

ANDRÉ LUIS CONDINO FUJARRA

**ESTUDO EM MODELO REDUZIDO DE TUBO, FLEXÍVEL E  
LISO, SUBMETIDO AO FENÔMENO DE VIBRAÇÃO  
INDUZIDA PELA VORTICIDADE  
“VORTEX INDUCED VIBRATION”**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

São Paulo

1997

ANDRÉ LUIS CONDINO FUJARRA

**ESTUDO EM MODELO REDUZIDO DE TUBO, FLEXÍVEL E  
LISO, SUBMETIDO AO FENÔMENO DE VIBRAÇÃO  
INDUZIDA PELA VORTICIDADE  
“VORTEX INDUCED VIBRATION”**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Área de Concentração:

Engenharia Naval e Oceânica

Orientador:

Prof. Dr. Celso Pupo Pesce

São Paulo

1997

Ao Sr. José Orivaldo Fugarra dedico este trabalho, como forma de gratidão pelos anos de confiança, incentivo e afeto. Confiança, quando acreditou e de tudo fez para me colocar nesta condição. Incentivo, nas várias vezes que, ao seu modo, me fez buscar algo mais. E afeto, porque desse sentimento sempre se permeou nossa relação.

Obrigado Pai.

## **Agradecimentos**

Meus sinceros agradecimentos àquelas pessoas que, da mais variadas formas, somaram esforços à concretização deste trabalho, em especial ao amigo e orientador Prof. Dr. Celso Pupo Pesce, pela inestimável ajuda e incentivo ministrados durante o transcorrer destes últimos dois anos.

Agradecimentos também à importante contribuição do Prof. Dr. José Augusto Penteado Aranha, pela co-orientação no processo de análise dos resultados, bem como ao auxílio prestado pelo Eng<sup>o</sup>. MSc. Paulo Parra na execução dos ensaios.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP, meu muito obrigado pelo suporte financeiro e pela confiança no trabalho desenvolvido. Obrigado também ao Instituto de Pesquisas Tecnológicas - IPT, pela disponibilidade dos recursos laboratoriais necessários à elaboração e execução dos ensaios, cabendo aqui agradecimentos aos engenheiros e técnicos desta instituição, pela ajuda fornecida.

E, finalmente, minha profunda gratidão para com meus familiares e minha noiva, responsáveis por muita compreensão e suporte em todos os momentos de toda esta etapa de trabalho.

## Resumo

Experimentos com um modelo reduzido, flexível e liso, foram conduzidos com o intuito de investigar o fenômeno de Vibração Induzida pela Vorticidade - V.I.V..

Catorze seções de um modelo tubular, verticalmente suspenso e submerso, foram instrumentadas com pares de extensômetros e, em alguns casos, um acelerômetro foi usado na extremidade inferior deste modelo. Sinais temporais de deformação foram obtidos em um intervalo de Número de Reynolds variando aproximadamente entre  $6 \times 10^3$  e  $4 \times 10^4$ . Neste intervalo o primeiro modo natural foi excitado e os sinais, mediante algum tratamento, mostraram resultados bastante consistentes e com um quadro de histerese na porção superior da faixa de "lock-in", assim como discutido em Parra & Aranha (1996), por exemplo.

O principal objetivo deste estudo foi comparar os resultados experimentais com aqueles provenientes de um método baseado no comportamento de "lock-in", método este suportado pelo modelo analítico de Iwan & Blevins, identificando a sua real condição de consistência. Outro objetivo foi analisar a correlação entre medições efetuadas ao longo do modelo ensaiado.

## Abstract

Experiments have been conducted with a reduced model, flexible and smooth, in order to investigate the vortex induced vibration phenomenon - V.I.V..

Fourteen sections of a vertically suspended submerged tube (cantilever beam) were instrumented by pairs of strain gages and in some cases an accelerometer was used at lower extremity of the model. Time histories of deformation were taken in a range of Reynolds number from approximately  $6 \times 10^3$  to  $4 \times 10^4$ . In this range, the first mode was excited and the obtained signals, under some treatment, showed results so consistent and with an hysteresis panorama at superior part of lock-in range, as well as discussed by Parra & Aranha (1996), for example.

The mainly aim of this study was to compare experimental results with those coming from a lock-in based method, supported by V.I.V. Iwan & Blevins Model, trying to identify its real consistency. Another aim was to analyze the correlation between measurements along the experimented model.

## **Sumário**

<b>Lista de Figuras.....</b>	<b>7</b>
<b>Lista de Tabelas .....</b>	<b>12</b>
<b>Lista de Símbolos .....</b>	<b>14</b>
<b>1. Introdução .....</b>	<b>22</b>
<b>2. Descrição do Fenômeno e Revisão Bibliográfica.....</b>	<b>26</b>
<b>3. Os Modelos Analíticos.....</b>	<b>43</b>
3.1. O Modelo de Iwan & Blevins Clássico .....	43
3.2. O Modelo de Iwan & Blevins com Modificações Propostas por Parra & Aranha para sua Maior Robustez .....	48
<b>4. Trabalho Experimental.....</b>	<b>54</b>
4.1. Concepção do Modelo .....	54
4.2. Aparato Experimental .....	62
4.3. Procedimento de Calibração.....	68
4.4. Ensaio Estático - Determinação da Rigidez Flexional .....	71
4.5. Ensaio de Decaimento.....	79
4.6. Ensaio de Identificação das Frequências Naturais .....	86
4.7. Ensaio em Tanque de Provas .....	89
<b>5. Análises e Comparações de Resultados .....</b>	<b>104</b>
5.1. Análises Preliminares .....	104

5.2. Comparação entre Resultados Experimentais e dos Modelos Analíticos.....	105
5.3. Análises de Correlação.....	114
<b>6. Conclusões e Recomendações .....</b>	<b>120</b>
<b>7. Anexos: .....</b>	<b>123</b>
7.1. Recuperação do Modelo de Iwan & Blevins Clássico .....	123
7.2. Modos e Frequências Naturais na Configuração de Balanço .....	133
7.3. Rigidez Flexional Equivalente para o Modelo Adotado .....	138
7.4. Construção do Modelo .....	140
<b>8. Referências Bibliográficas.....</b>	<b>150</b>
<b>Apêndice I: Resultados Gráficos do Coeficiente de Correlação .....</b>	<b>155</b>
<b>Apêndice II: Desenho do Modelo Ensaiado .....</b>	<b>156</b>

## Lista de Figuras

<i>Figura 2.1 Força de Sustentação sobre um Cilindro Estacionário, Sarpkaya (1979)...</i>	34
<i>Figura 2.2 Coeficiente de Sustentação em Cilindros Estacionários, Pantazopoulos (1994).....</i>	36
<i>Figura 2.3 Coeficientes de Correlação para Várias Amplitudes Adimensionais de Oscilação, Pantazopoulos(1994).....</i>	39
<i>Figura 3.1 Resposta Ressonante (<math>\omega_s = \omega_n</math>) do Oscilador Hidro-elástico: Resultados Experimentais, Aproximação de Iwan &amp; Blevins (1975) e Aproximação de Parra &amp; Aranha(1996).....</i>	47
<i>Figura 4.1 Arranjo Esquemático do Modelo.....</i>	56
<i>Figura 4.2 Condições de Contorno da Configuração "Cantilever".....</i>	57
<i>Figura 4.3 Detalhe dos 4 Conjuntos de 9 Condicionadores.....</i>	63
<i>Figura 4.4 Conjuntos Condicionadores/Filtros Analógicos.....</i>	64
<i>Figura 4.5 Esquema do Aparato Experimental.....</i>	64
<i>Figura 4.6 Aparato Experimental Típico.....</i>	65
<i>Figura 4.7 Esquema do Modelo Montado em Tanque de Provas.....</i>	66
<i>Figura 4.8 Detalhe das Duas Pinças de Fixação do Modelo.....</i>	67
<i>Figura 4.9 Viga Estrutural presa ao Carro Dinamométrico.....</i>	67
<i>Figura 4.10 Esquema da Condição bi-Apoiada do Ensaio Estático.....</i>	72
<i>Figura 4.11 Foto da Configuração do Ensaio Estático tal como foi montada.....</i>	72
<i>Figura 4.12 Detalhe da Medição da Deflexão via Relógio Comparador Centesimal ...</i>	73

<i>Figura 4.13 Comparação Gráfica entre os Valores de Deflexão.....</i>	<i>77</i>
<i>Figura 4.14 Arranjo do Ensaio de Decaimento no Ar (Piso Superior).....</i>	<i>80</i>
<i>Figura 4.15 Modelo em Balanço Visto Por Baixo (Piso Inferior).....</i>	<i>81</i>
<i>Figura 4.16 Exemplo de Decaimento Obtido em Ensaio na Água.....</i>	<i>81</i>
<i>Figura 4.17 Exemplo de Decaimento Obtido em Ensaio no Ar .....</i>	<i>82</i>
<i>Figura 4.18 Procedimento de Determinação do Coeficiente de Amortecimento Crítico na Água Referente ao 1º.Modo Natural. Acima, sinal original; ao centro, alguns dos picos de amplitude e, abaixo, aproximação pelo M.M.Q.....</i>	<i>84</i>
<i>Figura 4.19 Procedimento de Determinação do Coeficiente de Amortecimento Crítico no Ar Referente ao 1o.Modo Natural. Acima, sinal original; ao centro, alguns dos picos de amplitude e, abaixo, aproximação pelo M.M.Q.....</i>	<i>85</i>
<i>Figura 4.20 Espectros de Potência para um dos Ensaio de Decaimento .....</i>	<i>86</i>
<i>Figura 4.21 Deformação vs. Velocidade Reduzida em 3 Seções Instrumentadas - Comportamento com Ub ("o" referente à 4ª.seção, "*" à 5ª.seção e "x" à 6ª.seção).....</i>	<i>91</i>
<i>Figura 4.22 Deformação vs. Velocidade Reduzida em 3 Seções Instrumentadas - Comportamento com Lb ("o" referente à 4ª.seção, "*" à 5ª.seção e "x" à 6ª.seção).....</i>	<i>91</i>
<i>Figura 4.23 Deformação Adimensional vs. Velocidade Reduzida no Comportamento com Ub ("o" referente à série IV, "*" à série V e "x" à série VI).....</i>	<i>92</i>

<i>Figura 4.24 Deformação Adimensional vs. Velocidade Reduzida no Comportamento com Lb ("o" referente à série I, "*" à série II e "x" à série III).....</i>	<i>93</i>
<i>Figura 4.25 Comportamentos Diferentes em Séries com a Mesma Calibração ("o" série V, comportamento com Ub e "*" série III, comportamento com Lb).....</i>	<i>94</i>
<i>Figura 4.26 Comportamento Similar dos Extensômetros de uma Mesma Seção ("o" é o gage 6 e "*" é o gage 7, ambos da 4ª. seção e na série I) .....</i>	<i>95</i>
<i>Figura 4.27 Esquema para Entendimento do Problema de Conversão das Deformações em Amplitudes de Oscilação.....</i>	<i>96</i>
<i>Figura 4.28 Amplitude de Oscilação, Função da Posição no Modelo (<math>U = 0,50</math> m/s nas 6 séries de ensaio) .....</i>	<i>97</i>
<i>Figura 4.29 Esquema da Instrumentação na Seção Mais Próxima ao Engaste .....</i>	<i>98</i>
<i>Figura 4.30 Resultados Experimentais de Amplitude Adimensional vs. Velocidade Reduzida.....</i>	<i>99</i>
<i>Figura 4.31 Resultados Experimentais de Freqüência Adimensional vs. Velocidade Reduzida.....</i>	<i>99</i>
<i>Figura 4.32 Exemplo de Espectro de Potência nas Várias Velocidades Nominais (série VI comportamento com Ub).....</i>	<i>100</i>
<i>Figura 4.33 Exemplo de Espectro de Potência nas Várias Velocidades Nominais (série I comportamento com Lb).....</i>	<i>101</i>
<i>Figura 4.34 Exemplo de Sinal com Processo de "Jump" .....</i>	<i>102</i>
<i>Figura 4.35 Sinais da Série VI - Comportamento com Ub.....</i>	<i>102</i>

<i>Figura 4.36 Sinais da Série I - Comportamento com Lb.....</i>	<i>103</i>
<i>Figura 5.1 Comparação entre Amplitudes Adimensionais dos Experimentos e do Modelo de Iwan &amp; Blevins Clássico.....</i>	<i>106</i>
<i>Figura 5.2 Comparação entre Frequências Adimensionais dos Experimentos e do Modelo de Iwan &amp; Blevins Clássico.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 5.3 Comparação entre Amplitudes Adimensionais dos Experimentos e do Modelo de Iwan &amp; Blevins com o Termo de Restauração de 3ª.Ordem....</i>	<i>108</i>
<i>Figura 5.4 Comparação entre Frequências Adimensionais dos Experimentos e do Modelo de Iwan &amp; Blevins com o Termo de Restauração de 3ª.Ordem....</i>	<i>109</i>
<i>Figura 5.5 Comparação entre Amplitudes Adimensionais dos Experimentos e do Modelo de Iwan &amp; Blevins com o Termo de Restauração de 5ª.Ordem....</i>	<i>109</i>
<i>Figura 5.6 Comparação entre Frequências Adimensionais dos Experimentos e do Modelo de Iwan &amp; Blevins com o Termo de Restauração de 5ª.Ordem....</i>	<i>110</i>
<i>Figura 5.7 Compilação de Todos Resultados de Amplitude Adimensional vs. Velocidade Reduzida.....</i>	<i>111</i>
<i>Figura 5.8 Compilação de Todos Resultados de Frequência Adimensional vs. Velocidade Reduzida.....</i>	<i>111</i>
<i>Figura 5.9 Resultados em Amplitudes do Modelo de 5ª.Ordem Recalibrado .....</i>	<i>112</i>
<i>Figura 5.10 Resultados em Frequências do Modelo de 5ª.Ordem Recalibrado .....</i>	<i>113</i>
<i>Figura 5.11 Aspecto Qualitativo do Coeficiente de Correlação nas Várias Velocidades Nominais (Séries com comportamento de "upper branch")..</i>	<i>115</i>
<i>Figura 5.12 Aspecto Qualitativo do Coeficiente de Correlação nas Várias Velocidades Nominais (Séries com comportamento de "lower branch")..</i>	<i>116</i>

<i>Figura 5.13 Gráficos do Comprimento de Correlação Adimensional vs. Velocidade Reduzida nas Várias Seções e para o Comportamento com "Upper Branch" .....</i>	<i>117</i>
<i>Figura 5.14 Gráficos do Comprimento de Correlação Adimensional vs. Velocidade Reduzida nas Várias Seções e para o Comportamento com "Lower Branch" .....</i>	<i>118</i>
<i>Figura 7.1 Desenho Esquemático da Configuração de Ensaio Adotada .....</i>	<i>133</i>
<i>Figura 7.2 Esquema do Arranjo da Seção Transversal do Modelo .....</i>	<i>138</i>
<i>Figura 7.3 Alma com Sensores colados e Cabos soldados .....</i>	<i>142</i>
<i>Figura 7.4 Colagem dos Elementos de Fixação .....</i>	<i>143</i>
<i>Figura 7.5 Detalhe do Modelo Instrumentado e, ao lado, Placa de Condicionadores .....</i>	<i>144</i>
<i>Figura 7.6 Detalhe do Sensor e da Disposição da Fiação .....</i>	<i>144</i>
<i>Figura 7.7 Cabos dispostos e devidamente identificados .....</i>	<i>145</i>
<i>Figura 7.8 Detalhe da Extremidade Superior do Modelo .....</i>	<i>147</i>
<i>Figura 7.9 Acelerômetro montado na Extremidade Inferior do Modelo .....</i>	<i>147</i>
<i>Figura 7.10 Disposição das Seções Instrumentadas no Primeiro Modo de Vibrar e Respectivo Módulo da Curvatura .....</i>	<i>148</i>
<i>Figura 7.11 Disposição das Seções Instrumentadas no Segundo Modo de Vibrar e Respectivo Módulo da Curvatura .....</i>	<i>149</i>

## Lista de Tabelas

<i>Tabela 2.1 Principais Investigações do Coeficiente de Sustentação em Cilindros Estacionários, Pantazopoulos (1994)</i> .....	35
<i>Tabela 2.2 Principais Investigações do Comprimento de Correlação, Pantazopoulos (1994)</i> .....	38
<i>Tabela 3.1 Valores dos Coeficientes de Calibração</i> .....	53
<i>Tabela 4.1 Valores de <math>\alpha_n</math></i> .....	58
<i>Tabela 4.2 Fatores de Forma Modais</i> .....	61
<i>Tabela 4.3 Posições Normalizadas (x/L) para a(s) Curvatura(s) Modal(is) Máxima(s)</i> .....	61
<i>Tabela 4.4 Características do Arranjo de Modelo Selecionado</i> .....	61
<i>Tabela 4.5 Deflexões medidas via Relógio Comparador em Função dos Vários Carregamentos</i> .....	73
<i>Tabela 4.6 Rigidez Flexional Equivalente Experimental para cada uma das 5 Repetições</i> .....	75
<i>Tabela 4.7 Comparação da Rigidez Flexional Equivalente Experimental e a Calculada</i> .....	76
<i>Tabela 4.8 Comparação entre os Valores de Deflexão</i> .....	76
<i>Tabela 4.9 Resultados dos Coeficientes de Amortecimento na Água e no Ar, Referentes ao 1º. Modo Natural</i> .....	84
<i>Tabela 4.10 Valores das Frequências Naturais Experimentais</i> .....	87

<i>Tabela 4.11 Comparação dos Valores Teóricos e Experimentais das Freqüências Naturais.....</i>	<i>87</i>
<i>Tabela 4.12 Tabela com a Nomenclatura das Séries de Corridas.....</i>	<i>90</i>
<i>Tabela 7.1 Características do Arranjo de Modelo Montado.....</i>	<i>140</i>
<i>Tabela 7.2 Posição Longitudinal das Seções Instrumentadas .....</i>	<i>141</i>

## Lista de Símbolos

### *Alfabeto Romano*

$a(\sigma)$	variável auxiliar definida como: $a(\sigma) =  A_0 ^2 - 1$
$A$	amplitude
$A(\tau)$	amplitude utilizada no método de escalas múltiplas
$A_n$	amplitude de oscilação no n-ésimo modo natural
$A_0$	valor constante de amplitude
$B(\tau)$	amplitude utilizada no método de escalas múltiplas
$B_0$	valor constante de amplitude
$c_e$	coeficiente do modelo modificado de Iwan & Blevins
$c(x)$	amortecimento ao longo da estrutura
$cov( , )$	covariância
$c_1 c_2 c_3$	coeficientes de polinômio
$c_4 c_5$	coeficientes de polinômio
$C_a$	coeficiente de massa adicional
$C_{corr}$	coeficiente de correlação
$C_d$	coeficiente de arrasto
$C_n$	amortecimento modal
$C_L$	coeficiente de sustentação

$C_{v,n}$	coeficiente de amortecimento modal viscoso
$C_1$ e $C_2$	constantes do modo natural
$C_3$ e $C_4$	constantes do modo natural
defmed	deformação média nos ensaios estáticos
dflex	deflexão nos ensaios estáticos
D	diâmetro
$D_a$	diâmetro da alma
$D_{ec}$	diâmetro externo da cápsula
$D_{ic}$	diâmetro interno da cápsula
Def	deformação
Defmax	deformação máxima
$e(x, t)$	sinal temporal de uma determinada grandeza medido na posição x
E	módulo de elasticidade
$E_a$	módulo de elasticidade da alma do modelo
$E_c$	módulo de elasticidade da cápsula do modelo
$(EI)_{eq}$	rigidez flexional equivalente
$(EI)_{eq}^{exp}$	rigidez flexional equivalente experimental
f	folga
$f_c$	frequência de corte
$f_{maior}$	maior frequência de interesse

$f_n$	freqüência natural no n-ésimo modo natural de vibrar
$f_s$	freqüência de emissão dos vórtices
$f_v$	força viscosa
$F_n$	fator de amplificação modal
$F_L$	força de sustentação
$g$	aceleração da gravidade
$h$	posição de medida da deformação na seção transversal do modelo
$H$	distância de separação entre uma determinada posição e a posição de referência
$k$	indicador da ordem do termo de restauração
$K$	fator do extensômetro
$K'$	fator do extensômetro corrigido
$K_n$	rigidez modal
$\ell$	comprimento de correlação
$L$	comprimento do modelo ou do corpo esbelto em análise
$L\{\varphi\}$	operador do método de Rayleigh - Ritz
$m$	massa por unidade de comprimento
$m_v$	distribuição longitudinal de massa (estrutura na água)
$m_a$	massa adicional
$m_{inst}$	distribuição longitudinal de massa da instrumentação

$m_T$	distribuição longitudinal de massa, considerando $m_{inst}$
$M_f$	momento fletor
$M_n$	massa modal
$M\{\varphi\}$	operador do método de Rayleigh - Ritz
$q$	massa concentrada
$q_0$	coeficiente do modelo modificado de Iwan & Blevins
$Q$	peso concentrado
$r$	raio
$R_a$	raio da alma do modelo
$R_e$	número de Reynolds
$R_{ext}$	resistência do extensômetro
$R_f$	resistência dos fios de ligação
$R_{ic}$	raio interno da cápsula do modelo
$Rf_{eq}$	rigidez flexional equivalente
$s_n$	trecho longitudinal do corpo cilíndrico, onde está havendo excitação do n-ésimo modo natural
$S$	número de Strouhal
$S_p$	superfície
$t$	variável de tempo
$t^*$	variável de tempo adimensionalizada

$T(x)$	esforço de tração ao longo da estrutura
$U$	velocidade do escoamento incidente
$V_r$	velocidade reduzida
$w$	variável “fictícia”, responsável pela descrição da dinâmica do oscilador fluido
$W_n$	variável “fictícia”, responsável pela descrição da dinâmica do oscilador fluido no n-ésimo modo natural
$W_n^*$	variável adimensional “fictícia”, responsável pela descrição da dinâmica do oscilador fluido no n-ésimo modo natural
$x$	posição ao longo da dimensão longitudinal
$x_{ref}$	posição de referência ao longo da dimensão longitudinal
$y$	deslocamento lateral da estrutura, perpendicular ao escoamento incidente
$y_n$ e $Y_n$	deslocamento transversal ao escoamento incidente no n-ésimo modo natural
$Y_n^*$	deslocamento adimensional e transversal ao escoamento incidente no n-ésimo modo natural

***Alfabeto Grego***

$\alpha_n$	constante para o cálculo da n-ésima frequência natural e respectivo modo natural
$\alpha_0$	constante de calibração no Modelo de Iwan & Blevins
$\alpha_1$ e $\alpha_2$	constantes de calibração no Modelo de Iwan & Blevins
$\alpha_3$ e $\alpha_4$	constantes de calibração no Modelo de Iwan & Blevins
$\alpha_5$ e $\alpha_6$	constantes de calibração no Modelo de Iwan & Blevins com termos de restauração de ordem superior, respectivamente, 3 <sup>a</sup> . e 5 <sup>a</sup> . ordens
$\alpha_1^*$ e $\alpha_2^*$	adimensionais de calibração no Modelo de Iwan & Blevins
$\alpha_3^*$ e $\alpha_4^*$	adimensionais de calibração no Modelo de Iwan & Blevins
$\beta_n$	constante para o cálculo da n-ésima frequência natural e respectivo modo natural
$\chi_n$	curvatura no n-ésimo modo natural
$\Delta F_x$	variação da força na direção longitudinal
$\Delta x$	porção infinitesimal da dimensão longitudinal
$\varepsilon(x)$	deformação medida ao longo da dimensão longitudinal do modelo
$\overline{\varepsilon_s}$	deformação média, medida nos ensaios estáticos
$\varepsilon_f$	deformação de flexão
$\varepsilon_y$	deformação estrutural, transversal ao escoamento

$\varepsilon_{y \min}$	valor de deformação estrutural mínimo, passível de medição
$\gamma_n$	fator de forma no n-ésimo modo natural
$\varphi_m$	m-ésimo modo natural de vibrar
$\varphi_n$	n-ésimo modo natural de vibrar
$\varphi_n^{\max}$	valor máximo do n-ésimo modo natural
$\overline{\varphi_n}$	n-ésimo modo natural adimensionalizado pelo seu máximo
$\lambda$	autovalores
$\lambda(\sigma)$	parâmetro do modelo modificado de Iwan & Blevins
$\mu$	distribuição longitudinal de massa (estrutura no ar) ou valor médio de uma grandeza
$\mu_R$	coeficiente do modelo modificado de Iwan & Blevins
$\mu\varepsilon_{\text{cal}}$	microdeformação de calibração
$\mu\varepsilon_{\text{fundo}}$	microdeformação de fundo de escala
$\mu_n^i$	massa reduzida efetiva modal
$\nu_n$	massa específica modal
$\nu_R$	amortecimento estrutural reduzido
$\theta$	ângulo entre o eixo axial da estrutura e a direção vertical de referência
$\rho$	massa específica do fluido em escoamento
$\rho_s$	massa específica da alma do modelo

$\rho_c$	massa específica da cápsula do modelo
$\rho_{curv}$	raio de curvatura
$\sigma$	desvio padrão ou parâmetro de dissintonia do modelo modificado de Iwan & Blevins
$\sigma_f$	tensão de flexão
$\sigma_n$	constante para o cálculo da n-ésima frequência natural e respectivo modo natural
$\tau$	variável de tempo no método de escalas múltiplas
$\omega$ ou $\omega_n$	frequência natural angular
$\omega_v$	frequência angular de emissão dos vórtices
$\psi_n$	fator modal de redução da amplitude de oscilação
$\zeta_n^S$	coeficiente de amortecimento crítico modal estrutural
$\zeta_n^T$	coeficiente de amortecimento crítico modal total
$\zeta_n^V$	coeficiente de amortecimento crítico modal viscoso

## 1. Introdução

Conhecido desde os tempo remotos, foi só a partir da segunda metade do século XIX que o interesse científico pelo fenômeno de Vibração Induzida pela Vorticidade - V.I.V. ganhou força. Inicialmente as investigações concentravam-se apenas em aspectos qualitativos e de ordem bastante superficial, até que, em 1912, estudos realizados por von Kármán estabeleceram uma associação entre a periodicidade do fenômeno e a formação de uma esteira estável de vórtices.

Em linhas gerais, o fenômeno de V.I.V., ou "*vortex induced vibration*", caracteriza-se pela oscilação de corpos rombudos, quando submetidos a um escoamento fluido que apresente velocidade incidente superior a um determinado valor crítico. Estas oscilações devem-se à formação de vórtices e a emissão alternada dos mesmos a partir de qualquer perturbação induzida ao sistema. Forma-se, portanto, uma esteira de vórtices a jusante do corpo, a qual é responsável por flutuações periódicas no campo de pressões próximo, proporcionando, por sua vez, uma força de sustentação predominantemente oscilatória na direção transversal ao escoamento incidente.

Algumas das peculiaridades deste fenômeno são seus comportamentos de auto-excitação e auto-regulação. O corpo absorve energia do meio e entra em oscilação com amplitudes progressivas até alcançar uma dimensão característica, sendo esta oscilação fruto da sincronização entre a frequência de emissão dos vórtices e a frequência natural do corpo. Configura-se, então, um quadro de ressonância, onde toda a energia absorvida do meio é dissipada e, portanto, onde a dinâmica do sistema encontra-se sob controle.

Deste modo, o fenômeno de V.I.V. é responsável por oscilações que não preocupam tanto pela intensidade, mas sim pelo aspecto cíclico, que acaba por levar ao comprometimento por fadiga da estrutura submetida aos seus efeitos.

Neste contexto, com o fim da Segunda Guerra, verificou-se um aumento na busca por recursos energéticos e, dado o caráter propício ao surgimento do referido fenômeno em muitas destas incursões, este acabou por merecer maior gama de investigação e atenção, passando a ser considerado mais um critério de muitos projetos.

Na indústria do petróleo atual se encontram as maiores preocupações com o fenômeno de V.I.V., visto que a prospecção "*offshore*" tem se firmado em regiões onde a grande lâmina d'água, associada à incidência de correntes marítimas, têm proporcionado um cenário de provável surgimento deste tipo de fenômeno. Nestas condições, dada a grande soma de recursos econômicos e humanos envolvidos, bem como o impacto ambiental advindo de um acidente, torna-se indispensável o dimensionamento das estruturas que fazem a ligação da superfície do mar ao fundo, levando-se em consideração, entre outros, o critério de vida útil à fadiga devida ao fenômeno de vibrações induzidas pela vorticidade.

Como consequência deste fato, vêm sendo estabelecidas, nos grandes grupos científicos e tecnológicos, frentes de pesquisa e desenvolvimento de procedimentos de análise e dimensionamento das estruturas "*offshore*", baseadas, entre outros aspectos, também no referente ao fenômeno de V.I.V..

Em termos gerais e, principalmente, no que se refere ao bidimensional, muito já se sabe a respeito do fenômeno, entretanto, alguns de seus comportamentos, mais relacionados com a tridimensionalidade e interação fluido-estrutural, acham-se ainda permeados por

efeitos de fundamental interesse e que merecem maiores investigações. Assim, dada a complexidade inerente ao tema, justificam-se as três abordagens atuais (a analítica, a numérica e a experimental) referentes ao fenômeno.

É a este cenário investigativo que as atividades de cunho experimental, contidas neste trabalho, vêm se integrar, dando seqüência a um projeto temático de estudo do fenômeno de vibrações induzidas pela vorticidade, atualmente em curso na Universidade de São Paulo (USP) e Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT).

Para tanto, um modelo reduzido de tubo, flexível e liso, foi instrumentado com pares de extensômetros alojados em 14 seções de seus 3 metros de comprimento. O modelo foi inicialmente caracterizado, sendo submetido a uma série de ensaios (estáticos, de identificação de frequências naturais e de decaimento). Posteriormente o modelo, em balanço, experimentou sucessivas corridas em tanque de provas, sendo deste modo obtidos sinais temporais de deformação simultaneamente ao sinal temporal de velocidade.

Neste ponto cabe salientar como objetivo fundamental deste trabalho a comparação entre os resultados experimentalmente obtidos com o referido modelo reduzido (tubo flexível e liso) e aqueles respectivamente obtidos a partir de um modelo analítico (o modelo de Iwan & Blevins), assim como uma análise da correlação entre resultados medidos ao longo do modelo ensaiado.

Norteadas por estes objetivos, a presente dissertação traz em seu segundo capítulo uma descrição mais detalhada dos principais aspectos a respeito do fenômeno, bem como uma revisão bibliográfica de algumas publicações pertinentes ao assunto. O terceiro capítulo traz uma rápida exposição do modelo de Iwan & Blevins clássico e com modificações,

fonte dos resultados analíticos para as comparações. O capítulo seguinte compila todas as atividades referentes aos trabalhos experimentais, fazendo parte deste quarto capítulo: a concepção do modelo; o aparato experimental utilizado; o procedimento de calibração; o ensaio estático; o ensaio de identificação da frequências naturais; o ensaio de decaimento e os ensaios em tanque de provas.

O quinto capítulo traz as comparações entre os resultados experimentais e aqueles respectivamente obtidos com o modelo analítico, além de uma análise da correlação entre resultados medidos ao longo do modelo de ensaio.

Finalmente, em um sexto capítulo são traçadas conclusões, tecidas sugestões e perspectivas de continuação do trabalho.

## 2. Descrição do Fenômeno e Revisão Bibliográfica

Segundo definição encontrada em Bearman (1984), corpos rombudos são aqueles que, em sendo colocados em um escoamento fluido, apresentam separação em boa parte de sua superfície. Sabe-se ainda que, no caso de corpos rombudos com geometria marcada pela presença de quinas, os pontos de separação são fixos às mesmas e, por outro lado, nos casos de corpos rombudos com geometria arredondada, não se verificam pontos de separação fixos, mas sim, pontos de separação cujas posições estão intimamente relacionadas com as formas geométricas do corpo e com o próprio escoamento. Por exemplo, escoamentos em torno de um cilindro circular e marcados por um número de Reynolds compreendido na região subcrítica ( $300 < R_e < 1,5 \times 10^5$ ) são caracterizados por camadas limites laminares separadas da superfície do corpo cerca de  $80^\circ$  do ponto mais a montante do mesmo; entretanto, em escoamentos na região de transição ( $1,5 \times 10^5 < R_e < 3,5 \times 10^6$ ) as camadas limites tornam-se turbulentas levando os pontos de separação para cerca de  $140^\circ$  a partir do ponto mais a montante do corpo, ocorrendo assim uma queda abrupta no coeficiente de arrasto ( $C_d$ ).

Em se tratando de classificação, verifica-se ainda uma subdivisão da região de transição e, segundo a nomenclatura comum, aqueles escoamentos contidos no intervalo  $1,5 \times 10^5 < R_e < 3,5 \times 10^5$  são conhecidos como críticos e os compreendidos no intervalo  $3,5 \times 10^5 < R_e < 3,5 \times 10^6$  como super-críticos. Nestas duas sub-regiões nota-se aparente aleatoriedade na interação entre as camadas limites turbulentas, o que não acontece em uma região conhecida como poscrítica, onde as camadas limites, apesar de turbulentas, voltam a apresentar interação ordenada.

Falando-se em interação entre camadas limites, de acordo com proposição de Gerrard (1966), citada por Bearman, é ela o ponto chave no fenômeno de emissão de vórtices. Desta forma, a interação entre as camadas limites, mais do que a própria presença do corpo no escoamento, responde pela formação de uma esteira de vórtices organizada e/ou desorganizada sob a ação de qualquer tipo de instabilidade a partir de um valor crítico de  $R_e$ .

Além do número de Reynolds, elementos como: a razão de aspecto  $\left(\frac{L}{D}\right)$ ; a rugosidade superficial; a presença ou não de "end plates"; as turbulências no escoamento; os níveis de ruído acústico e a já mencionada forma geométrica da superfície, mostram-se responsáveis por mudanças no comportamento de corpos rombudos em escoamento fluido.

Outro elemento importante diz respeito ao fato de que, quando deixados a oscilar ou mesmo postos em oscilação forçada, os corpos rombudos apresentam processo de emissão de vórtices drasticamente modificado.

Uma importante área de aplicação dos estudos com corpos rombudos livres para oscilar diz respeito ao campo da tecnologia oceânica, onde estruturas muito esbeltas são expostas à correntes marítimas. Ainda de acordo com Bearman, este tipo de aplicação é bem discutida em Griffin (1981) e Griffin & Ramberg (1982). Cabe salientar que, em casos onde o escoamento não apresente valores acentuados, porém oscilatórios (efeito de ondas, por exemplo), ainda é verificado o fenômeno de V.I.V. como mecanismo dominante. Este último efeito foi bastante discutido, por exemplo, em Bearman (1981) e mais recentemente em publicação de 1991 do mesmo autor, bem como em Hayashi & Chaplin (1997).

De qualquer forma, como já mencionado, o fenômeno de “*vortex induced vibration*” predominantemente responde por oscilações na direção transversal ao escoamento, atingindo valores máximos de amplitude quando a frequência de emissão dos vórtices sincroniza-se com uma das frequências naturais do corpo. Esta sincronização é conhecida na literatura com “*lock-in*”, ocorrendo, em termos de velocidade reduzida ( $V_r$ ), quando:

$$V_r \cong \frac{1}{S} \quad (2.1)$$

onde:  $S$  é o conhecido número de Strouhal, dado por:

$$S = \frac{f_s D}{U} \quad (\text{neste trabalho: } S = 0,2) \quad (2.2)$$

para o qual:  $f_s$  é a frequência de emissão dos vórtices;

$D$  a dimensão característica da seção, por exemplo o diâmetro e

$U$  a velocidade do escoamento incidente.

Outro efeito atribuído à emissão dos vórtices refere-se às flutuações no arrasto, também como consequência das flutuações no campo de pressões próximo ao corpo.

Além destes efeitos, resultados encontrados em Feng (1968) pela primeira vez demonstraram que o escoamento em torno de um corpo rombudo, livre para oscilar, pode mudar rapidamente com o histórico de velocidades reduzidas (crescente ou decrescente). Trata-se, portanto, de uma primeira idéia a respeito de um efeito de histerese.

Baseado nestas peculiaridades, percebe-se o vasto campo investigativo proporcionado pelo fenômeno de “*vortex induced vibration*” e nota-se a possibilidade de seu estudo, sob alguns enfoques distintos, atualmente sendo possível a classificação dos mesmos em

três grandes grupos de abordagem: analítico, numérico e experimental. Esta distinção se faz não pela auto-suficiência de cada uma destas abordagens, mas sim, pela necessidade de se empreenderem diferentes frentes de investigação, todas elas compartilhando informações e com o objetivo comum de agregar o maior conhecimento possível a respeito deste fenômeno de considerável complexidade.

A primeira destas abordagens diz respeito ao enfoque analítico, onde são elaborados modelos que tentam descrever da melhor forma os comportamentos do fenômeno. Segundo Pantazopoulos (1994), inúmeros são os modelos propostos para descrever vários de seus aspectos, no entanto, nenhum sendo capaz de modelar as várias peculiaridades das V.I.V..

Em Iwan & Blevins (1974) tem-se um modelo baseado em um oscilador fluido-elástico, cujo comportamento fluido é descrito pela clássica equação de Van der Pol. Trata-se de um modelo bastante representativo, principalmente porque elementos têm sido incorporados à sua formulação original, tornando-o mais consistente. Como exemplo destes elementos tem-se, em Lyons & Patel (1985), a incorporação de um fator modal de redução da amplitude de oscilação ( $\psi_n$ ), responsável pela adequação do modelo às situações de "shear flow". Outro elemento incorporado ao oscilador fluido diz respeito a um termo de restauração de ordem superior (ordem  $2k+1$ ,  $k = 1,2,\dots$ ), responsável pela descrição do efeito de histerese. Um importante exemplo de discussão a este respeito é encontrado em Parra & Aranha (1996).

Em tempo, o modelo de Iwan & Blevins foi adotado como elemento de comparação para os resultados experimentalmente gerados no presente trabalho e, desta forma, será oportunamente melhor discutido.

Segundo Pantazopoulos (1994), outro modelo analítico, proposto por Vandiver (1985), descreve a dinâmica de cabos e “risers” em “shear flow” devida à emissão de vórtices. Este modelo, combinado com um modelo de vibração multimodal, deu origem ao “software - Shear”. Apesar da sofisticação, segundo o mesmo Pantazopoulos (1994), a última versão do “Shear”, na época de seu trabalho, ainda não se encontrava calibrada, necessitando estudos adicionais para sua direta utilização em aplicações industriais.

Voltando à questão das abordagens para o fenômeno de “vortex induced vibration”, a segunda refere-se à simulação numérica (CFD) e, de acordo com Bearman (1984), teve como primeiro impulso o trabalho pioneiro de Abernathy & Kronauer (1962), segundo o qual, o processo de interação entre as camadas limites foi extremamente bem ilustrado em cálculos numéricos através do método dos vórtices discretos. Na década de 80, com o aumento do poder de processamento dos computadores, a abordagem numérica ganhou novo impulso, chegando à resultados bidimensionais bastante representativos do fenômeno e contando, atualmente, com grandes grupos de desenvolvimento.

Esta abordagem mostra-se bastante poderosa pois, à medida em que avançam os potenciais computacionais, ampliam-se os horizontes de capacidade e velocidade de simulação numérica. Um exemplo bastante representativo do poder desta abordagem é encontrado em Meneghini (1993).

A terceira e última abordagem, a experimental, aparece como o ponto de partida para a grande maioria dos desenvolvimentos nas demais. É, também, a vertente das atividades contidas no presente trabalho e, como tal, merecerá uma discussão algo mais extensa.

Reconhecer e quantificar experimentalmente o fenômeno de “vortex induced vibration” requer o monitoramento de alguns parâmetros, entre os quais: o número de Strouhal, o comprimento de correlação e o coeficiente de sustentação. Estes parâmetros são, por sua

vez, dependentes de parâmetros relacionados com características do modelo e do escoamento, tais como: o número de Reynolds, a rugosidade superficial e a intensidade de turbulência. Neste contexto, torna-se difícil um experimento que possibilite a investigação simultânea de todos estes parâmetros, justificando-se daí a comprovação de que a grande maioria dos ensaios conhecidos, talvez a totalidade, investiguem apenas parte dos parâmetros citados.

De uma maneira geral, os experimentos de investigação são conduzidos a partir de 4 arranjos básicos de modelo, a saber:

- a) Cilindros estacionários: foram exaustivamente utilizados em experimentos passados, atualmente restringindo-se, principalmente, aos ensaios de visualização. Têm como principal desvantagem a desconsideração das interações hidrodinâmicas. Segundo Blevins (1990), citado por Pantazopoulos (1994), ensaios com cilindros estacionários, empregados na predição da dinâmica do fenômeno, requerem a hipótese de um escoamento quase estático, a qual é aceita para velocidades reduzidas a partir de 10. Como os efeitos importantes em "*vortex induced vibration*" acontecem em velocidades reduzidas abaixo deste valor, torna-se necessária grande parcela de cuidado na utilização dos resultados assim obtidos (cilindros estacionários), como elementos descritivos na dinâmica peculiar às situações de maior interesse;
- b) Cilindros rígidos montados sobre molas: são arranjos mais sofisticados e bastante empregados atualmente, pois permitem as referidas interações hidrodinâmicas. Aplicações deste tipo podem ser encontradas, por exemplo, em Khalak & Williamson (1996) e Parra (1996). Ainda segundo Pantazopoulos, citando Chrissostomidis &

Patrikalakis (1984), os arranjos com cilindro rígido montado sobre molas podem ser usados para predizer as V.I.V. em estruturas flexíveis sob as seguintes condições:

- qualquer componente de força, medida em um cilindro rígido e que teria comportamento diferente em um cilindro flexível, deve ser desconsiderada;
- a correlação longitudinal de uma força hidrodinâmica local, medida em um cilindro rígido, não pode modelar o efeito de movimento relativo entre diferentes seções de um cilindro flexível.

c) Cilindros em oscilação forçada: de acordo com Iwan & Blevins (1974), não há fundamental distinção fluido-mecânica entre um cilindro em oscilação forçada e um cilindro montado sobre molas. A grande vantagem deste arranjo deve-se à possibilidade de se realizarem medições das forças fluidas sobre o cilindro como função dos deslocamentos prescritos ao mesmo. Tem-se, desta forma, uma análise bastante facilitada dos efeitos da interação fluido-estrutural;

d) Cilindros flexíveis: são os arranjos que mais se aproximam das aplicações tecnológicas, incorporando efeitos adicionais associados à natureza tridimensional do escoamento. Investigações bastante consistentes com este tipo de arranjo são encontradas, por exemplo, em Chung (1987), onde investigações a respeito de cabos em "*shear flow*" são apresentadas.

Neste ponto é importante discutir também um efeito da tridimensionalidade do modelo, capaz de interferir nos resultados. Conhecidos como "*end effects*", são responsáveis por distúrbios percebidos nos escoamento ao longo do cilindro, principalmente quanto à frequência de emissão dos vórtices. De uma maneira geral, dois são os métodos capazes de minimizar estes efeitos da(s) ponta(s): prover ensaios com cilindros suficientemente

longos, efetuando as medições longe das extremidades ou, por outro lado, adicionar “*end plates*” à(s) extremidade(s) do cilindro. Segundo ensaios em túnel de vento conduzidos e apresentados em Gouda (1975), Pantazopoulos destaca como resultados importantes os seguintes aspectos:

- a frequência de emissão de vórtices é consideravelmente menor em cilindros com efeitos da tridimensionalidade do escoamento, que em cilindros com “*end plates*”, exceto para razões de aspecto  $\frac{L}{D} > 50$ ;
- em cilindros com  $\frac{L}{D} = 15$  a frequência de emissão é 35% menor que no caso de um cilindro infinito.

Em Griffin (1985) propõe-se a condução de ensaios com cilindros cuja razão de aspecto esteja na faixa de 100 à 200, onde os “*end effects*” são mínimos.

Como se pode depreender, várias são os aspectos de interesse na condução de investigações experimentais, mostrando-se complicado o acompanhamento de todos eles a partir de um único arranjo. Apesar deste fato, na adoção de qualquer processo investigativo, é de fundamental importância a melhor compreensão de alguns destes aspectos, justificando-se assim a descrição mais detalhada dos mesmos.

#### *A Força de Sustentação (“lift force”)*

Refere-se a uma força dinâmica na direção transversal à direção do escoamento incidente, tendo origem nas flutuações do campo de pressões no entorno do corpo rombudo. Estas flutuações, por sua vez, são resultado direto do processo de emissão de vórtices.

Um ciclo da força de sustentação agindo sobre um cilindro estacionário em regime subcrítico de escoamento estável é mostrado na figura 2.1.

Esta força é tipicamente referida em termos de um coeficiente de sustentação ( $C_L$ ), definido para um cilindro como:

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho D L U^2} \quad (2.2)$$

onde:  $F_L$  é a força de sustentação medida;

$D$  é o diâmetro do cilindro;

$\rho$  é a massa específica do fluido em escoamento;

$L$  é o comprimento do cilindro e

$U$  é a velocidade do escoamento incidente.

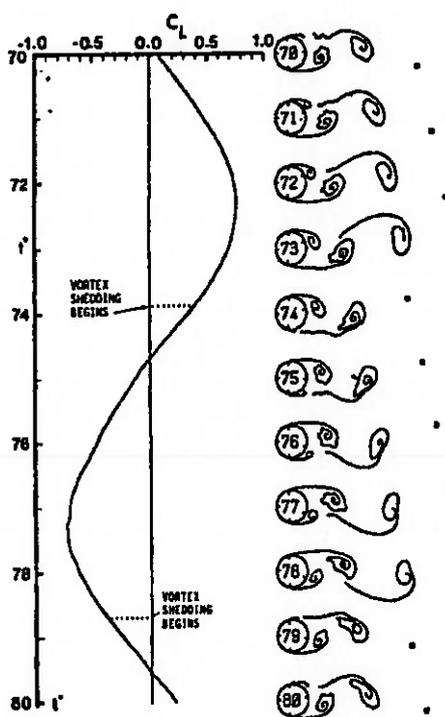


Figura 2.1 Força de Sustentação sobre um Cilindro Estacionário, Sarpkaya (1979)

O coeficiente de sustentação é um parâmetro bastante investigado experimentalmente, o que pode ser verificado, por exemplo, na tabela 2.1 e respectiva figura 2.2, onde apresenta-se uma compilação das principais investigações a respeito deste coeficiente. Estes dados foram compilados por Pantazopoulos (1994), a partir das revisões prévias estabelecidas por Sarpkaya (1979) e Chen (1972).

