

AFONSO CELSO MEDINA

MODELOS PARA DIMENSIONAMENTO DE FROTA E
LOCALIZAÇÃO DE EMBARCAÇÕES PARA ATENDIMENTO DE
ACIDENTES MARÍTIMOS

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de
Mestre em Engenharia.

São Paulo

1996

Universidade de São Paulo
Escola Politécnica

AFONSO CELSO MEDINA

MODELOS PARA DIMENSIONAMENTO DE FROTA E LOCALIZAÇÃO DE
EMBARCAÇÕES PARA ATENDIMENTO DE ACIDENTES MARÍTIMOS

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de
Mestre em Engenharia.

Área de Concentração:

Engenharia Naval

Orientador:

Marco Antonio Brinati

São Paulo

1996

"E estou contando não é uma vida de sertanejo, seja se for jagunço, mas a matéria vertente.

Com o senhor me ouvindo eu deponho. Conto. Mas primeiro tenho de relatar um importante ensino que recebi do compadre meu Quelemém.

Toada tinha de ter um prazo. E há um vero jeito de tudo se contar, - uma vivença dessas?"

(In: João Guimarães Rosa, Grande Sertão: Veredas)

AGRADECIMENTOS

Ao prof. Dr. Marco Antonio Brinati pela orientação digna e presente.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo-FAPESP, pelo apoio à realização desta pesquisa.

RESUMO

O atual nível de utilização dos recursos marítimos reclama o estabelecimento de um moderno sistema de proteção e auxílio no combate a acidentes. Os sistemas de segurança usuais para acidentes marítimos, geralmente, contam com o apoio de frotas especializadas no atendimento.

Este trabalho apresenta modelos para determinar a localização e o perfil de um frota especializada no combate ao incêndio, de modo a garantir o atendimento adequado aos acidentes esperados em um campo de prospecção de petróleo.

Uma revisão bibliográfica de modelos para localização de bases para atendimento de emergência, indica as formas usuais de abordagem de problemas semelhantes.

Para a modelagem do problema, duas formas de análise são consideradas: um modelo determinístico de programação inteira e um modelo probabilístico.

O modelo determinístico parte da localização geográfica e do porte das plataformas e determina, entre as embarcações disponíveis, o perfil e a localização da frota que garanta o atendimento de cada plataforma dentro de padrões estabelecidos e minimize o custo de operação da frota.

O modelo probabilístico parte de uma solução inicial do perfil e da localização das embarcações e, mediante a estimativa das taxas de ocupação de cada embarcação, propõe possíveis melhorias na localização da frota, com o objetivo de maximizar a probabilidade de atendimento das plataformas.

Um modelo de simulação foi elaborado para validação dos resultados obtidos pelo modelo probabilístico.

São apresentados resultados computacionais dos dois modelos. Os resultados obtidos indicam a utilidade de cada modelo não só para uma solução racional do problema de localização mas, também, para a análise do desempenho operacional da frota.

"ABSTRACT"

The increasing degree of use of maritime resources claims the establishment of a modern protection and assistance system to prevent and control maritime accidents. The usual safety systems for maritime accidents, generally, have the aid of specialized fleets in the attendance.

This work presents models to determine the location and the profile of a specialized fleet for fire fighting, in order to guarantee the adequate attendance to expected accidents in a marine oilfield.

A bibliographic review of models for emergency bases location indicates the usual ways to analyse similar problems.

To modelling the problem, two means of analysis are considered: a deterministic model of integer programming and a probabilistic model.

Considering the geographic location and the size of platforms as input data, the deterministic model establishes, among the available vessels, the fleet profile and location in order to minimize the fleet cost assuring the attendance to each platform within the standard requirements.

The probabilistic model starts from a given solution for the fleet profile and vessel location and, by means of estimating the utilization factors of each vessel, proposes possible improvements in the fleet location, in order to maximize the probability of attending the accidents.

A simulation model was elaborated to validate the results from the probabilistic model.

Computational results from both models are presented. The obtained results indicate the usefulness of every model, not only to a rational location problem solution, but also, to the analysis of the operational fleet performance.

SUMÁRIO

Resumo

"Abstract "

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	Apresentação.....	1
1.2	Definição e Solução do Problema.....	3
1.3	Desenvolvimento do Trabalho.....	4
2	ACIDENTES EM PLATAFORMAS OFFSHORE.....	6
2.1	Introdução.....	6
2.2	O Blowout.....	7
2.2.1	Levantamentos estatísticos.....	11
2.2.2	Estimativas para a frequência de acidentes.....	17
2.3	O Combate ao Incêndio.....	21
2.4	O Atendimento de Emergência por Embarcações <i>Fire-Fighting</i>	22
2.5	Definição do Problema.....	28
3	INTRODUÇÃO À TEORIA DA LOCALIZAÇÃO.....	32
3.1	Introdução.....	32
3.2	Localização no Plano.....	37
3.3	Localização em Grafos.....	38
3.4	O Problema de Steiner-Weber.....	39
3.5	O Problema de Steiner-Weber Com Várias Fontes.....	42
3.6	O Problema do Depósito ou da Localização Industrial.....	45
3.7	O Problema do Círculo Mínimo de Cobertura.....	50
3.8	Localização de Bases ou Veículos para atendimento de Emergência.....	52

4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	56
4.1 Modelos Determinísticos.....	59
4.1.1 Centros e medianas.....	59
4.1.2 Modelo do conjunto de cobertura.....	63
4.1.3 O problema da cobertura máxima.....	68
4.1.4 Modelos com cobertura reserva ou de "back-up".....	74
4.1.5 Resumo dos modelos analisados.....	86
4.2 Modelos Estocásticos.....	88
4.2.1 Centros e medianas.....	88
4.2.2 Determinação do tamanho de frota para unidades de Emergência.....	88
4.2.3 Determinação da área de resposta para unidades de Emergência.....	90
4.2.4 O Modelo Hipercúbico.....	94
4.2.5 O problema da máxima cobertura esperada.....	105
4.2.6 O problema da p -mediana estocástica.....	117
4.2.7 Resumo dos modelos analisados.....	126
5 MODELAGEM.....	128
5.1 Critérios de Cobertura.....	128
5.2 Modelo do Conjunto de Cobertura.....	132
5.3 Modelo da Cobertura Reserva.....	133
5.4 Variações a partir dos modelos propostos.....	134
5.4.1 Número máximo de unidades por nó.....	135
5.4.2 Diferentes condições de acessibilidade.....	136
5.4.3 Embarcações de prontidão ou "stand-by".....	136
5.4.4 Diferentes fases de cobertura.....	137
5.5 Modelo Probabilístico.....	139
5.5.1 Hipóteses iniciais.....	141

5.5.2 Taxa de ocupação das embarcações.....	141
5.5.3 Modelo proposto.....	148
5.5.4 Aplicabilidade das hipóteses adotadas.....	152
5.5.5 Heurística proposta.....	153
5.6 Modelo de Simulação.....	156
6 TESTES COMPUTACIONAIS.....	160
6.1 Cenários.....	161
6.1.2 Área ocupada.....	162
6.1.3 Taxa de ocorrência de acidentes.....	165
6.1.4 Tempo máximo de atendimento.....	165
6.1.5 Características das embarcações.....	166
6.2 Implementação.....	169
6.2.1 Programas utilizados e desenvolvidos.....	169
6.2.2 Análise do desempenho computacional dos programas.....	169
6.3 Resultados Obtidos a partir do Modelo	
Determinístico.....	171
6.3.1 Solução do cenário base.....	172
6.3.2 Efeito da economia de escala.....	175
6.3.3 Aumento da demanda das plataformas.....	176
6.3.4 Alteração das fases de cobertura.....	176
6.3.5 Alteração do tempo máximo de atendimento.....	179
6.3.6 Variação na função das plataformas.....	181
6.3.7 Aumento da velocidade e embarcação de 25 nós.....	181
6.3.8 Efeito da limitação do número de embarcações	
por nó.....	183
6.3.9 120 plataformas.....	184
6.3.10 Configuração da Bacia de Campos.....	184

6.4 Resultados Obtidos a partir do Modelo Probabilístico e da Simulação.....	186
6.4.1 Avaliação do modelo probabilístico por meio da simulação.....	186
6.4.2 Probabilidade de acionamento do sistema externo de atendimento.....	192
6.4.3 Desempenho dos critérios de seleção da heurística.	194
6.4.4 Desempenho da heurística em relação à solução inicial.....	194
6.4.5 Tempo médio de viagem.....	196
6.4.6 Taxa de sucesso no atendimento.....	198
6.4.7 Comportamento da solução para os cenários base, com 120 plataformas e da configuração da Bacia de Campos.....	199
7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA CONTINUIDADE DA PESQUISA..	203
ANEXO A.....	207
ANEXO B.....	223
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	232

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação

O atual nível de utilização dos recursos marítimos, tanto no que se refere ao transporte por via marítima, quanto no que diz respeito à exploração de combustíveis fósseis por plataformas de petróleo, reclama o estabelecimento de um moderno sistema de proteção e auxílio, que diminua os prejuízos das ocorrências ditas "imponderáveis", cujos custos financeiros, e sobretudo humanos, podem atingir proporções desastrosas, entre as quais, as mais freqüentes são:

- *operações de salvatagem*, efetuadas por embarcações da guarda costeira;
- *vazamentos de óleo* em acidentes de petroleiros ou oleodutos submarinos;
- *combate a incêndios ou acidentes* de maior gravidade em plataformas de petróleo.

Examinemos a questão da guarda costeira. Sua ação, em geral, varia de um estado de "sobrevisto" ou de "alerta", para um movimento de intervenção, quando se confirma a necessidade de salvamento e apoio a eventuais embarcações com problemas de natureza diversa. O navio patrulha costeiro, que parte de bases militares ao longo da costa, alterna com o navio oceânico, que faz seu trabalho de apoio a partir de regiões afastadas da costa, nem sempre postado a uma distância suportável em relação às ocorrências. É claro que os custos envolvidos dependem, em alguma medida, da presteza

com que é feito o salvamento e, normalmente, estes são custos relativos à manutenção ou a indenizações e prejuízos dos barcos acidentados.

A situação de vazamento de óleo no mar deve ser atendida por embarcações equipadas para a proteção e limpeza do mar bem como para apoio da embarcação danificada. Nesta situação específica, o dano ao ambiente marinho pode ser irreversível, caso o início do atendimento tenha um atraso além do tolerável. Segundo HARRALD *et al.* (1990), somente os custos de limpeza envolvidos no vazamento do petroleiro EXXON Valdez (24 de março de 1989, 10 milhões de galões de óleo vazados) superaram 2 bilhões de dólares.

Em campos marítimos de prospecção de petróleo, o caso de emergência deve ser atendido por meio de uma frota de embarcações especializadas neste tipo de situação. Estas partem de bases específicas ou, eventualmente, podem estar em operações distintas (transporte de equipamentos, pessoal, etc). A mudança freqüente na localização das plataformas é um agravante de certo peso. Neste caso, é mais complexa a natureza dos custos, que podem dizer respeito à paralisação dos trabalhos, aos prejuízos materiais nas plataformas e à reprogramação financeira de todo um projeto, que aumentará sensivelmente as cifras anteriores ou mesmo resultará na eventual perda do campo, com prejuízos para a empresa proprietária.

Em todas as situações, o atraso no atendimento pode levar a prejuízos humanos, por vezes trágicos.

Portanto, a questão do tempo é fundamental. Ela exige especificações rigorosas. Dois elementos devem ser considerados: o perfil da frota disponível e a localização dos pontos de partida (bases) em relação aos pontos de ocorrência dos acidentes.

1.2 Definição e Solução do Problema

Definida uma distribuição de probabilidade (espacial e temporal) de ocorrências de acidentes com embarcações ou plataformas em uma dada região da costa, passam a contar os seguintes fatos:

- 1) dada uma frota, localizar a(s) base(s) de atendimento de acidentes;
- 2) dada(s) a(s) base(s), dimensionar a(s) frota(s) para atendimento de acidentes;
- 3) localizar a(s) base(s) e dimensionar a(s) frota(s) simultaneamente.

O problema possui, portanto, três formas de definição. A última é a mais geral de todas.

Uma forma de análise é apresentada por Psarafits (1982) para a situação de vazamento de óleo no mar. Ela é caracterizada pela utilização de programação linear com uma função objetivo que inclui uma parcela referente aos custos do sistema e outra ao prejuízo esperado pelo vazamento de óleo.

Neste trabalho, também estamos interessados em explorar uma alternativa nova de análise, por meio do tratamento

probabilístico do problema. Essa forma de tratamento busca minimizar a probabilidade de o tempo de atendimento ser maior que o tolerável, para aquele tipo de ocorrência.

1.3 Desenvolvimento do Trabalho

Este trabalho se concentrará no estudo do sistema de atendimento de emergência para plataformas marítimas de prospecção e produção de hidrocarburetos.

Grandes investimentos têm sido realizados em perfuração, produção e novos processos de trabalho em campos petrolíferos *offshore*. Contudo, a área em que os operadores estão menos preparados é aquela em que se concentram os grandes acidentes envolvendo incêndios *offshore* ou *blowouts* em plataformas de prospecção de hidrocarburetos.

Em face da magnitude dos investimentos realizados nesses campos petrolíferos, torna-se necessário que alguma atenção seja dada ao problema de combate ao incêndio, com destaque para o *planejamento preventivo* da situação de emergência.

O problema, genericamente definido no item 1.2, pertence à classe de problemas estudados pela *Teoria da Localização*. Dentro da Teoria da Localização, muito pouco foi aplicado ao caso marítimo, apesar da existência de trabalhos abrangentes na área de Planejamento Urbano (localização de postos policiais, ambulâncias, viaturas do corpo de bombeiros, etc). Este trabalho pretende ser um estudo sobre os problemas da Teoria da Localização aplicados ao caso da

localização de bases para o atendimento de emergência, considerando a sua aplicabilidade às situações de emergência vividas no mar.

Dividimos o trabalho em sete capítulos. No capítulo 1 é feita uma breve apresentação do problema. No capítulo 2 é definido o problema em estudo. Dada a complexidade do assunto, o estudo se restringe aos acidentes em plataformas de extração de hidrocarburetos. Aí são discutidas as características básicas dos acidentes do tipo blowout, os levantamentos estatísticos pertinentes, os métodos de prevenção e as embarcações geralmente utilizadas no atendimento. No capítulo 3 é feita uma breve introdução ao objeto de estudo da Teoria da Localização e suas variantes. No capítulo 4 temos a revisão bibliográfica dos principais modelos utilizados para localização de bases para atendimento de emergência. O capítulo 4 é dividido em duas partes: uma determinística e outra estocástica. No capítulo 5 são propostas três formas de modelagem para o problema de localização de bases para atendimento de acidentes marítimos. O capítulo 6 discute os resultados computacionais obtidos a partir dos modelos propostos no capítulo 5. O capítulo 7 é reservado às conclusões e considerações finais.

2 ACIDENTES EM PLATAFORMAS OFFSHORE

2.1 Introdução

Dada a grande variedade de operações encontradas em um campo de exploração de petróleo, torna-se difícil a avaliação dos diversos riscos envolvidos nas operações *offshore*.

Mesmo que nos limitemos às plataformas marítimas de produção/perfuração de poços de petróleo ou gás, ainda assim encontraremos diferentes tipos de plataformas e operações.

Considerando-se ainda a rápida evolução por que vêm passando os projetos de plataformas e a diversidade de operações existentes em um campo de prospecção, onde encontramos diferentes tipos de embarcações de apoio¹, percebemos as dificuldades de se prescrever um sistema genérico e eficaz de combate ao incêndio *offshore*.

Os sistemas de proteção e combate ao incêndio *offshore* podem ser divididos em dois grandes grupos:

a) equipamentos fixos de autoproteção próprios de cada estrutura *offshore*;

b) embarcações de suporte de emergência, com equipamentos especiais para o combate ao incêndio.

A segurança das operações *offshore* melhora substancialmente quando acrescentamos aos equipamentos fixos de combate ao incêndio próprios de cada estrutura *offshore*

¹Embarcações de transporte de pessoal, equipamentos ou mesmo produtos das explorações do campo. Além de embarcações para ancoragem, amarração e manutenção das plataformas.

(grupo a) o apoio de embarcações específicas de combate ao incêndio (grupo b). Estas embarcações, conhecidas com *fire fighting*, possuem equipamentos especiais de combate ao incêndio capazes de lançar jatos de água ou espuma sobre a estrutura incendiada a partir de uma razoável distância.

O *fire fighting* ou simplesmente *fifi*, pode ser uma embarcação exclusiva para o combate ao incêndio ou uma embarcação de suprimentos (*supply boat*) equipada para o mesmo tipo de tarefa.

Dos acidentes prováveis em um campo de prospecção, os de maior risco são os incêndios em plataformas, dada a natureza dos produtos envolvidos. Uma situação de alto risco e que pode levar ao incêndio da plataforma é o *blowout*.

2.2 O Blowout

O *blowout* é, sem dúvida, a situação de maior perigo que pode ocorrer durante as operações de produção e perfuração de poços de petróleo. Não é exclusivo de plataformas marítimas e pode ocorrer em qualquer poço petrolífero.

A figura 2.1 representa, esquematicamente, o sistema de circulação em uma plataforma de perfuração. Normalmente, a pressão hidrostática na coluna do fluido de perfuração (denominado "lama de perfuração") é maior do que a pressão do fluido de formação², evitando que os fluidos de formação entrem na tubulação de perfuração e garantido a circulação

²Material fluido que é retirado do poço e retorna a plataforma, geralmente composto de lama, cascalho, etc.

contínua dos fluidos.

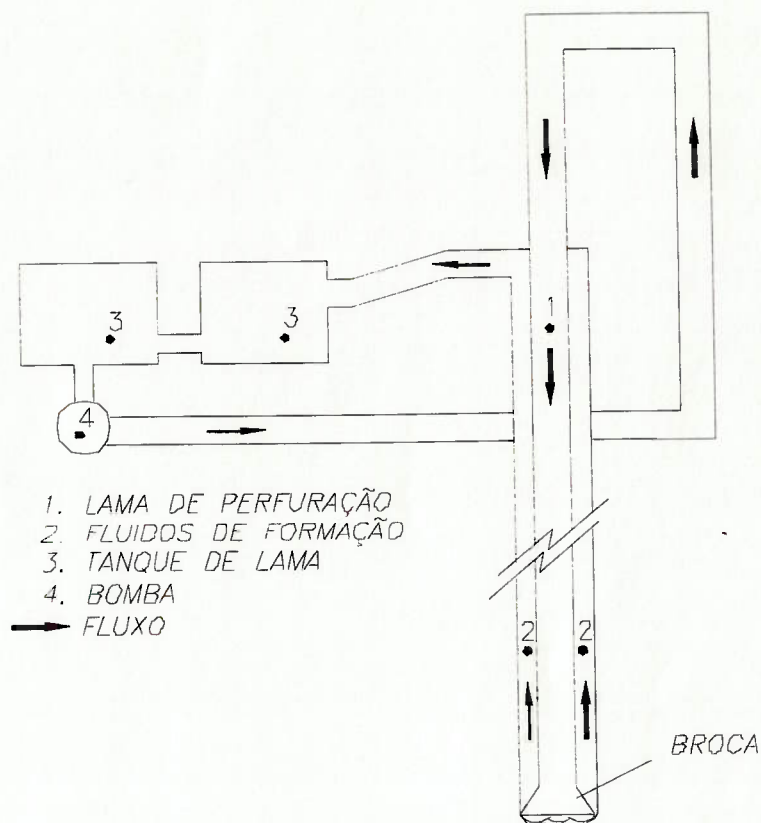


Figura 2.1: diagrama simplificado da circulação em uma plataforma.

Quando a pressão hidrostática da lama cai, existe a possibilidade de que os fluidos de formação entrem pela tubulação de perfuração. Neste caso, a densidade da lama de perfuração é alterada na superfície, reequilibrando a pressão hidrostática na tubulação de perfuração. Uma pequena queda na densidade dos fluidos de formação pode ser causada pelo encontro inesperado de água salgada, óleo ou gás durante o processo de perfuração. Quando uma grande queda de densidade (medida pelo peso da lama) é verificada na superfície, o evento é conhecido como um *kick*. Se o *kick* não for

controlado, a situação é dita de *blowout*. O *blowout* é, portanto, a situação em que verificamos um fluxo não controlado dos fluidos de formação que retornam à plataforma, perdendo-se o controle sobre a perfuração.

O *blowout* de maior risco é, geralmente, o de gás, dada sua capacidade de expansão. Em tal circunstância, uma grande quantidade de gás é liberada do poço, o que aumenta o risco dos incêndios e explosões. O *blowout* de óleo, apesar do menor risco, sempre tem associado alguma quantidade de gás.

O *blowout*, portanto, não se restringe a uma ocorrência instantânea, vista repentinamente na superfície. Diversos sinais na superfície caracterizam o surgimento de um *blowouts*. Equipamentos especiais permitem a troca dos fluidos de baixa por fluidos de alta densidade, capazes de controlar o poço e de separar o gás do fluido de formação. Ardu e Green (1990) discutem diversos métodos preventivos para evitar o *blowout* de gás em plataformas *offshore*, onde se destaca o estudo sísmico detalhado da região de perfuração. Goins e Sheffield (1983) e Asteo (1987) descrevem as causas e a seqüência de ações que devem ser tomadas para o controle do *blowout*. Contudo, como apontam os autores, grande parte das medidas é de natureza defensiva, sendo, portanto, sujeita ao risco da falha, e outra parte delas dependerá do trabalho de pessoal altamente especializado, nem sempre disponível na plataforma.

Resumidamente, portanto, um *blowout* ocorre quando se perdem todas as "barreiras" estabelecidas para o seu controle e prevenção. Durante a fase de perfuração, as duas barreiras

mais comuns são:

- 1) a própria coluna de lama de perfuração, que mantém o balanço de pressão e previne o surgimento do *kick*;
- 2) para o controle do *kick*, uma segunda (até uma terceira) barreira é acrescentada. Geralmente, trata-se de uma barreira de corte como, por exemplo, uma válvula de BOP (*Blow Out Preventer*).

No caso da operação de produção, os *blowouts* verificados estão em sua maioria relacionados às causas externas (colisões com embarcações, falhas estruturais, etc).

As possíveis conseqüências de um *blowout* são:

- danos aos equipamentos de perfuração;
- perigo aos trabalhadores;
- perda de grande quantidade de energia localizada no reservatório (o que pode tornar anti-econômica a exploração do reservatório);
- danos ao meio ambiente;
- risco do *flash* e conseqüente incêndio da plataforma.

O último evento é o de conseqüências mais sérias. Dado que, durante o *blowout*, o gás vem sendo liberado sem controle algum, a qualquer momento, uma faísca, algum equipamento eletro-eletrônico ou até mesmo uma porta que bata, pode ser suficiente para iniciar a combustão do gás (*flash*).

Reconhecida a situação de *blowout*, a plataforma deve conter um plano de contingência³ com a seqüência de atividades (um diagrama PERT, por exemplo) que identifique as

³ Conforme exigência da Marinha do Brasil (Portomarinst, 1989)

ações a tomar, que podem ir desde o controle total do *blowout* até o eventual abandono da plataforma. Quando se verifica a necessidade de abandono, as embarcações de prontidão já devem estar acionadas para iniciar o processo de *resfriamento* da plataforma. Inicialmente, a plataforma é coberta por jatos de água cuja finalidade principal é o de evitar o começo de algum incêndio. Caso o fogo tenha início, a função dos jatos de água passa a ser única e exclusivamente a de resfriar a plataforma e evitar o colapso da estrutura. Iniciado o incêndio, é praticamente impossível combatê-lo por métodos convencionais. Geralmente, o incêndio associado ao *blowout* só pode ser controlado por meio de métodos específicos que podem envolver a construção de poços alternativos, explosões controladas, equipamentos especiais, etc.

2.2.1 Levantamentos estatísticos

Uma das maiores dificuldades no estudo dos *blowouts* está no reduzido número de levantamentos estatísticos detalhados já realizados sobre o assunto. Atualmente, existem dois bancos de dados específicos sobre acidentes *offshore*:

- WOAD: *World Wide Accident Data Bank* (Det Norske Veritas-DNV, 1992), mantido pela DNV e relativo a todos tipos de acidentes *offshore* ocorridos no mundo desde 1970;
- SINTEF: *Offshore Blowout Data Base* (Holand, 1995), mantido pela SINTEF NBL, *Norwegian Fire Research Laboratory*, relativo somente a *blowouts* ocorridos no Golfo do México e Mar do Norte desde 1957 (sendo que, o período a partir de 1970 é

mais significativo).

Os dados totalizados através da WOAD, para o período (1970-1991), informam que:

- 1184 trabalhadores perderam a vida em acidentes *offshore*;
- 134 plataformas foram totalmente perdidas;
- 550 plataformas sofreram perdas severas ou significativas;
- 337 plataformas sofreram incêndios;
- 235 plataformas sofreram *blowouts* (resultantes de incêndio ou não).

Para uma melhor análise das informações obtidas através desses bancos de dados, devem ser feitas algumas considerações iniciais:

- 1) para uma melhor qualidade das informações, devemos nos limitar ao período posterior a 1980, pois temos um número bem maior de plataformas em operação e as condições de projeto estão mais próximas dos requisitos atuais de segurança e classificação;
- 2) na hipótese de uma eventual comparação com as operações na Bacia de Campos, no litoral brasileiro, devemos considerar basicamente os acidentes ocorridos no Golfo do México, dado que, as plantas de perfuração e produção utilizadas estão mais próximas do caso brasileiro. No Mar do Norte o clima ártico influencia diretamente o tipo de equipamento utilizado. Contudo, é bom lembrar que mesmo o Golfo do México apresenta condições ambientais bem mais severas (furacões, estado de mar mais crítico, etc) que afetam o projeto das plataformas. Por outro lado, a comparação com o caso brasileiro é válida na medida em que estamos interessados nas

ocorrências de *blowouts*, em que os fatores ambientais externos não são determinantes;

3) para facilidade da análise, as plataformas são divididas em dois grupos: fixas e móveis, como mostra a tabela 2.1.

Tabela 2.1: subdivisão das plataformas utiliza para análise.

<i>Fixas</i>	Jaquetas
	<i>Tension Leg Platform-TLP</i>
	Gravidade
	Ilha Artificial
<i>Móveis</i>	<i>Jack-up</i>
	Navio de Perfuração
	Barcaça de Perfuração
	Semisubmersível
	Submersível

A tabela 2.2 totaliza todos os acidentes *offshore* ocorridos no Golfo do México para o período 1980-91, separados por tipo de Acidente. Nota-se que a frequência de acidentes em plataformas móveis é bem maior que em plataformas fixas. Somente para o caso de *blowout*, a frequência é aproximadamente 21 vezes maior. Por outro lado, o *blowout* seria a segunda causa de acidentes em plataformas, apenas superada pelos emborcamentos.

A tabela 2.3 apresenta o número de *blowouts* ocorridos em diferentes fases de operação para o período 1980-93. A maioria dos acidentes ocorrem durante a perfuração, a completação e *workover*. Nestas fases, a barreira primária para conter o *blowout* é, geralmente, a pressão hidrostática

do fluido de perfuração. Uma análise mais detalhada das causas da perda da barreira primária, pode ser encontrada em Holand (1995). O número de *blowouts* nas fases de produção e *workover* é bem maior para o Golfo do México do que para o Mar do Norte. Existem aproximadamente sete vezes mais plataformas de produção na região do Golfo do que no Mar do Norte. Finalizando, durante a fase de produção, metade dos *blowouts* são devidos a causas externas (tempestades, colisões, incêndios, etc). Contudo, é rara a ocorrência de *blowouts* na fase de produção.

A tabela 2.4 apresenta a frequência de *blowouts* por operação estimada em função de um número médio de operações por plataforma. Estas frequências são totalmente exatas, uma vez que, não foram calculadas a partir de um número exato de operações, mas a partir de valores estimados como descreve (Holand, 1995).

Tabela 2.2: tipos de acidentes por tipo de plataforma (número de ocorrências por 1000 plataformas) (1980-91).

Tipo de Acidente	Tipo de Plataforma	
	Móveis	Fixas
Falha na Âncora	4.79	-
<i>blowout</i>	14.92	0.72
Emborcamento	17.05	0.07
Colisão	3.73	0.37
Contato	13.85	0.28
<i>Crane</i>	1.07	0.16
Explosão	3.73	0.54
Falha de Carregamento	1.60	0.14
Incêndio	9.06	2.31
<i>Foundering</i>	10.66	0.05
<i>Grounding</i>	2.66	-
Helicóptero	1.07	0.07
<i>Leakage</i>	2.66	-
<i>List</i>	13.32	-
Maquinaria	1.07	-
Posicionamento	12.25	-
Vazamento	2.66	1.10
Prob. Estrutural	12.79	0.16
Prob. Rebocamento	2.66	-
Prob. Poço	1.07	0.09
Outros	10.12	0.12

Fonte: DNV, 1992.

Tabela 2.3: número de *blowouts* durante diferentes fases de operação, período 1980-93.

Operação	Área		
	Mar do Norte	Golfo do México	Total
Completação	-	7	7
Perfuração de Desenvolvimento	4	30	34
Perfuração de Exploração	16	29	45
Produção	2 (1)	10 (5)	12
Workover	1	18	19
Wireline	1	3	1
Desconhecida	-	1	1
Total	24	98	122

Fonte: Holand (1995).

Obs: números entre parênteses representam *blowouts* devido à causas externas.

Tabela 2.4: freqüências de *blowouts*, por fase de operação para o período 1980-1993.

Fase	Freqüência
Completação	0.00101 bw/completação
Perfuração de Desenvolvimento	0.0037 bw/perfuração
Perfuração de Exploração	0.0084 bw/perfuração
Produção ¹	0.000053 bw/ano de poço
Workover ²	0.0020 bw/workover
Wireline ³	0.000021 bw/wireline realizada

Fonte: Holand (1995).

Obs: 1) Descartados *blowouts* relacionados à causas externas
 2) Baseado na média de um *workover* por doze anos de produção
 3) Baseado na média de 1.7 *wireline* realizada por ano de produção, com média de 2.5 operações por *wireline*.

Dado que, na grande maioria dos *blowouts* o volume de gás é muito maior quando comparado aos outros produtos, não

há uma distinção clara de quando o incêndio é causado por um blowout de gás ou óleo. A tabela 2.5, apresenta para cada tipo de operação, os *blowouts* que resultaram em ignição. Percebe-se que para cerca de 16.4% dos acidentes, houve a ocorrência de incêndio. A tabela 2.6, indica a duração do incêndio (conseqüência de *blowout*) por tipo de operação, neste caso, 49.2% dos *blowouts* têm duração superior a 12 horas.

Tabela 2.5: *blowouts* que resultaram em incêndios, para o período 1980-1993.

Fase	Sem Ignição	Ignição < 5 min.	Ignição > 5 min.	Total
Completação	6	-	1	7
Perfuração Desenvolvimento	28	4	2	34
Perfuração Exploratória	1	6	45	
Produção	6	-	-	6
Workover	14	2	3	19
Wireline	4	-	-	4
Totais	87	7	12	116
	83.6%	6.0%	10.3%	

Fonte: Holand (1995).

2.2.2 Estimativas para a freqüência de acidentes

Analisando a tabela 2.4, notamos que a freqüência de acidentes em plataformas de perfuração é bem maior do que a freqüência de acidentes em plataformas de produção (o que também corresponde a tabela 2.2, pois as plataformas de perfuração são, geralmente, móveis). Neste sentido, iremos agrupar as plataformas entre as de produção e perfuração.

A partir da tabela 2.4, podemos estabelecer valores médios que representem de forma aproximada as frequências de acidentes para cada tipo de plataforma.

Os dados mais significativos se referem às operações de perfuração. Contudo, as frequências apresentadas na tabela 2.4 estão colocadas em número de ocorrências por poço. O número de poços perfurados, bem como se a perfuração é exploratória ou de desenvolvimento, varia muito ao longo do tempo de operação da plataforma. Segundo técnicos da Petrobrás, pode-se admitir que, no horizonte de tempo de um ano, uma plataforma de perfuração realiza 3 perfurações exploratórias e 2 perfurações de desenvolvimento. Assim, temos:

f_{apf} = frequência de acidentes de perfuração

$f_{apf} = 3 \text{ perf./ano} * 0.0084 \text{ bw/perf.} + 2 \text{ perf./ano} * 0.0037 \text{ bw/perf.}$

$\therefore f_{apf} = 0.0326 \text{ blowouts/ano}$

adotaremos o valor de 0.033 *blowouts*/plataforma de perf./ano

Este valor é, a princípio, uma estimativa conservadora. Entre uma perfuração exploratória e outra, existiria uma parcela de tempo gasta no eventual transporte da plataforma para outras regiões de exploração, bem como períodos de manutenção. Não temos dados que identifiquem com precisão o número médio de perfurações realizadas por plataforma, assim, os valores adotados são relativamente altos. Uma análise de sensibilidade posterior deve indicar a resposta do problema às alterações a mais ou a menos desse valor.

Analisando a tabela 2.3, notamos que 50% dos acidentes em plataformas de produção ocorrem devido a causas externas

à plataforma. Contudo, a frequência total de acidentes em plataformas de produção é muito baixa. Admitindo-se que, uma plataforma realize um *workover* a cada 12 anos, 4.25 operações de *wireline* por ano e acrescentando-se os acidentes devidos a causas externas, temos:

$fapd$ = frequência de acidentes de produção

$$fapd = (1/12) \text{wk/ano} * 2 * 10^{-3} \text{bw/wk} + (4.25) \text{wr/ano} * 2.1 * 10^{-5} \text{bw/wr} + 2 * 5.3 * 10^{-5} \text{bw/ano}$$

$$\therefore fapd = 0.000366 \text{ blowouts/ano}$$

adotaremos o valor de 0.0004 *blowouts*/plataforma de produção /ano.

Pelos valores adotados, a frequência de acidentes em plataformas de perfuração é cerca de 175 vezes maior do que em plataformas de produção.

2.2.3 Estimativa para o tempo de duração do acidente

Atualmente, não existem dados publicados para o tempo de duração entre acidentes sucessivos. A partir de contatos estabelecidos com a SINTEF, foi possível obter os dados referentes a data e a duração dos acidentes do tipo *blowout* disponíveis no banco de dados daquela entidade.

Quanto ao tempo entre o surgimento de acidentes sucessivos, pouco se pode afirmar, uma vez que, os dados disponíveis correspondem a uma amostra mundial de plataformas. Neste caso, a distribuição escolhida para representar o tempo entre o surgimento de acidentes sucessivos foi uma normal com desvio padrão igual a 0.20 da

média⁴.

A figura 6.2 representa a função acumulada do tempo de duração dos acidentes. O tempo médio de duração dos acidentes calculado é de 246.2 minutos e o desvio padrão é de 761.7. Analisando o gráfico da figura 6.2, notamos que a curva que apresenta melhor aderência ao dados obtidos é a distribuição de Weibull⁵ com parâmetros:

$$\alpha = 75.8672 \text{ e}$$

$$\beta = 2.4791$$

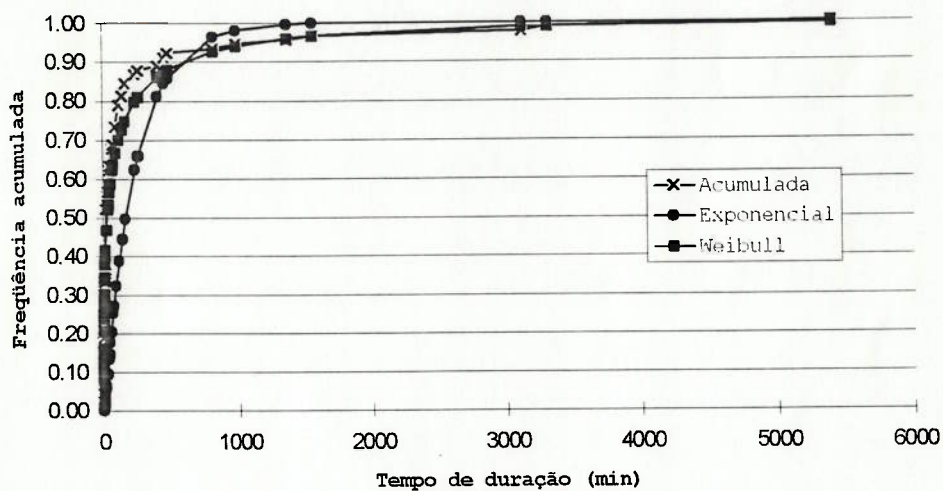


Figura 6.2: distribuição do tempo de duração dos blowouts.

⁴Deste modo, a distribuição escolhida representa um sistema em que há baixa probabilidade de ocorrência de acidentes simultâneos, fenômeno verificado na prática.

⁵Uma variável aleatória X tem distribuição de Weibull com parâmetros α e β ($\alpha > 0$, $\beta > 0$), se a f.d.p. de X é (Devore, 1987):

$$f(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-(x/\beta)^\alpha} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (2-1)$$

2.3 O Combate ao Incêndio

O combate ao incêndio em plataformas pode ser dividido em cinco etapas principais:

- a) extinção do fogo na plataforma;
- b) autoproteção da estrutura da plataforma;
- c) operação de abandono e resgate do pessoal;
- d) resfriamento da plataforma por embarcações *fifi*;
- e) autoproteção dos *fifi*.

As duas primeiras etapas dependem de pessoal altamente especializado e de equipamentos disponíveis na própria plataforma. A operação de abandono e resgate do pessoal de serviço na plataforma tem características próprias e pode ser realizada com ou sem o apoio de embarcações *fifi*. O sistema de atendimento de emergência em estudo tem como objetivo atender às outras duas categorias através do uso de embarcações *fifi* e, eventualmente colaborar no resgate de pessoal.

A operação de abandono

Na situação de abandono da plataforma, devem ser respeitadas as regras estabelecidas pela SOLAS⁶ (Brasil, 1984). House (1988) ilustra os casos de abandono, levando em

⁶ A *International Conference on the Safety of Life at Sea* (SOLAS) realizada em 1974, propôs uma série de recomendações e resoluções que afetam diretamente a vida no mar. Posteriormente, os países foram incorporando as decisões da conferência na forma de leis marítimas.

consideração se há fogo ou não, diferentes tipos de embarcação de abandono, quando há feridos ou não, o uso do helicóptero, etc.

Basicamente, o abandono de uma plataforma pode ser subdividido em quatro etapas, entre o momento em que o responsável pela segurança libera a ordem de abandono até o instante em que o pessoal está localizado a uma distância segura do incidente:

- 1) embarque na nave de escape localizada no convés;
- 2) lançamento da nave de escape;
- 3) distanciamento da plataforma;
- 4) espera por assistência e resgate.

Das quatro etapas, a terceira e a quarta são as de maior dificuldade, principalmente no caso de mau tempo. A proximidade de outras embarcações pode facilitar o processo, tornando o abandono uma transferência de pessoal entre embarcações. Os *fifi*, chamados para o controle do incêndio, podem auxiliar o resgate do pessoal ao evitar a propagação do incêndio e facilitar o abandono da plataforma.

2.4 O Atendimento de Emergência por embarcações Fire Fighting

O sistema de atendimento de emergência em estudo é formado, basicamente, por embarcações *fifi*. Vamos caracterizar estas embarcações de combate ao incêndio através da legislação marítima em vigor e dos seus requisitos

técnicos-operacionais.

a) *Definição de Embarcação de Apoio e Prontidão*

A Marinha do Brasil, através da Portomarinst n.21-08A (Brasil, 1989), define embarcação de apoio e embarcação de prontidão:

- "embarcação de **apoio** marítimo é aquela que realiza navegação entre as plataformas e os portos e terminais";
- "embarcação de **prontidão** é aquela que, isoladamente ou em conjunto com outros recursos (marítimos ou aéreos), pode prestar socorro visando salvar vidas". As embarcações de prontidão ainda devem ter uma velocidade mínima de cruzeiro de 12 nós e um posicionamento nunca superior a 5 milhas da plataforma para a qual ela é de prontidão.

As normas da Marinha do Brasil não impõem a necessidade de embarcações especializadas no combate ao incêndio. As embarcações *fire fighting* podem ser enquadradas tanto dentro da denominação de embarcações de prontidão quanto na de apoio. Os *fifi* são, geralmente, embarcações de suprimento (*supply boats*) adaptadas ao combate de incêndios. Estas embarcações são conhecidas como de multi-propósito (*multi-purpose*). Assim, eventualmente, o *fifi* pode atuar em diversas operações de apoio marítimo: transporte de pessoal, ancoragem de plataformas, transporte de suprimentos, etc. Contudo, para que possa ser enquadrado como embarcação de prontidão, o *fifi* não poderá atuar em operações de apoio que limitem a sua capacidade de resposta. Segundo a Portomarinst, estas operações seriam: reboque via cabo, manuseio de âncoras sem

mecanismo de escape rápido (*pelikan-hook*), descarga ou transferência de produtos sob condições de alta pressão ou sob condições de maior risco como, por exemplo, bombeando gases ou ácidos.

b) Regras de Classificação

Segundo as regras estabelecidas pela Lloyd's Register (1992) ou pela Det Norske Veritas-DNV (1982), as embarcações do tipo *fire fighting* são divididas em três categorias, como indica a tabela 2.6. Basicamente, estas categorias são caracterizadas por:

- Classe I: combate inicial ao incêndio, fornecendo resgate de pessoal e operação próxima ao incêndio.
- Classe II e Classe III: combate ao incêndio generalizado, operando à distância com canhões de água de longo alcance e, durante um longo período de tempo.

Tabela 2.6: as classes de embarcações fire fighting segundo o Lloyd's e a DNV. Os números entre parênteses indicam as exigências da DNV.

Equipamento	Embarcação <i>fifi</i>		
	1 (I)	2 (II)	3 (III)
Capacidade mínima das bombas (m ³ /h)	2400 (2400)	7200 (7200)	10000 (9600)
Número mínimo de monitores de água	2 (2)	3 (3-4)	4 (4)
Taxa mínima de descarga por monitor (m ³ /h)	1200 (1200)	1800 (1800-2400)	1800 (2400)
Altura mínima do jato de água acima do nível do mar (m)	45 (45)	70 (70)	70 (70)
Faixa mínima dos jatos do monitor (m)	120 (120)	150 (150)	150 (150)
Capacidade mínima de combustível dos monitores (horas)	24 (24)	96 (96)	96 (96)

c) Características Especiais das Embarcações fifi

Muitos são os aspectos que diferenciam as embarcações especializadas no combate ao incêndio. Vamos analisar três aspectos fundamentais, que devem ser considerados no projeto de embarcações *fifi*: o fundeamento, a potência instalada e o sistema de auto-resfriamento.

Fundeamento: as embarcações do tipo *supply*, geralmente, não podem fundear, seja devido à elevada lâmina de água na região de operação, seja devido às possíveis interferências entre a amarra da embarcação e os elementos existentes no fundo do mar e peculiares às operações de prospecção e

produção (*risers, manifolds, amarras, etc*). Por outro lado, a operação de lançamento de água sobre a plataforma, faz com que uma força considerável atue sobre a plataforma em sentido contrário ao do jato de água. Não podendo fundear, a embarcação deve dispor de um sistema de posicionamento dinâmico adequado para suportar a situação de combate ao incêndio e as operações de rotina em alto mar.

Potência instalada: é o aspecto mais crítico de projeto. Como as embarcações *fifi* nada mais são do que *supply boats* adaptados, a função de combate ao incêndio é, geralmente, considerada como um item secundário do projeto. Isso ocasiona uma ineficiência na operação dos *fifi* como verificado no atendimento a plataforma de Enchova⁷ (Petrobrás, 1988). Basicamente, esta deficiência se deve ao fato de que não há uma previsão adequada da potência necessária da embarcação. Assim, no momento do atendimento, devido às condições ambientais e de operação (fumaça, aglutinação entre embarcações, água de refrigeração suja de óleo, etc) além da potência dedicada aos monitores de água, uma boa reserva de potência deve ser garantida para o posicionamento dinâmico e o eventual abandono do local em caso de risco de explosão. A título de ilustração, durante o acidente de Enchova, existiam sete embarcações, duas da categoria III e as outras cinco da categoria II (segundo a norma DNV). Devido à perda de potência, todas as sete

⁷ Incêndio ocorrido na plataforma de Enchova (PCE-I) na bacia de Campos-RJ, entre os dias 24/4/88 e 23/5/88, em consequência de um *blowout*.

embarcações operaram como de categoria I no que se refere à vazão de água lançada na plataforma. Esse é um problema importante e que encontra uma difícil solução por dois motivos básicos. Primeiro, as embarcações *fifi* existentes no mundo são poucas e projetadas sem maior preocupação no que se refere à potência. Segundo, a solução possível seria a de incluir no projeto da embarcação um sistema independente de potência para as bombas de combate ao incêndio que não desviasse a potência da instalação (que seria dedicada exclusivamente aos sistemas de propulsão e posicionamento dinâmico). Contudo, existiria um super-dimensionamento da potência total instalada para os momentos em que a embarcação não atuasse como *fifi*, inviabilizando economicamente a sua operação.

Sistema de auto-resfriamento (water spray system): é um sistema fixo capaz de espalhar uma "fumaça" de água sobre toda parte exposta da embarcação provocando o seu auto-resfriamento. Ele permite que a embarcação atue mais próxima da plataforma e por um maior período de tempo.

2.5 Definição do Problema

Para a definição mais clara do problema, quatro aspectos devem ser considerados: o cenário, a composição do sistema de atendimento, as metas mínimas a serem atingidas pelo sistema e os objetivos da solução.

a) *Cenário*

O cenário é composto de um campo marítimo de exploração de hidrocarburetos onde estão localizadas as plataformas marítimas. As plataformas possuem características diversas quanto ao seu porte (quantidade de trabalhadores, tonelagem, etc), tipo (móvel ou fixa) e operação (perfuração ou produção).

As plataformas realizam chamadas de emergência. As emergências possíveis são para resgate de pessoal, *blowouts* ou incêndios e acidentes gerais em que se necessita do apoio de embarcações *fire fighting*. Este trabalho vai se limitar às chamadas para atendimento de acidentes tipo *blowout*.

Existe um porto na costa para reparos e reabastecimento das embarcações.

b) *Sistema de atendimento*

O sistema de atendimento às emergências é composto por dois tipos básicos de embarcações: *fire fightings* dedicados exclusivamente ao sistema e embarcações de suprimento com equipamento auxiliar de combate ao incêndio. As embarcações de suprimento não têm uma dedicação exclusiva ao sistema de

emergência, podendo estar realizando operações de ancoragem ou transporte de suprimentos no momento de uma chamada. Nesta situação, a embarcação deve ser capaz de abandonar rapidamente a operação e atender ao chamado.

Em situações de incêndio ou *blowout*, a função das embarcações é a de resfriar a plataforma, evitando o seu colapso, e apoio ao resgate do pessoal de serviço na plataforma.

Cada tipo de embarcação ainda pode ser subdividida em três classes (tabela 2.6) conforme a sua capacidade de atendimento. Neste trabalho, vamos nos limitar as embarcações *fifi* dedicadas ao atendimento de emergência. As embarcações não dedicadas serão consideradas como um sistema auxiliar de atendimento.

c) Metas do sistema de atendimento

De acordo com o tipo de acidente, é necessário que um certo número de embarcações esteja no local dentro de um tempo máximo tolerável. No caso de incêndios, devem ser previstas embarcações reserva possibilitando o eventual rodízio entre elas durante a operação.

O número de embarcações necessárias é função da quantidade mínima de água que deve ser lançada sobre a plataforma.

Apesar da dificuldade de se estabelecer tais valores, o relatório do acidente na plataforma de Enchova (Petrobrás, 1988) conclui que o número mínimo de embarcações classe I necessárias para um acidente com aquelas proporções seria

cinco. Isto sinaliza uma vazão total de água lançada sobre a plataforma equivalente a $2400 \times 5 = 12000 \text{ m}^3/\text{h}$. Este valor já considera a possibilidade de revezamento. Outros acidentes, que não envolvam incêndio, podem ser atendidos por uma embarcação apenas.

O tempo máximo para início do atendimento é outra variável de estimativa difícil. A determinação da Portomarinst n.21-08A estabelece uma distância máxima de cinco milhas e velocidade de 12 nós para a embarcação que é de prontidão para uma plataforma. Isto significa que a primeira embarcação deve chegar ao local em até 25 minutos após realizada a chamada por atendimento. Contudo, esta determinação só se aplica às embarcações de prontidão que nem sempre possuem equipamentos auxiliares de combate ao incêndio. Por outro lado, a distância máxima de 5 milhas pode ser muito restritiva. Na bacia de Campos, por exemplo, a distância média entre plataformas é de aproximadamente 23 milhas.

Murray e Medonos (1995) e Dalzell *et al.* (1991) analisam critérios de resistência de plataformas. Basicamente, estabelecem-se tempos mínimos de resistência para os subsistemas da plataformas até a sua evacuação total. Estes tempos alteram de plataforma para plataforma e devem ser tratados como critério de projeto. Segundo Dalzell *et al.* os tempos usualmente aceitos compreendem a faixa de 60 a 240 minutos. Adotaremos, a princípio, a estimativa de 90 minutos. Este valor pode ser alterado pelos tomadores de decisão em função da análise histórica dos acidentes ou mesmo de

avaliações subjetivas apresentadas por especialistas.

d) Objetivo do problema

O objetivo do problema é o de definir o perfil e a localização de uma frota de embarcações *fifi* dedicadas ao atendimento de acidentes do tipo *blowout*. A missão da frota é a de minimizar as conseqüências do sinistro, através do lançamento de água sobre a plataforma acidentada.

Cada plataforma tem uma demanda própria por atendimento, medida pela vazão necessária de água no momento do acidente.

A solução final encontrada deve ser orientada no sentido da minimização do custo e maximização do desempenho operacional da frota (medido pela taxa de ocupação das embarcações e pela taxa de sucesso no atendimento).

3 INTRODUÇÃO À TEORIA DA LOCALIZAÇÃO

3.1 Introdução

A Teoria da Localização tem como objeto a análise dos problemas de localização, seja nos aspectos relativos às formulações, seja nos métodos de solução. Como *problemas de localização*, entendemos uma classe em que se localiza espacialmente um conjunto de entidades em relação a outras já existentes, estando a decisão sujeita às restrições de natureza física, econômica, social, etc. Tais entidades compreendem desde simples pontos no plano, cujo atributo seria sua própria localização cartesiana, até grandes pólos industriais, com uma gama variada de atributos: lucros, fluxos de transporte, custos, etc. Vista dessa forma, a classe de problemas estudados pela Teoria da Localização teria extensão relativamente grande, onde tanto se podem incluir simples problemas de obtenção de Lugares Geométricos quanto problemas complexos de localização industrial. Devemos, portanto, restringir, em alguma medida, os problemas analisados, sem, contudo, se perderem de vista os que têm origem na geometria plana. Como se verá, estes desempenham papel importante na compreensão dos problemas mais aplicados. Neste sentido, nos problemas estudados nesse trabalho, deve-se localizar espacialmente uma ou mais bases, cada qual com seus atributos específicos, e sujeitas as restrições da oferta, da demanda, do caráter espacial e da disponibilidade de recursos. Os problemas de localização também podem

implicar na determinação da alocação de atividades para as bases localizadas. Neste caso, são conhecidos como problemas de *alocação-localização*.

A formalização da Teoria da Localização surgiu em 1909 e foi introduzida pelo economista alemão Alfred Weber¹. Em *Über den Standort der Industrien*, Weber se detém sobre a questão de localizar-se uma única indústria no plano, em relação a dois fornecedores de insumos e a um mercado consumidor. Lösch (1939) generaliza o trabalho de Weber para o caso da localização de atividades econômicas (industrial ou agro-pecuária), considerando os efeitos sócio-econômicos da escolha. Isard (1965) apresenta algumas formulações matemáticas para problemas de localização industrial, uso do solo e outros. Contudo, as soluções matemáticas para esse tipo de problema surgem posteriormente ao trabalho de Weber, com destaque para os trabalhos de Weiszfeld (1937), Kuhn e Kuenne (1962) e Cooper (1963).

Os avanços mais importantes na Teoria da Localização foram conseguidos na década de 60 quando os pesquisadores têm a disposição técnicas novas de otimização que ampliam e reformulam as possíveis formas de se analisar os problemas. A Teoria da Localização ganha uma série de modelos de aproximação de problemas reais, que não são elaborados para tomar decisões e sim para auxiliar a tomada de decisão.

¹Weber formaliza a Teoria da Localização a partir de um problema estudado pelo matemático suíço Steiner no século XIX e que, originariamente, havia sido proposto como um problema de geometria formal por Fermat no início do século XVII (Francis, 1974).

Conforme aponta ReVelle (1970), "*Os resultados das análises desses modelos podem ser ótimos e exatos em relação a esses modelos, mas eles não são necessariamente os resultados ótimos do mundo real*". Ou seja, os resultados desses modelos são uma ferramenta a mais para tomada de decisão do analista, e em nenhum momento para substituí-la. O processo da tomada de decisão tem agora uma ferramenta poderosa, por meio de que, a partir da alteração de alguns parâmetros de entrada do modelo, pode-se estudar a sensibilidade da solução do problema. Desta maneira, o analista pode selecionar, dentro de um conjunto variado de soluções, aquelas que, segundo sua visão, estão mais próximas das situações reais.

O problema da localização pode ser genericamente definido como: dado um conjunto de pontos de demandas ("clientes") espacialmente distribuídos e uma ou mais bases de atendimento ("servidores") dessas demandas, quer-se localizar essas bases de maneira a otimizar uma função objetivo dependente da disposição espacial desses elementos (clientes e servidores). Nem sempre temos explicitamente representadas na função objetivo as características espaciais do problema; por vezes, isto é feito por meio de custos dependentes da distribuição espacial do problema ou mesmo pela escolha adequada de um conjunto de restrições. Dentre as funções objetivo mais comuns, podemos citar: a minimização do tempo médio de viagem, a minimização da máxima distância entre os pontos da demanda e da oferta, a minimização do tempo médio de resposta, a minimização de funções do custo de viagem, a maximização do lucro, etc. Grande parte dos

problemas possui a natureza dos *objetivos múltiplos*. Por exemplo, na localização de postos de atendimento do setor público (escolas, postos de saúde, hospitais, etc), a função objetivo deve ser capaz de incorporar as características dos custos, do tempo médio de viagem dos usuários (a pé ou não) até o posto, o balanço sócio-econômico dos usuários, etc. Segundo Current *et al.* (1990), os modelos que se utilizam das técnicas de objetivos múltiplos provêm os tomadores de decisão com um conjunto abrangente de respostas, que permitem determinar as importâncias relativas dos objetivos conflitantes entre si. Pela utilização dos objetivos múltiplos, pode gerar-se mais do que uma solução e, conseqüentemente, pode o tomador da decisão incorporar "critérios adicionais", tanto quanto o próprio "julgamento pessoal" ao escolher a solução final.

Brandeau e Chiu (1989) relacionam uma série de aplicações de modelos de localização já desenvolvidas e publicadas em importantes periódicos internacionais (tabela 3.1). Brandeau e Chiu separam as aplicações em dois grandes grupos: áreas de aplicação do setor privado e áreas de aplicação do setor público. Esta última distinção reflete, como descreve ReVelle (1970), as diferenças nas formulações das funções objetivo e nas restrições dos modelos. Enquanto no setor privado as decisões são de caráter essencialmente econômico, ou seja, minimizar um custo monetário ou maximizar um lucro, no setor público, as decisões são tomadas a partir do equilíbrio de interesses entre a sociedade civil (organizada ou não), empresários, o próprio governo, etc.

Nesta situação, a função objetivo é do tipo maximizar um benefício ou minimizar um custo social, o qual é, normalmente, inquantificável em termos de unidades monetárias.

Tabela 3.1: áreas de aplicação de diferentes modelos de localização

Áreas de Aplicação do Setor Privado	Localização de Indústrias
	Localização de Tarefas em uma Fábrica
	Projeto de Redes de Comunicação
	Estações de Energia
	Serviços Privados de Veículos
	Equipamentos de Serviços Privados
	Centros de Transportes (Garagem de Ônibus, Portos Marítimos, etc)
	Bases Nocivas ao Meio-ambiente (Usinas Atômicas, Aterros Sanitários, etc)
	Agências Bancárias
Áreas de Aplicação do Setor Público	Bases/Veículos para Atendimento de Emergência
	Centros de Serviços Públicos
	Projetos de Redes Públicas (Distribuição de Água, Luz, etc)
	Vizinhos Residenciais
	Instalações de Defesa

Fonte: Brandeau e Chiu (1979)

Partindo para uma análise da estrutura dos problemas de localização, verifica-se a existência de duas formas

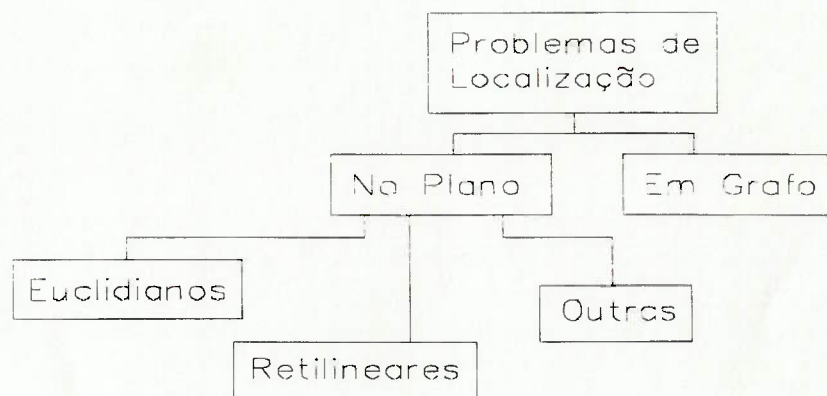


Figura 3.1: métricas comumente utilizadas

distintas de estruturação do problema: *localização no plano* e *localização em grafo*².

