,01915 \ln \gamma) \quad (2.4)$$

O fator de amplificação de pico costuma ser utilizado na literatura especializada como sendo $\gamma = 3,3$ (valor médio para o Mar do Norte), mas de acordo com Goda (2000), este parâmetro pode variar entre 1 e 7.

Os espectros direcionais obtidos através do método Bayesiano aplicado nos estudos deste trabalho são considerados representações discretas do modelo eq. (2.2) multiplicado por uma função de espalhamento direcional chamada comumente de *representação cosseno 2s*, a ser apresentada mais adiante.

Este mesmo tipo de representação é utilizada nos espectros de entrada do modelo numérico *Wave Watch III*³, o qual fornece as previsões numéricas de estado de mar feitas

²Ver Ochi (1998) para maiores detalhes sobre a redução da formulação de Bretschneider ao espectro de Pierson-Moskowitz

³O modelo numérico aceita outras formulações, mas *JONSWAP* é utilizado por padrão, como descrito em Tolman (2009).

pela NOAA e pelo INPE.

Os parâmetros estatísticos utilizados nas comparações são definidos a seguir, estando entre os mais usuais na literatura especializada (Goda (2000)).

A relação direta entre o espectro direcional e o espectro de frequência é dada pela eq. (2.5):

$$S(\omega) = \int_0^{2\pi} S(\omega, \theta) d\theta \quad (2.5)$$

Para que seja possível a obtenção dos parâmetros estatísticos não direcionais de $S(\omega)$, é necessário o conceito de **momento espectral**:

$$m_n = \int_0^\infty \omega^n S(\omega) d\omega \quad (2.6)$$

Admitindo-se as hipóteses usuais de Gaussianidade do mar e de que os espectros de onda sejam de banda estreita, são definidos alguns parâmetros estatísticos frequentemente empregados para caracterizar um estado de mar:

- **Altura significativa de onda:**

$$H_s = 4\sqrt{m_0} \quad (2.7)$$

- **Período médio:**

$$T_1 = \frac{m_0}{m_1} \quad (2.8)$$

- **Direção média⁴:**

$$\theta_m = \arctan \left(\frac{\overline{\sin \theta}}{\overline{\cos \theta}} \right) \quad (2.9)$$

onde

$$\overline{\sin \theta} = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty S(\omega, \theta) \sin \theta d\omega d\theta \quad \text{e} \quad \overline{\cos \theta} = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty S(\omega, \theta) \cos \theta d\omega d\theta$$

- **Espalhamento direcional⁵:**

$$s_\theta = (1 + 0.1547\delta) \sin^{-1} \delta, \quad \text{com} \quad \delta = \sqrt{1 - \overline{\sin \theta}^2 + \overline{\cos \theta}^2} \quad (2.10)$$

⁴Nas implementações numéricas feitas utilizando-se o *software* MATLAB R2014b[®], foi utilizada a função `atan2` no cálculo de θ_m , a fim de que o resultado estivesse no intervalo $[-\pi; \pi]$.

⁵Segundo formulação apresentada por Yamartino (1984)

• **Largura de banda espectral**⁶:

$$\epsilon = \sqrt{\frac{1 - m_2^2}{m_0 m_4}} \quad (2.11)$$

Além destas, utiliza-se também o **período de pico**, T_p , definido como sendo o período relativo ao valor máximo do espectro de potência. Por exemplo, na figura 4, $T_p = 2\pi/0,395 = 15,9$ segundos.

2.1.2 Determinação de $D(\omega, \theta)$ por Meio de Bóias Oceanográficas

Definido o espectro de frequências, resta a questão da escolha de funções para representação do espalhamento direcional que atendam aos critérios estabelecidos. Este problema foi extensamente estudado por diversos autores, envolvendo inicialmente o uso de séries de Fourier como forma de determinação de DSFs, utilizando registros de mar obtidos por bóias oceanográficas.

Em meados de 1946, Longuet-Higgins (1946), já fazia observações do estado de mar utilizando instrumentos que podem ser tidos como os precursores das bóias oceanográficas, resultando em diversos trabalhos sobre distribuições estatísticas de parâmetros de ondas. Dentre os primeiros trabalhos feitos no sentido de definir a DSF, foi realizado em Longuet-Higgins (1957) um amplo estudo das características estatísticas de uma superfície em movimento, definindo-se um método para obtenção do espectro direcional de energia.

Estes estudos culminaram na publicação de importantes referências sobre a determinação da função de espalhamento direcional por meio de bóias oceanográficas *pitch-and-roll*, tais como Longuet-Higgins, Cartwright e Smith (1961) e Longuet-Higgins (1962).

A bóia oceanográfica utilizada nestes estudos, um instrumento simples, porém muito bem elaborado, apresentado em Longuet-Higgins, Cartwright e Smith (1961), é composta por um disco, dotado de um acelerômetro e um conjunto de giroscópios, os quais registram medidas de aceleração na vertical e de declividade das ondas incidentes (daí o nome *pitch-and-roll* dado a esta tipo de bóia).

Através dos registros de deslocamento vertical e declividade de onda, aplicando a

⁶A formulação alternativa (e mais usada atualmente) da largura de banda é dada por $\nu = \sqrt{\frac{m_0 m_2}{m_1^2 - 1}}$, entretanto, como o método baseado em movimentos da embarcação filtra as altas frequências, não haverá prejuízo ao usar a formulação dada para ϵ , que por sua vez depende de m_4 . Além disso, estas duas maneiras de medir a largura de banda tem alta correlação nos períodos de onda em que o método é capaz de estimar e principalmente nos valores necessários ao método de calibração proposto para os hiperparâmetros.

decomposição em séries de Fourier, foi possível aos autores de Longuet-Higgins, Cartwright e Smith (1961) estabelecerem uma expressão para a função de espalhamento direcional, sendo a base das formulações utilizadas até os dias de hoje:

$$D(\omega, \theta) = \frac{1}{\pi} 2^{2s-1} \frac{\Gamma^2(s+1)}{\Gamma(2s+1)} \cos^{2s} \left(\frac{\theta - \theta_m}{2} \right) \quad (2.12)$$

onde θ_m é a direção média de incidência de ondas, $\Gamma(s) = \int_0^\infty t^{s-1} e^{-t} dt$ e s é o parâmetro de espalhamento direcional, o qual controla a concentração da energia em torno de θ_m .

Neste mesmo estudo, os autores determinam que a DSF deve atender as restrições da eq. (2.13), dado que a mesma foi elaborada como uma função de distribuição angular, semelhante a uma função distribuição de probabilidade e, portanto, possuindo as mesmas propriedades.

$$D(\omega, \theta) \geq 0 \quad \text{e} \quad \int_0^{2\pi} D(\omega, \theta) d\theta = 1 \quad (2.13)$$

Em Mitsuyasu et al. (1975) é feita uma análise do ajuste das séries de Fourier à função proposta em Longuet-Higgins, Cartwright e Smith (1961), utilizando medições feitas por uma bóia oceanográfica do tipo *cloverleaf*, a qual, segundo Ochi (1998), é o melhor tipo de bóia para obtenção da parcela direcional do espectro⁷.

Neste mesmo estudo é proposto um modelo de DSF com variação do parâmetro s em função da frequência, como o dado por eq. (2.14), sendo esta função proposta comparada a outros modelos de DSF existentes até então, mostrando que o novo modelo é aplicável para fins práticos e resulta em aproximações melhores da parcela direcional.

$$s = \begin{cases} s_{max} (\omega/\omega_p)^5, & \text{para } \omega \leq \omega_p \\ s_{max} (\omega/\omega_p)^{2,5}, & \text{para } \omega > \omega_p. \end{cases} \quad (2.14)$$

onde s_{max} adquire valores diferentes de acordo com o tipo de mar analisado. Para aplicações práticas de engenharia, Goda (2000, p. 34) recomenda os seguintes valores:

- (i) $s_{max} = 10$, para mares locais (*wind waves*);
- (ii) $s_{max} = 25$, para *swell* com curta distância de decaimento;
- (iii) $s_{max} = 75$, para *swell* com longa distância de decaimento.

⁷Maiores detalhes sobre este instrumento podem ser encontrados em Ochi (1998), na página 185.

2.2 Estimação do Espectro Direcional pela Abordagem Bayesiana

Diversos métodos para a estimação do espectro direcional de energia do mar foram desenvolvidos ao longo dos últimos 60 anos. Com base em variados conjuntos de medidas do estado de mar, modelos matemáticos foram propostos tanto para $S(\omega)$ quanto para $D(\omega, \theta)$, sendo alguns apresentados na seção anterior. Embora estas técnicas fossem úteis, até a década de 1980 pouco se abordava a questão dos erros referentes à estimação do espectro de frequências por meio destas medições.

Estes erros frequentemente levavam a espectros direcionais mal condicionados, o que levantou a possibilidade de se poder estimar o espectro direcional diretamente, não ficando sujeito à propagação de erros pela pobre estimação do espectro de frequências (Hashimoto, Kobune e Kameyama (1987)). Os métodos apresentados na seção anterior possuem este tipo de imperfeição, pois os acúmulos de erros relativos às medições e aos ajustes dos modelos analíticos de $S(\omega)$ podem levar a um espectro direcional deficiente.

Além disso, o instrumento utilizado com mais frequência nestes estudos era a bóia oceanográfica, que embora seja um ótimo meio de obter as medidas do estado de mar, possui limitações práticas no que tange a aplicação em águas mais profundas e distantes da costa. Outras técnicas mais recentes utilizadas, tais como *wave probes*, também possuíam este tipo de limitação, embora gerassem bons resultados e com maior resolução espectral (Isobe e Kondo (1984)).

A partir destas constatações, métodos para a determinação direta do espectro direcional se fizeram necessários, tanto para a redução dos erros envolvidos nos processos, quanto para o aumento no número de aplicações possíveis. É interessante notar que estes métodos alternativos dependiam do uso de algoritmos de estimação mais elaborados, os quais só se tornaram possíveis graças à expansão da computação a partir dos anos 1970.

2.2.1 Formulação Bayesiana para Estimação do Espectro Direcional

A abordagem Bayesiana na estimação do espectro direcional de ondas foi inicialmente proposta por Hashimoto, Kobune e Kameyama (1987), tendo como base a relação fundamental eq. (2.15) e utilizando os conceitos de inferência Bayesiana introduzidos por Akaike (1980) para a obtenção de uma aproximação da solução de um sistema linear em que a quantidade de incógnitas era muito grande, quando comparada ao tamanho da amos-

tra. Estes conceitos são apresentados no apêndice A, onde também é feita menção ao critério de informação *ABIC*, o qual estabelece um meio de selecionar o melhor modelo de aproximação de um conjunto de dados, determinando um balanço entre a qualidade da aproximação e a complexidade do modelo.

Em Hashimoto, Kobune e Kameyama (1987) foi mostrado que o método Bayesiano possui um poder maior de resolução espectral e que, mesmo que a parcela potencial esteja contaminada por erros, o espectro direcional é melhor estimado quando comparado a outros métodos como, por exemplo, o da *Transformada Direta de Fourier* (DFT), o *Método da Máxima Verossimilhança Extendido* ou ao *Método do Princípio da Máxima Entropia*. Nesta mesma referência são feitas breves revisões sobre estes métodos, seguidas de uma discussão sobre os problemas inerentes a estes, concluindo que, em todos, a limitação maior é dada pelo fato destes métodos tentarem ajustar aos seus respectivos modelos paramétricos os dados.

Além disso, uma consideração importante foi feita sobre a adaptação mais fácil desta metodologia aos avanços de modelos teóricos na estimação de espectros direcionais, dado que o método independe de qualquer parametrização adotada.

Estes aspectos tornam o **método Bayesiano de estimação de espectros direcionais** muito atraente, embora sua base teórica seja bem mais complexa que as dos métodos utilizados até então.

Isobe e Kondo (1984) introduziram a relação fundamental entre o espectro direcional, $S(f, \theta)$, e os espectros de potência cruzados, Φ_{mn} , para um par de propriedades de onda arbitrárias, m e n , obtidas por meio de um *array* de *wave-probes*⁸⁹:

$$\Phi_{lp}(f) = \int_0^{2\pi} H_l(f, \theta) H_l^*(f, \theta) \{ \cos [\mathbf{k}(x_{lp} \cos \theta + y_{lp} \sin \theta)] - \mathbf{i} \sin [\mathbf{k}(x_{lp} \cos \theta + y_{lp} \sin \theta)] \} S(f, \theta) d\theta \quad (2.15)$$

Nesta expressão tem-se que f é a frequência em Hz, $\mathbf{k}$ é o número de onda, θ é a direção de propagação da onda, $\Phi_{lp}(f)$ é o espectro de potência cruzado entre a l -ésima e a p -ésima propriedades de onda, $H_l(f, \theta)$ é uma função de transferência da elevação da superfície da água para a l -ésima propriedade de onda, $\mathbf{i}$ é a unidade complexa, (x_l, y_l) é

⁸A relação eq. (2.15) é apresentada já na forma com dependência na frequência f , entretanto, quando proposta em Isobe e Kondo (1984), era dependente do número de onda k , sendo sua dedução feita desta maneira na citada referência. Adota-se a versão apresentada no texto por facilitar a conexão com os trabalhos subsequentes.

⁹Maiores detalhes sobre *wave-probe array* podem ser encontrados em Ochi (1998)

a localização espacial do *wave-probe* para a l -ésima propriedade de onda, $x_{lp} = x_p - x_l$, $y_{lp} = y_p - y_l$, $S(f, \theta)$ é o espectro direcional e $*$ denota o complexo conjugado.

As propriedades de onda citadas são, por exemplo, a elevação, velocidade vertical, aceleração vertical ou declividade em x ou y da superfície da água, e têm suas funções de transferência e coeficientes definidos em Hashimoto e Kobune (1988)¹⁰, não sendo inclusas neste texto, pois o equacionamento não dependerá da formulação adotada para estes parâmetros.

Segundo Hashimoto, Kobune e Kameyama (1987), assume-se que a DSF, $D(\omega, \theta)$, é composta por K funções constantes por partes, igualmente espaçadas no intervalo direcional de 0 a 2π ($K\Delta\theta = 2\pi$), ou seja, para cada frequência ω existe uma função $D(\theta)$.

Como $D(\omega, \theta) > 0$, pode-se fazer:

$$\ln D(\omega, \theta_k) = x_k(\omega) \text{ , } k = \{1, \dots, K\}$$

e desta maneira, a função de espalhamento direcional pode ser aproximada por

$$D(\omega, \theta) = \sum_{k=1}^K e^{x_k(\omega)} I_k(\theta|\omega) \quad (2.16)$$

onde

$$I_k(\theta|\omega) = \begin{cases} 1 \text{ , se } (k-1)\Delta\theta < \theta < k\Delta\theta, \\ 0 \text{ , caso contrário} \end{cases}$$

Fazendo uso da relação de dispersão $\omega^2 = \mathbf{k}g \tanh(\mathbf{k}h)$, onde g e h denotam, respectivamente, a gravidade e a profundidade, e supondo que existe linearidade entre os espectros de entrada e de saída, $S(\omega, \theta)$ e $\Phi_{lp}(\omega)$, Hashimoto e Kobune (1988) definiram a **matriz de espectros cruzados** a seguir:

$$\Phi_{lp}(\omega) = \int_0^{2\pi} H_l(\omega, \theta) S(\omega, \theta) d\theta \quad (2.17)$$

Assim, utilizando a decomposição eq. (2.1) e introduzindo eq. (2.16) em eq. (2.17), tem-se que:

¹⁰O artigo Hashimoto e Kobune (1988) é uma versão publicada, no meio científico, do relatório Hashimoto, Kobune e Kameyama (1987). Por este motivo, estas referências se sobrepõem frequentemente.

$$\begin{aligned}
S_{lp}(\omega) &= \int_0^{2\pi} H_p(\omega, \theta) S(\omega) D(\omega, \theta) d\theta \Leftrightarrow \\
S_{lp}(\omega) &= S(\omega) \sum_{k=1}^K e^{x_k(\omega)} \int_0^{2\pi} H_p(\omega, \theta) I_k(\theta|\omega) d\theta \Leftrightarrow \\
S_{lp}(\omega) &= S(\omega) \sum_{k=1}^K \alpha_{jk}(\omega) e^{x_k(\omega)}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

onde¹¹

$$\alpha_{jk}(\omega) = \int_0^{2\pi} H_p(\omega, \theta) I_k(\theta|\omega) d\theta$$

estando o índice j relacionado ao número de amostras do sinal, como mostrado a seguir.

Sendo os espectros cruzados obtidos a partir de n registros de movimento aquisitados, é natural pensar que existem erros associados aos mesmos. Estes erros, denotados por $w_j(\omega)$, $j = \{1, \dots, 2n\}$ ¹², são supostos independentes e tais que $w \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Levando-se em consideração tais erros de medição, pode-se re-escrever a função de espalhamento direcional como:

$$\varphi_j(\omega) = \sum_{k=1}^K \alpha_{jk}(\omega) e^{x_k(\omega)} + w_j(\omega) \tag{2.19}$$

Sendo denotado por $\boldsymbol{\varphi}$ o vetor que contém todas as φ_j , aplicando-se os conceitos de estatística Bayesiana introduzidos na seção A.3, a função de espalhamento direcional pode ter seus parâmetros estimados por meio da seguinte função de verossimilhança:

$$L(x_1, \dots, x_k; \sigma^2 | \boldsymbol{\varphi}) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^n} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{j=1}^{2n} \left[\varphi_j(\omega) - \sum_{k=1}^K \alpha_{jk}(\omega) e^{x_k(\omega)} \right]^2 \right\} \tag{2.20}$$

Lembrando que esta formulação foi baseada numa representação da função $D(\omega, \theta)$ como sendo constante por intervalos, destaca-se o fato de que nenhuma análise da variação de energia em cada segmento $\Delta\theta_k$ foi feita até então.

Isobe e Kondo (1984) assumiram que a variação entre cada segmento é independente. Entretanto, é incorreto supor que a distribuição de energia ao longo das direções de onda não é contínua, inclusive porque existe já a suposição de suavidade e continuidade da

¹¹Note que eq. (2.18) é válida somente pela suposição de suavidade e continuidade do integrando.

¹²O número de registros dobra devido à separação em partes real e imaginária dos espectros

DSF.

Baseados nisso, Hashimoto e Kobune (1988) fizeram a suposição da condição de que a variação de x_k deve ser bem aproximada localmente por uma função linear, a qual é a expressão matemática da continuidade e suavidade da DSF. Isto é equivalente a dizer que as segundas derivadas de $\ln D(\omega, \theta_k)$ devem ser próximas de zero, fazendo com que a expressão

$$\sum_{k=1}^K (x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2})^2, \text{ com } x_0 = x_K \text{ e } x_{-1} = x_{K-1} \quad (2.21)$$

diminua conforme a suavização da DSF aumente. Supõe-se então que a estimativa de $D(\omega, \theta)$ maximize eq. (2.20) e minimize eq. (2.21) simultaneamente, sendo isto equivalente a maximizar a expressão

$$L(x_1, \dots, x_K; \sigma^2 | \varphi) \exp \left[-\frac{u^2}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^K (x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2})^2 \right]$$

a qual, de acordo com a teoria Bayesiana, pode ser considerada uma distribuição a posteriori, correspondendo ao lado direito de eq. (A.2). Para tanto, basta que a distribuição a priori de $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_K)$ seja

$$p(\mathbf{x} | u^2, \sigma^2) = \left(\frac{u}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^K \exp \left[-\frac{u^2}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^K (x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2})^2 \right]$$

Assim, para um conjunto de dados observados, a posteriori é dada pelo teorema de Bayes na seguinte forma:

$$p_{post}(\mathbf{x} | u^2, \sigma^2) \propto L(\mathbf{x}, \sigma^2 | \varphi) p(\mathbf{x} | u^2, \sigma^2) \quad (2.22)$$

Em Hashimoto e Kobune (1988) foi mostrado, seguindo os passos acima que, sendo conhecido o valor de u , a estimativa de $\mathbf{x}$ que maximiza a expressão eq. (2.22) pode ser determinada pela minimização de

$$\sum_{j=1}^{2n} \left(\varphi_j - \sum_{k=1}^K \alpha_{jk} e^{x_k} \right)^2 + u^2 \sum_{k=1}^K (x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2})^2$$

Naquele mesmo trabalho, os autores mostraram que os valores adequados do hiper-parâmetro u^2 e da variância σ^2 são obtidos por meio da determinação do valor mínimo do critério de informação *ABIC*, por uma variação da equação eq. (5.3), apresentada no capítulo 4.

2.2.2 Estimação do espectro direcional a partir de movimentos de 1ª ordem

O modelo de estimação introduzido em Hashimoto, Kobune e Kameyama (1987), apresentado na seção anterior, foi adaptado por Iseki e Ohtsu (2000) para utilização dos movimentos de primeira ordem da embarcação na estimação do espectro direcional de ondas. Esta adaptação consistiu na inserção dos RAOs da embarcação, equivalentemente ao uso da função de transferência na eq. (2.17) e na adoção de espectros cruzados dos movimentos do sistema.

Assumindo linearidade na resposta da embarcação às excitações de onda, o que é seguramente uma fonte de incertezas¹³, a relação introduzida por Iseki e Ohtsu (2000) que descreve os espectros cruzados resultantes das séries temporais de movimento do navio é dada pela integral eq. (2.23) a seguir:

$$\phi_{ij}(\omega) = \int_{-\pi}^{\pi} RAO_i(\omega, \theta) \overline{RAO_j(\omega, \theta)} S(\omega, \theta) d\theta \quad (2.23)$$

onde RAO_i é o operador de resposta em amplitude do movimento i na frequência ω e direção de incidência θ , $\overline{RAO_j}$ denota o complexo conjugado do operador no movimento j e $S(\omega, \theta)$ é o espectro direcional de onda. Nesta expressão, os índices i e j variam de 1 a 6, indicando o respectivo grau de liberdade na seguinte ordem: *Surge*, *Sway*, *Heave*, *Roll*, *Pitch* e *Yaw*.