Curve #	Authors	Low Re	High Re	Medium	Value	Comments
1	Bingham et al. (1952)	8.0E+04	8.0E+04	air	mean peak	shock tube, uniform flow, few oscillation cycles of lift force
2	Bishop - Hassan (1963)	4.0E+03	1.2E+04	water	mean peak	rigid cylinder, strain gage measurements
3	Bublitz (1971)	9.0E+04	7.5E+05	air	rms	
4	Chen, Y. N.	4.0E+01	8.0E+05	air	peak	smooth cylinder, uniform flow, low turbulence (calculation)
5	Chen, Y. N.	4.0E+01	8.0E+05	air	peak	rough cylinder, uniform flow, high turbulence (calculation)
6	Chen (1969)	8.0E+03	6.0E+03	air	rms	
9	Dawson - Marcus (1970)	9.0E+01	9.0E+01	air	mean peak	
10	DnV	1.0E+04	8.0E+06	air/water	rms	uniform flow
11	Fung	1.0E+05	8.0E+05	air	rms	uniform flow, strain gauges, L/D=6 (overall), L/D=2 (instrum. section)
12	Fung (1960)	1.8E+05	1.4E+06	air	rms	uniform flow, strain gage measurements, L/D=6, L/D=2 (instrum. section)
14	Goldman (1957)	1.8E+05	2.6E+05	air	peak	bottom curve of Goldman curves
15	Goldman (1957)	1.8E+05	2.6E+05	air	peak	top curve of Goldman curves
16	Humphreys	4.5E+04	2.0E+05	air	rms	force measurements with load cells, L/D = 6.5, uniform flow
17	Humphreys	4.0E+04	8.0E+05	air	peak	force measurements with load cells, L/D = 6.5, uniform flow
18	Humphreys (1960)	2.0E+03	1.2E+06	air	mean peak	force measurements with load cells, L/D = 6.5, uniform flow
19	Huthloff	3.0E+04	1.0E+05	air	rms	uniform flow, strain gauge and inductive transducer measurements
20	Jones	4.0E+05	2.0E+07	air	rms	force transducers, L/D=5.33
21	Jones (1968)	2.0E+06	2.0E+07	air	rms	force transducers, L/D=5.33
22	Jordan - Fromm (1972)	5.0E+02	5.0E+02	air	rms	uniform flow (calculations)
23	Keefe (1962)	1.0E+04	1.0E+05	air	rms	direct force transducer
24	King	4.0E+04	4.0E+04	water	rms	uniform flow
25	Makovsky (1958)	2.0E+04	8.0E+04	water	peak	force measurements
26	Makovsky (1958)	3.7E+04	1.1E+05	water	mean peak	force measurements
27	McGregor (1957)	4.0E+04	1.8E+05	air	rms/mean peak	top curve (mean peak), uniform flow, pressure measurements/integration
28	Moeller - Leehey	1.9E+04	1.9E+04	water	rms	force measurements, rigid cylinder, L/D = 28
29	Phillips (1956)	3.0E+01	2.0E+02	air	mean peak	uniform flow, questionable data points (from Y. N. Chen paper)
30	Protos et al. (1968)	4.5E+04	4.5E+04	water	rms	uniform flow, cantilever piercing free surface, L/D = 6.5
31	Rajaratna - Sulmont	3.0E+04	1.8E+05	water	peak	lowed, fixed cylinder, force measurements, L/D=2.5
32	Rajaratna - Sulmont	3.0E+04	1.8E+05	water	rms	lowed, fixed cylinder, force measurements, L/D=2.5
33	Rodenbusch et al. (Shell)	2.0E+05	2.2E+06	water	peak	steady tow, smooth flow, strain gages, L/D=2.8, 1 (instrumented section)
34	Ruedy	1.0E+05	1.0E+05	air	rms	rigid cylinder, uniform flow
35	Sallel	1.0E+02	1.0E+06	air	peak	theory, based on wind stationary pressure tap measurements
36	Schewe (1983)	1.0E+04	8.0E+06	air	rms	force measurements, clamped ends, L/D=10
37	Schmidt et al. (1965)	1.0E+05	1.0E+07	air	rms	CLo related to infinitely thin strip, pressure measurements/integration
38	Schmidt (1965-66)	3.0E+05	7.0E+06	air	rms	uniform flow
39	Schwabe (1935)	7.0E+02	7.0E+02	water	mean peak	uniform flow with turbulence, pressure measurements, (calculations)
40	Sonnenföls	1.0E+04	3.0E+04	water	mean peak	uniform flow
41	Surry	5.0E+04	5.0E+04	air	rms	rigid cylinder, turbulent flow
42	Vickery - Watkins (1962)	4.0E+04	1.8E+05	air/water	rms	stationary and oscillating cylinder data
43	Vickery - Watkins	1.0E+04	1.0E+04	air	rms	rigid cylinder, pivoted ends
45	Wester (1961)	7.0E+04	3.0E+05	air	peak	rigid cylinder, $tu=0.5\%$ , uniform flow, force measurements, L/D=10-15
46	Whitney et al.	1.0E+02	2.0E+07	air	rms	based on air stationary experiments, uniform flow (calculations)
47	Woodruff - Kozak	2.0E+05	2.0E+05	air	rms	uniform flow

Tabela 2.1 Algumas Investigações do Coeficiente de Sustentação em Cilindros,  
Pantazopoulos (1994)

Apesar das diferenças entre as várias condições de ensaio, é possível observar um comportamento comum, segundo o qual, primeiramente o coeficiente de sustentação não varia substancialmente com o número de Reynolds ( $Re$ ), mantendo-se na faixa  $0,4 \leq C_L \leq 0,6$ . Ao final da região subcrítica, verifica-se o início de um progressivo aumento no coeficiente de sustentação que culmina em um valor máximo por volta de

$R_e \cong 8 \times 10^4$ . Após este máximo, ou seja, na região crítica, o coeficiente de sustentação sofre uma queda abrupta devido ao desaparecimento de um padrão ordenado quanto à emissão de vórtices. Na região seguinte, a poscrítica, verifica-se então um valor de coeficiente aproximadamente constante.

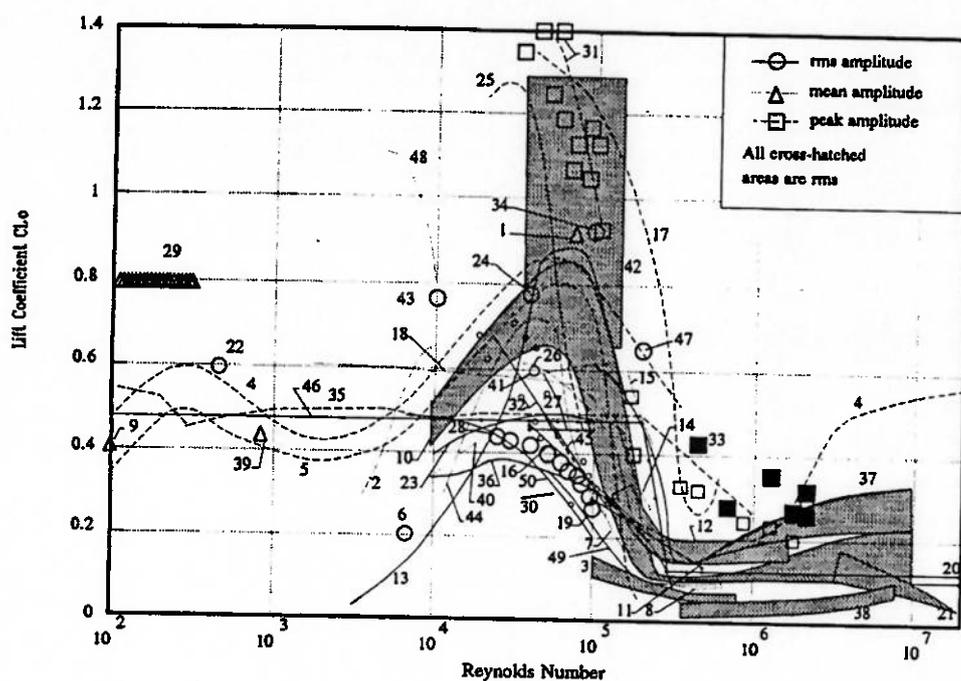


Figura 2.2 Coeficiente de Sustentação em Cilindros, Pantazopoulos (1994)

É importante destacar que estes resultados remetem a experimentos com cilindros estacionários e a definição da força de sustentação torna-se mais complexa e a interpretação das suas medições mais difícil, quando o cilindro move-se com relação ao escoamento (livre para oscilar ou em oscilação forçada). Nestes casos, nota-se uma mudança no padrão da esteira de vórtices, fruto da presença de componentes hidrodinâmicas de força advindas do movimento relativo entre o corpo e o escoamento. Estas mudanças podem causar a simultaneidade de forças de arrasto e sustentação, o que acaba levando a um movimento composto do cilindro em torno de seu eixo axial. A

rigor não existem formas de exata separação de cada uma destas parcelas e portanto, torna-se complicada a consistente inferência das mesmas.

Se por um lado a liberdade do cilindro para oscilar pode promover a composição de movimentos, de outro, ela pode promover a relação entre velocidades, pressões e forças em dois ou mais pontos distintos ao longo do comprimento do cilindro. Surge então a definição de um outro aspecto de investigação experimental.

### *O Comprimento de Correlação*

A partir de uma determinada quantidade, por exemplo: a velocidade, a pressão ou a força de sustentação, considerada ao longo do comprimento do cilindro, é possível aproximarem-se curvas que estabeleçam coeficientes de correlação como função da distância de separação entre duas posições, ou seja,  $C_{\text{corr}} = C_{\text{corr}}(x_{\text{ref}}, x)$ .

O comprimento de correlação diz respeito, então, ao resultado da integração destas funções de coeficiente de correlação ( $C_{\text{corr}}$ ) entre dois pontos, um deles geralmente servindo como ponto de referência. Desta forma, este comprimento ( $\ell$ ) pode ser definido matematicamente como:

$$\ell = \int_0^L C_{\text{corr}}(x_{\text{ref}}, x) dx \quad (2.3)$$

onde:  $x_{\text{ref}}$  é a posição de referência ao longo do comprimento do cilindro;

$x$  é a posição para a qual é estabelecida a relação com a posição de referência

$C_{\text{corr}} = C_{\text{corr}}(x_{\text{ref}}, x)$  é a função coeficiente de correlação, por exemplo:

$$C_{\text{corr}}(x_{\text{ref}}, x) = \frac{\text{cov}[e(x_{\text{ref}}, t); e(x, t)]}{\sqrt{\text{cov}[e(x_{\text{ref}}, t); e(x_{\text{ref}}, t)] \text{cov}[e(x, t); e(x, t)]}} \quad (2.4)$$

com  $[e(x,t)]$  representando a série temporal de uma grandeza que pode ser, por exemplo a velocidade, medida em um determinado ponto do escoamento.

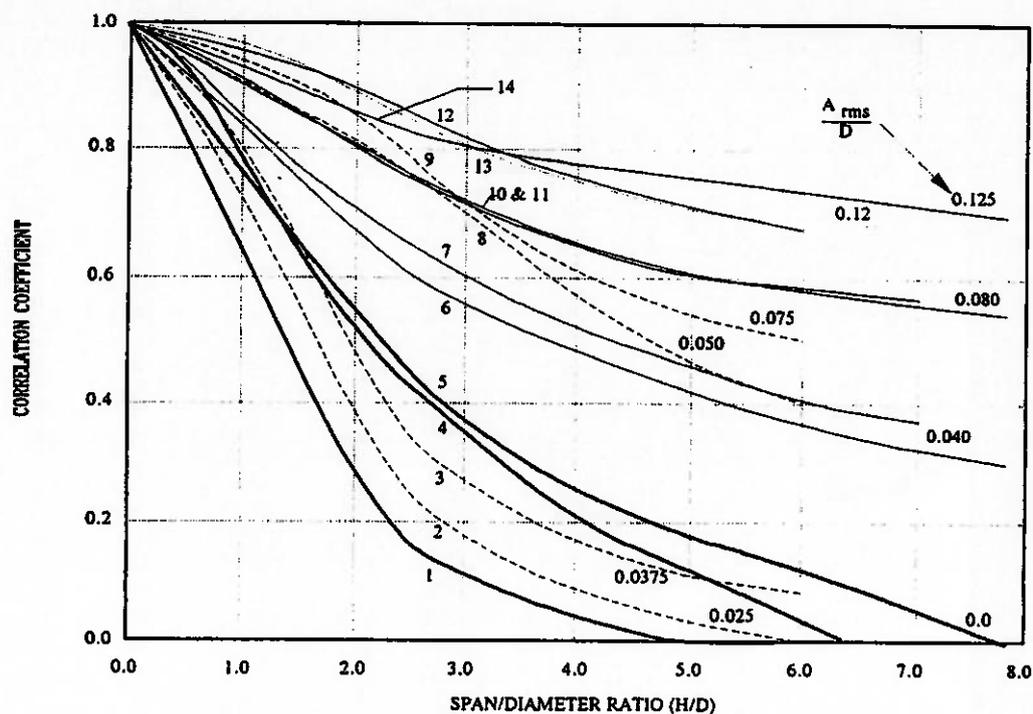
De Pantazopoulos (1994) pode-se extrair uma comparação dos principais experimentos de investigação do comprimento de correlação. Tem-se, portanto, a tabela 2.2 e a respectiva figura 2.3.

Segundo esta compilação pode-se perceber que em cilindros estacionários o coeficiente de correlação decresce rapidamente com o aumento da distância de separação adimensional ( $H/D$ ) entre dois pontos, como é visto através da curva 1. Por outro lado, quando o cilindro é livre para oscilar, verifica-se a manutenção do coeficiente de correlação em valores altos, mesmo com o aumento da distância de separação adimensional.

Curve #	Authors	Low H/D	High H/D	Medium	Comments
1	Howell - Novak	0.0E+00	6.0E+00	air	elastically-mounted, rigid cylinders, $Re = 75,000$ , $\alpha/D = 0.0$
2	Howell - Novak	0.0E+00	6.0E+00	air	elastically-mounted, rigid cylinders, $Re = 75,000$ , $\alpha/D = 0.025$
3	Howell - Novak	0.0E+00	6.0E+00	air	elastically-mounted, rigid cylinders, $Re = 75,000$ , $\alpha/D = 0.0375$
4	Toebees, (Wootton/Scruton paper)	0.0E+00	7.0E+00	air	pressure transducer and hot wire, uniform flow $\alpha/D = 0.0$
5	Toebees	0.0E+00	7.5E+00	air	oscillating cylinders $\alpha/D = 0.0$
6	Toebees	0.0E+00	7.5E+00	air	oscillating cylinders $\alpha/D = 0.04$
7	Toebees, (Wootton/Scruton paper)	0.0E+00	7.0E+00	air	oscillating cylinders $\alpha/D = 0.04$
8	Howell - Novak	0.0E+00	6.0E+00	air	elastically-mounted, rigid cylinders, $Re = 75,000$ , $\alpha/D = 0.05$
9	Howell - Novak	0.0E+00	6.0E+00	air	elastically-mounted, rigid cylinders, $Re = 75,000$ , $\alpha/D = 0.075$
10	Toebees, (Wootton/Scruton paper)	0.0E+00	7.0E+00	air	oscillating cylinders $\alpha/D = 0.08$
11	Toebees	0.0E+00	7.5E+00	air	oscillating cylinders $\alpha/D = 0.08$
12	Howell - Novak	0.0E+00	6.0E+00	air	elastically-mounted, rigid cylinders, $Re = 75,000$ , $\alpha/D = 0.125$
13	Toebees, (Wootton/Scruton paper)	0.0E+00	7.0E+00	air	oscillating cylinders $\alpha/D = 0.12$
14	Toebees	0.0E+00	7.5E+00	air	oscillating cylinders $\alpha/D = 0.125$

*Tabela 2.2 Principais Investigações do Comprimento de Correlação, Pantazopoulos (1994)*

É importante destacar, no entanto, que esta última afirmação só é verdadeira quando a frequência de emissão de vórtices está próxima de uma das frequências naturais do cilindro, caso contrário, o coeficiente de correlação apresenta curvas próximas daquelas relativas a um cilindro estacionário.



*Figura 2.3 Coeficientes de Correlação para Várias Amplitudes Adimensionais de Oscilação, Pantazopoulos(1994)*

Vale lembrar ainda, que as curvas apresentadas na figura 2.3 referem-se a ensaios realizados no ar e, como tal, apresentam uma abrupta queda na correlação fora da condição de "lock-in", fruto das baixas viscosidade e densidade deste meio. É de se esperar que, no caso da água, a perda de correlação seja menos acentuada, mantendo comprimentos de correlação mais elevados em um intervalo maior de velocidades de escoamento.

Outro fator de influência sobre o comprimento de correlação refere-se à turbulência do escoamento. Assim, escoamentos turbulentos proporcionam menores comprimentos de correlação, quando comparados com aqueles advindos de escoamentos com índice de turbulência mínimo.

### O "Lock-in"

Sem dúvida, a mais forte evidência de que o movimento relativo entre cilindro e escoamento incidente pode modificar o padrão de comportamento, diz respeito ao efeito de "lock-in" ou sincronização entre a frequência de emissão de vórtices e uma das frequências naturais do cilindro. É durante o processo de "lock-in" que são verificadas as maiores amplitudes de oscilação, verificando-se também um aumento no comprimento de correlação, como foi discutido anteriormente.

Segundo Blevins (1990), o processo de "lock-in" geralmente ocorre em uma faixa de velocidade reduzida  $\left( V_r = \frac{U}{f_n D} \right)$  compreendida entre 4 e 10, entretanto, vibrações também podem ser percebidas em sub e super-harmônicos da frequência de emissão de vórtices ( $f_s$ ). Ainda de acordo com Blevins, em 1977 King identificou dois regimes distintos de ressonância sub-harmônica produzindo vibrações na direção do escoamento ("inline vibration"). No primeiro destes regimes:  $(1,5 < V_r < 2,5)$ , dois vórtices simétricos são emitidos a cada ciclo, vindo a coalescerem mais a jusante do escoamento. Já no intervalo  $(2,7 < V_r < 3,8)$ , a ressonância da frequência natural ocorre com duas vezes a frequência de emissão ( $2f_s$ ) e vórtices são emitidos de lados alternados do cilindro. Em ambos intervalos de vibração "inline" tem-se amplitudes da ordem de 10% da vibração "cross" (transversal ao escoamento).

Blevins cita ainda os trabalhos de Durgin et al. (1980), segundo os quais vibrações transversais também foram induzidas em um intervalo de velocidades reduzidas de 12 à 18, correspondendo a um processo de ressonância com um terço da frequência de emissão ( $f_s/3$ ).

Apesar destes outros quadros de ressonância é naquele referente às oscilações transversais que se encontram as maiores amplitudes de oscilações e, portanto, é sobre ele que se encontram as efetivas investigações a respeito do fenômeno.

Baseado em todas as informações discutidas até este ponto, é possível notar o vasto campo de investigação envolvendo o fenômeno de V.I.V., o que acaba por justificar o Projeto Temático firmado entre a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP) e o Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo (IPT), com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP). Este projeto tem como filosofia o estudo do fenômeno de V.I.V. segundo as três frentes de abordagem já apresentadas neste capítulo (analítica, numérica e experimental) e, portanto, busca agregar o maior volume de informações, resultados e desenvolvimentos possíveis acerca do mesmo, contando, para tanto, com a integração entre estas frentes. Desta forma, é neste contexto que se inserem as atividades contidas no presente trabalho, integrando a frente de investigação experimental.

A frente experimental, no referido Projeto Temático, teve suas atividades iniciadas com os trabalhos encontrados em Parra (1996), onde o fenômeno de "*vortex induced vibration*" foi estudado sob a ótica de um modelo rígido. Agora, com a execução deste trabalho, tem-se sua continuidade a partir de um modelo reduzido de tubo, flexível e liso, instrumentado através de extensômetros dispostos em posições conhecidas ao longo de seu comprimento. Os ensaios com este modelo flexível vêm, deste modo, dar continuidade ao processo investigativo, incorporando condições mais próximas à realidade.

Destaca-se como objetivo fundamental deste trabalho a concepção e construção deste modelo, com o qual pretende-se obter resultados experimentais passíveis de comparação

com aqueles advindos de um modelo analítico que descreva o fenômeno consistentemente (modelo de Iwan & Blevins). Este tipo de investigação não tem a intenção de abordar todos os aspectos do assunto, mesmo porque, como foi visto, trata-se de tarefa dificilmente conseguida com um único modelo, mas sim, na medida do possível, tentar investigar alguns dos vários aspectos discutidos até aqui.

Em tempo, é importante destacar que, apesar da concepção simples, a considerável dificuldade construtiva e de instrumentação coloca o modelo aqui concebido, confeccionado e ensaiado em uma condição aparentemente ímpar, na medida em que não se tem, pelo menos até o presente momento, conhecimento de outro arranjo com semelhantes características.

### **3. Os Modelos Analíticos**

#### **3.1.O Modelo de Iwan & Blevins Clássico**

O fenômeno de vibrações induzidas pela vorticidade, responsável pela dinâmica auto-excitada e auto-regulada de corpos com alta razão de esbeltez, possui, ao menos até o presente momento, solução numérica dificultada pela grande complexidade inerente ao mesmo, principalmente no que tange ao caráter tridimensional ainda sem um consistente modelamento.

Mantendo a linha de reflexão, mesmo que houvesse um modelo capaz de descrever a tridimensionalidade deste fenômeno, seria demandado para a sua completa solução um poder de processamento, por enquanto, ainda indisponível.

Sob estes aspectos, é de se esperar que os modelos analíticos, baseados em hipóteses que tornem suas soluções possíveis e mais rápidas, sem contudo privarem-se da representatividade e consistência, venham a ganhar força e credibilidade. É a este cenário que se incorpora o Modelo de Iwan & Blevins, mostrando-se capaz de prever, com razoável aproximação, as amplitudes de movimento devido ao fenômeno de vibrações induzidas pela vorticidade.

Deste modo, dada a sua consistência, o modelo de Iwan & Blevins foi adotado como base de comparação com os resultados experimentais gerados neste trabalho. Cabe salientar que neste capítulo é apresentada uma breve descrição deste modelo analítico, encontrando-se no anexo 7.1 uma recuperação mais detalhada do mesmo.

Em linhas gerais, o modelo de Iwan & Blevins é caracterizado como um sistema de duas equações diferenciais, sendo para tanto assumida a hipótese preliminar de sincronização

dos vórtices ao longo de toda a extensão longitudinal do corpo (conseqüente bidimensionalidade do escoamento). Neste sistema de equações, a primeira delas responde pela dinâmica do oscilador elástico, ou seja, pelo movimento advindo da atuação do fenômeno de V.I.V. sobre o corpo exposto ao mesmo. Paralelamente, a segunda equação, do tipo Van der Pol, refere-se à dinâmica do oscilador fluido e, como tal, é marcada pelos aspectos auto-excitador e o auto-regulador já comentados. Vem daí, portanto, em se tratando de escoamentos líquidos, a condição hidro-elástica deste modelo, descrito, na forma adimensional, pelo seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\begin{cases} \frac{d^2 Y_n^*}{dt^{*2}} + \left( 2\zeta_n^T + \frac{4\alpha_4^*}{\pi\mu_n^r} \right) \frac{dY_n^*}{dt^*} + Y_n^* = \frac{4\alpha_4^*}{\pi\mu_n^r} \frac{dW_n^*}{dt^*} \\ \frac{d^2 W_n^*}{dt^{*2}} - \left[ \alpha_1^* - \alpha_2^* \left( \frac{dW_n^*}{dt^*} \right)^2 \right] \frac{dW_n^*}{dt^*} + W_n^* = \alpha_3^* \frac{dY_n^*}{dt^*} \end{cases} \quad (3.1.1)$$

Neste sistema:

- $Y_n^* = Y_n^*(t^*)$  refere-se ao deslocamento do corpo, transversal ao escoamento incidente;
- $W_n^* = W_n^*(t^*)$  é uma variável "fictícia", responsável pela descrição do oscilador fluido;
- $Y_n^*$  e  $W_n^*$  são adimensionalizados por um Fator de Forma ( $\gamma_n$ ) e pela dimensão característica da seção transversal do corpo, por exemplo o diâmetro (D);

$$Y_n^* = \frac{Y_n}{\gamma_n D} \quad (3.1.2)$$

$$W_n^* = \frac{W_n}{\gamma_n D} \quad (3.1.3)$$

- o Fator de Forma ( $\gamma_n$ ) avalia a distribuição de massa ao longo do corpo, oscilando em cada um dos seus modos naturais. É definido da seguinte maneira:

$$\gamma_n = \frac{\int_0^L m(x) \overline{\varphi}_n^2(x) dx}{\int_0^L m(x) \overline{\varphi}_n^4(x) dx}^{\frac{1}{2}} \quad (3.1.4)$$

onde:  $m(x)$  é a massa por unidade de comprimento;

$L$  é o comprimento do corpo;

$\overline{\varphi}_n(x)$  é o  $n$ -ésimo modo natural adimensionalizado e

$x$  é a posição ao longo da dimensão longitudinal.

- $t^*$  diz respeito ao adimensional de tempo, onde: ( $t^* = \omega_n t$ );
- ( $\zeta_n^T$ ) é o Coeficiente de Amortecimento Crítico Modal Total caracterizado por uma parcela de Amortecimento Crítico Modal Estrutural ( $\zeta_n^S$ ) somada a uma parcela de Amortecimento Crítico Modal Viscoso ( $\zeta_n^V$ ). Deste modo:

$$\zeta_n^T = \zeta_n^S + \zeta_n^V \quad (3.1.5)$$

No entanto, sabe-se que, na prática, o Amortecimento Crítico Modal Viscoso é representativo apenas nas extensões onde não há excitação modal. Desta forma, em corpos onde toda a extensão longitudinal é excitada, a parcela de amortecimento viscoso pode ser desconsiderada;

- por sua vez, a Massa Reduzida Efetiva Modal ( $\mu_n^r$ ) é um adimensional que pondera a real parcela de massa do corpo atuando na dinâmica do mesmo, sendo definida como:

$$\mu_n^r = \frac{4 \int_0^L m(x) \bar{\varphi}_n^2(x) dx}{\rho \pi D^2 \int_0^L s_n(x) \bar{\varphi}_n^2(x) dx} \quad (3.1.6)$$

onde:  $s_n(x)$  é uma função capaz de considerar o trecho longitudinal do corpo cilíndrico, no qual está havendo excitação do n-ésimo modo natural, ou seja,  $s_n(x)$  corresponde à fração longitudinal excitada do corpo ( $0 \leq s_n(x) \leq 1$ ) e

$\rho$  é a massa específica do fluido em escoamento.

É importante salientar que, se todo o corpo vibra no n-ésimo modo natural, então,  $s_n = s_n(L) = 1$ .

- finalmente, os parâmetros:  $\alpha_1^*$ ,  $\alpha_2^*$ ,  $\alpha_3^*$  e  $\alpha_4^*$  são adimensionais que têm como objetivo calibrar o modelo analítico.

Para o sistema de equações diferenciais adimensionais sumariamente descrito, sabe-se, segundo por exemplo Iwan (1975), que a Amplitude Modal de oscilação do corpo pode ser aproximada por:

$$A_n = \gamma_n F_n D, \quad (3.1.7)$$

onde  $F_n$  é um Fator de Amplificação Modal definido experimentalmente pela seguinte equação:

$$F_n = \frac{1}{1 + 9,6(\mu_n^r \zeta_n^s)^{1,8}} \quad (3.1.8)$$

obtida a partir do gráfico da resposta ressonante ( $\omega_s = \omega_n$ ) do oscilador hidro-elástico apresentado na figura 3.1. Neste mesmo gráfico é apresentada uma outra expressão geral

para o Fator de Amplificação Modal, desenvolvida em Parra & Aranha (1996) e enunciada como:

$$F_n = \left( \frac{A_n}{\gamma_n D} \right)_{\max} = \frac{0,46}{1 + 5,26 \nu_R} \left( 1 + \frac{7,92}{1 + 5,26 \nu_R} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.1.9)$$

onde o Coeficiente de Amortecimento Estrutural Reduzido ( $\nu_R$ ) é dado por:

$$\nu_R = \frac{4m \zeta_n^s}{\rho \pi D^2} \quad (3.1.10)$$

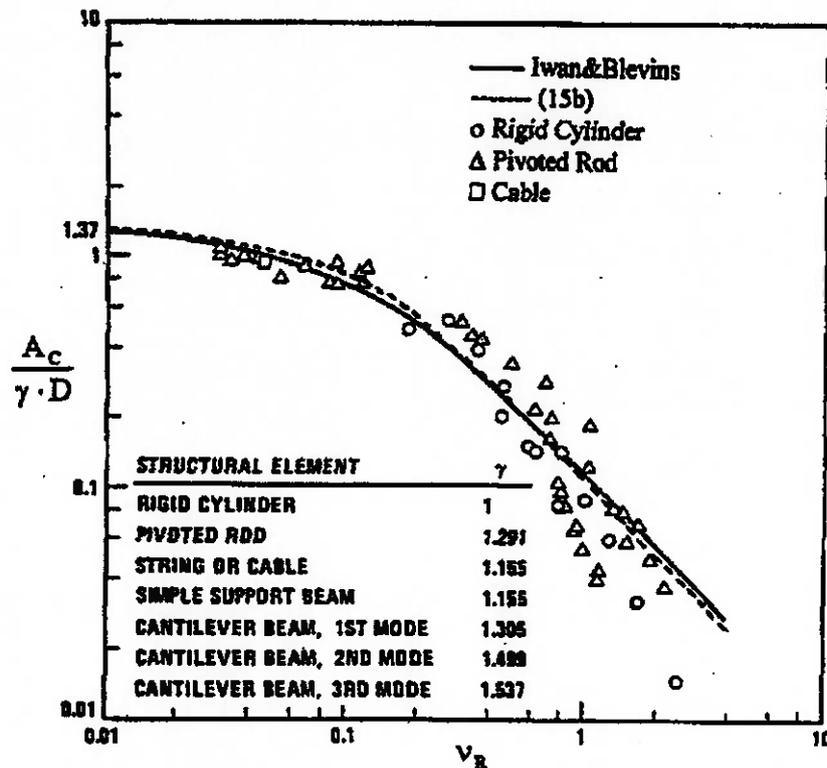


Figura 3.1 Resposta Ressonante ( $\omega_s = \omega_n$ ) do Oscilador Hidro-elástico: Resultados Experimentais, Aproximação de Iwan & Blevins (1975) e Aproximação de Parra & Aranha(1996)

Esta outra expressão foi obtida segundo a calibração do Modelo de Iwan & Blevins a partir de resultados advindos de ensaios exclusivamente realizados na água, o que a torna mais apropriada para o contexto do presente trabalho.

Ainda segundo Parra & Aranha, o Coeficiente de Amortecimento Estrutural Reduzido está fortemente relacionado com a densidade do fluido em escoamento ( $\nu_R^{\text{ar}} \cong 1000 \nu_R^{\text{agua}}$ ) e, portanto, os pontos experimentais na faixa  $\nu_R \leq 0,1$  referem-se a ensaios conduzidos na água e os pontos na faixa  $\nu_R \geq 1$  dizem respeito a ensaios realizados no ar. Deste modo, pode-se concluir que:

- o fenômeno de V.I.V. é tanto mais intenso quanto mais denso for o meio fluido e
- dadas as maiores amplitudes de oscilação em escoamentos na água, é de se esperar uma maior aderência entre resultados teóricos e experimentais.

### **3.2. O Modelo de Iwan & Blevins com Modificações Propostas por Parra & Aranha para sua Maior Robustez**

Quanto a máxima amplitude de oscilação, o modelo de Iwan & Blevins tem mostrado boa aderência com os resultados experimentais. Por outro lado, quando analisado a partir de uma curva típica de resposta em frequência, tem-se verificado uma certa falta de aderência, principalmente quanto ao correto posicionamento deste máximo em termos da frequência de emissão dos vórtices, bem como, quanto ao comportamento da faixa de “*lock-in*” nas proximidades deste mesmo máximo.

Procurando corrigir tais distorções e ao mesmo tempo tornar o modelo mais representativo, Parra & Aranha propuseram algumas modificações no equacionamento do oscilador fluido. Já que o termo de inércia tem uma forma clássica e que o termo de

amortecimento responde de forma consistente pelos comportamentos de auto-excitação e auto-regulação, restou a possibilidade de alteração da parcela de restauração do oscilador fluido.

A idéia central destas modificações foi a incorporação de termos de restauração de ordem superior ( $w^{2k-1}$ ,  $k = 2, 3, \dots$ ), sempre calibrados para manter invariante a amplitude máxima de oscilação.

Todas as análises e deduções utilizadas no processo de modificação do termo de restauração acham-se desenvolvidas de forma completa na referência Parra & Aranha (1996). Pode-se, no entanto, apresentá-las de forma sintética e direta através dos parágrafos seguintes.

Inicialmente, se for incorporado mais um termo de restauração cúbica à formulação do modelo de Iwan & Blevins<sup>(\*)</sup>:

$$\begin{cases} \ddot{W}_n^* - 2\alpha_1(1 - \frac{4}{3}\dot{W}_n^{*2})\dot{W}_n^* + W_n^* - 2\alpha_1\frac{4\alpha_5}{3}W_n^{*3} = 2\alpha_1q_0\dot{Y}_n^* \\ \ddot{Y}_n^* + 2\alpha_1c_c\dot{Y}_n^* + (1 + 2\alpha_1\sigma)Y_n^* = 2\alpha_1\mu_R\dot{W}_n^* \end{cases}$$

e assumindo que as amplitudes  $A(\tau)$  e  $B(\tau)$  refiram-se respectivamente aos osciladores fluido e elástico; aplicando-se a técnica de escalas múltiplas, chega-se ao seguinte resultado necessário para a periodicidade dos movimentos:

---

<sup>(\*)</sup> O sistema de equações trabalhado em Parra & Aranha (1996) apresenta algumas alterações quanto aos coeficientes de calibração, o que se mostra algo diferente apenas em forma.

$$\begin{aligned}
 |A_0|^2 &= 1 + \frac{\mu_R q_0}{c_e} \frac{1}{1 + (\lambda / c_e)^2}; \\
 |B_0| &= \frac{\mu_R}{c_e} \frac{1}{\sqrt{1 + (\lambda / c_e)^2}} |A_0|; \\
 \left[ 1 + \frac{\mu_R q_0}{c_e^2} \frac{1}{1 + (\lambda / c_e)^2} \right] \frac{\lambda}{c_e} &= -\frac{\sigma}{c_e} - \frac{\alpha_5}{c_e} |A_0|^2.
 \end{aligned}
 \tag{3.2.1a,b,c}$$

onde:

$$\begin{Bmatrix} A(\tau) \\ B(\tau) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{Bmatrix} e^{i(\sigma + \lambda)\tau}
 \tag{3.2.2}$$

$$\mu_R = \frac{\zeta_n^s}{\alpha_1} \frac{0,46}{5,26 v_R}
 \tag{3.2.3}$$

$$c_e = \frac{\mu_R}{0,46} (1 + 5,26 v_R)
 \tag{3.2.4}$$

$$q_0 = \frac{1}{\pi} \frac{\alpha_4 \sqrt{\alpha_2}}{\alpha_0 \alpha_1}
 \tag{3.2.5}$$

Sabendo-se ainda que o deslocamento do oscilador elástico pode ser apresentado como sendo:

$$Y_n^* = b(\sigma) \left( \frac{A_n}{\gamma_n D} \right)_{\max} \sin[\omega_s (1 + \alpha_1 (\sigma + \lambda)) t^*]
 \tag{3.2.6}$$

onde a velocidade reduzida pode ser redefinida:

$$V_r = \frac{U}{f_n D} = \frac{5}{1 + \alpha_1 \sigma}
 \tag{3.2.7}$$

e o parâmetro  $b(\sigma)$  definido como:

$$b(\sigma) = \frac{|B_0|}{\left(\frac{A_n}{\gamma_n D}\right)_{\max}} \quad (3.2.8)$$

então, assumindo-se:

$$a(\sigma) = |A_0|^2 - 1 \quad (3.2.9)$$

bem como, com o auxílio das equações (3.2.1) e (3.2.8), pode-se chegar facilmente aos seguintes resultados:

$$\begin{aligned} \lambda(\sigma) &= -c_e \frac{(\sigma + \alpha_s) + \alpha_s a(\sigma)}{c_e + a(\sigma)} ; \\ b(\sigma) &= \sqrt{\frac{a(\sigma)[a(\sigma) + 1]}{\mu_R q_0 / c_e (\mu_R q_0 / c_e + 1)}}. \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

onde  $a(\sigma)$  é raiz do polinômio cúbico:

$$a^3(\sigma) + c_1 a^2(\sigma) + c_2 a(\sigma) + c_3 = 0 \quad (3.2.11)$$

com os coeficientes  $\{c_1(\sigma); c_2(\sigma); c_3\}$  sendo dados por:

$$\begin{aligned} c_1(\sigma) &= \frac{2c_e + 2\alpha_s(\sigma + \alpha_s) - \mu_R q_0 / c_e}{(1 + \alpha_s^2)} ; \\ c_2(\sigma) &= \frac{(\sigma + \alpha_s)^2 + c_e^2 - 2\mu_R q_0}{(1 + \alpha_s^2)} ; \\ c_3 &= -\frac{\mu_R q_0 c_e}{(1 + \alpha_s^2)}. \end{aligned} \quad (3.2.12)$$

Deste modo, dados os valores de velocidade reduzida  $[V_r = U/(f_n D)]$  e através de (3.2.7), calculam-se os valores de  $\sigma$  e o polinômio (3.2.11) pode ser resolvido. Obtem-se assim, a partir de (3.2.10), os respectivos valores de  $\lambda(\sigma)$  e  $b(\sigma)$  que, levados às equações dadas

a seguir, (3.2.13), permitem a determinação da resposta  $\{\omega_s/\omega_n ; A_n/(\gamma_n D)\}$ , função da velocidade reduzida.

$$\left(\frac{A_n}{\gamma_n D}\right) = b(\sigma) \left(\frac{A_n}{\gamma_n D}\right)_{\max} \quad (3.2.13)$$

$$\frac{\omega_s}{\omega_n} = \frac{1 + \alpha_1(\lambda(\sigma) + \sigma)}{1 + \alpha_1 \sigma}$$

Cabe destacar que, apesar da incorporação do termo cúbico de restauração, o máximo valor de amplitude do oscilador elástico continua ocorrendo conforme a equação (3.1.9), ou seja, quando  $\lambda = 0$ . No entanto, este resultado não mais implica em um parâmetro de dissintonia  $\sigma = 0$ , o que acaba por conferir ao modelo a capacidade de melhor reproduzir a dinâmica do problema, principalmente no que se refere à posição de ocorrência do pico de "lock-in", bem como ao comportamento da amplitude de oscilação após a ocorrência do mesmo (bifurcação da resposta dinâmica).

Procedimento análogo pode ser assumido quando na incorporação de um eventual termo de restauração de quinta ordem, bastando, no entanto, redefinir a equação (3.2.1c) da seguinte forma:

$$\left[1 + \frac{\mu_R q_0}{c_e^2} \frac{1}{1 + (\lambda/c_e)^2}\right] \frac{\lambda}{c_e} = -\frac{\sigma}{c_e} - \frac{\alpha_5}{c_e} |A_0|^2 - \frac{\alpha_6}{c_e} |A_0|^4. \quad (3.2.14)$$

o que acaba por conduzir a um polinômio de quinta ordem dado por:

$$a^5(\sigma) + c_1 a^4(\sigma) + c_2 a^3(\sigma) + c_3 a^2(\sigma) + c_4 a(\sigma) + c_5 = 0 \quad (3.2.15)$$

com os seguintes coeficientes:

$$\begin{aligned}
c_1(\sigma) &= \frac{2\alpha_5}{\alpha_6} + 4; \\
c_2(\sigma) &= \frac{1 + \alpha_5^2}{\alpha_6^2} + \frac{2(\sigma + 3\alpha_5)}{\alpha_6} + 6; \\
c_3(\sigma) &= \frac{2c_e + 2\alpha_5(\sigma + \alpha_5)}{\alpha_6^2} + \frac{2(2\sigma + 3\alpha_5)}{\alpha_6} + 4 - \frac{\mu_R q_0}{c_e \alpha_6^2}; \\
c_4(\sigma) &= \frac{c_e^2 + (\sigma + \alpha_5)^2}{\alpha_6^2} + \frac{2(\sigma + \alpha_5)}{\alpha_6} + 1 - \frac{2\mu_R q_0}{\alpha_6^2}; \\
c_5 &= -\frac{\mu_R q_0 c_e}{\alpha_6^2}.
\end{aligned} \tag{3.2.16}$$

Para estes modelos modificados sabe-se, ainda de acordo com Parra & Aranha, que os coeficientes de calibração são aqueles dados pela tabela 3.1.

Os valores de  $\alpha_5$  e  $\alpha_6$  foram obtidos de acordo com os resultados de Feng (1968), segundo os quais, o pico de "lock-in" ocorre em  $V_r \cong 5,75$ , determinando um  $\sigma = -2,6087$ . Além disso, sabendo que para estes mesmos resultados:  $\mu_R = 0,007$ ;  $\nu_R = 0,36$  e  $c_e = 0,046$ , chega-se a um  $|A_0|^2 \cong 3,627$ .

I & B Clássico	Modelo	
	c/ Rest. de 3a. O.	c/ Rest. de 5a. O.
0,480	0,480	0,480
0,050	0,050	0,050
3,010	3,010	3,010
0,000	0,000	0,000
0,750	0,750	0,750
~~~~~	0,720	0,000
~~~~~	~~~~~	0,198

Tabela 3.1 Valores dos Coeficientes de Calibração

Observação: O modelo de Iwan & Blevins com as modificações descritas faz parte deste trabalho porque também foi utilizado como elemento de comparação com os resultados experimentais.

## **4. Trabalho Experimental**

### **4.1. Concepção do Modelo**

Todo experimento que busque auferir informações no tocante a um determinado fenômeno, deve fazê-lo de forma consistente e sistemática. Para tanto, é imprescindível a concepção dos elementos que viabilizarão sua execução, um modelo por exemplo, bem como todo o procedimento envolvido na obtenção de resultados experimentais que posteriormente possam subsidiar possíveis análises comparativas, comentários pertinentes e, com grande frequência, sugestões de melhorias nas práticas de ensaio, aparato experimental e mesmo no modelo ensaiado. Há, portanto, que se focalizar grande atenção nesta etapa, pois sobre ela recairão todas as justificativas de um bom ou mau desempenho quando nas inferências experimentais

Baseado nestas prerrogativas inicia-se a concepção do experimento com os seguintes argumentos:

O fenômeno de vibração induzida pela vorticidade mostra-se fortemente influenciado, entre outros aspectos, principalmente, por aqueles relacionados com a geometria da seção transversal do elemento estrutural esbelto, com a rugosidade superficial exposta ao escoamento, com a dissipação estrutural do elemento esbelto, bem como com a resposta elástica proporcionada pelo mesmo.

Não menos importantes na concepção do experimento, são os aspectos construtivos do modelo. De nada adiantaria um modelo excelente quanto à excitabilidade pelo fenômeno e facilidade quando na obtenção dos resultados, se na prática, seria impossível ou mesmo excessivamente dispendiosa, portanto inviável, a sua confecção.

Sob estes aspectos, é de se esperar do modelo concebido as seguintes características:

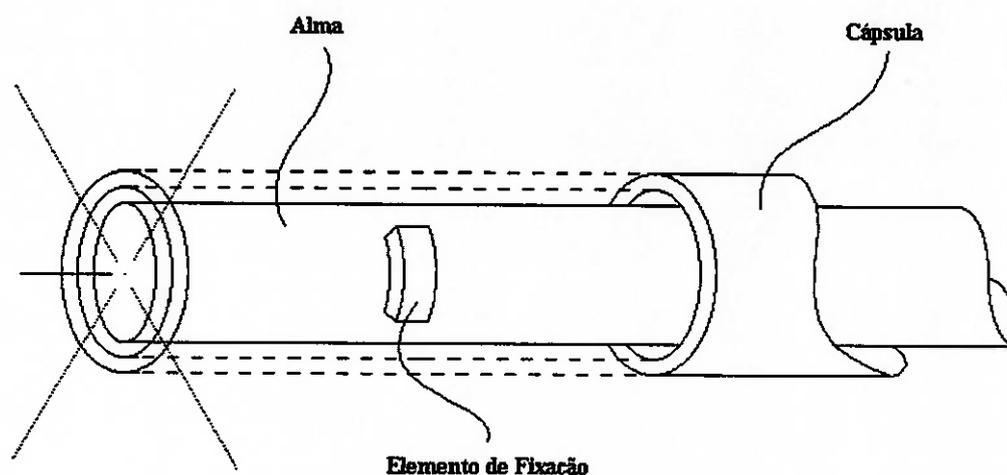
- homogeneidade longitudinal e transversal quanto a sua geometria, rigidez flexional e distribuição de massa;
- rugosidade superficial controlada, para que desta forma não se interfira no desenvolvimento do fenômeno;
- pouco amortecimento estrutural;
- viabilidade construtiva;
- e principalmente, uma ponderação entre geometria, propriedades físico-mecânicas e capacidade construtiva, fruto da qual resulte um produto com facilidade de excitação e de obtenção de resultados.

No que tange ao aspecto construtivo, a maior dificuldade se deposita sobre a necessidade de se estabelecer uma instrumentação o mais precisa possível, sem contudo, interferir no processo de desenvolvimento do fenômeno.

Ideal seria que a instrumentação, em grande parte composta por extensômetros, fosse feita internamente a um modelo tubular, garantindo assim a não interferência com o escoamento, bem como a estanqueidade do ambiente onde estaria confinada esta instrumentação, já que os ensaios serão realizados em água. O problema deste tipo de arranjo é que, quando na instrumentação, torna-se necessária considerável precisão quanto ao posicionamento dos extensômetros e trabalhar com instrumentação interna implica em tarefa tanto quanto dispendiosa, requisitando grande soma de esforços no desenvolvimento de dispositivos que viabilizassem sua prática.

Como alternativa mais viável quanto a construção, aparece uma configuração composta por uma alma cilíndrica com a finalidade de conceder rigidez, envolta por uma cápsula responsável pela hidrodinâmica do fenômeno e estanqueidade da instrumentação.

Garantindo uma condição solidária entre alma e cápsula, e que, portanto, os resultados auferidos na superfície daquela também possam ser relacionados aos que seriam obtidos nessa, foram dispostos anéis onde parafusos fazem a fixação da cápsula à alma. Esta configuração acima descrita acha-se esquematicamente mostrada na figura 4.1.



*Figura 4.1 Arranjo Esquemático do Modelo*

Para esta configuração do modelo é possível, de acordo com a dedução apresentada no anexo 7.3 deste trabalho, estabelecer a seguinte Rigidez Flexional Equivalente ( $Rf_{eq}$ ):

$$Rf_{eq} = (EI)_{eq} = \frac{\pi}{64} [E_a D_a^4 + E_c (D_{ec}^4 - D_{ic}^4)] \quad (4.1.1)$$

Partindo-se agora para a seleção das dimensões que melhor satisfaçam os aspectos já discutidos, é de interesse iniciar-se este dimensionamento pela identificação analítica dos modos naturais e frequências naturais do modelo. Como já foi mencionado, as

condições de contorno do modelo são dadas pela configuração em balanço, assim como ilustrado na figura 4.2.

Sabe-se, de acordo com o anexo 7.2, que para esta configuração a equação que descreve a dinâmica do movimento do modelo é dada pela Equação Estrutural de Euler:

$$m_v \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + (EI)_{eq} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = \mu g(L-x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \mu g \frac{\partial y}{\partial x} \quad (4.1.2)$$

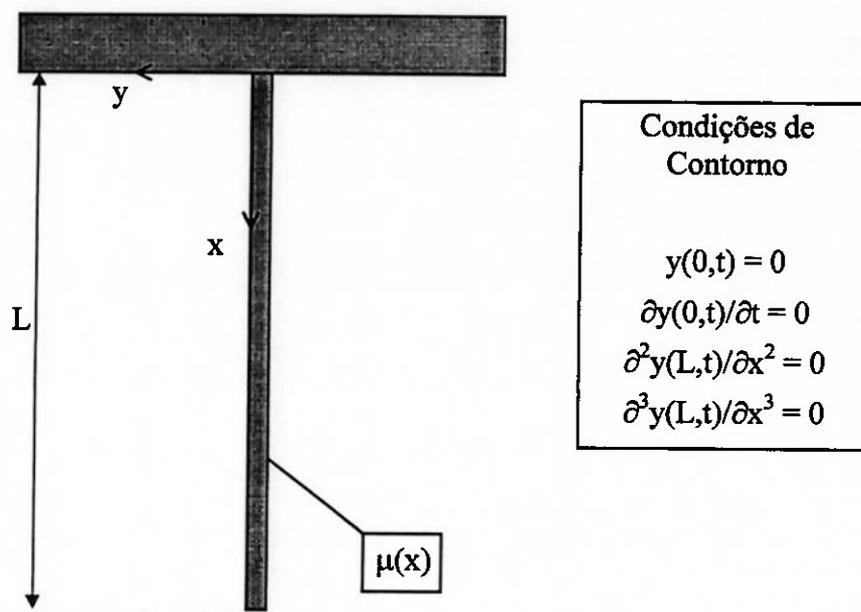


Figura 4.2 Condições de Contorno da Configuração "Cantilever"

Para a equação (4.1.2) assume-se que a Rigidez Flexional Equivalente  $(EI)_{eq}$  seja constante e que:

$$m_v = \mu + m_a = \mu + \frac{\pi \cdot \rho \cdot D_{ec}^2}{4} \quad (4.1.3)$$

com:  $m_a$  dizendo respeito à massa adicional e

$\rho$  à densidade do fluido em escoamento.

Segundo a dedução exposta no anexo 7.1, assumindo-se desprezível o termo devido à tração ao longo da dimensão longitudinal do modelo, pode-se chegar aos seguintes modos naturais ( $\varphi_n(x)$ ):

$$\varphi_n(x) = \sigma_n \left[ \sin\left(\frac{\alpha_n x}{L}\right) - \sinh\left(\frac{\alpha_n x}{L}\right) \right] + \cos\left(\frac{\alpha_n x}{L}\right) - \cosh\left(\frac{\alpha_n x}{L}\right) \quad (4.1.4)$$

onde:

$$\sigma_n = \frac{\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n}{\cos \alpha_n + \cosh \alpha_n} \quad (4.1.5)$$

e para os quais sabe-se ainda que: ( $\alpha_n = \beta_n L$ ), onde os ( $\beta_n$ ) são dados pela seguinte equação característica:

$$\cos(\beta_n L) \cosh(\beta_n L) + 1 = 0 \quad (4.1.6)$$

Numericamente pode-se obter os valores de ( $\alpha_n$ ) tabulados a seguir:

Modos	1°	2°	3°
$\alpha_n$	1,8751	4,6941	7,8548

Tabela 4.1 Valores de  $\alpha_n$

Respectivamente aos modos naturais acima enunciados, chega-se à seguinte formulação para as Frequências Naturais ( $f_n$ ):

$$f_n = \frac{\alpha_n^2}{2\pi} \sqrt{\frac{(EI)_{eq}}{m_v L^4}} \quad (4.1.7)$$

Por outro lado, de acordo com a teoria envolvida com o fenômeno de V.I.V. discutida no capítulo 2, a faixa de "lock-in" para os vários casos de diâmetro externo da cápsula ( $D_{ec}$ ) e velocidade de escoamento ( $U$ ) é dada por:

$$0,1 \left( \frac{2\pi \cdot U}{D_{ec}} \right) \leq \omega_n \leq 0,25 \left( \frac{2\pi \cdot U}{D_{ec}} \right) \quad (4.1.8)$$

Aliando-se a isso o fato de que o tanque de provas apresenta uma faixa de velocidades de testes dada por:

$$U_{\min} = 0,15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \leq U \leq 2,50 \frac{\text{m}}{\text{s}} = U_{\max} \quad (4.1.9)$$

pode-se obter o seguinte intervalo de frequências, dentro do qual aquelas que se deseja excitar devem estar:

$$\left( \frac{0,0942}{D_{ec}} \right) \leq \omega_n \leq \left( \frac{4,7124}{D_{ec}} \right) \quad (4.1.10)$$

Além desta faixa de excitabilidade, para cada caso ( $D_{ec}, D_{ic}, D_a$ ) verificam-se ainda outros dois elementos que devem servir como critério de seleção.

