

CLAUDIO MUELLER PRADO SAMPAIO

**ESTUDO DE ASPECTOS HIDRODINÂMICOS
EM EMBARCAÇÕES DE PLANEIO**

DISSERTAÇÃO APRESENTADA À ES
COLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE
DE SÃO PAULO, PARA OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA.

ORIENTADO PELO PROF. DR. KAZUO NISHIMOTO

SÃO PAULO, 1989

2748

FD-1032

CLAUDIO MUELLER PRADO SAMPAIO

Engenheiro Naval, Escola Politécnica da USP, 1983

ASPECTOS HIDRODINAMICOS EM EMBARCAÇÕES
DE PLANEIO

Dissertação apresentada à
Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo
para obtenção do título
de Mestre em Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. Kazuo Nishimoto

SÃO PAULO

1989

Dedico este trabalho aos meus pais,
aos meus avós e a minha namorada,
sem cujo apoio este trabalho não
teria sido concluído.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. KAZUO NISHIMOTO, amigo, orientador e grande incentivador deste trabalho.

Aos professores do Departamento de Engenharia Naval pela atenção dispensada sempre que solicitados.

À estagiária MARGARETH TOKUHO pela ajuda na confecção dos gráficos.

À Sr^ª. JOSEFA NAOCO URATSUKA pela ajuda na pesquisa bibliográfica.

RESUMO

Neste capítulo apresenta-se um estudo sobre os aspectos hidrodinâmicos mais importantes no projeto de embarcações de semideslocamento e de planeio.

Inicia-se com uma breve introdução da importância das embarcações de alto desempenho nos dias de hoje apresentando-se, em seguida, algumas considerações sobre as formas mais adequadas para o casco em função de diferentes requisitos de projeto, sobre a importância da inclusão das diferentes componentes dos esforços atuantes na obtenção do equilíbrio e sobre alguns problemas específicos associados a estas embarcações quando em alta velocidade.

No capítulo seguinte estuda-se o problema da instabilidade longitudinal e desenvolve-se um programa de computador para sua estimativa. Implementa-se uma modificação que resulta em resultados mais adequados para uma determinada faixa de velocidades. Por fim analisa-se o comportamento em ondas de proa destas embarcações em alta velocidade. Neste último item implementa-se um programa de computador e efetua-se uma análise dos diferentes coeficientes na tentativa de melhorar a estimativa das acelerações de impacto.

ABSTRACT

This dissertation shows important hydrodynamic considerations for the design of semidisplacement and planing boats.

Initially some comments on the reasons of today's growing interest on high performance boats are given. Following, some aspects related to the geometric hull form optimization, for specific design requirements, are described. The next two comments show the importance of a precise estimation of the various forces in the determination of the equilibrium position and some specific problems associated with the behavior at high speed.

In the third chapter the problem of porpoising is analysed and a computer program developed. A modification is introduced in the original method and results in a better estimation of the critical angle for a range of speed coefficients. Finally, through the computer program implementation, the head sea behavior at high speed and in regular waves is studied. Based on this program an analysis of the various coefficients is undertaken in an effort to improve and understand the reasons of the poor impact acceleration results.

| | Págs. |
|---|-------|
| Lista de figuras | x |
| Lista de tabelas | xv |
| Simbologia | xvi |
| Capítulo I - Introdução..... | 1 |
| Capítulo II - Aspectos Gerais de Embarcações de Planeio... | 6 |
| 2.1 Considerações iniciais..... | 7 |
| 2.2 Geração da força hidrodinâmica de sustentação... | 9 |
| 2.2.1 Geração da sustentação..... | 10 |
| 2.2.2 Analogia entre o planeio e o escoamento ao longo de um perfil asa..... | 16 |
| 2.2.3 Estado da arte na obtenção da força de sustentação hidrodinâmica..... | 19 |
| 2.3 Aspectos importantes no projeto de uma embarcação de planeio..... | 22 |
| 2.3.1 Efeito do ângulo de trim e do ângulo de abertura..... | 23 |
| 2.3.2 Razão de aspecto..... | 25 |
| 2.3.3 Deslocamento..... | 26 |
| 2.3.4 Razão Comprimento/Boca..... | 26 |
| 2.3.5 Posição longitudinal do centro de gravidade..... | 28 |
| 2.3.6 Seções transversais..... | 29 |
| 2.3.7 Utilização de popa Transom..... | 32 |

| | | |
|--|--|----|
| 2.3.8 | Aspectos gerais quanto a forma..... | 33 |
| 2.3.9 | Apêndices..... | 36 |
| 2.3.9.1 | Quilha externa, Skeg e Bolinas..... | 36 |
| 2.3.9.2 | <i>Spray Rails</i> | 37 |
| 2.3.10 | Controle de trim..... | 40 |
| 2.4 | Esforços atuantes em uma embarcação de planeio.. | 42 |
| 2.4.1 | Resistência de onda..... | 43 |
| 2.4.2 | Resistência de atrito..... | 44 |
| 2.4.3 | Resistência dos apêndices..... | 46 |
| 2.4.4 | Influência do propulsor..... | 47 |
| 2.4.5 | Resistência ao vento..... | 48 |
| 2.4.6 | Métodos de cálculo..... | 48 |
| 2.4.6.1 | Metodos diretos..... | 49 |
| 2.4.6.2 | Séries sistemáticas..... | 50 |
| 2.5 | Algumas considerações sobre o comportamento | |
| | de embarcações de alta velocidade..... | 56 |
| 2.5.1 | Estabilidade direcional..... | 56 |
| 2.5.2 | Estabilidade longitudinal..... | 58 |
| 2.5.3 | Estabilidade transversal..... | 59 |
| 2.5.4 | Comportamento em ondas..... | 61 |
| 2.5.4.1 | Comportamento em ondas de proa..... | 62 |
| 2.5.4.2 | Comportamento em ondas de popa..... | 66 |
| 2.5.5 | O fenômeno de <i>Broaching</i> | 69 |
| Capítulo III - Instabilidade Longitudinal..... | | 72 |
| 3.1 | Introdução..... | 72 |
| 3.2 | Formulação do problema de instabilidade..... | 76 |
| 3.3 | Obtenção das equações de estabilidade..... | 82 |
| 3.4 | Determinação da posição equilíbrio..... | 88 |
| 3.4.1 | Metodologia de Martin..... | 89 |

| | | |
|--|--|-----|
| 3.4.1.1 | Força de sustentação hidrodinâmica.... | 89 |
| 3.4.1.2 | Força de flutuação..... | 91 |
| 3.4.1.3 | Força de arrasto viscosa..... | 92 |
| 3.4.1.4 | Força de reboque e arrasto aerodinâmico..... | 93 |
| 3.4.1.5 | Equações de equilíbrio..... | 95 |
| 3.4.2 | Metodologia de Savitsky..... | 96 |
| 3.4.2.1 | Força de sustentação..... | 97 |
| 3.4.2.2 | Força de arrasto..... | 100 |
| 3.4.2.3 | Outros esforços..... | 102 |
| 2.3.2.4 | Equações de equilíbrio..... | 103 |
| 3.4.3 | Método alternativo para a obtenção do equilíbrio..... | 105 |
| 3.5 | Obtenção das derivadas de estabilidade..... | 106 |
| 3.5.1 | Derivadas de estabilidade obtidas a partir do modelo de Martin..... | 106 |
| 3.5.2 | Derivadas de estabilidade para o modelo modificado..... | 109 |
| 3.6 | Descrição do programa implementado..... | 111 |
| 3.7 | Apresentação dos resultados..... | 114 |
| 3.8 | Análise dos resultados..... | 119 |
| 3.9 | Conclusões e recomendações..... | 134 |
| | | |
| Capítulo IV - Comportamento em mar de embarcações de planeio..... | | 136 |
| | | |
| 4.1 | Introdução..... | 136 |
| 4.2 | Implementação de um modelo matemático não linear para a estimativa do comportamento em ondas regulares de uma embarcação de planeio..... | 141 |
| 4.2.1 | Considerações iniciais..... | 141 |

| | | |
|--|---|-----|
| 4.2.2 | Forças hidrodinâmicas..... | 143 |
| 4.2.3 | Determinação dos coeficientes..... | 149 |
| 4.2.3.1 | Programa Implementado - Método de Zarnick..... | 149 |
| 4.2.3.2 | Outras formulações de massa adicional..... | 153 |
| 4.2.3.3 | Considerações adicionais a respeito da formulação original..... | 155 |
| 4.2.4 | Equações gerais do movimento..... | 156 |
| 4.3 | Descrição do programa implementado..... | 157 |
| 4.4 | Apresentação dos resultados..... | 159 |
| 4.5 | Análise dos resultados..... | 169 |
| 4.6 | Conclusões e sugestões..... | 195 |
| Capítulo V - Considerações finais..... | | 198 |
| | | |
| Apêndice A | Obtenção das forças hidrodinâmicas generalizadas..... | 200 |
| Apêndice B | Cálculo da massa adicional..... | 214 |
| Apêndice C | Cálculo alternativo da massa adicional..... | 222 |
| Apêndice D | Cálculo das integrais de massa adicional e das derivadas em relação à posição de equilíbrio..... | 227 |
| Apêndice E | Obtenção das integrais de massa adicional e das derivadas em relação à posição de equilíbrio para o modelo alternativo..... | 237 |
| Referências Bibliográficas..... | | 244 |

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1.1 Desempenho em águas calmas [ITTC(1987)]
- Figura 2.1 Padrão vs. razão velocidade de avanço/comprimento [Savitsky e Gore(1979)]
- Figura 2.2 Curvas típicas da razão D/L em função de U/\sqrt{L} [Savitsky e Gore(1979)]
- Figura 2.3 Obtenção da força normal hidrodinâmica através da variação da quantidade de movimento [Du Cane(1974)]
- Figura 2.4 Obtenção da força normal hidrodinâmica através da equação de energia [Clayton e Bishop(1982)]
- Figura 2.5 Direção do *Spray* [Clayton e Bishop(1982)]
- Figura 2.6 Variação da razão D/L para superfícies de planeio [Savitsky(1964)]
- Figura 2.7 Efeito da razão de aspecto [Lindsay(1954)]
- Figura 2.8 Variação da razão D/L e do ângulo de trim em função do número de Froude [Savitsky e Gore(1979)]
- Figura 2.9a Seção convexa [Savitsky e Koelbel(1979)]
b Seção côncava [Savitsky e Koelbel(1979)]
c Seção *Inverted Bell* [Savitsky e Koelbel(1979)]
- Figura 2.10 Formas do casco tipo *Round Bilge* [Naval Eng. Journal - Special Ed.(1985)]
- Figura 2.11 Casco com um degrau e com múltiplos degraus [Savitsky e Koelbel(1979)]
- Figura 2.12 Casco do tipo *Warped Bottom* [Savitsky e Koelbel(1979)]
- Figura 2.13 Diferentes formas seccionais dos *Spray Rails* [Mueller-Graf(1987)]
- Figura 2.14 Redução da superfície molhada através do emprego de *Spray Rails* [High Speed Symp. SNAJ (1989)]
- Figura 2.15 Sistema duplo de *Spray Rails* [Mueller-Graf(1979)]
- Figura 2.16 Efeito do uso de *Spray Rails* [Savitsky e Brown(1976)]
- Figura 2.17 Série 62 para emb. de planeio tipo *Hard Chine* [Doctors(1985)]
- Figura 2.18 Série 65A Casco de emb. hidrofólio do tipo *Airplane* [Doctors(1985)]

- Figura 2.19 Série 65B Casco de emb. hidrofólio do tipo *Canard* [Doctors(1985)]
- Figura 2.20 Série 63 para embarcação do tipo *Round Bilge* [Doctors(1985)]
- Figura 2.21 Modificações que melhoram a estabilidade direcional [Savitsky e Koelbel(1979)]
- Figura 2.22 Efeito da redução do calado relativo à quilha central na distribuição transversal de pressão [Mueller-Graf(1987)]
- Figura 2.23 Variação típica do incremento de resistência em função da razão U/\sqrt{L} [Savitsky(1968)]
- Figura 2.24 Variação da amplitude máxima de arfagem em função da razão U/\sqrt{L} [Savitsky(1968)]
- Figura 2.25 Variação da amplitude máxima de caturro em função da razão U/\sqrt{L} [Savitsky(1968)]
- Figura 2.26 Variação da aceleração média do C.G. em função da razão U/\sqrt{L} para mar irregular [Savitsky(1968)]
- Figura 2.27 Variação do incremento da resistência em ondas em função da razão U/\sqrt{L} [Savitsky(1968)]
- Figura 2.28 Variação típica da aceleração média em função da razão U/\sqrt{L} [Savitsky(1968)]
- Figura 3.1 Fenômeno de instabilidade longitudinal [Murray(1950)]
- Figura 3.2 Regiões de instabilidade de um casco de hidroavião [Murray(1950)]
- Figura 3.3 Sistema de coordenadas
- Figura 3.4 Coordenadas do ponto de aplicação da força de reboque e do arrasto aerodinâmico
- Figura 3.5 Componentes do arrasto nas superfícies de planeio [Savitsky(1964)]
- Figura 3.6 Fluxograma geral do programa implementado
- Figura 3.7 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 10.6$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.36$
- Figura 3.8 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 10.6$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.48$
- Figura 3.9 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 10.6$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.72$

- Figura 3.10 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 0.0$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.36$
- Figura 3.11 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 0.0$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.48$
- Figura 3.12 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 0.0$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.72$
- Figura 3.13 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 20.5$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.36$
- Figura 3.14 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 20.5$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.48$
- Figura 3.15 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 20.5$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.72$
- Figura 3.16 Variação da menor raiz real e do ângulo de trim com a posição do centro de gravidade para um ângulo de abertura $\beta = 10.6$ graus e um coeficiente de velocidade de $C_v = 2.33$
- Figura 3.17 Variação da menor raiz real e do ângulo de trim com a posição do centro de gravidade para um ângulo de abertura $\beta = 10.6$ graus e um coeficiente de velocidade de $C_v = 2.67$
- Figura 3.18 Variação da menor raiz real e do ângulo de trim com a posição do centro de gravidade para um ângulo de abertura $\beta = 10.6$ graus e um coeficiente de velocidade de $C_v = 3.17$
- Figura 4.1 Sistema de coordenadas
- Figura 4.2 Tipos de escoamento bidimensional [Zarnick(1978)]
- Figura 4.3 Hipótese de Wagner [Payne(1980)]
- Figura 4.4 Forma geométrica e dimensões do modelo [Fridsma(1969)]
- Figura 4.5 Histórico dos movimentos de caturro e arfagem para comprimento de onda $L_w = 3.5$ ft
- Figura 4.6 Histórico dos movimentos de caturro e arfagem para comprimento de onda $L_w = 11.5$ ft
- Figura 4.7 Histórico dos movimentos de caturro e arfagem para comprimento de onda $L_w = 22.5$ ft
- Figura 4.8 Histórico das acelerações do C.G. e proa para comprimento de onda $L_w = 3.5$ ft

- Figura 4.9 Histórico das acelerações do C.G. e proa para comprimento de onda $L_w = 11.5$ ft
- Figura 4.10 Histórico das acelerações do C.G. e proa para comprimento de onda $L_w = 22.5$ ft
- Figura 4.11 Movimento de caturro para $U/\sqrt{L} = 6.0$ e 77 seções transversais
- Figura 4.12 Movimento de arfagem para $U/\sqrt{L} = 6.0$ e 77 seções transversais
- Figura 4.13 Movimento de caturro para $U/\sqrt{L} = 6.0$ e 39 seções transversais
- Figura 4.14 Movimento de arfagem para $U/\sqrt{L} = 6.0$ e 39 seções transversais
- Figura 4.15 Movimento de caturro para $U/\sqrt{L} = 6.0$ e 20 seções transversais
- Figura 4.16 Movimento de arfagem para $U/\sqrt{L} = 6.0$ e 20 seções transversais
- Figura 4.17 Comparação entre as acelerações do C.G. para diferentes números de seções transversais
- Figura 4.18 Comparação entre as acelerações da proa para diferentes números de seções transversais
- Figura 4.19 Comparação entre as acelerações da C.G. para diferentes incrementos da variável tempo
- Figura 4.20 Comparação entre as acelerações da proa para diferentes incrementos da variável tempo
- Figura 4.21 Resposta do movimento de caturro para diferentes formulações para a massa adicional
- Figura 4.22 Resposta do movimento de arfagem para diferentes formulações para a massa adicional
- Figura 4.23 Resposta das acelerações do C.G. para diferentes formulações para a massa adicional
- Figura 4.24 Resposta das acelerações da proa para diferentes formulações para a massa adicional
- Figura 4.25 Resposta do movimento de caturro para valores distintos do termo de *cross flow*
- Figura 4.26 Resposta do movimento de arfagem para valores distintos do termo de *cross flow*
- Figura 4.27 Resposta das acelerações do C.G. para valores distintos do termo de *cross flow*

- Figura 4.28 Resposta das acelerações da proa para valores distintos do termo de *cross flow*
- Figura 4.29 Resposta do movimento de caturro em função da modificação da força de flutuação e do momento dessa força
- Figura 4.30 Resposta do movimento de arfagem em função da modificação da força de flutuação e do momento dessa força
- Figura 4.31 Resposta das acelerações do C.G. em função da modificação da força de flutuação e do momento dessa força
- Figura 4.32 Resposta das acelerações da proa em função da modificação da força de flutuação e do momento dessa força
- Figura A.1 Variação da coordenada ζ em função da mudança do calado e do ângulo de trim
- Figura D.1 Considerações geométricas para a obtenção de $\frac{\partial \lambda_{oc}}{\partial \tau}$

LISTA DE TABELAS

- Tabela 1.1 Frota de embarcações rápidas para o transporte de passageiros [Mueller-Graf(1987)]
- Tabela 1.2 Frota de embarcações militares rápidas [Mueller-Graf(1987)]
- Tabela 3.1 Dados geométricos e deslocamento dos diferentes modelos testados
- Tabela 3.2 Velocidade e arrasto aerodinâmico para ângulos de abertura iguais a 0.0 e 10.6 graus
- Tabela 3.3 Velocidade e arrasto aerodinâmico para ângulo de abertura de 20.5 graus
- Tabela 3.4 Posições longitudinais do C.G.
- Tabela 3.5 Velocidade e arrasto aerodinâmico
- Tabela 3.6 Posições longitudinais do C.G.

SIMBOLOGIA

| | |
|--------------|---|
| a | Distância entre a origem do sistema $O\xi\xi$ e o centro de gravidade (capítulo III) |
| A_R | Área da secção imersa |
| A_T/A_X | Razão entre as áreas seccionais molhadas de popa e de maior secção |
| b | Boca |
| b^* | $b/2$ - Metade da largura da boca |
| b_{eff}^* | Metade da largura efetiva da boca |
| b_{SL}^* | Metade da boca associada à intersecção da secção transversal com a superfície livre |
| B | Função de Bobyleff |
| c | ω/k - Celeridade ou velocidade de fase da onda |
| C_{DC} | Coefficiente de <i>cross flow</i> |
| C_f | Coefficiente de atrito |
| C_L | Coefficiente de sustentação [Savitsky (1964)] |
| C_{L0} | Coefficiente de sustentação para placa plana [Savitsky (1964)] |
| C_{L1} | Coefficiente de sustentação associado ao termo linear [Shuford (1957)] |
| C_{L2} | Coefficiente de sustentação associado ao <i>cross flow drag</i> [Shuford (1957)] |
| C_{L3} | Coefficiente de sustentação resultante [Shuford (1957)] |
| $C_{L\beta}$ | Coefficiente de sustentação para superfícies de planeio com ângulo de abertura [Savitsky (1964)] |
| C_P | Razão entre o centro das pressões atuantes sobre o casco e o comprimento médio molhado |
| C_V | U/\sqrt{gb} - Coefficiente de velocidade |
| C_Δ | $\Delta/\rho gb^3$ - Coefficiente de deslocamento |
| C_λ | $L/L_w [C_\Delta/(L/2b^*)^2]^{1/3}$ - Coefficiente do comprimento de onda |
| d | Profundidade de secção tomada normalmente à quilha central até a superfície livre |

| | |
|---------------------|---|
| d_{eff} | Profundidade efetiva |
| D / L | Razão arrasto / sustentação (<i>drag / lift ratio</i>) |
| $\langle F \rangle$ | Vetor dos esforços externos atuantes na embarcação |
| F_{AERO} | Arrasto aerodinâmico |
| F_{ARR} | Força de arrasto paralela à direção de avanço (arrasto de pressão + arrasto viscoso) |
| $F_{A\parallel}$ | Força de atrito |
| F_{EMP} | Empuxo do helice |
| f_F | Força de flutuação por unidade de comprimento na direção z |
| F_{REB} | Força de reboque |
| F_H | Componente horizontal das forças externas atuantes na embarcação |
| F_{HC} | Componente horizontal permanente dos esforços externos atuantes na embarcação |
| $f(k_1, e_1)$ | Função que determina o ponto de aplicação da força de reboque ou empuxo |
| $f(k_2, e_2)$ | Função que determina o ponto de aplicação do arrasto aerodinâmico |
| F_{L2} | Força de sustentação associada ao <i>cross flow drag</i> [Shuford (1957)] |
| f_N | Força normal hidrodinâmica por unidade de comprimento |
| Fn | U / \sqrt{gL} - Número de Froude |
| F_N | Força normal hidrodinâmica |
| F_{NC} | Componente permanente da força normal hidrodinâmica |
| F_{NF} | Força de flutuação normal à quilha central (paralela ao eixo ζ) |
| F_{NF}^* | Força de flutuação paralela ao eixo z |
| F_{NH} | Componente horizontal da força normal hidrodinâmica |
| F_{NV} | Componente vertical da força normal hidrodinâmica |
| F_{REB} | Força de reboque |
| F_V | Componente vertical das forças externas atuantes na embarcação |

| | |
|-----------------|--|
| F_{vc} | Componente vertical permanente dos esforços externos atuantes na embarcação |
| F_{∇} | $U \sqrt{g \nabla^{1/3}}$ |
| g | Aceleração da gravidade |
| h | Profundidade vertical da seção (paralelo ao eixo z) em relação à superfície livre |
| H (ou H_w) | Altura da onda (distância vertical entre crista e o cavado) |
| h_z | Dobro da amplitude de caturro |
| H_I | Altura da superfície de controle associada à função de corrente Ψ_I |
| H_{∞} | Altura da superfície de controle associado à função de corrente Ψ_{∞} |
| i_R | Metade do ângulo de entrada tomado na linha d'água |
| $[I]$ | Matriz de inércia |
| I_A | Momento longitudinal de inércia associado à massa adicional |
| I_Y | Momento de inércia longitudinal |
| k | $2\pi / L_w$ - Numero de onda |
| k_c | Parâmetro que representa as variáveis do movimento ($x, \dot{x}, \ddot{x}, z, \dot{z}, \ddot{z}, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$) |
| K_Y | Raio de giração longitudinal |
| L | Comprimento da embarcação |
| L_{AERO} | Distância paralela do eixo ξ entre a popa e o ponto de atuação do arrasto aerodinâmico |
| L/b | Razão comprimento/boca |
| L/D | Razão sustentação / arrasto (<i>lift / drag ratio</i>) |
| L_{LM} | Distância entre a origem do sistema $O\xi\zeta$ (capítulo III) e o ponto onde a quilha lateral torna-se molhada |
| L_m | Comprimento médio molhado |
| L_{oc} | Comprimento molhado da quilha central |
| L_{ol} | Comprimento molhado da quilha lateral |

| | |
|------------------|--|
| L_{REB} | Distância entre a popa e o ponto de aplicação do reboque ao longo do eixo ξ |
| L_{SB} | Distância a partir da origem do sistema $O\xi\zeta$ (capítulo III) onde a quilha lateral torna-se imersa |
| L_w | Comprimento da onda |
| $L/\nabla^{1/3}$ | Índice volumétrico de esbeltez |
| m | Massa |
| m_a | Massa adicional |
| M | Momento das forças externas atuantes sobre a embarcação |
| M_A | Massa adicional da embarcação |
| M_{AERO} | Momento em relação ao CG do arrasto aerodinâmico |
| M_{AP} | Massa adicional associado à popa |
| M_{At} | Momento em relação ao CG da força de atrito |
| M_C | Momento resultante dos esforços externos atuantes na embarcação |
| M_{EMP} | Momento em relação ao CG do empuxo da hélice |
| M_N | Momento em relação ao CG devido à força normal hidrodinâmica |
| M_{NC} | Momento permanente em relação ao CG devido à força normal hidrodinâmica |
| M_{REB} | Momento em relação ao CG da força de reboque |
| P_E | Peso da embarcação |
| P_L | Pressão dinâmica média ao longo do casco |
| r | Raio efetivo do semicilindro imerso |
| r_{C1} | Raio do semicilindro da seção correspondente ao ponto de imersão da quilha lateral |
| R_A | Razão de amortecimento |
| R_S | Resistência em águas calmas |
| R_w | Resistência em ondas |
| SHP | Potência do eixo (<i>Shaft horsepower</i>) |
| t | Tempo |

| | |
|-------------------------------------|--|
| t_1 | Instante 1 |
| t_2 | Instante 2 |
| U | Velocidade de avanço |
| U_A | Velocidade relativa do fluido paralela ao eixo x |
| U_1 | Velocidade média do fluido ao longo do casco submerso |
| V | Velocidade relativa do fluido normal à quilha central |
| V_{AERO} | Distância perpendicular à quilha central do ponto de aplicação do arrasto aerodinâmico |
| V_{CG} | Distância perpendicular entre o CG e a quilha central |
| V_{REB} | Distância perpendicular à quilha central do ponto de aplicação da força de reboque |
| \dot{V} | Aceleração relativa do fluido normal à quilha central |
| x | Coordenada fixa paralela à superfície livre |
| $\dot{x} = u$ | Componente associada à perturbação do campo de velocidade devido ao movimento de avanço |
| $\ddot{x} = \dot{u}$ | Componente associada à perturbação do campo de aceleração devido ao movimento de avanço |
| \ddot{x}_{CG} | Aceleração horizontal do CG |
| $\langle \dot{x}_E \rangle$ | Vetor de estado |
| z | Coordenada vertical e perturbação de caturro em relação ao centro de gravidade |
| \dot{z} | Componente associada à perturbação do campo de velocidade devido ao movimento de caturro |
| \ddot{z} | Componente associada à perturbação do campo de aceleração devido ao movimento de caturro |
| \dot{z}_{CG} | Velocidade de caturro |
| \ddot{z}_{CG} | Aceleração de caturro |
| w_z | Componente vertical da velocidade orbital da onda |
| \dot{w}_z | Componente vertical da aceleração orbital da onda |
| w | Veja equação (B.29) |
| $\frac{\partial F_H}{\partial k_C}$ | Derivadas de estabilidade em relação as componentes horizontais das forças externas |
| $\frac{\partial F_V}{\partial k_C}$ | Derivadas de estabilidade em relação as componentes verticais das forças externas |

| | |
|----------------------------------|---|
| $\partial M / \partial \kappa_c$ | Derivadas de estabilidade em relação ao momento externo de arfagem |
| ΔC_f | Coefficiente adicional de atrito |
| ΔF_N | Componente não permanente da força normal hidrodinâmica |
| ΔF_{EST} | Componente hidrostática das forças atuantes sobre a embarcação |
| ΔM_N | Componente não permanente do momento associado a força normal hidrodinâmica |
| ΔM_{EST} | Componente hidrostática do momento das forças externas atuantes sobre a embarcação |
| α | Fator de correção da flutuação |
| β | Ângulo de abertura (<i>deadrise angle</i>) |
| γ | <i>Break off angle</i> |
| δ | Espessura da lâmina d'água do <i>spray</i> |
| Δ | Deslocamento |
| ε | Ângulo entre a direção do empuxo e a quilha central |
| ξ | Coordenada normal à quilha central fixa a embarcação |
| ξ_c | Profundidade perpendicular à quilha central e que está associada à imersão geométrica da quilha lateral (capítulo III) |
| $\dot{\xi}$ | Velocidade relativa da componente normal à quilha central |
| $\ddot{\xi}$ | Aceleração relativa da componente normal à quilha central |
| λ | Comprimento médio molhado (adimensional) |
| λ_a | Distância adimensional entre a origem do sistema $O\xi\xi$ e o centro d gravidade |
| λ_{CG} | Distância adimensional entre a popa e o centro de |
| λ_{c1} | Distância adimensional entre a popa e o ponto onde a quilha lateral torna-se efetivamente imersa |
| λ_{c2} | Distância adimensional entre a popa e a posição onde a contribuição devido à elevação da superfície livre torna-se importante |
| λ_{e1} | Distância adimensional paralela à quilha central entre a popa e o ponto de aplicação da força de reboque |

| | |
|-----------------|--|
| λ_{e2} | Distância adimensional paralela à quilha central entre a popa e o ponto de aplicação do arrasto aerodinâmico |
| λ_{k1} | Distância adimensional normal entre o ponto de aplicação da força de reboque e a quilha central |
| λ_{k2} | Distância adimensional normal entre o ponto de aplicação do arrasto aerodinâmico e a quilha central |
| λ_N | Distância adimensional entre a popa e o centro do campo de pressões hidrodinâmica e hidrostática |
| λ_{oc} | Comprimento adimensional associado à quilha central molhada |
| λ_{ol} | Comprimento adimensional associado à quilha lateral molhada |
| μ | Viscosidade dinâmica |
| ν | Viscosidade cinemática |
| ξ | Coordenada longitudinal fixa à embarcação e paralela à quilha central |
| ξ_c | Posição correspondente ao ponto onde a quilha lateral torna-se molhada |
| ξ_{c1} | Posição onde a quilha lateral encontra-se efetivamente imersa |
| ξ_{c1}^* | Parâmetro que define o ponto a partir do qual deve-se incluir o termo devido à imersão da quilha lateral |
| ξ_{c2} | Posição onde a contribuição devida à elevação da superfície livre torna-se importante |
| Ψ_I | Função de corrente associada à altura H_I da superfície de controle |
| Ψ_∞ | Função de corrente associada à altura H_∞ da superfície de controle |
| ρ | Densidade do fluido |
| α | Frequência natural de oscilação |
| α_I | Componente imaginária da frequência natural |
| α_R | Componente real da frequência natural |
| τ | Ângulo de trim |
| χ | Fator de correção para o fenômeno de ventilação da popa e da quilha lateral na força de flutuação |
| $\phi(\lambda)$ | Fator de correção dos efeitos tridimensionais |

| | |
|-----------------------|---|
| η | Elevação da onda |
| η_0 | Amplitude da onda |
| η_{TR} | Eficiência de transporte |
| $\eta_2 \dots \eta_6$ | Veja equações 3.79 e 3.93 |
| θ | Ângulo de arfagem, positivo no sentido da elevação da proa |
| θ_{MAX} | Amplitude máxima de arfagem |
| $\dot{\theta}$ | Velocidade angular de arfagem |
| $\ddot{\theta}$ | Aceleração angular de arfagem |
| ϑ | Inclinação da onda |
| ω | Frequência angular da onda |
| R | Resultante das forças externas |
| m | Vetor quantidade de movimento |
| m_1 | Vetor quantidade de movimento no instante 1 |
| m_2 | Vetor quantidade de movimento no instante 2 |
| \mathcal{P} | Força vertical correspondente à integral da pressão ao longo da linha |
| \mathcal{S} | Reação normal sobre o contorno do corpo |

Observação: O emprego do apóstrofo para os diversos parâmetros indica as respectivas grandezas adimensionais

CAPITULO I - INTRODUÇÃO

De maneira oposta à decrescente demanda por embarcações de deslocamento, vem ocorrendo, desde 1975, um contínuo aumento do número de embarcações de alto desempenho tanto em aplicações comerciais como em militares.

Os principais motivos deste grande interesse estão intimamente associados com a extensão, para 200 milhas marítimas, da região de exclusividade econômica e com a consequente intensificação do aproveitamento desta região *offshore* ocorrida após a crise do petróleo em 1973. Como resultado houve a necessidade de um meio de transporte rápido e eficiente entre a costa e as diferentes áreas produtivas, assim como para as funções de vigilância e patrulhamento. Um outro aspecto também importante para o aumento deste tipo de embarcação está relacionado ao grande aumento dos custos construtivos das embarcações militares de maior porte e ao desejo dos países do Terceiro Mundo em possuir pequenas forças navais. Por fim, deve-se ainda ressaltar a tendência mundial de uma dada classe social em possuir lanchas de recreio, o que vem impulsionando esta indústria a um ritmo bastante acentuado.

Por embarcações de alto desempenho pode-se englobar as embarcações hidrofólio, as que utilizam um colchão de ar, os catamarãs, as embarcações de planeio e semideslocamento e o *SWATH*. Em 1978, estimava-se haver a necessidade de 300 a 600 unidades, apenas para fins de patrulha, enquanto que, citando Mueller-Graf(1987a), apenas na região do sudeste asiático havia a necessidade de aproximadamente 200 unidades para as funções de

transporte. Em decorrência destes fatos dobrou-se nos dez últimos anos a frota de embarcações de alto desempenho com velocidade máxima acima de 25 nós apenas no âmbito de transporte de passageiros, como mostrado na tabela 1.1.

| ANOS | EMB. HIDROFÓLIO | | | CATAMARANS | VES | VCA | ESP TEP | TOTAL |
|-------------|------------------|-----------------|--------|------------|-----|-----|---------|-------|
| | SURFACE PIERCING | SUBMERGED FOILS | | | | | | |
| | | SHALLOWL | DEEPLY | | | | | |
| ATÉ 1955 | | | | | | | | |
| 1955 - 1960 | 7 | | | | | | | 7 |
| 1960 + 61 | 12 | | | | | | | 12 |
| 1962 + 63 | 16 | | | | | | | 16 |
| 1964 + 65 | 24 | 2 | | | | 1 | | 27 |
| 1966 + 67 | 31 | 7 | | | | 1 | | 39 |
| 1968 + 69 | 42 | 10 | 2 | | | 4 | | 58 |
| 1970 + 71 | 55 | 21 | 4 | 2 | 4 | 9 | | 95 |
| 1972 + 73 | 72 | 37 | 4 | 11 | 7 | 10 | 5 | 146 |
| 1974 + 75 | 91 | 50 | 9 | 19 | 13 | 14 | 17 | 213 |
| 1976 + 77 | 101 | 60 | 18 | 31 | 16 | 15 | 39 | 280 |
| 1978 + 79 | 110 | 70 | 21 | 40 | 21 | 15 | 61 | 358 |
| 1980 | 115 | 71 | 23 | 43 | 27 | 16 | 71 | 366 |
| 1981 | 120 | 75 | 27 | 51 | 33 | 17 | 79 | 402 |
| 1982 | 123 | 80 | 28 | 62 | 43 | 18 | 90 | 444 |
| 1983 | 124 | 81 | 28 | 73 | 47 | 20 | 94 | 467 |
| 1984 | 128 | 86 | 28 | 95 | 48 | 22 | 105 | 512 |
| 1985 | 131 | 75 | 18 | 114 | 41 | 19 | 108 | 506 |
| 1986 | 132 | 74 | 19 | 138 | 46 | 26 | 122 | 557 |
| PORCENTAGEM | 23.7 | 13.2 | 3.4 | 25.0 | 8.2 | 4.6 | 21.9 | 100 |

Tabela 1.1 Frota de embarcações rápidas para o transporte de passageiros [Mueller-Graf(1987a)]

Desta tabela, que exclui a produção dos Estados Unidos, dos países socialistas e da China, pode-se observar que, em relação às embarcações destinadas ao transporte, as embarcações de planeio e semideslocamento apresentaram um pequeno declínio a partir de 1980, porém ainda representam um percentual de 21% do total de embarcações de alto desempenho produzidas.

Por outro lado, para aplicações militares e de patrulha, excluindo-se mais uma vez os países socialistas, mostra-se na

tabela 1.2 que entre os anos 1970 e 1987 foram produzidas aproximadamente 2.456 unidades, sendo que a grande totalidade (aproximadamente 97,3%) é constituída por embarcações de semideslocamento e de planeio.

| PERÍODO | TIPO | 1t < Δ < 10t | 10t < Δ < 50t | 50t < Δ < 100t | 100t < Δ < 200t | 200t < Δ < 300t | Δ 300t | TOTAL |
|---------------------------------|----------|-----------------|------------------|-------------------|--------------------|--------------------|-------------|-------|
| 1970 - 1974 | ESD | 10 | 19 | 67 | 113 | 69 | 38 | 316 |
| | EP | 127 | 5 | 1 | 4 | - | - | 137 |
| | VCA | - | - | - | - | - | - | - |
| | EH | - | - | - | - | - | - | - |
| | VES | - | - | - | - | - | - | - |
| | UNIDADES | 137 | 24 | 68 | 117 | 69 | 38 | 453 |
| 1974 - 1978 | ESD | 90 | 209 | 81 | 118 | 101 | 29 | 628 |
| | EP | 46 | 13 | - | 1 | - | - | 60 |
| | VCA | - | 4 | - | - | - | - | 4 |
| | EH | - | - | - | - | 6 | - | 6 |
| | VES | - | - | - | - | - | - | - |
| | UNIDADES | 136 | 226 | 81 | 119 | 107 | 29 | 698 |
| 1978 - 1982 | ESP | 52 | 265 | 104 | 75 | 58 | 56 | 610 |
| | EP | 19 | 13 | 6 | 1 | - | - | 39 |
| | VCA | - | - | - | - | - | - | - |
| | EH | - | - | - | - | - | - | - |
| | VES | - | - | - | - | - | - | - |
| | UNIDADES | 71 | 278 | 110 | 76 | 58 | 56 | 649 |
| 1982 - 1986 | ESD | 30 | 205 | 80 | 103 | 60 | 116 | 549 |
| | EP | 1 | 4 | - | - | - | - | 5 |
| | VCA | - | 22 | - | - | - | - | 22 |
| | EH | - | - | - | 2 | - | - | 2 |
| | VES | - | - | - | 33 | - | - | 33 |
| | UNIDADES | 31 | 231 | 80 | 136 | 60 | 116 | 656 |
| TOTAL | | 375 | 759 | 339 | 450 | 294 | 239 | 2456 |
| PORCENTAGEM | | 15,3 | 30,9 | 13,6 | 18,3 | 12,0 | 9,7 | 100 |
| TIPO DE EMBARCAÇÃO | | | | | | UNIDADES | PORCENTAGEM | |
| EMB. SEMI DESLOCAMENTO | | | | | | ESP | 2148 | 87,5 |
| EMB. PLANEIO | | | | | | EP | 241 | 9,8 |
| VEÍCULO SOBRE COLCHÃO DE AR | | | | | | VCA | 26 | 1,1 |
| EMB. HIDROFÓLIO | | | | | | EH | 8 | 0,3 |
| VEÍCULO DE EFEITO DE SUPERFÍCIE | | | | | | VES | 33 | 1,3 |

Tabela 1.2 Frota de embarcações militares rápidas
[Mueller-Graf(1987a)]

Em função da impossibilidade de se estudar todos os

diferentes tipos de embarcação de alto desempenho e da importância ainda bastante significativa das embarcações de semideslocamento e de planeio, principalmente considerando-se o mercado brasileiro, restringir-se-á ao longo deste trabalho apenas a estes dois últimos tipos de embarcação. A figura 1.1 apresenta o parâmetro eficiência de transporte em função do número de Froude volumétrico, F_{∇} , para um grande número de barcos de patrulha dos tipos *Round Bilge* e *Hard Chine*.

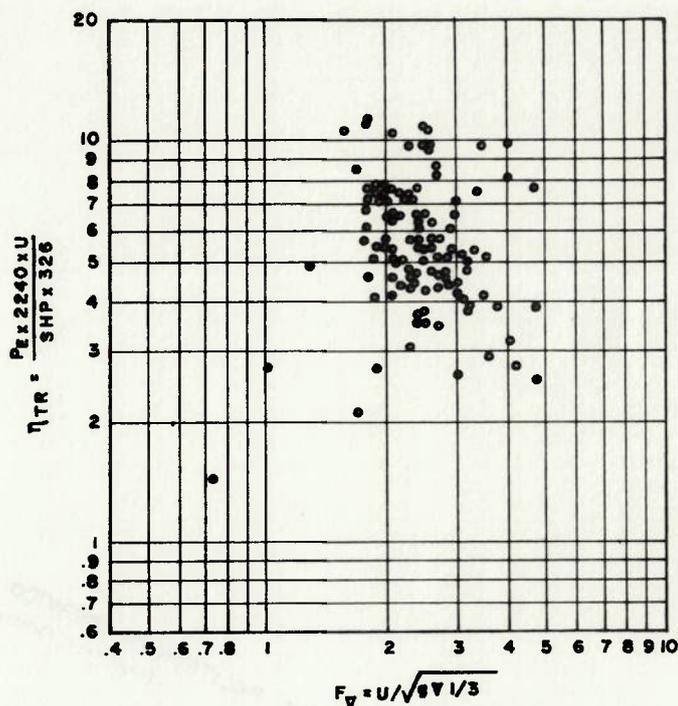


Figura 1.1 Desempenho em águas calmas [ITTC(1987)]

Como pode ser observado, uma grande maioria destas embarcações possui uma velocidade máxima acima de $F_{\nabla} = 1.5$, isto é, uma velocidade superior à correspondente velocidade de *hump*, havendo uma concentração entre os limites $1.5 \leq F_{\nabla} \leq 3.0$. Outro aspecto interessante está relacionado ao número bastante significativo de embarcações que se encontram na faixa de

$F_v \geq 3.0$ e que correspondem ao estado de planeio puro.

Quanto à classificação das embarcações de semideslocamento e planeio, estas podem ser reunidas em quatro grupos distintos: embarcações de transporte, embarcações de recreio, *work boats* e embarcações de patrulha (excluindo desta classificação as embarcações de uso exclusivamente militar). Desta subdivisão, as duas primeiras correspondem a 95% da produção global, com comprimento variando entre 3 e 60 metros e com um deslocamento entre 1.5 e 200 toneladas. Por outro lado, as embarcações *work boat*, cujo desenvolvimento está associado basicamente à intensificação da exploração de petróleo, vêm apresentando, nos últimos anos, um contínuo aumento. Por último, encontram-se as embarcações de patrulha, que incluem, por exemplo, as embarcações para policiamento de portos e outras funções similares.

Com o objetivo de adquirir-se um primeiro contato com os diferentes aspectos relacionados ao projeto hidrodinâmico de embarcações de planeio, descrever-se-á neste capítulo uma série de aspectos importantes para o projeto deste tipo de embarcação.

Inicia-se este estudo por uma análise da modificação do escoamento ao longo das embarcações de deslocamento com o aumento da velocidade e em seguida considera-se as vantagens da utilização de um casco de planeio. No item 2.2 investiga-se o princípio de geração da componente de sustentação, efetuando-se, também, uma breve análise dos diversos métodos teóricos desenvolvidos com o objetivo de estimar as forças que aparecem durante o fenômeno de planeio.

Os dois itens seguintes estão relacionados a algumas considerações de aspecto geral sobre as formas geométricas mais adequadas em função dos requisitos de projeto e da importância de uma estimativa acurada dos esforços agentes para a obtenção da posição de equilíbrio em águas calmas. Uma análise mais detalhada pode ser encontrada em Saunders (1957), Du Cane (1974), Clayton e Bishop (1982), Savitsky e Gore (1979), Savitsky e Koelbel (1979), Doctors (1985) e Savitsky, Koelbel e outros (1977).

Por fim no item 2.5 desenvolve-se uma análise qualitativa sobre o comportamento em ondas, sobre os problemas de instabilidade longitudinal e transversal associados à alta velocidade, a diferentes aspectos da estabilidade direcional e ao problema da instabilidade em mares de popa, isto é, ao fenômeno de *broaching*.

2.1 Considerações Iniciais

Para entender-se as vantagens da utilização da embarcação de planeio a altas velocidades deve-se primeiramente ter uma idéia das modificações do escoamento à medida que a velocidade de avanço aumenta.

Uma vez que a resistência ao avanço está relacionada com os parâmetros velocidade de avanço e comprimento, a razão U/\sqrt{L} representa adequadamente esta dependência principalmente para embarcações de deslocamento. Um outro aspecto a ressaltar é que a onda gerada pelo avanço do barco possui uma relação fixa, pelo menos em águas profundas, entre sua velocidade (que corresponde a velocidade de avanço da embarcação) e seu comprimento. Esta relação é dada por $U/\sqrt{L\lambda} = 1.34$, onde $L\lambda$ é o comprimento de onda. Da expressão acima pode-se concluir que uma embarcação que se mova a uma razão U/\sqrt{L} igual a este valor gera uma onda cujo comprimento é igual ao seu próprio comprimento.

Para uma embarcação movendo-se a uma razão $U/\sqrt{L} \approx 1.0$ tem-se que o comprimento de onda gerada é uma parcela do comprimento do barco, vide figura 2.1, não acarretando qualquer modificação importante no calado e no ângulo de trim. Nesta faixa de velocidades a resistência da embarcação é fundamentalmente devida ao atrito. Acima de aproximadamente $U/\sqrt{L} = 0.90$ a importância da componente residual, isto é, a resistência de onda e de separação, aumenta tornando-se o fator preponderante para a razão $U/\sqrt{L} = 1.2$. À medida que se aproxima do valor de $U/\sqrt{L} = 1.34$ esta componente residual torna-se uma barreira quase que intransponível a um posterior aumento de velocidade, como pode ser observado na figura 2.2.

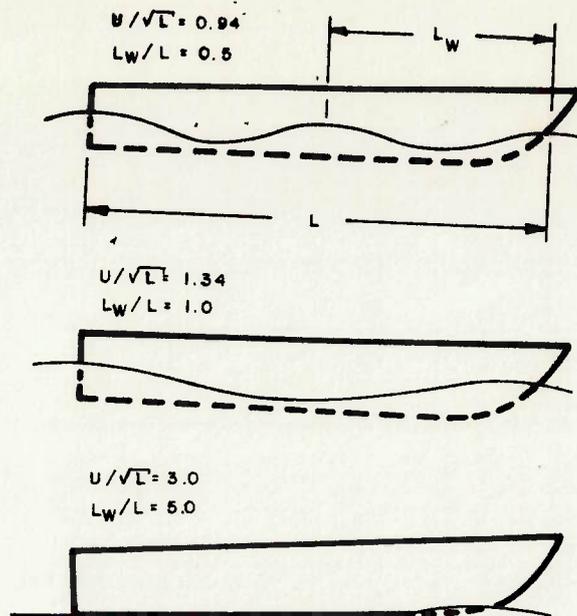


Figura 2.1 Padrão de ondas vs. U/\sqrt{L} [Savitsky e Gore(1979)]

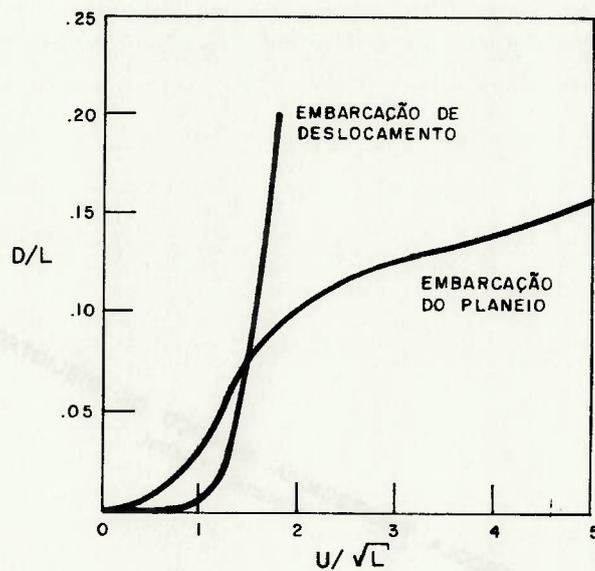


Figura 2.2 Curvas típicas da razão D/L vs. U/\sqrt{L} [Savitsky e Gore(1979)]

Este limite ao aumento de velocidade para embarcações de deslocamento resulta do fato de que, em função da curvatura do casco, as velocidades das partículas fluidas são maiores do que a

velocidade de avanço da embarcação. Considerando-se a equação de Bernoulli, tem-se o aparecimento de pressões menores do que a atmosférica que geram uma força de sucção, que por sua vez provoca um afundamento e um trim de popa. Em consequência deste efeito há um aumento significativo das parcelas relativas à resistência de onda e à separação.

Para se obter uma distribuição favorável de pressão deve-se eliminar a convexidade do casco transformando os perfis longitudinais em linhas retas ou côncavas e adotando uma popa do tipo *Transom*. Estas modificações na forma do casco resultam em uma embarcação de desempenho bastante adequado para a faixa de velocidade entre $1.34 \leq U/\sqrt{L} \leq 3.0$.

A partir de $U/\sqrt{L} = 3.0$ ocorre uma acentuada redução da componente residual e novamente a componente de atrito torna-se o principal fator limitante a um novo acréscimo de velocidade. Como a resistência de atrito é função da superfície molhada, torna-se bastante desejável a escolha de um casco de planeio, uma vez que a força de sustentação hidrodinâmica resultante tende a reduzir o calado e portanto a área molhada.

De uma maneira geral existem para altas velocidades dois tipos básicos de cascos: os cascos tipo *Round Bilge* e os do tipo *Hard Chine*. Os primeiros são mais adequados para a faixa de semiplaneio enquanto que os últimos apresentam-se vantajosos em velocidades de planeio puro.

2.2 Geração da força hidrodinâmica de sustentação

No estudo de embarcações de planeio a componente mais importante é a força de sustentação hidrodinâmica. Neste item

introduz-se a origem desta força através das equações da conservação da quantidade de movimento linear e da conservação de energia. Em seguida apresentam-se as considerações desenvolvidas por Wagner (1932), que utiliza a analogia entre a superfície de planeio e a teoria da linha de sustentação, possibilitando um tratamento numérico do fenômeno de planeio. Finalmente, cita-se o estado da arte com relação à determinação da distribuição de pressão ao longo do casco.

2.2.1 Geração da Sustentação

Para verificar o aparecimento da força de sustentação hidrodinâmica pode-se utilizar o princípio da quantidade de movimento linear. Para tanto, considera-se uma massa de fluido definida, no instante t_1 , pela superfície livre, pelo contorno do corpo, por uma função de corrente Ψ_1 e pelas linhas AB, CD e EF e cujo esquema é mostrado na figura (2.3). Assume-se que a quantidade de movimento desta massa fluida é dado por M_1 . Em um instante posterior t_2 esta mesma massa fluida movimenta-se, em condições de escoamento permanente, de tal modo que as superfícies AB, CD e EF deslocam-se para novas posições, dadas por A'B', C'D' e E'F'. Neste ínterim, a quantidade de movimento associada ao fluido altera-se, tanto em magnitude como em direção, para um novo valor M_2 .

Da figura (2.3) observa-se que a taxa de variação da quantidade de movimento entre os instantes t_1 e t_2 , isto é, dM/dt , resulta unicamente das contribuições ABB'A', CDD'C' e EFF'E' e que portanto, da segunda lei de Newton, a mesma é igual ao vetor R associado à resultante das forças externas que atuam

Para a obtenção dos esforços atuantes na condição de equilíbrio, pode-se utilizar os chamados métodos diretos. Estes métodos estão baseados em resultados experimentais obtidos em modelos de formas prismáticas, possuindo a grande vantagem de possibilitarem uma análise do desempenho da embarcação para uma ampla gama de parâmetros. Suas principais desvantagens relacionam-se ao fato de que, para barcos com uma variação longitudinal das seções transversais ou/e com uma curvatura acentuada na região de proa, suas estimativas são bastante rudimentares.

Por outro lado, pode-se também obter uma estimativa dos esforços atuantes através da utilização de séries sistemáticas. Entretanto, deve-se tomar muito cuidado na extrapolação dos resultados para embarcações cujas características diferem dos modelos da série.

2.4.6.1 Métodos Diretos

Nos assim denominados métodos diretos, isto é, aqueles que empregam resultados experimentais em corpos prismáticos para o desenvolvimento de uma formulação semi-empírica, a obtenção do desempenho dá-se pela utilização dos parâmetros geométricos característicos da embarcação que afetam a determinação da posição de equilíbrio, isto é, deslocamento, boca, posição longitudinal do centro de gravidade, ângulo de abertura etc. É importante ressaltar que estes métodos, normalmente, são válidos para a condição de planeio puro.

Entre os procedimentos desenvolvidos, seguindo esta filosofia, encontram-se os de Martin (1978a) e de Savitsky

sobre a região fluida. Obtém-se, então, que:

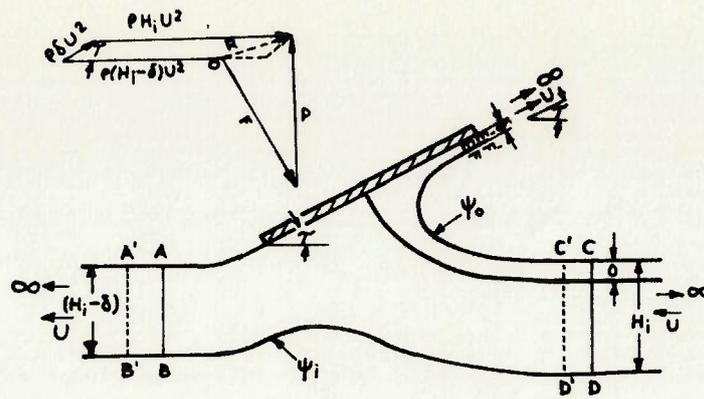


Figura 2.3 Obtenção da força normal hidrodinâmica através da variação da quantidade de movimento [Du Cane(1974)]

$$R = \frac{d\mathcal{M}}{dt} = \lim_{t_2 - t_1} \left[\frac{\mathcal{M}_2 - \mathcal{M}_1}{t_2 - t_1} \right] = \rho (H_I - \delta) U^2 + \rho \delta U^2 +$$

$$- \rho H_I U^2 \quad (2.1)$$

onde δ é a espessura do *spray* e os símbolos + e - significam respectivamente soma e subtração vetorial. Com o objetivo de se evitar a inclusão da componente horizontal associada à curvatura da linha de corrente Ψ_I considera-se esta linha suficientemente afastada da superfície livre. Desta maneira a definição da superfície de contorno corresponde a uma nova função de corrente designada por Ψ_∞ e conseqüentemente a largura H_I transforma-se em H_∞ . Obtém-se então:

$$\mathcal{R} = \rho (H_\infty - \delta) U^2 + \rho \delta U^2 - \rho H_\infty U^2 \quad (2.2)$$

Sendo \mathcal{R} a resultante das forças externas ela deve ser igual

à soma da reação normal \mathfrak{R} que atua sobre o contorno do corpo e da força vertical \mathfrak{P} correspondente à integral da pressão ao longo da linha corrente Ψ_{∞} , resultando, portanto:

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R} + \mathfrak{P} = \rho (H_{\infty} - \delta) U^2 + \rho \delta U^2 - \rho H_{\infty} U^2 \quad (2.3)$$

Considerando-se as componentes horizontais tem-se:

$$\begin{aligned} -F \operatorname{sen} \tau &= \rho (H_{\infty} - \delta) U^2 + \rho \delta U^2 \cos \tau + \rho H_{\infty} U^2 \\ &= \rho \delta U^2 (1 + \cos \tau) \end{aligned} \quad (2.4)$$

e portanto

$$F = \rho \delta U^2 \operatorname{cotg} \tau/2 \quad (2.5)$$

Uma outra maneira de se obter a força de sustentação é através de uma análise sob o ponto de vista de energia. Suponha-se que uma placa plana, inclinada de um ângulo τ em relação à superfície livre, esteja se deslocando com uma velocidade de avanço U , como mostrado na figura (2.4). A placa é considerada infinitamente larga, isto é, assume-se um escoamento bidimensional. Considere-se um observador externo parado em relação ao movimento do corpo e que o fluido sobre o qual a placa se movimenta esteja em regime permanente. Em consequência, a única energia cedida ao fluido corresponde à associada ao *spray*.

Pela simples aplicação da equação de Bernoulli tem-se que a velocidade U será constante desde que a pressão se mantenha constante ao longo da superfície livre e que a inclinação do corpo seja suficientemente pequena. Desprezando-se a viscosidade, tem-se que o fluido do *spray* possui uma velocidade igual a U relativa à placa plana e que portanto sua velocidade absoluta,

resultante da soma vetorial da velocidade de avanço do corpo e da velocidade associada ao *spray*, é dada por $2 U \cos (\tau/2)$.

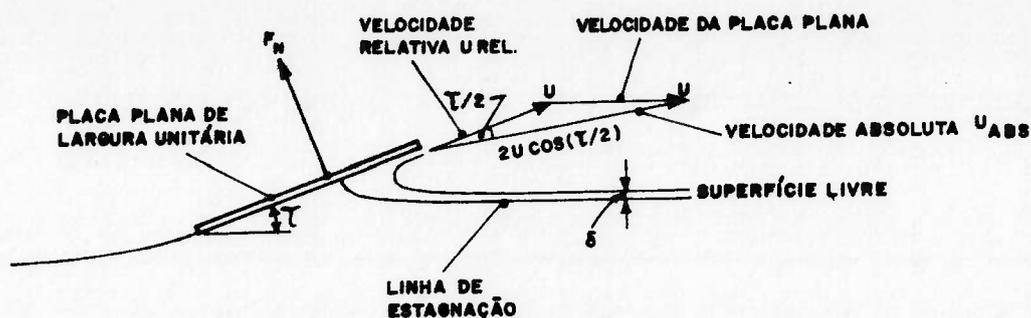


Figura 2.4 Obtenção da força normal hidrodinâmica através da variação de energia [Clayton e Bishop(1982)]

A vazão em massa do *spray* é dada por $\rho \delta U$, onde δ é a espessura do mesmo e portanto o fluxo de energia que é cedido ao fluido por unidade de largura da placa plana é dado por:

$$\frac{1}{2} (\rho \delta U) (2 U \cos (\tau/2))^2 \quad (2.6)$$

e este deve ser igual à razão em que trabalho é efetuado sobre o fluido. Tem-se, então:

$$F U \sin \tau = \frac{1}{2} (\rho \delta U) (2 U \cos \tau/2)^2 \quad (2.7)$$

e portanto

$$F = \rho \delta U^2 \cotg \tau/2 \quad (2.8)$$

A primeira conclusão que se pode obter das equações (2.5) e (2.8) é que a existência da força normal hidrodinâmica está

intimamente relacionada à existência do spray. Assumindo-se um ângulo τ pequeno, a força vertical dinâmica (força de sustentação) pode ser escrita como:

$$F_v = F \cos \tau = \rho U^2 \delta \cos \tau \cotg \tau/2 \approx \frac{2 \rho \delta U^2}{\tau} \quad (2.9)$$

Dividindo-se a equação (2.9) por $1/2 \rho l U^2$, onde l está associado a um comprimento característico, tem-se:

$$\frac{F_v}{1/2 \rho l U^2} = C_{FV} = \frac{4}{\tau} \begin{pmatrix} \delta \\ - \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

onde C_{FV} é o coeficiente de sustentação, sendo análogo ao coeficiente de sustentação obtido para corpos totalmente submersos. Uma vez que a inclinação τ é pequena pode-se ainda utilizar a aproximação:

$$C_{FV} \approx \tau \left[\frac{\partial}{\partial \tau} (C_{FV}) \right]_{\tau=0} \quad (2.11)$$

que resulta em

$$\frac{\delta}{l} = \frac{\tau^2}{4} \left[\frac{\partial}{\partial \tau} (C_{FV}) \right]_{\tau=0} \quad (2.12)$$

Na prática, entretanto, a aproximação dada pela equação (2.11) não se apresenta adequada em função dos efeitos decorrentes da largura finita da placa plana. Além deste aspecto, deve-se observar que, para um ângulo τ nulo, tanto C_{FV} como $\partial C_{FV} / \partial \tau$ possuem valores nulos, embora a derivada apresente-se com um valor praticamente constante para valores de τ um pouco

maiores do que zero.

Do desenvolvimento acima observa-se a possibilidade de se estimar a força de sustentação hidrodinâmica através do conhecimento da largura do *spray*, porém este cálculo apresenta resultados bastante imprecisos em função da dificuldade de obtenção da espessura do *spray*.

Por outro lado, deve-se ressaltar que considerando-se geometrias mais complexas, como por exemplo um casco em "V", o *spray*, ainda que possuindo uma velocidade igual à velocidade de avanço, não mais se desenvolve unicamente na direção de avanço, mas também em direções transversais, podendo inclusive ter uma componente oposta à direção de avanço (figura 2.5).

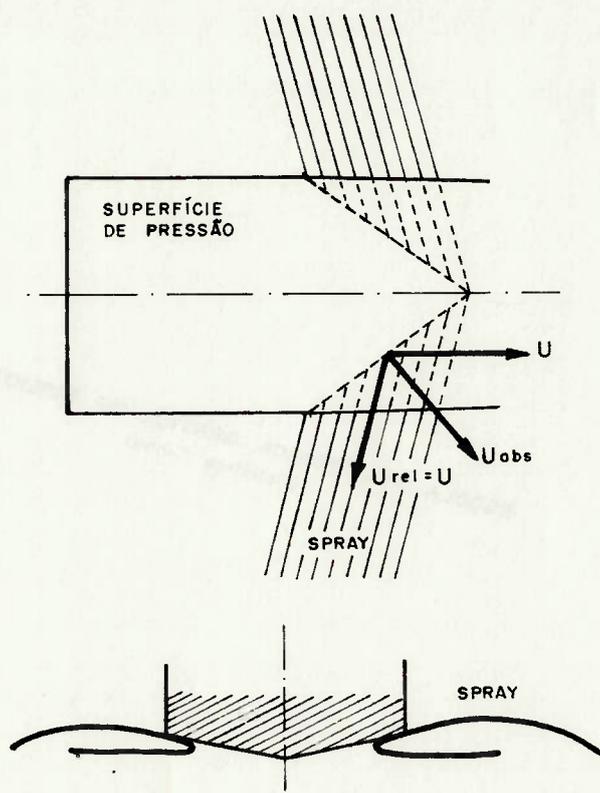


Figura 2.5 Direção do *Spray* [Clayton e Bishop(1982)]

Evidentemente, quanto maior for a componente da velocidade relativa na direção oposta ao avanço, menor será a velocidade absoluta adquirida pelo *spray*, o que acarreta uma redução de energia cinética e conseqüentemente da força hidrodinâmica. Embarcações com pequeno ângulo de abertura possuem uma direção de *spray* quase perpendicular à direção de avanço, o que provoca o aparecimento de forças hidrodinâmicas de alta intensidade e que resultam em um movimento bastante desagradável para os passageiros.

2.2.2 Analogia entre o planeio e o escoamento ao longo de um perfil asa

Apesar de fornecer uma visão qualitativa bastante adequada do fenômeno, o desenvolvimento exposto no item anterior tem uma aplicabilidade bastante reduzida em situações reais. A primeira teoria que possibilitou um tratamento mais matemático do fenômeno de planeio foi desenvolvida por Wagner em 1932, tomando por base a semelhança existente entre o fenômeno de planeio e o escoamento ao longo de um perfil totalmente submerso.

Wagner verificou que o escoamento ao longo do casco de uma embarcação de planeio poderia ser analisado considerando a similaridade entre o mesmo e aquele ao longo do dorso ou da face de um perfil asa, situação esta dependente da geometria do casco. Para possibilitar o tratamento matemático fez uso da teoria de sustentação desenvolvida por Prandtl, que simulava o efeito de sustentação através da vorticidade. A aplicação desta teoria é válida quando a influência da aceleração da gravidade é pequena, isto é, quando a pressão decorrente do fenômeno dinâmico é muito

maior do que a pressão estática, e quando a altura de onda gerada pela embarcação é menor do que o calado da mesma.

Esta última condição é satisfeita para embarcações de largura infinita em altas velocidades, pois como a onda gerada pela embarcação é dada por

$$L_w = \frac{2\pi}{g} U^2 \quad (2.13)$$

a altura da onda torna-se imperceptível quando o comprimento de onda é maior que 10 a 15 vezes o comprimento molhado da embarcação. Entretanto, esta condição deixa de ser satisfeita em corpos de dimensões finitas em função dos efeitos da viscosidade e da largura finita.

Considerando um perfil de espessura infinitesimal, de largura infinita e com um pequeno ângulo de ataque, Wagner demonstrou que o escoamento ao longo de uma superfície de planeio é análogo ao escoamento ao longo da face de um perfil asa, isto é, aquele associado à região de pressão do perfil. Nesta superfície do perfil aparece uma força normal de igual intensidade àquela observada na embarcação de planeio, enquanto que a pressão de sucção que ocorre no dorso do perfil corresponde à existência do *spray* no planeio.

A força normal que aparece durante o planeio é portanto metade daquela observada em um perfil, não considerando a parcela associada à sucção que se observa em função da curvatura do bordo de ataque do perfil e que não existe no fenômeno de planeio.

Prosseguindo em seus estudos, Wagner também analisou a influência da curvatura longitudinal em uma superfície de planeio. Verificou que em um casco constituído por perfis

longitudinais planos ou côncavos (centro do raio de curvatura dentro da região fluida) o escoamento é semelhante àquele que se observa ao longo da face de um perfil asa e cuja distribuição de pressão resulta em pressões maiores do que a atmosférica. Como resultado, esta distribuição positiva de pressões acarreta uma redução do calado e da superfície molhada. Contrariamente, um casco cujos perfis longitudinais são convexos gera pressões menores do que a atmosférica, provocando um aumento do calado e um conseqüente aumento da resistência ao avanço.

Um aspecto bastante interessante no trabalho de Wagner é a observação de que uma superfície de planeio côncava com um ângulo de ataque nulo é capaz de gerar uma força hidrodinâmica sem produzir uma resistência ao avanço. Nesta situação não há a geração de *spray*.

Wagner ainda analisou o problema de corpos com largura finita, onde, à semelhança da teoria da linha de sustentação, desenvolve-se uma velocidade induzida, com direção vertical para baixo, que tende a reduzir o ângulo de ataque efetivo da superfície de planeio. Apesar de sua teoria ser válida especificamente para pequenos ângulos de ataque, F. Weinig, através de considerações teóricas e resultados experimentais, verificou sua validade para maiores ângulos de ataque.

Entretanto Wagner não se restringiu unicamente ao fenômeno de planeio. Na segunda parte de seus estudos analisou o problema da penetração de seções do tipo cunha em um fluido. Naquela época o interesse maior por este tipo de análise teórica estava associada ao pouso e decolagem de hidroaviões, porém em função da similaridade de situação seus resultados são aplicáveis ao estudo do comportamento em mar de embarcações de planeio. Nas suas

conclusões, mostrou que as forças hidrodinâmicas geradas durante a penetração eram de maior intensidade quanto menor o ângulo de abertura. Outro aspecto bastante importante do ponto de vista de projeto é que seções transversais retas ou convexas reduzem a intensidade do impacto, enquanto que seções côncavas aumentam a intensidade do mesmo.

A importância desta primeira teoria está associada ao fato de possibilitar uma análise qualitativa das formas do casco em um estágio inicial de projeto bem como de possibilitar uma estimativa preliminar da força hidrodinâmica e da distribuição de pressão.

2.4.3 Estado da arte na obtenção da força de sustentação hidrodinâmica

Baseados nas considerações desenvolvidas por Wagner e tendo sempre em vista a similaridade entre os escoamentos ao longo de fólios e ao longo das superfícies de planeio, desenvolveram-se alguns procedimentos semi-empíricos, como, por exemplo, Shuford (1957) e Savitsky (1964). Este último é largamente utilizado para a estima da posição de equilíbrio, sendo de fácil implementação em microcomputadores.

Quanto ao estudo teórico, alguns métodos foram desenvolvidos, os quais, entretanto, em função da complexidade do problema, apresentam diferentes restrições. Estes estudos são normalmente subdivididos em função da razão de aspecto, isto é, da relação entre a boca (envergadura) e o comprimento médio molhado. Para valores altos desta relação utilizam-se os conceitos associados à teoria da linha de sustentação e para a

situação contrária a teoria de corpo esbelto.

Tulin (1957) analisou o caso do planeio em pequenos ângulos de ataque de corpos esbeltos, situação na qual torna-se possível a substituição do problema tridimensional pelo problema bidimensional associado às seções transversais. Este estudo possibilitou que algumas conclusões a respeito das características gerais do escoamento e da distribuição de pressão fossem obtidas, principalmente na região onde o escoamento separa-se do casco. Além destas análises, permitiu também uma estimativa preliminar da sustentação, do arrasto induzido e do arrasto devido ao *spray*.

Wang e Rispin (1971) consideraram o escoamento para altos números de Froude, hipótese esta que permite desprezar as ondas geradas pela embarcação. Esta consideração está relacionada ao fato de que nestes altos números de Froude, cujo parâmetro representa uma relação entre os efeitos inerciais e os da gravidade, os efeitos inerciais tornam-se muito mais importantes. A análise é desenvolvida para placas planas com razão de aspecto variando entre 0.5 e 2.0 através do emprego de um método assintótico. Verificaram que, devido ao efeito da gravidade, o coeficiente de sustentação era diminuído em altas razões de aspecto, ocorrendo o oposto quando a razão de aspecto é pequena. Shen e Ogilvie (1972) consideraram apenas superfícies de planeio de alta razão de aspecto e desenvolveram sua análise representando a superfície de planeio por linhas de vorticidade. Nestes dois estudos a consideração de alto número de Froude permitiu a inclusão de alguns efeitos não lineares.

Uma metodologia alternativa para o estudo do fenômeno de planeio é a utilização da denominada *Flat Ship Theory*, teoria na

qual o calado é assumido como pequeno em relação às outras dimensões da embarcação. A maior dificuldade em seu desenvolvimento encontra-se no fato de as condições de contorno serem mistas. O primeiro estudo baseado nesta teoria deve-se a Maruo (1967), que obteve uma solução baseada em equações integrais. A solução final obtida restringe-se, entretanto, aos casos de baixa e alta razão de aspecto. Posteriormente Tuck (1975) apresentou alguns exemplos utilizando técnicas numéricas e que conduziram a alguns resultados interessantes sobre a influência da aceleração da gravidade no escoamento, principalmente na região do plano central de simetria.

Em função da maior capacidade dos computadores, foram desenvolvidos, nos últimos anos, uma série de novos procedimentos que empregam técnicas numéricas. Um primeiro procedimento que se pode citar é aquele desenvolvido por Wellicome e Jaahanger (1978) para a obtenção da distribuição de pressão ao longo do casco. Esta técnica consiste na subdivisão da superfície molhada em elementos retangulares de pressão, sendo a elevação da superfície livre descrita em função da pressão associada ao elemento, de sua localização em relação ao sistema de coordenadas e de suas dimensões.

Para cada elemento discretizado é possível obter uma função potencial que satisfaça as condições de contorno cinemática e dinâmica. A única condição básica associada a esta metodologia encontra-se na hipótese de linearidade das equações que descrevem o escoamento, tornando, portanto, esta metodologia aplicável para qualquer número de Froude e para qualquer razão de aspecto. Um outro aspecto inerente a este procedimento numérico é a necessidade do conhecimento antecipado da superfície molhada.

Doctors (1985) descreve um procedimento desenvolvido na mesma época onde adota um processo iterativo para a determinação da superfície molhada baseado na compatibilização da condição de Kutta na popa. Uma outra diferença em relação à metodologia anterior refere-se à utilização de uma variação linear de pressão entre dois elementos de pressão. A maior dificuldade nestes dois procedimentos encontra-se na avaliação dos coeficientes de influência, uma vez que os mesmos estão associados a integrais de funções oscilatórias.