3.2 Localização no Plano

No caso da localização no plano, o espaço solução é infinito, as bases (servidores) podem ser localizadas em qualquer ponto do plano e não estão restritas a nós ou ligações entre nós. As distâncias entre pontos no plano podem ser tomadas em função de uma métrica particular estabelecida para o problema como se observa na figura 3.1. Algumas opções disponíveis para este fim, por exemplo, seriam a métrica

²Hunter (1989) faz uma distinção mais detalhada, identificando três grupos: localização em uma linha, no plano e em grafo. Neste trabalho, estamos considerando a localização em linha como derivada da localização no plano. Por outro lado, Hunter subdivide estes três grupos em outros dois: determinísticos e estocásticos. Esta subdivisão será objeto de estudo mais adiante neste trabalho.

Euclidiana, em que a distância d entre dois pontos do plano cartesiano (a,b) e (c,d) é calculada por:

$$d = [(a-c)^2 + (b-d)^2]^{1/2} \quad (3-1)$$

e a métrica **retilinear** ou **metropolitana**, em que a distância d entre dois pontos no plano cartesiano (a,b) e (c,d) é calculada por:

$$d = |a-c| + |b-d| \quad (3-2)$$

Tal tipo de métrica é particularmente útil nas situações em que o transporte ocorre em vias dispostas como grades retangulares (figura 3.2).

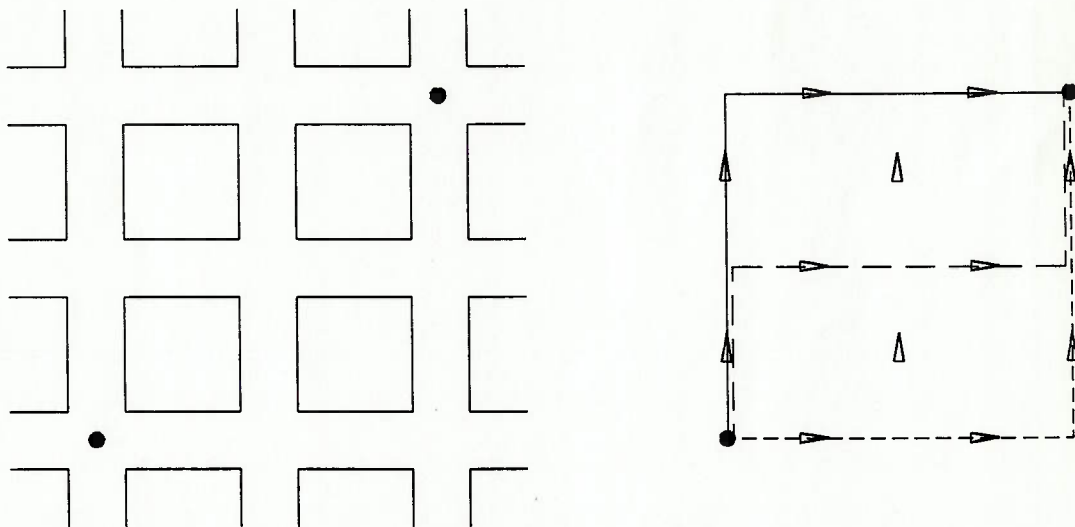


Figura 3.2: métrica retilinear ou metropolitana

3.3 Localização em Grafos

No caso da localização em grafos, o espaço solução está restrito a pontos pertencentes ao Grafo (nós ou pontos pertencentes às ligações) e as distâncias são calculadas ao

longo do Grafo; a distância entre dois pontos distintos é o menor caminho dentro do Grafo, que é possível de se fazer entre estes pontos³ (figura 3.3):

$$d_{a,b} = \text{menor caminho entre } a \text{ e } b \quad (3-3)$$

Exemplo mais comum desse tipo de problema são as malhas rodoviárias, hidroviárias, ferroviárias, etc.

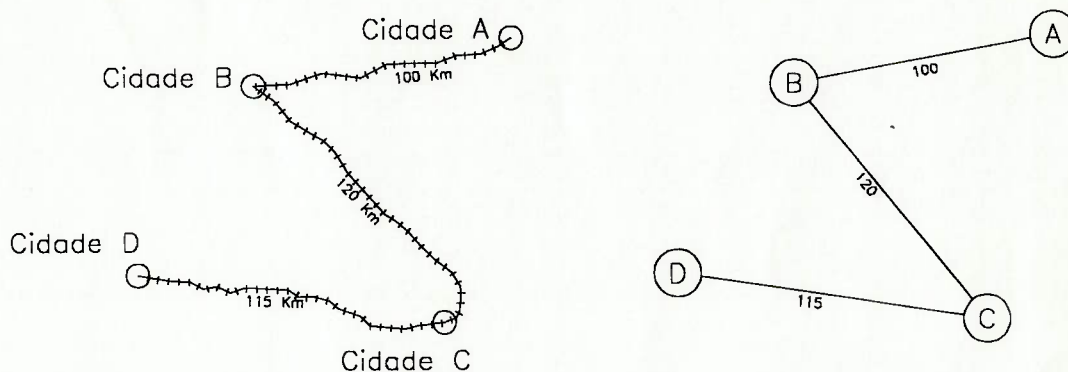


Figura 3.3: representação de um grafo

3.4 O Problema de Steiner-Weber

Dados três pontos A , B e C distribuídos no plano, queremos localizar no mesmo plano um ponto P , tal que, a soma das distâncias desse ponto aos outros três seja a menor possível.

Apresentado nessa forma (reduzido, com apenas três pontos), esse problema é conhecido como o *problema de Steiner-Weber*, uma vez que, foi inicialmente proposto pelo

³Para uma maior discussão sobre algoritmos de cálculo do menor caminho entre pontos de um grafo, ver Christofides (1975).

matemático suíço Steiner como um problema de geometria plana⁴ e, posteriormente, foi utilizado no problema de localização industrial por Weber.

Steiner demonstra que, se A , B e C são três pontos não colineares e se algum ângulo do triângulo por eles determinado for maior ou igual a 120° , ele é o ponto procurado. No caso em que os ângulos sejam menores que 120° , o ponto P estará localizado dentro do triângulo ABC . Para esse caso, o ponto P "enxerga" cada lado do triângulo por um ângulo de 120° como mostra a figura⁵ 3.4.

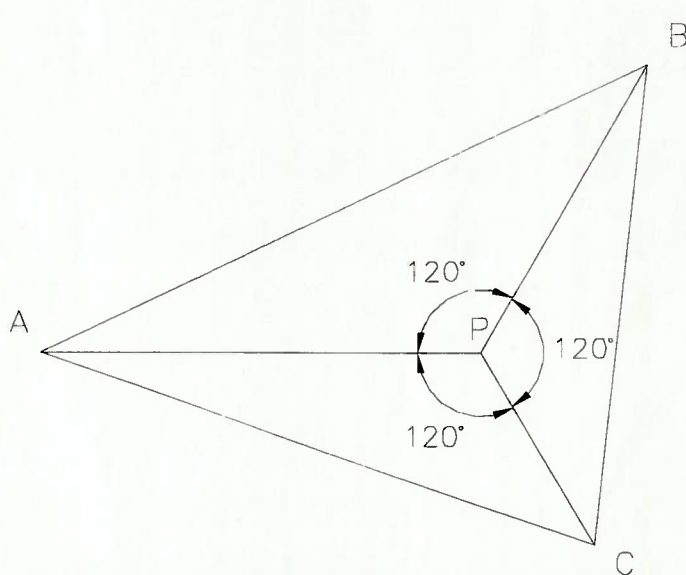


Figura 3.4: solução do problema de Steiner quando P é interno ao triângulo ABC .

Weber (1929) apresenta um apêndice matemático elaborado por George Pick, que faz uma analogia entre o problema de

⁴O problema proposto por Steiner é o de interligar três vilas por uma rede de estradas de menor comprimento total.

⁵Este resultado havia sido provado muito antes por Cavalieri em 1647, mas com certeza era desconhecido por Steiner, que estendeu o resultado para n pontos (Kline, 1972).

localização no triângulo e o fenômeno físico de equilíbrio de forças, quando, a cada vértice do triângulo, temos um peso associado. Quando os vértices do triângulo não têm pesos associados, temos o triângulo de Steiner, em que P é o ponto em que a soma das distâncias aos vértices é mínima. Na formulação de Weber, a cada ponto j ($j=1,2,3$) corresponde um peso w_j . Este peso corresponde ao custo de transporte multiplicado pela quantidade de insumo transportada para cada vértice. Na analogia física de Pick, o ponto P sofreria a ação das forças \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} que partem dos vértices A , B e C . Seria como se existissem três barbantes amarrados numa só extremidade, tendo as outras puxadas para os vértices dos triângulos por três forças de diferentes intensidades. Se as forças forem iguais, o problema fica análogo ao de Steiner. Para o caso de três forças com intensidades distintas, a extremidade amarrada se estabiliza no ponto de equilíbrio destas forças, que pode ser obtido graficamente. A analogia com o problema de localização industrial é imediata: as forças podem ser as quantidades de matéria-prima disponíveis ou as quantidades de produtos vendidos em cada ponto. O ponto de equilíbrio das forças determina a melhor localização para a indústria.

Na situação de equilíbrio, a soma vetorial das forças \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} é nula. Portanto, graficamente, teríamos o triângulo de forças $A'B'C'$ representado na figura 3.5. É fácil verificar que os ângulos α_{ab} , α_{bc} e α_{ac} , conhecidos a partir do triângulo de forças $A'B'C'$, são suplementares dos ângulos β_{AB} ,

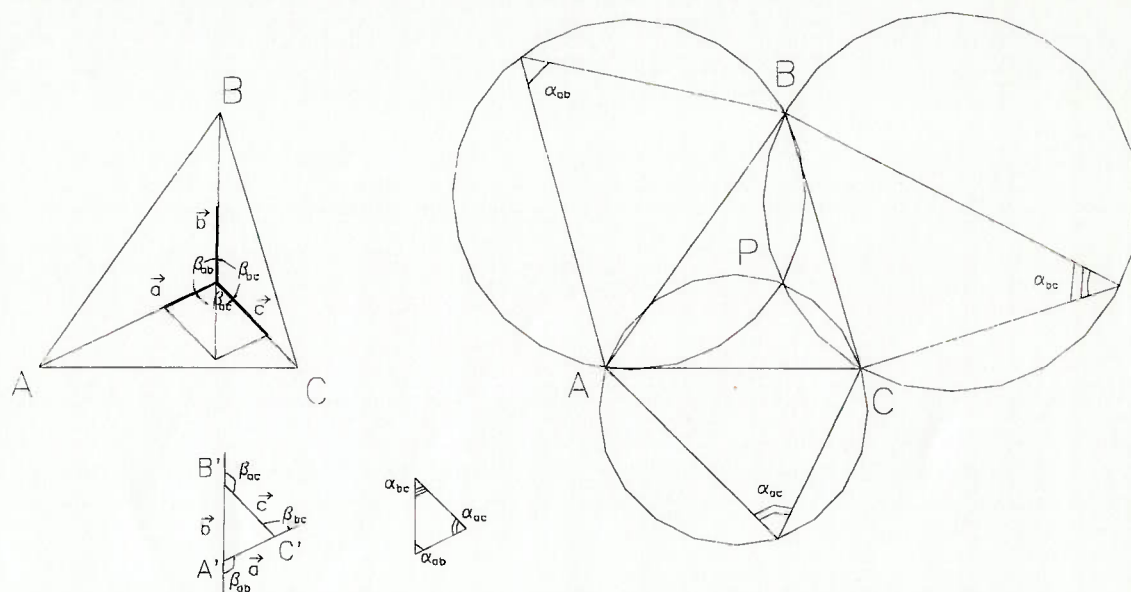


Figura 3.5: solução geométrica do problema de Steiner-Weber

β_{BC} e β_{AC} , ângulos com que o ponto P "enxerga" as arestas do triângulo. Isto implica que, para determinarmos a localização do ponto P , devemos encontrar o ponto que pertença: ao arco capaz⁶ da aresta AB com ângulo β_{AB} , ao arco capaz da aresta BC com ângulo β_{BC} e ao arco capaz da aresta AC com ângulo β_{AC} .

Se aumentar no problema anterior o número de pontos no plano (mais do que três), o problema fica conhecido como o *problema de Steiner-Weber generalizado* (Kuhn e Kuenne, 1962) ou problema da alocação-localização e a solução por métodos tradicionais da geometria plana fica impraticável.

3.5 O Problema de Steiner-Weber com várias Fontes

⁶Na Geometria Plana, arco capaz é o Lugar Geométrico dos pontos do plano que "enxergam" um dado segmento AB por um ângulo α .

O problema de Steiner-Weber com várias fontes foi extensamente estudado na literatura e diversos autores propuseram soluções aproximadas (ver Francis e White, 1974).

Matematicamente, pode ser formulado da maneira que segue.

Definindo:

w_i = o peso associado ao i -ésimo ponto (por exemplo: pontos de demanda, oferta, população no local, etc);

x_i, y_i = a localização do i -ésimo ponto relativo a um sistema cartesiano previamente definido;

x_p, y_p = coordenadas não conhecidas do ponto central P ;

n = o número total de pontos a serem servidos;

d_{ip} = a distância euclidiana do ponto i ao ponto P .

- a função objetivo fica:

$$\min z = \sum_{i=1}^n w_i d_{ip} \quad (3-4)$$

onde:

$$d_{ip} = [(x_i - x_p)^2 + (y_i - y_p)^2]^{1/2} \quad (3-5)$$

Derivando a expressão (3-4) em relação às variáveis x_p e y_p , obtemos um par de equações que não apresenta uma solução direta para essas variáveis:

$$\frac{\partial z}{\partial x_p} = \sum_i \frac{w_i (x_i - x_p)}{d_{ip}} = 0 \quad \Rightarrow \quad x_p = \frac{\sum_i \frac{w_i x_i}{d_{ip}}}{\sum_i \frac{w_i}{d_{ip}}} \quad (3-6)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y_p} = \sum_i \frac{w_i (y_i - y_p)}{d_{ip}} = 0 \quad \Rightarrow \quad y_p = \frac{\sum_i \frac{w_i y_i}{d_{ip}}}{\sum_i \frac{w_i}{d_{ip}}} \quad (3-7)$$

Kuhn e Kuenne (1962) e Cooper (1963) sugerem procedimentos iterativos para solução das equações anteriores. Assim, estipula-se um valor inicial para o par (x_p, y_p) e, através da expressão (3-5), são calculados os valores das variáveis d_{ip} . O par (x_p, y_p) é recalculado pelas expressões (3-6) e (3-7). O procedimento se repete sucessivamente até que a diferença de valores sucessivos para o par (x_p, y_p) seja desprezível. Apesar de não garantir a solução ótima global, geralmente o procedimento descrito converge com rapidez para o ponto de mínimo global (ver Kuenne e Soland, 1972).

Miehle (1958) analisa três métodos de solução do problema: analogia mecânica, método numérico e método do "filme de sabão". Na verdade, os métodos propostos por Miehle, Cooper e Kuhn e Kuenne partem de algoritmos de solução semelhantes ao anteriormente proposto por Weiszfeld (1937). Kuenne e Soland (1972) propõem um método para se obter a solução ótima baseado na técnica "branch and bound", que, contudo, só é praticável em problemas de tamanho reduzido. A grande dificuldade prática na solução dessa classe de problemas está no número de alocações possíveis definidas pelos pares origem/destino. Exemplificando, uma situação real constituída de 4 origens e 30 destinos

possibilitaria 4.8×10^{16} formas diferentes de alocação. Este número de alocações dificulta a obtenção da solução mesmo que se considere o uso de ferramentas computacionais. Para problemas maiores, Cooper propõe um método de solução que parte da seguinte observação: dado um conjunto de n destinos e m origens, se as origens são conhecidas, a determinação das alocações é trivial e, por outro lado, se a alocação é conhecida, a localização das origens é a solução das equações em (3-6) e (3-7) considerando-se a alocação já pré-definida. Assim, Cooper constrói uma heurística para obtenção de uma "boa" alocação para, posteriormente, utilizar em (3-6) e (3-7) para resolver o problema de localização. Esse procedimento combinado não encontra, necessariamente, a solução ótima global do problema, uma vez que, dado um conjunto de localizações obtidas pelo procedimento, pode existir uma outra seqüência de alocações que diminua o custo total. Cooper (1964) propõe outras heurísticas de solução. Cooper (1974 e 1978) estende o problema para o caso estocástico. Nesta situação, os pontos de destino não são mais pré-determinados, mas variáveis aleatórias com distribuição de probabilidades conhecida.

3.6 O Problema do Depósito ou da Localização Industrial

O problema do depósito (*warehouse problem*) ou da localização industrial (*plant location problem*) é, talvez, o problema de localização mais comumente encontrado dentro do

setor privado (apesar de também possuir aplicações no setor público). Dado um número de regiões de demanda para um certo produto, cada qual com demanda conhecida, e um número de localizações possíveis para unidades de produção que, uma vez construídas, irão atender essa demanda, determinar onde estas unidades de produção devem ser localizadas e quais regiões de demanda devem ser atendidas por cada unidade. O objetivo do problema é o de minimizar a soma dos custos de transporte mais os custos de instalação e operação das unidades de produção.

Analizando preliminarmente o problema, podemos notar uma relação clara entre o número de unidades de produção e os custos de transporte. Quanto maior o número de unidades de produção, menor será o custo total de distribuição. Mas, quanto menores os custos de distribuição, maiores os investimentos necessários em novas unidades de produção. Para um certo número de unidades, o custo total (produção mais distribuição) deve ser mínimo. A partir deste ponto, o custo de adicionar-se uma nova unidade de produção excederá as economias previstas nos custos de distribuição devido à nova unidade.

Matematicamente, o problema tem a seguinte forma geral:

$$\min z = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m C_{ij}(x_{ij}) + \sum_{i=1}^m F_i(y_i) \quad (3-8)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = y_i \quad i=1, 2, \dots, m \quad (3-9)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = d_j \quad j=1, 2, \dots, n \quad (3-10)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad i=1, 2, \dots, m \quad j=1, 2, \dots, n \quad (3-11)$$

$$y_i \geq 0 \quad i=1, 2, \dots, m \quad (3-12)$$

onde:

x_{ij} = quantidade transportada entre a unidade de produção i e a região de demanda j ;

y_i = quantidade total transportada a partir da unidade de produção i ;

$C_{ij}(x_{ij})$ = função que representa o custo de se transportar a quantidade x_{ij} para a região de demanda j a partir da unidade de produção localizada em i ;

$F_i(y_i)$ = função que representa o custo de se estabelecer e operar uma unidade de produção em i em função da quantidade total transportada a partir dessa unidade, y_i ;

d_j = demanda total requerida pela região j ;

n = número de regiões de demanda;

m = número máximo de unidades de produção.

Na formulação acima, as restrições do tipo (3-9) identificam que regiões de demanda devem ser atendidas pelas unidades de produção e em que nível de produção estas deverão

trabalhar. As restrições (3-10) garantem que todas as necessidades de demanda serão atendidas.

Ao problema anterior pode-se acrescentar a restrição:

$$y_i \leq Q_i \quad i=1, 2, \dots, m \quad (3-13)$$

onde Q_i é a capacidade máxima de produção permitida para uma unidade de produção localizada em i . Assim, o problema torna-se limitado em capacidade. Rand (1976) discute os usos para o problema de localização restrito e não restrito em capacidade.

Na função do custo de transporte C_{ij} , pode-se considerar o efeito da economia de escala, principalmente quando existe a possibilidade de descontos para o transporte de grandes quantidades de carga. A função C_{ij} pode ser definida em termos de localizações previamente conhecidas de demanda e oferta. Assim, podemos estimar as "distâncias" entre localizações na métrica mais conveniente, pois, geralmente, admite-se que os custos são proporcionais às distâncias. Apesar de, aparentemente, tratar-se de uma simplificação, não se trata de uma hipótese que limite, significativamente, as possíveis soluções do problema. De fato, para uma unidade de produção operando com uma frota própria, seria muito difícil (senão impossível) determinar uma função do custo de transporte sem saber, a priori, a quantidade que é transportada para cada região de demanda. Isso nos obrigaria a estimar de quanto seria o custo de transporte em função da distância, da demanda transportada ou de alguma combinação entre estas duas variáveis.

A função $F_i(y_i)$ é freqüentemente não-linear e, geralmente, leva em conta um grande investimento fixo na fase de construção mais os custos de manufatura e estocagem na fase de operação da unidade. Quando o nível de produção é baixo, os custos unitários de capital são muito altos. Estes custos tendem a diminuir com o aumento da produção, motivados pelas economias de escala. Neste caso, a forma da função é côncava e de difícil utilização em problemas de programação linear. Este tem sido o problema que desperta maior atenção entre os pesquisadores nesse campo, e a maneira como é tratada a função de custo côncava é o elemento base de muitos procedimentos de solução.

Os trabalhos de Feldman *et al.* (1966) e o de Kuehn e Hamburger (1963) apresentam duas formulações que recaem em heurísticas capazes de convergir para boas soluções. Por sua vez, Enfroymsom e Ray (1966) e Spielberg (1969) propõem soluções ótimas exatas para o problema matemático, conforme ele foi estruturado acima. Soland (1974) incorpora a possibilidade de economia de escala tanto na produção quanto no processo de distribuição. Dong-Wan Tcha e Moon-Gil Yoon (1985) incorporam o eventual comportamento estocástico da demanda.

Muitos pesquisadores desenvolveram ou vêm desenvolvendo novos métodos mais eficientes de solução ou mesmo incorporam novas restrições ou variáveis à função objetivo. O artigo de Francis e White (1974) apresenta uma extensa relação de trabalhos já publicados nessa área, sendo um bom ponto de partida para estudos mais aplicados sobre a localização de

depósitos. Para uma análise mais aprofundada do problema da economia de escala, além dos trabalhos supra citados, pode-se consultar Manne (1964) e Haldi e Whitcomb (1967).

3.7 O Problema do Círculo Mínimo de Cobertura

O problema do círculo mínimo de cobertura (Elzinga e Hearn, 1972) é definido geometricamente pelo problema de se cobrir um dado conjunto de pontos espacialmente distribuídos no plano, pela circunferência de menor raio possível.

O problema do círculo mínimo de cobertura pode, eventualmente, ser definido com pesos relacionados aos pontos do plano que se quer cobrir. Em termos práticos, ele é aplicável à localização de bases para atendimento de emergência, dada a necessidade, nestes casos, de se ter uma distância máxima aceitável entre a base de atendimento e os pontos de surgimento das emergências.

Hearn e Vijay (1982) formulam uma classificação dos principais algoritmos propostos para solução deste problema através de uma cuidadosa revisão bibliográfica de uma série de algoritmos já publicados.

Melville (1985) apresenta dois algoritmos para a solução do problema e suas respectivas implementações computacionais⁷. A título de exemplo, a seguir apresenta-se

⁷Segundo Melville, apesar da aparente quantidade de algoritmos para solução do problema do menor círculo de cobertura, estes algoritmos não são discutidos em nível de sua implementação computacional. Para Melville, isto se deve

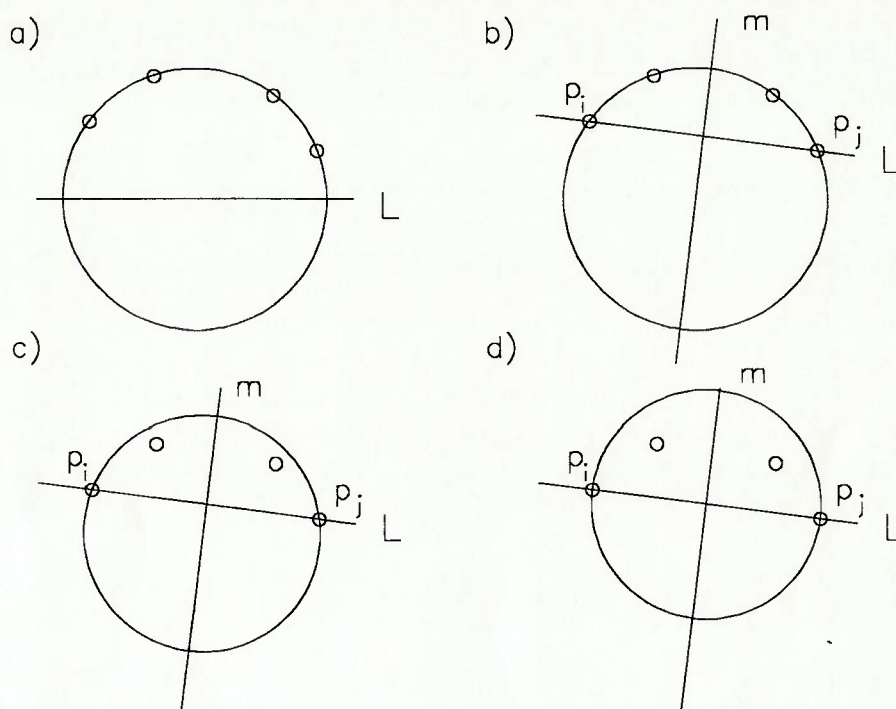


Figura 3.6: problema do círculo mínimo de cobertura

um dos métodos, conhecido como algoritmo "Shrinking". Melville destaca que as idéias principais deste algoritmo já eram discutidas por G. Chrystal em 1885 no trabalho "*On the Problem to Construct the Minimum Circle Enclosing n Given Points in the Plane*" (*Proc. Edinburgh Math. Soc.*, 3, pg. 30-33).

Seja um círculo C , tal que cada ponto p_i ($i=1, \dots, n$), que se deseja cobrir, esteja interno a C . Obviamente, C não é o mínimo círculo que cobre os pontos p_i . Mas, se dois pontos p_i tocam a borda de C ("pontos de contato") e definem um diâmetro de C , então C é o mínimo círculo que cobre os pontos p_i . Esta observação não é definitiva, pois o círculo também poderia ser definido por três pontos (por exemplo,

às dificuldades de programação que ocasionam o surgimento de diversos "bugs" inviabilizando a sua utilização prática.

considerando um triângulo isóceles, os vértices tocam a borda de C , mas não formam um diâmetro de C). Genericamente, um círculo C é o círculo mínimo que cobre um conjunto de pontos se e somente se os pontos de contato em C não estão em algum semicírculo de C . A demonstração da afirmação anterior pode ser feita por contradição. Dada uma linha L , passando pelo centro de C e que deixa todos os pontos de contato de um "lado" de L (figura 3-6a), caminha-se com essa linha em direção aos pontos de contato até que L toque dois desses pontos (p_i e p_j na figura 3-6b). Constrói-se a mediatriz da corda formada por p_i e p_j . O centro de C estará nessa mediatriz. Deslocando-se o centro de C pela mediatriz em direção a L e continuando a passar a circunferência pelos pontos p_i e p_j , o círculo vai diminuindo de tamanho (figura 3-6c). O processo continua até que p_i e p_j formem um diâmetro de C ou que um novo ponto de contato seja encontrado (figura 3-6d). O processo assim descrito, é o caminho para o algoritmo implementado por Melville.

3.8 *Localização de Bases ou Veículos para atendimento de Emergência*

Uma classe específica de problemas da Teoria da Localização é a da localização de bases ou veículos para atendimento de emergência. De um modo geral, os modelos dessa classe de problemas procuram minimizar a probabilidade de que uma dada chamada de emergência não receba o atendimento dentro de um tempo máximo permitido. Para se atingir este

objetivo, não só a melhor localização das bases (ou veículos) deve ser considerada mas, também, o próprio desempenho operacional dos diversos itens do sistema: a capacidade de atendimento, a velocidade dos veículos, o grau de especialização do pessoal envolvido, etc. Entre os sistemas de atendimento podemos citar: viaturas policiais, viaturas de combate ao incêndio, ambulâncias, viaturas especiais de resgate a acidentados, entre outros.

Diferentemente do problema da localização industrial, em que o custo é o fator preponderante, a localização de bases para atendimento de emergência tem o tempo como o fator de maior importância e considerações sobre custo, geralmente, não entram diretamente na formulação matemática do problema. Enquanto que na localização de unidades de produção temos a possibilidade dos efeitos da economia de escala nas fases de produção e distribuição dos produtos, na localização de bases para atendimento de emergência, não se tratando propriamente de um sistema de produção e distribuição, o efeito da economia de escala é de difícil análise prática. Para este tipo de análise, deveríamos ser capazes de caracterizar as diversas parcelas de custo envolvidas em um sistema de atendimento de emergência. Por exemplo, em um sistema de ambulâncias, poderíamos simplificarmente relacionar as seguintes parcelas de custo: operacionais na central de atendimento telefônico, a viagem ao local da chamada e de retorno ao hospital e o custo do atendimento hospitalar. Dada a natureza das operações, o levantamento e considerações

sobre os custos envolvidos e eventuais efeitos de economia de escala ficam extremamente difíceis.

Se abandonarmos por algum momento as parcelas de custo e olharmos para a capacidade de atendimento, poderíamos localizar os efeitos da "economia de escala" neste sistema através de uma relação da *capacidade de atendimento x nível de serviço* ao invés da tradicional relação *capacidade de produção x custo unitário*.

Assim, operando com ambulâncias mais potentes, paramédicos mais especializados, helicópteros, centrais telefônicas de atendimento mais eficiente, poderíamos aumentar a capacidade de atendimento e, conseqüentemente, melhorar o nível de serviço (medido, por exemplo, em termos de uma redução no tempo médio de atendimento às chamadas) para uma parcela maior da demanda. Paralelamente, o aumento do custo (aquisição de veículos mais caros, por exemplo) implica um aumento na quantidade atendida dentro do mesmo critério de atendimento e, conseqüentemente, possibilitando uma eventual redução no custo unitário por atendimento.

Contudo, como foi dito e será visto na revisão bibliográfica específica de modelos para atendimento de emergência, a análise de custo raramente é incorporada diretamente ao modelo. Geralmente, a maior preocupação é com o desempenho operacional do sistema. Exceções a esta regra são encontradas quando se analisa o sistema de atendimento de emergência como um problema de localização industrial, como foi feito por Psarafits (1982) para o problema de atendimento a vazamentos de óleo no mar. Nesta situação, deve-se ter um

levantamento prévio de todos os custos envolvidos para que se possa modelar um sistema com características próprias de atendimento, como um problema de localização de unidades de produção. Entretanto, em alguma medida, se perde a possibilidade de uma análise operacional mais efetiva do sistema, que só pode ser feita por modelos específicos para localização de bases para atendimento de emergência.

4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os modelos da Teoria da Localização têm um campo de aplicações bastante diversificado. Recentemente, foram publicados ótimos trabalhos de revisão bibliográfica da Teoria da Localização. Entre eles podemos destacar: Tansel et al. (1983), Brandeau e Chiu (1989), ReVelle (1989) e Current et al. (1990). O trabalho de Tansel et al. é uma revisão bibliográfica de problemas de localização em grafos. Brandeau e Chiu apresentam uma revisão mais extensa relativa aos principais trabalhos (ou aos de maior repercussão) publicados na área. ReVelle faz um revisão restrita aos problemas de localização de bases para atendimento de emergência. Current et al., considerando o fato de que os problemas de localização têm objetivos múltiplos por natureza, faz uma revisão somente dos problemas modelados pela utilização de objetivos múltiplos.

Conforme mencionado acima, Brandeau e Chiu (1989) apresentam uma série de aplicações da Teoria da Localização (Tabela 3.1). Eles também propõem uma taxonomia própria para distinguir os diferentes problemas de localização. Brandeau e Chiu elaboram um método de busca em que a distinção entre os diferentes modelos de localização é feita a partir de um "menu" de escolhas. Selecionando-se as entradas convenientes para cada categoria, uma série de problemas de localização pode ser especificada. O interessante nesta forma de tratamento, mais do que a própria taxonomia apresentada, está na demonstração da necessidade de criar-se alguma forma de

classificação dos problemas; sem o que, fica praticamente impossível a comparação das diferenças e semelhanças existentes entre os diversos problemas. Em outras palavras, dada a diversidade e a quantidade de problemas, precisamos estabelecer, previamente, subgrupos de problemas, de modo que as diferenças ou semelhanças externas e internas a esses subgrupos possam estar mais aparentes.

No nosso problema em particular, devemos esboçar suas características fundamentais, buscando direcionar a pesquisa bibliográfica para problemas com aspectos semelhantes. Partindo desse pressuposto, a pesquisa bibliográfica procurou, inicialmente, concentrar-se nos trabalhos relacionados com os modelos de atendimento de emergência. Numa primeira abordagem, se fez necessário o tratamento de problemas mais seminiais da teoria da localização (como por exemplo, o problema de Steiner-Weber visto no item 3.3), pois eles são o ponto de partida para a compreensão dos problemas mais específicos.

O estudo de diversos problemas de sistemas de atendimento de emergência revela a existência de duas formas bem características de abordagem do problema: a *determinística* e a *estocástica*.

Os modelos determinísticos foram os primeiros a serem elaborados e apresentam-se de maneira concisa e prática, utilizando normalmente valores médios para estimar variáveis que possuem características aleatórias. Assim, a modelagem determinística pode, eventualmente, obter soluções que pouco representem as situações reais. Berman (1985) cita o exemplo

de um hospital que possui apenas uma ambulância estacionada. Dado o surgimento de uma chamada, que geralmente é comunicada por telefone, existe uma probabilidade de que a ambulância já esteja ocupada no atendimento a uma chamada anterior. Nesta situação, a chamada deve recorrer a um outro serviço de ambulâncias (por exemplo, um serviço externo de ambulâncias, não baseado no próprio hospital) ou entrar em uma fila de chamadas. Portanto, a capacidade de atendimento desse tipo de sistema não depende somente das suas características espaciais, mas também, das características probabilísticas dos processos de chegada de chamadas e dos processos de atendimento às chamadas. Com relação a este aspecto da proximidade com a realidade, os modelos estocásticos abriram um outro campo de pesquisa dentro da Teoria da Localização, sem transformar, contudo, os modelos determinísticos em uma forma de tratamento ultrapassada, pois eles não deixam de ser uma "contribuição robusta" para os problemas de atendimento de emergência.

Concluindo, os modelos determinísticos têm, geralmente, como premissa básica o atendimento imediato de uma chamada ou demanda pelo servidor ou base mais próxima, que sempre se encontra disponível para o atendimento (mais adiante veremos que esta premissa pode ser relaxada ao se assumir que nem toda demanda necessariamente deve ser atendida). Em um sistema de serviço livre de congestionamento, o tempo médio de viagem é uma boa estimativa para a performance do sistema. Contudo, em um sistema de serviço urbano, sujeito a congestionamentos, temos alguma probabilidade de que o

servidor não esteja disponível no momento da chamada. Neste caso, podemos ter aleatoriedades em uma série de parâmetros do sistema, tais como: no tempo de viagem entre a base e o local da chamada, no tempo de atendimento no local da chamada, na disponibilidade do servidor, etc¹. Em determinadas situações, este tipo de incerteza pode significar resultados fatais: a demora no atendimento às vítimas de acidentes, incêndios, vazamentos de produtos tóxicos, etc.

Iniciaremos o nosso estudo pelos problemas de localização determinísticos, passando posteriormente aos de caráter estocástico.

4.1 Modelos Determinísticos

4.1.1 Centros e medianas

Os trabalhos da Teoria da Localização estão em grande parte concentrados no estudo da localização de centros (minimização do tempo de resposta para o pior caso) e medianas (minimização do custo total) em grafos. Em algumas situações, temos modelos híbridos como o *medi-center* proposto

¹ A incerteza nos parâmetros utilizados também pode afetar os problemas sem características de atendimento de emergência. Em problemas de localização de equipamentos e plantas industriais (Hunter, 1989), onde os investimentos podem ser de grande monta, as decisões relativas ao projeto e à localização são elaboradas para um longo período de tempo. Conseqüentemente, muitos parâmetros não serão conhecidos com grande precisão no momento da tomada de decisão, exigindo a necessária consideração de parâmetros aleatórios no modelo.

por Psaraftis (1982) para o problema de vazamento de óleo no mar.

Um dos trabalhos mais importantes da Teoria da Localização foi apresentado por Hakimi (1964). Neste trabalho, Hakimi propõe modelos para a localização ótima de centrais telefônicas e postos policiais. No primeiro caso, as centrais telefônicas recebem chamadas que devem ser processadas para que, posteriormente, possam ser enviadas para os seus respectivos destinatários. Hakimi propõe, então, um grafo G onde os vértices e os arcos representam, respectivamente, os destinatários e as linhas telefônicas da central aos destinatários. Neste grafo, aos vértices ficam associados pesos que representam o número de linhas necessárias para que o vértice possa receber ou enviar uma mensagem e a cada arco fica associado um peso correspondente ao comprimento (ou o custo por unidade de capacidade) daquele elemento de linha. O objetivo é localizar a central telefônica para que o comprimento total de fios utilizados seja minimizado.

O problema da localização ótima de postos policiais é de natureza semelhante. Considerando-se a população a ser atendida distribuída em regiões diferentes e interligadas através de uma rede de transporte, pretende-se localizar um posto policial de forma que a distância máxima entre o posto e as regiões seja minimizada.

Na resolução do problema, Hakimi evidencia a necessidade de se generalizar os conceitos usuais de centros

e medianas² para os conceitos de *centro absoluto* e *mediana absoluta*. Um ponto x_0 pertencente ao grafo G é um *centro absoluto* de G se, para qualquer ponto x em G , nós tivermos:

$$\max_i h_i d(i, x_0) \leq \max_i h_i d(i, x) \quad i=1, 2, \dots, n \quad (4-1)$$

e um ponto y_0 é uma *mediana absoluta* de G se, para qualquer ponto y em G , nós tivermos:

$$\sum_{i=1}^n h_i d(i, y_0) \leq \sum_{i=1}^n h_i d(i, y) \quad (4-2)$$

onde h_i é o peso relativo³ do vértice v_i e $d(x, y)$ é a distância entre os pontos x e y pertencentes ao grafo G . A mediana absoluta está identificada com a localização ótima de uma central telefônica e o centro absoluto com a localização ótima de um posto policial em uma rede de tráfego. Um dos resultados mais importantes obtidos por Hakimi é a demonstração de que a mediana absoluta de um grafo sempre está localizada em um de seus vértices.

Em um trabalho posterior, Hakimi (1965) generaliza os problemas anteriores para o caso da distribuição ótima de p centrais telefônicas e de q postos policiais. Desta maneira,

²Dado um grafo G , definimos o centro de G como sendo o ponto x' tal que, se x é um ponto qualquer de G , então:

$$\max_i d(i, x') \leq \max_i d(i, x)$$

onde $d(i, x)$ é a distância entre os pontos i e x do grafo G .

³Se h_i estiver "normalizado" de maneira que $\sum_i h_i = 1$, ele pode ser visto como a probabilidade condicional de que uma chamada partiu do vértice v_i , dado que uma chamada foi gerada (Berman e Odoni, 1982).

Hakimi define a p -mediana de um grafo G pelo conjunto X_p^* de p pontos $x_1^*, x_2^*, \dots, x_p^*$, tal que:

$$\sum_{i=1}^n h_i d(i, X_p^*) \leq \sum_{i=1}^n h_i d(i, X_p) \quad (4-3)$$

$$\text{onde: } d(i, X_p) = \min[d(i, x_1), d(i, x_2), \dots, d(i, x_p)] \quad (4-4)$$

Hakimi demonstra que podemos encontrar uma p -mediana examinando todos sub-conjuntos de vértices do grafo contendo p vértices. Contudo, isto não significa que toda p -mediana de G contitui-se de p vértices de G . Hakimi define um conjunto de p pontos X_p^* em G como sendo o p -centro de G , se para cada conjunto de p pontos X_p em G , nós tivermos:

$$\text{máx } d(i, X_p) \geq \text{máx } d(i, X_p^*) \quad i=1, 2, \dots, n \quad (4-5)$$

Contudo, Hakimi não apresenta um procedimento para encontrar o conjunto X_p^* . Minieka (1970) reapresenta o mesmo problema e descreve, sem apresentar resultados numéricos, um procedimento para obter o conjunto X_p^* a partir da solução de uma série de problemas do tipo *set-covering* (ver adiante, seção 4.1.2). Christofides e Viola (1971) desenvolvem um algoritmo iterativo para a localização de p -centros absolutos em um grafo que apresenta rápida convergência para a solução ótima, conforme atestam os exemplos numéricos apresentados no trabalho.

Nos problemas de Hakimi, as bases são localizadas de maneira que somente os vértices são otimamente atendidos. Em algumas situações, o atendimento não deve ser ótimo só para

vértices, mas também, para pontos ao longo dos arcos da rede⁴. Minieka (1977) estendeu os trabalhos de Hakimi para a situação em que a localização da base em um grafo seja ótima não só para os vértices do grafo, como também para seus arcos. As localizações escolhidas de acordo com esses novos critérios, e que apenas podem se estabelecer em vértices do grafo, são chamadas, respectivamente, de *centros gerais* e *medianas gerais*. Caso as bases possam se localizar tanto nos vértices quanto nos arcos do grafo, temos respectivamente, os *centros gerais absolutos* e *medianas gerais absolutas*.

4.1.2 Modelo do conjunto de cobertura

Os modelos de cobertura (*covering models*, para maiores detalhes consultar Francis et al., 1974) procuram estabelecer uma cobertura de atendimento para as diversas regiões de demanda. Uma região de demanda é considerada coberta se um veículo ou base estiver disponível para atender a região dentro de um certo critério de distância ou tempo mínimo, ou de outra maneira, um cliente está coberto se o servidor consegue atingi-lo (ou se o cliente consegue atingir a base de atendimento) dentro de um tempo ou distância menor que o padrão. Como aponta Hogan e ReVelle (1986), uma das principais vantagens dos modelos de cobertura é o casamento

⁴ Por exemplo, na situação de atendimento a automóveis acidentados. O serviço de atendimento (polícia rodoviária, ambulâncias, guincho, etc) deve encontrar o automóvel localizado em pontos ao longo da própria estrada e não obrigatoriamente, naqueles utilizados no modelo como nós de grande demanda.

entre as "descrições verbais" das características desejáveis de um sistema de emergência feitas pelos tomadores de decisão com a própria formulação matemática do problema.

Toregas *et al.* (1971) propõem um modelo para localização de bases de emergência que é aplicado à localização de postos do corpo de bombeiros. Dada uma matriz d_{ij} de distâncias ou de tempos de percurso entre um ponto j possível de localização de base e o ponto i a ser atendido, define-se um conjunto N_j para cada ponto j como sendo o conjunto dos índices i , tal que d_{ij} é menor que s , onde s é uma distância ou tempo padrão pré-estabelecido:

$$N_j = \{i : d_{ij} < s\} \quad (4-6)$$

Portanto, dado n pontos distribuídos, teremos n conjuntos N_j . Os autores trabalham com a condição de que os valores de d_{ij} são conhecidos e que o número potencial de bases não é muito grande, pois caso contrário, o método de solução proposto seria impraticável.

Seja uma variável de decisão x_i , tal que:

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{se a base é estabelecida em } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4-7)$$

A modelagem matemática do problema de localização de postos do corpo de bombeiros tem a forma:

$$\min z = \sum_{i=1}^n x_i \quad (4-8)$$

sujeito a:

$$\sum_{i \in N_j} x_i \geq 1 \quad j=1, 2, \dots, n \quad (4-9)$$

$$x_j = (0, 1) \quad (4-10)$$

A função objetivo (4-8) minimiza o número de bases localizadas. As restrições do tipo (4-9) impõem que cada ponto j deve ter no mínimo a cobertura de uma base dentro da distância ou tempo padrão. O problema descrito desta forma, apesar de ser apresentado como um problema de programação inteira, é resolvido como um problema de programação linear simples, no qual as variáveis inteiras x_j são modificadas para não negativas ($x_j \geq 0$). De imediato, pode-se notar que as variáveis x_j estarão sempre dentro do intervalo $[0, 1]$, pois na formulação proposta, a cobertura de cada ponto de demanda está garantida pela localização de uma única base. Por outro lado, dada uma solução ótima m^0 não inteira do problema, deve existir uma solução inteira onde o número de bases é tão grande quanto o próximo inteiro maior que m^0 . Assim, nas soluções que não apresentarem valores inteiros para todas variáveis x_j (segundo ReVelle, 1989, 5% dos casos), deve-se acrescentar uma restrição de corte do seguinte tipo:

$$\sum_{j=1}^n x_j \geq [m^0] + 1 \quad (4-11)$$

onde $[m^0]$ é a parte inteira de m^0 . Desta maneira garantiremos que a solução final terá valores inteiros para as variáveis de decisão⁵.

Walker (1974) utiliza o modelo de cobertura para o problema de localizar escadas de combate ao incêndio na cidade de N. York. Walker desenvolve um método heurístico capaz de encontrar a solução ótima e que garante uma maior flexibilidade ao modelo, permitindo a introdução de novas restrições ao problema original (como por exemplo a inclusão das escadas já distribuídas pelas regiões da cidade).

Plane e Hendrick (1977) acrescentam um grau maior de detalhamento à análise de qual seria o melhor critério para se estabelecer o tempo de resposta ou a distância mínima de atendimento de chamadas contra incêndios. Como constatação imediata, deve-se considerar o fato de que os possíveis pontos prováveis de incêndio não requerem necessariamente o mesmo tempo de resposta, em outras palavras, os pontos focais têm uma gravidade no tipo de incêndio, que varia desde pontos com alto risco (onde o atendimento deve ser imediato) até pontos em que o risco é menor e algum nível de atraso no atendimento pode ser tolerado. O modelo final tem as características de um problema de cobertura em que o objetivo

⁵ Este resultado, apesar de sua grande praticidade, não foi totalmente justificado como aponta a bibliografia pesquisada. Spinetto (1976) acredita que este resultado se deve ao fato de que a maioria dos pontos extremos do políedro formado pelas restrições (4-10) são, na verdade, pontos inteiros (0 ou 1).

é minimizar o número de total de bases de combate ao incêndio instaladas. Matematicamente, temos:

$$\min z = \sum_{j=1}^n x_j \quad (4-12)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1 \quad i=1, 2, \dots, n \quad (4-13)$$

$$x_j = (0, 1) \quad j=1, 2, \dots, n \quad (4-14)$$

onde:

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se a base é estabelecida em } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto } i \text{ pode ser atendido por uma base em } j, \\ & \text{no tempo estipulado para } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Esse tipo de formulação se diferencia dos modelos de cobertura anteriores, pela incorporação do tempo de resposta não como um tempo padrão fixo, mas como uma matriz em que se respeita a acessibilidade entre os pontos de oferta e demanda em função das suas particularidades.

Da análise da função objetivo (4-12), percebe-se que ela não diferencia os locais da cidade que já possuem bases daqueles em que a base ainda deve ser instalada. Do ponto de vista financeiro, não seria aconselhável uma solução que acarreta alteração de um grande número de bases. Por outro lado, a própria remoção de uma base do corpo de bombeiros já

existente em uma região pode levar a agravantes de ordem política. Portanto, seria interessante maximizar a utilização dos postos já existentes. Os autores propõem uma alteração na função objetivo, de maneira a torná-la de natureza hierárquica, ou seja, que exista uma preferência inicial pela utilização das bases já existentes. Sendo x_j e a_{ij} definidos como antes e numerando de 1 a p as bases já existentes, a nova função objetivo fica:

$$\min z = \sum_{j=1}^p x_j + \sum_{j=p+1}^n (1+\epsilon) x_j \quad (4-15)$$

onde ϵ é um número escolhido entre 0 e $1/n$. Os autores demonstram que uma solução ótima obtida para (4-15) é igualmente ótima para (4-12) e, portanto, a função objetivo (4-15) também minimiza o número de bases utilizadas. Por outro lado, a função objetivo (4-15) prioriza a solução que possui o maior número de bases já existentes.

4.1.3 O Problema da cobertura máxima

Nos problemas de cobertura apresentados até aqui, percebemos que a cobertura é imposta sobre todas as regiões de demanda, independentemente das distâncias envolvidas, de sua necessidade de atendimento, etc. No entanto, os recursos financeiros disponíveis são finitos e a cobertura de todas as regiões de demanda pode ser impraticável. Church e ReVelle (1974) derivam a partir dos problemas de cobertura o problema

da cobertura máxima (*Maximal Covering Problem*), que é definido por: maximizar a população atendida, dentro de um nível de serviço desejado, pela localização de um número fixo de bases. Matematicamente, o problema é colocado como:

$$\max z = \sum_{i \in I} a_i y_i \quad (4-16)$$

sujeito a:

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq y_i \quad \forall i \in I \quad (4-17)$$

$$\sum_{j \in J} x_j = p \quad (4-18)$$

$$x_j, y_j = 0, 1 \quad \forall i, j \quad (4-19)$$

onde:

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto } i \text{ é coberto por uma ou mais bases em } N_i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se a base é localizada em } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

a_i = população no ponto de demanda i

p = número total de bases que devem ser localizadas

I = conjunto dos nós de demanda

J = conjunto dos possíveis nós para localização das bases

d_{ij} = distância entre o nó i e o nó j

S = distância mínima padrão

$$N_i = \{j \in J : d_{ij} \leq S\}$$

A função objetivo (4-16) maximiza a população coberta dentro da distância mínima padrão S . As restrições do tipo

(4-17) estabelecem que um ponto i está coberto se uma ou mais bases estão localizadas a distância mínima padrão S . A restrição (4-18) limita o número de bases a serem instaladas.

Para a solução do problema, Church e ReVelle propõem métodos heurísticos de solução. O processo de tomada de decisão é facilitado pelo uso de uma curva da população coberta, z , em função do número de bases utilizadas p (em última análise, o quanto se vai investir), construída a partir da solução do problema anterior para uma série de valores de p .

Megiddo et al. (1983) discutem o problema de se estabelecer novas bases em uma rede através da cobertura de um número máximo de clientes. No problema de Megiddo et al. existe a influência de uma situação competitiva, na medida em que as bases já existentes podem perder seu mercado, enquanto uma segunda companhia pode tentar extrair o máximo benefício de distribuir suas novas bases na mesma rede. Apesar de não haver uma referência clara nesse sentido, o modelo é semelhante ao de Church e ReVelle (1974). Megiddo et al. propõem um algoritmo de solução para o problema quando a rede tem estrutura em árvore e que apresenta uma complexidade igual da ordem de $O(n^2)$.

O problema da cobertura máxima também foi aplicado, para o caso do sistema de combate ao incêndio numa região, por Schilling et al. (1979). O problema tratado consiste na localização de um número limitado de bases *diferenciadas*, (isto é, bases providas com diferentes equipamentos), de modo a maximizar a cobertura das populações, áreas sujeita a

incêndios, etc. Entre os modelos apresentados por Schilling *et al.*, o mais genérico é o chamado modelo "FLEET" (*Facility Location Equipment Emplacement Technique*). O modelo FLEET localiza um número fixo de bases e provê estas bases de vários tipos de equipamentos, de modo que se maximize um nível global de desempenho. No modelo proposto, existem dois tipos de equipamentos a serem localizados: primários e especiais. A demanda precisa ser atendida por ambos equipamentos dentro de um tempo ou distância padrão fixo. Se o nível de desempenho é medido em função da população atendida, matematicamente, o modelo pode ser colocado como:

$$\max z = \sum_{i \in I} a_i Y_i \quad (4-20)$$

sujeito a:

$$\sum_{j \in N_i^p} x_j^p \geq Y_i \quad \forall i \in I \quad (4-21)$$

$$\sum_{j \in N_i^s} x_j^s \geq Y_i \quad \forall i \in I \quad (4-22)$$

$$\sum_{j \in J} x_j^p = p^p \quad (4-23)$$

$$\sum_{j \in J} x_j^s = p^s \quad (4-24)$$

$$\sum_{j \in J} z_j = p^z$$

$$x_j^p \leq z_j \quad \forall j \in J_N \quad (4-26)$$

$$x_j^s \leq z_j \quad \forall j \in J_N \quad (4-27)$$

onde:

$$x_j^p, x_j^s = 0, 1 \quad \forall j \in J \quad (4-28)$$

$$y_i = 0, 1 \quad \forall i \in I \quad (4-29)$$

$$z_j = 0, 1 \quad \forall j \in J_N \quad (4-30)$$

I =conjunto dos pontos de demanda

J =conjunto das localizações potenciais para as bases

J_N =conjunto de possíveis locais para as novas bases, $J_N \subset J$.

(Nesta formulação, admite-se que os nós contidos em J , mas não contidos em J_N , já possuem bases instaladas)

a_i =demanda a ser atendida em i

$$x_j^p = \begin{cases} 1, & \text{se um equipamento primário é colocado em } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$x_j^s = \begin{cases} 1, & \text{se um equipamento especial é colocado em } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se o nó } i \text{ é coberto pelos equipamentos primários} \\ & \text{e especiais} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$z_j = \begin{cases} 1, & \text{se uma base é estabelecida em } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

p^p =número de equipamentos primários a serem localizados

p^s =número de equipamentos especiais a serem localizados

p^z =número total de novas bases a serem construídas

$$N_i^p = \{j \in J : d_{ij} \leq S^p\}$$

$$N_i^s = \{j \in J : d_{ij} \leq S^s\}$$

d_{ij} =distância entre o nó i e o nó j

S^p =tempo ou distância padrão para os equipamentos primários

S^s =tempo ou distância padrão para os equipamentos especiais

A função objetivo (4-20) maximiza a população coberta por equipamentos primários e especiais. As restrições do tipo (4-21) e (4-22) impõem que a cobertura de um nó i somente se dá quando ele é coberto por pelo menos um equipamento primário e um equipamento especial. As restrições (4-23), (4-24) e (4-25) podem ser entendidas como restrições de investimento. As restrições (4-26) e (4-27) proíbem a localização de equipamentos em nós onde não são instaladas novas bases.

Moore e ReVelle (1982) consideram um modelo semelhante ao FLEET, onde se tem N tipos diferentes de bases que podem prestar N níveis distintos de serviço. Moore e ReVelle, genericamente, colocam o problema da seguinte forma: "dada uma quantia para investimento na abertura de bases, encontrar o número de bases para cada nível de serviço e suas localizações, tal que a população total com acesso a todos componentes de serviço seja maximizada". Matematicamente, Moore e ReVelle destacam que a restrição de investimento, como colocada no modelo FLEET, pode ser reescrita como uma restrição relativa ao custo total de investimento que não deve superar uma quantia total disponível para esse fim. Desta forma, as restrições (4-23), (4-24) e (4-25) poderiam ser reescritas como:

$$\sum_{j \in J} c^p x_j^p + \sum_{j \in J} c^s x_j^s \leq B \quad (4-31)$$

onde B é a quantidade de investimento disponível, c^p é o custo de um equipamento primário e c^s é o custo de um equipamento especial.

A solução é obtida pelo uso de programação linear, relaxando-se as restrições inteiras para restrições de não negatividade (quando alguma solução não inteira é encontrada, utiliza-se o método *branch and bound*).

4.1.4 Modelos com cobertura reserva ou de "back-up"

Até agora, discutimos os modelos da Teoria da Localização admitindo-se que as bases estão sempre disponíveis para atendimento. Tal hipótese é, na grande maioria dos casos, irrealista. No sentido de resguardar uma maior aproximação com a realidade, os modelos necessariamente devem incorporar algumas características próprias de sistemas com possibilidade de congestionamento. Assim, um novo conjunto de modelos foi criado, incorporando a possibilidade de coberturas "reserva" ou de "back-up". Nesses modelos, uma região de demanda encontra-se coberta por uma ou mais bases que funcionam como reserva de segurança, caso a primeira base não esteja disponível.

Como veremos, fundamentalmente, os modelos de cobertura reserva têm características próprias de problemas com objetivos múltiplos, pois, em geral, se quer minimizar o número de bases instaladas ao mesmo tempo em que se maximiza as regiões com uma ou mais coberturas reserva.

Dado que, em situações reais, a base ou servidor pode não estar sempre disponível para o atendimento, a ocorrência de uma chamada para atendimento em uma dada região deverá ser atendida por uma base ou veículo localizado em outra região próxima. Daskin e Stern (1981) propõem um modelo que tem como objetivo fornecer aquela solução que distribui as bases de modo que se tenha o maior número possível de nós com coberturas reserva. Conseqüentemente, o sistema terá uma capacidade de resposta para chamadas mais reforçada, sendo capaz de atender às chamadas até mesmo nas situações em que o veículo mais desejável para o atendimento esteja ocupado em outra chamada. Daskin e Stern propõem, então, uma alteração no modelo do conjunto de cobertura, através da utilização de uma função objetivo composta por duas parcelas: uma é a própria função objetivo do modelo do conjunto de cobertura que tende a minimizar o número de bases ou veículos necessários para se garantir o atendimento a cada uma das regiões dentro de um tempo mínimo T ; a outra parcela, com sinal negativo, tende a maximizar a soma, sobre todas as regiões, do número de coberturas reserva capazes de atender as chamadas de cada zona i dentro do intervalo de tempo mínimo T . Matematicamente, o problema fica:

$$\min z = w \sum_j x_j - \sum_i M_i \quad (4-32)$$

sujeito a:

$$\sum_j a_{ij} x_j - M_i \geq 1 \quad \forall i \quad (4-33)$$

onde:

$$x_j = 0, 1 \quad \forall j \quad (4-34)$$

$$M_i \geq 0 \quad \forall i \quad (4-35)$$

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se uma ambulância é localizada na zona } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } d_{ij} \leq S \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

M_i =número de veículos adicionais capazes de responder a uma chamada na região i em um tempo menor ou igual a S

w =peso com valor não-negativo

Daskin e Stern batizam este problema de *Hierarchical Objective Set Covering Problem (HOSCM)*. Os autores exploram algumas propriedades do modelo para resolvê-lo como um problema de programação linear simples através do relaxamento de algumas restrições e a eventual inclusão de outras. O problema de programação linear equivalente ao HOSCM termina mais freqüentemente com soluções inteiras que seu equivalente problema de programação linear do conjunto de cobertura. Apesar da vantagem que este novo tratamento tem com relação ao modelo do conjunto de cobertura simples, o trabalho de Daskin e Stern tem a limitação de que todas regiões devem ser cobertas e, por outro lado, não faz distinção entre as regiões de alta demanda, em que a necessidade de coberturas extras é muito maior, e as regiões de baixa demanda. Como conseqüência, podemos ter uma solução em que certas regiões de demanda têm um excesso de coberturas reserva, simplesmente porque são mais fáceis de cobrir (ReVelle, 1989).