Para escrever a expressão eq. (2.23) discretizada nas direções, deve-se assumir que o integrando é constante em cada segmento $\Delta\theta = 2\pi/K$ do círculo. Usando $\theta_k = -\pi + (k-1)\Delta\theta$, $k = \{1, \dots, K\}$. Escolhido um certo intervalo com M frequências ($\omega_1, \dots, \omega_M$) nas quais espera-se resposta da embarcação às ondas, a equação eq. (2.23) pode ser escrita como:

$$\phi_{ij}(\omega_m) = \Delta\theta \sum_{k=1}^K RAO_i(\omega_m, \theta_k) \overline{RAO_j(\omega_m, \theta_k)} S(\omega_m, \theta_k) \quad (2.24)$$

com $m = \{1, \dots, M\}$. Matricialmente, para cada frequência ω_m de interesse, tem-se que a equação eq. (2.24) fica:

$$\Phi(\omega_m) = \Delta\theta \mathbf{RAO}(\omega_m) \cdot \mathbf{S}(\omega_m) \cdot \overline{\mathbf{RAO}(\omega_m)}^T \quad (2.25)$$

¹³O movimento de *roll* apresenta comportamento não linear e, ainda assim, a abordagem adota um modelo linear.

onde, omitindo-se a dependência de ω_m para simplificar a notação, tem-se que

$$\mathbf{\Phi}(\omega_m) = \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{11} & \dots & \phi_{16} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{26} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{61} & \phi_{62} & \dots & \phi_{66} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}(\omega_m) = \begin{pmatrix} S(\theta_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & S(\theta_2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & S(\theta_K) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{RAO}(\omega_m) = \begin{pmatrix} RAO_1(\theta_1) & RAO_1(\theta_2) & \dots & RAO_1(\theta_K) \\ RAO_2(\theta_1) & RAO_2(\theta_2) & \dots & RAO_2(\theta_K) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ RAO_6(\theta_1) & RAO_6(\theta_2) & \dots & RAO_6(\theta_K) \end{pmatrix}$$

e

$$\overline{\mathbf{RAO}(\omega_m)} = \begin{pmatrix} \overline{RAO_1(\theta_1)} & \overline{RAO_1(\theta_2)} & \dots & \overline{RAO_1(\theta_K)} \\ \overline{RAO_2(\theta_1)} & \overline{RAO_2(\theta_2)} & \dots & \overline{RAO_2(\theta_K)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{RAO_6(\theta_1)} & \overline{RAO_6(\theta_2)} & \dots & \overline{RAO_6(\theta_K)} \end{pmatrix}$$

Uma importante simplificação da expressão eq. (2.25) pode ser feita devido ao fato da matriz $\mathbf{\Phi}$ ser *Hermitiana*, ou seja, $\phi_{ij} = \overline{\phi_{ji}}$. Através desta propriedade pode-se utilizar apenas os elementos da matriz triangular superior e, além disso, tem-se também que os espectros ϕ_{ii} da diagonal principal de $\mathbf{\Phi}$ são reais e os espectros ϕ_{ij} são complexos.

Levando-se em consideração estes fatos, o seguinte sistema linear pode ser usado para representar eq. (2.25), conforme introduzido por Iseki e Ohtsu (2000):

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{U} \tag{2.26}$$

onde $\mathbf{x}$ é um vetor de ordem $K \cdot M$ que contém o espectro direcional desconhecido avaliado nos pares (ω_m, θ_k) :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} S(\omega_1, \theta_1) \\ S(\omega_1, \theta_2) \\ \vdots \\ S(\omega_M, \theta_{K-1}) \\ S(\omega_M, \theta_K) \end{bmatrix}, \quad (2.27)$$

o vetor $\mathbf{B}$ contém $N^2 \cdot M$ espectros de movimento e espectros cruzados de movimento dos N graus de liberdade utilizados:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_M \end{bmatrix}, \text{ com } \mathbf{b}_m = \begin{bmatrix} \phi_{ii}(\omega_m) \\ \vdots \\ \text{Re}[\phi_{ij}(\omega_m)] \\ \vdots \\ \text{Im}[\phi_{ij}(\omega_m)] \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad (2.28)$$

$\mathbf{A}$ é a matriz de dimensão $(N^2 \cdot M) \times (K \cdot M)$ dos RAOs, dada por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{A}_M \end{bmatrix}, \text{ com} \quad (2.29)$$

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} |RAO_i(\omega_m, \theta_1)|^2 & \dots & |RAO_i(\omega_m, \theta_K)|^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{Re}[RAO_i(\omega_m, \theta_1) \overline{RAO_j(\omega_m, \theta_1)}] & \dots & \text{Re}[RAO_i(\omega_m, \theta_K) \overline{RAO_j(\omega_m, \theta_K)}] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{Im}[RAO_i(\omega_m, \theta_1) \overline{RAO_j(\omega_m, \theta_1)}] & \dots & \text{Im}[RAO_i(\omega_m, \theta_K) \overline{RAO_j(\omega_m, \theta_K)}] \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Considerando que as medições de movimento para obtenção dos espectros possuem ruídos associados, o vetor $\mathbf{U}$ de dimensão $N^2 \cdot M$ é usado para representar os erros destas medições. Assume-se que as observações contidas no vetor $\mathbf{U}$ seguem uma distribuição Normal de média 0 e variância σ^2 , ou seja, a variável aleatória representando o erro é um

ruído branco Gaussiano.

Usando esta modelagem, pode-se então aplicar o método Bayesiano para estimação de $\mathbf{x}$. De acordo com Iseki e Ohtsu (2000), é possível mostrar que a função de verossimilhança do modelo eq. (2.26) é dada pela expressão eq. (2.31):

$$L(\mathbf{x}|\mathbf{B}) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^{\frac{N^2}{2}} \exp \left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{B} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|^2 \right) \quad (2.31)$$

embora a dedução não seja feita naquele trabalho.

Nielsen (2005) adicionou à formulação de Iseki e Ohtsu (2000) a suposição de que o espectro estimado é suave também ao longo das frequências, equivalentemente à suavidade nas direções já descrita por eq. (2.21). Assim, foi incluída uma nova diferença de segunda ordem, ξ_{2mk} , a fim de forçar a suavidade na frequência, além de ξ_{1mk} já usada para a direção:

$$\begin{aligned} \xi_{1mk} &= S(\omega_m, \theta_{k-1}) - 2S(\omega_m, \theta_k) + S(\omega_m, \theta_{k+1}) \\ \xi_{2mk} &= S(\omega_{m-1}, \theta_k) - 2S(\omega_m, \theta_k) + S(\omega_{m+1}, \theta_k) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Nielsen mostrou ainda que esta suposição é equivalente a minimizar os seguintes funcionais:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \xi_{1mk}^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{H}_1 \mathbf{x} \quad , \text{ com } S(\omega_m, \theta_0) = S(\omega_m, \theta_K) \text{ e } S(\omega_m, \theta_{K+1}) = S(\omega_m, \theta_1)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \xi_{2mk}^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{H}_2 \mathbf{x}$$

onde as matrizes $\mathbf{H}_1$ e $\mathbf{H}_2$ podem ser facilmente construídas, levando-se em consideração a própria estrutura do funcional, como mostrado por Nielsen (2005).

Já em Iseki e Ohtsu (2000) era levantada a questão de que, dado um espectro de energia no intervalo de frequências $(\omega_1, \dots, \omega_M)$, existem infinitas possibilidades de comportamento fora destas fronteiras. Esta observação indicava que a energia espúria fora do intervalo de estimação poderia influenciar nos resultados, pois a quantidade de energia estimada pode estar correta, mas com uma distribuição errada ao longo das frequências.

Sabendo que a resposta do navio e dos RAOs é nula para altas frequências e que a resposta é pouco informativa para baixas frequências, o grupo de pesquisa da EPUSP propôs a inserção de uma terceira suavização forçada, a partir da minimização do espectro de potência em baixas e altas frequências $(\omega_1, \dots, \omega_L, \omega_H, \dots, \omega_M)$, sendo isto equivalente a minimizar o seguinte funcional:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^L S(\omega_m, \theta_k)^2 + \sum_{k=1}^K \sum_{m=H}^M S(\omega_m, \theta_k)^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{H}_3 \mathbf{x} \quad (2.33)$$

onde $\mathbf{H}_3$ é uma matriz obtida por um procedimento similar ao das matrizes $\mathbf{H}_1$ e $\mathbf{H}_2$.

A influência da inclusão do funcional (2.33) foi testada por Tannuri et al. (2007) para ensaios em escala reduzida para uma embarcação do tipo *VLCC* e analisada mais profundamente em Sparano (2008) utilizando-se também ensaios em escala reduzida da plataforma *FPSO P-35* e da *BGL-1 (Balsa Guindaste e Lançamento 1)*, obtendo-se bons resultados nas estimações dos espectros direcionais. O critério de seleção dos valores de ω_L e ω_H é detalhado na seção 3.3.

Assim como já era formulado em Hashimoto e Kobune (1988), a inserção de uma nova diferença de segunda ordem para a suavização implica na inclusão de um hiperparâmetro na distribuição a priori, pois são feitas as mesmas suposições de *normalidade* para estas diferenças, incluindo, portanto, este conhecimento no modelo Bayesiano.

Portanto, considerando-se que $\xi_{1_{mk}} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2/u_1^2)$ e $\xi_{2_{mk}} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2/u_2^2)$, onde u_1 e u_2 são os hiperparâmetros de suavização na direção e na frequência, respectivamente, e que a função minimizada em eq. (2.33) também segue uma distribuição Gaussiana de média 0 e variância σ^2/u_3^2 em que u_3 é o hiperparâmetro de energia nula forçada, tem-se que a distribuição a priori destes termos é expressa por:

$$p(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^3 \left(\frac{u_i^2}{2\pi\sigma^2} \right)^{\frac{K}{2}} \exp \left(-\frac{u_i^2}{2\sigma^2} \mathbf{x}^T \mathbf{H}_i \mathbf{x} \right) \quad (2.34)$$

Assim, pelo teorema de Bayes, a distribuição a posteriori é dada pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} p_{post}(\mathbf{x}|u_1, u_2, u_3, \sigma^2, \mathbf{B}) &\propto L(\mathbf{x}|\mathbf{B}) p(\mathbf{x}) \\ &= C \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [\|\mathbf{B} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|^2 + \mathbf{x}^T (u_1^2 \mathbf{H}_1 + u_2^2 \mathbf{H}_2 + u_3^2 \mathbf{H}_3) \mathbf{x}] \right\} \end{aligned} \quad (2.35)$$

onde C é um fator de normalização que não depende da variável estimada $\mathbf{x}$.

Como apresentado na seção anterior, a estimativa de $\mathbf{x}$ é encontrada pela maximização da distribuição a posteriori eq. (2.35). Entretanto, sendo esta função uma exponencial, sua maximização equivale à minimização do funcional

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \|\mathbf{B} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|^2 + \mathbf{x}^T (u_1^2 \mathbf{H}_1 + u_2^2 \mathbf{H}_2 + u_3^2 \mathbf{H}_3) \mathbf{x} \quad (2.36)$$

Embora aqui seja apresentado o funcional $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ com a inclusão dos três hiperparâmetros, somente em Simos et al. (2010) é apresentado o modelo Bayesiano com esta formulação. Antes desta referência, tanto em Sparano (2008) quanto em Iseki e Nielsen (2010), ainda eram usados funcionais com um hiperparâmetro a menos.

A revisão bibliográfica e descrição em maiores detalhes da influência dos hiperparâmetros é feita no capítulo 4.

2.3 Radares de ondas

Este tipo de sistema instalado a bordo da plataforma é atraente para a indústria *offshore* pelos mesmos motivos já expostos anteriormente: facilidade de operação e custos de manutenção reduzidos. Além disso, o elevado nível de atividade em torno plataformas de exploração de petróleo muitas vezes dificulta o uso de instrumentação *in situ* como, por exemplo, bóias oceanográficas (ver Barstow et al. (2005)).

Embora atualmente existam alguns sistemas de monitoramento do estado de mar baseados em **radares a bordo das embarcações**, poucos são os trabalhos na área de estimação de ondas que utilizam tal tecnologia. Essa escassez de fontes dificulta o estudo sobre a eficiência, precisão e calibração deste tipo de sistema.

Na coletânea Barstow et al. (2005), por abordar diversas metodologias de medição do espectro direcional, algumas considerações são feitas sobre diversos tipos de radares. Nesta referência, uma breve apresentação do princípio de funcionamento do sistema de radar de ondas por efeito *Doppler* é dada, além de um estudo de validação do método no capítulo 7 do mesmo texto. Naquele estudo, os resultados das medições são comparados com uma bóia oceanográfica e as seguintes considerações são feitas em relação às limitações deste sistema:

- O sistema de radar de ondas pode subestimar a altura significativa de ondas em até

12 %, quando comparado à bóia oceanográfica, em situações em que a leitura das ondas é feita na face traseira da onda, ou seja, quando a onda está se afastando do radar ao invés de se aproximar.

- Os resultados obtidos indicam que o espalhamento direcional possui baixa resolução, o que torna a estimativa deste parâmetro pouco confiável.
- Condições de mar unidirecional nem sempre são bem representadas pelo modelo $\cos^{2s}$ implementado no sistema deste radar.
- A resolução direcional é um tanto grosseira no radar por efeito *Doppler* e os valores de espalhamento são, portanto, restritos a intervalos menores que os assumidos pelo espalhamento direcional dado pela bóia.
- Na faixa em que a resolução do radar é adequada para o espalhamento direcional, de 20° a 50° , a comparação mostra que existe alguma correlação entre os dois sistemas, mas ainda há grande incerteza no espalhamento devido à baixa resolução do radar para este parâmetro.

Em suma, em Barstow et al. (2005) conclui-se que, com exceção do espalhamento direcional, as estimativas de H_s e T_p obtidas pelo sistema de radar são satisfatórias, estando coerentes com as medições feitas por uma bóia oceanográfica. Não são dadas informações sobre a estimação de θ_m , apenas sobre o espalhamento, o qual é considerado restrito ao intervalo mencionado acima.

Um outro estudo interessante foi feito por Stredulinsky e Thornhill (2011), no qual são mescladas as estimativas obtidas por um sistema de radar com os movimentos de primeira ordem do navio de pesquisa da Marinha Canadense, *CFAV Quest*. Este estudo considera o navio em movimento, como feito por Iseki e Ohtsu e Nielsen, e o método de estimação consiste, basicamente, em alimentar uma rotina computacional de previsão dos movimentos no CG pela teoria de faixas com o espectro direcional medido pelo radar. Ao obter a *raiz do valor quadrático médio*¹⁴ (RMS) de cada grau de liberdade pela implementação numérica, este é comparado com o RMS medido, determinando um fator de correção a ser aplicado no espectro direcional estimado inicialmente. Essa abordagem consiste, portanto, em satisfazer a condição de que o espectro direcional de onda estimado, cruzado aos RAOs do navio, seja compatível com o espectro de movimento medido.

Segundo este mesmo estudo, a abordagem produz bons resultados:

¹⁴Também chamado *valor eficaz* e conhecido na literatura por seu nome em inglês, *root mean square*, ou RMS.

- Valores médios de diferença de H_s de 1 a 3%, em comparação aos valores obtidos por uma bóia oceanográfica, quando a altura significativa de onda varia entre 3 e 5 m.
- Os valores médios ficam de 10 a 15% menores do que os valores obtidos pela bóia quando a altura varia de 1 a 2 m.

Outra importante conclusão do trabalho é a indicação de melhoria do método quando utilizada a combinação de medições de *heave* e *pitch*.

Um estudo mais recente é apresentado em Lund et al. (2016), onde são feitas considerações sobre o uso de radares de ondas comparados às estimativas de espectro direcional obtidas por uma bóia oceanográfica e por uma implementação numérica, utilizando o modelo *WaveWatch III*. Este trabalho demonstra a potencialidade dos radares e dos modelos numéricos em descrever mares com domínio predominante de **swell**. Os resultados apresentados contrastam com os de Stredulinsky e Thornhill (2011), onde é sugerido que as estimações feitas pelo sistema de radar são condicionalmente confiáveis. Entretanto, ainda em Lund et al. (2016), são feitas suposições fortes sobre a boa qualidade dos dados auxiliares necessários ao sistema de radar, tais como dados fornecidos por GPS e para determinação do aproamento da embarcação.

Embora os autores afirmem que somente o sistema de radar pode ser usado para determinação do espectro direcional em embarcações em curso, isso é claramente incorreto, uma vez que o método utilizado nesta tese foi inicialmente desenvolvido exatamente com este propósito (ver Iseki e Ohtsu (2000)). No entanto, o desconhecimento dessa outra metodologia por parte dos autores não impacta os resultados apresentados, e mesmo com evidências de bom desempenho dos radares, são feitas ainda sugestões de melhoria para obtenção do H_s e de aspectos mais técnicos aos radares, como o tipo de antena utilizada.

2.4 Estudo da influência do *turret* na resposta da embarcação

Poucas referências foram encontradas sobre a influência do sistema *turret* nos RAOs dos navios. Entretanto, ao menos as que foram revisadas, apresentam indícios de que quanto mais próximo da proa, maior é a redução do movimento de *Pitch* da embarcação, ou seja, o respectivo RAO possui amplitudes menores quando comparado aos RAOs obtidos com o *turret* posicionado mais próximo à meia-nau.

O sistema de *turret* interno é, geralmente, integrado à proa da embarcação e apoiado em um conjunto de rolamentos, localizado em um *moonpool* ou no convés do navio. Este tipo de ancoragem tem certas vantagens, tais como, sistemas de conexão com o poço permanentes ou desconectáveis, bom comportamento em situações ambientais severas e instalação em águas profundas.

Dentre as referências consultadas até o momento, apenas em Guedes, Fonseca e Pascoal (2005) é feita uma comparação entre a resposta de um FPSO com e sem o sistema de *turret* interno, por meio de simulações numéricas do WAMIT[®]. O trabalho apresenta um estudo comparativo de diferentes métodos de obtenção dos RAOs de *Surge*, *Heave* e *Pitch*. Estas funções de transferência foram levantadas utilizando-se diversas condições de mar, simuladas tanto numericamente quanto experimentalmente em escala reduzida para um FPSO com dimensões similares às do FPSO Peregrino. Os resultados apresentados indicam que o método dos painéis é mais preciso que a implementação do método de teoria de faixas, pois fica mais próximo aos resultados de ensaios em escala reduzida. Nesse mesmo trabalho, os autores afirmam que o sistema de amarração proporcionado pelo *turret* tem pouca influência nos movimentos oscilatórios longitudinais.

Um estudo sobre a variação da posição do sistema *turret* é feito em Kannah e Natarajan (2006) para diferentes condições de carregamento. O estudo consiste no levantamento dos RAOs de *surge*, *heave* e *pitch* para três calados distintos, usando três posições de acoplamento do *turret* ao longo da linha da quilha, sendo uma a 100 m da meia-nau no sentido da proa, outra a meia-nau e a última a 50 m deste ponto no sentido da popa. Estes testes são feitos com um modelo em escala reduzida de um FPSO e, ao final do estudo, conclui-se que o movimento de *Pitch* é reduzido em 20% na posição mais próxima à proa, em comparação aos casos em que o *turret* foi instalado à meia-nau. Ou seja, é esperado que o sistema tenha uma resposta menor em *pitch* quanto mais próximo da proa estiver instalado o sistema de amarração *turret*.

Mais recentemente, em Xie et al. (2015), é feita uma análise sobre a resposta de uma embarcação do tipo *Floating Liquefied Natural Gas* (FLNG) dotada de um sistema *turret*, variando sua posição de modo semelhante ao apresentado em Kannah e Natarajan (2006). Novamente são feitas comparações entre um modelo numérico e um experimental em escala reduzida, obtendo-se os RAOs de ambos os casos e confrontando-os.

Da mesma maneira que a referência anterior, os autores concluem que posições acima de 83% do Lpp em relação à popa do FLNG apresentam maior estabilidade hidrodinâmica. Ou seja, quanto mais próximo da proa, menor é a resposta esperada pelo navio, implicando

em um RAO do movimento de *pitch* com amplitude mais baixa que em outros casos, quando não existe amarração deste tipo ou quando esta é feita em outro local que não a proa da embarcação.

É possível afirmar, portanto, que existem indícios de que ao desprezar os efeitos do sistema *turret* nos RAOs, podem ser causados erros nas estimações pelo método Bayesiano. Isto ocorre devido ao fato dos espectros de movimento se tornarem incompatíveis com os RAOs cruzados ao espectro direcional, forçando com que o método de estimação determine um espectro direcional que compense tais inconsistências.

Este fato se torna ainda mais evidente no caso dos pontos de cancelamento dos RAOs, onde o espectro muitas vezes sofre uma sobrestimação para compensar os pontos com baixa resposta previstos pelo RAO e não identificados nos espectros de movimento medidos. Devido a isso, foi necessário conduzir uma verificação do raio de giração do FPSO, a qual é apresentada no apêndice D, a fim de determinar se as linhas de amarração do sistema *turret* influenciavam neste parâmetro, o que pode mudar a inércia em *pitch* consideravelmente e, conseqüentemente, alterar os RAOs verdadeiros.

3 CAMPANHA DE MONITORAMENTO

“Nature uses only the longest threads to weave her patterns, so each small piece of her fabric reveals the organization of the entire tapestry.”

-- Richard Feynman

Este capítulo apresenta informações relevantes sobre a campanha de monitoramento realizada para obtenção de dados de movimento do FPSO Peregrino e também para obtenção de estatísticas de onda fornecidas por um sistema de radar de ondas.

Inicia-se o capítulo apresentando dados do FPSO Peregrino, tais como sua localização, características de operação e dimensões principais. Os registros necessários ao sistema de inferência são descritos também nesta seção. Na sequência, algumas hipóteses sobre o modelo numérico utilizado para obtenção das funções de transferência do navio são introduzidas e, complementando a descrição, o sistema de inferência é detalhado, destacando algumas configurações necessárias de fatores como, por exemplo, posição dos sensores e faixas de períodos de resposta consideradas para o navio em questão.

O capítulo é finalizado com uma descrição sobre as condições ambientais do Campo de Peregrino, por meio de estatísticas descritivas das ondas e do vento no período entre dezembro de 2014 e dezembro de 2016. Esta análise inicial é importante para determinar qual o cenário predominante para o sistema de estimação e como a dinâmica do FPSO pode ser afetada, delineando as capacitações e também as limitações do método de inferência baseado em movimentos do navio.

3.1 Dados do FPSO Peregrino

O Campo de Peregrino fica localizado próximo à Cidade de Cabo Frio-RJ, a 85 km da costa brasileira, já na plataforma e anterior ao talude continental, onde existem reservas de petróleo em uma área estimada de 350 km². Na figura 5¹ é feita uma representação esquemática da localização do Campo de Peregrino:

A exploração deste campo é feita pelo FPSO Peregrino, pertence à *Statoil*. A em-

¹Adaptado de <https://www.statoil.com/en/news/archive/2012/02/27/27febBrazil.html>.

Figura 5: Localização do Campo de Peregrino, na Bacia de Campos.

Fonte: *www.statoil.com*

barcação está localizada, aproximadamente, nas coordenadas geográficas ($23^{\circ}19'1.92''$ S; $41^{\circ}16'27.01''$ W), como apresentado na figura 6. A lâmina d'água no Campo de Peregrino varia entre 95 m e 135 m, e o FPSO Peregrino está em uma localidade com cerca de 120 m de profundidade, sendo considerada relativamente baixa. Ainda nesta figura, são apresentados os pontos de simulação da malha numérica utilizada pela NOAA para as Bacias de Campos e Santos², os quais serão úteis mais adiante na comparação com estatísticas de onda do radar³.

Figura 6: Localização do FPSO Peregrino e dos pontos de simulação numérica da NOAA para as Bacias de Campos e de Santos.

Fonte: *Google Earth*

²Localizados em ($22^{\circ}0'0''$ S; $45^{\circ}0'0''$ W) e ($25^{\circ}0'0''$ S; $43^{\circ}45'0''$ W), respectivamente.

³Os dados de estatísticas de ondas e espectros direcionais podem ser consultados em (http://polar.ncep.noaa.gov/waves/viewer.shtml?-multi_1-atlantic-).

Os dados principais do FPSO Peregrino são apresentados na tabela 1 a seguir para três condições de carregamento: Cheio, intermediário e leve. Estes dados para outros calados são dados na tabela 5 do apêndice C.