O primeiro deles diz respeito à necessidade de uma folga ( $f = R_{ic} - R_a$ ) compreendida entre 1,5 mm e 3,0 mm. Esta folga destina-se à acomodação de toda a fiação indispensável ao procedimento de instrumentação e dentro das várias combinações de arranjo, variando-se ( $D_{ec}$ ), ( $D_{ic}$ ) e ( $D_a$ ), são preferíveis aqueles que possibilitem esta folga construtiva.

Um segundo critério seletivo refere-se à condição mínima de deformação estrutural transversal ao escoamento ( $\varepsilon_y$ ), de tal forma que o sinal, obtido através da instrumentação estabelecida, não seja afetado pela presença de ruídos. Em outras palavras é desejável que os sinais de deformação medidos apresentem valores acima de um patamar mínimo ( $\varepsilon_{y\min}$ ). No caso das práticas experimentais em tanque de provas no IPT, é desejável que: ( $\varepsilon_y > \varepsilon_{y\min} = 100 \mu\text{Str}$ ), objetivando-se com isso evitar problemas advindos da interferência de ruídos.

Para tanto, de acordo com a teoria de estruturas, é sabido que a deformação de flexão pode ser expressa como sendo o produto da Curvatura Modal ( $\chi_n(x)$ ) pelo Raio da Alma ( $R_a$ ), ou seja:

$$\varepsilon_y = \chi_n(x) \cdot R_a \quad (4.1.11)$$

onde a Curvatura Modal pode ser expressa pelo seguinte produto:

$$\chi_n(x) = A_n \frac{\partial^2 \varphi_n(x)}{\partial x^2} \quad (4.1.12)$$

com a Amplitude Modal ( $A_n$ ) já apresentada no capítulo anterior.

Assumindo-se então a excitabilidade do modo natural ao longo de toda a extensão longitudinal da estrutura, o que implica em um coeficiente de amortecimento crítico modal total ( $\zeta_n^T$ ) dado apenas pelo coeficiente de amortecimento crítico modal estrutural ( $\zeta_n^S$ ), foi possível estabelecer o arranjo de modelo, capaz de garantir facilidade construtiva, excitabilidade dos modos de interesse e boa relação entre ordens de grandeza dos sinais coletados em tanque de provas e dos ruídos inerentes a este processo de ensaio, adotando como parâmetros fixos:

- alma e cápsula de Alumínio com  $E_a = E_c = 70\text{GPa}$  e  $\rho_a = \rho_c = 2710 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ;
- $(\zeta_n^S) = 0,02$  e
- um comprimento de modelo de  $L = 3,00\text{m}$ , fruto da disponibilidade dos perfis no mercado e da própria limitação em profundidade do tanque de provas.

Além disso, foram empregados os seguintes parâmetros modais dados pelas tabelas abaixo:

Modos	1°	2°	3°
$\gamma_n$	1,3050	1,4988	1,5392

*Tabela 4.2 Fatores de Forma Modais*

Modos	x/L para $(\chi_n)_{\max}$	x/L para $(\chi_n)_{\max}$	x/L para $(\chi_n)_{\max}$
1°	0	-----	-----
2°	0	0,5292	-----
3°	0	0,3077	0,7088

*Tabela 4.3 Posições Normalizadas (x/L) para a(s) Curvatura(s) Modal(is) Máxima(s)*

De acordo com o processo seletivo até aqui descrito, chegou-se ao seguinte arranjo de modelo:

Material da Cápsula	Tubo de Alumínio (Alcoa: TR-058)
$D_{cc} =$	31,75 mm
$D_{ic} =$	25,40 mm
$E_c =$	70 GPa
$\rho_c =$	2710 kg/m <sup>3</sup>
Material da Alma	Barra de Alumínio (Alcoa: VR-016)
$D_a =$	19,33 mm
$E_a =$	70 GPa
$\rho_a =$	2710 kg/m <sup>3</sup>

*Tabela 4.4 Características do Arranjo de Modelo Selecionado*

Um desenho detalhado deste arranjo é apresentado no apêndice II e todo o processo de construção do modelo encontra-se descrito no anexo 7.4.

## 4.2. Aparato Experimental

Basicamente o aparato experimental foi composto pelos elementos a seguir descritos, salientando-se contudo, em determinados ensaios, a inclusão de um ou outro equipamento oportunamente descrito.

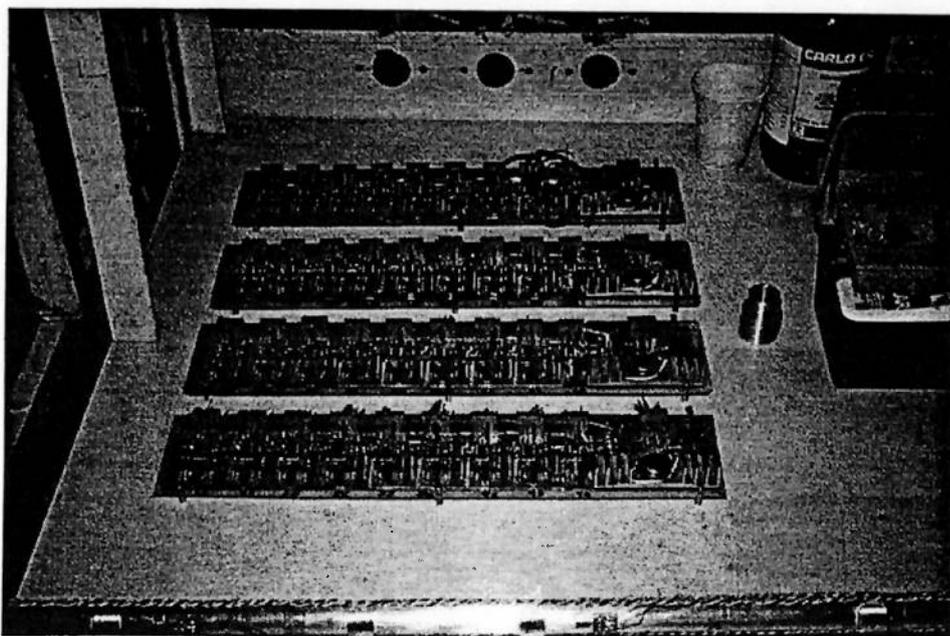
Iniciando-se pelo modelo tubular rígido, flexível e liso, este caracterizou-se pela presença de 14 seções instrumentadas e, portanto, um total de 28 canais de aquisição. Em determinados ensaios, o modelo foi marcado ainda pela presença de um acelerômetro, com fundo de escala de aproximadamente  $9,807 \text{ m/s}^2$ , na sua extremidade inferior.

O conjunto de extensômetros (e eventualmente o acelerômetro) que compõem o modelo foi ligado a um conjunto de condicionadores com a função de amplificar e condicionar os sinais obtidos. Estes condicionadores foram confeccionados pela Divisão de Tecnologia de Transportes do Instituto de Pesquisas Tecnológicas - DITT/IPT, achando-se agrupados em conjuntos de 9 condicionadores por placa, como pode ser visto através da figura 4.3.

As saídas dos condicionadores foram ligadas respectivamente a um conjunto de filtros analógicos, também confeccionados pela DITT/IPT. Estes filtros Passa Baixa tinham com frequência de corte em 100 Hz, ou seja, frequência de corte maior ou igual a duas vezes e meia a maior frequência de interesse ( $f_c \geq 2,5f_{\text{maior}}$ ). Teve-se a preocupação de filtrar em um valor desta ordem para se evitar o problema de "aliasing". A figura 4.4 ilustra os conjuntos condicionadores/filtros.

Os sinais obtidos e analogicamente filtrados foram, então, digitalizados através de duas placas de conversão analógico-digital com resolução de 12 bits e fabricadas pela LYNX.

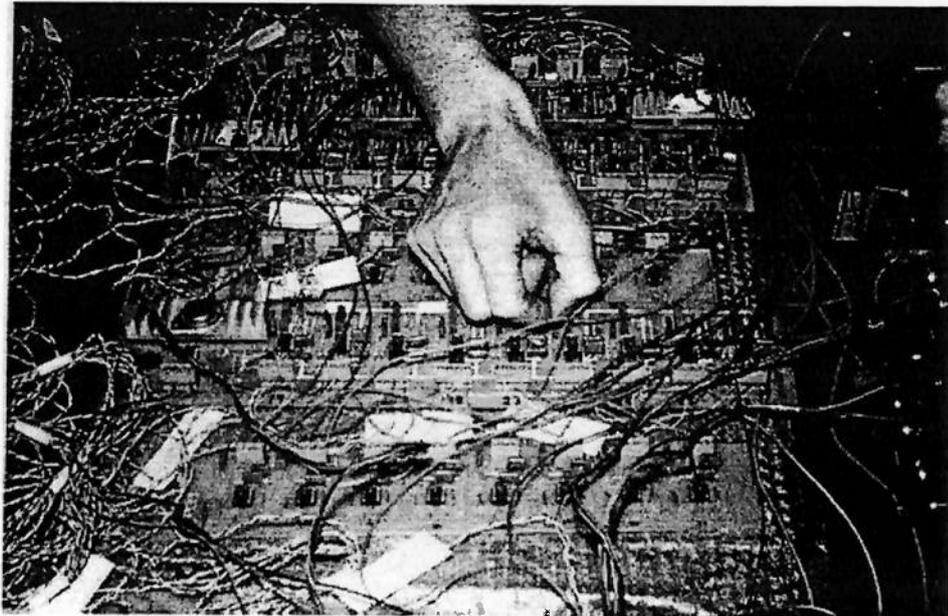
Estas placas foram gerenciadas pelo “*software - AQDADOS*” do mesmo fabricante e responsável pela conversão direta dos sinais temporais de tensão elétrica em sinais temporais na dimensão desejada; esta conversão foi assim obtida através de ajustes de parâmetros de calibração mais adiante descritos. O referido programa permitiu, ainda, a verificação visual do sinal, simultaneamente ao seu processo de aquisição, o que acabou por proporcionar seu completo acompanhamento.



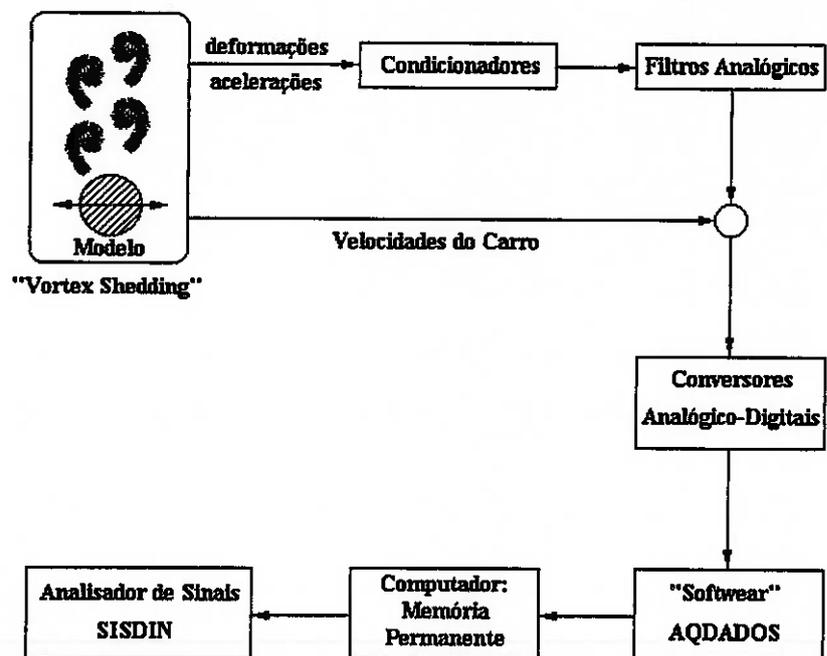
*Figura 4.3 Detalhe dos 4 Conjuntos de 9 Condicionadores*

Os sinais temporais devidamente convertidos foram finalmente armazenados na memória permanente do computador, podendo ser analisados via qualquer “*software*” de análise de sinais. Neste trabalho utilizou-se o analisador de sinais também da LYNX, denominado “*SISDIN*”.

Como ilustração da descrição feita, pode-se esquematizar este aparato através da figura 4.5.



*Figura 4.4 Conjuntos Condicionadores/Filtros Analógicos*



*Figura 4.5 Esquema do Aparato Experimental*

A figura 4.6 mostra todo o aparato experimental, tal como foi implementado na maioria dos ensaios efetuados.



*Figura 4.6 Aparato Experimental Típico*

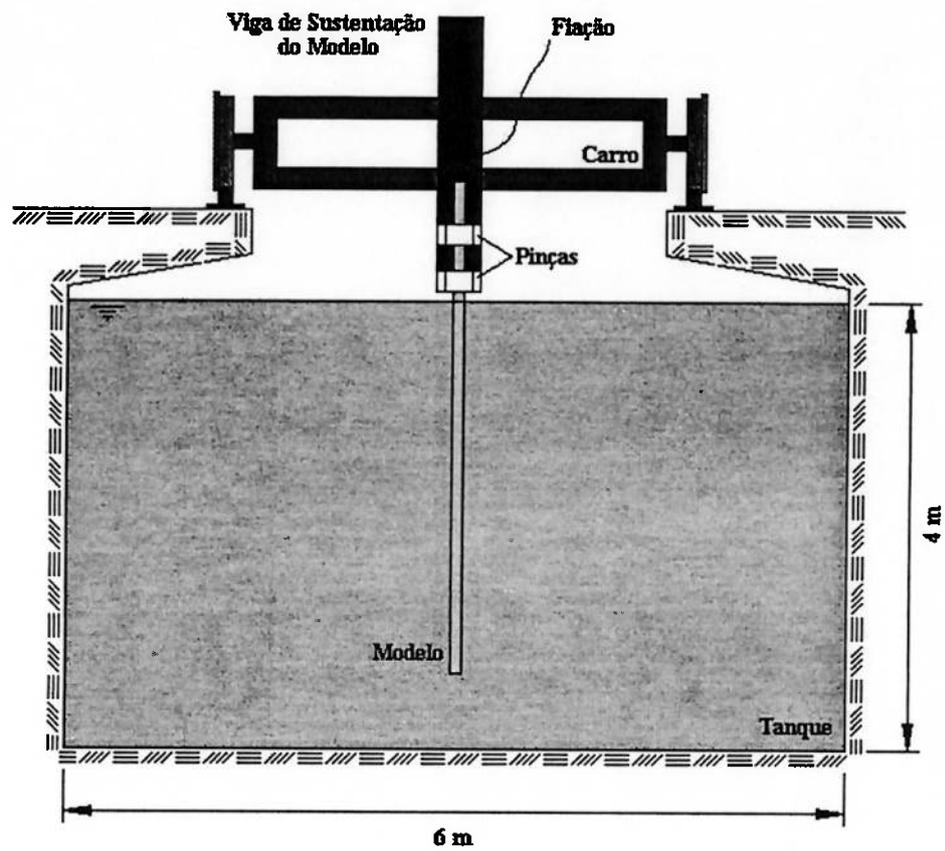
Quando em tanque de provas, o aparato acima descrito foi montado sobre o carro dinamométrico, sendo o modelo fixado a uma viga estrutural através de duas pinças e esta viga fixada ao carro. Esta fixação pode ser vista através do esquema da figura 4.7, bem como pelas das figuras 4.8 e 4.9.

Ainda em tempo, é importante registrar as dimensões nominais do tanque de provas como sendo:

- comprimento de 280 m;
- largura de 6 m;
- profundidade de 4 m.

No que se refere às velocidades desenvolvidas pelo carro dinamométrico, cabe salientar que estas foram controladas através de um transdutor de rotação ótico fixado em uma

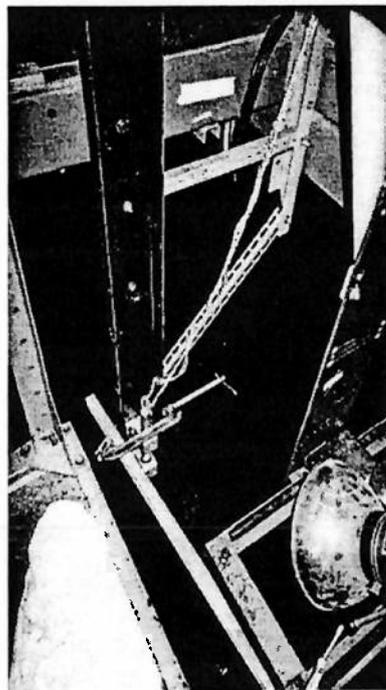
das rodas e simultaneamente monitoradas através de um dos canais do conjunto de conversão analítico-digital.



*Figura 4.7 Esquema do Modelo Montado em Tanque de Provas*



*Figura 4.8 Detalhe das Duas Pinças de Fixação do Modelo*



*Figura 4.9 Viga Estrutural presa ao Carro Dinamométrico*

### 4.3.Procedimento de Calibração

Este procedimento consistiu na determinação dos parâmetros de calibração para cada um dos canais de aquisição, parâmetros estes responsáveis pela conversão direta dos sinais temporais de tensão elétrica, fornecidos pelos extensômetros, em sinais temporais de deformação.

Para tanto, os condicionadores utilizados foram confeccionados com um sistema de "jumpers" capaz de simular uma excitação correspondente a  $200\mu\text{Str}$  de deformação no extensômetro. Deste modo, pode-se estabelecer, para cada canal, uma relação entre o sinal injetado no sistema e o respectivamente medido e, portanto, sabendo ainda que os condicionadores têm fundo de escala em  $\pm 5\text{ V}$ , pode-se também determinar o fundo de escala em deformação, fazendo assim leituras diretamente em  $\mu\text{Str}$ .

Na prática, o sinal de  $200\mu\text{Str}$  injetado no sistema (deformação de calibração  $\mu\epsilon_{\text{cal}}$ ) referia-se a um valor nominal que deveria ser corrigido de acordo com a resistência do extensômetro ( $R_{\text{ext}}$ ), com a resistência devida aos fios de ligação ( $R_{\text{fio}}$ ) e com o fator do extensômetro ( $K$ ), através das seguintes equações:

$$K' = K \left( \frac{R_{\text{ext}}}{R_{\text{ext}} + \frac{R_{\text{fio}}}{2}} \right) \quad (4.3.1)$$

$$\mu\epsilon_{\text{cal}} = \frac{R_{\text{ext}}}{K'(299,88 \cdot 10^3 + R_{\text{ext}})} [\mu\text{Str}] \quad (4.3.2)$$

Como na instrumentação em questão:  $R_{\text{ext}} = 120 \Omega$ ;  $R_f = 7 \Omega$  e  $K = 2,18$ , então, a deformação de calibração foi dada por:  $\mu\epsilon_{\text{cal}} = 189 \mu\text{Str}$  e, portanto, o fundo de escala em deformação dado pela seguinte relação:

$$\mu\epsilon_{\text{fundo}} = \pm \frac{189 \times 5}{\text{sinal medido}} [\mu\text{Str}] \quad (4.3.3)$$

Por se tratar de um grande número de canais a serem calibrados, elaborou-se um procedimento padrão de calibração através do qual, todos os canais puderam ser trabalhados de uma só vez. Este procedimento consistiu basicamente nas seguintes etapas:

- a) aquisição simultânea de um minuto de sinal à taxa de 256 Hz para todos os canais sem qualquer excitação dos mesmos. Esta aquisição destinou-se à determinação do zero relativo de cada canal;
- b) aquisição por um minuto à taxa de 256 Hz e também simultânea de todos os canais, porém agora, com o intuito de determinar a tensão elétrica média relativa aos 189  $\mu\text{Str}$  injetados de excitação. Nesta etapa todos os condicionadores tiveram seus “jumpers” posicionados para proporcionar os sinais de referência;
- c) novamente na condição sem qualquer excitação, foi repetida a etapa a), tendo-se assim condições de avaliar a retomada do valor médio inicial e, portanto, a conformidade dos vários canais de aquisição;
- d) os três sinais temporais obtidos foram então conectados em série e o sinal temporal resultante submetido a um filtro Passa Baixa com  $f_c = 1 \text{ Hz}$ , sendo, em seguida, reduzido para uma taxa de 2,56 Hz ( lembrar tratar-se de uma alta taxa de aquisição

- para um ensaio estático, taxa esta de 256 Hz, fixada pelos filtros analógicos passa-baixa);
- e) com o sinal temporal da etapa anterior devidamente convertido para o formato "ASCII", pode-se submetê-lo a um tratamento matemático através do qual foram determinados os zeros relativos, bem como os valores médios de resposta, medidos no segundo minuto de aquisição. Das diferenças dos respectivos valores obtiveram-se, finalmente, os valores médios de tensão elétrica relativos aos 189  $\mu$ Str injetados em cada canal;
- f) empregando-se a equação (4.3.3) pode-se chegar aos fundos de escala em deformação dos vários canais, valores estes que seriam os parâmetros de conversão direta efetuada pelo "software - AQDADOS".

O procedimento padrão de calibração foi uma prática repetida na início de cada dia de ensaio e, deste modo, justificou-se a implementação destas duas últimas etapas em uma rotina "MatLab" sob a denominação de "calibra.m". Cabe citar, ainda, que os fundos de escala em deformação deveriam encontrar-se por volta de  $\pm 1850 \mu$ Str, servindo este valor como referência para o procedimento adotado.

No caso das velocidades do carro dinamométrico, já foi mencionado que um sinal foi obtido simultaneamente aos sinais de deformação e os vários níveis de velocidade mantidos através de um transdutor de rotação ótico adaptado a uma das rodas do carro. O que se fez na caso das velocidades foi calibrar o respectivo canal, através de procedimento análogo ao assumido para as deformações, adotando, no entanto, os registros do transdutor de rotação, obtidos a partir de um registrador com saída analógica em papel, como valores de calibração.

#### 4.4. Ensaio Estático - Determinação da Rigidez Flexional

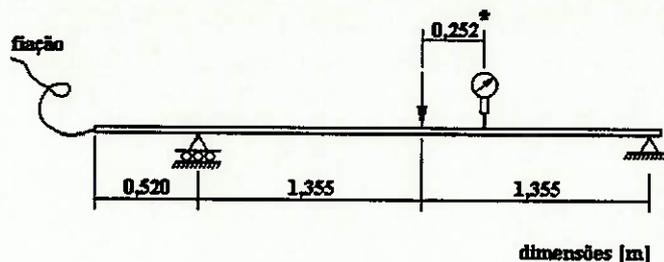
O ensaio estático consistiu basicamente na disposição do modelo em uma condição de vínculos conhecida da Resistência dos Materiais, segundo a qual, a partir da aplicação de cargas estáticas conhecidas, foram obtidas as deformações pela aquisição dos sinais fornecidos pelos “*strain gages*”, posicionados ao longo deste modelo. Tornou-se possível, deste modo, relacionar tais deformações com aquelas analiticamente obtidas.

Neste contexto puderam ser apontados como objetivos deste tipo de ensaio:

- a determinação de uma Rigidez Flexional Equivalente Experimental;
- a verificação da hipótese de solidariedade entre deformações da alma e da cápsula, através da comparação da deflexão medida em um ponto externo e conhecido da cápsula, posição de uma seção de “*gages*”, com a deformação conseguida a partir do sinal obtido pela instrumentação da alma nesta mesma seção. Esta verificação se fez necessária já que, em ensaio, o carregamento se processaria na cápsula e as medições seriam feitas na alma.

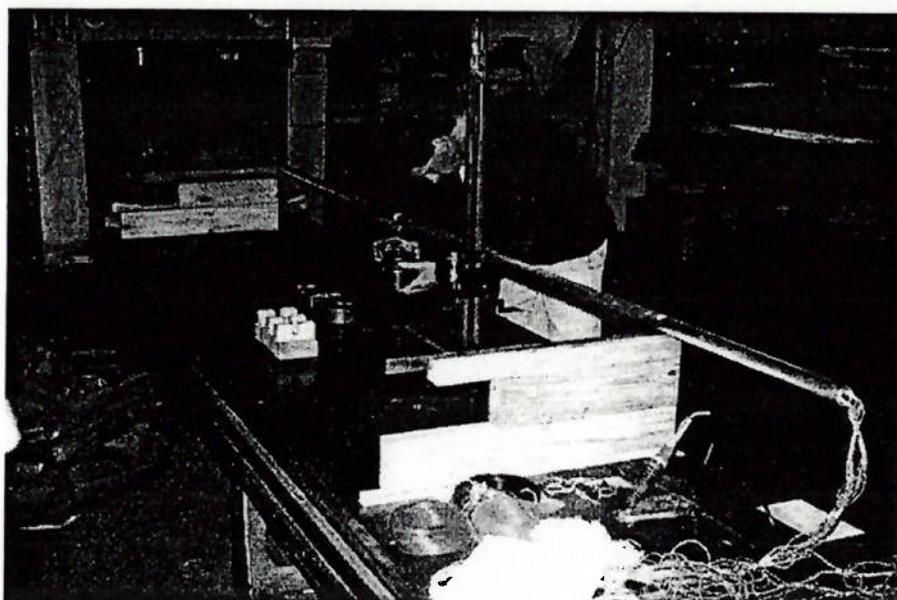
Desta forma, empregou-se como configuração de ensaio estático a condição bi-apoiada solicitada por uma massa concentrada ( $q$ ) aplicada na posição central da distância entre apoios, como pode ser verificada no esquema da figura 4.10 e tal como foi montada, através das figuras 4.11 e 4.12. Estabelecida esta configuração de ensaio pode-se adotar a seguinte metodologia:

- a) inicialmente efetuou-se o procedimento padrão de calibração para todos os canais de aquisição. Este procedimento já foi descrito no item 4.3 do presente capítulo;



*Figura 4.10 Esquema da Condição bi-Apoiada do Ensaio Estático*

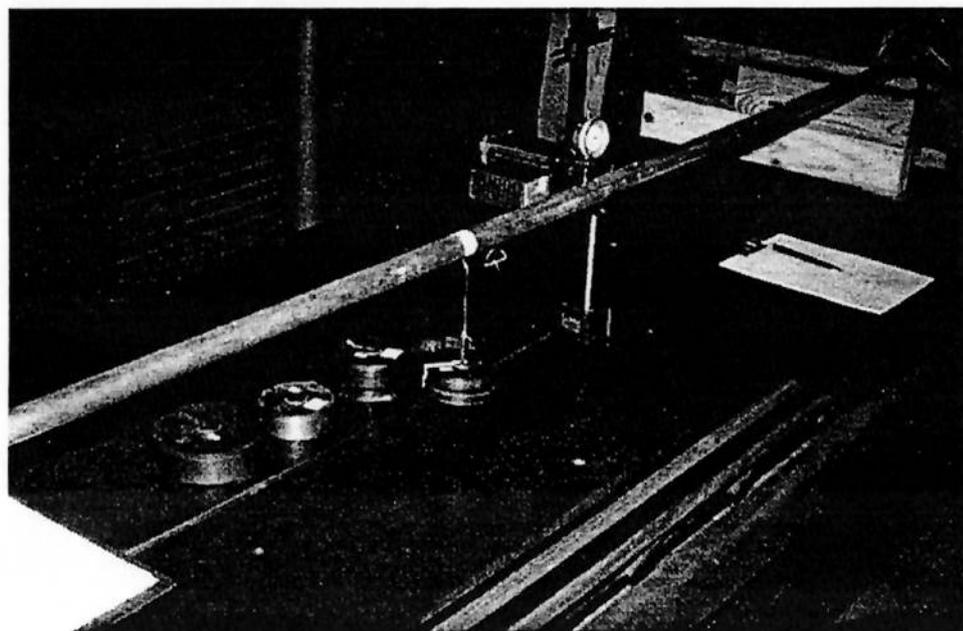
(\*) posição dos extensômetros 21 e 22 na alma, bem como do relógio comparador centesimal no diâmetro externo da cápsula.



*Figura 4.11 Foto da Configuração do Ensaio Estático tal como foi montada*

b) em seguida foram efetuadas aquisições de 20 segundos à taxa de 256 Hz, cada qual correspondendo a uma situação de carregamento. Paralelamente, foram efetuadas as respectivas medidas de deflexão na posição de antemão definida para o relógio comparador. A seqüência de carregamentos, bem como as respectivas deflexões medidas encontram-se na tabela 4.5. É importante salientar que foram realizadas 5

repetições de carregamento, cada qual formando uma família de aquisições, obtendo assim um valor estatístico para a rigidez flexional.



*Figura 4.12 Detalhe da Medição da Deflexão via Relógio Comparador Centesimal*

Carregamento q [Kg]	deflex1 [mm]	deflex2 [mm]	deflex3 [mm]	deflex4 [mm]	deflex5 [mm]
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1,00	1,62	1,62	1,63	1,63	1,62
2,00	3,26	3,27	3,27	3,26	3,26
3,00	4,89	4,89	4,91	4,90	4,90
4,00	6,42	6,54	6,43	6,41	6,40
5,00	8,08	8,07	8,09	8,07	8,05
6,00	9,68	9,72	9,70	9,67	9,66
5,00	8,10	8,09	8,16	8,16	8,09
4,00	6,58	6,57	6,46	6,45	6,44
3,00	4,93	4,92	4,97	4,94	4,92
2,00	3,30	3,30	3,33	3,31	3,29
1,00	1,67	1,65	1,70	1,67	1,67
0,00	-0,01	-0,01	0,06	0,03	0,02

*Tabela 4.5 Deflexões medidas via Relógio Comparador em Função dos Vários Carregamentos*

Cabe lembrar também que a razão da taxa de aquisição (256 Hz) ser elevada para um ensaio estático deveu-se à instrumentação utilizada. Os filtros “*anti-aliasing*” utilizados possuíam frequência de corte fixa em aproximadamente 100 Hz, frequência esta determinada a partir da faixa de frequências esperada nos ensaios dinâmicos;

- c) as aquisições correspondentes a cada uma das 13 condições de carregamento de uma mesma família foram concatenadas em série. Os sinais temporais assim obtidos foram, então, filtrados com 1 Hz (filtro passa baixa) e, em seguida, reduzidos para uma taxa de aquisição de 2,56 Hz;
- d) os 5 arquivos obtidos ao final do item anterior foram tratados através de uma rotina elaborada no “*software - MatLab*”, através da qual foram inicialmente tiradas as médias de deformação nas condições sem carregamento, sendo estas médias subtraídas das médias nas demais condições. O intuito desta subtração é levar em consideração o “*offset*” devido ao peso próprio e também aos possíveis desvios elétricos;
- e) sabendo da Teoria de Resistência dos Materiais que a Rigidez Flexional é dada por:

$$EI = \frac{Q \cdot x \cdot D_a}{2\bar{\varepsilon}_a} \quad (4.4.1)$$

onde: Q é o peso concentrado aplicado ao centro da distância entre apoios;

x é o braço de momento;

$D_a$  diâmetro da alma instrumentada e

$\bar{\varepsilon}_a$  deformação média medida na posição do braço de momento x;

calculou-se a rigidez flexional fruto da deformação média nos vários sinais relativos a cada um dos extensômetros nas várias condições de carregamento, montando-se

assim 5 matrizes [13 x 27] de rigidez flexional, onde as linhas correspondiam às condições de carregamento e as colunas aos extensômetros utilizados;

f) as matrizes da etapa anterior foram submetidas a uma triagem preliminar, onde eliminaram-se resultados discrepantes, provenientes dos seguintes aspectos:

- carregamentos nulos;
- extensômetros fora da região entre apoios (sem carregamento);
- problemas de saturação ou flutuação em determinados canais de aquisição.

Após esta etapa efetuou-se uma triagem estatística calculando-se a média ( $\hat{\mu}$ ) e desvio Padrão ( $\sigma$ ), descartando-se valores fora do intervalo  $[\hat{\mu} - 3\sigma, \hat{\mu} + 3\sigma]$ , pois na triagem preliminar não foi levada em consideração a deformação esperada nos extensômetros. Este último procedimento evitou os casos dos extensômetros com pouca deformação, como aqueles situados próximos aos vínculos, onde a ordem de grandeza dos ruídos, desvios experimentais e da medida efetuada eram as mesmas, prejudicando a obtenção do valor médio.

Os resultados finais de Rigidez Flexional Equivalente Experimental foram apresentados na forma da tabela 4.6.

Repetição	(EI) <sub>eq,exp</sub> [Nm <sup>2</sup> ]
1	2576,5
2	2591,8
3	2585,3
4	2588,1
5	2590,1

*Tabela 4.6 Rigidez Flexional Equivalente Experimental para cada uma das 5*

*Repetições*

e, calculando-se a média entre estes valores médios das repetições, pode-se obter o seguinte resultado de Rigidez Flexional Equivalente Experimental.

$$EI = (2586,4 \pm 6,0)[Nm^2]$$

Este resultado foi comparado com o teórico, sendo possível a elaboração da tabela 4.7, dada a seguir.

Rigidez Flexional Equivalente (EI)eq [Nm <sup>2</sup> ]	Experimental	Calculada	Diferença %
	2586,4	2541,3	1,7

*Tabela 4.7 Comparação da Rigidez Flexional Equivalente Experimental e a Calculada*

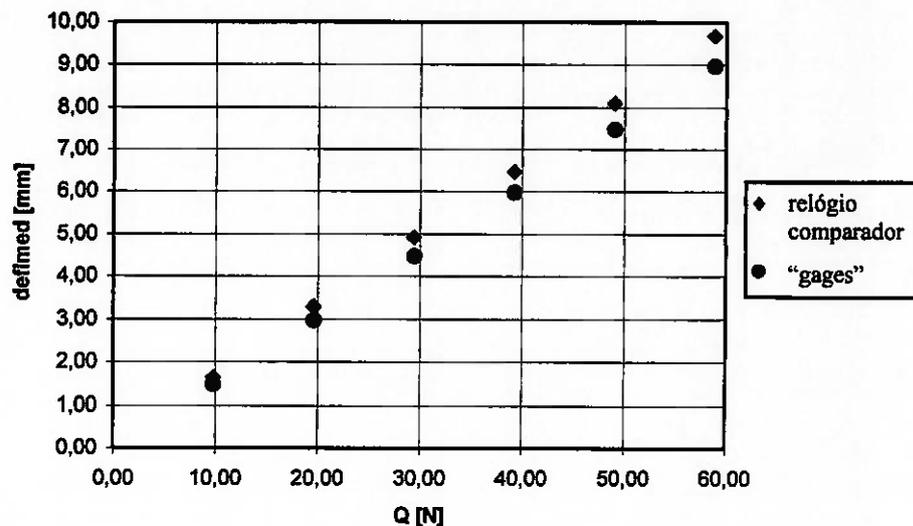
já que a deflexão externa em uma determinada posição da cápsula pode ser determinada a partir do valor experimental de rigidez flexional, esta foi então comparada com aquela medida diretamente (relógio comparador). Ver tabela 4.8 ou respectiva figura 4.13.

Carregamento Q [N]	(deflmed)relógio deflmed[mm]	(deflmed)gages deflmed[mm]	Diferença %
9,81	1,65	1,50	9,3
19,61	3,30	2,99	9,2
29,42	4,92	4,49	8,8
39,23	6,47	5,98	7,5
49,04	8,10	7,48	7,6
58,84	9,69	8,97	7,4

*Tabela 4.8 Comparação entre os Valores de Deflexão*

Analisando os resultados da tabela 4.7, pode-se verificar a boa proximidade entre os valores de Rigidez Flexional Equivalente Calculada e Experimental. Este fato vem, assim, confirmar a hipótese inicial de pouca contribuição da parcela de rigidez flexional devida ao arranjo de fios na folga entre o diâmetro da alma e o diâmetro interno da cápsula. Em tempo, cabe verificar que a diferença de 1,7 % entre os valores pode ser atribuída a alguns fatores, entre os quais:

- a referida rigidez flexional do arranjo de fios e
- a uma pequena diferença no Módulo de Elasticidade, assumido  $E = 70 \text{ GPa}$  para efeito de cálculos, mas que, dada o ordem de sua grandeza, pode ter distanciado o valor teórico do experimental.



*Figura 4.13 Comparação Gráfica entre os Valores de Deflexão*

Por outro lado, sob uma ótica estritamente experimental, pode-se dizer que os resultados da tabela 4.8 e respectiva figura 4.13 mostram-se consistentes e, apesar das diferenças percentuais encontrarem-se por volta de 8,3 %, a hipótese de solidariedade entre deformações da alma e da cápsula não deve, ao menos em um primeiro momento, ser abandonada. Esta diferença pode ser resultado dos fatores já apresentados no parágrafo anterior, como também pode ser conferida a uma pequena condição de escorregamento. Sabe-se, contudo, que a condição de solicitação estática é capaz de amplificar este escorregamento, o mesmo não acontecendo em ensaios dinâmicos, como os próprios resultados mais adiante apresentados deverão mostrar.

Um ponto bastante importante do Ensaio Estático e que deve ser destacado foi o seu caráter instrutivo, na medida em que, a partir da sua execução, foi possível a identificação e solução de boa parte dos problemas inerentes ao arranjo experimental utilizado. Deste modo, foi possível iniciar a etapa experimental em tanque de provas com importante confiabilidade neste arranjo e, portanto, apenas se ater ao estudo do fenômeno de "*Vortex Induced Vibration*".

#### 4.5. Ensaio de Decaimento

No processo de comparação analítico-experimental torna-se indispensável o conhecimento de parâmetros de amortecimento envolvidos na dinâmica do fenômeno. Deste modo, ensaios foram conduzidos com o intuito de determinar os coeficientes de amortecimento crítico estrutural e viscoso, tentando distinguir parcelas referentes a cada um dos modos naturais.

Para tanto, quer seja na água ou no ar, o modelo foi disposto em balanço, sendo nesta condição posto a oscilar através de uma excitação instantânea e de energia suficiente para induzir os modos naturais de interesse (primeiro e segundo modos).

É importante destacar que, apesar de não ser possível afirmar com precisão que estas excitações reproduziram as mesmas condições do fenômeno, principalmente quanto às amplitudes, ao menos em termos aproximados, proporcionaram ao modelo condições de decaimentos a partir de amplitudes similares àquelas verificadas durante a atuação do fenômeno de V.I.V.; segundo a teoria, algo na faixa de 1,0 à 1,5 vezes o diâmetro da estrutura.

Cabe salientar que as primeiras tentativas foram de análises sobre os sinais obtidos a partir dos próprios extensômetros, entretanto, dada a proximidade entre a ordem de grandeza das deformações e dos ruídos inerentes ao processo, tornou-se inviável este tipo de prática. Passou-se, então, para as análises sobre os sinais obtidos de acelerômetros:

- na água, através do acelerômetro localizado na extremidade inferior do modelo, como pode ser visto através da figura 7.9 de montagem;

- no ar, através de um acelerômetro externo à cápsula, com possibilidade de ser fixado à mesma em qualquer posição.

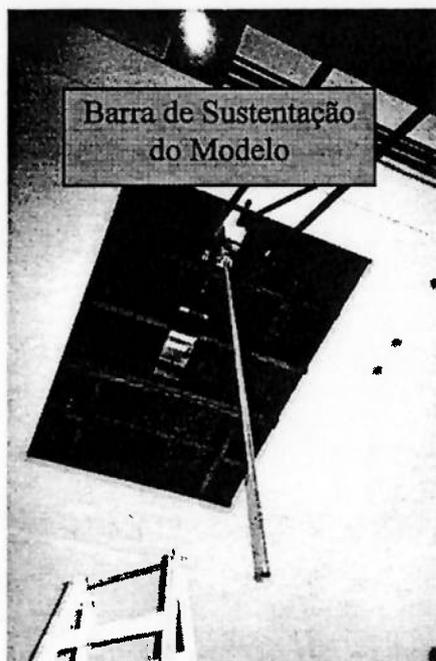
Observação: os ensaios de decaimento no ar foram executados em local apropriado do prédio onde se encontra o túnel de cavitação do IPT. Neste prédio, a existência de um assoalho removível separando seus dois pisos, permitiu a disposição do modelo na condição de balanço.

A figura 4.14 mostra a instrumentação montada na parte superior do assoalho e a figura 4.15 traz uma vista por baixo do mesmo.

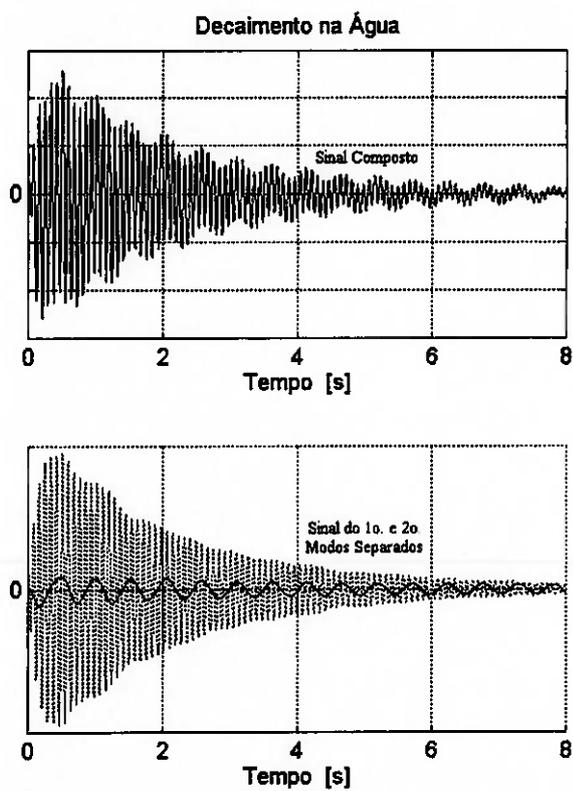


*Figura 4.14 Arranjo do Ensaio de Decaimento no Ar (Piso Superior)*

Como exemplos de sinais obtidos nestes ensaios de decaimento podem ser apresentadas as figuras 4.16 e 4.17, respectivamente referentes a um dos ensaios na água e outro no ar.



*Figura 4.15 Modelo em Balanço Visto Por Baixo (Piso Inferior)*



*Figura 4.16 Exemplo de Decaimento Obtido em Ensaio na Água*

O gráfico ao alto de cada uma destas figuras refere-se ao sinal originalmente obtido com 256 Hz e, posteriormente, reduzido para 51,2 Hz, sendo finalmente filtrado passa-baixa ( $f_c = 18$  Hz) através do “software - SISDIN”.

O gráfico mais abaixo nestas mesmas figuras diz respeito ao primeiro e segundo modos naturais, obtidos dos sinais compostos através da utilização de filtros passa-banda:

- [0,5 Hz → 4,0 Hz] no caso do primeiro modo e
- [10,0 Hz → 16,0 Hz] no caso do segundo modo.

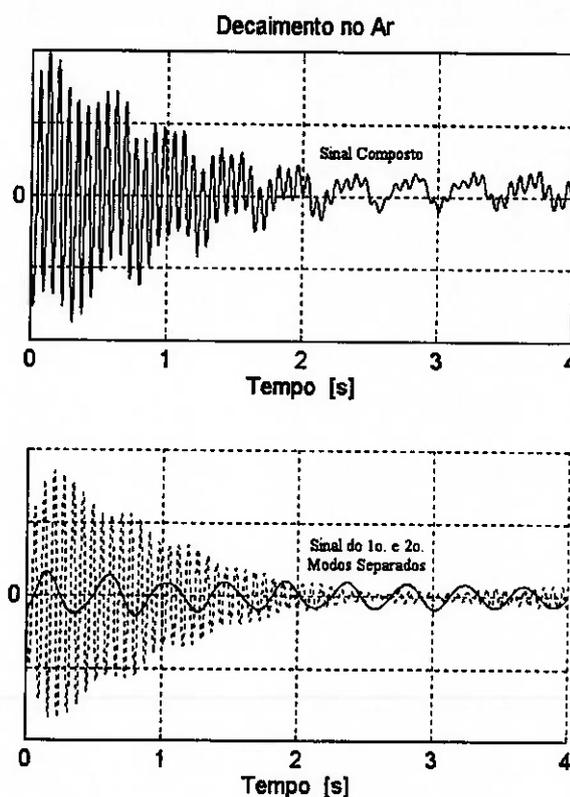


Figura 4.17 Exemplo de Decaimento Obtido em Ensaio no Ar

É importante deixar claro que esta prática só foi possível, devido a pouca proximidade entre as frequências naturais destes modos, caso contrário, seria desaconselhável este

tipo de procedimento. Em se tratando de frequências naturais, é oportuno destacar que os ensaios de decaimento e de identificação das frequências naturais foram conduzidos de maneira paralela, proporcionando o conhecimento prévio das referidas bandas de frequência.

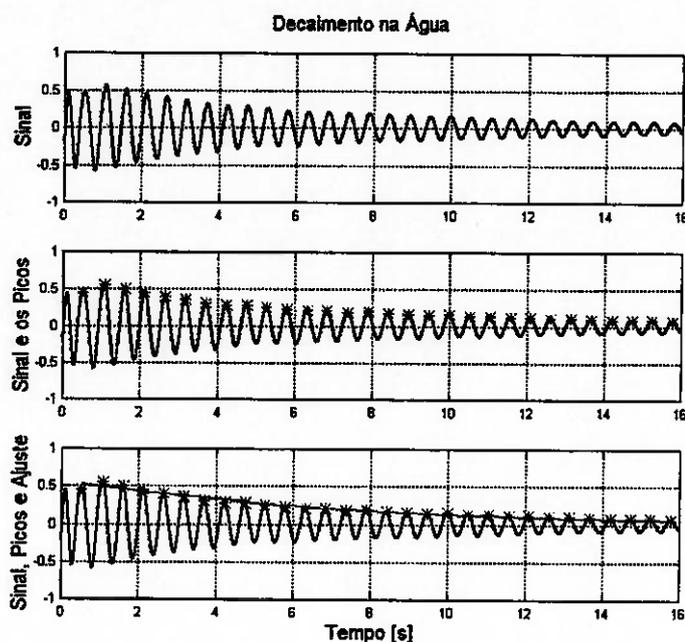
Com o intuito de realizar um levantamento algo mais preciso, os ensaios de decaimento foram realizados com repetições, totalizando 4 ensaios de decaimento na água e 6 no ar.

Inicialmente todos estes ensaios foram tratados com o “*software - SISDIN*”, através do qual realizou-se uma pré-seleção baseada, principalmente, sobre aspectos qualitativos dos sinais de decaimento (relação entre a ordem de grandeza do sinal e do ruído inerente ao mesmo). Assim, dada a dificuldade de realização dos ensaios de decaimento no ar a partir das técnicas utilizadas e principalmente pela baixa viscosidade deste meio, ficou-se, ao final do processo de triagem qualitativa, com um total de 3 ensaios de decaimento no ar e os 4 ensaios de decaimento na água.

Em seguida, os sinais selecionados foram tratados através de uma rotina “*MatLab*”, através da qual foram selecionados os picos de amplitude em decaimento e por eles aproximada uma exponencial através do método dos mínimos quadrados. Exemplo deste procedimento pode ser verificado através da figura 4.18, onde o gráfico no alto refere-se ao sinal de decaimento do primeiro modo natural na água, o gráfico central refere-se à identificação de alguns dos picos de amplitude e o gráfico inferior diz respeito à aproximação efetuada. Analogamente, a figura 4.19 refere-se ao mesmo procedimento, porém, para um decaimento no ar.

Já que, de antemão, se tinha o objetivo de analisar apenas o primeiro modo natural, as análises aqui descritas se limitaram apenas aos resultados referentes ao mesmo, ficando para análises futuras a inferência dos resultados referentes ao segundo modo natural.

Deste modo foi possível a elaboração da tabela 4.9, onde podem ser verificados os resultados de coeficientes de amortecimento estrutural e total (estrutural mais viscoso).