Eaton *et al.* (1986) apresentam um modelo desenvolvido para a localização de ambulâncias na cidade de Santo Domingo, na República Dominicana. O modelo de Eaton *et al.* apresenta como principal vantagem, em relação ao modelo de Daskin e Stern, a maximização da cobertura reserva em regiões com demanda mais alta ser estabelecida diretamente na função objetivo. Matematicamente, o problema fica:

$$\min z = w \sum_j x_j - \sum_i M_i a_i \quad (4-36)$$

sujeito a:

$$\sum_{j \in N_i} x_j + M_i \geq 1 \quad \forall i \quad (4-37)$$

$$M_i \geq 0 \quad \forall i \quad (4-38)$$

$$x_j = (0, 1) \quad \forall j \quad (4-39)$$

onde:

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se uma base é localizada em } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

M_i = número de ambulâncias de reserva capazes de atender uma chamada na região i

a_i = demanda na região i

$$N_i = \{j : d_{ij} \leq S\}$$

d_{ij} = distância entre o nó i e o nó j

S = distância mínima padrão

w = peso que leva em conta a importância relativa de se minimizar o número de bases ou maximizar o número de ambulâncias reserva.

A diferença entre a função objetivo (4-36) e aquela proposta por Daskin e Stern (equação 4-32) está na ponderação da demanda considerada na equação (4-36). As restrições do tipo (4-37) determinam que toda região de demanda deve ser coberta por, ao menos, uma base e são equivalentes as restrições (4-33) do modelo de Daskin e Stern.

Hogan e ReVelle (1986) desenvolvem um modelo de cobertura reserva com características de flexibilidade que garantem uma resposta final mais robusta. Hogan e ReVelle definem o que por eles é denominado BACOP1 ou problema de cobertura reserva máxima (*Maximal Backup Coverage Problem*). O modelo BACOP1 se diferencia do modelo de Eaton *et al.* na medida em que adota dois critérios diferentes de tempo para as coberturas primária e reserva. Assim, enquanto a cobertura primária deve estar a uma distância máxima padrão S da região de demanda, a cobertura reserva pode estar a uma distância máxima padrão T , sendo $S > T$. De uma outra maneira, a população com cobertura reserva dentro de uma distância padrão T menor que a distância padrão S (relativa a cobertura primária) é maximizada, enquanto todos os pontos de demanda são cobertos ao menos uma vez dentro da distância padrão S . Ao se assumir o tempo T menor que S estamos garantindo um nível mínimo de serviço para todas regiões de demanda, enquanto se procura aumentar o atendimento dentro de uma condição de tempo menos restrita e dirigida para as populações com maior demanda.

No mesmo trabalho, Hogan e ReVelle remodelam o problema para o caso em que até mesmo a cobertura primária não é mais

obrigatória para todos pontos de demanda. Assim, define-se o modelo BACOP2, em que se quer maximizar a população que deve receber simultaneamente a cobertura primária e reserva. Matematicamente, o modelo tem a seguinte representação:

$$\max z = w \sum_{i \in I} a_i y_i + (1-w) \sum_{i \in I} a_i u_i \quad (4-40)$$

sujeito a:

$$\sum_{j \in M_i} x_j - y_i - u_i \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (4-41)$$

$$u_i - y_i \leq 0 \quad \forall i \in I \quad (4-42)$$

$$\sum_{j \in J} x_j = p \quad \forall i \in I \quad (4-43)$$

onde:

$$u_i = \begin{cases} 1, & \text{se o nó de demanda } i \text{ é coberto ao menos duas vezes} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se o nó de demanda } i \text{ é coberto ao menos uma vez} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$N_i = \{j : d_{ij} \leq S\}$$

$$M_i = \{j : d_{ij} \leq T\}$$

S = distância padrão para a cobertura primária

T = distância padrão para a cobertura secundária ($S > T$)

I, J = respectivamente, conjuntos de pontos de demanda e locais potenciais para bases

x_j = número inteiro de bases localizadas em j

a_i = população na região de demanda i

p = número total de bases a serem localizadas

Colocado desta maneira, o modelo apresenta uma função objetivo que tende a estabelecer coberturas primária e reserva em regiões de maior demanda, onde a probabilidade de ocorrência de chamadas simultâneas é mais alta.

As duas primeiras restrições do modelo estabelecem qual região receberá a cobertura reserva. A restrição (4-41) determina o número de bases disponíveis dentro da distância (tempo) padrão T de cobertura reserva. A restrição (4-42) indica que a cobertura reserva só pode ser estabelecida para regiões que já tenham a cobertura primária. Se no total tivermos uma ou mais bases estabelecidas na região i , y_i tem valor unitário. Se o total é uma base, o número de bases reserva na região i deve ser zero ($u_i=0$). Se o total de bases é maior ou igual a 2, u_i tem valor unitário, assim como y_i . A restrição (4-43) limita o número de bases a serem instaladas⁶. O modelo permite ainda a incorporação de uma restrição do tipo:

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq 1 \quad \forall i \in I \quad (4-44)$$

de modo a garantir a cobertura dentro do tempo padrão S maior que o tempo T (de cobertura reserva) para todas as regiões. Técnicas de relaxamento do problema de programação linear são aplicadas e demonstram ser uma maneira rápida de se obter a solução ótima. Outro aspecto apontado por Hogan e ReVelle é o fato de que o modelo BACOP2 pode ser estendido para o caso

⁶ Esta restrição poderia ser acrescentada aos modelos anteriormente descritos.

em que há necessidade de mais de uma cobertura reserva por região de demanda.

Pirkul e Schilling (1988) analisam o problema de localização de bases para atendimento de emergência, considerando coberturas reserva e limitação na capacidade de atendimento ou na carga de trabalho das bases. A capacidade ou carga de trabalho de uma base é definida em termos da demanda total que esta base pode atender em um dado período de tempo. Sendo bases ou veículos para atendimento de emergência, as chamadas geralmente não podem ser colocadas em fila quando surgem em um momento em que toda capacidade de atendimento já está ocupada⁷. O modelo proposto procura minimizar tanto os custos fixos quanto os variáveis, de modo que um número suficiente de bases sejam localizadas, para que cada região de demanda tenha possibilidade de atendimento a partir de duas bases distintas, e a demanda total atendida por uma base não exceda a sua capacidade total de atendimento. Matematicamente, o modelo fica:

$$\min z = \sum_{i \in I} \left(\sum_{j \in J_i} c_{ij} a_i x_{ij} + \sum_{j \in J_i} c'_{ij} a'_i z_{ij} \right) + \sum_{j \in J} v_j Y_j \quad (4-45)$$

sujeito a:

⁷ Por exemplo, no caso de uma chamada de emergência médica, caso todas ambulâncias disponíveis estejam ocupadas, a chamada não deverá esperar a liberação de uma ambulância, mas sim, tenderá a requisitar um outro serviço de socorro.

$$\sum_{j \in J_i} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (4-46)$$

$$\sum_{j \in J_i} z_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (4-47)$$

$$x_{ij} + z_{ij} \leq y_j \quad \forall i \in |I_j \cup I'_j|, \forall j \in J \quad (4-48)$$

$$\sum_{i \in I} a_i x_{ij} + \sum_{i \in I} a'_i z_{ij} \leq K_j \quad \forall j \in J \quad (4-49)$$

$$z_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in I'_j, \forall j \in J \quad (4-50)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in I_j, \forall j \in J \quad (4-51)$$

$$y_j = (0, 1) \quad \forall j \in J \quad (4-52)$$

onde:

$$y_j = \begin{cases} 1, & \text{se a base é localizada em } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

x_{ij} = a fração da demanda por serviço primário atendida por j na região i

z_{ij} = a fração da demanda por serviço reserva atendida por j na região i

I = conjunto de índices de todas regiões de demanda

J = conjunto de índices de todas localizações potenciais de bases

$I_j = \{i : i \text{ pode receber serviço primário de } j\}$

$I'_j = \{i : i \text{ pode receber serviço reserva de } j\}$

$J_i = \{j : j \text{ pode prover serviço primário à região } i\} = \{j : i \in I_j\}$

$J'_i = \{j : j \text{ pode prover serviço reserva a região } i\} = \{j : i \in I'_j\}$

v_j = custo fixo de abertura de uma base em j

c_{ij} = custo do serviço primário de i para j

c'_{ij} =custo do serviço reserva de i para j

a_i =demanda esperada para serviço primário em i

a'_i =demanda esperada para serviço reserva em i

K_j =demanda máxima que j pode servir

A função objetivo (4-45) minimiza o custo total (fixo + variável) de atendimento. As restrições do tipo (4-46) indicam que toda região i deve ser coberto por pelo menos uma base de atendimento que pertença ao conjunto de bases primárias permitidas para atendê-lo. As restrições do tipo (4-47) têm o mesmo efeito que a anterior, mas considerando-se a cobertura reserva. Pela maneira como o problema foi formulado, não existe uma ordem hierárquica de qual seria um serviço primário ou reserva, dada a simetria das variáveis x_{ij} e z_{ij} . Elas podem ser interpretadas, respectivamente, tanto como coberturas primárias/reserva quanto coberturas reserva/primárias. As restrições do tipo (4-48) indicam que a base só é construída em j , se for para prover serviço reserva ou primário para um ponto de demanda i . Sendo y_j uma variável inteira ($y_j = 0$ ou 1), a restrição (4-48) implica, também, que o serviço total necessário na região de demanda i tem origem a partir de pelo menos duas bases distintas⁸.

O limite superior da capacidade de atendimento das bases está representado pela restrição (4-49). Nesta

⁸ Às vezes, é de interesse que a mesma base forneça tanto o serviço primário quanto o reserva. Isto ocorre, por exemplo, no caso de combate a incêndios em que deve ser enviado para o local do acidente um caminhão pipa e um caminhão provido de escada. Neste caso, ambos equipamentos podem ter origem da mesma base. O modelo de Schilling et al. (1979) considera esta situação, mas as bases não têm restrição de capacidade.

restrição, os coeficientes a_i e a'_i representam, respectivamente, os níveis de demanda dos atendimentos primários e reserva esperados para o modelo. Em situações reais estes valores são de difícil estimativa a priori, sendo necessária uma análise histórica dos dados, utilizando-se de modelos de simulação, ou estimativas, que partem do tomador de decisão, baseadas em aspectos subjetivos. Uma possibilidade apontada pelos autores é o uso do modelo de forma interativa, onde a alocação de bases de uma dada solução é utilizada para melhorar a estimativa da carga das bases de reserva na próxima interação. Para solução do problema, são necessários métodos de relaxação lagrangiana ou a utilização de um método heurístico proposto pelos autores.

Pirkul e Schilling (1991) retomam o problema da cobertura máxima. Os autores notam que este modelo estabelece um nível mínimo de serviço para uma grande parte da demanda, mas desconsidera a demanda não atingida que, mesmo assim, deve realizar "chamadas" ou buscar o atendimento.

Matematicamente, o modelo tem a seguinte representação:

$$\max z_1 = \sum_{i \in I} \sum_{j \in N_i} a_i x_{ij} \quad (4-53)$$

$$\min z_2 = \sum_{i \in I} \sum_{j \in N_i} a_i x_{ij} d_{ij} \quad (4-54)$$

sujeito a:

$$\sum_{j \in N_i} Y_j \leq p \quad (4-55)$$

$$x_{ij} \leq Y_j \quad \forall i \in I, \forall j \in N_i \quad (4-56)$$

$$\sum_{i \in I} a_i x_{ij} \leq K_j \quad \forall j \in J \quad (4-57)$$

$$Y_j = [0, 1] \quad \forall j \in J \quad (4-58)$$

$$x_{ij} = [0, 1] \quad \forall i \in I, j \in N_i \quad (4-59)$$

onde:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o n\u00f3 de demanda } i \text{ \u00e9 atendido por } j \\ 0, & \text{caso contr\u00e1rio} \end{cases}$$

$$Y_j = \begin{cases} 1, & \text{se uma base \u00e9 localizada em } j \\ 0, & \text{caso contr\u00e1rio} \end{cases}$$

p =n\u00famero de bases a serem instaladas

I =conjunto dos \u00edndices de todos pontos de demanda

J =conjunto dos \u00edndices dos poss\u00edveis locais para bases

a_i =a demanda esperada na regi\u00e3o i

K_j =a capacidade m\u00e1xima de trabalho para uma base em j

S =dist\u00e2ncia (tempo) padr\u00e3o de servi\u00e7o

d_{ij} =dist\u00e2ncia (tempo) entre i e j

$N_i = \{j \in J : d_{ij} \leq S\}$

A fun\u00e7\u00e3o objetivo (4-53) maximiza a popula\u00e7\u00e3o atendida por bases que estejam dentro da dist\u00e2ncia (tempo) padr\u00e3o. A fun\u00e7\u00e3o objetivo (4-54) minimiza a dist\u00e2ncia (tempo) m\u00e9dia viajada das popula\u00e7\u00f5es n\u00e3o atendidas para as bases. Portanto, a fun\u00e7\u00e3o objetivo do problema maximiza o n\u00edvel de servi\u00e7o

global do sistema (tanto para a população não coberta, quanto para a coberta).

A restrição (4-55) limita o número de bases de atendimento disponíveis. A restrição (4-56) estabelece que um nó somente pode ser atendido por locais onde já exista uma base. A restrição (4-57) estabelece os limites de trabalho das bases de atendimento. Nesta restrição, toda demanda contribui para o trabalho da base, independentemente de estar dentro da região de serviço ou não.

4.1.5 *Resumo dos modelos analisados*

A tabela 4.1 apresenta resumidamente os modelos analisados na seção 4.1, em que se destacam os objetivos de cada modelo.

Tabela 4.1: Resumo dos modelos revisados na seção 4.1

Modelo	Resumo	Referências
p-Centro	Minimização da distância (tempo) máxima de resposta	Hakimi (1964, 1965), Minieka (1977)
p-Mediana	Minimização da distância (tempo) média de resposta	Hakimi (1964, 1965), Christofides e Viola (1971), Minieka (1970, 1977), Ross e Soland (1977)
Conjunto de Cobertura	Cobertura dos pontos de demanda minimizando o número de bases	Toregas et al. (1971), Walker (1974), Plane e Hendrick (1977), Kolesar e Walker (1973)
Cobertura Máxima	Maximização da cobertura dos pontos de demanda, considerando um número fixo de bases	Church e ReVelle (1974), Megiddo et al. (1983), Schilling et al. (1979), Moore e ReVelle (1982)
Cobertura Hierárquica	Cobertura dos pontos de demanda com distinção entre os tipos de serviço	Schilling et al. (1979), Moore e ReVelle (1982)
Cobertura Reserva	Maximização da cobertura reserva ou de <i>back-up</i>	Daskin e Stern (1981)
Máxima Cobertura Reserva	Maximização da cobertura reserva ou de <i>back-up</i> , ponderando em termos da demanda	Eaton et al. (1986), Hogan e ReVelle (1986)
Cobertura Reserva com Restrição de Capacidade	Maximização da cobertura reserva ou de <i>back-up</i> , considerando restrição na capacidade de atendimento das bases	Pirkul e Schilling (1988)
Cobertura Máxima com Restrição na Capacidade	Maximização da cobertura dos pontos de demanda, considerando restrição na capacidade de atendimento das bases	Pirkul e Schilling (1991)

4.2 Modelos Estocásticos

Os modelos estocásticos consideram a aleatoriedade de alguns dos parâmetros dos modelos de localização. Pode-se admitir aleatoriedade na disponibilidade ou não dos servidores, no tempo de viagem, no tempo de serviço, na localização da demanda, etc. Sem dúvida, a aleatoriedade na disponibilidade dos servidores é a mais crítica e a que recebeu maior atenção por parte dos pesquisadores.

4.2.1 Centros e medianas

Frank (1966) estendeu os resultados de Hakimi (1964), admitindo as demandas como variáveis aleatórias. Frank define o *centro absoluto esperado* e a *mediana absoluta esperada*, que são semelhantes definições de Hakimi (vistos em 4.1.1), considerando demandas não como valores médios, mas sim, como variáveis aleatórias. Frank desenvolve métodos exatos assim como métodos baseados em teste de hipóteses e estimação estatística.

4.2.2 Determinação do tamanho de frota para unidades de emergência

Bell e Allen (1969) e Ignall (1978) sugerem métodos aproximados para a determinação do melhor tamanho de uma frota de unidades de atendimento de emergência, a partir da aproximação do sistema por uma fila $M/G/\infty$. Contudo, este tipo

de hipótese apresenta validade apenas quando a taxa de ocupação dos servidores é baixa ou o número de servidores é suficientemente alto de modo que uma fila dificilmente se forme. Este seria o caso verificado em unidades de combate ao incêndio (Ignall, 1978) e em frotas de ambulâncias de alguns hospitais (Bell e Allen, 1969).

Assumindo que as chamadas por unidades de atendimento são geradas de acordo com um processo de Poisson com taxa λ , os tempos de serviço para chamadas diferentes são estatisticamente independentes e identicamente distribuídos com média $1/\mu$ e o número de servidores é grande o suficiente para que não haja formação de fila, o modelo $M/G/\infty$ pode ser utilizado para estimar a distribuição do número de servidores que estão ocupados em um determinado momento. O objetivo dos autores não é o de analisar em profundidade a fila $M/G/\infty$, mas sim, considerar o *nível de serviço* com que ela opera. O raciocínio é o seguinte: se um sistema com essas características tem n ambulâncias, uma chamada por atendimento somente entra em serviço desde que exista ao menos uma ambulância disponível, isto é, o número de clientes recebendo serviço é menor ou igual a $(n-1)$. Os resultados para esta situação são conhecidos (Kleinrock, 1975, pg 101); em particular, a probabilidade de que existam $n-1$ servidores ocupados (ou que a n -ésima ambulância esteja livre) é dada por:

$$P_{n-1} = \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(\lambda/\mu)^j e^{-\lambda/\mu}}{j!} \quad (4-60)$$

onde ρ é o índice de congestionamento do sistema.

O valor estimado pela expressão (4-60) indica a probabilidade de que uma dada chamada tenha atendimento imediato (exista ao menos um servidor a disposição). O modelo proposto por Bell e Allen, apesar de não indicar meios para a melhor localização das unidades de atendimento, permite uma estimativa rápida do tamanho necessário da frota.

4.2.3 *Determinação da área de resposta para duas unidades de emergência*

Carter et al. (1972), utilizando a Teoria das Filas, estabelecem resultados analíticos para o problema da determinação das áreas de resposta ou atendimento para duas unidades de emergência. Trata-se de um sistema constituído de uma fila espacialmente distribuída com dois servidores atuando de forma cooperativa. Este é o modelo mais simples a permitir cooperação entre servidores. Neste problema, definida uma única região que deve receber atendimento e duas unidades de atendimento de emergência, queremos estabelecer as sub-áreas de atendimento para cada unidade em particular, com o objetivo de minimizar o tempo médio de atendimento e o nível de utilização de cada unidade. No modelo matemático desenvolvido por Carter et al., dada uma região B que deve ser atendida por duas unidades de emergência, A é uma

sub-região contida em B , as chamadas surgem em A de acordo com um processo de Poisson com parâmetro $\lambda(A)$ e, do ponto de vista da fila que se forma, são denominadas de "clientes do tipo 1". Para o resto da região B , as chamadas surgem de acordo com um processo de Poisson com parâmetro $[\lambda(B) - \lambda(A)]$ e são denominadas de "clientes do tipo 2". Os autores admitem que o surgimento de chamadas em duas sub-regiões disjuntas de B são independentes entre si.

Para todas as chamadas, os tempo de serviço são admitidos como identicamente distribuídos com média finita $1/\mu$ sobre toda região, independente da história ou do estado do sistema no surgimento da chamada, do tipo de chamada ou do tipo de servidor. Contudo, como veremos mais a diante, este tipo de hipótese só é válida quando a diferença dos tempos de viagem entre duas unidades é uma fração insignificante do tempo total de serviço ou se o tempo necessário para atender o incidente não depende do tempo de viagem da unidade até o local do incidente¹⁴. Sendo duas unidades de atendimento, e dois tipos de chamada, a disciplina de atendimento considerada é a seguinte:

- se uma chamada do tipo j surge quando os dois servidores estão disponíveis, então ela é atendida pela unidade j ;
- se uma chamada do tipo j surge quando apenas um servidor está disponível, ela é atendida pela unidade disponível e $j=1$

¹⁴Conforme apontam Carter et al., para a grande maioria dos pequenos incêndios ou emergências policiais, esta hipótese pode ser aceita. Contudo, para certas aplicações, o modelo deve ser alterado. Estas alterações, fazem parte de alguns trabalhos que veremos adiante (por ex. Wrightson, 1976).

ou 2 (existe portanto, a possibilidade de cooperação entre os servidores);

-se uma chamada do tipo j surge quando nenhum servidor está disponível, a chamada é perdida (admite-se que ela é atendida por uma unidade externa ao sistema em estudo).

Considerando as hipóteses anteriores, o modelo pode ser tomado como uma fila M/G/2 sem fila de espera, onde as chamadas têm preferências por servidores específicos. Os estados neste sistema indicam quando as unidades estão disponíveis ou não e são identificados da seguinte maneira:

$(0,0)$ = ambas unidades disponíveis;

$(1,0)$ = unidade 1 ocupada, unidade 2 disponível;

$(0,1)$ = unidade 1 disponível, unidade 2 ocupada;

$(1,1)$ = ambas unidades ocupadas.

Este modelo foi analisado por Chaiken e Ignall (1972) e os resultados para as probabilidades estacionárias P_{ij} do estado (i,j) ficam:

$$P_{00} = 1 / (1 + \rho + \rho^2 / 2) \quad (4-61)$$

$$P_{10} = P_{00} (\rho_1 + \rho^2 / 2) / (1 + \rho) \quad (4-62)$$

$$P_{01} = P_{00} (\rho_2 + \rho^2 / 2) / (1 + \rho) \quad (4-63)$$

$$P_{11} = P_{00} \rho^2 / 2 \quad (4-64)$$

onde $\rho = \lambda(B) / \mu$, $\rho_1 = \lambda(A) / \mu$, $\rho_2 = \lambda(B-A) / \mu$.

Determinadas as probabilidades de estado em regime estacionário para o modelo de fila proposto, duas medidas de desempenho são analisadas: o tempo médio de resposta para cada região e a diferença de utilização entre as unidades.

Por exemplo, através das expressões (4-61), (4-62) e (4-63) podemos estimar a diferença no nível de utilização entre as unidades pela expressão:

$$\Delta W = |P_{10} - P_{01}| = \frac{P_{00} |\rho_2 - \rho_1|}{\rho + 1} \quad (4-65)$$

Apesar de sua aplicação estar limitada ao caso de apenas duas unidades de atendimento, o trabalho de Carter *et al.* obtém resultados analíticos exatos para um modelo que incorpora importantes características do atendimento de emergência. Larson e Stenvenson (1972) utilizam os resultados obtidos pelo trabalho anterior para analisar a localização de um segundo servidor, dado que o primeiro já foi estabelecido. A partir de exemplos práticos, os autores demonstram que a localização do segundo servidor é pouco influenciada pela localização do primeiro. Conseqüentemente, a localização ótima (do ponto-de-vista do modelo de Carter *et al.*) do segundo servidor pode ser sacrificada em função de fatores não quantificáveis como vizinhança, custo, fatores políticos, etc.

Wrightson (1976), analisando o trabalho de Carter *et al.*, considera novas extensões e variações. Ele admite a possibilidade do tempo de atendimento sofrer dependência de alguns parâmetros não considerados por Carter *et al.*, tais como: dependência da identidade da unidade de atendimento, dependência da localização da chamada, dependência de quando a unidade primária ou secundária executa o atendimento e dependência tanto da localização da chamada quanto da identidade da unidade de atendimento. Wrightson demonstra que

para todas extensões, exceto para a dependência da localização da chamada, os resultados são dependentes da forma das funções de distribuição de probabilidades dos tempos de atendimento, o que torna difícil o processo de obtenção de resultados analíticos para o modelo. Para o caso da dependência da localização da chamada, os resultados continuam independentes da forma das funções de distribuição de probabilidades do tempo de atendimento, assim como no modelo de Carter et al.. Desta maneira, podem ser obtidos resultados para as probabilidades de estado em regime estacionário, relativas ao modelo de fila adotado no problema e estabelecidas as áreas de resposta, incluindo a área de resposta que minimiza o tempo médio de resposta para todas chamadas por serviço. Assim, Wrightson generaliza os resultados de Carter et al., considerando um número arbitrário de classes de chegada, cada classe tendo a sua própria função de distribuição do tempo de atendimento e as preferências dos servidores, que continuam dependendo das classes de chegada, são expressas probabilisticamente.

4.2.4 O modelo hipercúbico

Os modelos de localização de bases para atendimento de emergência apresentados anteriormente consideram, em sua grande maioria, como medidas de desempenho, geralmente o tempo médio de resposta ou o desbalanço entre cargas de trabalho. Portanto, ignoram outras medidas de desempenho igualmente importantes, como: a fração dos atendimentos

realizados fora da região previamente estabelecida para a unidade; o tempo médio de viagem para cada região em particular; a fração dos atendimentos que são interdistritais; o tempo médio de viagem para cada unidade específica, etc. Por outro lado, nos modelos estudados até aqui, a natureza probabilística do problema de atendimento de emergência (chegadas em processo de Poisson e tempo de serviço variáveis) não foi totalmente incorporada para os casos mais genéricos. Mesmo o modelo de Carter *et al.* (1972), que utiliza dois critérios de desempenho (tempo médio de atendimento e a diferença entre as cargas de trabalho), limita-se ao caso de duas unidades de atendimento. Larson e Stevenson (1972) mostram que, para os casos em que existam mais do que duas unidades de atendimento era difícil, senão impossível, de se obter as soluções. Isto se deve, basicamente, aos problemas de ordem computacional que surgem quando os modelos são aplicados a casos reais em que o número de unidades de atendimento e de regiões são, geralmente, elevados.

Larson (1974) desenvolveu um modelo analítico que permite o cálculo exato de uma série de medidas de desempenho para configurações específicas de sistemas para atendimento de emergência. O sistema de emergência é modelado como uma fila espacialmente distribuída, com servidores (unidades de atendimento) distintos entre si. Sumariamente, temos:

- a) a região geográfica em estudo é particionada em k células;
- b) existem N unidades de atendimento que podem realizar atendimentos na região;

c) a probabilidade condicional de que a unidade de atendimento i esteja localizada na célula j enquanto não estiver ocupada em atendimento é dada por l_{ij} , onde: $\sum_i^k l_{ij} = 1$.

Por exemplo, para o caso de viaturas policiais, uma dada viatura i deverá ter alguns valores de l_{ij} diferentes de zero, indicando as células em que a viatura deve realizar as suas patrulhas. Para o caso em que l_{ij} é igual a um, para um dado j , temos uma unidade i que deve ser fixada na célula j (por exemplo, uma base do corpo de bombeiros).

d) diversos critérios de despacho podem ser estabelecidos. Assim, define-se para cada unidade o seu respectivo *distrito* de atuação (conjunto de células em que a unidade realiza o atendimento primário);

e) o processo de surgimento de chamadas é considerado um processo de Poisson espacialmente distribuído;

f) as chamadas têm preferência por servidores específicos e apenas um servidor é alocado para realizar atendimento;

g) os tempos de serviço são identicamente distribuídos através de uma distribuição exponencial com média $1/\mu$;

Esquecendo, por algum momento, a dependência com relação ao tipo de servidor, o sistema é uma fila $M/M/N$, que pode ter tanto capacidade zero de fila ($M/M/N/0$) quanto capacidade infinita ($M/M/N/\infty$). Na verdade, dada a localização da chamada, existe um ordem de preferência de servidores para realizar o atendimento, que é respeitada conforme os

servidores estejam disponíveis ou não. Assim, o sistema é representado por um processo Markoviano contínuo no tempo em que existem 2^N estados possíveis, correspondendo a todas combinações de servidores ocupados ou não. Cada estado do sistema é representado pelo conjunto de N dígitos binários:

$$B = \{b_N, b_{N-1}, \dots, b_1\} \quad (4-67)$$

onde a unidade n é dita ocupada se $b_n=1$ e livre se $b_n=0$. Para cada conjunto representado em (4-14) existe uma correspondência direta com um ponto (ou estado) no R^N que tem como sua n -ésima coordenada, a partir da direita, o dígito b_n ($n=1, \dots, N$). Geometricamente, o conjunto C_N de todos 2^N pontos como esses, representa os vértices de um hipercubo N -dimensional posicionado no octante positivo, sendo que cada vértice do hipercubo (ou estado do sistema) corresponde a uma combinação particular de unidades ocupadas ou disponíveis.

A matriz markoviana de transição de estados é dada por $\Lambda = [\lambda_{ij}]$, onde λ_{ij} representa a taxa média infinitesimal com que as transições são feitas do estado i ao estado j , dado que o sistema esteja atualmente no estado i , com $i, j = 0, 1, \dots, 2^N - 1$ e $\lambda_{ii} = -\sum_{i \neq j} \lambda_{ij}$. Por conveniência, cada estado é numerado de acordo com o seu valor na base 10 do número binário associado ao conjunto B correspondente, $v(B)$, ou seja:

$$v(B) = \sum_{n=1}^N b_n 2^{n-1} \quad (4-68)$$

Existem apenas duas classes de transições possíveis entre os vértices do hipercubo:

- transições para cima, em que a unidade de atendimento muda de uma situação de disponibilidade para de indisponibilidade;
- transições para baixo, em que a unidade de atendimento muda de uma situação de indisponibilidade para uma de disponibilidade.

Definindo d_{ij} como sendo a distância "Hamming"¹⁵ entre dois vértices B_i e B_j do hipercubo, nós temos:

$$d_{ij} = w([B_i \cap B_j'] \cup [B_i' \cap B_j]) \quad (4-69)$$

onde: $w(B_i) = \sum b_j$, peso do vértice i

Portanto, d_{ij} é igual ao número de dígitos binários do conjunto B_i , que diferem dos correspondentes dígitos do conjunto B_j . Deste modo, a transição para cima no nosso sistema, seria definida por:

$$d_{ij}^+ = w(B_i' \cap B_j) = 1 \quad (4-70)$$

e a transição para baixo, por:

$$d_{ij}^- = w(B_i \cap B_j') = 1 \quad (4-71)$$

Todas as taxas de transição associadas com transições para baixo, significam a realização de um atendimento e portanto, são iguais à μ . Assim, para todos (i, j) para os quais $d_{ij}^- = 1$, têm-se $\lambda_{ij} = \mu$. As taxas de transição para cima dependem da geografia da região, do estado do sistema e do critério de despacho escolhido. Admitindo-se, sem perda de

¹⁵As operações booleanas são definidas por:

- a) União: $B_1 \cup B_2 = \{1\}$ se $B_1 = \{1\}$ ou $B_2 = \{1\}$
- b) Intersecção: $B_1 \cap B_2 = \{0\}$ se $B_1 = \{0\}$ ou se $B_2 = \{0\}$
- c) Complemento: $B' = \{0\}$ se $B = \{1\}$ e
 $B' = \{1\}$ se $B = \{0\}$.

A distância Hamming como definida em (10) representa, geometricamente, a distância reti-linear entre dois pontos no R^N .

generalidade, que $\mu=1$, para o caso de capacidade zero de fila, as equações do balanço de probabilidades são dadas por:

$$P\{B_j\} [\lambda_j + w(B_j)] = \sum_{B_i \in C_N: d_{ij}=1} P\{B_i\} \lambda_{ij} + \sum_{B_i \in C_N: d_{ji}=1} P\{B_i\} \quad (4-72)$$

$$j=0, 1, 2, \dots, 2^N-1$$

onde:

$P\{B_j\} \triangleq$ Prob{ sistema esteja no estado j nas condições de regime estacionário }

$$B_j \in C_N, \quad j=0, 1, \dots, 2^N-1$$

$$\lambda_j = \begin{cases} 0, & \text{caso } j=2^N-1 \\ \lambda, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

O conjunto de equações (4-72) é base linearmente dependente e uma das equações deve ser substituída por:

$$\sum_{i=0}^{2^N-1} P\{B_i\} = 1 \quad (4-73)$$

Para a construção da matriz de transições, Larson desenvolve um algoritmo que permite o "caminhamento" pelos vértices do hipercubo. Através desse algoritmo pode-se estabelecer as taxas de transição para cima considerando diversas maneiras de despacho das unidades para o atendimento.

A solução do problema exige que se resolvam 2^N equações lineares simultâneas o que impossibilita o seu uso para situações com grande número de servidores (Larson, nos exemplos apresentados, utiliza o modelo para o caso de até 12 unidades de atendimento). Os parâmetros que podem ser

estimados a partir do modelo matemático proposto por Larson são:

- o tempo médio de viagem em toda região;
- o desbalanço entre as cargas de trabalho na região;
- a fração das chamadas da região que são interdistritais;
- a carga de trabalho de cada unidade de atendimento;
- o tempo médio de viagem para cada célula;
- o tempo médio de viagem para cada distrito;
- o tempo médio de viagem para cada unidade de atendimento;
- a fração dos atendimentos em cada distrito que são interdistritais;
- a fração dos atendimentos de cada unidade de atendimento que são interdistritais;
- a fração de todos os atendimentos que resultam na unidade n sendo despachada para a célula j .

Por exemplo, a taxa de utilização da unidade n , ρ_n , pode ser calculada diretamente pela fração do tempo em que a unidade está ocupada atendendo chamadas, ou seja, para o caso de capacidade zero de formação de fila, ρ_n é a soma das probabilidades de estado no hiperplano onde $b_n=1$ ou:

$$\rho_n = \sum_{i: b_n=1} P\{B_i\} \quad (4-74)$$

Para superar a dificuldade de solução do modelo hipercúbico, Larson (1975) desenvolve um procedimento aproximado para sua solução. O procedimento requer para o caso de N servidores a solução de N equações simultâneas ao invés das 2^N equações do modelo exato. Larson apresenta um modelo interativo para se estimar as taxas de utilização de

cada servidor. Outros parâmetros anteriormente obtidos para o modelo exato podem ser obtidos a partir das taxas de utilização calculadas pelo procedimento de aproximação. O erro de cálculo entre os modelos hipercúbico e aproximado, nos casos testados, é sempre inferior a 2% e diminui quando se aumenta o número de servidores¹⁶ (este resultado é particularmente interessante, pois, para um pequeno número de servidores, a solução do problema pode ser obtida diretamente pelo modelo hipercúbico exato).

Larson e McKnew (1982) aplicam o modelo hipercúbico para a análise de sistemas de patrulhas policiais. Basicamente, este modelo permite que os servidores possam ocupar três estados distintos: livre, ocupado ou em atividade auto-iniciada¹⁷. Como no modelo hipercúbico, inicialmente é desenvolvido um modelo exato que, para o caso de n servidores, é composto de 3^n estados. Cada estado do sistema é definido pelo número de servidores ocupados ou não em cada uma das atividades. Assim como no modelo hipercúbico, o número de equações necessárias é elevado e sugere-se um método aproximado de solução, que apresenta um erro da ordem de 0.5 a 1%.

No modelo hipercúbico, o tempo de serviço da unidade i atendendo a célula j é admitido como exponencial com média

¹⁶Isto provavelmente se deve ao fato de que, quanto maior o número de servidores, o processo de surgimento de chamadas para a unidade i torna-se mais semelhante a um processo de Poisson.

¹⁷Uma atividade auto-iniciada seria relacionada com algo que os policiais observam a partir de suas viaturas e iniciam imediatamente a sua observação.

$1/\mu$ independente do par (i, j) ¹⁸. Conforme aponta Halpern (1977), esta hipótese somente se justifica para o caso em que a maior parte do tempo de serviço é consumida na cena da chamada e apenas uma pequena parte é relativa ao tempo de viagem. Esta situação pode ser verificada em brigadas contra incêndio ou patrulhas policiais, mas no caso de ambulâncias, em que a maior parte do tempo é gasta durante a viagem, ela dificilmente se verifica. Partindo desta constatação, Halpern examina os efeitos da hipótese das taxas de serviço idênticas, feita no modelo hipercúbico, comparando os resultados obtidos a partir de três modelos distintos. O primeiro é equivalente ao modelo hipercúbico básico; o segundo, é equivalente ao modelo hipercúbico, admitindo independência entre servidores, tendo cada servidor i um tempo de atendimento exponencialmente distribuído com média $1/\mu_i$; o terceiro é o mais preciso dos três, admitindo independência tanto no tipo de servidor quanto na localização da chamada, neste caso, para cada par servidor i atendendo a célula j existe uma distribuição exponencial com média $1/\mu_{ij}$. Devido ao crescimento do número de estados em função do número de servidores, que dificultaria o processo de solução, os modelos são comparados apenas para o caso de dois servidores. Halpern estabelece diversas comparações entre os modelos, concluindo que, se o tempo de viagem é uma parte

¹⁸Na verdade, Larson (1974) admite a possibilidade de que o tempo de serviço seja dependente do tipo de servidor. Esta possibilidade causa no modelo hipercúbico um aumento na quantidade de dados e, portanto, uma maior necessidade de espaço de armazenamento do ponto de vista computacional.

considerável do tempo de atendimento, então, a precisão das taxas de utilização estimativas obtidas a partir do modelo hipercúbico pode ser extremamente baixa. Assim como Larson e Stevenson (1972), Halpern reporta a pouca variação entre os tempos médios de atendimento, mostrando que há pouca sensibilidade deste valor em relação ao tipo de modelo ou o desbalanço entre taxas de utilização dos servidores.

Jarvis (1975) propõe um método de calibração (*Mean Service Calibration - MSC*) do modelo hipercúbico para considerar a hipótese do tempo de serviço ser dependente da localização da chamada. Genericamente, ele pode ser colocado como:

Passo 0: *faça a estimativa atual do tempo médio de serviço para cada unidade localizada em j ser igual ao tempo médio de serviço para toda a área, ou seja, assume-se na solução inicial que não há dependência na localização da chamada.*

Passo 1: *usando as estimativas atuais para o tempo médio de serviço, utilize um modelo (hipercúbico ou hipercúbico aproximado) para obter a probabilidade de que uma unidade j atenda uma chamada na zona i .*

Passo 2: *usando as probabilidades estimadas para cada base atender a cada zona, estabeleça uma nova estimativa para o tempo médio de serviço para cada nova unidade.*

Passo 3: *se as novas estimativas do tempo médio de serviço estão próximas das estimativas atuais, então pare: as estimativas atuais são a solução. Se não foi atingida a convergência, troque as estimativas correntes do tempo médio de serviço com as novas estimativas e retorne ao passo 1.*

O método de Jarvis exige que o modelo hipercúbico (exato ou aproximado) deva ser calculado a cada interação, com a opção de que cada servidor tenha seu próprio tempo médio de serviço $1/\mu_n$, tornando-o exigente do ponto-de-vista computacional. Na tentativa de contornar o problema, Jarvis desenvolve um método aproximado, que parte dos coeficientes obtidos a partir do modelo aproximado de Larson. Neste caso, não há necessidade de calibração do tempo médio de serviço, pois estas considerações já são feitas dentro do modelo. Contudo, como o modelo hipercúbico aproximado considera uma mesma taxa de atendimento para todos os servidores, as soluções obtidas pelo método aproximado produzem erros de até 15% na solução final.

Alguns trabalhos utilizam os resultados obtidos a partir do modelo hipercúbico como parâmetros de entrada para modelos de otimização. Jarvis (1981) generaliza o modelo hipercúbico para o caso de diferentes tipos de servidores, com o objetivo de minimizar o custo total de atribuição entre clientes e servidores¹⁹. Benveniste (1985) utiliza o modelo hipercúbico para solução do problema de zoneamento (divisão de uma região em sub-regiões), escolha da melhor unidade de atendimento a ser atribuída a cada sub-região e a melhor localização das unidades.

¹⁹Por exemplo, a distância entre o servidor e o cliente ou tempo de atendimento necessário para o par servidor-cliente.

4.2.5 O problema da cobertura máxima esperada

Uma variação probabilística do problema da máxima cobertura (Church e ReVelle, 1974, visto no item 4.1.3) é proposta por Daskin (1983). Nesta variante, existe uma probabilidade p de que o servidor não esteja disponível no momento da chamada. Conseqüentemente, se m bases devem ser localizadas, nem todas as bases estarão com servidores disponíveis para o atendimento da demanda em todos os instantes. Assim, o objetivo da formulação proposta por Daskin é o de maximizar o número total esperado de regiões cobertas. O problema é denominado de problema de localização de cobertura máxima esperada (*maximum expected covering location problem - MEXCLP*).

Para todas as bases de atendimento, p é a probabilidade conhecida de que uma base esteja ocupada ou não-disponível no momento da chamada. Admitindo que tais probabilidades são independentes de uma base para a outra (ou seja, o fato da base i estar ocupada ou livre é independente de outra base j estar ocupada ou não), o problema da máxima cobertura esperada fica:

$$\max z = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m (1-p) p^{j-1} h_k y_{jk} \quad (4-75)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m Y_{jk} - \sum_{i=1}^n a_{ki} x_i \leq 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (4-76)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq m \quad (4-77)$$

$$x_i = 0, 1, \dots, m \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4-78)$$

onde:

$$Y_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{se o nó } k \text{ é coberto por ao menos } j \text{ bases} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } d_{ij} \leq S \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

d_{ij} = distância entre os nós i e j

x_i = número de bases localizadas em i

h_k = demanda em k

m = número máximo de bases que podem ser localizadas

n = número de nós da rede

A função objetivo (4-75) maximiza o número esperado de demandas que podem ser cobertas por unidade de tempo. O k -ésimo termo da função objetivo²⁰:

$$[(1-p)p^{j-1}h_k]y_{jk} \quad (4-79)$$

representa o incremento marginal da cobertura esperada de demanda em k ocasionada pela localização de j veículos na base k . A restrição (4-76) estabelece o número de bases

²⁰A expressão (4-75) pode ser obtida como se segue:

1) Fazendo $H_{k,m}$ uma variável aleatória que representa o número de demandas em k cobertas por uma base disponível para atendimento, dado que m bases são capazes de atender k , nós temos:

$H_{k,m} = h_k$ com probabilidade $(1-p^m)$ e 0 com probabilidade p^m .

2) O valor esperado de $H_{k,m}$ fica:

$$E[H_{k,m}] = h_k(1-p^m) + 0(p^m) = h_k(1-p^m) \quad \forall k, m$$

3) O aumento na cobertura esperada em k devido a um aumento no número de bases que cobrem o nó k de $(m-1)$ para m ($m=1, \dots, M$) é dado por:

$$\begin{aligned} \Delta E[H_{k,m}] &= E[H_{k,m}] - E[H_{k,m-1}] \\ &= h_k p^{m-1} (1-p) \quad m=1, 2, \dots, M \end{aligned}$$

capazes de atender o nó k (portanto, mais de uma base pode atender um determinado nó). A restrição (4-77) limita o número de bases instaladas a um valor máximo permitido.

Daskin demonstra que, na solução ótima, não existem "nós dominantes" (um nó j domina outro nó k , se o nó j cobre todo nó coberto por k e, pelo menos um nó adicional) e, devido a indisponibilidade potencial esperada dos servidores, o modelo busca a múltipla cobertura da demanda. Acrescentando novas restrições ao modelo, ele pode ser modificado tanto para a garantia de uma cobertura mínima em cada nó de demanda quanto para a situação de diferentes níveis de serviço (por exemplo, uma parte dos nós é coberta dentro de uma distância padrão S enquanto outra parte é coberta dentro de uma outra distância padrão T).

Daskin propõe uma solução heurística de substituição de nós que, contudo, não encontra, necessariamente, a solução ótima.

Saydam e McKnew (1985) reformulam o modelo proposto por Daskin em um novo modelo denominado NMEXCLP (*nonlinear maximum expected covering location problem*). A grande diferença deste modelo para o MEXCLP de Daskin está na forma da função objetivo, que passa de linear para não-linear. Definindo a variável de decisão y_j o número de bases que cobrem o nó j (y_j pode assumir os valores inteiros $0, 1, \dots, m$), p a probabilidade de que uma unidade aleatoriamente escolhida esteja ocupada e h_j a demanda gerada pelo nó j , a cobertura esperada para o nó j pode ser estimada por:

$$h_j(1-p^{y_j}) \quad j=1, \dots, n \quad (4-80)$$

A função objetivo do problema maximiza a cobertura total esperada e tem a forma:

$$\max z = \sum_{j=1}^n h_j(1-p^{y_j}) \quad (4-81)$$

Para a solução do problema, os autores utilizam um procedimento de aproximação da função objetivo, onde cada termo não linear $h_j p^{y_j}$ é aproximado por um termo linear. Desta maneira, o problema torna-se um problema de programação linear, garantindo a existência de uma solução ótima global. As experiências computacionais apresentadas demonstram que o método proposto pode ser utilizado em aplicativos como o LINDO ou MPSX, gerando soluções ótimas com rapidez.

Bianchi e Church (1990) consideram um modelo que tanto incorpora as características do modelo MEXCLP de Daskin, quanto do modelo FLEET de Schilling *et al.* (1979). O modelo proposto, denominado MOFLEET (*multiple-cover, one-type of equipment, facility location equipment emplacement technique*), permite localizar simultaneamente unidades de atendimento de emergência e as bases de atendimento, de forma a minimizar as demandas não cobertas. Nesta situação, uma base pode receber um número máximo de unidades de atendimento de emergência. A função objetivo, ao contrário do modelo de Daskin (que maximiza a cobertura de regiões de demanda), minimiza as regiões de demanda não cobertas.

Assim, o modelo MOFLEET é uma importante generalização do modelo MEXCLP de Daskin, pois permite não só determinar quantos servidores serão alocados, mas também, como serão localizados nas bases. Os tempos computacionais para solução do problema proposto são excessivamente elevados. Isto se deve a necessidade de uso do método *branch and bound* em um problema que possui uma grande árvore de soluções possíveis. Para solução do problema, os autores desenvolvem um método de aproximação heurística que parte do trabalho de Church e ReVelle (1974).

Para desenvolver a formulação do MEXCLP, Daskin partiu de três hipóteses fundamentais: não há cooperação entre os servidores, todos os servidores tem a mesma probabilidade de estar ocupado e as probabilidades de um servidor estar ocupado ou não são invariantes com respeito às suas localizações. Eventualmente, estas hipóteses podem estar distantes dos casos reais. Devido à distribuição espacial das chamadas, dificilmente os servidores têm uma mesma carga de trabalho o que invalida a hipótese de mesma probabilidade de ocupação dos servidores. Por último, as probabilidades de um servidor estar ocupado ou não são sensíveis às localizações dos servidores e às regras de despacho de servidores para atendimento das chamadas. Como veremos adiante, algumas das hipóteses de Daskin só se verificam quando o sistema opera com um baixo índice de utilização.

Batta et al. (1989), com o objetivo de analisar a influência das hipóteses de Daskin, consideram um

procedimento heurístico semelhante ao de Daskin, mas que incorpora o modelo hipercúbico de Larson.

Contudo, o procedimento proposto tem fortes limitações computacionais devido ao uso do modelo hipercúbico. Isso pode ser contornado utilizando-se o modelo hipercúbico aproximado ou de um terceiro modelo proposto pelos autores. Neste modelo, batizado de AMEXCLP (*approximate maximal expected covering location problem*), os autores incorporam à função objetivo do modelo de Daskin os fatores de correção do modelo hipercúbico aproximado e mantêm o mesmo conjunto de restrições.

Nos resultados computacionais apresentados pelos autores, percebe-se que, quanto maior a probabilidade de o servidor estar ocupado²¹, mais o modelo de Daskin superestima a cobertura esperada. Isto pode ser consequência do fato de que quanto maior o valor de p , a cooperação dos servidores se torna mais presente, pois uma chamada encontra com mais frequência o seu servidor preferencial ocupado, mas outro servidor está disponível para atendimento. Por outro lado quanto menor o índice de utilização dos servidores (ou seja: quanto menor a probabilidade dos servidores estarem ocupados) as diferenças nos resultados obtidos para os três modelos são menores.

Goldberg et al. (1990) desenvolvem um modelo de localização de veículos para atendimento de emergência

²¹Nos modelos propostos por Batta et al. a probabilidade do servidor estar ocupado é equivalente ao índice de congestionamento do sistema, ou seja: $p = \rho = \lambda / M\mu$.

aplicado na cidade norte-americana de Tucson, Arizona. O objetivo do sistema desenvolvido é o de garantir que uma equipe de atendimento esteja no local da chamada dentro de um tempo máximo de oito minutos, contados a partir do momento da chamada. Os autores identificam duas características importantes no sistema da cidade de Tucson: raramente há formação de filas e existe uma baixa utilização dos veículos. O modelo proposto incorpora o modelo de Daskin que maximiza a demanda coberta esperada. Contudo, tanto o modelo de Daskin quanto, em geral, todos os modelos que se utilizam de conjuntos de cobertura, admitem que o tempo de viagem até o local da chamada é determinístico e que a cobertura é uma variável binária: ou se tem alguma cobertura ou não se tem nenhuma. Isto não é verdadeiro quando o sistema opera com um nível de utilização baixo. Por exemplo, dada uma região de demanda que pode receber atendimento por apenas duas bases. Cada base gasta um tempo médio de oito minutos para atingir a região e realizar o atendimento. Assumindo que a distribuição desse tempo tenha a mesma média e a mesma mediana, então a probabilidade de que uma chamada seja atendida com sucesso é aproximadamente 0.5. Esta probabilidade não será alterada caso se aumente o número da bases abertas dentro do tempo de oito minutos, pois o atendimento é sempre realizado por um único veículo. O aumento do número de bases pretende aumentar a probabilidade de que exista ao menos um veículo para atendimento. Em sistemas com um baixo nível de utilização, uma solução que apresenta poucas bases próximas aos pontos de demanda é

melhor do que aquela que apresenta um grande número de bases distantes dos pontos de demanda, pois nesses sistemas, a probabilidade do servidor ser capaz ou não de atingir o ponto de demanda é mais importante do que se o servidor está disponível ou não.

O modelo proposto considera que o tempo de viagem tem características estocásticas e admite um desbalanço na utilização dos veículos. Algumas hipóteses admitidas no modelo merecem destaque:

- 1) A probabilidade de que os servidores estejam ocupados não é afetada pelo estado do sistema (que é caracterizado pelo servidores ocupados no momento de surgimento da chamada).
- 2) A taxa de utilização do veículo na base j não é afetada diretamente pela natureza estocástica do tempo de viagem. Como veremos adiante, o tempo de viagem é considerado na probabilidade de sucesso de atendimento da região i pela base j .
- 3) Para cada zona existe uma ordem preferencial de bases que não é afetada pelo estado atual do sistema (número de servidores ocupados).
- 4) Todas as chamadas são atendidas por um veículo que parte de sua base, não se considerando os veículos que estejam em rota de retorno à base.
- 5) Se todos os veículos estão ocupados, então uma nova chamada deve ser atendida por um sistema externo (não há formação de fila). (Goldberg e Paz (1991) apresentam uma maneira de se alterar o modelo para incorporar a possibilidade de formação de fila).

Admitindo I zonas indexadas por i , J localizações indexadas por j e C tipos diferentes de chamadas indexados por c , o modelo matemático tem a forma:

$$\max \sum_{c \in C} \sum_i d_{ic} \left[\sum_k \sum_j \left[(P_{ij} x_{ijk} (1 - \rho_j)) \prod_{l=1}^{k-1} \sum_r x_{irl} \rho_r \right] \right] \quad (4-82)$$

sujeito a:

$$\sum_j x_{ijk} = 1 \quad \forall i, k \quad (4-83)$$

$$\sum_k x_{ijk} \leq 1 \quad \forall i, j \quad (4-84)$$

$$\sum_j y_j \leq f \quad (4-85)$$

$$\sum_i \sum_k x_{ijk} \leq M y_j \quad \forall j \quad (4-86)$$

$$y_r \sum_k k x_{ijk} \leq \sum_k k x_{irk} \quad (4-87)$$

$\forall j, r$ onde j é mais próximo ao nó i do que r

$$\rho_j = (1 - \rho_j) \frac{\sum_i \sum_c \left[d_{ic} (t_{ij} + S_{ic}) \left(\sum_k x_{ijk} \prod_{l=1}^{k-1} \sum_r x_{irl} \rho_r \right) \right]}{T} \quad (4-88)$$

$$0 \leq \rho_j \leq 1 \quad (4-89)$$

onde:

$$y_j = \begin{cases} 1, & \text{se a base é estabelecida em } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

ρ_j = taxa de utilização de um veículo localizado em j

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se a base } j \text{ é a } k\text{-ésima preferência para o nó } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

d_{ic} =número esperado de chamadas do tipo c na zona i durante o horizonte de planejamento.

t_{ij} =tempo esperado de viagem de ida e volta entre a base j e a zona i .

P_{ij} =probabilidade de que um veículo na base j possa atender uma chamada em i dentro de oito minutos²², desde que esteja disponível

f =número total de bases que podem ser abertas

S_{ic} =tempo médio de serviço por chamada do tipo c na zona i excluindo o tempo de viagem entre a base e o nó i

T =tempo total disponível para cada veículo em estudo ou o horizonte de planejamento

M =número inteiro grande

A função objetivo (4-82) representa o número esperado de chamadas atendidas dentro do limite de oito minutos. Quando $x_{ijk}=1$, o termo $P_{ij}x_{ijk}(1-p_j)$ representa a probabilidade de que um veículo em j esteja livre e atenda a região i dentro de oito minutos, onde j é, em ordem de preferência do nó i , a k -ésima base aberta. O termo seguinte representa a probabilidade de que todas as bases desde a primeira até a de preferência $(k-1)$ estejam ocupadas. Assim, calculamos a probabilidade de que cada base j atenda as chamadas com sucesso. Esta probabilidade é então multiplicada pela demanda para se conseguir o número de chamadas atingidas com sucesso

²²Tempo padrão de atendimento adotado em Tucson.

e somada sobre todos os nós e todas as classes do sistema. As restrições do tipo (4-83) implicam que todo nó de demanda deve ter uma ordem de preferência por bases de atendimento, enquanto as restrições do tipo (4-84) implicam que, no máximo, apenas uma ordem de preferência pode ser estabelecida para cada par base/nó de demanda (ou seja, uma base não pode ser ao mesmo tempo a primeira e a segunda base preferencial para uma determinada região). As restrições do tipo (4-85) limitam o número de bases que podem ser abertas. As restrições do tipo (4-86) limitam a existência de ordem de preferência apenas para as bases abertas. A restrição (4-87) diz que se uma base j é preferida comparativamente a base r pela zona i , então j deve receber um grau de prioridade maior quando ambas são abertas. As restrições (4-88) representam as equações de utilização da cada base aberta.

Na expressão (4-88) o termo $x_{ijk}(1-\rho_j)$ representa a probabilidade de que uma unidade de atendimento localizada em j esteja livre e que a base j seja a k -ésima preferência para a zona i . O termo:

$\prod_{l=1}^{k-1} \sum_r x_{irl} \rho_l$ representa a probabilidade de

que todas as ambulâncias até a preferência $(k-1)$ para a zona i estejam ocupadas. Para cada zona i , portanto, nós podemos utilizar a hipótese de independência entre as unidades e multiplicar as probabilidades anteriores para determinar a probabilidade de que uma unidade localizada em j atenda a uma chamada na zona i . Esta última probabilidade é multiplicada

pela demanda na zona i e pelos tempos de serviço e de viagem. Dividindo o numerador da expressão em (4-88) pelo intervalo de tempo T , temos a probabilidade de que a unidade localizada na base j esteja ocupada.

O modelo proposto guarda semelhanças com o modelo aproximado para fila hipercúbica de Larson (1975). Admitindo uma unidade localizada por base e capacidade zero de fila, o fator de utilização de uma unidade localizada em j , segundo o modelo aproximado de Larson, pode ser representado por:

$$\rho_j = \sum_j \left\{ d_i \left[\sum_k x_{ijk} (1 - \rho_j) Q(n, \rho, k-1) \prod_{l=1}^{k-1} \sum_r x_{irl} \rho_r \right] \right\} \quad (4-91)$$

onde d_i representa a taxa de chamadas na zona i , ρ é a estimativa teórica do índice de utilização das ambulâncias e $Q(n, \rho, k-1)$ é o fator de correção que representa a cooperação entre bases. Como colocado por Goldberg e Szidarovsky (1991), na expressão (4-88) o tempo de serviço e o de viagem são utilizados ao invés da multiplicação pelo fator de correção Q . Assim, o modelo inclui o efeito da dependência do tempo de serviço em relação ao local da chamada, mas não considera a cooperação entre as bases.

O modelo colocado é um problema de programação inteira não-linear. Porém, admitindo que são conhecidas as bases e as ordens de preferências por bases a partir de cada zona, as restrições (4-83) até (4-87) não são mais necessárias, pois os valores de x_{ijk} são todos conhecidos. Assim, o problema anterior pode ser facilmente resolvido por processos iterativos descritos pelos autores. Para a solução do

problema é necessário um método de cálculo dos ρ_j , a partir do conjunto de equações não lineares dadas em (4-88). Calculada as taxas de utilização ρ_j , então a função objetivo (4-82) pode ser calculada e conseqüentemente um método heurístico pode ser desenvolvido para a busca da solução ótima. Goldberg e Szidarovszky apresentam dois métodos para solução das equações (4-88). Uma heurística de solução do problema, baseada em regras de troca de nós candidatos a bases, é apresentada por Goldberg e Paz (1991).

Os autores apontam para o fato de que o processo de validação do modelo corresponde à fase mais importante do trabalho. Este processo envolve a utilização de um simulador do sistema para a comparação dos resultados obtidos. Na situação em análise, o modelo mostra-se eficiente, produzindo resultados semelhantes aos do modelo de simulação. Contudo, como apontam Goldberg e Paz (1991) quando a taxa de utilização média sobe acima de 0.20 o erro do modelo em relação ao resultado obtido pela simulação ultrapassa 10%.