Tabela 1: Características principais do casco do FPSO Peregrino

L (m)	345,0		
Lpp (m)	320,0		
B (m)	58,0		
D (m)	31,0		
Carregamento	Leve	Intermediário	Cheio
Calado (m)	8,0	16,5	24,0
Deslocamento (t)	110 918	244 622	371 568
VCG (m)	21,73	13,71	14,41
LCG (m)	10,43	12,60	9,94
I_{xx} (t.m ²)	54 091 709	118 761 101	162 946 048
I_{yy} (t.m ²)	1 042 745 343	1 677 639 887	2 369 105 623
I_{zz} (t.m ²)	957 967 521	1 542 569 492	2 210 870 110
Amortecimento (t/s) de Roll	4 414 010	6 496 210	8 619 870

A utilização de um FPSO em águas com estas características não é muito usual, uma vez que embarcações deste tipo são geralmente instaladas em locais de maior profundidade. Entretanto, a solução adotada para a exploração do Campo de Peregrino é justificada pela utilização em conjunto com outras duas plataformas fixas, do tipo jaqueta, chamadas Peregrino A e B, que fazem a perfuração de múltiplos poços simultaneamente e estão instaladas em um raio de 7 km do FPSO.

Após a perfuração, *risers* são conectados ao FPSO Peregrino por meio de um sistema *turret* localizado à proa, sendo então feito o bombeamento da produção. A amarração consiste em nove linhas em catenária, formadas por correntes. Devido a essa configuração particular de operação, o FPSO Peregrino recebe um número relativamente baixo de *risers*, quando comparado a FPSOs que operam em águas profundas. Uma representação esquemática do sistema de exploração usado é dada pela figura 7:

Este sistema de amarração permite que o FPSO tenha giro livre, de acordo com os ventos e a correnteza da região, otimizando a operação devido à redução dos movimentos da plataforma. Até certo ponto, este fator torna a estimação das ondas mais difícil, dado que o método Bayesiano depende da amplitude dos movimentos do FPSO. Um diagrama esquemático do sistema *turret* é apresentado na figura 8a.

Figura 7: Representação do sistema de exploração adotado pela *Statoil* para o Campo de Peregrino. As duas plataformas fixas fazem a perfuração dos poços, conectando-os ao *turret* do FPSO pelos *risers* destacados em amarelo e vermelho.

Fonte: Canal da *Maersk*© no *YouTube*©.

Para ser possível a aquisição dos movimentos do FPSO Peregrino, existe uma base inercial (*Motion Reference Unit* - MRU)⁴ que fornece as séries temporais, com intervalos de 1 s entre registros, dos movimentos nos 6 graus de liberdade (GDL) – *surge*, *sway*, *heave*, *roll*, *pitch* e *yaw*.

A MRU está instalada abaixo do *helideck* da embarcação, sendo sua posição necessária para compatibilizar as leituras dos movimentos com as funções de transferência geradas no centro de gravidade (CG) do FPSO em cada calado. As translações necessárias para isso serão apresentadas esquematicamente mais a frente na seção 3.3.

Devido a problemas de leitura de *yaw* pela MRU, os dados deste grau de liberdade foram descartados, sendo então feita a estimativa apenas com base nos outros cinco graus de liberdade. Um exemplo das séries registradas durante 30 min é apresentado na figura 9 abaixo:

Assim, para determinação da localização do CG em cada caso, um dos dados relevantes ao sistema de estimativa é o calado da embarcação, obtido a partir do carregamento. Como a inércia varia de acordo com o carregamento do navio, a resposta deste também sofre alterações e, conseqüentemente, as funções de transferência da embarcação também variam de acordo com este parâmetro. Portanto, esta informação é necessária tanto para determinar qual conjunto de funções de transferência deverá ser utilizado quanto para estabelecer a posição do CG em cada estimativa.

Outros dados secundários, tais como, aproamento, velocidade e direção do vento,

⁴MRU é um tipo de Unidade de Medida Inercial – *Inertial Measurement Unit* (IMU).

(a) Representação esquemática do sistema *turret* localizado internamente à proa do FPSO Peregrino – destaque para a bóia, em amarelo.

(b) A plataforma fica sujeita às condições ambientais, sendo possível rotacionar livremente ao redor da bóia no plano da linha d'água, como acontece com o FPSO desta imagem.

Figura 8: Diagramas simplificados do funcionamento do sistema *turret*.

Fonte: Canal da *Maersk*® no *YouTube*® e FUKY MarinTech.

também são registrado para utilização no pós-processamento do espectro estimado e obtenção de *estatísticas globais*⁵.

Juntamente às séries de movimento, aproamento, calado, velocidade e direção do vento, foram fornecidas estatísticas determinadas por um sistema de radar de ondas, o qual estava instalado em uma das plataformas fixas que operam junto ao FPSO Peregrino, a aproximadamente 7 km de distância.

3.2 Modelagem numérica do FPSO

Como descrito em Simos (2006), os movimentos esperados em um corpo flutuante qualquer, quando excitado por uma onda de amplitude unitária, podem ser descritos por uma função de transferência que relaciona a amplitude de onda com a resposta linear do sistema dinâmico. Esta função de transferência é conhecida na literatura como *Response Amplitude Operator* (RAO). Os RAOs são dependentes não apenas das frequências, mas também da direção de incidência da onda em relação ao corpo, e são descritos por vetores com componentes complexas, ou seja, podem ser escritos em função da *amplitude de movimento* e da *fase* entre cada grau de liberdade e a onda incidente.

A eq. (2.36) depende de uma matriz que contém o modelo matemático que representa o navio, sendo esta a matriz dos RAOs. Para determiná-la, os RAOs devem ser gerados por algum método reconhecidamente válido, tal como por um modelo numérico.

⁵Estatísticas globais são dadas em relação ao Norte geográfico. Estatísticas locais são dadas em relação à popa da embarcação, seguindo a convenção adotada no diagrama da Fig. 13

Figura 9: Exemplos de séries temporais de movimentos reais durante 30 min de registros.

Neste trabalho, os RAOs do FPSO Peregrino foram obtidos numericamente por meio do *software WAMIT[®] v7.0*, o qual determina as funções de transferência para cada um dos graus de liberdade por meio do método dos painéis, tendo como base a teoria linear de ondas.

Este *software* tem como entrada, além dos arquivos de configuração e de dados inerciais do navio, o modelo numérico do casco, o qual foi construído utilizando discretização de alta ordem tanto para a solução quanto para a geometria. A malha numérica que define a geometria foi descrita utilizando funções *b-splines*, buscando-se eliminar efeitos de frequências irregulares. As malhas em diferentes calados foram geradas utilizando-se o *software Rhino[®] v4.0*. Um exemplo de malha criada neste programa é apresentado na figura 10, para o calado de 24 m:

Os RAOs foram calculados para calados entre 8 m e 24 m com variação a cada 0.5 m a partir do calado 9 m. Em todos estes RAOs, os períodos de onda utilizados variaram de 4 s a 30 s, com um passo de 0.25 s entre 4 s e 20 s e de 1 s entre 20 s e 30 s. As direções dos RAOs variaram a cada 10°, no intervalo de 0° a 180°, dada a simetria do FPSO Peregrino em relação à linha de centro.

Um teste de convergência foi realizado variando o tamanho dos painéis, obtendo-se uma convergência satisfatória com painéis de tamanho 5 m para calados entre 8 m e 13 m. Painéis de tamanho 10 m foram utilizados para calados entre 13.5 m e 24 m, dado que a

Figura 10: Exemplo da malha numérica do FPSO Peregrino para o calado de 24 m utilizada na obtenção dos RAOs via *WAMIT*[®].

convergência era obtida e o tempo de processamento aceitável.

3.3 Sistema de inferência do espectro direcional

O método Bayesiano depende essencialmente das seguintes informações para executar a estimação:

- Séries temporais de movimento em cada GDL, necessárias à determinação dos espectros de movimento e dos espectros cruzados que formam o vetor $\mathbf{B}$ eq. (2.28);
- Calado do navio, para seleção do respectivo conjunto de RAOs e construção da matriz $\mathbf{A}$ eq. (2.29);
- Posição do centro de gravidade da embarcação, determinado por uma consulta ao banco de dados que relaciona o calado com o CG, e;
- Posição da base inercial para a transferência das séries de movimento.

Inicialmente, por meio da informação do calado, são selecionados em um banco de dados os respectivos RAOs e coordenadas do CG. Estas, unidas à informação da localização da MRU, são usadas para a transferência das séries temporais de movimento e também dos RAOs do calado especificado para um mesmo ponto na embarcação, como indicado na figura 11 a seguir:

Os graus de liberdade seguem a convenção apresentada na figura 11. Como os RAOs são gerados no CG da embarcação e os movimentos são medidos pela MRU posicionada próxima ao *helideck* do FPSO, é necessário compatibilizar espacialmente estas duas informações em um mesmo ponto. Assim, é feita uma transferência dos RAOs e das séries

Figura 11: Convenção adotada para os RAOs e para a medição dos movimentos em cada GDL.

Fonte: Adaptado de *www.calqlata.com*.

de movimentos para um ponto à ré, como mostrado nesta mesma figura, de modo a evitar que possíveis erros existentes no RAO de *roll* influenciem na estimação.

As séries temporais de 30 min de aquisição nos cinco graus de liberdade, exemplificadas na figura 9, são primeiramente transferidas para a coordenada à ré e, então, utilizadas para o cálculo dos espectros de movimento (Fig. 12), bem como dos espectros de movimento cruzados entre todos os graus de liberdade.

Os espectros de movimento apresentados na 12 já estão filtrados por uma média móvel, atenuando ruídos. Além disso, devem ser determinados os limites ω_L e ω_H , apresentados na formulação Bayesiana pela eq. (2.33), na seção 2.2. Estes limites são selecionados de acordo com cada espectro medido, determinando uma faixa em que existe resposta significativa para todos os graus de liberdade.

O critério adotado para determinação das frequências de corte é como o que se segue:

- Para ω_L , seleciona-se a menor frequência dentre os cinco espectros em que a área da cauda à esquerda da curva atinge 5% de m_0 do respectivo espectro.
- Para ω_H , seleciona-se a menor frequência dentre os espectros, excluindo o movimento de *roll*, em que a área da cauda à direita da curva atinge 5% de m_0 do respectivo espectro. Caso a menor frequência seja referente a um valor de período menor que 6.5 s, utiliza-se $\omega_H = 2\pi/6,5$. Caso a menor frequência determine um valor de período maior que 8 s, utiliza-se $\omega_H = 2\pi/8$. Estas duas precauções são tomadas de

Figura 12: Exemplos de espectros de movimento já filtrados, obtidos a partir das séries da figura 9. As barras verdes indicam as frequências em que as caudas de cada curva atingem 5% de m_0 do respectivo espectro.

forma a evitar um intervalo de frequências muito largo ou muito estreito, pois isso poderia resultar em inclusão ou perda de energia significativa, respectivamente.

Dado o critério acima, no exemplo de espectros de movimentos medidos da figura 12, tem-se: $\omega_L = 0.3651 \text{ rad s}^{-1}$ e $\omega_H = 0.7854 \text{ rad s}^{-1}$, o que determina, neste caso, um intervalo de períodos para estimação de 8 s a 17.2 s. Fora deste intervalo, o hiperparâmetro u_3 atuará de modo a forçar a energia a ser nula, uma vez que não foi medida energia significativa nos espectros de movimento fora desta faixa, como visto neste exemplo.

Identificando, no algoritmo Bayesiano, quais graus de liberdade serão utilizados, são então criadas as matrizes A e B necessárias à minimização do funcional dado pela eq. (2.36), apresentado na seção 2.2.2. As matrizes H_i , $i = \{1, 2, 3\}$ são calculadas com base na ordem do sistema a ser resolvido, sendo que a matriz H_3 é dependente dos valores de ω_L e ω_H para determinação das posições que o hiperparâmetro u_3 terá influência. Dessa maneira, o funcional pode agora ser minimizado, determinando o vetor $\mathbf{x}$, o qual deve ser reordenado na forma da matriz $S(\omega, \theta)$ para representar o espectro direcional de ondas como é usualmente feito.

O pós-processamento inicia a partir da obtenção do espectro direcional de ondas e,

portanto, independe do método utilizado para determinar $S(\omega, \theta)$, as mesmas técnicas podem ser adotadas para extrair as estatísticas de mar, tanto modais quanto gerais do espectro completo.

De fato, isso pode ser feito também para os espectros fornecidos pelo radar, fazendo com que os espectros direcionais, independentemente da fonte, estejam sujeitos a uma mesma metodologia de identificação, separação dos picos de energia e cálculo das estatísticas, o que de certa forma torna a comparação entre as diversas fontes mais justa. Assim, tanto os espectros obtidos pelo método Bayesiano quanto os espectros fornecidos pelo radar terão suas estatísticas calculadas pelas expressões (2.7) a (2.11).

Neste trabalho não serão feitas comparações e estatísticas baseadas em picos individuais de energia, apenas nas estatísticas totais dos espectros. O estudo de estatísticas modais, embora bastante relevante, envolve técnicas de rastreamento dos sistemas de ondas ao longo do tempo para que seja feita a comparação sempre dos mesmos picos, o que está fora do escopo desta tese.

As saídas do sistema de estimação são dadas de acordo com os referenciais apresentados no diagrama da figura 13. As estatísticas direcionais, θ_m , são sempre em relação ao Norte geográfico e é por isso que existe a necessidade de medir o aproamento da embarcação. Além disso, adota-se a convenção “vem de”, indicando que a onda incide no navio de acordo com a direção estimada, tendo a origem no Norte e aumentando no sentido horário, seguindo os eixos na cor preta indicados também nesta figura. As frequências, dadas em (rad s^{-1}) , são indicadas pelos círculos concêntricos tracejados, aumentando conforme se afastam do centro do sistema de coordenadas.

As direções relativas ao navio são mostradas em vermelho apenas para indicar qual o sentido de medição da direção a partir da popa do navio. Entretanto, direções locais, relativas à popa da embarcação, serão usadas nesta tese somente na próxima seção, na apresentação das estatísticas descritivas do Campo de Peregrino.

Seguindo as convenções adotadas, um exemplo de espectro real é dado na figura 14, obtido a partir dos registros de movimento apresentados na figura 9, os quais são referentes ao caso do dia 15/05/2015 às 02:17:53⁶:

Neste mesmo exemplo podem ser identificadas as estatísticas apresentadas na Tab. 2. É fácil ver pela figura 14 que os valores de direção apresentados nesta tabela são dados em relação ao Norte geográfico. Pela escala de frequências dada pelos círculos concêntricos

⁶Os horários de identificação dos casos são referentes ao horário central em um período de 30 min, ou seja, a série temporal vai de 15 min antes até 15 min após o horário utilizado para nomear cada caso.

Figura 13: Referenciais adotados para interpretação dos espectros direcionais estimados pelo método Bayesiano e pelo radar.

é possível identificar os períodos de pico aproximados, representados na tabela na coluna T_{pi} . A seta verde no centro desta figura indica a direção média para onde o vento vai: neste caso, o vento incide com direção média de 117.9° em relação ao N e, portanto, vai para Noroeste (297.9°).

Tabela 2: Estatísticas do caso exemplo – 15/05/2015 às 02:17:53

	Estatísticas de onda		
Método	H_s (m)	T_1 (s)	θ_m ($^\circ$)
Bayesiano	2,69	10,24	153,28
Radar	2,72	9,70	151,21

O sistema de estimação descrito acima por meio do exemplo considerado pode ser sumarizado de acordo com o fluxo apresentado na figura 15, onde as setas azuis indicam as informações de entrada do sistema, tanto para o algoritmo Bayesiano de estimação quanto para o pós-processamento⁷ necessário à obtenção das estatísticas.

Destaca-se a importância dos hiperparâmetros neste diagrama, representados pela seta amarela. Uma vez que todos os outros elementos estão estabelecidos antes da minimização do funcional $J(\mathbf{x})$ para determinação do espectro direcional, o único termo que falta ao

⁷Dá-se o nome genérico de pós-processamento, entretanto, neste trabalho foi adotado um método de particionamento do espectro em sistemas de ondas, tal qual apresentado em Hanson e Phillips (2001), sendo o espectro direcional “filtrado” antes do cálculo das estatísticas

(a) Exemplo de espectro real obtido pelo método Bayesiano para 15/05/2015, 02:17:53.

(b) Exemplo de espectro real obtido pelo radar para 15/05/2015, 02:17:53.

Figura 14: Referenciais e exemplo de espectro.

processo é dado pelos hiperparâmetros u_1 e u_2 . O hiperparâmetro u_3 é utilizado fixo e isso será discutido no final do capítulo 4. No capítulo 5 será apresentada a metodologia proposta para pré-calibração dos hiperparâmetros de controle da suavidade na direção e na frequência.

3.4 Condições ambientais do Campo de Peregrino e a influência na operação do FPSO

A campanha de monitoramento foi iniciada em 02 de dezembro de 2014, sendo finalizada em 04 de dezembro de 2016. Durante estes 24 meses, foram registradas as amplitudes dos movimentos, em cada GDL, a cada 1 s. Fazendo uso de conjuntos de 1800 pontos sequenciais, ou seja, o equivalente a 30 min de registros, foram feitas estimações dos espectros direcionais, de acordo com o sistema de estimação apresentado na seção 3.3 e, a partir destes espectros estimados, foram calculadas as estatísticas de ondas para o mesmo período.

Simultaneamente, foram realizadas medições dos espectros direcionais de ondas e estimadas suas respectivas estatísticas por meio de um sistema de radar. Os dados fornecidos pelo radar serão usados inicialmente para caracterizar as ondas na região do Campo de Peregrino, como feito nesta seção. Em seguida, as estimativas feitas por este sistema

Figura 15: Fluxo do sistema de estimação.

serão utilizadas para comparação com os espectros encontrados pelo método Bayesiano de estimação, bem como de suas respectivas estatísticas de onda.

É importante destacar que as leituras feitas pelo radar são utilizadas para a descrição geral das ondas na região pelos seguintes motivos:

1. Os dados fornecidos pelo radar são tidos como o paradigma de comparação, portanto, utiliza-los para descrever as condições frequentes de ondas no Campo de Peregrino é a alternativa mais óbvia e precisa.
2. O radar fornece estatísticas em uma faixa relativamente larga de períodos de onda e, embora os pontos da NOAA também o façam, são estimativas baseadas em um modelo numérico, seguindo uma parametrização preestabelecida, sendo que preferencialmente deseja-se comparar métodos de medição do espectro direcional de ondas.

As estatísticas descritivas da região fornecidas pelo radar são inicialmente verificadas por meio de uma comparação com dados fornecidos pelos *hindcasts*⁸, nos pontos indicados na figura 6.

As figuras 16 e 17 a seguir apresentam as distribuições das direções médias das ondas estimadas pela NOAA, para os 24 meses de aquisição de dados, nos dois pontos da malha mencionados acima.

Nestes diagramas, cada “parcela” engloba um intervalo de 15° , sendo que todas as direções médias computadas das ondas em cada intervalo são classificadas de acordo com

⁸Simulações numéricas realizadas pela NOAA para verificação do modelo *WaveWatch III* após os eventos.

Figura 16: Diagrama de altura e direção média de ondas em relação ao Norte no ponto NOAA-SANTOS, calculadas pelo *hindcast* da NOAA entre dezembro de 2014 e dezembro de 2016.

seu respectivo H_s e agrupadas de modo a formar um “gráfico de barras”, mas distribuído em eixos polares de acordo com o intervalo de direção. A frequência de ocorrência é indicada pelos círculos concêntricos tracejados.

Espera-se, devido à geografia da região costeira e pela climatologia local, que as ondas incidentes em NOAA-Santos sejam mais frequentes entre os setores Leste-Nordeste até Sul-Sudoeste (no sentido horário da Rosa dos Ventos), sendo possível observar melhor a entrada das frentes frias vindas de Sul-Sudoeste e Sul.

Este cenário é verificado por meio da distribuição apresentada na figura 16, na qual pode-se observar que aproximadamente 40 % do tempo as ondas incidem entre os setores Nordeste e Leste. A incidência de ondas mais severas ($H_s \geq 4$ m) entre Sul-Sudeste e Sul-Sudoeste é confirmada também, havendo aproximadamente 35 % do tempo dos 24 meses com ondas nestas direções. No ponto NOAA-Campos, devido ao delineamento da costa, as ondas vindas de Sul-Sudoeste são menos frequentes, mas as vindas de Norte-Nordeste e as de Sul-Sudeste ocorrem regularmente, alcançando aproximadamente 75 % do tempo de previsão.

Intuitivamente, na região do Campo de Peregrino, são esperadas condições ambientais mistas das duas descritas pelo *hindcast* da NOAA, ou seja, uma repetição do padrão determinado nas simulações. De fato, é o que se verifica nesta região na prática, como pode ser visto na figura 18.

Figura 17: Diagrama de altura e direção média de ondas em relação ao Norte no ponto NOAA-CAMPOS, calculadas pelo *hindcast* da NOAA entre dezembro de 2014 e dezembro de 2016.

O padrão de ondas mais severas ocorre entre os setores Sudeste e Sudoeste, com aproximadamente 33 % dos casos. Também o padrão das frequentes ondas vindas entre Nordeste e Leste chega ao percentual verificado pela NOAA, em 40 % dos 24 meses.

Essas evidências comprovam o que é esperado da climatologia local: ondas mais severas, causadas pela aproximação de tempestades, ocasionadas principalmente por frentes frias vindas da região Sul-Sudoeste. Essa observação indica também quais estimativas são **menos prováveis**: ondas vindas de Oeste, Noroeste ou até mesmo Norte, por exemplo, dado que esses setores são voltados para o continente e em uma região relativamente próxima à costa.

As ondas dos setores Nordeste a Leste estão mais representadas por mares locais, tendo uma relação forte com os ventos predominantes na região, como pode ser visto na figura 19.

Devido ao sistema de amarração tipo *turret* localizado na proa do FPSO, é esperada a ocorrência de ondas predominantemente próximas a este local. Esta característica advém do fato de que o navio está sujeito às condições ambientais e pode rotacionar livremente no ponto de instalação do *turret*, isso faz com que as condições preferenciais de ventos, ondas e correntezas orientem a embarcação para uma posição mais estável, de acordo com a resultante dos esforços ambientais, ou seja, com as ondas causando menos movimento no navio, o que é atingido com ondas vindas próximas da proa, dada a configuração de

Figura 18: Diagrama de altura e direção média de ondas em relação ao Norte, medidas pelo radar entre dezembro de 2014 e dezembro de 2016.

ancoragem (ver Simos (2006)).

A relação com o vento evidencia também uma maior ocorrência das ondas próximas a proa, como pode ser verificado pelas estatísticas dadas na figura 20.

Também nesta figura é fácil identificar que as ondas chegam ao FPSO preferencialmente pelo estibordo, o que ocorre devido ao aproamento preferencial da embarcação.

A correnteza local é dependente da batimetria da região, o que torna sua estimativa um tanto complexa. Entretanto, ao longo da costa sudeste brasileira, nas regiões mais profundas e fora da plataforma continental, a correnteza vem principalmente do Nordeste⁹, influenciando assim o aproamento do navio nesta direção, como pode ser visto na figura 21, onde praticamente 60 % do tempo o FPSO fica aproado na mesma direção preferencial do vento, evidenciando a relação deste com as estatísticas levantadas pela figura 19.

Esse alinhamento do FPSO com a direção do vento é melhor evidenciado pela figura 22, a seguir, na qual em quase 60 % do tempo, o aproamento do FPSO Peregrino esteve dentro de uma faixa de até 45° em relação à direção média do vento.

