

JOÃO MORO

Eng. Naval, Escola Politécnica da USP, 1975

Mestre em Engenharia, Escola Politécnica da USP, 1979

MODELAGEM, ANÁLISE E SÍNTESE PRELIMINAR DE UM  
SISTEMA DE CONTROLE DE ATITUDE ATIVO EM  
TRÊS EIXOS PARA SATÉLITES ARTIFICIAIS

Tese apresentada à Escola  
Politécnica da USP para a  
obtenção do Título de Dou-  
tor em Engenharia

Orientador: Prof. Dr. Hernani Luiz Brinati  
Professor Assistente Doutor do  
Departamento de Engenharia Naval  
da EPUSP.

Biblioteca da Escola Politécnica  
São Paulo

FT-213

São Paulo, 1983

Cad. N° 2349142  
22/03/96.

N° USP Autor: 7227089

N° Func. Orientador: 127175

Defesa: 26/08/83

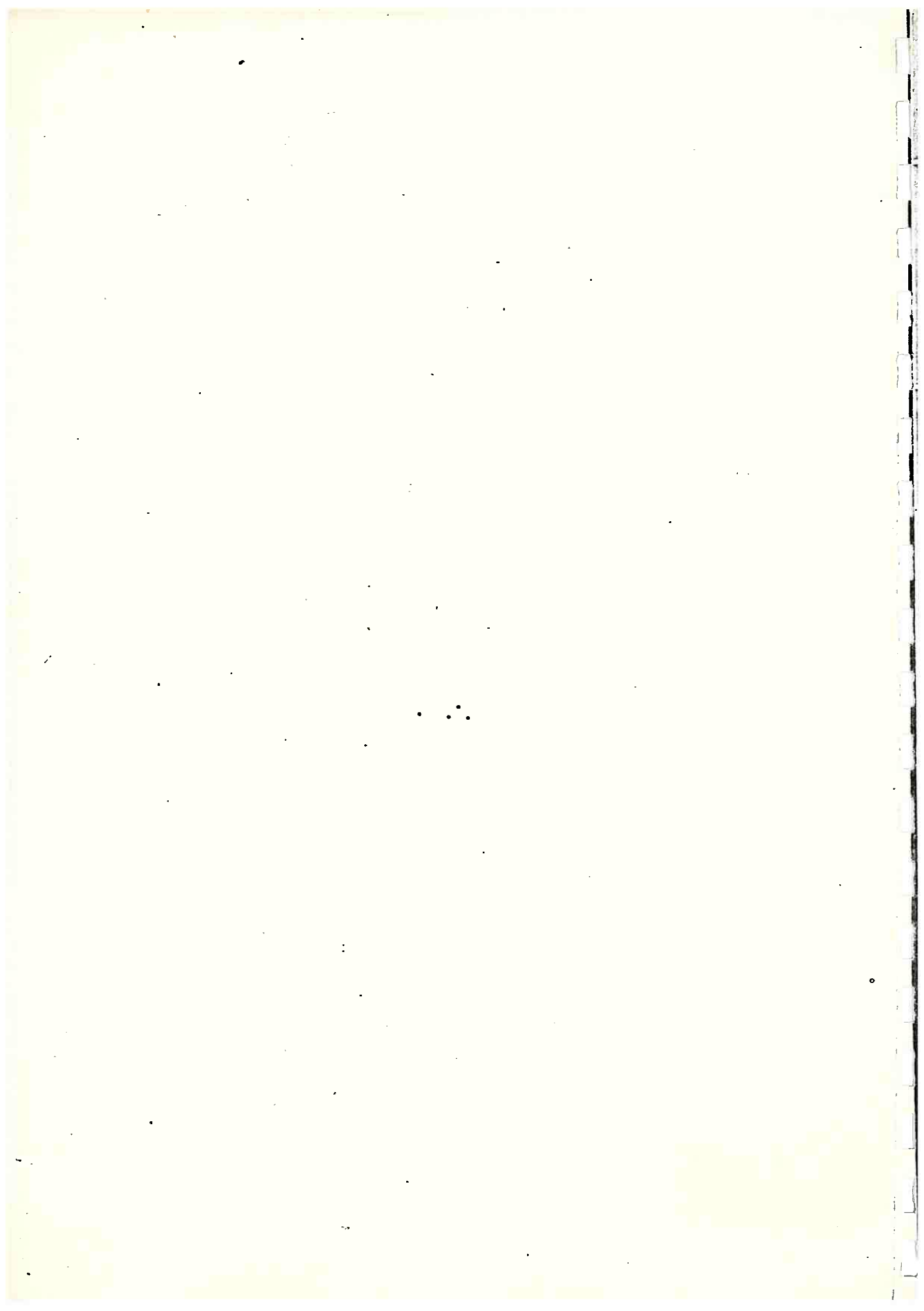
DEDALUS - Acervo - EPBC



31200030678

FT-213

*"O ideal é ultrapassar  
o conhecimento para  
alcançar a simplicidade."*



### AGRADECIMENTOS

*Ao Instituto de Pesquisas Espaciais pelas facilidades concedidas à realização deste trabalho através do projeto CONTAT.*

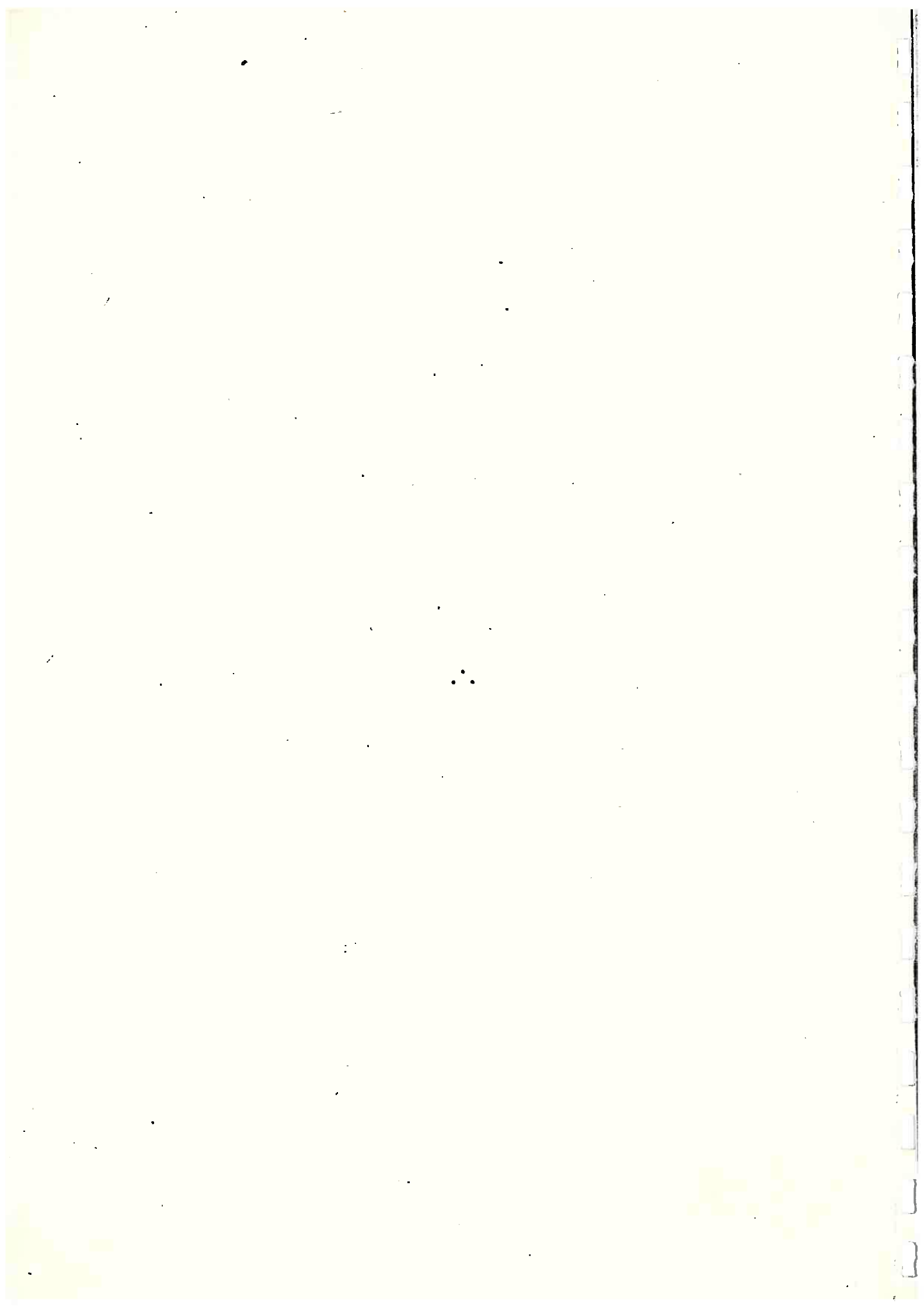
*Ao Prof. Dr. Hernani Luiz Brinati pela orientação ao longo da pesquisa e notável dedicação na elaboração e revisão do texto.*

*Ao Prof. Dr. Atair Rios Neto pela sugestão do tema da pesquisa e pelo constante interesse, tendo sabido achar tempo, para a orientação tanto do conteúdo como da redação do texto, sempre que solicitado.*

*À Srta. Maria de Fátima Ito, pelos serviços de datilografia.*

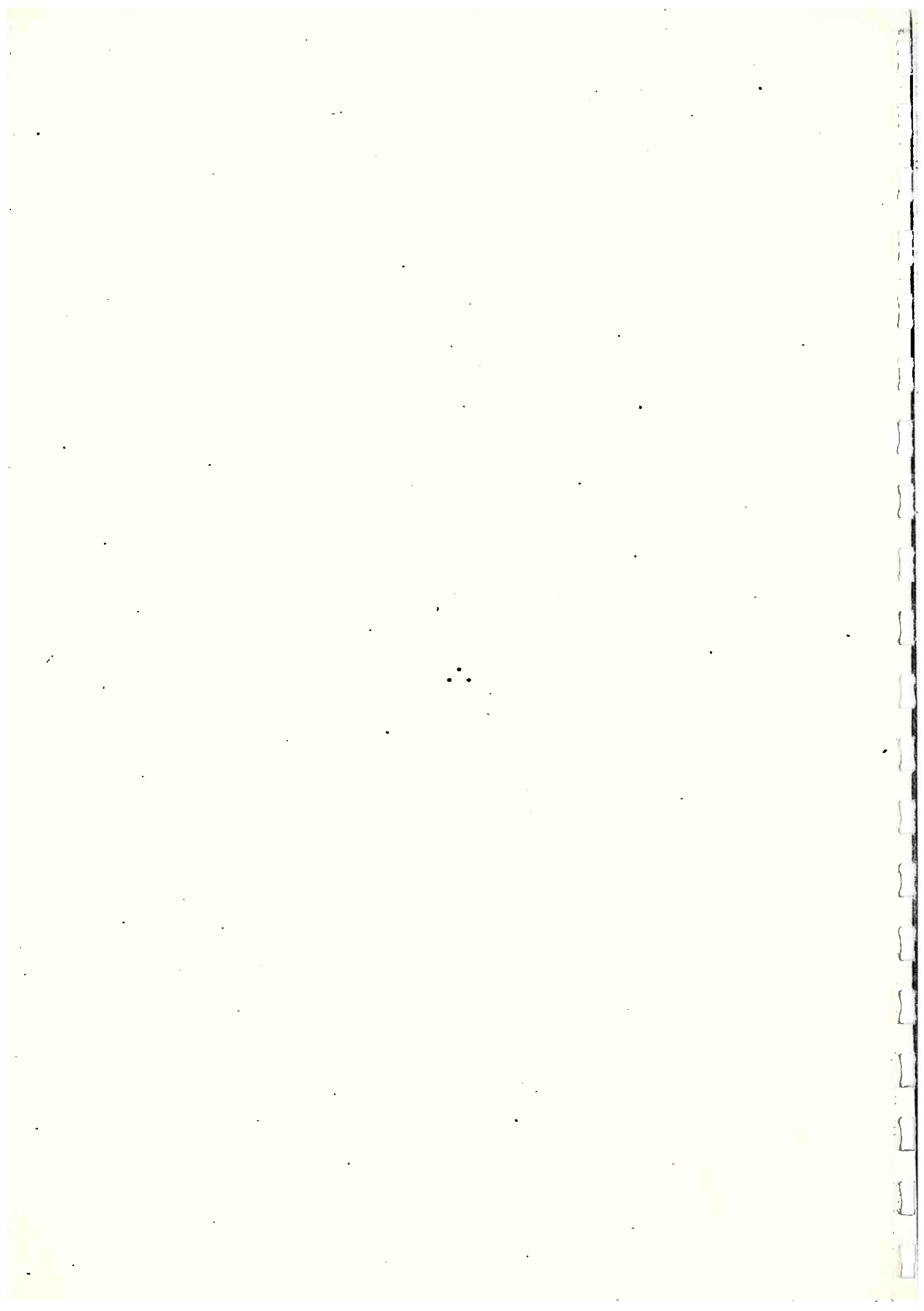
*Ao técnico Luiz Alípio Alves Candez pelos trabalhos de ilustração.*

*A todos que, direta ou indiretamente, colaboraram para a realização deste trabalho.*



### RESUMO

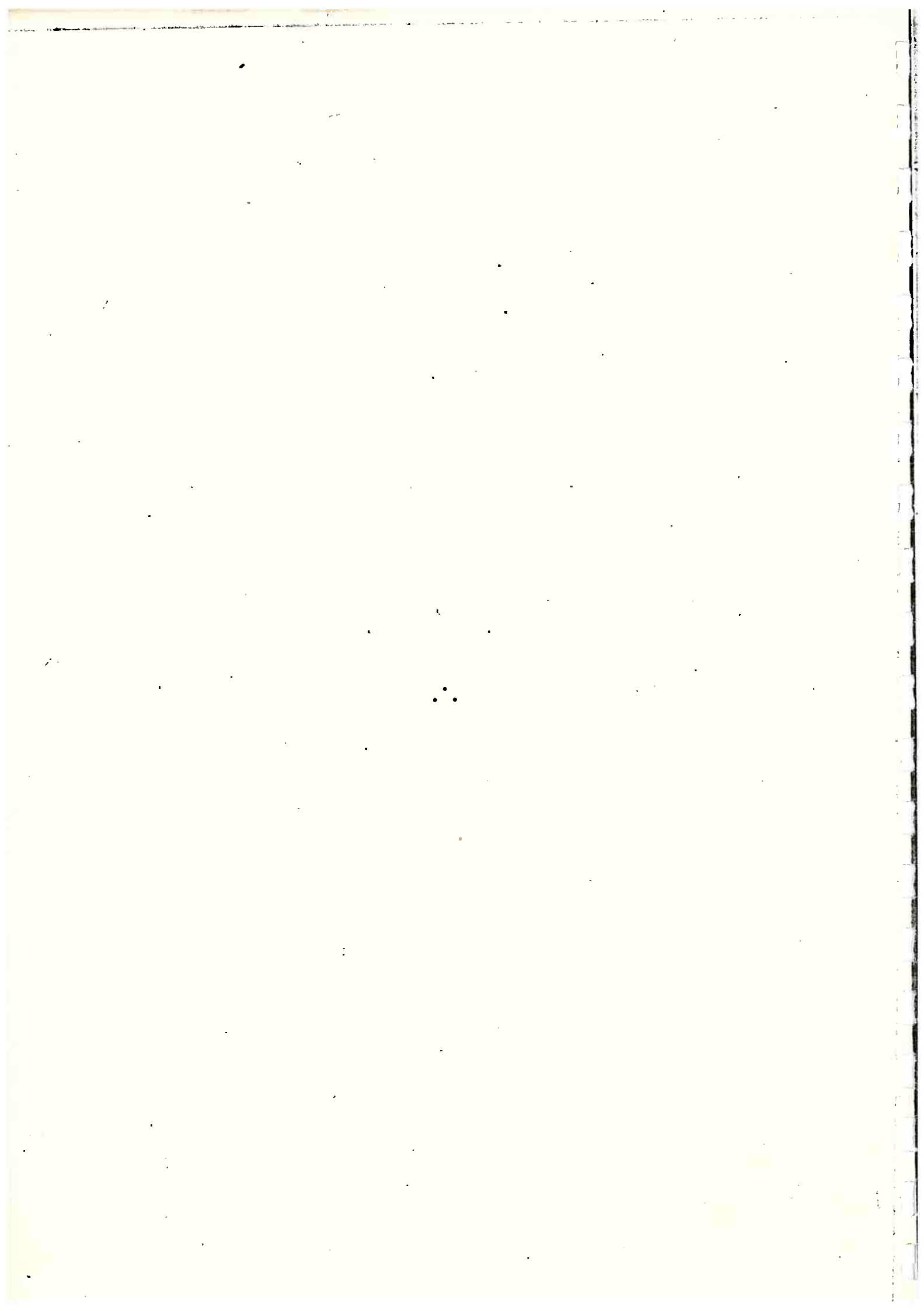
Este trabalho apresenta a modelagem, análise e síntese preliminar de um sistema de controle de atitude ativo em três eixos para satélites artificiais de baixa altitude. A partir da aplicação do Princípio da Separação, sob condições aproximadas, apresenta-se uma solução do problema de controle, para sistemas dinâmicos não-lineares, utilizando-se de procedimentos de controle estocástico. A estimação de estados realiza-se através do filtro estendido de Kalman associado a técnicas adaptativas de Compensação do Modelo Dinâmico e de avaliação do ruído no estado. Utiliza-se um controlador adaptativo, discretizado, em que a propriedade de dualidade é explorada para cálculo dos ganhos da lei de controle de realimentação. Simula-se digitalmente o movimento de atitude de um satélite artificial do tipo de sensoriamento remoto de recursos naturais e alguns resultados obtidos para os vários modos de apontagem em três eixos são apresentados. A qualidade dos resultados pré-qualifica o procedimento de controle estocástico utilizado para aplicações em sistemas de controle de atitude em tempo real.





### ABSTRACT

This work presents the modelling, analysis and preliminary synthesis of a three-axis active attitude control system (ACS) for low orbit artificial satellites. Starting from the application of the Separation Principle, under approximated conditions, a solution of the control problem for nonlinear dynamic systems, using procedures of stochastic control, is presented. State estimates are provided by the extended Kalman filter associated with adaptive techniques of dynamic model compensation and noise-state evaluation. A discretized adaptive controller in which the duality property is explored for calculating the gains of the feedback control law is utilized. A digital simulation of attitude motion of a natural resources remote sensing type satellite is done and some results obtained for various modes of pointing in three axes are presented. The quality of the results obtained give a preliminary qualification of the stochastic control procedure for applications in real time attitude control system.



## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
LISTA DE FIGURAS .....	<i>xi</i>
LISTA DE SÍMBOLOS .....	<i>xiii</i>
<u>CAPÍTULO 1 - IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA</u> .....	1
1.1 - Introdução .....	1
1.2 - Resumo bibliográfico .....	2
1.3 - Objetivos do trabalho .....	5
1.4 - Organização do trabalho .....	6
<u>CAPÍTULO 2 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS E PROCEDIMENTOS UTILIZADOS</u> .....	7
2.1 - Introdução .....	7
2.2 - Controle ótimo determinístico: problema do regulador .....	7
2.3 - Equação diferencial estocástica .....	8
2.4 - Princípio da separação .....	10
2.5 - Estimacão de estados .....	13
2.6 - Compensacão do modelo dinâmico .....	19
2.7 - Técnica do ruído adaptativo .....	21
2.7.1 - Consideracões gerais .....	21
2.7.2 - Hipótese básica .....	22
2.7.3 - A equacão de pseudo-observacão .....	24
2.7.4 - Filtro de Kalman aplicado às pseudo-observacões .....	28
2.8 - Determinacão da lei de controle .....	29
2.9 - Macro-esquemacizacão do controlador estocástico .....	35
<u>CAPÍTULO 3 - APLICACÃO AO CONTROLE DE ATITUDE DE SATÉLITES</u> .....	37
3.1 - Introducão .....	37
3.2 - Modelo matemático do satélite .....	37
3.2.1 - Consideracões gerais .....	37
3.2.2 - Propagacão da atitude .....	37
3.2.3 - Obtencão da atitude .....	45
3.3 - Geraçao de observacões .....	47
3.3.1 - Sensor solar .....	48
3.3.2 - Sensor de horizonte infravermelho .....	49
3.3.3 - Girômetros ("Rate Gyros") .....	49

	<u>Pág.</u>
3.3.4 - Modelagem das observações .....	50
3.3.5 - Observações determinísticas .....	51
3.3.6 - Equações das observações .....	52
3.4 - Modelo matemático para o filtro e controlador .....	53
3.4.1 - Considerações gerais .....	53
3.4.2 - Equações do modelo .....	54
3.5 - Objetivos do controle .....	54
3.5.1 - Segunda missão satélite .....	55
3.5.2 - Desenvolvimento da relação $\psi(X)$ .....	60
3.6 - Esquema de implementação .....	65
<u>CAPÍTULO 4 - TESTES E ANÁLISES DOS PROCEDIMENTOS</u> .....	69
4.1 - Especificação dos testes .....	70
4.2 - Parâmetros para análise dos resultados .....	74
4.3 - Primeiro teste .....	77
4.3.1 - Condições para o primeiro teste .....	77
4.3.2 - Resultados do "estimador" .....	81
4.3.3 - Resultados do "controlador" .....	85
4.4 - Segundo teste .....	100
4.4.1 - Condições para o segundo teste .....	100
4.4.2 - Resultados do "estimador" .....	101
4.4.3 - Resultados do "controlador" .....	105
<u>CAPÍTULO 5 - COMENTÁRIOS, CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS</u> .....	117
5.1 - Resumo .....	117
5.2 - Conclusões e comentários .....	118
5.3 - Perspectivas .....	119
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	121
APÊNDICE A - LISTAGEM DO PROGRAMA.	

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 - Missão de sensoriamento remoto: retransmissão do espectro solar refletido em direção à Estação de Recepção no solo .....	3
2.1 - Problema do regulador .....	8
2.2 - Regulador estocástico .....	12
2.3 - Configuração do controlador estocástico .....	36
3.1 - Sistema de coordenadas geocêntrico - Sistema Inercial .....	38
3.2 - Sistema Inercial - Sistema Móvel .....	39
3.3 - Sistema Inercial - Sistema "orbital" .....	39
3.4 - Sistema inercial, sistema "orbital" e ângulos de Euler .....	47
3.5 - Sensor solar digital .....	48
3.6 - Missão sensoriamento remoto: retransmissão do espectro solar refletido em direção à Estação de Recepção no solo .....	55
3.7 - Princípio do instrumento .....	56
3.8 - Esquema de operação da câmara de observação .....	57
3.9 - Ilustração da técnica de varredura tipo "Push-Broom" .....	58
3.10- Deslocamentos angulares .....	59
3.11- Macro-esquematisação do controlador estocástico .....	65
3.12- Diagrama de blocos do estimador de estados .....	66
3.13- Diagrama de blocos do controlador .....	67
4.1 - Vista "frontal" do satélite TD-1A .....	70
4.2 - Configuração orbital do TD-1A .....	71
4.3 - Elementos keplerianos .....	72
4.4 - Sistema Inercial, Sistema Móvel .....	79
4.5 - Resíduos normalizados: a) resíduo das observações angulares, b) resíduo das observações de velocidade .....	82
4.6 - Erros nas estimativas: a) erro na velocidade, b) erro no quaternion .....	83
4.7 - Erros nas componentes de $\vec{\Omega}$ .....	84
4.8 - Desvio angular .....	84
4.9 - Ângulo $\gamma_3$ .....	86
4.10- Ângulo $\gamma_4$ .....	87
4.11- Ângulo $\gamma_1$ .....	88
4.12- Ângulo $\gamma_2$ .....	89
4.13- Ângulo $\gamma_5$ .....	90

4.14- Ângulo $\gamma_6$ .....	91
4.15- Valor de $\psi_7(X) = w_x$ .....	95
4.16- Valor de $\psi_8(X) = w_z$ .....	96
4.17- Valor de $\psi_9(X) = w_y - V_S/ ST $ .....	97
4.18- Torque de controle .....	99
4.19- Resíduos normalizados, 2º teste .....	102
4.20- Erros nas estimativas, 2º teste .....	103
4.21- Erros nas componentes de $\vec{\Omega}$ , 2º teste .....	104
4.22- Desvio angular $\Delta\theta$ , 2º teste .....	104
4.23- Ângulo $\gamma_3$ .....	106
4.24- Ângulo $\gamma_4$ .....	107
4.25- Ângulo $\gamma_1$ .....	108
4.26- Ângulo $\gamma_2$ .....	109
4.27- Ângulo $\gamma_5$ .....	110
4.28- Ângulo $\gamma_6$ .....	111
4.29- Valor de $\psi_7(X) = w_x$ .....	112
4.30- Valor de $\psi_8(X) = w_y$ .....	113
4.31- Valor de $\psi_9(X) = w_z - V_S/ ST $ .....	114
4.32- Torque de controle .....	115

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A(t)$	- Matriz sistema
$a_m$	- Aceleração modelada
$a_{nm}$	- Aceleração não-modelada
$B$	- Matriz diagonal do processo de Gauss-Markov
$B(t)$	- Matriz controle
$b$	- Escalar positivo do processo de Gauss-Markov
$C(t)$	- Matriz de ganho da malha fechada
$E\{.\}$	- Operador esperança
$F$	- Função vetorial do estado e do controle
$f$	- Função vetorial do estado
$G$	- Matriz contínua e constante no estado
$g$	- Matriz de derivadas parciais relativas ao estado
$H$	- Matriz de derivadas parciais das observações
$h$	- Função das observações
$I$	- Matriz identidade
$ID$	- Índice de desempenho
$I_x$	- Momento de inércia em relação ao eixo x
$I_y$	- Momento de inércia em relação ao eixo y
$I_z$	- Momento de inércia em relação ao eixo z
$\vec{J}_G$	- Momento angular total do satélite
$J_x$	- Componente de $\vec{J}_G$ ao longo do eixo x
$J_y$	- Componente de $\vec{J}_G$ ao longo do eixo y
$J_z$	- Componente de $\vec{J}_G$ ao longo do eixo z
$K$	- Ganho de Kalman
$\vec{L}$	- Vetor soma dos torques externos atuantes no satélite
$L_x$	- Componente de $\vec{L}$ ao longo do eixo x

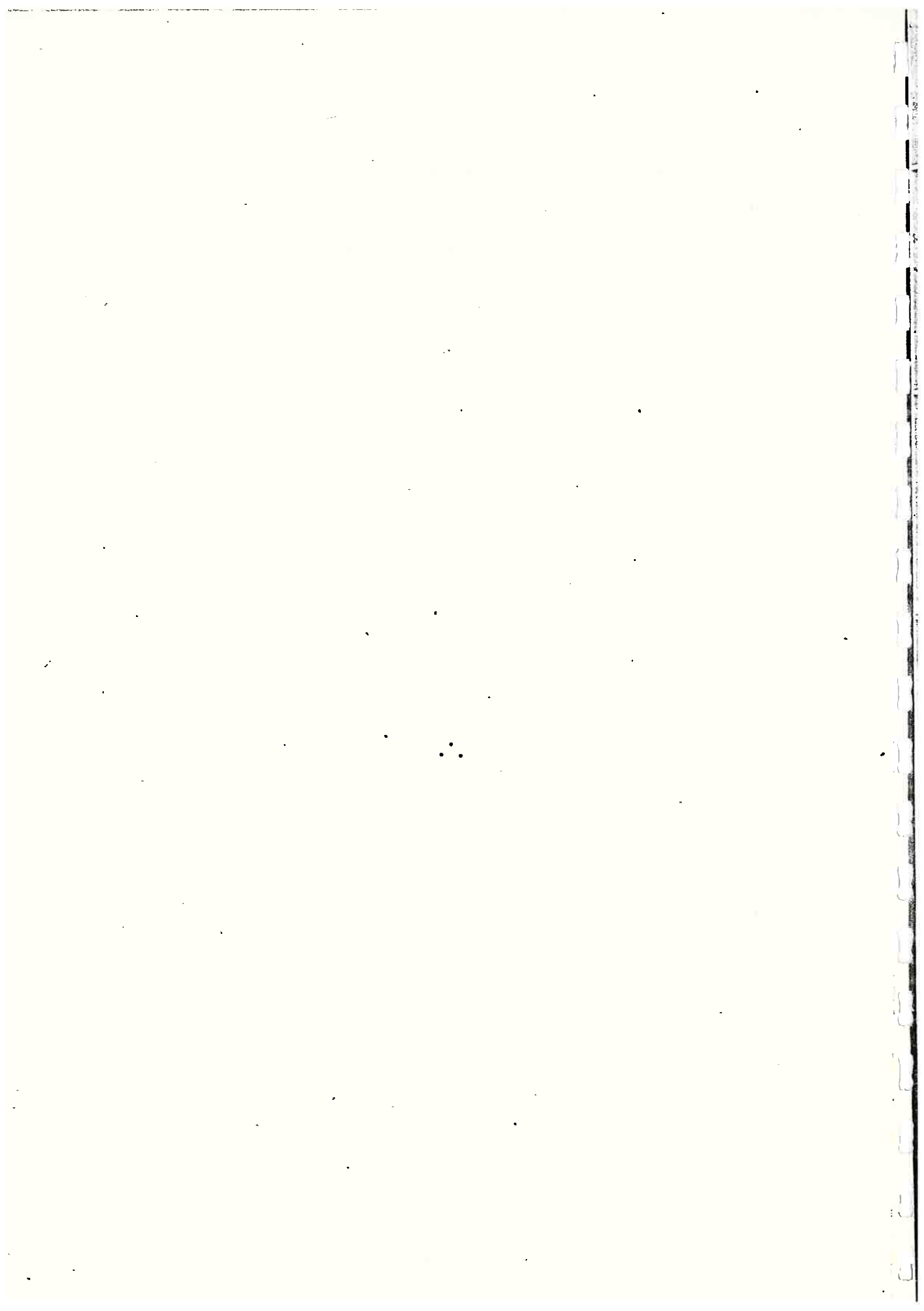
- $L_y$  - Componente de  $\vec{L}$  ao longo do eixo y  
 $L_z$  - Componente de  $\vec{L}$  ao longo do eixo z  
 $M$  - Vetor da equação de pseudo-observações  
 $N_{k+1}$  - Matriz de covariância do ruído nas observações fictícias  
 $N(\cdot, \cdot)$  - Representação para distribuições gaussianas  
 $O_{k+1}$  - Observações fictícias  
 $P$  - Matriz de covariância do erro no estado  
 $P^s$  - Matriz de covariância do erro em s  
 $P_{xy}$  - Produto de inércia relativo ao par de eixos xy  
 $P_{xz}$  - Produto de inércia relativo ao par de eixos xz  
 $P_{yz}$  - Produto de inércia relativa ao par de eixos yz  
 $Q(t)$  - Matriz de densidade espectral associadas a  $\omega$   
 $Q(t_k)$  - Matriz de covariância do ruído no estado  
 $Q'(t)$  - Matriz de densidade espectral associada a  $\omega_t$   
 $\bar{Q}(t)$  - Matriz de densidade espectral associada a  $\bar{\omega}$   
 $\bar{Q}$  - Matriz de rotação  
 $\bar{q}$  - Quaternion  
 $q_1$  - Componente da parte vetorial de  $\bar{q}$   
 $q_2$  - Componente da parte vetorial de  $\bar{q}$   
 $q_3$  - Componente da parte vetorial de  $\bar{q}$   
 $q_4$  - Parte escalar de  $\bar{q}$   
 $\bar{q}^*$  - Conjugado de  $\bar{q}$   
 $R$  - Matriz de rotação  
 $R(t)$  - Matriz de peso  
 $R_k$  - Matriz de covariância do ruído nas observações  
 $r(k+1)$  - Resíduo observado  
 $r_v(k+1)$  - Resíduo verdadeiro



- S - Matriz de Riccati
- s - Vetor das componentes de  $Q(t_k)$
- $T_x$  - Componente do torque resultante das forças passivas ao longo do eixo x
- $T_y$  - Componente do torque resultante das forças passivas ao longo do eixo y
- $T_z$  - Componente do torque resultante das forças passivas ao longo do eixo z
- U - Vetor de controle
- $U_x$  - Componente de U ao longo do eixo x
- $U_y$  - Componente de U ao longo do eixo y
- $U_z$  - Componente de U ao longo do eixo z
- $U_S$  - Vetor genérico no Sistema Móvel
- $U_I$  - Vetor genérico no Sistema Inercial
- $V(t)$  - Matriz de peso
- $V_f$  - Matriz de peso
- $w_x$  - Componente de  $\vec{\Omega}$  ao longo do eixo x
- $w_y$  - Componente de  $\vec{\Omega}$  ao longo do eixo y
- $w_z$  - Componente de  $\vec{\Omega}$  ao longo do eixo z
- X - Vetor de estado
- $x_t$  - Vetor de estado
- Y - Vetor de observações
- $Z(k+1)$  - Pseudo-observação
- $\alpha_i$  - Coeficiente de peso,  $i = 1, 2, 3, \dots, 9$
- $\underline{\alpha}_i$  - Ângulos de Euler,  $i = 1, 2, 3$
- $\beta_t$  - Vetor do processo browniano
- $\beta_{k+1}$  - Limite superior de  $\rho_{k+1}$
- $\Gamma(\cdot)$  - Matriz contínua do estado estendido

- $\Gamma_c(\cdot)$  - Matriz contínua do estado estendido  
 $\gamma(\cdot, \cdot)$  - Matriz contínua do estado estendido  
 $\delta_{jk}$  - Delta de Kronecker  
 $\delta(t-\tau)$  - Delta de Dirac  
 $\epsilon$  - Processo de Gauss-Markov  
 $\epsilon_x$  - Componente de  $\epsilon$  ao longo do eixo x  
 $\epsilon_y$  - Componente de  $\epsilon$  ao longo do eixo y  
 $\epsilon_z$  - Componente de  $\epsilon$  ao longo do eixo z  
 $\epsilon_{k+1}$  - Corresponde ao erro de linearização  
 $\eta_k$  - Ruído das pseudo-observações  
 $\theta$  - Vetor de observações  
 $\theta_1$  - Deslocamento angular do eixo x (rolamento)  
 $\theta_2$  - Deslocamento angular do eixo y (arfagem)  
 $\theta_3$  - Deslocamento angular do eixo z (guinada)  
 $\lambda(t_k)$  - Ruído branco gaussiano no controle  
 $v$  - Ruído branco gaussiano das observações  
 $\rho_{k+1}$  - Ruído das observações fictícias  
 $\sigma$  - Desvio-padrão  
 $\phi(\cdot, \cdot)$  - Matriz de transição do estado  
 $\phi_c(\cdot, \cdot)$  - Matriz de transição do estado  
 $\psi(\cdot)$  - Função vetorial de guiagem  
 $\vec{\Omega}$  - Velocidade angular do satélite  
 $\Omega_i$  - Ângulos de Euler,  $i = 1, 2, 3$   
 $\omega_t$  - Vetor de perturbações aleatórias  
 $\omega(\cdot)$  - Ruído branco gaussiano no estado  
 $\bar{\omega}(\cdot)$  - Ruído branco gaussiano nas acelerações não-modeladas  
 $\hat{\cdot}$  - Indica valor estimado

- - Indica valor de referência
- .\* - Indica valor de referência
- - Indica derivação em relação ao tempo



## CAPÍTULO 1

### IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA

#### 1.1 - INTRODUÇÃO

Controle de atitude de satélite, de acordo com Wertz (1), é o processo de aquisição e manutenção de uma orientação no espaço.

A necessidade de um Sistema de Controle de Atitude (SCA) para um satélite artificial advém, como mostrado por Lopes de Oliveira e Souza (2), dos requisitos da missão deste satélite. Destaque-se que se pode inclusive não ter necessidade alguma de um SCA a bordo do satélite, isso ocorrendo no caso de uma missão extremamente simples como foi a do primeiro satélite artificial, o SPUTINIK-I (lançado em 1957). Entretanto, no caso da missão pretendida ser um pouco mais complexa, exige-se a presença de um SCA que representará uma parcela importante do peso, do consumo de energia, da complexidade e, portanto, do preço do satélite.

Como exemplos de requisitos de missão relativos a um SCA pode-se citar: a necessidade de apontagem de telescópios ou sensores de medida para o Sol, para a Terra, para os planetas ou para as estrelas; a necessidade de apontagem de antenas de comunicação para a Terra, para outro satélite ou mesmo para a Lua; a necessidade de orientação do satélite em relação ao Sol, de modo a manter as condições térmicas adequadas; a necessidade de orientação do eixo de rotação próprio ("spin") do satélite (caso este use esse tipo de estabilização).

Para preencher tais requisitos, segundo Pradat (3), um SCA deve assegurar as seguintes funções:

- a) Aquisição e Reaquisição de Atitude, que deve permitir ao SCA, partindo de uma altitude qualquer, conduzir o satélite às vizinhanças das condições que possibilitam o acionamento da função de Apontagem Fina;
- b) Apontagem Fina, que deve permitir ao SCA estabilizar o satélite em relação à referência com as precisões especificadas;
- c) Sobrevivência, que deve permitir ao SCA dotar o satélite de configurações adequadas à sua manutenção: apontagem de painéis para o

Sol; orientação do satélite em relação ao Sol de modo a manter as condições térmicas adequadas, etc.

Como foi dito, o projeto de um SCA deve tomar como ponto de partida os requisitos da missão. Entretanto, estes não serão de modo algum suficientes para determinar uma única solução para cada elemento (ou sub-sistema) do SCA. A grande variedade de soluções existentes (e as possíveis de virem a existir para cada um deles) impõe um estudo acurado das vantagens e desvantagens, facilidades e limitações, utilidades e aplicações de cada um com vistas ao seu emprego adequado. E isto se aplica tanto aos sensores quanto aos controladores e mesmo à dinâmica do satélite, na medida em que esta pode ser influenciada pela escolha dos atuadores.

Parâmetros importantes a serem considerados em cada um desses elementos (ou sub-sistemas) são: massa e volume ocupados; localização e configuração necessárias; precisão e repetibilidade; redundância, confiabilidade e tempo de vida; interações com o resto do satélite e com o meio ambiente; custo e tempo de projeto; construção; testes e realizações.

O desenvolvimento da Missão Espacial Completa Brasileira começa a demandar conhecimentos sobre alguns tipos bem determinados de missões e SCAs. A Segunda Missão Satélite (Missão de Sensoriamento Remoto de Recursos Naturais), cujo procedimento é ilustrado na Figura 1.1, por exemplo, sugere a formulação do problema de: discussão, projeto, simulação e verificação do desempenho de um SCA.

## 1.2 - RESUMO BIBLIOGRÁFICO

Devido a variedade de missões já realizadas e, para cada tipo destas, o grande número de soluções empregadas para os SCAs, assim como a diversidade de critérios de avaliação dos mesmos, torna-se impossível a discussão dos SCAs de um modo global. Por este motivo será feita uma breve discussão sobre algumas soluções já utilizadas ou possíveis de serem utilizadas em problemas de controle.

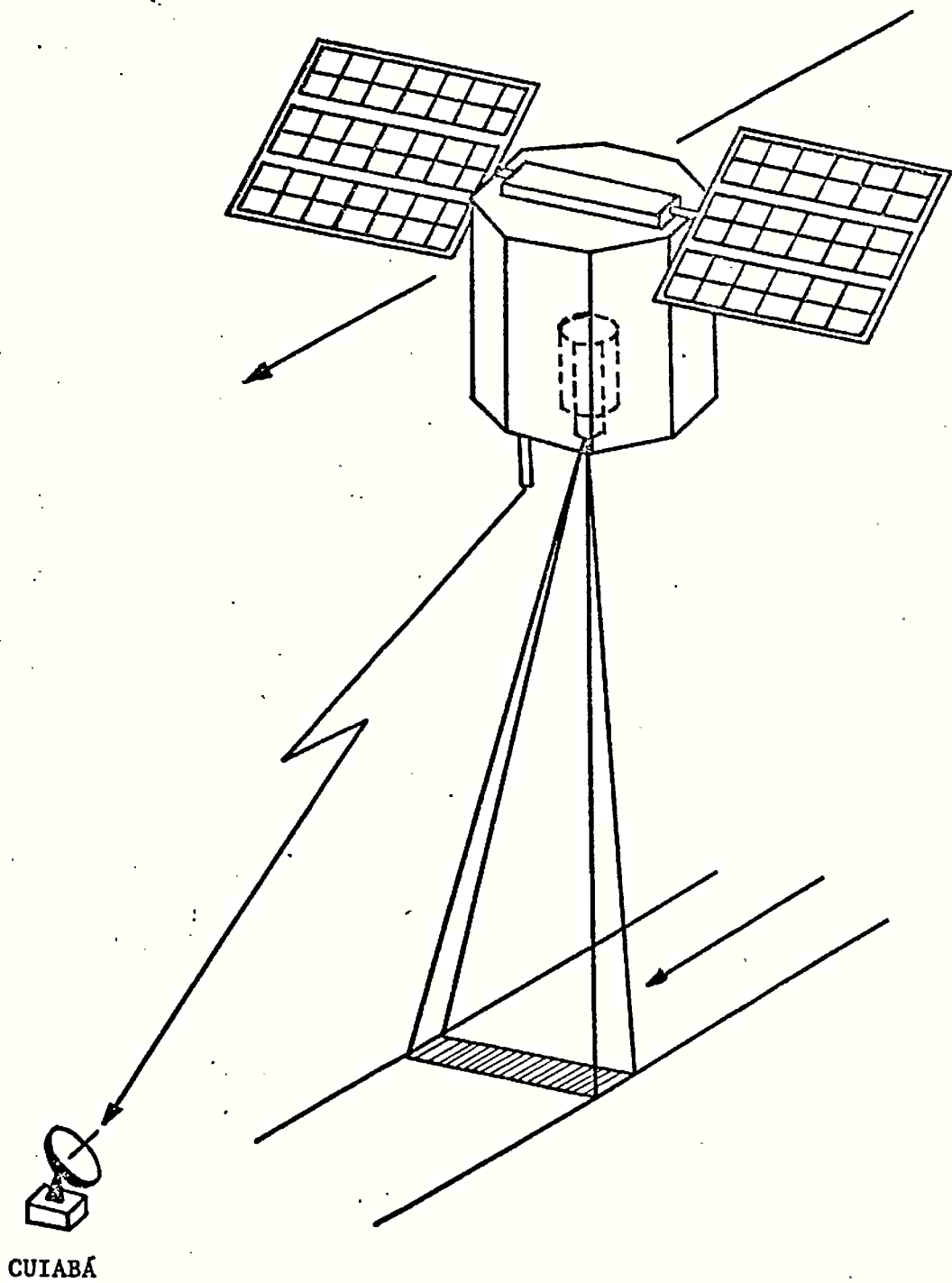


Fig. 1.1 - Missão de Sensoriamento Remoto: retransmissão do espectro solar refletido em direção à Estação de Recepção no solo.

De acordo com Lopes de Oliveira e Souza (2), a missão TD-1A levada a cabo pela Agência Espacial Européia ESA (ex-ESRO) no período de 03/72 a 05/74, representou um salto qualitativo muito grande em relação às cinco outras missões realizadas até então por esta Agência (ESRO-II, 05/68 a 05/71; ESRO-1A, 10/68 a 06/70; HEOS-1, 12/68 a 10/75; ESRO-1B, 10/69 a 11/69; HEOS-2, 01/72 a 08/74). Nesta missão incluiu-se, pela primeira vez, um SCA ativo em três eixos, já que as missões anteriores utilizaram sistemas passivos (eventualmente associados a sistemas ativos simplificados) em um só eixo.

No trabalho desenvolvido por Lopes de Oliveira e Souza (2), onde a missão e o SCA (fundamentado em controle clássico) são (inicialmente) selecionados e adotados (com simplificações), é apresentado o estudo e o desenvolvimento do SCA do TD-1A.

Outros trabalhos apresentam a resolução, para o problema de controle de atitude, fundamentada em controle clássico. Por exemplo os trabalhos de Otterloo (4), Bittner et alii (5), Ohta et alii (6), Hartmann and Krebs (7), Wu et alii (8) e, Spencer (9).

No trabalho de Otterloo (4), onde é apresentado o sistema de controle de atitude do satélite ANS (Netherlands Astronomical Satellite), a solução encontrada é um controle do tipo proporcional-integral-derivativo com as quantidades a serem controladas medidas diretamente por sensores. No trabalho de Bittner et alii (5), que apresenta o sistema de controle de atitude da espaçonave INTELSAT-V, a solução para atender as especificações de velocidade é um controle do tipo proporcional, sendo que as velocidades são estimadas diretamente através das medidas dos sensores.

Tanto no trabalho de Hartmann and Krebs (7), que apresenta a solução de controle de aeronaves, como no trabalho de Wu et alii (8), que apresenta a solução de controle para estruturas espaciais flexíveis, utilizam-se da técnica de colocação dos pólos, sendo que no trabalho de Hartmann and Krebs (7) os pólos são transferidos para uma região apropriada do plano complexo (correspondente a valores requeridos da frequência natural e razão de amortecimento), ao passo que no trabalho de Wu et alii (8) os pólos são transferidos de maneira que as frequências dos modos do sistema inicialmente nulas se afastem do zero. Já no trabalho de Ohta et alii (6), que apresenta o sistema de controle lateral de aeronaves, a solução encontrada é um controle do tipo proporcional, enquanto que a solução para per



turbações atmosféricas em satélites reaproveitáveis, apresentada no trabalho de Spencer (9), é um controle do tipo proporcional-derivativo com as quantidades a serem controladas obtidas através de um processo de medidas de sensores.

Muitos são os trabalhos que apresentam a solução para o problema de controle de atitude fundamentada na aplicação de controle moderno e considerando o sistema dinâmico determinístico. Vinkler et alii (10), Sturgeon (11) e Breakwell (12), no caso de controle de espaçonaves, Arbel and Gupta (13), no caso de controle estruturas espaciais flexíveis, e Weber (14), no caso de controle de satélites, formulam a solução como a de um problema de controle com índice de desempenho quadrático - Bryson and Ho (15). Jayaraman (16), Galise (17) e Malberg (18) apresentam, respectivamente, as soluções para a trajetória de referência, controle de aeronaves, e lançamentos verticais de mísseis táticos; formulando a solução como a de um problema de Mayer-Citron (19).

Finalmente Vander Velde and He (20), Blank and Shinar (21) e Ardema (22) apresentam respectivamente, as soluções para o problema de aquisição de atitude de estruturas espaciais, manobras de aeronaves em três eixos e aquisição de atitude de aeronaves, formulando a solução como a de um problema de Bolza-Citron (19).

Já os trabalhos de Larson and Likins (23) e Gupta (24) apresentam, respectivamente, as soluções para o problema de controle de espaçonaves flexíveis e controle de aeronaves, formulando a solução como a de um problema de controle estocástico de sistemas lineares com índice de desempenho quadrático - Bryson and Ho (15).

O encaminhamento adotado neste trabalho baseia-se na solução proposta para o problema de controle de trajetórias de veículos de múltiplos estágios, no lançamento de satélites artificiais - Rios Neto (25), e para pilotagem de navios - Rios Neto e Cruz (26) e Cruz (27). Formula-se a solução, em termos estocásticos, utilizando-se apenas estimação linear para a obtenção da lei de controle.

### 1.3 - OBJETIVOS DO TRABALHO

A partir da modelagem matemática do movimento do satélite, o trabalho

lho visa determinar, emplementar e testar a lei de controle, para um SCA que realize as funções a) e b) definidas na Seção 1.1, possível de ser utilizada no SCA da Segunda Missão Satélite da Missão Espacial Completa Brasileira. A verificação da solução proposta e validação dos procedimentos empregados é feita numericamente, por simulação, utilizando-se como exemplo de aplicação o satélite TD-1A (2).

#### 1.4 - ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Os fundamentos das teorias de controle e estimação e os procedimentos utilizados são apresentados no Capítulo 2. O Capítulo 3 apresenta a aplicação destes procedimentos ao controle da atitude de satélites. O Capítulo 4 apresenta e discute os resultados dos testes efetuados. No Capítulo 5 são apresentados os comentários e conclusões do trabalho.

## CAPÍTULO 2

### FUNDAMENTOS TEÓRICOS E PROCEDIMENTOS UTILIZADOS

#### 2.1 - INTRODUÇÃO

São apresentados neste capítulo os fundamentos teóricos e procedimentos empregados na solução proposta.

Apresentam-se inicialmente alguns conceitos da Teoria de Controle Moderno, a solução do regulador linear e o Princípio da Separação. A seguir é apresentada a formulação para a estimação de estado, assim como as técnicas de Compensação do Modelo Dinâmico e do Ruído Adaptativo. Para concluir o capítulo, é apresentada a formulação para a lei de controle e a esquematização geral do controlador estocástico.

#### 2.2 - CONTROLE ÓTIMO DETERMINÍSTICO: PROBLEMA DO REGULADOR

O problema do regulador é apresentado com a finalidade de se introduzir o Princípio da Separação, o qual serviu como inspiração para o desenvolvimento da solução proposta.

Considere-se o sistema linear determinístico descrito pelas equações de estado:

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)U(t), \quad (2.1)$$

em que  $X(t)$  é o vetor de estado e  $U(t)$  o vetor de controle.

Para o sistema descrito pela equação (2.1) deseja-se determinar a lei de controle,  $U(t)$ , que minimiza o índice de desempenho (ID) escalar quadrático:

$$ID = \frac{1}{2} X^T(t_f) V_f X(t_f) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [X^T(t) V(t) X(t) + U^T(t) R(t) U(t)] dt, \quad (2.2)$$

supondo-se conhecido o estado inicial  $X(t_0)$  e o instante final  $t_f$ . As matrizes  $V_f$ ,  $V(t)$  e  $R(t)$  são matrizes de peso especificadas e definem um compromisso entre o esforço de controle e a minimização de desvios no estado.

O problema assim colocado é conhecido como problema do regulador, pois o controle determinado deve atuar sobre o sistema no sentido de transferi-lo em direção ao zero do espaço de estado.

Acrescentando-se as hipóteses de que as matrizes  $V_f$  e  $V(t)$  sejam simétricas e semi-definidas positivas, e que a matriz  $R(t)$  seja simétrica e definida positiva, é a seguinte a solução dada por Gelb (28):

$$\begin{aligned} U(t) &= -C(t)X(t) , \\ C(t) &= R^{-1}(t)B(t)S(t) , \\ \dot{S}(t) &= -A^T(t)S(t) - S(t)A(t) + S(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)S(t) - V(t) , \\ S(t_f) &= V_f . \end{aligned} \tag{2.3}$$

Supondo que o estado é direto e perfeitamente observado, pode-se representar o sistema controlado através do diagrama da Figura 2.1.

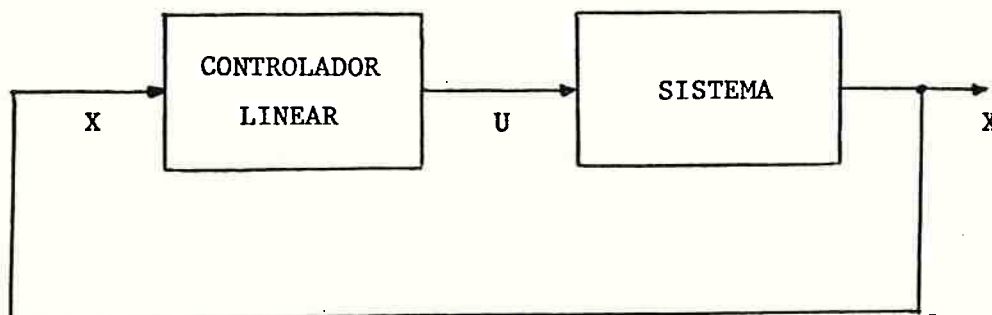


Fig. 2.1 - Problema do regulador.

### 2.3 - EQUAÇÃO DIFERENCIAL ESTOCÁSTICA

Sistemas dinâmicos contínuos com estado de dimensão finita e sujeitos a perturbações aleatórias pode, frequentemente, ser representados por

equações diferenciais ordinárias não-lineares - Jazwinski (29). Seja  $x_t$  e  $w_t$ , respectivamente, o vetor de estado de dimensão  $n$  e o vetor de perturbação aleatória de dimensão  $m$  no instante  $t$ . Então, uma equação diferencial geral para este sistema pode ser escrita como:

$$\frac{dx_t}{dt} = f(x_t, w_t, t), \quad t \geq t_0, \quad (2.4)$$

onde  $f$  é uma função vetorial, de dimensão  $n$ , não-linear e real. A Equação 2.4 é chamada de equação diferencial estocástica. A condição inicial para 2.4 pode ser uma constante ou uma variável aleatória  $x_{t_0}$  com distribuição especificada. Admite-se que a lei de probabilidade do processo  $\{w_t, t \geq t_0\}$  seja especificada.

Se a função vetorial  $f$  e o processo  $\{w_t, t \geq t_0\}$  são convenientemente limitados tal que, por exemplo, a integral

$$\int_{t_0}^t f(x_\tau, w_\tau, \tau) d\tau,$$

é definida no sentido médio quadrático, e a derivada  $dx_f/dt$  também é entendida no sentido médio quadrático, então

$$x_t - x_{t_0} = \int_{t_0}^t f(x_\tau, w_\tau, \tau) d\tau. \quad (2.5)$$

Um caso espacial da Equação 2.4, em que a perturbação é constituída pela adição de um ruído branco gaussiano, é dado por:

$$\frac{dx_t}{dt} = f(x_t, t) + G(x_t, t)w_t. \quad (2.6)$$

Em vista do processo  $\{w_t, t \geq t_0\}$  ser delta-correlacionado, isto é,

$$E\{(w_t - E\{w_t\})(w_\tau - E\{w_\tau\})^T\} = Q'(t)\delta(t - \tau), \quad (2.7)$$

onde  $\delta(t - \tau)$  é a função delta de Dirac e  $Q'$  é a matriz de densidade espectral associada a  $w_t$ , a integração da Equação 2.6 não é dada por uma inte

gral de Riemann no sentido médio quadrático - Jazwinski (29). Consequentemente (2.6) não tem sentido matemático.

Seja  $\{\beta_t, t \geq t_0\}$  um vetor do processo Browniano. Então, formalmente - Jazwinski (29),

$$w_t = \frac{d\beta_t}{dt}$$

e a representação para o modelo dinâmico correspondente à Expressão 2.6 é dada por

$$dx_t = f(x_t, t)dt + G(x_t, t)d\beta_t. \quad (2.8)$$

A Expressão 2.8 tem significado desde que sua integral

$$x_t - x_{t_0} = \int_{t_0}^t f(x_\tau, \tau)d\tau + \int_{t_0}^t G(x_\tau, \tau)d\beta_\tau, \quad (2.9)$$

é definida.

A primeira integral é definida como uma integral de Riemann no sentido médio quadrático e a segunda é definida no sentido médio quadrático de  $It_0$  - Jazwinski (29).

Sempre que se mencionar, neste trabalho, integrais estar-se-á, implicitamente, considerando ou integrais de Riemann no sentido médio quadrático ou integrais no sentido médio quadrático de  $It_0$ , também as derivadas e expansões em séries são entendidas no sentido médio quadrático. Além disto, a Expressão 2.8 é, formalmente equivalente a:

$$\dot{x}_t = f(x_t, t) + G(x_t, t)w_t. \quad (2.10)$$

#### 2.4 - PRINCÍPIO DA SEPARAÇÃO

Admita-se que a dinâmica do sistema linear esteja sujeita a um ruído externo  $w(t)$ , branco, gaussiano, de média zero e variância conhecida:

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)U(t) + G(t)w(t), \quad (2.11)$$

e que o estado não seja disponível diretamente, mas indiretamente através do processo:

$$Y(t) = H(t)X(t) + v(t) , \quad (2.12)$$

em que  $v(t)$  é o ruído de medição, suposto branco, gaussiano, de média nula e variância conhecida.