4.2.6 O problema da *p*-mediana estocástica

Aly e White (1978) consideram o problema da localização de bases para atendimento de emergência assumindo a localização do incidente como uma variável aleatória uniformemente distribuída sobre uma dada região. Assim, temos que a distância percorrida pela unidade de atendimento até o local do incidente também é uma variável aleatória. Desta

maneira, Aly e White consideram uma variação probabilística do problema do conjunto de cobertura aqui denominada P1, que, matematicamente, tem a forma:

$$\min z = \sum_{j=1}^n x_j \quad (4-92)$$

sujeito a:

$$\text{Prob}(t_{ij} \leq T_i) \geq \gamma_i \quad \text{para algum } j \in \theta(x); i=1, \dots, n \quad (4-93)$$

$$x_j = (0, 1) \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4-94)$$

onde:

t_{ij} =tempo de resposta de uma unidade de emergência em j até um incidente na região i ;

T_i =limite superior no tempo de resposta para um incidente na região i ;

γ_i =nível de serviço para a região i $0 \leq \gamma_i \leq 1$;

n =número total de nós da rede;

$\theta(x) = \{j/x_j=1\}$, conjunto dos nós que possuem ambulâncias alocadas.

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se uma base é localizada em } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Com base no parâmetro γ_i , é possível estabelecer diferentes níveis de serviço para cada região, ou mesmo um nível global para todo o sistema, caso em que se adota um mesmo valor de γ_i para todas regiões. Resolvendo-se o problema para alguns valores de γ_i , pode-se ainda levantar uma curva da quantidade de bases instaladas em função do nível de serviço. Aly e White propõem uma variação

probabilística para o problema da p -mediana aqui denominada P2, que, matematicamente, tem a forma:

$$\min z = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n \min_{j \in \theta(x)} \lambda_i E[t_{ij}] \quad (4-95)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n x_j \leq p \quad (4-96)$$

$$x_j = (0, 1) \quad \forall j \quad (4-97)$$

onde:

$E[t_{ij}]$ = tempo esperado de resposta para uma unidade localizada em j atender um incidente em i ;

$\lambda(i)$ = taxa esperada de incidentes na área i para um dado período de tempo;

λ = taxa total esperada de incidentes: $\lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i$.

Neste problema, o objetivo é o de localizar no máximo p bases de atendimento de maneira que o tempo médio de resposta seja minimizado.

Assim, resolvendo-se o problema P1, obtém-se o número mínimo de bases para que as regiões tenham a cobertura ao nível de serviço desejado. A melhor localização das bases para que o tempo de resposta seja minimizado é obtida pela solução do problema P2, utilizando-se o número de bases anteriormente calculadas pelo primeiro problema.

Apesar de o modelo considerar a aleatoriedade no tempo de viagem, ele apresenta duas limitações. A expressão (4-93) não é de fácil dedução, e o modelo admite que as bases estão sempre disponíveis para realizar o atendimento (o que não é, necessariamente, verdade quando o sistema opera com um alto nível de utilização).

Mirchadani e Odoni (1979) consideram o problema da localização de bases em um grafo em que o comprimento de seus arcos são variáveis aleatórias com distribuição de probabilidades discreta conhecida. Os estados nesse sistema diferem entre si pela mudança no tempo de viagem de, ao menos, um dos arcos do grafo²³. Admitem-se conhecidas as probabilidades de ocorrência de cada estado. Definindo G um grafo não orientado com n nós e sendo $t_r(i,j)$ uma variável aleatória discreta com distribuição de probabilidades conhecida, que representa o tempo de viagem entre o nó i e o nó j do grafo, estando o sistema no estado r , definimos um conjunto de k medianas esperadas ótimas, X_k^* (*expected k-optimal median*), se para todo conjunto $X_k \in G$, nós temos:

$$J(X_k^*) \leq J(X_k) \quad (4-98)$$

onde:

²³Por exemplo, devido as mudanças na intensidade de tráfego durante o dia, os tempos de percurso alteram-se significativamente,

$$J(X_k) = \sum_{r=1}^m P_r \sum_{i=1}^n h_i d_r(i, X_k) \quad (4-99)$$

m =número de estados possíveis do sistema (função dos valores que cada $t_r(i, j)$ podem assumir.

h_i =peso associado a demanda do nó i .

P_r =probabilidade conhecida de ocorrência do estado r no grafo.

$d_r(i, k)$ =tempo de viagem entre o nó i e o nó pertencente a X_k mais próximo de i .

Seguindo a constatação de Hakimi (1966), os autores também demonstram que pelo menos um conjunto de k -medianas esperadas existe nos vértices de um grafo estocástico não orientado, desde que existam ao menos k pesos h_i positivos e que os tempos $t_r(i, j)$, entre os nós do grafo, tenham sempre valores finitos qualquer que seja o estado assumido pelo sistema.

O trabalho de Mirchadani e Odoni, contudo, não apresenta nenhum procedimento de solução ou resultados computacionais. Weaver e Church (1983), partindo da constatação de que existe uma solução ótima possível nos nós da rede, respeitadas algumas condições, formulam um problema de programação linear inteira para a busca da solução. Devido à natureza do problema, a solução só pode ser obtida por procedimentos heurísticos ou por relaxação lagrangeana.

Berman e Odoni (1982) acrescentam ao problema formulado por Mirchadani e Odoni mais uma hipótese. Eles admitem a possibilidade da realocação de um ou mais servidores para

atender à mudança de estado. A cada realocação, associa-se um custo que pode ser considerado em unidades de tempo (por exemplo o tempo do veículo se reposicionar no sistema). Esta nova possibilidade dá um grau maior de realismo ao problema, particularmente, quando se modelam certas situações urbanas em que os servidores são dinamicamente pré-posicionados para localizações escolhidas e esperam para responder aos incidentes aleatórios que ocorrerão na sua nova área. Os estados do sistema são definidos como no problema anterior.

O sistema opera da seguinte maneira, quando existe uma chamada, o servidor mais próximo ao local da chamada realiza o atendimento. Quando ocorre alguma alteração no estado do sistema, os servidores têm a opção de se reposicionarem, situação que incorre em um custo adicional (medido, por exemplo, em unidade de tempo). O objetivo do problema é o de minimizar a soma do tempo médio de viagem do sistema calculada sobre todos os estados, com o custo de reposicionamento dos servidores, que ocorre por unidade de tempo.

Os autores destacam que, para este problema, também é válida a constatação de que uma solução ótima pode ser encontrada, exclusivamente, nos nós do grafo. Desta maneira, o problema pode ser modelado como um problema de programação linear inteira. Contudo, para os casos práticos, o tamanho do problema inviabiliza a sua solução. Os autores propõem uma heurística de solução para o caso da localização de um único servidor e discutem uma solução possível para o caso de m servidores.

Berman e Larson (1980) e Berman et al. (1985) estudam a localização ótima de um único servidor operando em um grafo com possibilidade de formação de filas. O problema é denominado de mediana estocástica com fila (*stochastic queue median-SQM*). As chamadas por atendimento surgem segundo um processo de Poisson com taxa λ_1 . O atendimento é realizado pelo servidor (se disponível), que viaja até o local da chamada para prover o atendimento. Se o servidor não estiver disponível no momento da chamada, esta entra em uma fila que opera na forma FIFO (*first-in, first-out*) ou é perdida (na verdade, ela é atendida por um serviço externo ao sistema, acarretando em um certo custo adicional). Em qualquer um dos casos, os tempos de atendimento entre chamadas sucessivas são independentes entre si. Assim, o sistema pode ser modelado considerando-se uma fila *M/G/1* (chegada Poisson, tempos de serviços independentes e igualmente distribuídos com uma distribuição genérica, e um único servidor) operando em regime estacionário, com capacidade zero de fila (quando as demandas são perdidas a um certo custo) ou capacidade de fila infinita. Para o caso da capacidade de fila infinita, o objetivo é localizar a base de maneira a minimizar a soma do tempo médio de espera na fila mais o tempo médio de viagem gasto pelo servidor seja minimizado. Para o caso da fila com capacidade nula, o objetivo é minimizar a soma do tempo de viagem (para as chamadas que são atendidas pelo sistema) e o tempo de atendimento por uma unidade externa ao sistema (para as chamadas que não são atendidas pelo sistema).

Berman *et al.* provam que, no caso de capacidade de fila nula, a localização ótima está localizada em um vértice como no resultado de Hakimi. Para o caso da fila com capacidade infinita, a solução tanto pode estar em um vértice quanto em uma ligação do grafo.

Quando se varia a taxa de surgimento de chamadas λ , existe um comportamento bem característico da solução. Para valores de λ muito pequenos, o resultado é o mesmo obtido pelo problema de Hakimi. Aumentando-se λ , a solução não é mais a de Hakimi e vai caminhando (conforme se aumenta λ) em direção ao ponto que minimiza o segundo momento do tempo de serviço total, até que volta em direção ao ponto inicial de Hakimi, quando o valor de λ fica muito alto (a fila fica saturada).

Chiu *et al.* (1985) simplificam o problema anterior para o caso de um grafo em forma de árvore, enquanto Berman e Larson (1985) estendem o problema anterior para o caso de se definir as áreas de resposta de duas unidades trabalhando independentemente como servidores $M/G/1$. A localização dos dois servidores é fixa e o critério de atribuição de nós para servidores é a minimização do tempo médio de resposta para uma nova chamada por serviço. A solução final apresenta duas regiões independentes que operam como filas $M/G/1$ separadas, ou seja: as chamadas que surgem numa região, quando o seu servidor já se encontra ocupado atendendo alguma chamada, entram em um fila que opera segundo um processo FIFO (*first-in, first-out*) até que o seu servidor esteja livre (não há cooperação entre servidores).

Berman e Mandowsky (1986) apresentam um modelo de localização e alocação para p unidades de atendimento que determina tanto as regiões de atendimento para cada servidor quanto a localização das bases de servidores. Os servidores operam independentemente, não havendo, portanto, cooperação entre eles. Determinadas as áreas de atendimento e as localizações dos servidores, cada área de atendimento pode ser considerada como uma fila $M/G/1$ operando de maneira independente. O trabalho é uma extensão do modelo proposto por Berman e Larson (1985), que considera mais do que duas unidades de atendimento.

Berman et al. (1987) propõem duas heurísticas para se encontrar a localização de p servidores permitindo cooperação entre eles. Neste caso, teríamos uma fila $M/G/p$. Contudo, mesmo resultados aproximados para este tipo de fila ainda não são disponíveis. A heurística proposta parte de uma localização inicial para os p servidores. A seguir, é utilizado o modelo hipercúbico com calibração dos tempos médios de serviço (Jarvis, 1975) que fornece para cada servidor as frações de chamadas atendidas para cada região de demanda. Estas frações são utilizadas para melhorar a localização de cada um dos servidores através da solução do problema da mediana simples para cada servidor independentemente. Este processo continua até que nenhuma melhora seja possível no tempo médio de resposta. Uma segunda heurística é semelhante à anterior, mas, ao invés de solucionar o problema da mediana, utiliza o problema da

mediana com fila estocástica, considerando cada servidor operando em uma fila $M/G/1$ (Berman et al., 1985).

4.2.7 *Resumo dos modelos analisados*

A tabela 4.2 apresenta resumidamente os modelos analisados no seção 4.2, em que se destacam os objetivos de cada modelo.

Tabela 4.2: Resumo dos modelos revisados na seção 4.2

Modelo	Resumo	Referências
p-Centro Absoluto Esperado e p-Mediana Absoluta Esperada	Centros e Medianas considerando as demandas como variáveis aleatórias	Frank (1966)
Tamanho de Frota	Minimização do tamanho de frota considerando uma fila $M/G/\infty$	Bell e Allen (1989)
Área de resposta para duas unidades de atendimento	Minimização do tempo médio de atendimento e do desbalanço nas cargas de trabalho de cada unidade de atendimento	Carter et al. (1972), Wrightson (1976), Larson e Stevenson (1972), Chaiken e Ignall (1972)
Modelo Hipercúbico	Modelo analítico que permite a estimativa de diversos parâmetros de um sistema operando com N servidores. Os parâmetros são estimados a partir do cálculo das probabilidades de estado em regime estacionário.	Larson (1974, 1975), Larson e McKnew (1984), Halpern (1977), Jarvis (1975, 1981), Benveniste (1985)
Máxima Cobertura Esperada	Maximização da cobertura, considerando a probabilidade de os servidores estarem ocupados no momento da chamada	Daskin (1983), Saydam e McKnew (1985), Bianchi e Church (1990), Batta et al. (1989), Goldberg et al. (1990), Goldberg e Paz (1991), Goldberg e Szidarovsky (1991)
p-Mediana Estocástica	Minimização da distância/tempo médio de atendimento, considerando a disponibilidade de servidores	Swoveland et al. (1978), Aly e White (1978), Mirchadani e Odoni (1982), Berman e Larson (1980, 1985), Berman e Mandowsky (1986), Berman et al. (1976, 1985)

5. MODELAGEM

Apresentado o problema em estudo no capítulo 2 e discutida a bibliografia pertinente no capítulo 4, propõe-se neste capítulo possíveis modelos para a solução do problema.

Basicamente, queremos localizar embarcações especializadas no combate ao incêndio em plataformas *offshore* de modo a otimizar diversos parâmetros de ordem econômica e/ou operacional. Devemos, portanto, obter respostas para algumas perguntas, entre as quais, destacamos:

Quantas embarcações devem ser utilizadas?

Que tipo de embarcação é mais conveniente?

Qual a melhor localização das embarcações?

Qual a taxa de ocupação das embarcações?

Inicialmente, na seção 5.2, vamos estabelecer uma definição de **cobertura** para o nosso problema. Essa definição é o ponto de partida para os modelos a serem vistos. Na seção 5.3, iremos propor um modelo de conjunto de cobertura (*set-covering*) e, na seção 5.4, um modelo de cobertura máxima (*maximal covering*). A partir desses dois modelos, diversas variantes são propostas na seção 5.5. Na seção 5.6 é proposto um modelo probabilístico e na seção 5.7 um modelo de simulação.

5.1 Critério de Cobertura

Como mencionado no capítulo 2, nos acidentes *offshore*, geralmente, um número razoável de embarcações deve realizar

o atendimento. Como hipótese inicial, iremos admitir que o sistema de atendimento é projetado para atender a um tipo apenas de acidente (*blowout*). Admite-se também, conhecido o número mínimo de embarcações ou equipamentos necessários para atender uma determinada plataforma em caso de acidente.

Tal demanda de embarcações e equipamentos tem características que a diferencia dos modelos clássicos de atendimento de emergência. Nos modelos tradicionais de cobertura para emergências que necessitam de mais do que uma unidade de atendimento, uma certa região de demanda está coberta quando um número mínimo de equipamentos primários e secundários está localizado em conformidade com distâncias mínimas padrão previamente estabelecidas. Contudo, nessas formulações não está explícita a necessidade de que mais do que uma unidade realize o atendimento ao mesmo tempo. No nosso caso, este fator é determinante. Vamos esclarecer melhor esse aspecto através de um exemplo simples. Digamos que, para uma determinada plataforma acidentada, seja necessária uma vazão igual a 100.000 m³/h de água lançada sobre ela. Para realizar o atendimento só existem embarcações com capacidade de lançamento equivalente a 20.000 m³/h. Isto implica em dizer que serão necessárias 5 embarcações para que a demanda da plataforma seja satisfeita. Contudo, nem todas as embarcações precisam estar disponíveis no momento inicial do acidente; uma parte ou mesmo apenas uma embarcação já é suficiente para realizar o atendimento mais emergencial. Podemos estabelecer, assim, *fases* de atendimento, de modo que, ao término da última fase, todas as embarcações estejam em operação no

local do acidente. A figura 5.1, representa, hipoteticamente, a demanda que obrigatoriamente deve ser atendida para cada fase. Pela figura 5.1, percebemos que, ao término da primeira fase de 10 minutos, a demanda já deve estar atendida em 20.000 m³/h. Mais 10 minutos e a demanda atendida deve chegar em 60.000 m³/h. Após 30 minutos a vazão deve ser de 80.000 m³/h e em 40 minutos a demanda total de 100.000 m³/h é atingida. Para cada plataforma, portanto, devem ser estabelecidas curvas como esta. Assim, a cobertura para o nosso modelo é definida de uma maneira temporal, em que para certos instantes de tempo existe uma demanda mínima que deve ser atingida. Esta demanda pode ser considerada (como sugere o exemplo) a própria vazão de água disponível no local para resfriamento da plataforma. Contudo, outros parâmetros podem ser considerados, como por exemplo, a altura do jato de água necessário, que tem grande importância para o atendimento em plataformas de dimensões maiores.

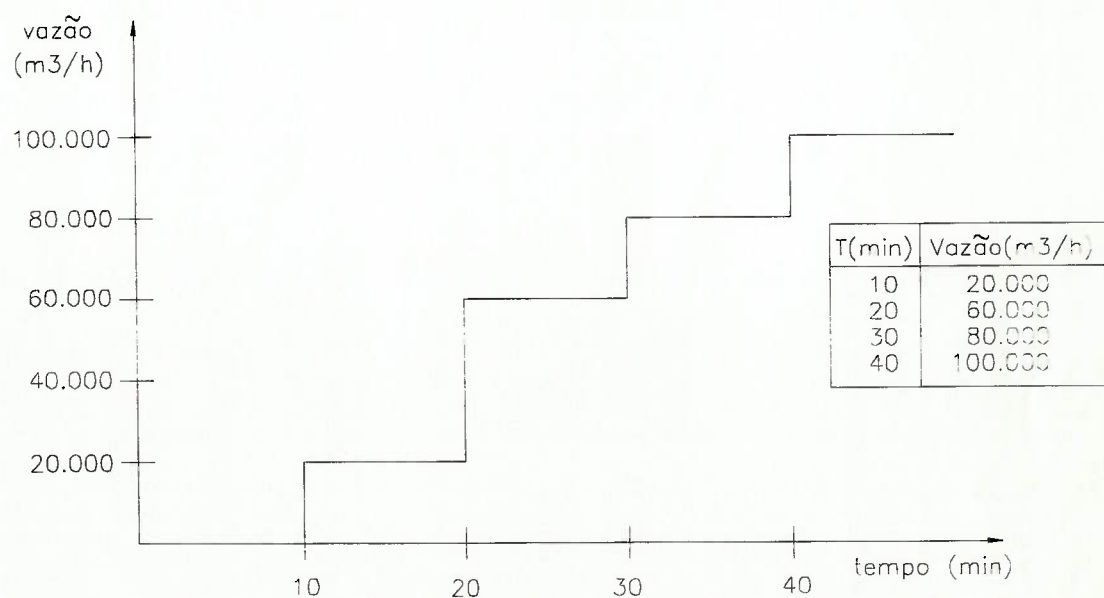


Figura 5.1: curva de demanda necessária em função do tempo para a plataforma do exemplo proposto.

Vamos definir alguns parâmetros importantes para a modelagem:

N : conjunto dos nós de demanda, $|N|=n$;

d_{ij} : distância (em milhas) entre os nós i e j ;

u_{ik} : capacidade mínima necessária de equipamentos na fase k para atender a um acidente em i ;

T_i : número máximo de fases de atendimento para a plataforma localizada em i ;

δ_{ik} : tempo máximo permitido entre o ponto i e as embarcações responsáveis pela fase k de atendimento;

c_l : custo da embarcação tipo l ;

v_l : velocidade (em nós) da embarcação tipo l ;

q_l : capacidade de atendimento (m^3/h) da embarcação tipo l ;

$\Delta_{ikl} = \{m : (d_{iml}/v_l) \leq \delta_{ik}, m \in N\}$: conjunto dos possíveis candidatos à localização de embarcações tipo l que possam atender a plataforma localizada em i dentro da distância padrão estabelecida para ela na fase k ;

$l=1, \dots, L$: tipos de embarcações;

$i=1, \dots, n$: nós de demanda;

$j=1, \dots, n$: nós de demanda;

$k=1, \dots, T_i$: fases do acidente.

As unidades de atendimento podem ter diferentes capacidades de atendimento. No caso de embarcações *fifi*, podemos ter as três categorias representadas na tabela 2.6. A variável x_{jl} representa o número de embarcações do tipo l ($l=1, 2, \dots, L$) localizadas em j (para o caso de embarcações *fifi*, $L=3$). Deste modo, os próprios nós de demanda já são candidatos potenciais à localização das embarcações de

atendimento. Considerando que uma dada plataforma pode necessitar de mais de uma embarcação para atendê-la, a melhor solução pode implicar na localização de mais de uma embarcação por nó.

5.2 Modelo do Conjunto de Cobertura

O objetivo deste modelo é o de minimizar o custo das embarcações necessárias para que todos os nós de demanda estejam cobertos. Matematicamente, ele fica:

$$\min \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^L c_l x_{lj} \quad (5-1)$$

sujeito a:

$$\sum_{l=1}^L \sum_{j \in \Delta_{ikl}} x_{jl} q_l \geq u_{ik} \quad i \in \{1, \dots, n\} \quad k \in \{1, \dots, T_i\} \quad (5-2)$$

$$x_{jl} \in \{0, 1, \dots, \text{int}(U/q_j)\} \quad j \in \{1, \dots, n\} \quad l \in \{1, \dots, L\} \quad (5-3)$$

onde:

$$U = \max \{u_{ik}\}, \quad i=1, \dots, n \text{ e } k=1, \dots, T_i$$

c_l , Δ_{ikl} , q_l , u_{ik} , T_i , L e n , como definidos anteriormente.

O problema anterior possui $n \cdot L$ variáveis inteiras e

$$\sum_i^n i T_i \text{ restrições.}$$

A função objetivo (5-1) minimiza o custo da localização das embarcações. As restrições (5-2) localizam as embarcações

de modo que toda plataforma tenha a sua curva de demanda em função do tempo satisfeita.

5.3 Modelo da Cobertura Reserva

O objetivo deste modelo é o de localizar m_l embarcações do tipo l , de modo a garantir a cobertura das demandas e maximizar a cobertura reserva. Matematicamente, temos:

$$\max \sum_{i=1}^n h_i y_i \quad (5-5)$$

sujeito a:

$$\sum_{l=1}^L \sum_{j \in \Delta_{ikl}} x_{jl} q_l \geq u_{ik} y_i \quad i \in \{1, \dots, n\} \quad k \in \{1, \dots, T_i\} \quad (5-6)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jl} \leq m_l \quad l \in \{1, 2, \dots, L\} \quad (5-7)$$

$$y_i \geq 1 \quad (5-8)$$

onde:

y_i = o número de vezes em que o nó i está coberto em sua demanda;

h_i = peso relativo do nó i (a participação relativa do nó i no número total de acidentes esperados e na demanda por embarcações).

¹Dado a_i , o número total de acidentes esperados em i , podemos estimar h_i pela expressão:

$$h_i = \frac{a_i \sum_k u_{ik}}{\sum_i a_i \sum_k u_{ik}}$$

O problema anterior possui $n \cdot L$ variáveis inteiras, n variáveis reais e $L + \sum_i^n iT_i$ restrições.

A função objetivo (5-5) maximiza os nós cobertos ponderados em termos da participação de cada nó no número de acidentes esperados. As restrições (5-6) determinam o nível de cobertura de cada plataforma. Como, pela restrição (5-8), y_i é sempre maior ou igual a 1, todas as plataformas estarão cobertas dentro da sua demanda mínima. As restrições (5-7) limitam o número de embarcações que podem ser localizadas. No modelo do conjunto de cobertura, não há nenhuma consideração em termos da importância relativa de cada plataforma. Assim, os modelos se complementam na medida em que, o primeiro minimiza o número de embarcações e o outro localiza estas embarcações, tentando aumentar a oferta de capacidade de lançamento de água para as plataformas com maior frequência de acidentes.

5.4 *Variações a partir dos Modelos Propostos*

Os modelos propostos anteriormente podem sofrer alterações visando a sua adaptação aos diversos sistemas de emergência ou mesmo a otimização de outros parâmetros não contemplados anteriormente. Vamos analisar algumas dessas alterações. Todas as alterações propostas aumentam significativamente o número de variáveis e/ou restrições. A

necessidade de tal detalhamento deve, portanto, ser analisada caso a caso, ponderando-se a importância relativa de cada alteração.

5.4.1 Número máximo de unidades por nó

Como o atendimento à plataforma pode ser realizado por mais de uma embarcação, a solução final pode estabelecer a localização de mais de uma embarcação em um determinado nó. Contudo, devido à dificuldade de atracação e fundeamento (principalmente em condições desfavoráveis de mar), isto nem sempre é possível. Por vezes, sequer uma embarcação pode ser localizada em determinada região. Neste sentido, pode-se acrescentar ao modelo uma restrição que limite o número de embarcações por nó:

$$\sum_{l=1}^L x_{jl} \leq f_j * R \quad (5-10)$$

onde:

$f_j=1$, se o nó j pode conter embarcações atracadas e 0, caso contrário;

R =número máximo de embarcações que podem ser localizadas em um mesmo nó.

A restrição anterior estabelece que o número de embarcações deve ser um valor entre 0 e R . Este tipo de restrição pode inviabilizar a solução do problema pois, ao não permitir que as embarcações sejam localizadas em determinados nós, pode fazer com que uma dada plataforma não

tenha nenhum nó vizinho admissível que esteja suficientemente próximo para garantir o atendimento.

5.4.2 *Diferentes condições de acessibilidade*

Ao se considerar o critério de cobertura, está se admitindo que o tempo que uma embarcação leva para ir de um nó ao outro é sempre o mesmo. Contudo, isto pode fugir muito da realidade, dado que, em condições adversas de mar, a velocidade da embarcação é mais baixa e, por vezes, a embarcação pode até ficar impedida de navegar.

Ainda que exista uma dificuldade óbvia de se incorporar este tipo de comportamento no modelo, podemos propor duas formas de tratamento: análise das soluções do modelo para diferentes períodos do ano ou o uso de uma formulação probabilística. A primeira solução vai propor uma estratégia para cada período do ano e a segunda, a ser vista nas próximas seções deste capítulo, considera a probabilidade de uma embarcação atingir um determinado nó dentro do tempo estabelecido.

5.4.3 *Embarcações de prontidão ou "stand-by"*

Devido a alta ociosidade da frota de *fifi*, estas embarcações podem ser utilizadas como de prontidão para aquelas plataformas dentro do raio de ação de 5 milhas, exigido pela Portomarinst (seção 2.4). Neste sentido, podemos alterar o modelo no sentido de incorporar as embarcações de

prontidão. Como a exigência da Portomarinst é apenas no sentido de garantir a cobertura de cada plataforma por uma embarcação, não considerando o seu porte, podemos utilizar apenas o modelo do conjunto de cobertura.

Considerando L tipos de embarcações, as três primeiras ($l=1,2,3$) seriam as embarcações *fifi* e as restantes ($l=4,5,\dots,L$) seriam as embarcações normalmente utilizadas como de prontidão. A função objetivo (5-1) não necessita de alteração. A restrição (5-2) é substituída por:

$$\sum_{l=1}^3 \sum_{j \in \Delta_{ikl}} x_{jl} q_l \geq u_{ik} \quad i \in \{1, \dots, n\} \quad k \in \{1, \dots, T_i\} \quad (5-11)$$

Esta restrição garante a cobertura para os incêndios nas plataformas. Uma nova restrição é acrescentada para a cobertura das embarcações de prontidão.

$$\sum_{l=1}^L \sum_{j \in \Omega_{ikl}} x_{jl} \geq 1 \quad i \in \{1, \dots, n\} \quad k \in \{1, \dots, T_i\} \quad (5-12)$$

onde:

$$\Omega = \{m : (d_{im1}/v_1) \leq S, m \in N\}$$

S = tempo padrão para cobertura utilizado pelas embarcações de prontidão. Como a norma da Portomarinst estabelece uma alcance de 5 milhas e uma velocidade média de 12 nós, o tempo de cobertura seria de 25 minutos.

5.4.4 Diferentes fases de cobertura

O modelo da cobertura reserva também pode ser modificado para incorporar diferentes fases de cobertura. A

cada fase de cobertura define-se o parâmetro f_k , como o peso relativo de importância da fase k . Assim, através de um seleção adequada de valores, pode-se dar maior importância para a cobertura reserva numa primeira fase de atendimento. Matematicamente, o modelo fica:

$$\max \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{T_i} h_{ik} f_k y_{ik} \quad (5-13)$$

sujeito a:

$$\sum_{l=1}^L \sum_{j \in \Delta_{ikl}} x_{jl} q_l \geq u_{ik} y_{ik} \quad i \in \{1, \dots, n\} \quad k \in \{1, \dots, T_i\} \quad (5-14)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jl} \leq m_l \quad l \in \{1, 2, \dots, L\} \quad (5-15)$$

$$y_{ik} \geq 1 \quad (5-16)$$

onde:

h_{ik} ² = peso relativo do nó i na fase k (participação relativa do nó i no número total de acidentes e na esperada por embarcações em cada fase do acidente);

y_{ik} = o número de vezes em que o nó i está coberto em sua demanda necessária na fase k ;

x_{jl} , Δ_{ikl} , q_l , u_{ik} e m_l , como definidos anteriormente.

A função objetivo (5-13) maximiza a cobertura ponderada pela importância relativa de cada fase. A restrição (5-14) é

²Dado a_i , como definido anteriormente, podemos estimar h_{ik} pela expressão:

$$h_{ik} = \frac{a_i u_{ik}}{\sum_i a_i \sum_k u_{ik}}$$

semelhante a (5-6), agora considerando cada fase individualmente. A restrição (5-15) limita o número de embarcações que podem ser localizadas e, a restrição (5-16) garante o mínimo de cobertura para todas as fases de atendimento.

5.5 Modelo Probabilístico

No capítulo 4, seção 4.2, ressaltamos que a maioria dos modelos probabilísticos considerados são modelos analíticos que permitem o estudo de uma série de parâmetros importantes, dada uma solução inicial para a localização das unidades de emergência. Vamos propor um modelo que, a semelhança do modelo de Goldberg e Paz (1991), permite não só a estimativa da taxa de ocupação das unidades de atendimento como também a localização ótima destas unidades a partir da maximização da cobertura.

A maior dificuldade em se utilizar modelos já propostos (como o Hipercúbico ou o MEXCLP) está na sua adaptação às duas características básicas do nosso modelo: diferentes capacidades de atendimento das embarcações e mais de uma embarcação atendendo um nó ao mesmo tempo. Em grande parte, os modelos vistos referem-se às situações urbanas vividas por frotas de ambulâncias, unidades de atendimento de emergência como o 911 norte-americano ou viaturas policiais. Os acidentes *offshore* guardariam uma maior semelhança com as viaturas de combate ao incêndio de responsabilidade do corpo de bombeiros. Neste caso, não se tem um atendimento padrão

mas, sim, um atendimento que dependerá das proporções do incêndio: tamanho da edificação, quantidade de vítimas, facilidades de hidrantes no local, etc.

Segundo Larson (1974), o modelo hipercúbico só teria validade para essa situação, caso se possa agrupar as diversas viaturas e equipamentos em uma única unidade de atendimento fictícia. Este artifício, contudo, não permitiria distinção entre unidades de modo a refletir diferentes capacidades de atendimento.

No modelo de Goldberg e Paz (1991), encontramos duas hipóteses que igualmente dificultam a sua utilização para o nosso caso; são elas: apenas uma unidade realiza o atendimento e a probabilidade de que um servidor esteja ocupado, não é afetada pelo estado do sistema (hipótese de independência). A hipótese de independência não é válida, necessariamente, no caso de acidentes *offshore*. Dado que, neste tipo de acidente, uma embarcação é acionada para realizar o atendimento não só quando ela está próxima, mas também quando as outras embarcações que preferencialmente deveriam realizar o atendimento não estão disponíveis ou não conseguem atingir a demanda total necessária de equipamentos. Contudo, quanto mais baixa for a taxa de utilização do sistema, mais "independente" é a operação das embarcações, já que a probabilidade de uma embarcação realizar um atendimento para o qual ela não seja a embarcação preferencial é muito baixa.

5.5.1 *Hipóteses iniciais*

Vamos, inicialmente, estabelecer algumas hipóteses:

- 1) Existe uma ordem preferencial de embarcações para atendimento à cada plataforma, que não se altera em função do estado atual do sistema (número de embarcações ocupadas ou não). Esta ordem pode ser definida, por exemplo, pela ordem de proximidade das embarcações em relação às plataformas.
- 2) Todas os acidentes são atendidos por embarcações disponíveis na respectiva base, não em rota de retorno a sua base.
- 3) Se todas as embarcações estão ocupadas (ou não são suficientes para atender a demanda), um sistema externo é acionado para completar a demanda não satisfeita e realizar o atendimento. Em outras palavras, não há formação de filas.
- 4) A taxa de surgimento de acidentes não varia ao longo do tempo. Por exemplo, o modelo não se aplica diretamente em situações urbanas onde as taxas de surgimento de acidentes oscilam ao longo do dia.
- 5) A probabilidade de que as embarcações estejam ocupadas não é afetada pelo estado atual do sistema (caracterizado pelo número de embarcações ocupadas ou não no momento de surgimento da chamada).

5.5.2 *Taxa de ocupação das embarcações*

Pela hipótese 1, estamos admitindo conhecida a ordem de preferência de embarcações para cada nó. Vamos considerar que

esta ordem é determinada pela proximidade das embarcações aos locais de acidentes³. Assim, ocorrido o acidente, a plataforma dispõe de uma lista de embarcações que devem ser chamadas em ordem até que a sua necessidade de equipamentos esteja satisfeita. A figura 5.2 apresenta um diagrama esquemático da seqüência de ações tomadas para que o número adequado de embarcações chegue ao local do acidente.

Portanto, para cada plataforma, existiriam diferentes configurações possíveis de embarcações capazes de atender ao acidente. A melhor configuração seria dada pela proximidade, porém, a probabilidade de uma determinada embarcação estar ocupada no momento do acidente altera a configuração. Conhecidas as capacidades de atendimento das embarcações e as suas respectivas taxas de ocupação, podemos determinar a probabilidade de cada configuração de embarcações atender a uma determinada plataforma, fazendo uso de uma árvore de probabilidades.

³Outros critérios podem ser considerados (ver Larson, 1974).

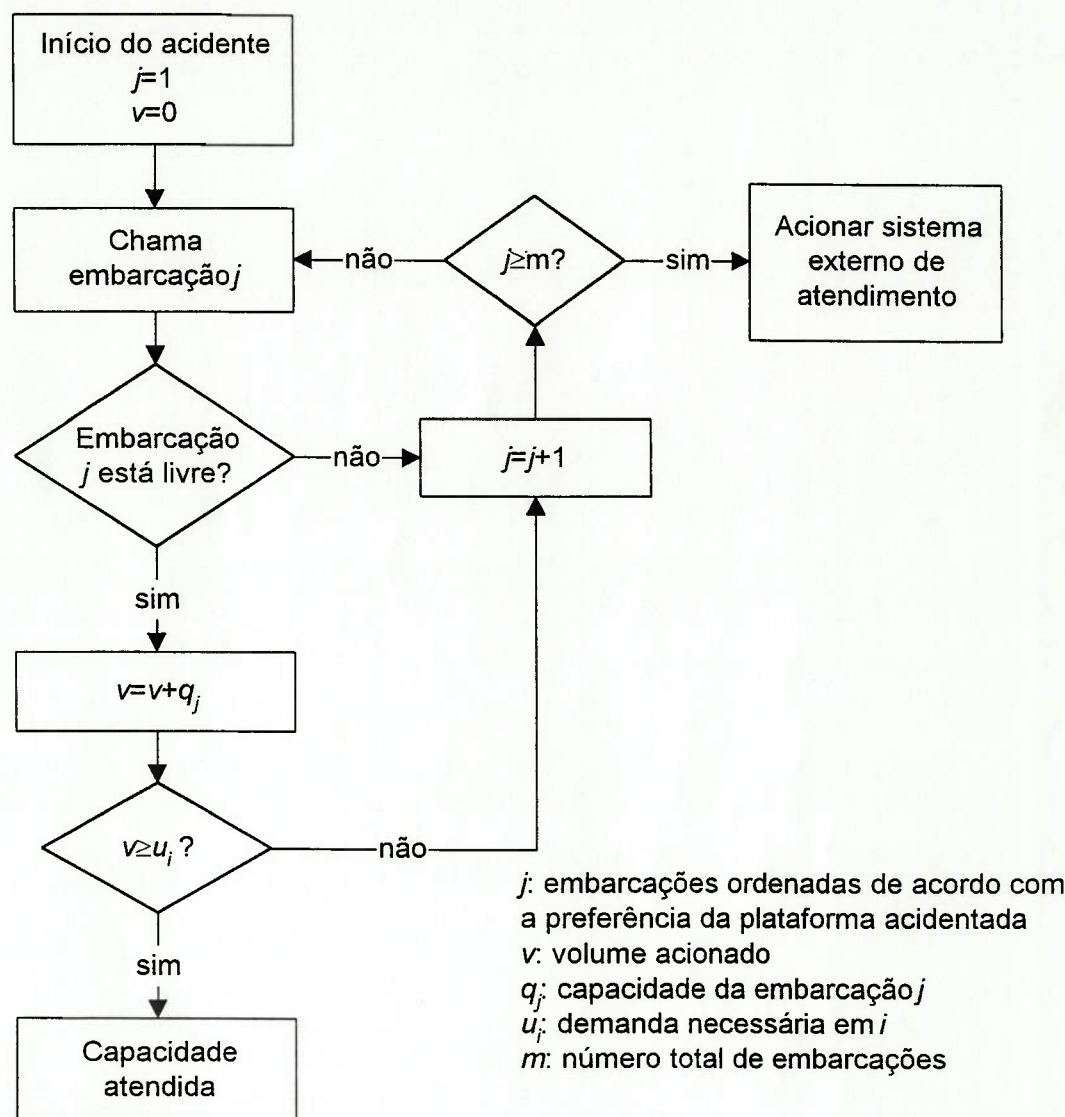


Figura 5.2: seqüência de ações tomadas por uma plataforma acidentada.

Vamos analisar a forma desta árvore através de um exemplo prático. Dada uma plataforma que necessita de 10.000 m³/h de água quando acidentada, as embarcações que podem realizar o atendimento estão apresentadas na tabela 5.1. A taxa de ocupação da embarcação j é dada por ρ_j e a ordem com que as embarcações devem ser chamadas pela plataforma é: 5, 3, 1, 4 e 2. A árvore de probabilidades para este exemplo está representada na figura 5.3.

Tabela 5.1: embarcações que podem realizar o atendimento para o exemplo dado.

Embarcação	Tipo	Capacidade (m ³ /h)	Ordem de preferência
1	III	7200	5
2	I	2400	3
3	I	2400	1
4	III	7200	4
5	II	5400	2

Na árvore de probabilidades da figura 5.3, os tramos à esquerda representam a probabilidade de que a embarcação responsável pelo atendimento àquele nível esteja livre, enquanto os tramos à direita de que a embarcação esteja ocupada. Em cada nó da árvore, o campo à esquerda representa o volume total disponível para atendimento considerando que a embarcação responsável pelo atendimento àquele nível esteja livre e o campo à direita considerando que a embarcação esteja ocupada. O asterisco colocado embaixo de alguns nós representa uma configuração em que a vazão disponível é maior ou igual à necessária para aquela plataforma. Portanto, para o exemplo dado, existem nove configurações possíveis que permitiriam o atendimento à plataforma. A expressão para o cálculo da probabilidade de cada configuração está representada na tabela 5.2. Somando as probabilidades das configurações em que uma determinada embarcação está livre, temos a probabilidade de que a embarcação seja chamada para realizar o atendimento à plataforma e, somando a probabilidade das configurações em que a vazão necessária é

atendida pelas plataformas, temos a probabilidade de que a plataforma seja atendida ou a sua taxa de sucesso.

Tabela 5.2: Probabilidade de cada configuração para realizar o atendimento à plataforma do exemplo dado.

Embarcações		Probabilidade da configuração	A demanda é atendida?
livres	ocupadas		
5, 3, 1	-	$(1-\rho_5)(1-\rho_3)(1-\rho_1)$	sim
5, 3, 4	1	$(1-\rho_5)(1-\rho_3)\rho_1(1-\rho_4)$	sim
5, 3, 2	1, 4	$(1-\rho_5)(1-\rho_3)\rho_1\rho_4(1-\rho_2)$	sim
5, 3	1, 4, 2	$(1-\rho_5)(1-\rho_3)\rho_1\rho_4\rho_2$	não
5, 1	3	$(1-\rho_5)\rho_3(1-\rho_1)$	sim
5, 4	1, 3	$(1-\rho_5)\rho_3\rho_1(1-\rho_4)$	sim
5, 2	1, 3, 4	$(1-\rho_5)\rho_3\rho_1\rho_4(1-\rho_2)$	não
5	1, 3, 4, 2	$(1-\rho_5)\rho_3\rho_1\rho_4\rho_2$	não
3, 1, 4	5	$\rho_5(1-\rho_3)(1-\rho_1)(1-\rho_4)$	sim
3, 1, 2	5, 4	$\rho_5(1-\rho_3)(1-\rho_1)\rho_4(1-\rho_2)$	sim
3, 1	5, 4, 2	$\rho_5(1-\rho_3)(1-\rho_1)\rho_4\rho_2$	não
3, 4, 2	5, 1	$\rho_5(1-\rho_3)\rho_1(1-\rho_4)(1-\rho_2)$	sim
3, 4	5, 1, 2	$\rho_5(1-\rho_3)\rho_1(1-\rho_4)\rho_2$	não
3	5, 1, 4	$\rho_5(1-\rho_3)\rho_1\rho_4$	não
1, 4	5, 3	$\rho_5\rho_3(1-\rho_1)(1-\rho_4)$	sim
1	5, 3, 4	$\rho_5\rho_3(1-\rho_1)\rho_4$	não
-	5, 3, 1	$\rho_5\rho_3\rho_1$	não

Assim, podemos estimar a taxa de ocupação de cada embarcação j , pela expressão:

$$\rho_j = \frac{\sum_i a_i (TS_i + t_{ib_j}) * PC_{ij}}{TT} \quad (5-17)$$

onde:

ρ_j : taxa de ocupação da embarcação j ;

a_i : quantidade de acidentes originados em i durante o horizonte de tempo TT ;

TT : horizonte de tempo para análise;

TS_i : tempo de serviço para atendimento a um acidente em i ;

t_{ib_j} : tempo de viagem gasto pela embarcação j entre os nós

i e b_j (base ou localização da embarcação j , quando ela está livre);

PC_{ij} : probabilidade da embarcação j ser acionada para atender a um determinado acidente ocorrido em i , calculada através da árvore de probabilidades descrita acima;

Na expressão (5-17) estamos multiplicando a probabilidade da embarcação j ser chamada para atender um acidente na plataforma i pelo tempo gasto no atendimento a esta plataforma (tempo de viagem mais tempo de serviço no local). Este valor multiplicado pela quantidade de acidentes esperados em cada plataforma e somado para todas as plataformas, fornecerá o tempo total gasto pela embarcação j em atendimento a todos os acidentes. Dividindo este último valor pelo horizonte de tempo, TT , utilizado para estimativa

do número de acidentes por plataforma, a_i , temos uma estimativa para a taxa de ocupação esperada para a embarcação localizada em j no horizonte de tempo estabelecido.

5.5.3 Modelo proposto

O modelo aqui proposto procura maximizar a cobertura total da demanda, considerando a probabilidade de que a embarcação possa atingir, em tempo hábil, a plataforma acidentada. O modelo tem a seguinte representação matemática:

$$\max \sum_i a_i \left(\sum_j P_{ib_j} PC_{ij}^* \right) \quad (5-19)$$

sujeito a:

$$\sum_j x_{ijk} = 1 \quad \forall i, k \quad (5-21)$$

$$\sum_k kx_{ijk} < \sum_k kx_{irk} \text{ se } t_{ib_j} < t_{ib_r} \text{ ou se } t_{ib_j} = t_{ib_r} \text{ e } q_j > q_r \quad \forall i, j, r \quad (5-20)$$

$$\rho_j = \frac{\sum_i a_i (TS_i + t_{ib_j}) * PC_{ij}}{TT} \quad (5-22)$$

onde:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se a embarcação } j \text{ é a } k\text{-ésima preferência para o nó } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

P_{ib_j} : probabilidade de que a embarcação j (localizada em b_j) possa atender a plataforma i dentro do tempo padrão estabelecido.

PC^*_{ij} : probabilidade da embarcação j ser a última⁴ embarcação acionada para atender a um determinado acidente ocorrido em i , calculada através da árvore de probabilidades representada na figura 5.2, mas, considerando-se apenas as configurações em que as embarcações são capazes de atender à demanda de i ⁵; a_i , b_j , TS_i , t_{ib_j} e PC_{ij} , como definidos anteriormente.

No modelo acima, a função objetivo (5-19) considera a demanda total atendida dentro do tempo padrão. O parâmetro P_{ib_j} , representa a probabilidade de que o tempo de viagem entre i e a embarcação j esteja dentro de uma meta pré-estabelecida. Uma simplificação possível seria não considerar as características estocásticas do tempo de viagem. Neste caso P_{ib_j} assumiria os valores: 1, se o tempo de viagem entre i e a embarcação j é menor ou igual ao padrão e 0, caso contrário. As restrições do tipo (5-20) implicam que toda plataforma deve ter uma ordem de preferência por embarcações. A restrição (5-21) estabelece que, se uma embarcação j é preferida comparativamente a embarcação r pela plataforma i , então j deve receber um grau de prioridade maior em relação a i . As restrições (5-22) representam as equações de utilização da cada embarcação.

⁴Dentro da configuração de embarcações, j seria a última embarcação a chegar no local do acidente.

⁵O valor de PC^*_{ij} pode ser estimado visitando-se os nós marcados com asterisco na figura 5.2 (nós em que a demanda é satisfeita), obtendo-se assim, a embarcação j responsável pela última parcela do atendimento.

A restrição (5-21) depende de que uma solução inicial para localização das embarcações seja conhecida. Neste ponto, devemos lembrar que pela hipótese 1, dada uma certa configuração de embarcações, são conhecidas as ordens de preferências por embarcações de cada plataforma. Assim, os valores assumidos pelo parâmetro x_{ijk} são todos conhecidos sendo, portanto, desnecessárias as restrições (5-20) e (5-21). Este é o ponto de partida para o desenvolvimento do método heurístico de solução que será visto no item 5.5.5.

Outro valor que pode ser estimado a partir da probabilidade PC^*_{ij} é o tempo médio de viagem ao local do acidente, considerando-se as configurações viáveis de atendimento sem o auxílio de embarcações externas ao sistema, dado por:

$$TM_i = \frac{\sum_j t_{ib_j} * PC^*_{ij}}{\sum_j PC^*_{ij}} \quad (5-24)$$

onde TM_i é o tempo médio de viagem à plataforma i .

Na expressão (5-24) apenas se considera as configurações que garantem o atendimento total da demanda. Contudo, existe a probabilidade de que o atendimento seja realizado com o auxílio de embarcações externas ao sistema. Neste caso, deve-se estimar qual o tempo de viagem das embarcações extras ao local do acidente. Assim, a expressão (5-24) é válida com probabilidade:

$$\sum_j PC^*_{ij} \quad (5-25)$$

ou seja, a probabilidade de que o atendimento ocorra sem a necessidade de embarcações externas ao sistema.

5.5.4 Aplicabilidade das hipóteses adotadas

Dentre as hipóteses assumidas, três são as mais restritivas: independência entre servidores, estimativa do tempo de atendimento/viagem e taxa de chamadas estacionária.

a) *Hipótese de independência*

Esta é, sem dúvida, a hipótese mais forte adotada. Através dela, podemos obter a probabilidade de que uma embarcação esteja ocupada pela multiplicação das probabilidades de ocupação dos outros servidores. A independência dos servidores tende a se verificar quando o sistema opera com taxas de utilização baixas. Quando essa taxa aumenta, a tendência é de que os servidores atuem de forma dependente. Um modelo de simulação será utilizado para verificar a validação dessa hipótese.

b) *Estimativa dos tempos de viagem e serviço*

Estamos considerando que as embarcações sempre partem de suas bases, nunca em rota de retorno. No caso de baixas taxas de utilização esta hipótese pode ser verificada. Contudo, em sistemas mais congestionados outros métodos de aproximação

devem ser utilizados, dada a maior probabilidade de que uma embarcação seja acionada em rota de retorno à base.

Não devemos nos esquecer também, que os sistemas de transporte marítimo estão sujeitos às condições climáticas representadas pela *condição de mar*. Sob certas condições de mar, as embarcações de apoio têm enorme dificuldade de navegação atrasando ou mesmo inviabilizando o atendimento. Estas situações podem ser previstas pela correta estimativa das probabilidades P_{ij} utilizadas na função objetivo do modelo. Contudo, se estas probabilidades mudarem exageradamente entre períodos do ano (inverno/verão, por exemplo), ou se obtém soluções para cada período ou se parte para soluções alternativas como a proposta por Repede e Bernardo (1994).

c) *Taxa de chamada estacionária*

Ao admitir que a taxa de surgimento de chamadas seja constante (não variando no tempo), estamos admitindo que não ocorre grande modificação nas operações realizadas pela plataforma, nem na sua própria localização. Como vimos no capítulo 2, os acidentes causados por *blowout* ocorrem geralmente em plataformas de perfuração. Tais plataformas, além de se movimentarem em curtos períodos de tempo, mudam a característica de operação com igual rapidez. Valores médios devem ser estimados para a taxa de acidentes para cada plataforma a partir do tempo gasto em cada operação e do risco envolvido. Contudo, como a localização da plataforma muda ao longo do tempo, somos obrigados a trabalhar em

pequenos horizontes de tempo ou admitir a localização "média" das plataformas (de fato, uma plataforma de perfuração nem sempre perfura um novo poço a grande distância do anterior).

5.5.5 Heurística proposta

O problema, tal como formulado, é de natureza não linear. Qualquer heurística de solução deve, inicialmente, resolver o conjunto de j equações não-lineares (5-22) para determinação das taxas de ocupação. Elas são resolvidas por métodos iterativos semelhantes aos propostos por Goldberg e Szidarovszky (1991) sempre considerando o fato de já serem conhecidas a ordem de preferência de cada plataforma por embarcações de atendimento.

A heurística proposta para solução do problema é baseada na sugerida por Vollmann et al. (1968) para o problema de alocação de espaços em um escritório. Trata-se de uma heurística de substituição de nós a partir de um critério de escolha do nó a ser substituído.

Os métodos iterativos para a solução das equações (5-22) calculam $\rho^{c+1} = f(\rho^c)$, onde $\rho^c = (\rho_1^c, \rho_2^c, \dots, \rho_n^c)$ é a c -ésima aproximação da solução e c é um contador do número de interações realizadas. Uma solução é finalmente aceita quando a diferença entre cada componente de ρ^{c+1} e ρ^c é menor que um certo valor definido de tolerância.

Goldberg e Szidarovszky (1991) apresentam dois métodos de solução para um sistema de equações não-lineares parecido com o nosso. Em um primeiro método, o valor de ρ^c é utilizado

no lado direito das equações (5-22), obtendo-se ρ^{c+1} . Para se acelerar a busca da solução através de um número menor de interações, utiliza-se o método de Seidel, em que cada interação utiliza $\rho_1^{c+1}, \rho_2^{c+1}, \dots, \rho_{j-1}^{c+1}, \rho_j^c, \dots, \rho_n^c$ para calcular ρ_j^{c+1} . Os autores demonstram a convergência do método para soluções iniciais escolhidas entre $[0,1]^n$ desde que a taxa de utilização total do sistema seja extremamente baixa.

O segundo método, apresenta uma convergência mais rápida que o anterior e sempre converge para uma solução no intervalo $[0,1]^n$.

Definindo:

$$S_{ij}(\rho_j) = \frac{\sum_i a_i (t_{ib_j} + TS_i) PC_{ij}}{(1 - \rho_j)} \quad (5-26)$$

temos, portanto:

$$\rho_j = \frac{S_{ij}(\rho_j)}{1 + S_{ij}(\rho_j)} \quad (5-27)$$

A expressão (5-27) é utilizada para a determinação das taxas de ocupação das embarcações. Utilizando a aproximação de Seidel, os autores demonstram que este método tem uma convergência mais rápida.

A heurística de solução que propomos para o problema, segue as etapas representadas na figura 5.4. A solução inicial pode partir, por exemplo, da obtida a partir do problema determinístico proposto na seção 5.3. No passo seguinte, que vem a ser o mais exigente do ponto-de-vista computacional, resolve-se o sistema de equações não-lineares por um dos dois métodos apresentados.

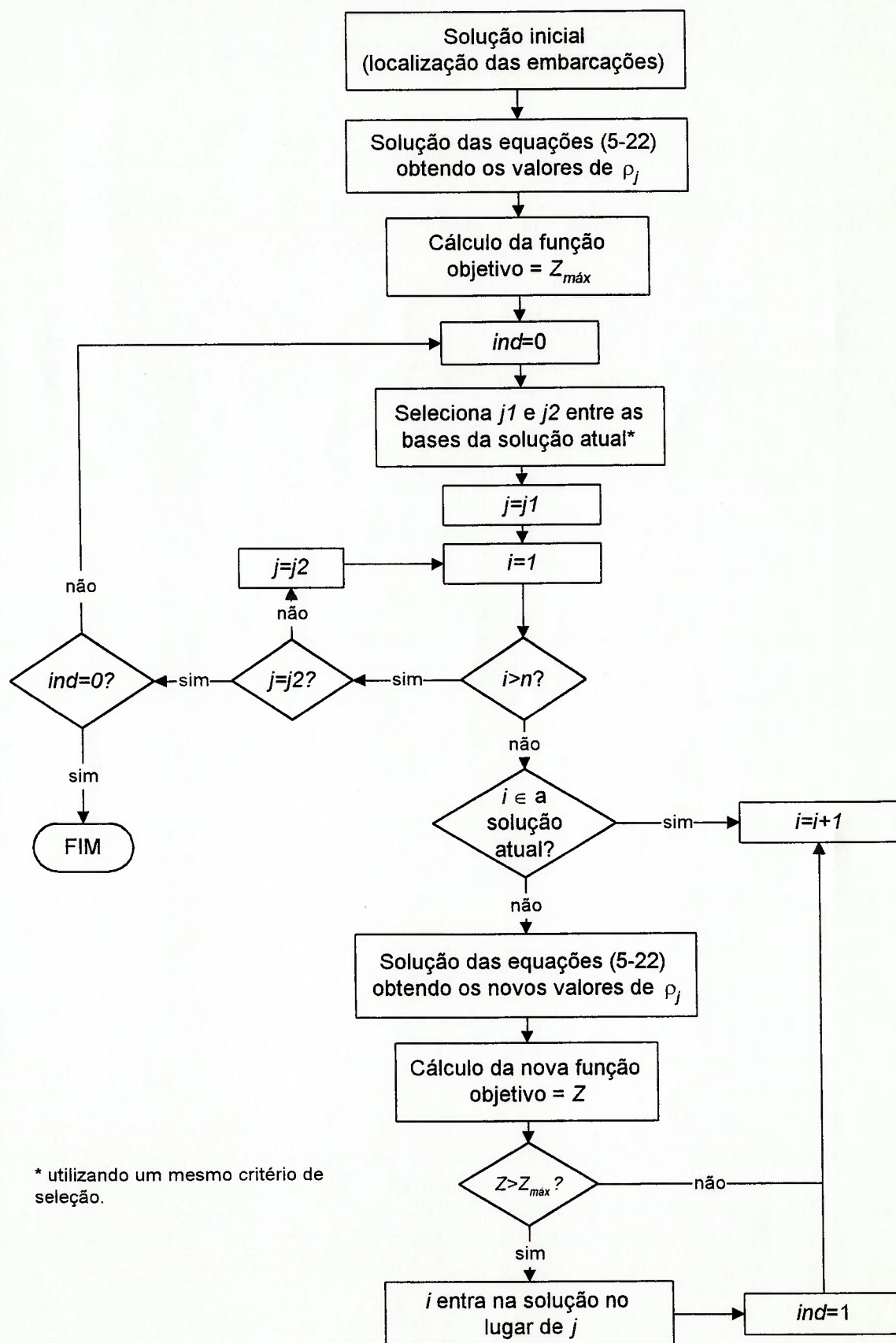


Figura 5.4: heurística proposta para solução do problema.

A seguir, duas embarcações são escolhidas entre as pertencentes à solução atual, para eventual troca com um local que não possui embarcação ainda. O critério de seleção das embarcações pode seguir duas regras distintas:

- menor contribuição em termos de cobertura na função objetivo;
- menor taxa de ocupação entre as embarcações da solução atual.

A segunda regra de seleção se justifica pelo fato de objetivar um maior equilíbrio entre as taxas de ocupação das embarcações, ao mesmo tempo em que, retirando da solução aquelas embarcações que têm uma taxa de ocupação menor tende a melhorar a função objetivo com novas embarcações que atendem uma parcela maior da demanda.

Uma vez escolhidas as embarcações candidatas a troca, elas são trocadas uma a uma com cada região ainda não utilizada na solução do problema. Dentre as trocas possíveis, escolhe-se aquela que causa melhora na função objetivo. Se nenhuma troca implica em melhora da função objetivo, o processo termina e a solução atual é considerada como a final.