Um procedimento distinto foi desenvolvido por Wakeling e outros (1986) para a obtenção do campo de pressões ao longo de embarcações de semideslocamento. Este consiste na distribuição de fontes ao longo do plano de simetria longitudinal cujas intensidades são obtidas através da condição de contorno na superfície do casco. Uma vez que não existe uma representação analítica para os cascos, desenvolveu-se um procedimento numérico que emprega *splines* na descrição dos mesmos.

Apesar de nenhum dos processos citados oferecerem uma solução definitiva para o estudo do escoamento em embarcações de planeio, o aumento da capacidade dos computadores e a utilização de procedimentos numéricos vêm contribuindo para um melhor entendimento da dinâmica destas embarcações.

2.3 Aspectos importantes no projeto de uma embarcação de planeio

Neste item analisar-se-ão alguns aspectos importantes no que se refere a escolha das formas de uma embarcação de alta velocidade. Inicialmente, fazem-se algumas considerações com relação aos parâmetros de forma para então analisar-se

qualitativamente a influência do emprego de diferentes formas para as seções transversais e longitudinais. Por fim considera-se a importância de *spray rails* e da possibilidade de um controle do ângulo de trim através de *flaps*.

2.3.1 Efeito do ângulo de trim e do ângulo de abertura

Um dos parâmetros mais importantes no projeto de uma embarcação de planeio está relacionada à determinação do ângulo de trim. A importância do ângulo de trim decorre do fato de que a razão D/L , isto é, arrasto/sustentação, altera-se de maneira significativa com a variação deste ângulo. Esta influência pode ser observada na Figura 2.6, onde observa-se a variação do coeficiente D/L em função do ângulo de trim para modelos com casco plano e prismático. Deve-se ressaltar que a razão D/L apresenta uma pequena dependência em relação à velocidade e ao comprimento médio molhado.

Nesta figura, observa-se em ângulos menores do que aproximadamente 4 graus uma predominância do arrasto viscoso, enquanto que para ângulos maiores o arrasto de pressão torna-se mais importante. Portanto, pode-se concluir que para se deslocar com uma resistência mínima a embarcação de planeio deve ser projetada para operar no ângulo de trim ótimo. Por outro lado, a escolha de um ângulo de trim menor do que 4 graus pode tornar-se vantajosa para embarcações que têm um acréscimo no deslocamento, uma vez que há uma tendência à redução do ângulo de trim com o aumento do deslocamento e portanto conduzindo à direção de menores valores do coeficiente D/L .

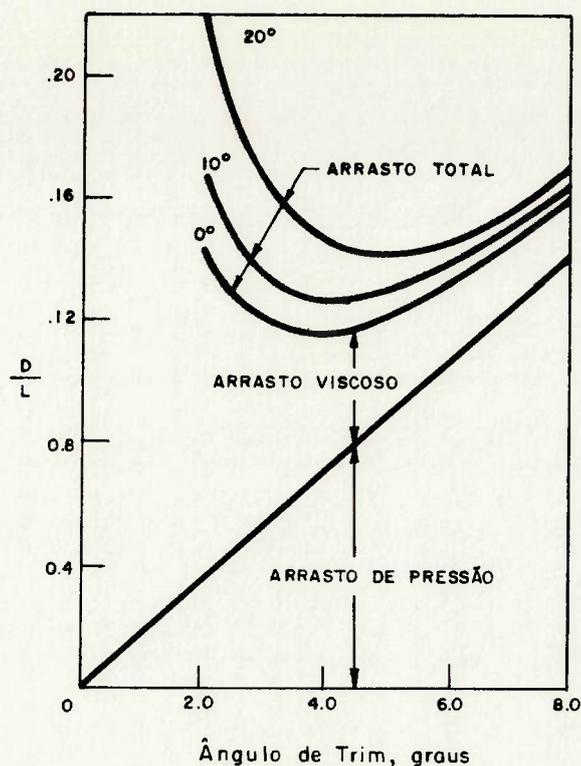


Figura 2.6 Variação da razão D/L para superfícies de planeio [Savitsky(1964)]

Em se tratando apenas dos requisitos em águas calmas, concluir-se-ia que o melhor desempenho estaria associado à embarcação com o casco plano operando no ângulo de trim ótimo. Entretanto, como nos dias atuais requer-se de uma embarcação rápida um desempenho satisfatório em ondas, torna-se necessária a utilização de formas prismáticas que reduzem as pressões de impacto. Estas formas, como mostrado na figura, implicam um aumento da relação D/L.

Contudo, a escolha do ângulo de abertura não é totalmente arbitrária, uma vez que os requisitos de flutuação, limitação de calado e de estabilidade transversal limitam esta escolha.

2.3.2 Razão de aspecto

O parâmetro razão de aspecto é definido como a relação entre a boca e o comprimento molhado médio. Esta relação é bastante importante para se ter uma idéia da capacidade de sustentação, da resistência e da estabilidade. Em geral, quanto maior a razão de aspecto, isto é, quanto maior a boca em relação ao comprimento molhado, maior será a relação L/D , uma vez que para embarcações de planeio a maior parcela à sustentação é dada pela pressão de estagnação no bordo de ataque, e quanto maior a largura da embarcação maior será a força resultante. Entretanto, observa-se experimentalmente que razões de aspecto maiores que 1 oferecem apenas uma pequena melhora para o coeficiente L/D .

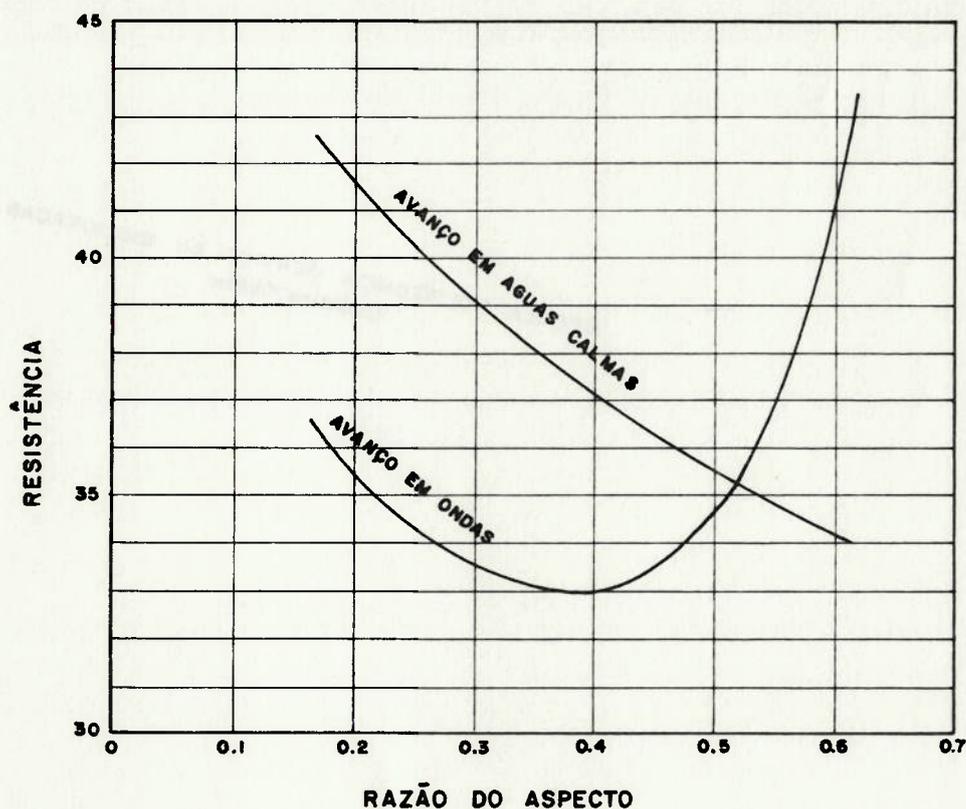


Figura 2.7 Efeito da razão de aspecto [Lindsay(1954)]

Analisando-se o caso simples de embarcações com fundo plano, como mostrado na figura 2.7, verifica-se uma redução contínua da resistência ao avanço em águas calmas, com o aumento da razão de aspecto. Por outro lado, quando esta mesma embarcação movimenta-se em ondas, existe uma redução da resistência até um certo valor da razão de aspecto, e em seguida a resistência começa a aumentar.

2.3.3 Deslocamento

Este parâmetro é também bastante importante, porém constitui uma variável sobre a qual o projetista não possui um controle total. Normalmente tenta-se reduzi-lo ao máximo dentro das restrições impostas pelos outros requisitos do projeto.

Seu efeito sobre o comportamento em ondas da embarcação é ambíguo. De um lado os movimentos de arfagem são diminuídos em decorrência do menor período natural associado à redução do deslocamento, o que coloca o barco em ressonância com ondas de menor amplitude e portanto menor energia. Por outro lado, uma vez que a maioria das embarcações de planeio são consideradas muito duras, o comportamento em balanço é melhorado pelo aumento do deslocamento, pois esta alteração acarreta um aumento o período de balanço e portanto movimentos mais suaves.

2.3.4 Razão Comprimento-Boca

A razão comprimento/boca constitui um dos parâmetros mais importantes no estudo do desempenho de embarcações de planeio tanto em águas calmas como em ondas. A figura 2.8 mostra algumas

curvas típicas da influência deste parâmetro para alguns modelos da série 62. Observa-se que, à medida que a velocidade aumenta, o trim e a resistência também aumentam até que se atinge a velocidade máxima do *hump*. Neste ponto sofrem um decréscimo acentuado, para somente então voltarem a aumentar. A principal consequência do aumento da razão L/b está na minimização da resistência e do ângulo de trim na região da velocidade de *hump*.

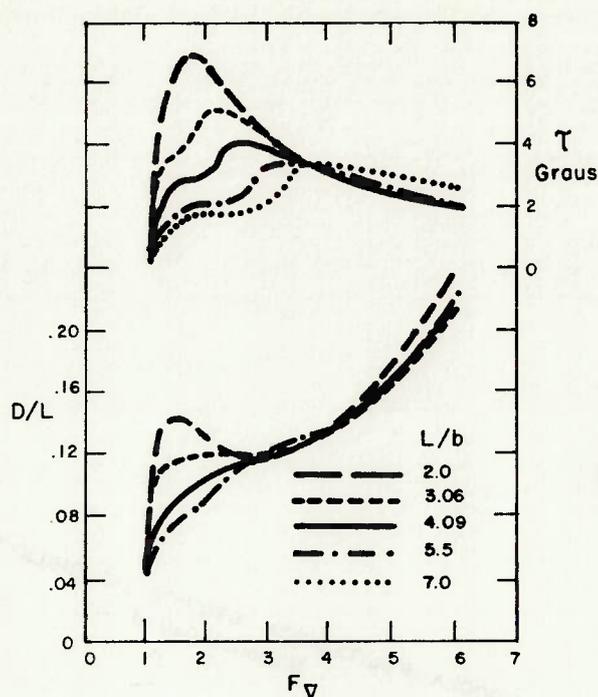


Figura 2.8 Variação da razão D/L e do ângulo de trim em função do número de Froude [Savitsky e Gore(1979)]

Além deste aspecto, observa-se também uma redução das acelerações de impacto com o aumento da razão L/b . Entretanto, requisitos de espaço interior, estabilidade transversal e *Deck Wetness* acarretam a necessidade de uma escolha cuidadosa desta variável. Em função dos novos requisitos de projeto, que enfatizam o comportamento em ondas, observa-se uma tendência

acentuada para a escolha de razões L/b , que até então variavam entre 3 e 5, com grande número de barcos na faixa de 3 a 4, que excedem $L/b \geq 5$, mesmo em detrimento do espaço interior.

2.3.5 Posição longitudinal do centro de gravidade

A definição da posição longitudinal do centro de gravidade constitui uma escolha sobre a qual o projetista tem um certo controle. O posicionamento longitudinal do mesmo é um fator importante na estabilidade longitudinal, apresentando, além disto, uma influência, ainda que ambígua, no comportamento da embarcação em ondas.

Sua colocação em uma posição a vante resulta em uma redução do ângulo de trim bem como da resistência na velocidade de *hump*. Em altas velocidades há uma redução das acelerações de impacto, podendo, contudo, acarretar um aumento da resistência. Contrariamente, em baixas velocidades, esta posição do centro de gravidade tem uma consequência negativa, normalmente acarretando uma instabilidade direcional e um aumento do *wetness*. Há também uma maior tendência ao fenômeno de *broaching* em mares de popa, além de poder induzir uma instabilidade transversal uma vez que a flutuação desloca-se para as regiões de formas mais afiladas e estreitas da proa.

Existem, entretanto, algumas possibilidades para compatibilizar estes efeitos conflitantes a respeito da escolha da posição do centro de gravidade. Se um pequeno ângulo de trim é necessário para velocidades de *hump* ou superiores, porém a embarcação não admite uma alteração do centro de gravidade em função dos requisitos de baixa velocidade, a utilização de *flaps*

na popa permitem um controle sobre o ângulo de trim sem que haja qualquer modificação do centro de gravidade.

2.3.6 Seções transversais

As seções transversais das embarcações de alta velocidade podem ser agrupadas em dois tipos básicos: formas em "V" e formas arredondadas. As primeiras são empregadas nas embarcações do tipo *Hard Chine*, enquanto que as últimas são mais utilizadas em embarcações do tipo *Round Bilge*.

Para as seções em "V", pode-se distinguir as seguintes variações:

Convex: É uma forma inerentemente molhada, entretanto o emprego de *spray rails*, utilizados para provocar a separação do *spray*, reduz esta característica. É bastante adequada com relação ao comportamento em mar, pois evita que haja uma concentração das forças de impacto em uma área restrita (fig. 2.9a).

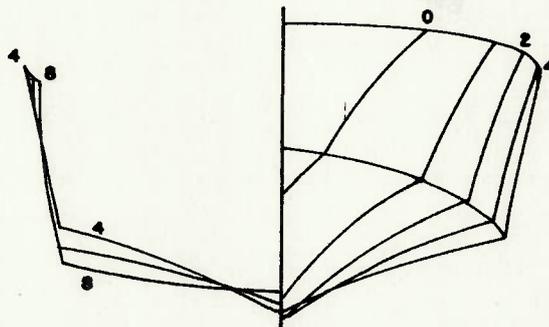


Figura 2.9a Seção convexa [Savitsky e Koelbel(1979)]

Concave: De maneira contrária à primeira, é uma seção eminentemente seca e sua utilização favorece o aparecimento do fenômeno de *pounding* (impacto contínuo), pois as forças de impacto atuam ao mesmo tempo numa área bastante restrita do casco. Sua utilização é vantajosa em águas calmas em razão da redução da resistência (Fig. 2.9b).

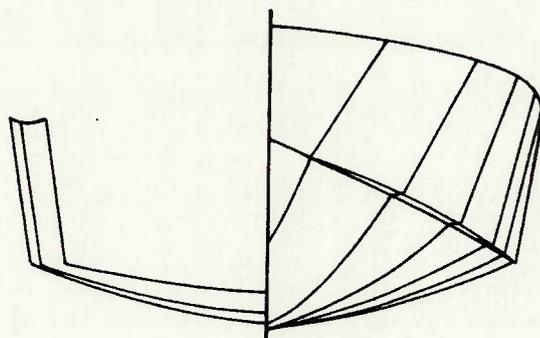


Figura 2.9b Seção côncava [Savitsky e Koelbel(1979)]

Inverted bell: Estas seções foram desenvolvidas para fornecer uma força de impacto constante à medida que a seção penetra no fluido (fig. 2.9c). Sob o ponto de vista estritamente bidimensional isto realmente é verdadeiro. Entretanto, quando utilizadas em embarcações que se deslocam em ondas irregulares, principalmente em mares de proa, resultam em forças de impacto significativas no *flare*. O arredondamento da região em torno da quilha central tem uma tendência a induzir uma instabilidade direcional, requerendo usualmente a instalação de uma quilha central externa.

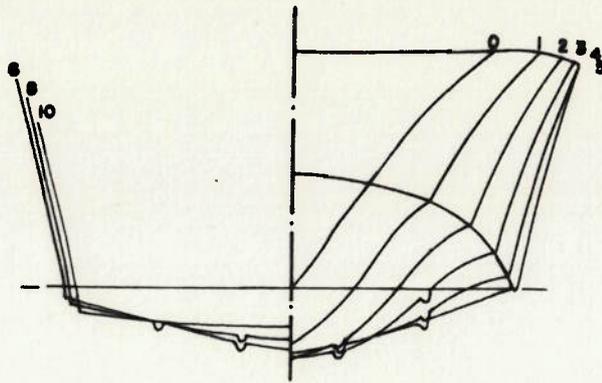


Figura 2.9c Seção *Inverted Bell* [Savitsky e Koelbel(1979)]

Por sua vez, as embarcações do tipo *Round Bilge* apresentam seções como mostradas na figura 2.10. Devido a sua forma, há a necessidade da utilização de *spray rails* para provocar a separação do *spray* em relação ao casco. Uma embarcação deste tipo é bastante plana no fundo, ocasionando um aumento na tendência de *pounding* quando dirigida de maneira pesada. Um aumento do ângulo de abertura reduz sensivelmente esta tendência, aumentando, entretanto a imersão na região da proa.

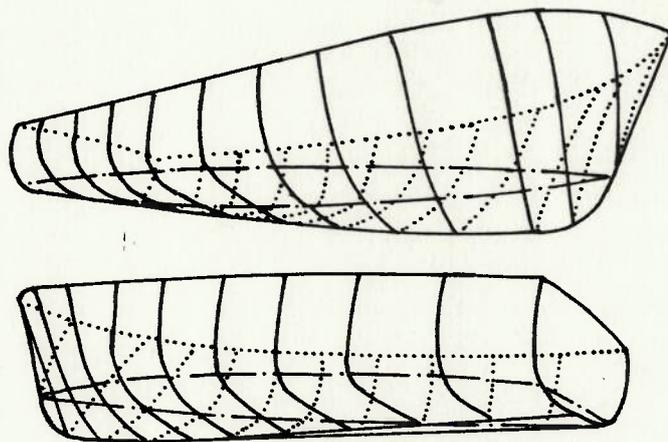


Figura 2.10 Formas do casco tipo *Round Bilge*
[Naval Eng. Journal -Special Ed.(1985)]

Um detalhe bastante importante no projeto de embarcações de planeio é a necessidade de se utilizar *spray rails* para causar uma efetiva separação do *spray*. Mesmo em embarcações do tipo *Hard Chine*, nas quais a quilha lateral tem por função básica provocar esta separação, introduzem-se *spray rails* em outras posições com o objetivo de provocar uma antecipação na separação ou evitar uma reaproximação do *spray*.

2.3.7 Utilização da popa *Transom*

Na sua forma moderna, o desenvolvimento da popa tipo *Transom* está associado à evolução das embarcações torpedeiras. Sua principal vantagem em relação às formas utilizadas nas embarcações de deslocamento encontra-se no desenvolvimento de linhas de escoamento mais retas, isto é, um escoamento quase axial à frente do propulsor.

Em velocidades baixas, acarreta o aparecimento de um arrasto devido à separação que, entretanto, em função da pequena resistência residual nestas velocidades, não resulta em um efeito muito importante. Além disto, esta resistência devida à separação é muitas vezes menor do que aquela que apareceria em escoamento ao longo de um casco de formas usuais.

À medida que a velocidade aumenta, ocorre uma redução da superfície molhada da popa e, então, a partir de um determinado instante, a popa torna-se totalmente ventilada. Uma das possíveis explicações para o aprimoramento do desempenho dos barcos equipados com este tipo de popa está associada a um aumento hipotético do comprimento da embarcação sem que haja um correspondente aumento da superfície molhada e portanto da

resistência de atrito.

Um aspecto importante para a utilização efetiva deste tipo de popa é a necessidade de construí-la com cantos retos, pois estes provocam a separação do fluido evitando o aparecimento das forças de sucção associadas aos cantos arredondados.

2.3.8 Aspectos gerais quanto à forma

Existem diversas possibilidades para as superfícies responsáveis pela sustentação. A mais comum é uma superfície contínua (*stepless hull*) e que se apresenta vantajosa sob o ponto de vista construtivo, existindo também uma maior facilidade na estimativa de seu desempenho. Contudo, para este tipo de configuração, é mais difícil obter um compromisso entre os requisitos da velocidade de *hump* e aqueles relativos ao avanço em alta velocidade. Em altas velocidades, o perfil longitudinal deve ser o mais plano possível em direção à popa enquanto que nas velocidades de *hump* o emprego de um perfil côncavo resulta na redução na resistência.

Uma outra possibilidade para o arranjo do casco encontra-se na disposição em degraus, na qual a sustentação é fornecida por duas ou mais superfícies dispostas uma atrás da outra, como visto na figura 2.11. Este tipo de configuração oferece uma redução da área molhada, um aumento da razão de aspecto e a possibilidade de um maior controle do ângulo de trim. Da experiência prática adquirida na construção de barcos com mais de duas áreas de sustentação, verificou-se que estes arranjos não traziam qualquer vantagem suplementar além de não estarem isentos de problemas de estabilidade em razão das superfícies operarem na esteira da

anterior. Por sua vez, a utilização de embarcações com duas superfícies de sustentação (*single step hull*), apesar do pequeno número de testes realizados, apresentam um desempenho bastante adequado.

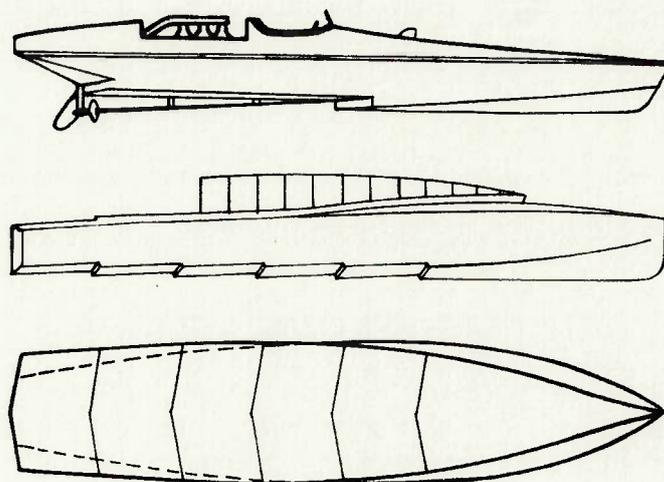


Figura 2.11 Casco com um degrau e com múltiplos degrais
[Savitsky e Koelbel(1979)]

Para se otimizar o desempenho da embarcação tanto em relação ao avanço em águas calmas quanto ao seu comportamento em ondas, desenvolveu-se o casco *Warped Bottom*. Neste arranjo há uma variação longitudinal gradativa do ângulo de abertura da popa em direção à proa. Esta variação do ângulo de abertura é uma tentativa de compatibilizar dois efeitos conflitantes: prolongando o ângulo de abertura necessário para a região de proa para ré haverá uma redução de sustentação, além de dificuldades de manobrabilidade, tanto em baixas como em altas velocidades; por outro lado, a adoção do ângulo necessário de popa para a região de proa acarretará um aumento significativo do *pounding*. Um exemplo de otimização do casco utilizando esta técnica é mostrado na figura (2.12).

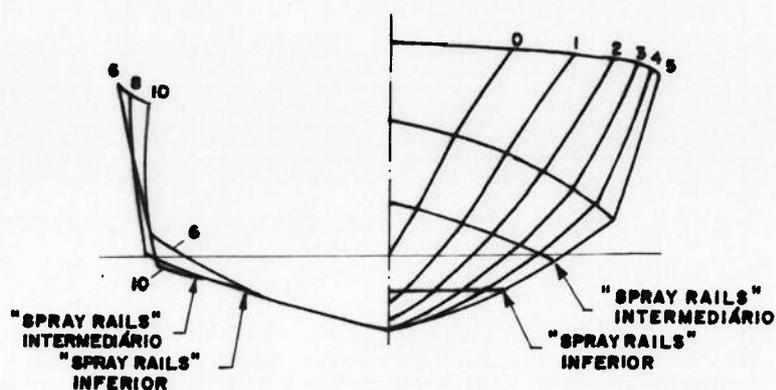


Figura 2.12 Casco do tipo *Warped Bottom*
[Savitsky e Koelbel(1979)]

Um outro detalhe a ser observado no projeto de um barco rápido está relacionado a forma da proa (ou *forefoot*). A introdução de um *Forefoot* muito acentuado acarreta uma redução da força de sustentação assim como o aparecimento de pressões de sucção logo após o seu contorno. Por outro lado, em mar de través, a utilização de um *forefoot* mais acentuado evita a tendência de um movimento lateral da proa. Em geral, para uma embarcação de alta velocidade, adota-se um perfil longitudinal reto a partir da popa até aproximadamente 60 a 70% do comprimento de linha d'água dependendo, entretanto, do ângulo de trim com velocidade de avanço e dos apêndices empregados.

Em barcos do tipo *Hard Chine*, a disposição da quilha lateral assume um efeito muito importante. Para barcos que operam na região do *hump* ou que apresentam dificuldades em ultrapassá-la, a largura máxima da popa correspondente ao plano definido pelas quilhas laterais deve ser a maior possível devido à maior flutuabilidade. Em velocidades de planeio puro esta largura pode ser reduzida sem que acarrete a diminuição significativa da

sustentação e com a vantagem adicional de uma redução da resistência de atrito.

O formato do plano definido pelas quilhas laterais não deve apresentar-se muito cheio na região a vante, uma vez que neste caso haverá uma redução do ângulo de abertura. Na velocidade de *hump*, em que o formato da proa apresenta um efeito preponderante no desempenho, a escolha de proas afiladas reduz consideravelmente a resistência.

2.3.9 Apêndices

Encontra-se, este item, subdividido em duas partes, à utilização de quilhas centrais externas, *skegs* e bolinas e o emprego de *spray rails*.

2.3.9.1 Quilha externa, *skegs* e bolinas

Estes apêndices são utilizados, basicamente, no controle para estabilidade direcional e das características de manobra. Para embarcações de cruzeiro, uma distribuição longitudinal apropriada do ângulo de abertura fornece as desejadas qualidades sem haver a necessidade de utilização de qualquer apêndice. Entretanto, para as embarcações mais lentas e pesadas que usualmente possuem um *forefoot* mais acentuado, assim como para as embarcações mais leves e de alta velocidade que apresentam um casco quase plano, existe a necessidade de se utilizar um *skeg* para que a embarcação adquira condições mínimas de estabilidade.

Nas embarcações com instalação propulsora interna é, muitas vezes, vantajosa a escolha de um *skeg* longo e profundo para,

desta maneira, proteger os hélices. Entretanto, um *skeg* muito profundo pode ocasionar o aparecimento de uma banda excessiva no sentido oposto ao movimento de manobra.

Em algumas embarcações de planeio, nas quais a região ao redor da quilha central apresenta-se arredondada, utiliza-se uma quilha central externa para interromper o escoamento transversal e assim reduzir o aparecimento de pressões de sucção.

2.3.9.2 *Spray Rails*

A utilização de *spray rails* é um dos aspectos mais importantes no projeto das embarcações de planeio, uma vez que o fenômeno básico associado a estas embarcações encontra-se intimamente relacionado com a separação do fluido na superfície do casco. Em embarcações do tipo *Hard Chine*, a mudança de direção na seção transversal observada na quilha lateral tem por objetivo básico provocar esta separação.

Existem duas maneiras de se implementar os *spray rails*. A primeira está associada à construção de embarcações em que o *spray rail* é parte integrante do casco, enquanto que na segunda o *spray rail* é acrescentado ao casco após o mesmo já estar concluído. O principal parâmetro relacionado à eficiência do *spray rail* é o ângulo de separação (ou *Break off Angle*), definido como o ângulo externo entre a face inferior do *spray rail* e o casco. Se este ângulo for menor do que 120 graus, poderá ocorrer, em determinadas circunstâncias, uma separação não efetiva do escoamento em relação ao casco. Por outro lado, observou-se também que um ângulo excessivo pode acarretar um impacto tão violento do *spray* na superfície livre que este mesmo

spray volta ao casco. Algumas formas seccionais para sprays rails são mostradas na Figura 2.13. Um outro ponto a ressaltar é que normalmente não se recomenda a construção de embarcações com spray rails integrados ao casco em decorrência do pequeno ângulo de separação obtido nesta prática.

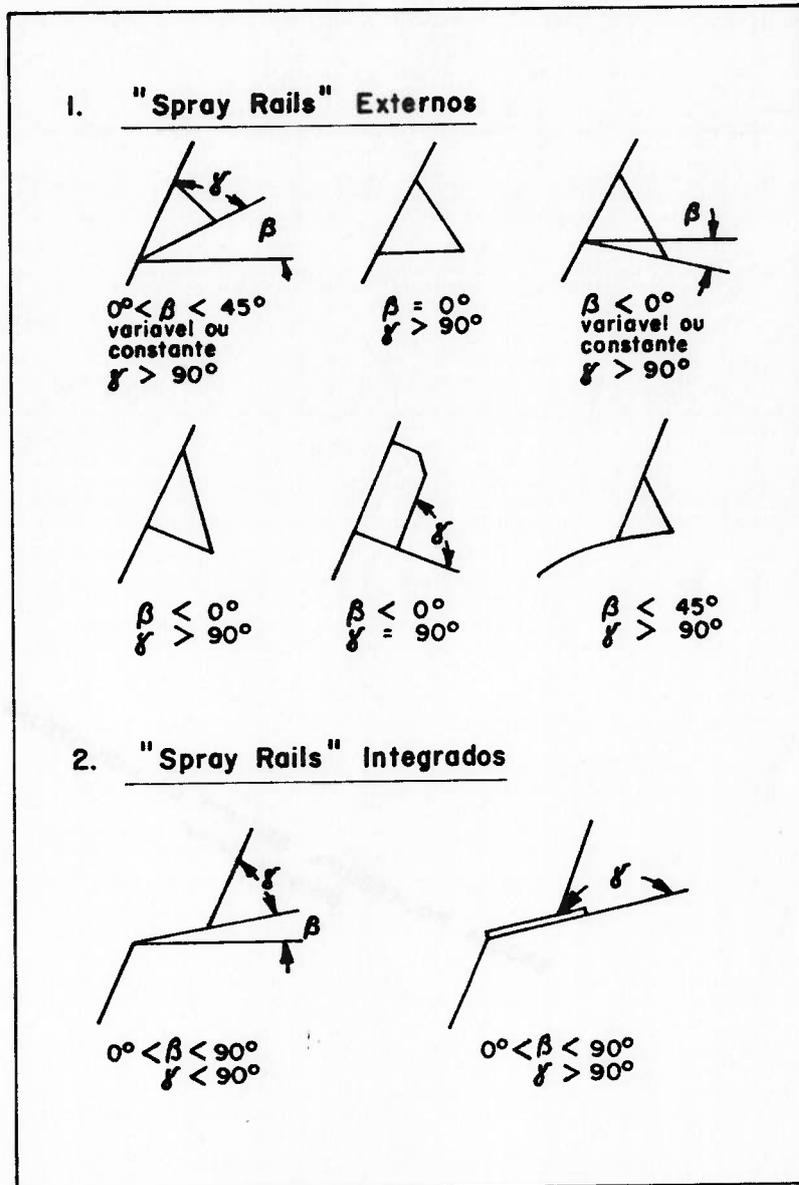


Figura 2.13 Diferentes formas seccionais dos Spray Rails [Mueller-Graf(1987b)]

No projeto de embarcações de planeio, principalmente a de

recreio, adota-se muitas vezes uma série de *spray rails* dispostos em diferentes calados. À medida que a velocidade aumenta e a embarcação se eleva, subsequentes *spray rails* entram em ação, provocando uma redução da superfície molhada e concomitantemente da resistência (figura 2.14).

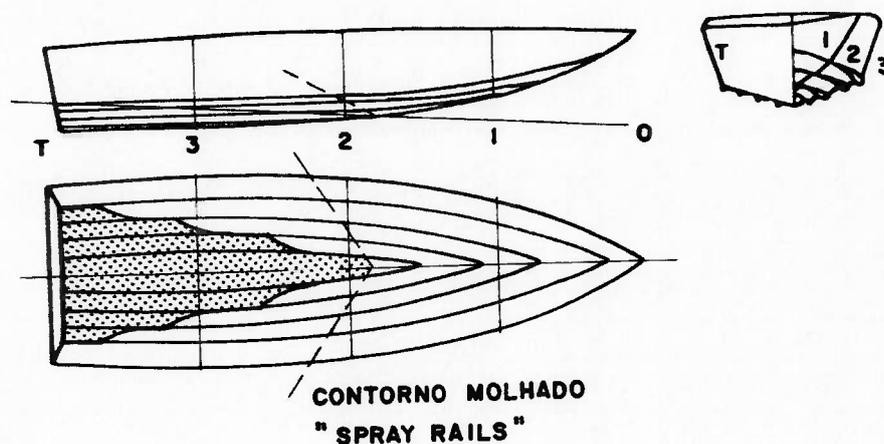


Figura 2.14 Redução da superfície molhada através do emprego de *Spray Rails* [(1989)]

Uma outra situação em que a utilização de *spray rails* torna-se necessária ocorre quando a embarcação encontra-se em ondas com um movimento no sentido da imersão da proa. Neste caso, a colocação de um único par de *spray rails* não é o suficiente, pois o fluido poderia facilmente ultrapassá-lo, provocando o aparecimento de pressões de sucção ao longo da superfície do casco, que tenderiam a produzir um afundamento adicional da proa. Neste caso, a colocação de um par adicional de *spray rails* resultaria em uma separação deste *spray*, evitando o aparecimento de pressões de sucção e fornecendo adicionalmente uma sustentação. Um bom exemplo deste tipo de configuração é mostrado na figura 2.15.

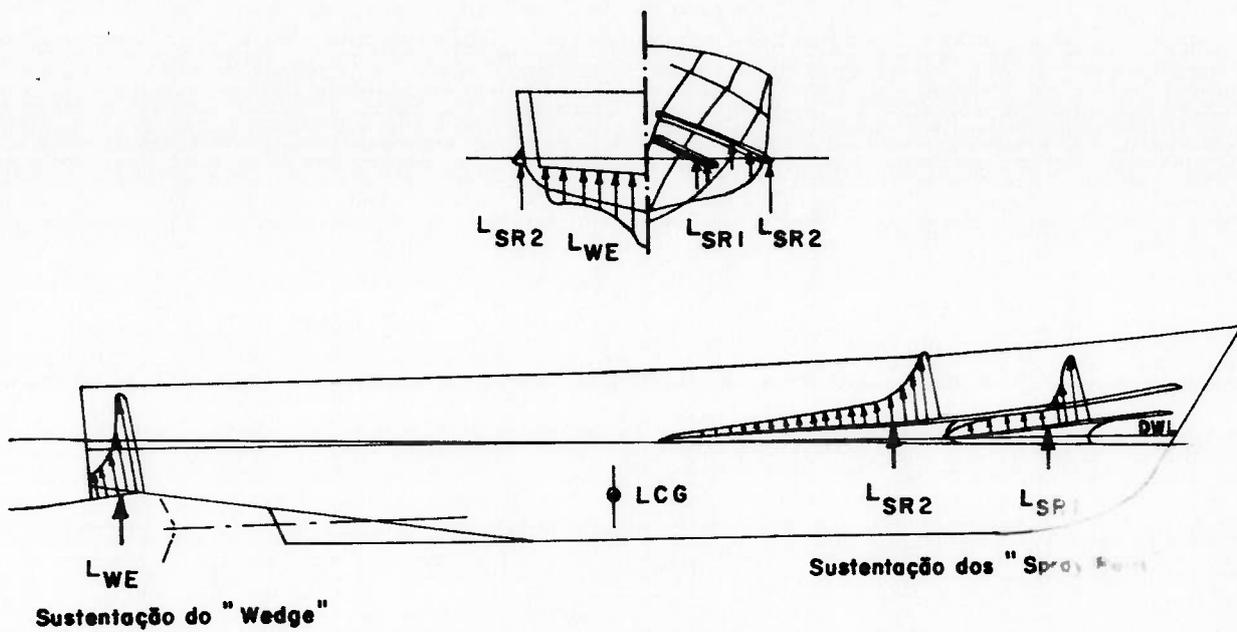


Figura 2.15 Sistema duplo de *Spray Rails*
[Mueller-Graf(1987b)]

Por fim, deve-se ressaltar que a escolha de um tipo particular da seção transversal, sua disposição ao longo do casco bem como o número de *spray rails* a serem empregados devem ser analisados cuidadosamente em função dos requisitos da embarcação.

2.3.10 Controle de trim

Em muitos projetos a grande variedade de condições de operação acarreta a necessidade de uma grande variação da posição longitudinal do centro de gravidade. Contudo, devido às diferentes restrições, nem sempre é possível realizar esta ampla alteração da posição do centro de gravidade, e conseqüentemente a embarcação poderá operar em um ângulo de trim que não corresponde ao ótimo.

Para embarcações de corrida, utiliza-se muitas vezes tanques de lastro posicionados na região de proa, que, controlados pelo piloto, permitem obter o ângulo de trim desejado em determinadas situações. Uma outra maneira para se obter o ângulo de trim ótimo é a utilização de *flaps* (fixos ou móveis) transversalmente na popa.

Normalmente, para barcos de planeio, pode-se estimar com razoável precisão o ângulo de trim ótimo para cada conjunto de parâmetros de projeto, como, por exemplo, velocidade, peso, posição do centro de gravidade, etc... Somente após uma análise deste tipo é que se poderá determinar as vantagens da utilização de *flaps*, bem como as características dos mesmos.

A introdução de *flaps* não somente possibilita a obtenção de um ângulo de trim ótimo como também reduz a resistência de avanço da embarcação devido ao aparecimento de uma sustentação adicional. Em um trabalho de Brown e Savitsky (1976), são apresentadas expressões simples que possibilitam o cálculo do arrasto e do acréscimo na sustentação, bem como do momento adicional devido a estes esforços. Por sua vez Millward (1976), realizou uma série de medidas em dois modelos da serie 62 equipados com *wedges*, alcançando resultados compatíveis aqueles obtidos por Brown. Observou, também, que existe uma faixa de velocidades na qual a utilização de *wedges* acarreta uma redução da resistência ao avanço e um retardamento na aparecimento da instabilidade longitudinal (*Porpoising*).

Como no exemplo de utilização de *flaps* de Lalangas e Yannoulis (1983), um iate de 25 m de comprimento emprega um *wedge* com inclinação de 4,5 graus em relação à quilha central, obtendo uma redução da resistência na faixa de $F_n \leq 2.8$ que significa,

em termos práticos, ganho de 2 nós na velocidade máxima.

Para ilustrar as vantagens da utilização de *flaps*, mostram-se na figura (2.16) os resultados do parâmetro D/L em função do ângulo de trim para uma embarcação com velocidade de avanço igual a 40 nós e deslocamento igual a 18.150 ton. Como se pode observar, o emprego de um *flap*, com envergadura igual à largura da popa e corda igual a 20% da boca, resultou em uma redução do ângulo de trim de 1 grau e em uma diminuição de 10% do arrasto para uma deflexão de 2 graus.

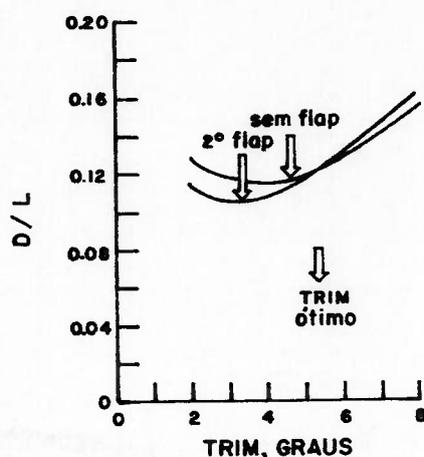


Figura 2.16 Efeito do uso de *Flaps* [Savitsky e Brown(1976)]

Dos estudos realizados, conclui-se que o emprego de *flaps* é mais vantajoso em embarcações com maior deslocamento e de maior envergadura (boca). O emprego de *flaps* pode ser também estendido para o controle do balanço, para a desaceleração, assim como, para a redução dos movimentos em ondas.

2.4 Esforços atuantes em uma embarcação de planeio

Neste item analisar-se-ão, ainda que de maneira superficial, os diversos esforços atuantes sobre a embarcação de planeio. De maneira distinta ao que ocorre em embarcações de deslocamento, uma estimativa cuidadosa dos esforços atuantes em barcos de planeio é muito mais importante em razão de o equilíbrio ser o resultado de um processo dinâmico. Portanto, uma estimativa incorreta dos mesmos ocasionará a obtenção de um ângulo de trim ótimo estimado totalmente distinto do ângulo ótimo real. Iniciar-se-á o estudo analisando as diferentes componentes dos esforços atuantes sobre a embarcação, isto é, a resistência de onda, resistência de atrito, resistência de apêndices, e ao final descrever-se-á alguns procedimentos para a estimativa da resistência ao avanço.

2.4.1 Resistência de onda

Na condição de planeio puro, a obtenção da resistência de onda de embarcações com formas prismáticas é um problema relativamente simples, uma vez que esta força corresponde à componente horizontal da pressão normal atuante sobre o casco. Neste caso, a componente vertical contrabalança o peso da embarcação.

Entretanto, em baixas velocidades, quando então a proa encontra-se imersa, a determinação da resistência de onda é muito mais complexa, sendo normalmente obtida através dos ensaios de modelos reduzidos. Em função deste procedimento denomina-se, muitas vezes, a resistência de onda de resistência residual, sendo esta obtida da subtração da resistência de atrito da resistência total medida no modelo.

2.4.2 Resistência de atrito

Para se calcular a resistência de atrito adota-se um procedimento análogo ao utilizado em embarcações de deslocamento, isto é, considera-se a resistência de atrito de uma placa plana com uma área equivalente à área molhada da embarcação. Para a definição de superfície molhada adota-se um comprimento igual à média entre os comprimentos molhados da quilha central e da quilha lateral, adicionando-se um coeficiente constante que inclui o efeito da curvatura da linha de estagnação.

No cálculo do coeficiente de atrito C_f , utilizam-se as curvas de Schoenherr ou da ITTC com o número de Reynolds obtido em função do comprimento molhado médio, isto é,

$$C_f = \frac{F_{At}}{1/2 \rho S_m U^2} = f \left(\frac{U L_m}{\nu} \right) \quad (2.14)$$

onde $S_m = L_m b / \cos \beta$ sendo β o ângulo de abertura. Para se obter o coeficiente de atrito final, deve-se acrescentar um coeficiente de correção (ΔC_f) para o qual se considera o mesmo valor usualmente utilizado em navios de deslocamento, isto é, $\Delta C_f = 0.004$. Apesar de não haver qualquer discordância da necessidade deste fator de correção para a estimativa da resistência de atrito do protótipo, há uma discordância do valor numérico a ser utilizado.

Em uma tentativa para aprimorar a estimativa do coeficiente de atrito Cole e Millward (1973) utilizaram tubos miniaturas de

Preston para medir as tensões de cisalhamento em um modelo colocado em um canal de recirculação. O modelo apresentava dimensões de 0.9 m x 0.2 m, sendo os resultados obtidos para três configurações distintas da superfície molhada do casco. A primeira superfície correspondia a uma placa plana, enquanto nas duas subsequentes acrescentaram-se *wedges* na região da popa com inclinações de 2 e 5 graus respectivamente. Após efetuarem as devidas correções com a inclusão do efeito da razão de aspecto observaram que os resultados experimentais estavam 4% abaixo da linha modificada de Hughes, esta coincidente com a linha de Schoenherr. Desta maneira concluíram que o coeficiente de atrito das embarcações de plano encontrava-se abaixo daquele obtido através das formulações usuais e que este resultado decorria, provavelmente, da influência das extremidades laterais da embarcação.

Para a obtenção da resistência de atrito, deve-se ainda incluir a resistência devida ao *spray*. Esta resistência decorre da fina camada de fluido avante da linha de estagnação e seu valor pode ser obtido através da determinação do incremento em área molhada. Um outro aspecto bastante importante diz respeito à direção do *spray*, pois, dependendo dela, a contribuição à resistência total pode ser nula ou negativa. Sendo a direção do *spray* obtida por reflexão em torno da linha de estagnação, a obtenção da área molhada e da direção do *spray* torna-se um simples procedimento geométrico dependente do ângulo de abertura e do ângulo de trim.

Para o cálculo da resistência do *spray* existem diversos métodos, como o apresentado em Hadler (1966). Contudo, para

ângulos de trim menores do que 4 graus, em função da espessura do *spray* ser muito fina. Savitsky (1964) não recomenda a inclusão desta parcela no cálculo de resistência total de atrito.

2.4.3 Resistência de Apêndices

Para os apêndices que possuem sua maior dimensão coincidente com a direção de avanço da embarcação, que são delgados e que acompanham as linhas do escoamento, como por exemplo *skegs* e bolinas, pode-se considerar apenas a parcela devida ao atrito e incluí-la na resistência de atrito total. Com relação aos outros apêndices, como por exemplo lemes, pés-de-galinha e eixos, onde a parcela mais importante de resistência resulta do arrasto de pressão, a resistência pode ser calculada pelas formulações apresentadas por Hoerner (1965) ou Hadler (1966). Apesar da importância de se estimar estas parcelas para o cálculo da resistência, sua influência na determinação do ângulo de trim é pequena, principalmente quando sua soma for inferior a 10% da resistência do casco.

Um aspecto mais importante com relação aos apêndices está associado a sua influência sobre o campo de pressões ao longo do casco e que muitas vezes pode modificar de maneira significativa a condição de equilíbrio.

O campo de pressão induzido pelo leme pode ser obtido através de Hadler (1966). Este campo de pressão apresenta uma tendência a aumentar o trim pela proa e diminuir de intensidade com o aumento da folga entre o casco e o topo do leme. Quando o leme estiver totalmente na esteira do propulsor e dependendo de sua localização transversal, seu arrasto poderá aumentar ou

diminuir, gerando inclusive, em determinadas condições, uma pequena componente de empuxo.

Apesar de não influenciarem a condição de equilíbrio quando alinhados com o escoamento, os pés-de-galinha, quando em escoamento oblíquo, modificam o campo de pressão provocando o aparecimento de um ângulo de trim pela popa. Esta influencia aumenta com o aumento do número de pés-de-galinha.

2.4.4 Influência do propulsor

As forças geradas pelo propulsor podem ser separadas em duas parcelas: a primeira, que atua sobre o barco através de mancais e do eixo, corresponde a uma força axial ao longo do eixo e a uma componente normal quando o eixo é inclinado; a segunda resulta do campo de pressão induzido pelo propulsor.

O momento associado à componente axial acarreta um aumento do ângulo de trim em função do aumento da distância entre a linha de atuação do empuxo e o centro de gravidade e em função do aumento do carregamento do propulsor. Por sua vez, o momento resultante da componente normal, esta responsável nos barcos de corrida *prop-ruders* por quase metade da flutuação, acarreta uma redução do ângulo de trim.

Hadler (1966) mostrou que propulsores com eixos inclinados não perdem eficiência, pois o empuxo perdido pela pá que se encontra na posição vertical superior é compensado por aquele ganho pela pá da posição vertical inferior. Entretanto, devido à inclinação ocorre uma intensificação da interação entre o propulsor e o casco.

A utilização de propulsores subcavitantes causa o

aparecimento de pressões reduzidas sob o casco da embarcação que resultam em forças de sucção e, conseqüentemente, um aumento do trim. Para este tipo de propulsores, o aparecimento de cavitação é um fator bastante significativo, uma vez que modifica a direção do empuxo, vide Rutgersson (1982). A utilização de propulsores parcialmente ou supercavitantes, por sua vez, acarreta um aumento da pressão sob o casco e portanto uma redução do ângulo de trim.

O efeito final, na resistência ao avanço, do campo de pressões gerado pelo propulsor está intimamente associado ao seu efeito sobre o ângulo de trim, principalmente no que diz respeito a este ângulo aproximar-se ou afastar-se do ângulo de trim ótimo.

2.4.5 Resistência ao vento

Devido a sua pequena magnitude, a resistência devida ao vento não requer uma estimativa tão precisa como para os apêndices. Entretanto é importante utilizar coeficientes apropriados quando se for estimar os efeitos da parte emersa do casco, da superestrutura etc.

O momento de trim resultante do arrasto aerodinâmico deve ser verificado para estruturas muito altas em função do possível efeito sobre a obtenção do ângulo de trim. Se a embarcação for projetada considerando um estado de mar específico, a velocidade do vento requerida para produzir este deverá ser adicionada à velocidade da embarcação para o cálculo do arrasto aerodinâmico.

2.4.6 Métodos de cálculo

(1964), sendo o último o mais utilizado. Elount e Fox (1976) efetuaram uma análise de como minimizar as diferenças entre os resultados de embarcações reais e as estimativas fornecidas pelo método de Savitsky concluindo que o emprego da boca máxima relativa à quilha lateral e o ângulo de abertura da posição média são mais adequados para a determinação da posição real de equilíbrio.

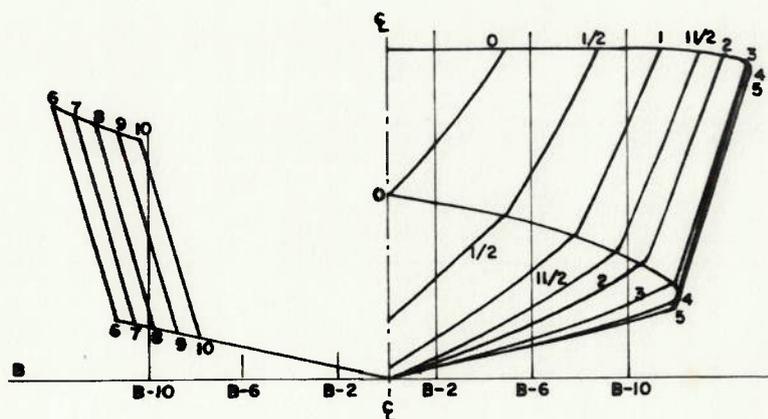
Para uma grande maioria das embarcações de planeio há a necessidade de se calcular o desempenho em baixas velocidades e na região de *hump*. Entretanto, os métodos diretos não fornecem resultados adequados para estas regiões, fazendo-se necessário recorrer aos resultados de séries sistemáticas ou de regressões derivadas das mesmas.

2.4.6.2 Séries sistemáticas

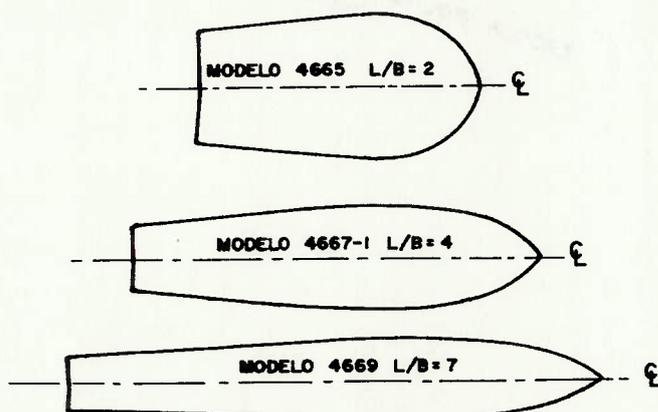
Para o cálculo dos esforços a partir de modelos geometricamente semelhantes, a utilização de séries sistemáticas é bastante adequada. Contudo, quando deseja-se obter estes mesmos esforços para um projeto de características diferentes, muito cuidado deve ser tomado, uma vez que diversas características importantes para o desempenho não são numericamente expressas, como, por exemplo, ângulo de entrada, forma do *forefoot* etc...

Algumas séries sistemáticas para cascos de planeio foram elaboradas, sendo as duas mais importantes as séries 62 e 65. Estas são mostradas nas figuras de (2.17) a (2.19). Na figura (2.17) são mostradas as características gerais da série 62, onde pode-se observar que os modelos testados correspondem a embarcações do tipo *Hard Chine* com a largura da boca variando ao

longo do comprimento. Pode-se também verificar que os modelos diferem unicamente na razão L/b com os outros parâmetros, como, por exemplo, ângulo de abertura, forma dos perfis longitudinais etc..., iguais em todos os modelos. Clemente e Blount (1963), utilizando os dados desta serie, verificaram que o ângulo de trim e a razão resistência/peso são basicamente dependentes da razão de aspecto, da localização do centro de gravidade e da razão entre dimensões principais e peso do casco.



PLANO DE BALIZAS



VISTA SUPERIOR DO PLANO DE QUILHAS LATERAIS DOS TRÊS CASCOS DA SÉRIE 62

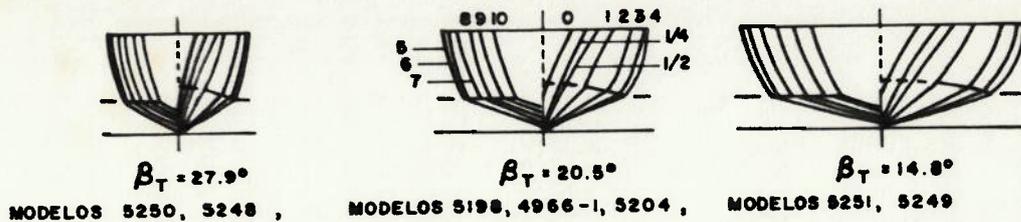
Figura 2.17 Serie 62 para emb. de planeio tipo *Hard Chine* [Doctors(1985)]

Para outras informações a respeito desta série, pode-se citar os trabalhos de Hadler e Hubble (1971) e Hubble (1974).

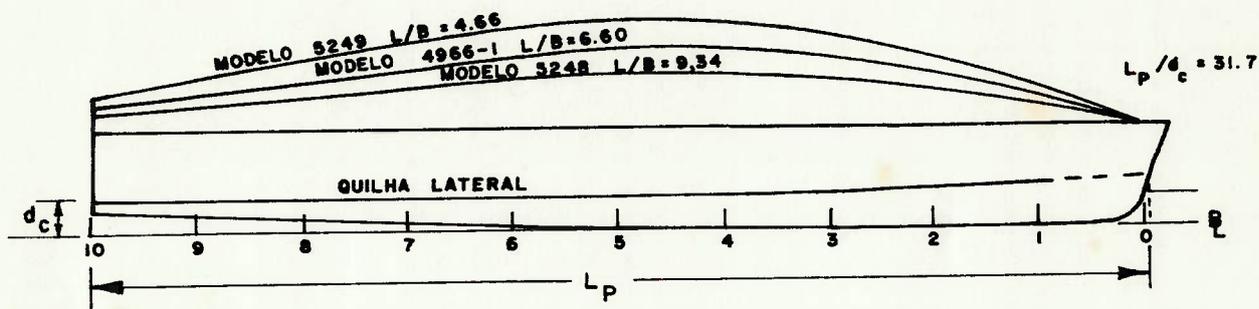
A série 65 é constituída de dois tipos básicos de modelos, ambos visando a aplicação em embarcações hidrofólio. Os primeiros, Série 65-A, mostrados na figura 2.18, aplicam-se para barcos com arranjo do tipo *airplane*, enquanto, a série 65-B, apresentada na figura 2.19, foi desenvolvida para o arranjo do tipo *canard*. Os modelos desta série são do tipo *Hard Chine* e as seções transversais apresentam um certo grau de convexidade.

Para a estima dos esforços atuantes em embarcações do tipo *Round Bilge*, existem diversas séries sistemáticas entre as quais pode-se incluir as séries NPL e a série 63. A primeira foi desenvolvida para embarcações de alta velocidade nas quais a componente de flutuação hidrostática é ainda significativa, sendo recomendada sua utilização para um número de Froude máximo de aproximadamente 1.1. A série 63 foi obtida por Beys (1963) utilizando uma série de modelos geometricamente semelhantes, figura (2.20), com o parâmetro L/b variando entre 2.5 e 6.0.

Radojčić (1985) desenvolveu um método para estimar a resistência e o ângulo de trim para embarcações de casco contínuo (*stepless hulls*). A técnica está baseada na análise de regressão dos resultados das séries 62 e 65 e é aplicável na estimativa da resistência de avanço para uma faixa de $1.0 \leq F_{\nabla} \leq 3.5$ e na do ângulo de trim para uma faixa correspondente a $1.0 \leq F_{\nabla} \leq 4.0$. O modelo de regressão é função de quatro parâmetros: coeficiente de deslocamento, razão L/b , posição longitudinal do centro de gravidade e ângulo de abertura. Mercier e Savitsky desenvolveram um procedimento analogo baseado na análise de regressão de 7 series sistemáticas com popa tipo *Transom*. O objetivo principal



MODELO 5204 $L_p/B_{PX} = 9.34$, $L_p/d_c = 45.0$



NOTA: $L/B = L_p/B_{PX}$

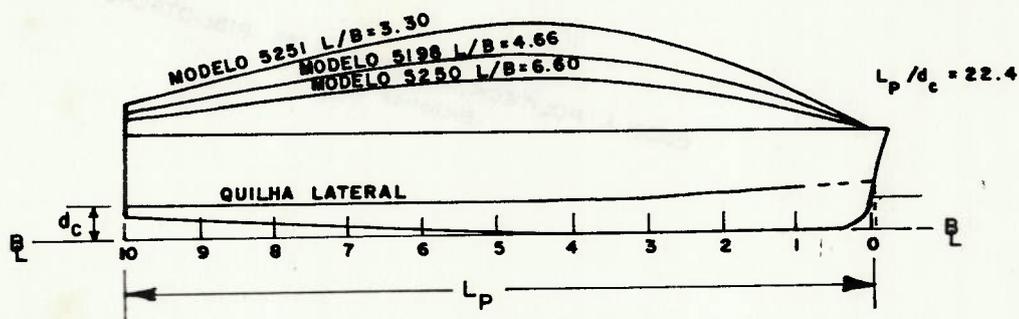


Figura 2.18 Série 65A Casco para emb. hidrofólio do tipo Airplane [Doctors(1985)]

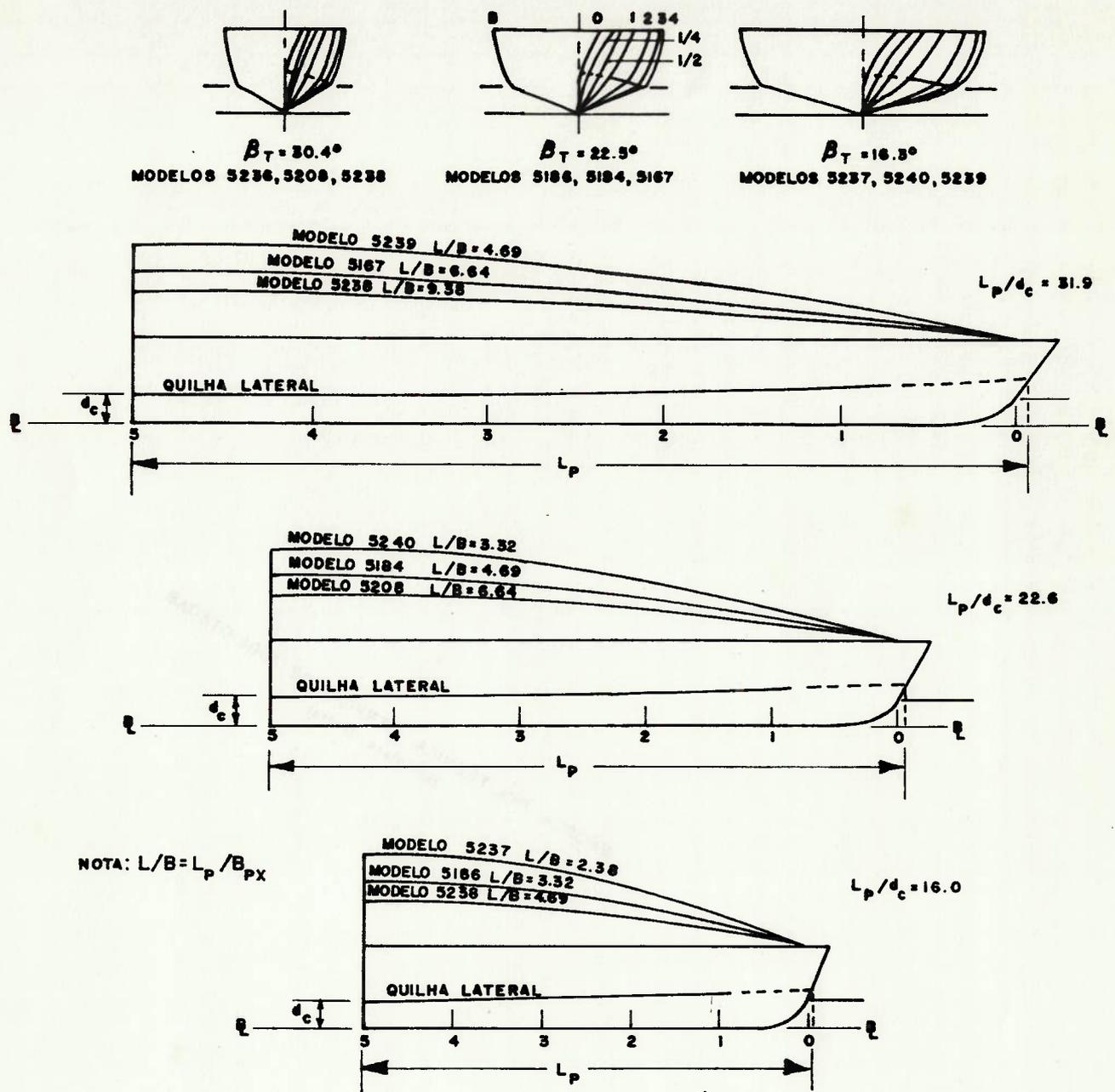


Figura 2.19 Série 65B Casco para emb. hidrofólio do tipo Canard [Doctors(1985)]

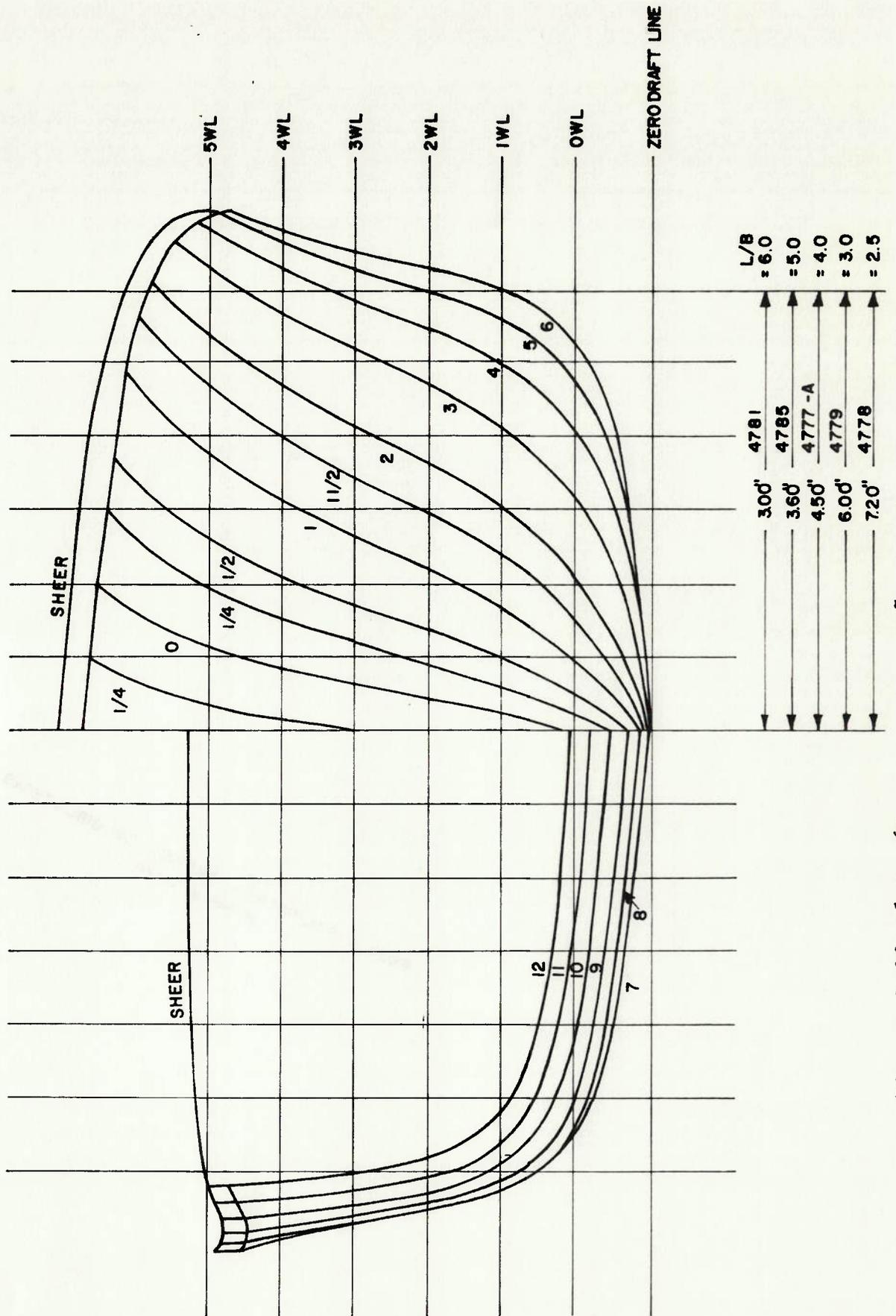


Figura 2.20 Série 63 para embarcação do tipo Round Bilge

desta metodologia era possibilitar a estimativa da resistência de embarcações de plano na faixa de baixas velocidades, isto é, para $F_{\nabla} \leq 2.0$. Com exceção da série 62, todas as outras correspondiam a embarcações do tipo *Round Bilge*. Neste procedimento quatro parâmetros são utilizados, isto é, $L / \nabla^{1/3}$, coeficiente de deslocamento, i_R (metade do ângulo de entrada da linha d'água) e A_T / A_X (razão entre as áreas seccionais molhadas da popa e da maior seção), devendo-se acrescentar que todos estes parâmetros devem ser obtidos em relação ao plano de linha d'água da embarcação em repouso.

2.5 Algumas considerações sobre o comportamento de embarcações de alta velocidade

Neste último item deseja-se fornecer uma idéia das peculiaridades do comportamento de uma embarcação de alta velocidade. Alguns aspectos, como por exemplo os problemas de instabilidade transversal e longitudinal, estão intimamente associados ao movimento em alta velocidade. Outros como a estabilidade direcional e o comportamento em mar, assumem características específicas para estes barcos rápidos. Por fim, descreve-se o fenômeno de *broaching*, que apresenta para este tipo de embarcação uma importância bastante grande.

2.5.1. Estabilidade direcional

De uma maneira geral uma embarcação apresenta-se direcionalmente estável quando o ponto de aplicação da força lateral abaixo da linha d'água estiver atrás do centro de

gravidade. Uma embarcação de alta velocidade quando navegando em velocidades de planeio será direcionalmente estável se a quilha central apresentar um ângulo de ataque positivo em relação ao escoamento. Em baixas velocidades a grande maioria das embarcações de planeio possuem uma estabilidade bastante reduzida em função de apresentarem um maior calado a vante. A estabilidade direcional é melhorada pela utilização de pés-de-galinha, lemes ou *skegs*, pelo aumento do ângulo de abertura na região de popa ou pela redução do calado na região de proa.

Apesar de ser usualmente fácil obter uma adequada estabilidade direcional em águas calmas e em mares de proa, o problema é bastante mais complexo quando a embarcação encontra-se navegando em mares de popa ou aleta. Além disto mares de través também podem constituir problema, principalmente durante a imersão das seções, uma vez que o escoamento assimétrico resultante pode produzir forças transversais bastante intensas que induzem um violento movimento de guinada. Nestes casos, conforme mostrado na figura 2.21, algumas soluções são apresentadas:

- 1- Utilização de *spray rails* em posições mais baixas, que assim permitem um controle da altura até onde o fluido pode escoar ao longo da seção transversal do casco, equalizando portanto as pressões em ambos os lados da seção.
- 2- A implementação de uma quilha central externa.
- 3- Utilização de uma seção transversal com um ângulo mais pronunciado em torno da quilha central. Na figura, duas possibilidades são apresentadas, sendo porém a mais adequada aquela que não aumenta o calado na proa.

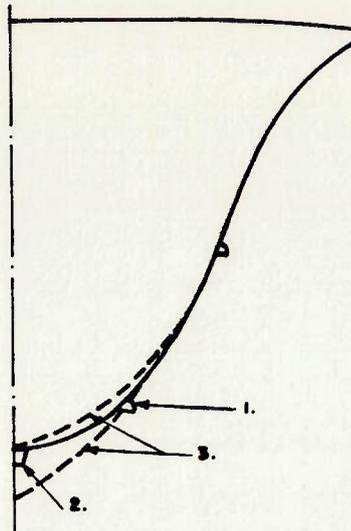


Figura 2.21 Modificações que melhoram a estabilidade direcional [Savitsky e Koelbel(1985)]

2.5.2 Estabilidade longitudinal

Um fenômeno que aparece em embarcações rápidas e que depende fundamentalmente da velocidade de avanço é a instabilidade longitudinal (ou *Porpoising*). A maior incidência deste fenômeno ocorre em embarcações de pequeno deslocamento e em altíssimas velocidades e suas consequências podem se tornar bastante sérias principalmente em embarcações de construção leve.

Esta instabilidade aparece devido à variação longitudinal do ponto de atuação da força de sustentação hidrodinâmica em relação ao centro de gravidade e caracteriza-se por um movimento acoplado de caturro e arfagem. Seu aparecimento depende de uma série de parâmetros geométricos, como, por exemplo, deslocamento, ângulo de abertura, momento de inércia, posição longitudinal do centro de gravidade etc...

Em função de sua importância um estudo mais detalhado deste fenômeno é efetuado no capítulo III deste trabalho.

2.5.3 Estabilidade transversal

Um problema que vem nos últimos anos assumindo uma importância cada vez maior é o da instabilidade transversal em altas velocidades.

Como resultado, uma série de estudos vem sendo realizada tanto em modelos como em escala real. Entre estes, um dos mais interessantes é aquele conduzido por Codega e Lewis (1978) em uma embarcação do tipo *Hard Chine* da Guarda-Costeira americana. Este barco demonstrou uma tendência à instabilidade que, conforme descrito por Cohen (1985), na sua forma mais simples consistia em uma redução do ângulo de trim com uma grande quantidade de *spray* arremessada para frente e cuja manifestação mais séria acarretava um violento movimento de balanço seguido de guinada. Deste estudo concluíram que o fenômeno de instabilidade estaria associado a três causas principais: a primeira relacionada à própria velocidade de avanço, a seguinte com a curvatura do casco e a última associada ao movimento acoplado de balanço e guinada.

Em função de suas características distintas, os cascos do tipo *Round Bilge* e *Hard Chine* apresentam diferenças significativas nas suas respectivas distribuições de pressão e conseqüentemente na inepção da instabilidade transversal. Os trabalhos de Mueller-Graf (1986 e 1988) mostram de maneira mais detalhada o aparecimento da instabilidade transversal e o efeito dos diversos parâmetros geométricos sobre o fenômeno.

Nas embarcações do tipo *Round Bilge*, devido à curvatura do casco, aparecem pressões reduzidas tanto na direção longitudinal como na transversal, sendo estas responsáveis pelo aparecimento de forças de sucção. Estas, por sua vez, induzem um aumento do

volume deslocado e conseqüentemente uma redução do BM. Concomitantemente, a redução da pressão nas extremidades laterais acarreta uma diminuição do momento de endireitamento.