Nestas condições o valor exato do vetor de estado,  $X(t)$ , é desconhecido e portanto não há sentido em se considerar o índice de desempenho ID tal como consta na Equação 2.2. É necessário definir um índice de desempenho de natureza estatística como mostrado por Gelb (28):

$$ID = E \left\{ \frac{1}{2} X^T(t_f) V_f X(t_f) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [X^T(t) V(t) X(t) + U^T(t) R(t) U(t)] dt \right\} , \quad (2.13)$$

onde  $E$  é o operador expectância.

Seja  $\hat{X}(t)$  a estimativa do estado num instante  $t$ , estimativa dada pelo Filtro estendido de Kalman, correspondente à média condicional:

$$\hat{X}(t) = E\{X(t)/\theta(t)\} , \quad (2.14)$$

onde  $\theta(t)$  corresponde às observações realizadas até o instante  $t$ :

$$\theta(t) = \{Y(t_\tau) : t_\tau \leq t\} . \quad (2.15)$$

O Princípio da Separação, conforme é anunciado por Gelb (28), estabelece que a lei de controle ótimo se obtém pelo mesmo controlador linear determinístico (definido pela matriz  $C(t)$ ), porém, operando sobre a estimativa  $\hat{X}(t)$ :

$$U(t) = -C(t)\hat{X}(t) . \quad (2.16)$$

Neste caso, pode-se representar o sistema controlado através do diagrama da Figura 2.2.

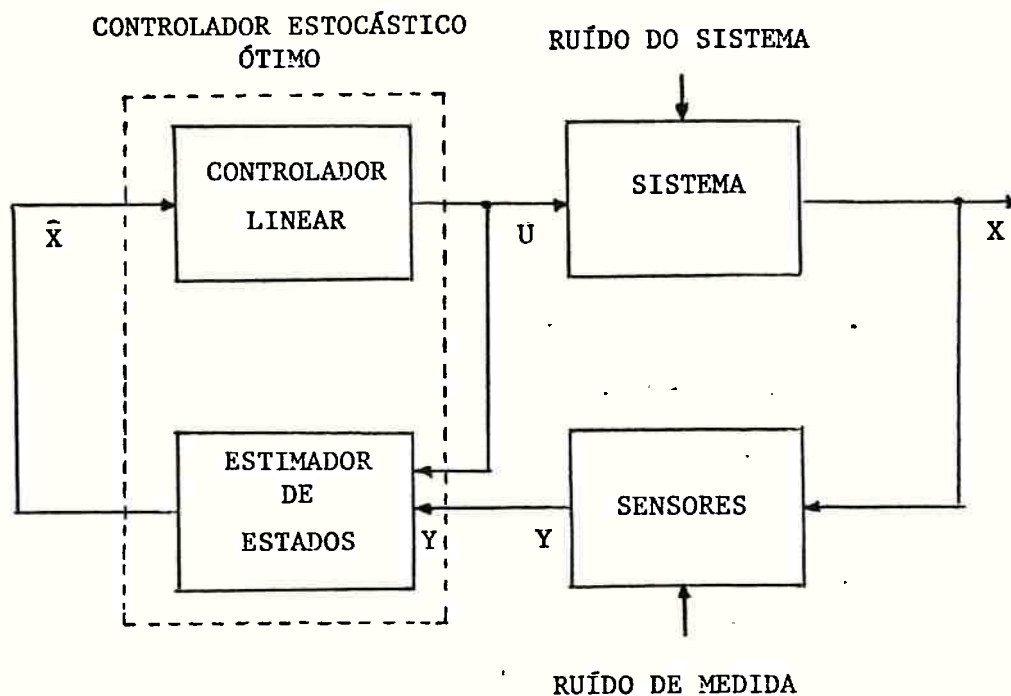


Fig. 2.2 - Regulador estocástico.

O problema do regulador estocástico apresenta-se, assim composto de dois sub-problemas: o problema de estimação e o problema de controle.

O Princípio da Separação, conforme consta deste ítem, é geralmente associado a sistemas estocásticos lineares gaussianos com índice de desempenho quadrático. Entretanto, demonstra-se que para outras formas de índices de desempenho e ruídos não-gaussianos, também se aplica uma forma de Princípio da Separação - Gelb (28).

O Princípio da Separação serviu como inspiração para o desenvolvimento do método proposto para a solução de problemas de controle na presença de incertezas, no sentido de que tal solução compreende duas etapas distintas: a estimação do estado e a determinação do controle necessário para se atingir o objetivo estabelecido.



## 2.5 - ESTIMAÇÃO DE ESTADOS

O problema probabilístico de estimação do estado de um sistema não-linear é complexo e, em geral, não permite uma solução analítica exata. Para utilizar a teoria de filtragem no problema em questão, é necessário o estudo de suas aplicações a sistemas não-lineares, que se assemelham com a formulação dada às equações de determinação de atitude. A aproximação comum mais adotada é a linearização em torno da estimativa mais recente, numa tentativa de mantê-la próxima ao estado real, caracterizando o filtro estendido de Kalman.

Apresenta-se a seguir a formulação do filtro estendido de Kalman conforme descrito por Jazwinski (29), Gelb (28) e Kuga (30).

A não-linearidade no estado é caracterizado pela equação diferencial:

$$\dot{X}(t) = F[X(t), U(t)] + G(t)w(t), \quad (2.17)$$

onde  $X$  é o vetor de dimensão  $n$  do estado;  $U$  é o vetor de dimensão  $p$  do controle;  $F$  é uma função vetorial de dimensão  $n$ , função não-linear do estado;  $G$  é uma matriz  $n \times m$  contínua e dependente do tempo; e  $w$  é um vetor de dimensão  $m$  que expressa o ruído dinâmico, tendo as seguintes propriedades estatísticas:

$$E\{w(t)\} = 0, \quad (2.18)$$

$$E\{w(t)w^T(\tau)\} = Q(t)\delta(t - \tau), \quad (2.19)$$

onde  $Q$  é a matriz de densidade espectral associada a  $w$ .

Gera-se uma trajetória determinística de referência, em torno da qual se faz a linearização; assim, dado  $\bar{X}(t_0)$  que satisfaz a:

$$\dot{\bar{X}}(t) = F[\bar{X}(t), U(t)] \quad (2.20)$$

para todo  $t \geq t_0$ , define-se  $\delta X \triangleq X(t) - \bar{X}(t)$  como o desvio da referência, de modo que:

$$\frac{d\delta X(t)}{dt} = F[X(t), U(t)] - F[\bar{X}(t), U(t)] + G(t)w(t), \quad (2.21)$$

sendo

$$\delta X(t_0) = N(X(t_0) - \bar{X}(t_0), P(t_0)), \quad (2.22)$$

onde  $N(\cdot, \cdot)$  é a representação para distribuições gaussianas e  $P(t_0)$  a matriz de covariância do erro no estado definida por:

$$P(t_0) = E\{(X(t_0) - \bar{X}(t_0))(X(t_0) - \bar{X}(t_0))^T\}. \quad (2.23)$$

Supondo-se o desvio pequeno, uma expansão em série de Taylor até primeira ordem produz:

$$F[X(t), U(t)] - F[\bar{X}(t), U(t)] = g[\bar{X}(t_0), U(t)]\delta X(t), \quad (2.24)$$

$$g[\bar{X}(t_0), U(t)] = \frac{\partial F[\bar{X}(t), U(t)]}{\partial X}, \quad (2.25)$$

onde  $g$  é a matriz de derivadas parciais, avaliada ao longo da trajetória nominal (de referência). A equação linearizada torna-se:

$$\frac{d\delta X(t)}{dt} = g[\bar{X}(t_0), U(t)]\delta X(t) + G(t)w(t). \quad (2.26)$$

A aplicação do filtro de Kalman ao sistema linearizado contínuo (Sistema 2.26) resulta, para a equação de propagação da matriz de covariância do erro no estado, a equação de Riccati. Para evitar a integração da equação de Riccati discretiza-se o Sistema 2.26:

$$\delta X(t_{k+1}) = \phi(t_{k+1}, t_k)\delta X(t_k) + \Gamma(t_k)w(t_k), \quad (2.27)$$

onde  $\phi$  é a matriz de transição de estado, calculada ao longo da trajetória nominal, dada por:

$$\phi(t, t_k) = g[\bar{X}(t_k), U(t)]\phi(t, t_k), \quad (2.28)$$

para  $t_k \leq t \leq t_{k+1}$  e com a condição inicial

$$\phi(k, k) = I . \quad (2.29)$$

A parcela  $\Gamma(t_k)w(t_k)$  é representada por

$$\Gamma(t_k)w(t_k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \phi(t_{k+1}, \tau)G(\tau)w(\tau)d\tau . \quad (2.30)$$

Para efeito de cálculo da matriz de covariância de erro no estado propagado, o ruído  $w(t)$  é aproximado por um "step-process", i.e., sendo, em geral, o intervalo de tempo considerado bastante pequeno,  $w$  neste intervalo pode ser considerado como aproximado por uma mesma variável aleatória. Assim, as estatísticas de  $w$  são dadas por:

$$E\{w(t_k)\} = 0 , \quad (2.31)$$

$$E\{w(t_k)w^T(t_j)\} = Q(t_k)\delta_{kj} , \quad (2.32)$$

onde  $\delta_{kj}$  é o delta de Kronecker. Portanto, a forma final discretizada pode ser expressa pelas seguintes relações:

$$\delta X(t_{k+1}) = \phi(t_{k+1}, t_k)\delta X(t_k) + \Gamma(t_k)w(t_k) , \quad (2.33)$$

$$\Gamma(t_k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \phi(t_{k+1}, \tau)G(\tau)d\tau . \quad (2.34)$$

As medidas (observações) são modeladas conforme

$$Y_k = h[X(t_k), t_k] + v_k , \quad (2.35)$$

onde  $Y_k$  é o vetor de dimensão  $r$  que representa as observações efetuadas no instante  $t_k$ ;  $h$  é uma função vetorial de dimensão  $r$ , função não-linear do estado; e  $v_k$  é um vetor de dimensão  $r$ , que representa o ruído nas medidas, e apresenta as seguintes estatísticas:

$$E\{v_k\} = 0, \quad (2.36)$$

$$E\{v_j v_k^T\} = R_k \delta_{jk},$$

onde  $R_k$  é a matriz de covariância associativa ao ruído nas medidas  $v$ . Ou tras hipóteses implícitas são:

- $w(t_k)$  independente do estado inicial para todo  $t_k$ ;
- a não-correlação do ruído nas medidas com o ruído no estado:

$$E\{w(t_k) v_j^T\} = 0;$$

- a não-correlação do ruído nas medidas com o estado:

$$E\{v_k X^T(t_j)\} = 0.$$

Da mesma forma que o estado, a queação das medidas é não-linear e deve-se adotar uma formulação análoga. Inicialmente, define-se uma solução nominal (de referência):

$$\bar{Y}_k \triangleq h[\bar{X}(t_k), t_k], \quad (2.37)$$

e do mesmo modo

$$\delta Y_k \triangleq Y_k - \bar{Y}_k, \quad (2.38)$$

será o desvio, agora referente às observações.

A linearização oferece:

$$\delta Y_k \cong H[t_k, \bar{X}(t_k)] \delta X(t_k) + v_k, \quad (2.39)$$

com

$$H[t_k, \bar{X}(t_k)] = \frac{\partial h[\bar{X}(t_k), t_k]}{\partial X}, \quad (2.40)$$

onde  $H$  é a matriz de derivadas parciais das observações em relação ao estado.

Sintetizando, parte-se de:

$$\dot{X}(t) = F[X(t), U(t)] + G(t)w(t) , \quad (2.41)$$

$$Y_k = h[X(t_k), t_k] + v_k ,$$

e linearizando-se sobre  $\bar{X}(t)$ , obtêm-se:

$$\begin{aligned} \delta X(t_{k+1}) &= \phi(t_{k+1}, t_k) \delta X(t_k) + \Gamma(t_k) w(t_k) , \\ \delta X(t_0) &\cong N(X(t_0) - \bar{X}(t_0), P(t_0)) , \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\delta Y_k = H[t_k, \bar{X}(t_k)] \delta X(t_k) + v_k .$$

A escolha da trajetória de referência  $\bar{X}$  (nominal) torna-se uma questão lógica, desde que se quer uma nominal próxima a real. Assim a escolha recai na mais recente estimativa corrente do estado, expressa em:

$$\bar{X}(t_k) = \hat{X}(t_k/t_k) . \quad (2.43)$$

A partida é dada fazendo-se:

$$\bar{X}(t_0) = \hat{X}(t_0/t_0) , \quad (2.44)$$

com  $\delta X(t_0) \sim N(0, P(t_0))$ . Com a estrutura recursiva sequencial do filtro de Kalman, a cada passo, relineariza-se sobre a nova estimativa, para aplicar a Relação 2.43. Partindo-se desta imposição, a melhor estimativa entre observações é propagada por:

$$\frac{d\hat{X}(t/t_k)}{dt} = F[\hat{X}(t/t_k), U(t)] , \quad (2.45)$$

para  $t_k \leq t \leq t_{k+1}$ . Após uma nova observação, deve ser efetuada a correção (atualização) do estado propagado. Considerando-se o Sistema Linearizado

2.42, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \delta \hat{X}(t_{k+1}/t_{k+1}) &= \delta \hat{X}(t_{k+1}/t_k) + K[t_{k+1}, \hat{X}(t_{k+1}/t_k)] \cdot \\ &\cdot \{ \delta Y_{k+1} - H[t_{k+1}, \hat{X}(t_{k+1}/t_k)] \delta \hat{X}(t_{k+1}/t_k) \}, \end{aligned} \quad (2.46)$$

onde K é o ganho do filtro de Kalman.

O desenvolvimento da Equação 2.46 leva a:

$$\begin{aligned} \hat{X}(t_{k+1}/t_{k+1}) &= \hat{X}(t_{k+1}/t_k) + K[t_{k+1}, \hat{X}(t_{k+1}/t_k)] \cdot \\ &\cdot \{ Y_{k+1} - h[\hat{X}(t_{k+1}/t_k), t_{k+1}] \}. \end{aligned} \quad (2.47)$$

O filtro resultante, filtro estendido de Kalman, tem estrutura semelhante ao linear e é resumido a seguir.

- Previsão (Propagação)

Integrando-se a Equação 2.45 de  $t_k$  a  $t_{k+1}$ , obtêm-se o estado propagado:

$$\hat{X}(t_{k+1}/t_k) = \hat{X}(t_k/t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} F[\hat{X}(t/t_k), U(t)] dt. \quad (2.48)$$

Para a matriz de covariância no erro, no estado propagado, obtêm-se:

$$\begin{aligned} P(t_{k+1}/t_k) &= \phi(t_{k+1}, t_k) P(t_k/t_k) \phi^T(t_{k+1}, t_k) + \\ &+ \Gamma(t_k) Q(t_k) \Gamma^T(t_k). \end{aligned} \quad (2.49)$$

- Ganho

$$\begin{aligned} K[t_{k+1}, \hat{X}(t_{k+1}/t_k)] &= P(t_{k+1}/t_k) H^T[t_{k+1}, \hat{X}(t_{k+1}/t_k)] \cdot \\ &\cdot \{ H[t_{k+1}, \hat{X}(t_{k+1}/t_k)] P(t_{k+1}/t_k) \cdot \\ &\cdot H^T[t_{k+1}, \hat{X}(t_{k+1}/t_k)] + R_{k+1} \}^{-1}. \end{aligned} \quad (2.50)$$

- Atualização (correção)

Para a estimativa do estado, obtêm-se

$$\begin{aligned} \hat{X}(t_{k+1}/t_{k+1}) &= \hat{X}(t_{k+1}/t_k) + K[t_{k+1}, \hat{X}(t_{k+1}/t_k)] \cdot \\ &\cdot \{Y_{k+1} - h[\hat{X}(t_{k+1}/t_k), t_k]\} . \end{aligned} \quad (2.51)$$

Para a matriz de covariância, de erro no estado, obtêm-se:

$$\begin{aligned} P(t_{k+1}/t_{k+1}) &= \{I - K[t_{k+1}, \hat{X}(t_{k+1}/t_k)]H[t_{k+1}/t_k]\} \cdot \\ &\cdot P(t_{k+1}/t_k) . \end{aligned} \quad (2.52)$$

Usualmente erros de três tipos influenciam a estimativa obtida: erros devido à linearização, erros devido ao procedimento computacional e erros devido ao modelo matemático impreciso para definição do problema. Os erros devido à linearização são minimizados quando se usa a forma estendida do filtro de Kalman, no algoritmo de estimação sequencial.

Uma opção para a minimização dos efeitos da má modelagem é a técnica de Compensação do Modelo Dinâmico - CMD.

2.6 - COMPENSAÇÃO DO MODELO DINÂMICO

O principal objetivo do método é minimizar o efeito da má modelagem, estimando e incluindo seus efeitos no sistema dinâmico.

A motivação para incluir a técnica CMD, para aproximar os efeitos não modelados da dinâmica é devida aos bons resultados obtidos pela sua aplicação em determinação de órbita de satélites artificiais terrestres nos trabalhos de Ingram (31), Rios Neto (32), Negreiros de Paiva (33), Kuga (30) e de atitude de satélites artificiais no trabalho de Vieira da Fonseca Lopes (34).

Na prática, frequentemente, a dinâmica de estado pode ser colocada na forma:

$$\dot{X}(t) = a_m(t) + a_{nm}(t) , \quad (2.53)$$

onde  $a_m$  é o vetor de acelerações modeladas e  $a_{nm}$  é o vetor de acelerações não-modeladas.

A técnica CMD proporciona estimativas das acelerações não-modeladas, as quais são aproximadas localmente por um processo de primeira ordem de Gauss-Markov; i.e.,  $a_{nm}(t) \cong \varepsilon(t)$ , que tem uma componente correlacionada ao longo do tempo e outra puramente aleatória - Ingram (31), Rios Neto (32). A componente correlacionada com o tempo possibilita a propagação da estimativa das acelerações não-modeladas. A componente aleatória representa o nível de desconhecimento nas acelerações não-modeladas e é levada em conta na matriz de covariância de erro no estado.

De acordo com a técnica CMD o vetor  $\varepsilon$  é aproximado por

$$\dot{\varepsilon}(t) = -B\varepsilon(t) + \bar{w}(t) , \quad (2.54)$$

onde  $B$  é a matriz  $\ell \times \ell$ , diagonal, de componentes positivos de igual valor, que representam os coeficientes de correlação ao longo do tempo, constantes e conhecidas a priori - Rauch (35). Assim,

$$B = I_\ell , \quad (2.55)$$

onde  $I_\ell$  é a matriz  $\ell \times \ell$  identidade. Na Equação 2.55  $\bar{w}$  é o vetor  $\ell \times 1$  ruído branco gaussiano, caracterizado por:

$$F\{\bar{w}(t)\} = 0 , \quad (2.56)$$

$$E\{\bar{w}(t)\bar{w}^T(\tau)\} = \bar{Q}(t)\delta(t - \tau) ,$$

e  $\bar{Q}$  a matriz densidade espectral associada a  $\bar{w}$ .

Com isto contorna-se a dificuldade da modelagem dinâmica que é reescrita como:

$$\dot{X}(t) = F[X(t), U(t)] + \varepsilon(t) + G(t)w(t) , \quad (2.57)$$

$$\dot{\varepsilon}(t) = -B\varepsilon(t) + \bar{w}(t) .$$



Definindo-se o vetor de estado estendido,  $z^T = (X, \epsilon)^T$ , e o vetor de ruído estendido,  $w^T = (w, \bar{w})^T$ , o Sistema 2.57 torna-se idêntico à Equação Diferencial 2.17.

Para sistemas não-lineares, o filtro pode divergir em decorrência das várias hipóteses simplificadoras adotadas. Após certo período de operação do filtro, os erros nas estimativas do estado podem, eventualmente, assumir valores incoerentes com sua estatística estimada. O que comumente ocorre é que o resultado numérico observado contradiz com o comportamento previsto, pois os erros reais de estimação excedem os valores estimados. Esse comportamento anômalo resulta, basicamente, das três fontes de erros mencionados na seção anterior.

Quando a matriz de covariâncias estimada para os erros se torna irrealisticamente pequena, atinge-se um nível de confiança exageradamente otimista nas estimativas obtidas. Como consequência, o ganho (o qual corrige a estimativa e a covariância) também se torna pequeno, e medidas subsequentes são ignoradas para efeito de melhoria da estimativa, ocorrendo, então, divergência - Fitzgerald (36).

De uma forma geral, o ruído no estado impede a redução da matriz de covariância. Em vista disto propõe-se estimar o nível de ruído necessário no estado para evitar a divergência. No que se segue é apresentada uma técnica de ruído adaptativo recentemente desenvolvida - Rios Neto e Kuga (37), Kuga (30).

## 2.7 - TÉCNICA DO RUÍDO ADAPTATIVO

### 2.7.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

O ruído adaptativo é incorporado no procedimento de estimação por meio de suas propriedades estatísticas, degradando a matriz de covariância dos erros e aumentando o ganho e, com isso, "abrindo" o filtro para novos dados. Esse ruído é dosado passo a passo, de forma adaptativa, através de um critério generalizado de coerência estatística entre os erros reais e os estimados. O resíduo das observações (diferença entre o valor observado e calculado) é o valor utilizado para detectar a ocorrência de divergência e combatê-la em tempo real, estando disponível sempre que existirem dados

de observação. No procedimento proposto isto é feito da seguinte maneira:

- a) modela-se o ruído no estado como uma sequência branca (realizações constantes entre observações);
- b) utiliza-se o conceito de resíduo verdadeiro (que ocorreria na ausência de erros de observação) através de uma generalização do procedimento proposto por Jazwinski (29), para a materialização da coerência entre erros estimados e resíduos de observação;
- c) na dosagem do ruído no estado, utiliza-se como limite superior para o resíduo o valor de três desvios-padrão do correspondente ruído de observação (tendo em vista as hipóteses de linearização).

### 2.7.2 - HIPÓTESE BÁSICA

Seja o sistema dinâmico descrito por:

$$\dot{X}(t) = F[X(t), U(t)] + G(t)w(t) , \quad (2.58)$$

com as variáveis descritas conforme a Equação 2.17, e

$$E\{w(t)w^T(\tau)\} = Q(t)\delta(t-\tau) , \quad (2.59)$$

ou lembrando-se que  $w$  é, supostamente, um "step-process",

$$E\{w(t_k)w^T(t_j)\} = Q(t_k)\delta_{kj} .$$

O sistema linearizado, conforme a Equação 2.27 é dado por:

$$\delta X(t_{k+1}) = \phi(t_{k+1}, t_k) + \Gamma(t_k)w(t_k) .$$

A modelagem das medidas é dada pela Equação 2.35:

$$Y_k = h[X(t_k), t_k] + v_k .$$

Admite-se que  $Y_k$  seja escalar sem que haja perda de generalidade, pois, uma vez que  $v_k$  é não-correlacionado e as expansões para a lineariza

ção são entendidas no sentido médio quadrático, o processamento em "batch" é equivalente ao processamento sequencial - Sorenson (38). A linearização produz:

$$\delta Y_k = H_k \delta X(t_k) + v_k, \quad \text{com}$$

$$H_k = \frac{\partial h}{\partial X} \Big|_{X = \hat{X}(t_k/t_{k-1})},$$

conforme a Relação 2.40.

Define-se o resíduo observado (avaliável) como:

$$r(k+1) = Y_{k+1} - \hat{Y}_{k+1}, \quad (2.60)$$

onde  $Y$  é a observação e  $\hat{Y}$  é a observação estimada, condicionada a todas as outras observações anteriores, i.e.,

$$\hat{Y}_{k+1} = E\{Y_{k+1}/Y_k, Y_{k-1}, \dots, Y_1\} \cong h[\hat{X}(t_{k+1}/t_k)],$$

onde  $\hat{X}(t_{k+1}/t_k)$  é a estimativa propagada do estado, a partir de  $\hat{X}(t_k/t_k)$  até o instante  $t_{k+1}$ .

Define-se o resíduo verdadeiro - Rios Neto e Kuga (36) - por:

$$r_v(k+1) = Y_{k+1}^v - \hat{Y}_{k+1}, \quad (2.61)$$

onde  $Y^v$  é a observação verdadeira, real, que se obteria caso não houvesse erros de medida, Portanto, a relação entre o resíduo observado e o verdadeiro é:

$$r(k+1) = r_v(k+1) + v_k. \quad (2.62)$$

A hipótese fundamental de consistência entre o resíduo e sua estatística é dado por Jazwinski (39). Ela é obtida supondo-se que o resíduo verdadeiro tenha distribuição gaussiana e determinando-se a variância do ruído dinâmico,  $s$ , o qual produz o mais provável resíduo verdadeiro. Algebricamente este conceito é expresso por:

$$\max_{s \geq 0} \bar{p}(r_v) ,$$

onde  $\bar{p}$  é a densidade de probabilidade do resíduo - Jazwinski (29). A restrição  $s \geq 0$  é coerente com a propriedade de uma variância. A aplicação desta operação, maximização da ocorrência do resíduo verdadeiro, leva a:

$$r_v^2(k+1) = E\{r_v^2(k+1)\} , \quad (2.63)$$

onde, abusando da notação, o termo do primeiro membro em 2.63 é o quadrado da realização do resíduo verdadeiro  $r_v(k+1)$ .

O desenvolvimento desta hipótese gerará um algoritmo para estimar a variância do ruído dinâmico.

### 2.7.3 - A EQUAÇÃO DE PSEUDO-OBSERVAÇÃO

O desenvolvimento da Hipótese Básica 2.63, leva a uma equação semelhante à de medidas, denominada de equação de pseudo-observações, como mostrado a seguir.

Dada a Equação 2.63, desenvolve-se separadamente cada membro. Assim, a Equação 2.62 leva a:

$$r_v(k+1) = H_{k+1} [X(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1}/t_k)] , \quad (2.64)$$

$$r_v(k+1) = H_{k+1} \{ \phi(t_{k+1}, t_k) [X(t_k) - \bar{X}(t_k)] + \Gamma(t_k) w(t_k) \} .$$

Elevando-se ao quadrado e aplicando-se o operador expectância na Relação 2.64 tem-se:

$$\begin{aligned} E\{r_v^2(k+1)\} &= H_{k+1} \phi(t_{k+1}, t_k) \rho(t_k/t_k) \phi^T(t_{k+1}, t_k) H_{k+1}^T + \\ &+ H_{k+1} \Gamma(t_k) Q(t_k) \Gamma^T(t_k) H_{k+1}^T . \end{aligned} \quad (2.65)$$

Por outro lado, relaciona-se o quadrado do resíduo verdadeiro por meio da Relação 2.62, i.e.,

$$r_v^2 = r^2(k+1) - 2r(k+1)v_{k+1} + v_{k+1} . \quad (2.66)$$

Numa forma mais conveniente, a Equação 2.66 pode ser escrita como:

$$r_v^2(k+1) = r^2(k+1) + \eta_{k+1}' , \quad (2.67)$$

onde se supõe que  $\eta_{k+1}'$  é um ruído. Deduz-se suas estatísticas a partir da relação:

$$\eta_{k+1}' = -2r(k+1)v_{k+1} + v_{k+1}^2 .$$

Assim, as estatísticas são:

- média

$$E\{\eta_{k+1}'\} = R_{k+1}$$

- variância

Para cálculo da variância são utilizadas as seguintes relações:

$$E\{r(k+1)\} = 0 , \text{ de acordo com Kailath (40);}$$

$$E\{v_j\} = 0 , E\{v_k\} = R_{k+1} , \text{ conforme Sistema 2.36;}$$

$$E\{r^2(k+1)\} = r^2(k+1) \text{ conforme hipótese de maximização de ocorrência do ruído } r(k+1) \text{ estabelecida por Jazwinski (29);}$$

$$E\{v_k^3\} = 0, E\{v_k^4\} = 3R_{k+1} , \text{ de acordo com Papoulis (41).}$$

Resulta, então, para a variância,

$$E\{\eta_{k+1}'^2\} = E\{(\eta_{k+1}' - E\{\eta_{k+1}'\})^2\} = 4r^2(k+1)R_{k+1} + 2R_{k+1}^2 .$$

Com a aplicação da hipótese básica, expressa pela Equação 2.63, e com o auxílio das Equações 2.65 e 2.67 obtém-se:

$$\begin{aligned} r^2(k+1) + \eta_{k+1}' &= H_{k+1} \phi(t_{k+1}, t_k) P(t_k/t_k) \phi^T(t_{k+1}, t_k) H_{k+1}^T + \\ &+ H_{k+1} \Gamma(t_k) Q(t_k) \Gamma^T(t_k) H_{k+1}^T . \end{aligned} \quad (2.68)$$

Em seguida define-se um ruído branco gaussiano  $\eta_{k+1}$ , por meio de:

$$\eta_{k+1} = \eta'_{k+1} - R_{k+1} .$$

Portanto,

$$E\{\eta_{k+1}\} = 0 , \quad (2.69a)$$

$$E\{\eta_{k+1}^2\} = E\{(\eta_{k+1} - E\{\eta_{k+1}\})^2\} = E\{(\eta'_{k+1} - E\{\eta'_{k+1}\})^2\} ,$$

$$E\{\eta_{k+1}^2\} = 4r^2(k+1) + 2R_{k+1}^2 . \quad (2.69b)$$

Introduzindo o ruído  $\eta_{k+1}$  na Equação 2.68 resulta:

$$\begin{aligned} r^2(k+1) + R_{k+1} - H_{k+1} \phi(t_{k+1}, t_k) P(t_k/t_k) \phi^T(t_{k+1}, t_k) H_{k+1}^T &= \\ &= H_{k+1} \phi(t_k) Q(t_k) \phi^T(t_k) H_{k+1}^T + \eta_{k+1} . \end{aligned} \quad (2.70)$$

Lembrando que os ruídos dinâmicos são considerados independentes entre si, a matriz  $Q(t_k)$  é diagonal. Assim, seja  $Q(t_k)$  uma matriz diagonal, cujos elementos são  $s_i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, m$ . O desenvolvimento do termo em  $Q(t_k)$  da Equação 2.70 gera:

$$H_{k+1} \Gamma(t_k) Q(t_k) \Gamma^T(t_k) H_{k+1}^T = \sum_{i=1}^m \left[ \sum_{j=1}^n H_j \Gamma_{ji} \right]^2 s_i , \quad (2.71)$$

onde  $H_j$  representa os elementos do vetor  $H_{k+1}$ , e  $\Gamma_{ji}$  representa os elementos da matriz  $\Gamma(t_k)$ .

Portanto,

$$H_{k+1} \Gamma(t_k) Q(t_k) \Gamma^T(t_k) H_{k+1}^T = M_{k+1} s(k+1) , \quad (2.72)$$

onde  $M_{k+1}$  é um vetor-linha de dimensão  $m$ , definido por:

$$M_{k+1} \triangleq \left[ \left[ \sum_{j=1}^n H_j \Gamma_{j1} \right]^2 : \left[ \sum_{j=1}^n H_j \Gamma_{j2} \right]^2 : \dots : \left[ \sum_{j=1}^n H_j \Gamma_{jm} \right]^2 \right] , \quad (2.73)$$

e  $s(k+1)$  é o vetor dos elementos da diagonal da matriz  $Q(t_k)$ . Define-se como pseudo-observação, o membro esquerdo da Equação 2.70, isto é:

$$Z(k+1) \triangleq r^2(k+1) + R_{k+1} - H_{k+1} \phi(t_{k+1}, t_k) P(t_k/t_k) \cdot \phi^T(t_{k+1}, t_k) H_{k+1}^T, \quad (2.74)$$

e a equação da pseudo-observação de acordo com a Equação 2.70 é dada por:

$$Z(k+1) = M_{k+1} s(k+1) + \eta_{k+1}. \quad (2.75)$$

Resumindo,  $Z$  é a pseudo-observação, cujo valor determinístico é dado pela Equação 2.74;  $M$  é o vetor definido na Relação 2.73;  $s$  é o vetor dos elementos da diagonal da matriz  $Q(t_k)$ , a ser estimado, e  $\eta_{k+1}$  é o ruído na pseudo-observação, cuja estatística é dada pelo Sistema 2.69. A Equação 2.75 caracteriza a equação de pseudo-observações a partir da qual sê extrai informações para a estimativa da matriz  $Q(t_k)$ .

Para o caso de sistemas não-lineares em que seja válida a consideração de que o ruído no estado tenha realizações que possam ser modeladas como pequenas perturbações, alguma forma de limitação deve ser considerada para o nível de ruído. Isto porque devido a erros iniciais grandes no estado pode ocorrer uma situação de perda de validade das hipóteses consideradas para as aproximações lineares. Assim, na Equação 2.75, os valores de  $r(k+1)$ , que definem  $Z(k+1)$  e  $\eta_{k+1}$ , são limitados superiormente, levando-se em conta uma faixa de três desvios-padrão do correspondente ruído da observação, i.e.,

$$r(k+1) = \min\{r(k+1), 3\sigma_{k+1}\},$$

onde:

$$\sigma_{k+1} = R_{k+1}^{1/2}.$$

2.7.4 - FILTRO DE KALMAN APLICADO ÀS PSEUDO-OBSERVAÇÕES

Apresenta-se a seguir a estrutura do filtro de Kalman para efetuar a filtragem das pseudo-observações. Assim, o ganho  $K^S$ , referente ao estimador  $s$ , é dado por:

$$K_{k+1}^S = P^S(t_{k+1}/t_k) M_{k+1}^T [M_{k+1} P^S(t_{k+1}/t_k) M_{k+1}^T + 4r^2(k+1)R_{k+1} + 2R_{k+1}^2]^{-1}, \quad (2.76)$$

onde  $P^S(t_{k+1}/t_k)$  é a matriz de covariância, a priori, do erro em  $s$ . A atualização da estimativa em  $s$  é obtida por:

$$\hat{s}(t_{k+1}/t_{k+1}) = \hat{s}(t_{k+1}/t_k) + K_{k+1}^S [Z(k+1) - M_{k+1} \hat{s}(t_{k+1}/t_k)], \quad (2.77)$$

onde  $\hat{s}(t_{k+1}/t_k)$  é a estimativa, a priori de  $s$ .

A atualização da matriz de covariância no erro em  $s$ , é obtida por:

$$P^S(t_{k+1}/t_{k+1}) = [I - K_{k+1}^S M_{k+1}] P^S(t_{k+1}/t_k). \quad (2.78)$$

Finalmente, incluem-se na equação de propagação dos erros no estado as variâncias assim obtidas:

$$P(t_{k+1}/t_k) = \phi(t_{k+1}, t_k) P(t_k/t_k) \phi^T(t_{k+1}, t_k) + \Gamma(t_k) Q(t_k) \Gamma^T(t_k),$$

com

$$Q(t_k) = \text{diag}\{\hat{s}\}, \text{ i.e.,}$$

$Q(t_k)$  é a diagonal  $m \times m$  cujos elementos são formados pelo vetor  $\hat{s}$ , fornecidos pelo procedimento adaptativo descrito.

O processamento destas pseudo-observações possibilita estimar  $s$  paralelamente ao estado. Neste propósito admite-se como informação a priori a última estimativa:

$$\hat{s}(t_{k+1}/t_k) = \hat{s}(t_k/t_k), \quad (2.79)$$



$$P^S(t_{k+1}/t_k) = P^S(t_k/t_k) . \quad (2.80)$$

## 2.8 - DETERMINAÇÃO DA LEI DE CONTROLE

Conforme mencionado na Seção 1, este trabalho visa determinar, testar implementar em um computador a lei de controle adequada para utilização no SCA da Segunda Missão Satélite. O procedimento descrito a seguir é aquele apresentado nos trabalhos de Rios Neto (25), Rios Neto e Cruz (26) e Cruz (27).

Seja o sistema dinâmico descrito por:

$$\dot{X}(t) = F[X(t), U(t)] + G(t)w(t) , \quad (2.81)$$

com as variáveis descritas conforme a Equação 2.17 e  $w$  um ruído branco, gaussiano, de média nula:

$$E\{w(t)\} = 0 , \quad (2.82)$$

$$E\{w(t)w^T(\tau)\} = Q(t)\delta(t - \tau) . \quad (2.83)$$

Considere-se que o objetivo do controle seja fazer com que o estado do Sistema 2.81 evolua no tempo de forma a satisfazer uma relação entre as variáveis de estado do tipo:

$$\psi[X(t)] = 0 . \quad (2.84)$$

Tendo em vista a natureza necessariamente digital das realizações do controlador aqui proposto, proceder-se-á à análise do problema em tempo discreto, sendo  $(t_k, t_{k+1})$  um intervalo típico de discretização.

Admita-se que o filtro estendido de Kalman, quando aplicado ao sistema no instante  $t_k$ , levando em consideração as observações efetuadas até  $t_k$  (inclusive), observações essas aqui simplesmente representadas por  $\theta_k$ , forneça uma estimativa  $\hat{X}(t_k/t_k)$  de  $X(t_k)$ :

$$\hat{X}(t_k/t_k) = E\{X(t_k)/\theta_k\} , \quad (2.85)$$

com dispersão

$$P(t_k/t_k) = E\{[X(t_k) - \bar{X}(t_k/t_k)][X(t_k) - \bar{X}(t_k/t_k)]^T\} . \quad (2.86)$$

Seja  $X^*$  um vetor de estados de referência que, no intervalo  $(t_k, t_{k+1})$ , obedece a equação:

$$\dot{X}^* = F(X^*, U^*) , \quad (2.87)$$

com a condição inicial em  $t_k$ :

$$X^*(t_k) = \bar{X}(t_k/t_k) , \quad (2.88)$$

sendo  $U^*$  suposto constante neste intervalo e igual a  $\bar{U}_{k-1}$ , valor calculado do controle no intervalo anterior:

$$U^* = U_k^* = \bar{U}_{k-1} . \quad (2.89)$$

Em palavras,  $X^*(t)$  seria o vetor de estados associado à trajetória descrita pelo sistema se, a partir do estado estimado  $\bar{X}(t_k/t_k)$  em  $t_k$ , fosse aplicado durante o intervalo de discretização  $(t_k, t_{k+1})$  o mesmo controle atuante sobre o sistema que aquele determinado para o intervalo  $(t_{k-1}, t_k)$ .

Expandindo-se a Equação 2.81 em série de Taylor em torno da trajetória de referência, e retendo-se apenas os termos lineares, obtêm-se:

$$\delta\dot{X} = \left. \frac{\partial F}{\partial X} \right|_{X^*, U^*} \delta X + \left. \frac{\partial F}{\partial U} \right|_{X^*, U^*} \delta U + G(t)w(t) , \quad (2.90)$$

onde

$$\delta X = X - X^* , \quad (2.91)$$

$$\delta U = U - U^* . \quad (2.92)$$

Seja  $\phi_c(\cdot, \cdot)$  a matriz de transição de estados, associada a equação

dinâmica linear (2.90), obtida através da integração de:

$$\dot{\phi}_c(t, t_k) = \frac{\partial F}{\partial X} \Big|_{X^*, U^*} \phi_c(t, t_k), \quad (2.93)$$

com a condição inicial:

$$\phi_c(t_k, t_k) = I. \quad (2.94)$$

Considere-se ainda a matriz  $\gamma(\cdot, \cdot)$  definida por:

$$\gamma(t, t_k) = \int_{t_k}^t \phi_c(t, \tau) \frac{\partial F}{\partial U} \Big|_{X^*(\tau), U^*(\tau)} d\tau. \quad (2.95)$$

Na Equação 2.90, para um intervalo de tempo  $(t_k, t_{k+1})$  suficientemente pequeno, é razoável admitir que  $\delta U$  é constante e também aproximar  $w(t)$  por um "step-process" com estatísticas dadas por:

$$E\{w(t_k)\} = 0,$$

$$E\{w(t_k)w^T(\tau)\} = Q(t_k)\delta_{kj}.$$

Sendo assim, a integração de 2.90 fornece:

$$\delta X(t_{k+1}) = \phi_c(t_{k+1}, t_k)\delta X(t_k) + \gamma(t_{k+1}, t_k)\delta U_k + \Gamma_c(t_k)w(t_k), \quad (2.96)$$

com:

$$\Gamma_c(t_k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \phi_c(t_{k+1}, \tau)G(\tau)d\tau. \quad (2.97)$$

É oportuno observar que, a menos de termos de segunda ordem e respeitada a capacidade de estimação e observação do sistema, o estado a ser controlado em  $t_{k+1}$ ,  $X^c(t_{k+1})$ , é dado pela equação:

$$\delta X^c(t_{k+1}) = \phi_c(t_{k+1}, t_k)\delta X(t_k) + \gamma(t_{k+1}, t_k)\delta U_k^c + \Gamma_c(t_k)w(t_k), \quad (2.98)$$

onde

$$\delta X^c(t_{k+1}) = X^c(t_{k+1}) - X^*(t_{k+1}) , \quad (2.99)$$

$$\delta U_k^c = U_k^c - U_k^* . \quad (2.100)$$

Portanto, seria desejável que o estado  $X^c(t_{k+1})$  obedecesse a Equação 2.84:

$$\psi[X^c(t_{k+1})] = 0 . \quad (2.101)$$

Entretanto, em virtude da incerteza do estado em  $t_k$  e do ruído do sistema, o objetivo é satisfazer 2.101 a menos do erro  $\delta X(t_k)$  no instante  $t_k$  e da incerteza associada ao ruído  $w(t_k)$ .

Expandindo-se 2.101 em série de Taylor em torno de  $X^*(t_{k+1})$  obtém-se:

$$\psi[X^*(t_{k+1})] + \psi^* \delta X^c(t_{k+1}) + \epsilon_{k+1} = 0 , \quad (2.102)$$

onde:

$$\psi_{k+}^* = \left. \frac{d\psi}{dX} \right|_{X^*(t_{k+1})} , \quad (2.103)$$

e  $\epsilon_{k+1}$  representa os termos de ordem superior, correspondendo ao erro de linearização.

Multiplicando 2.96 por  $\psi_{k+1}^*$  e usando 2.100 vem:

$$\begin{aligned} -\psi[X^*(t_{k+1})] &= \psi_{k+1}^* \phi_c(t_{k+1}, t_k) \delta X(t_k) + \psi_{k+1}^* \gamma(t_{k+1}, t_k) \delta U_k^c + \\ &+ \psi_{k+1}^* \Gamma_c(t_k) w(t_k) + \epsilon_{k+1} . \end{aligned} \quad (2.104)$$

Definindo:

$$O_{k+1} \triangleq \psi_{k+1}^* \gamma(t_{k+1}, t_k) U_k^* - \psi[X^*(t_{k+1})] , \quad (2.105)$$

$$\psi_{k+1} \triangleq \psi_{k+1}^* \gamma(t_{k+1}, t_k), \quad (2.106)$$

$$\rho_{k+1} \triangleq \psi_{k+1}^* \phi_c(t_{k+1}, t_k) \delta X(t_k) + \psi_{k+1}^* \Gamma_c(t_k) w(t_k) + \varepsilon_{k+1}, \quad (2.107)$$

e considerando (2.100) pode-se reescrever (2.104):

$$O_{k+1} = \psi_{k+1} U_k^c + \rho_{k+1}. \quad (2.108)$$

Modelando o erro de linearização,  $\varepsilon_{k+1}$ , por um ruído (média nula), resulta:

$$E\{\rho_{k+1}\} = 0, \quad (2.109)$$

já que o filtro de Kalman fornece estimativas justas do estado e  $w(t_k)$  tem média nula.

Seja  $N_{k+1}$  a matriz de covariância do ruído  $\rho_{k+1}$ :

$$E\{\rho_{k+1} \rho_{k+1}^T\} = N_{k+1}. \quad (2.110)$$

O problema se apresenta, então, como determinar  $U_k^c$  a partir da Equação 2.108, tal que:

$$\hat{U}_k = U_k^c + \lambda(k), \quad (2.111)$$

onde  $\lambda(k)$  é um ruído branco, gaussiano, independente das variáveis estocásticas envolvidas. Note-se que no instante  $t_k$ , em que o controlador deve calcular o controle a aplicar no sistema durante o intervalo  $(t_k, t_{k+1})$ , tanto o vetor  $O_{k+1}$  quanto a matriz  $\psi_{k+1}$  são conhecidos.

O estimador linear de mínimo erro médio quadrático, de acordo com Liebelt (42), aplicado ao problema acima fornece uma estimativa  $\hat{U}_k$  do vetor de controle  $U_k^c$ , a qual minimiza a soma dos termos da diagonal principal da matriz de covariância  $E\{(U_k^c - \hat{U}_k)(U_k^c - \hat{U}_k)^T\}$ :

$$\hat{U}_k = (\psi_{k+1}^T N_{k+1}^{-1} \psi_{k+1})^{-1} \psi_{k+1}^T N_{k+1}^{-1} O_{k+1}. \quad (2.112)$$

Essa forma do estimador de mínima variância foi derivada tomando por base as hipóteses de que não há informação a priori a respeito de  $U_k^c$  e de que não há correlação entre  $U_k^c$  e  $\rho_{k+1}$ .

Para a aplicação desta forma do estimador de mínima variância, apresenta-se a seguir um procedimento formulado por Cruz (27) para o estabelecimento da intensidade do ruído  $\rho_{k+1}$ , através de sua matriz de covariância  $N_{k+1}$ .

Este procedimento baseia-se na idéia de que o processo de linearização é aceitável quando o termo predominante da expansão em série é o termo linear e, portanto, esse termo deve definir um limite para a ordem de magnitude do erro de linearização.

Assim, uma hipótese razoável acerca do erro de linearização em 2.102 é admiti-lo tendo ordem de grandeza compatível com a do termo linear:

$$|\epsilon_{k+1}| \leq |\psi_{k+1}^* \delta X^c(t_{k+1})|, \quad (2.113)$$

e de 2.98:

$$|\epsilon_{k+1}| \leq |\psi_{k+1}^* [|\phi_c(t_{k+1}, t_k)| |\delta X(t_k)| + |\gamma(t_{k+1}, t_k)| |\delta U_k^c| + |\Gamma(t_k)w(t_k)|]|, \quad (2.114)$$

onde para uma matriz  $A = \{a_{ij}\}$ , definiu-se  $|A| = \{|a_{ij}|\}$ .

Considerando 2.107 e 2.114 vem:

$$|\rho_{k+1}| \leq |\psi_{k+1}^* [|\phi_c(t_{k+1}, t_k)| |2\delta X(t_k)| + |\gamma(t_{k+1}, t_k)| |\delta U_k^c| + |2\Gamma_c(t_k)w(t_k)|]|. \quad (2.115)$$

Com o objetivo de estabelecer ordens de grandeza, uma boa medida de  $|2\delta X(t_{k+1})|$  é um vetor cujos elementos são as raízes quadradas dos elementos da diagonal da matriz de covariância  $P(t_k/t_k)$ , gerada pelo filtro estendido de Kalman.

De maneira análoga uma medida de  $|2\Gamma_c(t_k)w(t_k)|$  pode ser obtida através de:

$$|2\Gamma_c(t_k)w(t_k)| = \{ \text{diag}[\Gamma_c(t_k)Q(t_{k-1})\Gamma_c^T(t_k)]^{1/2} \}, \quad (2.116)$$

onde  $Q(t_{k-1})$  é determinado conforme o procedimento descrito na Seção 2.7. Quanto a  $\delta U_k^c$  pode ser definido como sendo da ordem da magnitude das perturbações não-modeladas (obtidas através das acelerações não-modeladas), pois, é razoável admitir-se que a variação do controle no intervalo seja da ordem da magnitude das perturbações.

Com estas escolhas pode-se calcular o valor de  $\beta_{k+1}$ , definido como o limite superior de  $\rho_{k+1}$ , por:

$$\begin{aligned} \beta_{k+1} = & \left[ \psi_{k+1}^* \left[ \left| \phi_c(t_{k+1}, t_k) \right| \left| 2\delta X(t_k) \right| + \left| \gamma(t_{k+1}, t_k) \right| \right] \delta U_k^c + \right. \\ & \left. + \left| 2\Gamma_c(t_k)w(t_k) \right| \right]. \end{aligned} \quad (2.117)$$

A matriz de covariância de  $\rho_{k+1}$  é dada por:

$$N_{k+1} = \text{diag}(\alpha_i, \beta_{k+1,i}^2), \quad 0 < \alpha_i \leq 1, \quad (2.118)$$

onde  $i$  define a correspondente componente do vetor  $\beta_{k+1}$ .

Os parâmetros  $\alpha_i$  destinam-se a possibilitar ajustes no nível de ruído e significam o peso dado a cada componente da Relação 2.84:

$$\psi[X(t)] = 0.$$

## 2.9 - MACRO ESQUEMATIZAÇÃO DO CONTROLADOR ESTOCÁSTICO

O macro-esquema, do problema do controle estocástico, pode ser representado na forma de diagrama de blocos, conforme a Figura 2.3.

Neste capítulo tratou-se de forma geral os blocos "CONTROLADOR", "SISTEMA", "SENSORES" e "ESTIMADOR DE ESTADOS".

No próximo capítulo as formulações desenvolvidas serão aplicadas a satélites.

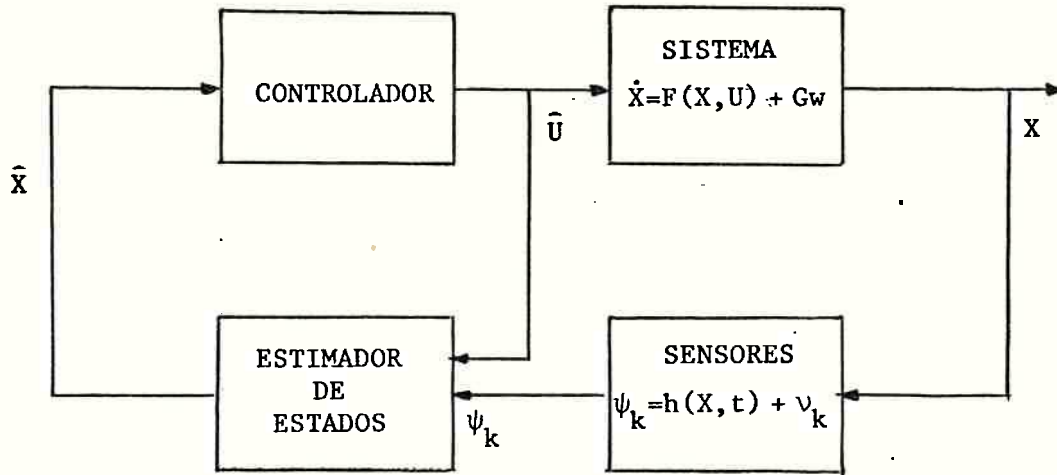


Fig. 2.3 - Configuração do controlador estocástico.



## CAPÍTULO 3

### APLICAÇÃO AO CONTROLE DE ATITUDE DE SATÉLITES

#### 3.1 - INTRODUÇÃO

É apresentado neste capítulo a formulação do modelo matemático para o movimento de atitude do satélite e os modelos utilizados para o filtro, o controlador e a geração, por simulação digital, de observações. Posteriormente são analisadas as várias técnicas utilizadas para o filtro e o controlador. Nas seções finais é descrita a Segunda Missão Satélite e são especificadas as funções que o SCA deve satisfazer para garantir a realização da missão.

#### 3.2 - MODELO MATEMÁTICO DO SATÉLITE

##### 3.2.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

O modelo matemático utilizado para realizar a simulação do movimento e observações de atitude de um satélite artificial terrestre baseia-se no trabalho desenvolvido por Moro (43).

Essas simulações são feitas integrando-se simultaneamente as equações dinâmicas e cinemáticas do movimento. As equações dinâmicas levam em consideração os torques provenientes das influências da atmosfera, da radiação solar direta, do albedo terrestre, da radiação terrestre e do gradiente de gravidade - Carrara (44). As equações cinemáticas são representadas na forma diferencial com a utilização, conveniente para o objetivo proposto, de quaternions para a representação da atitude - Wertz (1). A conveniência do emprego de quaternions é discutida na Seção 3.2.2.

Para a integração das equações dinâmicas e cinemáticas é usado um integrador do tipo "predictor-corrector", com controle de passo e ordem variável - Shampine and Gordon (45).

##### 3.2.2 - PROPAGAÇÃO DA ATITUDE

Considere-se os seguintes sistemas de referência:

- a)  $GX_1Y_1Z_1$  - Sistema de coordenadas geocêntrico, mostrado nas Figuras 3.1, 3.2 e 3.3, quase-inercial, no qual o eixo  $Z_1$  aponta para o Pólo Norte, coincidindo com o eixo de rotação da Terra. Os eixos  $X_1$  e  $Y_1$  estão no plano equatorial da Terra, sendo que o eixo  $X_1$  aponta para o Equinócio Vernal. Os versores dos eixos  $X_1$ ,  $Y_1$  e  $Z_1$  serão aqui representados por  $\vec{I}$ ,  $\vec{J}$  e  $\vec{K}$ . Este sistema de coordenadas será doravante chamado de Sistema Inercial.
- b)  $Gxyz$  - Sistema de eixos fixos no satélite que pode ser visualizado na Figura 3.2. Possui a origem no centro de massa,  $G$ , do satélite e versores  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  e  $\vec{k}$  (doravante denominado Sistema Móvel).
- c)  $Gx'y'z'$  - Sistema Orbital, que pode ser visualizado na Figura 3.3, com a origem no centro de massa,  $G$ , do satélite, eixo  $y'$  perpendicular ao plano da órbita, eixo  $z'$  coincidindo com a direção do raio vetor (Centro da Terra-satélite) e eixo  $x'$ , na direção transversal do movimento, formando triedro direto. Os versores correspondentes aos eixos  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$  serão aqui representados por  $\vec{Q}$ ,  $\vec{W}$  e  $\vec{P}$ , respectivamente.
- d)  $G\bar{X}_1\bar{Y}_1\bar{Z}_1$  - Sistema de coordenadas paralelo ao Sistema Inercial, mostrado na Figura 3.3, com a origem no centro de massa,  $G$ , do satélite.

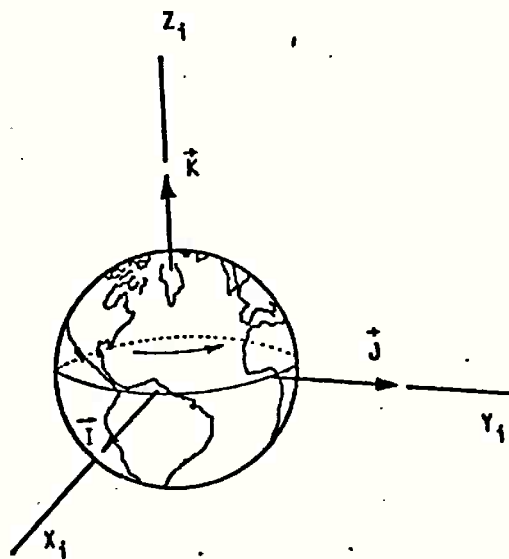


Fig. 3.1 - Sistema de coordenadas geocêntrico - Sistema Inercial.