5.6 Modelo de Simulação

Foi elaborado um modelo de simulação com o objetivo de se verificar a validade do modelo probabilístico proposto. O modelo segue um método de programação por eventos como está representado na figura 5.4. No diagrama de blocos da figura

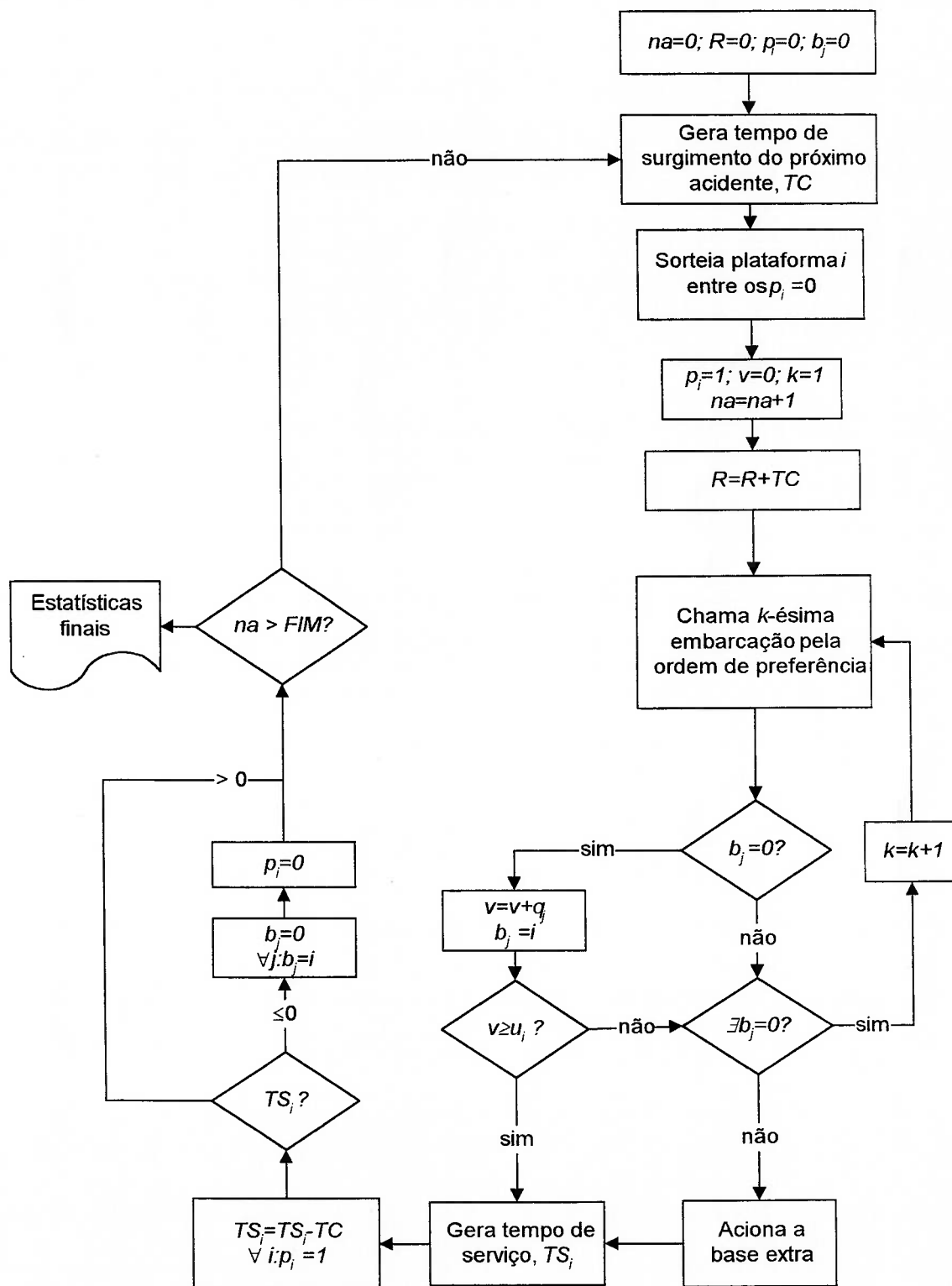


Figura 5.5: diagrama de blocos do modelo de simulação.

5.4, são utilizados alguns parâmetros:

na =contador do número de acidentes gerados;

R =relógio do tempo de simulação;

$p_i=1$, se a plataforma i está acidentada e 0, caso contrário;

$b_j=i$, se a embarcação j está ocupada atendendo a plataforma i e 0, se a embarcação j está livre;

TC =tempo entre acidentes sucessivos;

u_i =vazão necessária de água para atender a plataforma i ;

TS_i =tempo de serviço gasto para atender a plataforma i ;

FIM =número total de acidentes que devem ser gerados.

A figura 5.4 descreve apenas os eventos necessários para a simulação. Não estão representados as diversas variáveis utilizadas para armazenamento e cálculo das estatísticas que podem ser obtidas a partir da simulação. A partir do modelo de simulação proposto, podemos obter diversas estatísticas, entre elas, destacamos:

- tempo médio de viagem de cada embarcação;
- tempo médio de atendimento de acidentes de cada embarcação;
- tempo total em que a plataforma ficou acidentada;
- número de acidentes ocorridos em cada plataforma no período;
- número de vezes em que a plataforma foi atendida por cada embarcação;
- número de vezes em que cada plataforma recorreu a algum sistema de atendimento extra;
- vazão média utilizada pela embarcação extra;
- número de vezes em que a base extra foi acionada.

Basicamente, a cada acidente gerado na simulação, uma plataforma é selecionada a partir das frequências esperadas

de acidentes. A seguir, as embarcações necessárias para atendê-la são selecionadas considerando a ordem de preferência da plataforma e a disponibilidade da embarcação no momento do acidente. Se não existir um número suficientes de embarcações, a demanda é completada através do acionamento de uma base extra⁶. O tempo de duração do acidente é gerado a partir de uma distribuição de Weibull como descrita na seção 2.2.3. A plataforma e as embarcações envolvidas no acidente são ocupadas por este período de tempo. Para que a plataforma e as embarcações sejam liberadas, subtrai-se do tempo de duração do acidente, o tempo de surgimento do próximo acidente. Sendo este valor menor que ou igual a zero, a plataforma e as embarcações são liberadas, caso contrário um novo acidente é gerado e o processo se repete até que se tenha gerado o número de acidentes desejados.

⁶A base extra representaria um sistema fictício de atendimento, acionado quando não existem mais embarcações disponíveis para realizar o atendimento. As situações em que a base extra é acionada, equivalem àquelas em que o sistema não tem sucesso no seu objetivo de atendimento dos acidentes.

6 TESTES COMPUTACIONAIS

Neste capítulo serão apresentados os principais resultados computacionais obtidos a partir dos modelos propostos no capítulo 5 e a metodologia empregada para atingir esse fim.

6.1 Cenários

Para a análise do desempenho dos modelos propostos, foram construídos diversos "cenários". Cada cenário é constituído por um número de plataformas uniformemente distribuídas sobre uma dada região retangular. As plataformas têm características próprias de porte (demanda por lançamento de água em caso de acidente), função (perfuração ou produção) e freqüência de acidentes. O cenário possui um conjunto próprio de embarcações que podem realizar o atendimento, definidas pelo seu porte (medido pela capacidade de lançamento de água), custo (por capacidade de lançamento de água) e sua velocidade de cruzeiro.

Um programa em linguagem C foi desenvolvido para a geração automática dos cenários de análise. O programa gera cada cenário a partir da seguinte lista de parâmetros:

- região retangular ocupada pelas plataformas definida por seus lados axb ;
- número de plataformas de produção;
- número de plataformas de perfuração;
- freqüência de acidentes de produção;
- freqüência de acidentes de perfuração;

- número de plataformas de porte grande, médio e pequeno;
- demanda de água (m^3/h) das plataformas de porte grande, médio e pequeno;
- número de embarcações do tipo I, II e III;
- velocidade (nós) das embarcações do tipo I, II e III;
- capacidade de lançamento de água (m^3/h) das embarcações do tipo I, II e III;
- custo por capacidade de lançamento ($\$/m^3/h$) das embarcações do tipo I, II e III;
- tempo máximo permitido para o atendimento de cada fase;
- fração da demanda a ser atendida em cada fase.

A partir dos cenários gerados com o auxílio do programa, tem-se os dados necessários para a solução dos modelos determinístico e probabilístico.

Para a elaboração dos cenários, algumas informações necessárias não estavam disponíveis de modo adequado. Quando não se dispunha de informações precisas, foram elaboradas hipóteses e adotados valores aproximados. Em uma etapa posterior, uma análise de sensibilidade deverá indicar os efeitos decorrentes da alteração desses valores.

Inicialmente, foi estabelecido um *cenário base* a partir do qual foram criados novos cenários com o intuito não só de se realizar uma análise de sensibilidade adequada como, também, de se verificar a aplicabilidade do modelo para problemas de maior porte.

6.1.1 Número e características das plataformas

Considerou-se, para efeito de estudo, um cenário base com 60 plataformas igualmente distribuídas entre produção e perfuração. A partir desse cenário, considerou-se o aumento e a diminuição na participação de plataformas de perfuração, respectivamente para 40 e 20. Finalmente, considerou-se um cenário constituído de 120 plataformas, para análise das dificuldades esperadas ao se manipular um problema de porte maior.

Um cenário examinado foi a configuração prevista para a expansão da Bacia de Campos em um projeto de pesquisa desenvolvido no Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da EPUSP em 1987, sobre transporte de passageiros. Este cenário está representado na figura 6.1 e contém 72 plataformas.

As plataformas foram divididas em três tipos quanto à demanda de água necessária em caso de acidente¹: 48.000, 84.000 e 120.000 m³/h. Consideraram-se ainda mais dois cenários a partir do aumento de 25 e 50% desses valores.

6.1.2 Área ocupada

Analisando-se o mapa da Bacia de Campos representado na figura 6.1, podemos estimar a área ocupada pelas plataformas

¹A demanda da plataforma de porte grande foi considerada equivalente a 120.000 m³/h (seção 2.5) e as duas outras foram tomadas como 40% e 70% desse valor.

através do retângulo que limita a região, obtendo-se uma área equivalente a: $72 \text{ mn} \times 29 \text{ mn} = 2088 \text{ mn}^2$.

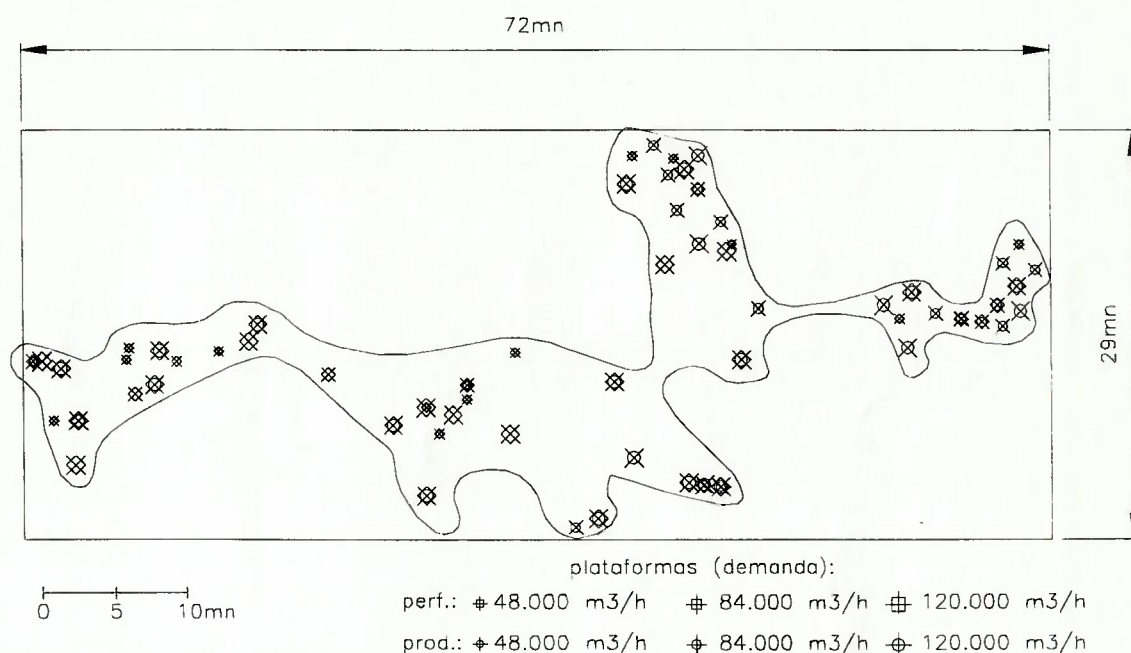


Figura 6.1: distribuição das plataformas utilizadas para o cenário da Bacia de Campos.

Para os cenários de 60 e 120 plataformas, a posição das plataformas foi gerada a partir de uma distribuição de probabilidades uniforme bidimensional, em uma região retangular proporcional à da Bacia de Campos, obtendo-se assim: $66 \text{ mn} \times 26 \text{ mn} = 1716 \text{ mn}^2$ para 60 plataformas e $93 \text{ mn} \times 37 \text{ mn} = 3441 \text{ mn}^2$ para 120 plataformas. Esse cenários estão representados nas figuras 6.2 e 6.3, respectivamente. Para o cenário da Bacia de Campos, considerou-se a localização real das plataformas e, para efeito de comparação, foi considerado um segundo cenário em que a posição das plataformas foi gerada de acordo com um distribuição de probabilidades uniforme bidimensional, em uma região retangular equivalente a $72 \text{ mn} \times 29 \text{ mn} = 2088 \text{ mn}^2$.

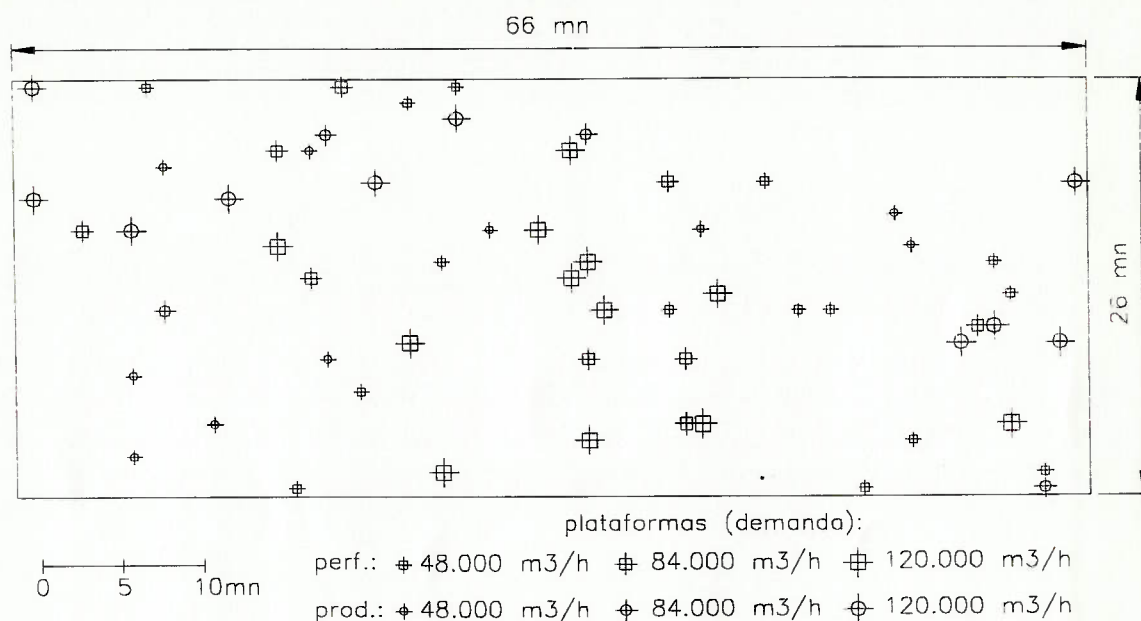


Figura 6.2: distribuição das plataformas utilizadas para o cenário base com 60 plataformas.

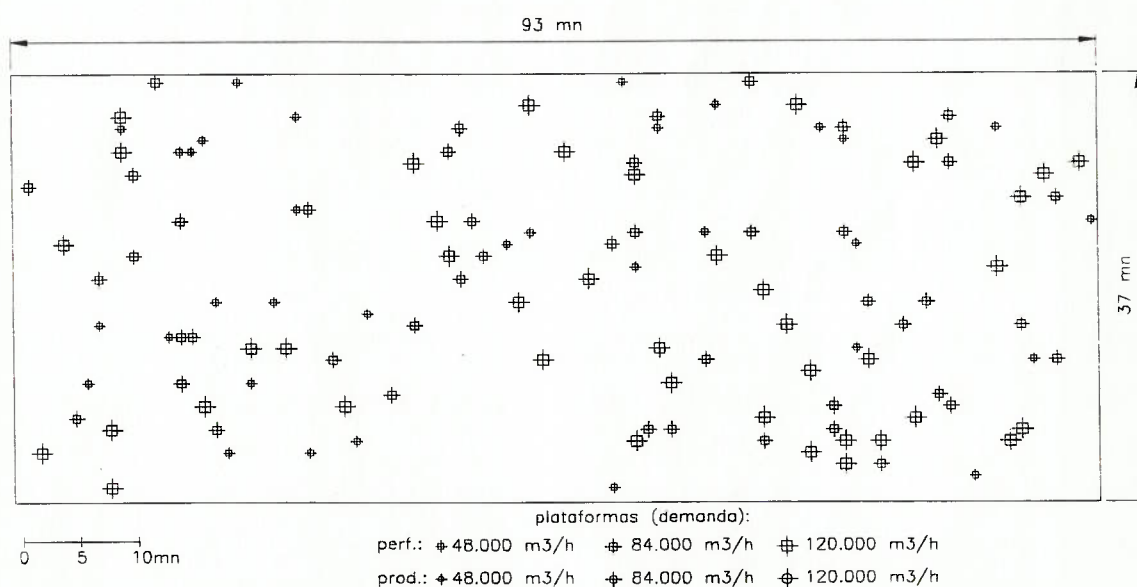


Figura 6.3: distribuição das plataformas utilizadas para o cenário com 120 plataformas.

Finalmente, considerou-se o efeito do aumento de 20% na área ocupada para o cenário de 60 plataformas.

6.1.3 Taxa de ocorrência de acidentes

De acordo com as informações apresentadas na subseção 2.5.2, as taxas de ocorrência de acidentes consideradas para os cenários foram:

- plataformas de perfuração: 0.033 acidentes/ano/plataforma;
- plataformas de produção: 0.0004 acidentes/ano/plataforma.

A partir do cenário base, considerou-se o efeito do aumento e a diminuição destes valores em 50%. Um terceiro cenário considera todas as plataformas com a mesma taxa de ocorrência de acidentes; neste caso, o valor adotado foi de 0.0167 acidentes/ano/plataforma, que é a média dos valores anteriormente adotados.

6.1.4 Tempo máximo de atendimento

No cenário base o tempo máximo permitido para atendimento foi de 90 minutos. Foram considerados cenários adicionais em que o tempo máximo permitido para atendimento pudesse assumir os valores: 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 140, 180 e 300 minutos.

O critério de cobertura em fases distintas, como discutido na seção 5.1, foi considerado através dos seguintes cenários adicionais:

- duas fases, a primeira em 60 minutos com 50% da demanda já disponível no local e a segunda em 90 minutos;
- três fases, a primeira em 60 minutos e demanda de 40%, a segunda em 75 minutos e demanda de 70% e a terceira em 90

minutos;

- três fases, a primeira em 50 minutos e demanda de 40%, a segunda em 70 minutos e demanda de 60% e a terceira em 90 minutos.

6.1.5 Características das embarcações

As embarcações consideradas foram os *fifi* tipo I, II e III descritos na seção 2.4. Para a estimativa da velocidade das embarcações, foi feito um levantamento da média de velocidade atingida por estas embarcações, obtendo-se assim, as velocidades de: 12, 13.2 e 13.4 nós, respectivamente para os *fifi* tipo I, II e III. Foi considerada a possibilidade de um aumento de 30% nestes valores.

Na falta de informações precisas quanto ao custo das embarcações, considerou-se que, devido a economia de escala, o custos por unidade de produção (no caso $\$/\text{m}^3/\text{h}$) manteriam uma relação de 1/0.9/0.8 para os *fifi* tipo I, II e III. Os valores utilizados para os custos foram²: 24, 48.6 e 57.6 $\$/\text{m}^3/\text{h}$, respectivamente, para os *fifi* tipo I, II e III. Considerou-se ainda a possibilidade no aumento da economia de escala, passando-se a relação de custos para 1/0.8/0.6 e outro cenário sem qualquer economia de escala.

Em um cenário foi considerada a possibilidade de embarcações especiais com as mesmas características dos *fifi*

²Por hipótese, admite-se que o custo é função apenas da capacidade de atendimento da embarcação. Desta forma, uma unidade monetária equivale ao custo unitário por m^3/h de uma embarcação do tipo I.

mas que pudessem atingir a velocidade de 25 nós.

Para efeito do cálculo da probabilidade do tempo de viagem estar dentro do tempo máximo permitido, P_{ibj} , como discutido na subseção 5.5.3, considerou-se, para efeito de cálculo, uma distribuição triangular do tempo de viagem como representada na figura 6.4.

A tabela 6.1 descreve, de maneira resumida, todos os cenários analisados.

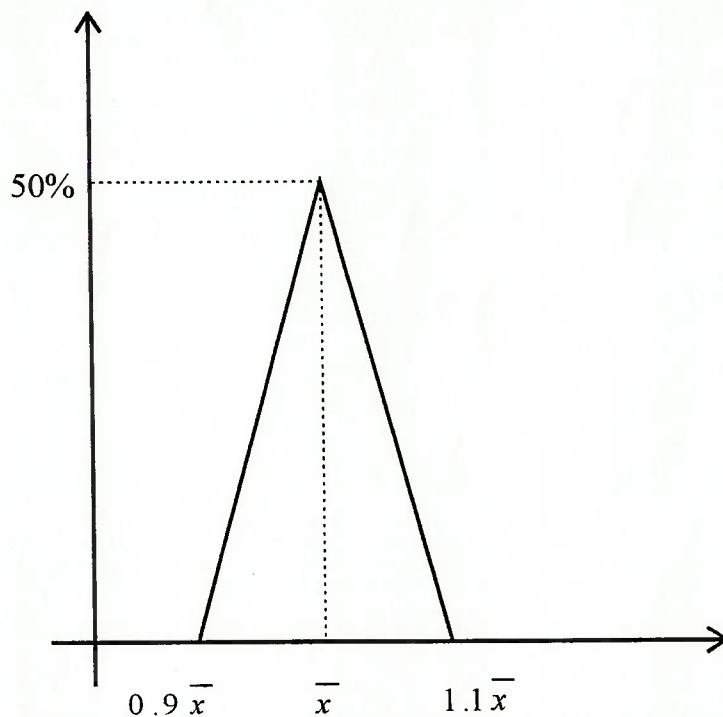


Figura 6.4: distribuição triangular adotada para a probabilidade do tempo de viagem.

Tabela 6.1: Descrição resumida dos cenários gerados.

Cenário	Descrição
60a	cenário base, uma fase de 90 minutos
60b	cenário base, sem economia de escala
60c	cenário base, economia de escala na relação 1/0.8/0.6
60d	cenário base, aumento de 25% na demanda das plataformas
60e	cenário base, aumento em 50% na demanda das plataformas
60f	cenário base, duas fases 60 (60% da demanda) e 90 min.
60g	cenário base, três fases 60 (40% da demanda), 75 (60% da demanda) e 90 min.
60h	cenário base, três fases 50 (40% da demanda), 70 (60% da demanda) e 90 min.
60i	cenário base, diminuição de 50% na taxa de acidentes por plataforma
60j	cenário base, aumento de 50% na taxa de acidentes por plataforma
60k	cenário base, 40 plataformas de perfuração e 20 de produção
60l	cenário base, 20 plataformas de perfuração e 40 de produção
60m	cenário base, mesma taxa de acidentes para todas as plataformas
60n	cenário base, aumento de 20% na área ocupada pelas plataformas
60o	cenário base, velocidade 30% maior
60p	cenário base, velocidade de 25 nós
60q	cenário base, uma embarcação por nó
120a	120 plataformas
120b	120 plataformas, uma embarcação por nó
72a	Bacia de Campos com as plataformas distribuídas uniformemente em uma área retangular equivalente
72b	configuração da Bacia de Campos
72c	configuração da Bacia de Campos, uma embarcação por nó

6.2 Implementação

6.2.1 Programas utilizados e desenvolvidos

Para a solução do modelo determinístico foi utilizado o pacote GAMS v2.25 para IBM-PC desenvolvido pela GAMS Corporation. O GAMS é um pacote para solução de problemas de programação linear ou não-linear, cuja principal característica é a de facilitar o uso de diferentes pacotes de solução a partir de um mesmo conjunto de parâmetros de entrada. Inicialmente, utilizou-se o pacote OSL v2.1 desenvolvido pela IBM. Posteriormente, devido a baixa eficiência deste pacote em problemas com grande número de variáveis inteiras, passou-se para outro pacote, no caso o CPLEX v3.0 desenvolvido pela CPLEX Inc.

Para cada cenário, com os resultados obtidos a partir do modelo determinístico, foi utilizado um programa desenvolvido em linguagem C (anexo A), para solução do modelo probabilístico e posterior simulação do cenário para comparação dos resultados.

6.2.2 Análise do desempenho computacional dos programas

O computador utilizado para todos os testes computacionais foi um Pentium com 16Mb de memória RAM. O compilador para linguagem C utilizado foi o WATCOM C32 v9.5, de 32 bits, desenvolvido pela WATCOM Corp.

a) *Modelo determinístico*

Tratando-se de um problema de programação linear inteira (onde as variáveis podem assumir apenas valores inteiros), a solução deve ser obtida ou pelo método "branch-and-bound" ou por alguma técnica mais eficiente do ponto de vista computacional como, por exemplo, a relaxação lagrangiana. Contudo, o CPLEX se mostrou um ótimo pacote para solução dos modelos. Além de encontrar uma solução inteira viável com relativa rapidez (em um tempo de processamento quase sempre inferior a 10 segundos, ou seja, com um número reduzido de interações), a solução ótima era encontrada com igual rapidez. Basicamente, a dificuldade de solução se restringiu a alguns cenários utilizando conjunto de cobertura³.

No total, 89 problemas foram resolvidos. Em apenas 3 problemas de conjunto de cobertura, não se encontrou a solução ótima; nestes três casos a diferença entre a solução ótima possível e a solução encontrada foi de, no máximo, 8.8%.

b) *Modelo probabilístico e simulação*

Neste caso, a parte mais crítica é a solução do conjunto de equações não lineares (5-22) apresentadas na subseção 5.5.3. Para solução destas equações, o programa deve construir

³Nestas situações, algumas técnicas próprias do CPLEX foram utilizadas, tais como: mudança do valor de corte para pesquisa da árvore, mudança dos critérios de seleção de nós da árvore, mudança do algoritmo de solução, etc. Como o desempenho do CPLEX é função direta da memória disponível para processamento, em alguns casos utilizou-se um computador Pentium com 32Mb de memória.

árvores de probabilidade semelhantes àquela representada na figura 5.3, para cada plataforma do cenário. Considerando-se um cenário com n plataformas e m embarcações, cada árvore tem, no pior caso, $2^{m+1}-1$ nós⁴. Somando-se todas as árvores, teríamos: $n(2^{m+1}-1)$ nós. Portanto, o problema é bem mais exigente quanto ao número de embarcações do que quanto ao número de plataformas. Apesar da manipulação de uma grande quantidade de memória, o programa é rápido a cada iteração da heurística (inferior a 30 segundos) e igualmente rápido na solução do problema.

6.3 Resultados Obtidos a partir do Modelo Determinístico

A tabela 6.2, a seguir, resume os resultados obtidos a partir dos modelos determinísticos. Para os cenários com uma única fase de atendimento no tempo máximo de 90 minutos, três modelos foram utilizados: conjunto de cobertura, cobertura reserva e cobertura reserva com a limitação de apenas uma embarcação por nó. Neste último caso, não foi utilizada a restrição (5-10) que obriga o atendimento de demanda para todos os nós.

Nos cenários com duas ou três fases, além dos modelos já descritos, incorporou-se também o modelo de cobertura reserva com diferentes fases de atendimento (subseção 5.4.5).

Dos 22 cenários gerados, em 14 a solução de cobertura reserva ocasionou alguma mudança na localização das

⁴Ver Tenebaum et al. (1990)

embarcações em relação ao modelo de cobertura. Apenas nos cenários com aumento de 30% na velocidade média (cenário 60o) e velocidade de 25 nós (cenário 60p), a solução obtida quando se acrescenta a restrição de, no máximo, uma embarcação por nó garante a cobertura de todos os nós.

6.3.1 Solução do cenário base

A solução inicial (cenário 60a) apresenta duas embarcações do tipo II e duas do tipo III. O custo desta solução é de 212.4 unidades monetárias. Os nós utilizados como localização para as embarcações são o 32 e o 34, como representado na figura 6.5. A função objetivo do modelo da cobertura reserva é de 1.88 e a localização das bases é a mesma. Pela figura 6.5, notamos que tais plataformas estão aproximadamente eqüidistantes do centro da região, cada uma no centro da metade do retângulo. Quando se limita a solução a apenas uma embarcação por nó, a função objetivo passa a 0.9987 (redução de 47%), indicando que nem todas as plataformas estão cobertas.

Tabela 6.2: resultados obtidos a partir dos modelos determinísticos.

Cenário	Modelo	Z	err (%)	Tipo			Custo (\$*10 ²)	q (m ³ /h)	Cq (\$/m ³ /h)	Localização das Embarcações		
				I	II	III				I	II	III
60a Uma fase de 90 min.	1.Cobertura	212,4000	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84			32, 34
	2.Cobertura Reserva	1,8800	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84			32, 34
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	0,9987	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84			32, 35
60b c:24/54/72 90 min	1.Cobertura c:24/54/72	252,0000	0,0%	0	2	2	252,00	25200	1,00			32, 34
	2.Cobertura Reserva c:24/54/72	1,8800	0,0%	0	2	2	252,00	25200	1,00			32, 34
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó c:24/54/72	0,9987	0,0%	0	2	2	252,00	25200	1,00			32, 35
60c c:24/43.2/43.2 90 min	1.Cobertura c:24/43.2/43.2	172,8000	0,0%	0	0	4	172,80	28800	0,60			32(2), 34(2)
	2.Cobertura Reserva c:24/43.2/43.2	2,1400	0,0%	0	0	4	172,80	28800	0,60			32(2), 34(2)
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó c:24/43.2/43.2	0,9987	0,0%	0	0	4	172,80	28800	0,60			17, 32, 34, 59
60d u*1.25 90 min	1.Cobertura u*1.25	276,0000	0,0%	1	4	1	276,00	31200	0,88		36	32, 34(3)
	2.Cobertura Reserva u*1.25	1,8100	0,0%	1	4	1	276,00	31200	0,88		36	34(3), 36
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó u*1.25	0,9974	0,0%	1	4	1	276,00	31200	0,88		43	32, 35, 36, 54
60e u*1.5 90 min	1.Cobertura u*1.5	310,4000	0,0%	0	4	2	309,60	36000	0,86			32(2), 34(2)
	2.Cobertura Reserva u*1.5	1,7900	0,0%	0	4	2	309,60	36000	0,86			32(2), 34(2)
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó u*1.5	0,9974	0,0%	0	4	2	309,60	36000	0,86			32, 35, 39, 54
60f Duas fases 60 e 90 min .5/1	1.Cobertura	326,4000	0,0%	4	0	4	326,40	38400	0,85		16, 37, 49, 51	34, 36
	2.Cobertura Reserva	2,0900	0,0%	4	0	4	326,40	38400	0,85		19, 27, 37, 49	32, 34
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	1,0000	0,0%	4	0	4	326,40	38400	0,85		36, 37, 49, 57	34, 36
	4.Cobertura Reserva considerando f.:5./25/.25	1,2500	0,0%	4	0	4	326,40	38400	0,85		36(2), 37, 49	5, 15, 20, 54
60g Três fases 60/75/90 .4/.6/1.0	1.Cobertura	309,0000	0,0%	2	3	2	309,00	35400	0,87		20, 24	37, 57
	2.Cobertura Reserva	1,7900	0,0%	2	3	2	309,00	35400	0,87		24, 29	8, 36, 52
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	1,0000	0,0%	2	3	2	309,00	35400	0,87		20, 24	5, 36, 52
	4.Cobertura Reserva considerando f.:5./25/.25	2,5000	0,0%	2	3	2	309,00	35400	0,87		24, 29	8, 32, 52
60h Três fases 50/70/90 .4/.6/1.0	1.Cobertura	340,8000	0,0%	7	0	3	340,80	38400	0,89		15,19,36,37,49(2),53	23, 27, 52
	2.Cobertura Reserva	1,6900	0,0%	7	0	3	340,80	38400	0,89		7,19,36,37,42,49,53	23, 27, 52
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	1,0000	0,0%	7	0	3	340,80	38400	0,89		19,24,36,37,41,49,53	23, 45, 52
	4.Cobertura Reserva considerando f.:5./25/.25	2,2100	0,0%	7	0	3	340,80	38400	0,89		7,19,36,37,41,49,53	23, 27, 52
60i di-50 %	1.Cobertura	212,4000	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84			32, 34
	2.Cobertura Reserva	1,7000	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84			32, 34
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	0,9994	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84			36, 37
60j di +50%	1.Cobertura	212,4000	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84			32, 34
	2.Cobertura Reserva	1,7000	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84			32, 34
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	0,9994	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84			36, 37
60k 40 prod 20 perf	1.Cobertura	212,4000	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84			32, 34
	2.Cobertura Reserva	1,7600	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84			32, 34
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	0,9991	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84			32, 34

Tabela 6.2: resultados obtidos a partir dos modelos determinísticos (continuação).

Cenário	Modelo	Z	err (%)	Tipo			Custo (\$*10 ²)	q (m ³ /h)	Cq (\$/m ³ /h)	Localização das Embarcações		
				I	II	III				I	II	III
60i 20 prod 40 perf	1.Cobertura	212,4000	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84		32, 34	32, 34
	2.Cobertura Reserva	1,7800	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84		32, 34	32, 34
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	0,9995	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84		32, 37	34, 36
60m Mesma prob 90 min.	1.Cobertura	212,4000	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84		32, 34	32, 34
	2.Cobertura Reserva	1,6600	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84		32, 34	32, 34
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	0,9800	0,0%	0	2	2	212,40	25200	0,84		17, 32	34, 36
+20% de área	1.Cobertura	316,8000	0,0%	6	0	3	316,80	36000	0,88		6, 12, 36, 52(2), 59	26, 31, 36
	2.Cobertura Reserva	1,6100	0,0%	6	0	3	316,80	36000	0,88		6, 36, 41(2), 52(2)	26, 36, 59
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	0,9994	0,0%	6	0	3	316,80	36000	0,88		6, 10, 40, 41, 52, 59	36, 47, 48
60o Velocidade 30% maior	1.Cobertura	211,2000	0,0%	4	0	2	211,20	24000	0,88		16(2), 28(2)	5, 28
	2.Cobertura Reserva	2,2700	0,0%	4	0	2	211,20	24000	0,88		28(2), 42(2)	28, 42
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	1,0000	0,0%	4	0	2	211,20	24000	0,88		19, 28, 34, 50	32, 37
60p Uma fase 25 nós	1.Cobertura	105,6000	0,0%	2	0	1	105,60	12000	0,88		11(2)	47
	2.Cobertura Reserva	1,4300	0,0%	2	0	1	105,60	12000	0,88		12(2)	20
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	1,0000	0,0%	2	0	1	105,60	12000	0,88		29, 47	12
60q um emb. por nó	1.Cobertura	259,2000	0,0%	6	0	2	259,20	28800	0,90		2, 7, 19, 35, 36, 43	32, 34
	2.Cobertura Reserva	2,0700	0,0%	6	0	2	259,20	28800	0,90		12, 35, 36, 38, 49, 54	32, 34
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	1,0000	0,0%	6	0	2	259,20	28800	0,90		2, 10, 19, 35, 37, 46	34, 36
120a	1.Cobertura	365,4000	0,0%	6	1	3	365,40	41400	0,88		4, 9(2), 66, 83(2)	116
	2.Cobertura Reserva	1,7173	0,0%	6	1	3	365,40	41400	0,88		13, 71, 76(2), 83(2)	61
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	0,9999	0,0%	6	1	3	365,40	41400	0,88		3, 9, 10, 15, 38, 66	116
120b uma emb. por nó	1.Cobertura	366,0000	0,0%	4	2	3	366,00	42000	0,87		3, 10, 26, 66	9, 116
	2.Cobertura Reserva	1,6300	0,0%	4	2	3	366,00	42000	0,87		3, 10, 38, 66	9, 116
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	1,0000	0,0%	4	2	3	366,00	42000	0,87		3, 10, 26, 66	9, 116
72a Campos Retangular	1.Cobertura	336,0000	0,0%	2	0	5	336,00	40800	0,82		33(2)	4, 21, 38, 49, 65
	2.Cobertura Reserva	1,9900	0,0%	2	0	5	336,00	40800	0,82		2, 10	27, 34, 47, 59, 66
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	1,0000	0,0%	2	0	5	336,00	40800	0,82		2, 48	21, 35, 38, 47, 60
72b Uma fase Campos	1.Cobertura	220,8000	0,0%	2	0	3	220,80	26400	0,84		18(2)	18, 48(2)
	2.Cobertura Reserva	1,5300	0,0%	2	0	3	220,80	26400	0,84		18(2)	21, 48(2)
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	0,9997	0,0%	2	0	3	220,80	26400	0,84		18, 19	17, 48, 49
72c Uma fase Campos	1.Cobertura	244,8000	0,0%	3	0	3	244,80	28800	0,85		18, 19, 50	17, 48, 49
	2.Cobertura Reserva	1,6700	0,0%	3	0	3	244,80	28800	0,85		18, 20, 50	21, 48, 49
	3.Cobertura Reserva uma embarcação por nó	1,0000	0,0%	3	0	3	244,80	28800	0,85		19, 20, 52	21, 48, 49

Obs: 1) Z= valor da função objetivo; 2) err=erro da solução obtida pelo *branch-and-bound* em relação à solução ótima;

3) Tipo I, II e III= respectivamente, o número de embarcações do tipo I, II e III utilizadas na solução; 4) Custo= custo total da solução

5) q: capacidade total de atendimento da solução; 6) Cq: custo por capacidade de atendimento da solução.

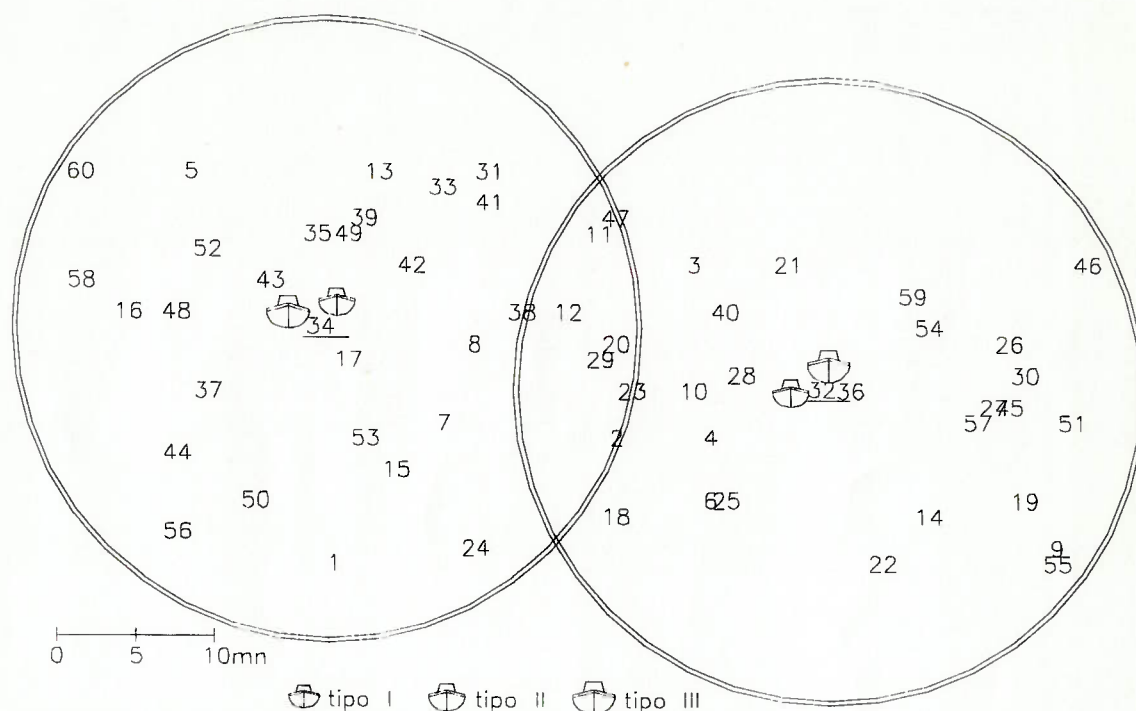


Figura 6.5: localização das embarcações no cenário base, obtida a partir do modelo de cobertura.

6.3.2 Efeito da economia de escala

Quando se retira a economia de escala (cenário 60b), a solução não se altera quanto ao número, o tipo e a localização das embarcações, mostrando que a necessidade de demanda é suficientemente alta de modo a compensar o uso de embarcações maiores.

Quando se aumenta a economia de escala (cenário 60c), verifica-se a tendência natural de escolha das embarcações do tipo III. Quando se limita o número de embarcações por nó, a solução se divide entre os nós 32, 34, 17 (que é adjacente ao nó 32) e 59 (que é adjacente ao nó 34), não havendo, portanto, alteração significativa na localização das embarcações em relação ao cenário base. Contudo, a nova

localização das embarcações não garante a cobertura para todas as plataformas, como pode ser visto pelo valor da função objetivo, que é menor do que um.

6.3.3 Aumento na demanda das plataformas

Um aumento de 25% na demanda por plataforma (cenário 60d), ocasiona um aumento de 23% no custo e de 19.2% na capacidade total disponível, enquanto um aumento de 50% na demanda (cenário 60f) representa um aumento de 31% no custo e de 30% na capacidade total. Quando se aumenta a demanda em 25% a solução possui uma embarcação do tipo I, quatro do tipo II e uma do tipo III. Observando-se a distribuição geográfica do resultado, verifica-se que, na plataforma 36 estão localizadas uma embarcação do tipo I e uma do tipo III, enquanto na plataforma adjacente 32 temos uma do tipo II. Estas três embarcações totalizam uma capacidade de 15.000 m³/h ou 48% da capacidade total. Quando se aumenta a demanda em 50%, a solução apresenta quatro embarcações do tipo II e duas do tipo III, distribuídas de modo que 50% da capacidade está localizada na plataforma 34 e os outros 50% entre as plataformas 32 e 36, indicando, novamente, pouca alteração na localização das plataformas.

6.3.4 Alteração nas fases de cobertura

A tabela 6.3 mostra o acréscimo no custo e na capacidade total de lançamento de água da frota quando se

impõe que haja restrições do atendimento da demanda da plataforma em fases diferentes, com tempo máximo igual ao do cenário base.

Tabela 6.3: variações nos resultados quando se aumenta o número de fases de atendimento.

Cenário	tempo (demanda atendida)	Δz	Δq	I	II	III
60f	60 (50%) e 90 min (100%)	35%	36%	4	0	4
60g	60 (40%), 75 (60%) e 90 min (100%)	31%	29%	2	3	2
60h	50 (40%), 70 (60%) e 90 min (100%)	38%	36%	7	0	3

Obs: 1) Δz : variação da função objetivo em relação ao cenário base. 2) Δq : variação da capacidade total em relação ao cenário base. 3) I, II, III: número de embarcações do tipo I, II e III, respectivamente.

A partir dos resultados apresentados na tabela anterior, podemos concluir que a solução do problema é sensível ao tempo e a demanda necessária de atendimento na primeira fase. No primeiro caso, a necessidade de que em 60 minutos se tenha 50% da demanda disponível é mais crítica (em termos do acréscimo na função objetivo) do que no segundo caso, em que nos primeiros 60 minutos devemos ter 40% da demanda disponível e numa fase intermediária de 75 minutos devemos ter 60% da demanda disponível para atendimento. Quando se reduz o tempo da primeira fase para 50 minutos e se mantém a demanda em 40%, temos a solução com maior custo de todos os casos analisados, mostrando a alta sensibilidade do problema aos tempos e demandas utilizadas para as fases iniciais de atendimento.

Quanto ao número e tipo de embarcação utilizada, nota-se que, quanto mais críticas forem as primeiras fases de atendimento, mais embarcações do tipo I são necessárias, de modo a atender melhor as diferentes demandas das plataformas. Paralelamente, os locais ocupados pelas bases tendem a se distribuir pela região, não ficando mais concentrados próximos aos nós 34 e 32. Assim, a frota tende a socorrer melhor as plataformas na primeira fase de cobertura.

Quando se utiliza o modelo que incorpora na função objetivo um peso associado à importância de cada fase de acidente, notamos que a solução tende a se centralizar ligeiramente em relação àquela obtida para o modelo do conjunto de cobertura. Para os cenários 60f, 60g e 60h, o valor adotado para o parâmetro f_{ik} foi de 0.5 para a primeira fase e 0.25 para as outras duas. No cenário 60f, as embarcações localizadas em 5, 16, 54, 15 e 51, que são nós mais afastados do centro, com a introdução dos pesos, são deslocadas para os nós 36, 7, 52 e 57, que são nós mais centrais. No cenário 60g, a embarcação do tipo II localizada em 5 é deslocada para o nó 32, ligeiramente mais central. As outras alterações na solução são pouco significativas. Para o cenário 60h, as alterações se resumem em duas embarcações do tipo I e, novamente, à exceção do deslocamento da embarcação do nó 49 para o nó 41, não há alteração significativa na solução.

6.3.5 Alteração do tempo máximo de atendimento

A tabela 6.4, resume os resultados obtidos para a variação do tempo máximo de atendimento (considerando-se apenas uma fase). A figura 6.6 relaciona o custo necessário para que seja garantida a cobertura de todas as plataformas e o tempo máximo de atendimento.

Pela figura 6.6, notamos que, quando o tempo máximo de atendimento cai de 90 para 60 minutos, o custo total do sistema se eleva em 95%. Passando de 60 para 30 minutos, o aumento é de 253% no custo total. Isto se deve basicamente à baixa velocidade em que operam os *fifi* (entre 12 e 13.4 nós). Quando o tempo máximo cai abaixo de 20 minutos, temos a situação em que, praticamente, cada plataforma deve ter a sua própria frota de atendimento. Os casos de 40, 30 e 20 minutos são aqueles em que o CPLEX não conseguiu obter a solução ótima.

Tabela 6.4: variação do tempo máximo de atendimento.

T _{máx} (min)	Z	err (%)	Tipo			Custo (\$*10 ⁻²)	q (m ³ /h)	C _q (\$/m ³ /h)
			I	II	III			
20	2308,2	4.9%	22	7	25	2308,2	270600	0,85
30	1459,8	8.8%	9	9	14	1459,8	171000	0,85
40	823,8	3.1%	5	5	8	823,8	96600	0,85
50	554,4	0.0%	3	4	5	554,4	64800	0,86
60	413,4	0.0%	8	1	3	413,4	46200	0,89
70	364,8	0.0%	8	0	3	364,8	40800	0,89
80	316,8	0.0%	6	0	3	316,8	36000	0,88
90	212,4	0.0%	0	2	2	212,4	25200	0,84
100	211,2	0.0%	4	0	2	211,2	24000	0,88
110	211,2	0.0%	4	0	2	211,2	24000	0,88
120	211,2	0.0%	4	0	2	211,2	24000	0,88
140	211,2	0.0%	4	0	2	211,2	24000	0,88
150	187,2	0.0%	3	0	2	187,2	21600	0,87
180	105,6	0.0%	2	0	1	105,6	12000	0,88
300	105,6	0.0%	2	0	1	105,6	12000	0,88

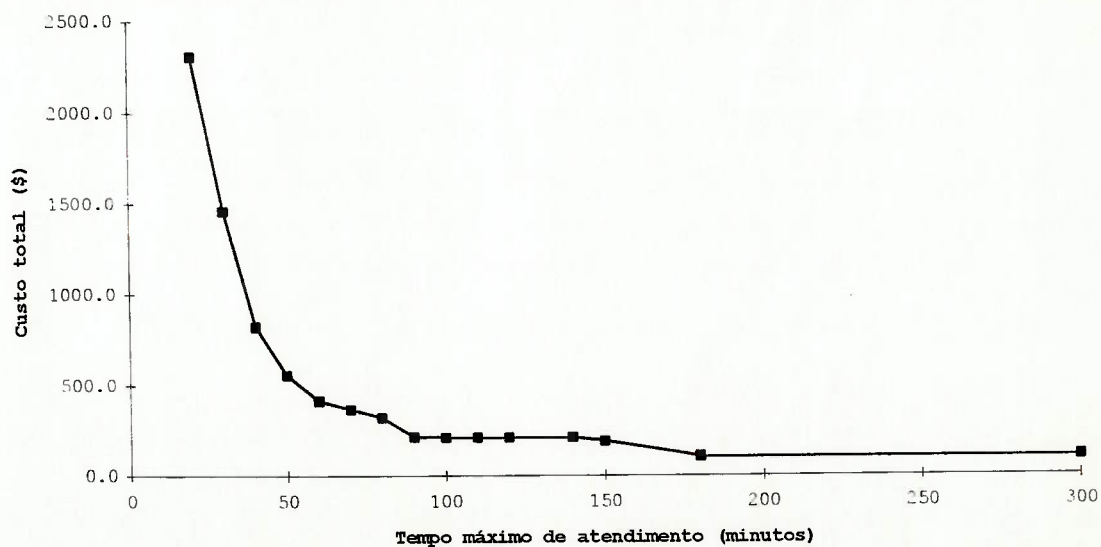


Figura 6.6: variação do custo total em função do tempo de atendimento.

6.3.6 *Variação na função das plataformas*

O aumento do número de plataformas de perfuração em relação ao número de plataformas de produção (cenário 60l) não causa mudanças nas soluções obtidas pelo cenário base, exceto quando se limita o número de embarcações por nó. Neste caso, uma embarcação do tipo II que estava na base 35 passa para a 37 (adjacente a 35).

Quando se diminui o número de plataformas de perfuração de 30 para 20 (cenário 60k), apenas a solução de cobertura reserva com restrição no número de embarcações por plataforma é alterada, tendo a embarcação do tipo II se deslocado do nó 35 para o nó adjacente 34 e a embarcação do tipo III do nó 37 para o nó adjacente 34.

Este resultado reforça a idéia da baixa sensibilidade dos modelos determinísticos de cobertura ao aumento ou diminuição da freqüência de acidentes.

6.3.7 *Aumento na velocidade e embarcação especial de 25 nós.*

Quando se aumenta a velocidade das embarcações⁵ em 30% (cenário 60o), a redução no custo do sistema é de apenas 0.09%. As duas embarcações do tipo II são substituídas por quatro embarcações do tipo I, ocasionando uma redução na capacidade total de 4.8%. Nota-se, também, que a solução se

⁵Mantidos os mesmos custos unitários das embarcações.

distribui entre os nós 32 e 42, onde o nó 42 é próximo ao 34, pertencente a solução do cenário base. A função objetivo do modelo da cobertura reserva aumenta em 17%, conseqüência do maior número de nós que as embarcações podem atender.

Foi estudado um cenário alternativo em que todas as embarcações têm velocidade de 25 nós (cenário 60p). Neste caso, a redução no número de embarcações é significativa, sendo a solução final composta de duas embarcações do tipo I e uma do tipo III, totalizando uma capacidade de 120.000 m³/h. Esta capacidade é equivalente à demanda encontrada nas maiores plataformas do cenário. Quando a velocidade aumenta nesta proporção, existem diversas alternativas ótimas para a localização das embarcações, dado que o raio de cobertura de cada embarcação é elevado. Assim, a solução encontrada de utilização do nó 11 com duas embarcações do tipo I e do nó 47 com uma do tipo III pode ser substituída por diversas outras localizações relativamente fáceis de se encontrar por simples inspeção.

Apesar do aumento no número de nós que podem ser cobertos, há pouca oferta de embarcações para atendimento reserva; assim, a função objetivo do modelo de cobertura reserva sofre uma redução de 24%, conseqüência direta da redução de 53% na capacidade de atendimento total do sistema.

A partir destes resultados, analisamos qual deveria ser a relação de custo entre as embarcações *fifi* e as de 25 nós de velocidade para que estas se tornassem economicamente viáveis. A tabela 6.5 a seguir, resume os resultados obtidos.

Tabela 6.5: efeito da relação dos custos entre embarcações convencionais e especiais.

c_{1+3}/c_1	Z	Tipo						q (m ³ /h)
		I	II	III	IV	V	VI	
1.6	169.0	0	0	0	2	0	1	12000
1.7	179.5	0	0	0	2	0	1	12000
1.8	190.1	0	0	0	2	0	1	12000
1.9	200.6	0	0	0	2	0	1	12000
2.0	211.2	0	0	2	2	0	0	19200
2.1	212.4	0	2	2	0	0	0	25200
2.2	212.4	0	2	2	0	0	0	25200

Obs: 1) as embarcações tipo I, II e III são *fifi* convencionais. As embarcações tipo IV, V e VI são as *fifi* equivalentes com 25 nós. 2) $c_1/c_{1,i}$: relação de custo entre as embarcações convencionais e especiais.

Analisando a tabela 6.5, percebe-se que, enquanto o custo das embarcações especiais de 25 nós for aproximadamente menor ou igual a 1.9 vezes o custo das embarcações convencionais, apenas aquelas embarcações são utilizadas. Quando esta relação é igual a 2.0, a solução ótima é composta pelos dois tipos de embarcação e, quando a relação sobe para 2.1, somente embarcações *fifi* convencionais são escolhidas.

6.3.8 Efeito da limitação do número de embarcações por nó

Quando acrescentamos ao modelo a restrição de uma embarcação por nó (cenário 60q), o custo da solução do conjunto de cobertura tem um aumento de 22% e a capacidade total de atendimento do sistema tem um aumento de 14%. A solução apresenta 6 embarcações do tipo I e duas do tipo III, indicando uma grande alteração do perfil da frota em relação ao cenário base. O valor da função objetivo do modelo de cobertura reserva é de 2.07, ou 10% maior que o cenário base.

6.3.9 120 plataformas

Quando se aumenta o número de plataformas para 120 (cenário 120a), o número total de embarcações aumenta de 4 para 10. O custo total aumenta de 72% e a capacidade total de atendimento de 64%. As embarcações se distribuem pela região como se nota pela figura 6.7. Neste caso, o aumento do número de embarcações está diretamente relacionado ao atendimento de uma região geograficamente maior.

Quando se introduz a restrição de apenas uma embarcação por nó (cenário 120b), o aumento no custo total em relação ao cenário anterior é de apenas 0.1%. Contudo, o número total de embarcações diminui para 9. Em relação ao cenário 120a, a nova frota tem duas embarcações a menos do tipo I e uma a mais do tipo II. Estes resultados, em conjunto com os resultados do cenário 60q (60 plataformas com a restrição de uma embarcação por nó), mostram a sensibilidade do perfil da frota em relação ao número máximo de embarcações que podem ser localizadas em um mesmo nó.

6.3.10 Configuração da Bacia de Campos

Quando se considera a localização das plataformas da Bacia de Campos (cenário 72b), os resultados obtidos guardam semelhanças àqueles encontrados no cenário base. A solução possui duas embarcações do tipo I e três embarcações do tipo III, representando uma capacidade total de 26.400 m³/h. Como representado na figura 6.8, as embarcações estão localizadas

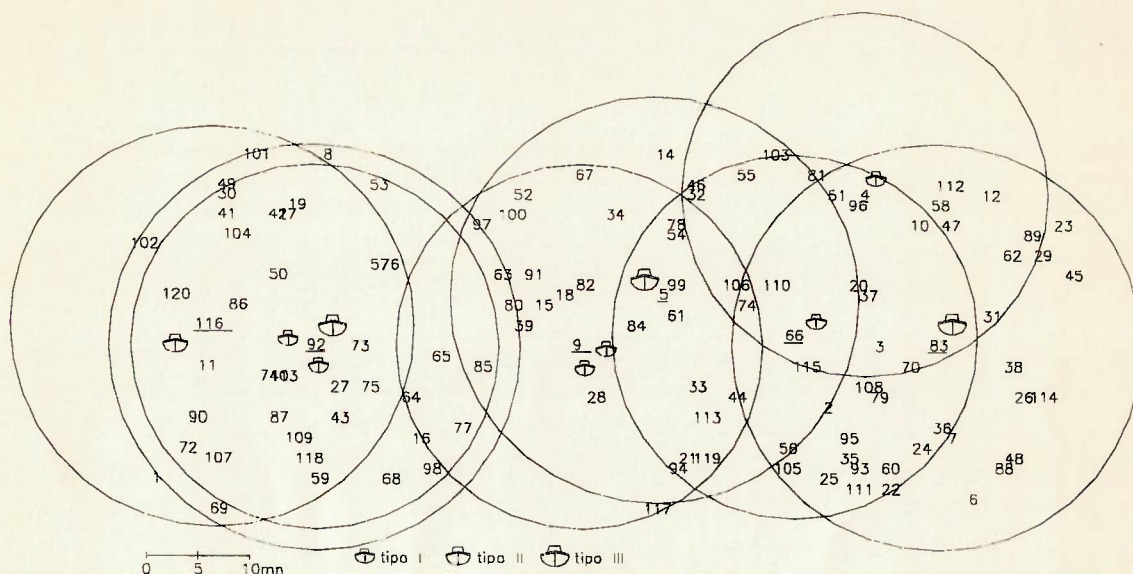


Figura 6.7: localização das embarcações no cenário com 120 plataformas (cenário 120a), obtida a partir do modelo determinístico.

entre os nós 18 e 48.

Para efeito de comparação, um cenário equivalente foi elaborado, onde as 72 plataformas foram uniformemente distribuídas em uma área retangular equivalente (cenário 72a). Neste caso, houve um aumento de 52% no custo e de 55% na capacidade total, indicando que a utilização da região retangular é mais crítica.

Quando se impõe a restrição de uma embarcação por nó, (cenário 72c), o aumento no custo total é de 11% decorrente do emprego de mais uma embarcação do tipo I.

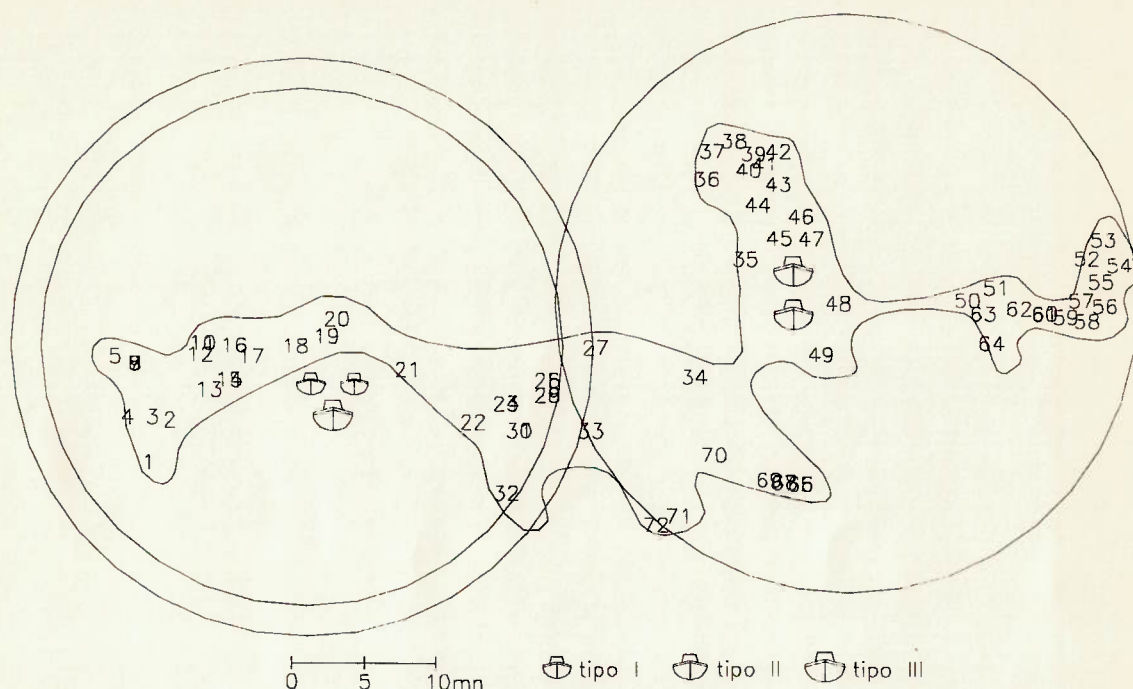


Figura 6.8: localização das embarcações do cenário da Baía de Campos (cenário 72b), obtida a partir do modelo de cobertura.