Assim, pode-se concluir que o FPSO Peregrino está sujeito a mares locais, predominantemente vindos pela proa da embarcação e mares do tipo *swell*, vindos preferencialmente pelo través. Essas observações tem as seguintes implicações para o sistema de estimativa de espectros direcionais:

⁹Conforme descrito em (<http://www.adp.noaa.gov/OceanCurrentsMap.aspx>).

Figura 19: Diagrama de velocidade e direção de ventos em relação ao Norte no local do FPSO, entre dezembro de 2014 e dezembro de 2016.

1. Sabendo que o método de inferência proposto possui certas peculiaridades, com base na conclusão obtida acima, é possível afirmar que o método de estimação Bayesiano baseado em movimentos do FPSO não poderá capturar com precisão os mares locais com períodos de ondas curtas, dado que a maior parte de sua energia será filtrada pelo navio.
2. Como mencionado anteriormente, o navio responde fracamente a condições de ondas curtas, sendo isso agravado pela maior ocorrência de mares locais vindos em um intervalo de 45° , centrado na popa do FPSO. Conforme o período de onda aumenta, as estimações tendem a ser mais precisas, o que significa que as estatísticas de ondas serão mais confiáveis para as condições de mar mais severas.
3. Dessa maneira, para mares formados predominantemente por *swell*, o método de estimação Bayesiana baseado nos movimentos do FPSO deve ser capaz de fornecer boas estimativas, uma vez que existe a tendência de que estes mares atinjam o navio pelo través, causando maior movimento e, conseqüentemente, mais informação para o método.

Figura 20: Diagrama de altura e direção média de ondas em relação ao FPSO, medidas pelo radar entre dezembro de 2014 e dezembro de 2016.

Figura 21: Diagrama de aproamento do FPSO Peregrino entre dezembro de 2014 e dezembro de 2016.

Figura 22: Diagrama de velocidade e direção de ventos em relação à popa do FPSO Peregrino em seu local de operação, entre dezembro de 2014 e dezembro de 2016.

3.5 Exemplo de estimação e dificuldades inerentes ao método

A seguir são apresentados alguns exemplos de estimação de séries de estatísticas, juntamente a alguns espectros. Estes exemplos ilustram as potencialidades e algumas dificuldades do método Bayesiano de estimação baseado em movimentos de primeira ordem de navios.

Série de Junho de 2015:

Na figura 23 a seguir é apresentado um exemplo de séries temporais de estatísticas de ondas bem estimadas.

Figura 23: Séries temporais de H_s , T_1 e θ_m para junho de 2015.

Este exemplo ilustra claramente a entrada de frentes frias no inverno, causando mares com períodos mais altos e melhorando a estimação dos espectros direcionais, o que leva a estatísticas de onda mais precisas. Neste mês apresentado, quatro frentes frias podem ser identificadas na série de direção média, onde a variação brusca de Nordeste para Sul e Sudoeste indicam estes eventos. Além disso, em situações deste tipo, são mais prováveis mares cruzados, com multimodalidade.

Um exemplo da variação dos espectros com a entrada da frente fria pode ser visto nas figuras 24 e 25:

Como os períodos são relativamente mais altos, acima do período de corte, as es-

Figura 24: Exemplo de espectros direcionais para 24/06/2015, às 04:49: Bayesiano e Radar.

Figura 25: Exemplo de espectros direcionais para 24/06/2015, às 23:35: Bayesiano e Radar.

timações ficam mais próximas aos dados fornecidos pelo radar. Inclusive, os espectros direcionais são bastante parecidos, ou seja, a distribuição da energia foi bem estimada por haver mais informação nos movimentos, o que foi causado por períodos mais altos do mar.

Série de Abril de 2016:

Este caso é o mesmo do dia em que ocorreu o acidente na ciclovía Tim Maia, no RJ, como apresentado na Introdução.

Na figura 26 a seguir é apresentado um exemplo de séries temporais de estatísticas de ondas atípicas, com H_s e T_1 altos. Estas séries são bem estimadas quando ocorrem períodos mais altos, mas por ser ainda no outono, existem frequentes períodos baixo, o que faz as estimações se afastarem das estatísticas fornecidas pelo radar.

Figura 26: Séries temporais de H_s , T_1 e θ_m para abril de 2016.

O “descolamento” da série ocorre principalmente próximo ao dia 25/04/2016, onde baixos períodos podem ser observados nas estatísticas do radar, causando desvios na direção estimada pelo método Bayesiano, também com subestimação de H_s .

Entretanto, no caso atípico do dia 21/04/2016, pode-se verificar que houve uma boa aproximação, como apresentado no espectro dado na figura 27

Figura 27: Exemplo de espectros direcionais para 21/04/2016, às 11:46: Bayesiano e Radar.

Uma das principais dificuldades do método é estimar ondas que tenham a mesma frequência que pontos de cancelamento dos RAOs. Este tipo de erro é usado como exemplo no capítulo 5.

4 DESCRIÇÃO DOS HIPERPARÂMETROS

“All models are wrong but some are useful.”

-- George Box

Neste capítulo é apresentado inicialmente o conceito de *hiperparâmetro* de forma geral, em modelos matemáticos simples, seguido de definições de importantes conceitos necessários à compreensão da atuação dos hiperparâmetros na determinação de aproximações das soluções de sistemas lineares.

Os conceitos aqui introduzidos são complementados pelos métodos de determinação de hiperparâmetros apresentados no capítulo 5 e no apêndice B.

4.1 Afinal, o que são hiperparâmetros?

Em linhas gerais, *hiperparâmetros* são parâmetros adicionais necessários para a determinação de uma classe de modelos matemáticos, inicialmente, tendo sido cunhado o termo por Lindley e Smith (1972)¹ em um trabalho sobre técnicas Bayesianas aplicadas à solução de sistemas lineares. Diferentemente dos *parâmetros naturais* de um modelo paramétrico, que controlam apenas o ajuste deste modelo aos dados, os hiperparâmetros podem influenciar não apenas nesse ajuste, mas também no tipo de função utilizada para fazer a aproximação.

Exemplos clássicos de parâmetros naturais são os coeficientes de um polinômio de grau determinado ou ainda os conjuntos de coeficientes de um *spline*². Por outro lado, as questões que surgem logo em seguida são: qual o grau do polinômio utilizado na aproximação? Qual o grau a ser considerado para os *splines*? A resposta a essas perguntas é exatamente o hiperparâmetro.

Quando determinado, este valor nada mais é que um número adotado em um modelo matemático, entretanto, a próxima pergunta que naturalmente surge é: dado que

¹Os autores fazem referência ao matemático britânico Irving J. Good como criador do termo, mas mencionam não ter sido possível verificar tal fato.

²*Splines* não serão tratados nesta tese, sendo aqui mencionados apenas como meros exemplos de aplicação dos hiperparâmetros. Recomenda-se a leitura de Press et al. (2007), Stoer et al. (2002) e Burden e Faires (2011) para maiores detalhes sobre o assunto.

podem ser selecionados valores, qual o *melhor valor* para cada hiperparâmetro? Este capítulo busca a resposta a essa pergunta, mostrando como é possível determinar valores a hiperparâmetros em alguns modelos gerais.

Portanto, o que se pretende resolver precede a resolução de um problema específico, como, por exemplo, determinar a solução de um sistema linear. Pretende-se, nestes casos, determinar como resolver problemas de um determinado tipo da melhor maneira possível, ou seja, os **hiperparâmetros são selecionados de modo a obter a melhor performance para a solução de um problema, não apenas para resolvê-lo**. Dessa maneira, a seleção de valores para os hiperparâmetros controla o quão adequado ou complexo será esse modelo matemático adotado à solução de um problema, seja por meio da determinação do tipo de função a ser usada ou pela imposição de uma condição específica à família de funções.

Estas duas variações do uso de hiperparâmetros determinam, inclusive, sua classificação nos seguintes tipos:

- *Hiperparâmetros do modelo*: É o tipo de hiperparâmetro que ajusta o modelo paramétrico subjacente (*e.g.* grau de um polinômio a ser usado para ajustar a um conjunto de dados).
- *Hiperparâmetros de custo*: É o tipo de hiperparâmetro que está relacionado à função objetivo³ do problema de otimização (*e.g.* controle da suavidade na aproximação da solução de um sistema linear por meio da minimização de um funcional dependente da segunda derivada da solução – este funcional é um termo de *regularização*⁴).

Por meio desta classificação, é fácil identificar os hiperparâmetros do método Bayesiano de estimação de espectros direcionais como sendo hiperparâmetros de custo, uma vez que os mesmos são definidos pela *distribuição a priori* adotada. Assim, como será mostrado em detalhes mais à frente, este tipo de hiperparâmetro controla o ajuste da função objetivo do problema e não o modelo que se usa para determinar uma aproximação da solução, o que implica em alterar o viés da solução, sem necessariamente alterar sua variância.

É importante destacar que a determinação dos hiperparâmetros não é uma tarefa trivial e, em muitos casos, a busca por seus valores ótimos é feita empiricamente ou ainda

³Também chamada de *função de custo* em problemas de minimização ou *função utilidade* nos de maximização, daí o nome do tipo de hiperparâmetro.

⁴Regularização é um processo de introdução de informações adicionais para resolver um problema mal posto ou para evitar *overfitting*. Este conceito é particularmente importante em aprendizado de máquina e em problemas inversos.

por estimativas de seus valores mais prováveis. Press et al. (2007) fazem ótimas considerações sobre estimativas iniciais e também sobre alguns métodos de determinação de hiperparâmetros, destacando que uma abordagem totalmente Bayesiana para este problema é praticamente inexistente atualmente.

Outro fato também interessante é que hiperparâmetros não são usados exclusivamente em Inferência Bayesiana. Dado que estão relacionados à determinação do modelo a ser otimizado, as áreas de Otimização, Aprendizado de Máquina e de Reconhecimento de Padrões, componentes da Inteligência Artificial, dependem do conhecimento de hiperparâmetros e de seus respectivos métodos de ajuste, não sendo raras as referências aqui citadas provenientes destas áreas do conhecimento, independente da aplicação de métodos Bayesianos.

4.2 Um exemplo prático e ilustrativo

Para esclarecer um pouco o assunto, é apresentado a seguir um exemplo simples de uso de hiperparâmetros em um problema de estimação de parâmetros para ajuste de um conjunto de pontos, tendo sido adaptado de Brunet (2010). Este exemplo mostra a necessidade de determinar valores apropriados para os hiperparâmetros e também as dificuldades inerentes a esse processo.

Suponha que foram coletados dados quaisquer, neste caso, valores pertencentes ao conjunto dos números reais. Estes dados podem possuir algum tipo de ruído, o que de fato será suposto neste exemplo. Os dados coletados são apresentados na figura 28, onde é possível verificar que não é simples a identificação de um padrão evidente, daí a suposição de que existe algum tipo de ruído, além da própria complexidade real do fenômeno ao qual os dados estão associados.

Figura 28: Dados ruidosos a serem ajustados por um modelo polinomial.

A este conjunto de dados, (x_i, y_i) , com $i = \{1, \dots, n\}$, será feito o ajuste de um polinômio de grau D , com coeficientes a_k , $k = \{0, \dots, D\}$, sendo a forma do modelo dada

pela eq. (4.1) a seguir:

$$g(x_i; \mathbf{a}) = \sum_{k=0}^D a_k x_i^k \quad (4.1)$$

Assim, a função aproximadora será denotada por g , o vetor de dados relacionado à variável independente será escrito como $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T$ e o vetor de parâmetros a serem estimados é dado por $\mathbf{a} = [a_0, \dots, a_k]^T$, onde T denota a transposição do vetor. A suposição de que os n dados possuem algum tipo de ruído pode ser escrita matematicamente como:

$$y_i = f(x_i) + \xi_i \quad (4.2)$$

na qual, $f(x_i)$ denota a função verdadeira que descreve os dados e o ruído é representado por $\xi_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma)$, ou seja, supõe-se que seja um *ruído branco Gaussiano*. Portanto, y_i é a função que descreve os dados com o ruído, representando o registros reais.

O ajuste desses dados pode ser feito de diversas maneiras. Uma delas é o *método dos mínimos quadrados*, pelo qual pode-se definir um ajuste polinomial de diversos graus, até $n - 1$ para uma interpolação. Entretanto, um fato observado em análise numérica é que, quanto mais alto o grau do polinômio a ajustar os dados, mais oscilatória e ruidosa essa função se torna. Isso é muitas vezes problemático no sentido de que, embora os dados estejam perfeitamente aproximados, o fenômeno que eles supostamente descrevem pode não estar bem representado, uma vez que a função pode variar muito entre dois pontos adjacentes.

Assim, não apenas o grau do polinômio pode ser definido, mas também podem ser feitas algumas suposições quanto ao que se espera da aproximação da solução. Por exemplo, pode-se preferir um polinômio “suave”, uma vez que isso pode representar melhor o fenômeno que gerou os dados ou mesmo compensar algumas falhas no conjunto de dados, tais como, pontos espúrios, ruído ou falta de informação em algum ponto.

Estas suposições podem ser adicionadas ao modelo matemático fazendo-se uso de *Inferência Bayesiana*, incluindo algum conhecimento prévio sobre o fenômeno a ser descrito por meio de uma *distribuição a priori*. Pode-se supor, por exemplo, que polinômios suaves são mais prováveis, uma vez que se conhece isso sobre o fenômeno físico.

A distribuição *a priori* que descreve tal suposição **nos parâmetros naturais do**

modelo é dada pela eq. (4.3):

$$P(\mathbf{a}) \propto e^{-\lambda B(\mathbf{a})} \quad (4.3)$$

onde $B(\mathbf{a})$ é uma função que, ao ser minimizada, força o polinômio usado na aproximação a atender a condição imposta, sendo neste exemplo a suavidade. Diversas funções podem ser adotadas, tais como, a soma quadrática de uma aproximação linear das segundas derivadas do polinômio⁵, ou no caso deste exemplo, a seguinte função:

$$B(\mathbf{a}) = \int_{x_0}^{x_n} g(x; \mathbf{a})^2 dx \quad (4.4)$$

A *função densidade de probabilidade da priori* definida na eq. (4.3) tem o formato de uma Gaussiana⁶, sendo que a largura dessa curva é determinada pelo parâmetro λ . Valores mais altos de λ fazem com que a Gaussiana seja estreita, o que significa, em termos probabilísticos, que apenas os polinômios com muita suavidade tem probabilidade de ocorrer. Por outro lado, se λ for muito pequeno, a curva é larga e, portanto, a probabilidade de ocorrerem polinômios ruidosos aumenta. Devido a isso este parâmetro recebe o nome de *parâmetro de suavização* ou ainda *de regularização*.

Assim, pode-se definir o seguinte modelo de otimização para determinação dos coeficientes do polinômio aproximador por meio das técnicas de inferência Bayesiana já discutidas neste texto⁷:

$$\min_{\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{D+1}} \sum_{i=1}^n [g(x_i; \mathbf{a}) - y_i]^2 + \lambda B(\mathbf{a}) \quad (4.5)$$

Neste problema de otimização fica fácil a identificação dos elementos apresentados na seção 4.1:

- Os *parâmetros naturais* do modelo paramétrico são os coeficientes $\mathbf{a}$ a serem estimados;
- O grau D do polinômio a ser usado na estimação é um *hiperparâmetro do modelo*, pois está relacionado à função usada na aproximação, ou seja, ao modelo paramétrico;

⁵Isso equivale a dizer que a *curvatura* da função definida pelo modelo paramétrico deve ser minimizada. Por exemplo, a curvatura de uma reta é nula, a de um círculo é o inverso do seu raio. Esse é o princípio adotado na minimização utilizada na aproximação do espectro direcional de onda, mas no caso, para uma superfície (ver Nielsen (2005)).

⁶Supõe-se uma distribuição Normal para a ocorrência de polinômios mais suaves ou mais ruidosos.

⁷Estimação pela Máxima Verossimilhança (*Maximum Likelihood Estimation Method* - MLE), a qual é um caso particular de Estimação pela Máxima a Posteriori (MAP)

- O parâmetro de suavidade, λ , é um *hiperparâmetro de custo*, uma vez que ele atua sobre a função objetivo do problema.

Se D e λ forem fornecidos, então o problema (4.5) pode ser resolvido por um simples método dos mínimos quadrados linear. Entretanto, determinar valores corretos para os hiperparâmetros é uma tarefa distante de trivial, ainda mais se o intuito for de determiná-los automaticamente para cada novo conjunto de dados, como será visto a seguir.

A tabela 3 mostra a influência dos valores dos hiperparâmetros D e λ na determinação de uma aproximação para o problema (4.5). Nela é possível ver, em cada um dos gráficos, o conjunto de dados original (y_i), a função verdadeira (f), representada pela linha tracejada azul e as aproximações (g) determinadas com diferentes combinações de hiperparâmetros, representadas pelas linhas cheias vermelhas.

Neste exemplo fica claro que a melhor escolha de hiperparâmetros é dada por $D = 10$ e $\lambda = 5 \times 10^{-3}$. Entretanto, isso só se torna evidente pelo fato de que a solução verdadeira f é conhecida. Além disso, é possível ver diretamente a influência do hiperparâmetro λ : para cada grau D do polinômio aproximador, quanto menor o valor de λ , mais ruidosa e oscilatória a aproximação se torna, em muitos casos fugindo completamente da trajetória de f , como em $D = 15$ e $D = 20$ para todos os valores de λ .

Um fato que dificulta em muito a determinação dos hiperparâmetros é que eles não podem ser adicionados ao problema de otimização. Neste exemplo, caso se buscasse D ou λ como parâmetros naturais do problema a ser resolvido, o resultado estaria longe do ideal.

Por exemplo, sendo $B(\mathbf{a}) > 0$, a melhor maneira de minimizar o termo de regularização é com $\lambda = 0$, o que não é o esperado ao se buscar um polinômio aproximador suave como desejado. Quanto ao grau do polinômio, sabe-se que a melhor minimização deste termo da função objetivo é com $D = n - 1$, ou seja, um polinômio interpolador dos pontos. Entretanto, é fácil ver pela tabela 3 que a melhor aproximação é determinada com $D = 10$ e, sendo $n = 25$ neste exemplo, um polinômio interpolador dificilmente será suave como a solução esperada.

Todos estes fatos evidenciam a necessidade de determinar os hiperparâmetros de uma maneira inteligente e criteriosa. Para tanto, métodos de seleção de hiperparâmetros devem ser adotados. Antes de entrar neste assunto, entretanto, alguns conceitos devem ser apresentados a fim de embasar a teoria por trás destes métodos. Isso é feito na seção a seguir.

Tabela 3: Exemplo de variação da aproximação de um polinômio a um conjunto de pontos de acordo com os valores dos hiperparâmetros D e λ . As linhas da tabela indicam a mudança de grau do polinômio aproximador e as colunas indicam a variação do parâmetro de suavização, sendo que quanto maior o valor, mais suaves serão estes polinômios.

4.3 Alguns conceitos importantes

Complexidade do modelo: Em linhas gerais, a complexidade do modelo é dada pelo número de graus de liberdade subtraído da quantidade de restrições impostas ao problema por meio da *priori*. Assim, a complexidade do modelo pode ser diretamente ligada aos hiperparâmetros de custo, pois estes controlam a influência da *priori* no modelo.

Erro residual: O funcional a ser minimizado no problema de otimização é composto pelo erro residual dado pela eq. (4.6):

$$\sum_{i=1}^n d(g(x_i; \mathbf{a}), y_i) \quad (4.6)$$

onde $g(\cdot; \cdot)$ e y_i são os elementos definidos no exemplo anterior e $d(\cdot, \cdot)$ é alguma função que determine a distância entre estes dois elementos. Uma escolha comum para d é a *norma Euclidiana*.

Erro de predição: Quantidade estatística que mede quão bem um modelo estimado é capaz de generalizar os dados, ou seja, quão próximas são as funções f e g (Hastie, Tibshirani e Friedman (2009)), sendo isso medido por:

$$E[(f(x_p) - g(x_p; \mathbf{a}))^2] = \underbrace{(E[g(x_p; \mathbf{a})] - f(x_p))^2}_{\text{Viés ao quadrado}} + \underbrace{\text{Var}(g(x_p; \mathbf{a}))}_{\text{Variância}} \quad (4.7)$$

sendo x_p um ponto qualquer do suporte que não os utilizados para a aproximação. Obviamente que, na prática, esta expressão somente pode ser estimada, dado que a função verdadeira f é desconhecida.

Compromisso entre viés e variância⁸: Um modelo paramétrico com alta complexidade leva a soluções com baixo viés e alta variância, ou seja, soluções mais ruidosas. Por outro lado, modelos paramétricos com baixa complexidade propiciam soluções mais suaves, com alto viés e baixa variância. O balanço entre viés e variância das soluções determina então a complexidade do modelo.

Funções objetivo, geralmente sob a forma da eq. (4.6), ao serem minimizadas, fazem com que apenas a parcela do viés diminua em (4.7), e é por esse motivo que os hiperparâmetros não podem ser incluídos no problema de otimização diretamente como um parâmetro natural, pois isso só reduziria o viés das soluções e não sua variância.

Dada esta definição, fica fácil ver que o compromisso entre viés e variância nada mais

⁸Conhecido na literatura como *bias-variance trade-off*

é que uma maneira de medir *underfitting* ou *overfitting* da aproximação encontrada pela minimização do funcional.

Overfitting e underfitting⁹: Como mencionado acima, este conceito está relacionado ao balanço entre viés e variância. Quando a complexidade de um modelo não é suficiente, ocorre *underfitting*. Do contrário, quando a complexidade é muito alta, a aproximação sofrerá de *overfitting*.

Ou seja, quando um modelo não possui graus de liberdade suficientes para torná-lo flexível aos dados, a estimativa encontrada terá um viés alto e uma baixa variância (solução muito suavizada ou subajustada). Já no caso de um modelo com muitos graus de liberdade, a flexibilidade proporcionada aos dados é tamanha que a variância fica muito alta e o viés, baixo (solução muito ruidosa ou sobreajuste, aproxima a solução até o ruído, que não faz parte do fenômeno, não sendo generalista para outros conjuntos de dados).

Interpolação vs. aproximação: A interpolação equivale a um estimador com viés mínimo e variância máxima, ou seja, a solução encontra perfeitamente todos os pontos do conjunto de dados, mas pode ser bastante ruidosa dependendo não apenas do ruído original dos dados, mas também da quantidade de pontos usados para interpolar. Já no caso da aproximação, tem-se que os dados serão apenas aproximados pela solução, determinando qualquer outra solução que não a interpolação. É interessante notar que o melhor tipo de estimador é dado pela aproximação, pois, em geral, não se deseja interpolar os dados e ter uma solução ruidosa.

Estes conceitos são sumarizados pelo diagrama apresentado na figura 29. É fácil notar que a complexidade do modelo pode ser ajustada pelos hiperparâmetros, afinal, seus valores ótimos (melhor compromisso entre suavidade e precisão do ajuste) resultam na minimização do erro de predição ($\times$ laranja no diagrama), mesmo que esse não possa ser calculado na prática. Alternativamente, pode-se calcular o erro residual, sendo este relacionado com a quantidade de dados não modelados, ou seja, com o viés da solução. Entretanto, minimizar o viés pode resultar em uma aproximação que modele também o ruído, aumentando a variância. Assim, o valor ótimo do erro de predição deve ser determinado pelo balanço entre o viés e a variância da aproximação.