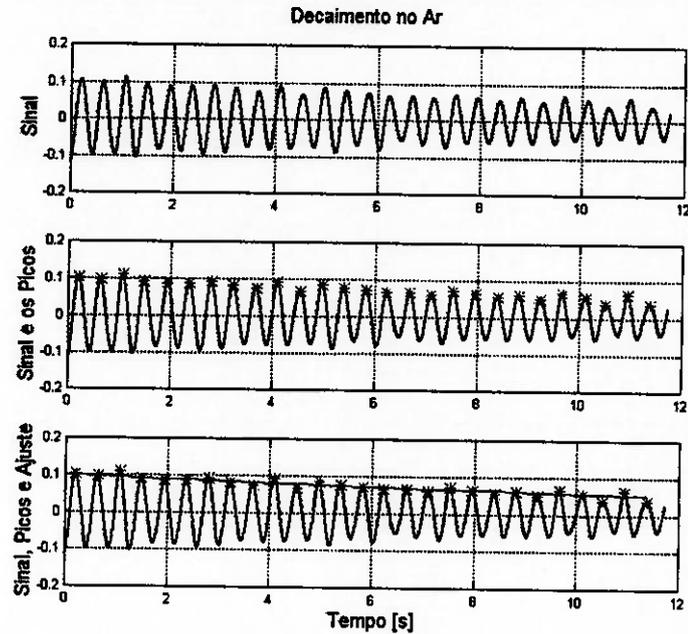


*Figura 4.18 Procedimento de Determinação do Coeficiente de Amortecimento Crítico na Água Referente ao 1º. Modo Natural. Acima, sinal original; ao centro, alguns dos picos de amplitude e, abaixo, aproximação pelo M.M.Q..<sup>(\*)</sup>*

Ensaíos	$(\zeta_1^T)_{\text{água}} = \zeta_{\text{água}}$	$(\zeta_1^S)_{\text{ar}} = \zeta_{\text{ar}}$
1	0,011	0,007
2	0,015	0,004
3	0,012	0,006
4	0,012	~~~~~
média	0,0125	0,0057

*Tabela 4.9 Resultados dos Coeficientes de Amortecimento na Água e no Ar, Referentes ao 1º. Modo Natural*

<sup>(\*)</sup> Método dos Mínimos Quadrados



*Figura 4.19 Procedimento de Determinação do Coeficiente de Amortecimento Crítico no Ar Referente ao 1o. Modo Natural. Acima, sinal original; ao centro, alguns dos picos de amplitude e, abaixo, aproximação pelo M.M.Q.<sup>(\*)</sup>*

Observação: Já que se assumiu a hipótese de sincronização do modo natural ao longo de toda a extensão do modelo, então, a contribuição de amortecimento devida à viscosidade foi nula e, deste modo:  $(\zeta_1)_{\text{agua}} = (\zeta_1^S)_{\text{agua}}$ . Se esta hipótese não fosse considerada, seria necessária a contabilização da contribuição viscosa. Neste caso:  $(\zeta_1)_{\text{agua}} = (\zeta_1^T)_{\text{agua}}$  e seria fácil perceber que, de acordo com a equação (3.1.5):

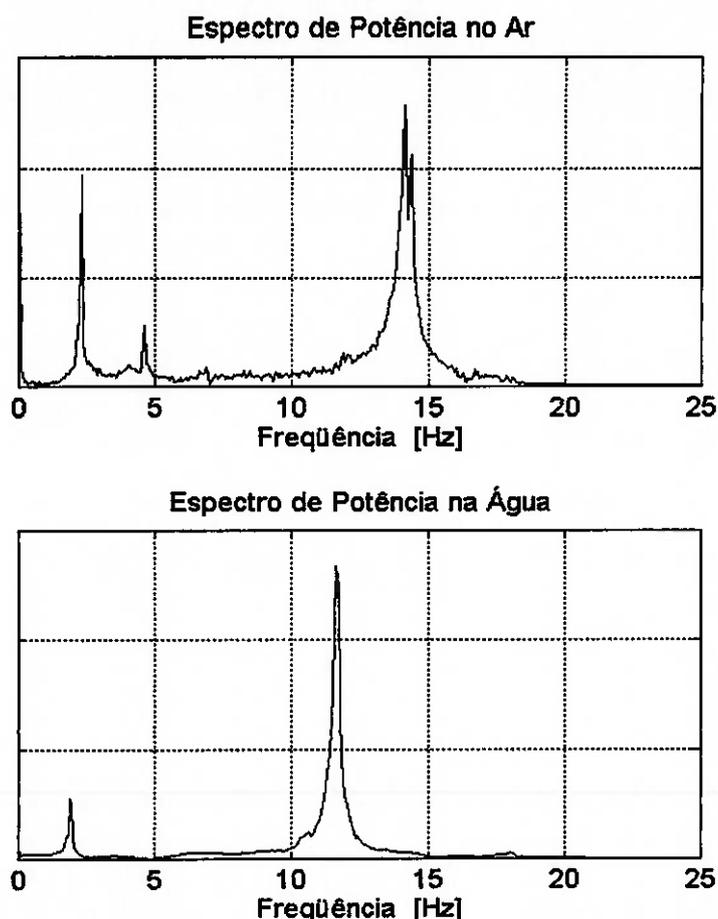
$$(\zeta_n^V)_{\text{agua}} = (\zeta_n^T)_{\text{agua}} - (\zeta_n^S)_{\text{agua}}$$

<sup>(\*)</sup> Método dos Mínimos Quadrados

#### 4.6. Ensaio de Identificação das Frequências Naturais

Fazendo uso do mesmo aparato e condições, o ensaio de identificação foi conduzido em paralelo ao ensaio de decaimento, sendo seus resultados obtidos a partir dos mesmos sinais obtidos para este último.

A identificação das frequências naturais (1<sup>o</sup>. e 2<sup>o</sup>. modos) também foi conduzida através de uma rotina "MatLab", segundo a qual foram gerados espectros de potência, tais como o apresentado na figura 4.20.



*Figura 4.20 Espectros de Potência para um dos Ensaio de Decaimento na Água e no Ar*

Com esta rotina foi possível a elaboração da seguinte tabela 4.10 de resultados:

Ensaio	$(f_1)_{\text{agua}}$ [Hz]	$(f_2)_{\text{agua}}$ [Hz]	$(f_1)_{\text{ar}}$ [Hz]	$(f_2)_{\text{ar}}$ [Hz]
1	1,8758	11,6301	2,3135	14,1312
2	1,9383	11,6301	2,3135	14,1312
3	1,8758	11,6301	2,3135	14,1312
4	1,8758	11,6301	~~~~~	~~~~~
média	1,8915	11,6301	2,3135	14,1312

*Tabela 4.10 Valores das Frequências Naturais Experimentais*

Deste modo, através da teoria discutida no anexo 7.2, segundo a qual:

$$f_n = \frac{\alpha_n^2}{2\pi} \sqrt{\frac{(EI)_{\text{eq}}^{\text{exp}}}{m_v L^4}}$$

onde:  $\alpha_n$  depende do modo natural;

$(EI)_{\text{eq}}^{\text{exp}}$  é a Rigidez Flexional Equivalente Experimental;

L é o comprimento do modelo;

$m_v$  é a massa virtual:  $m_v = \mu + m_a = \mu + \frac{\pi \cdot \rho \cdot D_{\text{ec}}^2}{4}$ ;

$\rho$  é a massa específica da água e

$D_{\text{ec}}$  é o diâmetro externo da cápsula,

foi possível, então, montar uma tabela 4.11 de comparação.

Resultados	$(f_1)_{\text{agua}}$ [Hz]	$(f_2)_{\text{agua}}$ [Hz]	$(f_1)_{\text{ar}}$ [Hz]	$(f_2)_{\text{ar}}$ [Hz]
Teóricos	2,0583	12,9050	2,5252	15,8322
Experimentais	1,8915	11,6301	2,3135	14,2979
Desvio (%)	9	11	9	11

*Tabela 4.11 Comparação dos Valores Teóricos e Experimentais das Frequências*

*Naturais*

Analisando os resultados da tabela 4.11, pode-se dizer que eram de se esperar diferenças como as apresentadas, principalmente porque, nos cálculos teóricos foram desconsideradas a massa devida ao sistema de fios da instrumentação e a massa devida aos elementos de fixação. Mais adiante, no item de análises e comparações, estes resultados serão retomados e trabalhados de forma a permitir uma estimativa de outros parâmetros, tais como: a massa distribuída devida aos fios da instrumentação e elementos de fixação; a massa adicional e respectivo coeficiente de massa adicional ( $C_a$ ).

A título de confirmação e mesmo de análise da qualidade dos sinais obtidos dos acelerômetros, foi efetuada, para os ensaios no ar, uma identificação através de um aparato de maior precisão concedido e operado pelos profissionais da Seção de Vibrações da Divisão de Mecânica e Elétrica do IPT. Este aparato foi constituído por: um analisador de espectro HP - 3582A; um osciloscópio; um martelo instrumentado; dois amplificadores e um acelerômetro VEB KD91.

Como procedimento de utilização deste aparato teve-se:

- a) excitação e aquisição iniciais, sem muita precisão, apenas para a localização das frequências naturais de interesse;
- b) para a faixa de frequências no entorno de da frequência natural, ajustou-se o analisador de espectro para a melhoria da resolução. Novas excitações e aquisições foram feitas;

A execução deste procedimento complementar permitiu a confirmação da consistência dos resultados experimentais já apresentados na tabela 4.20.

#### 4.7. Ensaaios em Tanque de Provas

De acordo com o aparato experimental apresentado no item 2 deste capítulo, várias foram as corridas efetuadas em tanque de provas, reafirmando-se a opção por efetuar, inicialmente, apenas o estudo do primeiro modo natural de vibrar. Esta opção justificou-se pela grande quantidade de informações contidas na análise de um único modo natural e, portanto, pela necessidade de identificá-lo e descrevê-lo bem, antes de se abordar outros modos.

De uma maneira geral, as várias corridas efetuadas foram marcadas por características comuns, as quais podem ser resumidamente apresentadas da seguinte forma:

a) *Canais de aquisição:*

- canais referentes aos extensômetros de número 1 à 28, com exceção do 12 que apresentou problemas e foi, de antemão, abandonado e
- canal com as velocidades do carro dinamométrico;

b) *Disposição dos extensômetros:* séries de velocidades com os extensômetros no plano perpendicular ao escoamento (condição “*cross*”). Também foram realizadas séries de velocidades com os extensômetros no plano paralelo ao escoamento (condição “*line*”), porém, estes resultados não foram analisados neste trabalho;

c) *Velocidades de Corrida:* 0,20 ; 0,25 ; 0,30 ; 0,35 ; 0,40 ; 0,45 ; 0,50 ; 0,52 ; 0,55 ; 0,57 ; 0,60 ; 0,70 ; 0,80 ; 0,90 ; 1,00 e 1,20 [m/s];

d) *Taxa de Aquisição dos Sinais:* 256 Hz;

e) *Tipo de Aquisição via "AQDADOS"*: múltiplo manual, entenda-se aquisição simultânea dos vários canais com início comandado manualmente e fim automático após 30 segundos.

Para efeito de comprovação da repetibilidade, bem como geração de um volume suficiente de resultados experimentais, foram realizadas 6 séries de corridas com velocidades crescentes segundo a seqüência apresentada no item c). Estas 6 séries, de 16 corridas cada, foram, a título de padronização, nomeadas segundo a seguinte tabela 4.12:

Data de Aquisição das Séries	Denominação das Séries neste Trabalho
18/07/97	I
21/07/97	II
24/07/97	III
21/07/97	IV
24/07/97	V
24/07/97	VI

Tabela 4.12 Tabela com a Nomenclatura das Séries de Corridas

Efetuada estas 6 séries de ensaios, foi possível, ainda em termos de deformação ( $\mu\text{Str}$ ), verificar que, com o aumento progressivo da velocidade reduzida, todas as séries apresentaram um comportamento similar de aumento da amplitude de deformação até atingir um máximo por volta de  $V_r \cong 8$ . Notou-se, no entanto, a partir deste máximo, dois comportamentos distintos de resposta: um caracterizado por uma manutenção do valor da amplitude de deformação aos níveis do máximo até aproximadamente  $V_r \cong 9.5$  (comportamento com "upper branch" - Ub) e outro caracterizado por uma queda brusca na amplitude de deformação, mantendo-se em um patamar baixo até o mesmo valor de velocidade reduzida (comportamento com "lower branch" - Lb). Os dois tipos de

comportamentos podem ser verificados, respectivamente, através das figuras 4.21 e 4.22, onde são apresentados os resultados de algumas das seções instrumentadas (4<sup>a</sup>.; 5<sup>a</sup>. e 6<sup>a</sup>.seções).

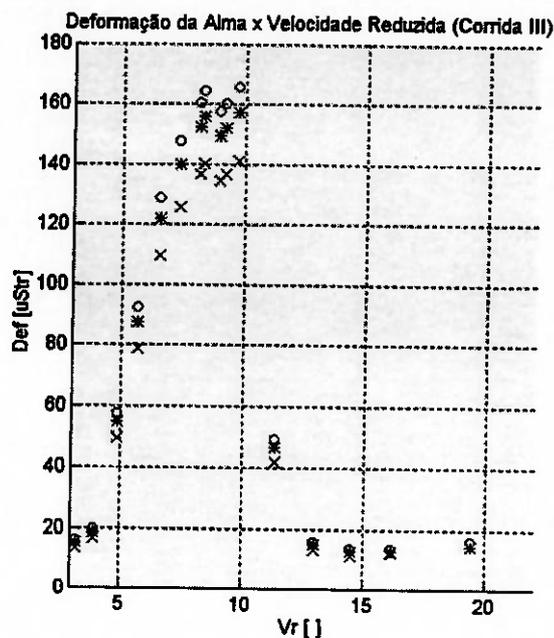


Figura 4.21 Deformação vs. Velocidade Reduzida em 3 Seções Instrumentadas -  
Comportamento com Ub ("o" referente à 4<sup>a</sup>.seção, "\*" à 5<sup>a</sup>.seção e "x" à 6<sup>a</sup>.seção)

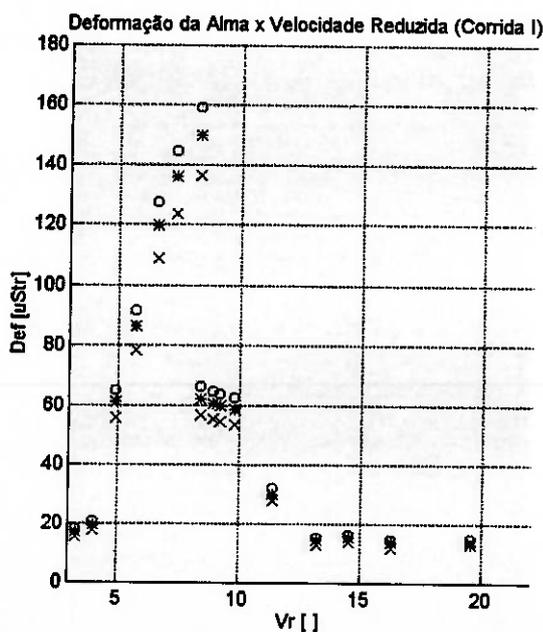


Figura 4.22 Deformação vs. Velocidade Reduzida em 3 Seções Instrumentadas -  
Comportamento com Lb ("o" referente à 4<sup>a</sup>.seção, "\*" à 5<sup>a</sup>.seção e "x" à 6<sup>a</sup>.seção)

Coube investigar, antes de mais nada, a consistência destes resultados diferentes para a mesma região da faixa de “lock-in”, descartando-se qualquer hipótese de falha no processo experimental adotado.

Já que as séries I, II e III apresentaram o comportamento com Ub e as séries IV, V e VI o comportamento com Lb, então, a primeira investigação teve como objetivo a verificação da repetibilidade do experimento, ou seja, a comprovação de que os resultados, aparentemente semelhantes para as séries de mesmo comportamento, realmente assim se caracterizavam. Para isto, foram construídos os gráficos das figuras 4.23 e 4.24, onde as séries com mesmo comportamento foram adimensionalizadas pelo máximo valor de deformação e apresentadas como função da variação da velocidade reduzida. Estes gráficos foram confeccionados para a 3ª.seção instrumentada, sendo, no entanto, comum às demais.

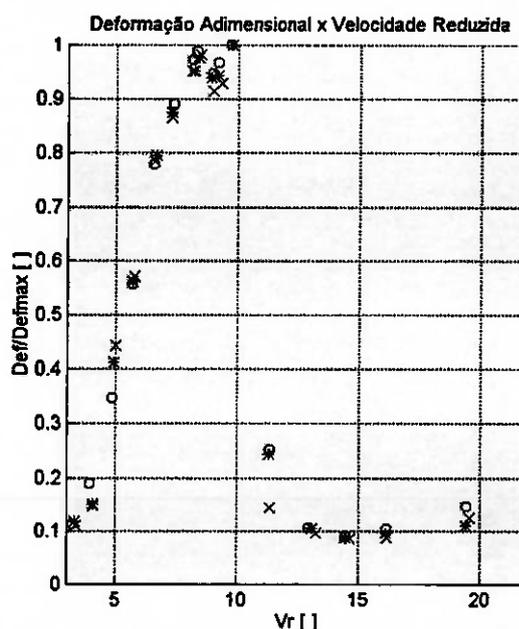
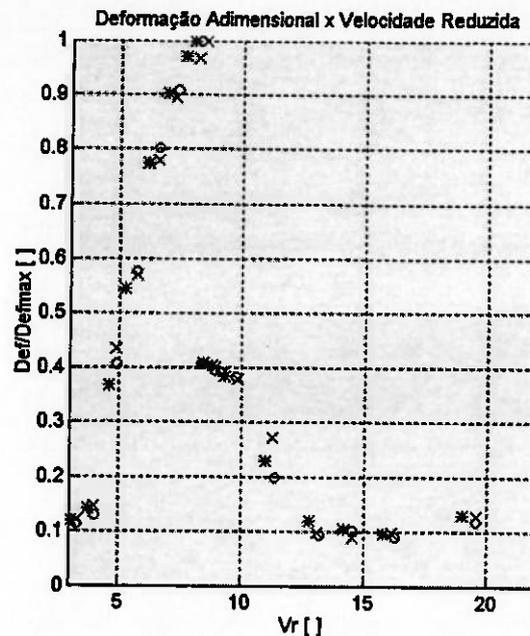


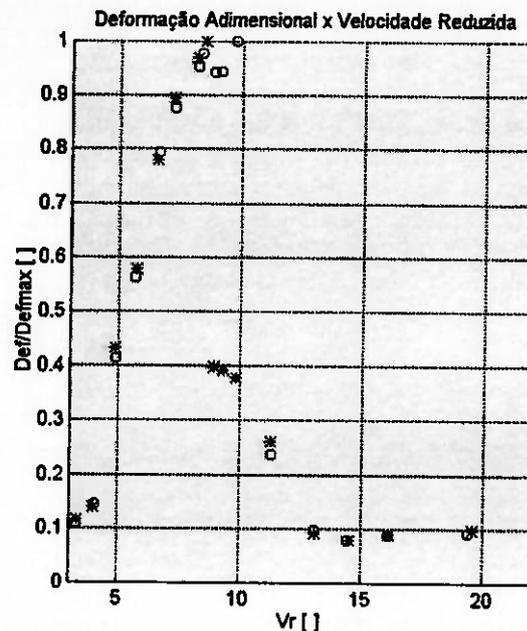
Figura 4.23 Deformação Adimensional vs. Velocidade Reduzida no Comportamento com Ub (“o” referente à série IV, “\*” à série V e “x” à série VI)



*Figura 4.24 Deformação Adimensional vs. Velocidade Reduzida no Comportamento com Lb ("o" referente à série I, "\*" à série II e "x" à série III)*

De acordo com estes dois gráficos foi possível perceber a boa repetibilidade do experimento, assim como a boa repetibilidade entre as séries de um mesmo tipo de comportamento.

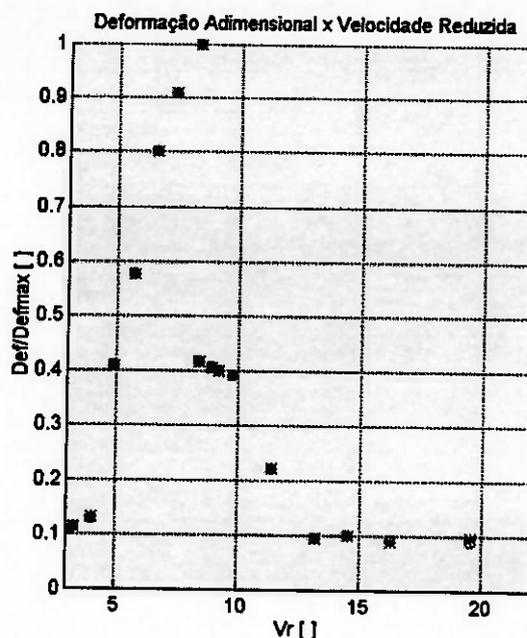
Outra possível justificativa para as diferenças de comportamento poderia estar ligada ao fato das corridas não terem sido realizadas no mesmo dia e, portanto, terem sido utilizadas calibrações diferentes. Para investigar esta possível susceptibilidade do comportamento ao processo de calibração foi confeccionado o gráfico da figura 4.25, onde são apresentadas séries de um mesmo dia e, deste modo, com a mesma calibração. Cabe destacar que as deformações adimensionais deste gráfico dizem respeito à 4<sup>a</sup>. seção de extensômetros e que, assim como discutido anteriormente, o padrão de comportamento verificado se repetiu ao longo das várias seções instrumentadas do modelo.



*Figura 4.25 Comportamentos Diferentes em Séries com a Mesma Calibração ("o" série V, comportamento com Ub e "\*" série III, comportamento com Lb)*

Através desta figura, descartou-se a possibilidade da diferença de comportamento ser fruto das várias calibrações assumidas para o aparato experimental.

Sabendo-se que para cada seção instrumentada contou-se com os resultados de dois extensômetros, tomou-se como valor de deformação para as análises a média entre as deformações de cada seção. Deste modo, em havendo alguma anormalidade em algum extensômetro de determinada seção na região de interesse, seria possível justificar a diferença entre comportamentos pela presença desta anormalidade. Para investigar este fato foram apresentadas, em um mesmo gráfico, as deformações adimensionais advindas dos extensômetros de uma mesma seção, como função das velocidades reduzidas. A figura 4.26 apresenta, portanto, as deformações adimensionais dos extensômetros 6 e 7, ambos na 4<sup>a</sup>.seção, como exemplo deste tipo de análise.



*Figura 4.26 Comportamento Similar dos Extensômetros de uma Mesma Seção ("o" é o gage 6 e "\*" é o gage 7, ambos da 4ª. seção e na série I)*

Percebeu-se com esta figura que a média entre as deformações, advinda de dois extensômetros da mesma seção, é um valor bastante representativo e, desta forma, não pode ser assumida como justificativa para as diferenças de comportamento até aqui discutidas.

Analisadas e descartadas as 3 possibilidades anteriores foi possível garantir a consistência dos comportamentos diversos, sendo natural o prosseguimento das investigações e comparações destas e de outras características do fenômeno.

Na análise do comportamento face à presença do processo de vibração pela emissão de vórtices, sabe-se que é prática comum a conversão dos resultados de deformação em valores de amplitude de oscilação. Deste modo, assumindo-se como boa aproximação para o n-ésimo modo natural a equação (4.1.4), então, a oscilação lateral pode ser equacionada como:

$$y_n(x) = A \bar{\varphi}_n(x) \quad (4.7.1)$$

onde  $A$  é um valor constante de amplitude, obtido da teoria clássica de Resistência dos Materiais através da equação:

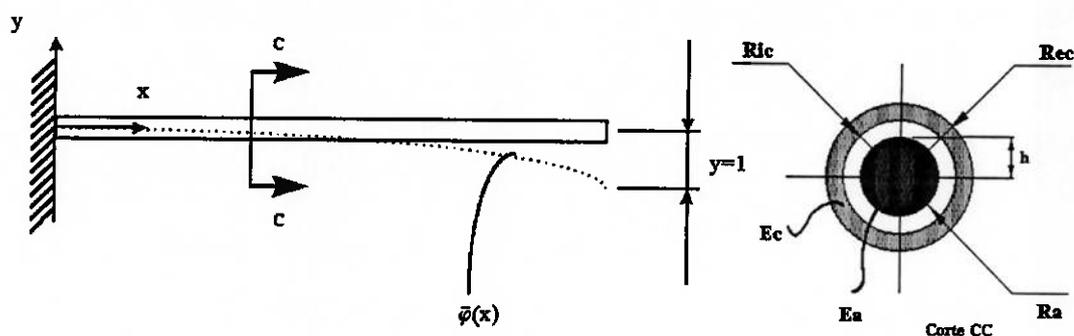
$$A = \frac{\varepsilon(x)}{h \bar{\varphi}_n''(x)} \quad (4.7.2)$$

para a qual:

$\varepsilon(x)$  é a deformação medida ao longo da dimensão longitudinal  $x$ ;

$h$  é a posição de medição na seção transversal do modelo. Ver figura 4.27;

$\bar{\varphi}_n''(x)$  é a segunda derivada em  $x$  do  $n$ -ésimo modo natural adimensionalizado pelo seu máximo.

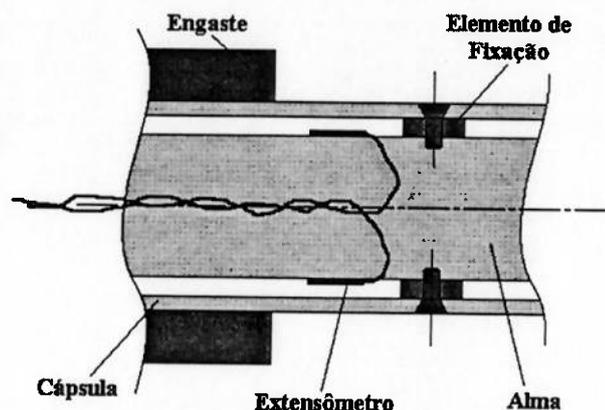


*Figura 4.27 Esquema para Entendimento do Problema de Conversão das Deformações em Amplitudes de Oscilação*

Dado o caráter constante da amplitude de oscilação ( $A$ ) que multiplica o modo natural e baseando-se na equação (4.7.1) foi confeccionado um gráfico, ver figura 4.28, com os vários valores de  $A$  ao longo do modelo e para as 6 séries à velocidade nominal de  $U = 0,50 \text{ m/s}$  ( $V_r \cong 8,3$ ).



posição do modelo, não foi possível a disposição de mais um elemento de fixação exatamente na posição do engaste, conferindo, desta forma, uma localizada condição de balanço à 1ª. seção instrumentada e justificando-se assim a não conformidade do resultado. Esta condição pode ser ilustrada através do esquema da figura 4.29.



*Figura 4.29 Esquema da Instrumentação na Seção Mais Próxima ao Engaste*

Apesar desta condição, as demais seções permaneceram de acordo com o concebido e permitiram, baseado nas análises de conversão discutidas anteriormente, a confecção do gráfico da figura 4.30: uma variação típica da Amplitude Adimensional como função da variação da Velocidade Reduzida, porém com um visível quadro de bifurcação na dinâmica do problema.

Também foi confeccionado um gráfico, figura 4.31, da variação da Frequência Adimensional ( $\omega_s / \omega_n$ ) como função da Velocidade Reduzida.

Para a obtenção das frequências ( $\omega_s$ ) foram elaborados espectros de potência dos sinais das várias séries, como por exemplo os das figuras 4.32 e 4.33, respectivamente referentes as séries VI (comportamento com Ub) e I (comportamento com Lb). Notar nestes dois gráficos fundamentalmente a presença do primeiro modo de vibrar, resultado importante para as análises futuras de correlação.

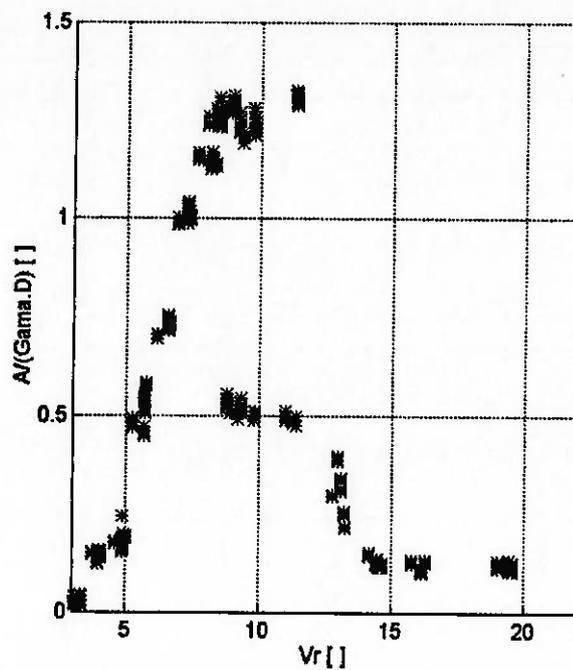


Figura 4.30 Resultados Experimentais de Amplitude Adimensional vs. Velocidade

Reduzida

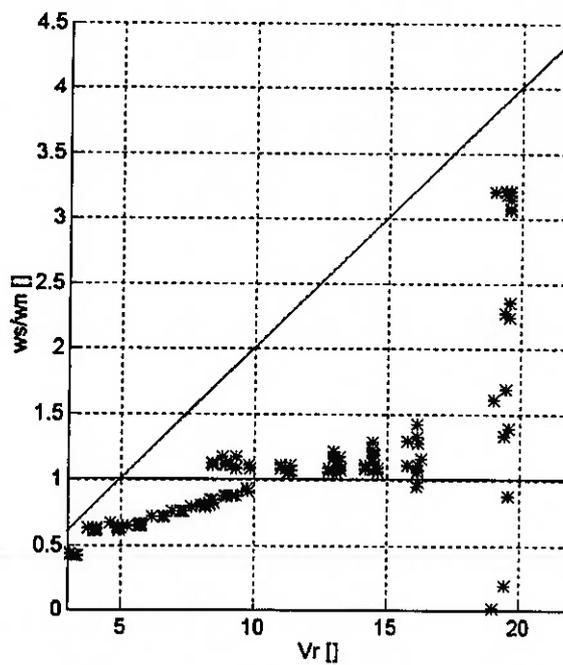


Figura 4.31 Resultados Experimentais de Freqüência Adimensional vs. Velocidade

Reduzida

## Espectro de Potência - Série VI de Comportamento com Upper Branch

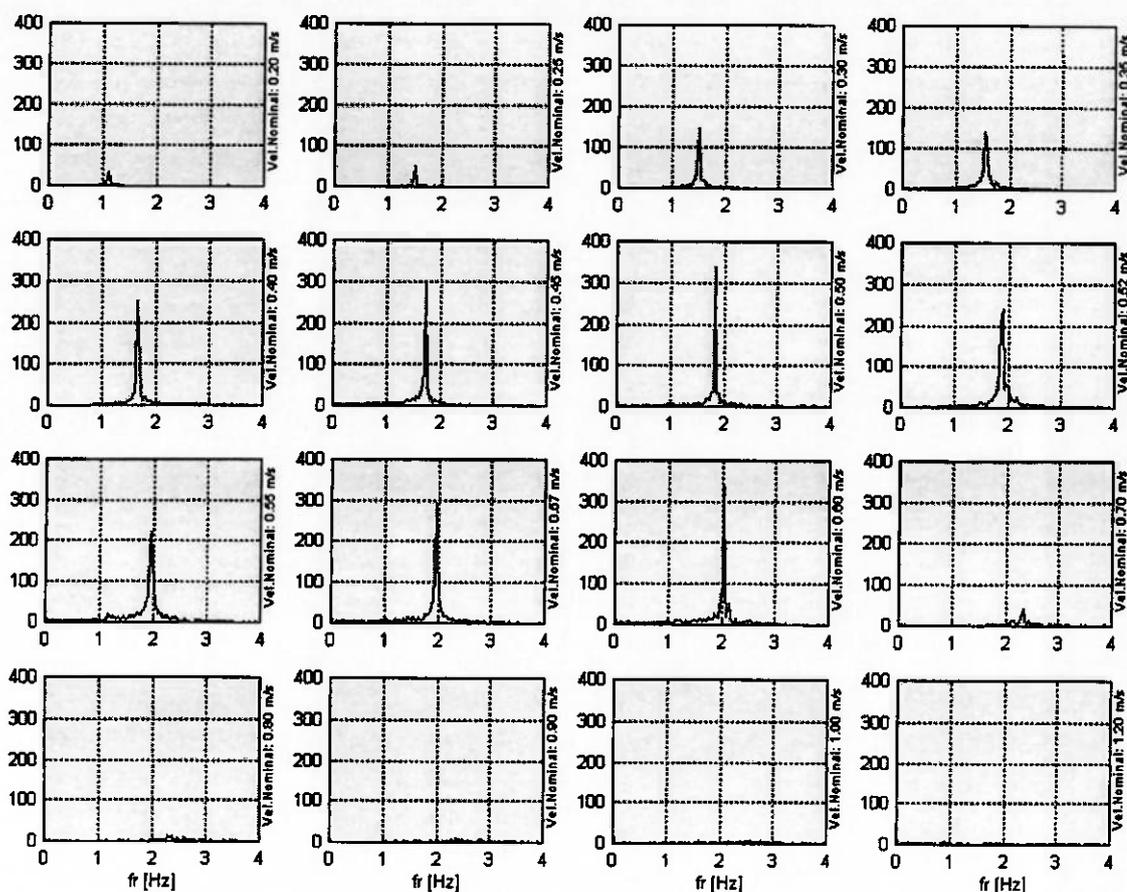


Figura 4.32 Exemplo de Espectro de Potência nas Várias Velocidades Nominais (série VI comportamento com  $U_b$ )

Observando esta figura 4.32 e a figura 4.33 da página seguinte, notou-se a existência de alguns aspectos interessantes. Como era de se esperar, até a velocidade nominal  $U = 0,50$  m/s os comportamentos com  $U_b$  e  $L_b$  apresentaram equivalência. Seguindo a mesma expectativa, na velocidade nominal seguinte,  $U = 0,52$  m/s, foram percebidos espectros de potência absolutamente distintos, que, também em frequência sinalizaram o quadro de bifurcação dinâmica.

## Espectro de Potência - Série I de Comportamento com Lower Branch

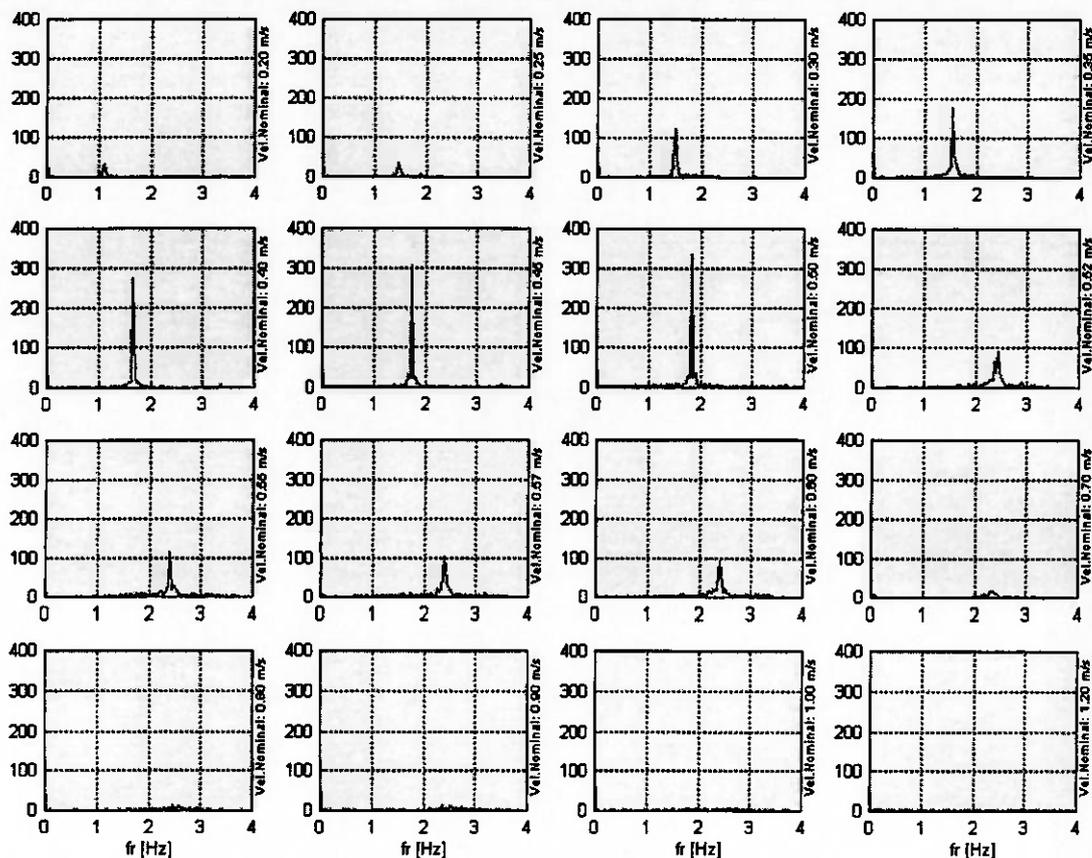


Figura 4.33 Exemplo de Espectro de Potência nas Várias Velocidades Nominais (série I comportamento com Lb)

Interessante que, em alguns casos com velocidade próxima da velocidade de bifurcação, foi possível a aquisição de sinais que ilustram perfeitamente o comportamento dinâmico de "jump", ou seja, sinais onde a dinâmica da estrutura se iniciou em determinada condição e, por uma perturbação qualquer, passou para outra de características visivelmente diferentes. A título de ilustração encontra-se na figura 4.34 um exemplo deste processo. Cabe destacar que, durante o processo de obtenção dos resultados experimentais até aqui apresentados, os sinais com este tipo de comportamento tiveram um tratamento diferenciado, procurando-se, deste modo, evitar possíveis distorções.

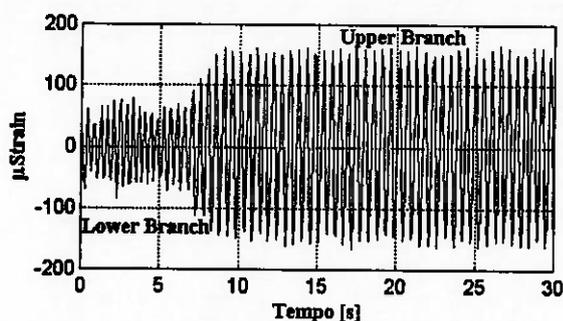


Figura 4.34 Exemplo de Sinal com Processo de "Jump"

Ainda como elementos de documentação e informação, são apresentados, nas figuras 4.35 e 4.36 os sinais que foram a base para a elaboração dos espectros de potência já discutidos.

Sinais da Série VI, Medidos na 4a. Seção Instrumentada

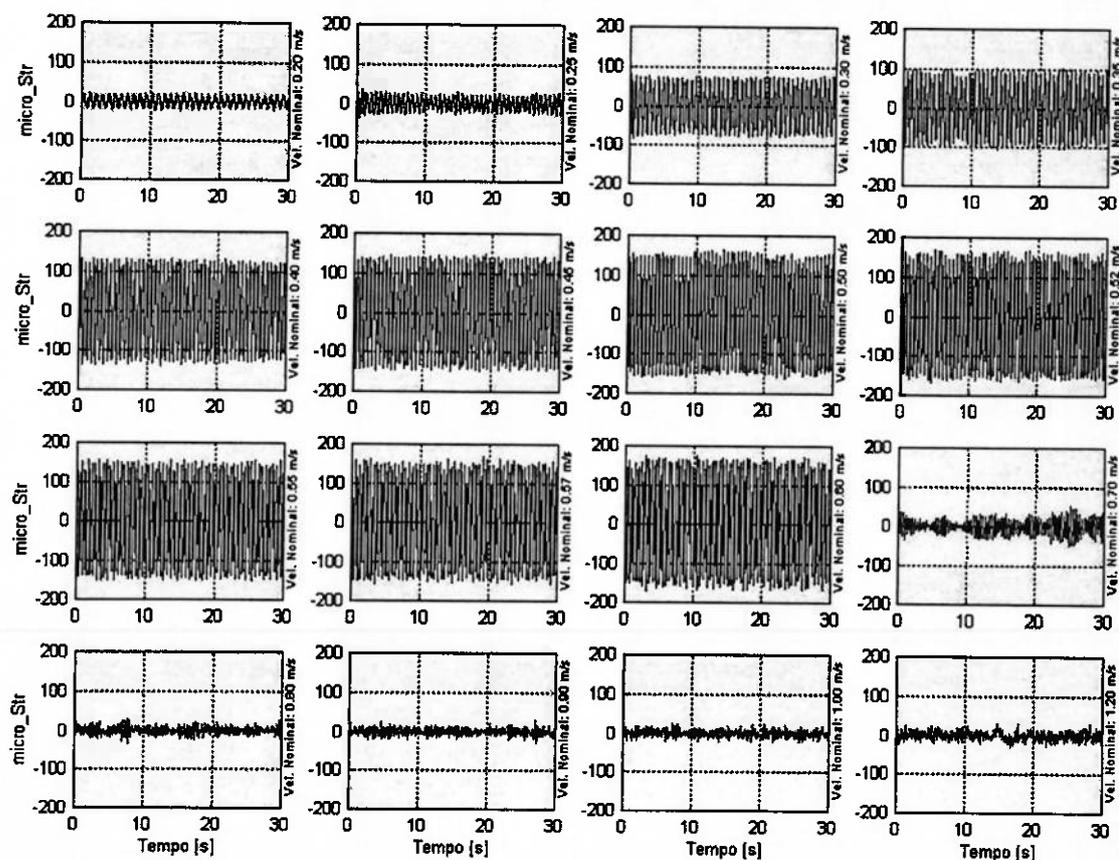


Figura 4.35 Sinais da Série VI - Comportamento com  $U_b$

Sinais da Série I, Medidos na 4a. Seção Instrumentada

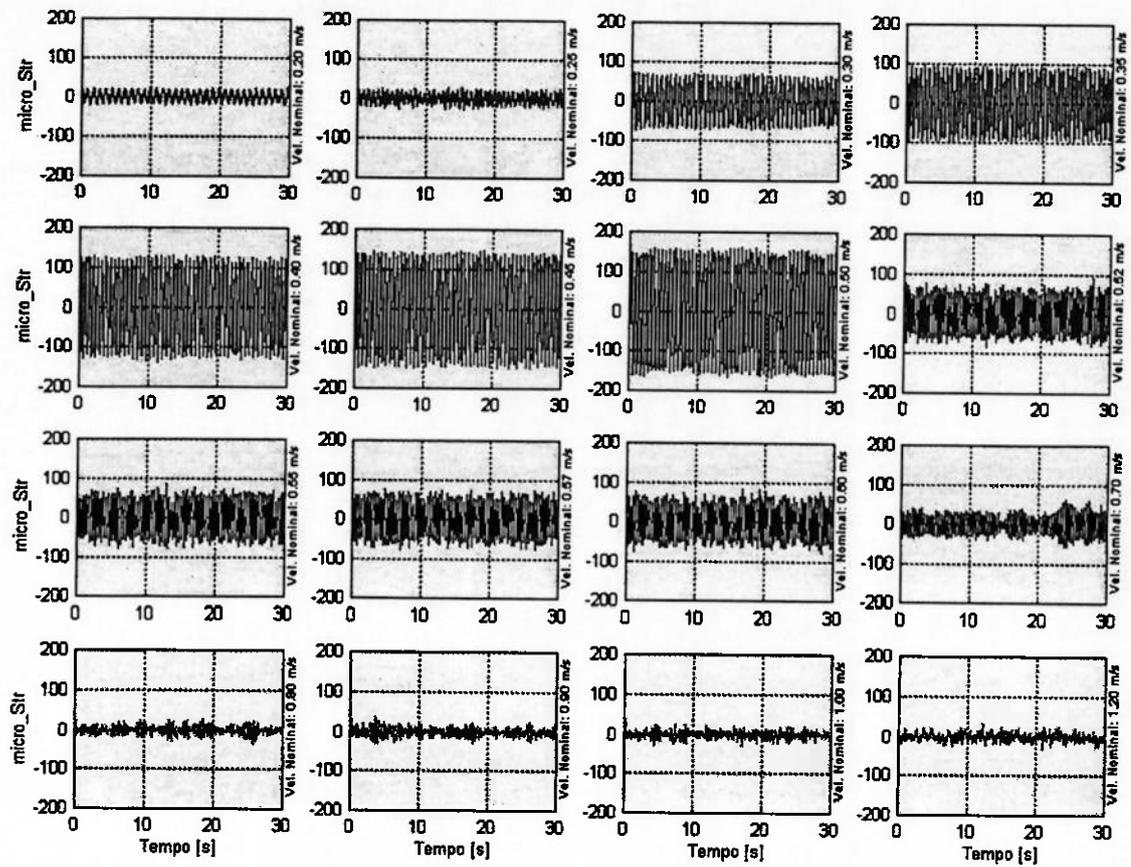


Figura 4.36 Sinais da Série I - Comportamento com  $L_b$

## 5. Análises e Comparações de Resultados

### 5.1. Análises Preliminares

Antes de qualquer tipo de comparação com os modelos analíticos apresentados no capítulo 3, mostrou-se imprescindível a determinação do coeficiente de amortecimento crítico estrutural na água. Para tanto, fez-se uso dos resultados das tabelas 4.9 e 4.11, bem como da seguinte igualdade:

$$\left(\zeta_1^S\right)_{\text{agua}} = \left(\frac{f_1^{\text{ar}}}{f_1^{\text{agua}}}\right) \left(\frac{\mu}{\mu + m_a}\right) \left(\zeta_1^S\right)_{\text{ar}} \quad (5.1.1)$$

Sabendo-se que na massa ( $\mu$ ) não se considerou a parcela devida à instrumentação, principalmente referente aos fios, foi necessária sua correção, utilizando-se para este fim a equação (4.1.7) na seguinte forma:

$$\left(f_1\right)_{\text{ar}}^{\text{exp}} = \frac{\alpha_n^2}{2\pi} \sqrt{\frac{(EI)_{\text{eq}}^{\text{exp}}}{m_T L^4}}, \quad (5.1.2)$$

onde:  $m_T = \mu + m_{\text{inst}}$ .

Deste modo, chegou-se a um valor de  $m_T \cong 1,868 \text{ kg/m}$  e, portanto,  $m_{\text{inst}} \cong 0,300 \text{ kg/m}$ .

De maneira análoga, efetuou-se o mesmo procedimento para a determinação da massa adicional experimental e, por consequência, o respectivo coeficiente de massa adicional, fazendo-se uso do seguinte equacionamento:

$$\left(f_1\right)_{\text{agua}}^{\text{exp}} = \frac{\alpha_n^2}{2\pi} \sqrt{\frac{(EI)_{\text{eq}}^{\text{exp}}}{(m_T + m_a^{\text{exp}}) L^4}} \quad (5.1.3)$$

e chegando-se aos seguintes resultados:  $m_a^{\text{exp}} \cong 0,927 \text{ kg/m}$  e, portanto,  $C_a^{\text{exp}} \cong 1,17$ .

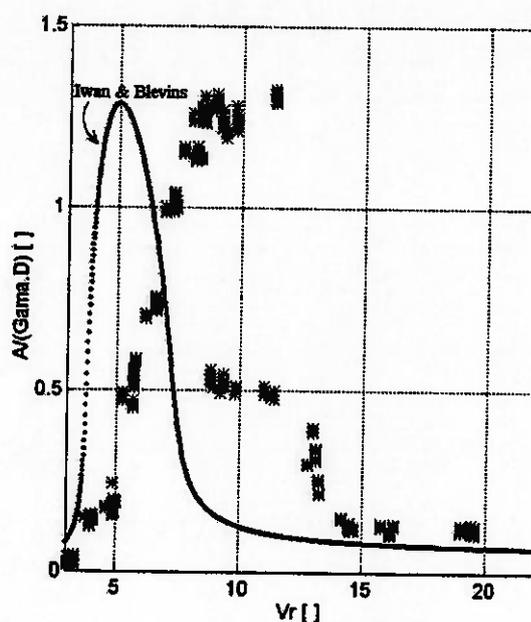
A rigor, sabe-se que este valor de coeficiente de massa adicional varia com a velocidade do escoamento, entretanto, assumindo-se que os ensaios de identificação das frequências naturais tenham sido processados com amplitudes de oscilação da ordem de grandeza daquelas verificadas no "lock-in", então, este resultado obtido mostra-se como uma boa aproximação para as análises pretendidas e, desta forma, chega-se a um valor de Coeficiente de Amortecimento Crítico Estrutural na Água dado por:

$$(\zeta_1^S)_{\text{agua}} = 0,0046.$$

Como mencionado, este resultado tornou-se de fundamental importância no processo de comparação dos resultados experimentais com os respectivamente obtidos a partir dos modelos analíticos, sendo por isso apresentado em destaque.

## **5.2. Comparação entre Resultados Experimentais e dos Modelos Analíticos**

Como elemento principal do objetivo deste estudo, deu-se início ao processo comparativo analítico-experimental, aplicando-se ao modelo clássico de Iwan & Blevins as mesmas condições encontradas nos ensaios em tanque de provas. Desta forma, foram confeccionados gráficos da variação da amplitude adimensional de oscilação  $[A/(\gamma D)]$  e da frequência adimensional  $(\omega_s/\omega_n)$ , ambos como função da velocidade reduzida  $(V_r)$ , sendo apresentados na forma das figuras 5.1 e 5.2, juntamente com os resultados experimentais do capítulo anterior.