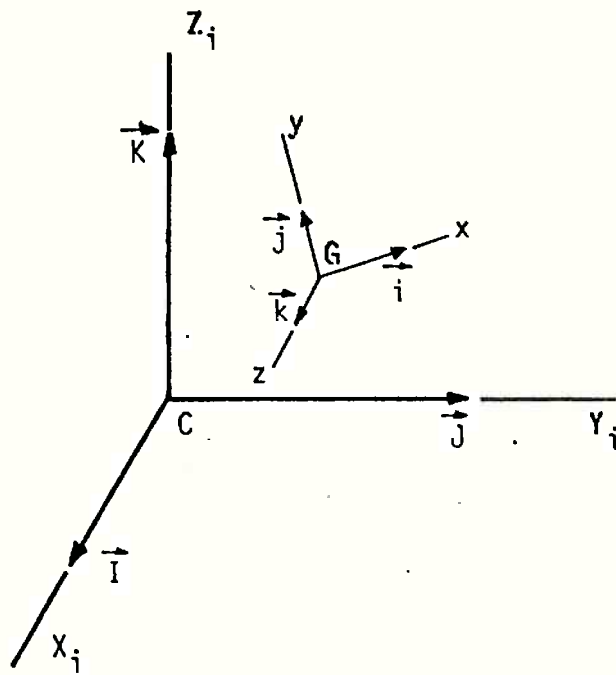


Fig. 3.2 - Sistema Inercial - Sistema Movel.

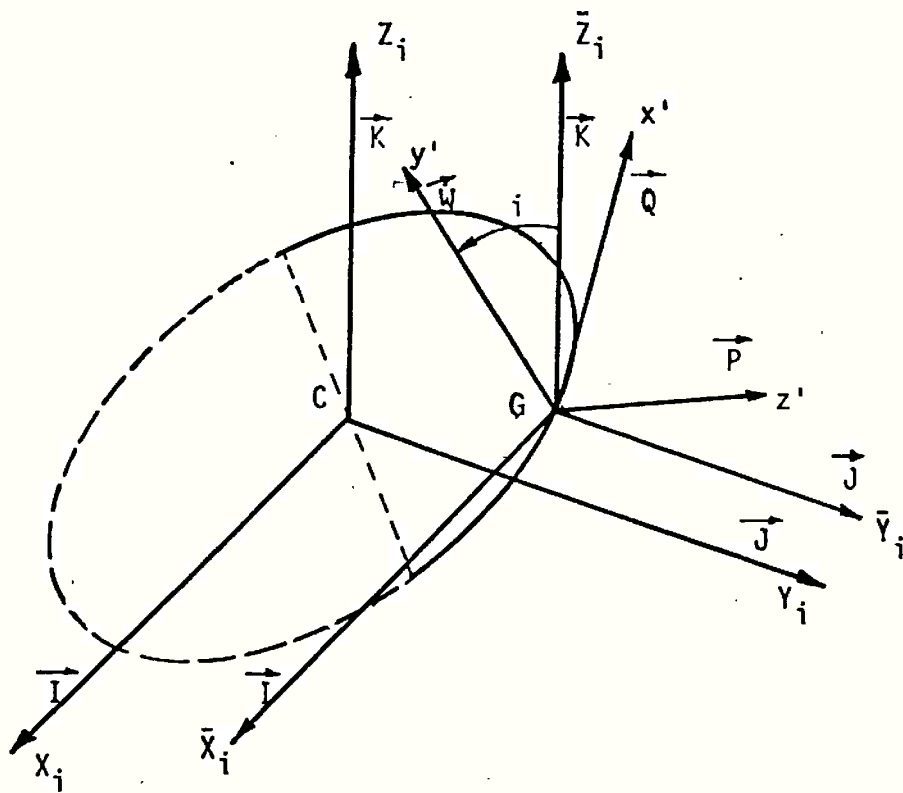


Fig. 3.3 - Sistema Inercial-Sistema "orbital".

Considere-se:

- a) a velocidade angular,  $\vec{\Omega}$ , do satélite em termos de suas componentes instantâneas no Sistema Móvel,

$$\vec{\Omega} = \vec{i} w_x + \vec{j} w_y + \vec{k} w_z ; \quad (3.1)$$

- b) o vetor soma dos torques externos,  $\vec{L}$ , atuantes no satélite em relação ao centro de massa, G, através de suas componentes,

$$\vec{L} = \vec{i} L_x + \vec{j} L_y + \vec{k} L_z ; \quad (3.2)$$

- c) o momento angular total,  $\vec{J}_G$ , do satélite em relação ao centro de massa G,

$$\vec{J}_G = \vec{i} J_x + \vec{j} J_y + \vec{k} J_z , \quad (3.3)$$

em que  $J_x$ ,  $J_y$  e  $J_z$ , componentes de  $\vec{J}_G$ , são dadas por:

$$\begin{aligned} J_x &= I_x w_x - P_{xy} w_y - P_{xz} w_z , \\ J_y &= -P_{xy} w_x + I_y w_y - P_{yz} w_z , \\ J_z &= -P_{xz} w_x - P_{yz} w_y + I_z w_z , \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_z$  são os momentos de inércia em relação aos eixos x, y e z; e  $P_{xy}$ ,  $P_{xz}$  e  $P_{yz}$  são os produtos de inércia relativos, respectivamente, aos pares de eixos (xy), (xz) e (yz).

Considere-se ainda o teorema da variação do momento da quantidade de movimento angular (Teorema do Momento Angular),

$$\vec{L} = \frac{d \vec{J}_G}{dt} . \quad (3.5)$$

Pode-se mostrar, de acordo com Moro (43), que as equações dinâmicas do movimento em torno do centro de massa do satélite podem ser escritas na forma:

$$\begin{aligned}
 \dot{w}_x &= X_1 w_x w_y + X_2 w_y^2 + X_3 w_x^2 + X_4 w_y w_z + X_5 w_x w_z + X_6 w_z^2 + \\
 &+ X_7 L_y + X_8 L_x - X_9 L_z, \\
 \dot{w}_y &= Y_1 w_x w_y + Y_2 w_y^2 + Y_3 w_x^2 + Y_4 w_y w_z + Y_5 w_x w_z + Y_6 w_z^2 + \\
 &+ Y_7 L_y + Y_8 L_x - Y_9 L_z, \\
 \dot{w}_z &= Z_1 w_x w_y + Z_2 w_y^2 + Z_3 w_x^2 + Z_4 w_y w_z + Z_5 w_x w_z + Z_6 w_z^2 + \\
 &+ Z_7 L_y + Z_8 L_x - Z_9 L_z,
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

sendo:

$$\begin{aligned}
 L_x &= T_x + U_x, \\
 L_y &= T_y + U_y, \\
 L_z &= T_z + U_z,
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

onde:

- $T_x$ ,  $T_y$  e  $T_z$  são as componentes do torque resultante das forças passivas, atuando respectivamente nos eixos x, y e z do Sistema Móvel;
- $U_x$ ,  $U_y$  e  $U_z$  são os torques ativos, cujos valores são determinados pelo controlador para que o SCA satisfaça as funções estabelecidas pela missão do satélite;
- os elementos  $Z_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, 9$ ) são dados por:

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= (I_y - I_x - P_{xz} P_3 / P_1 - P_{yz} Q_2) / (P_{xy} P_2 / P_1 + P_{yz} Q_1 - I_z), \\
 Z_2 &= (P_{xy} - P_{xz} P_4 / P_1 - P_{yz} Q_3) / (P_{xy} P_2 / P_1 + P_{yz} Q_1 - I_z), \\
 Z_3 &= (P_{xz} P_5 / P_1 + P_{yz} Q_4 - P_{xy}) / (P_{xy} P_2 / P_1 + P_{yz} Q_1 - I_z), \\
 Z_4 &= (P_{xz} - P_{xz} P_6 / P_1 - P_{yz} Q_5) / (P_{xy} P_2 / P_1 + P_{yz} Q_1 - I_z), \\
 Z_5 &= -(P_{xz} P_7 / P_1 + P_{yz} Q_6 + P_{yz}) / (P_{xy} P_2 / P_1 + P_{yz} Q_1 - I_z),
 \end{aligned}$$

$$Z_6 = -(P_{xz} P_8 / P_1 + P_{yz} Q_7) / (P_{xy} P_2 / P_1 + P_{yz} Q_1 - I_z) ,$$

$$Z_7 = -(P_{xz} P_9 / P_1 + P_{yz} Q_8) / (P_{xy} P_2 / P_1 + P_{yz} Q_1 - I_z) ,$$

$$Z_8 = -[P_{xz} / (P_1 I_x) + P_{yz} Q_9] / (P_{xy} P_2 / P_1 + P_{yz} Q_1 - I_z) ,$$

$$Z_9 = (P_{xy} P_2 / P_1 + P_{yz} Q_1 - I_z)^{-1} ,$$

em que:

$$P_1 = 1. - P_{xy}^2 / (I_x I_y) , \text{ suposto diferente de zero e}$$

$$P_2 = (P_{xy} P_{yz}) / (I_x I_y) + P_{xz} / I_x ,$$

$$P_3 = P_{xz} / I_x - (P_{xy} P_{yz}) / (I_x I_y) ,$$

$$P_4 = P_{yz} / I_x ,$$

$$P_5 = (P_{xy} P_{xz}) / (I_x I_y) ,$$

$$P_6 = P_{xy}^2 / (I_x I_y) + (I_y - I_z) / I_x ,$$

$$P_7 = P_{xy} (I_z - I_x - I_y) / (I_x I_y) ,$$

$$P_8 = (P_{xy} P_{xz}) / (I_x I_y) - P_{yz} / I_x ,$$

$$P_9 = P_{xy} / (I_x I_y) ,$$

e

$$Q_1 = (P_{xy} P_2) / (I_y P_1) + P_{yz} / I_y ,$$

$$Q_2 = (P_{xy} P_3) / (I_y P_1) - P_{yz} / I_y ,$$

$$Q_3 = (P_{xy} P_4) / (I_y P_1) ,$$

$$Q_4 = (P_{xy} P_5) / (I_y P_1) + P_{xz} / I_y ,$$

$$Q_5 = (P_{xy} P_6) / (I_y P_1) + P_{xy} / I_y ,$$

$$Q_6 = (P_{xy} P_7) / (I_y P_1) + (I_z - I_x) / I_y ,$$

$$Q_7 = (P_{xy} P_8) / (I_y P_1) + P_{xz} / I_y ,$$

$$Q_8 = (P_{xy} P_9) / (I_y P_1) + 1 / I_y ,$$

$$Q_9 = P_{xy} / (I_y P_1 I_x) ;$$

os elementos  $X_i, Y_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, 9$ ) são dados por:

$$X_1 = P_2 Z_1 / P_1 + P_3 / P_1 ,$$

$$X_2 = P_2 Z_2 / P_1 + P_4 / P_1 ,$$

$$X_3 = P_2 Z_3 / P_1 - P_5 / P_1 ,$$

$$X_4 = P_2 Z_4 / P_1 + P_6 / P_1 ,$$

$$X_5 = P_7 / P_1 - P_2 Z_5 / P_1 ,$$

$$X_6 = P_8 / P_1 - P_2 Z_6 / P_1 ,$$

$$X_7 = P_9 / P_1 - P_2 Z_7 / P_1 ,$$

$$X_8 = 1 / (P_1 I_x) - P_2 Z_8 / P_1 ,$$

$$X_9 = P_2 Z_9 / P_1 ,$$

$$Y_1 = Q_1 Z_1 + Q_2 ,$$

$$Y_2 = Q_1 Z_2 + Q_3 ,$$

$$Y_3 = Q_1 Z_3 - Q_4 ,$$

$$Y_4 = Q_1 Z_4 + Q_5 ,$$

$$Y_5 = Q_6 - Q_1 Z_5 ,$$

$$Y_6 = Q_7 - Q_1 Z_6 ,$$

$$Y_7 = Q_8 - Q_1 Z_7 ,$$

$$Y_8 = P_{xy} / (P_1 I_x I_y) - Q_1 Z_8 ,$$

$$Y_9 = Q_1 Z_9 ,$$

Entre as várias parametrizações possíveis para representar a atitude, uma, em particular, é mais conveniente de acordo com o objetivo deste trabalho; consiste na representação da atitude por quaternions, também denominados parâmetros simétricos de Euler. A utilização de quaternions, conforme mostrado por Wertz (1), apresenta as seguintes vantagens: ausência de singularidades, inexistência de funções trigonométricas e regras convenientes de produto para rotações sucessivas.

O teorema de Euler afirma a existência e unicidade de um eixo (eixo de Euler) associado a cada par de referências quaisquer, tal que uma rotação em torno do referido eixo leve um dos referenciais a ter a orientação do outro. Os cossenos diretores deste eixo ( $\cos \alpha$ ,  $\cos \beta$  e  $\cos \gamma$ ) o ângulo de rotação ( $\theta$ ) definem os parâmetros simétricos de Euler, que assim medem a atitude de um referencial (e portanto de um sólido ao qual este referencial está fixo) em relação a outro referencial. Os parâmetros simétricos de Euler são dados por:

$$q_1 = \cos \alpha \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} ,$$

$$q_2 = \cos \beta \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} ,$$

$$q_3 = \cos \gamma \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} ,$$

$$q_4 = \cos \frac{\theta}{2} .$$

(3.8)



O quaternion é um ente matemático composto de uma parte vetorial e outra escalar. Sua definição é dada por:

$$\bar{q} \triangleq q_1 \hat{i} + q_2 \hat{j} + q_3 \hat{k} + q_4, \quad (3.9)$$

onde os vetores  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  e  $\hat{k}$  definem a base do referencial. Por exemplo, e sem perda de generalidade, este referencial pode ser o Sistema Inercial.

Para descrever o movimento de um sólido segundo uma certa dinâmica, é preciso ter as variações temporais dos elementos que medem a atitude do sólido, no caso,  $q_1, q_2, q_3, q_4$ . Demonstra-se, que as equações cinemáticas do movimento, que fornecerão tais variações, podem ser escritas na forma diferencial como - Wertz (1):

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} 0 & w_z & -w_y & w_x \\ w_z & 0 & w_x & w_y \\ w_y & -w_x & 0 & w_z \\ -w_x & -w_y & -w_z & 0 \end{Bmatrix} q, \quad (3.10)$$

onde  $q$  é a matriz coluna composta pelos elementos do quaternion  $\bar{q}$ :

$$q^T = (q_1, q_2, q_3, q_4)^T \quad (3.11)$$

Resumindo, os Sistemas 3.6 e 3.10 fornecem o modelo matemático para a propagação da atitude.

### 3.2.3 - OBTENÇÃO DA ATITUDE

Utilizando-se a álgebra de quaternions, mostra-se que - Wertz (1):

$$U_S = \bar{q}^* \otimes U_I \otimes \bar{q}, \quad (3.12)$$

onde  $\bar{q}^*$  é o conjugado do quaternion  $\bar{q}$ , definido como:

$$\bar{q}^* = -q_1\hat{i} - q_2\hat{j} - q_3\hat{k} + q_4 ;$$

o sinal  $\otimes$  indica multiplicação na álgebra de quaternions;  $U_S$  é um vetor genérico no Sistema Móvel e  $U_I$  um vetor genérico no Sistema Inercial, por exemplo.

O resultado do desenvolvimento da Equação 3.12 pode ser posto na forma matricial - Wertz (1):

$$U_S = \bar{Q} U_I , \quad (3.13)$$

onde  $\bar{Q} = \{Q_{ij}\}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ , matriz de rotação, em função dos quaternions, e dada por:

$$\bar{Q} = \left\{ \begin{array}{ccc} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_1q_2 + q_3q_4) & 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_4) & -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_4) & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{array} \right\} . \quad (3.14)$$

A atitude do satélite, em relação ao Sistema "Orbital", é determinada com o auxílio da matriz de rotação  $R = \{R_{ij}\}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ , que relaciona o Sistema Inercial ao Sistema "Orbital" através da equação:

$$(\bar{X}_q, \bar{Y}_q, \bar{Z}_q)^T = R(z'_q, x'_q, y'_q)^T , \quad (3.15)$$

onde  $(\bar{X}_q, \bar{Y}_q, \bar{Z}_q)^T$  e  $(z'_q, x'_q, y'_q)^T$  são vetores genéricos quaisquer nos sistemas Inercial e "orbital", respectivamente. Esta matriz é dada em função dos ângulos de Euler  $(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)$ , mostrados na Figura 3.4, por - Bate (46):

$$R = \left\{ \begin{array}{ccc} C\Omega_1 C\Omega_3 - S\Omega_1 S\Omega_3 C\Omega_2 & -C\Omega_1 S\Omega_3 - S\Omega_1 C\Omega_2 C\Omega_3 & S\Omega_1 S\Omega_2 \\ S\Omega_1 C\Omega_3 + C\Omega_1 S\Omega_3 C\Omega_2 & -S\Omega_1 S\Omega_3 + C\Omega_1 C\Omega_2 C\Omega_3 & -C\Omega_1 S\Omega_2 \\ S\Omega_2 S\Omega_3 & S\Omega_2 C\Omega_3 & C\Omega_2 \end{array} \right\} , \quad (3.16)$$

onde  $C\Omega_i \triangleq \cos\Omega_i$  e  $S\Omega_i \triangleq \sin\Omega_i$ .

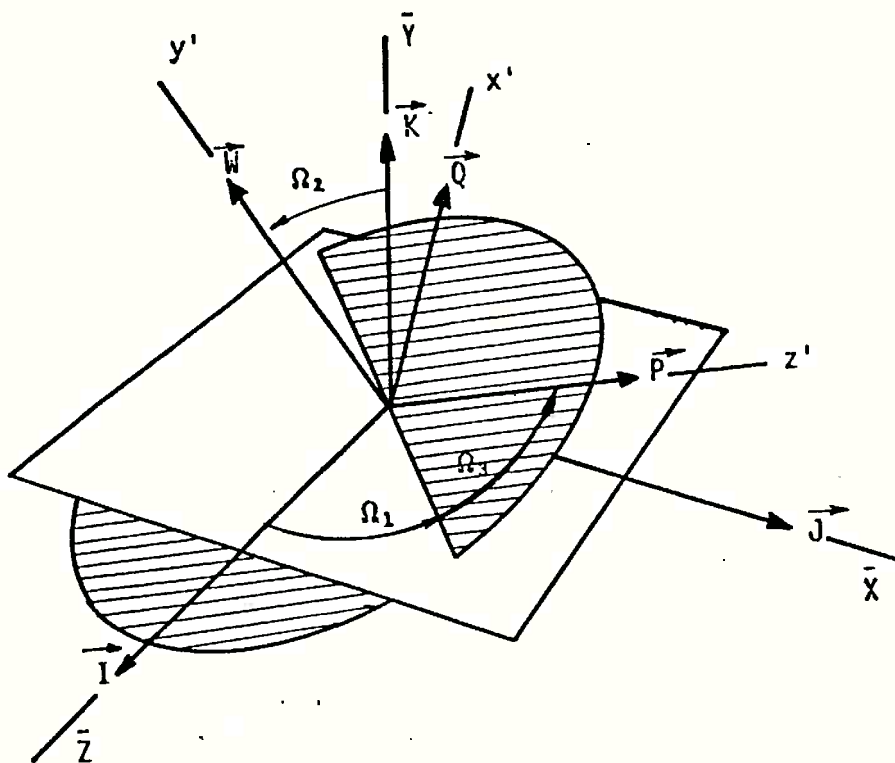


Fig. 3.4 - Sistema inercial, sistema "orbital", e ângulos de Euler.

Estes ângulos,  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$  e  $\Omega_3$ , são calculados através do procedimento algébrico apresentado no trabalho desenvolvido por Pilchowski et alii (47).

### 3.3 - GERAÇÃO DE OBSERVAÇÕES

As observações efetuadas por sensores de atitude devem ser modeladas de acordo com o tipo de sensor empregado. Uma breve descrição dos sensores modelados para a realização de testes com o procedimento é apresentada a seguir. Não há, entretanto, nenhuma restrição ao uso de outros tipos de sensores. Um estudo mais detalhado sobre sensores pode ser encontrado nos trabalhos de Wertz (1), de Todman et alii (48) e de Selingardi e Yossimi (49).

### 3.3.1 - SENSOR SOLAR

Existem três classes básicas de sensores solares - Selingardi e Yosini (49): os sensores analógicos, os quais têm um sinal de saída que é uma função contínua do ângulo solar; os sensores de presença do Sol, que fornecem um sinal de saída quando o Sol está no seu campo de visada; e os sensores digitais que fornecem uma saída codificada, que é uma função do ângulo solar - Wertz (1).

O sensor solar digital, mostrado na Figura 3.5, fornece um sinal de saída codificado, que é uma representação digital do ângulo entre os raios solares e a normal à face do sensor, quando o Sol está no seu campo de visada.

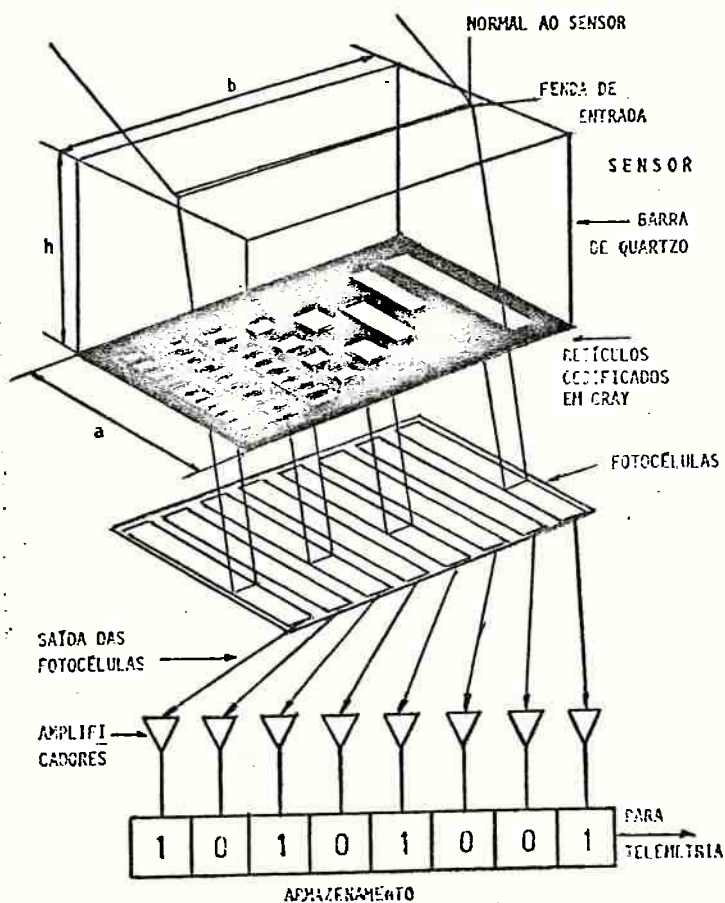


Fig. 3.5 - Sensor solar digital.

De acordo com Selingardi e Yossini (49), o sensor consiste numa barra de quartzo que apresenta, na superfície superior, uma fenda fina que deixa passar os raios solares, e, na superfície inferior, uma máscara codificada em forma de espaços transparentes e opacos. A luz incidente passa através da fenda e cai no retículo que contém sete tiras, as quais representam sete bits de um diagrama codificado de Gray, o qual fornece uma combinação única de luz e escuro para qualquer ângulo de entrada que esteja no campo de visada do sensor. Embaixo de cada tira é colocada uma fotocélula que transforma o sinal luminoso em sinal elétrico. Em adição às sete células de codificação, cada sensor possui uma célula para ajuste automático de limiar (AAL). Esta célula mede a intensidade da luz incidente e é utilizada, primeiramente, como um critério para selecionar um entre vários sensores e, em segundo lugar, para indicar um nível de referência com o qual as saídas das células de codificação são comparadas, a fim de determinar em qual nível o bit deve ser mudado de zero para um.

Um conjunto de sensores solares convenientemente distribuídos no satélite fornece, após pré-processamento dos sinais de saída, os co-senos diretores do Sol no Sistema Móvel (co-senos dos ângulos formados entre os raios solares e os eixos do Sistema Móvel).

### 3.3.2 - SENSOR DE HORIZONTE INFRAVERMELHO

O sensor de horizonte infravermelho é capaz de medir, em relação à direção do centro da Terra, os valores dos ângulos subentendidos por um eixo de referência conhecido.

Um conjunto de sensores de horizonte infravermelho convenientemente distribuídos no satélite fornece, após pré-processamento dos sinais de saída, os co-senos diretores do centro da Terra (co-senos dos ângulos formados entre a direção do centro da Terra e os eixos do Sistema Móvel).

### 3.3.3 - GIRÔMETROS ("RATE GYROS")

O girômetro é capaz de medir a componente instantânea da velocidade angular do móvel ao qual está fixo. Um conjunto de girômetros convenientemente distribuídos no satélite fornece, após pré-processamento dos sinais

de saída, as medidas das componentes instantâneas, no Sistema Móvel, da velocidade angular do satélite.

### 3.3.4 - MODELAGEM DAS OBSERVAÇÕES

As medidas (observações) são modeladas conforme:

$$Y_k = h[X(t_k), t_k] + v_k, \quad (3.16)$$

onde  $Y_k$  é o vetor de dimensão  $r$  que representa as observações efetuadas no instante  $t_k$ ;  $h$  é uma função vetorial de dimensão  $r$ , função não-linear do estado; e  $v_k$  é um vetor de dimensão  $r$ , que representa o ruído nas medidas.

Existem diversos tipos de erros que influem na qualidade das medidas, a maioria deles está relacionadas diretamente ao equipamento utilizado. Assim, a cada sensor e a cada medida realizada, está associado um erro, devido ao equipamento, leitura ou conversão de dados, tendenciosidade do sensor, erros relativísticos de correção do tempo, etc. Para a simulação das observações há ainda que se considerar o erro devido à modelagem do sensor. Admitindo que os erros tendenciosos tenham sido eliminados por calibração, uma maneira simples de simular as observações é corrompê-las com um ruído gaussiano de média nula e variância unitária, multiplicada pelo desvio padrão correspondente.

A geração das observações é efetuada por meio da equação:

$$Y = Y_r + (\text{RUÍDO})\sigma, \quad (3.17)$$

onde  $Y$  é a observação simulada que será utilizada como dado no estimador;  $Y_r$  é a observação determinística; RUÍDO é a variável gaussiana de média nula e variância unitária; e  $\sigma$  é o desvio padrão das medidas do sensor, que exprime os vários tipos de erro que podem ocorrer. Maiores detalhes podem ser obtidos nos trabalhos de Negreiros de Paiva (33) e de Kuga (30) que usam tal esquema para geração de observações.

### 3.3.5 - OBSERVAÇÕES DETERMINÍSTICAS

As observações determinísticas são geradas a partir da simulação do modelo matemático do satélite (Equações 3.6 e 3.10), da matriz  $\bar{Q}$  (obtida através da Relação 3.14), do vetor posição  $(X_G, Y_G, Z_G)$  do satélite, das coordenadas do Sol  $(X_S, Y_S, Z_S)$  e de considerações geométricas.

As componentes de  $Y_r$  são indicadas a seguir.

As três primeiras componentes  $(Y_{r_1}, Y_{r_2}; Y_{r_3})$  se referem aos co-senos diretores do centro da Terra; de acordo com Moro (43), são obtidas pelas fórmulas:

$$\begin{aligned} Y_{r_1} &= - \frac{X_G Q_{11} + Y_G Q_{12} + Z_G Q_{13}}{\sqrt{X_G^2 + Y_G^2 + Z_G^2}}, \\ Y_{r_2} &= - \frac{X_G Q_{21} + Y_G Q_{22} + Z_G Q_{23}}{\sqrt{X_G^2 + Y_G^2 + Z_G^2}}, \\ Y_{r_3} &= - \frac{X_G Q_{31} + Y_G Q_{32} + Z_G Q_{33}}{\sqrt{X_G^2 + Y_G^2 + Z_G^2}}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

As componentes  $(Y_{r_4}, Y_{r_5}, Y_{r_6})$  se referem aos co-senos diretores do Sol e são dadas pelas fórmulas - Moro (43):

$$\begin{aligned} Y_{r_4} &= \frac{S_1 Q_{11} + S_2 Q_{12} + S_3 Q_{13}}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}, \\ Y_{r_5} &= \frac{S_1 Q_{21} + S_2 Q_{22} + S_3 Q_{23}}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}, \\ Y_{r_6} &= \frac{S_1 Q_{31} + S_2 Q_{32} + S_3 Q_{33}}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}, \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde  $S_1 = X_S - X_G$ ,  $S_2 = Y_S - Y_G$  e  $S_3 = Z_S - Z_G$ .

As componentes ( $Y_{r7}$ ,  $Y_{r8}$ ,  $Y_{r9}$ ) se referem às componentes instantâneas da velocidade angular do satélite e são dadas pelas fórmulas:

$$\begin{aligned} Y_{r7} &= \dot{w}_x, \\ Y_{r8} &= \dot{w}_y, \\ Y_{r9} &= \dot{w}_z. \end{aligned} \tag{3.20}$$

### 3.3.6 - EQUAÇÕES DAS OBSERVAÇÕES

Uma vez determinado o vetor de observação determinísticas,  $Y_r$ , pode-se determinar através da Equação 3.17 o vetor de observações simuladas  $Y$ . Reportando-se a Equação 2.35 obtêm-se, no instante  $t_k$ , as seguintes equações de medidas:

$$\begin{aligned} Y_{k1} &= - \frac{X_G Q_{11} + Y_G Q_{12} + Z_G Q_{13}}{\sqrt{X_G^2 + Y_G^2 + Z_G^2}} + (\text{RUÍDO})\sigma_t, \\ Y_{k2} &= - \frac{X_G Q_{21} + Y_G Q_{22} + Z_G Q_{23}}{\sqrt{X_G^2 + Y_G^2 + Z_G^2}} + (\text{RUÍDO})\sigma_t, \\ Y_{k3} &= - \frac{X_G Q_{31} + Y_G Q_{32} + Z_G Q_{33}}{\sqrt{X_G^2 + Y_G^2 + Z_G^2}} + (\text{RUÍDO})\sigma_t, \\ Y_{k4} &= \frac{S_1 Q_{11} + S_2 Q_{12} + S_3 Q_{13}}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}} + (\text{RUÍDO})\sigma_S, \\ Y_{k5} &= \frac{S_1 Q_{21} + S_2 Q_{22} + S_3 Q_{23}}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}} + (\text{RUÍDO})\sigma_S, \\ Y_{k6} &= \frac{S_1 Q_{31} + S_2 Q_{32} + S_3 Q_{33}}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}} + (\text{RUÍDO})\sigma_S, \end{aligned} \tag{3.21}$$



$$Y_{k7} = w_x + (\text{RUÍDO})\sigma_G ,$$

$$Y_{k8} = \bar{w}_y + (\text{RUÍDO})\sigma_G ,$$

$$Y_{k9} = w_z + (\text{RUÍDO})\sigma_G ,$$

onde  $\sigma_t$ ,  $\sigma_S$  e  $\sigma_G$  são os desvios-padrão das medidas fornecidas, respectivamente, pelos sensores de horizonte infravermelho, solar e pelos girômetros.

### 3.4 - MODELO MATEMÁTICO PARA O FILTRO E CONTROLADOR

#### 3.4.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

Conforme descrito na Seção 3.2, as Equações 3.6 e 3.10 possibilitam a simulação da atitude do satélite; por outro lado, as Equações 3.21 possibilitam a simulação dos dados de observação dos sensores. Para os testes do estimador e do controlador tanto a atitude como os dados de observação simulados são considerados "verdadeiros".

Esta seção apresenta os modelos matemáticos adotados para o filtro e controlador, que constituem uma versão simplificada obtida a partir das Equações 3.6 e 3.10.

Estas simplificações, exclusão dos torques passivos modelados e inclusão da técnica de Compensação do Modelo Dinâmico - CMD, são realísticas e necessárias. De fato, ao se admitir o desconhecimento destes torques obtém-se uma representação bastante aproximada das condições que ocorrerão com o satélite em órbita. Nesta ocasião, além de se desconhecer em tempo real os valores de alguns torques (caso do torque devido a atmosfera, por exemplo), algumas modelagens não serão suficientemente precisas. Existe a necessidade de se efetuar com relativa precisão a previsão da evolução do sistema, de forma que a ação do controle seja melhor fundamentada. A inclusão da técnica CMD, portanto, vai suprir o suposto desconhecimento dos torques excluídos, validando o processo do controlador estocástico.

### 3.4.2 - EQUAÇÕES DO MODELO

Com as modificações citadas na seção anterior, resultam as seguintes equações matemáticas para o filtro e controlador:

$$\begin{aligned} \dot{w}_x &= X_1 w_x w_y + X_2 w_y^2 + X_3 w_x^2 + X_4 w_y w_z + X_5 w_x w_z + X_6 w_z^2 + \\ &+ X_7 U_y + X_8 U_x - X_9 U_z + \epsilon_x + w_1(t) , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{w}_y &= Y_1 w_x w_y + Y_2 w_y^2 + Y_3 w_x^2 + Y_4 w_y w_z + Y_5 w_x w_z + Y_6 w_z^2 + \\ &+ Y_7 U_y + Y_8 U_x - Y_9 U_z + \epsilon_y + w_2(t) , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{w}_z &= Z_1 w_x w_y + Z_2 w_y^2 + Z_3 w_x^2 + Z_4 w_y w_z + Z_5 w_x w_z + Z_6 w_z^2 + \\ &+ Z_7 U_y + Z_8 U_x - Z_9 U_z + \epsilon_z + w_3(t) , \end{aligned}$$

$$\dot{q}_1 = w_z q_2 - w_y q_3 + w_x q_4 , \tag{3.22}$$

$$\dot{q}_2 = -w_z q_1 + w_x q_3 + w_y q_4 ,$$

$$\dot{q}_3 = w_y q_1 - w_x q_2 + w_z q_4 ,$$

$$\dot{q}_4 = -w_x q_1 - w_y q_2 - w_z q_3 ,$$

$$\dot{\epsilon}_x = -b\epsilon_x + w_4(t) ,$$

$$\dot{\epsilon}_y = -b\epsilon_y + w_5(t) ,$$

$$\dot{\epsilon}_z = -b\epsilon_z + w_6(t) .$$

### 3.5 - OBJETIVOS DO CONTROLE

Conforme mencionado na Seção 1.2, este trabalho visa determinar a lei de controle possível de ser aplicada no SCA da Segunda Missão Satélite. A lei de controle a ser implementada é do tipo desenvolvida na Seção 2.8. Nesta seção, com base nos requisitos da missão, serão desenvolvidas as equações que constituirão a Relação 2.85;  $\psi[X(t)] = 0$ .

### 3.5.1 - SEGUNDA MISSÃO SATÉLITE

A missão é do tipo de sensoriamento de recursos naturais. A câmara de observação da Terra instalada no satélite detecta, ao longo do traço da órbita, o espectro solar refletido pela Terra em várias bandas de frequência e retransmite, através de modulação apropriada, para uma Estação de Recepção. Este procedimento é ilustrado na Figura 3.6.

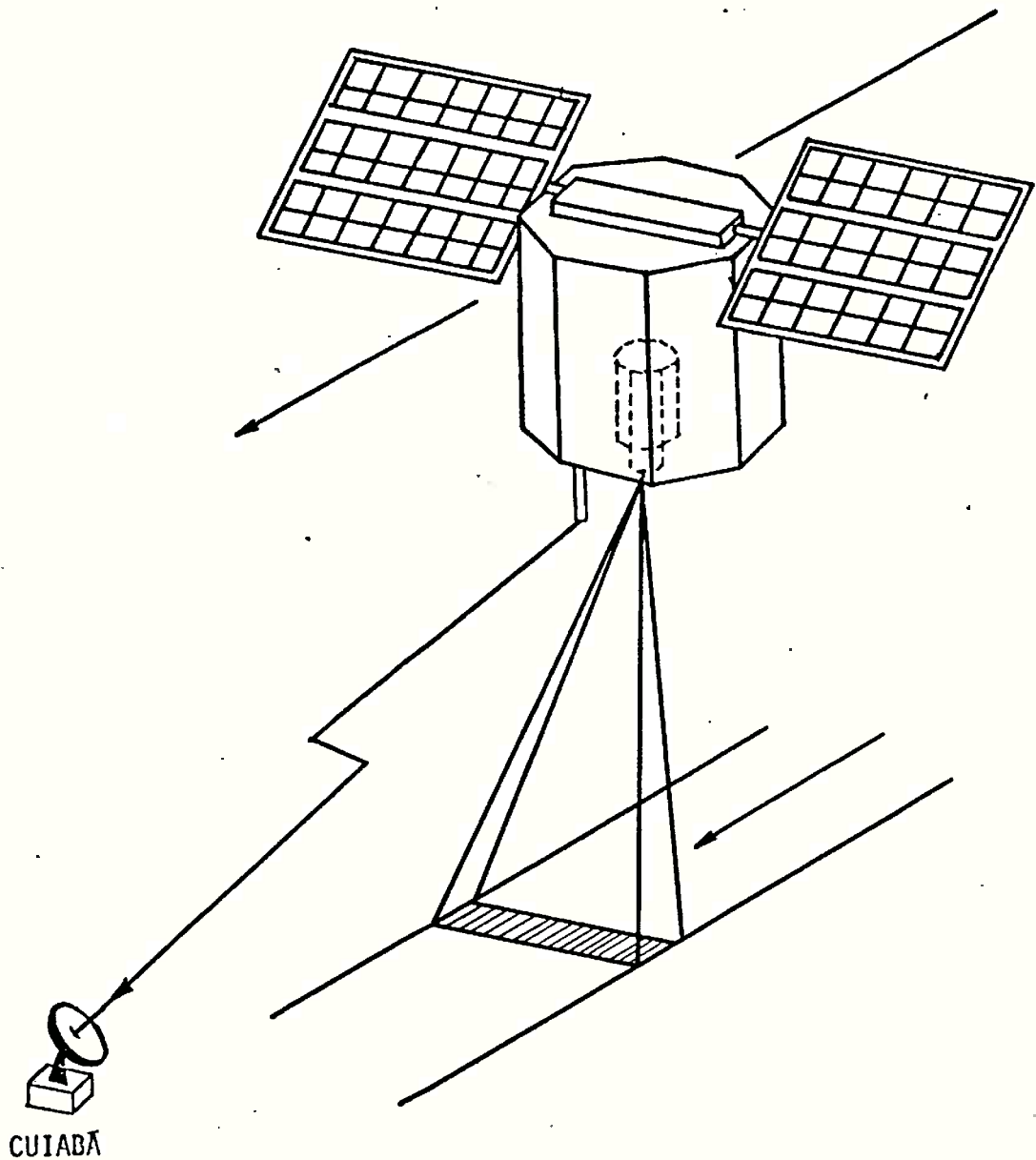


Fig. 3.6 - Missão sensoriamento remoto: retransmissão do espectro solar refletido em direção à Estação de Recepção no solo.

A câmara considerada neste trabalho é uma câmara mutiespectral de pequeno peso e alta resolução que utiliza "barrinhas" de detectores tipo CCD ("charge-Coupled-Devices") com até 2048 elementos. Em tal sistema, as partes móveis são dispensáveis, a varredura transversal à direção do deslocamento é feita eletronicamente. O princípio de funcionamento é mostrado de forma esquemática nas Figuras 3.7 e 3.8, onde os movimentos de rotação em torno dos eixos x, y e z são denominados, respectivamente, de rolamento, arfagem e guinada.

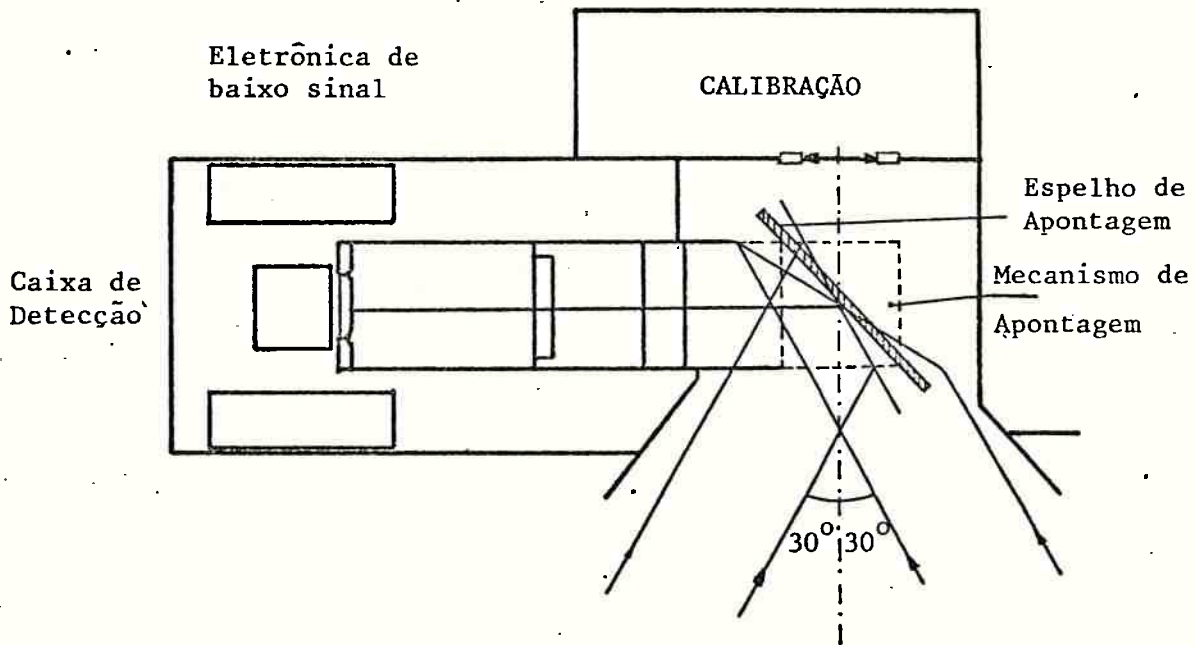


Fig. 3.7 - Princípio do instrumento.

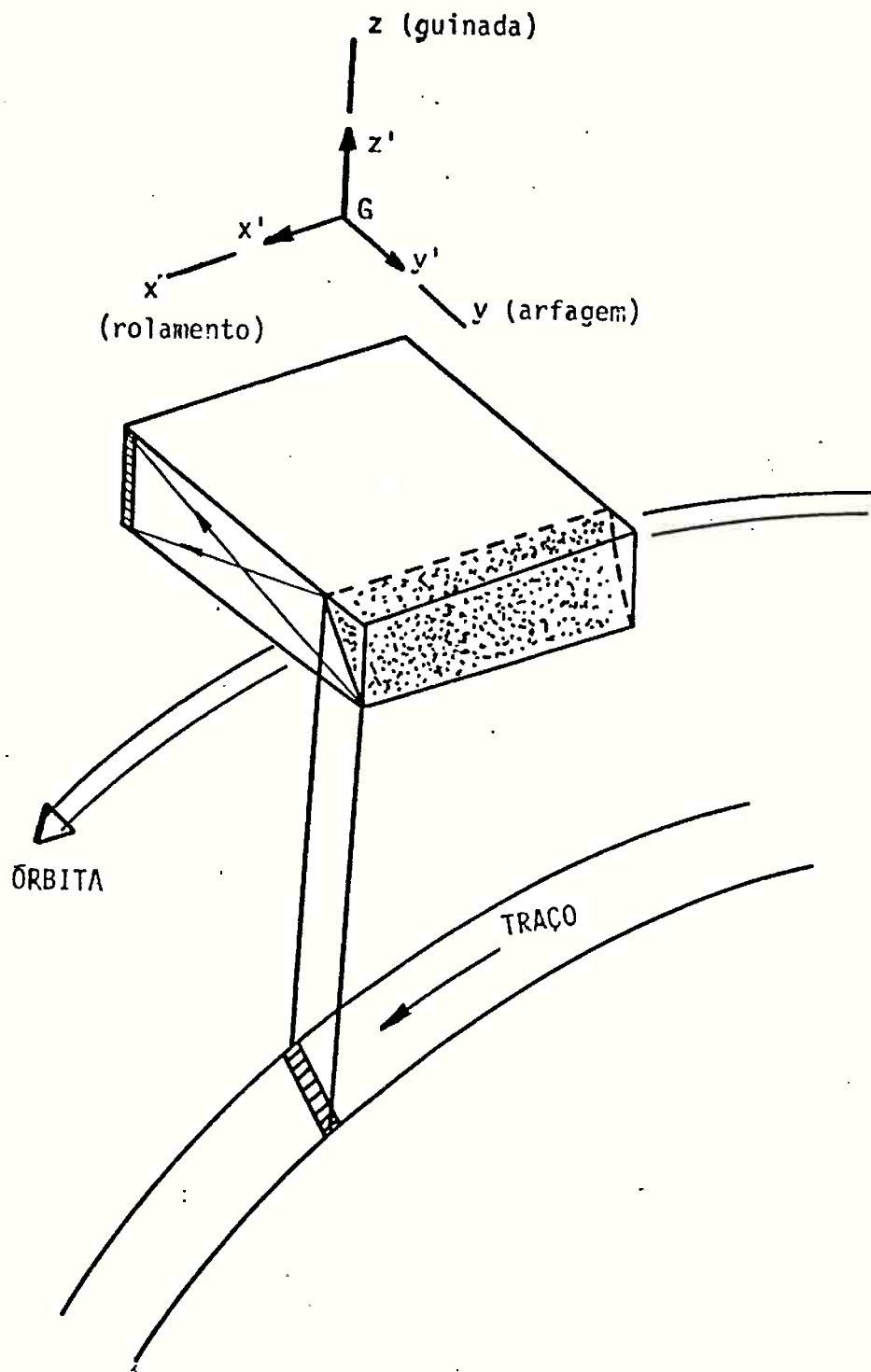


Fig. 3.8 - Esquema de operação da câmara de observação.

A concepção do instrumento repousa sobre o princípio "Push-Broom" (Figura 3.9), onde a imagem das linhas perpendiculares ao traço é obtida sem mecanismos, graças à utilização de "barrinhas" CCD.

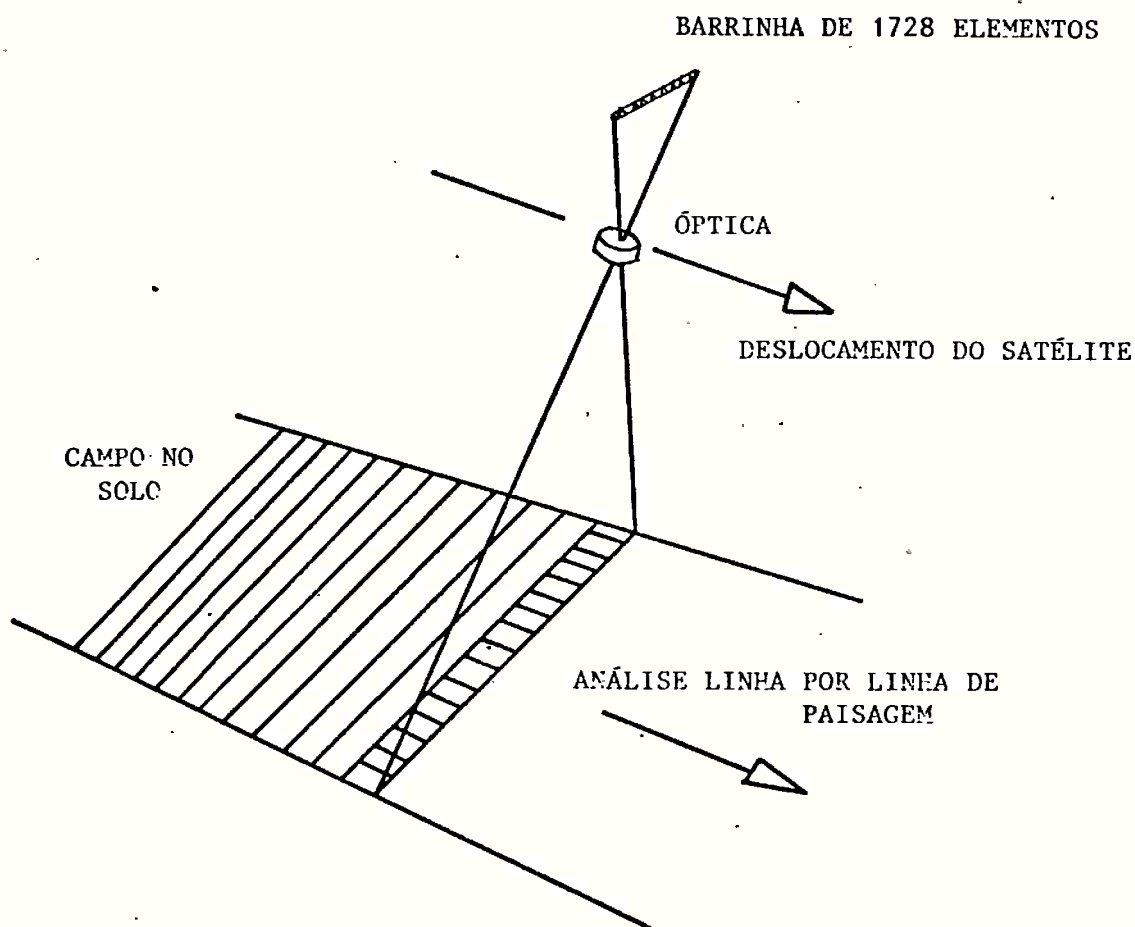


Fig. 3.9 - Ilustração da técnica de varredura tipo "Push-Broom".

Considere-se a Figura 3.8, onde são apresentados o Sistema "orbital"  $Gx'y'z'$ , a câmara embarcada no satélite e o Sistema Móvel,  $Gxyz$ , escolhido.

Os requisitos para o SCA são que, para esta configuração, o estado controlado seja tal que em relação ao Sistema "orbital" o Sistema Móvel satisfaz as seguintes especificações:

- especificações em deslocamento angular (Figura 3.10):

$$-0,5^\circ \leq \theta_1 \text{ (rolamento)} \leq 0,5^\circ ,$$

$$-0,5^\circ \leq \theta_2 \text{ (arfagem)} \leq 0,5^\circ ,$$

$$-0,5^\circ \leq \theta_3 \text{ (guinada)} \leq 0,5^\circ ;$$

- especificações em velocidade angular:

$$-0,0065 \text{ graus/s} \leq \dot{\theta}_1 \text{ (rolamento)} \leq 0,0065 \text{ graus/s},$$

$$-0,0065 \text{ graus/s} \leq \dot{\theta}_2 \text{ (arfagem)} \leq 0,0065 \text{ graus/s},$$

$$-0,01 \text{ graus/s} \leq \dot{\theta}_3 \text{ (guinada)} \leq 0,01 \text{ graus/s}.$$

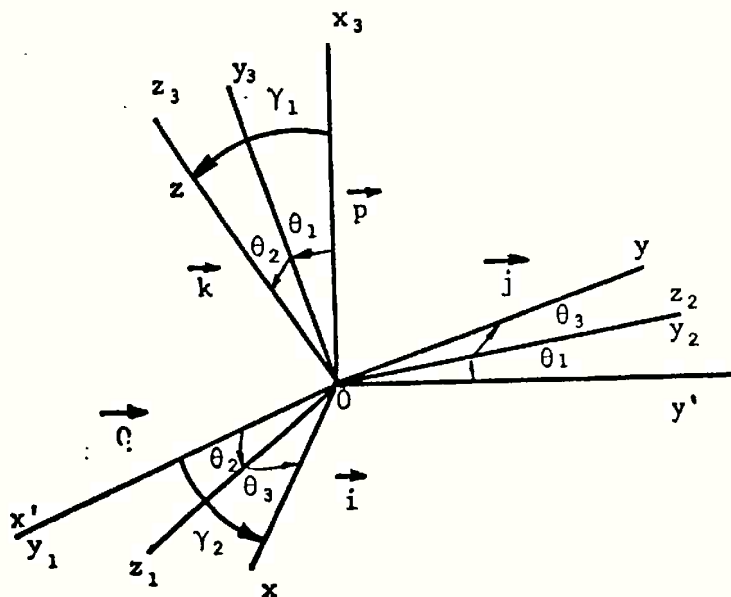


Fig. 3.10 - Deslocamentos angulares.

### 3.5.2 - DESENVOLVIMENTO DA RELAÇÃO $\psi(X)$

Para o desenvolvimento das Equações da Relação 2.85, observe-se que os versores  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  e  $\vec{k}$  do Sistema Móvel pode, através da Relação 3.13, ser escritos, no Sistema  $\bar{G}\bar{X}_i\bar{Y}_i\bar{Z}_i$ , como:

$$\begin{aligned}\vec{i} &= Q_{11}\vec{I} + Q_{12}\vec{J} + Q_{13}\vec{K}, \\ \vec{j} &= Q_{21}\vec{I} + Q_{22}\vec{J} + Q_{23}\vec{K}, \\ \vec{k} &= Q_{31}\vec{I} + Q_{32}\vec{J} + Q_{33}\vec{K}.\end{aligned}\tag{3.23}$$

Por outro lado, o versor Q do Sistema "orbital" pode, através da Relação 3.15, ser escrito, no Sistema  $\bar{G}\bar{X}_i\bar{Y}_i\bar{Z}_i$ , como:

$$\vec{Q} = R_{12}\vec{I} + R_{22}\vec{J} + R_{32}\vec{K}.\tag{3.24}$$

Finalmente o versor centro da Terra-satélite ( $\vec{ST}$ ) é dado, no Sistema  $\bar{G}\bar{X}_i\bar{Y}_i\bar{Z}_i$ , por:

$$\vec{ST} = \frac{X_G}{|ST|}\vec{I} + \frac{Y_G}{|ST|}\vec{J} + \frac{Z_G}{|ST|}\vec{K},\tag{3.25}$$

onde:

$$|ST| = \sqrt{X_G^2 + Y_G^2 + Z_G^2}.\tag{3.26}$$

As especificações em deslocamentos angulares são satisfeitas se houver colinearidade entre os pares de versores ( $\vec{ST}$  e  $\vec{k}$ ) e ( $\vec{i}$  e  $\vec{Q}$ ). Convém notar que a relação de colinearidade entre dois vetores  $\vec{f}_1$  e  $\vec{f}_2$  é obtida impondo que o produto escalar seja unitário.

Portanto:

- para haver colinearidade entre  $\vec{ST}$  e  $\vec{k}$ , usando as Equações 3.23 e 3.25, deve-se ter:



$$\frac{X_G}{|ST|} Q_{31} + \frac{Y_G}{|ST|} Q_{32} + \frac{Z_G}{|ST|} Q_{33} = 1 ; \quad (3.27)$$

- para haver colinearidade entre  $\vec{i}$  e  $\vec{Q}$ , usando as Equações 3.23 e 3.24, deve-se ter:

$$R_{12}Q_{11} + R_{22}Q_{12} + R_{32}Q_{13} = 1 . \quad (3.28)$$

As relações  $\psi_3(X)$  e  $\psi_4(X)$  são definidas como:

$$\psi_3(X) = \frac{X_G}{|ST|} Q_{31} + \frac{Y_G}{|ST|} Q_{32} + \frac{Z_G}{|ST|} Q_{33} - 1 = 0 , \quad (3.29)$$

$$\psi_4(X) = R_{12}Q_{11} + R_{22}Q_{12} + R_{32}Q_{13} - 1 = 0 . \quad (3.30)$$

Relembrando que o objetivo é determinar uma estimativa  $\hat{U}_k$ , para o valor de controle no instante  $t_k$ ,  $U_k^c$  (i.e.,  $\hat{U}_k = U_k^c + \rho_{k+1}$ ), a partir das observações,

$$O_{k+1} = \psi_{k+1} U_k^c + \rho_{k+1} ,$$

outras quatro relações realçando as especificações em deslocamento são estabelecidas com a finalidade de garantir a observabilidade do sistema acima. Assim, desde que a ortogonalidade entre dois vetores implica em que seu produto escalar seja nulo, o produto escalar do versor  $\vec{ST}$  com os versores  $\vec{i}$  e  $\vec{j}$  resulta na definição das relações  $\psi_1(X)$  e  $\psi_2(X)$ :

$$\psi_1(X) = \frac{X_G}{|ST|} Q_{11} + \frac{Y_G}{|ST|} Q_{12} + \frac{Z_G}{|ST|} Q_{13} , \quad (3.31)$$

$$\psi_2(X) = \frac{X_G}{|ST|} Q_{21} + \frac{Y_G}{|ST|} Q_{22} + \frac{Z_G}{|ST|} Q_{23} . \quad (3.32)$$

De maneira análoga, o produto escalar do versor  $\vec{Q}$  com os versores  $\vec{j}$  e  $\vec{k}$  resulta na definição das relações  $\psi_5(X)$  e  $\psi_6(X)$ :

$$\psi_5(X) = R_{12}Q_{21} + R_{22}Q_{22} + R_{32}Q_{23} , \quad (3.33)$$

$$\psi_6(X) = R_{12}Q_{31} + R_{22}Q_{32} + R_{32}Q_{33} .$$

Os co-senos diretores dos ângulos  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ , mostrados na Figura 3.10, são expressos, respectivamente, pelas equações:

$$g_1(X) = \psi_3(X) + 1 , \quad (3.35)$$

$$g_2(X) = \psi_4(X) + 1 .$$

As Equações 3.31 e 3.32 representam, respectivamente, os co-senos diretores dos ângulos  $\gamma_3$  (formado entre os eixos  $x$  e  $z'$ ) e  $\gamma_4$  (formado entre os eixos  $y$  e  $z'$ ).