6.4 Resultados Obtidos a partir do Modelo Probabilístico e da Simulação

6.4.1 Avaliação do modelo probabilístico por meio da simulação

Na seção anterior, através da aplicação dos modelos determinísticos, obteve-se, para cada cenário, o perfil da frota e a sua localização. Agora, partindo dessas soluções, utilizaremos o modelo probabilístico para estimar as taxas de ocupação das embarcações e verificar a existência de alguma melhora possível na localização das embarcações. Finalmente, o modelo de simulação será utilizado para se verificar a qualidade dos valores encontrados pelo modelo probabilístico

e, em particular, a adequabilidade da hipótese de independência.

No anexo B, temos representada a tabela B.1 que relaciona todos os resultados obtidos para as taxas de utilização das embarcações, quando se aplica o modelo probabilístico em três situações distintas:

- 1) utilizando como localização das embarcações a solução obtida a partir de cada modelo determinístico⁶ aplicado no cenário;
- 2) partindo da solução anterior e aplicando a heurística com a menor cobertura como critério de seleção e simulação da configuração final obtida pela heurística;
- 3) idem, aplicando a heurística com a menor taxa de utilização como critério de seleção e simulação da configuração final obtida pela heurística.

O erro médio do modelo probabilístico em relação à simulação foi estimado por:

$$errm = \frac{\sum_j |\rho_{js} - \rho_{jm}|}{\sum_j \rho_{js}} \quad (6-1)$$

onde:

ρ_{js} = taxa de utilização calculada pela simulação para a embarcação localizada em j ;

ρ_{jm} = taxa de utilização calculada pelo modelo probabilístico

⁶Os modelos determinísticos utilizados foram: 1) cobertura; 2) cobertura reserva; 3) cobertura reserva limitada a uma embarcação por nó e 4) cobertura reserva ponderando as fases de atendimento na função objetivo (este último caso, apenas para os cenários 60f, 60g, 60h).

para a embarcação localizada em j .

A tabela 6.6 relaciona os valores médios das taxas de utilização de cada cenário, o erro do valor médio da taxa média de utilização do modelo probabilístico em relação à simulação, o erro médio em relação à simulação (calculado pela expressão 6-1), o valor da função objetivo para os três casos e o número de iterações necessárias para cada heurística.

O erro médio estimado pela expressão (6-1) foi de 1.3% em média. Quando se compara apenas a média dos ρ_j obtidos pelo modelo probabilístico com a média dos ρ_j obtidos pela simulação, a média desse erro é de 0.8%. Portanto, tais valores estão concordantes com o que se discutiu no capítulo 5, ou seja para um sistema com baixa taxa de utilização, a hipótese de independência de servidores ainda se verifica.

Para se analisar o comportamento do erro médio estimado pela expressão (6-1) quando se aumenta a taxa de utilização média das embarcações, todos os modelos com 60 plataformas foram recalculados aumentando-se a taxa de média de utilização das embarcações. A figura 6.9, a seguir, representa os valores obtidos para o erro médio em 257 casos analisados. Pela figura 6.9, notamos uma tendência de crescimento do erro médio em função da taxa média de utilização, alcançando 6.7% quando esta é aproximadamente igual 0.60. Este erro volta a cair quando o sistema se aproxima de uma taxa média de utilização de 0.80. Nesta situação, a maior parte do atendimento é realizado por embarcações externas ao sistema. Isto corresponde ao fato de

que, para taxas de utilização mais altas, o efeito da cooperação entre servidores se torna mais acentuado e a hipótese de independência adotada no modelo compromete a solução obtida. Quando a taxa de utilização atinge um valor próximo a 0.80, o erro médio encontrado é novamente baixo, pois, neste caso, a maior parte do atendimento é realizado pelas embarcações externas ao sistema.

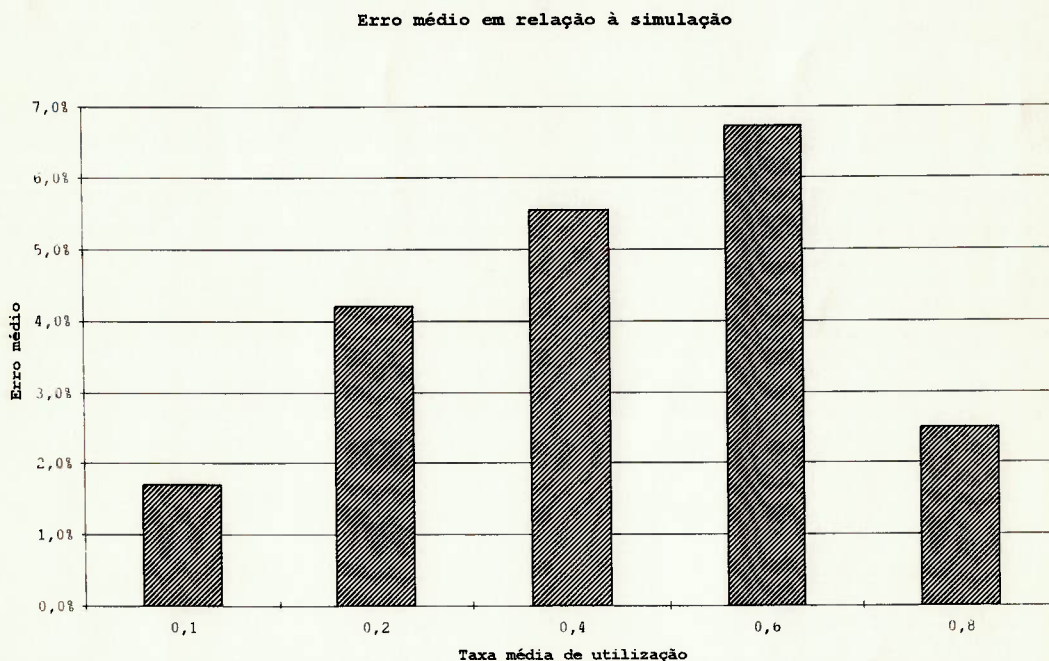


Figura 6.9: erro médio obtido quando se aumenta a taxa média de utilização das embarcações.

Tabela 6.6: comparação de desempenho entre a solução dos modelos determinísticos, probabilísticos e a simulação. 190

cenário	critério de seleção utilizado pela heurística													diferenças relativas		
	menor cobertura							menor ρ_i						$(z_r - z_c)/z_r$	$(z_c - z_{det})/z_{det}$	$(z_r - z_{det})/z_{det}$
	z_{det}	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	errm	z_c	int	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	errm	z_r	int	z_r	z_{det}	z_{det}
60a1	0,981	0,011	0,011	1,1%	1,0%	0,986	3	0,011	0,011	1,1%	1,0%	0,986	3	0,0%	0,5%	0,5%
60a2	0,981	0,011	0,011	1,1%	1,0%	0,986	3	0,011	0,011	0,0%	1,1%	0,986	3	0,0%	0,5%	0,5%
60a3	0,891	0,012	0,011	1,2%	0,8%	0,984	3	0,891	0,011	0,5%	1,0%	0,984	3	0,0%	10,4%	10,4%
60b1	0,981	0,012	0,011	1,2%	1,3%	0,986	3	0,012	0,011	0,5%	1,4%	0,986	3	0,0%	0,5%	0,5%
60b2	0,981	0,012	0,011	1,2%	1,3%	0,986	3	0,012	0,011	0,5%	1,4%	0,986	3	0,0%	0,5%	0,5%
60b3	0,891	0,012	0,011	1,2%	0,8%	0,984	3	0,011	0,011	0,5%	1,0%	0,984	3	0,0%	10,4%	10,4%
60c1	0,982	0,012	0,011	0,5%	1,9%	0,986	2	0,012	0,011	0,5%	1,9%	0,986	2	0,0%	0,4%	0,4%
60c2	0,982	0,012	0,011	0,5%	1,9%	0,986	2	0,012	0,011	0,5%	1,9%	0,986	2	0,0%	0,4%	0,4%
60c3	0,918	0,012	0,011	1,2%	1,3%	0,958	2	0,011	0,011	0,5%	1,3%	0,958	2	0,0%	4,3%	4,3%
60d1	0,897	0,011	0,011	1,1%	1,0%	0,988	5	0,011	0,011	0,4%	1,2%	0,988	5	0,0%	10,1%	10,1%
60d2	0,897	0,010	0,010	1,0%	2,1%	0,988	3	0,010	0,010	1,0%	2,1%	0,988	3	0,0%	10,0%	10,0%
60d3	0,775	0,011	0,011	1,1%	1,8%	0,941	3	0,011	0,011	0,5%	1,5%	0,941	3	0,0%	21,5%	21,5%
60e1	0,981	0,010	0,010	1,0%	1,6%	0,988	2	0,010	0,010	0,1%	1,7%	0,988	2	0,0%	0,7%	0,7%
60e2	0,814	0,012	0,012	1,2%	1,5%	0,954	3	0,012	0,012	0,6%	1,5%	0,954	3	0,0%	17,2%	17,2%
60e3	0,775	0,011	0,011	1,1%	1,8%	0,941	3	0,011	0,011	0,5%	1,5%	0,941	3	0,0%	21,5%	21,5%
60f1	0,905	0,007	0,007	0,7%	1,3%	0,996	4	0,007	0,007	0,4%	1,3%	0,996	4	0,0%	10,0%	10,0%
60f2	0,990	0,007	0,007	0,7%	1,4%	0,995	4	0,007	0,007	0,4%	1,2%	0,995	4	0,0%	0,5%	0,5%
60f3	0,954	0,007	0,007	0,7%	1,6%	0,997	4	0,007	0,007	0,4%	1,5%	0,997	4	0,0%	4,5%	4,5%
60f4	0,991	0,007	0,006	0,3%	1,3%	0,996	4	0,007	0,006	0,3%	1,3%	0,996	4	0,0%	0,5%	0,5%
60g1	0,954	0,009	0,009	0,9%	0,9%	0,996	4	0,009	0,009	0,8%	1,0%	0,996	3	-0,1%	4,5%	4,4%
60g2	0,873	0,009	0,009	0,9%	1,2%	0,997	5	0,009	0,009	0,9%	1,6%	0,997	5	0,0%	14,2%	14,2%
60g3	0,872	0,009	0,009	0,9%	1,5%	0,995	4	0,009	0,009	0,3%	1,3%	0,995	4	0,0%	14,1%	14,1%
60g4	0,953	0,009	0,009	0,9%	1,6%	0,995	4	0,009	0,009	0,7%	1,3%	0,994	3	-0,1%	4,4%	4,3%
60h1	0,938	0,006	0,006	0,6%	1,8%	0,995	3	0,007	0,006	0,5%	1,5%	0,996	4	0,1%	6,1%	6,2%
60h2	0,942	0,006	0,006	0,6%	1,7%	0,996	5	0,006	0,006	0,3%	1,5%	0,997	6	0,0%	5,7%	5,7%
60h3	0,941	0,006	0,006	0,6%	2,5%	0,998	10	0,006	0,006	0,7%	1,4%	0,996	5	-0,2%	6,1%	5,8%
60h4	0,942	0,006	0,006	0,6%	1,1%	0,995	4	0,006	0,006	0,3%	1,6%	0,996	5	0,1%	5,7%	5,8%
60i1	0,990	0,006	0,006	0,6%	0,7%	0,992	3	0,006	0,006	0,0%	0,5%	0,992	3	0,0%	0,2%	0,2%
60i2	0,990	0,006	0,006	0,6%	0,7%	0,992	3	0,006	0,006	0,0%	0,5%	0,992	3	0,0%	0,2%	0,2%
60i3	0,921	0,006	0,006	0,6%	0,4%	0,991	2	0,006	0,006	0,1%	0,6%	0,991	2	0,0%	7,6%	7,6%
60j1	0,973	0,017	0,017	1,7%	0,8%	0,979	2	0,017	0,017	1,7%	0,8%	0,979	2	0,0%	0,7%	0,7%
60j2	0,973	0,017	0,017	1,7%	0,8%	0,979	2	0,017	0,017	1,7%	0,8%	0,979	2	0,0%	0,7%	0,7%
60j3	0,905	0,017	0,017	1,7%	0,7%	0,979	2	0,017	0,017	0,2%	0,9%	0,979	2	0,0%	8,2%	8,2%
60k1	0,986	0,008	0,008	0,8%	0,4%	0,990	3	0,008	0,008	0,2%	0,8%	0,990	4	0,0%	0,3%	0,3%
60k2	0,986	0,008	0,008	0,8%	0,4%	0,990	3	0,008	0,008	0,2%	0,8%	0,990	4	0,0%	0,3%	0,3%
60k3	0,848	0,008	0,008	0,8%	0,7%	0,987	2	0,008	0,008	0,0%	0,5%	0,987	2	0,0%	16,4%	16,4%
60l1	0,979	0,015	0,015	1,5%	1,0%	0,983	3	0,015	0,015	0,1%	1,0%	0,983	4	0,0%	0,4%	0,4%
60l2	0,979	0,015	0,015	1,5%	1,0%	0,983	3	0,015	0,015	0,1%	1,0%	0,983	4	0,0%	0,4%	0,4%
60l3	0,923	0,015	0,015	1,5%	0,6%	0,981	3	0,015	0,015	0,0%	0,6%	0,981	3	0,0%	6,3%	6,3%
60m1	0,924	0,011	0,011	1,1%	0,9%	0,924	1	0,011	0,011	0,0%	0,3%	0,924	1	0,0%	0,0%	0,0%

Tabela 6.6: comparação de desempenho entre a solução dos modelos determinísticos, probabilísticos e a simulação. (cont.)

cenário	critério de seleção utilizado pela heurística												diferenças relativas			
	menor cobertura						menor ρ_j						$(z_r - z_c)/z_r$	$(z_c - z_{det})/z_{det}$	$(z_r - z_{det})/z_{det}$	
	z_{det}	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	errm	z_c	int	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	errm	z_r	int	z_r	z_{det}	z_{det}
60m2	0,924	0,011	0,011	1,1%	0,9%	0,924	1	0,011	0,011	0,0%	0,3%	0,924	1	0,0%	0,0%	0,0%
60m3	0,883	0,011	0,011	1,1%	0,7%	0,901	2	0,011	0,011	0,3%	0,7%	0,888	2	-1,4%	2,0%	0,6%
60n1	0,793	0,007	0,007	0,7%	1,0%	0,961	6	0,007	0,007	0,1%	0,8%	0,922	4	-4,1%	21,2%	16,3%
60n2	0,865	0,006	0,006	0,1%	1,1%	0,945	3	0,006	0,006	0,1%	1,1%	0,945	3	0,0%	9,3%	9,3%
60n3	0,828	0,007	0,007	0,7%	1,3%	0,898	3	0,007	0,007	0,4%	0,8%	0,882	3	-1,8%	8,4%	6,5%
60o1	0,972	0,010	0,010	1,0%	2,2%	0,995	3	0,010	0,010	0,2%	1,5%	0,995	4	0,0%	2,4%	2,4%
60o2	0,993	0,010	0,010	1,0%	1,5%	0,994	2	0,010	0,010	0,1%	1,6%	0,995	5	0,1%	0,1%	0,2%
60o3	0,936	0,011	0,011	1,1%	1,3%	0,994	3	0,011	0,011	0,6%	1,1%	0,994	4	0,0%	6,1%	6,1%
60p1	0,940	0,019	0,019	0,6%	2,3%	0,963	4	0,019	0,019	0,6%	2,3%	0,963	4	0,0%	2,4%	2,4%
60p2	0,960	0,019	0,019	0,6%	2,3%	0,963	3	0,019	0,019	0,6%	2,3%	0,963	3	0,0%	0,3%	0,3%
60p3	0,939	0,021	0,020	2,1%	1,6%	0,960	4	0,021	0,020	0,4%	1,1%	0,960	4	0,0%	2,2%	2,2%
60q1	0,983	0,009	0,009	0,9%	1,6%	0,989	3	0,009	0,009	0,7%	1,5%	0,989	3	0,0%	0,6%	0,6%
60q2	0,987	0,009	0,009	0,9%	1,9%	0,990	3	0,009	0,009	0,7%	1,9%	0,990	3	0,0%	0,3%	0,3%
60q3	0,987	0,009	0,009	0,9%	1,9%	0,990	3	0,009	0,009	0,7%	1,9%	0,990	3	0,0%	0,3%	0,3%
72a1	0,859	0,004	0,004	0,4%	1,4%	0,991	3	0,003	0,003	0,4%	1,3%	0,993	3	0,2%	15,3%	15,6%
72a2	0,927	0,004	0,004	0,4%	1,5%	0,990	4	0,004	0,004	0,4%	0,9%	0,990	3	0,0%	6,9%	6,9%
72a3	0,762	0,003	0,003	0,2%	1,1%	0,989	3	0,003	0,003	0,1%	1,7%	0,991	4	0,2%	29,8%	30,0%
72b1	0,877	0,013	0,013	1,3%	1,6%	0,894	3	0,013	0,013	1,3%	1,6%	0,894	3	0,0%	2,0%	2,0%
72b2	0,765	0,013	0,013	1,3%	1,6%	0,894	4	0,014	0,014	1,4%	1,4%	0,783	3	-14,2%	16,9%	2,4%
72b3	0,798	0,013	0,013	1,3%	0,9%	0,848	3	0,013	0,013	0,1%	1,1%	0,848	3	0,0%	6,3%	6,3%
72c1	0,827	0,012	0,012	1,2%	1,9%	0,830	2	0,012	0,012	1,2%	1,7%	0,854	3	2,8%	0,3%	3,2%
72c2	0,795	0,012	0,012	1,2%	1,5%	0,877	2	0,012	0,012	1,2%	1,7%	0,795	2	-10,3%	10,4%	0,1%
72c3	0,794	0,012	0,012	1,2%	1,4%	0,877	2	0,012	0,012	0,3%	1,6%	0,795	2	-10,3%	10,5%	0,1%
120a1	0,880	0,012	0,012	0,4%	1,3%	0,920	4	0,012	0,012	0,4%	1,3%	0,920	3	0,0%	4,6%	4,6%
120a2	0,873	0,012	0,012	0,5%	1,8%	0,873	1	0,012	0,012	0,5%	1,8%	0,873	1	0,0%	0,0%	0,0%
120a3	0,904	0,012	0,012	1,2%	1,3%	0,955	5	0,012	0,012	1,2%	1,3%	0,955	5	0,0%	5,6%	5,6%
120b1	0,903	0,012	0,012	1,2%	1,5%	0,955	4	0,012	0,012	0,1%	1,0%	0,955	4	0,0%	5,8%	5,8%
120b2	0,920	0,013	0,013	1,3%	1,7%	0,955	3	0,013	0,013	0,3%	1,2%	0,946	2	-0,9%	3,7%	2,8%
120b3	0,920	0,013	0,013	1,3%	1,7%	0,955	3	0,013	0,013	0,3%	1,2%	0,946	2	-0,9%	3,7%	2,8%
média	0,915	0,010	0,010	1,0%	1,3%	0,965	3	0,023	0,010	0,5%	1,3%	0,961	3	-0,6%	5,9%	5,3%

- Obs: 1. z_{det} : valor da função objetivo do modelo probabilístico usando a localização inicial das embarcações;
2. ρ_{js} e ρ_{jm} : respectivamente, as taxas médias de ocupação das embarcações obtidas pela simulação e pelo modelo;
3. err: erro relativo às taxas médias de utilização; 4. errm: erro calculado pela expressão (6-1);
4. int: número de interações utilizadas pela heurística;
5. z_c e z_r : respectivamente, os valores das funções objetivo quando se utiliza o critério de menor cobertura e o de menor taxa de utilização para substituição de nós.

6.4.2 Probabilidade de acionamento do sistema externo de atendimento

A probabilidade de acionamento de um sistema externo de embarcações é muito baixa em consequência das baixas taxas de utilização das embarcações. A exceção do cenário em que se tem embarcações especiais com velocidade de 25 nós (cenário 60p), este valor nunca foi superior a 0.015%. A tabela 6.7, a seguir, ilustra os resultados obtidos para o cenário base e o cenário com embarcações especiais.

Tabela 6.7: resultados obtidos para a probabilidade de acionamento do sistema externo de embarcações.

cenário	solução inicial	Pe _{det}	Pe _s	Pe _m	qe _s (x10 ³ m ³ /h)	qe _m (x10 ³ m ³ /h)
60a	1	0.007%	0.000%	0.006%	0.0±0.0	28.6±16.7
	2	0.007%	0.000%	0.006%	0.0±0.0	28.5±16.9
	3	0.006%	0.023%	0.006%	31.9±17.9	28.4±17.2
60p	1	2.785%	0.141%	2.775%	71.4±32.3	36.3±18.3
	2	2.859%	0.141%	2.775%	72.3±32.4	36.3±18.3
	3	2.905%	0.146%	2.875%	70.8±32.4	35.9±18.0

Obs: Pe_{det}=probabilidade de acionamento do serviço externo para a solução determinística antes de se utilizar a heurística;

Pe_s e Pe_m=probabilidade de acionamento do serviço externo calculada, respectivamente, pela simulação e pelo modelo probabilístico, utilizando o critério de menor cobertura;

qe_s e qe_m=capacidade média do serviço externo obtida, respectivamente, pela simulação e pelo modelo após a utilização da heurística;

Re-analisando a tabela 6.3, notamos que, para o cenário 60p a capacidade total em m³/h do sistema é equivalente à demanda da maior plataforma existente, não havendo margem para cobertura de, por exemplo, dois acidentes simultâneos que envolvam ao menos uma plataforma de grande porte. O próprio valor da função objetivo para o modelo de cobertura

reserva (1.43) é o menor obtido em relação a todos os cenários estudados. Como consequência deste fato, na eventualidade da ocorrência de acidentes simultâneos, o sistema não tem embarcações suficientes para atender adequadamente os acidentes.

A tabela 6.8, a seguir, ilustra os resultados obtidos para a probabilidade de acionamento do serviço externo⁷ ao sistema, quando se aumenta a taxa de utilização média dos servidores. Os valores da tabela 6.8 indicam como a probabilidade de acionamento do sistema externo cresce rapidamente quando a taxa média de utilização dos servidores ultrapassa o valor de 0.2. A partir deste valor, a hipótese de independência adotada não teria mais validade, pois a maior parte do atendimento não seria mais realizado segundo a ordem de preferência das plataformas.

Tabela 6.8: resultados obtidos para a probabilidade de acionamento do serviço externo quando se aumenta a taxa média de utilização.

$\bar{\rho}$	Pe_s	Pe_m
0.10	0.2%	0.6%
0.20	5.4%	3.1%
0.40	17.3%	15.4%
0.60	36.5%	37.7%
0.80	64.8%	68.0%

Obs: 1) $\bar{\rho}$: taxa média de utilização das embarcações; 2) Pe_s e Pe_m : probabilidade de acionamento do serviço externo ou de fracasso no atendimento, obtida, respectivamente, pela simulação e pelo modelo.

⁷Ou probabilidade de que o sistema não tenha sucesso no atendimento.

6.4.3 *Desempenho dos critérios de seleção das bases na heurística.*

Na grande maioria dos casos, não houve diferença no valor da função objetivo encontrada pela heurística quando se utiliza a menor cobertura ou o menor valor da taxa de utilização da base que deve sair da solução. Como ilustra a tabela 6.6, em 17 casos (25% do total), houve alguma diferença⁸, sendo que, em 11 casos, o critério de menor cobertura teve um desempenho melhor.

Para o cenário base, o número de iterações utilizadas pela heurística para obter a solução ótima foi 3, para ambos os critérios de seleção de embarcações. Sendo que, em média, o número de interações foi 3 para ambos os critérios de seleção. Apenas no cenário em que se considera a mesma frequência de acidentes para todas as plataformas, a heurística não alterou a localização das embarcações. Estes resultados indicam que não há grande diferença no desempenho dos critérios de seleção de nós da heurística.

6.4.4 *Desempenho da heurística em relação a solução inicial*

A tabela 6.6 compara o valor da função objetivo do modelo probabilístico quando se utiliza a localização das embarcações obtida a partir dos modelos determinísticos, com

⁸0.6% em média.

o resultado obtido quando se utiliza a heurística de substituição de nós. Em média, a heurística melhora em 5.6% a solução do modelo determinístico.

Em relação à solução inicial utilizada pela heurística, em 73% dos casos, a solução obtida a partir dos resultados do modelo de cobertura obteve o valor mais alto da função objetivo. Em 70% a solução obtida a partir dos resultados do modelo de cobertura reserva também obteve o valor mais alto e, em 18% a melhor solução foi obtida pelo modelo de cobertura reserva com limitação de uma embarcação por nó.

A figura 6.10 apresenta os resultados obtidos para as taxas de utilização dos servidores antes e depois da aplicação da heurística para o cenário base.

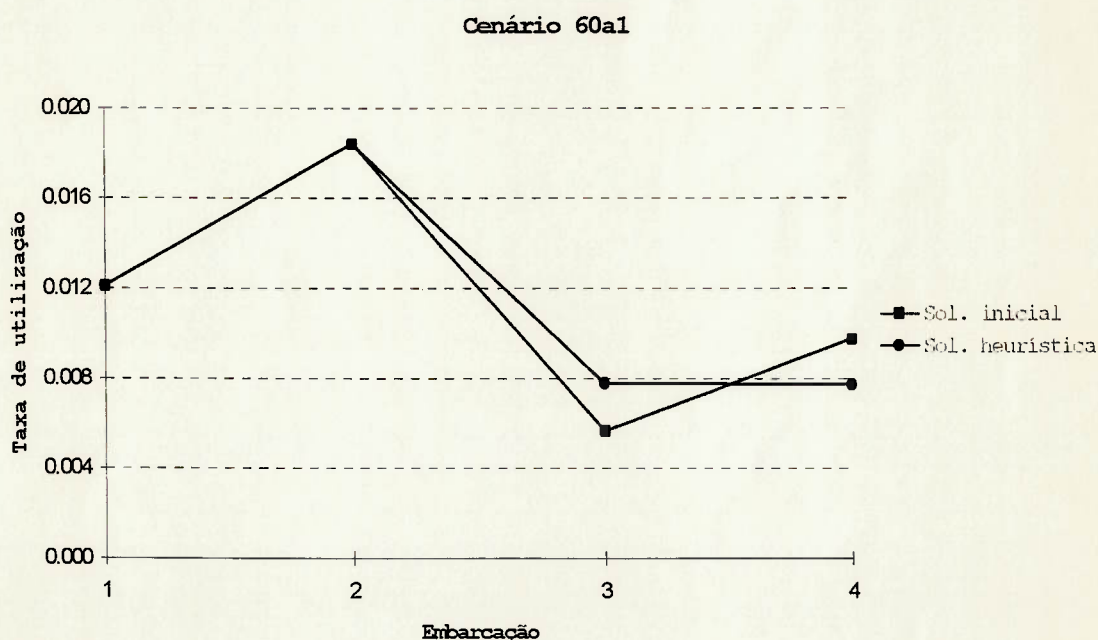


Figura 6.10: comportamento das taxas de utilização das embarcações no cenário base, antes e depois da aplicação da heurística.

Pela figura 6.10, notamos a tendência da heurística em equilibrar as taxas de utilização. Esta mesma tendência de equilíbrio se repete, quando se visualizam cenários com taxas de utilização mais altas ou com um maior número de embarcações como, por exemplo, o cenário da configuração da Bacia de Campos (cenário 72b) representado na figura 6.11.

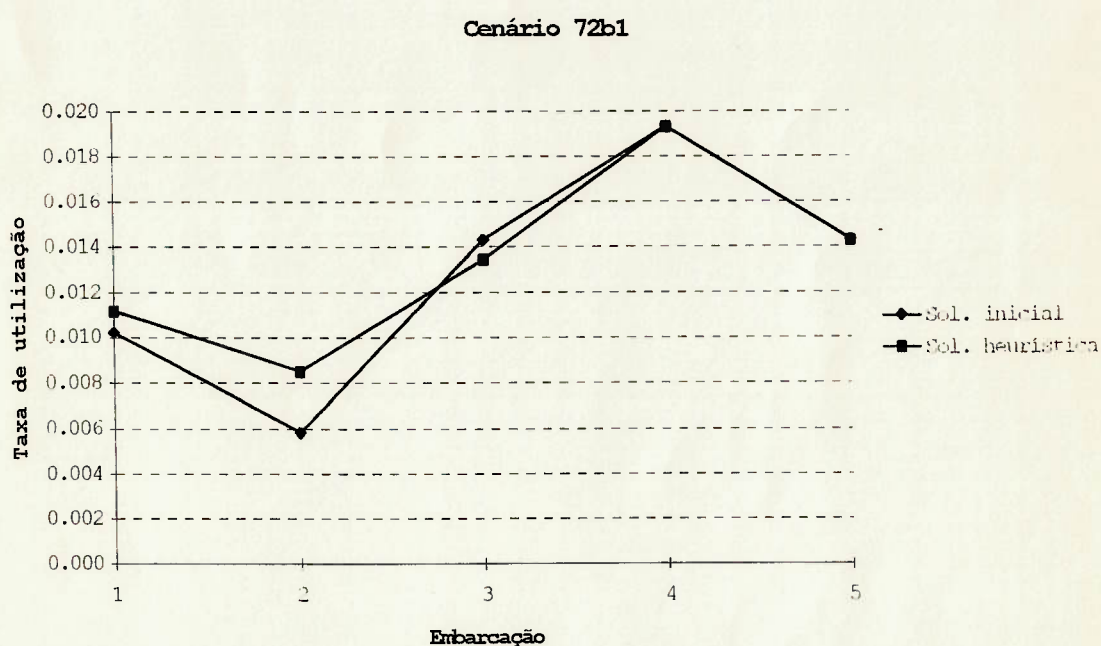


Figura 6.11: comportamento das taxas de utilização das embarcações no cenário da Bacia de Campos, antes e depois da aplicação da heurística.

6.4.5 Tempo médio de viagem

Um resultado importante que pode ser obtido a partir do modelo é o tempo médio de viagem para cada embarcação e para o sistema todo. Os valores obtidos indicam que há uma baixa sensibilidade do tempo médio de viagem em relação à localização da embarcação. Para o cenário base (cenário

60a1), o tempo médio de viagem sofre uma redução de apenas 1.0% quando se aplica a heurística (com o critério de menor cobertura) sobre a solução obtida pelo modelo determinístico de cobertura. Para efeito de comparação, a tabela 6.9, a seguir, relaciona os resultados obtidos para os cenários base com o cenário de 72 plataformas em uma região retangular (cenário 72a3). O cenário 72a3 é aquele em que a aplicação da heurística (com o critério de cobertura) causa o maior aumento na função objetivo probabilística (aumento de 30%, quando se utiliza como solução inicial a obtida pelo modelo de cobertura reserva com no máximo uma embarcação por nó). Contudo, a diminuição no tempo médio de viagem limitou-se a 3.8%⁹.

Tabela 6.9: tempos médios de viagem para a solução inicial e após a aplicação da heurística.

cenário	solução inicial	tempo médio de viagem		diferença
		determinístico (min)	heurística (min)	
60a	1	54.2	53.7	-1.0%
72a	3	51.1	49.1	-3.8%

A figura 6.12 representa o tempo médio de viagem para cada embarcação do cenário 60a. A figura 6.13 tem a mesma função para o cenário 72a3.

Através das figuras 6.12 e 6.13, percebemos que, apesar

⁹A baixa sensibilidade do tempo médio de atendimento, em relação à localização das embarcações, está coerente com resultados semelhantes, anteriormente obtidos por Larson e Stevenson (1972) e Halpern (1977).

da pouca variação do tempo médio de viagem do sistema, pode existir uma grande variação deste valor para cada embarcação.

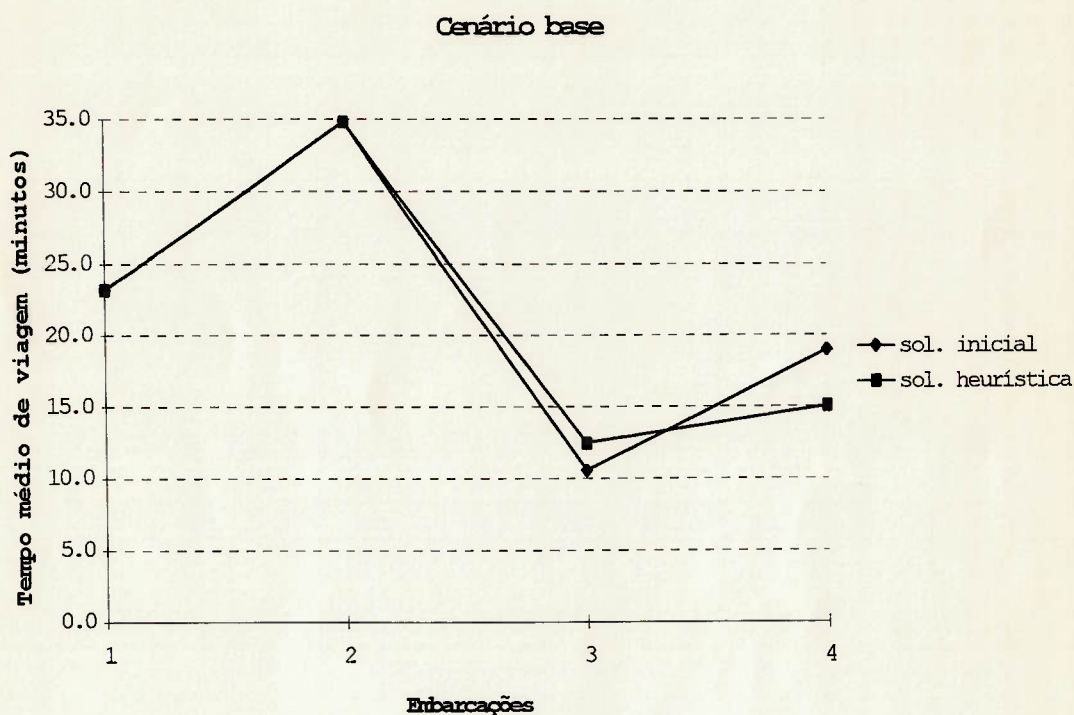


Figura 6.12: tempo médio de viagem para cada embarcação no cenário base.

6.4.6 Taxa de sucesso no atendimento

Um parâmetro que pode ser obtido do modelo é a taxa de sucesso no atendimento a cada plataforma. A taxa de sucesso no atendimento para o cenário base, antes e depois da utilização da heurística, é sempre maior que 0.999 para todas as plataformas, devido a baixa probabilidade de acidentes simultâneos. A figura 6.14 representa as taxas de sucesso no atendimento para cada plataforma, antes e depois da aplicação da heurística, no cenário 60p1. O cenário 60p (embarcações especiais de 25 nós) é o que apresenta a maior probabilidade

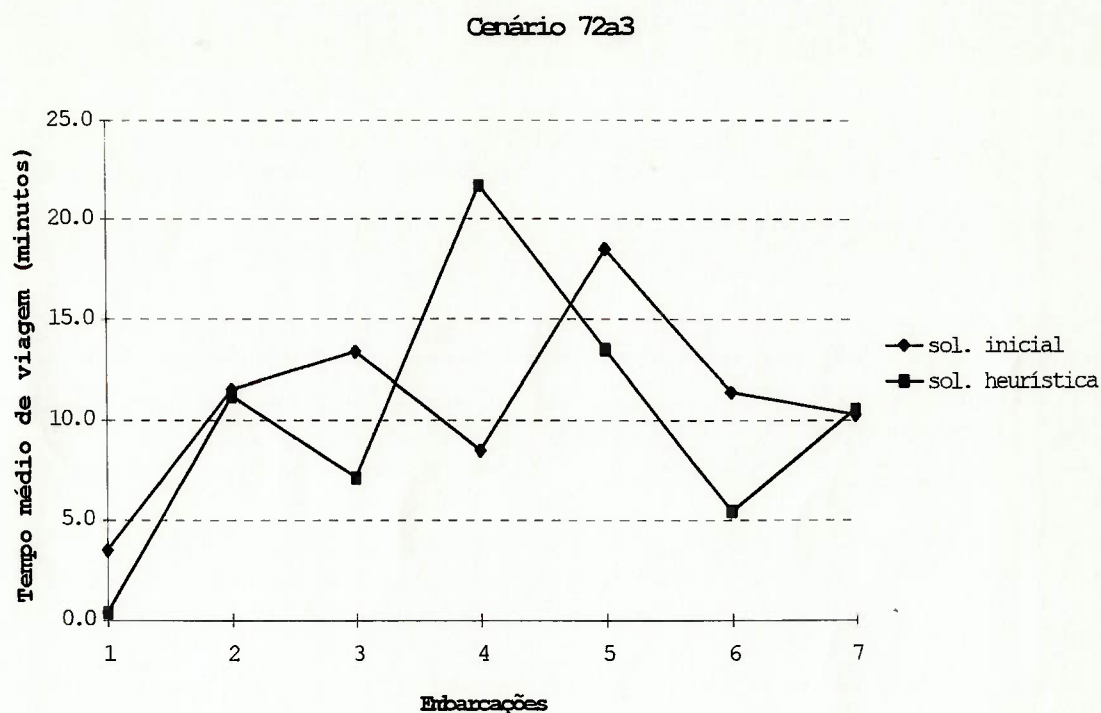


Figura 6.13: tempo médio de viagem para cada embarcação no cenário 72a3.

de acionamento de um serviço externo de atendimento (2.8%). Percebe-se pelo gráfico, que a heurística tende a distribuir melhor a taxa de sucesso. Contudo, como as taxas de utilização dos servidores são muito baixas, as taxas de sucesso são muito altas (pelo gráfico, o menor valor equivale a 0.955). Estes resultados indicam que o modelo de cobertura e o de cobertura reserva, já fornecem um bom resultado com respeito às taxas de sucesso no atendimento, quando se opera em um sistema com baixas taxas de utilização das embarcações.

6.4.7 Comportamento da solução para os cenários base, com 120 plataformas e da configuração de Campos

As figuras 6.15, 6.16 e 6.17, representam,

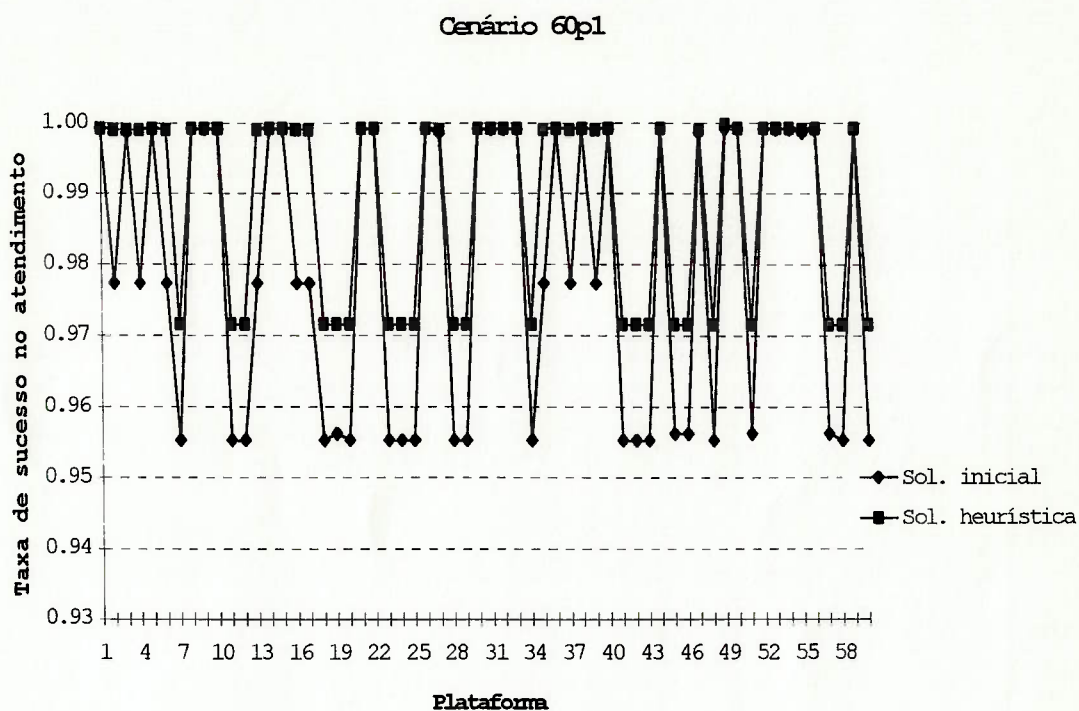


Figura 6.14: taxa de sucesso de atendimento para o cenário base, antes e depois da aplicação da heurística.

respectivamente, as localizações das embarcações após a aplicação da heurística de solução nos cenários base (cenário 60a), com 120 plataformas (cenário 120a) e da configuração da Bacia de Campos (cenário 72b). As soluções iniciais utilizadas nos três casos foram as obtidas pelo modelo do conjunto de cobertura e o critério de seleção da heurística foi o da menor cobertura.

Na figura 6.15, notamos que, em relação a solução inicial (tabela 6.2), a heurística substitui o nó 34 pelo nó adjacente 17, indicando uma ligeira tendência de aproximar as embarcações do nó mais central. Para o cenário com 120 plataformas, representado na figura 6.16, a solução se altera muito pouco sobre a região.

Para o cenário da Bacia de Campos, percebemos, novamente,

uma ligeira tendência de mudança na localização das embarcações como a verificada no cenário base. Pela figura 6.16, notamos que além do nó 18, a solução final utiliza o nó adjacente 20.

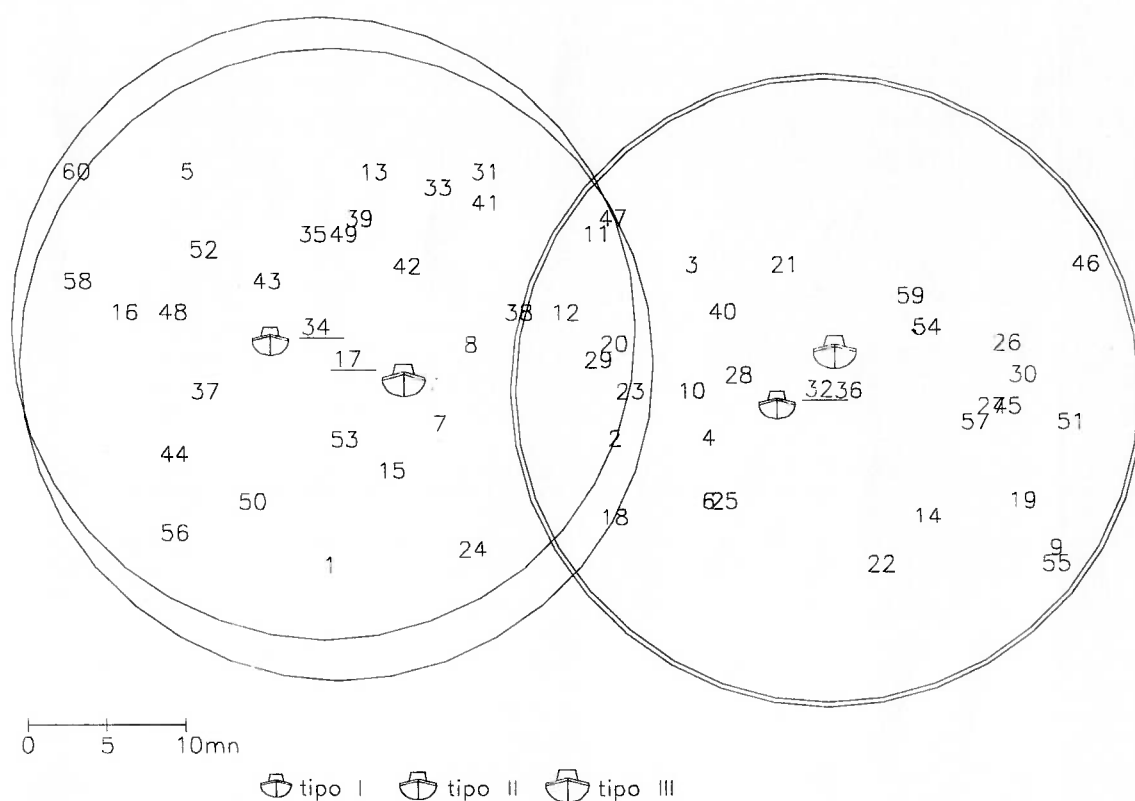


Figura 6.15: solução obtida pela heurística (menor cobertura) para o cenário base (cenário 60a1).

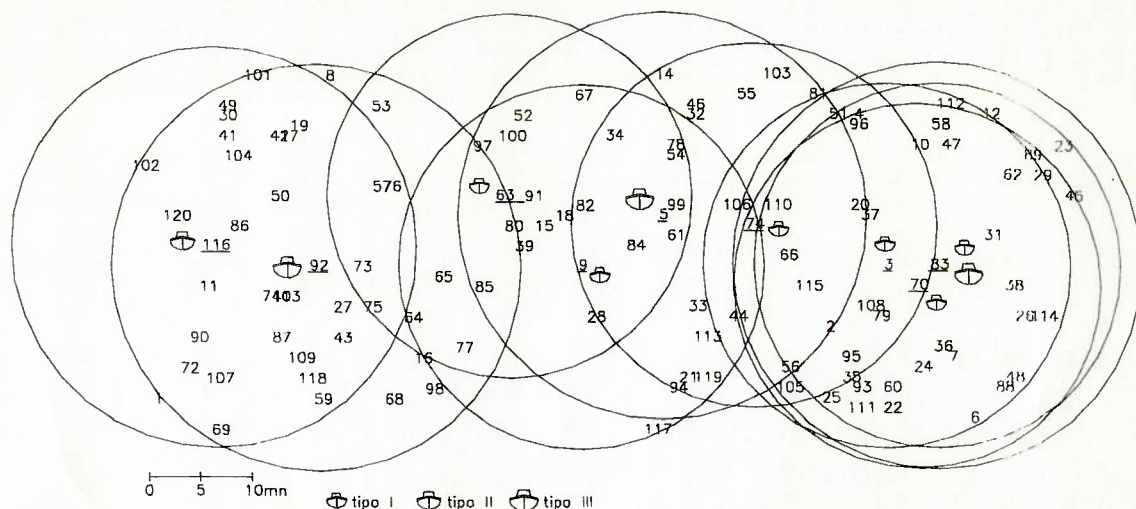


Figura 6.16: solução obtida pela heurística (menor cobertura) para o cenário com 120 plataformas (cenário 120a1).

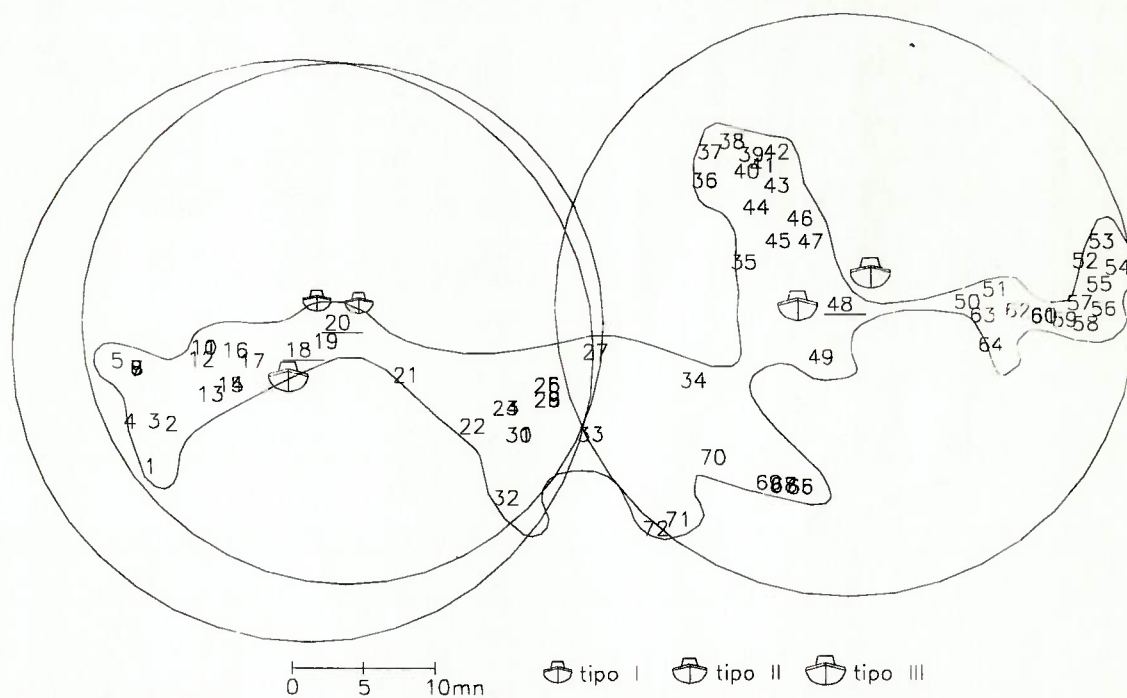


Figura 6.17: solução obtida pela heurística (menor cobertura) para o cenário da Baía de Campos (cenário 70b1).

7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA CONTINUIDADE DA PESQUISA

Neste trabalho, discutimos o problema da localização de embarcações *fire fighting* para atendimento aos acidentes do tipo *blowout* que podem surgir em plataformas de prospecção de petróleo. Inicialmente, analisamos a situação de *blowout* e as suas possíveis conseqüências, bem como a forma de atuação das embarcações especializadas no resfriamento das plataformas, conhecidas como *fire fighting*. A partir de uma extensa revisão bibliográfica de problemas de localização de bases para atendimento de emergência, notadamente aplicadas ao caso urbano, pudemos estabelecer modelos para apoiar a decisão de definir o perfil da frota e onde localizar as embarcações.

Três formas de abordagem foram utilizadas: determinística, probabilística e simulação.

Os modelos determinísticos, baseados na utilização dos conjuntos de cobertura, podem ser utilizado para determinar o perfil da frota e a localização que apresenta o menor custo total. A sua utilização também está associada à análise de sensibilidade da solução em relação aos parâmetros de entrada. Deve-se procurar estabelecer as relações da solução com os diversos parâmetros envolvidos, tais como: o tempo máximo de atendimento, as freqüências de acidentes, a velocidade das embarcações, etc. Através destas relações, pode-se estabelecer qual a configuração mais adequada. A partir do modelo do conjunto de cobertura, outros modelos (cobertura reserva, cobertura reserva com limitação no número de embarcações por nó e cobertura por fases) procuram buscar

alguma melhora na solução do problema de cobertura, a partir da mudança na localização das embarcações e adequar melhor o modelo à realidade.

O modelo probabilístico permite estimar as taxas de ocupação de cada embarcação e, através de uma heurística de substituição de nós, localizar as embarcações de forma a maximizar a cobertura das plataformas. Diferentemente dos modelos probabilísticos aplicados ao caso urbano, o modelo proposto é aplicável em situações em que o atendimento pode ser realizado por mais de um servidor com características de velocidade e capacidade de atendimento diferenciadas. Contudo, o modelo proposto tem a sua utilização limitada às situações onde a taxa de utilização média dos servidores é baixa.

Um modelo de simulação foi construído para analisar os resultados do modelo probabilístico. Os resultados obtidos confirmam a validade do modelo para situações onde a taxa média de utilização dos servidores é inferior a 0.20.

Com algumas alterações pertinentes, o modelo pode ser aplicado ao problema de atendimento ao vazamento de óleo no mar. Neste problema temos igualmente uma situação de baixa utilização de servidores e, para cada acidente, existe um número mínimo de embarcações necessárias. Neste problema, contudo, alterações devem ser feitas no sentido de incorporar a eficiência dos equipamentos utilizados no atendimento ao vazamento, pois, o tempo de atendimento é função direta desta eficiência.

Para o problema do atendimento de acidentes pela guarda

costeira, o modelo poderia ser aplicado pois permite incorporar diferentes embarcações. Contudo, a guarda costeira tem uma função de patrulhamento que implicaria em alterações na modelagem. Neste caso, as embarcações não teriam as suas localizações definidas por um nó, mas sim, por um conjunto de nós que devem ser percorridos.

Para futuras pesquisas, podemos visualizar a necessidade de um estudo mais abrangente no que se refere aos custos envolvidos, incluída aí a sua relação com o tempo máximo permitido para o atendimento. Ou seja, identificar o ponto ótimo na relação do sistema de auto-proteção da plataforma e a frota de embarcações. Apesar da tendência em se normalizar o projeto de plataformas com vista ao efeitos de grandes incêndios, os projetos ainda possuem metodologias diferenciadas no que se refere a este aspecto. Por outro lado, a eficiência das embarcações *supply boat* adaptadas para o combate ao incêndio é questionável como aponta o relatório da Petrobrás sobre a acidente na plataforma de Enchova (Petrobrás, 1988). Assim, abre-se a possibilidade de se estudar o projeto de embarcações dedicadas, que teriam uma eficiência maior no aspecto de velocidade e aproveitamento da potência no momento do combate ao incêndio. Os modelos podem auxiliar no estudo de viabilidade econômica e operacional desta embarcação.

No modelo probabilístico não estão definidas as restrições de fases de atendimento como apresentadas no capítulo 5 e utilizadas nos modelos determinísticos. A inclusão de tais restrições, ou mesmo a análise do

comportamento da solução em cada fase, seria um aspecto a se considerar na continuidade da pesquisa.

A limitação mais forte do modelo probabilístico, para o qual a taxa de utilização dos servidores deve ser baixa, pode, eventualmente, ser contornada pela utilização de um procedimento aproximado como o proposto por Larson (1975). Outro aspecto que pode ser futuramente pesquisado, seria uma heurística mais eficiente para localização das embarcações, de modo a não torná-la tão dependente da solução inicial obtida pelos modelos determinísticos.