Os conceitos aqui introduzidos tem a finalidade de formalizar o balanço entre a suavidade da solução e a sua exatidão em relação aos dados (*c.f.* Nielsen (2005), Press et al. (2007) e Brunet (2010)). Essas premissas embasam a necessidade da calibração dos

⁹Em português temos as expressões sobreajuste e subajuste, respectivamente. Adotaremos a nomenclatura em inglês por ser mais comum na literatura especializada.

Figura 29: Diagrama de relação entre os conceitos apresentados nesta seção.

Fonte: Adaptado de Brunet (2010)

hiperparâmetros no método Bayesiano de estimação de espectros direcionais de maneira mais teórica, auxiliando na compreensão da proposta de pré-calibração apresentada nesta tese.

5 METODOLOGIA DE PRÉ-CALIBRAÇÃO DOS HIPERPARÂMETROS

“One person’s constant is another person’s variable.”

-- Susan Gerhart

Este capítulo é dedicado à descrever a metodologia de pré-calibração dos hiperparâmetros proposta nesta tese. A metodologia é introduzida como uma evolução das técnicas utilizadas em outros trabalhos, por meio de uma revisão histórico-bibliográfica dos trabalhos publicados na área de estimação de espectros pelo movimento de embarcações.

Dessa maneira, o capítulo é iniciado com uma revisão bibliográfica que aborda tanto a metodologia atualmente utilizada pelo grupo de pesquisas da EPUSP quanto o critério de informação *ABIC*, frequentemente utilizado em outras referências. Essa revisão é seguida de uma explicação da motivação física para relacionar os hiperparâmetros aos períodos de onda, finalizando com a descrição da identificação dos casos de erro de estimação e a sua correção por meio da aplicação dos hiperparâmetros pré-calibrados.

A discussão final será retomada no capítulo seguinte, onde são apresentados os resultados da aplicação da metodologia de pré-calibração proposta em casos exemplo selecionados no conjunto de 24 meses de estimação.

5.1 Considerações sobre métodos de determinação dos hiperparâmetros

Burnham e Anderson (2004) destacam a importância de selecionar modelos matemáticos de ajuste de dados com base em princípios científicos, evidenciando a necessidade de estabelecer métricas que indiquem os melhores valores para os hiperparâmetros. No referido estudo foram considerados critérios de informação “tradicionais” na área de séries temporais, tais como *Akaike Information Criterion (AIC)* e *Bayesian Information Criterion (BIC)*, sendo estes apresentados no apêndice B, junto a alguns outros métodos gerais.

Existem diversos métodos e critérios para determinar valores aos hiperparâmetros de

forma mais automática. Alguns deles são descritos em Konishi (2008), seguindo uma evolução histórica na literatura e abordando variadas aplicações ao longo daquele texto. Existem também critérios específicos a certas aplicações como, por exemplo, na área de reconhecimento de imagens, com o uso da *norma L-tangente*¹, como apresentado em Brunet (2010).

Um critério recorrente na literatura especializada e utilizado frequentemente no problema de estimação do espectro direcional pelo método Bayesiano é o *Akaike Bayesian Information Criterion*, *ABIC*, o qual é apresentado a seguir, complementado por uma discussão e breve revisão bibliográfica sobre seu uso no problema de estimação de espectros direcionais em seguida.

5.1.1 *Akaike Bayesian Information Criterion - ABIC*

Este critério de informação foi introduzido por Akaike (1980) como uma forma de determinar – por meio do conceito conhecido como *evidência* em estatística Bayesiana, calculado pela *verossimilhança marginal* – a probabilidade de ocorrência de um tipo de modelo sem assumir valores específicos para seus parâmetros. Ou seja, independente dos valores dos parâmetros naturais do modelo, busca-se maximizar a probabilidade de ocorrência de um modelo definido com os hiperparâmetros selecionados.

Também em Akaike (1980) é dada uma generalização do problema (4.5), sendo apresentado na forma matricial para um sistema de séries temporais (todo problema de estimação de um modelo a uma série temporal pode ser escrito na forma matricial, ver Shumway e Stoffer (2011)). Com base na abordagem feita por Akaike (1980), nesta seção será usado o mesmo modelo apresentado do apêndice A para o sistema linear do qual se busca a aproximação da solução, adotando sua forma matricial, mas com a notação compatível com a usada para representar o funcional dado pela eq. (2.36), entretanto, adotando apenas um hiperparâmetro:

$$\|\mathbf{B} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|^2 + u^2 \mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{x} \quad (5.1)$$

onde $\mathbf{B}$ é o vetor de valores observados, $\mathbf{A}$ é a matriz com dados independentes, onde cada linha se refere a um conjunto de dados relativo à respectiva linha de $\mathbf{B}$, e o vetor de parâmetros a ser estimado é dado por $\mathbf{x}$.

¹Definitivamente não serão tratados neste texto, são apenas citados para exemplificar o quão variado o assunto pode se tornar. Pois, como diria Richard Feynman, “*Nearly everything is really interesting if you go into it deeply enough*”.

A segunda parcela da soma apresentada em 5.1 corresponde ao *termo de regularização*, já devidamente representado por matrizes. Nesta, $\mathbf{H}$ é uma matriz especialmente construída para cada tipo de problema², mas que, em geral, tem a propriedade de determinar formas suaves das aproximações de $\mathbf{c}$. Bons exemplos da construção de matrizes deste tipo são dados em Press et al. (2007), apresentando também algumas formas para a regularização linear e quadrática.

Como descrito anteriormente, o critério *ABIC* segue uma abordagem Bayesiana e, portanto, uma mudança no modelo (variação do valor de u^2) é ajustada pelos próprios dados observados (por meio da verossimilhança marginal), o que justifica a afirmação de que a escolha do valor de u^2 pode ser interpretada como a de um parâmetro da distribuição a priori de $\mathbf{x}$. Portanto, os hiperparâmetros são tratados como parâmetros de uma função e os parâmetros $\mathbf{x}$ são tratados como variáveis aleatórias, seguindo a distribuição adotada para a verossimilhança. A perspectiva é um pouco confusa, mas isso fica mais claro ao escrever essas afirmações matematicamente, como feito a seguir.

Para o cálculo de valores de u^2 e σ^2 (variância de u) que levassem em consideração os fatos apresentados acima, Akaike (1980) propôs o uso da verossimilhança marginal dada por:

$$\int L(\mathbf{x}, \sigma^2 | \mathbf{B}) p(\mathbf{x} | u^2, \sigma^2) d\mathbf{x} \quad (5.2)$$

onde, $L(\mathbf{x}, \sigma^2 | \mathbf{B})$ é a verossimilhança (ou, como mencionado no apêndice A, a *plausibilidade* de $\mathbf{x}$ e σ^2 , dado os valores de $\mathbf{B}$) e $p(\mathbf{x} | u^2, \sigma^2)$ é a distribuição a priori dos parâmetros em $\mathbf{x}$.

É fácil ver que o integrando é, na verdade, a distribuição a posteriori. Akaike (1980) sugeriu, ao invés de desenvolver uma distribuição a priori para (u^2, σ^2) , que fosse utilizado um procedimento de escolha do modelo por meio de um método equivalente ao da máxima verossimilhança, mas considerando sua distribuição marginal. Assim, um par (u^2, σ^2) é escolhido de modo que o valor máximo de eq. (5.2) fosse atingido, o que intuitivamente significa encontrar valores para este par mais prováveis de terem gerado o conjunto de dados $\mathbf{B}$, independentemente dos parâmetros naturais $\mathbf{x}$.

Levando-se em consideração o histórico desenvolvido em estudos anteriores, Akaike propôs então um *critério de informação* que indicasse a adequação do modelo, dado um par (u^2, σ^2) , com base na eq. (5.2), por meio do método da máxima verossimilhança, mas

²A propriedade mais importante que esta matriz deve apresentar é ser *Hermitiana*, para que o termo de regularização possa ser escrito como feito na eq. (5.1)

transformando-o em um problema de minimização ao calcular seu logaritmo natural:

$$ABIC = -2\ln \int L(\mathbf{x}, \sigma^2 | \mathbf{B}) p(\mathbf{x} | u^2, \sigma^2) d\mathbf{x} \quad (5.3)$$

Assim, buscam-se valores de u^2 e σ^2 tais que a estatística *ABIC* definida na eq. (5.3), seja mínima³. Este resultado, embora descrito aqui com brevidade, é profundo. A determinação dos hiperparâmetros por meio da verossimilhança marginal, tornando-os independentes dos parâmetros naturais do problema original, não é algo trivial.

5.1.2 Uso do critério *ABIC* em outros trabalhos

Desde Hashimoto e Kobune (1988), diversos trabalhos, tais como Iseki e Ohtsu (2000), Nielsen (2008) e Simos et al. (2010) fizeram uso do critério de informação *ABIC* para a determinação dos valores ótimos dos hiperparâmetros, inclusive considerando modelos com hiperparâmetros de suavidade na direção e também na frequência. Entretanto, todos estes trabalhos destacam o alto custo computacional da aplicação deste critério, o que de certo modo impossibilita a aplicação do método Bayesiano em tempo real quando aliado ao uso do *ABIC*.

Em Iseki e Nielsen (2010) foi sugerido o uso de hiperparâmetros fixos, avaliando-se os erros nas estatísticas de mar decorrentes desta implementação. Em um trabalho posterior, Iseki (2011) mostrou que o uso do critério *ABIC* nem sempre leva aos melhores resultados práticos, pois podem surgir, em decorrência do ruído, múltiplos pontos de mínimo próximos, tornando difícil a busca pelo mínimo global, o que pode induzir a espectros não realistas.

Também com essa justificativa, Hinostroza e Soares (2016) apresenta uma outra abordagem em um estudo recente que aplica o método Bayesiano a um navio em curso, utilizando também dois hiperparâmetros na modelagem. Após afirmar que a expressão de cômputo do critério de informação *ABIC* é complexa e que nem sempre as soluções encontradas representam um espectro direcional de ondas plausível na realidade, essa referência adota um funcional que indica o erro entre espectros medidos e estimados como função objetivo de um problema que depende da solução do método Bayesiano.

Basicamente, o método proposto por Hinostroza e Soares (2016) consiste em variar os valores dos hiperparâmetros, computando, a cada variação, um novo espectro direcional, o

³Neste caso, é utilizada a função log-verossimilhança, a qual possui uma relação muito próxima à entropia, base para o uso de critérios de informação na busca por modelos concisos e preferencialmente de poucos parâmetros.

qual é cruzado aos RAOs, resultando em um “espectro de movimento estimado”. Calcula-se então a diferença deste novo espectro com os espectros medidos, em cada ponto de discretização na frequência, somando-se estas diferenças, mas ponderadas por pesos que variam de acordo com a importância do grau de liberdade (*heave* tem maior peso que os outros por ser mais informativo). O melhor par de hiperparâmetros é relativo ao mínimo valor dessa somatória. Não se diferencia muito de um problema de minimização que depende de outro do mesmo tipo, assim como o critério *ABIC*. Essa abordagem inclusive também aparenta ser de alto custo computacional, dado que para cada caso, diversas estimações devem ser realizadas, uma para cada par de hiperparâmetros.

5.1.3 Seleção de hiperparâmetros baseada em experimentos

É uma abordagem bastante comum para determinação de “valores típicos” para os hiperparâmetros, sendo utilizada em diversas áreas. Ao observar o comportamento da solução com a variação dos hiperparâmetros em diversos casos distintos, busca-se um valor que atenda à maioria dos casos ou determina-se uma relação dos hiperparâmetros com alguma medida externa ao modelo que pode ser determinada para cada caso.

Esta metodologia é muito parecida com a validação cruzada apresentada no apêndice B, mas diferencia-se pela seleção dos conjuntos de dados de treinamento, que não seguem uma regra específica como naquele método. Além disso, esta técnica admite a condição de relacionar os hiperparâmetros a outros valores que tenham relação com o fenômeno, sem necessariamente estarem relacionados ao modelo matemático utilizado para aproximar a solução.

Os primeiros estudos do grupo de pesquisa da EPUSP contavam com este tipo de metodologia, aprimorando a seleção de hiperparâmetros por meio de uma relação com fatores mensuráveis ou possíveis de serem estimados *a priori*, tais como o calado do navio ou o período de pico do mar. Estes trabalhos serão discutidos em maior profundidade a seguir, utilizando-os também para introduzir a metodologia de pré-calibração proposta.

Em Sparano (2008), por exemplo, os hiperparâmetros foram ajustados por meio de uma análise de sensibilidade, que nada mais é que a determinação de seus valores típicos pela minimização de uma função *escore* em conjuntos de dados de treinamento e, posteriormente, sua aplicação aos conjuntos de dados de teste.

A função *escore* adotada naquele estudo considerava as diferenças entre os H_s e θ_m estimados e reais, verificando em quais valores dos hiperparâmetros eram obtidas as me-

nores diferenças, dando preferência ao menor erro de H_s . Os valores reais de H_s e θ_m eram conhecidos devido ao fato de que o conjunto de treinamento era dado por ensaios em escala reduzida em tanque de provas, ou seja, existiam valores preestabelecidos para a geração dos mares. O conjunto de testes era dado por casos reais, os quais foram comparados a estatísticas de mar fornecidas por uma bóia oceanográfica e por um radar de ondas em uma breve verificação do método Bayesiano.

Sparano (2008) considerava a suavização do espectro apenas ao longo das direções, não existindo ainda um equivalente ao hiperparâmetro de suavização na frequência, u_2 . Entretanto, já era adotado um hiperparâmetro para forçar energia nula fora da faixa de períodos em que a estimação ocorre, o que é equivalente ao u_3 introduzido no funcional dado pela eq. (2.36).

É importante destacar que em todos os trabalhos do grupo de pesquisas da EPUSP desde Sparano (2008), o valor de u_3 tem sido utilizado fixo para embarcações do tipo *VLCC*, dado que o **período de corte** costuma ser próximo para navios com estas características e dimensões.

Vale lembrar também que este terceiro hiperparâmetro em especial tem um significado físico diferente dos outros dois, pois controla o decaimento do espectro para energia nula fora da faixa de períodos em que o método possui boa resposta. Assim, u_3 não é exatamente um hiperparâmetro que influencia a suavidade da solução, mas sim o quão abrupto é o decaimento para zero fora da faixa de períodos, sendo determinante portanto para o corte da energia em altas e baixas frequências.

5.1.4 Discussão sobre os fundamentos da pré-calibração

Por meio de uma análise de sensibilidade, Sparano (2008) verificou que existia dependência do hiperparâmetro de suavização na direção, u_1 , em relação ao calado do navio. A princípio, esta observação pode parecer ingênua e até certo ponto leviana, mas guarda em si um significado bastante relevante para a elaboração da metodologia proposta nesta tese: O fato dos hiperparâmetros dependerem do calado do navio significa, indiretamente, que eles dependem da quantidade de informação necessária à estimação em cada caso. Ou seja, quando o navio está mais carregado, as respostas são menores, portanto os dados são menos informativos (relativamente, o ruído é mais relevante). Em casos de calado mais leve, as respostas do navio são maiores e, conseqüentemente, a qualidade da informação do movimento é melhor (possui menos influência do ruído).

Esta tese se baseia precisamente neste fato: há uma relação intrínseca dos hiperparâmetros com os dados a serem aproximados no problema de estimação do espectro direcional de ondas. Mais que isso, esta relação pode ser determinada pelo próprio fenômeno físico, quantificando o grau desta relação.

Pensando sob esta perspectiva, verificou-se em Bispo (2011) que os hiperparâmetros de suavização na direção e na frequência, respectivamente denotados por u_1 e u_2 , dependem fracamente do calado da embarcação e, com maior importância, do período de pico e da direção de incidência da onda do mar a ser estimado. Isso reforça a hipótese acima de que os hiperparâmetros podem ser determinados com base na quantidade de informação disponível, ou seja, pelo nível de movimento atingido pela embarcação.

Naquele estudo, com exceção do calado, as outras variáveis eram desconhecidas, dado que a estimação do espectro direcional visa exatamente determinar tais parâmetros. Com base nisso, Bispo (2011) apresentou uma metodologia de pré-calibração dos hiperparâmetros baseada em simulações numéricas de mares unimodais, mostrando que os erros das estatísticas globais, H_s , T_p e θ_m , decorrentes do uso de valores fixos para u_2 e dependentes de alguma medida de período médio para u_1 , eram aceitáveis, tornando o método Bayesiano acessível a casos práticos e executável em tempo real, uma vez que era possível evitar o alto custo computacional do critério *ABIC*.

Inicialmente, naquele estudo, verificou-se a dependência de u_1 em relação ao T_p do mar. Entretanto, sendo este um parâmetro a ser estimado pelo método Bayesiano, buscou-se uma relação com algum outro elemento que pudesse ser medido antes da estimação. Para mares unimodais, o T_p do mar mostra-se fortemente correlacionado ao T_z^{heave} , como verificado em Bispo (2011) pelos dados obtidos via simulação numérica. Assim, estabeleceu-se a relação $u_1(T_z^{heave})$, sendo T_z^{heave} um estimador de T_p .

Embora essa proposta tenha apresentado bons resultados em diversos casos, a relação não se verifica sempre em casos reais, estando isso provavelmente relacionado aos seguintes fatores:

- A unimodalidade dos mares considerados em Bispo (2011) causou um viés no método proposto. Para mares bimodais – ou mesmo com mais picos de energia – o período de pico não possui a mesma representatividade para o espectro completo, pois os outros picos são basicamente desconsiderados ao observar apenas este parâmetro.
- Muitos dos períodos de pico considerados naquele estudo eram acima de 10s, o que pode não ser verdade para períodos muito baixos.

Ao adotar uma medida que represente melhor o período médio do espectro⁴, no caso T_1 , toda a distribuição de energia é levada em consideração, e em mares reais, isso pode fazer grande diferença nas relações entre os parâmetros espectrais. Um bom exemplo disso é a relação entre T_z^{heave} e o T_p em mares reais, ou mesmo com T_1 , que é uma medida que descreve melhor o espectro, como pode ser observado nos diagramas de dispersão apresentados na figura 30.

Figura 30: Diagramas de dispersão dos períodos medidos em *heave*, T_z e T_1 , e dos períodos médios e de pico do mar estimados pelo radar.

Nestes diagramas, observa-se que a linearidade ocorre fracamente apenas para T_z^{heave} e nos períodos de pico do mar (T_p) acima de 10 s. Em todos os outros casos, não existe uma relação clara e direta entre os parâmetros. Verifica-se, inclusive, que para um mesmo T_z^{heave} , podem estar associados diversos mares, com T_1 bastante distintos variando de 6 s a 11 s.

Portanto, conclui-se que a relação uma vez usada pode não representar bem os mares reais, principalmente em situações de mares cruzados, onde diferentes sistemas de ondas se encontram, vindos de direções e com frequências possivelmente distintas. Isto se deve ao fato de que a linearidade não representa bem o fenômeno real e também não aparenta existir uma outra relação simples e que funcione de maneira unívoca. Assim, torna-se importante determinar alguma outra relação que leve a valores dos hiperparâmetros, considerando que pretende-se obtê-los previamente ao processo de estimação.

É importante destacar que a relação que não se mostra sempre válida é entre algum período representativo do mar (T_p , T_1 ou T_2)⁵ e o T_z^{heave} , o que não necessariamente implica na inexistência de uma relação entre os hiperparâmetros e quaisquer dos períodos

⁴ T_1 é definido como o inverso das frequências médias (Tucker e Pitt (2001)).

⁵Para mares unimodais, supondo seguirem algum modelo espectral específico, tal como JONSWAP ou Pierson-Moskowitz, existem relações lineares entre estes períodos

considerados.

Desde Bispo et al. (2012), os trabalhos mais recentes do grupo de pesquisas da EPUSP têm adotado a mesma metodologia proposta em Bispo (2011) para obtenção dos valores dos hiperparâmetros, de modo que pressupõe-se que os mares são majoritariamente unimodais. Assim, é em alternativa à metodologia atual, com $u_1(T_z^{heave})$, que a nova metodologia é proposta. Obviamente que uma alternativa já existente é o critério *ABIC*, mas por conta dos motivos já mencionados na seção 5.1.2 e da possibilidade de se utilizar valores preestabelecidos para maior agilidade do método Bayesiano, opta-se por uma outra técnica que siga neste sentido.

5.2 Metodologia de pré-calibração dos hiperparâmetros

Supondo que as funções de transferência (matriz **A** dos RAOs) representam adequadamente a dinâmica da embarcação em qualquer condição de mar, podem ser feitas as seguintes considerações:

- Sabe-se que quanto maior o período do mar, maior é a resposta do navio, ou seja, mais movimento é induzido pelas ondas e, conseqüentemente, mais informação fica disponível ao sistema de estimação. Isso faz com que os dados registrados produzam espectros de movimentos mais coerentes⁶, numa ampla faixa de frequências, com o espectro de potência do mar.
- Em termos dos conceitos apresentados no capítulo 4, a consideração acima pode ser descrita da seguinte maneira: Quando os períodos de mar são mais altos, os dados apresentam uma estrutura menos ruidosa, mais informativa e, portanto, a complexidade do modelo pode ser reduzida de modo que o compromisso entre o viés e a variância da solução seja atingido por aproximações mais suaves.

De certa maneira, a solução mais viesada é favorecida, uma vez que o hiperparâmetro de custo tem um valor mais alto e, portanto, o termo de regularização tem mais peso no problema de minimização. Neste caso, como a variabilidade dos próprios dados é menor, um modelo mais suave poderá aproximar melhor o espectro direcional, mantendo as estatísticas de ondas próximas às que descrevem a condição real do mar.

⁶Coerência aqui é adotada como o conceito estatístico da palavra: causalidade entre entrada e saída de um sistema linear

Por outro lado, quando os períodos são menores, o movimento do navio é mais baixo e, portanto, menos informação é fornecida, aumentando a importância relativa do ruído no sinal. Isso faz com que a coerência entre os espectros de movimento e o espectro de potência do mar seja mais baixa para mais frequências da faixa considerada. Assim, para obter uma solução que aproxime melhor os dados registrados, é necessário que os hiperparâmetros sejam mais restritivos, forçando uma aproximação mais ruidosa, aumentando sua variância e diminuindo seu viés, ou seja, dando mais peso ao modelo adotado e menos ao termo de regularização. Dessa maneira, o compromisso entre viés e variância é obtido por uma solução mais ruidosa, que embora não resulte em uma representação suave do espectro direcional, mantém as estatísticas de onda próximas ao esperado.

O conceito fundamental em que se baseia a proposta de pré-calibração está profundamente relacionado à discussão apresentada acima: se o próprio fenômeno é melhor representado quando os períodos de onda são maiores, então o modelo adotado para descrever os dados é menos relevante, dado que a qualidade da informação é melhor. Isso implica em hiperparâmetros com valores mais altos, de modo que o termo de regularização tenha maior importância no problema de otimização. No caso contrário, quando os períodos de onda são mais baixos, a representação do fenômeno é falha, e neste caso, o modelo que descreve os dados precisa ser aplicado com maior rigidez, ou seja, forçando que os dados sejam melhor ajustados.