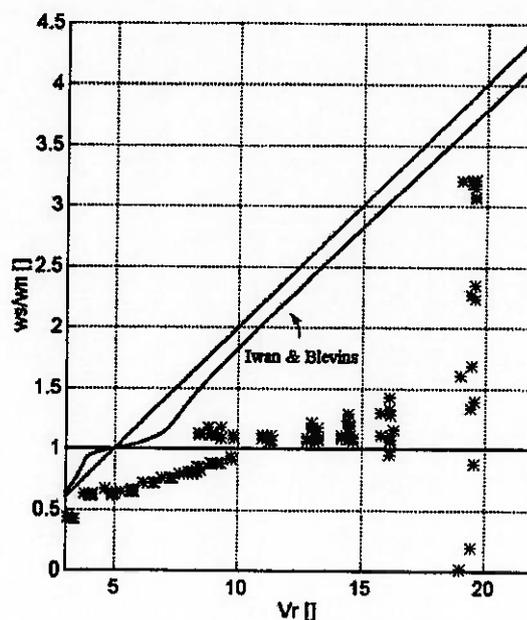


*Figura 5.1 Comparação entre Amplitudes Adimensionais dos Experimentos e do Modelo de Iwan & Blevins Clássico*

Na figura 5.1,  $[A/(\gamma D)]$  vs.  $(V_r)$ , percebeu-se a boa capacidade do modelo de Iwan & Blevins em prever a máxima amplitude de oscilação durante a faixa de “lock-in”. Por outro lado, notou-se uma perda de consistência deste modelo analítico quanto à aproximada localização, em termos de  $(V_r)$ , da máxima amplitude de oscilação; resultado este, perfeitamente de acordo com estudos já realizados e, provavelmente, decorrente da baixa condição de amortecimento do arranjo ensaiado.

Em termos de frequências adimensionais, verificou-se também que a faixa de “lock-in” estende-se por um intervalo maior de velocidades reduzidas, o que não é reproduzido pelo modelo de Iwan & Blevins clássico, ao menos nestas condições de ensaio (modelo flexível em água).

Outra questão importante refere-se à condição de bifurcação dinâmica, impossível de ser recuperada por este modelo, dada a própria condição linear de seu oscilador elástico.



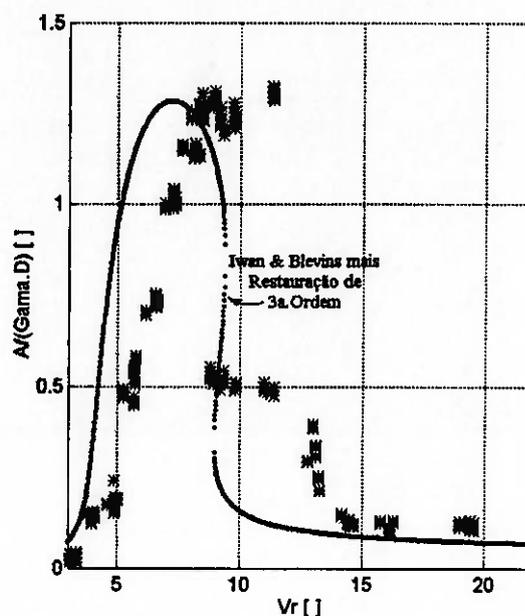
*Figura 5.2 Comparação entre Frequências Adimensionais dos Experimentos e do Modelo de Iwan & Blevins Clássico*

Deste modo, havendo uma capacidade limitada de predição por parte do modelo de Iwan & Blevins quanto aos resultados experimentais obtidos, partiu-se para a utilização de modelos mais robustos.

Como foi possível perceber do trabalho de Parra & Aranha (1996), seu objetivo principal era a incorporação de elementos capazes de conferir maior robustez ao modelo original de Iwan & Blevins, ou seja, sem alterar a sua boa capacidade de responder pela máxima amplitude, proporcionar também uma capacidade de recuperação da aproximada posição deste máximo, bem como do quadro de bifurcação verificado experimentalmente.

Com o intuito de confrontar este modelo mais robusto com os resultados experimentais conseguidos, iniciou-se um processo comparativo a partir dos mesmos tipos de gráficos

já apresentados neste capítulo. Assim, utilizou-se o modelo de Iwan & Blevins com a incorporação de um termo de 3<sup>a</sup>.ordem na restauração do oscilador elástico e obteve-se o gráfico da figura 5.3, onde pode-se perceber uma maior conformidade da variação da amplitude com a realidade do fenômeno.



*Figura 5.3 Comparação entre Amplitudes Adimensionais dos Experimentos e do Modelo de Iwan & Blevins com o Termo de Restauração de 3<sup>a</sup>.Ordem*

Notou-se, no entanto, que, apesar da capacidade de recuperar uma certa bifurcação e de melhor posicionar o máximo de amplitude dentro da faixa de "lock-in", faltava ainda ao modelo de restauração estrutural cúbica uma maior consistência. Esta condição foi evidenciada com a comparação em termos de frequências adimensionais, gráfico da figura 5.4, onde verificou-se uma faixa de sincronização ( $\omega_s \cong \omega_n$ ) com largura ainda insuficiente. Buscando aumentar esta faixa de sincronização e, ao mesmo tempo, tentando tornar os resultados em amplitude mais coincidentes, foi incorporado ao modelo de Iwan & Blevins um termo de restauração de 5<sup>a</sup>.Ordem, em alternativa ao de 3<sup>a</sup>.ordem utilizado anteriormente.

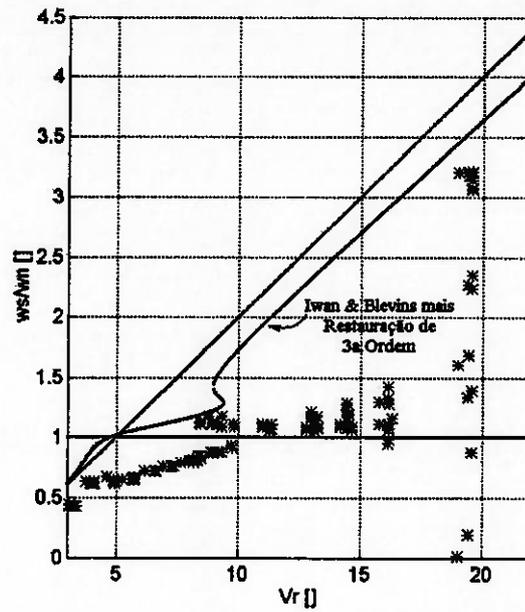


Figura 5.4 Comparação entre Frequências Adimensionais dos Experimentos e do Modelo de Iwan & Blevins com o Termo de Restauração de 3ª.Ordem

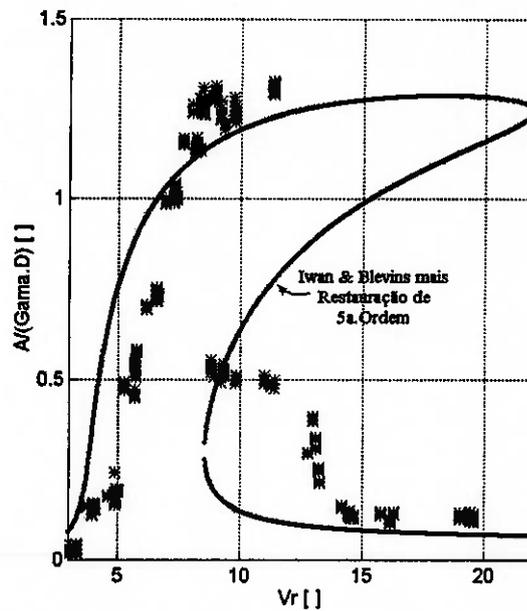
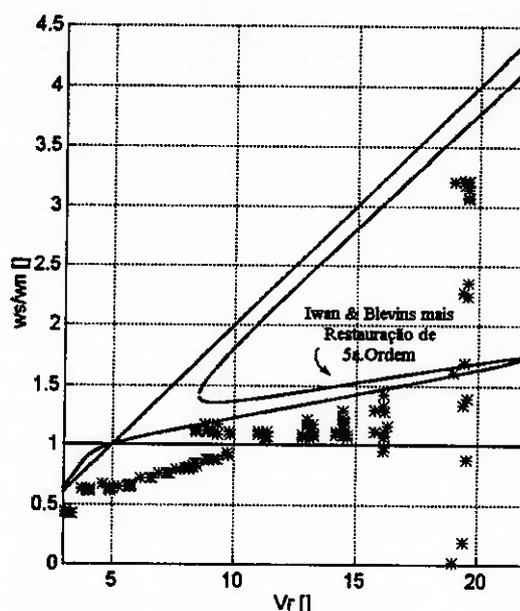


Figura 5.5 Comparação entre Amplitudes Adimensionais dos Experimentos e do Modelo de Iwan & Blevins com o Termo de Restauração de 5ª.Ordem

Observando-se a figura 5.5, fundamenta-se a realidade da dinâmica do fenômeno, na medida em que os comportamentos distintos encontrados ( com “*upper branch*” e com “*lower branch*”) fazem parte de um único comportamento global, tipicamente marcado pela presença de um evidente “*loop*” de histerese. Interessante destacar que o termo de 5ª. ordem parece reproduzir, de forma mais eficiente, a questão da relação entre a máxima amplitude de oscilação e a posição de sua ocorrência em termos de velocidade reduzida. Percebe-se também que, neste caso, o bem pronunciado quadro de bifurcação confere ao gráfico da frequência adimensional, figura 5.6, alcance suficiente para cobrir todo a faixa de “*lock-in*”.



*Figura 5.6 Comparação entre Frequências Adimensionais dos Experimentos e do Modelo de Iwan & Blevins com o Termo de Restauração de 5ª. Ordem*

A título de confirmação da maior robustez do modelo analítico com restauração de 5ª. ordem, efetuou-se um gráfico da sua comparação com todos os resultados até aqui apresentados. Deste modo, nas figuras 5.7 e 5.8 compilaram-se todos os resultados analíticos, juntamente com os resultado experimentais.

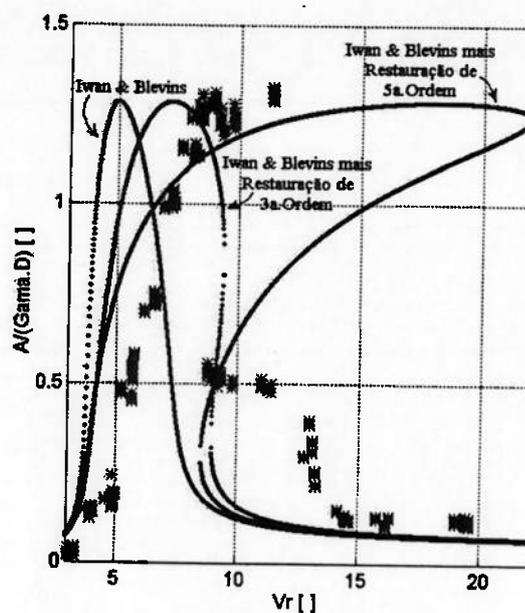


Figura 5.7 Compilação de Todos Resultados de Amplitude Adimensional vs. Velocidade Reduzida

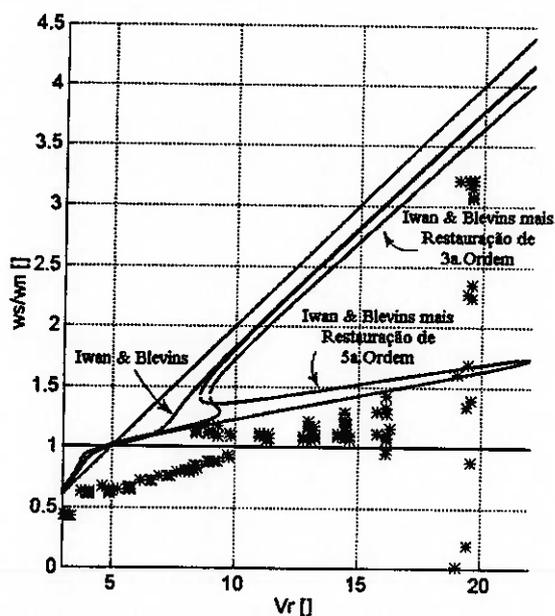


Figura 5.8 Compilação de Todos Resultados de Frequência Adimensional vs. Velocidade Reduzida

Recorrendo-se aos últimos resultados, pode-se perceber que, da forma como foi calibrado, segundo os ensaios de Feng (1968), o modelo de Iwan & Blevins com restauração de 5ª. ordem ultrapassou os limites da faixa de "lock-in". Seria interessante, no entanto, inferir para que novo valor de  $\alpha_6^{(*)}$  (parâmetro de calibração do termo de restauração de 5ª. ordem) o modelo assim composto seria capaz de reproduzir com maior fidelidade os resultados experimentais. Paralelamente, sabendo-se que o pico em amplitude dado pelo modelo analítico acha-se estritamente relacionado com o amortecimento estrutural, procurou-se também variar seu valor original, buscando uma melhor aproximação. Esta investigação foi realizada e chegou-se aos resultados gráficos apresentados nas figuras 5.9 e 5.10, obtidos segundo um valor aproximado de  $\alpha_6$  igual a 0,175 e um coeficiente de amortecimento crítico estrutural igual a 0,2%.

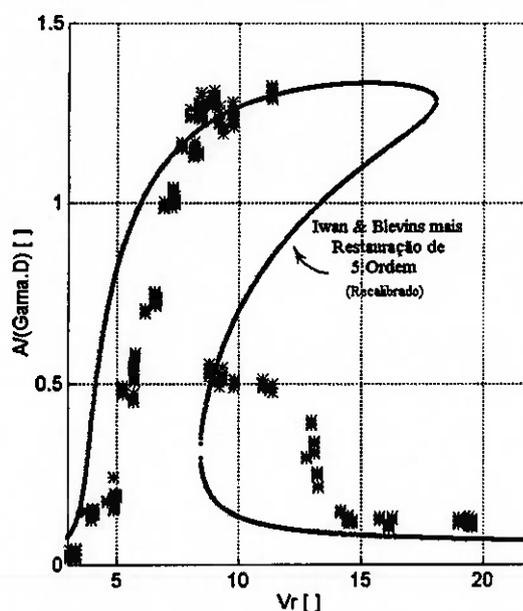


Figura 5.9 Resultados em Amplitudes do Modelo de 5ª. Ordem Recalibrado

(\*) Valor original  $\alpha_6 \cong 0,198$ , obtido segundo calibração a partir dos resultados de Feng (1968)

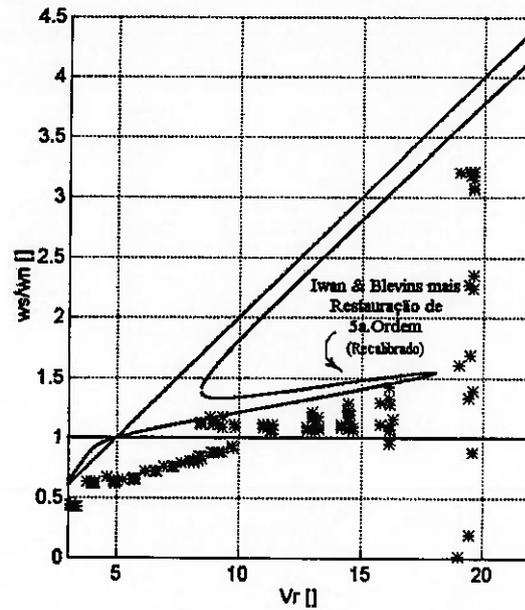


Figura 5.10 Resultados em Frequências do Modelo de 5ª. Ordem Recalibrado

Em verdade os valores de  $(\alpha_6)$  e  $(\zeta_1^S)_{\text{agua}}$  utilizados são fruto de uma mera especulação numérica, entretanto, levando-se em consideração os seguintes aspectos:

- dificuldade em precisar a exata posição, em termos de velocidades reduzidas, do pico de amplitude nos resultados de Feng (1968) e portanto de estabelecer o exato valor do parâmetro  $(\alpha_6)$ , intimamente relacionado com esta posição e
- inerente imprecisão no processo de determinação do amortecimento estrutural realizado no ar, principalmente devida a baixa viscosidade deste meio que, dada as proporções do modelo, acaba por possibilitar a composição de movimentos e possíveis distorções de resultados,

pode-se, assumindo a representatividade do modelo de restauração de 5ª. ordem, considerar valores desta ordem de grandeza. Deste modo, as duas últimas figuras mostram a boa consistência do modelo de Iwan & Blevins com termo de restauração de 5ª. ordem, quando recalibrado a partir dos valores descritos.

### 5.3. Análises de Correlação

Como já mencionado, o modelo flexível aqui ensaiado encontra-se em uma condição ímpar, na medida em que, apesar da concepção simples, aparentemente sem similar na literatura pesquisada, permite o monitoramento das deformações estruturais ao longo de boa parte de sua extensão e, portanto, dá subsídios para uma análise do comprimento de correlação em termos dos sinais temporais de deformação obtidos.

Com base nesta condição e na equação (2.4) que define o coeficiente de correlação em relação a uma determinada posição de referência:

$$C_{\text{corr}}(x_{\text{ref}}, x) = \frac{\text{cov}[\varepsilon(x_{\text{ref}}, t); \varepsilon(x, t)]}{\sqrt{\text{cov}[\varepsilon(x_{\text{ref}}, t); \varepsilon(x_{\text{ref}}, t)] \text{cov}[\varepsilon(x, t); \varepsilon(x, t)]}},$$

foram elaborados gráficos deste coeficiente para cada uma das condições de velocidade de corrida, tomando-se como ( $x_{\text{ref}}$ ) as sucessivas posições de instrumentação. Em outras palavras, foi calculado o coeficiente de correlação de um sinal  $\varepsilon(x_{\text{ref}}, t)$  com os sinais das demais posições na mesma velocidade de corrida, obtendo-se, assim, uma curva de coeficiente de correlação discretizada ao redor desta referência e com valor máximo  $C_{\text{corr}}(x_{\text{ref}}, x_{\text{ref}}) = 1$ . Repetindo-se este procedimento para as 16 velocidades de corrida e para as 14 posições de instrumentação, chegou-se a um conjunto de 224 curvas.

Nas análises descritas considerou-se também a existência dos dois tipos de comportamento já discutidos (“*upper branch*” e “*lower branch*”), obtendo-se, desta forma, dois grupos de 224 curvas de coeficiente de correlação, as quais acham-se compiladas no apêndice I deste trabalho.

Cabe salientar que todas as curvas apresentadas são resultados médios entre as séries do mesmo grupo de comportamento, assumindo-se este tipo de análise a partir da grande semelhança entre resultados das séries de um mesmo grupo.

Para facilitar a visualização dos resultados e para uma melhor compreensão qualitativa dos mesmos, os vários resultados de cada grupo de comportamento foram convertidos em matrizes de cores e sintetizados em duas únicas figuras, 5.11 e 5.12, onde estas matrizes de coeficiente de correlação são parametrizadas na velocidade nominal de ensaio.

Coef. Correlação Médio das Corridas: IV, V e VI, para as Várias Velocidades

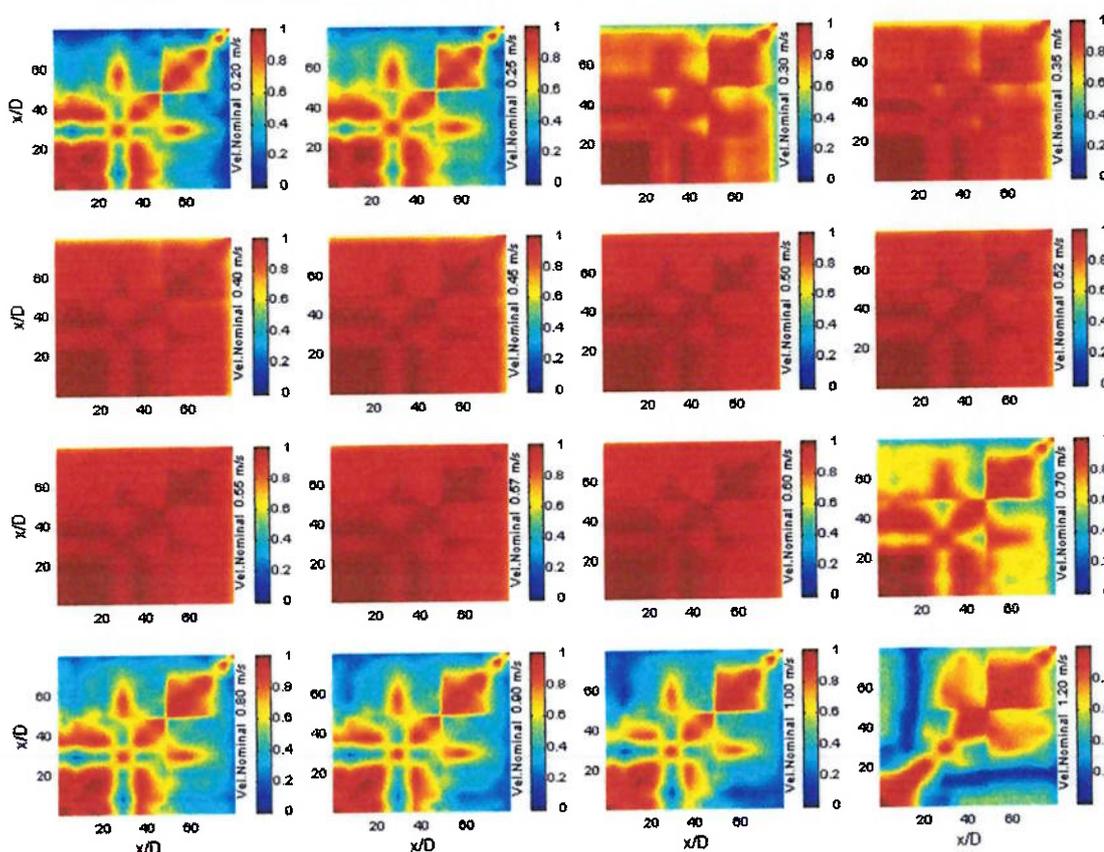


Figura 0.1 Aspecto Qualitativo do Coeficiente de Correlação nas Várias Velocidades

Nominais (Séries com comportamento de "upper branch")

Nestas figuras os eixos coordenados referem-se às posições adimensionalizadas pelo diâmetro externo do modelo ( $x/D$ ) e as matrizes de coeficiente de correlação, como era de se esperar, apresentam um simetria em relação à diagonal principal.

Coef. Correlação Médio das Corridas: I, II e III, para as Várias Velocidades

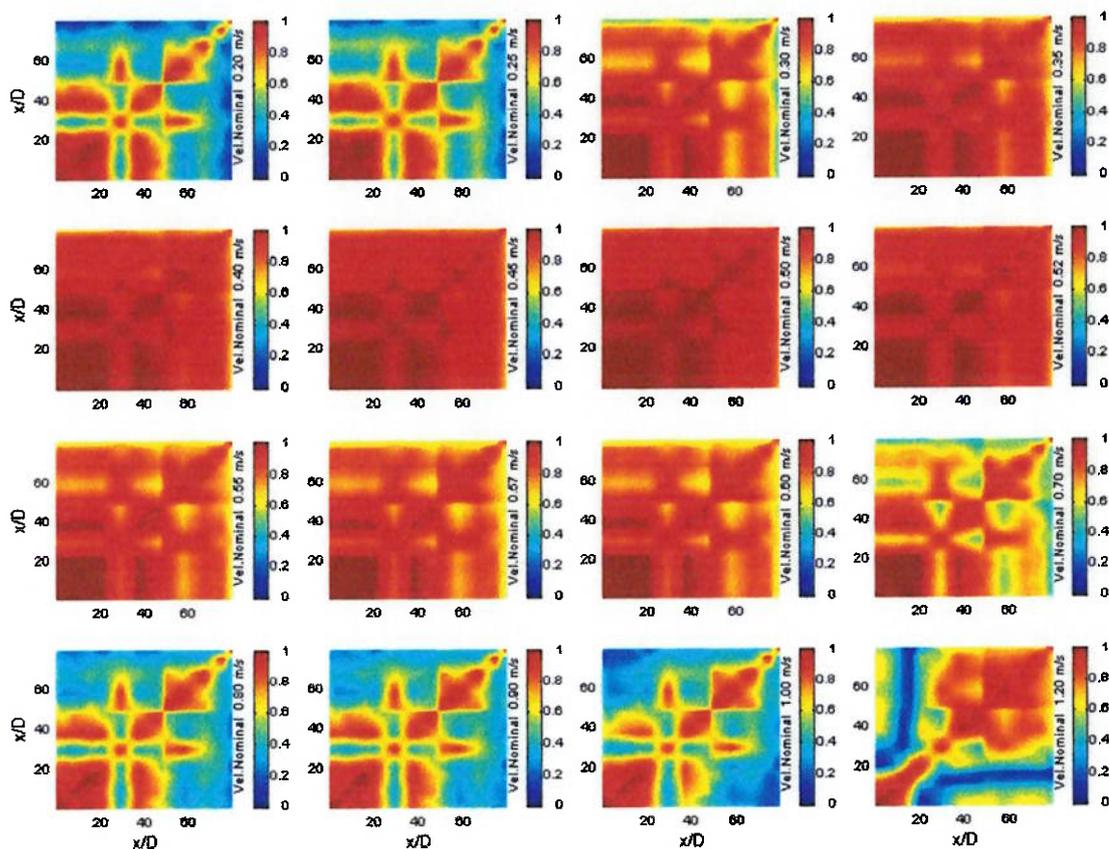


Figura 0.2 Aspecto Qualitativo do Coeficiente de Correlação nas Várias Velocidades

*Nominais (Séries com comportamento de "lower branch")*

Ainda correspondendo às expectativas e respeitada a discretização na medição, a diagonal da matriz de coeficientes de correlação sempre apresentou um valor máximo, ou seja,

$$C_{\text{corr}}(x_{\text{ref}}, x_{\text{ref}}) = 1.$$

Percebeu-se que, também em termos de coeficientes de correlação, as diferenças de comportamentos são expressivas, já que, exceto nas velocidades nominais de 0,55 ; 0,57

e 0,60 m/s, justamente velocidades que caracterizam a região de bifurcação dinâmica, os comportamentos são estritamente semelhantes.

Continuando as análises, efetuou-se a integração das curvas de coeficiente de correlação ao longo da extensão adimensionalizada, segundo a equação (2.3):

$$\ell / D = \int_0^{L/D} C_{\text{corr}}(x_{\text{ref}}, x) dx.$$

Obedecendo velocidades e comportamentos distintos, chegou-se, desta forma, às figuras 5.13 e 5.14, onde os comprimentos de correlação ( $\ell / D$ ), em torno de cada referência, são apresentados como função das velocidades reduzidas.

#### Comprimento de Correlação Médio (Corridas IV, V e VI), como Função da Velocidade Reduzida

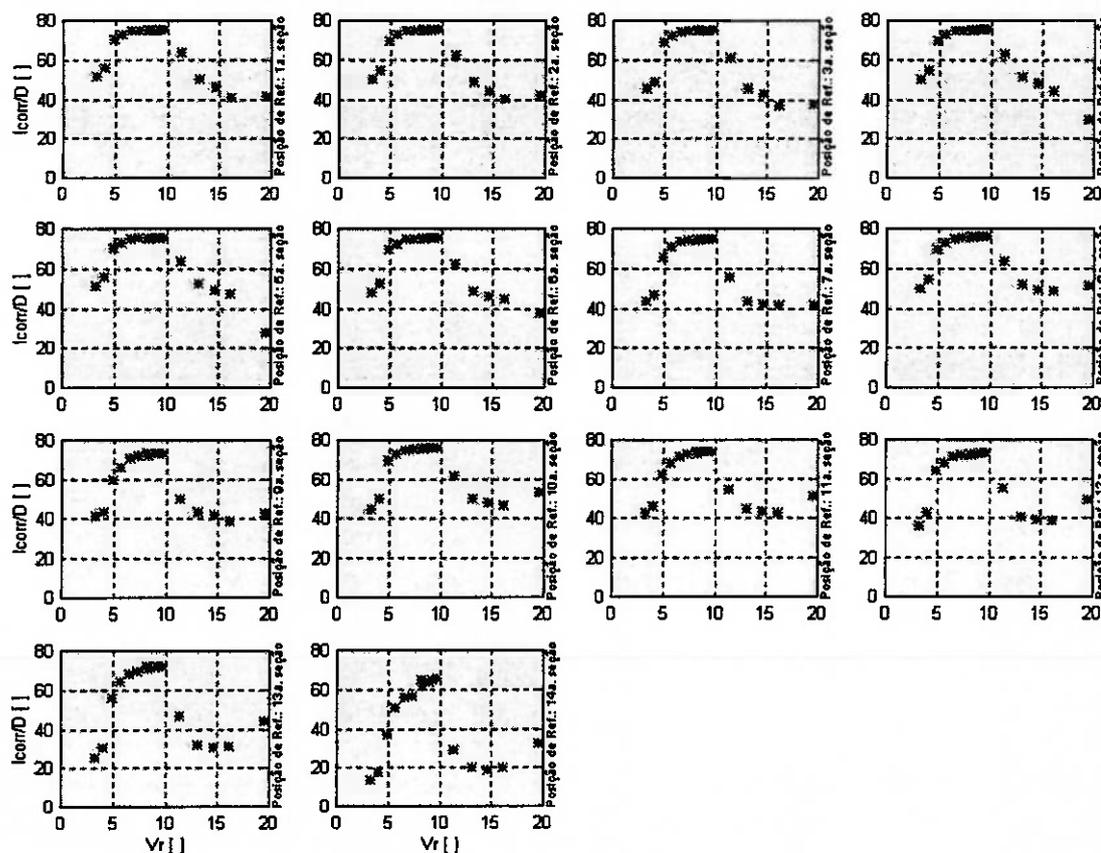


Figura 5.13 Gráficos do Comprimento de Correlação Adimensional vs. Velocidade Reduzida nas Várias Seções e para o Comportamento com “Upper Branch”

Comprimento de Correlação Médio (Corridas I, II e III), como Função da Velocidade Reduzida

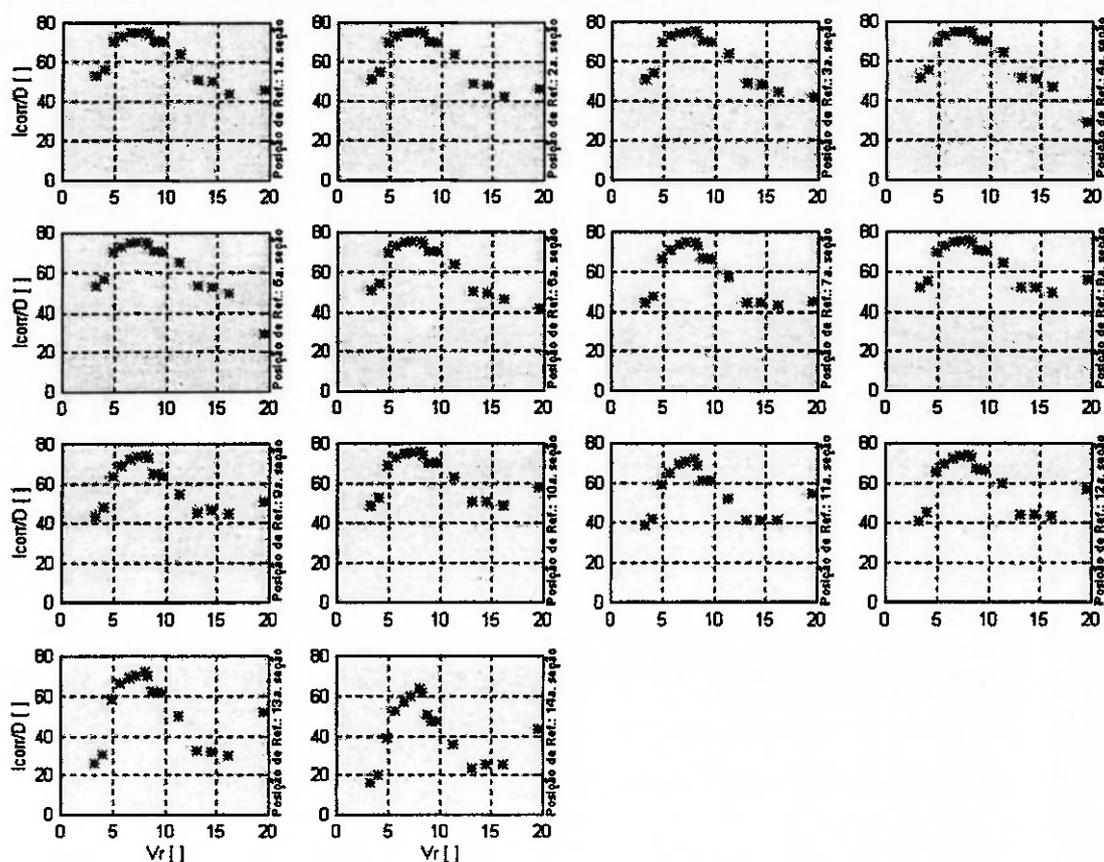


Figura 5.14 Gráficos do Comprimento de Correlação Adimensional vs. Velocidade

*Reduzida nas Várias Seções e para o Comportamento com "Lower Branch"*

Analisando estas figuras verificam-se dois aspectos importantes que devem ser comentados. O primeiro que também na forma de comprimentos de correlação é possível a confirmação do quadro de bifurcação dinâmica, já apresentado e discutido em termos de amplitudes e frequências adimensionais, e, portanto, conferindo maior credibilidade e consistência aos resultados obtidos. O segundo que, apesar da grande diferença em termos de amplitudes (cerca de 50%), no que se refere ao comprimento de correlação, os dois ramos da bifurcação apresentam grande proximidade.

Uma observação como esta última seria fundamentalmente importante para respaldar a adoção do caráter bidimensional do escoamento, quando na modelagem analítica. Esta

afirmação é colocada nestes termos em virtude dos resultados aqui apresentados e discutidos referirem-se a sinais de deformação, portanto diretamente relacionados com o comportamento da estrutura, e, desta forma, naturalmente amplificados pela própria natureza elástica do corpo. Ideal seria contar-se com a disponibilidade de grandezas do campo de escoamento ao redor de cada seção instrumentada, por exemplo pressões ou velocidades, e com isto, efetuadas análises nos mesmos moldes, quantificar até que ponto análises em termos de deformação são consistentes com a realidade da correlação referente ao fenômeno de V.I.V..

De qualquer forma, se por um lado os resultados apresentados não são suficientes para garantir a bidimensionalidade do escoamento, de outro, confirmam o quadro de bifurcação dinâmica.

## 6. Conclusões e Recomendações

Com base em todas as análises realizadas verificou-se que a montagem e execução cuidadosa dos ensaios e modelo foram de fundamental importância no processo de confirmação da consistência dos resultados, pois permitiram mais de uma forma de garantir que o quadro de bifurcação dinâmica, encontrado na porção superior da faixa de “*lock-in*”, realmente se faz presente como um comportamento na dinâmica de estruturas sujeitas a ação do fenômeno de V.I.V..

Este comportamento de bifurcação já havia sido proposto em trabalhos anteriores, como por exemplo em Khalak & Williamson (1996) e ao mesmo tempo em Parra & Aranha (1996), entretanto, consultada boa parte da literatura referente ao assunto, não se encontraram resultados experimentais que houvessem comprovado a efetiva existência de seu ramo superior. Deste modo, conhecia-se o “*lower branch*”, e esta foi a motivação para as proposições anteriores, entretanto, especificamente com relação ao “*upper branch*”, aparentemente não haviam resultados experimentais que evidenciassem a sua existência. Neste sentido, os ensaios aqui conduzidos, pela própria natureza flexível do modelo, permitiram a verificação de ambos os ramos de resposta dinâmica e, de certo modo, comprovaram as proposições efetuadas. Uma prova contundente da existência desta bifurcação foi o exemplo de sinal apresentado na figura 4.34, onde o fenômeno de “*jump*” é visivelmente detectado.

Verificada esta duplicidade no tipo de resposta do sistema, o que se tentou foi reproduzi-la com base em modelos analíticos. Os resultados de comparação com o modelo de Iwan & Blevins clássico demonstraram a boa consistência deste modelo analítico quando na predição da amplitude máxima de oscilação, entretanto,

evidenciaram a sua limitação, principalmente, em predizer a aproximada posição de sua ocorrência, bem como, o quadro de bifurcação dinâmica na região direita da faixa de “*lock-in*”. Este mesmo modelo com a incorporação de um termo de restauração cúbica provou ser capaz de, ao menos em termos de amplitudes, recuperar boa parte dos resultados experimentais, entretanto, sua ainda insuficiente robustez se mostrou evidente na predição da largura da faixa de “*lock-in*”, quando foi capaz de reproduzir apenas uma estreita faixa de ocorrência. Por outro lado, o modelo de Iwan & Blevins com termo de restauração de 5<sup>a</sup>. ordem apresentou uma maior robustez, principalmente, no que se refere a esta questão da largura da faixa de sincronização.

Curioso foi perceber que ambos os modelo de robustez interseccionaram o “*lower branch*” em uma mesma posição (ver figura 5.7 de amplitude adimensional vs. velocidade reduzida) o que parece sinalizar uma ainda ausente contribuição, talvez de origem hidrodinâmica, capaz de reproduzir de forma mais consistente o aspecto constante da resposta nesta região. Sabe-se que os modelo numéricos de C.F.D. vêm recuperando bem esta região da faixa de “*lock-in*”, deixando-se aqui, como recomendação para trabalho futuro, uma releitura destes modelos numéricos, tentando auferir que hipóteses são assumidas em sua estrutura e talvez daí extrair a resposta necessária para tornar os modelos aqui trabalhados ainda mais representativos do fenômeno.

No que se refere aos estudos de correlação realizados, não puderam ser traçadas conclusões mais profundas já que o caráter estrutural de seus resultados responderam por uma aparente amplificação da real situação de correlação. Ideal seria, e neste ponto abre-se uma possível investigação futura, a realização do mesmo procedimento de análise, porém baseado em medições de grandezas hidrodinâmicas, por exemplo

pressões ou velocidades do campo de escoamento, possibilitando-se, assim, uma inferência da real consistência dos resultados aqui conseguidos em termos de deformações. De qualquer forma, se as análises contidas neste trabalho não serviram para a elaboração de resultados mais concretos, ao menos possibilitaram a confirmação indireta do já comentado quadro de bifurcação dinâmica. Neste ponto seria recomendável uma concepção de modelo, mantendo o arranjo básico deste trabalho, porém, tentando incorporar medições hidrodinâmicas do campo de escoamento e, deste modo, ampliando as fontes de resultados para análise.

Dada a boa qualidade dos resultados conseguidos e dadas as análises possíveis de serem realizadas, pode-se confirmar a eficiência dos modelos analíticos fundamentados no modelo de Iwan & Blevins clássico, que permitem de maneira expedita a consistente representatividade da dinâmica de estruturas sujeitas ao fenômeno de vibrações induzidas pela vorticidade; destaca-se, no entanto, a necessidade de investigações complementares na busca de torná-los ainda mais robustos.

## 7. Anexos:

### 7.1. Recuperação do Modelo de Iwan & Blevins Clássico

Assim como apresentado inicialmente, o modelo analítico de Iwan & Blevins clássico é caracterizado por um sistema com duas equações diferenciais, cada qual representando respectivamente o oscilador elástico e o fluido. Destaca-se, neste sistema, a Força de Sustentação  $f_L(x, t)$  responsável pelo acoplamento entre as equações e enunciada como:

$$f_L(x, t) = \frac{1}{2} \rho \cdot U^2 \cdot D \cdot C_L(x, t), \quad (7.1.1)$$

onde:  $C_L(x, t)$  diz respeito ao Coeficiente de Sustentação, que segundo a teoria de fólios, pode ser escrito da seguinte maneira:

$$C_L(x, t) = \frac{2\alpha_4}{\rho \cdot U^2 \cdot D} \left( \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t} \right), \quad (7.1.2)$$

para a qual:

$w = w(x, t)$  refere-se a uma variável “fictícia” responsável pela descrição do oscilador fluido;

$y = y(x, t)$  refere-se ao deslocamento lateral de cada ponto da estrutura e

$\alpha_4$  diz respeito às características do fluido, do escoamento e da seção transversal submetida ao mesmo.

Considerando um tubo cilíndrico e flexível, apresentando uma distribuição linear e constante de massa  $m = m(x)$  e estando submetido a um esforço de tração  $T(x)$ , tem-se como representativa de sua dinâmica a Equação Estrutural de Euler:

$$m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + c(x) \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( T(x) \frac{\partial y}{\partial x} \right) = \alpha_4 s(x) \left( \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t} \right), \quad (7.1.3)$$

onde:  $s(x)$  trata-se de uma função capaz de considerar apenas o trecho longitudinal da estrutura cilíndrica no qual está havendo excitação, ou seja,  $s(x)$  corresponde à fração longitudinal excitada da estrutura  $0 \leq s(x) \leq 1$ .

Considerando-se apenas oscilações livres não amortecidas, esta equação (7.1.3) pode ser novamente escrita como:

$$m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( T(x) \frac{\partial y}{\partial x} \right) = 0. \quad (7.1.4)$$

Aplicando-se, então, uma separação típica de variáveis, na forma:  $y(x, t) = \varphi(x) \cdot Y(t)$ , esta equação passa à forma do seguinte sistema:

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) - \frac{d}{dx} \left( T(x) \frac{d\varphi}{dx} \right) - m(x) \omega^2 \varphi = 0 & (7.1.5) \\ \frac{d^2 Y}{dt^2} + \omega^2 Y = 0 & (7.1.6) \end{cases}$$

caracterizando, sob condições de contorno apropriadas, um problema de auto-valor auto-adjunto.

De forma complementar, usando-se a ortogonalidade dos auto-vetores, no que se refere à massa e rigidez podem ser escritas as seguintes equações:

$$\int_0^L \left\{ \frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2 \varphi_n(x)}{dx^2} \right) - \frac{d}{dx} \left( T(x) \frac{d\varphi_n(x)}{dx} \right) \right\} \varphi_m(x) dx = 0 \text{ e} \quad (7.1.7a)$$

$$\int_0^L m(x) \varphi_n(x) \varphi_m(x) dx = 0, \quad (7.1.7a)$$

decorrendo, assim, as definições de Massa Modal ( $M_n$ ) e de Rigidez Modal ( $K_n$ ), dadas respectivamente por:

$$M_n = \int_0^L m(x) \varphi_n^2(x) dx \text{ e} \quad (7.1.8b)$$

$$K_n = \int_0^L \left\{ \frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2 \varphi_n(x)}{dx^2} \right) - \frac{d}{dx} \left( T(x) \frac{d\varphi_n(x)}{dx} \right) \right\} \varphi_n(x) dx. \quad (7.1.8b)$$

Expandindo em série generalizada de Fourier do tipo:  $y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x) \cdot Y_n(t)$ , a

mesma equação (7.1.4) pode ser novamente escrita como sendo dada por:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left[ \frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2 \varphi_n(x)}{dx^2} \right) - \frac{d}{dx} \left( T(x) \frac{d\varphi_n(x)}{dx} \right) \right] Y_n(t) + m(x) \varphi_n(x) \frac{d^2 Y_n(t)}{dt^2} \right\} = 0. \quad (7.1.9)$$

Multiplicando-se, agora, a equação (7.1.9) pelo auto-vetor  $\varphi_n(x)$  e integrando-se este resultado no intervalo  $0 \leq x \leq L$ , vem, através das equações (7.1.7a), (7.1.7b), (7.1.8a) e (7.1.8b), a seguinte equação:

$$M_n \frac{d^2 Y_n}{dt^2} + K_n Y_n = 0.$$

Considerando-se, ainda de acordo com a mesma ortogonalidade dos auto-vetores, que seja possível uma combinação linear entre massa e rigidez resultando no amortecimento  $c(x)$ :

$$\int_0^L c(x) \varphi_n(x) \varphi_m(x) dx = 0, \quad (7.1.11a)$$

define-se, então, o amortecimento modal ( $C_n$ ) como:

$$C_n = \int_0^L c(x) \varphi_n^2(x) dx. \quad (7.1.11b)$$

Assumindo-se que de maneira análoga a variável “fictícia”  $w(x,t)$  possa ser caracterizada pela sobreposição modal, de tal forma que:

$$w(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x) \cdot W_n(t),$$

bem como

$$S_n = \int_0^L s_n(x) \varphi_n^2(x) dx,$$

então, a Equação Estrutural de Euler (7.1.3), forçada e amortecida, pode ser reconduzida ao seguinte equacionamento:

$$\frac{d^2 Y_n}{dt^2} + 2\zeta_n^T \omega_n \frac{dY_n}{dt} + \omega_n^2 Y_n = \frac{\alpha_4}{\nu_n} \frac{dW_n}{dt}, \quad (7.1.12)$$

onde:  $\zeta_n^T$  refere-se ao coeficiente de amortecimento crítico modal total, sendo definido como:

$$\zeta_n^T = \frac{(C_n + S_n \alpha_4)}{2M_n \omega_n} = \zeta_n^S + \frac{\alpha_4}{2\omega_n \nu_n}, \quad (7.1.13)$$

para o qual:

$$\omega_n^2 = \frac{K_n}{M_n} \quad (7.1.14)$$

e a Massa Efetiva Modal ( $\nu_n$ ):

$$\nu_n = \frac{M_n}{S_n}. \quad (7.1.15)$$

Na prática o coeficiente de amortecimento crítico modal total ( $\zeta_n^T$ ) engloba uma parcela referente ao coeficiente de amortecimento crítico modal estrutural ( $\zeta_n^S$ ) e outra referente ao coeficiente de amortecimento crítico modal viscoso ( $\zeta_n^V$ ).

Segundo a Fórmula de Morison, considerando-se ainda o fato de que o efeito viscoso só é relevante nos trechos onde não se verifica a sincronização dos vórtices, bem como o valor desprezível da velocidade ( $U$ ) do escoamento, face à velocidade transversal da estrutura, pode-se expressar a Força Viscosa  $f_v(x, t)$  como sendo:

$$f_v(x, t) = \frac{1}{2} C_D \cdot \rho \cdot S_p \cdot D \left| \frac{\partial y}{\partial t} \right| \frac{\partial y}{\partial t} (1 - s_n(x)). \quad (7.1.16)$$

Havendo sincronização entre frequência de emissão dos vórtices e frequência natural de oscilação da estrutura no  $n$ -ésimo modo, é possível escrever:

$$y_n(x, t) = A_n(x) \sin(\omega_n t) \quad (7.1.17)$$

e derivando-se esta equação (7.1.17):

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \omega_n A_n(x) \cos(\omega_n t). \quad (7.1.18)$$

Substituindo-se (7.1.18) em (7.1.16), obtém-se então:

$$f_v(x, t) = c_{v,n}(x, t) \frac{\partial y}{\partial t} (1 - s_n(x)), \quad (7.1.19)$$

onde:  $c_{v,n}(x, t)$  é definido como o coeficiente de amortecimento modal viscoso, valor

este dado por:

$$c_{v,n}(x, t) = \frac{4}{3\pi} C_D \cdot \rho \cdot S_p \cdot D \cdot \omega_n \cdot |A_n(x)|, \quad (7.1.20)$$

conseguido graças a uma linearização, segundo a qual: “a energia dissipada em um ciclo, quando se usa a fórmula linear, é a mesma que aquela obtida quando se faz uso da fórmula não linear. De forma análoga àquela definida em (7.1.11b), tem-se também:

$$C_n^v = \int_0^L c_{v,n}(x,t) \varphi_n^2(x) dx, \quad (7.1.21)$$

através da qual, é possível se estabelecer um coeficiente de amortecimento crítico modal viscoso ( $\zeta_n^v$ ) dado por:

$$\zeta_n^v = \frac{C_n^v}{2\omega_n M_n} \quad (7.1.22)$$

e, então, o coeficiente de amortecimento crítico modal total ( $\zeta_n^T$ ) pode ser escrito como:

$$\zeta_n^T = \zeta_n^s + \zeta_n^v = \zeta_n^s + \frac{2 \int_0^L C_D \cdot \rho \cdot S_p \cdot D \cdot |A_n(x)| \cdot (1 - s_n(x)) \cdot \varphi_n^2(x) dx}{3\pi \int_0^L m(x) \varphi_n^2(x) dx}. \quad (7.1.23)$$

A equação (7.1.12) do oscilador elástico deve ainda ser adimensionalizada. Para tanto, assumindo-se o seguinte grupo adimensionalizador:

$$t^* = \omega_n t;$$

$$\alpha_4^* = \frac{\alpha_4}{\rho \cdot D^2 \omega_n};$$

$$Y_n^* = \frac{Y_n}{\gamma_n D} \text{ e}$$

$$W_n^* = \frac{W_n}{\gamma_n D},$$

chega-se à seguinte equação adimensionalizada:

$$\frac{d^2 Y_n^*}{dt^{*2}} + (2\zeta_n^* + \frac{4\alpha_4^*}{\pi\mu_n^i}) \frac{dY_n^*}{dt^*} + Y_n^* = \frac{4\alpha_4^*}{\pi\mu_n^i} \frac{dW_n^*}{dt^*}, \quad (7.1.24)$$

onde:  $(\mu_n^i)$  refere-se a uma massa efetiva modal reduzida, definida como:

$$\mu_n^i = \frac{4v_n}{\rho \cdot \pi \cdot D^2}, \quad (7.1.25)$$

bem como  $(\gamma_n)$  dizendo respeito a um Fator de Forma mais adiante justificado e por agora definido como:

$$\gamma_n = \frac{\left[ \int_0^L m(x) \bar{\varphi}_n^2(x) dx \right]^{\frac{1}{2}}}{\left[ \int_0^L m(x) \bar{\varphi}_n^4(x) dx \right]}. \quad (7.1.26)$$

Como já foi discutido, um modelo que seja consistente com as características do fenômeno de V.I.V. é, no que se refere ao oscilador fluido, naturalmente conduzido a uma equação de Van der Pol, apresentada da seguinte maneira:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \left[ \alpha_1 - \alpha_2 \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] \frac{\partial w}{\partial t} + \omega_s^2 w = \alpha_3 \frac{\partial y}{\partial t}. \quad (7.1.27)$$

De forma análoga àquela aplicada no caso do oscilador elástico, empregando-se as mesmas composições modais para  $y(x, t)$  e  $w(x, t)$ :

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x) \cdot Y_n(t) \quad w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x) \cdot W_n(t),$$

bem como multiplicando toda a equação (7.1.27) por  $[m(x) \cdot \varphi_n(x)]$  e, em seguida, integrando-a ao longo de toda a extensão longitudinal  $0 \leq x \leq L$ , obtém-se:

$$\begin{aligned}
 & M_n \frac{d^2 W_n}{dt^2} - \alpha_1 M_n \frac{dW_n}{dt} + \\
 & + \alpha_2 \int_0^L \left[ \sum_{p=1}^{\infty} \left( \frac{dW_p}{dt} \varphi_p(x) \right) \right]^2 \sum_{q=1}^{\infty} \left( \frac{dW_q}{dt} \varphi_q(x) \right) m(x) \varphi_n(x) dx + \quad (7.1.28) \\
 & + \omega_s^2 M_n W_n = \alpha_3 M_n \frac{dY_n}{dt}.
 \end{aligned}$$

Supondo como hipótese de desacoplamento das várias equações o fato de que:

$$\frac{dW_n}{dt} \gg \frac{dW_m}{dt}, \text{ qualquer que seja } n \neq p, \text{ então, o terceiro termo da equação (7.1.28)}$$

pode ser simplificado. Dividindo a equação resultante pela massa modal ( $M_n$ ), tem-se a seguinte equação:

$$\frac{d^2 W_n}{dt^2} - \left[ \alpha_1 - \frac{\alpha_2}{\gamma_n} \left( \frac{dW_n}{dt} \right)^2 \right] \frac{dW_n}{dt} + \omega_s^2 W_n = \alpha_3 \frac{dY_n}{dt}. \quad (7.1.29)$$

É neste ponto que se verifica a definição do Fator de Forma ( $\gamma_n$ ), já apresentado pela equação (7.1.26) e naturalmente obtido pela adimensionalização descrita acima.