Para as embarcações do tipo *Hard Chine*, o problema da instabilidade transversal não existia até meados da década de 50 em razão da forma de casco empregada. Este consistia em um perfil longitudinal reto na região de popa e seções transversais côncavas na região de proa. Para localizar os propulsores acima da linha de base era necessário reduzir o calado da quilha central na popa, resultando em um casco do tipo *twisted warped hull*. Como pode ser observado na figura 2.22, tem-se uma pressão positiva na região próxima à quilha lateral, o que aumenta o momento de endireitamento tornando a embarcação transversalmente estável.

Entretanto, em função da maior resistência e da má qualidade de comportamento em ondas, este tipo de casco foi sendo substituído por barcos que apresentam um ângulo de abertura constante ao longo do comprimento e de seções transversais retas ou convexas. Para estas embarcações, o ângulo de ataque do perfil da quilha lateral torna-se muito pequeno (ou mesmo negativo), com o conseqüente aparecimento de pressões bastante reduzidas que acarretam, de maneira análoga aos barcos *Round Bilge*, uma redução do momento de endireitamento.

A velocidade crítica onde esta instabilidade aparece depende basicamente da altura metacêntrica. Entretanto, as embarcações com *flaps* de popa, mesmo um valor alto deste último parâmetro não oferecem um limite seguro para evitar este problema. Em função da impossibilidade de um tratamento estritamente teórico, o estudo deste fenômeno ainda depende dos resultados obtidos em tanques de

prova. Mueller-Graf e Schmiechen (1982) desenvolveram um modelo matemático para a obtenção dos limites de estabilidade considerando as equações de balanço e guinada e cujos coeficientes são obtidos experimentalmente. Um estudo análogo, onde se faz uma comparação entre modelos do tipo *Round Bilge* e *Hard Chine*, foi efetuado por Baba e outros (1982).

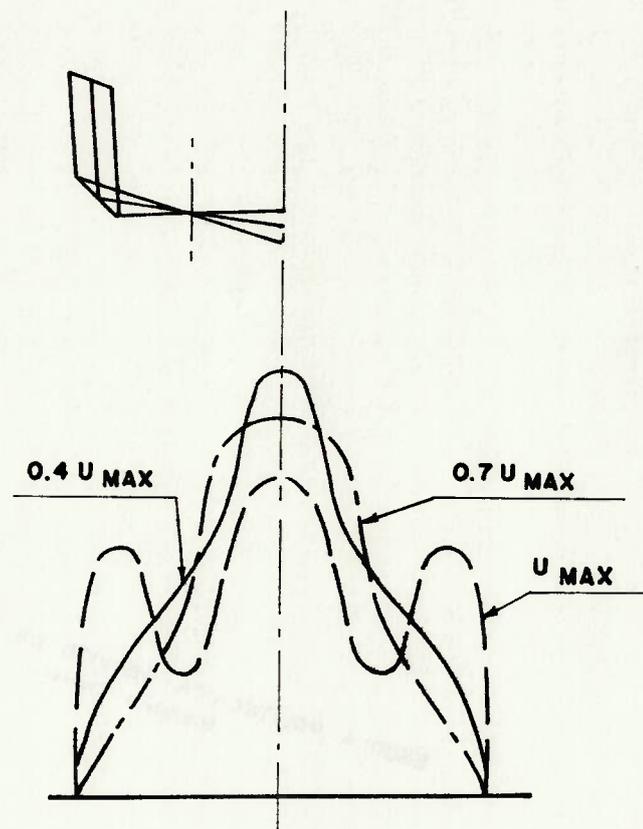


Figura 2.22 Efeito da redução do calado relativo à quilha central na distribuição transversal de pressão [Mueller-Graf(1987b)]

2.5.4 Comportamento em ondas

Com a ampliação das tarefas executadas por embarcações de planeio, os requisitos de projeto, que até então estavam relacionados unicamente com o desempenho em águas calmas, foram

estendidos para a comportamento em ondas. É importante ressaltar que normalmente uma embarcação otimizada em relação aos requisitos de águas calmas não apresenta um bom desempenho em ondas. Desta maneira torna-se necessário adotar um compromisso entre estas duas condições, ressaltando, entretanto, que nos últimos anos há uma tendência no sentido da otimização do projeto em relação ao comportamento em mar mesmo em detrimento do desempenho em águas calmas.

Antes de iniciar qualquer estudo teórico sobre o comportamento em mar é importante destacar algumas características gerais quanto ao aumento da resistência em ondas, aos movimentos de caturro e arfagem e em relação às acelerações de impacto. No estudo de embarcações rápidas, dois regimes podem ser distinguidos. Para a razão $U/\sqrt{L} \leq 2.5$ as forças de flutuação hidrostática são mais importantes do que aquelas decorrentes da sustentação hidrodinâmica e portanto o barco age de maneira muito semelhante aos navios de deslocamento. Por sua vez para $U/\sqrt{L} \geq 2.5$ as forças hidrodinâmicas são predominantes e o comportamento é distinto daquele dos navios de deslocamento.

2.5.4.1 Comportamento em mar de proa

A figura 2.23 mostra uma curva típica do aumento da resistência ao avanço, dada como porcentagem da resistência ao avanço em águas calmas, em função do parâmetro U/\sqrt{L} para uma razão entre altura e comprimento de onda igual a 0.05. Observa-se que o incremento de resistência é muito grande para $U/\sqrt{L} < 2.5$ enquanto que para velocidades altas assume um valor bem menor e praticamente constante. O valor absoluto deste incremento na

resistência é função da altura e do comprimento de onda e, como pode ser observado, comprimentos de onda maiores do que o comprimento da embarcação acarretam acréscimo neste valor. Deve ser ainda ressaltado que o aumento da resistência devido às ondas não é uma função exclusiva da resistência em águas calmas, mas que outros fatores, como por exemplo os movimentos de caturro e arfagem, possuem um efeito bastante importante sobre o seu valor.

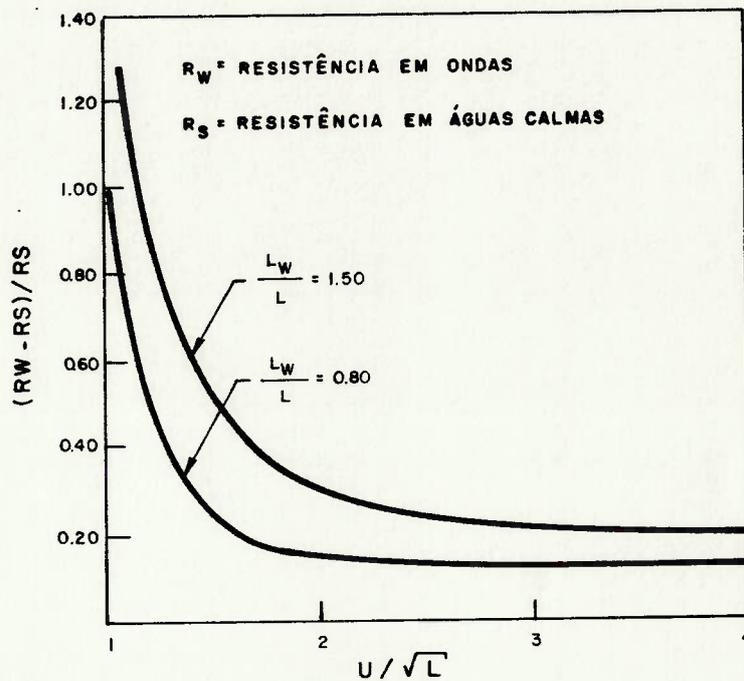


Figura 2.23 Variação típica do incremento de resistência em função da razão U/\sqrt{L} [Savitsky(1968)]

Para o estudo dos movimentos de arfagem apresenta-se a figura 2.24, onde na ordenada está indicada a razão entre a amplitude máxima do movimento e a altura da onda e na abcissa a razão U/\sqrt{L} . Três curvas são mostradas, correspondendo a diferentes relações entre o comprimento de onda e o comprimento da embarcação. Para cada curva pode-se observar que há um aumento na amplitude do movimento até atingir um máximo e então há uma

redução do movimento com um novo aumento da velocidade. A amplitude máxima está associada a períodos de encontro próximos ao período natural de arfagem da embarcação. De maneira análoga ao incremento na resistência, o movimento de arfagem apresenta amplitudes maiores para comprimentos de onda mais altos do que o comprimento da embarcação.

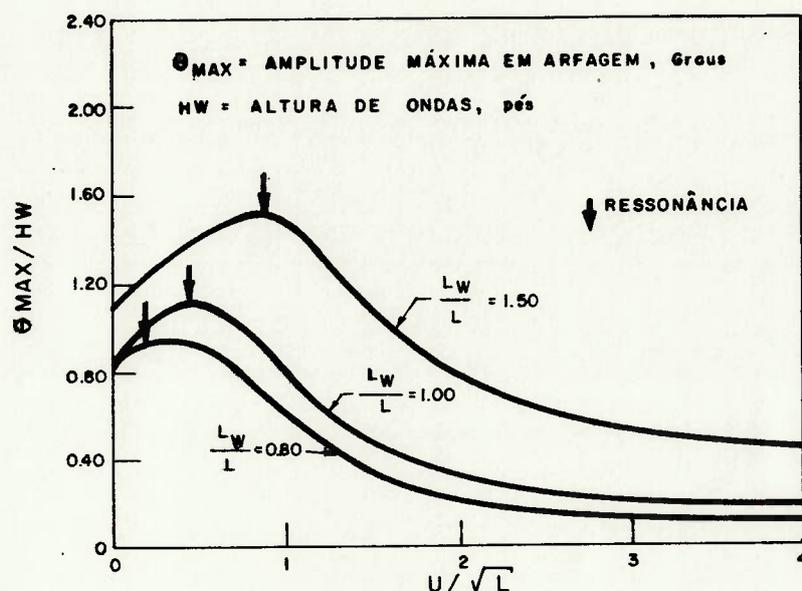


Figura 2.24 Variação da amplitude máxima de arfagem em função da razão U/\sqrt{L} [Savitsky(1968)]

A razão entre as amplitudes máximas de caturro e a altura da onda em relação ao coeficiente U/\sqrt{L} são apresentadas na figura 2.25. A curva de variação das amplitudes deste movimento é muito semelhante à do movimento de arfagem, isto é, elas aumentam a partir do repouso, atingindo o máximo aproximadamente na frequência de ressonância de caturro, e então diminuem com o aumento posterior da velocidade. Observa-se, também, que para a

faixa $U/\sqrt{L} > 2.0$ a amplitude do movimento é praticamente constante. É interessante salientar que para $U/\sqrt{L} > 4$ ou 5 a embarcação praticamente "voa" sobre a crista das ondas.

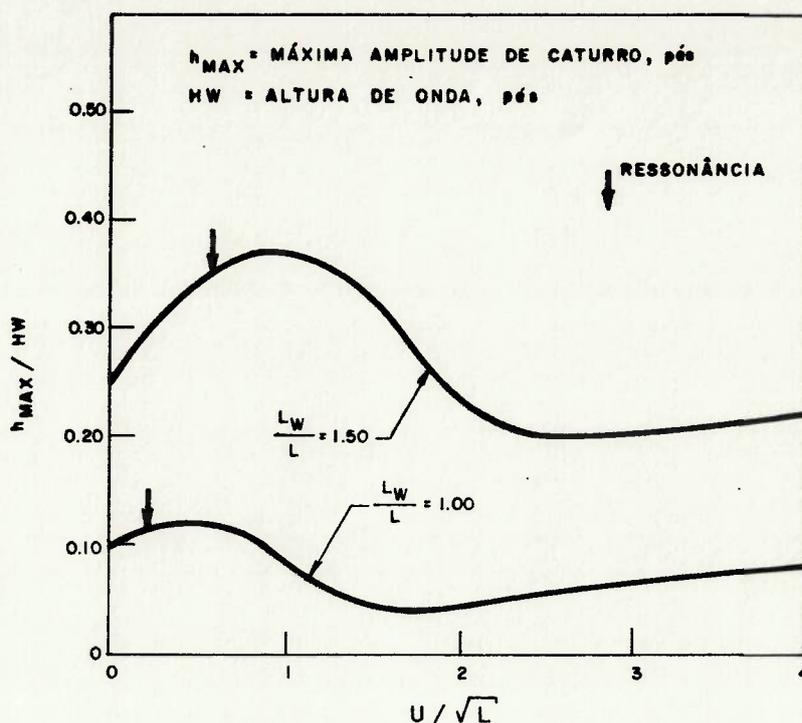


Figura 2.25 Variação da amplitude máxima de caturro em função da razão U/\sqrt{L} [Savitsky(1968)]

A variação média da aceleração do centro de gravidade em função da velocidade é mostrada na figura 2.26 para embarcações operando nos estados de mar 3 e 5. Com esta figura, pretende-se ilustrar o efeito da velocidade e da severidade do mar sobre as acelerações médias de impacto, uma vez que a magnitude da aceleração absoluta depende de diversos fatores, como por exemplo ângulo de trim, ângulo de abertura, condição do mar, tipo de casco etc.

Para razões $U/\sqrt{L} \leq 2.0$ tem-se uma aceleração bastante pequena, existindo uma certa linearidade entre a aceleração e o parâmetro U/\sqrt{L} , enquanto que para $U/\sqrt{L} > 2$ a aceleração parece aumentar com o quadrado da velocidade. Para esta última faixa, a

influência do estado de mar torna-se bastante importante, apresentando a curva para o estado de mar 5 acelerações de até cinco vezes aquelas observadas no estado de mar 3. Fica, portanto, bastante claro que, no projeto de embarcações de alta velocidade, as acelerações de impacto tornam-se os fatores limitantes tanto sob o ponto de vista estrutural como de habilidade.

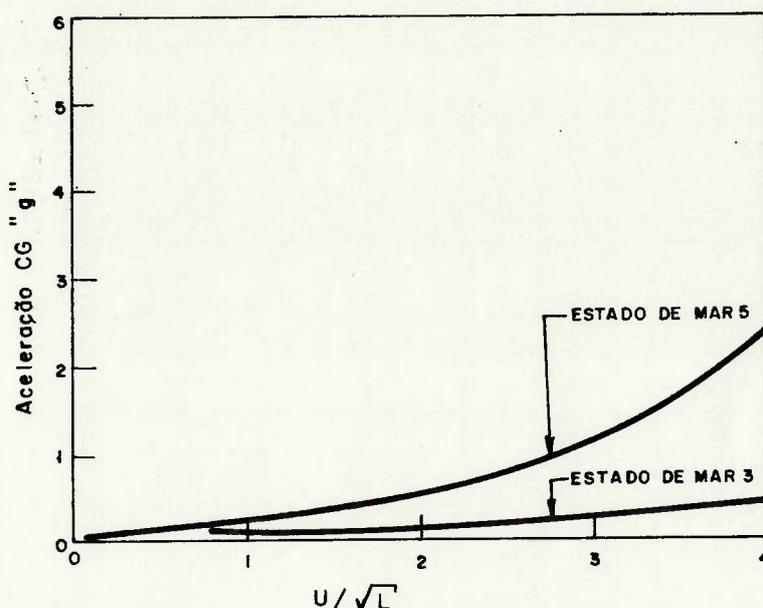


Figura 2.26 Variação da aceleração média do C.G. em função da razão U/\sqrt{L} para mar irregular [Savitsky(1968)]

2.5.4.2 Comportamento em mar de popa

Para uma embarcação navegando em mares de popa, normalmente os movimentos de caturro e arfagem, bem como as acelerações, são bem menores do que aqueles observados em mares de proa.

Com relação ao aumento da resistência em ondas, a figura 2.27 mostra em ordenada o incremento relativo desta resistência e

em abscissa o parâmetro U/\sqrt{L} . Como pode ser verificado, o resultado para $U/\sqrt{L} < 2.5$ é bastante distinto daquele observado em mar de proa, havendo uma dependência significativa da razão entre o comprimento de onda e o comprimento da embarcação.

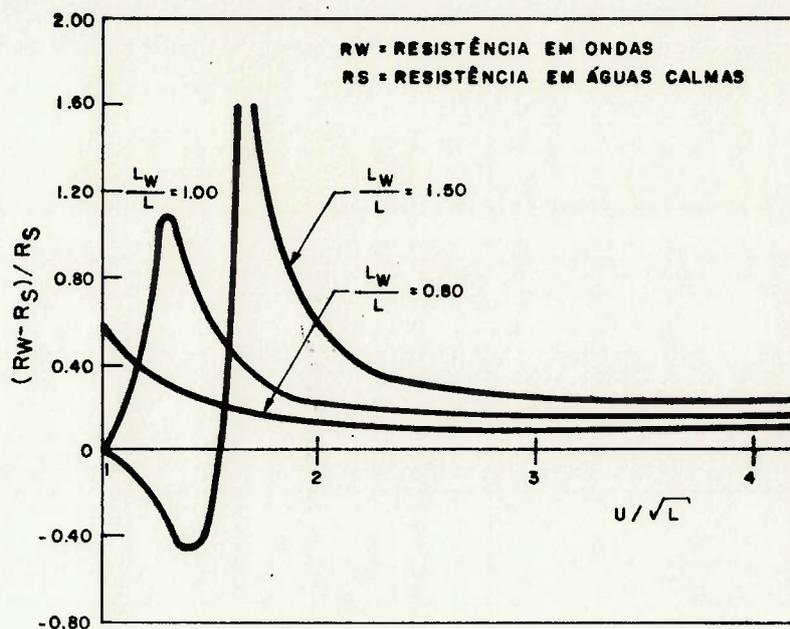


Figura 2.27 Variação do incremento em resistência em ondas em função da razão U/\sqrt{L} [Savitsky(1968)]

Para comprimentos de onda menores do que o comprimento da embarcação ($L_W / L = 0.8$), a resistência adicional decresce de maneira contínua de $U/\sqrt{L} = 1.0$ até 2.5 e, a partir deste valor, torna-se uma porcentagem praticamente constante da resistência em águas calmas. Por sua vez, quando o comprimento de onda é igual ao comprimento do casco, ocorre um aumento abrupto da resistência até $U/\sqrt{L} \approx 1.3$, decrescendo rapidamente até o valor de $U/\sqrt{L} = 2.5$ e mantendo-se, então, praticamente constante para novos aumentos de velocidade.

Para comprimentos de onda maiores do que o comprimento da embarcação, o incremento de resistência é negativo para a

faixa $1.0 \leq U/\sqrt{L} \leq 1.5$. Esta redução na resistência está associada ao fenômeno de *surf riding*, no qual a embarcação se desloca na face descendente da onda, recebendo uma parcela de energia associada à onda para sua propulsão. Um pequeno incremento do parâmetro U/\sqrt{L} além deste limite eleva enormemente a resistência, o que corresponde fisicamente ao instante em que o barco alcança o cavado da onda a sua frente e altera o seu ângulo de trim. Para valores de $U/\sqrt{L} \geq 2.5$ novamente a resistência torna-se praticamente constante.

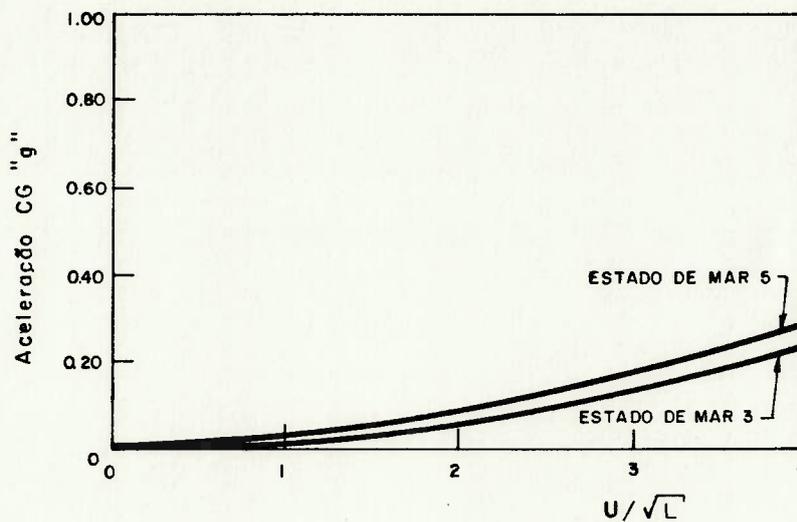


Figura 2.28 Variação típica da aceleração média em função da razão U/\sqrt{L} para mar irregular de popa [Savitsky(1968)]

Em relação aos movimentos de caturro e arfagem, os poucos resultados existentes indicam que os mesmos são significativamente menores do que aqueles associados ao avanço em mar de proa. Na figura 2.28 apresentam-se os resultados da aceleração média do centro de gravidade em função do parâmetro

U/\sqrt{L} . O principal ponto a observar diz respeito ao estado de mar, que, de maneira contrária ao avanço em mar de proa, não apresenta uma influência significativa sobre as acelerações da embarcação.

2.5.5 Fenômeno de *Broaching*

Quando uma embarcação estiver se deslocando em ondas, entre mar de popa e mar de aleta, torna-se possível o aparecimento do fenômeno de *Broaching*. Apesar deste fenômeno poder ocorrer em qualquer navio, seu efeito é muito mais importante nas pequenas embarcações em alta velocidade, uma vez que, nelas as condições externas (ondas, ventos, etc.) exercem maior influência e que, além disto, os esforços dinâmicos são normalmente proporcionais ao quadrado da velocidade.

O fenômeno de *Broaching* ocorre quando a embarcação estiver avançando na face descendente da crista com uma velocidade de avanço aproximadamente igual à velocidade da onda. Consiste de instabilidade de balanço acoplada com guinada, sendo a situação mais crítica aquela na qual a proa encontra-se no cavado enquanto a popa está sobre a crista e as ondas têm direção de aproximadamente 20 graus em relação às ondas de popa.

Em função do grande número de fatores associados a este fenômeno, é extremamente difícil um tratamento teórico, razão pela qual a grande maioria dos trabalhos descreve o problema de maneira qualitativa. Mesmo em estudos experimentais, como por exemplo em Fuwa e outros (1982), a repetição de uma condição que por diversas vezes havia conduzido ao *Broaching* não o provocava em outras ocasiões. Alguns fatores que podem influenciar no aparecimento deste fenômeno e que se encontram mais bem

exemplificados em Du Cane e Goodrich (1962), são:

- 1- A estabilidade transversal é consideravelmente alterada pela variação da linha d'água em razão de o barco encontrar-se alternativamente em cristas e cavados. Além deste aspecto existe uma inerente redução da estabilidade transversal com o aumento da velocidade.
- 2- O aparecimento de banda afeta a estabilidade direcional, que é sensivelmente reduzida em relação àquela associada à sua posição vertical. Provoca também um momento de guinada que tem a tendência de aumentar ainda mais a banda. Deve-se ressaltar ainda que, em mares de aleta, existe um momento de banda devido à assimetria das pressões hidrostáticas.
- 3- A velocidade orbital das partículas fluidas exercem um efeito significativo sobre a magnitude das velocidades locais do escoamento. Para a embarcação com a popa na crista da onda a situação torna-se crítica, uma vez que ocorre uma redução da velocidade relativa ao leme, fazendo com que sua eficiência seja grandemente reduzida.
- 4- Durante o movimento descendente há uma componente da aceleração da gravidade que tende a aumentar a velocidade da embarcação. Quando esta atingir o cavado e iniciar seu movimento ascendente, ocorrerá uma imersão muito mais intensa de proa. Como resultado desta imersão e da redução súbita da velocidade, aparecerá uma força vertical para baixo que tende a aumentar a imersão. Esta força cria um momento de guinada desestabilizante quando o barco encontra-se em um aproamento oblíquo em relação às ondas.

5- Existe ainda o fenômeno de surge (ou avanço), que provavelmente apresenta alguma influência sobre a tendência ao *Broaching*. Este fenômeno está relacionado ao aparecimento de um movimento oscilatório em torno da velocidade de avanço, cuja média, entretanto, não é necessariamente a velocidade de avanço.

Com o objetivo de avaliar a possibilidade de ocorrência deste fenômeno, Rutgersson e Ottosson (1987) desenvolveram um modelo matemático, levando em conta os movimentos de surge (ou avanço), deriva, guinada e balanço, que considera de maneira acoplada os movimentos em águas calmas (modelo de manobra) e os movimentos em ondas (modelo de comportamento em mar). Para estimar os coeficientes deste modelo matemático utilizam resultados experimentais obtidos em modelos, bem como valores obtidos em escala real.

CAPITULO III - INSTABILIDADE LONGITUDINAL

3.1. Introdução

A instabilidade longitudinal de embarcações planadoras em alta velocidade, conhecida também por *porpoising*, é um movimento auto-sustentado, envolvendo movimentos de caturro e arfagem. Este movimento oscilatório, que se intensifica à medida que a velocidade aumenta, pode conduzir à destruição de embarcações leves estruturalmente. Entretanto, a uma velocidade constante, conforme observado por operadores deste tipo de embarcação, possui uma amplitude limitada.

Para o entendimento físico do fenômeno, uma descrição bastante adequada é aquela fornecida por Murray (1950). Utilizando o esquema da figura 3.1, pode-se observar que, na condição A, a resultante das forças hidrodinâmicas encontra-se à frente do centro de gravidade. Nesta condição, esta força cria um momento que tende a elevar a proa e, à medida que esta se eleva, o ponto de atuação da força hidrodinâmica se desloca em direção ao centro de gravidade.

Em se movendo para trás, a resultante hidrodinâmica passa pelo centro de gravidade (condição B), posição na qual, em permanecendo, não se ocasionaria qualquer instabilidade. Entretanto esta força continua a se deslocar para ré e, conseqüentemente, gera um momento que tende a baixar a proa (condição C). À medida que o ângulo de trim se reduz, a força novamente se desloca para a frente do centro de gravidade e o processo se repete sucessivamente.

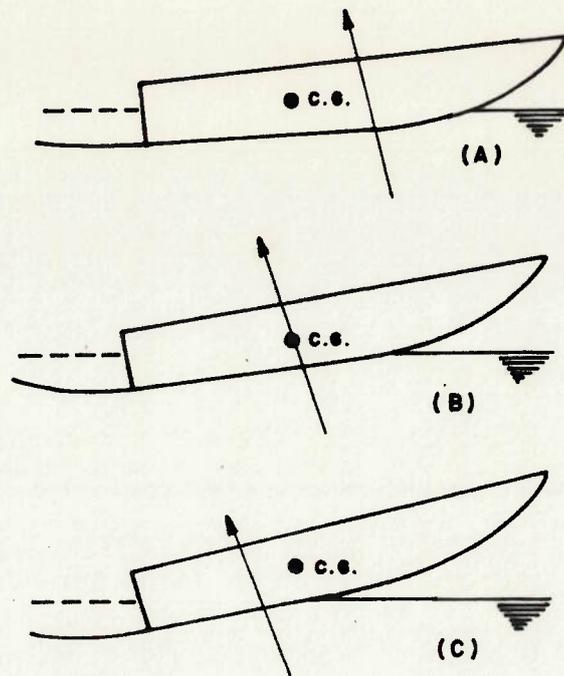


Figura 3.1 Fenómeno de instabilidade longitudinal
[Murray(1950)]

Os primeiros estudos deste fenómeno estão relacionados ao desenvolvimento de hidroaviões, para os quais ha uma quantidade razoável de estudos experimentais. Destes estudos mostra-se um gráfico típico na Figura 3.2.

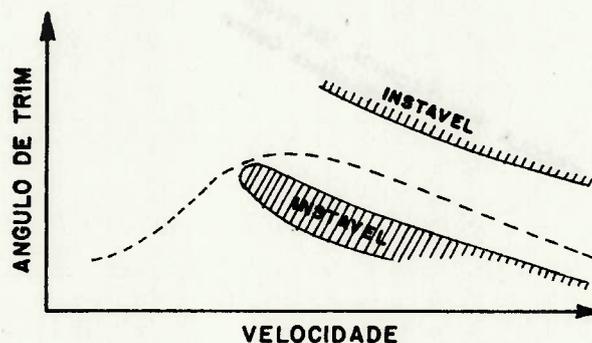


Figura 3.2 Regiões de instabilidade de um hidroavião
[Murray(1950)]

Nesta figura definem-se as diferentes regiões de instabilidade, sendo o hidroavião projetado de modo a operar na

faixa estável entre os limites inferior e superior, como indicado pela linha A. Em relação às regiões mostradas, a embarcação planadora geralmente opera na região abaixo do campo definido pelo limite inferior.

Os primeiros estudos teóricos para a previsão da instabilidade longitudinal, ainda relacionados ao comportamento de hidroaviões, foram desenvolvidos por Glauert e Perring (1932).

Com base nesses trabalhos, Klemin, Pierson e Stores (1939) calcularam as características de estabilidade de um particular hidroavião. Perring (1933) aplicou a teoria desenvolvida ao estudo de embarcações com duas áreas de sustentação e observou o aumento da tendência de instabilidade com o aumento do ângulo de inclinação longitudinal do primeiro plano de sustentação. Desta maneira foi capaz de aprimorar o projeto da embarcação "Miss England III", que logo em seguida batia o recorde mundial de velocidade em águas calmas.

Apesar dos bons resultados obtidos através da utilização da teoria desenvolvida por Glauert e Perring, sua aplicabilidade a embarcações é bastante restrita em função das hipóteses que se baseiam na teoria de perfis de pequena razão de aspecto e pela exclusão dos efeitos decorrentes da variação do campo de aceleração do fluido, bem como da força de flutuação hidrostática. Fazendo uso da equação de sustentação de Shuford (1957), Lutowski (1973) desenvolveu um procedimento teórico mais aprimorado, porém não procedeu a qualquer verificação numérica.

Payne (1974) obteve uma derivação completa do conjunto de derivadas de estabilidade em caturro e arfagem. Em seu estudo, verificou a existência de duas regiões distintas de estabilidade.

A primeira, quando a posição do centro de gravidade encontra-se à frente do centro de pressão hidrodinâmica, e a segunda, quando

o centro de gravidade encontra-se próximo à popa. Enquanto a primeira é bastante óbvia, a segunda é incomum, tendo sido porém utilizada com sucesso em algumas embarcações de altíssima velocidade. Payne verificou, também, que um aumento do raio de giração longitudinal em relação ao comprimento molhado ou um aumento da razão de aspecto (isto é, redução da boca para um mesmo comprimento molhado) reduzem a tendência à instabilidade longitudinal.

Dois outros aspectos observados estão associados ao efeito estabilizante da força de flutuação e à importância do atrito na equação de arfagem. Para efetuar uma comparação do procedimento desenvolvido com resultados experimentais, Payne utilizou os parâmetros experimentais relativos ao instante do aparecimento da instabilidade, obtendo posições do centro de gravidade localizadas dentro dos limites de instabilidade.

Martin (1978a) desenvolveu um procedimento para o cálculo de instabilidade longitudinal, no qual inicialmente obteve a condição de equilíbrio e, a partir desta condição, estudou as variações de caturro e arfagem. Para o cálculo das derivadas hidrodinâmicas, ele utilizou a variação da quantidade de movimento para diversas faixas, nas quais a embarcação se encontra subdividida. Apesar de teoricamente ser aplicável apenas a cascos prismáticos, obteve resultados adequados para embarcações reais de formas usuais. Verificou ainda que, na vizinhança da instabilidade, a menor raiz de estabilidade era complexa, indicando um movimento oscilatório. O programa implementado neste trabalho baseia-se neste desenvolvimento.

Novamente, Payne (1984) desenvolveu uma solução para as forças e momentos permanentes e transientes para um casco prismático com a quilha lateral emersa. Seus resultados,

entretanto, não são passíveis de comparação com dados experimentais devido à inexistência de resultados para o caso de embarcações com quilha lateral emersa.

Com relação a estudos experimentais, o único trabalho sistemático para análise da instabilidade longitudinal deve-se a Day e Haag (1952) e no qual uma ampla gama de parâmetros de projeto é analisada e testada. Em outros estudos, como, por exemplo, o de Clement e Blount (1963), este problema é analisado, entretanto objetivando principalmente a obtenção de resistência de avanço.

O desenvolvimento de uma metodologia para a estimativa deste fenômeno é bastante importante para o projetista, uma vez que permite uma verificação sistemática do efeito da mudança de diferentes parâmetros sobre o comportamento da embarcação. Apesar de considerar, nas fases iniciais de projeto, embarcações com valores de coeficiente de amortecimento entre 0.6 e 1.0 como embarcações com adequadas qualidades de estabilidade (valores menores que 0.4 indicam, geralmente, modos de vibração não amortecidas), a existência de uma metodologia de cálculo não só permite uma estimativa da frequência natural e das características de amortecimento da embarcação mas também possibilita o desenvolvimento de um processo sistemático de otimização do casco em águas calmas.

3.2. Formulação do problema de instabilidade

Para a estimativa da instabilidade longitudinal, devem-se desenvolver equações que possibilitem a obtenção da região onde a embarcação, com uma velocidade de avanço constante, tem uma tendência à instabilidade. Uma vez que se está interessado unicamente com a direção longitudinal, estas equações estarão

relacionadas com as perturbações de avanço, caturro e arfagem em torno da posição de equilíbrio em águas calmas. Em consequência, deve-se obter primeiramente esta posição de equilíbrio.

Para embarcações de deslocamento, o equilíbrio é obtido basicamente por considerações hidrostáticas, isto é, a resultante das pressões hidrostáticas deve equilibrar o peso da embarcação. De modo contrário, a embarcação de planeio tem como principal componente vertical a força de sustentação hidrodinâmica. Esta componente depende do ângulo de trim " τ " e do comprimento molhado médio L_m , porém, a priori, não se conhecem estes valores, e conseqüentemente, para sua determinação, deve-se resolver o sistema de equações do equilíbrio, isto é,

$$\Sigma F_{VC} + P_E = 0$$

$$\Sigma F_{HC} = 0 \quad (3.1)$$

$$\Sigma M_C = 0 \quad (\text{em relação ao C.G.})$$

onde todos os esforços atuantes sobre a embarcação estão incluídos, isto é, força hidrostática, força de atrito etc. No presente trabalho, a determinação da posição de equilíbrio é obtida de maneira iterativa através de duas metodologias diferentes: Método de Martin e o Método de Savitsky.

Uma vez obtida a condição de equilíbrio, desejamos verificar se pequenas perturbações de avanço, caturro e arfagem tornam a embarcação instável ou não. Para esta análise devem-se utilizar os fundamentos da dinâmica de corpos rígidos, começando pela equação de movimento de Newton.

$$m \ddot{x} = \frac{d}{dt} (\text{Quant. Mov. } x)$$

$$m \ddot{z} = \frac{d}{dt} (\text{Quant. Mov. } z) \quad (3.2)$$

$$I_y \ddot{\theta} = \frac{d}{dt} (\text{Quant. Mov. Ang.})$$

Os parâmetros à esquerda representam as forças e momentos inerciais e os da direita são os esforços externos atuantes sobre a embarcação. Os esforços externos podem ser expandidos em série de Taylor em torno da posição de equilíbrio. Uma vez que se está interessado em obter a tendência à instabilidade, os esforços permanentes atuantes no equilíbrio não são considerados nos dois lados das equações (3.2), podendo-se, portanto, associar as variáveis x , z e θ aos movimentos de avanço, caturro e arfagem respectivamente.

As derivadas de estabilidade hidrodinâmicas, isto é, aquelas associadas à perturbação do campo de velocidade e aceleração, são obtidas a partir da variação da quantidade de movimento das faixas nas quais a embarcação se encontra subdividida. Para estas derivadas, utilizam-se os resultados da teoria de impacto de uma cunha na água. O cálculo das derivadas de estabilidade hidrostáticas, por sua vez, está baseado nas expressões resultantes da estimativa da posição de equilíbrio.

As expressões resultantes desta análise, expressas em um sistema fixo Oxz , x na direção do movimento e z perpendicularmente a esta e em sentido para baixo, são:

$$0 = \left[\frac{\partial F_H}{\partial \ddot{x}} - m \right] \ddot{x} + \frac{\partial F_H}{\partial \dot{x}} \dot{x} + \frac{\partial F_H}{\partial \ddot{z}} \ddot{z} + \frac{\partial F_H}{\partial \dot{z}} \dot{z} + \frac{\partial F_H}{\partial z} z + \frac{\partial F_H}{\partial \ddot{\theta}} \ddot{\theta} +$$

$$+ \frac{\partial F_H}{\partial \dot{\theta}} \dot{\theta} + \frac{\partial F_H}{\partial \theta} \theta$$

$$0 = \frac{\partial F_v}{\partial \ddot{x}} \ddot{x} + \frac{\partial F_v}{\partial \dot{x}} \dot{x} + \left[\frac{\partial F_v}{\partial \ddot{z}} - m \right] \ddot{z} + \frac{\partial F_v}{\partial \dot{z}} \dot{z} + \frac{\partial F_v}{\partial z} z + \frac{\partial F_v}{\partial \ddot{\theta}} \ddot{\theta} +$$

$$+ \frac{\partial F_v}{\partial \dot{\theta}} \dot{\theta} + \frac{\partial F_v}{\partial \theta} \theta \quad (3.3)$$

$$0 = \frac{\partial M}{\partial \ddot{x}} \ddot{x} + \frac{\partial M}{\partial \dot{x}} \dot{x} + \frac{\partial M}{\partial \ddot{z}} \ddot{z} + \frac{\partial M}{\partial \dot{z}} \dot{z} + \frac{\partial M}{\partial z} z + \left[\frac{\partial M}{\partial \ddot{\theta}} - I_y \right] \ddot{\theta} + \frac{\partial M}{\partial \dot{\theta}} \dot{\theta} +$$

$$+ \frac{\partial M}{\partial \theta} \theta$$

onde, por exemplo, o termo $\partial F_v / \partial \dot{\theta}$ relaciona a variação de força vertical à variação na velocidade angular.

Em função de observações experimentais que mostraram a pequena influência da perturbação de avanço, o trabalho se restringirá ao problema dos movimentos de caturro e arfagem, reduzindo-se portanto as equações (3.3) a somente estas duas direções. Tem-se portanto:

$$0 = \left[\frac{\partial F_v}{\partial \ddot{z}} - m \right] \ddot{z} + \frac{\partial F_v}{\partial \dot{z}} \dot{z} + \frac{\partial F_v}{\partial z} z + \frac{\partial F_v}{\partial \ddot{\theta}} \ddot{\theta} + \frac{\partial F_v}{\partial \dot{\theta}} \dot{\theta} + \frac{\partial F_v}{\partial \theta} \theta \quad (3.4)$$

$$0 = \frac{\partial M}{\partial \ddot{z}} \ddot{z} + \frac{\partial M}{\partial \dot{z}} \dot{z} + \frac{\partial M}{\partial z} z + \left[\frac{\partial M}{\partial \ddot{\theta}} - I_y \right] \ddot{\theta} + \frac{\partial M}{\partial \dot{\theta}} \dot{\theta} + \frac{\partial M}{\partial \theta} \theta$$

À primeira vista o sistema representado pelas equações (3.4)

não possui uma solução, uma vez que tem-se apenas duas equações para seis incógnitas. Entretanto, se as soluções para as perturbações de caturro, variável z , e arfagem, variável θ , forem funções de tempo, então obtêm-se suas primeiras e segundas derivadas por uma derivação imediata. Assim assumindo-se que a solução do sistema seja na forma de:

$$z = z_0 e^{\sigma t} \quad e \quad \theta = \theta_0 e^{\sigma t} \quad (3.5)$$

onde z_0 e θ_0 são constantes. Substituindo-se as expressões (3.5) na equação (3.4) obtém-se um sistema do tipo:

$$(A_1 \sigma^2 + B_1 \sigma + C_1) z_0 e^{\sigma t} + (A_2 \sigma^2 + B_2 \sigma + C_2) \theta_0 e^{\sigma t} = 0 \quad (3.6)$$

$$(D_1 \sigma^2 + E_1 \sigma + F_1) z_0 e^{\sigma t} + (D_2 \sigma^2 + E_2 \sigma + F_2) \theta_0 e^{\sigma t} = 0$$

onde A_1, B_1, C_1, \dots são coeficientes relacionados aos coeficientes da equação (3.4). A equação (3.6) pode ser reescrita na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} (A_1 \sigma^2 + B_1 \sigma + C_1) & (A_2 \sigma^2 + B_2 \sigma + C_2) \\ (D_1 \sigma^2 + E_1 \sigma + F_1) & (D_2 \sigma^2 + E_2 \sigma + F_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

e uma vez que se deseja uma solução não nula para o par (z_0, θ_0) deve-se impor que o determinante da matriz quadrada seja nulo. Impondo esta condição, obtém-se a expressão:

$$U \sigma^4 + B \sigma^3 + C \sigma^2 + D \sigma + E = 0 \quad (3.8)$$

$$\text{onde: } \mathcal{U} = \left[\frac{\partial F_v}{\partial z} - m \right] \cdot \left[\frac{\partial M}{\partial \theta} - I_y \right] - \frac{\partial M}{\partial z} \cdot \frac{\partial F_v}{\partial \theta}$$

$$\mathcal{B} = \frac{\partial F_v}{\partial z} \cdot \left[\frac{\partial M}{\partial \theta} - I_y \right] + \left[\frac{\partial F_v}{\partial z} - m \right] \cdot \frac{\partial M}{\partial \theta} - \frac{\partial M}{\partial z} \cdot \frac{\partial F_v}{\partial \theta} - \frac{\partial M}{\partial z} \cdot \frac{\partial F_v}{\partial \theta}$$

$$\mathcal{C} = \frac{\partial F_v}{\partial z} \cdot \left[\frac{\partial M}{\partial \theta} - I_y \right] + \frac{\partial F_v}{\partial z} \cdot \frac{\partial M}{\partial \theta} + \left[\frac{\partial F_v}{\partial z} - m \right] \cdot \frac{\partial M}{\partial \theta} - \frac{\partial M}{\partial z} \cdot \frac{\partial F_v}{\partial \theta} +$$

$$- \frac{\partial M}{\partial z} \cdot \frac{\partial F_v}{\partial \theta} - \frac{\partial M}{\partial z} \cdot \frac{\partial F_v}{\partial \theta} \quad (3.9)$$

$$\mathcal{D} = \frac{\partial F_v}{\partial z} \cdot \frac{\partial M}{\partial \theta} + \frac{\partial F_v}{\partial z} \cdot \frac{\partial M}{\partial \theta} - \frac{\partial M}{\partial z} \cdot \frac{\partial F_v}{\partial \theta} - \frac{\partial M}{\partial z} \cdot \frac{\partial F_v}{\partial \theta}$$

$$\mathcal{E} = \frac{\partial F_v}{\partial z} \cdot \frac{\partial M}{\partial \theta} - \frac{\partial M}{\partial z} \cdot \frac{\partial F_v}{\partial \theta}$$

onde a equação (3.8) representa a equação característica e o termo σ determina a resposta temporal da embarcação a uma pequena perturbação em relação à condição de equilíbrio.

A solução geral do sistema é dada por:

$$z = z_1 e^{\sigma_1 t} + z_2 e^{\sigma_2 t} + z_3 e^{\sigma_3 t} + z_4 e^{\sigma_4 t} \quad (3.10)$$

$$\theta = \theta_1 e^{\sigma_1 t} + \theta_2 e^{\sigma_2 t} + \theta_3 e^{\sigma_3 t} + \theta_4 e^{\sigma_4 t}$$

onde $\sigma_1, \dots, \sigma_4$ são as raízes de equação característica e $z_1, \dots, z_4, \theta_1, \dots, \theta_4$ são coeficientes dependentes das condições iniciais.

A solução da equação característica pode apresentar raízes reais ou pares conjugados complexos. Em qualquer dos casos o aparecimento de uma componente real positiva indicará um aumento da amplitude do movimento com o tempo e, conseqüentemente, um regime de instabilidade sob o ponto de vista linear.

Quando a solução da equação (3.8) for apresentada na forma complexa, isto é:

$$z = e^{\sigma_R t} \cdot [Z_1 \cos \sigma_I t + Z_2 \sin \sigma_I t] \quad (3.11)$$

onde σ_R e σ_I são respectivamente as componentes real e imaginária e Z_1 e Z_2 são constantes arbitrárias, a componente imaginária caracteriza o termo oscilatório estando associada à frequência natural de embarcação. Um parâmetro também importante é a razão de amortecimento R_A , representada pela relação:

$$R_A = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_I^2}} \quad (3.12)$$

que está associada à razão de decaimento do movimento.

3.3. Obtenção das equações de estabilidade

Para o estudo da estabilidade de embarcações planadoras, assume-se a hipótese de que as mesmas são um corpos esbeltos deslocando-se a alta velocidade. Esta hipótese permite que se analise a embarcação através do estudo do escoamento em seções transversais, devendo-se, porém, acrescentar uma correção devido aos efeitos tridimensionais.

Para a obtenção das derivadas de estabilidade, utilizam-se dois sistemas de coordenadas. Um sistema fixo Oxz , onde a origem O encontra-se na posição de equilíbrio coincidente com centro de gravidade da embarcação, com eixo x paralelo à superfície livre e no sentido do avanço da embarcação e eixo z perpendicularmente ao eixo x , com sentido positivo para baixo. Um outro sistema de

coordenadas $O\xi\zeta$ que acompanha os movimentos de embarcação possui sua origem na interseção da quilha central de embarcação com a superfície livre, com o eixo ξ coincidente com a quilha central e sentido positivo em direção à popa e o eixo ζ normal a esta direção e com sentido para o fundo. A figura 3.3 mostra a disposição destes dois sistemas de coordenadas.

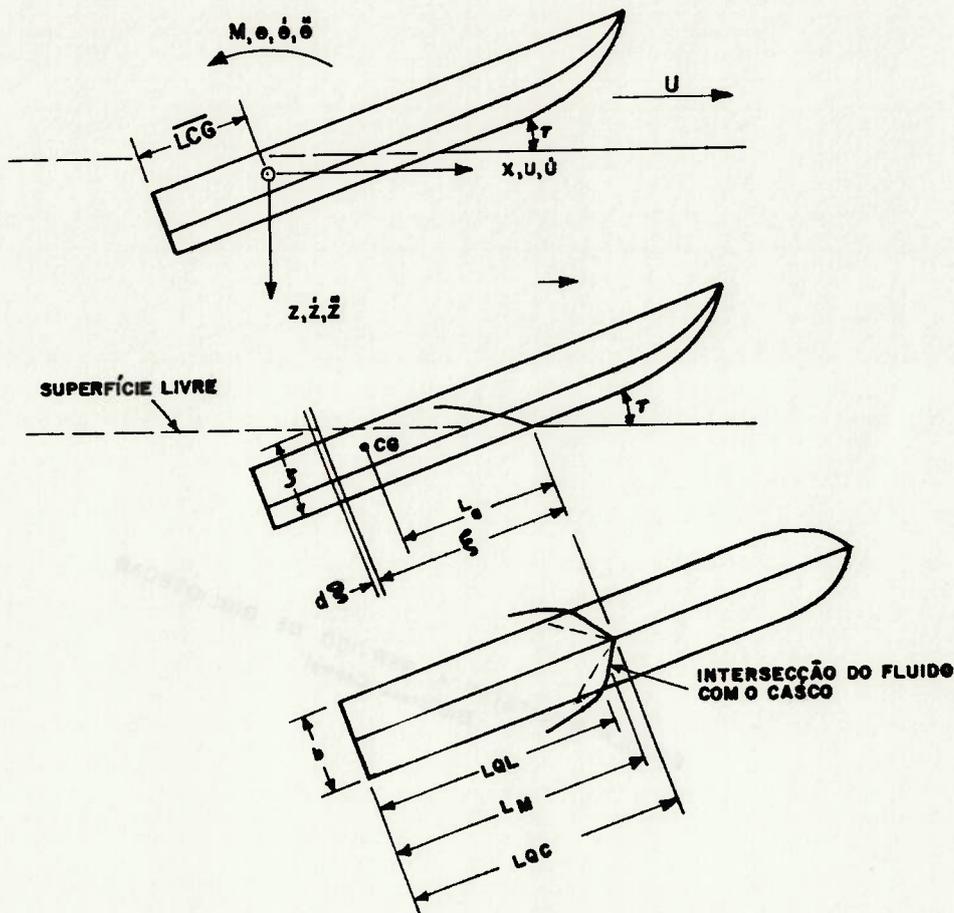


Figura 3.3 Sistema de coordenadas

Como já citado no item anterior, as derivadas de estabilidade hidrodinâmicas serão obtidas através da variação da quantidade de movimento, enquanto as derivadas hidrostáticas, a partir da variação dos esforços atuantes no equilíbrio.

As derivadas de estabilidade hidrodinâmicas, que representam o esforço decorrente de uma perturbação do campo de velocidade e aceleração devida aos movimentos de caturro e arfagem, são

obtidas através da subdivisão do casco em faixas transversais à quilha central. Para cada faixa associa-se um escoamento bidimensional cuja quantidade de movimento é dada por $(m_a \dot{\zeta}) d\xi$, onde m_a é a massa adicional bidimensional, $\dot{\zeta}$ é a velocidade de penetração e $d\xi$ é a largura da faixa.

A força atuante em cada seção é obtida pela variação no tempo da quantidade de movimento, sendo dada pela expressão:

$$dF_N = \frac{D}{Dt} (m_a \dot{\zeta}) d\xi \quad (3.13)$$

Como tanto m_a como $\dot{\zeta}$ são funções da posição longitudinal x e da variável t , a derivada da expressão (3.13) trata-se de uma derivada total.

$$\frac{D}{Dt} = - (U + u) \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} \quad (3.14)$$

A força normal resultante é obtida pela integração da equação (3.13), desde a origem do sistema $O\xi\zeta$ até a popa da embarcação multiplicada por um fator de correção para a inclusão dos efeitos tridimensionais.

$$F_N = \phi(\lambda) \int_0^{L_{OC}} \frac{D}{Dt} (m_a \dot{\zeta}) d\xi$$

ou

(3.15)

$$F_N = \phi(\lambda) \left[\int_0^{L_{OC}} m_a \frac{D\dot{\zeta}}{Dt} d\xi + \int_0^{L_{OC}} \zeta \frac{Dm_a}{Dt} d\xi \right]$$

O momento, por sua vez, é obtido pela integração ao longo do comprimento do produto de força normal em cada faixa dF_N pela distância entre o ponto de aplicação desta e o centro de gravidade

$$M_N = \phi(\lambda) \int_0^{L_{OC}} (a - \xi) \frac{D}{Dt} (m_a \dot{\zeta}) d\xi$$

ou

(3.16)

$$M_N = \phi(\lambda) \left[\int_0^{L_{OC}} (a - \xi) m_a \frac{D\dot{\zeta}}{Dt} d\xi + \int_0^{L_{OC}} (a - \xi) \dot{\zeta} \frac{Dm_a}{Dt} d\xi \right]$$

Desenvolvendo as expressões (3.15) e (3.16), como mostrado no apêndice A, obtêm-se as seguintes expressões para a força normal e o momento adimensionalizados:

$$F'_N = F'_{NC} + \Delta F'_N$$

$$\text{onde: } F'_{NC} = \phi(\lambda) M'_{AP} \text{ sen } \tau \text{ cos } \tau$$

(3.17)

$$\begin{aligned} \Delta F'_N = \phi(\lambda) & \left[2 M'_{AP} (\dot{z}' \cos^2 \tau + \dot{\theta}' \lambda_{CG} \cos \tau) + (\ddot{z}' \cos \tau) \times \right. \\ & \left. \times \int_0^{\lambda_{OC}} m'_a d\xi' - \ddot{\theta}' \int_0^{\lambda_{OC}} (\lambda'_a - \xi') m'_a d\xi' \right] \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$M'_N = M'_{NC} + \Delta M'_N$$

$$\text{onde: } M'_{NC} = \phi(\lambda) \operatorname{sen} \tau \cos \tau \left[\int_0^{\lambda_{CG}} m'_a d\xi' - \lambda_{CG} M'_{AP} \right] \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} \Delta M'_N = & \phi(\lambda) \left[(2 \dot{z}' \cos^2 \tau) \left\{ \int_0^{\lambda_{CG}} m'_a d\xi' - \lambda_{CG} M'_{AP} \right\} + 2 \theta' \cos \tau \times \right. \\ & \times \left\{ M'_{AP} \lambda_{CG}^2 - \int_0^{\lambda_{CG}} (\lambda_a - \xi') m'_a d\xi' \right\} + (\ddot{z}' \cos \tau) \times \\ & \times \left. \int_0^{\lambda_{CG}} (\lambda_a - \xi') m'_a d\xi' - \ddot{\theta}' \int_0^{\lambda_{CG}} (\lambda_a - \xi')^2 m'_a d\xi' \right] \end{aligned} \quad (3.20)$$

Decompondo-se a força normal F'_N em sua componente vertical e horizontal, tem-se:

$$F'_{NV} = F'_N \cos \tau \quad (3.21)$$

$$F'_{NH} = F'_N \tan \tau$$

de onde se conclui mais uma vez que, em função do pequeno ângulo de trim, no equilíbrio a componente horizontal apresenta pequena influência nas equações de estabilidade. Considerando-se a expressão (3.4) tem-se portanto:

$$m' \ddot{z}' = \Delta F'_N \cos \tau + \Delta F'_{EST} \quad (3.22)$$

$$I'_y \ddot{\theta}' = \Delta M'_N + \Delta M'_{EST}$$

onde $\Delta F'_{EST}$ e $\Delta M'_{EST}$ referem-se a esforços que aparecem devido aos deslocamentos de caturro (z') e arfagem (θ'), e cujas estimativas são obtidas através da variação dos esforços agentes no equilíbrio. Portanto:

$$\Delta F'_{EST} = \frac{\partial F'_{VC}}{\partial z'} z' + \frac{\partial F'_{VC}}{\partial \theta'} \theta' \quad (3.23)$$

$$\Delta M'_{EST} = \frac{\partial M'_C}{\partial z'} z' + \frac{\partial M'_C}{\partial \theta'} \theta'$$

Substituindo-se as equações (3.19) e (3.20) em (3.22) obtém-se um sistema de equações análogo ao sistema (3.4), onde as derivadas de estabilidade hidrodinâmicas são dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F'_v}{\partial z'} &= - \phi(\lambda) \cos^2 \tau \int_0^{\lambda_{qc}} m'_a d\xi' \\ \frac{\partial F'_v}{\partial z'} &= - 2 \phi(\lambda) M'_{AP} \cos^3 \tau \\ \frac{\partial F'_v}{\partial \theta'} &= \phi(\lambda) \cos \tau \int_0^{\lambda_{qc}} m'_a (\lambda_a - \xi') d\xi' \\ \frac{\partial F'_v}{\partial \theta'} &= - 2 \phi(\lambda) M'_{AP} \lambda_{CG} \cos^2 \tau \\ \frac{\partial M'}{\partial z'} &= \phi(\lambda) \cos \tau \int_0^{\lambda_{qc}} m'_a (\lambda_a - \xi') d\xi' \\ \frac{\partial M'}{\partial z'} &= 2 \phi(\lambda) \cos^2 \tau \left[\int_0^{\lambda_{qc}} m'_a d\xi' - \lambda_{CG} M'_{AP} \right] \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial M'}{\partial \theta'} = \phi(\lambda) \int_0^{\lambda_{qc}} m'_a (\lambda_a - \xi')^2 d\xi'$$

$$\frac{\partial M'}{\partial \theta'} = -2 \phi(\lambda) \cos \tau \left[M'_{AP} \lambda_{CG}^2 + \int_0^{\lambda_{qc}} m'_a (\lambda_a - \xi') d\xi' \right]$$

3.4. Determinação da posição de equilíbrio

Ao contrário do que sucede com navios de deslocamento, onde o equilíbrio é obtido apenas considerando as forças hidrostáticas, nas embarcações de planeio, uma importante parcela na obtenção desta posição é decorrente da força de sustentação hidrodinâmica.

Em função do casco da embarcação de planeio apresentar características muito semelhantes ao escoamento ao longo de uma asa, as teorias desenvolvidas para este tipo de barco fazem uso de hipóteses associadas à teoria de sustentação em perfis. A força de sustentação em um perfil varia de acordo com o ângulo de ataque e com a corda. Entretanto para a embarcação de planeio não se conhecem, a priori, nem o ângulo de ataque (ângulo de trim) nem a corda (comprimento molhado).

Além da força de sustentação, outras componentes atuam na embarcação, por exemplo, força de atrito, empuxo do propulsor e arrasto aerodinâmico. Do balanço destas forças, pode-se obter, através de um processo iterativo, os parâmetros que definem o equilíbrio, isto é, o ângulo de trim, e a razão comprimento médio molhado / boca.

Dois procedimentos para a obtenção de equilíbrio são desenvolvidos: o primeiro deve-se a Martin (1978a) e o segundo a

Savitsky (1964). As duas metodologias podem ser consideradas como semi-empíricas.

3.4.1. Metodologia de Martin

A metodologia desenvolvida por Martin utiliza, para a obtenção dos parâmetros do equilíbrio (τ, λ), formulações semi-empíricas desenvolvidas por diferentes autores. Aplicando uma analogia entre a força F_{NC} obtida por considerações de variação da quantidade de movimento e a equação experimental da força de sustentação hidrodinâmica obtida por Shuford (1957), formulou-se uma expressão para a força devida à pressão hidrodinâmica da embarcação de planeio.

3.4.1.1. Força de sustentação hidrodinâmica

A formulação de força de sustentação hidrodinâmica, utilizada neste item, deve-se a Shuford (1957). Este considera o escoamento ao longo do casco dividido em três parcelas, a primeira representando uma aproximação exata da componente linear de sustentação, a seguinte representando a contribuição do escoamento cruzado (*cross flow*) e, por último, subtrai-se a parcela devida à sucção que se verifica no bordo de ataque de perfis.

O termo linear é obtido através da teoria da linha de sustentação, para o qual deve-se acrescentar uma correção devida ao ângulo de abertura, " β ", da embarcação planadora. A equação obtida é na forma de:

$$C_{L1} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{1+\lambda} \sin \tau (1 - \sin \beta) \quad (3.26)$$

Para a obtenção do termo devido ao escoamento cruzado, Martin considerou uma velocidade de penetração $U \sin \tau$ normal à da quilha central. Para incluir o efeito devido ao ângulo de abertura, utilizou um fator de correção baseado no trabalho de Bobyleff. Este fator representa a razão entre a pressão atuante na superfície com o ângulo de abertura e aquela observada em uma placa plana. O termo pode ser aproximado por $\cos \beta$, resultando em uma força normal igual a:

$$F_{L2} = C_{DC} \frac{\rho}{2} S (U \sin \tau)^2 \cos \beta \quad (3.27)$$

cujo coeficiente de sustentação é dado por:

$$C_{L2} = C_{DC} \sin^2 \tau \cos \tau \cos \beta \quad (3.28)$$

Um vez que a determinação teórica de C_{DC} é extremamente difícil, e mesmo para os casos mais simples não apresenta resultados satisfatórios quando comparado a resultados experimentais, o valor utilizado, obtido experimentalmente, para a estimativa deste coeficiente corresponde a $C_{DC} = 1.33$.

Por último, em função de a equação (3.26) incluir o efeito de sucção, subtraiu esse efeito da equação, verificando, portanto, que uma melhor correlação era obtida caso subtraísse essa parcela da soma dos dois coeficientes. Assim tem-se,

$$C_{L3} = (C_{L1} + C_{L2}) \sin^2 \tau \quad (3.29)$$

A expressão final para a força normal de sustentação hidrodinâmica é, introduzindo-se $S = \lambda b^2$, igual a:

$$F_{NC} = \frac{1}{2} \rho U^2 b^2 \left[\frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{1 + \lambda} \sin \tau \cos \tau (1 - \sin \beta) + C_{DC} \lambda \sin^2 \tau \cos^2 \tau \cos \beta \right] \quad (3.30)$$

e portanto o coeficiente de sustentação de:

$$F'_{NC} = \left[\frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{1 + \lambda} \sin \tau \cos \tau (1 - \sin \beta) + C_{CD} \lambda \sin^2 \tau \times \right. \\ \left. \times \cos^2 \tau \cos \beta \right] \quad (3.31)$$

Salienta-se que a obtenção da expressão (3.31) corresponde à condição de planeio puro com quilha lateral imersa, entretanto Shuford (1957) admite também a possibilidade de seu emprego quando a quilha lateral estiver emersa. Além disto, o uso pode ser estendido quando existir a força hidrostática.

3.4.1.2. Força de flutuação

Para a obtenção da força de flutuação hidrostática, Martin (1978) utilizou a expressão semi-empírica desenvolvida por Brown (1971), válida para um coeficiente de velocidade maior do que 0.5, valor este que define o limite inferior para o qual a popa encontra-se totalmente ventilada à atmosfera. A expressão fornecida é:

$$F'_{NF} = \kappa \lambda^2 \sin \tau / C_V^2 \quad (3.32)$$

onde κ é um fator de correção que inclui os efeitos devidos à

ventilação sobre força hidrostática. Segundo Brown (1913), após uma análise de diversos resultados experimentais, o melhor valor para este coeficiente é de $w = 0.624$. A equação (2.32) é a expressão adimensional da força de flutuação e assume-se como atuante normalmente à quilha.

Para o centro de aplicação deste esforço, considera-se que o mesmo atue a um terço da distância do comprimento médio molhado a partir da popa. Portanto, o momento adimensional resultante é:

$$M'_{NF} = F'_{NC} \left[\frac{\lambda}{3} - \lambda_{CG} \right] \quad (3.33)$$

3.4.1.3. Força de arrasto viscosa

Para a estimativa de força adimensional de atrito utilizou-se a formulação:

$$F'_{At} = \lambda C_f / \cos \beta \quad (3.34)$$

sendo F'_{At} tomada como agindo tangencialmente à quilha central a uma distância igual à metade da distância desta à quilha lateral. Nesta expressão, o coeficiente de atrito C_f é calculado através da equação de Schoenherr:

$$\frac{0.242}{\sqrt{C_f}} = \log \left[C_f \left(\frac{U \lambda b}{\nu} \right) \right] \quad (3.35)$$

sendo o termo entre parênteses o número de Reynolds. O momento

adimensional em relação ao centro de gravidade é dado por:

$$M'_{At} = F'_{At} \left[\lambda_{vCG} - \frac{\tan \beta}{4} \right] \quad (3.36)$$

3.4.1.4. Força de reboque e arrasto aerodinâmico

Para o problema em análise, Martin (1978a) considerou a força de reboque atuando em uma direção paralela à linha da superfície livre, uma hipótese bastante adequada para comparar os resultados com os valores experimentais obtidos por Day e Haag (1952). Por outro lado, incluiu no modelo a força de arrasto aerodinâmica através de um coeficiente experimental, considerando esta força atuando paralelamente à superfície livre.

Os momentos em relação ao centro de gravidade das forças adimensionais de reboque F_{REB} e da força de arrasto aerodinâmica F_{AERO} são dadas por:

$$M'_{REB} = - F'_{REB} f(k_1, e_1) \quad (3.37)$$

$$M'_{AERO} = F'_{AERO} f(k_2, e_2)$$

onde, como mostrado na figura (3.4), tem-se:

$$f(k_I, e_I) = (\lambda_{kI} - \lambda_{vCG}) \cos \tau + (\lambda_{eI} - \lambda_{CG}) \sin \tau \quad (3.38)$$

onde λ_{eI} é a distância, paralela à quilha central, medida desde a popa até o ponto de atuação da respectiva força, enquanto λ_{kI} é a distância normal.

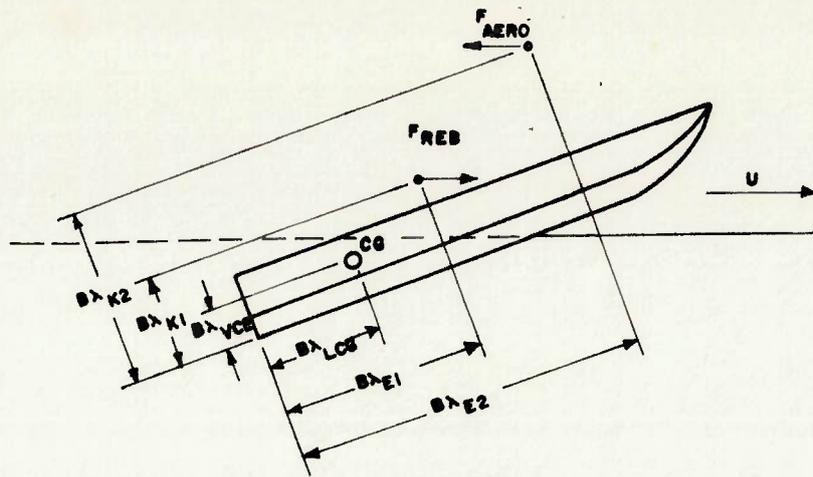


Figura 3.4 - Coordenadas do ponto de reboque e do arrasto aerodinâmico

3.4.1.5. Equações de equilíbrio

Para a obtenção do ângulo de trim e do comprimento médio molhado, as forças são decompostas nas componentes horizontal e vertical, devendo as resultantes nestas direções ser nulas. Da mesma maneira, o momento em torno de centro de gravidade deve ser nulo. Tem-se portanto:

$$\sum F'_{VC} + P'_E = 0$$

$$\sum F'_{HC} = 0 \tag{3.39}$$

$$\sum M'_C = 0$$

Introduzindo as diversas forças, obtém-se para a direção vertical a relação:

$$P'_E = - F'_{VC} = (F'_{NC} + F'_{NF}) \cos \tau - F'_{At} \sin \tau \tag{3.40}$$

e para a direção horizontal:

$$\begin{aligned}
F'_{REB} &= (F'_{NC} + F'_{NF}) \operatorname{sen} \tau + F'_{At} \cos \tau + F'_{AERO} \\
&= \left[\frac{-F'_{VC} + F'_{At} \tan \tau}{\cos \tau} \right] \operatorname{sen} \tau + F'_{At} \cos \tau + F'_{AERO} \\
F'_{REB} &= -F'_{VC} \tan \tau + F'_{At} / \cos \tau + F'_{AERO} \quad (3.41)
\end{aligned}$$

Substituindo cada termo de (3.40) pela sua respectiva expressão tem-se:

$$\begin{aligned}
P'_E = -F'_{VC} &= \frac{\lambda}{1 + \lambda} \frac{\pi}{2} \operatorname{sen}^2 \tau \cos \tau (1 - \operatorname{sen} \beta) + C_{CD} \lambda \times \\
&\quad \times \operatorname{sen}^2 \tau \cos^3 \tau \cos \beta + \frac{0.624}{C_V^2} \lambda^2 \operatorname{sen} \tau \cos \tau + \\
&\quad - \lambda C_f \frac{\operatorname{sen} \tau}{\cos \beta} \quad (3.42)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Designando: } B &= \frac{\pi}{2} \operatorname{sen} \tau \cos^2 \tau (1 - \operatorname{sen} \beta) \\
C &= C_{DC} \operatorname{sen}^2 \tau \cos^3 \tau \cos \beta \\
D &= 0.624 \operatorname{sen} \tau \cos \tau / C_V^2 \\
E &= -C_f \operatorname{sen} \tau / \cos \beta
\end{aligned} \quad (3.43)$$

substituindo em (3.42) resulta a expressão:

$$D \lambda^3 + (C + D + E) \lambda^2 + (B + C + E - P'_E) \lambda - P'_E = 0 \quad (3.44)$$

que possibilita determinar λ a partir do conhecimento do ângulo de trim. Para que o equilíbrio seja determinado, precisa-se, entretanto, fazer uso da condição do momento em relação ao centro de gravidade ser nulo. A expressão para o momento é da forma de:

$$\sum M'_C = M'_{NC} + M'_{NF} + M'_{At} - M'_{REB} + M'_{AERO} = 0 \quad (3.45)$$

Para expressar a equação (3.45) em termos dos parâmetros (τ ,

λ) deve-se ainda determinar o ponto de aplicação da força de sustentação hidrodinâmica. A expressão adimensional desta componente é, como mostrado no apêndice B, dada por:

$$M'_{NC} = \frac{\lambda}{1 + \lambda} \frac{\pi}{2} \sin \tau \cos \tau (1 - \sin \beta) \left[\lambda + \lambda_{c2} - \lambda_{c1} - \lambda_{cg} \right] + C_{DC} \sin^2 \tau \cos^2 \tau \cos \beta \left[\frac{\lambda}{2} - \lambda_{cg} \right] \lambda \quad (3.46)$$

Substituindo-se (3.46), (3.32), (3.36), (3.37) e (3.41) em (3.43) obtém-se a expressão:

$$M'_C = \frac{\lambda}{1 + \lambda} \frac{\pi}{2} \sin \tau \cos \tau (1 - \sin \beta) \left[\lambda + \lambda_{c2} - \frac{2}{3} \lambda_{c1} - \lambda_{cg} \right] + C_{CD} \sin^2 2\tau \cos \beta \left[\frac{\lambda}{2} - \lambda_{cg} \right] \frac{\lambda}{4} + \frac{0.624}{C_v^2} \lambda^2 \left[\frac{\lambda}{3} - \lambda_{cg} \right] - \frac{C_f}{\cos \beta} \left[\lambda_{vcg} - \frac{\tan \beta}{4} \right] + \left[F'_{vc} \tan \tau - \frac{C_f}{\cos \beta \cos \tau} - F'_{AERO} \right] f(k_1, e_1) + F'_{AERO} f(k_2, e_2) \quad (3.47)$$

Uma vez obtido o parâmetro λ , em função de um valor inicial de τ , e através da equação (3.44), substitui-se o par (τ, λ) na equação (3.47). O par que satisfizer a equação dos momentos será a solução para o equilíbrio da embarcação. Para a solução da equação do momento adotou-se como erro admissível um valor em módulo menor do que $0.002/C_v^2$.

3.4.2. Metodologia de Savitsky

De maneira similar ao primeiro procedimento, Savitsky

desenvolveu uma série de formulações semi-empíricas para a estimativa das forças de sustentação, arrasto viscoso, bem como do centro de pressão da força normal para embarcações de seção prismática constante, através das quais pode-se determinar o ângulo de trim e o comprimento molhado médio na condição de avanço permanente.

3.4.2.1. Força de sustentação

A formulação desenvolvida por Savitsky considera a força de sustentação como composta da soma de dois efeitos: a reação dinâmica do fluido contra a superfície de planeio e a força devida à flutuação hidrostática.

Da teoria aerodinâmica tem-se que superfícies de sustentação planas de alta razão de aspecto possuem predominantemente um escoamento longitudinal, sendo portanto a sustentação diretamente proporcional ao ângulo de incidência. Para superfícies de pequena envergadura e comprimento infinito, o escoamento é predominantemente na direção transversal e a sustentação torna-se proporcional à τ^2 . Em função destas considerações expressou-se a sustentação na forma de:

$$C_L = A^* \tau + B^* \tau^2 \quad (3.48)$$

onde A^* e B^* são constantes. Para embarcações planadoras usuais, o segundo termo toma a forma de uma pequena correção, podendo-se reescrever a equação (3.48) na forma de:

$$C_L / \tau^{1.1} = f(\lambda, C_V) \quad (3.49)$$

Após extensa análise de diversos resultados experimentais, Savitsky e Neidenger (1959) concluíram que a componente dinâmica da sustentação variava em função de $\lambda^{1/2}$, resultando a equação:

$$C_L = C^* \lambda^{1/2} \tau^{1.1} \quad (3.50)$$

onde C^* é uma constante a se determinar.