Em termos dos elementos matemáticos que descrevem o problema de minimização definido pela eq. (2.36), sabendo que matriz $\mathbf{A}$ que representa a dinâmica da embarcação é sempre a mesma, pode ser feita a distinção dos dois seguintes casos:

1. Se $\mathbf{B}$ possui informação mais depurada, onde os ruídos são menos importantes e a informação é mais significativa, significa que o espectro direcional de ondas que induziu aquele movimento na embarcação é também mais informativo, menos ruidoso, mais suavizado e, portanto, com períodos maiores de onda capazes de serem “lidos” pelo navio com maior facilidade. Portanto, valores maiores devem ser adotados nos hiperparâmetros de custo que atuam nos termos de regularização definidos pela distribuição a priori.
2. No caso contrário, quando os movimentos registrados em $\mathbf{B}$ possuem informação menos refinada, ou seja, mais ruidosa e menos informativa, significa então que o espectro direcional que induziu àquele movimento em $\mathbf{B}$ também deve ser mais ruidoso, tendo sido mais difícil de medir com o movimento do navio, o que implica

em períodos de onda mais baixos. Isso induz a valores menores nos hiperparâmetros de custo que atuam nos termos de regularização definidos pela distribuição a priori.

Fica clara a relação que existe na argumentação acima: mares com períodos mais altos devem ser estimados por modelos com hiperparâmetros que permitam maior suavização. Do contrário, mares com baixos períodos, necessitam de modelos com hiperparâmetros mais restritivos, forçando uma aproximação menos suave, porém mais bem ajustada aos dados.

Dessa maneira, a proposta mais óbvia que se segue é de tomar hiperparâmetros com dependência dos períodos médios de mar. Entretanto, a questão que surge em seguida é: como estimar o período médio do mar para selecionar os valores dos hiperparâmetros?

Sabe-se que, por exemplo, não necessariamente haverá relação do período médio dos movimentos com o período médio do mar, principalmente em casos de multimodalidade do espectro, o que indica mares cruzados na região. Inclusive, pelas condições que se apresentam no Campo de Peregrino, com mares locais predominantes a Nordeste e mares de *swell* vindos do setor Sul e Sudoeste, é provável haver a incidência de mares cruzados, com dois ou mais picos de energia na região simultaneamente.

Portanto, a metodologia adotada até o momento se mostra claramente insuficiente. Dessa maneira, a resposta que se propõe à pergunta é: O período médio do mar pode ser estimado usando o próprio método Bayesiano de estimação de espectros direcionais.

Além da dependência dos hiperparâmetros em relação ao período de onda, como já detalhado no começo desta seção, outro fator que influencia na escolha de T_1 para esta finalidade é o comportamento deste parâmetro em relação às variações dos hiperparâmetros: T_1 é a estatística com estimação mais estável, ou seja, é o parâmetro espectral que menos sofre influência da escolha dos valores dos hiperparâmetros.

Isso acontece devido aos seguintes fatores:

1. Se o período médio real for baixo, o uso de hiperparâmetros restritivos força a estimação a determinar um espectro ruidoso, buscando manter as estatísticas de onda próximas ao esperado.
2. Se o período médio real for alto, ao aplicar hiperparâmetros de custo forçosamente restritivos aos termos de regularização, o impacto na estimação do espectro será baixo. Isso pode ser afirmado com segurança pelo simples fato de que uma solução menos ruidosa já é esperada pelo próprio modelo ajustado aos dados, uma vez

que os próprios dados de movimento medidos já serão menos ruidosos em mares com altos períodos. Assim, pode-se afirmar que em mares com períodos reais altos as soluções já serão preferencialmente mais suaves, fazendo com que os termos de regularização do problema de minimização tenham menos relevância pela própria disposição dos dados medidos. Portanto, mesmo não encontrando a melhor solução ao impor hiperparâmetros baixos, a aproximação encontrada será, seguramente, boa o suficiente para determinar T_1 com a precisão necessária.

Assim, sabendo-se que as soluções mais ruidosas, embora tenham variância alta, aproximam bem o conjunto de dados e, no caso particular da estimação do espectro de ondas, determinam um espectro direcional com *overfitting*, porém com estatísticas de mar relativamente bem ajustadas, principalmente as estimativas de T_1 , o método proposto começa pela estimação prévia do espectro direcional com valores de u_1 e u_2 que forcem a solução a aproximar o espectro com alta variância e baixo viés, se assim for necessário (ou seja, em casos de períodos baixos). Isso força o erro residual a ser baixo e determina uma solução razoavelmente confiável, do ponto de vista de estimação de parâmetros de ondas.

Uma vez obtida a primeira estimativa de espectro direcional, determina-se o T_1 deste espectro estimado, o qual supõe-se não ser distante da estimativa ótima deste parâmetro pelos fatos expostos anteriormente. Assim, é possível estabelecer um novo valor a u_1 , agora dependente de T_1 .

É especificamente neste ponto que a hipótese de valores maiores para u_1 quando os períodos são altos e de valores menores para u_1 quando os períodos são baixos é utilizada. Isso pode ser feito adotando-se uma curva sigmoidal (por partes) como apresentado na figura 31.

A partir da determinação do T_1 e, conseqüentemente, do novo valor para u_1 , uma segunda iteração do método Bayesiano é executada, agora com este novo valor para a suavização na direção. Note que o valor de u_2 continua o mesmo.

O espectro resultante desta segunda iteração é, no pior caso, igual ao espectro estimado na iteração anterior. Isto se deve ao fato de que o novo valor de u_1 nunca será menor que o valor da iteração anterior, ou seja, ou ele terá, no mínimo, o mesmo nível de ruído ou será, certamente, mais suave ao longo das direções.

Neste ponto surge uma nova abordagem na estimação de espectros que apresentem características que não sejam condizentes com espectros reais. Mesmo após a estimação preliminar de T_1 e conseqüente adequação do valor de u_1 , existem casos de estimação que

Figura 31: Relação estabelecida entre u_1 e T_1 .

podem apresentar uma configuração bastante peculiar, evidenciando um erro de estimação específico: H_s sobrestimado, o qual pode ser associado a uma largura de banda espectral, ϵ , bastante estreita.

A solução proposta para estes casos de sobrestimação é simples, porém elegante e eficiente. Casos que apresentam este tipo de erro são caracterizados por uma largura de banda do espectro bastante estreita pelo fato de que, em alguma faixa estreita de frequências, houve a estimação de um pico que concentra grande parte da energia.

Sabendo que o hiperparâmetro u_2 controla exatamente a suavidade em frequência, ao adotar valores mais altos para este termo, a energia forçosamente será distribuída ao longo de um intervalo maior de frequências. Novamente, sabe-se que valores mais altos de hiperparâmetros devem ser usados para mares de períodos mais altos e valores mais baixos no caso contrário. Assim, é fácil estabelecer variação similar para u_2 em função dos períodos médios estimados, como apresentado na figura 32.

Figura 32: Relação estabelecida entre u_2 e T_1 .

5.2.1 Exemplo de estimação com correção de erro

Apresenta-se a seguir um exemplo de estimação em que ocorre o erro de sobrestimação de H_s mencionado acima. Este exemplo, estimado com base nos dados da série para 25/04/2015 às 15:28:48, é utilizado para esclarecer os conceitos e o funcionamento do método proposto, assim como da correção aplicada.

As estatísticas de onda são calculadas de acordo com as formulações apresentadas na seção 2.1.1, eq. (2.7) a eq. (2.11).

As séries temporais das estimativas de H_s , T_1 e θ_m são apresentadas na figura 33 para um período de algumas horas próximas às 15:28:48 do dia 25/04/2015. A barra verde vertical indica o caso específico em análise. As curvas azul e vermelha indicam, respectivamente, as metodologias de calibração nova e antiga. A linha preta é a estimativa feita pelo radar e a curva marrom, única associada ao eixo vertical direito, indica a largura de banda espectral, ϵ .

Este exemplo mostra claramente como os casos de sobrestimação de energia são tratados: conforme a energia vai aumentando, chegando a valores que não são coerentes com um espectro real usual (e consequentemente incompatíveis com a energia medida no espectro de movimentos), a largura de banda espectral decai praticamente proporcional ao acréscimo de energia. Assim, quando atinge um determinado limite (*threshold*) pre-estabelecido, a suavização na frequência é aplicada por meio de uma terceira iteração do método Bayesiano, utilizando u_2 dependente do período estimado na segunda iteração.

O uso de um valor de u_2 maior força a energia a ser distribuída ao longo de um in-

Figura 33: Caso exemplo de sobrestimação de energia no espectro: ocorre queda da largura de banda conforme a energia vai sendo sobrestimada.

intervalo de frequências maior, penalizando os espectros que possuem valores muito baixos do parâmetro de largura de banda. É fácil ver, pela linha azul, que a energia cai consideravelmente ao se aplicar a suavização na frequência, nos casos em que ϵ cai abaixo de 0.26.

É interessante ver como os espectros são alterados, na figura 34, mudando a disposição da energia e a forma dos picos devido, principalmente, mas não exclusivamente, à suavização na frequência aplicada de acordo com a pré-calibração proposta.

No caso da pré-calibração atual (Fig. 34a), o pico fica totalmente concentrado em $T_p = 8.36\text{s}$, com sua energia restrita às faixas $\omega = 0.63\text{rad s}^{-1}$ e $\omega = 0.83\text{rad s}^{-1}$. A aplicação da nova metodologia de pré-calibração (Fig. 34b) faz com que a energia seja distribuída melhor ao longo das direções e das frequências, dado que os valores de u_1 e u_2 foram determinados em função do período do espectro estimado.

A concentração do espectro pontualmente pode ser vista pela escala de energia do lado direito de cada espectro: no caso da sobrestimação, o pico ultrapassa $20\text{m}^2\text{s}$, segundo a escala de cores. Já no caso corrigido, não chega a atingir $5\text{m}^2\text{s}$, sendo que o radar de ondas (Fig. 34c) indica um pico máximo de pouco mais de $1.6\text{m}^2\text{s}$. Mesmo ainda havendo discrepâncias, as estatísticas com a metodologia proposta de pré-calibração são melhores e, até certo ponto, aceitáveis quando ocorre sobrestimação.

Figura 34: Espectros direcionais do caso 25/04/2015 às 15:28:48.

A título de comparação, a tabela 4 apresenta os valores dos hiperparâmetros determinados com as duas metodologias, além das estatísticas obtidas em cada abordagem e das estatísticas dadas pelo radar de ondas.

É interessante notar que a estimativa de T_1 varia pouco, mesmo com valores tão distintos de u_1 e u_2 entre as duas metodologias de pré-calibração. Outro fato importante é a variação dos valores dos hiperparâmetros causada pela pré-calibração proposta. O hiperparâmetro de suavização na direção, u_1 , embora tenha praticamente metade do valor aplicado na metodologia atual, ainda possui a mesma ordem de grandeza. Já no caso do hiperparâmetro de suavização na frequência, a mudança é drástica, com o novo valor sendo

praticamente 100 vezes maior que o usado na metodologia atual, ou seja, a suavização forçada pelo termo de regularização da frequência é bem maior, fazendo com que a energia concentrada em uma estreita faixa de frequências seja melhor distribuída.

Tabela 4: Estatísticas do caso exemplo – 25/04/2015 às 15:28:48

	Estatísticas de onda e Hiperparâmetros				
Método	H_s (m)	T_1 (s)	θ_m (°)	u_1	u_2
Pré-calibração atual	6,44	8,65	250	0,0041	0,0001
Pré-calibração proposta	4,28	8,90	236	0,0024	0,0163
Radar	3,13	7,34	206	–	–

É importante notar que o tipo de erro apresentado no exemplo está relacionado aos pontos de cancelamento dos RAOs. É possível ver, no RAO de *pitch* apresentado na figura 35 a seguir, que o período médio do mar está em uma região com diversos pontos de cancelamento, nas direções em que estes RAOs deveriam ser mais informativos para o mar que incide sobre o navio.

Esta incerteza faz com que o método Bayesiano procure uma solução que compense essa “resposta nula” na função de transferência, compensando com um pico sobrestimado, de modo a compatibilizar o espectro de movimento cruzado com o medido.

Figura 35: RAO de *pitch* para o calado intermediário: diversos pontos de cancelamento das direções preferenciais recaem em períodos que coincidem com o do mar.

Entretanto, essa concentração da energia pode ser mitigada, como visto no exemplo acima.

5.2.2 Algoritmo final para pré-calibração com correção de erros de estimação

Um novo procedimento a ser empregado na estimação de espectros direcionais é dado pelos passos a seguir, definindo a nova metodologia de pré-calibração dos hiperparâmetros capaz de corrigir erros de estimação:

1. Com base em valores fixos e restritivos dos hiperparâmetros ($u_1 = 0$ e $u_2 = 0,0001$), ou seja, forçando a solução a ser mais ruidosa por meio de *overfitting*, executa-se uma primeira estimação do espectro direcional de ondas. Uma estimativa de T_1 é feita com base neste primeiro espectro estimado, aplicando também uma correção de viés, se necessário.
2. Um novo valor do hiperparâmetro de custo que controla a suavidade na direção, u_1 , é determinado em função do T_1 encontrado no passo 1, seguindo a função apresentada na figura 31. O valor de u_2 permanece inalterado e uma segunda iteração do método Bayesiano é executada, agora com um valor mais apropriado de u_1 .
3. Neste ponto, o espectro só será alterado se apresentar características não usuais de espectros direcionais, sendo isto detectado pela redução da largura de banda, atingindo um valor limite $\epsilon_{lim} \leq 0,26$. Este parâmetro indica se existe a necessidade de aplicar a suavização na frequência, uma vez que este hiperparâmetro tem menor influência que o de suavização na direção. Caso a largura de banda seja pequena o suficiente, uma terceira iteração do método Bayesiano é executada, agora com o u_1 determinado no passo 2 e u_2 determinado pela curva apresentada na figura 32, como função de T_1 determinado também no passo 2.

5.3 Considerações finais sobre a metodologia de pré-calibração proposta

São feitos alguns comentários sobre a metodologia proposta, de modo a destacar a importância das relações estabelecidas entre os hiperparâmetros e as estatísticas de ondas, além de mostrar a relevância da validação com dados de campo:

- A identificação do erro de sobrestimação, como o que foi apresentado neste capítulo, só foi possível com a campanha de monitoramento empregada, dado que somente com as comparações com o radar foi possível determinar a relação entre casos de

sobrestimação e largura de banda espectral muito baixa nos espectros estimados incorretamente.

- O valor estabelecido como *threshold* de $\epsilon_{lim} = 0,26$ foi definido empiricamente, com base nos 24 meses de estimações, observando casos em que havia sobrestimação de energia como a ocorrida no exemplo apresentado neste capítulo.
- A intrínseca relação dos hiperparâmetros com o período médio de onda é a base para todo o desenvolvimento feito neste capítulo. Buscou-se evidenciar ao máximo como essa dependência ocorre e o que ela causa nos modelos Bayesianos utilizados para determinar a aproximação da solução do sistema linear (2.26).
- Como este estudo foi feito com base nos dados do radar, a correção do viés segue as estimativas médias de T_1 fornecidas por este instrumento. A correção do viés pode variar de acordo com o paradigma a ser usado na aplicação da metodologia de pré-calibração proposta. Entretanto, para que não restem dúvidas quanto ao procedimento, a correção do viés é feita apenas subtraindo um valor de T_1 de modo a deixar sua estimativa mais próxima da fornecida pelo radar, sendo que o valor a ser subtraído é maior para períodos menores e menor para períodos maiores. Essa relação é esperada, uma vez que nos períodos maiores o desvio em relação ao radar é menor.

O impacto causado com a metodologia de pré-calibração proposta, assim como a validação do método Bayesiano com dados de campo é apresentada no capítulo seguinte.

6 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA DE PRÉ-CALIBRAÇÃO DOS HIPERPARÂMETROS - ANÁLISE DOS RESULTADOS

“You cannot get through a single day without having an impact on the world around you. What you do makes a difference, and you have to decide what kind of difference you want to make.”

-- Jane Goodall

A performance geral do método Bayesiano de estimação de espectros direcionais com base em movimentos do navio foi melhorada com a aplicação da metodologia de pré-calibração proposta para os hiperparâmetros.

A proposta inclui um algoritmo de estimação com no mínimo duas e no máximo três iterações do método Bayesiano. Em termos computacionais, o custo dessas operações é irrisório quando comparado a aplicação do *ABIC* ou de algum outro método que tenha como princípio a minimização de alguma função objetivo que receba como entrada a solução encontrada a cada nova iteração do método Bayesiano.

Para verificar esta melhora no desempenho, são feitas algumas análises dos desvios das estatísticas de onda principais, avaliando como o método se comporta em cada faixa de período, comprovando as hipóteses de que o método é mais robusto e preciso para períodos mais altos e tende a subestimar a energia do espectro em períodos mais baixos. Ambas as hipóteses foram feitas baseadas no que se conhece sobre a dinâmica da embarcação e sobre o comportamento do método Bayesiano perante movimentos mais ou menos informativos.

Esta análise é também usada para validar o método Bayesiano baseado nos movimentos de primeira ordem de um FPSO com amarração *turret*, com a metodologia de pré-calibração proposta, na escala real, uma vez que envolve todas as estimações dos 24 meses, a cada 30 min, resultando em aproximadamente 34 250 casos de estimação de espectro direcional comparados às leituras feitas pelo radar de ondas, bem como de suas estatísticas descritivas do estado de mar.

Os desvios das estatísticas de onda em relação ao dados fornecidos pelo radar são

computados por meio das seguintes expressões:

- **Desvio da altura significativa de onda, em [%]:**

$$\Delta H_s [\%] = \frac{H_s^{Bayes} - H_s^{radar}}{H_s^{radar}} \quad (6.1)$$

- **Desvio do período médio de onda, em [%]:**

$$\Delta T_1 [\%] = \frac{T_1^{Bayes} - T_1^{radar}}{T_1^{radar}} \quad (6.2)$$

- **Desvio da direção média de onda, em [°]:**

$$\Delta \theta_m [^\circ] = \min |\theta_m^{Bayes} - \theta_m^{radar}| \quad (6.3)$$

onde $\min |\cdot|$ denota o ângulo do menor dos arcos entre dois pontos situados em um círculo. Assim, independente do sentido em que se faça o cálculo, horário ou anti-horário, sempre se adota o menor dos ângulos como resultado.

- **Desvio do espalhamento direcional, em [°]:**

$$\Delta s_\theta [^\circ] = \min |s_\theta^{Bayes} - s_\theta^{radar}| \quad (6.4)$$

Os cálculos são estabelecidos com estas formulações de modo que o sinal da diferença seja mantido, com o propósito de identificar se a tendência é de mais sobrestimações ou subestimações em cada faixa de período.

Os casos referentes aos 24 meses da campanha de monitoramento são divididos em faixas de períodos de acordo com o T_1 informado pelo radar. Isso é feito devido ao fato de que o radar possui um intervalo maior de estimação de período. Se fosse adotado o método Bayesiano como referência, haveria um limite inferior claro delimitado pelo período de corte, próximo de 8 s.

Assim, nos gráficos a seguir (Fig. 36 a Fig. 39), a abscissa representa intervalos de T_1 , onde cada marcador do gráfico equivale ao ponto médio do intervalo, com exceção dos marcadores mínimo e máximo, que denotam, respectivamente, todos os casos com valores de T_1 menores que 7 s ou maiores que 11 s. Ainda neste eixo, os números apresentados entre parênteses informam o tamanho da amostra, dado que os intervalos não são igualmente distribuídos e que aproximadamente 90% das ondas estimadas são classificadas, segundo as estimativas do radar, entre 7 s e 10 s.

Uma nota importante sobre as estatísticas dos desvios deve ser feita antes da análise dos resultados: o radar possui certos erros de estimação caracterizados por picos abruptos e esporádicos de H_s , associados geralmente à mudanças bruscas na direção média. Curiosamente, em alguns casos as estimativas de altura significativa feitas pelo radar podem praticamente dobrar de valor e, em alguns minutos, retornar ao patamar anterior, após uma sequência de sobrestimações dos espectros.

Dado que o estudo não tem qualquer intenção de avaliar o desempenho do radar, estes eventos de sobrestimação são incluídos no cálculo das estatísticas. Embora para as comparações entre as metodologias de pré-calibração a influência destes casos de sobrestimação do radar seja menor, estes eventos podem ter impacto significativo na análise de validação do método Bayesiano na escala real, uma vez que as estatísticas podem estar viesadas.

Uma suposição forte a ser feita neste momento é que os casos de estimação são em quantidade suficiente para que estes erros do radar não tenham influência significativa sobre os desvios calculados, dado que os eventos de erro do radar são esporádicos e em bem menos quantidade que o número total de casos. Entretanto, sabe-se que existem distorções nos desvios calculados por conta destes erros do radar, mesmo que não sejam em quantidade suficiente a ponto de mudar as conclusões obtidas com esta análise, deve-se observar estes desvios com certas ressalvas.

Figura 36: Desvios da altura significativa de onda em relação às estimativas do radar: comparação entre as metodologias de pré-calibração e validação do método em escala real.

Figura 37: Desvios do período médio de onda em relação às estimativas do radar: comparação entre as metodologias de pré-calibração e validação do método em escala real.

6.0.1 Considerações finais sobre a melhoria das estimações com a metodologia de pré-calibração proposta

Em relação aos ganhos obtidos com a metodologia de pré-calibração proposta, é possível ver que os parâmetros que tiveram melhoria mais evidente de desempenho foram H_s e T_1 , especialmente nos períodos mais baixos. Já para θ_m e s_θ a melhoria é pequena, embora exista.

Para períodos mais altos, acima de 9 s, existe uma evidente tendência de diminuir substancialmente os erros em H_s . Sendo estes erros positivos, verifica-se que o método Bayesiano está sobrestimando as alturas significativas, mas a melhoria indicada pela redução dos erros é uma evidencia de que a terceira iteração do novo algoritmo tem um efeito positivo sobre as estimações, melhorando significativamente os casos de sobrestimação nos altos períodos. Entretanto, nota-se que as diferenças entre as metodologias de pré-calibração diminuem conforme o período médio do mar aumenta. Isso é esperado, uma vez que mesmo com a pré-calibração atual, o método é mais robusto para altos períodos (existe mais movimento, as séries são mais informativas e as estimações serão mais robustas).

Estas tendências evidenciam as características inerentes ao método de estimação de espectros direcionais baseado em movimentos de navios: períodos mais baixos tendem a ser subestimados devido à falta de informação, dado que certas ondas não excitarão

Figura 38: Desvios da direção média de onda em relação às estimativas do radar: comparação entre as metodologias de pré-calibração e validação do método em escala real.

a embarcação o suficiente para terem os movimentos registrados. Isso equivale a dizer que o método não conseguiu estimar algum pico de energia, o que geralmente ocorre para mares com picos em altas frequências. Já no caso de períodos altos, a informação é melhor reproduzida no vetor **B** que armazena os espectros de movimento e, portanto, os espectros estimados serão menos dependentes de valores dos hiperparâmetros, uma vez que os próprios dados de movimento já conduzirão à uma solução menos ruidosa. Entretanto, o uso de hiperparâmetros que forcem mais a suavidade é ainda interessante para reduzir as sobrestimações, forçando a distribuição da energia em frequências e direções distintas do pico.

6.0.2 Considerações finais sobre o desempenho geral do método Bayesiano de estimação atrelado ao uso dos movimentos do FPSO Peregrino, em campanha de monitoramento, na escala real

Os resultados obtidos por meio dos desvios em relação às estatísticas do radar, considerando apenas a metodologia de pré-calibração proposta neste trabalho, indicam o que é esperado do método tal qual ele é implementado: em períodos abaixo de 8 s, existe alta taxa de subestimação das ondas, dado que mares com estas características induzem respostas fracas ou por vezes nenhuma resposta do navio. Estas subestimações são

Figura 39: Desvios do espalhamento direcional em relação às estimativas do radar: comparação entre as metodologias de pré-calibração e validação do método em escala real.

evidências da filtragem de ondas provocada pelo navio, estando relacionadas também às estimativas de T_1 e θ_m nas mesmas faixas de período. A sobrestimação do período médio nestes casos é também esperada, dado que parte da energia do espectro real não pode ser medida pelo navio. Pelo mesmo motivo, os desvios em direção acabam sendo mais altos nestas faixas de períodos, uma vez que certos picos de energia não são estimados e não entram no cômputo da direção média, distorcendo esta estimativa.