Buscando-se, então, a adimensionalização de (7.1.29) através do seguinte grupo:

$$t^* = \omega_n t;$$

$$\alpha_1^* = \frac{\alpha_1}{\omega_s};$$

$$\alpha_2^* = \frac{\alpha_2}{\omega_s D^2};$$

$$\alpha_3^* = \frac{\alpha_3}{\omega_s};$$

$$Y_n^* = \frac{Y_n}{\gamma_n D} \text{ e}$$

$$W_n^* = \frac{W_n}{\gamma_n D},$$

chega-se à seguinte equação adimensional representativa do oscilador fluido:

$$\frac{d^2 W_n^*}{dt^{*2}} - \left[ \alpha_1^* - \alpha_2^* \left( \frac{dW_n^*}{dt^*} \right)^2 \right] \frac{dW_n^*}{dt^*} + W_n^* = \alpha_3^* \frac{dY_n^*}{dt^*}. \quad (7.1.30)$$

É importante perceber que a equação obtida continua sendo do tipo Van der Pol, onde o caráter de auto-excitação se verifica pelo fato de que a solução de equilíbrio ( $W_n^* = 0$ ) é instabilizada por um amortecimento negativo, crescendo exponencialmente até o instante em que este mesmo amortecimento torna-se positivo, a partir do qual, a amplitude da oscilação, anteriormente induzida, passa então a ser controlada, evidenciando-se, assim, seu caráter auto-regulador.

O Modelo de Iwan & Blevins aqui transcrito, bastante mais desenvolvido e investigado em Martins (1989), pode ser resumido da seguinte forma:

$$\begin{cases} \frac{d^2 Y_n^*}{dt^{*2}} + \left( 2\zeta_n^s + \frac{4\alpha_4^*}{\pi\mu_n^r} \right) \frac{dY_n^*}{dt^*} + Y_n^* = \frac{4\alpha_4^*}{\pi\mu_n^r} \frac{dW_n^*}{dt^*} \\ \frac{d^2 W_n^*}{dt^{*2}} - \left[ \alpha_1^* - \alpha_2^* \left( \frac{dW_n^*}{dt^*} \right)^2 \right] \frac{dW_n^*}{dt^*} + W_n^* = \alpha_3^* \frac{dY_n^*}{dt^*} \end{cases} \quad (7.1.31)$$

Com a Amplitude Modal ( $A_n$ ) do deslocamento lateral sendo enunciada como:

$$A_n = \gamma_n F_n D, \quad (7.1.32)$$

para a qual:

$D$  representa o diâmetro externo da estrutura tubular cilíndrica;

$\gamma_n$  é o Fator de Forma:

$F_n$  é um Fator de Amplificação definido experimentalmente pela seguinte equação:

$$F_n = \frac{1}{1 + 9,6(\mu_n^i \zeta_n^T)^{1,8}} \quad (7.1.33)$$

$\mu_n^i$  é a Massa Efetiva Modal Reduzida e

$\zeta_n^T$  o Amortecimento Crítico Modal.

Notar o caráter iterativo na determinação de  $(F_n)$ , quando  $s_n(x) \neq 1$ .

## 7.2. Modos e Frequências Naturais na Configuração de Balanço

O modelo estrutural que descreve a configuração de ensaio proposta é aquele que diz respeito a uma barra, com distribuição de massa constante ao longo de sua extensão  $\mu(x) = \mu$  e disposta verticalmente na condição em balanço, como mostrado na figura abaixo:

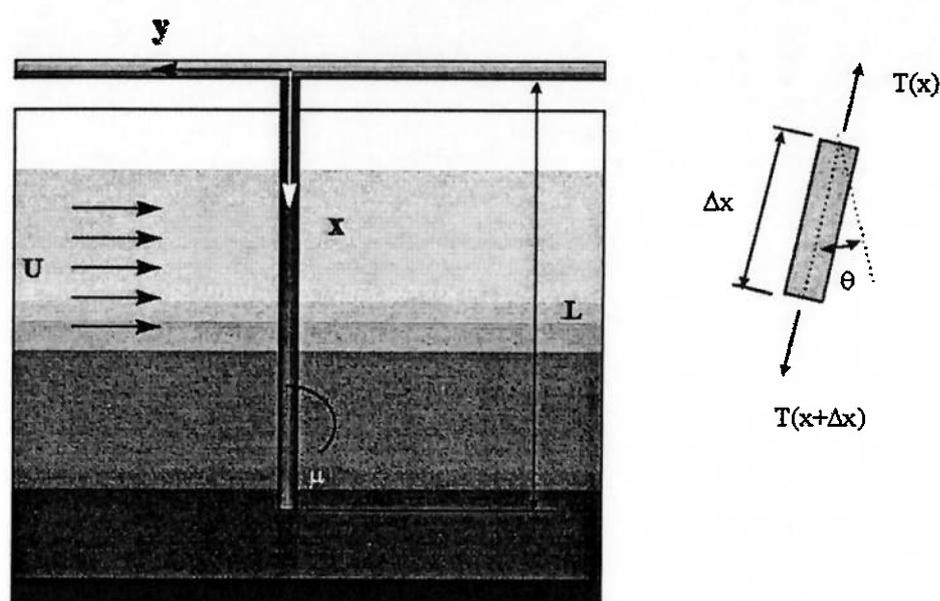


Figura 7.1 Desenho Esquemático da Configuração de Ensaio Adotada

Pode-se notar, de acordo com a figura 7.1, que o balanço de forças atuando sobre um elemento de comprimento infinitesimal ( $\Delta x$ ) é dado por:

$$T(x + \Delta x) \cdot \sin \theta(x + \Delta x) - T(x) \cdot \sin \theta(x) = \Delta F_x . \quad (7.2.1)$$

Supondo-se, então, que  $\theta \ll 1 \Rightarrow \sin \theta \approx \tan \theta$ , a equação anterior pode ser escrita como:

$$\Delta F_x = T(x + \Delta x) \frac{\partial y}{\partial x}(x + \Delta x) - T(x) \frac{\partial y}{\partial x}(x) , \quad (7.2.2)$$

para a qual, quando  $\Delta x \rightarrow 0$ :

$$\Delta F_x = \frac{\partial}{\partial x} \left( T(x) \frac{\partial y}{\partial x} \right). \quad (7.2.3)$$

Sabendo-se, ainda, que a Tração ( $T(x)$ ) ao longo da estrutura é máxima junto ao engaste e nula na extremidade livre, ou seja:  $T(x) = \mu \cdot g \cdot (L - x)$ , então, a equação (7.2.3) se modifica, passando à forma:

$$\Delta F_x = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \cdot g \cdot (L - x) \frac{\partial y}{\partial x} \right). \quad (7.2.4)$$

Por outro lado, a variação das Forças Externas ( $\Delta F_x$ ) agindo em  $x$  é dada por:

$$\Delta F_x = m_v \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) \quad (7.2.5)$$

e deste modo, supondo ainda que a Rigidez Flexional seja constante:  $EI(x) = EI$ , a equação do movimento do sistema em estudo fica dada por:

$$m_v \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \cdot g \cdot (L - x) \frac{\partial y}{\partial x} \right), \quad (7.2.6)$$

sendo uma típica Equação Estrutural de Euler, para a qual:

$$m_v = \mu + m_a = \mu + \frac{\pi \cdot \rho \cdot D_{ec}^2}{4}, \quad (7.2.7)$$

com:  $m_a$  dizendo respeito à Massa Adicional e

$\rho$  à Densidade do Fluido em Escoamento.

Efetuando-se, então, uma separação típica de variáveis:  $y(x,t) = \varphi(x) \cdot \tau(t)$ , pode-se chegar a:

$$\tau(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t), \quad (7.2.8)$$

bem como a seguinte equação na coordenada longitudinal:

$$\{EI\varphi'''' - \mu \cdot g \cdot (L - x)\varphi'\}' - m_v \omega^2 \varphi = 0. \quad (7.2.9)$$

Como primeira aproximação assume-se como desprezível a contribuição do termo devido à tração ao longo da barra. Desta forma, a equação (7.2.9) pode ser simplificada:

$$\left\{ \frac{\partial^4}{\partial x^4} - \beta^4 \right\} \varphi = 0, \quad (7.2.10)$$

onde:

$$\beta^4 = \frac{m_v \omega^2}{EI} \quad (7.2.11)$$

e, para a qual, é natural assumir-se uma resposta do tipo  $\varphi(x) = e^{\beta x}$ , que, levada à equação (7.2.10), permite a obtenção do seguinte modo natural:

$$\varphi(x) = C_1 e^{\beta x} + C_2 e^{-\beta x} + C_3 e^{i\beta x} + C_4 e^{-i\beta x} \quad (7.2.12)$$

Em se tratando de uma barra na condição em balanço ("cantilever"), suas condições de contorno são dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} y(0, t) = 0 \\ \frac{\partial y(0, t)}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial^2 y(L, t)}{\partial x^2} = 0 \\ \frac{\partial^3 y(L, t)}{\partial x^3} = 0 \end{array} \right. \quad (7.2.13)$$

Então, aplicando-se (7.2.13) em (7.2.12), chega-se ao seguinte resultado para os modos naturais da configuração proposta:

$$\varphi_n(x) = \sigma_n \left[ \sin\left(\frac{\alpha_n x}{L}\right) - \sinh\left(\frac{\alpha_n x}{L}\right) \right] + \cos\left(\frac{\alpha_n x}{L}\right) - \cosh\left(\frac{\alpha_n x}{L}\right), \quad (7.2.14)$$

onde:

$$\sigma_n = \frac{\sin \alpha_n - \sinh \alpha_n}{\cos \alpha_n + \cosh \alpha_n} \quad (7.2.15)$$

$$\alpha_n = \beta_n L$$

$\beta_n$  dados pela seguinte Equação Característica:

$$\cos(\beta_n L) \cosh(\beta_n L) + 1 = 0. \quad (7.2.16)$$

Respectivamente aos modos naturais apresentados e ainda de acordo com a aproximação assumida quando na obtenção de (7.2.10), tem-se as seguintes frequências naturais:

$$f_n = \frac{\alpha_n^2}{2\pi} \sqrt{\frac{(EI)_{eq}}{m_v L^4}}. \quad (7.2.17)$$

Dada a aproximação assumida com a simplificação da equação (7.2.9), torna-se interessante, ao menos no que diz respeito às Frequências Naturais, procurar aproximar os resultados já obtidos daqueles que seriam conseguidos sem esta simplificação. Para tanto, aplica-se o “Método de Rayleigh-Ritz”, considerando como boa aproximação os modos naturais já enunciados segundo a equação (7.2.14).

Desta forma, a partir da equação (7.2.9), podem ser identificados os seguintes operadores:

$$\begin{cases} L\{\varphi\} = Ei \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} - \mu \cdot g \cdot (L - x) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \\ M\{\varphi\} = m_v \varphi \end{cases} \quad (7.2.17 \text{ e } 18)$$

Sabe-se, ainda da teoria do Método proposto, que:

$$k_{i,j} = \int_0^L \varphi_i \cdot L\{\varphi_j\} \cdot dx, \quad (7.2.19)$$

onde:

$$L\{\varphi_j\} = L\left\{\sigma_j \left[ \sin\left(\frac{\alpha_j x}{L}\right) - \sinh\left(\frac{\alpha_j x}{L}\right) \right] + \cos\left(\frac{\alpha_j x}{L}\right) - \cosh\left(\frac{\alpha_j x}{L}\right) \right\}, \quad (7.2.20)$$

bem como:

$$m_{i,j} = \int_0^L \varphi_i \cdot M\{\varphi_j\} \cdot dx. \quad (7.2.21)$$

Analogamente:

$$M\{\varphi_j\} = M\left\{\sigma_j \left[ \sin\left(\frac{\alpha_j x}{L}\right) - \sinh\left(\frac{\alpha_j x}{L}\right) \right] + \cos\left(\frac{\alpha_j x}{L}\right) - \cosh\left(\frac{\alpha_j x}{L}\right) \right\}. \quad (7.2.22)$$

Finalmente, as frequências naturais corrigidas são dadas pelo seguinte Polinômio

Característico:

$$\langle k \rangle - \lambda^{(n)} \langle m \rangle \langle a \rangle = 0. \quad (7.2.23)$$

Observação: efetuadas algumas análises numéricas, percebeu-se que a consideração desta correção trazia pouca modificação ao valor analítico calculado apenas com a rigidez flexional e, portanto, dada a maior facilidade de implementação, utilizou-se nos cálculos teóricos deste trabalho a forma sem correção devida à tração.

### 7.3. Rigidez Flexional Equivalente para o Modelo Adotado

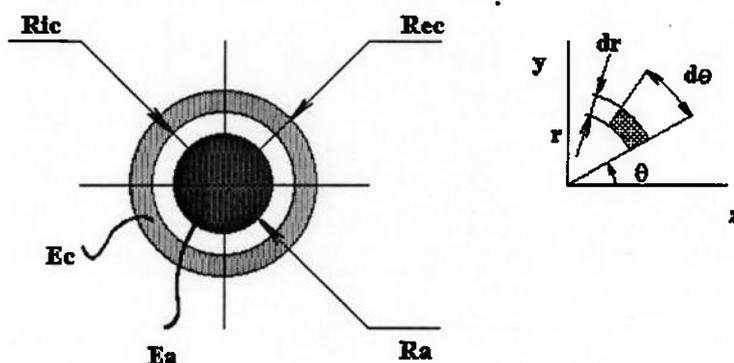


Figura 7.2 Esquema do Arranjo da Seção Transversal do Modelo

Sabendo-se que o arranjo adotado para a seção transversal do corpo de prova pode ser esquematicamente apresentado através da figura 7.2, é interessante formular sua Rigidez Flexional Equivalente ( $Rf_{eq}$ ). Para tanto, da teoria de estruturas, tem-se que a Tensão de Flexão ( $\sigma_f$ ) pode ser expressa como:

$$\sigma_f = E(y, z)\varepsilon_f, \quad (7.3.1)$$

onde: a Deformação de Flexão ( $\varepsilon_f$ ) pode ser escrita como a razão entre o Deslocamento Lateral ( $y$ ) e o Raio de Curvatura ( $\rho$ ), ou seja:

$$\varepsilon_f = \frac{y}{\rho}. \quad (7.3.2)$$

Desta mesma teoria, sabe-se, ainda, que o Momento Fletor ( $M_f$ ) é dado por:

$$M_f = \int_s \sigma_f y. ds \quad (7.3.3)$$

e então, substituindo (7.3.1) e (7.3.2) em (7.3.3), vem que:

$$M_f = \frac{1}{\rho_s} \int E(y, z) \cdot y^2 ds. \quad (7.3.4)$$

Já que o momento fletor também diz respeito à razão entre rigidez flexional equivalente ( $R_{f_{eq}}$ ) e o raio de curvatura ( $\rho$ ), então:

$$M_f = \frac{R_{eq}}{\rho} = \frac{1}{\rho_s} \int E(y, z) \cdot y^2 ds \quad (7.3.5)$$

e portanto:

$$R_{eq} = (EI)_{eq} = \int E(y, z) \cdot y^2 ds. \quad (7.3.6)$$

Ainda de acordo com a figura 7.2, pode-se depreender que:

$$\begin{cases} y = r \cdot \sin \theta \\ ds = r \cdot dr \cdot d\theta \end{cases} \quad (7.3.7)$$

e assumindo:

$$\begin{cases} E_a(y, z) = E_a(r, \theta) = E_a \\ E_c(y, z) = E_c(r, \theta) = E_c \end{cases} \quad (7.3.8)$$

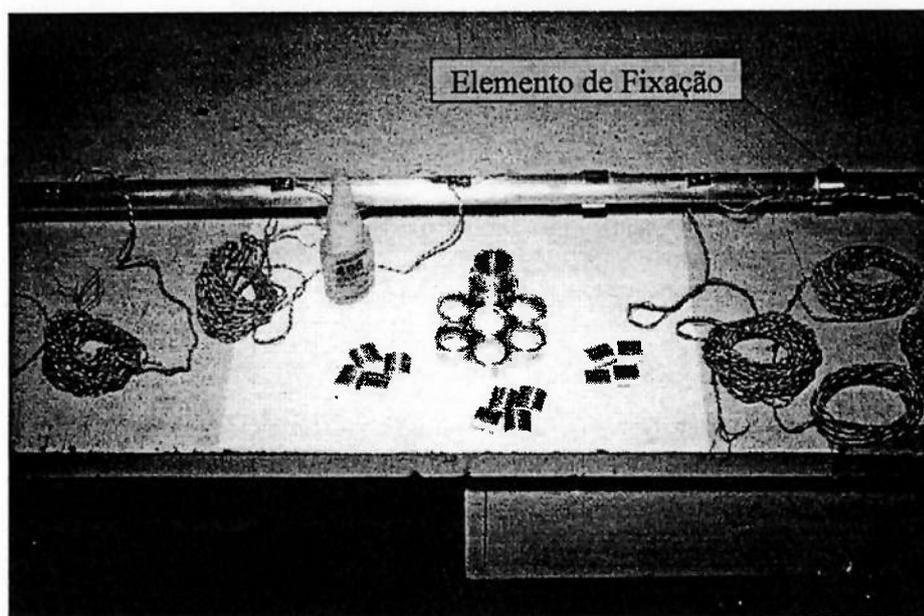
chega-se ao seguinte resultado:

$$R_{f_{eq}} = (EI)_{eq} = \frac{\pi}{64} [E_a D_a^4 + E_c (D_{ec}^4 - D_{ic}^4)]. \quad (7.3.9)$$

j) Em cada uma das 14 seções, soldaram-se três dos fios do cabo em um dos lados instrumentado e os outros três fios do mesmo cabo no sensor diametralmente oposto.

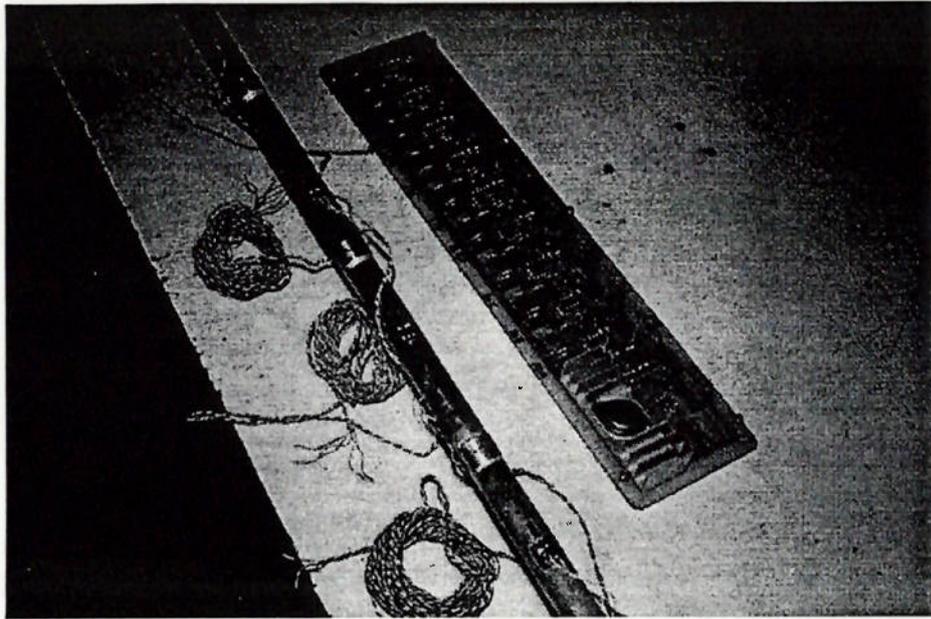
Ver figura 7.3;

k) Colaram-se então, através do adesivo ARALDITE/ultra-rápido, os elementos de fixação para garantir a solidariedade da alma com a cápsula. Estes elementos foram dispostos em número de dois por seção e, quando possível, a cada 15cm ao longo da estrutura. A montagem até este ponto descrita pode ser visualizada através das figuras 7.4 e 7.5;

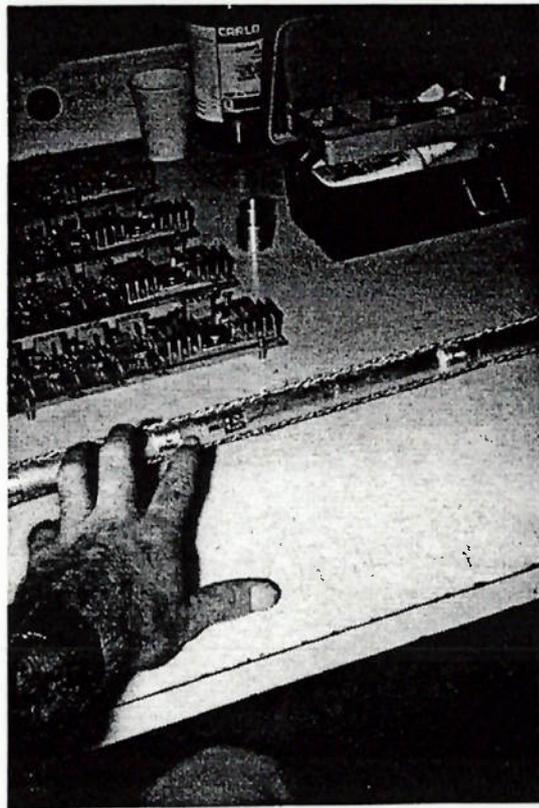


*Figura 7.4 Colagem dos Elementos de Fixação*

l) As ligações dos sensores aos seus respectivos fios foram devidamente identificadas através de etiquetas;

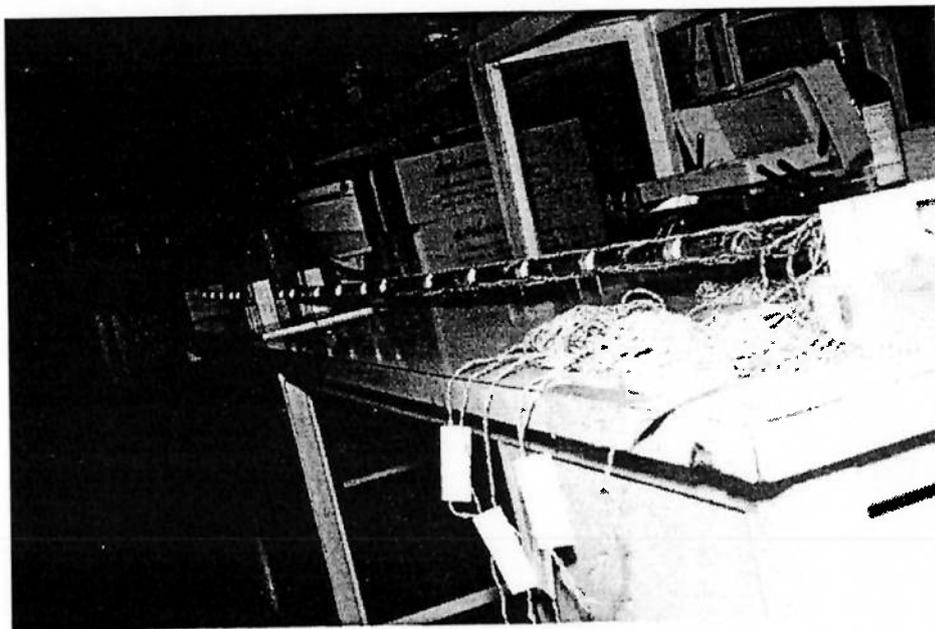


*Figura 7.5 Detalhe do Modelo Instrumentado e, ao lado, Placa de Condicionadores*



*Figura 7.6 Detalhe do Sensor e da Disposição da Fiação*

- m) Dispuseram-se os cabos ao longo da estrutura, afim de não serem seccionados ou terem sua isolação violada. Nesta etapa foi deixado um cabo para uma eventual incorporação de um acelerômetro na extremidade inferior do modelo. Esta etapa pode ser visualizada com o auxílio das figuras 7.6, 7.7 e 7.8;
- n) Mediu-se a isolação de cada extensômetro, corrigindo eventuais problemas;
- o) Com os extensômetros devidamente isolados, estes foram cobertos com uma fina camada de cera de abelha. Esta prática teve como finalidade conferir estanqueidade aos sensores contra eventual entrada de umidade no espaço entre a alma e a cápsula;
- p) Novamente mediu-se a isolação;
- q) Recobriu-se, então, os sensores com fina camada de SILICONE-807 (composição neutra). Esta prática visou conferir alguma resistência à isolação feita com cera;



*Figura 7.7 Cabos dispostos e devidamente identificados*

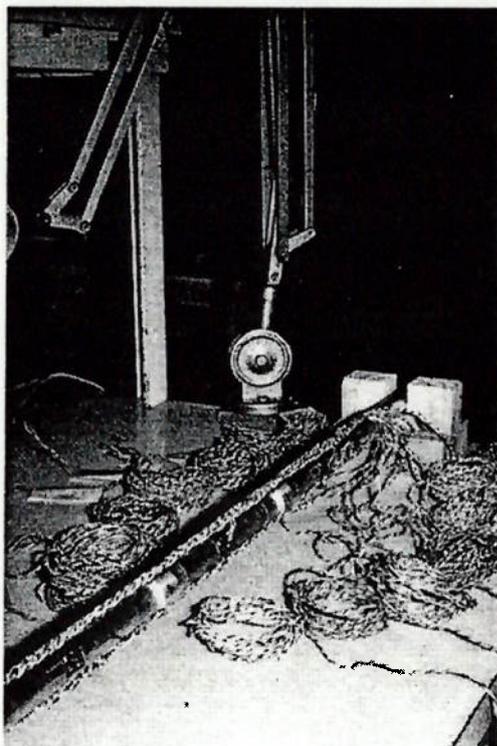
- r) Com auxílio de lubrificante (vasilina), efetuou-se a introdução da alma instrumentada no interior da cápsula, esta última devidamente marcada com as posições dos elementos de fixação internos;
- s) As posições de fixação foram furadas, fazendo-se roscas M3x10mm e, finalmente, a cápsula foi fixada à alma;
- t) Em seguida foi fixada uma peça na extremidade inferior do modelo, responsável pela estanqueidade interna, bem como do acondicionamento do acelerômetro em alguns dos ensaios executados com o modelo. Um detalhe desta montagem pode ser verificado na figura 7.9;
- u) Finalmente a cápsula foi levemente lixada e limpa, acrescentando-se pequena quantidade de cera sobre a cabeça dos parafusos para evitar qualquer interferência na hidrodinâmica do modelo.

Observações:

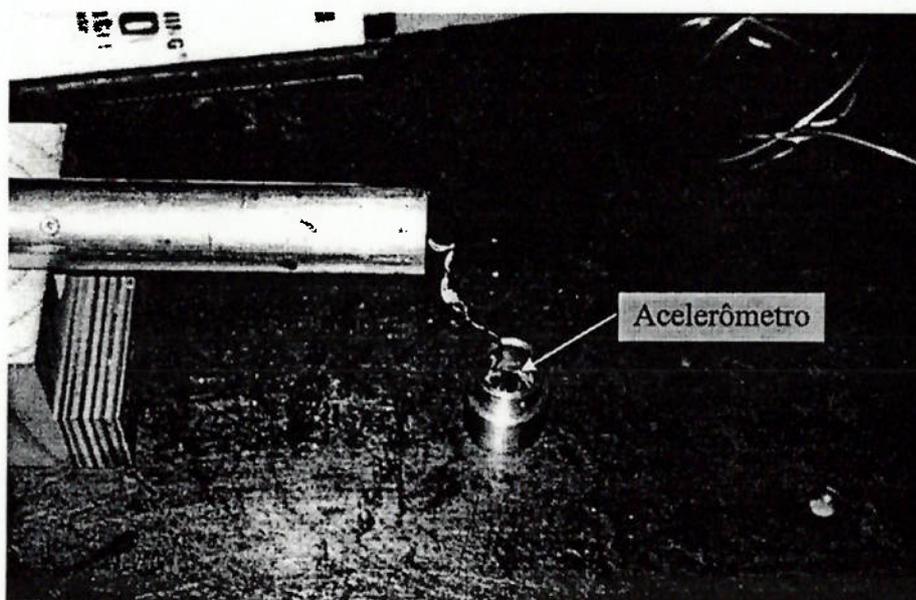
Ilustrando melhor a posição longitudinal de cada uma das 14 seções instrumentadas, bem como a posição dos vários elementos de fixação da cápsula na alma, acha-se no apêndice II um esquema da disposição dos componentes internos ao modelo, tal como foi implementada.

A título de ilustração da posição das várias seções instrumentadas ao longo do modelo nos dois primeiros modos de vibrar e respectivos módulos das curvaturas, tem-se as figuras 7.10 e 7.11 respectivamente referentes ao primeiro e segundo modos naturais. Estas figuras, juntamente com a tabela 7.2 desta mesma seção, são de grande utilidade na localização dos vários extensômetros e proporcionarão

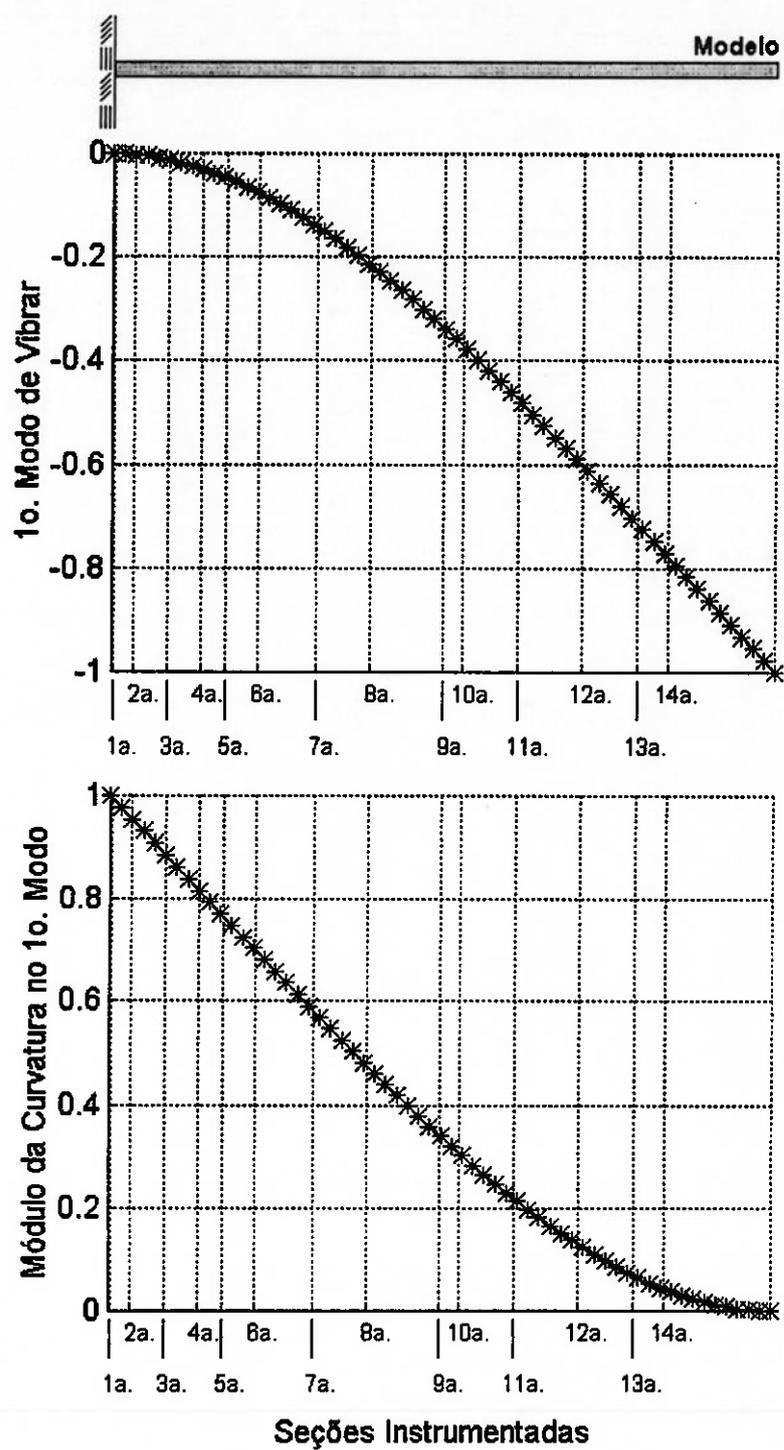
justificativas para determinados comportamentos detectados em análises tecidas a respeito dos resultados obtidos.



*Figura 7.8 Detalhe da Extremidade Superior do Modelo*



*Figura 7.9 Acelerômetro montado na Extremidade Inferior do Modelo*



*Figura 7.10 Disposição das Seções Instrumentadas no Primeiro Modo de Vibrar e Respetivo Módulo da Curvatura*

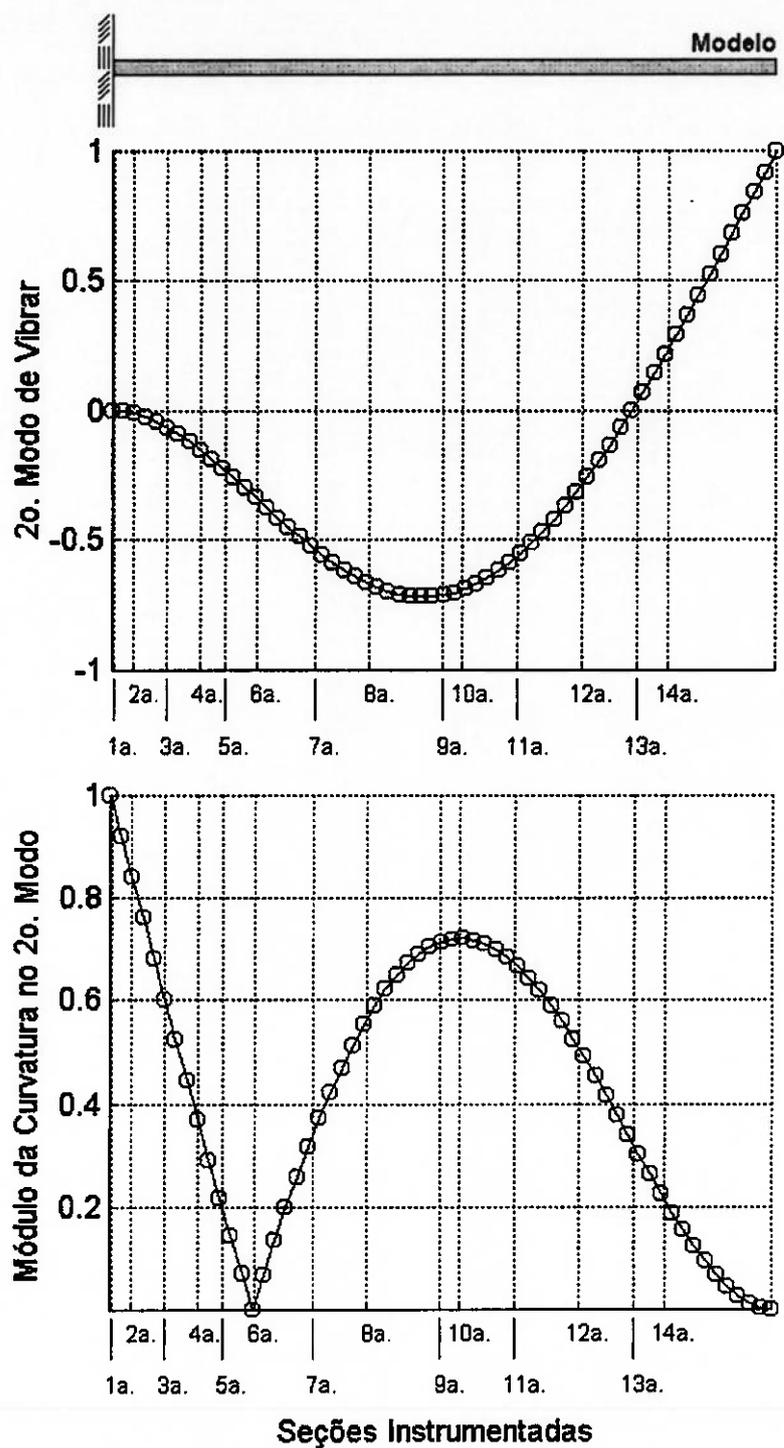


Figura 7.11 Disposição das Seções Instrumentadas no Segundo Modo de Vibrar e

Respectivo Módulo da Curvatura

## 8. Referências Bibliográficas

- **Abernathy, F.H.; Kronauer, R.E.** *The Formation of Vortex Streets.* Journal of Fluid Mechanics, p. 1-20, 1962.
- **Allen, D.W.; Henning, D.L.** *Vortex-Induced Vibration Tests of a Flexible Smooth Cylinder at Supercritical Reynolds Numbers.* Honolulu, Hawaii, ISOPE, v.3, p.680, 1997.
- **Batchelor, G.K.** *An Introduction to Fluid Dynamics.* Cambridge, 615 p., 1967.
- **Bearman, P.W.** *Loading and Response of Flexible Cylinders in Oscillating Flow and Waves: Interaction of Flow-Fields with Cables, Flexible Risers and Tethers.* Cambridge, Massachusetts, M.I.T. - Dep. of Ocean Engineering, 1991.
- **Bearman, P.W.** *Vortex Shedding from Oscillating Buff Bodies.* Annual Reviews Fluid Dynamics, n.16, p. 195-222, 1984.
- **Blevins, R.D.** *Formulas for Natural Frequency and Mode Shapes.* 2ed. Malabar, Florida, Robert and Krieger Publishing Company, 492 p., 1984.
- **Blevins, R.D.** *Flow-Induced vibrations.* 2.ed. Florida, Robert E. Krieger Publishing Company, 1990.
- **Chen, Y.N.** *Fluctuating Lift Forces of the Karman Vortex Streets on Single Circular Cylinders and in Tube Bundles, Part 1: The Vortex Street Geometry of the Single Circular Cylinder.* Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, p. 603-612, 1972.

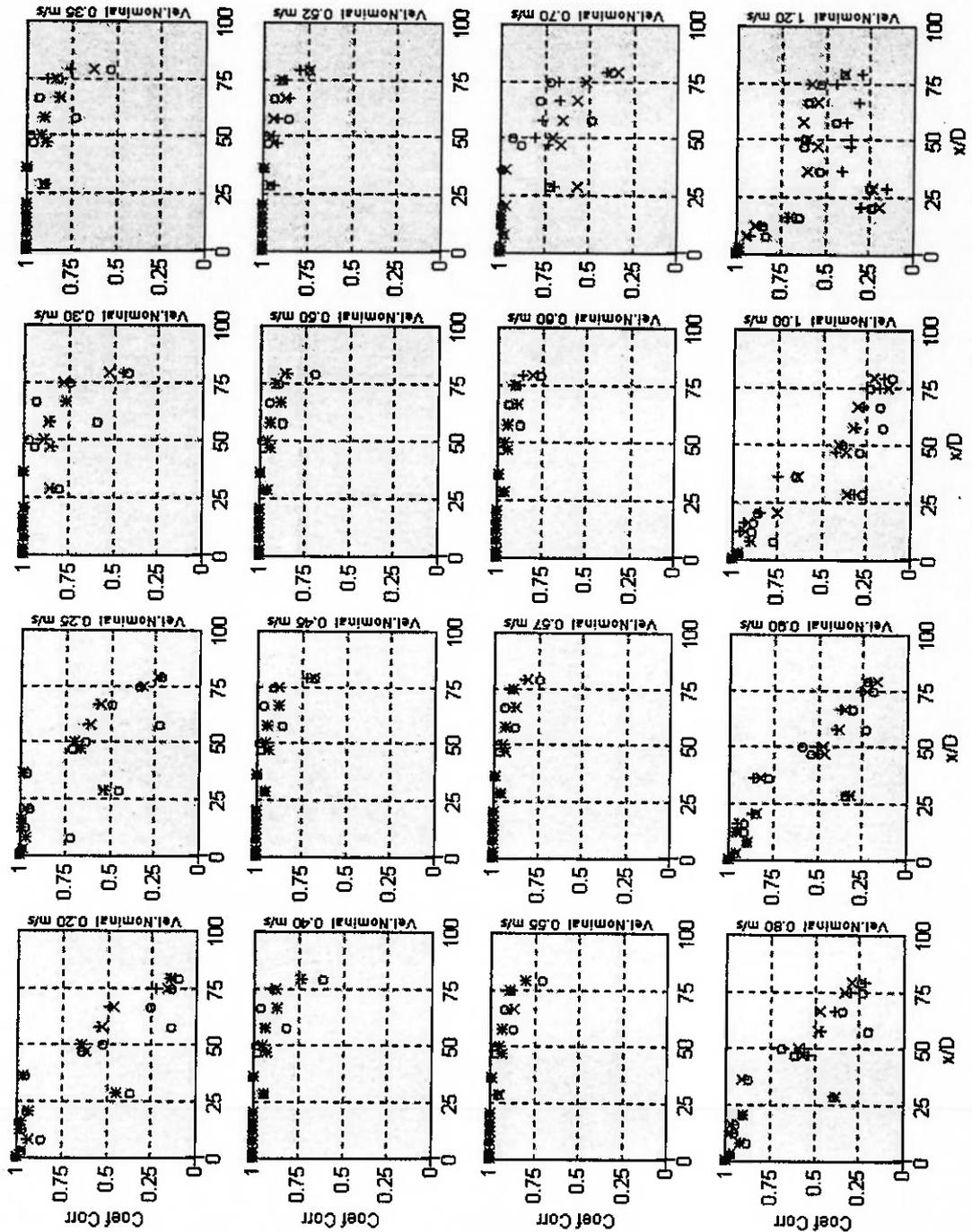
- **Chen, Y.N.** *Fluctuating Lift Forces of the Karman Vortex Streets on Single Circular Cylinders and in Tube Bundles, Part 2: Lift Forces of Single Cylinders.* Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, p. 613-622, 1972.
- **Chen, Y.N.** *Fluctuating Lift Forces of the Karman Vortex Streets on Single Circular Cylinders and in Tube Bundles, Part 3: Lift Forces in Tube Bundles.* Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, p. 623-628, 1972.
- **Chryssostomidis, C.; Patrikalakis, N.M.** *A Comparison of Theoretical and Experimental Prediction of the Vortex Induced Response of Marine Risers.* New Orleans, OMAE - Offshore Technology - ASME, v. 1, p. 318-327, 1984.
- **Chung, T.Y.** *Vortex-Induced Vibration of Flexible Cylinders in Sheared Flows.* Cambridge, 1987. Dissertação apresentada ao Departamento de Engenharia Oceânica do M.I.T.
- **Durgin, W.W.; et al.** Lower Mode Response of Circular Cylinders in Cross Flow. Journal of Fluids Engineering, v. 102, p. 183-189, 1980.
- **Feng, C.C.** *The Measurement of Vortex-Induced Effects in Flow Past Stationary and Oscillating Circular and D-Section Cylinders.* M.A.Sc. Thesis, University of British Columbia, 1968.
- **Ferrara, N.F.; Prado, C.P.C.** *Caos uma Introdução.* 1 ed. São Paulo, Edgard Blücher LTDA, 402p, 1994.
- **Fujarra, A.L.C.** *Memorial de Atividades Experimentais com um Modelo Reduzido de Tubo, Flexível e Liso, Sujeito ao Fenômeno de Vibração Induzida pela Vorticidade.* Complemento da Dissertação apresentada à Universidade de São Paulo, 1997.

- **Gerrard, J.H.** *The Mechanics of the Formation Region of Vortices Behind Bluff Bodies.* Journal Fluid Mechanics, v. 25, p. 401-413, 1966.
- **Gouda, B.H.L.** *Some Measurements of the Phenomena of Vortex-Shedding and Induced-Vibrations of Circular Cylinders.* Berlin, 1975. (Technische Universitat Berlin Report, DLR-FB 75-01)
- **Griffin, O.M.** *Universal Similarity in the Wakes of Stationary and Vibrating Bluff Structures.* Journal of Fluids Engineering, v. 103, p. 52-58, 1981.
- **Griffin, O.M.; Ramberg, S.E.** *Some Recent Studies of Vortex Shedding with Application to Marine Tubulars and Risers.* Transactions of the ASME, v. 104, p. 2-13, 1982.
- **Griffin, O.M.** *Vortex Shedding from Bluff Bodies in a Shear Flow: A Review.* Journal of Fluids Engineering, v. 107, p. 298-306, 1985.
- **Iwan, W.D.** *The Vortex Induced Oscillation of Elastic Structural Elements.* Journal of Engineering for Industry, p. 1378-1382, 1975.
- **Iwan, W.D.; Blevins, R.D.** *A Model for Vortex Induced Oscillation of Structures.* ASME - Journal of Applied Mechanics, p. 581-586, September 1974.
- **Khalak, A.; Williamson, C.H.K.** *Dynamics of a Hydroelastic Cylinder with Very Low Mass and Damping.* Submitted (1996).
- **King, R.** *Vortex Excited Oscillations of Yawed Circular Cylinders.* Journal of Fluids Engineering, v. 99, p. 495-502.