As Equações 3.33 e 3.34 representam, respectivamente, os co-senos diretores dos ângulos  $\gamma_5$  (formado entre os eixos  $x'$  e  $y$ ) e  $\gamma_6$  (formado entre os eixos  $x'$  e  $z$ ).

O ângulo  $\gamma_6$  pode ser calculado pela relação:

$$\gamma_6 = 90^\circ - \theta_2 . \quad (3.36)$$

Para pequenos deslocamentos, os ângulos  $\gamma_3$ ,  $\gamma_4$  e  $\gamma_5$  podem ser calculados pelas relações:

$$\gamma_3 = 90^\circ + \theta_2 ,$$

$$\gamma_4 = 90^\circ + \theta_1 , \quad (3.37)$$

$$\gamma_5 = 90^\circ - \theta_3 .$$

Verifica-se, também, pelo exame da Figura 3.10 que:

$$\gamma_1 \geq \theta_1, \theta_2 ; \quad (3.38)$$

$$\gamma_2 \geq \theta_2, \theta_3 .$$

Portanto, para que as especificações em deslocamentos sejam atendidas é necessário que se satisfaçam as seguintes relações:

$$\begin{aligned} -0.5^{\circ} &\leq \gamma_1 \leq 0.5^{\circ} , \\ -0.5^{\circ} &\leq \gamma_2 \leq 0.5^{\circ} , \\ 89.5^{\circ} &\leq \gamma_3 \leq 90.5^{\circ} , \\ 89.5^{\circ} &\leq \gamma_4 \leq 90.5^{\circ} , \\ 89.5^{\circ} &\leq \gamma_5 \leq 90.5^{\circ} , \\ 89.5^{\circ} &\leq \gamma_6 \leq 90.5^{\circ} . \end{aligned} \tag{3.39}$$

Se o filtro avaliou consistentemente a precisão de sua estimativa, ou seja, funcionou corretamente, sem divergência, então, para atender as especificações em deslocamentos é suficiente que se satisfaçam as seguintes relações:

$$\begin{aligned} -0.5^{\circ} &\leq \hat{\gamma}_1 \pm \delta\gamma_1 \leq 0.5^{\circ} , \\ -0.5^{\circ} &\leq \hat{\gamma}_2 \pm \delta\gamma_2 \leq 0.5^{\circ} , \\ 89.5^{\circ} &\leq \hat{\gamma}_3 \pm \delta\gamma_3 = 90^{\circ} + \hat{\theta}_2 \pm \delta\theta_2 \leq 90.5^{\circ} , \\ 89.5^{\circ} &\leq \hat{\gamma}_4 \pm \delta\gamma_4 = 90^{\circ} + \hat{\theta}_1 \pm \delta\theta_1 \leq 90.5^{\circ} , \\ 89.5^{\circ} &\leq \hat{\gamma}_5 \pm \delta\gamma_5 = 90^{\circ} - \hat{\theta}_3 \pm \delta\theta_3 \leq 90.5^{\circ} , \\ 89.5^{\circ} &\leq \hat{\gamma}_6 \pm \delta\gamma_6 = 90^{\circ} - \hat{\theta}_2 \pm \delta\theta_2 \leq 90.5^{\circ} , \end{aligned} \tag{3.40}$$

onde  $\hat{\gamma}_i$  e  $\hat{\theta}_j$  são as estimativas de  $\gamma_i$  e  $\theta_j$ ; e  $\delta\gamma_i$  e  $\delta\theta_j$  são as respectivas precisões nas estimativas.

Para atender as especificações em velocidade, define-se as relações  $\psi_7(X)$ ,  $\psi_8(X)$  e  $\psi_9(X)$  como:

$$\begin{aligned}\psi_7(X) &= w_x \quad (\text{rolamento}) , \\ \psi_8(X) &= w_z \quad (\text{guinada}) , \\ \psi_9(X) &= w_y - \frac{V_S}{|ST|} \quad (\text{arfagem}) ,\end{aligned}\tag{3.41}$$

onde  $V_S$  é a velocidade instantânea do satélite na direção  $\vec{Q}$ .

Para que as especificações em velocidade sejam atendidas é necessário que se satisfaçam as seguintes relações:

$$\begin{aligned}-0.0065 \text{ graus/s} &\leq w_x \leq 0.0065 \text{ graus/s} , \\ 0.01 \text{ graus/s} &\leq w_z \leq 0.01 \text{ graus/s} , \\ -0.0065 \text{ graus/s} &\leq w_y - \frac{V_S}{|ST|} \leq 0.0065 \text{ graus/s} .\end{aligned}\tag{3.42}$$

Se o filtro avaliou consistentemente a precisão de sua estimativa, então, para satisfazer as especificações em velocidade é suficiente que se satisfaçam as seguintes relações:

$$\begin{aligned}-0.0065 \text{ graus/s} &\leq \hat{w}_x \pm \delta w_x \leq 0.0065 \text{ graus/s} , \\ -0.01 \text{ graus/s} &\leq \hat{w}_z \pm \delta w_z \leq 0.01 \text{ graus/s} , \\ -0.0065 \text{ graus/s} &\leq \hat{w}_y \pm \delta w_y - \frac{V_S}{|ST|} \leq 0.0065 \text{ graus/s} ,\end{aligned}\tag{3.43}$$

onde  $\hat{w}_a$  é a estimativa de  $w_a$  e  $\delta w_a$  a precisão desta estimativa.

Portanto, as Relações 2.85 são representadas pelo sistema:

$$\begin{aligned}\psi^T(X) &= \{\psi_1(X), \psi_2(X), \psi_3(X), \psi_4(X), \psi_5(X), \psi_6(X), \\ &\quad \psi_7(X), \psi_8(X), \psi_9(X)\}^T .\end{aligned}\tag{3.44}$$

### 3.6 - ESQUEMA DE IMPLEMENTAÇÃO

No Capítulo 2 foram desenvolvidos os procedimentos de estimação de estados (Seção 2.5), da técnica de Compensação do Modelo Dinâmico - CMD (Seção 2.6), da técnica do ruído adaptativo (Seção 2.7) e de determinação da lei de controle (Seção 2.8). Foram apresentadas, neste capítulo, as mo delagens do satélite (Equações 3.6 e 3.10), do gerador de observações (Equa ções 3.21) e para o filtro e controlador (Equações 3.22).

Será apresentada, nesta seção, a esquematização do controlador esto cástico na forma em que foi implementado no computador para a realização dos testes.

A macro-esquematização do controlador estocástico, cuja listagem do programa é apresentada no Apêndice A, pode ser apresentada na forma da Fi gura 3.11.

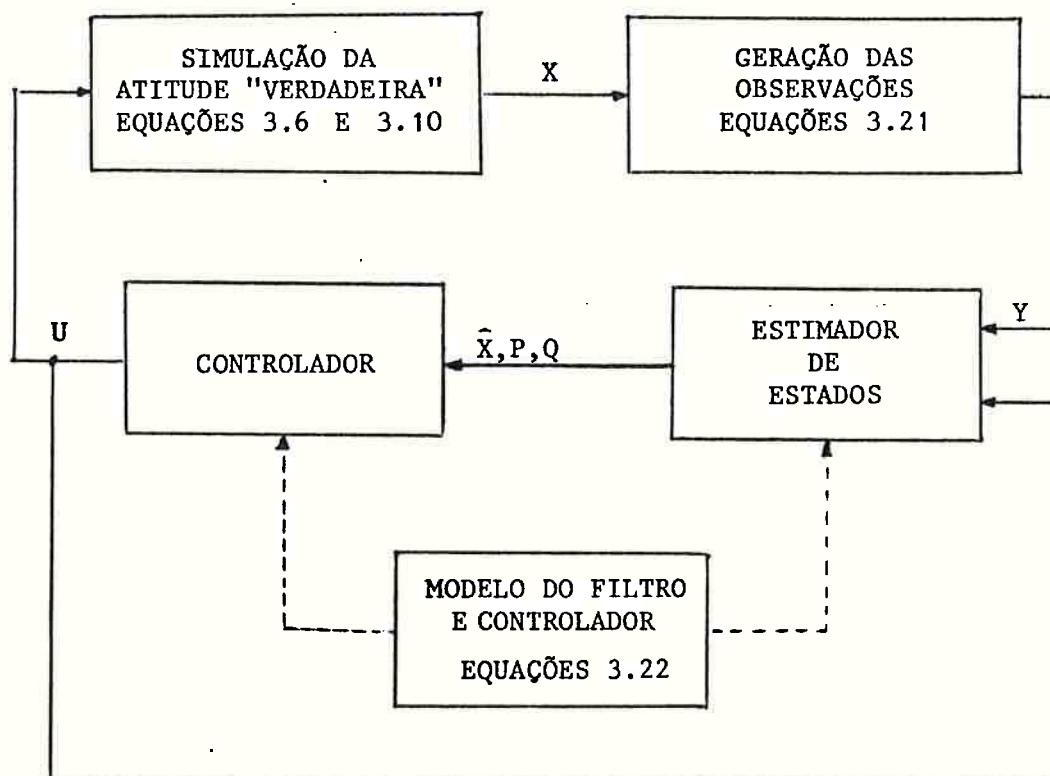


Fig. 3.11 - Macro-esquematização do controlador estocástico.

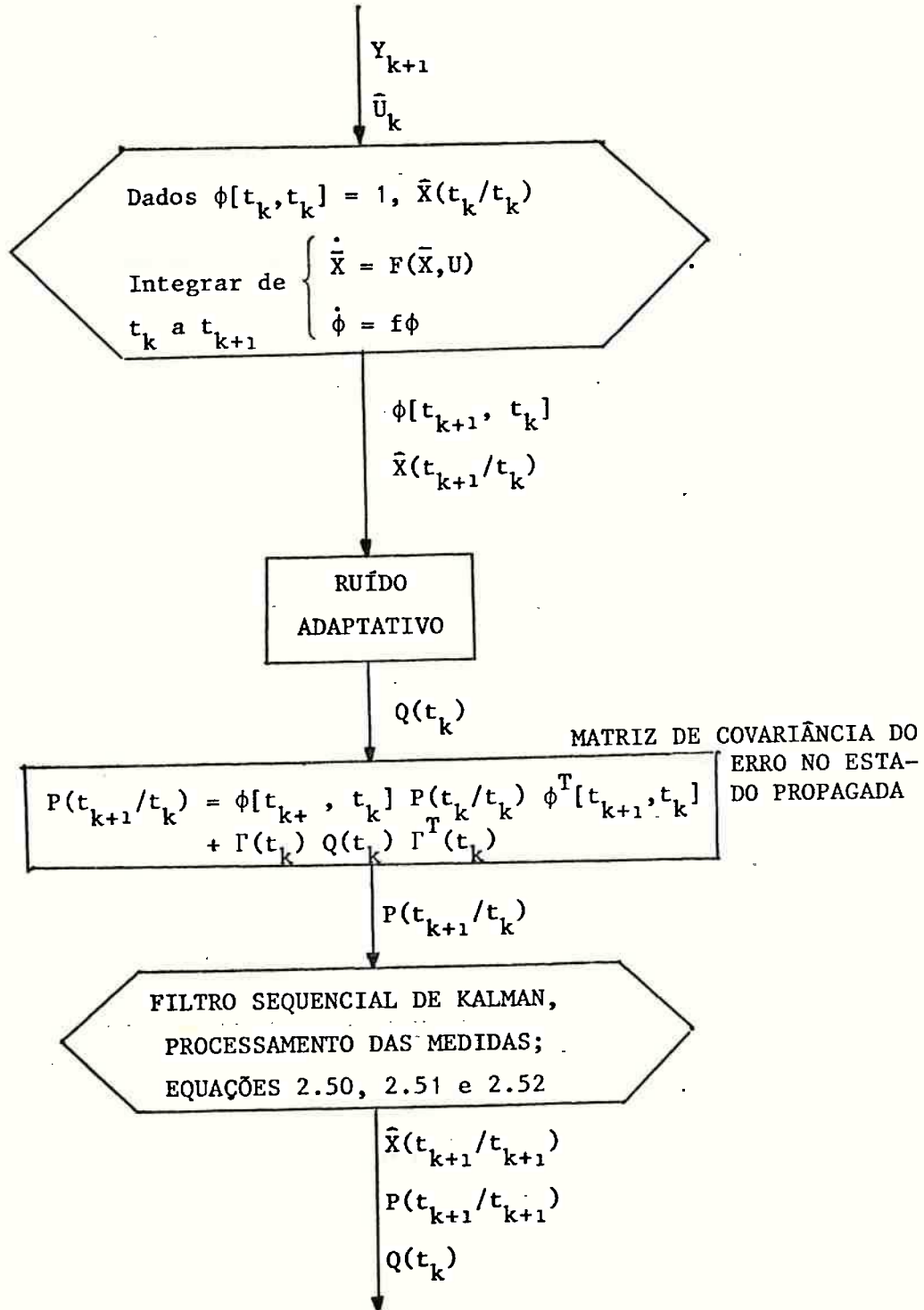


Fig. 3.12 - Diagrama de blocos do estimador de estados.

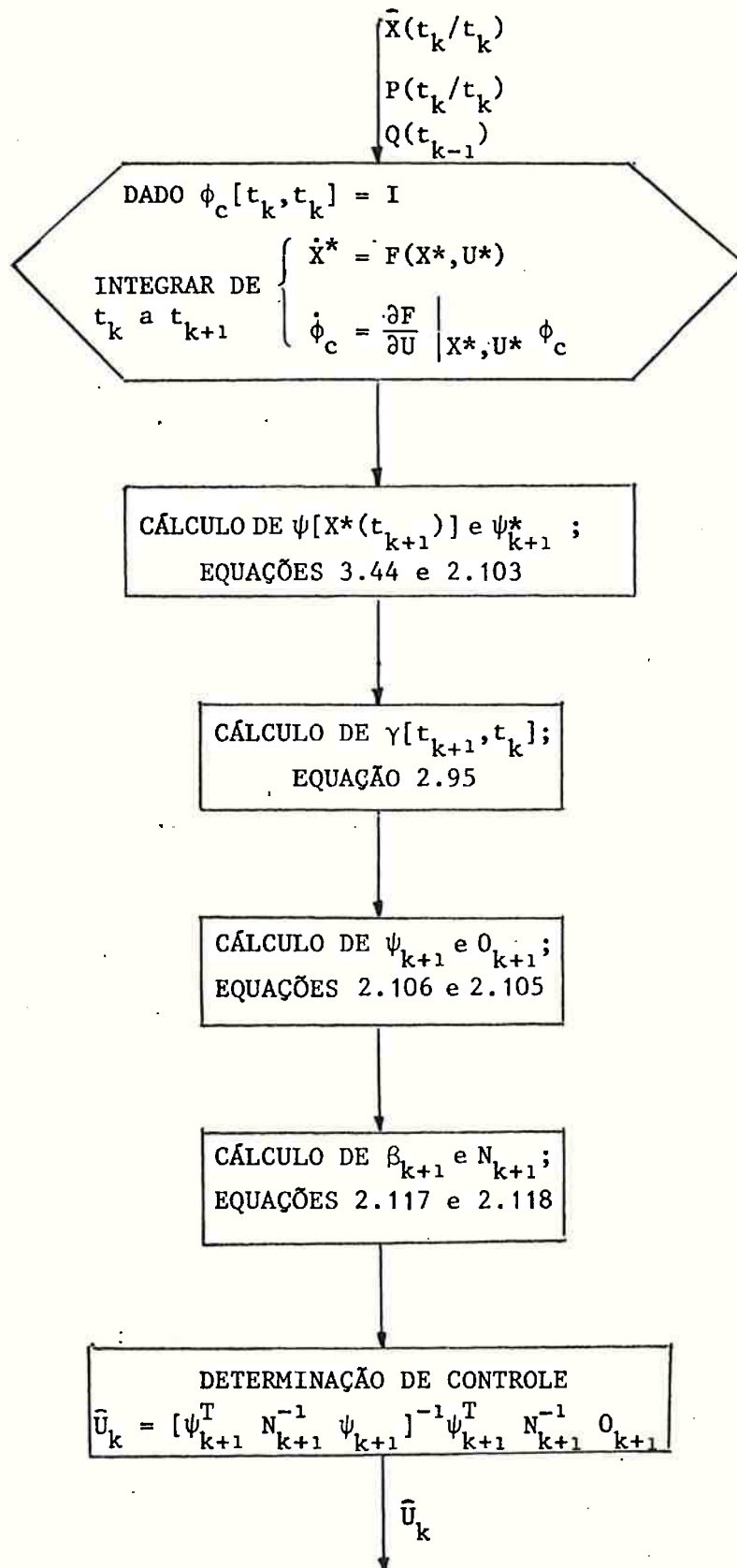


Fig. 3.13 - Diagrama de blocos do controlador.

Na Figura 3.11,  $P$  é a matriz de covariância do erro no estado e  $Q$  é a matriz de covariância do ruído calculada pelo procedimento descrito na Seção 2.7. Os valores de  $P$  e  $Q$  são utilizados para o cálculo de  $\beta_{k+1}$  (Equação 2.17).

Para maior esclarecimento do esquema implementado apresenta-se os diagramas de blocos do "Estimador de Estados" e do "Controlador".

A Figura 3.12 apresenta o diagrama de blocos, utilizado num intervalo de tempo genérico, para o programa de estimação de atitude.

A Figura 3.13 apresenta o diagrama de blocos, utilizado num intervalo de tempo genérico, para o programa de determinação do controle.



## CAPÍTULO 4

### TESTES E ANÁLISES DOS PROCEDIMENTOS

No Capítulo 3 foram desenvolvidos procedimentos de estimação e controle com a finalidade de projetar um Sistema de Controle de Atitude que satisfaça os objetivos estabelecidos pela Segunda Missão Satélite da Missão Espacial Completa Brasileira.

Neste capítulo serão realizados testes convenientemente selecionados para avaliar o desempenho dos procedimentos propostos, tanto de controle como de estimação.

A análise dos resultados dos testes efetuados mostra a eficácia do procedimento no atendimento dos objetivos estabelecidos. Assim, mostra-se que:

- o procedimento é capaz de realizar as funções descritas na Seção 1.1, isto é:
  - a) Aquisição e Reaquisição de Atitude, que deve permitir ao SCA, partindo-se de uma atitude qualquer, conduzir o satélite às vizinhanças das condições que possibilitam o acionamento da função de Apontagem Fina;
  - b) Apontagem Fina, que deve permitir ao SCA estabilizar o satélite em relação à referência com as precisões especificadas;
  - c) Sobrevivência, que deve permitir ao SCA dotar o satélite de configurações adequadas à sua manutenção: apontagem de painéis para o Sol, orientação do satélite em relação ao Sol de modo a manter as condições térmicas adequadas, etc.
- o procedimento satisfaz as especificações em deslocamento e velocidade descritas na Seção 3.5, ou seja, reportando-se à Figura 3.10, as especificações:

$$-0,5^{\circ} \leq \theta_1 \leq 0,5^{\circ} ,$$

$$-0,5^{\circ} \leq \theta_2 \leq 0,5^{\circ} ,$$

$$-0,5^{\circ} \leq \theta_3 \leq 0,5^{\circ} ,$$

$$-0,0065 \text{ graus/s} \leq \dot{\theta}_1 \leq 0,0065 \text{ graus/s} ,$$

$$-0,0065 \text{ graus/s} \leq \dot{\theta}_2 \leq 0,0065 \text{ graus/s} ,$$

$$-0,1 \text{ graus/s} \leq \dot{\theta}_3 \leq 0,01 \text{ graus/s} ,$$

são satisfeitas.

#### 4.1 - ESPECIFICAÇÃO DOS TESTES

Nos testes realizados, para ilustrar o procedimento formulado, foi simulada, estimada e controlada a atitude do satélite TD-1A, cuja vista "frontal" é mostrada na Figura 4.1. Escolheu-se o satélite TD-1A pela seme-lhança que com ele deverá ter o segundo satélite brasileiro.

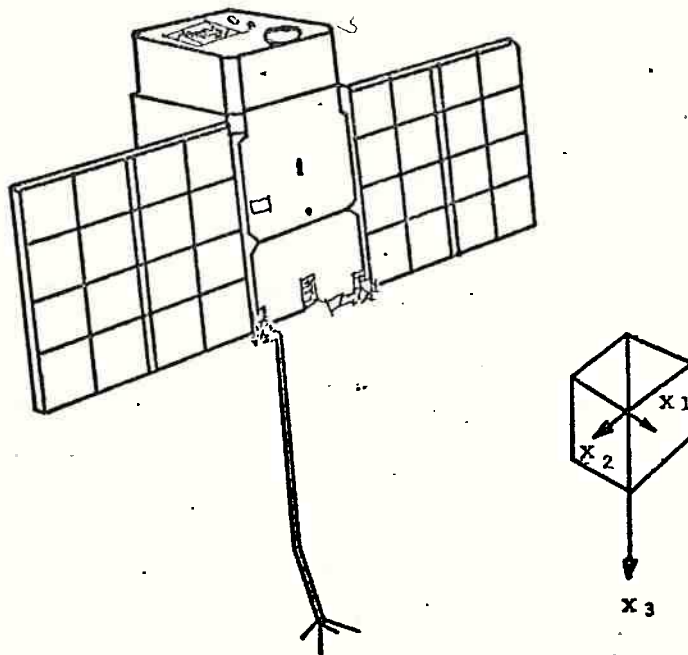


Fig. 4.1 - Vista "frontal" do satélite TD-1A.

O TD-1A é um satélite que necessita da estabilização em três eixos - Lopes de Oliveira e Souza (2). O sub-sistema de controle de atitude mantém um eixo apontado para o Sol com uma precisão igual ou melhor que um minuto de arco. Este sub-sistema garante que, durante a realização de uma revolução ao longo de sua órbita em torno da Terra, o satélite efetue um giro de  $360^\circ$  em torno de seu eixo apontado para o Sol. Esta configuração é ilustrada na Figura 4.2.

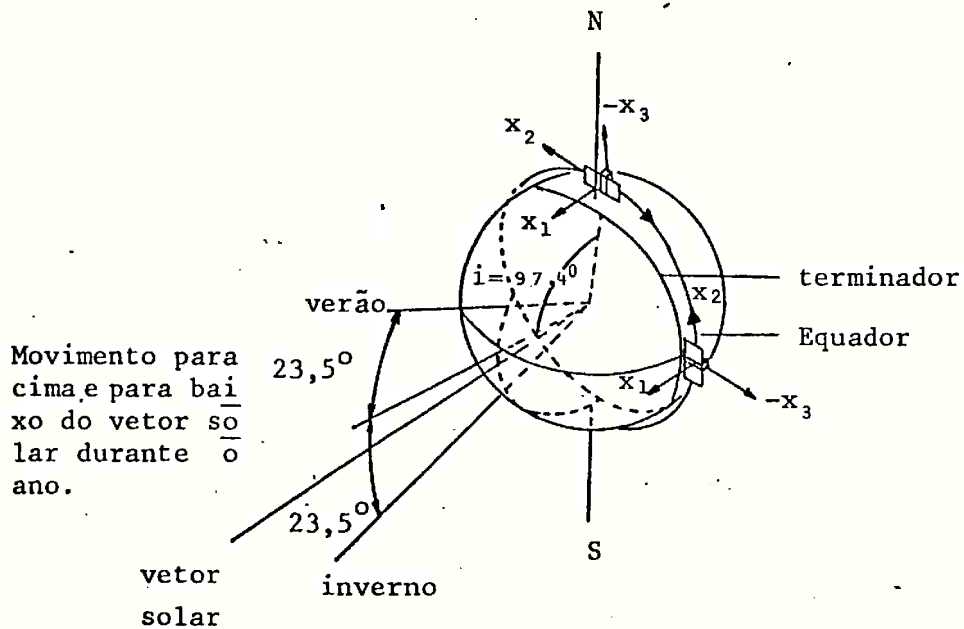


Fig. 4.2 - Configuração orbital do TD-1A.

As características principais do satélite são dadas a seguir - Tilgner (50):

- Objetivo: exploração científica;
- Órbita : heliossíncrona;

- Elementos keplerianos da órbita correspondentes a data de 16/05/82,  
0h e 0min:

a (semi-eixo maior da elipse)	= 6910 km,
e (excentricidade)	= 0,0027,
i (inclinação)	= 97,6°,
$\Omega$ (ascensão reta do nodo ascendente)	= 317,9°,
$\omega$ (argumento do perigeu)	= 90,6°,
M (anomalia média)	= 15,3°,

onde os elementos (i,  $\Omega$  e  $\omega$ ) estão ilustrados na Figura 4.3.

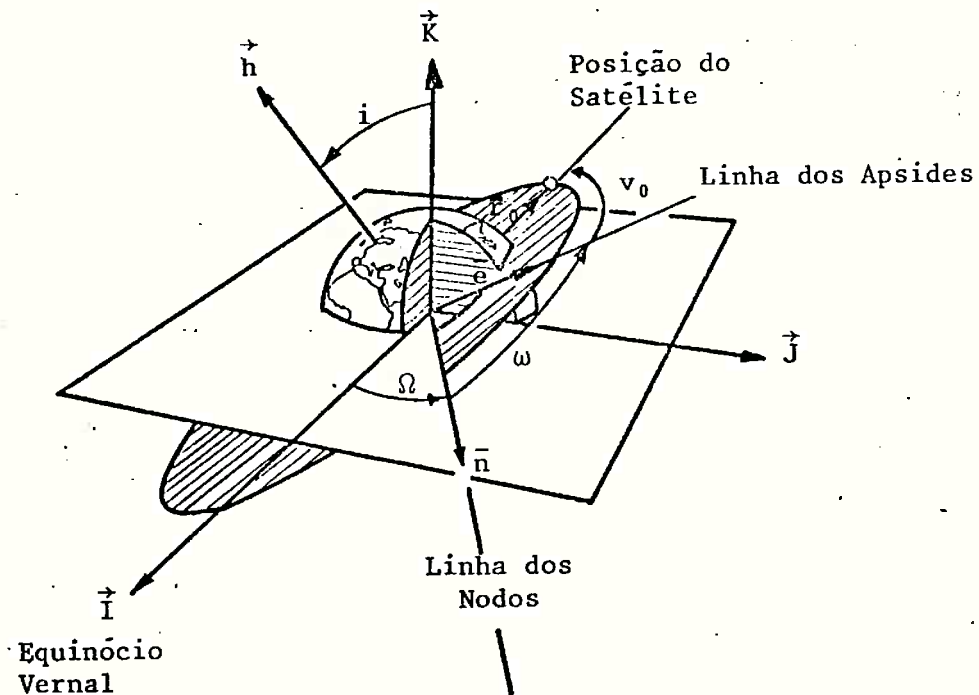


Fig. 4.3 - Elementos keplerianos.

sendo:

$\vec{h}$  - o momento angular do satélite,

$v_0$  - a anomalia verdadeira;

- Momentos principais de inércia:

$$I_{x_1} = 225 \text{ kg.m}^2 ,$$

$$I_{x_2} = 207 \text{ kg.m}^2 ,$$

$$I_{x_3} = 121 \text{ kg.m}^2 .$$

Considere-se o sistema  $Gx_1x_2x_3$  (Figuras 4.1 e 4.2), sistema de coordenadas ortogonais dextrógiro com a origem no centro de massa, G, do satélite. O sentido positivo do eixo  $x_1$  está idealmente apontado na direção do Sol e o sentido positivo do eixo  $x_3$  está na direção da Terra. Então o terceiro eixo do sistema  $x_2$ , é paralelo às bordas dos painéis e com a orientação representada nas Figuras 4.1 e 4.2. O satélite se desloca na direção de  $-x_2$ .

A órbita escolhida para os testes é aquela definida pelos elementos keplerianos mencionados anteriormente.

Na simulação da atitude "verdadeira" e geração das observações foram estabelecidas as seguintes condições:

- São levadas em consideração os modelos matemáticos dos torques provenientes das influências da atmosfera, da radiação solar direta e do gradiente de gravidade - Carrara (44);
- Para os sensores solar e de horizonte infravermelho admitiu-se desvios-padrão de  $0,1^\circ$  - Wertz (1);
- Para a faixa de velocidade que os girômetros são utilizados admitiu-se desvio-padrão de  $0,855^\circ/\text{hr}$  - Todman et alii (48).

Na realização dos testes com o procedimento de estimação e controle foram estabelecidas as seguintes hipóteses:

- As observações são disponíveis a cada 4 segundos;
- O controle começa a atuar após decorridos 12 segundos de estimação;
- Nos 200 segundos iniciais dos testes o estimador usa as observações dos sensores solar e de horizonte infravermelho;
- Verificado, através de testes, que a precisão alcançada nas estimativas, utilizando-se apenas sensores solar e de horizonte infravermelho, são insuficientes para satisfazer as especificações menciona

das anteriormente, após decorridos 200 segundos de processamento usam-se, também, as observações de girômetros para medida de velocidades angulares, com precisão bastante acurada ( $0,855^{\circ}/\text{hr}$ ). O fato de se aguardar um intervalo inicial para a utilização de girômetros se prende à necessidade de satisfação da hipótese de que os termos de ordem superior a um, na linearização das observações, sejam inferiores (em ordem de grandeza) à dispersão dos ruídos de observação.

Na realização dos testes foi utilizado um computador B6800, consumindo em média 500 segundos de CPU para 1000 segundos de simulação. Isto permite, portanto, que o procedimento seja aplicado em tempo real.

#### 4.2 - PARÂMETROS PARA ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para a análise dos resultados definem-se os erros:

$$DW \triangleq \left\{ \sum_{i=1}^3 (\bar{X}_i - X_i)^2 \right\}^{1/2}, \quad (4.1)$$

$$DELW_i \triangleq \left\{ P_{i,i} \right\}^{1/2}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (4.2)$$

$$DELW \triangleq \left\{ \sum_{i=1}^3 DELW_i \right\}, \quad (4.3)$$

$$DQ \triangleq \left\{ \sum_{i=4}^7 (\bar{X}_i - X_i)^2 \right\}^{1/2}, \quad (4.4)$$

$$DELQ \triangleq \left\{ \sum_{i=4}^7 P_{i,i} \right\}^{1/2}, \quad (4.5)$$

onde:

DW - indica o erro real na estimativa da velocidade angular;

DELW<sub>i</sub> - indica a precisão na estimativa da componente da velocidade angular;

DELW - indica a precisão na estimativa da velocidade angular;

DQ - indica o erro real na estimativa do quaternion de atitude;

DELQ - indica a precisão na estimativa do quaternion de atitude;

$\hat{X}_i$  - é a componente do vetor de estado estimado,  $\hat{X}$ ; e

$X_i$  - é a componente do vetor de estado "verdadeiro" simulado,  $X$ .

Definem-se, ainda, os resíduos normalizados:

- resíduos normalizados das observações "angulares",

$$RP \triangleq \left( \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 (Y_i - \hat{Y}_i) \right) / \sigma_S ; \quad (4.6)$$

- resíduo normalizado das observações de "velocidade",

$$RV \triangleq \left( \frac{1}{3} \sum_{i=7}^9 (Y_i - \hat{Y}_i) \right) / \sigma_G , \quad (4.7)$$

onde:

$Y_i$  - é o valor da observação;

$\hat{Y}_i$  - é o valor da observação estimada;

$\sigma_S$  - é o valor do desvio-padrão das observações "angulares"; e

$\sigma_G$  - é o valor do desvio-padrão das observações de "velocidade".

Desta forma, os resíduos normalizados são expressos em termos dos desvios-padrões, permitindo uma avaliação mais imediata do processo de estimativa. É desejável que RP e RV se situem na faixa de  $\pm 3$ , isto é, que os resíduos não excedam três desvios-padrões.

Com o intuito de se apresentar uma medida de precisão da estimativa da atitude em cada eixo, define-se o desvio angular,

$$\Delta\theta \triangleq \{ \delta\theta_1, \delta\theta_2, \delta\theta_3 \} , \quad (4.8)$$

que é a rotação que leva o satélite da atitude estimada para a real. Assim,  $\delta\theta_1$ ,  $\delta\theta_2$  e  $\delta\theta_3$ , admitidos pequenos, são ângulos de rotação ao redor dos eixos

xos x, y e z do satélite, respectivamente, que apresentam os desvios da atitude em cada eixo. As propriedades estatísticas de  $\Delta\theta$  são dadas por - Shuster (51):

$$E\{\Delta\theta\} = 0_{3,1} \quad , \quad (4.9)$$

$$E\{\Delta\theta\Delta\theta^T\} = P_{\theta\theta} \quad , \quad (4.10)$$

$$\begin{Bmatrix} P_{\theta\theta} & 0_{3,1} \\ 0_{1,3} & 0 \end{Bmatrix} = 4\tilde{q}^T P_{qq} \tilde{q} \quad , \quad (4.11)$$

onde:

$0_{3,1}$  - é o vetor coluna identicamente nulo;

$0_{1,3}$  - é o vetor linha identicamente nulo;

$P_{qq}$  - é a matriz de covariância do quaternion de atitude; e

$\tilde{q}$  - é dado por,

$$\tilde{q} = \begin{Bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 & q_1 \\ q_3 & q_4 & -q_1 & q_2 \\ -q_2 & q_1 & q_4 & q_3 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 & q_4 \end{Bmatrix} \quad . \quad (4.12)$$

Pode-se, agora, definir a precisão na estimativa dos ângulos  $\gamma_1$  (formado entre os eixos z e z') e  $\gamma_2$  (formado entre os eixos x e x'), mostrados na Figura 3.10, como:

$$\delta\gamma_1 = \cos^{-1}[\cos(\delta\theta_1) \cos(\delta\theta_2)] \quad , \quad (4.13)$$

$$\delta\gamma_2 = \cos^{-1}[\cos(\delta\theta_2) \cos(\delta\theta_3)] \quad . \quad (4.14)$$



#### 4.3 - PRIMEIRO TESTE

A finalidade deste teste é mostrar a capacidade da solução formulada de realizar as funções a) e b) mencionadas anteriormente. São apresentadas inicialmente as condições em que foi realizado este teste e depois os resultados obtidos.

##### 4.3.1 - CONDIÇÕES PARA O PRIMEIRO TESTE

Para a aplicação do teste considerou-se um período de 3000 segundos de simulação de atitude, correspondendo ao período de 16/05/72, 0hr, 0 min. e 0 segundos até 16/05/72, 0h, 50 min. e 00 segundos.

Reportando-se às Figuras 3.8 e 3.10, observa-se que dependendo da escolha do Sistema Móvel, Gxyz, a atitude adotada pelo satélite, quando atendendo as especificações de deslocamento, será semelhante à configuração apresentada na Figura 4.2.

Desta maneira, para que a atitude adotada pelo satélite, quando controlado pelo procedimento proposto, seja semelhante a sua configuração normal apresentada na Figura 4.2, escolheu-se o sistema Gxyz de maneira que o eixo x coincide com  $-x_2$ , o eixo y coincide com  $-x_1$  e o eixo z coincide com  $-x_3$ .

O valor "verdadeiro" do vetor de estado no instante inicial é dado por:

$$\vec{\Omega} = 0,03\vec{i} + 0,04\vec{j} + 0,03\vec{k} , \quad (4.15)$$

$$q = (0,024; 0,062; -0,935; -0,34841)^T , \quad (4.16)$$

onde as componentes de  $\Omega(w_x, w_y$  e  $w_z)$  são dadas em rd/s.

A matriz diagonal, B, que proporciona a correlação ao longo do tempo para a aproximação das acelerações não-modeladas (Equação 2.54),

$$\dot{\epsilon}(t) = -B\epsilon(t) + \tilde{w}(t) ,$$

assim como a matriz de covariância inicial do ruído dinâmico foram ajustadas por um processo de busca exaustiva. Os valores adotados foram:

$$\begin{aligned} b_{i,i} &= (180s)^{-1} \quad , \quad i = 1,2,3 \quad , \\ P_{i,i}^S &= 1.E - 18 \quad , \quad i = 1,2,3 \quad , \\ P_{i,i}^S &= 1.E - 16 \quad , \quad i = 4,5,6 \quad . \end{aligned} \quad (4.17)$$

O valor inicial da estimativa do vetor de estado foi gerado pelo procedimento descrito a seguir.

Para a velocidade e acelerações não-modeladas adotou-se os valores:

$$(\hat{w}_x, \hat{w}_y, \hat{w}_z) = (0, 0, 0) \quad , \quad (4.18)$$

$$(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z) = (0, 0, 0) \quad . \quad (4.19)$$

Testes realizados com outros valores mostram que não há grande influência em sua escolha.

A estimativa do valor inicial do quaternion foi feita em duas etapas.

Inicialmente, através do valor do quaternion dado pela Relação 4.16, obtém-se os valores "verdadeiros" dos ângulos de Euler,

$$(\underline{\alpha}_1, \underline{\alpha}_2, \underline{\alpha}_3) = (317,9^{\circ}; 7,6^{\circ}; 181^{\circ}) \quad , \quad (4.20)$$

mostrados na Figura 4.4, que relacionam o Sistema Inercial ao Sistema Móvel, e a seguir gera-se a estimativa destes ângulos pelo procedimento:

$$\hat{\underline{\alpha}}_i = \underline{\alpha}_i + (RU) * \sigma_a \quad , \quad (4.21)$$

onde  $\sigma_a$  é o desvio-padrão admitido em posição e RU é uma variável aleatória que assume valores  $\pm 1$  com igual probabilidade.

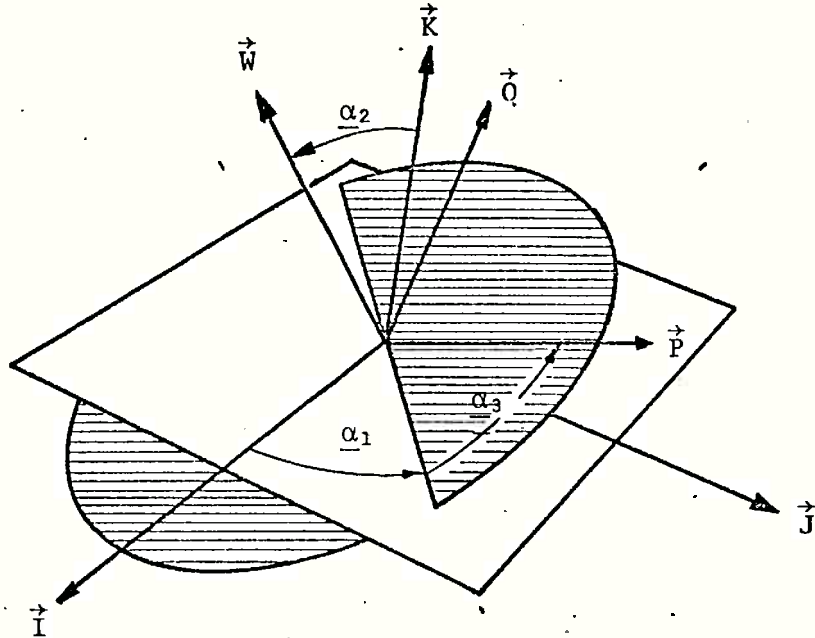


Fig. 4.4 - Sistema Inercial, Sistema Móvel.

Admitindo-se para  $\sigma_a$  o valor de 10 graus e efetuando o lançamento da moeda, obteve-se os seguintes valores, utilizados neste teste,

$$(\underline{\hat{\alpha}}_1, \underline{\hat{\alpha}}_2, \underline{\hat{\alpha}}_3) = (307,9^\circ; 17,6^\circ; 171^\circ) . \quad (4.22)$$

Finalmente, conhecida a estimativa de  $\underline{\hat{\alpha}}_1$ , obtêm-se a estimativa do quaternion a partir das seguintes relações - Wertz (1):

$$\hat{q}_1 = \text{sen}(\underline{\hat{\alpha}}_2/2) : \text{cos}[(\underline{\hat{\alpha}}_1 - \underline{\hat{\alpha}}_3)/2] \cong 0,0562 ,$$

$$\hat{q}_2 = \text{sen}(\underline{\hat{\alpha}}_2/2) \text{sen}[(\underline{\hat{\alpha}}_1 - \underline{\hat{\alpha}}_3)/2] \cong 0,1423 ,$$

$$\hat{q}_3 = \text{cos}(\underline{\hat{\alpha}}_2/2) \text{sen}[(\underline{\hat{\alpha}}_1 + \underline{\hat{\alpha}}_3)/2] \cong -0,851 ,$$

$$\hat{q}_4 = \text{cos}(\underline{\hat{\alpha}}_2/2) \text{cos}[(\underline{\hat{\alpha}}_1 + \underline{\hat{\alpha}}_3)/2] \cong -0,500 .$$

(4.23)

Sintetizando, o valor "verdadeiro" do vetor de estado no instante inicial é dado por:

$$\bar{X}^T(t_0) = (0,03; 0,04; 0,03; 0,024; 0,062; -0,935; -0,34841)^T; \quad (4.24)$$

o valor inicial da estimativa do vetor de estado estendido é dado por:

$$\hat{Z}^T(t_0) = (0; 0; 0; 0,0562; 0,1423; -0,851; -0,5; 0; 0; 0)^T; \quad (4.25)$$

e a matriz de covariância inicial do vetor de estado estendido é dada por:

$$\begin{aligned} P_{i,i}(t_0) &= 3(X_i - \hat{X}_i)^2, \quad i = 1,2,3,\dots,7; \\ P_{i,i}(t_0) &= 4.E-12, \quad i = 8,9,10; \\ P_{i,j}(t_0) &= 0, \quad i \neq j. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Testes realizados com outros valores de  $P_{i,i}$  mostram que não há grande influência. Os valores de  $\alpha_i$ ,  $i = 1,2,3, \dots,9$ , utilizados no cálculo de  $N_{k+1}$  (Equação 2.119), que destinam-se a ajustar o peso de cada componente da Reação 2.85:

$$\psi(X) = 0,$$

foram determinados através da análise destas relações e de testes. Adotando-se valores iguais, para todos os  $\alpha_i$ , verificou-se que os resultados eram insatisfatórios.

Analizando-se as relações a serem satisfeitas, verifica-se que é muito mais razoável dar-se pesos superior às 6 (seis) primeiras relações, procurando-se satisfazer, inicialmente, as especificações em deslocamento e a seguir em velocidade. Seguindo-se este raciocínio e procurando-se satisfazer, primeiramente a colinearidade entre  $\vec{S}T$  e  $\vec{k}$ , em segundo a colinearidade entre  $\vec{i}$  e  $\vec{Q}$  e finalmente as especificações em velocidade, os resultados obtidos com os valores adotados:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0,25; \quad \alpha_2 = 0,25; \quad \alpha_3 = 0,25; \\ \alpha_4 &= 0,50; \quad \alpha_5 = 0,50; \quad \alpha_6 = 0,50; \\ \alpha_7 &= 1,00; \quad \alpha_8 = 1,00; \quad \alpha_9 = 1,00; \end{aligned}$$

mostraram-se satisfatórios.

#### 4.3.2 - RESULTADOS DO "ESTIMADOR"

As Figuras 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8 são apresentadas com a finalidade de se avaliar o desempenho do filtro. A análise destas figuras mostra que o filtro avaliou corretamente a precisão de sua estimativa, ou seja, funcio  
nou corretamente, sem divergência, e além disto os resultados são bons, de acordo com  $\sigma_S$  e  $\sigma_G$ .

Os gráficos das Figuras 4.5a e 4.5b, cujos valores são limitados su  
periormente pelo valor 6, apresentam o comportamento dos resíduos normali  
zados RP e RV. A análise destas figuras mostra que os resíduos são não ten  
denciosos (média nula).

Deve-se ressaltar que, em vista das observações dos girômetros sô  
serem processadas após decorridos 200 segundos de simulação, o gráfico da Figura 4.5b não tem significado para os 200 segundos iniciais de simulação.

A Figura 4.6a, onde são apresetnados os gráficos de DW (erro real  
na estimativa da velocidade angular) e DELW (precisão na estimativa da ve  
locidade angular), e a Figura 4.6b, onde são apresentados os gráficos de DQ (erro real na estimativa do quaternion) e DELQ (precisão na estimativa do quaternion), atestam a convergência em velocidade e posição, obtendo-se erros finais de cerca de  $5 \cdot 10^{-4}$  graus/s em velocidade de  $10^{-3,5}$  para o qua  
ternion. A análise destas figuras mostra a coerência estatística das esti  
mativas, pois o erro estimado, fornecido pela matriz de covariância do er  
ro no estado, está de acordo com os erros reais cometidos. Verifica-se, tam  
bém, que os erros finais na estimativa da velocidade,  $5 \times 10^{-4}$  graus/s, é da mesma ordem de grandeza do desvio-padrão das observações dos girômetros,  $2,3 \times 10^{-4}$  graus/s.

A Figura 4.7 apresenta os erros nas estimativas das componentes da velocidade angular,  $\Omega$ . Verifica-se que os resultados são bons, de acordo com  $\sigma_G$ , ou seja, os erros,  $2 \times 10^{-4}$  graus/s na estimativa das componentes, quando as observações dos girômetros são processadas, são da mesma ordem do desvio-padrão dos girômetros,  $2,3 \times 10^{-4}$  graus/s. Observa-se, também, que os erros nas estimativas das componentes tem o mesmo comportamento.

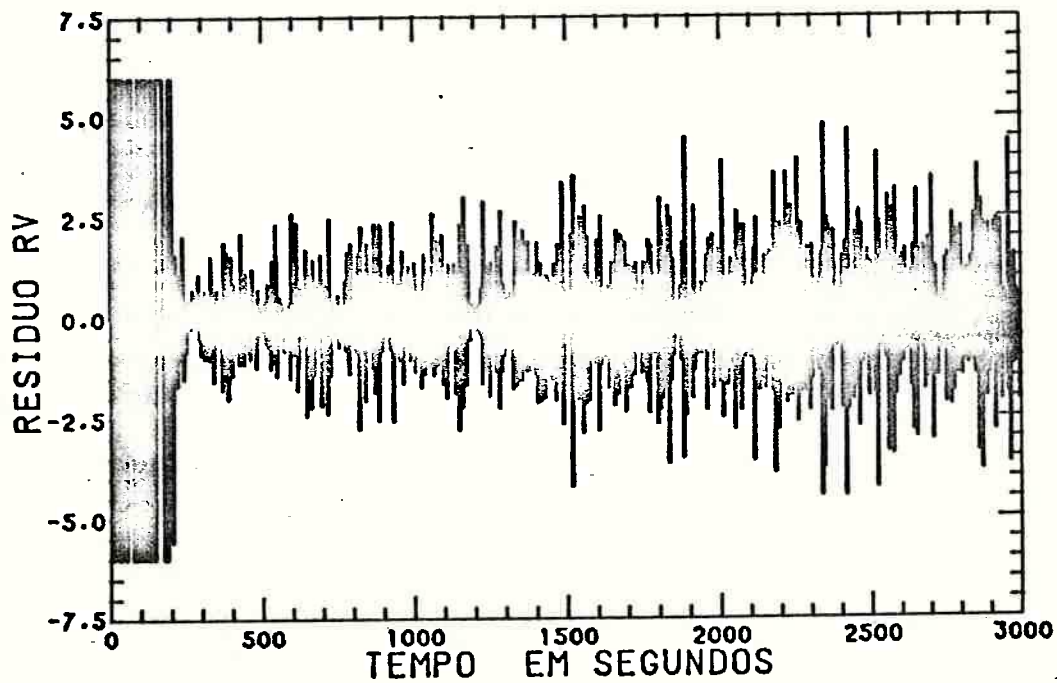
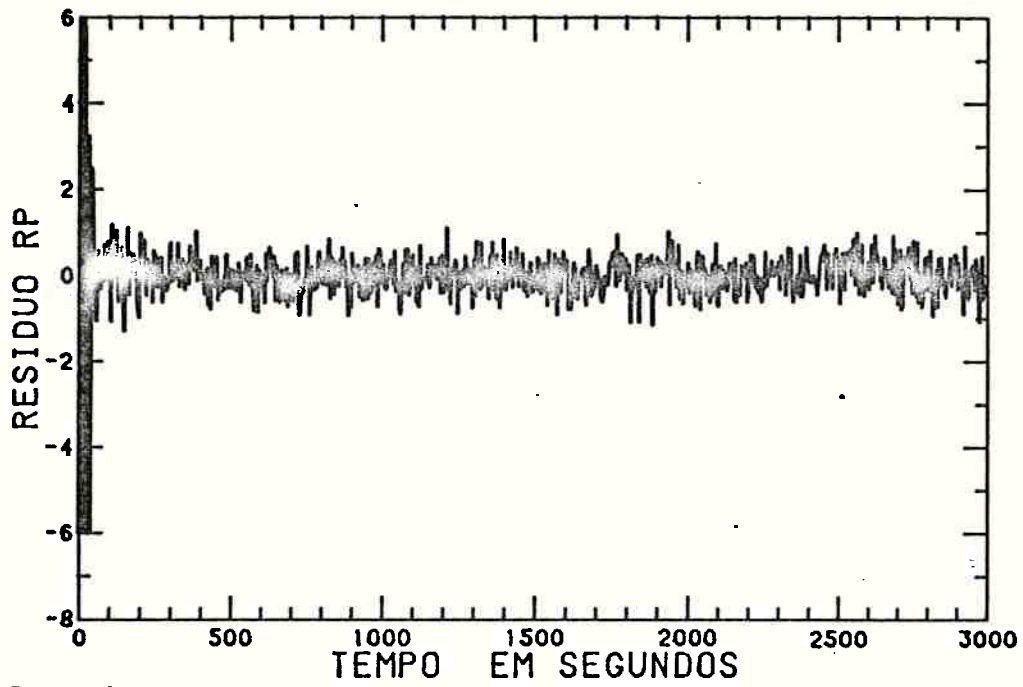


Fig. 4.5 - Resíduos normalizados: a) resíduo das observações angulares; b) resíduo das observações de velocidade.

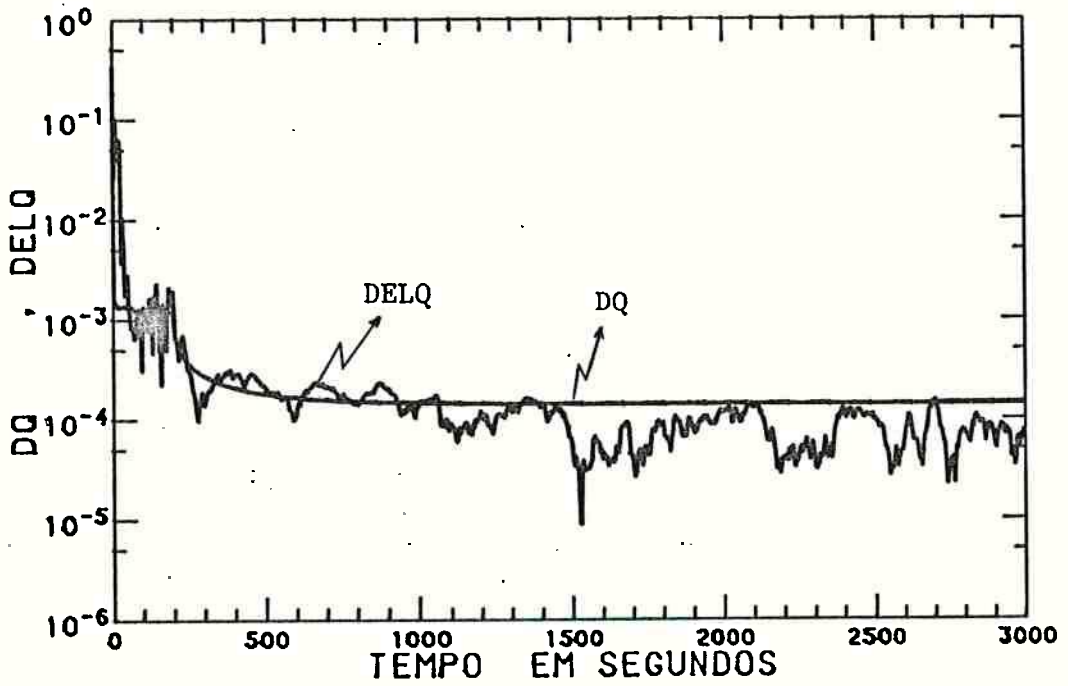
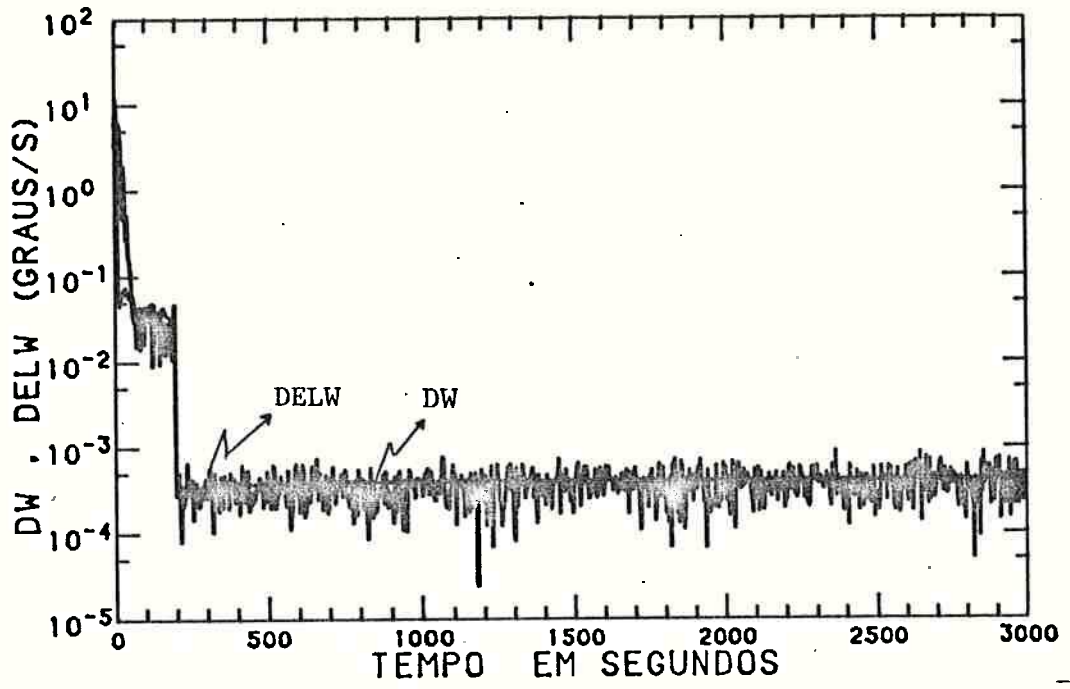


Fig. 4.6 - Erros nas estimativas: a) erro na velocidade, b) erro no quaternion.