Entretanto, para períodos acima de 8 s, os resultados indicam boas estimações dos parâmetros. Para os períodos de ondas mais altos, acima de 9 s, as estimativas de H_s e T_1 determinam desvios menores que 10 %, e as estimativas de direção possuem desvios próximos da 10°, sendo que a resolução do método Bayesiano como implementado atualmente é da mesma ordem, ou seja, os desvios estão próximos à resolução do método, já indicando que existe boa precisão nestes resultados.

Os desvios apresentados para o espalhamento direcional também estão próximos à resolução do método Bayesiano, o que indica boas estimações deste parâmetro no intervalo inteiro de períodos, dado que a resolução é de 10°.

7 CONCLUSÃO E SUGESTÕES DE CONTINUIDADE

“Criar o que não existe ainda deve ser a pretensão de todo sujeito que está vivo.”

-- Paulo Freire

Atualmente, o sistema apresentado nesta tese é capaz de empregar todas as plataformas do tipo FPSO, principalmente nas Bacias de Campos e Santos, como bases de estimação de ondas. Isso pode ser feito com os equipamentos que já existem nas plataformas, com um sistema a bordo ou remoto e, principalmente, sem custos significativos de instalação ou de manutenção.

O método disponível hoje está validado em campo e verificado para diversas condições, sendo aplicável a FPSOs com amarração tipo *spread mooring* ou tipo *turret*, neste último caso necessitando apenas de um sensor que indique o aproamento da embarcação.

Os dados de ondas obtidos com este método podem ser complementares a outros sistemas, fornecendo medidas precisas e robustas de condições de mar mais severas.

As diversas plataformas podem, inclusive, funcionar como um *array* de *probes*, registrando as condições de mar em diversos pontos simultaneamente. Estas informações valiosas podem auxiliar em diversos trabalhos, desde o aprimoramento dos modelos previsionais até em projetos estruturais ou mesmo na navegabilidade.

O método apresentou bom desempenho, principalmente para períodos altos de onda, quando a informação de movimento é mais refinada. Isso é relevante em muito pelo fato de que esta faixa de períodos é de interesse maior para as aplicações *offshore*.

Não foram encontradas variações significativas das estimações na ocorrência de *offloading* e a variação do aproamento se mostrou um problema apenas para valores altos, maiores que 25°, o que é relativamente alto para apenas 30 min de dados. Variações acima deste limite podem causar erros de estimação, principalmente na direção média de onda.

Uma importante conclusão da análise dos resultados da aplicação da metodologia de pré-calibração, apresentada no capítulo 6, é o fato de que as tendências corroboram o que é esperado do método: Desvios maiores para períodos mais baixos já eram esperados,

uma vez que o FPSO responde pouco às ondas com estas características.

A queda dos desvios para períodos mais altos evidencia que as estimativas mais robustas e confiáveis são obtidas para estas condições de mar, o que também é esperado, dado que a precisão do método deve aumentar conforme o nível de movimento aumenta em ondas mais fortes. Este último fato destaca a aplicabilidade deste método como ferramenta de medição e estimação de mares em condições extremas ou mesmo que bastante difíceis.

Comparado a outras partes do globo terrestre, o Campo de Peregrino possui condições amenas de mar, tendo atingido ondas máximas próximas de 6 m, o que pode ser considerado adequado a projetos de FPSOs, os quais devem suportar condições de mar bem mais severas.

Um fator interessante de se destacar é a pouca sensibilidade que o método tem a incertezas em relação aos parâmetros de amortecimento e inerciais. Assim, pequenas variações nos RAOs não impactam o método de estimação com relevância. Este tipo de observação colabora para considerar o método como sendo robusto.

Outro fator que colabora com a robustez do método é a pouca manutenção que a instrumentação usada requer. Além de ser bastante confiável: durante os 24 meses, houve apenas uma falha de leitura em um período menor que 30 min, o que é realmente fora do comum.

As sugestões de trabalhos futuros incluem o que já foi mencionado no início deste capítulo, aplicando o método a diversos FPSOs.

Além disso, estudos que determinem de forma automática se o FPSO está estimando espectros em uma faixa de períodos confiável, ou ainda, com um nível de incerteza conhecido. Fatores como esse ainda são desconhecidos.

Uma das soluções para determinação da faixa ótima de períodos é dada com a instalação de um *wave probe* no costado, o que ampliaria significativamente a faixa de frequências e ajudaria na estimação de mares com períodos mais baixos, como mostrado em Souza et al. (2017). Entretanto, a decisão de utilizar outros sensores extras deve ser baseada, principalmente, na aplicação que se deseja fazer da tecnologia.

Outras aplicações interessantes para o futuro seriam em navios-sonda, onde a condição do mar interfere na operação, e também para medições pontuais com navios em deslocamento, tais como PSVs (*Platform Supply Vessel*).

Outros trabalhos interessantes a serem desenvolvidos futuramente envolvem: Uso

mais adequado à informação do vento, preferencialmente indicando com mais facilidade os mares locais e os mares de *swell*. Determinação do amortecimento de *roll* por meio de um processo iterativo que encontre o melhor valor, dado que o espectro de mar se torna conhecido.

REFERÊNCIAS

AKAIKE, H. A New Look at the Statistical Model Identification. IEEE Transactions on Automatic Control, v. 19, n. 6, p. 716–723, 1974. ISSN 15582523.

AKAIKE, H. Likelihood and the Bayes procedure. In: J.M. Bernardo, M.H. De Groot, D.U. Lindley & A.F.M. Smith, Bayesian Statistics. [S.l.]: University Press, 1980. p. 143–166.

AKAIKE, H. Likelihood of a model and information criteria. Journal of Econometrics, v. 16, n. 4, p. 3–14, 1981.

BARBER, N. F.; URSELL, F. The Generation and propagation of Ocean Waves and Swell. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, v. 240, n. 824, p. 527–560, 1947.

BARSTOW, S. F. et al. Measuring and Analysing the Directional Spectrum of Ocean Waves. [S.l.]: COST Office, 2005. 481 p.

BISPO, I. B. d. S. Aprimoramento de Método para Inferência de Espectro de Ondas a partir de Movimentos de Sistema. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2011. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3135/tde-06062012-170132/>.

BISPO, I. B. d. S. et al. OMAE2016-54956 Motion-Based Wave Inference : Monitoring Campaign on a Turret FPSO. In: . Busan: [s.n.], 2016. p. 1–12. ISBN 9780791849989.

BISPO, I. B. d. S. et al. Motion-based Wave Estimation by a Bayesian Inference Method : a Procedure for Pre-defining the Hyperparameters. In: Isope. [S.l.: s.n.], 2012. v. 4, p. 701–708. ISBN 9781880653944. ISSN 10986189.

BOLSTAD, W. Introduction to Bayesian Statistics. [S.l.]: Wiley, 2007.

BRITO, S. F. D. ESTUDO DO GALGAMENTO EM ESTRUTURAS MARÍTIMAS. 76 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Técnica de Lisboa, 2007. Disponível em: https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/downloadFile/395137451665/Galgamento{_}Vers{\~{a}}of.

BRUNET, F. Contributions to Parametric Image Registration and 3D Surface Reconstruction. 234 p. Tese (Doutorado) — Université d’Auvergne, 2010.

BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D. Numerical Analysis. [S.l.: s.n.], 2011. 872 p. ISSN 0538733519. ISBN 9780538733519.

- BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. R. Multimodel Inference - Understanding AIC and BIC in Model Selection. Sociological Methods & Research, v. 33, n. 2, p. 261–304, 2004. ISSN 0049-1241. Disponível em: <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0049124104268644>.
- CAIRES, S.; SWAIL, V.; WANG, X. Projection and Analysis of Extreme Wave Climate. J. Clim., v. 19, p. 5581–5605, 2006. ISSN 08948755.
- CAMPOS, R. M. Análise dos extremos de onda no Rio de Janeiro associados a ciclones extratropicais no Atlântico Sul 241 p. Dissertação (Mestrado) — UFRJ, 2009.
- CANDELLA, R. N. Estudo De Casos De Ondas No Atlântico Sul Através De Modelagem Numérica. 80 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1997. Disponível em: http://www.lamma.ufrj.br/sites/spo/atlasul/documentos/pdf/tese{_}rogerio.
- EHLERS, R. Introdução à inferência bayesiana. 2003.
- GODA, Y. Random Seas and Design of Maritime Structures. London: World Scientific, 2000.
- GRABEMANN, I.; WEISSE, R. Climate change impact on extreme wave conditions in the north sea: An ensemble study. Ocean Dynamics, v. 58, n. 3-4, p. 199–212, 2008. ISSN 16167341.
- GUEDES, C. S.; FONSECA, N.; PASCOAL, R. Experimental and Numerical Study of the Motions of a Turret Moored FPSO in Waves. In: Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering. [S.l.: s.n.], 2005. v. 127, n. 3, p. 197.
- HALLAK, T. S. ANÁLISE DOS MOVIMENTOS DINÂMICOS DE UM FPSO ANCORADO COM SISTEMA DE Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2016.
- HANSON, J. L.; PHILLIPS, O. M. Automated analysis of ocean surface directional wave spectra. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, v. 18, n. 2, p. 277–293, 2001.
- HASHIMOTO, N.; KOBUNE, K. Directional spectrum estimation from a Bayesian approach. Coastal Engineering Proceedings, p. 62–76, 1988. Disponível em: <http://journals.tdl.org/icce/index.php/icce/article/viewArticle/4211>.
- HASHIMOTO, N.; KOBUNE, K.; KAMEYAMA, Y. Estimation of directional spectrum using the Bayesian approach, and its application to field data [S.l.], 1987. 57–100 p.
- HASSELMANN, K. et al. Measurements of Wind-Wave Growth and Swell Decay during the Joint North Sea Wave Project (J [S.l.]: Ergänzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift., 1973. 93 p.
- HASTIE, T.; TIBSHIRANI, R.; FRIEDMAN, J. The Elements of Statistical Learning - Data Mining, Inference and Prediction. Springer, 2009. v. 27. 764 p. ISSN 03436993. ISBN 9780387848570. Disponível em: <http://www.springerlink.com/index/D7X7KX6772HQ2135.pdf>.

HINOSTROZA, M. A.; SOARES, C. G. Non-parametric estimation of directional wave spectra using two hyperparameters. Maritime Technology and Engineering, n. December, p. 978–1, 2016.

ISEKI, T. A Study on Akaike'S Bayesian Information Criterion in Wave Estimation. In: ASME 2011 30th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering OMAE2011. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–7. ISBN 9780791844380.

ISEKI, T.; NIELSEN, U. Estimation of sea state parameters from measured ship responses - the bayesian approach with fixed hyperparameters. In: International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. [S.l.: s.n.], 2010.

ISEKI, T.; OHTSU, K. Bayesian estimation of directional wave spectra based on ship motions. Control Engineering Practice, v. 8, n. 2, p. 215–219, fev. 2000. ISSN 09670661. Disponível em: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0967066199001562>.

ISOBE, M.; KONDO, K. Method for estimating directional wave spectrum in incident and reflected wave field. Proceedings of 19th Conference on Coastal Engineering, p. 467–483, 1984. Disponível em: <http://journals.tdl.org/icce/index.php/icce/article/viewArticle/3813>.

KANNAH, T. R.; NATARAJAN, R. Effect of Turret Location on the Dynamic Behaviour of an Internal Turret Moored FPSO System. Journal of Naval Architecture and Marine Engineering, v. 3, n. 1, 2006. ISSN 1813-8535.

KONISHI, G. K. S. Information Criteria and Statistical Modeling. 1. ed. [S.l.: Springer, 2008. v. 1. (Springer Series in Statistics, v. 1). ISBN 0387718869,9780387718873,9780387718866.

LEE, P. Bayesian Statistics: An Introduction. [S.l.: Hodder Arnold, 1997.

LINDLEY, D. V.; SMITH, A. F. M. Bayes Estimates for the Linear Model. Journal of the Royal Statistical Society, v. 34, n. 1, p. 1–41, 1972.

LONGUET-HIGGINS, M. S. Measurements of sea conditions by the motion of a floating buoy. [S.l.], 1946.

LONGUET-HIGGINS, M. S. The Statistical Analysis of a Random, Moving Surface. Royal Society, v. 249, n. 966, p. 321–387, 1957.

LONGUET-HIGGINS, M. S. The Directional Spectrum of Ocean Waves, and Processes of Wave Generation. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, v. 265, n. 1322, p. 286–315, 1962. ISSN 1364-5021.

LONGUET-HIGGINS, M. S.; CARTWRIGHT, D.; SMITH, N. Observations of the directional spectrum of sea waves using the motion of a floating buoy. Proc. Conf. Ocean wave spectra, p. 111–132, 1961.

LUND, B. et al. Multi-directional wave spectra from marine X-band radar. Ocean Dynamics, v. 66, n. 8, p. 973–988, 2016. ISSN 16167228.

MITSUYASU, H. et al. Observations of the directional spectrum of ocean waves using a cloverleaf buoy. Journal of Physical Oceanography, v. 5, p. 750–760, 1975.

MORI, N. et al. Projection of Extreme Wave Climate Change under Global Warming. Hydrological Research Letters, v. 4, n. 0, p. 15–19, 2010. ISSN 1882-3416.

NIELSEN, U. Introducing Two Hyperparameters in Bayesian Estimation of Wave Spectra. p. 1–20, 2008.

NIELSEN, U. D.
Estimation of Directional Wave Spectra from Measured Ship Responses.
262 p. Tese (Doutorado) — Technical University of Denmark, 2005.

OCHI, M. K. Ocean Waves: The Stochastic Approach. [s.n.], 1998. 332 p. ISBN 9780521563789. Disponível em: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/cbdv.200490137/abstract>.

PICARD, R. R.; COOK, R. D. Cross-validation of regression models. Journal of the American Statistical Association, v. 79, n. 387, p. 575–583, 1984. ISSN 1537274X.

PIERSON, W. J.; MOSKOWITZ, L.
A Proposed Spectral Form for Fully Developed Wind Seas Based on the Similarity Theory of S. A.
New York, 1963. 71 p.

PIERSON, W. J.; NEUMANN, G.; JAMES, R. W. Practical Methods for Observing and Forecasting Ocean Waves by Means of Wave Spectra and Statistics. [S.l.]: Hydrographic Office under authority of the Secretary of the Navy, 1955. 284 p. (H.O. pub).

PRESS, W. H. et al. Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007. 1262 p. ISSN 0717-6163. ISBN 9780874216561.

SCHWARZ, G. Estimating the Dimension of a Model. The Annals of Statistics, v. 6, n. 2, p. 461–464, 1978. ISSN 0090-5364. Disponível em: <http://projecteuclid.org/euclid.aos/1176344136>.

SHILLER, R. A distributed lag estimator derived from smoothness priors. Econometrica, v. 41, p. 775–778, 1973.

SHUMWAY, R. H.; STOFFER, D. S. Time Series Analysis and Its Applications. 3rd. ed. Springer, 2011. v. 1. 609 p. ISSN 01621459. ISBN 9781441978646. Disponível em: <http://www.springerlink.com/index/10.1007/978-1-4419-7865-3>.

SIMOS, A. N. Hidrodinâmica I. [S.l.: s.n.], 2006.

SIMOS, A. N. et al. Estimating wave spectra from the motions of moored vessels: Experimental validation. Applied Ocean Research, v. 32, n. 2, p. 191–208, 2010.

SOUZA, F. L. et al. OMAE2017-61241 MOVEMENTS AND WAVE-PROBES : PROPOSAL AND PRELIMINARY. In: ASME 2017 36th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. Trondheim: [s.n.], 2017.

SPARANO, J. V.
Método de Estimação de Espectro Direcional de Ondas Baseado em Movimentos de Primeira Ordem
Tese (Doutorado) — EPUSP, 2008.

STOER, J. et al. Introduction to Numerical Analysis. Springer New York, 2002. (Texts in Applied Mathematics). ISBN 9780387954523. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=1oDXWLb9qEkC>.

STREDULINSKY, D. C.; THORNHILL, E. M. Ship Motion and Wave Radar Data Fusion for Shipboard Wave Measurement. Journal of Ship Research, v. 55, n. 2, p. 73–85, 2011. ISSN 00224502.

TANNURI, E. A. et al. Development of an on-board wave estimation system based on the motions of a moored FPSO: Preliminary assessments from a field campaign. In: Proceedings of the ASME 2013 32nd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1–8. ISBN 9780791844922.

TANNURI, E. A. et al. Estimation of directional wave spectrum using a wave-probe array. In: 3rd International Workshop on Applied Offshore Hydrodynamics. [S.l.: s.n.], 2007.

TANNURI, E. A. et al. Directional Wave Spectrum Estimation Based on Moored FPSO Motions. International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2001.

TANNURI, E. A. et al. Estimating directional wave spectrum based on stationary ship motion measurements. Applied Ocean Research, v. 25, n. 5, p. 243–261, 2003. ISSN 01411187.

TOLMAN, H. L.
User manual and system documentation of WAVEWATCH-IIITM version 3.14. [S.l.], 2009. Disponível em: [http://polart.ncep.noaa.gov/mmab/papers/tn276/MMAB_276.pdf\\$\\delimiter"026E30F\\$npapers2://publication/uuid/298F36C7-957F-4D13-A6AB-ABE61B08BA6B](http://polart.ncep.noaa.gov/mmab/papers/tn276/MMAB_276.pdf$\\delimiter).

TUCKER, M.; PITT, E. Waves in Ocean Engineering. Elsevier, 2001. (Elsevier ocean engineering book series). ISBN 9780080435664. Disponível em: <https://books.google.no/books?id=0v5RAAAAMAAJ>.

WAHBA, G. Spline Models for Observational Data. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1990. (CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics). ISBN 9780898712445. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=ScRQJEETs0EC>.

WANG, X. L.; ZWIERS, F. W.; SWAIL, V. R. North Atlantic Ocean Wave Climate Change Scenarios for the Twenty-First Century. J. Climate, v. 17, n. 12, p. 2368–2383, 2003.

XIE, Z.-t. et al. The horizontal stability of an FLNG with different turret locations. International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering, p. 244–258, 2015.

YAMARTINO, R. J. A Comparison of Several “Single-Pass” Estimators of the Standard Deviation of Wind Direction. Journal of Climate and Applied Meteorology, v. 23, n. 9, p. 1362–1366, 1984. ISSN 0733-3021.

APÊNDICE A – CONCEITOS BÁSICOS DE ESTATÍSTICA BAYESIANA

A.1 Introdução

Quando se realiza algum estudo estatístico de um determinado fenômeno, buscando-se conhecer as características das variáveis e parâmetros envolvidos no sistema, é frequente a utilização do termo **inferência estatística** para referir-se ao ato de fazer certas afirmações sobre um conjunto de observações, baseando-se nas informações extraídas do mesmo por processos estatísticos. Entretanto, este termo depende em muito do tipo de abordagem estatística considerada, pois pode-se inferir estatisticamente sobre um conjunto de dados de diferentes maneiras. As principais escolas de inferência estatística são conhecidas como **frequentista** e **Bayesiana**.

A **inferência frequentista** tem por característica o uso de distribuições de probabilidade com parâmetros estimados por meio de amostragem, estando estes sujeitos aos métodos clássicos desta teoria, tais como **intervalos de confiança** e **testes de hipóteses**. Assim, o que está sendo avaliado é como um determinado estimador de um parâmetro constante e de valor desconhecido aproxima bem o valor “real” desta constante. O nome desta abordagem advém da definição **frequentista de probabilidade**, na qual a probabilidade de um evento é o limite de sua frequência relativa em um número grande de ensaios.

No caso da **inferência Bayesiana**, faz-se uso de evidências para estimar a probabilidade de uma hipótese ser verdadeira, sendo que este conhecimento é utilizado iterativamente para modificar o nível de crença que se tem sobre a verdade de uma hipótese. Assim, a incerteza que se tem sobre o valor de uma determinada quantidade é dada por

um modelo probabilístico que pode ser (e de fato é numa abordagem totalmente Bayesiana) alterado com base em informações adquiridas ao longo do tempo. Por este motivo, não existe diferença entre um parâmetro e uma variável aleatória na abordagem Bayesiana, pois o nível de crença, ou ainda, o grau de incerteza de ambos é dado por modelos probabilísticos para a quantidade que se deseja obter mais informações. Esta abordagem recebe este nome devido ao teorema que define tais probabilidades, o **teorema de Bayes**, criado por *Thomas Bayes* próximo à metade do século XVIII.

A.2 Conceitos básicos de estatística Bayesiana

A.2.1 O teorema de Bayes

Considere uma quantidade de interesse desconhecida Θ (tipicamente não observável). A informação da qual se dispõe sobre tal quantidade, resumida probabilisticamente por $p(\Theta)$, pode ser aumentada (ou seja, pode ter sua incerteza reduzida) observando-se uma quantidade aleatória X relacionada a Θ . A função densidade de probabilidade conjunta, $p(x, \Theta)$, pode ser relacionada à função densidade de probabilidade condicional, $p(x|\Theta)$, da seguinte maneira:

$$p(x, \Theta) = p(x|\Theta)p(\Theta) = p(\Theta|x)p(x) \iff p(\Theta|x) = \frac{p(x|\Theta)p(\Theta)}{p(x)} \quad (\text{A.1})$$

Dado que $1/p(x)$ não depende de Θ , este termo funciona como uma constante normalizadora. Se x corresponde a valores amostrais (e portanto fixos) e Θ corresponde a parâmetros da função densidade de probabilidade condicional, $p(x|\Theta)$ pode ser vista como função de Θ , a qual fornece a *plausibilidade*, ou ainda, a *verossimilhança* de cada um dos valores possíveis de Θ , utilizando-se a notação $L(\Theta|x) = p(x|\Theta)$ para esta função.

As distribuições $p(\Theta)$ e $p(\Theta|x)$ são chamadas, respectivamente, **priori** e **posteriori**. A distribuição a priori reflete a natureza estatística do fenômeno, sendo **definida sem a informação fornecida pelos dados colhidos**. Já a posteriori contém a tanto a informação da priori, quanto a informação da verossimilhança, sendo esta **relacionada aos dados observados**.

Quando a amostra de dados x é conhecida, a relação eq. (A.1) pode então ser escrita

como:

$$p(\Theta|x) \propto L(\Theta|x) p(\Theta) \quad (\text{A.2})$$

A equação eq. (A.2) acima é a forma mais usual do **teorema de Bayes**, sendo esta a base de toda a abordagem Bayesiana de inferência estatística. Note que a igualdade foi substituída pela proporcionalidade, uma vez que o denominador em eq. (A.1) é apenas uma constante normalizadora.