A componente hidrostática de sustentação para uma placa com largura b , comprimento molhado médio λ e ângulo de trim τ pode ser escrita na forma:

$$F_{NF}^* = \frac{1}{2} \rho g b^3 (\lambda - 0.30)^2 \tan \tau \quad (3.51)$$

Adimensionalizando, isto é, dividindo-se por $1/2 \rho U^2 b^2$ e assumindo que o termo $(\lambda - 0.30)^2$ possa ser substituído por $K \lambda^n$, onde K e n são constantes, resulta a expressão:

$$C_{LF} = \frac{D \lambda^n}{C_v^2} \tan \tau \quad (3.52)$$

Supondo que a diferença entre $\tan \tau$ e $\tau^{1.1}$ é pequena, substituiu $\tan \tau$ por $\tau^{1.1}$, combinando (3.52) e (3.50), obtendo a equação final:

$$C_{L_0} = \tau^{1.1} \left[C^* \lambda^{1/2} + \frac{K \lambda^n}{C_v^2} \right] \quad (3.53)$$

sendo os coeficientes C^* , K e n estimados através da comparação da expressão (3.50) com resultados experimentais. A expressão

final obtida é:

$$C_{L_o} = \tau^{1.1} \left[0.012 \lambda^{1/2} + \frac{0.0055}{C_v^2} \lambda^{5/2} \right] \quad (3.54)$$

onde o ângulo de trim deve ser dado em graus. Os limites de aplicabilidade desta equação semi-empírica são: $0.60 \leq C_v \leq 13.0$, $2.0 \leq \tau \leq 15.0$ e $\lambda \leq 4.0$.

A equação fornecida pela relação (3.54) é somente aplicável para superfícies planas. Para superfícies com ângulo de abertura, Savitsky desenvolveu, após extensa análise de resultados experimentais, uma expressão baseada na formulação acima e cuja equação final é:

$$C_{L_\beta} = C_{L_o} - 0.0065 \beta C_{L_o}^{0.60} \quad (3.55)$$

onde: C_{L_β} - coeficiente de sustentação para superfície planadora com ângulo β de abertura
 β - ângulo de abertura em graus
 C_{L_o} - coeficiente de sustentação para uma placa plana

Em função de extenso número de resultados experimentais, concluiu-se que o centro de pressão poderia ser acuradamente obtido avaliando-se separadamente as parcelas devidas ao efeito dinâmico e ao efeito hidrostático.

Para tanto considerou-se que o centro de aplicação da componente hidrodinâmica estivesse localizado a 75% do comprimento médio molhado a partir da popa, enquanto que, para a componente hidrostática adotou-se que a mesma agisse a 33% da

mesma referência. Destas hipóteses resulta para o centro de pressão a equação:

$$C_P = \frac{\lambda_N}{\lambda} = 0.75 - \frac{1}{5.21 C_V^2 \lambda^2 + 2.39} \quad (3.56)$$

onde C_P é a razão entre a posição do centro de pressão pelo comprimento molhado médio. Da equação (3.56), conclui-se que C_P é essencialmente independente do ângulo de trim e do ângulo de abertura β .

3.4.2.2. Força de arrasto

O arrasto total de uma embarcação de planeio é composto basicamente por uma parcela resultante das pressões dinâmicas e outra parcela devida à viscosidade, esta última considerada como agindo tangencialmente à superfície do casco.

Para um fluido ideal, a componente viscosa é nula e, portanto, a componente de arrasto é exclusivamente devida à parcela horizontal da força normal, isto é, como mostrado na figura (3.5a):

$$F'_{ARR} = F'_N \sin \tau = C_{L\beta} \tan \tau \quad (3.57)$$

Quando considera-se a viscosidade, vide figura (3.5b), deve-se acrescentar à componente dinâmica a componente devida ao atrito, resultando a expressão:

$$F'_{ARR} = C_{L\beta} \tan \tau + \frac{F'_{At}}{\cos \tau} \quad (3.58)$$

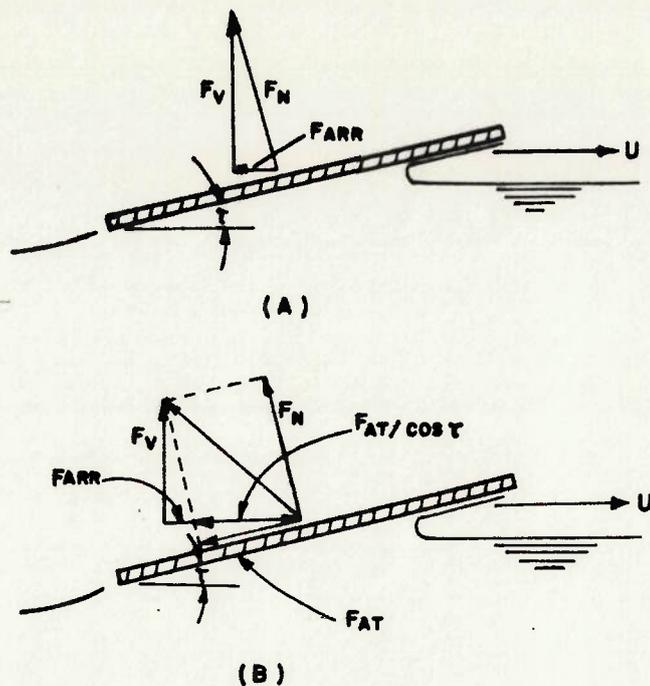


Figura 3.5 Componentes do arrasto em superfícies de plano
[Savitsky(1964)]

A força de atrito, por sua vez, é obtida pela seguinte expressão:

$$F'_{At} = \frac{C_f \lambda}{\cos \beta} \left[\frac{U_1}{U} \right]^2 \quad (3.59)$$

onde C_f - coeficiente de atrito de Schoenherr

U_1 - velocidade média ao longo do casco.

A velocidade média U_1 é menor do que aquela correspondente ao avanço de embarcação, isto devido ao fato de que a pressão ao longo da parte imersa é em média maior do que a atmosférica. Para o cálculo desta velocidade, no caso da placa plana, considera-se a sustentação dinâmica dada por:

$$C_L = 0.012 \lambda^{1/2} \tau^{1.1} \quad (3.60)$$

relação esta que permite obter a pressão média dinâmica atuante na superfície molhada. Tem-se, então:

$$P_L = \frac{1}{2} \rho U^2 \frac{0.012 \tau^{1.1}}{\lambda^{1/2} \cos \tau} \quad (3.61)$$

e utilizando a equação de Bernoulli obtém-se:

$$\frac{U_1}{U} = \left[1 - \frac{0.012 \tau^{1.1}}{\lambda^{1/2} \cos \tau} \right]^{1/2} \quad (3.62)$$

A velocidade média para embarcações com ângulo de abertura é obtida de maneira análoga à equação (3.61), resultando em:

$$\frac{U_1}{U} = \left[1 - \frac{0.012 \lambda^{1/2} \tau^{1.1} - 0.065 \beta (0.012 \lambda^{1/2} \tau^{1.1})^{0.6}}{\lambda \cos \tau} \right]^{1/2} \quad (3.63)$$

Deve ser ressaltado que, no cálculo de força de arrasto, considerou-se apenas a área molhada média (λb^2), desprezando-se a componente devida ao spray. Segundo as verificações de Savitsky (1964), para ângulos de trim maiores do que 4 graus, a correção torna-se pequena, enquanto ângulos de trim menores do que 4 graus, sendo a espessura da camada limite muito pequena, resultam em uma contribuição insignificante ao arrasto.

3.4.2.3. Outros esforços

De maneira análoga ao procedimento desenvolvido em (3.41), considerar-se-á a força devida ao arrasto aerodinâmico F'_{AERO} paralela à direção de avanço da embarcação, sendo o ponto de aplicação definido pelas coordenadas $f(k_2, e_2)$.

Para o empuxo, considera-se que sua direção forme um ângulo ε em relação à quilha central, isto é, que o eixo propulsor seja inclinado. Para a definição do momento em relação ao centro de gravidade, deve-se determinar o ponto de aplicação da força. Definindo-se este ponto pela variável $f(k_1, e_1)$ tem-se:

$$\begin{aligned}
 f(k_1, e_1) = & \{[(\lambda_{k_1} - \lambda_{\text{VCG}}) \cos \tau \cos (\tau + \varepsilon) + \\
 & + (\lambda_{e_1} - \lambda_{\text{CG}}) \text{sen} \tau \cos (\tau + \varepsilon)] + \\
 & - [(\lambda_{e_1} - \lambda_{\text{CG}}) \cos \tau \text{sen} (\tau + \varepsilon) + \\
 & - (\lambda_{k_1} - \lambda_{\text{VCG}}) \text{sen} \tau \text{sen} (\tau + \varepsilon)]\} \quad (3.64)
 \end{aligned}$$

tem-se:

$$M'_{\text{EMP}} = - F'_{\text{EMP}} \cdot f(k_1, e_1) \quad (3.65)$$

Se, em vez de considerar o empuxo, adota-se uma força de reboque paralela ao eixo horizontal, como é o caso nos testes em tanque de provas, iguala-se no procedimento analítico ε a $-\tau$ e substitui-se F'_{EMP} por F'_{REB} .

3.4.2.4. Equações de equilíbrio

A partir dos esforços acima discutidos, pode-se obter o par (τ, λ) correspondente ao equilíbrio. Para tanto deve-se assegurar que a resultante das forças horizontais e verticais bem como o momento em relação ao centro de gravidade se anulem. As equações que devem ser satisfeitas são:

$$\Sigma F'_{VC} + F'_E = 0$$

$$\Sigma F'_{HC} = 0$$

$$\Sigma M'_C = 0$$

(3.66)

Do equilíbrio das forças verticais tem-se:

$$P'_E = F'_{NC} \cos \tau + F'_{EMP} \sin (\tau + \varepsilon) - F'_{At} \sin \tau \quad (3.67)$$

enquanto que do equilíbrio horizontal resulta:

$$F'_{EMP} \cos (\tau + \varepsilon) = F'_{At} \cos \tau + F'_{NC} \sin \tau + F'_{AERO} \quad (3.68)$$

Substituindo (3.67) na equação (3.68) resulta:

$$F'_{NC} \cos \tau = \frac{P'_E - F'_{At} [\cos \tau \tan (\tau + \varepsilon) - \sin \tau]}{[\tan \tau \tan (\tau + \varepsilon) + 1]} + \frac{F'_{AERO} \tan (\tau + \varepsilon)}{[\tan \tau \tan (\tau + \varepsilon) + 1]} \quad (3.69)$$

onde: $F'_{NC} \cos \tau = C_{L\beta}$

Para o caso da comparação com resultados experimentais, onde a força que atua na embarcação é uma força de reboque paralela à direção de movimento, deve-se adotar na equação (3.69) $\tau = -\varepsilon$, o que resulta na expressão:

$$F'_{NC} \cos \tau = P'_E + F'_{At} \sin \tau \quad (3.70)$$

e

$$F'_{REB} = F'_{At} \cos \tau + F'_{NC} \sin \tau + F'_{AERO} \quad (3.71)$$

Substituindo-se em (3.69) as expressões desenvolvidas de 3.4.2.1 a 3.4.2.3, tem-se:

$$\begin{aligned}
& \left[0.012 \lambda^{1/2} + \frac{0.0055}{C_v^2} \lambda^{5/2} \right] \tau^{1.1} - 0.0065 \beta \left[0.0012 \lambda^{1/2} + \right. \\
& \left. + \frac{0.0055}{C_v^2} \lambda^{5/2} \right]^{0.60} = P'_E - \frac{C_f \lambda}{\cos \beta} \left[1 - \frac{0.012 \lambda^{1/2} \tau^{1.1}}{\lambda \cos \tau} + \right. \\
& \left. + \frac{0.0065 \beta (0.012 \lambda^{1/2} \tau^{1.1})}{\lambda \cos \tau} \right]^{0.60} [\cos \tau \tan(\tau + \epsilon) + \\
& - \operatorname{sen} \tau] - F'_{\text{AERO}} \tan(\tau + \epsilon) \tag{3.72}
\end{aligned}$$

Ao contrário da expressão desenvolvida por Martin, a equação (3.70) somente pode ser resolvida através de um processo iterativo. Uma vez obtido o par (τ, λ) , deve-se verificar se esta solução satisfaz à condição dada pela equação dos momentos. Esta é fornecida pela expressão:

$$\begin{aligned}
0 = F'_{\text{NC}} (C_P \lambda - \lambda_{\text{CG}}) - F'_{\text{At}} \left(\lambda_{\text{VCG}} - \frac{\tan \beta}{4} \right) - F'_{\text{EMP}} f(k_1, e_1) + \\
+ F'_{\text{AERO}} f(k_2, e_2) \tag{3.73}
\end{aligned}$$

3.4.3. Método alternativo para a obtenção do equilíbrio

Em função das considerações levantadas por Schnitzer (1953) e através de uma interpretação diferente do termo de massa adicional associado à equação desenvolvida por Shuford (1954), modificou-se a equação do momento em relação ao centro de gravidade, vide apêndice C, mantendo-se, contudo, a mesma equação para o equilíbrio das forças verticais.

A expressão resultante para a equação do momento é agora

dada por:

$$\begin{aligned}
 M'_c = & \frac{\lambda}{1 + \lambda} \frac{\pi}{2} \operatorname{sen} \tau \cos \tau (1 + \operatorname{sen} \beta) \left[\frac{\lambda_{ac}}{3} - \frac{2}{3} \lambda_{al} - \lambda_{ca} \right] + \\
 & + C_{DC} \operatorname{sen}^2 2\tau \cos \beta \frac{\lambda}{4} \left[\frac{\lambda_{ac} - \lambda_{c1}}{2} - \lambda_{ca} \right] + \\
 & + \frac{0.624}{C_v^2} \operatorname{sen} \tau \lambda^2 \left[\frac{\lambda}{3} - \lambda_{ca} \right] - \frac{C_f}{\cos \beta} \lambda \left[\lambda_{vca} - \frac{\tan \beta}{4} \right] + \\
 & + \left[F'_{vc} \tan \tau - \frac{\lambda C_f}{\cos \beta \cos \tau} F'_{AERO} \right] f(k_1, e_1) + F'_{AERO} f(k_2, e_2)
 \end{aligned}
 \tag{3.74}$$

Basicamente, estas modificações referem-se ao ponto de aplicação das duas componentes da força de sustentação hidrodinâmica.

3.5. Obtenção das derivadas de estabilidade

3.5.1. Derivadas de estabilidade obtidas a partir do modelo de Martin

Para o cálculo das derivadas de estabilidade hidrodinâmicas devem-se obter as integrais indicadas nas equações (3.24) e (3.25) e que se encontram desenvolvidas detalhadamente no apêndice D. Para as expressões resultantes, considerando-se:

$$P = \frac{\pi}{4} \frac{\lambda}{1 + \lambda} (1 - \operatorname{sen} \beta)
 \tag{3.75}$$

$$Q = \frac{C_{DC}}{2} \lambda \operatorname{sen} \tau \cos \tau \cos \beta
 \tag{3.76}$$

tem-se:

$$\phi(\lambda) M'_{AP} = 2 (P + Q)$$

$$\phi(\lambda) \int_0^{\lambda_{QC}} m'_a d\xi' = 2 P \eta_4 + Q \lambda$$

$$\phi(\lambda) \int_0^{\lambda_{QC}} m'_a \xi' d\xi' = 2 \left[P \eta_2 + \frac{Q}{\lambda} \eta_3 \right] \quad (3.77)$$

$$\phi(\lambda) \int_0^{\lambda_{QC}} m'_a \xi'^2 d\xi' = 2 \left[P \eta_5 + \frac{Q}{\lambda} \eta_6 \right]$$

onde:

$$\eta_2 = \frac{\lambda_{QC}^2}{2} - \frac{\lambda_{C1}^2}{4}$$

$$\eta_3 = \frac{\lambda_{QC}^3 - \lambda_{C2}^3}{3} - \left[\frac{\lambda_{QC}^2 - \lambda_{C2}^2}{2} \right] \lambda_{C2}$$

$$\eta_4 = \lambda_{QC} - \frac{2}{3} \lambda_{C1}$$

(3.78)

$$\eta_5 = \frac{\lambda_{C1}^3}{5} + \frac{\lambda_{QC}^3 - \lambda_{C1}^3}{3}$$

$$\eta_6 = \frac{\lambda_{QC}^4 - \lambda_{C2}^4}{4} - \left[\frac{\lambda_{QC}^3 - \lambda_{C2}^3}{3} \right] \lambda_{C2}$$

Substituindo as expressões (3.77) nas equações (3.24) e (3.25), obtêm-se, para as derivadas de estabilidade hidrodinâmicas, as relações:

$$\frac{\partial F'}{\partial z'} = - \cos^2 \tau (2 P \eta_4 + Q \lambda) \quad (3.79)$$

$$\frac{\partial F'_{\mathbf{v}}}{\partial z'} = -4 (P + Q) \cos^3 \tau \quad (3.80)$$

$$\frac{\partial F'_{\mathbf{v}}}{\partial \theta'} = \cos \tau \left[\lambda_a (2P \eta_4 + Q \lambda) - 2 \left[P \eta_2 + \frac{Q}{\lambda} \eta_3 \right] \right] \quad (3.81)$$

$$\frac{\partial F'_{\mathbf{v}}}{\partial \dot{\theta}'} = -4 \lambda_{cg} \cos^2 \tau (P + Q) \quad (3.82)$$

$$\frac{\partial M'}{\partial z'} = \cos \tau \left[\lambda_a (2P \eta_4 + Q \lambda) - 2 \left[P \eta_2 + \frac{Q}{\lambda} \eta_3 \right] \right] \quad (3.83)$$

$$\frac{\partial M'}{\partial \dot{z}'} = 2 \cos^2 \tau \left\{ (2P \eta_4 + Q \lambda) - 2 \lambda_{cg} (P + Q) \right\} \quad (3.84)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial M'}{\partial \ddot{\theta}'} = & - \left[\lambda_a^2 (2P \eta_4 + Q \lambda) - 4 \lambda_a \left[P \eta_2 + \frac{Q}{\lambda} \eta_3 \right] + \right. \\ & \left. + 2 \left[P \eta_5 + \frac{Q}{\lambda} \eta_6 \right] \right] \end{aligned} \quad (3.85)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial M'}{\partial \dot{\theta}'} = & -2 \cos \tau \left[2 \lambda_{cg}^2 (P + Q) + \lambda_a (2P \eta_4 + Q \lambda) + \right. \\ & \left. - 2 \left[P \eta_2 + \frac{Q}{\lambda} \eta_3 \right] \right] \end{aligned} \quad (3.86)$$

Para a obtenção das derivadas de estabilidade hidrostáticas, por sua vez consideram-se as expressões de $F'_{\mathbf{v}c}$ e M'_c (equações 3.42 e 3.45) e uma vez que para uma dada velocidade e ângulo de abertura estas relações são funções unicamente de $\lambda(z, \tau)$ e τ pode-se, por diferenciação, obter as expressões das derivadas de estabilidade. As equações resultantes são indicadas por:

$$\frac{\partial F'}{\partial z'} = \frac{\partial F'_{\mathbf{v}c}}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial z'} \quad (3.87)$$

$$\frac{\partial F'_v}{\partial \theta'} = \frac{\partial F'_{vc}}{\partial \tau} + \frac{\partial F'_{vc}}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial \tau} \quad (3.88)$$

$$\frac{\partial M'}{\partial z'} = \frac{\partial M'_c}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial z'} \quad (3.89)$$

$$\frac{\partial M'}{\partial \theta'} = \frac{\partial M'_c}{\partial \tau} + \frac{\partial M'_c}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial \tau} \quad (3.90)$$

onde as expressões associadas a cada parcela encontram-se calculadas no apêndice D.

3.5.2. Derivadas de estabilidade para o modelo modificado

Como já foi ressaltado no subitem anterior, no cálculo das derivadas de estabilidade hidrodinâmicas, devem-se obter as integrais correspondentes às equações (3.24) e (3.25). Do cálculo destas, efetuado no apêndice E, tem-se, adotando a mesma nomenclatura das equações (3.75) e (3.76), as seguintes relações:

$$\begin{aligned} \phi(\lambda) M'_{AP} &= 2(P + Q) \\ \phi(\lambda) \int_0^{\lambda_{QC}} m'_a d\xi' &= 2P \left[\frac{\lambda_{QC} + 2\lambda_{QL}}{3} \right] + Q \left[\lambda_{QC} - \lambda_{c1} \right] \\ \phi(\lambda) \int_0^{\lambda_{QC}} m'_a \xi' d\xi' &= P \eta_2 + Q \eta_3 \\ \phi(\lambda) \int_0^{\lambda_{QC}} m'_a \xi'^2 d\xi' &= 2(P \eta_4 + Q \eta_5) \end{aligned} \quad (3.91)$$

onde:

$$\eta_2 = \frac{1}{2} (\lambda_{OC}^2 + 2 \lambda_{OC} \lambda_{OL} - \lambda_{OL}^2)$$

$$\eta_3 = (2 \lambda_{OC}^3 - 3 \lambda_{OC}^2 \lambda_{C1} + \lambda_{C1}^3) / [3 (\lambda_{OC} - \lambda_{C1})]$$

$$\eta_4 = \frac{\lambda_{OC}^3}{3} - \frac{2 (\lambda_{OC} - \lambda_{OL})^3}{15} \quad (3.92)$$

$$\eta_5 = (3 \lambda_{OC}^4 - 4 \lambda_{OC}^3 \lambda_{C1} + \lambda_{C1}^4) / [12 (\lambda_{OC} - \lambda_{C1})]$$

Substituindo as expressões (3.91) em (3.24) e (3.25),
obtem-se:

$$\frac{\partial F'_v}{\partial z'} = - \cos^2 \tau \left[2 P \left[\frac{\lambda_{OC} + 2 \lambda_{OL}}{3} \right] + Q (\lambda_{OC} - \lambda_{C1}) \right] \quad (3.93)$$

$$\frac{\partial F'_v}{\partial z'} = - 4 \cos^3 \tau (P + Q) \quad (3.94)$$

$$\frac{\partial F'_v}{\partial \theta'} = 2 \cos \tau \left\{ \lambda_a \left[\frac{2 P}{3} (\lambda_{OC} + 2 \lambda_{OL}) + Q (\lambda_{OC} - \lambda_{C1}) \right] - (P \eta_2 + Q \eta_3) \right\} \quad (3.95)$$

$$\frac{\partial F'_v}{\partial \theta'} = - 4 \lambda_{CG} \cos^2 \tau (P + Q) \quad (3.96)$$

$$\frac{\partial M'}{\partial z'} = \cos \tau \left\{ \lambda_a \left[\frac{2}{3} P (\lambda_{OC} + 2 \lambda_{OL}) + Q (\lambda_{OC} - \lambda_{C1}) \right] + (P \eta_2 + Q \eta_3) \right\} \quad (3.97)$$

$$\frac{\partial M'}{\partial z'} = 2 \cos^2 \tau \left[\frac{2}{3} P (\lambda_{OC} + 2 \lambda_{OL}) + Q (\lambda_{OC} - \lambda_{C1}) + 2 \lambda_{CG} (P + Q) \right] \quad (3.98)$$

$$\frac{\partial M'}{\partial \theta} = - \left\{ \lambda_a^2 \left[\frac{2}{3} P (\lambda_{oc} + 2 \lambda_{ol}) + Q (\lambda_{oc} - \lambda_{c1}) \right] + \right. \\ \left. - 2 \lambda_a (P \eta_2 + Q \eta_3) + 2(P \eta_4 + Q \eta_5) \right\} \quad (3.99)$$

$$\frac{\partial M'}{\partial \theta'} = - 2 \cos \tau \left\{ 2 \lambda_{cg}^2 (P + Q) + \lambda_a \left[\frac{2}{3} P (\lambda_{oc} + 2 \lambda_{ol}) + \right. \right. \\ \left. \left. + Q (\lambda_{oc} - \lambda_{c1}) \right] - (P \eta_2 + Q \eta_3) \right\} \quad (3.100)$$

A obtenção das derivadas de estabilidade hidrostáticas, efetuadas no apêndice E, possuem a mesma representação geral das expressões (3.88) a (3.91) e portanto não serão aqui indicadas.

3.6. Descrição do programa implementado

Como já citado, o programa desenvolvido tem por objetivo calcular as raízes reais das equações de estabilidade. Uma vez determinadas, estas, em conjunto com o ângulo de trim do equilíbrio, permitem uma verificação da estabilidade da embarcação.

O fluxograma da figura 3.6 representa, de maneira genérica, as diferentes metodologias desenvolvidas no programa.

Como pode ser observado, existem três procedimentos distintos para o cálculo do equilíbrio. Por sua vez, no cálculo das derivadas de estabilidade a formulação utilizada é a mesma para as condições de equilíbrio obtidas pelo procedimento de Martin e pela metodologia de Savitsky, porém difere para procedimento modificado. Finalmente, uma vez obtidos os diversos coeficientes das equações de estabilidade, calculam-se as raízes

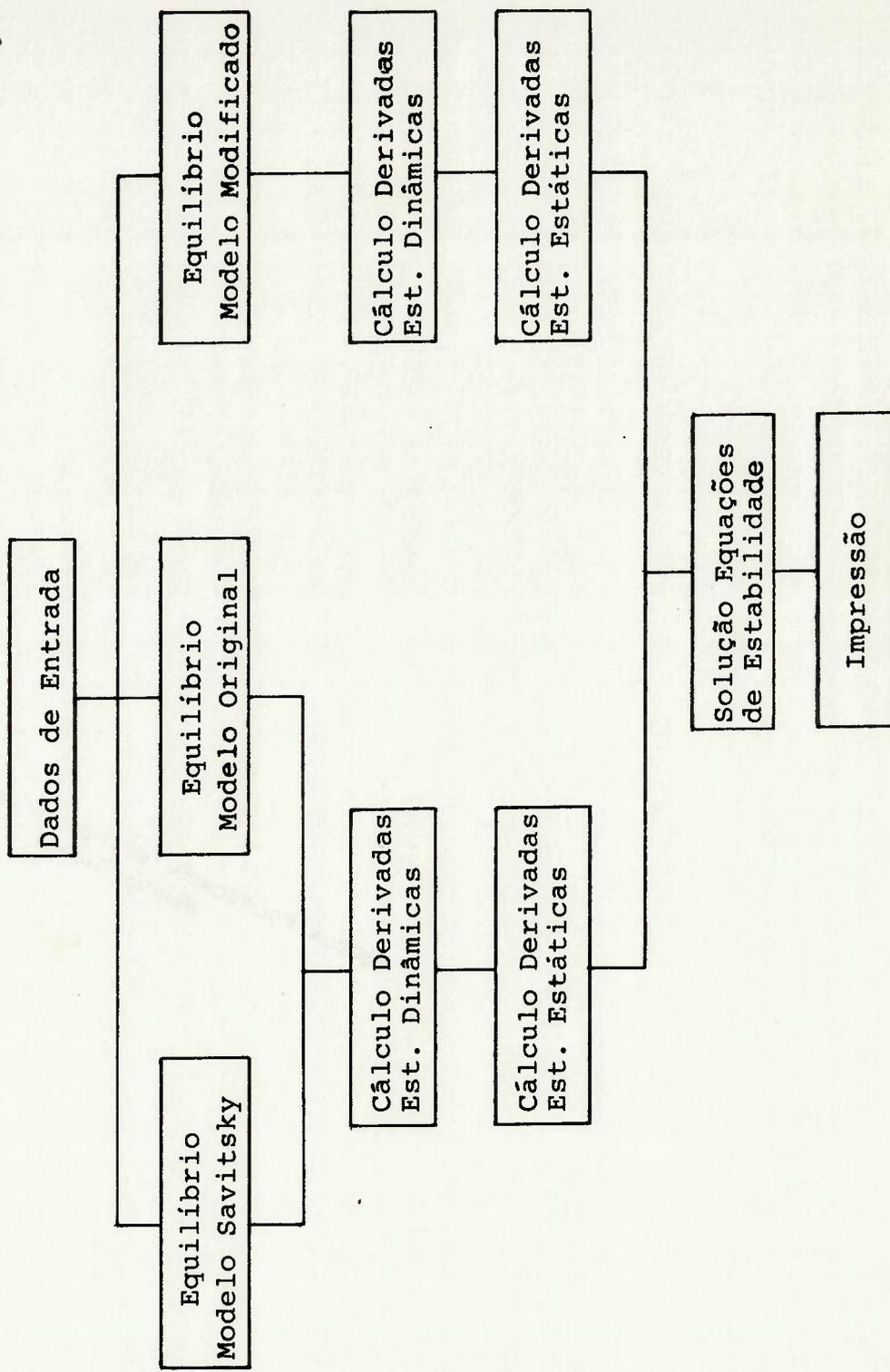


Figura 3.6 Fluxograma geral do programa implementado

da equação de estabilidade.

O programa é constituído de um programa principal e diversas sub-rotinas e funções. As sub-rotinas são: EQUIL, EQSAV, MARTIN, DESTAT, DESTMD, DDINAM, DDINMD, INSTAB, LAMB1, RESP1, RESP2 e GEOM. As funções definidas são LAMBD, CF, MOMENT, MOMMOD, MOMEN1, LAMC2. Passa-se, agora, a dar uma breve descrição das diversas sub-rotinas e funções.

- EQUIL - Efetua o cálculo de equilíbrio. Dependendo do parâmetro IMOD, este é efetuado pela metodologia original ou pelo procedimento modificado. Utiliza funções LAMBD, responsável pela definição do comprimento molhado médio " λ ", MOMENT e MDMMOD, que calculam o momento em relação ao centro de gravidade, respectivamente, para o programa original e o modificado, CF, que calcula o coeficiente de atrito de Schoenherr, e LAMC2, que determina o valor da variável " λ_{cg} ".

- EQSAV - Efetua o cálculo do equilíbrio pelo procedimento sugerido por Savitsky. Utiliza a sub-rotina LAMB1 para o cálculo do comprimento molhado médio e a função MOMEN1, que verifica o momento resultante do equilíbrio.

As duas sub-rotinas EQUIL e EQSAV determinam a posição de equilíbrio da embarcação, através de um processo iterativo, isto é, para um determinado ângulo de trim obtém-se o comprimento médio molhado. Com o par (τ, λ) determinado, verifica-se se o momento é menor do que um valor predeterminado. Caso o seja, adota-se o par (τ, λ) como aquele da condição de equilíbrio. Em caso contrário, incrementa-se τ , procedendo-se ao cálculo de um

novo par (τ, λ) .

- MARTIN - Executa o cálculo de instabilidade longitudinal. Utiliza as sub-rotinas DESTAT e DDINAM ou DESTMD e DDINMD para a obtenção de derivadas de estabilidade estáticas e dinâmicas. Estes conjuntos de sub-rotinas correspondem respectivamente ao cálculo através do modelo original e do modificado. Uma vez obtidas as derivadas, faz-se uso de sub-rotina INSTAB para o cálculo das raízes de estabilidade.

A sub-rotina INSTAB utiliza uma sub-rotina do pacote de programas denominado IMSL existente no Centro de Computação Eletrônica da USP. Esta sub-rotina (sub-rotina ZRPOLY) resolve uma equação genérica de grau "n" e que apresente raízes complexas.

As sub-rotinas que ainda faltam são RESP1, RESP2 e GEOM. As duas primeiras são responsáveis apenas pela impressão dos parâmetros de interesse, enquanto a última calcula a área das diferentes seções imersas. No apêndice F apresenta-se uma cópia do programa desenvolvido.

3.7. Apresentação dos resultados

Para comparar-se o programa desenvolvido, utilizaram-se os resultados experimentais obtidos por Day e Haag (1952), que constituem o único trabalho sistemático para verificação da instabilidade longitudinal. Para esta análise, assumiram-se três ângulos de abertura diferentes e, para cada um, três condições distintas de deslocamento. Para cada par (β, C_{Δ}) , calculou-se a estabilidade em diferentes velocidades de avanço e diferentes posições longitudinais do centro de gravidade.

| β | C_A | $M \times 10^3$ (ton.) | L (m) | B (m) | L_{REB} (m) | V_{REB} (m) | V_{CG} (m) | K_Y (m) | $I_Y \times 10^{-6}$ (ton.m ²) |
|---------|-------|---------------------------|----------|----------|------------------|------------------|-----------------|--------------|---|
| 0 | 0.36 | 0.3465 | > 0.3175 | 0.0988 | 0.1448 | 0.0533 | 0.0434 | 0.1143 | 4.5268 |
| 0 | 0.48 | 0.4620 | > 0.3175 | 0.0988 | 0.1448 | 0.0533 | 0.0351 | 0.0940 | 4.0822 |
| 0 | 0.72 | 0.6930 | > 0.3175 | 0.0988 | 0.1448 | 0.0533 | 0.0300 | 0.0813 | 4.5805 |
| 10.6 | 0.36 | 0.3465 | > 0.3462 | 0.0988 | 0.1389 | 0.0372 | 0.0437 | 0.1138 | 4.4867 |
| 10.6 | 0.48 | 0.4620 | > 0.3462 | 0.0988 | 0.1389 | 0.0372 | 0.0389 | 0.1123 | 5.8284 |
| 10.6 | 0.72 | 0.6930 | > 0.3462 | 0.0988 | 0.1389 | 0.0372 | | 0.0848 | 4.5805 |
| 20.5 | 0.36 | 0.2984 | > 0.3287 | 0.0940 | 0.1433 | 0.0602 | 0.0584 | 0.1422 | 6.0339 |
| 20.5 | 0.48 | 0.3979 | > 0.3287 | 0.094 | 0.1433 | 0.0602 | 0.0434 | 0.0991 | 3.9045 |
| 20.5 | 0.72 | 0.5968 | > 0.3287 | 0.094 | 0.1433 | 0.0602 | 0.0417 | 0.0838 | 4.1910 |

Tabela 3.1 Dados geométricos e deslocamento das diferentes modelados

Adotou-se para este estudo uma aceleração da gravidade de $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, densidade do fluido $\rho = 997,95 \text{ kg/m}^3$ e uma viscosidade de $\mu = 9,755 \times 10^{-4} \text{ kg/ms}$. A tabela 3.1 fornece os dados geométricos da embarcação, bem como seu deslocamento para as diferentes condições do par (β, C_{Δ}) . A esta tabela, devem-se acrescentar os valores da posição do centro de arrasto aerodinâmico, que é igual em todos os testes. Estes valores são $L_{\text{AERO}} = 0,1284 \text{ m}$ e $V_{\text{AERO}} = 0,2569 \text{ m}$, correspondendo, respectivamente, à posição longitudinal a partir da popa e à posição vertical em relação à quilha central.

A tabela 3.2 fornece as velocidades bem como a força de arrasto aerodinâmica dos modelos para os ângulos de abertura de 0.0 e 10.6 graus, enquanto a tabela 3.3 fornece os mesmos parâmetros para o ângulo de abertura de 20.5 graus.

Tabela 3.2 Velocidade e arrasto aerodinâmico para ângulos de abertura de 0.0 e 10.6 graus

| C_v | U(nós) | F_{AERO} (ton f) |
|-------|--------|---------------------------|
| 2.2 | 4.211 | 7.4540×10^{-6} |
| 2.6 | 4.977 | 1.0413×10^{-5} |
| 3.0 | 5.741 | 1.3855×10^{-5} |
| 3.4 | 6.507 | 1.7798×10^{-5} |
| 3.8 | 7.273 | 2.2235×10^{-5} |
| 4.2 | 8.039 | 2.7166×10^{-5} |
| 4.6 | 8.804 | 3.2589×10^{-5} |

Tabela 3.3 Velocidade e arrasto aerodinâmico para ângulo de abertura de 20.5 graus

| C_v | U(nós) | F_{AERO} (ton f) |
|-------|--------|-------------------------|
| 2.2 | 4.108 | 6.4212×10^{-6} |
| 2.6 | 4,854 | 8.9671×10^{-6} |
| 3.0 | 5.601 | 1.1937×10^{-5} |
| 3.4 | 6.347 | 1.5331×10^{-5} |
| 3.8 | 7.094 | 1.9150×10^{-5} |
| 4.2 | 7.840 | 2.3392×10^{-5} |
| 4.6 | 8.587 | 2.8059×10^{-5} |

Para a verificação da instabilidade deve-se ainda fornecer a posição longitudinal do centro de gravidade. Para uma determinada velocidade de avanço e para cada par (β, C_{Δ}) , diferentes posições longitudinais ao longo do casco foram consideradas e são mostradas na tabela 3.4.

Em função do efeito de redução da força de sustentação associado à curvatura junto à quilha lateral, adotou-se uma redução de 5% nesta componente para os procedimentos de Martin e do modelo modificado.

Tabela 3.4 Posições longitudinais do CG analisadas

| Ângulo de Abertura - β | | |
|------------------------------|--------|--------|
| 0.0 | 10.6 | 20.5 |
| Pos. Long C. G. (m) | | |
| 0.0741 | 0.0741 | 0.0752 |
| 0.0790 | 0.0790 | 0.0799 |
| 0.0840 | 0.0840 | 0.0846 |
| 0.0889 | 0.0889 | 0.0893 |
| 0.0939 | 0.0939 | 0.0940 |
| 0.0988 | 0.0988 | 0.0987 |
| 0.1037 | 0.1037 | 0.1034 |
| 0.1136 | 0.1136 | 0.1081 |
| 0.1186 | 0.1186 | 0.1128 |

Para o caso de embarcação com o ângulo de abertura de 10.6 graus e um coeficiente de deslocamento igual a $C_{\Delta} = 0.48$, efetuou-se o cálculo para três coeficientes de velocidade distintos aos indicados na tabela 3.2, bem como para uma maior gama de valores para a posição longitudinal do CG. Esta análise, cujos parâmetros são mostrados nas tabelas 3.5 e 3.6, foi efetuada com o objetivo de comparar os resultados apresentados pelo programa ao trabalho de Martin (1978a).

Tabela 3.5 Velocidade e arrasto aerodinâmico

| C_v | U (nós) | F_{AERO} (ton f) |
|-------|---------|-------------------------|
| 2.33 | 4.460 | 8.3611×10^{-6} |
| 2.67 | 5.111 | 1.0982×10^{-5} |
| 3.17 | 6.067 | 1.5476×10^{-5} |

Tabela 3.6 Posições longitudinais do C.G.

| β | Pos. Long. C.G. (m) | | | |
|---------|---------------------|--------|--------|--------|
| 10.6 | 0.0198 | 0.0296 | 0.0395 | 0.0593 |
| | 0.0790 | 0.0840 | 0.0889 | 0.0939 |
| | 0.0988 | 0.1037 | 0.1087 | 0.1136 |
| | 0.1186 | 0.1383 | | |

Os resultados estão apresentados nas figuras 3.7 a 3.18. Os gráficos 3.7 a 3.15 são apresentados na forma de coeficiente de velocidade " C_v " na abscissa e ângulo de trim crítico na ordenada. Por ângulo de trim crítico entende-se aquele ângulo no qual a

raiz da equação de estabilidade apresenta a parte real nula. As figuras 3.7 a 3.9 são para uma embarcação com ângulo de abertura igual a 10.6 graus possuindo, respectivamente, C_{Δ} igual a 0.36, 0.48 e 0.72. As figuras 3.10 a 3.12 representam o caso de um casco plano e as figuras 3.13 a 3.15 um casco com ângulo de abertura igual a 20.5 graus. As três últimas figuras apresentam na abscissa a posição longitudinal adimensional do centro de gravidade, na ordenada à esquerda a menor raiz real e à direita o ângulo de trim de equilíbrio. Estes gráficos mostram o modelo com coeficiente de deslocamento $C_{\Delta} = 0.48$ para um ângulo de abertura 10.6 graus e para coeficientes de velocidade iguais 2.33, 2.67 e 3.17.

3.8 Análise dos resultados

Na figura 3.7, que corresponde a um coeficiente de deslocamento igual a 0.36, pode-se observar que em relação aos dados experimentais obtidos por Day e Haag (1952) o método implementado segundo o modelo de Martin subestima o ângulo crítico de trim. Por sua vez, a utilização da equação de equilíbrio de Savitsky (1964) ou o método modificado fornecem valores que se aproximam bastante dos valores experimentais. Esta última conclusão é válida para coeficientes de velocidade maiores do que 2.9, uma vez que para coeficientes menores as duas metodologias alternativas começam a afastar-se dos valores experimentais e o método original oferece melhores estimativas. Por outro lado, para altos coeficientes de velocidade, todos os procedimentos tendem a subestimar o valor do ângulo crítico, este fato podendo estar associado à emersão da quilha lateral nesta faixa de velocidades.

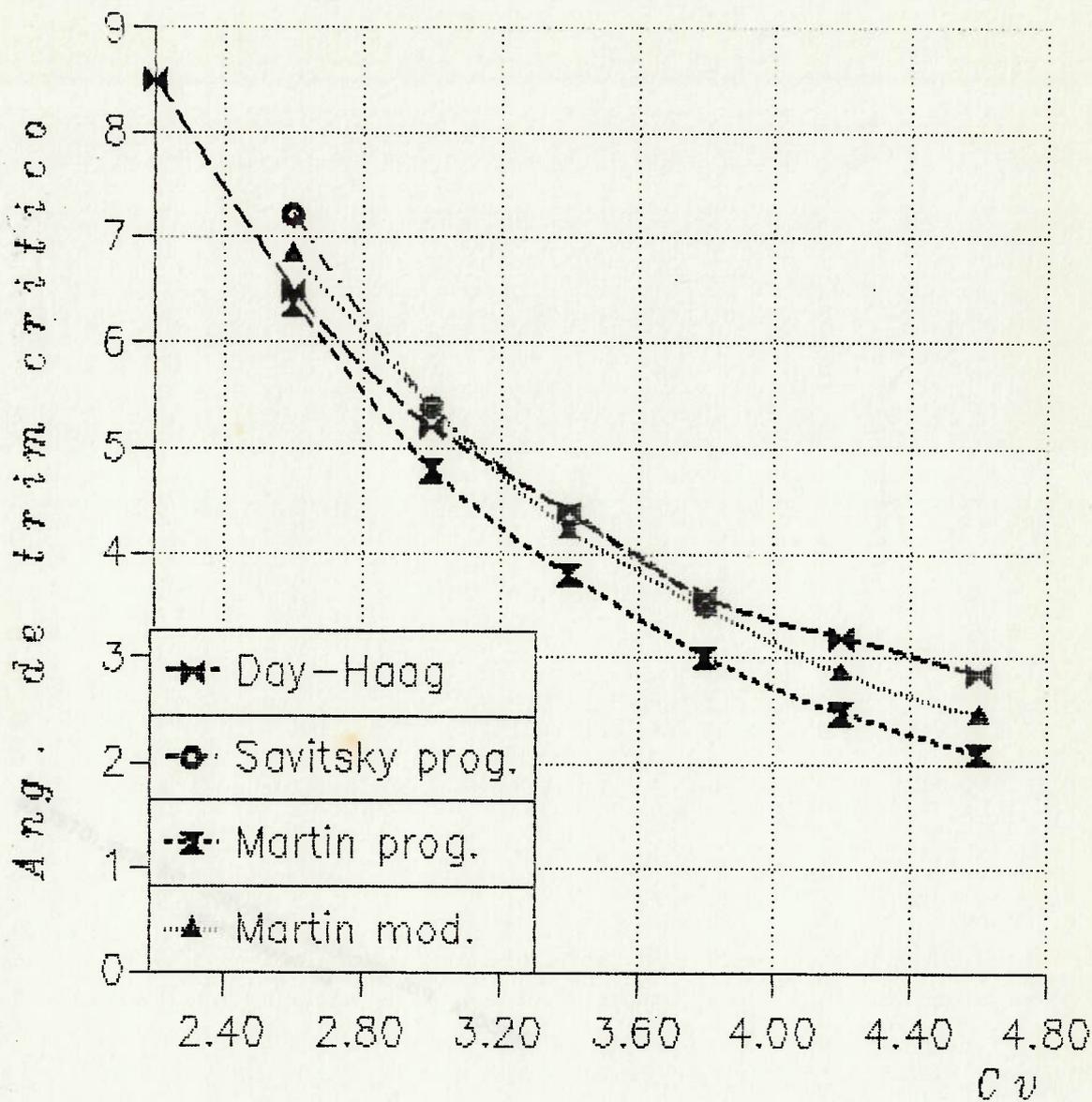


Figura 3.7 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 10.6$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.36$

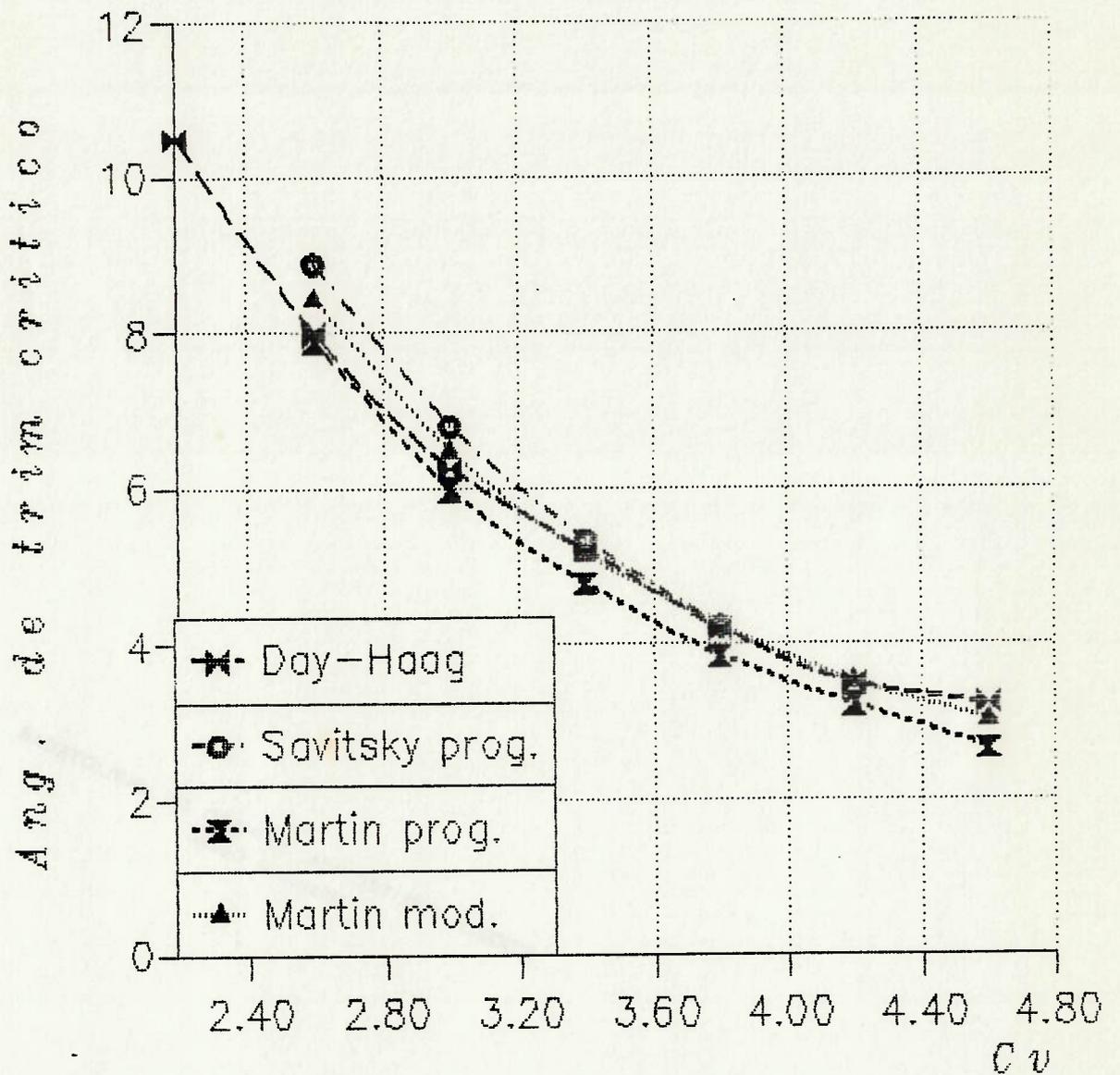


Figura 3.8 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 10.6$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.48$

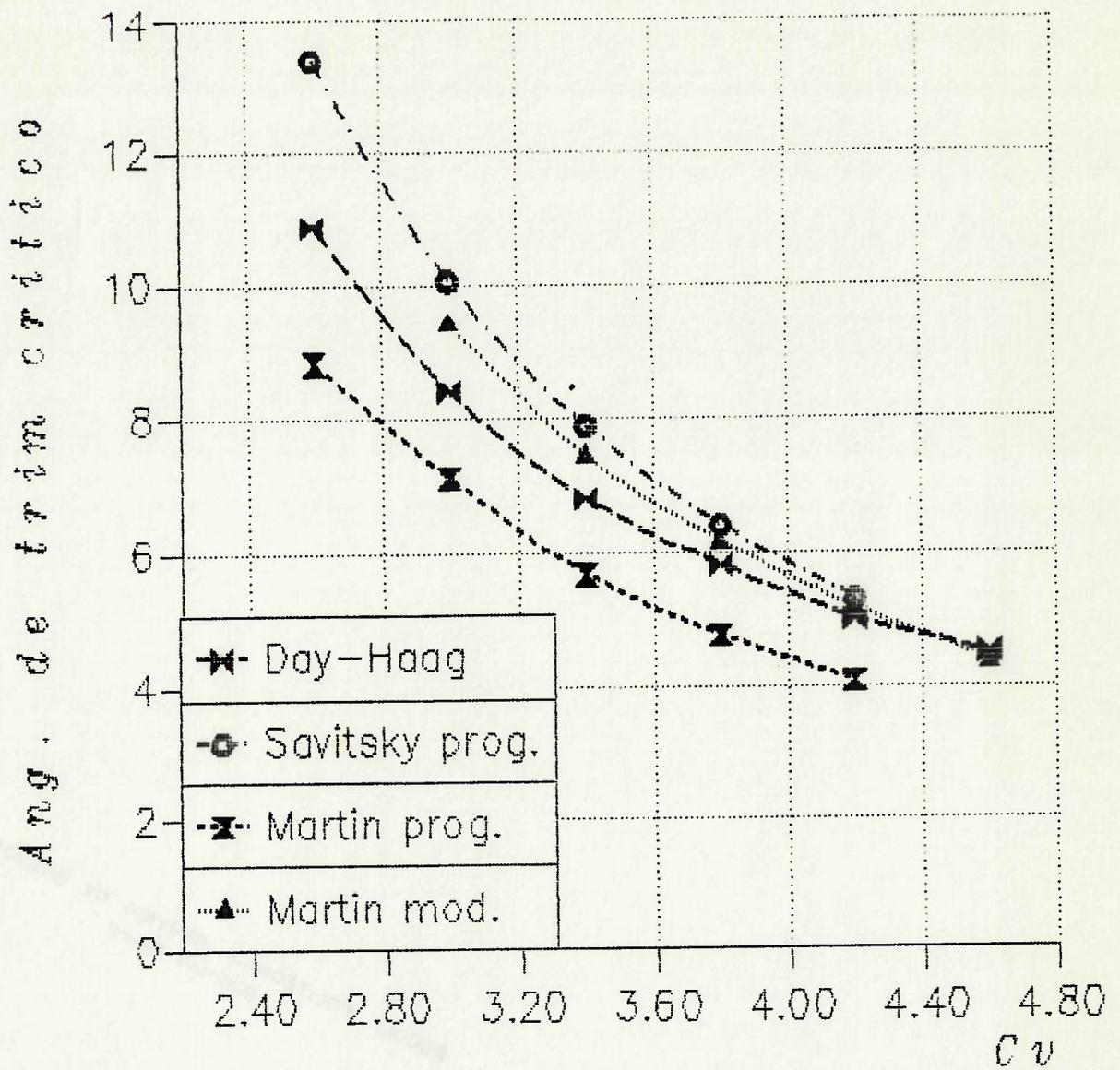


Figura 3.9 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 10.6$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.72$

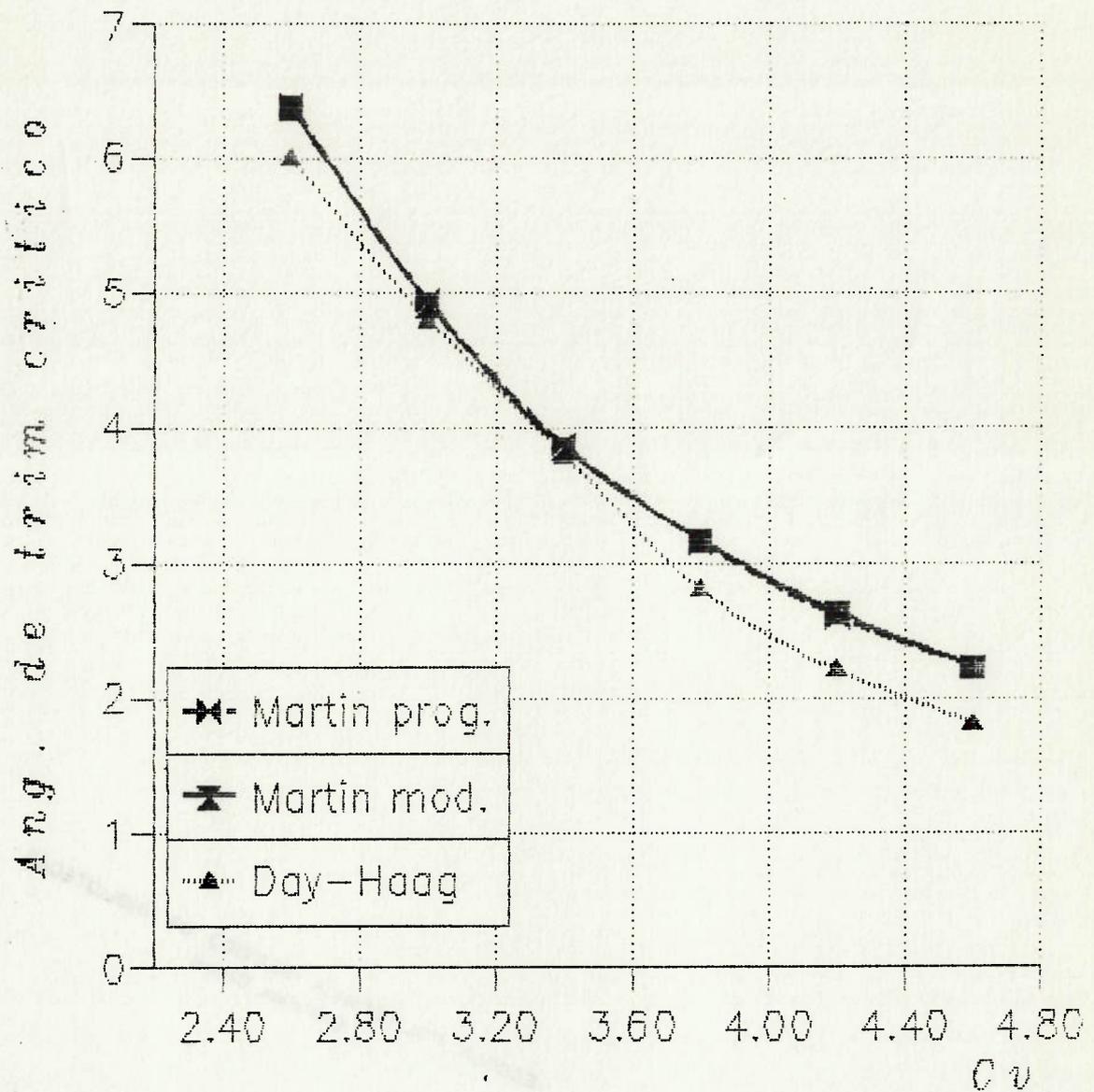


Figura 3.10 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 0.0$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.36$

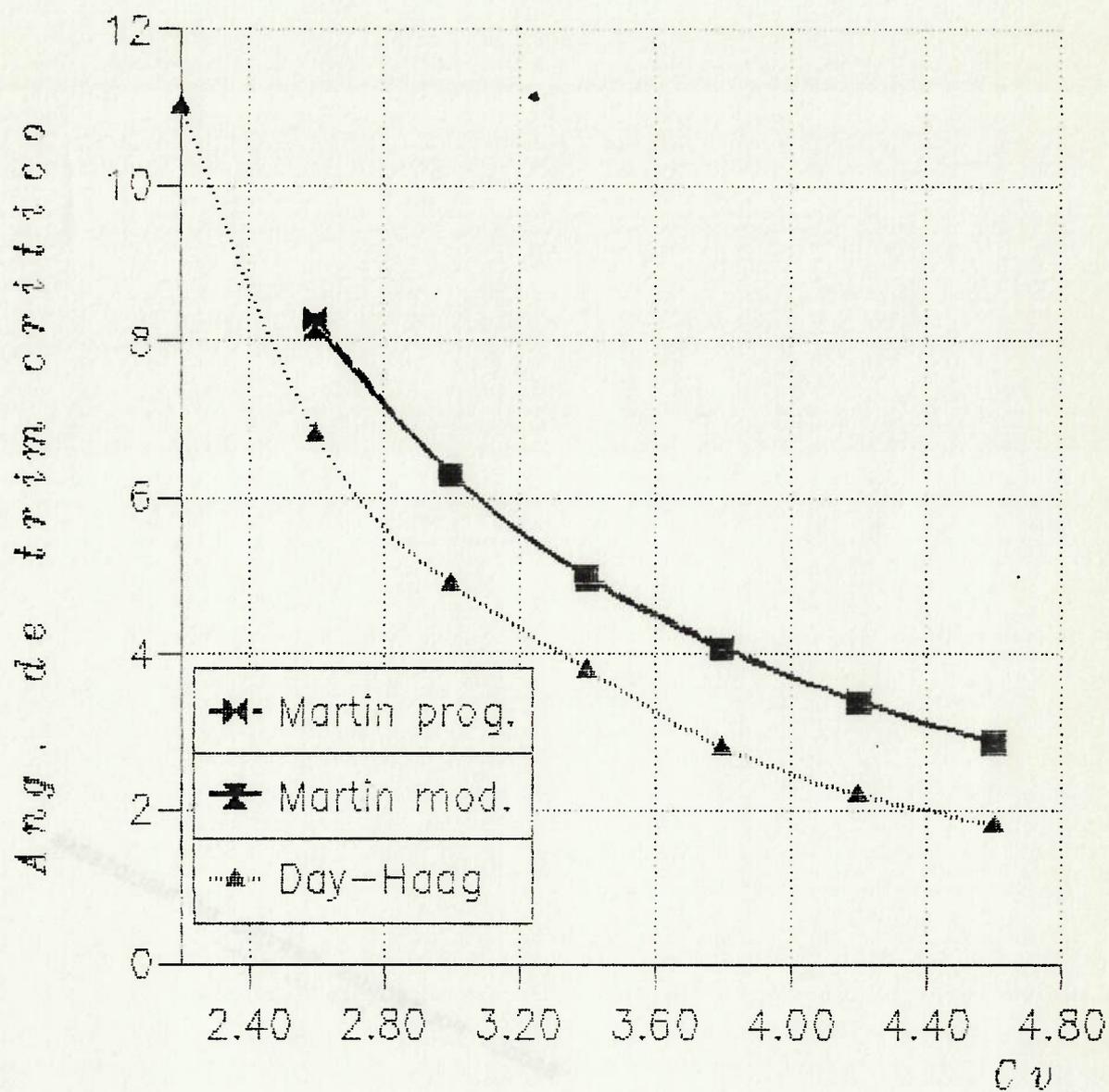


Figura 3.11 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 0.0$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.48$

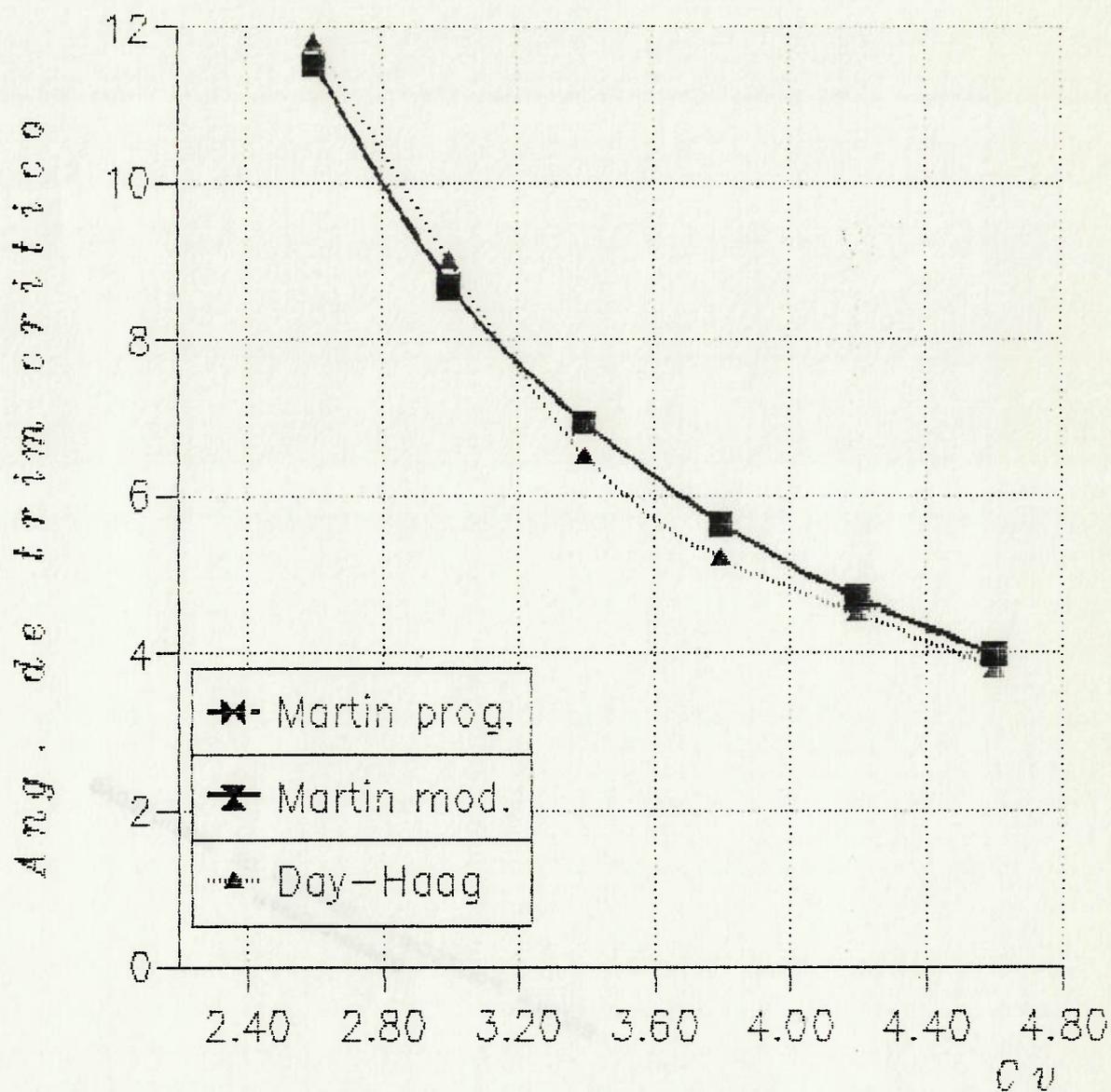


Figura 3.12 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 0.0$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.72$

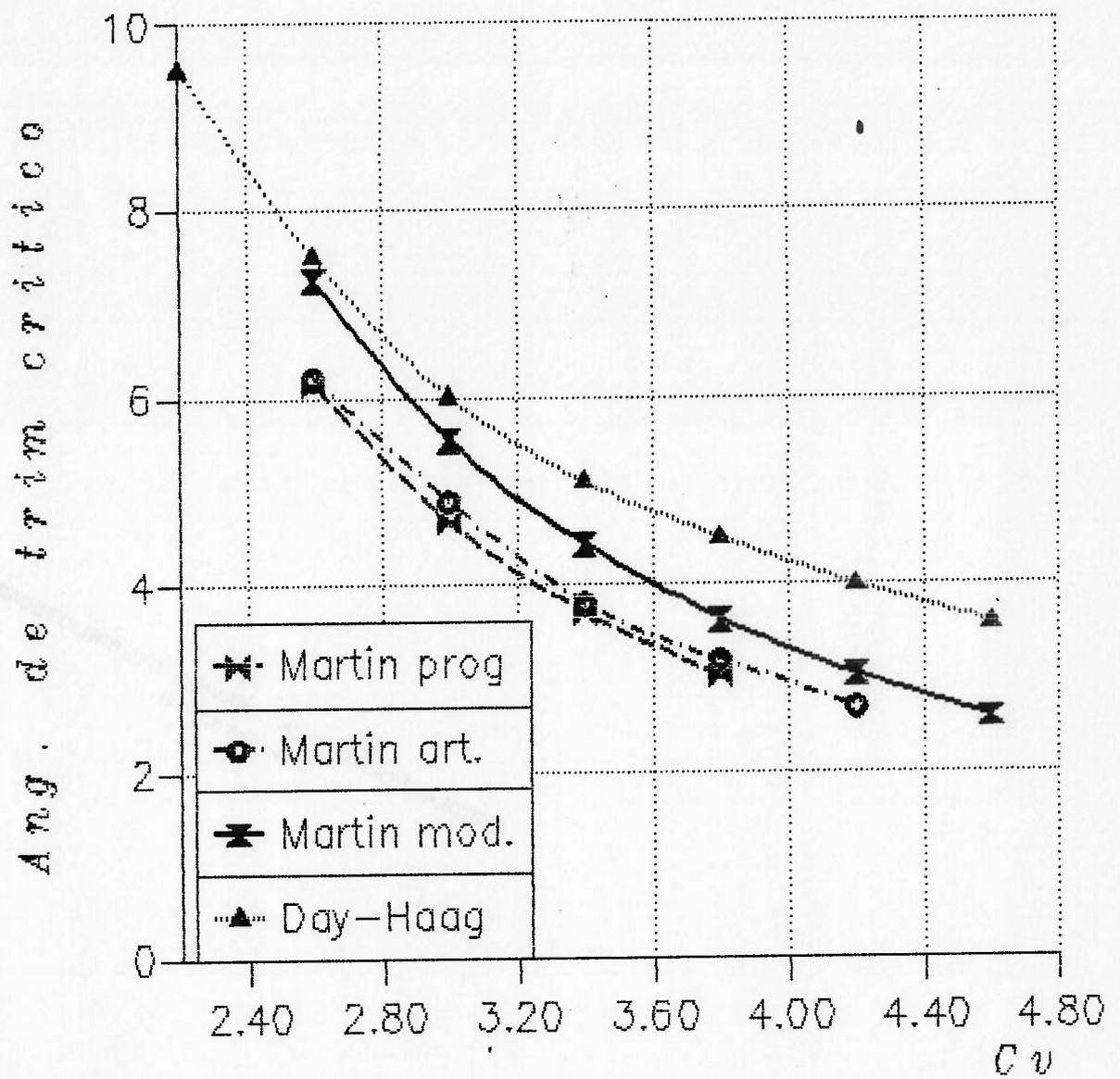


Figura 3.13 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 20.5$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.36$

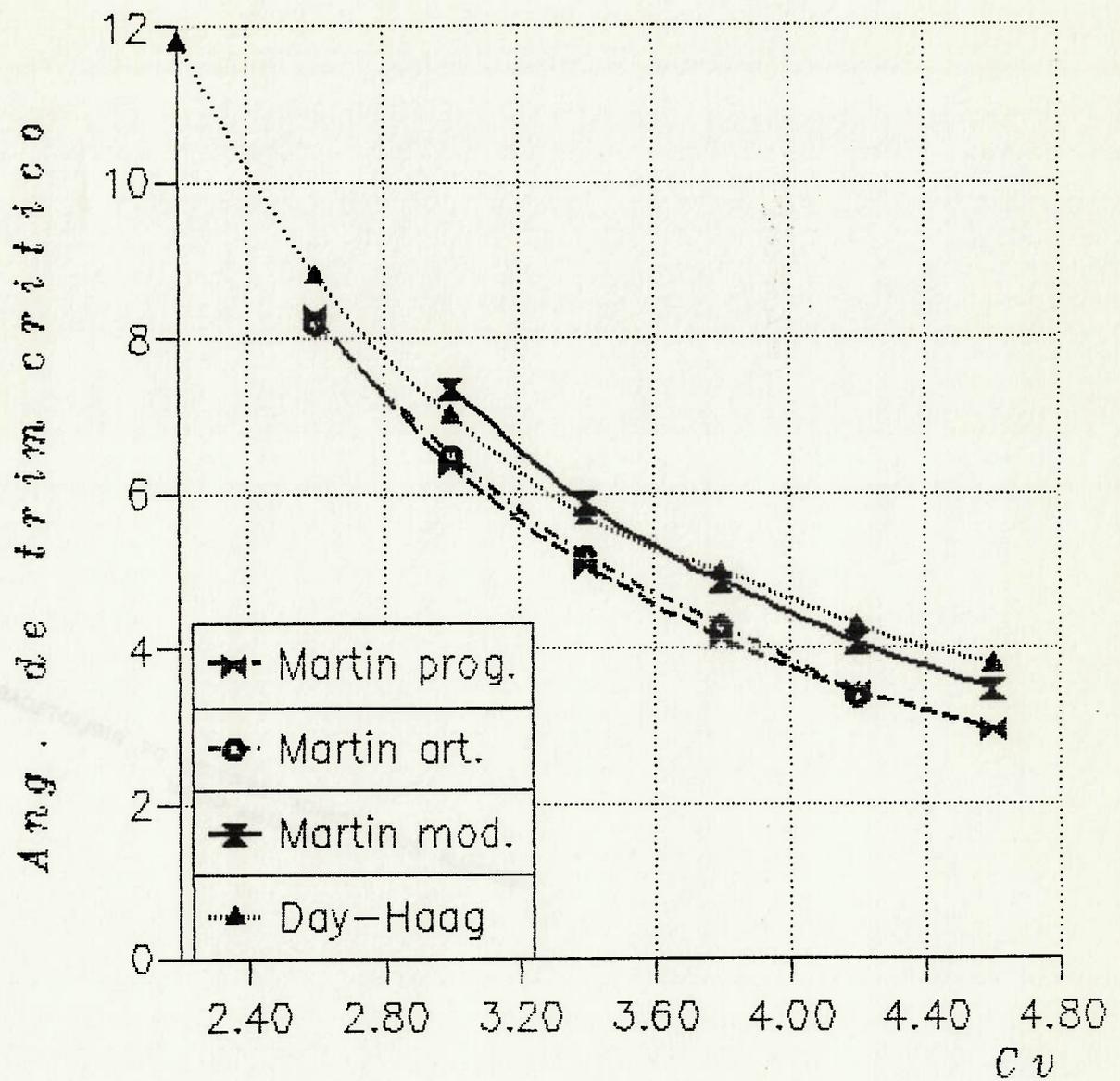


Figura 3.14 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 20.5$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.48$