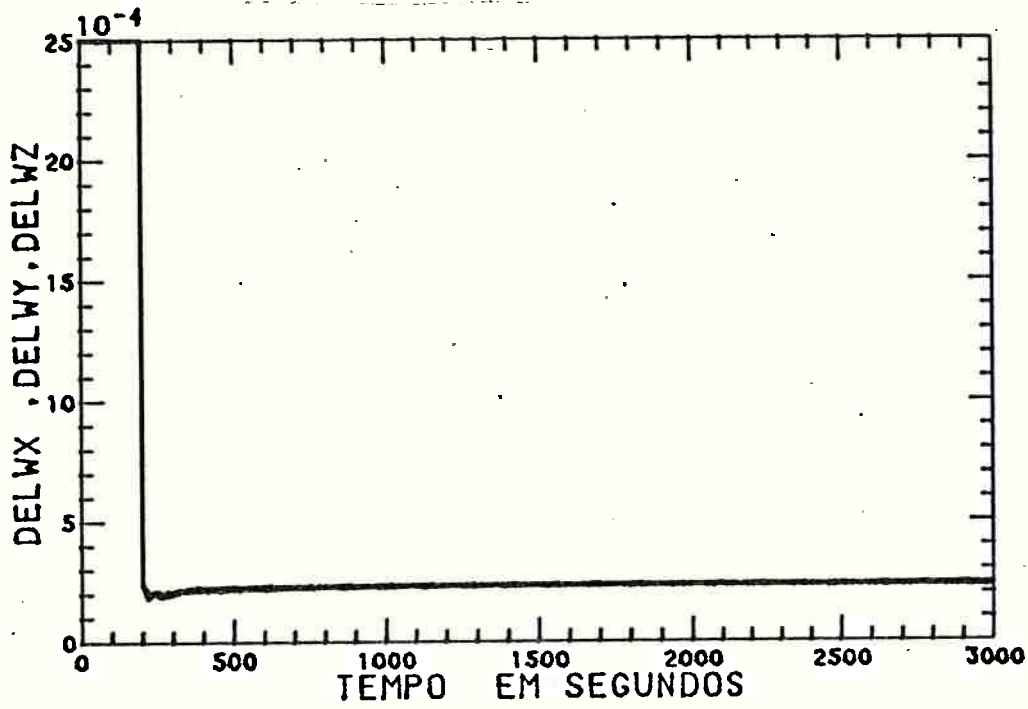


Fig. 4.7 - Erros nas componentes de  $\vec{\Omega}$ .

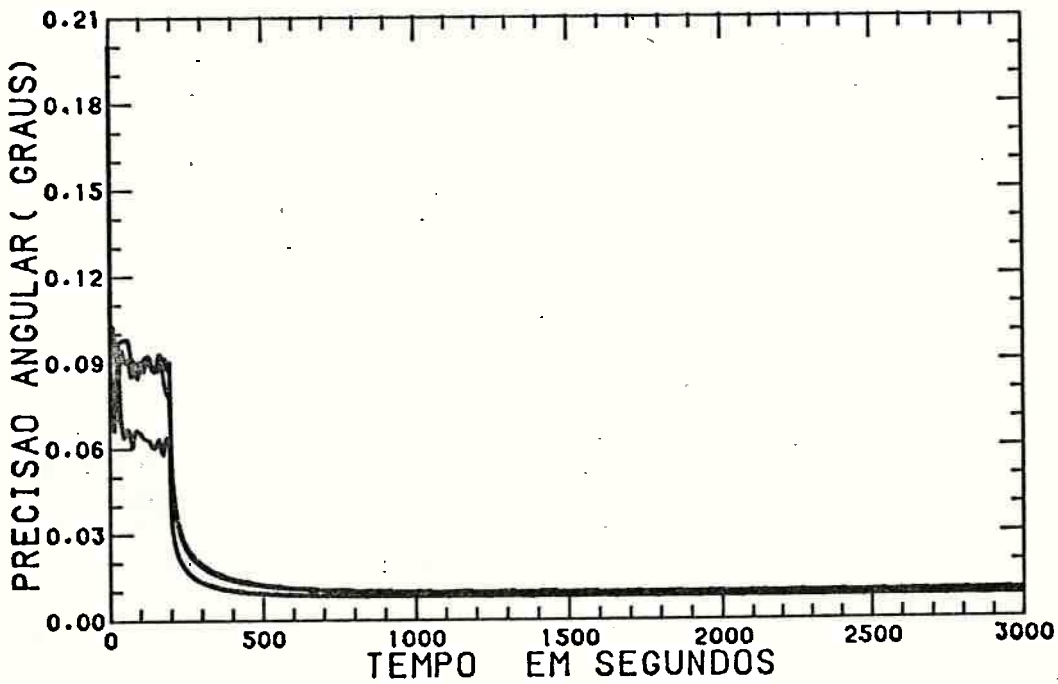


Fig. 4.8 - Desvio angular.

A Figura 4.8 apresenta os gráficos das componentes ( $\delta\theta_1$ ,  $\delta\theta_2$ ,  $\delta\theta_3$ ) do desvio angular  $\Delta\theta$ . Verifica-se que os valores finais são da ordem de  $0,01^\circ$ , e que, nos 200 segundos iniciais, os valores,  $\sim 0.1^\circ$ , são da mesma



ordem de grandeza do desvio-padrão dos sensores solar e de horizonte infravermelho,  $0,1^{\circ}$ .

Observe-se que embora as curvas sejam ligeiramente diferentes, os valores das componentes do desvio angular são da mesma ordem de grandeza. Uma das possíveis causas desta ligeira diferença é que, para cada eixo, as observações dos sensores solar e de horizonte infravermelho tem níveis e precisão diferentes de informação.

#### 4.3.3 - RESULTADOS DO "CONTROLADOR"

As Figuras 4.9 a 4.14 são apresentadas com a finalidade de se avaliar o desempenho do "controlador" em relação às especificações em deslocamento. A análise destas figuras mostra que a solução formulada é capaz de realizar as funções a) e b) descritas anteriormente, com respeito às especificações em deslocamento angular.

Para a representação de cada ângulo serão usadas duas figuras. Na primeira, de índice a, será mostrado o valor real do ângulo determinado pelo procedimento proposto. Na outra figura, de índice b, serão estabelecidos os limites para os valores das curvas, de modo a possibilitar uma melhor visualização dos valores em regime permanente.

Para os ângulos  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ , que são calculados em valor absoluto, é estabelecido como limite superior 1 grau.

Para os ângulos  $\gamma_3$ ,  $\gamma_4$ ,  $\gamma_5$  e  $\gamma_6$  são estabelecidos como limite inferior e superior, respectivamente, os valores de  $89^{\circ}$  e  $91^{\circ}$ .

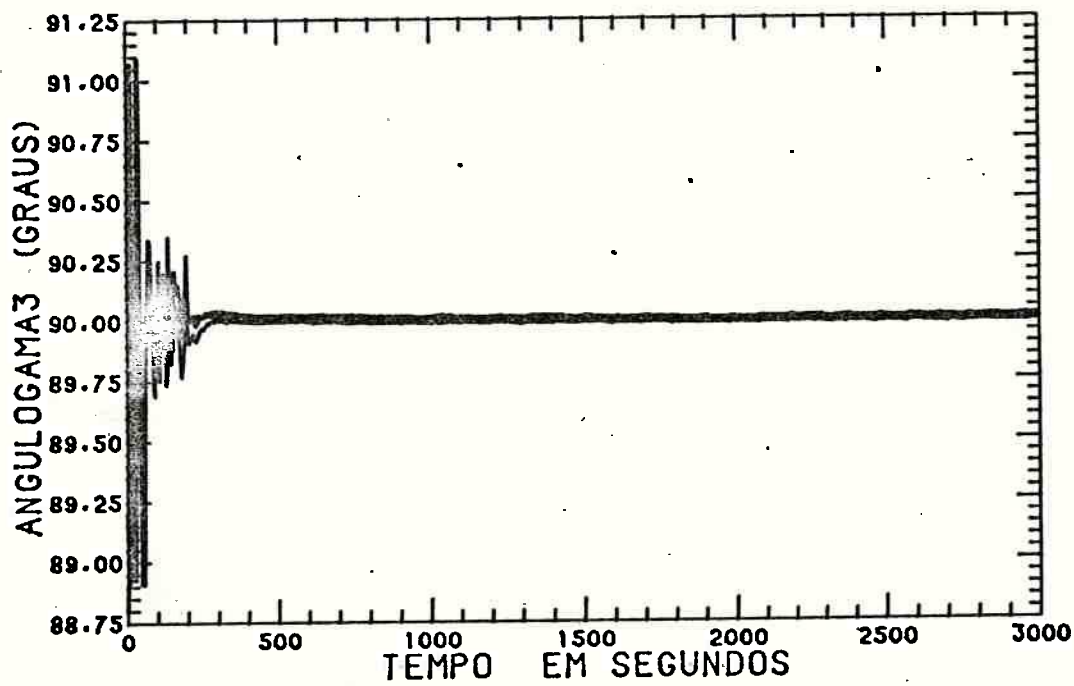
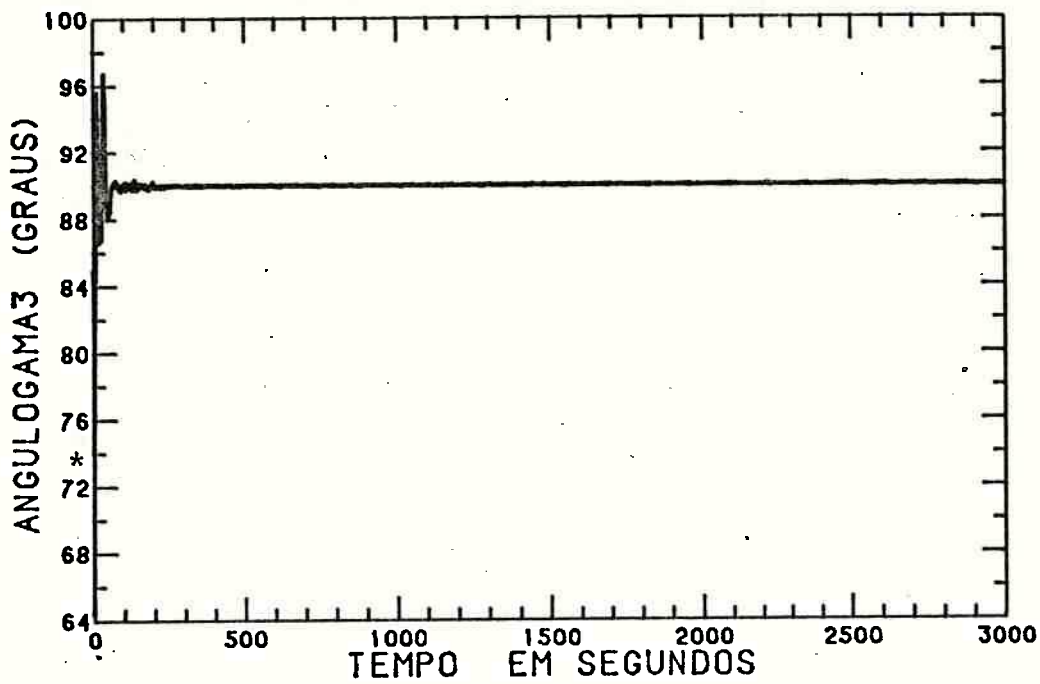


Fig. 4.9 - Ângulo  $\gamma_3$ .

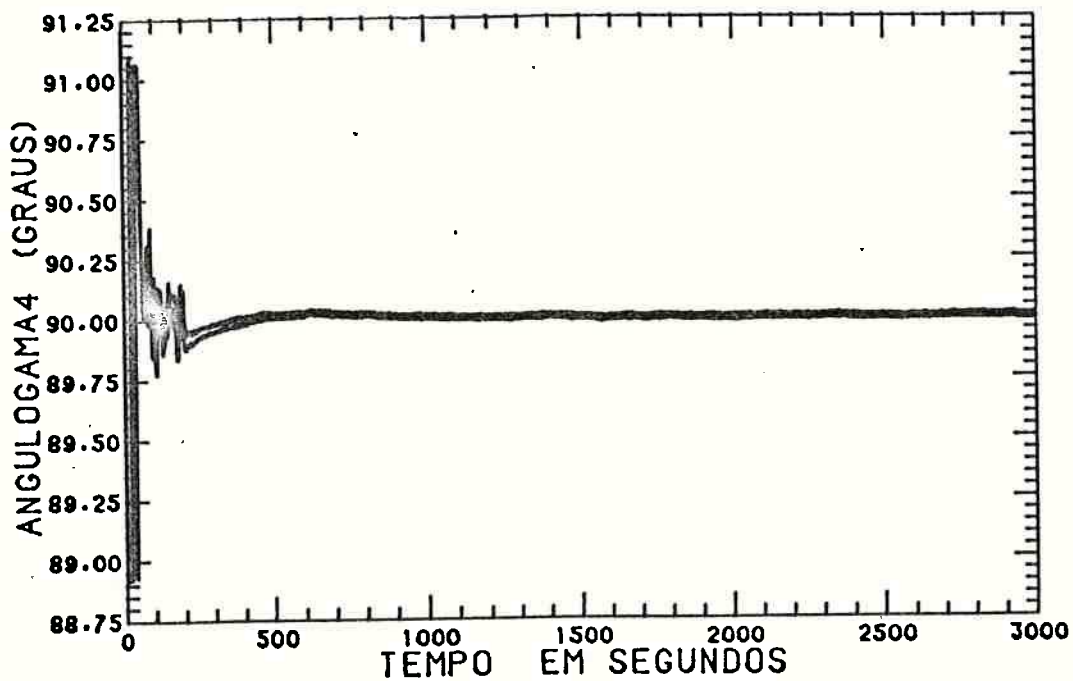
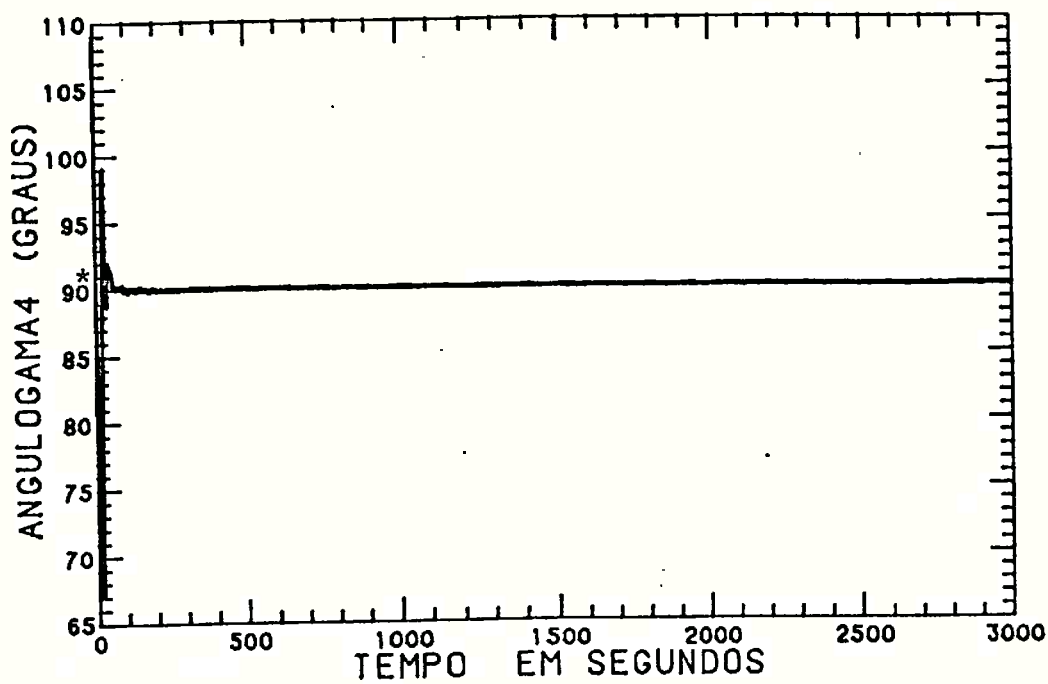


Fig. 4.10 - Ângulo  $\gamma_4$ .

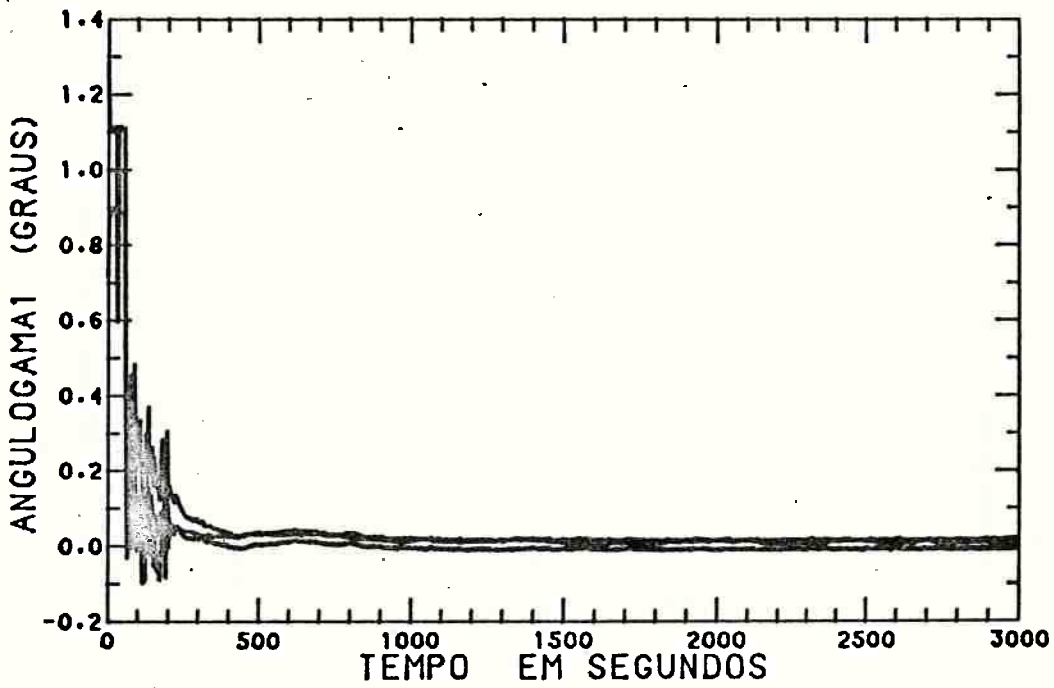
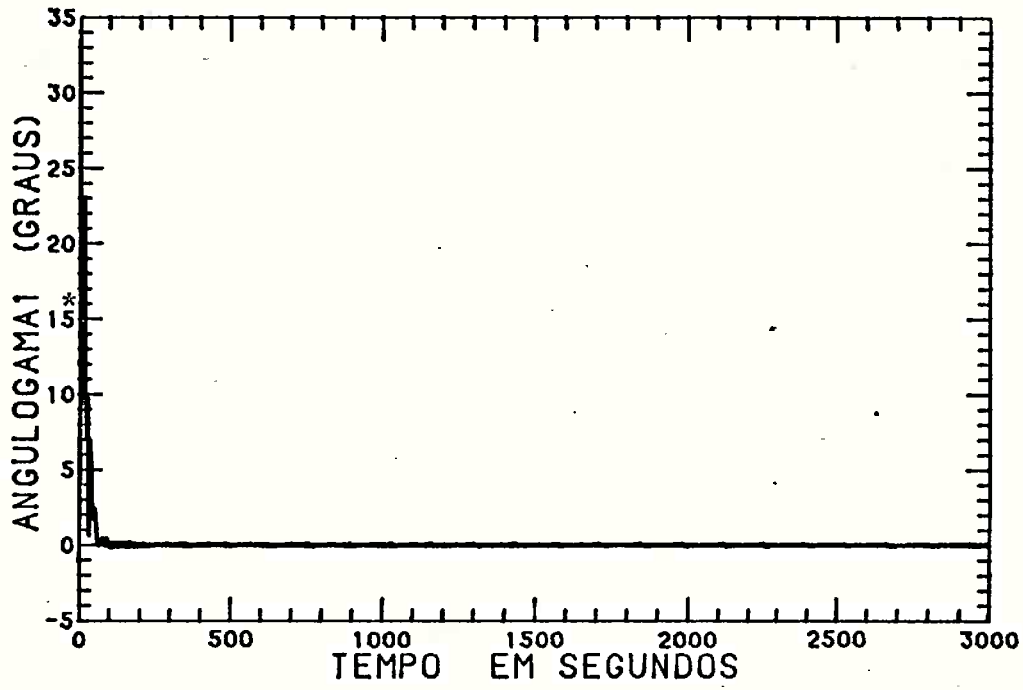


Fig. 4.11 - Ângulo  $\gamma_1$ .

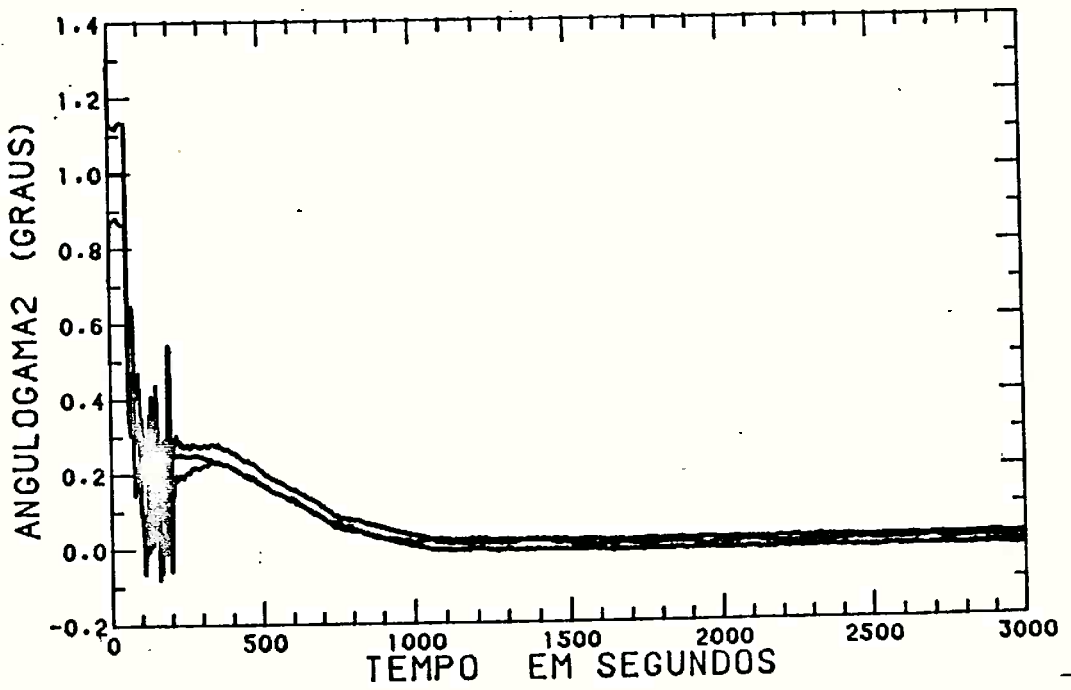
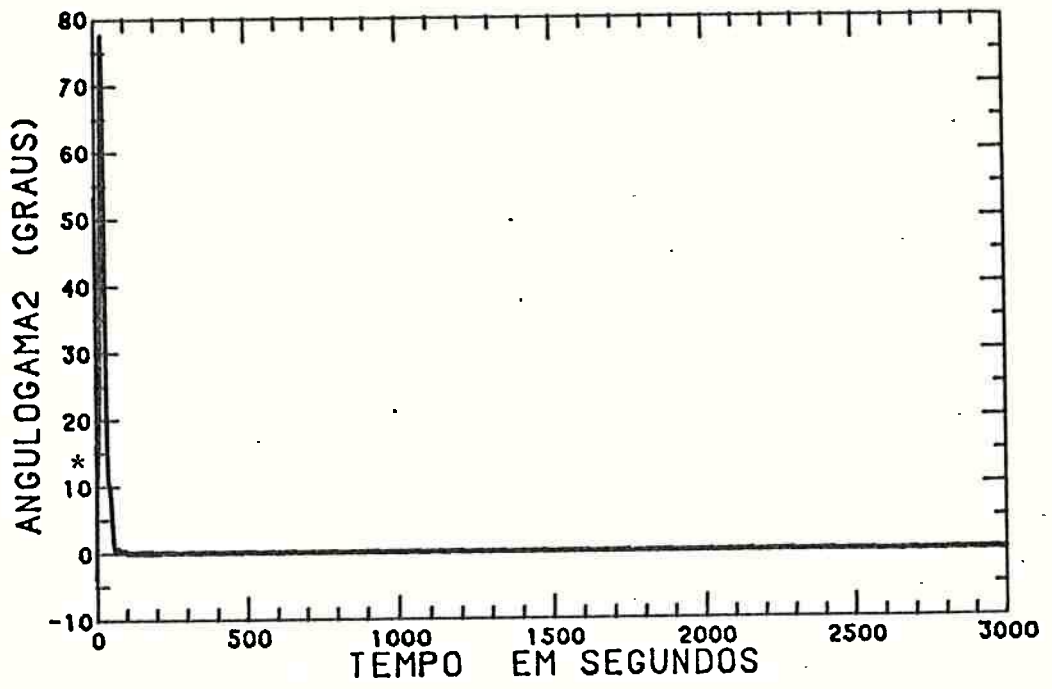


Fig. 4.12 - Ângulo  $\gamma_2$ .

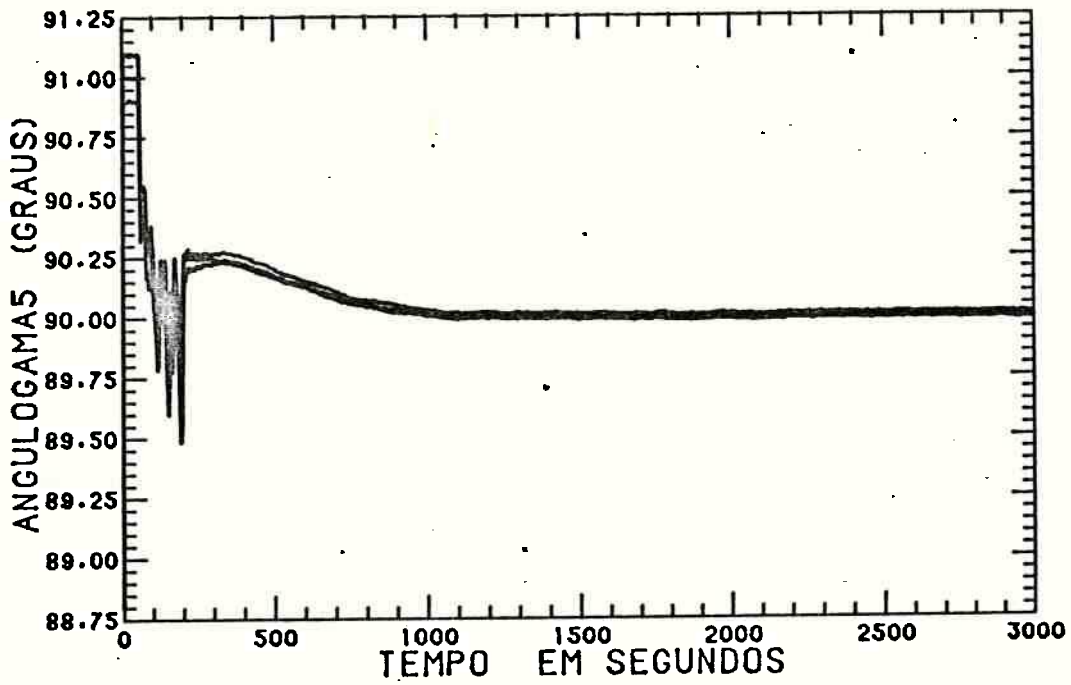
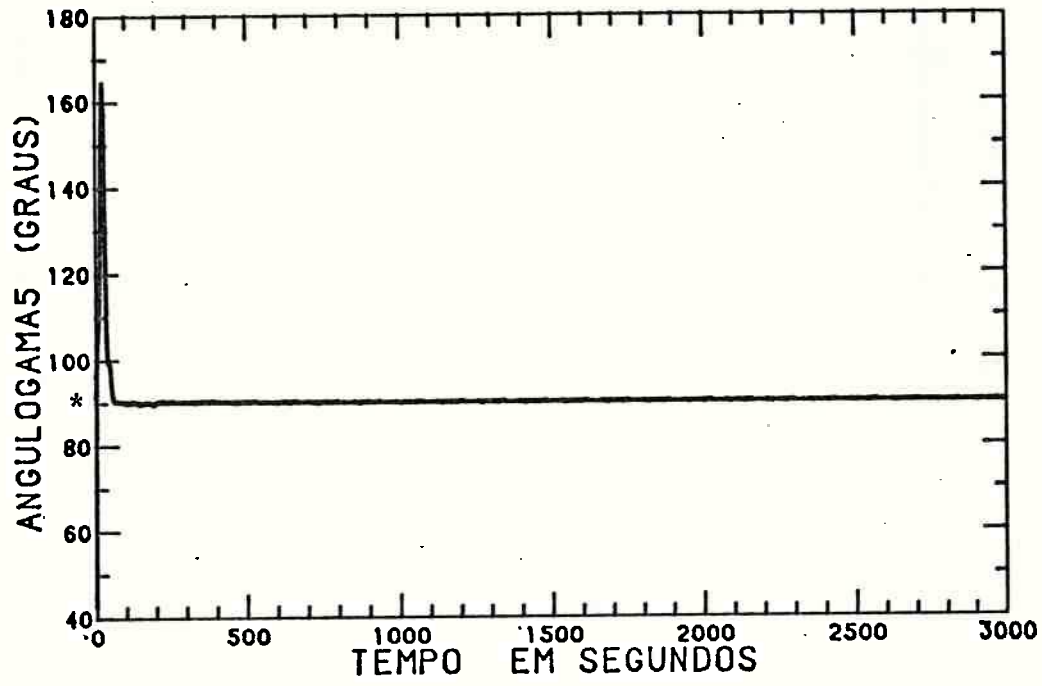


Fig. 4.13 - Ângulo  $\gamma_s$ .

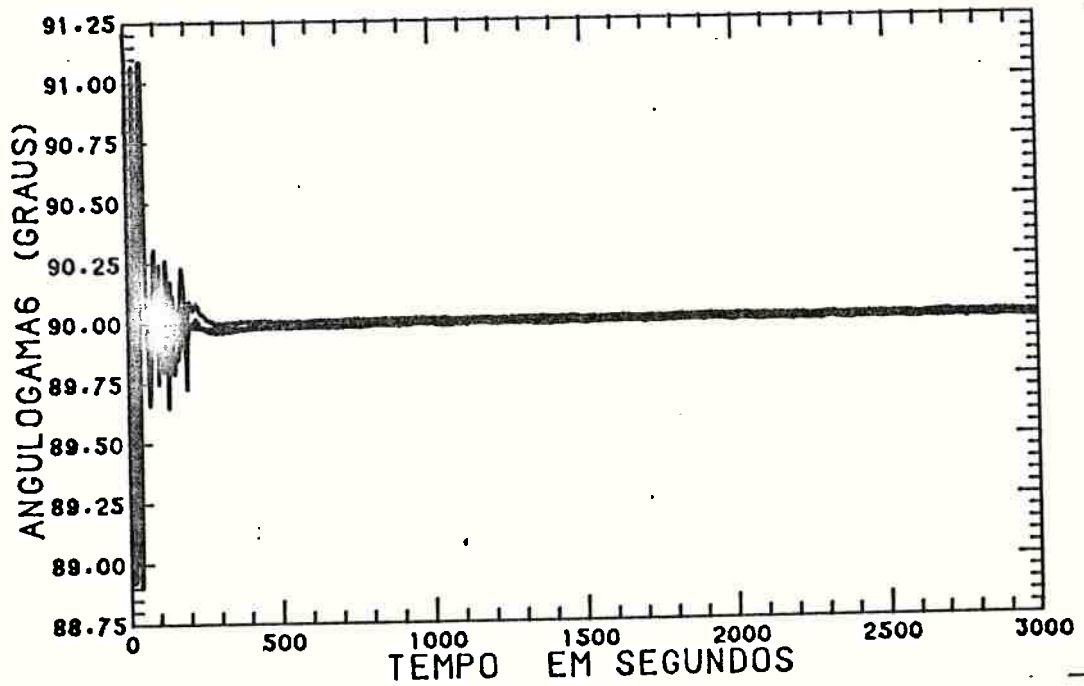
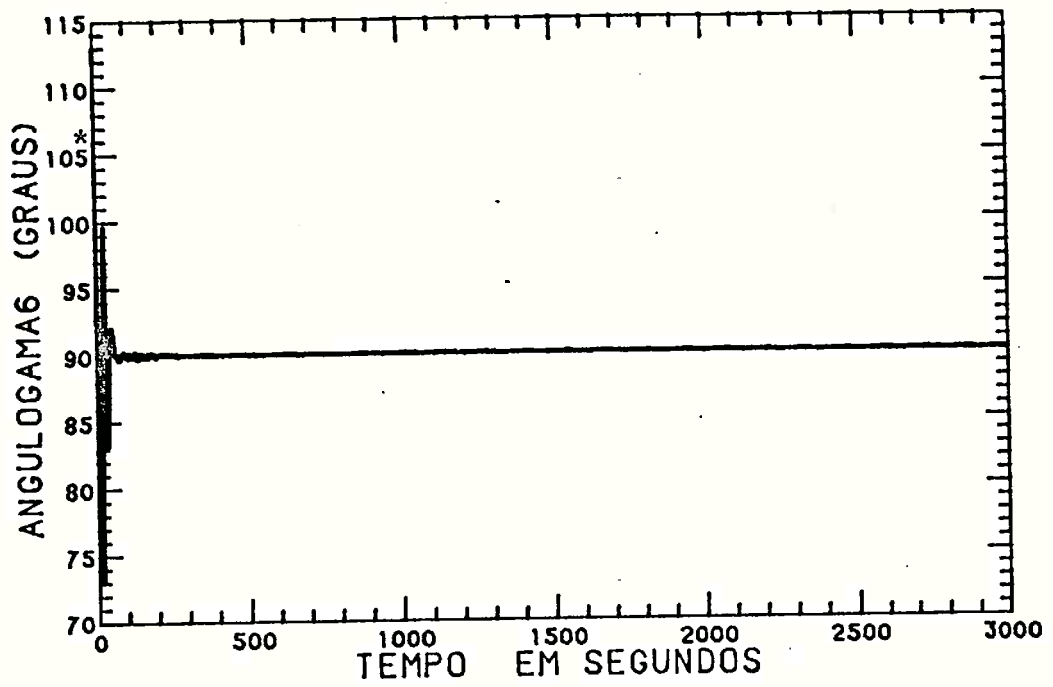


Fig. 4.14 - Ângulo  $\gamma_6$ .

Em cada figura são traçadas três curvas, correspondendo aos valores de:

$$\gamma_i, \hat{\gamma}_i + \delta\gamma_i \text{ e } \hat{\gamma}_i - \delta\gamma_i,$$

onde:

- $\gamma_i$  são os ângulos calculados com a substituição do vetor de estado "verdadeiro" simulado, com a aplicação do vetor de controle U, nas seguintes equações (deduzidas a partir das Equações 3.31, 3.32, 3.33, 3.34 e 3.35):

$$\gamma_1 = \cos^{-1}[g_1(X)],$$

$$\gamma_2 = \cos^{-1}[g_2(X)],$$

$$\gamma_3 = \cos^{-1}[\psi_1(X)],$$

(4.27)

$$\gamma_4 = \cos^{-1}[\psi_2(X)],$$

$$\gamma_5 = \cos^{-1}[\psi_3(X)],$$

$$\gamma_6 = \cos^{-1}[\psi_4(X)];$$

- $\hat{\gamma}_i$  são os valores estimados dos ângulos  $\gamma_i$ , obtidos com a substituição do vetor de estado estimado nas Equações 4.27;
- $\delta\gamma_i$  é a precisão na estimativa de  $\gamma_i$ , sendo que  $\delta\gamma_1$  e  $\delta\gamma_2$  são calculados pelas Equações 4.13 e 4.14 e  $\delta\gamma_3$ ,  $\delta\gamma_4$ ,  $\delta\gamma_5$  e  $\delta\gamma_6$ , pela análise das Equações 3.36, 3.37 e 3.40 são calculados pelas relações:

$$\delta\gamma_3 = \delta\theta_2,$$

$$\delta\gamma_4 = \delta\theta_1,$$

(4.28)

$$\delta\gamma_5 = \delta\theta_3,$$

$$\delta\gamma_6 = \delta\theta_2.$$



Observando-se as figuras verifica-se, facilmente, que as três curvas pouco diferem, confirmando que as estimativas do vetor de estado são boas.

O símbolo \* incluído nas figuras indica o valor de  $\gamma_i$  no instante inicial da simulação.

Analisando-se a Figura 4.9, onde estão traçadas as curvas de  $\gamma_3$ ,  $\hat{\gamma}_3 + \delta\gamma_3$  e  $\hat{\gamma}_3 - \delta\gamma_3$ , verifica-se, facilmente, que as condições expressas pelas Relações 3.39 e 3.40:

$$89,5^\circ \leq \gamma_3 \leq 90,5^\circ ,$$

$$89,5^\circ \leq \hat{\gamma}_3 \pm \delta\gamma_3 = 90^\circ + \hat{\theta}_2 \pm \delta\theta_2 \leq 90,5^\circ ,$$

são amplamente satisfeitas alcançando-se para  $\theta_2$  desvio angular inferior a  $0,1^\circ$  em regime permanente.

Analisando as Figuras 4.10, 4.11, 4.12, 4.13 e 4.14 verifica-se, facilmente, que as demais condições expressas pelas Relações 3.39 e 3.40:

$$-0,5^\circ \leq \gamma_1 \leq 0,5^\circ ,$$

$$-0,5^\circ \leq \gamma_2 \leq 0,5^\circ ,$$

$$89,5^\circ \leq \gamma_4 \leq 90,5^\circ ,$$

$$89,5^\circ \leq \gamma_5 \leq 90,5^\circ ,$$

$$89,5^\circ \leq \gamma_6 \leq 90,5^\circ ,$$

$$-0,5^\circ \leq \hat{\gamma}_1 \pm \delta\gamma_1 \leq 0,5^\circ ,$$

$$-0,5^\circ \leq \hat{\gamma}_2 \pm \delta\gamma_2 \leq 0,5^\circ ,$$

$$89,5^\circ \leq \hat{\gamma}_4 \pm \delta\gamma_4 \leq 90,5^\circ ,$$

$$89,5^\circ \leq \hat{\gamma}_5 \pm \delta\gamma_5 \leq 90,5^\circ ,$$

$$89,5^\circ \leq \hat{\gamma}_6 \pm \delta\gamma_6 \leq 90,5^\circ ,$$

são amplamente satisfeitas.

A análise das Figuras 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13 e 4.14 mostra que as especificações em deslocamento são atendidas.

As Figuras 4.15 a 4.17 são apresentadas com a finalidade de se avaliar o desempenho do "controlador" em relação às especificações em velocidade. A análise destas figuras mostra que a solução formulada é capaz de realizar as funções a) e b) descritas anteriormente, com respeito as especificações em velocidade.

Para apresentação dos resultados de velocidade foi utilizado o mesmo procedimento empregado com as variáveis que representam deslocamento. Assim, são utilizadas duas figuras, a primeira na qual se apresenta os valores reais que as componentes da velocidade apresentam, e a segunda onde são estabelecidas faixas limites de variação.

Os limites para as componentes da velocidade foram estabelecidas entre  $-0,01$  graus/S e  $0,01$  graus/s e o limite superior para a precisão na estimativa da componente da velocidade foi de  $0,0025$  graus/s.

As figuras mostram três curvas correspondendo a

$$\psi_i(X) \quad , \quad \psi_i(\hat{X}) + \delta\psi_i \quad , \quad \psi_i(\hat{X}) - \delta\psi_i \quad , \quad i = 7,8,9 \quad ,$$

onde:

-  $\psi_i(\hat{X})$  é a estimativa de  $\psi_i(X)$  calculado através das relações,

$$\psi_7(\hat{X}) = \hat{w}_x \quad ,$$

$$\psi_8(\hat{X}) = \hat{w}_z \quad , \tag{4.29}$$

$$\psi_9(\hat{X}) = \hat{w}_y - \frac{V_S}{|ST|} \quad ;$$

-  $\delta\psi_i$  é a precisão da estimativa de  $\psi_i(X)$  obtido pelas relações

$$\delta\psi_7 = DELW_1 \quad ,$$

$$\delta\psi_8 = DELW_3 \quad , \tag{4.30}$$

$$\delta\psi_9 = DELW_2 \quad .$$

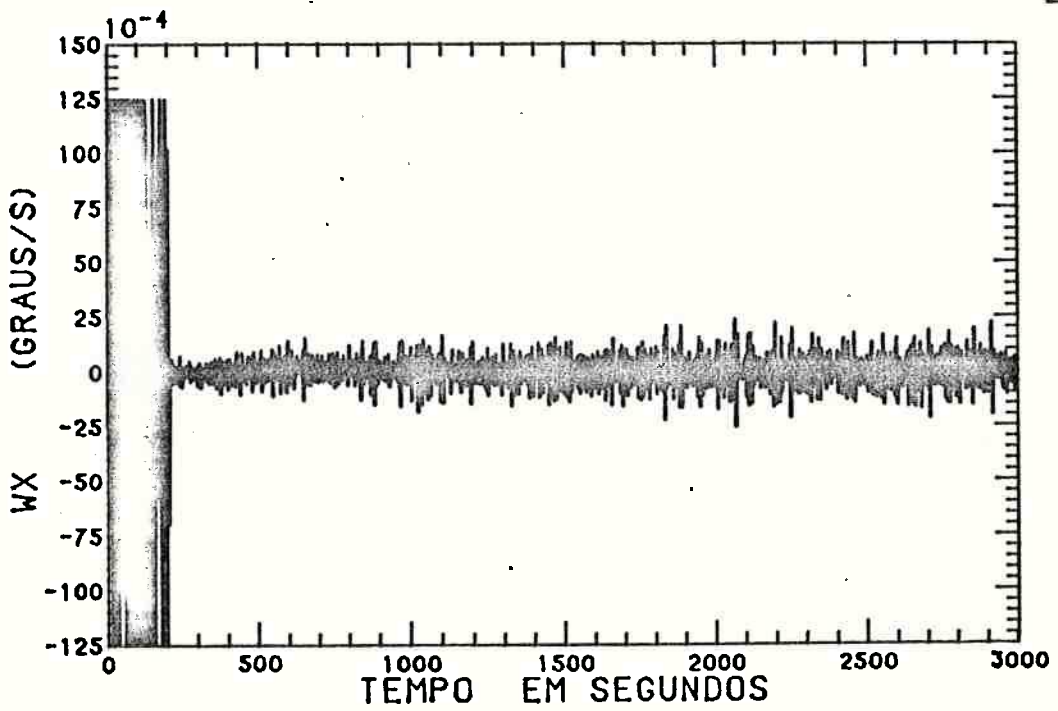
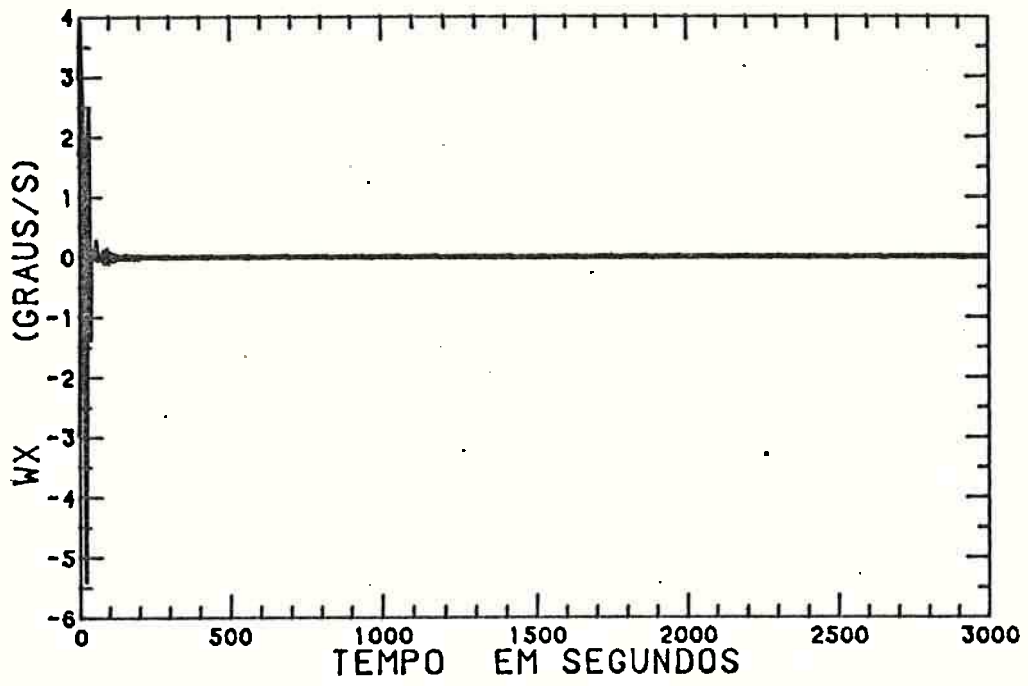


Fig. 4.15 - Valor de  $\psi_7(X) = w_x$ .

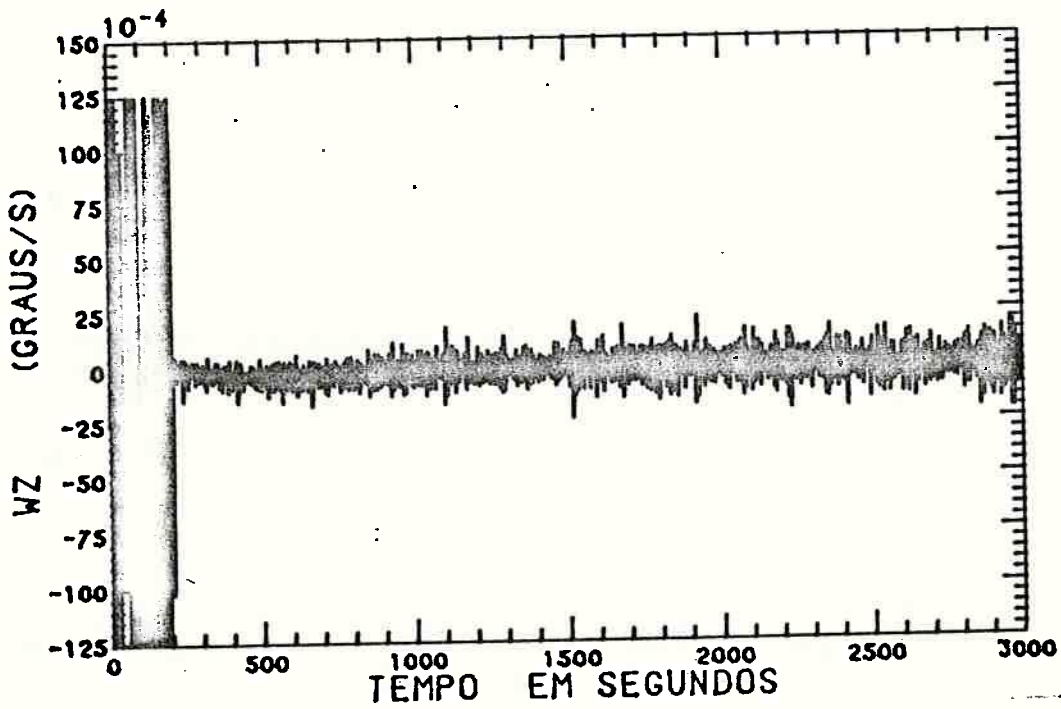
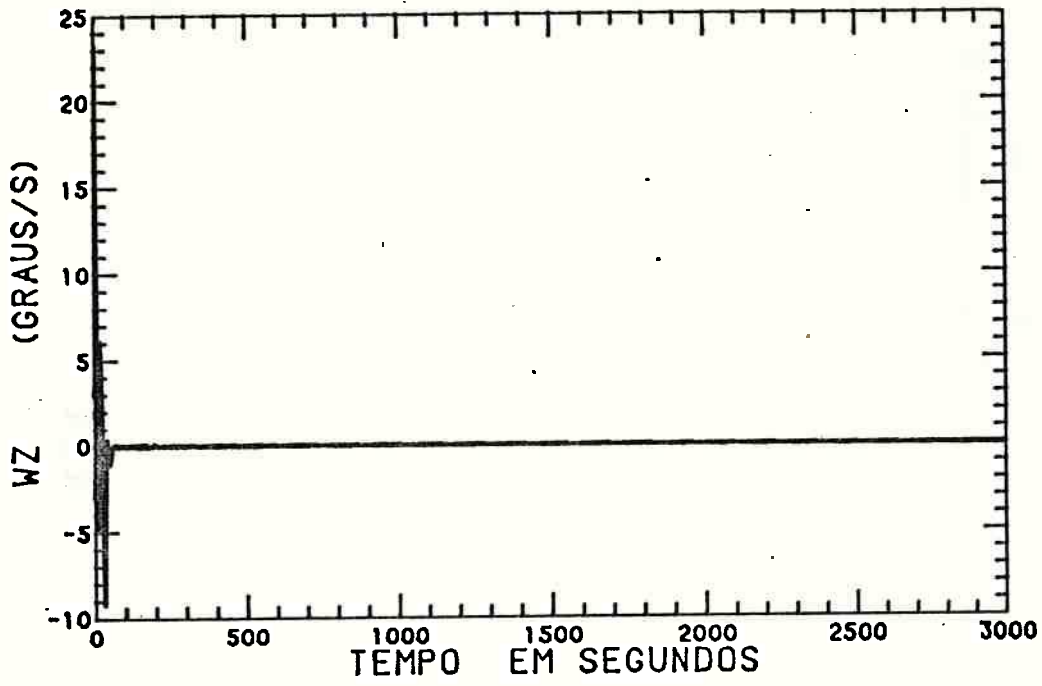


Fig. 4.16 - Valor de  $\psi_8(X) = w_z$ .

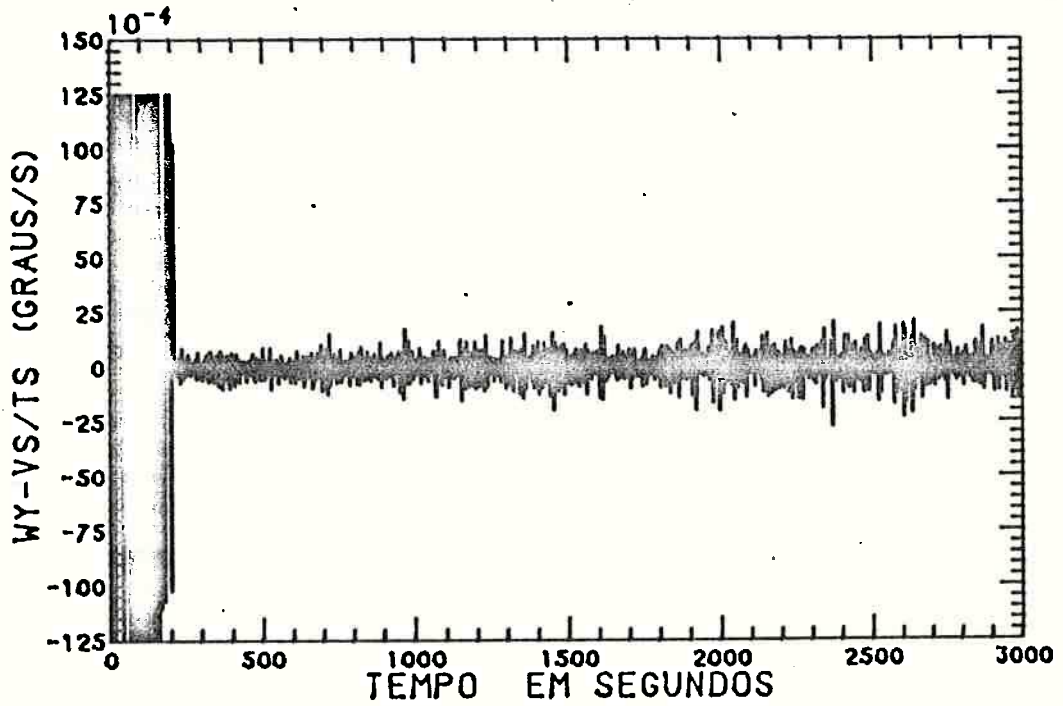
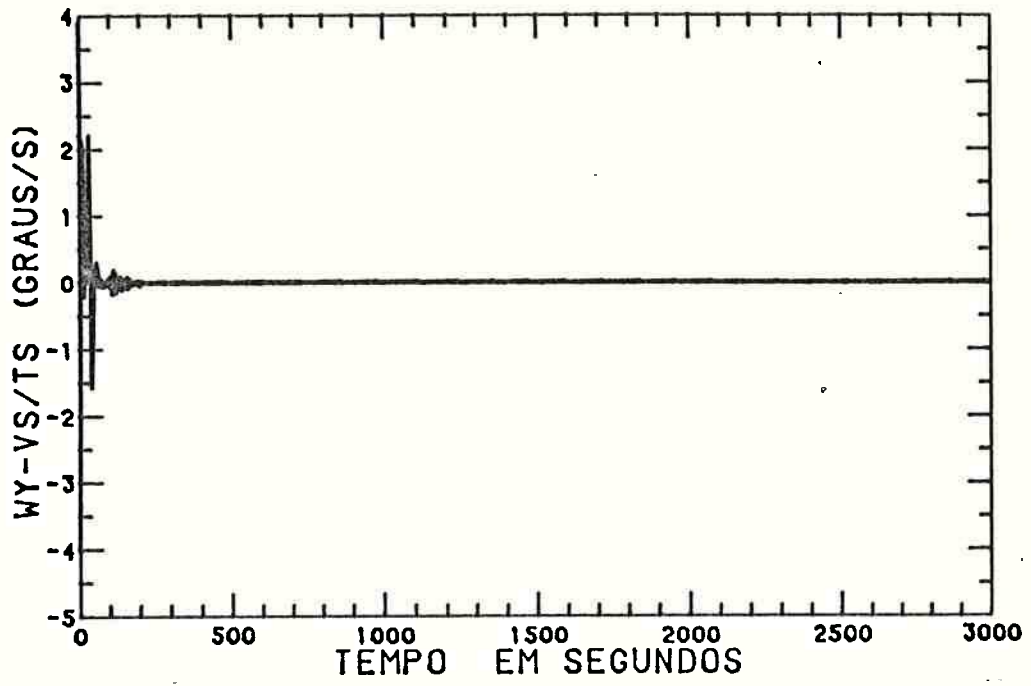


Fig. 4.17. - Valor de  $\psi_9(X) = w_y - V_S / |ST|$ .

Observando-se as figuras verifica-se, facilmente, que as três curvas pouco diferem comprovando que as estimativas do vetor de estado são boas.