Tendo em vista o teorema de Bayes, é intuitivo pensar que se a distribuição a priori ou a verossimilhança forem pequenas, a posteriori também será, ou seja, existindo pouca crença na ocorrência de um fenômeno, ou uma baixa plausibilidade do mesmo, a probabilidade associada a posteriori será também pequena, independente da informação fornecida pelos dados observados. Este fato leva ao problema da escolha adequada da distribuição a priori e da função de verossimilhança a serem usadas para encontrar uma posteriori adequada, uma vez que a escolha da priori é subjetiva (ver BOLSTAD (2007), LEE (1997) e Ehlers (2003)).

Pela própria definição da verossimilhança apresentada anteriormente, pode-se compreender o *princípio da verossimilhança*, o qual postula que, para inferir sobre uma quantidade de interesse Θ , importa apenas o que foi realmente observado, e não o que poderia ter acontecido mas efetivamente não aconteceu. Ou seja, para se definir, por exemplo, a distribuição de probabilidade de uma quantidade Θ , deve-se basear nas observações feitas sobre esta e não se basear em todos os valores possíveis de Θ , pois estes nunca serão conhecidos (em termos práticos).

Um exemplo clássico do uso deste princípio em inferência estatística, é o *método da máxima verossimilhança*, no qual toma-se o ponto de vista em que os parâmetros Θ da função densidade de probabilidade condicional $p(x|\Theta)$ são as variáveis da verossimilhança $L(\Theta|x)$, utilizando-se os valores observados x para ajustar as variáveis Θ desta função à amostra coletada, encontrando-se uma função para a verossimilhança que melhor descreve as observações.

A.3 Abordagem Bayesiana à solução de sistemas lineares de alta ordem

A principal referência sobre a abordagem Bayesiana à solução de sistema lineares de alta ordem é de autoria de Hirotugu Akaike, o qual, em Akaike (1980) definiu um método Bayesiano de aproximação da solução de um sistema linear quando o número de

parâmetros a serem estimados é muito maior que a quantidade de dados disponíveis pela amostragem.

A seguir são apresentadas as linhas gerais do desenvolvimento desta abordagem, de maneira muito próxima à apresentada em Hashimoto, Kobune e Kameyama (1987), com alguma considerações baseadas em Akaike (1980).

Assumindo que uma variável y pode ser descrita como uma regressão linear de um vetor de variáveis independentes $\mathbf{x}$ conforme a relação a seguir:

$$y = \mathbf{x}\boldsymbol{\alpha} + w$$

em que $\boldsymbol{\alpha}$ é um vetor de coeficientes desconhecidos e w é uma variável aleatória tal que segue uma distribuição Normal de média 0 e variância σ^2 , denotado por $w \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Uma importante definição a ser utilizada posteriormente para construir a priori e a verossimilhança, é a *função densidade de probabilidade* (f.d.p.) de uma variável aleatória contínua X . Se $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, sua f.d.p. é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[\frac{-1}{2\sigma^2} (x - \mu)^2 \right] , \text{ para } -\infty < x < \infty.$$

A integral desta função indica a probabilidade de X , que resulta em 1 se efetuada sobre o conjunto dos reais.

Dada uma amostra $(y_i, \mathbf{x}_i)$, com $i = \{1, \dots, n\}$, os coeficientes $\boldsymbol{\alpha}$ podem ser estimados pelo método dos mínimos quadrados, ou ainda, pelo método da máxima verossimilhança, bastando-se minimizar a relação eq. (A.3):

$$\sum_{i=1}^n |y_i - \mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\alpha}|^2 = \|\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\alpha}\|^2 \quad (\text{A.3})$$

onde $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)^t$, $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)^t$ e $\|\cdot\|^2$ denota uma norma dada por uma matriz definida positiva.

Quando a ordem do vetor $\boldsymbol{\alpha}$ dos coeficientes é muito maior que o número de observações n (se for maior que $2\sqrt{n}$) ou a matriz $\mathbf{X}$ dos dados observados é mal condicionada, o modelo torna-se instável ou os coeficientes não podem ser calculados por métodos tradicionais, tal como o método dos mínimos quadrados.

Sendo este um problema clássico de análise numérica, para contornar tal situação encontra-se frequentemente na literatura a técnica de introdução de uma “preferência”

nos parâmetros a serem calculados, levando-se em consideração um balanceamento entre uma aproximação bem ajustada e a suavidade da função utilizada para este ajuste. Dessa maneira, tenta-se minimizar a seguinte expressão:

$$\|\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\alpha}\|^2 + u^2 \|\mathbf{D}(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_0)\|^2 \quad (\text{A.4})$$

Assumindo que $\boldsymbol{\alpha}_0$ é conhecido e próximo de $\boldsymbol{\alpha}$, e que para uma certa matriz $\mathbf{D}$ utilizada para discretização das diferenças de segunda ordem¹, o termo $\|\mathbf{D}(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_0)\|^2$ é pequeno o suficiente, tem-se que o vetor de parâmetros que minimiza a expressão eq. (A.4) varia de acordo com a escolha de u e, portanto, determinar um valor adequado deste parâmetro é o atual problema.

Para solucionar este novo problema, Akaike propôs que a minimização de eq. (A.4) é equivalente à maximização da expressão eq. (A.5) a seguir:

$$\exp\left(\frac{-1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\alpha}\|^2\right) \exp\left(\frac{-u^2}{2\sigma^2} \|\mathbf{D}(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_0)\|^2\right) \quad (\text{A.5})$$

onde tem-se que o primeiro termo é proporcional à verossimilhança de $\boldsymbol{\alpha}$ e σ^2 para uma dada amostra $(y, \mathbf{x}_i)$, e o segundo termo é a distribuição a priori de $\boldsymbol{\alpha}$, ou seja, pela relação eq. (A.2) tem-se que:

$$L(\boldsymbol{\alpha}, \sigma^2 | \mathbf{y}) \propto \exp\left(\frac{-1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\alpha}\|^2\right)$$

e

$$p(\boldsymbol{\alpha} | u^2, \sigma^2) = \exp\left(\frac{-u^2}{2\sigma^2} \|\mathbf{D}(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_0)\|^2\right) \quad (\text{A.6})$$

Assim, segundo Hashimoto, Kobune e Kameyama (1987), o vetor que minimiza eq. (A.4) é dado pela **moda estatística** da distribuição a posteriori, ou seja, é o vetor que maximiza eq. (A.5)². Resumidamente, o processo implica em aumentar a probabilidade de ocorrência do conjunto de dados observados, por meio da “melhor escolha” dos parâmetros desta função densidade de probabilidade.

¹ Akaike (1980) apresenta alguns tipos de matrizes $\mathbf{D}$ por meio de exemplos, mas para uma melhor compreensão da definição recomenda-se a leitura de Shiller (1973) ou Nielsen (2005) para exemplos de aplicação

²Para uma distribuição de probabilidades contínua, a moda é o valor no qual a função densidade de probabilidade atinge seu valor máximo.

APÊNDICE B – ALGUNS MÉTODOS CLÁSSICOS DE DETERMINAÇÃO DE HIPERPARÂMETROS

A abordagem mais comum dentre os métodos é a minimização de algum critério que indique a qualidade do modelo estimado, seja estimando o erro de predição por meio do erro residual de subconjuntos dos dados originais ou por critérios de informação que indiquem quão adequados aos dados os modelos são¹. Os critérios aqui apresentados são descrições sucintas de alguns dos métodos e critérios de informação descritos em Burnham e Anderson (2004), Hastie, Tibshirani e Friedman (2009) e Brunet (2010), e a notação utilizada é a mesma do exemplo apresentado no capítulo 4.

Validação cruzada²: É uma metodologia geral para determinar os valores de hiperparâmetros por meio de uma função *score* que indique o comportamento da aproximação encontrada em meio aos dados. Esta metodologia tem uma característica para determinar valores para uma função *score*: os dados são divididos em múltiplos subconjuntos, sendo que estes são classificados em conjuntos de dados de treinamento e conjuntos de dados de teste. A ideia principal é determinar valores dos hiperparâmetros que sirvam a todos os conjuntos de dados e que, na média, estes determinem as melhores aproximações. A maneira com que estes dados são divididos dá origem a diversas variações de validação cruzada.

Validação cruzada *leave-one-out*: Esta é a forma mais simples de validação cruzada. Consiste em calcular a média dos erros residuais (4.6) com cada subconjunto dos n dados excluindo o k -ésimo elemento ($k = \{1, \dots, n\}$).

¹Critérios de informação advém da *Teoria da Informação*, sendo uma vasta área do conhecimento. Não serão dados detalhes do desenvolvimento dos critérios de informação, pois foge ao escopo deste trabalho. Recomenda-se a leitura de Akaike (1981) e Burnham e Anderson (2004).

²Conhecido na literatura como *cross-validation method* (Picard e Cook (1984))

Assume-se que o erro residual determinado com cada conjunto de $n - 1$ dados é uma boa aproximação do erro de predição (4.7) no ponto x_k e assim, este conjunto unitário do k -ésimo elemento serve como conjunto de teste (Wahba (1990)). Portanto, o *score* fornecido por esse tipo de validação cruzada resulta em uma aproximação do erro de predição verdadeiro e, para cada conjunto de hiperparâmetros, é possível determinar tal aproximação. Buscando-se o valor mínimo nas aproximações do erro de predição para diversos conjuntos de hiperparâmetros, encontra-se o respectivo conjunto ideal.

Embora seja uma técnica atraente pela sua simplicidade, o custo computacional de sua execução é potencialmente alto, uma vez que todos os subconjuntos de $n - 1$ elementos devem ser aproximados com um conjunto específico de hiperparâmetros e ter seu erro residual calculado. Se n for grande e a variação de conjuntos de hiperparâmetros for alta, o método pode se tornar custoso computacionalmente.

Validação cruzada *leave-p-out*: Este método é basicamente uma extensão do método anterior, mas ao invés de conjuntos unitários, utilizam-se conjuntos com p dados para teste. O custo computacional desta abordagem é de alta ordem, uma vez que o número de combinações possíveis é $\binom{n}{p}$, com p fixo e podendo ser escolhido entre 1 e $n - 1$.

Akaike Information Criterion - AIC: Introduzido por Akaike (1974), este critério de informação determina o melhor modelo pela minimização da eq. (B.1):

$$AIC = -2 \log (L(\hat{a}|x)) + 2p \quad (B.1)$$

onde $L(\cdot)$ é a função de verossimilhança que descreve as “diferenças” entre a função aproximadora (g) e a função verdadeira (f), $\hat{a}$ é o estimador para os parâmetros a que maximiza a verossimilhança³ e p é o número de parâmetros do modelo. Variando os valores dos hiperparâmetros, a quantidade de parâmetros p muda e, conseqüentemente, a estimativa que maximiza a verossimilhança também pode variar. O conjunto ótimo dos hiperparâmetros é determinado pelo valor mínimo atingido por AIC com essa variação.

Bayesian Information Criterion - BIC: Este critério de informação é definido com base em inferência Bayesiana, tendo sido introduzido por Schwarz (1978) como um método de estimar a dimensão de um modelo aproximador:

$$BIC = -2 \ln (L(\hat{a}|x)) + 2p \log (n) \quad (B.2)$$

Verifica-se que a eq. (B.2) é similar ao critério AIC . Entretanto, esta formulação tende a

³É basicamente a aplicação do *Maximum Likelihood Estimation Method* (MLE).

penalizar mais os modelos complexos, dado que a segunda parcela da expressão depende do número de observações n , ou seja, para minimizar BIC , o número de parâmetros p do modelo tem que ser mais baixo.

Além disso, a motivação por trás deste critério é distinta da apresentada pelo AIC , pois adota uma abordagem Bayesiana para seleção do modelo⁴. Mais especificamente, a verossimilhança maximizada pelo estimador $\hat{\theta}$ é selecionada condicionalmente aos parâmetros naturais **e ao modelo em si**, determinado pelos hiperparâmetros que estão sendo utilizados. Neste caso, maximizar a verossimilhança é equivalente a aumentar a probabilidade⁵ do modelo com os hiperparâmetros selecionados e com os dados disponíveis ser o mais próximo da função verdadeira.

⁴Burnham e Anderson (2004) argumentam e mostram que, tanto o AIC quanto o BIC , podem ser obtidos pelas abordagens frequentista e Bayesiana.

⁵A rigor, a *probabilidade a posteriori*

**APÊNDICE C – DADOS PRINCIPAIS E
RAOS DO FPSO
PEREGRINO**

Tabela 5: Características inerciais principais do FPSO Peregrino em diversas configurações de carregamento.

Calado (m)	Desloc. (t)	LCG (m)	VCG (m)	I_{xx} (t.m ²)	I_{yy} (t.m ²)	I_{zz} (t.m ²)	Amortec. de Roll (t/s)
8,0	1,11E+05	10,43	21,73	5,41E+07	1,04E+09	9,58E+08	4,41E+06
9,0	1,26E+05	6,92	18,78	6,90E+07	1,10E+09	9,93E+08	4,66E+06
10,0	1,42E+05	12,28	16,88	7,71E+07	1,16E+09	1,06E+09	4,83E+06
10,5	1,49E+05	14,43	16,38	8,07E+07	1,19E+09	1,10E+09	4,90E+06
11,0	1,57E+05	9,74	15,71	8,53E+07	1,22E+09	1,10E+09	4,96E+06
11,5	1,65E+05	13,84	15,37	8,94E+07	1,26E+09	1,13E+09	5,08E+06
12,0	1,73E+05	13,77	14,97	9,38E+07	1,30E+09	1,18E+09	5,36E+06
12,5	1,80E+05	13,85	14,69	9,72E+07	1,34E+09	1,23E+09	5,46E+06
13,0	1,89E+05	13,68	14,51	1,03E+08	1,38E+09	1,32E+09	5,60E+06
13,5	1,97E+05	14,40	14,58	1,04E+08	1,42E+09	1,29E+09	5,67E+06
14,0	2,05E+05	13,56	14,18	1,06E+08	1,47E+09	1,36E+09	5,87E+06
14,5	2,13E+05	13,52	14,03	1,08E+08	1,50E+09	1,40E+09	6,00E+06
15,0	2,20E+05	13,41	13,86	1,11E+08	1,55E+09	1,42E+09	6,16E+06
15,5	2,28E+05	12,69	13,8	1,14E+08	1,59E+09	1,47E+09	6,29E+06
16,0	2,37E+05	12,53	13,75	1,17E+08	1,64E+09	1,50E+09	6,41E+06
16,5	2,45E+05	12,60	13,71	1,19E+08	1,68E+09	1,54E+09	6,50E+06
17,0	2,53E+05	12,52	13,68	1,21E+08	1,72E+09	1,56E+09	6,56E+06
17,5	2,62E+05	12,24	13,72	1,23E+08	1,77E+09	1,64E+09	6,62E+06
18,0	2,70E+05	12,11	13,69	1,25E+08	1,82E+09	1,64E+09	6,78E+06
18,5	2,78E+05	12,22	13,86	1,28E+08	1,86E+09	1,70E+09	6,92E+06
19,0	2,88E+05	11,44	14,03	1,30E+08	1,92E+09	1,71E+09	7,04E+06
19,5	2,96E+05	11,24	14,06	1,33E+08	1,97E+09	1,76E+09	7,18E+06
20,0	3,04E+05	10,94	14,05	1,35E+08	2,00E+09	1,81E+09	7,31E+06
20,5	3,12E+05	10,67	14,18	1,39E+08	2,05E+09	1,87E+09	7,39E+06
21,0	3,20E+05	10,48	14,3	1,41E+08	2,09E+09	1,90E+09	7,48E+06
21,5	3,29E+05	9,94	14,41	1,44E+08	2,14E+09	1,94E+09	7,60E+06
22,0	3,40E+05	9,94	14,41	1,49E+08	2,20E+09	2,03E+09	7,84E+06
22,5	3,45E+05	9,94	14,41	1,51E+08	2,23E+09	2,06E+09	7,97E+06
23,0	3,53E+05	9,94	14,41	1,55E+08	2,27E+09	2,10E+09	8,16E+06
23,5	3,62E+05	9,94	14,41	1,59E+08	2,32E+09	2,15E+09	8,37E+06
24,0	3,72E+05	9,94	14,41	1,63E+08	2,37E+09	2,21E+09	8,62E+06

Figura 40: Amplitude dos RAOs dos seis graus de liberdade para calado 8,0 m

Figura 41: Amplitude dos RAOs dos seis graus de liberdade para calado 16,5 m

Figura 42: Amplitude dos RAOs dos seis graus de liberdade para calado 24,0 m

APÊNDICE D – VERIFICAÇÃO DO RAIO DE GIRAÇÃO DO FPSO DEVIDO AO SISTEMA *TURRET*

As funções de transferência que descrevem o comportamento provável do navio quando em operação são bastante utilizadas na área de Engenharia Naval e Oceânica. Tais funções recebem o nome de *Response Amplitude Operator* ou RAO.

Os RAOs são funções de transferência lineares que relacionam a amplitude e a frequência das ondas incidentes com as amplitudes do movimento do navio. A frequência do movimento induzido será determinada pela onda incidente, assim como a fase deste movimento.

No contexto do estudo aqui realizado, os RAOs são funções que descrevem as respostas do sensor de ondas, o qual é o próprio navio. Portanto, é importante que estas funções descrevam relativamente bem e sejam representativas da dinâmica real da embarcação.

Inicialmente, o conjunto de RAOs utilizado neste estudo foi construído a partir de um FPSO similar. Uma vez que ambos eram antigos VLCCs de dimensões semelhantes, é razoável supor que as características inerciais dos cascos são similares.

Havendo alguma diferença das características inerciais, o movimento mais provável de ser afetado é o *pitch*, devido essencialmente à presença do sistema de amarração tipo *turret* na proa da embarcação.

A fim de verificar se havia influência significativa e, em havendo, corrigir os RAOs, foi feita uma análise de consistência dos RAOs em *pitch*, unindo-se as informações de movimento registradas e as medições de espectros direcionais feitas pelo radar de ondas.

O estudo aprofundado da rigidez das linhas e possíveis influências devido a efeitos viscosos dos *risers* é apresentado em Hallak (2016), onde constatou-se que a influência do *turret* nestes parâmetros era baixa. Aqui, entretanto, apenas um ajuste do raio de giração

em *pitch* será considerado, de forma a eliminar uma das possíveis fontes de incerteza da modelagem matemática do problema de estimação de espectros. Sendo o RAO uma das fontes de erro, determinar e reduzir estes fatores pode ajudar na estimação de espectros, uma vez que o sistema físico real está sendo melhor descrito em termos matemáticos.

Inicialmente, considerando as informações do relatório de distribuição de cargas nos calados leve e totalmente carregado, foram determinadas as seguintes condições teóricas para o raio de giração em *pitch*, R_{yy} :

- Calado leve: 86.17 m, equivalente a 24.96 % do LOA (*Length Overall*), e;
- Totalmente carregado: 71.15 m, equivalente a 20.61 % do LOA.

Vale lembrar que estas condições são calculadas com base em valores teóricos de carregamento, sendo que não é esperado que nenhuma destas duas condições aconteça realmente. Entretanto, estes valores podem servir de guia para o ajuste de R_{yy} , dado que espera-se que este parâmetro esteja entre estes valores.

Foi empregada uma técnica exaustiva para determinação dos valores mais prováveis de raio de giração em cada calado, tendo como base a verificação de qual RAO, dentro de um conjunto de RAOs gerados com diferentes valores para R_{yy} (o que influencia diretamente em I_{yy} , a inércia em *pitch*), ao ser cruzado com o mar medido ou estimado (neste caso, medido pelo radar), determina a menor somatória das diferenças entre os espectros de movimento medido e “estimado”¹ ao longo das frequências. Repetindo-se este procedimento para diversos casos, determinando para cada caso o “melhor” RAO do conjunto, é possível estabelecer diagramas de frequência para os RAOs em cada calado. Ou seja, é possível verificar em cada calado, qual o raio de giração que gerou RAOs que reproduziam melhor os movimentos medidos do navio.

Sendo necessário o espectro de mar para esta metodologia, optou-se pelo uso do radar devido ao fato que suas medições são independentes do movimento do navio e, consequentemente, de R_{yy} (ou de I_{yy}).

Verificando as estatísticas de operação do FPSO para os 24 meses, determinou-se que o menor calado observado foi de 13.5 m e o maior foi de 19.0 m. Portanto, somente calados nesta faixa serão considerados.

¹Isso já foi explicado no corpo principal da tese, mas não custa lembrar: estimado neste caso é o nome que se dá ao espectro de movimento obtido pelo cruzamento do RAO com o espectro direcional medido ou estimado por algum método de inferência, por exemplo, o Bayesiano

Os RAOs gerados numericamente foram calculados variando-se

$$K_{yy} = \frac{R_{yy}}{LOA}$$

entre 20 % e 30 %, com passos de 1 %. Assim, 11 conjuntos de RAOs foram gerados, cada um com RAOs somente na faixa de calados considerada. Os casos da campanha de monitoramento devem ser separados de acordo com o calado médio de cada caso, em faixas de 0.5 m.

Uma vez determinadas estas informações, o processo de cálculo é direto:

1. Para cada caso selecionado da campanha de monitoramento, faça:

(a) Para cada conjunto de RAOs, faça²:

i. $\mathbf{B}^{cruzamento} = \mathbf{A}\mathbf{x}^{radar}$

ii. Calcule a diferença entre os espectros de movimento medido e calculado em cada posição de $\mathbf{B}$, somando-as ao final:

$$erro = \sum_i |B_i^{medido} - B_i^{cruzamento}|$$

, com i referenciando cada posição do vetor de espectros de movimento.

(b) Calcule o *erro*, determinando em qual RAO do conjunto este erro ocorreu, ou seja, verifique qual K_{yy} determinou o erro mínimo.

(c) Armazene o K_{yy} correspondente ao menor erro.

Ao final deste procedimento são definidos conjuntos de K_{yy} referentes aos erros mínimos em cada grau de liberdade. Estes conjuntos já estão separados por calado e, portanto, é fácil determinar a distribuição dos K_{yy} em cada condição de carregamento e para cada grau de liberdade. Uma maneira é verificando os histogramas de K_{yy} em cada calado, como na figura 43, para *pitch*.

Tomando-se as médias de cada calado, pode-se determinar um ajuste para os dados que forneça uma função para descrever K_{yy} para todos os calados. Os pontos calculados pelas médias, os pontos do navio similar e os pontos teóricos, assim como as curvas exponenciais aproximadoras, são apresentados na figura 44.

²Adota-se a mesma notação da formulação Bayesiana dada no capítulo 2, mas com a liberdade de chamar de $\mathbf{B}$ somente os espectros de movimento, desconsiderando os cruzados.

Figura 43: Frequências de ocorrência de K_{yy} relativo ao erro mínimo de espectro, em cada calado, para *pitch*.

Como pode-se observar, existe uma pequena variação entre os valores do raio de giração, existindo a tendência de valores mais altos para o FPSO Peregrino. Isso é condizente com o fato de existir um sistema *turret* nesta embarcação.

Assim, as inércias foram recalculadas para estes novos valores de K_{yy} e novos RAOs foram gerados. Este novo conjunto de RAOs foi gerado com valores de amortecimento em *heave*, *roll* e *pitch* tipicamente adotados para VLCCs do porte do FPSO Peregrino, respectivamente de, 3%, 5% e 3%.

Entretanto, algumas pequenas diferenças entre os RAOs de *pitch* foram constatadas e, conseqüentemente, quase nenhuma impacto na estimação de espectros direcionais é percebida, o que é mais um indicativo da robustez do método Bayesiano de estimação de espectros direcionais baseado em movimentos de navios.

Figura 44: Relação entre calados e K_{yy} .