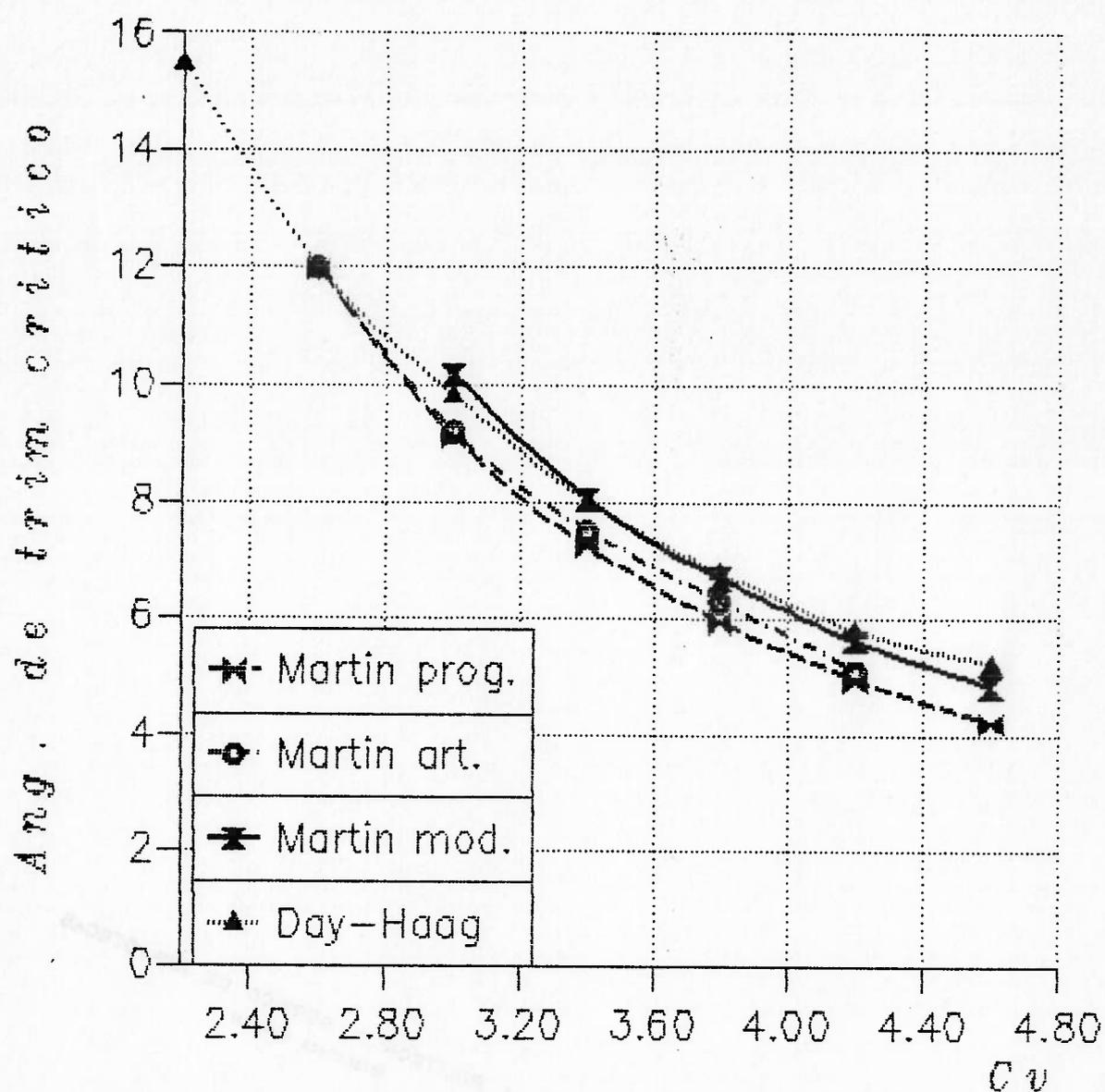


Figura 3.15 Comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um ângulo de abertura $\beta = 20.5$ graus e um coeficiente de deslocamento de $C_{\Delta} = 0.72$

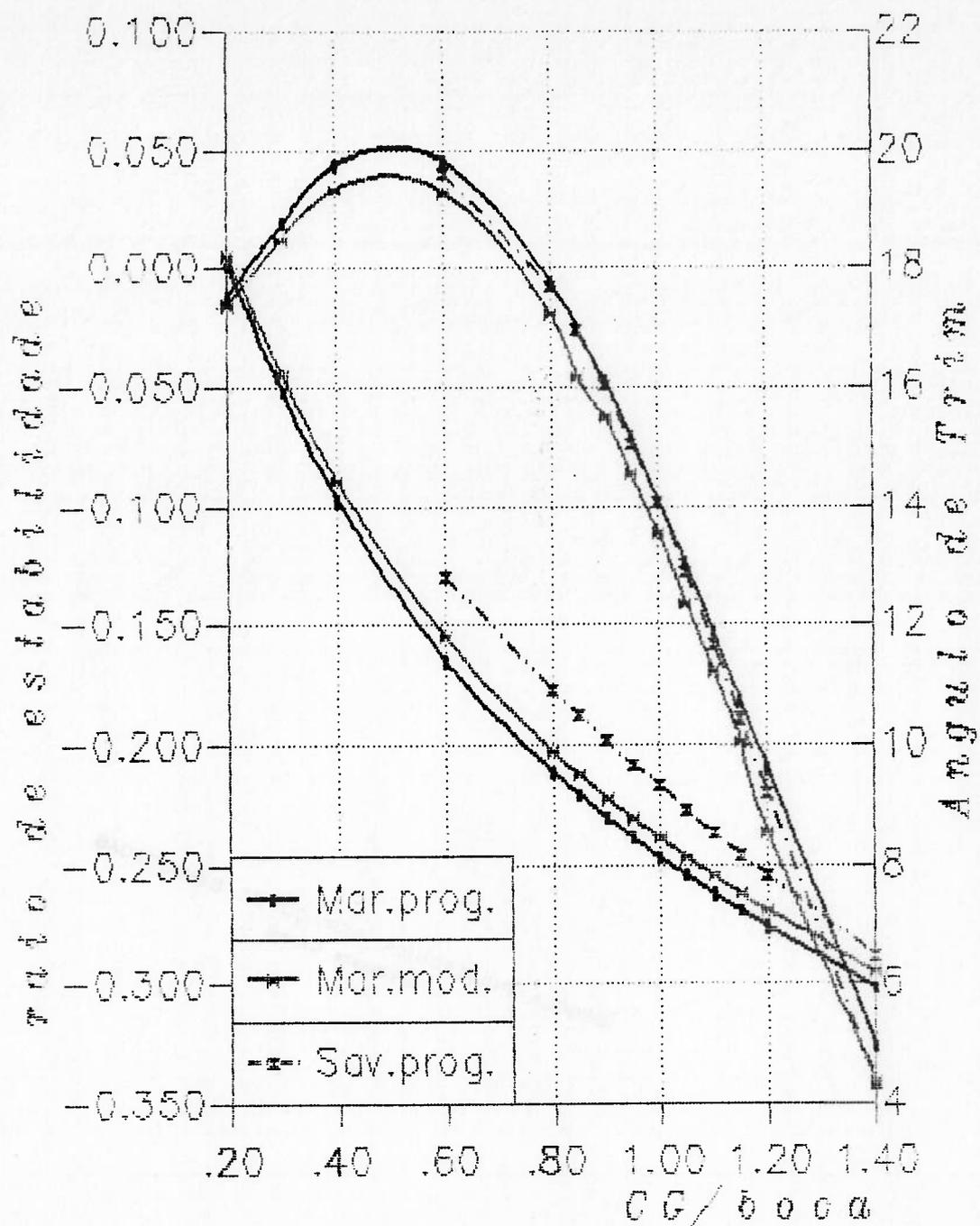


Figura 3.16 Variação da menor raiz real e do ângulo de trim com a posição do centro de gravidade para um ângulo de abertura $\beta = 10.6$ graus e um coeficiente de velocidade $C_v = 2.33$

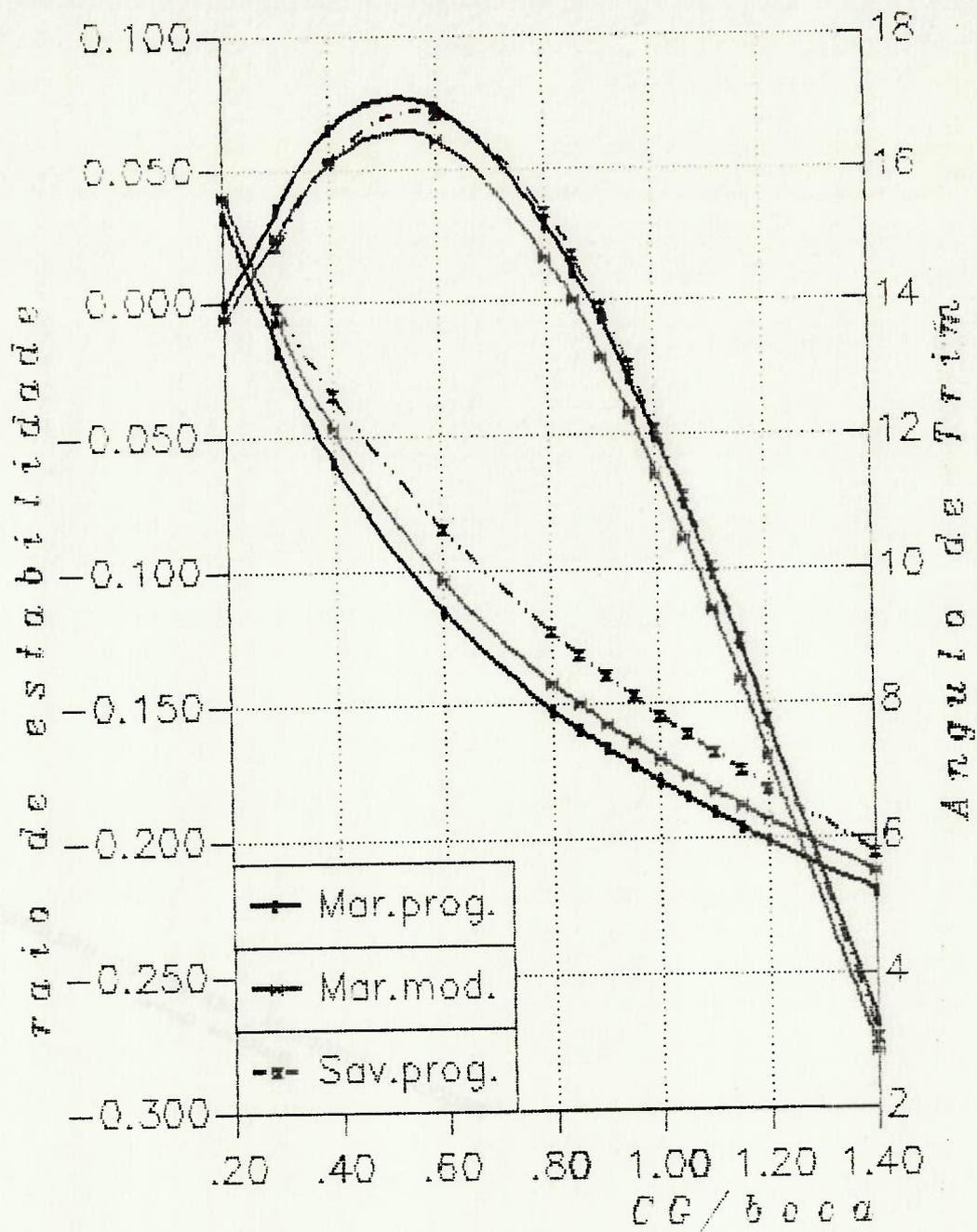


Figura 3.17 Variação da menor raiz real e do ângulo de trim com a posição do centro de gravidade para um ângulo de abertura $\beta = 10.6$ graus e um coeficiente de velocidade $C_v = 2.67$

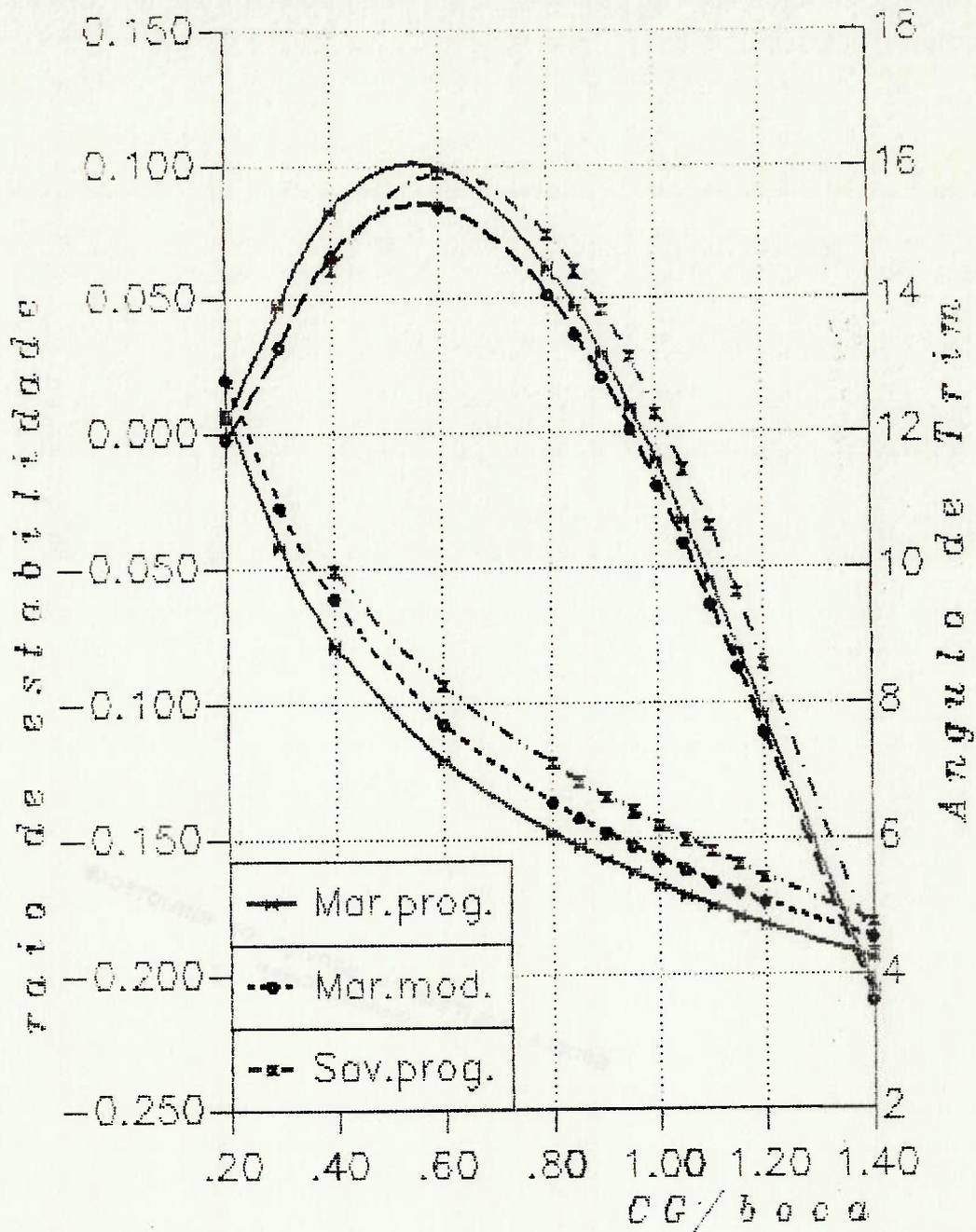


Figura 3.18 Variação da menor raiz real e do ângulo de trim com a posição do centro de gravidade para um ângulo de abertura $\beta = 10.6$ graus e um coeficiente de velocidade $C_v = 3.17$

A figura 3.8, obtida para um coeficiente de deslocamento de 0.48, apresenta uma coincidência quase perfeita entre os resultados obtidos pelos três procedimentos teóricos e os valores experimentais. Observa-se que as tendências apresentadas nos dois extremos do gráfico anterior repetem-se também nesta figura. Por fim, a figura 3.10, obtida para um coeficiente de deslocamento de 0.72, mostra o método original de Martin subestimando, em aproximadamente um grau, os valores do ângulo crítico de trim, enquanto os dois métodos alternativos fornecem um valor maior para este mesmo ângulo.

Efetuando-se uma análise destas três figuras, pode-se verificar a influência do coeficiente de deslocamento, isto é, tomando-se um mesmo coeficiente de velocidade observa-se que, à medida que o coeficiente de deslocamento cresce, o ângulo crítico de trim aumenta. Isto leva à conclusão de que embarcações mais leves apresentam maior tendência à instabilidade longitudinal.

Nas figuras 3.10 a 3.12 apresentam-se os resultados para um ângulo de abertura nulo, isto é, para um casco plano. Observa-se que tanto o programa desenvolvido seguindo a metodologia de Martin quanto o programa modificado oferecem a mesma estimativa para o ângulo crítico de trim. Para este caso, os resultados para coeficientes de deslocamento iguais a 0.36 e 0.72 fornecem valores bastante próximos dos resultados experimentais. Somente com relação ao coeficiente de deslocamento igual 0.48 os valores obtidos teoricamente encontram-se bastante afastados dos valores experimentais.

Nos três gráficos seguintes efetuou-se uma comparação entre os valores obtidos do artigo de Martin (1978a) com o programa implementado. Esta verificação foi efetuada para se comparar o programa desenvolvido em função do procedimento numérico e de

erros de arredondamento. Como conclusão, observou-se uma coincidência bastante boa entre os resultados. Além desta comparação tem-se na figura 3.13, para um coeficiente de deslocamento de 0.36, que o programa baseado no modelo original subestima o ângulo crítico de trim e que esta diferença aumenta com a velocidade. Com respeito ao programa modificado, este oferece resultados melhores em relação aos valores experimentais, entretanto ainda abaixo da curva experimental.

Nos dois gráficos seguintes, associados aos coeficientes de deslocamento de 0.48 e 0.72, o programa original continua a subestimar o ângulo crítico de trim. Para estes parâmetros as curvas fornecidas pelo programa modificado praticamente coincidem com os resultados experimentais, apesar de apresentarem tendência de valores maiores em coeficientes de velocidade menores do que 2.9 e tendência oposta para altos coeficientes de velocidade.

Por sua vez, comparando-se os gráficos 3.7 a 3.15, pode-se concluir que para mesmos coeficientes de deslocamento e de velocidade, o ângulo de trim crítico aumenta com o crescimento do ângulo de abertura.

Finalmente, nos gráficos das figuras 3.16 a 3.18, tem-se as curvas de ângulo de trim do equilíbrio e da parte real da raiz de estabilidade. Como se pode observar, as curvas das raízes reais de estabilidade obtidas através do procedimento original, bem como pela utilização da equação de equilíbrio de Savitsky, fornecem resultados praticamente coincidentes, contudo a curva correspondente ao ângulo de trim do primeiro encontra-se abaixo daquela obtida por Savitsky. Em decorrência tem-se que, para mesma posição longitudinal do centro de gravidade, o correspondente ângulo crítico fornecido pela formulação de Savitsky é maior do que aquele obtido pelo processo original de

Martin.

Um aspecto interessante de se observar na curva da raiz real de estabilidade é a existência de uma região estável para valores do centro de gravidade próximos da popa da embarcação.

Com relação ao método modificado, observa-se que a curva relativa ao ângulo de trim se apresenta um pouco acima daquela associada ao método original. Além disto, em consequência da redução da faixa de instabilidade, altera-se o ponto limite para a posição longitudinal do centro de gravidade. Estas duas modificações resultam em um ângulo crítico maior do que aquele obtido pelo método original, possibilitando assim uma redução na posição longitudinal do centro de gravidade em relação à popa.

3.9. Conclusões e recomendações

Neste capítulo implementou-se um procedimento computacional para a estimativa da instabilidade longitudinal, sendo o mesmo constituído de três modelos distintos. Deste estudo verificou-se que o programa segundo a modelagem original subestima o ângulo crítico de trim para qualquer conjunto de parâmetros de projeto. Por sua vez, o programa modificado, assim como a utilização da metodologia de Savitsky, oferece melhores resultados na estimativa da curva do ângulo crítico.

Do ponto de vista de projeto, o modelo original pode ser adequado, pois se trata de um procedimento conservativo. Por outro lado, a utilização do modelo modificado é inadequada para coeficientes de velocidade menores que 2.9. Sob o ponto de vista prático, contudo, este aspecto não acarreta qualquer consequência, uma vez que, sendo o ângulo crítico grande, este será, normalmente, muito maior do que o ângulo ideal de

embarcação obtido por outras considerações como, por exemplo, resistência ao avanço.

Outro aspecto a ressaltar é a existência de duas regiões de estabilidade, uma definida pela colocação do centro de gravidade o mais a vante possível e outra na qual a posição longitudinal do centro de gravidade encontra-se próxima à popa. Esta última região apresenta, entretanto, a desvantagem de corresponder a uma razão de amortecimento pequena, isto é, a um período de decaimento do movimento oscilatório bastante grande.

Como recomendação a futuros trabalhos, poder-se-ia sugerir uma análise mais detalhada na região de altas velocidades, onde provavelmente a quilha lateral encontra-se emersa. Para tanto, dever-se-ia definir o instante de emersão e então, talvez, adotar o procedimento descrito por Payne (1984).

Outro estudo que se poderia efetuar é a integração numérica das massas adicionais seccionais, evitando o uso da analogia com a equação de Shuford, seguindo aproximadamente o procedimento desenvolvido por Zarnick (1978). Este tipo de metodologia apresenta a vantagem de possibilitar o cálculo teórico de geometrias mais próximas às embarcações reais, bem como de considerar os efeitos não lineares.

4.1 Introdução

Como já salientado no Capítulo I, devido à maior gama de funções executadas pelas embarcações rápidas, há uma tendência para que estes barcos apresentem melhor desempenho em ondas, tornando evidente a necessidade de procedimentos que possibilitem uma estimativa dos movimentos bem como das acelerações. Uma vez que estas embarcações apresentam comportamento não linear em altas velocidades, torna-se necessário definir primeiramente o que se entende por comportamento linear.

Por comportamento linear entende-se que os movimentos e acelerações são linearmente proporcionais às forças excitantes. Quando estas forças, para um determinado comprimento de onda e velocidade de avanço, variam linearmente com a amplitude da onda, a resposta será proporcional à amplitude. O comportamento não linear é caracterizado por uma atenuação ou amplificação dos movimentos e/ou acelerações em função da amplitude da onda. De uma maneira geral os navios de deslocamento apresentam um comportamento linear em função da amplitude da onda, possibilitando, assim, que fosse desenvolvida uma série de procedimentos computacionais capazes de representar com bastante precisão o comportamento deste tipo de embarcação.

Um aspecto bastante importante neste conceito de linearidade, que para embarcações de dimensões reduzidas acentua a tendência à não linearidade, é o fato de que o aumento da altura da onda acarreta, em condições reais, um aumento do

comprimento de onda e conseqüentemente uma alteração da razão entre o comprimento da onda e o do navio. Este último parâmetro apresenta um efeito bastante significativo sobre as características da resposta da embarcação.

Seguindo as sugestões de Savitsky (1968), Fridsma (1969) efetuou uma série de testes de modelos prismáticos em ondas regulares com o objetivo de definir o comportamento de embarcações de planeio, bem como de estudar os efeitos dos diferentes parâmetros, tais como ângulo de abertura, ângulo de trim, carregamento, velocidade, razão L/b e proporções da onda incidente sobre a resistência ao avanço, sobre os movimentos de caturro e arfagem e sobre as as acelerações do centro de gravidade e da proa.

Deste extenso programa de testes observou que, de maneira geral, a linearidade é função da velocidade e do comprimento de onda e que a resistência adicional em ondas, as respostas de caturro e arfagem, bem como as acelerações apresentam um comportamento geral não linear. Verificou também que para comprimentos de onda muito longos ou muito reduzidos havia tendência a um comportamento linear. Para comprimentos de onda longos pode-se assumir a embarcação como contornando as ondas (*contouring mode*) e para curtos pode-se considerar a embarcação como cortando as cristas das ondas (*platforming mode*).

Além dos aspectos acima descritos Fridsma verificou que para velocidades baixas a embarcação de planeio comporta-se como um navio de deslocamento e que para alturas de onda pequenas ($\leq 0.15 b$) o comportamento de caturro e arfagem pode ser considerado linear. Por fim observou-se que, contrariamente aos navios de deslocamento, a resistência adicional máxima ao avanço

em ondas não ocorre no mesmo comprimento de onda onde os movimentos da embarcação são máximos.

Em decorrência da não linearidade Fridsma (1971) prosseguiu os estudos experimentais, agora, entretanto, em ondas irregulares. Para tanto utilizou os mesmos modelos testados anteriormente, adotando o espectro de Pierson Moskowitz para geração do mar irregular. Verificou que para a razão $U/\sqrt{L} \approx 4.0$ o valor medio do caturro e do ângulo de trim aproximavam-se daqueles obtidos em águas calmas e que para esta faixa de velocidades a resistência adicional em ondas era máxima. Para razões $U/\sqrt{L} \approx 6.0$ observou que a embarcação corta as cristas das ondas, o que reduz bastante os movimentos. Para ondas longas e de grande amplitude, entretanto, o barco apresenta um movimento de impacto intenso (*rebound*).

Um aspecto importante de ressaltar é que com o aumento da altura significativa o espectro se desloca para frequências mais baixas e, portanto, há uma tendência a que a faixa do espectro de maior energia se aproxime da frequência natural da embarcação.

Da análise dos dados, Fridsma verificou que a distribuição de frequência acumulada dos movimentos de caturro e arfagem aproxima-se de uma distribuição de Rayleigh modificada, enquanto os picos das acelerações estão distribuídos de acordo com uma função exponencial. Como resultado deste trabalho tornou-se possível a elaboração de uma série de gráficos que permitem uma estimativa preliminar do comportamento de embarcações de planeio. Os parâmetros necessários à sua utilização são C_{Δ} , L/b , U/\sqrt{L} e $H_{1/3}/b$, sendo o procedimento descrito detalhadamente em Koelbel, Savitsky e outros (1977). Em (1985) Broussard e outros desenvolveram um procedimento computacional que sistematizava o

processo manual acima obtido.

A partir da segunda metade dos anos 70 surgiram os primeiros estudos teóricos para a avaliação do comportamento em ondas de embarcações de planeio. O primeiro estudo deve-se a Martin (1978b), que desenvolveu um procedimento para a obtenção da resposta característica dos movimentos. Neste desenvolvimento assumiu a hipótese de a embarcação possuir pequena razão de aspecto e utilizou considerações teóricas da teoria de impacto de uma cunha na superfície livre. Apesar de considerar apenas os termos lineares, seus resultados foram bastante adequados. Zarnick (1978) desenvolveu um procedimento para o estudo dos movimentos e acelerações no domínio do tempo. Para a estimativa dos esforços recorreu, como Martin, à teoria do impacto de cunhas. Entretanto, uma vez que utilizou a técnica de integração por faixas, houve a possibilidade da inclusão dos termos não lineares. Em função dos bons resultados apresentados pelo método, implementou-se o mesmo, que é descrito detalhadamente no item 2 deste capítulo.

Utilizando este procedimento computacional, Wang Long Wen (1986) conduziu um estudo para a minimização dos movimentos de caturro e arfagem pela utilização de *flaps* móveis. Seus resultados mostram que, quando as forças e momentos excitados pelos *flaps* encontram-se em fase com a onda, ocorre uma intensificação dos movimentos, mas que, uma vez escolhida uma fase adequada, a utilização de *flaps* pode reduzir de maneira significativa os movimentos, principalmente na ressonância.

Utilizando uma modelagem diferente daquela empregada nos dois trabalhos anteriores, Motora e outros (1982) desenvolveram um modelo teórico para a simulação dos movimentos de embarcações

de planeio. Para esta modelagem empregaram o método de faixas *Ordinary Strip Method*, incluindo os termos relativos aos esforços impulsivos não lineares. Neste procedimento as massas adicionais são obtidas de maneira análoga ao estudo em embarcações de deslocamento, isto é, pelo emprego do método de Ursell-Tasai, que adota uma transformação da seção transversal da embarcação em um cilindro equivalente cuja massa adicional pode ser calculada pelo processo desenvolvido por Ursell (1954). Concomitantemente efetuaram uma série de experimentos tanto em escala real como em modelos reduzidos e cujos resultados, quando comparados com o método teórico, mostraram que este último conduzia a estimativas bastante razoáveis dos parâmetros em estudo.

Dando prosseguimento ao estudo anterior, Fujino e Forng-Chen Chiu (1983) desenvolveram três processos distintos de simulação com o objetivo de estudar os movimentos e acelerações da embarcação, bem como a distribuição do momento fletor e da tensão de cisalhamento. Todos estes procedimentos estão baseados no método de faixa acima citado, sendo que o primeiro utiliza o método *O.S.M.* na sua formulação original para a estimativa da condição de avanço em águas calmas. O segundo método implementado consiste em um aprimoramento do anterior pela inclusão dos esforços hidrodinâmicos de variação temporal. Por sua vez o último acrescenta os efeitos decorrentes da condição de planeio em altas velocidades. Para analisar a adequabilidade destes métodos, os autores conduziram uma série de testes, concluindo que o último apresentava resultados bastante bons quando comparados aos valores experimentais.

4.2 Implementação de um modelo matemático não linear para a estimativa do comportamento em ondas regulares de uma embarcação de planeio

4.2.1 Considerações Iniciais

Uma embarcação de planeio movendo-se em ondas e a altas velocidades encontrará regimes com características hidrodinâmicas diferentes. Considerando, por exemplo, uma embarcação que se desloca na face descendente da onda tem-se um regime caracterizado por planeio não permanente. Este regime se manterá até o instante no qual a embarcação colide com a onda de montante, quando então aparecem forças de impacto. Em um instante posterior a embarcação encontra-se ainda em planeio, porém as forças de flutuação tornam-se mais importantes devido à maior imersão.

Para o estudo do comportamento em ondas regulares, o método que oferece as maiores possibilidades de incorporar os diferentes regimes de escoamento em uma única formulação é o método de faixas.

No desenvolvimento do programa definem-se dois sistemas de coordenadas. Um sistema (Oxy) fixo, com o eixo das abcissas x na superfície livre e apontando na direção de avanço de embarcação e a ordenada z perpendicular a este e apontando para baixo. O outro sistema $(O\xi\zeta)$ tem sua origem no centro de gravidade da embarcação, com o eixo ξ paralelo à quilha central e apontando na direção da proa e com o eixo ζ normal ao anterior e apontando para baixo (figura 4.1).

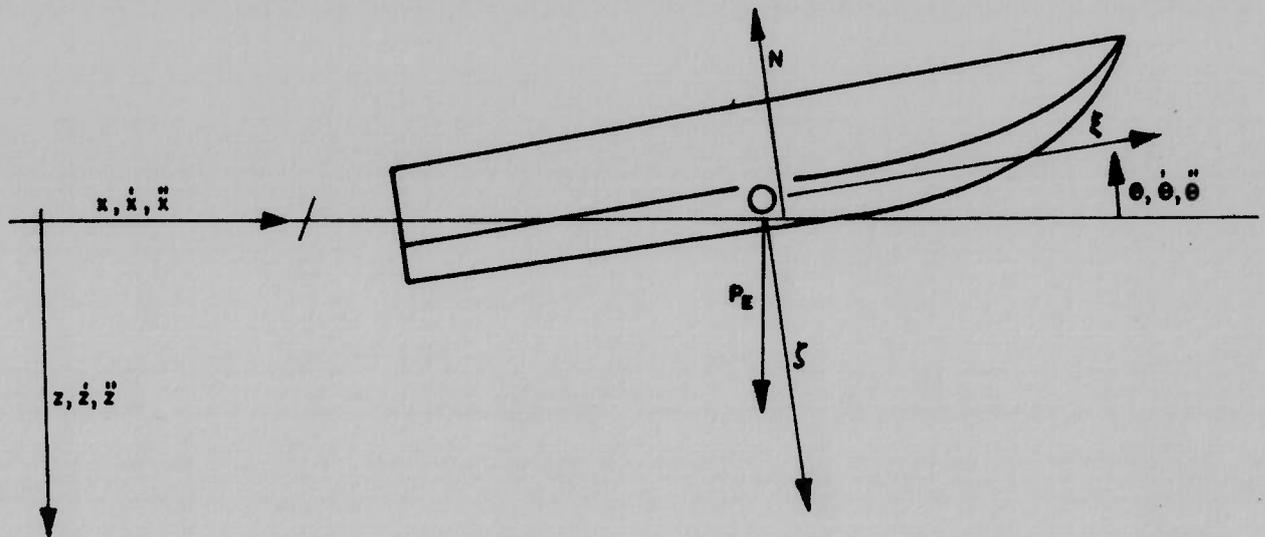


Figura 4.1 Sistema de coordenadas

Assumindo-se que as velocidades de perturbação na direção de avanço sejam pequenas em relação à velocidade em águas calmas, restringe-se o modelo ao estudo dos movimentos de caturro e arfagem. Assumindo-se também como pequenas as componentes verticais do empuxo e arrasto de atrito e que as mesmas atuam no centro de gravidade, estas não serão incluídas no modelo. As equações obtidas representam então o caso de um modelo sendo rebocado pelo centro de gravidade a uma velocidade constante. O conjunto de equações que representam o movimento da embarcação é dado por:

$$\ddot{x}_{CG} = 0$$

$$m \ddot{z}_{CG} = -F_v + P_E \quad (4.1)$$

$$I_y \ddot{\theta} = (F_v / \cos \theta) x_c$$

onde: m - massa da embarcação

F_v - resultante das forças verticais

P_E - peso

I_y - momento de inércia longitudinal

x_c - distância entre o ponto de aplicação da força normal e o centro de gravidade

As equações (4.1), apesar de serem bastante simplificadas, são ainda de difícil solução em função da necessidade de se estimar as forças hidrodinâmicas em ondas.

4.2.2 Forças Hidrodinâmicas

Implícito a qualquer método de faixas há a necessidade de obter as forças hidrodinâmicas bidimensionais que atuam em cada seção transversal. Uma vez que mesmo este escoamento bidimensional não é de fácil obtenção, faz-se uso de diferentes técnicas para a sua modelagem, entre as quais aquelas usadas no modelo de impacto e na teoria de sustentação de corpos de pequena razão de aspecto.

A figura 4.2 mostra dois escoamentos típicos de uma embarcação de planeio com ângulo de abertura constante. Na figura 4.2a ocorre uma separação do escoamento na quilha lateral, situação típica para a região de popa, e na figura 4.2b tem-se apenas uma elevação ao longo da seção e que corresponde, normalmente, à região de proa. Deve-se ressaltar que a separação entre estes dois regimes é bastante imprecisa, principalmente quando a embarcação estiver operando em ondas.

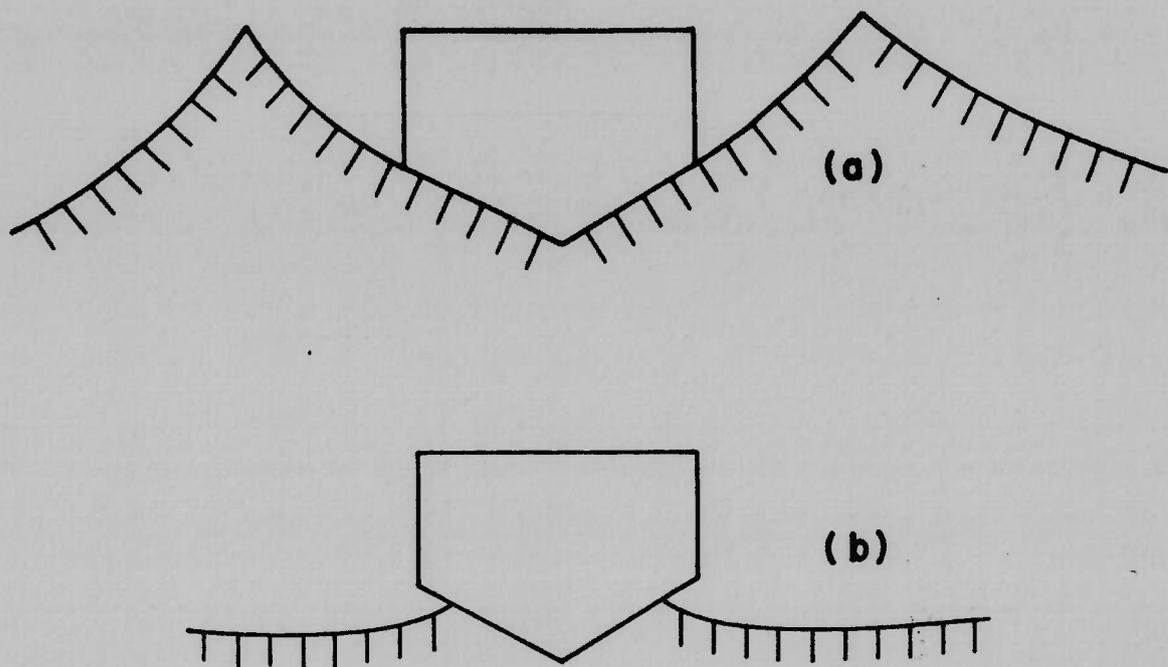


Figura 4.2 Tipos de escoamento bidimensional [Zarnick(1978)]

A força normal hidrodinâmica por unidade de comprimento, f_N , é assumida como composta de uma parcela proporcional à variação da quantidade de movimento e uma parcela proporcional ao quadrado da velocidade. Tem-se portanto:

$$f_N = - \left[\frac{D}{Dt} (m_a V) + C_{DC} \rho b^* V^2 \right] \quad (4.2)$$

sendo: V - velocidade normal à linha da quilha central

m_a - massa adicional seccional

C_{DC} - coeficiente de arrasto (*cross flow drag*)

ρ - densidade do fluido

$b^* = b/2$ - metade da boca

A variação da quantidade de movimento seccional é dada por:

$$\frac{D}{Dt} (m_a V) = m_a \dot{V} + V \dot{m}_a - \frac{\partial}{\partial \xi} (m_a V) \frac{d\xi}{dt} \quad (4.3)$$

onde o último termo à direita pode ser visualizado considerando o escoamento bidimensional como uma superfície plana transversal movendo-se ao longo do casco com uma velocidade $U_A = -d\xi / dt$. À medida que esta superfície se desloca ao longo da embarcação, a geometria das seções podem alterar-se, resultando em uma variação da massa adicional.

A equação (4.2) é uma síntese de vários escoamentos idealizados que estão combinados de uma maneira empírica. No desenvolvimento do programa assume-se que o movimento relativo do escoamento em cada seção é na direção oposta ao sentido do eixo ξ , apesar de que esta condição nem sempre é satisfeita no movimento da embarcação em ondas.

Uma força que deve ser ainda acrescentada é a força de flutuação f_F , considerada atuante na vertical (direção z), sendo igual à flutuação estática multiplicada por um fator de correção.

Assim:

$$f_F = -\alpha \rho g A_R \quad (4.4)$$

onde:

A_R - área da seção transversal da seção

α - fator de correção

g - aceleração da gravidade

A força normal hidrodinâmica resultante é obtida pela integração das forças seccionais (Equações 4.2 e 4.3) ao longo do comprimento da embarcação. É evidente que apenas as seções

molhadas fornecerão uma contribuição à força resultante. A força vertical no sistema fixo, isto é, aquela responsável pela sustentação do corpo, é dada por:

$$\begin{aligned}
 F_v(t) &= - \int_L f_N \cos \theta \, d\xi + - \int_L f_F \, d\xi \\
 &= - \left\{ \int_L \left[m_a(\xi, t) \dot{V}(\xi, t) + \dot{m}_a(\xi, t) V(\xi, t) - U_A(\xi, t) \times \right. \right. \\
 &\quad \times \left. \frac{\partial}{\partial \xi} (m_a(\xi, t) V(\xi, t)) + C_{DC}(\xi, t) \rho b^*(\xi, t) V^2(\xi, t) \right] \times \\
 &\quad \left. \times \cos \theta \, d\xi + \int_L \alpha \rho g A_R \, d\xi \right\} \quad (4.5)
 \end{aligned}$$

A contribuição devida às ondas é obtida desprezando-se a difração e assumindo-se que a excitação provocada pelas mesmas é decorrente de suas propriedades geométricas, que alteram a superfície molhada e o calado, e da componente vertical da velocidade orbital da onda na superfície, w_z , que altera a velocidade normal resultante V . As velocidades U_A e V podem ser escritas na forma:

$$\begin{aligned}
 U_A &= U \cos \theta - (\dot{z}_{CG} - w_z) \sin \theta \\
 V &= U \sin \theta - \dot{\theta} \xi + (\dot{z}_{CG} - w_z) \cos \theta
 \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde: w_z - componente vertical da velocidade orbital da onda

A partir das equações (4.6) obtém-se:

$$\dot{V} = \ddot{z}_{CG} \cos \theta - \ddot{\theta} \xi - \dot{w}_Z \cos \theta + \dot{\theta} (U \cos \theta - \dot{z}_{CG} \sin \theta) + w_Z \dot{\theta} \sin \theta$$

$$\frac{\partial V}{\partial \xi} = -\dot{\theta} - \frac{\partial w_Z}{\partial \xi} \cos \theta \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial U_A}{\partial \xi} = \frac{\partial w_Z}{\partial \xi} \sin \theta$$

$$\frac{dw_Z}{dt} = \dot{w}_Z - U_A \frac{\partial w_Z}{\partial \xi}$$

e acrescentando a relação:

$$\int_L U_A V \frac{\partial m_a}{\partial \xi} d\xi = - \left[U_A V m_a \right] \Big|_{POPA} - \int_L m_a \frac{\partial(U_A V)}{\partial \xi} d\xi \quad (4.8)$$

obtem-se, substituindo as equações (4.6), (4.7) e (4.8) na expressão (4.5):

$$\begin{aligned} F_V = & \left\{ -M_A \cos \theta \ddot{z}_{CG} + Q_A \ddot{\theta} + M_A \dot{\theta} (\dot{z}_{CG} \sin \theta - U \cos \theta) + \right. \\ & + \int_L m_a \dot{w}_Z \cos \theta d\xi - \int_L m_a w_Z \dot{\theta} \sin \theta d\xi + \\ & - \int_L m_a V \frac{\partial w_Z}{\partial \xi} \sin \theta d\xi - \int_L m_a U_A \frac{\partial w_Z}{\partial \xi} \cos \theta d\xi + \\ & \left. - \left[U_A V m_a \right] \Big|_{POPA} - \int_L V \dot{m}_a d\xi - \rho \int_L C_{DC} b^* V d\xi \right\} \cos \theta + \\ & + \int_L \alpha \rho g A_R d\xi \quad (4.9) \end{aligned}$$

$$\text{onde: } M_A = \int_L m_a d\xi$$

$$Q_A = \int_L m_a \xi d\xi$$

As integrais que aparecem na equação (4.9) são essencialmente as formas nas quais o programa se baseia. O momento hidrodinâmico M em relação ao centro de gravidade é obtido de maneira análoga pela integração ao longo do comprimento da embarcação do produto entre as componentes seccionais das forças normais pelo correspondente braço. Tem-se então:

$$\begin{aligned} M &= - \int_L f_N \xi d\xi - \int_L f_L \cos \theta \xi d\xi \\ &= \int_L \left\{ m_a(\xi, t) \dot{V}(\xi, t) + \dot{m}_a(\xi, t) V(\xi, t) - U_A(\xi, t) \times \right. \\ &\quad \times \frac{\partial}{\partial \xi} [m_a(\xi, t) V(\xi, t)] + C_{DC}(\xi, t) \rho b^*(\xi, t) V^2(\xi, t) + \\ &\quad \left. + \alpha \rho A_R \cos \theta \right\} \xi d\xi \end{aligned} \quad (4.10)$$

Substituindo-se as equações (4.6), (4.7), (4.8) em (4.10), temos:

$$M = - I_A \ddot{\theta} + Q_A \cos \theta z_{CG} - Q_A \dot{\theta} (z_{CG} \sin \theta - U \cos \theta) +$$

$$\begin{aligned}
& - \int_L m_a \cos \theta \frac{dw_z}{dt} \xi d\xi + \int_L m_a \dot{\theta} \sin \theta w_z \xi d\xi + \\
& + \int_L V \dot{m}_a \xi d\xi + \int_L \rho C_{DC} b^* V^2 \xi d\xi + \left[m_a U_A V \xi \right] \Big|_{POPA} + \\
& + \int_L m_a U_A V d\xi + \int_L m_a V \frac{\partial w_z}{\partial \xi} \sin \theta \xi d\xi + \\
& - \int_L m_a U_A \frac{\partial w_z}{\partial \xi} \cos \theta \xi d\xi + \int_L \alpha g \rho A_R \cos \theta \xi d\xi
\end{aligned} \tag{4.11}$$

onde: $I_A = \int_L m_a \xi^2 d\xi$

4.2.3 Determinação dos coeficientes

4.2.3.1 Programa Implementado - Método de Zarnick

Para a avaliação da massa adicional, o programa implementado utiliza a formulação desenvolvida para uma cunha penetrando no fluido com velocidade constante. Os primeiros trabalhos com relação à penetração de uma cunha estão associados à aterrissagem de hidroaviões. A primeira estimativa teórica foi desenvolvida por Von Karman (1929), que empregou o conceito de uma placa plana expandida com largura variando com a profundidade e associada à largura da cunha na superfície livre.

Posteriormente Wagner (1932) concluiu que se deveria adotar uma boca efetiva para a avaliação da massa adicional em vez de se considerar a largura na superfície livre. Este conceito de boca

efetiva está associado à largura da cunha, considerando-se a elevação do fluido na lateral da mesma (figura 4.3). Do seu trabalho obteve que a largura efetiva era dada por:

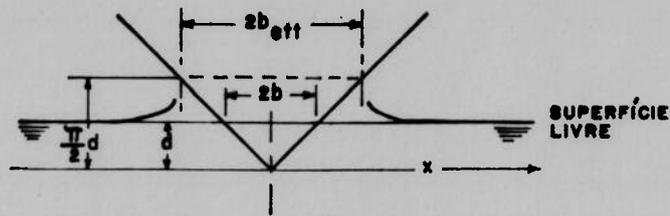


Figura 4.3 Hipótese de Wagner [Payne(1981)]

$$b_{\text{eff}}^* = \frac{\pi}{2} b_{\text{SL}}^* \quad (4.12)$$

resultando em uma formulação para a massa adicional dada por:

$$m_a = \frac{\pi}{2} \rho b_{\text{eff}}^{*2} \quad (4.13)$$

A expressão (4.13) é válida para seções onde a quilha lateral encontra-se emersa. Nas seções onde a quilha lateral está imersa não existe qualquer formulação teórica e, portanto, assume-se para estas seções que o b_{eff} toma o valor da máxima boca associada à quilha lateral da seção. Portanto tem-se:

$$m_a = \frac{\pi}{2} \rho b_{\text{max}}^{*2} \quad (4.14)$$

Deve-se, entretanto, ainda obter a variação da massa adicional no tempo. Para tanto a equação (4.13) fornece:

$$\dot{m}_a = \pi \rho b_{eff}^* b_{eff}^* = \pi \rho b_{eff}^* \frac{\dot{d}_{eff}}{\tan \beta} \quad (4.15)$$

onde $d_{eff} = \pi/2 d$, sendo d a profundidade de penetração normal à quilha central. Para comprimentos de onda longos em comparação com o calado, a profundidade de imersão do vértice da seção medida perpendicularmente à linha da quilha central pode ser aproximada por:

$$d \approx \frac{z - \eta}{\cos \theta - \vartheta \sin \theta} \quad (4.16)$$

Na expressão (4.16) η é o valor instantâneo da elevação da onda diretamente sobre o ponto $P(\xi, \zeta)$. Para ondas regulares a elevação em águas profundas é dada por:

$$\eta = \eta_0 \cos k (x + c t) \quad (4.17)$$

onde: η_0 - amplitude da onda

k - número de onda

c - celeridade ou velocidade de fase

Para o ponto $P(x, z)$ tem-se:

$$\begin{aligned} x &= x_{CG} + \xi \cos \theta + \zeta \sin \theta \\ z &= z_{CG} - \xi \sin \theta + \zeta \cos \theta \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\text{onde: } x_{CG} = \int U dt$$

ϑ - inclinação da onda

A variação com o tempo da profundidade pode ser obtida por:

$$\dot{d} = \frac{\dot{z} - \dot{\eta}}{\cos \theta - \theta \sin \theta} + \frac{(z - \eta)}{(\cos \theta - \theta \sin \theta)^2} \frac{\partial}{\partial t} (\cos \theta - \theta \sin \theta) \quad (4.19)$$

e, uma vez que a imersão $(z - \eta)$ é sempre pequena na faixa de validade da expressão (4.19), a relação pode ser ainda simplificada, resultando em:

$$\dot{d} = \frac{\dot{z} - \dot{\eta}}{\cos \theta - \theta \sin \theta} \quad (4.20)$$

Por sua vez a profundidade de qualquer ponto $P(\xi, \zeta)$ em relação ao eixo vertical z é dada por:

$$h = z_{CG} - \xi \sin \theta + \zeta \cos \theta - \eta \quad (4.21)$$

Para as seções transversais que possuem a quilha lateral imersa a variação com o tempo de massa adicional é nula, isto é:

$$\dot{m}_a = 0 \quad (4.22)$$

No cálculo da força hidrodinâmica de uma embarcação de planeio em águas calmas, Shuford (1957) acrescentou o termo de arrasto (*cross flow drag*), para o qual adotou a hipótese do escoamento de Helmholtz do escoamento de uma placa plana deslocando-se perpendicularmente ao fluido. Para considerar o efeito do ângulo de abertura utilizou os resultados apresentados por Bobyleff. Desta maneira o coeficiente de arrasto é dado por:

$$C_{DC} = 1.0 \cos \beta$$

(4.23)

onde a expressão (4.23) fornece a razão teórica entre a pressão na cunha em relação àquela experimentada por uma placa plana. Esta relação é utilizada tanto para as seções com quilha lateral imersa como para aquelas não imersas, com a diferença de que para estas últimas adota-se a boca efetiva máxima para o cálculo da força hidrodinâmica de arrasto.

Deve-se ainda estimar a força de flutuação. Uma vez que, devido aos efeitos de separação ocorridos na popa e ao longo da quilha lateral, a força de flutuação não corresponde ao volume deslocado, deve-se adotar um fator de correção. Shuford (1957) sugere que a força de flutuação é equivalente à metade do volume deslocado e portanto o valor obtido para a flutuação é multiplicado por um fator igual a $1/2$. De maneira análoga, devido à necessidade de um acerto no trim, adota-se um fator de correção $1/4$ para o momento de flutuação.

4.2.3.2 Outras formulações para a massa adicional

Como já citado anteriormente, Von Karman foi o primeiro a desenvolver uma teoria para o impacto de uma cunha em um fluido. Para tanto utilizou o conceito de lâmina expandida, isto é, para cada profundidade da cunha associava a metade da largura da cunha na superfície livre a uma placa plana.

Em decorrência desta hipótese obteve para a massa adicional da cunha a expressão:

$$m_a = \frac{\pi}{2} \rho g b_{SL}^{*2} \quad (4.24)$$

onde b_{SL}^* é a metade da largura da boca na superfície livre. Portanto tem-se para este caso que $b_{eff}^* = b_{SL}^*$. Em 1932, Wagner empregou as mesmas hipóteses, concluindo entretanto que se deveria utilizar na estimativa da massa adicional o valor da boca correspondente à interseção entre a cunha e a elevação do fluido em sua face. Para a relação entre a boca efetiva e a da superfície livre obteve:

$$b_{eff}^* = \frac{\pi}{2} b_{SL}^* \quad (4.25)$$

Por outro lado, Taylor (1930) adotou a hipótese de uma cunha expandida, obtendo para a massa adicional a relação:

$$m_a = \frac{\pi}{2} \rho b_{SL}^{*2} f(\beta) \quad (4.26)$$

onde: $f(\beta) = 1 - \beta/\pi$

Bisplinghoff e Doherty (1950) efetuaram cuidadoso estudo sobre o impacto de uma cunha, utilizando também a hipótese da cunha expandida, e obtiveram a relação:

$$b_{eff}^* = \frac{\pi \tan \beta}{2 K \beta} b_{SL}^* \quad (4.27)$$

onde: $K = \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{\beta}{\pi}\right) \Gamma\left(1 - \frac{\beta}{\pi}\right) \cos \beta}$

$$= \frac{\sqrt{\pi} \tan \beta \left(\frac{1}{2\beta} + \frac{1}{\pi} \right) \Gamma \left(1 + \frac{1}{\pi} \right)}{\Gamma \left(\frac{3}{2} + \frac{\beta}{\pi} \right)}$$

Finalmente Payne (1981), discordando do trabalho de Wagner, adota a formulação de Taylor, acrescentando entretanto uma parcela relativa ao volume do *spray*. Sua formulação resulta em:

$$m_a = \frac{\rho}{2} b_{SL}^{*2} [\pi f(\beta) + 2\varphi] \quad (4.28)$$

onde: φ - razão de área do *spray*.

Uma estimativa de φ pode ser obtida através da formulação desenvolvida por Bisplinghoff e Doherty, uma vez que a área do *spray* é aproximadamente igual à área imersa da cunha, subtraída a elevação da superfície livre. A expressão que fornece φ é:

$$(1 - \varphi) = \left[\frac{\pi \tan \beta}{2 K \beta} - 1 \right]^2 + \frac{\pi \tan \beta}{K \beta} \left[\frac{S}{3} + \frac{S(S+1)}{30} + \frac{S(S+1)(S+2)}{210} + \frac{S(S+1)(S+2)(S+3)}{1512} + \dots \right] \quad (4.29)$$

sendo: $S = \frac{1}{2} - \frac{\beta}{\pi}$

4.2.3.3 Considerações adicionais a respeito da formulação original

O primeiro comentário que se pode fazer é em relação ao coeficiente de arrasto (*cross flow drag*). Uma vez que o cálculo da massa adicional se baseia em teorias distintas agrupadas de

maneira empírica, Schnitzer (1953) sugeriu que a massa adicional das seções com a quilha lateral imersa fosse a composição da massa adicional do impacto de uma cunha mais um termo que considerasse a imersão da quilha lateral em relação à superfície livre. Para este termo considerou a formulação de Bobyleff.

Como pode ser observado na descrição dos itens anteriores, Zarnick considerou este mesmo termo de maneira distinta, incluindo-o para todas as seções. Para analisar a influência do termo C_{DC} alterou-se o programa de maneira que estes termos de arrasto somente fossem considerados para as seções que apresentassem a quilha lateral imersa, desta maneira seguindo aproximadamente a idéia de Schnitzer sobre a distinção entre as seções com quilha lateral emersa e imersa.

Um outro aspecto também considerado foi quanto à força de sustentação hidrostática. Em seu trabalho Shuford (1957) obteve uma boa aproximação para a força de flutuação, considerando seu valor como metade do volume imerso. Entretanto, conforme constatado neste mesmo trabalho, o coeficiente de correlação entre a força de flutuação e o volume deslocado, para um ângulo de trim $\zeta = 4$ graus e coeficiente de velocidade $C_v = 3.84$, era maior do que o valor $1/2$, aproximando-se de 0.7 , valor este também obtido por Hsu (1967). Por outro lado, nas seções onde a quilha lateral não se encontra imersa, pode-se considerar que a flutuação seja igual ao volume deslocado até o nível da superfície livre. Finalmente também se analisa a importância do fator de correção adotado para o momento da força de flutuação.

4.2.4 Equações gerais do movimento

Considerando as equações (4.9) e (4.11), pode-se rearranjá-las na forma de um sistema de equações do tipo:

$$\begin{aligned} m \ddot{x}_{CG} &= 0 \\ (m + M_A \cos^2 \theta) \ddot{z}_{CG} - Q_A \cos \theta \ddot{\theta} &= F_V^* + P \\ - Q_A \cos \theta \ddot{z}_{CG} + (I_y + I_A) \ddot{\theta} &= M^* \end{aligned} \quad (4.30)$$

onde: $F_V^* = F_V - [- (M_A \sin \theta \cos \theta) \ddot{z}_{CG} + Q_A \sin \theta \ddot{\theta}]$
 $M^* = M - [Q_A \cos \theta \ddot{z}_{CG} + I_A \ddot{\theta}]$

A solução da equação (4.30) pode ser obtida através de técnicas numéricas convencionais. Introduzindo o vetor de estado $(U, \dot{z}_{CG}, \dot{\theta}, x_{CG}, z_{CG}, \theta)$, consegue-se representar o sistema de equações (4.30) na forma matricial:

$$[I] \langle \dot{x}_E \rangle = \langle F \rangle \quad (4.31)$$

onde $[I]$ é a matriz de inércia e $\langle F \rangle$, que possui apenas termos de velocidade e de posição, é a matriz de esforços. Multiplicando-se a expressão (4.31) pela inversa da matriz de inércia obtém-se:

$$\langle \dot{x}_E \rangle = [I]^{-1} \langle F \rangle \quad (4.32)$$

A equação (4.32) encontra-se agora na forma que permite a integração através de métodos numéricos convencionais, como por exemplo a rotina de Runge - Kutta - Merson.

4.3 Descrição das rotinas do programa implementado

O programa implementado é constituído de um programa principal, *MAIN*, e diversas sub-rotinas. A primeira sub-rotina utilizada é a *INPUT*, responsável pela leitura dos parâmetros geométricos da embarcação e das propriedades físicas do meio. Esta sub-rotina calcula também a profundidade limite a partir da qual assume-se que a quilha lateral esteja imersa, assim como a massa adicional associada à largura da quilha lateral máxima. As propriedades da onda, as condições iniciais da embarcação e os intervalos de tempo são lidos pelo programa principal.

A próxima sub-rotina empregada é a *KUTMER*, responsável pela integração numérica efetuada através do método de Runge - Kutta - Merson. A grande vantagem do procedimento utilizado pela sub-rotina *KUTMER* está no fato de que ela efetua uma subdivisão automática dos incrementos de tempo a fim de satisfazer os erros absolutos e relativos.

Em seu procedimento de cálculo esta sub-rotina faz uso da sub-rotina *DAUX*. Esta última calcula a imersão de cada faixa em cada intervalo de tempo e obtém a largura efetiva de cada seção. Após este passo inicial chama a sub-rotina *FUNCT*, responsável pelo cálculo das diversas integrais mostradas nas expressões (4.9) e (4.11). A integração das faixas ao longo do comprimento da embarcação é conduzida pela sub-rotina *TRAP*, que utiliza o procedimento de integração trapezoidal. Uma vez efetuada esta integração, a sub-rotina *FUNCT* chama outra sub-rotina, *COMPUT*, que determina a matriz dos esforços $\{ F \}$, vide equação (4.32).

Em seguida o programa volta à sub-rotina *DAUX*, que calcula a matriz de inércia $[I]$, e chama a sub-rotina *LINWS*, que executa a inversão da matriz e resolve o sistema. Existem ainda as

sub-rotinas *RMP*, que reduz a amplitude da onda nos instantes iniciais, evitando assim grandes transientes, e *FLOT1F* e *PLOT2*, responsáveis pela plotagem dos resultados.

4.4 Apresentação dos resultados

Para a verificação do programa implementado utilizaram-se os valores obtidos por Fridsma (1969) para um modelo com um ângulo de abertura constante de 20 graus. Para tanto os dados utilizados no programa encontram-se em unidades inglesas, isto é, (lb, ft, s). As características gerais do modelo são:

Deslocamento - 16.426 lbf

Comprimento - .375 ft

Boca Máxima - 0.75 ft

Raio de Geração - 0.9563 ft

Pos. Long. C.G - 2.325 ft (em relação à baliza 0)

sendo sua forma geral mostrada na figura 4.4. Os principais parâmetros adimensionais associados ao mesmo são: $C_{\Delta} = 0.608$ e $L/b = 5$. Com relação às grandezas físicas, adotou-se um fluido com densidade igual a $\rho = 1.99 \text{ lbs}^2/\text{ft}^4$ e para a aceleração da gravidade o valor $g = 32.18 \text{ ft/s}^2$.

Para a condição inicial considerou-se uma velocidade de avanço $U = 19.62 \text{ ft/s}$ (ou seja $U/\sqrt{L} = 6$), uma posição vertical do centro de gravidade de $z_{CG} = -0.105 \text{ ft}$ em relação à posição de repouso e um ângulo de trim de $\theta = 4.2$ graus, condições estas que correspondem ao avanço em águas calmas. Deve-se ressaltar ainda que a posição vertical do C.G. é tomada sobre a quilha.

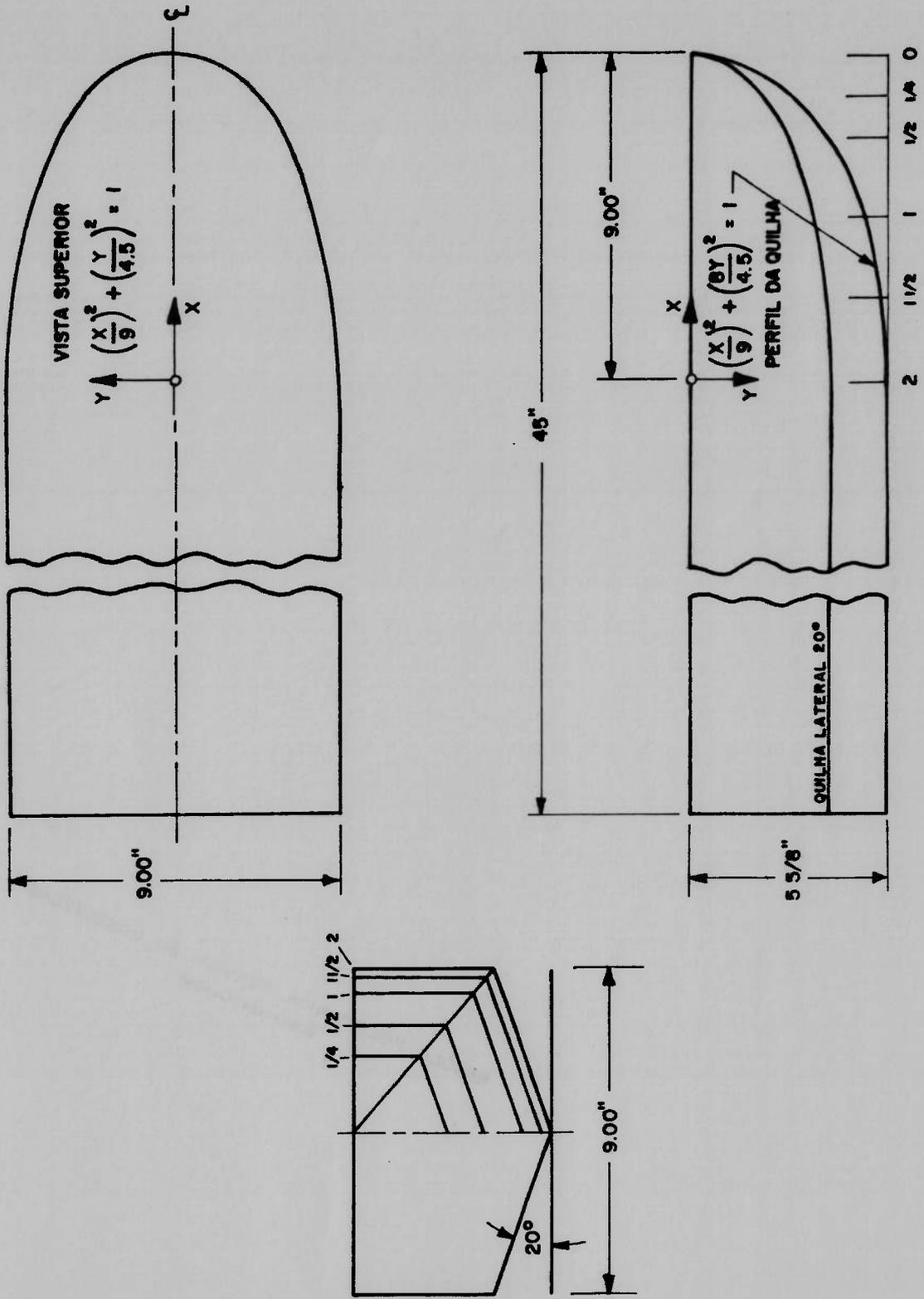


Figura 4.4 Forma geométrica e dimensões do modelo [Fridsma(1969)]

central, isto é, $VCG = 0.0$.

Com relação à onda incidente, considerou-se a mesma com uma amplitude $\eta_0 = 0.0416$ ft (ou seja $H/b = 0.111$) e analisou-se o desempenho da embarcação para seis comprimentos de onda, isto é, $L_w = 3.75, 5.63, 7.5, 11.25, 15.0$ e 22.5 ft. Para que a integração numérica seja efetuada, deve-se ainda especificar os erros absolutos e relativos associados a cada variável que está sendo estimada pelo procedimento de Runge - Kutta - Merson. Os erros absolutos estão associados às variáveis $U, \dot{z}_{cg}, \dot{\theta}, x_{cg}, z_{cg}, \theta$ e os valores adotados correspondem aos utilizados por Zarnick (1978), isto é, $0.01, 0.0001, 0.00001, 0.0001$ e 0.00001 enquanto que o erro relativo adotado é de 0.15 .

Na análise dos resultados adotou-se de uma maneira geral um intervalo de amostragem de 4.0 s para os comprimentos de onda iguais a $3.75, 5.63, 7.5$ e 22.5 ft, utilizando-se, entretanto, apenas o último segundo para a obtenção dos parâmetros de interesse. Por sua vez, para os comprimentos de onda de 11.25 e 15.0 ft, tomou-se um intervalo de amostragem igual a 6 s, utilizando-se os dois últimos segundos para a análise dos resultados.

Como primeiro teste do programa implementado considerou-se a embarcação subdividida em 77 seções transversais, adotando para o intervalo em análise um incremento de tempo igual a $\Delta t = 0.02$ s. As figuras 4.5, 4.6 e 4.7 mostram um histórico dos movimentos de caturro e arfagem para comprimentos de onda iguais a $3.5, 11.5$ e 22.5 ft, enquanto as figuras 4.8, 4.9 e 4.10 mostram um histórico das acelerações do C.G e de proa para estes mesmos comprimentos de onda.