A análise das Figuras 4.15, 4.16 e 4.17 mostra que são satisfeitas as condições expressas pelas Equações 3.42:

$$- 0,0065 \text{ graus/s} \leq \psi_7(X) = w_x \leq 0,0065 \text{ graus/s} ,$$

$$- 0,01 \text{ graus/s} \leq \psi_8(X) = w_z \leq 0,01 \text{ graus/s} ,$$

$$-0,0065 \text{ graus/s} \leq \psi_9(X) = w_y - \frac{V_S}{|ST|} \leq 0,0065 \text{ graus/s} ,$$

e também as condições expressas pelas Equações 3.43:

$$-0,0065 \text{ graus/s} \leq \hat{w}_x \pm DELW_1 \leq 0,0065 \text{ graus/s} ,$$

$$-0,01 \text{ graus/s} \leq \hat{w}_z \pm DELW_3 \leq 0,01 \text{ graus/s} , \quad (4.31)$$

$$-0,0065 \text{ graus/s} \leq \hat{w}_y - \frac{V_S}{|ST|} \pm DELW_2 \leq 0,0065 \text{ graus/s} .$$

Verifica-se, portanto, que são atendidas todas as especificações em velocidade. Em consequência, todas as especificações de controle são satisfeitas concluindo-se que o procedimento proposto é capaz de realizar as funções estabelecidas para o SCA.

A Figura 4.18 apresenta, os valores, em Nm, dos torques do vetor de controle,

$$U^T = (U_x, U_y, U_z)^T , \quad (4.32)$$

calculados pelo controlador e suposto disponíveis instantaneamente para serem aplicado ao modelo matemático do satélite.

Observe-se que as curvas da Figura 4.18b são limitadas entre os valores  $\pm 0,05$  Nm.

Ressalte-se que o máximo valor calculado para as componentes do vetor de controle, no regime transitório, é de 4.13 Nm.

Após decorridos 200 segundos de simulação os valores das componentes se situam numa faixa entre  $10^{-3}$  a  $10^{-5}$  Nm.

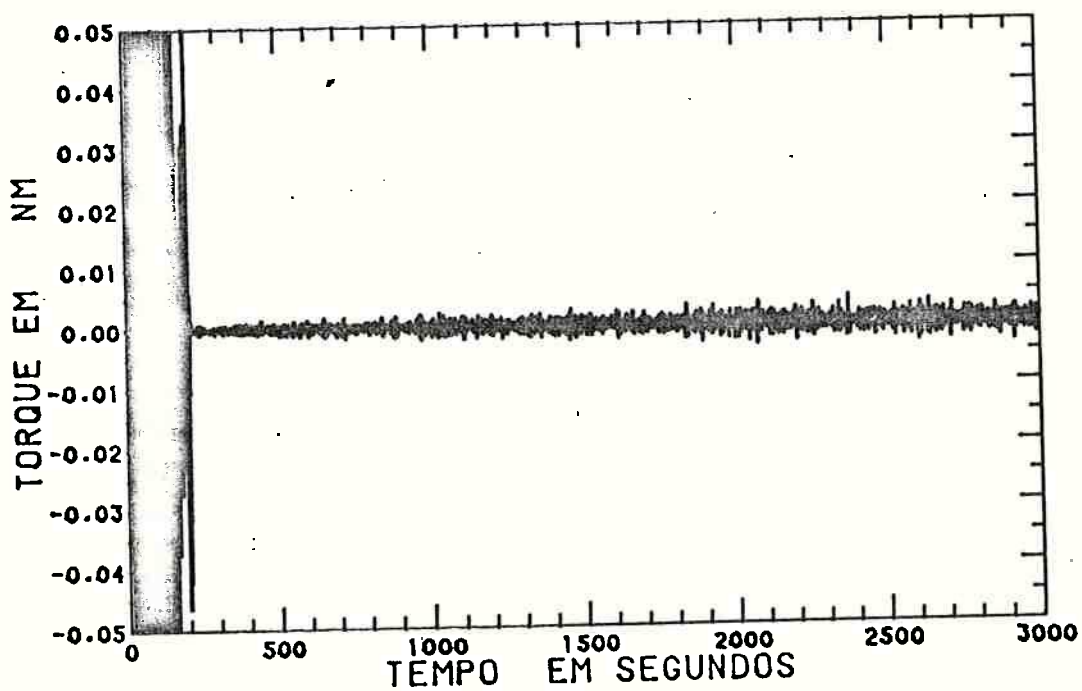
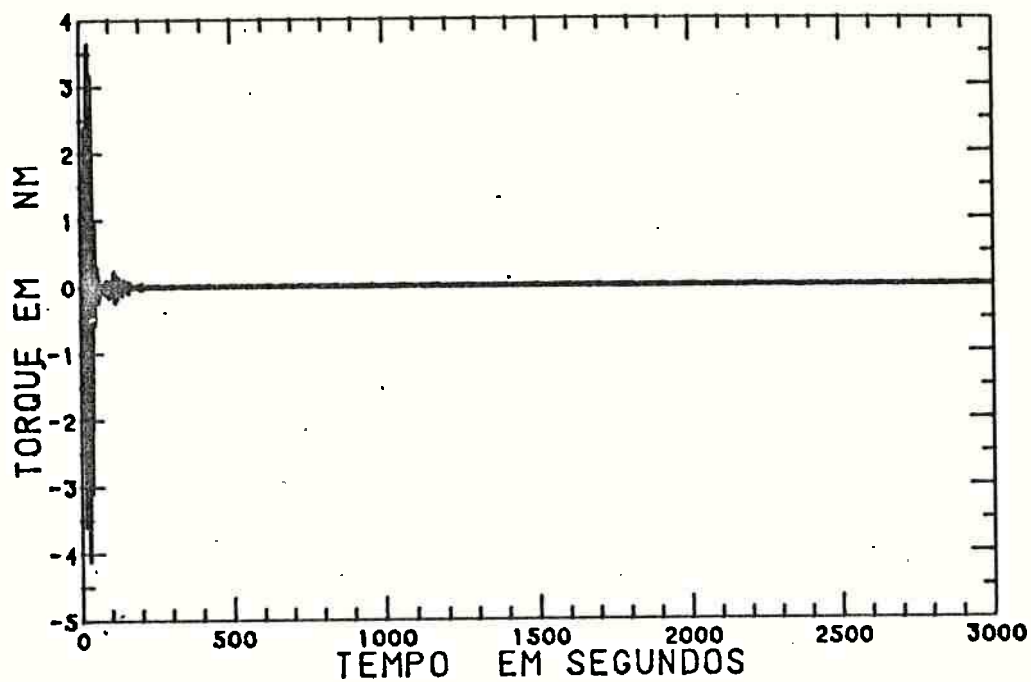


Fig. 4.18 - Torque de controle.

De acordo com a literatura disponível existem atuadores que fornecem torques com esta ordem de grandeza - Wertz (1) e Lopes de Oliveira e Souza (2).

Segundos Wertz (1) a espaçonave "International Ultraviolet Explorer (IUE)" utilizou jatos de gás para controle de órbita e atitude que chegam a proporcionar torques da ordem de 20 Nm.

#### 4.4 - SEGUNDO TESTE

O primeiro teste mostrou a capacidade da solução formulada de realizar as funções a) e b) descritas anteriormente.

Este teste tem a finalidade de, além de comprovar a capacidade da solução formulada de realizar as funções a) e b) descritas anteriormente (que era o objetivo do trabalho), mostrar que a solução formulada é capaz de realizar também a função c).

São apresentadas inicialmente as condições em que foi realizado este teste e depois os resultados obtidos.

##### 4.4.1 - CONDIÇÕES PARA O SEGUNDO TESTE

Para a aplicação deste teste considerou-se um período de 1000 segundos, de simulação de atitude, correspondendo ao período de 16/05/72, 0hr, 0min e 0 segundos até 16/05/72, 0hr, 16min e 40 segundos.

Para comprovar a capacidade da solução formulada de realizar a função c) escolheu-se o Sistema Móvel, Gxyz, de modo que a atitude adotada pelo satélite, quando atendendo as especificações em deslocamento seja diferente da atitude adotada no primeiro teste e correspondendo, por exemplo, a uma atitude de "sobrevivência".

Assim, escolheu-se o sistema Gxyz coincidente com o sistema  $Gx_1x_2x_3$ . Observe-se que desta maneira o satélite, quando controlado, se desloca na direção de  $x_1$  e não mais na direção de  $x_2$  e que o eixo  $x_3$  está direcionado em sentido contrário ao seu modo de operação.

O valor "verdadeiro" do vetor de estado no instante inicial é dado por:



$$\bar{x}^T(t_0) = (0,05; 0,05; 0,05; 0,7071; 0; 0; -0,7071)^T, \quad (4.33)$$

onde os valores das componentes de  $\Omega$  são dados em rd/s.

O valor inicial da estimativa do vetor de estado estendido foi adotado como:

$$\bar{z}^T(t_0) = (0; 0; 0; 0,7; 0,1; 0,1; -0,7; 0; 0; 0). \quad (4.34)$$

A matriz de covariância inicial do vetor de estado estendido é dado por:

$$\begin{aligned} P_{i,i}(t_0) &= 0,003, & i &= 1,2,3, \\ P_{i,i}(t_0) &= 0,01, & i &= 4,5,6,7, \\ P_{i,i}(t_0) &= 4.E-12, & i &= 8,9,10, \\ P_{i,j}(t_0) &= 0, & i &\neq j. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Os valores da matriz B (Equações 2.54), da matriz  $P^S(t_0)$  e dos coeficientes  $\alpha_i$  são aqueles dados na Seção 4.3.

#### 4.4.2 - RESULTADOS DO "ESTIMADOR"

As Figuras 4.19, 4.20, 4.21 e 4.22 são apresentadas com a finalidade de se avaliar o desempenho do filtro.

Os comentários e análises feitos na Seção 4.3.2 são válidos para esta seção, reportando-se, porém, às Figuras 4.19, 4.20, 4.21 e 4.22.

Pode-se ver pelas figuras que o filtro tem bom desempenho, não apresentando sinais de divergência e obtendo precisões nas estimativas de acordo com  $\sigma_S$  e  $\sigma_G$ .

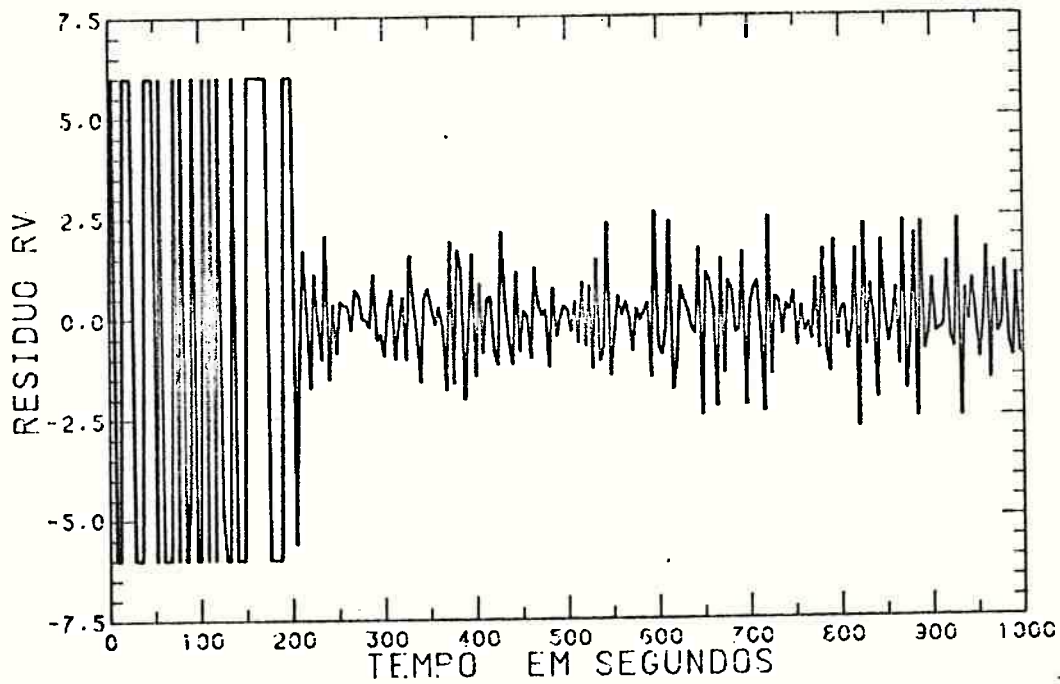
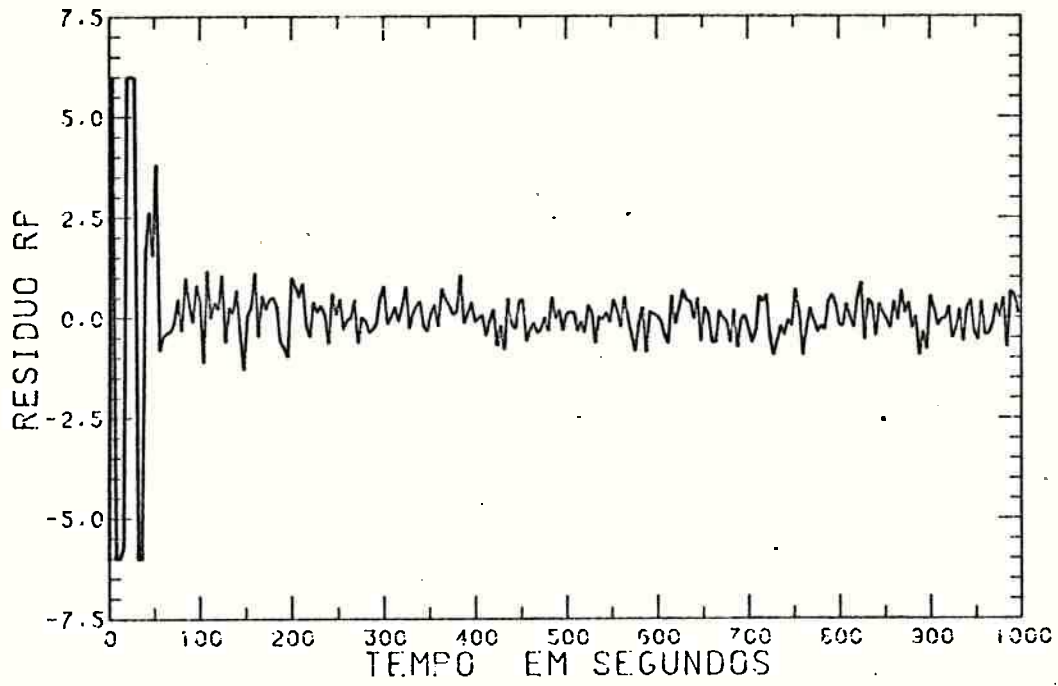


Fig. 4.19 - Resíduos normalizados, 20 teste.

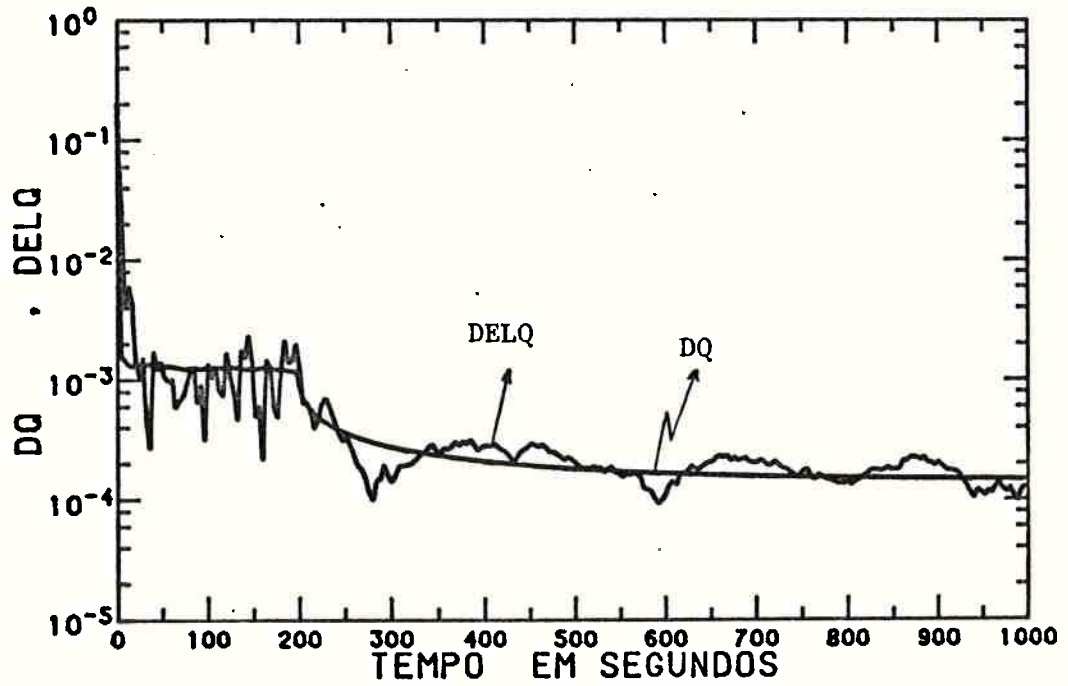
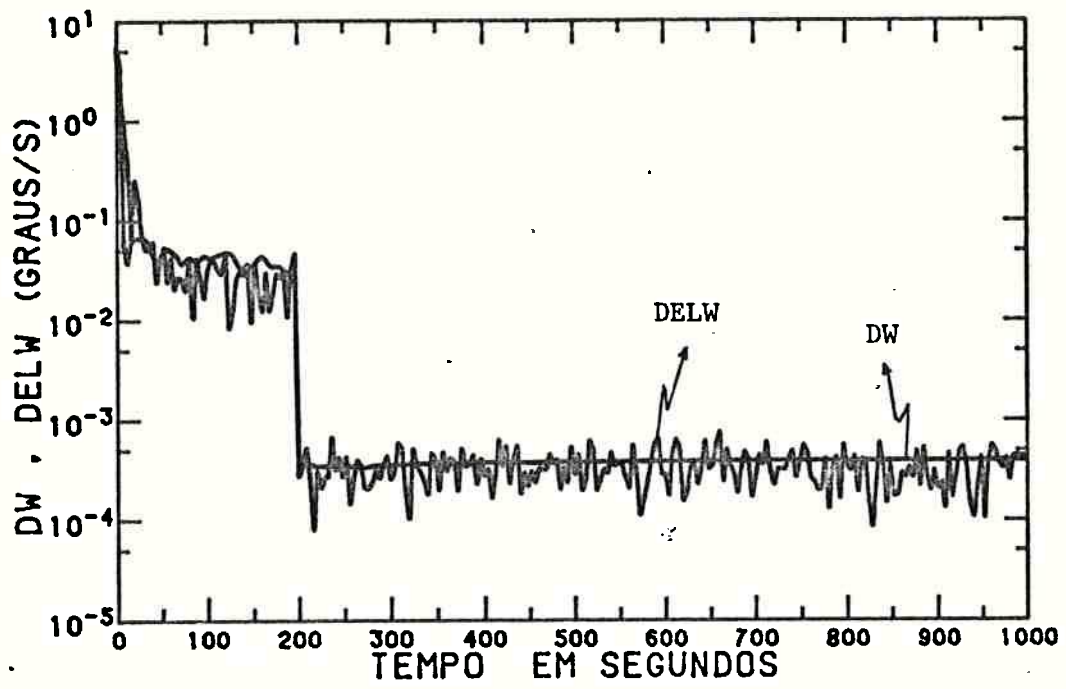


Fig. 4.20 - Erros nas estimativas, 2º teste.

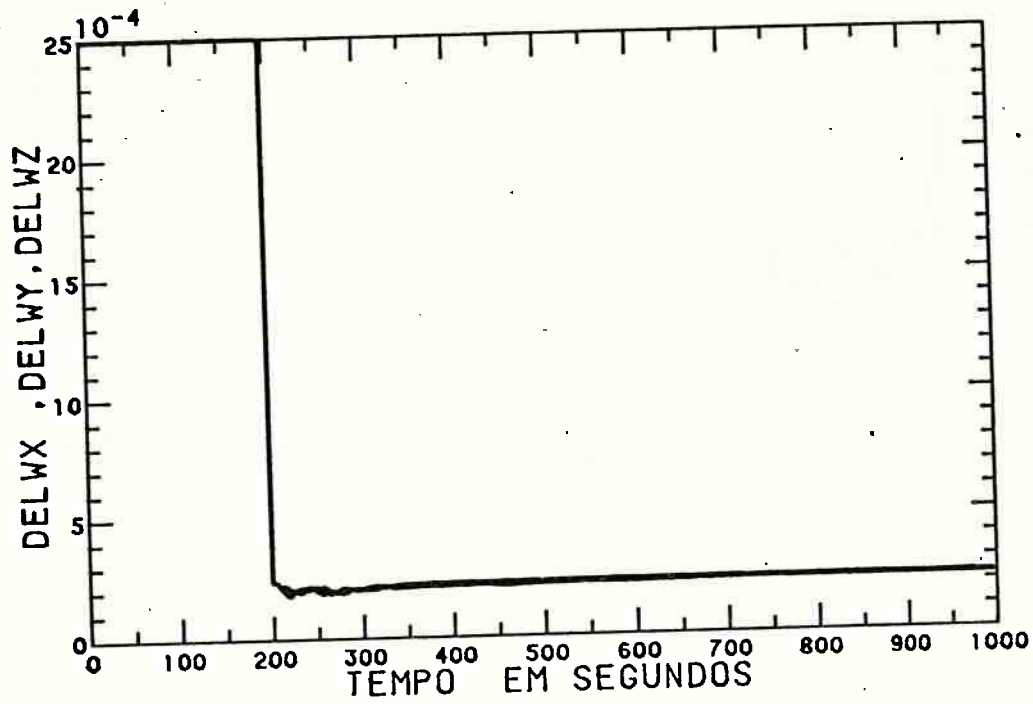


Fig. 4.21 - Erros nas componentes de  $\vec{\Omega}$ , 2ª teste.

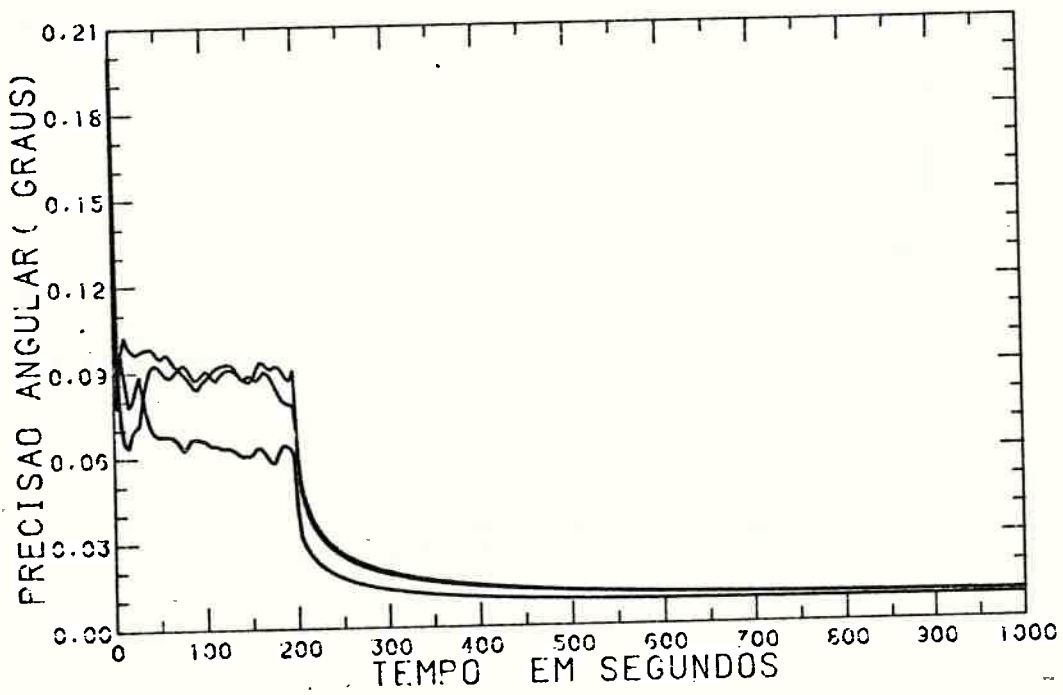


Fig. 4.22 - Desvio angular  $\Delta\theta$ , 2ª teste.

#### 4.4.3 - RESULTADOS DO "CONTROLADOR"

As Figuras de 4.23 a 4.31 são apresentadas com a finalidade de se avaliar o desempenho do "controlador" em relação as especificações em deslocamento e velocidade.

Aqui, também, se utiliza duas figuras para representar os ângulos e as relações  $\psi_7(X)$ ,  $\psi_8(X)$  e  $\psi_9(X)$ . Em cada figura são traçadas três curvas de maneira análoga à descrita para o primeiro teste.

Os comentários e análises feitos na Seção 4.3.3 são válidos para esta seção, reportando-se, porém, às Figuras de 4.23 a 4.31.

Os resultados mostram que a solução proposta é capaz de realizar as funções a), b) e c) descritas anteriormente.

A Figura 4.32 apresenta os valores determinados para o vetor de controle,

$$U^T = (U_x, U_y, U_z)^T,$$

os quais são supostos disponíveis instantaneamente para serem aplicados ao modelo matemático do satélite.

Neste teste os valores máximos para as componentes do vetor de controle superam os valores determinados no primeiro teste. Isto justifica-se pelas condições iniciais que são bem mais adversas, como pode-se verificar pelas figuras. Os valores máximos determinados foram de 8.40 Nm. Após 250 segundos de simulação os valores das componentes são da ordem de  $10^{-3}$  a  $10^{-5}$  Nm.

De acordo com a literatura disponível existem atuadores que fornecem torques com esta ordem de grandeza - Wertz (1) e Lopes de Oliveira e Souza (2).

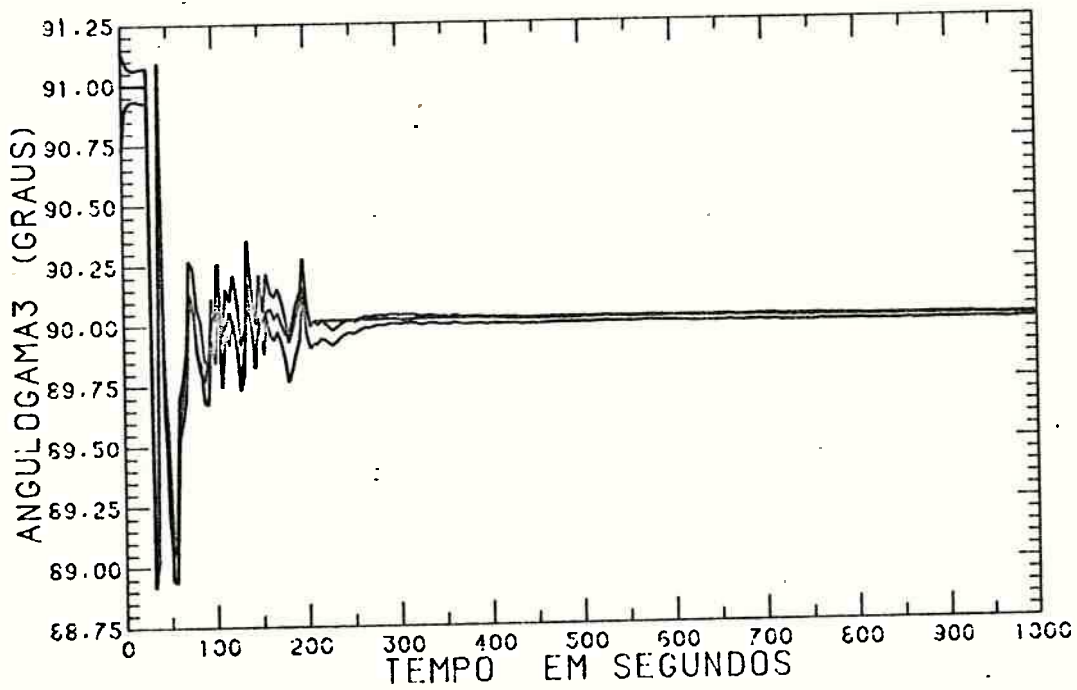
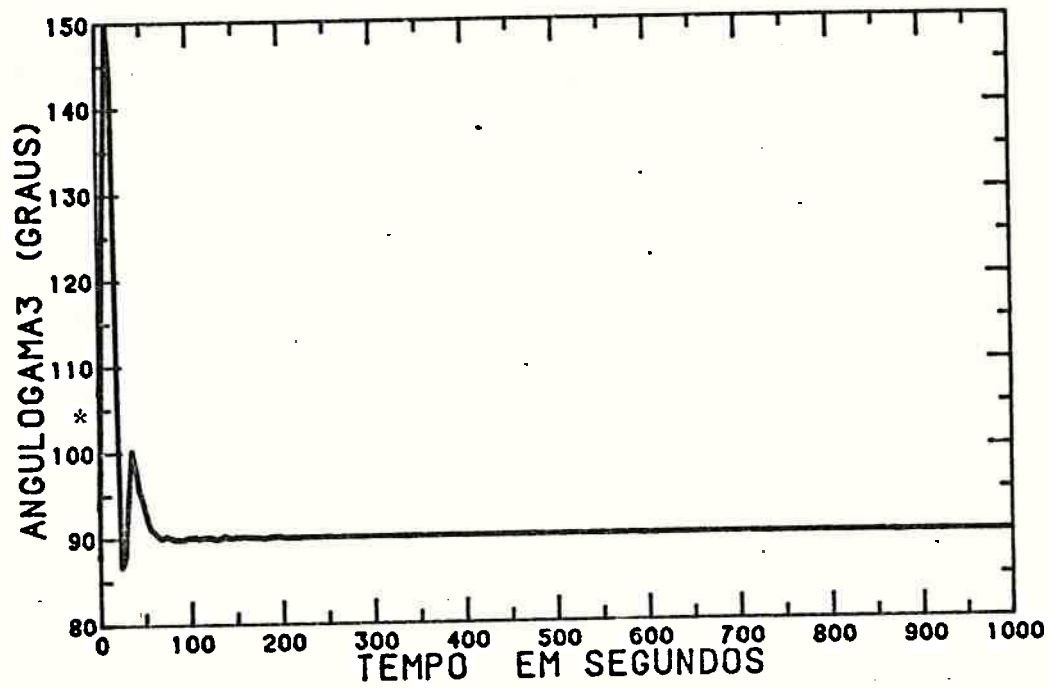


Fig. 4.23 - Ângulo  $\gamma_3$ .

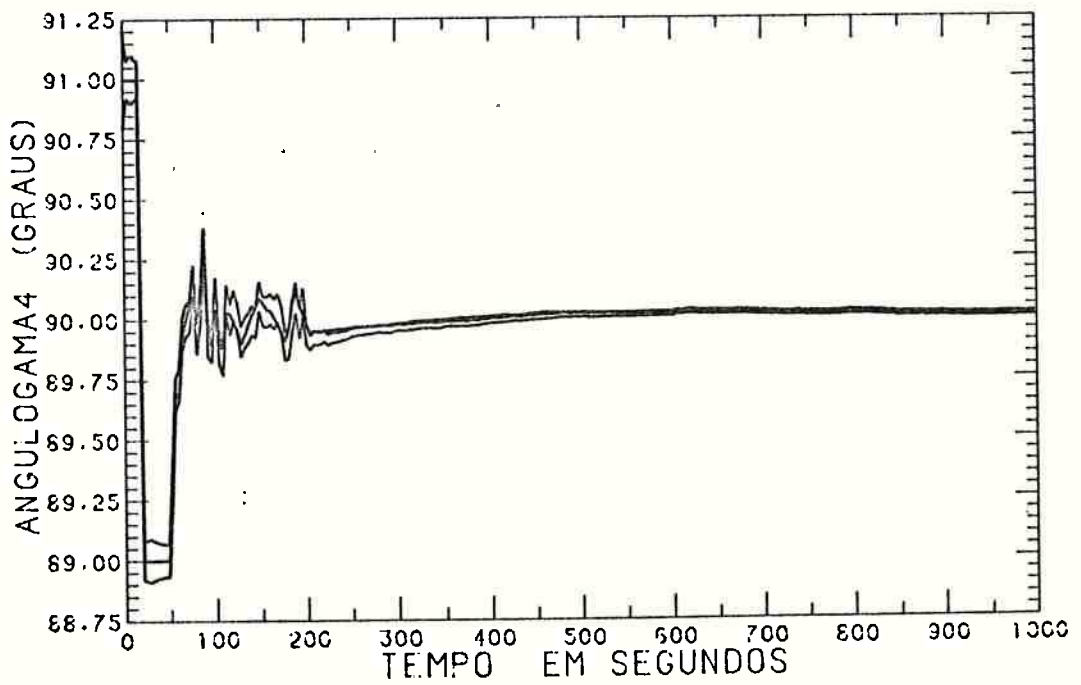
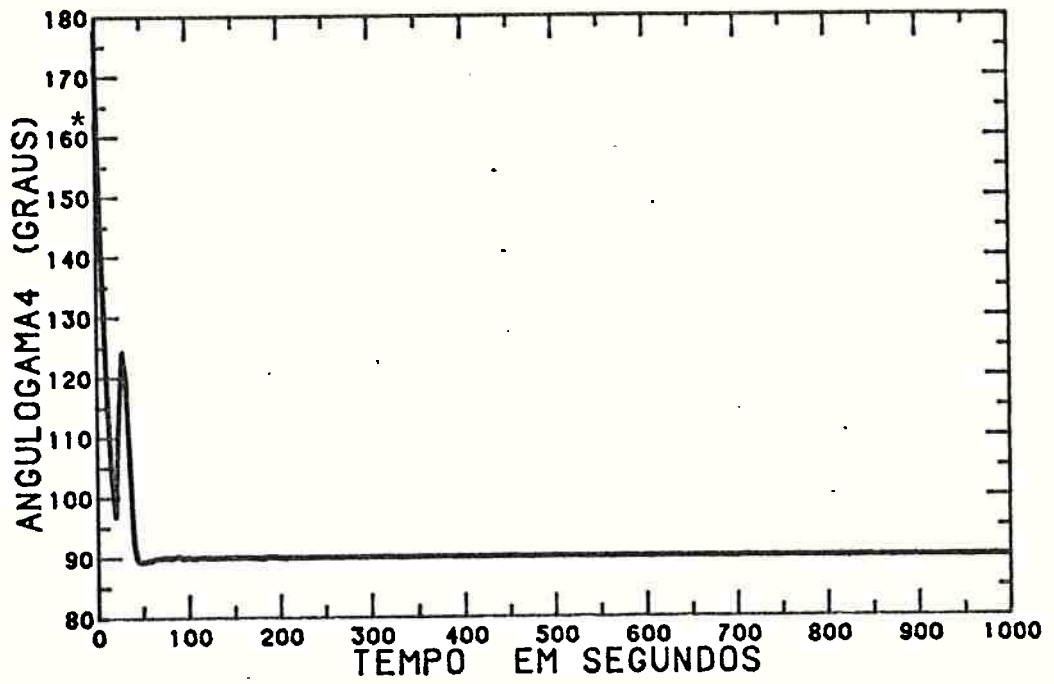


Fig. 4.24 - Ângulo  $\gamma_4$ .

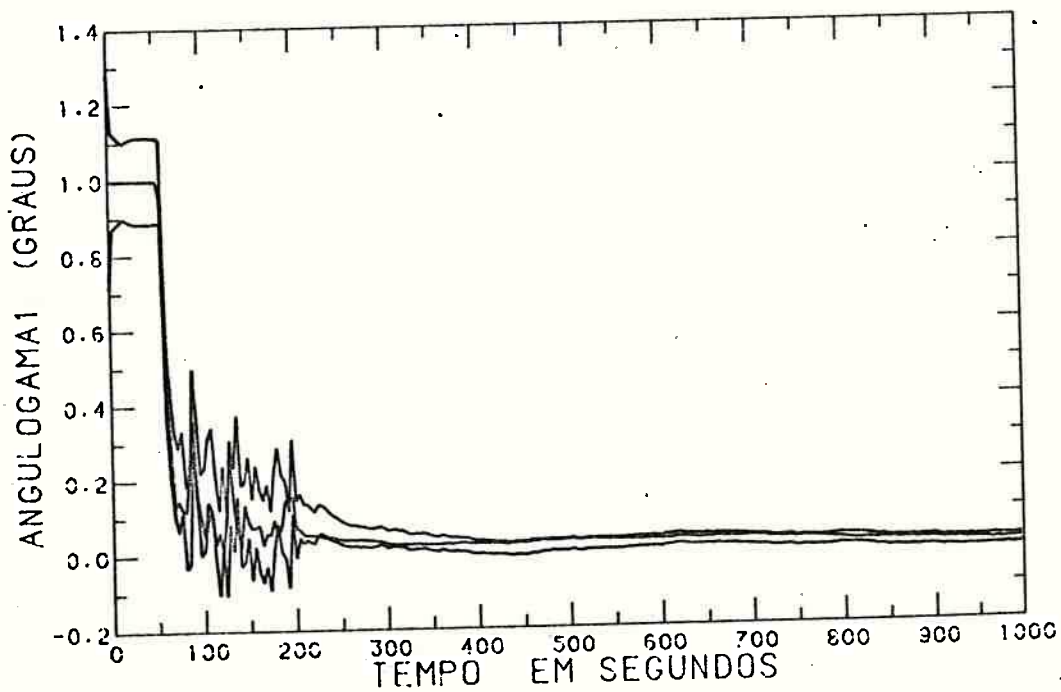
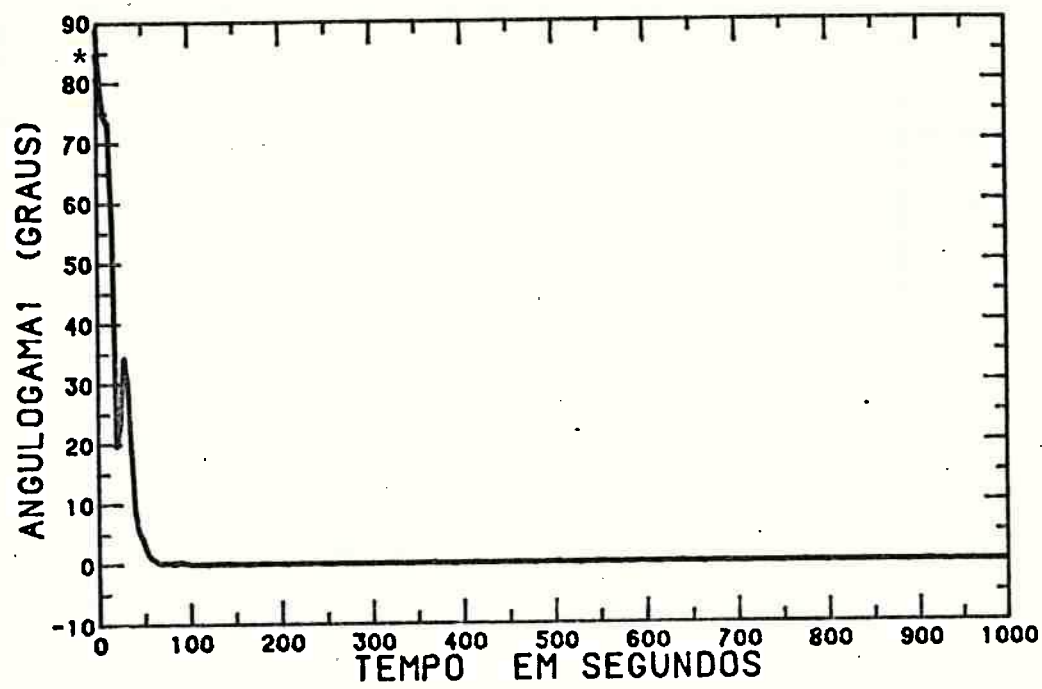


Fig. 4.25 - Ângulo  $\gamma_1$ .



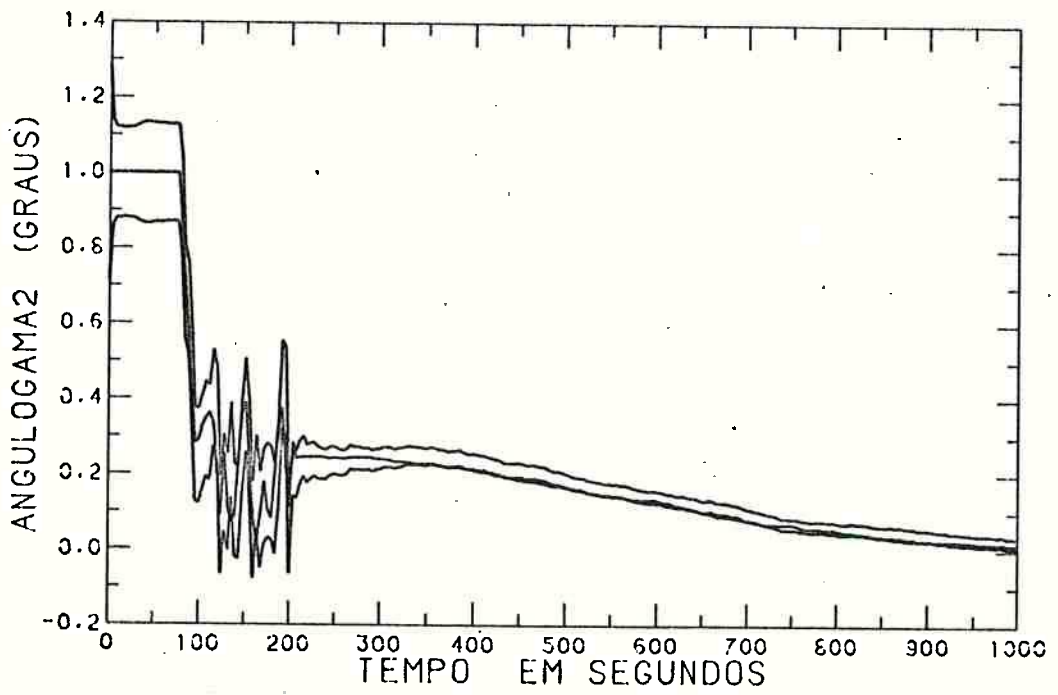
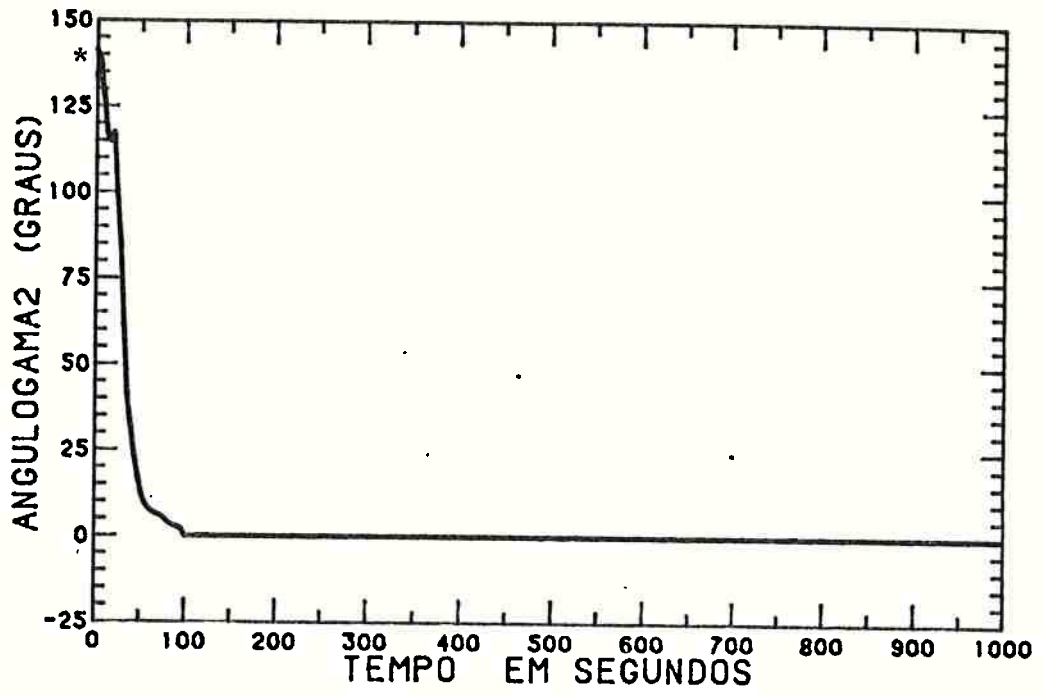


Fig. 4.26 - Ângulo  $\gamma_2$ .

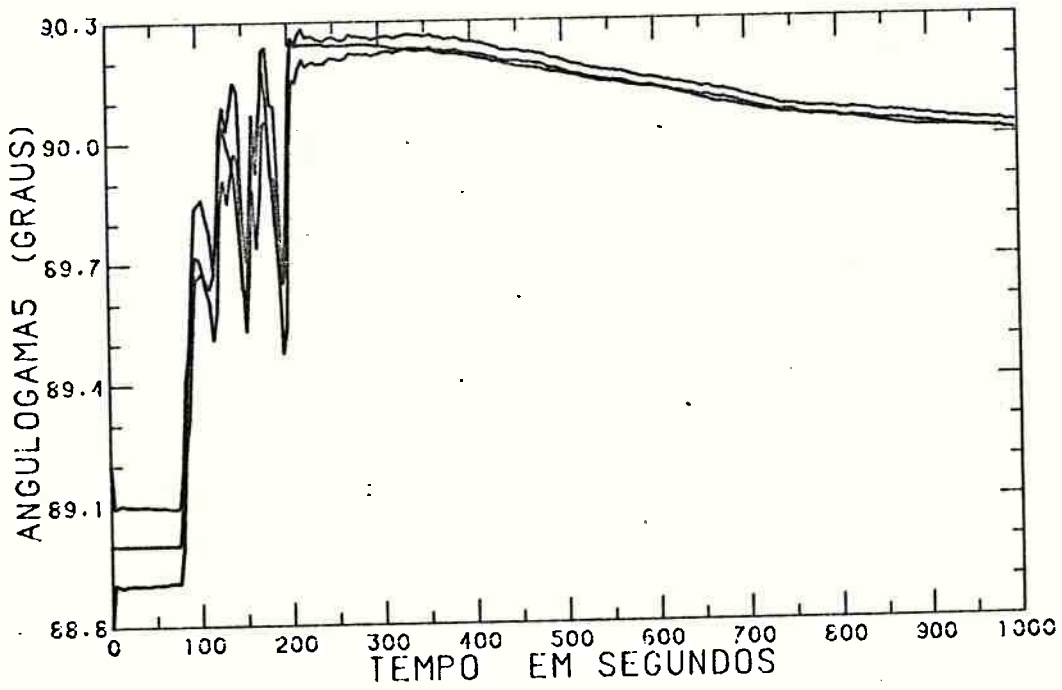
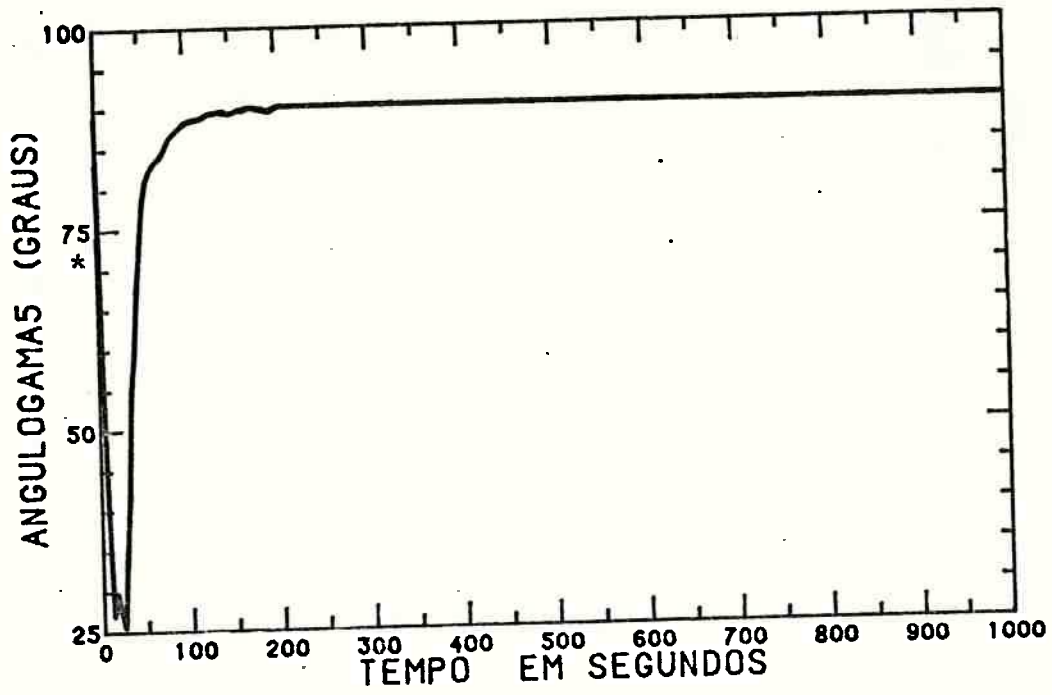


Fig. 4.27 - Ângulo  $\gamma_s$ .

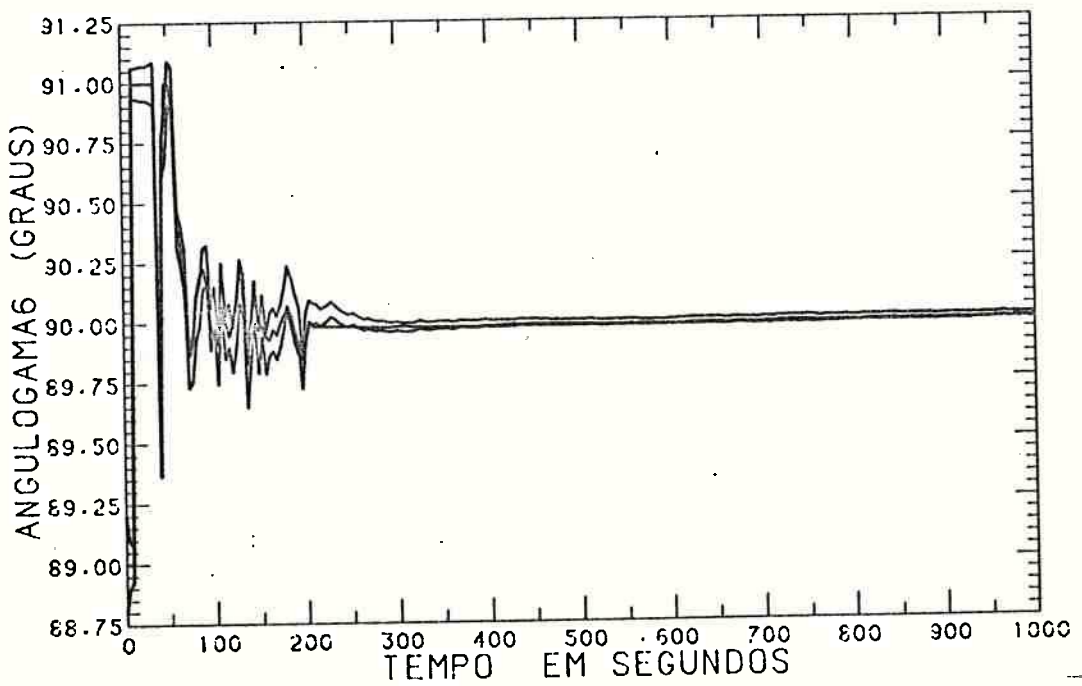
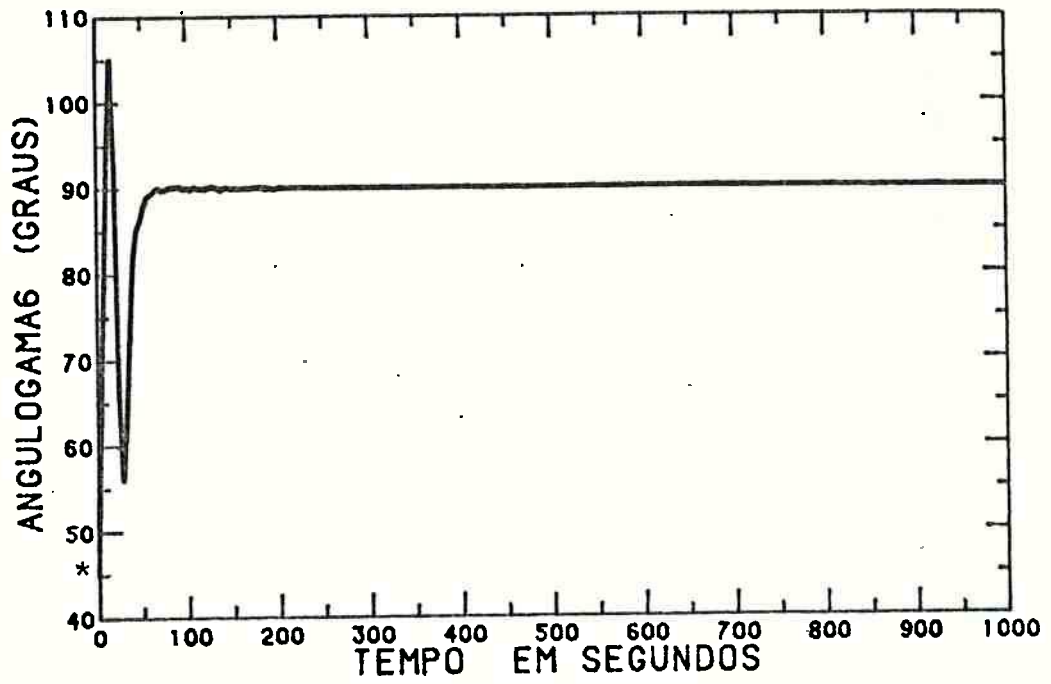


Fig. 4.28 - Ângulo  $\gamma_6$ .