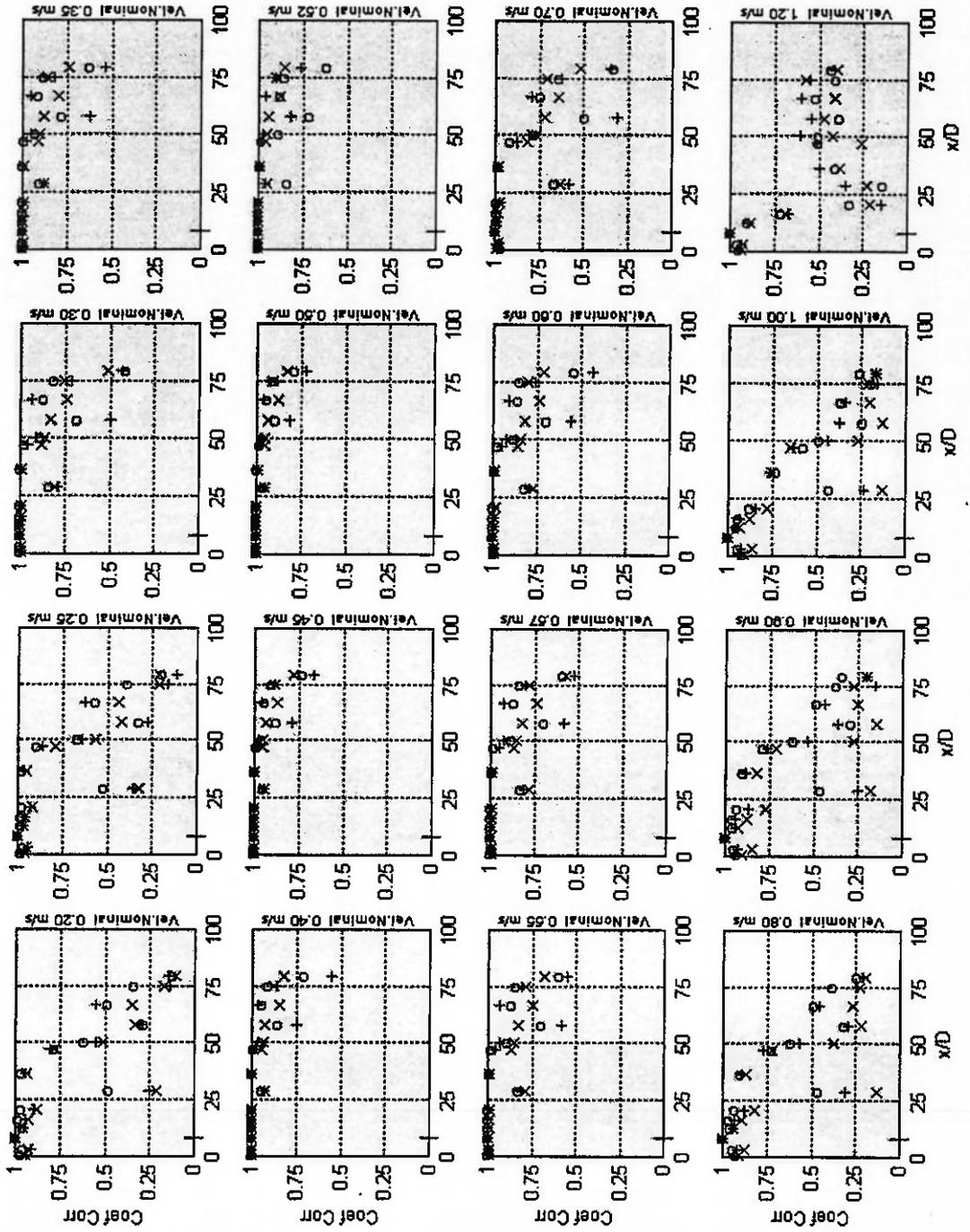
- **Rodriguez, O.** *Experimental Analysis of the Wake Instabilities of an Oscillating Cylinder Near Synchronization: Influence of the Amplitude Parameter.* Honolulu, Hawaii, ISOPE, v.3, p.694, 1997.
- **Sarpkaya, T.** *Vortex-Induced Oscillations: A Selective Review.* ASME - Journal of Applied Mechanics, p. 241-258, June 1979.
- **Sarpkaya, T.; Isaacson, M.** *Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures.* New York, Van Nostrand Reinhold, 651 p., 1981.
- **Schlichting, H.** *Boudary-Layer Theory.* 7 ed. New York, Mc Graw-Hill, 817 p. 1979.
- *The Student Edition of MatLab - User's Guide.* Englewood , N.J., The Math Works Inc., Prentice Hall, 833 p., 1995.
- **Vandiver, J.K.** *The Prediction of Lockin Vibration on Flexible Cylinders in a Sheared Flow.* OTC - 5006, p. 405-412, 1985.

## **Apêndice I: Resultados Gráficos do Coeficiente de Correlação**

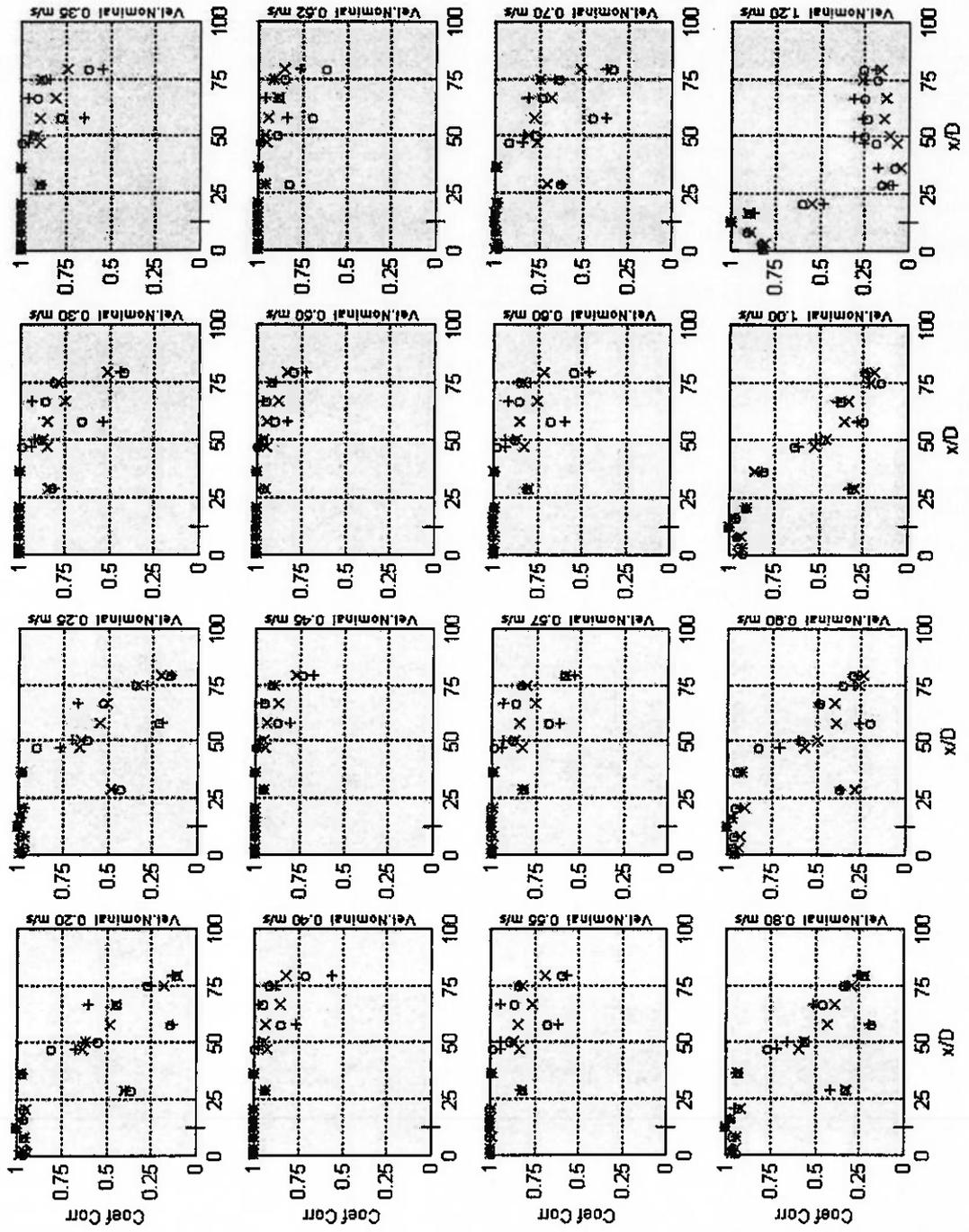
Coef. Correlação na 1a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: I(o), II(+), III(x)



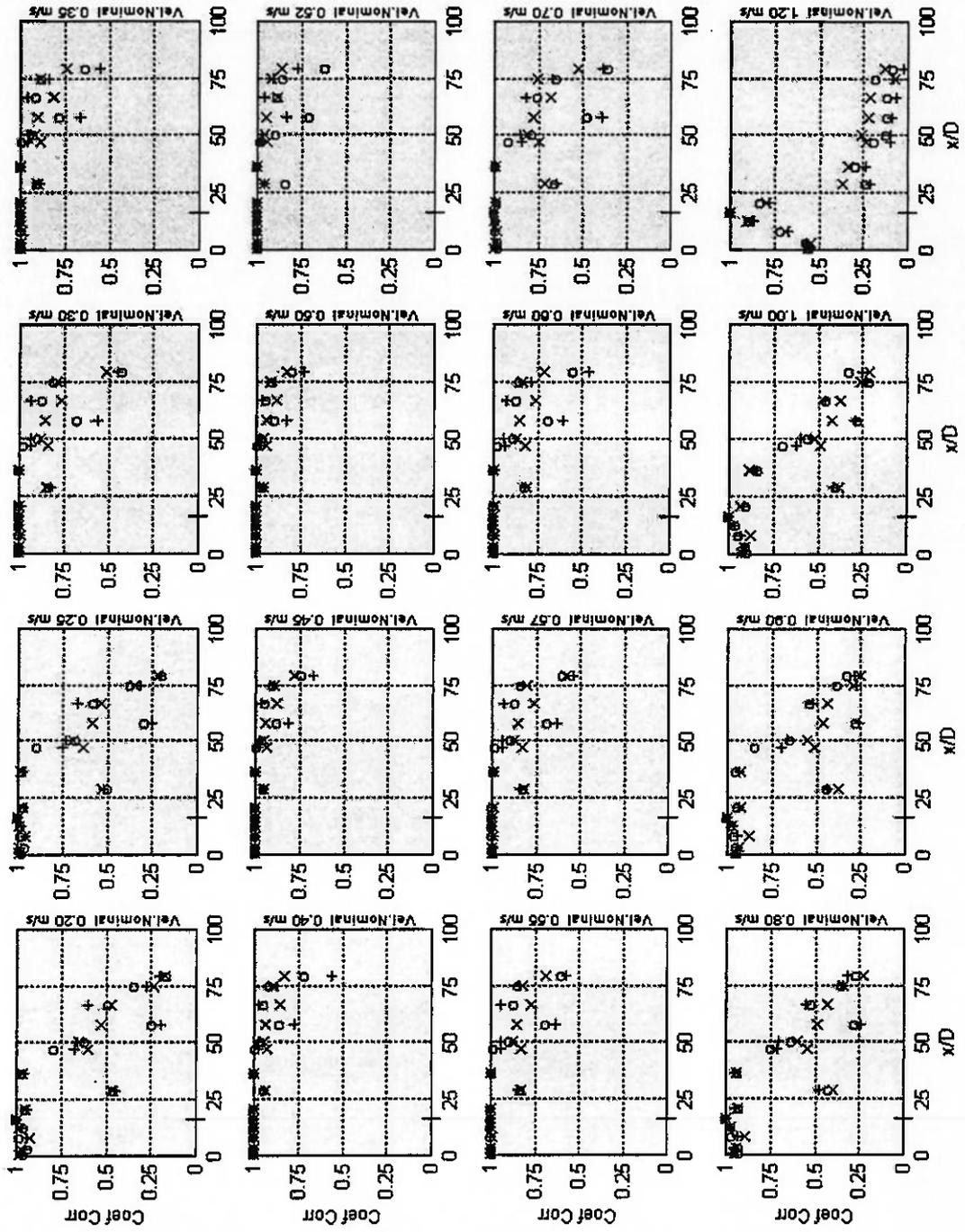
Coef. Correlação na 3a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: I(o), II(+), III(x)



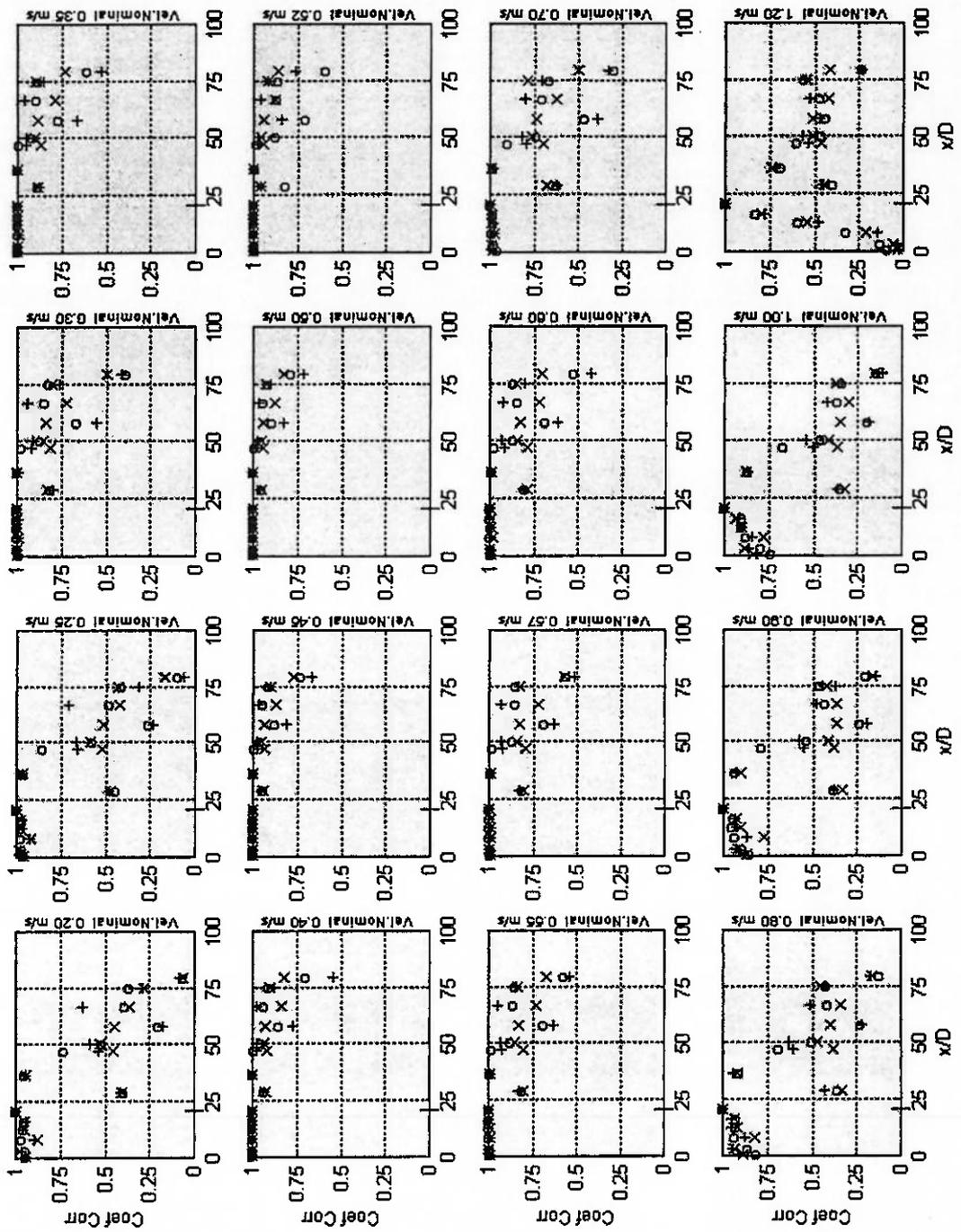
Coef. Correlação na 4a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: I(o), II(+), e III(x)



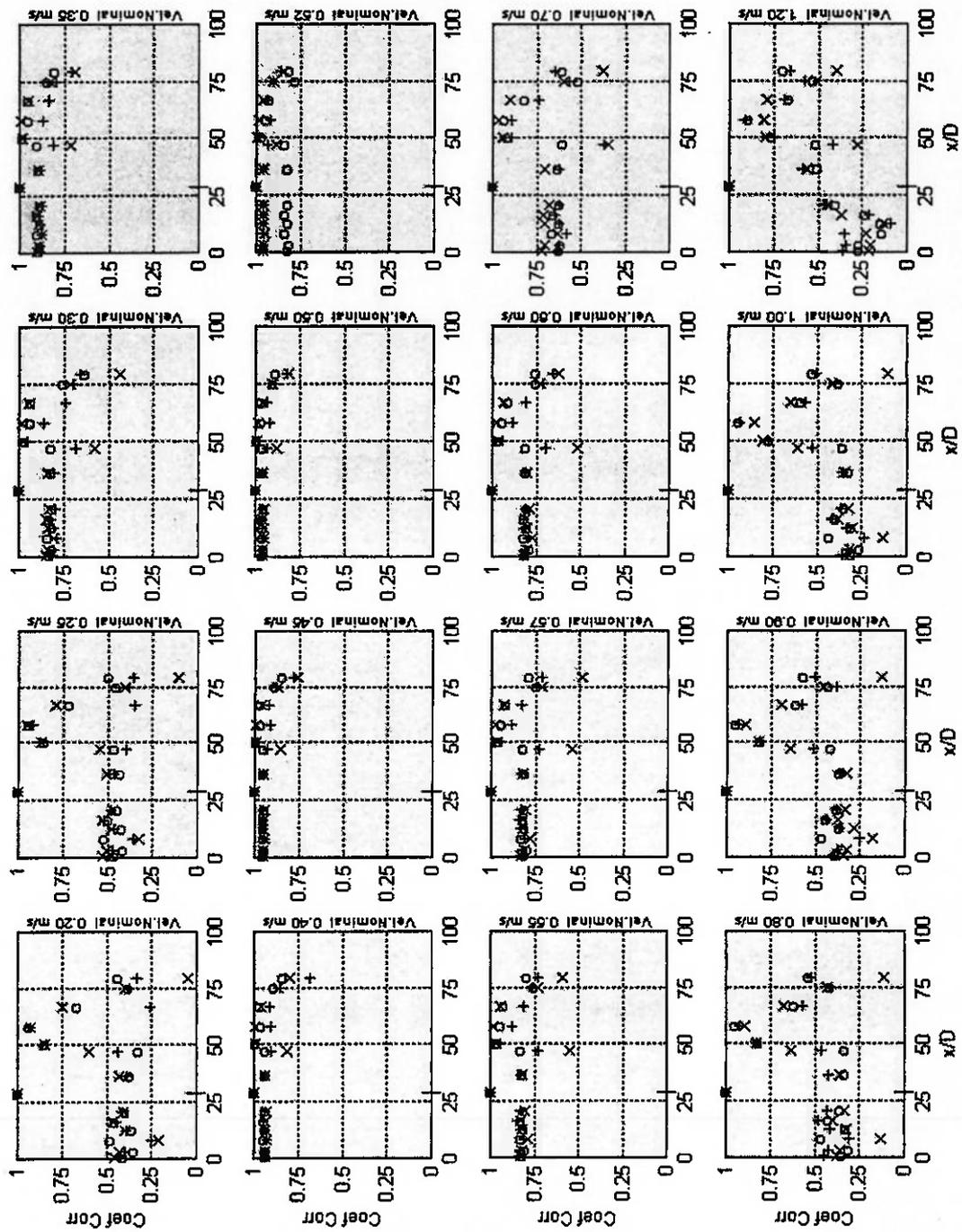
Coef. Correlação na 5a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: I(o), II(+), III(x)



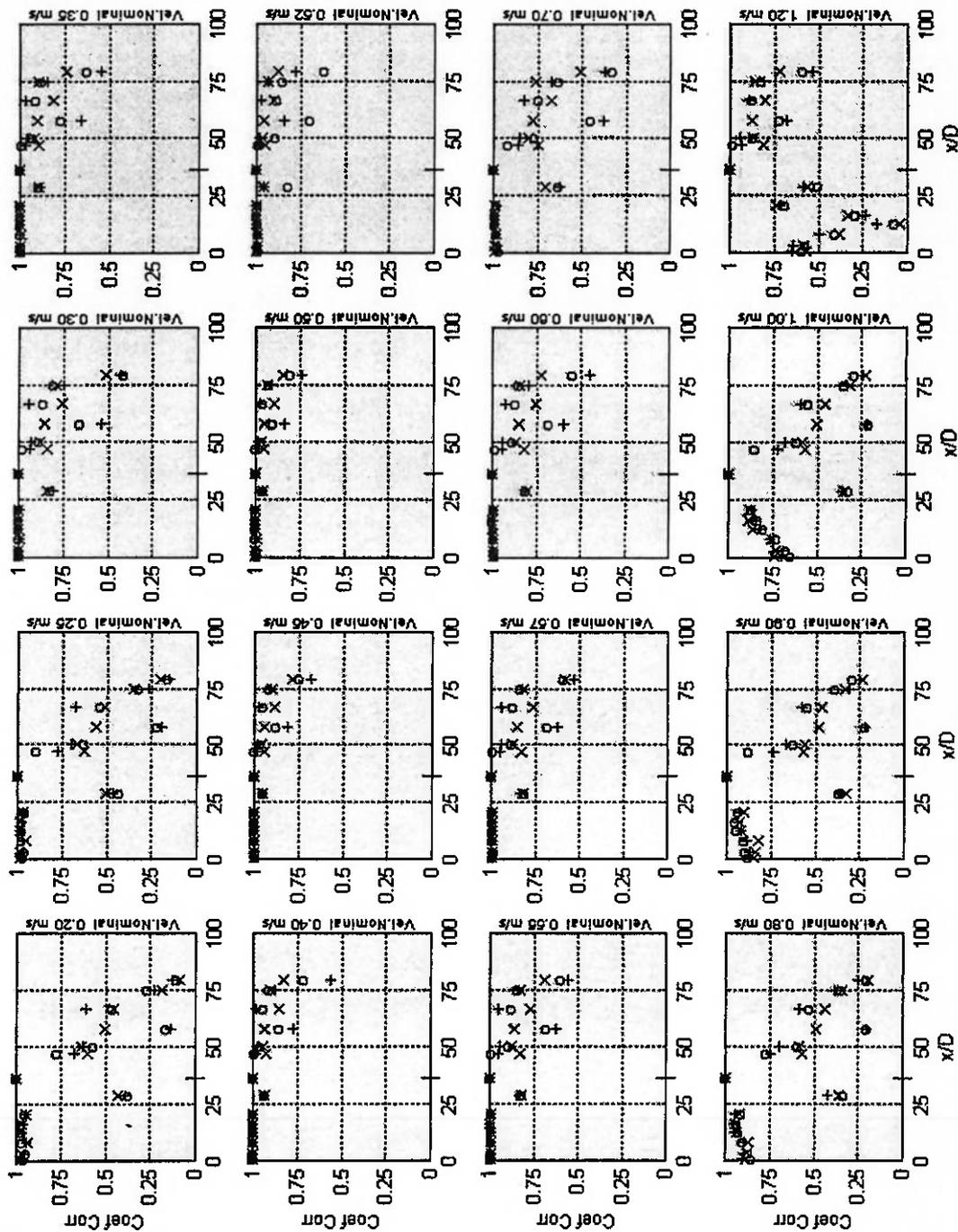
Coef. Correlação na 6a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: I(o), II(+), III(x)



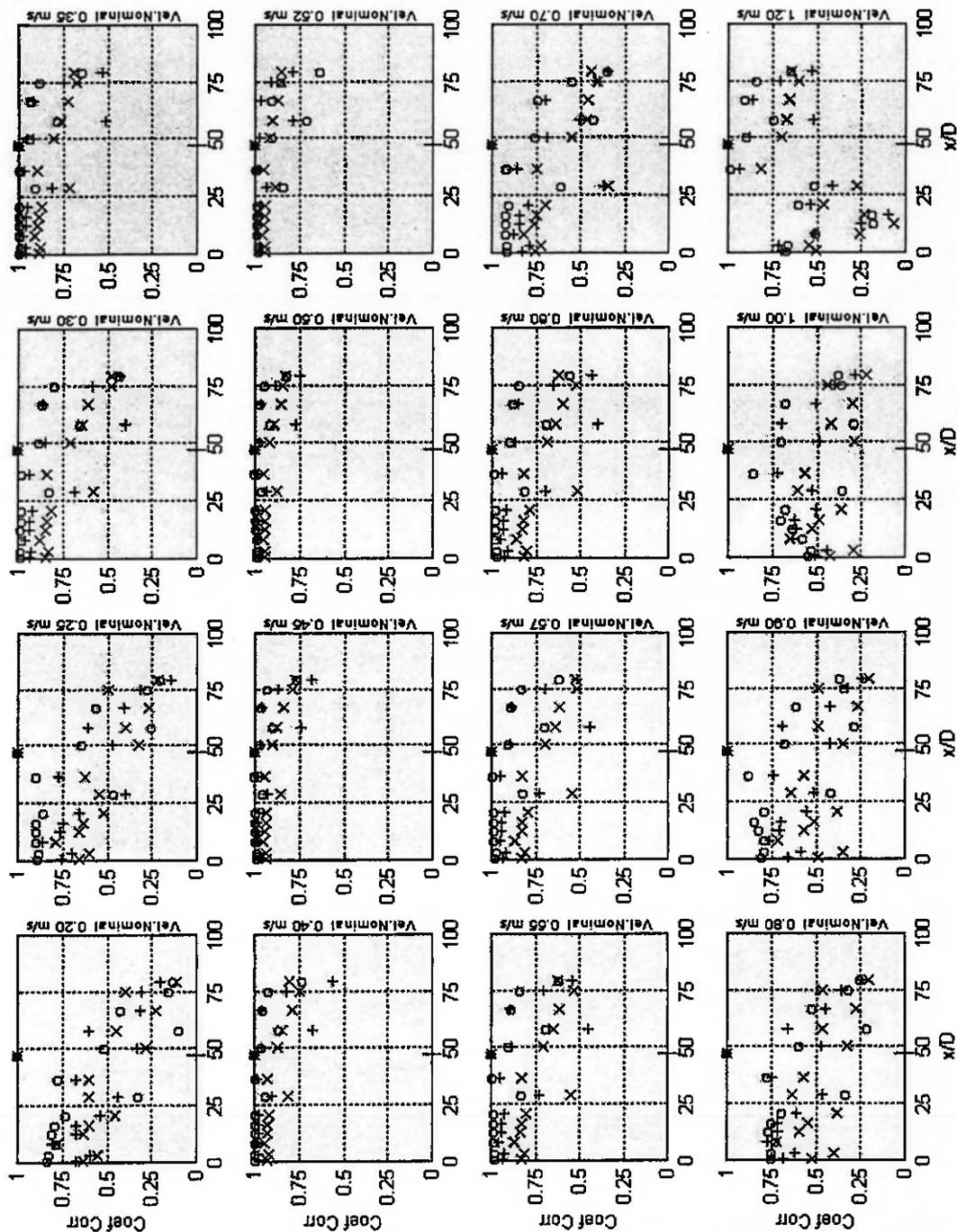
Coef. Correlação na 7a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: I(o), II(+), III(x)



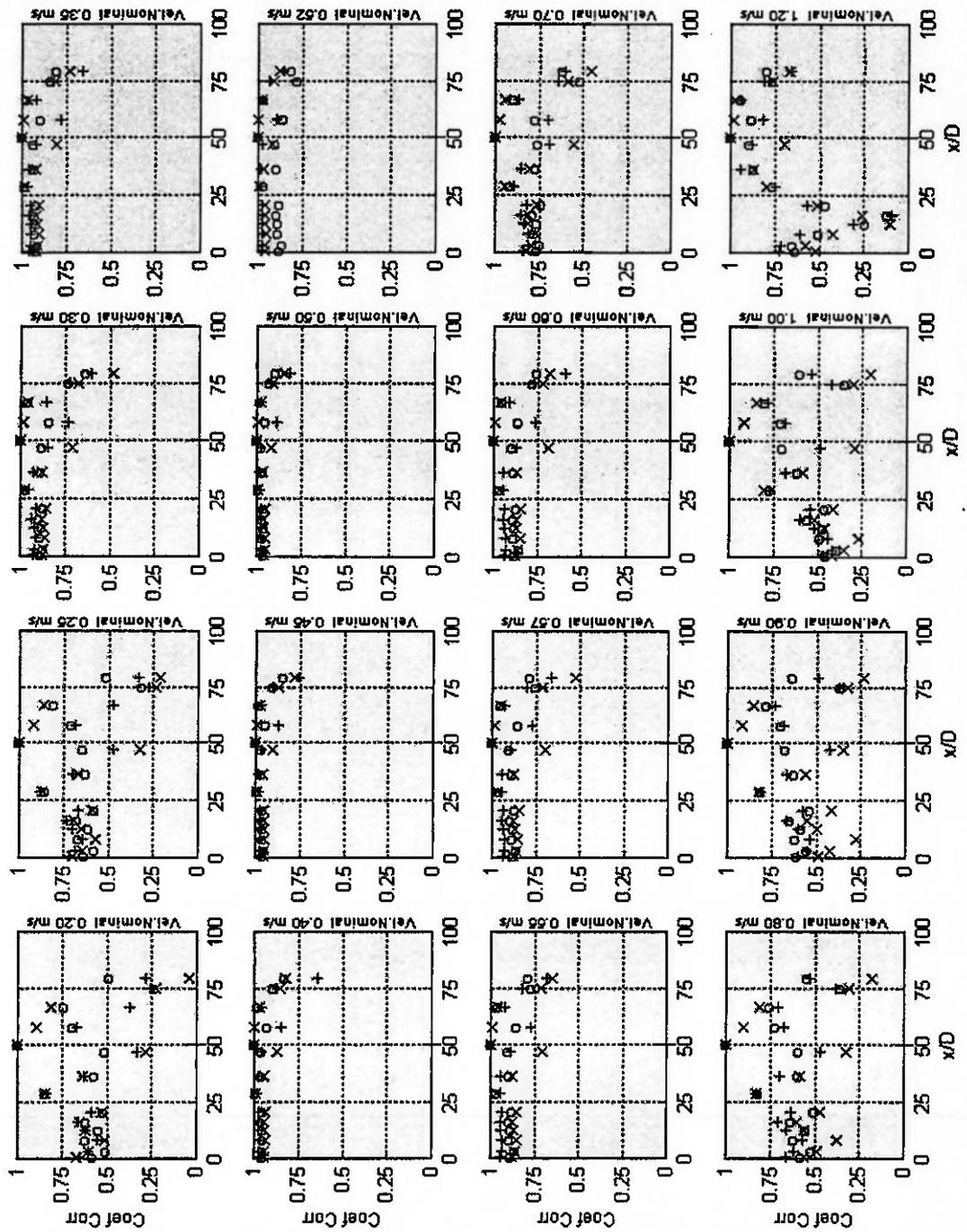
Coef. Correlação na 8a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: I(o), II(+), III(x)



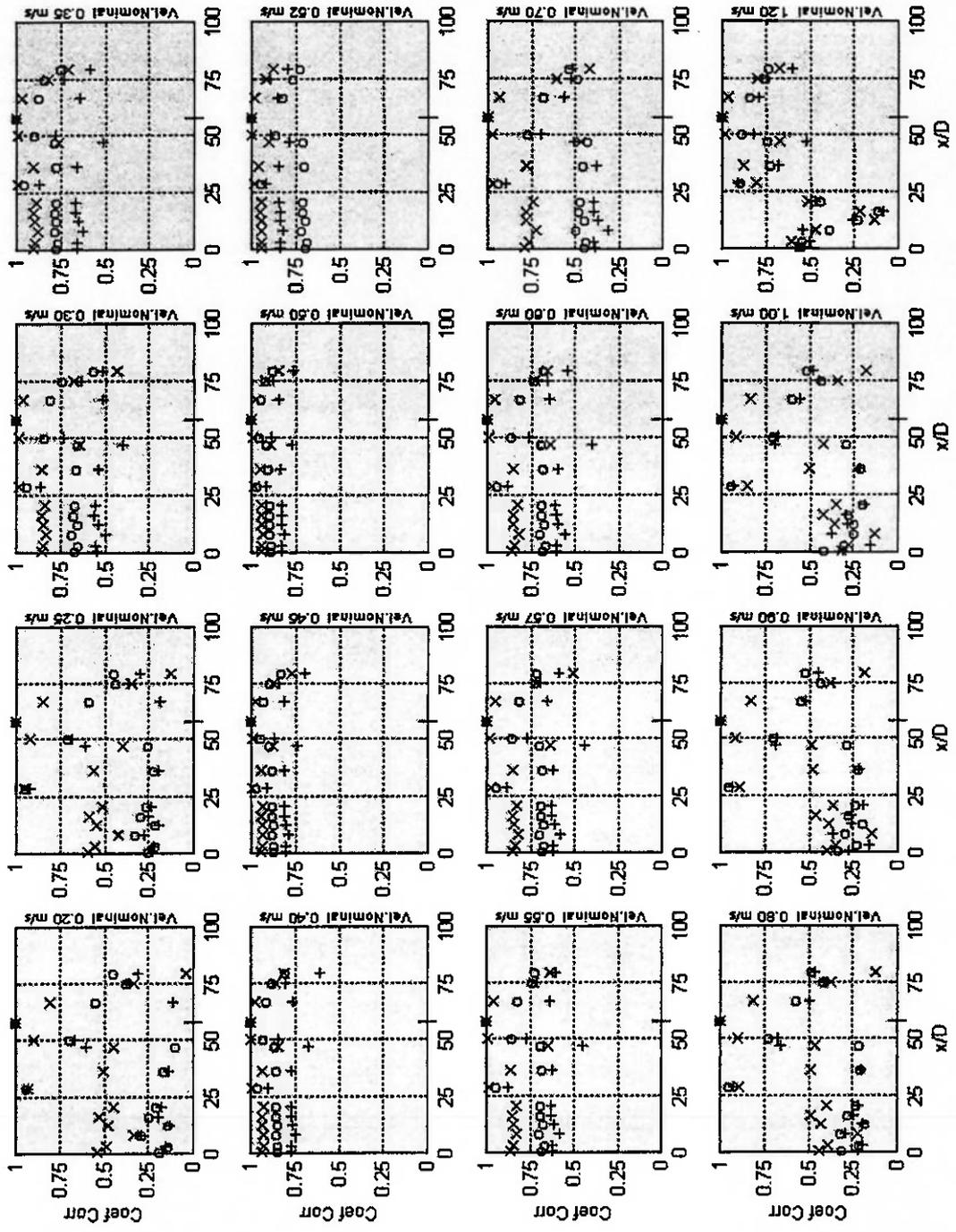
Coef. Correlação na 9a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: I(o), II(+), e III(x)



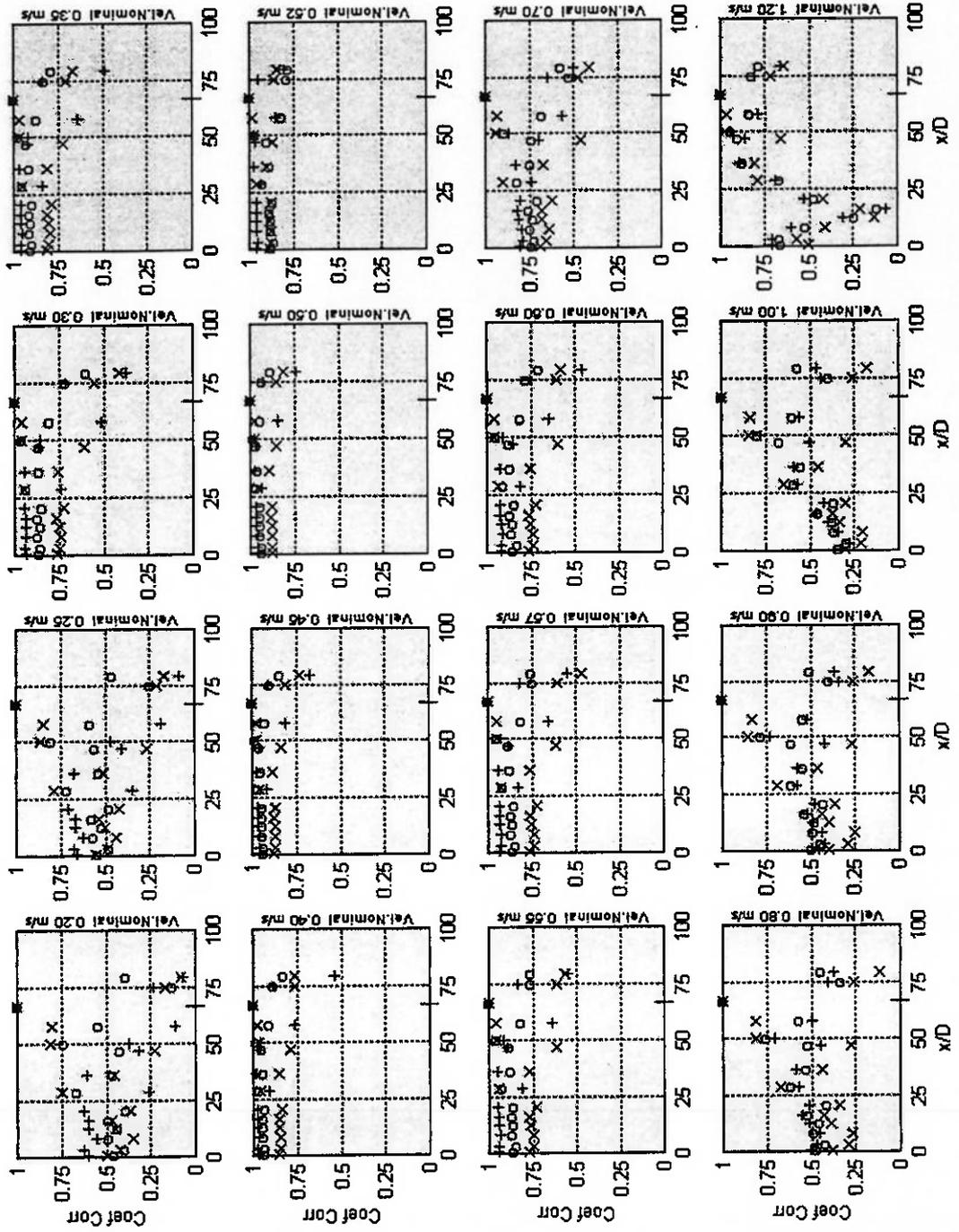
Coef. Correlação na 10a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: I(o), II(+), III(x)



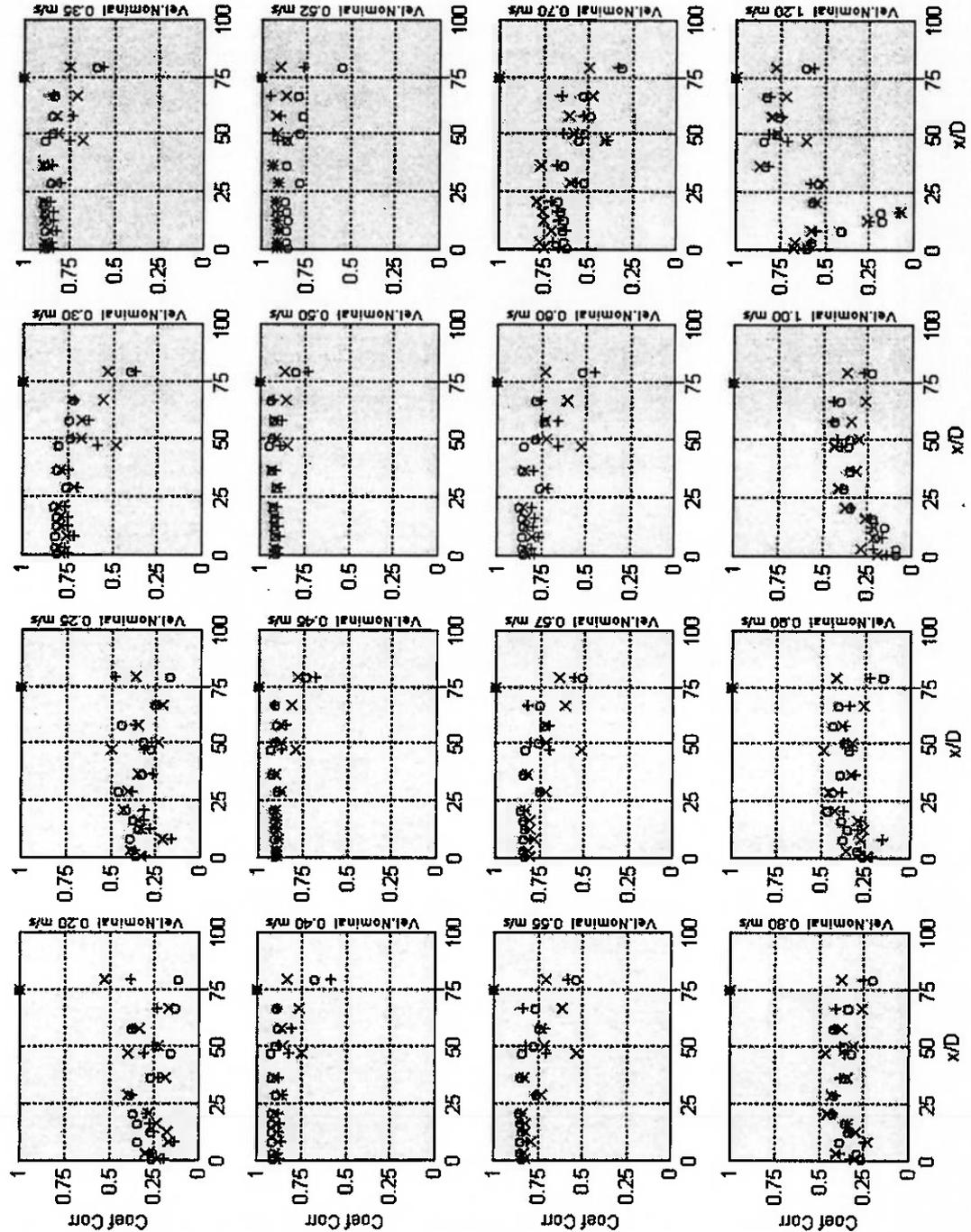
Coef. Correlação na 11a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: I(o), II(+), III(x)



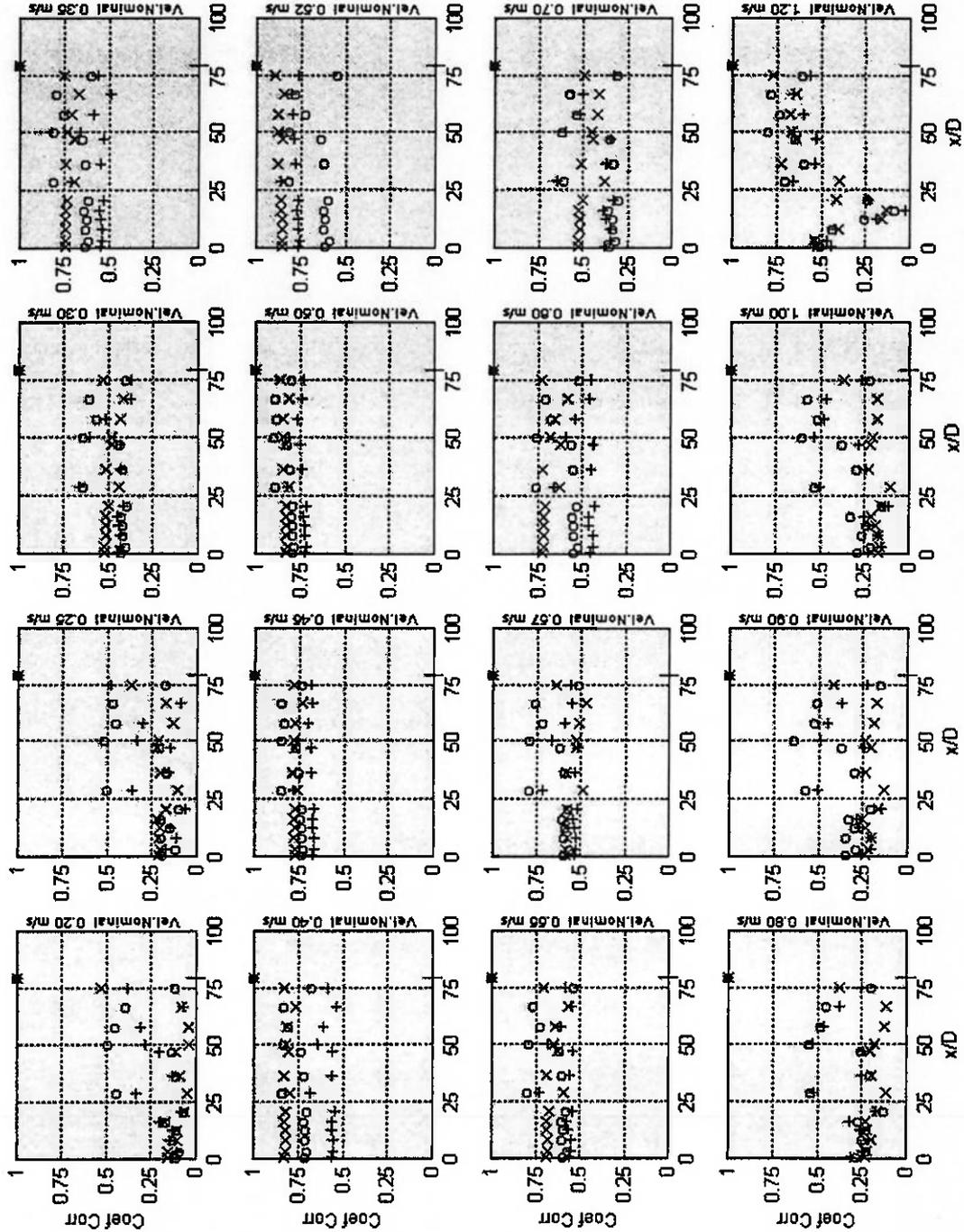
Coef. Correlação na 12a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: I(o), II(+) e III(x)



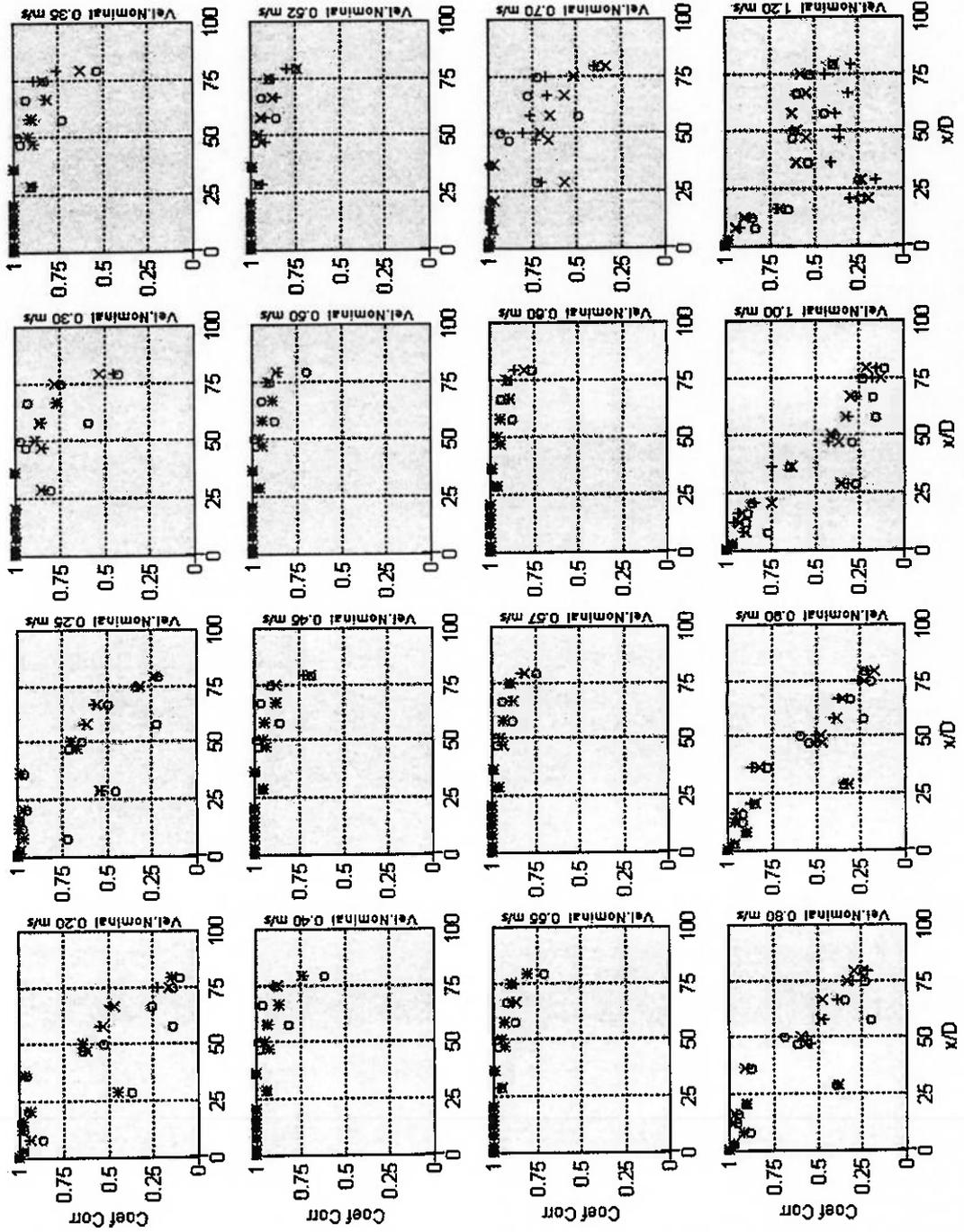
Coef. Correlação na 13a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: I(o), II(+), III(x)