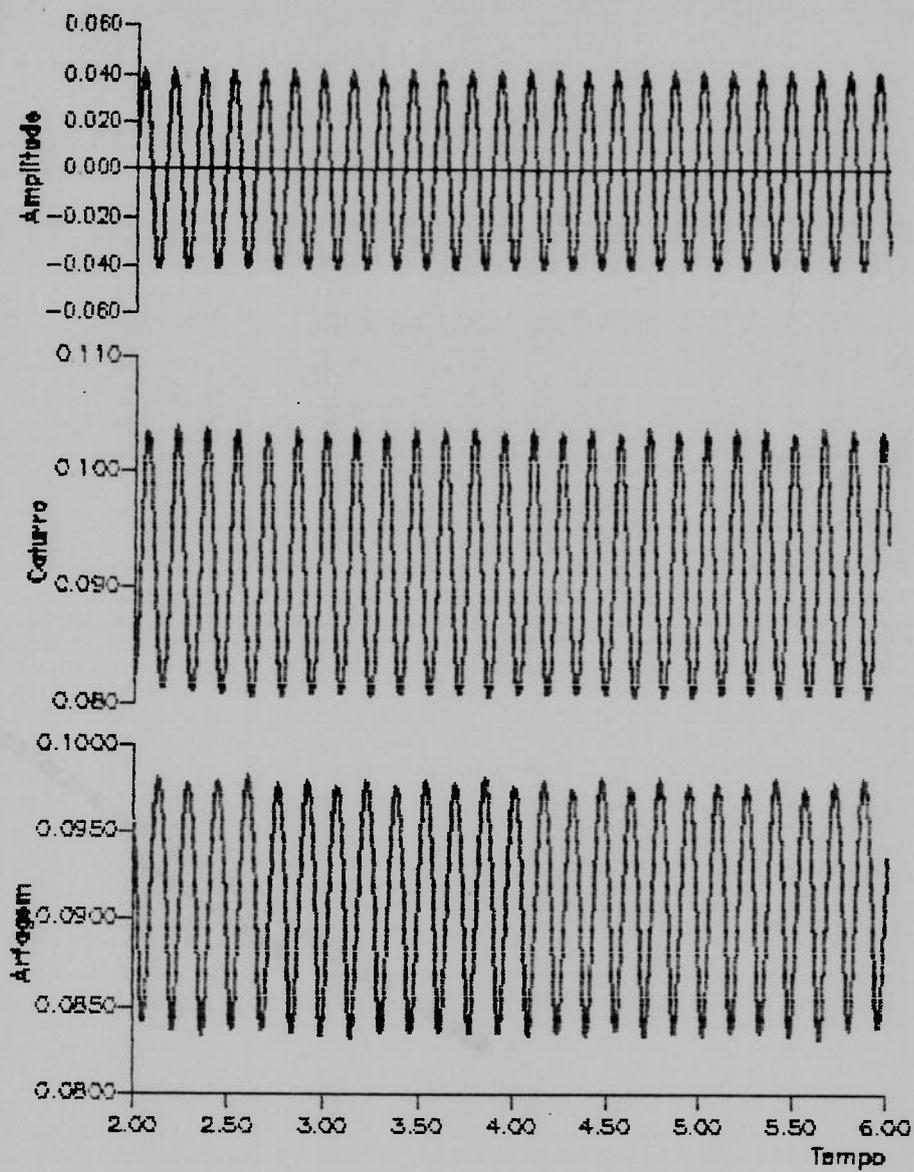


Figura 4.5 Histórico dos movimentos de caturro e arfagem para comprimento de onda $L_w = 3.5$ ft

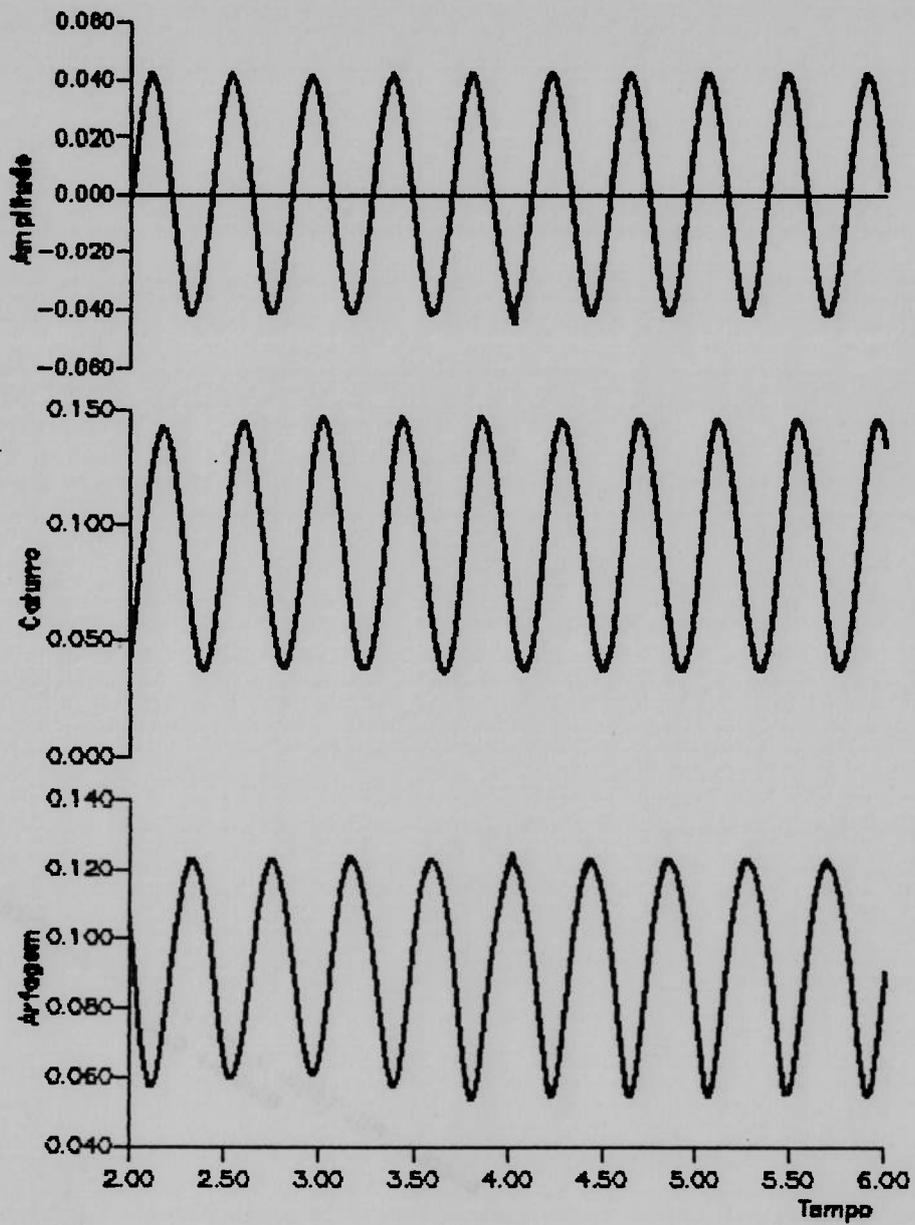


Figura 4.6 Histórico dos movimentos de caturro e arfagem para comprimento de onda $L_w = 11.5$ ft

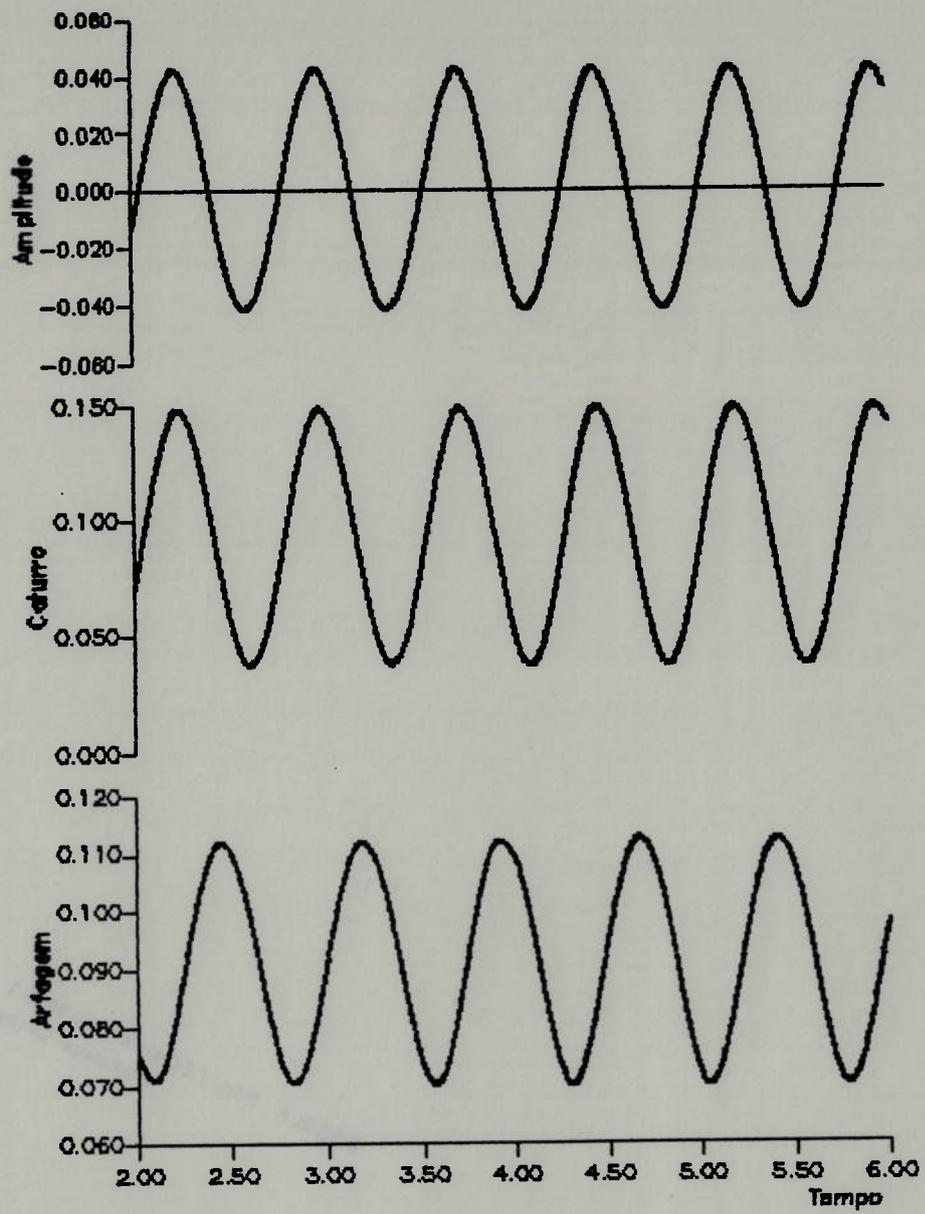


Figura 4.7 Histórico dos movimentos de caturro e arfagem para comprimento de onda $L_w = 22.5$ ft

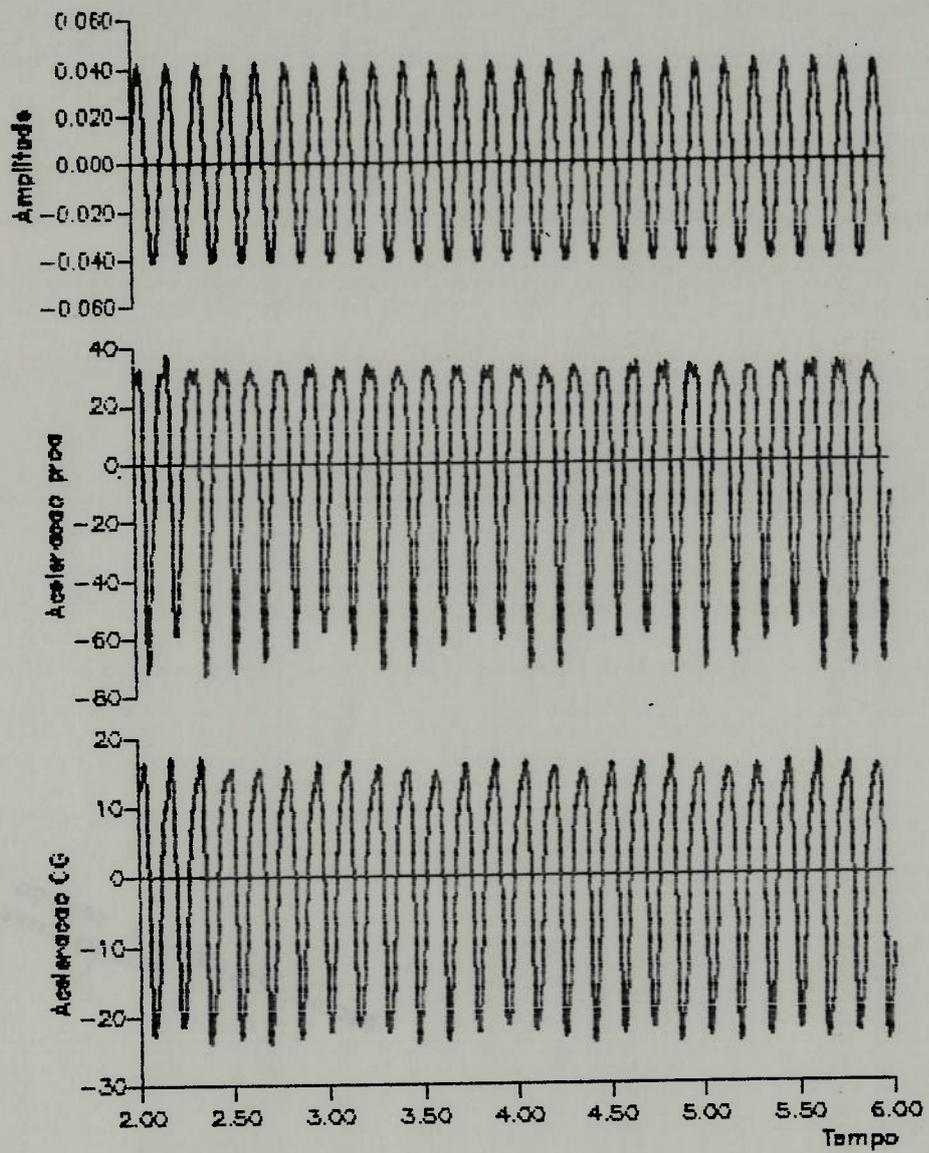


Figura 4.8 Histórico das acelerações do C.G. e proa para comprimento de onda $L_w = 3.5$ ft

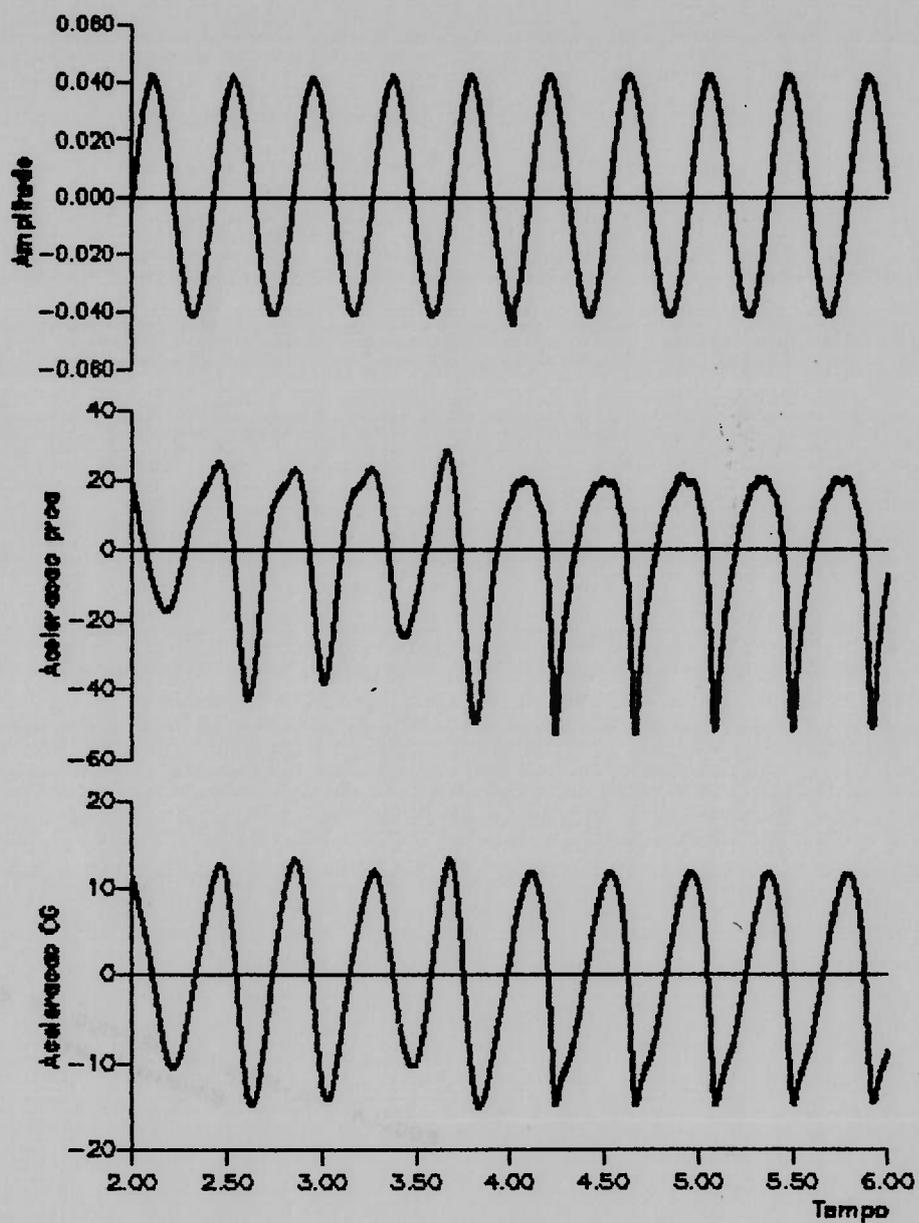


Figura 4.9 Histórico das acelerações do C.G. e proa para comprimento de onda $L_w = 11.5$ ft

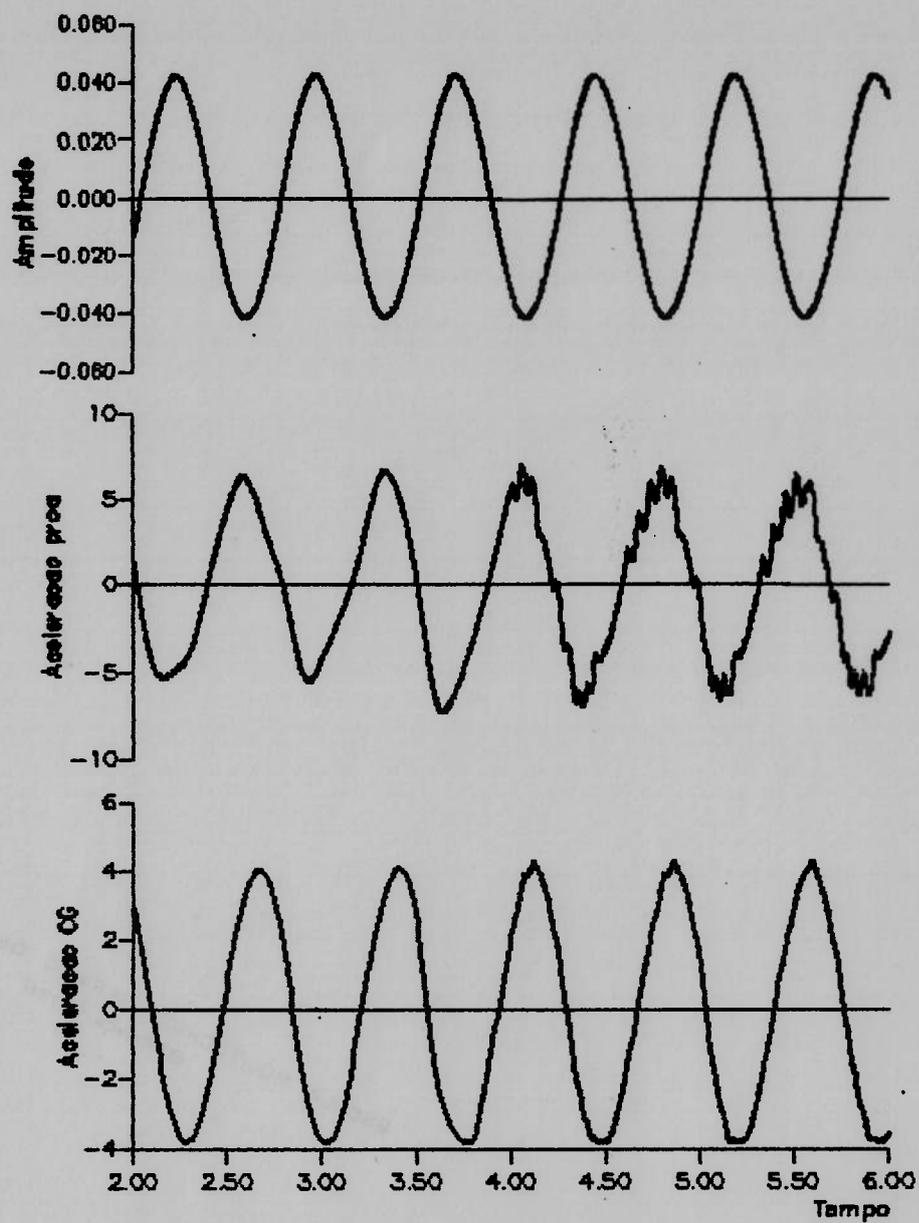


Figura 4.10 Histórico das acelerações do C.G. e proa para comprimento de onda $L_w = 22.5$ ft

Para a apresentação dos resultados desenvolveram-se gráficos nos quais adotou-se o parâmetro $C_{\Delta} = L/L_v [C_{\Delta} / (L/2b^*)^2]^{1/3}$ para o eixo das abscissas. Este parâmetro adimensional foi adotado por Fridsma (1969) em função de incluir em um único parâmetro os efeitos da variação do deslocamento e da forma do casco. Nos gráficos associados ao movimento de caturro escolheu-se o parâmetro h_z/H para o eixo das ordenadas, onde h_z corresponde à máxima excursão do movimento, isto é, à diferença entre a máxima e a mínima posição vertical ao longo de todo o período de integração. Para a obtenção da fase tomou-se a posição máxima superior (sentido negativo do eixo z) como referência.

Na elaboração dos gráficos do movimento de arfagem escolheu-se para ordenada o parâmetro adimensional $\theta/(2\pi H/L_v)$, onde θ é a diferença entre a máxima e a mínima posições angulares. Para a obtenção da fase adotou-se como referência a posição máxima resultante da elevação da proa. Finalmente, os resultados das acelerações do centro de gravidade e da proa são plotados, tomando-se a razão entre a máxima aceleração de impacto (valor negativo) e a aceleração da gravidade.

Uma vez esclarecido como os gráficos estão caracterizados, mostram-se nas figuras (4.11) e (4.12) os resultados dos movimentos de caturro e arfagem para a embarcação subdividida em 77 seções. Com o objetivo de analisar a influência da subdivisão da embarcação, apresentam-se nas figuras (4.13) e (4.14) os movimentos resultantes para 39 seções e nas figuras (4.15) e (4.16) para uma subdivisão em 20 seções transversais. Por sua vez as figuras (4.17) e (4.18) mostram uma comparação das acelerações do centro de gravidade e da proa em função da diferente subdivisão da embarcação.

Dando continuidade ao estudo, apresenta-se nas figuras (4.19) e (4.20) a influência da escolha do incremento do tempo, Δt , sobre os resultados da integração numérica na obtenção das acelerações do centro de gravidade e da proa. Nas figuras (4.21) a (4.24) comparam-se os movimentos da embarcação, assim como as acelerações, para as diferentes formulações de massa adicional, enquanto as figuras (4.25) a (4.28) apresentam os resultados relativos à escolha de diferentes valores do parâmetro C_{DC} , bem como da alteração da formulação original para o termo de *cross flow drag*. Finalmente, apresentam-se as figuras (4.29) a (4.32), que mostram a influência da modificação da formulação associada à flutuação e do fator de correção adotado para o momento de flutuação.

4.5 Análise dos resultados

Como citado no item anterior, as figuras (4.11) e (4.12) comparam os resultados teóricos dos movimentos de caturro e arfagem com os valores experimentais para a embarcação subdividida em 77 seções. Os gráficos mostram que existe uma boa correlação entre os valores obtidos teoricamente e os experimentais e que o ponto de ressonância, isto é, o ponto onde as amplitudes dos movimentos são máximas, encontra-se em concordância com o valor experimental. Considerando as figuras (4.13) e (4.14), que correspondem ao barco subdividido em 39 seções, os resultados ainda são bastante adequados, enquanto para a embarcação subdividida em 20 seções, figuras (4.15) e (4.16), observa-se um pequeno aumento da discrepância, principalmente na ressonância.

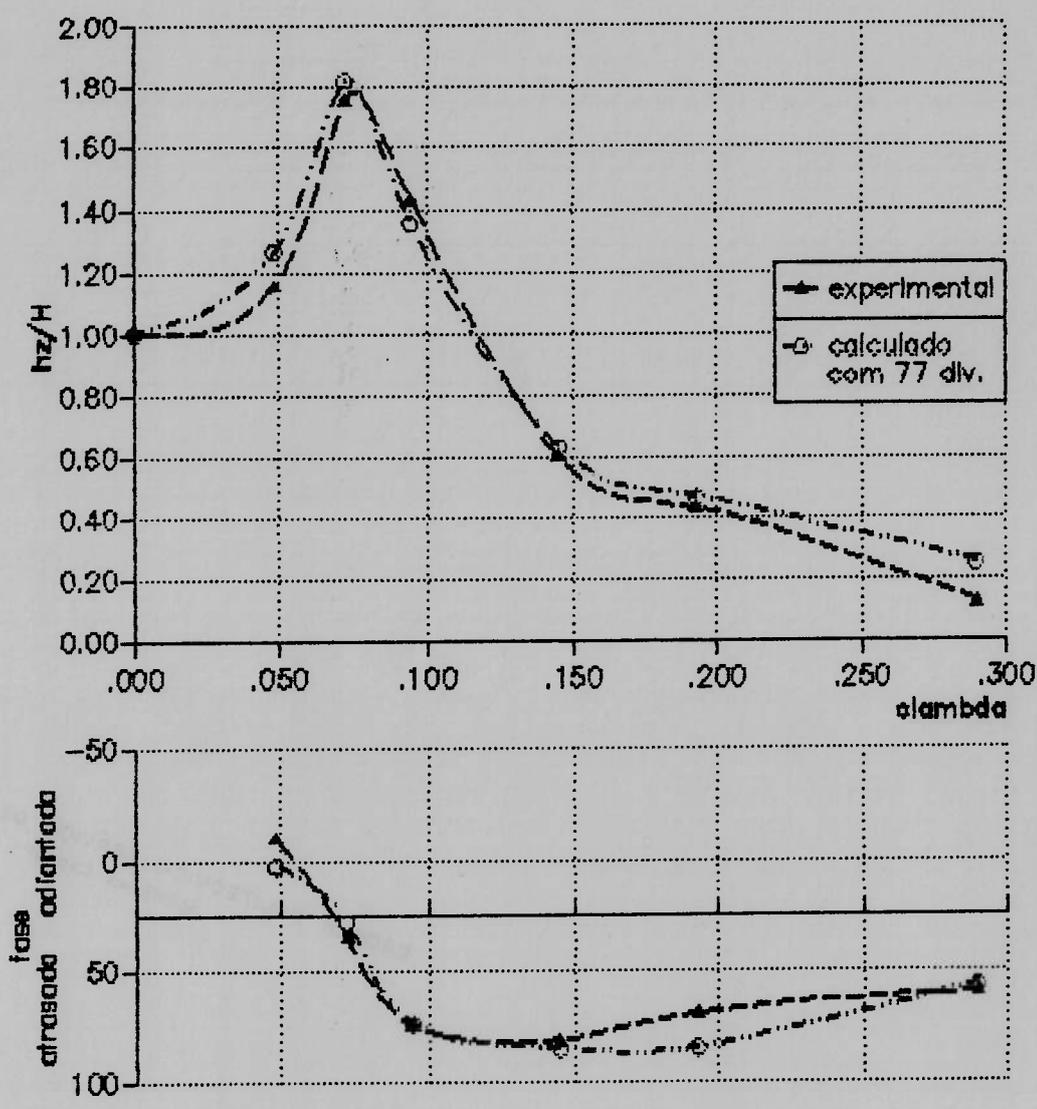


Figura 4.11 Movimento de caturro para $U/\sqrt{L} = 6.0$ e 77 seções transversais

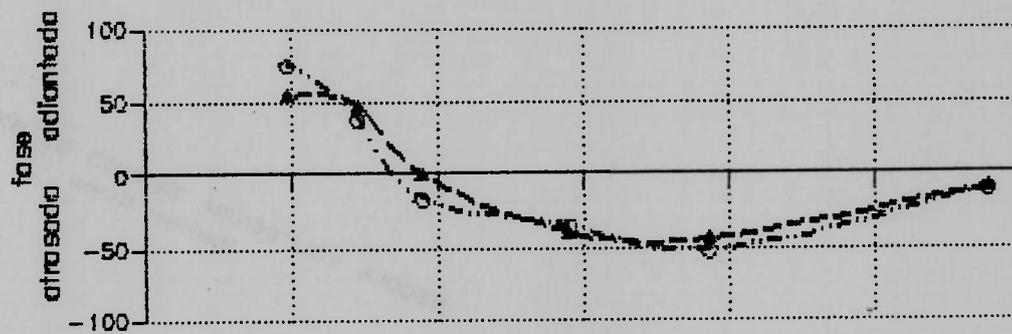
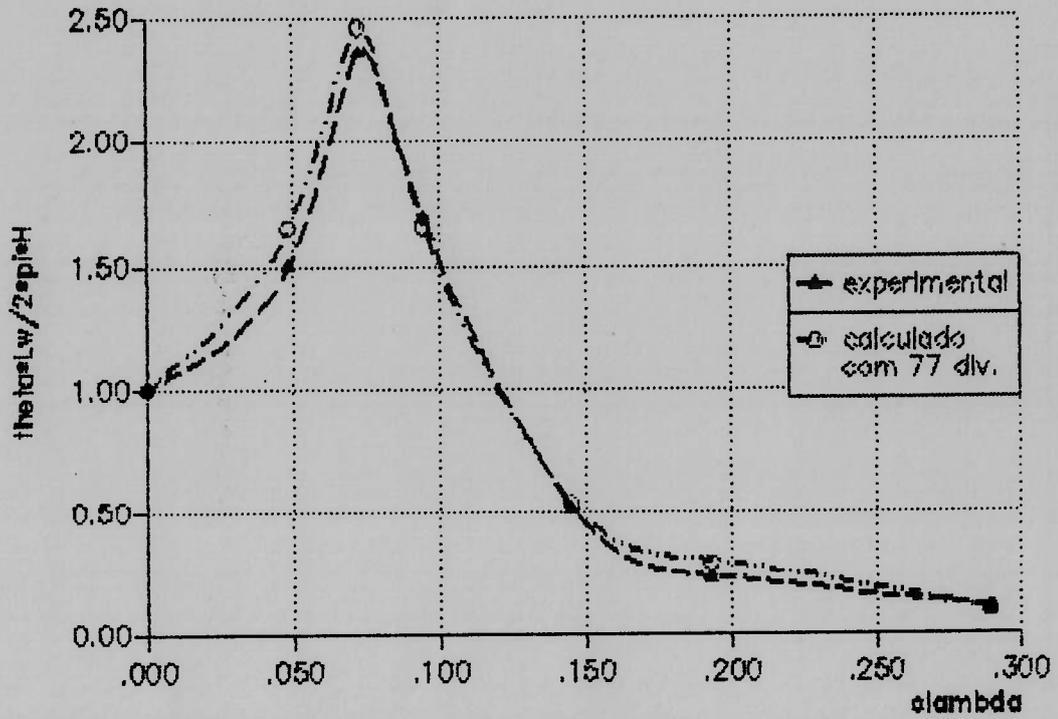


Figura 4.12 Movimento de arfagem para $U/\sqrt{L} = 6.0$ e 77 seções transversais

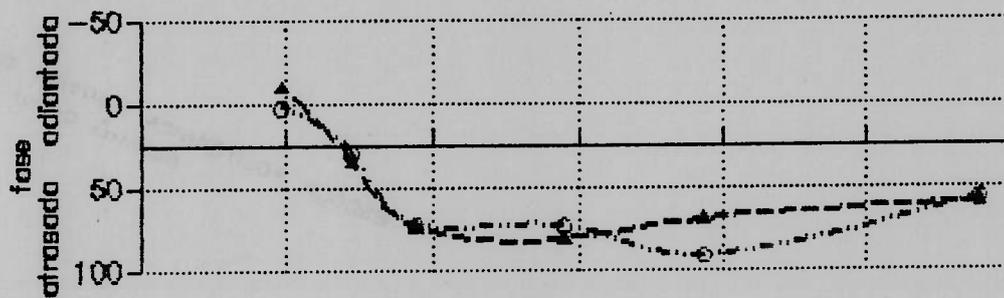
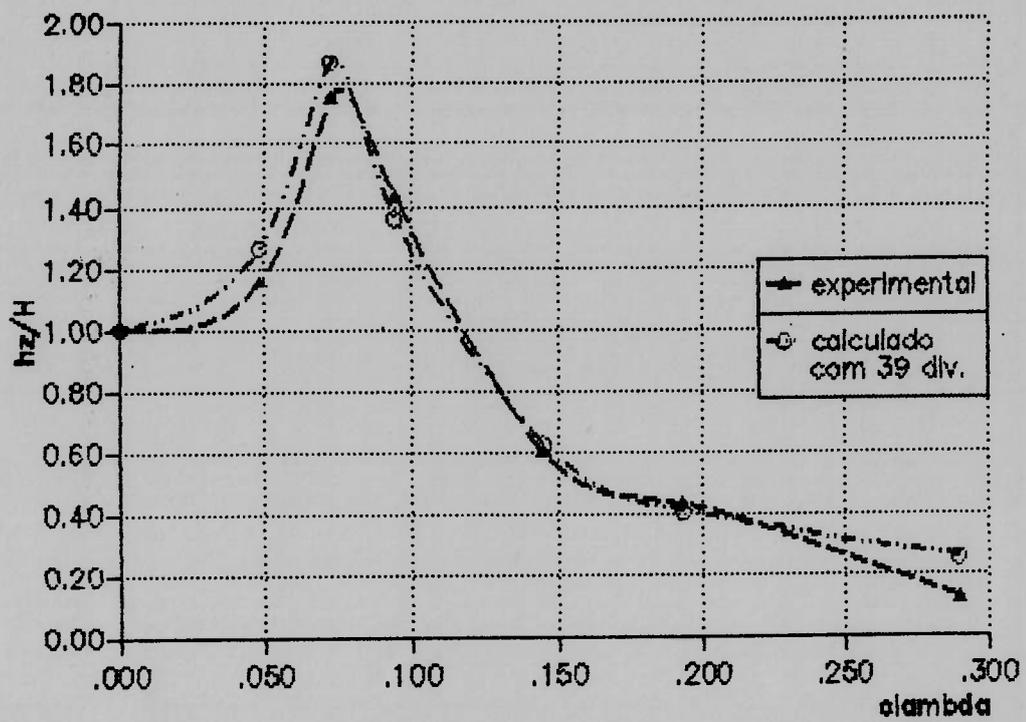


Figura 4.13 Movimento de caturro para $U/\sqrt{L} = 6.0$ e 39 seções transversais

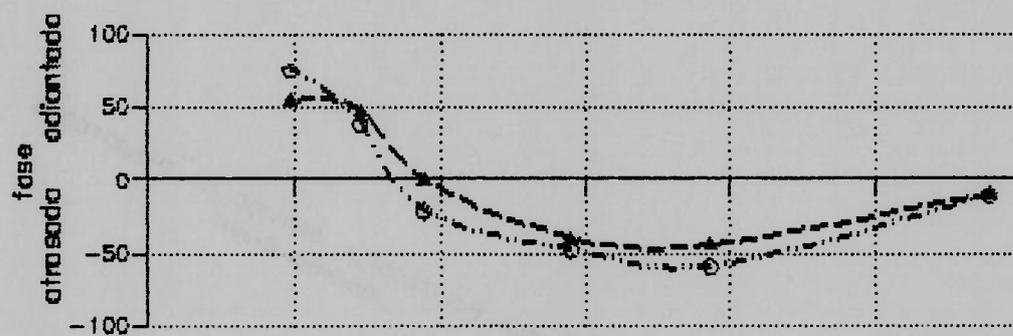
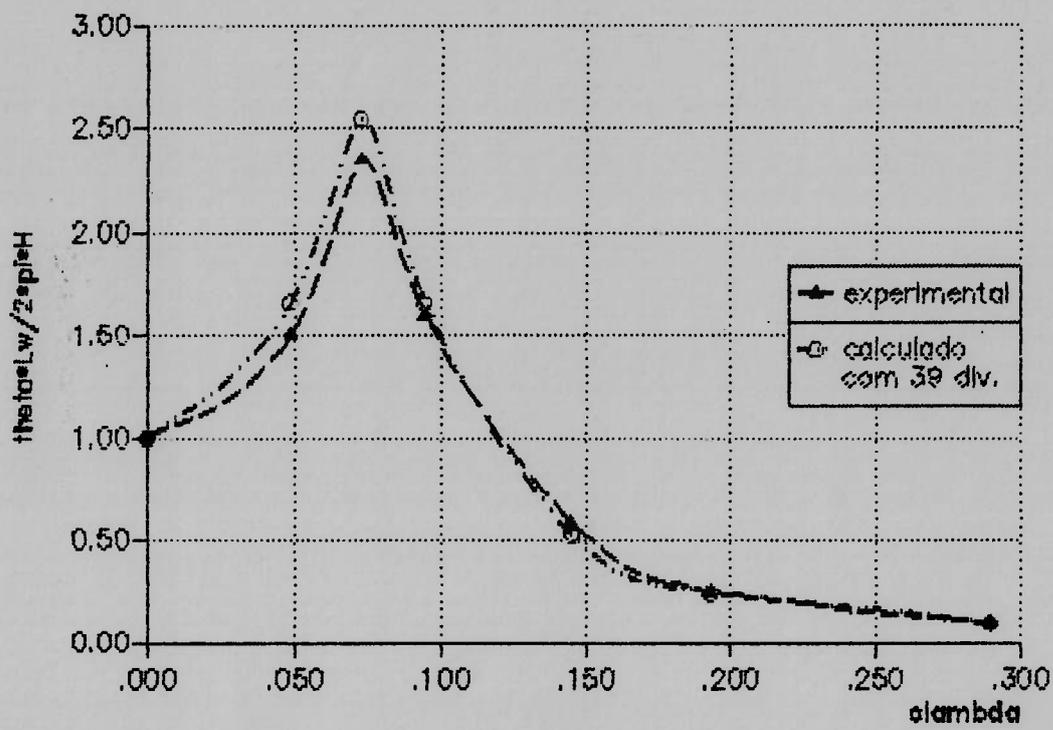


Figura 4.14 Movimento de arfagem para $U/\sqrt{L} = 6.0$ e 39 seções transversais

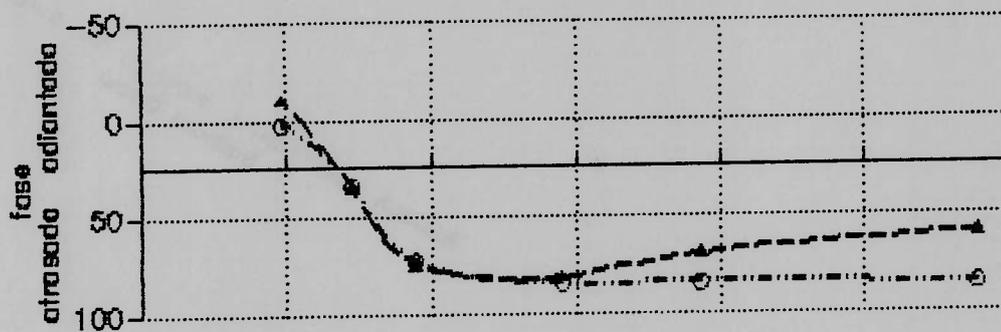
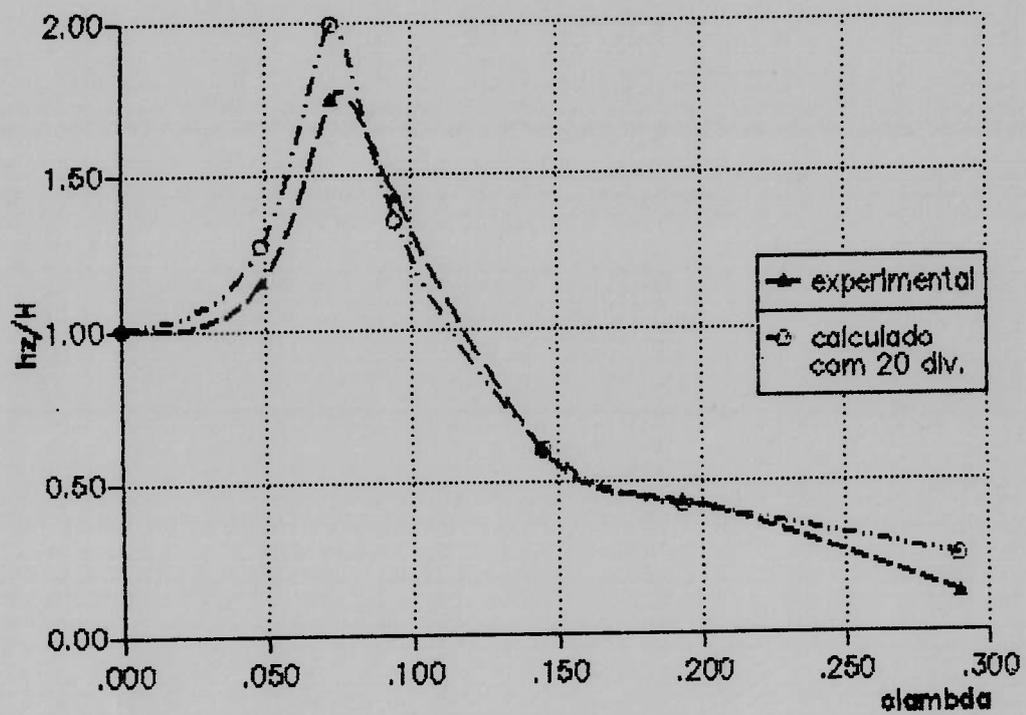


Figura 4.15 Movimento de caturro para $U/\sqrt{L} = 6.0$ e 20 seções transversais

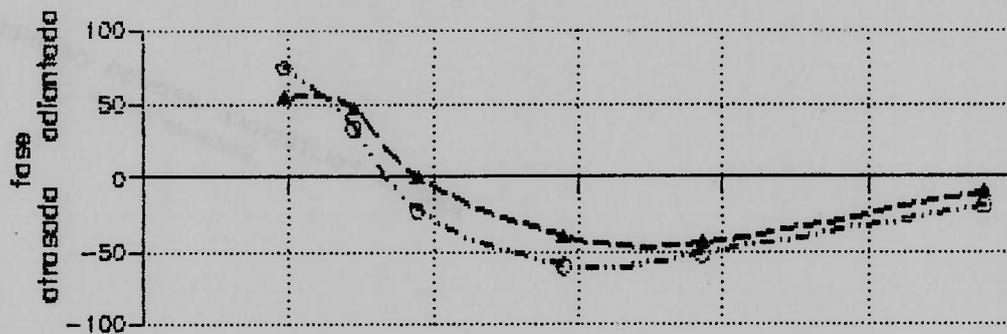
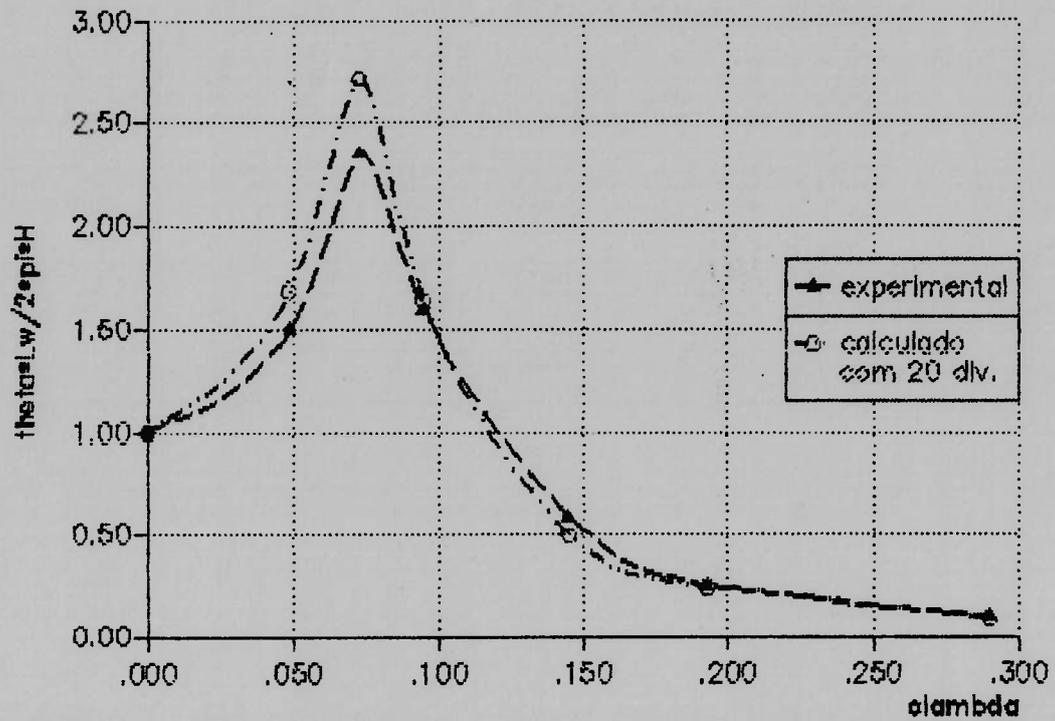


Figura 4.16 Movimento de arfagem para $U/\sqrt{L} = 6.0$ e 20 seções transversais

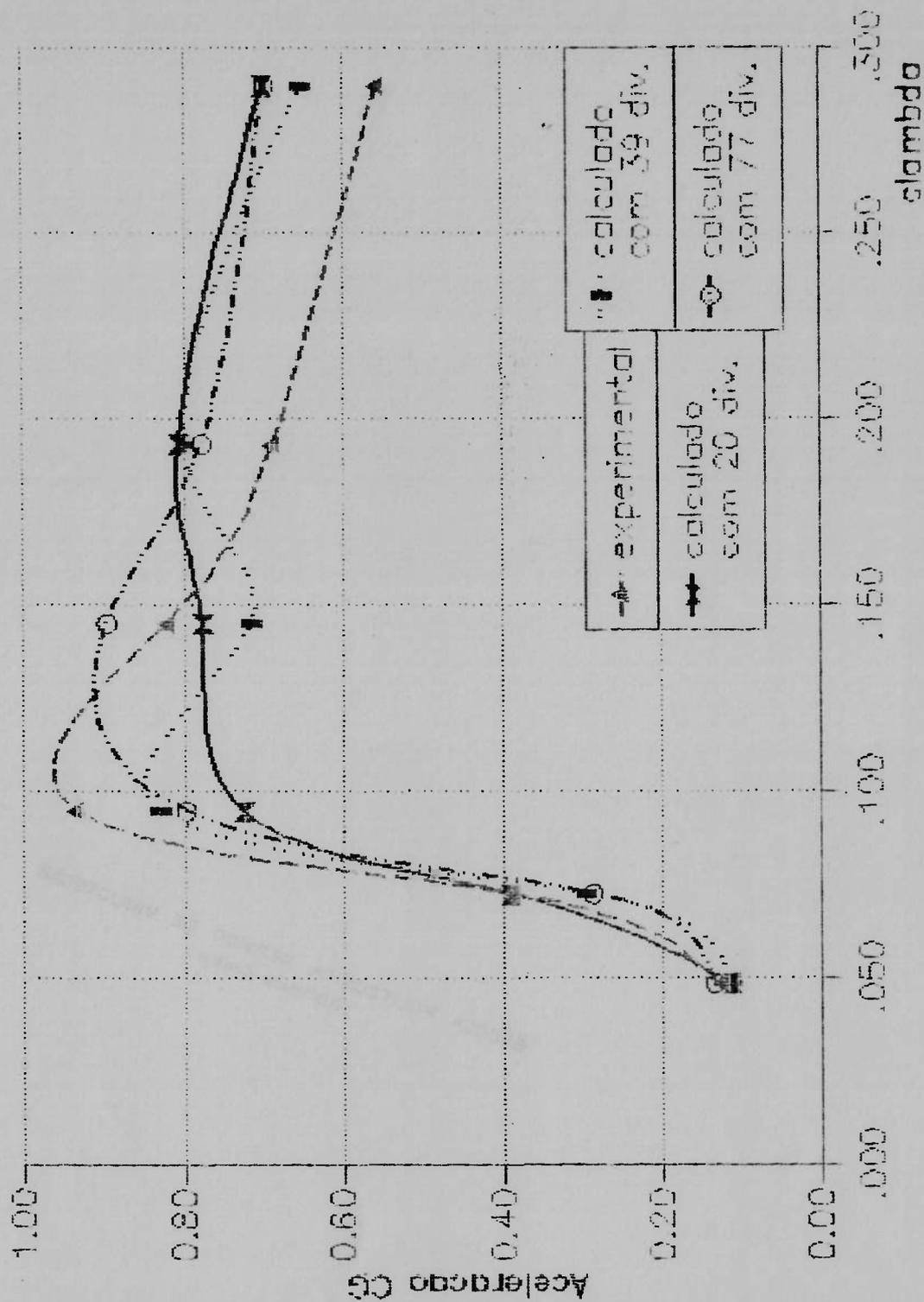


Figura 4.17 Comparação entre as acelerações do C.G. para diferentes números de seções transversais

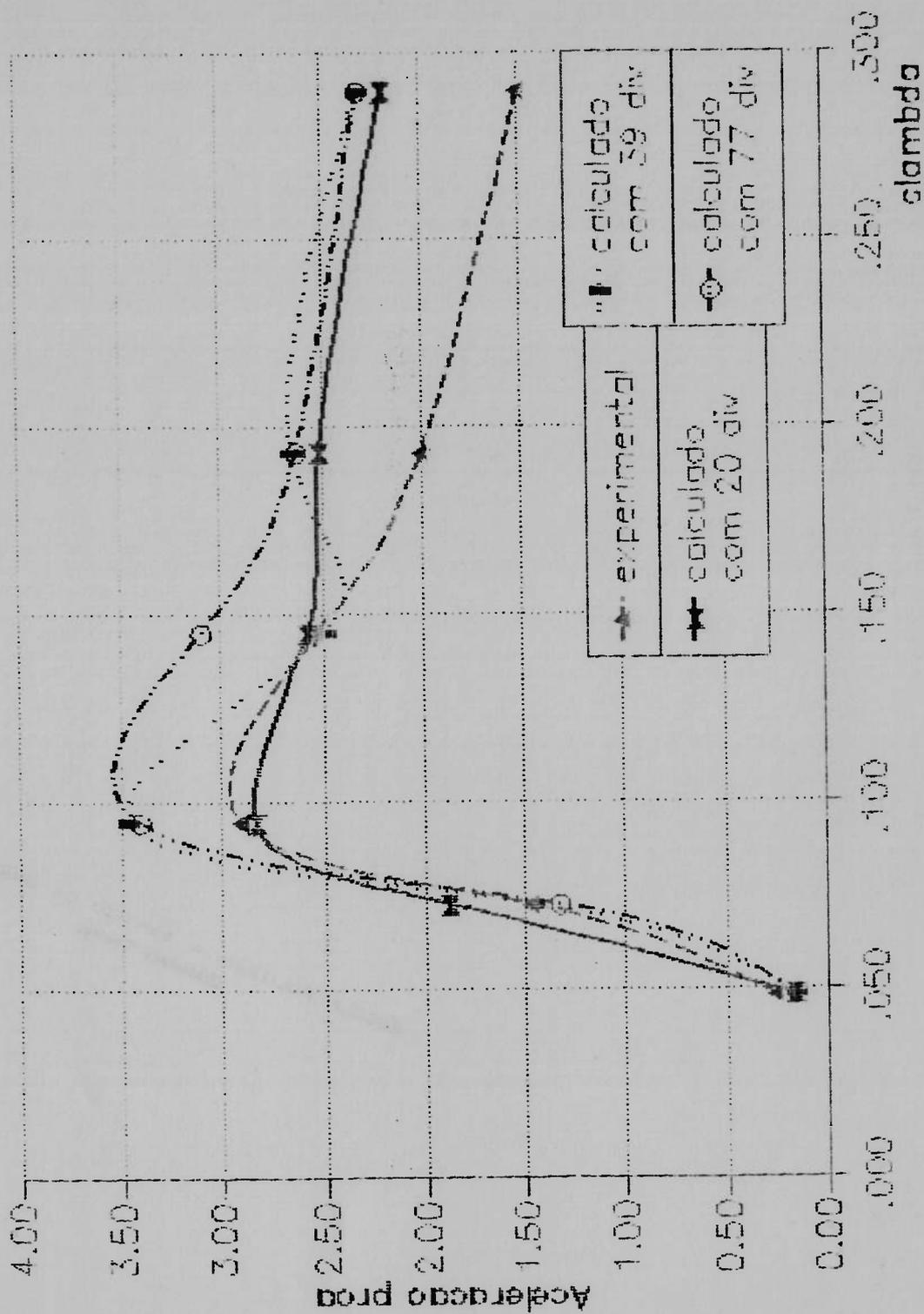


Figura 4.18 Comparação entre as acelerações da proa para diferentes números de seções transversais

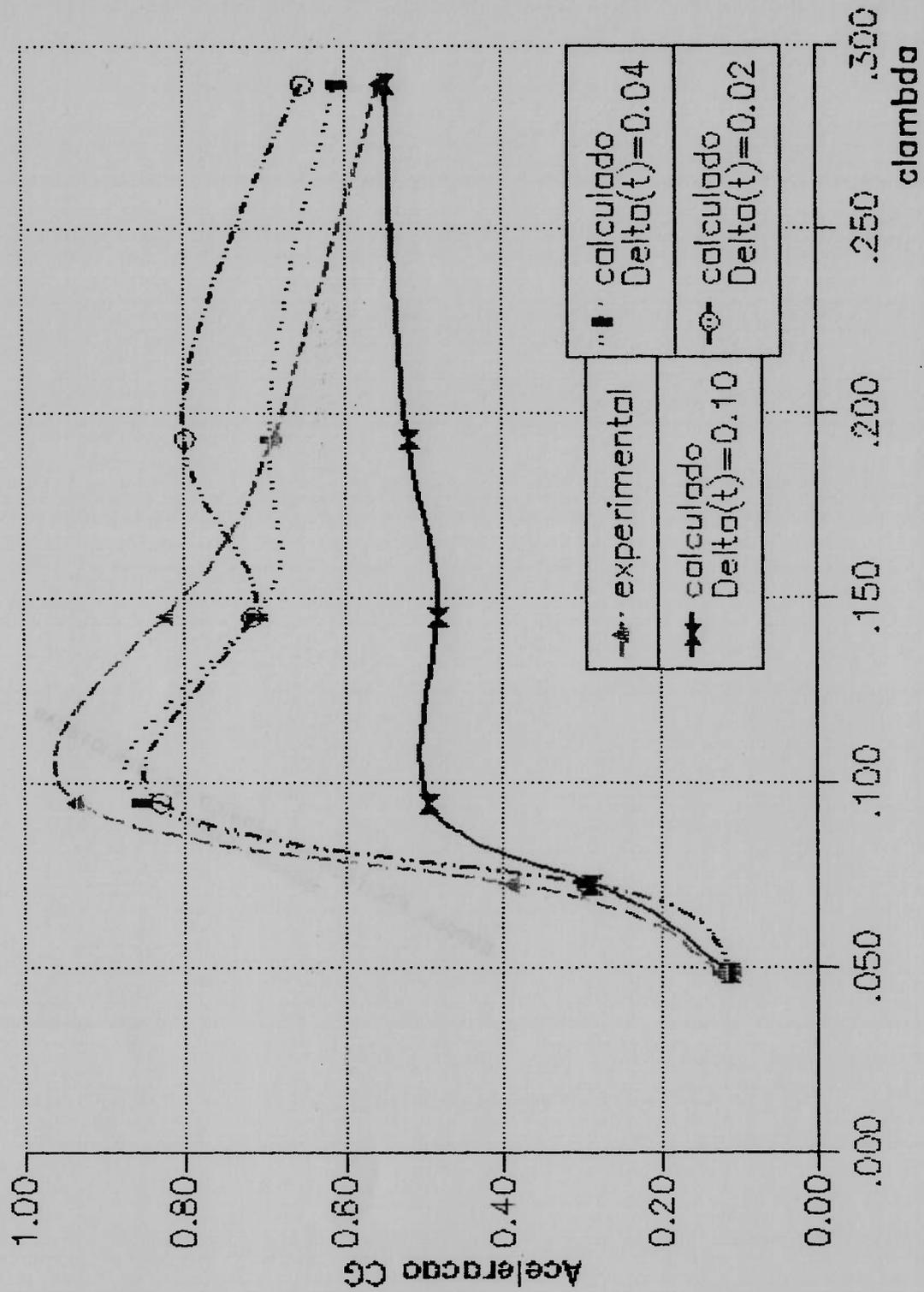


Figura 4.19 Comparação entre as acelerações da C.G. para diferentes incrementos da variável tempo

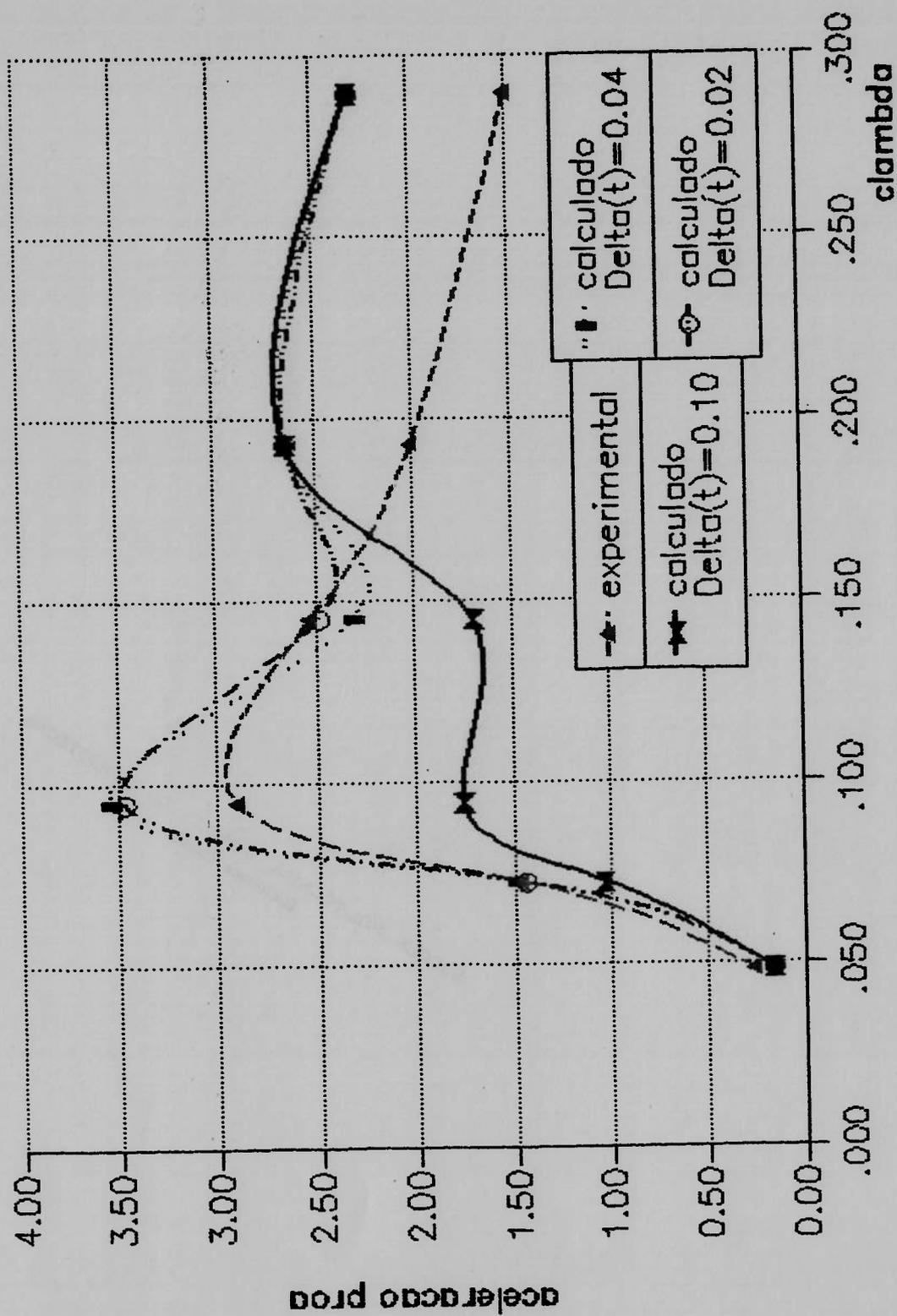


Figura 4.20 Comparação entre as acelerações da proa para diferentes incrementos da variável tempo

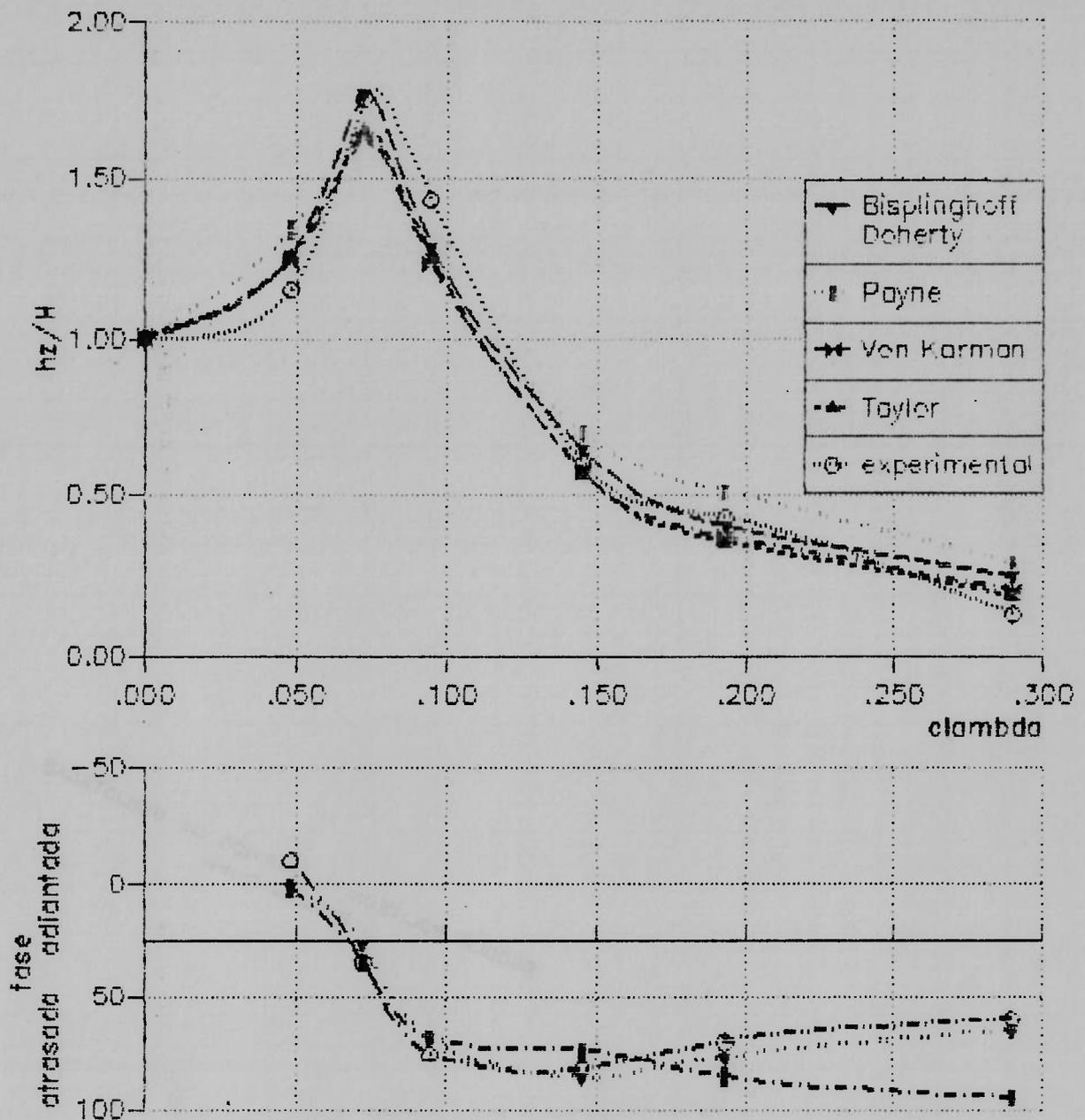


Figura 4.21 Resposta do movimento de caturro para diferentes formulações para a massa adicional

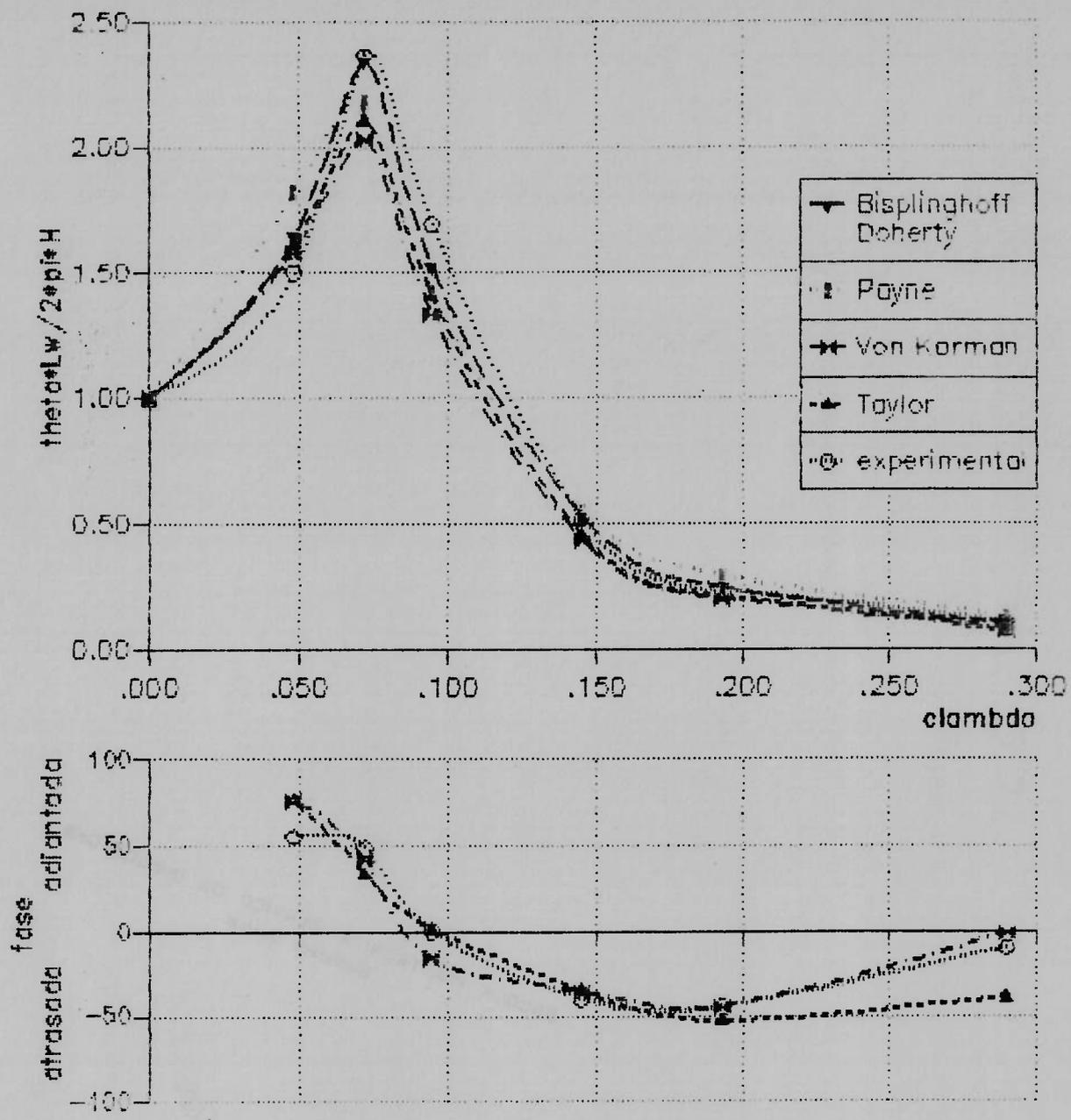


Figura 4.22 Resposta do movimento de arfagem para diferentes formulações para a massa adicional

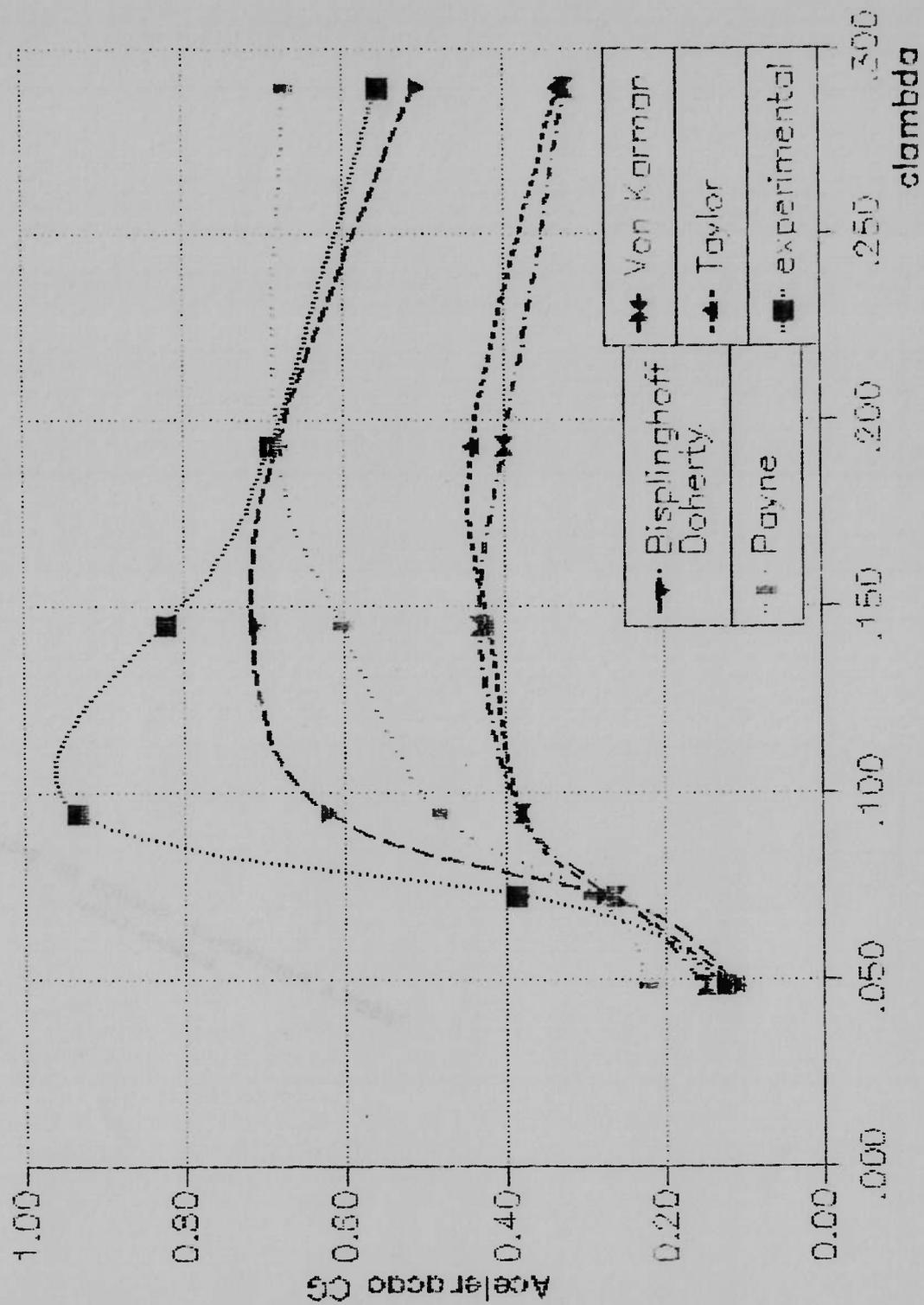


Figura 4.23 Resposta das acelerações do C.G. para diferentes formulações para a massa adicional

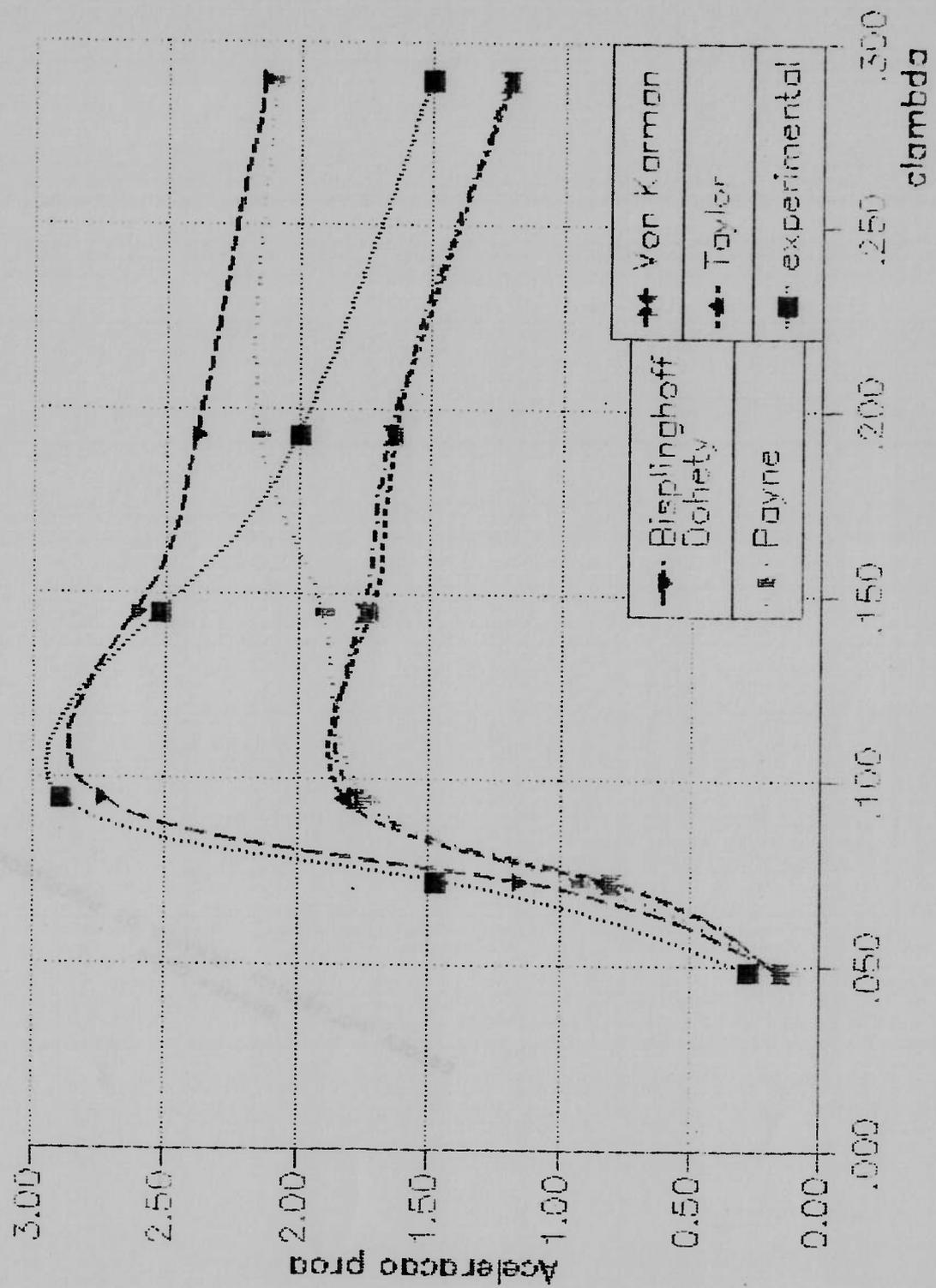


Figura 4.24 Resposta das acelerações da proa para diferentes formulações para a massa adicional