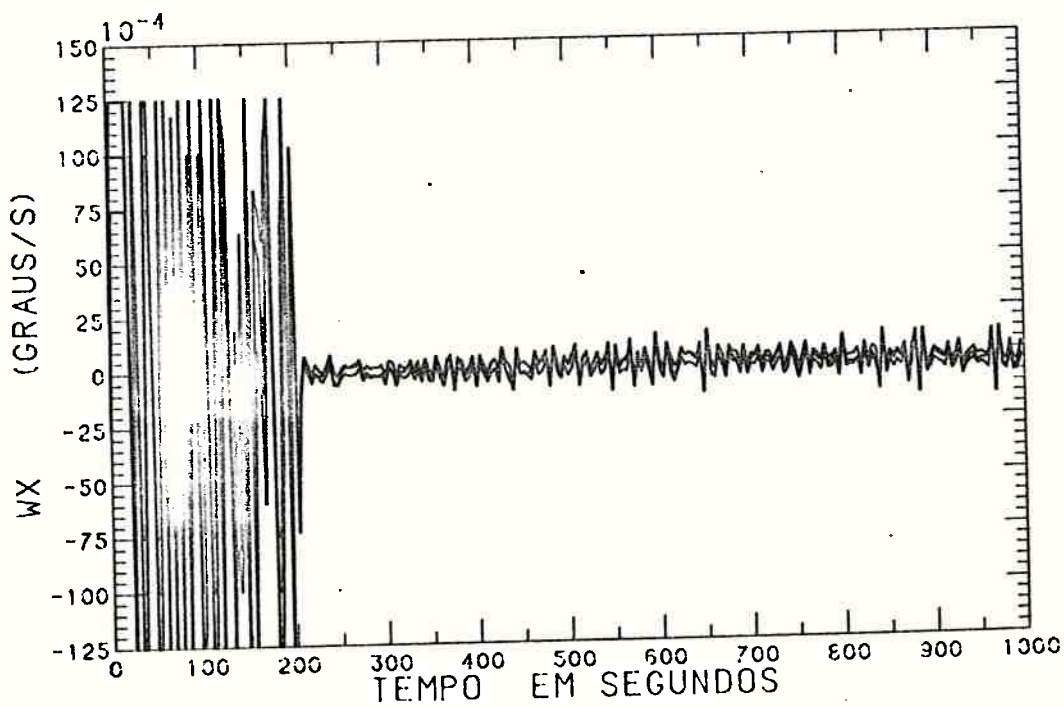
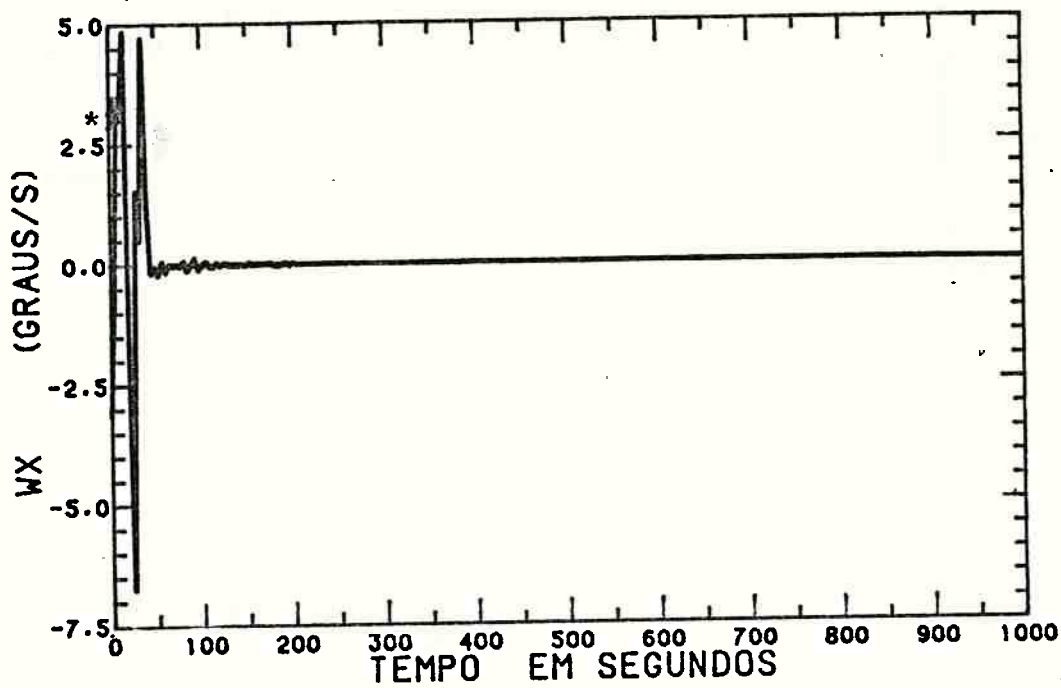


Fig. 4.29 - Valor de  $\psi_7(X) = w_x$ .

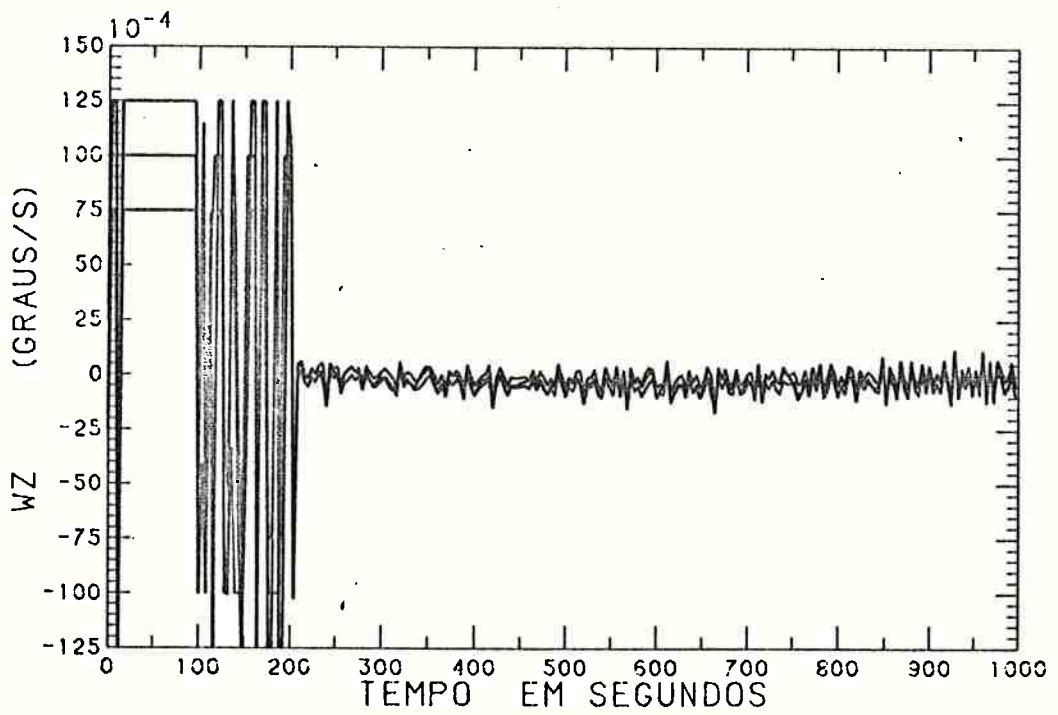
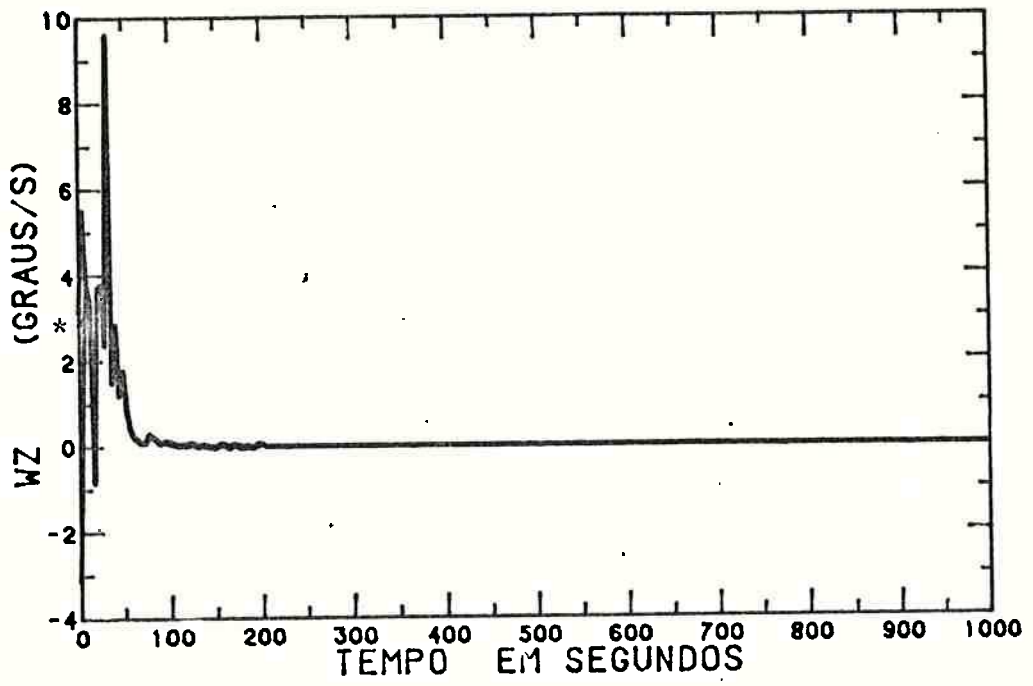


Fig. 4.30 - Valor de  $\psi_8(X) = w_z$ .

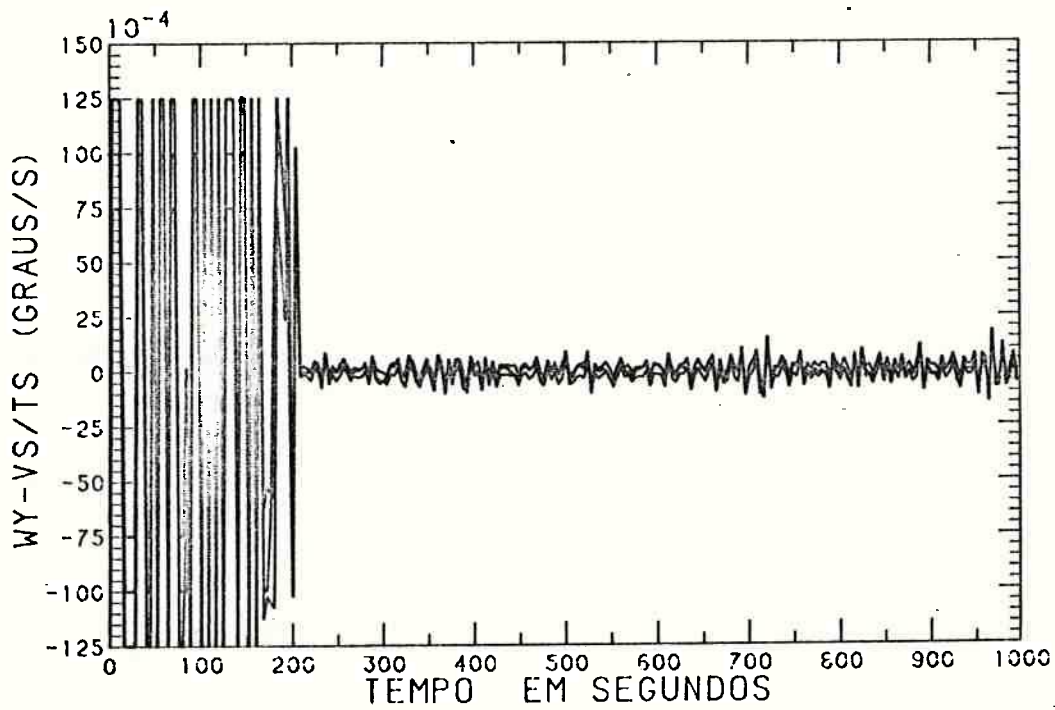
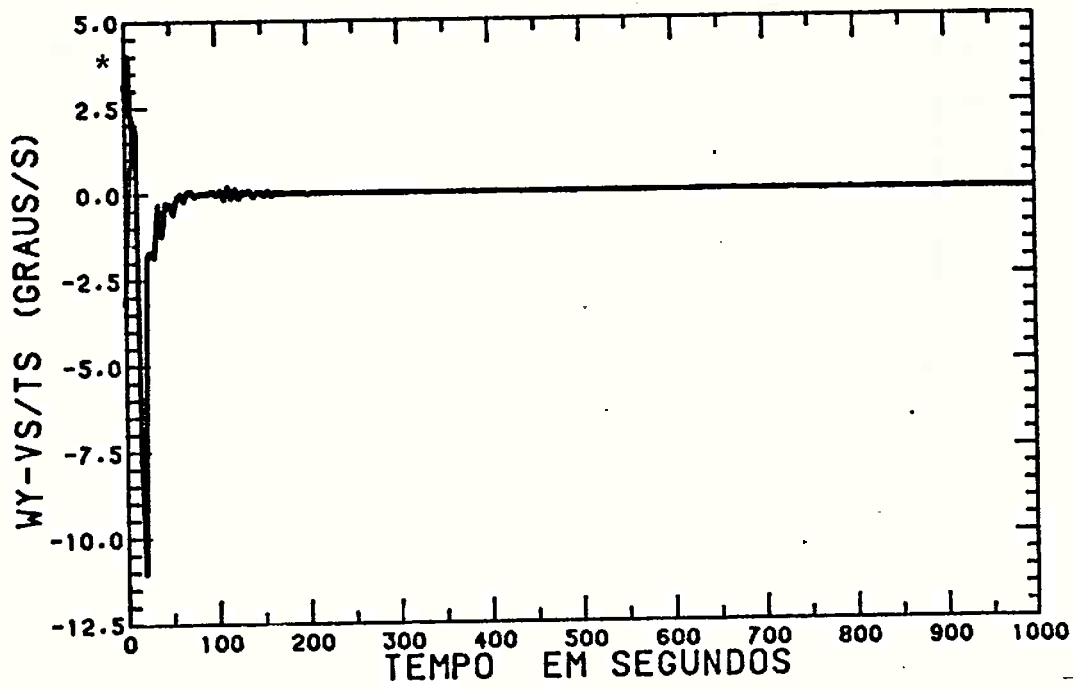


Fig. 4.31 - Valor de  $\psi_9(x) = w_z - v_s / |ST|$ .

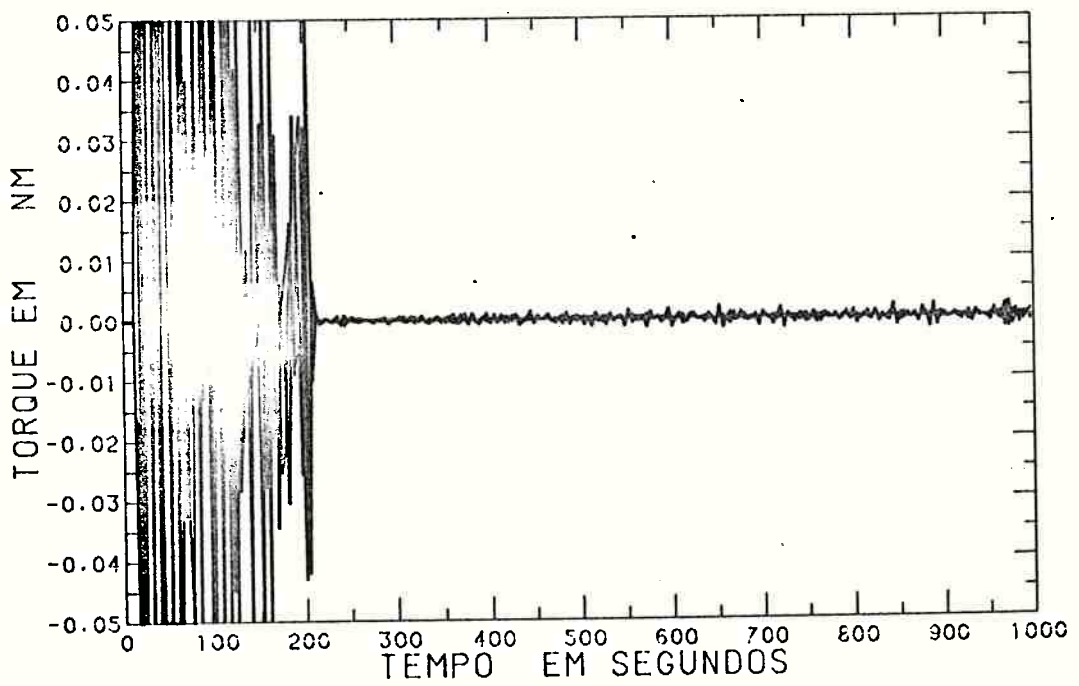
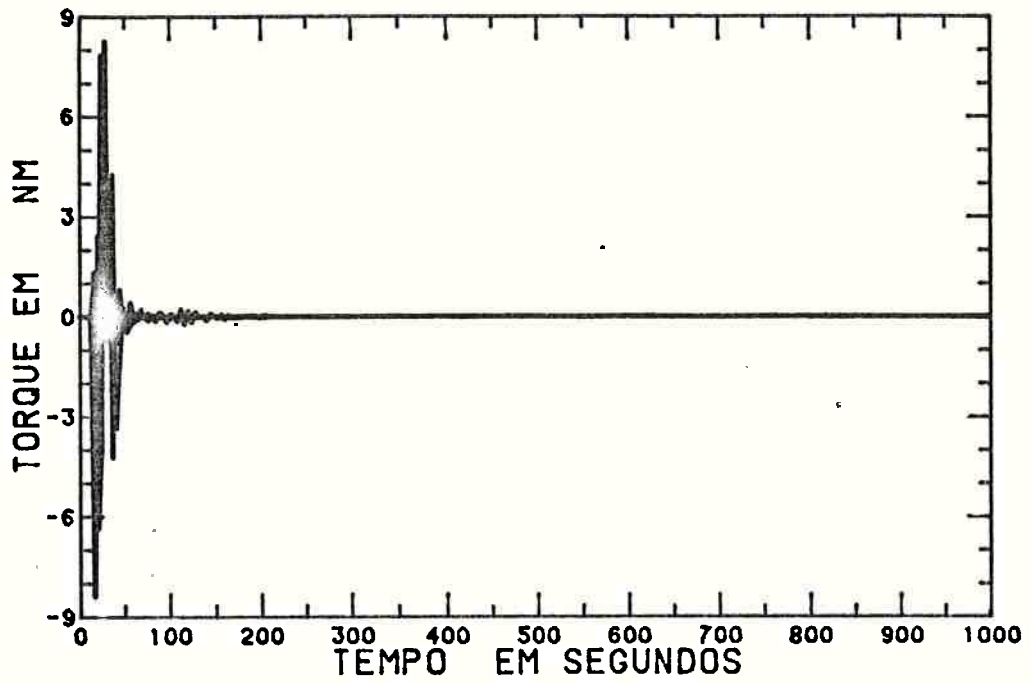
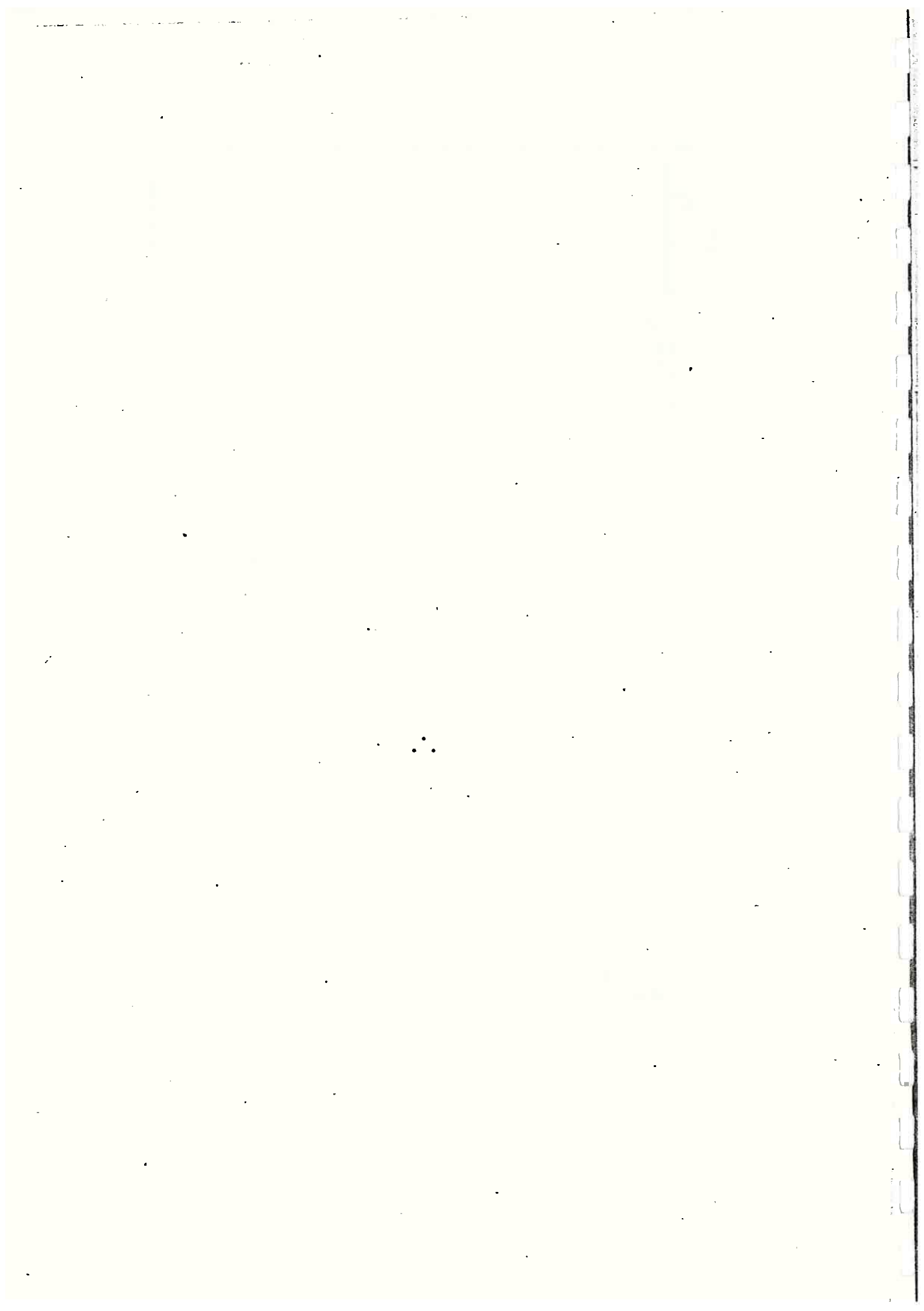


Fig. 4.32 - Torque de controle.





## CAPÍTULO 5

### COMENTÁRIOS, CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

#### 5.1 - RESUMO

No início do Capítulo 1 definiu-se, inicialmente, as funções que um SCA deve assegurar. Estas funções, segundo Pradat (3), são as seguintes:

- a) Aquisição e Reaquisição de Atitude;
- b) Apontagem Fina;
- c) Sobrevivência.

Ainda no Capítulo 1 estabeleceu-se os objetivos do trabalho, que foram definidos como: "Determinar, Implementar e Testar a Lei de Controle", a partir da modelagem matemática do movimento do satélite, para um SCA que realize as funções a) e b) mencionadas acima, possível de ser utilizada no SCA da Segunda Missão Satélite da Missão Espacial Completa Brasileira.

No Capítulo 2 desenvolveram-se os procedimentos:

- Estimacão de estados segundo a formulacão do filtro estendido de Kalman - Jazwinski (29), Gelb (28) e Kuga (30);
- Técnica do ruído adaptativo - Rios Neto e Kuga (37) e Kuga (30);
- Técnica de compensacão do modelo dinâmico - Ingram (31), Rios Neto (32), Negreiros de Paiva (33), Kuga (30) e Vieira da Fonseca Lopes (34);
- Determinacão da lei de controle - Rios Neto (25), Rios Neto e Cruz (26) e Cruz (27).

No Capítulo 3 estes procedimentos foram aplicados ao problema, considerando-se as limitacões de sensores, especificacões a serem satisfeitas, etc.

Para a avaliacaão do desempenho foram realizados 2 testes, cujos resultados e análises foram apresentados no Capítulo 4.

A listagem do programa desenvolvido e implementado no computador B6800 do INPE é apresentado no Apêndice A.

## 5.2 - CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

Como demonstram os testes realizados o trabalho alcançou os objetivos propostos.

Através dos testes verificou-se, também, que o procedimento é capaz de realizar a função c) e é aplicável em tempo real.

Portanto, o controle automático da atitude de satélites, realizado sob o enfoque de controle estocástico, mostrou-se promissor, conforme de monstram os resultados, com o procedimento aqui proposto.

O procedimento aqui apresentado pode ser estendido de maneira simples, a fim de possibilitar a automação de outros sistemas dinâmicos.

A análise do desempenho do estimador nos testes realizados mostrou que o procedimento cumpre os objetivos propostos. O emprego da técnica do ruído adaptativo e a modelagem do torque externo total, resultante da ação das diversas fontes ambientais, pela técnica de compensação do modelo dinâmico, possibilitam a convergência do estimador, com uma modelagem dinâmica simplificada.

A técnica de compensação do modelo dinâmico possibilita tratar as perturbações externas que agem sobre o satélite de maneira simples e totalmente independente de sua natureza, dispensando qualquer modelagem matemática ou instrumento adicional para o processo de medidas. Tais perturbações encaradas como acelerações não-modeladas e estimadas como componentes do estado do sistema através do filtro estendido de Kalman, podem assim representar as influências da atmosfera, da radiação solar direta, do albedo terrestre, da radiação terrestre, do gradiente de gravidade, etc.

Este enfoque é de grande importância por prover o SCA com características de adaptabilidade a ambiente e situações as mais diversas, com perturbações de difícil modelagem, visto que, com a técnica de compensação do modelo dinâmico, as perturbações externas que agem sobre o satélite são tratadas de maneira simples e totalmente independentes de sua natureza.

A técnica do ruído adaptativo adotada neste trabalho mostrou-se adequada para assegurar boas características de convergência ao filtro estendido de Kalman, sendo vital seu papel neste sentido, pois a capacidade de estimar as acelerações não-modeladas depende fortemente do nível de ruído do sistema.

Quanto à precisão das estimativas, os testes realizados mostraram que a mesma fornece uma medida coerente do erro efetivamente ocorrido.

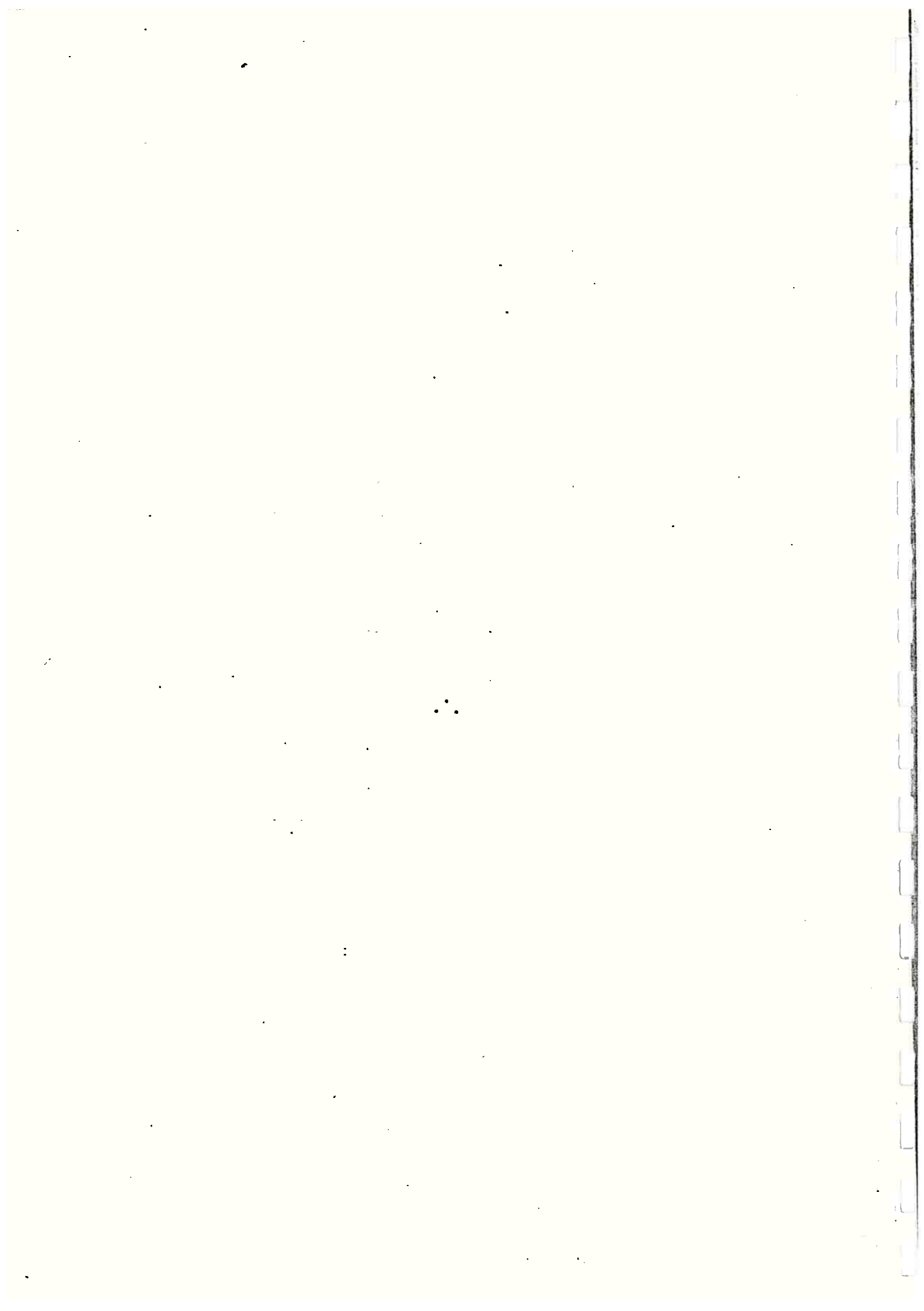
A precisão das estimativas depende da precisão dos sensores; conforme pode ser verificado ocorre um aumento da precisão quando se inicia o processamento das observações dos girômetros.

Com relação a determinação da lei de controle, deve-se ressaltar a importância do estabelecimento adequado do nível do ruído  $\rho_{k+1}$  através da matriz de covariância  $N_{k+1}$  (Equação 2.110).

### 5.3 - PERSPECTIVAS

Como perspectivas para desenvolvimentos futuros pode-se citar:

- a) Efetuar simplificações ao procedimento para possível implementação do procedimento a bordo de satélites;
- b) Verificar se para satélites com partes flexíveis a técnica de Compensação do Modelo Dinâmico compensa os efeitos da flexibilidade;
- c) Analisar mais profundamente a teoria envolvida, visto que este trabalho tem um aspecto tecnológico;
- d) Comparar este procedimento com outros procedimentos;
- e) Seleção, adoção e incorporação ao modelo dos atuadores disponíveis e viáveis cujas curvas de torque mais se aproximem das curvas requeridas e verificação da satisfação ou não das especificações.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) WERTZ, J.R. *Spacecraft attitude determination and control*. Astrophysics and Space Science Library. London, D. Reidel, 1978.
- (2) LOPES DE OLIVEIRA E SOUZA, M. *Estudo e desenvolvimento de um sistema de controle de atitude em três eixos para satélites artificiais usando atuadores pneumáticos a gás frio e volantes à reação*. Dissertação de Mestrado em Ciência Espaciais, São José dos Campos, SP, INPE, 1981. (INPE-2000-TDL/042).
- (3) PRADAT, R. *Système de restitution d'attitude pour un satellite d'observation de la Terre*. Matra Space, 1979.
- (4) OTTERLOO, van P. *Attitude control for the Netherlands astronomical satellite (ANS)*. Philips tech. Rev. 33, nº 6, 1973.
- (5) BITTNER, H. et alii. *The attitude determination and control subsystem of the Intelsat V spacecraft*. European Space Agency (ESA SP-128), France, 1977.
- (6) OHTA, H.; NIKIFORUK, P.N. and GUPTA, M.M. Analytical control law for desirable aircraft lateral qualities. *Journal of Guidance; Control and Dynamics*. Vol. 5, nº 1, 1982.
- (7) HARTMANN, U.; KREBBS, V. Command and stability systems for aircraft: A new digital adaptive approach. *AUTOMATICA*. Vol. 16, nº 2, 1980.
- (8) WU, Y.W.; RICE, R.B.; JUANG, J.N. Control of large flexible space structures using pole placement design techniques. *Journal of Guidance and Control*. Vol. 4, nº 3, 1981.
- (9) SPENCER, T.M. Atmospheric perturbation and control of a shuttle/ /tethered satellite. *AUTOMATICA*. Vol. 16, nº 6, 1980.
- (10) VINKLER, A.P.; WOOD, L.J.; LY, U.L.; CANNON Jr., R.H. Minimum expected cost control of a remotely piloted vehicle. *Journal of Guidance and Control*. Vol. 3, nº 6, 1980.
- (11) STURGEON, W.R. Controllers for aircraft motion simulators. *Journal of Guidance and Control*. Vol. 4, nº 2, 1981.

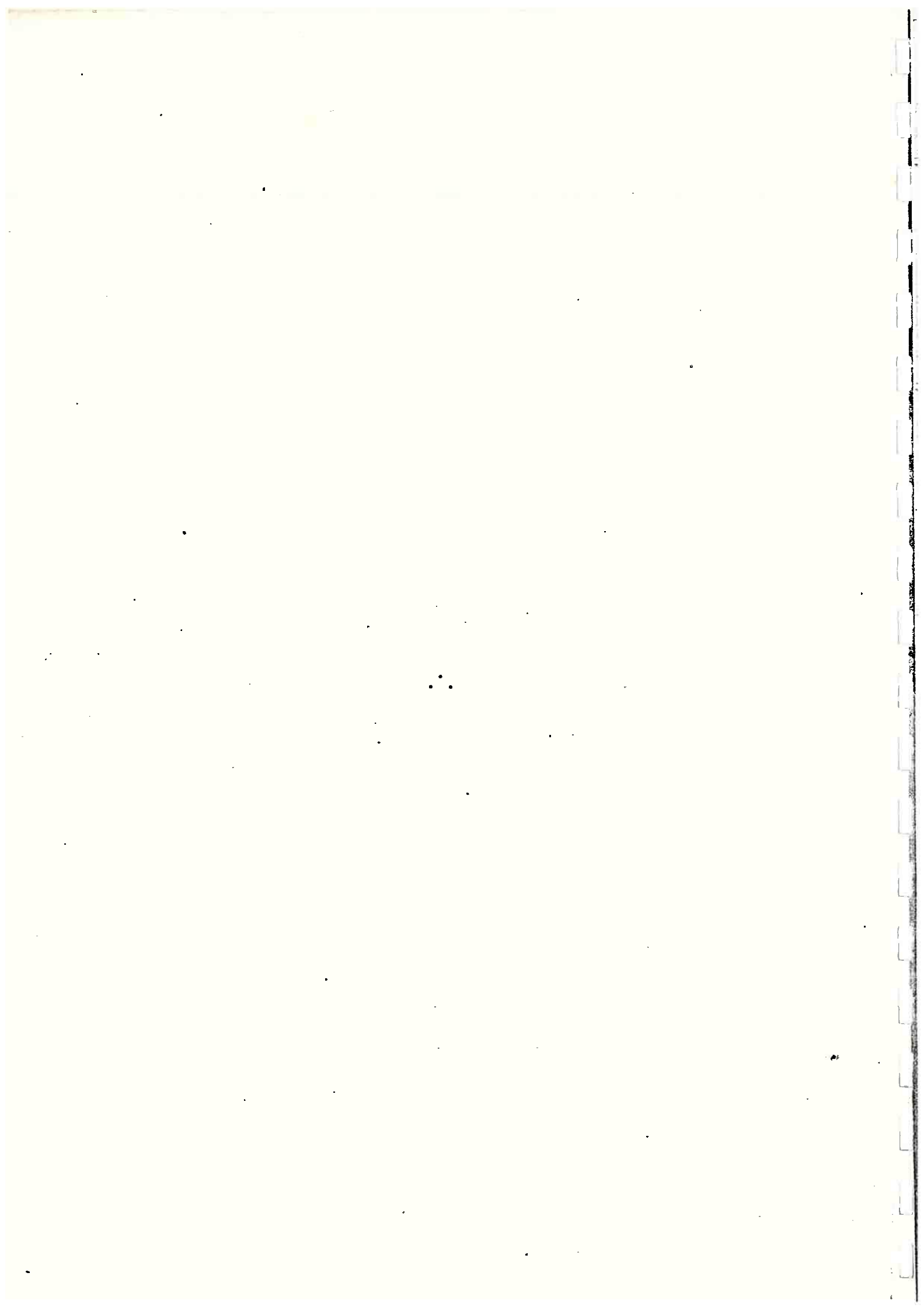
- (12) BREAKWELL, J.A. Optimal feedback slewing of flexible spacecraft. *Journal of Guidance and Control*. Vol. 4, nº 5, 1981.
- (13) ARBEL, A.; GUPTA, N.K. Robust collocated control for large flexible space structures. *Journal of Guidance and Control*. Vol. 4, nº 5, 1981.
- (14) WEBER, H.I. *Satellite attitude control with desaturated rotors*. COSPAR-IAU-IUTAM, Symposium, São Paulo/Brasil, 1974.
- (15) BRYSON, A.E.; HO, Y.C. *Applied optimal control*. Ginn and Company, Waltham, Massachusetts, 1975.
- (16) JAYARAMAN, T.S. Time-optimal orbit transfer trajectory for solar sail spacecraft. *Journal of Guidance and Control*. Vol. 3, nº 6, 1980.
- (17) GALISE, A.J. Singular perturbation techniques for on-line optimal flight-path control. *Journal of Guidance and Control*. Vol. 4, nº 4, 1981.
- (18) MARMBERG, G.; JONSSON, H-O. Optimal thrust vector control for vertical launch of tactical missiles. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. Vol. 5, nº 1, 1982.
- (19) CITRON, S.J. *Elements of Optimal Control*. Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1969.
- (20) VANDER VELDE, W.E.; HE, J. Design of space structure control systems using on-off thrusters. *AIAA Guidance and Control Conference*. New Mexico, 1981.
- (21) BLANK, D.; SHINAR, J. Efficient combinations of numerical techniques applied for aircraft turning performance optimization. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. Vol. 5, nº 2, 1982.
- (22) ARDENA, M. Nonlinear singularly perturbed optimal control problems with singular arcs. *AUTOMATICA*. Vol. 16, nº 1, 1980.
- (23) LARSON, V.; LIKINS, P.W. *Optimal estimation and control of elastic spacecraft*. *Control and Dynamics Systems*, vol. 13, 1977.
- (24) GUPTA, N.K. Frequency-shaped cost functionals: Extension of linear-quadratic-Gaussian design methods. *Journal of Guidance and Control*. Vol. 3, nº 6, 1980.

- (25) RIOS NETO, A. *Guiagem e controle de veículos espaciais para lançamento de satélites*. São José dos Campos, SP, INPE, 1982. (INPE-2426-PRE/132).
- (26) RIOS NETO, A.; CRUZ, J.J. *Proposta de pilotagem automática de embarcação com emprego de controle estocástico*. 69 Congresso Pan-Americano de Engenharia Naval, Engenharia Portuária e Transportes Marítimos, México, 1979.
- (27) CRUZ, J.J. *Pilotagem automática de embarcações com emprego de controle estocástico*. Dissertação de Mestrado apresentado à EPUSP, São Paulo, 1981.
- (28) GELB, A., ed. et alii. *Applied optimal estimation*. Cambridge, MIT, Press, 1974.
- (29) JAZWINSKI, A.H. *Stochastic processes and filtering theory*. New York, Academic Press, 1970.
- (30) KUGA, H.K. *Estimação adaptativa de órbitas aplicada a satélites a baixa altitude*. Dissertação de Mestrado em Ciências Espaciais. São José dos Campos, SP, INPE, 1982. (INPE-2316-TDL/079).
- (31) INGRAM, D.S. *Orbit determination in the presence of unmodeled accelerations*. Austin, TX, The University of Texas at Austin, 1971.
- (32) RIOS NETO, A. *The estimation of the state and the unmodeled atmospheric drag for near Earth satellites*. Ph.D. Dissertation, Austin, TX, The University of Texas at Austin, 1973.
- (33) NEGREIROS DE PAIVA, R. *Determinação de órbitas de satélites artificiais através de um estimador, na presença de acelerações não-modeladas, usando transformação KS*. Dissertação de Mestrado em Ciências Espaciais, São José dos Campos, SP, INPE, 1980. (INPE-1998 -TDL/040).
- (34) VIEIRA DA FONSECA LOPES, R. *Determinação de atitude de satélites artificiais através de estimadores de estado*. Dissertação de Mestrado em Ciências Espaciais. São José dos Campos, SP, INPE, 1982. (INPE-2608-TDL/105).

- (35) RAUCH, H.E. Optimum estimation of satellite trajectories including random fluctuations in drag. *AIAA Journal*. Vol. 4, nº 3, 1965.
- (36) FITZGERALD, R.J. Divergence of the Kalman filter. *IEEE Transactions on automatic control*, AC16(6), 1971.
- (37) RIOS NETO, A.; KUGA, H.K. *Estimação adaptativa do ruído no estado para estimadores sequenciais*. São José dos Campos, SP, INPE, 1982. (INPE-2385-RPI/069).
- (38) SORENSOW, H.W. *Kalman filtering techniques*. Advances in Control Systems; Theory and Applications. Vol. 3, New York, Academic, 1966.
- (39) JAZWINSKI, A.H. Adaptive filtering. *AUTOMATICA*. Vol. 5, 1969.
- (40) KAILATH, T. An innovations approach to leastsquares estimations - Part I: Linear filtering in additive white noise. *IEEE Transactions on automatic control*, vol. AC-13, nº 6, 1968.
- (41) PAPOULIS, A. *Probability, random variables and stochastic processes*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1965.
- (42) LIEBELT, P.B. *An introduction to optimal estimation*. Massachusetts, Addison-Wesley, 1967.
- (43) MORO, J. *Simulação do movimento e de observações de atitude para satélites artificiais terrestres*. São José dos Campos, SP, INPE, 1983. (INPE-2649-RPI/076).
- (44) CARRARA, V. *Modelagem das forças e torques atuantes nos satélites*. Dissertação de Mestrado em Ciências Espaciais, São José dos Campos, SP, INPE, 1982. (INPE-2454-TDL/094).
- (45) SHAMPINE, L.F.; GORDON, M.K. *Computer solution of ordinary differential equations: the initial value problem*. San Francisco, CA, W.H. Freeman, 1975.
- (46) BATE, R.R.; MUELLER, D.D.; WHITE, J.E. *Fundamentals of astrodynamics*. General Publishing Company, Canada, 1971.
- (47) PILCHOWSKI, H.U.; SILVA, W.C.C.; FERREIRA, L.D.D. *Introdução à Mecânica Celeste*. São José dos Campos, SP, INPE, 1981. (INPE-2126-RPE/350).



- (48) TOLDMAN, D.; HUTCHESON, J.; EARDLEY, D.; CALLARD, L. *Study of strapdown inertial optical attitude measurement system*. Bristol, British Aircraft Corporation, Electronic and Space System Group, 1977.
- (49) SELINGARDI, M.L.; YOSSIMI, M. *Projeto de um sensor solar digital para determinação de atitude*. São José dos Campos, SP, INPE, 1982. (INPE-2495-PRE/178).
- (50) TILGNER, B. *The TD-1A satellite*. ELDO/ESRO Scientific and Technical Review, 3(4), 1971.
- (51) SHUSTER, M.D.; OH, S.D. Three axis attitude determination from vector observations. *Journal of Guidance and Control*. Vol. 4, nº 1, 1981.



APÊNDICE A

LISTAGEM DO PROGRAMA

```
FILE 6(KIND=PRINTER)
FILE 5(KIND=PRINTER)
FILE 69(KIND=DISK,FILETYPE=7,TITLE="(ORBAT)FLUXOS.")
```

```
DIMENSION PT(4)
DIMENSION ZX(4),ZY(4)
COMMON /TRANS/RR(3,3),OV(3,3)
COMMON /CUP/CO(750),OM(1500),JU(1500),RS1(750),RS2(750),KC,KF
COMMON /CUPC/XP(2250),YR(2250),ZR(2250),TX(2250),TY(2250),
*TZ(2250),WP(2250),WR(2250),XQ(2250),UX(2250),UY(2250),UZ(2250)
COMMON /CUPCP/XRP(750),YRP(750),ZRP(750),TXP(750),TYR(750),TZP(750)
*,WPP(750),WRP(750),WUP(750)
COMMON /CURCP/XRM(750),YRM(750),ZRM(750),TXM(750),TYM(750),T7M(750)
*,WRM(750),WRM(750),WUM(750)
COMMON /TET/TETA(750)
COMMON /TETA/ WX(750)
COMMON /PROP/XE(10),EE,DANN,IFLAG,IT,TK,TK1,X(10),ROT,ROS,RG
COMMON /DEFT/FS(30),FO(30),TS(30),VC(9)
COMMON /PFT/P(10,10),FI(10,10),Q(10),VA,PQ(6,6)
COMMON /SIMUL/XS(6),XL(6),AA(6),IQ,JFLAG,TTC,IFL
COMMON /SUPER/VU
COMMON /OBS/OO(Y),J(9)
COMMON /GRACO/RE(30)
COMMON Y(12),NW,IEJL,ANG(4)
COMMON /PRINT/LIMP
```

C  
C  
C

INICIALIZACAO

```
PT(1)=1.E-10 ; PT(2)=1.E-14 ; PT(3)=1.E-16 ; PT(4)=1.E-20
DO 100 NT=1,1
ROT=1.7853225E-3 ; TK=0. ; TTC=4. ; DANN=130. ; INT=2 ; JFLAG=1 ; IV=0
FF=EXP(-TTC/DANN) ; FIM=1000.0 ; ROS=1.7453225E-3 ; VA=2**22
KC=7 ; KF=FIM/TTC ; TIC=12.0 ; IFL=1 ; RG=.055/3600./57.296
LIMP=1
CALL DADOS
CALL ORBITA(-1.0,0.0)
```

C  
C  
C

VETOR DE ESTADOS INICIAL REAL

```
Y(1)=.05 ; Y(2)=.05 ; Y(3)=.05
Y(4)=-.7071 ; Y(5)=0. ; Y(6)=0. ; Y(7)=-.7071
```

C  
C  
C

NORMALIZACAO DO QUATERNION

```
QN=SQRT(Y(4)+Y(4)+Y(5)+Y(5)+Y(6)+Y(6)+Y(7)+Y(7))
Y(4)=Y(4)/QN ; Y(5)=Y(5)/QN ; Y(6)=Y(6)/QN ; Y(7)=Y(7)/QN
CALL GAMA
```

C  
C  
C

VETOR DE ESTADOS INICIAL ESTIMADO

```
X(1)=0. ; X(2)=0. ; X(3)=0. ; X(4)=.7 ; X(5)=.1 ; X(6)=.1 ; X(7)=-.7
*2A
X(8)=0. ; X(9)=0. ; X(10)=0.
```

C  
C

NORMALIZACAO DO QUATERNION

```
C
      QN=SQRT(X(4)+X(4)+X(5)+X(5)+X(6)+X(6)+X(7)+X(7))
      X(4)=X(4)/QN;X(5)=X(5)/QN;X(6)=X(6)/QN;X(7)=X(7)/QN
C
C      MATRIZ DE COVARIANCA INICIAL
C
      P(1,1)=.0027;P(2,2)=.0048;P(3,3)=.0027;P(4,4)=.0027;P(5,5)=.0193
      P(6,6)=.0212;P(7,7)=.07;P(8,8)=4.E-12;P(9,9)=4.E-12;P(10,10)=4.E-1
      DO 5 I=1,3
        PO(I,I)=PT(I,I)
        PO(I+3,I+3)=1.E-16
5     CONTINUE
10    CONTINUE
      JFLAG=1 ; IFL=1
      TK1=TK+ITC
C
C      DETERMINACAO DO CONTROLE
C
      KC=KC+1
      WRITE(5,11)O(7),OB(7),X(1),O(4),OB(8),X(2),O(9),OB(9),X(3)
      *RG
11    FORMAT(1X,10G12.4)
      CALL APCUR
      CALL CONTRC(Y,QV,TC)
      TK=TK1-ITC
C
C      SIMULACAO DE ATITUDE
C
      JFLAG=1
      CALL ATITUDE(TK1,TK,INT)
      TK=TK-ITC
C
C      OBSERVACOES VLPDADETRAS
C
      DO 20 I = 1,3
        Y(I+7)=Y(I+7)+R*RS*GAUSS(VA)
        O(I+3)=COS(Y(I+7))
        Y(I+10)=Y(I+10)+GAUSS(VA)*ROT
        O(I)=COS(Y(I+10))
        O(I+6)=Y(I)+GAUSS(VA)*RS
20    CONTINUE
C
C      PROPAGACAO DE X E FI
C
      DO 30 I = 1,5
        XP(I)=X(I)
        XR(I+5)=X(I+5)
30    CONTINUE
      IFLAG=1;IT=9
      CALL PROFIV(IC)
      TK=TK1-ITC
C
C      CALCULO DE Oo=H(XB)
C
      CALL ORS
C
C      PROPAGACAO DE P
C
      CALL PRCP
      TK=TK1
```

```
C
C   ATUALIZACAO
C
C   CALL ATUAL
C
C   GUARDAR DADOS
C
C   TEMP=TIME(2)/60.0
C   IF(TK1.LT.TFIM)GO TO 10
C
C   IMPRIMIR CURVAS
C
C   DO 120 I=1,KC
C     KI=KC+I ; NF=KI+KC
C     XP(KI)=XRP(I) ; XR(KF)=XPM(I) ; YR(KI)=YRP(I) ; YR(KF)=YRM(I)
C     ZR(KI)=ZRP(I) ; ZR(KF)=ZRM(I) ; TX(KI)=TXP(I) ; TX(KF)=TXM(I)
C     TY(KI)=TYP(I) ; TY(KF)=TYM(I) ; TZ(KI)=TZP(I) ; TZ(KF)=TZM(I)
C     WP(KI)=WPP(I) ; WP(KF)=WPM(I) ; WR(KI)=WRP(I) ; WR(KF)=WRM(I)
C     WQ(KI)=WQP(I) ; WQ(KF)=WQM(I) ; UX(KI)=UY(I) ; UX(KF)=UZ(I)
C     WRITE(5,116)CO(I),XR(I),YR(I),ZR(I),TX(I),TY(I),TZ(I)
116   FORMAT(1X,9G13.5)
C
120  CONTINUE
C     RE(1)=1;ZX(1)='TEMP';ZX(2)='EM SE';ZX(3)='GUNDOS'
C     ZY(1)='KFSTDU';ZY(2)='D RP';RF(10)=1.0
C     CALL GRAFI(KC,C0,RS1,ZX,ZY)
C     STOP
C     ZY(2)='G RV'
C     CALL GRAFI(KC,C0,RS2,ZX,ZY)
C
C     RE(1)=2;ZE(7)=10;ZY(1)='Dw , D';ZY(2)='ELW (G)';ZY(3)='RAUS/S'
C     ZY(4)='';CALL GRAFI(KC,C0,RS4,ZX,ZY)
C
C     ZY(1)='D0';ZY(2)='DFLG';ZY(3)='';ZY(4)=' '
C     CALL GRAFI(KC,C0,RS5,ZX,ZY)
C
C     RE(1)=3;ZE(7)=0;ZY(1)='PRECIS';ZY(2)='AD ANG';ZY(3)='ULARC'
C     ZY(4)='GRAUS'
C     CALL GRAFI(KC,C0,TETX,ZX,ZY)
C
C     ZY(1)='ANGULO';ZY(2)='GAMA3';ZY(3)='(GRAUS)';ZY(4)=' '
C     CALL GRAFI(KC,C0,XR,ZX,ZY)
C
C     ZY(2)='GAMA4'
C     CALL GRAFI(KC,C0,YR,ZX,ZY)
C
C     ZY(2)='GAMA1'
C     CALL GRAFI(KC,C0,ZR,ZX,ZY)
C
C     ZY(2)='GAMA2'
C     CALL GRAFI(KC,C0,TX,ZX,ZY)
C
C     ZY(2)='GAMA5'
C     CALL GRAFI(KC,C0,TY,ZX,ZY)
C
C     ZY(2)='GAMA6'
C     CALL GRAFI(KC,C0,TZ,ZX,ZY)
C
C     ZY(1)='KX';ZY(2)='(GRAUS)';ZY(3)='(S)';ZY(4)=' '
C     CALL GRAFI(KC,C0,WP,ZX,ZY)
C
```

```
ZY(1)='WZ'  
CALL GRAFI(KC,CO,HD,ZX,ZY)
```

C

```
ZY(1)='NY-VS/';ZY(2)='TS (GR)';ZY(3)='AUS/S'  
CALL GRAFI(KC,CO,HD,ZX,ZY)
```

C

```
ZY(1)='DFLWX';ZY(2)='DELWY';ZY(3)='DELWZ'  
CALL GRAFI(KC,CO,HD,ZX,ZY)  
ZY(1)='TORQUE';ZY(2)='EM';ZY(3)='NH';RE(5)=1.0  
CALL GRAFI(KC,CO,HD,ZX,ZY)
```

```
STOP  
NG=1
```

```
CALL CURVA(KC,CO,RS1)  
CALL CURVA(KC,CO,RS2)  
GO TO OC  
CALL CURVA(KC,CO,TETX)  
CALL CURVA(KC,CO,UY)  
CALL CURVA(KC,CO,UX)  
CALL CURVA(KC,CO,UZ)  
CALL CURVA(KC,CO,XP)  
CALL CURVA(KC,CO,XP1)  
CALL CURVA(KC,CO,YP)  
CALL CURVA(KC,CO,YP1)  
CALL CURVA(KC,CO,ZP)  
CALL CURVA(KC,CO,ZP1)  
CALL CURVA(KC,CO,T1)  
CALL CURVA(KC,CO,T1P)  
CALL CURVA(KC,CO,T11)  
CALL CURVA(KC,CO,T12)  
CALL CURVA(KC,CO,T13)  
CALL CURVA(KC,CO,T14)  
CALL CURVA(KC,CO,T15)  
CALL CURVA(KC,CO,T16)  
CALL CURVA(KC,CO,T17)  
CALL CURVA(KC,CO,T18)  
CALL CURVA(KC,CO,T19)  
CALL CURVA(KC,CO,T2)  
CALL CURVA(KC,CO,T21)  
CALL CURVA(KC,CO,T22)  
CALL CURVA(KC,CO,T23)  
CALL CURVA(KC,CO,T24)  
CALL CURVA(KC,CO,T25)  
CALL CURVA(KC,CO,T26)  
CALL CURVA(KC,CO,T27)  
CALL CURVA(KC,CO,T28)  
CALL CURVA(KC,CO,T29)  
CALL CURVA(KC,CO,T3)  
CALL CURVA(KC,CO,T31)  
CALL CURVA(KC,CO,T32)  
CALL CURVA(KC,CO,T33)  
CALL CURVA(KC,CO,T34)  
CALL CURVA(KC,CO,T35)  
CALL CURVA(KC,CO,T36)  
CALL CURVA(KC,CO,T37)  
CALL CURVA(KC,CO,T38)  
CALL CURVA(KC,CO,T39)
```

90 CONTINUE

```
NG=2  
CALL CURVA(KC,CO,DU)  
CALL CURVA(KC,CO,DU1)
```

100 CONTINUE

```
NG=3  
CALL CURVA(KC,CO,TETX)  
CALL CURVA(KC,CO,UY)  
CALL CURVA(KC,CO,UX)  
CALL CURVA(KC,CO,YP)  
CALL CURVA(KC,CO,ZP)  
CALL CURVA(KC,CO,TX)  
CALL CURVA(KC,CO,TY)  
CALL CURVA(KC,CO,TZ)
```

```
CALL CURVA(KC,CO,WP)  
CALL CURVA(KC,CO,WR)  
CALL CURVA(KC,CO,WQ)  
CALL CURVA(KC,CO,WX)  
STOP  
END
```



```
SUBROUTINE DAVOS
COMMON /DEFT/FS(30),FD(30),TS(30),VC(9)
COMMON /ANTEP/SIGM,SIGP,GAMA,RHOO,TNTI
COMMON /TRANS/R(3,3),Q(3,3)
COMMON /EPOCA/DIA,AMES,ANO
COMMON /TEPRA/RT,F,RMU
COMMON /IGNEA/SSOFV,SDFS,PKAG
COMMON /SATELT/ASH
COMMON /COSUL/SCON,ALBF,ARSO
COMMON /ATDEN2/SSJF,SDF,PKP,F1,E2,SOL(3)
COMMON /DISOL/RSOL,UNAS
COMMON /TENSU/FXX,FXY,FYZ,FYY,FZZ,FZZ
COMMON /CEMGRA/CG(3)
C FLUXO SOLAR E INDICE GEOMAGNETICO
SSOFV=164. ; SDFS=130. ; ARGUM=.154+ 117.
PKAG=.189 + ALOG( ARGUM + SQRT( ARGUM*ARGUM + 1. ) )
C TENSOR DE INERCIA DO SATELITE EM KG*M*M ,
C MOMENTOS PRINCIPAIS DE INERCIA DO PRIMEIRO EXEMPLO
C FXX=207. ; FYY=225. ; FZZ=121.
C MOMENTOS PRINCIPAIS DE INERCIA DO SEGUNDO EXEMPLO:
C FXX=225. ; FYY=207. ; FZZ=121.
CALL COEF
C
C CONSTANTES PARA CALCULO DOS TORQUES
C
C CONSTANTE SOLAR EM NEWTONS
SCON=.17115+18
C ALBEDO E ABSORVANCIA DA TERRA
ALBF=.34
ARSO=.66
C RAI DA TERRA EM METROS
RT=6378155.
C UNIDADE ASTROPONICA EM METROS
UNAS=23459.72551*RT
C ACHATAMENTO DA TERRA
F=1./298.257
C
C SIGM=1.0 ; SIGP=1.0 ; GAMA=.7 ; RHOO=.7 ; TNTI=1.0
C
C EPOCA
C
C DIA=14. ; AMES=11. ; ANO=1991.
C DATA DA SIMULACAO DO TI-1A
DIA=16. ; AMES=05. ; ANO=1972.
C
C CENTRO DE MASSA DO SATELITE EM METROS
CG(1)=-.0013 ; CG(2)=.0007 ; CG(3)=.606
C
C TORQUES A SEREM CALCULADOS
C
C VC(1)=3.
C VC(2)=5.
C VC(5)=13.
C RETURN
C END
```

SUBROUTINE ORBITA(TFIM,TIN)

ESTA ROTINA DEVE CALCULAR OS VETORES X E SOL EM TFIM

-ENTRADAS

-ARGUMENTOS:

TFIM--INSTANTE PARA O QUAL DEVE-SE CALCULAR X E SOL (SFG.)