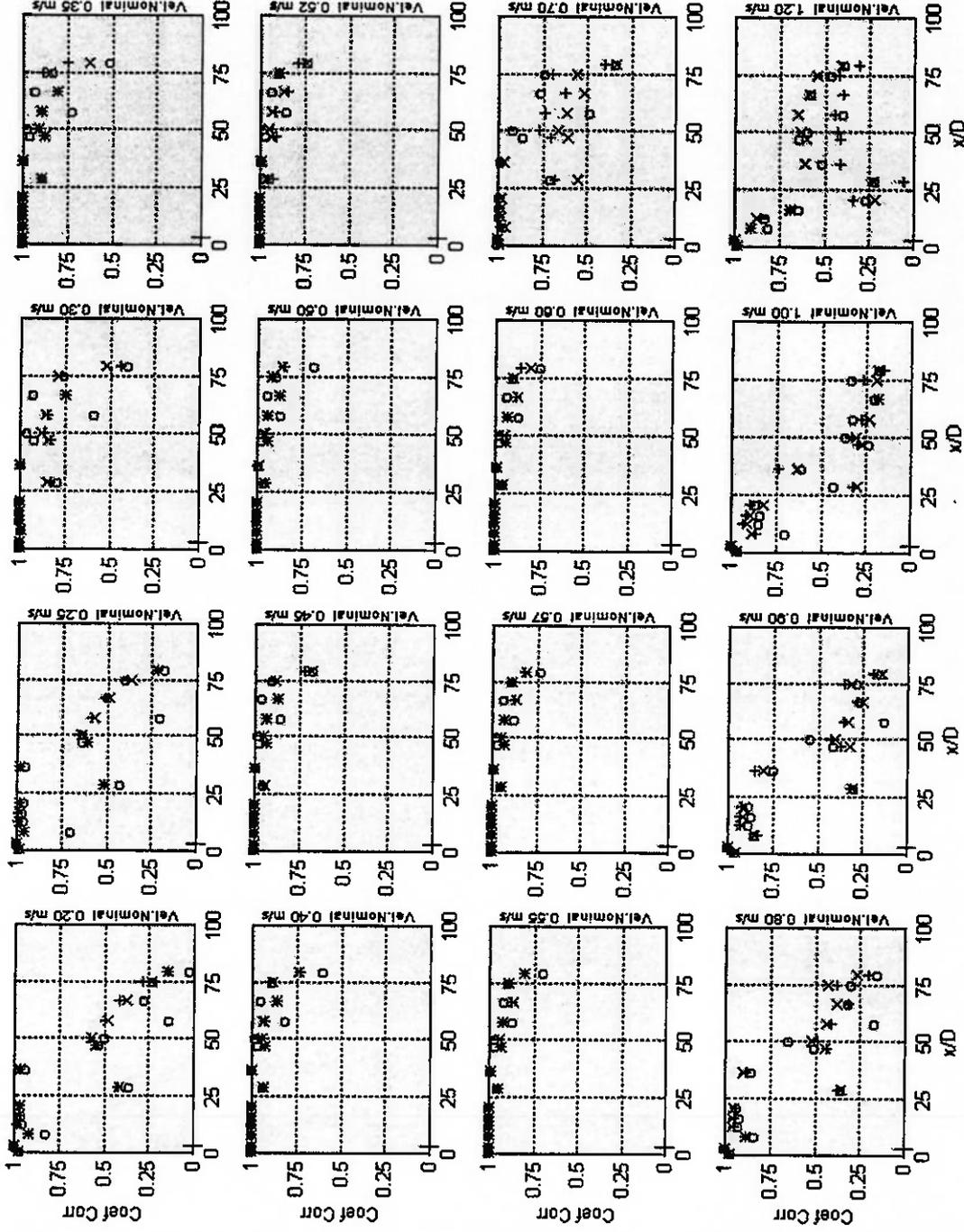
Coef. Correlação na 14a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: I(o), II(+), III(x)



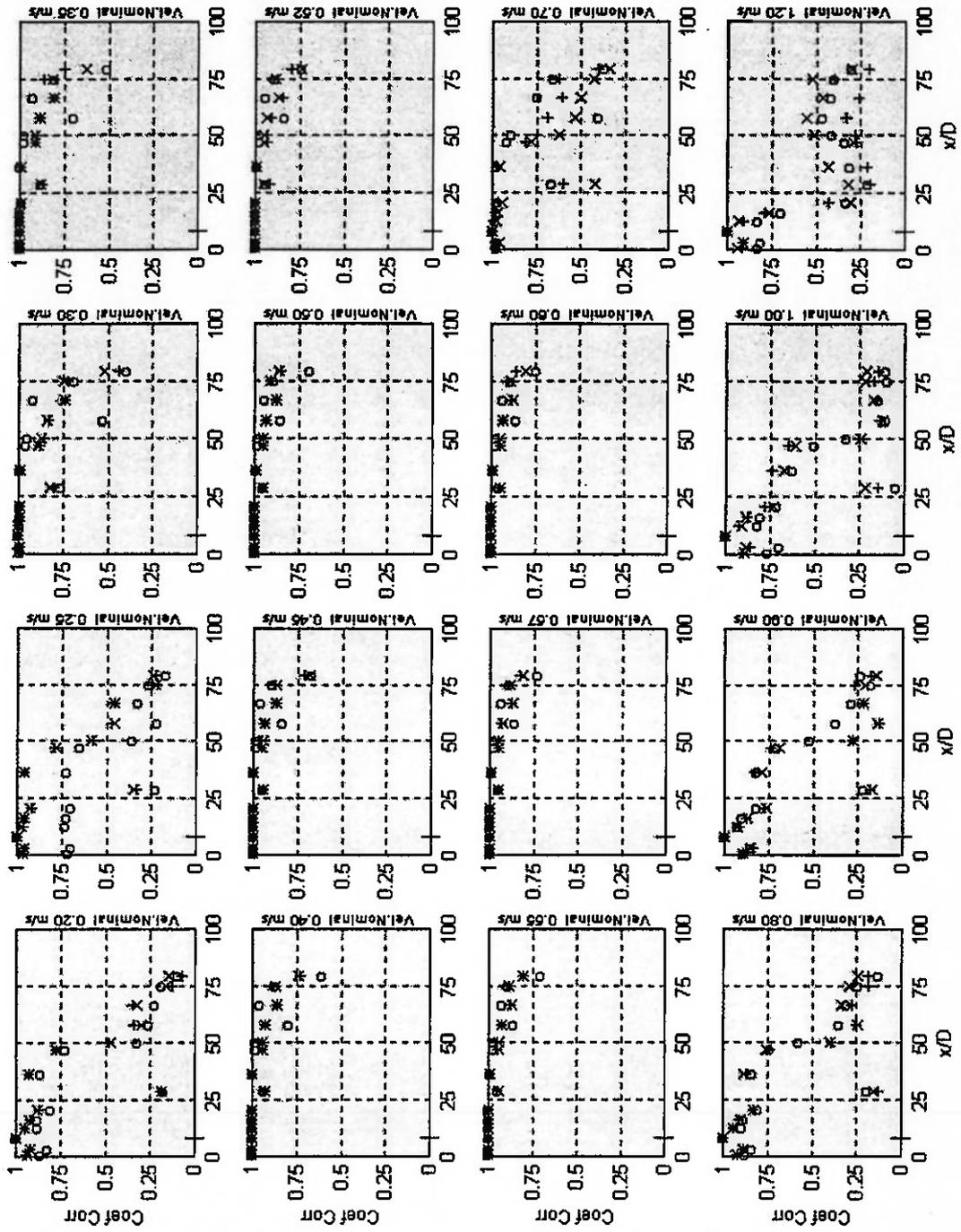
Coef. Correlação na 1a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: IV(o), V(+), e VI(x)



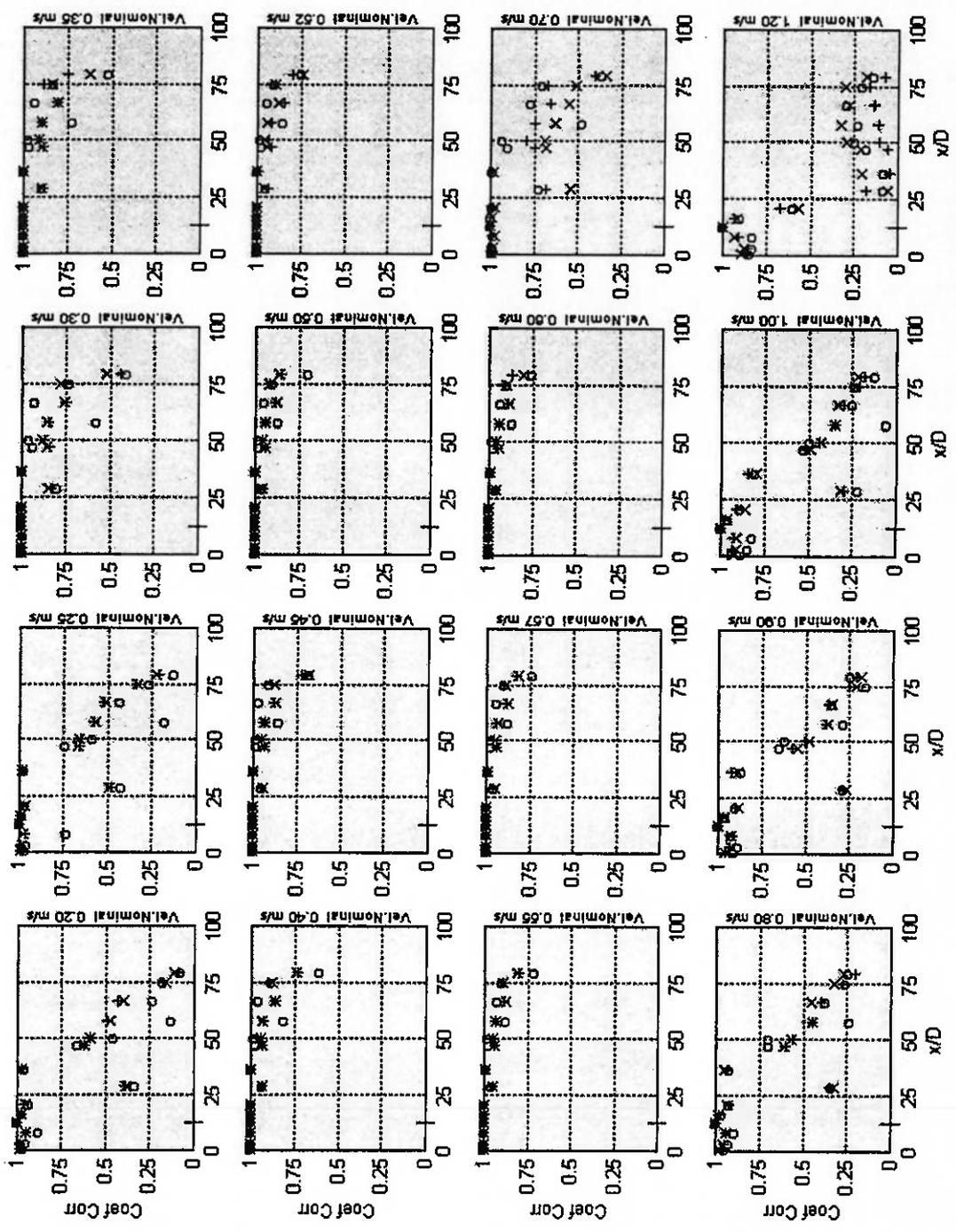
Coef. Correlação na 2a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: IV(o), V(+), VI(x)



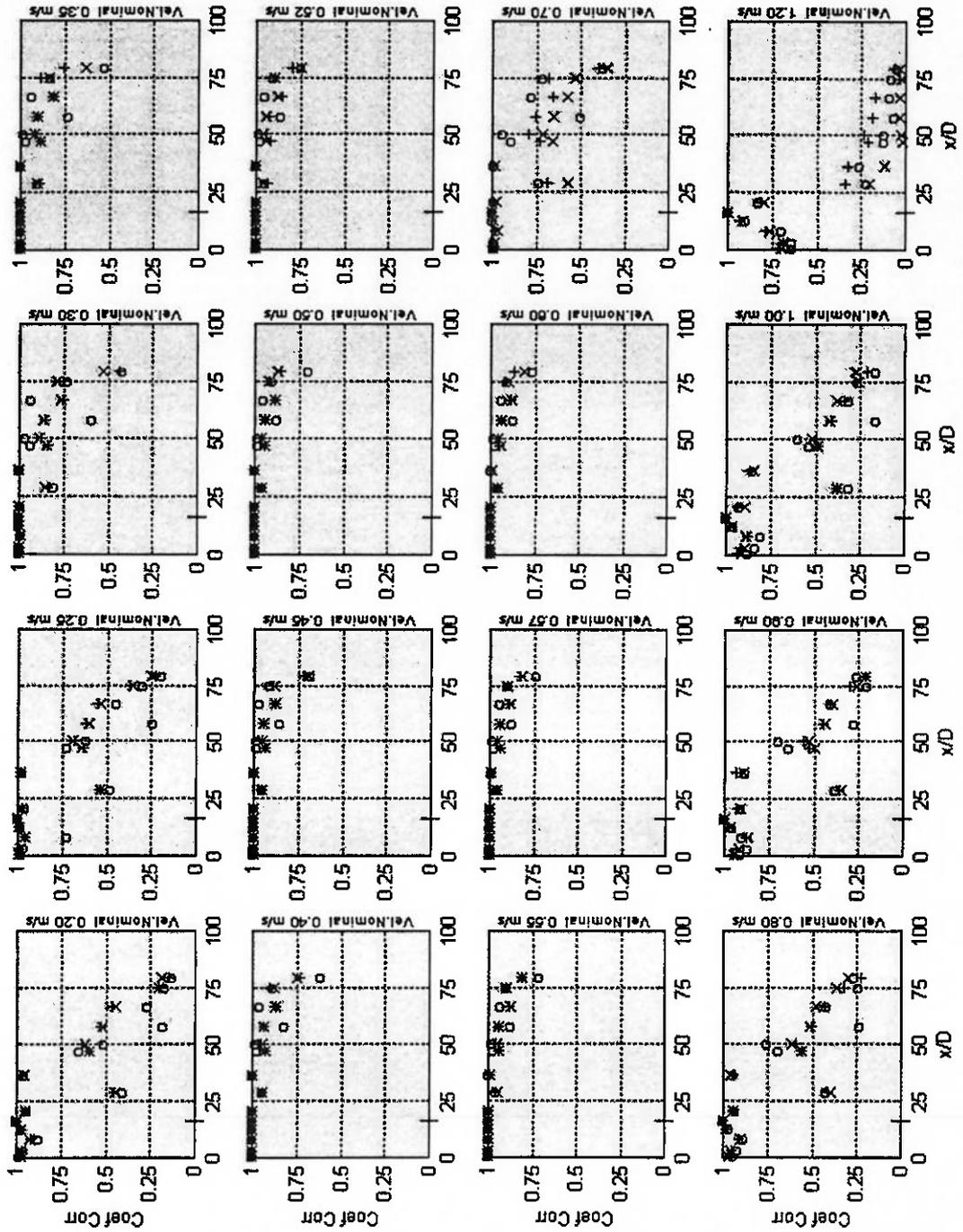
Coef. Correlação na 3a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: IV(o), V(+), e VI(x)



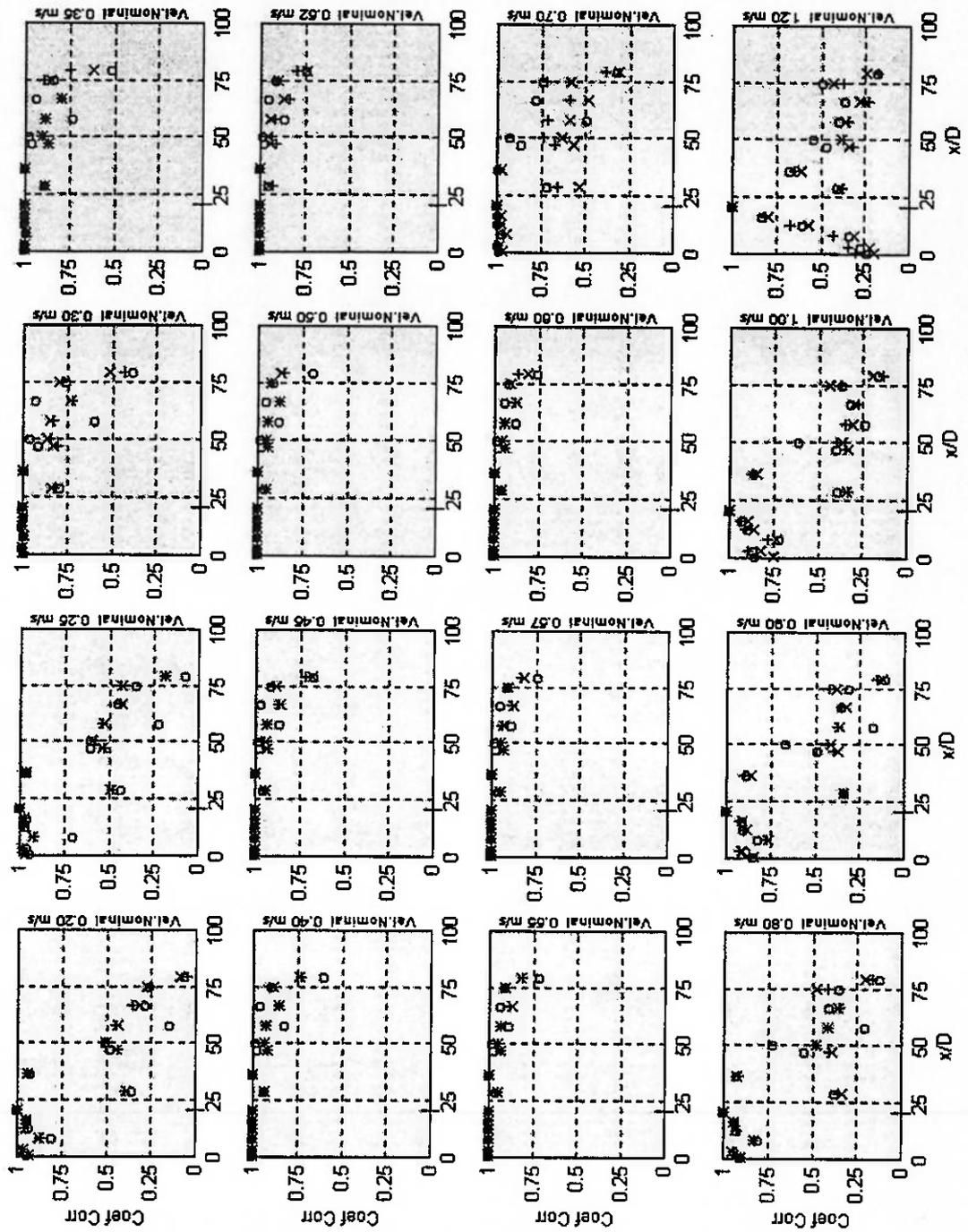
Coef. Correlação na 4a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: IV(o), V(+), VI(x)



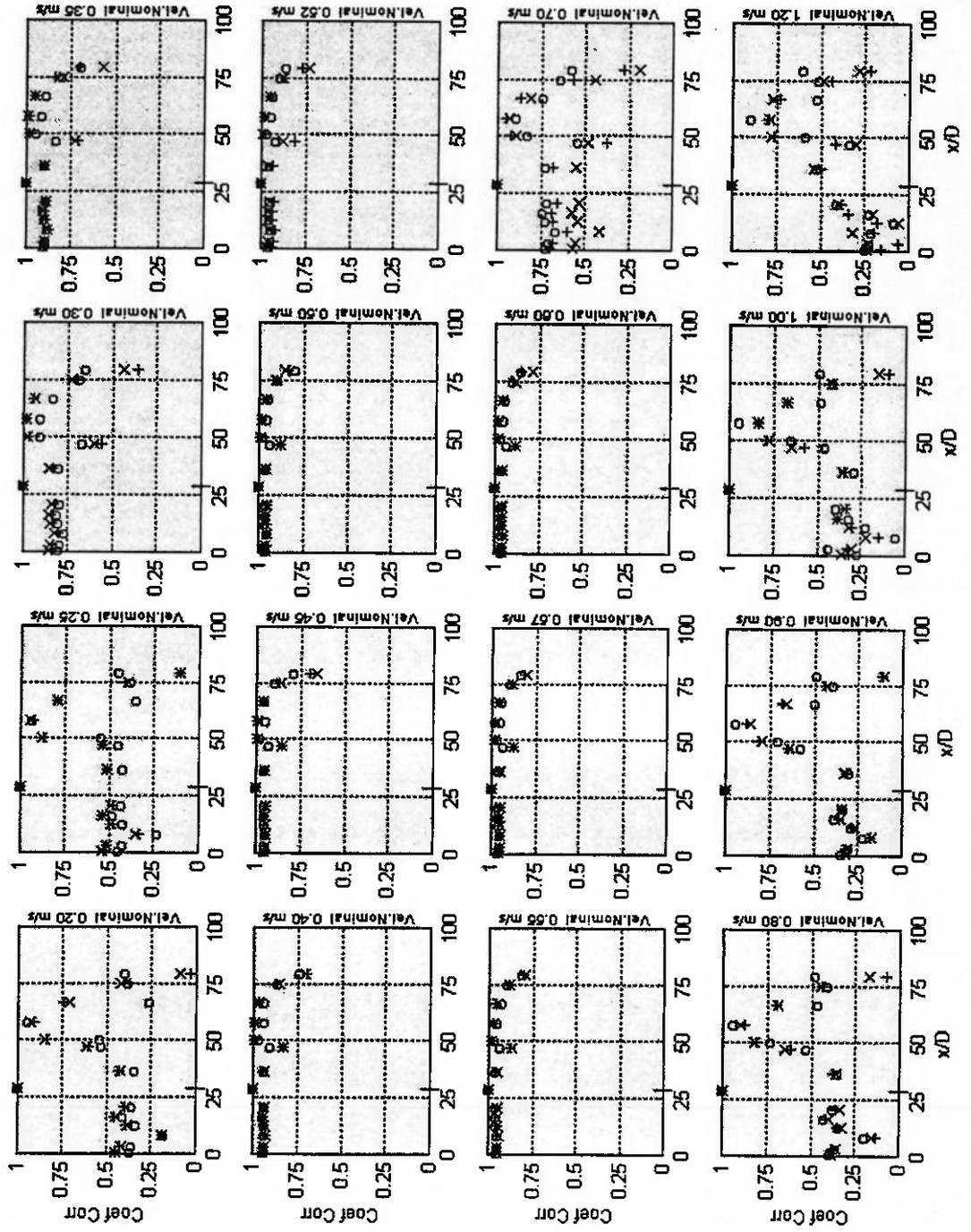
Coef. Correlação na 5a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Comidas: IV(o), V(+), VI(x)



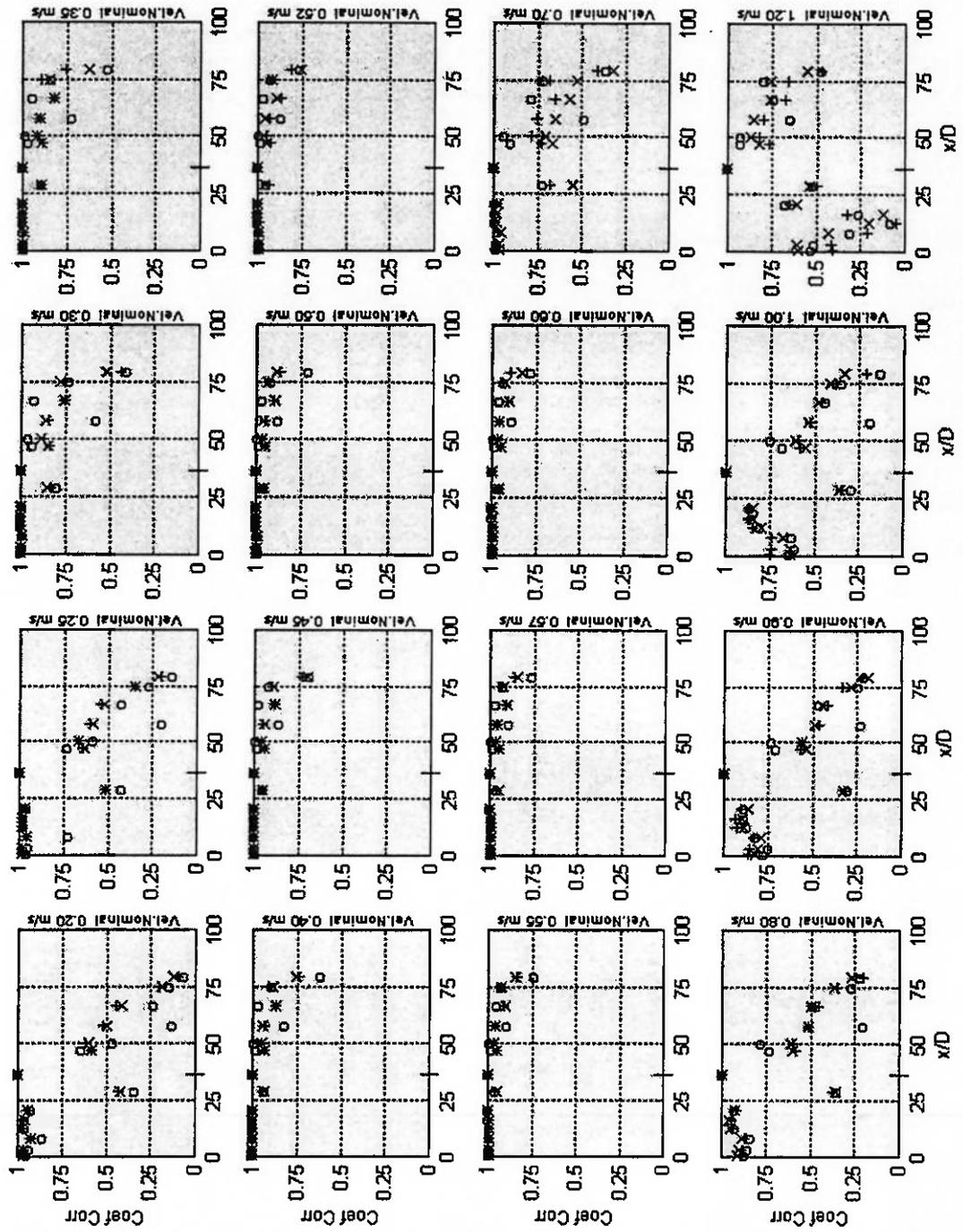
Coef. Correlação na 6a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: IV(o), V(+), VI(x)



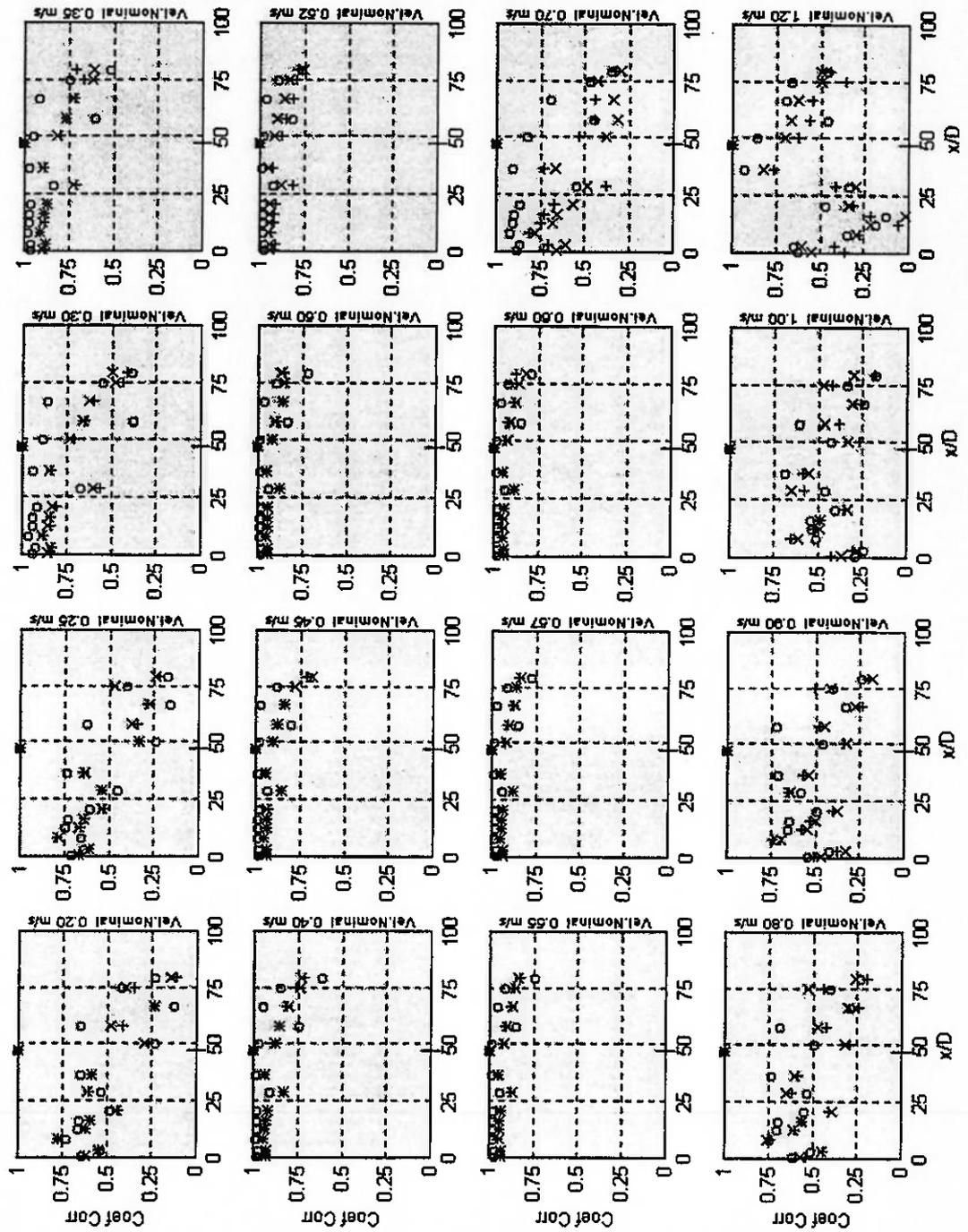
Coef. Correlação na 7a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: IV(o), V(+), VI(x)



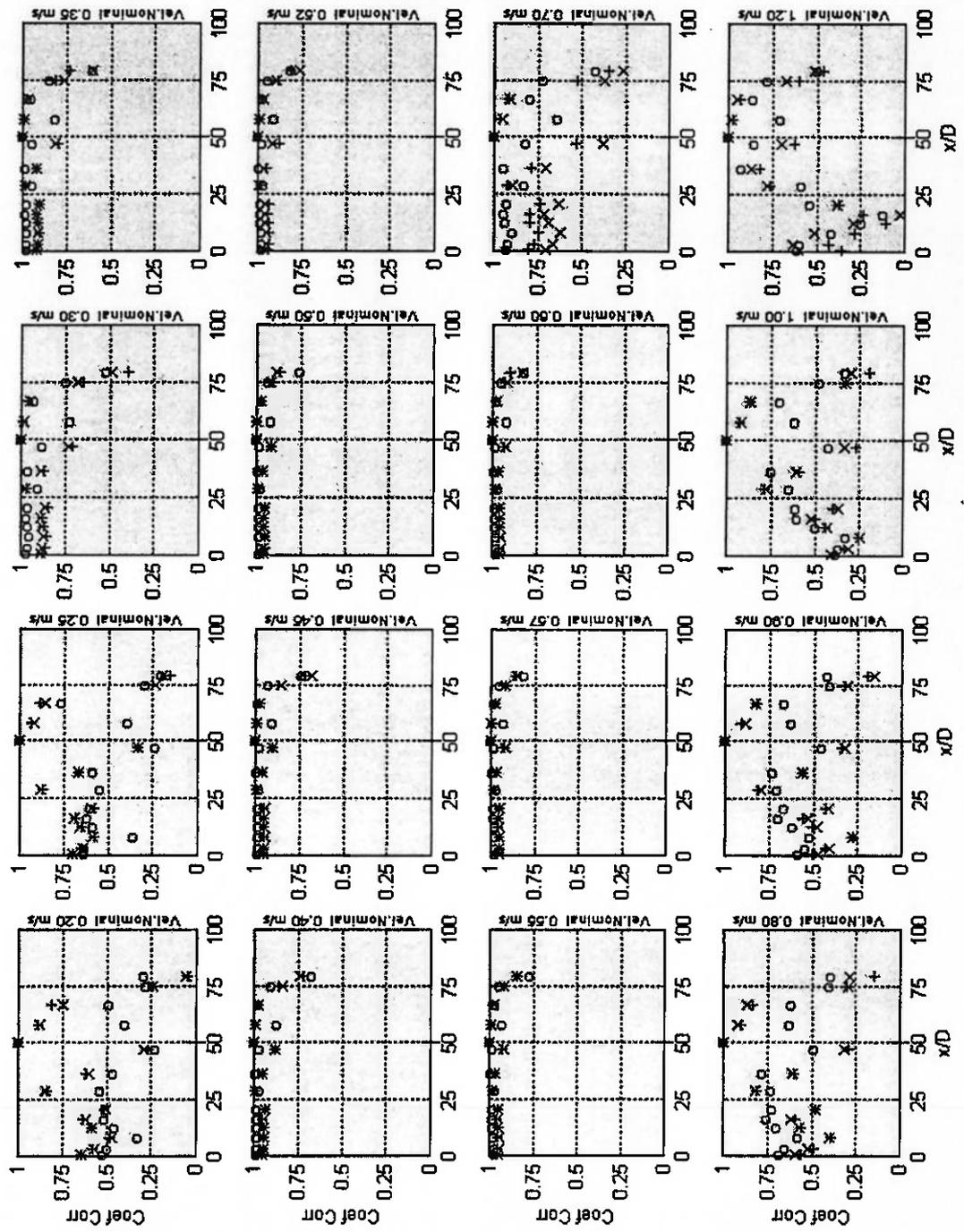
Coef. Correlação na 8a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Comidas: IV(o), V(+), VI(x)



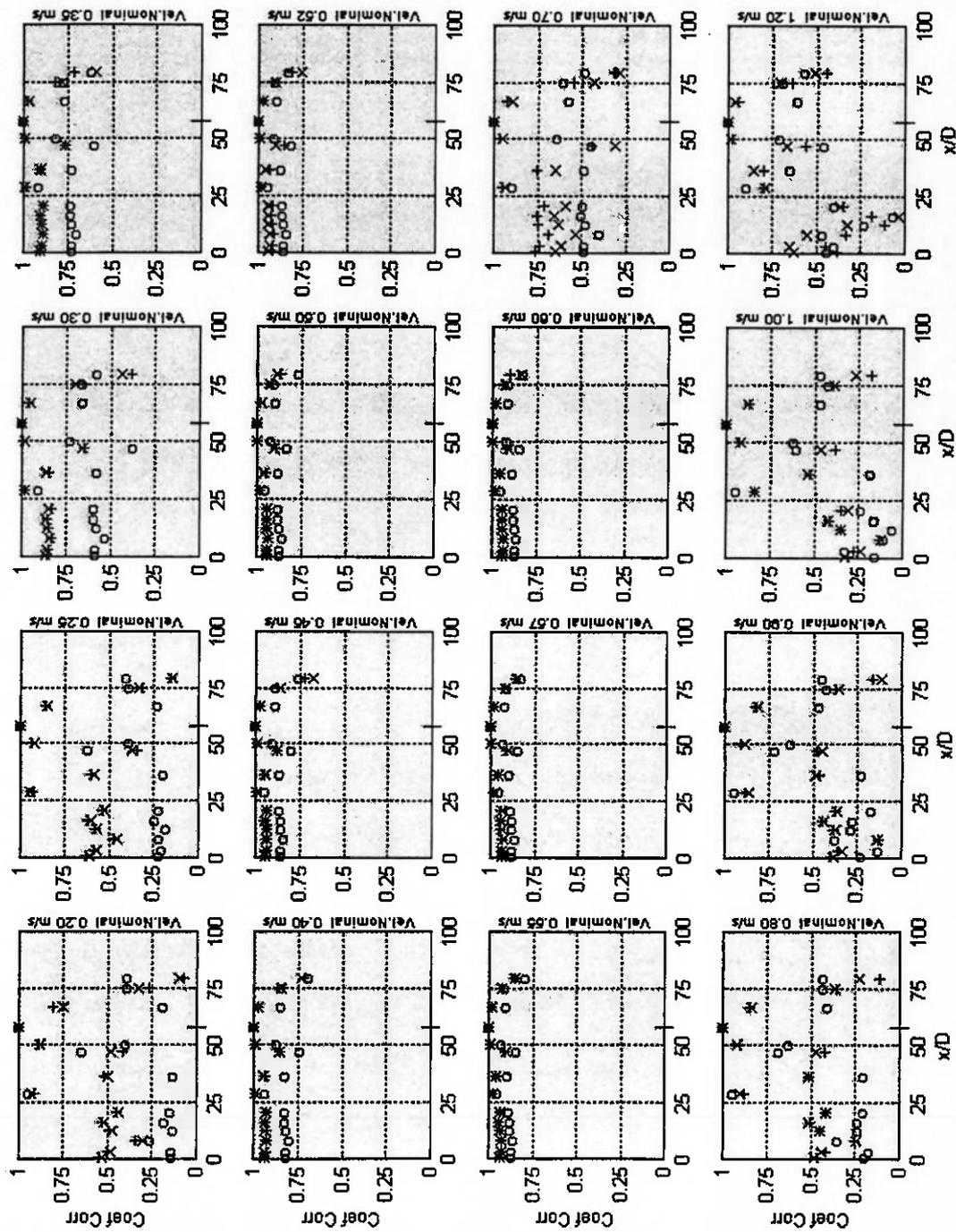
Coef. Correlação na 9a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: IV(o), V(+), VI(x)



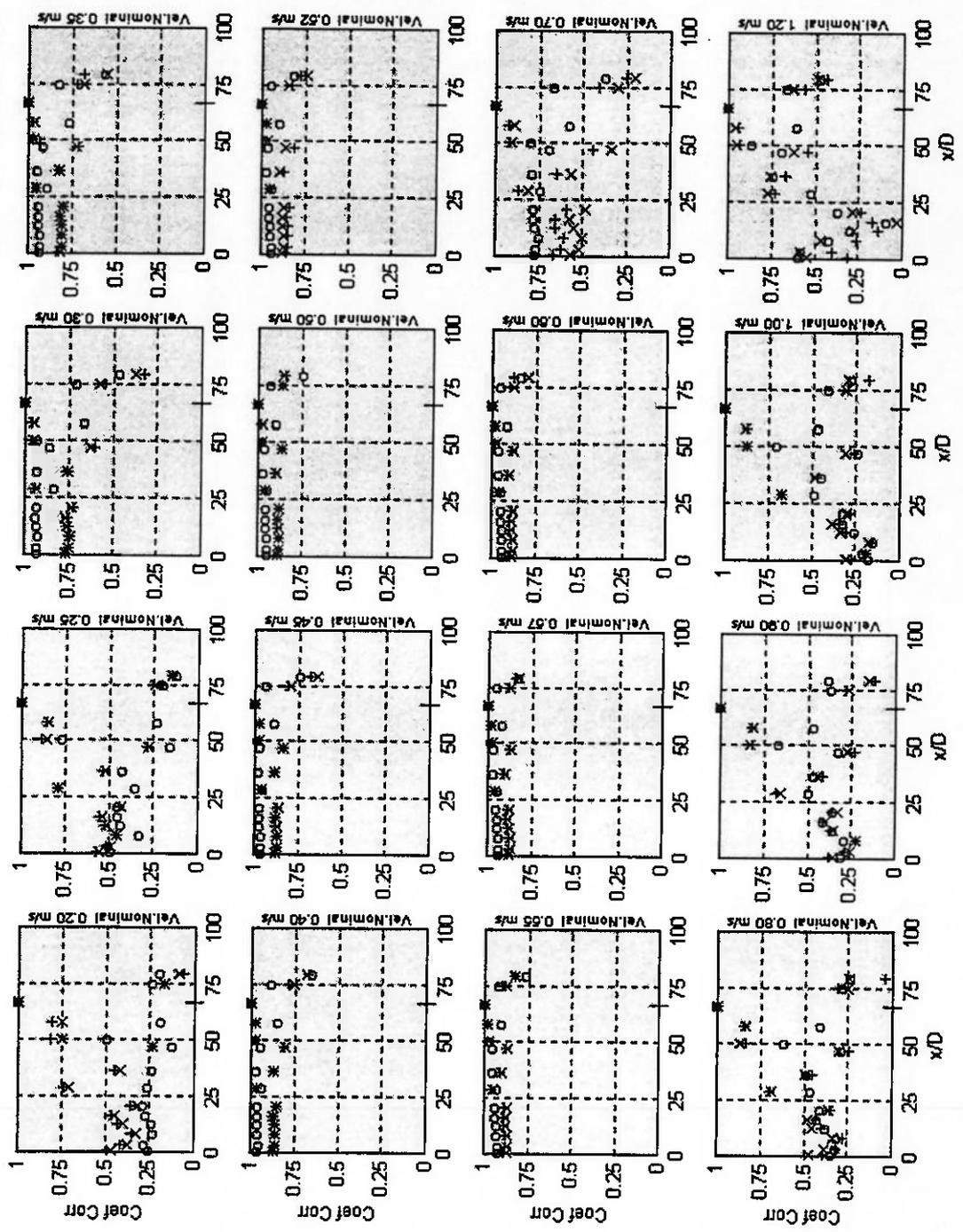
Coef. Correlação na 10a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: IV(o), V(+), VI(x)



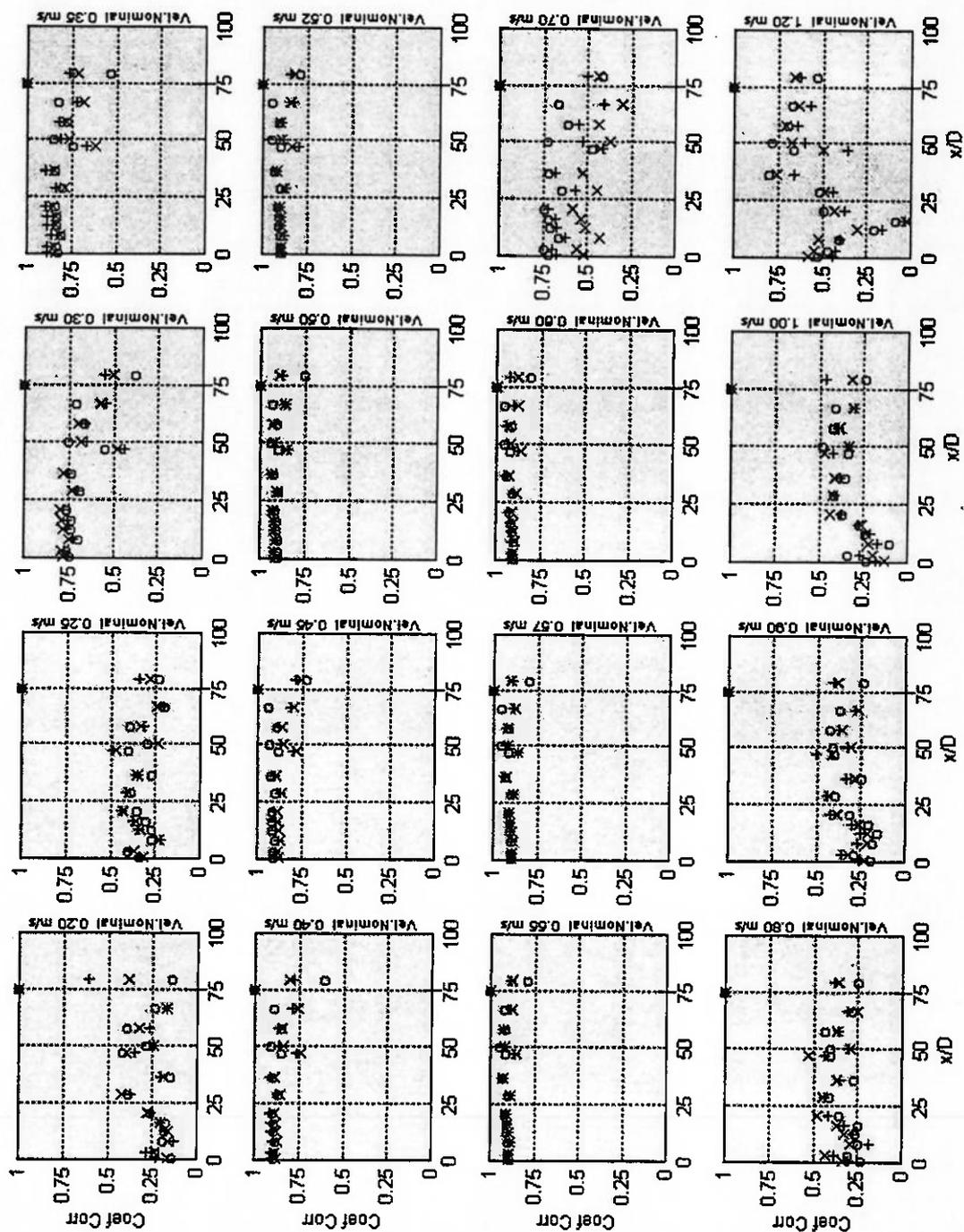
Coef. Correlação na 11a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas:  $V(0)$ ,  $V(+)$  e  $V(x)$



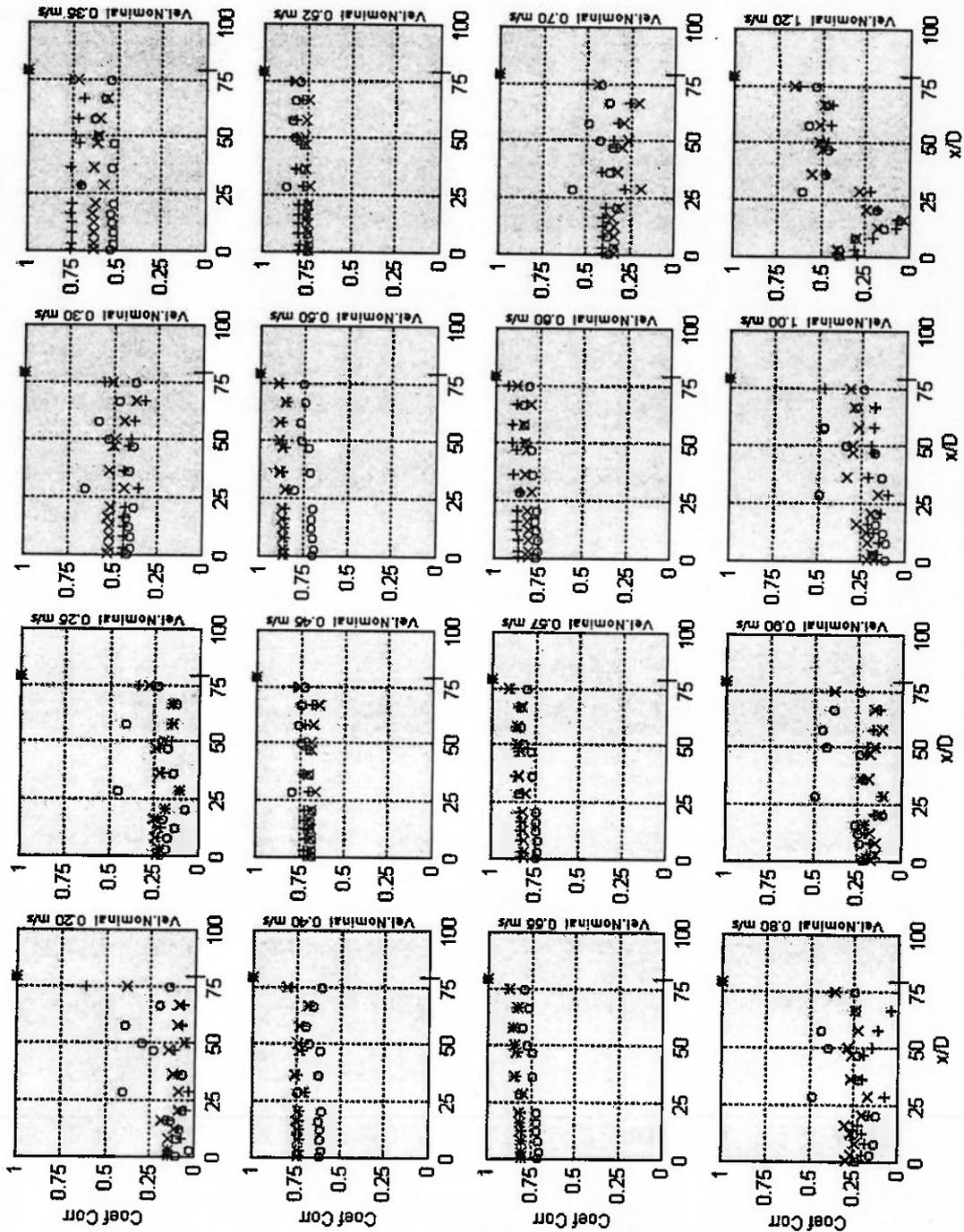
Coef. Correlação na 12a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: IV(o), V(+), e VI(x)



Coef. Correlação na 13a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: IV(o), V(+), VI(x)



Coef. Correlação na 14a. Seção, nas Várias Velocidades e para as Corridas: IV(o), V(+), e VI(x)



**Apêndice II: Desenho do Modelo Ensaiado**