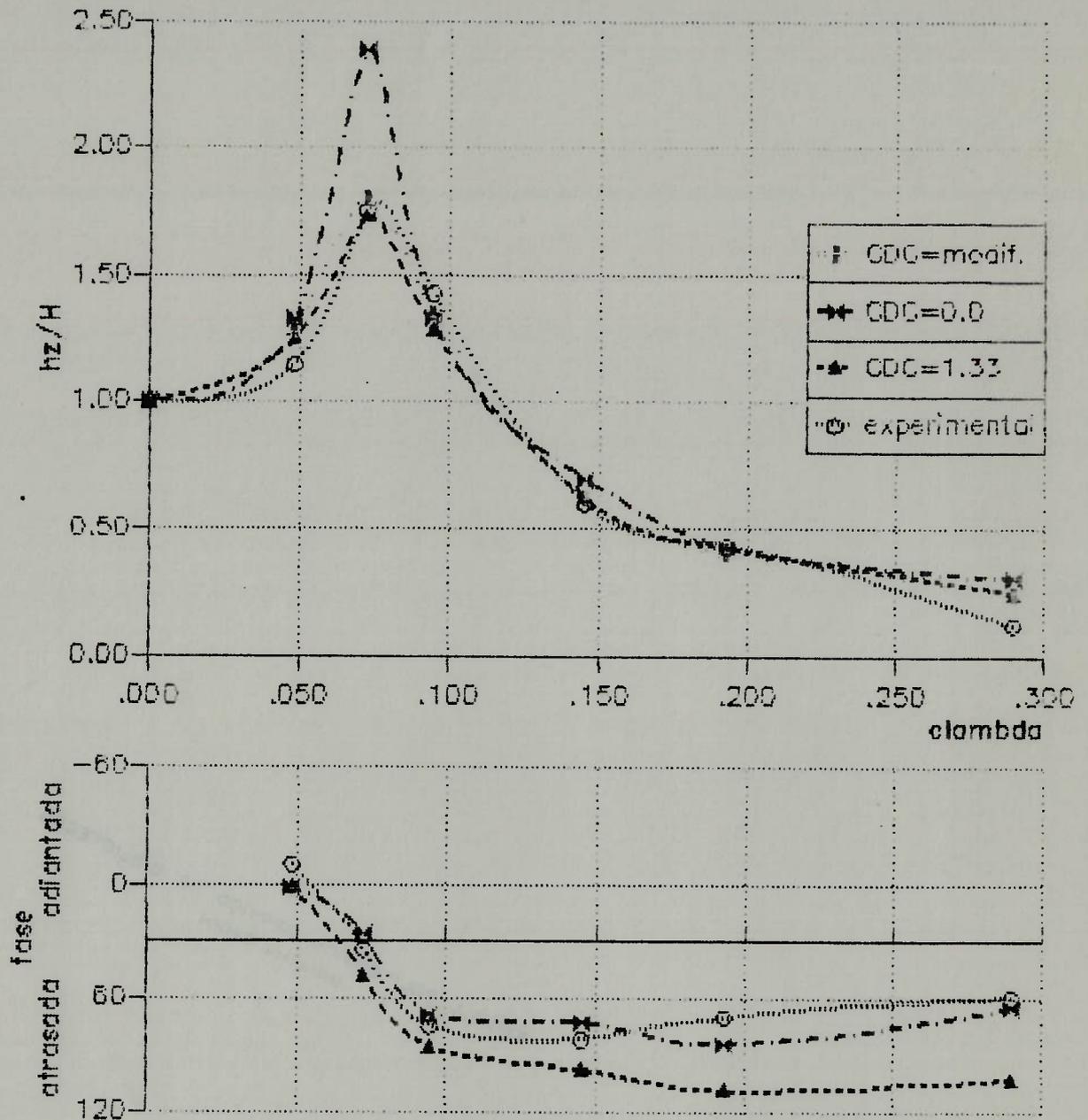


Figura 4.25 Resposta do movimento de caturro para valores distintos do termo de *cross flow*

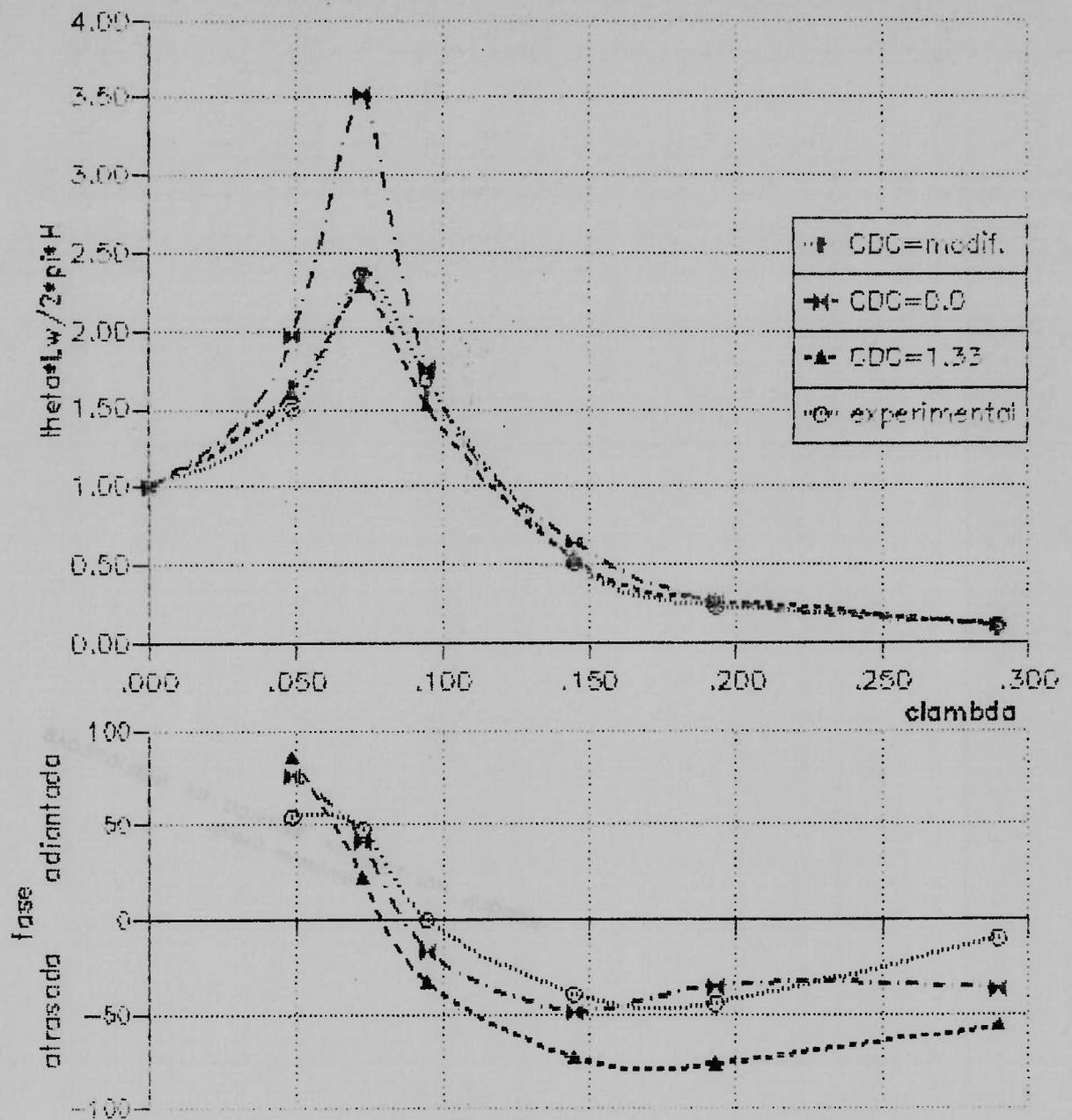


Figura 4.26 Resposta do movimento de arfagem para valores distintos do termo de *cross flow*

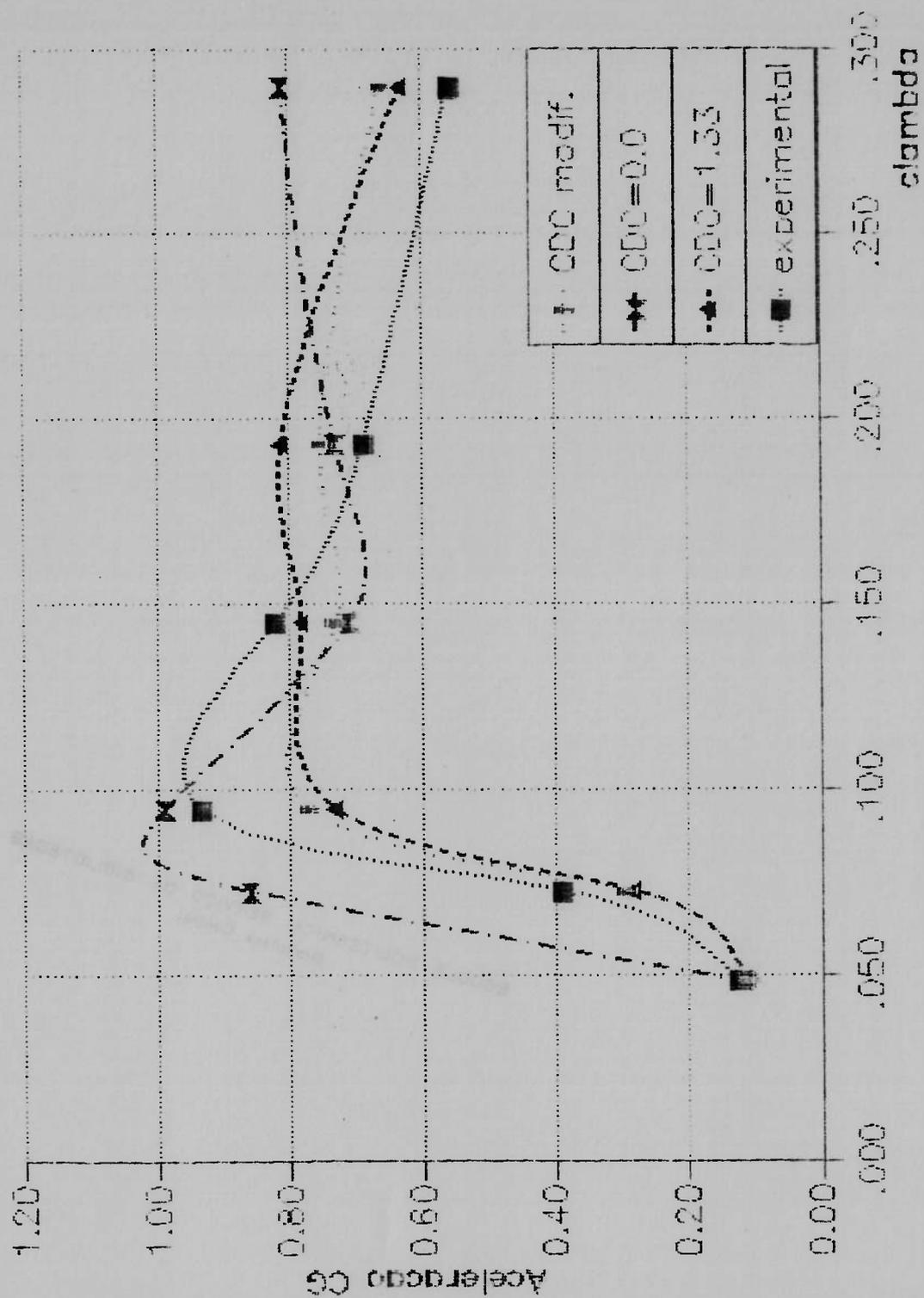


Figura 4.27 Resposta das acelerações do C.G. para valores distintos do termo de cross flow

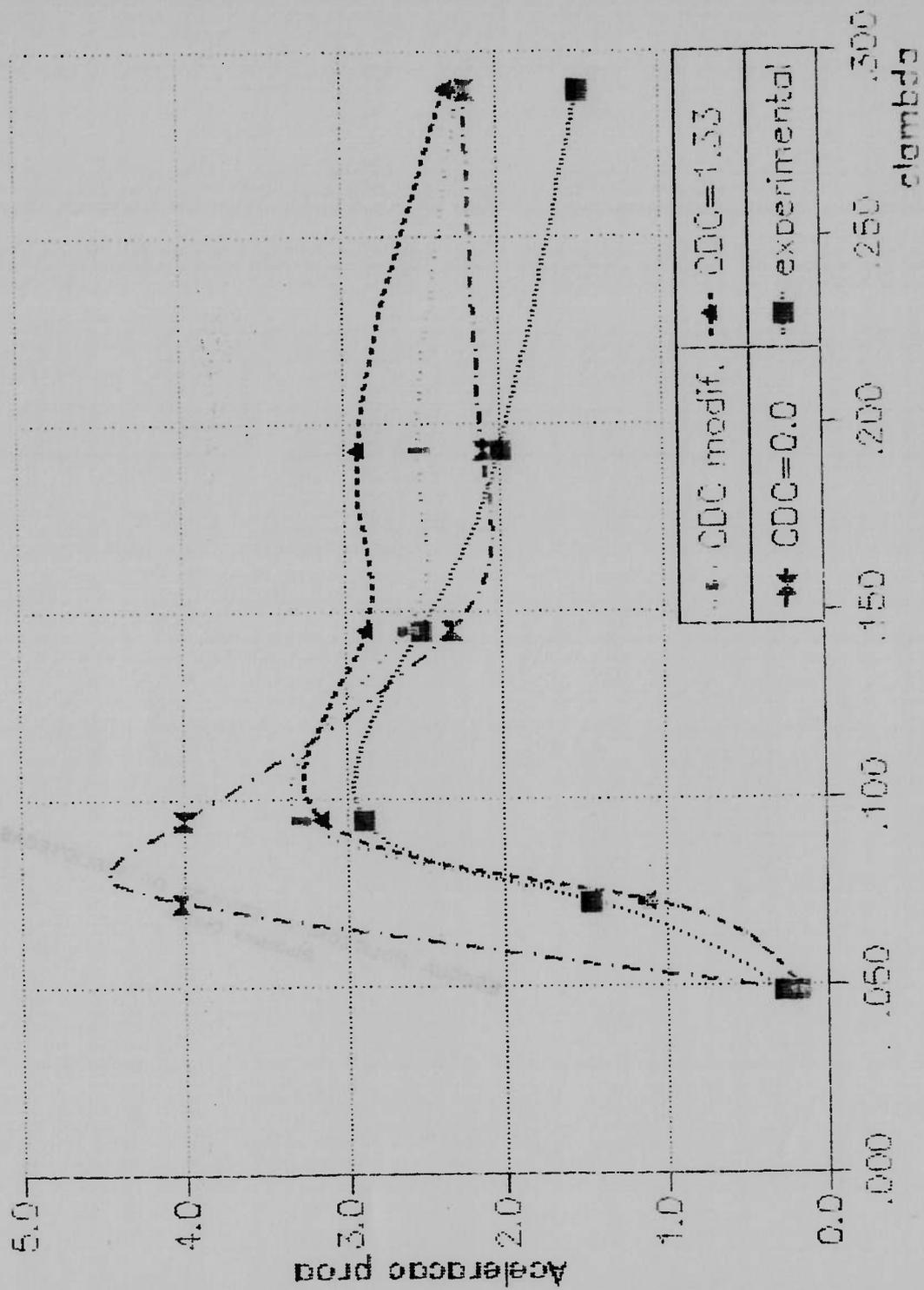


Figura 4.28 Resposta das acelerações da proa para valores distintos do termo de cross flow

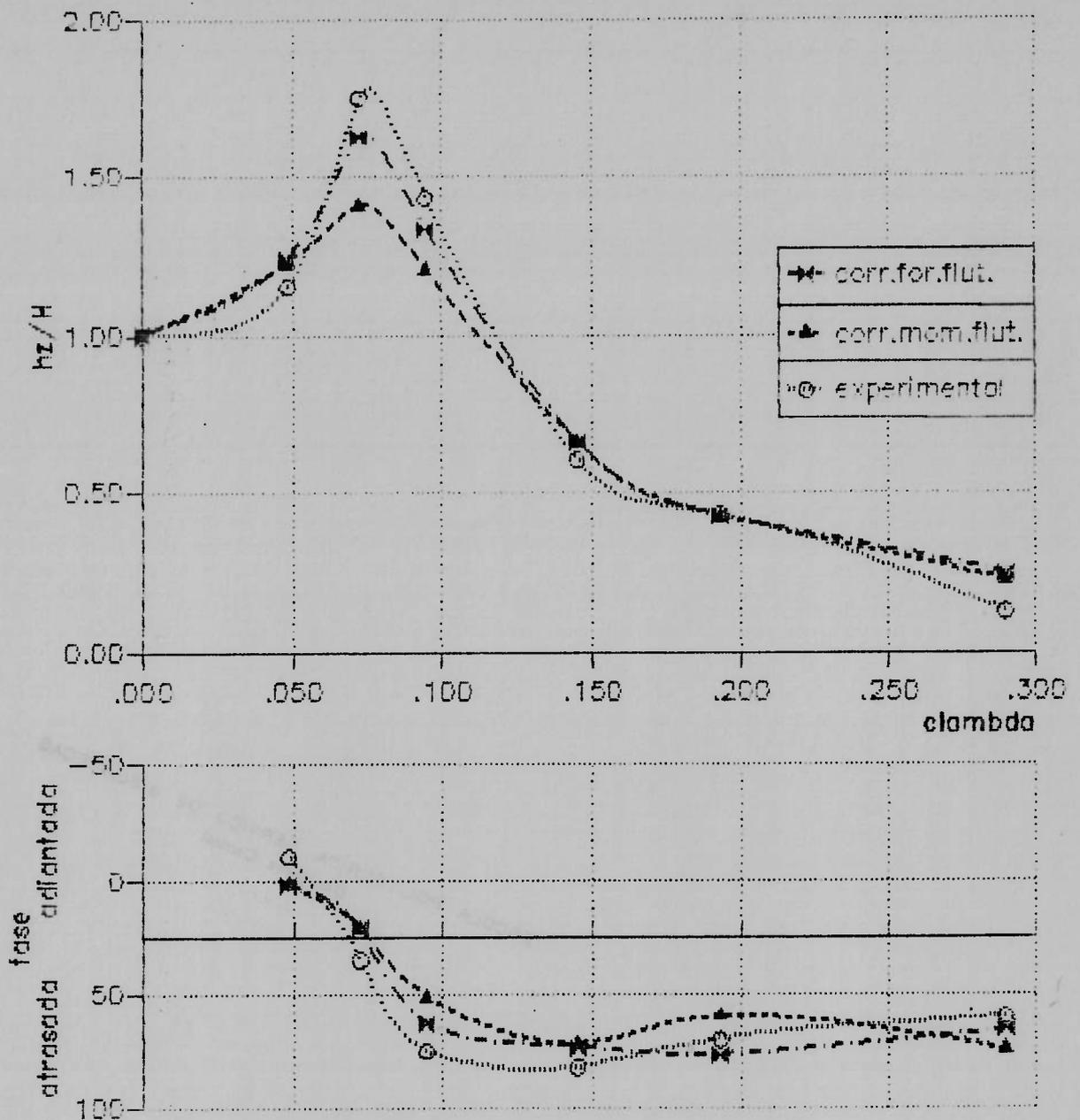


Figura 4.29 Resposta do movimento de caturro em função da modificação da força de flutuação e do momento dessa força

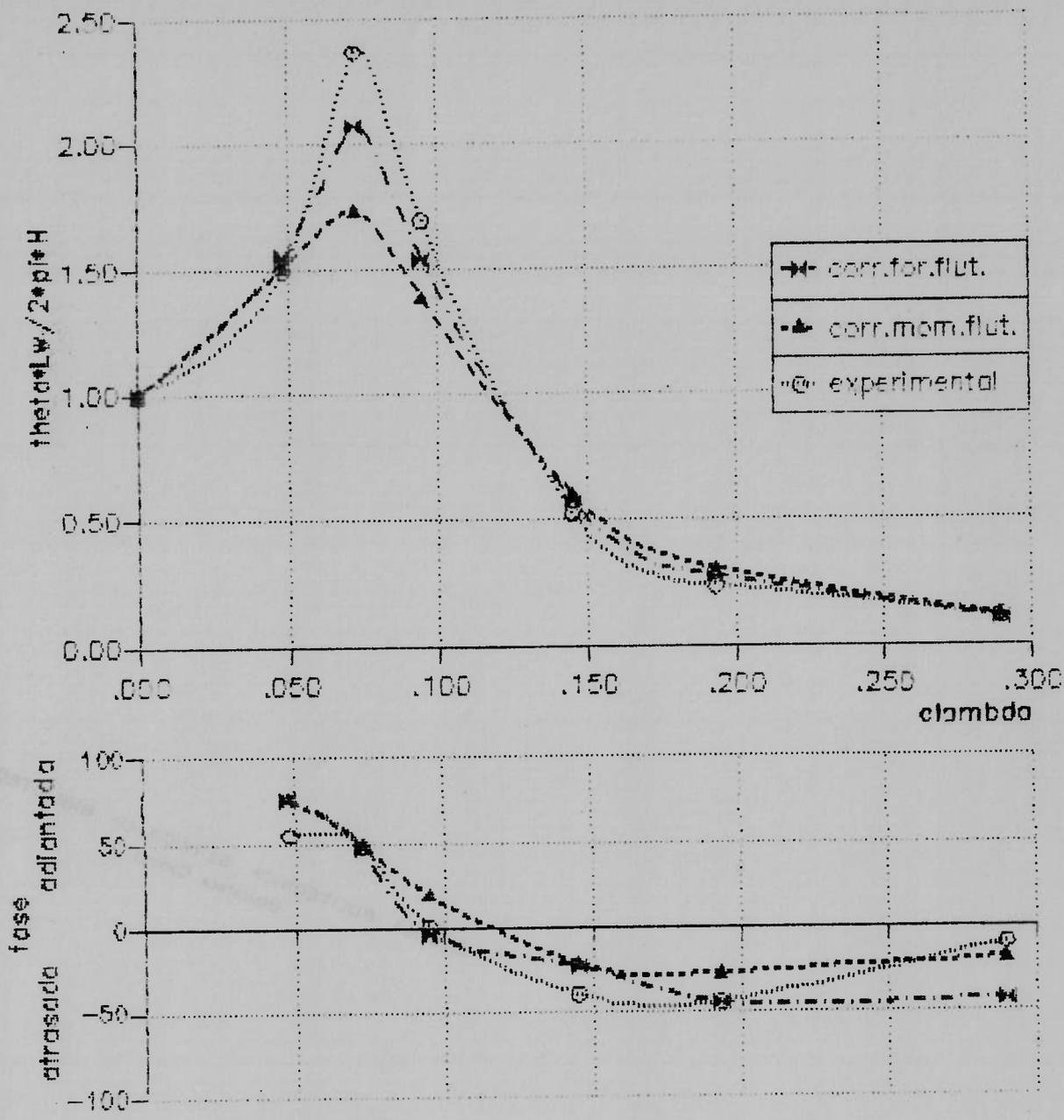


Figura 4.30 Resposta do movimento de arfagem em função da modificação da força de flutuação e do momento dessa força

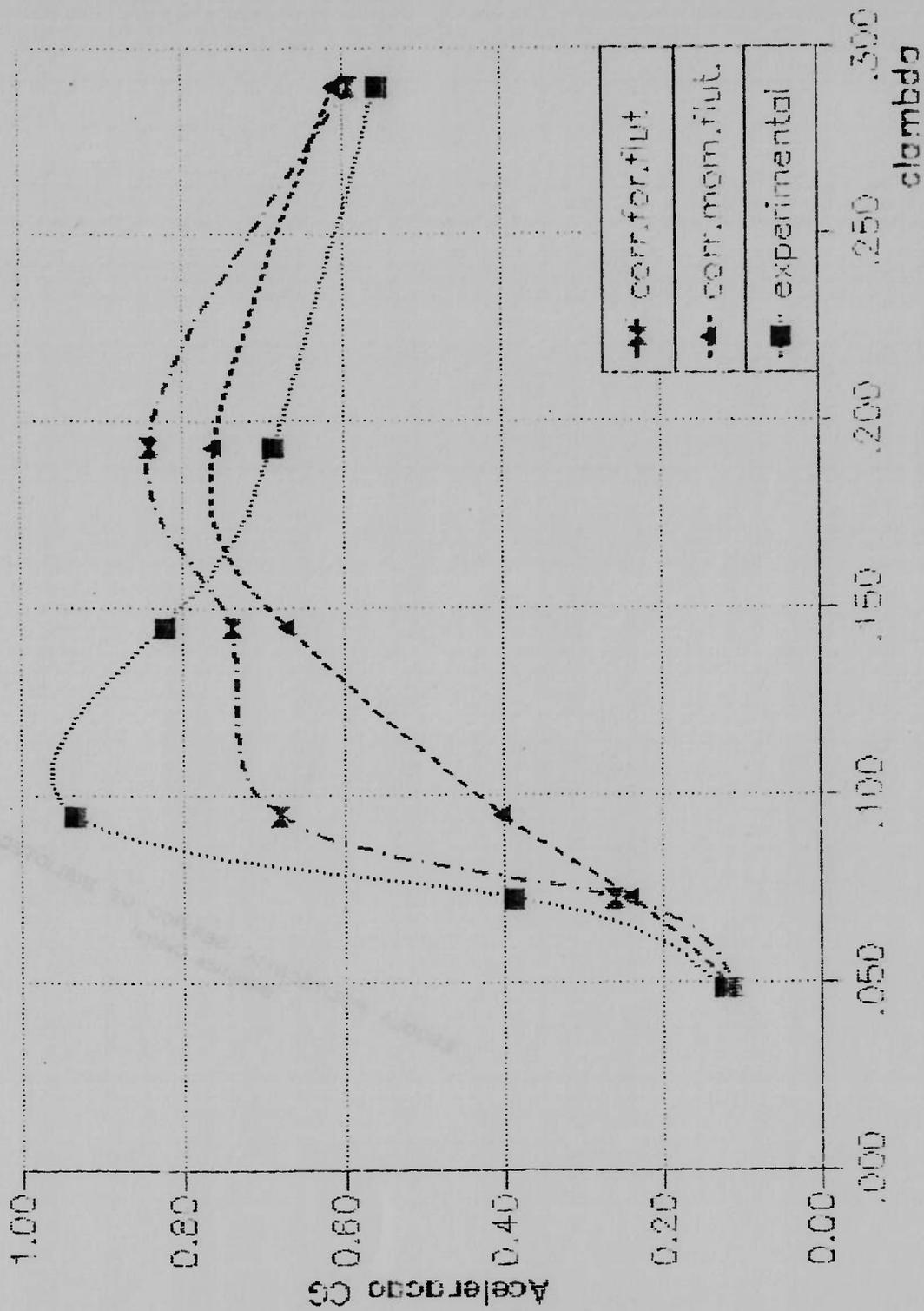


Figura 4.31 Resposta das acelerações do C. G. em função da modificação da força de flutuação e do momento dessa força

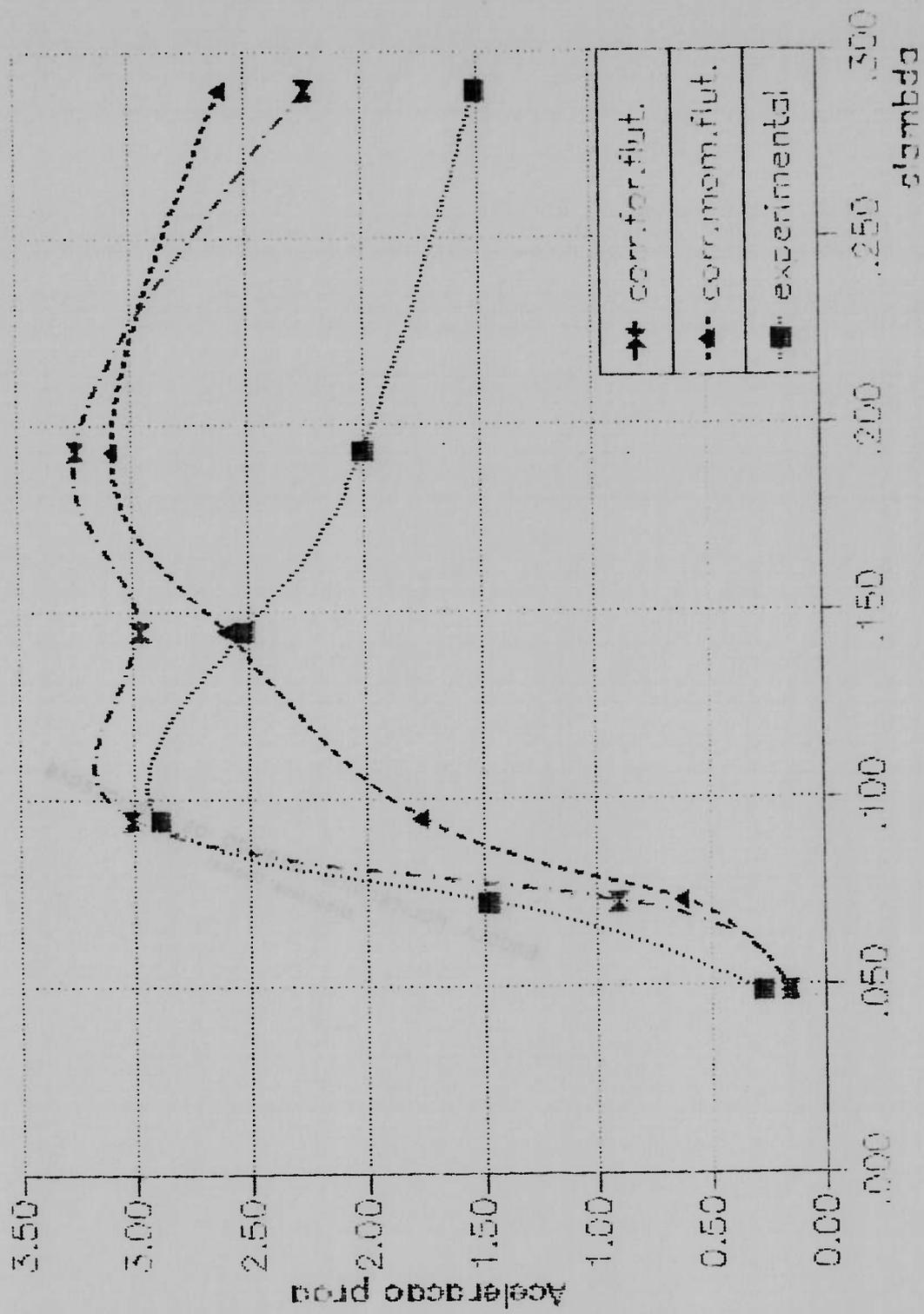


Figura 4.32 Resposta das acelerações da proa em função da modificação da força de flutuação e do momento dessa força

Com relação às fases, verifica-se que, para o movimentos de arfagem, não existe uma influência significativa do número de seções, sendo que os resultados aproximam-se bastante daqueles observados experimentalmente. Em relação ao movimento de caturro, não há novamente uma influência do número de seções, porém observa-se uma discrepância na região de $C_{\lambda} \geq 0.15$.

É nas acelerações do centro de gravidade e da proa, figuras (4.17) e (4.18), que se observa a influência da variação do número de seções. De uma maneira geral, entretanto, nenhum dos resultados teóricos apresenta-se adequado quando comparado com os valores experimentais. Para o gráfico das acelerações do centro de gravidade, observa-se que o aumento do número de seções acarreta melhor estimativa para valores C_{λ} menores do que a ressonância, enquanto para valores maiores parece que os resultados independem do número de seções, fornecendo valores para as acelerações de centro de gravidade que excedem aqueles observados experimentalmente. Na figura (4.18), relativa às acelerações de proa, observa-se que, para C_{λ} maior do que aproximadamente 0.19, todos os valores teóricos são maiores que os resultados experimentais. Um aspecto interessante de se notar é que a mudança de 77 para 39 seções altera apenas o valor para $C_{\lambda} = 0.14$, mantendo o mesmo resultado na ressonância, bem como a mesma tendência para $C_{\lambda} \geq 0.19$.

Uma vez que as principais discrepâncias entre o procedimento teórico e os resultados experimentais se observam nas acelerações, apresenta-se nas figuras (4.19) e (4.20) uma comparação do efeito do incremento de tempo Δt sobre as acelerações do centro de gravidade e da proa para intervalos de tempo Δt iguais a 0.1, 0.04 e 0.02. Para a elaboração adotou-se a

embarcação subdividida em 39 seções transversais. Nos dois gráficos, a escolha de um incremento igual a 0.1 acarreta uma diferença significativa em relação aos resultados experimentais, o que pode ser explicado em função do procedimento de integração que, utilizando o valor anterior para estimar o novo valor, tende a cortar os picos de aceleração. Para os incrementos de 0.04 e 0.02 observa-se uma igualdade para valores de $C_A \leq 0.15$ e valores de $C_A = 0.29$. A principal diferença ocorre entre estes dois limites. Deve-se observar mais uma vez que os resultados são bastante precários em relação aos valores experimentais.

Dos gráficos analisados anteriormente verificou-se que a maior discrepância entre o método teórico e os resultados experimentais encontra-se na estimativa das acelerações. Em função disto, implementou-se no programa uma série de formas alternativas para o cálculo da massa adicional, cujos resultados são apresentados nas figuras (4.21) a (4.24). Na figura (4.21) apresentam-se os resultados para o movimento de caturro, podendo-se concluir que as formulações de Von Karman, Taylor e Payne oferecem resultados que subestimam a amplitude do movimento, principalmente na região de ressonância, enquanto o modelo de Bisplinghoff e Doherty apresenta um resultado bastante adequado. A mesma conclusão pode ser verificada com relação à figura (4.22), relacionada ao movimento de arfagem.

A figura (4.23) apresenta as acelerações do centro de gravidade. Pode-se observar que as formulações de Von Karman e Taylor resultam em acelerações menores que os valores experimentais para toda a faixa de comprimentos de onda analisados. Por sua vez, a formulação de Payne não estima o aumento da aceleração perto da ressonância e oferece resultados

acima dos experimentais para valores altos de C_λ . Mais uma vez, a formulação de massa adicional desenvolvida por Bisplinghoff e Doherty oferece melhor estimativa, entretanto mesmo esta apresenta resultados abaixo dos valores experimentais perto da ressonância.

Para as acelerações de proa, figura (4.24), a formulação de Bisplinghoff e Doherty oferece valores menores na região de ressonância e, seguindo a tendência do programa original, superestima os valores da aceleração para a região de $C_\lambda \geq 0.15$. Por sua vez, a formulação de Payne apresenta valores bastante adequados na faixa $0.20 \leq C_\lambda \leq 0.30$, porém não representa adequadamente a região de ressonância. As formulações de Van Karman e Taylor subestimam os resultados experimentais ao longo de toda a faixa de comprimento de onda.

As figuras de (4.25) a (4.28) mostram os resultados fornecidos pelo programa para a variação do valor de C_{DC} (0.0 e 1.33), bem como para a modificação efetuada no cálculo deste termo. As figuras (4.25) e (4.26) apresentam os resultados dos movimentos e mostram que a escolha de $C_{DC} = 0.0$ amplifica significativamente os valores do movimento, principalmente na região de ressonância. Para $C_{DC} = 1.33$ há uma pequena redução de ressonância, enquanto o modelo alternativo de inclusão do termo do *cross flow* não implica qualquer alteração significativa ao longo de todo o campo de comprimentos de onda.

Em relação à aceleração do centro de gravidade, figura (4.27), observa-se que para $C_{DC} = 0.0$ existe uma boa estimativa do valor deste parâmetro na ressonância, porém há um deslocamento no comprimento de onda onde este máximo ocorre. Para as outras duas possibilidades não existe o pico da aceleração observado

experimentalmente perto da ressonância e, além disto, elas têm a tendência de apresentar valores teóricos acima dos experimentais em comprimentos de onda pequenos. Por sua vez, as acelerações de proa obtidas do programa e mostradas na figura (4.28) apresentam novamente, para valores de $C_{\lambda} \geq 0.19$, a tendência de resultados maiores do que os valores experimentais. A escolha de $C_{DC} = 0.0$ amplifica os resultados na região de ressonância, enquanto as duas outras alternativas apresentam um resultado mais compatível com os valores experimentais para esta mesma faixa.

Finalmente as figuras (4.29) e (4.30) mostram a influência da modificação da força de flutuação e da eliminação do fator 0.5 na estimativa do momento de flutuação. De maneira geral, há uma redução significativa da amplitude dos movimentos na ressonância, devendo-se, entretanto, ressaltar que a modificação da formulação associada à força de flutuação apresenta maior influência. Com relação às acelerações do centro de gravidade e da proa, figuras (4.31) e (4.32), respectivamente, as duas modificações eliminam o pico de aceleração na ressonância e fornecem uma resposta excessiva para a região de pequenos comprimentos de onda.

4.6 Conclusões e sugestões

Do estudo realizado pode-se concluir que o programa implementado, bem como a utilização da formulação de Bisplinghoff e Doherty, conduz a resultados bastante bons na estimativa dos movimentos de caturro e arfagem. Em função destes resultados pode-se sugerir uma extensão deste procedimento para o cálculo dos movimentos em ondas irregulares.

Por outro lado, o modelo adotado não se mostra capaz de uma

estimativa razoável tanto da aceleração do centro de gravidade como da aceleração na proa. Apesar das diferentes formulações utilizadas, verificou-se que para pequenos comprimentos de onda os valores estimados teoricamente se apresentam, de uma maneira geral, acima dos valores experimentais, podendo-se concluir que o modelo utilizado não é adequado para esta região.

Ainda com relação às acelerações, considerando-se a região de ressonância e apesar de que nenhuma das variantes conduziu a uma boa estimativa, observou-se que estas alterações modificavam de maneira significativa as respostas das acelerações, sendo talvez possível encontrar uma formulação intermediária que conduza a resultados mais realísticos.

Entretanto, para que se possa aprimorar o procedimento implementado, muito estudo ainda deve ser dedicado ao entendimento dos fenômenos físicos, bem como à busca de uma representação matemática mais adequada. Um primeiro passo neste sentido sugere que se tente implementar o programa desenvolvido por Fujino e Forng-Chen Chiu (1983), que utiliza no cálculo da massa adicional a teoria desenvolvida por Ursell (1954) para um cilindro oscilando. Esta consideração poderia oferecer resultados interessantes na faixa de comprimentos de onda pequenos, pois nesta faixa a embarcação corta a crista das ondas, resultando, possivelmente, em um movimento oscilatório onde o modelo de impacto de cunha não é tão representativo do fenômeno físico.

Outros aspectos cujas influências devem ser cuidadosamente estudadas são o efeito da exclusão da difração e a maneira como se obteve a profundidade da quilha central e a sua derivada, expressões estas válidas somente quando o comprimento de onda for

significativamente maior que o da embarcação.

SECRETARIA DE ESTADO DE AGRICULTURA
E RECURSOS HÍDRICOS

CAPITULO V - CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve por objetivo descrever as principais características hidrodinâmicas das embarcações de planeio e fornecer ao projetista algumas considerações básicas para as fases iniciais de projeto.

Cumprе ressaltar a importância do conhecimento teórico das características hidrodinâmicas dessas embarcações de pequeno porte e alto desempenho para a indústria naval, em consequência da redução do mercado mundial de embarcações de deslocamento. No Brasil, em função de sua extensão costeira e da possibilidade de aproveitamento econômico da faixa de 200 milhas, estas embarcações podem desempenhar de maneira bastante satisfatória funções de patrulha e de interligação com as plataformas de petróleo a um custo bastante reduzido, além de apresentarem uma tecnologia construtiva bastante acessível ao parque industrial brasileiro.

Iniciou-se o presente trabalho apresentando-se um panorama geral da importância das embarcações de planeio e de semideslocamento no contexto das embarcações rápidas. No capítulo II analisou-se uma série de aspectos ligados à forma do casco como, por exemplo, a influência dos parâmetros L/b , razão de aspecto, ângulo de trim, ângulo de abertura, etc ou a importância do emprego de *spray rails* ou de *flaps*. Verificou-se as diferentes metodologias empregadas para a estima do desempenho dessas embarcações estudando-se, também, os diversos problemas, isto é, as instabilidades direcional, longitudinal e transversal, o comportamento em ondas de proa e popa e o problema de *Broaching*.

No capítulo seguinte estudou-se mais detalhadamente o problema de instabilidade longitudinal em altas velocidades. Para tanto implementou-se um programa que, em função dos parâmetros velocidade e posição do centro de gravidade, fornece o ângulo crítico de trim. O programa básico foi alterado, resultando em um aprimoramento da estimativa do ângulo crítico de trim para uma determinada faixa de velocidade.

Por último implementou-se um procedimento não linear de simulação no tempo para o estudo dos movimentos da embarcação em ondas regulares. Este fornece resultados bastante adequados na estimativa das amplitudes de caturro e arfagem. Na obtenção das acelerações do centro de gravidade e da proa, entretanto, existe uma discrepância ainda grande em relação aos valores experimentais.

Concluindo este trabalho, acredito que o mesmo possibilite a aquisição de um conhecimento indispensável ao projeto de embarcações de planeio, devendo-se ressaltar que muito ainda deve ser feito, mesmo porque apenas nos últimos anos muitos problemas associados ao comportamento destas embarcações vêm merecendo atenção da comunidade naval internacional.

APÊNDICE A - OBTENÇÃO DAS FORÇAS HIDRODINAMICAS GENERALIZADAS

Como já salientado, os movimentos de avanço, caturro e arfagem são considerados como pequenas perturbações em torno da posição de equilíbrio. De acordo com a metodologia desenvolvida deve-se expressar a velocidade e a aceleração com que a seção em forma de cunha penetra ao fluido. A velocidade de penetração está associada ao sistema $O \xi \zeta$ onde a origem encontra-se na interseção da quilha central com a superfície livre.

Para tanto deve-se inicialmente expressar a variação da coordenada normal à quilha central (ζ) em função da modificação do calado e do ângulo de trim. Considerando, então, a figura (A.1) e, devido ao pequeno ângulo de arfagem θ , obtem-se a expressão (A.1) para a coordenada ζ .

$$\zeta = (\xi - v \theta) \tan(\tau + \theta) - a \theta + z \cos(\tau + \theta) \quad (\text{A.2})$$

A variação do sistema de coordenadas associado à embarcação com relação ao eixo x do referencial fixo é dado por:

$$\frac{d\zeta}{dx} = -\cos(\tau + \theta) \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = -\sin(\tau + \theta)$$

Deve-se ressaltar ξ é uma função definida unicamente em função da variável x , isto é, $\xi = \xi(x)$. A derivada parcial da variável ζ é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = & \dot{z} \cos(\tau + \theta) - z \dot{\theta} \sin(\tau + \theta) - \dot{\theta} a + \dot{\theta} \xi [1 + \\ & - \tan^2(\tau + \theta)] - v \dot{\theta} [\tan(\tau + \theta) + \theta \sec^2(\tau + \theta)] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

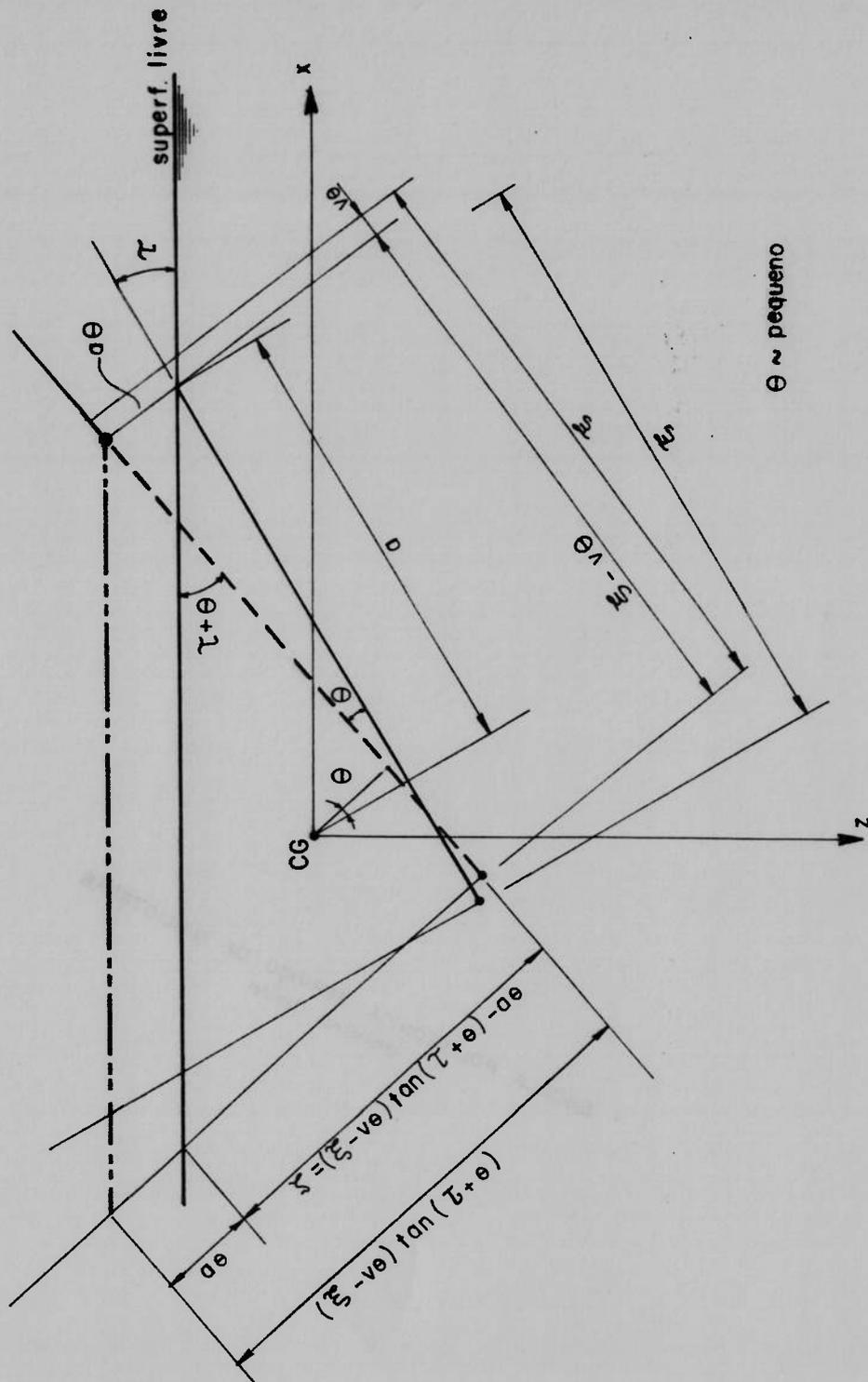


Figura A.1 Variação da coordenada z em função da mudança do ca-
lado e do ângulo de trim

Como se está interessado na velocidade de penetração, calcula-se a derivada total de ζ , dada por:

$$\dot{\zeta} = \frac{D\zeta}{Dt} = - (U + u) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \zeta}{\partial t}$$

e portanto:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} = & (U + u) \operatorname{sen}(\tau + \theta) + \dot{z} \cos(\tau + \theta) - z \dot{\theta} \operatorname{sen}(\tau + \theta) + \\ & - \dot{\theta} a + \dot{\theta} \xi [1 - \tan^2(\tau + \theta)] - v \dot{\theta} [\tan(\tau + \theta) + \theta \times \\ & \times \sec^2(\tau + \theta)] \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Desenvolvendo as expressões de seno e cosseno e sabendo que θ é pequeno, isto é, $\cos \theta \approx 1$ e $\operatorname{sen} \theta \approx \theta$, tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} = & (U + u) [\operatorname{sen} \tau + \theta \cos \tau] + \dot{z} [\cos \tau - \theta \operatorname{sen} \tau] + \\ & - z \dot{\theta} [\operatorname{sen} \tau + \theta \cos \tau] - \dot{\theta} a + \dot{\theta} \xi [1 - \tan^2(\tau + \theta)] + \\ & - v \dot{\theta} [\tan(\tau + \theta) + \theta \sec^2(\tau + \theta)] \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Desprezando os termos de segunda ordem, obtém-se a expressão para velocidade,

$$\dot{\zeta} = (U + u) \operatorname{sen} \tau + U \theta \cos \tau + \dot{z} \cos \tau - \dot{\theta} a + \dot{\theta} \xi \quad (\text{A.6})$$

Para se obter a aceleração utiliza-se a expressão da derivada total, isto é,

$$\frac{D\dot{\zeta}}{Dt} = - (U + u) \frac{\partial \dot{\zeta}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{\zeta}}{\partial t} \quad (\text{A.7})$$

onde: $\frac{\partial \dot{\zeta}}{\partial x} = \frac{\partial \dot{\zeta}}{\partial \xi} \frac{d\xi}{dx} = - \dot{\theta} \cos(\tau + \theta) = - \dot{\theta} (\cos \tau - \theta \operatorname{sen} \tau)$
 $\approx - \dot{\theta} \cos \tau$

$$\frac{\partial \dot{\zeta}}{\partial t} = \dot{u} \operatorname{sen} \tau + \dot{U} \theta \cos \tau + \ddot{z} \cos \tau - \ddot{\theta} a + \ddot{\theta} \xi$$

Substituindo em (A.7) tem-se:

$$\frac{D\zeta}{Dt} = (U + u) \dot{\theta} \cos \tau + \ddot{u} \sin \tau + U \dot{\theta} \cos \tau + \ddot{z} \cos \tau + \ddot{\theta} (\zeta - a) \quad (\text{A.8})$$

e desprezando os termos de segunda ordem obtém-se:

$$\ddot{\zeta} = 2 U \dot{\theta} \cos \tau + \ddot{u} \sin \tau + \ddot{z} \cos \tau + \ddot{\theta} (\zeta - a) \quad (\text{A.9})$$

Uma vez obtidas as expressões para velocidade e aceleração pode-se agora obter as expressões para a força e o momento hidrodinâmicos. A força, desenvolvida mediante o cálculo de variação de quantidade de movimento de uma pequena faixa, resulta em uma expressão do tipo:

$$F_N = \phi(\lambda) \left[\int_0^{L_{qc}} \zeta \frac{Dm_a}{Dt} d\xi + \int_0^{L_{qc}} m_a \frac{D\zeta}{Dt} d\xi \right] \quad (\text{A.10})$$

Expressando o termo devido a variação da massa adicional com o tempo por:

$$\frac{Dm_a}{Dt} = \frac{\partial m_a}{\partial \zeta} \frac{D\zeta}{Dt} = \frac{D\zeta}{Dt} \frac{\partial m_a}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial \zeta} = \zeta \cotg(\tau + \theta) \frac{\partial m_a}{\partial \zeta} \quad (\text{A.11})$$

Substituindo (A.11) em (A.10) tem-se:

$$F_N = \phi(\lambda) \left[\int_0^{L_{qc}} \zeta^2 \cotg(\tau + \theta) \frac{\partial m_a}{\partial \zeta} d\xi + \int_0^{L_{qc}} m_a \ddot{\zeta} d\xi \right] \quad (\text{A.12})$$

$$F_N = \phi(\lambda) \left[\int_0^{m_{aP}} \cotg(\tau + \theta) \zeta^2 dm_a + \int_0^{L_{qc}} m_a \ddot{\zeta} d\xi \right] \quad (\text{A.13})$$

Denominando-se o primeiro termo da equação (A.13) por F_{N1} e o segundo por F_{N2} , passa-se a desenvolvê-los separadamente.

$$F_{N1} = \phi(\lambda) \int_0^{m_{aP}} \cotg(\tau + \theta) \zeta^2 dm_a \quad (A.14)$$

A expressão (A.6) fornece o valor de ζ , portanto, o quadrado deste parâmetro é igual a:

$$\begin{aligned} \zeta^2 = & U^2 \text{sen}^2 \tau + U^2 \theta \text{sen} \tau \cos \tau + U u \text{sen}^2 \tau + U \dot{z} \text{sen} \tau \times \\ & \times \cos \tau - U \dot{\theta} (a - \xi) \text{sen}^2 \tau + U^2 \theta \text{sen} \tau \cos \tau + U^2 \times \\ & \times \theta^2 \cos^2 \tau + U \theta u \cos \tau \text{sen} \tau + U \dot{\theta} \dot{z} \cos^2 \tau - U \dot{\theta} \theta \times \\ & \times (a - \xi) \cos \tau + U u \text{sen}^2 \tau + U \theta u \cos \tau \text{sen} \tau + u^2 \times \\ & \times \text{sen}^2 \tau + u \dot{z} \text{sen} \tau \cos \tau - u \dot{\theta} (a - \xi) \text{sen} \tau + U \dot{z} \times \\ & \times \text{sen} \tau \cos \tau + U \dot{\theta} \dot{z} \cos^2 \tau + u \dot{z} \text{sen} \tau \cos \tau + \dot{z}^2 \times \\ & \times \cos^2 \tau - \dot{\theta} \dot{z} (a - \xi) \cos \tau - \dot{\theta} U (a - \xi) \text{sen} \tau - U \times \\ & \times \dot{\theta} \theta (a - \xi) \cos \tau - u \dot{\theta} (a - \xi) \text{sen} \tau + \dot{\theta} \dot{z} (a - \xi) \times \\ & \times \cos \tau \end{aligned} \quad (A.15)$$

e desprezando-se os termos de segunda ordem resulta na expressão:

$$\begin{aligned} \zeta^2 = & U^2 \text{sen}^2 \tau + 2 U^2 \theta \text{sen} \tau \cos \tau + 2 U u \text{sen}^2 \tau + 2 U \dot{z} \times \\ & \times \text{sen} \tau \cos \tau - 2 \dot{\theta} U (a - \xi) \text{sen} \tau \end{aligned} \quad (A.16)$$

e utilizando-se a aproximação

$$\cotg(\tau + \theta) \approx \frac{1}{\tan \tau} = \frac{\cos \tau}{\text{sen} \tau} \quad (A.17)$$

obtem-se, substituindo (A.17) e (A.16) na equação (A.14)

$$\begin{aligned}
F_{N1} &= \phi(\lambda) \int_0^{m_{AP}} \left[U^2 \operatorname{sen} \tau \cos \tau + 2 U^2 \theta \cos^2 \tau + 2 U u \operatorname{sen} \tau \times \right. \\
&\quad \left. \times \cos \tau + 2 U \dot{z} \cos^2 \tau - 2 \dot{\theta} U (a - \xi) \cos \tau \right] dm_a \\
&= \phi(\lambda) \left[(U^2 \operatorname{sen} \tau \cos \tau + 2 U u \operatorname{sen} \tau \cos \tau + 2 U \dot{z} \times \right. \\
&\quad \left. \times \cos^2 \tau) \int_0^{m_{AP}} dm_a - 2 \dot{\theta} U \cos \tau \int_0^{m_{AP}} (a - \xi) dm_a + \right. \\
&\quad \left. + 2 U^2 \theta \cos^2 \tau \int_0^{m_{AP}} dm_a \right] \quad (A.18)
\end{aligned}$$

Desprezando-se o último termo da expressão acima por se tratar da componente hidrostática, e que será obtida de maneira diferente nos apêndices B e D, obtém-se a expressão:

$$\begin{aligned}
F_{N1} &= \phi(\lambda) \left[(U^2 \operatorname{sen} \tau \cos \tau + 2 U u \operatorname{sen} \tau \cos \tau + 2 U \dot{z} \times \right. \\
&\quad \left. \times \cos^2 \tau) M_{AP} - 2 \dot{\theta} U a \cos \tau M_{AP} + 2 \dot{\theta} U \cos \tau \times \right. \\
&\quad \left. \times \int_0^{m_{AP}} \xi dm_a \right] \quad (A.19)
\end{aligned}$$

onde M_{AP} é a massa adicional seccional da secção de popa.

Efetuada uma integração por partes do último termo obtém-se:

$$F_{N1} = \phi(\lambda) \left[(U^2 \operatorname{sen} \tau \cos \tau + 2 U u \operatorname{sen} \tau \cos \tau + 2 U \dot{z} \times
\right.$$

$$\times \cos^2 \tau \left) M_{AP} - 2 \dot{\theta} U \cos \tau \left\{ a M_{AP} + \int_0^{L_{QC}} d(\xi m_a) + \int_0^{L_{QC}} m_a d\xi \right\} \right]$$

$$F_{N1} = \phi(\lambda) \left[(U^2 \sin \tau \cos \tau + 2 U \dot{u} \sin \tau \cos \tau + 2 U \dot{z} \times \right. \\ \left. \times \cos^2 \tau \right) M_{AP} - 2 \dot{\theta} U \cos \tau \left\{ M_{AP} (a - L_{QC}) \right\} + \\ \left. - 2 \dot{\theta} U \cos \tau \int_0^{L_{QC}} m_a d\xi \right] \quad (A.20)$$

Sabendo que $(L_{QP} - a)$ é a distância da popa até o centro de gravidade e denominando este termo por L_{CG} , tem-se:

$$F_{N1} = \phi(\lambda) \left[(U^2 \sin \tau \cos \tau + 2 U \dot{u} \sin \tau \cos \tau + 2 U \dot{z} \times \right. \\ \left. \times \cos^2 \tau \right) M_{AP} + 2 \dot{\theta} U \cos \tau M_{AP} L_{CG} - 2 \dot{\theta} U \times \\ \left. \times \cos \tau \int_0^{L_{QC}} m_a d\xi \right] \quad (A.21)$$

Introduzindo-se a expressão (A.9) no termo F_{N2} , obtém-se:

$$F_{N2} = \phi(\lambda) \left[2 U \dot{\theta} \cos \tau \int_0^{L_{QC}} m_a d\xi + (\dot{u} \sin \tau + \dot{z} \cos \tau) \times \right. \\ \left. \times \int_0^{L_{QC}} m_a d\xi - \ddot{\theta} \int_0^{L_{QC}} (a - \xi) m_a d\xi \right] \quad (A.22)$$

Reagrupando os termos obtidos de (A.21) e (A.22), tem-se

finalmente a expressão para a força hidrodinâmica.

$$F_N = \phi(\lambda) \left[(U^2 \sin \tau \cos \tau + 2 U u \sin \tau \cos \tau + 2 U \dot{z} \times \right. \\ \left. \times \cos^2 \tau) M_{AP} + 2 \dot{\theta} U \cos \tau L_{CG} M_{AP} + (\dot{u} \sin \tau + \right. \\ \left. + \ddot{z} \cos \tau) \int_0^{L_{OC}} m_a d\xi - \ddot{\theta} \int_0^{L_{OC}} (a - \xi) m_a d\xi \right] \quad (A.23)$$

Como pode ser observado da equação (A.23) o seu primeiro termo à direita corresponde à força normal hidrodinâmica devido a velocidade de avanço em condições permanentes. Os outros termos representam as forças devido aos movimentos de avanço, caturro e arfagem em torno da posição de equilíbrio. Pode-se, então, reescrever as expressões na forma :

$$F_N = F_{NC} + \Delta F_N$$

onde: F_{NC} - força normal devido ao avanço

ΔF_N - contribuições linearizadas devido ao movimento em torno da posição de equilíbrio

$$\text{sendo } F_{NC} = \phi(\lambda) U^2 M_{AP} \sin \tau \cos \tau \quad (A.24)$$

$$\Delta F_N = \phi(\lambda) \left[2 U M_{AP} (u \sin \tau \cos \tau + \dot{z} \cos^2 \tau + \dot{\theta} L_{CG} \times \right. \\ \left. \times \cos \tau) + (\dot{u} \sin \tau + \ddot{z} \cos \tau) \int_0^{L_{OC}} m_a d\xi - \ddot{\theta} \times \right. \\ \left. \times \int_0^{L_{OC}} (a - \xi) m_a d\xi \right] \quad (A.25)$$

O momento em relação à popa da força hidrodinâmica é obtido

multiplicando-se a força que atua em cada faixa pelo seu braço, isto é,

$$M_N = \phi(\lambda) \int_0^{L_{OC}} (a - \xi) \frac{D}{Dt} (m_a \dot{\xi}) d\xi$$

$$M_N = \phi(\lambda) \left[\int_0^{L_{OC}} (a - \xi) \xi \frac{Dm_a}{Dt} d\xi + \int_0^{L_{OC}} (a - \xi) m_a \frac{D\dot{\xi}}{Dt} d\xi \right]$$

$$M_N = \phi(\lambda) \left[\cotg \tau \int_0^{L_{OC}} (a - \xi) \xi^2 dm_a + \int_0^{L_{OC}} (a - \xi) m_a \dot{\xi} d\xi \right] \quad (A.25)$$

Denominando-se o primeiro termo da equação (A.25) por M_{N1} e o segundo por M_{N2} , introduz-se a expressão (A.16), já eliminando o termo associado à força hidrostática, obtendo-se para M_{N1} :

$$M_{N1} = \phi(\lambda) \left[\cotg \tau \int_0^{m_{aP}} (a - \xi) \xi^2 dm_a \right]$$

$$M_{N1} = \phi(\lambda) \left[\cotg \tau \int_0^{m_{aP}} (a - \xi) \left\{ U^2 \text{sen}^2 \tau + 2 U u \text{sen}^2 \tau + 2 \times \right. \right.$$

$$\left. \left. \times U \dot{\xi} \text{sen} \tau \cos \tau - 2 \dot{\theta} U (a - \xi) \text{sen} \tau \right\} dm_a \right]$$

$$M_{N1} = \phi(\lambda) \left[\cotg \tau (u^2 \text{sen}^2 \tau + 2 U u \text{sen}^2 \tau + 2 U \dot{\xi} \text{sen} \tau \times \right.$$

$$\left. \times \cos \tau) \int_0^{m_{aP}} (a - \xi) dm_a \right] - \phi(\lambda) 2 \dot{\theta} U \cotg \tau \times$$

$$\times \operatorname{sen} \tau \int_0^{m_{aP}} (a - \xi)^2 dm_a$$

Efetuada uma integração por partes obtém-se:

$$M_{N1} = \phi(\lambda) \left[(U^2 \operatorname{sen} \tau \cos \tau + 2 U \dot{u} \operatorname{sen} \tau \cos \tau + 2 U \dot{z} \times \right. \\ \left. \times \cos^2 \tau \right) \left\{ a M_{AP} - \int_0^{m_{aP} L_{QC}} d(\xi m_a) + \int_0^{L_{QC}} m_a d\xi \right\} \right] - 2 \phi(\lambda) \times \\ \times \dot{\theta} U \cos \tau \left[a^2 M_{AP} - 2 a \int_0^{m_{aP}} \xi dm_a + \int_0^{m_{aP}} \xi^2 dm_a \right]$$

$$M_{N1} = \phi(\lambda) (U^2 \operatorname{sen} \tau \cos \tau + 2 U \dot{u} \operatorname{sen} \tau \cos \tau + 2 U \dot{z} \times \\ \times \cos^2 \tau \left[- L_{CG} M_{AP} + \int_0^{L_{QC}} m_a d\xi \right] - 2 \phi(\lambda) \dot{\theta} U \cos \tau \times \\ \times \left[- M_{AP} (L_{QC} - a)^2 + 2 \int_0^{L_{QC}} (a - \xi) m_a d\xi \right] \quad (A.26)$$

Desenvolvendo-se, agora, o termo M_{N2} obtém-se:

$$M_{N2} = \phi(\lambda) \int_0^{L_{QC}} (a - \xi) m_a \ddot{\xi} d\xi$$

$$M_{N2} = \phi(\lambda) \int_0^{L_{QC}} (a - \xi) m_a \left[2 U \dot{\theta} \cos \tau + \dot{u} \operatorname{sen} \tau + \ddot{z} \cos \tau + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \ddot{\theta} (a - \xi) \int_0^{L_{OC}} d\xi \\
 M_{N2} = & \phi(\lambda) \left[2 U \dot{\theta} \cos \tau + \dot{u} \sin \tau + \ddot{z} \cos \tau \right] \int_0^{L_{OC}} (a - \xi) \times \\
 & \times m_a d\xi - \phi(\lambda) \ddot{\theta} \int_0^{L_{OC}} (a - \xi)^2 m_a d\xi \quad (A.27)
 \end{aligned}$$

Reagrupando-se os termos M_{N1} e M_{N2} resulta a expressão:

$$\begin{aligned}
 M_N = & \phi(\lambda) U^2 \sin \tau \cos \tau \left[\int_0^{L_{OC}} m_a d\xi - L_{CG} M_{AP} \right] + \phi(\lambda) (2 U \times \\
 & \times u \sin \tau \cos \tau + 2 U \dot{z} \cos^2 \tau) \left[\int_0^{L_{OC}} m_a d\xi - L_{CG} M_{AP} \right] + \\
 & + 2 \phi(\lambda) \dot{\theta} U \cos \tau \left[M_{AP} L_{CG}^2 - \int_0^{L_{OC}} (a - \xi) m_a d\xi \right] + \\
 & + (\dot{u} \sin \tau + \ddot{z} \cos \tau) \phi(\lambda) \int_0^{L_{OC}} (a - \xi) m_a d\xi + \\
 & - \phi(\lambda) \ddot{\theta} \int_0^{L_{OC}} (a - \xi)^2 m_a d\xi \quad (A.28)
 \end{aligned}$$

Do mesmo modo que no cálculo da força hidrodinâmica, o primeiro termo de (A.28) corresponde ao momento hidrodinâmico associado com o avanço à velocidade constante enquanto os outros

termos correspondem às componentes devidas a perturbação de avanço, caturro e arfagem. Portanto, separando o momento hidrodinâmico, tem-se:

$$M_N = M_{NC} + \Delta M_N \quad (\text{A. 29})$$

onde: M_{NC} - momento devido ao avanço com velocidade constante

ΔM_N - componente devido as perturbações em torno da posição de equilíbrio

$$M_{NC} = \phi(\lambda) U^2 \sin \tau \cos \tau \left[\int_0^{L_{QC}} m_a d\xi - L_{CG} M_{AP} \right] \quad (\text{A. 30})$$

$$\begin{aligned} \Delta M_N = \phi(\lambda) & \left[(2 U \dot{u} \sin \tau \cos \tau + 2 U \dot{z} \cos^2 \tau) \left\{ \int_0^{L_{QC}} m_a d\xi + \right. \right. \\ & \left. \left. - L_{CG} M_{AP} \right\} + 2 U \dot{\theta} \cos \tau \left\{ M_{AP} L_{CG}^2 - \int_0^{L_{QC}} (a - \xi) m_a d\xi \right\} + \right. \\ & \left. + 2 U \ddot{\theta} \cos \tau \left\{ M_{AP}^2 L_{CG} - \int_0^{L_{QC}} (a - \xi) m_a d\xi \right\} + (\dot{u} \sin \tau + \right. \\ & \left. + \dot{z} \cos \tau) \int_0^{L_{QC}} (a - \xi) m_a d\xi - \ddot{\theta} \int_0^{L_{QC}} (a - \xi)^2 m_a d\xi \right] \end{aligned}$$

(A. 31)

Adimensionalizando as componentes da força e do momento hidrodinâmico, isto é, dividindo respectivamente por $1/2 \rho U^2 b^2$ e por $1/2 \rho U^2 b^3$ tem-se, indicando essas grandezas por

apóstrofe.

$$F'_{NC} = \frac{F_{NC}}{1/2 \rho U^2 b^2} = \phi(\lambda) M'_{AP} \operatorname{sen} \tau \cos \tau \quad (\text{A. 32})$$

$$\begin{aligned} \Delta F'_N = \phi(\lambda) & \left[2 M'_{AP} (\dot{u}' \operatorname{sen} \tau \cos \tau + \dot{z}' \cos^2 \tau + \dot{\theta}' \lambda_{CG} \cos \tau) + \right. \\ & \left. + (\dot{u}' \operatorname{sen} \tau + \dot{z}' \cos \tau) \int_0^{\lambda_{QC}} m'_a d\xi' - \dot{\theta}' \int_0^{\lambda_{QC}} (\lambda_a - \xi') m'_a d\xi' \right] \end{aligned} \quad (\text{A. 33})$$

$$M'_{NC} = \frac{M_{NC}}{1/2 \rho U^2 b^3} = \phi(\lambda) \operatorname{sen} \tau \cos \tau \left[\int_0^{\lambda_{QC}} m'_a d\xi' - \lambda_{CG} M'_{AP} \right] \quad (\text{A. 34})$$

$$\begin{aligned} \Delta M'_N = \phi(\lambda) & \left[(2 \dot{u}' \operatorname{sen} \tau \cos \tau + 2 \dot{z}' \cos^2 \tau) \left\{ \int_0^{\lambda_{QC}} m'_a d\xi' + \right. \right. \\ & \left. \left. - \lambda_{CG} M'_{AP} \right\} + 2 \dot{\theta}' \cos \tau \left\{ M'_{AP} \lambda_{CG}^2 - \int_0^{\lambda_{QC}} (\lambda_a - \xi') m'_a d\xi' \right\} + \right. \\ & \left. + (\dot{u}' \operatorname{sen} \tau + \dot{z}' \cos \tau) \int_0^{\lambda_{QC}} (\lambda_a - \xi') m'_a d\xi' + \right. \\ & \left. - \dot{\theta}' \int_0^{\lambda_{QC}} (\lambda_a - \xi')^2 m'_a d\xi' \right] \quad (\text{A. 35}) \end{aligned}$$

$$\text{onde : } u' = \frac{u}{U}, \quad z' = \frac{z}{U}, \quad \theta' = \frac{\theta}{U}, \quad \dot{u}' = \frac{\dot{u} b}{U^2}, \quad \dot{z}' = \frac{\dot{z} b}{U^2}, \quad \dot{\theta}' = \frac{\dot{\theta} b^2}{U^2},$$

$$\lambda_{CG} = \frac{L_{CG}}{b}, \quad \lambda_a = \frac{a}{b}, \quad \xi' = \frac{\xi}{b}, \quad d\xi' = \frac{d\xi}{b}$$

$$m_a' = \frac{m_a}{1/2 \rho b^2}$$

BRITISH AIR FORCE
RESEARCH ESTABLISHMENT

Como mostrado nas equações (3.24) e (3.25), onde se expressou as derivadas de estabilidade hidrodinâmicas em função da massa adicional seccional m_a , deve-se, agora, obter as expressões que possibilitem o cálculo destas massas adicionais.

Para a obtenção destas expressões não existe uma formulação teórica global, entretanto, através da utilização de equações relativamente simples pode-se obter expressões que fornecem uma boa estimativa das massas adicionais. Wagner (1932) obteve a expressão para uma cunha penetrando no fluido com velocidade constante, que corresponde a,

$$m_a = \frac{\rho \pi}{2} \zeta^2 f(\beta)^2 \quad (B.1)$$

onde: $f(\beta) = \frac{\pi}{2\beta} - 1$

A expressão (B.1) corresponde à massa adicional de uma seção onde a quilha lateral encontra-se emersa, estando a quantidade $\zeta f(\beta)$ associada ao raio de um semicilindro de seção equivalente.