Anexo A

Programa desenvolvido em linguagem C, para implementação dos modelos probabilísticos e de simulação.

```

#define M1 259200
#define IA1 7141
#define IC1 54773
#define RM1 (1.0/M1)
#define M2 134456
#define IA2 8121
#define IC2 28441
#define RM2 (1.0/M2)
#define M3 243000
#define IA3 4561
#define IC3 51349
#define pi 3.141592654

LISTPTR      prim, ult;
double       s1, s2, slw, s2w;
int          idum=-9876;
unsigned long extra;
double       alfa=75.86722746;
double       beta=1/0.40337;
int          no[MAX_NOS][MAX_BASES], base[MAX_BASES][MAX_NOS];
float        d[MAX_NOS], t[MAX_NOS][MAX_NOS];
double       rhos[MAX_BASES], rhom[MAX_BASES];
float        pe, h[MAX_NOS], vel[MAX_BASES], vem, desm,
fm[MAX_NOS][MAX_BASES], fs[MAX_NOS][MAX_BASES];
float        q[MAX_BASES], u[MAX_NOS];
dem          *arq_saida,*arq_saida1,*arq_saida2,*arq_saida3,*arq_saida4,
FILE         *arq_saida5,*arq_bases,*arq_nos;
NODEPTR      pn[MAX_NOS];

/*****      LEITURA      *****/

int abre_arquivos(char arquivo[40])
{
    char    nos[40], bases[40], saida[40], saida1[40], saida2[40], saida3[40],
saida4[40], saida5[40];
    char    *ndat="n.dat", *bdat="b.dat", *sdat="tm.dat", *ap3="cb.dat",
*bp3="errm.dat", *cp3="pextra.dat", *det="det.dat", *rh="rh.dat";

    strcpy(nos, arquivo);
    strcpy(bases, arquivo);
    strcpy(saida, sdat);
    strcpy(saida1, ap3);
    strcpy(saida2, bp3);
    strcpy(saida3, cp3);
    strcpy(saida4, det);
    strcpy(saida5, rh);
    strcat(nos, ndat);
    strcat(bases, bdat);
    arq_nos = fopen (nos, "r");
    if (arq_nos == NULL)
    { printf ("Erro na abertura do arquivo de nos\n");
      exit(0);
    }
    arq_bases = fopen (bases, "r");
    if (arq_bases == NULL)
    { printf ("Erro na abertura do arquivo de bases\n");
      exit(0);
    }

    arq_saida = fopen (saida, "a");
    if (arq_saida == NULL)
    { printf ("Erro na abertura do arquivo de saida\n");
      exit(0);
    }
    arq_saida3 = fopen (saida3, "a");
    if (arq_saida3 == NULL)
    { printf ("Erro na abertura do arquivo de saida3\n");
      exit(0);
    }
    arq_saida1 = fopen (saida1, "a");
    if (arq_saida1 == NULL)
    { printf ("Erro na abertura do arquivo de saida1\n");
      exit(0);
    }
    arq_saida2 = fopen (saida2, "a");

```

```

if (arq_saida2 == NULL)
{
    printf ("Erro na abertura do arquivo de saida2\n");
    exit(0);
}
arq_saida4 = fopen (saida4, "a");
if (arq_saida4 == NULL)
{
    printf ("Erro na abertura do arquivo de saida4\n");
    exit(0);
}
arq_saida5 = fopen (saida5, "a");
if (arq_saida5 == NULL)
{
    printf ("Erro na abertura do arquivo de saida5\n");
    exit(0);
}
return 1;
} /* abre_arquivos */

void fecha_arquivos()
{
    fclose(arq_nos);
    fclose(arq_bases);
    fclose(arq_saida1);
    fclose(arq_saida2);
    fclose(arq_saida3);
    fclose(arq_saida4);
    fclose(arq_saida5);
    fclose(arq_saida);
} /* fecha_arquivos */

/* funcao para ler os dados iniciais */

int le_dados (int *n, int *m, float *TT)
{
    int i,j, fixa[MAX_NOS];
    float w[MAX_NOS];
    fscanf (arq_nos, "%d %d %f", n, m, TT);
    for (i = 1; i <= *n; i++)
        fscanf (arq_nos, "%d %d %f", &u[i], &fixa[i], &d[i], &w[i]);
    for (i = 1; i <= *n; i++)
        for (j=1; j<=*n; j++)
            fscanf(arq_nos, "%f", &t[i][j]);
    return 1;
} /* le_dados */

int le_bases (int m, int *vb)
{
    int j;
    for (j=1; j<=m; j++)
    {
        fscanf(arq_bases, "%d %d %f", &vb[j], &q[j], &vel[j]);
        printf ("Base: %d Local: %d Capacidade: %d Velocidade: %.2f\n", j, vb[j], q[j],
vel[j]);
    }
    return 1;
} /* le_bases */

long le_FIM (float *cte)
{
    long valor;
    printf("Entre com o numero de acidentes:\n");
    scanf ("%ld", &valor);
    printf("Entre com a cte:\n");
    scanf ("%f", cte);
    printf ("%f", *cte);
    return valor;
} /* le_FIM */

/* ***** IMPRESSAO ***** */

void imprime_rho (int m, int vb[MAX_BASES], double cober[MAX_BASES])
{
    int j;
    char resp;
    float err;
    float errt=0.0;
    float mrm=0.0;
    float mrs=0.0;
    for (j=1; j<=m; j++)
    {
        if (rhos[j] > 0)
            err=(fabs(rhom[j]-rhos[j])/rhos[j])*100;
        else
            err=0.0;
        errt=errt+err;
    }
}

```

```

        mrm=mrms+rhoms[j];
        mrs=mrs+rhos[j];
        printf ("rhos[%d]=%.6f rhom[%d]=%.6f capacidade=%d cober=%lf
err=%.3f%\n", vb[j], rhos[j], vb[j], rhom[j], q[j], cober[j],err);
    }
    printf ("F1= %.2f\n",errt/m);
    printf ("Indice de utilizacao medio do modelo: %.5f\n", mrm/m);
    printf ("Indice de utilizacao medio da simulacao: %.5f\n", mrs/m);
} /* imprime_rho */

void imprime_dados (int n, int m)
{
    printf ("\n\n ***** Parametros de Entrada *****");
    printf ("\nNumero de nos: %d \n", n);
    printf ("Numero locais para bases: %d \n",m);

}/* imprime_dados */

void imprime_simula (int n, int m, long *na, tempo FIM, int vb[MAX_BASES], float TT,
double cober[MAX_BASES], tempo TS[MAX_NOS])
{
    int i;
    unsigned long nat=0;
    float txac;
    double ac ts=0.0;
    for (i=1;i<=n;i++)
    {
        fprintf (arq_saida,"%d %d %f %f %e %f\n",i,na[i],(float) na[i]/FIM,
(float) na[i]/FIM*TT, d[i], (float) TS[i]/na[i]);
        nat=nat+na[i];
        ac_ts=TS[i]/(float)na[i] + ac_ts;
    }
    txac=(float) nat/FIM;
    printf ("Total de acidentes: %ld Taxa de acidentes: %f\n",nat,txac);
    printf ("Tempo entre acidentes: %.2f\n",1.0/txac);
    imprime_rho (m, vb, cober);
} /* imprime_simula */

void imprime_arquivo (int n, int m, int vb[MAX_BASES], double cober[MAX_BASES], float
pe, float pes, float ves, float des, float vem, float desm, int inter)
{
    int i,j;
    float tjm,tjs;
    fprintf(arq_saida,"%f %f %f %f %f %f %d\n", pes, pe, ves, des, vem, desm, inter);
    for (j=1;j<=m;j++)
    {
        tjm=tjs=0.0;
        for (i=1;i<=n;i++)
            tjs+=fs[i][j]*t[i][j];
        fprintf(arq_saida,"%f %f\n", tjm, tjs);
    }
    for (j=1;j<=m;j++)
        fprintf(arq_saida,"%d %d %.1f %f %f %f
%f\n",vb[j],q[j],vel[j],rhos[j],rhoms[j],fabs(rhos[j]-rhoms[j])/rhos[j],cober[j]);
} /* imprime_arquivo */

/***** MODELO DE SIMULAÇÃO *****/

/* **** Criacao e Manipulacao da Lista **** */

LISTPTR inserep (int indice)
{
    LISTPTR novo_item;
    novo_item = (LISTPTR) malloc(sizeof(struct listatype)); /* aloca item */
    if (novo_item == NULL)
    {
        printf ("Acabou a memoria! <inserep>\n");
        exit (0);
    }
    novo_item->plat = indice; /* preenche a informacao */
    /* coloca novo item no final da lista */
    if (prim == NULL)
        prim = novo_item; /* primeiro item da lista */
    else
        ult->prox = novo_item; /* senao coloca no final */
    novo_item->prox = NULL;
    ult = novo_item; /* atualiza ultimo item */
    return novo_item;
} /* inserep */

int retira (int indice) /* 1 se OK, 0 caso contrario */
{
    LISTPTR item, ant;

```

```

/* procura item anterior */
for (ant=NULL, item=prim; item!=NULL; ant=item, item=item->prox)
    if (item->plat == indice) break;
if (item == NULL) /* item nao existe na lista */
{
    printf ("Item %d nao existe na lista\n", indice);
    return 0;
}
if (ant == NULL) /* retira primeiro item */
{
    prim=prim->prox;
    if (prim==NULL) /* lista vazia */
        ult = NULL;
}
else if (ant->prox == ult) /* retira ultimo elemento */
{
    ant->prox = NULL;
    ult = ant;
}
else /* retira elemento intermediario */
{
    ant->prox = item->prox;
}
free (item);
return 1;
} /* retira */

/* ***** Geracao de numeros aleatorios ***** */
double getrandom(int *idum)
{
    static long ix1,ix2,ix3;
    static double r[98];
    double temp;
    static int iff=0;
    int j;
    if (*idum < 0 || iff == 0)
    {
        iff=1;
        ix1=(IC1-(*idum)) % M1;
        ix1=(IA1*ix1+IC1) % M1;
        ix2=ix1 % M2;
        ix1=(IA1*ix1+IC1) % M1;
        ix3=ix1 % M3;
        for (j=1;j<=97;j++)
        {
            ix1=(IA1*ix1+IC1) % M1;
            ix2=(IA2*ix2+IC2) % M2;
            r[j]=(ix1+ix2*RM2)*RM1;
        }
        *idum=1;
    }
    ix1=(IA1*ix1+IC1) % M1;
    ix2=(IA2*ix2+IC2) % M2;
    ix3=(IA3*ix3+IC3) % M3;
    j=1+((97*ix3)/M3);
    if (j > 97 || j<1) exit(0);
    temp=r[j];
    r[j]=(ix1+ix2*RM2)*RM1;
    if ((temp <= 0) || (temp > 1)) printf("Ops.. %f\n",temp);
    return temp;
} /* getrandom */

void calculah (int n, float *lambda, float TT, float *h2)
{
    int i;
    double dt=0.0;
    double dut=0.0;
    for (i=1;i<=n;i++)
    {
        dt+=d[i];
        dut+=d[i]*u[i];
    }
    for (i=1;i<=n;i++)
    {
        h[i]=d[i]/dt;
        h2[i]=(d[i]*u[i])/dut;
    }
    *lambda=dt/TT;
    printf("Taxa de Surgimento de Acidentes %f\n",*lambda);
} /* calculah */

void acumulada (int n, double *F)
{
    int i;

```

```

    F[0]=0.0;
    for (i=1; i<=n;i++)
        F[i]=h[i]+F[i-1];
    F[0]=-1;
} /* acumulada */

void seta_base_plat (int n, int m, int *b, int *plataformas)
{
    int j;
    for (j=1;j<=m;j++)
        b[j]=0;
    for (j=1;j<=n;j++)
        plataformas[j]=0;
} /* seta_base_plat */

tempo weibull ()
{/* distribuicao de Weibull */
    return alfa*pow(-log(getrandom(&idum)),beta);
} /* weibull */

tempo exponencial (double mi, float cte)
{
    double r,r1,r2;
    r1=getrandom(&idum);
    r2=getrandom(&idum);
    r=sqrt(-2*log(r1))*cos(2*pi*r2);
    return mi+cte*mi*r;
} /* exponencial */

int todasemacidente (int *plataformas, int n)
{
    int i; /* verifica se existe alguma plataforma nao acidentada */
    for (i=1;i<=n;i++)
        if (plataformas[i] == 0) return 1;
    printf ("Todas as plataformas estao acidentadas\n");
    return 0;
} /* todasemacidente */

LISTPTR escolheno (int n, int *plataformas, double *F)
{
    int i,ii;
    double r;
    do
    {
        r=getrandom(&idum);
        i=0;
        ii=-1;
        do
        {
            if ((r > F[i]) && (r <= F[i+1]))
            {
                ii=i+1;
            }
            i++;
        } while ((i < n) && (ii == -1));
    } while (plataformas[ii] != 0);
    plataformas[ii]=1;
    return inserep (i);
} /* escolheno */

void extrabase (dem v)
{
    extra++;
    s1+=(v*v);
    s2+=v;
} /* extrabase */

void geraservico (LISTPTR p, tempo *TS)
{
    int k;
    p->ts=weibull();
    s1w+=p->ts*p->ts;
    s2w+=p->ts;
    TS[p->plat]+=p->ts;
} /* geraservico */

void ocupabase (LISTPTR p, int m, int *b, tempo *TS)
{
    int k=1;
    int j;
    dem v=0;
    geraservico(p, TS);
    while (v < u[p->plat])
    {

```

```

        if (k <= m)
        {
            j=no[p->plat][k];
            if (b[j]==0)
            {
                b[j]=p->plat;
                rhos[j]+=p->ts;
                fs[p->plat][j]++;
                v+=q[j];
            }
        }
        else
        {
            extrabase (u[p->plat]-v);
            v=u[p->plat];
        }
        k=k+1;
    }
} /* ocupabase */

void avancaservico (int m, int *b, int *plataformas, tempo avanço)
{
    int j;
    LISTPTR p,pp;
    p=prim;
    while (p != NULL)
    {
        pp=p->prox;
        p->ts=p->ts-avanço;
        if (p->ts <= 0.0)
        {
            /* Fim de atendimento na plataforma i */
            for (j=1;j<=m;j++)
                if (b[j]==p->plat)
                    b[j]=0; /* Base j liberada */
            plataformas[p->plat]=0;
            if (retira(p->plat) != 1)
                printf ("Erro: item nao retirado da lista");
        }
        p=pp;
    }
} /* avancaservico */

void dividero (int m, tempo R)
{
    int j;
    for (j=1;j<=m;j++)
        rhos[j]/=R;
} /* dividero */

float qui_quadrado(int n, long *na, tempo R, float TT)
{
    double qui=0.0;
    double obs;
    int i; /* calcula o qui-quadrado */
    for (i=1;i<=n;i++)
    {
        if (na[i]<5)
        {
            qui=10000.0;
            break;
        }
        obs=((double) na[i]/ (double) R)*(TT);
        qui=qui+(pow(obs-d[i],2))/d[i];
    }
    return qui;
} /* qui_quadrado */

int teste_estatistico (unsigned long int nta, int n, long *na, tempo R, float TT,
unsigned long int *FIM)
{
    double mediaw, desviow, par, qq;

    printf("\nTestes estatisticos:\n");
    desviow=sqrt((s1w-s2w*s2w/nta)/(nta-1));
    mediaw=s2w/nta;
    printf ("%f %f\n",s1w,s2w);
    par=fabs(((246.0-mediaw)*sqrt(nta))/desviow);
    qq=qui_quadrado(n, na, R, TT);
    if (qq > QUI_Q_MAX)
    {
        printf ("Reprovado no qui-quadrado!\n");
        return 0;
    }
    else

```

```

        if (par > T STD MAX)
        {
            printf ("Reprovado no t-student! %f\n",par);
            alfa=alfa*246.0/mediaw;
            return 0;
        }
        else
        {
            printf("Qui-quadrado: %f < %f\nTeste estatístico: %f < %f
(80%%)\n",qq, QUI_Q_MAX, par, T STD MAX);
            printf ("Tempo medio duracao: %.2f Desvio padrao:
%.2f\n",mediaw,desviow);
            return 1;
        }
    } /* teste_estatistico */

/* **** Loop da Simulacao **** */

void simula (int n, int m, float lambda, int vb[MAX_BASES], float TT, double *pes,
double *ves, double *des)
{
    tempo                TS[MAX NOS],tc, R;
    int                  b[MAX BASES], plataformas [MAX NOS];
    double               F[MAX NOS], mi;
    long                 na[MAX NOS];
    unsigned long int    nta, FIM;
    int                  i, j;
    LISTPTR              p;
    float                cte, fij, tj;
    FIM=le FIM();
    cte=0.2;
    acumulada (n, F);
    ordena (n, m, vb);
    mi=1.0/lambda;
    do
    {
        inicializa_rho (m, rhos);
        seta_base_plat (n, m, b, plataformas);
        prim=ult=NULL;
        extra=0;
        s1=s2=0.0;
        s1w=s2w=0.0;
        R=0.0;
        nta=0;
        for(i=1;i<=n;i++)
        {
            na[i]=0;
            TS[i]=0.0;
            for (j=1;j<=m;j++)
                fs[i][j]=0.0;
        }
        do
        {
            if ((todasemacidente (plataformas, n)) != 0)
            {
                tc=exponencial (mi, cte);
                p=escolheno (n, plataformas, F);
                na[p->plat]++;
                nta++;
                ocupabase (p, m, b, TS);
                R+=tc;
                avancaservico (m, b, plataformas, tc);
            }
        } while (nta < FIM);
    } while (teste_estatistico(nta, n, na, R, TT, &FIM) == 0);
    dividero (m, R);
    for (j=1;j<=m;j++)
    {
        fij=0.0;
        tj=0.0;
        for (i=1;i<=n;i++)
        {
            fs[i][j]/=nta;
            fij+=fs[i][j];
        }
        for(i=1;i<=n;i++)
            fs[i][j]/=fij;
        for(i=1;i<=n;i++)
            tj+=fs[i][j]*t[i][vb[j]];
        fprintf (arq_saida, "\n%d %f", j, tj/vel[j]); /*
    }
    if (extra > 0)
    {
        *pes=extra/(double) nta;
        *ves=s2/(double) extra;
    }
}

```

```

*des=sqrt((s1-s2*s2/(double)extra)/((double)extra-1));
printf ("Base extra acionada %d vezes p= %.4f %% \n",extra,*pes*100);
printf ("Volume medio da base extra: %.2f Desvio padrao: %.2f\n",*ves,
*des);
}
else
{
printf ("A base extra nao foi acionada!\n");
*pes=0.0;
*ves=*des=0;
}
printf ("Tempo simulado: %.2lf Numero de acidentes: %lu\n",R,FIM);
} /* simula */

/***** MODELO PROBABILÍSTICO *****/
/***** Criacao e Manipulacao da Arvore *****/

NODEPTR getnode ()
{
NODEPTR p;
p=(NODEPTR) malloc (sizeof (struct nodetype));
if (p == NULL)
{
printf ("Acabou a memoria!! <getnode>");
exit (0);
}
return (p);
} /* getnode */

void freenode (NODEPTR p)
{
free (p);
} /* freenode */

void apaga_arvore (NODEPTR p)
{
if (p != NULL)
{
apaga_arvore (p->left);
apaga_arvore (p->right);
freenode (p);
}
} /* apaga_arvore */

void kill_arvores (int n)
{
int i;
for(i=1;i<=n;i++)
apaga_arvore (pn[i]);
} /* kill_arvore */

NODEPTR maketree (dem x, dem y)
{
NODEPTR p;
p=getnode();
p->ve=x;
p->vd=y;
p->ext=0;
p->left=NULL;
p->right=NULL;
p->father=NULL;
return (p);
} /* maketree */

int esquerda (NODEPTR p, dem uu)
{
if (p->ve < uu)
return 1;
else
return 0;
} /* esquerda */

void setleft (NODEPTR p, dem x, dem y)
{
if (p==NULL)
{
printf ("sem insercao left\n");
exit (0);
}
else if (p->left != NULL)
{

```



```

        printf ("insercao invalida left\n");
        exit (0);
    }
    else
    {
        p->left=maketree(x,y);
        (p->left)->father=p;
    }
} /* setleft */

void setright (NODEPTR p, dem x, dem y)
{
    if (p==NULL)
    {
        printf ("sem insercao right\n");
        exit (0);
    }
    else if (p->right != NULL)
    {
        printf ("insercao invalida right\n");
        exit (0);
    }
    else
    {
        p->right=maketree(x,y);
        (p->right)->father=p;
    }
} /* setright */

void setrho (NODEPTR p, double r)
{
    NODEPTR    qq;
    qq=p->father;
    if (qq == NULL)
    {
        p->rl=(1-r);
        p->rr=r;
    }
    else if (qq->left == p)
    {
        p->rl=(1-r)*(qq->rl);
        p->rr=r*(qq->rl);
    }
    else
    {
        p->rl=(1-r)*(qq->rr);
        p->rr=r*(qq->rr);
    }
} /* setrho */

void insere (NODEPTR p, int i, int j, dem uu, int m)
{
    if (j == m)
        p->ext=1;
    j=j+1;
    if (j <= m)
    {
        if (p->left == NULL)
        {
            if (esquerda(p,uu))
            {
                setleft (p, p->ve + q[no[i][j]], p->ve);
                insere (p->left, i, j, uu, m);
            }
            else
                p->ext=1;
        }
        setright (p, p->vd + q[no[i][j]], p->vd);
        insere (p->right, i, j, uu, m);
    }
} /* insere */

void monta_arvores (int n, int m)
{
    int    i, ind;
    for (i=1;i<=n;i++)
    {
        pn[i]=maketree(q[no[i][1]],0);
        insere (pn[i], i, 1, u[i], m);
    }
} /* monta_arvores */

void insererho (NODEPTR p, int i, int j, double *rho)
{

```

```

j=j+1;
if (p !=NULL)
{
    setrho (p, rho[no[i][j]]);
    insererho (p->left, i, j, rho);
    insererho (p->right, i, j, rho);
}
} /* insererho */

void percorre_extra (p, i, pe_i, vextral, vextra2)
NODEPTR    p;
int        i;
double     *vextral, *vextra2;
double     *pe_i;
{
    double aux;

    if (p !=NULL)
    {
        if ((p->left == NULL) && (p->right == NULL))
        {
            if (p->vd < u[i])
            {
                if (p->ve < u[i])
                {
                    *pe_i+=p->rl;
                    aux=(u[i]-p->ve);
                    *vextral+=aux*p->rl;
                    *vextra2+=aux*aux*p->rl;
                }
                aux=(u[i]-p->vd);
                *pe_i+=p->rr;
                *vextral+=aux*p->rr;
                *vextra2+=aux*aux*p->rr;
            }

            percorre_extra (p->left, i, pe_i, vextral, vextra2);
            percorre_extra (p->right, i, pe_i, vextral, vextra2);
        }
    }
} /* percorre_extra */

void percorre_tempo (NODEPTR p, int j, int i, int vb[MAX_BASES], double *ti, double *tit)
{
    if (p != NULL)
    {
        if ((p->ext == 1) && (p->ve >= u[i]))
        {
            *ti+=p->rl*(t[i][vb[no[i][j]]]/vel[no[i][j]]);
            *tit+=p->rl;
        }
        percorre_tempo (p->left, j+1, i, vb, ti, tit);
        percorre_tempo (p->right, j+1, i, vb, ti, tit);
    }
} /* percorre_tempo */

void percorre (NODEPTR p, double *prob, int j, int i, int ordem, int ind, int vb[MAX_BASES])
{
    double pnode;
    if (p !=NULL)
    {
        if (p->ext==1 && ind==1)
        {
            if (j >= ordem)
            {
                pnode=p->rl;
                if ((p->right == NULL) && (j != ordem))
                    pnode += p->rr;
                *prob+=pnode;
            }
            percorre (p->left, prob, j+1, i, ordem, ind, vb);
            if (j==ordem)
                ind=0;
            percorre (p->right, prob, j+1, i, ordem, ind, vb);
        }
    }
} /* percorre */

double s_rho (int j, double *rho, int vb[MAX_BASES], float TT, float FTS)
{
    int i;

```

```

double prob;
double x=0.0;
for (i=1;i<=n;i++)
{
    prob=0.0;
    fm[i][j]=0.0;
    insererho (pn[i], i, 0, rho);
    percorre (pn[i], &prob, 1, i, base[j][i], 1, vb);
    fm[i][j]=prob;
    x+=prob*d[i]*FTS;
}
return x/TT;
}/* s_rho */

void calcula_rho (int m, int n, int vb[MAX_BASES], float TT, float FTS)
{
    int i, j, inter;
    double rant, err, sij;
    inter=0;
    do
    {
        err=0.0;
        for (j=1;j<=m;j++)
        {
            rant=rhom[j];
            sij=s_rho(n, j, rhom, vb, TT, FTS);
            rhom[j]=sij/(1-rhom[j]+sij);
            err+=fabs(rant-rhom[j]);
        }
        inter=inter+1;
    }
    while ((err >= EPS) && (inter < MAX_INTER));
} /* calcula_rho */

void base_extra (int n, int m)
{
    double vextra1, vextra2;
    double pe_i;
    int i;
    vem=desm=0.0;
    desm=0.0;
    pe=0.0;
    monta_arvores (n, m);
    for (i=1;i<=n;i++)
    {
        pe_i=0.0;
        vextra1=vextra2=0.0;
        insererho (pn[i], i, 0, rhom);
        percorre_extra (pn[i], i, &pe_i, &vextra1, &vextra2);
        apaga_arvore (pn[i]);
        vem+=vextra1*h[i]/pe_i;
        desm+=vextra2*h[i]/pe_i;
        pe+=pe_i*h[i];
    }
    desm=sqrt(desm-vem*vem);
} /* base_extra */

void normaliza_f (int n, int m, int vb[MAX_BASES])
{
    int i, j;
    double tj, ti, tit;
    float tm;
    tm=0.0;
    for (i=1;i<=n;i++)
    {
        ti=tit=0.0;
        percorre_tempo (pn[i], 1, i, vb, &ti, &tit);
        ti/=tit;
        fprintf(arq_saida,"%d %.5lf %.5lf\n", i, ti, tit);
        tm+=(float)ti*h[i];
    }
    for (j=1;j<=m;j++)
    {
        tj=0.0;
        for (i=1;i<=n;i++)
            tj+=fm[i][j]*t[i][vb[j]]*h[i];
        fprintf(arq_saida,"%d %f\n",j,tj/vel[j]);
    }
    fprintf (arq_saida,"\n%f \n\n",tm);
}
/* normaliza */

void troca_i (int *pa, int *pb)
{
    int c;

```

```

        c=*pa;
        *pa=*pb;
        *pb=c;
    } /* troca_i */

void troca_f (float *pa, float *pb)
{
    float  c;
    c=*pa;
    *pa=*pb;
    *pb=c;
} /* troca_f */

void sortparcial (int *left, int *right, float *a, int *b)
{
    int    i, j;
    float  k;
    k=(a[*left]+a[*right])/2;
    i=*left;
    j=*right;
    do
    {
        while (a[i] < k)
            i=i+1;
        while (k < a[j])
            j=j-1;
        if (i<=j)
        {
            troca_f (&a[i], &a[j]);
            troca_i (&b[i], &b[j]);
            i=i+1;
            j=j-1;
        }
    } while (i <= j);
    if (*left < j)
        sortparcial (left, &j, a, b);
    if (i < *right)
        sortparcial (&i, right, a, b);
} /* sortparcial */

void sortparcial2 (int *left, int *right, float *a, int *b)
{
    int    i, j;
    float  k;
    k=(a[*left]+a[*right])/2;
    i=*left;
    j=*right;
    do
    {
        while (a[i] > k)
            i=i+1;
        while (k > a[j])
            j=j-1;
        if (i<=j)
        {
            troca_f (&a[i], &a[j]);
            troca_i (&b[i], &b[j]);
            i=i+1;
            j=j-1;
        }
    } while (i <= j);
    if (*left < j)
        sortparcial2 (left, &j, a, b);
    if (i < *right)
        sortparcial2 (&i, right, a, b);
} /* sortparcial2 */

void quicksort (float *vetor, int *vetorpos, int cont)
{
    int    i=1;
    int    cont2;
    cont2=cont;
    sortparcial(&i, &cont2, vetor, vetorpos);
} /* quicksort */

void inicializa_rho (int m, double *rho)
{
    int    j;
    for (j=0;j<=m;j++)
        rho[j]=0.0;
} /* inicializa_rho */

void ordena (int n, int m, int vb[MAX_BASES])
{

```

```

float  tb[MAX_BASES];
float  qb[MAX_BASES];
int    pos[MAX_BASES];
int    i,j,k,dir,esq;
for (i=1;i<=n;i++)
{
    for (j=1;j<=m;j++)
    {
        qb[j]=(float)q[j]+(float) j;
        tb[j]=t[i][vb[j]]/vel[j];
        pos[j]=j;
    }
    quicksort (tb, pos, m);
    j=1;
    while (j<=m-1)
    {
        k=j+1;
        while (tb[j]==tb[k])
            k=k+1;
        if (k!=j+1)
        {
            dir=j;
            esq=k-1;
            sortparcial (&dir,&esq,qb,pos);
        }
        j=k;
    }
    for (j=1;j<=m;j++)
    {
        no[i][j]=pos[j];
        base[pos[j]][i]=j;
    }
} /* ordena */

void prob_ocupacao (int n, int m, int vb[MAX_BASES], float TT, float FTS)
{
    ordena (n, m, vb);
    inicializa_rho (m, rhom);
    monta_arvores (n,m);
    calcula_rho (m, n, vb, TT, FTS);
} /* prob_ocupacao */

float prob_sucesso (int i, int j, int vb[MAX_BASES])
{
    float aux;
    aux=t[i][vb[j]]/vel[j];
    if (aux*1.1 < TMAX)
        return 1;
    if (aux*0.9 > TMAX)
        return 0;
    if (aux < TMAX)
        return 50*pow(1.1-TMAX/aux, 2);
    else
        return 1-50*pow(1.1-TMAX/aux, 2);
} /* prob_sucesso */

void percorre_obj (NODEPTR p, double *prob, int j, int i, int ordem, int ind)
{
    if (p !=NULL)
    {
        if (p->ext==1 && ind==1)
            if ((j >= ordem) && (p->ve >= u[i]))
                *prob+=p->rl;
            if ((p->right==NULL) && (j!=ordem) && (p->vd >= u[i]))
                *prob+=p->rr;
            percorre_obj (p->left, prob, j+1, i, ordem, ind);
            if (j==ordem)
                ind=0;
            percorre_obj (p->right, prob, j+1, i, ordem, ind);
    }
} /* percorre_obj */

void prob_config (int n, int j, double *cober, int vb[MAX_BASES], float *h2)
{
    int i;
    double prob;
    double aux;
    for (i=1;i<=n;i++)
    {
        prob=0.0;
        percorre_obj (pn[i],&prob,1,i,base[j][i],1);
        aux=prob*h2[i]*prob_sucesso (i, j, vb);
    }
}

```

```

        cober[j]+=aux;
    }
} /* prob_config */

void percorre_obj2 (NODEPTR p, double *prob, int j, int i, int vb[MAX_BASES])
{
    if (p != NULL)
    {
        if ((p->ext == 1) && (p->ve >= u[i]))
            *prob+=p->r1*prob_sucesso (i, no[i][j], vb);
        percorre_obj2 (p->left, prob, j+1, i, vb);
        percorre_obj2 (p->right, prob, j+1, i, vb);
    }
} /* percorre_obj2 */

double prob_config2 (int n, int vb[MAX_BASES], float *h2)
{
    int i;
    double prob;
    double aux;
    aux=0.0;
    for (i=1;i<=n;i++)
    {
        prob=0.0;
        percorre_obj2 (pn[i], &prob, 1, i, vb);
        aux+=prob*h2[i];
    }
    return aux;
} /* prob_config2 */

float funcao_objetivo (int n, int m, double *cober, int vb[MAX_BASES], float *h2)
{
    float z=0.0;
    int j;

    for (j=1;j<=m;j++)
    {
        cober[j]=0.0;
        prob_config(n, j, cober, vb, h2);
    }
    z=prob_config2(n, vb, h2);
    kill_arvores (n);
    return z;
} /* funcao_objetivo */

int menor_j (int m, int l, double *vetor)
{
    int j, menorj;
    double menorv=3e+38;
    for (j=1;j<=m;j++)
    {
        if (vetor[j] < menorv && j!=l)
        {
            menorv=vetor[j];
            menorj=j;
        }
    }
    return menorj;
} /* menor_rho */

void criterio_selec (int m, double *vetor, int *j1, int *j2)
{
    *j1=menor_j (m, 0, vetor);
    *j2=menor_j (m, *j1, vetor);
} /* criterio_selec */

int repetido (int vb[MAX_BASES], int i, int m)
{
    int j;
    for (j=1;j<=m;j++)
        if (vb[j]==i) return 1;
    return 0;
} /* repetido */

int heuristica (int n, int m, int j, int *vb, double *zmax, double *cober, float TT,
float FTS, float *h2)
{
    double z;
    int i, jj, ii;
    ii=vb[j];
    jj=i;
    for (i=1;i<=n;i++)
    {
        if ((i != ii) && (repetido(vb, i, m) == 0))
        {

```

```

        vb[j]=i;
        prob_ocupacao (n, m, vb, TT, FTS);
        z=funcao_objetivo (n, m, cober, vb, h2);
        if (z > *zmax)
        {
            *zmax=z;
            jj=i;
        }
    }
    vb[j]=jj;
    if (ii != jj)
        return 1;
    else
        return 0;
} /* heuristica */

void inicializacao (char arquivo[40], int *n, int *m, int *vb, float *TT)
{
    if (abre_arquivos(arquivo) != 1)
        exit (0);
    if (le_dados (n, m, TT) != 1)
        exit (0);
    imprime_dados (*n, *m);
    if (le_bases (*m, vb) != 1)
        exit (0);
    inicializa_rho (*m, rhom);
} /* inicializacao */

void loop_heuristica (int n, int m, int *vb, float TT, float FTS, double *cober, double
*veter, int *inter, double *z, float *h2)
{
    int j1, j2, ind1, ind2, i;
    *inter=0;
    prob_ocupacao (n, m, vb, TT, FTS);
    *z = funcao_objetivo (n, m, cober, vb, h2);
    fprintf (arq_saida2,"%f ",*z);
    imprime_rho (m, vb, cober);
    base_extra (n, m);
    normaliza_f (n, m, vb);
    for (i=1;i<=m;i++)
        fprintf(arq_saida4,"%d %d %.1f %f %f\n",vb[i],q[i],vel[i],rhom[i],cober[i]);
    do
    {
        printf ("Interacao: %d Funcao objetivo: %.6f\n", *inter, *z);
        *inter+=1;
        criterio_selec (m, vetor, &j1, &j2);
        printf ("j1: %d j2: %d\n", j1, j2);
        ind1=heuristica (n, m, j1, vb, z, cober, TT, FTS, h2);
        ind2=heuristica (n, m, j2, vb, z, cober, TT, FTS, h2);
        printf ("%d %d\n",ind1,ind2);
        prob_ocupacao (n, m, vb, TT, FTS);
        *z = funcao_objetivo (n, m, cober, vb, h2);
    } while ((ind1 != 0) || ( ind2 != 0));
    base_extra(n, m);
    normaliza_f (n, m, vb);
    kill_arvores (n);
    printf ("Solucao final encontrada em %d interacoes\n", *inter);
    printf ("Funcao Objetivo: %.6f\n", *z);
    printf ("Probabilidade de acionamento do servico externo: %f %%\n", pe*100);
    printf ("Volume medio acionado: %.2f desvio padrao: %.2f\n",vem, desm);
    imprime_rho (m, vb, cober);
} /* loop_heuristica */

/* ***** PROGRAMA PRINCIPAL ***** */

void main (int argc, char *argv[])
{
    int n, m, vb[MAX_BASES], inter,j;
    float lambda, TT, FTS, h2[MAX_NOS];
    char arquivo[40];
    double cober[MAX_BASES];
    double rms,rmm, z, pes, ves, des;
    double err,errm;
    if (argc!=2)
        { printf ("nome do arquivo nao foi digitado");
          exit (0);
        }
    strcpy (arquivo, argv[1]);
    inicializacao (arquivo, &n, &m, vb, &TT);
    calcula (n, &lambda, TT, h2);
    FTS=246.0;
    rms=rmm=0.0;
    errm=0.0;

```

```

loop_heuristica (n, m, vb, TT, FTS, cober, cober, &inter, &z, h2);
simula(n, m, lambda, vb, TT, &pes, &ves, &des);
for (j=1;j<=m;j++)
{
    printf ("cb %lg %lg\n", rhos[j], rhom[j]);
    err=fabs(rhos[j]-rhom[j])/rhos[j];
    fprintf(arq_saida1,"cb %d %d %.1f %f %f %f
%f\n",vb[j],q[j],vel[j],rhos[j],rhom[j],err,cober[j]);
    rms+=rhos[j];
    rmm+=rhom[j];
    errm+=err;
}
rmm/=m;
rms/=m;
errm/=m;
fprintf(arq_saida2,"cb %f %f %f %f %f %d ",rms,rmm,rms,errm, z, inter);
fprintf(arq_saida3,"cb %lg %lg %f %f %f %f ", pes, pe, ves, des, vem, desm,
inter);
fecha_arquivos();
/* menor rho */
inicializacao (arquivo, &n, &m, vb, &TT);
calcula(n, &lambda, TT, h2);
rms=rmm=0.0;
errm=0.0;
loop_heuristica (n, m, vb, TT, FTS, cober, rhom, &inter, &z, h2);
simula(n, m, lambda, vb, TT, &pes, &ves, &des);
for (j=1;j<=m;j++)
{
    err=fabs(rhos[j]-rhom[j])/rhos[j];
    fprintf(arq_saida5,"rh %d %d %.1f %f %f %f
%f\n",vb[j],q[j],vel[j],rhos[j],rhom[j],err,cober[j]);
    rms+=rhos[j];
    rmm+=rhom[j];
    errm+=err;
}
rmm/=m;
rms/=m;
errm/=m;
fprintf(arq_saida2,"rh %f %f %f %f %f %d\n",rms,rmm,fabs(rms-rmm)/rms,errm, z,
inter);
fprintf(arq_saida3,"rh %lg %lg %f %f %f %f\n", pes, pe, ves, des, vem, desm,
inter);
fecha_arquivos();
} /* main */

```


Anexo B

Tabela B.1: resultados obtidos a partir dos modelos probabilísticos e simulação.

cen.	Tipo	solução inicial			solução heurística									
					menor cobertura					menor ρ				
		local	ρ_{jm}	cob_j	local	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	cob_j	local	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	cob_j
60a1	II	32	0,0121	0,539	32	0,0121	0,0121	0,2%	0,539	32	0,0121	0,0121	0,2%	0,539
	III	32	0,0184	0,665	32	0,0185	0,0184	0,4%	0,665	32	0,0185	0,0184	0,4%	0,665
	II	34	0,0057	0,244	34	0,0067	0,0066	1,6%	0,263	34	0,0067	0,0066	1,6%	0,263
	III	34	0,0098	0,322	17	0,0086	0,0088	1,9%	0,307	17	0,0086	0,0088	1,9%	0,307
60a2	II	32	0,0121	0,539	32	0,0121	0,0121	0,2%	0,539	32	0,0121	0,0121	0,2%	0,539
	III	32	0,0184	0,665	32	0,0185	0,0184	0,4%	0,665	32	0,0185	0,0184	0,5%	0,665
	II	34	0,0057	0,244	34	0,0067	0,0066	1,6%	0,263	34	0,0067	0,0066	1,6%	0,263
	III	34	0,0098	0,322	17	0,0086	0,0088	1,9%	0,307	17	0,0086	0,0088	2,0%	0,307
60a3	II	32	0,0148	0,621	32	0,0140	0,0140	0,3%	0,575	32	0,0139	0,0140	0,5%	0,575
	III	34	0,0088	0,303	17	0,0105	0,0106	0,3%	0,396	17	0,0104	0,0106	1,1%	0,396
	II	35	0,0067	0,171	34	0,0068	0,0066	1,9%	0,263	34	0,0067	0,0066	1,2%	0,263
	III	36	0,0166	0,585	36	0,0149	0,0148	0,7%	0,538	36	0,0147	0,0148	1,0%	0,538
60b1	II	32	0,0121	0,539	32	0,0122	0,0121	0,8%	0,539	32	0,0121	0,0121	0,4%	0,539
	III	32	0,0184	0,665	32	0,0186	0,0184	1,2%	0,665	32	0,0186	0,0184	0,9%	0,665
	II	34	0,0057	0,244	34	0,0067	0,0066	1,2%	0,263	34	0,0068	0,0066	2,4%	0,263
	III	34	0,0098	0,322	17	0,0086	0,0088	1,9%	0,307	17	0,0087	0,0088	1,7%	0,307
60b2	II	32	0,0121	0,539	32	0,0122	0,0121	0,8%	0,539	32	0,0121	0,0121	0,4%	0,539
	III	32	0,0184	0,665	32	0,0186	0,0184	1,2%	0,665	32	0,0186	0,0184	0,9%	0,665
	II	34	0,0057	0,244	34	0,0067	0,0066	1,2%	0,263	34	0,0068	0,0066	2,4%	0,263
	III	34	0,0098	0,322	17	0,0086	0,0088	1,9%	0,307	17	0,0087	0,0088	1,7%	0,307
60b3	II	32	0,0148	0,621	32	0,0140	0,0140	0,3%	0,575	32	0,0139	0,0140	0,5%	0,575
	III	34	0,0088	0,303	17	0,0105	0,0106	0,3%	0,396	17	0,0104	0,0106	1,1%	0,396
	II	35	0,0067	0,171	34	0,0068	0,0066	1,9%	0,263	34	0,0067	0,0066	1,2%	0,263
	III	36	0,0166	0,585	36	0,0149	0,0148	0,7%	0,538	36	0,0147	0,0148	1,0%	0,538
60c1	III	32	0,0122	0,540	32	0,0121	0,0122	0,3%	0,540	32	0,0121	0,0122	0,3%	0,540
	III	32	0,0183	0,664	32	0,0186	0,0183	1,4%	0,664	32	0,0186	0,0183	1,4%	0,664
	III	34	0,0094	0,320	17	0,0096	0,0094	2,4%	0,319	17	0,0096	0,0094	2,4%	0,319
	III	34	0,0060	0,247	17	0,0058	0,0060	3,7%	0,251	17	0,0058	0,0060	3,7%	0,251
60c2	III	32	0,0122	0,540	32	0,0121	0,0122	0,3%	0,540	32	0,0121	0,0122	0,3%	0,540
	III	32	0,0183	0,664	32	0,0186	0,0183	1,4%	0,664	32	0,0186	0,0183	1,4%	0,664
	III	34	0,0094	0,320	17	0,0096	0,0094	2,4%	0,319	17	0,0096	0,0094	2,4%	0,319
	III	34	0,0060	0,247	17	0,0058	0,0060	3,7%	0,251	17	0,0058	0,0060	3,7%	0,251
60c3	III	17	0,0140	0,531	17	0,0086	0,0085	1,5%	0,303	17	0,0086	0,0085	1,2%	0,303
	III	32	0,0166	0,629	32	0,0140	0,0140	0,3%	0,575	32	0,0139	0,0140	0,6%	0,575
	III	34	0,0068	0,266	38	0,0134	0,0131	1,9%	0,528	38	0,0132	0,0131	0,4%	0,528
	III	59	0,0085	0,280	36	0,0102	0,0103	1,5%	0,340	36	0,0100	0,0103	3,1%	0,340
60d1	II	32	0,0139	0,576	32	0,0140	0,0139	0,5%	0,576	32	0,0140	0,0139	0,3%	0,576
	II	34	0,0096	0,320	17	0,0095	0,0094	1,5%	0,347	17	0,0096	0,0094	2,4%	0,347
	II	34	0,0107	0,327	17	0,0096	0,0095	1,1%	0,322	17	0,0096	0,0095	1,4%	0,322
	II	34	0,0030	0,148	38	0,0105	0,0105	0,5%	0,467	38	0,0105	0,0105	0,0%	0,467
	I	36	0,0077	0,325	32	0,0083	0,0085	2,1%	0,372	32	0,0083	0,0085	2,4%	0,372
	I	36	0,0183	0,621	36	0,0148	0,0148	0,0%	0,539	36	0,0148	0,0148	0,6%	0,539
60d2	II	32	0,0121	0,539	32	0,0112	0,0112	0,1%	0,508	32	0,0112	0,0112	0,1%	0,508
	III	32	0,0184	0,665	32	0,0186	0,0184	1,3%	0,665	32	0,0186	0,0184	1,3%	0,665
	II	34	0,0095	0,319	17	0,0086	0,0085	1,2%	0,300	17	0,0086	0,0085	1,2%	0,300
	II	34	0,0034	0,149	38	0,0096	0,0096	0,1%	0,435	38	0,0096	0,0096	0,1%	0,435
	II	34	0,0103	0,326	17	0,0096	0,0095	0,6%	0,323	17	0,0096	0,0095	0,6%	0,323
	I	36	0,0103	0,379	32	0,0029	0,0032	9,3%	0,155	32	0,0029	0,0032	9,3%	0,155

Tabela B.1: resultados obtidos a partir dos modelos probabilísticos e simulação (continuação).

cen.	Tipo	solução inicial			solução heurística									
					menor cobertura					menor ρ				
		local	ρ_{jm}	cob_j	local	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	cob_j	local	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	cob_j
60d3	II	32	0,0158	0,625	32	0,0158	0,0158	0,0%	0,612	32	0,0157	0,0158	0,8%	0,612
	III	34	0,0123	0,356	34	0,0078	0,0077	0,9%	0,271	34	0,0077	0,0077	0,3%	0,271
	II	35	0,0076	0,218	53	0,0124	0,0122	1,3%	0,485	53	0,0123	0,0122	0,3%	0,485
	II	36	0,0175	0,619	36	0,0186	0,0183	1,3%	0,624	36	0,0184	0,0183	0,4%	0,624
	I	43	0,0048	0,137	17	0,0086	0,0085	1,2%	0,302	17	0,0086	0,0085	0,3%	0,302
	II	54	0,0077	0,254	22	0,0056	0,0059	6,1%	0,207	22	0,0055	0,0059	7,0%	0,207
60e1	II	32	0,0121	0,539	32	0,0066	0,0068	3,8%	0,284	32	0,0065	0,0068	4,2%	0,284
	II	32	0,0077	0,383	32	0,0075	0,0076	2,3%	0,382	32	0,0075	0,0076	1,7%	0,382
	III	32	0,0184	0,665	32	0,0186	0,0184	1,1%	0,665	32	0,0186	0,0184	0,9%	0,665
	II	34	0,0057	0,244	53	0,0077	0,0077	0,3%	0,270	53	0,0077	0,0077	0,4%	0,270
	II	34	0,0029	0,147	38	0,0105	0,0104	0,9%	0,466	38	0,0105	0,0104	0,6%	0,466
	III	34	0,0098	0,322	34	0,0086	0,0085	1,0%	0,301	34	0,0087	0,0085	2,2%	0,301
60e2	II	32	0,0140	0,590	32	0,0121	0,0122	0,6%	0,513	32	0,0122	0,0122	0,2%	0,513
	III	34	0,0097	0,304	17	0,0096	0,0095	1,2%	0,324	17	0,0096	0,0095	1,5%	0,324
	II	35	0,0067	0,172	38	0,0124	0,0121	2,0%	0,495	38	0,0124	0,0121	1,9%	0,495
	III	36	0,0183	0,621	36	0,0083	0,0086	2,9%	0,279	36	0,0083	0,0086	3,4%	0,279
	II	39	0,0076	0,291	32	0,0131	0,0130	0,7%	0,557	32	0,0131	0,0130	1,1%	0,557
	II	54	0,0076	0,252	4	0,0141	0,0139	1,4%	0,613	4	0,0141	0,0139	1,2%	0,613
60e3	II	32	0,0158	0,625	32	0,0158	0,0158	0,0%	0,612	32	0,0157	0,0158	0,8%	0,612
	III	34	0,0123	0,356	34	0,0078	0,0077	0,9%	0,271	34	0,0077	0,0077	0,3%	0,271
	II	35	0,0076	0,218	53	0,0124	0,0122	1,3%	0,485	53	0,0123	0,0122	0,3%	0,485
	II	36	0,0175	0,619	36	0,0186	0,0183	1,3%	0,624	36	0,0184	0,0183	0,4%	0,624
	I	43	0,0048	0,137	17	0,0086	0,0085	1,2%	0,302	17	0,0086	0,0085	0,3%	0,302
	II	54	0,0077	0,254	22	0,0056	0,0059	6,1%	0,207	22	0,0055	0,0059	7,0%	0,207
60f1	III	5	0,0029	0,088	17	0,0077	0,0075	1,7%	0,282	17	0,0077	0,0075	2,1%	0,282
	III	15	0,0112	0,450	15	0,0066	0,0066	0,2%	0,264	15	0,0067	0,0066	0,4%	0,264
	I	16	0,0010	0,035	36	0,0056	0,0057	1,0%	0,216	36	0,0056	0,0057	2,2%	0,216
	III	20	0,0157	0,633	20	0,0122	0,0120	1,7%	0,524	20	0,0122	0,0120	1,1%	0,524
	I	37	0,0011	0,038	20	0,0076	0,0075	1,3%	0,351	20	0,0076	0,0075	1,1%	0,351
	I	49	0,0030	0,120	39	0,0039	0,0039	0,6%	0,137	39	0,0039	0,0039	0,6%	0,137
	I	51	0,0038	0,121	32	0,0093	0,0093	0,4%	0,360	32	0,0094	0,0093	0,7%	0,360
	III	54	0,0122	0,385	54	0,0055	0,0057	3,3%	0,160	54	0,0056	0,0057	2,0%	0,160
60f2	III	7	0,0120	0,496	7	0,0114	0,0111	2,3%	0,492	7	0,0114	0,0111	2,4%	0,492
	III	20	0,0138	0,615	20	0,0122	0,0120	1,6%	0,524	20	0,0121	0,0120	1,0%	0,524
	I	36	0,0049	0,187	36	0,0047	0,0048	3,2%	0,186	36	0,0048	0,0048	0,9%	0,186
	I	36	0,0085	0,316	36	0,0084	0,0084	0,1%	0,313	36	0,0085	0,0084	0,5%	0,313
	I	37	0,0011	0,038	39	0,0020	0,0020	0,1%	0,059	39	0,0020	0,0020	0,7%	0,059
	III	45	0,0056	0,159	45	0,0055	0,0056	1,8%	0,159	45	0,0055	0,0056	3,0%	0,159
	I	49	0,0021	0,074	39	0,0029	0,0029	1,3%	0,090	39	0,0029	0,0029	0,8%	0,090
	III	52	0,0029	0,090	53	0,0057	0,0058	1,0%	0,205	53	0,0058	0,0058	0,3%	0,205
60f3	III	5	0,0029	0,088	17	0,0077	0,0076	1,8%	0,284	17	0,0076	0,0076	0,7%	0,284
	I	19	0,0029	0,101	32	0,0074	0,0076	2,0%	0,338	32	0,0074	0,0076	1,9%	0,338
	III	20	0,0156	0,651	20	0,0122	0,0120	1,3%	0,524	20	0,0120	0,0120	0,0%	0,524
	I	37	0,0011	0,038	10	0,0131	0,0129	1,5%	0,540	10	0,0130	0,0129	0,8%	0,540
	I	49	0,0030	0,121	39	0,0030	0,0029	2,0%	0,103	39	0,0030	0,0029	2,1%	0,103
	III	53	0,0111	0,450	53	0,0067	0,0067	0,4%	0,252	53	0,0066	0,0067	0,4%	0,252
	I	54	0,0040	0,151	9	0,0028	0,0029	1,6%	0,101	9	0,0028	0,0029	2,9%	0,101
	III	57	0,0103	0,334	57	0,0065	0,0066	2,0%	0,180	57	0,0064	0,0066	3,4%	0,180

Tabela B.1: resultados obtidos a partir dos modelos probabilísticos e simulação (continuação).

cen.	Tipo	solução inicial			solução heurística									
		menor cobertura					menor ρ							
		local	ρ_{jm}	cob_j	local	$\rho_{j\epsilon}$	ρ_{jm}	err	cob_j	local	$\rho_{j\epsilon}$	ρ_{jm}	err	cob_j
60f4	III	7	0,0120	0,495	7	0,0114	0,0111	2,7%	0,491	7	0,0114	0,0111	2,7%	0,491
	III	20	0,0138	0,615	20	0,0121	0,0120	1,0%	0,524	20	0,0121	0,0120	1,0%	0,524
	I	36	0,0040	0,169	36	0,0038	0,0039	2,2%	0,167	36	0,0038	0,0039	2,2%	0,167
	I	36	0,0076	0,297	36	0,0075	0,0075	0,1%	0,295	36	0,0075	0,0075	0,1%	0,295
	I	37	0,0011	0,038	39	0,0020	0,0020	0,0%	0,058	39	0,0020	0,0020	0,0%	0,058
	I	49	0,0021	0,074	39	0,0029	0,0030	1,3%	0,091	39	0,0029	0,0030	1,3%	0,091
	III	52	0,0029	0,090	53	0,0058	0,0058	0,3%	0,205	53	0,0058	0,0058	0,3%	0,205
	III	57	0,0066	0,179	57	0,0064	0,0066	2,4%	0,179	57	0,0064	0,0066	2,4%	0,179
60g1	II	5	0,0029	0,089	34	0,0038	0,0039	0,4%	0,124	34	0,0039	0,0039	0,0%	0,124
	II	8	0,0139	0,576	8	0,0095	0,0093	1,9%	0,429	8	0,0095	0,0094	1,2%	0,430
	I	20	0,0138	0,614	20	0,0103	0,0102	1,2%	0,446	20	0,0121	0,0120	1,2%	0,523
	I	24	0,0067	0,252	28	0,0122	0,0120	1,6%	0,522	28	0,0121	0,0120	1,2%	0,522
	II	32	0,0139	0,590	32	0,0139	0,0139	0,3%	0,562	32	0,0122	0,0121	1,0%	0,526
	III	37	0,0048	0,152	17	0,0076	0,0076	0,1%	0,286	17	0,0077	0,0076	1,2%	0,286
	III	57	0,0085	0,270	22	0,0074	0,0075	0,7%	0,267	57	0,0083	0,0084	1,0%	0,270
	60g2	II	8	0,0139	0,575	8	0,0095	0,0093	1,9%	0,429	8	0,0095	0,0093	1,7%
I		24	0,0084	0,341	28	0,0131	0,0129	1,5%	0,540	28	0,0131	0,0129	1,9%	0,540
I		29	0,0138	0,615	29	0,0103	0,0102	1,1%	0,460	29	0,0103	0,0102	0,8%	0,460
II		36	0,0139	0,507	57	0,0065	0,0066	1,0%	0,179	57	0,0064	0,0066	2,4%	0,179
III		37	0,0048	0,152	17	0,0104	0,0103	1,0%	0,394	17	0,0105	0,0103	1,9%	0,394
II		52	0,0030	0,090	17	0,0029	0,0029	2,2%	0,105	17	0,0029	0,0029	1,7%	0,105
III		57	0,0085	0,270	36	0,0103	0,0103	0,0%	0,435	36	0,0104	0,0103	0,9%	0,435
60g3		II	8	0,0139	0,575	8	0,0114	0,0111	2,7%	0,492	8	0,0113	0,0111	1,2%
	I	20	0,0138	0,615	20	0,0131	0,0129	1,7%	0,568	20	0,0129	0,0129	0,5%	0,568
	I	24	0,0084	0,341	25	0,0084	0,0084	0,0%	0,353	25	0,0083	0,0084	1,0%	0,353
	III	27	0,0076	0,252	54	0,0065	0,0066	2,6%	0,236	54	0,0064	0,0066	3,5%	0,236
	II	36	0,0148	0,525	36	0,0103	0,0103	0,3%	0,379	36	0,0101	0,0103	1,7%	0,379
	III	37	0,0048	0,152	42	0,0086	0,0085	1,6%	0,356	42	0,0086	0,0085	1,0%	0,356
	II	52	0,0030	0,090	53	0,0067	0,0066	1,2%	0,248	53	0,0066	0,0066	0,4%	0,248
	60g4	II	8	0,0139	0,575	8	0,0114	0,0111	2,7%	0,492	8	0,0114	0,0112	2,0%
I		24	0,0067	0,252	25	0,0065	0,0066	1,0%	0,290	25	0,0065	0,0066	1,4%	0,291
III		27	0,0076	0,252	54	0,0064	0,0066	3,1%	0,236	27	0,0073	0,0075	1,6%	0,251
I		29	0,0138	0,615	29	0,0131	0,0129	1,9%	0,568	29	0,0131	0,0129	1,8%	0,568
II		32	0,0148	0,607	32	0,0131	0,0130	1,1%	0,488	32	0,0122	0,0121	1,0%	0,470
III		37	0,0048	0,152	42	0,0076	0,0076	0,5%	0,311	42	0,0077	0,0076	0,8%	0,311
II		52	0,0030	0,090	53	0,0057	0,0057	0,7%	0,202	53	0,0058	0,0057	0,8%	0,202
60h1		I	15	0,0101	0,429	15	0,0057	0,0056	1,0%	0,213	15	0,0048	0,0047	1,6%
	I	19	0,0047	0,138	19	0,0038	0,0038	0,5%	0,106	54	0,0020	0,0020	2,3%	0,072
	III	23	0,0156	0,650	23	0,0150	0,0147	1,7%	0,633	23	0,0131	0,0129	1,7%	0,569
	III	27	0,0085	0,271	27	0,0038	0,0039	4,1%	0,125	27	0,0064	0,0066	2,3%	0,178
	I	36	0,0085	0,356	36	0,0046	0,0047	3,9%	0,197	36	0,0047	0,0048	0,4%	0,197
	I	37	0,0011	0,037	20	0,0103	0,0102	1,1%	0,475	20	0,0103	0,0102	1,5%	0,474
	I	49	0,0039	0,166	33	0,0049	0,0047	2,2%	0,196	42	0,0086	0,0085	2,0%	0,341
	I	49	0,0030	0,119	49	0,0029	0,0030	1,9%	0,091	49	0,0029	0,0030	1,2%	0,091
	III	52	0,0029	0,090	53	0,0085	0,0086	0,6%	0,304	53	0,0077	0,0077	0,1%	0,259
	I	53	0,0075	0,233	19	0,0047	0,0047	0,6%	0,139	19	0,0046	0,0047	1,4%	0,139

Tabela B.1: resultados obtidos a partir dos modelos probabilísticos e simulação (continuação).