TIN--TEMPO EM SEG.

-SAIDAS:

-VIA COMMON

-COMMON /SIMUL/

X(1),X(2),X(3)-VETOR POSICAO DO SATELITE NO SISTEMA INERCIAL EM METROS

X(4),X(5),X(6)-VETOR VELOCIDADE DO SATELITE NO SISTEMA INERCIAL EM METROS

SOL-VETOR POSICAO DO SATELITE NO SISTEMA INERCIAL EM METROS

REAL MFS,MIN,H

DIMENSION FL(6)

COMMON /GUAH/V(6),TIC

COMMON /DATAS/DJI,DJ

COMMON /ATRENC/SSOF,SOF,PKP,E1,E2,SOL(3)

COMMON /SIMUL/XS(6),XL(6),Y(6)

COMMON /XAH/XA,YA,ZA,XAP,YAP,ZAP

IF(TFIM)12,C,D

8 CONTINUE

X1=X;X2=Y;X3=Z;X4=XAP;X5=Y1P;X6=ZAP

YA=X(1);YB=X(2);ZA=X(3);XAP=X(4);YAP=X(5);ZAP=X(6)

IF(TIC)20,10,20

10 CONTINUE

X(1)=X1;X(2)=X2;X(3)=X3;X(4)=X4;X(5)=X5;X(6)=X6

RETURN

12 CONTINUE

C... DADOS PARA SIMULAR ORBITA

C...

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

PRIMEIRO SATELITE

FL(1)=7076350.;EL(2)=.001;EL(3)=.5;EL(4)=.07;EL(5)=.13;EL(6)=0

SSOF=155.;SOF=136.;PKP=2.;ASM=.0070

ANO=1983.;MES=6.;DIA=24.;HORA=0.;MIN=0.;SEG=0.

SEGUNDO SATELITE

EL(1)=6909670.;EL(2)=.0027;EL(3)=1.7074;EL(4)=5.5484;EL(5)=1.5813

EL(6)=.267;SSO=164.;SOF=130.;PKP=2.;ASM=.014

ANO=1977.;MES=4.;DIA=16.;HORA=17.;MIN=0.;SEG=0.

CALL ORB16(EL,)

DJI=367.0+ANO+DIA+1721012.5+IFIX(275.0+MES/9.0)-IFIX(7.0\*(ANO+IFIX(

\*(MFS+9.)/12.)/4.0+HORA/24.0+MIN/1440.0+SEG/86400.0

DJ=DJI

```
DO 15 I=1,3
  V(I) = X(I) / 6378155.
  V(I+3) = X(I+3) / 106302.58
15 CONTINUE
  CALL JACHIA(SS,PF,SJF,PKP,GLAT,SDEC,HML,ZI,TMJD,DENS)
  RETURN
20 CONTINUE
  TIC=0.0
  T1=TIN/60.
  T2=TFTM/60.
  CALL SIMULA(T1,T2,V)
  DO 25 I=1,3
    X(I)=V(I)*6378155.
    X(I+3)=V(I+3)*106302.58
    SOL(I)=SOL(I)*6378155.
25 CONTINUE
  RETURN
  END
```



```

SUBROUTINE SATEL(DS,V,R,S,LF)
LOGICAL LF
DIMENSION V(3),R(3),S(4)
COMMON /CONST/P,PIV2,PID2,RAD,DEG
COMMON /DIFEC/ALFA,BETA
COMMON /SATEL/SIGM
COMMON /ANTEP/II,M,SIGP,GAMA,RHOD,TWTI

```

A SUB-ROTINA SATEL FORNECE OS ELEMENTOS DE AREA DO SATELITE

SAIDAS:

- DA--ELEMENTO DE AREA EM M\*\*2;
- V--VETOR NORMAL AO ELEMENTO;
- R--RAIO A PARTIR DA ORIGEM DO SISTEMA DO SATELITE AO CENTRO DO ELEMENTO EM M;
- S--VETOR DAS CARACTERISTICAS DO ELEMENTO;
- LF--LOGICAL QUE INDICA O FORNECIMENTO DO ULTIMO ELEMENTO.

ENTRADAS:

- SIGM,SIGP,GAMA,TWTI--COMPONENTES DO VETOR S.
- ALFA,BETA--ANGULOS QUE RELACIONAM A DIRECAO DE INCIDENCIA COM O SISTEMA DO SATELITE.

```

SIGM=1. ; SIGP=1. ; GAMA=.7 ; RHOD=.7 ; TWTI=1.
GO TO 200

```

\*\*\* PRIMEIRO EXEMPLO \*\*\*

```

M=M+1
V(1)=0. ; V(2)=0. ; V(3)=0. ; R(1)=0. ; R(2)=0. ; R(3)=0.
GO TO (10,20,30,40,50,60,70,80,90,100),M

```

```

10 S(1)=SIGM ; S(2)=PIV2 ; S(3)=GAMA ; S(4)=RHOD ; S(5)=TWTI
   DS=.8811 ; V(3)=1. ; R(3)=1.3575 ; RETURN
20 V(3)=-1. ; R(3)=-.7575 ; RETURN
30 DS=1.88235 ; V(2)=-1. ; R(2)=-.495 ; R(3)=.3 ; RETURN
40 V(2)=1. ; R(2)=.495 ; R(3)=.3 ; RETURN
50 DS=2.09385 ; V(1)=1. ; R(1)=.445 ; R(3)=.3 ; RETURN
60 V(1)=-1. ; R(1)=-.445 ; R(3)=.3 ; RETURN
70 DS=2.6967 ; V(2)=1. ; R(2)=.495 ; R(1)=1.335 ; RETURN
80 V(2)=-1. ; R(2)=-.495 ; R(1)=1.335 ; RETURN
90 V(2)=1. ; R(2)=-.495 ; R(1)=-1.335 ; RETURN
100 V(2)=-1. ; R(2)=.495 ; R(1)=-1.335 ; LF=.TRUE. ; M=0
    RETURN
200 CONTINUE

```

\*\*\* SEJUNDO EXEMPLO \*\*\*

```

V(1)=0. ; V(2)=0. ; V(3)=0. ; R(1)=0. ; R(2)=0. ; R(3)=0.
M=M+1
GO TO (210,220,230,240,250,260,270,280,290,300),M
210 S(1)=SIGM ; S(2)=PIV2 ; S(3)=GAMA ; S(4)=RHOD ; S(5)=TWTI
    DS=.8811 ; V(3)=-1. ; R(3)=-1.3575 ; RETURN
220 DS=.8811 ; V(3)=1. ; R(3)=.7575 ; RETURN
230 DS=1.88235 ; V(1)=-1. ; R(1)=-.495 ; R(3)=-.300 ; RETURN
240 DS=1.88235 ; V(1)=1. ; R(1)=.495 ; R(3)=-.300 ; RETURN
250 DS=2.09385 ; V(2)=-1. ; R(2)=-.445 ; R(3)=-.300 ; RETURN
260 DS=2.09385 ; V(2)=1. ; R(2)=.445 ; R(3)=-.300 ; RETURN
270 DS=2.6967 ; V(1)=1. ; R(1)=.495 ; R(2)=-1.335 ; RETURN

```

```
280 DS=2.6967 ; V(1)= 1. ; R(1)= .495 ; R(2)= 1.335; RETURN
290 DS=2.6967 ; V(1)=-1. ; R(1)= .495 ; R(2)=-1.335; RETURN
300 DS=2.6967 ; V(1)= 1. ; R(1)= .495 ; R(2)= 1.335
M=0
LF=.TRUE.
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE P10FIX(IC)
EXTERNAL DEEST,DER
DIMENSION W(R(455)),ERR(65),ERR(65)
DIMENSION Z(65),WORK(393),IWORK(5)
COMMON /PFIC/P(10,10),FI(10,10),Q(10),VA
COMMON /PROI/XB(10),EE,OWM,IFLAG,IT,TK,TK1
COMMON /SIMUL/XS(6),XL(6),XO(6),IQ,JFLAG,TTC,IFL
DATA FR,ERA/0.5*1.E-4,65*1.E-5/
DATA FR,EA/2*1.E-8/
DO 10 I=1,29
  Z(I)=0.0
  Z(I+29)=0.0
10 CONTINUE
DO 15 I=1,7
  NV=58+I
  Z(NV)=XR(I)
15 CONTINUE
ID=0-7
ID2=17
DO 20 I=1,3
  ID=ID+8
  ID2=ID2+5
  Z(ID)=1.0
  Z(ID2)=1.0
20 CONTINUE
Z(37)=1.0
TTT=TTC
IF(IC-10)25,22,28
22 CALL INTFG(UEEST,65,Z,TK,TK1,FR,ERA,IFL,WORK,TTT,2)
GO TO 29
28 CALL RKFB5(DER,65,Z,TK,TK1,ER,EA,IFLAG,WORK,IWORK)
29 CONTINUE
DO 40 I=1,7
  DO 30 J=1,3
C
C
C          CALCULO DE FI11 E FI21
C
C          JM1=7+J+I-7
C          FI(I,J)=Z(JM1)
C
C
C          CALCULO DE FI13 E FI23
C
C          JM3=7+J+30+I
C          FI(I,J+1)=Z(JM3)
30 CONTINUE
C
C
C          CALCULO DE XB
C
C          NV=58+I
C          XR(I)=Z(NV)
40 CONTINUE
C
C
C          NORMALIZACAO DO QUATERNION
C
C          QN=SQRT(XB(4)*XB(4)+XB(5)*XB(5)+XB(6)*XB(6)+XB(7)*XB(7))
C          XB(4)=XB(4)/QN;XB(5)=XB(5)/QN;XB(6)=XB(6)/QN;XB(7)=XB(7)/QN
DO 60 I=4,7
  DO 50 J=4,7
C
```

```
C          CALCULO DE FI22
C
          JM2=4*J+I+2
          FI(I,J)=Z(JM2)
50      CONTINUE
60      CONTINUE
```

```
C          CALCULO DE FI33
C
          FI(8,8)=EE
          FI(9,9)=EE
          FI(10,10)=EE
```

```
C          ACELERACIONES NO MODELADAS
C
          XB(8)=XB(8)*EE
          XB(9)=XB(9)*EE
          XB(10)=XB(10)*EE
          RETURN
          END
```

```
C          SUBROUTINE DEZST(T,Y,DY,IER)
C          DIMENSION Y(65),DY(65)
C
          CALL DEF(T,Y,DY)
C
          RETURN
          END
```



```

SUBROUTINE DER(T,Z,D)
DIMENSION Z(65),D(65)
COMMON /PRDP/XB(10),EE,DAMM,IFAG,IT,TK,TK1
COMMON /DD/X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8,X9,Y1,Y2,Y3,Y4,Y5,Y6,Y7,Y8,Y9,Z
*1,Z2,Z3,Z4,Z5,Z6,Z7,Z8,Z9
COMMON /TEST/T1,T2,T3
COMMON /COFF/E(3,3),F(4,3),G(4,4)
IF(IT)10,20,10
10 IT=0
CALL TEST
20 CONTINUE
PQ=7(59)+Z(60)
Q2=Z(60)+Z(60)
P2=7(59)+Z(59)
QR=Z(60)+Z(61)
PR=7(59)+Z(61)
R2=Z(61)+Z(61)
CALL COEFF(Z)
A=EXP((1K-T)/DAMM)
N(59)=X1*PQ+X2*Q2+X3*P2+X4*QR+X5*PR+X6*R2+X7*Y2+X8*T1-X9*T3+XB(8)
**A
N(60)=Y1*PQ+Y2*Q2+Y3*P2+Y4*QR+Y5*PR+Y6*R2+Y7*Y2+Y8*T1-Y9*T3+XB(9)
**A
N(61)=(Z2*PQ+Z3*Q2+Z4*P2+Z5*QR-Z6*PR-Z7*R2-Z8*T2-Z9*T1-T3)/Z1+XB(
*10)*A
N(62)=(Z(61)*Z(63)+Z(59)*Z(65)-Z(60)+Z(64))*+.5
N(63)=(7(59)+Z(64)+Z(67)+Z(65)-Z(61)+Z(62))*+.5
N(64)=(Z(60)+Z(67)+Z(61)+Z(65)-Z(59)+Z(63))*+.5
N(65)=-((7(59)+Z(62)+Z(60)+Z(63)+Z(61)+Z(64))*+.5

C
C
C
DERIVADAS DE F111 E F113
DD 40 J=1,3
J1=7+(J-1)
J3=J1+37
DD 30 I=1,3
J1=J1+1
D(J1)=E(I,1)*Z(J1+1)+E(I,2)*Z(J1+2)+E(I,3)*Z(J1+3)
IJ=J3+1
D(IJ)=E(I,1)*Z(J3+1)+E(I,2)*Z(J3+2)+E(I,3)*Z(J3+3)
30 CONTINUE
40 CONTINUE
N(38)=N(38)+A
N(46)=N(46)+A
N(54)=N(54)+A

C
C
C
DERIVADAS DE F121 ,F122 E F123
DD 60 J=1,3
JM=7*(J-1)+1
JN=JM+37
J1=JM+2
J2=4*(J-1)+21
J3=JM+39
DD 50 I=1,4
J1=J1+1
II=J2+I
IJ=J3+I
N(J1)=F(I,1)+Z(JN)+F(I,2)*Z(JM+1)+F(I,3)*Z(JM+2)+G(I,1)*7(J1

```

```
*      +1)+G(I,2)+Z(J1+2)+G(I,3)+Z(J1+3)+G(I,4)+Z(J1+4)
      D(I1)=G(I,1)+Z(J2+1)+G(I,2)+Z(J2+2)+G(I,3)+Z(J2+3)+G(I,4)+Z(
*      J2+4)
      D(IJ)=F(I,1)+Z(JN)+F(I,2)+Z(JN+1)+F(I,3)+Z(JN+2)+G(I,1)+7*(J3
*      +1)+G(I,2)+Z(J3+2)+G(I,3)+Z(J3+3)+G(I,4)+Z(J3+4)
50    CONTINUE
      D(J+33)=G(J,1)+Z(34)+G(J,2)+Z(35)+G(J,3)+Z(36)+G(J,4)+Z(37)
60    CONTINUE
      D(37)=G(4,1)+Z(34)+G(4,2)+Z(35)+G(4,3)+Z(36)+G(4,4)+Z(37)
      RETURN
      END
```

```
SUBROUTINE COEFC(Z)
DIMENSION Z(65)
COMMON /COEFF/L(3,3),F(4,3),G(4,4)
COMMON /DD/X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8,X9,Y1,Y2,Y3,Y4,Y5,Y6,Y7,Y8,Y9,Z
*1,Z2,Z3,Z4,Z5,Z6,Z7,Z8,Z9
F(1,1)=X1*7(60)+X3+Z(59)+2.0+X5+Z(61)
F(1,2)=Y1*7(59)+Y2+Z(60)+2.0+Y4+Z(61)
F(1,3)=X4*7(60)+X6+Z(61)+2.0+X5+Z(59)
F(2,1)=Y1*7(60)+Y3+Z(59)+2.0+Y5+Z(61)
F(2,2)=Y1*7(59)+Y2+Z(60)+2.0+Y4+Z(61)
F(2,3)=Y4*7(60)+Y6+Z(61)+2.0+Y5+Z(59)
F(3,1)=(72+Z(60)+Z4+Z(59)+2.0-26*Z(61))/Z1
F(3,2)=(72+Z(59)+Z3+Z(60)+2.0+25*Z(61))/Z1
F(3,3)=(25+Z(60)-Z7+Z(61)+2.0-26*Z(59))/Z1
F(1,1)=Z(65)+.5
F(1,2)=0.0-Z(64)+.5
F(1,3)=Z(62)+.5
F(2,1)=Z(64)+.5
F(2,2)=Z(65)+.5
F(2,3)=0.0-Z(62)+.5
F(3,1)=0.0-Z(63)+.5
F(3,2)=Z(62)+.5
F(3,3)=Z(65)+.5
F(4,1)=0.0-Z(62)+.5
F(4,2)=0.0-Z(63)+.5
F(4,3)=0.0-Z(64)+.5
G(1,2)=Z(61)+.5
G(1,3)=0.0-Z(67)+.5
G(1,4)=Z(59)+.5
G(2,1)=0.0-Z(61)+.5
G(2,3)=Z(59)+.5
G(2,4)=Z(60)+.5
G(3,1)=Z(60)+.5
G(3,2)=0.0-Z(59)+.5
G(3,4)=Z(61)+.5
G(4,1)=0.0-Z(59)+.5
G(4,2)=0.0-Z(60)+.5
G(4,3)=0.0-Z(61)+.5
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE PROP
COMMON /PFI/P(10,10),FI(10,10),QL(10),VA
COMMON /R10/W(10,10)
DO 50 J=1,10
  DO 10 I=1,3
    QL(I) =FI(I,1)*P(1,J)+FI(I,2)*P(2,J)+FI(I,3)*P(3,J)+FI(I,8
    *      )+P(8,J)+FI(I,9)*P(9,J)+FI(I,10)*P(10,J)
    II=7+I
    QL(II) =FI(II,I)*P(I,J)
10  CONTINUE
  DO 30 I=4,7
    S=0.0
    DO 20 K=1,5
      K1=5+K
      S=S+FI(I,K)*P(K,J)+FI(I,K1)*P(K1,J)
20  CONTINUE
    QL(I)=S
30  CONTINUE
  DO 40 I=1,5
    II=5+I
    P(I,J)=QL(I)
    P(II,J)=QL(II)
40  CONTINUE
50  CONTINUE
  DO 160 I=1,10
    IF(I-3)40,60,90
60  DO 80 J=1,3
    S=0.0
    DO 70 K=1,3
      K1=7+K
      S=S+P(I,K)+FI(J,K)+P(I,K1)+FI(J,K1)
70  CONTINUE
    QL(J)=S
80  CONTINUE
90  CONTINUE
    IF(I-7)100,100,130
100 H=4
    IF(I.GT.4)H=I
    DO 120 J=H,7
      S=0.0
      DO 110 K=1,5
        K1=5+K
        S=S+P(I,K)+FI(J,K)+P(I,K1)+FI(J,K1)
110  CONTINUE
      QL(J)=S
120  CONTINUE
130  CONTINUE
    L=8
    IF(I.GT.8)L=I
    DO 140 J1=L,10
      QL(J1)=P(I,J1)+FI(J1,J1)
140  CONTINUE
  DO 150 J=1,10
    P(I,J)=QL(J)
150  CONTINUE
160 CONTINUE
  DO 180 I=1,10
    DO 170 J=I,10
      P(J,I)=P(I,J)
```

```
170 CONTINUE
180 CONTINUE
    CALL RU1DD(10)
    DO 200 I=1,10
    DO 200 J=1,10
        P(I,J)=P(I,J)+Q(I,J)
        P(J,I)=P(I,J)
200 CONTINUE
    RETURN
    END
```

```
SUBROUTINE OBS
COMMON /MT/Q(3,3)
COMMON /DES/DB(9),J(9)
COMMON /PROP/Y(10),EE,DANM,IFL,IT,TK,TK1
COMMON /ATDEN2/E(5),XS1,XS2,XS3
COMMON /SIMUL/E1(12),X(6)
Q4=Y(4)*Y(4)
Q5=Y(5)*Y(5)
Q6=Y(6)*Y(6)
Q7=Y(7)*Y(7)
Q(1,1)=Q4-Q5-Q6+Q7
Q(1,2)=2.0*(Y(4)*Y(5)+Y(6)+Y(7))
Q(1,3)=2.0*(Y(4)*Y(6)-Y(5)*Y(7))
Q(2,1)=2.0*(Y(4)*Y(5)-Y(6)*Y(7))
Q(2,2)=Q5+Q7-Q4-Q6
Q(2,3)=2.0*(Y(5)*Y(6)+Y(4)*Y(7))
Q(3,1)=2.0*(Y(4)+Y(5)+Y(6)*Y(7))
Q(3,2)=2.0*(Y(5)+Y(6)-Y(4)*Y(7))
Q(3,3)=Q6+Q7-Q4-Q5
S1=XS1-X(1)
S2=XS2-X(2)
S3=XS3-X(3)
RSS=SQRT(S1*S1+S2*S2+S3*S3)
NB(4)= ((Q(1,1)*S1+Q(1,2)*S2+Q(1,3)*S3)/RSS)
NB(5)= ((Q(2,1)*S1+Q(2,2)*S2+Q(2,3)*S3)/RSS)
NB(6)= ((Q(3,1)*S1+Q(3,2)*S2+Q(3,3)*S3)/RSS)
R=SQRT(X(1)*X(1)+X(2)*X(2)+X(3)*X(3))
NB(1)= ((0.0-X(1)*Q(1,1)-X(2)*Q(1,2)-X(3)*Q(1,3))/R)
NB(2)= ((0.0-X(1)*Q(2,1)-X(2)*Q(2,2)-X(3)*Q(2,3))/R)
NB(3)= ((0.0-X(1)*Q(3,1)-X(2)*Q(3,2)-X(3)*Q(3,3))/R)
NB(7)=Y(1); DB(8)=Y(2); DB(9)=Y(3)
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE ATUAL
REAL NORMA
COMMON /PROP/XR(10),EE,DANM,IFL,IT,TK,TK1,X(10),ROT,RUS,RG
COMMON /DBS/UB(9),J(9),AK(10)
COMMON /PFIJ/P(10,10),FI(10,10),QL(10),VA
```

```
C
RT=ROT+RCT ; RS=R0S+R0S
DO 10 I=1,5
  X(I)=XB(I)
  X(I+5)=XB(I+5)
10 CONTINUE
DO 50 K=1,6
  RK=(1-K/4)*RT+(K/4)*RS
  SM=D(K)-OB(K)
  CALL DHK(K)
  DO 40 M=4,7
    SM=SM+QL(M)*(XB(M)-X(M))
40 CONTINUE
  CALL KALSTD(10,10,SM,RK,QL,X,P,AK)
50 CONTINUE
IF(TV.LT.200.0)GO 10 57
RK=RG+PG
QL(4)=0.0 ; QL(5)=0.0 ; QL(6)=0.0 ; QL(7)=0.0
DO 55 K=7,9
  QL(K-6)=1.0
  SM=D(K)-OB(K)+XB(K-6)-X(K-6)
  CALL KALSTD(10,10,SM,RK,QL,X,P,AK)
  QL(K-6)=0.0
55 CONTINUE
57 CONTINUE
NORMA=SQRT(X(4)*X(4)+X(5)*X(5)+X(6)*X(6)+X(7)*X(7))
DO 60 K=4,7
  X(K)=Y(K)/NORMA
60 CONTINUE
DO 70 I=1,10
  IF(P(I,I).LT.0.)P(I,I)=1.F-30
70 CONTINUE
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE DHK(K)
COMMON /PRDP/XB(10)
COMMON /PFTQ/P(10,10),FI(10,10),QL(10),VA
COMMON /ATDENZ/E(5),XS1,XS2,XS3
COMMON /SIMUL/E1(12),X1,X2,X3
COMMON /SER/S1,S2,S3,R
GO TO (10,30,40,50,30,40),K
10 CONTINUE
DO 15 I=1,3
  QL(I)=0.0
  QL(I+7)=0.0
15 CONTINUE
  S1=0.0-X1
  S2=0.0-X2
  S3=0.0-X3
20 CONTINUE
  R=2.0/SQRT(S1*S1+S2*S2+S3*S3)
  QL(4)=(XB(4)*S1+XB(5)*S2+XB(6)*S3)*R
  QL(5)=(0.0-XB(5)*S1+XB(4)*S2-XB(7)*S3)*R
  QL(6)=(0.0-XB(6)*S1+XB(7)*S2+XB(4)*S3)*R
  QL(7)=(XB(7)*S1+XB(6)*S2-XB(5)*S3)*R
  RETURN
30 CONTINUE
  QL(4)=(XB(5)*S1-XB(4)*S2+XB(7)*S3)*R
  QL(5)=(XB(4)*S1+XB(5)*S2+XB(6)*S3)*R
  QL(6)=(0.0-XB(7)*S1-XB(6)*S2+XB(5)*S3)*R
  QL(7)=(0.0-XB(6)*S1+XB(7)*S2+XB(4)*S3)*R
  RETURN
40 CONTINUE
  QL(4)=(XB(6)*S1-XB(7)*S2-XB(4)*S3)*R
  QL(5)=(XB(7)*S1+XB(6)*S2-XB(5)*S3)*R
  QL(6)=(XB(4)*S1+XB(5)*S2+XB(6)*S3)*R
  QL(7)=(XB(5)*S1-XB(4)*S2+XB(7)*S3)*R
  RETURN
50 CONTINUE
  S1=XS1-X1
  S2=XS2-X2
  S3=XS3-X3
  GO TO 20
END
```

```

SUBROUTINE TEST
COMMON /DEFT/FS(30),FD(30),TS(30),V(9)
COMMON /TEST/T1,T2,T3
COMMON /ATUA/U1,U2,U3
T1=U1
T2=U2
T3=U3
RETURN
END

```

FUNCTION GAUSS(Z)

```

C
C
C     ESTA FUNCAO GERA UMA VARIAVEL ALEATORIA COM DISTRIBUICAO GAUSSIANA
C     COM MEDIA NULA E VARIANCA UNITARIA PELO METODO DE "MONTE CARLO".
C     REFERENCIA: ABRAMOWITZ & STEGUN(1968).
C     ARGUMENTO
C       Z= VARIAVEL ALEATORIA COM DISTRIBUICAO UNIFORME ENTRE ZERO E UM,
C       CALCULADA INTERNAMENTE VIA FUNCAO RANDOM(Z).
C
DATA C0,C1,C2,D1,D2,D3,EPS/2.515517,0.802853,0.010328,1.432788,0.1
*R9269,0.001308,1.E-6/
U=RANDOM(Z)
I=1
IF(U.GT.0.5)I=0-1
U=ABS(0.5-U)
IF(U.LT.1.E-6)U=EPS
S=SQRT(0.0-2.0*ALOG(U))
X=S*(2.515517+S*(0.802853+S*0.010328))/(1.+S*(1.432788+S*(0.149269
+S*0.001308)))
GAUSS=I*X
RETURN
END

```

SUBROUTINE ARCUR

```
COMMON /CUP/ CU(750), CM(1500), CJ(1500), RS1(750), RS2(750), KC, KF
COMMON /TETA/ WX(250), WY(250), WZ(250)
COMMON /TET/ TX(250), TY(250), TZ(250)
COMMON /PRDP/ AH(10), EE, DANM, TFL, IT, TK, TK1, X(10), ROT, ROS, RG
COMMON /PFTG/ P(10,10), FI(10,10), QL(10), VA
COMMON /DBS/ DB(9), J(9)
COMMON /RSX/ RSX(6)
COMMON Y(13), NW, IEJL, ANG(4)
```

C

```
DP=Y(1)-X(1) ; DQ=Y(2)-X(2) ; DR=Y(3)-X(3)
Q1=Y(4)-X(4) ; Q2=Y(5)-X(5) ; Q3=Y(6)-X(6) ; Q4=Y(7)-X(7)
```

C

```
KN=KC+KF
CN(KC)=TK
KNN=KN+KN
NM(KC)=SQRT((DP*DP+DQ*DQ+DR*DR+1.E-30)+57.296**2.0)
NM(KN)=SQRT((P(1,1)+P(2,2)+P(3,3)+1.E-30)+57.296**2.0)
OU(KC)=SQRT(Q1*Q1+Q2*Q2+Q3*Q3+Q4*Q4+1.E-30)
OU(KN)=SQRT(P(4,4)+P(5,5)+P(6,6)+P(7,7)+1.E-30)
```

C

```
DP=(Y(11)-ARCOS(OB(1)))/ROT ; DQ=(Y(12)-ARCOS(OB(2)))/ROT
DR=(Y(13)-ARCOS(OB(3)))/ROT ; Q1=(Y(8)-ARCOS(OB(4)))/ROS
Q2=(Y(9)-ARCOS(OB(5)))/ROS ; Q3=(Y(10)-ARCOS(OB(6)))/ROS
NN=SQRT(O(7)*O(7)+J(7)+JB(7)+RG*RG) ; W1=(O(7)/ON-OB(7)/ON)/(RG/ON)
NN=SQRT(O(8)*O(8)+J(8)+JB(8)+RG*RG) ; W2=(O(8)/ON-OB(8)/ON)/(RG/ON)
NN=SQRT(O(9)*O(9)+J(9)+JB(9)+RG*RG) ; W3=(O(9)/ON-OB(9)/ON)/(RG/ON)
```

C

```
RS1(KC)=(DP)+(DQ)+(DR)+(Q1)+(Q2)+(Q3)/6.0
RS2(KC)=(W1)+(W2)+(W3)/3.0
ABP=ABS(RS1(KC)) ; IF (ABP.GT.6.0) RS1(KC)=6.0+RS1(KC)/ABP
ABP=ABS(RS2(KC)) ; IF (ABP.GT.6.0) RS2(KC)=6.0+RS2(KC)/ABP
CALL TETA(TETX,TETY,TETZ,T1,T2,T3)
TX(KC)=T1 ; TY(KC)=T2 ; TZ(KC)=T3
WX(KC)=SQRT(P(1,1))*57.296
IF (WX(KC).GT.0.0025) WX(KC)=0.0025
WY(KC)=SQRT(P(2,2))*57.296
IF (WY(KC).GT.0.0025) WY(KC)=0.0025
WZ(KC)=SQRT(P(3,3))*57.296
IF (WZ(KC).GT.0.0025) WZ(KC)=0.0025
RETURN
END
```



```
SUBROUTINE RUIDO(IC)
REAL M(6)
DIMENSION G(10,6),RK(6),AQ(6)
COMMON /PROP/XE(10),EE,DANM,IFL,IT,TK,TK1,X(10),ROT,ROS,RG
COMMON /PFIQ/P(10,10),FI(10,10),QL(10),VA,PQ(6,6)
COMMON /RUID/W(10,10),OK
COMMON /OBS/UB(9),J(9)
COMMON /RSX/RSX(6)

C
RT=ROT*EDT ; RS=ROS*ROS
DT=(TK1-TK)*0.5
DO 20 J=1,3
  J1=J+3
  J2=J+7
  DO 10 I=1,7
    G(I,J)=FI(I,J)*DT
    G(I,J1)=FI(I,J2)*DT
10  CONTINUE
    G(J,J)=G(J,J)+DT
    G(J2,J1)=(FI(J2,J2)+1.0)*DT
20  CONTINUE
    IF(IC-1)22,130,22
22  CONTINUE
    DO 100 K=1,6
      RK=(1-K/4)*RT+(K/4)*RS
      RK1=O(K)-OB(K)
      RK1=FK1+RK1
      IF(RK1.GT.9.0+RK)RK1=9.0+RK
      YP=PK1+RK
      CALL DHK(K)
      ESPROT=0.0
      DO 30 I=4,7
        S=0.0
        DO 25 J=4,7
          S=S+QL(J)*P(J,I)
25  CONTINUE
          YP=YP-S*QL(I)
30  CONTINUE
          DO 40 N=1,6
            M(N)=QL(4)+G(4,N)+QL(5)+G(5,N)+QL(6)+G(6,N)+QL(7)+G(7,N)
            V(N)=M(N)*4(N)
            YP=YP-M(N)+J(N)
40  CONTINUE
            RO=(RK1+4.0+RK*2.0)*RK
            CALL KALSTD(6,6,YP,RO,M,OK,PQ,AQ)
100 CONTINUE
            IF(TK.LT.200.0)GO TO 109
            RK=RG*0.6
            DO 100 K=7,9
              RK1=(O(K)-OB(K))*(O(K)-OB(K))
              IF(RK1.GT.9.0+RK)RK1=9.0+RK
              KL=K-6
              YP=PK1+FK-P(KL,KL)
              DO 107 N=1,6
                M(N)=G(KL,N)+G(KL,N)
                YP=YP-M(N)+J(N)
107 CONTINUE
              RO=(RK1+4.0+RK*2.0)*RK
              CALL KALSTD(6,6,YP,RO,M,OK,PQ,AQ)
```

```
108 CONTINUE
109 CONTINUE
    DO 120 I=1,6
        IF(OK(I))110,120,120
110     OK(I)=0.0
120 CONTINUE
130 CONTINUE
    DO 200 I=1,10
        DO 150 J=1,10
            S=0.0
            DO 140 K=1,3
                KM=K+3
                S=S+G(I,K)*OK(K)+G(J,K)+G(I,KM)*OK(KM)+G(J,KM)
180         CONTINUE
            Q(I,J)=S
            Q(J,I)=S
190     CONTINUE
200 CONTINUE
    RETURN
    END
```

```
SUBROUTINE TETA(TETX,TETY,TETZ,T1,T2,T3)
COMMON /PRCP/XY(10),EE,DANM,IFL,IT,TK,TK1,X(10),ROT,ROS
COMMON /PFIQ/P(10,10)
DO 10 I=4,7
  XR(I)=X(I)
10 CONTINUE
CALL NRS
Q11=X(4)*X(4)
Q12=X(4)*X(5)*2.0
Q13=X(4)*X(6)*2.0
Q14=X(4)*X(7)*2.0
Q22=X(5)*X(5)
Q23=X(5)*X(6)*2.0
Q24=X(5)*X(7)*2.0
Q33=X(6)*X(6)
Q34=X(6)*X(7)*2.0
Q44=X(7)*X(7)
C
T1=P(7,7)*Q11+P(6,7)*Q12-P(5,7)*Q13-P(4,7)*Q14+P(6,6)*Q22-P(5,6)
1*Q23-P(4,6)*Q24+P(5,5)*Q33+P(4,5)*Q34+P(4,4)*Q44
C
T2=P(6,6)*Q11-P(6,7)*Q12-P(4,5)*Q13+P(5,6)*Q14+P(7,7)*Q22+P(4,7)
2*Q23-P(5,7)*Q24+P(4,4)*Q33-P(4,5)*Q34+P(5,5)*Q44
C
T3=P(5,5)*Q11-P(4,5)*Q12+P(5,7)*Q13-P(5,6)*Q14+P(4,4)*Q22-P(4,7)
3*Q23+P(4,6)*Q24+P(7,7)*Q33-P(5,7)*Q34+P(6,6)*Q44
C
T1=SQRT(T1)*112.59
T2=SQRT(T2)*112.59
T3=SQRT(T3)*112.59
TETX=ARCOS(COS(T2)*COS(T3))+57.296
TETY=ARCOS(COS(T1)*COS(T3))+57.296
TETZ=ARCOS(COS(T1)*COS(T2))+57.296
IF(T1.GT.0.2)T1=0.2
IF(T2.GT.0.2)T2=0.2
IF(T3.GT.0.2)T3=0.2
RETURN
END
```



```
C
D(1,1)=XX(8) ; D(1,2)=XX(7) ; D(1,3)=0.0-XX(9)
D(2,1)=YY(8) ; D(2,2)=YY(7) ; D(2,3)=0.0-YY(9)
D(3,1)=0.-ZZ(8)/ZZ(1) ; D(3,2)=0.-ZZ(8)/ZZ(1) ; D(3,3)=0.-1./ZZ(1)
C
30 CONTINUE
DO 40 I=1,7
  G(I,1)=(FI(I,1)+D(1,1)+FI(I,2)+D(2,1)+FI(I,3)+D(3,1))*DT
  G(I,2)=(FI(I,1)+D(1,2)+FI(I,2)+D(2,2)+FI(I,3)+D(3,2))*DT
  G(I,3)=(FI(I,1)+D(1,3)+FI(I,2)+D(2,3)+FI(I,3)+D(3,3))*DT
40 CONTINUE
DO 50 I=1,3
  DO 50 J=1,3
    G(I,J)=G(I,J)+D(I,J)*DT
50 CONTINUE
C
C   CALCULO DE HK+1
C
DO 60 I=1,6
  H(I,1)=A(I,4)+G(4,1)+A(I,5)+G(5,1)+A(I,6)+G(6,1)+A(I,7)+G(7,1)
  H(I,2)=A(I,4)+G(4,2)+A(I,5)+G(5,2)+A(I,6)+G(6,2)+A(I,7)+G(7,2)
  H(I,3)=A(I,4)+G(4,3)+A(I,5)+G(5,3)+A(I,6)+G(6,3)+A(I,7)+G(7,3)
60 CONTINUE
H(7,1)=G(1,1) ; H(7,2)=G(1,2) ; H(7,3)=G(1,3)
H(8,1)=G(3,1) ; H(8,2)=G(3,2) ; H(8,3)=G(3,3)
H(9,1)=G(2,1) ; H(9,2)=G(2,2) ; H(9,3)=G(2,3)
C
C   CALCULO DE ZK+1
C
DO 70 I=1,9
  Z(I)=H(I,1)+U1+H(I,2)+U2+H(I,3)+U3-FO(I)
70 CONTINUE
C
C   CALCULO DE DELX E W
C
IC=10
CALL PUIND(IC)
IC=0
DO 80 I=1,10
  DY(I)=SORT(P(I,I))
  W(I)=SORT(W(I,I))
80 CONTINUE
C
C   CALCULO DOS MODULOS
C
DO 100 I=1,7
  DO 90 J=1,3
    J1=J+7
    FI(I,J)=ABS(FI(I,J))
    FI(I,J1)=ABS(FI(I,J1))
90 CONTINUE
DO 100 J=4,7
  FI(I,J)=ABS(FI(I,J))
  A(I,J)=ABS(A(I,J))
100 CONTINUE
C
C   CALCULO DE DEL-U
C
DU(1)=ABS(XB(6)) ; DU(2)=ABS(XR(9)) ; DU(3)=ABS(XB(10))
C
```

```
C      CALCULO DE ZETA, OU SEJA, CALCULO DE -RK+1
C
      DO 120 I=1,3
        S=W(I)
        DO 110 J=1,3
          J1=J+7
          S=S+FI(I,J)*DX(J)+FI(I,J1)*DX(J1)+G(I,J)*DU(J)
110      CONTINUE
        QA(I)=S
120      CONTINUE
        DO 140 I=4,7
          S=W(I)
          DO 130 J=1,5
            J1=J+5
            S=S+FI(I,J)*DX(J)+FI(I,J1)*DX(J1)
130      CONTINUE
          QA(I)=S+G(I,1)*DU(1)+G(I,2)*DU(2)+G(I,3)*DU(3)
140      CONTINUE
          DO 150 I=1,6
            S=A(I,4)*QA(4)+A(I,5)*QA(5)+A(I,6)*QA(6)+A(I,7)*QA(7)
            R(I) =ALFA(I)*S+S
150      CONTINUE
          R(7) =ALFA(7)*QA(1)+QA(1)
          R(8) =ALFA(8)*QA(3)+QA(3)
          R(9) =ALFA(9)*QA(2)+QA(2)
          DO 160 I=1,9
            R(I) =1.0/R(I)
160      CONTINUE
C
C      CALCULO DE (HK+1)T.(R)-1 ARMAZENADO EM Q
C
      DO 170 J=1,3
        DO 170 I=1,9
          Q(J,I)=H(I,J)*R(I)
170      CONTINUE
C
C      CALCULO DE (HK+1)T.(R)-1.(HK+1)
C
      DO 200 I=1,3
        DO 190 J=1,3
          S=0
          DO 180 K=1,4
            K1=K+4
            S=S+W(I,K)+H(K,J)+Q(I,K1)+H(K1,J)
180      CONTINUE
          AI(I,J)=S+Q(I,9)+H(9,J)
190      CONTINUE
200      CONTINUE
C
C      INVERSAO DE MATRIZ
C
      CALL MATINV(AI,3,3,AU,DET,IP,IN,ISC)
C
C      CALCULO DE (HK+1)T.(R)-1.ZK+1
C
      DO 220 I=1,3
        S=0(I,9)+Z(9)
        DO 210 J=1,4
          J1=J+4
          S=S+Q(I,J)+Z(J)+Q(I,J1)+Z(J1)
```

210 CONTINUE

QA(T)=S

220 CONTINUE

C  
C  
C

ESTIMATIVA DO CONTROLE

U1=AI(1,1)\*QA(1)+AI(1,2)\*QA(2)+AI(1,3)\*QA(3)

U2=AI(2,1)\*QA(1)+AI(2,2)\*QA(2)+AI(2,3)\*QA(3)

U3=AI(3,1)\*QA(1)+AI(3,2)\*QA(2)+AI(3,3)\*QA(3)

RETURN

END

SUBROUTINE FOJFO

C  
C ESTA SUB-ROTINA DESTINA-SE A CALCULAR OS VALORES DA FUNCAO OBJE TIV  
C E SUAS DERIVADAS NO TEMPO TK+1 PARA A TRAJETORIA DE REFERENCIA  
C

COMMON /DEF/DFD(9,10),FD(9)  
COMMON /TRANS/R(3,3),QV(3,3)  
COMMON /MT/Q(3,3)  
COMMON /PROP/XB(10)  
COMMON /SIMUL/XS(6),XL(6),X1(6)  
COMMON /XAH/XA, YA, ZA

C  
C  
C

I=1; J=2; K=3; X=X1(1); Y=X1(2); Z=X1(3)

C

RK=SQRT(X\*X+Y\*Y+Z\*Z)  
R1=2.0/RK

10 CONTINUE

DFD(I,4)=(Y\*XB(5)+Z\*XB(6))\*R1  
DFD(I,5)=(0.0-X\*XB(5)+2.0+Y\*XB(4)-Z\*XB(7))\*R1  
DFD(I,6)=(0.0-X\*XB(6)+2.0+Y\*XB(7)+Z\*XB(4))\*R1  
DFD(I,7)=(Y\*XB(6)-Z\*XB(5))\*R1  
DFD(J,4)=(Y\*XB(5)-Y\*XB(4)+2.0+Z\*XB(7))\*R1  
DFD(J,5)=(X\*XB(4)+Z\*XB(6))\*R1  
DFD(J,6)=(0.0-X\*XB(7)-Y\*XB(6)+2.0+Z\*XB(5))\*R1  
DFD(J,7)=(0.0-X\*XB(6)+7\*XB(4))\*R1  
DFD(K,4)=(Y\*XB(6)-Y\*XB(7)-7\*XB(4)+2.0)\*R1  
DFD(K,5)=(X\*XB(7)+Y\*XB(6)-7\*XB(5)+2.0)\*R1  
DFD(K,6)=(X\*XB(4)+Y\*XB(5))\*R1  
DFD(Y,7)=(X\*XB(5)-Y\*XB(4))\*R1  
IF(I-1)20,20,30

20 CONTINUE

FD(1)=(X\*Q(1,1)+Y\*Q(1,2)+Z\*Q(1,3))/RK  
FD(2)=(X\*Q(2,1)+Y\*Q(2,2)+Z\*Q(2,3))/RK  
FD(3)=(X\*Q(3,1)+Y\*Q(3,2)+Z\*Q(3,3))/RK-1.0  
X=P(1,2)  
Y=P(2,2)  
Z=P(3,2)

C

FD(4)=X\*Q(1,1)+Y\*Q(1,2)+Z\*Q(1,3) -1.0  
FD(5)=Y\*Q(2,1)+Y\*Q(2,2)+Z\*Q(2,3)  
FD(6)=X\*Q(3,1)+Y\*Q(3,2)+Z\*Q(3,3)  
R1=2.0  
I=4 ; J=5 ; K=6  
GO TO 10

C

30 CONTINUE

DFD(7,1)=1.0  
DFD(8,2)=1.0  
DFD(9,2)=1.0  
FD(7)=XB(1)  
FD(8)=XB(3)  
V=R(1,7)+X1(4)+R(2,2)\*X1(5)+R(3,2)\*X1(6)  
FD(9)=XB(2)-V/RK  
RETURN  
END



```

SUBROUTINE MATINV(I,K,N,B,DETERM,IPIVOT,INDEX,ISCALE)
DIMENSION IPIVOT(1), A(K,K), B(K,K), INDEX(K,2)
EQUIVALENCE (IROW,JROW), (ICOLUJ,JCOLUJ), (AMAX,T,SWAP)
C
C
C      *** INICIALIZACAO ***
M= N
ISCALF= 0
R1= 10.0 ** 63
R2= 1.0 / R1
DETEPM= 1.0
DO 20 J= 1,N
IPIVOT(J) = 0
20 CONTINUE
DO 550 I= 1,N
C
C
C      *** BUSCA DO ELEMENTO PIVO ***
AMAX= 0.0
DO 105 J= 1,N
IF(IPIVOT(J) = 1) 60, 105, 60
60 DO 100 K= 1,N
IF(IPIVOT(K) = 1) 80, 100, 740
80 IF(ABS(AMAX) - ABS(A(J,K))) 85, 100, 100
85 IROW= J
ICOLUJ= K
AMAX= A(J,K)
100 CONTINUE
105 CONTINUE
IF(AMAX) 110, 106, 110
106 DETEPM= 0.0
ISCALF= 0
GO TO 740
110 IPIVOT(ICOLUJ)= IPIVOT(ICOLUJ) + 1
C
C
C      *** TRCA DE LINHAS PARA COLOCAR O ELEMENTO PIVO NA DIAGONAL ***
IF(IROW = ICOLUJ) 140, 260, 140
140 DETEPM= - DETEPM
DO 200 L= 1,N
SWAP = A(IROW,L)
A(IROW,L) = A(ICOLUJ,L)
A(ICOLUJ,L)= SWAP
200 CONTINUE
IF(M) 260, 260, 210
```

```
210 DO 250 L= 1,M
      SWAP      = B(IRON,L)
      R(IRON,L) = B(ICOLUM,L)
      R(ICOLUM,L)= SWAP
250 CONTINUE
```

```
260 INDEX(I,1)= IRON
      INDEX(I,2)= ICOLUM
      PIVOT= A(ICOLUM,ICJLUM)
```

C  
C  
C

\*\*\* ESCALONAR O DETERMINANTE \*\*\*

PIVOTI= PIVOT

IF(ABS(DETERM) - R1) 1030, 1010, 1010

```
1010 DETERM= DETERM/R1
      ISCALF= ISCALE + 1
```

IF(ABS(DETERM) - R1) 1060, 1020, 1020

```
1020 DETERM= DETERM/R1
      ISCALF= ISCALE + 1
      GO TO 1060
```

1030 IF(ABS(DETERM) - R2) 1040, 1040, 1060

```
1040 DETERM= DETERM*R1
      ISCALF= ISCALE - 1
```

IF(ABS(DETERM) - R2) 1050, 1050, 1060

```
1050 DETERM= DETERM*R1
      ISCALF= ISCALE - 1
```

1060 IF(ABS(PIVOTI) - R1) 1090, 1070, 1070

```
1070 PIVOTI= PIVOTI/R1
      ISCALF= ISCALE + 1
```

IF(ABS(PIVOTI) - R1) 320, 1080, 1080

```
1080 PIVOTI= PIVOTI/R1
      ISCALF= ISCALE + 1
      GO TO 320
```

1090 IF(ABS(PIVOTI) - R2) 2000, 2000, 320

```
2000 PIVOTI= PIVOTI*R1
      ISCALF= ISCALE - 1
```

IF(ABS(PIVOTI) - R2) 2010, 2010, 320

```
2010 PIVOTI= PIVOTI*R1
      ISCALF= ISCALE - 1
```

```
320 DETERM= DETERM * PIVOTI
```

C

C \*\*\* DIVIDIR A LINHA DO PIVO PELO ELEMENTO PIVO \*\*\*

```
C
A(ICOLUM,ICOLUM)= 1.0
DO 350 L= 1,N
A(ICOLUM,L)= A(ICOLUM,L) / PIVOT
350 CONTINUE

IF(M) 380, 380, 360

360 DO 370 L= 1,M
R(ICOLUM,L)= B(ICOLUM,L) / PIVOT
370 CONTINUE
```

C \*\*\* REDUZIR AS LINHAS QUE NAO CONTEM O PIVO \*\*\*

```
C
C
C
380 DO 550 L1= 1,N
IF(L1 - ICOLUM) 400, 550, 400

400 T= A(L1,ICOLUM)
A(L1,ICOLUM)= 0.0

DO 450 L= 1,N
A(L1,L)= A(L1,L) - A(ICOLUM,L)*T
450 CONTINUE

IF(N) 550, 550, 460

460 DO 500 L= 1,M
R(L1,L)= B(L1,L) - B(ICOLUM,L)*T
500 CONTINUE
550 CONTINUE
```

C \*\*\* TROCAR COLUNAS \*\*\*

```
C
C
C
DO 710 I= 1,N
L= N + 1 - I

IF(INDEX(L,1) - INDEX(1,2)) 630, 710, 630

630 JROW= INDEX(L,1)
JCOLUM= INDEX(1,2)

DO 705 K= 1,N
SWAP = A(K,JROW)
A(K,JROW) = A(K,JCOLUM)
A(K,JCOLUM) = SWAP

705 CONTINUE
710 CONTINUE

740 RETURN

END
```

```
SUBROUTINE ARCV
  DOUBLE PRECISION ZRTX
  COMMON /DEP/DFC(9,10),FO(9)
  COMMON /CUP/CCC(5250),KC,KF
  COMMON /PROP/XB(10),EE,DAN'',IFL,IT,TK
  COMMON /CUPC/XR(2250),YR(2250),ZR(2250),TX(2250),TY(2250),
*TZ(2250),WP(2250),WR(2250),WQ(2250),UX(2250),UY(2250),UZ(2250)
  COMMON /ATHA/ U1,U2,U3
  DATA YRM,YRM,TYM,TZM,XRMA,YRMA,TYMA,TZMA/4*89.,4*91./
  DATA ZPMA, TXMA, WPMA, WRMA, WQMA/2*1.0,3*0.01 /
  XR(KC)=ARCOS(FO(1))*57.296
  YR(KC)=APCOS(FO(2))*57.296
  ZR(KC)=APCOS(FO(3)+1.0)*57.296
  TX(KC)=ARCOS(FO(4)+1.0)*57.296
  TY(KC)=ARCOS(FO(5))*57.296
  TZ(KC)=ARCOS(FO(6))*57.296
  IF(TK.LT.100.0)GO TO 5
  ZR(KC)=SQRT((Y0.-XR(KC))*2.+(90.-YR(KC))*2.)
  TX(KC)=SQRT((Y0.-TY(KC))*2.+(90.-TZ(KC))*2.)
5 CONTINUE
  WP(KC)=FO(7)*57.296
  WR(KC)=FO(8)*57.296
  WQ(KC)=FO(9)*57.296
  IF(XP(KC).LT.XRM)XR(KC)=XRM
  IF(YR(KC).LT.YRM)YR(KC)=YRM
  IF(TY(KC).LT.TYM)TY(KC)=TYM
  IF(TZ(KC).LT.TZM)TZ(KC)=TZM
  IF(XR(KC).GT.XRMA)XR(KC)=XRMA
  IF(YR(KC).GT.YRMA)YR(KC)=YRMA
  IF(TY(KC).GT.TYMA)TY(KC)=TYMA
  IF(TZ(KC).GT.TZMA)TZ(KC)=TZMA
  ZR(KC)=AMIN1(ZPMA,ZR(KC))
  TX(KC)=AMIN1(TXMA,TX(KC))
  A=ABS(WP(KC))
  IF(A.GT.WPMA)WP(KC)=WP(KC)/A*WPMA
  A=ABS(WR(KC))
  IF(A.GT.WRMA)WR(KC)=WR(KC)/A*WRMA
  A=ABS(WQ(KC))
  IF(A.GT.WQMA)WQ(KC)=WQ(KC)/A*WQMA
10 CONTINUE
  UX(KC)=U1
  UY(KC)=U2
  UZ(KC)=U3
  UU=ABS(U1)
  IF(UU.GT.0.05)UX(KC)=UX(KC)/UU*0.05
  UU=ABS(U2)
  IF(UU.GT.0.05)UY(KC)=UY(KC)/UU*0.05
  UU=ABS(U3)
  IF(UU.GT.0.05)UZ(KC)=UZ(KC)/UU*0.05
  RETURN
  END
```

```
SUBROUTINE ARCV
COMMON /TETA/NX(250),NY(250),NZ(250)
COMMON /TET/TEX(250),TEY(250),TEZ(250)
COMMON /CUP/CUC(5250),KC,KF
COMMON /CUPC/XR(2250),YR(2250),ZR(2250),TX(2250),TY(2250),
*TZ(2250),WP(2250),WR(2250),WQ(2250)
COMMON /CUPCP/XRP(750),YRP(750),ZRP(750),TXP(750),TYP(750),TZP(750
*),WPP(750),WRP(750),WQP(750)
COMMON /CUPCM/XRM(750),YRM(750),ZRM(750),TXM(750),TYM(750),TZM(750
*),WPM(750),WRM(750),WQM(750)
KC=KC ; KM=KC-1 ; KC=KC+1
IF(KM.FG.D)KM=1
CALL ARCV
DG1=SQRT(TEY(KG)+TEY(KG)+TEX(KG)+TEX(KG))
DG2=SQRT(TEY(KG)+TEY(KG)+TEZ(KG)+TEZ(KG))
XRP(KG)=XR(KC)+TEY(KG)
XRM(KG)=XR(KC)-TEY(KG)
YRP(KG)=YR(KC)+TEX(KG)
YRM(KG)=YR(KC)-TEX(KG)
ZRP(KG)=ZR(KC)+DG1
ZRM(KG)=ZR(KC)-DG1
TXP(KG)=TX(KC)+DG2
TXM(KG)=TX(KC)-DG2
TYP(KG)=TY(KC)+TEZ(KG)
TYM(KG)=TY(KC)-TEZ(KG)
TZP(KG)=TZ(KC)+TEY(KG)
TZM(KG)=TZ(KC)-TEY(KG)
WPP(KG)=WP(KC)+NX(KG)
WPM(KG)=WP(KC)-NX(KG)
WRP(KG)=WR(KC)+NZ(KG)
WRM(KG)=WR(KC)-NZ(KG)
WQP(KG)=WQ(KC)+NY(KG)
WQM(KG)=WQ(KC)-NY(KG)
KC=KG
RETURN
END
```