No caso em que a quilha lateral encontra-se imersa Schnitzer (1953) considerou a massa adicional como a soma de duas parcelas, isto é,

$$m_a = \rho \frac{\pi b^2}{8} \left[f(\beta) \tan \beta \right]^2 + \frac{B}{2} \rho b (\zeta - \zeta_c) \quad (B.2)$$

onde o primeiro termo à direita corresponde à massa adicional da cunha definida até o ponto de imersão da quilha lateral e o segundo termo corresponde à contribuição associada à diferença

entre a superfície livre e a profundidade da quilha lateral. Neste segundo termo o coeficiente B foi obtido por Bobyleff para o caso de uma lâmina com ângulo de abertura, em fluido infinito, estando o termo ξ_c associado à profundidade da imersão geométrica da quilha lateral sendo igual a $\xi_c = b/2 \tan \beta$.

Uma vez que uma definição mais precisa do escoamento ao longo da embarcação de planeio é bastante difícil, Martin (1978a), fazendo uso de uma analogia com a expressão obtida por Shuford (1957), desenvolveu uma expressão alternativa para a obtenção massa adicional. Considerando esta dada por:

$$m_a(\xi) = \begin{cases} \rho \frac{\pi}{2} f(\beta)^2 \xi^2 \tan^2 \tau & 0 < \xi \leq \xi_{c1} & \text{(B.3)} \\ \rho \frac{\pi}{2} f(\beta)^2 \xi_{c1}^2 \tan^2 \tau & \xi_{c1} < \xi \leq L_{qc} & \text{(B.4)} \\ \frac{\rho}{2} B b \tan \tau (\xi - \xi_{c2}) & \xi_{c2} < \xi \leq L_{qc} & \text{(B.5)} \end{cases}$$

onde os parâmetros ξ_{c1} e ξ_{c2} correspondem respectivamente ao ponto onde a quilha lateral encontra-se efetivamente imersa e ao ponto onde a contribuição devida à elevação da superfície livre torna-se importante. Utilizando-se as expressões (B.3), (B.4) e (B.5) obtém-se para a massa seccional da popa a expressão:

$$M_{AP} = \rho \frac{\pi}{2} [f(\beta) \xi_{c1} \tan \tau]^2 + \frac{\rho}{2} B b \tan \tau [L_{qc} - \xi_{c2}] \quad \text{(B.6)}$$

e substituindo esta expressão na equação (A.26) tem-se:

$$F_{NC} = \frac{\rho U^2}{2} \left[\phi(\lambda) \pi [f(\beta) \xi_{c1} \tan \tau]^2 \sin \tau \cos \tau + \phi(\lambda) \times \right. \\ \left. \times \phi(\lambda) B b \sin^2 \tau (L_{qc} - \xi_{c2}) \right] \quad \text{(B.7)}$$

Comparando a equação acima com a expressão,

$$F_{NC} = \frac{\rho U^2}{2} \left[\frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{1+\lambda} b^2 \operatorname{sen} \tau \cos \tau (1 - \operatorname{sen} \beta) + C_{DC} \lambda b^2 \operatorname{sen}^2 \tau \cos^2 \tau \cos \beta \right] \quad (\text{B.8})$$

obtem-se: $\phi(\lambda) = \frac{\lambda}{1+\lambda}$ (B.9)

$$\rho \frac{\pi}{2} \left[f(\beta) \xi_{c1} \tan \tau \right]^2 = \frac{\rho \pi b^2}{4} (1 - \operatorname{sen} \beta) \quad (\text{B.10})$$

$$\phi(\lambda) B = C_{DC} \cos^2 \tau \cos \beta \quad (\text{B.11})$$

$$L_{OC} - \xi_{c2} = \lambda b \quad (\text{B.12})$$

Introduzindo-se as equivalências obtidas nas expressões (B.9) a (B.12) na equação (B.7) obtém-se:

$$M_{AP} = \frac{\rho \pi}{4} b^2 (1 - \operatorname{sen} \beta) + \frac{\rho}{2} b^2 (1 + \lambda) C_{DC} \cos \tau \operatorname{sen} \tau \cos \beta \quad (\text{B.13})$$

A expressão para o momento devido à força normal de sustentação é dada pela equação (A.33), isto é,

$$M_{NC} = \phi(\lambda) U^2 \operatorname{sen} \tau \cos \tau \left[\int_0^{L_{OC}} m_a d\xi - L_{CG} M_{AP} \right] \quad (\text{B.14})$$

para a qual deve-se obter a integral do primeiro termo entre colchetes. Substituindo-se a massa adicional seccional m_a pelas respectivas equações, tem-se:

$$\int_0^{L_{QC}} m_a d\xi = \int_0^{\xi_{C1}} \rho \frac{\pi}{2} \left[f(\beta) \tan \tau \right]^2 \xi^2 d\xi + \int_{\xi_{C1}}^{\xi_{C2}} \rho \left[f(\beta) \xi_{C1} \times \right. \\ \left. \times \tan \tau \right] d\xi + \int_{\xi_{C2}}^{L_{QC}} \left[\frac{\rho \pi}{2} (f(\beta) \xi_{C1} \tan \tau)^2 + \frac{\rho}{2} B \times \right. \\ \left. \times b \tan \tau (\xi - \xi_{C2}) \right] d\xi$$

$$\int_0^{L_{QC}} m_a d\xi = \rho \frac{\pi}{2} \left[f(\beta) \xi_{C1} \tan \tau \right]^2 \left\{ L_{QC} - \frac{2}{3} \xi_{C1} \right\} + \frac{\rho}{2} B b \times \\ \times \tan \tau \left(\frac{L_{QC} - \xi_{C2}}{2} \right) \quad (B.15)$$

Introduzindo as relações expressas de (B.9) a (B.12) na equação (B.15) obtém-se:

$$\int_0^{L_{QC}} m_a d\xi = \frac{\rho \pi b^2}{4} (1 - \text{sen } \beta) \left[L_{QC} - \frac{2}{3} \xi_{C1} \right] + \frac{\rho}{4} C_{DC} b^3 \lambda \times \\ \times (1 + \lambda) \cos \tau \text{sen } \tau \cos \beta \quad (B.16)$$

que juntamente com as equações (B.9), (B.14) fornecem para o momento a expressão:

$$M_{NC} = U^2 \text{sen } \tau \cos \tau \left\{ \frac{\lambda}{1 + \lambda} \left[\rho \frac{\pi}{4} b^2 (1 - \text{sen } \beta) \left(L_{QC} - \frac{2}{3} \xi_{C1} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\rho}{4} C_{DC} b^3 \lambda (1 + \lambda) \cos \tau \text{sen } \tau \cos \beta \right] - L_{CG} \frac{\lambda}{1 + \lambda} \left[\frac{\rho \pi}{4} \times \right. \right.$$

$$\times (1 - \operatorname{sen}\beta) + \frac{\rho}{2} C_{DC} b^2 (1 + \lambda) \cos \tau \operatorname{sen} \tau \cos \beta \left. \right\} \left. \right\}$$

$$M_{NC} = U^2 \operatorname{sen} \tau \cos \tau \left\{ \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{\rho \pi b^2}{4} (1 - \operatorname{sen}\beta) \left[L_{OC} - \frac{2}{3} \xi_{c1} + \right. \right. \\ \left. \left. - L_{CO} \right] + \frac{\rho}{2} b^2 C_{DC} \cos \tau \operatorname{sen} \tau \cos \beta \lambda \left[\frac{b \lambda}{2} - L_{CO} \right] \right\} \quad (B.17)$$

Adimensionalizando, isto é, dividindo-se por $\rho U^2 b^3$ tem-se:

$$M'_{NC} = \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{\pi}{2} \operatorname{sen} \tau \cos \tau (1 - \operatorname{sen}\beta) \left[\lambda_{OC} - \frac{2}{3} \lambda_{c1} - \lambda_{CO} \right] + \\ + C_{DC} \cos^2 \tau \operatorname{sen}^2 \tau \cos \beta \lambda \left[\frac{\lambda}{2} - \lambda_{CO} \right] \quad (B.18)$$

Para a definição do parâmetro ξ_{c1} , considera-se que durante a penetração da seção no fluido a profundidade efetiva sofre um acréscimo devido à elevação do fluido nas paredes laterais da cunha. Wagner verificou que a profundidade efetiva era maior de um fator $\pi/2$ em relação à profundidade definida pela interseção da cunha com a superfície livre. Como resultado obteve que o raio efetivo do semicilindro imerso é dado por:

$$r = \frac{\pi}{2} \xi \frac{\tan \tau}{\tan \beta} \quad (B.19)$$

Combinando esta expressão com a equação (B.1), onde $\xi \tan \tau = \zeta$, obtém-se:

$$m_a(\xi) = \frac{\rho}{2\pi} r^2 \left[\left(1 - \frac{2\beta}{\pi} \right)^2 \frac{\tan^2 \beta}{\beta^2} \right] \quad \text{para } \xi \leq \xi_{c1} \quad (B.20)$$

O fator entre colchetes corresponde ao efeito decorrente do ângulo de abertura sobre a massa adicional seccional. Shuford observou que esta relação não fornecia uma boa estimativa para ângulos de abertura maiores do que 25 graus, substituindo a mesma pelo fator $(1 - \text{sen } \beta)$. Desta maneira resulta:

$$m_a(\xi) = \frac{\rho \pi}{2} r^2 (1 - \text{sen } \beta) \quad (\text{B.21})$$

e portanto a massa adicional para o ponto ξ_{c1} é dado por:

$$m_a(\xi_{c1}) = \frac{\rho \pi}{2} r_{c1}^2 (1 - \text{sen } \beta) = \frac{\rho \pi}{2} b^2 (1 - \text{sen } \beta)$$

obtendo-se para r_{c1} a expressão:

$$r_{c1} = \frac{\sqrt{2}}{2} b \quad \text{para } \xi = \xi_{c1} \quad (\text{B.22})$$

A substituição da equação (B.22) em (B.19) possibilita a definição do ξ_{c1} , isto é,

$$\xi_{c1} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{\tan \beta}{\tan \tau} b \quad (\text{B.23})$$

ou na forma adimensional

$$\lambda_{c1} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{\tan \beta}{\tan \tau} \quad (\text{B.24})$$

Para a obtenção da variável ξ_{c2} faz-se uso de uma série de formulações experimentais. A primeira expressão importante foi obtida por Brown e Savitsky (1976) que, após a análise de um grande número de resultados experimentais, obtiveram para o comprimento molhado médio a expressão:

$$\lambda = \frac{\lambda_{QC} + \lambda_{QL}}{2} + 0.03 \quad (\text{B.25})$$

onde λ_{QC} e λ_{QL} correspondem respectivamente a razão entre o comprimento molhado da quilha central e o comprimento molhado da quilha lateral pela largura da embarcação (boca). A constante numérica que aparece na expressão acima foi incluída em função da convexidade da linha de estagnação.

Fazendo uso do fator $\pi/2$ devido à elevação do fluido durante a penetração da cunha no fluido, Savitsky (1964) expressou a diferença entre o comprimento molhado da quilha central e o da quilha lateral, através da equação:

$$\lambda_{QC} - \lambda_{QL} = \frac{1}{\pi} \frac{\tan \beta}{\tan \tau} \quad (\text{B.26})$$

Posteriormente verificou-se que a equação (B.26) fornecia valores menores do que aqueles observados experimentalmente para o comprimento molhado da quilha lateral e, então, desenvolveu-se a expressão,

$$\lambda_{QC} - \lambda_{QL} = \left[0.57 + \frac{\beta}{1000} \right] \left[\frac{\tan \beta}{2 \tan \tau} - \frac{\beta}{167} \right] \quad (\text{B.27})$$

onde β é em graus.

Denotando o termo à direita por W tem-se:

$$\lambda_{QC} - \lambda_{QL} = W \quad (\text{B.28})$$

A equação acima fornece resultados bastante adequados para valores de $\lambda_{QL} \geq 1$. Para valores de $\lambda_{QL} < 1$, a elevação do fluido

se reduz acarretando uma redução do comprimento molhado da quilha lateral. Em consequência a equação (B.28) é modificada para.

$$\lambda_{QL} = (\lambda_{QC} - W) - 0.2 \exp \left[- \frac{(\lambda_{QC} - W)}{0.3} \right] \quad (B.29)$$

Com as equações (B.25) e (B.29) e conhecendo-se λ obtém-se os valores de λ_{QC} e λ_{QL} cujo conhecimento permite a obtenção do parâmetro ξ_{CZ} pelo emprego da equação (B.12).

A hipótese básica formulada por Schnitzer (1953) separa o cálculo da massa adicional em duas formulações distintas cujo emprego é definido em função da posição da quilha lateral em relação à superfície livre. Na primeira, a massa adicional varia com a profundidade de imersão da seção (calado) até o instante no qual a quilha lateral torna-se molhada. A partir desta ocorrência o seu valor torna-se constante. Na segunda acrescenta-se um termo associado à profundidade de imersão da quilha lateral em relação à superfície livre. Desta hipótese resulta para a massa adicional a expressão:

$$m_a(\xi) = \begin{cases} \rho \frac{\pi}{2} f(\beta)^2 \xi^2 \tan^2 \tau & 0 < \xi \leq \xi_c & \text{(C.1)} \\ \rho \frac{\pi}{2} f(\beta)^2 \xi_c^2 \tan^2 \tau & \xi_c < \xi \leq L_{qc} & \text{(C.2)} \\ \frac{\rho}{2} B b \tan \tau (\xi - \xi_{c1}^*) & \xi_{c1}^* < \xi \leq L_{qc} & \text{(C.3)} \end{cases}$$

onde o parâmetro ξ_c corresponde à posição em que o fluido alcança a quilha lateral e o parâmetro ξ_{c1}^* define o ponto a partir do qual deve-se incluir o termo devido à imersão da quilha lateral.

Devido à complexidade do escoamento torna-se bastante difícil definir com precisão a posição ξ_{c1}^* . Tomando-se a equação desenvolvida por Savitsky (1964) tem-se:

$$L_{LM} = L_{qc} - L_{QL} = \frac{1}{\pi} \frac{\tan \beta}{\tan \tau} b \quad \text{(C.4)}$$

onde L_{LM} indica a posição, em relação à origem do sistema $O\xi\xi$, na

qual a quilha lateral torna-se molhada. Por outro lado, a posição geométrica a partir da qual a quilha lateral encontra-se abaixo da superfície livre é dada por:

$$L_{SB} = \frac{1}{2} \frac{\tan \beta}{\tan \tau} b \quad (C.5)$$

Portanto parece adequado definir o ponto ξ_{c1}^* entre os dois limites acima obtidos, isto é,

$$L_{LM} \leq \xi_{c1}^* \leq L_{SB} \quad (C.6)$$

e, uma vez que a expressão (B.24) fornece um resultado bastante adequado para a estimativa do parâmetro ξ_{c1}^* , tem-se:

$$\xi_{c1}^* = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{\tan \beta}{\tan \tau} b \quad (C.7)$$

Para corroborar este desenvolvimento alternativo é importante analisar a obtenção do termo λ_{c2} desenvolvido no apêndice B. Introduzindo as equações (B.25) e (B.28) na expressão adimensional da equação (B.12) obtém-se:

$$\lambda_{c2} = \frac{W}{2} - 0.03 \quad (C.8)$$

e comparando esta com a expressão (B.28) nota-se que a distância, a partir da origem do sistema $O\xi\xi$, que define o parâmetro λ_{c2} é menor do que a distância $(\lambda_{QC} - \lambda_{QL})$. É, entretanto, bastante estranho que o termo associado à definição da influência da imersão da quilha lateral abaixo da superfície livre seja utilizado em uma região em que a quilha lateral ainda não se encontra nem molhada.

Utilizando-se as expressões (C.1) e (C.3) e de maneira análoga ao efetuado no apêndice B, obtém-se para a massa adicional da popa a expressão:

$$M_{AP} = \rho \frac{\pi}{2} \left[f(\beta) \xi_c \tan \tau \right]^2 + \frac{\rho}{2} B b \tan \tau \left[L_{OC} - \xi_{C1}^* \right] \quad (C.9)$$

resultando para a força normal de sustentação a expressão:

$$F_{NC} = \frac{\rho U^2}{2} \left\{ \phi(\lambda) \pi \left[f(\beta) \xi_c \tan \tau \right]^2 \sin \tau \cos \tau + \right. \\ \left. + \phi(\lambda) B b \sin^2 \tau (L_{OC} - \xi_{C1}^*) \right\} \quad (C.10)$$

Comparando esta última expressão com aquela obtida por Shuford obtém-se as seguintes relações:

$$\phi(\lambda) = \frac{\lambda}{1 + \lambda} \quad (C.11)$$

$$\rho \frac{\pi}{2} \left[f(\beta) \xi_c \tan \tau \right]^2 = \frac{\rho \pi}{4} b^2 (1 - \sin \beta) \quad (C.12)$$

$$B \left[\frac{L_{OC} - \xi_{C1}^*}{1 + \lambda} \right] = b C_{CD} \cos^2 \tau \cos \beta \quad (C.13)$$

Substituindo as equações de (C.11) a (C.13) em (C.9) obtém-se para a massa adicional da popa a expressão:

$$M_{AP} = \rho \frac{\pi}{4} b^2 (1 - \sin \beta) + \frac{\rho}{2} b^2 (1 + \lambda) C_{DC} \cos \tau \times \\ \times \sin \tau \cos \beta \quad (C.14)$$

De maneira análoga ao apêndice B deseja-se obter a expressão do momento devido à força normal hidrodinâmica. Para tanto efetua-se o cálculo da integral da massa adicional resultando a

expressão:

$$\int_0^{L_{QC}} m_a d\xi = \rho \frac{\pi}{2} \left[f(\beta) \xi_c \tan \tau \right]^2 \left\{ L_{QC} - \frac{2}{3} \xi_c \right\} +$$

$$+ \rho \frac{B}{2} b \tan \tau \left[\frac{L_{QC} - \xi_{c1}^*}{2} \right]^2 \quad (C.15)$$

onde, substituindo-se as expressões (C.11) a (C.13), obtém-se:

$$\int_0^{L_{QC}} m_a d\xi = \rho \frac{\pi}{2} b^2 (1 - \text{sen } \beta) \left\{ L_{QC} - \frac{2}{3} \xi_c \right\} +$$

$$+ \frac{\rho}{4} C_{DC} b^2 (1 + \lambda) \cos \tau \text{sen } \tau \cos \beta (L_{QC} - \xi_{c1}^*) \quad (C.16)$$

Por sua vez, sabe-se que o momento permanente da força hidrodinâmica é dado por:

$$M_{NC} = \phi(\lambda) U^2 \text{sen } \tau \cos \tau \left[\int_0^{L_{QC}} m_a d\xi - L_{CG} M_{AP} \right] \quad (C.17)$$

e introduzindo as equações (C.14) e (C.16) em (C.17) tem-se:

$$M_{NC} = U^2 \text{sen } \tau \cos \tau \left\{ \frac{\lambda}{1+\lambda} \rho \frac{\pi}{4} (1 - \text{sen } \beta) \left[L_{QC} - \frac{2}{3} \xi_c - L_{CG} \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{\rho \cdot b^2}{2} C_{DC} \cos \tau \text{sen } \tau \cos \beta \lambda \left[\frac{L_{QC} - \xi_{c1}^*}{2} - L_{CG} \right] \right\} \quad (C.18)$$

Antes de adimensionalizar a expressão (C.18) substitui-se o parâmetro ξ_c pela relação:

$$\xi_c = L_{oc} - L_{ol} \quad (C.19)$$

Com esta hipótese as relações expressas por (C.12) e (C.13) não seriam mais válidas. Entretanto as mesmas serão utilizadas nos termos associados às parcelas da força normal hidrodinâmica, enquanto a equação (C.19) é utilizada para o braço dessa força. Portanto a expressão final é dada por:

$$M_{NC} = \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{\pi}{2} \operatorname{sen} \tau \cos \tau (1 - \operatorname{sen} \beta) \left[\frac{\lambda_{oc}}{3} - \frac{2}{3} \lambda_{ol} - \lambda_{cg} \right] + C_{DC} \cos^2 \tau \operatorname{sen}^2 \tau \cos \beta \lambda \left[\frac{\lambda_{oc} - \lambda_{c1}}{2} - \lambda_{cg} \right] \quad (C.20)$$

Para a obtenção de λ_{oc} e λ_{ol} faz-se uso das expressões desenvolvidas no apêndice B, isto é, as equações (B.25) e (B.29).

Para o cálculo das integrais de massa adicional utiliza-se a seguinte distribuição para a massa adicional seccional:

$$m_a(\xi) = \begin{cases} \rho \frac{\pi}{2} f(\beta)^2 \xi^2 \tan^2 \tau & 0 < \xi \leq \xi_{c1} \\ \rho \frac{\pi}{2} f(\beta)^2 \xi_{c1}^2 \tan^2 \tau & \xi_{c1} < \xi \leq L_{oc} \\ \frac{\rho}{2} B b \tan \tau (\xi - \xi_{c2}) & \xi_{c2} < \xi \leq L_{oc} \end{cases} \quad (D.1)$$

As integrais que se deseja calcular e que possibilitam o cálculo das derivadas de estabilidade dinâmicas são:

$$\phi(\lambda) \int_0^{L_{oc}} m_a d\xi \quad ; \quad \phi(\lambda) \int_0^{L_{oc}} m_a \xi d\xi \quad e \quad \phi(\lambda) \int_0^{L_{oc}} m_a \xi^2 d\xi$$

onde a primeira já se encontra calculada no apêndice B. Introduzindo as relações dadas por (B.9) a (B.12) e adimensionalizando tem-se a expressão final:

$$\begin{aligned} \phi(\lambda) \int_0^{L_{oc}} m_a d\xi &= \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{\pi}{2} (1 - \sin \tau) \left[\lambda_{oc} - \frac{2}{3} \lambda_{c1} \right] + \\ &+ \frac{C_{DC}}{2} \lambda^2 \cos \tau \sin \tau \cos \beta \end{aligned} \quad (D.2)$$

$$\text{Definindo-se: } P = \frac{\pi}{4} \frac{\lambda}{1+\lambda} (1 - \sin \tau)$$

(D.3)

$$Q = \frac{C_{DC}}{2} \lambda \operatorname{sen} \tau \cos \tau \cos \beta$$

e sabendo que $\lambda_{OC} = \lambda + \lambda_{C2}$ obtém-se:

$$\phi(\lambda) \int_0^{\lambda_{OC}} m'_a d\xi' = 2P \left[\lambda + \lambda_{C2} - \frac{2}{3} \lambda_{C1} \right] + Q \lambda \quad (D.4)$$

Para a segunda integral tem-se:

$$\begin{aligned} \phi(\lambda) \int_0^{L_{OC}} m_a \xi d\xi &= \phi(\lambda) \int_0^{\xi_{C1}} \rho \frac{\pi}{2} \left[f(\beta) \tan \tau \right]^2 \xi^3 d\xi + \\ &+ \phi(\lambda) \int_{\xi_{C1}}^{L_{OC}} \rho \frac{\pi}{2} \left[f(\beta) \xi_{C1} \tan \tau \right]^2 \xi d\xi + \\ &+ \phi(\lambda) \int_{\xi_{C2}}^{L_{OC}} \frac{\rho}{2} B b \tan \tau (\xi - \xi_{C2}) \xi d\xi \quad (D.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi(\lambda) \int_0^{L_{OC}} m_a \xi d\xi &= \phi(\lambda) \rho \frac{\pi}{2} \left[f(\beta) \xi_{C1} \tan \tau \right]^2 \left\{ \frac{L_{OC}^2}{2} - \frac{\xi_{C1}^2}{4} \right\} + \\ &+ \phi(\lambda) \frac{\rho}{2} B b \tan \tau \left[\frac{L_{OC}^3}{3} - \frac{\xi_{C2}^3}{3} - \frac{L_{OC}^2 \xi_{C2}}{2} + \frac{\xi_{C2}^3}{2} \right] \quad (D.6) \end{aligned}$$

Introduzindo as relações (B.9) a (B.12), adimensionalizando

e empregando as relações (D.3) obtém-se:

$$\phi(\lambda) \int_0^{\lambda_{QC}} m'_a \xi' d\xi' = 2P \left[\frac{\lambda_{QC}^2}{2} - \frac{\lambda_{C1}^2}{4} \right] + 2 \frac{Q}{\lambda} \left[\frac{\lambda_{QC}^3}{3} - \frac{\lambda_{C2}^3}{3} + \right. \\ \left. - \lambda_{C2} \frac{(\lambda_{QC}^2 - \lambda_{C2}^2)}{2} \right] \quad (D.7)$$

A última integral que se deve conhecer é dada por:

$$\phi(\lambda) \int_0^{L_{QC}} m_a \xi^2 d\xi = \phi(\lambda) \int_0^{\xi_{C1}} \rho \frac{\pi}{2} [f(\beta) \tan \tau]^2 \xi^4 d\xi + \\ + \phi(\lambda) \int_{\xi_{C1}}^{L_{QC}} \rho \frac{\pi}{2} [f(\beta) \xi_{C1} \tan \tau]^2 \xi^2 d\xi + \\ + \phi(\lambda) \int_{\xi_{C2}}^{L_{QC}} \frac{\rho}{2} B b \tan \tau (\xi - \xi_{C2}) \xi^2 d\xi \quad (D.8)$$

$$\phi(\lambda) \int_0^{L_{QC}} m_a \xi d\xi = \phi(\lambda) \rho \frac{\pi}{2} [f(\beta) \xi_{C1} \tan \tau]^2 \left[\frac{\xi_{C1}^3}{3} + \frac{L_{QC}^3}{3} + \right. \\ \left. + \frac{\xi_{C1}^3}{3} \right] + \phi(\lambda) \frac{\rho}{2} B b \tan \tau \left[\frac{L_{QC}^4}{4} - \frac{\xi_{C2}^4}{4} + \right. \\ \left. - \frac{\xi_{C2} L_{QC}^3}{3} + \frac{\xi_{C2}^3}{3} \right] \quad (D.9)$$

Empregando as expressões (B.9) a (B.12), adimensionalizando

e introduzindo as relações (D.3) resulta:

$$\phi(\lambda) \int_0^{\lambda_{oc}} m'_a \xi'^2 d\xi' = 2P \left[\frac{\lambda_{c1}^3}{5} + \frac{(\lambda_{oc}^3 - \lambda_{c1}^3)}{3} \right] + 2 \frac{Q}{\lambda} \times$$

$$\times \left[\frac{\lambda_{oc}^4 - \lambda_{c2}^4}{4} - \lambda_{c2}^2 \left(\frac{\lambda_{oc}^3 - \lambda_{c2}^3}{3} \right) \right] \quad (D.10)$$

Deve-se ainda obter as expressões das derivadas de estabilidade hidrostáticas. Para tanto considera-se a equação da força vertical F'_{vc} ,

$$F'_{vc} = - \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{\pi}{2} \text{sen } \tau \cos^2 \tau (1 - \text{sen} \beta) - C_{DC} \lambda \text{sen}^2 \tau \cos^3 \tau \times$$

$$\times \cos \beta - \frac{0.624}{C_v^2} \lambda^2 \text{sen } \tau \cos \tau + \lambda C_f \frac{\text{sen } \tau}{\cos \beta} \quad (D.11)$$

e do momento M'_c ,

$$M'_c = \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{\pi}{2} \text{sen } \tau \cos \tau (1 - \text{sen} \beta) \left[\lambda + \lambda_{c2} - \frac{2}{3} \lambda_{c1} - \lambda_{co} \right] +$$

$$+ C_{DC} \text{sen}^2 2\tau \cos \beta \frac{\lambda}{4} \left(\frac{\lambda}{2} - \lambda_{co} \right) + \frac{0.624}{C_v^2} \lambda^2 \left(\frac{\lambda}{3} - \lambda_{co} \right) +$$

$$- \frac{C_f \lambda}{\cos \beta} \left[\lambda_{vcg} - \frac{\tan \beta}{4} \right] + \left[F'_{vc} \tan \tau - \frac{\lambda C_f}{\cos \beta \cos \tau} + \right.$$

$$\left. - F'_{AERO} \right] f(k_1, e_1) + F'_{AERO} f(k_2, e_2) \quad (D.12)$$

O emprego dessas duas expressões permite obter as diferentes parcelas que aparecem nas equações (3.87) a (3.90). Os dois

primeiros termos a serem obtidos estão associados à variação da componente vertical F'_{vc} e são calculadas por simples diferenciação, isto é,

$$\frac{\partial F'_{vc}}{\partial \lambda} = - \frac{1}{(1+\lambda)^2} \frac{\pi}{2} \text{sen } \tau \cos^2 \tau (1 + \text{sen } \beta) - C_{DC} \text{sen}^2 \tau \times$$

$$\times \cos^3 \tau \cos \beta - \frac{0.624}{C_v^2} 2 \lambda \text{sen } \tau \cos \tau + C_f \frac{\text{sen } \tau}{\cos \beta}$$

(D.13)

onde definindo-se: $G = \pi/2 (1 - \text{sen } \beta)$

$$H = C_{DC} \cos \beta$$

$$J = 0.624/C_v^2$$

tem-se:

$$\frac{\partial F'_{vc}}{\partial \lambda} = - \frac{G}{(1+\lambda)^2} \frac{\pi}{2} \text{sen } \tau \cos^2 \tau - H \text{sen}^2 \tau \cos^3 \tau - 2 J \lambda \times$$

$$\times \text{sen } \tau \cos \tau + C_f \frac{\text{sen } \tau}{\cos \tau}$$

(D.14)

A segunda parcela a ser obtida é $\partial F'_{vc}/\partial \tau$ sendo dada pela expressão:

$$\frac{\partial F'_{vc}}{\partial \tau} = - \frac{\lambda}{1+\lambda} G (\cos \tau \cos^2 \tau - 2 \text{sen}^2 \tau \cos \tau) - H \lambda \times$$

$$\times (2 \text{sen } \tau \cos^4 \tau - 3 \text{sen}^3 \tau \cos^2 \tau) - J \lambda (\cos^2 \tau +$$

$$- \text{sen } \tau) + C_f \lambda \frac{\cos \tau}{\cos \beta}$$

(D.15)

De modo análogo, utilizando a equação (D.12), procede-se o cálculo da derivada $\partial M'_c/\partial \lambda$, obtendo-se a expressão:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial M'_C}{\partial \lambda} &= \frac{1}{(1+\lambda)^2} G \operatorname{sen} \tau \cos \tau \left[\lambda + \lambda_{cz} - \frac{2}{3} \lambda_{c1} - \lambda_{ca} \right] + \frac{\lambda}{1+\lambda} G \times \\
&\times \operatorname{sen} \tau \cos \tau \left[1 + \frac{\partial \lambda_{cz}}{\partial \lambda} \right] + \frac{H}{8} \lambda \operatorname{sen}^2 2\tau + \frac{H}{4} \operatorname{sen}^2 2\tau \times \\
&\times \left[\frac{\lambda}{3} - \lambda_{ca} \right] + 2 J \lambda \operatorname{sen} \tau \left[\frac{\lambda}{3} - \lambda_{ca} \right] + J \frac{\lambda^2}{3} \operatorname{sen} \tau + \\
&- \frac{C_f}{\cos \beta} \left[\lambda_{vcg} - \frac{\tan \beta}{4} \right] + \left[\frac{\partial F'_{vc}}{\partial \lambda} \tan \tau - \frac{C_f}{\cos \tau \cos \beta} \right] \times \\
&\times f(k_1, e_1) \tag{D.16}
\end{aligned}$$

Para se obter a derivada λ_{cz} em relação a λ , utiliza-se a expressão:

$$\lambda_{cz} = \frac{W}{Z} + 0.1 \exp \left[- \frac{(\lambda_{qc} - W)}{0.3} \right] - 0.03 \tag{D.17}$$

e portanto

$$\frac{\partial \lambda_{cz}}{\partial \lambda} = - \frac{1}{3} \frac{\partial \lambda_{qc}}{\partial \lambda} \exp \left[- \frac{(\lambda_{qc} - W)}{0.3} \right] \tag{D.18}$$

Entretanto, na equação (D.18) aparece o termo $\partial \lambda_{qc} / \partial \lambda$ que deve ainda ser obtido. Utilizando-se a relação:

$$\frac{\partial \lambda_{qc}}{\partial \lambda} = 1 + \frac{\partial \lambda_{cz}}{\partial \lambda} \tag{D.19}$$

obtem-se a expressão desejada, isto é,

$$\frac{\partial \lambda_{cz}}{\partial \lambda} = - \frac{1}{4} \exp \left[- \frac{(\lambda_{qc} - W)}{0.3} \right] \tag{D.20}$$

Para a obtenção de $\frac{\partial M'_C}{\partial \tau}$ tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M'_C}{\partial \tau} = & \frac{\lambda}{1+\lambda} G \cos 2\tau \left[\lambda + \lambda_{c2} - \frac{2}{3} \lambda_{c1} - \lambda_{c0} \right] + \frac{\lambda}{1+\lambda} G \sin \tau \times \\ & \times \cos \tau \left[\frac{\partial \lambda_{c2}}{\partial \tau} - \frac{2}{3} \frac{\partial \lambda_{c1}}{\partial \tau} \right] + H \lambda \sin 2\tau \cos 2\tau \left[\frac{\lambda}{2} + \right. \\ & \left. - \lambda_{c0} \right] + J \lambda^2 \cos \tau \left[\frac{\lambda}{3} - \lambda_{c0} \right] + \left[\frac{\partial F'_{vc}}{\partial \tau} \tan \tau + \frac{F'_{vc}}{\cos^2 \tau} + \right. \\ & \left. - \frac{\lambda C_f \sin \tau}{\cos \beta \cos^2 \tau} \right] f(k_1, e_1) - \left[F'_{vc} \tan \tau - \frac{\lambda C_f}{\cos \beta \cos \tau} + \right. \\ & \left. - F'_{AERO} \right] g(k_1, e_1) - F'_{AERO} g(k_2, e_2) \end{aligned} \quad (D.21)$$

onde: $g(k_I, e_I) = (\lambda_{kI} - \lambda_{vcg}) \sin \tau - (\lambda_{eI} - \lambda_{cg}) \cos \tau$

Da definição de λ_{c1} , isto é,

$$\lambda_{c1} = \frac{\sqrt{\epsilon} \tan \beta}{\pi \tan \tau}$$

obtem-se de imediato

$$\frac{\partial \lambda_{c1}}{\partial \tau} = - \frac{\sqrt{\epsilon} \tan \beta}{\pi \sin^2 \tau} \quad (D.22)$$

Para obter a expressão da derivada de λ_{c2} em relação ao ângulo de trim τ utiliza-se a relação (D.17) e obtém-se:

$$\frac{\partial \lambda_{c2}}{\partial \tau} = \frac{1}{2} \frac{\partial W}{\partial \tau} - \frac{1}{3} \exp \left[- \frac{(\lambda_{qc} - W)}{0.3} \right] \left[\frac{\partial \lambda_{qc}}{\partial \tau} - \frac{\partial W}{\partial \tau} \right] \quad (D.23)$$

Como está-se analisando as derivadas em função do ângulo de trim τ considera-se o parâmetro λ constante. Portanto da relação:

$$\lambda_{cz} = \lambda_{oc} - \lambda$$

tem-se:

$$\frac{\partial \lambda_{cz}}{\partial \tau} = \frac{\partial \lambda_{oc}}{\partial \tau} \quad (D.24)$$

Substituindo (D.24) em (D.23), obtém-se:

$$\frac{\partial \lambda_{cz}}{\partial \tau} = \frac{\frac{\partial W}{\partial \tau} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \exp \left[- \frac{(\lambda_{oc} - W)}{0.3} \right] \right\}}{1 - \frac{1}{3} \exp \left[- \frac{(\lambda_{oc} - W)}{0.3} \right]} \quad (D.25)$$

Falta ainda obter o valor de $\partial W / \partial \tau$. Para tanto, considerando a expressão mostrada no apêndice B,

$$W = \left(0.57 + \frac{\beta}{1000} \right) \left(\frac{\tan \beta}{2 \tan \tau} - \frac{\beta}{167} \right)$$

e portanto:

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = - \left(0.57 + \frac{\beta}{1000} \right) \frac{\tan \beta}{2 \sin^2 \tau} \quad (D.26)$$

Para o cálculo das derivadas de estabilidade hidrostáticas deve-se ainda obter as relações $\partial \lambda / \partial z'$ e $\partial \lambda / \partial \tau$. Para a primeira tem-se as relações geométricas:

$$\tan \tau = \frac{\Delta \tau}{\Delta \lambda} \quad \text{ou} \quad \Delta \tau = \Delta \lambda \tan \tau \quad (D.27)$$

$$\Delta\tau = \frac{\Delta z'}{\cos \tau}$$

(D. 28)

das quais obtêm-se:

$$\frac{\Delta\lambda}{\Delta z'} \approx \frac{\partial\lambda}{\partial z'} = \frac{1}{\sin \tau}$$

(D. 29)

Na obtenção da segunda expressão considera-se a relação:

$$\lambda = \frac{\lambda_{QC} + \lambda_{QL}}{2} + 0.03$$

da qual se obtém:

$$\frac{\partial\lambda}{\partial\tau} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial\lambda_{QC}}{\partial\tau} + \frac{\partial\lambda_{QL}}{\partial\tau} \right]$$

(D. 30)

O primeiro termo à direita é obtido através de considerações geométricas como pode ser observado na figura (D.1).

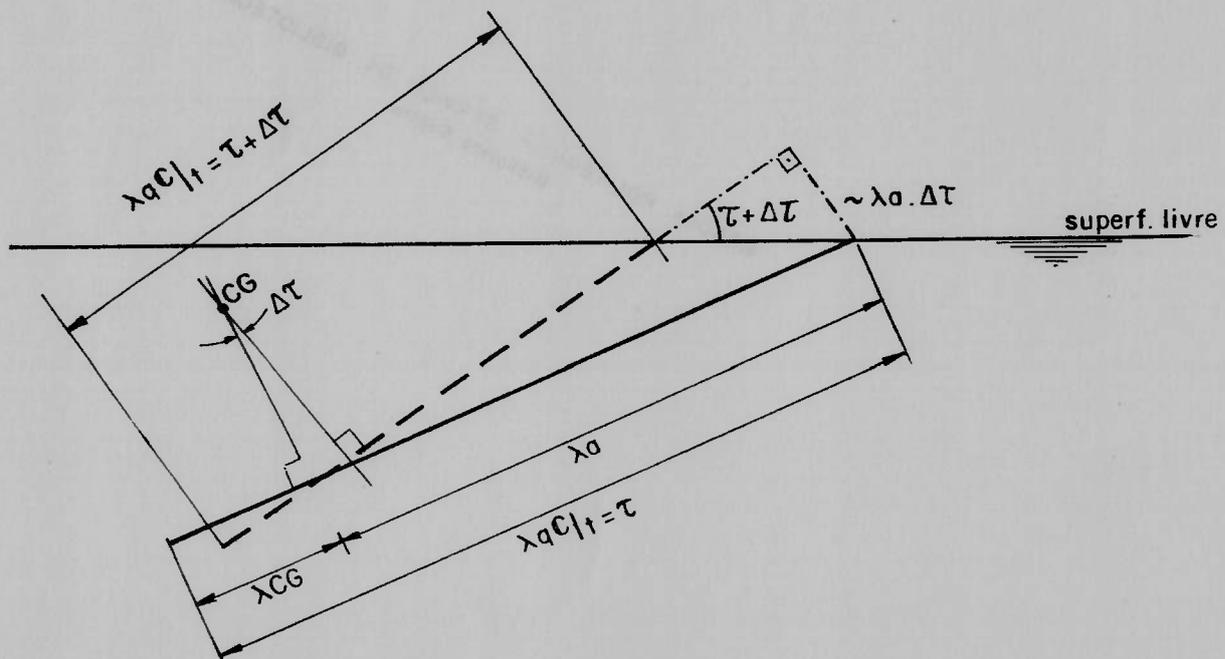


Figura D.1 Considerações geométricas para a obtenção de $\frac{\partial\lambda_{QC}}{\partial\tau}$

Desta figura tem-se as seguintes relações.

$$\lambda_{oc\tau} = \lambda_{oc} + \lambda_a$$

(D. 31)

$$\lambda_{oc\tau+\Delta\tau} = \lambda_{oc} + \lambda_a - \frac{\lambda_a \Delta\tau}{\tan(\tau+\Delta\tau)} - \lambda_{vco} \Delta\tau$$

que conduzem à expressão:

$$\Delta\lambda_{oc} \approx - \left[\frac{\lambda_a}{\tan \tau} + \lambda_{vco} \right] \Delta\tau$$

ou seja,

$$\frac{\partial\lambda_{oc}}{\partial\tau} = - \left[\frac{\lambda_a}{\tan \tau} + \lambda_{vco} \right] = - \left[\frac{\lambda_{oc} - \lambda_{cg}}{\tan \tau} + \lambda_{vco} \right] \quad (D. 32)$$

Para o cálculo do termo $\partial\lambda_{oL}/\partial\tau$ faz-se necessário o uso da relação,

$$\lambda_{oL} = \lambda_{oc} - W - 0.2 \exp \left[- \frac{(\lambda_{oc} - W)}{0.3} \right]$$

que fornece a expressão:

$$\frac{\partial\lambda_{oL}}{\partial\tau} = \frac{\partial\lambda_{oc}}{\partial\tau} - \frac{\partial W}{\partial\tau} + \frac{2}{3} \exp \left[- \frac{(\lambda_{oc} - W)}{0.3} \right] \left(\frac{\partial\lambda_{oc}}{\partial\tau} - \frac{\partial W}{\partial\tau} \right) \quad (D. 33)$$

Substituindo as equações (D. 32) e (D. 33) em (D. 30) obtém-se:

$$\frac{\partial\lambda}{\partial\tau} = \frac{\partial\lambda_{oc}}{\partial\tau} - \frac{1}{2} \frac{\partial W}{\partial\tau} + \frac{1}{3} \left(\frac{\partial\lambda_{oc}}{\partial\tau} - \frac{\partial W}{\partial\tau} \right) \exp \left[- \frac{(\lambda_{oc} - W)}{0.3} \right] \quad (D. 34)$$

APÊNDICE E - OBTENÇÃO DAS INTEGRAIS DE MASSA ADICIONAL E DAS DERIVADAS DE ESTABILIDADE HIDROSTÁTICA DO MODELO MODIFICADO

Para o cálculo das integrais necessárias à obtenção das derivadas de estabilidade hidrodinâmicas, deve-se utilizar a distribuição de massa adicional fornecida pelas relações (C.1) a (C.3), isto é,

$$m_a(\xi) = \begin{cases} \rho \frac{\pi}{2} f(\beta)^2 \xi^2 \tan^2 \tau & 0 < \xi \leq \xi_c & \text{(E.1)} \\ \rho \frac{\pi}{2} f(\beta)^2 \xi_c^2 \tan^2 \tau & \xi_c < \xi \leq L_{oc} & \text{(E.2)} \\ \frac{\rho}{2} B b \tan \tau (\xi - \xi_{c1}^*) & \xi_{c1}^* < \xi \leq L_{oc} & \text{(E.3)} \end{cases}$$

Faz-se uso, também, das equações (C.11) a (C.13) dadas abaixo:

$$\phi(\lambda) = \frac{\lambda}{1+\lambda} \quad \text{(E.4)}$$

$$\rho \frac{\pi}{2} [f(\beta) \xi_c \tan \tau]^2 = \rho \frac{\pi}{4} b^2 (1 - \sin \beta) \quad \text{(E.5)}$$

$$B \left[\frac{L_{oc} - \xi_{c1}}{1 + \lambda} \right] = b C_{DC} \cos^2 \tau \cos \beta \quad \text{(E.6)}$$

A primeira integral já se encontra obtida no apêndice C, sendo dada por:

$$\int_0^{L_{oc}} m_a d\xi = \rho \frac{\pi}{2} b^2 (1 - \sin \beta) \{L_{oc} - \xi_c\} + \frac{\rho}{4} C_{DC} b^2 (1 + \lambda) \times \\ \times \cos \tau \sin \tau \cos \beta (L_{oc} - \xi_{c1}^*) \quad \text{(E.7)}$$

Multiplicando a expressão (E.7) pela relação (E.4), substituindo ξ_c por $L_{oc} - L_{ol}$, adimensionalizando e empregando as expressões abaixo, obtém-se:

$$P = \frac{\pi}{4} \frac{\lambda}{1+\lambda} (1 - \operatorname{sen} \beta) \quad (\text{E.8})$$

$$Q = \frac{C_{DC}}{2} \lambda \operatorname{sen} \tau \cos \tau \cos \beta$$

$$\phi(\lambda) \int_0^{\lambda_{oc}} m'_a d\xi' = 2 P \left[\frac{\lambda_{oc}}{3} + \frac{2}{3} \lambda_{ol} \right] + Q (\lambda_{oc} - \lambda_{c1}) \quad (\text{E.9})$$

Para o cálculo da integral,

$$\phi(\lambda) \int_0^{L_{oc}} m_a \xi d\xi,$$

procede-se de maneira análoga ao apêndice D, isto é, introduz-se as expressões (E.1) a (E.3) e calcula-se a integral para as diversas componentes de massa adicional.

$$\begin{aligned} \phi(\lambda) \int_0^{L_{oc}} m_a \xi d\xi = & \phi(\lambda) \frac{\pi}{4} [f(\beta) \xi_c \tan \tau]^2 (L_{oc}^2 + 2 L_{oc} L_{ol} + \\ & - L_{ol}^2) + \phi(\lambda) \frac{\rho}{2} B b \tan \tau \left[\frac{L_{oc}^3}{3} - \frac{L_{oc}^2 \xi_{c1}^*}{2} + \right. \\ & \left. + \frac{\xi_{c1}^{*3}}{6} \right] \quad (\text{E.10}) \end{aligned}$$

Introduzindo as igualdades estabelecidas pelas expressões (E.4) a (E.6) e adimensionalizando obtém-se:

$$\begin{aligned} \phi(\lambda) \int_0^{\lambda_{OC}} m'_a \xi' d\xi' = & \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{\pi}{4} \frac{(1 - \text{sen}\beta)}{2} (\lambda_{OC}^2 + 2\lambda_{OC} \lambda_{QL} - \lambda_{QL}^2) + \\ & + C_{DC} \lambda \cos \tau \text{sen} \tau \cos \beta \times \\ & \times \left[\frac{2\lambda_{OC}^3 - 3\lambda_{OC}^2 \lambda_{C1} + \lambda_{C1}^3}{3(\lambda_{OC} - \lambda_{C1})} \right] \end{aligned} \quad (E.11)$$

A expressão final é dada por:

$$\begin{aligned} \phi(\lambda) \int_0^{\lambda_{OC}} m'_a \xi' d\xi' = & \frac{P}{2} (\lambda_{OC}^2 + 2\lambda_{OC} \lambda_{QL} - \lambda_{QL}^2) + \\ & + Q \frac{(2\lambda_{OC}^3 - 3\lambda_{OC}^2 \lambda_{C1} + \lambda_{C1}^3)}{3(\lambda_{OC} - \lambda_{C1})} \end{aligned} \quad (E.12)$$

A última integral corresponde à expressão

$$\phi(\lambda) \int_0^{L_{OC}} m_a \xi^2 d\xi$$

e que é desenvolvida de maneira análoga à integral anterior, isto é,

$$\phi(\lambda) \int_0^{L_{OC}} m_a \xi^2 d\xi = \phi(\lambda) \frac{\pi}{2} [f(\beta) \xi_c \tan \tau]^2 \left[L_{OC}^3 + \right.$$

$$- \frac{2(L_{OC} - L_{OL})^3}{15} \Big] + \phi(\lambda) \rho B b \tan \tau \times$$

$$\times \left[\frac{L_{OC}^4}{4} - \frac{L_{OC}^3 \xi_{C1}^*}{3} + \frac{\xi_{C1}^{*4}}{12} \right] \quad (E.13)$$

Empregando-se as igualdades (E.4) a (E.6) e adimensionalizando, e utilizando as expressões dadas por (E.8) obtém-se:

$$\phi(\lambda) \int_0^{\lambda_{OC}} m'_a \xi'^2 d\xi' = 2P \left[\frac{\lambda_{OC}^3}{3} - \frac{2(\lambda_{OC} - \lambda_{OL})^3}{15} \right] +$$

$$+ Q \frac{(3\lambda_{OC}^4 - 4\lambda_{OC}^3 \lambda_{C1} + \lambda_{C1}^4)}{6(\lambda_{OC} - \lambda_{C1})} \quad (E.14)$$

Para a obtenção dos parâmetros necessários ao cálculo das derivadas de estabilidade hidrostáticas deve-se utilizar a expressão da força vertical F'_{vc} e do momento M'_c . Como a expressão da força vertical é a mesma para os dois modelos não há a necessidade da obtenção das derivadas $\partial F'_{vc} / \partial \lambda$ e $\partial F'_{vc} / \partial \tau$ neste apêndice. A expressão para o momento é dada por:

$$M'_c = \frac{\lambda \pi}{1 + \lambda z} (1 - \text{sen} \beta) \text{sen} \tau \cos \tau \left[\frac{\lambda_{OC}}{3} - \frac{2\lambda_{OL}}{3} - \lambda_{CG} \right] + C_{DC} \times$$

$$\times \text{sen}^2 2\tau \cos \beta \frac{\lambda}{4} \left[\frac{\lambda_{OC} - \lambda_{C1}}{2} - \lambda_{CG} \right] + \frac{0.624}{C_v^2} \text{sen} \tau \lambda^2 \left[\frac{\lambda}{3} +$$

$$- \lambda_{CG} \right] - \frac{C_f}{\cos \beta} \lambda \left[\lambda_{vcg} - \frac{\tan \beta}{4} \right] + \left[F'_{vc} \tan \tau +$$

$$- \frac{\lambda C_f}{\cos \tau \cos \beta} - F'_{AFRO} \left] f(k_1, e_1) + F'_{AFRO} f(k_2, e_2) \right. \quad (E.15)$$

Portanto:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M'_c}{\partial \lambda} = & \frac{1}{(1+\lambda)^2} \frac{\pi}{4} (1 - \sin \beta) \sin 2\tau \left[\frac{\lambda_{OC}}{3} - \frac{2\lambda_{QL}}{3} - \lambda_{CG} \right] + \\ & + \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{\pi}{4} (1 - \sin \beta) \sin 2\tau \left[\frac{1}{3} \left(\frac{\partial \lambda_{OC}}{\partial \lambda} + \frac{2\partial \lambda_{QL}}{\partial \lambda} \right) \right] + \\ & + \frac{C_{DC}}{4} \cos \beta \sin^2 2\tau \left[\frac{\lambda_{OC} - \lambda_{C1}}{2} - \lambda_{CG} + \frac{\lambda}{2} \frac{\partial \lambda_{OC}}{\partial \lambda} \right] + \\ & + \frac{0.624}{C_v^2} \sin \tau (\lambda^2 - 2\lambda \lambda_{CG}) - \frac{C_f}{\cos \beta} \left[\lambda_{VCG} - \frac{\tan \beta}{4} \right] + \\ & + \left[\frac{\partial F'_{VC}}{\partial \lambda} \tan \tau - \frac{C_f}{\cos \tau \cos \beta} \right] f(k_1, e_1) \quad (E.16) \end{aligned}$$

Para o cálculo da equação (E.16), deve-se obter as derivadas,

$$\frac{\partial \lambda_{OC}}{\partial \lambda} \quad e \quad \frac{\partial \lambda_{QL}}{\partial \lambda}$$

que podem ser calculadas através das equações:

$$\lambda = \frac{\lambda_{OC} + \lambda_{QL}}{2} + 0.03 \quad (E.17)$$

$$\lambda_{QL} = \lambda_{OC} - W - 0.2 \exp \left[- \frac{(\lambda_{QL} - W)}{0.3} \right]$$

Fazendo a derivada em relação a λ obtém-se:

$$\frac{\partial \lambda_{OC}}{\partial \lambda} + \frac{\partial \lambda_{OL}}{\partial \lambda} = 2 \quad (E.18)$$

$$\frac{\partial \lambda_{OC}}{\partial \lambda} = \frac{\partial \lambda_{OL}}{\partial \lambda} + \frac{2}{3} \frac{\partial \lambda_{OC}}{\partial \lambda} \exp \left[-\frac{(\lambda_{OC} - W)}{0.3} \right]$$

da qual resultam as equações:

$$\frac{\partial \lambda_{OC}}{\partial \lambda} = \frac{1}{1 + \frac{1}{3} \exp \left[-\frac{(\lambda_{OC} - W)}{0.3} \right]} \quad (E.19)$$

$$\frac{\partial \lambda_{OL}}{\partial \lambda} = \left\{ \frac{1}{1 + \frac{1}{3} \exp \left[-\frac{(\lambda_{OC} - W)}{0.3} \right]} \right\} \left\{ 1 + \frac{2}{3} \exp \left[-\frac{(\lambda_{OL} - W)}{0.3} \right] \right\} \quad (E.20)$$

Para o parâmetro $\partial M'_C / \partial \tau$ tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M'_C}{\partial \tau} &= \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{\pi}{2} (1 - \text{sen } \beta) \cos 2\tau \left[\frac{(\lambda_{OC} + 2 \lambda_{OL})}{3} - \lambda_{CG} \right] + \\ &+ \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{\pi}{4} (1 - \text{sen } \beta) \text{sen } 2\tau \left[\frac{1}{3} \left(\frac{\partial \lambda_{OC}}{\partial \tau} + 2 \frac{\partial \lambda_{OL}}{\partial \tau} \right) \right] + \\ &+ C_{DC} \cos \beta \cos 2\tau \text{sen } 2\tau \lambda \left[\frac{\lambda_{OC} - \lambda_{C1}}{2} - \lambda_{CG} \right] \\ &+ C_{DC} \cos \beta \text{sen}^2 2\tau \frac{\lambda}{8} \frac{\partial}{\partial \tau} (\lambda_{OC} - \lambda_{C1}) + \frac{0.624}{C_V^2} \cos \tau \lambda^2 \times \\ &\times \left[\frac{\lambda}{3} + \lambda_{CG} \right] + \left[\frac{\partial F'_{VC}}{\partial \tau} \tan \tau + \frac{F'_{VC}}{\cos^2 \tau} - \frac{C_f \lambda \tan \tau}{\cos \tau \cos \beta} \right] \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \times f(k_1, e_1) &= \left[F'_{VC} \tan \tau - \frac{C_f \lambda}{\cos \tau \cos \beta} + F'_{AERO} \right] \times \\ \times g(k_1, e_1) &= F'_{AERO} g(k_2, e_2) \end{aligned} \quad (E.21)$$

onde: $g(k_1, e_1) = (\lambda_{k1} - \lambda_{vc0}) \sin \tau - (\lambda_{e1} - \lambda_{c0}) \cos \tau$

Para o cálculo de $\partial M'_C / \partial \tau$ deve-se ainda obter:

$$\frac{\partial \lambda_{QC}}{\partial \tau}, \quad \frac{\partial \lambda_{QL}}{\partial \tau} \quad e \quad \frac{\partial \lambda_{C1}}{\partial \tau}$$

O último parâmetro já se encontra calculado no apêndice B, sendo dado por:

$$\frac{\partial \lambda_{C1}}{\partial \tau} = - \frac{2 \tan \beta}{\pi \tan^2 \tau} \quad (E.22)$$

Os outros dois parâmetros podem ser calculados através da diferenciação das expressões (E.17) onde λ é constante e que portanto, conduzem a

$$\frac{\partial \lambda_{QC}}{\partial \tau} = - \frac{\partial \lambda_{QL}}{\partial \tau} \quad (E.23)$$

$$\frac{\partial \lambda_{QL}}{\partial \tau} = \frac{\partial \lambda_{QC}}{\partial \tau} - \frac{\partial W}{\partial \tau} + \frac{2}{3} \left[\frac{\partial \lambda_{QC}}{\partial \tau} - \frac{\partial W}{\partial \tau} \right] \exp \left[- \frac{(C \lambda_{QC} - W)}{0.3} \right] \quad (E.24)$$

De (E.24) obtém-se:

$$\frac{\partial \lambda_{oc}}{\partial \tau} = \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{2}{3} \exp \left[-\frac{(\lambda_{oc} - W)}{0.3} \right] \\ 2 + \frac{2}{3} \exp \left[-\frac{(\lambda_{oc} - W)}{0.3} \right] \end{array} \right\} \quad (E.25)$$

onde $\partial W / \partial \tau$ é dado pela expressão:

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = - \left(0.57 + \frac{\beta}{1000} \right) \frac{\tan \beta}{2 \sin^2 \tau} \quad (E.26)$$

Por fim falta ainda calcular $\partial \lambda / \partial z'$ e $\partial \lambda / \partial \tau$. O primeiro parâmetro já é conhecido do apêndice D sendo dado por:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial z'} = \frac{1}{\sin \tau} \quad (E.27)$$

enquanto para o segundo deve-se utilizar mais uma vez as expressões (E.17). Efetuando a diferenciação obtém-se:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \tau} = 0.5 \left(\frac{\partial \lambda_{oc}}{\partial \tau} + \frac{\partial \lambda_{ol}}{\partial \tau} \right) \quad (E.28)$$

onde $\partial \lambda_{oc} / \partial \tau$ pode ser calculado através da expressão,

$$\frac{\partial \lambda_{oc}}{\partial \tau} = - \left[\frac{(\lambda_{oc} - \lambda_{cg})}{\tan \tau} + \lambda_{vcg} \right] \quad (E.29)$$

e $\partial \lambda_{ol} / \partial \tau$ através da expressão (E.24).

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

- BABA, E.; ASAI, S.; TOKI, N. A simulation study on sway-roll-yaw coupled instability of semi-displacement type high speed craft. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON STABILITY OF SHIPS AND OCEAN VEHICLES, 2., Tokyo, 1982. *Stability'82: proceedings*. Tokyo, Society of Naval Architects of Japan, 1983. p.79-90
- BEYS, P. M. *Series 63 round bottom boats*. Hoboken, Stevens Institute of Technology, 1963. 47p. (Stevens Institute of Technology. Davidson Laboratory, report 494) Apud: DOCTORS, L. J. *Hydrodynamics of high-speed small craft*. Ann Arbor, University of Michigan, 1983. (University of Michigan. College of Engineering. Department of Naval Architecture and Marine Engineering, 292) p.199.
- BISPLINGHOFF, R. L.; DOHERTY, C. S. *A two-dimensional study of the impact of the wedges on a water surface*. Cambridge, Mass., M.I.T., 1950. (Report for the Bureau of Aeronautics under contract n. 9921) Apud: PAYNE, P. R. On the high-speed porpoising instability of a prismatic hull. *Journal of Ship Research*, New York, 28(2):77-89, June 1984
- BLOUNT, D. L.; FOX, D. L. Small craft power prediction. *Marine Technology*, New York, 13(1):14-45, Jan. 1976.
- BROUSSARD, J. P.; WAGNER, C.; LATORRE, R. Development of the uno-seakeep P.C. program for planing hull seakeeping estimation In: AMERICAN TOWING TANK CONFERENCE, 21., WASHINGTON, D.C., 1986. *Proceedings*. Washington, National Academy Press, 1987. p.477-85.
- CLEMENT, E. P.; BLOUNT, D. L. Resistance tests of a systematic series of planing hull forms. *Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers*, New York, 71:491-579, 1963.
- CODEGA, S. H.; LEWIS, J. A case study of dynamic instability in a planing hull. *Marine Technology*, New York, 24(2):143-63. Apr. 1987.
- COHEN, S. H. Dynamic instability of a high speed planing craft: an approach to the problem. *Trabalho apresentado no POWER BOAT SYMPOSIUM*, Miami, 1982
- COLE, A. J.; MILLWARD, A. The measurement of skin friction on a planing hull using a miniature Preston tube. *Transactions of the Royal Institution of Naval Architects*, London, 120:179-85, 1978

- DAY, J. P.; HAAG, R. J. *Planing boat porpoising: a study of the critical boundaries for a series of prismatic hulls*. Glen Cove, 1952. 75p. Thesis - Faculty of Webb Institute of Naval Architecture.
- DOCTORS, L. J. *Hydrodynamics of high-speed small craft*. Ann Arbor, University of Michigan, 1965. 272p. (University of Michigan. College of Engineering. Department of Naval Architecture and Marine Engineering, 292)
- DU CANE, P. *High-speed small craft*. Newton Abbot, David & Charles, 1974. 465p.
- DU CANE, P.; GOODRICH, G. J. The following sea, broaching and surging. *Quarterly Transactions of the Royal Institution of Naval Architects*; London, 104(2):109-40, Apr. 1962.
- FRIDSMA, G. *A systematic study of the rough-water performance of planing boats*. Hoboken, Stevens Institute of Technology, 1969. 38p. (Stevens Institute of Technology. Davidson Laboratory, report 1275)
- FRIDSMA, G. *A systematic study of the rough water performance of planing boats: irregular waves, part II*. Hoboken, Stevens Institute of Technology, 1971. 1v. (Stevens Institute of Technology. Davidson Laboratory, report SIT-LD-71-1495)
- FUJINO, M.; CHUI, F. C. Vertical motion of high-speed boats in head sea and wave loads. *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, Tokyo, 154:151-63, Nov. 1983.
- FUWA, T. et alii. *An experimental study on broaching of a small high speed boat*. Tokyo, Ship Research Institute, 1982. 43p. (Papers of Ship Institute, 66)
- HADLER, J. B. The prediction of power performance on planing craft. *Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers*, New York, 74:563-610, 1966.
- HADLER, J. B.; HUBBLE, E. N. Prediction of the power performance of the series 62 planing hull forms. *Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers*, New York, 79:366-404, 1971.
- HOERNER, S. F. *Fluid dynamic drag*. Midland Park, The author, 1965.

- HOLLING, H. D.; HUBBLE, E. N. *Model resistance data of series 65 hull forms applicable to hydrofoils and planing crafts.* Bethesda, Naval Ship Research and Development Center, 1974. 431p. (Report 4121) Apud: DOCTORS, L. J. *Hydrodynamics of high-speed small craft.* Ann Arbor, University of Michigan, 1985. (University of Michigan. College of Engineering. Department of Naval Architecture and Marine Engineering, 292) p.199
- HSU, C. C. *On the motions of high speed planing craft.* S.1. Hydronautics, 1957. (Technical report 603-1, AD658151, DDC) Apud: MARTIN, M. Theoretical determination of porpoising instability of high-speed planing boats. *Journal of Ship Research*, New York, 22(1):50, Mar. 1978.
- HUBBLE, N. *Resistance of hard-chine, stepless planing craft with systematic variation of hull form, longitudinal center of gravity and loading.* Bethesda, Naval Ship Research and Development Center, 1974. 344p. (Report 4307)
- KLEMIN, A.; PIERSON, J. D.; STORER, E. M. An introduction to seaplane porpoising. *Journal of the Aeronautical Sciences*, New York, 6(8):311-8, June 1939.
- LALANGAS, P. A.; YANNOULIS, P. L. Design and construction of a 25 M high speed aluminum motor yacht. *Transactions of the Society of Naval Architects Marine Engineers*, New York, 91: 89-124, 1983.
- LONG-WEN, W. A study of motions of high speed planing boats with controllable flaps in regular waves. *International Shipbuilding Progress*, Rotterdam, 32(365):6-22, Jan. 1985.
- LORD, L. *Naval architecture of planing hulls.* Cambridge, Mass., Cornell Maritime Press, 1954. 319p.
- LUTOWSKI, R. N. *A computer program for various performance aspects of planing craft.* Hoboken, 1973. Thesis - Stevens Institute of Technology. Apud: MARTIN, M. Theoretical determination of porpoising instability of high-speed planing boats. *Journal of Ship Research*, New York, 22(1):32, Mar. 1978.
- MARTIN, M. Theoretical determination of porpoising instability of high-speed planing boats. *Journal of Ship Research*, New York, 22(1):32-53, Mar. 1978. [a]
- MARTIN, M. Theoretical prediction of motions of high-speed planing boats in waves. *Journal of Ship Reserch*, New York, 22(3):140-169, Sept. 1978. [b]

MARUO, H. High-and-low aspect-ratio approximation of planing surfaces. *Schiffstechnik*, Hamburg, 14(72):57-64, 1967.

MERCIER, J. A.; SAVITSKY, D. *Resistance of transom shear craft in the pre-planing range*. Hoboken, Stevens Institute of Technology, 1973. (Stevens Institute of Technology. Davidson Laboratory, report 1667) Apud: SAVITSKY, D.; BROWN, P. W. Procedures for hydrodynamic evaluation of planing hulls in smooth and rough water. *Marine Technology*, New York, 13(4): 387, Oct. 1976.

MICHELTSEN, F. C. et alii. *Small craft engineering: resistance, propulsion, and seakeeping*. Reimp. Ann Arbor, University of Michigan, 1977. 299p. (University of Michigan. College of Engineering. Department of Naval Architecture and Marine Engineering, 120)

MILLWARD, A. Effect of wedges on the performance characteristics of two planing hulls. *Journal of Ship Research*, New York, 20(4):224-32, Dec. 1976.

MOTORA, S.; FUJINO, M.; SAKURAI, K. On the mechanism of the occurrence of wave impact on high speed boats. In: SYMPOSIUM ON SMALL FAST WARSHIPS AND SECURITY VESSELS, 2., London, 1982. *Proceedings*. London, Royal Institution of Naval Architects, 1983. p.27-39.

MUELLER-GRAF, B. *Comment on two papers concerning the dynamic instability of high speed craft*. Berlin, Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, 1987. 20p.+27 fig. (Report n°1086/87) [b]

MUELLER GRAF, B. *Der Kumpf als Tragsflügel: Fiktion oder Realität?* Berlin, Versuchsanstalt für Wasserbau and Schiffbau, 1988. 30p. (Bericht nr. 1133/88)

MUELLEP-GRAF, B. *Modellversuchsverfahren der VWS für schnelle Vasserfahrzeuge*. *Schiff und Hafen/Kommandobrücke*, Hamburg, 6: 52-3, 1987. [a]

MUELLER-GRAF, B.; SCHMIECHEN, M. On the Stability of semi-displacement crafts. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON STABILITY OF SHIPS AND OCEAN VEHICLES, 2., Tokyo, 1982. *Stability'82: proceedings*. Tokyo, Society of Naval Architects of Japan, 1983. p.67-77.

MURRAY, A. B. The hydrodynamics of planing hulls. *Transactions of the Society of Naval Architects Marine Engineers*, New York, 58: 658-92, 1950.

- PAYNE, P. R. Coupled pitch and heave porpoising instability in hydrodynamic planing. *Journal of Hydronautics*, Easton, 8(2): 58-71, 1974.
- PAYNE, P. R. On the high speed porpoising instability of prismatic hull. *Journal of Ship Reserch*, New York, 28(2): 77-89, June 1984.
- PAYNE, P. R. The vertical impact of a wedge on a fluid. *Ocean Engineering*, Oxford, 8(4):421-36, 1981.
- PERRING, W. G. A. The porpoising of high-speed motor-boats. *Transactions of the Institution of Naval Architects*, London, 75:268-96, 1933.
- PERRING, W. G. A.; GLAUERT, H. *Stability on the water of a seaplane in the planing condition*. London, British Aeronautical Research Council, 1933.
- RADOJCIC, D. An approximate method for calculation of resistance and trim of the planing hulls. Trabalho apresentado no METTING OF THE SOCIETY OF NAVAL ARCHITECTS AND MARINE ENGINEERS, 1985.
- REPORT of the High-speed Marine Vehicle Committee. In: INTERNATIONAL TOWING TANK CONFERENCE, 17., Goteborg, 1984. *Proceedings*. Goteborg, SSPA, 1984. p.275-344.
- RUTGERSSON, O. *Propeller-hull interaction problems on high speed ships: on the influence of cavitation*. In: SYMPOSIUM ON SMALL FAST WARSHIPS AND SECURITY VESSELS, 2., London, 1982. *Proceedings*. London, Royal Institution of Naval Architects, 1983. p.197-213.
- RUTGERSSON, O.; OTTOSSON, P. Model tests and computer simulations: an effective combination for investigation of broaching phenomena. *Transaction of the Society of Naval Architects and Marine Engineers*, New York, 95:263-81, 1987.
- SAUNDERS, H. E. *Hydrodynamics in Ship Design*. New York, Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1957. 3v.
- SAVITSKY, D. On the Seakeeping of Planing Hulls. *Marine Technology*, New York, 5(2):164-74, Apr. 1968.
- SAVITSKY, D. Hydrodynamic Design of Planning Hulls *Marine Technology*, 1(1):71-95, Oct.1964

- SAVITSKY, D.; BROWN, P. W. Procedures for hydrodynamic evaluation of planing hulls in smooth and rough water. *Marine Technology*, New York, 13(4):381-400, Oct. 1976.
- SAVITSKY, D.; GORE, J. L. Re-evaluation of the planing hull form. *Journal of Hydronautics*, Easton, 14(2): 34-47, 1979.
- SAVITSKY, D.; KOELBEL, J. G. Seakeeping considerations in design and operation of hard chine planing hulls. *Naval Architect*. London, (2):55-9, Mar. 1979.
- SAVITSKY, D.; NEIDINGER, J. W. Wetted area and center of pressure of planing surfaces at very low speed coefficients. Hoboken, Stevens Institute of Technology, 1954. 50p. (Stevens Institute of Technology. Experimental Towing Tank, report 493)
- SCHNITZER, E. *Theory and procedure for determining loads and motions in chine-immersed hydrodynamic impacts of prismatic bodies*. Langley Field. National Advisory Committee for Aeronautics, 1953. 29p. (NACA report 1152)
- SHEN, Y. T.; OGILVIE, T. F. Non linear hydrodynamic theory for finite-span planing surfaces. *Journal of Ship Research*, New York. 16(1):3-29, March 1972.
- SHUFORD JR., C. L. *A theoretical and experimental study of planing surfaces including effects of cross section and plan form*. Langley Field, National Advisory Committee for Aeronautics, 1957. (NACA report 1355)
- TAYLOR, J. L. Some hydrodynamical inertia coefficients. *Philosophical Magazine*, Basingstoke, 9(55):161, 1930.
- TUCK, E. O. Low-aspect-ratio flat-ship theory. *Journal of Hydronautics*, Easton, 9(1):3-12, January 1975.
- TULIN, M. P. The theory of slender surfaces planing at high speeds. *Schiffstechnik*, Hamburg, 4(21):125-33, 1957.
- URSELL, F. On the heaving motion of a circular cylinder on the surface of a fluid. *Quarterly journal of Mechanics and Applied Mathematics*, Oxford, 2(pt.2):218-31, 1949.

- VON KARMAN, T. *The impact of seaplane floats during landing.* Langley Field, National Advisory Committee for Aeronautics, 1929. (NACA TN 321) Apud: PAYNE, F. R. *The vertical impact of a wedge on a fluid.* *Ocean Engineering*, Oxford, 8(4):421-36, 1981.
- WAKELING, B. P.; SPROSTON, J. L.; MILLWARD, A. Development of a theoretical model of the pressure distribution on round bilge hull. *Journal of Ship research*, New York, 30(1):35-42 March 1986
- WANG, D. P.; RISPIN, P. Three-dimensional planing at high Froude number. *Journal of Ship Research*, New York, 15(3):221-30, September 1971
- ZARNICK, E. E. *A nonlinear mathematical model of motions of a planing boat in regular waves.* Bethesda, David W. Taylor Naval Ship Research and Development Center, 1978. 77p. (DTNSRDC-78/032)