cen.	Tipo	solução inicial			solução heurística									
		local	ρ_{jm}	cob_j	menor cobertura				menor ρ					
					local	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	cob_j	local	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	cob_j
60h2	I	7	0,0120	0,494	7	0,0056	0,0057	1,0%	0,259	7	0,0056	0,0057	0,5%	0,259
	I	19	0,0047	0,139	22	0,0028	0,0028	2,3%	0,087	19	0,0046	0,0047	1,4%	0,139
	III	23	0,0147	0,632	23	0,0130	0,0129	0,9%	0,569	23	0,0131	0,0129	1,8%	0,569
	III	27	0,0085	0,271	27	0,0064	0,0065	1,8%	0,177	27	0,0064	0,0066	2,3%	0,178
	I	36	0,0076	0,311	36	0,0038	0,0039	3,2%	0,152	32	0,0038	0,0039	2,3%	0,166
	I	37	0,0011	0,038	23	0,0102	0,0102	0,6%	0,459	23	0,0113	0,0110	1,9%	0,504
	I	42	0,0076	0,324	42	0,0049	0,0049	1,5%	0,172	42	0,0049	0,0049	0,7%	0,172
	I	49	0,0021	0,075	34	0,0048	0,0048	1,2%	0,170	17	0,0048	0,0048	1,0%	0,169
	III	52	0,0029	0,090	53	0,0067	0,0067	0,2%	0,238	53	0,0067	0,0067	0,7%	0,238
I	53	0,0057	0,170	32	0,0037	0,0039	4,7%	0,167	54	0,0020	0,0020	2,3%	0,072	
60h3	I	19	0,0047	0,139	32	0,0046	0,0048	4,6%	0,187	14	0,0046	0,0047	2,9%	0,140
	III	23	0,0147	0,633	23	0,0131	0,0129	1,5%	0,569	23	0,0129	0,0129	0,3%	0,569
	I	24	0,0084	0,353	37	0,0010	0,0011	8,0%	0,038	32	0,0055	0,0057	3,0%	0,231
	I	36	0,0094	0,373	36	0,0055	0,0057	2,9%	0,188	36	0,0047	0,0048	1,9%	0,184
	I	37	0,0020	0,069	20	0,0076	0,0075	1,3%	0,350	20	0,0075	0,0075	0,6%	0,352
	I	41	0,0057	0,244	30	0,0037	0,0038	1,6%	0,120	41	0,0048	0,0048	0,4%	0,226
	III	45	0,0066	0,205	22	0,0056	0,0056	0,6%	0,187	45	0,0055	0,0056	2,9%	0,158
	I	49	0,0039	0,166	34	0,0048	0,0048	1,5%	0,169	34	0,0048	0,0048	1,0%	0,169
	III	52	0,0038	0,123	17	0,0087	0,0085	1,4%	0,277	17	0,0086	0,0086	0,7%	0,276
I	53	0,0066	0,188	8	0,0076	0,0075	1,5%	0,351	24	0,0038	0,0038	0,4%	0,162	
60h4	I	7	0,0120	0,494	7	0,0085	0,0084	1,1%	0,340	7	0,0085	0,0084	1,0%	0,341
	I	19	0,0047	0,139	32	0,0065	0,0066	2,3%	0,278	19	0,0037	0,0038	0,9%	0,106
	III	23	0,0147	0,632	23	0,0140	0,0138	1,7%	0,587	23	0,0141	0,0138	2,2%	0,587
	III	27	0,0085	0,271	27	0,0065	0,0066	1,6%	0,180	27	0,0037	0,0039	6,4%	0,125
	I	36	0,0076	0,311	27	0,0019	0,0019	1,0%	0,083	19	0,0046	0,0047	1,2%	0,139
	I	37	0,0020	0,069	18	0,0083	0,0083	0,0%	0,393	18	0,0084	0,0083	1,3%	0,393
	I	41	0,0057	0,244	41	0,0039	0,0038	1,6%	0,179	41	0,0040	0,0039	2,2%	0,179
	I	49	0,0021	0,076	17	0,0020	0,0020	1,2%	0,070	17	0,0029	0,0029	0,6%	0,117
	III	52	0,0029	0,090	17	0,0058	0,0059	0,6%	0,195	17	0,0077	0,0077	0,4%	0,232
I	53	0,0057	0,170	53	0,0038	0,0038	0,1%	0,134	32	0,0057	0,0057	0,0%	0,230	
60i1	II	32	0,0061	0,541	32	0,0061	0,0061	0,6%	0,541	32	0,0061	0,0061	0,3%	0,541
	III	32	0,0093	0,671	32	0,0093	0,0093	0,7%	0,671	32	0,0093	0,0093	0,1%	0,671
	II	34	0,0028	0,244	34	0,0033	0,0033	0,6%	0,264	34	0,0033	0,0033	0,5%	0,264
	III	34	0,0048	0,322	17	0,0043	0,0043	1,0%	0,305	17	0,0043	0,0043	0,9%	0,305
60i2	II	32	0,0061	0,541	32	0,0061	0,0061	0,6%	0,541	32	0,0061	0,0061	0,3%	0,541
	III	32	0,0093	0,671	32	0,0093	0,0093	0,7%	0,671	32	0,0093	0,0093	0,1%	0,671
	II	34	0,0028	0,244	34	0,0033	0,0033	0,6%	0,264	34	0,0033	0,0033	0,5%	0,264
	III	34	0,0048	0,322	17	0,0043	0,0043	1,0%	0,305	17	0,0043	0,0043	0,9%	0,305
60i3	III	32	0,0074	0,625	32	0,0070	0,0070	0,1%	0,579	32	0,0070	0,0070	0,3%	0,579
	III	34	0,0048	0,307	53	0,0047	0,0048	1,1%	0,377	53	0,0047	0,0048	0,2%	0,377
	II	36	0,0079	0,588	36	0,0070	0,0070	0,2%	0,495	36	0,0070	0,0070	0,3%	0,495
	II	37	0,0029	0,191	17	0,0043	0,0043	0,4%	0,330	17	0,0043	0,0043	1,7%	0,330
60j1	II	32	0,0181	0,537	32	0,0181	0,0181	0,2%	0,537	32	0,0181	0,0181	0,2%	0,537
	III	32	0,0274	0,659	32	0,0277	0,0274	1,0%	0,659	32	0,0277	0,0274	1,0%	0,659
	II	34	0,0085	0,244	17	0,0085	0,0085	0,1%	0,244	17	0,0085	0,0085	0,1%	0,244
	III	34	0,0148	0,322	17	0,0146	0,0148	1,9%	0,328	17	0,0146	0,0148	1,9%	0,328
60j2	II	32	0,0181	0,537	32	0,0181	0,0181	0,2%	0,537	32	0,0181	0,0181	0,2%	0,537
	III	32	0,0274	0,659	32	0,0277	0,0274	1,0%	0,659	32	0,0277	0,0274	1,0%	0,659
	II	34	0,0085	0,244	17	0,0085	0,0085	0,1%	0,244	17	0,0085	0,0085	0,1%	0,244
	III	34	0,0148	0,322	17	0,0146	0,0148	1,9%	0,328	17	0,0146	0,0148	1,9%	0,328

Tabela B.1: resultados obtidos a partir dos modelos probabilísticos e simulação (continuação).

cen.	Tipo	solução inicial			solução heurística									
		local	ρ_{jm}	cob_j	menor cobertura				menor ρ					
					local	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	cob_j	local	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	cob_j
60j3	III	32	0,0222	0,617	32	0,0209	0,0209	0,3%	0,573	32	0,0210	0,0209	0,2%	0,573
	III	34	0,0147	0,306	53	0,0144	0,0145	0,7%	0,376	53	0,0143	0,0145	1,3%	0,376
	II	36	0,0234	0,579	36	0,0207	0,0207	0,2%	0,490	36	0,0209	0,0207	0,7%	0,490
	II	37	0,0086	0,190	17	0,0130	0,0128	1,8%	0,328	17	0,0129	0,0128	1,2%	0,328
60k1	II	32	0,0075	0,489	32	0,0075	0,0075	0,1%	0,489	32	0,0076	0,0075	1,5%	0,489
	III	32	0,0104	0,575	32	0,0104	0,0104	0,4%	0,575	32	0,0104	0,0104	0,3%	0,575
	II	34	0,0048	0,300	34	0,0058	0,0057	0,9%	0,329	34	0,0057	0,0057	0,3%	0,329
	III	34	0,0086	0,415	17	0,0077	0,0077	0,2%	0,388	17	0,0076	0,0077	1,0%	0,388
60k2	II	32	0,0075	0,489	32	0,0075	0,0075	0,1%	0,489	32	0,0076	0,0075	1,5%	0,489
	III	32	0,0104	0,575	32	0,0104	0,0104	0,4%	0,575	32	0,0104	0,0104	0,3%	0,575
	II	34	0,0048	0,300	34	0,0058	0,0057	0,9%	0,329	34	0,0057	0,0057	0,3%	0,329
	III	34	0,0086	0,415	17	0,0077	0,0077	0,2%	0,388	17	0,0076	0,0077	1,0%	0,388
60k3	II	32	0,0094	0,588	32	0,0085	0,0085	0,5%	0,518	32	0,0085	0,0085	0,5%	0,518
	II	34	0,0077	0,386	34	0,0058	0,0057	1,2%	0,329	34	0,0057	0,0057	0,4%	0,329
	III	36	0,0103	0,482	36	0,0085	0,0085	0,7%	0,476	36	0,0085	0,0085	0,6%	0,476
	III	37	0,0048	0,257	17	0,0086	0,0086	0,4%	0,458	17	0,0085	0,0086	0,5%	0,458
60l1	II	32	0,0122	0,430	32	0,0120	0,0122	1,3%	0,430	32	0,0121	0,0122	0,7%	0,430
	III	32	0,0212	0,572	32	0,0213	0,0212	0,4%	0,572	32	0,0215	0,0212	1,4%	0,572
	II	34	0,0094	0,308	34	0,0112	0,0112	0,6%	0,337	34	0,0112	0,0112	0,0%	0,337
	III	34	0,0160	0,412	17	0,0140	0,0142	1,9%	0,386	17	0,0140	0,0142	1,9%	0,386
60l2	II	32	0,0122	0,430	32	0,0120	0,0122	1,3%	0,430	32	0,0121	0,0122	0,7%	0,430
	III	32	0,0212	0,572	32	0,0213	0,0212	0,4%	0,572	32	0,0215	0,0212	1,4%	0,572
	II	34	0,0094	0,308	34	0,0112	0,0112	0,6%	0,337	34	0,0112	0,0112	0,0%	0,337
	III	34	0,0160	0,412	17	0,0140	0,0142	1,9%	0,386	17	0,0140	0,0142	1,9%	0,386
60l3	II	32	0,0168	0,523	32	0,0158	0,0159	0,4%	0,487	32	0,0158	0,0159	0,8%	0,487
	III	34	0,0151	0,397	17	0,0159	0,0159	0,4%	0,457	17	0,0159	0,0159	0,2%	0,457
	III	36	0,0175	0,481	36	0,0159	0,0158	0,9%	0,444	36	0,0158	0,0158	0,0%	0,444
	II	37	0,0094	0,265	34	0,0113	0,0112	0,9%	0,338	34	0,0114	0,0112	1,6%	0,338
60m1	II	32	0,0089	0,372	32	0,0088	0,0089	1,6%	0,372	32	0,0089	0,0089	0,0%	0,372
	III	32	0,0145	0,481	32	0,0144	0,0145	0,8%	0,481	32	0,0146	0,0145	0,5%	0,481
	II	34	0,0075	0,320	34	0,0076	0,0075	1,2%	0,320	34	0,0075	0,0075	0,2%	0,320
	III	34	0,0136	0,467	34	0,0136	0,0136	0,1%	0,467	34	0,0135	0,0136	0,5%	0,467
60m2	II	32	0,0089	0,372	32	0,0088	0,0089	1,6%	0,372	32	0,0089	0,0089	0,0%	0,372
	III	32	0,0145	0,481	32	0,0144	0,0145	0,8%	0,481	32	0,0146	0,0145	0,5%	0,481
	II	34	0,0075	0,320	34	0,0076	0,0075	1,2%	0,320	34	0,0075	0,0075	0,2%	0,320
	III	34	0,0136	0,467	34	0,0136	0,0136	0,1%	0,467	34	0,0135	0,0136	0,5%	0,467
60m3	II	17	0,0114	0,409	35	0,0099	0,0098	0,7%	0,355	17	0,0114	0,0113	0,3%	0,395
	II	32	0,0109	0,409	32	0,0107	0,0109	1,5%	0,409	32	0,0108	0,0109	0,8%	0,409
	III	34	0,0103	0,401	49	0,0123	0,0122	0,4%	0,416	49	0,0108	0,0108	0,5%	0,398
	III	36	0,0126	0,444	36	0,0117	0,0117	0,2%	0,443	36	0,0118	0,0117	1,2%	0,443
60n1	I	6	0,0066	0,221	6	0,0066	0,0066	0,6%	0,222	6	0,0066	0,0066	0,1%	0,222
	I	12	0,0057	0,216	59	0,0020	0,0020	0,2%	0,106	59	0,0020	0,0020	0,8%	0,105
	III	26	0,0111	0,361	26	0,0083	0,0084	1,4%	0,319	26	0,0083	0,0084	0,8%	0,319
	III	31	0,0049	0,211	59	0,0086	0,0085	0,2%	0,291	59	0,0068	0,0067	0,2%	0,252
	I	36	0,0038	0,192	5	0,0039	0,0038	2,4%	0,132	46	0,0066	0,0066	0,5%	0,198
	III	36	0,0093	0,341	36	0,0095	0,0093	1,6%	0,340	36	0,0094	0,0093	1,1%	0,340
	I	52	0,0065	0,198	10	0,0093	0,0093	0,4%	0,354	10	0,0092	0,0093	0,5%	0,354
	I	52	0,0029	0,094	10	0,0066	0,0066	0,4%	0,250	10	0,0065	0,0066	1,7%	0,250
I	59	0,0075	0,217	25	0,0057	0,0056	2,1%	0,244	25	0,0048	0,0047	1,9%	0,195	

Tabela B.1: resultados obtidos a partir dos modelos probabilísticos e simulação (continuação).

cen.	Tipo	solução inicial			solução heurística									
		local	ρ_{jm}	cob_j	menor cobertura					menor ρ				
					local	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	cob_j	local	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	cob_j
60n2	I	6	0,0066	0,221	6	0,0066	0,0066	0,3%	0,221	6	0,0066	0,0066	0,3%	0,221
	III	26	0,0102	0,358	26	0,0102	0,0102	0,3%	0,359	26	0,0102	0,0102	0,3%	0,359
	I	36	0,0038	0,192	36	0,0038	0,0038	0,5%	0,192	36	0,0038	0,0038	0,5%	0,192
	III	36	0,0093	0,341	36	0,0094	0,0093	0,9%	0,341	36	0,0094	0,0093	0,9%	0,341
	I	41	0,0039	0,176	41	0,0039	0,0039	0,5%	0,176	41	0,0039	0,0039	0,5%	0,176
	I	41	0,0048	0,210	41	0,0048	0,0048	0,4%	0,210	41	0,0048	0,0048	0,4%	0,210
	I	52	0,0065	0,198	26	0,0064	0,0065	1,6%	0,278	26	0,0064	0,0065	1,6%	0,278
	I	52	0,0029	0,094	26	0,0028	0,0029	4,0%	0,140	26	0,0028	0,0029	4,0%	0,140
III	59	0,0085	0,291	59	0,0086	0,0085	1,4%	0,291	59	0,0086	0,0085	1,4%	0,291	
60n3	I	6	0,0066	0,222	6	0,0066	0,0066	0,3%	0,222	6	0,0066	0,0066	0,2%	0,222
	I	10	0,0075	0,284	10	0,0056	0,0057	1,1%	0,216	10	0,0056	0,0057	0,9%	0,216
	III	36	0,0093	0,340	36	0,0103	0,0102	1,2%	0,340	36	0,0103	0,0102	0,3%	0,340
	I	40	0,0047	0,180	5	0,0038	0,0038	2,0%	0,132	40	0,0048	0,0047	1,4%	0,179
	I	41	0,0039	0,176	12	0,0039	0,0038	2,9%	0,161	25	0,0037	0,0038	1,8%	0,160
	III	47	0,0102	0,358	47	0,0083	0,0084	1,4%	0,319	47	0,0083	0,0084	1,2%	0,319
	III	48	0,0076	0,270	48	0,0077	0,0077	0,8%	0,259	48	0,0076	0,0077	0,5%	0,259
	I	52	0,0038	0,129	32	0,0093	0,0093	0,3%	0,318	32	0,0092	0,0093	0,9%	0,318
	I	59	0,0047	0,142	25	0,0038	0,0038	1,4%	0,160	12	0,0038	0,0038	0,1%	0,161
60o1	III	5	0,0044	0,125	15	0,0067	0,0069	3,1%	0,247	15	0,0086	0,0087	0,8%	0,337
	I	16	0,0039	0,106	42	0,0068	0,0067	1,2%	0,268	42	0,0087	0,0085	1,8%	0,357
	I	16	0,0048	0,140	42	0,0087	0,0085	1,7%	0,330	42	0,0087	0,0086	1,0%	0,335
	I	28	0,0148	0,678	28	0,0111	0,0112	1,1%	0,495	28	0,0103	0,0104	0,7%	0,465
	I	28	0,0105	0,523	28	0,0065	0,0068	5,0%	0,339	59	0,0065	0,0067	3,2%	0,237
	III	28	0,0219	0,820	28	0,0194	0,0193	0,8%	0,713	28	0,0195	0,0193	1,3%	0,713
60o2	I	28	0,0112	0,493	28	0,0112	0,0112	0,0%	0,494	28	0,0112	0,0112	0,1%	0,510
	I	28	0,0067	0,336	28	0,0065	0,0068	4,1%	0,337	51	0,0055	0,0056	3,0%	0,158
	III	28	0,0184	0,668	28	0,0186	0,0184	1,2%	0,668	28	0,0195	0,0193	1,3%	0,713
	I	42	0,0057	0,246	7	0,0086	0,0086	0,0%	0,306	7	0,0068	0,0070	2,8%	0,278
	I	42	0,0030	0,148	7	0,0058	0,0060	3,3%	0,214	7	0,0115	0,0113	1,1%	0,527
	III	42	0,0106	0,377	42	0,0077	0,0077	0,0%	0,316	15	0,0077	0,0078	1,1%	0,263
60o3	I	19	0,0084	0,271	59	0,0056	0,0058	3,7%	0,218	59	0,0055	0,0058	4,7%	0,218
	I	28	0,0131	0,575	28	0,0131	0,0131	0,3%	0,574	28	0,0130	0,0131	0,8%	0,574
	III	32	0,0192	0,711	32	0,0176	0,0175	0,7%	0,621	32	0,0175	0,0175	0,1%	0,621
	I	34	0,0132	0,488	42	0,0087	0,0085	1,9%	0,332	42	0,0086	0,0085	0,7%	0,332
	III	37	0,0079	0,259	15	0,0096	0,0096	0,2%	0,354	15	0,0096	0,0096	0,3%	0,354
	I	50	0,0040	0,138	7	0,0106	0,0104	1,2%	0,468	7	0,0104	0,0104	0,1%	0,468
60p1	I	11	0,0230	0,857	29	0,0104	0,0108	4,2%	0,505	29	0,0104	0,0108	4,2%	0,505
	I	11	0,0213	0,796	29	0,0178	0,0178	0,3%	0,754	29	0,0178	0,0178	0,3%	0,754
	III	47	0,0222	0,829	29	0,0281	0,0274	2,5%	0,958	29	0,0281	0,0274	2,5%	0,958
60p2	I	12	0,0213	0,824	20	0,0104	0,0108	4,2%	0,504	20	0,0104	0,0108	4,2%	0,504
	I	12	0,0170	0,671	20	0,0178	0,0178	0,3%	0,754	20	0,0178	0,0178	0,3%	0,754
	III	20	0,0239	0,883	20	0,0281	0,0274	2,5%	0,957	20	0,0281	0,0274	2,5%	0,957
60p3	III	12	0,0248	0,882	23	0,0245	0,0239	2,1%	0,885	23	0,0242	0,0239	1,2%	0,885
	I	29	0,0247	0,878	18	0,0160	0,0161	0,5%	0,624	18	0,0159	0,0161	1,3%	0,624
	I	47	0,0161	0,649	2	0,0217	0,0212	2,1%	0,823	2	0,0214	0,0212	0,9%	0,823
60q1	I	2	0,0138	0,614	2	0,0121	0,0120	0,8%	0,538	2	0,0120	0,0120	0,2%	0,538
	I	7	0,0112	0,462	7	0,0086	0,0086	0,1%	0,331	7	0,0085	0,0086	1,1%	0,331
	I	19	0,0066	0,175	54	0,0046	0,0048	3,4%	0,141	54	0,0046	0,0048	4,5%	0,141
	III	32	0,0157	0,612	32	0,0159	0,0157	1,2%	0,611	32	0,0157	0,0157	0,0%	0,611
	III	34	0,0086	0,302	34	0,0087	0,0086	1,2%	0,302	34	0,0086	0,0086	0,9%	0,302
	I	35	0,0020	0,058	29	0,0113	0,0112	1,4%	0,481	29	0,0112	0,0112	0,1%	0,481
	I	36	0,0068	0,242	36	0,0065	0,0067	3,8%	0,237	36	0,0064	0,0067	4,8%	0,237
	I	43	0,0030	0,091	43	0,0039	0,0038	0,9%	0,123	43	0,0038	0,0038	0,4%	0,123

Tabela B.1: resultados obtidos a partir dos modelos probabilísticos e simulação (continuação).

cen.	Tipo	solução inicial			solução heurística									
					menor cobertura					menor ρ				
		local	ρ_{jm}	cob_j	local	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	cob_j	local	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	cob_j
60q2	I	12	0,0121	0,553	12	0,0095	0,0094	0,8%	0,420	12	0,0094	0,0094	1,0%	0,420
	III	32	0,0166	0,629	32	0,0159	0,0157	1,3%	0,611	32	0,0157	0,0157	0,4%	0,611
	III	34	0,0077	0,284	34	0,0087	0,0085	1,4%	0,302	34	0,0086	0,0085	1,1%	0,302
	I	35	0,0029	0,091	29	0,0131	0,0130	1,0%	0,570	29	0,0129	0,0130	0,3%	0,570
	I	36	0,0086	0,304	36	0,0065	0,0067	3,9%	0,237	36	0,0064	0,0067	4,9%	0,237
	I	38	0,0094	0,429	38	0,0106	0,0104	1,7%	0,450	38	0,0104	0,0104	0,6%	0,450
	I	49	0,0030	0,094	16	0,0019	0,0020	2,7%	0,056	16	0,0019	0,0020	3,3%	0,056
	I	54	0,0049	0,143	27	0,0055	0,0056	2,2%	0,159	27	0,0055	0,0056	3,4%	0,159
60q3	I	2	0,0130	0,583	12	0,0095	0,0094	0,8%	0,420	12	0,0094	0,0094	1,0%	0,420
	I	10	0,0130	0,529	32	0,0159	0,0157	1,3%	0,611	32	0,0157	0,0157	0,4%	0,611
	I	19	0,0057	0,155	34	0,0087	0,0085	1,4%	0,302	34	0,0086	0,0085	1,1%	0,302
	III	34	0,0097	0,323	29	0,0131	0,0130	1,0%	0,570	29	0,0129	0,0130	0,3%	0,570
	I	35	0,0039	0,138	36	0,0065	0,0067	3,9%	0,237	36	0,0064	0,0067	4,9%	0,237
	III	36	0,0166	0,586	38	0,0106	0,0104	1,7%	0,450	38	0,0104	0,0104	0,6%	0,450
	I	37	0,0011	0,039	16	0,0019	0,0020	2,7%	0,056	16	0,0019	0,0020	3,3%	0,056
	I	46	0,0029	0,088	27	0,0055	0,0056	2,2%	0,159	27	0,0055	0,0056	3,4%	0,159
72a1	III	4	0,0048	0,381	4	0,0058	0,0057	1,1%	0,476	4	0,0038	0,0039	2,0%	0,284
	III	21	0,0039	0,341	21	0,0047	0,0047	0,8%	0,377	21	0,0048	0,0048	0,4%	0,380
	II	33	0,0029	0,244	47	0,0020	0,0020	2,6%	0,202	47	0,0019	0,0019	2,2%	0,198
	II	33	0,0030	0,247	33	0,0029	0,0029	1,5%	0,243	47	0,0020	0,0020	1,9%	0,202
	III	38	0,0021	0,085	36	0,0030	0,0031	0,5%	0,193	36	0,0040	0,0040	1,0%	0,348
	III	49	0,0029	0,242	47	0,0040	0,0039	2,5%	0,342	47	0,0040	0,0039	1,5%	0,343
	III	65	0,0049	0,323	36	0,0039	0,0040	0,7%	0,348	65	0,0030	0,0030	0,4%	0,194
72a2	II	2	0,0019	0,200	32	0,0048	0,0047	1,7%	0,375	32	0,0048	0,0047	0,9%	0,375
	II	10	0,0029	0,240	47	0,0020	0,0020	2,0%	0,204	47	0,0020	0,0020	1,3%	0,204
	III	27	0,0049	0,355	27	0,0039	0,0040	1,5%	0,347	27	0,0039	0,0040	0,4%	0,347
	III	34	0,0039	0,343	34	0,0039	0,0039	1,2%	0,343	34	0,0039	0,0039	1,2%	0,343
	III	47	0,0057	0,419	47	0,0059	0,0057	2,1%	0,419	47	0,0058	0,0057	1,2%	0,419
	III	59	0,0029	0,186	59	0,0029	0,0029	0,5%	0,183	59	0,0029	0,0029	0,2%	0,183
	III	66	0,0021	0,183	60	0,0030	0,0030	1,5%	0,253	60	0,0031	0,0030	0,9%	0,253
72a3	II	2	0,0020	0,200	60	0,0001	0,0001	0,0%	0,010	23	0,0019	0,0020	4,3%	0,205
	III	21	0,0048	0,382	21	0,0048	0,0048	0,0%	0,376	21	0,0048	0,0048	0,3%	0,380
	III	35	0,0031	0,234	35	0,0020	0,0021	3,5%	0,210	13	0,0049	0,0048	0,6%	0,383
	III	38	0,0021	0,084	15	0,0040	0,0039	0,6%	0,401	19	0,0039	0,0039	1,0%	0,342
	III	47	0,0057	0,419	47	0,0049	0,0048	1,8%	0,322	47	0,0030	0,0029	2,0%	0,245
	II	48	0,0029	0,153	60	0,0020	0,0020	0,8%	0,150	35	0,0020	0,0021	3,1%	0,209
	III	60	0,0039	0,288	60	0,0040	0,0040	0,7%	0,291	60	0,0031	0,0030	0,4%	0,195
72b1	II	18	0,0102	0,329	20	0,0114	0,0112	1,7%	0,362	20	0,0114	0,0112	1,7%	0,362
	II	18	0,0058	0,224	20	0,0086	0,0085	1,6%	0,289	20	0,0086	0,0085	1,6%	0,289
	III	18	0,0143	0,405	18	0,0132	0,0134	2,0%	0,391	18	0,0132	0,0134	2,0%	0,391
	III	48	0,0193	0,498	48	0,0197	0,0193	2,1%	0,498	48	0,0197	0,0193	2,1%	0,498
	III	48	0,0143	0,429	48	0,0142	0,0143	0,9%	0,429	48	0,0142	0,0143	0,9%	0,429
72b2	II	18	0,0121	0,358	20	0,0114	0,0112	1,7%	0,362	20	0,0123	0,0121	1,7%	0,376
	II	18	0,0103	0,327	20	0,0086	0,0085	1,6%	0,289	20	0,0104	0,0103	1,2%	0,328
	III	21	0,0143	0,313	18	0,0132	0,0134	2,0%	0,391	21	0,0141	0,0143	1,3%	0,313
	III	48	0,0176	0,478	48	0,0197	0,0193	2,1%	0,498	48	0,0179	0,0176	1,7%	0,478
	III	48	0,0143	0,429	48	0,0142	0,0143	0,9%	0,429	48	0,0142	0,0143	0,9%	0,429
72b3	III	17	0,0115	0,351	18	0,0131	0,0134	2,3%	0,391	18	0,0131	0,0134	2,6%	0,391
	II	18	0,0103	0,323	20	0,0085	0,0085	0,5%	0,289	20	0,0085	0,0085	0,2%	0,289
	II	19	0,0097	0,302	19	0,0112	0,0112	0,5%	0,362	19	0,0112	0,0112	0,6%	0,362
	III	48	0,0184	0,484	48	0,0186	0,0184	1,0%	0,484	48	0,0187	0,0184	1,4%	0,484
	III	49	0,0169	0,465	49	0,0151	0,0152	0,4%	0,461	49	0,0151	0,0152	0,5%	0,461

Tabela B.1: resultados obtidos a partir dos modelos probabilísticos e simulação (continuação).

cen.	Tipo	solução inicial			solução heurística									
					menor cobertura					menor ρ				
		local	ρ_{3m}	cob_j	local	ρ_{3s}	ρ_{3m}	err	cob_j	local	ρ_{3s}	ρ_{3m}	err	cob_j
72c1	III	17	0,0112	0,351	17	0,0113	0,0112	0,6%	0,351	17	0,0113	0,0112	1,0%	0,351
	II	18	0,0103	0,322	18	0,0093	0,0093	0,1%	0,322	50	0,0065	0,0068	4,1%	0,186
	II	19	0,0096	0,302	20	0,0057	0,0060	5,6%	0,159	20	0,0122	0,0121	1,2%	0,376
	III	48	0,0184	0,484	48	0,0188	0,0184	1,8%	0,484	48	0,0188	0,0184	1,8%	0,484
	III	49	0,0143	0,416	49	0,0161	0,0159	0,9%	0,464	49	0,0133	0,0134	0,7%	0,414
	II	50	0,0068	0,186	20	0,0095	0,0098	2,6%	0,302	20	0,0095	0,0097	1,4%	0,302
72c2	II	18	0,0103	0,327	18	0,0104	0,0103	1,5%	0,327	20	0,0123	0,0121	1,7%	0,376
	II	20	0,0121	0,376	20	0,0076	0,0076	0,4%	0,274	20	0,0104	0,0103	1,2%	0,328
	III	21	0,0141	0,313	19	0,0142	0,0142	0,3%	0,405	21	0,0141	0,0141	0,1%	0,313
	III	48	0,0175	0,478	48	0,0188	0,0184	1,8%	0,484	48	0,0179	0,0175	1,8%	0,478
	III	49	0,0116	0,398	49	0,0123	0,0125	1,5%	0,412	49	0,0114	0,0116	2,1%	0,398
	II	50	0,0068	0,186	50	0,0065	0,0068	3,5%	0,186	50	0,0065	0,0068	3,3%	0,186
72c3	II	19	0,0112	0,352	19	0,0112	0,0111	0,5%	0,362	19	0,0112	0,0112	0,5%	0,352
	II	20	0,0112	0,352	20	0,0084	0,0085	0,5%	0,289	20	0,0113	0,0112	0,9%	0,352
	III	21	0,0141	0,313	18	0,0131	0,0133	1,0%	0,391	21	0,0139	0,0141	1,2%	0,313
	III	48	0,0175	0,478	48	0,0186	0,0184	1,0%	0,484	48	0,0178	0,0175	1,6%	0,478
	III	49	0,0116	0,398	49	0,0123	0,0125	1,2%	0,412	49	0,0113	0,0116	2,4%	0,398
	II	52	0,0067	0,180	50	0,0065	0,0068	4,5%	0,186	50	0,0065	0,0068	3,2%	0,186
120a1	I	4	0,0077	0,126	74	0,0078	0,0081	3,5%	0,144	74	0,0078	0,0081	3,5%	0,144
	III	5	0,0143	0,262	5	0,0143	0,0142	0,5%	0,262	5	0,0143	0,0142	0,5%	0,262
	I	9	0,0077	0,145	63	0,0085	0,0086	0,9%	0,150	63	0,0085	0,0086	0,9%	0,150
	I	9	0,0105	0,193	9	0,0096	0,0095	0,3%	0,183	9	0,0096	0,0095	0,3%	0,183
	I	66	0,0089	0,178	3	0,0113	0,0116	2,0%	0,230	3	0,0113	0,0116	2,0%	0,230
	I	83	0,0061	0,115	70	0,0122	0,0123	0,6%	0,250	70	0,0122	0,0123	0,6%	0,250
	I	83	0,0140	0,272	83	0,0086	0,0088	2,0%	0,181	83	0,0086	0,0088	2,0%	0,181
	III	83	0,0229	0,440	83	0,0233	0,0229	2,0%	0,440	83	0,0233	0,0229	2,0%	0,440
	III	92	0,0141	0,211	92	0,0139	0,0141	1,2%	0,211	92	0,0139	0,0141	1,2%	0,211
	II	116	0,0095	0,173	116	0,0094	0,0095	0,6%	0,173	116	0,0094	0,0095	0,6%	0,173
120a2	I	13	0,0084	0,126	13	0,0083	0,0084	1,1%	0,126	13	0,0083	0,0084	1,1%	0,126
	II	61	0,0116	0,241	61	0,0115	0,0116	1,3%	0,241	61	0,0115	0,0116	1,3%	0,241
	I	71	0,0076	0,124	71	0,0074	0,0076	1,6%	0,124	71	0,0074	0,0076	1,6%	0,124
	I	76	0,0077	0,077	76	0,0074	0,0077	3,1%	0,077	76	0,0074	0,0077	3,1%	0,077
	I	76	0,0068	0,076	76	0,0066	0,0068	2,9%	0,076	76	0,0066	0,0068	2,9%	0,076
	I	83	0,0089	0,180	83	0,0086	0,0089	3,3%	0,180	83	0,0086	0,0089	3,3%	0,180
	I	83	0,0176	0,319	83	0,0178	0,0176	1,3%	0,319	83	0,0178	0,0176	1,3%	0,319
	III	83	0,0238	0,448	83	0,0243	0,0238	1,7%	0,448	83	0,0243	0,0238	1,7%	0,448
	III	92	0,0105	0,183	92	0,0104	0,0105	1,0%	0,183	92	0,0104	0,0105	1,0%	0,183
	III	99	0,0153	0,271	99	0,0152	0,0153	0,2%	0,271	99	0,0152	0,0153	0,2%	0,271
120a3	I	3	0,0124	0,246	3	0,0095	0,0098	3,2%	0,193	3	0,0095	0,0098	3,2%	0,193
	III	5	0,0143	0,262	5	0,0143	0,0144	0,3%	0,262	5	0,0143	0,0144	0,3%	0,262
	I	9	0,0096	0,177	82	0,0096	0,0095	0,0%	0,193	82	0,0096	0,0095	0,0%	0,193
	I	10	0,0086	0,164	47	0,0093	0,0095	1,3%	0,173	47	0,0093	0,0095	1,3%	0,173
	I	15	0,0087	0,163	84	0,0096	0,0094	1,4%	0,194	84	0,0096	0,0094	1,4%	0,194
	I	38	0,0113	0,211	31	0,0102	0,0104	1,8%	0,197	31	0,0102	0,0104	1,8%	0,197
	I	66	0,0081	0,151	95	0,0113	0,0114	1,2%	0,235	95	0,0113	0,0114	1,2%	0,235
	III	83	0,0228	0,440	83	0,0214	0,0211	1,2%	0,422	83	0,0214	0,0211	1,2%	0,422
	III	92	0,0141	0,211	92	0,0113	0,0113	0,8%	0,192	92	0,0113	0,0113	0,8%	0,192
	II	116	0,0095	0,173	76	0,0139	0,0141	1,4%	0,217	76	0,0139	0,0141	1,4%	0,217

Tabela B.1: resultados obtidos a partir dos modelos probabilísticos e simulação (continuação).

cen.	Tipo	solução inicial			solução heurística									
					menor cobertura				menor ρ					
		local	ρ_{jm}	cob_j	local	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	cob_j	local	ρ_{js}	ρ_{jm}	err	cob_j
120b1	I	3	0,0133	0,268	3	0,0104	0,0107	2,9%	0,208	3	0,0105	0,0107	1,9%	0,208
	III	5	0,0143	0,262	5	0,0143	0,0143	0,4%	0,262	5	0,0143	0,0143	0,1%	0,262
	II	9	0,0114	0,234	9	0,0125	0,0123	1,5%	0,241	9	0,0124	0,0123	0,7%	0,241
	I	10	0,0078	0,141	47	0,0084	0,0086	1,9%	0,150	47	0,0086	0,0086	0,2%	0,150
	I	26	0,0103	0,178	31	0,0102	0,0104	1,9%	0,197	31	0,0103	0,0104	0,5%	0,197
	I	66	0,0072	0,128	70	0,0113	0,0114	0,8%	0,250	70	0,0113	0,0114	0,5%	0,250
	III	83	0,0228	0,440	83	0,0214	0,0212	1,1%	0,422	83	0,0215	0,0212	1,5%	0,422
	III	92	0,0141	0,211	92	0,0111	0,0115	2,9%	0,192	92	0,0112	0,0115	2,7%	0,192
	II	116	0,0095	0,173	86	0,0120	0,0121	0,7%	0,180	86	0,0122	0,0121	0,4%	0,180
120b2	I	3	0,0133	0,268	3	0,0132	0,0133	0,7%	0,268	3	0,0133	0,0133	0,1%	0,268
	II	9	0,0114	0,234	9	0,0125	0,0123	1,4%	0,241	9	0,0124	0,0123	0,6%	0,241
	I	10	0,0078	0,142	31	0,0092	0,0095	2,4%	0,174	31	0,0094	0,0095	0,8%	0,174
	I	38	0,0113	0,211	38	0,0074	0,0077	4,4%	0,136	38	0,0074	0,0077	3,9%	0,136
	I	66	0,0072	0,128	70	0,0104	0,0105	1,6%	0,228	70	0,0104	0,0105	1,5%	0,228
	III	83	0,0228	0,440	83	0,0223	0,0220	1,3%	0,431	83	0,0225	0,0220	1,9%	0,431
	III	92	0,0141	0,211	92	0,0111	0,0115	2,9%	0,192	92	0,0139	0,0141	1,8%	0,211
	III	99	0,0143	0,262	99	0,0143	0,0143	0,2%	0,262	99	0,0143	0,0143	0,3%	0,262
	II	116	0,0095	0,173	86	0,0120	0,0121	0,7%	0,180	116	0,0095	0,0095	0,0%	0,173
120b3	I	3	0,0133	0,268	3	0,0132	0,0133	0,7%	0,268	3	0,0133	0,0133	0,1%	0,268
	II	9	0,0114	0,234	9	0,0125	0,0123	1,4%	0,241	9	0,0124	0,0123	0,6%	0,241
	I	10	0,0078	0,141	31	0,0092	0,0095	2,4%	0,174	31	0,0094	0,0095	0,8%	0,174
	I	26	0,0103	0,178	38	0,0074	0,0077	4,4%	0,136	38	0,0074	0,0077	3,9%	0,136
	I	66	0,0072	0,128	70	0,0104	0,0105	1,6%	0,228	70	0,0104	0,0105	1,5%	0,228
	III	83	0,0228	0,440	83	0,0223	0,0220	1,3%	0,431	83	0,0225	0,0220	1,9%	0,431
	III	92	0,0141	0,211	92	0,0111	0,0115	2,9%	0,192	92	0,0139	0,0141	1,8%	0,211
	III	99	0,0143	0,262	99	0,0143	0,0143	0,2%	0,262	99	0,0143	0,0143	0,3%	0,262
	II	116	0,0095	0,173	86	0,0120	0,0121	0,7%	0,180	116	0,0095	0,0095	0,0%	0,173

Obs: 1) local: localização da embarcação; 2) ρ_{js} e ρ_{jm} : taxas de utilização calculadas, respectivamente, pelo modelo probabilístico e pela simulação; 3) err: erro da taxa de utilização do modelo em relação à simulação e 4) cob_j : cobertura da embarcação estimada pelo modelo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKINC, U.; KHUMAWALA, B. M. **An Efficient Branch and Bound Algorithm for the Capacitated Warehouse Location Problem**, *Management Sci.*, v.23, p.585-594, 1977.
- ALY, A. A.; WHITE, J. A. **Probabilistic Formulation of the Emergency Service Location Problem**, *Journal Oper. Res. Soc.*, v.29, p.1167-1179, 1978.
- ARDUS, D. A.; GREEN, C. D. **Safety in Offshore Drilling - The Role of Shallow Gas Surveys**, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1990.
- ASTEO - ASSOCIATION SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE POUR L'EXPLOITATION DES OCÉANS. **Risk Analysis for Offshore Structures and Equipment**, London, Graham and Trotman, London, 1987.
- BATTA, R.; DOLAN, J. M.; KRISHNAMURTHY, N. N. **The Maximal Expected Covering Location Problem Revised**, *Transp. Sci.*, v.23, p.277-287, 1989.
- BELARDO, S.; HARRALD, J.; WALLACE, W. A.; WARD, J. **A Partial Covering Approach to Siting Response Resources for Major Maritime Oil Spills**, *Management Sci.*, v.30, p.1184-1196, 1984.
- BELL, C. E.; ALLEN, D. **Optimal Planning of an Emergency Ambulance Service**, *Socio-Econ. Plan. Sci.*, v.3, p.95-101, 1969.
- BENVENISTE, R. **Solving the Combined Zoning and Location Problem for Several Emergency Units**, *J. Oper. Res. Soc.*, v.36, p.433-450, 1985.
- BERMAN, O. **Locating a Facility on a Congested Network with Random Length**, *Networks*, v.15, p.275-293, 1989.
- BERMAN, O.; LARSON, R. C. **Optimal 2-Facility Network Districting in the Presence of Queuing**, *Transp. Sci.*, v.19, p.261-277, 1985.
- BERMAN, O.; LARSON, R. C. **Optimal Server Location on a Network Operating as an M/G/1 Queue**, S. P. (Working Paper OR-100-80), Operations Research Center-MIT, 1980.
- BERMAN, O.; LARSON, R. C.; CHIU, S. S. **Optimal Server Locations on a Network Operating as a M/G/1 Queue**, *Oper. Res.*, v.22, p.746-770, 1985.
- BERMAN, O.; LARSON, R. C.; PARKAN, C. **The Stochastic Queue p-Median Problem**, *Transp. Sci.*, v.21, p.207-216, 1987.
- BERMAN, O.; MANDOWSKY, R. R. **Location-Allocation on Congested Networks**, *European J. of Oper. Res.*, v.26, p.238-250, 1986.

- BERMAN, O.; ODONI, A. R. **Locating Mobile Servers on a Network with Markovian Properties**, *Networks*, v.12, p.73-86, 1982.
- BIANCHI, G.; CHURCH, R. L. **A Heuristic for a Hybrid Fleet Model**, *Comp. and Oper. Res.*, v.17, p.481-494, 1990.
- BRANDEAU, M. L.; CHIU, S. S. **An Overview of Representative Problems in Location Research**, *Management Sci.*, v.35, p.645-674, 1989.
- BRASIL. DIRETORIA DE PORTOS E COSTAS. **Portomarinst 21-08A: Requisitos para as Embarcações Classificadas como de Apoio Marítimo**, Rio de Janeiro, Diretoria de Portos e Costas, 1989.
- BRASIL. DIRETORIA DE PORTOS E COSTAS. **SOLAS: Convenção Internacional para a Salvaguarda da Vida Humana no Mar**, Rio de Janeiro, Diretoria de Portos e Costas, 1989.
- CARTER, G. M.; J. M. CHAIKEN, J. M.; IGNALL, E. **Response Areas for Two Emergency Units**, *Oper. Res.*, v.20, p.571-594, 1972.
- CHAIKEN, J. M.; IGNALL, E. **An Extension of Erlang's Formulas which Distinguishes Individual Servers**, *J. Appl. Prob.*, v.9, p.192-197, 1972.
- CHARNES, A.; COOPER, W. W.; HARRALD, J.; KARWAN, K. R.; WALLACE, W. A. **A Goal Interval Programming Model for Resource Allocation in a Marine Environmental Protection Program**, *Journal of Environmental Economics and Management*, v.3, p.347-362, 1976.
- CHARNES, A.; COOPER, W. W.; KARWAN, K. R.; WALLACE, W. A. **A Chance-Constrained Goal Programming Model to Evaluate Response Resources for Marine Pollution Disasters**, *Journal of Environmental Economics and Management*, v.6, p.244-274, 1979.
- CHEN, R. **Solution of Minisum and Maximax Location-Allocation Problems with Euclidean Distances**, *Naval Res. Logistics Quarterly*, v.30, p.449-459, 1983.
- CHIU, S. S.; BERMAN, O.; LARSON, R. C. **Locating a Mobile Server Queuing Facility on a Tree Network**, *Management Sci.*, v.31, p.764-772, 1985.
- CHIU, S. S.; LARSON, R. C. **Locating a n-Server Facility in a Stochastic Environment**, *Comp. and Oper. Res.*, v.12, p.509-516, 1985.
- CHRISTOFIDES, N. **Graph Theory and Algorithmic Approach**, London, Academic Press, 1975.

- CHRISTOFIDES, N.; VIOLA, P. **The Optimum Location of Multi-Centers on a Graph**, *Oper. Res. Quarterly*, v.22, p.145-154, 1971.
- CHURCH, R.; REVELLE, C. **The Maximal Covering Location Problem**, *Papers of the Regional Science Association*, v.32, p.101-108. 1974.
- COOPER, L. **A Random Locational Equilibrium Problem**, *J. of Regional Science*, v.14, p.47-54, 1974.
- COOPER, L. **Bounds on the Weber Problem Solution Under Conditions of Uncertainty**, *J. of Regional Science*, v.18, p.87-93, 1978.
- COOPER, L. **Heuristics Methods for Location-Allocation Problems**, *SIAM Review*, v.6, p.37-53, 1964.
- COOPER, L. **Location-Allocation Problems**, *Oper. Res.*, v.11, p.331-343, 1963.
- CURRENT, J.; MIN, H.; SCHILLING, D. **Multiobjective analysis of Facility Location Decisions**, *European Journal of Oper. Res.*, v.49, p.295-307, 1990.
- DALZELL, G. A.; MELVILLE, G. S.; VALAND, R.; FORREST, M. W. **The Assessment of Design Fire Cases on Offshore Installations Using Process Analysis Method**, s. 1., *Society of Petroleum Engineers*, p.773-779, 1991. (SPE-23303).
- DASKIN, M. S. **A Maximal Expected Covering Location Model: Formulation, Properties and Heuristic Solution**, *Transp. Sci.*, v.17, p.48-70, 1983.
- DASKIN, M. S.; STERN, E. H. **A Hierarchical Objective Set Covering Model for Emergency Medical Service Vehicle Deployment**, *Transp. Sci.*, v.15, p.137-152, 1981.
- DET NORSKE VERITAS. **Rules for Classification of Steel Ships: 1982**, Hovik, DNV, 1982. Part5, Cap. 7.
- DEVORE, J. L. **Probability and Statistics for Engineering and the Sciences**, 2ed., Brooks/Cole Publishing Company, 1987.
- DONG-WAN TCHA; MOON-GIL YOON. **A dual based Heuristic for the Simple Facility Location Problem with Stochastic Demand**, *IEE Transactions*, v.17, p.364-369, 1985.
- EATON, D. J.; DASKIN, M. S.; SIMMONS, D.; BULLOCH, B.; JANSMA, G. **Determining Emergency Medical Service Vehicle Deployment in Austin, Texas**, *Interfaces*, v.15, p.96-108, 1985.
- EATON, D. J.; SANCHES, H. M. L.; LANTIGUA, R. R.; MORGAN, J. **Determining Ambulance Deployment in Santo Domingo, Dominican Republic**, *Journal Oper. Res. Soc.*, v.37, p.113-126, 1986.

- ELZINGA, J.; HEARN, D. W. **The Minimum Covering Sphere Problem**, *Management Sci.*, v.19, p.96-104, 1972.
- ENFROYMSON, M. A.; RAY, T. L. **A Branch and Bound Algorithm for Plant Location**, *Oper. Res.*, v.14, p.361-368, 1966.
- FELDMAN, E.; LEHRER, F.; RAY, T. **Warehouse Location under Economies of Scale**, *Management Sci.*, v.14, p.361-372, 1966.
- FLYEN, T. **Ultra Large Fire Fighting Installations in North Sea Emergency Support**, In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 11, Houston, 1979. Proceedings. Houston, s. ed., p.2555-2566, 1979.
- FRANCIS, R. L.; MCGINNIS, L. F.; WHITE, J. A. **Locational Analysis**, *Europ. J. of Oper. Res.*, v.12, p.220-252, 1983.
- FRANCIS, R. L.; WHITE, J. A. **Facility Layout and Location: An Analytical Approach**, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1974.
- FRANK, H. **Optimal Locations on a Graph with Probabilistic Demands**, *Oper. Res.*, v.14, p.409-421, 1966.
- GOINS JR, W. C.; SHEFFIELD, R. **Blowout Prevention**, s. ed., Houston, Gulf Publishing Company, 1983.
- GOLDBERG, J.; DIETRICH, R.; CHEN, J. M.; MITWASI, M. G. **Validating and Applying a Model for Locating Emergency Medical Vehicles in Tucson, AZ**, *European J. of Oper. Res.*, v.49, p.308-324, 1990.
- GOLDBERG, J.; PAZ, L. **Locating Emergency Vehicle Bases when Service Time Depends on Call Location**, *Transp. Sci.*, v.25, p.264-280, 1991.
- GOLDBERG, J.; SZIDAROVSKY, F. **Methods for Solving Non-linear Equations Used in Evaluating Emergency Vehicle Busy Probabilities**, *Oper. Res.*, v.39, p.903-916, 1991.
- HAKIMI, S. L. **Optimum Distribution of Switching Centers in a Communication Network and some Related Graph Theoric Problems**, *Oper. Res.*, v.13, p.465-475, 1965.
- HAKIMI, S. L. **Optimum Locations of Switching Centers and The Absolute Centers and Medians of a Graph**, *Oper. Res.*, v.12, p.450-459, 1964.
- HALDI, J.; WHITCOMB, D. **Economies of Scale in Industrial Plants**, *J. Political Economy*, v.75, p.357-385, 1967.
- HALPERN, J. **The Accuracy of Estimates for the Performance Criteria in Certain Emergency Service Queuing Systems**, *Transp. Sci.*, v.11, p.223-242, 1977.

- HARRALD, J. R.; MARCUS, H. S.; WALLACE, W. A. **The EXXON Valdez: An Assessment of Crisis Prevention and Management Systems, Interfaces**, v.20, p.14-30, 1990.
- HASAN, P.; SCHILLING, D. A. **The Sitting of Emergency Facilities with Workload Capacities and Backup Coverage, Management Sci.**, v.34, 896-908, 1988.
- HEARN, D. W.; VIJAY, J. **Efficient Algorithms for the (Weighted) Minimum Circle Problem, Oper. Res.**, v.30, p.777-795, 1982.
- HOGAN, K.; REVELLE, C. **Concepts and Applications of Backup Coverage, Management Sci.**, v.32, 1434-1444, 1986.
- HOLAND, P. **Offshore Blowouts: Data for Risk Assessment**, In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON OFFSHORE MECHANICS AND ARTIC ENGINEERING, 14. Copenhagen, 1995. Proceedings. New York, ASME, v.2, p. 427-441, 1995.
- HOUSE, D. **Marine Survival and Rescue Systems**, London, Spon, 1988.
- HUNTER, A. P.; MARTINICH, J. S. **Facility Location and the Theory of Production**, Boston, Kluwer, 1989.
- IGNALL, E. J.; KOLESAR, P.; WALKER, W. E. **Using Simulation to Develop and Validate Analytic Models: Some Case Studies, Oper. Res.**, v.26, p.237-253, 1978.
- IGNIZO, J. P. **Linear Programming in Single & Multiple-Objective Systems**, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1982.
- ISARD, W. **Location and Space-Economy**, Cambridge, MIT, 1956
- JARVIS, J. P. **Optimal Assignments in a Markovian Queuing System, Comp. and Oper. Res.**, v.8, p.17-23, 1981.
- JARVIS, J. P. **Optimization in Stochastic Service Systems with Distinguishable Servers**, Operations Research Center (IRP Technical Report TR-19-75), MIT, 1975.
- KLEINROCK, L. **Queuing Systems: Theory**, New York, John Wiley, 1975.
- KLINE, M. **Mathematical Thought from Ancient to Modern Times**, New York, Oxford University, 1972.
- KOLESAR, P.; WALKER, W. E. **An Algorithm for the Dynamic Relocation of Fire Companies, Oper. Res.**, v.22, p.249-279, 1974.
- KUEHN, A. A.; HAMBURGER, M. J. **A Heuristic Program for Locating Warehouses, Management Sci.**, v.9, p.643-666, 1967.

- KUENNE, R. E.; SOLAND, R. M. **Exact and Approximate Solutions to the Multisource Weber Problem**, *Math. Programming*, v.3, p.193-209, 1972.
- KUHN, H. W. **A Note on Fermat's Problem**, *Math. Programming*, v.4, p.98-107, 1973.
- KUHN, H. W.; KUENNE, R. E. **An Efficient Algorithm for the Numerical Solution of the Generalized Weber Problem in Spatial Economics**, *Journal of Reg. Sci.*, v.4, p.21-33, 1962.
- LARSON, R. C. **A Hypercube Queuing Model for Facility Location and Redistricting in Urban Emergency Services**, *Comput. and Oper. Res.*, v.1, p.67-95, 1974.
- LARSON, R. C. **Approximating the Performance of Urban Emergency Service Systems**, *Oper. Res.*, v.23, p.845-868, 1975.
- LARSON, R. C. **Structural System Models for Locational Decisions: An Example Using the Hypercube Queuing Model**, In: OR'78. Proceedings, p.1054-1091, 1979.
- LARSON, R. C.; MCKNEW, M. A. **Police Patrol Activities within a System Queuing Model**, *Management Sci.*, v.28, p.759-774, 1982.
- LARSON, R. C.; STEVENSON, K. A. **On Insensitivities in Urban Redistricting and Facility Location**, *Oper. Res.*, v.20, p.595-613, 1972.
- LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING. **Rules and Regulation for Classification of Ships**, Londonm LRS, v.7, 1992.
- LÖSCH, A. **Economics of Location**, New Haven, Yale University Press, 1954.
- LUNDBOM, H; BENGTSSON, B. **Fire Fighting for Tugs and Supply Ships**, In: *Offshore Göteborg*, s. ed. (paper n° 32), 1981.
- MANNE, A. S. **Plant Location Under Economies of Scale - Decentralization and Computation**, *Management Sci.*, v.11, p.213-235, 1964.
- MATTHENS, C. **Blowout Control**, *Pétrole Informations*, v.5, p.52-53, 1981.
- MEGGIDO, N.; ZEMEL, E.; HAKIMI, S. L. **The Maximal Coverage Location Problem**, *SIAM Jour. Alg. Disc. Meth.*, v.4, p.253-261, 1983.
- MELVILLE, R. C. **An Implementation Study of Two Algorithms for the Minisum Spanning Circle Problem**, In: *Computational Geometry*, s. 1., Elsevier Science, p.267-294, 1985.
- MIEHLE, W. **Link-Length Minimization in Networks**, *Oper. Res.*, v.6, p.232-243, 1958.

- MINIEKA, E. **The Centers and Medians of a Graph**, *Oper. Res.*, v.25, p.641-650, 1977.
- MINIEKA, E. **The m-Center Problem**, *SIAM Review*, v.12, p.138-139, 1970.
- MIRCHADANI, P. B.; ODONI, A. R. **Locations of Medians on Stochastic Networks**, *Transp. Sci.*, v.13, p.85-97, 1979.
- MOORE, G. C.; REVELLE, C. **The Hierarchical Server Location Problem**, *Management Sci.*, v.28, p.775-780, 1982.
- MURRAY, R. T.; MEDONOS, S. **Design Criteria for fire and Blast Engineering in the Goal Setting Working Environment**, In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON OFFSHORE ENGINEERING, 14. Copenhagen, 1995. Proceedings. New York, ASME, v.2, p.349-359, 1995.
- PETROBRÁS. **Relatório sobre a Atuação das Embarcações "Fire-Fighting" no Acidente de Enchova (PCE-1)**, relatório interno, PETROBRÁS, 1988.
- PIRKUL, H.; SCHILLING, D. A. **The Maximal Covering Location Problem with Capacities on Total Workload**, *Management Sci.*, v.37, p.233-248, 1991.
- PIRKUL, H.; SCHILLING, D. A. **The Siting of Emergency Service Facilities with Workload Capacities and Backup Service**, *Management Sci.*, v.34, p.896-908, 1988.
- PLANE, D.; HENDRICK, T. **Mathematical Programming and the Location of Fire Companies for the Denver Fire Department**, *Oper. Res.*, v.25, p.563-578, 1977.
- PRESS, W. H.; SAUL, A. T.; WILLIAN, V. **Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing**, Cambridge, University, 1992.
- PSARAFITS, H. N., THARAKAN, G. G.; CEDER, A. **Optimal Response to Oil Spills: The Strategic Decision Case**, *Oper. Res.*, v.34, p.203-217, 1986.
- PSARAFITS, H. N.; NYHART, J. D. **Oil Spill Cleanup Economic and Regulatory Models**, MITSG, Massachusetts Institute of Technology, 1982.
- RABIA, H. **Oilwell Drilling Engineering - Principles and Practice**, s.p., Graham and Trotman, 1985.
- RAND, G. K. **Methodological choices in Depot Location Studies**, *Oper. Res. Quarterly*, v.27, p.241-249, 1976.
- REPEDE, J. F.; BERNARDO, J. J. **Developing and Validating a Decision Support System for Locating Emergency Support Vehicles in Louisville, Kentucky**, *Europ. Journal of Oper. Res.*, v.75, p.567-581, 1994.

- REVELLE, C. **Review, Extension and Prediction in Emergency Service Sitting Models**, *European Journal of Oper. Res.*, v.40, p.58-69, 1989.
- REVELLE, C.; MARKS, D.; LIEBMAN, J. C. **An Analysis of Private and Public Sector Location Models**, *Management Sci.*, v.16, p.692-707, 1970.
- ROSS, G. T.; SOLAND, R. M. **Modeling Facility Location Problems as Generalized Assignment Problems**, *Management Sci.*, v.24, p.345-357, 1977.
- ROSS, S. M. **Applied Probability Models with Optimization Applications**, San Francisco, Holden Day, 1970.
- SAYDAM, C.; MCKNEW, M. **A Separable Programming Approach to Expected Coverage: An Application to Ambulance Location**, *Decision Sciences*, v.16, p.381-398, 1985.
- SCHILLING, D.; ELZINGA, D. J.; COHON, J.; CHURCH., R.; REVELLE, C. **The TEAM/FLEET Models for Simultaneous Facility Equipment Sitting**, *Transp. Science*, v.13, p.163-175, 1979.
- SMALLWOOD, R. D. **Minimax Detection Station Placement**, *Oper. Res.*, v.13, p.639-646, 1985.
- SOLAND, R. M. **Optimal Facility Location with Concave Costs**, *Oper. Res.*, v.22, p.373-382, 1974.
- SPIILBERG, K. **An Algorithm for Simple Plant Location Problem with some Side Conditions**, *Oper. Res.*, v.17, p.85-111, 1969.
- SPINETTO, R. D. **A Facility Location Problem**, *SIAM Review*, v.2, p.76-77, 1976.
- SWOVELAND, C.; UYENO, D.; VERTINSKY, I.; VICKSON, R. **Ambulance Location: A Probabilistic Approach**, *Management Sci.*, v.20, p.686-698, 1973.
- TANSEL, B. C.; FRANCIS, R. L.; LOWE, T. J. **Location on Network: A Survey. Part I: The p-Center and p-Median Problems**, *Management Sci.*, v.29, 1983.
- TENEBAUM, A. M.; LANGSAM, Y. **Data Structures Using C**, London, Prentice Hall, 1990.
- TOREGAS, C.; SWAIN, R.; REVELLE, C.; BERGMAN, L. **The Location of Emergency Service Facilities**, *Oper. Res.*, v.19, p.1363-1373, 1971.
- VOLLMANN, T. E.; NUGENT, C. E.; ZARTLER, R. L. **A Computational Model for Office Layout**, *J. Industrial Eng.*, v.19, p.321-329, 1968.

- WALKER, W. E. **Using the Set Covering Problem to Assign Fire Companies to Fire Houses**, *Oper. Res.*, v.22, p.275-277, 1974.
- WEAVER, J. R.; CHURCH, R. L. **Computational Procedures for Location Problems on Stochastic Networks**, *Transp. Sci.*, v.17, p.168-180, 1983.
- WEBER, A. **Alfred Weber's Theory of The Location of Industries**, Chicago, University of Chicago Press, 1929.
- WEISZFELD, E. **Sour le point pour lequel la somme des distances de n points donnés est minimum**, *Tôhoku Math. J.*, v.43, p.355-386, 1937.
- WRIGHTSON, C. W. JR. **Stochastic Models for Emergency Service Systems**, California, 1976. 1v. Dissertação (Mestrado) - University of Berkley.